



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Εμπειρικές Μέθοδοι Βέλτιστης Τοποθέτησης Μονάδων
Μέτρησης Φασιθετών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Π. Νικολόπουλος

Επιβλέπων: Γεώργιος Ν. Κορρές

Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Ιούλιος 2011



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Εμπειρικές Μέθοδοι Βέλτιστης Τοποθέτησης Μονάδων Μέτρησης Φασιθετών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Π. Νικολόπουλος

Επιβλέπων: Γεώργιος Ν. Κορρές

Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την 19^η Ιουλίου 2011

.....
Γ. Κορρές

Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Κ. Βουρνάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Π. Γεωργιάκης

Λέκτορας Ε.Μ.Π

Αθήνα, Ιούλιος 2011

.....
Κωνσταντίνος Π. Νικολόπουλος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright©Κωνσταντίνος Π. Νικολόπουλος, 2011

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα, που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα, που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την προβληματική της βέλτιστης τοποθέτησης Μονάδων Μέτρησης Φασιθετών (PMUs) με στόχο την πλήρη παρατηρησιμότητα των δικτύων διανομής ηλεκτρικής ενέργειας.

Αρχικά πραγματοποιείται μια ιστορική αναδρομή από την σύλληψη της ιδέας των συγχρονισμένων μετρήσεων μέχρι τη σημερινή εκδοχή των PMU, τις βασικές ιδιότητες των PMU, καθώς και τη σύγκρισή τους με εκείνες της τεχνολογίας SCADA. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η προβληματική της εκτίμησης κατάστασης ενός δικτύου με χρήση PMU με την παράθεση όλων των απαραίτητων σχέσεων που διέπουν το πρόβλημα, χρησιμοποιώντας τόσο καρτεσιανές όσο και πολικές συντεταγμένες. Ακόμη γίνεται μια βιβλιογραφική αναφορά και επιχειρείται η ταξινόμηση των σημαντικότερων μέχρι σήμερα μεθόδων που έχουν δημοσιευθεί στο χώρο της βέλτιστης τοποθέτησης PMU. Οι μέθοδοι ταξινομούνται σε τέσσερις μεγάλες κατηγορίες: μέθοδοι μαθηματικού προγραμματισμού, ακριβείς μέθοδοι, ευριστικές μέθοδοι και, τέλος, μεταευριστικές μέθοδοι. Ακολούθως παρουσιάζεται αναλυτικά σε ξεχωριστό κεφάλαιο η πιο διαδεδομένη μέθοδος βέλτιστης επίλυσης του προβλήματος με χρήση Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού.

Έχοντας παρουσιάσει τις βασικές μεθόδους επίλυσης του προβλήματος, παρουσιάζονται δύο προτεινόμενες εμπειρικές μέθοδοι, οι οποίες αναπτύχθηκαν σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης. Οι μέθοδοι αυτές επιχειρούν να εμβαθύνουν στη λειτουργία, αποκωδικοποιώντας την, με την οποία κάθε βέλτιστη μέθοδος επιλέγει από όλους τους ζυγούς ενός δικτύου, τους ζυγούς εκείνους, οι οποίοι καθιστούν το υπό παρατήρηση δίκτυο παρατηρήσιμο και μάλιστα με βέλτιστο τρόπο, δηλαδή με τον ελάχιστο δυνατό αριθμό ζυγών. Οι μέθοδοι αυτές, καθώς και ο τρόπος λειτουργίας τους σε βασικά δίκτυα της IEEE παρουσιάζονται και αναλύονται ενδελεχώς, πριν την τελική παρουσίαση των αποτελεσμάτων και τη σύγκρισή τους με τα επίσημα αποτελέσματα του κάθε δικτύου ξεχωριστά.

Συνολικά εξετάζονται τα δίκτυα 7, 14, 30, 57 και 118 ζυγών της IEEE. Η μελέτη ολοκληρώνεται με την ανάλυση των αποτελεσμάτων, την ανάδειξη των πλεονεκτημάτων των δύο μεθόδων και την παρουσίαση ιδεών προκειμένου περί μελλοντικής ανάπτυξης και εξέλιξης των προτεινόμενων μεθόδων.

Λέξεις κλειδιά

Ακριβείς αλγόριθμοι, βέλτιστη τοποθέτηση μονάδων μέτρησης φασιθετών, εκτίμηση κατάστασης, ευριστικές μέθοδοι, μέθοδοι γραμμικού προγραμματισμού, μεταευριστικές μέθοδοι, μονάδα μέτρησης φασιθετών, παρατηρησιμότητα, φασιθέτης.

Abstract

The current Diploma Thesis deals with the problem of optimal Phasor Measurement Units (PMUs) placement, in order to gain full observability within a power network.

The thesis presents the historical development, starting from the original concept of synchronized measurements until the modern standard PMU device, the basic features of the PMU, as well as comparing them with the features of SCADA technology. Furthermore, the thesis examines the problem of state estimation using PMUs of a power network, where all important equations that govern the problem are stated, using not only Cartesian but Polar coordinates as well. A literature review is also presented, in an effort to sort the most important PMU placement methods into four major categories: mathematical programming methods, exact algorithms, heuristic methods and metaheuristic methods. The most common method of optimal solution to the placement problem, the Integer Linear Programming based method, is thoroughly examined in a separate chapter.

Having illustrated the basic solution methods to the problem, two practical methods are proposed, developed in MATLAB for the purpose of the current Thesis. These methods try to luxuriate in the general problem and decode the routine, by which each optimal method opts for the best suited buses, out of all the buses of a power network, in such a way that not only makes the whole network fully observable, but in an optimal manner, using the minimum number of buses needed. These methods and the way they work on basic IEEE networks are presented and analyzed in a comprehensive manner, before presenting all the testing results for all study cases and comparing these results with the official optimal results of each bus system, separately.

All in all, the networks examined in this Thesis are a 7-bus and the IEEE 14, 30, 57 and 118-bus systems. The Thesis concludes with the analysis of the results, the advantages of the two methods and the author's suggestions for future research and further development of the proposed methods.

Keywords

Exact algorithms, heuristic optimization, mathematical programming, meta-heuristic optimization, observability, optimal PMU placement, phasor, phasor measurement unit, state estimation.

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας κ. Γιώργο Κορρέ, για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα, για την εμπιστοσύνη που έδειξε στο πρόσωπο μου, καθώς και τη μεγάλη ελευθερία, που μου επέτρεψε καθ'όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο Διδάκτορα κ. Νίκο Μανουσάκη για τη βοήθεια του, τη συνεχή υποστήριξη και γενικότερα για την αгаστή συνεργασία, που είχαμε. Η συμβολή του δε στο θεωρητικό κομμάτι της εργασίας ήταν κάτι παραπάνω από καταλυτική. Τέλος, ευχαριστώ ολόψυχα την οικογένειά μου, για τη συμπαράσταση τους, σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Η εργασία αυτή είναι αφιερωμένη στη μνήμη του πατέρα μου, Πάνου Νικολόπουλου.

Πίνακας περιεχομένων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ PMU	15
1.1 Φασιθέτες	15
1.2 Ιστορική Ανασκόπηση	16
1.3 Σύγκριση τεχνολογίας SCADA και PMU.....	18
1.4 Εφαρμογές των μονάδων PMU	21
1.5 Χρήσιμοι Όροι.....	21
1.6 Ανασκόπηση της Διπλωματικής Εργασίας	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ PMUs	24
2.1 Εισαγωγή.....	24
2.2 Υπολογισμός φασιθέτη ρεύματος χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο μοντέλο Π μιας γραμμής και πολικές συντεταγμένες	24
2.3 Υπολογισμός φασιθέτη ρεύματος χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο μοντέλο Π μιας γραμμής και καρτεσιανές συντεταγμένες.....	30
2.4 Ενσωμάτωση των συγχρονισμένων μετρήσεων στο μοντέλο εκτίμησης κατάστασης	32
2.4.1 Ιακωβιανή μήτρα χρησιμοποιώντας πολικές συντεταγμένες για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης	32
2.4.2 Ιακωβιανή μήτρα χρησιμοποιώντας καρτεσιανές συντεταγμένες για τις μετρήσεις ρεύματος και πολικές για το διάνυσμα κατάστασης	49
2.4.3 Ιακωβιανή μήτρα χρησιμοποιώντας καρτεσιανές συντεταγμένες για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης	51
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΤΕΥΞΗ ΠΛΗΡΟΥΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΣΗΕ ΜΕ ΧΡΗΣΗ PMU	56
3.1 Εισαγωγή.....	56
3.2 Μέθοδοι γραμμικού προγραμματισμού	56
3.2.1 Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός.....	56

3.2.2	Ακέραιος Τετραγωνικός Προγραμματισμός	57
3.2.3	Καταχρηστικός Αλγόριθμος.....	57
3.2.4	Ακέραιος Μη Γραμμικός Προγραμματισμός	57
3.3	Ακριβείς αλγόριθμοι.....	58
3.3.1	Exhaustive Search	58
3.3.2	Αλγόριθμος Branch and Bound.....	58
3.3.3	Δυναμικός Προγραμματισμός	58
3.4	Ευριστικές Μέθοδοι.....	58
3.4.1	Depth First Search (DeFS)	58
3.4.2	Recursive Security N Algorithm	59
3.4.3	Minimum Spanning Tree (MST).....	59
3.4.4	Δέντρα αποφάσεων.....	59
3.4.5	Δέντρα αναζήτησης	60
3.4.6	Πρακτικοί ευριστικοί αλγόριθμοι.....	60
3.5	Μεταευριστικές μέθοδοι	60
3.5.1	Simulated Annealing	60
3.5.2	Γενετικοί Αλγόριθμοι (GA).....	61
3.5.3	Tabu Search (TS).....	61
3.5.4	Διαφορική Εξέλιξη	61
3.5.5	Ανοσοποιητικός Αλγόριθμος	62
3.5.6	Particle Swarm Optimization (PSO)	62
3.5.7	Βελτιστοποίηση Αποικίας Μυρμηγκιών	62
3.5.8	Βακτηριακός Αλγόριθμος Αναζήτησης Τροφής (BFA).....	63
3.5.9	Επαναλαμβανόμενη Τοπική Αναζήτηση.....	63
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ.....		64
4.1	Εισαγωγή.....	64

4.2 Εξέταση δικτύου το οποίο δεν περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων ή ζυγούς μηδενικής έγχυσης.....	65
4.3 Εξέταση δικτύου το οποίο περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων	67
4.4 Εξέταση δικτύου το οποίο περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων και ζυγούς μηδενικής έγχυσης.....	68
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗΣ PMUs ...	71
5.1 Εισαγωγή.....	71
5.2 Πρώτη προτεινόμενη μέθοδος- Πρακτικός αλγόριθμος για βέλτιστη τοποθέτηση PMU εξασφαλίζοντας την παρατηρησιμότητα του δικτύου	72
5.2.1 Εφαρμογή της 1ης Μεθόδου στο δίκτυο IEEE 30-ζυγών	75
5.2.2 Εφαρμογή της 1ης Μεθόδου στο δίκτυο IEEE 57-ζυγών	81
5.3 Δεύτερη προτεινόμενη μέθοδος- Συστηματικός αλγόριθμος για αναγνώριση των βέλτιστων θέσεων PMU	83
5.3.1 Βασική Ιδέα της 2ης Μεθόδου	83
5.3.2 Ανάλυση της 2ης Μεθόδου	85
5.3.3 Εφαρμογή της 2ης Μεθόδου στο δίκτυο IEEE 30 ζυγών	88
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ	94
6.1 Εισαγωγή.....	94
6.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 7-ζυγών.....	94
6.2.1 Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 7-ζυγών	95
6.2.2 Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 7-ζυγών .	96
6.2.3 Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 7-ζυγών	96
6.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 14-ζυγών.....	97
6.3.1 Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 14-ζυγών ..	98
6.3.2 Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 14-ζυγών	98
6.3.3 Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 14-ζυγών	99

6.4 Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 30-ζυγών.....	99
6.4.1 Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 30-ζυγών	100
6.4.2 Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 30-ζυγών	101
6.4.3 Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 30-ζυγών	101
6.5 Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 57-ζυγών.....	102
6.5.1 Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 57-ζυγών	103
6.5.2 Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 57-ζυγών	104
6.5.3 Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 57-ζυγών	104
6.6 Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 118-ζυγών.....	105
6.6.1 Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 118-ζυγών	106
6.6.2 Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 118-ζυγών	107
6.6.3 Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 118-ζυγών	107
6.7 Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος Ανάλυση αποτελεσμάτων	108
6.8 Μελλοντική Έρευνα.....	109
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	111

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΡΜΥ

1.1. Φασιθέτες

Ο Φασιθέτης (phasor) αποτελεί μια ποσότητα που διαθέτει μέτρο και φάση (ως προς μια αναφορά) και χρησιμοποιείται στην αναπαράσταση ενός ημιτονοειδούς σήματος. Το μέτρο του φασιθέτη σχετίζεται με το πλάτος του σήματος. Ως φάση (ή αλλιώς φασική γωνία) εννοείται η απόσταση ανάμεσα στην κορυφή του σήματος και σε μια ορισμένη αναφορά και έχει διαστάσεις γωνίας.

Ας δούμε πώς προκύπτει ο φασιθέτης ενός ημιτονοειδούς σήματος. Μια ημιτονοειδής κυματομορφή γράφεται στη μορφή:

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi) \quad (1.1)$$

όπου : ω είναι η γωνιακή συχνότητα του σήματος σε rad/s ($\omega = 2\pi f$)

ϕ είναι η φασική γωνία σε rad

X_m είναι το μέγιστο πλάτος του σήματος

Η εξίσωση (1.1) μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$x(t) = \operatorname{Re}\{X_m e^{j(\omega t + \phi)}\} = \operatorname{Re}\{e^{j\omega t} X_m e^{j\phi}\} \quad (1.2)$$

Δεδομένου ότι η συχνότητα ω σε ένα δίκτυο θεωρείται σταθερή, είθισται ο όρος $e^{j(\omega t)}$ της παραπάνω έκφρασης να παραλείπεται. Σε πραγματικές συνθήκες όμως η συχνότητα του δικτύου μπορεί να μεταβάλλεται ελαφρώς εξαιτίας των μεταβολών στη ζήτηση. Επομένως, για τον ακριβή υπολογισμό της φασικής γωνίας πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και η συχνότητα του δικτύου κατά τη στιγμή της μέτρησης. Ακόμη επειδή στον υπολογισμό της ενεργού και της άεργου ισχύος ενός δικτύου είθισται να χρησιμοποιούνται οι RMS τιμές της τάσης και του ρεύματος, το πλάτος

X_m του σήματος διαιρείται με $\sqrt{2}$. Έτσι η ημιτονοειδής κυματομορφή της εξίσωσης (1.1) αναπαρίσταται με ένα μιγαδικό αριθμό X , γνωστό ως φασιθέτη:

$$x(t) \leftrightarrow X = \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{j\phi} = \frac{X_m}{\sqrt{2}} \angle \phi \quad (1.3)$$

Όπως προαναφέρθηκε, οι φασιθέτες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση αμιγώς ημιτονοειδών σημάτων. Στην πράξη όμως κάθε σήμα αλλοιώνεται από άλλα σήματα διαφορετικών συχνοτήτων. Τότε καθίσταται απαραίτητη η εξαγωγή μιας συνιστώσας του σήματος (συνήθως εξάγεται η συνιστώσα που περιέχει τη θεμελιώδη συχνότητα) και η αναπαράστασή της με φασιθέτη. Η ανάλυση ενός σήματος σε επιμέρους σήματα διαφορετικών συχνοτήτων γίνεται μέσω Μετασχηματισμού Fourier.

1.2. Ιστορική ανασκόπηση

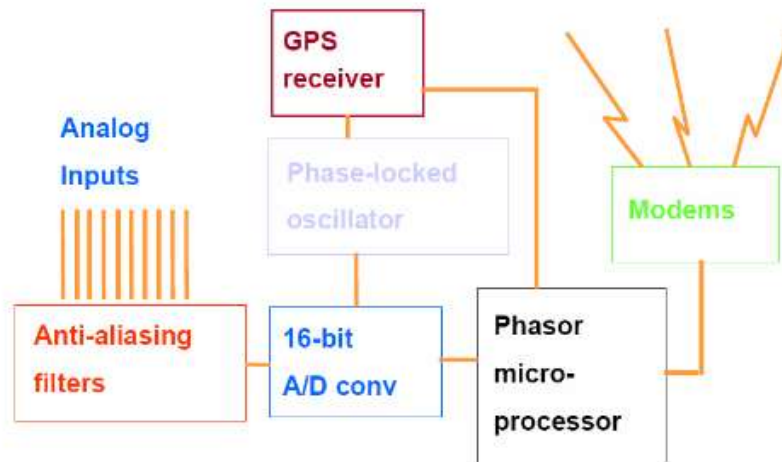
Η ενεργός ισχύς μιας γραμμής μεταφοράς συνδέεται άμεσα με τη διαφορά των γωνιών των τερματικών ζυγών της γραμμής αυτής. Καθώς πολλές εκτιμήσεις σχεδιασμού και λειτουργίας ενός δικτύου συνδέονται άρρηκτα με την ροή της ενεργού ισχύος, η ακριβής μέτρηση των φασικών διαφορών σε ζυγούς κατά τη διανομή αποτελούσε πάντοτε πεδίο ενδιαφέροντος για τους μηχανικούς που μελετούσαν τα δίκτυα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας.

Η σύγχρονη εποχή των συγχρονισμένων μετρήσεων ταυτίζεται με την εμφάνιση των μικροεπεξεργαστών και του πρώτου ψηφιακού ηλεκτρονόμου τη δεκαετία του '70. Η περίοδος αυτή μπορεί να χαρακτηριστεί και ως περίοδος γενικότερης μετάβασης των συστημάτων προστασίας των ηλεκτρικών δικτύων από τις ηλεκτρομηχανικές μεθόδους στις ψηφιακές. Με τη βοήθεια των μικροεπεξεργαστών οι ερευνητές προσπαθούσαν μέσω επαναληπτικών μεθόδων να εξακριβώσουν εάν σε μία τριφασική γραμμή μεταφοράς υπάρχει κάποιος από τους 10 τύπους σφάλματος. Η αναζήτηση αυτή είχε σαν αποτέλεσμα την εξάλειψη της ανάγκης επίλυσης σύνθετων συστημάτων εξισώσεων και την ανάπτυξη μιας τεχνικής βασιζόμενης στη συμμετρική (ανά φάση) ανάλυση όλων των τάσεων, των ρευμάτων και των στοιχείων ενός δικτύου. Με τη μέθοδο αυτή κατέστη πλέον δυνατό να υπολογιστούν όλα τα

πιθανά σφάλματα μέσω του κυκλώματος θετικής ακολουθίας. Η τάση θετικής ακολουθίας αποτελεί στην ουσία το διάνυσμα κατάστασης του κάθε δικτύου. Ο υπολογισμός της έδωσε μεγάλη ώθηση στους ερευνητές κι αναγνωρίστηκε η θεμελιώδης σημασία της στην ανάλυση των δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας. Η πρώτη δημοσίευση που αποδείκνυε την σημασία της τάσης θετικής ακολουθίας ενός κυκλώματος έλαβε χώρα το 1983 και ουσιαστικά αποτέλεσε την απαρχή της σύγχρονης μεθόδου της τεχνολογίας συγχρονισμένων μετρήσεων.

Η πρώτη εφαρμογή που αφορούσε την άμεσα μέτρηση φασικών γωνιών αναπτύχθηκε στην αρχή της δεκαετίας του 1980. Η εφαρμογή αυτή αποτελούσε ένα σύστημα το οποίο χρησιμοποιούσε ραδιοφωνικά και δορυφορικά σήματα, σε μια προσπάθεια επίτευξης συγχρονισμού μετρήσεων σε διαφορετικές τοποθεσίες με βάση κάποια χρονική αναφορά. Με τον τρόπο αυτό κατέστη εφικτός ο επιτυχής καθορισμός της φασικής διαφοράς δύο ζυγών με ακρίβεια μέτρησης της τάξεως των 40μs. Το σύστημα αυτό, λοιπόν, μπορούσε να μετρήσει την γωνία ενός φασιθέτη τάσεως, ωστόσο ήταν αδύνατο να υπολογίσει το πλάτος του φασιθέτη και, πολύ περισσότερο, τις διάφορες αρμονικές που συνέθεταν τη συνολική κυματομορφή της τάσης. Έτσι, η μέθοδος αυτή δεν μπορούσε να εφαρμοστεί σε συστήματα συγχρονισμένων μετρήσεων και φυσικά δεν εφαρμόζεται ούτε στις μέρες μας.

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας GPS, η οποία βρισκόταν παράλληλα σε εξέλιξη εκείνη την περίοδο, κατέστησε σαφές ότι το σύστημα αυτό παρείχε τον πιο αποδοτικό τρόπο συγχρονισμού μετρήσεων, ιδιαίτερα για μεγάλες αποστάσεις. Οι πρώτες εκδοχές των Μονάδων Μέτρησης Φασιθετών (PMU) που εκμεταλλεύονταν τις ιδιότητες του GPS υλοποιήθηκαν στο Πανεπιστήμιο VirginiaTech στην αρχή της δεκαετίας του '80 και δοκιμάστηκαν σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας των υποσταθμών του Αμερικανικού ηλεκτρικού δικτύου. Το λειτουργικό διάγραμμα ενός PMU φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 1.1 Λειτουργικό διάγραμμα PMU.

Η πρώτη εμπορική εκδοχή των PMU υλοποιήθηκε το 1991 σε συνεργασία του VirginiaTech με την εταιρεία Macrodyne. Την ίδια χρονιά η IEEE καθόρισε τα πρότυπα των αρχείων δεδομένων που δημιουργούνται και αποστέλλονται από τα PMU, η τελική τροποποίηση των οποίων πραγματοποιήθηκε το 2005. Σήμερα οι περισσότερες μεγάλες εταιρείες του χώρου κατασκευάζουν PMU σαν εμπορικά προϊόντα, τη στιγμή που τα PMU έχουν αρχίσει να διεισδύουν με σταθερό ρυθμό στα δίκτυα διανομής πολλών κρατών. Μπορεί, λοιπόν, να ειπωθεί ότι η τεχνολογία των συγχρονισμένων μετρήσεων έχει πλέον τυποποιηθεί και ότι τα επόμενα χρόνια όλο και περισσότερα ηλεκτρικά δίκτυα ανά τον κόσμο θα μπορούν να εποπτεύονται γρήγορα και εξολοκλήρου μέσω των PMU.

1.3. Σύγκριση τεχνολογίας SCADA και PMU

Η λειτουργία των ηλεκτρικών δικτύων κατά τη διάρκεια των τελευταίων 50 χρόνων βασίστηκε στα Συστήματα Εποπτικού Ελέγχου και Συλλογής Πληροφοριών (Supervisory Control And Data Acquisition - SCADA) και στα Συστήματα Ενεργειακής Διαχείρισης (Energy Management Systems - EMS).

Ένα σύστημα SCADA συλλέγει δεδομένα από διάφορα σημεία ενός δικτύου και χρησιμοποιείται για τον εποπτικό έλεγχο και τους διάφορους χειρισμούς του. Στα απομακρυσμένα τμήματα δικτύου οι μετρήσεις λαμβάνονται μέσω των Απομακρυσμένων Μονάδων Τηλεμετρίας (Remote Telemetry Units - RTU). Τα

δεδομένα των μετρήσεων είναι άλλοτε ψηφιακής μορφής και αφορούν σε καταστάσεις διακοπών, αποξευκτών και γειωτών, άλλοτε δε αναλογικής μορφής και αφορούν σε ηλεκτρικά μεγέθη όπως τάση (kV), ρεύμα (A), πραγματική ισχύ (MW), άεργο ισχύ (MVA_r) και λήψεις των μετασχηματιστών. Όλες αυτές οι μετρήσεις μετατρέπονται σε ηλεκτρικά σήματα και αποστέλλονται μέσω των RTU σε έναν κεντρικό υπολογιστικό σταθμό. Τα ηλεκτρικά αυτά σήματα μπορεί, με τη σειρά τους, να είναι αναλογικά ή ψηφιακά και η μετάδοσή τους πραγματοποιείται μέσω τηλεπικοινωνιακού δικτύου, ενσύρματου ή ασύρματου.

Τα τελευταία χρόνια οι επιστήμονες έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η ο έλεγχος και οι χειρισμοί σε ένα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, μέσω SCADA, εμφανίζει τις εξής αδυναμίες:

- Έλλειψη συγχρονισμένων δεδομένων.
- Αδυναμία παρακολούθησης της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος σε πραγματικό χρόνο.
- Αδυναμία εποπτείας μεγάλων γεωγραφικά περιοχών.

Η τεχνολογία των συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών είναι σε θέση να λύσει αυτά τα προβλήματα. Οι μετρήσεις που λαμβάνονται από τις μονάδες PMU σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας έχουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που τους προσδίδουν μεγαλύτερη αξία σε σχέση με τις συμβατικές μετρήσεις ενός συστήματος SCADA.

Ένα βασικό πλεονέκτημα των μετρήσεων PMU είναι η ταχύτητα. Οι μονάδες PMU μετρούν τάση, ρεύμα και συχνότητα με πολύ υψηλές ταχύτητες (μέχρι 60 παρατηρήσεις ανά δευτερόλεπτο) σε σύγκριση με ένα σύστημα SCADA, όπου το δίκτυο σαρώνεται κάθε 2 δευτερόλεπτα ή και πιο αραιά. Η τεχνολογία PMU εγγυάται ότι η πραγματική κατάσταση του συστήματος μεταφοράς μπορεί να μετρηθεί λεπτομερώς, με ταχύτητα ανάλογη της ταχύτητας μετάδοσης των δεδομένων. Με τα σημερινά δεδομένα ο προσδιορισμός της κατάστασης του συστήματος απαιτεί χρόνο μερικών δευτερολέπτων για τη λήψη μετρήσεων. Στη συνέχεια οι μετρήσεις αυτές εισάγονται στον εκτιμητή κατάστασης, ο αλγόριθμος του οποίου χρειάζεται αισθητά

λιγότερο χρόνο για να επιστρέψει τις τάσεις και τα ρεύματα των ζυγών του δικτύου, αφού οι μετρήσεις που δέχθηκε σαν είσοδο έχουν πολύ μεγάλη ακρίβεια. Έτσι οι χειριστές μπορούν να έχουν άμεση επίγνωση της κατάστασης του συστήματος σχεδόν σε πραγματικό χρόνο, γεγονός το οποίο συνεπάγεται άμεση απόκριση σε καταστάσεις ανάγκης.

Επιπλέον τα δεδομένα των PMU διαθέτουν «χρονική σφραγίδα». Η τελευταία ουσιαστικά ορίζεται ως η ενεργός τιμή και η φασική γωνία ενός ημιτονοειδούς σήματος με αναφορά ως προς μια χρονική στιγμή μεγάλης ακρίβειας, που παράγεται στο σημείο της μέτρησης από ένα δέκτη GPS. Η χρονική πληροφορία ενσωματώνεται στα δεδομένα έτσι ώστε οι μετρήσεις που λαμβάνονται από διαφορετικές περιοχές ή από διαφορετικούς ιδιοκτήτες να μπορούν να συγχρονιστούν και να ταξινομηθούν χρονικά στον κεντρικό σταθμό. Με αυτόν τον τρόπο η ταχύτητα μετάδοσης των δεδομένων στα κανάλια επικοινωνίας δεν αποτελεί πλέον σημαντικό πρόβλημα. Σε ένα σύστημα SCADA αυτό δεν είναι εφικτό, αφού εκεί τα δεδομένα των μετρήσεων ταξινομούνται με βάση το χρόνο άφιξης στον κεντρικό σταθμό, ο οποίος διαφέρει ανάλογα με την απόσταση που διανύουν τα δεδομένα.

Η τεχνολογία PMU προσφέρει εποπτεία ευρύτατων περιοχών δεδομένου ότι ο ακριβής χρονισμός των μετρήσεων φασιθετών προσφέρει δυνατότητα αξιοποίησης των πληροφοριών πέρα από την περιοχή του ζυγού όπου έγιναν οι μετρήσεις. Αυτό διευκολύνει τη διεσπαρμένη τηλεπισκόπηση και την ανάληψη συντονισμένων δράσεων. Επιπλέον η ευρεία εποπτεία και η ανάλυση των μετρήσεων επιτρέπει στους χειριστές να αναγνωρίσουν αλλαγές που συμβαίνουν στο δίκτυο, όπως το είδος και το μέγεθος της καταπόνησης, προκειμένου να βελτιώσουν την αξιοπιστία του. Το σύστημα SCADA, αντίθετα, σχεδιάστηκε για εποπτεία μιας περιορισμένης γεωγραφικά περιοχής και ως εκ τούτου δεν μπορεί να ανταποκριθεί στη σύγχρονη ανάγκη για έλεγχο ευρύτερων διασυνδέσεων.

Η αξιοποίηση των PMU στα ηλεκτρικά δίκτυα συνεπάγεται και οικονομικά οφέλη. Η τεχνολογία αυτή επιτρέπει αυξημένη ροή ισχύος πάνω στις ήδη υπάρχουσες γραμμές, γεγονός που αλλάζει τα δεδομένα στην οικονομία της διανομής ηλεκτρικής ενέργειας. Οι πληροφορίες από τις μονάδες PMU θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν

για να επιτρέπουν τη ροή ισχύος μέχρι το δυναμικό όριο μιας γραμμής μεταφοράς, αντί για το όριο της χειρότερης περίπτωσης.

1.4. Εφαρμογές των μονάδων PMU

Τα δεδομένα των μετρήσεων PMU μπορούν να χρησιμοποιηθούν από επιχειρήσεις κοινής ωφέλειας για τη διαχείριση του δικτύου σε πραγματικό χρόνο. Αρκετές επιχειρήσεις τόσο στις Η.Π.Α., όσο και στην Ευρώπη, αξιοποιούν τις μετρήσεις των PMU για:

- τον ακριβέστερο υπολογισμό της κατάστασης του συστήματος (λήψη με μεγάλη ταχύτητα ακριβέστερων δεδομένων που χρησιμοποιούνται από τα εργαλεία εκτίμησης κατάστασης)
- τον αυτόματο έλεγχο των στατικών αντισταθμιστών άεργου ισχύος (Static Var Compensator - SVC)
- τον έλεγχο ευστάθειας σε πραγματικό χρόνο
- την αποκατάσταση του δικτύου μετά από περιστατικά απομόνωσης και νησιδοποίησης
- την παρακολούθηση διαλείπουσας παραγωγής σε πραγματικό χρόνο (π.χ. παρακολούθηση φωτοβολταϊκών συστημάτων, ανεμογεννητριών)
- την ακριβή τοποθεσία σφαλμάτων στις γραμμές μεταφοράς του δικτύου και την απομόνωση των σφαλμάτων αυτών, πριν επεκταθούν στο υπόλοιπο δίκτυο.

1.5. Χρήσιμοι Όροι

Η τοποθέτηση ενός PMU σε κάθε υποσταθμό ενός δικτύου σίγουρα θα παρείχε όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για τις τάσεις και τα ρεύματα όλων των ζυγών του δικτύου, ωστόσο κάτι τέτοιο είναι όχι μόνο οικονομικά ασύμφορο, αλλά και αμφίβολης χρησιμότητας.

Το PMU διαθέτει μία πολύ σημαντική ιδιότητα: *Εάν η τάση και το ρεύμα ενός ζυγού, καθώς και η μεταξύ τους γωνία μετριέται από ένα PMU, τότε οι τάσεις και τα ρεύματα των υπόλοιπων ζυγών, οι οποίοι συνδέονται με τον ζυγό αυτό, μπορούν να υπολογιστούν από τον Νόμο του Ohm.* Στην παρούσα παράγραφο, παρουσιάζονται κάποιοι όροι οι οποίοι χρησιμοποιούνται στην παρούσα μελέτη:

- Ένα σύστημα ορίζεται ως *παρατηρήσιμο* αν ο αριθμός και η θέση των διαθέσιμων μετρήσεων είναι επαρκείς προκειμένου να είναι δυνατή η εκτίμηση της κατάστασής του.
- Ένας ζυγός ορίζεται ως *άμεσα παρατηρήσιμος*, όταν στο ζυγό αυτό έχει εγκατασταθεί μονάδα PMU.
- *Έμμεσα παρατηρήσιμος* ορίζεται ένας ζυγός στον οποίο δεν έχει εγκατασταθεί PMU, ωστόσο η τάση και το ρεύμα καθώς και η διαφορά των γωνιών τους μπορεί να υπολογιστεί από ένα PMU τοποθετημένο σε κάποιον άλλον ζυγό.
- *Μη παρατηρήσιμος* ορίζεται ένας ζυγός η τάση και το ρεύμα του οποίου δεν μπορούν να υπολογιστούν.
- Ένα σύστημα ορίζεται ως *πλήρως παρατηρήσιμο* όταν όλοι του οι ζυγοί είναι είτε άμεσα είτε έμμεσα παρατηρήσιμοι.

1.6. Ανασκόπηση της Διπλωματικής Εργασίας

Σκοπός της Διπλωματικής εργασίας είναι ο προσδιορισμός του *βέλτιστου συνόλου* των ζυγών στους οποίους θα τοποθετηθούν τα PMU. Ο όρος «βέλτιστο» υπονοεί ότι το σύνολο αυτό θα περιέχει τον ελάχιστο αριθμό PMU που απαιτείται για κάθε ένα δίκτυο ώστε το δίκτυο αυτό να είναι πλήρως παρατηρήσιμο.

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια. Το Κεφάλαιο 1 εισάγει τον αναγνώστη στα PMU με μια σύντομη ιστορική αναδρομή και με την αναφορά των ήδη υπαρχόντων και των μελλοντικών εφαρμογών τους. Το Κεφάλαιο 2 εξετάζει και αναλύει ενδελεχώς το πρόβλημα της Εκτίμησης Κατάστασης μέσω PMU. Το Κεφάλαιο 3 παρουσιάζει μια επισκόπηση των μεθόδων και τεχνικών που έχουν εφαρμοστεί στο πρόβλημα την βέλτιστης τοποθέτησης των PMU. Στο Κεφάλαιο 4 επιχειρείται μια πρώτη προσέγγιση της επίλυσης της παρατηρησιμότητας

ενός δικτύου με εφαρμογή Γραμμικού Προγραμματισμού. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται δύο πρακτικοί αλγόριθμοι που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, οι οποίοι επιχειρούν να εξηγήσουν τα κριτήρια επιλογής των ζυγών που απαρτίζουν τα βέλτιστα υποσύνολα ενός δικτύου. Στο Κεφάλαιο 6 γίνεται παρουσίαση και σύγκριση των αποτελεσμάτων ανά δίκτυο των τριών προαναφερθέντων αλγορίθμων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ PMU

2.1. Εισαγωγή

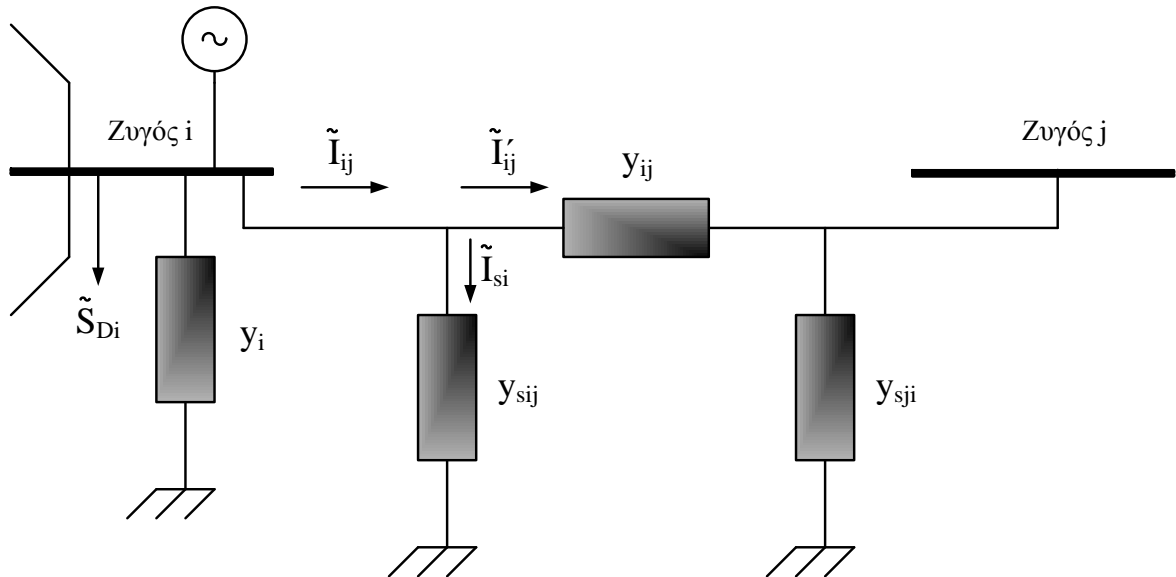
Η πιο σημαντική εφαρμογή των συγχρονισμένων μετρήσεων είναι, αναμφίβολα, η αξιοποίησή τους για την εκτίμηση κατάστασης ενός δικτύου. Η τοποθέτηση PMU σε κρίσιμα σημεία του δικτύου έχει σαν αποτέλεσμα την ταχύτερη και λεπτομερέστερη μέτρηση της κατάστασης του δικτύου, όσον αφορά στις τάσεις και τα ρεύματα των ζυγών, όπως επίσης και τη μεταξύ τους γωνία. Η ύπαρξη συγχρονισμένων μετρήσεων σε ένα δίκτυο, χάρη στην ακρίβεια και τον ταχύτατο υπολογισμό τους, παρουσιάζει ευεργετικά αποτελέσματα για την εκτίμηση κατάστασης του δικτύου. Ο εκτιμητής κατάστασης παρέχει αποτελέσματα για την παρούσα κατάσταση του δικτύου με πολύ μεγάλη αξιοπιστία και μάλιστα χωρίς να χρειαστούν πολλές ανακυκλώσεις, έως ότου ο αλγόριθμος να συγκλίνει στις πραγματικές τιμές.

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζεται ο υπολογισμός του φασιθέτη ρεύματος μιας γραμμής τόσο σε πολικές όσο και σε καρτεσιανές συντεταγμένες, η κατάρθρωση της Ιακωβιανής μήτρας, κατά περίπτωση, καθώς και ο υπολογισμός των στοιχείων της. Ουσιαστικά, στο κεφάλαιο αυτό θεμελιώνεται το πρόβλημα εκτίμησης κατάστασης ενός δικτύου με χρήση PMU.

2.2. Υπολογισμός φασιθέτη ρεύματος χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο μοντέλο Π μιας γραμμής μεταφοράς και πολικές συντεταγμένες

Ας θεωρήσουμε το γενικευμένο ζυγό ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Η γραμμή μεταφοράς μεταξύ των ζυγών i και j παριστάνεται με το ισοδύναμο μοντέλο «Π». Στο ζυγό i είναι επίσης συνδεδεμένη μια εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα Y_i , που εκφράζει οποιοδήποτε συνδυασμό πυκνωτών, αυτεπαγωγών ή φορτίων, τα οποία παριστάνονται με σταθερή αγωγιμότητα. Η γεννήτρια που συνδέεται στον ζυγό I_i εγχέει ρεύμα \tilde{I}_{Gi} , ενώ το αντίστοιχο φορτίο \tilde{S}_{Di} απορροφά ρεύμα \tilde{I}_{Di} . Η τάση στο

ζυγό i συμβολίζεται με \tilde{V}_i και η τάση στο ζυγό j με \tilde{V}_j . Στην αρχή της γραμμής έχει τοποθετηθεί μία συσκευή PMU, η οποία μετράει την τάση του ζυγού i και το ρεύμα \tilde{I}_{ij} , όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1 Ισοδύναμο μοντέλο «Π» μιας γραμμής μεταφοράς $i - j$

Το ρεύμα \tilde{I}_{ij} , είναι το ρεύμα που διαρρέει τη γραμμή μεταξύ των ζυγών i και j . Το ρεύμα αυτό, διαιρείται σε δύο ρεύματα, τα \tilde{I}_{si} και \tilde{I}'_{ij} , αντίστοιχα. Επομένως ισχύει:

$$\tilde{I}_{ij} = \tilde{I}_{si} + \tilde{I}'_{ij} \quad (2.1)$$

Τα δύο ρεύματα στο δεξί μέλος της εξίσωσης (2.1), μπορούν να αναλυθούν συναρτήσει των τάσεων των ζυγών και των χαρακτηριστικών της γραμμής. Έτσι:

$$\tilde{I}_{ij} = \tilde{V}_{ij} y_{sij} + (\tilde{V}_i - \tilde{V}_j) y_{ij} = \tilde{V}_i (y_{sij} + y_{ij}) - \tilde{V}_j y_{ij} \quad (2.2)$$

Τα μιγαδικά μεγέθη μπορούν να εκφραστούν με τις ακόλουθες μορφές:

$$\tilde{V}_i = V_i \cos \delta_i + j V_i \sin \delta_i \quad (2.3)$$

$$\tilde{V}_j = V_j \cos \delta_j + j V_j \sin \delta_j \quad (2.4)$$

$$y_{ij} = g_{ij} + j b_{ij} \quad (2.5)$$

$$y_{sij} = g_{sij} + j b_{sij} \quad (2.6)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2.2) τις σχέσεις (2.3) – (2.6), έχουμε:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{ij} &= V_i (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) (g_{ij} + j b_{ij} + g_{sij} + j b_{sij}) - V_j (\cos \delta_j + j \sin \delta_j) (g_{ij} + j b_{ij}) \Rightarrow \\ \tilde{I}_{ij} &= V_i (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) ((g_{ij} + g_{sij}) + j (b_{ij} + b_{sij})) - V_j (\cos \delta_j + j \sin \delta_j) (g_{ij} + j b_{ij}) \Rightarrow \\ \tilde{I}_{ij} &= V_i \left\{ (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i + j (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + j (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right\} - \\ &- V_j \left\{ g_{ij} \cos \delta_j + j b_{ij} \cos \delta_j + j g_{ij} \sin \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right\} \Rightarrow \\ \tilde{I}_{ij} &= \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} + \\ &+ j \left\{ V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} \quad (2.7) \end{aligned}$$

Υπολογίζοντας την πολική μορφή του παραπάνω μιγαδικού αριθμού, εξίσωση (2.7), θα ισχύει:

$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij} \angle \theta_{ij}$$

Επομένως, το μέτρο του ρεύματος θα είναι:

$$I_{ij} = \sqrt{I_{ij,r}^2 + I_{ij,i}^2}$$

όπου

$$I_{ij,r} = V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]$$

$$I_{ij,i} = V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]$$

Συνεπώς:

$$I_{ij} = \sqrt{\left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}^2 + \left\{ V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}^2} \quad (2.8)$$

Προσπαθώντας να απλοποιήσουμε την εξίσωση (2.7), θα προσπαθήσουμε να εκφράσουμε την υπόριζη ποσότητα με μια απλούστερη σχέση. Έτσι:

$$\begin{aligned}
& \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}^2 + \\
& \quad + \left\{ V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}^2 = \\
= & V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 + V_j^2 \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]^2 - \\
& - 2V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] + \\
& + V_i^2 \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 + V_j^2 \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]^2 - \\
& - 2 \cdot V_i \cdot V_j \cdot \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cdot \cos \theta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \cdot \sin \theta_i \right] \cdot \left[b_{ij} \cdot \cos \theta_j + g_{ij} \cdot \sin \theta_j \right] = \\
= & V_i^2 \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 + \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 \right\} + \\
& + V_j^2 \left\{ \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]^2 + \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]^2 \right\} - \\
& - 2V_i V_j \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right. \\
& \left. - \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} =
\end{aligned}$$

Θέτουμε:

$$A = V_i^2 \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 + \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right]^2 \right\}$$

$$B = V_j^2 \left\{ \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]^2 + \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]^2 \right\}$$

$$C = -2V_i V_j \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right. \\ \left. - \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\}$$

Οπότε:

$$\begin{aligned}
A &= V_i^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(g_{ij} + g_{sij} \right)^2 \cos^2 \delta_i + \left(b_{ij} + b_{sij} \right)^2 \sin^2 \delta_i - 2 \left(g_{ij} + g_{sij} \right) \cos \delta_i \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \sin \delta_i + \\ & + \left(b_{ij} + b_{sij} \right)^2 \cos^2 \delta_i + \left(g_{ij} + g_{sij} \right)^2 \sin^2 \delta_i - 2 \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \cos \delta_i \left(g_{ij} + g_{sij} \right) \sin \delta_i \end{aligned} \right\} = \\
&= V_i^2 \left\{ \left[\left(g_{ij} + g_{sij} \right)^2 + \left(b_{ij} + b_{sij} \right)^2 \right] \cos^2 \delta_i + \left[\left(g_{ij} + g_{sij} \right)^2 + \left(b_{ij} + b_{sij} \right)^2 \right] \sin^2 \delta_i \right\} = \\
&= V_i^2 \left\{ \left[\left(g_{ij} + g_{sij} \right)^2 + \left(b_{ij} + b_{sij} \right)^2 \right] \left(\cos^2 \delta_i + \sin^2 \delta_i \right) \right\} = \\
&= V_i^2 \left[\left(g_{ij} + g_{sij} \right)^2 + \left(b_{ij} + b_{sij} \right)^2 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= V_j^2 \left\{ \begin{aligned} & g_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + b_{ij}^2 \sin^2 \delta_j - 2 g_{ij} b_{ij} \sin \delta_j \cos \delta_j + \\ & + b_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + g_{ij}^2 \sin^2 \delta_j - 2 g_{ij} b_{ij} \sin \delta_j \cos \delta_j \end{aligned} \right\} = \\
&= V_j^2 \left\{ g_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + b_{ij}^2 \sin^2 \delta_j + b_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + g_{ij}^2 \sin^2 \delta_j \right\} = \\
&= V_j^2 \left\{ \left(g_{ij}^2 + b_{ij}^2 \right) \cos^2 \delta_j + \left(g_{ij}^2 + b_{ij}^2 \right) \sin^2 \delta_j \right\} = \\
&= V_j^2 \left\{ \left(g_{ij}^2 + b_{ij}^2 \right) \left(\cos^2 \delta_j + \sin^2 \delta_j \right) \right\} = \\
&= V_j^2 \left(g_{ij}^2 + b_{ij}^2 \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} & g_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) \cos \delta_i \cos \delta_j - g_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \sin \delta_i \cos \delta_j - \\ & - b_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) \cos \delta_i \cos \delta_j + b_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \sin \delta_i \sin \delta_j + \\ & + b_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \cos \delta_i \cos \delta_j + b_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) \sin \delta_i \cos \delta_j + \\ & + g_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \cos \delta_i \sin \delta_j + g_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) \sin \delta_i \sin \delta_j \end{aligned} \right\} = \\
&= -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} & \left[g_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) + b_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \right] \cos \delta_i \cos \delta_j + \\ & + \left[g_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) + b_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \right] \sin \delta_i \sin \delta_j + \\ & + g_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \left[\cos \delta_i \sin \delta_j - \sin \delta_i \cos \delta_j \right] + \\ & + b_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) \left[\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j \right] \end{aligned} \right\} = \\
&= -2V_i V_j \left\{ \begin{aligned} & \left[g_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) + b_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) \right] \left[\cos \delta_i \cdot \cos \delta_j + \sin \delta_i \cdot \sin \delta_j \right] + \\ & + \left[g_{ij} \left(b_{ij} + b_{sij} \right) - b_{ij} \left(g_{ij} + g_{sij} \right) \right] \left[\cos \delta_i \sin \delta_j - \sin \delta_i \cos \delta_j \right] \end{aligned} \right\}
\end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας τριγωνομετρικές ιδιότητες, έχουμε:

$$\begin{aligned}
C &= -2V_i V_j \left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) + \right. \\
&\quad \left. + \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_j - \delta_i) \right\} = \\
&= -2V_i V_j \left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) - \right. \\
&\quad \left. - \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\}
\end{aligned}$$

Επομένως:

$$I_{ij} = \sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j \left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) - \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\}} \quad (2.9)$$

Για συντομία, το μέτρο του ρεύματος γράφεται: $I_{ij} = \sqrt{A + B + C}$

$$\text{ή } I_{ij} = \sqrt{A_{ij} V_i^2 + B_{ij} V_j^2 + 2C_{ij} V_i V_j},$$

όπου

$$A_{ij} = \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right]$$

$$B_{ij} = (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)$$

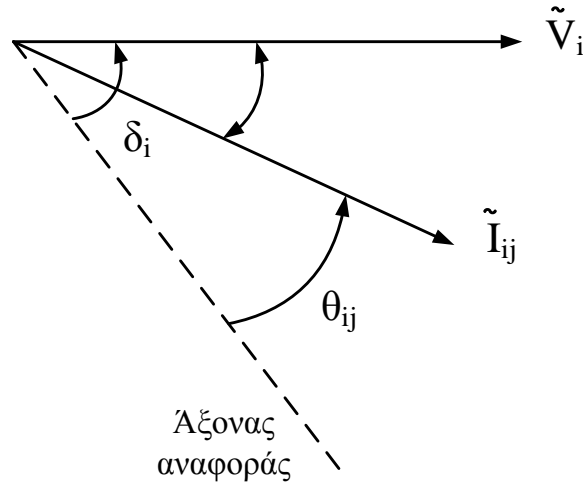
$$C_{ij} = \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right]$$

Επίσης το όρισμα του ρεύματος θα δίνεται από την σχέση:

$$\theta_{ij} = \arctg \left(\frac{I_{ij,i}}{I_{ij,r}} \right) \quad \text{ή}$$

$$\theta_{ij} = \arctg \left\{ \frac{V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]}{V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]} \right\} \quad (2.10)$$

Παραστατικά η γωνία αυτή φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα 2.



Σχήμα 2.2 Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων-ρευμάτων.

2.3. Υπολογισμός φασιθέτη ρεύματος χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο μοντέλο Π μιας γραμμής μεταφοράς και καρτεσιανές συντεταγμένες

Ας υποθέσουμε το ισοδύναμο μοντέλο «Π», μιας γραμμής μεταφοράς (Σχήμα 2.3). Έστω, επίσης, ότι οι μετρούμενες τάσεις των ζυγών είναι \tilde{V}_i και \tilde{V}_j . Θεωρώντας μια μέτρηση ρεύματος από τον ζυγό i προς τον ζυγό j , τότε τα διανύσματα των τάσεων και του ρεύματος σε καρτεσιανή μορφή γράφονται ως εξής:

$$\tilde{V}_i = E_i + jF_i \quad (2.11)$$

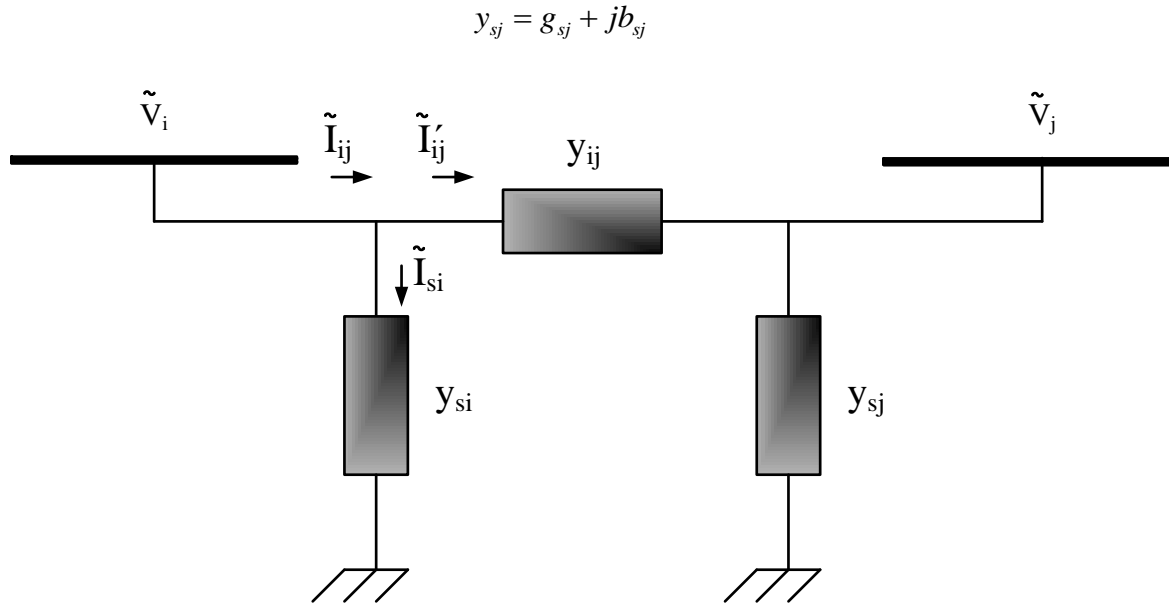
$$\tilde{V}_j = E_j + jF_j \quad (2.12)$$

$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij,r} + jI_{ij,i} \quad (2.13)$$

Εάν οι τιμές της αγωγιμότητας σειράς και των αντίστοιχων εγκάρσιων αγωγιμοτήτων δίδονται από τις σχέσεις

$$y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$$

$$y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij}$$



Σχήμα 2.3 Ισοδύναμο μοντέλο «Π» μιας γραμμής μεταφοράς $i - j$

τότε:

$$\begin{aligned}\tilde{I}_{ij} &= (g_{sij} + jb_{sij})\tilde{V}_i + (g_{ij} + jb_{ij})(\tilde{V}_i - \tilde{V}_j) \\ &= (E_i + jF_i) \left[(g_{sij} + jg_{ij}) + j(b_{sij} + jb_{ij}) \right] - \\ &\quad - (E_j + jF_j)(g_{ij} + jb_{ij})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{I}_{ij} &= \left[(g_{sij} + g_{ij})E_i - (b_{sij} + b_{ij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j \right] + \\ &\quad + j \left[(g_{sij} + g_{ij})F_i + (b_{sij} + b_{ij})E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j \right]\end{aligned}$$

Συνεπώς:

$$I_{ij,r} = \left[(g_{sij} + g_{ij})E_i - (b_{sij} + b_{ij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j \right] \quad (2.14)$$

$$I_{ij,i} = \left[(g_{sij} + g_{ij})F_i + (b_{sij} + b_{ij})E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j \right] \quad (2.15)$$

Από τις εξισώσεις (2.14) και (2.15), φαίνεται ότι το μοντέλο είναι γραμμικό.

Συνοψίζοντας, μια γραμμή μεταφοράς στην οποία μετρώνται οι τάσεις και τα ρεύματα και στα δύο άκρα της, μπορεί να περιγραφεί, με την βοήθεια συστημάτων εξισώσεων, τόσο σε πολική, όσο και σε καρτεσιανή μορφή.

2.4. Ενσωμάτωση των συγχρονισμένων μετρήσεων στο μοντέλο εκτίμησης κατάστασης

Ας υποθέσουμε το γνωστό μοντέλο μέτρησης $z = h(x) + v$. Τότε η προσέγγιση πρώτης τάξης θα είναι : $\Delta z = H\Delta x + v$, όπου $H = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$, η κλασσική Ιακωβιανή μήτρα.

Στην περίπτωση που εξετάζουμε, θα πρέπει να ληφθούν υπόψιν οι μετρήσεις της συσκευής PMU. Οι επιπλέον μετρήσεις είναι, το ρεύμα γραμμής και η τάση ζυγού στον οποίο έχει τοποθετηθεί PMU.

2.4.1. Ιακωβιανή μήτρα χρησιμοποιώντας πολικές συντεταγμένες για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης

Η Ιακωβιανή μήτρα χρησιμοποιώντας πολικές συντεταγμένες για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης, διαμορφώνεται ως ακολούθως:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial P_{fl}}{\partial V} & \frac{\partial P_{fl}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial Q_{fl}}{\partial V} & \frac{\partial Q_{fl}}{\partial \delta} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{\partial I_{ij}}{\partial V} & \frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V} & \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

όπου,

P_{inj}, Q_{inj} : Η έγχυση ενεργού (αέργου) ισχύος

P_{fl}, Q_{fl} : Η ροή ενεργού (αέργου) ισχύος

V, δ : Το μέτρο και το όρισμα της τάσης του ζυγού

I_{ij}, θ_{ij} : Το μέτρο και το όρισμα του ρεύματος.

Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι οι εξισώσεις έγχυσης και ροής ισχύος παραμένουν ίδιες, όπως αυτές που συναντήσαμε στο θεμελιώδες πρόβλημα της εκτίμησης κατάστασης. Έτσι οι εξισώσεις της υβριδικής ροής φορτίου, διαχωρίζοντας πραγματικά και φανταστικά μέρη θα είναι:

$$P_{inj} = V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \{g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)\} \quad (2.17)$$

$$Q_{inj} = -V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \{g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)\} \quad (2.18)$$

$$P_{fl} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j \{g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)\} \quad (2.19)$$

$$Q_{fl} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \{g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)\} \quad (2.20)$$

όπου, το $a(i)$ αντιπροσωπεύει την ομάδα των διασυνδεδεμένων ζυγών με τον ζυγό i .

Εάν θέσουμε

$$\alpha_{ij} = g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (2.21)$$

$$\beta_{ij} = g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (2.22)$$

Τότε οι εξισώσεις (17-12)-(20-15), γίνονται:

$$P_{inj} = V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (2.23)$$

$$Q_{inj} = -V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_i - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (2.24)$$

$$P_{fl} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j \alpha_{ij} \quad (2.25)$$

$$Q_{fl} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \beta_{ij} \quad (2.26)$$

και τα στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν την κλασική εκτίμηση κατάστασης σε υβριδική μορφή, θα είναι:

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial V_i} = 2V_i \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + 2V_i g_i - \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial V_j} = -V_i \alpha_{ij} \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial \delta_j} = -V_i V_j \beta_{ij} \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial V_i} = -2V_i \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - 2V_i b_i - \sum_{m \in a(i)} V_j \beta_{ij} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial V_j} = -V_j \beta_{ij} \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{m \in a(i)} V_j \alpha_{ij} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial \delta_j} = V_i V_j \alpha_{ij} \quad (2.34)$$

$$\frac{P_{fl}}{V_i} = 2V_i (g_{ij} + g_{sij}) - V_j \alpha_{ij} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial V_j} = -V_i \alpha_{ij} \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial \delta_i} = V_i V_j \beta_{ij} \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial \delta_j} = -V_i V_j \beta_{ij} \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial V_i} = -2V_i (b_{ij} + b_{sij}) - V_j \beta_{ij} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial V_j} = -V_i \beta_{ij} \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial \delta_i} = -V_i V_j \alpha_{ij} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial \delta_j} = V_i V_j \alpha_{ij} \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} = 0 \quad \frac{\partial V_i}{\partial \delta_j} = 0 \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1 \quad \frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0 \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_i} = 1 \quad \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_j} = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial V_i} = 0 \quad \frac{\partial \delta_i}{\partial V_j} = 0 \quad (2.46)$$

Ως προς τις παραμέτρους που αφορούν την συσκευή PMU, θα έχουμε:

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} V_i \left\{ \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] \right\} + V_j \\ \left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \right. \\ \left. - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\} \end{array} \right\}}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\}}} \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{\left\{ V_j \left\{ (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \right\} + V_i \left\{ - \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} \right.}{\left. - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\}} \sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j} \quad (2.48)$$

$$\sqrt{\left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{\left\{ V_i V_j \left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) + \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\} \right.}{\left. \sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j} \right.} \quad (2.49)$$

$$\sqrt{\left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) - \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_j} = - \frac{\left\{ V_i V_j \left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) + \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\} \right.}{\left. \sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j} \right.} \quad (2.50)$$

$$\sqrt{\left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) - \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\}}$$

Θέτοντας:

$$C_{ij} = \left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) - \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\}$$

και

$$D_{ij} = \left\{ \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) + \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\}$$

οι εξισώσεις (2.47)-(2.50), γίνονται:

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{V_i \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_j (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + V_i C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_j} = - \frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

Υπολογίζοντας τα C_{ij} και D_{ij} , έχουμε:

$$\begin{aligned} C_{ij} &= - \left\{ g_{ij} g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + g_{ij} g_{sij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} b_{sij} \cos(\delta_i - \delta_j) - \right. \\ &\quad \left. - g_{ij} b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - g_{ij} b_{sij} \sin(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} g_{sij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} = \\ &= g_{sij} \left[g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] - b_{sij} \left[g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] + \\ &\quad + g_{ij} \left[g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] - b_{ij} \left[g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \Big\} = \\ &= -g_{sij} \alpha_{ij} + b_{sij} \beta_{ij} - g_{ij} \alpha_{ij} + b_{ij} \beta_{ij} = \\ &= \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{ij} &= g_{ij}g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + g_{ij}g_{sij} \sin(\delta_i - \delta_j) + b_{ij}b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + b_{ij}b_{sij} \sin(\delta_i - \delta_j) + \\
&\quad + g_{ij}b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + g_{ij}b_{sij} \cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij}g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij}g_{sij} \cos(\delta_i - \delta_j) = \\
&= g_{sij} \left[g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] + b_{sij} \left[g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] + \\
&\quad + g_{ij} \left[g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] + b_{ij} \left[g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] = \\
&= g_{sij}\beta_{ij} + b_{sij}\alpha_{ij} + g_{ij}\beta_{ij} + b_{ij}\alpha_{ij} = \\
&= \left[(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\alpha_{ij} \right]
\end{aligned}$$

Άρα :

$$C_{ij} = \left[(b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} \right] \quad (2.51)$$

και

$$D_{ij} = \left[(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\alpha_{ij} \right] \quad (2.52)$$

οπότε:

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{V_i \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] - V_j \left[(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} \right]}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} \right]}} \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_j (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - V_i \left[(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} \right]}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} \right]}} \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\alpha_{ij} \right]}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} \right]}} \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij}) \beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij}) \alpha_{ij} \right]}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} \right]}} \quad (2.56)$$

Παράλληλα, οι παράγοντες της Ιακωβιανής μήτρας του υβριδικού μοντέλου που αφορούν το όρισμα του ρεύματος που μετρά η συσκευή PMU, υπολογίζονται ως εξής:

Γνωρίζουμε ότι:

$$\theta_{ij} = \arctg \left\{ \frac{V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]}{V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]} \right\}$$

Θέτουμε:

$$D = V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right]$$

$$E = V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right]$$

Άρα:

$$\theta_{ij} = \arctg \left\{ \frac{D}{E} \right\}$$

Έτσι:

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = \frac{\frac{\partial}{\partial V_i} \left\{ \frac{D}{E} \right\}}{1 + \left(\frac{D}{E} \right)^2} = \frac{\left[\frac{\partial}{\partial V_i} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial V_i} \{E\} \right]}{\frac{D^2 + E^2}{E^2}} = \frac{\left[\frac{\partial}{\partial V_i} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial V_i} \{E\} \right]}{D^2 + E^2}$$

Ομοίως, οι υπόλοιποι όροι θα είναι:

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{\left[\frac{\partial}{\partial V_j} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial V_j} \{E\} \right]}{D^2 + E^2}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{\left[\frac{\partial}{\partial \delta_i} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial \delta_i} \{E\} \right]}{D^2 + E^2}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{\left[\frac{\partial}{\partial \delta_j} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial \delta_j} \{E\} \right]}{D^2 + E^2}$$

Με απλή παρατήρηση των όρων D και E , προκύπτει ότι $D^2 + E^2 = I_{ij}^2$. Αρκεί, λοιπόν, να υπολογιστούν οι αριθμητές των τεσσάρων πιο πάνω εξισώσεων. Έτσι:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial V_i} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial V_i} \{E\} \right] &= \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] \\ &\quad \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} - \\ &\quad - \left\{ V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} \\ &\quad \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] = \\ &= (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} + \\ &\quad + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} - \\ &\quad - (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} + \\ &\quad + (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} = \\ &= V_i (g_{ij} + g_{sij}) (b_{ij} + b_{sij}) \cos^2 \delta_i - V_i (b_{ij} + b_{sij})^2 \cos \delta_i \sin \delta_j - V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j + \\ &\quad + V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j + V_i (g_{ij} + g_{sij})^2 \cos \delta_i \sin \delta_i - V_i (g_{ij} + g_{sij}) (b_{ij} + b_{sij}) \sin^2 \delta_i - \\ &\quad - V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j + V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j - V_i (g_{ij} + g_{sij}) (b_{ij} + b_{sij}) \cos^2 \delta_i - \\ &\quad - V_i (g_{ij} + g_{sij})^2 \cos \delta_i \sin \delta_i + V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j + V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j + \\ &\quad + V_i (b_{ij} + b_{sij})^2 \cos \delta_i \sin \delta_j + V_i (g_{ij} + g_{sij}) (b_{ij} + b_{sij}) \sin^2 \delta_i - V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j - \\ &\quad - V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) [\cos \delta_i \cdot \cos \delta_j + \sin \delta_i \sin \delta_j] - V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) [\sin \delta_i \cdot \cos \delta_j - \cos \delta_i \cdot \sin \delta_j] - \\
&\quad - V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) [\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j] + V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) [\sin \delta_i \cdot \sin \delta_j + \cos \delta_i \cdot \cos \delta_j] = \\
&\quad = -V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos(\delta_i - \delta_j) - V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin(\delta_i - \delta_j) - \\
&\quad \quad - V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin(\delta_i - \delta_j) + V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos(\delta_i - \delta_j) = \\
&= V_j [b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) - g_{ij} (b_{ij} + b_{sij})] \cos(\delta_i - \delta_j) - V_j [b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) + g_{ij} (g_{ij} + g_{sij})] \sin(\delta_i - \delta_j)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left[\frac{\partial}{\partial V_j} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial V_j} \{E\} \right] &= -[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j] \\
&\quad \left\{ V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j] \right\} + \\
&\quad + \left\{ V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j] \right\} \\
&\quad \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -b_{ij} \cos \delta_j \left\{ V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j] \right\} - \\
&\quad - g_{ij} \sin \delta_j \left\{ V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j] \right\} + \\
&\quad + g_{ij} \cos \delta_j \left\{ V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j] \right\} - \\
&\quad - b_{ij} \sin \delta_j \left\{ V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j] \right\} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -V_j b_{ij} g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j + V_i b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j + V_j g_{ij} b_{ij} \cos^2 \delta_j - \\
&\quad - V_j b_{ij}^2 \cos \delta_j \sin \delta_j - V_i g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j + V_i g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j + \\
&\quad + V_j g_{ij}^2 \sin \delta_j \cos \delta_j - V_j g_{ij} b_{ij} \sin^2 \delta_j + V_i g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j + \\
&\quad + V_i g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j - V_j g_{ij} b_{ij} \cos^2 \delta_j - V_j g_{ij}^2 \sin \delta_j \cos \delta_j - \\
&\quad - V_i b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j - V_i b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j + V_j b_{ij}^2 \cos \delta_j \sin \delta_j + \\
&\quad + V_j g_{ij} b_{ij} \sin^2 \delta_j =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -V_i b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) [\cos \delta_i \cos \delta_j + \sin \delta_i \sin \delta_j] + V_i b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) [\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j] + \\
&\quad + V_i g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) [\cos \delta_i \cos \delta_j + \sin \delta_i \sin \delta_j] + V_i g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) [\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -V_i b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos(\delta_i - \delta_j) + V_i b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin(\delta_i - \delta_j) + \\
&\quad + V_i g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos(\delta_i - \delta_j) + V_i g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin(\delta_i - \delta_j) = \\
&= V_i \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) + V_i \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left[\frac{\partial}{\partial \delta_i} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial \delta_i} \{E\} \right] &= V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) (-\sin \delta_i) + (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \right] \\
&\quad \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} - \\
&\quad - \left\{ V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} \\
&\quad V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) (-\sin \delta_i) - (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \right] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_i + V_i^2 (b_{ij} + b_{sij})^2 \sin^2 \delta_i + V_i^2 (g_{ij} + g_{sij})^2 \cos^2 \delta_i - \\
&\quad - V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_i + V_i V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j - \\
&\quad - V_i V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j - V_i V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j + \\
&\quad + V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j + V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_i + \\
&\quad + V_i^2 (g_{ij} + g_{sij})^2 \sin^2 \delta_i + V_i^2 (b_{ij} + b_{sij})^2 \cos^2 \delta_i + V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_i - \\
&\quad - V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j - V_i V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j - \\
&\quad - V_i V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j - V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= V_i^2 (b_{ij} + b_{sij})^2 \left[\sin^2 \delta_i + \cos^2 \delta_i \right] + V_i^2 (g_{ij} + g_{sij})^2 \left[\cos^2 \delta_i + \sin^2 \delta_i \right] + \\
&\quad + V_i V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \left[\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j \right] - \\
&\quad - V_i V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \left[\cos \delta_i \cos \delta_j + \sin \delta_i \sin \delta_j \right] - \\
&\quad - V_i V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \left[\cos \delta_i \cos \delta_j + \sin \delta_i \sin \delta_j \right] - \\
&\quad - V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \left[\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j \right] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= V_i^2 (b_{ij} + b_{sij})^2 + V_i^2 (g_{ij} + g_{sij})^2 + V_i V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin(\delta_i - \delta_j) - V_i V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos(\delta_i - \delta_j) - \\
&\quad - V_i V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos(\delta_i - \delta_j) - V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin(\delta_i - \delta_j) =
\end{aligned}$$

$$= V_i^2 \left[(b_{ij} + b_{sij})^2 + (g_{ij} + g_{sij})^2 \right] + V_i V_j \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \\ - V_i V_j \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \delta_j} \{D\} \right] E - D \left[\frac{\partial}{\partial \delta_j} \{E\} \right] = -V_j \left[b_{ij} (-\sin \delta_j) + g_{ij} \cos \delta_j \right] \\ \left\{ V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} - \\ - \left\{ V_i \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] - V_j \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \right\} \\ (-V_j) \left[g_{ij} (-\sin \delta_j) - b_{ij} \cos \delta_j \right] =$$

$$= V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j - V_i V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j - V_i V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j + \\ + V_i V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j - V_j^2 b_{ij} g_{ij} \sin \delta_j \cos \delta_j + V_j^2 b_{ij}^2 \sin^2 \delta_j + V_j^2 g_{ij}^2 \cos^2 \delta_j - \\ - V_j^2 g_{ij} b_{ij} \sin \delta_j \cos \delta_j - V_i V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \sin \delta_j - V_i V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \sin \delta_j - \\ - V_i V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \cos \delta_j - V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \cos \delta_j + V_j^2 b_{ij} g_{ij} \cos \delta_j \sin \delta_j + \\ + V_j^2 g_{ij}^2 \sin^2 \delta_j + V_j^2 b_{ij}^2 \cos^2 \delta_j + V_j^2 g_{ij} b_{ij} \sin \delta_j \cos \delta_j =$$

$$= -V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \left[\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j \right] - V_i V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \left[\sin \delta_i \sin \delta_j + \cos \delta_i \cos \delta_j \right] - \\ - V_i V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \left[\cos \delta_i \cos \delta_j + \sin \delta_i \sin \delta_j \right] + V_i V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \left[\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j \right] + \\ + V_j^2 b_{ij}^2 \left[\sin^2 \delta_j + \cos^2 \delta_j \right] + V_j^2 g_{ij}^2 \left[\sin^2 \delta_j + \cos^2 \delta_j \right] =$$

$$= V_j^2 b_{ij}^2 + V_j^2 g_{ij}^2 - V_i V_j b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \sin(\delta_i - \delta_j) - V_i V_j b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \cos(\delta_i - \delta_j) - \\ - V_i V_j g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \cos(\delta_i - \delta_j) + V_i V_j g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \sin(\delta_i - \delta_j) =$$

$$= V_j^2 (b_{ij}^2 + g_{ij}^2) + V_i V_j \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \\ - V_i V_j \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) + g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j)$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = \frac{\left\{ V_j \left\{ \left[b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) - g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) - \right. \right.}{\left. \left. - \left[b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) + g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} \right\}}{\left\{ V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \right\}} \quad (2.57)$$

$$\left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \right.$$

$$\left. - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{\left\{ V_i \left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) + \right. \right.}{\left. \left. + \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} \right\}}{\left\{ V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \right\}} \quad (2.58)$$

$$\left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \right.$$

$$\left. - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{\left\{ V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + \right.}{\left. + V_i V_j \left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \right. \right.}{\left. \left. - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\} \right\}}{\left\{ V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \right\}} \quad (2.59)$$

$$\left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \right.$$

$$\left. - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{\left\{ \begin{aligned} &V_j^2 \cdot (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + V_i \cdot V_j \cdot \left\{ \left[g_{ij} \cdot (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} \cdot (g_{ij} + g_{sij}) \right] \cdot \sin(\theta_i - \theta_j) - \right. \\ &\left. - \left[b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) + g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\} \end{aligned} \right\}}{\left\{ \begin{aligned} &V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \\ &\left\{ \left[g_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) - b_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) \right] \sin(\delta_i - \delta_j) - \right. \\ &\left. - \left[g_{ij} (g_{ij} + g_{sij}) + b_{ij} (b_{ij} + b_{sij}) \right] \cos(\delta_i - \delta_j) \right\} \end{aligned} \right\}} \quad (2.60)$$

Θέτοντας, όπως και προηγουμένως:

$$C_{ij} = \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right]$$

και

$$D_{ij} = \left[(g_{ij} + g_{sij}) \beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij}) \alpha_{ij} \right]$$

οι εξισώσεις (57)-(60), γίνονται:

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = - \frac{V_j D_{ij}}{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j C_{ij}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_i D_{ij}}{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j C_{ij}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_i V_j C_{ij}}{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j C_{ij}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + V_i V_j C_{ij}}{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j C_{ij}}$$

Κάνοντας αντικατάσταση των C_{ij} και D_{ij} με τις ισοδύναμες παραστάσεις τους που έχουν υπολογιστεί πιο πάνω, θα έχουμε:

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = - \frac{V_j \left[(g_{ij} + g_{sij}) \beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij}) \alpha_{ij} \right]}{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right]} \quad (2.61)$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij}) \alpha_{ij} \right]}{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right]} \quad (2.62)$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_i V_j \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right]}{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right]} \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + V_i V_j \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right]}{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j \left[(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} \right]} \quad (2.64)$$

Συνοψίζοντας, οι εξισώσεις των παραμέτρων της Ιακωβιανής μήτρας, για τις συσκευές PMU, στο υβριδικό μοντέλο ροής φορτίου είναι οι ακόλουθες:

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{V_i \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] - V_j \left[(g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} \right]}{\sqrt{V_i^2 \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j \left[(g_{ij} + g_{sij}) \alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} \right]}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_j (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - V_i [(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij}]}{\sqrt{V_i^2 [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j [(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij}]}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i V_j [(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\alpha_{ij}]}{\sqrt{V_i^2 [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j [(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij}]}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_j} = -\frac{V_i V_j [(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\alpha_{ij}]}{\sqrt{V_i^2 [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) - 2V_i V_j [(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij}]}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = -\frac{V_j [(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\alpha_{ij}]}{V_i^2 [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j [(b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij}]}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_i [(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\alpha_{ij}]}{V_i^2 [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j [(b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij}]}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i^2 [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2] + V_i V_j [(b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij}]}{V_i^2 [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j [(b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij}]}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + V_i V_j [(b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij}]}{V_i^2 [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2] + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) + 2V_i V_j [(b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij}]}$$

Χάριν απλότητας, οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να πάρουν την μορφή που φαίνεται στον Πίνακα 2.1:

Πίνακας 2.1

Στοιχεία Ιακωβιανής μήτρας που σχετίζονται με τις συγχρονισμένες μετρήσεις ρεύματος εκπεφρασμένες σε πολική μορφή

$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{V_i A_{ij} + V_j C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$	$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$
$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_j B_{ij} + V_i C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$	$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = -\frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$
$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = -\frac{V_j D_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}$	$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i^2 A_{ij} + V_i V_j C_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}$
$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_i D_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}$	$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_j^2 B_{ij} + V_i V_j C_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}$

Πίνακας 2.2

Εναλλακτική έκφραση στοιχείων Ιακωβιανής μήτρας που σχετίζονται με τις συγχρονισμένες μετρήσεις ρεύματος εκπεφρασμένες σε πολική μορφή

$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{V_i A_{ij} + V_j C_{ij}}{\sqrt{E_{ij}}}$	$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{E_{ij}}}$
$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_j B_{ij} + V_i C_{ij}}{\sqrt{E_{ij}}}$	$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = -\frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{E_{ij}}}$
$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = -\frac{V_j D_{ij}}{E_{ij}}$	$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i^2 A_{ij} + V_i V_j C_{ij}}{E_{ij}}$
$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_i D_{ij}}{E_{ij}}$	$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_j^2 B_{ij} + V_i V_j C_{ij}}{E_{ij}}$

όπου:

$$A_{ij} = \left[(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2 \right]$$

$$B_{ij} = (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)$$

$$C_{ij} = [(g_{ij} + g_{sij})\alpha_{ij} - (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij}]$$

$$D_{ij} = [(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\alpha_{ij}]$$

$$E_{ij} = V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}.$$

2.4.2. Ιακωβιανή μήτρα χρησιμοποιώντας καρτεσιανές συντεταγμένες για τις μετρήσεις ρεύματος και πολικές για το διάνυσμα κατάστασης

Εάν θεωρηθεί ότι το ρεύμα της συσκευής PMU δεν εκφράζεται σε πολική μορφή, αλλά σε καρτεσιανή, τότε, όπως είδαμε στην αρχή του κεφαλαίου (εξίσωση (2.7)):

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{ij} = & \left\{ V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j] \right\} + \\ & + j \left\{ V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j] \right\} \end{aligned}$$

ή σε γενική μορφή:

$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij,r} + jI_{ij,i} \quad (2.65)$$

όπου:

$$I_{ij,r} = \left\{ V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j] \right\} \quad (2.66)$$

$$I_{ij,i} = \left\{ V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j] \right\} \quad (2.67)$$

Σε μια τέτοια περίπτωση, η Ιακωβιανή μήτρα διαμορφώνεται ως ακολούθως:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial P_{fl}}{\partial V} & \frac{\partial P_{fl}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial Q_{fl}}{\partial V} & \frac{\partial Q_{fl}}{\partial \delta} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V} & \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V} & \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Οι παράμετροι του υβριδικού μοντέλου ροής φορτίου, που αφορούν την Ιακωβιανή μήτρα και τις μετρήσεις της συσκευής PMU, είναι:

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V_i} = \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V_j} = - \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta_i} = -V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i + (b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i \right] \quad (2.71)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta_j} = V_j \left[g_{ij} \sin \delta_j + b_{ij} \cos \delta_j \right] \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V_i} = \left[(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i \right] \quad (2.73)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V_j} = - \left[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j \right] \quad (2.74)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta_i} = V_i \left[(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i \right] \quad (2.75)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta_j} = -V_j \left[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j \right] \quad (2.76)$$

Οι υπόλοιπες παράμετροι που αφορούν το υβριδικό μοντέλο της ροής φορτίου, δίδονται από τις εξισώσεις (2.27)-(2.46), όπως και προηγουμένως αναφέρθηκαν.

2.4.3. Ιακωβιανή μήτρα χρησιμοποιώντας καρτεσιανές συντεταγμένες για τις μετρήσεις ρεύματος και το διάνυσμα κατάστασης

Η μιγαδική ροή ισχύος σε μια γραμμή ορίζεται ως $S_{fl} = V_i I_{ij}^*$. Λαμβάνοντας υπόψιν την καρτεσιανή έκφραση των μετρήσεων ρεύματος και του διανύσματος κατάστασης προκύπτει:

$$\begin{aligned} S_{fl} &= (E_i + jF_i)(I_{ij,r} - jI_{ij,i}) = E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i} - jE_i I_{ij,i} + jF_i I_{ij,r} = \\ &= (E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i}) + j(F_i I_{ij,r} - E_i I_{ij,i}) \end{aligned} \quad (2.77)$$

Η ισχύς αυτή μπορεί να εκφρασθεί και ως $S_{fl} = P_{fl} + jQ_{fl}$. Άρα:

$$\begin{aligned} P_{fl} &= E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i} \Rightarrow \\ P_{fl} &= E_i \left\{ (g_{sij} + g_{ij})E_i - (b_{sij} + b_{ij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j \right\} + \\ &\quad + F_i \left\{ (g_{sij} + g_{ij})F_i + (b_{sij} + b_{ij})E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j \right\} \Rightarrow \\ P_{fl} &= (g_{sij} + g_{ij})E_i^2 - (b_{sij} + b_{ij})E_i F_i - g_{ij}E_i E_j + b_{ij}E_i F_j + \\ &\quad + (g_{sij} + g_{ij})F_i^2 + (b_{sij} + b_{ij})E_i F_i - g_{ij}F_i F_j - b_{ij}F_i E_j \Rightarrow \end{aligned} \quad (2.78)$$

$$\begin{aligned} P_{fl} &= (g_{sij} + g_{ij})(E_i^2 + F_i^2) - g_{ij}(E_i E_j + F_i F_j) + b_{ij}(E_i F_j - F_i E_j) \Rightarrow \\ P_{fl} &= (g_{sij} + g_{ij})(E_i^2 + F_i^2) + E_i(-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) - F_i(g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) \\ P_{fl} &= (g_{sij} + g_{ij})(E_i^2 + F_i^2) + E_i(-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) - F_i(g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) \end{aligned} \quad (2.79)$$

Αντιστοίχως:

$$\begin{aligned}
Q_{fl} &= F_i I_{ij,r} - E_i I_{ij,i} \Rightarrow \\
Q_{fl} &= F_i \left\{ (g_{sij} + g_{ij}) E_i - (b_{sij} + b_{ij}) F_i - g_{ij} E_j + b_{ij} F_j \right\} - \\
&\quad - E_i \left\{ (g_{sij} + g_{ij}) F_i + (b_{sij} + b_{ij}) E_i - g_{ij} F_j - b_{ij} E_j \right\} \Rightarrow \\
Q_{fl} &= (g_{sij} + g_{ij}) E_i F_i - (b_{sij} + b_{ij}) F_i^2 - g_{ij} F_i E_j + b_{ij} F_i F_j - \\
&\quad - (g_{sij} + g_{ij}) E_i F_i - (b_{sij} + b_{ij}) E_i^2 + g_{ij} F_j E_i + b_{ij} E_i E_j \Rightarrow
\end{aligned} \tag{2.80}$$

$$\begin{aligned}
Q_{fl} &= -(b_{sij} + b_{ij}) (E_i^2 + F_i^2) - g_{ij} (F_i E_j - F_j E_i) + b_{ij} (E_i E_j + F_i F_j) \Rightarrow \\
Q_{fl} &= -(b_{sij} + b_{ij}) (E_i^2 + F_i^2) + E_i (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) + F_i (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j) \\
Q_{fl} &= -(b_{sij} + b_{ij}) (E_i^2 + F_i^2) + E_i (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) + F_i (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j)
\end{aligned} \tag{2.81}$$

Οι εξισώσεις που παρέχουν τις τιμές πραγματικής και άεργης έγχυσης στον ζυγό i , είναι οι ακόλουθες:

$$P_{inj} = (E_i^2 + F_i^2) \sum_{j \in \alpha(i)} (g_{sij} + g_{ij}) + E_i \sum_{j \in \alpha(i)} (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j) - F_i \sum_{j \in \alpha(i)} (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) \tag{2.82}$$

$$Q_{fl} = -(E_i^2 + F_i^2) \sum_{j \in \alpha(i)} (b_{sij} + b_{ij}) + E_i \sum_{j \in \alpha(i)} (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) + F_i \sum_{j \in \alpha(i)} (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j) \tag{2.83}$$

όπου, $\alpha(i)$ είναι το σύνολο των ζυγών που συνδέονται με τον ζυγό i . Η Ιακωβιανή μήτρα θα έχει την ακόλουθη μορφή:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{fl}}{\partial E} & \frac{\partial P_{fl}}{\partial F} \\ \frac{\partial P_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{fl}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{fl}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial V}{\partial E} & 0 \\ 0 & \frac{\partial V}{\partial F} \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E} & \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F} \\ \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E} & \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

Τα στοιχεία που απαρτίζουν την παραπάνω μήτρα, έχουν ως εξής:

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial E_i} = 2(g_{sij} + g_{ij})E_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j \quad (2.85)$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial E_j} = -g_{ij}E_i - b_{ij}F_i \quad (2.86)$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial F_i} = 2(g_{sij} + g_{ij})F_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j \quad (2.87)$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial F_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i \quad (2.88)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial E_i} = -2(b_{sij} + b_{ij})E_i + g_{ij}F_j + b_{ij}E_j \quad (2.89)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial E_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i \quad (2.90)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial F_i} = -2(b_{sij} + b_{ij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j \quad (2.91)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial F_j} = g_{ij}E_i + b_{ij}F_i \quad (2.92)$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial E_i} = 2E_i \sum_{j \in a(i)} (g_{sij} + g_{ij}) + \sum_{j \in a(i)} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) \quad (2.93)$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial E_j} = -g_{ij}E_i - b_{ij}F_i \quad (2.94)$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial F_i} = 2F_i \sum_{j \in a(i)} (g_{sij} + g_{ij}) - \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) \quad (2.95)$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial F_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i \quad (2.96)$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial E_i} = -2E_i \sum_{j \in a(i)} (b_{sij} + b_{ij}) + \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) \quad (2.97)$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial E_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i \quad (2.98)$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial F_i} = -2F_i \sum_{j \in a(i)} (b_{sij} + b_{ij}) + \sum_{j \in a(i)} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) \quad (2.99)$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial F_j} = g_{ij}E_i + b_{ij}F_i \quad (2.100)$$

$$\frac{\partial V}{\partial E_i} = \frac{E_i}{\sqrt{E_i^2 + F_i^2}} \quad (2.101)$$

$$\frac{\partial V}{\partial E_j} = 0 \quad (2.102)$$

$$\frac{\partial V}{\partial F_i} = \frac{F_i}{\sqrt{E_i^2 + F_i^2}} \quad (2.103)$$

$$\frac{\partial V}{\partial F_j} = 0 \quad (2.104)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_i} = g_{sij} + g_{ij} \quad (2.105)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_j} = -g_{ij} \quad (2.106)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_i} = -(b_{sij} + b_{ij}) \quad (2.107)$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_j} = b_{ij} \quad (2.108)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_i} = b_{sij} + b_{ij} \quad (2.109)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_j} = -b_{ij} \quad (2.110)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_i} = g_{sij} + g_{ij} \quad (2.111)$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_j} = -g_{ij} \quad (2.112)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΤΕΥΞΗ ΠΛΗΡΟΥΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΣΗΕ ΜΕ ΧΡΗΣΗ PMU

3.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό, γίνεται μία προσπάθεια ταξινόμησης των διαφορετικών κατηγοριών και μεθόδων τοποθέτησης PMU σε δίκτυο διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας, με στόχο την πλήρη παρατηρησιμότητα του δικτύου. Οι μέθοδοι που υπάρχουν στη διεθνή βιβλιογραφία, μπορούν να ταξινομηθούν σε τέσσερις κατηγορίες:

1. Μέθοδοι Μαθηματικού Προγραμματισμού
2. Ακριβείς Αλγόριθμοι
3. Ευριστικές Μέθοδοι
4. Μεταευριστικές Μέθοδοι

3.2. Μέθοδοι γραμμικού προγραμματισμού

3.2.1. Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός

Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι η πιο διαδεδομένη μέθοδος βελτιστοποίησης ενός προβλήματος, το οποίο υπόκειται σε περιορισμούς. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να εκφραστεί σε κανονική μορφή ως εξής:

$$\begin{aligned} \text{minimize } f(x) &= c^T x \\ \text{s.t. } Ax &\leq b \end{aligned} \tag{3.1}$$

όπου x είναι το διάνυσμα μεταβλητών απόφασης του προβλήματος, c και b τα διανύσματα συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης f , τα οποία θεωρούνται σταθερά και γνωστά, και A η μήτρα συντελεστών αντίστοιχα. Ο γραμμικός προγραμματισμός, στον οποίο όλες οι μεταβλητές του προβλήματος παίρνουν μόνο ακέραιες τιμές, ονομάζεται ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός. Ένας σημαντικός αριθμός εφαρμογών του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση του βέλτιστης τοποθέτησης PMU, αναφέρονται στην βιβλιογραφία [1] –[35].

Σημείωση: Η χρήση Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού για την βέλτιστη τοποθέτηση PMU, αναλύεται ενδελεχώς σε επόμενο κεφάλαιο.

3.2.2. Ακέραιος Τετραγωνικός Προγραμματισμός

Ο τετραγωνικός προγραμματισμός αφορά την βελτιστοποίηση μιας τετραγωνικής αντικειμενικής συνάρτησης, της οποίας οι περιορισμοί είναι γραμμικής μορφής. Ο τετραγωνικός προγραμματισμός διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \text{minimize } f(x) &= \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x \\ \text{s.t. } Ax &\leq b, \quad Ex = d \end{aligned} \quad (3.2)$$

όπου x είναι το διάνυσμα των μεταβλητών, c , b και d τα διανύσματα συντελεστών, ενώ A και E οι μήτρες συντελεστών, αντίστοιχα. Η μήτρα Q είναι συμμετρική και υποθέτοντας ότι είναι θετικά ημικαθορισμένη, η αντίστοιχη αντικειμενική συνάρτηση $f(x)$ είναι κυρτή. Προφανώς, αν η μήτρα Q είναι μηδενική, το πρόβλημα γίνεται γραμμικό. Τέλος, όπως γίνεται αντιληπτό, στον Ακέραιο Τετραγωνικό Προγραμματισμό όλες οι μεταβλητές παίρνουν ακέραιες τιμές. Η προσέγγιση και επίλυση του προβλήματος τοποθέτησης PMU με χρήση Ακέραιου Τετραγωνικού Προγραμματισμού αναλύεται στις αναφορές [37]-[40]

3.2.3. Καταχρηστικός Αλγόριθμος

Καταχρηστικός ονομάζεται οποιοσδήποτε αλγόριθμος, ο οποίος προσπαθεί να λύσει ένα γενικότερο πρόβλημα βελτιστοποίησης με την ακόλουθο τρόπο σκέψης: «Κάθε βήμα του γενικού προβλήματος λύνεται με τον φαινομενικά βέλτιστο τρόπο εκείνη τη χρονική στιγμή». Στην ουσία ο καταχρηστικός αλγόριθμος κάνει διαδοχικές καταχρηστικές επιλογές, ελαττώνοντας σε κάθε βήμα την πολυπλοκότητα του αρχικού προβλήματος. Ο τρόπος αυτός επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης εξάγει σωστά αποτελέσματα για ορισμένα μαθηματικά προβλήματα. Σε πολλά άλλα όμως αποτυγχάνει να υπολογίσει τη βέλτιστη λύση, λόγω του πολύ μεγάλου μειονεκτήματός του: δεν αναθεωρεί ποτέ τις επιμέρους επιλογές του. Φυσικά, τέτοιοι αλγόριθμοι χρησιμοποιήθηκαν και για τον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης στο πρόβλημα τοποθέτησης PMU [41]-[43].

3.2.4. Ακέραιος Μη Γραμμικός Προγραμματισμός

Ο μη γραμμικός προγραμματισμός διαφέρει από τον Γραμμικό στο ότι οι συνθήκες που εκφράζουν τους περιορισμούς, είναι μη-γραμμικές. Στην περίπτωση

που όλες οι μεταβλητές παίρνουν μόνο ακέραιες τιμές, τότε η μέθοδος ονομάζεται Ακέραιος Μη γραμμικός Προγραμματισμός. Η χρήση αυτής της μεθόδου στην περίπτωση της τοποθέτησης PMU εξετάζεται στις αναφορές [44], [45].

3.3. Ακριβείς αλγόριθμοι

3.3.1. Exhaustive Search

Η μέθοδος αυτή, αποτελεί έναν γενικό τρόπο επίλυσης, ο οποίος εξετάζει όλες τις πιθανές λύσεις για το κάθε πρόβλημα. Ωστόσο, η απόδοση του αλγορίθμου αυτού, είναι αρκετά χαμηλή, ιδιαίτερα όσο το εύρος αναζήτησης αυξάνει. Μια εφαρμογή της, για την εξεύρεση της βέλτιστης τοποθέτησης PMU παρουσιάζεται στην αναφορά [46].

3.3.2. Αλγόριθμος Branch and Bound

Η μέθοδος Branch and Bound είναι ένας από τους πιο πολύπλοκους αλγορίθμους που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση διακριτών και συνδυαστικών προβλημάτων βελτιστοποίησης. Γνώρισμά της είναι η συστηματική απαρίθμηση όλων των υποψήφιας λύσεων, όπου τα άκαρπα υποψήφια υποσύνολα απορρίπτονται, ύστερα από σύγκριση με τα άνω και κάτω όρια της ποσότητας προς βελτιστοποίηση. Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε το 1960 από τους A. H. Land και A. G. Doig και χρησιμοποιείται ευρέως στον χώρο της Τεχνητής Νοημοσύνης. Η χρησιμοποίηση της μεθόδου αυτής για τον προσδιορισμό βέλτιστων συνόλων εγκατάστασης PMU αναλύεται στις [47]-[49].

3.3.3. Δυναμικός Προγραμματισμός

Ο δυναμικός προγραμματισμός είναι μια μέθοδος επίλυσης, στην οποία το γενικό προς επίλυση πρόβλημα, αναλύεται σε μικρότερα υποπροβλήματα. Η λύση του γενικού προβλήματος προσδιορίζεται από την επίλυση των υποπροβλημάτων, που το απαρτίζουν [50],[51].

3.4. Ευριστικές Μέθοδοι

3.4.1. Depth First Search (DeFS)

Η μέθοδος βάθους πρώτης αναζήτησης (DeFS) είναι ένας συστηματικός τρόπος για την εύρεση όλων των κορυφών, οι οποίες είναι προσβάσιμες από μια αρχική κορυφή. Η μέθοδος αυτή διασχίζει ένα συνδεδεμένο στοιχείο ενός δεδομένου γράφου και ορίζει ένα συνδεδεμένο δέντρο. Η βασική ιδέα είναι η μεθοδική αξιοποίηση κάθε άκρου, ξεκινώντας κάθε φορά από διαφορετικές κορυφές. Κάθε φορά που ο αλγόριθμος βρίσκει μία κορυφή, ξεκινά την αναζήτηση από την κορυφή αυτή. Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στο κριτήριο του βάθους και δεν είναι επαναληπτική. Ο αλγόριθμος αυτός είναι υπολογιστικά αποδοτικός, ωστόσο η λύση που επιστρέφει δεν είναι βέλτιστη. Ο τρόπος με τον οποίο αυτή η μέθοδος εφαρμόζεται για την εύρεση της βέλτιστης τοποθέτησης των PMU φαίνεται στις αναφορές [52]-[55].

3.4.2. *Recursive Security N Algorithm*

Η μέθοδος αυτή είναι ένας αλγόριθμος αναζητήσεων σε συνδεδεμένα δέντρα, όπου κάθε αναζήτηση οδηγεί σε διαφορετική λύση. Στην ουσία, πρόκειται για μια τροποποιημένη προσέγγιση της μεθόδου DeFS που περιγράφηκε παραπάνω, επαναλαμβανόμενη πολλές φορές, χρησιμοποιώντας κάθε φορά διαφορετικό αρχικό σημείο. Δηλαδή, για ένα δίκτυο ο αλγόριθμος υπολογίζει τα ελάχιστα συνδεδεμένα δέντρα του δικτύου, χρησιμοποιώντας κάθε φορά σαν αρχικό σημείο έναν διαφορετικό ζυγό του δικτύου. Μέσω των αναζητήσεων προσπαθεί να αναζητήσει το ελάχιστο υπόδεντρο, άρα και βέλτιστο σύνολο PMU, το οποίο εξασφαλίζει πλήρη παρατηρησιμότητα. Πιο αναλυτικά, ο τρόπος λειτουργίας τέτοιων αλγορίθμων φαίνεται στις αναφορές [56],[57].

3.4.3. *Minimum Spanning Tree (MST)*

Πρόκειται για έναν αλγόριθμο, ο οποίος καθορίζει το υπόδεντρο εκείνο με το ελάχιστο βάρος από έναν σταθμισμένο γράφο, που περιέχει όλες τις κορυφές του γράφου. Ο χρόνος εκτέλεσης του είναι πολύ γρήγορος και βελτιώνει το μειονέκτημα της ανεπαρκούς σύγκλισης του αλγορίθμου DeFS. Με τον συγκεκριμένο αλγόριθμο, έχουν πραγματοποιηθεί πολλές εξομοιώσεις στα συστήματα 14 και 30 ζυγών της IEEE καθώς και σε πραγματικά δίκτυα διανομής της Κίνας [58],[59].

3.4.4. *Δέντρα αποφάσεων*

Δέντρο απόφασης, καλείται ένα δέντρο, κάθε κόμβος κλάδου του οποίου αναπαριστά μια επιλογή ανάμεσα σε έναν αριθμό από εναλλακτικές, ενώ τα φύλλα του αναπαριστούν μια ταξινόμηση ή μια απόφαση [60],[61].

3.4.5. Δέντρα αναζήτησης

Έχοντας παρόμοια λογική με τα δέντρα αποφάσεων, τα δέντρα αναζήτησης αναζητούν τη βέλτιστη λύση σε ένα δεδομένο πρόβλημα, αποφεύγοντας βρόγχους, οι οποίοι μπορεί να οδηγήσουν σε διαστρέβλωση των αποτελεσμάτων [62]-[64].

3.4.6. Πρακτικοί ευριστικοί αλγόριθμοι

Οι αλγόριθμοι αυτοί αποτελούν μια ομάδα μεθόδων, οι οποίες είναι εξειδικευμένες για το εκάστοτε πρόβλημα και σε καμία περίπτωση δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση διαφορετικών προβλημάτων. Συνήθως, στερούνται μεγάλου επιστημονικού υποβάθρου και η μεθοδολογία τους απορρέει από τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά του εκάστοτε προβλήματος. Τέτοιοι αλγόριθμοι απαντώνται αρκετά συχνά στη βιβλιογραφία [65]-[90].

3.5. Μεταευριστικές μέθοδοι

3.5.1. Simulated Annealing

Η μέθοδος της προσομοιωμένης ανόπτωσης είναι μία από τις πιο ευέλικτες μεθόδους που υπάρχουν για την επίλυση δύσκολων συνδυαστικών προβλημάτων. Η λογική της λειτουργίας του στηρίζεται στην εύρεση λύσεων, δοκιμάζοντας τυχαίες παραλλαγές μιας γνωστής λύσης και αποτελείται από δύο μηχανισμούς: τη δημιουργία εναλλακτικών λύσεων και έναν κανόνα αποδοχής. Η αντίστοιχη πιθανότητα κάθε υποψήφιας λύσης υπολογίζεται σύμφωνα με το παρακάτω κριτήριο :

$$P_T \{ \text{Accept } S_j \} = \begin{cases} 1 & \text{if } f(S_j) \leq f(S_i) \\ \exp\left(\frac{f(S_i) - f(S_j)}{T_k}\right) & \text{if } f(S_j) > f(S_i) \end{cases} \quad (3.3)$$

όπου S_i είναι η παρούσα κατάσταση με κόστος $f(S_i)$, S_j είναι η «γειτονική» λύση που υπολογίζεται από τον μηχανισμό εύρεσης λύσεων με κόστος $f(S_j)$ και T_k είναι παράμετρος ελέγχου. Η στρατηγική ελέγχου μοντελοποιείται με ένα χρονοδιάγραμμα ψύξης και χρησιμοποιείται από την αρχή του αλγορίθμου μέχρι και τη σύγκλιση του.

Χαρακτηρίζεται από μια αρχική θερμοκρασία T_0 , την τελική θερμοκρασία T_f , η οποία είναι και το κριτήριο σύγκλισης, τον αριθμό των μεταβάσεων, N_k , σε θερμοκρασία T_k και τον ρυθμό μεταβολής θερμοκρασίας που δίνεται από τον τύπο $T_{k+1} = g(T_k)T_k$, όπου g η συνάρτηση ελέγχου της θερμοκρασίας. Είναι από τις πιο δημοφιλείς μεταευριστικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται για την εύρεση της βέλτιστης τοποθέτησης των PMU [91]-[104].

3.5.2. Γενετικοί Αλγόριθμοι (GA)

Οι γενετικοί αλγόριθμοι λειτουργούν σε έναν πληθυσμό πιθανών λύσεων ενός δοθέντος προβλήματος και οι οποίες είναι συνήθως κωδικοποιημένες σαν δυαδικές σειρές καθορισμένου μήκους. Ύστερα από τον τυχαίο ή τον ευριστικό καθορισμό του αρχικού πληθυσμού, ο αλγόριθμος εξελίσσει τον πληθυσμό μέσω διαδοχικών επιλογών, διασταυρώσεων και μεταλλάξεων. Ένας νέος πληθυσμός σχηματίζεται στο τέλος κάθε επανάληψης [105]-[118].

3.5.3. Tabu Search (TS)

Η μέθοδος Tabu Search (TS) είναι μια συνδυαστική τεχνική τοπικής αναζήτησης. Πραγματοποιεί μια σειρά αλλαγών με στόχο την εύρεση βέλτιστων λύσεων ή ένα πλήθος μη βέλτιστων λύσεων. Η Tabu Search λύνει προβλήματα, τα οποία διατυπώνονται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(x) \\ & \text{s.t. } x \in X \end{aligned} \tag{3.4}$$

όπου x είναι οι μεταβλητές απόφασης, f η αντικειμενική συνάρτηση και X το εύρος αναζήτησης [119]-[124].

3.5.4. Διαφορική Εξέλιξη

Η διαφορική εξέλιξη είναι μια μεταευριστική μέθοδος εκτίμησης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ελαχιστοποίηση γραμμικών και μη διαφορίσιμων συναρτήσεων συνεχούς χρόνου με πραγματικές τιμές. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί τα τυχαία δειγματοληπτούμενα ζεύγη διαφορών των αντικειμενικών διανυσμάτων για την καθοδήγηση της διαδικασίας μετάλλαξης, αντί των συναρτήσεων κατανομής πιθανοτήτων [125]-[126].

3.5.5. *Ανοσοποιητικός Αλγόριθμος*

Ο ανοσοποιητικός αλγόριθμος είναι μια στρατηγική αναζήτησης με βάση τις αρχές των γενετικών αλγορίθμων και εμπνέεται από τους μηχανισμούς προστασίας των έμβιων οργανισμών ενάντια σε βακτηρίδια και ιούς. Μια εφαρμογή τέτοιου αλγορίθμου παρουσιάζεται στην [127].

3.5.6. *Particle Swarm Optimization (PSO)*

Η βελτιστοποίηση ευφυΐας σμήνων είναι μια μέθοδος βελτιστοποίησης στην οποία τα σωματίδια ή πράκτορες που απαρτίζουν έναν πληθυσμό, αλλάζουν θέσεις με το χρόνο. Τα σωματίδια αυτά πετούν σε ένα πολυδιάστατο χώρο αναζήτησης. Κατά τη διάρκεια της πτήσης, κάθε σωματίδιο ρυθμίζει την θέση του σύμφωνα με την δική του εμπειρία και την εμπειρία των γειτονικών σωματιδίων, κάνοντας χρήση της καλύτερης θέσης που συνάντησε είτε το ίδιο το σωματίδιο είτε κάποιο γειτονικό του. Η κατεύθυνση σμήνους ενός σωματιδίου καθορίζεται από το σύνολο των σωματιδίων που συνορεύουν με αυτόν και την εμπειρία του. Η δυσδιάστατη ταχύτητα του κάθε σωματιδίου μπορεί να τροποποιηθεί από την ακόλουθη εξίσωση:

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1 \text{rand}_1 (pbest_i - s_i^k) + c_2 \text{rand}_2 (gbest - s_i^k) \quad (3.5)$$

όπου v_i^k είναι η ταχύτητα του σωματιδίου i κατά την επανάληψη k , w είναι η συνάρτηση στάθμισης, c_j , $j=1,2$ είναι συντελεστές στάθμισης, rand_j , $j=1,2$ είναι τυχαίοι αριθμοί μεταξύ 0 και 1, s_i^k είναι η παρούσα θέση του σωματιδίου i κατά την επανάληψη k , $pbest_i$ είναι η καλύτερη τιμή του σωματιδίου i , και $gbest$ είναι η καλύτερη τιμή στο σύνολο των καλύτερων τιμών.

Η ιδέα της χρησιμοποίησης της μεθόδου αυτής για την τοποθέτηση PMU σε δίκτυο, έχει βρει πολλές εφαρμογές σύμφωνα με την υπάρχουσα βιβλιογραφία [128]-[136].

3.5.7. *Βελτιστοποίηση Αποικίας Μυρμηγκιών*

Η βελτιστοποίηση με αποικίες μυρμηγκιών είναι εμπνευσμένη από τη συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών κατά την αναζήτηση της τροφής τους. Ένα σύνολο τεχνητών μυρμηγκιών συνεργάζονται για να βρουν τη λύση σε ένα

πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης με την αλλαγή των πληροφοριών μέσω φερορμονών που βρίσκονται στα τεχνητά μονοπάτια. Ο μηχανισμός της προσαρμοστικής προσαρμογής της επίδρασης του συντελεστή φερορμόνης και των στοχαστικών διαταραχών, βελτιώνει την ικανότητα του αλγορίθμου να αποφεύγει συμπεριφορές στασιμότητας και κατά συνέπεια βελτιώνει το χρόνο σύγκλισης [137]-[138].

3.5.8. Βακτηριακός Αλγόριθμος Αναζήτησης Τροφής (BFA)

Ο βακτηριακός αλγόριθμος αναζήτησης τροφής αποτελεί έναν πρωτότυπο εξελικτικό αλγόριθμο υπολογισμού, που βασίζεται στην συμπεριφορά αναζήτησης τροφής των βακτηρίων [139].

3.5.9. Επαναλαμβανόμενη Τοπική Αναζήτηση

Η επαναλαμβανόμενη τοπική αναζήτηση είναι μία μεταεвриστική γενική τεχνική βελτιστοποίησης. Ο αλγόριθμος αυτός δειγματοληπτεί στην ευρύτερη περιοχή των υποψηφίων λύσεων και χρησιμοποιεί μια τοπική τεχνική αναζήτησης για να βελτιώσει τις λύσεις στα τοπικά βέλτιστα τους. Ακόμη, διερευνά μια σειρά από λύσεις που αποτελούν διαταραχές της τρέχουσας βέλτιστης λύσης, τα αποτελέσματα της οποίας εκκαθαρίζονται χρησιμοποιώντας άλλες ενσωματωμένες ευριστικές μεθόδους [140].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

4.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται η μαθηματική θεμελίωση του Γραμμικού Προγραμματισμού στην περίπτωση της επίλυσης του προβλήματος της βέλτιστης τοποθέτησης PMU σε ένα δίκτυο. Πέρα από την κατάστρωση του προβλήματος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η τροποποίηση της μήτρας πρόσπτωσης του δικτύου κατά την ύπαρξη συμβατικών μετρήσεων ή/και ζυγών μηδενικής εγχύσεως.

Για ένα δίκτυο n ζυγών, το πρόβλημα της τοποθέτησης των PMU μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \min \sum_i^n w_i \cdot x_i \\ \text{s.t. } f(X) \geq \hat{1} \end{aligned} \tag{4.1}$$

όπου :

- X είναι διάνυσμα απόφασης, του οποίου οι τιμές καθορίζονται ως εξής:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{εάν στον ζυγό } i \text{ έχει τοποθετηθεί PMU} \\ 0, & \text{σε διαφορετική περίπτωση} \end{cases}$$

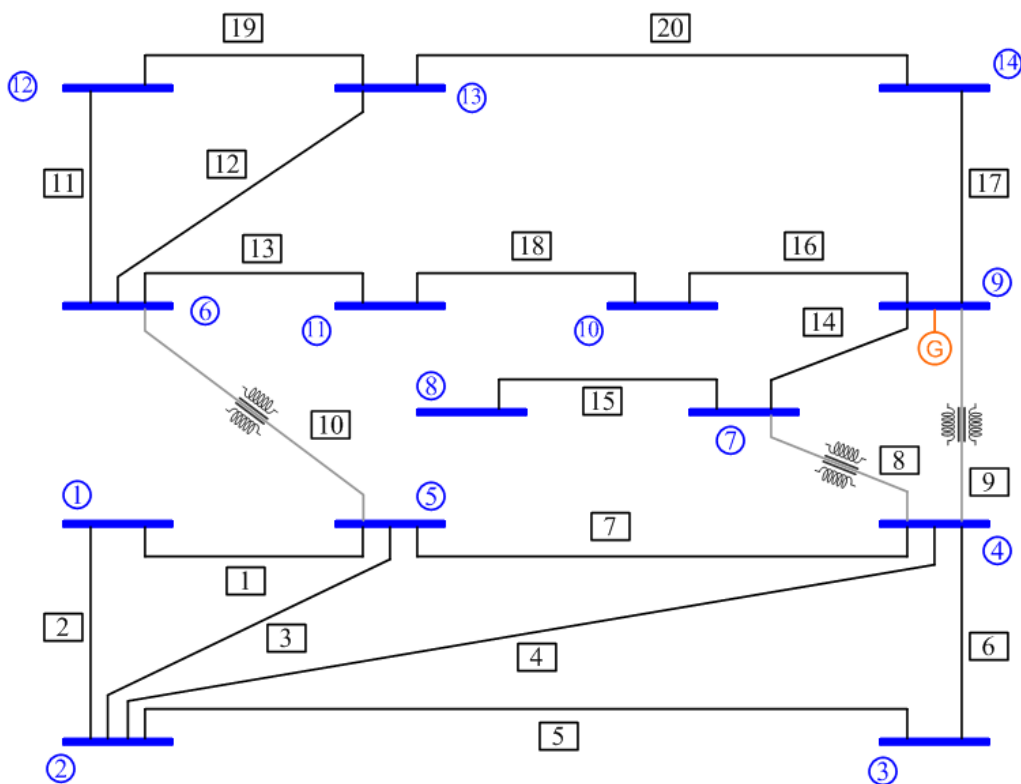
- $f(X)$ είναι διανυσματική συνάρτηση, της οποίας οι τιμές είναι μη μηδενικές εάν η αντίστοιχη τάση του ζυγού μπορεί να υπολογιστεί από τα εγκατεστημένα PMU, και μηδέν σε αντίθετη περίπτωση.
- $\hat{1}$ το μοναδιαίο διάνυσμα
- w_i , βαρύτητα του ζυγού i
- $w_i \cdot x_i$, το κόστος τοποθέτησης PMU στον ζυγό i

Το εσωτερικό γινόμενο της συνάρτησης κόστους και του διανύσματος απόφασης X αντιπροσωπεύει το συνολικό κόστος εγκατάστασης των επιλεγμένων PMU σε ένα δίκτυο. Η διανυσματική συνάρτηση f εκφράζει τους περιορισμούς που πρέπει να τεθούν υπόψιν, οι οποίοι θα εξασφαλίσουν αφ' ενός πλήρη παρατηρησιμότητα στο υπό παρατήρηση δίκτυο, ελαχιστοποιώντας παράλληλα το κόστος εγκατάστασης των PMU.

Η διαδικασία κατάστρωσης της διανυσματικής συνάρτησης f θα περιγραφεί αναλυτικά για τις ακόλουθες τρεις περιπτώσεις :

- Δίκτυο, που δεν περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων ή ζυγούς μηδενικής έγχυσης
- Δίκτυο, που περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων
- Δίκτυο, που περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων και ζυγούς μηδενικής έγχυσης

Για την περιγραφή της διαδικασίας για κάθε περίπτωση θα χρησιμοποιηθεί ως παράδειγμα το δίκτυο 14 ζυγών της IEEE, το οποίο παρουσιάζεται στη συνέχεια:



Σχήμα 4.1 Σύστημα IEEE 14-ζυγών.

4.2. Εξέταση δικτύου το οποίο δεν περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων ή ζυγούς μηδενικής έγχυσης

Προκειμένου να σχηματίσουμε τη συνάρτηση f θα πρέπει πρώτα να ορίσουμε τη μήτρα πρόσπτωσης A του δικτύου. Οι τιμές της μήτρας αυτής προκύπτουν ως εξής :

$$A_{k,m} = \begin{cases} 1, & \text{εάν } k = m \text{ ή εάν οι ζυγοί } k, m \text{ συνδέονται μεταξύ τους} \\ 0, & \text{σε διαφορετική περίπτωση} \end{cases}$$

Επομένως, μήτρα πρόσπτωσης A για το δίκτυο IEEE-14 είναι η ακόλουθη:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Η συνάρτηση f μπορεί πλέον να προσδιοριστεί ως:

$$f(x) = Ax = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\ f_3 = x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ f_4 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq 1 \\ f_5 = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 1 \\ f_6 = x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_7 = x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1 \\ f_8 = x_7 + x_8 \geq 1 \\ f_9 = x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq 1 \\ f_{10} = x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{11} = x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{12} = x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_{13} = x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\ f_{14} = x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

Ο τελεστής “+” χρησιμοποιείται για να παραστήσει τη λογική πράξη “OR” και η απαίτηση ≥ 1 σημαίνει ότι τουλάχιστον μια από τις μεταβλητές x_i πρέπει να είναι μη μηδενική. Δηλαδή, για τον ζυγό 1 θα είναι :

$$f_1 = x_1 + x_2 + x_5 \geq 1$$

που σημαίνει , ότι προκειμένου ο ζυγός 1 να γίνει παρατηρήσιμος, θα πρέπει να τοποθετηθεί τουλάχιστον ένα PMU σε κάποιον από τους ζυγούς 1, 2 ή 5. Ομοίως , για να γίνει ο ζυγός 2 παρατηρήσιμος, αρκεί η τοποθέτηση PMU σε έναν από τους ζυγούς 1, 2, 3, 4, ή 5 κοκ.

4.3. Εξέταση δικτύου το οποίο περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων

Σε αυτή την περίπτωση, το δίκτυο περιλαμβάνει και κάποιες μετρήσεις ροών ισχύος. Ας θεωρήσουμε ότι υπάρχει μία μέτρηση της ροής στον κλάδο 5-6. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να τροποποιηθούν οι εξισώσεις f_5 και f_6 , λόγω της παρατήρησης ότι η ύπαρξη μιας τέτοιας μέτρησης επιτρέπει τον υπολογισμό της τάσης του ενός ζυγού, όταν η τάση στον άλλον ζυγό είναι γνωστή. Επομένως, οι σχέσεις f_5 και f_6 , μπορούν να συνενωθούν σε μία νέα ισοδύναμη, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$f_{5_new} = f_5 + f_6 = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \quad (4.4)$$

Η νέα σχέση (4.4) δηλώνει ότι για να επιτευχθεί η παρατηρησιμότητα στους ζυγούς 5 και 6, αρκεί ένας εκ των δύο αυτών ζυγών να είναι άμεσα ή έμμεσα παρατηρήσιμος. Εφαρμόζοντας την τροποποίηση αυτή, η μήτρα f γίνεται:

$$f(x) = Ax = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\ f_3 = x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ f_4 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq 1 \\ f_{5_new} = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_6 = x_5 + x_6 \geq 1 \\ f_7 = x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1 \\ f_8 = x_7 + x_8 \geq 1 \\ f_9 = x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq 1 \\ f_{10} = x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{11} = x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{12} = x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_{13} = x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\ f_{14} = x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1 \end{cases} \quad (4.5)$$

4.4. Εξέταση δικτύου το οποίο περιέχει μετρήσεις ροών κλάδων και ζυγούς μηδενικής έγχυσης

Στην περίπτωση αυτή εξετάζεται η πιο γενική περίπτωση, όπου το δίκτυο περιέχει τόσο εγχύσεις, όσο και μετρήσεις ροών κλάδων, ωστόσο ο αριθμός τους και η τοπολογία τους δεν καθιστούν το δίκτυο πλήρως παρατηρήσιμο. Αξίζει να σημειωθεί, ότι οι μετρήσεις εγχύσεως, είτε πρόκειται για μηδενικές εγχύσεις είτε όχι, μεταχειρίζονται με τον ίδιο τρόπο.

Επιστρέφοντας στο δίκτυο των 14ων ζυγών, όπου όμως τώρα ο ζυγός 7 θεωρείται ζυγός μηδενικής έγχυσης, είναι εύκολο να διακρίνει κανείς ότι, αν οι τάσεις τριών εκ των τεσσάρων ζυγών 4, 7, 8 και 9 είναι γνωστές, τότε η μη γνωστή τάση μπορεί να υπολογιστεί εύκολα από εφαρμογή του Νόμου Ρευμάτων Kirchhoff στον ζυγό 7, όπου το εγχεόμενο ρεύμα είναι γνωστό.

Υπάρχουν δύο τρόποι χειρισμού των εγχύσεων σε ένα δίκτυο:

α) Σχηματίζοντας μη γραμμικές εξισώσεις για τους ζυγούς που γειτονεύουν με τους ζυγούς που φέρουν μετρήσεις έγχυσης

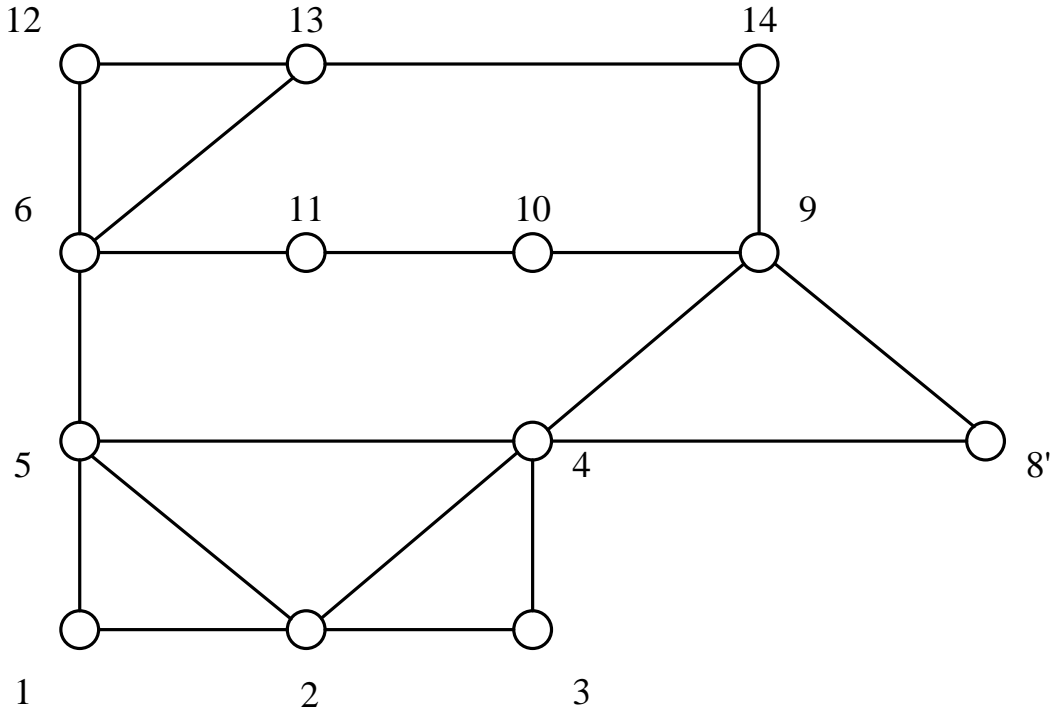
β) Μετασχηματίζοντας τοπολογικά το δίκτυο

Η παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζει μόνο τη μέθοδο του τοπολογικού μετασχηματισμού του δικτύου .

Το κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου αυτής είναι η συνένωση του ζυγού έγχυσης με οποιονδήποτε γειτονικό του ζυγό. Η ιδέα αυτή προκύπτει από την παρατήρηση ότι, αν οι τάσεις των γειτονικών ζυγών είναι γνωστές, τότε η τάση του ζυγού έγχυσης προκύπτει εύκολα από τον Νόμο Ρευμάτων Kirchhoff. Η συνένωση αυτή των ζυγών έχει σαν αποτέλεσμα η τοπολογία του δικτύου να αλλάξει. Για παράδειγμα, στο

δίκτυο των 14 ζυγών, η συνένωση των ζυγών 7 και 8 σε έναν νέο ζυγό 8' θα προκαλέσει αφενός τη διαγραφή του ενός από τους δύο ζυγούς και αφετέρου τη δημιουργία ενός νέου κλάδου, του 8'-9, λόγω του κλάδου 7-9, που υπήρχε πριν από τη δημιουργία του νέου ζυγού 8'.

Το τροποποιημένο δίκτυο, καθώς και η διανυσματική του συνάρτηση f θα είναι πλέον:



Σχήμα 4.2 Τροποποιημένο Σύστημα IEEE 14-ζυγών.

$$f(x) = Ax = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\ f_3 = x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ f_4 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_{8'} + x_9 \geq 1 \\ f_{5_new} = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_8 = x_4 + x_{8'} + x_9 \geq 1 \\ f_{10} = x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{11} = x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{12} = x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_{13} = x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\ f_{14} = x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1 \end{cases} \quad (4.6)$$

Η τοπολογική μέθοδος είναι αρκετά γρήγορη και δεν εμφανίζει μη γραμμικά μέρη

στην διανυσματική συνάρτηση f . Ωστόσο, χρειάζεται προσοχή, διότι εάν το βέλτιστο σύνολο ζυγών που θα επιστρέψει σαν αποτέλεσμα ο Γραμμικός Προγραμματισμός περιέχει κάποιον από τους νέους ζυγούς που σχηματίστηκαν, μπορεί να τοποθετηθεί PMU σε έναν από τους ζυγούς, ή και στους δύο ζυγούς που συνενώθηκαν. Ωστόσο, με την προσθήκη κατάλληλου κώδικα, το πρόβλημα αυτό ξεπερνιέται και έτσι εξασφαλίζεται πάλι ο ελάχιστος αριθμός τοποθετημένων PMU στο δίκτυο.

Σημείωση: Η ανάλυση αυτή ακολουθήθηκε σε όλη τη διπλωματική εργασία. Δηλαδή, ο τρόπος με τον οποίο επεξεργάζονται οι μετρήσεις ροής και έγχυσης σε όλα τα προγράμματα που αναπτύχθηκαν, είναι αυτός που αναλύθηκε παραπάνω. Σκοπός των προγραμμάτων που παρουσιάζονται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο είναι η προσέγγιση του τρόπου με τον οποίο ο Γραμμικός Προγραμματισμός επιλέγει τους ζυγούς εκείνους του δικτύου, που θα αποτελέσουν το βέλτιστο υποσύνολο και όχι η υποκατάσταση του. Άλλωστε, η θεμελίωση του προβλήματος του Γραμμικού Προγραμματισμού, με τον τρόπο που αναπτύχθηκε στο παρόν κεφάλαιο, αποτελεί ένα εξαιρετικό εργαλείο ελέγχου των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της παρούσας Διπλωματικής εργασίας, και εξασφαλίζουν επαρκή Μαθηματική θεμελίωση για τις προτεινόμενες μεθόδους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗΣ PMUs

5.1. Εισαγωγή

Η επίλυση του προβλήματος βέλτιστης τοποθέτησης PMU σε ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας με εφαρμογή Γραμμικού Προγραμματισμού, παρόλο που διαθέτει το αδιαφιλονίκητο πλεονέκτημα της γρήγορης και αξιόπιστης εύρεσης αποτελεσμάτων για οποιοδήποτε δίκτυο, έχει ένα σοβαρότατο μειονέκτημα. Εξαιτίας του ότι αποτελεί μια γενική μέθοδο βελτιστοποίησης, δεν είναι δυνατό να δώσει απάντηση σε δύο βασικά ερωτήματα που ανακύπτουν κατά την μελέτη του προβλήματος βέλτιστης τοποθέτησης. Τα ερωτήματα αυτά διατυπώνονται ως εξής:

- Ποια τα κριτήρια επιλογής ενός ζυγού για τοποθέτηση PMU;
- Πώς προκύπτουν τα διαφορετικά ισοδύναμα βέλτιστα σύνολα που καθιστούν το υπό παρατήρηση δίκτυο πλήρως παρατηρήσιμο;

Οι πρώτες απόπειρες αποκωδικοποίησης της λειτουργίας του γραμμικού προγραμματισμού ξεκίνησαν με την ακόλουθη παραδοχή: “*Θέτοντας PMU στους ζυγούς του δικτύου με τις περισσότερες διασυνδέσεις, μεγιστοποιείται η πιθανότητα να επιτευχθεί πλήρης παρατηρησιμότητα με τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό PMU, λόγω της ιδιότητας του PMU να καθιστά παρατηρήσιμο κάθε ζυγό που συνδέεται με το ζυγό τοποθέτησης*”. Μια τέτοια προσέγγιση θα οδηγούσε στην εμφάνιση του ζυγού με μέγιστο αριθμό διασυνδέσεων σε όλα τα σύνολα βέλτιστης τοποθέτησης PMU.

Πράγματι, εξετάζοντας κανείς ένα δίκτυο 7 ζυγών καταλήγει στο βέλτιστο σύνολο τοποθέτησης {2, 4}, στο οποίο περιέχεται τόσο ο ζυγός του δικτύου με το μέγιστο αριθμό διασυνδέσεων, στην προκειμένη περίπτωση ο ζυγός 2, όσο και ο αμέσως επόμενος ζυγός σε αριθμό διασυνδέσεων, ο ζυγός 4. Ωστόσο τα αποτελέσματα για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών διαφέρουν. Ο ζυγός 4, ο οποίος εμφανίζει το μέγιστο αριθμό διασυνδέσεων στο συγκεκριμένο δίκτυο, *απουσιάζει από όλα τα βέλτιστα σύνολα που καθιστούν το δίκτυο παρατηρήσιμο και τα οποία είναι τα: { 2, 6, 7, 9}, {2, 6, 8, 9}, {2, 7, 10, 13} και {2, 7, 11, 13}*. Επομένως, η παραπάνω παραδοχή δεν μπορεί να αποτελέσει ασφαλές κριτήριο για την εξασφάλιση της παρατηρησιμότητας του δικτύου με ελάχιστο αριθμό PMU. Παρ’ όλα αυτά, τα βέλτιστα σύνολα τοποθέτησης των δύο παραπάνω δικτύων εμφανίζουν μία ομοιότητα. *Όλοι οι ζυγοί που απαρτίζουν*

αυτά τα σύνολα, είτε είναι ζυγοί με πολύ λίγες (το πολύ δύο) διασυνδέσεις ή συνδέονται με ζυγούς που έχουν πολύ λίγες διασυνδέσεις.

Συγκεκριμένα φαίνεται πως ο Γραμμικός Προγραμματισμός προσπαθεί πρώτα να καταστήσει παρατηρήσιμους τους πιο “αδύναμους” σε αριθμό διασυνδέσεων ζυγούς του δικτύου, όχι όμως με άμεση τοποθέτηση των PMUs στους ζυγούς αυτούς, αλλά σε εκείνη την διασύνδεση του κάθε ζυγού που θα εξασφαλίσει παρατηρησιμότητα σε όσο το δυνατόν περισσότερους ζυγούς. Μάλιστα, όπως θα φανεί και παρακάτω (κυρίως στην πρώτη μέθοδο), η εξασφάλιση της παρατηρησιμότητας στους ζυγούς που έχουν το πολύ 2 διασυνδέσεις συνήθως αρκεί ώστε να καταστεί όλο το υπό μελέτη δίκτυο πλήρως παρατηρήσιμο.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζονται δυο μέθοδοι οι οποίες βασίζονται σε εμπειρικές παρατηρήσεις σχετικά με τον τρόπο λειτουργίας του γραμμικού προγραμματισμού και που φωτίζουν σε μεγάλο βαθμό τα δύο ερωτήματα που τέθηκαν ανωτέρω.

5.2. *Πρώτη προτεινόμενη μέθοδος- Πρακτικός αλγόριθμος για βέλτιστη τοποθέτηση PMU εξασφαλίζοντας την παρατηρησιμότητα του δικτύου*

Όλα τα δεδομένα του δικτύου καταχωρούνται σε μήτρες, ανάλογα με τον αριθμό διασυνδέσεων του κάθε ζυγού και το εάν έχει επιλεγεί ο συγκεκριμένος ζυγός για τοποθέτηση PMU. Ο πίνακας 5.1 περιλαμβάνει τόσο τις μήτρες που χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση του αλγορίθμου, όσο και την επεξήγησή τους.

Πίνακας 5.1
Χρησιμοποιούμενες μήτρες και επεξήγησή τους

Μήτρα	Επεξήγηση
<i>one_bus</i>	Περιέχει τους ζυγούς εκείνους του δικτύου που έχουν <i>μία μόνο</i> διασύνδεση, δηλαδή τους ακτινικούς ζυγούς του δικτύου.
<i>two_bus</i>	Περιέχει τους ζυγούς εκείνους του δικτύου που έχουν <i>δύο μόνο</i> διασυνδέσεις.
<i>connection</i>	Περιέχει τις διασυνδέσεις του εκάστοτε εξεταζόμενου ζυγού.
<i>pmu_locations</i>	Περιέχει τους ζυγούς στους οποίους έχουν τοποθετηθεί PMU.
<i>clone_two_bus</i>	Η μήτρα <i>two_bus</i> στην αρχική της μορφή, πριν την τοποθέτηση κάποιου PMU στο δίκτυο.
<i>clone_connection</i>	Η μήτρα <i>connection</i> στην αρχική της μορφή, πριν την τοποθέτηση κάποιου PMU στο δίκτυο.

Παρακάτω αναφέρονται τα βήματα υλοποίησης του προτεινόμενου αλγορίθμου.

1. Εύρεση των ακτινικών ζυγών (*one_bus*) του δικτύου και τοποθέτηση PMU στο ζυγό που συνδέεται με τον ακτινικό.
2. Εύρεση των ζυγών με ακριβώς δύο διασυνδέσεις (*two_bus*) που βρίσκονται στη μήτρα *connection*. Πρόκειται ουσιαστικά για εύρεση των *εν σειρά συνδεδεμένων* ζυγών που εμφανίζουν ακριβώς δύο διασυνδέσεις. Διακρίνονται δύο περιπτώσεις:
 - i) Όταν ο αριθμός των *εν σειρά συνδεδεμένων* ζυγών *two_bus* είναι άρτιος, τοποθετείται ένα PMU, ανά δύο ζυγούς της κατηγορίας αυτής.
 - ii) Όταν ο αριθμός των *εν σειρά συνδεδεμένων* ζυγών *two_bus* είναι περιττός, τοποθετείται ένα PMU, ανά δύο ζυγούς της κατηγορίας αυτής και ένα επιπλέον στον ζυγό που συνδέεται με τον τελευταίο της κατηγορίας *two_bus*.
3. Εύρεση των ζυγών που εμφανίζονται περισσότερες από μια φορά στη μήτρα *connection*. Η μέθοδος αρχίζει πλέον να εισχωρεί περισσότερο στην καρδιά του δικτύου, καθώς από το σημείο αυτό και έπειτα, για την ικανοποίηση των ζυγών *two_bus*, επιλέγονται ζυγοί που *σίγουρα* έχουν περισσότερες από δύο διασυνδέσεις. Σε κάθε επανάληψη επιλέγεται για τοποθέτηση PMU ο ζυγός εκείνος που εμφανίζεται περισσότερες φορές στη μήτρα *connection*.
4. Τοποθέτηση PMU στους ζυγούς που απέμειναν στην μήτρα *two_bus* με κριτήριο την εξασφάλιση παρατηρησιμότητας σε όσο το δυνατόν περισσότερους μη παρατηρήσιμους ζυγούς της μήτρας *connection*.
5. Έλεγχος για την ύπαρξη μη παρατηρήσιμων ζυγών. Μη παρατηρήσιμοι ζυγοί μπορεί να προκύψουν σε νησίδες όπου υπάρχουν είτε πολύ λίγοι είτε καθόλου ζυγοί με δύο ακριβώς διασυνδέσεις της κατηγορίας *two_bus*. Εάν υπάρχουν μη παρατηρήσιμοι ζυγοί, ο αλγόριθμος τοποθετεί PMU στο ζυγό που συνδέεται με τους περισσότερους μη παρατηρήσιμους ζυγούς, ώσπου το δίκτυο να γίνει

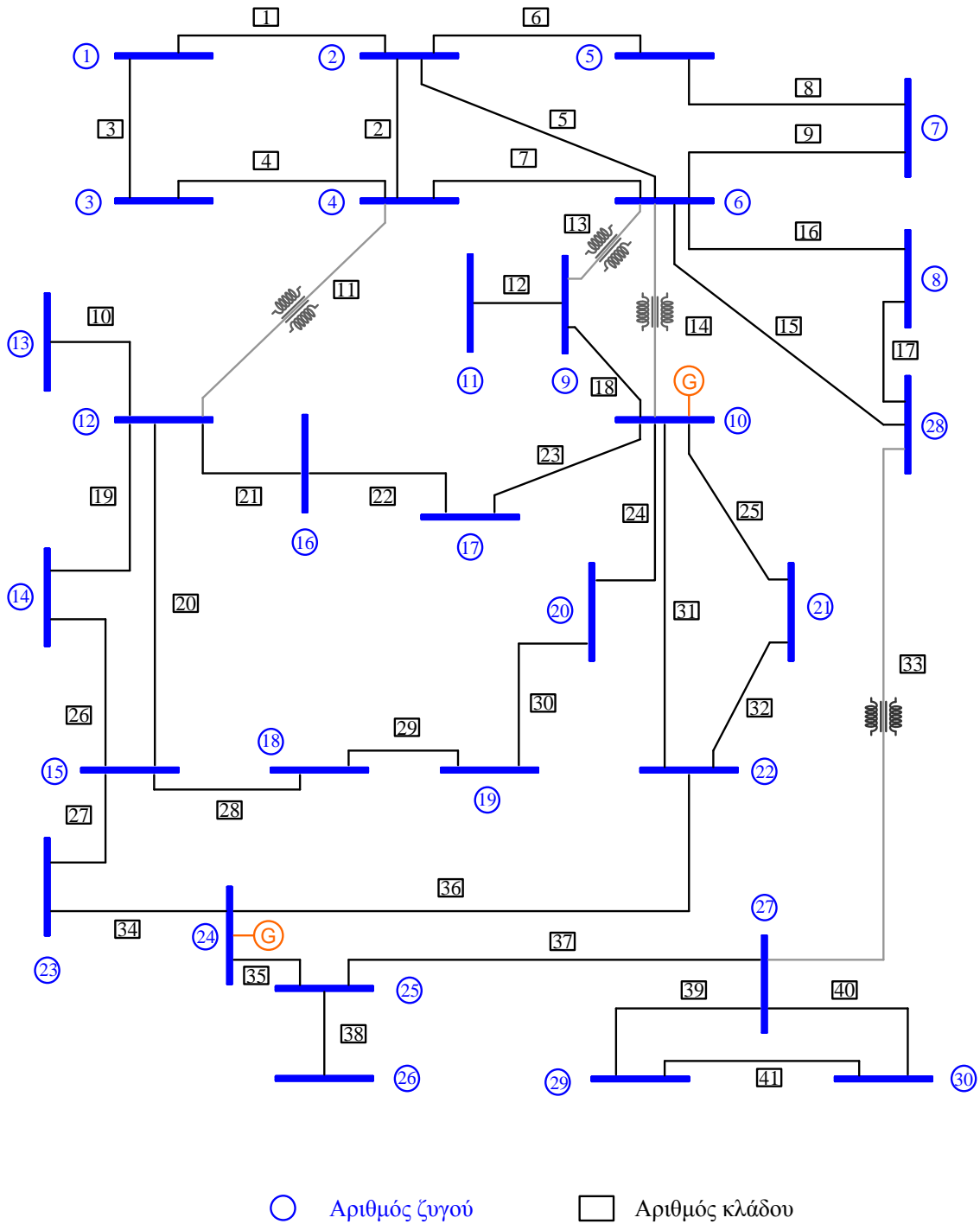
πλήρως παρατηρήσιμο.

Σημειώσεις:

- Στο σύνολο των ζυγών που έχουν επιλεγεί για εγκατάσταση PMU υπάρχει το ενδεχόμενο της ύπαρξης κάποιων που ακόμη κι αν αφαιρεθούν, το υπό παρατήρηση δίκτυο παραμένει παρατηρήσιμο. Επομένως, οι ζυγοί αυτοί πρέπει να ανιχνεύονται και να αφαιρούνται.
- Η ιεραρχία των βημάτων 2 και 3 δεν είναι ξεκάθαρη και εξαρτάται από την τοπολογία του εκάστοτε δικτύου. Έτσι ο αλγόριθμος πρέπει να εκτελεσθεί ξανά από την αρχή, αυτή τη φορά όμως εκτελώντας πρώτα το βήμα 3 και στη συνέχεια το βήμα 2. Εάν η εναλλαγή αυτή έχει σαν αποτέλεσμα το πρόγραμμα να επιστρέψει σύνολο PMU μικρότερου αριθμού, το κρατά, ενώ στην αντίθετη περίπτωση, τερματίζει κρατώντας το προηγούμενο, βέλτιστο, σύνολο.

Για να γίνει πιο κατανοητή η μέθοδος που παρουσιάστηκε παραπάνω, ακολουθεί η εφαρμογή της στο δίκτυο IEEE 30-ζυγών.

5.2.1. Εφαρμογή της 1ης Μεθόδου στο δίκτυο IEEE 30-ζυγών



Σχήμα 5.1 Σύστημα IEEE 30-ζυγών.

Βήμα 1ο: Οι ακτινικοί ζυγοί του δικτύου καθώς και η μοναδική διασύνδεση του κάθε ακτινικού ζυγού είναι:

<i>one_bus</i>	11	13	26
<i>Connection</i>	9	12	25

Σχήμα 5.2 Ακτινικοί ζυγοί και οι διασυνδέσεις τους για το δίκτυο IEEE 30-ζυγών.

Επομένως, οι τρεις πρώτοι ζυγοί στους οποίους θα τοποθετηθούν PMU είναι αυτοί που συνδέονται με τους ακτινικούς ζυγούς. Άρα η μήτρα *pmu_locations* θα είναι:

<i>pmu_locations</i>	9	12	25
----------------------	---	----	----

Σχήμα 5.3 Αρχικός Πίνακας ζυγών PMU.

Βήμα 2ο: Οι ζυγοί του δικτύου, οι οποίοι έχουν ακριβώς δύο διασυνδέσεις, καθώς και οι δύο αυτές διασυνδέσεις σχηματίζουν την μήτρα *clone_two_bus*, ως εξής:

<i>two_bus</i>	1	3	5	7	8	14	16	17	18	19	20	21	23	29	30
<i>connection1</i>	2	1	2	5	6	12	12	10	15	18	10	10	15	27	27
<i>connection2</i>	3	4	7	6	28	15	17	16	19	20	19	22	24	30	29

Σχήμα 5.4 Πίνακας ζυγών του δικτύου 30 ζυγών, που έχουν ακριβώς δύο διασυνδέσεις.

Αρχικά, ο αλγόριθμος θα διαγράψει εκείνες τις στήλες της μήτρας, οι οποίες περιέχουν ζυγούς στους οποίους έχουν τοποθετηθεί PMU, καθότι τόσο οι ζυγοί αυτοί, όσο και οι διασυνδέσεις τους θα είναι πλέον παρατηρήσιμοι. Στην περίπτωση του υπό παραδείγματος που αναλύεται, τέτοιες στήλες είναι η 6^η και 7^η. Στις στήλες αυτές - σημειώνονται με χρώμα- εμφανίζεται ο ζυγός 12, στον οποίο έχει τοποθετηθεί PMU από προηγούμενο βήμα. Η τροποποιημένη μήτρα μετά τη διαγραφή θα έχει την ακόλουθη μορφή:

<i>two_bus</i>	1	3	5	7	8	17	18	19	20	21	23	29	30
<i>connection1</i>	2	1	2	5	6	10	15	18	10	10	15	27	27
<i>connection2</i>	3	4	7	6	28	16	19	20	19	22	24	30	29

Σχήμα 5.5 Ανανεωμένος πίνακας ζυγών του δικτύου 30 ζυγών που έχουν ακριβώς δύο διασυνδέσεις

Με βάση αυτή τη μήτρα θα αναζητηθούν ζυγοί της κατηγορίας *two_bus*, οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι εν σειρά. Πράγματι στο δίκτυο βρίσκονται τέτοιοι ζυγοί και παρουσιάζονται παρακάτω με χρώμα.

<i>two_bus</i>	1	3	5	7	8	17	18	19	20	21	23	29	30
<i>connection1</i>	2	1	2	5	6	10	15	18	10	10	15	27	27
<i>connection2</i>	3	4	7	6	28	16	19	20	19	22	24	30	29

Σχήμα 5.6 Ζυγοί με ακριβώς δύο διασυνδέσεις, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους εν σειρά

Υπάρχουν τρεις δυάδες {ζυγός 1-ζυγός 3, ζυγός 5-ζυγός 7, ζυγός 29-ζυγός 30} και μία τριάδα {ζυγός 18-ζυγός 19-ζυγός 20} συνδεδεμένες σε σειρά.

Για την τριάδα {ζυγός 18-ζυγός 19-ζυγός 20}, προβλέπεται τοποθέτηση ενός PMU στον ζυγό 19, ο οποίος είναι ο δεύτερος σε σειρά ζυγός της περιττής εν σειρά συστοιχίας, και ενός ακόμη στην διασύνδεση *connection2* του τελευταίου ζυγού της εν σειρά συστοιχίας. Όμως, λόγω του ότι οι ζυγοί που απαρτίζουν τη συστοιχία είναι τρεις, το δεύτερο PMU πρέπει να τοποθετηθεί στο ζυγό 19, στον οποίο όμως έχει ήδη τοποθετηθεί PMU.

Όσον αφορά στις δυάδες και εν γένει τις συστοιχίες με άρτιο αριθμό ζυγών της κατηγορίας *two_bus*, η διαδικασία τοποθέτησης δεν είναι τόσο αυστηρή. Σε όποιον από τους δύο ζυγούς και αν τοποθετηθεί PMU, το αποτέλεσμα θα παραμείνει το ίδιο. Επιστρέφοντας στο παράδειγμα του υπό εξέταση δικτύου, είτε τοποθετηθεί PMU στον ζυγό 1 είτε στον ζυγό 3, το αποτέλεσμα δεν διαφέρει. Ομοίως το αποτέλεσμα είναι το ίδιο ανεξάρτητα με το ποιος ζυγός εκ των δύο υπολειπόμενων δυάδων {ζυγός 5-ζυγός 7, ζυγός 29-ζυγός 30} θα επιλεγεί για ζυγός τοποθέτησης PMU. **Για το λόγο**

αυτό υπάρχουν πολλά και όχι ένα βέλτιστο σύνολο τοποθέτησης για κάθε δίκτυο. Το ότι στην παραπάνω μήτρα φαίνονται όλες οι εναλλακτικές λύσεις για τα διάφορα ισοδύναμα βέλτιστα υποσύνολα του δικτύου μέχρι και τη δεδομένη στιγμή εκτέλεσης αποτελεί το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου.

Για να γίνει ακόμη πιο αισθητό το παραπάνω πλεονέκτημα, επιλέγονται ως θέσεις τοποθέτησης οι ζυγοί 3, 5, 19, 30, σε αντίθεση με τους 1, 7, 19, 29 που επιλέχθηκαν κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου, ώστε να προκύψει διαφορετικό υποσύνολο από αυτό που παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 6. Ο πίνακας *pmu_locations* θα είναι:

<i>pmu_locations</i>	3	5	9	12	19	25	30
----------------------	---	---	---	----	----	----	----

Σχήμα 5.7 Ανανεωμένος Πίνακας ζυγών PMU.

Διαγράφοντας από τη μήτρα *clone_two_bus* εκείνες τις στήλες που περιέχουν ζυγούς στους οποίους έχουν τοποθετηθεί PMU, ο πίνακας γίνεται :

<i>two_bus</i>	8	17	21	23
<i>connection1</i>	6	10	10	15
<i>connection2</i>	28	16	22	24

Σχήμα 5.8 Εναπομείναντες ζυγοί του δικτύου 30 ζυγών που έχουν ακριβώς δύο διασυνδέσεις

Βήμα 3ο: Σ' αυτή τη φάση του αλγορίθμου αναζητούνται οι ζυγοί *connection* που εμφανίζονται περισσότερες από μία φορές μέσα στον πίνακα. Στο συγκεκριμένο δίκτυο ο ζυγός 10 εμφανίζεται δύο φορές και σημειώνεται με χρώμα.

<i>two_bus</i>	8	17	21	23
<i>connection1</i>	6	10	10	15
<i>connection2</i>	28	16	22	24

Σχήμα 5.9 Ζυγοί με ακριβώς δύο διασυνδέσεις που έχουν κοινή διασύνδεση

Επομένως, το επόμενο PMU θα τοποθετηθεί στο ζυγό 10 και η μήτρα *pmu_locations* γίνεται:

<i>pmu_locations</i>	3	5	9	10	12	19	25	30
----------------------	---	---	---	----	----	----	----	----

Σχήμα 5.10 Ανανεωμένος Πίνακας ζυγών PMU.

Βήμα 4^ο: Διαγράφοντας και τις δύο στήλες που περιλαμβάνουν τον ζυγό 10 η μήτρα *two_bus* θα είναι:

<i>two_bus</i>	8	23
<i>connection1</i>	6	15
<i>connection2</i>	28	24

Σχήμα 5.11 Εναπομείναντες ζυγοί του δικτύου 30 ζυγών, που έχουν ακριβώς δύο διασυνδέσεις

Μέχρι το σημείο αυτό, έχουν τοποθετηθεί 8 PMU, τα οποία έχουν καταστήσει παρατηρήσιμο πολύ μεγάλο μέρος του δικτύου. Ωστόσο, οι ζυγοί {6, 8, 15, 23, 24, 28} παραμένουν μη παρατηρήσιμοι. Θέτοντας όμως ένα PMU σε οποιονδήποτε από τους ζυγούς {6, 8, 28} και άλλο ένα σε οποιονδήποτε από τους ζυγούς {15, 23, 24}, το δίκτυο των 30 ζυγών γίνεται πλήρως παρατηρήσιμο και μάλιστα με το βέλτιστο αριθμό των 10 PMU.

Διαλέγοντας αυθαίρετα τους ζυγούς 8 και 23 ο πίνακας *pmu_locations* γίνεται :

<i>pmu_locations</i>	3	5	8	9	10	12	19	23	25	30
----------------------	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

Σχήμα 5.12 Τελικός Πίνακας ζυγών PMU.

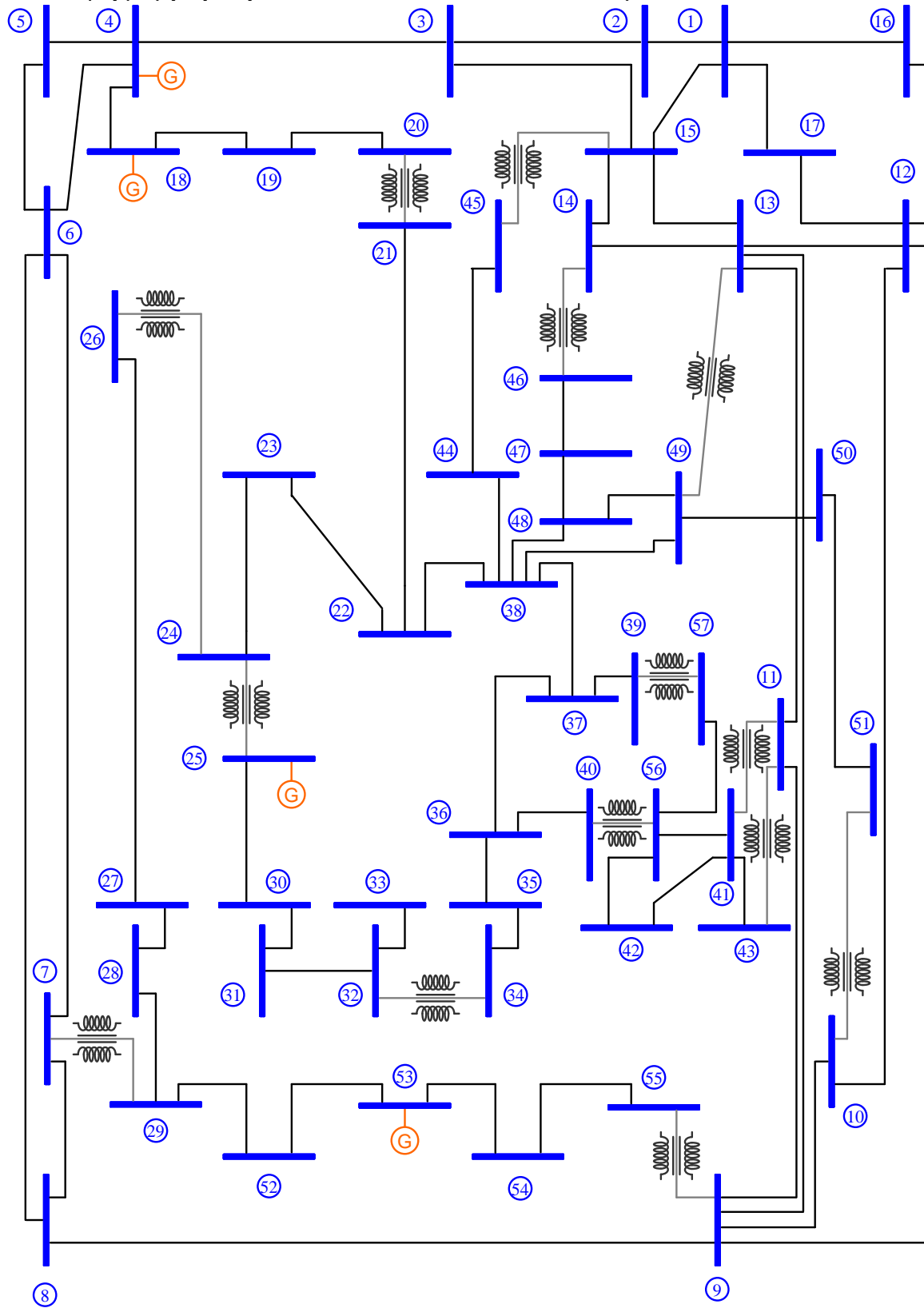
και το υπό μελέτη δίκτυο είναι πλέον πλήρως παρατηρήσιμο.

Προφανώς, το βήμα 5 δεν εκτελείται, καθώς το συγκεκριμένο δίκτυο τέθηκε παρατηρήσιμο με το βέλτιστο αριθμό PMU μετά το πέρας του βήματος 4. Αυτό συμβαίνει στα περισσότερα δίκτυα, τα οποία έχουν ομοιόμορφα κατανεμημένους ζυγούς με μία έως δύο το πολύ διασυνδέσεις στις υπονησίδες τους.

Συμπέρασμα: Η ευελιξία ως προς την επιλογή ζυγών με 6 διαφορετικές περιπτώσεις επιλογής υποδηλώνει πως για το συγκεκριμένο δίκτυο υπάρχουν τουλάχιστον 216 ισοδύναμα βέλτιστα υποσύνολα. Με κατάλληλη τροποποίηση και εξέλιξη η μέθοδος δύναται να δώσει σαν αποτέλεσμα όλα τα 216 βέλτιστα σύνολα για τοποθέτηση PMU στο δίκτυο των 30 ζυγών. Η παρατήρηση αυτή αποτελεί αναμφίβολα το σπουδαιότερο εύρημα της Διπλωματικής αυτής Εργασίας.

Ωστόσο για να γίνει πλήρως κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί η μέθοδος και σε δίκτυα που δεν πληρούν την παραπάνω προϋπόθεση, θα μελετηθεί μερικώς και το δίκτυο των 57 ζυγών που παρουσιάζει ανωμαλίες. Για το δίκτυο αυτό ο αλγόριθμος ολοκληρώνεται εκτελώντας και το 5ο βήμα.

5.2.2. Εφαρμογή της 1ης Μεθόδου στο δίκτυο IEEE 57-ζυγών



○ Αριθμός ζυγού □ Αριθμός κλάδου
 Σχήμα 5.13 Σύστημα IEEE 57-ζυγών.

Ακολουθώντας την ίδια λογική στο δίκτυο των 57 ζυγών, μετά το πέρας του βήματος 3 η μήτρα *pmu_locations* θα είναι :

<i>pmu_locations</i>	1	4	22	25	27	29	32	36	39	41	44	46	50	54
----------------------	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Σχήμα 5.14 Πίνακας ζυγών PMU μετά το πέρας του βήματος 3της πρώτης προτεινόμενης μεθόδου, για το δίκτυο 57 ζυγών.

Εν συνεχεία ο αλγόριθμος περνά στο βήμα 4. Η μήτρα *two_bus* είναι:

<i>two_bus</i>	19
<i>connection1</i>	18
<i>connection2</i>	20

Σχήμα 5.15 Εναπομείναντες ζυγοί του δικτύου 57 ζυγών που έχουν ακριβώς δύο διασυνδέσεις.

Από τις δύο διασυνδέσεις του ζυγού 19 επιλέγεται ο ζυγός 20, καθώς η τοποθέτηση PMU στο ζυγό αυτό καθιστά παρατηρήσιμους δύο ζυγούς, σε αντίθεση με τον ζυγό 18, που είναι συνδεδεμένος με έναν μόλις μη παρατηρήσιμο ζυγό. Άρα,

<i>pmu_locations</i>	1	4	20	22	25	27	29	32	36	39	41	44	46	50	54
----------------------	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Σχήμα 5.16 Ανανεωμένος Πίνακας ζυγών PMU.

Στο σημείο αυτό γίνεται έλεγχος αν υπάρχουν στο δίκτυο μη παρατηρήσιμοι. Τέτοιοι ζυγοί υπάρχουν και είναι οι ακόλουθοι:

<i>unobserved</i>	8	9	10	12	13	48
-------------------	---	---	----	----	----	----

Σχήμα 5.17 Πίνακας ζυγών οι οποίοι είναι ακόμη μη παρατηρήσιμοι.

Στο βήμα 5, που είναι και το τελευταίο που εκτελείται, ο αλγόριθμος βρίσκει τον ελάχιστο αριθμό PMU, που χρειάζεται για να γίνουν παρατηρήσιμοι και οι τελευταίοι ζυγοί. Η τοποθέτηση PMU στους ζυγούς 9 και 48 καθιστά παρατηρήσιμο και τον τελευταίο ζυγό του δικτύου. Το σύνολο στο οποίο κατέληξε ο αλγόριθμος είναι:

<i>pmu_locations</i>	1	4	9	20	22	25	27	29	32	36	39	41	44	46	48	50	54
----------------------	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Σχήμα 5.18 Τελικός Πίνακας ζυγών PMU.

Το δίκτυο είναι παρατηρήσιμο και μάλιστα στον ελάχιστο αριθμό των 17 PMUs, που απαιτείται για το δίκτυο αυτό. Επομένως, πλεονάζοντες ζυγοί δεν υπάρχουν και έτσι δεν χρειάζεται να ξαναεκτελεστεί το πρόγραμμα με διαφορετική ιεράρχηση των βημάτων 2 και 3.

5.3. Δεύτερη προτεινόμενη μέθοδος- Συστηματικός αλγόριθμος για αναγνώριση των βέλτιστων θέσεων PMU

5.3.1. Βασική Ιδέα της 2ης Μεθόδου

Ας θεωρηθεί το δίκτυο IEEE 14 ζυγών. Για το δίκτυο αυτό, όπως προαναφέρθηκε, για να επιτευχθεί πλήρης παρατηρησιμότητα, πρέπει να ισχύει:

$$f(x) = Ax = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\ f_3 = x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ f_4 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq 1 \\ f_5 = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 1 \\ f_6 = x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_7 = x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1 \\ f_8 = x_7 + x_8 \geq 1 \\ f_9 = x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq 1 \\ f_{10} = x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{11} = x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{12} = x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_{13} = x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\ f_{14} = x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1 \end{cases} \quad (5.1)$$

Δηλαδή, πρέπει κάθε ζυγός να είναι είτε άμεσα είτε έμμεσα παρατηρήσιμος.

Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι για τον ζυγό 4 έχουμε 6 διασυνδέσεις. Απο αυτές τις διασυνδέσεις, οι περισσότερες έχουν κι οι ίδιες πολλές διασυνδέσεις. Δηλαδή δεν

είναι σίγουρο ότι η τοποθέτηση ενός PMU στον ζυγό 4, αυτόν δηλαδή με τις περισσότερες διασυνδέσεις στο δίκτυο, είναι μια σωστή απόφαση, αφού π.χ. ο ζυγός 2 έχει μεγάλο αριθμό διασυνδέσεων (5), όπως και οι ζυγοί 5, 9, οι οποίοι αποτελούν διασυνδέσεις του 4. Οπότε, ίσως δεν θα έπρεπε να ξεκινήσει η διαδικασία τοποθέτησης από τον ζυγό με τις περισσότερες διασυνδέσεις.

Αντίθετα, υπάρχουν ζυγοί, για τους οποίους τα πράγματα είναι πιο ξεκάθαρα. Ας εξεταστεί στη συνέχεια ο ζυγός 8. Προκειμένου να καταστεί παρατηρήσιμος, θα πρέπει να τοποθετηθεί PMU είτε στον ζυγό 7 είτε στον ίδιο τον ζυγό 8, ώστε να ισχύει $f_8 \geq 1$. Η απάντηση στο δίλημμα σε ποιον ζυγό πρέπει να τοποθετηθεί PMU δίνεται εξετάζοντας τις διασυνδέσεις του ζυγού 7: έχει 4 διασυνδέσεις, σε αντίθεση με τις 2 διασυνδέσεις του ζυγού 8.

Επομένως, συμφέρει η τοποθέτηση PMU στον ζυγό 7.

Βγάζοντας από το σύστημα των εξισώσεων τους ζυγούς, οι οποίοι είναι παρατηρήσιμοι, προκύπτει :

$$f(x) = Ax = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\ f_3 = x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ f_4 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq 1 \\ f_5 = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 1 \\ f_6 = x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_7 = x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1 \\ f_8 = x_7 + x_8 \geq 1 \\ f_9 = x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq 1 \\ f_{10} = x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{11} = x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{12} = x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_{13} = x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\ f_{14} = x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1 \end{cases} \quad (5.2)$$

Εξετάζοντας τον ζυγό 3: Η τοποθέτηση PMU στον ζυγό 2 θα είχε σαν αποτέλεσμα να καθιστούν παρατηρήσιμοι 4 νέοι ζυγοί, οι ζυγοί { 1, 2, 3, 5}, αφού ο ζυγός 4 είναι ήδη παρατηρήσιμος λόγω του ζυγού 7, στον οποίο έχουμε τοποθετήσει PMU. Ομοίως, αν τοποθετούνταν PMU στον ζυγό 3 θα προέκυπταν 2 νέοι

παρατηρήσιμοι ζυγοί {2,3}, ενώ η τοποθέτηση στον ζυγό 4 θα καθιστούσε 3 νέους ζυγούς παρατηρήσιμους {2, 3, 5}. Το ίδιο θα προέκυπτε εάν αντί του ζυγού 3, εξετάζαμε τον ζυγό 1.

Οπότε, συμφέρει η τοποθέτηση PMU στον ζυγό 2.

Το σύστημα των εξισώσεων τροποποιείται με τη διαγραφή των παρατηρήσιμων ζυγών από τις εξισώσεις:

$$f(x) = Ax = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\ f_3 = x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ f_4 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq 1 \\ f_5 = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 1 \\ f_6 = x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_7 = x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1 \\ f_8 = x_7 + x_8 \geq 1 \\ f_9 = x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq 1 \\ f_{10} = x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{11} = x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{12} = x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_{13} = x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\ f_{14} = x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1 \end{cases} \quad (5.3)$$

Και πλέον γίνεται αντιληπτό ακόμη και με το μάτι, ότι αρκεί η τοποθέτηση δύο ακόμη PMU, στους ζυγούς 6 και 9, ώστε να γίνει όλο το δίκτυο παρατηρήσιμο.

Με αυτή την πολύ απλή λογική, καταλήξαμε στο σύνολο {2, 6, 7, 9}, το οποίο αποτελεί το βέλτιστο σύνολο για την εξασφάλιση της παρατηρησιμότητας του δικτύου IEEE 14. Η λογική αυτή αποτελεί την κεντρική ιδέα της 2^{ης} προτεινόμενης μεθόδου .

5.3.2. Ανάλυση της 2ης Μεθόδου

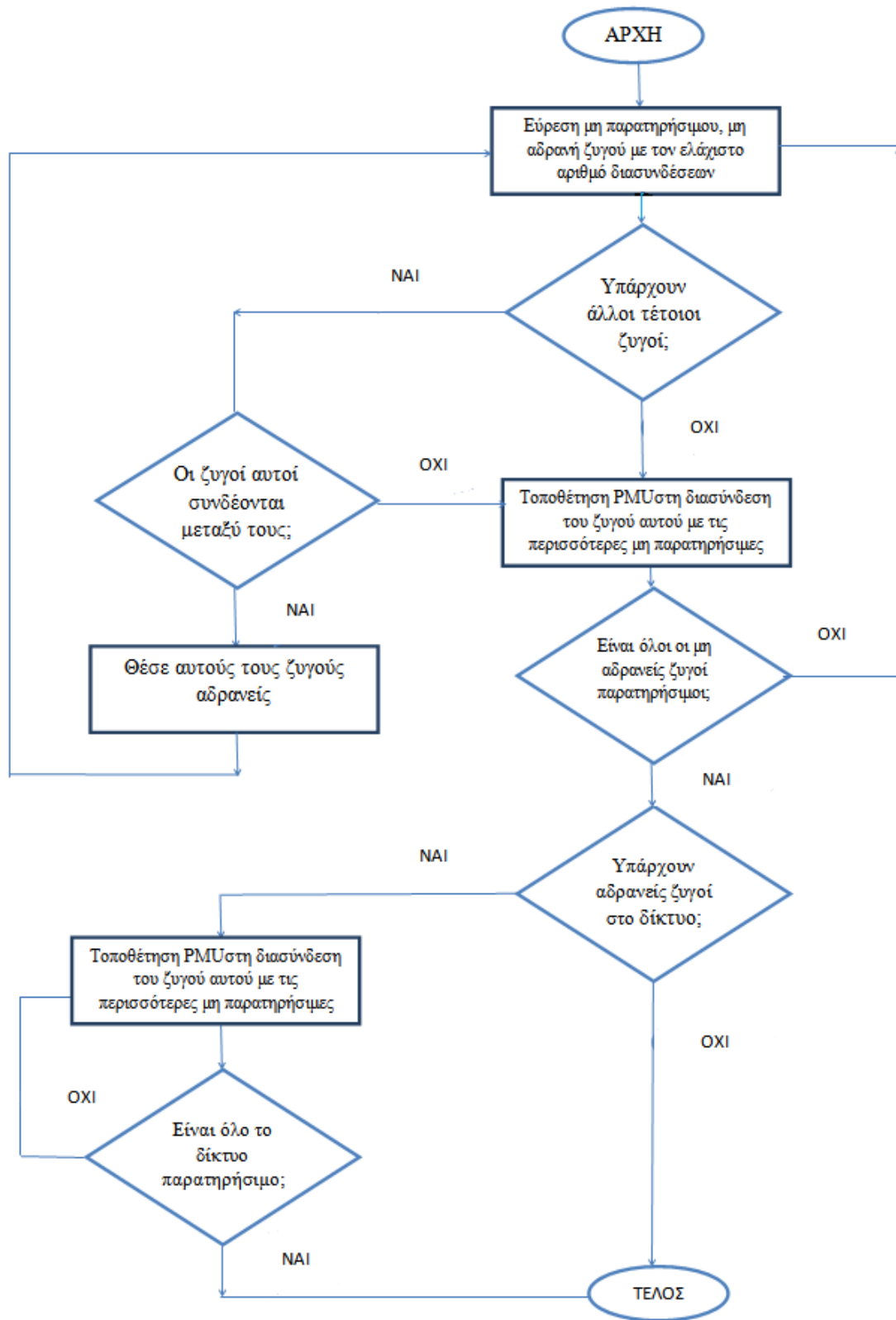
Στόχος της παρούσας μεθόδου είναι : η σε βάθος εξήγηση του πως λειτουργεί ένας αλγόριθμος τοποθέτησης PMU και κυρίως γιατί είναι αναγκαίο να τοποθετηθεί σε

κάποιον ζυγό αυτή η συσκευή PMU. Η δεύτερη προτεινόμενη μέθοδος της έρευνας, η οποία είναι επαναληπτική, αναλύεται στα παρακάτω τέσσερα βήματα:

1. Εύρεση σε κάθε επανάληψη του μη παρατηρήσιμου ζυγού που έχει τις λιγότερες διασυνδέσεις με μη παρατηρήσιμους ζυγούς τη δεδομένη στιγμή. Δηλαδή στην καταμέτρηση των διασυνδέσεων ενός ζυγού δεν προσμετρώνται εκείνες οι διασυνδέσεις του, οι οποίες είναι είτε άμεσα είτε έμμεσα παρατηρήσιμες. Σε περίπτωση που βρεθεί δεύτερος ζυγός που ικανοποιεί την παραπάνω απαίτηση και οι δύο αυτοί ζυγοί συνδέονται μεταξύ τους, οι ζυγοί αυτοί αδρανοποιούνται στο υπόλοιπο του αλγορίθμου και ο αλγόριθμος μεταβαίνει στο βήμα 3, παραβλέποντας το βήμα 2.
2. Έχοντας εντοπίσει τον ζυγό αυτό γίνεται αναζήτηση στις διασυνδέσεις του. Εντοπίζεται η διασύνδεσή του που έχει τις περισσότερες διασυνδέσεις με μη παρατηρήσιμους ζυγούς και αυτός είναι ο ζυγός στον οποίο θα τοποθετηθεί το επόμενο PMU.
3. Τα διανύσματα κατάστασης και παρατηρησιμότητας ενημερώνονται, οι νέες μη παρατηρήσιμες διασυνδέσεις των ζυγών προσμετρώνται και ο αλγόριθμος επιστρέφει στο βήμα 1, μέχρις ότου όλοι οι μη παρατηρήσιμοι – μη αδρανοποιημένοι ζυγοί γίνουν παρατηρήσιμοι. Όταν αυτό συμβεί, ο αλγόριθμος προχωρά στο επόμενο βήμα.
4. Ο αλγόριθμος ελέγχει εάν υπάρχουν ζυγοί που έχουν αδρανοποιηθεί κατά την εκτέλεση των παραπάνω βημάτων. Η ύπαρξή τους σημαίνει ότι υπάρχουν ακόμη μη παρατηρήσιμοι ζυγοί στο δίκτυο και ο αλγόριθμος στοχεύει στο να τους θέσει παρατηρήσιμους με τον ελάχιστο δυνατό αριθμό PMU, δηλαδή θέτοντας PMU στον αδρανοποιημένο ζυγό εκείνο που συνδέεται με τους περισσότερους αδρανοποιημένους ζυγούς. Σε περίπτωση που δεν υπάρχουν τέτοιοι ζυγοί, το βήμα αυτό δεν εκτελείται.

Ο αλγόριθμος τελειώνει και το δίκτυο είναι πλέον παρατηρήσιμο

Η διαδικασία που ακολουθείται στη μέθοδο αυτή φαίνεται και στο παρακάτω λογικό διάγραμμα:



Σχήμα 5.19 Λογικό διάγραμμα προτεινόμενου αλγορίθμου.

Για να γίνει ακόμη πιο κατανοητός ο τρόπος που λειτουργεί η μέθοδος, παρατίθεται βήμα προς βήμα η επίλυση του δικτύου των 30 ζυγών, βάσει της παραπάνω μεθόδου.

5.3.3. Εφαρμογή της 2ης Μεθόδου στο δίκτυο IEEE 30 ζυγών

Το υπό εξέταση δίκτυο, είναι αυτό του σχήματος 5.1. Στην πρώτη ανακύκλωση, ο πίνακας με τις μη παρατηρήσιμες διασυνδέσεις του κάθε ζυγού, όπου η πρώτη γραμμή αντιστοιχεί στον αριθμό των ζυγών και η δεύτερη στον αριθμό των διασυνδέσεών τους, είναι ο κάτωθι:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	5	3	5	3	8	3	3	4	7	2	6	2	3	5	3	3	3	3	3	3	4	3	4	4	2	5	4	3	3

Σχήμα 5.20. Αριθμός μη παρατηρήσιμων διασυνδέσεων κάθε ζυγού

Με χρώμα φαίνονται οι μη παρατηρήσιμοι ζυγοί, οι οποίοι εμφανίζουν ελάχιστο αριθμό μη παρατηρήσιμων διασυνδέσεων. Οι ζυγοί αυτοί δεν συνδέονται μεταξύ τους, οπότε στο βήμα αυτό θα τοποθετηθούν τρία (3) PMU, όσος ακριβώς και ο αριθμός των ζυγών της δεύτερης γραμμής με χρώμα. Ο ζυγός που θα επιλέγεται για τοποθέτηση PMU θα είναι ο ζυγός που θα είναι διασυνδεση του κάθε σκιασμένου με χρώμα ζυγού και ταυτοχρονα θα έχει το μεγαλύτερο αριθμό μη παρατηρησιμων διασυνδεσεων

Αναλυτικότερα:

- i) Ο ζυγός 11 συνδέεται με τους ζυγούς 9 και 11. Ανατρέχοντας στον πίνακα διασυνδέσεων του βήματος αυτού, ο ζυγός 9 έχει τέσσερις (4) μη παρατηρήσιμες διασυνδέσεις και ο ζυγός 11 μόλις δύο (2). Άρα, το πρώτο PMU θα τοποθετηθεί στον ζυγό 9.
- ii) Ο ζυγός 13 συνδέεται με τους ζυγούς 12 και 13. Ομοίως, από τον πίνακα διασυνδέσεων του βήματος αυτού προκύπτει ότι ο ζυγός 12 έχει έξι (6) μη παρατηρήσιμες διασυνδέσεις και ο ζυγός 13 μόλις δύο (2). Άρα, το δεύτερο PMU

θα τοποθετηθεί στον ζυγό 12.

iii) Από τις διασυνδέσεις του ζυγού 26 προκύπτει ότι το τρίτο PMU είναι προτιμότερο να τοποθετηθεί στον ζυγό 25, ο οποίος έχει τέσσερις (4) μη παρατηρήσιμες διασυνδέσεις, σε σχέση με τις δύο (2) διασυνδέσεις του ζυγού 26.

Άρα στη διάρκεια της πρώτης ανακύκλωσης τοποθετήθηκαν τρία PMU στους ζυγούς 9, 12 και 25. Η τοποθέτηση των PMU αυτών κατέστησε παρατηρήσιμους τους ζυγούς 4, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 24, 25, 26 και 27, οι οποίοι πλέον θα φέρουν μια διαγώνια γραμμή, δηλώνοντας αφενός ότι δεν μπορούν να επιλεγθούν για τοποθέτηση PMU και αφετέρου ότι κατά την καταμέτρηση των διασυνδέσεων των ζυγών οι ζυγοί αυτοί δεν θα λαμβάνονται πλέον υπόψη.

Μετά την καταμέτρηση των νέων μη παρατηρήσιμων διασυνδέσεων, των μη παρατηρήσιμων ζυγών του δικτύου, ο ανανεωμένος πίνακας διασυνδέσεων θα είναι :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	3	2	2	3	4	2	2	0	4	0	0	0	0	2	1	1	2	3	2	2	2	1	2	0	0	3	2	2	2

Σχήμα 5.21. Ανανεωμένος πίνακας διασυνδέσεων των μη παρατηρήσιμων ζυγών μετά την πρώτη τοποθέτηση

Ομοίως, οι ζυγοί με τον ελάχιστο αριθμό μη παρατηρήσιμων διασυνδέσεων στο βήμα αυτό είναι οι ζυγοί 17 και 23. Στους παρακάτω πίνακες φαίνονται τόσο οι διασυνδέσεις των ζυγών αυτών όσο και ο αριθμός των μη παρατηρήσιμων διασυνδέσεών τους:

17→	<table border="1" style="text-align: center;"> <tr> <td style="background-color: #90EE90;">10</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #90EE90;">4</td> <td>1</td> </tr> </table>	10	16	4	1
10	16				
4	1				

23→	<table border="1" style="text-align: center;"> <tr> <td style="background-color: #90EE90;">15</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #90EE90;">2</td> <td>2</td> </tr> </table>	15	24	2	2
15	24				
2	2				

Σχήμα 5.22. Αριθμός παρατηρήσιμων και μη διασυνδέσεων των ζυγών 7 και 13

Επομένως, τα δύο επόμενα PMU θα τοποθετηθούν στους ζυγούς 10 και 15(*) και έτσι ο συνολικός αριθμός των PMU που έχουν τοποθετηθεί μέχρι στιγμής είναι 5. Μετά την αφαίρεση των παρατηρήσιμων ζυγών από τον υπολογισμό των νέων διασυνδέσεων ο ανανεωμένος πίνακας διασυνδέσεων θα έχει ως εξής:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	3	2	2	3	4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	3	2	2	2

Σχήμα 5.23. Ανανεωμένος πίνακας διασυνδέσεων των μη παρατηρήσιμων ζυγών μετά τη δεύτερη τοποθέτηση

Ομοίως ο ζυγός 19 έχει τις παρακάτω διασυνδέσεις :

19→

18	19	20
1	1	1

Σχήμα 5.24. Αριθμός παρατηρήσιμων και μη διασυνδέσεων του ζυγού 19

Μετά και την τοποθέτηση του έκτου PMU στον ζυγό 19(*) ο ανανεωμένος πίνακας διασυνδέσεων θα είναι:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	3	2	2	3	4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	2	2

Σχήμα 5.25. Ανανεωμένος πίνακας διασυνδέσεων των μη παρατηρήσιμων ζυγών μετά την τρίτη τοποθέτηση

Σε αυτό το βήμα θα εξεταστεί ο κάθε ζυγός ξεχωριστά διότι τώρα θα φανερωθούν τα πλεονεκτήματα της μεθόδου.

Αρχικά εξετάζεται ο ζυγός 3. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό (Σχήμα 5.26), το έβδομο PMU θα τοποθετηθεί στον ζυγό 1.

3→

1	4
3	2

Σχήμα 5.26. Αριθμός παρατηρήσιμων και μη διασυνδέσεων του ζυγού 3

Στη συνέχεια εξετάζεται ο ζυγός 7 και τοποθετείται το όγδοο PMU στον ζυγό 6.

7→

5	6	7
3	4	2

Σχήμα 5.27. Αριθμός παρατηρήσιμων και μη διασυνδέσεων του ζυγού 7

Οι ζυγοί που κανονικά θα έπρεπε να εξεταστούν στη συνέχεια καθώς και οι διασυνδέσεις τους είναι οι κάτωθι:

8→

6	28
4	2

28→

6	8	27	28
4	2	3	2

29→

27	29	30
3	2	2

30→

27	29	30
3	2	2

Σχήμα 5.28. Αδρανοποιημένοι ζυγοί συστήματος

Μετά την τοποθέτηση PMU στους ζυγούς 1 και 6 κανένα άλλο PMU δεν θα τοποθετηθεί στο βήμα αυτό. Τοποθετώντας PMU στον ζυγό 6, οι ζυγοί 8 και 28 έχουν ήδη γίνει παρατηρήσιμοι. Με τον τρόπο αυτό ο αλγόριθμος δεν μπαίνει στη διαδικασία να βρει τις διασυνδέσεις τους και τους έχει θέσει εκτός καταμέτρησης. Ακόμη υπάρχει απευθείας σύνδεση μεταξύ των ζυγών 29 και 30, οπότε ο αλγόριθμος τους αδρανοποιεί και τους θέτει και αυτούς εκτός καταμέτρησης. Γι' αυτό στο επόμενο σχήμα επιλέχθηκε να επισημανθούν με ένα βέλος. Αξίζει να σημειωθεί πως

ακόμη και αν οι ζυγοί 6 και 28 δεν συνδέονταν απευθείας με τον ζυγό 6, στον οποίο έχει τοποθετηθεί PMU, πάλι θα τίθεντο εκτός καταμέτρησης, διότι οι ζυγοί αυτοί είναι απευθείας συνδεδεμένοι. Συνεπώς, όπως προηγουμένως, ο αλγόριθμος θα τους αδρανοποιούσε.

Ανανεώνοντας τις διασυνδέσεις, μετά και την τοποθέτηση των 2 PMU του προηγουμένου βήματος, ο πίνακας γίνεται :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	3	2	2	3	4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	2	2

Αδρανείς ζυγοί

↓

↓

Σχήμα 5.29. Ανανεωμένος πίνακας διασυνδέσεων των μη παρατηρήσιμων ζυγών μετά την πρώτη τοποθέτηση

Για τον υπό εξέταση ζυγό 5 είναι :

5 →

2	5	7
3	3	2

Σχήμα 5.30. Αριθμός παρατηρήσιμων και μη διασυνδέσεων των ζυγών 7 και 13

Όπως ήταν αναμενόμενο, θα τοποθετηθεί PMU στον ζυγό 2(*) και επομένως, αισίως, έχουν τοποθετηθεί στο δίκτυο εννέα (9) PMU, με αποτέλεσμα πλέον να απομένουν δύο (2) μη παρατηρήσιμοι ζυγοί, οι 29 και 30, οι οποίοι είναι, μέχρι αυτή τη φάση, αδρανείς.

Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι οι ζυγοί 29 και 30 είναι ισοδύναμοι ως προς την επιλογή του επόμενου ζυγού, στον οποίο θα τοποθετηθεί το τελευταίο PMU και έτσι ο αλγόριθμος διαλέγει τον ζυγό 29(*). Επομένως, το σύνολο {1, 2, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 25, 29} που έδωσε ο αλγόριθμος αυτός, παρέχει πλήρη παρατηρησιμότητα με τον ελάχιστο αριθμό PMU.

Όπως οι περισσότεροι αλγόριθμοι βέλτιστης τοποθέτησης, και αυτός έχει ένα

μειονέκτημα: Συγκεκριμένα, κάθε φορά επιστρέφει σαν αποτέλεσμα το ίδιο βέλτιστο σύνολο. Ωστόσο, από την ανάλυση που προηγήθηκε, φαίνεται ότι π.χ. κατά την διαδικασία τοποθέτησης του ένατου PMU, η επιλογή οποιουδήποτε από τους υποψήφιους ζυγούς 2,5,7 θα είχε τα ίδια αποτελέσματα ως προς την παρατηρησιμότητα και τον ελάχιστο αριθμό PMU. Το ίδιο αποτέλεσμα θα εξασφαλιζόταν και αν αντί του ζυγού 29 επιλεγόταν ο ζυγός 30 καθώς και για τους ζυγούς που έχουν δίπλα τους μια παρένθεση, που περιέχει έναν αστερίσκο (*). Είναι προφανές ότι, όπως στη περίπτωση της 1ης μεθόδου, έτσι και τώρα, με τις κατάλληλες τροποποιήσεις, η μέθοδος αυτή μπορεί να δώσει ένα μεγάλο μέρος από τα δυνατά βέλτιστα σύνολα για κάθε δίκτυο που επεξεργάζεται. Στο συγκεκριμένο δίκτυο η μέθοδος αυτή μπορεί να επιστρέψει 24 διαφορετικά σύνολα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

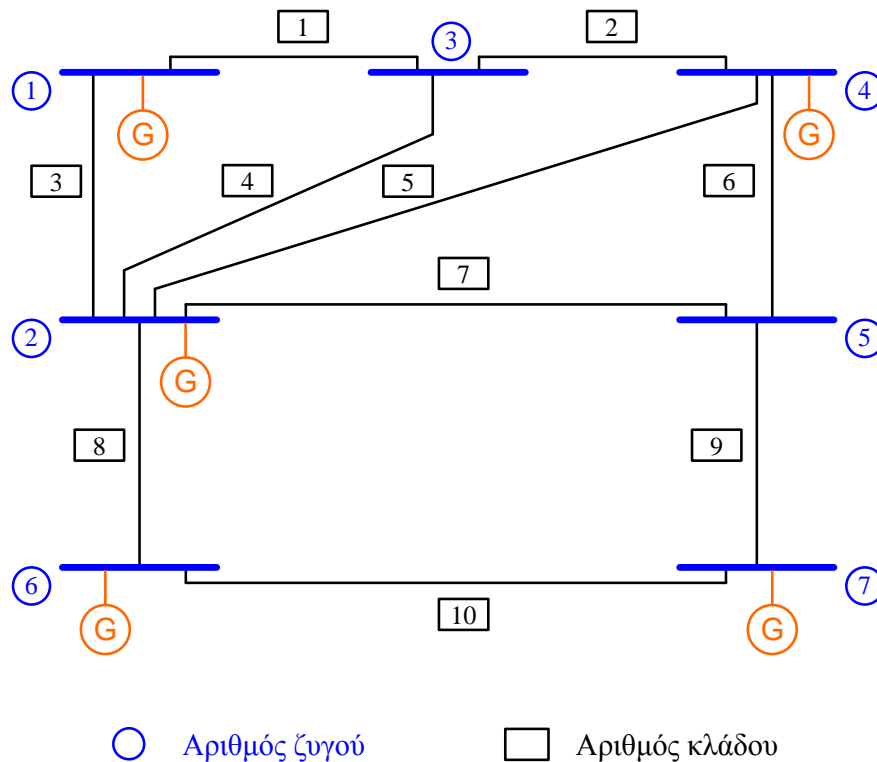
6.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των τριών προγραμμάτων, που αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας Διπλωματικής εργασίας. Τα δίκτυα στα οποία δοκιμάστηκαν τα προγράμματα είναι τα πρότυπα δίκτυα 7, 14, 30, 57 και 118 ζυγών της IEEE, λόγω της μεγάλης εμφάνισης των δικτύων αυτών στη διεθνή βιβλιογραφία, κάτι που εξασφαλίζει αξιοπιστία για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων. Τα αποτελέσματα των προγραμμάτων αυτών (Γραμμικός Προγραμματισμός, 1^η Προτεινόμενη Μέθοδος, 2^η Προτεινόμενη Μέθοδος) συγκρίνονται με τα αποτελέσματα, που παρουσίασε ο καθηγητής Ali Abur, πρωτοπόρος στην έρευνα των PMU, όντας ο πρώτος, που εφάρμοσε Γραμμικό Προγραμματισμό για το πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης των PMU [140] .

Τα προγράμματα υλοποιήθηκαν εξολοκλήρου σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB, και δοκιμάστηκαν σε υπολογιστή με τα κάτωθι χαρακτηριστικά:

- Επεξεργαστής Intel i5-750
- Μνήμη RAM 4 GB

6.2. Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 7-ζυγών



Σχήμα 6.1 Σύστημα 7-ζυγών

Πίνακας 6.1
Στοιχεία συστήματος 7-ζυγών

Δίκτυο	Αριθμός κλάδων	Μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς
7-ζυγών	10	-

Πίνακας 6.2
Αποτελέσματα προσομοίωσης [2] για το σύστημα των 7-ζυγών

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
2	2,4

6.2.1. Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 7-ζυγών

Πίνακας 6.3
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 7-ζυγών με εφαρμογή Γραμμικού Προγραμματισμού

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
2	2,4

Χρόνος Εκτέλεσης:0.649808 seconds

6.2.2. Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 7-ζυγών

Πίνακας 6.4 Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 7-ζυγών με την πρώτη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
2	2,4

Χρόνος Εκτέλεσης:0.357924 seconds

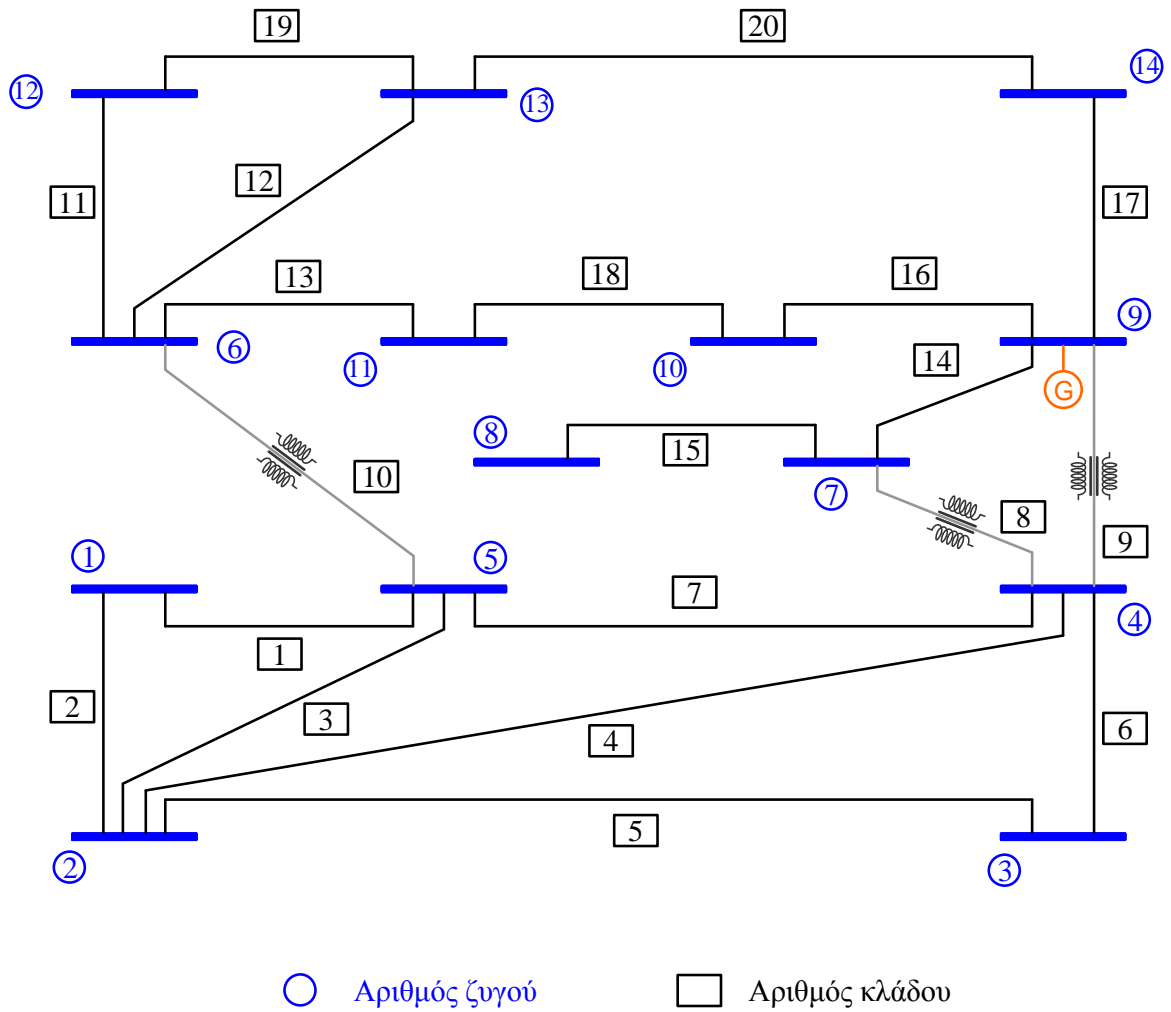
6.2.3. Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 7-ζυγών

Πίνακας 6.5
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 7-ζυγών με την δεύτερη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
2	2,4

Χρόνος Εκτέλεσης:0.507117 seconds

6.3. Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 14-ζυγών



Σχήμα 6.2 Σύστημα IEEE 14-ζυγών.

Πίνακας 6.6
Στοιχεία συστήματος IEEE 14-ζυγών

Σύστημα	Αριθμός κλάδων	Μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς
IEEE 14-ζυγών	20	7

Πίνακας 6.7
Αποτελέσματα προσομοίωσης [2] για το σύστημα IEEE 14-ζυγών

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς			
		Μέθοδος μη γραμμικών περιορισμών		Μέθοδος τοπολογικού μετασχηματισμού	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
4	2, 6, 7, 9	3	2, 6, 9	3	2, 6, 9

6.3.1. Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 14-ζυγών

Πίνακας 6.8
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 14-ζυγών με εφαρμογή Γραμμικού Προγραμματισμού

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
4	2, 6, 7, 9	3	2, 6, 9

Χρόνος Εκτέλεσης: 0.584990 seconds

6.3.2. Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 14-ζυγών

Πίνακας 6.9
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 14-ζυγών με την πρώτη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
4	2, 7, 11, 13	3	2, 6, 9

Χρόνος Εκτέλεσης:0.480017 seconds

6.3.3. Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 14-ζυγών

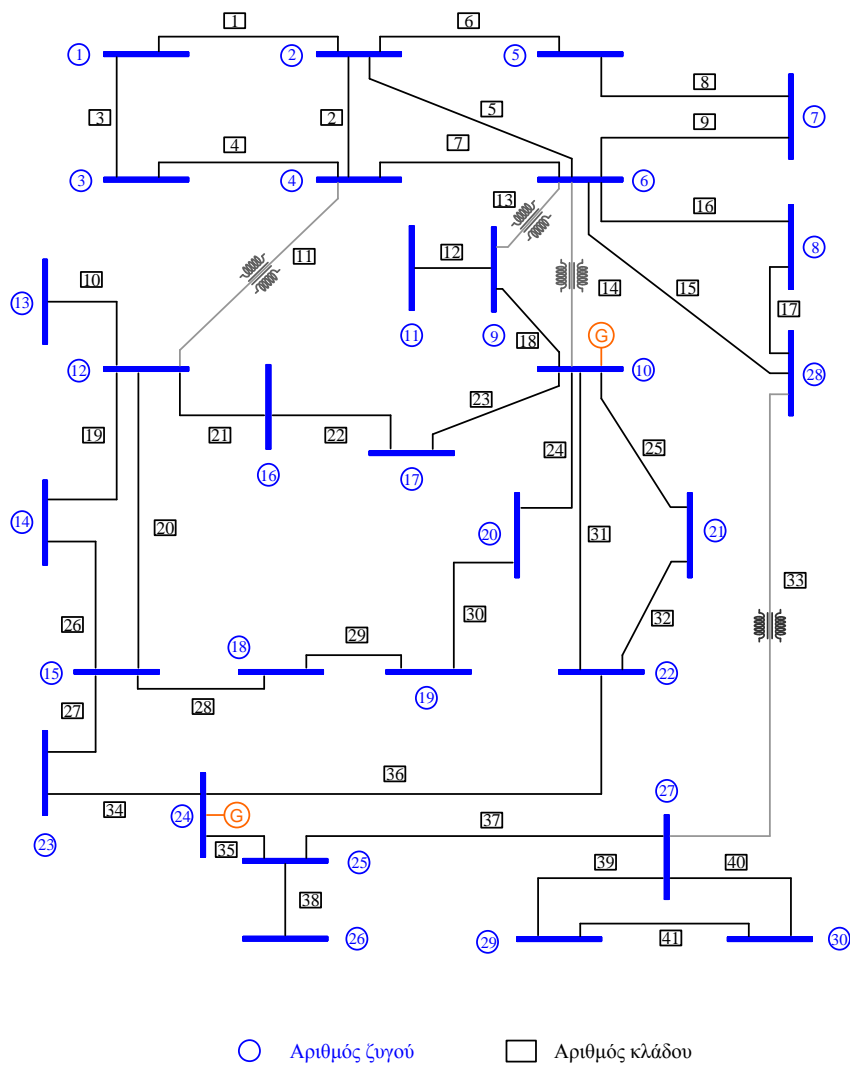
Πίνακας 6.10

Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 14-ζυγών με την δεύτερη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
4	2, 7, 11, 13	3	2, 6, 9

Χρόνος Εκτέλεσης:0.806751 seconds

6.4. Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 30-ζυγών



Σχήμα 6.3 Σύστημα IEEE 30-ζυγών.

Πίνακας 6.11

Στοιχεία συστήματος IEEE 30-ζυγών

Σύστημα	Αριθμός κλάδων	Μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς
IEEE 30-ζυγών	41	6, 9, 11, 25, 28

Πίνακας 6.12

Αποτελέσματα προσομοίωσης [2] για το σύστημα IEEE 30-ζυγών

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς			
		Μέθοδος μη γραμμικών περιορισμών		Μέθοδος τοπολογικού μετασχηματισμού	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
10	2, 4, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 25, 27	7	3, 5, 10, 12, 18, 23, 27	8	2, 3, 6, 10, 12, 18, 23, 27

6.4.1. Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 30-ζυγών

Πίνακας 6.13

Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 30-ζυγών με εφαρμογή Γραμμικού Προγραμματισμού

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
10	1, 7, 9, 10, 12, 18, 24, 25, 27, 28	7	3, 7, 10, 16, 22, 24, 26

Χρόνος Εκτέλεσης: 0.585224 seconds

6.4.2. Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 30-ζυγών

Πίνακας 6.14
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 30-ζυγών με την πρώτη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
10	2, 3, 6, 9, 10, 12, 15, 20, 25, 27	7	3, 7, 10, 17, 22, 26, 27

Χρόνος Εκτέλεσης:0.450795 seconds

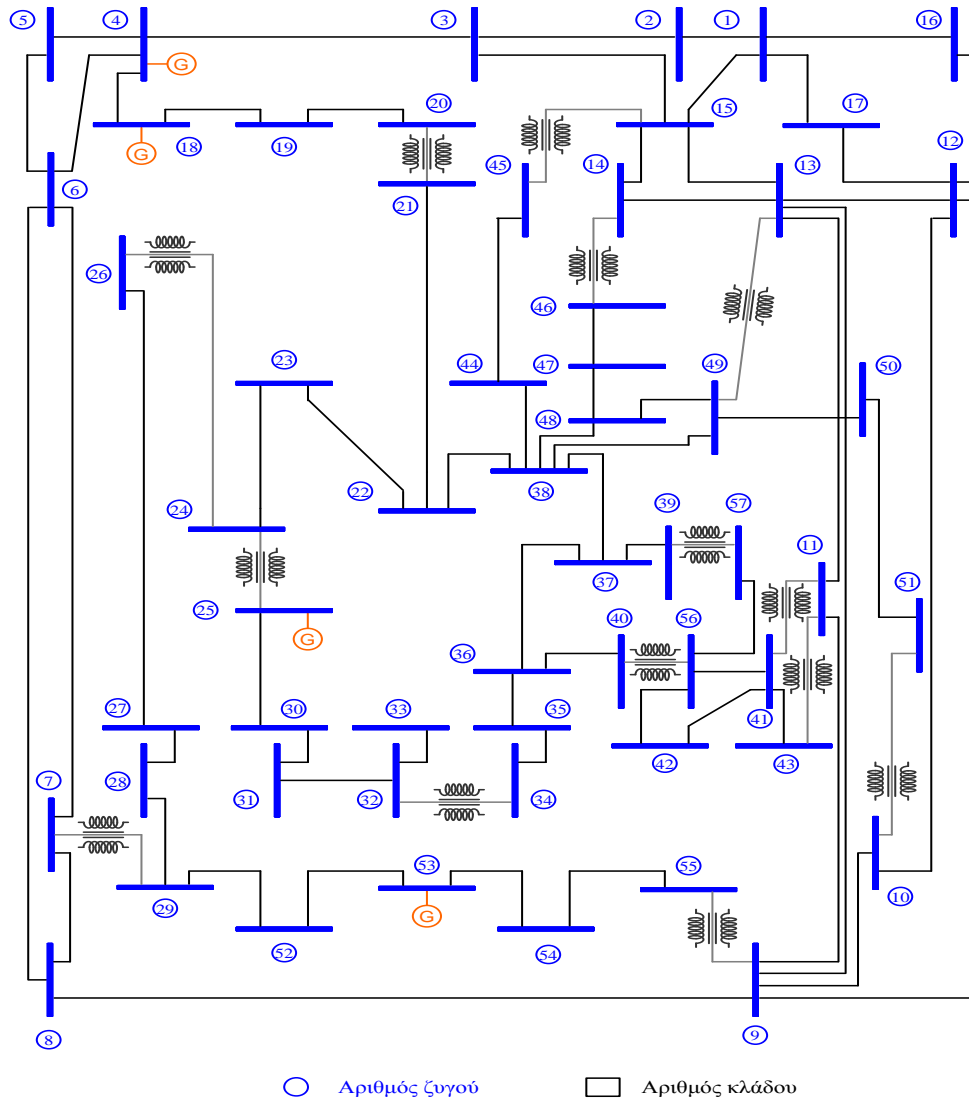
6.4.3. Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 30-ζυγών

Πίνακας 6.15
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 30-ζυγών με την δεύτερη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
10	1, 2, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 25, 29	7	1, 7, 10, 17, 22, 26, 27

Χρόνος Εκτέλεσης:0.347325 seconds

6.5. Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 57-ζυγών



Σχήμα 6.4 Σύστημα IEEE 57-ζυγών.

Πίνακας 6.16
Στοιχεία συστήματος IEEE 57-ζυγών

Σύστημα	Αριθμός κλάδων	Μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς
IEEE 57-ζυγών	78	4, 7, 11, 21, 22, 24, 26, 34, 36, 37, 39, 40, 45, 46, 48

Πίνακας 6.17
Αποτελέσματα προσομοίωσης [2] για το σύστημα IEEE 57-ζυγών

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς			
		Μέθοδος μη γραμμικών περιορισμών		Μέθοδος τοπολογικού μετασχηματισμού	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
17	1, 4, 7, 9, 15, 20, 24,25, 27, 32, 36, 38, 39,41, 46, 50, 53	13	1,6,9,15,20,25, 27, 32, 38,47, 50, 53, 56	12	1, 5, 9, 14, 15, 20, 25, 28, 32, 50, 53, 56

6.5.1. Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 57-ζυγών

Πίνακας 6.18
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 57-ζυγών με εφαρμογή Γραμμικού Προγραμματισμού

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
17	1, 4, 6, 13, 20, 22, 25, 27, 29, 32, 36, 39, 41, 45, 47, 51, 54	12	2, 3, 10, 13, 20, 25, 29, 32, 38, 41, 51, 54

Χρόνος Εκτέλεσης:0.860716 seconds

6.5.2. Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 57-ζυγών

Πίνακας 6.19
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 57-ζυγών με την πρώτη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
17	1, 4, 9, 20, 22, 25, 27, 29, 32, 36, 39, 41, 44, 46, 49, 51, 54	12	1, 3, 9, 19, 25, 29, 32, 38, 41, 47, 49, 54

Χρόνος Εκτέλεσης:0.507901 seconds

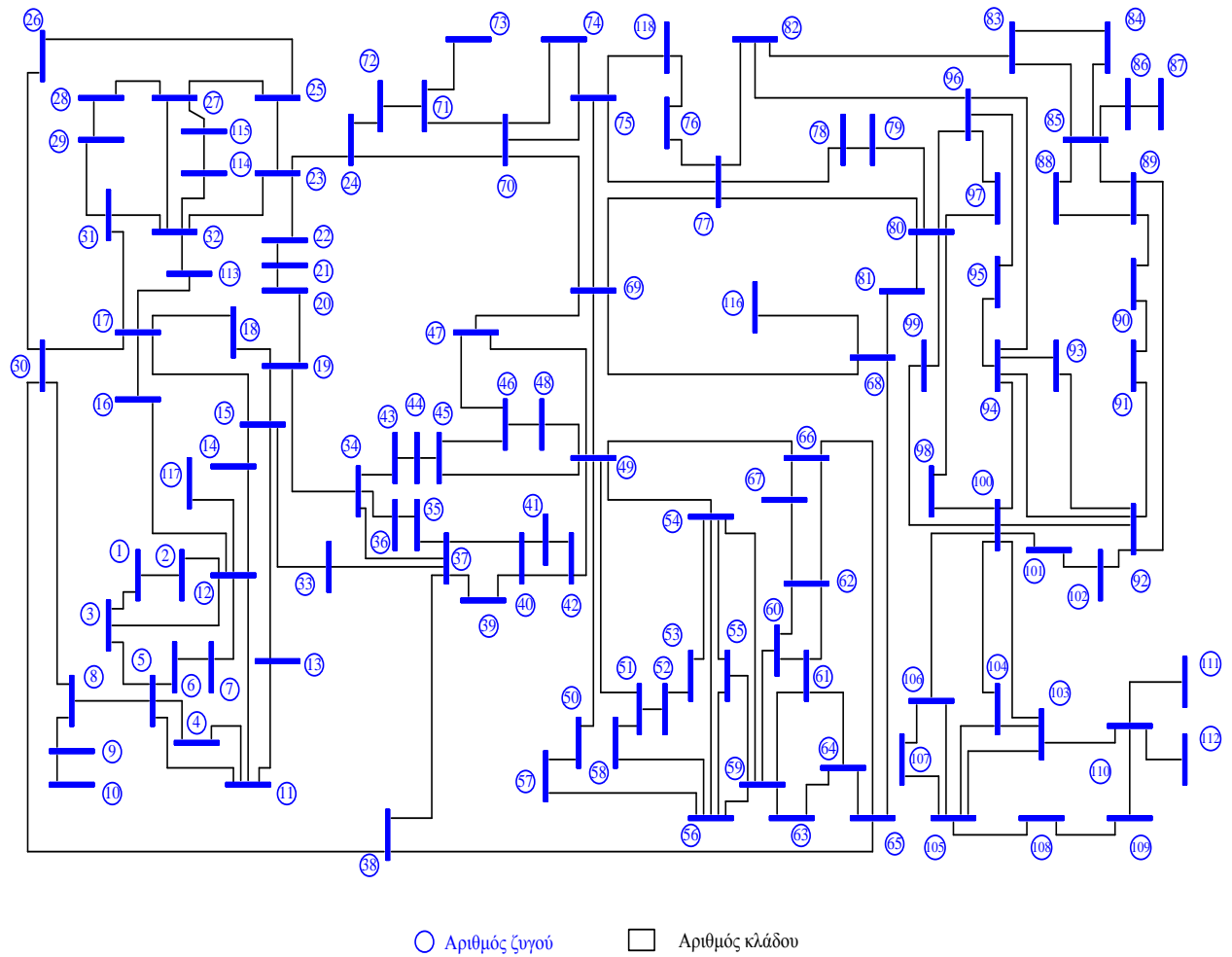
6.5.3. Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 57-ζυγών

Πίνακας 6.20
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 57-ζυγών με την δεύτερη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
17	1, 4, 7, 9, 15, 19, 22, 25, 27, 32, 36, 38, 41, 46, 51, 53, 57	12	1, 3, 9, 19, 25, 29, 32, 38, 41, 47, 49, 54

Χρόνος Εκτέλεσης:0.441714 seconds

6.6. Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 118-ζυγών



Σχήμα 6.5 Σύστημα IEEE 118-ζυγών.

Πίνακας 6.21
Στοιχεία συστήματος IEEE 118-ζυγών

Σύστημα	Αριθμός κλάδων	Μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς
IEEE 118-ζυγών	179	5, 9, 30, 37, 38, 63, 64, 68, 71, 81

Πίνακας 6.22
Αποτελέσματα προσομοίωσης [2] για το σύστημα IEEE 118-ζυγών

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς			
		Μέθοδος μη γραμμικών περιορισμών		Μέθοδος τοπολογικού μετασχηματισμού	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
32	2, 5, 9, 11, 12, 17,21,24, 25, 28, 34, 37, 40,45, 49, 52, 56, 62, 63,68, 73, 75, 77, 80, 85,86, 90, 94, 101,105,110,114	29	2,8,11,12,15,19, 21,27,31,32,34, 40,45,49,52,56, 62,65,72,75,77, 80, 85,86,90,94, 101, 105,110	28	2,8,11,12,17,21,25, 28,33,34,40,45,49, 52,56,62,72,75,77, 80,85,86,90,94,101,105,110, 114

6.6.1. Αποτελέσματα Γραμμικού Προγραμματισμού για το δίκτυο 118-ζυγών

Πίνακας 6.23
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος 118-ζυγών με εφαρμογή Γραμμικού Προγραμματισμού

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
32	3, 5, 9, 12, 15, 17, 20, 23, 28, 30, 36, 40, 44, 47, 48, 52, 56, 62, 63, 68, 71, 75, 77, 80, 85, 86, 90, 94, 101, 105, 110, 114	29	3, 8, 11, 12, 19, 22, 27, 31, 32, 34, 42, 45, 49, 53, 56, 62, 65, 67, 70, 74, 76, 79, 84, 85, 89, 93, 100, 104, 109

Χρόνος Εκτέλεσης:0.623402 seconds

6.6.2. Αποτελέσματα Πρώτης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 118-ζυγών

Πίνακας 6.24
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 118-ζυγών με την πρώτη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
32	3, 5, 9, 12, 15, 17, 21, 23, 28, 30, 35, 40, 43, 48, 49, 52, 56, 62, 64, 68, 71, 75, 77, 80, 85, 86, 90, 94, 101, 105, 110,114	30	3, 8, 11, 12, 17, 21, 23, 28, 34, 40, 43, 48, 49, 52, 56, 62, 65, 67, 70, 74, 76, 79, 84, 85, 89, 93, 100, 104, 109, 113

Χρόνος Εκτέλεσης:0.505195 seconds

6.6.3. Αποτελέσματα Δεύτερης προτεινόμενης μεθόδου για το δίκτυο 118-ζυγών

Πίνακας 6.25
Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος IEEE 118-ζυγών με την δεύτερη προτεινόμενη μέθοδο

Χωρίς μηδενικές εγχύσεις		Με μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς	
Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU	Αριθμός PMU	Ζυγοί PMU
32	3, 5, 9, 12, 15, 17, 20, 23, 25, 28, 34, 37, 42, 45, 49, 52, 56, 62, 63, 68, 71, 75, 77, 80, 85, 86, 91, 94, 101, 105, 110, 114	29	1, 8, 11, 12, 17, 21, 27, 28, 32, 34, 40, 45, 49, 52, 56, 62, 65, 67, 70, 74, 76, 79, 84, 85, 89, 93,100, 104 ,109

Χρόνος Εκτέλεσης:0.262584 seconds

6.7. Αποτελέσματα προσομοίωσης συστήματος - Ανάλυση αποτελεσμάτων

Σαν «οδηγός» στην μελέτη της παρατηρησιμότητας ενός δικτύου, θεωρήθηκαν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παραπάνω. Τα αποτελέσματα αυτά, έχουν δύο πιθανές, βέλτιστες λύσεις, όσον αφορά στα δίκτυα, που περιέχουν μηδενικές εγχύσεις στους ζυγούς: μία λύση που απορρέει από τη μέθοδο τοπολογικού μετασχηματισμού και άλλη μια από τη μέθοδο εφαρμογής μη γραμμικών περιορισμών κατά τη διαχείριση των μηδενικών εγχύσεων στους ζυγούς. Όπως φάνηκε παραπάνω, για κάθε εξεταζόμενο δίκτυο, και οι δύο προτεινόμενες μέθοδοι συγκλίνουν στα βέλτιστα αποτελέσματα, που θεωρήθηκαν σαν «οδηγοί» στην παρούσα διπλωματική εργασία. Προφανώς, στην περίπτωση δικτύου, από το οποίο απουσιάζουν μηδενικές εγχύσεις, και οι δύο μέθοδοι επιστρέφουν βέλτιστα αποτελέσματα. Ακόμη, στην περίπτωση δικτύου με μηδενικές εγχύσεις, τα αποτελέσματα των μεθόδων άλλοτε συγκλίνουν στα αποτελέσματα της μεθόδου τοπολογικού μετασχηματισμού και άλλοτε σε αυτά της μέθοδο μη γραμμικών περιορισμών.

Μόνη εξαίρεση, αποτέλεσε στην περίπτωση της πρώτης προτεινόμενης μεθόδου το δίκτυο των 118 ζυγών, με μηδενικές εγχύσεις, όπου η μέθοδος επέστρεψε σαν αποτέλεσμα 1 επιπλέον ζυγό (PMU). Αυτό υπονοεί ότι η μέθοδος αυτή, ίσως να μην είναι βέλτιστη σε μεγαλύτερα δίκτυα, ωστόσο πρέπει να τονιστεί ότι σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν η μελέτη των συγκεκριμένων δικτύων και η αποκωδικοποίηση των κανόνων που διέπουν την τοποθέτηση PMU για την επίτευξη πλήρους παρατηρησιμότητας σε ένα δίκτυο. Και πάλι, όμως, το αποτέλεσμα, παρότι δεν είναι βέλτιστο, κρίνεται πολύ ικανοποιητικό.

Τα αποτελέσματα κρίνονται ακόμη πιο ικανοποιητικά για την δεύτερη προτεινόμενη μέθοδο, όπου πέρα του ότι επέστρεψε *μόνο βέλτιστα* αποτελέσματα για όλα τα υπό παρατήρηση δίκτυα, είναι και πιο σωστά δομημένη από προγραμματιστικής άποψης. Οι κανόνες που τη διέπουν είναι πολύ σαφείς και πιο συστηματικοί, απορρέοντας άμεσα από τις ιδιότητες του PMU και η μέθοδος αποπνέει αισιοδοξία, ότι μπορεί να επιστρέψει βέλτιστα αποτελέσματα και για ακόμη μεγαλύτερα δίκτυα.

Ανακεφαλαιώνοντας, αυτό που αποδείχτηκε στην εργασία, είναι ότι κατά τον σχεδιασμό ενός αλγορίθμου τοποθέτησης PMU, δεν αρκεί η τοποθέτηση PMU σε ζυγούς με πολλές διασυνδέσεις. Κρίνεται αναγκαία η εξασφάλιση παρατηρησιμότητας πρώτα σε ζυγούς με πολύ λίγες διασυνδέσεις, μέσω τοποθέτησης PMU στις πιο ισχυρές διασυνδέσεις των πιο «φτωχών» σε διασυνδέσεις ζυγούς.

6.8.Μελλοντική Έρευνα

Για την εξέλιξη και τον εμπλουτισμό αυτής της Διπλωματικής Εργασίας προτείνεται:

1. Επανασχεδιασμός της πρώτης μεθόδου, ώστε να γίνει πιο απλή, σύντομη, συστηματική και αποδοτική
2. Προσπάθεια μιας πιο μαθηματικής επεξήγησης και προσέγγισης των δύο μεθόδων, ώστε να περάσουν από την κατηγορία των εμπειρικών μεθόδων στην κατηγορία των μαθηματικών μεθόδων.
3. Τροποποίηση των μεθόδων κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να λειτουργούν και χωρίς την παραδοχή ότι τα PMU μπορούν να μετρούν όλα τα ρεύματα και όλες τις τάσεις στον ζυγό που τοποθετούνται.
4. Εφαρμογή των μεθόδων σε δίκτυα, τα οποία περιέχουν συμβατικές μετρήσεις και όπου τα PMU χρησιμοποιούνται για την μέτρηση μιας ροής κλάδου, ενός ρεύματος ή μιας τάσης.
5. Επέκταση των μεθόδων, ώστε να εξασφαλίζει την πλήρη παρατηρησιμότητα στην περίπτωση όπου ένα ή περισσότερα PMU τεθούν εκτός λειτουργίας

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] B. Xu, and A. Abur, "Observability analysis and measurement placement for systems with PMUs," in 2004 IEEE/PES Power Systems Conf., pp. 943 – 946
- [2] B. Xu, Y. J. Yoon, and A. Abur, "Optimal placement and utilization of phasor measurements for state estimation," PSERC Publication 05-20, Oct. 2005
- [3] J. Chen and A. Abur, "Improved bad data processing via strategic placement of PMUs," in 2005 IEEE Power Engineering Society General Meeting, vol. 1, pp. 509-513
- [4] J. Chen and A. Abur, "Placement of PMUs to enable bad data detection in state estimation," IEEE Trans. Power Systems, vol. 21, no. 4, pp. 1608-1615, Nov. 2006
- [5] C. Rakpenthai, S. Premrudeepreechacharn, S. Uatrongjit, and N. R. Watson, "An optimal PMU placement method against measurement loss and branch outage," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 22, no.1, pp. 101–107, Jan. 2007
- [6] R. Sodhi, S.C. Srivastava, and S.N. Singh, "Optimal PMU placement to ensure system observability under contingencies," IEEE Trans. Power Systems, vol. 4, no.2, pp. 1-6, Oct. 2009
- [7] F. Aminifar, A. Khodaei, M. Fotuhi-Firuzabad, and M. Shahidehpour, "Contingency-constrained PMU placement in power networks," IEEE Trans. Power Systems, vol. 25, no.1, pp. 516-523, Feb. 2010
- [8] B. Gou, "Generalized integer linear programming formulation for optimal PMU placement," IEEE Trans. Power Systems, vol. 23, no. 3, pp. 1099-1104, Aug. 2008
- [9] B. Gou, "Optimal placement of PMUs by integer linear programming," IEEE Trans. Power Systems, vol. 23, no. 3, pp. 1525-1526, Sep. 2008
- [10] D. Dua, S. Dambhare, R. K. Gajbhiye, and S. A. Soman, "Optimal multistage scheduling of PMU placement: An ILP approach," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 23, no. 4, pp. 1812-1820, Oct. 2008
- [11] R. Sodhi, S.C. Srivastava, and S.N. Singh, "Optimal PMU placement method for complete topological and numerical observability of power system," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 80, no. 9, pp. 1154-1159, Sep. 2010

- [12] R. Sodhi and S. C. Srivastava, "Optimal PMU placement to ensure observability of power system," 15th National Power Systems Conference (NPSC), IIT Bombay, Dec. 2008
- [13] R. Emami, A. Abur, and F. Galvan, "Optimal placement of phasor measurements for enhanced state estimation: A case study," presented at the 16th PSCC, Glasgow, Scotland, 2008
- [14] R. Emami and A. Abur, "Reliable placement of synchronized phasor measurements on network branches," in 2009 IEEE/PES Conf. and Exposition, pp.1-6
- [15] R. Emami and A. Abur, "Robust measurement design by placing synchronized phasor measurements on network branches," IEEE Trans. Power Systems, vol. 25, no. 1, pp. 38-43, Feb. 2010
- [16] J. Chen and A. Abur, "Improved topology error detection via optimal measurement placement," in 2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, pp. 1-6
- [17] N. H. Abbasy and H. M. Ismail, "A unified approach for the optimal PMU location for power system state estimation," IEEE Trans. Power Systems, vol. 24, no.2, pp. 806-813, May 2009
- [18] M. Korkali and A. Abur, "Placement of PMUs with channel limits," presented at 2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting, Calgary, Canada
- [19] M. Korkali and A. Abur, "Reliable measurement design against loss of PMUs with variable number of channels," in 2009 North American Power Symposium, p.p. 1-5
- [20] M. Korkali and A. Abur, "Impact of network sparsity on strategic placement of phasor measurement units with fixed channel capacity," in Proc. of 2010 IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems, p.p. 3445-3448
- [21] A. Abur, "Impact of phasor measurements on state estimation," in 2009 Int. Conf. on Electrical and Electronics Engineering, pp. 3-7
- [22] W. Zhao, X. G. Chen, Y. J. Cao, and M. W. Peng, "A novel method of fault diagnosis based on synchronized phasor measuring and flow fingerprint identification technology," in 2009 Int. Conf. on Sustainable Power Generation and Supply, pp. 1-6
- [23] D. Thukaram, B. Ravikumr, V. SeshadriSraavan Kumar, Y. Prasad Rao, S. Surendra, and S. R. Kolla, "Real-time monitoring of critical nodes with minimal number of phasor measurement units," in 2009 Int. Conf. on Power Systems, pp. 1-6

- [24] S. P. Pokharel and S. Brahma, "Optimal PMU placement for fault location in a power system," in 2009 North American Power Symposium, p.p. 1-5
- [25] J. Zhang, G. Welch, G. Bishop, and Z. Huang, "Optimal PMU placement evaluation for power system dynamic state estimation," in 2010 IEEE/PES Innovative Smart Grid Technologies Conf. Europe, pp.1-7
- [26] Y. Liao, "Power transmission line parameter estimation and optimal meter placement," in Proc. of the 2010 IEEE SoutheastCon, p.p. 250-254
- [27] R. Kavasseri and S. K. Srinivasan, "Joint optimal placement of PMU and conventional measurements in power systems," in Proc. of 2010 IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems, p.p. 3449-3452
- [28] F. Aminifar, M. Fotuhi-Firuzabad, M. Shahidehpour, and A. Khodaei, "Probabilistic multistage PMU placement in electric power systems," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 26, no. 2, pp. 841-849, Apr. 2011
- [29] P. Pentayya, P. Mukhopadhyay, S. Banerjee, and M. K. Thakur, "A simple and efficient approach for optimal placement of PMUs-A case study for Eastern Regional Grid," in 2010 National Power Systems Conf. (NPSC), pp. 364-368
- [30] G. Venugopal, R. Veilumuthu, and C. Arumugam, "Optimal location of PMUs for complete observability of power system sub network," in Proc. 2010 Control, Communication and Power Eng. Int. Conf., pp. 87-91
- [31] V. Gomathi and V. Ramachandran, "Optimal location of PMUs for complete observability of power system network," in 1st Int. Conf. on Electrical Energy Systems, pp. 314-317
- [32] S. A. Nezam-Sarmadi, S. Nourizadeh, S. Azizi, R. Rahmat-Samii, and A. M. Ranjbar, "A power system build-up restoration method based on wide area measurement systems," European Trans. on Electrical Power, vol. 21, no.1, pp. 712-720, Jan. 2011
- [32] J. B. A. London, L. R. C. Alberto and N. G. Bretas, "Placement of PMUs to enable bad data detection in state estimation," IEEE Trans. Power Systems, vol. 23, no. 2, pp. 816-817, Nov. 2008
- [33] J. Chen and A. Abur, "Closure to "Discussion on "Placement of PMUs to enable bad data detection in state estimation""", IEEE Trans. Power Systems, vol. 23, no. 2, pp. 817, Nov. 2008
- [34] A. Mahdieh Najafabadi and A. T. Alouani, "Optimal PMU placement algorithm with minimum measurement channels," in Proc. of 2011 IEEE Southeastcon, pp. 153-157

- [35] N. H. Abbasy and H. M. Ismail, "A unified approach for the optimal PMU location," in 2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting, pp. 1-1
- [36] R. Sodhi, S.C. Srivastava, and S.N. Singh, "Multi-criteria decision-making approach for multistage optimal placement of phasor measurement units," IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 5, no. 2, pp. 181-190, Feb. 2011
- [37] T. Xu, P. Wang, R. He, and D. Xu, "Phasor measurement placement for transient stability analysis of power systems," in 2004 Int. Conf. on Power System Tech., vol. 2, pp. 1428-1431
- [38] K. Mazlumi, H. AskarianAbyaneh, S. H. H. Sadeghi, and S. S. Geramian, "Determination of optimal PMU placement for fault-location observability," 3rd IEEE Int. Conf. on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, pp. 1938-1942, Apr. 2008
- [39] B. Mohammadi-Ivatloo and S. H. Hosseini, "Optimal PMU placement for power system observability considering secondary voltage control," in 2008 Canadian Conf. on Electrical and Computer Engineering, pp.365-368
- [40] M. Zhou, V. A. Centeno, A. G. Phadke, Y. Hu, D. Novosel, and H. A. R. Volskis, "A preprocessing method for effective PMU placement studies," 3rd IEEE Int. Conf. on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, pp. 2862-2867, Apr. 2008
- [41] T. T. Kim, and H. V. Poor, "Strategic protection against data injection attacks on power grids," IEEE Trans. Smart Grid, no. 99, pp. 1-8, Apr. 2011
- [42] A. Aazami and M. D. Stilp, "Approximation algorithms and hardness for domination with propagation," APPROXIMATION, RANDOMIZATION, AND COMBINATORIAL OPTIMIZATION AND TECHNIQUES Lecture Notes in Computer Science, vol. 4627, pp. 1-15, 2007
- [43] M. Shiroie and S. H. Hosseini, "Observability and estimation of transformer tap setting with minimal PMU placement," in 2008 IEEE PES Gen. Meeting World Cong. - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, pp.1-4
- [44] K.Mazlumi, H. Vahedi, and S. M. Ezzati, "Optimal placement of PMUs in power systems using heuristic algorithms and mixed integer non linear programming methods," in 2010 Int. Conf. on Electrical Engineering/Electronics Computer Telecommunications and Information Technology , pp.805-809

- [45] S. Chakrabarti and E. Kyriakides, "Optimal Placement of Phasor Measurement Units for Power System Observability," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 23, no.3, pp. 1433-1440, Aug. 2008
- [46] T. Xu, P. Wang, R. He, and D. Xu, "Phasor measurement placement for transient stability analysis of power systems," in 2004 Int. Conf. on Power System Tech., vol. 2, pp. 1428-1431
- [47] K. Mazlumi, H. AskarianAbyaneh, S. H. H. Sadeghi, and S. S. Geramian, "Determination of optimal PMU placement for fault-location observability," 3rd IEEE Int. Conf. on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, pp. 1938-1942, Apr. 2008
- [48] B. Mohammadi-Ivatloo and S. H. Hosseini, "Optimal PMU placement for power system observability considering secondary voltage control," in 2008 Canadian Conf. on Electrical and Computer Engineering, pp.365-368
- [49] A. Aazami, "Domination in graphs with bounded propagation: algorithms, formulations and hardness results," *Journal of Combinatorial Optimization*, vol. 19, no. 4, pp. 429-456, 2010.
- [50] J. Guo, R. Niedermeier, and D. Raible, "Improved algorithms and complexity results for power domination in graphs," *Algorithmica*, vol. 52, no. 2, pp. 177-202, 2008
- [51] M. Farsadi, H. Golahmadi, and H. Shojaei, "Phasor measurement unit (PMU) allocation in power system with different algorithms," in 2009 Int. Conf. on Electrical and Electronics Engineering, pp. 396-400
- [52] G. Venugopal, R. Veilumuthu, and P. Avila Theresa, "Optimal PMU placement and observability of power system using PSAT," in 2010 Int. JointJournalConf.onEngineeringandTechnology, pp.67-71
- [53] T.-T. Cai and Q. Ai, "Research of PMU optimal placement in power systems," in 2005 World Scientific and Engineering Academy and Society Int. Conf., pp. 38-43
- [54] D. Xu, R. He, P. Wang, and T. Xu, "Comparison of several PMU placement algorithms for state estimation," in 2004 IEE Int. Conf. onDevelopmentsinPowerSystemProtection, vol. 1, pp. 32-35
- [55] G. B. Denegri, M. Invernizzi, and F. Milano, "A security oriented approach to PMU positioning for advanced monitoring of a transmission grid," in 2002 *IEEE Power Systems Technology Int. Conf.*, pp. 798-803.
- [56] K. Ben Kilani, H. Ben Hamouda, and M. Elleuch, "Detection of inter area oscillations in the Tunisian interconnected power system using phasor

measurement units," in *2009 Int. Multi-Conf. on Systems, Signals and Devices*, pp. 1-6.

[57] Y. Yang, H. Shu, and L. Yue, "Engineering practical method for PMU placement of 2010 Yunnan power grid in China," in *2009 Int. Conf. on Sustainable Power Generation and Supply*, pp. 1-6.

[58] T.-T. Cai and Q. Ai, "Research of PMU optimal placement in power systems," in *2005 World Scientific and Engineering Academy and Society Int. Conf.*, pp. 38-43

[59] R. F. Nuqui, A. G. Phadke, R. P. Schulz, and N. Bhatt, "Fast on-line voltage security monitoring using synchronized phasor measurements and decision trees," in *Proc.IEEE Power Eng. Soc. Winter Meeting*, 2001, pp. 1347–1352.

[60] F. Mahmoodianfard, M. Mohammadi, G. B. Gharehpetian, and H. AskarianAbyaneh, "Optimal PMU placement for voltage security assessment using decision tree," in *Proc. IEEE PowerTech*, 2009.

[61] R. F. Nuqui and A. G. Phadke, "Phasor measurement unit placement techniques for complete and incomplete observability," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 20, no. 4, pp. 2381–2388, Oct. 2005.

[62] R. F. Nuqui and A. G. Phadke, "Phasor measurement unit placement based on incomplete observability," in *Proc.IEEE Power Eng. Soc. Summer Meeting*, 2002, pp. 888–893.

[63] T. An and S. Zhou, "Practical PMU configuration based on weak voltage area monitoring and incomplete observability," in *Proc.IEEE Power Eng. Soc. General Meeting*, 2006.

[64] M. Hurtgen, P. Praks, J.-C.Maun, and, P. Zajac, "Measurement placement algorithms for state estimation when the number of phasor measurements by each PMU is limited," in *Proc 43rd Int. Universities Power Eng. Conf.*, 2008.

[65] M. Hurtgen, P. Praks, P. Zajac, and J.-C. Maun, "Comparison of measurement placement algorithms for state estimation based on theoretic and eigen vector centrality procedures," in *Proc 16th Power Systems Computation Conf.*, 2008.

[66] A. Mao, J. Yu, and Z. Guo, "PMU placement and data processing in WAMS that complements SCADA," in *Proc.IEEE Power Eng. Soc. General Meeting*, 2005, pp. 780–783.

[67] K. Zhu, L. Nordström, and L. Ekstam, "Application and analysis of optimum PMU placement methods with application to state estimation accuracy," in *Proc.IEEE Power Eng. Soc. General Meeting*, 2009.

- [68] Y. Song, S. Ma, L. Wu, Q. Wang, and H. He, "PMU placement based on power system characteristics," in *Proc. Int. Conf. Sustainable Power Generation Supply*, 2009.
- [69] G. Mueller, P. Komarnicki, I. Golub, Z. Styczynski, C. Dzienis, and J. Blumschein, "PMU placement method based on decoupled Newton power flow and sensitivity analysis," in *Proc. Int. Conf. Electrical Power Quality Utilisation*, 2007.
- [70] A. M. Almutairi and J. V. Milanovic, "Comparison of different methods for optimal placement of PMUs," in *Proc. IEEE PowerTech*, 2009.
- [71] A. M. Almutairi and J. V. Milanovic, "Comparison of different methods for optimal placement of PMUs," in *Proc. IEEE Power Eng. Soc. General Meeting*, 2009.
- [72] K.-P. Lien, C.-W. Liu, C.-S. Yu, and J.-A. Jiang, "Transmission network fault location observability with minimal PMU placement," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 21, no. 3, pp. 1128–1136, Jul. 2006.
- [73] W. Jiang and V. Vittal, "Optimal placement of phasor measurements for the enhancement of state estimation," in *Proc. IEEE Power Eng. Soc. Power Systems Conf. Exposition*, 2006, pp. 1550–1555.
- [74] Y. Li, X. Zhou, and J. Zhou, "A new algorithm for distributed power system state estimation based on PMUs," in *Proc. Int. Conf. Power System Technology*, 2006.
- [75] W. Jiang, V. Vittal, and G. T. Heydt, "A distributed state estimator utilizing synchronized phasor measurements," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 2, pp. 1–6, May 2007.
- [76] S. Kulkarni, A. Allen, S. Santoso, and W. M. Grady, "Phasor measurement unit placement algorithm," in *Proc. IEEE Power Eng. Soc. General Meeting*, 2009.
- [77] X. A. Yuan, "A linear algorithm for minimum phasor measurement units placement," in *Proc. Innovative Smart Grid Technologies*, 2010.
- [78] M. A. Anuar and T. Hiyama, "Observability analysis using extended incidence matrix," in *Proc. Asia-Pacific Power Energy Eng. Conf.*, 2010.
- [79] A. Chakraborty and M. A. Szczodrak, "Optimal placement of PMUs for identification of power system models using noisy measurement data," in *Proc. IEEE Power Eng. Soc. General Meeting*, 2010.
- [80] I. Kamwa, J. Beland, and D. McNabb, "PMU-based vulnerability assessment using wide-area severity indices and tracking modal analysis," in *Proc. IEEE Power Eng. Soc. Power Systems Conf. Exposition*, 2006, pp. 139–149.

- [81] P. Du, Z. Huang, R. Diao, B. Lee, and K. K. Anderson, "PMU placement for enhancing dynamic observability of a power grid," in *Proc. IEEE Conf. Innovative Technologies Efficient Reliable Electricity Supply*, 2010, pp. 15–21.
- [82] K.-J. Pai, J.-M. Chang, Y.-L. Wang, "Restricted power domination and fault-tolerant power domination on grids," *Int. J. Discrete Applied Mathematics*, vol. 158, no. 10, pp. 1079–1089, May 2010.
- [83] M. Dorfling and M. A. Henning, "A note on power domination in grid graphs," *Int. J. Discrete Applied Mathematics*, vol. 154, no. 6, pp. 1023–1027, Apr. 2006.
- [84] J. Kneis, D. Mölle, S. Richter, and P. Rossmanith, "Parameterized power domination complexity," *Int. J. Discrete Applied Mathematics*, vol. 98, no. 4, pp. 145–149, May 2006.
- [85] K.-S. Cho, J.-R. Shin, and S. Ho Hyun, "Optimal placement of phasor measurement units with GPS receiver," in *Proc. IEEE Power Eng. Soc. Winter Meeting*, 2001, pp. 258–262.
- [86] T. L. Baldwin, L. Mili, M. B. Boisen Jr., and R. Adapa, "Power system observability with minimal phasor measurement placement," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 707–715, May 1993.
- [87] B. Mohammadi-Ivatloo, "Optimal placement of PMUs for power system observability using topology based formulated algorithm," *Journal of Applied Sciences*, vol. 9, no. 13, pp. 2463–2468, 2009.
- [88] C. Rakpenthai, S. Premrudeepreechacharn, S. Uatrungjit, and N. R. Watson, "An optimal PMU placement method against measurement loss and branch outage," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 22, no. 1, pp. 101–107, Jan. 2007.
- [89] C. Rakpenthai, S. Premrudeepreechacharn, S. Uatrungjit, and N. R. Watson, "An improved PMUs placement method for power system state estimation," in *Proc. 7th Int. Power Eng. Conf.*, 2005.
- [90] M. Farsadi, H. Golahmadi, and H. Shojaei, "Phasor measurement unit (PMU) allocation in power system with different algorithms," in *2009 Int. Conf. on Electrical and Electronics Engineering*, pp. 396–400
- [91] T.-T. Cai and Q. Ai, "Research of PMU optimal placement in power systems," in *2005 World Scientific and Engineering Academy and Society Int. Conf.*, pp. 38–43
- [92] R. F. Nuqui and A. G. Phadke, "Phasor measurement unit placement techniques for complete and incomplete observability," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 20, no. 4, pp. 2381–2388, Oct. 2005

- [93] R. F. Nuqui and A. G. Phadke, "Phasor measurement unit placement based on incomplete observability," 2002 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, vol. 2, pp. 888-893
- [94] Y. Yang, H. Shu, and L. Yue, "Engineering practical method for PMU placement of 2010 Yunnan power grid in China," in 2009 Int. Conf. on Sustainable Power Generation and Supply, pp. 1-6
- [95] L. Mili, T. Baldwin, and R. Adapa, "Phasor measurement placement for voltage stability analysis of power systems," in Proc.of the 29th IEEE Conf. on Decision and Control, vol. 6, pp.3033-3038
- [96] T. L. Baldwin, L. Mili, M. B. Boisen Jr., and R. Adapa, "Power system observability with minimal phasor measurement placement," IEEE Trans. Power Systems, vol. 8, no. 2, pp. 707-715, May 1993
- [97] K.-S. Cho, J.-R. Shin, and S. Ho Hyun, "Optimal placement of phasor measurement units with GPS receiver," in 2001 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, pp. 258-262
- [98] H.-S. Zhao, Y. Li, Z.-Q. Mi, and L. Yu, "Sensitivity constrained PMU placement for complete observability of power systems," in 2005 IEEE/PES Transmission and Distribution Conf. & Exhibition, pp. 1-5
- [99] H.-S. Zhao, Y. Li, and Z.-Q.Mi, "Sensitivity constrained PMU placement method for power system 119bservability," in 2006 IET Int. Conf. on Advances in Power System Control, Operation and Management, pp. 170-175
- [100] T. Kerdchuen and W. Ongsakul, "Optimal PMU placement for reliable power system state estimation," 2nd GMSARN Int. Conf., Pattaya, Thailand, 2007
- [101] T. Kerdchuen and W. Ongsakul, "Optimal PMU placement by stochastic simulated annealing for power system state estimation," GMSARN International Journal, vol. 2, no. 2, pp. 61-66, Jun. 2008
- [102] A. M. Glazunova, I. N. Kolosok, and E. S. Korkina, "PMU placement on the basis of SCADA measurements for fast load flow calculation in electric power systems," in 2009 IEEE PowerTech Conf., pp. 1-6
- [103] T. Kerdchuen and W. Ongsakul, "Optimal placement of PMU and RTU by hybrid genetic algorithm and simulated annealing for multiarea power system state estimation," GMSARN International Journal, vol. 3, no. 1, pp. 7-12, Mar. 2009

- [104] B. Milosevic and M. Begovic, "Nondominated sorting genetic algorithm for optimal phasor measurement placement," presented at 2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting, Toronto, Canada
- [105] B. Milosevic and M. Begovic, "Nondominated sorting genetic algorithm for optimal phasor measurement placement," IEEE Power Eng. Review, vol. 22, no. 12, pp. 61-67, Dec. 2002
- [106] P.S. SreenivasaReddy, S.P. Chowdhury, and S. Chowdhury, "PMU placement-A comparative survey and review," in 2010 IET Int. Conf. on Developments in Power System Protection, vol. 1, pp. 1-4
- [107] P.S. SrinivasaReddy, L. Ramesh, S.P. Chowdhury, and S. Chowdhury, "Power system PMU placement- A comparative survey report," in 2007 IET-UK Int. Conf. on Information and Communication Technology in Electrical Sciences, pp. 249-255
- [108] F. J. Marín, F. García-Lagos, G. Joya, and F. Sandoval, "Genetic algorithms for optimal placement of phasor measurement units in electrical networks," Electronics Letters, vol. 39, no.19 pp. 1403-1405, Sep. 2003
- [109] B. Milosevic and M. Begovic, "Nondominated sorting genetic algorithm for optimal phasor measurement placement," IEEE Trans. Power Systems, vol. 18, no. 1, pp. 69-75, Feb. 2003
- [110] F. J. Marín, F. García-Lagos, G. Joya, and F. Sandoval, "Optimal phasor measurement unit placement using genetic algorithms," Computational Methods in Neural Modeling, vol. 2686, pp. 486-493, 2003
- [111] X. Bian and J. Qiu, "General solutions to multi-objective optimization of PMU placement," in 2006 World Cong. On Intelligent Control and Automation, pp.7641-7645
- [112] X. Bian, and J. Qiu, "Adaptive clonal algorithm and its application for optimal PMU placement," in Proc. 2006 Communications, Circuits and Systems Int. Conf., pp. 2102 – 2106
- [113] S. S. Geramian, H. AskarianAbyaneh, and K. Mazlumi, "Determination of optimal PMU placement for fault location using genetic algorithm," presented at the 13th Int. Conf. Harmonics and Quality of Power, Wollongong, Australia, 2008
- [114] A. Z. Gamm, I. N. Kolosok, A. M. Glazunova, and E. S. Korkina, "PMU placement criteria for EPS state estimation," in 2008 Int. Conf. on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, pp. 645-649

- [115] M. Gavrilas, I. Rusu, G. Gavrilas, and O. Ivanov, "Synchronized phasor measurements for state estimation," *Revue Roumaine des Sciences Techniques*, no. 4, pp. 335-344, 2009
- [116] B. Mohammadi-Ivatloo, "Optimal placement of PMUs for power system observability using topology based formulated algorithm," *Journal of Applied Sciences*, vol. 9, no. 13, pp. 2463-2468, 2009
- [117] T. Kerdchuen and W. Ongsakul, "Optimal placement of PMU and RTU by hybrid genetic algorithm and simulated annealing for multiarea power system state estimation," *GMSARN International Journal*, vol. 3, no. 1, pp. 7-12, Mar. 2009
- [118] R. A. F. Pereira, L. G. W. da Silva, and J. R. S. Mantovani, "PMUs optimized allocation using a tabu search algorithm for fault location in electric power distribution system," in *2004 IEEE/PES Transmission and Distribution Conf. and Exposition: Latin America*, pp.143-148
- [119] J. Peng, Y. Sun, and H. F. Wang, "Optimal PMU placement for full network observability using Tabu search algorithm," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 223-231, May 2006
- [120] H. Mesgarnejad and S.M. Shahrtash, "Multi-objective measurement placement with new parallel tabu search method," in *2008 IEEE Electric Power Conf.*, pp.1-6
- [121] D. Xu, R. He, P. Wang, and T. Xu, "Comparison of several PMU placement algorithms for state estimation," in *2004 IEE Int. Conf. on Developments in Power System Protection*, vol. 1, pp. 32-35
- [122] P.S. SreenivasaReddy, S.P. Chowdhury, and S. Chowdhury, "PMU placement-A comparative survey and review," in *2010 IET Int. Conf. on Developments in Power System Protection*, vol. 1, pp. 1-4
- [123] P.S. SrinivasaReddy, L. Ramesh, S.P. Chowdhury, and S. Chowdhury, "Power system PMU placement- A comparative survey report," in *2007 IET-UK Int. Conf. on Information and Communication Technology in Electrical Sciences*, pp. 249-255
- [124] C. Peng, H. Sun, and J. Guoa, "Multi-objective optimal PMU placement using a non-dominated sorting differential evolution algorithm," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 32, no. 8, pp. 886-892, Oct. 2010

- [125] A. Ketabi, S.M. Nosratabadi, M.R. Sheibani, "Optimal PMU placement based on mean square error using differential evolution algorithm," presented at the 1st Conf. Power Quality, Tehran, Iran, 2010
- [126] F. Aminifar, C. Lucas, A. Khodaei, and M. Fotuhi-Firuzabad, "Optimal placement of phasor measurement units using immunity genetic algorithm," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 24, no. 3, pp. 1014-1020, Jul. 2009.
- [127] A. Sadu, R. Kumar, and R. G. Kavasseri, "Optimal placement of phasor measurement units using particle swarm optimization," in 2009 World Cong. on Nature & Biologically Inspired Computing, pp. 1708-1713
- [128] M. Hajian, A. M. Ranjbar, T. Amraee, and A. R. Shirani, "Optimal placement of phasor measurement units: particle swarm optimization approach," in 2007 Int. Conf. on Intelligent Systems Applications to Power Systems, pp. 1-6
- [129] Y. Gao, Z. Hu, X. He, and D. Liu, "Optimal placement of PMUs in power systems based on improved PSO algorithm," in 2008 IEEE Int. Conf. on Industrial Electronics and Applications, pp. 2464-2469
- [130] S. Chakrabarti, G. K. Venayagamoorthy, and E. Kyriakides, "PMU placement for power system observability using binary particle swarm optimization," in 2008 Australasian Universities Power Engineering Conf., pp. 1-5
- [131] C. Peng and X. Xu, "A hybrid algorithm based on BPSO and immune mechanism for PMU optimization placement," in 2008 World Cong. on Intelligent Control and Automation, pp. 7036-7040
- [132] N. H. El-Amary, Y. G. Mostafa, M. M. Mansour, S. F. Mekhamer, and M. A.L. Badr, "Phasor measurement units' allocation in unified electrical power network of Egypt," in 2009 IEEE PowerTech, pp. 1-6
- [133] C. Su and Z. Chen, "Optimal placement of phasor measurement units with new considerations," in 2010 Int. Conf. on Power and Energy Engineering, pp. 1-4
- [134] M. Hajian, A. M. Ranjbar, T. Amraee, and B. Mozafari, "Optimal placement of PMUs to maintain network observability using a modified BPSO algorithm," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 28-34, Jan. 2011
- [135] A. Ahmadi, Y. Alinejad-Beromi, and M. Moradi, "Optimal PMU placement for power system observability using binary particle swarm optimization and

considering measurement redundancy," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 6, pp. 7263-7269, Jun. 2011

[136] W. Bo, L. Discen, and X. Li, "Advance ACO system in optimizing power system PMU placement problem," in 2009 IEEE Int. PowerElectronicsandMotionControlConf., pp. 2451-2453, May 2009

[137] P.S. SrinivasaReddy, L. Ramesh, S.P. Chowdhury, and S. Chowdhury, "Power system PMU placement- A comparative survey report," in 2007 IET-UK Int. Conf. on Information and Communication Technology in Electrical Sciences, pp. 249-255

[138] K.mazlumi and h. vahedi, "optimal placement of pmus in power systems based on bacterial foraging algorithm," in 2010 iranian conf. on electrical engineering, pp. 885-888

[139] M. Hurtgen and J.-C. Maun, "Optimal PMU placement using iterated local search," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 32, no. 8, pp. 857-860, Oct. 2010

[140] B. Xu, A. Abur, Texas A&M University "Optimal Placement of Phasor Measurement Units for State Estimation", PSERC Publication 05-58, Oct. 2005