ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Παθητική Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων με Χρήση του Υποδείγματος Black-Litterman

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κυριακή-Σταματία Σ. Μυλωνά

Επιβλέπων: Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Υπεύθυνος: Δρ. Παναγιώτης Ξυδώνας

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Παθητική Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων με Χρήση του Υποδείγματος Black-Litterman

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κυριακή-Σταματία Σ. Μυλωνά

Επιβλέπων: Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Υπεύθυνος: Δρ. Παναγιώτης Ξυδώνας

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την **16^{η} Οκτωβρίου 2018**

....	....	....
Ψαρράς Ι.	Ασκούνης Δ.	Δούκας Χ.
Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

....

Μυλωνά Κυριακή-Σταματία

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Ευχαριστίες

Οι προπτυχιακές μου σπουδές ολοκληρώνονται και ένας μεγάλος κύκλος της ζωής μου κλείνει. Σε αυτό μου το ταξίδι μου συμπαραστάθηκαν άνθρωποι ξεχωριστοί και άνθρωποι που με καθοδήγησαν σωστά με επιμονή και υπομονή. Επομένως οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ σε όλους αυτούς.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω κατ'αρχάς το εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων και ιδιαίτερα τον Δρ. Παναγιώτη Ξυδώνα και τον κύριο Ιωάννη Ψαρρά που με συνέδραμαν και με καθοδήγησαν σε όλη την διαδικασία εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Στην συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που με βοήθησαν και με στήριξαν, ο καθένας με τον δικό του τρόπο. Ένα γλυκό ευχαριστώ οφείλω, λοιπόν, στην Κωνσταντίνα, την Νικολίνα, τον Κανάρη, την Αλεξάνδρα, τον Χρήστο.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω και έναν άνθρωπο που είναι κοντά μου τόσα χρόνια και μου χάρισε πολλές ευτυχισμένες στιγμές. Με στήριξε, με συμβούλευσε και με έκανε καλύτερο άνθρωπο. Ένα μεγάλο ευχαριστώ στον Φίλιππο που έκανε ξεχωριστή την ζωή μου όλα αυτά τα χρόνια.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου που με μεγάλωσε με αξίες και κόπο ώστε να φτάσω σήμερα εδώ. Ο πατέρας μου και η μητέρα μου ήταν εκεί για μένα κάθε στιγμή και πραγματικά το εκτιμώ. Ο μεγάλος αγαπημένος μου αδερφός, ο Κωστής, που πάντα με βοηθούσε με τον δικό του ιδιαίτερο τρόπο. Η μικρή αγαπημένη μου ξαδέρφη, η Βίκυ, που με έκανε να νιώθω πάντα σαν μεγάλη αδερφή.

Τους ευχαριστώ για όλα!

Κυριακή-Σταματία Μυλωνά

Οκτώβριος 2018

Περίληψη

Η τεχνολογική επανάσταση που γνώρισε ο πλανήτης τις τελευταίες δεκαετίες είχε ως αποτέλεσμα την παγκοσμιοποίηση των χρηματιστηριακών αγορών, τις ραγδαίες οικονομικές εξελίξεις καθώς και την ανάγκη για βέλτιστες και αποδοτικές λύσεις κερδοφορίας. Όσο οι χρηματιστηριακές αγορές γίνονταν προσβάσιμες στο ευρύ κοινό, ολοένα και περισσότεροι επενδυτές εκμεταλλεύονταν την ευκαιρία αυτή για την επίτευξη κέρδους. Οι επενδυτές αυτοί, μη έχοντας χρηματοοικονομικές γνώσεις, αντιμετώπισαν δυσκολίες στην διαχείριση των χαρτοφυλακίων τους , ενώ ταυτόχρονα δεν ήταν διατεθειμένοι να ανεχθούν ούτε τον υψηλό κίνδυνο που ενέχει μια ενεργητική στρατηγική διαχείρισης αλλά ούτε και το κόστος ανάθεσης του χαρτοφυλακίου τους σε έμπειρους επαγγελματίες.

Συνεπώς, οι παραπάνω αιτίες οδήγησαν στην ανάπτυξη παθητικών στρατηγικών διαχείρισης χαρτοφυλακίων, έννοια η οποία μελετάται από την παρούσα διπλωματική εργασία. Ωστόσο είναι φανερό ότι η αντιμετώπιση των παραπάνω μειονεκτημάτων απαιτεί την αξιοποίηση όλων των σύγχρονων τεχνολογικών εργαλείων καθώς και της επιστήμης της Πληροφορικής.

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποσκοπεί στην δημιουργία και ανάπτυξη ενός πληροφοριακού συστήματος το οποίο θα βασίζεται στο μοντέλο παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου το οποίο διατύπωσαν οι Black-Litterman ώστε να υποστηρίξει τον επενδυτή στην λήψη των αποφάσεων.

Παράλληλα, επιχειρείται μία αναβάθμιση του μοντέλου των Black-Litterman μέσω της συγκριτικής αξιολόγησης των αποτελεσμάτων με τέσσερις μεθόδους υπολογισμού της μεταβλητότητας. Ο έλεγχος του μοντέλου πραγματοποιήθηκε κάνοντας χρήση των ιστορικών δεδομένων των δεικτών CAC 40, DAX 30, Dow Jones Industrial Average και Euro stoxx 50.

Τέλος, στα πλαίσια της διπλωματικής εξετάζεται η καταλληλότητα κάθε μοντέλου και προκύπτει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.

Λέξεις κλειδιά: Παθητική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίων, Θεωρία Χαρτοφυλακίου, Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίου, Μοντέλο Black-Litterman

Abstract

The technological revolution that the world has seen in recent decades has led to the globalization of stock markets, rapid economic developments and the need for optimal and efficient profitability solutions. As stock markets became accessible to the general public, more and more investors were taking advantage of this opportunity to make a profit. These investors, having no financial knowledge, faced difficulties in managing their portfolios, while at the same time they were not prepared to tolerate either the high risk of an active management strategy or the cost of outsourcing their portfolio to experienced professionals.

Consequently, the above causes have led to the development of passive portfolio management strategies, a concept that is being studied by this diploma thesis. It is obvious, however, that addressing the above disadvantages requires the utilization of all modern technological tools as well as the science of Information Technology.

This diploma thesis aims at creating and developing an information system based on the passive portfolio management model formulated by Black Litterman to support the investor in making decisions.

At the same time, an upgrade of the Black-Litterman model is attempted through the comparative evaluation of the results with four methods of calculating the variability. The model was tested using historical data from CAC 40, DAX 30, Dow Jones Industrial Average and Euro stoxx 50.

Finally, in the context of this diploma thesis, the suitability of each model is examined and the best possible result is obtained.

Keywords: Passive portfolio management strategy, Portfolio Theory, Portfolio Optimization, Black-Litterman Model

Πίνακας Περιεχομένων

Ευρετήριο Εικόνων

Ευρετήριο Πινάκων

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Η χρηματοοικονομική επιστήμη περιστρέφεται γύρω από την έννοια της επένδυσης. Ο όρος αυτός προσδιορίζεται ως μία ενέργεια εκ μέρους του επενδυτή που αποσκοπεί στην αύξηση ενός αρχικού κεφαλαίου. Ωστόσο η επένδυση είναι μία ενέργεια που εμπεριέχει σε κάποιο βαθμό την έννοια του κινδύνου. Οι επενδύσεις λαμβάνουν διάφορες μορφές και αφορούν πολλές δραστηριότητες που μπορούν να αποφέρουν κέρδη. Μία από αυτές τις μορφές, λοιπόν, είναι και η διαχείριση επενδυτικών χαρτοφυλακίων χρεογράφων.

Χαρτοφυλάκιο ορίζεται ως μία συλλογή από περιουσιακά στοιχεία, τα οποία έχουν την δυνατότητα να αποφέρουν πολλαπλά κέρδη στον επενδυτή, σύμφωνα πάντα και με τον οικονομικό στόχο που τέθηκε.

Η διαδικασία κατασκευής και διαμόρφωσης ενός χαρτοφυλακίου ονομάζεται «διαχείριση χαρτοφυλακίων». Η διαχείριση χαρτοφυλακίων, σαν έννοια, διατυπώθηκε πρώτη φορά μετά το 1950. Αποτελεί προέκταση της χρηματοοικονομικής θεωρίας, με την διαφορά ότι η διαχείριση χαρτοφυλακίων επιλέγει και αξιολογεί ένα πλήθος επενδύσεων που με τον κατάλληλο συνδυασμό θα εξασφαλίσουν την μέγιστη ωφέλεια. Ο άνθρωπος που πρώτος εισήγαγε την έννοια της «θεωρίας χαρτοφυλακίων» ήταν ο Markowitz και αναφέρθηκε συγκεκριμένα στον προσδιορισμό του βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Η διαχείριση χαρτοφυλακίων, λοιπόν, περιλαμβάνει όλες εκείνες τις ενέργειες στις οποίες πρέπει να προβεί ο κάθε επενδυτής έτσι ώστε να έχει την μεγαλύτερη δυνατή απόδοση με το μικρότερο δυνατό κίνδυνο. Ορίζεται ως η διαδικασία συνδυασμού διάφορων χρεογράφων σ’ένα χαρτοφυλάκιο, το οποίο δημιουργείται ανάλογα με τους στόχους που έχει θέσει ο επενδυτής καθώς και ως διαδικασία παρακολούθησης και αποτίμησής του.

Ωστόσο, η διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου πέρασε από πολλά στάδια πριν λάβει την σημερινή της μορφή. Πριν το 1950 και την θεωρία του Markowitz τα χαρτοφυλάκια χρεογράφων ήταν μία αρκετά επικίνδυνη επένδυση για «λίγους» που βασιζόταν σε εμπειρικές προβλέψεις παρά σε εμπεριστατωμένα ιστορικά δεδομένα. Επιπλέον, οι επενδυτές εστίαζαν την προσοχή τους μόνο στην απόδοση που θα τους έδινε ένα χρεόγραφο και όχι στον κίνδυνο που συνεπαγόταν.

Οι εδραιωμένες αυτές τακτικές άρχισαν να κλονίζονται με την δημοσίευση της έρευνας του Markowitz που διατύπωνε το καινοτόμο μοντέλο μέσου-διακύμανσης καθώς και με μεταγενέστερους επιστήμονες οι οποίοι συνέβαλαν στην ολοκλήρωση του μοντέλου. Μέσα σε αυτούς τους αναλυτές συγκαταλέγονται και οι Black-Litterman, οι οποίοι το 1990 διατύπωσαν ένα μαθηματικό μοντέλο που έμελλε να πάει την κλασική θεωρία χαρτοφυλακίου ένα βήμα παραπέρα. Το μοντέλο αυτό έλαβε υπόψιν την γνώμη του αναλυτή στον υπολογισμό του χαρτοφυλακίου και θεώρησε την αγορά ως κυρίαρχη πηγή πληροφοριών και όχι τα ιστορικά δεδομένα. Συνεπώς οι επενδυτές άρχισαν να οργανώνουν τις δραστηριότητές τους ώστε να εξυπηρετούν καλύτερα τις ανάγκες τους και να επιτυγχάνουν καλύτερα αποτελέσματα. Όσο περνούσαν τα χρόνια η αξία των μοντέλων αυτών αναδείχθηκε και περισσότεροι μελετητές ασχολήθηκαν με την έρευνα του αντικειμένου, φθάνοντας έτσι στην σημερινή εποχή όπου η διαχείριση χαρτοφυλακίων αποτελεί μία συστημική διαδικασία.

Η διαχείριση χαρτοφυλακίων χρεογράφων περιλαμβάνει τα τρία παρακάτω στάδια δραστηριοτήτων:

- Ανάλυση χρεογράφων (όπου εξετάζονται ποιοι συνδυασμοί από τα διαθέσιμα χρεόγραφα προβλέπονται να έχουν μεγαλύτερη απόδοση).
- Ανάλυση χαρτοφυλακίου (όπου γίνεται υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου).
- Επιλογή χαρτοφυλακίου (όπου επιλέγεται εκείνο το χαρτοφυλάκιο το οποίο ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο σε σχέση με την απόδοσή του και που ταιριάζει με τις προτιμήσεις του επενδυτή)

Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω αντιλαμβάνεται κανείς την δυσκολία και την πολυπλοκότητα που περιλαμβάνει η λήψη χρηματοοικονομικών αποφάσεων σχετικά με την διαχείριση χαρτοφυλακίων. Είναι απαραίτητη η ύπαρξη εργαλείων, μεθόδων και τεχνικών που θα βοηθήσουν τον επενδυτή στην διαδικασία αυτή και θα περιορίσουν την εμπειρική προσέγγιση του ζητήματος.

1.1 Ο Στόχος και το Αντικείμενο της Διπλωματικής

Η διπλωματική εργασία ασχολείται με την ανάπτυξη ενός πληροφοριακού συστήματος, το οποίο βασίζεται στο μοντέλο βελτιστοποίησης Black-Litterman και το οποίο έχει ως στόχο την υποστήριξη του επενδυτή στο πρόβλημα της δημιουργίας παθητικών χαρτοφυλακίων χρεογράφων.

Συγκεκριμένα, το πληροφοριακό αυτό σύστημα, χρησιμοποιώντας το μοντέλο βελτιστοποίησης Black-Litterman, προτείνει ένα σύνολο βέλτιστων χαρτοφυλακίων τα οποία θα ακολουθούν κάποιον συγκεκριμένο δείκτη. Οι υποθέσεις που θεωρήθηκαν κατά την διάρκεια των προσομοιώσεων αφορούν:

- την σύνθεση του επενδυτικού χαρτοφυλακίου: ο επενδυτής θα διαμοιράσει το κεφάλαιο του σε όλες τις μετοχές που συμμετέχουν στον ζητούμενο δείκτη.
- Ο επενδυτής έχει την δυνατότητα να εισάγει στο πληροφοριακό σύστημα την προσωπική του άποψη για την μελλοντική πορεία των μετοχών ώστε να επηρεάσει την σύνθεση του επενδυτικού χαρτοφυλακίου

Η αποτελεσματικότητα του μοντέλου Black-Litterman ελέγχθηκε μέσα από έναν αριθμό από προσομοιώσεις, χρησιμοποιώντας τις ιστορικές τιμές κλεισίματος των δεικτών CAC 40, DAX 30, Dow Jones Industrial Average και Euro stoxx 50 για μια επιλεγμένη περίοδο διάρκειας τριών ετών.

1.2 Η Συμβολή της Διπλωματικής

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή του κεφαλαίου αυτού, είναι εμφανές ότι λόγω των προβλημάτων που προκύπτουν στην διαδικασία της βελτιστοποίησης, πρέπει να αναπτυχθεί ένα ολοκληρωμένο πληροφοριακό σύστημα υποστήριξης του επενδυτή για την κατασκευή και την διαχείριση επενδυτικών χαρτοφυλακίων χρεογράφων. Επομένως, το σύστημα που αναπτύχθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία δύναται να συνδράμει τον επίδοξο επενδυτή στο πρόβλημα της παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίων. Επιπλέον, εξασφαλίζει σε αυτόν την δυνατότητα να επηρεάσει την διαδικασία προσδιορισμού των χαρτοφυλακίων, δίνοντας την δική του άποψη για το ζήτημα.

Ένα ακόμα σημείο που αξίζει να τονισθεί για την σπουδαιότητα του συγκεκριμένου πληροφοριακού εργαλείου είναι ότι γίνεται σύγκριση μεταξύ των χαρτοφυλακίων που έχουν κατασκευασθεί με διαφορετικές μεθόδους υπολογισμού της μεταβλητότητας ώστε ενδεχομένως να προκύψει ένα νέο, αναβαθμισμένο μοντέλο Black-Litterman. Ο έλεγχος και η αξιολόγηση εξαρτώνται τόσο από τα δεδομένα που θα προκύψουν από τη διαδικασία βελτιστοποίησης όσο και από την σύγκριση της απόδοσης του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου με την απόδοση του δείκτη.

1.3 Η Δομή της Διπλωματικής

Η διπλωματική εργασία αποτελείται από 6 κεφάλαια και δύο παραρτήματα. Παρακάτω, ακολουθεί μία συνοπτική περιγραφή των περιεχομένων κάθε κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 1^{o}

Το κεφάλαιο αυτό εισάγει τον αναγνώστη στο πρόβλημα με το οποίο ασχολείται η παρούσα διπλωματική. Επιπλέον, αναλύεται σύντομα το πληροφοριακό σύστημα το οποίο δημιουργήθηκε με σκοπό την επίλυση του παραπάνω προβλήματος και διατυπώνονται οι στόχοι και το αντικείμενο με το οποίο ασχολούμαστε.

Κεφάλαιο 2ο

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύεται το πρόβλημα της δημιουργίας και διαχείρισης επενδυτικών χαρτοφυλακίων χρεογράφων καθώς και διάφορων μεθόδων που εφαρμόζονται σε αυτή. Παρατίθενται ορισμοί και μαθηματικά μοντέλα, όπως η αρχή της διαφοροποίησης κ.λ.π.,τα οποία χρειάζεται ο αναγνώστης για την καθολική κατανόηση του αντικειμένου της διπλωματικής εργασίας. Εξετάζεται επιπλέον το θεωρητικό υπόβαθρο της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων, με εκτεταμένη αναφορά στην Θεωρία Αποτελεσματικών Αγορών, στο μοντέλο του Markowitz κ.α.

Κεφάλαιο 3ο

Στο τρίτο κεφάλαιο πραγματοποιείται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με διάφορα μοντέλα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων από παλαιότερες περιόδους. Η παραπάνω ανασκόπηση αφορά κυρίως το εξεταζόμενο μοντέλο βελτιστοποίησης Black-Litterman.

Κεφάλαιο 4ο

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια εκτενής παρουσίαση του μοντέλου βελτιστοποίησης Black-Litterman καθώς και των παραλλαγών του που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας. Έπεται η ανάλυση και ο σχολιασμός των παραπάνω διαδικασιών. Επιπλέον, παρατίθεται το πληροφοριακό σύστημα που κατασκευάσθηκε για την υποστήριξη του επενδυτή μαζί με τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του μέσα από στιγμιότυπα (screenshots).

Κεφάλαιο 5ο

Το κεφάλαιο 5 ξεκινά με την ανάλυση των δεικτών CAC 40, DAX 30, Dow Jones Industrial Average και Euro stoxx 50 με των οποίων τις ιστορικές τιμές κλεισίματος πραγματοποιήσαμε τις προσομοιώσεις. Έπειτα παρατίθενται και σχολιάζονται εκτενώς τα αποτελέσματα του πειράματος.

Κεφάλαιο 6ο

Στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο πραγματοποιείται μία ανακεφαλαίωση όσων αναλύθηκαν στα υπόλοιπα κεφάλαια και διατυπώνονται συμπεράσματα που προέκυψαν από τα αποτελέσματα της εργασίας.

Τέλος, παρατίθενται δύο παραρτήματα εκ των οποίων το πρώτο περιέχει τον κώδικα που χρησιμοποιήθηκε για την δημιουργία του πληροφοριακού συστήματος και το δεύτερο έναν αναλυτικό σχολιασμό του προαναφερθέντος κώδικα.

Κεφάλαιο 2

Το Πρόβλημα της Σύνθεσης και Διαχείρισης Μετοχικών Χαρτοφυλακίων

2.1 Εισαγωγή

Η ενότητα αυτή αποσκοπεί στην εισαγωγή του αναγνώστη στο εννοιολογικό πλαίσιο που περιβάλλει το πρόβλημα της σύνθεσης ενός χαρτοφυλακίου βάσει παθητικών στρατηγικών διαχείρισης. Συγκεκριμένα, διατυπώνονται με ακρίβεια χρήσιμοι ορισμοί και μαθηματικά μοντέλα, όπως η Αρχή της Διαφοροποίησης, η Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου του H.Markowitz, η Θεωρία Αποτελεσματικών Αγορών κ.α. Η εκτενής αυτή παρουσίαση στοχεύει στο να καταδείξει την διαδικασία διαχείρισης παθητικών χαρτοφυλακίων ως μία πολύπλοκη αλλά και δυναμική αλληλουχία επενδυτικών αποφάσεων.

Στα πλαίσια της ανάλυσης του προβλήματος αυτού θεωρήθηκε αναγκαία η επεξήγηση κάποιων σημαντικών ρευμάτων στην διαχείριση των χαρτοφυλακίων που καθόρισαν τις σύγχρονες μεθόδους. Η κατανόηση των σύγχρονων μοντέλων απαιτεί την γνώση και την αφομοίωση των αρχικών μεθοδολογιών ώστε η εφαρμογή τους να μην περιέχει ασάφειες.

Παράλληλα, παρατίθεται η θεωρία των αποτελεσματικών αγορών η οποία συμβάλλει στην λεπτομερή ανάλυση του ζητήματος της διαχείρισης παθητικών χαρτοφυλακίων. Εξετάζονται οι διάφορες μορφές των αποτελεσματικών αγορών και καθορίζονται με σαφήνεια οι υποθέσεις που θεμελιώνουν την προαναφερθείσα θεωρία. Επιπλέον, γίνεται διακριτή η σχέση μεταξύ της αποτελεσματικότητας της αγοράς και της ορθολογικής συμπεριφοράς των επενδυτών.

Τελικά, με την ολοκλήρωση της ανάλυσης στην ενότητα αυτή, τεκμηριώνεται η δυσκολία και η πολυπλοκότητα του προβλήματος της διαχείρισης παθητικών μετοχικών χαρτοφυλακίων μέσω της παράθεσης όλων των σημείων απ’όπου αυτή πηγάζει.

2.2 Η αρχή της διαφοροποίησης

Με τον όρο χαρτοφυλάκιο θεωρούμε ένα σύνολο χρεογράφων τα οποία συμμετέχουν σε αυτό με κάποια αναλογία. Η αναλογία του κάθε χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο καθορίζεται από την αξία του εκάστοτε χρεογράφου σε σχέση με την συνολική αξία του χαρτοφυλακίου.

Παρακάτω τίθεται ως παράδειγμα η απλή περίπτωση όπου ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται μόνο από δύο χρεόγραφα.

Θεωρούμε, λοιπόν, ότι τα δύο χρεόγραφα που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο έχουν αποδόσεις $E(r_1), E(r_2)$ και διασπορές σ_1^2, σ_2^2. Το ποσοστό του κεφαλαίου που πρόκειται να επενδυθεί στο χαρτοφυλάκιο (βάρος) αντιπροσωπεύουν οι μεταβλητές w_1, w_2 αντίστοιχα για κάθε χρεόγραφο οι οποίες συνδέονται με τον εξής περιορισμό:

$$w_1 + w_2 = 1 \qquad (2.1)$$

Συνεπώς τα μεγέθη της απόδοσης και του κινδύνου του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου διαμορφώνονται ως εξής:

$$E(w_1 r_1 + w_2 r_2) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) \qquad (2.2)$$

$$\sigma^2(w_1 r_1 + w_2 r_2) = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_1 COV(r_1, r_2) \qquad (2.3)$$

όπου $COV(r_1, r_2)$ ορίζεται ως η συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο χρεογράφων:

$$COV(r_1, r_2) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} [r_{1t} - E(r_1)][r_{2t} - E(r_2)] \qquad (2.4)$$

Πολλές φορές η συνδιακύμανση $COV(r_i, r_j)$ συναντάται και ως σ_{ij}. Η συνδιακύμανση συνδέεται με τις τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων των χρεογράφων βάσει της σχέσης

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \qquad (2.5)$$

όπου ως ρ_{ij} ορίζεται ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των χρεογράφων. Το μέγεθος αυτό μετρά την συσχέτιση των αποδόσεων των χρεογράφων, είναι ιδιαίτερα σημαντικό στην κατασκευή χαρτοφυλακίων χρεογράφων και παίρνει τιμές από το -1 έως το 1. Εάν ο συντελεστής συσχέτισης είναι -1, τότε οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες και μεταβάλλονται προς αντίθετες κατευθύνσεις. Αντίθετα στην περίπτωση που ο συντελεστής συσχέτισης είναι 1 τότε είναι πάλι γραμμικά συσχετισμένες αλλά μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση. Παρακάτω ακολουθεί η γενική περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει πολλά χρεόγραφα, αντίστοιχα με το ειδικό παράδειγμα που περιγράφηκε παραπάνω.

Έστω ότι υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο P το οποίο αποτελείται από m χρεόγραφα, η απόδοση και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{m} w_i E(r_i) \qquad (2.6)$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{m} w_i^2\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1, j\neq i}^{m} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad (2.7)$$

και σε μητρική μορφή:

$$E(r_P) = r^T w \qquad (2.8)$$

$$\sigma_P^2 = w^T V w \qquad (2.9)$$

όπου:

- r είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων $m\,x\,1$ με τις αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων και r^T το αντίστοιχο αντίστροφο διάνυσμα,
- w είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων $m\,x\,1$ με τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο
- V είναι ένα συμμετρικός πίνακας διαστάσεων $m\,x\,m$ ο οποίος ονομάζεται πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης (variance-covariance matrix). Τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα είναι η διακύμανση των αποδόσεων των χρεογράφων ενώ όλα τα υπόλοιπα είναι οι συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων.

Δεδομένων των παραπάνω γίνεται εμφανές ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι μια γραμμική συνάρτηση των αποδόσεων των επιμέρους χρεογράφων που το αποτελούν. Θεωρώντας $w \geq 0$, το χαρτοφυλάκιο με την μεγαλύτερη δυνατή απόδοση προκύπτει θέτοντας $w_i = 1$ όπου i είναι το χρεόγραφο με την μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση και $w_j = 0$ για οποιοδήποτε άλλο χρεόγραφο στο χαρτοφυλάκιο με $i \neq j$.

Αντίθετα με την απόδοση, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι μη γραμμική συνάρτηση των βαρών των χρεογράφων. Επομένως ο κίνδυνος χρήζει περαιτέρω διερεύνησης.

- $\sigma_{ij} = 0$

Η περίπτωση αυτή εξετάζει το ενδεχόμενο οι συνδιακυμάνσεις για κάθε ζεύγος χρεογράφων i,j να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Συνεπώς ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου διαμορφώνεται ως εξής:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{m} w_i^2\sigma_i^2 \qquad (2.10)$$

Ο πιο απλός τρόπος να κατανείμει ο επενδυτής το κεφάλαιο του είναι το διαμοιράσει εξίσου σε όλα τα χρεόγραφα του χαρτοφυλακίου. Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε χρεόγραφο θα επενδυθεί $\frac{1}{m}$ του κεφαλαίου. Συνεπώς ο κίνδυνος θα διαμορφωθεί ως εξής:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{m}\right)^2 \sigma_i^2 = \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{\sigma_i^2}{m}\right) \qquad (2.11)$$

Ο όρος που περικλείεται μέσα στην παρένθεση αναπαριστά μία μέση τιμή της διασποράς των αποδόσεων των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Συμβολίζοντας αυτή την μέση τιμή ως $\bar{\sigma}^2$ η παραπάνω σχέση παίρνει την μορφή:

$$\sigma_P^2 = \frac{1}{m}\bar{\sigma}^2 \qquad (2.12)$$

Η σχέση (2.12) υποδεικνύει ότι αν ο αριθμός των χρεογράφων απειρίζεται ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου γίνεται μηδέν. Θεωρητικά αυτό σημαίνει ότι αν ο επενδυτής επενδύσει σε άπειρο αριθμό χρεογράφων τότε ουσιαστικά ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μηδενίζεται. Με αυτόν τον τρόπο ο επενδυτής θα είχε μία σίγουρη απόδοση της επένδυσής του. Ωστόσο, στην πράξη η υπόθεση ότι οι αποδόσεις των χρεογράφων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και η δυνατότητα επένδυσης σε άπειρο αριθμό χρεογράφων είναι μη ρεαλιστική. Επομένως, παρακάτω παρατίθεται αυτό που ισχύει πραγματικά σε μία αγορά.

- $\sigma_{ij} \neq 0$

Η περίπτωση αυτή θεωρεί ότι οι αποδόσεις των χρεογράφων δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Επιπλέον θεωρείται ότι ο επενδυτής μοιράζει το κεφάλαιο του με τον πλέον απλό τρόπο της ισοκατανομής. Οπότε προκύπτει η παρακάτω σχέση :

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{m}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1, j\neq i}^{m}\left(\frac{1}{m}\right)\left(\frac{1}{m}\right)\sigma_{ij} \\ &= \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{\sigma_i^2}{m}\right) + \frac{m-1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1, j\neq i}^{m}\frac{\sigma_{ij}}{m(m-1)}\right) \qquad (2.13)\end{aligned}$$

Στο δεύτερο μέλος της ισότητας (2.13) ο πρώτος όρος αναπαριστά την μέση διασπορά των αποδόσεων των χρεογράφων που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο, και ο δεύτερος όρος την συνδιακύμανση $\bar{\sigma}_{ij}$, λαμβάνοντας υπόψιν ότι το πλήθος των όρων που αφορούν την συνδιακύμανση είναι $m(m-1)$. Επομένως, απλοποιώντας την παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$\sigma_P^2 = \frac{1}{m}\bar{\sigma}^2 + \frac{m-1}{m}\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{m}\bar{\sigma}^2 + \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{m}\bar{\sigma}_{ij} \qquad (2.14)$$

Θεωρητικά, όταν το πλήθος των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο απειρίζεται ισχύει:

$$\lim_{m\to\infty}\sigma_P^2 = \bar{\sigma}_{ij} \qquad (2.15)$$

Η σχέση (2.15) δίνει ένα σημαντικό συμπέρασμα. Αν ο επενδυτής έχει την δυνατότητα να επενδύσει σ’έναν θεωρητικά μεγάλο αριθμό χρεογράφων, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα διαμορφώνεται μόνο από τις συνδιακυμάνσεις των μετοχών που το αποτελούν και όχι από τον κίνδυνο του κάθε χρεογράφου ξεχωριστά. Αυτό το συμπέρασμα είναι ιδιαίτερα σημαντικό αποτέλεσμα της αρχής διαφοροποίησης (diversification) η οποία υποδεικνύει ότι ο εκάστοτε επενδυτής θα πρέπει να διαμορφώνει χαρτοφυλάκια με επαρκή διασπορά ώστε να μειώνεται ο επενδυτικός κίνδυνος. Επιπλέον, προκύπτει ότι ο επενδυτικός κίνδυνος αποτελείται από δύο μέρη:

- Το ένα μέρος του επενδυτικού κινδύνου ονομάζεται μη συστηματικός κίνδυνος και υπάρχει η δυνατότητα να εξαλειφθεί μέσω μίας κατάλληλης στρατηγικής διαφοροποίησης. Ο μη συστηματικός κίνδυνος (non-systematic risk) εξαρτάται από τον κίνδυνο κάθε χρεογράφου ξεχωριστά και όχι από την συμπεριφορά των υπόλοιπων χρεογράφων.
- Το άλλο μέρος του επενδυτικού κινδύνου ονομάζεται συστηματικός κίνδυνος (systematic risk) και δεν υπάρχει η δυνατότητα να εξαλειφθεί μέσω της διαφοροποίησης. Για την μέτρηση του συστηματικού κινδύνου χρησιμοποιείται ο συντελεστής β_P ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος της συνδιακύμανσης σ_{PM} των αποδόσεων των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου P σε σχέση με τις αποδόσεις της αγοράς M (γενικός δείκτης χρηματιστηρίου) προς την διασπορά των αποδόσεων της αγοράς:

$$\beta_P = \frac{\sigma_{PM}}{\sigma_M^2} \qquad (2.16)$$

Τα χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο κατ'απόλυτη τιμή μεταλύτερο της μονάδας αναμένεται να παρουσιάζουν μεγαλύτερες αποκλίσεις από την αγορά. Ωστόσο, λόγω του μεγαλύτερου κινδύνου που εμπεριέχουν τα χρεόγραφα σε σχέση με την αγορά (ο συστηματικός κίνδυνος της αγοράς είναι ίσος με την μονάδα εξ'ορισμού) αναμένεται να έχουν και μεγαλύτερες αποδόσεις από την αγορά. Αντίθετα χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο μικρότερο της μονάδας παρουσιάζουν μικρότερες αποκλίσεις από την αγορά, συνεπάγοντας ότι θα έχουν και μικρότερη απόδοση από την αγορά όπως επεξηγήθηκε και προηγουμένως. Τέλος, χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο ίσο με μηδέν δεν επηρεάζονται από την συμπεριφορά της αγοράς.

2.3 Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου (Modern Portfolio Theory)

Όπως είδαμε και προηγουμένως, ο επενδυτικός κίνδυνος είναι δυνατόν να μειωθεί με μία κατάλληλη στρατηγική διαφοροποίησης. Όμως μία τέτοια στρατηγική απαιτεί τον προσδιορισμό ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου χρεογράφων με στόχο την ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Πρώτος ανέπτυξε ένα τέτοιο μεθοδολογικό πλαίσιο ο Harry Markowitz (1952) για το οποίο τιμήθηκε με βραβείο Νόμπελ.

Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (Modern Portfolio Theory) ή αλλιώς υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης είναι ένα μαθηματικό πλαίσιο για τον προσδιορισμό ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων με σκοπό την μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Πρόκειται για μία τυποποίηση και επέκταση της αρχής διαφοροποίησης στις επενδύσεις καθώς η ιδέα της κατοχής πολλών διαφορετικών χρεογράφων είναι λιγότερο επικίνδυνη από την κατοχή ενός μόνο χρεόγραφου. Η θεωρία καταδεικνύει ότι ο κίνδυνος και η απόδοση ενός χρεογράφου δεν πρέπει να αξιολογούνται μόνα τους αλλά συναρτήσει του τρόπου με τον οποίο συμβάλλουν στον συνολικό κίνδυνο και απόδοση του χαρτοφυλακίου. Επιπλέον, η διακύμανση χρησιμοποιείται ως ένας τρόπος μέτρησης του κινδύνου.

Η βασική έννοια που έθεσε ο Markowitz ήταν αυτή του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου (efficient portfolio). Αναφορικά πάντα με την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο, ένα χαρτοφυλάκιο P ονομάζεται αποτελεσματικό όταν δεν υπάρχει άλλο χαρτοφυλάκιο P’ για το οποίο να ισχύουν $E(r_{P'}) \geq E(r_P)$ και $\sigma_{P'} \leq \sigma_P$, με την μία από τις δύο ανισότητες να είναι αυστηρή. Οι παραπάνω σχέσεις ουσιαστικά δηλώνουν ότι ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποτελεσματικό όταν κανένα άλλο δεν υπερτερεί ως προς την απόδοση και τον κίνδυνο. Το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων ονομάζεται αποτελεσματικό σύνολο.

Επομένως στόχος της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων κατά τον Markowitz είναι ο προσδιορισμός του συνόλου των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο που θέλουμε να κατασκευάσουμε αποτελείται από m χρεόγραφα. Η βελτιστοποίηση γίνεται με στόχο την ελαχιστοποίηση του κινδύνου ως προς ένα επιθυμητό επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης R. Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης διατυπώνεται ως εξής:

$$\min \sigma_P^2 = \frac{1}{2} w^T V w$$

$$\text{Υπό:} \quad e^T w = 1$$

$$r^T w = R$$

$$w \in R$$

όπου e είναι το μοναδιαίο διάνυσμα-στήλη: $e = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$. Ο πίνακας V θεωρείται θετικά ορισμένος, δηλαδή υπάρχει η υπόθεση ότι όλα τα χρεόγραφα που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο εμπεριέχουν κίνδυνο. Συνεπώς η συνάρτηση του κινδύνου προς ελαχιστοποίηση είναι αυστηρά κυρτή.

Συμβολίζοντας ως λ_1, λ_2 τους πολλαπλασιαστές Lagrange των δύο περιορισμών προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} w^T V w + \lambda_1 (1 - e^T w) + \lambda_2 (R - r^T w) \qquad (2.17)$$

Παραγωγίζοντας τη συνάρτηση προκύπτει:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = 0 \Rightarrow Vw - \lambda_1 e - \lambda_2 r = 0 \qquad (2.18)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \Rightarrow e^T w = 1 \qquad (2.19)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \Rightarrow r^T w = R \qquad (2.20)$$

Από την σχέση (2.18) έχουμε:

$$w = \lambda_1 V^{-1} e + \lambda_2 V^{-1} r \qquad (2.21)$$

Αντικαθιστώντας την (2.21) στις (2.19), (2.20) διαμορφώνεται το ακόλουθο σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{cases} \lambda_1 e^T V^{-1} e + \lambda_2 e^T V^{-1} r = 1 \\ \lambda_1 r^T V^{-1} e + \lambda_2 r^T V^{-1} r = R \end{cases}$$

Δεδομένου ότι ο πίνακας V^{-1} είναι συμμετρικός, ισχύει ότι $e^T V^{-1} r = r^T V^{-1} e$. Θέτουμε $\alpha = e^T V^{-1} e, b = e^T V^{-1} r = r^T V^{-1} e \;\; \kappa\alpha\iota \; c = r^T V^{-1} r$ και το παραπάνω σύστημα προκύπτει σε πιο απλή μορφή:

$$\begin{cases} \alpha\lambda_1 + b\lambda_2 = 1 \\ b\lambda_1 + c\lambda_2 = R \end{cases}$$

Άρα το σύστημα επιλύεται ως εξής:

$$\lambda_1 = \frac{c-bR}{ac-b^2} \text{ και } \lambda_2 = \frac{aR-b}{ac-b^2}$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στην (2.21) υπολογίζεται ο κίνδυνος του βέλτιστου χαρτοφυλακίου :

$$Vw - \lambda_1 e - \lambda_2 r = 0 \Rightarrow$$

$$w^T V w - \lambda_1 w^T e - \lambda_2 w^T r = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_P^2 - \lambda_1 - \lambda_2 R = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_P^2 = \frac{aR^2 - 2bR + c}{ac - b^2} \qquad (2.22)$$

Δεδομένου ότι ο επενδυτής υπολογίζει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με βάση ένα δεδομένο επίπεδο επιθυμητής απόδοσης και έχοντας υπολογίσει τα a,b,c τότε συμπεραίνουμε ότι η σύνθεση του χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται πολύ εύκολα.

Στην παρούσα ανάλυση έγιναν αποδεκτές δύο υποθέσεις:

- Όλα τα χρεόγραφα που συμμετέχουν στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο εμπεριέχουν κάποιο βαθμό κινδύνου.
- Επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις

Παρακάτω παρατίθενται τα μεθοδολογικά πλαίσια όταν επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις.

Χωρίς ανοιχτές πωλήσεις

Στην κλασική προσέγγιση μέσου-διακύμανσης που διατύπωσε ο Markowitz θεωρείται ότι δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν ανοιχτές πωλήσεις, επομένως οι συμμετοχές των χρεογράφων πρέπει να είναι θετικές. Για την απλοποίηση της διαδικασίας θεωρούμε ότι δεν υπάρχει ακίνδυνο χρεόγραφο στην αγορά, άρα το πρόβλημα βελτιστοποίησης διαμορφώνεται ως ένα τετραγωνικό πρόγραμμα.

$$\min \sigma_P^2 = \frac{1}{2} w^T V w$$

Υπό: $e^T w = 1$

$$r^T w = R$$

$$w \geq 0$$

Είναι φανερό ότι δεν μπορεί να εφαρμοσθεί η ίδια διαδικασία με προηγουμένως, καθώς τα ποσοστά των μετοχών δεν μπορούν να γίνουν αρνητικά.

Επεκτάσεις

Η θεωρία του Markowitz διατυπώθηκε πρώτη φορά το 1952. Από τότε έγιναν πολλές προσπάθειες για να βελτιωθεί το μοντέλο. Η μετα-μοντέρνα θεωρία χαρτοφυλακίου επεκτείνει το μοντέλο μέσου-διακύμανσης, υιοθετώντας μη κανονικά κατανεμημένα και ασυμμετρικά μέτρα κινδύνου. Ωστόσο η μέθοδος αυτή από πολλούς αμφισβητείται.

Το μοντέλο Black-Litterman είναι μία επέκταση της βελτιστοποίησης κατά Markowitz το οποίο λαμβάνει υπόψιν σχετικές και απόλυτες επενδυτικές απόψεις ως προς τις εισόδους για τον κίνδυνο και τις αποδόσεις.

2.4 Θεωρία Αποτελεσματικών Αγορών (Efficient market theory)

Η θεωρία των αποτελεσματικών αγορών είναι μία θεμελιώδης οικονομική θεωρία που ορίζει ότι οι χρηματογορές είναι διαρκώς και πλήρως ενημερωμένες, δηλαδή, οι παρούσες τιμές των χρεογράφων αντικατοπτρίζουν πλήρως κάθε σχετική και διαθέσιμη πληροφορία κατά τρόπο αποτελεσματικό και αλλάζουν συνεχώς προκειμένου να ενσωματώσουν οποιαδήποτε νέα πληροφορία προκύψει.

Για τον παραπάνω λόγο, θεωρείται αδύνατο να νικήσει κάποιος την αγορά μακροπρόθεσμα χρησιμοποιώντας δική του πληροφόρηση αφού αυτή, σύμφωνα με την θεωρία, έχει ήδη προεξοφληθεί και ενσωματωθεί στην τιμή του χρεογράφου.

Αυτό είναι αποτέλεσμα του ανταγωνισμού μεταξύ μεγάλου αριθμού ορθολογικών επενδυτών οι οποίοι αναλύουν και αξιολογούν διαρκώς τα χρεόγραφα που διαπραγματεύονται στην αγορά. Εάν η αγορά μιας μετοχής είναι αποτελεσματική σε σχέση με τις διαθέσιμες πληροφορίες, κανένας επενδυτής δεν μπορεί να επιτύχει υπερβολικές αποδόσεις.

Σύμφωνα με πολλούς οικονομολόγους, οι τιμές των χρεογράφων ενσωματώνουν πληροφορίες μέχρι το σημείο όπου το οριακό κόστος της δράσης των επενδυτών βασισμένης σε πληροφορίες δεν ξεπερνά τα οριακά οφέλη.

Συνήθως ορίζονται τρία επίπεδα πληροφοριακής αποτελεσματικότητας της αγοράς:

- **Μορφή Ασθενούς Αποτελεσματικότητας (weak-form efficiency)**

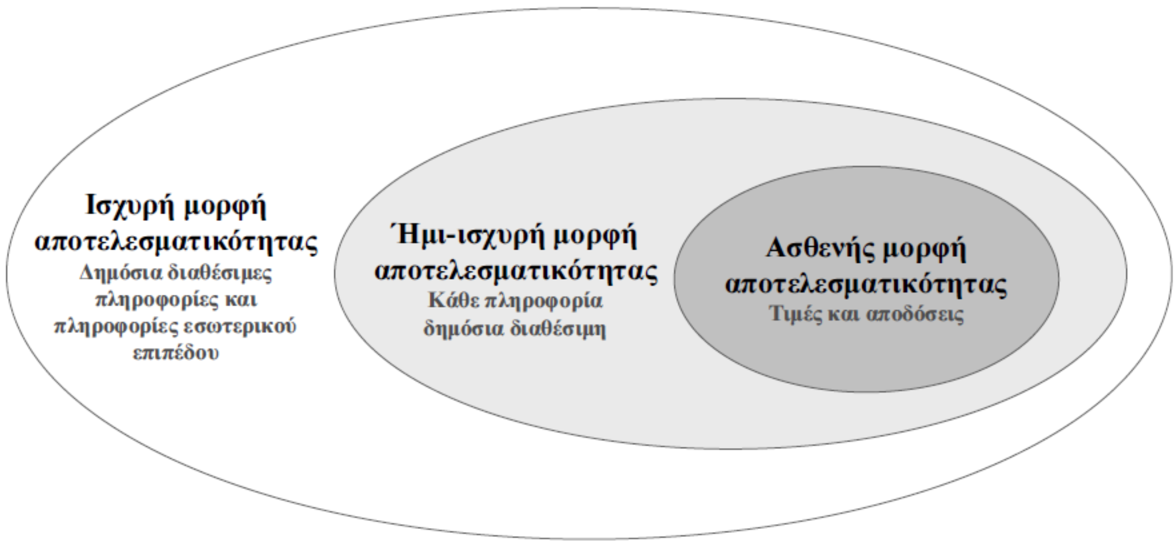
Σύμφωνα με αυτή την μορφή αποτελεσματικότητας, ιστορικές πληροφορίες όπως παρελθούσες τιμές , αποδόσεις, όγκος συναλλαγών κ.α. αντικατοπτρίζονται ήδη στις τιμές και δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους επενδυτές για να προβλέψουν μελλοντικές τιμές και να πετύχουν υπερβολικές αποδόσεις.

- **Μορφή Ημι-Ισχυρής Αποτελεσματικότητας (semi-strong form efficiency)**

Σύμφωνα με την ημι-ισχυρή μορφή αποτελεσματικότητας, δημοσιευμένες πληροφορίες όπως ισολογισμοί, ανακοινώσεις κερδών, μερισμάτων κ.α. έχουν ήδη ενσωματωθεί στις παρούσες τιμές και δεν μπορεί να γίνει χρήση τους από επενδυτές ώστε να προβλέψουν την πορεία των μετοχών και να εξασφαλίσουν πολύ υψηλά κέρδη.

- **Μορφή Ισχυρής Αποτελεσματικότητας (strong form efficiency)**

Σε αυτή την μορφή, ακόμα και μη δημοσιευμένες πληροφορίες όπως εκ των έσω μιας εταιρείας αδημοσίευτες πληροφορίες αντικατοπτρίζονται στις τωρινές τιμές και δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους επενδυτές είτε για πρόβλεψη είτε για υψηλές αποδόσεις.



Εικόνα 1: Μορφές αποτελεσματικής αγοράς

Σε μία αποτελεσματική αγορά τα επίπεδα των τιμών ενός χρεογράφου καθορίζονται από την θεμελιώδη αξία του και η σημερινή μεταβολή της χρηματιστηριακής της τιμής προέρχεται μόνο από τα τυχαίες, σημερινές εξελίξεις. Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι ο αριθμός των επαγγελματίων που ασχολούνται με τις χρηματιστηριακές αγορές θα έπρεπε να είναι περιορισμένος.

Υποθέσεις αποτελεσματικής αγοράς

- Υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός αναλυτών, επενδυτών, χρηματιστών κ.α. οι οποίοι συμμετέχουν ενεργά στην αγορά και συνεχώς αναλύουν και αξιολογούν κάθε διαθέσιμη πληροφορία.
- Οι συμμετέχοντες στην αγορά θα πρέπει να προσπαθούν να μεγιστοποιούν την συνολική τους χρησιμότητα (utility maximizing agents) και να έχουν ορθολογικές προσδοκίες (rational expectations) τις οποίες θα πρέπει να αναπροσαρμόζουν όταν λαμβάνουν καινούρια πληροφόρηση.

- Ένας επενδυτής ή μια μικρή ομάδα επενδυτών να μην μπορεί να επηρεάζει την τιμή της μετοχής.
- Η πληροφορία πρέπει να είναι διαθέσιμη σε όλους στην αγορά ταυτόχρονα, να μην έχει κόστος και να φτάνει με τυχαίο τρόπο.
- Οι επενδυτές θα πρέπει να αντιδρούν γρήγορα και με ακρίβεια σε κάθε νέα πληροφορία.
- Οι ορθολογικοί επενδυτές δεν κάνουν συστηματικά λάθος στις εκτιμήσεις τους.

2.5 Συγκριτική Αξιολόγηση Μοντέλων

Ακολουθώντας την ανάλυση των θεωριών που προηγήθηκε, επιχειρείται στην παρούσα ενότητα η συγκριτική αξιολόγηση τους, δηλαδή μία σύγκριση ανάμεσα στην Θεωρία Χαρτοφυλακίου του Markowitz και της Θεωρίας των Αποτελεσματικών Αγορών. Αδιαμφισβήτητα, και οι δύο θεωρίες δίνουν μία εποπτική εικόνα στο ζήτημα της κατασκευής και διαχείρισης των χαρτοφυλακίων. Ωστόσο, αντιλαμβάνεται κανείς ότι εξετάζουν το πρόβλημα από διαφορετικές σκοπιές. Κρίνεται σκόπιμη, λοιπόν, περαιτέρω συζήτηση.

Από την μία πλευρά το μοντέλο του Markowitz αντιμετωπίζει την βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων ως ένα καθαρά μαθηματικό πρόβλημα. Οι προβλέψεις για την πορεία των μετοχών πραγματοποιούνται μόνο μέσω στατιστικών μεθόδων, ενώ επιλέγεται το χαρτοφυλάκιο που θα έχει το χαμηλότερο κίνδυνο για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης. Ο επενδυτής δεν συμμετέχει καθόλου στην διαδικασία κατασκευής του χαρτοφυλακίου, ούτε εκφράζει προσωπικές απόψεις για πως θα διαμοιραστεί το κεφάλαιό του στα χρεόγραφα. Για τον Markowitz το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο προκύπτει ως αποτέλεσμα τεχνικής ανάλυσης.

Από την άλλη πλευρά η Θεωρία Αποτελεσματικών Αγορών προβάλλει την αγορά ως την κυρίαρχη πηγή πληροφόρησης. Στα πλαίσια της Αποτελεσματικής αγοράς οι τιμές των χρεογράφων, σε κάθε δεδομένη χρονική στιγμή, είναι ήδη ενημερωμένες και κάθε νέα πληροφορία έχει ενσωματωθεί σε αυτές. Σύμφωνα με την θεωρία αυτή, κανένα χαρτοφυλάκιο δεν μπορεί να ξεπεράσει μακροπρόθεσμα την απόδοση της αγοράς.

Αυτές οι δύο θεωρίες συνδυάσθηκαν αποτελεσματικά από τους Black, Litterman οι οποίοι δημιούργησαν ένα μοντέλο που χρησιμοποιεί τα στατιστικά μέσα για την απόδοση και τον κίνδυνο, όπως τα εισήγαγε πρώτος ο Markowitz, αλλά ταυτόχρονα θεωρεί την αγορά ως υπόδειγμα με βάση το οποίο κατασκευάζει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Επιπλέον, το μοντέλο αυτό εισάγει και τον επενδυτή στην διαδικασία της βελτιστοποίησης, λαμβάνοντας υπόψιν στους υπολογισμούς την άποψη του.

Το Υπόδειγμα των Black, Litterman εμπλούτισε την Χρηματοοικονομική Επιστήμη και αποτέλεσε σημείο αναφοράς για τους επόμενους μελετητές. Στο επόμενο κεφάλαιο, γίνεται μία συνοπτική παρουσίαση των σημαντικότερων εργασιών πάνω στο μοντέλο Black-Litterman, το οποίο απέκτησε δημοφιλία τα τελευταία δέκα χρόνια.

Κεφάλαιο 3

Επισκόπηση Βιβλιογραφίας

Το πρόβλημα της παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου και συγκεκριμένα το μοντέλο Black-Litterman έχει αποτελέσει αντικείμενο έρευνας τα τελευταία χρόνια. Η παθητική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίου αποτελεί πόλο έλξης για τους ερευνητές παγκοσμίως. Αυτο οφείλεται στο γεγονός ότι σε αντίθεση με μια ενεργητική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίου, η παθητική παρουσιάζει καλύτερες αποδόσεις σε βάθος χρόνου. Σημαντικό παράδειγμα που υποστηρίζει την παραπάνω άποψη είναι ότι ενεργητικά χαρτοφυλάκια που ξεπερνούσαν σημαντικά την απόδοση του αντίστοιχου δείκτη μία χρονιά, την επόμενη κατέληγαν στις τελευταίες θέσεις της κατάταξης στο Ηνωμένο Βασίλειο.

Το μοντέλο Black-Litterman, λοιπόν, αποτελεί μία παθητική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίου και συγκεκριμένα εντάσσεται στην κατηγορία της πλήρους αντιγραφής ενός δείκτη. Στην βάση της θεωρίας των αποτελεσματικών αγορών, το μοντέλο Black-Litterman «εμπιστεύεται» τις πληροφορίες που υποδεικνύει η αγορά αλλά ταυτόχρονα δίνει το δικαίωμα στον επενδυτή να έχει αντίθετη άποψη και να την εισάγει στην διαδικασία ώστε να επηρεάσει το υπό διαμόρφωση χαρτοφυλάκιο. Άλλο ένα σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι η θεωρία των Black-Litterman αποδεσμεύει τελείως την διαδικασία από τα ιστορικά δεδομένα καθώς η πηγή πληροφόρησης του επενδυτή είναι πλέον ο ίδιος ο δείκτης και πως αυτός έχει κατανείμει το κεφάλαιό του.

Ωστόσο, το μειονέκτημα του μοντέλου αυτού είναι ότι ο προσδιορισμός του βέλτιστου χαρτοφυλακίου εξαρτάται από την μεταβλητότητα των ιστορικών τιμών κάθε μετοχής που συμμετέχει στον δείκτη. Όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα τόσο μεγαλύτερες και οι αποκλίσεις που θα προκύπτουν στο αποτέλεσμα.

Το σύνολο των εργασιών που αφορούν το μοντέλο Black-Litterman εκπονήθηκαν την τελευταία δεκαετία καθώς η διεξοδική μελέτη του μοντέλου αυτού ξεκίνησε λίγα χρόνια μετά την πρώτη δημοσίευσή του. Οι μελέτες αναγνώρισαν την σημαντική συμβολή της θεωρίας Black-Litterman και προσπάθησαν να την βελτιώσουν με ποικίλους τρόπους, δίνοντας έμφαση κυρίως στην διαδικασία προσδιορισμού των απόψεων του επενδυτή καθώς και στις μεθόδους υπολογισμού της μεταβλητότητας. Στην πρώτη περίπτωση, πολλές από τις παρακάτω μελέτες προσπάθησαν να μοντελοποιήσουν την εισαγωγή γνώμης στον προσδιορισμό του χαρτοφυλακίου και να την καταστήσουν όσο πιο αντικειμενική γίνεται. Στην δεύτερη περίπτωση, οι μελετητές προσπάθησαν να δοκιμάσουν και να αναλύσουν όλες τις μεθόδους εύρεσης της μεταβλητότητας και να αποφανθούν για το ποια μέθοδος προσφέρει τα περισσότερα οφέλη στην διαχείριση των χαρτοφυλακίων.

Στην συνέχεια παρουσιάζεται ο πίνακας με τις εργασίες, τα αποτελέσματά των οποίων σχολιάζονται σύντομα παρακάτω.

Συγγραφέας	Τίτλος	Εκδόσεις	Περιοδικό	Χρονολογία
A. Meucci	Beyond Black-Litterman: views on non-normal markets	Infopro Digital	Risk Volume 19 p.87-92	2006
T.Idzorek	A step-by-step guide to the Black-Litterman model: Incorporating user-specified confidence levels	Academic Press	Forecasting Expected Returns in the Financial Markets p. 17-38	2007
L.Martellini, V.Ziemann	Extending Black-Litterman Analysis Beyond the Mean-Variance Framework	Euromoney Institutional Investor	The Journal of Portfolio Management, Volume 33, Issue 4 p.33-44	2007
S.Satchell, A.Scowcroft	A demystification of the Black-Litterman model: Managing quantitative and traditional portfolio construction	Academic Press	Forecasting Expected Returns in the Financial Markets p. 39-53	2007
R.Giacometti, D.Mignacca	Using the Black-Litterman framework for stress test analysis in asset management	Palgrave macmillan	Journal of Asset Management, Volume 11, p.286-297	2010
C.Mankert	The Black-Litterman Model: Towards its use in practice	Digitala Vetenskpliga Arkivet	PHD thesis, KTH	2010
M.Arulraj, M.Pvs, R.Karthika	Global Portfolio Optimization for BSE Sensex using the Enhanced Black-Litterman Model	Elsevier	Procedia Engineering Volume 38 p. 2987-2997	2012
J.Fernandes, J. Ornelas, O. Cusicanqui	Combining equilibrium, resampling and analyst's views in portfolio optimization	Elsevier	Journal of Banking & Finance Volume 36, Issue 5 p. 1354-1361	2012
M.Armesano, A.Carlucci, D.Laforgia	Extension of portfolio theory application to energy planning problem-The Italian case	Elsevier	Energy Volume 39, Issue 1 p.112-124	2012
W.Cheung	The augmented Black-Litterman model: a ranking free approach	Taylor & Francis Group *Available online*	Quantitative Finance Volume 13,	2013

	to factor-based portfolio construction and beyond		Issue 2 p. 301-316	
G.Dewandaru, R.Masih, O.Bacha, A. Mansur, M.Masih	Combining momentum, value and quality for the Islamic equity portfolio: Multi-style rotation strategies using augmented Black-Litterman factor model	Elsevier	Pacific-Basin Finance Journal, Volume 34, p. 205-232	2015
Y.Xiao, E.Valdez	A Black-Litterman asset allocation model under Elliptical distributions	Taylor & Francis Group *Available online*	Quantitative Finance Volume 15, Issue 3 p.509-519	2015
R.Harris, E.Stoja, L.Tan	The Dynamic Black-Litterman approach to asset allocation	Elsevier	European Journal of Operational Research Volume 259, Issue 3 p. 1085-1096	2017
T.Silva, P.Pinheiro, M.Poggi	A more human-like portfolio optimization approach	Elsevier	European Journal of Operational Research Volume 256, Issue 1 p. 252-260	2017
P.Kolm, G.Ritter	On the Bayesian interpretation of Black-Litterman	Elsevier	European Journal of Operational Research Volume 258, Issue 2 p. 564-572	2017
I.Oikonomou, E.Platanakis, C.Sutcliffe	Socially responsible investment portfolios: Does the optimization process matter?	Elsevier	The British Accounting Review Volume 50, Issue 4 p. 379-401	2018
B.Fernandes, C.Fernandes, A.Street, D.Valladao	On an adaptive Black-Litterman investment strategy using conditional fundamentalist information: A Brazilian case study	Elsevier	Finance Research Letters	2018

T.Pang, C.Karan	A closed-form solution of the Black-Litterman model with conditional value at risk	Elsevier	Operations Research Letters Volume 46, Issue 1 p.103-108	2018
A.Palczewski, J.Palczewski	Black-Litterman model for continuous distributions	Elsevier	European Research of Operational Research	2018
S. Pyo, J. Lee	Exploiting the low-risk anomaly using machine learning to enhance the Black-Litterman framework: Evidence from South Korea	Elsevier	Pacific-Basin Finance Journal Volume 51 p.1-12	2018

Πίνακας 1: Τίτλοι δημοσιεύσεων που χρησιμοποιήθηκαν στην επισκόπηση

Ο Meucci (2006) αναγνωρίζει ότι η χρηματοπιστωτική βιομηχανία ζητά προστασία από κινδύνους ουράς, καθώς η υπόθεση των κανονικά κατανεμημένων αγορών δεν ισχύει πια. Ο Meucci προσπάθησε να γενικεύσει το μοντέλο Black-Litterman χωρίς να υποθέσει κάποια συγκεκριμένη κατανομή. Αρχικά εξέφρασε στην εργασία του τις αμφιβολίες του για το κατά πόσο είναι εύκολο να εισαχθεί στους υπολογισμούς η επενδυτική άποψη. Στην εργασία το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο υπολογίζεται μέσω του Mean-CVaR μοντέλου. Το χαρτοφυλακίου αυτό στοχεύει στην αποτελεσματικότητα ως προς την μείωση του κινδύνου ουράς ενώ ελέγχεται σε μη κανονικά κατανεμημένες αποδόσεις με κατανομές ουράς, μοντέλο που χρησιμοποιεί η Θεωρία Ακραίων Τιμών. Τέλος, διαμορφώνει έναν τεχνητό δείκτη για την αξιολόγηση του αντίκτυπου της άποψης στο χαρτοφυλάκιο σύμφωνα με το επίπεδο αυτοπεποίθησης.

Ο Idzorek (2007), με την εργασία του «A step-by-step guide to the Black-Litterman model: Incorporating user-specified confidence levels» επικέντρωσε το ενδιαφέρον στο μοντέλο Black-Litterman. Αρχικά ο συγγραφέας περιγράφει αναλυτικά τις βασικές γνώσεις πάνω στις οποίες στηρίζεται το μοντέλο και κάνει ένα βήμα παραπέρα για την εφαρμογή ενός πιο σύνθετου μοντέλου. Συγκεκριμένα, αναλύει την διαδικασία ανάπτυξης των εισροών για το αναφερόμενο μοντέλο, το οποίο δίνει την δυνατότητα στους επενδυτές να εκφράσουν μοναδική γνώμη σχετικά με την πορεία της απόδοσης διάφορων περουσιακών στοιχείων ώστε να διαμορφώσουν ένα νέο φορέα αναμενόμενων αποδόσεων. Το νέο, λοιπόν, διάνυσμα που συνδυάζει τις πληροφορίες της αγοράς με την άποψη των επενδυτών οδηγεί σ’ένα διαισθητικά άρτια διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο. Ωστόσο, ο συγγραφέας διευκρινίζει ότι οι δύο παράμετροι που ελέγχουν την βαρύτητα που δίνεται στις αποδόσεις ισορροπίας και στις αποδόσεις επισκόπησης, η κλιμάκωση και η αβεβαιότητα, είναι πολύ δύσκολο να προσδιορισθούν με ακρίβεια. Το μοντέλο Black-Litterman, μαθηματικά, επιτρέπει την δημιουργία σιωπηρής εμπιστοσύνης σε μία άποψη. Σύμφωνα με αυτή την σιωπηρή εμπιστοσύνη, εισάγεται μία νέα μέθοδος ελέγχου των κλίσεων και των τελικών βαρών του βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Επιπλέον, το μέγεθος των κλίσεων πρέπει να ελέγχεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης, ένα μέγεθος που εκφράζει την βεβαιότητα ή την σιγουριά που έχει ο επενδυτής στις απόψεις του. Τέλος, ο συγγραφέας αναφέρει ότι το μοντέλο Black-Litterman ξεπερνά τις δυσκολίες της θεωρίας χαρτοφυλακίου του Markowitz αλλά παράλληλα βοηθά τους επενδυτές να εκτιμήσουν την συνεισφορά της θεωρίας αυτής. Ομοίως, η μέθοδος ενσωμάτωσης των παραμέτρων εμπιστοσύνης από τους χρήστες αυξάνει την χρηστικότητα του μοντέλου Black-Litterman.

Το ίδιο έτος οι Martellini και Ziemann εισάγουν μία επέκταση της Bayesian προσέγγισης του μοντέλου Black-Litterman στην κατασκευή χαρτοφυλακίου με την παρουσία μη τετριμμένων προτιμήσεων για υψηλότερη δυναμική της κατανομής των αποδόσεων χρεογράφων, η οποία έχει ιδιαίτερη εφαρμογή στις αποφάσεις κατανομής κεφαλαίου σε επενδύσεις αμοιβαίων κεφαλαίων. Τα αποτελέσματα τους υποδηλώνουν ότι η συστημική εφαρμογή των αποφάσεων κατανομής του κεφαλαίου ενεργητικού στυλ μπορεί να προσθέσει σημαντική αξία σ’ένα χαρτοφυλάκιο αμοιβαίων κεφαλαίων, υπό την προϋπόθεση ότι η εφαρμογή μιας σωστής επενδυτικής διαδικασίας θα συμβάλλει στη μη-κανονικότητα και την αβεβαιότητα των παραμέτρων στις κατανομές των αποδόσεων των αμοιβαίων κεφαλαίων.

Παραμένοντας στην ίδια χρονιά, οι Satchell και Scowcroft εξετάζουν τις λεπτομέρειες των διαδικασιών κατασκευής χαρτοφυλακίου κατά Bayes, οι οποίες έχουν γίνει ιδιαίτερα δημοφιλείς στον κλάδο της διαχείρισης χρεογράφων όπως το μοντέλο Black-Litterman. Εξηγούν την μέθοδο κατασκευής τους και παράλληλα παρουσιάζουν ορισμένες επεκτάσεις τους. Στην εργασία τους δηλώνουν ότι το μοντέλο Black-Litterman έχει την δυνατότητα να ενσωματώνει διαφορετικές προσεγγίσεις που βασίζονται στην μεθοδολογία κατά Bayes η οποία συνεχώς ανανεώνει τις παρούσες απόψεις με νέα δεδομένα. Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι τα μοντέλα κατά Bayes, στα οποία εντάσσεται και το μοντέλο Black-Litterman, είναι ιδιαίτερα σημαντικά για την διαχείριση της επενδυτικής διαδικασίας στα σύγχρονα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα. Η συζήτηση περιλαμβάνει και την έκθεση αυτών των μοντέλων ώστε να εφαρμοσθούν από τους αναγνώστες. Επιπλέον, παρουσιάζεται αναλυτικά και το θεώρημα Bayes με τις υποθέσεις που το συνοδεύουν.

Οι Giacometti και Mignacca, το 2010, πρότειναν μία παραλλαγή της κλασικής μεθοδολογίας του μοντέλου Black-Litterman ώστε να πραγματοποιήσουν μία stress-test ανάλυση. Συγκεκριμένα, διαφοροποιούν ένα σετ παραγόντων που επηρεάζουν τον υπολογισμό των αναμενόμενων αποδόσεων, επιβάλλοντας την άποψη του αναλυτή σχετικά με την απόκλιση από το αναμενόμενο επίπεδο. Επιπλέον, υποθέτουν ότι μία μίξη κανονικών κατανομών μπορούν να περιγράψουν την παρουσία περιόδων υψηλής και χαμηλής διακύμανσης. Για τον σκοπό αυτό, παρουσιάζουν ένα πλήθος μακροοικονομικών παραγόντων οι οποίοι επηρεάζουν τις αποδόσεις των χρεογράφων. Τέλος, εξάγουν την υπό όρους δυναμική, της μεταγενέστερης κατανομής συνδυάζοντας απόψεις πάνω στους παράγοντες και τις πληροφορίες της αγοράς.

Την ίδια χρονιά η Mankert υποστηρίζει ότι το μοντέλο Black-Litterman αναλύεται σε τρία βήματα που επιδιώκουν να ερευνήσουν, να αναπτύξουν και να δοκιμάσουν το μοντέλο σε μια εφαρμοσμένη προοπτική. Το πρώτο βήμα εξηγεί μαθηματικά το μοντέλο από μία προσέγγιση θεωρητικής δειγματοληψίας που δημιουργεί μία νέα ερμηνεία του μοντέλου και έναν ερμηνεύσιμο τύπο για την παράμετρο weight-on-views. Το δεύτερο βήμα βασίζεται στην συμπεριφοριστική χρηματοδότηση και εξηγεί εν μέρει γιατί οι διαχειριστές βρίσκουν τα χαρτοφυλάκια Black-Litterman διαισθητικά ακριβή και επίσης σχολιάζει για τον κίνδυνο, ότι οι διαχειριστές των χαρτοφυλακίων δηλώνουν πολύ χαμηλά επίπεδα μη-εμπιστοσύνης. Το τρίτο βήμα, μία μελέτη περίπτωσης, αφορά την εφαρμογή του μοντέλου σε μία τράπεζα. Παρέχει πληροφορίες σχετικά με τα βασικά χαρακτηριστικά του μοντέλου και τις αλληλεπιδράσεις τους, τη σημασία της κατανόησης του μοντέλου, τις διαφορές μεταξύ μοντέλου και πραγματικότητας και την επίδραση του κοινωνικού και οργανωτικού πλαισίου στην χρήση του μοντέλου. Η έρευνα υποδηλώνει ότι δεν είναι το μοντέλο Black-Litterman μόνο, αλλά η κατάσταση συνδυασμού μοντέλου-χρήστη που μπορεί αποβεί κερδοφόρα. Συνολικά, η έρευνα δείχνει μεγάλη απόσταση μεταξύ θεωρίας και πρακτικής και τη σημασία της κατανόησης του μοντέλου Black-Litterman ώστε να μπορεί ο επενδυτής να κρατήσει μία κριτική στάση απέναντι στο μοντέλο.

Η μελέτη που πραγματοποίησαν οι Arulraj, Pvs και Karthika (2012) οδήγησε στην δημιουργία ενός αλγορίθμου ο οποίος συνδυάζει το μοντέλο μέσου-διακύμανσης του Markowitz με το μοντέλο Black-Litterman για την πρόβλεψη των αναμενόμενων αποδόσεων των χρεογράφων του Χρηματιστηρίου της Βομβάης καθώς και για την επίλυση του προβλήματος κατανομής περιουσιακών στοιχείων. Η πρόβλεψη της αναμενόμενης απόδοσης πραγματοποιείται μέσω οικονομικής και τεχνικής ανάλυσης. Η οικονομική ανάλυση γίνεται από οικονομολόγους ώστε να αποφανθούν για το ποσοστό της απόδοσης που βασίζεται στην τρέχουσα ανάπτυξη της εταιρείας και άλλους οικονομικούς παράγοντες ενώ η τεχνική ανάλυση χρησιμοποιεί ιστορικά δεδομένα για τον υπολογισμό του ποσοστού της απόδοσης. Η εργασία αυτή επιχειρεί να βελτιώσει το παραδοσιακό μοντέλο Black-Litterman συμπεριλαμβάνοντας εκτιμήσεις σφάλματος . Το αποτέλεσμα που προκύπτει για τις αναμενόμενες αποδόσεις από το παραπάνω μοντέλο, δίνεται ως είσοδο για να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση μέσου-διακύμανσης κατά Markowitz. Τα ιστορικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ανήκουν στο Χρηματιστήριο της Βομβάης και οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν στο MATLAB.

Οι Fernandes, Ornelas, Cusicanqui (2012) πρότειναν μία νέα μεθοδολογία βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων, η οποία συνδυάζει την οπτική των Black-Litterman (1992) με τον κίνδυνο εκτίμησης, μία έννοια που εισήγαγε ο Michaud (1998). Με αυτή την καινοτομία οι συγγραφείς θέλησαν να καλύψουν τις ανάγκες των επενδυτών για σταθερές και διαφοροποιημένες κατανομές χαρτοφυλακίων, θεωρητικά βασιζόμενες σ’ένα πλαίσιο ισορροπίας. Στην συνέχεια εξετάζουν εμπειρικά την προαναφερθείσα μεθοδολογία χρησιμοποιώντας ένα περιεκτικό δείγμα από δείκτες σταθερού εισοδήματος και μετοχικού κεφαλαίου ανεπτυγμένων χωρών καθώς και υπο-δείγματα διαβαθμισμένα ανά γεωγραφική περιοχή, χρονική περίοδο, κατηγορία στοιχείων ενεργητικού και επίπεδο κινδύνου. Τα χαρτοφυλάκια που προτείνει η παραπάνω μεθοδολογία είναι ιδιαιτέρως ανταγωνιστικά εν συγκρίσει με άλλες μεθόδους ως προς τρία διαφορετικά στοιχεία: την οικονομική αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου, την ικανοποιητική διαφοροποίηση των μετοχικών τίτλων και την σταθερότητα της κατανομής αυτής. Λόγω της οικονομικής αποδοτικότητας των παραγόμενων χαρτοφυλακίων, η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε από τους Fernandes, Ornelas και Cusicanqui ενδείκνυται για μακροπρόθεσμες επενδύσεις.

Οι Armesano, Carlucci και Laforgia την ίδια χρονιά, επεκτείνουν και παγιώνουν την μελέτη του Awerbuch στην θεωρία χαρτοφυλακίων ως προς τον ενεργειακό σχεδιασμό με σκοπό να προσδιορίσουν ένα ευρύ μίγμα παραγωγής που βελτιστοποιεί μία ή περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις που ορίζονται για έναν συγκεκριμένο διαγωνισμό. Συνεπώς, το υπολογιστικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας εξειδικεύτηκε στο πρόβλημα παραγωγής ενέργειας και επεκτάθηκε με την προσθήκη νέο συνθηκών κόστους-κινδύνου, όπως η διαθεσιμότητα των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας και το μοντέλο Black-Litterman. Ο ενεργειακός σχεδιασμός έλαβε περισσότερο υπόψιν του τα γεωγραφικά χαρακτηριστικά των τόπων όπου θα δημιουργούνταν εγκαταστάσεις παραγωγής ενέργειας. Ένα από τα ενδιαφέροντα αποτελέσματα της εργασίας αυτής ήταν η τροποποίηση του ενεργειακού χαρτοφυλακίου βάσει υποκειμενικών προβλέψεων αξιοποιώντας έτσι το μοντέλο Black-Litterman.

Το 2013 ο Cheung υποστήριξε πως η προσέγγιση της κατάταξης των συντελεστών που εφαρμόσθηκε εκτενώς στην ποσοτική διαχείριση κεφαλαίων πάσχει από άποψη κρυφού παράγοντα, αναποτελεσματικότητα των πληροφοριών κ.α. Με βάση το μοντέλο Black-Litterman ο Cheung αναπτύσσει μία τεχνική που αναδιαμορφώνει την διαδικασία κατάταξης και επιλύει τα θέματα αυτά. Αυτό το μοντέλο επιδιώκει την ύπαρξη παραγόντων προσανατολισμένων στο μέλλον και ομαλά τους συνδυάζει για να παρέχει ισχυρή κατανομή μετοχικών τίτλων. Τα αριθμητικά πειράματα δείχνουν ότι πρόκειται για ένα διαισθητικό και πρακτικό πλαίσιο για την κατασκευή χαρτοφυλακίων και όχι μόνο. Το άρθρο του περιλαμβάνει ένα νέο και ενοποιημένο πλαίσιο για συνδυασμό στρατηγικών μιμητικών παραγόντων και στοιχημάτων ασφάλειας. Επιπλέον, περιλαμβάνει μια κομψή και χωρίς ταξινόμηση προσέγγιση στην κατασκευή βάσει παραγόντων και παραδείγματα βασισμένα στον δείκτη FTSE EUROTOP 100. Τέλος, περιέχει μια εσωτερική άποψη στο κλασικό ζήτημα της ρύθμισης παραμέτρων εμπιστοσύνης καθώς και οδηγίες εφαρμογής σε ένα παράρτημα.

Δύο χρόνια αργότερα, το 2015, οι Dewandaru, R.Masih, Bacha, Mansur και M.Masih προτείνουν στρατηγικές περιστροφής πολλαπλών στυλ για χαρτοφυλάκια κατασκευασμένα με μετοχές ισλαμικών εταιρειών των ΗΠΑ. Τα δείγματά τους περιλαμβάνουν ισλαμικές μετοχές των ΗΠΑ από το 1996 έως το 2012. Επιπλέον κατασκευάζουν ενεργητικά χαρτοφυλάκια χρησιμοποιώντας το ενισχυμένο παραγοντικό μοντέλο Black-Litterman (augmented Black-Litterman-ABL) συνδυάζοντάς το με τις τεχνικές πρόβλεψεων παραγόντων Switching VAR, MIDAS και το Bayesian μοντέλο μέσου όρου. Τέλος παρέχουν διαισθητικές εξηγήσεις για κάθε μεταβολή της πριμοδότησης (premium) και προτείνουν την αρκετά υποσχόμενη στρατηγική για επενδυτές στο Ισλαμικό χαρτοφυλάκιο ώστε να ξεπεράσουν την απόδοση του.

Το ίδιο έτος οι Xiao και Valdez ακολουθώντας τους Black-Litterman και τον Meucci διατυπώνουν μία νέα έκδοση η οποία βασίζεται στην αγορά και η οποία πιστεύεται ότι είναι πολύ πιο εξατομικευμένη και επιτρέπει μια πιο φυσική προέκταση στην άμεση εισαγωγή απόψεων σε μία μη κανονική αγορά. Οι συγγραφείς επεκτείνουν την έκδοση του Meucci της μεθόδου Black-Litterman στην περίπτωση όπου οι αποδόσεις της αγοράς εμπίπτουν στην κατηγορία των ελλειπτικών κατανομών, ενώ ταυτόχρονα διατηρούν την παραδοχή που βασίζεται στην ισορροπία στο μοντέλο. Σε αυτή την θεώρηση όπου η κανονική κατανομή είναι μια ειδική περίπτωση, αναπτύσσουν την ρητή μορφή της οπίσθιας κατανομής αφού εξετάσουν τις κατάλληλες υπό όρους συζυγείς τύπου προηγούμενες κατανομές. Αυτό το προκύπτον οπίσθιο τμήμα μας επιτρέπει να λάβουμε λύσεις σε προβλήματα βελτιστοποίησης της κατανομής κεφαλαίου στα χρεόγραφα που βασίζονται σε διάφορα μέτρα κινδύνου (π.χ. Mean-Variance, Mean-VaR, Mean-Conditional VaR). Τα ελλειπτικά μοντέλα των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου εισήλθαν πρόσφατα στην χρηματοοικονομική βιβλιογραφία λόγω της μεγαλύτερης ευελιξίας τους στον χειρισμό μεγάλων «ουρών». Ως αριθμητικές επιδείξεις, εξετάζουμε τον τρόπο με τον οποίο λειτουργούν αυτές οι αρχές σ'ένα χαρτοφυλάκιο με διεθνείς δείκτες μετοχών και καταδεικνύουν γιατί τα μοντέλα με πιο ευέλικτες «ουρές» μπορούν να επηρεάσουν την συμμετοχή των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο.

Λίγα χρόνια αργότερα οι Harris, Stoja και Tan (2017) επιχείρησαν μία γενίκευση του μοντέλου διαχείρισης χαρτοφυλακίων Black-Litterman .Προσπάθησαν να ενσωματώσουν τη χρονική διαφοροποίηση στην υπό όρους κατανομή των αποδόσεων. Με την εργασία τους αξιολόγησαν την απόδοση του δυναμικού μοντέλου Black-Litterman κάνοντας χρήση των δύο βασικών αναλογιών απόδοσης καθώς και άλλων μέτρων για την καταγραφή του κινδύνου ουράς (tail risk) όταν παρατηρείται μη κανονική κατανομή αποδόσεων. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής υποδεικνύουν ότι το μοντέλο των Black-Litterman ξεπερνά μια σειρά από διαφορετικά χαρτοφυλάκια αναφοράς ενώ παράλληλα οι μελετητές συμπεραίνουν ότι η επιλογή το μοντέλου μεταβλητότητας παίζει καθοριστικό ρόλο στην απόδοση του δυναμικού μοντέλου Black-Litterman.

Την ίδια χρονιά οι Silva, Pinheiro και Poggi, αναγνωρίζουν την συμβολή του έργου των Black-Litterman στην εισαγωγή της προσωπικής άποψης του επενδυτή στην διαδικασία κατασκευής του χαρτοφυλακίου, ωστόσο προτείνουν έναν νέο τρόπο δημιουργίας αυτών των απόψεων χρησιμοποιώντας την λεκτική ανάλυση αποφάσεων. Δημιουργήθηκαν ειδικά ερωτηματολόγια ώστε οι επενδυτές να εκφράσουν το όραμά τους για την πορεία των μετοχών. Σύμφωνα με την μεθοδολογία του ZAPROS, ο επενδυτής απαντά σε ερωτήσεις που διαμορφώνουν έναν δείκτη ποιότητας (FIQ). Ο δείκτης αυτός στην συνέχεια θα καθορίσει τις απόψεις. Η προσέγγιση των μελετητών αυτών εφαρμόσθηκε σε βραζιλιάνικες μετοχές. Ουσιαστικά, επιτρέπει σ'έναν επενδυτή να δημιουργήσει ένα χαρτοφυλάκιο με την κατάλληλη σχέση απόδοσης-κινδύνου χωρίς την συνδρομή κάποιου ειδικού. Σκοπός της μελέτης αυτής αποτελεί η εξομάλυνση των επιπτώσεων μιας κακής εκτίμησης και η δημιουργία ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου σύμφωνα με το όραμα του επενδυτή.

Άλλη μια εργασία εκπονήθηκε το 2017 από τους Kolm και Ritter οι οποίοι παρουσίασαν μία γενικότερη μορφή του μοντέλου Black-Litterman αφού πρώτα αποσαφήνισαν την δυαδική σχέση μεταξύ του μοντέλου αυτού με την παλινδρόμηση κατά Bayes. Ουσιαστικά, η γενίκευση αυτή είναι μια ειδική περίπτωση ενός Bayesian δικτύου ή γραφικού μοντέλου. Για παράδειγμα, αναλύουμε τις απόψεις των επενδυτών σε σχέση με τον παράγοντα κινδύνου στα πλαίσια APT. Επιπλέον, επεξεργαζόμαστε ακόμα ένα παράδειγμα στο οποίο ο επενδυτής διατυπώνει μία άποψη για την διακύμανση με την αγοραπωλησία χρεογράφων «variance swap».

Οι Οικονόμου, Πλατανάκης και Sutcliffe (2018) στην εργασία τους ερευνούν τον αντίκτυπο της επιλογής της τεχνικής βελτιστοποίησης κατά την διάρκεια κατασκευής κοινωνικά υπεύθυνων επενδυτικών χαρτοφυλακίων (Socially Responsible Investment portfolios-SRI). Οι βαθμολογίες της Εταιρικής Κοινωνικής Απόδοσης (Corporate Social Performance-CSP) είναι ευαίσθητες ως προς την πληροφόρηση που υπόκειται σε σημαντικό κίνδυνο εκίμησης. Επομένως, η αβεβαιότητα στις παραμέτρους εισόδου είναι μεγαλύτερη για τα χαρτοφυλάκια SRI σε σχέση με τα συμβατικά χαρτοφυλάκια επηρεάζοντας έτσι την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου βελτιστοποίησης. Η εργασία αυτή δημιουργεί χαρτοφυλάκια με έξι διαφορετικές τεχνικές και στην συνέχεια συγκρίνει τα αποτελέσματα ως προς τον κίνδυνο, την απόδοση, την διαφοροποίηση και την σταθερότητα. Οι συγγραφείς διαπιστώνουν ότι τα μοντέλα Black-Litterman, Markowitz και ισχυρής εκτίμησης οδηγούν σε χαρτοφυλάκια SRI που είναι λιγότερα επικίνδυνα και καλύτερη σχέση κινδύνου-απόδοσης απ’ότι τα πιο απλοϊκά μοντέλα. Τα συμπεράσματα ελέγχονται από μία σειρά δοκιμών, συμπεριλαμβανομένης της χρήσης διαφορετικών παραθύρων εκτίμησης και αυστηρότερων κριτηρίων επιλογής.

Οι B.Fernandes, C.Fernandes και Street (2018) πρότειναν μία νέα επενδυτική στρατηγική βασιζόμενη στο μοντέλο Black-Litterman με υπό όρους πληροφόρηση. Η εργασία εστιάζεται στην παρατήρηση του δείκτη τιμών καθώς και των προηγούμενων αποδόσεων ώστε να υπολογισθούν οι αποδόσεις της επόμενης χρονικής περιόδου, λαμβάνοντας υπόψν διαφορετικά επενδυτικά προφίλ κινδύνου. Η μεθοδολογία αυτή προσαρμόζει την κατανομή των αναμενόμενων αποδόσεων των χρεογράφων και εξομαλύνει την αστάθεια που προκαλείται λόγω σφαλμάτων εκτίμησης. Όλη η παραπάνω έρευνα πραγματοποιήθηκε με στοιχεία από την Βραζιλία και υποδεικνύει ότι τα προτεινόμενα χαρτοφυλάκια ξεπερνούν τα χαρτοφυλάκια μέσου-διακύμανσης ακόμα και σε μια αναδυόμενη αγορά με τα υψηλότερα ονομαστικά επιτόκια.

Οι Pang και Karan (2018) υιοθέτησαν μία παραλλαγή του κλασικού μοντέλου Black-Litterman, χρησιμοποιώντας ως μέτρο κινδύνου την συνιστώμενη τιμή κινδύνου (CVaR). Επιπλέον, οι συγγραφείς, αντί της κανονικής κατανομής πολλών μεταβλητών, έκαναν χρήση των πολυδιάστατων ελλειπτικών κατανομών. Σκοπός όλων των παραπάνω ενεργειών ήταν η μοντελοποίηση των αποδόσεων των χρεογράφων. Εισάγουν, λοιπόν, έναν αλγόριθμο προσέγγισης, με βάση τον οποίο παράγουν μία λύση κλειστού τύπου των προβλημάτων βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων τύπου Black-Litterman με CVaR.

Οι Palczewski (2018) υποστηρίζουν ότι οι αποδόσεις των χρεογράφων δεν ακολουθούν κανονική κατανομή όπως θεωρεί το μοντέλο Black-Litterman. Στην πράξη, οι αποδόσεις αυτές έχουν μεγάλη διασπορά και ασυμμετρία. Σύγχρονες αντιλήψεις αντικαθιστούν την διακύμανση ως μέτρο κινδύνου με άλλες μεθόδους που λαμβάνουν υπόψιν την συμπεριφορά της ουράς της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Οι συγγραφείς επεκτείνουν το μοντέλο Black-Litterman σε γενικές συνεχείς κατανομές και μέτρα απόκλισης του κινδύνου. Χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία του μοντέλου, σχεδιάζουν αριθμητικές μεθόδους (με τεχνικές μείωσης της διακύμανσης) για την αντίστροφη διαδικασία βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, η οποία εξάγει στατιστικές πληροφορίες από ιστορικά δεδομένα με έναν πιο σταθερό τρόπο. Εισάγουν ένα ποσοτικό μοντέλο για την δήλωση των επενδυτικών απόψεων και τον συνδυασμό τους με τις πληροφορίες της αγοράς. Η θεωρία αυτή συμπληρώνεται από αποτελεσματικές αριθμητικές μεθόδους με την εφαρμογή που διανέμεται με την μορφή κοινά διαθέσιμων πακέτων R.

Διεξάγουν πρακτικές δοκιμές, οι οποίες καταδεικνύουν τον σημαντικό αντίκτυπο της επιλογής των κατανομών σε βέλτιστες συμμετοχές στο χαρτοφυλάκιο στον βαθμό όπου η κλασική διαδικασία Black-Litterman δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μία επαρκής προσέγγιση.

Οι Pyo και Lee (2018) υποστήριξαν ότι οι χρηματοπιστωτικές αγορές εμφανίζουν ένα είδος ανωμαλίας στην συμπεριφορά τους. Χαρτοφυλάκια με χρεόγραφα χαμηλού κινδύνου παρουσιάζουν μεγαλύτερη από την αναμενόμενη μεταβλητότητα στην απόδοσή τους. Στην κορεατική αγορά, ακόμα και χαρτοφυλάκια με υψηλού ρίσκου μετοχές παρουσίασαν απώλειες της τάξης του 70% την περίοδο 2000-2016. Οι παραπάνω μελετητές, λοιπόν, προσπάθησαν να δημιουργήσουν ένα χαρτοφυλάκιο χαμηλού κινδύνου τύπου Black-Litterman το οποίο να ανταποκρίνεται σε τέτοιου είδους ανωμαλίες. Για την κατασκευή ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου χρησιμοποίησαν τρία μοντέλα πρόβλεψης μέσω machine learning και παραδοσιακής χρονοσειράς για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας των χρεογράφων που ανήκουν στον δείκτη KOSPI 200 του Χρηματιστηρίου της Κορέας και επιλέγουν την μέθοδο με τις καλύτερες αποδόσεις. Έπειτα με την βοήθεια του μοντέλου κατηγοριοποιούν τα χρεόγραφα σε υψηλού και χαμηλού κινδύνου και δημιουργούν ένα χαρτοφυλάκιο τύπου Black-Litterman που αντικατοπτρίζει την άποψη του επενδυτή σε περιπτώσεις όπου οι μετοχές χαμηλού κινδύνου υπερβαίνουν τις μετοχές υψηλού κινδύνου. Το συμπέρασμα της παραπάνω μεθοδολογίας είναι ότι ο συνδυασμός της άποψης χαμηλού κινδύνου που εκφράζει ο επενδυτής με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς αυξάνει την κερδοφορία.

Κεφάλαιο 4

Προτεινόμενη μεθοδολογία

4.1 Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια έχει ήδη αναφερθεί ότι στόχος της εργασίας αυτής είναι η υλοποίηση και αξιολόγηση του μοντέλου παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίων Black-Litterman με τέσσερις δαφορετικές μεθόδους υπολογισμού της μεταβλητότητας. Συγκεκριμένα, η πρώτη μέθοδος ενσωματώνει στο μοντέλο τον δειγματοληπτικό πίνακα συνδιακύμανσης (sample variance-covariance matrix), η δεύτερη τον πίνακα σμίκρυνσης (shrinkage method), η τρίτη τον πίνακα σταθερής συσχέτισης (constant correlation matrix) και τέλος η τέταρτη την μέθοδο παλινδρόμησης μεταξύ δείκτη και μετοχών (single index model).

Η βασική μεθοδολογία πάνω στην οποία κατασκευάσθηκε το πληροφοριακό μας σύστημα παρουσιάστηκε από τον S.Benninga στο έργο του με τίτλο «Financial Modeling» το 2008. Ο Benninga παρουσίασε και ανέλυσε τις βασικές σχέσεις του μοντέλου Black-Litterman ενώ ταυτόχρονα βοηθά τον αναγνώστη να υλοποιήσει το μοντέλο αυτό πάνω στο υπολογιστικό εργαλείο του Microsoft Office Excel. Η παρούσα διπλωματική εργασία, πηγαίνοντας ένα βήμα παραπέρα το έργο του S.Benninga, υλοποιεί το μοντέλο στο υπολογιστικό εργαλείο του Matlab.

Προτού όμως αναλύσουμε περαιτέρω την μεθοδολογία στην οποία βασίσθηκε η εργασία, είναι απαραίτητο να παρουσιασθούν σύντομα τα μαθηματικά μοντέλα στα οποία αυτή στηρίζεται ώστε ο αναγνώστης να κατανοήσει καλύτερα την διαδρομή που ακολουθήθηκε.

4.2 Μαθηματικά εργαλεία

Στην παρούσα διπλωματική εργασία κρίθηκε αναγκαία η χρήση των παρακάτω μαθηματικών εργαλείων, τα οποία αναλύονται διεξοδικά στην συνέχεια:

- Τετραγωνικός προγραμματισμός (quadratic programming)
- Απλή γραμμική παλινδρόμηση (simple linear regression)

4.2.1. Τετραγωνικός προγραμματισμός

Ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού έγκειται ουσιαστικά στην βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) μιας αντικειμενικής συνάρτησης που έχει την μορφή πολυωνύμου δευτέρου βαθμού, λαμβάνοντας υπόψιν κάποιους γραμμικής μορφής περιορισμούς. Τα προβλήματα τετραγωνικού προγραμματισμού ανήκουν στην κατηγορία των προβλημάτων μη γραμμικού προγραμματισμού.

Σε μια προσπάθεια καλύτερης κατανόησης αυτού του μαθηματικού εργαλείου, θεωρούμε n μεταβλητές απόφασης και m περιορισμούς.

c: *διάνυσμα n-διάστασης που λαμβάνει πραγματικές τιμές* $c \in R$

Q: *συμμετρικός πίνακας διαστάσεων* nxn

A: *πίνακας που λαμβάνει πραγματικές τιμές διαστάσεων* nxn $A \in R$

b: *διάνυσμα n-διάστασης που λαμβάνει πραγματικές τιμές* $b \in R$

Σκοπός του τετραγωνικού προγραμματισμού είναι η εύρεση ενός διανύσματος x n-διαστάσεων τέτοιο ώστε να:

- ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση $\frac{1}{2}x^T Q x + c^T x$ (4.1)
- υπό την συνθήκη $\mathrm{A}x \leq b$ (4.2)

4.2.3 Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση

Η γραμμική παλινδρόμηση εξετάζει την σχέση μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών, με σκοπό την πρόβλεψη των τιμών της μίας μέσω των τιμών των άλλων. Σε κάθε πρόβλημα παλινδρόμησης υπάρχουν δύο είδη μεταβλητών: οι ανεξάρτητες (independent) μεταβλητές και οι εξαρτημένες (dependent) μεταβλητές. Η γραμμική παλινδρόμηση διακρίνεται σε δύο κατηγορίες:

- Η απλή γραμμική παλινδρόμηση στην οποία υπάρχει μόνο μία ανεξάρτητη μεταβλητή
- Η πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση στην οποία υπάρχουν περισσότερες από μία ανεξάρτητες μεταβλητές.

Η γραμμική παλινδρόμηση χρησιμοποιείται εκτενώς σε πρακτικές εφαρμογές. Συνήθως προσπαθούμε να αναγάγουμε τα υπολογιστικά προβλήματα σε γραμμική μορφή διότι η επίλυσή τους καθίσταται ευκολότερη και ταχύτερη.

Έστω ένα σύνολο δεδομένων $\{y_i, x_{i1}, ..., x_{ip}\}_{i=1}^{n}$ όπου για κάθε μεταβλητή έχουμε n παρατηρήσεις. Βασική υπόθεση του μοντέλου της γραμμικής παλινδρόμησης είναι ότι η σχέση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής y_i και των εξαρτημένων μεταβλητών $x_{i1},...,x_{ip}$ είναι γραμμική. Στην γραμμική σχέση μεταξύ των παραπάνω μεταβλητών εισάγεται και μια επιπλέον μεταβλητή ε_i η οποία αναπαριστά μια μεταβλητή σφάλματος του μοντέλου. Προκύπτει, επομένως, ότι το μοντέλο της γραμμικής παλινδρόμησης έχει την ακόλουθει μορφή:

$$y_i = b_i * x_{i1} + ... + b_p * x_{ip} + \varepsilon_i, i = 1,..,n \quad (4.3)$$

ή αλλιώς σε διανυσματική μορφή:

$$y = Xb + \varepsilon \quad (4.4)$$

όπου:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x_1^T \\ x_2^T \\ \vdots \\ x_n^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} \dots x_{1p} \\ \vdots \\ x_{n1} \dots x_{np} \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

4.3 Αναλυτική Περιγραφή Μοντέλου Βελτιστοποίησης

Πρώτο και σημαντικό βήμα στην ανάλυση του μοντέλου Black-Litterman είναι η παράθεση και επεξήγηση τόσο των μεταβλητών όσο και των περιορισμών που επεισέρχονται στον υπολογισμό του βέλτιστου χαρτοφυλακίου.

4.3.1 Ανάλυση μοντέλου Black-Litterman

Το μοντέλο Black-Litterman δημιουργήθηκε με σκοπό την μείωση κάποιων περιορισμών σχετικών με την παραδοσιακή προσέγγιση μέσου-διακύμανσης. Τέτοιοι περιορισμοί ήταν, για παράδειγμα, η υψηλή συσχέτιση των βαρών του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου με τις αναμενόμενες αποδόσεις. Το εξεταζόμενο μοντέλο επιχειρεί να συνδυάσει αποτελεσματικά τις απόψεις των επενδυτών για την πορεία της αγοράς με την διαδικασία βελτιστοποίησης ώστε να κατασκευάσει ένα νέο χαρτοφυλάκιο που θα αντικατοπτρίζει καλύτερα την τάση πορείας της αγοράς. Το εξεταζόμενο μοντέλο απορρίπτει την μέθοδο εξαγωγής των αναμενόμενων αποδόσεων από ιστορικά δεδομένα και εφαρμόζει μια νέα: τον υπολογισμό των αναμενόμενων αποδόσεων μέσω των πληροφοριών που μας δίνει ο ίδιος ο δείκτης για την πορεία των μετοχών. Οι αναμενόμενες αποδόσεις υπολογίζονται από την παρακάτω σχέση:

$$\Pi = R_f e + \gamma Q w \quad (4.5)$$

$$\acute{o}\pi o\upsilon \ \gamma = \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M^2} \qquad (4.6)$$

Κατ’αρχάς παίρνουμε τα βάρη των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο του δείκτη.Στην συνέχεια θεωρούμε την μεταβλητή $E(R_M)$ ως την μέση προσδοκώμενη απόδοση του δείκτη καθώς και την διακύμανση. Η μεταβλητή γ ερμηνεύεται ως συντελεστής αποστροφής κινδύνου. Στην ουσία η μεταβλητή αυτή μετράει το ποσό της απόδοσης το οποίο ένας επενδυτής είναι διατεθειμένος να χάσει ώστε η επένδυσή του να έχει λιγότερο κίνδυνο.

Παραπάνω είδαμε πως υπολογίζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις σύμφωνα με τις πληροφορίες της αγοράς. Στο μοντέλο Black-Litterman, ωστόσο, υπάρχει η δυνατότητα να ενσωματωθούν οι απόψεις του αναλυτή και να δημιουργηθεί ένα νέο χαρτοφυλάκιο με διαφορετικές αναμενόμενες αποδόσεις. Οι νέες αποδόσεις υπολογίζονται ως αντικείμενο του παρακάτω προβλήματος βελτιστοποίησης:

$$\min_{E(R)} (E(R) - \Pi)'(\tau Q)^{-1}(E(R) - \Pi)$$

$$\Upsilon\pi\acute{o}: \quad PE(R) = v + e \qquad (4.7)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (4.8)$$

$$PE(R) \sim N(v, \Omega)$$

$$\mu\varepsilon \ E(R) = ((\tau Q)^{-1} + P'\Omega^{-1}P)^{-1}((\tau Q)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}v) \qquad (4.9)$$

Στην περίπτωση που οι απόψεις διατυπώνονται με βεβαιότητα 100%, το στοχαστικό λάθος έχει μηδενική διακύμανση και ο πίνακας Ω θα είναι ένας μηδενικός πίνακας.

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

$$E(R) = \Pi + (\tau Q)P'[P(\tau Q)P']^{-1}(v - P\Pi) \qquad (4.10)$$

Ενώ το διάνυσμα των συμμετοχών των μετοχών στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$w^* = \frac{1}{\gamma} Q^{-1}\left(E(R) - R_f e\right) \quad (4.11)$$

Επιπλέον τα στοιχεία του πίνακα Ω αναπαριστούν την διακύμανση της κάθε άποψης που εκφράζει ο αναλυτής για το χαρτοφυλάκιο. Η διακύμανση σαν μέγεθος δίνει σημαντική πληροφορία για τον βαθμό εμπιστοσύνης που έχουμε για την κάθε άποψη. Σημαντικό είναι να σημειωθεί ότι όσο μεγαλύτερη εμπιστοσύνη υπάρχει στις απόψεις των αναλυτών τόσο οι αναμενόμενες αποδόσεις θα «πλησιάζουν» αυτές τις απόψεις. Οι εκτιμήσεις για τον βαθμό εμπιστοσύνης που έχουμε στην άποψη των αναλυτών είναι πολύ δύσκολο να προσδιορισθούν, ενώ παράλληλα παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο για τον υπολογισμό των νέων αποδόσεων. Τα στοιχεία του πίνακα Ω υπολογίζονται από την σχέση:

$$\omega_j = \tau P_j Q P_j' \quad \mu\varepsilon\; j = 1,2 \ldots \qquad (4.12)$$

Η αρχική κατανομή πιθανότητας του μοντέλου Black-Litterman είναι μια πολυμεταβλητή κανονική κατανομή με μέσο όρο Π και διασπορά τQ, όπου τ είναι ένας συντελεστής στάθμισης και ο καθορισμός του προσδιορίζεται αντιστρόφως ανάλογα με τον βαθμό εμπιστοσύνης που δίνουμε στις αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς. Έτσι θεωρώντας αξιόπιστες αυτές τις εκτιμήσεις δίνουμε στο τ μία τιμή πολύ κοντά στο 0.

Στον πίνακα P η κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία άποψη, ενώ η κάθε στήλη αντιστοιχεί σ’ένα χρεόγραφο του χαρτοφυλακίου.

$$P = \begin{pmatrix} P_{1,1} & \cdots & P_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{k,1} & \cdots & P_{k,n} \end{pmatrix}$$

Η γραμμή που αποτυπώνει μία πρόβλεψη διατυπωμένη σε απόλυτους όρους, θα έχει όλα τα στοιχεία της ίσα με μηδέν, εκτός από εκείνο το στοιχείο για το οποίο γίνεται η πρόβλεψη και το οποίο θα πάρει την τιμή 1.

Ακολουθεί η σημειολογία του μοντέλου Black-Litterman.

Σημειολογία μοντέλου Black-Litterman

Στην προσπάθεια ανάλυσης του μοντέλου Black-Litterman είναι απαραίτητη η παρουσίαση της σημειολογίας με σκοπό την καλύτερη κατανόησή του. Η σημειολογία παρατίθεται παρακάτω:

Σύμβολο	Ερμηνεία
$\boldsymbol{n}$	Ο αριθμός των μετοχών που αποτελούν τον δείκτη
$\boldsymbol{w}$	Διάνυσμα συμμετοχών των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο του δείκτη
$\boldsymbol{Q}$	Πίνακας συνδιακύμανσης των μετοχών
$\boldsymbol{R_f}$	Ακίνδυνο χρεόγραφο της αγοράς
$\boldsymbol{v}$	Διάνυσμα $(kx1)$ με την άποψη του αναλυτή για την τιμή της μετοχής την επόμενη χρονική περίοδο
$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R_M})$	Η μέση προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του δείκτη
$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})$	Διάνυσμα με τις αναμενόμενες αποδόσεις σύμφωνα με την άποψη του αναλυτή
$\boldsymbol{\Pi}$	Διάνυσμα με τις αναμενόμενες αποδόσεις σύμφωνα με τις πληροφορίες της αγοράς
$\boldsymbol{\gamma}$	Συντελεστής αποφυγής κινδύνου
$\boldsymbol{\sigma_M^2}$	Διακύμανση του χαρτοφυλακίου του δείκτη
$\boldsymbol{\tau}$	Παράγοντας κλιμάκωσης για τον καθορισμό του αναμενόμενου κινδύνου σε αντιστοιχία με τον ιστορικό κίνδυνο
$\boldsymbol{P}$	Ο πίνακας (kxn) που περιέχει τις μετοχές για τις οποίες ο αναλυτής εκφράζει γνώμες
$\boldsymbol{\Omega}$	Ο πίνακας αβεβαιότητας
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Το στοχαστικό σφάλμα που ακολουθεί κανονική κατανομή με μέσο όρο 0 και διακύμανση Ω
$\boldsymbol{w}^*$	Διάνυσμα συμμετοχών των μετοχών στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο

Πίνακας 2: Επεξήγηση συμβόλων μοντέλου Black-Litterman

Ένα άλλο σημείο που αξίζει να τονισθεί αφορά τον υπολογισμό του πίνακα συνδιακύμανσης. Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας ο πίνακας συνδιακύμανσης υπολογίστηκε με τέσσερις διαφορετικές μεθόδους ώστε να είμαστε σε θέση να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα και να αποφανθούμε ποια είναι η καταλληλότερη. Η πρώτη μέθοδος που χρησιμοποίηθηκε στο πείραμα είναι ο δειγματοληπτικός πίνακας συνδιακύμανσης (sample variance-covariance matrix). Στην δεύτερη δοκιμή εξετάσαμε την μέθοδο συρρίκνωσης (shrinkage method), στην τρίτη την μέθοδο του πίνακα σταθερής συσχέτισης (constant correlation matrix), ενώ στην τελευταία το μοντέλο παλινδρόμησης μεταξύ των μετοχών και του δείκτη (single index model).

Δειγματοληπτικός πίνακας συνδιακύμανσης (sample variance-covariance)

Ο μέσος όρος του δείγματος και η συνδιακύμανση του δείγματος είναι στατιστικά στοιχεία που υπολογίζονται από μία συλλογή δεδομένων για μία ή περισσότερες τυχαίες μεταβλητές. Οι δύο προαναφερθείσες έννοιες είναι εκτιμητές του μέσου όρου του συνολικού πληθυσμού και της συσχέτισης των μεμονομένων στοιχείων του πληθυσμού από το οποίο λήφθηκε το δείγμα. Το διάνυσμα του μέσου όρου είναι ένας φορέας του οποίου τα στοιχεία είναι οι μέσοι όροι πολλών τυχαίων μεταβλητών. Η μήτρα συνδιακύμανσης δείγματος επιχειρεί να εκτιμήσει την συνδιακύμανση του πληθυσμού. Στην ουσία πρόκειται για έναν τετραγωνικό πίνακα του οποίου το στοιχείο i,j είναι η συνδιακύμανση μεταξύ του συνόλου των παρατηρούμενων τιμών δύο εκ των μεταβλητών και του οποίου το στοιχείο i,i είναι η διακύμανση του συνόλου των παρατηρούμενων τιμών μίας εκ των μεταβλητών. Λόγω της ευκολίας του υπολογισμού και άλλων επιθυμητών χαρακτηριστικών ο μέσος όρος και η συνδιακύμανση του δείγματος χρησιμοποιούνται ευρέως σε στατιστικές εφαρμογές για να αντιπροσωπεύουν αριθμητικά την θέση και την διασπορά, αντίστοιχα, μιας κατανομής.

Έστω x_{ij} η i-οστή ανεξάρτητη παρατήρηση $(i = 1, \dots, N)$ της j-οστής τυχαίας μεταβλητής $(j = 1, \dots, M)$. Αυτές οι παρατηρήσεις μπορούν να διαταχθούν σε κάθετα διανύσματα $Nx1$ διαστάσεων με Κ εισόδους για κάθε μία, με $(Kx1)$ κάθετο διάνυσμα που δίνει τις i-οστές παρατηρήσεις όλων των τυχαίων μεταβλητών που σημειώνονται.

Ο μέσος όρος $\bar{x}$ είναι ένα διάνυσμα-στήλη του οποίου το j-οστό στοιχείο $\bar{x_j}$ είναι η μέση τιμή των Ν παρατηρήσεων της j-οστής τυχαίας μεταβλητής:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_{ij}\,, \quad j = 1, \dots, M \quad (4.13)$$

Επιπλέον, το διάνυσμα μέσου όρου περιέχει τους μέσους όρους των παρατηρήσεων για κάθε τυχαία μεταβλητή και γράφεται ως εξής:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \begin{bmatrix} \overline{x_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{x_K} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Ο δειγματολήπτικος πίνακας συνδιακύμανσης έχει διαστάσεις (KxK) με $Q = [q_{jk}]$ με εισόδους

$$q_{jk} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_{ij} - \overline{x_j})(x_{ik} - \overline{x_k}) \quad (4.15),$$

όπου q_{jk} αποτελεί μία εκτίμηση της συνδιακύμανσης μεταξύ της j-οστής μεταβλητής και της k-οστής μεταβλητής του πληθυσμού. Σε όρους πινάκων η δειγματοληπτική συνδιακύμανση είναι:

$$Q = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T \quad (4.16),$$

Εναλλακτικά, αν οι παρατηρήσεις διαταχθούν σε μορφή διανύσματος

$$F = [x_1\ x_2 \dots x_N] \quad (4.14)$$

$$Q = \frac{1}{N-1}(F - \bar{x}\ 1_N^T)(F - \bar{x}\ 1_N^T)^T \quad (4.17),$$

όπου 1_Nείναι ένα $(Nx1)$ μοναδιαίο διάνυσμα.

Πίνακας σμίκρυνσης (shrinkage matrix)

Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού του πίνακα συνδιακύμανσης είναι η μέθοδος σμίκρυνσης. Ο τρόπος αυτός έχει αποκτήσει ιδιαίτερη δημοφιλία τα τελευταία χρόνια. Η υπόθεση αυτής της μεθόδου είναι ότι ο πίνακας συνδιακύμανσης είναι ένας γραμμικός συνδιασμός του κλασικού δειγματοληπτικού πίνακα συνδιακύμανσης και κάποιου άλλου πίνακα. Στην θέση του άλλου πίνακα τοποθετείται ένας διαγώνιος πίνακας με τις διακυμάνσεις των μετοχών και με μηδενικά στοιχεία σε όλες τις υπόλοιπες θέσεις εκτός της διαγωνίου. Επιπλέον, ο δειγματοληπτικός πίνακας συνδιακύμανσης βαρύνεται με έναν σταθερό παράγοντα .

Ο πίνακας σμίκρυνσης υπολογίζεται ως εξής:

$$Q_{shrinkage} = \lambda Q + (1-\lambda) diagVar \quad (4.18)$$

όπου:

$$diagVar = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{KK} \end{pmatrix} \quad i = 1, \dots, K \quad (4.19)$$

Πίνακας σταθερής συσχέτισης (constant correlation matrix)

Το μοντέλο της σταθερής συσχέτισης που εισήγαγαν πρώτοι οι Elton και Gruber υπολογίζει τον πίνακα της συνδιακύμανσης υποθέτοντας ότι οι διακυμάνσεις από τις αποδόσεις των μετοχών είναι οι δειγματοληπτικές αποδόσεις αλλά ότι οι συνδιακυμάνσεις συνδέονται με τον ίδιο συντελεστή συσχέτισης ο οποίος είναι ο μέσος όρος των συντελεστών συσχέτισης των μετοχών. Η υπόθεση, λοιπόν, του μοντέλου είναι η εξής:

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} \sigma_{ii} = \sigma_i^2 & όταν\ i = j \\ \sigma_{ij} = \rho\sigma_i\sigma_j & όταν\ i \neq j \end{cases} \quad (4.20)$$

Επομένως ο πίνακας συνδιακύμανσης παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$Q_{constant\_correlation} = \begin{pmatrix} \sigma_i^2 & \cdots & \rho\sigma_i\sigma_K \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho\sigma_K\sigma_j & \cdots & \sigma_K^2 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Μοντέλο ενιαίου δείκτη (Single Index Model)

Το μοντέλο ενιαίου δείκτη εισήχθη αρχικά ως μία προσπάθεια απλοποίησης της υπολογιστικής πολυπλοκότητας που ενέχει ο πίνακας συνδιακύμανσης. Η βασική υπόθεση του μοντέλου είναι ότι μπορεί να γίνει γραμμική παλινδρόμηση ανάμεσα στις αποδόσεις των χρεογράφων και στον αντίστοιχο δείκτη της αγοράς:

$$\bar{r}_i = \alpha_i + \beta_i \bar{r}_x + \bar{\varepsilon}_i \quad (4.22)$$

όπου η συσχέτιση ανάμεσα στα ε_i και ε_j είναι μηδενική. Δεδομένων των παραπάνω υποθέσεων παραθέτοντας οι παρακάτω σχέσεις:

$$E = (\bar{r}_i) = \alpha_i + \beta_i E(\bar{r}_x) \quad (4.23)$$

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} \sigma_{ii} = \sigma_i^2 \quad όταν\ i = j \\ \sigma_{ij} = \beta_i \beta_j\ \sigma_x^2 \quad όταν\ i \neq j \end{cases} \quad (4.24)$$

Επομένως ο πίνακας συνδιακύμανσης παίρνει την εξής μορφή:

$$Q_{single\_index\_model} = \begin{pmatrix} \sigma_i^2 & \cdots & \beta_i \beta_K\ \sigma_x^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_K \beta_j\ \sigma_x^2 & \cdots & \sigma_K^2 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

4.4 Πληροφοριακό σύστημα

Η διαχείριση χαρτοφυλακίων αποτελεί μία διαδικασία με πολύπλοκους υπολογισμούς. Ταυτόχρονα, είναι απαραίτητος ο χειρισμός μεγάλου όγκου δεδομένων. Επομένως, η χρήση διάφορων τεχνολογικών εργαλείων κρίνεται σκόπιμη ώστε να διαχειριστούμε με τον καλύτερο δυνατό τρόπο το πρόβλημα αυτό. Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύχθηκε για τον σκοπό αυτό ένα πληροφοριακό σύστημα το οποίο θα βοηθά το χρήστη στην λήψη επενδυτικών αποφάσεων.

Παρακάτω, λοιπόν, γίνεται η παρουσίαση του πληροφοριακού συστήματος που θα υλοποιεί το μοντέλο παθητικής διαχείρισης Black-Litterman καθώς και της διεπαφής που κατασκευάσθηκε για την εύκολη επικοινωνία χρήστη-υπολογιστικού εργαλείου. Ο χρήστης διαδραματίζει έναν ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο, αφού εκείνος καθορίζει τις εισόδους που θα λάβει το σύστημα και κατ'επέκταση και το αποτέλεσμα. Η χρήση του συστήματος περιγράφεται πιο αναλυτικά και στο Παράρτημα Β.

4.4.1 Προδιαγραφές συστήματος

Το σύστημα αναπτύχθηκε για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας σε περιβάλλον Matlab. Επομένως, για να χρησιμοποιηθεί από μελλοντικούς χρήστες είναι απαραίτητη η εγκατάσταση του εργαλείου αυτού στον υπολογιστή τους. Συγκεκριμένα, η έκδοση του Matlab στην οποία κατασκευάσθηκε το σύστημα ήταν η R2017a, ωστόσο το σύστημα μπορεί να λειτουργήσει και σε άλλες εκδόσεις του λογισμικού, παλαιότερες ή νεότερες. Επιπλέον, σημαντικό εργαλείο για τους υπολογισμούς μας είναι και το Microsoft Office, οπότε απαιτείται η εγκατάστασή του σε οποιαδήποτε έκδοση.

Απαιτήσεις υπολογιστικού συστήματος

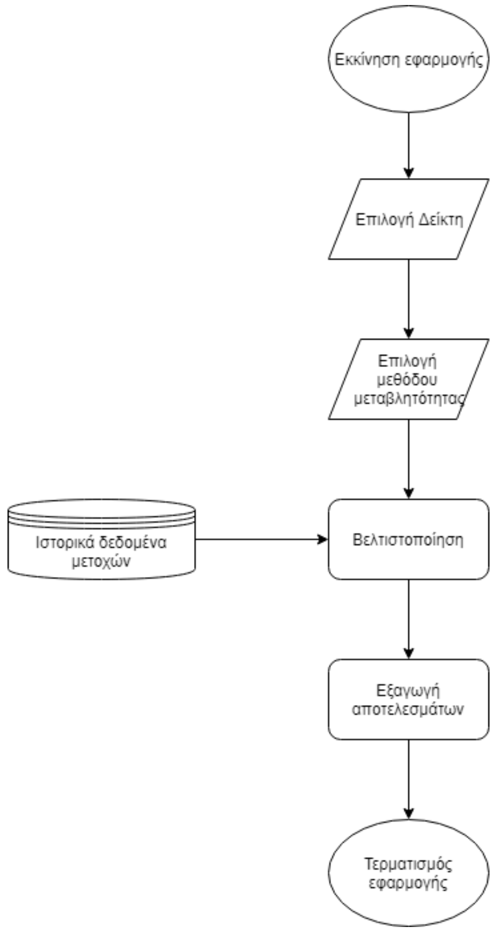
Ο υπολογιστής του χρήστη θα πρέπει να τρέχει σε λειτουργικό σύστημα Windows. Όλες οι πρόσφατες εκδόσεις του λειτουργικού αυτού συστήματος είναι ικανές να υποστηρίξουν το πρόγραμμα. Για την εγκατάσταση του υπολογιστικού εργαλείου Matlab απαιτείται τουλάχιστον 1GB ελεύθερου χώρου στον σκληρό δίσκο ενώ για τις εργαλειοθήκες συνολικά θα χρειασθούν 3-4 GB, εκτός αν ο χρήστης επιθυμεί να εγκαταστήσει μόνο τις εργαλειοθήκες που είναι απαραίτητες για το πρόγραμμα (Optimization and Financial Toolbox) όπου σε αυτήν την περίπτωση θα χρειασθεί λιγότερος αποθηκευτικός χώρος.

Απαιτήσεις λειτουργίας συστήματος

Παραπάνω, στο ίδιο κεφάλαιο, παρουσιάστηκαν αναλυτικά τα μοντέλα βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν. Οι προσομοιώσεις, ωστόσο, βασίζονται και στην ύπαρξη των ιστορικών δεδομένων για συγκεκριμένους δείκτες ώστε να υπολογισθούν τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια. Αφού, λοιπόν, στα πλαίσια της εργασίας επιλέχθηκαν οι δείκτες πάνω στους οποίους θα κατασκευασθούν επενδυτικά χαρτοφυλάκια, στην συνέχεια ορίσθηκαν και τα διαστήματα στα οποία θα γίνει η βελτιστοποίηση και η αξιολόγηση. Σκοπός των επενδυτικών χαρτοφυλακίων που θα προκύψουν είναι η ικανοποιητική παρακολούθηση των αντίστοιχων δεικτών.

Επομένως, η διαδικασία απαιτεί ιστορικά δεδομένα και συγκεκριμένα τις ιστορικές τιμές κλεισίματος για όλους τους επιλεγμένους δείκτες καθώς και για τις μετοχές που τον αποτελούν για ένα ικανό χρονικό διάστημα. Άρα το σύστημα, εφόσον είναι διαθέσιμα τα ιστορικά δεδομένα στον υπολογιστή του χρήστη, δεν χρειάζεται σύνδεση με το διαδίκτυο για να λειτουργήσει.

Παρακάτω ακολουθεί το διάγραμμα ροής του πληροφοριακού συστήματος που κατασκευάσθηκε ώστε ο αναγνώστης να κατανοήσει τη λειτουργία του.



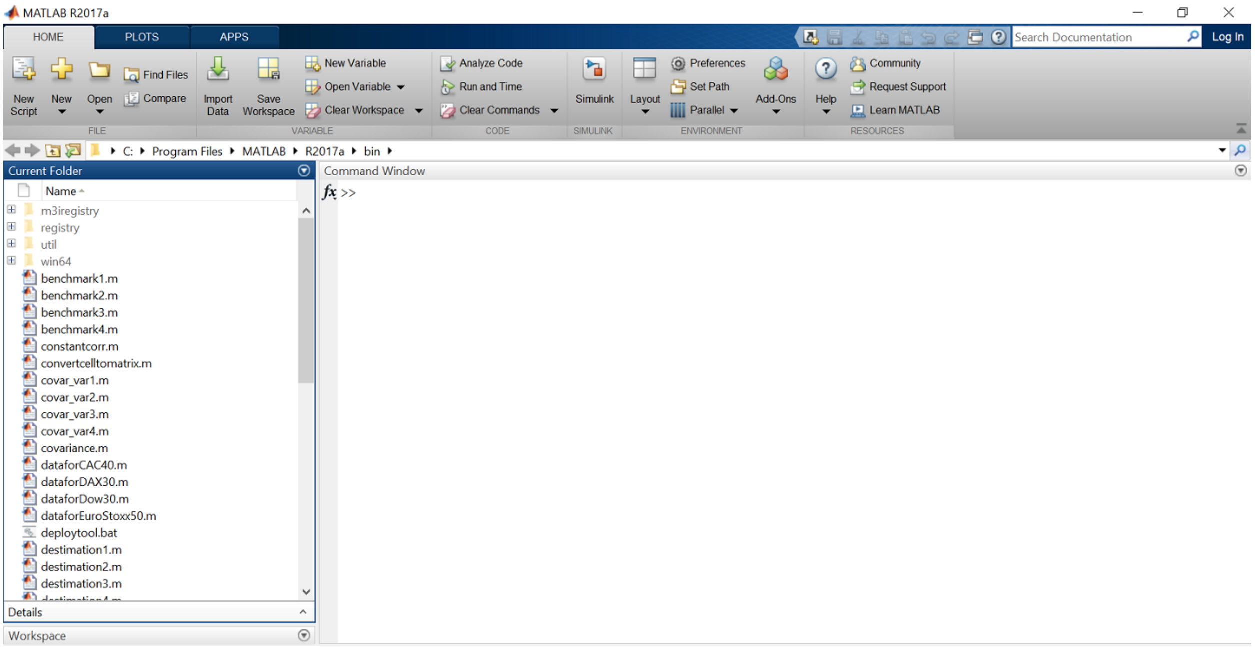
Εικόνα 2: Διάγραμμα ροής "Optimal Portfolio"

4.4.2 Πληροφοριακό σύστημα

Το πληροφοριακό σύστημα που σχεδιάσθηκε αποτελείται από ένα σύνολο αρχείων script Matlab κάθε ένα από τα οποία εκτελεί μία συγκεκριμένη λειτουργία στην διαδικασία παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίων κατά Black-Litterman. Τα αρχεία αυτά επιλύουν προβλήματα όπως η είσοδος των δεδομένων από τα αρχεία Excel στα οποία περιέχονται οι ιστορικές τιμές κλεισίματος μετοχών και δεικτών, η δημιουργία γραφημάτων κ.α. Περισσότερες λεπτομέρειες παρουσιάζονται στο Παράρτημα Β.

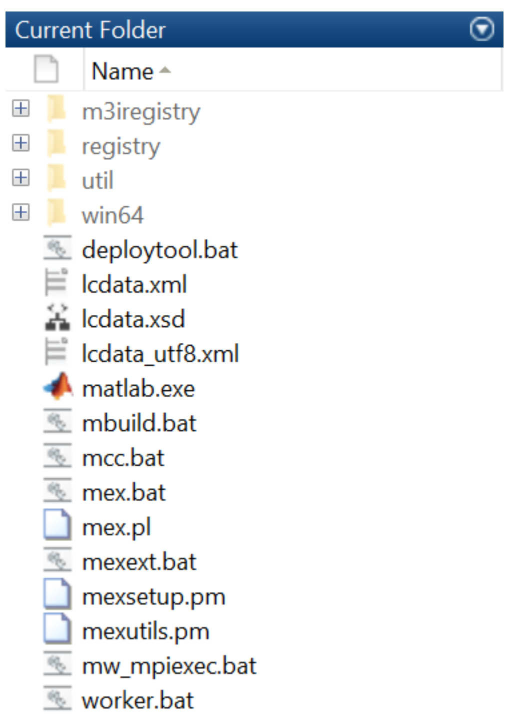
Προκειμένου να λειτουργήσει το σύστημα ο χρήστης θα πρέπει να ακολουθήσει τις παρακάτω διαδικασίες:

- Άνοιγμα της εφαρμογής Matlab, όπως φαίνεται παρακάτω,



Εικόνα 3: Αρχικό παράθυρο εφαρμογής Matlab

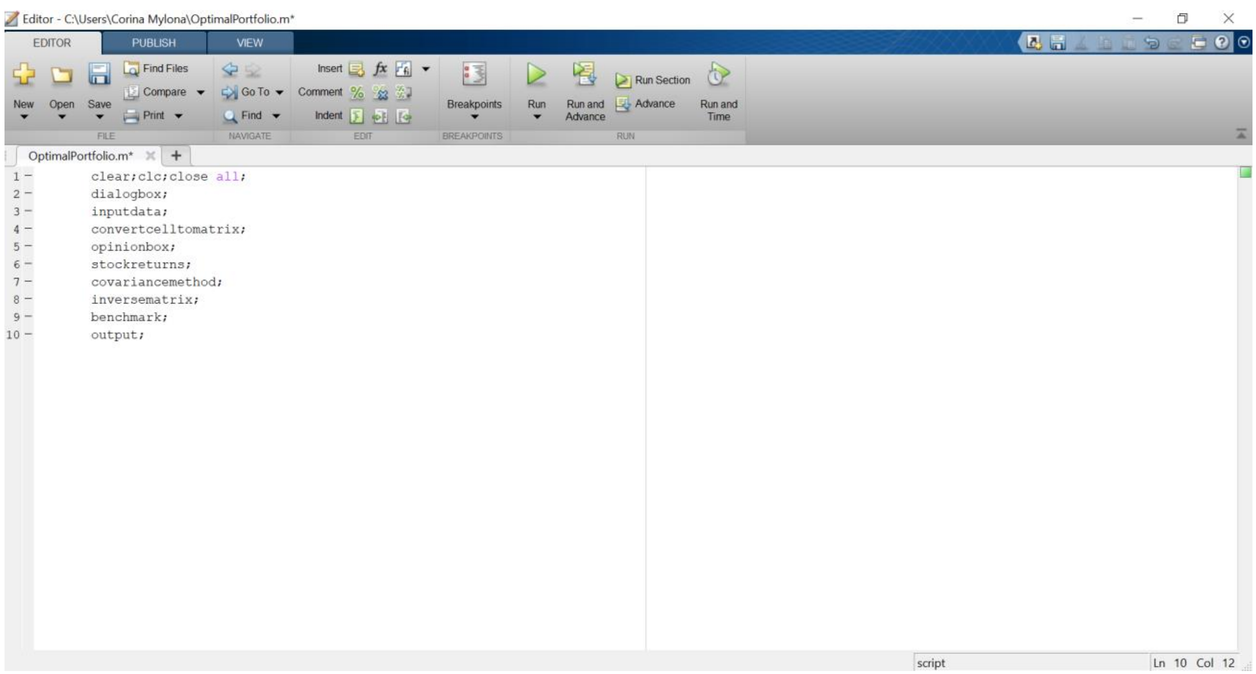
- Τοποθέτηση των αρχείων script και των συναρτήσεων στο κατάλληλο για τον χρήστη path, και επιλογή κάθε φορά μέσω της εφαρμογής του δείκτη και της μεθόδου που ο ίδιος επιθυμεί.



Εικόνα 4: Παράθυρο επιλογής φακέλου/αρχείου

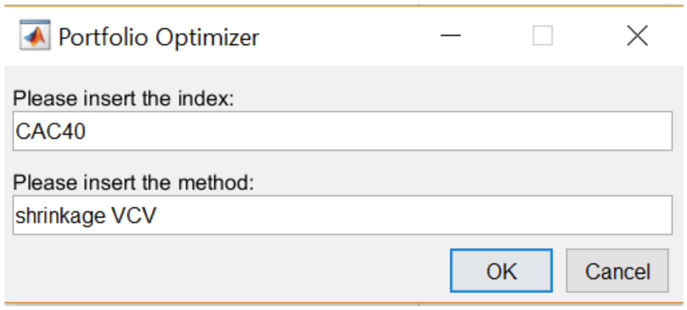
- Κατέβασμα των ιστορικών δεδομένων πάνω στα οποία ο χρήστης επιθυμεί να γίνει η βελτιστοποίηση σε μορφή .xls ή .xlsx ,
- Σύνδεση των αρχείων Excel με βάσεις δεδομένων στο πρόγραμμα MS Access. Η διαδικασία αυτή είναι αρκετά εύκολη και θα παρουσιασθεί αναλυτικά στο Παράρτημα Β,
- Κλήση του αρχείου OptimalPortfolio.m,

```
clear;clc;close all;
dialogbox;
inputdata;
convertcelltomatrix;
opinionbox;
stockreturns;
covariancemethod;
inversematrix;
benchmark;
output;
```



Εικόνα 5: Παράθυρο επεξεργασίας αρχείου

- Εισαγωγή των ζητούμενων δεδομένων από τον χρήστη ώστε να τεθεί σε λειτουργία το πρόγραμμα,



Εικόνα 6: Είσοδος για τον επιθυμητό δείκτη και την επιθυμητή μέθοδο από τον χρήστη

Ανάλογα με την μέθοδο μεταβλητότητας που θα επιλεγεί από τον χρήστη θα χρησιμοποιηθεί και διαφορετικός κώδικας για την υλοποίηση του πίνακα covariance. Ακολουθεί η παρουσίαση του κώδικα για τον υπολογισμό του πίνακα covariance σε κάθε περίπτωση.

```
if input(2) == "sample VCV"
    covariance=cov(returns);  %for every option we calculate the
                              %covariance matrix with the requested method
  elseif input(2) ==  "shrinkage VCV"
    l=0.3;
    covariancematrix=cov(returns);
    diagVar=diag(diag(covariancematrix));
    covariance=covariancematrix*l+(1-l)*diagVar;
  elseif input(2) == "constant correlation"
    S = std(returns); %estimate the row vector with the standard
                      %deviation of each company j
    covariancematrix=cov(returns);
    correlation=corrcoef(returns); % create correlation matrix
    meancolumns=mean(correlation,1);
    meancorrelation=mean(meancolumns)-(1/size(marketcap,1));


    for i=1:size(covariancematrix,1)
      for j=1:size(covariancematrix,2)
        if (i==j)
          covariance(i,j)=covariancematrix(i,j);
        else
          covariance(i,j)=meancorrelation*S(1,i)*S(1,j);
        end
      end
    end
  elseif input(2) == "single index model"
    covariancematrix=cov(returns);
    covindex=cov(returnsindex);
```

```
    slope=zeros(size(covariancematrix));
    for i=1:size(data,2)
        x=returnsindex;
        y=returns(:,i);
        b=polyfit(x,y,1); %linear regression between the index and
                          %each stock
        slope(i)=b(1);
    end

    for i=1:size(data,2)
        for j=1:size(data,2)
            if (i==j)
                covariance(i,j)=covariancematrix(i,j);
            else
                covariance(i,j)=covindex*slope(i)*slope(j);
            end
        end
    end
end
```

Όπως παρατηρούμε στον κώδικα, μόλις ο χρήστης εισάγει την επιθυμητή μέθοδο μεταβλητότητας εκχωρείται στην μεταβλητή input(2) το όνομα της μεθόδου με την μορφή cell. Έπειτα έχουμε κατασκευάσει μία συνθήκη if ώστε να ελέγχεται η είσοδος του χρήστης και να δημιουργείται ο αντίστοιχος πίνακας μεταβλητότητας.

Στην παρακάτω εικόνα, παρατίθεται και ο δεύτερος πίνακας εισόδου προς τον χρήστη ώστε να εισάγει την άποψη του. Είναι σημαντικό να διευκρινισθεί ότι η άποψη του επενδυτή διατυπώνεται ως η αναμενόμενη, για τον επενδυτή, απόδοση των μετοχών για την αμέσως επόμενη χρονική περίοδο. Η απόδοση αυτή εισάγεται ως πραγματικός αριθμός και όχι ως ποσοστό.

	Companies	Opinion
1	ACCP	0
2	AIR	0
3	AIRP	0
4	ATOS	0
5	AXAF	0
6	BNPP	0
7	BOUY	0
8	CAGR	0
9	CAPP	0
10	CARR	0
11	DANO	0
12	ENGIE	0
13	ESSI	0
14	FTI	0
15	LEGD	0
16	LHN	0

Εικόνα 7: Είσοδος για την άποψη του χρήστη ως προς την πορεία των μετοχών

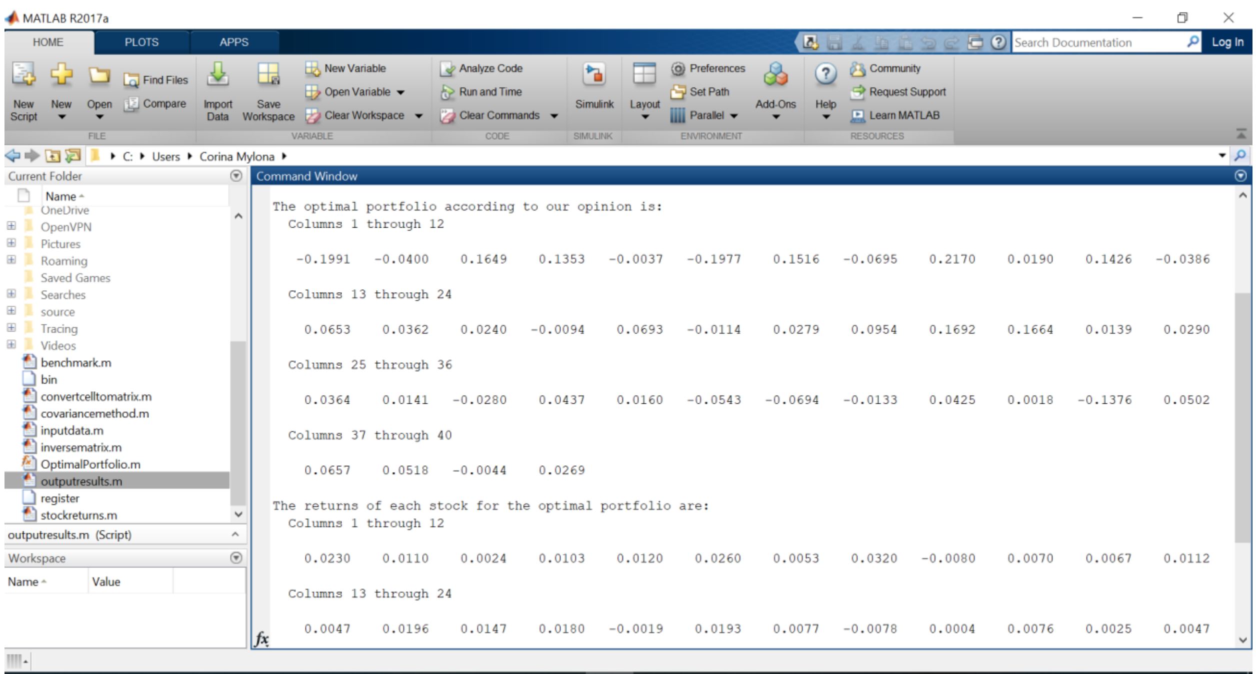
- Αναμονή ενός εύλογου και μικρού χρονικού διαστήματος μέχρι να παρουσιαστούν τα αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα του πληροφοριακού συστήματος είναι τα εξής:

1. Τα βάρη του βέλτιστου χαρτοφυλακίου που κατασκευάσθηκε μέσω του πληροφοριακού συστήματος. Οι συμμετοχές αυτές είναι σε δεκαδική μορφή και αναπαριστούν το ποσοστό του κεφαλαίου πρέπει να επενδυθεί σε κάθε μετοχή του δείκτη ώστε να προκύψει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.
2. Οι αναμενόμενες αποδόσεις που προκύπτουν μέσω του μοντέλου Black-Litterman. Η μεθοδολογία του μοντέλου μαζί με τις προσωπικές απόψεις του επενδυτή δίνουν την δυνατότητα για πρόβλεψη της πορείας των μετοχών την αμέσως επόμενη χρονική περίοδο.
3. Γραφήματα που δείχνουν την διαφορά ως προς τις αναμενόμενες αποδόσεις και τα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών ανάμεσα στο χαρτοφυλάκιο αναφοράς του δείκτη και στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

Στις παρακάτω εικόνες με τα αποτελέσματα του προγράμματος παρατίθενται και τα τμήματα του κώδικα με τα οποία αυτά παράχθηκαν.

```
………
returnsadjustedtoopinion=benchmarkreturns+VarCovar*d;
optimizedportfolioweights=(inv(covariance)*...
(returnsadjustedtoopinion-riskfreerate))...
/sum(inv(covariance)*(returnsadjustedtoopinion-riskfreerate));
disp('The optimal portfolio according to our opinion is: ')
disp(transpose(optimizedportfolioweights))
disp('The returns of each stock for the optimal portfolio are: ')
disp(transpose(returnsadjustedtoopinion))
………
```

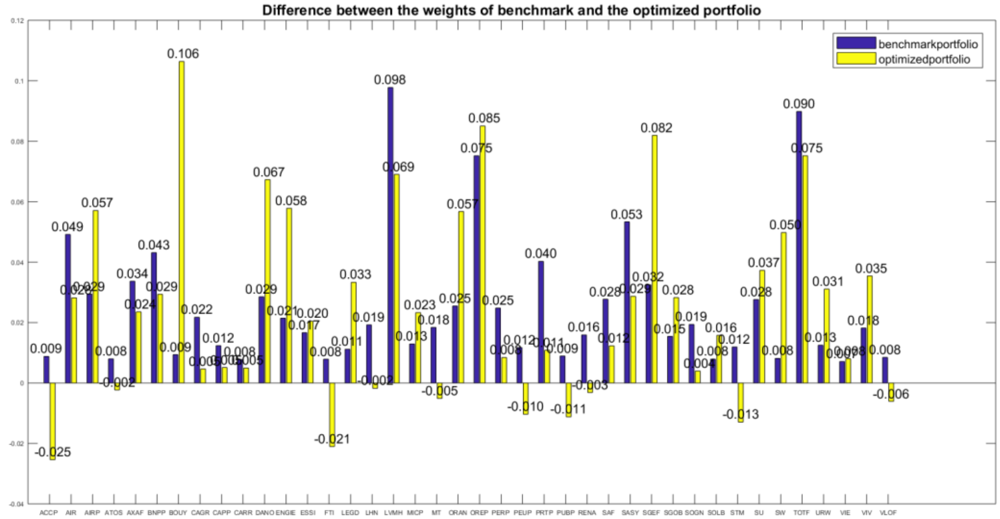


Εικόνα 8: Αποτελέσματα μοντέλου

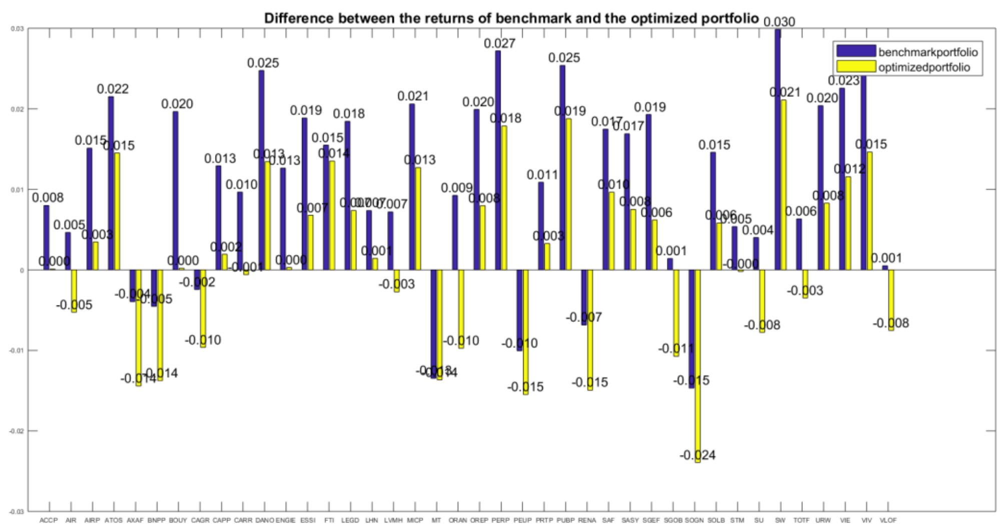
Παραπάνω εμφανίζονται οι συγκεκριμένες εντολές του κώδικα οι οποίες υπολογίζουν και εμφανίζουν τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης. Ειδικότερα, το πρώτο αποτέλεσμα είναι η μεταβλητή returnsadjustedtoopinion η οποία αντιπροσωπεύει το διάνυσμα με τις αναμενόμενες αποδόσεις όλων των μετοχών που συμμετέχουν στον δείκτη. Οι αναμενόμενες αποδόσεις διαμορφώνονται ουσιαστικά από τα benchmarkreturns, μία μεταβλητή η οποία, κατά το μοντέλο Black-Litterman, είναι οι αναμενόμενες αποδόσεις σύμφωνα με την αγορά και από την μεταβλητή VarCovar*d η οποία πρόκειται για την άποψη που έχει εισάγει ο χρήστης στο σύστημα. Είναι φανερό ότι σε περίπτωση που δεν εισάγει ο χρήστης την άποψη του στο σύστημα οι αναμενόμενες αποδόσεις καθορίζονται μόνο από την αγορά. Στην συνέχεια, το δεύτερο αποτέλεσμα που εμφανίζεται στον χρήστη είναι η μεταβλητή optimizedportfolioweights η οποία αντιπροσωπεύει την πρόταση του συστήματος προς τον χρήστη ως προς την τοποθέτηση του κεφαλαίου του στις μετοχές του χαρτοφυλακίου του δείκτη. Η μεταβλητή αυτή υπολογίζεται, όπως προτάσσει το υπόδειγμα Black-Litterman, μέσω των αναμενόμενων αποδόσεων που υπολογίσθηκαν προηγουμένως. Ομοίως με την προηγούμενη μεταβλητή, όταν ο χρήστης δεν εισάγει την άποψή του στο σύστημα τότε η μεταβλητή αυτή είναι το διάνυσμα των βαρών του χαρτοφυλακίου του δείκτη. Αυτό συμβαίνει διότι το μοντέλο Black-Litterman υποστηρίζει πως όταν ο επενδυτής δεν έχει καμία πληροφόρηση για την αγορά τότε το χαρτοφυλάκιο του δείκτη είναι η καλύτερη δυνατή επένδυση, αφού μακροπρόθεσμα το χαρτοφυλάκιο αυτό δεν μπορεί να ξεπερασθεί σε απόδοση. Στην επόμενη εικόνα φαίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα για τις συμμετοχές των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο.

	Companies	Weights
1	ACCP	0.0050
2	AIR	-0.0141
3	AIRP	0.0532
4	ATOS	0.0211
5	AXAF	0.0261
6	BNPP	0.0283
7	BOUY	0.1207
8	CAGR	0.0057
9	CAPP	0.0543
10	CARR	-9.1015...
11	DANO	0.0498
12	ENGIE	0.0234
13	ESSI	0.0150
14	FTI	-0.0212
15	LEGD	0.0365
16	LHN	3.5106e...

Εικόνα 9: Αποτελέσματα για τις συμμετοχές των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο



Εικόνα 10: Γράφημα αποτελεσμάτων του υπολογιστικού εργαλείου Matlab



Εικόνα 11: Γράφημα αποτελεσμάτων του υπολογιστικού εργαλείου Matlab

4.4.3 Επιλογές παραμετροποίησης

Για να πραγματοποιηθεί η βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου ο χρήστης υποχρεούται να εισάγει στο σύστημα κάποιες παραμέτρους που είναι απαραίτητες στο κάλεσμα της συνάρτησης. Οι είσοδοι του συστήματος προσδιορίζονται παρακάτω:

- Ο δείκτης με βάση τον οποίον γίνεται η βελτιστοποίηση. Ο χρήστης έχει την δυνατότητα να επιλέξει οποιονδήποτε δείκτη της αρεσκείας του αφού προηγουμένως βέβαια αποκτήσει τις ιστορικές τιμές κλεισίματος για τον ίδιον και τις μετοχές που τον αποτελούν. Στην παρούσα διπλωματική αναλύθηκαν τέσσερις δείκτες.
- Η μέθοδος για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας που ο χρήστης επιθυμεί. Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας εξετάσθηκαν τέσσερις μέθοδοι τις οποίες ο χρήστης έχει ως επιλογές.
- Οι επενδυτικές απόψεις του χρήστη για κάθε μία από τις μετοχές που ανήκουν στο χαρτοφυλάκιο του δείκτη.

Ωστόσο, υπάρχουν και κάποιες παράμετροι του πληροφοριακού συστήματος τις οποίες δεν καθορίζει ο χρήστης. Οι παράμετροι αυτές είναι οι παρακάτω:

- Η παράμετρος λ, στην μέθοδο υπολογισμού της μεταβλητότητας shrinkage, χρησιμοποιείται ως βάρος για τον παραδοσιακό δειγματοληπτικό πίνακα συνδιακύμανσης. Η τιμή που δόθηκε στην παράμετρο είναι $\lambda = 0.3$ διότι το βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο περιέχει λιγότερες ακραίες (πολύ μεγάλες ή πολύ μικρές) συμμετοχές (βάρη).
- Η μηνιαία αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου αναφοράς υποθέτουμε ότι ισούται με 1%. Δηλαδή η ετήσια αναμενόμενη απόδοση ανέρχεται στο 12%.
- Η απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου εκτιμάται από την μηνιαία απόδοση του ετήσιου ομολόγου της εκάστοτε χώρας στην οποία ανήκει ο δείκτης. Επιλέχθηκε το χρεόγραφο αυτό διότι είναι η πλεόν ασφαλής επένδυση στην αγορά.

Κεφάλαιο 5

Εφαρμογή Μεθοδολογίας

Για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας κρίθηκε αναγκαία η πειραματική δοκιμή του μοντέλου Black-Litterman που σχεδιάσθηκε. Συνεπώς, ήταν απαραίτητη η χρήση των ιστορικών δεδομένων των δεικτών **CAC 40**, **DAX 30**, **Dow Jones Industrial Average 30** και **Euro stoxx 50** ώστε να πραγματοποιηθούν οι απαραίτητες προσομοιώσεις. Σημαντικό βήμα, επομένως, είναι η συνοπτική παρουσίαση των παραπάνω δεικτών, πριν προχωρήσουμε στην διεξοδική ανάλυση της διαδικασίας προσομοίωσης.

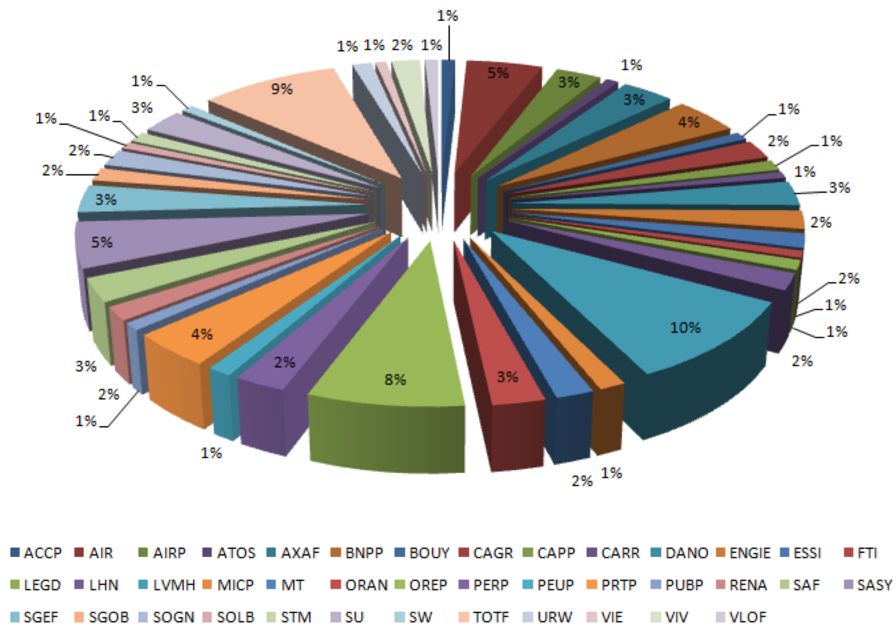
5.1 Περιγραφή δεικτών

5.1.1 CAC 40

Ο CAC 40 είναι ο δείκτης μετοχικών χρεογράφων της Γαλλικής χρηματιστηριακής αγοράς. Ο δείκτης αυτός αντιπροσωπεύει τις μετοχές των 40 πιο ισχυρών εταιρειών όσον αφορά το ποσοστό κεφαλαιοποίησης και την ρευστότητα στην επικράτεια της Γαλλίας. Είναι ένας από τους σημαντικότερους εθνικούς δείκτες της ευρωπαϊκής αγοράς και περιλαμβάνει στο χαρτοφυλάκιό του εταιρείες μεγάλης εμβέλειας όπως οι Carrefour, Atos, Danone, Orange, Safran, Total κ.α.

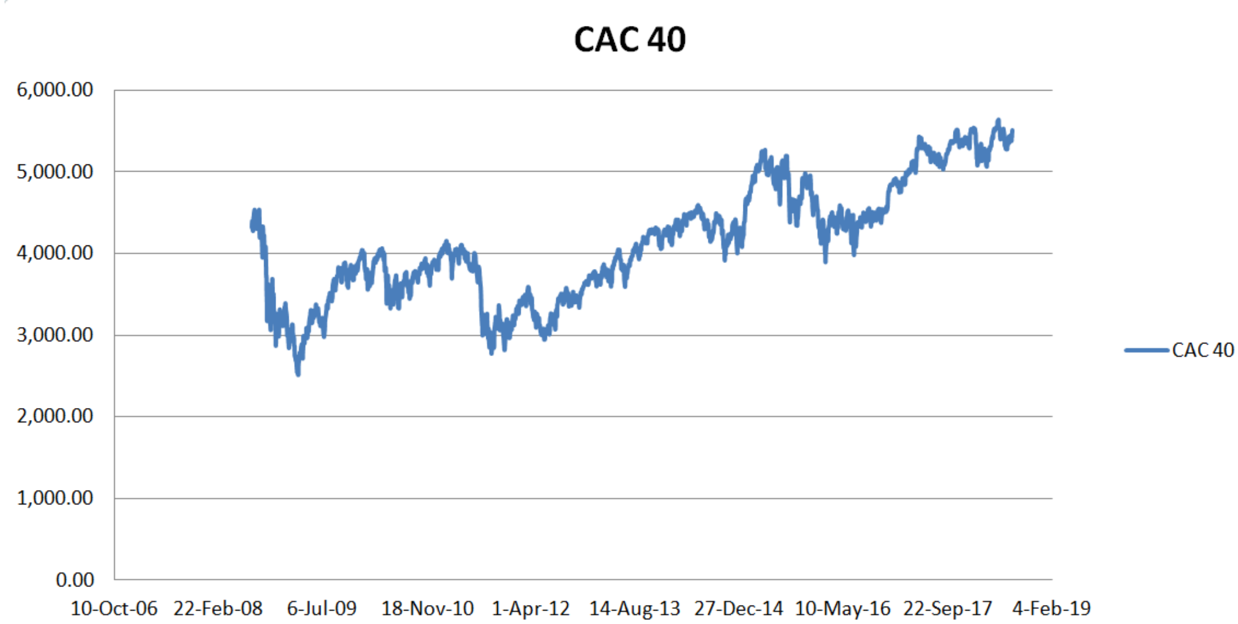
Ο CAC 40 αποτελείται σχεδόν καθ’ολοκληρία από επιχειρήσεις με έδρα στην Γαλλία, ωστόσο το 45% των εισηγμένων μετοχών ανήκει σε ξένους επενδυτές, περισσότερο από οποιονδήποτε άλλο κύριο ευρωπαϊκό δείκτη. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι οι επιχειρήσεις που τον αποτελούν είναι στην πλειοψηφία τους διεθνείς ή πολυεθνικές. Οι παραπάνω επιχειρήσεις ασκούν τα δύο τρίτα των δραστηριοτήτων τους και απασχολούν πάνω από τα δύο τρίτα του εργατικού τους δυναμικού εκτός των συνόρων της Γαλλίας.

Υπολογίζεται ότι το χαρτοφυλάκιο του δείκτη CAC 40 ανέρχεται στα €1.207 τρις με τελευταία ενημέρωση τον Μάρτιο του 2016. Ο CAC 40 είναι ένας δείκτης σταθμισμένος με βάση την κεφαλαιοποίηση, ή αλλιώς δείκτης αγοραίας αξίας. Αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι οι επιχειρήσεις που τον αποτελούν σταθμίζονται σύμφωνα με την συνολική αγοραία αξία των μετοχών τους. Ο αριθμός των εκδοθέντων μετοχών μιας εταιρείας που συμμετέχει στον δείκτη εξετάζεται ανά τρίμηνο, την τρίτη Παρασκευή του Μαρτίου, του Ιουνίου, του Σεπτεμβρίου και του Δεκεμβρίου. Παρακάτω παρουσιάζεται η στάθμιση του CAC 40 το πρώτο τρίμηνο του 2018.



Εικόνα 12: Διάρθρωση χαρτοφυλακίου του δείκτη CAC 40

Παρακάτω, εμφανίζονται οι τιμές κλεισίματος του δείκτη CAC 40 τα τελευταία δέκα χρόνια. Ο δείκτης ακολουθεί ανοδική πορεία με την πάροδο των χρόνων. Ο δείκτης κατέγραψε την μεγαλύτερη τιμή κλεισίματος του στις 4 Σεπτεμβρίου του 2000, στις 6.922,33 μονάδες.



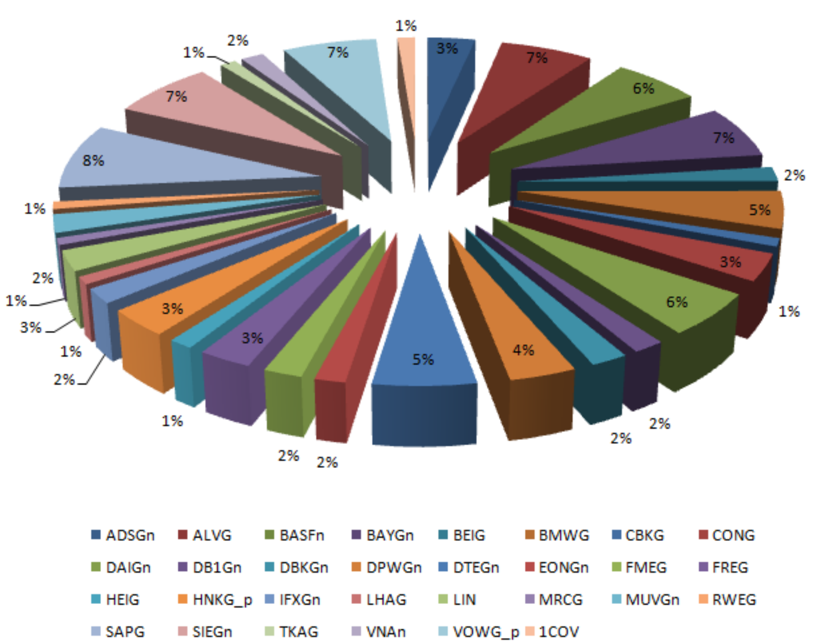
Εικόνα 13: Τιμές κλεισίματος του δείκτη CAC 40 την περίοδο 2008-2018

5.1.2 DAX 30

Ο δείκτης DAX αποτελείται από τις 30 μεγαλύτερες γερμανικές εταιρείες των οποίων τα χρεόγραφα γίνονται αντικείμενο διαπραγμάτευσης στο Χρηματιστήριο της Φρανκφούρτης. Ο δείκτης περιλαμβάνει μετοχές εταιρειών με βάση την κεφαλαιοποίηση της αγοράς. Αποτελεί και αυτός ένας από τους σημαντικότερους εθνικούς δείκτες της Ευρώπης και στο χαρτοφυλάκιο του ανήκουν εταιρείες μεγάλης εμβέλειας όπως οι Adidas, Deutsche Bank, Henkel, Siemens κ.α.

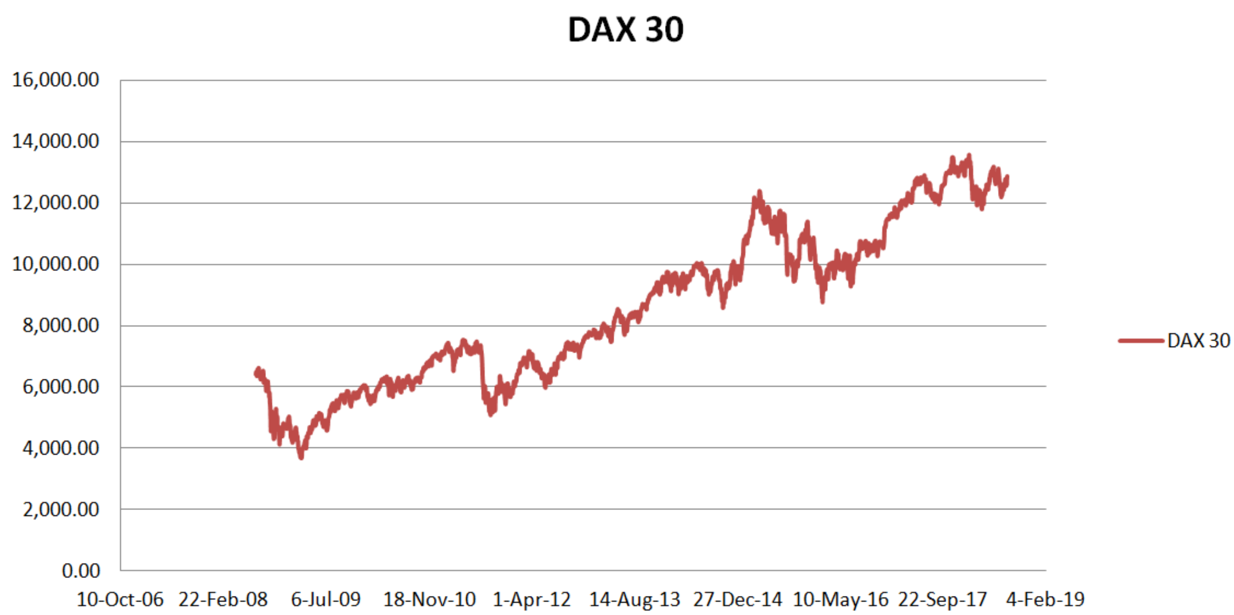
Υπάρχουν δύο εκδοχές του δείκτη DAX, η πρώτη αναφέρεται ως δείκτης απόδοσης και η δεύτερη ως δείκτης τιμών, ανάλογα με το αν προσμετρώνται τα μερίσματα προς τους μετόχους ή όχι. Ο δείκτης απόδοσης, ο οποίος μετρά την συνολική απόδοση, είναι ο πιο συχνά αναφερόμενος, ωστόσο ο δείκτης τιμών είναι περισσότερος όμοιος με αντίστοιχους δείκτες άλλων χωρών.

Υπολογίζεται ότι το χαρτοφυλάκιο του DAX ανέρχεται στα €971.8 δις με τελευταία ενημέρωση τον Φεβρουάριο του 2017. Ο DAX είναι και αυτός ένας δείκτης σταθμισμένος με βάση την κεφαλαιοποίηση, ή αλλιώς δείκτης αγοραίας αξίας. Αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι οι επιχειρήσεις που τον αποτελούν σταθμίζονται σύμφωνα με την συνολική αγοραία αξία των μετοχών τους. Παρακάτω παρουσιάζεται η στάθμιση του DAX το πρώτο τρίμηνο του 2018.



Εικόνα 14: Διάρθρωση χαρτοφυλακίου του δείκτη DAX 30

Παρακάτω, εμφανίζονται οι τιμές κλεισίματος του δείκτη DAX 30 τα τελευταία δέκα χρόνια. Ο δείκτης καταγράφει ανοδική πορεία. Η μεγαλύτερη τιμή κλεισίματος στην ιστορία του σημειώθηκε στις 23 Ιανουαρίου του 2018, όταν έφτασε στις 13559.6 μονάδες.



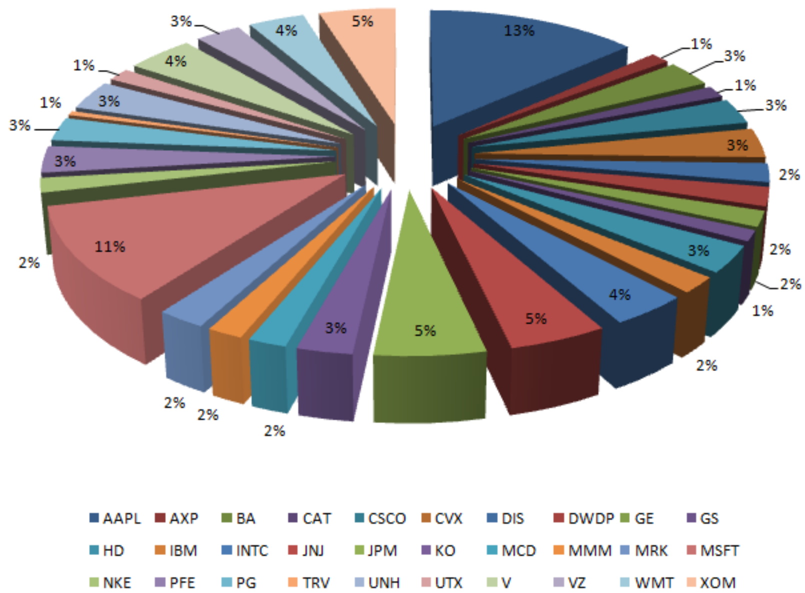
Εικόνα 15: Τιμές κλεισίματος του δείκτη DAX 30 την περίοδο 2008-2018

5.1.3 Dow Jones Industrial Average 30

Ο Dow Jones Industrial Average ή πιο απλά ο Dow 30 είναι ο δείκτης του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης ο οποίος παρουσιάζει πως οι 30 μεγαλύτερες επιχειρήσεις με έδρα τις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής συναλλάχθηκαν σε κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο στην αγορά χρεογράφων. Η αξία του Dow 30 δεν καθορίζεται από την κεφαλαιοποίηση της αγοράς αλλά αναπαριστά το άθροισμα της τιμής μιας μετοχής για κάθε εταιρεία που ανήκει σε αυτόν. Το άθροισμα αυτό διορθώνεται με βάση έναν παράγοντα ο οποίος αλλάζει κάθε φορά που μια εταιρεία δίνει μερίσματα στους μετόχους ή που πραγματοποιεί αποκοπή μετοχών. Με αυτόν τον τρόπο παράγεται μία σταθερή τιμή για τον δείκτη.

Αξίζει να σημειωθεί ότι αν και ο δείκτης αντιπροσωπεύει την πορεία του βιομηχανικού τομέα της αμερικανικής οικονομίας, ωστόσο η απόδοση του επηρεάζεται και από κοινωνικά και πολιτικά γεγονότα όπως εκλογές ή τρομοκρατικά χτυπήματα. Αυτό συμβαίνει διότι τέτοιου είδους συγκυρίες μπορούν δυνητικά να προκαλέσουν μεταβολές στην οικονομία.

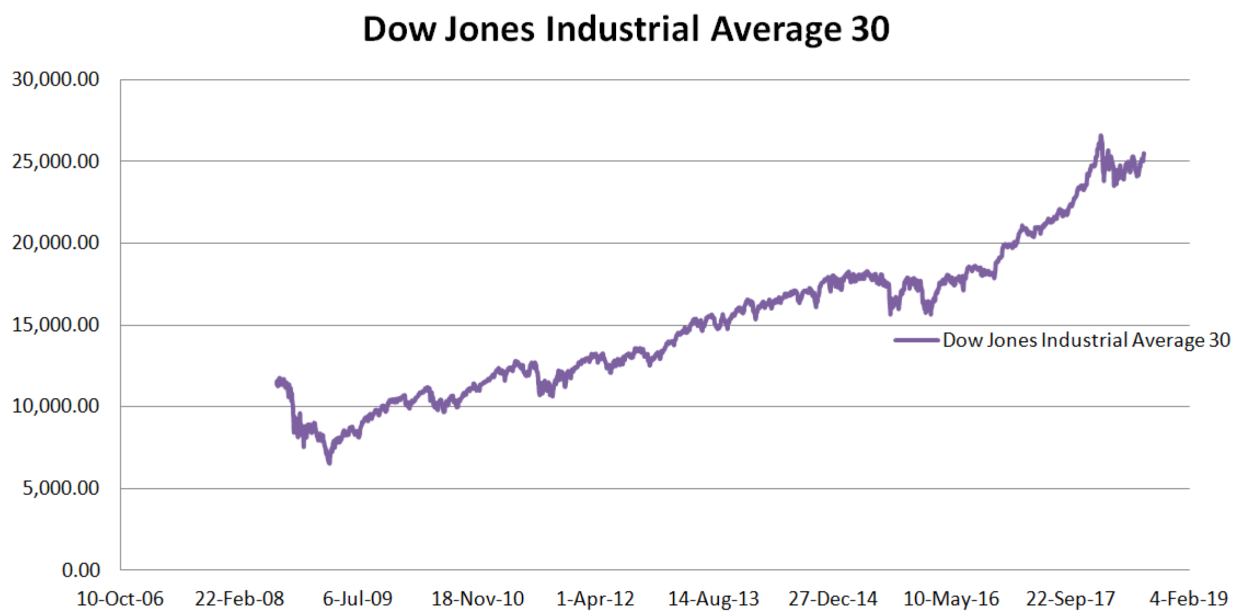
Η αξία του χαρτοφυλακίου του δείκτη φθάνει τα 6.81 τρις περίπου. Το συνολικό αυτό κεφάλαιο διαμοιράζεται στις μετοχές που ανήκουν στον δείκτη σύμφωνα με μια συγκεκριμένη κεφαλαιοποίηση η οποία φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Εικόνα 16: Διάρθρωση χαρτοφυλακίου του δείκτη Dow Jones 30

Σχετικά με το Dow 30 υπάρχουν απόψεις που υποστηρίζουν ότι επειδή περιλαμβάνει μόνο 30 μετοχές ο δείκτης δεν είναι ικανός να δώσει μια γενική εικόνα για την συνολική απόδοση της αγοράς. Παρόλα ταύτα είναι ο πιο ευρέως γνωστός δείκτης παγκοσμίως. Επιπλέον, επειδή είναι σταθμισμένος με βάση την τιμή των μετοχών, ο Dow δίνει μεγαλύτερη επιρροή στις εταιρείες με υψηλές τιμές μετοχών χωρίς να υπολογίζει το μέγεθος ή αγοραία κεφαλαιοποίηση τους. Για παράδειγμα, η μεταβολή κατά 1$ στην τιμή της μετοχής της μικρότερης εταιρείας που συμμετέχει σε αυτόν έχει το ίδιο αποτέλεσμα με την ίδια μεταβολή στην τιμή της μετοχής της μεγαλύτερης εταιρείας στο χαρτοφυλάκιό του.

Τέλος, στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται η πορεία της τιμής του δείκτη για την περίοδο 2008-2018. Αδιαμφισβήτητα, διαγράφει ανοδική πορεία, σχεδόν υπερδιπλασιάζοντας την τιμή του.



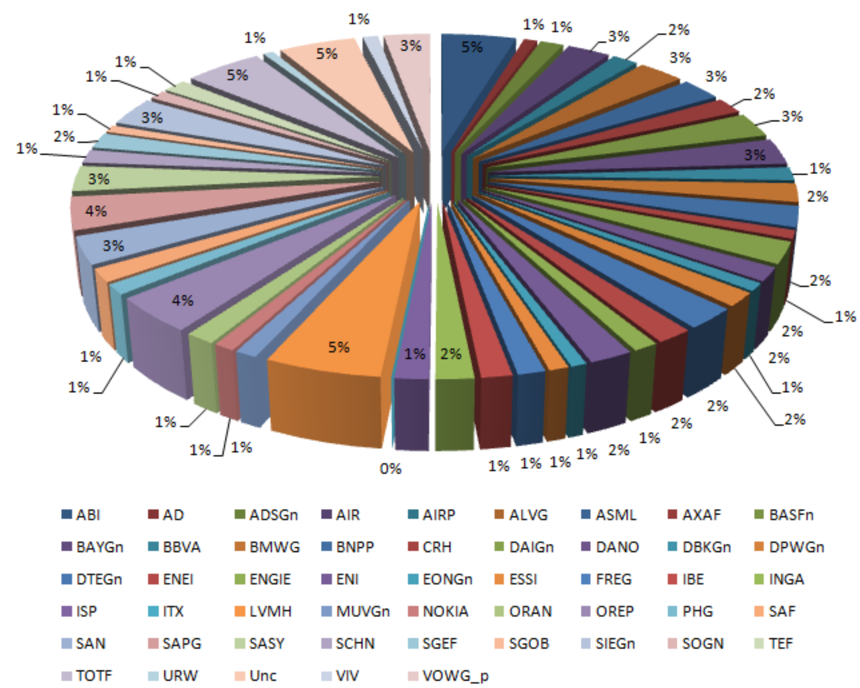
Εικόνα 17: Τιμές κλεισίματος του δείκτη Dow 30 την περίοδο 2008-2018

5.1.4 Euro stoxx 50

Ο Euro stoxx 50 αποτελεί τον δείκτη της Ευρωζώνης και σχεδιάσθηκε ως μία αξιόπιστη αναπαράσταση των ηγέτιδων επιχειρήσεων της Ευρώπης. Συμπεριλαμβάνει τις 50 εταιρείες με το μεγαλύτερο μέγεθος και ρευστότητα σύμφωνα με την κεφαλαιοποίηση ελεύθερης αγοράς. Ο δείκτης είναι διαθέσιμος σε διάφορα μέσα συναλλαγής όπως EUR, USD κ.α.

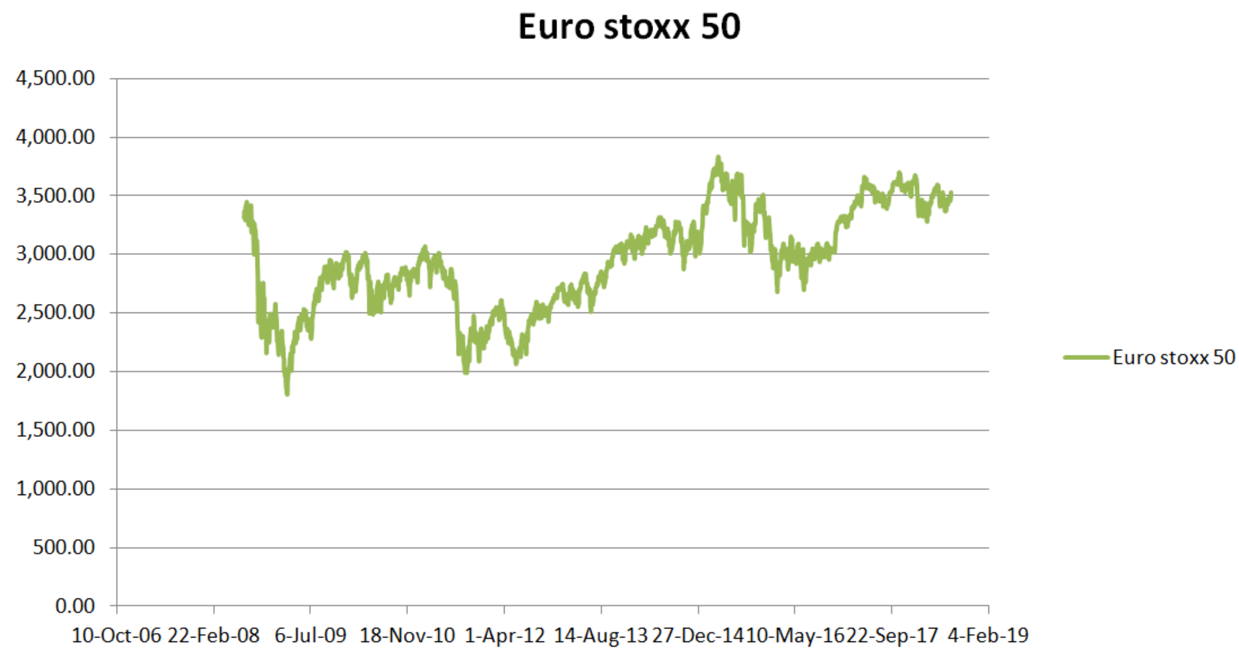
Ο δείκτης αντιπροσωπεύει το 60% της κεφαλαιοποίησης της ελεύθερης αγοράς του δείκτη Euro stoxx Total Market Index (TMI) ο οποίος αντιπροσωπεύει το 95% της αντίστοιχης κεφαλαιοποίησης των χωρών που ανήκουν σε αυτόν.

Το χαρτοφυλάκιο του Euro stoxx 50 φθάνει σε ύψος τα 1.962 τρις. Παρατηρείται ότι μεγαλύτερη συμμετοχή στον δείκτη έχουν οι τράπεζες και οι επιχειρήσεις του δευτερογενούς τομέα παραγωγής όπως οι πετρελαιοβιομηχανίες κ.α. Το επόμενο διάγραμμα δείχνει με ακρίβεια πως διαμοιράζεται το κεφάλαιο του δείκτη στις διάφορες εταιρείες.



Εικόνα 18: Διάρθρωση χαρτοφυλακίου του δείκτη Euro stoxx 50

Τέλος, στο επόμενο διάγραμμα απεικονίζεται η πορεία της τιμής κλεισίματος του Euro stoxx 50 για το χρονικό διάστημα 2008 -2018. Ενώ αρχικά παρατηρείται σημαντική πτώση, τα τελευταία χρόνια με κάποιες διακυμάνσεις ο δείκτης φαίνεται ότι επανακάμπτει, φθάνοντας τα αρχικά του επίπεδα



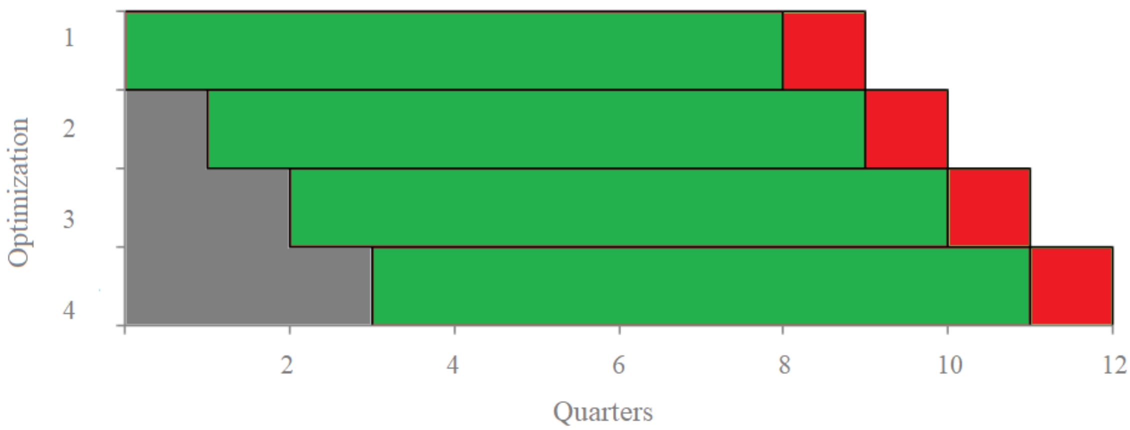
Εικόνα 19: Τιμές κλεισίματος του δείκτη Euro stoxx 50 την περίοδο 2008-2018

5.2 Παρουσίαση-Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

5.2.1 Παραμετροποίηση Προσομοίωσης

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται και αναλύονται οι παράμετροι της προσομοίωσης που πραγματοποιήθηκε. Συγκεκριμένα, αναφέρονται τα ιστορικά δεδομένα πάνω στα οποία εκτελέσθηκε η βελτιστοποίηση καθώς και εκείνα στα οποία ελέγχθηκε η απόδοση του προτεινόμενου χαρτοφυλακίου. Ακόμα προσδιορίζονται οι τιμές των μεταβλητών εισόδου των συναρτήσεων.

Προκειμένου να πραγματοποιηθεί η βελτιστοποίηση, χρησιμοποιήθηκαν οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος για την περίοδο 01/01/2014 με 31/12/2017 για τους δείκτες **CAC 40, DAX 30**, **Dow Jones Industrial Average** και **Euro stoxx 50.** Για κάθε δείκτη και κάθε μοντέλο έγιναν τέσσερις προσομοιώσεις οι οποίες έκαναν χρήση των ιστορικών δεδομένων δύο χρόνων που περιγράφηκε παραπάνω ώστε να προκύψει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Η κάθε μία από αυτές έκανε χρήση διαφορετικού πίνακα συνδιακύμανσης κάθε φορά για να προσδιορισθεί το χαρτοφυλάκιο που θα ανταποκρινόταν καλύτερα στην παρακολούθηση του δείκτη. Έπειτα ελεγχόταν η απόδοση των χαρτοφυλακίων στα ιστορικά δεδομένα του αμέσως επόμενου τριμήνου. Τέλος, τρείς μήνες μετά την δημιουργία του χαρτοφυλακίου γινόταν αναπροσαρμογή κάνοντας πάλι χρήση ιστορικών δεδομένων δύο χρόνων. Επομένως, το κάθε χαρτοφυλάκιο ανά δείκτη και μέθοδο άλλαξε συνολικά τέσσερις φορές και κάθε φορά γινόταν επανέλεγχος της αποτελεσματικότητας του αντίστοιχου μοντέλου. Η διαδικασία φαίνεται και γραφικά στο παρακάτω σχήμα όπου οι πράσινες ράβδοι αντιπροσωπεύουν την περίοδο της βελτιστοποίησης ενώ οι κόκκινες την περίοδο ελέγχου. Η αναδιαμόρφωση του χαρτοφυλακίου γίνεται στο τέλος κάθε περιόδου ελέγχου.



Εικόνα 20: Απεικόνιση της διαδικασίας προσομοίωσης

Στην πρώτη προσομοίωση του μοντέλου θεωρήθηκε ότι δημιουργούμε ένα χαρτοφυλάκιο από την αρχή χωρίς, δηλαδή, να κατέχουμε προηγουμένως κάποιο χρεόγραφο. Στις επόμενες προσομοιώσεις, δημιουργήθηκε η υπόθεση ότι ο χρήστης επανεπενδύει ένα συγκεκριμένο ποσό στο αναπροσαρμοσμένο χαρτοφυλάκιο που ισούται με την αξία του υπάρχοντος χαρτοφυλακίου συν τα κόστη συναλλαγής. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, δεν εξετάσθηκε πέραν αυτής της υπόθεσης το ζήτημα.

Στο σημείο αυτό παρατίθενται οι πίνακες με τις επενδυτικές απόψεις που εισήχθησαν στο σύστημα για κάθε δείκτη και κάθε περίοδο βελτιστοποίησης. Επιλέχθηκαν τυχαία σε κάθε δείκτη, οι μετοχές για τις οποίες θα εισαχθούν οι επενδυτικές απόψεις.

Εταιρεία	Επενδυτικές απόψεις για την πρώτη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την δεύτερη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την τρίτη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την τέταρτη βελτιστοποίηση
ACCP	0	0	0	0
AIR	0	0	0	0
AIRP	0.011	-0.00051	-0.0082	0.013
ATOS	0.0024	-0.0026	-0.007	0.00411
AXAF	0.0102	-0.003	-0.00204	-0.0012
BNPP	0.012	-0.0084	-0.004	0.00088
BOUY	0.026	-0.0044	-0.012	-0.00099

CAGR	0.0052	-0.0036	0.0099	0.0065
CAPP	0.0032	-0.00047	-0.0058	0.006
CARR	-0.0082	-0.0091	0.00402	0.02672
DANO	0	0	0	0
ENGIE	0	0	0	0
ESSI	0	0	0	0
FTI	0	0	0	0
LEGD	0	0	0	0
LHN	0	0	0	0
LVMH	0	0	0	0
MICP	0	0	0	0
MT	0	0	0	0
ORAN	0	0	0	0
OREP	0	0	0	0
PERP	0	0	0	0
PEUP	0	0	0	0
PRTP	0	0	0	0
PUBP	0	0	0	0
RENA	0	0	0	0
SAF	0	0	0	0
SASY	0	0	0	0
SGEF	0	0	0	0
SGOB	0	0	0	0
SOGN	0	0	0	0
SOLB	0	0	0	0
STM	0	0	0	0
SU	0	0	0	0
SW	0	0	0	0
TOTF	0	0	0	0
URW	0	0	0	0
VIE	0	0	0	0
VIV	0	0	0	0
VLOF	0	0	0	0

Πίνακας 3: Επενδυτικές απόψεις για τον δείκτη CAC40

Εταιρεία	Επενδυτικές απόψεις για την πρώτη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την δεύτερη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την τρίτη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την τέταρτη βελτιστοποίηση
ADSGn	0	0	0	0
ALVG	0.014	0.0072	-0.0033	0.0047
BASFn	-0.011	0.0082	0.0043	-0.0033
BAYGn	0.0055	-0.0028	-0.0026	0.0202
BEIG	-0.0093	0.0034	-0.0036	-0.0009
BMWG	0.0094	-0.011	-0.0038	0.0266
CBKG	0.042	-0.012	-0.0085	-0.0057
CONG	0.011	-0.0042	-0.0088	0.00696
DAIGn	0	0	0	0
DB1Gn	0	0	0	0
DBKGn	0	0	0	0
DPWGn	0	0	0	0
DTEGn	0	0	0	0
EONGn	0	0	0	0
FMEG	0	0	0	0
FREG	0	0	0	0
HEIG	0	0	0	0
HNKG_p	0	0	0	0
IFXGn	0	0	0	0
LHAG	0	0	0	0
LIN	0	0	0	0
MRCG	0	0	0	0
MUVGn	0	0	0	0
RWEG	0	0	0	0
SAPG	0	0	0	0
SIEGn	0	0	0	0
TKAG	0	0	0	0
VNAn	0	0	0	0
VOWG_p	0	0	0	0
1COV	0	0	0	0

Πίνακας 4: Επενδυτικές απόψεις για τον DAX30

Εταιρεία	Επενδυτικές απόψεις για την πρώτη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την δεύτερη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την τρίτη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την τέταρτη βελτιστοποίηση
AAPL	0	0	0	0
AXP	-0.00112	0.0074	0.0041	0.0043
BA	0	0	0	0
CAT	0	0	0	0
CSCO	0	0	0	0
CVX	-0.01451	-0.0051	-0.0071	0.003
DIS	0	0	0	0
DWDP	0.0127	-0.00141	-0.01718	0.0093
GE	0.0075	0.0016	-0.0112	-0.00085
GS	0	0	0	0
HD	0.0064	0.00131	0.0033	0.00402
IBM	0	0	0	0
INTC	0	0	0	0
JNJ	0	0	0	0
JPM	0	0	0	0
KO	0	0	0	0
MCD	0	0	0	0
MMM	0	0	0	0
MRK	0	0	0	0
MSFT	0	0	0	0
NKE	0	0	0	0
PFE	0	0	0	0
PG	0.0087	0.00292	-0.0053	0.00194
TRV	0.0036	0.0026	-0.0008	0.00381
UNH	0	0	0	0
UTX	0	0	0	0
V	0	0	0	0
VZ	0	0	0	0
WMT	0	0	0	0
XOM	0	0	0	0

Πίνακας 5: Επενδυτικές απόψεις για τον Dow30

Εταιρεία	Επενδυτικές απόψεις για την πρώτη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την δεύτερη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την τρίτη βελτιστοποίηση	Επενδυτικές απόψεις για την τέταρτη βελτιστοποίηση
ABI	0.0025	0.0043	0.00072	0.014212
AD	-0.005	-0.017	0.0054	0.012
ADSGn	0	0	0	0
AIR	0	0	0	0
AIRP	0	0	0	0
ALVG	0.0054	0.0072	0.02	0.0115
ASML	-0.0136	0.0056	-0.0031	-0.0034
AXAF	0	0	0	0
BASFn	0	0	0	0
BAYGn	0	0	0	0
BBVA	0	0	0	0
BMWG	0	0	0	0
BNPP	0	0	0	0
CRH	0	0	0	0
DAIGn	0	0	0	0
DANO	0	0	0	0
DBKGn	0	0	0	0
DPWGn	0	0	0	0
DTEGn	0	0	0	0
ENEl	0.0015	-0.0018	-0.0034	-0.029
ENGIE	0	0	0	0
ENI	0	0	0	0
EONGn	0	0	0	0
ESSI	-0.009	0.0036	-0.0062	0.0113
FREG	0.0093	0.0031	-0.0032	0.0363
IBE	0	0	0	0
INGA	0.00578	-0.0025	-0.0042	-0.0042
ISP	0	0	0	0
ITX	-0.0095	0.0097	-0.0013	-0.026
LVMH	0	0	0	0
MUVGn	0	0	0	0
NOKIA	0	0	0	0
ORAN	0	0	0	0
OREP	0	0	0	0
PHG	0	0	0	0
SAF	0	0	0	0
SAN	0	0	0	0
SAPG	0	0	0	0
SASY	0	0	0	0

SCHN	0	0	0	0
SGEF	0	0	0	0
SGOB	0	0	0	0
SIEGn	0	0	0	0
SOGN	0	0	0	0
TEF	0	0	0	0
TOTF	0	0	0	0
URW	0	0	0	0
Unc	0	0	0	0
VIV	0	0	0	0
VOWG_p	0	0	0	0

Πίνακας 6: Επενδυτικές απόψεις για τον EuroStoxx50

5.2.2 Παρουσίαση και Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν ενώ παράλληλα σχολιάζεται η απόδοση των διάφορων μεθόδων τόσο μεμονωμένα όσο και συγκριτικά μεταξύ τους.

Στους παρακάτω πίνακες φαίνονται οι αποδόσεις των βέλτιστων χαρτοφυλακίων που δημιουργήθηκαν με τις τέσσερις διαφορετικές μεθόδους υπολογισμού της μεταβλητότητας καθώς και η απόδοση του δείκτη για κάθε προσομοίωση που πραγματοποιήθηκε. Επιπλέον, παρατίθενται και ορισμένα διαγράμματα στα οποία φαίνονται συγκριτικά οι αποδόσεις των βέλτιστων χαρτοφυλακίων και του χαρτοφυλακίου του δείκτη. Να σημειωθεί ότι έχουν υπολογισθεί οι γεωμετρικές αποδόσεις των δεδομένων. Σε κάθε δείκτη που εξετάσθηκε από την παρούσα διπλωματική εργασία αντιστοιχεί ένας πίνακας και ένα διάγραμμα.

Παρακάτω δίνεται μια σύνοψη των αποτελεσμάτων των βελτιστοποιήσεων για τον CAC40.

Optimization Period	Out-of-sample validation	CAC40	Sample VCV	Shrinkage VCV	Constant correlation VCV	Single index model
01/01/2014-12/31/2016	01/01/2017-03/31/2017	4.8012	9.6314	4.8675	5.8384	1.9302
04/01/2014-03/31/2017	04/01/2017-06/30/2017	-0.036	0.5601	1.8710	3.3304	-0.5436
07/01/2014-06/30/2017	07/01/2017-09/30/2017	4.0028	5.4404	2.1962	0.2021	4.8076
10/01/2014-09/30/2017	10/01/2017-12/31/2017	-0.324	-1.0193	-1.0792	1.9778	-1.0923

Πίνακας 7: Αποτελέσματα προσομοιώσεων για τον CAC40

Στο πρώτο τρίμηνο οι μέθοδοι μεταβλητότητας shrinkage και constant correlation παρουσιάζουν τα καλύτερα αποτελέσματα. Η απόκλιση της shrinkage μεθόδου από τον δείκτη είναι 0.0663% και η αντίστοιχη της constant correlation είναι 1.0372%. Οι δύο αυτές μέθοδοι ακολουθούν τον δείκτη CAC40 και παράλληλα έχουν μεγαλύτερη απόδοση από αυτόν. Η μέθοδος sample variance-covariance παρουσιάζει την μεγαλύτερη απόδοση ενώ παράλληλα έχει την μεγαλύτερη απόκλιση από τον δείκτη της τάξης του 5%.

Στο δεύτερο τρίμηνο η μέθοδος sample VCV σημειώνει αρκετά μικρή απόκλιση από τον δείκτη παραμένοντας παράλληλα σε θετικό πρόσημο. Την μεγαλύτερη απόκλιση από τον δείκτη παρουσιάζει η μέθοδος constant correlation VCV με την απόδοση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου να φτάνει το 3.3304% εν αντιθέσει με αυτή του χαρτοφυλακίου αναφοράς που αγγίζει το -0.036%. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι όλες οι μέθοδοι ακολούθησαν την διακύμανση του δείκτη, καταγράφοντας πτωτική πορεία.

Στο τρίτο τρίμηνο η μέθοδος single index model εμφανίζει απόκλιση της τάξης του 0.8% από τον δείκτη και ταυτόχρονα καταφέρνει να τον ξεπεράσει σε απόδοση. Στο ίδιο κλίμα βρίσκεται και η μέθοδος sample VCV με λίγο μεγαλύτερη απόκλιση. Οι μέθοδοι shrinkage VCV και constant correlation VCV δεν καταφέρνουν να ξεπεράσουν την απόδοση του δείκτη με την τελευταία να μην αποτυπώνει την διακύμανση του δείκτη.

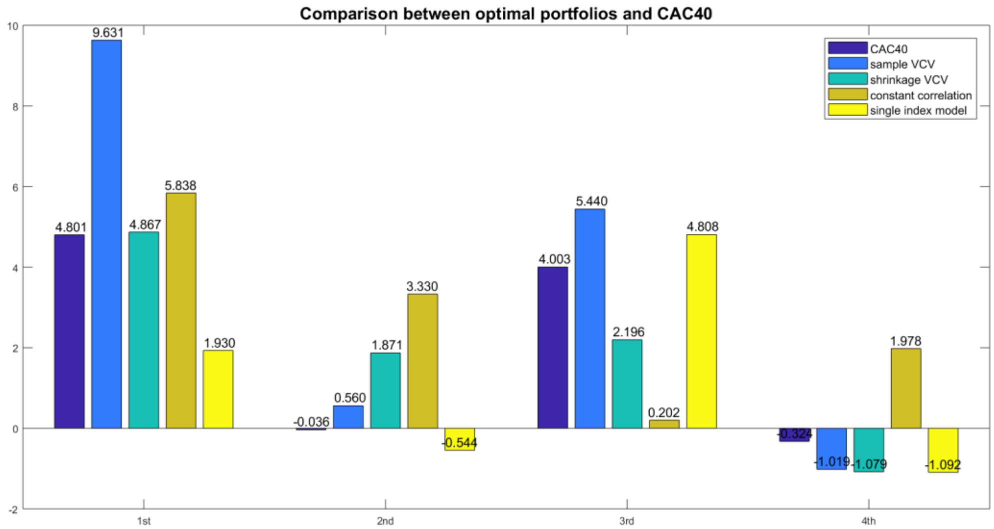
Έπειτα, στο τέταρτο τρίμηνο ο δείκτης καταγράφει αρνητική απόδοση με τις μεθόδους sample VCV, shrinkage VCV και single index model να διαγράφουν την ίδια πορεία και να κινούνται στα ίδια επίπεδα ως προς τις αποδόσεις τους. Η μέθοδος constant correlation VCV αυξάνει την απόδοσή του χαρτοφυλακίου της χωρίς να παρακολουθεί την πορεία του δείκτη.

Συνολικά, για τις τέσσερις προσομοιώσεις οι μέθοδοι που πλησίαζουν περισσότερο και ταυτόχρονα ξεπερνούν τον δείκτη είναι οι sample VCV και shrinkage VCV. Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου για την κατασκευή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου έγκειται στους χειρισμούς του ίδιου του επενδυτή. Παρατηρούμε ότι στις επιμέρους χρονικές περιόδους η μέθοδος constant correlation VCV δεν καταφέρνει να ακολουθήσει τον δείκτη στις μεταβολές του.

Η μέθοδος shrinkage, για όλη την εξεταζόμενη περίοδο, ακολουθεί την απόδοση του δείκτη και πολλές φορές καταφέρνει να τον ξεπεράσει ελαφρά . Παράλληλα, σε όρους απόκλισης, η μέθοδος αυτή προσφέρει ικανοποιητικά αποτελέσματα, με αποκλίσεις μικρότερες από 3%.

Παρομοίως, η τεχνική sample VCV εξασφαλίζει και αυτή παρακολούθηση του δείκτη ανά τρίμηνο. Ωστόσο καταγράφει ελάχιστα μεγαλύτερες διακυμάνσεις από τον δείκτη εμφανίζοντας μεγαλύτερες αποκλίσεις από την μέθοδο shrinkage.

Τέλος, πρέπει να τονισθεί ότι όλα τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάσθηκαν εμφανίζουν αποκλίσεις μικρότερες του 5% και εκτός της constant correlation VCV ακολουθούν την πορεία του δείκτη.



Εικόνα 21: Σύγκριση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με το χαρτοφυλάκιο του δείκτη ανά τρίμηνο

Στον πίνακα 8 που φαίνεται παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης για τον δείκτη DAX30.

Optimization period	Out-of-sample validation	DAX30	Sample VCV	Shrinkage VCV	Constant correlation VCV	Single index model
01/01/2014-12/31/2016	01/01/2017-03/31/2017	5.9784	7.8272	5.1014	2.2127	9.1464
04/01/2014-03/31/2017	04/01/2017-06/30/2017	0.0994	15.0273	0.1177	-2.3501	5.4754
07/01/2014-06/30/2017	07/01/2017-09/30/2017	4.0058	-0.8107	3.3015	-2.3988	0.2972
10/01/2014-09/30/2017	10/01/2017-12/31/2017	0.6896	11.2698	2.9786	-5.9585	15.8123

Πίνακας 8: Αποτελέσματα προσομοιώσεων για τον DAX 30

Το πρώτο τρίμηνο οι μέθοδοι sample variance-covariance και shrinkage αποτύπωσαν καλύτερα τον δείκτη από τις υπόλοιπες μεθόδους. Η απόδοση του χαρτοφυλακίου που κατασκευάσθηκε με την τεχνική της σταθερής συσχέτισης κατέγραψε κατά 3% χαμηλότερη απόδοση από τον δείκτη. Στον αντίποδα η τεχνική single index model καταγράφει την υψηλότερη απόδοση σε σχέση με τον δείκτη.

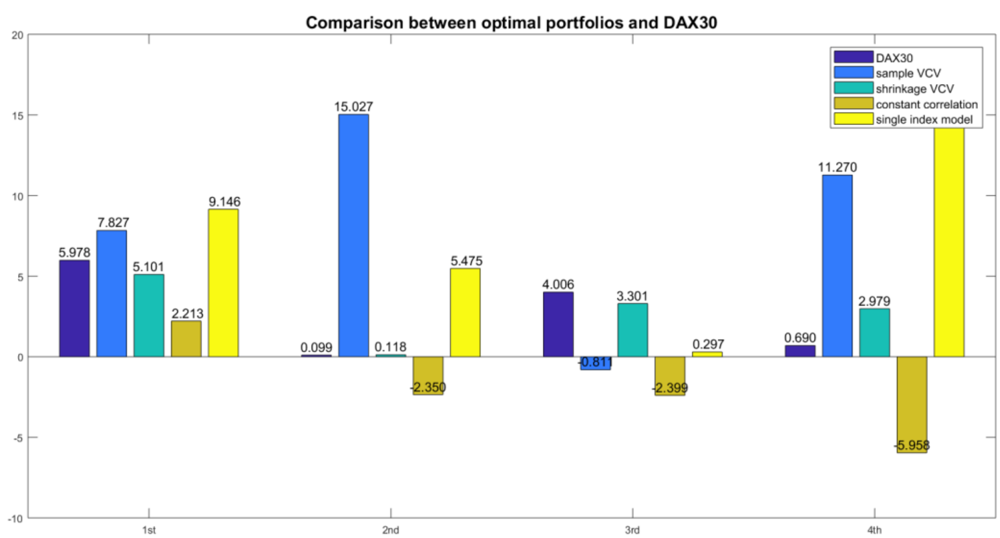
Στο δεύτερο τρίμηνο, ο δείκτης χάνει σημαντικό ποσοστό της απόδοσής του αλλά παραμένει σε θετικό πρόσημο. Η μέθοδος sample variance-covariance αποτυγχάνει εντελώς να αποτυπώσει την μεταβολή αυτή. Οι υπόλοιπες σημειώνουν πτώση στις αποδόσεις τους. Η single index model καταγράφει μια μικρή πτώση με την απόδοσή της να συνεχίζει να βρίσκεται αρκετά υψηλά σε σχέση με τον DAX. Η constant correlation καταγράφει αρνητική απόδοση, με την απόκλισή της από τον δείκτη να κυμαίνεται στο 2%. Η μόνη μέθοδος με απόκλιση 0.02% και με μεγαλύτερη απόδοση από τον δείκτη είναι η τεχνική shrinkage.

Στο επόμενο τρίμηνο, ο δείκτης εμφανίζει άνοδο και μαζί του μόνο η μέθοδος VCV. Την μικρότερη απόκλιση, περίπου 1% , από τον δείκτη σημειώνει η μέθοδος shrinkage.

Στην τελευταία περίοδο, ο δείκτης εμφανίζει πτώση στην απόδοση του. Ωστόσο η τεχνική sample VCV, single index model και constant correlation VCV αποτυγχάνουν να ακολουθήσουν την πορεία του δείκτη. Αντιθέτως, η μέθοδος shrinkage αποδίδει την μεταβολή αυτή αλλά με την μικρότερη απόκλιση.

Εποπτικά, μπορούμε να σχολιάσουμε ότι οι μέθοδοι single index model και sample VCV αποτυγχάνουν στην πιστή παρακολούθηση του δείκτη, σημειώνοντας απόκλιση της τάξης του 10%-15% από τον δείκτη. Επιπλέον γίνεται εμφανές ότι οι παραπάνω μέθοδοι καθώς και η constant correlation δεν ακολουθούν την πορεία του δείκτη.

Η μέθοδος shrinkage, συνολικά σε όλες τις προσομοιώσεις παρουσιάζει την μικρότερη απόκλιση από τον δείκτη. Παρατηρώντας, επίσης, τα επιμέρους διαστήματα αξιολόγησης κρίνεται κατάλληλη για μια παθητική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίου λόγω της ικανότητας της ως προς την παρακολούθηση των διακυμάνσεων του δείκτη. Επομένως, σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους, η shrinkage αποδεικνύεται καλύτερη με αποκλίσεις μικρότερες του 2%.



Εικόνα 22: Σύγκριση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με το χαρτοφυλάκιο του δείκτη ανά τρίμηνο

Στον πίνακα 9 που φαίνεται παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα του μοντέλου βελτιστοποίησης για τις τέσσερις τεχνικές υπολογισμού της μεταβλητότητας για τον δείκτη Dow Jones Industrial Average

Optimization period	Out-of-sample validation	Dow30	Sample VCV	Shrinkage VCV	Constant correlation VCV	Single index model
01/01/2014-12/31/2016	01/01/2017-03/31/2017	3.8553	6.1781	5.0684	5.9947	6.6844
04/01/2014-03/31/2017	04/01/2017-06/30/2017	3.2679	2.5481	1.2298	2.7882	1.2617
07/01/2014-06/30/2017	07/01/2017-09/30/2017	4.8254	2.3595	2.8424	6.4047	2.3239
10/01/2014-09/30/2017	10/01/2017-12/31/2017	9.8293	5.4137	4.7247	10.4313	6.5581

Πίνακας 9: Αποτελέσματα προσομοιώσεων για τον Dow 30

Στην πρώτη περίοδο ελέγχου, από 01/01/2017 έως 31/03/2017, το χαρτοφυλάκιο που κατασκευάσθηκε με την μέθοδο shrinkage ακολουθεί με μικρή απόκλιση,της τάξης του 2% τον δείκτη Dow 30. Παρατηρούμε, ωστόσο, ότι όλες οι μέθοδοι δεν αποκλίνουν περισσότερο από 3% γεγονός ιδιαίτερα ενθαρρυντικό. Επιπλέον όλα τα χαρτοφυλάκια σημειώνουν αποδόσεις μεγαλύτερες του δείκτη.

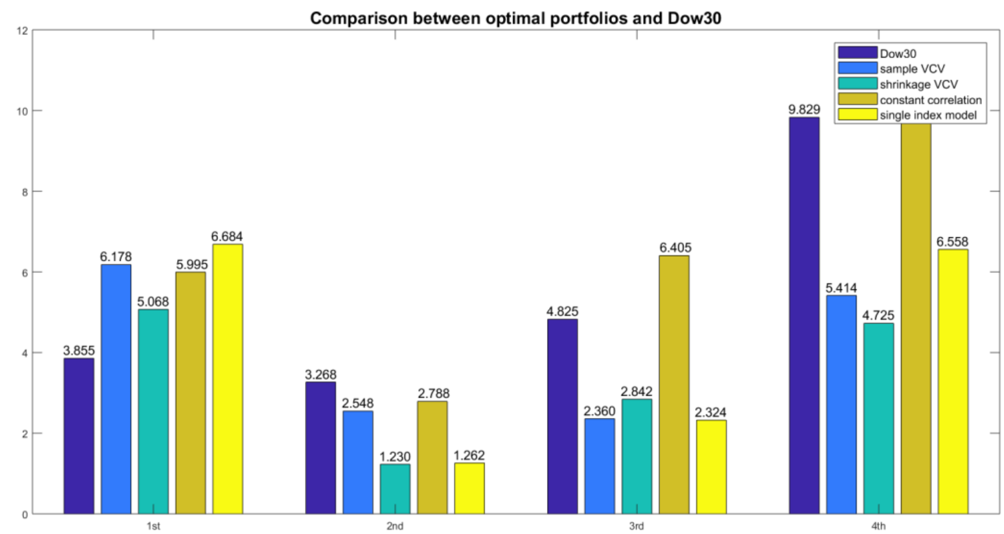
Την επόμενη περίοδο, από 01/04/2017 έως 30/06/2017, ο δείκτης καταγράφει μία ελαφριά πτώση. Τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάσθηκαν σημειώνουν και αυτά πτώση αλλά λίγο μεγαλύτερη χωρίς, ωστόσο, να αποκλίνουν πολύ από τον δείκτη. Η μέθοδος constant correlation σημείωσε την μικρότερη απόκλιση αλλά με ελάχιστη διαφορά από τις υπόλοιπες μεθόδους. Ακολουθούν τα χαρτοφυλάκια sample variance-covariance και single index model με μικρότερες αποδόσεις από τον δείκτη.

Στο τρίτο τρίμηνο, σχεδόν όλα τα χαρτοφυλάκια ακολουθούν την ίδια ανοδική πορεία με τον δείκτη. Η μέθοδος sample variance-covariance καταγράφει μια μικρή πτώση, διατηρώντας, ωστόσο, μικρή απόκλιση από τον δείκτη. Η μέθοδος constant correlation πλησιάζει τον δείκτη, με απόκλιση περίπου 2% και μεγαλύτερη απόδοση.

Το τελευταίο τρίμηνο, η απόδοση του Black-Litterman χαρτοφυλακίου με την μέθοδο της σταθερής συσχέτισης έχει την μικρότερη απόκλιση από τον δείκτη και για περίπου 1% τον ξεπερνά. Τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια καταγράφουν μεγαλύτερες από 3% αποκλίσεις. Σε αυτή την περίοδο, όπως και στις προηγούμενες οι αποκλίσεις παραμένουν ικανοποιητικά μικρές.

Γενικότερα, παρατηρούμε ότι η μέθοδος constant correlation επιτυγχάνει να κρατήσει μικρή απόσταση από τον δείκτη, γεγονός που την καθιστά την ενδεδειγμένη μέθοδο υπολογισμού μεταβλητότητας στο μοντέλο Black-Litterman για την βελτιστοποίηση του δείκτη Dow30.

Επιπλέον, αξίζει να σχολιασθεί ότι η μέθοδος παλινδρόμησης του δείκτη (single index model) εμφανίζει σχεδόν σε όλες τις περιόδους την μεγαλύτερη απόκλιση. Οι μέθοδοι sample variance-covariance και shrinkage πλησιάζουν αρκετά αλλά δεν προσφέρουν τα βέλτιστα αποτελέσματα για έναν επενδυτή. Τέλος, δεν γίνεται να μην αναφερθεί ότι όλες οι τεχνικές ακολουθούσαν τις διακυμάνσεις του δείκτη, επιδεικνύοντας κατάλληλη συμπεριφορά για μία παθητική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίων, όπως το μοντέλο Black-Litterman.



Εικόνα 23: Σύγκριση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με το χαρτοφυλάκιο του δείκτη ανά τρίμηνο

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για τον δείκτη Euro stoxx 50.

Optimization period	Out-of-sample validation	Euro Stoxx 50	Sample VCV	Shrinkage VCV	Constant correlation VCV	Single index model
01/01/2014-12/31/2016	01/01/2017-03/31/2017	5.4565	5.4788	4.4094	5.1814	3.7067
04/01/2014-03/31/2017	04/01/2017-06/30/20,17	-1.701	-8.8407	-2.4758	3.9921	-11.0472
07/01/2014-06/30/2017	07/01/20,17-09/30/2017	4.3484	-1.2177	0.7177	4.6286	-4.4799
10/01/2014-09/30/2017	10/01/2017-12/31/2017	-2.561	2.3509	0.3468	-0.3617	0.4728

Πίνακας 10: Αποτελέσματα προσομοιώσεων για τον Euro stoxx 50

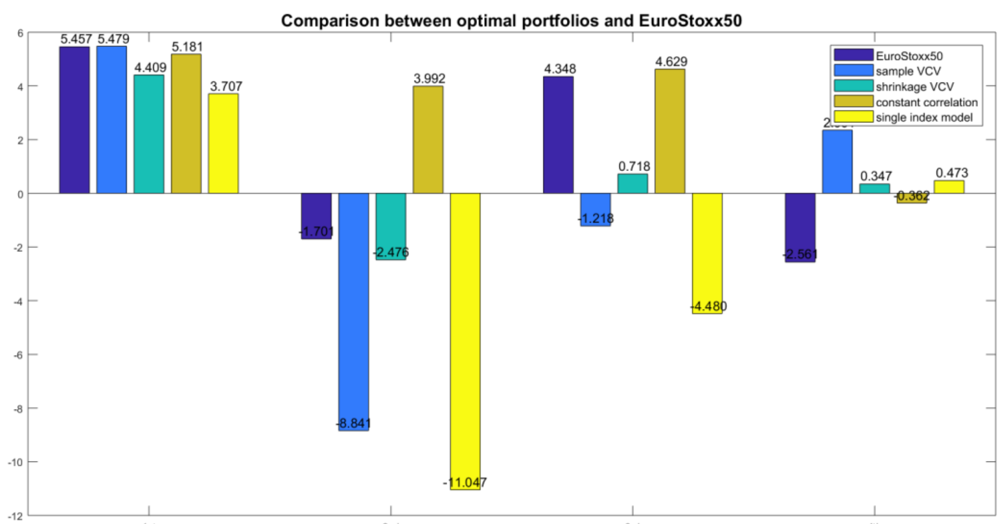
Το πρώτο τρίμηνο το χαρτοφυλάκιο που δημιουργήθηκε με την μέθοδο sample VCV έχει την μικρότερη δυνατή απόκλιση από την απόδοση του δείκτη. Στην ίδια κατεύθυνση κινούνται και οι μέθοδο constant correlation και shrinkage οι οποίες με απόκλιση μικρότερη από 1% δεν ξεπερνούν την απόδοση του δείκτη. Η μέθοδος single index model ακολουθεί με απόκλιση περίπου 2% αλλά και αυτή αποτυγχάνει να αποφέρει μεγαλύτερη απόδοση από τον δείκτη.

Στην δεύτερη περίοδο ο δείκτης διαγράφει πτωτική πορεία της τάξης του 6% και εμφανίζει αρνητική απόδοση. Την πορεία αυτή ακολουθούν και οι τέσσερις μέθοδοι υπολογισμού της μεταβλητότητας. Αξίζει να σημειωθεί, όμως, ότι σε θετικό πρόσημο παραμένει μόνο η μέθοδος σταθερής συσχέτισης. Η μέθοδος shrinkage παρουσιάζει την μικρότερη απόκλιση από τον δείκτη της τάξης του 1%. Η μέθοδος single index model παρουσιάζει την μεγαλύτερη πτώση, πέφτοντας κατά 14%.

Το τρίτο τρίμηνο, ο δείκτης Euro stoxx 50 εμφανίζει σχετικά μεγάλη άνοδο. Οι διαφορετικές μέθοδοι κινούνται στα ίδια πλαίσια με το προηγούμενο τρίμηνο. Όλες ακολουθούν την ίδια πορεία με τον δείκτη, ωστόσο η constant correlation VCV αποδεικνύεται νικήτρια. Είναι η μόνη μέθοδος που προσφέρει καλύτερα αποτελέσματα από τον δείκτη και ταυτόχρονα παρουσιάζει μικρότερη απόκλιση από τις υπόλοιπες.

Το τελευταίο τρίμηνο ο δείκτης καταγράφει και πάλι πτώση. Σε αυτή την περίπτωση όλες οι μέθοδοι πλην της μεθόδου shrinkage και της μεθόδου constant correlation αποτυγχάνουν να παρακολουθήσουν αυτή την διακύμανση. Επιπλέον η constant correlation εμφανίζει την μικρότερη απόκλιση της τάξης του 2%.

Συνολικά, η μέθοδος που αποκλίνει λιγότερο από τον δείκτη είναι η constant correlation αποφέροντας καλύτερες αποδόσεις από τον δείκτη. Επιπλέον, στις επιμέρους περιόδους η μέθοδος αυτή ακολουθεί τις διακυμάνσεις που σημειώνει ο δείκτης. Αξίζει να τονισθεί ότι η μέθοδος του ενιαίου δείκτη διαφέρει πολύ τον δείκτη με απόκλιση περίπου 14%.



Εικόνα 24: Σύγκριση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με το χαρτοφυλάκιο του δείκτη ανά τρίμηνο

5.3 Συμπεράσματα

Όπως παρατηρείται και από τις εικόνες παραπάνω, η μέθοδος shrinkage σε κάθε περίπτωση βρίσκεται αρκετά κοντά με την απόδοση του δείκτη. Η μέθοδος αυτή διατηρεί μικρές αποκλίσεις από τον δείκτη και συχνά καταφέρνει να τον ξεπεράσει. Τα αποτελέσματά της είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικά για παθητική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίου. Επομένως η ενσωμάτωση της μεθόδου shrinkage στο μοντέλο Black-Litterman κρίνεται ωφέλιμη καθώς παράγει τα επιθυμητά για τον επενδυτή αποτελέσματα.

Η μέθοδος single index model παρατηρούμε ότι γενικά αποτυγχάνει είτε να ακολουθήσει τις μεταβολές του δείκτη είτε να διατηρήσει μικρή απόκλιση από εκείνον. Συγκεκριμένα, δεν μπορεί να ανταποκριθεί άμεσα στις διακυμάνσεις ενός δείκτη και αυτό γίνεται αντιληπτό στις επιμέρους εξεταζόμενες περιόδους. Συμπερασματικά, η μέθοδος κρίνεται ακατάλληλη για παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου.

Επίσης, η μέθοδος constant correlation δεν ενδείκνυται για μία παθητική στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίου. Αν και στις περισσότερες περιπτώσεις καταφέρνει να ακολουθήσει τον δείκτη στις μεταβολές του, δεν καταφέρνει να διατηρήσει μικρές αποκλίσεις με αποτέλεσμα είτε να εμφανίζει μεγάλες αποδόσεις για τον επενδυτή είτε αρκετά μικρές. Συνεπώς δεν εξασφαλίζει την εμπιστοσύνη μέσω ενός συγκεκριμένου μοτίβου συμπεριφοράς.

Η μέθοδος sample VCV, που χρησιμοποιείται παραδοσιακά στο υπόδειγμα Black-Litterman, είναι και αυτή επισφαλής. Άλλοτε καταγράφει μεγάλες αποκλίσεις από τον δείκτη και άλλοτε δεν «αντιγράφει» την πορεία του. Εν συγκρίσει με την μέθοδο shrinkage μπορούμε να θεωρήσουμε την μέθοδο sample variance-covariance ως μη ικανή να αποτυπώσει με ακρίβεια τις διακυμάνσεις του δείκτη.

Τέλος, οι προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν υποδεικνύουν την αποτελεσματικότητα του πληροφοριακού συστήματος που κατασκευάσθηκε. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο Black-Litterman με όλες τις μήτρες εκτιμήσεως της μεταβλητότητας παρατηρούμε ότι τα παραγόμενα χαρτοφυλάκια πλησιάζουν αρκετά την απόδοση του δείκτη τις περισσότερες φορές με την μέθοδο shrinkage να αποφέρει τα καλύτερα αποτελέσματα.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

Οι παθητικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων έχουν ως αντικειμενικό σκοπό την παρακολούθηση ενός συγκεκριμένου δείκτη με την, κατά το δυνατόν, μικρότερη απόκλιση. Ωστόσο, ο κίνδυνος που εμπεριέχει μία μετοχή καθώς και η τεχνικά προσανατολισμένη μοντελοποίηση της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων αυξάνουν την αβεβαιότητα των στρατηγικών αυτών. Προκειμένου να εξομαλυνθούν τα παραπάνω φαινόμενα, η διαδικασία απαιτεί αδιάκοπη παρακολούθηση και έλεγχο από τον επενδυτή ώστε να διασφαλίζονται οι επενδυτικοί στόχοι που τέθηκαν.

Στα προηγούμενα κεφάλαια υλοποιήθηκε το μοντέλο βελτιστοποίησης Black-Litterman με τέσσερις διαφορετικές μεθόδους υπολογισμού της μεταβλητότητας. Η ανάπτυξη του πληροφοριακού συστήματος έγινε μέσω του υπολογιστικού εργαλείου Matlab. Σκοπός του είναι η συγκριτική αξιολόγηση των μεθόδων υπολογισμού της μεταβλητότητας, δηλαδή κατά πόσο οι μέθοδοι αυτές βελτιώνουν την απόδοση του μοντέλου Black-Litterman σε σχέση με την παραδοσιακή του εκδοχή. Επιπλέον, κατά την διαδικασία διαμόρφωσης του βέλτιστου χαρτοφυλακίου λαμβάνεται υπόψιν η επενδυτική άποψη του χρήστη. Κατά την υλοποίηση του μοντέλου έγινε χρήση πολλών τεχνικών, όπως η γραμμική παλινδρόμηση και ο τετραγωνικός προγραμματισμός, για τον προσδιορισμό ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου κατά Black-Litterman το οποίο θα ακολουθεί ή και θα ξεπερνά ακόμα τον επιθυμητό δείκτη.

6.1 Μειονεκτήματα διαδικασίας βελτιστοποίησης

Στην ενότητα αυτή αξίζει να σημειωθεί ένα αρκετά σημαντικό μειονέκτημα που παρατηρήθηκε κατά την διάρκεια κατασκευής του πληροφοριακού συστήματος. Στην διαδικασία βελτιστοποίησης που ακολουθήθηκε, το μοντέλο Black-Litterman προϋποθέτει την ύπαρξη ιστορικών δεδομένων για τις μετοχές που ανήκουν στον δείκτη. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι ο επενδυτής θα πρέπει να έχει στην κατοχή του αυτά τα δεδομένα, ειδάλλως η βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί . Επιπλέον, τα ιστορικά στοιχεία θα πρέπει να αφορούν μία χρονική περίοδο μεγαλύτερη του ενός έτους, ώστε να εξασφαλίζεται η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων. Ωστόσο, ένας τέτοιος όγκος δεδομένων δύναται να μειώσει σημαντικά την ταχύτητα των υπολογισμών. Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζονται δείκτες με μικρό αριθμό μετοχών (≤ 50). Σε διαφορετική περίπτωση, όμως, η διαδικασία βελτιστοποίησης , για παράδειγμα του δείκτη FTSE100,θα διαρκούσε μεγαλύτερο χρονικό διάστημα.

Ακόμα ένα μειονέκτημα που παρουσιάζει η διαδικασία της βελτιστοποίησης είναι ότι η κατανομή του κεφαλαίου στο νέο χαρτοφυλάκιο που προκύπτει είναι μη υλοποιήσιμη. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα βάρη των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο έχουν δεκαδική μορφή, που σημαίνει ότι θα πρέπει να αγορασθούν ή να πωληθούν και τμήματα μετοχών κάτι που δεν μπορεί να συμβεί σε μία πραγματική αγορά. Συνεπώς, οι συναλλαγές των μετοχών θα μεταβληθούν καθώς και η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.

Τέλος, άλλο ένα μειονέκτημα της διαδικασίας βελτιστοποίησης αφορά την μέθοδο υπολογισμού μεταβλητότητας single index model. Συγκεκριμένα, η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί γραμμική παλινδρόμηση η οποία επιχειρεί να ταυτίσει τις αποδόσεις των μετοχών με αυτές του δείκτη. Ωστόσο σε περιπτώσεις που ο δείκτης ακολουθεί πορεία με αρκετές διακυμάνσεις, η τεχνική αυτή αποτυγχάνει βραχυχρόνια. Σε μεγαλύτερες χρονικές περιόδους, η γραμμική παλινδρόμηση, και γενικότερα, η single index model καταφέρνει να αποδόσει σε ικανοποιητικό βαθμό τον δείκτη.

6.2 Αξιολόγηση των μοντέλων

Οι παραλλαγές του μοντέλου Black-Litterman που κατασκευάσθηκαν, δοκιμάσθηκαν πάνω σε τέσσερις χρηματιστηριακούς δείκτες, τους CAC40, DAX30, Dow30 και Eurostoxx50, χρησιμοποιώντας ιστορικά στοιχεία της περιόδου 2014-2017. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν και παρουσιάσθηκαν παραπάνω στο κεφάλαιο 5 ήταν θετικά για κάποιες παραλλαγές και αρνητικά για άλλες, ωστόσο κρίνεται αναγκαίο η περαιτέρω αξιολόγησή τους και σε αυτό το κεφάλαιο.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, για τους τέσσερις εξεταζόμενους δείκτες, είναι εμφανές ότι οι μέθοδοι single index model και constant correlation κρίνονται ακατάλληλες για την παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίων χρεογράφων. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι σε αρκετές περιπτώσεις δεν κατάφεραν να ακολουθήσουν τις μεταβολές του δείκτη, ενώ σε άλλες περιπτώσεις εμφάνισαν μη αποδεκτές αποκλίσεις. Για παράδειγμα, η συνολική απόδοση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου Black-Litterman με την μέθοδο single index model περίοδο ελέγχου 10/01/2017-31/12/2017 εμφάνισε απόκλιση 15% από την αντίστοιχη του δείκτη DAX30.

Επιπλέον, παρατηρούμε διαγραμματικά ανά τρίμηνο ότι η μέθοδος shrinkage ακολουθεί τον εκάστοτε δείκτη όλες τις φορές. Εμφανίζει γενικά μικρές αποκλίσεις και ταυτόχρονα καταφέρνει σε αρκετές περιπτώσεις να ξεπερνά την απόδοση του. Ωστόσο, σε όλους τους χρηματιστηριακούς δείκτες η μέθοδος shrinkage κρίνεται η καταλληλότερη.

Το μοντέλο Black-Litterman στην παραδοσιακή του μορφή κάνει χρήση της μεθόδου sample variance-covariance. Η sample VCV παρουσιάζει μεταβλητή συμπεριφορά καθώς άλλες φορές ακολουθεί τον δείκτη με μικρές αποκλίσεις και άλλες φορές δεν «αντιγράφει» τις διακυμάνσεις του. Συνεπώς, θα μπορούσαμε να πούμε ότι εν συγκρίσει με την μέθοδο shrinkage παράγει χειρότερα αποτελέσματα.

Τέλος, είναι απαραίτητο να αναφερθεί ότι οι παραλλαγές των μοντέλων συμπεριφέρονται λίγο διαφορετικά από δείκτη σε δείκτη. Για παράδειγμα, στον δείκτη DAX30 μερικές μέθοδοι υπολογισμού της μεταβλητότητας αποκλίνουν αρκετά από τον δείκτη, με τις αποκλίσεις να είναι μεγαλύτερες του 10%. Αντιθέτως στους υπόλοιπους δείκτες οι αποκλίσεις κινούνται σε μικρότερα ποσοστά. Το γεγονός αυτό μπορεί να οφείλεται σε αρκετά στοιχεία, αλλά υποδεικνύει ότι, αναλόγως τον δείκτη, η συμπεριφορά των μοντέλων ποικίλλει. Επιπλέον, τα χαρτοφυλάκια που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις δεν απέχουν πολύ από τον δείκτη σε όρους απόδοσης, κάτι που είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικό για την αποτελεσματικότητα του πληροφοριακού συστήματος που κατασκευάσθηκε.

6.3 Μελλοντικές προοπτικές

Η εφαρμογή που κατασκευάσθηκε στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας μπορεί να επεκταθεί με διάφορους τρόπους στο μέλλον. Με αυτόν τον τρόπο, ο χρήστης θα έχει την δυνατότητα εγκατάστασης της εφαρμογής αυτής, η οποία θα του προσφέρει όλα τα οφέλη μιας ολοκληρωμένης επενδυτικής πρότασης σε λίγα μόλις λεπτά με εύκολες και απλές κινήσεις.

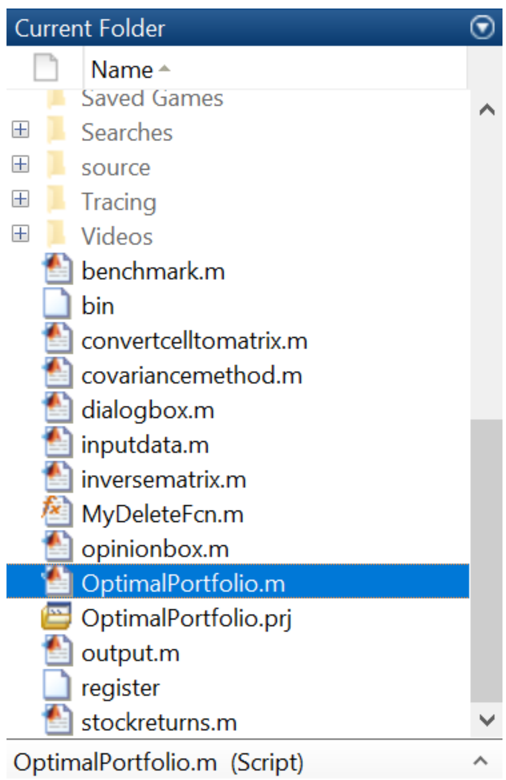
Μία επέκταση που θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί στο μέλλον είναι η απαίτηση των ιστορικών δεδομένων ως μια αυτοματοποιημένη διαδικασία μέσω του διαδικτύου. Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε προσπάθεια διαδικτυακής απαίτησης δεδομένων από ιστοσελίδες με υπηρεσίες δωρεάν προσφοράς ιστορικών δεδομένων για μετοχές (yahoo finance, google finance κ.α.). Ωστόσο, η πολιτική των ιστοσελίδων αυτών άλλαξε δυσκολεύοντας την διαδικασία ανεύρεσης των παραπάνω δεδομένων. Επομένως, σε περαιτέρω ανάπτυξη του πληροφοριακού συστήματος θα υπήρχε η δυνατότητα εύρεσης νέων τρόπων απόκτησης των παραπάνω δεδομένων (λ.χ. επί πληρωμή βάσεις δεδομένων κ.λ.π).

Άλλη μία εξαιρετικά χρήσιμη επέκταση του μοντέλου γενικότερα που παρουσιάσθηκε στην διπλωματική εργασία αποτελεί η εισαγωγή ενός συστήματος «φιλτραρίσματος» της άποψης του επενδυτή. Στο σύστημα αυτό λαμβάνεται υπόψιν η γνώμη του χρήστη χωρίς να εξασφαλίζεται ότι ο χρήστης έχει πραγματική γνώση της αγοράς ή ότι έχει απόλυτη εμπιστοσύνη στην άποψή του. Σε μελλοντική επανεξέταση του συστήματος θα μπορούσε να εισαχθεί ο παράγοντας της εμπιστοσύνης προς την αγορά ο οποίος θα διαφοροποιούσε τις αναμενόμενες αποδόσεις ανάλογα με το πόσο σίγουρος είναι ο επενδυτής για την άποψή του. Επίσης, θα ήταν δυνατόν να εισαχθεί ακόμα ένας παράγοντας που να λαμβάνει υπόψιν του διάφορα κοινωνικο-πολιτικά γεγονότα που θα μπορούσαν να επηρεάσουν την πορεία των μετοχών.

Παράρτημα Α

Παρουσίαση Κώδικα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ο κώδικας για το πληροφοριακό σύστημα που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Το πρόγραμμα υλοποιήθηκε σε περιβάλλον Matlab R2017a και αποτελείται από 10 αρχεία script, συνολικής έκτασης 2378 γραμμών, τα οποία ελέγχονται από ένα βασικό αρχείο που καλεί όλα τα υπόλοιπα. Παρακάτω απεικονίζεται η λίστα με τα αρχεία.



Εικόνα 25: Η λίστα των αρχείων κώδικα που περιλαμβάνει το σύστημα

Έπειτα παρουσιάζεται ο κώδικας ο οποίος περιέχει και σχόλια όπου φάνηκε απαραίτητο για την καλύτερη κατανόηση του συστήματος από τον αναγνώστη.

OptimalPortfolio: Αρχείο script το οποίο αποτελεί το βασικό αρχείο του πληροφοριακού συστήματος. Καλεί όλα τα υπόλοιπα αρχεία και ξεκινάει την διεπαφή με τον χρήστη.

```
    clear;clc;close all;
    dialogbox;
    inputdata;
    convertcelltomatrix;
    opinionbox;
    stockreturns;
    covariancemethod;
    inversematrix;
    benchmark;
    output;
```

dialogbox: Αρχείο script το οποίο δημιουργεί το πρώτο παράθυρο διαλόγου με τον χρήστη ώστε αυτός να εισάγει τον δείκτη και την μέθοδο που επιθυμεί

```
prompt={'Please insert the index:','Please insert the method:'};
title='Portfolio Optimizer';
dims=[1 70];
input=inputdlg(prompt,title,dims); %create a dialog box to insert the index
                                   % and the method of covariance
```

opinionbox: Αρχείο script που δημιουργεί το δεύτερο παράθυρο διαλόγου ώστε ο χρήστης να εισάγει την γνώμη του για τις αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών

```
initialopinion=zeros([size(companies),1]);
if input(1) == "CAC40"
    f=figure(1);
    t=uitable(f,'DeleteFcn','opinion=MyDeleteFcn(gcbo)');
    %MyDeleteFcn is created only for the needs of this script
    %create an user interface table that saves the edited data when it's
    %closed
    t.ColumnEditable=true;
    a=[companies num2cell(initialopinion)];
    %if index=CAC40 the uitable presents the stocks of CAC40 so the user
    %can enter his opinion
    t.Data = a;
    t.ColumnName={'Companies','Opinion'};
    waitfor(gcf);
    %wait for the figure to die before continue to the next command
elseif input(1) == "DAX30"
    f=figure(1);
    t=uitable(f,'DeleteFcn','opinion=MyDeleteFcn(gcbo)');
    t.ColumnEditable=true;
    a=[companies num2cell(initialopinion)];
```

```
    t.Data = a;
    t.ColumnName={'Companies','Opinion'};
    waitfor(gcf);
elseif input(1) == "Dow30"
    f=figure(1);
    t=uitable(f,'DeleteFcn','opinion=MyDeleteFcn(gcbo)');
    t.ColumnEditable=true;
    a=[companies num2cell(initialopinion)];
    t.Data = a;
    t.ColumnName={'Companies','Opinion'};
    waitfor(gcf);
elseif input(1) == "Eurostoxx50"
    f=figure(1);
    t=uitable(f,'DeleteFcn','opinion=MyDeleteFcn(gcbo)');
    t.ColumnEditable=true;
    a=[companies num2cell(initialopinion)];
    t.Data = a;
    t.ColumnName={'Companies','Opinion'};
    waitfor(gcf);

end

opinion(:,1)=[];
opinion = cell2mat(opinion);
```

inputdata: Αρχείο script το οποίο ανάλογα με τις επιλογές του χρήστη παίρνει τα δεδομένα από τους αντίστοιχους πίνακες στην βάση δεδομένων σε MS Access.

```
if input(1) == "CAC40"
        conn=database('dataforstocks','admin', 'admin');
        dataquery=['SELECT * FROM StockDataCAC40'];
        curs=exec(conn,dataquery);
        curs=fetch(curs);
        data=curs.Data;
        %create a connection with the MS Access database to take the
        %stock data from excel files. The excel matrices are already
        %connected with MS Access database
        marketquery=['SELECT * FROM MarketCapCAC40'];
        curs=exec(conn,marketquery);
        curs=fetch(curs);
        marketcap=curs.Data;
        indexquery=['SELECT * FROM CAC40'];
        curs=exec(conn,indexquery);
        curs=fetch(curs);
        A=curs.Data;
        close(curs);
```

```
    elseif input(1) == "DAX30"
      conn=database('dataforstocks','admin', 'admin');
      dataquery=['SELECT * FROM StockDataDAX30'];
      curs=exec(conn,dataquery);
      curs=fetch(curs);
      data=curs.Data;
      marketquery=['SELECT * FROM MarketCapDAX30'];
      curs=exec(conn,marketquery);
      curs=fetch(curs);
      marketcap=curs.Data;
      indexquery=['SELECT * FROM DAX30'];
      curs=exec(conn,indexquery);
      curs=fetch(curs);
      A=curs.Data;
      close(curs);
    elseif input(1) == "Dow30"
      conn=database('dataforstocks','admin', 'admin');
      dataquery=['SELECT * FROM StockDataDow30'];
      curs=exec(conn,dataquery);
      curs=fetch(curs);
      data=curs.Data;
      marketquery=['SELECT * FROM MarketCapDow30'];
      curs=exec(conn,marketquery);
      curs=fetch(curs);
      marketcap=curs.Data;
      indexquery=['SELECT * FROM Dow30'];
      curs=exec(conn,indexquery);
      curs=fetch(curs);
      A=curs.Data;
      close(curs);
    elseif input(1) == "Eurostoxx50"
      conn=database('dataforstocks','admin', 'admin');
      dataquery=['SELECT * FROM StockDataEuroStoxx50'];
      curs=exec(conn,dataquery);
      curs=fetch(curs);
      data=curs.Data;
      marketquery=['SELECT * FROM MarketCapEuroStoxx50'];
      curs=exec(conn,marketquery);
      curs=fetch(curs);
      marketcap=curs.Data;
      indexquery=['SELECT * FROM EuroStoxx50'];
      curs=exec(conn,indexquery);
      curs=fetch(curs);
      A=curs.Data;
      close(curs);
end
```

c**onvertcelltomatrix**: Αρχείο script το οποίο διαχειρίζεται τους πίνακες με τα δεδομένα που εισήχθησαν και τους μετατρέπει σε κατάλληλη μορφή.

```
data(:,1)= [];               %delete the first column with the dates of the matrix
data = cell2mat(data);    %convert from a cell array to a matrix
A(:,1)=[];
A = cell2mat(A);
CompanyNames=categorical(marketcap(:,1));
companies=marketcap(:,1);
marketcap(:,1)= [];
marketcap = transpose(marketcap);
marketcap = cell2mat(marketcap);
```

stockreturns: Αρχείο script που υπολογίζει από τους πίνακες με τα δεδομένα τις αποδόσεις των μετοχών του δείκτη

```
 returns=zeros(size(data)); %preallocating the matrix for speed
 for j=1:size(data,2)
       for i=2:size(data,1)
           returns(i-1,j)=log(data(i,j)/data(i-1,j));
           %estimate the returns of each stock. The variable j
           %represents the companies and the variable i represents the
           %observations
       end
  end
  returnsindex=zeros(size(A));
  for i=2:size(A,1)

       returnsindex(i-1,1)=log(A(i,1)/A(i-1,1));

  end

  mean_returns=mean(returns, 1);
```

covariancemethod: Αρχείο script που ανάλογα με την επιθυμητή μέθοδο μεταβλητότητας υπολογίζει τον πίνακα συνδιακύμανσης

```
if input(2) == "sample VCV"
       covariance=cov(returns);  %for every option we calculate the
                                 %covariance matrix with the requested method
   elseif input(2) ==  "shrinkage VCV"
       l=0.3;
       covariancematrix=cov(returns);
       diagVar=diag(diag(covariancematrix));
       covariance=covariancematrix*l+(1-l)*diagVar;
   elseif input(2) == "constant correlation"
       S = std(returns); %estimate the row vector with the standard
```

```
                    %deviation of each company j
        covariancematrix=cov(returns);
        correlation=corrcoef(returns); % create correlation matrix
        meancolumns=mean(correlation,1);
        meancorrelation=mean(meancolumns)-(1/size(marketcap,1));
        for i=1:size(covariancematrix,1)
            for j=1:size(covariancematrix,2)
                if (i==j)
                    covariance(i,j)=covariancematrix(i,j);
                else
                    covariance(i,j)=meancorrelation*S(1,i)*S(1,j);
                end
            end
        end
    elseif input(2) == "single index model"
        covariancematrix=cov(returns);
        covindex=cov(returnsindex);
        slope=zeros(size(covariancematrix));
        for i=1:size(data,2)
            x=returnsindex;
            y=returns(:,i);
            b=polyfit(x,y,1); %linear regression between the index and
                              %each stock
            slope(i)=b(1);
        end

        for i=1:size(data,2)
            for j=1:size(data,2)
                if (i==j)
                    covariance(i,j)=covariancematrix(i,j);
                else
                    covariance(i,j)=covindex*slope(i)*slope(j);
                end
            end
        end
    end
```

inversematrix: Αρχείο script που υπολογίζει τον πίνακα VarCovar

```
diagVar=diag(diag(covariance)); %create the diagonal matrix of covariance
                                %matrix
VarCovar=covariance/diagVar;
```

benchmark: Αρχείο script που ανάλογα τον δείκτη υπολογίζει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς

```
  if input(1) == "CAC40"
   riskfreerate=0.0675; %for each index we examine i assumed that the
   % riskfree rate is the return of the 10 year bond of the country that
   % the index belongs to
  elseif input(1) == "DAX30"
   riskfreerate=0.027;
  elseif input(1) == "Dow30"
   riskfreerate=0.19;
  elseif input(1) == "Eurostoxx50"
   riskfreerate=0.0977;
  end
benchmarkproportions=marketcap/sum(marketcap);
monthlyreturn=0.01;
benchmarkreturns=(covariance*transpose(benchmarkproportions)*...
   (monthlyreturn-riskfreerate))/(benchmarkproportions*covariance*...
   transpose(benchmarkproportions))+riskfreerate;
%BL approach of estimating the expected returns
```

output: Αρχείο script το οποίο ανάλογα με τις γνώμες που έχει εκφράσει ο χρήστης για κάθε μετοχή υπολογίζει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο και τις αναμενόμενες αποδόσεις. Παράλληλα, παράγει χρήσιμα γραφήματα για τον χρήστη

```
   n=0;
   flag=0;
   for i=1:size(opinion,1)
     if opinion(i)~=0
   flag=flag+1; %find out for how many stocks the user has expressed
             % opinion
     end
   end
   d=zeros(size(opinion));
   if flag==1 %if there is only one opinion
    for i=1:size(opinion,1)
     if opinion(i)==0
       d(i)=0;
     else
       d(i)=opinion(i)-benchmarkreturns(i);
     end
    end
   returnsadjustedtoopinion=benchmarkreturns+VarCovar*d;
   optimizedportfolioweights=(inv(covariance)*...
   (returnsadjustedtoopinion-riskfreerate))...
   /sum(inv(covariance)*(returnsadjustedtoopinion-riskfreerate));
   disp('The optimal portfolio according to our opinion is: ')
```

```
disp(transpose(optimizedportfolioweights))
disp('The returns of each stock for the optimal portfolio are: ')
disp(transpose(returnsadjustedtoopinion))
figure(2)
temp=transpose(benchmarkproportions); %create a bar graph that presents
                          % the difference between the weights
                          %of the optimal portfolio and the
                          %benchmark portfolio
hB=bar([temp,optimizedportfolioweights]);
set(gca,'XTick',1:size(marketcap,2),'XTickLabel',companies);
set(gca,'FontSize',5);
hAx=gca;
hAx.XTickLabel=companies;
hT=[];
for i=1:length(hB)
hT=[hT text(hB(i).XData+hB(i).XOffset,hB(i).YData,num2str(hB(i)...
.YData.','%.3f'),...
'VerticalAlignment','bottom','horizontalalign','center')];
end
clear title;
title('Benchmark portfolio weights','fontsize',11)
clear title;
title('Difference between the weights of benchmark and the optimized portfolio',...
'fontsize',11)
clear title;
lgd=legend('benchmarkportfolio','optimizedportfolio');
lgd.FontSize=9;

figure(3)          %create a bar graph that presents the difference
                   %between the expected returns of the optimal portfolio
                   %and the benchmark portfolio
hB=bar([benchmarkreturns,returnsadjustedtoopinion]);
set(gca,'XTick',1:size(marketcap,2),'XTickLabel',companies);
set(gca,'FontSize',5);
hAx=gca;
hAx.XTickLabel=companies;
hT=[];
for i=1:length(hB)
hT=[hT text(hB(i).XData+hB(i).XOffset,hB(i).YData,num2str(hB(i)...
.YData.','%.3f')...
,'VerticalAlignment','bottom','horizontalalign','center')];
end
clear title
title('Difference between the returns of benchmark and the optimized portfolio',...
'fontsize',11)
clear title;
```

```
lgd=legend('benchmarkportfolio','optimizedportfolio');
lgd.FontSize=9;
%%%%
f=figure(4);

t=uitable(f,'DeleteFcn','opinion=MyDeleteFcn(gcbo)');
%MyDeleteFcn is created only for the needs of this script

%create an user interface table that saves the edited data when it's
%closed

b=[companies num2cell(optimizedportfolioweights)];
t.Data = b;
t.ColumnName={'Companies','Weights'};
waitfor(gcf);
%wait for the figure to die before continue to the next command

elseif flag>1 %if there are two or more opinions
  for i=1:size(opinion,1)
    if (opinion(i)~=0)
      Aeq(n+1,:)=VarCovar(i,:);
      beq(n+1,:)=opinion(i)-benchmarkreturns(i);
      n=n+1;
    end
  end
H=2.0*ones(size(VarCovar));
d=quadprog(H,[],[],[],Aeq,beq); %use quadratic programming to find
                               %the optimal solution for the d matrix
returnsadjustedtoopinion=benchmarkreturns+VarCovar*d;
optimizedportfolioweights=(inv(covariance)*...
(returnsadjustedtoopinion-riskfreerate))/sum(inv(covariance)*...
(returnsadjustedtoopinion-riskfreerate));
disp('The optimal portfolio according to our opinion is: ')
disp(transpose(optimizedportfolioweights))
disp('The returns of each stock for the optimal portfolio are: ')
disp(transpose(returnsadjustedtoopinion))
figure(2)
temp=transpose(benchmarkproportions);
hB=bar([temp,optimizedportfolioweights]);
set(gca,'XTick',1:size(marketcap,2),'XTickLabel',companies);
set(gca,'FontSize',5);
hAx=gca;
hAx.XTickLabel=companies;
hT=[];
for i=1:length(hB)
hT=[hT text(hB(i).XData+hB(i).XOffset,hB(i).YData,num2str(hB(i)...
```

```
    .YData.','%.3f'),...
    'VerticalAlignment','bottom','horizontalalign','center')];
  end
  clear title;
  title('Difference between the weights of benchmark and the optimized portfolio',...
  'fontsize',11)
  lgd=legend('benchmarkportfolio','optimizedportfolio');
  lgd.FontSize=9;

  figure(3)
  hB=bar([benchmarkreturns,returnsadjustedtoopinion]);
  set(gca,'XTick',1:size(marketcap,2),'XTickLabel',companies);
  set(gca,'FontSize',5);
  hAx=gca;
  hAx.XTickLabel=companies;
  hT=[];
  for i=1:length(hB)
   hT=[hT text(hB(i).XData+hB(i).XOffset,hB(i).YData,num2str(hB(i)...
    .YData.','%.3f'),...
    'VerticalAlignment','bottom','horizontalalign','center')];
  end
  title('Difference between the returns of benchmark and the optimized portfolio',...
  'fontsize',11)
  clear title;
  lgd=legend('benchmarkportfolio','optimizedportfolio');
  lgd.FontSize=9;
  %%%
  f=figure(4);

  t=uitable(f,'DeleteFcn','opinion=MyDeleteFcn(gcbo)');
  %MyDeleteFcn is created only for the needs of this script

  %create an user interface table that saves the edited data when it's
  %closed

  b=[companies num2cell(optimizedportfolioweights)];
  t.Data = b;
  t.ColumnName={'Companies','Weights'};
  waitfor(gcf);
  %wait for the figure to die before continue to the next command


  elseif flag==0 %if there is no opinion
       % the optimal portfolio is the benchmark portfolio
  disp('Benchmark portfolio is the optimal: ')
  optimizedportfolioweights=transpose(benchmarkproportions)
```

```
disp(optimizedportfolioweights)
disp('The returns of each stock are: ')
returnsadjustedtoopinion=transpose(benchmarkreturns)
disp(returnsadjustedtoopinion)

figure(2)
hB=bar([benchmarkreturns]);
set(gca,'XTick',1:size(marketcap,1),'XTickLabel',companies);
set(gca,'FontSize',5);
hAx=gca;
hAx.XTickLabel=companies;
hT=[];
for i=1:length(hB)
  hT=[hT text(hB(i).XData+hB(i).XOffset,hB(i).YData,num2str(hB(i)...
   .YData.','%.3f'),...
   'VerticalAlignment','bottom','horizontalalign','center')];
end
clear title;
title('Returns of each stock in benchmark portfolio','fontsize',11)
clear title;

 %%%
f=figure(3);
t=uitable(f,'DeleteFcn','opinion=MyDeleteFcn(gcbo)');
%MyDeleteFcn is created only for the needs of this script

%create an user interface table that saves the edited data when it's
%closed

b=[companies num2cell(optimizedportfolioweights)];
t.Data = b;
t.ColumnName={'Companies','Weights'};
waitfor(gcf);
%wait for the figure to die before continue to the next command
end
```

MyDeleteFcn: Αρχείο συνάρτησης που δρα βοηθητικά στο αρχείο script opinionbox. Ουσιαστικά η λειτουργία του είναι να παίρνει τα δεδομένα που έχει εισάγει ο χρήστης στο δεύτερο παράθυρο διαλόγου αφού το αντικείμενο καταστραφεί

```
function opinion = MyDeleteFcn( p )

opinion=get(p,'Data');

end
```

Παράρτημα Β

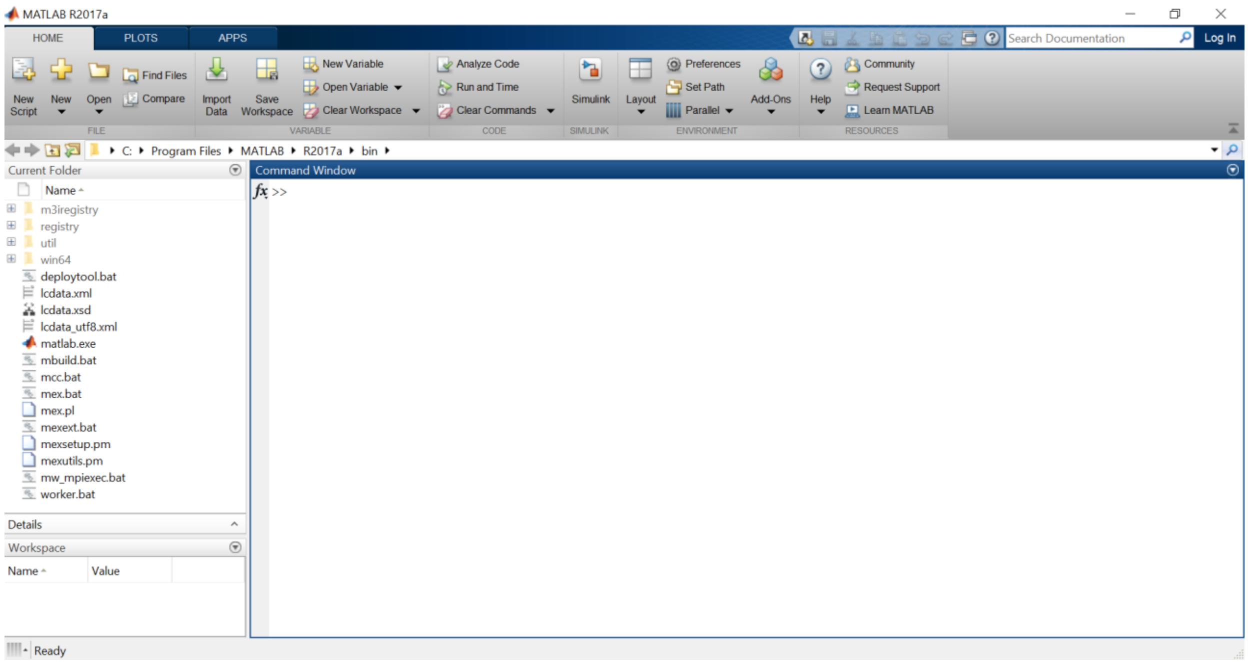
Επεξήγηση χρήσης των μοντέλων σε Matlab

1.Εισαγωγή

Το πρόγραμμα που δημιουργήθηκε για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής αποσκοπεί στην υποστήριξη του χρήστη στην διαδικασία δημιουργίας και διαχείρισης παθητικού χαρτοφυλακίου. Το μοντέλο Black-Litterman στοχεύει στην παρακολούθηση της απόδοσης ενός συγκεκριμένου δείκτη ή στην αύξηση, κατά το δυνατόν, αυτής της απόδοσης. Αναλόγως της μεθόδου μεταβλητότητας που θα επιλέξει ο χρήστης θα απολάβει και τα αντίστοιχα κέρδη. Τα αποτελέσματα των μεθόδων αναλύθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια.

Το πληροφοριακό σύστημα αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab R2017a, επομένως είναι πιθανό το σύστημα να μην ανταποκρίνεται πλήρως σε παλαιότερες εκδόσεις του προγράμματος. Ο κώδικας του πληροφοριακού συστήματος αποτελείται από 9 αρχεία script και 1 αρχείο συνάρτησης όπως φαίνεται και στο Παράρτημα Α, οι οποίες είναι απολύτως απαραίτητες για την λειτουργία του προγράμματος.

Αρχικά, σημαντικό βήμα για τον χρήστη είναι να εξοικειωθεί με το προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab. Για να ξεκινήσει η λειτουργία της εφαρμογής Matlab ο χρήστης θα πρέπει να βρει το path στο οποίο έγινε η εγκατάστασή της. Στην περίπτωσή μας, όπως και στις περισσότερες περιπτώσεις, το path είναι C:\Program files\MATLAB\R2017a\bin\matlab.exe. Για να προχωρήσει η διαδικασία ο χρήστης θα πρέπει να κάνει διπλό click στο εικονίδιο matlab ώστε να εμφανισθεί η αρχική οθόνη της εφαρμογής, όπως φαίνεται παρακάτω:

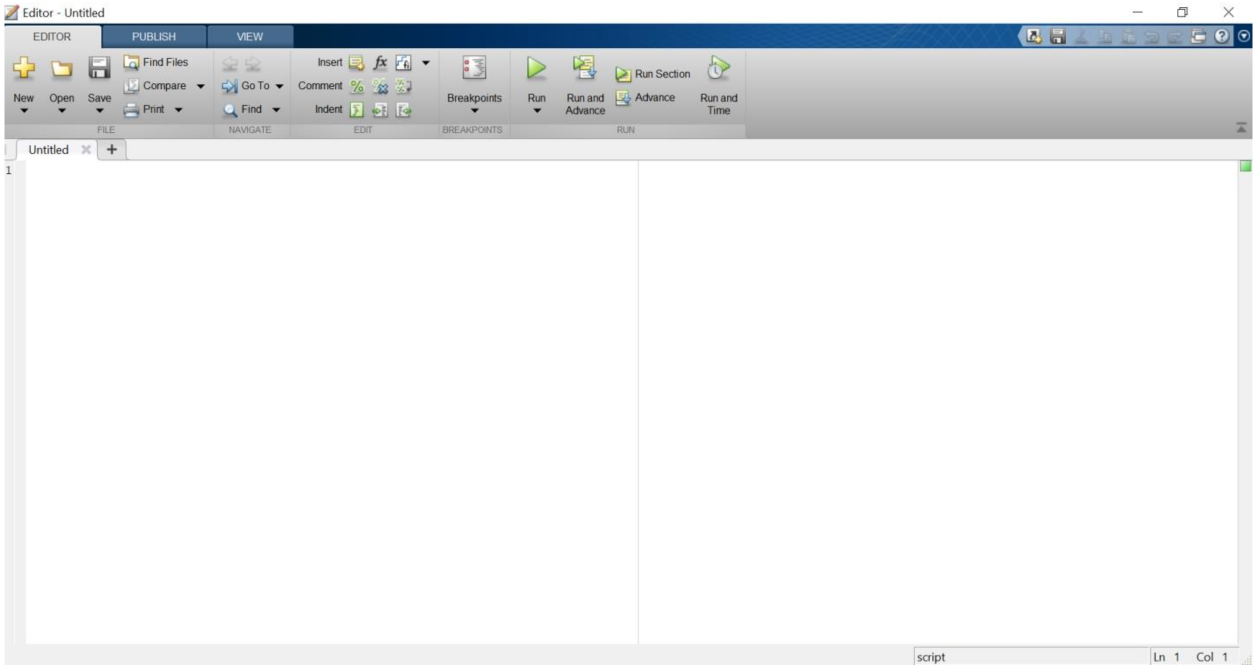


Εικόνα 26: Αρχική οθόνη περιβάλλοντος matlab

Στα αριστερά της οθόνης εμφανίζει όλα τα αρχεία και τους φακέλους που βρίσκονται στο προεπιλεγμένο path. Ο χρήστης έχει την δυνατότητα να επιλέξει ο ίδιος το path στο οποίο επιθυμεί να αποθηκεύσει τα αρχεία του. Το μεγάλο κεντρικό παράθυρο αποτελεί τον χώρο όπου εισάγονται οι εντολές και ονομάζεται command window. Το παράθυρο κάτω δεξιά της οθόνης (workspace) εμφανίζει τις τιμές των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται από οποιοδήποτε αρχείο είτε από εντολές που εισάγονται στο command window. Είναι σημαντικό να τονισθεί ότι ο χρήστης πρέπει να είναι ιδιαίτερα προσεκτικός με την ονοματοδοσία των μεταβλητών διότι η επικάλυψη των ονομάτων μπορεί να παράγει λανθασμένα αποτελέσματα ή να προκαλέσει πρόβλημα στο πρόγραμμα.

Προκειμένου ο χρήστης να θέσει σε λειτουργία το πληροφοριακό σύστημα που κατασκευάσθηκε στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής, θα πρέπει να αντιγράψει όλα τα αρχεία script που παρουσιάσθηκαν παραπάνω στο επιλεγμένο path. Αν αυτά δεν είναι διαθέσιμα σε ηλεκτρονική μορφή τότε θα πρέπει να δημιουργήσει 9 αρχεία script και 1 αρχείο συνάρτησης με τα ακριβή ονόματα όπως παρουσιάσθηκαν στο αρχείο OptimalPortofolio.m στο Παράρτημα Α και το αντίστοιχο περιεχόμενο.

Για να δημιουργηθεί ένα αρχείο script στο υπολογιστικό εργαλείο Matlab, ο χρήστης πηγαίνει στην καρτέλα HOME και επιλέγει New Script, οπότε και εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο:



Εικόνα 27: Παράθυρο δημιουργίας αρχείου script

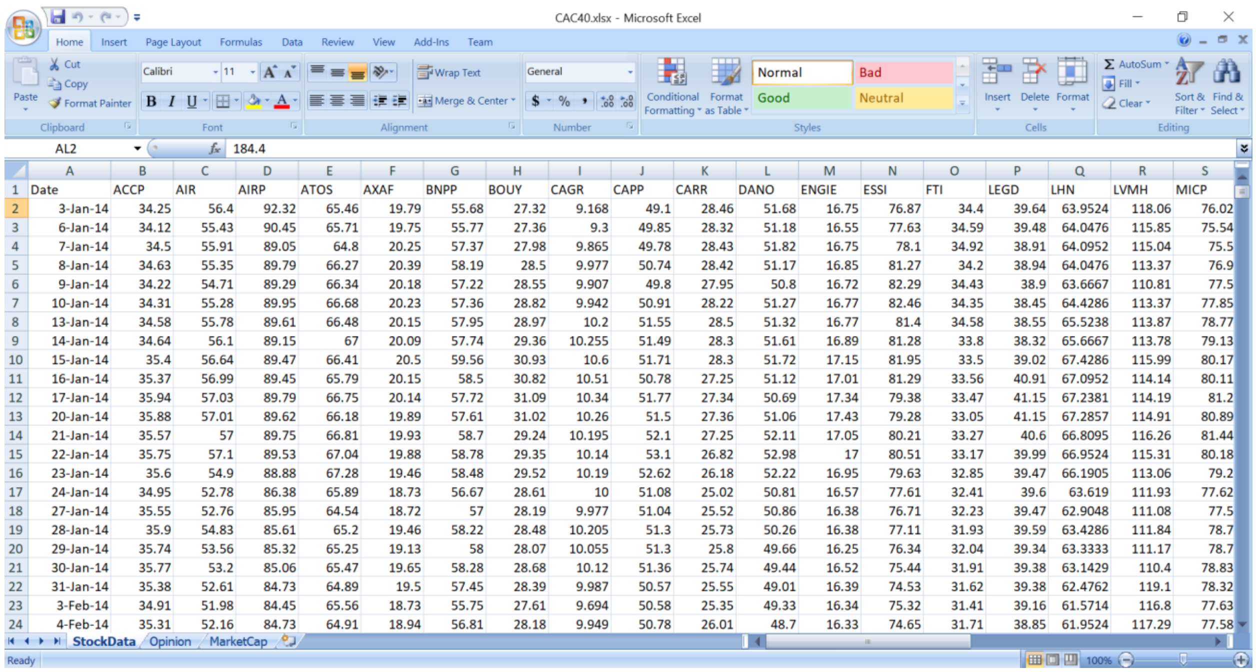
Έπειτα, στο νέο αυτό παράθυρο ο χρήστης αντιγράφει (με αντιγραφή-επικόλληση) τον κώδικα όπως φαίνεται στο παράρτημα Α για κάθε αρχείο script που περιγράφηκε. Επιπλέον, για το αρχείο συνάρτησης ο χρήστης θα πρέπει να επιλέξει από την καρτέλα HOME το New όπου εκεί θα εμφανισθεί ένα drop-down menu με την επιλογή Function. Αφού διαγράψει ό,τι περιέχεται στο νέο αρχείο συνάρτησης, ο χρήστης μπορεί να αντιγράψει τον κώδικα της συνάρτησης MyDeleteFcn.m. Επίσης, ο χρήστης θα πρέπει να ελέγξει εκ νέου τον κώδικα για τυχόν κόκκινες υπογραμμίσεις ώστε να αποφευχθούν λάθη κατά την αντιγραφή-επικόλληση. Επομένως, αφού ο χρήστης έχει στην διάθεσή του όλα τα αρχεία κώδικα, το επόμενο βήμα είναι η εισαγωγή των ιστορικών στοιχείων.

2.Εισαγωγή ιστορικών στοιχείων

Το πληροφοριακό σύστημα που αναπτύχθηκε αποσκοπεί στον προσδιορισμό βέλτιστων χαρτοφυλακίων, τα οποία παρακολουθούν έναν συγκεκριμένο δείκτη για μία χρονική περίοδο. Προκειμένου να πραγματοποιηθεί η βελτιστοποίηση, είναι απαραίτητη η χρήση ιστορικών δεδομένων για μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο [0,t], τόσο του ίδιου του δείκτη όσο και των μετοχών που ανήκουν σε αυτόν. Το χαρτοφυλάκιο που προκύπτει από την βελτιστοποίηση, στην συνέχεια, ελέγχεται και αξιολογείται για μία περίοδο [t, t+ξ] διότι τα παθητικά χαρτοφυλάκια απαιτούν συνεχή επαναπροσδιορισμό.

Επομένως γίνεται φανερό ότι η διαδικασία της βελτιστοποίησης απαιτεί την ύπαρξη ιστορικών στοιχείων του δείκτη και των μετοχών του. Στην παρούσα διπλωματική εργασία τα αρχεία με τα ιστορικά δεδομένα είναι σε μορφή excel. Αξίζει να επισημανθεί ότι όσο μεγαλύτερη είναι η περίοδος των ιστορικών δεδομένων πάνω στα οποία γίνεται η βελτιστοποίηση τόσο καλύτερα αποτελέσματα παράγει το πληροφοριακό σύστημα. Ωστόσο οι βελτιστοποιήσεις συνήθως γίνονται για διάστημα μικρότερο των τριών ετών.

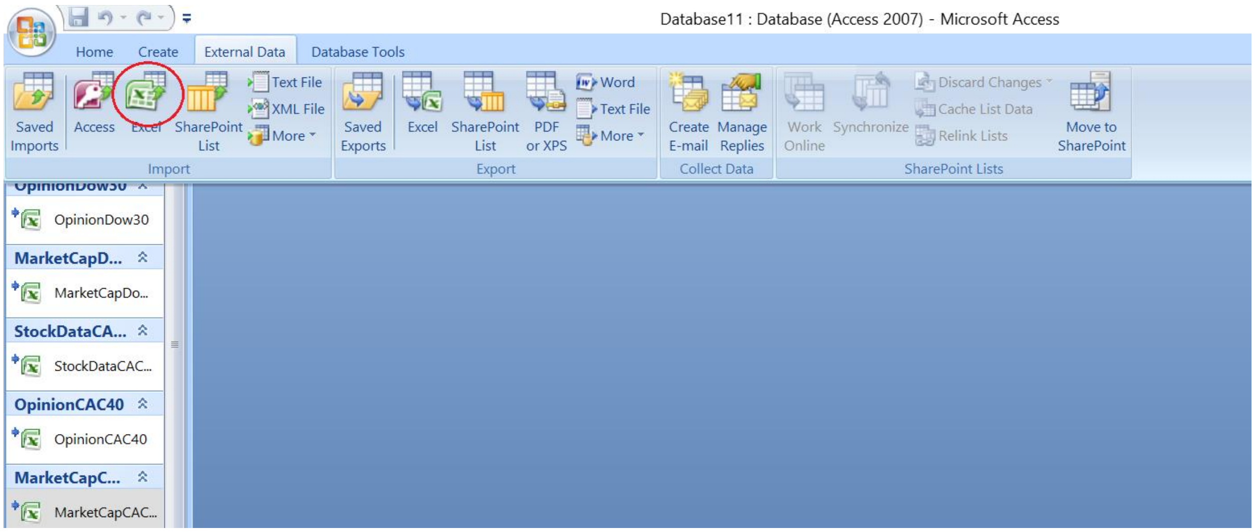
Η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε στην διπλωματική εργασία για την εισαγωγή των ιστορικών στοιχείων αξιοποιεί προγραμματιστικές τεχνικές. Συγκεκριμένα, ο χρήστης, πρώτα, θα πρέπει να κατεβάσει τα αρχεία με τις ιστορικές τιμές κλεισίματος του δείκτη και τον μετοχών που τον αποτελούν όπως φαίνεται παρακάτω:



Date	ACCP	AIR	AIRP	ATOS	AXAF	BNPP	BOUY	CAGR	CAPP	CARR	DANO	ENGIE	ESSI	FTI	LEGD	LHN	LVMH	MICP
3-Jan-14	34.25	56.4	92.32	65.46	19.79	55.68	27.32	9.168	49.1	28.46	51.68	16.75	76.87	34.4	39.64	63.9524	118.06	76.02
6-Jan-14	34.12	55.43	90.45	65.71	19.75	55.77	27.36	9.3	49.85	28.32	51.18	16.55	77.63	34.59	39.48	64.0476	115.85	75.54
7-Jan-14	34.5	55.91	89.05	64.8	20.25	57.37	27.98	9.865	49.78	28.43	51.82	16.75	78.1	34.92	38.91	64.0952	115.04	75.5
8-Jan-14	34.63	55.35	89.79	66.27	20.39	58.19	28.5	9.977	50.74	28.42	51.17	16.85	81.27	34.2	38.94	64.0476	113.37	76.9
9-Jan-14	34.22	54.71	89.29	66.34	20.18	57.22	28.55	9.907	49.8	27.95	50.8	16.72	82.29	34.43	38.9	63.6667	110.81	77.5
10-Jan-14	34.31	55.28	89.95	66.68	20.23	57.36	28.82	9.942	50.91	28.22	51.27	16.77	82.46	34.35	38.45	64.4286	113.37	77.85
13-Jan-14	34.58	55.78	89.61	66.48	20.15	57.95	28.97	10.2	51.55	28.5	51.32	16.77	81.4	34.58	38.55	65.5238	113.87	78.77
14-Jan-14	34.64	56.1	89.15	67	20.09	57.74	29.36	10.255	51.49	28.3	51.61	16.89	81.28	33.8	38.32	65.6667	113.78	79.13
15-Jan-14	35.4	56.64	89.47	66.41	20.5	59.56	30.93	10.6	51.71	28.3	51.72	17.15	81.95	33.5	39.02	67.4286	115.99	80.17
16-Jan-14	35.37	56.99	89.45	65.79	20.15	58.5	30.82	10.51	50.78	27.25	51.12	17.01	81.29	33.56	40.91	67.0952	114.14	80.11
17-Jan-14	35.94	57.03	89.79	66.75	20.14	57.72	31.09	10.34	51.77	27.34	50.69	17.34	79.38	33.47	41.15	67.2381	114.19	81.2
20-Jan-14	35.88	57.01	89.62	66.18	19.89	57.61	31.02	10.26	51.5	27.36	51.06	17.43	79.28	33.05	41.15	67.2857	114.91	80.89
21-Jan-14	35.57	57	89.75	66.81	19.93	58.7	29.24	10.195	52.1	27.25	52.11	17.05	80.21	33.27	40.6	66.8095	116.26	81.44
22-Jan-14	35.75	57.1	89.53	67.04	19.88	58.78	29.35	10.14	53.1	26.82	52.98	17	80.51	33.17	39.99	66.9524	115.31	80.18
23-Jan-14	35.6	54.9	88.88	67.28	19.46	58.48	29.52	10.19	52.62	26.18	52.22	16.95	79.63	32.85	39.47	66.1905	113.06	79.2
24-Jan-14	34.95	52.78	86.38	65.89	18.73	56.67	28.61	10	51.08	25.02	50.81	16.57	77.61	32.41	39.6	63.619	111.93	77.62
27-Jan-14	35.55	52.76	85.95	64.54	18.72	57	28.19	9.977	51.04	25.52	50.86	16.38	76.71	32.23	39.47	62.9048	111.08	77.5
28-Jan-14	35.9	54.83	85.61	65.2	19.46	58.22	28.48	10.205	51.3	25.73	50.26	16.38	77.11	31.93	39.59	63.4286	111.84	78.7
29-Jan-14	35.74	53.56	85.32	65.25	19.13	58	28.07	10.055	51.3	25.8	49.66	16.25	76.34	32.04	39.34	63.3333	111.17	78.7
30-Jan-14	35.77	53.2	85.06	65.47	19.65	58.28	28.68	10.12	51.36	25.74	49.44	16.52	75.44	31.91	39.38	63.1429	110.4	78.83
31-Jan-14	35.38	52.61	84.73	64.89	19.5	57.45	28.39	9.987	50.57	25.55	49.01	16.39	74.53	31.62	39.38	62.4762	119.1	78.32
3-Feb-14	34.91	51.98	84.45	65.56	18.73	55.75	27.61	9.694	50.58	25.35	49.33	16.34	75.32	31.41	39.16	61.5714	116.8	77.63
4-Feb-14	35.31	52.16	84.73	64.91	18.94	56.81	28.18	9.949	50.78	26.01	48.7	16.33	74.65	31.71	38.85	61.9524	117.29	77.58

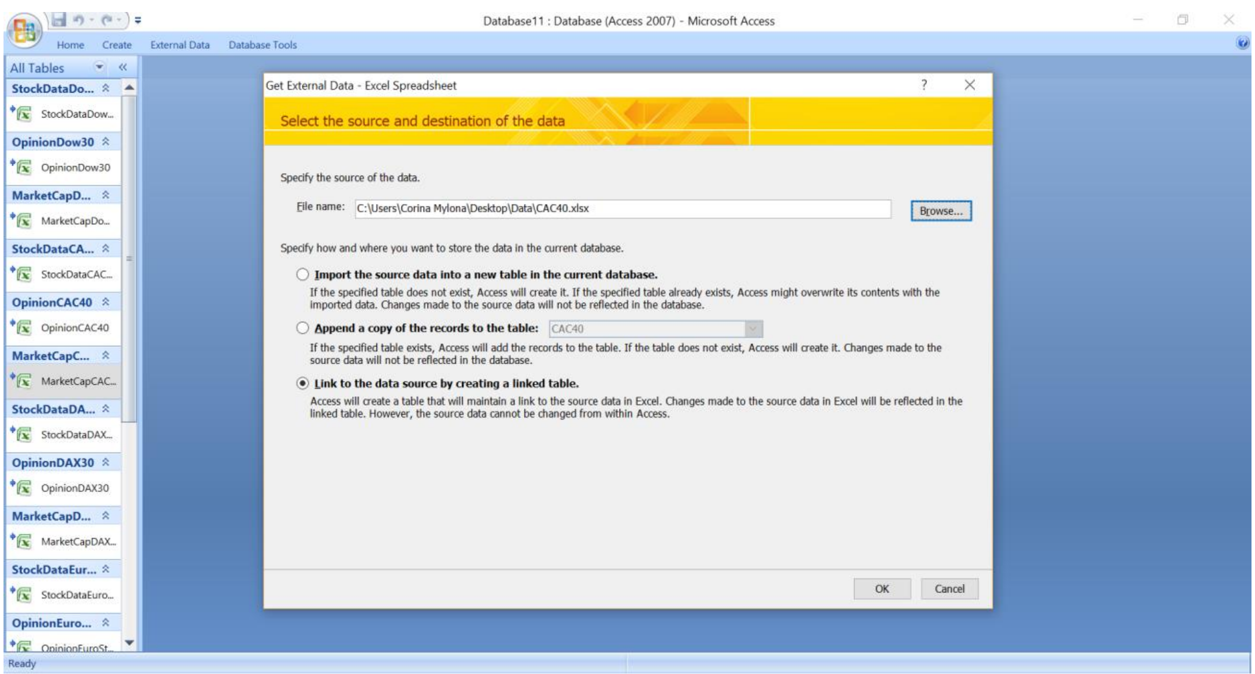
Εικόνα 28: Παράδειγμα αρχείου excel με ιστορικά δεδομένα των μετοχών

Τα αρχεία αυτά πρέπει να έχουν μορφή .xls ή .xlsx. Στην συνέχεια, ο χρήστης θα πρέπει να συνδέσει τα αρχεία αυτά με μία βάση δεδομένων σε περιβάλλον MS Access. Παρακάτω, παρατίθεται ένα παράδειγμα σύνδεσης μίας τέτοιας βάσης με ένα αρχείο excel.



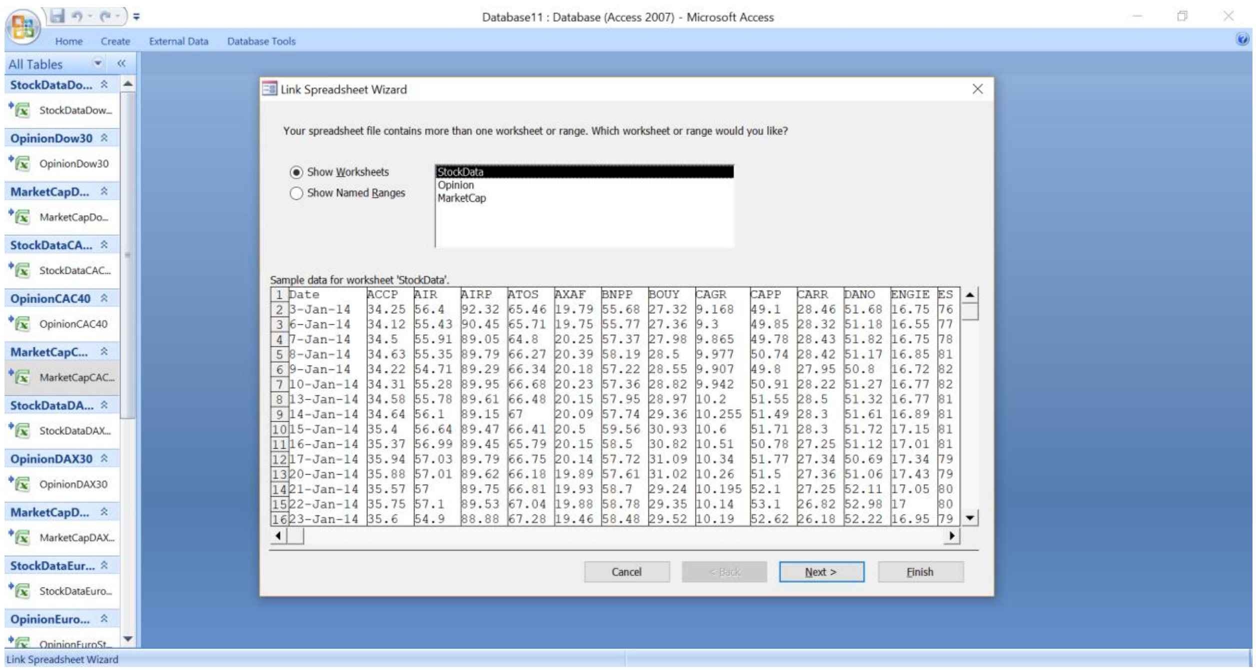
Εικόνα 29: Πρώτο βήμα για την εισαγωγή ενός αρχείου excel στην βάση δεδομένων

Αρχικά ο χρήστης θα πρέπει να επιλέξει την καρτέλα External Data και έπειτα το εικονίδιο Excel.



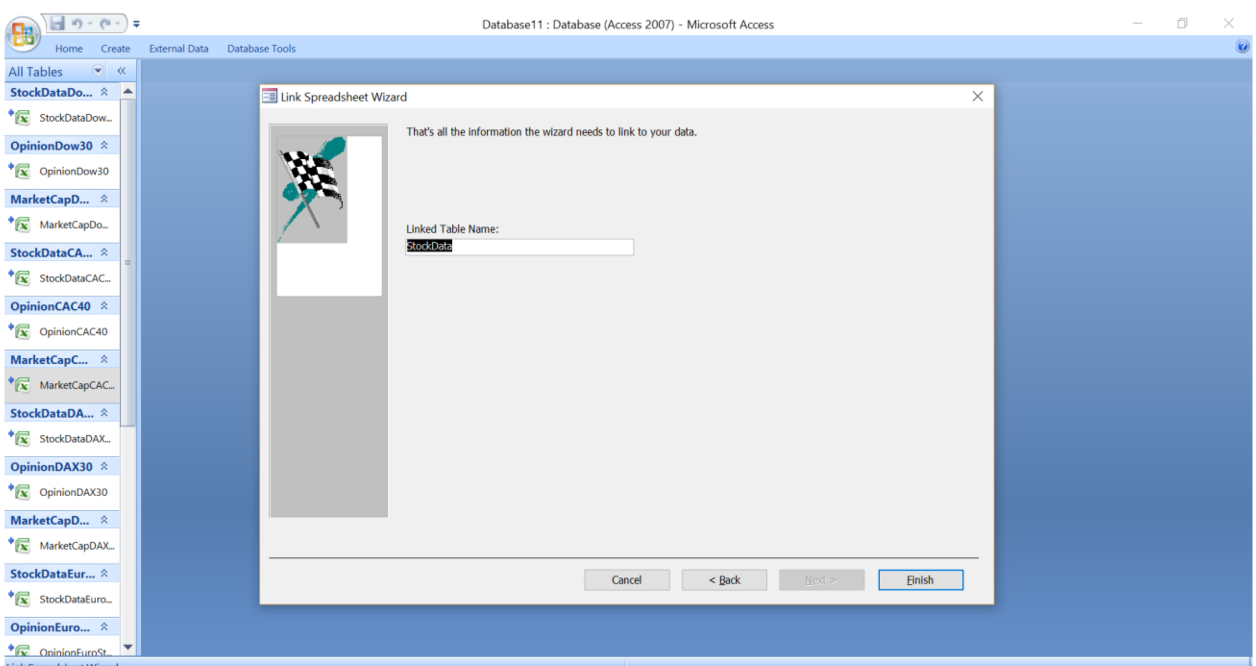
Εικόνα 30: Δεύτερο βήμα για την εισαγωγή ενός αρχείου excel στην βάση δεδομένων

Έπειτα ο χρήστης, στο παράθυρο που θα εμφανισθεί, θα πρέπει να διαλέξει την τρίτη διαθέσιμη επιλογή «Link to the data source by creating a linked table» ώστε να εξασφαλίσει ότι με οποιαδήποτε αλλαγή στο αρχείο τα δεδομένα στην βάση θα ανανεωθούν. Ακόμα, θα πρέπει να επιλέξει το path στο οποίο είναι αποθηκευμένο το ζητούμενο αρχείο excel.



Εικόνα 31: Τρίτο βήμα για την εισαγωγή ενός αρχείου excel στην βάση δεδομένων

Στην παραπάνω εικόνα ο χρήστης θα πρέπει να επιλέξει ποια καρτέλα του αρχείου excel θα ήθελε να εισάγει ως πίνακα στην βάση δεδομένων. Επιπλέον, δίνεται και ένα δείγμα της μορφής που θα έχει ο πίνακας.



Εικόνα 32: Τέταρτο βήμα για την εισαγωγή ενός αρχείου excel στην βάση δεδομένων

Αυτό είναι το τελευταίο βήμα για την δημιουργία της βάσης δεδομένων. Ο χρήστης καθορίζει το όνομα που επιθυμεί και πατάει το εικονίδιο Finish για να ολοκληρωθεί η διαδικασία. Στην περίπτωση που επιθυμεί να εισάγει περισσότερους δείκτες στο σύστημα, τότε θα πρέπει να επαναλάβει την διαδικασία για κάθε δείκτη ξεχωριστά.

Συνεπώς, λοιπόν, ο χρήστης πρέπει να μεριμνήσει για την απόκτηση των ιστορικών στοιχείων για τους δείκτες που επιθυμεί. Στην συνέχεια, στο παρακάτω τμήμα κώδικα τα ιστορικά στοιχεία του εκάστοτε δείκτη και των μετοχών του λαμβάνονται από την βάση δεδομένων και εκχωρούνται σε μεταβλητές με την μορφή πινάκων. Αξίζει να σημειωθεί εδώ, ότι ο παρακάτω κώδικας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιονδήποτε δείκτη (δεδομένου ότι τα ιστορικά στοιχεία που απαιτούνται υπάρχουν στην βάση δεδομένων) αρκεί :

1. να πληκτρολογήσει ο χρήστης στην θέση του “CAC40”, στο εσωτερικό των εισαγωγικών, το όνομα του επιθυμητού δείκτη (1η εντολή).
2. να προσθέσει στις εντολές με την μορφή ‘SELECT * FROM _________’; το όνομα του πίνακα που περιέχει τα ζητούμενα δεδομένα . Για παράδειγμα στον παρακάτω κώδικα ο πίνακας που περιέχει τις τιμές των μετοχών για τον CAC40 στην βάση δεδομένων είναι ο “StockDataCAC40”. Προτείνουμε στον χρήστη να προβεί σε παρόμοια ονοματοδοσία των πινάκων για κάθε δείκτη ώστε να διευκολυνθεί η διαδικασία. (3η ,10η ,14η εντολή)

```
if input(1) == "CAC40"
    conn=database('dataforstocks','admin', 'admin');
    dataquery=['SELECT * FROM StockDataCAC40'];
    curs=exec(conn,dataquery);
    curs=fetch(curs);
    data=curs.Data;
    %create a connection with the MS Access database to take the
    %stock data from excel files. The excel matrices are already
    %connected with MS Access database
    marketquery=['SELECT * FROM MarketCapCAC40'];
    curs=exec(conn,marketquery);
    curs=fetch(curs);
    marketcap=curs.Data;
    indexquery=['SELECT * FROM CAC40'];
    curs=exec(conn,indexquery);
    curs=fetch(curs);
    A=curs.Data;
    close(curs);
.
.
.
end
```

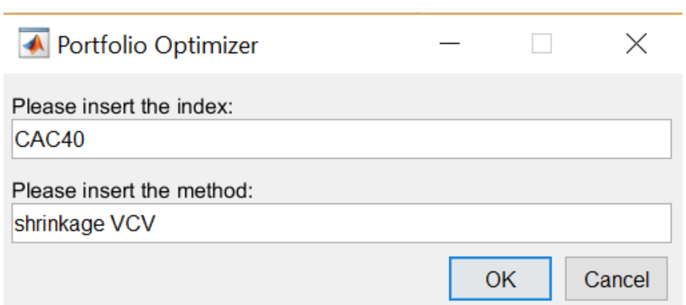
Με αυτές τις αλλαγές στον παραπάνω κώδικα, ο χρήστης μπορεί να πραγματοποιήσει σύνδεση μεταξύ της βάσης δεδομένων και της εφαρμογής Matlab ώστε να εισαχθούν οι πίνακες στο πρόγραμμα και να πραγματοποιηθούν οι απαιτούμενοι υπολογισμοί.

3. Εισαγωγή δεδομένων

Αφού ο χρήστης του πληροφοριακού συστήματος έχει προετοιμάσει τα αρχεία του μοντέλου βελτιστοποίησης και αφού έχει εισάγει τα ιστορικά δεδομένα των δεικτών που επιθυμεί καθώς και των μετοχών που τους αποτελούν, θα πρέπει να κάνει κάποιες τελευταίες ενέργειες ώστε να κάνει πλήρη χρήση του συστήματος.

Όπως είδαμε και στις προηγούμενες ενότητες το σύστημα που κατασκευάσθηκε περικλείει και δύο παράθυρα διαλόγου ώστε να διευκολύνεται η επικοινωνία χρήστη-συστήματος. Ωστόσο, θα πρέπει να διενεργηθούν κάποιες αλλαγές στον κώδικα για την προσαρμογή αυτών των δύο παραθύρων. Το σύστημα κατασκευάσθηκε με γνώμονα τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Για παράδειγμα, η διπλωματική εργασία εξετάζει μόνο 4 δείκτες (CAC40, DAX30, Dow30 και Euro stoxx50). Στην περίπτωση που ο χρήστης επιθυμεί να κατασκευάσει βέλτιστα χαρτοφυλάκια κατά Black-Litterman και για άλλους δείκτες θα πρέπει να παρέμβει εκ νέου στον κώδικα. Παρακάτω, προς διευκόλυνση του χρήστη, παρατίθενται συμβουλές για την αλλαγή του κώδικα για τα παράθυρα διαλόγου.

Παρακάτω φαίνεται η μορφή του πρώτου παράθυρου διαλόγου. Παρατηρούμε ότι έχει δύο χωρία στα οποία ο χρήστης μπορεί να εισάγει τα στοιχεία του. Στο πάνω χωρίο ο χρήστης πρέπει να να πληκτρολογήσει το όνομα του δείκτη που επιθυμεί και στο κάτω χωρίο να πληκτρολογήσει την μέθοδο με την οποία θα υπολογισθεί ο πίνακας μεταβλητότητας στο μοντέλο Black-Litterman.



Εικόνα 33: Πρώτο παράθυρο διαλόγου

Στην συνέχεια, παρατίθεται ο κώδικας για την δημιουργία του παράθυρου αυτού.

```
prompt={'Please insert the index:','Please insert the method:'};
title='Portfolio Optimizer';
dims=[1 70];
input=inputdlg(prompt,title,dims); %create a dialog box to insert the index
                                   % and the method of covariance
```

Ο κώδικας που δημιουργεί το πρώτο παράθυρο διαλόγου δεν χρειάζεται κάποια αλλαγή για να εξυπηρετήσει σωστά τον χρήστη. Σε περίπτωση λανθασμένων στοιχείων εισόδου, το πληροφοριακό σύστημα απλά θα εμφανίσει error στο παράθυρο εντολών και η διαδικασία θα τερματισθεί χωρίς αποτελέσματα.

Μετά την εισαγωγή των δεδομένων, εμφανίζεται ένα νέο παράθυρο διαλόγου το οποίο περιέχει έναν πίνακα που αποτελείται από δύο στήλες. Στην πρώτη στήλη εμφανίζονται τα ονόματα των μετοχών του δείκτη που επιλέχθηκε ενώ στην δεύτερη μηδενικά. Η δεύτερη στήλη χρησιμοποιείται για να εισάγει ο χρήστης, για όποια μετοχή επιθυμεί, την γνώμη του για την απόδοση της μετοχής την επόμενη περίοδο, ως πραγματικό αριθμό. Ακολουθεί το παράθυρο διαλόγου για την εισαγωγή της άποψης του επενδυτή.

	Companies	Opinion
1	ACCP	0
2	AIR	0
3	AIRP	0
4	ATOS	0
5	AXAF	0
6	BNPP	0
7	BOUY	0
8	CAGR	0
9	CAPP	0
10	CARR	0
11	DANO	0
12	ENGIE	0
13	ESSI	0
14	FTI	0
15	LEGD	0
16	LHN	0

Εικόνα 34: Δεύτερο παράθυρο διαλόγου

Σε αντίθεση με τον κώδικα του πρώτου παράθυρου διαλόγου, ο κώδικας που δημιούργησε το δεύτερο παράθυρο διαλόγου χρειάζεται κάποιες αλλαγές ώστε να καταστεί χρήσιμος από τον επίδοξο χρήστη. Παρακάτω παρατίθεται το τμήμα κώδικα:

```
initialopinion=zeros([size(companies),1]);
if input(1) == "CAC40"
   f=figure(1);
   t=uitable(f,'DeleteFcn','opinion=MyDeleteFcn(gcbo)');
   %MyDeleteFcn is created only for the needs of this script
   %create an user interface table that saves the edited data when it's
   %closed
   t.ColumnEditable=true;
   a=[companies num2cell(initialopinion)];
   %if index=CAC40 the uitable presents the stocks of CAC40 so the user
   %can enter his opinion
   t.Data = a;
   t.ColumnName={'Companies','Opinion'};
   waitfor(gcf);
   %wait for the figure to die before continue to the next command
.

.

.

end
```

Όπως βλέπουμε παραπάνω, παρουσιάζεται το τμήμα κώδικα που «τρέχει» σε περίπτωση που ο χρήστης έχει εισάγει στο πρώτο παράθυρο διαλόγου τον δείκτη CAC40. Αν ο χρήστης επιθυμεί να εισάγει περισσότερους δείκτες προς ανάλυση στο σύστημα δεν έχει παρά να αντιγράψει το παραπάνω τμήμα κώδικα τόσες φορές όσοι και οι δείκτες που υπάρχουν στις βάσεις δεδομένων και έπειτα να αντικαταστήσει το CAC40 με το όνομα του επιθυμητού δείκτη κάθε φορά.

Τέλος, ο χρήστης θα πρέπει να προβεί σε μία ακόμα ενέργεια ώστε το σύστημα να είναι έτοιμο προς χρήση. Ανάλογα με τους δείκτες που έχει επιλέξει να εισάγει στο σύστημα για την βελτιστοποίηση των χαρτοφυλακίων τους, ο χρήστης θα πρέπει να εισάγει στο σύστημα την απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου της αγοράς στην οποία δραστηριοποιείται ο δείκτης. Στην παρούσα διπλωματική εργασία ως ακίνδυνο χρεόγραφο θεωρήθηκε το ετήσιο ομόλογο δημοσίου της χώρας στην οποία ανήκει ο δείκτης. Για παράδειγμα, ακίνδυνο χρεόγραφο για τον DAX30 θεωρήθηκε το ετήσιο ομόλογο που εκδίδει η Γερμανία. Συνεπώς ο χρήστης υποχρεούται να εισάγει αυτές τις τιμές στον κώδικα και συγκεκριμένα στο αρχείο script “benchmark.m”. Το αρχείο αυτό παρατίθεται στην συνέχεια:

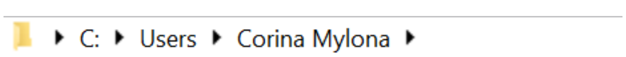
```
  if input(1) == "CAC40"
   riskfreerate=0.0675; %for each index we examine i assumed that the
   % riskfree rate is the return of the 10 year bond of the country that
   % the index belongs to
  elseif input(1) == "DAX30"
   riskfreerate=0.027;
  elseif input(1) == "Dow30"
   riskfreerate=0.19;
  elseif input(1) == "Eurostoxx50"
   riskfreerate=0.0977;
  end
benchmarkproportions=marketcap/sum(marketcap);
monthlyreturn=0.01;
benchmarkreturns=(covariance*transpose(benchmarkproportions)*...
   (monthlyreturn-riskfreerate))/(benchmarkproportions*covariance*...
   transpose(benchmarkproportions))+riskfreerate;
%BL approach of estimating the expected returns
```

Οι αλλαγές, λοιπόν, που πρέπει να πραγματοποιήσει ο χρήστης είναι να αλλάξει τα ονόματα των δεικτών μέσα στα εισαγωγικά σε περίπτωση που το επιθυμεί, να εκχωρήσει στην μεταβλητή riskfreerate την απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου για τον εκάστοτε δείκτη και αν κρίνεται αναγκαίο να προσθέσει επιπλέον βρόχους elseif με παρόμοιο τρόπο όπως φαίνεται παρακάτω.

4.Εκτέλεση των μοντέλων

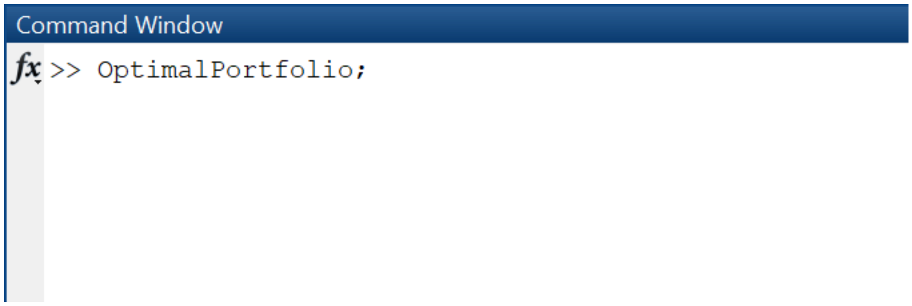
Μετά τις αλλαγές που πραγματοποιήθηκαν στις προηγούμενες ενότητες του κεφαλαίου αυτού, ο χρήστης είναι έτοιμος να χρησιμοποιήσει το σύστημα και να παράγει βέλτιστα χαρτοφυλάκια σύμφωνα με το μοντέλο Black-Litterman.

Η λειτουργία του μοντέλου σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab έχει υλοποιηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε ο χρήστης να μπορεί να καλέσει το αρχείο μέσω του παράθυρου εντολών. Υπενθυμίζεται ότι προκειμένου να «τρέξει» οποιοδήποτε πρόγραμμα θα πρέπει να επιλεγεί ο φάκελος μέσα στον οποίο βρίσκεται το πρόγραμμα. Η επιλογή του φακέλου γίνεται με επιλογή της τοποθεσίας (path) του φακέλου στην γραμμή ‘Current folder’, η οποία βρίσκεται στην μπάρα εργαλείων και παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 35: To path του φακέλου που είναι επιλεγμένος

Η πιο απλή μορφή εκτέλεσης του κυρίως αρχείου είναι το κάλεσμα της μέσω της γραμμής εντολών όπως φαίνεται παρακάτω:

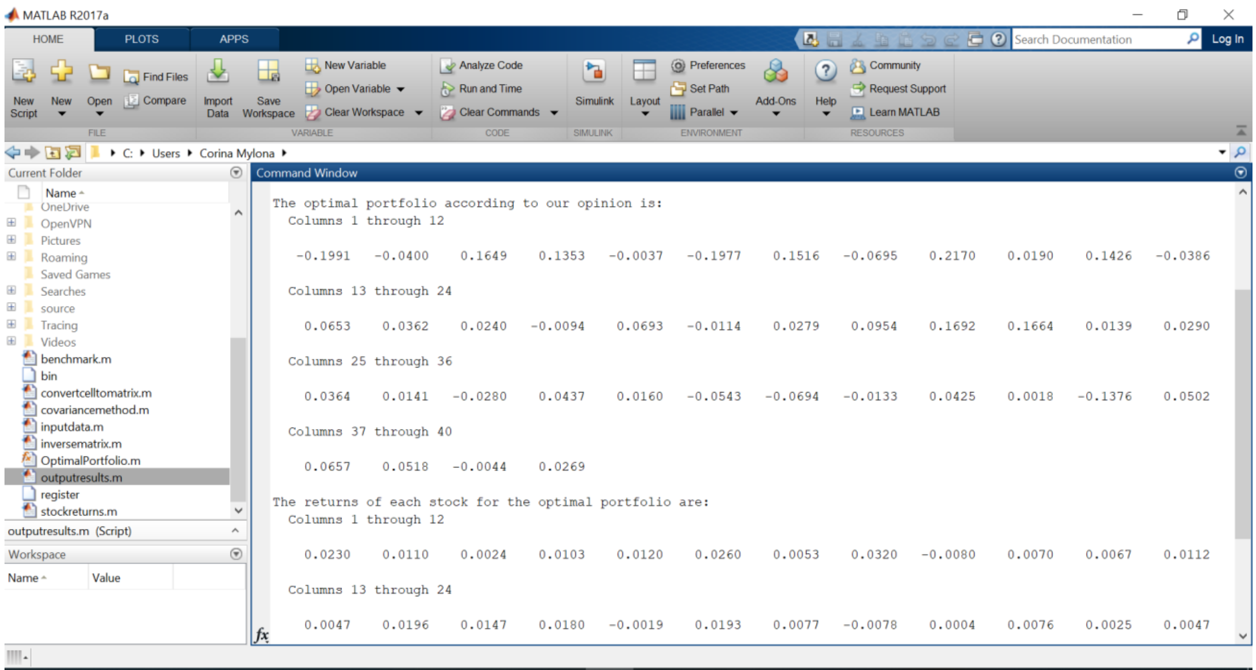


Εικόνα 36: Κλήση του κυρίως αρχείου

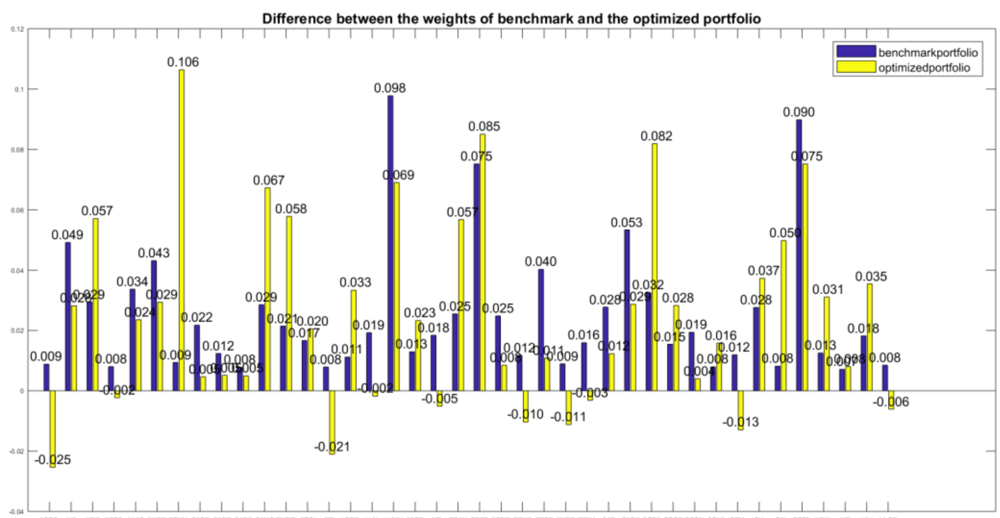
Στην συνέχεια μέσω των παραθύρων διαλόγου ο χρήστης μπορεί να εισάγει τα απαραίτητα δεδομένα που ζητούνται από το πρόγραμμα.

Ενδεικτικά, στις εικόνες 41-44 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του προγράμματος.

- Οι τιμές των βαρών της κάθε μετοχής του δείκτη για το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο κατά Black-Litterman (optimizedportfolioweights).
- Οι αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών για την επόμενη χρονική περίοδο σύμφωνα με το μοντέλο Black-Litterman και τις απόψεις του χρήστη (returnsadjustedtoopinion).
- Διάγραμμα που απεικονίζει την διαφορά μεταξύ των βαρών του χαρτοφυλακίου αναφοράς (benchmark portfolio) και του βέλτιστου χαρτοφυλακίου.
- Διάγραμμα που απεικονίζει την διαφορά μεταξύ των αποδόσεων που προβλέπει το μοντέλο Black-Litterman για το χαρτοφυλάκιο αναφοράς και των αποδόσεων στις οποίες έχει ενσωματωθεί και η επενδυτική άποψη.



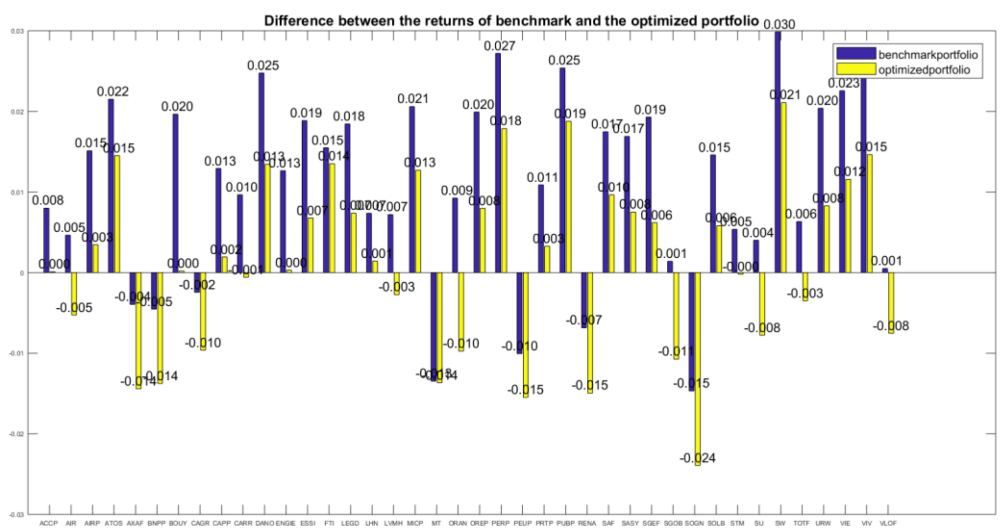
Εικόνα 37: Παράδειγμα αποτελεσμάτων



Εικόνα 38: Παράδειγμα αποτελεσμάτων

	Companies	Weights
1	ACCP	0.0050
2	AIR	-0.0141
3	AIRP	0.0532
4	ATOS	0.0211
5	AXAF	0.0261
6	BNPP	0.0283
7	BOUY	0.1207
8	CAGR	0.0057
9	CAPP	0.0543
10	CARR	-9.1015...
11	DANO	0.0498
12	ENGIE	0.0234
13	ESSI	0.0150
14	FTI	-0.0212
15	LEGD	0.0365
16	LHN	3.5106e...

Εικόνα 39: Παράδειγμα αποτελεσμάτων



Εικόνα 40: Παράδειγμα αποτελεσμάτων

Όπως φαίνεται στην εικόνα 43, τα βάρη των μετοχών καθώς και οι αποδόσεις τους για την ιστορική περίοδο που γίνεται η βελτιστοποίηση επιστρέφεται σε δεκαδική τιμή. Συνεπώς, η μετοχή ACCP έχει βάρος 0.005 ή 0.5% στο νέο χαρτοφυλάκιο. Γενικότερα, όλες οι μεταβλητές που εισάγονται ή εξάγονται από το σύστημα βρίσκονται σε δεκαδική μορφή γι’αυτό απαιτείται προσοχή από τον χρήστη για την αποφυγή λαθών.

Βιβλιογραφία

[1] R. Harris, E. Stoja, L. Tan, The Dynamic Black-Litterman approach to asset allocation, European Journal of Operational Research 259 (2017) 1085-1096

[2] B. Fernandes, C. Fernandes, A. Street, D. Valladao, On an adaptive Black-Litterman investment strategy using conditional fundamentalist information: A Brazilian case study, Finance Research Letters (2018)

[3] M. Arulraj, M. Pvs, R. Karthika, Global Portfolio Optimization for BSE Sensex using the Enhanced Black-Litterman Model, Procedia Engineering 38 (2012) 2987-2997

[4] T. Idzorek, A step-by-step guide to the Black-Litterman model: Incorporating user-specified confidence levels, Forecasting Expected Returns in the Financial Markets (2007) 17-38

[5] T. Silva, P.R. Pinheiro, M.Poggi, A more human-like portfolio optimization approach, European Journal of Operational Research 256 (2017) 252-260

[6] J.L.B. Fenrandes, J.R.H. Ornelas, O.A.M. Cusicanqui, Combining equilibrium, resampling and analyst’s views in portfolio optimization, Journal of Banking & Finance 36 (2012) 1354-1361

[7] P. Kolm, G. Ritter, On the Bayesian interpretation of Black-Litterman, European Journal of Operational Research 258 (2017) 564-572

[8] T. Pang, C. Karan, A closed-form solution of the Black-Litterman model with conditional value at risk, Operations Research Letters 46 (2018) 103-108

[9] S. Pyo, J. Lee, Exploiting the low-risk anomaly using machine learning to enhance the Black-Litterman framework: Evidence from South Korea, Pacific-Basin Finance Journal 51 (2018) 1-12

[10] S. Benninga, Financial Modeling, The MIT Press (2008)

[11] Π.Ξυδώνας, Ι. Ψαρράς, Κ. Ζοπουνίδης , Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2010)

[12] Μ. Δούμπος, Μεθοδολογία Επιχειρησιακής Έρευνας, Πολυτεχνείο Κρήτης (2008)

[13] Μ. Δούμπος, Μαθηματικός Χρηματοοικονομικός Λογισμός, Πολυτεχνείο Κρήτης (2010)

[14] Κ. Συριόπουλος, Διεθνείς Κεφαλαιαγορές, εκδόσεις ΑΝΙΚΟΥΛΑ (1999)

[15] Δ. Βασιλείου, Ν.Ηρειώτης, Χρηματοοικονομική Διοίκηση – Θεωρία και Πρακτική, εκδόσεις Rosili (2008)

[16] F. Black, M. Jensen, M. Scholes, The capital asset pricing model: Some empeirical tests, Studies in the theory of capital markets (1972) 79-161

[17] F. Black, Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, Journal of Business 444-454 (1972)

[18] J. Mossin, Equilibrium in a Capital Asset Market, Econometrica, 768-783 (1966)

[19] W.F. Sharpe, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions for Risk, The Journal of Finance (1964) 425-442

[20] H. Markowitz, Portfolio Selection, The Journal of Finance (1952) 77-91

[21] B. Grechuk, A. Molyboha, M. Zabarankin, Mean-deviation analysis in the theory of choice, Risk Analysis: An International Journal 32(8), (2012) 1277-1292

[22] A. Meucci, Beyond Black-Litterman: views on non-normal markets, Risk 19, (2006) 87-92

[23] L.Martellini, V.Ziemann, Extending Black-Litterman Analysis: Beyond the Mean-Variance Framework, The Journal of Portfolio Management 33(4), (2007) 33-44

[24] R.Giacometti, D.Mignacca, Using the Black-Litterman framework for stress test analysis in asset management, Journal of Asset Management 11, (2010) 286-297

[25] C.Mankert, The Black-Litterman Model: Towards its use in practice, Digitala Vetenskpliga Arkiver, PhD thesis KTH, (2010)

[26] M.Armesano, A.Carlucci, D.Laforgia, Extension of portfolio theory application to energy planning problem-The Italian case, Energy 39 (1), (2012) 112-124

[27] W.Cheung, The augmented Black-Litterman model: a ranking free approach to factor-based portfolio construction and beyond, Quantitative Finance 13(2), (2013) 301-316

[28] G.Dewandaru, R.Masih, O.Bacha, A.Mansur, M.Masih, Combining momentum, value and quality for the Islamic equity portfolio: Multi-style rotation strategies using augmented Black-Litterman factor model, Pacific-Basin Finance Journal 34, (2015), 205-232

[29] Y.Xiao, E.Valdez, A Black-Litterman asset allocation model under Elliptical distributions, Quantitative Finance 15 (3), (2015), 509-519

[30] I.Oikonomou, E.Platanakis, C.Sutcliffe, Socially responsible investment portfolios: Does the optimization process matter?, The British Accounting Review 50 (4), (2018), 379-401

[31] A.Palczewski, J.Palczewski, Black-Litterman model for continuous distributions, European Research of Operational Research (2018)

[32] S. Pyo, J. Lee, Exploiting the low-risk anomaly using machine learning to enhance the Black-Litterman framework: Evidence from South Korea, Pacific-Basin Finance Journal 51, (2018), 1-12

[33] Βαλσαμίδου Κούλα, Βελτιστοποίηση Μετοχικού Χαρτοφυλακίου με την Προσέγγιση Black-Litterman: Μια εφαρμογή στην Ελληνική Χρηματιστηριακή Αγορά, Διπλωματική Εργασία Πανεπιστημίου Μακεδονίας, 2006