



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΕΙΩΝ-ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΛΛΕΥΤΙΚΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΑΣΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΠΕΡΙΕ
ΣΗΡΑΓΓΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΥΠΟ ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΚΥΜΑΤΩΝ S**

ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ-ΛΙΝΤΑ ΠΕΛΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΕΜΠ
MSc: «ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΕΡΓΩΝ»

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ :
ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ Ι. ΣΟΦΙΑΝΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ 2018

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΑΣΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΠΕΡΙΕ
ΣΗΡΑΓΓΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΥΠΟ ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΚΥΜΑΤΩΝ S**

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ:

**ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ Ι. ΣΟΦΙΑΝΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ
ΠΑΥΛΟΣ ΝΟΜΙΚΟΣ, ΑΝΑΠΛ.ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ
ΕΥΘΥΜΗΣ ΛΕΚΚΑΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΚΠΑ**

ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ:

- 1.ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ Ι. ΣΟΦΙΑΝΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ**
- 2.ΠΑΥΛΟΣ ΝΟΜΙΚΟΣ, ΑΝΑΠΛ.ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ**
- 3.ΕΥΘΥΜΗΣ ΛΕΚΚΑΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΚΠΑ**
- 4.ΘΕΟΔΩΡΑ ΡΟΝΤΟΓΙΑΝΝΗ, ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ ΕΜΠ**
- 5.ΑΝΔΡΕΑΣ ΜΠΕΝΑΡΔΟΣ, ΕΠΙΚ.ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ**
- 6. ΓΙΩΡΓΟΣ ΑΠΟΣΤΟΛΟΠΟΥΛΟΣ, ΑΝΑΠΛ.ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ**
- 7.ΚΩΝ/ΝΟΣ ΛΟΥΠΑΣΑΚΗΣ, ΕΠΙΚ.ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ**

...Ευχαριστώ πολύ, τον Επιβλεποντα της Διατριβής μου Καθ.Αλέξανδρο Σοφριανό, τον Πρόεδρο του Ο.Α.Σ.Π. & του Ε.Κ.Π.Π.Σ. Καθ. Ευθύμη Λέκκα και την Δρ.Μηχ/κο Βιβή Γιούτα για την καθοδήγηση και την πολύτιμη βοήθειά τους ...

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΤΙΤΛΟΣ : «ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΑΣΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΠΕΡΙΞ ΣΗΡΑΓΓΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΥΠΟ ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΚΥΜΑΤΩΝ S»

υπό

Ευαγγελία-Λίντα Πέλλη

Επιβλέπων : Α.Ι.Σοφιανός , Καθηγητής ΕΜΠ,
Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών
Τομέας Μεταλλευτικής ΕΜΠ

ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟ ΕΤΟΣ : 2018

ΕΚΤΕΝΗΣ ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μελέτη έχει ως αντικείμενο τον υπολογισμό του τασικού πεδίου πέριξ σηράγγων, διαφόρων σχημάτων υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων S με Αναλυτικές Σχέσεις και Αριθμητικό Κώδικα Πεπερασμένων Διαφορών τριών διαστάσεων. Εξετάζεται μόνο η επίδραση της σεισμικής φόρτισης και δεν λαμβάνονται υπ' όψιν άλλες φορτίσεις.

Τα διατμητικά κύματα S, διακρίνονται ανάλογα με το επίπεδο ταλάντωσης των υλικών σημείων σε SH, όταν τα υλικά ταλαντώνονται σε επίπεδο κάθετο στο διάνυσμα της Δ/νσης διάδοσης του κύματος και σε SV, όταν τα υλικά σημεία ταλαντώνονται εντός του επιπέδου στο οποίο ανήκει το διάνυσμα της Δ/νσης διάδοσης του κύματος.

Η απόκριση των Υπογείων Έργων διαφοροποιείται ανάλογα με την Σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH ή SV λόγω των διαφορετικών συννοριακών συνθηκών πάνω στη διατομή.

Η Κυματική Εξίσωση επιλύεται με τον υπολογισμό των κυματικών δυναμικών w, σε περίπτωση SH κυμάτων και Φ & Ψ αντίστοιχα στην περίπτωση των SV κυμάτων, τα οποία εκφράζουν ποσότητες σε όρους μετακινήσεων και έχουν την ιδιότητα αυτά ή οι παράγωγοί τους να επαληθεύουν την Κυματική Εξίσωση. Έτσι για μεν τα κύματα SH το κυματικό δυναμικό w εκφράζει τη συνολική μετακίνηση, ενώ αντίθετα για τα κύματα SV η συνολική μετακίνηση ορίζεται από τη σχέση: $u = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi$ Λόγω των ιδιοτήτων των κυμάτων SH, η «εκτός επιπέδου» μετακίνηση δεν είναι συνάρτηση των μετακινήσεων πάνω στον άξονα της

διατομής, αντίθετα με τα κύματα SV όπου η μετακίνηση είναι συνάρτηση των μετακινήσεων πάνω στη διατομή.

Στην παρούσα μελέτη θεωρούμε ότι το Υπόγειο Έργο βρίσκεται σε Ελαστικό, Γραμμικό Έδαφος. Στο Υπόγειο Έργο προσπίπτει αρμονικό σεισμικό διατμητικό κύμα S, SH ή SV, κατακορύφως διαδιδόμενο.

Στα πλαίσια της Αναλυτικής Λύσης και για τις δύο περιπτώσεις SH ή SV κυμάτων, υπολογίζονται τα Κυματικά Δυναμικά αντίστοιχα, με ανάπτυξη σε Σειρές Απείρων όρων Bessel-Fourier ή Hankel Fourier, σε συνδυασμό και με την εφαρμογή κατάλληλων συνοριακών συνθηκών πάνω στη διατομή. Επίσης, σε συνδυασμό με τη θεωρία των Μιγαδικών Μεταβλητών και συγκεκριμένα με τις σύμμορφες απεικονίσεις η λύση για την κυκλική οπή, επεκτείνεται και σε διατομές άλλων σχημάτων, (έλλειψη, τετράγωνο, πεταλοειδές), ανεπένδυτων ή επενδεδυμένων. Απαραίτητη προϋπόθεση η καμπύλη του κάθε σχήματος θα πρέπει να διαθέτει παραμετρικές εξισώσεις. Για την προσομοίωση του βάθους που βρίσκεται το Υπόγειο Έργο (μεγάλο βάθος – πλήρης χώρος (full space) , μικρό βάθος – ημίχωρος (half space)) προτείνονται αντίστοιχες σχέσεις μετασχηματισμού και ανάλογες συνοριακές συνθήκες για κάθε περίπτωση πρόσπτωσης SH ή SV κυμάτων.

Η σύνταξη όλων των μετασχηματισμών για τις διάφορες περιπτώσεις σχημάτων και συνοριακών συνθηκών, καθώς και οι επιλύσεις των συστημάτων εξισώσεων για τον υπολογισμό των Κυματικών Δυναμικών και κατά συνέπεια των εντατικών μεγεθών, πραγματοποιούνται με τη δημιουργία αντίστοιχων κωδίκων προγραμματισμού στο Μαθηματικό λογισμικό πακέτο MATLAB.

Αρχικά γίνονται αναλύσεις για την περίπτωση της Σεισμικής πρόσπτωσης κυμάτων SH κατακορύφως διαδιδόμενων, σε διατομές Υπογείων Έργων διαφόρων σχημάτων ανεπένδυτων ή επενδεδυμένων, στον πλήρη χώρο. Με την εφαρμογή των σύμμορφων απεικονίσεων τα διάφορα σχήματα στο επίπεδο w , μετασχηματίζονται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ . Λόγω των ιδιοτήτων των SH κυμάτων υπάρχει μόνο η μετακίνηση κατά τον άξονα της σήραγγας z δηλαδή «εκτός επιπέδου της διατομής». Η συνοριακή συνθήκη που διέπει τα SH κύματα επάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, στο επίπεδο ζ είναι $t_{rz}=0$. Ο υπολογισμός των κυματικών δυναμικών, (το προσπίπτον & το σκεδαζόμενο από την διατομή) και συνεπώς των εντατικών μεγεθών, πραγματοποιείται με τη σύνταξη αντίστοιχων κωδίκων προγραμματισμού στο Μαθηματικό λογισμικό πακέτο MATLAB.

Στη συνέχεια γίνονται αναλύσεις για την περίπτωση της Σεισμικής πρόσπτωσης κυμάτων SH κατακορύφως διαδιδόμενων, σε διατομές Υπογείων Έργων διαφόρων σχημάτων ανεπένδυτων ή επενδεδυμένων, στον ημίχωρο . Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, με τη θεώρηση της συμμετρικής διατομής, ως προς την επιφάνεια του εδάφους. Έτσι ο χώρος μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της διατομής είναι ισοδύναμος με τον εξωτερικό χώρο δύο κυκλικών συμμετρικών διατομών μοναδιαίας ακτίνας , με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια. Τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη προκύπτουν από τη συνολική επίλυση του μοντέλου και των κυματικών δυναμικών,(το προσπίπτον, το ανακλώμενο καθώς και κάθε ένα από τα σκεδαζόμενα από τις συμμετρικές διατομές), αφού ληφθούν υπ' όψη και οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες.

Πραγματοποιούνται αναλύσεις και στην περίπτωση της Σεισμικής πρόσπτωσης κυμάτων SV κατακορύφως διαδιδόμενων, σε διατομές Υπογείων Έργων διαφόρων σχημάτων ανεπένδυτων ή επενδεδυμένων, στον πλήρη χώρο. Με την εφαρμογή των σύμμορφων απεικονίσεων τα διάφορα σχήματα στο επίπεδο w , μετασχηματίζονται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ . Λόγω των ιδιοτήτων των SV κυμάτων υπάρχουν οι μετακινήσεις κατά τους άξονες πάνω στη διατομή. Οι συνοριακές συνθήκες που διέπουν τα SV κύματα επάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, στο επίπεδο ζ είναι $t_{rr} = t_{\theta\theta} = 0$. Ο υπολογισμός των κυματικών δυναμικών , (το προσπίπτον & τα δύο σκεδαζόμενα από την διατομή) και συνεπώς των εντατικών μεγεθών πραγματοποιείται, με τη σύνταξη αντίστοιχων κωδίκων προγραμματισμού στο Μαθηματικό λογισμικό πακέτο MATLAB.

Στην περίπτωση του ημίχωρου, με την παρουσία σήραγγας ευρισκόμενης σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων τύπου SV, τα κυματικά δυναμικά που διέπουν το πρόβλημα είναι τα εξής: το προσπίπτον, το ανακλώμενο από την ελεύθερη επιφάνεια , δύο σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την διατομή καθώς και δύο σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την ελεύθερη επιφάνεια. Η προτεινόμενη μεθοδολογία για την επίλυση του προβλήματος αυτού πραγματοποιείται σε δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο αφορά στον μετασχηματισμό του χώρου μεταξύ της διατομής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , στον αντίστοιχο χώρο μεταξύ του μοναδιαίου κύκλου στον οποίο μετασχηματίζεται η διατομή και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο ζ ο οποίος βρίσκεται στο «ισοδύναμο βάθος h » . Για τον υπολογισμό του

«ισοδύναμου βάθους h », προτείνονται και οι αντίστοιχες σχέσεις μετασχηματισμού κατά περίπτωση. Το δεύτερο στάδιο αφορά στην σύνταξη κατάλληλων μετασχηματισμών, προκειμένου να εφαρμοστούν οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Οι συνοριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα είναι οι κάτωθι:

- στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, στο επίπεδο ζ οι τάσεις $t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0$

- στην ελεύθερη επιφάνεια στο επίπεδο ζ , οι τάσεις $t_{r2r2} = t_{r2\theta2} = 0$

Η εφαρμογή της δεύτερης συνοριακής συνθήκης πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια θεωρείται ένα από τα πιο δύσκολα προβλήματα της φυσικής, (Lin et al., 2010). Η επίλυση του προβλήματος μέχρι στιγμής έχει αντιμετωπιστεί προσεγγιστικά. Στην παρούσα μελέτη προτείνονται αναλυτικές σχέσεις, αξιοποιώντας τις ιδιότητες των σύμμορφων απεικονίσεων, οι οποίες επιλύουν το πρόβλημα ακριβώς και όχι προσεγγιστικά. Ο προτεινόμενος μετασχηματισμός, ο οποίος τροποποιείται κατά περίπτωση ανάλογα με το εξεταζόμενο σχήμα της διατομής, μετασχηματίζει τον χώρο εκτός της διατομής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ . Με βάση τις ανωτέρω προτεινόμενες αναλυτικές σχέσεις, πραγματοποιούνται αναλύσεις σε διατομές Υπογείων Έργων διαφόρων σχημάτων ανεπένδυτων, που βρίσκονται σε βάθος H . Ο υπολογισμός του «ισοδύναμου βάθους h », καθώς και των προτεινόμενων μετασχηματισμών για κάθε σχήμα, των κυματικών δυναμικών, (το προσπίπτον, το ανακλώμενο, τα δύο σκεδαζόμενα από την διατομή & τα δύο σκεδαζόμενα από την ελεύθερη επιφάνεια) και συνεπώς των εντατικών μεγεθών πραγματοποιείται, με τη σύνταξη αντίστοιχων κωδίκων προγραμματισμού στο Μαθηματικό λογισμικό πακέτο MATLAB.

Για την αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις ανωτέρω αναλύσεις για τον ημίχωρο, με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη θεώρηση μιας απλοποιημένης μεθόδου, σύμφωνα με την οποία, τα σκεδαζόμενα από την ελεύθερη επιφάνεια κυματικά δυναμικά είναι 0. (Μέθοδος Χαλαρού Συνόρου-Relaxed Boundaries). Η θεώρηση αυτή είναι ρεαλιστική διότι οι τιμές των σκεδαζόμενων κυματικών δυναμικών από την ελεύθερη επιφάνεια είναι μικρές. Έτσι το πρόβλημα του ημίχωρου σε αυτήν την περίπτωση ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, διότι η μόνη συνοριακή συνθήκη που διέπει το πρόβλημα, είναι η θεώρηση των μηδενικών τάσεων $t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0$ στο επίπεδο ζ , με προσπίπτον κυματικό δυναμικό το άθροισμα του προσπίπτοντος και ανακλώμενου

κυματικού δυναμικού. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις δύο θεωρήσεις ήταν πολύ ικανοποιητική. Συνεπώς, η προτεινόμενη μεθοδολογία έλυσε το πρόβλημα του υπολογισμού των εντατικών μεγεθών σε διατομή υπόγειου έργου τυχαίου σχήματος(με παραμετρική καμπύλη) η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την ελεύθερη επιφάνεια, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV . Επίσης ο προτεινόμενος μετασχηματισμός μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλες περιπτώσεις επίλυσης φυσικών προβλημάτων συνοριακών τιμών, μηδενικών τάσεων στην ελεύθερη επιφάνεια $t_{r2r2}=t_{r2\theta2}=0$.

Με την απλοποιημένη μεθοδολογία του χαλαρού συνόρου, πραγματοποιούνται αναλύσεις στην περίπτωση επενδεδυμένων διατομών διαφόρων σχημάτων στον ημίχωρο υπό σεισμική διέγερση κυμάτων SV .

Για την Αριθμητική Λύση εφαρμόστηκε ο Κώδικας Πεπερασμένων Διαφορών τριών διαστάσεων, $FLAC\ 3D$. Το λογισμικό αυτό εφαρμόζεται σε προβλήματα Γεωτεχνικής Μηχανικής για την ακριβή επίλυση της διαφορικής εξίσωσης της κίνησης. Το μοντέλο εδάφους-σήραγγας θεωρείται ελαστικό και υποβάλλεται σε σεισμική διέγερση από αρμονικό διατμητικό κύμα S κατακορύφως διαδιδόμενο, τύπου SH ή SV . Ένα επιπλέον πλεονέκτημα είναι ότι το $FLAC\ 3D$ διαθέτει μια ενσωματωμένη γλώσσα την $FISH$, όπου ο χρήστης μπορεί να δημιουργήσει υπορουτίνες και κώδικες για την καλύτερη προσομοίωση του μοντέλου. Η διαμόρφωση του καννάβου για τα διάφορα σχήματα των διατομών της σήραγγας(κυκλική, τετραγωνική, ελλειπτική και πεταλοειδής) σχεδιάστηκε για μεν την κυκλική και τετραγωνική διατομή, με τα τυποποιημένα στοιχεία του $FLAC\ 3D$, για δε τις διατομές με περιπλοκότερα σχήματα, όπως η ελλειπτική και η πεταλοειδής διατομή, χρησιμοποιείται η γλώσσα $FISH$ σε συνδυασμό με την θεωρία των σύμμορφων απεικονίσεων, όπου με τις κατάλληλες συναρτήσεις μετασχηματισμού μετασχηματίζεται το σύνορο της διατομής σε διατομή μοναδιαίου κύκλου. Η εξωτερική διέγερση, που προσομοιώνει την σεισμική φόρτιση, επιβλήθηκε στο σύνορο του καννάβου ως χρονοϊστορία τάσεων διαφορετική για κάθε μία από τις περιπτώσεις διατμητικών κυμάτων SH ή SV . Η αλληλεπίδραση εδάφους και κατασκευής προσομοιώνεται με το συντελεστή ευκαμψίας (flexibility ratio) F , ο οποίος ποσοτικοποιεί τη δυνατότητα της διατομής να ανθίσταται στις επιβαλλόμενες από το περιβάλλον έδαφος μετατοπίσεις. Για μεν τις περιπτώσεις της κυκλικής και της τετραγωνικής διατομής ο συντελεστής ευκαμψίας υπολογίζεται από συγκεκριμένους τύπους, για δε τις περιπτώσεις της ελλειπτικής και της πεταλοειδούς διατομής προτείνονται στη παρούσα μελέτη σχέσεις για τον υπολογισμό του.

Πραγματοποιούνται δυναμικές αναλύσεις στην ελαστική περιοχή, στις οποίες διαφοροποιούνται οι κάτωθι παράγοντες :

-Το είδος του διατμητικού κύματος S, (SH ή SV)

-Το βάθος H που βρίσκεται η σήραγγα. Σε περίπτωση μεγάλου βάθους ισχύουν συνθήκες πλήρους χώρου (full space).Αντίθετα στην περίπτωση που η σήραγγα βρίσκεται σε μικρό βάθος (αβαθής σήραγγα) ισχύουν συνθήκες ημίχωρου (half space). Στην παρούσα μελέτη εξετάζεται το βάθος μετρούμενο από το κέντρο της διατομής έως την ελεύθερη επιφάνεια, το οποίο είναι 2 ακτίνες σε περίπτωση κυκλικής διατομής, ενώ για τα υπόλοιπα σχήματα 2 «ισοδύναμες ακτίνες»

-Το σχήμα της διατομής (κυκλικό, ελλειπτικό, τετραγωνικό, πεταλοειδές)

-Η σχετική ακαμψία μεταξύ του υπογείου έργου και του περιβάλλοντος εδάφους, η οποία προσομοιάζεται με τον συντελεστή ευκαμψίας F (ανεπένδυτη ή επενδεδυμένη, άκαμπτη ή εύκαμπτη, κατασκευή).

-Η υστερητική απόσβεση (ανεξάρτητη της συχνότητας), τύπου Rayleigh .Στην ανάλυση αυτή θεωρούμε απόσβεση $\xi = 2\%$.

Οι ανωτέρω παράγοντες παίζουν καθοριστικό ρόλο στις τιμές των εντατικών μεγεθών. Οι Αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες τόσο των κυμάτων SH όσο και των κυμάτων SV.

Συγκρίνοντας την Αναλυτική με την Αριθμητική Μέθοδο παρατηρούμε ότι και οι δύο επαληθεύουν τις συνοριακές συνθήκες για τα SH & τα SV κύματα. Η Αναλυτική Μέθοδος δεν λαμβάνει υπ'όψιν της σαν ενιαίο το μοντέλο Εδάφους-Κατασκευής, οπότε τα προκύπτοντα εντατικά μεγέθη για μεν την περίπτωση των μετατοπίσεων είναι της ίδιας τάξης μεγέθους, για δεν την περίπτωση των τάσεων υπάρχει σημαντική απόκλιση με τις μεγαλύτερες τιμές να εμφανίζονται στην Αναλυτική Μέθοδο. Αναφορικά με την καταπόνηση που υφίσταται η ίδια η σήραγγα παρατηρήθηκε σημαντική επιβάρυνση λόγω της σεισμικής διέγερσης.

DOCTORAL DISSERTATION

TITLE: «ANALYTICAL RELATIONS AND NUMERICAL CODE FOR THE CALCULATION OF THE STRESS FIELD AROUND TUNNELS OF DIFFERENT SHAPES UNDER SEISMIC LOADING OF S WAVES»

by

Evangelia-Linda Pelli

Supervisor : A.I.Sofianos, Professor,
Faculty of Mining and Metallurgy
Division of Mining Engineering, NTUA

ACADEMIC YEAR :2018

EXTENDED ABSTRACT

The present study aims to calculate the stress field around tunnels, of various shapes under seismic loading of S waves by the use of Analytical Relations and the three dimension Numerical Code of Finite Differences . In this Case only the seismic loading is taken into account.

The shear waves S are composed of two subtypes according to the plane of oscillation of the particle motion .In case of SH waves the particles oscillate in a plane perpendicular to the vector of the wave propagation direction and in case of SV waves the particles oscillate within the plane to which the vector of the wave propagation belongs.

The response of the underground structures alters according to the seismic excitation, SH or SV waves, due to the different boundary conditions on the cross section.

The Wave Equation is solved by calculating the wave potentials, w in the case of SH waves and Φ & Ψ respectively in the case of SV waves, which express quantities in terms of displacements and having the property that these or their derivatives verify the Wave Equation. Thus, in case of SH waves the wave potential w expresses the total displacement, whereas in case of SV waves, the total displacement , is defined by the relation:

$$u = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi$$

The Underground Structure is considered to be founded on linear elastic ground. The Underground Structure is subjected to seismic excitation, simulated by an harmonic seismic shear wave S, SH or SV vertically propagating.

In the framework of the Analytical Solution and in case of SH or SV Waves respectively, the calculation of the Wave Potentials is achieved by the expansion in finite number of terms, of Bessel-Hankel Fourier Series, in combination with the implementation of the proper boundary conditions on the section. Additionally taking into account the Complex Variable Theory and especially the conformal mapping transformations the solution concerning the cyclic hole can be expanded to cross sections of other shapes as: ellipse, square, hoop shape, lined or unlined. For the curve depicting each shape, it is essential to have parametric equations. In order to simulate the depth where the Underground Structures are founded (deep foundation – full space, shallow foundation-half space), relevant transformation relationships in combination with the implementation of proper boundary conditions are proposed in each case of SH or SV waves.

The compilation of all transformations for each different shape and boundary conditions as well as the solutions of the system of the equations for the calculation of the Wave Potentials, are made by composing the relevant computing codes in the language of technical computing MATLAB.

Initially the case of cavities of various shapes, unlined or lined, in full space under seismic loading of SH waves were examined and the relevant analyses were performed. The various shapes in the plane w are transformed onto the unit circle in the plane ζ center to center, with the implementation of proper Mapping Functions. Due to the characteristics of SH waves the only existing displacement is that in direction z , along the axis of the tunnel and it is an «out of plane displacement». The traction free unit circle surface in plane ζ , requires the boundary condition $t_{rz}=0$. Relevant computing codes in the language of technical computing MATLAB are composed for the calculation of the wave potentials(the incident and the scattered from the cavity).

Consequently the case of cavities of various shapes, unlined or lined, in half space under seismic loading of SH waves were examined and the relevant analyses were performed. In this case the problem of the half-space becomes a problem of full space, when consider the symmetrical cross-section, in relation to the surface of the ground. Thus the region between the free surface and the cross-section is equivalent to the outer space of two symmetrical cross-sections, with the axis of symmetry the free surface. The stress field around the cross section result, from the total solution of the model and from the calculation of the wave potentials

(the incident the reflected and the two scattered each from one cavity), taking into account the proper boundary conditions.

The case of cavities of various shapes, unlined or lined, in full space under seismic loading of SV waves were examined and the relevant analyses were performed. The various shapes in the plane w are transformed onto the unit circle in the plane ζ center to center , with the implementation of proper Mapping Functions. Due to the characteristics of SV waves, displacements exist in the two directions of the cross section of the cavity. The traction free unit circle surface in plane ζ , requires the boundary conditions $t_{r\theta} = t_{r0} = 0$. Relevant computing codes in the language of technical computing MATLAB are composed for the calculation of the wave potentials(the incident and the two scattered from the cavity).

The wave potentials, in case of a tunnel at depth H below the free surface under seismic loading of SV waves are: the incident , the reflected , two scattered wave potentials from the cavity and two scattered wave potentials from the free surface. In the framework of the proposed methodology the closed form solution is developed in two stages. In the first , by applying the Complex Mapping Theory, a mapping is proposed so as the region in the plane w consisting of the half space with a cavity of various shapes (circular, ellipsis, square, hoop) is mapped conformally onto the region consisting of the half space with a unit circle in the plane ζ , founded at «an equivalent depth h ». In the second stage proper transformations are proposed for the implementation of the boundary conditions. The boundary conditions are:

-The stress-free boundary conditions at the cavity surface in plane ζ , $t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0$

-The stress-free boundary conditions at the free surface in plane ζ , $t_{r2r2} = t_{r2\theta2} = 0$

The stress-free boundary conditions at the free surface are among the most complicated boundary conditions to be satisfied in physics, (Lin et al., 2010). Up to now the problem has been solved approximately. Taking into account the properties of conformal mapping, analytical relationships are proposed in this study that solve exactly the problem. Thus the proposed transformation, that alters according to the shape of the cross-section, transforms the region in the plane w , consisting of the half space with a cavity of various shapes, founded at depth H , onto two vertical circles in the plane ζ , with distance of their centers b . Analyses are performed according to the above proposed Analytical Relationships in case of underground structures with several unlined cross sections, founded at depth H . Relevant computing codes in the language of technical computing MATLAB are composed for the calculation of the

above quantities : «the equivalent depth h », the transformations of the half space and the hole, the wave potentials (incident, reflected, two scattered from the cavity and two scattered from the free space), the stress field around the cross section displacements and stresses.

In order to validate the proposed methodology an analysis without taken into account the scattered wave potentials from the free surface (relaxed boundaries) has been developed, for various cavity shapes and the results of the two methodologies were compared. This assumption is realistic because the values of these potentials are small. In this case the problem becomes a full space case under incident and reflected SV waves, as the only existing boundary condition is that of the traction- free unit circle surface in plane ζ , $t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0$.

The comparison of the two methods entails to satisfactory results. Thus, the proposed analytical methodology solved the problem of the calculation of the stress field around cavities, founded at depth H , in case of half space under seismic loading of SV waves. Additionally the proposed transformation for the stress free boundary conditions at the free surface, $t_{r2r2} = t_{r2\theta2} = 0$, can be expanded also in other cases with similar boundary conditions.

In the framework of the numerical solution and in order to simulate the dynamic response of the underground structures, the 3D Numerical Code of finite differences FLAC 3D, is used. This software has a large application in Geotechnical Engineering for the solution of the differential equation of motion. The soil-structure model is considered elastic and is subjected to seismic excitation, simulated by an harmonic vertically propagating shear wave S , of SH or SV type. In addition the FLAC 3D code incorporates the language FISH, for further programming and for the amelioration of the model.

The generation of the grids for the several different shapes of the cross sections of the Tunnels (cyclic, elliptic, square, hoop) is conducted as follows: in case of cyclic and square cavity shapes the grids are composed according to the standard FLAC 3D elements, while for the more complicated cavity shapes as elliptical and hoop, the grids are composed with the FISH language routines based on conformal Mapping Theory. The seismic excitation is induced in terms of stress history, according to the type of S Wave, SH or SV.

The soil-structure interaction effect is expressed by the flexibility ratio F , a measure of soil stiffness relative to the flexural stiffness of the liner. In case of a cyclic or square cavity shape, the value of the flexibility ratio F is given according to formulas from the bibliography, while

in case of an elliptic or hoop cavity shape, relevant relations are proposed, in the framework of this study.

A series of dynamic parametric analyses were performed, in the elastic region taking into account:

- The type of S Wave, SH or SV

- The thickness of the soil layer H above the structure. When the foundation is deep it is a full space case, in the opposite it is a half space case. In this study, the structure depth H is the distance between the structure and the free surface measured centreline, considered two radius in case of a cyclic cavity or two «equivalent radius» in all other cases.

- The shape of the cavity (cyclic, elliptic, square, hoop)

- The relative stiffness between the soil and the cavity, simulated by the flexibility ratio F (unlined or lined cavity rigid or flexible)

- The hysteretic damping of Rayleigh type, independent of the frequency. In this study damping is considered $\xi=2\%$.

The aforementioned factors play a crucial role in the calculation of the stress field. All the analyses verified the properties and the boundary conditions both of SH & SV waves.

Comparing the Analytical methodology with the Numerical the former calculated displacements are within the same order of magnitude while the former calculated stresses differ significantly and are larger than those derived from the Numerical methodology.

Seismic excitation causes significant deformations and stresses to the underground Structure.

Περιεχόμενα

Εκτενής Περίληψη	2
Extended Abstract	8
Πίνακας Περιεχομένων	13
Κεφάλαιο 1	20
1.Εισαγωγή	
1.1.Αντικείμενο-Στόχος	20
1.2.Δομή της Διατριβής	25
Κεφάλαιο 2	31
2. Προυπάρχουσα Γνώση	31
2.1.Μετασχηματισμοί-Απεικονίσεις	31
2.1.1.Ιδιότητες των Σύμμορφων Απεικονίσεων	
2.1.2.Επίλυση Προβλημάτων συνοριακών τιμών με εφαρμογή των Σύμμορφων Απεικονίσεων	
2.2.Στοιχεία από την θεωρία Ελαστικών Κυμάτων	43
2.2.1. Σεισμικά Κύματα	
2.2.2.Ιδιότητες των Σεισμικών Κυμάτων	
2.3. Υπολογισμός Εντατικών Μεγεθών	55
2.3.1. Πλήρης Χώρος-Full Space	
2.3.2. Ημίχωρος-Half Space	
Κεφάλαιο 3	68
3. Σύμμορφες Απεικονίσεις-Μετασχηματισμοί	68
3.1.Συναρτήσεις Μετασχηματισμού για τον Πλήρη Χώρο- Full Space	68
3.1.1. Εσωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου	
3.1.2. Εξωτερικό Κύκλου ακτίνας R , στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου	
3.1.3. Εξωτερικό Έλλειψης , στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου	
3.1.4. Εξωτερικό Τετραγώνου , στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου	
3.1.5. Εξωτερικό Πεταλοειδούς Οπής , στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου	

3.2.Σχέσεις για τον υπολογισμό «του ισοδύναμου βάθους h »	79
3.2.1. «Ισοδύναμο βάθος h » του Μοναδιαίου Κύκλου για Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H	
3.2.2. «Ισοδύναμο βάθος h » του Μοναδιαίου Κύκλου για Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H	
3.2.3. «Ισοδύναμο βάθος h » του Μοναδιαίου Κύκλου για Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H	
3.2.4. «Ισοδύναμο βάθος h » του Μοναδιαίου Κύκλου για Πεταλοειδή Οπή, σε βάθος H	
3.3. Προτεινόμενες Σύμμορφες Απεικονίσεις για τον Ημίχωρο- Half Space	86
3.3.1. Κυκλική Οπή ακτίνας $r=1$, σε Ημίχωρο	
3.3.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε Ημίχωρο	
3.3.3.Ελλειπτική Οπή , με Ημιάξονες a & b σε Ημίχωρο	
3.3.4.Τετραγωνική Οπή , με πλευρά a_{sq} σε Ημίχωρο	
3.3.5.Πεταλοειδής Οπή , πλάτους W & ύψους H_{tot} , σε Ημίχωρο	
3.4. Σχέσεις για τον υπολογισμό «του ισοδύναμου πάχους t_e » Επενδεδυμένης Διατομής	113
3.4.1. Επενδεδυμένη διατομή Κυκλικού σχήματος ακτίνας $r=1$ και πάχους t	
3.4.2. «Ισοδύναμο πάχος t_e » επενδεδυμένης διατομής Μοναδιαίου Κύκλου για Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή ακτίνας R και πάχους t	
3.4.3. «Ισοδύναμο πάχος t_e » επενδεδυμένης διατομής Μοναδιαίου Κύκλου για Επενδεδυμένη Ελλειπτική Οπή πάχους t	
3.4.4. «Ισοδύναμο πάχος t_e » επενδεδυμένης διατομής Μοναδιαίου Κύκλου για Επενδεδυμένη Τετραγωνική Οπή πάχους t	
3.4.5. «Ισοδύναμο πάχος t_e » επενδεδυμένης διατομής Μοναδιαίου Κύκλου για Επενδεδυμένη Οπή Πεταλοειδούς σχήματος πάχους t	
3.5.Σχέσεις για τον υπολογισμό «της ισοδύναμης οριζόντιας απόστασης d »	122
3.5.1. «Ισοδύναμη οριζόντια απόσταση d » του Μοναδιαίου Κύκλου για Κυκλική Οπή ακτίνας R , αντίστοιχης απόστασης D	
3.5.2. «Ισοδύναμη οριζόντια απόσταση d » του Μοναδιαίου Κύκλου για Ελλειπτική Οπή , αντίστοιχης απόστασης D	
3.5.3. «Ισοδύναμη οριζόντια απόσταση d » του Μοναδιαίου Κύκλου για Τετραγωνική Οπή , αντίστοιχης απόστασης D	
3.5.4. «Ισοδύναμη οριζόντια απόσταση d » του Μοναδιαίου Κύκλου για Οπή Πεταλοειδούς σχήματος , αντίστοιχης απόστασης D	

Κεφάλαιο 4	131
4.Αναλυτικές Σχέσεις για τον υπολογισμό της Εντατικής Κατάστασης διατομών διαφόρων σχημάτων υπο κατακόρυφη σεισμική πρόσπτωση Διατμητικών Κυμάτων τύπου SH με εφαρμογή της θεωρίας των Σύμμορφων Απεικονίσεων	
4.1.Ανεπένδυτη Οπή στον Πλήρη Χώρο	132
4.1.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας	
4.1.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R	
4.1.3.Ελλειπτική Οπή	
4.1.4. Τετραγωνική Οπή	
4.1.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος	
4.2.Ανεπένδυτη Οπή στον Ημίχωρο	148
4.2.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h	
4.2.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R, σε βάθος H	
4.2.3.Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H	
4.2.4. Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H	
4.2.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H	
4.3.Επενδεδυμένη Οπή στον Πλήρη Χώρο	168
4.3.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, πάχους t_c	
4.3.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R, πάχους t	
4.3.3.Ελλειπτική Οπή, πάχους t	
4.3.4. Τετραγωνική Οπή, πάχους t	
4.3.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, πάχους t	
4.4. Επενδεδυμένη Οπή στον Ημίχωρο	185
4.4.1. Κυκλική Οπή μοναδιαίας ακτίνας πάχους t_c , σε βάθος h	
4.4.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R πάχους t, σε βάθος H	
4.4.3.Ελλειπτική Οπή πάχους t, σε βάθος H	

4.4.4. Τετραγωνική Οπή πάχους t , σε βάθος H

4.4.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος πάχους t , σε βάθος H

Κεφάλαιο 5 **207**

5.Αναλυτικές Σχέσεις για τον υπολογισμό της Εντατικής Κατάστασης διατομών διαφόρων σχημάτων υπο κατακόρυφη σεισμική πρόσπτωση Διατμητικών Κυμάτων τύπου SV με εφαρμογή της θεωρίας των Σύμμορφων Απεικονίσεων

5.1.Ανεπένδυτη Οπή στον Πλήρη Χώρο **207**

5.1.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας

5.1.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R

5.1.3.Ελλειπτική Οπή

5.1.4. Τετραγωνική Οπή

5.1.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος

5.2.Ανεπένδυτη Οπή στον Ημίχωρο-Περίπτωση «Χαλαρού Συνόρου» **225**

5.2.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h

5.2.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H

5.2.3.Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H

5.2.4. Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H

5.2.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H

5.3.Προτεινόμενη Αναλυτική Λύση για τον Ακριβή Υπολογισμό των Εντατικών Μεγεθών , Ανεπένδυτων διατομών διαφόρων σχημάτων, υπό σεισμική φόρτιση Διατμητικών Κυμάτων SV, σε βάθος H , από την επιφάνεια του εδάφους **244**

5.3.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h

5.3.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H

5.3.3.Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H

5.3.4. Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H

5.3.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H

5.4.Επενδεδυμένη Οπή στον Πλήρη Χώρο **269**

5.4.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, πάχους t_c

5.4.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R , πάχους t

5.4.3.Ελλειπτική Οπή, πάχους t

5.4.4. Τετραγωνική Οπή, πάχους t

5.4.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, πάχους t

5.5. Επενδεδυμένη Οπή στον Ημίχωρο με θεώρηση «Χαλαρού Συνόρου» 287

5.5.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας πάχους t_c , σε βάθος h

5.5.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R πάχους t , σε βάθος H

5.5.3.Ελλειπτική Οπή πάχους t , σε βάθος H

5.5.4. Τετραγωνική Οπή πάχους t , σε βάθος H

5.5.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος πάχους t , σε βάθος H

Κεφάλαιο 6

6. Αριθμητική Επίλυση με τον Κώδικα Πεπερασμένων Διαφορών FLAC 3D v4.0 (ITASCA 2009) 306

6.1. Αλληλεπίδραση Εδάφους-Κατασκευής-Συντελεστής Ευκαμψίας

6.1.1.Κυκλική διατομή

6.1.2.Ελλειπτική διατομή

6.1.3.Πεταλοειδής διατομή

6.1.4.Τετραγωνική διατομή

6.2.Δυναμικές Αναλύσεις

6.2.1.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, χωρίς απόσβεση, υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.2.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, με απόσβεση τύπου Rayleigh 2%, υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.3.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Τετραγωνική διατομή πλευράς 10μ .,υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.4.Πλήρης Χώρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Κυκλική διατομή ακτίνας $1m$, χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.5. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1m$, σε βάθος $2r$ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.6. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, σε βάθος $4r$ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων

6.2.7. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Τετραγωνική διατομή πλευράς 5μ , σε βάθος 10μ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.8.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων

6.2.9.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, με απόσβεση τύπου Rayleigh 2%, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.10.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Τετραγωνική διατομή πλευράς 10μ .,υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.11.Πλήρης Χώρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.12. Πλήρης Χώρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.13. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, σε βάθος $2r$ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.14. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Τετραγωνική διατομή πλευράς 5μ , σε βάθος 10μ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.15.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες 6μ & 5μ .,υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.16. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες 6μ & 5μ ., σε βάθος 10μ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.17.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες 6μ & 5μ .,υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.18. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες 6μ & 5μ ., σε βάθος 10μ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.19.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ .,υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.20.Πλήρης Χώρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ .,υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων, με πάχος $t=0.45\mu$.

6.2.21.Πλήρης Χώρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ .,υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων, με πάχος $t=0.85\mu$.

6.2.22.Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ , σε βάθος 8.93μ υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

6.2.23.Ημίχωρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ , σε βάθος 8.93μ υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων με πάχος 0.45μ .

6.2.24.Ημίχωρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ , σε βάθος 8.93μ υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων, πάχος $t=0.85\mu$

6.2.25.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ .,υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.26.Πλήρης Χώρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ .,υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων, με πάχος $t=0.45\mu$.

6.2.27.Πλήρης Χώρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ .,υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων, με πάχος $t=0.85\mu$.

6.2.28.Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ , σε βάθος 8.93μ υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

6.2.29. Ημίχωρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, σε βάθος 8.93μ, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων, με πάχος $t=0.45\mu$.

6.2.30. Ημίχωρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, σε βάθος 8.93μ, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων, με πάχος $t=0.85\mu$.

Κεφάλαιο 7	416
7.Συμπερασματα	416
Βιβλιογραφία/Αναφορές	423
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	437

Κεφάλαιο 1

1.Εισαγωγή

1.1.Αντικείμενο-Στόχος

Οι σήραγγες είναι σημαντικά τεχνικά έργα, αποτελούν τμήματα συγκοινωνιακών αξόνων, προσβάσεων σε ορεινές περιοχές, ζωτικών γραμμών των Οργανισμών Κοινής Ωφέλειας κλπ. Αποτελούν δύσκολα έργα λόγω της ετερογένειας και της απρόβλεπτης συμπεριφοράς της γεώμαζας, των υψηλών πιέσεων και του μεγάλου κόστους που οφείλεται κυρίως στον απαιτούμενο εξειδικευμένο εξοπλισμό για τη διάνοιξη. Η εδαφική κίνηση που προκαλεί ένας σεισμός είναι μια τυχηματική δράση. Έτσι, η μελέτη των υπόγειων κατασκευών παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς οι σχετικές Κανονιστικές διατάξεις και οι βιβλιογραφικές αναφορές είναι περιορισμένες αν όχι ανύπαρκτες.

Ο σχεδιασμός των έργων αυτών έναντι τυχηματικών δράσεων, όπως είναι ο σεισμός είναι κομβικής σπουδαιότητας, δεδομένου ότι ακόμη και ασήμαντες βλάβες, όπως επισκευάσιμες εφελκυστικές ρωγμές που δε θα διακόψουν τη λειτουργία μιας οδικής σήραγγας, δύναται να προκαλέσουν σημαντικές σε έκταση και σπουδαιότητα περιβαλλοντικές καταστροφές. Οι συνηθέστερες από αυτές είναι η διάχυση λυμάτων, χημικών, πετρελαιοειδών κλπ στο έδαφος και η επακόλουθη προσβολή του υδροφόρου ορίζοντα, καθώς και η εκρηκτική απελευθέρωση στην ατμόσφαιρα φυσικού αερίου υπό υψηλή πίεση (π.χ 8 bars ή 800 kPa) και η επακόλουθη ανάφλεξη, με αποτέλεσμα τη πρόκληση πυρκαγιών σε μεγάλες δομημένες αλλά και δασικές εκτάσεις. Αναφέρεται χαρακτηριστικά ότι τέσσερεις από τους μεγαλύτερους πρόσφατους σεισμούς, της Loma Prieta (USA, 1989), του Kobe (Japan, 1995), του Chi Chi (Taiwan, 1999) και του Duzce (Turkey, 1999) συνοδεύτηκαν από τέτοιου είδους περιβαλλοντικές καταστροφές, οι οποίες ευθύνονται για την ολοσχερή καταστροφή της παραλιακής ζώνης Marina District στη πρώτη περίπτωση και της συνοικίας Nishinomiya στη δεύτερη. Επίσης η αναφορά άνω των πενήντα(50) περιπτώσεων δομικής αστοχίας υπογείων αγωγών και σηράγγων σε αυτούς τους σεισμούς καταδεικνύει την ανάγκη επανεξέτασης των κανονιστικών διατάξεων. Στον Ελλαδικό χώρο καταγράφηκαν αστοχίες στα δίκτυα υποδομής, μετά από τους σεισμούς της Λευκάδας (2003) & (2015).

Γενικά η σεισμική απόκριση μιας υπόγειας κατασκευής διαφέρει σημαντικά από την απόκριση μιας επιφανειακής κατασκευής και είναι πιο ασφαλής, λόγω της αντίστασης του περιβάλλοντος εδάφους ή βράχου. Η βραχύωδης μάζα είναι γενικά πιο ισχυρή σε κάποιο βάθος, συγκρινόμενη με την αντίστοιχη κοντά στην επιφάνεια του εδάφους που υποστηρίζει τις

κτιριακές θεμελιώσεις. Οι υπόγειες κατασκευές είναι ισχυρά συζευγμένες με το βράχο και γι' αυτό έχουν μικρότερη πιθανότητα να συντονιστούν με τη συχνότητα διέγερσης.

Τα εγκάρσια επιφανειακά κύματα, που είναι η βασική αιτία βλαβών στην επιφάνεια, δεν επηρεάζουν σχεδόν καθόλου κατασκευές που βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Η εδαφική επιτάχυνση εξασθενεί με την απόσταση και την αλλαγή του συχνοτικού περιεχομένου. Είναι επίσης γνωστό ότι η πραγματική εδαφική κίνηση απομειώνεται με το βάθος. Οι βλάβες στην επιφάνεια σχετίζονται πολύ με τα επιφανειακά κύματα Rayleigh και Love. Το πλάτος των κυμάτων που ταξιδεύουν εντός στρωμάτων χαμηλής ταχύτητας μπορεί να προβλεφθεί από φυσικές αρχές. Εξαίρεση αποτελούν σήραγγες που διασχίζουν ενεργά ρήγματα ή περιπτώσεις όπου το περιβάλλον έδαφος χάνει σημαντικό μέρος της αντοχής του κατά τη διάρκεια της σεισμικής διέγερσης(π.χ. λόγω ρευστοποίησης).

Αντίθετα οι επιφανειακές κατασκευές καταπονούνται από οριζόντιες αδρανειακές δυνάμεις, οι οποίες προκαλούνται από τις σεισμικές επιταχύνσεις όπως φθάνουν στην επιφάνεια του εδάφους, θεωρώντας ότι η θεμελίωση της κατασκευής ακολουθεί την κίνηση του εδάφους.

Συνεπώς το κρίσιμο μέγεθος κατά τον Αντισεισμικό Σχεδιασμό των Υπογείων Έργων αποτελούν οι επιβαλλόμενες μετακινήσεις - παραμορφώσεις του εδάφους, σε αντίθεση με τις υπέργειες κατασκευές όπου κυριαρχούν τα οριζόντια αδρανειακά φορτία.

Τα σεισμικά φορτία υπολογισμού που εισέρχονται στο υπόγειο έργο, ενέχουν ένα μεγάλο ποσοστό αβεβαιότητας σε σχέση με τα άλλα φορτία (μόνιμα, κινητά, θερμοκρασιακές μεταβολές) με αποτέλεσμα τον κίνδυνο υπέρβασής τους.

Η σεισμική κίνηση είναι ανακυκλιζόμενη με συχνότητα γενικά πολύ υψηλή, που κυμαίνεται από 1Hz έως 10Hz. Τα φορτία, που προέρχονται από σεισμική δράση, υπερτίθενται άλλων μονίμων και κινητών φορτίων και παρόλο που είναι προσωρινά πρέπει να υπολογισθούν με την παρουσία και των υπολοίπων φορτίων.

Η Εδαφική Κίνηση γενικά λαμβάνεται σταθερή στις επιφανειακές κατασκευές, σε αντίθεση με τα Υπόγεια Έργα όπου λόγω της επίδρασης της ανομοιογένειας του εδάφους, υπάρχει διαφορά φάσης στην κίνηση μεταξύ δύο σημείων της κατασκευής.

Οι βλάβες που παρουσιάζονται στις επιφανειακές κατασκευές δεν επηρεάζουν άλλες. Σε περίπτωση που ένα υπόγειο έργο είναι κάποιο δίκτυο σωληνώσεων, μια αστοχία σ' ένα μικρό τμήμα αυτής, θα προκαλέσει προβλήματα σε ευρύτερο τμήμα του Δικτύου.

Ο βαθμός της έντασης που προκαλείται στην επένδυση της σήραγγας, λόγω της διάδοσης των σεισμικών κυμάτων, εξαρτάται από τη σχέση της διαμέτρου της σήραγγας προς το μήκος του σεισμικού κύματος. Στις συνήθεις περιπτώσεις, το τυπικό άνοιγμα της σήραγγας (10-15 μέτρα) είναι πολύ μικρότερο από τα χαρακτηριστικά μήκη κύματος των σεισμικών κινήσεων (100-500 μέτρα) και συνεπώς οι διαφορικές μετακινήσεις των εκατέρωθεν παρειών της σήραγγας είναι μικρές επομένως και η αναπτυσσόμενη πρόσθετη ένταση της επένδυσης είναι επίσης μικρή. Εξαιρέση στον ανωτέρω κανόνα αποτελούν οι κάτωθι περιπτώσεις:

1. Όταν η εδαφική επιτάχυνση αιχμής είναι μεγαλύτερη από 0.5g
2. Όταν το μέγεθος του σεισμού είναι μεγαλύτερο από 7 Richter
3. Όταν η επικεντρική απόσταση είναι μικρότερη από 25 χιλιόμετρα
4. Όταν η διάρκεια της σεισμικής κίνησης είναι μεγάλη, αυτή μπορεί να οδηγήσει σε αστοχία λόγω «κόπωσης της σήραγγας» και μεγάλων αναπτυσσόμενων παραμορφώσεων.
5. Σήραγγες σε πολύ μαλακά εδάφη όπου τα χαρακτηριστικά μήκη των σεισμικών κυμάτων είναι αρκετά μικρότερα (30-100 μέτρα) και συνεπώς συγκρίσιμα με το άνοιγμα της σήραγγας.
6. Σήραγγες που διασχίζουν διεπιφάνειες μεταξύ εδαφικών σχηματισμών με σημαντική διαφορά των μέτρων ελαστικότητας. Στις περιοχές αυτές, παρατηρείται μεγέθυνση και εντοπισμός των σεισμικών παραμορφώσεων (μέσω ανακλάσεων των σεισμικών κυμάτων) τα οποία έχουν σαν αποτέλεσμα την αυξημένη καταπόνηση της επένδυσης της σήραγγας.
7. Σήραγγες που διασχίζουν σεισμικώς ενεργά ρήγματα υπό αρκετά οξεία γωνία, οπότε το μήκος της σήραγγας στο οποίο υφίσταται αλληλεπίδραση με το ρήγμα είναι μεγάλο και επιπλέον δεν είναι πολύ αποδοτική η κατασκευή εγκάρσιων αρμών στην επένδυση της σήραγγας. Στις περιπτώσεις αυτές, εάν δεν είναι δυνατόν να αποφευχθεί η διασταύρωση της σήραγγας με το ρήγμα (μέσω αλλαγής της χάραξης), το πρόβλημα αντιμετωπίζεται ως εξής :
 - Αύξηση της διαμέτρου της διάτρησης, για «ικανό» μήκος ένθεν και εκείθεν του ρήγματος, έτσι ώστε να γίνει δυνατή η ελεύθερη παραμόρφωση του έργου καθώς και η εύκολη επισκευή του.
 - Χρήση χαλαρού υλικού επιχώσεως (στην περίπτωση cut-and-cover).
 - Αύξηση της ευκαμψίας της κατασκευής με ειδικούς συνδέσμους οι οποίοι να μπορούν να αναλαμβάνουν καμπτικές ροπές και διάτμηση χωρίς αστοχία (flexible joints, steel ribs).

- Κατασκευή κατάλληλων αρμών που να επιτρέπουν τις αναμενόμενες σεισμικές μετακινήσεις χωρίς σημαντικές βλάβες στην επένδυση της σήραγγας.

8. Οι βαθιές σήραγγες είναι ασφαλέστερες από τις αβαθείς, καθώς οι βλάβες έναντι σεισμικών δράσεων μειώνονται με την αύξηση του βάθους. Για μικρά βάθη τα κύματα «παγιδεύονται» ανάμεσα στη σήραγγα και την ελεύθερη επιφάνεια, με συνέπεια να γίνεται πολυπλοκότερη η απόκριση στην επιφάνεια και εντονότερη η απόκριση της κατασκευής.

9. Οι σήραγγες με επενδεδυμένη διατομή είναι ασφαλέστερες από τις αντίστοιχες με ανεπένδυτη διατομή. Παρόλα αυτά έχει σημασία ο οπλισμός και η διεύθυνση της σεισμικής φόρτισης που θα δεχθεί (συμμετρική ή όχι).

10. Σημαντικές βλάβες μετά από σεισμό παρουσιάζονται στα στόμια της σήραγγας

Κατά το σχεδιασμό υπογείων έργων έναντι σεισμικών δράσεων, συνήθως θεωρείται ότι το έδαφος που περιβάλλει το έργο είναι πολύ "άκαμπτο" σε σχέση με την επένδυση της σήραγγας και συνεπώς οι παραμορφώσεις του, λόγω της διέλευσης των σεισμικών κυμάτων, επιβάλλονται αυτούσιες στο έργο χωρίς αξιολογημένη τροποποίηση μέσω αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον έδαφος. Εξαίρεση στον κανόνα αυτόν αποτελούν σήραγγες σε πολύ μαλακούς σχηματισμούς καθώς και περιπτώσεις όπου το έδαφος χάνει σημαντικό ποσοστό της αντοχής του (π.χ. λόγω ρευστοποίησης). Με εξαίρεση τις ανωτέρω περιπτώσεις, κατά το Αντισεισμικό σχεδιασμό των υπογείων έργων η αλληλεπίδραση μεταξύ σήραγγας και περιβάλλοντος εδάφους μπορεί να αμεληθεί και το έργο να σχεδιασθεί ώστε να δύναται να αναλάβει το σύνολο της σεισμικής παραμόρφωσης του περιβάλλοντος εδάφους.

Η παραμόρφωση της επένδυσης της σήραγγας κατά τη διέλευση σεισμικών κυμάτων είναι δυο τύπων:

Αξονική και καμπτική παραμόρφωση κατά τον διαμήκη άξονα της σήραγγας (δηλαδή κάμψη με διάνυσμα της καμπτικής ροπής κάθετο ως προς τον άξονα της σήραγγας) λόγω της διάδοσης κυρίως διατμητικών (S) κυμάτων με δόνηση εκτός του επιπέδου της διατομής της σήραγγας.

Καμπτική παραμόρφωση εντός της διατομής της σήραγγας (δηλαδή κάμψη με διάνυσμα της καμπτικής ροπής παράλληλο προς τον άξονα της σήραγγας) λόγω της διάδοσης κυρίως διατμητικών (S) κυμάτων με δόνηση εντός του επιπέδου της διατομής της σήραγγας

Ανεξαρτήτως του τύπου της επιβαλλόμενης παραμόρφωσης, ο σχεδιασμός της επένδυσης της σήραγγας θα πρέπει να γίνει μέσω της πρόβλεψης επαρκούς πλαστιμότητας ώστε να απορροφηθούν οι επιβαλλόμενες σεισμικές παραμορφώσεις (κινηματική φόρτιση) χωρίς απώλεια της ικανότητας της επένδυσης να φέρει τα στατικώς επιβαλλόμενα φορτία εκ του περιβάλλοντος εδάφους, δεδομένου ότι είναι πρακτικώς αδύνατος ο σχεδιασμός της επένδυσης ώστε να φέρει τα αδρανειακά σεισμικά φορτία του περιβάλλοντος εδάφους (αδρανειακή φόρτιση). Η εμπειρία έχει δείξει ότι, στις περισσότερες περιπτώσεις, η διαστασιολόγηση των υπογείων έργων με βάση τις στατικές φορτίσεις και τις κατασκευαστικές απαιτήσεις (π.χ. διαμόρφωση εγκαρσίων αρμών ανά 10-15 μέτρα μήκους) είναι επαρκής για την ανάληψη των σεισμικών δράσεων. Κατά συνέπεια, ο σχεδιασμός των υπογείων έργων συνήθως γίνεται έναντι των στατικών δράσεων και στη συνέχεια ελέγχεται έναντι των σεισμικών δράσεων.

Η απλούστερη μέθοδος δια της χρήσεως των αναπτυσσόμενων εδαφικών παραμορφώσεων, που υπολογίζονται συνήθως ανεξάρτητα με μια κλασσική μονοδιάστατη μελέτη της εδαφικής απόκρισης του φυσικού εδάφους χωρίς καμία κατασκευή, είναι η απευθείας εφαρμογή τους στην υπόγεια κατασκευή. Η μέθοδος αυτή προφανώς δεν λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση μεταξύ εδάφους-κατασκευής και την όποια τροποποίηση αυτή επιφέρει στο προφίλ των εδαφικών μετακινήσεων. Συχνά η μέθοδος αυτή οδηγεί σε υπερδιαστασιολόγηση της κατασκευής, ιδιαίτερα σε μαλακά εδάφη όπου οι παραμορφώσεις ελευθέρου πεδίου λαμβάνουν γενικά μεγάλες τιμές, ενώ η αλληλεπίδραση είναι έντονη με αποτέλεσμα η απ' ευθείας εφαρμογή των εδαφικών παραμορφώσεων στην κατασκευή να μην είναι ρεαλιστική (Wang, 1993). Συνεπώς αυτή η προσέγγιση ενδείκνυται μόνο σε θέσεις όπου αναμένονται χαμηλά επίπεδα σεισμικών διεγέρσεων. Για τον συνυπολογισμό ακριβώς της αλληλεπίδρασης έχουν προταθεί ορισμένες απλοποιητικές μέθοδοι, όπως η χρήση ενός δείκτη ευκαμψίας (F), που συσχετίζει την δυσκαμψία της κατασκευής με αυτή του εδάφους.

1.2. Δομή της Διατριβής

Μετά την εισαγωγή, ακολουθεί το **Κεφάλαιο 2** στο οποίο συνοψίζονται τα αποτελέσματα μιας πλήρους βιβλιογραφικής έρευνας για τις μεθόδους που έχουν προταθεί και χρησιμοποιηθεί κατά καιρούς για τον υπολογισμό της εντατικής φόρτισης σε υπόγεια έργα λόγω σεισμού. Ενώ για την περίπτωση πρόσπτωσης διατμητικών κυμάτων τύπου SH το πρόβλημα της εφαρμογής των συνοριακών τιμών στον ημίχωρο έχει επιλυθεί, λόγω της φύσης των κυμάτων SH, δεν συμβαίνει όμως το ίδιο στην περίπτωση των κυμάτων SV, όπου η εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών στην ελεύθερη επιφάνεια δεν έχει επιλυθεί με ακριβή λύση. Για τους ανωτέρω λόγους γίνεται προσπάθεια να επιλυθεί το πρόβλημα με τη βοήθεια σύμμορφων απεικονίσεων από τη Μιγαδική Ανάλυση, όπου με βάση τις προτεινόμενες σχέσεις μετασχηματισμού καθίσταται δυνατή η προσομοίωση των πραγματικών συνοριακών συνθηκών του ημίχωρου.

Στο **Κεφάλαιο 3**, παρουσιάζονται οι κατάλληλοι μετασχηματισμοί για την περίπτωση του πλήρους χώρου και για τα εξής σχήματα: κύκλος, έλλειψη, τετράγωνο και πεταλοειδές. Στη συνέχεια προτείνονται αντίστοιχες σχέσεις μετασχηματισμού για την περίπτωση του ημίχωρου. Απαραίτητη προϋπόθεση για την εφαρμογή των προτεινόμενων σχέσεων, είναι να διαθέτει η καμπύλη του κάθε σχήματος παραμετρικές εξισώσεις.

Το **Κεφάλαιο 4** αφορά την απόκριση και τον αναλυτικό υπολογισμό των εντατικών μεγεθών πάνω στη διατομή υπογείων έργων διαφόρων σχημάτων, υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων. Οι (Mao & Pao, 1971), έχουν επιλύσει το πρόβλημα του υπολογισμού των εντατικών μεγεθών στην περίπτωση του πλήρους χώρου για την κυκλική οπή, όπου εύκολα εφαρμόζονται οι συνοριακές συνθήκες $t_{rz}=0$ επάνω στην περιφέρεια του κύκλου. Τα κυματικά δυναμικά τόσο του προσπίπτοντος όσο και του σκεδαζόμενου κύματος, αναπτύσσονται αντίστοιχα σε σειρές απείρων όρων Bessel-Fourier και Hankel-Fourier. Λόγω των ιδιοτήτων των SH κυμάτων υπάρχει μόνο η μετακίνηση κατά τον άξονα της σήραγγας, δηλαδή εκτός επιπέδου της διατομής.

Η επεκταση της ανωτέρω λύσης και σε διατομές άλλων σχημάτων επιτυγχάνεται με την εφαρμογή των σύμμορφων απεικονίσεων. Έστω $\omega(\zeta)$, η συνάρτηση που μετασχηματίζει ένα σχήμα (κύκλος, έλλειψη, τετράγωνο και πεταλοειδές) που βρίσκεται σε ένα επίπεδο ω , σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ . Με τη βοήθεια μιας συνάρτησης μετασχηματισμού, πολύπλοκα σχήματα που θα ήταν αδύνατον να μελετηθούν στο επίπεδο ω , μετασχηματίζονται σε μια απλούστερη γεωμετρία στο επίπεδο ζ , όπου είναι δυνατή η μελέτη και η επίλυσή τους. Συνήθως μετασχηματίζονται στο εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου του οποίου η γεωμετρία είναι

απλή και γνωστή και μπορούν να εφαρμοστούν εύκολα οι συνοριακές συνθήκες. Έτσι οι σύμμορφες απεικονίσεις δίνουν την δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν οι βασικές εξισώσεις της μιγαδικής ανάλυσης, σε ένα απλοποιημένο πρόβλημα γνωστής γεωμετρίας.

Γενικεύοντας, με τη βοήθεια μιας συνάρτησης απεικόνισης μετασχηματίζουμε το πρόβλημα συνοριακών τιμών στο επίπεδο w , σε ένα πρόβλημα συνοριακών τιμών για το μοναδιαίο κύκλο ή το αντίστοιχο ημιεπίπεδο στον επίπεδο ζ , το οποίο και επιλύουμε.

Η μεθοδολογία που ακολουθείται στο Κεφάλαιο αυτό είναι η εξής:

1. Με την συνάρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$, μετασχηματίζεται το τυχαίο σχήμα στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ .
2. Στη συνέχεια, εκφράζουμε το προσπίπτον κυματικό δυναμικό w^i , το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό w^s , το συνολικό κυματικό δυναμικό w^{tot} , την τάση t_{rz} καθώς και την τάση $t_{\theta z}$, συναρτήσει της $\omega(\zeta)$, ως εξής:

$$w_i = |w_0| e^{0.5ik_b|\omega(\zeta)|\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|}i^{-1} + \frac{\overline{\omega(\zeta)}}{|\omega(\zeta)|}i^1\right)}$$

$$w^i = |w_0| \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b|\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|}\right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|}\right)^{-n} i^n \right),$$

Όπου $|w_0|=1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH

$$w^s = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_b|\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|}\right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|}\right)^{-n} i^n \right)$$

$$w^{\text{tot}} = w^i + w^s$$

$$t_{rz} = \frac{\mu}{|\omega'(\zeta)|} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{\zeta}{r} + \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} \frac{\bar{\zeta}}{r} \right)$$

$$t_{\theta z} = \frac{i\mu}{|\omega'(\zeta)|} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{\zeta}{r} - \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} \frac{\bar{\zeta}}{r} \right)$$

3. Τέλος εφαρμόζουμε την συνοριακή συνθήκη $t_{rz}=0$, και από το προκύπτον σύστημα εξισώσεων υπολογίζουμε τους άγνωστους συντελεστές και συνεπώς τα εντατικά μεγέθη (συνολική μετακίνηση w^{tot} και την τάση $t_{\theta z}$). Δεδομένου ότι έχουμε μεταφέρει όλα τα δεδομένα του προβλήματος στον χώρο ζ , τα προκύπτοντα εντατικά μεγέθη αφορούν στο αρχικό σχήμα.

Στη συνέχεια γίνονται αναλύσεις για την περίπτωση της Σεισμικής πρόσπτωσης κυμάτων SH κατακορύφως διαδιδόμενων, σε διατομές Υπογείων Έργων των ιδίων σχημάτων, για την περίπτωση του ημίχωρου. Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, με τη θεώρηση της συμμετρικής διατομής, ως προς την επιφάνεια του εδάφους. Έτσι ο χώρος μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της διατομής είναι ισοδύναμος με τον εξωτερικό χώρο δύο συμμετρικών διατομών, με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια. Τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη προκύπτουν από τη συνολική επίλυση του μοντέλου και των κυματικών δυναμικών, (το προσπίπτον, το ανακλώμενο καθώς και κάθε ένα από τα σκεδαζόμενα από τις συμμετρικές διατομές), αφού ληφθούν υπ' όψη και οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες.

Το **Κεφάλαιο 5** αφορά την απόκριση και τον αναλυτικό υπολογισμό των εντατικών μεγεθών πάνω στη διατομή υπογείων έργων διαφόρων σχημάτων, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων. Οι (Mao & Pao, 1971), έχουν επιλύσει το πρόβλημα του υπολογισμού των εντατικών μεγεθών στην περίπτωση του πλήρους χώρου για την κυκλική οπή όπου εύκολα εφαρμόζονται οι συνοριακές συνθήκες $t_{rr} = t_{r\theta} = 0$, επάνω στην περιφέρεια του κύκλου. Τα κυματικά δυναμικά τόσο του προσπίπτοντος όσο και των σκεδαζόμενων κυμάτων, αναπτύσσονται αντίστοιχα σε σειρές απείρων όρων Bessel-Fourier και Hankel-Fourier.

Η μεθοδολογία που ακολουθείται στο Κεφάλαιο αυτό είναι η εξής:

1. Με την συνάρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$, μετασχηματίζεται το τυχαίο σχήμα στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ .
2. Στη συνέχεια, εκφράζουμε το προσπίπτον κυματικό δυναμικό ψ^i , τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά ψ^s και ψ^t , τα συνολικά κυματικά δυναμικά ψ^{tot} & ψ^{tot} , καθώς και τις τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$ και $t_{\theta\theta}$, συναρτήσει της $\omega(\zeta)$ ως εξής:

$$\psi_i = |\psi_0| \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right)$$

Όπου $|\psi_0| = 1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

$$\psi^s = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_b |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right)$$

$$\varphi^s = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_a |w(\zeta)|) \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n$$

Τα συνολικά Κυματικά Δυναμικά φ^{tot} & ψ^{tot} , δίνονται από τις σχέσεις:

$$\varphi^{\text{tot}} = \varphi^s$$

$$\psi^{\text{tot}} = \psi^i + \psi^s$$

$$t_{rr} = -k_a^2(\lambda + \mu)\varphi + \frac{1}{r^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi+i\psi)}{\partial \zeta} \right) \right] + \left[\frac{1}{r^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi-i\psi)}{\partial \bar{\zeta}} \right) \right) \right],$$

$$t_{r\theta} = -\frac{1}{ir^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi+i\psi)}{\partial \zeta} \right) \right] + \left[\frac{1}{ir^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi-i\psi)}{\partial \bar{\zeta}} \right) \right) \right]$$

$$t_{\theta\theta} = -k_a^2(\lambda + \mu)\varphi - \frac{1}{r^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi+i\psi)}{\partial \zeta} \right) \right] - \left[\frac{1}{r^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi-i\psi)}{\partial \bar{\zeta}} \right) \right) \right],$$

$$u_r = \frac{\zeta}{r} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi + i\Psi)}{\partial \zeta} + \frac{\bar{\zeta}}{r} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi - i\Psi)}{\partial \bar{\zeta}}$$

$$u_\theta = \frac{-\zeta}{ir} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi + i\Psi)}{\partial \zeta} + \frac{\bar{\zeta}}{ir} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi - i\Psi)}{\partial \bar{\zeta}}$$

Το μέτρο του διανύσματος της μετατόπισης u , που αντιστοιχεί στο κυματικό δυναμικό y_i , είναι $|y_{0kb}|$

- Τέλος εφαρμόζουμε τις συνοριακές συνθήκες $t_{rr} = t_{r\theta} = 0$, και από το προκύπτον σύστημα εξισώσεων υπολογίζουμε τους άγνωστους συντελεστές και συνεπώς τα εντατικά μεγέθη (μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και την τάση $t_{\theta\theta}$). Δεδομένου ότι έχουμε μεταφέρει όλα τα δεδομένα του προβλήματος στον χώρο ζ , τα προκύπτοντα εντατικά μεγέθη αφορούν στο αρχικό σχήμα.

Στην περίπτωση του ημίχωρου, με την παρουσία σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων τύπου SV, τα κυματικά δυναμικά που διέπουν το πρόβλημα είναι τα εξής: το προσπίπτον, το ανακλώμενο από την ελεύθερη επιφάνεια, τα δύο σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την διατομή καθώς και τα δύο σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την ελεύθερη επιφάνεια. Η προτεινόμενη

μεθοδολογία για την επίλυση του προβλήματος αυτού πραγματοποιείται σε δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο αφορά στον μετασχηματισμό του χώρου εκτός της διατομής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , στον αντίστοιχο χώρο εκτός του μοναδιαίου κύκλου ο οποίος βρίσκεται στο «ισοδύναμο βάθος h » και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο ζ . Για τον υπολογισμό του «ισοδύναμου βάθους h », προτείνονται κατά περίπτωση οι αντίστοιχες σχέσεις μετασχηματισμού. Το δεύτερο στάδιο αφορά στην σύνταξη κατάλληλων μετασχηματισμών, προκειμένου να εφαρμοστούν οι συνοριακές συνθήκες στο επίπεδο ζ , που είναι:

- οι τάσεις $t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0$, στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου,
- οι τάσεις $t_{r2r2} = t_{r2\theta2} = 0$, στην ελεύθερη επιφάνεια

Η εφαρμογή της δεύτερης συνοριακής συνθήκης πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια, μέχρι στιγμής έχει αντιμετωπιστεί προσεγγιστικά. Στην παρούσα μελέτη προτείνονται αναλυτικές σχέσεις, αξιοποιώντας τις ιδιότητες των σύμμορφων απεικονίσεων, οι οποίες επιλύουν το πρόβλημα ακριβώς και όχι προσεγγιστικά. Ο προτεινόμενος μετασχηματισμός, ο οποίος τροποποιείται κατά περίπτωση ανάλογα με το εξεταζόμενο σχήμα της διατομής, μετασχηματίζει τον χώρο εκτός της διατομής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ . Με βάση τις ανωτέρω προτεινόμενες αναλυτικές σχέσεις, πραγματοποιούνται αναλύσεις σε διατομές Υπογείων Έργων διαφόρων σχημάτων, που βρίσκονται σε βάθος H .

Για την αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις ανωτέρω αναλύσεις για τον ημίχωρο, με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη θεώρηση μιας απλοποιημένης μεθόδου, σύμφωνα με την οποία, τα σκεδαζόμενα από την ελεύθερη επιφάνεια κυματικά δυναμικά είναι 0. (Μέθοδος Χαλαρού Συνόρου-Relaxed Boundaries). Η θεώρηση αυτή είναι ρεαλιστική διότι οι τιμές των σκεδαζόμενων κυματικών δυναμικών από την ελεύθερη επιφάνεια είναι μικρές. Έτσι το πρόβλημα του ημίχωρου σε αυτήν την περίπτωση ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, διότι η μόνη συνοριακή συνθήκη που διέπει το πρόβλημα, είναι η θεώρηση των μηδενικών τάσεων $t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0$ στο επίπεδο ζ , με προσπίπτον κυματικό δυναμικό, το άθροισμα του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου κυματικού δυναμικού. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις δύο θεωρήσεις ήταν πολύ ικανοποιητική. Συνεπώς, η προτεινόμενη μεθοδολογία λύνει το πρόβλημα του

υπολογισμού των εντατικών μεγεθών σε διατομή υπόγειου έργου τυχαίου σχήματος (με παραμετρική καμπύλη) η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την ελεύθερη επιφάνεια, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV . Επίσης ο προτεινόμενος μετασχηματισμός μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλες περιπτώσεις επίλυσης φυσικών προβλημάτων συνοριακών τιμών, μηδενικών τάσεων στην ελεύθερη επιφάνεια $t_{r2r2}=t_{r2\theta2}=0$.

Το **Κεφάλαιο 6** αφορά την απόκριση και τον αριθμητικό υπολογισμό των εντατικών μεγεθών πάνω στη διατομή υπογείων έργων διαφόρων σχημάτων, υπό σεισμική φόρτιση SH & SV κυμάτων. Για την Αριθμητική Λύση εφαρμόστηκε ο Κώδικας Πεπερασμένων Διαφορών τριών διαστάσεων, $FLAC$ 3D.

Τέλος στο **Κεφάλαιο 7**, παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα της Διατριβής.

Κεφάλαιο 2

2. Προυπάρχουσα Γνώση

2.1.Μετασχηματισμοί-Απεικονίσεις

Οι μετασχηματισμοί και ιδιαίτερα οι σύμμορφες απεικονίσεις, διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην επίλυση προβλημάτων της θεωρίας της ελαστικότητας. Με τη βοήθεια μίας συνάρτησης απεικόνισης $w=f(\zeta)$, πολύπλοκα σχήματα που θα ήταν αδύνατον να μελετηθούν στο επίπεδο w , μετασχηματίζονται σε μια απλούστερη γεωμετρία στο επίπεδο ζ όπου είναι δυνατή η μελέτη και η επίλυσή τους. Συνήθως μετασχηματίζονται στο εξωτερικό μοναδιαίο κύκλο του οποίου η γεωμετρία είναι απλή και γνωστή. Έτσι οι σύμμορφες απεικονίσεις δίνουν την δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν οι βασικές εξισώσεις της μιγαδικής ανάλυσης, σε ένα απλοποιημένο πρόβλημα γνωστής γεωμετρίας.

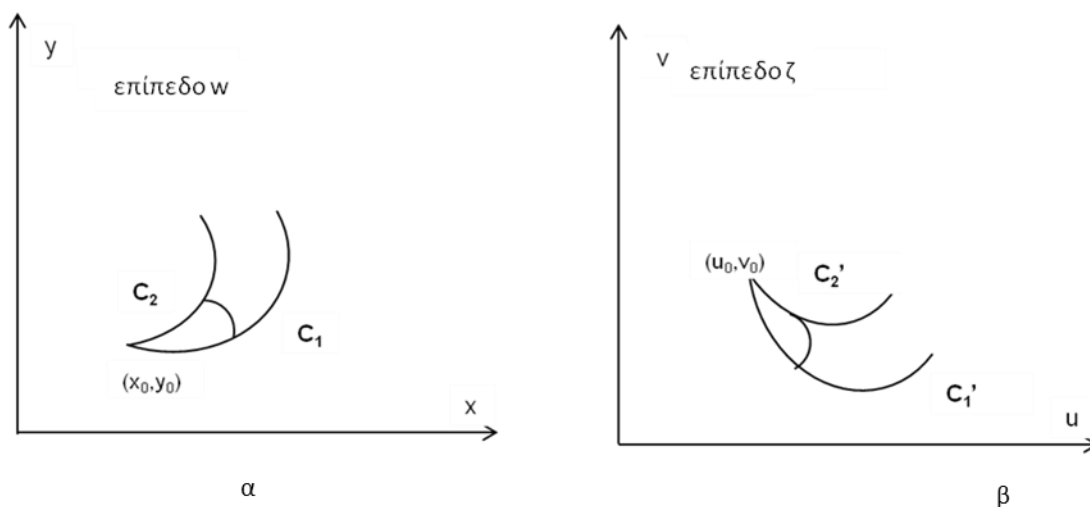
Στην παρούσα εργασία και με την βοήθεια των μετασχηματισμών υπολογίζεται το τασικό πεδίο γύρω από την διατομή σήραγγας διαφόρων σχημάτων υπό σεισμική ένταση κυμάτων S , υπό την μορφή Κυματικών Δυναμικών. Επιλύονται διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους που αναπαριστούν τα Κυματικά Δυναμικά, για διάφορες περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών με έμφαση στον Ημίχωρο (Half Space). Οι τιμές των διαφορικών εξισώσεων είναι γνωστές στο σύνορο του κύκλου.

Έτσι, με τη βοήθεια της συνάρτησης απεικόνισης μετασχηματίζουμε το πρόβλημα συνοριακών τιμών για τον τόπο R σε ένα πρόβλημα συνοριακών τιμών για τον μοναδιαίο κύκλο ή το αντίστοιχο ημιεπίπεδο το οποίο και επιλύουμε .

2.1.1.Ιδιότητες των Σύμμορφων Απεικονίσεων

ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ

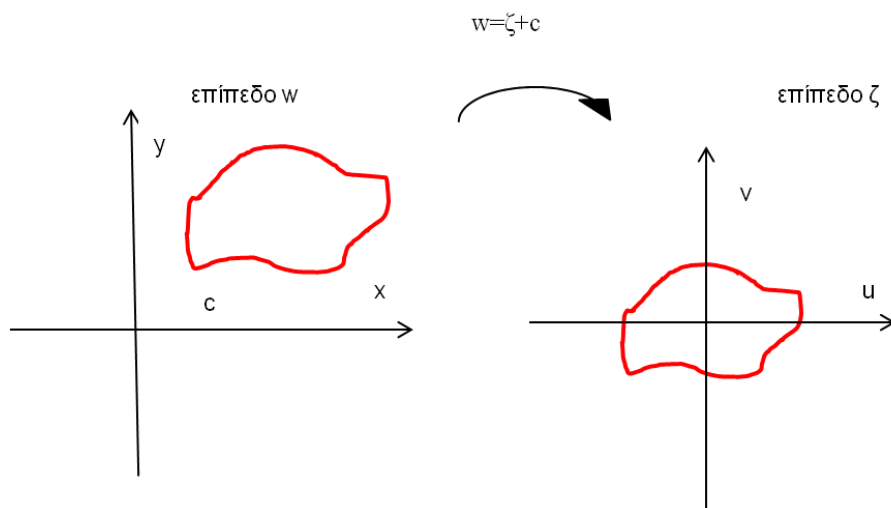
Μια σύμμορφη απεικόνιση διατηρεί την γωνία τομής μεταξύ δύο καμπυλών κατά μέτρο και προσανατολισμό. Κάτω από δεδομένο μετασχηματισμό το σημείο (x_0, y_0) , του επιπέδου xy απεικονίζεται στο σημείο (u_0, v_0) του επιπέδου uv , όπως φαίνεται στο (Σχ.2-1), ενώ οι καμπύλες C_1 & C_2 (που τέμνονται στο (x_0, y_0)), απεικονίζονται στις καμπύλες C_1' & C_2' (που τέμνονται στο (u_0, v_0)). Η γωνία που σχηματίζουν οι C_1 & C_2 στο (x_0, y_0) , ισούται με τη γωνία κατά μέγεθος και φορά με τη γωνία που σχηματίζουν οι C_1' & C_2' στο (u_0, v_0) . Η γωνία με την οποία τέμνονται δύο καμπύλες είναι ίση με την γωνία που σχηματίζουν οι εικόνες τους.



Σχ.2-1: Αρχή διατήρησης των γωνιών, πριν την απεικόνιση (α), μετά την απεικόνιση (β)

ΜΕΤΑΦΟΡΑ

Έστω μια σταθερά c . Ο μετασχηματισμός $w = f(\zeta) = \zeta + c$ απεικονίζει ένα τυχαίο σημείο ζ του επιπέδου ζ , στο σημείο $w = \zeta + c$ του επιπέδου w . Η απεικόνιση αυτή είναι αμφιμονοσήμαντη. Έτσι η εικόνα $w = \zeta + c$ είναι μετατοπισμένη ως προς το αρχέτυπο ζ κατά το διάνυσμα c . Το ίδιο ισχύει και για όλα τα σημεία ενός σχήματος, οπότε μέσω αυτού του μετασχηματισμού μπορεί να μεταφερθεί ολόκληρο το σχήμα κατά το διάνυσμα c . Επειδή όλα τα σημεία μετατοπίζονται κατά το ίδιο διάνυσμα, οι διαστάσεις του σχήματος δεν αλλάζουν, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-2).



Σχ.2-2: Μετατόπιση κάτω από τον μετασχηματισμό $w = \zeta + c$

Ειδικά , αν ο c είναι πραγματικός η μετατόπιση γίνεται παράλληλα στον άξονα x , ενώ αν ο c είναι φανταστικός η μετατόπιση γίνεται παράλληλα στον άξονα y . Η αντίστροφη απεικόνιση είναι η $\zeta=w-c$

ΔΙΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ

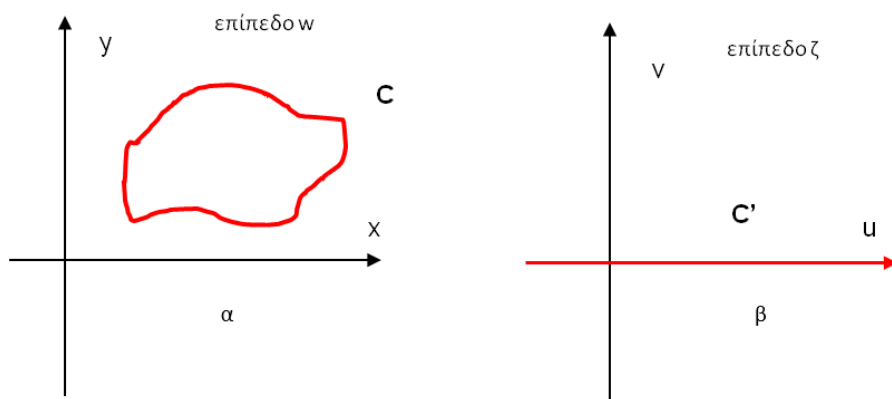
Ο μετασχηματισμός διγραμμικός μετασχηματισμός ή μετασχηματισμός Moebius, είναι της μορφής:

$$w = \frac{az+b}{cz+d} \tag{2-1}$$

Ο μετασχηματισμός αυτός αποτελεί σύνθεση μεταφοράς, στροφής, μεγεθύνσεως και αντιστροφής. Ο μετασχηματισμός αυτός έχει την ιδιότητα να μετασχηματίζει περιφέρειες κύκλων του επιπέδου z σε περιφέρειες κύκλων του επιπέδου w , όπου στον όρο «περιφέρειες» περιλαμβάνονται και περιφέρειες με άπειρη ακτίνα δηλαδή ευθείες γραμμές. Από τη σύνθεση δύο μετασχηματισμών Moebius, προκύπτουν μετασχηματισμοί Moebius. Η αντίστροφη συνάρτηση ενός μετασχηματισμού Moebius, είναι επίσης μετασχηματισμός Moebius.

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΣΥΝΟΡΩΝ ΣΕ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

Έστω ότι στο επίπεδο ζ μια καμπύλη C , όπως φαίνεται στο (Σχ.2-3α), που μπορεί να είναι κλειστή ή ανοικτή έχει παραμετρικές εξισώσεις $x=F(t)$, $y=G(t)$ όπου δεχόμαστε ότι οι F & G έχουν συνεχείς παραγώγους . Με τις προϋποθέσεις αυτές ο μετασχηματισμός $\zeta=F(w)+iG(w)$ απεικονίζει την καμπύλη C πάνω στον πραγματικό άξονα C' του επιπέδου w , όπως φαίνεται στο(Σχ.2-3α). Η ιδιότητα αυτή εφαρμόζεται για τη λύση προβλημάτων στον ημίχωρο.



Σχ.2-3: Μετασχηματισμός καμπύλης με παραμετρικές εξισώσεις (α) στον άξονα των u (β)

ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΣΗΜΕΙΑ

Έστω η ευθεία $az + \bar{a}z + k = 0$. Δύο σημεία z_1, z_2 είναι συμμετρικά ως προς την ευθεία αν και μόνο αν ισχύει $az_1 + \bar{a}z_2 + k = 0$.

Έστω ο κύκλος $C:|z-z_0|=r$. Δύο σημεία z_1, z_2 είναι συμμετρικά ως προς τον κύκλο C αν και μόνον αν ισχύουν οι σχέσεις

$$\arg(z_1 - z_0) = \arg(z_2 - z_0) \quad (2-2)$$

$$|z_1 - z_0| |z_2 - z_0| = r^2 \quad (2-3)$$

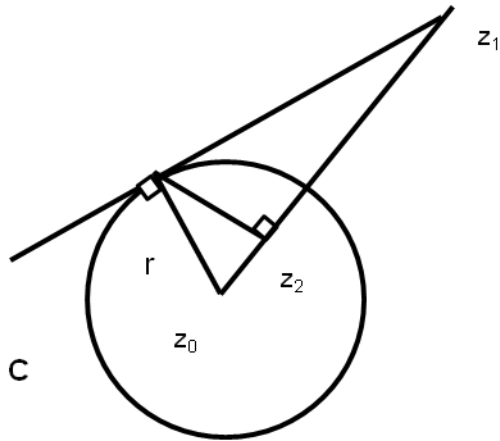
Το κέντρο z_0 του κύκλου και το ∞ θεωρούνται συμμετρικά ως προς τον C . Οι (σχέσεις 2-2 & 2-3) γράφονται στην μορφή

$$(z_1 - z_0) \overline{(z_2 - z_0)} = r^2 \quad (2-4)$$

Από τη (σχέση 2-3) προκύπτει ότι τα σημεία z_0, z_1, z_2 βρίσκονται στην ίδια ημιευθεία, ενώ από την (σχέση 2-4), ότι το γινόμενο των αποστάσεων των δύο συμμετρικών σημείων από το κέντρο του κύκλου ισούται με το τετράγωνο της ακτίνας, όπως φαίνεται στο (Σχ. 2-4). Αν το σημείο z_1 βρίσκεται πάνω στον κύκλο C , τότε το συμμετρικό του ταυτίζεται με το z_1 . Η οικογένεια των κύκλων που έχουν τα ίδια συμμετρικά σημεία ονομάζεται οικογένεια κύκλων του Απολλώνιου. Ένας μετασχηματισμός Moebius απεικονίζει συμμετρικά σημεία ως προς ένα κύκλο σε συμμετρικά σημεία ως προς την εικόνα του κύκλου. Με βάση την ιδιότητα των συμμετρικών σημείων και των μετασχηματισμών Moebius, μετασχηματίζονται έκκεντροι κύκλοι σε ομόκεντρος και αντίστροφα.

Αν $k=0$ τότε η ακτίνα γίνεται μηδέν και ο κύκλος εκφυλίζεται σε σημείο.

Αν $k=1$, τότε η ακτίνα γίνεται άπειρη, ο κύκλος εκφυλίζεται σε μια ευθεία και τα σημεία αυτά καλούνται συμμετρικά σημεία ως προς την ευθεία. Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση $|z - z_1| = |z - z_2|$ είναι η μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα σημεία z_1 και z_2 .



Σχ.2-4: Συμμετρικά σημεία z_1, z_2 ως προς κύκλο

ΔΙΑΔΟΧΙΚΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ

Εάν η $w=f_1(\zeta)$ απεικονίζει τον τόπο R_ζ του επιπέδου ζ στον τόπο R_w του επιπέδου w , ενώ η $\zeta=f_2(w)$ απεικονίζει τον τόπο R_w του επιπέδου w στον τόπο R_ζ τότε η σχέση:

$$w=f_1[f_2(\zeta)]$$

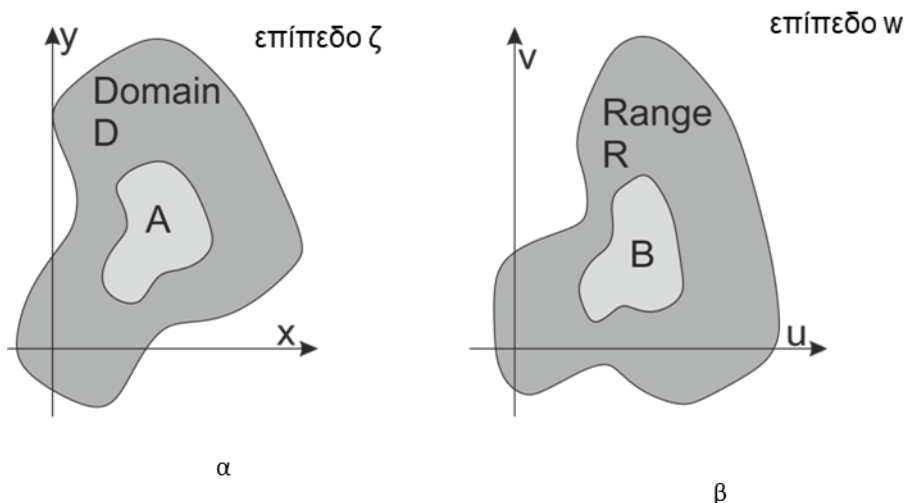
(2-5)

απεικονίζει τον R_ζ στον R_w . Οι συναρτήσεις f_1 & f_2 ορίζουν διαδοχικούς μετασχηματισμούς από το ένα επίπεδο στο άλλο και μπορούν να συνδυαστούν σε ένα μόνο μετασχηματισμό. Τα παραπάνω μπορούν να γενικευτούν.

ΑΡΧΗ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΟΡΩΝ

Θεωρούμε ότι η συνάρτηση $w=f(\zeta)=u+iv$, μετασχηματίζει σημεία του χώρου D του επιπέδου ζ σε σημεία του χώρου R στο επίπεδο w .

Έστω ότι ο τόπος A αποτελεί υποσύνολο του τόπου D και για τον οποίο ισχύει $w=f(\zeta)$, τότε σύμφωνα με την αρχή αντιστοιχίας των συνόρων και ο τόπος $B=(w=f(\zeta): \zeta \in A)$ είναι η εικόνα του τόπου A με συνάρτηση μετασχηματισμού του χώρου A στον χώρο B , την $f(\zeta)$, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-5).



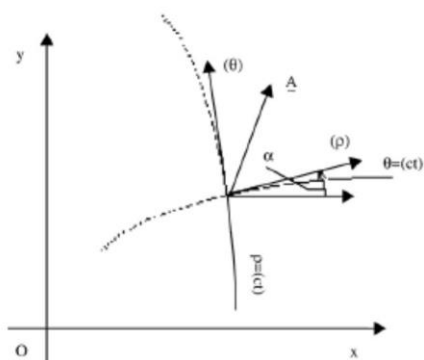
Σχ.2-5: $w=f(z)$ απεικονίζει το πεδίο A του επιπέδου Z (α) στο πεδίο B του επιπέδου w (β) και αντίστοιχα τον τόπο D (α) στον τόπο R (β)

ΓΩΝΙΑ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ

Κατά μήκος του συνόρου οπής τυχαίου σχήματος στο επίπεδο $x+iy$, η γωνία α , η οποία σχηματίζεται μεταξύ του άξονα ρ του καμπυλόγραμμου συστήματος συντεταγμένων και του άξονα Ox , όπως φαίνεται στο (Σχ.2-6), μετρούμενη αριστερόστροφα από τον άξονα των x , δίδεται από την κάτωθι (σχέση 2-6), όπως προτάθηκε από τον (Muskelishvili, 1963).

$$e^{i\alpha} = \frac{\zeta \omega'(\zeta)}{\rho |\omega'(\zeta)|} = e^{i\theta} \frac{\omega'(\zeta)}{|\omega'(\zeta)|} \rightarrow \alpha = \arg\left(e^{i\theta} \frac{\omega'(\zeta)}{|\omega'(\zeta)|}\right) \quad (2-6)$$

Όπου $\rho=1$ και $\zeta = re^{i\theta}$ στο αντίστοιχο άνοιγμα γ στο επίπεδο (ξ,η) .



Σχ.2-6: Γωνία α μεταξύ του άξονα Ox και ρ μετρούμενη αριστερόστροφα

2.1.2. Επίλυση Προβλημάτων συνοριακών τιμών με εφαρμογή των Σύμμορφων Απεικονίσεων

Μαθηματικό εργαλείο για τους υπολογισμούς είναι η σύμμορφη απεικόνιση ως τεχνική της θεωρίας των μιγαδικών συναρτήσεων. Με την αναλυτική συνάρτηση σύμμορφης απεικόνισης $f(\zeta)$ απεικονίζουμε το πεδίο D στον μοναδιαίο κύκλο $|\zeta|=1$. Έτσι, λύνουμε το πρόβλημα για τον μοναδιαίο κύκλο, λόγω της απλής και γνωστής του γεωμετρίας. Αυτή ακριβώς είναι και η χρησιμότητα της σύμμορφης απεικόνισης εφόσον δίνει τη δυνατότητα να εφαρμοστούν οι βασικές εξισώσεις της μιγαδικής ανάλυσης σε ένα μετασχηματισμένο – απλοποιημένο πρόβλημα γνωστής γεωμετρίας. Χρησιμοποιούμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό και βρίσκουμε τη λύση του προβλήματος.

Πλήρης Χώρος

Έτσι οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος στο επίπεδο w μετασχηματίζονται σε αντίστοιχες στο επίπεδο ζ , (Muskelishvili, 1963, Gercek, 1993 & 1997). Κατά τη σύμμορφη απεικόνιση, το σύνορο του ανοίγματος και το περίγραμμα του μοναδιαίου κύκλου σχετίζονται με μοναδικό τρόπο, όπου το σύνορο μετασχηματίζεται σε μια λεία καμπύλη η εφαπτομένη της οποίας μεταβάλλεται συνεχώς. Εάν το σύνορο του ανοίγματος είναι ένα πολύγωνο τότε η αλλαγή της εφαπτομένης είναι ασυνεχής στις γωνίες. Στην περίπτωση αυτή οι εξισώσεις του μετασχηματισμού έχουν τη μορφή σειράς άπειρων όρων. Αν αντί για άπειρους όρους ληφθεί ένας πεπερασμένος αριθμός όρων, τότε το σχήμα της οπής δεν είναι ένα ακριβές πολύγωνο αλλά ένα σχήμα με καμπυλόγραμμες πλευρές και στρογγυλεμένες γωνίες. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των όρων που λαμβάνονται υπόψη τόσο μικρότερη είναι η ακτίνα καμπυλότητας των γωνιών και τόσο μικρότερη είναι η απόκλιση των πλευρών από ευθείες. Ο (Gercek, 1993), χρησιμοποιεί για την απεικόνιση της περιοχής γύρω από το άνοιγμα την παρακάτω μιγαδική συνάρτηση:

$$w(\zeta) = R \left[\frac{1}{\zeta} + \sum_{k=0}^n c_k \zeta^k \right] = R \left[\frac{1}{\zeta} + c_0 + c_1 \zeta + c_2 \zeta^2 + \dots + c_n \zeta^n \right]$$

(2-7)

Όπου R είναι μια σταθερά η οποία καθορίζει την κλίμακα και τον προσανατολισμό του ανοίγματος. Στην πράξη η θεώρηση 3 όρων αποτελεί μία ικανοποιητική προσέγγιση στο πρόβλημα. Οι σταθερές c_1, c_3, c_5, c_7 δίδονται από τη (σχέση 2-8), (Νομικός, 2004):

$$c_1 = \cos(2\lambda\pi)$$

$$c_3 = \frac{(c_1^2-1)}{6}$$

$$c_5 = \frac{(c_1^2-1)c_1}{10}$$

$$c_7 = \frac{(c_1^2-1)(5c_1^2-1)}{56}$$

(2-8)

Όπου το λ είναι μια παράμετρος, η οποία εξαρτάται από την αναλογία των διαστάσεων του ορθογωνίου. Για τιμές του $\lambda < 0.25$ η μεγαλύτερη διάσταση της οπής ταυτίζεται με την διεύθυνση του άξονα x, για $\lambda > 0.25$ με τη διεύθυνση του άξονα y, ενώ προκειμένου για τετράγωνο $\lambda = 0.25$.

Η συνάρτηση της απεικόνισης που δίδεται από την (σχέση 2-7) μετασχηματίζει συνεχώς σημεία από το επίπεδο ζ ($\zeta = \rho e^{i\theta}$) σε αντίστοιχα σημεία στο επίπεδο $z(x,y)$. Διατηρώντας το ρ σταθερό και μεταβάλλοντας το θ παράγεται ένας κύκλος με ακτίνα ρ στο επίπεδο ζ ο οποίος μετασχηματίζεται σε κλειστή καμπύλη στο επίπεδο z . Ανάλογα διατηρώντας σταθερό το θ και δίνοντας διάφορες τιμές στο ρ , παράγεται μια ακτινική γραμμή στο επίπεδο ζ , η οποία μετασχηματίζεται στο επίπεδο z σε μία καμπύλη ορθογωνική στις κλειστές καμπύλες που ορίζονται για $\rho = \text{σταθερό}$. Με άλλα λόγια η συνάρτηση $z = \omega(\zeta)$ μετασχηματίζει ομόκεντρους κύκλους και ακτινικές ευθείες από το επίπεδο ζ σε ένα ορθογωνικό καμπυλόγραμμο δίκτυο στο επίπεδο z .

Οι συντεταγμένες των σημείων στην περιοχή γύρω από το άνοιγμα στο επίπεδο z δίνονται από τις παραμετρικές εξισώσεις :

$$x = R\left[\left(\frac{1}{\rho} + c_1\rho\right) \cos\theta + c_3\rho^3 \cos 3\theta + c_5\rho^5 \cos 5\theta + c_7\rho^7 \cos 7\theta\right]$$

(2-9α)

$$y = R\left[\left(-\frac{1}{\rho} + c_1\rho\right) \sin\theta + c_3\rho^3 \sin 3\theta + c_5\rho^5 \sin 5\theta + c_7\rho^7 \sin 7\theta\right]$$

(2-9β)

Εφ'όσον ο μετασχηματισμός της εξίσωσης (2-7) πραγματοποιείται στο εσωτερικό του μοναδιαίου κύκλου, η περιστροφή ενός σημείου μέσα στο μοναδιαίο κύκλο ($\rho \leq 1$) αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού αντιστοιχεί σε αντίστροφης φοράς περιστροφή του σημείου γύρω από την οπή στο επίπεδο z.

Ο λόγος του πλάτους προς το ύψος του συγκεκριμένου ορθογωνίου, λαμβάνεται θέτοντας $\rho=1$ και μεταβάλλοντας την τιμή της γωνίας από 0 έως 2π στις παραπάνω παραμετρικές εξισώσεις (2-9). Ο λόγος αυτός είναι :

$$\frac{W}{H} = \frac{1 + c_1 + c_3 + c_5 + c_7}{1 - c_1 + c_3 - c_5 + c_7} \quad (2-10)$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (2-8) και (2-10), η τιμή του λ μπορεί να προσδιοριστεί για συγκεκριμένη τιμή του W/H .

Σε περίπτωση οπής με τετραγωνικό άνοιγμα , η συνάρτηση απεικόνισης παίρνει την μορφή (2-11):

$$w(\zeta) = R \left(\frac{1}{\zeta} - \frac{1}{6}\zeta^3 + \frac{1}{56}\zeta^7 \right) \quad (2-11)$$

Οι συντεταγμένες των σημείων στην περιοχή γύρω από το άνοιγμα στο επίπεδο z δίνονται από τις παραμετρικές εξισώσεις :

$$x = R \left(\cos\theta - \frac{1}{6}\cos 3\theta + \frac{1}{56}\cos 7\theta \right), \psi = R \left(-\sin\theta - \frac{1}{6}\sin 3\theta + \frac{1}{56}\sin 7\theta \right)$$

$$c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, R = \frac{0.5a_{sq}}{1+c_3+c_7} \quad (2-12)$$

Η απεικόνιση ανοίγματος με πεταλοειδές σχήμα, εμπνεύστηκε από το σχήμα cardeloid, των (Bjorkman & Richards, 1979). Με βάση το σχήμα αυτό, ο (Gerçek, 1997), πρότεινε τη συνάρτηση απεικόνισης βάσει της (σχέσης 2-13) για ανοίγματα με τοξοειδή οροφή. Η διατομή αυτή, προσομοιώνεται με την οπή της θεωρίας και ο άπειρος χώρος γύρω από την διατομή πεταλοειδούς σχήματος, θα απεικονιστεί σύμφωνα στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου.

$$w = f(\zeta) = R\left(\zeta + \sum_{k=1}^3 \alpha_k \frac{1}{\zeta^k}\right) \quad (2-13)$$

όπου R είναι ένας πραγματικός αριθμός που αφορά στην κλίμακα του σχήματος και οι μιγαδικές συνιστώσες της παραπάνω εξίσωσης είναι $\alpha_k = a_k + ib_k$ για $k=1,2,3$.

Οι τιμές του πραγματικού και του φανταστικού μέρους των παραπάνω συντελεστών καθορίζουν το σχήμα της οπής. Οι συντελεστές a_1, b_3, a_2, b_2 δεσμεύονται με τον εξής τρόπο: $a_1=b_3=0$ και $a_2=b_2=0$.

Από τη συνάρτηση απεικόνισης προκύπτουν οι εξής παραμετρικές εξισώσεις, από τις οποίες υπολογίζονται και οι ζητούμενοι συντελεστές:

$$x = R \left[\left(\rho b_1 + \frac{1}{\rho} \right) (\cos\theta - \sin\theta) + 2a_2\rho^2 \cos 2\theta + a_3\rho^3 (\sin 3\theta + \cos 3\theta) \right] \quad (2-14\alpha)$$

$$y = R \left[\left(\rho b_1 - \frac{1}{\rho} \right) (\cos\theta + \sin\theta) + 2a_2\rho^2 \sin 2\theta + a_3\rho^3 (\sin 3\theta - \cos 3\theta) \right] \quad (2-14\beta)$$

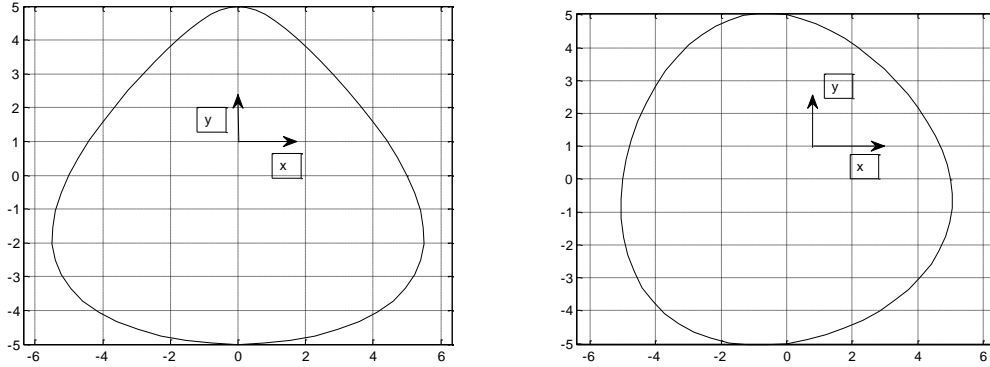
Πολλοί Ερευνητές επίσης, πρότειναν διάφορες συναρτήσεις απεικόνισης. Ο (Rowland, 2001), πρότεινε την κάτωθι συνάρτηση απεικόνισης για το «δελτοειδές, deloid», σύμφωνα με τη (σχέση 2-15), όπως φαίνεται στο (Σχ.2-7) :

$$w(\sigma) = R \left(\sigma + \frac{\alpha_1}{\sigma} + \frac{\alpha_2}{\sigma^2} + \dots + b_1\sigma + b_2\sigma^2 + \dots \right)$$

$$a_1 = a_3 = a_4 = 0, b_1 = b_3 = b_4 = \dots = 0, a_2 = -\frac{Gi}{16} b_2 = \frac{Gi}{16} \quad (2-15)$$

Όπου R είναι μια σταθερά η οποία καθορίζει την κλίμακα του ανοίγματος, G “ ο τελεστής αντοχής πεδίου ” Μετά από αντικατάσταση προκύπτει η κάτωθι εξίσωση:

$$w(\sigma) = Rx = R \left(\cos\theta - \frac{G}{8} \sin 2\theta \right), y = R(\sin\theta)G = \frac{2AR}{2\Gamma - P}$$



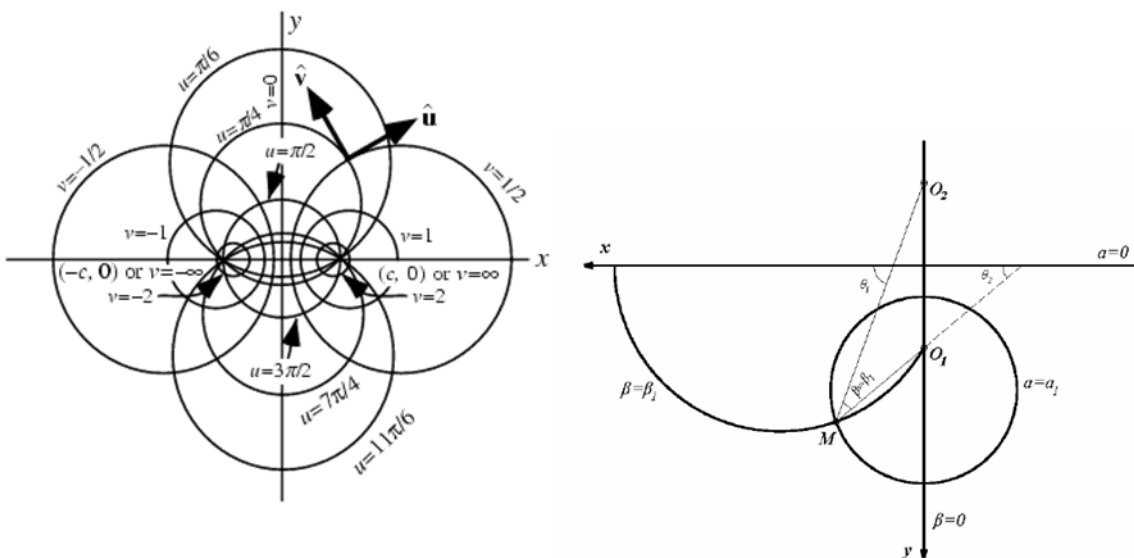
Σχ.2-7: Σύμμορφες απεικονίσεις για το «δελτοειδές»

Ημίωρος με κυκλική σπή

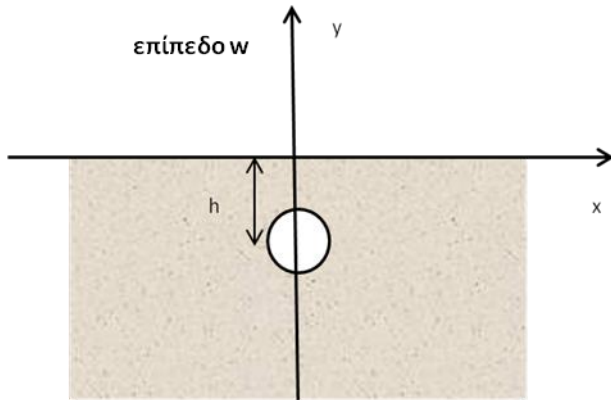
Με την θεώρηση ενός κατάλληλου συστήματος καμπυλόγραμμων συντεταγμένων(a,b), όπως φαίνεται στο (Σχ.2-8), οι (Massinas & Sakellariou, 2009), πρότειναν μια συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση την οποία μετασχηματίζεται ο χώρος μεταξύ της επιφάνειας του εδάφους και της κυκλικής σπής. Η γεωμετρία του προβλήματος απεικονίζεται στο (Σχ.2-9).

$$x + iy = ik \coth \frac{a + ib}{2}$$

όπου k, η απόσταση της αρχής των αξόνων από ένα πόλο.



Σχ.2-8: Καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων, (πηγή : Massinas & Sakellariou)



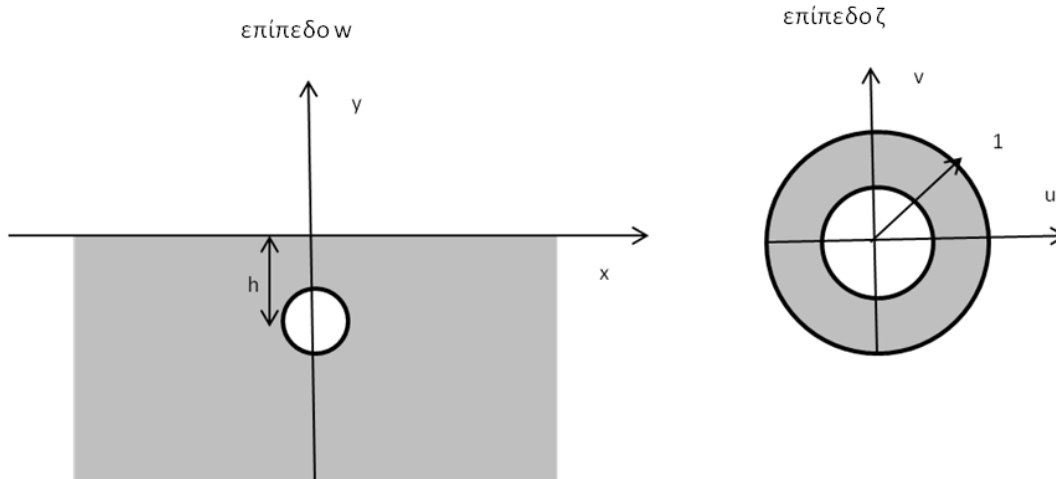
Σχ.2-9: Γεωμετρία του προβλήματος

Ο (Verruijt, 2003), αφού μελέτησε το πρόβλημα του ελαστικού ημίχωρου με κυκλική οπή πρότεινε την κάτωθι συνάρτηση μετασχηματισμού:

$$w(\zeta) = -i\alpha \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta}$$

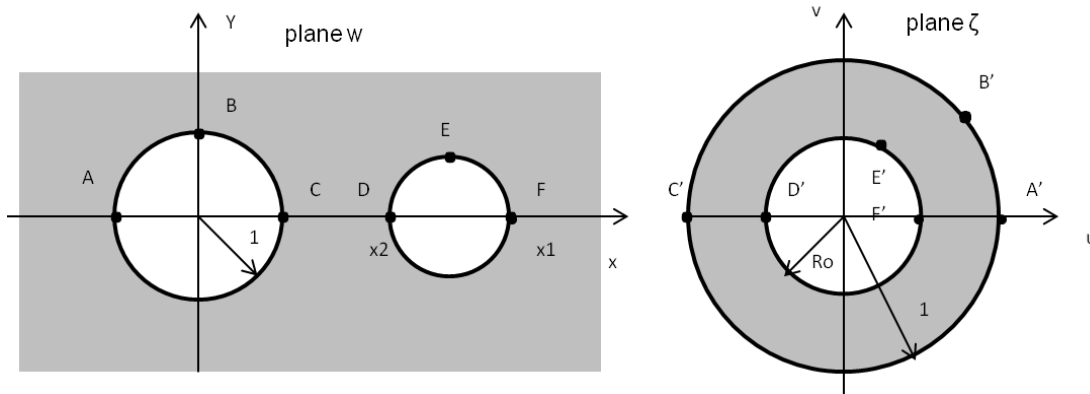
(2-16)

Με τον παραπάνω μετασχηματισμό, μετασχηματίζεται ο χώρος μεταξύ της κυκλικής οπής και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , στην περιοχή μεταξύ δύο ομόκεντρων κύκλων, στο επίπεδο ζ , όπως φαίνεται στο (Σχ.2-10). Οι τάσεις στην ελεύθερη επιφάνεια είναι μηδέν.



Σχ.2-10: Σύμμορφος μετασχηματισμός

Στο (Σχ. 2-11), παρουσιάζεται ο σύμμορφος μετασχηματισμός που προτείνεται από τους (Churchill et al., 1976) σύμφωνα με τον οποίο η περιοχή μεταξύ δύο έκκεντρων κύκλων στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται στην περιοχή μεταξύ δύο ομόκεντρων κύκλων στο επίπεδο ζ .



Σχ.2-11: Σύμμορφος μετασχηματισμός

$$w = \frac{\zeta - a}{a\zeta - 1}, \quad a = \frac{1 + x_1x_2 + \sqrt{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}}{x_1 + x_2}, \quad R_0 = \frac{x_1x_2 - 1 - \sqrt{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}}{x_1 - x_2} \quad (2-17)$$

$$x_2 < a < x_1 \text{ και } 0 < R_0 < 1 \text{ όπου } 1 < x_2 < x_1$$

2.2.Στοιχεία από την θεωρία Ελαστικών Κυμάτων

2.2.1. Σεισμικά Κύματα

Τα σεισμικά κύματα, παράγονται στην εστία του σεισμού διαδίδονται μέσα στη γη και καταγράφονται από το δίκτυο των σεισμολογικών σταθμών. Στη σεισμολογία μελετάμε σεισμικά κύματα για ένα ευρύ συχνοτικό περιεχόμενο. Για τη μελέτη των σεισμών χρησιμοποιούμε κύματα με περιόδους που κυμαίνονται από 0.01s έως 3000s (καμιά φορά και μεγαλύτερες).

Με τις ακόλουθες παραδοχές μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα Σεισμικά Κύματα είναι ελαστικά όταν :

- ✓ Τα πετρώματα, δηλαδή τα υλικά διάδοσης, είναι απόλυτα ελαστικά και ισότροπα μέσα.
- ✓ Οι ασκούμενες τάσεις είναι μικρές και έχουν σύντομη διάρκεια
- ✓ Οι προκύπτουσες παραμορφώσεις των πετρωμάτων είναι επίσης μικρές

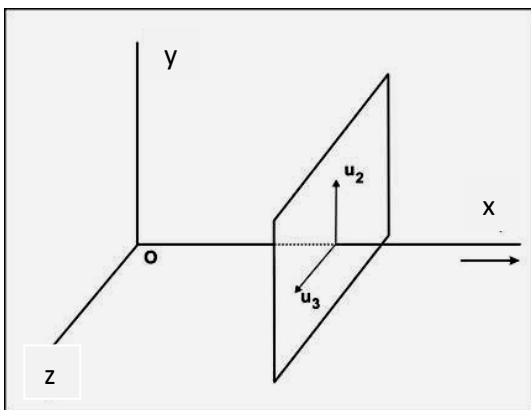
Η Θεωρία της Ελαστικότητας είναι επαρκής για την μελέτη των Σεισμικών Κυμάτων αφού οι περίοδοι των Σεισμικών Κυμάτων είναι σχετικά μικρές και η διάρκεια των παραμορφώσεων των πετρωμάτων κατά τη διέλευση των Σεισμικών Κυμάτων μέσα από αυτά επίσης σχετικά μικρή .

Η γενική μορφή εξίσωσης της κίνησης ενός κύματος που διαδίδεται σε τυχαία διεύθυνση δίδεται από τη σχέση :

$$c^2 \nabla^2 u = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2-18)$$

όπου $c = \frac{\omega}{k}$, ω κυκλική συχνότητα, k κυματικός αριθμός

Το πρόβλημα της διάδοσης των κυμάτων που περιγράφονται από την εξίσωση (2-18) αποτελεί μονοδιάστατο πρόβλημα παρά το γεγονός ότι η εξίσωση αυτή περιέχει και τις τρεις χωρικές συντεταγμένες σαν μεταβλητές. Δηλαδή η διάδοση γίνεται μόνο προς μια κατεύθυνση και η κίνηση του μέσου είναι περιορισμένη , επάνω σε επίπεδα κάθετα προς την διεύθυνση διάδοσης, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-12).



Σχ.2-12: Επίπεδα κύματα

Η γενική λύση της (2-18) είναι της μορφής :

$u = f(x - ct) + F(x + ct)$, όπου f και F είναι συναρτήσεις που ικανοποιούν τις αρχικές συνοριακές συνθήκες και παριστάνουν κύματα που διαδίδονται κατά τον άξονα των x .

Η $f(x - ct)$ παριστάνει κύμα που διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x ενώ η

$F(x + ct)$ παριστάνει κύμα που διαδίδεται κατά τη αρνητική φορά του άξονα x

Ειδική περίπτωση της εξίσωσης(2-18) του κύματος αποτελεί η:

$$u = A \cos[k(x - ct)] + \varphi$$

Αυτή παριστάνει απλό αρμονικό επίπεδο κύμα. Οι σταθερές A και φ είναι το πλάτος και η φάση του κύματος, αντίστοιχα, ενώ η σταθερά k είναι ο κυματικός αριθμός .

ΕΛΑΣΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ ΧΩΡΟΥ

$$\text{Η εξίσωση } \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u_1$$

περιγράφει πλήρως τη διάδοση διατάραξης κατά ορισμένη διεύθυνση x μέσα σε απεριόριστο ελαστικό και ισότροπο μέσο.

Το δεύτερο μέλος της σχέσης αυτής αποτελείται από δύο όρους. Αυτό δείχνει ότι η εξίσωση αυτή περιγράφει τη διάδοση σύνθετης διατάραξης, που αποτελείται από δύο είδη διαδιδόμενων διαταράξεων ή από δύο είδη κυμάτων που λέγονται ελαστικά κύματα χώρου. Τα ελαστικά κύματα του πρώτου είδους αφορούν τη διάδοση της μεταβολής του όγκου ή της πυκνότητας του μέσου διάδοσης και λέγονται επιμήκη ελαστικά κύματα χώρου.

Τα ελαστικά κύματα του δεύτερου είδους αφορούν τη διάδοση της εγκάρσιας παραμόρφωσης και λέγονται εγκάρσια ελαστικά κύματα.

ΕΠΙΜΗΚΗ ΚΥΜΑΤΑ

$$\text{Η διαφορική εξίσωση των επιμήκων κυμάτων δίδεται από τη σχέση: } \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \nabla^2 \theta$$

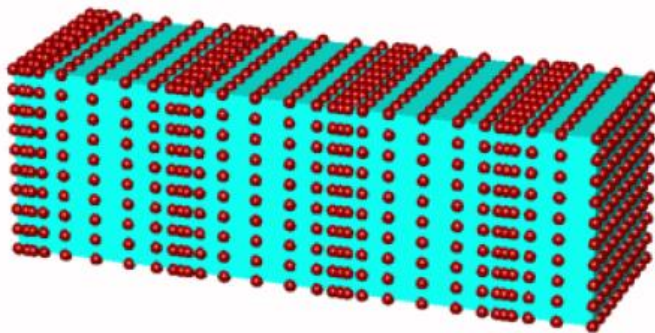
Ενώ αντίστοιχα η ταχύτητα διάδοσης των επιμήκων κυμάτων δίνεται από τη σχέση:

$$a = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

Στη Σεισμολογία, τα κύματα αυτά παριστάνονται με το σύμβολο P(Primus) επειδή τα επιμήκη κύματα που παράγονται στην εστία μιας δόνησης, φθάνουν σε ορισμένο σεισμολογικό σταθμό και αναγράφονται πρώτα από τους σειсмоγράφους, γιατί η ταχύτητα διάδοσής τους είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων που παράγονται συγχρόνως με τα επιμήκη κύματα στην ίδια εστία.

Κατά τη διάδοση των επιμήκων κυμάτων μέσα σε ελαστικό μέσο, τα υλικά σημεία του μέσου ταλαντώνονται κατά διεύθυνση παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος δηλαδή προς τη διεύθυνση της σεισμικής ακτίνας και μάλιστα κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να

δημιουργούνται διαδοχικά πυκνώματα και αραιώματα. Η διάδοση μέσα στη Γη των πυκνωμάτων και αραιωμάτων, δηλαδή της μεταβολής της πυκνότητας κατά τη διεύθυνση διάδοσης της σεισμικής ενέργειας αποτελεί τα επιμήκη σεισμικά κύματα. Η φορά ταλάντωσης των υλικών σημείων κατά τη διάδοση των επιμήκων σεισμικών κυμάτων λέγεται συμπίεση (C) όταν αυτή συμπίπτει με τη φορά διάδοσης του κύματος, ενώ αυτή λέγεται αρραίωση (D) όταν είναι αντίθετη της φοράς διάδοσης του κύματος, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-13).



Σχ.2-13: Επιμήκη κύματα

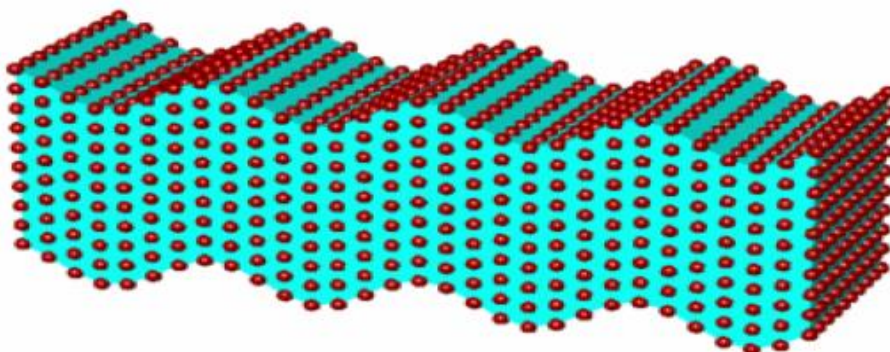
ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Η διαφορική εξίσωση των εγκάρσιων κυμάτων όπως φαίνεται στο (Σχ.2-14), δίδεται από τη σχέση:

$$\frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 w_i, \text{ όπου } : w_i = \nabla \times u_i$$

Ενώ αντίστοιχα η ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων δίνεται από τη σχέση:

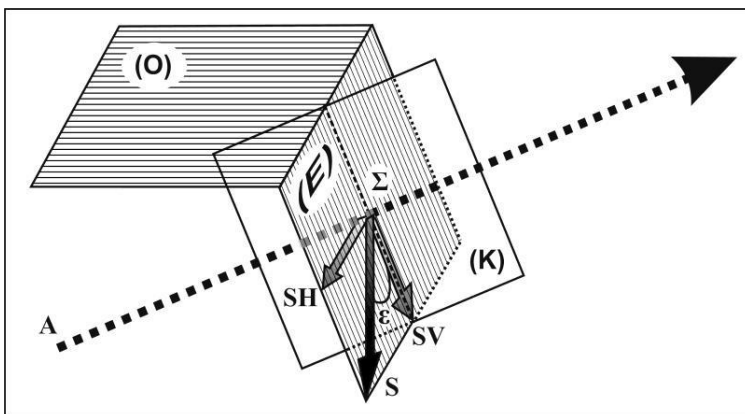
$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$



Σχ.2-14: Εγκάρσια κύματα

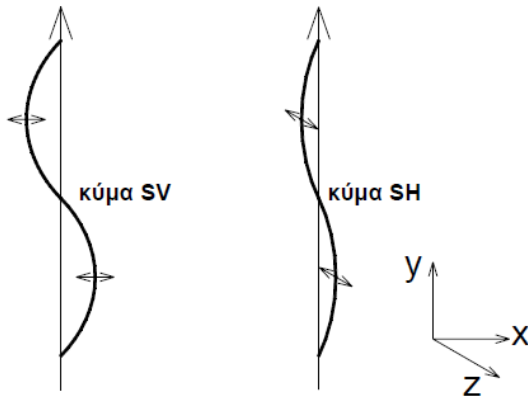
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

- 1) Στα ρευστά δεν διαδίδονται τα εγκάρσια κύματα διότι το μέτρο ακαμψίας τους είναι 0.
- 2) Τα υλικά σημεία ταλαντώνονται κάθετα προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος και συνεπώς το μέσο μετάδοσης κατά τη διάδοση των S-Κυμάτων, υφίσταται μόνο διατμητική παραμόρφωση.
- 3) Το διάνυσμα μετάθεσης των S-Κυμάτων αναλύεται σε δύο συνιστώσες που ορίζονται:
 - α) από την τομή του επιπέδου (E) (κάθετο στην κατεύθυνση διάδοσης) με το οριζόντιο επίπεδο, (O), (οριζόντια συνιστώσα, SH)
 - β) από την τομή του επιπέδου (E) (κάθετο στην κατεύθυνση διάδοσης) με το κατακόρυφο επίπεδο, (K), που περιέχει το διάνυσμα διάδοσης (κατακόρυφη συνιστώσα, SV), όπως φαίνεται στο (Σχ.2-15).



Σχ.2-15: Ανάλυση του διανύσματος S σε συνιστώσες SH και SV

Στο (Σχ.2-16), απεικονίζονται Διατμητικά κύματα που διαδίδονται κατά τον άξονα των y . Στην περίπτωση κύματος SV η ταλάντωση των υλικών σημείων πραγματοποιείται στο επίπεδο xy προκαλώντας μετατοπίσεις u_x κατά τον άξονα των x , ενώ στην περίπτωση κύματος SH η ταλάντωση των υλικών σημείων πραγματοποιείται στο επίπεδο xz προκαλώντας μετατοπίσεις u_z κατά τον άξονα των z .



Σχ.2-16: Διατμητικά κύματα SV & SH κατακόρυφως διαδιδόμενα(πηγή :Σπυράκος)

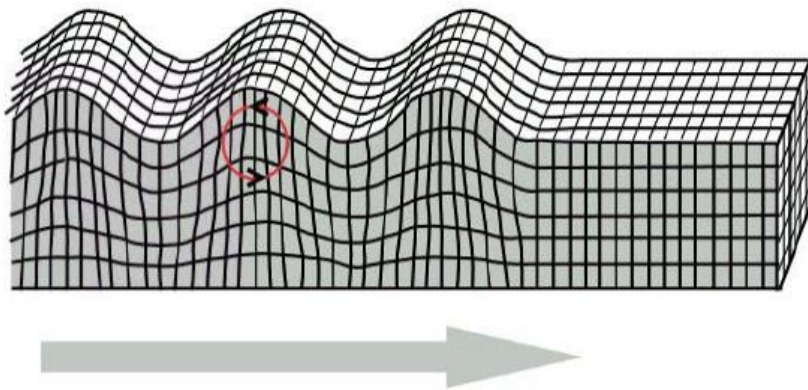
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Τα κύματα αυτά ονομάζονται επιφανειακά και δημιουργούνται διότι η Γη έχει περιορισμένες διαστάσεις και η επιφάνεια της αποτελεί μια ασυνέχεια που τη χωρίζει από την ατμόσφαιρα, που θεωρείται ελαστικό στρώμα με διαφορετικές ελαστικές ιδιότητες από τη Γη και επιπλέον τα επιφανειακά στρώματα της Γης δεν είναι απολύτως ισότροπα.

Χαρακτηριστικό των Επιφανειακών Κυμάτων είναι οι μεγάλες περιόδοι και τα μεγάλα πλάτη. Τα πλάτη των επιφανειακών κυμάτων μειώνονται με το βάθος και είναι αντιστρόφως ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα της απόστασης. Λόγω της μικρής τους συχνότητας, του αυξημένου πλάτους και της μεγάλης τους διάρκειας είναι ιδιαίτερος καταστροφικά. Τα κύματα αυτά έχουν την μικρότερη ταχύτητα διάδοσης από όλα τα είδη σεισμικών κυμάτων και διακρίνονται σε δύο τύπους, στα κύματα Rayleigh και τα κύματα Love.

ΚΥΜΑΤΑ RAYLEIGH

Κατά την διάδοση των κυμάτων αυτών τα υλικά σημεία του μέσου μετάδοσης διαγράφουν ελλειπτικές τροχιές των οποίων οι μεγάλοι άξονες είναι κάθετοι προς την διεύθυνση μετάδοσης του κύματος, οι δε μικροί παράλληλοι προς αυτήν. Το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το βάθος, λόγω δε μικρότερης ταχύτητας καταγράφονται από τα οριζόντια και κατακόρυφα σεισμόμετρα πάντα τελευταία. Προέρχονται από τη συμβολή P & SV κυμάτων, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-17)

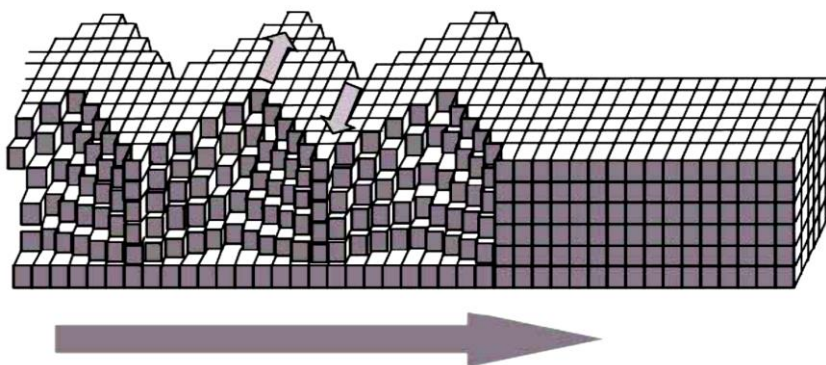


Σχ.2-17: Κύματα Rayleigh

ΚΥΜΑΤΑ LOVE

Κύματα Love: για την δημιουργία τους είναι απαραίτητη η ύπαρξη στρώματος ορισμένου πάχους πάνω σε ημιχώρο. Κατά την διάδοσή τους τα υλικά σημεία του μέσου κινούνται με οριζόντιες ταλαντώσεις κάθετες στη διεύθυνση διάδοσης, πρόκειται δηλαδή για κύματα οριζοντίως πολωμένα. Επειδή ακριβώς δεν διαθέτουν κατακόρυφη συνιστώσα, αναγράφονται μόνο από τους οριζόντιους σειсмоγράφους. Προέρχονται από τη συμβολή κυμάτων SH, που ανακλώνται διαδοχικά στις οριακές επιφάνειες του στρώματος, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-18).

Επιφανειακά κύματα είναι επίσης και τα κύματα Stonley, τα οποία ακολουθούν επιφάνειες ασυνέχειας μέσα στη γη και δύσκολα διακρίνονται στα σειсмоγράμματα. Υπάρχουν επίσης και άλλα είδη κυμάτων, που προκύπτουν από συνδυασμούς των προαναφερθέντων. Τέτοια είναι τα διαυλικά, τα κύματα ουράς και τα στάσιμα κύματα.

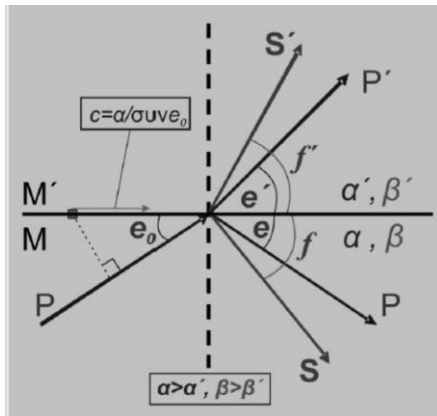


Σχ.2-18: Κύματα Love

2.2.2.Ιδιότητες των Σεισμικών Κυμάτων

ΑΝΑΚΛΑΣΗ

Γενικευμένος Νόμος του Snell : Το ημίγιο του ημιτόνου της γωνίας που σχηματίζει η σεισμική ακτίνα με την κάθετο στην διαχωριστική επιφάνεια, προς την αντίστοιχη ταχύτητα διάδοσης του μέσου από το οποίο προέρχεται η σεισμική ακτίνα, είναι σταθερό, (Τσελέντης, 1997), όπως φαίνεται και στο (Σχ.2-19).



Σχ.2-19:Γενικευμένος Νόμος του Snell

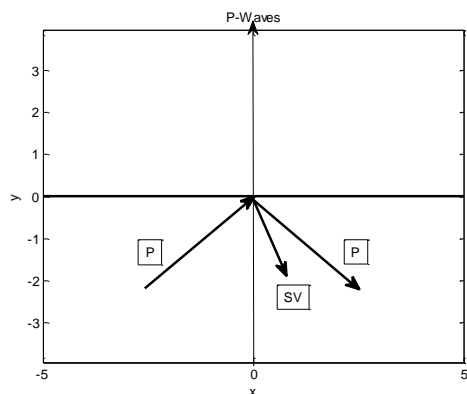
$$\frac{a}{\cos(e_0)} = \frac{a}{\cos(e)} = \frac{\beta}{\cos(f)} = \frac{\alpha'}{\cos(e')} = \frac{\beta'}{\cos(f')} = C$$

Όταν ένα κύμα χώρου (P, SV, SH) προσπίπτει με ταχύτητα α ή β , αντίστοιχα και υπό γωνία θ στην ελεύθερη επιφάνεια του ημίχωρου διακρίνονται οι κάτωθι περιπτώσεις:

1. Σεισμικό κύμα τύπου P προσπίπτει στην ελεύθερη επιφάνεια με ταχύτητα α και υπό γωνία θ . Εφόσον η γωνία πρόσπτωσης θ είναι μικρότερη της κρίσιμης η οποία ορίζεται από τη σχέση:

$\theta_{cr} = \sin^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$, δημιουργούνται δύο ανακλώμενα κύματα, ένα κύμα P υπό γωνία θ_α και ένα κύμα SV υπό γωνία θ_β , όπως φαίνεται στο (Σχ.2-20).

Σε περίπτωση όπου η γωνία πρόσπτωσης θ είναι μεγαλύτερη της κρίσιμης τότε δημιουργούνται επιφανειακά κύματα



Σχ.2-20: Ανάκλαση P κυμάτων από την ελεύθερη επιφάνεια $P \rightarrow P, SV$

2. Σεισμικό κύμα τύπου SV προσπίπτει στην ελεύθερη επιφάνεια με ταχύτητα β και υπό γωνία θ . Εφ' όσον η γωνία πρόσπτωσης θ είναι μικρότερη της κρίσιμης η οποία ορίζεται από τη σχέση:

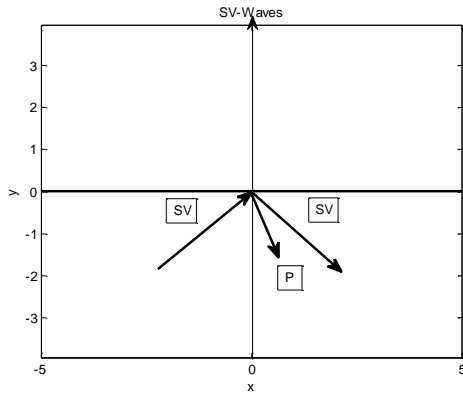
$$\theta_{cr} = \sin^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right),$$

δημιουργούνται δύο ανακλώμενα κύματα, ένα κύμα SV υπό γωνία θ_β και ένα κύμα P υπό γωνία θ_α , όπως φαίνεται στο (Σχ.2-21). Έστω B_0 το πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV και B_1, A_1 τα πλάτη των ανακλώμενων κυμάτων SV και P αντίστοιχα, τα οποία και υπολογίζονται από το νόμο του Snell, με βάση τις σχέσεις :

$$\theta_\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta} \sin(\theta_\beta)\right)$$

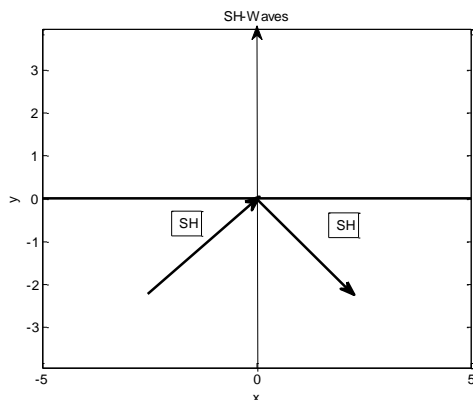
$$A_1 = B_0 \left[\frac{\frac{\alpha^2}{\beta} \sin 4\theta_\beta}{\sin 2\theta_\beta \sin 2\theta_\alpha + \frac{\alpha^2}{\beta} \cos^3 2\theta_\beta} \right]$$

$$B_1 = B_0 \left[\frac{\sin 2\theta_\beta \sin 2\theta_\alpha - \frac{\alpha^2}{\beta} \cos 2\theta_\beta}{\sin 2\theta_\beta \sin 2\theta_\alpha + \frac{\alpha^2}{\beta} \cos^3 2\theta_\beta} \right]$$



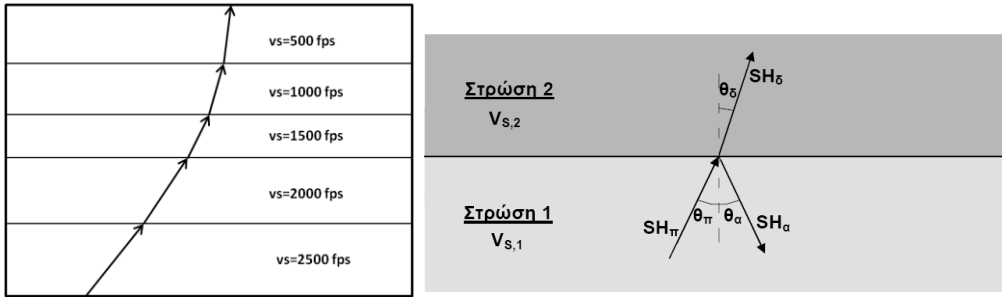
Σχ.2-21: Ανάκλαση SV κυμάτων από την ελεύθερη επιφάνεια $SV \rightarrow SV, P$

3. Σεισμικό κύμα τύπου SH προσπίπτει στην ελεύθερη επιφάνεια με ταχύτητα β και υπό γωνία θ . Εφ' όσον η γωνία πρόσπτωσης θ είναι μικρότερη της κρίσιμης η οποία ορίζεται από τη σχέση: $\theta_{cr} = \sin^{-1}(\frac{\beta}{\alpha})$, δημιουργείται ένα ανακλώμενο κύμα, SH υπό γωνία θ , όπως φαίνεται στο (Σχ.2-22).



Σχ.2-22: Ανάκλαση SH κυμάτων από την ελεύθερη επιφάνεια $SH \rightarrow SH$

Ένα κύμα καθώς διαδίδεται δια μέσου διαδοχικών εδαφικών στρωμάτων, υφίσταται μείωση της ταχύτητας διάδοσης, διότι οι εδαφικοί σχηματισμοί γίνονται μαλακότεροι προς την επιφάνεια του εδάφους. Σύμφωνα με τον γενικευμένο νόμο του Snell οι γωνίες πρόσπτωσης στις διεπιφάνειες των σχηματισμών αυξάνονται φθάνοντας μέχρι περίπου 90° , όπως αναφέρεται στον (Kramer, 1996). Συνεπώς η διάδοση κυμάτων προς την επιφάνεια μπορεί να θεωρηθεί με ακρίβεια πρακτικά κατακόρυφη, λόγω της μεγάλης διαφοράς των ταχυτήτων ανάμεσα στο σεισμικό υπόβαθρο και το μαλακό έδαφος, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-23).

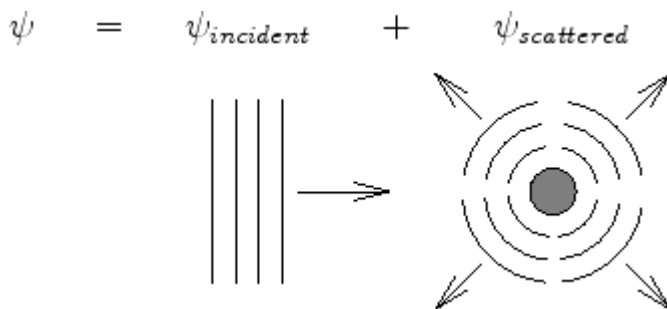


Σχ.2-23: Κύμα τύπου SH ανερχόμενο σε μαλακότερα εδάφη προς την επιφάνεια του εδάφους, διαδίδεται σχεδόν κατακόρυφα

ΣΚΕΔΑΣΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

Όταν ένα διαδιδόμενο σεισμικό κύμα συναντήσει ένα εμπόδιο, θα παράγει εκτός από τα κύματα, που περιγράφονται από τον νόμο του Snell και ένα κύμα το οποίο θα σκεδαστεί από το εμπόδιο προς όλες τις κατευθύνσεις, καθιστάμενο στην πραγματικότητα πηγή νέου κύματος.

Μία από τις απλούστερες περιπτώσεις προβλήματος ελαστικής σκέδασης κυμάτων που προσπίπτουν σε κυκλική οπή, είναι κύματα SH διαδιδόμενα οριζόντια, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-24) .



Σχ.2-24: Κύμα τύπου SH (προσπίπτων και σκεδαζόμενο)

Στον (Πίνακα 2-1), φαίνονται οι ταχύτητες των επιμήκων και των διατμητικών κυμάτων για διάφορα πετρώματα

Πίνακας 2-1: Ταχύτητες επιμήκων και διατμητικών κυμάτων για διάφορα πετρώματα

ΠΕΤΡΩΜΑ	ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΥΜΑΤΩΝ P (m/sec)	ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΥΜΑΤΩΝ S (m/sec)
Γρανίτης	5500-5900	2800-3000
Βασάλτης	6400	3200
Ψαμμίτης	1400-4300	700-2800
Ασβεστόλιθος	5900-6000	2800-3000
Άμμος(ακόρεστη)	200-1000	80-500
Άμμος (κορεσμένη)	800-2200	400-1100
Άργιλος	800-2000	400-1000
Πλειστοκαινικές αποθέσεις (κορεσμένες)	1500-2500	750-1250
Νερό	1400-1500	Δεν διαδίδονται
Αργιλικός σχιστόλιθος	1600-4500	800-1250
Δολομίτης	6500-7000	3250-3500
Μάρμαρο	6000	3000
Γνεύσιος	3000	1500

2.3. Υπολογισμός Εντατικών Μεγεθών

2.3.1. Πλήρης Χώρος-Full Space

Η γενική μορφή της κυματικής εξίσωσης κίνησης, αγνοώντας τις δυνάμεις βαρύτητας περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση :

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla u) - \mu\nabla \times (\nabla \times u) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2-19)$$

Η εξίσωση (2-19) είναι μια από τις πολυπλοκότερες μερικές διαφορικές εξισώσεις στις Φυσικές Επιστήμες. (Τσελέντης, 1997).

Μία λύση για τον υπολογισμό των Εντατικών Μεγεθών στις διατομές των υπογείων έργων υπό σεισμική φόρτιση διατμητικών S Κυμάτων ή Κυμάτων P, υλοποιείται από τους (Achenbach 1973, και Τσελέντη, 1997), οι οποίοι επιλύουν την κυματική εξίσωση (2-19), με το τέχνασμα Helmholtz, δηλαδή με την εισαγωγή των κυματικών δυναμικών Φ & Ψ του Lamé, για τα P και S κύματα αντίστοιχα, τα οποία εκφράζουν ποσότητες σε όρους μετακινήσεων και έχουν την ιδιότητα, αυτά ή οι παράγωγοί τους να επαληθεύουν την Κυματική Εξίσωση. Έτσι, το άνυσμα της μετατόπισης u μπορεί να εκφραστεί σαν το άθροισμα της απόκλισης ενός βαθμωτού δυναμικού Φ και της περιστροφής ενός διανυσματικού δυναμικού Ψ .

$$u = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi \quad \text{όπου } \nabla\Psi = 0.$$

Αν u_p & u_s είναι οι αντίστοιχες μετατοπίσεις των κυμάτων P, S τότε για την συνολική μετακίνηση u_{tot} ισχύει :

$$u_p = \nabla\Phi, \quad u_s = \nabla \times \Psi, \quad u_{tot} = u_p + u_s \quad (2-20)$$

Τα διατμητικά κύματα S δεν προκαλούν μεταβολή του όγκου ενώ τα διαμήκη P δεν προκαλούν περιστροφή. Αναλυτικά η (σχέση 2-20) μπορεί να γραφεί :

$$u_{tot} = \nabla\Phi + \nabla \times \nabla\Psi_{SV} + \nabla \times \nabla \times \Psi_{SH}, \quad \nabla \cdot \Psi_{SH} = 0 \quad (2-21)$$

Η διαφορική εξίσωση (2-21) μπορεί να επιλυθεί με την μέθοδο των χωριζόμενων μεταβλητών οπότε είναι της μορφής :

$$u(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)T(t)$$

Η $T(t)$ έχει γενική λύση της μορφής $T = Ce^{-i\omega t}$, η οποία αναπαριστά διαφορά φάσης, όπου C σταθερά οπότε ο όρος $e^{-i\omega t}$ από εδώ και στο εξής παραλείπεται.

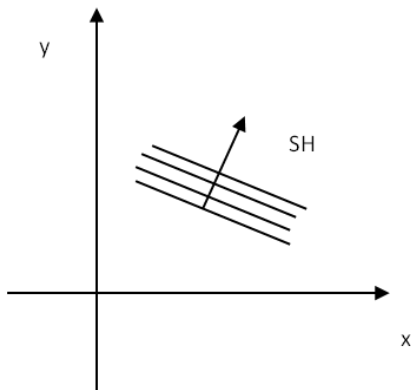
ΠΡΟΣΠΤΩΣΗ ΚΥΜΑΤΩΝ ΤΥΠΟΥ SH

Σε περίπτωση πρόσπτωσης μόνο διατμητικών κυμάτων τύπου SH, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-25), στο επίπεδο x, y , οι μετατοπίσεις κατά τους άξονες x, y είναι :

$u_x = u_y = 0$, ενώ κατά τον άξονα των z είναι :

$u_z = u_z(x, y, t) = w$,

όπου w το κυματικό δυναμικό για τα SH κύματα. Έτσι, τα κύματα P & SV δεν έχουν καμιά επίδραση επάνω στα κύματα τύπου SH, δηλαδή δεν υπάρχει σύζευξη μεταξύ τους, κάτι το οποίο δεν συμβαίνει για το ζεύγος P, SV. Στην περίπτωση των διατμητικών κυμάτων τύπου SH, το κυματικό δυναμικό w , ισούται με την συνολική μετακίνηση που προκαλούν τα SH κύματα, δεδομένου ότι λόγω των ιδιοτήτων τους, επαληθεύεται απ' ευθείας η κυματική εξίσωση.



Σχ.2-25: Διάδοση διατμητικού κύματος SH, πάνω στο επίπεδο xy

Βάσει των ανωτέρω η (σχέση 2-19) διαμορφώνεται ως κάτωθι:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + k_b^2 u_z = 0$$

(2-22)

όπου : $k_b = \frac{\omega}{c_s}$, ο κυματικός αριθμός, ω η κυκλική συχνότητα και c_s η ταχύτητα διάδοσης των S κυμάτων. Από το Νόμο του Hooke, σε καρτεσιανές συντεταγμένες οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων είναι οι κάτωθι :

$$t_{xz} = \mu \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2-23\alpha)$$

$$t_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2-23\beta)$$

όπου μ η σταθερά του Lamé. Ενώ αντίστοιχα, σε πολικές συντεταγμένες, οι (2-23α) και (2-23β) γίνονται :

$$t_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial r} \quad (2-24\alpha)$$

$$t_{\theta z} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad (2-24\beta)$$

Επίσης με βάση τη γεννήτρια συνάρτηση της συνάρτησης Bessel πρώτου είδους

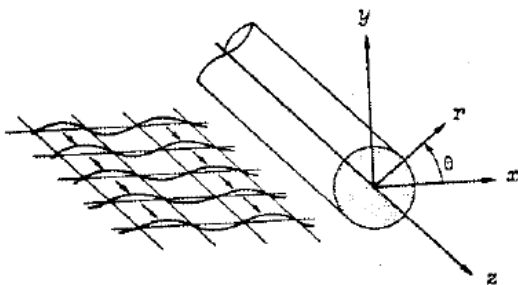
$$e^{\frac{x}{2}(t-\frac{1}{t})} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x)t^n$$

προκύπτει ο Νόμος του συνημίτονου όπως φαίνεται στη σχέση (2-25), με ευρεία εφαρμογή στην προτεινόμενη Μεθοδολογία, η οποία αναπτύσσεται στην συνέχεια για τον υπολογισμό προσπίπτοντος, ανακλώμενου και σκεδαζόμενου κύματος.

$$e^{\pm ikr \cos \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (\pm i)^n J_n(kr) \cos n\theta \quad (2-25)$$

Όπου ϵ_n είναι δείκτης ο οποίος παίρνει τις τιμές για $n=0$ $\epsilon_n=1$, ενώ για $n>0$ $\epsilon_n=2$.

Σε περίπτωση αρμονικού κύματος SH, το οποίο διαδίδεται σε ελαστικό ισότροπο χώρο, οριζόντια και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας $r=a$, η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος, οπότε έχουμε συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.2-26), οι (Mow & Pao, 1971), προτείνουν μία λύση με τη μέθοδο ανάπτυξης σε σειρές Bessel & Hankel για τον υπολογισμό τόσο του προσπίπτοντος όσο και του σκεδαζόμενου κύματος, θεωρώντας τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες πάνω στη διατομή.



Σχ.2-26: Κύμα SH που προσπίπτει οριζόντια σε κυκλική οπή σε μεγάλο βάθος (πηγή Mow & Pao)

Λόγω των ιδιοτήτων των SH κυμάτων υπάρχουν μόνο μετακινήσεις κατά τον άξονα z και ισχύει:

$$u_x=0, u_y=0, u_z=w^i(x,y,t)$$

(2-26)

Το κυματικό δυναμικό w^i το οποίο διαδίδεται κατά τον άξονα x, με κυκλική συχνότητα ω , κυματικό αριθμό k, μήκος κύματος $2\pi/k$, σταθερό πλάτος της ταλάντωσης w_0 και ταχύτητα διάδοσης διατμητικών κυμάτων c_s , δίδεται από την εξίσωση :

$$w^i = w_0 e^{ikr \cos \theta} e^{-i\omega t}$$

(2-27)

Το σκεδαζόμενο κύμα w_s που παράγεται με την πρόσπτωση του αρμονικού κύματος SH στην κυκλική οπή, είναι και αυτό τύπου SH.

Και σε αυτή την περίπτωση $u_x=0$, $u_y=0$, $u_z=w^s(x,y,t)$

Οι τάσεις t_{rz} , $t_{\theta z}$ υπολογίζονται από τις (σχέσεις 2-24α & 2-24β) σε όρους κυματικών δυναμικών.

$$\nabla^2 w = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) w = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

$$t_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial r}$$

(2-28α)

$$t_{\theta z} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}$$

(2-28β)

Η συνοριακή συνθήκη εφαρμόζεται θέτοντας στην (σχέση 2-28α), όπου $r=a$:

$$t_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial r} = 0, \text{ για } r=a$$

Για τον υπολογισμό του κυματικού δυναμικού w_s θεωρούμε καταρχήν την κυματική συνάρτηση τύπου Hankel.

$$H_n^{(1),(2)}(kr) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} n\theta, k_b = \omega/c_s \quad n=0,1,2,\dots$$

(2-29)

η οποία επαληθεύει την εξίσωση Helmholtz σε πολικές συντεταγμένες

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + k_b^2 \right) w = 0$$

(2-30)

Οι κυματικές συναρτήσεις του τύπου με βάση τη (σχέση 2-29) υπολογίζονται με τη μέθοδο επίλυσης διαφορικών εξισώσεων χωριζόμενων μεταβλητών, της μορφής της (σχέσης 2-31).

Όπως αναφέρθηκε και προηγούμενα ο όρος $e^{-i\omega t}$ μπορεί να παραληφθεί.

$$w(r,\theta) = R(r)\Theta(\theta)$$

(2-31)

όπου R, Θ είναι συναρτήσεις των r και θ αντίστοιχα οπότε η εξίσωση (2-30) μπορεί να διαχωριστεί σε δύο ανεξάρτητες διαφορικές εξισώσεις :

$$r^2 R'' + rR' + (k^2 r^2 - n^2)R = 0 \quad (2-32\alpha)$$

η οποία είναι εξίσωση τύπου Bessel

$$\theta'' + n^2 \theta = 0 \quad (2-32\beta)$$

Οι λύσεις των (σχέσεων 2-32α, 2-32β) είναι της μορφής $H_n^{(1),(2)}(k_b r)$ και $\cos n\theta$, $\sin n\theta$, (Hankel-Fourier). Παίρνοντας υπ' όψιν την ασυμπτωτική μορφή των συναρτήσεων Hankel, για

$r = \infty$, κρατάμε μόνο την συνάρτηση Hankel πρώτου είδους.

$$H_n^{(1),(2)}(z) \xrightarrow{z \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2}{(pi)z}} e^{\pm i(z - (pi)\frac{1+2n}{4})}$$

Η (σχέση 2-27) με βάση την (σχέση 2-25) μπορεί να αναπτυχτεί σε άθροισμα σειρών Bessel οπότε συνδυάζοντας τις λύσεις από τις (σχέσεις 2-32α, 2-32β) το προσπίπτον κύμα παίρνει την μορφή:

$$e^{ikr \cos \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(k_b r) e^{in\theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b r) \cos n\theta$$

Κρατάμε μόνο τους συνημιτονοειδείς όρους στις ανωτέρω εκφράσεις λόγω της ασυμπτωτικής συμπεριφοράς των συναρτήσεων Hankel & Bessel όταν το r τείνει στο άπειρο.

$$w^i = w_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b r) \cos n\theta \quad (2-33)$$

για $n=0$ $\varepsilon_n=1$, ενώ για $n>0$ $\varepsilon_n=2$.

Ενώ αντίστοιχα το σκεδαζόμενο κύμα παίρνει την μορφή :

$$w^s = w_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(k_b r) \cos n\theta \quad (2-34)$$

Η συνολική μετακίνηση είναι ίση με το άθροισμα των δύο κυματικών δυναμικών του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου κύματος:

$$w = w^i + w^s \quad (2-35)$$

Αντικαθιστώντας στην (σχέση 2-35) τις (σχέσεις 2-33 & 2-34) προκύπτει η (σχέση 2-36):

$$w = w_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b r) \cos n\theta + w_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(k_b r) \cos n\theta \quad (2-36)$$

Οι αντίστοιχες τάσεις λαμβάνουν τη μορφή :

$$t_{rz} = \mu \frac{w_0}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \{ \varepsilon_n i^n [n J_n(k_b r) - k_b r J_{n+1}(k_b r)] + A_n [n H_n^{(1)}(k_b r) - k_b r H_{n+1}^{(1)}(k_b r)] \} \cos n\theta \quad (2-37)$$

$$t_{\theta z} = -\mu \frac{w_0}{r^2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ n [\varepsilon_n i^n J_n(k_b r) + A_n H_n^{(1)}(k_b r)] \} \sin n\theta \quad (2-38)$$

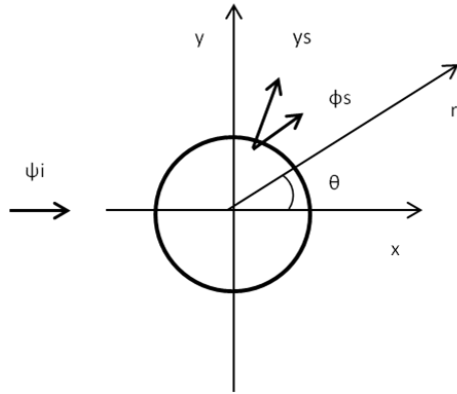
Η συνοριακή συνθήκη που διέπει τα κύματα SH επάνω στην περιφέρεια της κυκλικής οπής για $r=a$ είναι : $t_{rz}=0$ Λόγω της ορθογωνιότητας του $\cos n\theta$ στο διάστημα $(0, 2\pi)$ για κάθε A_n ισχύει:

$$A_n = -\varepsilon_n i^n \frac{J_n'(k_b a)}{H_n^{(1)'}(k_b a)} = -\varepsilon_n i^n \frac{n J_n(k_b a) - k_b a J_{n+1}(k_b a)}{n H_n^{(1)}(k_b a) - k_b a H_{n+1}^{(1)}(k_b a)} \quad (2-39)$$

Αντικαθιστώντας διαδοχικά την (σχέση 2-39) στις (σχέσεις 2-36 & 2-38), υπολογίζονται αντίστοιχα οι τιμές της συνολικής μετακίνησης w καθώς και της τάσης $t_{\theta z}$. Ο (Graff, 1991), επεκτείνει με μια μικρή διαφοροποίηση την ανωτέρω περιγραφείσα μέθοδο των (Mow & Pao, 1971), αξιοποιώντας τις ιδιότητες των ασυμπτωτικών τύπων των συναρτήσεων Bessel & Hankel.

ΠΡΟΣΠΤΩΣΗ ΚΥΜΑΤΩΝ ΤΥΠΟΥ SV

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται στο επίπεδο x,y σε ελαστικό ισότροπο χώρο, οριζόντια και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας $r=a$, η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος, οπότε έχουμε συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.2-27).



Σχ.2-27: Κύμα SV που προσπίπτει οριζόντια σε κυκλική οπή σε μεγάλο βάθος

Αντίστοιχα με την περίπτωση πρόσπτωσης κυμάτων τύπου SH, οι (Mow & Pao, 1971), επιλύουν το πρόβλημα με τη μέθοδο ανάπτυξης του προσπίπτοντος και σκεδαζόμενου κύματος σε σειρές Bessel & Hankel, Fourier. Με την εφαρμογή των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών υπολογίζονται πάνω στην κυκλική διατομή η τάση και η μετακίνηση λόγω της σεισμικής φόρτισης.

Λόγω των ιδιοτήτων των SV κυμάτων υπάρχουν μόνο μετακινήσεις κατά τους άξονες x & y , ενώ το κυματικό δυναμικό του προσπίπτοντος κύματος δίνεται από τη σχέση:

$$y^i = y_0 e^{ikrcos\theta} e^{-i\omega t}$$

Με βάση τα ανωτέρω, ο μεν όρος $e^{-i\omega t}$ μπορεί να παραληφθεί ενώ ισχύει :

$$e^{ikrcos\theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(k_b r) e^{in\theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b r) \cos n\theta$$

(2-40)

Αντικαθιστώντας έχουμε :

$$y_i = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b r) \cos n\theta$$

(2-41)

Αντίστοιχα τα σκεδαζόμενα από την οπή κυματικά δυναμικά είναι τα y_s & φ_s

$$y_s = \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_b r) \cos n\theta$$

(2-42)

$$\varphi_s = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_a r) \sin n\theta$$

(2-43)

Τα συνολικά Κυματικά Δυναμικά φ & ψ , δίνεται από τις σχέσεις:

$$\varphi = \varphi_s$$

(2-44)

$$\psi = \psi_i + \psi_s$$

(2-45)

Οι μετατοπίσεις και οι τάσεις σε όρους κυματικών δυναμικών φ & ψ , σε πολικές συντεταγμένες δίδονται από τις κατωτέρω σχέσεις, (Achenbach, 1993).

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

(2-46α)

$$u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

(2-46β)

$$t_{rr} = \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right]$$

(2-47α)

$$t_{\theta\theta} = \lambda \nabla^2 \varphi + \frac{2\mu}{r} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} \right]$$

(2-47β)

$$t_{r\theta} = \mu \left\{ 2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right] \right\} \quad (2-47\gamma)$$

Οι συνοριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα πάνω στην περιφέρεια της κυκλικής οπής είναι :

$$t_{rr} = t_{r\theta} = 0 \quad \text{για } r=a \quad (2-48)$$

Παραγωγίζοντας τις (σχέσεις 2-44& 2-45) δύο φορές και αντικαθιστώντας στις (σχέσεις 2-47α & 2-47γ), υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n και B_n και οι αντίστοιχες μετατοπίσεις και τάσεις. Οι (Liu et al., 1982), συνδυάζουν τη μέθοδο ανάπτυξης σε σειρές για τον υπολογισμό του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου κύματος με την μέθοδο των μιγαδικών συναρτήσεων που προτείνεται από τον (Muskelishvili, 1963), και έτσι την επεκτείνουν και σε διατομές υπογείων έργων άλλων σχημάτων εκτός από την κυκλική διατομή. Οι (Uemishi et al., 1996) αναφέρονται σε κύματα P και παραθέτουν τις συνοριακές συνθήκες και τις αντίστοιχες εξισώσεις που αφορούν σε επενδυμένη σήραγγα κυκλικής διατομής. Οι επιπρόσθετες συνοριακές συνθήκες για την επενδυμένη διατομή αφορούν τη συνέχεια των τάσεων και την συνέχεια των μετατοπίσεων πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-επένδυσης.

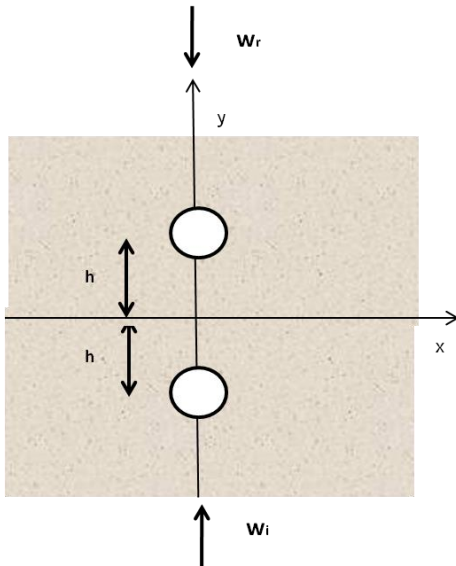
2.3.2. Ημίχωρος-Half Space

Οι ερευνητές που έχουν ασχοληθεί κατά κανόνα με περιπτώσεις Υπογείων έργων που βρίσκονται σε ελαστικό, ισότροπο και ομοιογενή ημίχωρο έχουν προτείνει διάφορες μεθόδους για την προσέγγιση του. Η επίλυση προβλημάτων συνοριακών συνθηκών με την θεώρηση μηδενικών τάσεων στην ελεύθερη επιφάνεια, αποτελεί ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα τόσο της εδαφοδυναμικής, όσο και της φυσικής γενικότερα.

Συγκεκριμένα οι (Liu & Han, 1991), εφαρμόζουν την προτεινόμενη από τους (Liu et al., 1982), μεθοδολογία σε όρυγμα τυχαίου σχήματος, επιλύοντας τις εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα, σε συνδυασμό με τη θεώρηση και των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών. Στο άρθρο αυτό οι άξονες του εδάφους και του υπόγειου έργου συμπίπτουν, με αποτέλεσμα την αναγωγή του προβλήματος σε πρόβλημα επίλυσης πλήρους χώρου.

Οι (Lee & Trifunac, 1979) και ο (Manoogian, 2000), αξιοποιούν την ιδιότητα των κυμάτων SH, σύμφωνα με την οποία το πρόβλημα του υπολογισμού των κυματικών δυναμικών σε

περίπτωση υπογείου έργου κυκλικής διατομής σε ημίχωρο ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, με τη θεώρηση και της συμμετρικής, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-28), ως προς την επιφάνεια του εδάφους διατομής. Τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη προκύπτουν από τη συνολική επίλυση του μοντέλου και των κυματικών δυναμικών, αφού ληφθούν υπ' όψη και οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες.



Σχ.2-28: Προσομοίωση του ημίχωρου σε περίπτωση SH κυμάτων

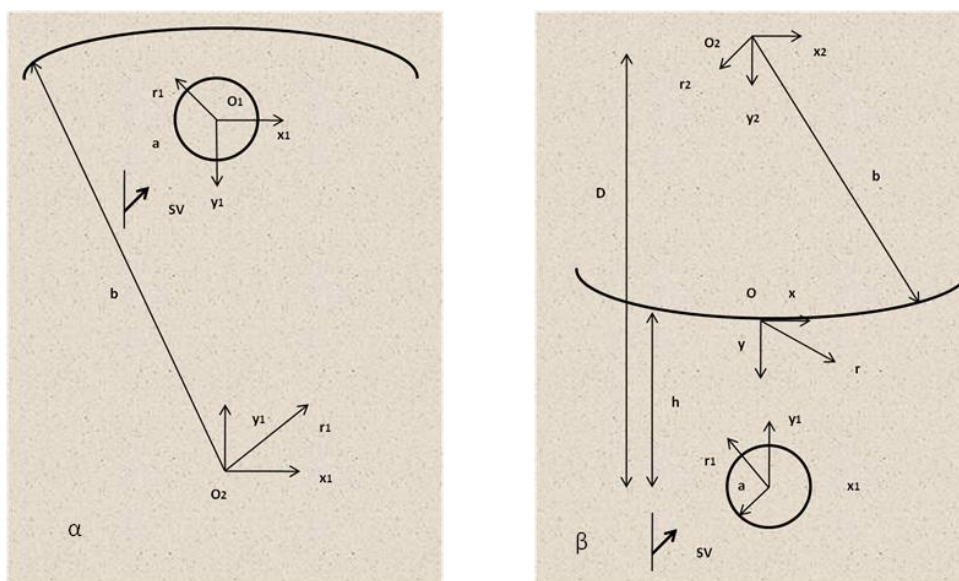
Οι (Wang & Dianku, 2002), συνδυάζουν την ανωτέρω ιδιότητα των SH κυμάτων, με τη μέθοδο του μετασχηματισμού των συντεταγμένων σε μεταφορά (Method of Moving Coordinates) μετατρέποντας και αυτοί το πρόβλημα του ημίχωρου σε πρόβλημα πλήρους χώρου. Οι εξισώσεις αυτές εφαρμόζονται σε περισσότερες από μία κυκλικές διατομές. Όμοια και οι (Thambirajah et al., 1984), εφαρμόζουν την ιδιότητα των SH κυμάτων όπως αναπτύχθηκε από τους (Lee & Trifunac, 1979 και Manoogian, 2000) και υπολογίζουν το εντατικό πεδίο σε περισσότερες από μία κυκλικές διατομές υπογείων έργων.

Οι (Cao & Lee, 1989), προσομοιώνουν τον ημίχωρο, θεωρώντας ότι η ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους, μπορεί να προσομοιωθεί σαν κύκλος άπειρης ακτίνας b , όπως φαίνεται στο (Σχ.2-29α). Αν a είναι η ακτίνα της κυκλικής διατομής του Υπογείου έργου, η ακτίνα b για τον ημίχωρο κυμαίνεται στα όρια: $50a < b < 100a$. Η επιλογή της ακτίνας b εξαρτάται και από το μήκος κύματος της σεισμικής διέγερσης. Η προσέγγιση αυτή, αν και δεν δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, βρίσκει εφαρμογή σε περιπτώσεις κυμάτων P & SV όπου δεν ισχύει η ιδιότητα των SH κυμάτων που αναπτύχθηκε από τους (Lee & Trifunac, 1979 και Manoogian, 2000).

Μέχρι σήμερα η επίλυση του προβλήματος στην περίπτωση του ημίχωρου με την παρουσία σήραγγας σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων τύπου SV, λόγω πολυπλοκότητας της εφαρμογής των συνοριακών συνθηκών στην ελεύθερη επιφάνεια έχει αντιμετωπιστεί προσεγγιστικά. Όταν ένα κύμα τύπου SV προσπίπτει στην ελεύθερη επιφάνεια, με γωνία πρόσπτωσης θ μικρότερη της κρίσιμης θ_{cr} , όπως αναλύθηκε προηγουμένως παράγονται δύο ανακλώμενα κύματα, ένα κύμα SV και ένα κύμα P.

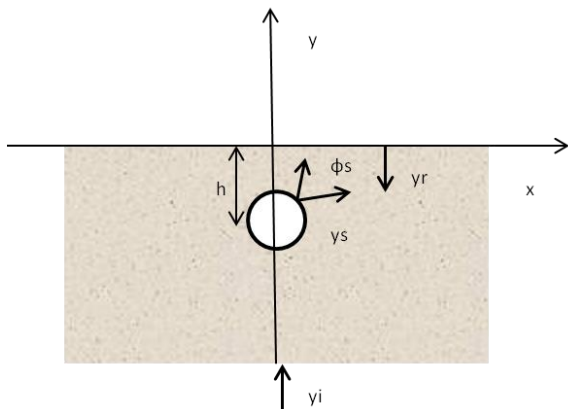
Οι (Lee & Karl, 1992), προσέγγισαν το πρόβλημα της εφαρμογής της συνοριακής συνθήκης στην ελεύθερη επιφάνεια του ημίχωρου με την παρουσία κυκλικής σήραγγας ακτίνας a σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους, θεωρώντας ότι η ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους, μπορεί να προσομοιωθεί σαν κύκλος άπειρης ακτίνας $b \gg a$, του οποίου το κέντρο O_2 βρίσκεται σε απόσταση $D \gg a$ κάτωθεν του κέντρου O_1 της κυκλικής οπής. Η προσέγγιση αυτή δεν οδηγεί σε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Οι (Davis et al., 2000), προσέγγισαν το πρόβλημα της εφαρμογής της συνοριακής συνθήκης στην ελεύθερη επιφάνεια του ημίχωρου με την παρουσία κυκλικής σήραγγας ακτίνας a σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους, θεωρώντας ότι η ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους, μπορεί να προσομοιωθεί σαν κύκλος άπειρης ακτίνας $b \gg a$, με κοίλη επιφάνεια σε αντίθεση με τους προηγούμενους ερευνητές (Lee and Karl, 1992), οι οποίοι θεώρησαν κυρτή επιφάνεια. Το κέντρο του κύκλου O_2 βρίσκεται σε απόσταση $D \gg a$ πάνω από το κέντρο O_1 της κυκλικής οπής, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-29β). Η προσέγγιση αυτή επίσης δεν οδηγεί σε ικανοποιητικά αποτελέσματα.



Σχ.2-29: Θεώρηση ελεύθερης επιφάνειας σαν κύκλος άπειρης ακτίνας κυρτή(α),κοίλη(β)

Οι (Lin et al., 2010), αφού επισήμαναν ότι η θεώρηση της ελεύθερης επιφάνειας σαν κύκλου άπειρης ακτίνας δεν είναι σωστή, διότι οι συναρτήσεις Bessel τείνουν στο μηδέν, όταν η ακτίνα του κύκλου γίνεται πολύ μεγάλη, προτείνουν την θεώρηση των χαλαρών συνοριακών συνθηκών (relaxed boundary conditions), βάσει της οποίας δεν λαμβάνουν υπόψη τα σκεδαζόμενα κύματα από την ελεύθερη επιφάνεια, όπως φαίνεται στο (Σχ.2-30). Η παραδοχή αυτή δεν διαφοροποιεί πολύ τα αποτελέσματα. Για πιο ακριβή αποτελέσματα προτείνουν την επίλυση του προβλήματος με ολοκληρωτικό λογισμό, εκφράζοντας τις συναρτήσεις Bessel & Hankel σε καρτεσιανές συντεταγμένες.



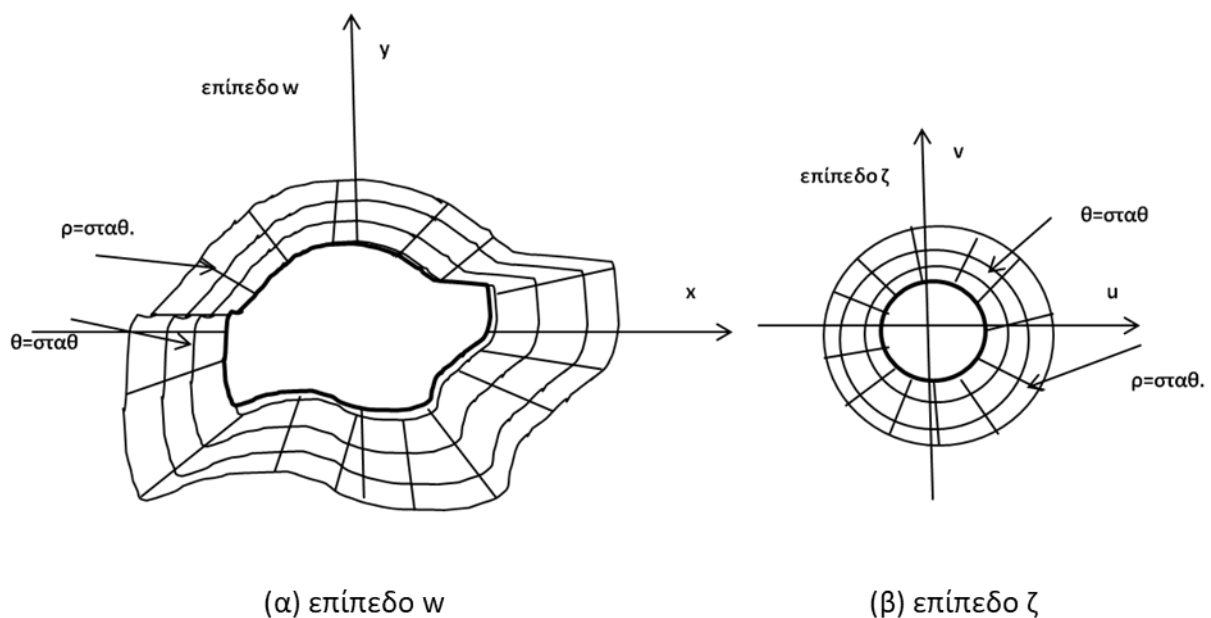
Σχ.2-30: Θεώρηση χαλαρού συνόρου

Κεφάλαιο 3

3. Σύμμορφες Απεικονίσεις-Μετασχηματισμοί

3.1.Συναρτήσεις Μετασχηματισμού για τον Πλήρη Χώρο- Full Space

Η εύρεση μιας συνάρτησης απεικόνισης εξαρτάται από την πολυπλοκότητα της γεωμετρίας της οπής. Στην παρούσα εργασία θεωρούμε μια συνάρτηση σύμμορφης απεικόνισης, $\omega(\zeta)$, η οποία μετασχηματίζει τον άπειρο χώρο γύρω από μια οπή από ένα μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$) στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου ενός άλλου μιγαδικού επιπέδου ζ ($\zeta = re^{i\theta}$). Η γεωμετρία του προβλήματος φαίνεται στο (Σχ.3-1).



Σχ.3-1: Σύμμορφη απεικόνιση άπειρου χώρου γύρω από οπή (α), σε μοναδιαίο κύκλο (β)

Η συνάρτηση που μετασχηματίζει κεντροβαρικά και συνεπώς είναι κατάλληλη για περιπτώσεις βαθέως ευρισκομένων υπογείων έργων, (Full Space), τον άπειρο χώρο γύρω από την οπή της σήραγγας στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου, όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.2, σχέση 2-13) είναι της μορφής :

$$w = f(\zeta) = R\left(\zeta + \sum_{k=1}^3 \alpha_k \frac{1}{\zeta^k}\right)$$

(3-1)

όπου R είναι ένας πραγματικός αριθμός που αφορά στην κλίμακα του σχήματος ενώ οι μιγαδικές συνιστώσες της παραπάνω εξίσωσης είναι $a_k = a_k + ib_k$ για $k=1,2,3$. Λαμβάνονται μόνο οι τρεις πρώτοι όροι της σειράς. Το γεγονός αυτό δεν επηρεάζει την ακρίβεια της λύσης. Οι όροι αυξάνονται σε σχήματα που έχουν πιο έντονες γωνίες, οι οποίες δεν είναι στρογγυλοποιημένες.

Οι τιμές του πραγματικού και του φανταστικού μέρους των παραπάνω συντελεστών καθορίζουν το σχήμα της οπής και συνεπώς πρέπει να υπολογιστούν κατάλληλα ώστε να υπολογιστεί με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια η συνάρτηση μετασχηματισμού.

3.1.1. Εσωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου

Ο μετασχηματισμός που ορίζεται από τη σχέση:

$$w = f(\zeta) = \frac{1}{\zeta} \tag{3-2}$$

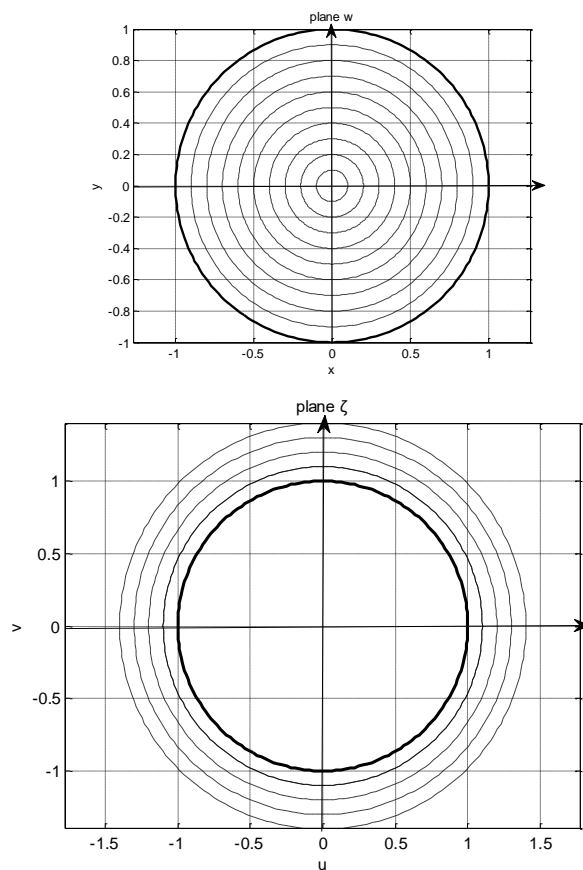
απεικονίζει το εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου που βρίσκεται στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εσωτερικό του μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ και αντίστροφα, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-2). Κρατώντας το R σταθερό και αντικαθιστώντας όπου ζ το $\rho\zeta$, με $\rho>1$, η (σχέση 3-2), λαμβάνει την μορφή

$$w = f(\zeta) = \frac{1}{\rho\zeta} \tag{3-3}$$

και απεικονίζει τους ομόκεντρους κύκλους του επιπέδου w στους ομόκεντρους κύκλους στο επίπεδο ζ για διάφορες τιμές του ρ .

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο $w=x+iy$. Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB και με βάση την συνάρτηση μετασχηματισμού βάση της (σχέσης 3-2), μετασχηματίζεται κεντροβαρικά το φυσικό επίπεδο w στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$. Ο κύκλος $|\zeta|=1$ αντιστοιχεί στον κύκλο ακτίνας R με κέντρο την αρχή των αξόνων, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-2).



Σχ.3-2: Ο μετασχηματισμός $f(\zeta) = \frac{1}{\zeta}$

3.1.2. Εξωτερικό Κύκλου ακτίνας R, στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου

Ο μετασχηματισμός που ορίζεται από τη σχέση:

$$w=f(\zeta)=R\zeta$$

(3-4)

όπου R θετική σταθερά, απεικονίζει το εξωτερικό κύκλου ακτίνας R στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ . Κρατώντας το R σταθερό και αντικαθιστώντας όπου ζ το $\rho\zeta$, με $\rho>1$, η (σχέση 3-4), λαμβάνει την μορφή:

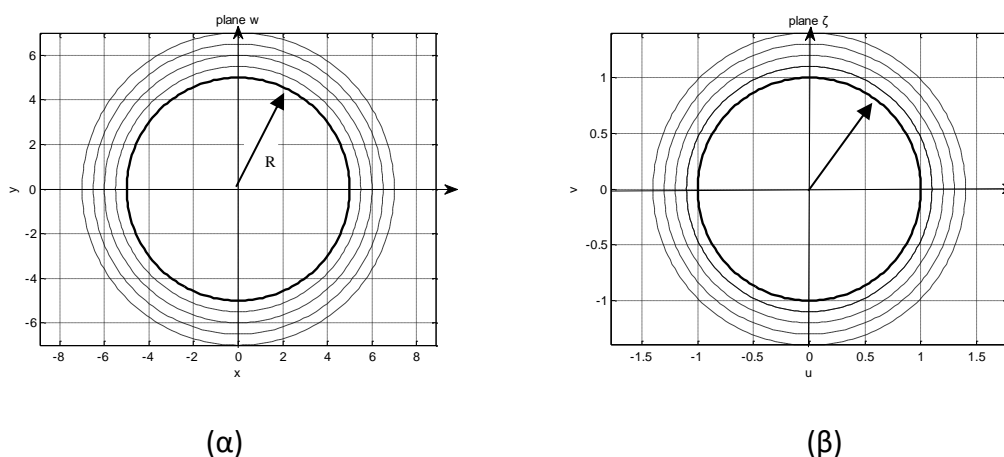
$$w=f(\zeta)=R\rho\zeta$$

(3-5)

και απεικονίζει τους ομόκεντρους κύκλους του επιπέδου w στους ομόκεντρους κύκλους στο επίπεδο ζ για διάφορες τιμές του ρ .

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε κύκλο ακτίνας 5μ. στο επίπεδο $w=x+iy$. Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB και με βάση την συνάρτηση μετασχηματισμού όπως δίδεται στην (σχέση 3-5), μετασχηματίζεται κεντροβαρικά το φυσικό επίπεδο w στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = r e^{i\theta}$. Ο κύκλος $|\zeta|=1$ αντιστοιχεί στον κύκλο ακτίνας R με κέντρο την αρχή των αξόνων, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-3).



Σχ.3-3: Εξωτερικό κύκλου ακτίνας $R = 5\mu$ (α), σε εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου (β)

3.1.3. Εξωτερικό Έλλειψης , στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου

Η απεικόνιση της περιοχής εξωτερικά της ελλειπτικής οπής στο εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου κεντροβαρικά δίνεται από την παρακάτω συνάρτηση, όπως προτάθηκε από τον (Muskelishvili, 1963) :

$$w = f(\zeta) = R\left(\zeta + \frac{m}{\zeta}\right) \quad (3-6)$$

όπου a & b ο μεγάλος και ο μικρός άξονας της έλλειψης αντίστοιχα, $\zeta = re^{i\theta}$, $R = \frac{a+b}{2}$,
 $m = \frac{a-b}{a+b}$

Κρατώντας το R σταθερό και αντικαθιστώντας όπου ζ το $\rho\zeta$, με $\rho > 1$, η (σχέση 3-6), λαμβάνει την μορφή:

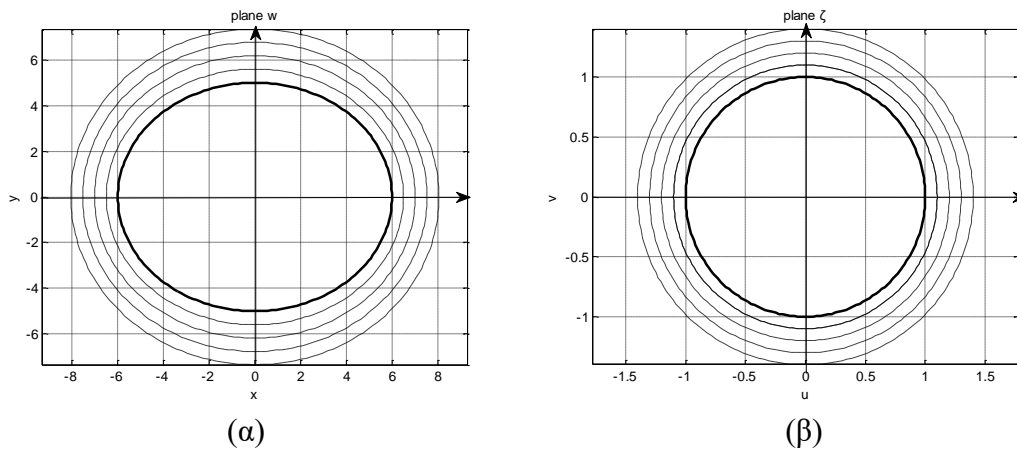
$$w = f(\zeta) = R\left(\rho\zeta + \frac{m}{\rho\zeta}\right) \quad (3-7)$$

και απεικονίζει ομόκεντρες ελλείψεις γύρω από την ελλειπτική οπή του επιπέδου w στους ομόκεντρους κύκλους στο επίπεδο ζ , για διάφορες τιμές του ρ .

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Έστω έλλειψη με ημιάξονες $a=6\mu$ & $b=5\mu$. Από την γεωμετρία της διατομής προκύπτει :
 $R=5.5$, $m= 0.090$

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB και την συνάρτηση μετασχηματισμού όπως δίνεται από την (σχέση 3-6) μετασχηματίζεται το φυσικό επίπεδο στην περιοχή $|\zeta| > 1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-4). Ο κύκλος $|\zeta|=1$ αντιστοιχεί στην έλλειψη L με κέντρο την αρχή των αξόνων.



Σχ.3-4: Εξωτερικό έλλειψης σε εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου

3.1.4. Εξωτερικό Τετραγώνου , στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου

3.1.4.α. Βάσει της απεικόνισης του Muskelishvili (1963)

Έστω η συνάρτηση μετασχηματισμού:

$$w = f(\zeta) = m_2 R \left(\zeta + \frac{m}{\zeta^n} \right) \quad (3-8)$$

όπου $m_2 = e^{-i\frac{p_i}{4}}$ $R > 0$ συντελεστής σχήματος , $0 \leq m \leq \frac{1}{n}$, n θετικός αριθμός

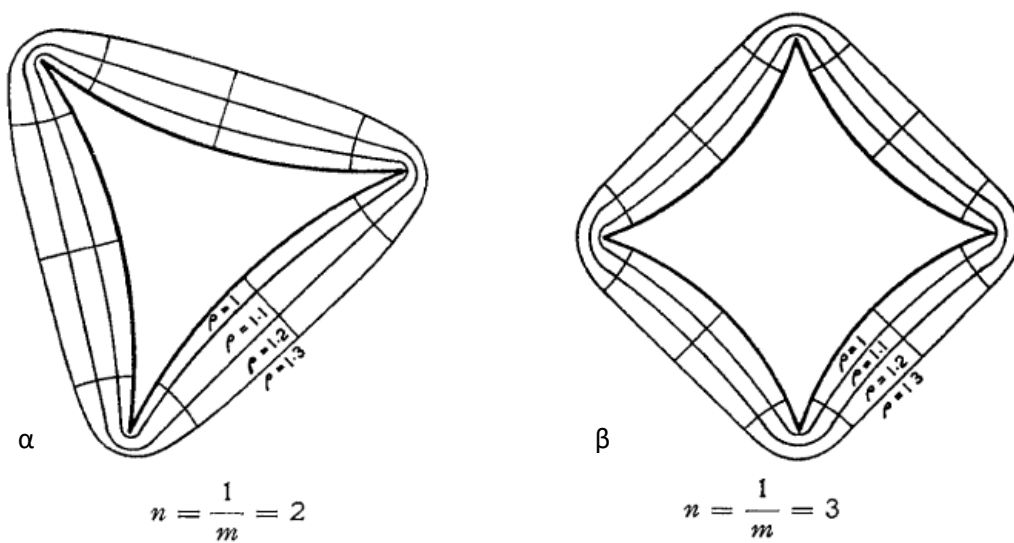
Η διαγραφόμενη καμπύλη L, γράφεται από ένα σημείο M ενός κύκλου ακτίνας $r_1 = \frac{R}{n}$, όταν ο κύκλος αυτός κυλιέται στο εσωτερικό ενός άλλου κύκλου ακτίνας $r_2 = R \frac{n+1}{n}$, $l=mR$.

Η (σχέση 3-8) μετασχηματίζει το εξωτερικό της καμπύλης L στο επίπεδο w, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ. Επίσης κύκλοι με $|\zeta|=r=\text{σταθ.}>1$ αντιστοιχούν σε υποκυκλοειδείς στο επίπεδο w. Έτσι, κρατώντας το R σταθερό και αντικαθιστώντας όπου ζ το $\rho\zeta$, η (σχέση 3-8), λαμβάνει την μορφή:

$$w = f(\zeta) = m_2 R \left(\rho\zeta + \frac{m}{(\rho\zeta)^n} \right) \quad (3-9)$$

Για $m=1/n$, η καμπύλη L είναι μια υποκυκλοειδής με n+1 κορυφές. Όταν $n=1/m=2$, η καμπύλη γίνεται υποκυκλοειδής με τρεις κορυφές η οποία είναι ένα τρίγωνο με στρογγυλεμένες γωνίες, όπως φαίνεται στο σχήμα (Σχ.3-5α). Όταν $n=1/m=3$, η καμπύλη γίνεται υποκυκλοειδής με τέσσερις κορυφές η οποία είναι ένα τετράγωνο με στρογγυλεμένες γωνίες,

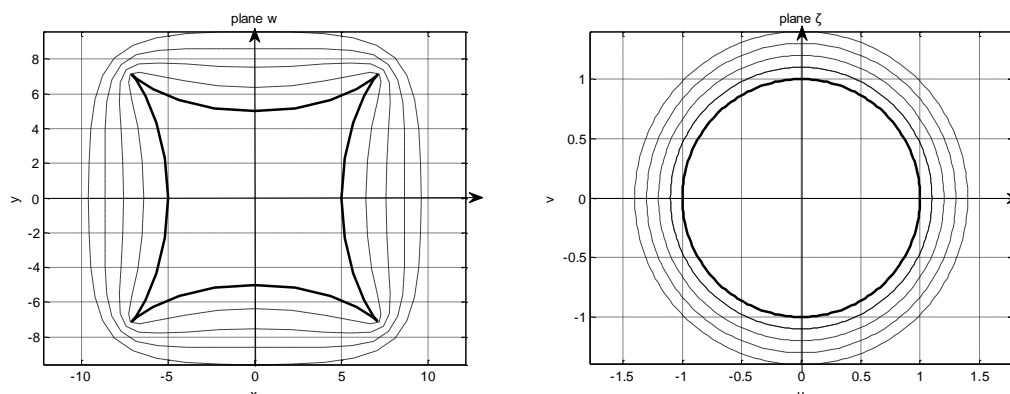
όπως φαίνεται στο σχήμα (Σχ.3-5β). Έτσι κύκλοι με ακτίνα $\rho > 1$ στο επίπεδο ζ αντιστοιχούν σε τρίγωνα ή τετράγωνα αντίστοιχα, με στρογγυλεμένες γωνίες στο επίπεδο w , κεντροβαρικά.



Σχ.3-5: Υποκυκλοειδής με 3 (α) και 4 (β) κορυφές, αντίστοιχα, πηγή: Muskelishvili, (1963)

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε τετράγωνο πλευράς 10μ. στο επίπεδο $w=x+iy$. Ο συντελεστής σχήματος $R=7.5$, προκύπτει με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες των τιμών x & y . Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB και με βάση την συνάρτηση μετασχηματισμού (σχέση 3-8) και $n=3$, μετασχηματίζεται κεντροβαρικά το φυσικό επίπεδο w στην περιοχή $|\zeta| > 1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$. Ο κύκλος $|\zeta|=1$ αντιστοιχεί στην καμπύλη L, τετράγωνο με στρογγυλεμένες γωνίες με κέντρο την αρχή των αξόνων, όπως φαίνεται στο σχήμα (Σχ.3-6).



Σχ.3-6: $n = \frac{1}{m} = 3$

3.1.4.β. Βάσει της πρότασης του Gercek(1997)

Η απεικόνιση που προτάθηκε από τον (Gercek, 1997) και αναλύθηκε στο (Κεφ.2,σχέση 2-12), μετασχηματίζει την περιοχή γύρω από ένα τετραγωνικό άνοιγμα στο επίπεδο $w=x+iy$ στο εσωτερικό του μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ , κεντροβαρικά.

Έτσι, θεωρούμε την συνάρτηση μετασχηματισμού:

$$w = f(\zeta) = R \left(\zeta + \left(\frac{c_3}{\zeta^3} \right) + \left(\frac{c_7}{\zeta^7} \right) \right) \quad (3-10)$$

όπου: $c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, \zeta = r e^{i\theta}, r = 1$

Η συνάρτηση που δίδεται από τη (σχέση 3-10), μετασχηματίζει την περιοχή γύρω από το τετραγωνικό άνοιγμα στο επίπεδο $w=x+iy$ στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ , κεντροβαρικά. Η μεταβλητή R είναι μία παράμετρος που καθορίζει το μέγεθος του ανοίγματος και υπολογίζεται με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες των τιμών x & y .

Διαχωρίζοντας το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της (σχέσης 3-10), προκύπτουν οι κάτωθι παραμετρικές εξισώσεις :

$$x = R(\cos\theta + c_3 \cos 3\theta + c_7 \cos 7\theta) \quad (3-11\alpha)$$

$$y = R(\sin\theta - c_3 \sin 3\theta - c_7 \sin 7\theta) \quad (3-11\beta)$$

Εάν a_{sq} η πλευρά του τετραγώνου τότε η μεταβλητή R δίνεται από τη σχέση :

$$R = \frac{0.5a_{sq}}{1+c_3+c_7} \quad (3-11\gamma)$$

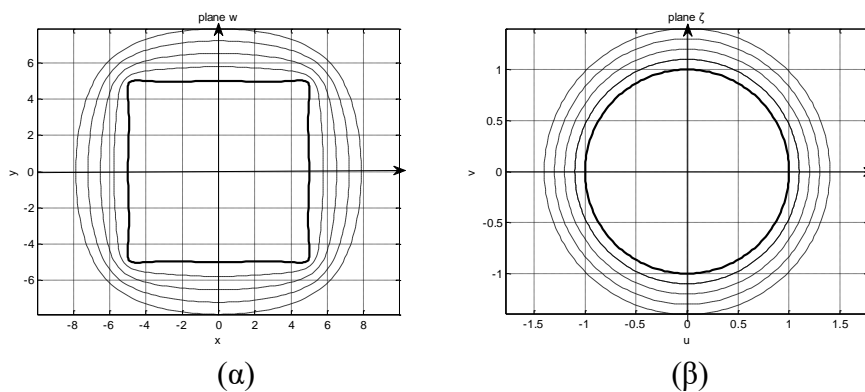
Κρατώντας το R σταθερό και αντικαθιστώντας όπου ζ το $\rho\zeta$, όπου $\rho>1$, η (σχέση 3-10), λαμβάνει την μορφή:

$$w = f(\zeta) = R \left(\rho\zeta + \left(\frac{c_3}{(\rho\zeta)^3} \right) + \left(\frac{c_7}{(\rho\zeta)^7} \right) \right) \quad (3-12)$$

και απεικονίζει τον χώρο γύρω από την τετραγωνική οπή του επιπέδου w στους ομόκεντρους κύκλους στο επίπεδο ζ , για διάφορες τιμές του ρ .

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε σήραγγα τετραγωνικής διατομής με πλευρά 10μ. στο επίπεδο $w=x+iy$. Με τον σχετικό κώδικα, ο οποίος συντάσσεται με βάση τη γλώσσα προγραμματισμού MATLAB για τον υπολογισμό της συνάρτησης μετασχηματισμού με βάση τη (σχέση 3-10), μετασχηματίζεται κεντροβαρικά το φυσικό επίπεδο w στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-7). Ο συντελεστής σχήματος $R=5.874149$, υπολογίζεται με βάση την (σχέση 3-11γ).



Σχ.3-7: Σύμμορφη απεικόνιση της περιοχής γύρω από το τετραγωνικό υπόγειο άνοιγμα (α) στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου (β)

3.1.5. Εξωτερικό Πεταλοειδούς Οπής , στο Εξωτερικό Μοναδιαίου Κύκλου

Μια συνάρτηση της μορφής της (σχέσης 3-1), όπως αναπτύχθηκε προηγουμένως, μετασχηματίζει σύμμορφα τον άπειρο χώρο γύρω από μία οπή στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου.

Προκειμένου να βρεθεί μια συνάρτηση απεικόνισης για μια τυπική διατομή NATM, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-8), θεωρούμε την συνάρτηση απεικόνισης που προτείνει ο (Gercek, 1997) και που αναλύθηκε στο (Κεφ.2, σχέση 2-14), για ανοίγματα με τοξοειδή οροφή. Η διατομή τύπου NATM, η οποία αποτελείται από διαδοχικά κυκλικά τόξα συναρμογής με ένα άξονα συμμετρίας θεωρείται διπλά τοξοειδής. Τροποποιώντας κατάλληλα την (σχέση 2-13) του Κεφ. 2, θεωρούμε την κάτωθι συνάρτηση μετασχηματισμού :

$$w = f(\zeta) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} Re^{-\frac{ipi}{4}}\right) \left(\zeta + \left(\frac{ib_1}{\zeta}\right)\right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{(\zeta^2)}\right) + \left(\frac{a_3}{\zeta^3}\right) \quad (3-13)$$

όπου: $\zeta = re^{i\theta}, r = 1$

Οι συντελεστές a_3, b_1, a_2 επιλέγονται με βάση λογικά κριτήρια λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι : η τιμή του συντελεστή b_1 , εξαρτάται από τον λόγο του πλάτους προς το ύψος της διατομής (W/H) (π.χ. για $b_1 > 0$, $W > H$, για $b_1 < 0$, $W < H$ ενώ για $b_1 = 0$, $W \sim H$). Οι συντελεστές a_1, b_3, a_2, b_2 σχετίζονται μεταξύ τους ως εξής: $a_1 = b_3 = 0$ και $a_2 = b_2 = 0$.

Η τιμή του συντελεστή a_2 καθορίζει την τριγωνικότητα του σχήματος (π.χ. για $a_2 < 0$, η οροφή είναι μεγαλύτερη από το δάπεδο της διατομής, για $a_2 > 0$, το δάπεδο είναι μεγαλύτερο από την οροφή της διατομής, ενώ για $a_2 = 0$, η διατομή γίνεται συμμετρική ως προς τον οριζόντιο άξονα. Ο συντελεστής κλίμακας R εξαρτάται από την γεωμετρία της πεταλοειδούς διατομής.

Κρατώντας το R σταθερό και αντικαθιστώντας όπου ζ το $\rho\zeta$, όπου $\rho > 1$, η (σχέση 3-13), λαμβάνει την μορφή:

$$w = f(\zeta) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} Re^{-\frac{ipi}{4}}\right) \left(\rho\zeta + \left(\frac{ib_1}{\rho\zeta}\right)\right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{((\rho\zeta)^2)}\right) + \left(\frac{a_3}{(\rho\zeta)^3}\right) \quad (3-14)$$

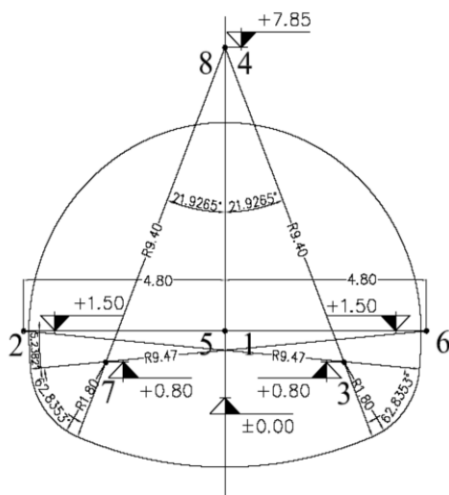
όπου: $\zeta = re^{i\theta}, r = 1$

η οποία απεικονίζει τον χώρο γύρω από την οπή πεταλοειδούς σχήματος του επιπέδου w, στους ομόκεντρους κύκλους στο επίπεδο ζ, για διάφορες τιμές του ρ. Με τον σχετικό κώδικα, ο οποίος συντάσσεται με βάση τη γλώσσα προγραμματισμού MATLAB, υπολογίζεται ακριβώς το πραγματικό σχήμα της διατομής. Στη συνέχεια επίσης με τον κώδικα που συντάσσεται με το μαθηματικό λογισμικό πακέτο MATLAB υπολογίζονται με μια σειρά από δοκιμές οι συντελεστές a_3, b_1, a_2 , προκειμένου να προσεγγιστεί καλύτερα η (σχέση 3-13). Η επίλυση του γραμμικού συστήματος με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων δίνει την συνάρτηση απεικόνισης που προσεγγίζει κατά τον βέλτιστο τρόπο την τυπική διατομή N.A.T.M.

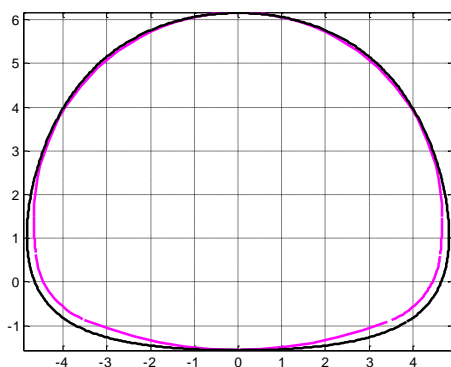
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε μια πεταλοειδή διατομή σήραγγας ύψους $H=7.72\mu$. και πλάτους $W=9.5\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$. Αρχικά υπολογίζεται το πραγματικό σχήμα της διατομής NATM, με βάση το (Σχ.3-8.), το οποίο αποτελείται από κυκλικά τόξα συναρμογής. Στη συνέχεια, προκειμένου να

υπολογιστεί η συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση την (σχέση 3-13), δίδονται οι αρχικές τιμές των συντελεστών a_3, b_1, a_2 και κατόπιν με την ρουτίνα ελαχίστων τετραγώνων του μαθηματικού λογισμικού πακέτου MATLAB βελτιστοποιούνται, ώστε να προσομοιάσουν το πραγματικό σχήμα. Με γνωστούς πλέον τους άγνωστους συντελεστές, υπολογίζεται η συνάρτηση μετασχηματισμού βάσει της (σχέσης 3-13), η οποία μετασχηματίζει κεντροβαρικά το φυσικό επίπεδο w στην περιοχή $|\zeta| > 1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$. Οι τιμές των συντελεστών, οι οποίοι προσεγγίζουν καλύτερα το πραγματικό σχήμα, με βάση την προτεινόμενη απεικόνιση προκύπτουν: $b_1=0.104$, $a_2=0.047$, $a_3=0.029$, $R=3.148133997$ και η τελική καμπύλη απεικονίζεται στο (Σχ.3-9), σε μαύρο χρώμα. Συγκρίνοντας το πραγματικό σχήμα της διατομής το οποίο απεικονίζεται σε μώβ χρώμα, επίσης στο (Σχ.3-9), με την προκύπτουσα με βάση την απεικόνιση διατομή, παρατηρούμε ότι τα δυο σχήματα έχουν ικανοποιητική ταύτιση.

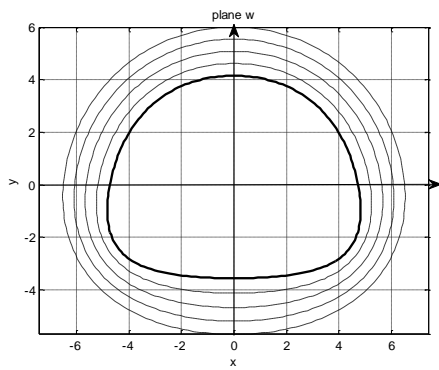


Σχ.3-8: Τυπική διατομή NATM

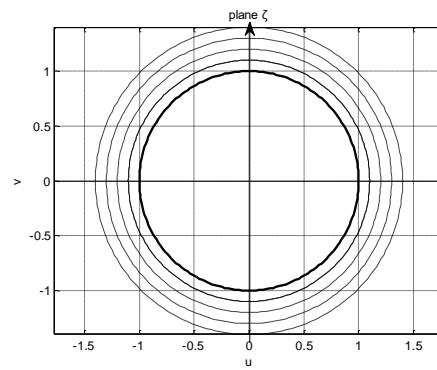


Σχ.3-9: Σύγκριση του πραγματικού σχήματος της διατομής (σε μώβ), με την προκύπτουσα διατομή με βάση την συνάρτηση απεικόνισης (σε μαύρο)

Στο (Σχ.3-10), απεικονίζεται το εξωτερικό της πεταλοειδούς διατομής στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου σύμφωνα με την (σχέση 3-13).



(α)



(β)

Σχ.3-10: Σύμμορφη απεικόνιση της περιοχής γύρω από το υπόγειο άνοιγμα (α) στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου (β)

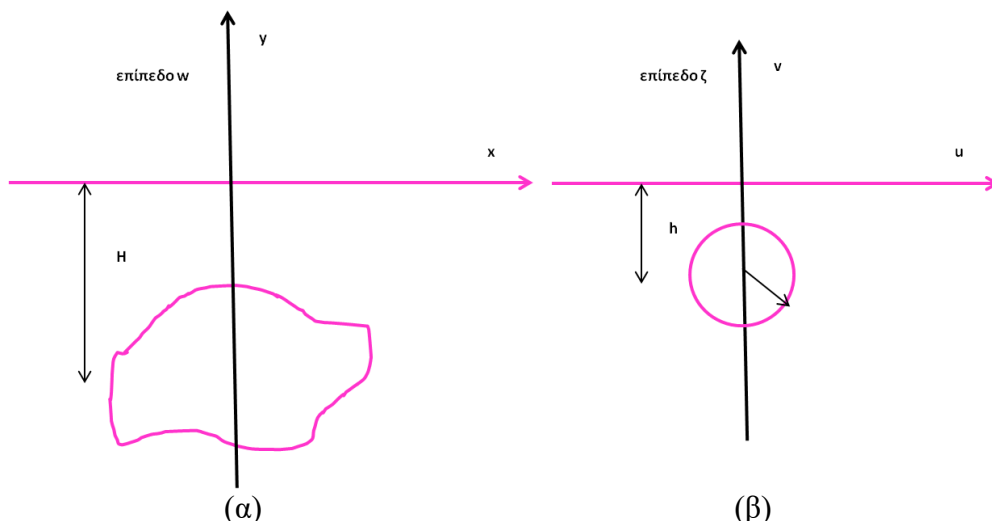
3.2.Σχέσεις για τον υπολογισμό «του ισοδύναμου βάθους h»

Οι συναρτήσεις Μετασχηματισμού που αναφέρθηκαν ανωτέρω έχουν εφαρμογή σε περιπτώσεις Υπογείων Έργων που βρίσκονται σε μεγάλο βάθος, όπου επικρατούν συνθήκες πλήρους χώρου-full space. Οι συναρτήσεις αυτές, οι οποίες έχουν παραμετρικές εξισώσεις, απεικονίζουν κεντροβαρικά τον χώρο εξωτερικά από την διατομή του τυχαίου σχήματος στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου. Δεν είναι όμως κατάλληλες για την απεικόνιση διατομών σε περιπτώσεις αβαθών υπογείων έργων όπου επικρατούν συνθήκες ημίχωρου -half space.

Έστω H το βάθος που βρίσκεται το κέντρο βάρους της διατομής του Υπογείου Έργου από την επιφάνεια του εδάφους και h το ισοδύναμο βάθος που αντιστοιχεί στο βάθος που βρίσκεται αντίστοιχα το κέντρο βάρους της διατομής σχήματος μοναδιαίου κύκλου, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-11). Λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες των σύμμορφων απεικονίσεων όπως αναλύθηκαν στο (Κεφ. 2) και συγκεκριμένα: την μεταφορά (Κεφ.2, Σχ.2-2), την ιδιότητα που αφορά στους μετασχηματισμούς συνόρων σε παραμετρική μορφή, (Κεφ. 2,Σχ.2-3), καθώς και την ιδιότητα που αφορά στους διαδοχικούς μετασχηματισμούς (Κεφ. 2, σχέση 2-5), η προκύπτουσα συνάρτηση μετασχηματισμού πρέπει να είναι της μορφής:

$$w(\zeta+ih)-iH$$

(3-15)



Σχ.3-11: Διατομή τυχαίου σχήματος, με παραμετρικές εξισώσεις, σε βάθος H , (α) με «ισοδύναμο βάθος» h στον μοναδιαίο κύκλο (β)

3.2.1. «Ισοδύναμο βάθος h » του Μοναδιαίου Κύκλου για Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H

Θεωρούμε κυκλική διατομή ακτίνας R , η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της διατομής. Προκειμένου να διαμορφωθεί η συνάρτηση του μετασχηματισμού που απεικονίζει την κυκλική διατομή, ακτίνας R που βρίσκεται σε βάθος H , από την επιφάνεια του εδάφους στον μοναδιαίο κύκλο σε «ισοδύναμο βάθος h », απαιτείται κατ' αρχήν ο υπολογισμός του «ισοδύναμου βάθους h ». Λαμβάνοντας υπ' όψιν τη (σχέση 3-4), όπου το σημείο $(0, -iH)$ στο επίπεδο w , απεικονίζεται στο σημείο $(0, -ih)$ στο επίπεδο ζ , προκύπτει η παρακάτω εξίσωση $S=0$, η λύση της οποίας είναι το ζητούμενο h .

$$S = R(ih) - iH = 0 \tag{3-16}$$

Μετά τον υπολογισμό του h , η συνάρτηση μετασχηματισμού, η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό διατομής κυκλικού σχήματος ακτίνας R σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο w , στο εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο ζ , βάσει της (σχέσης 3-16), παίρνει την μορφή :

$$w = f(\zeta) = R(\zeta + ih) - (iH) \quad (3-17)$$

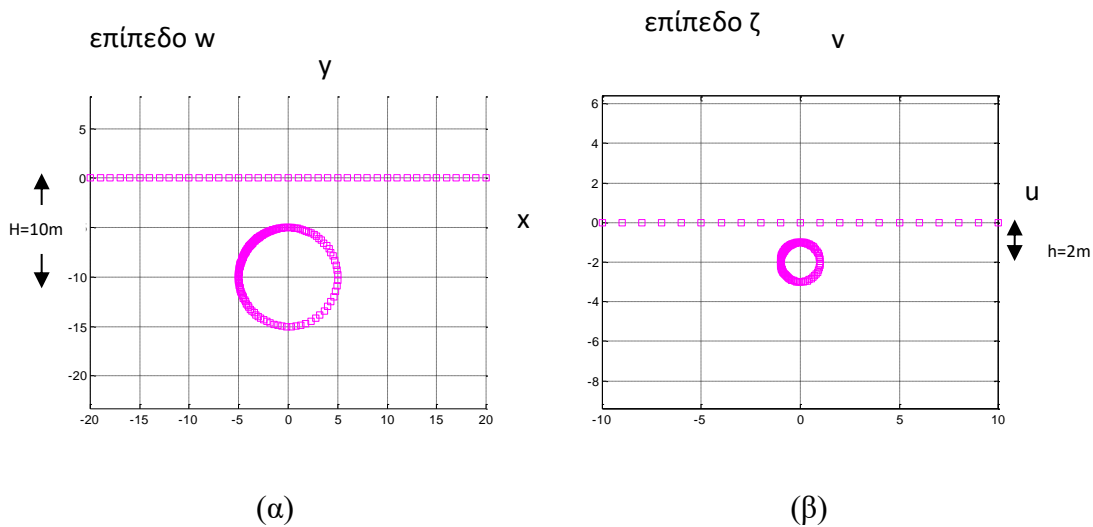
όπου : $\zeta = r e^{i\theta}, \quad r=1$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε κυκλική διατομή με ακτίνα $R=5\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, η οποία βρίσκεται σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους.

Από την (σχέση 3-16) προκύπτει $h=H/R$. Στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση τη (σχέση 3-17), με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB, η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό κυκλικής διατομής ακτίνας $R=5\mu$ σε βάθος $H=10\mu$, στο επίπεδο $w=x+iy$ στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = r e^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-12).

Η επίλυση της εξίσωσης (3-16), $S=0$, δίνει $h=2\mu$



Σχ.3-12: Εξωτερικό κύκλου ακτίνας $R=5\mu$ σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους(α), στο εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου σε αντίστοιχο βάθος $h=2\mu$ (β)

3.2.2. «Ισοδύναμο βάθος h» του Μοναδιαίου Κύκλου για Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H

Θεωρούμε ελλειπτική διατομή με ημιάξονες a & b η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της διατομής. Προκειμένου να διαμορφωθεί η συνάρτηση του μετασχηματισμού που απεικονίζει την ελλειπτική διατομή σε βάθος H, από την επιφάνεια του εδάφους στον μοναδιαίο κύκλο σε «ισοδύναμο βάθος h», απαιτείται κατ' αρχήν ο υπολογισμός του «ισοδύναμου βάθους h». Λαμβάνοντας υπ' όψιν τη (σχέση 3-6), όπου το σημείο (0,-iH) στο επίπεδο w, απεικονίζεται στο σημείο (0,-ih) στο επίπεδο ζ, προκύπτει η παρακάτω εξίσωση S=0, η λύση της οποίας είναι το ζητούμενο h.

$$S = R \left(ih + \frac{m}{ih} \right) - iH = 0 \quad (3-18)$$

$$\text{όπου : } R = \frac{a+b}{2} \text{ \& } m = \frac{a-b}{a+b}$$

Μετά τον υπολογισμό του h, η συνάρτηση μετασχηματισμού, η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό διατομής ελλειπτικού σχήματος σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο w, στο εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο ζ βάσει της (3-18) , παίρνει την μορφή :

$$w = f(\zeta) = R \left((\zeta + (ih)) + \left(\frac{m}{\zeta + (ih)} \right) \right) - iH \quad (3-19)$$

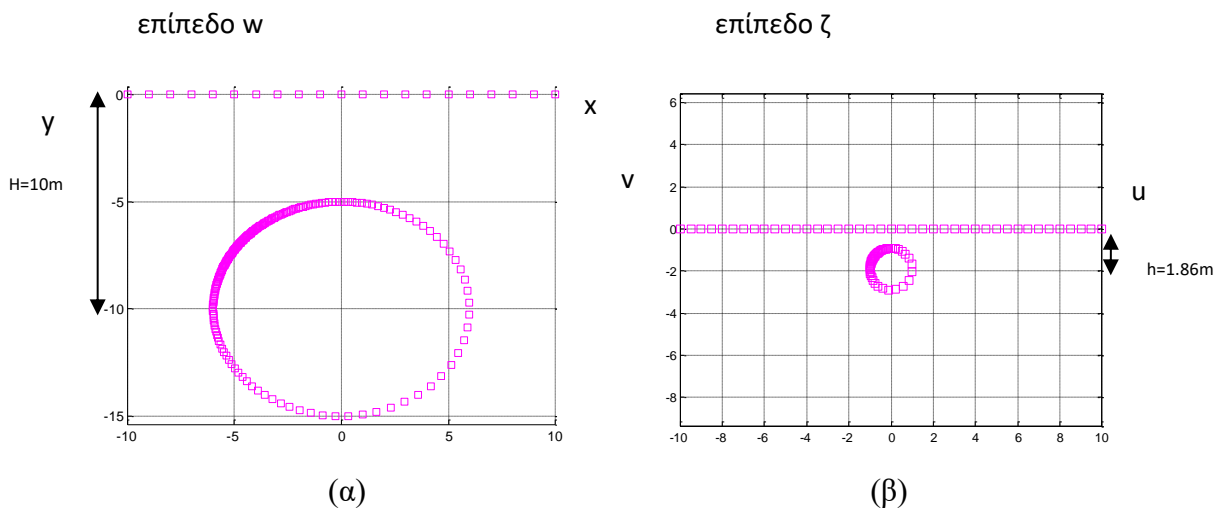
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε ελλειπτική διατομή με ημιάξονες a=6μ & b=5μ. στο επίπεδο w=x+iy, η οποία βρίσκεται σε βάθος H=10μ από την επιφάνεια του εδάφους. Από την γεωμετρία της διατομής βάσει της (σχέσης 3-6), προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών:

$$R=5.50, m= 0.0909$$

Με την βοήθεια της MATLAB επιλύουμε αφενός την (σχέση 3-18) ως προς h και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση τη (σχέση 3-19), η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό ελλειπτικής διατομής σε βάθος H, στο επίπεδο w=x+iy στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = r e^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-13).

Η επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης S=0, δίνει h= 1.86μ



Σχ.3-13: Εξωτερικό έλλειψης σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους (α), στο εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου σε αντίστοιχο βάθος $h=1.86\mu$ (β)

3.2.3. «Ισοδύναμο βάθος h» του Μοναδιαίου Κύκλου για Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H

Θεωρούμε τετραγωνική διατομή με πλευρά μήκους a_{sq} , η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της διατομής. Προκειμένου να διαμορφωθεί η συνάρτηση του μετασχηματισμού που απεικονίζει την τετραγωνική διατομή σε βάθος H, από την επιφάνεια του εδάφους στον μοναδιαίο κύκλο σε «ισοδύναμο βάθος h», απαιτείται κατ' αρχήν ο υπολογισμός του «ισοδύναμου βάθους h». Λαμβάνοντας υπ' όψιν τη (σχέση 3-10), όπου το σημείο $(0, -iH)$ στο επίπεδο w, απεικονίζεται στο σημείο $(0, -ih)$ στο επίπεδο ζ, προκύπτει η παρακάτω εξίσωση $S=0$, η λύση της οποίας είναι το ζητούμενο h.

$$S = R \left(ih + \left(\frac{c_3}{(ih)^3} \right) + \left(\frac{c_7}{(ih)^7} \right) \right) - (iH) = 0 \quad (3-20)$$

$$\text{όπου : } c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, R = \frac{0.5a_{sq}}{1+c_3+c_7}$$

Μετά τον υπολογισμό του h, η συνάρτηση μετασχηματισμού, η όποια μετασχηματίζει το εξωτερικό τετραγώνου σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο w, στο εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο ζ βάσει της (σχέσης 3-20), παίρνει την μορφή :

$$w = f(\zeta) = R(\zeta + (ih)) + \left(\frac{c_3}{(\zeta + (ih))^3}\right) + \left(\frac{c_7}{(\zeta + (ih))^7}\right) - iH \quad (3-21)$$

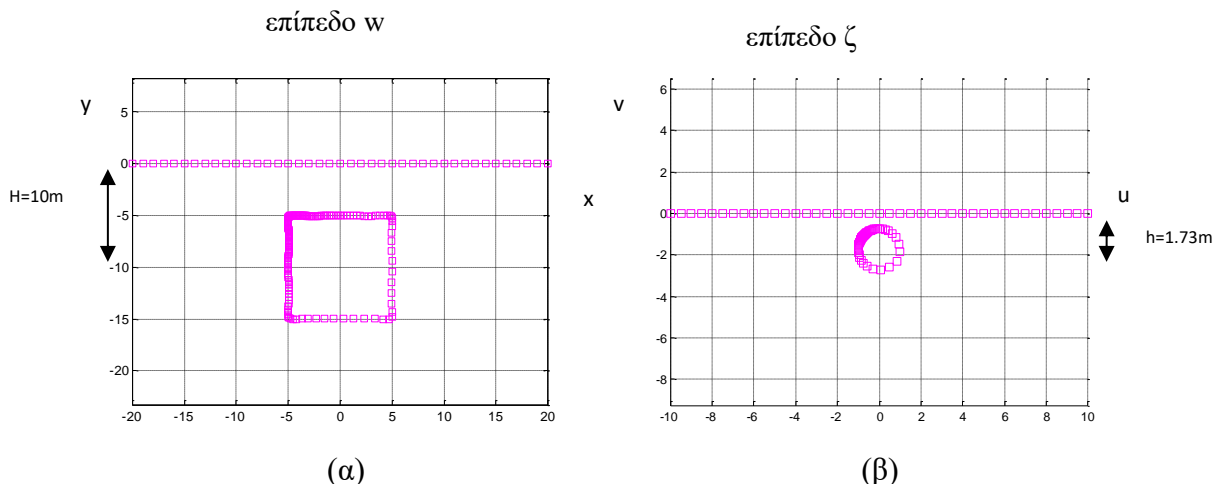
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε τετραγωνική διατομή με πλευρά $a_{sq}=10\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, η οποία βρίσκεται σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Από τη γεωμετρία της διατομής βασει των (σχέσεων 3-10 και 3-11γ), προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών:

$$c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, R=5.874149$$

Με την βοήθεια της MATLAB επιλύουμε αφενός την (σχέση 3-20) ως προς h και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση τη (σχέση 3-21), η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό τετραγωνικής διατομής σε βάθος H , στο επίπεδο $w=x+iy$ στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-14).

Η επίλυση της εξίσωσης (3-20) $S=0$, δίνει $h=1.733964\mu$



Σχ.3-14: Εξωτερικό τετραγώνου σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους (α) στο εξωτερικό μοναδιαίο κύκλο σε αντίστοιχο βάθος $h=1.73\mu$ (β)

3.2.4. «Ισοδύναμο βάθος h » του Μοναδιαίου Κύκλου για Πεταλοειδή Οπή, σε βάθος H

Θεωρούμε πεταλοειδή διατομή, η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της διατομής. Προκειμένου να διαμορφωθεί η συνάρτηση του μετασχηματισμού που απεικονίζει την πεταλοειδή διατομή σε βάθος H , από την επιφάνεια του εδάφους στον μοναδιαίο κύκλο σε «ισοδύναμο βάθος h », απαιτείται κατ' αρχήν ο υπολογισμός του «ισοδύναμου βάθους h ». Λαμβάνοντας υπ' όψιν τη (σχέση 3-13), όπου το

σημείο (0,-iH) στο επίπεδο w, απεικονίζεται στο σημείο (0,-ih) στο επίπεδο ζ, προκύπτει η παρακάτω εξίσωση S=0, η λύση της οποίας είναι το ζητούμενο h.

$$S = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} Re^{-\frac{ipi}{4}}\right) \left((hie^{\frac{ipi}{4}})\right) + \left(\frac{ib_1}{((hie^{\frac{ipi}{4}}))}\right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{((hie^{\frac{ipi}{4}}))^2}\right) + \left(\frac{a_3}{(hie^{\frac{ipi}{4}})^3}\right) - (iH) = 0 \quad (3-22)$$

Μετά τον υπολογισμό του h, η συνάρτηση μετασχηματισμού, η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό της πεταλοειδούς διατομής που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο w, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο ζ, βάσει της (σχέσης 3-22), παίρνει την μορφή :

$$w = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} Re^{-\frac{ipi}{4}}\right) (\zeta + (hi)e^{\frac{ipi}{4}}) + \left(\frac{ib_1}{(\zeta+(hi)e^{\frac{ipi}{4}})}\right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{(\zeta+(hi)e^{\frac{ipi}{4}})^2}\right) + \left(\frac{a_3}{(\zeta+(hi)e^{\frac{ipi}{4}})^3}\right) - (iH) \quad (3-23)$$

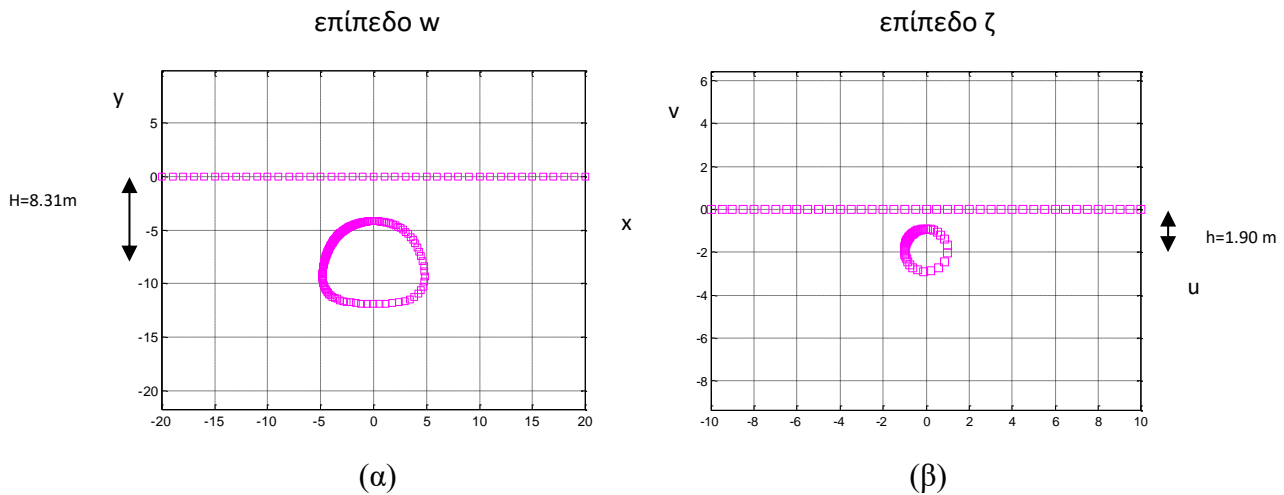
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε πεταλοειδή διατομή ύψους $H_{tot}=7.72\mu$. και πλάτους $W=9.5\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, $H=8.311848\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Από την γεωμετρία της διατομής, όπως αναλύθηκε στην (§3.1.5.), προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών :

$$b_1=0.104, a_2 = 0.047, a_3=0.029, R=3.148133997$$

Με την βοήθεια της MATLAB επιλύουμε αφενός την (σχέση 3-22) ως προς h και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση τη (σχέση 3-23), η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό της πεταλοειδούς διατομής σε βάθος H, στο επίπεδο $w=x+iy$ στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-15).

Η επίλυση της εξίσωσης S=0, δίνει $h=1.907370\mu$



Σχ.3-15: Εξωτερικό πεταλοειδούς οπής σε βάθος $H=8.31\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους (α), στο εξωτερικό μοναδιαίου κύκλου σε αντίστοιχο βάθος $h=1.90\mu$ (β)

3.3. Προτεινόμενες Σύμμορφες Απεικονίσεις για τον Ημίχωρο- Half Space

3.3.1. Κυκλική Οπή ακτίνας $r=1$, σε Ημίχωρο

Θεωρούμε κυκλική οπή με ακτίνα $r=1\mu$, που βρίσκεται σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της οπής.

Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην εύρεση μιας συνάρτησης μετασχηματισμού η οποία απεικονίζει τον τόπο μεταξύ της κυκλικής οπής ακτίνας $r=1\mu$, σε βάθος h από την ελεύθερη επιφάνεια (άξων x) στο επίπεδο w , στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ .

Η προτεινόμενη συνάρτηση μετασχηματισμού είναι η εξής :

$$w = f(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{(e^{0.5ip_i} \zeta_i) - a}{(e^{0.5ip_i} \zeta_i \alpha) - 1} \right)}{1 - \left(\frac{(e^{0.5ip_i} \zeta_i) - a}{(e^{0.5ip_i} \zeta_i \alpha) - 1} \right)} \right)$$

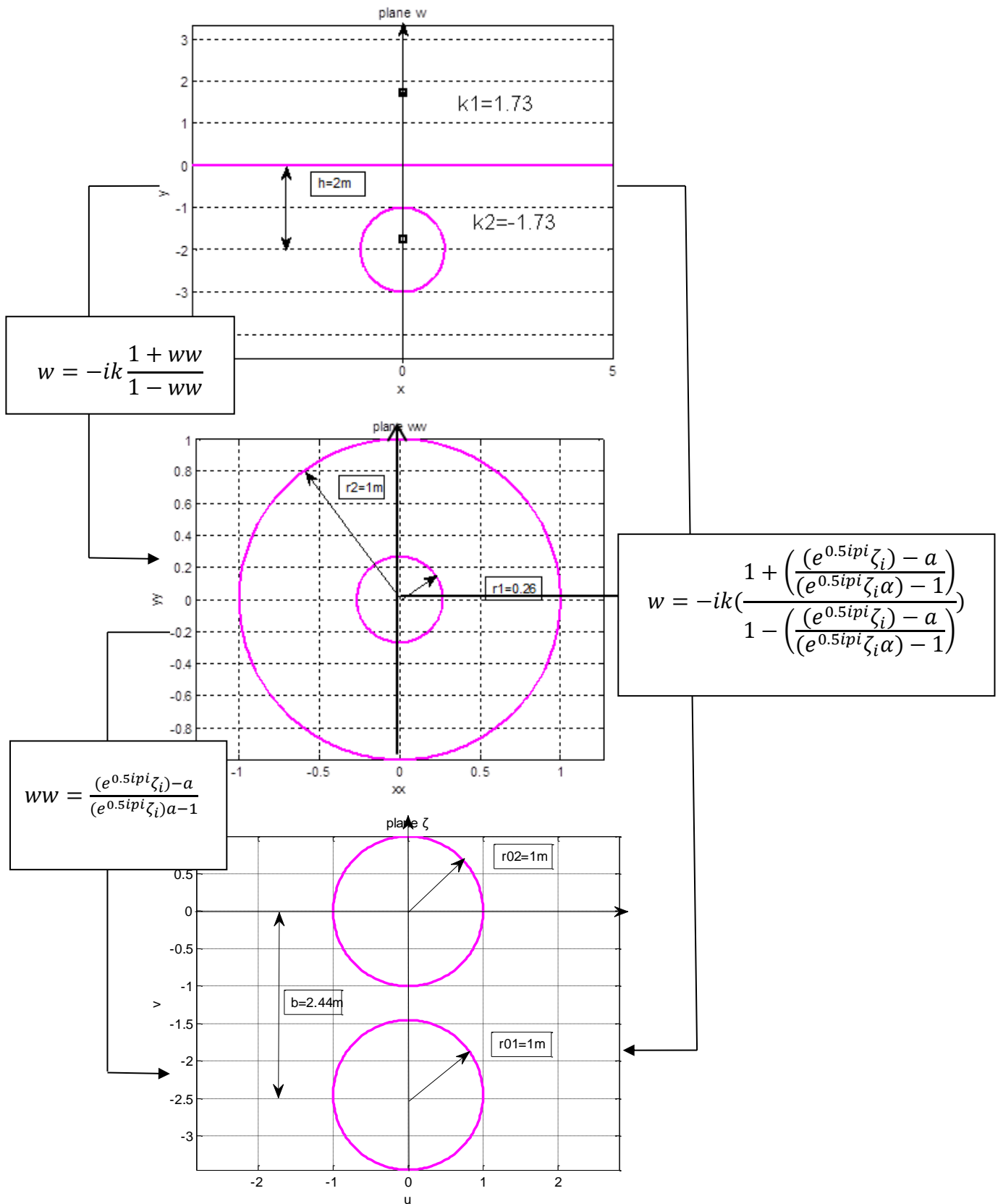
$$\text{Όπου : } \zeta_i, i=1,2, \quad \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \zeta_2 = r_2 e^{i\theta} \quad (3-24)$$

Η συνάρτηση που ορίζεται από την (σχέση 3-24) είναι μετασχηματισμός τύπου Mobius, όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.2, σχέση 2.1), που απεικονίζει περιφέρειες στο επίπεδο w , σε περιφέρειες στο επίπεδο ζ , όπου υπό τον όρο «περιφέρειες» εννοούμε και περιφέρειες με άπειρη ακτίνα δηλαδή ευθείες γραμμές. Με βάση την ιδιότητα που αφορά στους διαδοχικούς μετασχηματισμούς, όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.2, σχέση 2.5), η (σχέση 3-24) αποτελεί σύνθεση δύο μετασχηματισμών, επίσης Mobius και συγκεκριμένα, του μετασχηματισμού

$$ww = \frac{(e^{0.5ipiz_i})^{-a}}{(e^{0.5ipiz_i})^{a-1}} \text{ και του μετασχηματισμού}$$

$$w = -ik \frac{1+ww}{1-ww}, \text{ όπως φαίνεται στο (Σχ.3-16).}$$

Στη συνέχεια θα αναπτύξουμε τα 2 ΣΤΑΔΙΑ που συνθέτουν τον μετασχηματισμό που ορίζεται από τη (σχέση 3-24) και συγκεκριμένα την απεικόνιση του ελαστικού ημίχωρου με κυκλική οπή ακτίνας $r=1$ μ, που βρίσκεται σε βάθος h , στο επίπεδο w σε δακτύλιο ομόκεντρων κύκλων, στο επίπεδο ww (ΣΤΑΔΙΟ 1) ακολουθούμενη από την απεικόνιση του δακτυλίου των ομόκεντρων κύκλων στο επίπεδο ww , στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ (ΣΤΑΔΙΟ 2).



Σχ.3-16: Ο σύνθετος μετασχηματισμός $w = -ik \left(\frac{1 + \frac{(e^{0.5ipi\zeta_i} - a)}{(e^{0.5ipi\zeta_i} \alpha - 1)}}{1 - \frac{(e^{0.5ipi\zeta_i} - a)}{(e^{0.5ipi\zeta_i} \alpha - 1)}} \right)$

ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΠΗ ΣΕ ΗΜΙΧΩΡΟ ΣΕ ΔΥΟ ΟΜΟΚΕΝΤΡΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥΣ ΜΕ ΚΕΝΤΡΟ ΤΟ 0- ΣΤΑΔΙΟ 1

Πρέπει να βρεθούν δύο σημεία που είναι ταυτόχρονα συμμετρικά ως προς την ευθεία $\text{Im}w=0$ και ως προς τον μοναδιαίο κύκλο το κέντρο του οποίου βρίσκεται σε βάθος h από την ελεύθερη επιφάνεια. Τα σημεία αυτά βρίσκονται πάνω στον άξονα των φανταστικών και είναι της μορφής ik και $-ik$, $k>0$ λόγω της συμμετρίας με την ευθεία. Λόγω της συμμετρίας ως προς τον κύκλο ισχύει :

$$(h+k)(h-k)=1^2, \text{ οπότε } k = \sqrt{h^2 - 1^2} \quad (3-25)$$

Ο ζητούμενος μετασχηματισμός είναι ο

$$wW = \frac{w+ik}{w-ik} \quad (3-26)$$

ο οποίος απεικονίζει κύκλους του επιπέδου w σε ομόκεντρους κύκλους κύκλους στο επίπεδο wW . Το σημείο $w=ik=k_1$ απεικονίζεται στο ∞ , ενώ το $w=-ik=k_2$ απεικονίζεται σε σημείο που είναι συμμετρικό του σημείου k_1 στο επίπεδο wW . Συμμετρικό σημείο όμως είναι το κέντρο του κύκλου, οπότε ο μετασχηματισμός που δίνεται από τη (σχέση 3-26) είναι η ζητούμενη απεικόνιση αφού απεικονίζει το σημείο k_2 στο κοινό κέντρων των κύκλων στο επίπεδο wW , δηλαδή στο σημείο $(0,0)$.

Η εικόνα της ευθείας $\text{Im}w=0$ στο επίπεδο wW είναι ο κύκλος C με ακτίνα $r_2=1$. Ομοίως αποδεικνύεται ότι ο μοναδιαίος κύκλος βάθους h απεικονίζεται σε ένα κύκλο με ακτίνα:

$$r_1 = \frac{1+h-k}{1+h+k} \quad (3-27)$$

Σύμφωνα με την αρχή της αντιστοιχίας των συνόρων, ο σύμμορφος μετασχηματισμός που δίδεται από τη (σχέση 3-26):

$$wW = \frac{w+ik}{w-ik}$$

απεικονίζει το χωρίο μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας του επιπέδου w στον δακτύλιο $r_1 < |wW| < 1$ του επιπέδου wW . Για την απόδειξη βλέπε ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α§1.

Λύνοντας την (σχέση 3-26) ως προς w λαμβάνουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό,

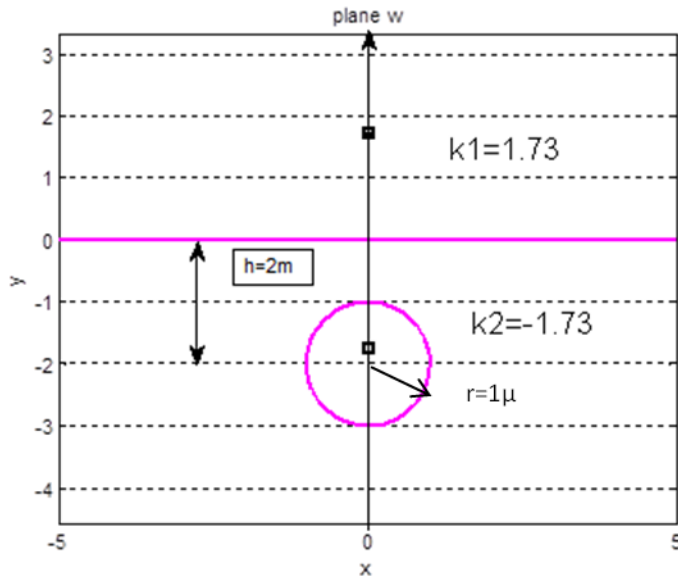
$$w = -ik \frac{1 + ww}{1 - ww} \quad (3-28)$$

ο οποίος απεικονίζει ομόκεντρους κύκλους του επιπέδου w σε κυκλική οπή με ημίχωρο στο επίπεδο w .

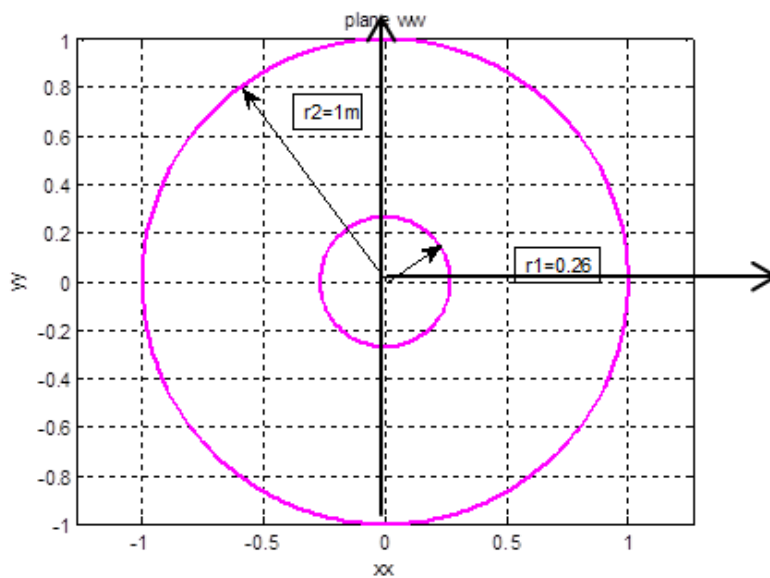
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε κυκλική οπή ακτίνας $r=1\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, που βρίσκεται σε βάθος $h=2\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Με την βοήθεια της MATLAB και τη σύνταξη του σχετικού κώδικα, υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση τη (σχέση 3-28), η οποία μετασχηματίζει την ελεύθερη επιφάνεια $\text{Im}w=0$ στο επίπεδο w , στον κύκλο K με ακτίνα $r_2=1\mu$ στο επίπεδο w . Σύμφωνα με την αρχή της αντιστοιχίας των συνόρων, όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.2, Σχ. 2.5), ο εσωτερικός κύκλος του δακτυλίου με ακτίνα r_1 στο επίπεδο w , αντιστοιχεί στην κυκλική οπή με κέντρο $(0,h)$ και ακτίνα $r=1\mu$ στο επίπεδο w , όπως φαίνεται στο (Σχ.3-17). Αντικαθιστώντας στις (σχέσεις 3-25 και 3-27) βρίσκουμε αντίστοιχα:

$$k_1 = k = 1.73205, \quad r_1 = 0.26795$$



(α)



(β)

Σχ.3-17 : Ο μετασχηματισμός $w = -ik \frac{1+ww}{1-ww}$, ελαστικός ημίχωρος με κυκλική οπή(α), σε δύο ομόκεντρους κύκλους (β)

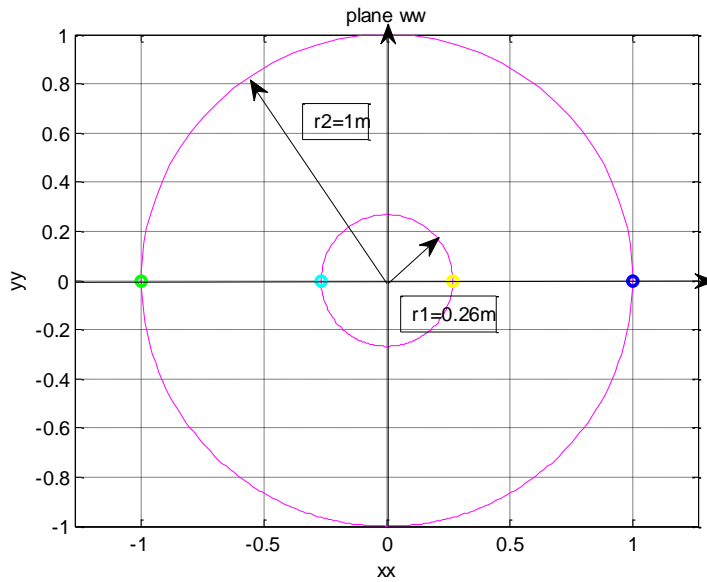
ΔΥΟ ΟΜΟΚΕΝΤΡΟΙ ΚΥΚΛΟΙ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ww ΜΕ ΚΕΝΤΡΟ ΤΟ 0 ΣΕ ΔΥΟ ΕΚΚΕΝΤΡΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥΣ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ $\zeta\zeta$ -ΣΤΑΔΙΟ 2

Έστω κύκλος C με κέντρο το σημείο $0,0$ και ακτίνα $r_{02}=1\mu$ και κύκλος C' με ακτίνα $r_{01}=1\mu$ και κέντρο στο σημείο $(b,0)$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-18). Έστω $P_1(a_1,0)$ και $P_2(a_2,0)$ τα συμμετρικά σημεία ως προς τους δύο κύκλους. Για την απόδειξη βλέπε ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α§2.

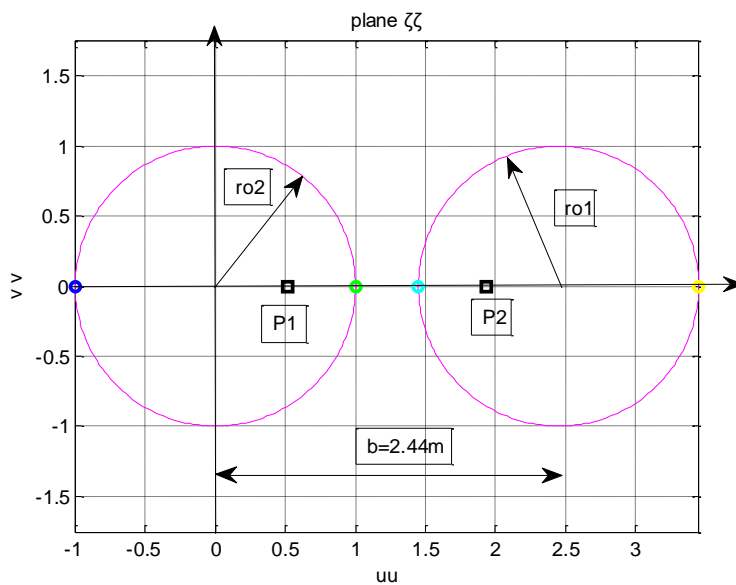
Λόγω της συμμετρίας ισχύουν οι σχέσεις :

$$(b - a_1)(b - a_2) = r_{01}^2 \quad (3-29)$$

$$a_1 a_2 = r_{02}^2 \quad (3-30)$$



(α)



(β)

Σχ.3-18 : Ο μετασχηματισμός $w w = \frac{\zeta \zeta - a_1}{a_1 \zeta \zeta - 1}$, δύο ομόκεντροι κύκλοι (α) σε δυο οριζόντιους έκκεντρος κύκλους (β)

Από την (σχέση 3-30) προκύπτει:

$$a_1 = \frac{1}{a_2} \quad \text{και}$$

μετά από αντικατάσταση η (σχέση 3-29) γίνεται :

$$-a_1^2 b + a_1(b^2 - r_{01}^2 + 1) - b = 0 \quad (3-31)$$

Θεωρούμε τις ποσότητες:

$$x_1 = b - r_{01}, \quad x_2 = b + r_{02}, \quad r_{01} = \frac{x_2 - x_1}{2}, \quad b = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (3-32)$$

Μετά από αντικατάσταση των (σχέσεων 3-32) στην δευτεροβάθμια εξίσωση που δίδεται από την (σχέση 3-31) έχουμε :

$$(b^2 - r_{01}^2 + 1) = x_1 x_2 + 1$$

$$-b = -\frac{x_1 + x_2}{2}$$

Οι λύσεις της (3-31) είναι οι εξής:

$$\alpha_1 = \frac{1 + x_1 x_2 + \sqrt{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}}{x_1 + x_2}, \quad \alpha_2 = \frac{1 + x_1 x_2 - \sqrt{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}}{x_1 + x_2} \quad (3-33)$$

Για τον μετασχηματισμό Mobius ισχύει :

$$\left(\frac{\zeta\zeta_4 - \zeta\zeta_1}{\zeta\zeta_2 - \zeta\zeta_1} \right) \left(\frac{\zeta\zeta_2 - \zeta\zeta_3}{\zeta\zeta_4 - \zeta\zeta_3} \right) = \left(\frac{ww_4 - ww_1}{ww_2 - ww_1} \right) \left(\frac{ww_2 - ww_3}{ww_4 - ww_3} \right) = \left(\frac{ww_4 - ww_1}{ww_4 - ww_3} \right) \left(\frac{ww_2 - ww_3}{ww_2 - ww_1} \right) \quad (3-34)$$

και επειδή $ww_4 = \infty$ και

$$\frac{ww_4 - ww_1}{ww_4 - ww_3} = 1 \quad (3-35)$$

Αντικαθιστώντας την (σχέση 3-35) στην (σχέση 3-34) προκύπτει:

$$\left(\frac{\frac{1}{a_1} - x_2}{x_1 - x_2} \right) \left(\frac{x_1 - a_1}{\frac{1}{a_1} - a_1} \right) = \frac{1}{2}$$

ο μετασχηματισμός:

$$w = \lambda \left(\frac{\zeta\zeta - a_1}{\zeta\zeta - a_2} \right) \tag{3-36}$$

απεικονίζει τους κύκλους C, C' του επιπέδου $\zeta\zeta$, σε δύο κύκλους K, K' του επιπέδου w .

Το σημείο $\zeta\zeta=1$ απεικονίζεται στο $w=-1$, οπότε αντικαθιστώντας στην (3-36),

$$-1 = \lambda \left(\frac{1-a_1}{1-a_2} \right), \text{ προκύπτει η τιμή του } \lambda=1/a_1 \text{ και συνεπώς:}$$

$$w = \frac{\zeta\zeta - a_1}{a_1\zeta\zeta - 1} \tag{3-37}$$

που είναι και ο ζητούμενος μετασχηματισμός.

Από τον μικρό κύκλο έχουμε ότι το σημείο $\zeta\zeta_1 = x_1$, απεικονίζεται στο $w_1 = -r_1$ καθώς και ότι το σημείο $\zeta\zeta_2 = x_2$ απεικονίζεται στο $w_2 = r_1$. Από τις ανωτέρω προκύπτει :

$$r_1 = \frac{x_2 - a_1}{x_2 a_1 - 1}, \quad -r_1 = \frac{x_1 - a_1}{x_1 a_1 - 1}$$

και συνεπώς:

$$r_1 = \frac{-1 + x_1 x_2 - \sqrt{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}}{x_1 - x_2} \tag{3-38}$$

Από την (σχέση 3-37) παρατηρούμε ότι το $\zeta\zeta_3 = a_1$ απεικονίζεται στο $w_3 = 0$ και το $\zeta\zeta_4 = 1/a_1$ που είναι το συμμετρικό του σημείου ως προς τους κύκλους C, C' του επιπέδου $\zeta\zeta$, απεικονίζεται στο $w_4 = \infty$ που είναι το συμμετρικό του $w_3 = 0$ ως προς τους κύκλους K, K' του επιπέδου

ww. Ένας μετασχηματισμός Möbius διατηρεί την ιδιότητα των συμμετρικών σημείων και στο απεικονισμένο σχήμα. Απεικονίζει δηλαδή τα συμμετρικά σημεία ως προς ένα κύκλο, επίσης σε συμμετρικά σημεία ως προς την εικόνα του κύκλου.

Συνεπώς ο μετασχηματισμός που δίδεται από τη(σχέση 3-37) είναι η ζητούμενη απεικόνιση αφού απεικονίζει το $a_1=a$ στο κοινό κέντρο των κύκλων K, K' .

Λύνοντας την (σχέση 3-37) ως προς ζ λαμβάνουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό:

$$\zeta = \frac{ww - a_1}{a_1ww - 1} \quad (3-39)$$

ο οποίος μετασχηματίζει τον δακτύλιο των ομόκεντρων κύκλων του επιπέδου ww σε έγκεντρους κύκλους στο επίπεδο ζ .

Ο κύκλος με ακτίνα r_1 , στο επίπεδο ww αντιστοιχεί στην κυκλική οπή με κέντρο $(b,0)$ και ακτίνα $r_{01}=1\mu$ στο επίπεδο ζ και σύμφωνα με την αρχή της αντιστοιχίας των συνόρων, όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.2, Σχ. 2.5), ο κύκλος με ακτίνα $r_2=1\mu$, στο επίπεδο ww αντιστοιχεί σε κύκλο με κέντρο $(b,0)$ και ακτίνα $r_{02}=1\mu$ στο επίπεδο ζ . Η οικογένεια των κύκλων που έχουν τα ίδια συμμετρικά σημεία ονομάζονται κύκλοι του Απολλωνίου.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Από το προηγούμενο στάδιο Α γνωρίζουμε ότι $r_1=0.26795$ βάσει της (σχέσης 3-27) και αναζητούμε τις τιμές των ποσοτήτων a_1, b . Από τις ιδιότητες του μετασχηματισμού της (σχέσης 3-39), ισχύουν τα κάτωθι :

α. Το σημείο $x_2=b+r_{01}$ απεικονίζεται στο r_1 οπότε και λαμβάνουμε την εξίσωση :

$$x_2 = \frac{r_1 - a_1}{ra_1 - 1} \quad (3-40)$$

β. Το σημείο $x_1=b-r_{01}$ απεικονίζεται στο $-r_1$ οπότε και λαμβάνουμε την εξίσωση :

$$x_1 = \frac{-r_1 - a_1}{-ra_1 - 1} \quad (3-41)$$

Από τις (σχέσεις 3-32 και 3-38) μετά από αντικατάσταση λαμβάνουμε :

$$r_{01} = \frac{-r_1 a_1^2 + r_1}{r_1^2 a_1^2 - 1} \quad (3-42)$$

Λύνοντας την (σχέση 3-42) ως προς a_1 και για $r_{01} = 1$ λαμβάνουμε τις εξισώσεις:

$$a_1 = \sqrt{\frac{r_1 + 1}{r_1^2 + r_1}} \quad (3-43)$$

$$b = \frac{a_1 r_1^2 - a_1}{r_1^2 a_1^2 - 1} \quad (3-44)$$

Από όπου προκύπτει: $a = a_1 = 1.93185$, $b = 2.449489$ όπως φαίνεται στο (Σχ.3-18).

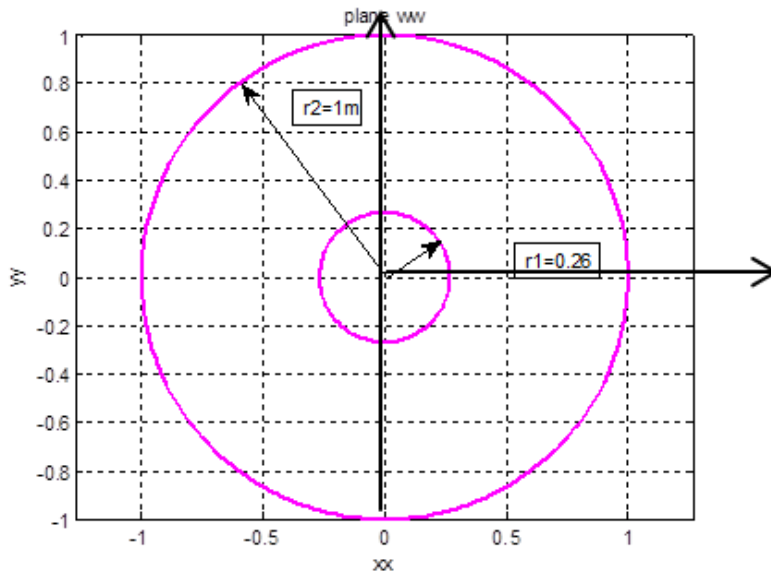
Πολλαπλασιάζοντας την

$$\zeta \zeta = \frac{w w - a}{a w w - 1} \quad (3-45)$$

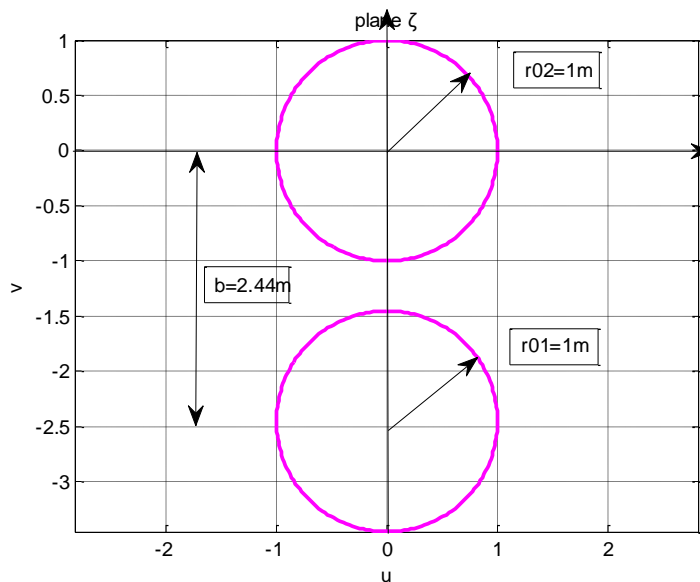
με την ποσότητα $e^{-0.5ip_i}$ και λύνοντας ως προς $w w$ παίρνουμε :

$$w w = \frac{(e^{0.5ip_i} \zeta_i) - a}{(e^{0.5ip_i} \zeta_i) a - 1} \quad (3-46)$$

Όπου : $\zeta_i, i=1,2$, $\zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib$, $\zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$ όπως φαίνεται στο (Σχ.3-19).



(α)



(β)

Σχ.3-19 : Ο μετασχηματισμός $ww = \frac{(e^{0.5ipiz_i})-a}{(e^{0.5ipiz_i})a-1}$, δύο ομόκεντροι κύκλοι (α) σε δύο μοναδιαίους κύκλους όπου τα κέντρα τους απέχουν στην ίδια κατακόρυφο κατά b

Σύμφωνα με την ιδιότητες των διαδοχικών μετασχηματισμών, δηλαδή με την αρχή της αντιστοιχίας των συνόρων, όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.2, Σχ. 2-5) και των Μετασχηματισμών Mobius, όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.2,σχέση 2-1), όπου από την σύνθεση δύο μετασχηματισμών Mobius προκύπτει επίσης μετασχηματισμός Mobius, συνθέτουμε τα ανωτέρω δυο Στάδια A & B και έτσι προκύπτει ο συνολικός μετασχηματισμός, ο οποίος μετασχηματίζει τον χώρο μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της κυκλικής οπής ακτίνας $r=1\mu$, σε βάθος $h=2\mu$ από την ελεύθερη επιφάνεια στο επίπεδο w σε δύο μοναδιαίους κύκλους

όπου τα κεντρα τους βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν μεταξύ τους κατά $b=2.44\mu$, στο επίπεδο ζ . Ο κύκλος ακτίνας $r_{01}=1\mu$ με κέντρο το $(0,-ib)$, αντιστοιχεί στην κυκλική οπή και σύμφωνα με την αρχή αντιστοιχίας των συνόρων ο κύκλος ακτίνας $r_{02}=1\mu$ με κέντρο το $(0,0)$, αντιστοιχεί στην ελεύθερη επιφάνεια.

Θέτοντας την (σχέση 3-46) στην (σχέση 3-28), ο τελικός μετασχηματισμός παίρνει την μορφή

$$w = f(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ip_i} \zeta_i - a}{(e^{0.5ip_i} \zeta_i \alpha) - 1} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ip_i} \zeta_i - a}{(e^{0.5ip_i} \zeta_i \alpha) - 1} \right)} \right)$$

Όπου : $\zeta_i, i=1,2, \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$ (3-47)

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τον τελικό μετασχηματισμό (3-47), με $k=1.73205$, $b= 2.449489$, $\alpha=1.93185$. Στο (Σχ.3-16) φαίνεται η σύνθεση των επιμέρους σταδίων.

3.3.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R, σε Ημίχωρο

Θεωρούμε σήραγγα κυκλικής διατομής με ακτίνα R, που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της διατομής. Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην εύρεση μιας συνάρτησης μετασχηματισμού η οποία απεικονίζει τον τόπο μεταξύ της κυκλικής οπής ακτίνας R, σε βάθος H από την ελεύθερη επιφάνεια (άξων x) στο επίπεδο w, σε δύο μοναδιαίους κύκλους όπου τα κεντρα τους βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο, στο επίπεδο ζ . Η συνάρτηση του τελικού μετασχηματισμού περιλαμβάνει ένα ακόμη Στάδιο Γ, εκτός από τα Στάδια A & B που αναπτύχθηκαν στην (§3.3.1.) Συγκεκριμένα περιλαμβάνει επί πλέον την απεικόνιση του χώρου μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της κυκλικής οπής ακτίνας R του επιπέδου w, όπως αναλύθηκε στην (§3.2.1.), στον χώρο μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και του μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ . Έτσι, θέτοντας στην (σχέση 3-17) όπου ζ , την (σχέση 3-47) και συγκεκριμένα την $w(\zeta_i)=w1(\zeta_i)$, λαμβάνουμε την (σχέση 3-48) σύμφωνα με την ιδιότητα των διαδοχικών μετασχηματισμών:

$$w = f(\zeta_i) = (R(w1(\zeta_i) + ih)) - (iH) \quad (3-48)$$

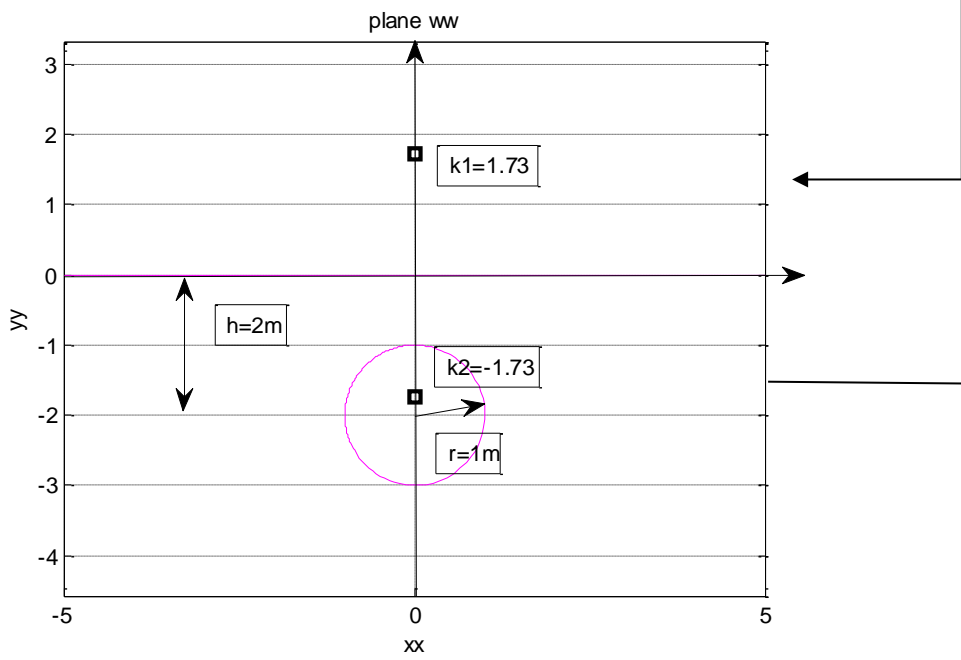
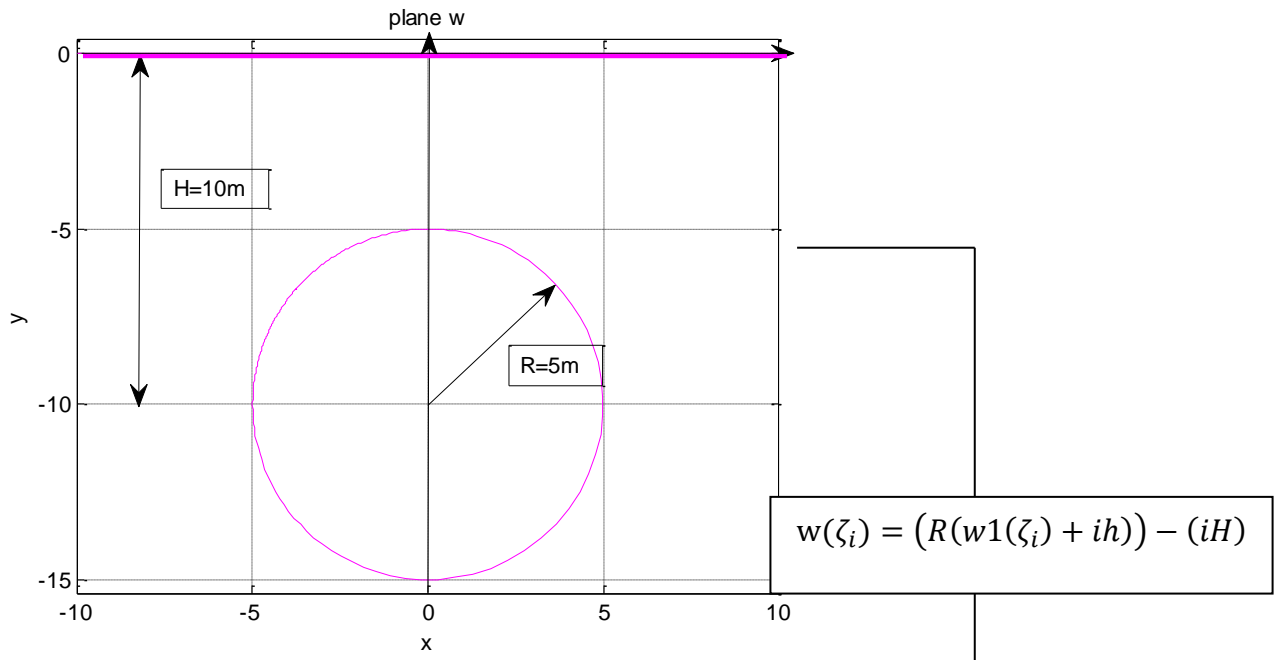
όπου:

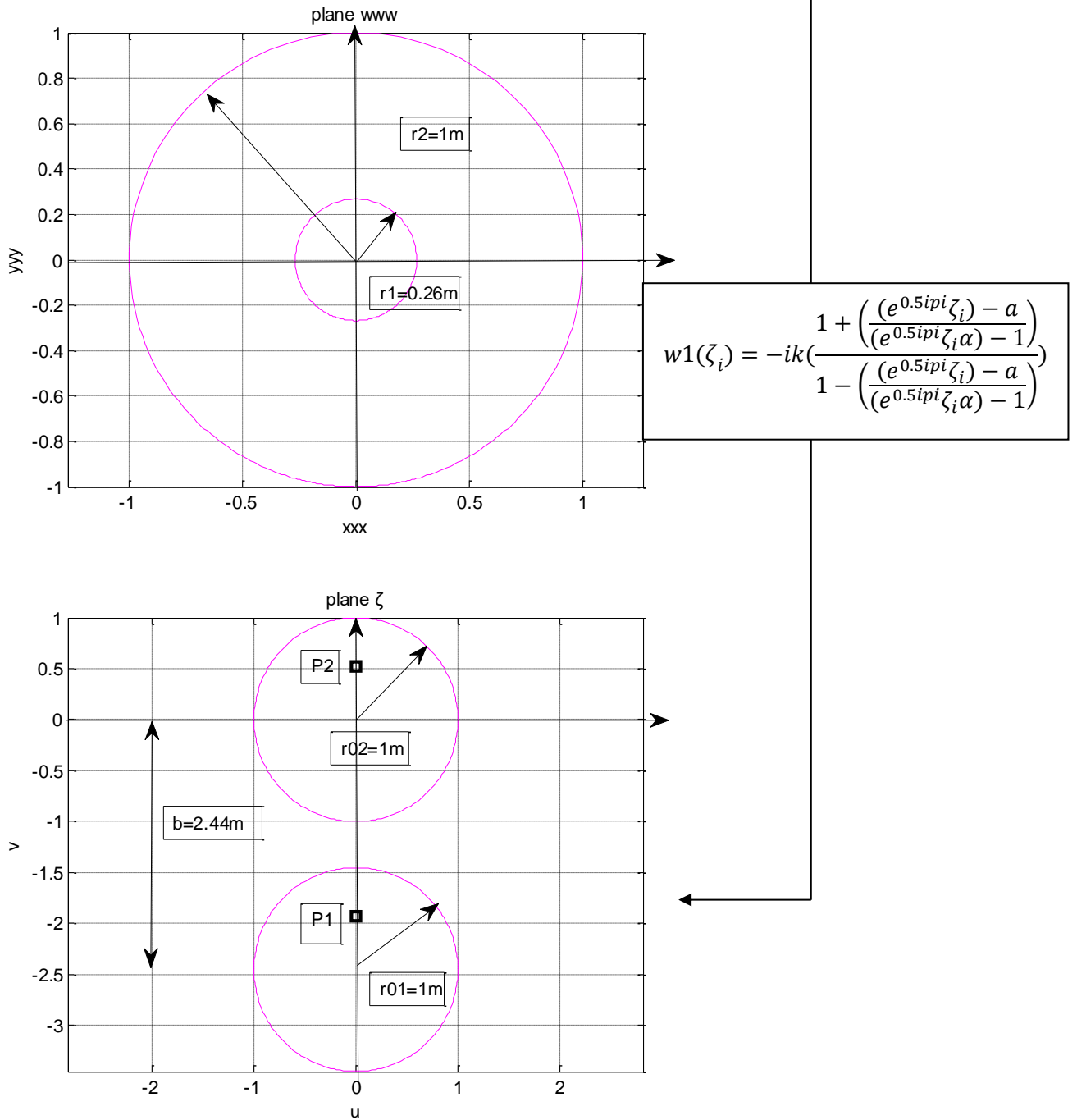
$$w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \frac{(e^{0.5ip_i\zeta_i}) - a}{(e^{0.5ip_i\zeta_i\alpha}) - 1}}{1 - \frac{(e^{0.5ip_i\zeta_i}) - a}{(e^{0.5ip_i\zeta_i\alpha}) - 1}} \right), \quad \zeta_i, i=1,2, \quad \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \quad \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε σήραγγα κυκλικής διατομής με ακτίνα $R=5\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, η οποία βρίσκεται σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους.

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τον τελικό μετασχηματισμό που προκύπτει από τη (σχέση 3-48). Το ισοδύναμο βάθος του μοναδιαίου κύκλου h υπολογίζεται σύμφωνα με την (σχέση 3-16), ενώ οι ποσότητες k , b , a , υπολογίζονται αντίστοιχα με βάσει τις (σχέσεις 3-25, 3-43, 3-44). Μετά από αντικατάσταση βρίσκουμε : $h=2\mu$, $k=1.73205$, $b= 2.449489\mu$, $a=1.93185$. Η σύνθεση των τριών Σταδίων που απαρτίζουν τον μετασχηματισμό φαίνεται στο (Σχ.3-20.)





Σχ.3-20: Τα επιμέρους Στάδια του σύνθετου μετασχηματισμού:

$$w(\zeta_i) = (R(w1(\zeta_i) + ih)) - (iH), \text{ όπου : } w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{e^{0.5ip_i \zeta_i \alpha} - 1} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{e^{0.5ip_i \zeta_i \alpha} - 1} \right)} \right)$$

3.3.3. Ελλειπτική Οπή , με Ημιάξονες a & b σε Ημίχωρο

Θεωρούμε σήραγγα ελλειπτικής διατομής, η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της διατομής. Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην εύρεση μιας συνάρτησης μετασχηματισμού η οποία απεικονίζει τον τόπο μεταξύ μιας ελλειπτικής οπής με ημιάξονες a & b, σε βάθος H από την ελεύθερη επιφάνεια (άξων x) στο επίπεδο w, σε δύο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b, στο επίπεδο ζ.

Η συνάρτηση του τελικού μετασχηματισμού περιλαμβάνει ένα ακόμη Στάδιο Γ εκτός από τα Στάδια A & B που αναπτύχθηκαν στην (§3.3.1.) Συγκεκριμένα περιλαμβάνει επί πλέον την απεικόνιση του χώρου μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της ελλειπτικής οπής του επιπέδου w, όπως αναλύθηκε στην (§3.2.2.), στον χώρο μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και του μοναδιαίου κύκλου. Έτσι θέτοντας στην (σχέση 3-19) όπου ζ , την (σχέση 3-47) και συγκεκριμένα την $w(\zeta_i)=w1(\zeta_i)$, λαμβάνουμε την (σχέση 3-49) σύμφωνα με την ιδιότητα των διαδοχικών μετασχηματισμών:

$$w(\zeta_i) = \left(R((w1(\zeta_i) + (ih)) + \left(\frac{m}{w1(\zeta_i)+(ih)} \right) \right) - (iH) \quad (3-49)$$

όπου:

$$R = \frac{a+b}{2} \quad \& \quad m = \frac{a-b}{a+b}$$

$$w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{e^{0.5ip_i \zeta_i a} - 1} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{e^{0.5ip_i \zeta_i a} - 1} \right)} \right), \quad \zeta_i, i=1,2, \quad \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \quad \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$$

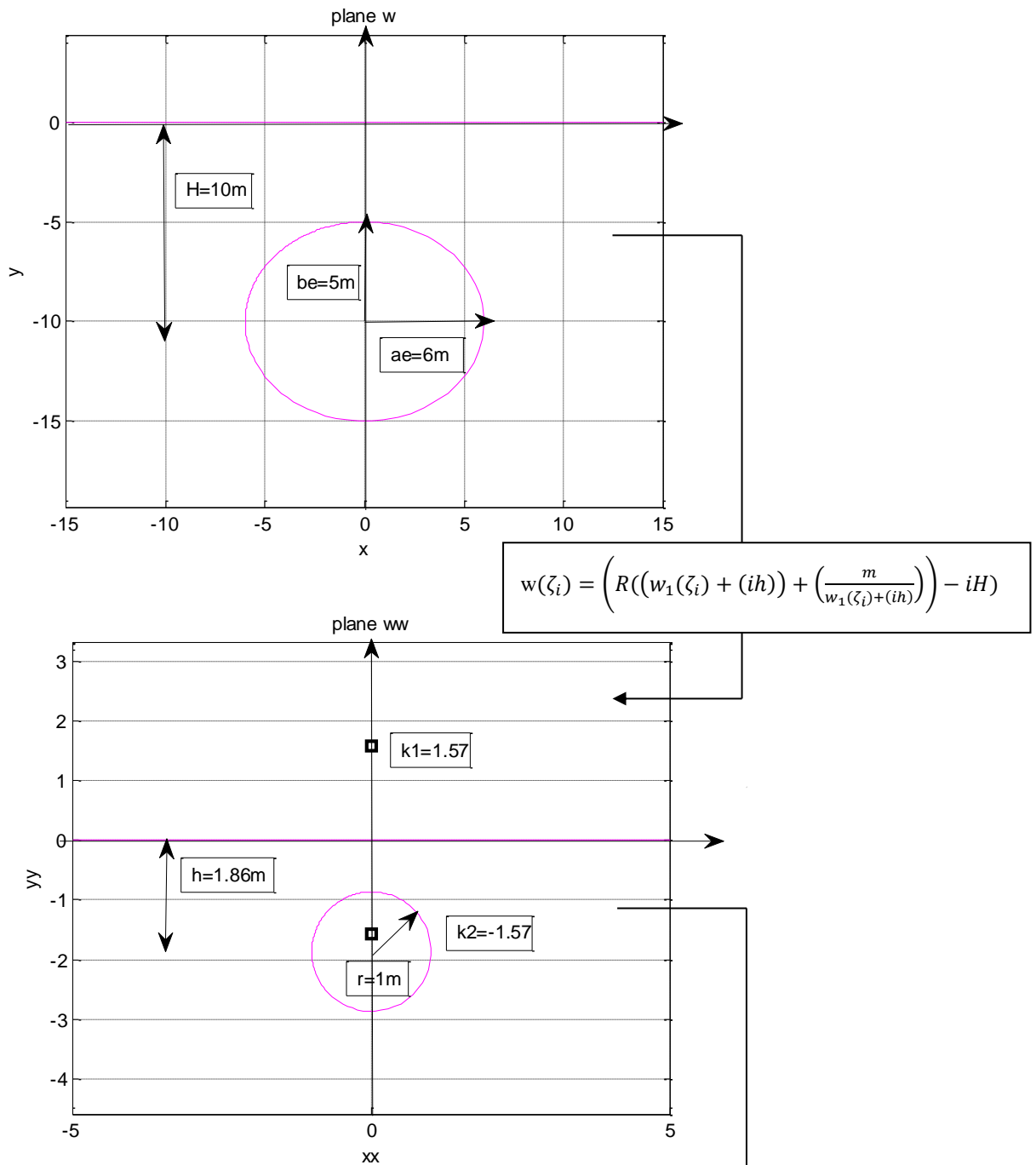
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

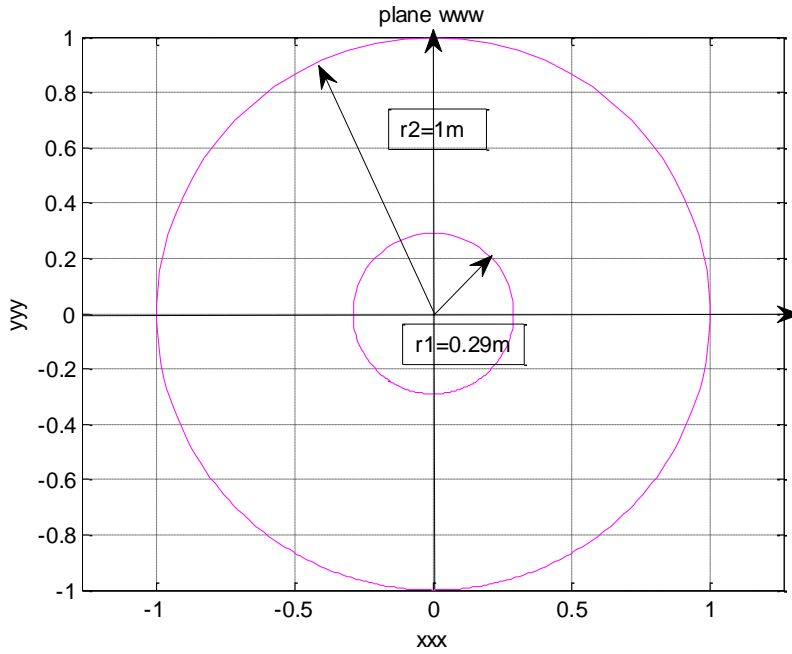
Θεωρούμε σήραγγα ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες a=6μ & b=5μ. στο επίπεδο w=x+iy, η οποία βρίσκεται σε βάθος H=10μ από την επιφάνεια του εδάφους. Από την γεωμετρία της διατομής βάσει της (σχέσης 3-6), προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών:

$$R=5.50, \quad m= 0.0909$$

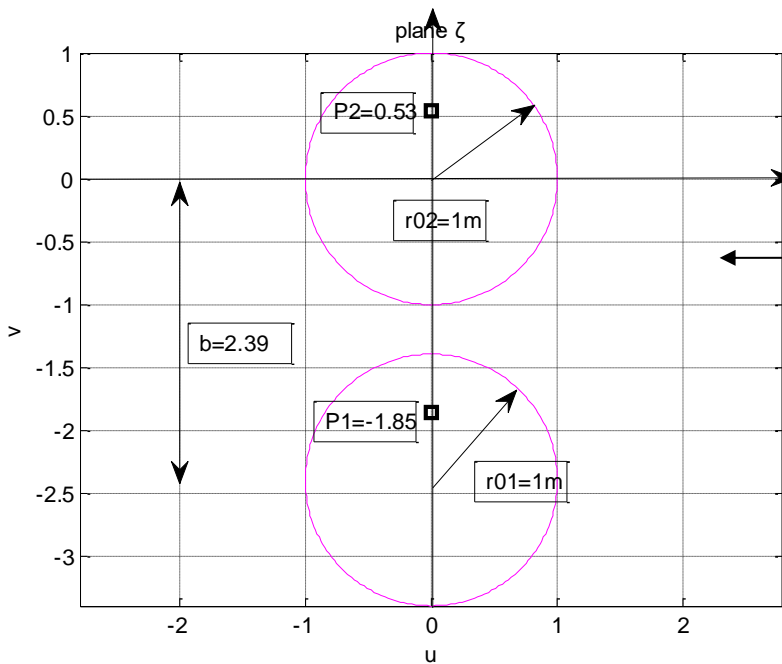
Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τον τελικό μετασχηματισμό που προκύπτει από τη (σχέση 3-49). Το ισοδύναμο βάθος του μοναδιαίου κύκλου h υπολογίζεται από την (σχέση 3-18), ενώ οι ποσότητες k, b, a, υπολογίζονται αντίστοιχα με βάσει τις

(σχέσεις 3-25, 3-43, 3-44). Μετά από αντικατάσταση βρίσκουμε : $h=1.86\mu$, $k=1.57$, $b=2.39\mu$, $a=1.85$. Η σύνθεση των τριών Σταδίων που απαρτίζουν τον μετασχηματισμό φαίνεται στο (Σχ.3-21).





$$w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1} \right)} \right)$$



Σχ.3-21: Τα επιμέρους Στάδια του σύνθετου μετασχηματισμού

$$w(\zeta_i) = \left(R((w_1(\zeta_i) + ih)) + \left(\frac{m}{w_1(\zeta_i) + ih} \right) \right) - ih, \quad w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1} \right)} \right)$$

3.3.4. Τετραγωνική Οπή με πλευρά a_{sq} , σε Ημίχωρο

Θεωρούμε σήραγγα τετραγωνικής διατομής, που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της διατομής. Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην εύρεση μιας συνάρτησης μετασχηματισμού η οποία απεικονίζει τον τόπο μεταξύ μιας τετραγωνικής οπής με πλευρά a_{sq} , σε βάθος H από την ελεύθερη επιφάνεια (άξων x) στο επίπεδο w , σε δύο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ .

Η συνάρτηση του τελικού μετασχηματισμού περιλαμβάνει ένα ακόμη Στάδιο Γ εκτός από τα Στάδια A & B που αναπτύχθηκαν στην (§3.3.1.) Συγκεκριμένα περιλαμβάνει επί πλέον την απεικόνιση του χώρου μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της τετραγωνικής οπής του επιπέδου w , όπως αναλύθηκε στην (§3.2.3.), στον χώρο μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και του μοναδιαίου κύκλου. Έτσι θέτοντας στην σχέση (3-21) όπου ζ , την σχέση (3-47) και συγκεκριμένα την $w(\zeta_i) = w_1(\zeta_i)$, λαμβάνουμε την σχέση (3-50) σύμφωνα με την ιδιότητα των διαδοχικών μετασχηματισμών :

$$w = f(\zeta_i) = \left(R \left(w_1(\zeta_i) + (ih) \right) + \left(\frac{c_3}{(w_1(\zeta_i) + (ih))^3} + \left(\frac{c_7}{(w_1(\zeta_i) + (ih))^7} \right) \right) \right) - (iH) \quad (3-50)$$

$$\text{όπου : } c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, R = \frac{0.5a_{sq}}{1+c_3+c_7}$$

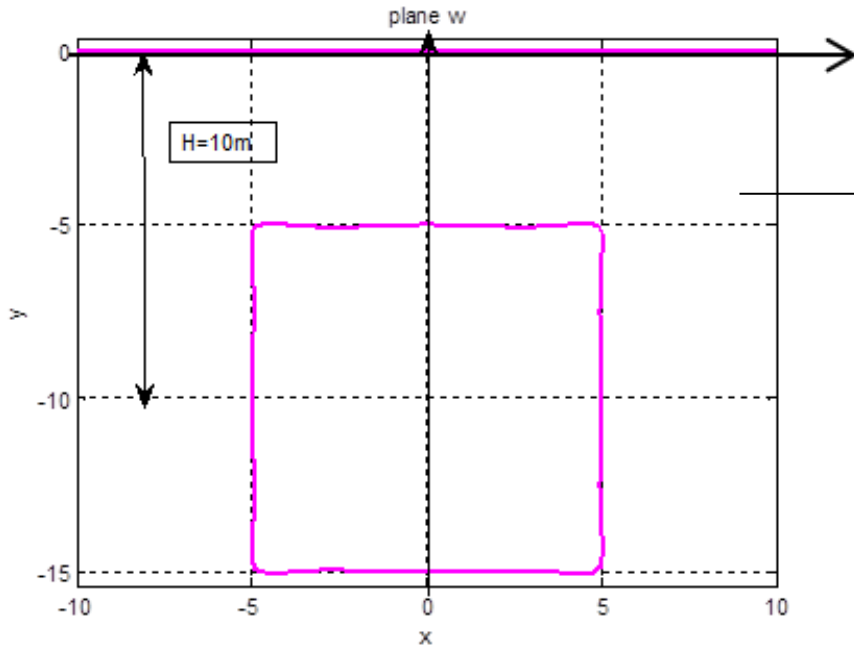
$$w_1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - 1)} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - 1)} \right)} \right), \zeta_i, i=1,2, \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

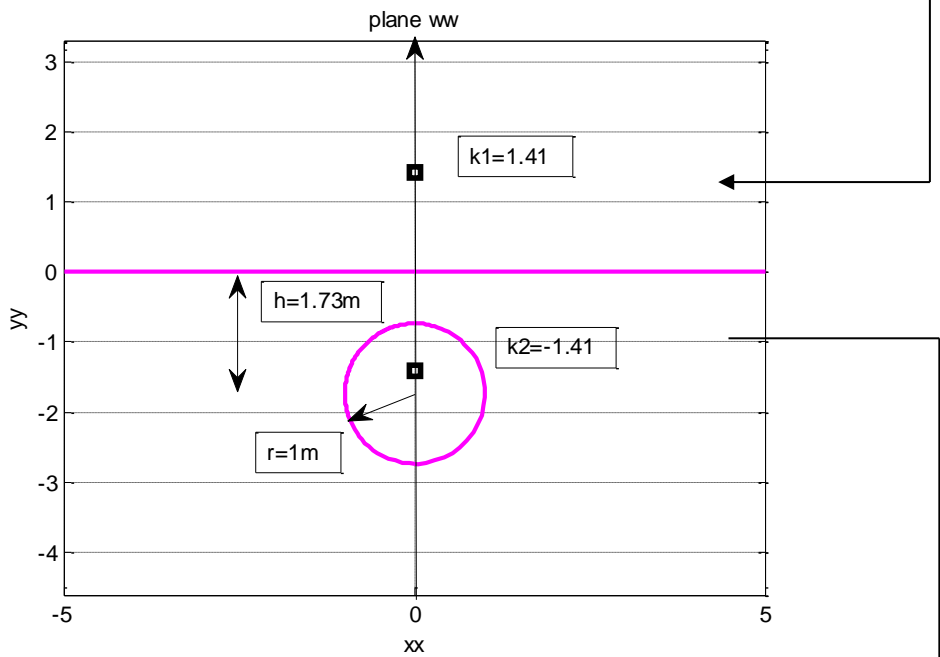
Θεωρούμε σήραγγα τετραγωνικής διατομής πλευράς $a_{sq}=10\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, η οποία βρίσκεται σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Από την γεωμετρία της διατομής, με βάση τις (σχέσεις 3-10 & 3-11γ) προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών:

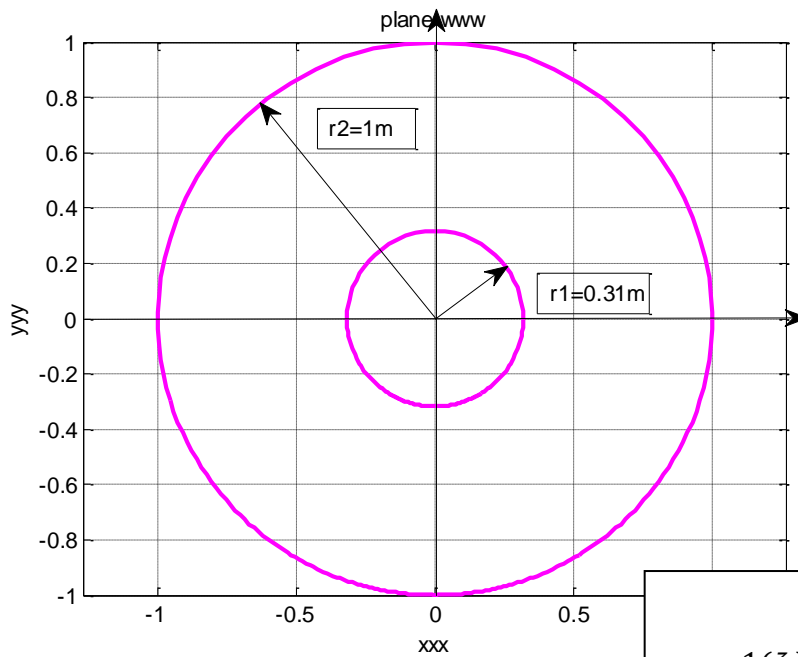
$$c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, R=5.8741$$

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τον τελικό μετασχηματισμό που προκύπτει από τη (σχέση 3-50). Το ισοδύναμο βάθος του μοναδιαίου κύκλου h υπολογίζεται σύμφωνα με την (σχέση 3-20), ενώ οι ποσότητες k , b , a , υπολογίζονται αντίστοιχα με βάσει τις (σχέσεις 3-25, 3-43, 3-44). Μετά από αντικατάσταση βρίσκουμε $h=1.73\mu$, $k=1.41$, $b=2.33\mu$, $a=1.77$. Η σύνθεση των τριών Σταδίων που απαρτίζουν τον μετασχηματισμό φαίνεται στο (Σχ.3-22.)

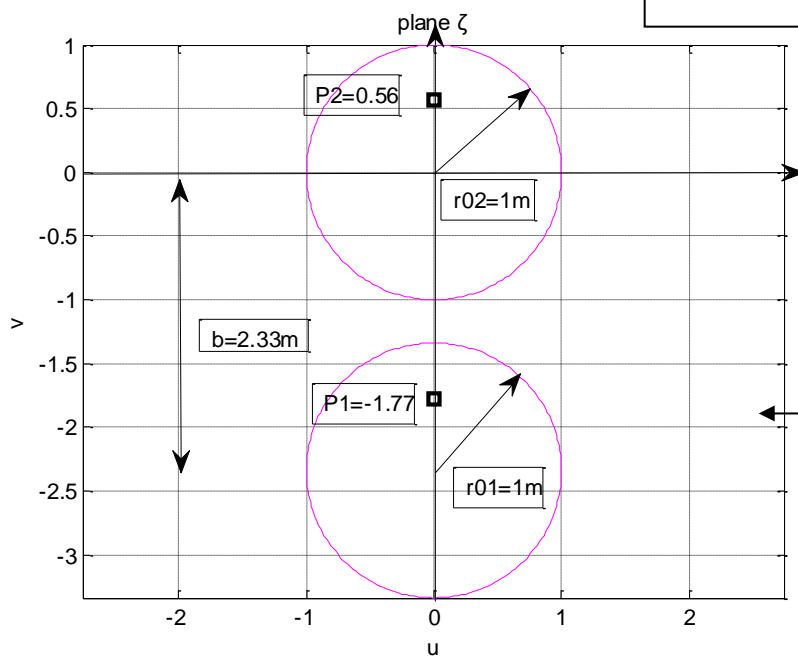


$$w(\zeta_i) = \left(R((w_1(\zeta_i) + ih)) + \left(\frac{c_3}{(w_1(\zeta_i) + ih)^3} + \frac{c_7}{(w_1(\zeta_i) + ih)^7} \right) \right) - (iH)$$





$$w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{(e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1)} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{(e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1)} \right)} \right)$$



Σχ.3-22: Τα επιμέρους Στάδια του σύνθετου μετασχηματισμού

$$w = f(\zeta_i) = \left(R \left((w_1(\zeta_i) + (ih)) \right) + \left(\frac{c_3}{(w_1(\zeta_i) + (ih))^3} \right) + \left(\frac{c_7}{(w_1(\zeta_i) + (ih))^7} \right) \right) - (ih),$$

όπου : $w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{(e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1)} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{(e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1)} \right)} \right)$

3.3.5. Πεταλοειδής Οπή , πλάτους W & ύψους H_{tot} , σε Ημίχωρο

Θεωρούμε σήραγγα πεταλοειδούς διατομής , που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους μετρούμενη από το κέντρο της διατομής. Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην εύρεση μιας συνάρτησης μετασχηματισμού η οποία απεικονίζει τον τόπο μεταξύ μιας οπής πεταλοειδούς σχήματος πλάτους W και ύψους H_{tot}, σε βάθος H από την ελεύθερη επιφάνεια (άξων x) στο επίπεδο w, σε δύο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b, στο επίπεδο ζ.

Η συνάρτηση μετασχηματισμού περιλαμβάνει ένα ακόμη Στάδιο Γ εκτός από τα Στάδια A & B που αναπτύχθηκαν στην (§3.3.1.) Συγκεκριμένα περιλαμβάνει επί πλέον την απεικόνιση του χώρου μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της οπής πεταλοειδούς σχήματος του επιπέδου w, όπως αναλύθηκε στην (§3.2.4.) , στον χώρο μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και του μοναδιαίου κύκλου. Έτσι θέτοντας στη (σχέση 3-23) όπου ζ , την (σχέση 3-47) και συγκεκριμένα την $w(\zeta_i)=w1(\zeta_i)$ λαμβάνουμε την (σχέση 3-51) σύμφωνα με την ιδιότητα των διαδοχικών μετασχηματισμών,:

$$w(\zeta_i) = m1 \left(\left(m2(w1(\zeta_i) + (ih)) \right) + \left(\frac{ib_1}{(w1(\zeta_i) + (ih))m2} \right) + \left(\frac{((i+1)a_2)}{(m2(w1(\zeta_i) + (ih)))^2} \right) + \left(\frac{a_3}{(m2(w1(\zeta_i) + (ih)))^3} \right) \right) - iH \quad (3-51)$$

$$\text{όπου : } m2 = e^{ipi/4} \quad m1 = \frac{2R}{\sqrt{2}} e^{-ipi/4}$$

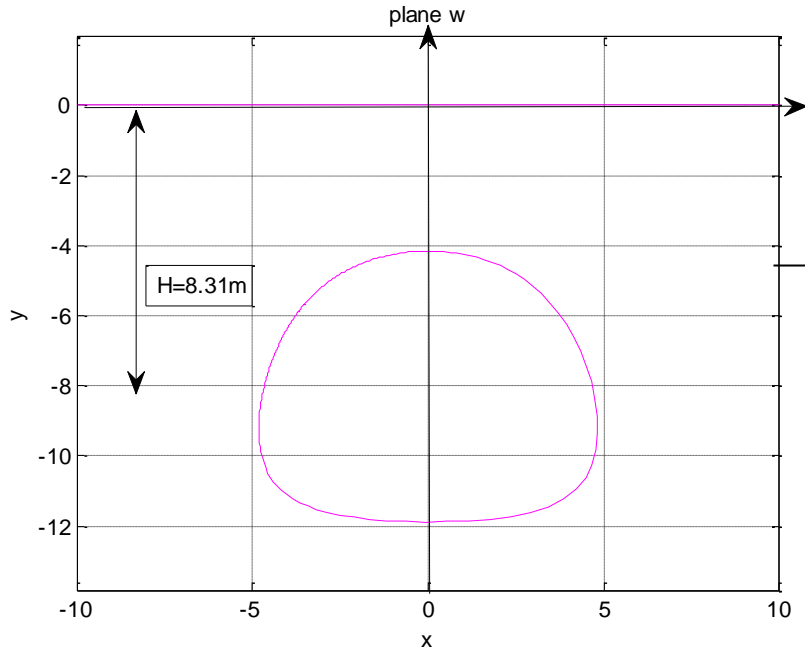
$$w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ipi\zeta_i} - a}{e^{0.5ipi\zeta_i\alpha} - 1} \right)} \right), \quad \zeta_i, i=1,2, \quad \zeta_1 = r1e^{i\theta} - ib, \quad \zeta_2 = r2e^{i\theta}$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

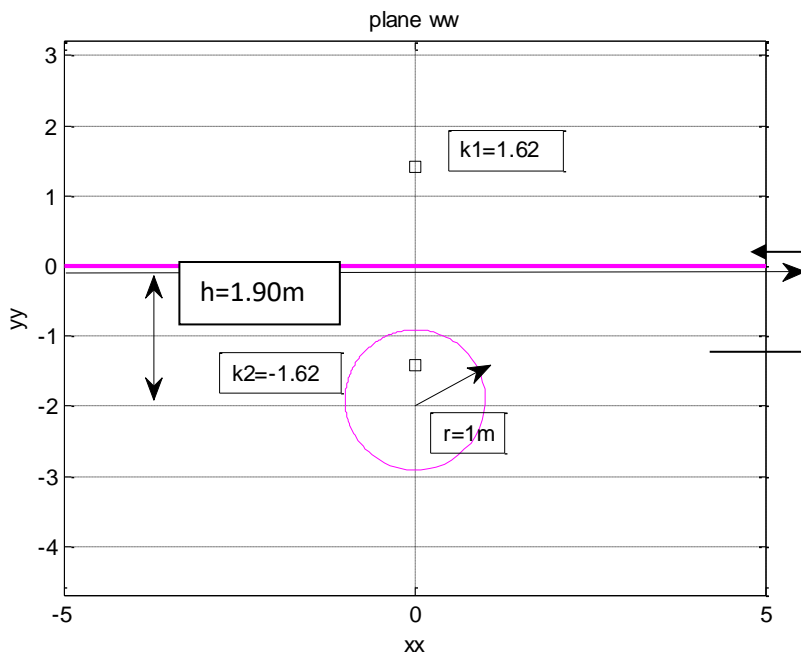
Θεωρούμε σήραγγα πεταλοειδούς διατομής πλάτους W=9.5μ και ύψους H_{tot}=7.72μ στο επίπεδο w=x+iy, η οποία βρίσκεται σε βάθος H=8.31μ από την επιφάνεια του εδάφους. Από την γεωμετρία της διατομής, όπως αναλύθηκε στην (§3.1.5.), προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών: $b_1=0.104, a_2=0.047, a_3=0.029, R=3.148133997, m2 = e^{\frac{ipi}{4}},$

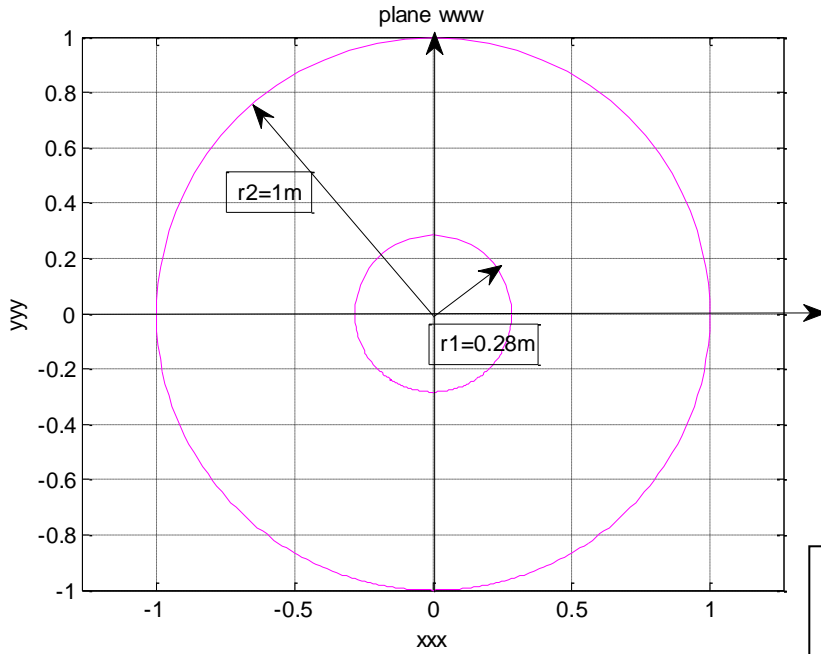
$m_1 = \frac{2R}{\sqrt{2}} e^{-ip/4}$. Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τον τελικό μετασχηματισμό που προκύπτει από τη (σχέση 3-51). Το ισοδύναμο βάθος του μοναδιαίου κύκλου h υπολογίζεται από την (σχέση 3-22), ενώ οι ποσότητες k , b , a , υπολογίζονται αντίστοιχα με βάσει τις (σχέσεις 3-25, 3-43 & 3-44). Μετά από αντικατάσταση βρίσκουμε :

$h = 1.90\mu$, $k = 1.62$, $b = 2.41\mu$, $a = 1.87$. Η σύνθεση των τριών Σταδίων που απαρτίζουν τον μετασχηματισμό φαίνεται στο (Σχ.3-23).

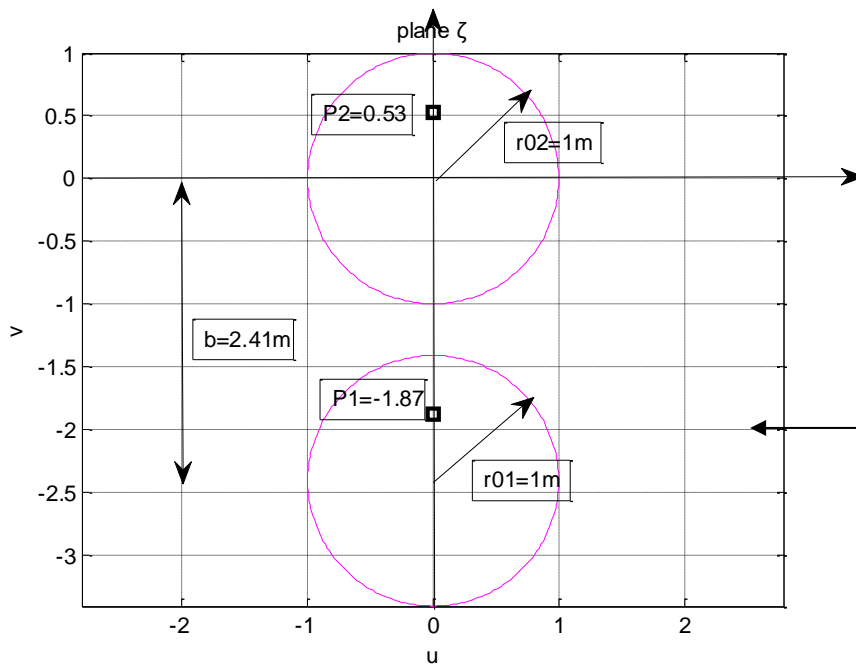


$$w(\zeta_i) = m_1 \left((m_2(w_1(\zeta_i) + (ih))) + \left(\frac{ib_1}{(w_1(\zeta_i) + (ih))m_2} \right) + \left(\frac{((i+1)a_2)}{(m_2(w_1(\zeta_i) + (ih)))^2} \right) + \left(\frac{a_3}{(m_2(w_1(\zeta_i) + (ih)))^3} \right) \right) - iH$$





$$w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - 1)} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - 1)} \right)} \right)$$

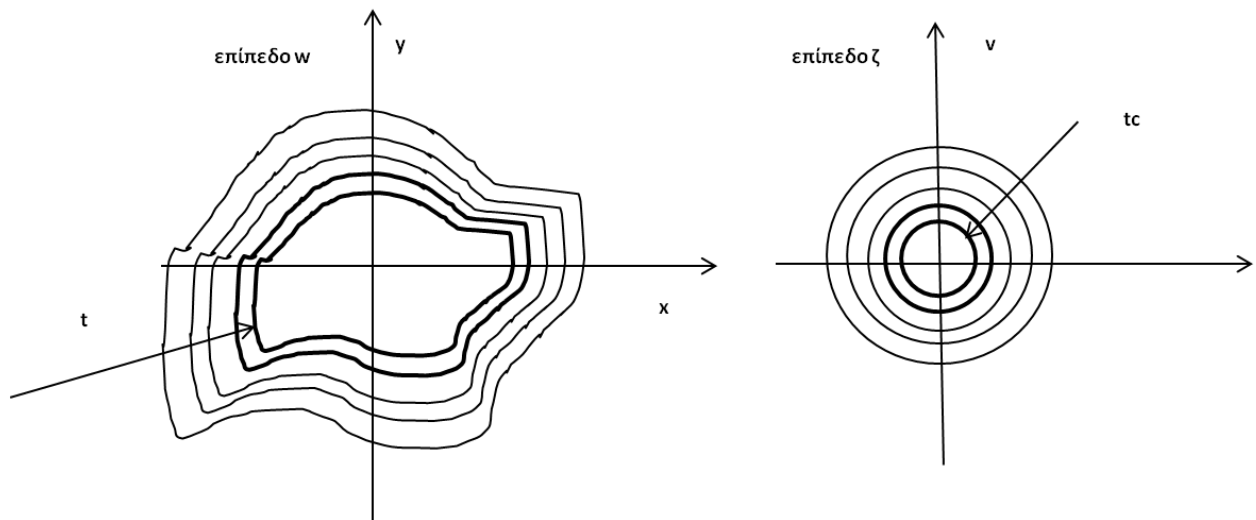


Σχ.3-23: Τα επιμέρους Στάδια του σύνθετου μετασχηματισμού

$$w(\zeta_i) = m1 \left(\left(m2(w1(\zeta_i) + (ih)) \right) + \left(\frac{ib_1}{(w1(\zeta_i) + (ih))m2} \right) + \left(\frac{((i+1)a_2)}{(m2(w1(\zeta_i) + (ih)))^2} \right) + \left(\frac{a_3}{(m2(w1(\zeta_i) + (ih)))^3} \right) \right) - iH, \text{ όπου: } w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - 1)} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - 1)} \right)} \right)$$

3.4. Σχέσεις για τον υπολογισμό «του ισοδύναμου πάχους t_c » Επενδεδυμένης Διατομής

Οι κάτωθι μετασχηματισμοί εφαρμόζονται σε επενδεδυμένες Σήραγγες με πάχος επένδυσης t . Η συνάρτηση αυτή, μετασχηματίζει τον χώρο γύρω από μια οπή πάχους t από ένα μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$) στο εξωτερικό κυκλικού δακτυλίου ισοδύναμου πάχους t_c ενός άλλου μιγαδικού επιπέδου, ζ ($\zeta = re^{i\theta}$), όπως φαίνεται στο (Σχ. 3-24).



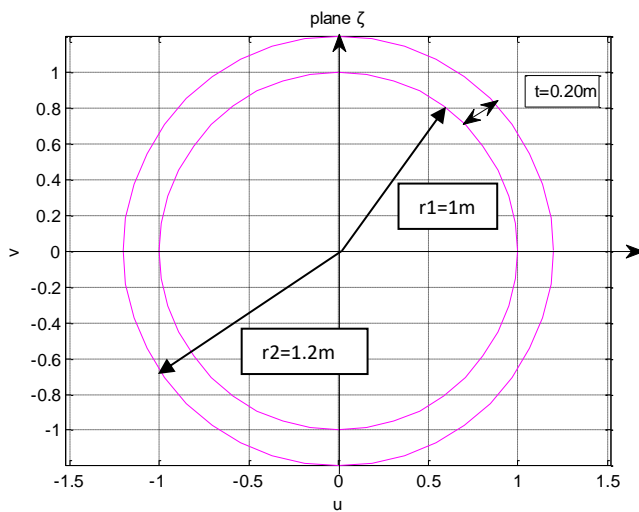
Σχ.3-24: Σύμμορφη απεικόνιση χώρου γύρω από οπή πάχους t σε μοναδιαίο κύκλο ισοδύναμου πάχους t_c

3.4.1. Επενδεδυμένη διατομή Κυκλικού σχήματος ακτίνας $r=1$ και πάχους t

Έστω κυκλικός δακτύλιος πάχους $t=0.20\mu$. Η ακτίνα του εσωτερικού κύκλου είναι $r_1=1\mu$ και του εξωτερικού $r_2=1.2\mu$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-25).

$$\zeta_1 = r_1 e^{i\theta}, \quad \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$$

(3-53)



Σχ.3-25: Κυκλικός δακτύλιος πάχους $t=0.20\mu$

3.4.2. «Ισοδύναμο πάχος t_e » επενδεδυμένης διατομής Μοναδιαίου Κύκλου για Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή ακτίνας R και πάχους t

Θεωρούμε κυκλικό δακτύλιο πάχους t με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου R και του εξωτερικού κύκλου R_2 .

Αναζητούμε μια συνάρτηση μετασχηματισμού, η οποία να μετασχηματίζει τον χώρο γύρω από κυκλικό δακτύλιο πάχους t με ακτίνα εσωτερικού κύκλου R και εξωτερικού κύκλου R_2 από ένα μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$), στο εξωτερικό κυκλικό δακτυλίου με ακτίνα εσωτερικού κύκλου $r_{01} = 1\mu$ και εξωτερικού κύκλου r_{02} αντίστοιχα με «ισοδύναμο πάχος t_e », στο μιγαδικό επίπεδο ζ ,

$$\zeta = r_{01}e^{i\theta}, r_{01} = 1\mu .$$

Ο μετασχηματισμός που ορίζεται από τη σχέση:

$$w=f(\zeta)=R\rho\zeta$$

(3-5)

όπου R θετική σταθερά, $\rho>1$, απεικονίζει το εξωτερικό κύκλου ακτίνας R στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ , $\zeta = r_{01}e^{i\theta}, r_{01} = 1\mu$. Προκειμένου να διαμορφωθεί η σχετική συνάρτηση μετασχηματισμού απαιτείται ο υπολογισμός του «ισοδύναμου πάχους t_e », του κυκλικού δακτυλίου με εσωτερική ακτίνα $r_{01} = 1\mu$. Για $\theta=0$, η τιμή της $w=w_1$ είναι R , όταν $r_{01} = 1\mu$ και αντίστοιχα $w=w_2= R+t$,

όταν $\rho = r_{02} = r_{01} + t_c$. Αντικαθιστώντας στην σχέση $S=w_2-w_1-t=0$, τις τιμές των w_1 & w_2 , κρατώντας το R σταθερό και λύνοντας ως προς r_{02} , υπολογίζεται το «ισοδύναμο πάχος t_c » του κυκλικού δακτυλίου με βάση την κάτωθι σχέση :

$$S = Rr_{02}\zeta - R\zeta - t = 0 \quad (3-54)$$

Εύκολα προκύπτει ότι: $t = t_c = r_{02} - r_{01}$ (3-55)

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

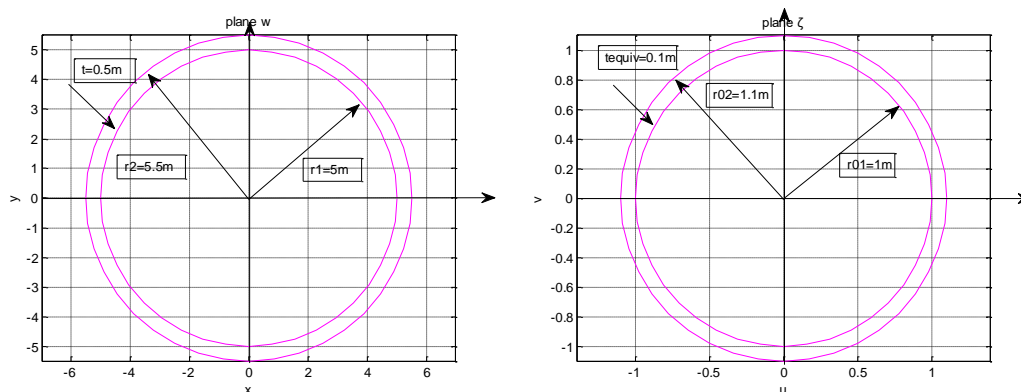
Θεωρούμε κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $R=5\mu$. και εξωτερική ακτίνα $R_2=5.5\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$. Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε αφ' ενός την (σχέση 3-54) ως προς r_{02} και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού, του χωρίου εξωτερικά του κυκλικού δακτυλίου πάχους $t=0.5\mu$, στο μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$), στο εξωτερικό κυκλικού δακτυλίου ισοδύναμου πάχους t_c στο μιγαδικό επίπεδο ζ , $\zeta = r_{01}e^{i\theta}$, $r_{01} = 1\mu$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-26).

Η επίλυση της εξίσωσης $S=0$, δίνει $r_{02} = 1.1\mu$ ενώ από την (σχέση 3-54) λαμβάνουμε

$t_c = 0.1\mu$. Οι αντίστοιχες συναρτήσεις μετασχηματισμού είναι :

$$w_1=R\zeta \quad (3-56)$$

$$w_2=Rr_{02}\zeta \quad (3-57)$$



Σχ.3-26: «Ισοδύναμο πάχος» κυκλικού δακτυλίου στο επίπεδο ζ , $t_c = 0.1\mu$

3.4.3. «Ισοδύναμο πάχος t_c » επενδεδυμένης διατομής Μοναδιαίου Κύκλου για Επενδεδυμένη Ελλειπτική Οπή πάχους t

Θεωρούμε ελλειπτικό δακτύλιο πάχους t με ημιάξονες εσωτερικού και εξωτερικού σχήματος αντίστοιχα a_1, b_1 και a_2, b_2 .

Αναζητούμε μια συνάρτηση μετασχηματισμού, η οποία να μετασχηματίζει τον χώρο γύρω από τον ελλειπτικό δακτύλιο πάχους t από ένα μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$), στο εξωτερικό κυκλικό δακτυλίου με ακτίνα εσωτερικού κύκλου $r_{01} = 1\mu$ και εξωτερικού κύκλου r_{02} αντίστοιχα με «ισοδύναμο πάχος t_c » στο μιγαδικό επίπεδο ζ ,

$$\zeta = r_{01}e^{i\theta}, r_{01} = 1\mu \quad .$$

Ο μετασχηματισμός που ορίζεται από τη σχέση:

$$w = f(\zeta) = R\left(\rho\zeta + \frac{m}{\rho\zeta}\right) \tag{3-7}$$

όπου $R = \frac{a+b}{2}$, $m = \frac{a-b}{a-b}$, $\rho > 1$, απεικονίζει το εξωτερικό έλλειψη με ημιάξονες a και b στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ ,

$\zeta = r_{01}e^{i\theta}, r_{01} = 1\mu$. Προκειμένου να διαμορφωθεί η σχετική συνάρτηση μετασχηματισμού απαιτείται ο υπολογισμός του «ισοδύναμου πάχους t_c », του κυκλικού δακτυλίου με εσωτερική ακτίνα $r_{01} = 1\mu$. Για $\theta=0$, η τιμή της $w=w_1$ είναι a_1 όταν $r_{01} = 1\mu$ και αντίστοιχα $w=w_2=a_2=a_1+t$, όταν $\rho = r_{02} = r_{01} + t_c$. Αντικαθιστώντας στην σχέση $S=w_2-w_1-t=0$, τις τιμές των w_1 & w_2 , κρατώντας το R σταθερό και λύνοντας ως προς r_{02} , υπολογίζεται το «ισοδύναμο πάχος t_c » του κυκλικού δακτυλίου με βάση την κατωτέρω σχέση :

$$S = R\left(\frac{r_{02}\zeta}{r_{02}\zeta} + \frac{m}{r_{02}\zeta}\right) - a_1 - t = 0 \tag{3-58}$$

Εύκολα προκύπτει $t_c = r_{02} - r_{01}$

$$\tag{3-59}$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε ελλειπτικό δακτύλιο πάχους $t=0.5\mu$ με ημιάξονες εσωτερικού και εξωτερικού σχήματος αντίστοιχα $a_1=6\mu$, $b_1=5\mu$ και $a_2=6.5\mu$, $b_2=5.5\mu$, στο επίπεδο $w=x+iy$. Από την γεωμετρία της διατομής προκύπτει : $R=5.5$, $m=0.090$

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε αφενός την (σχέση 3-58) ως προς r_{02} και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση (τη σχέση 3-9), του χωρίου εξωτερικά του ελλειπτικού δακτυλίου πάχους $t=0.5\mu$, στο μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$), στο εξωτερικό κυκλικό δακτυλίου ισοδύναμου πάχους t_c ενός άλλου μιγαδικού επιπέδου, ζ

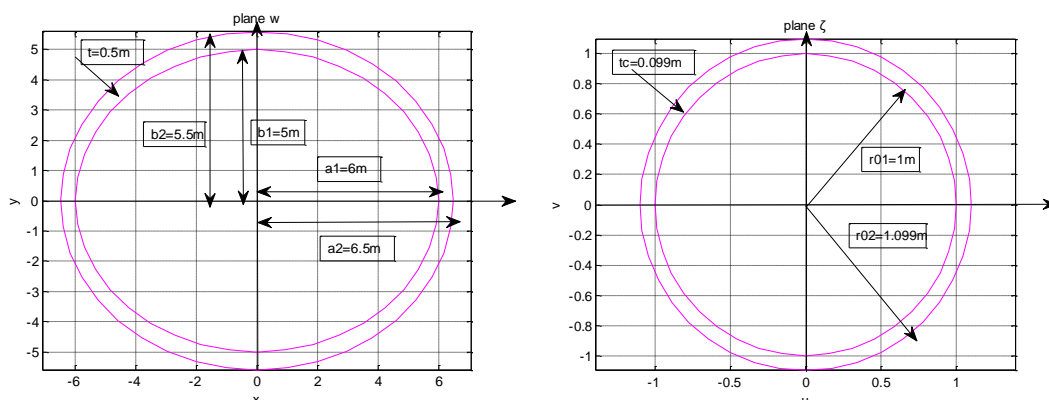
$$\zeta = r_{01} e^{i\theta}, r_{01} = 1\mu \text{ όπως φαίνεται στο (Σχ.3-27).}$$

Η επίλυση της εξίσωσης που δίδεται από τη (σχέση 3-58) $S=0$, δίνει $r_{02} = 1.099\mu$ και από την (σχέση 3-59) λαμβάνουμε $t_c = 0.099\mu$

Οι αντίστοιχες συναρτήσεις μετασχηματισμού είναι :

$$w_1 = R \left(\zeta + \frac{m}{\zeta} \right) \tag{3-60}$$

$$w_2 = R \left(r_{02} \zeta + \frac{m}{r_{02} \zeta} \right) \tag{3-61}$$



Σχ.3-27: «Ισοδύναμο πάχους» κυκλικού δακτυλίου στο επίπεδο ζ , $t_c = 0.099\mu$

3.4.4. «Ισοδύναμο πάχος t_c » επενδεδυμένης διατομής Μοναδιαίου Κύκλου για Επενδεδυμένη Τετραγωνική Οπή πάχους t

Θεωρούμε διατομή αποτελούμενη από δύο τετράγωνα με κοινό κέντρο την αρχή των αξόνων, με πλευρές εσωτερικού και εξωτερικού σχήματος αντίστοιχα $a_{sq1}/2$ και $a_{sq2}/2$ και πάχους $t=(a_{sq2}/2- a_{sq1}/2)$, στο επίπεδο $w=x+iy$.

Αναζητούμε μια συνάρτηση μετασχηματισμού, η οποία να μετασχηματίζει τον χώρο γύρω από τα δύο τετράγωνα πάχους t από ένα μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$), στο εξωτερικό κυκλικό δακτυλίου με ακτίνα εσωτερικού κύκλου $r_{01} = 1\mu$ και εξωτερικού κύκλου r_{02} αντίστοιχα «ισοδύναμο πάχους t_c » στο μιγαδικό επίπεδο ζ , $\zeta = r_{01}e^{i\theta}$, $r_{01} = 1\mu$. Όπως αναλύθηκε στην (§3.1.4.α.) η συνάρτηση μετασχηματισμού που δίδεται από τη (σχέση 3-9):

$$w = f(\zeta) = m_2 R \left(\rho \zeta + \frac{m}{(\rho \zeta)^n} \right) \quad (3-9)$$

όπου $m_2 = e^{-i\frac{p_i}{4}}$ $R>0$ συντελεστής σχήματος, $n=1/m=3$ μετασχηματίζει το εξωτερικό τετραγώνων με στρογγυλεμένες γωνίες στο επίπεδο w , σε ομόκεντρους κύκλους για διάφορες τιμές του $|\zeta|=\rho=\text{σταθ.}>1$ $\zeta = r_{01}e^{i\theta}$, με ακτίνα εσωτερικού κύκλου $r_{01} = 1\mu$ και R σταθερό. Αναζητούμε την ακτίνα του εξωτερικού κύκλου r_{02} καθώς και το «ισοδύναμο πάχους t_c » του κύκλου στο επίπεδο ζ , που αντιστοιχεί στο εξωτερικό τετραγώνου με πλευρά $a_{sq2}/2$.

Προκειμένου να διαμορφωθεί η σχετική συνάρτηση μετασχηματισμού απαιτείται ο υπολογισμός του «ισοδύναμου πάχους t_c », του κυκλικού δακτυλίου με εσωτερική ακτίνα $r_{01} = 1\mu$. Για $\theta=\pi/4$, η τιμή της $w=w_1$ είναι $a_{sq1}/2$ όταν $r_{01} = 1\mu$ και αντίστοιχα $w=w_2=a_{sq2}/2= a_{sq1}/2 +t$, όταν $\rho = r_{02} = r_{01} + t_c$. Αντικαθιστώντας στην σχέση

$S=w_2-w_1-t=0$, τις τιμές των w_1 & w_2 , κρατώντας το R σταθερό και λύνοντας ως προς r_{02} , υπολογίζεται το «ισοδύναμο πάχους t_c » του κυκλικού δακτυλίου

$$S = Rm_2 \left((r_{02}\zeta m_2)^2 + \frac{m}{(m_2 r_{02} \zeta)^3} \right) - 0.5a_{sq2} = 0, \quad m_2 = e^{i\pi/4}, m_2 = e^{-i\frac{p_i}{4}}, m = \frac{1}{n} = \frac{1}{3} \quad (3-62)$$

Εύκολα προκύπτει:

$$t_c = r_{02} - r_{01} \quad (3-63)$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

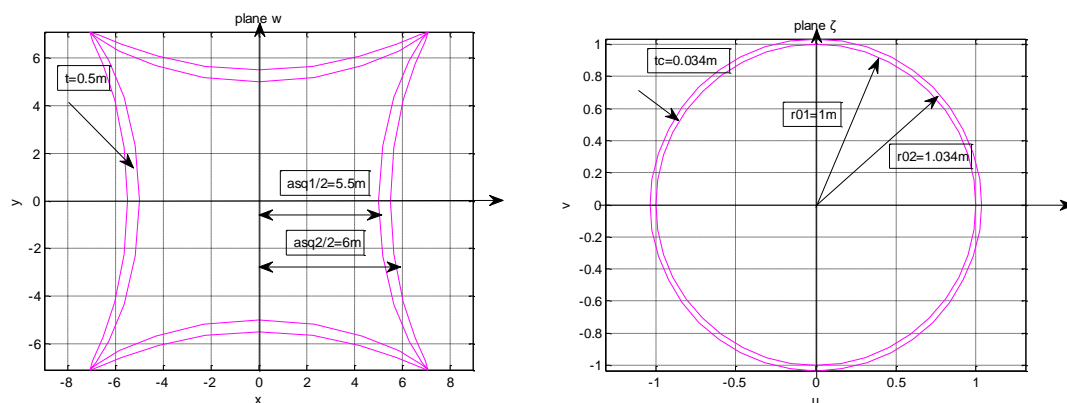
Θεωρούμε διατομή αποτελούμενη από δύο τετράγωνα με κοινό κέντρο την αρχή των αξόνων με πλευρές εσωτερικού και εξωτερικού σχήματος αντίστοιχα $a_{sq1}/2=5.5\mu$ και $a_{sq2}/2=6\mu$ και πάχους $t=(a_{sq2}/2-a_{sq1}/2)=0.5\mu$, στο επίπεδο $w=x+iy$. Ο συντελεστής σχήματος $R=7.5$, προκύπτει από τη γεωμετρία της διατομής με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες των τιμών x & y .

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε αφενός την (σχέση 3-62) ως προς r_{02} και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού βάσει της σχέσης (3-9), του χωρίου εξωτερικά της διατομής των δύο τετραγώνων πάχους $t=0.5\mu$, στο μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$), στο εξωτερικό κυκλικού δακτυλίου ισοδύναμου πάχους t_c στο μιγαδικό επίπεδο ζ , $\zeta = r_{01}e^{i\theta}$, $r_{01} = 1\mu$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-28). Η επίλυση της εξίσωσης (3-62) $S=0$, δίνει $m_2 = e^{-i\frac{\pi}{4}}$, $m = \frac{1}{n} = \frac{1}{3}$, $r_{02} = 1.034\mu$ ενώ με βάση τη σχέση (3-63), προκύπτει

$t_c = 0.034\mu$. Οι αντίστοιχες συναρτήσεις μετασχηματισμού είναι :

$$w_1 = Rm_2 \left(\zeta + \frac{m}{(\zeta)^3} \right) \quad (3-64)$$

$$w_2 = Rm_2 \left(r_{02}\zeta + \frac{m}{(r_{02}\zeta)^3} \right) \quad (3-65)$$



Σχ.3-28: «Ισοδύναμο πάχος» κυκλικού δακτυλίου στο επίπεδο ζ , $t_c = 0.034\mu$

3.4.5. «Ισοδύναμο πάχος t_c » επενδεδυμένης διατομής Μοναδιαίου Κύκλου για Επενδεδυμένη Οπή Πεταλοειδούς σχήματος πάχους t

Θεωρούμε δύο διατομές πεταλοειδούς σχήματος, με κοινό κέντρο την αρχή των αξόνων, με ύψος εσωτερικού και εξωτερικού σχήματος αντίστοιχα H_1 και H_2 και πάχους $t=(H_2-H_1)/2$, στο επίπεδο $w=x+iy$.

Αναζητούμε μια συνάρτηση μετασχηματισμού, η οποία να μετασχηματίζει τον χώρο γύρω από τις δύο διατομές πεταλοειδούς σχήματος και πάχους t από ένα μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$), στο εξωτερικό κυκλικό δακτυλίου με ακτίνα εσωτερικού κύκλου $r_{01} = 1\mu$ και εξωτερικού κύκλου r_{02} αντίστοιχα «ισοδύναμου πάχους t_c » στο μιγαδικό επίπεδο ζ ,

$\zeta = r_{01}e^{i\theta}$, $r_{01} = 1\mu$. Όπως αναλύθηκε στην (§3.1.5.) η συνάρτηση μετασχηματισμού που δίδεται από την κατωτέρω (σχέση 3-14):

$$w = f(\zeta) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} Re^{-\frac{ip_i}{4}}\right) (\rho\zeta + \left(\frac{ib_1}{\rho\zeta}\right)) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{((\rho\zeta)^2)}\right) + \left(\frac{a_3}{(\rho\zeta)^3}\right) \quad (3-14)$$

όπου: $\zeta = re^{i\theta}$, $r = 1$ και $R>0$ είναι ο συντελεστής σχήματος, μετασχηματίζει το εξωτερικό διατομής πεταλοειδούς σχήματος στο επίπεδο w , σε ομόκεντρους κύκλους για διάφορες τιμές του $|\zeta|=\rho=\text{σταθ.}>1$ $\zeta = r_{01}e^{i\theta}$, με ακτίνα εσωτερικού κύκλου $r_{01} = 1\mu$ και R σταθερό. Αναζητούμε την ακτίνα του εξωτερικού κύκλου r_{02} καθώς και το «ισοδύναμο πάχος t_c » του κύκλου στο επίπεδο ζ , που αντιστοιχεί στο εξωτερικό της πεταλοειδούς διατομής με ύψος H_2 .

Προκειμένου να διαμορφωθεί η σχετική συνάρτηση μετασχηματισμού απαιτείται ο υπολογισμός του «ισοδύναμου πάχους t_c », του κυκλικού δακτυλίου με εσωτερική ακτίνα $r_{01} = 1\mu$. Για $\theta=2.35 \text{ rad}$, η τιμή της $w=w_1$ είναι h_1 όταν $r_{01} = 1\mu$ και αντίστοιχα $w=w_2=h_2= h_1 + t$, όταν $\rho = r_{02} = r_{01} + t_c$. Τα h_1 και h_2 αντίστοιχα είναι το μήκος από την αρχή των αξόνων έως τις «στέψεις» των διατομών αντίστοιχα. Αντικαθιστώντας στην σχέση $S=w_2-w_1-t=0$ (3-66) τις

τιμές των w_1 & w_2 , κρατώντας το R σταθερό και λύνοντας ως προς r_{02} , υπολογίζεται το «ισοδύναμο πάχος t_c » του κυκλικού δακτυλίου.

Εύκολα προκύπτει ότι: $t_c = r_{02} - r_{01}$ (3-67)

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε δύο διατομές πεταλοειδούς σχήματος με κοινό κέντρο την αρχή των αξόνων , με ύψος εσωτερικού και εξωτερικού σχήματος αντίστοιχα $H_1=7.72\mu$, $H_2=8.72\mu$ και πάχους $t=(H_2-H_1)/2=0.5\mu$, $h_1=4.155\mu$, $h_2=4.655\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$.

Όπως αναλύθηκε και στην (§3.1.5.), οι τιμές των συντελεστών a_3, b_1, a_2 βελτιστοποιούνται σε σχέση με τις αρχικές τιμές τους με μία ρουτίνα ελαχίστων τετραγώνων του μαθηματικού λογισμικού πακέτου MATLAB . Έτσι υπολογίζεται η συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση τη (σχέση 3-14) , η οποία μετασχηματίζει κεντροβαρικά το φυσικό επίπεδο w στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = r_{01}e^{i\theta}$. Οι τιμές των συντελεστών, οι οποίοι προσεγγίζουν καλύτερα το πραγματικό σχήμα, προκύπτουν : $b_1=0.104$, $a_2=0.047$, $a_3=0.029$. Ο συντελεστής σχήματος $R=3.148133$, υπολογίζεται από τη γεωμετρία της διατομής με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες των τιμών x & y .

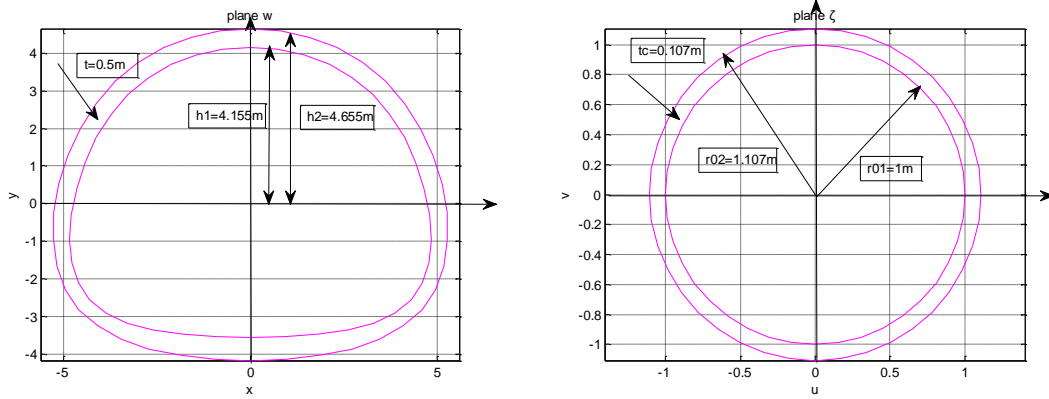
Στη συνέχεια, με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε αφενός την (σχέση 3-66) ως προς r_{02} και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού, του χωρίου εξωτερικά της διατομής που εξετάζουμε πάχους $t=0.5\mu$, στο μιγαδικό επίπεδο w ($w=x+iy$), στο εξωτερικό κυκλικού δακτυλίου ισοδύναμου πάχους t_c στο μιγαδικό επίπεδο ζ , $\zeta = r_{01}e^{i\theta}$, $r_{01} = 1\mu$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-29).

Από την επίλυση της εξίσωσης της σχέσης (3-66) προκύπτει ότι , $r_{02} = 1.107\mu$ ενώ από την (σχέση 3-67) προκύπτει $t_c = 0.107\mu$

Οι αντίστοιχες συναρτήσεις μετασχηματισμού προκύπτουν ως εξής :

$$w_1 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} Re^{-\frac{ipi}{4}} \right) \left(\zeta + \left(\frac{ib_1}{\zeta} \right) \right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{((\zeta)^2)} \right) + \left(\frac{a_3}{(\zeta)^3} \right) \quad (3-68)$$

$$w_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} Re^{-\frac{ipi}{4}} \right) \left(r_{02}\zeta + \left(\frac{ib_1}{r_{02}\zeta} \right) \right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{((r_{02}\zeta)^2)} \right) + \left(\frac{a_3}{(r_{02}\zeta)^3} \right) \quad (3-69)$$



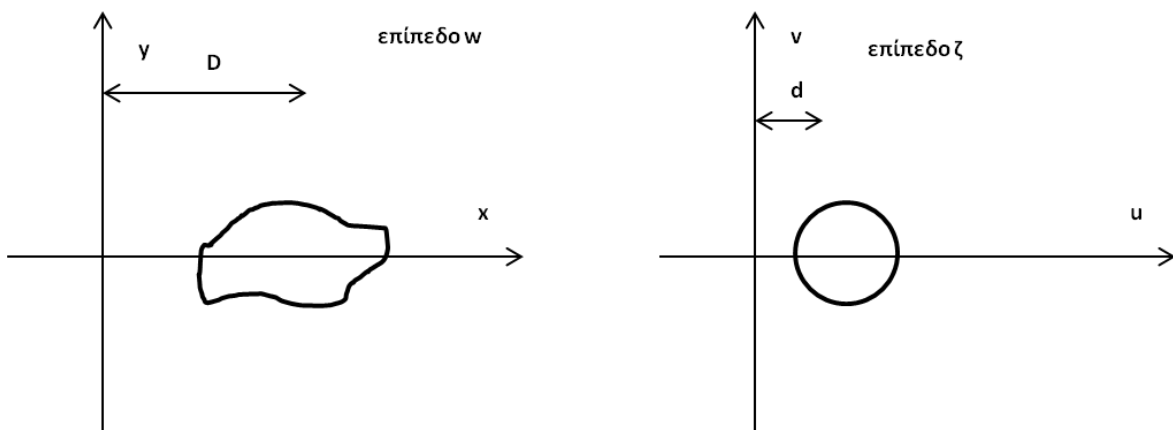
Σχ.3-29: «Ισοδύναμο πάχος» κυκλικού δακτυλίου στο επίπεδο ζ , $t_c = 0.107\mu$

3.5.Σχέσεις για τον υπολογισμό «της ισοδύναμης οριζόντιας απόστασης d »

Έστω D η οριζόντια απόσταση του κέντρου της διατομής του Υπογείου Έργου από τον άξονα των x , στο επίπεδο w και d η ισοδύναμη αντίστοιχη οριζόντια μετατόπιση που αντιστοιχεί στον μοναδιαίο κύκλο, στο επίπεδο ζ , όπως φαίνεται στο (Σχ.3-30). Λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες των σύμμορφων απεικονίσεων όπως αναλύθηκαν στο (Κεφ.2) και συγκεκριμένα: την μεταφορά (Κεφ.2, Σχ.2-2), την ιδιότητα που αφορά στους μετασχηματισμούς συνόρων σε παραμετρική μορφή, (Κεφ.2, Σχ.2-3), καθώς και την ιδιότητα που αφορά στους διαδοχικούς μετασχηματισμούς (Κεφ.2, Σχ.2-5), η προκύπτουσα συνάρτηση μετασχηματισμού πρέπει να είναι της μορφής :

$$w(\zeta-d)+D$$

(3-70)



Σχ.3-30: Απεικόνιση διατομής τυχαίου σχήματος με παραμετρικές εξισώσεις σε απόσταση D από τον άξονα y , στο επίπεδο w (α) στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση» d , στο επίπεδο ζ (β)

3.5.1. «Ισοδύναμη οριζόντια απόσταση d » του Μοναδιαίου Κύκλου για Κυκλική Οπή ακτίνας R, αντίστοιχης απόστασης D

Θεωρούμε κυκλική διατομή με ακτίνα R , της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια κατά D από τον άξονα των x, στο επίπεδο w και έστω d «η ισοδύναμη αντίστοιχη οριζόντια μετατόπιση», που αντιστοιχεί στον μοναδιαίο κύκλο, στο επίπεδο ζ. Προκειμένου να διαμορφωθεί η συνάρτηση του μετασχηματισμού που απεικονίζει την κυκλική διατομή, ακτίνας R της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια απόσταση D, από τον άξονα x στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση d », απαιτείται κατ' αρχήν ο υπολογισμός της «ισοδύναμης απόστασης d ». Λαμβάνοντας υπ' όψιν τη (σχέση 3-4), όπου το σημείο (D,0) στο επίπεδο w, απεικονίζεται στο σημείο (d,0) στο επίπεδο ζ, προκύπτει η παρακάτω εξίσωση $S=0$, η λύση της οποίας είναι το ζητούμενο d.

$$S = R(-d) + D = 0 \tag{3-71}$$

Μετά τον υπολογισμό του d, η ζητούμενη συνάρτηση μετασχηματισμού, με βάση τη (σχέση 3-71), παίρνει την μορφή :

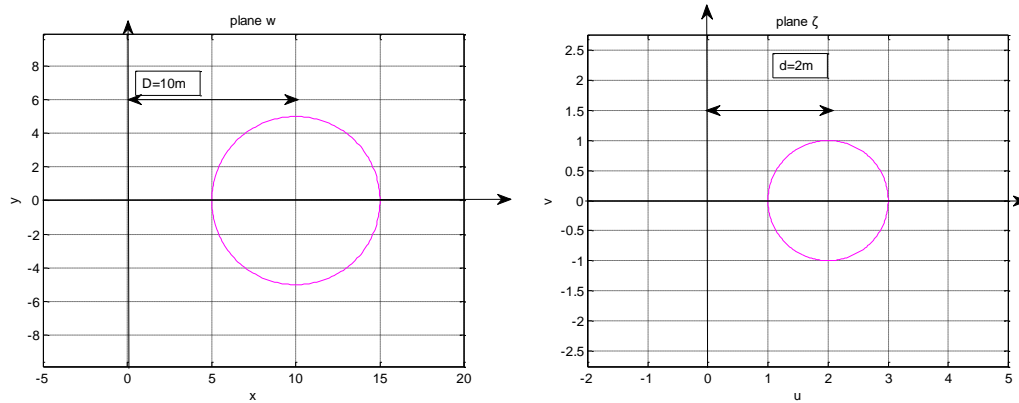
$$w = f(\zeta) = (R(\zeta - d)) + (D) \tag{3-72}$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

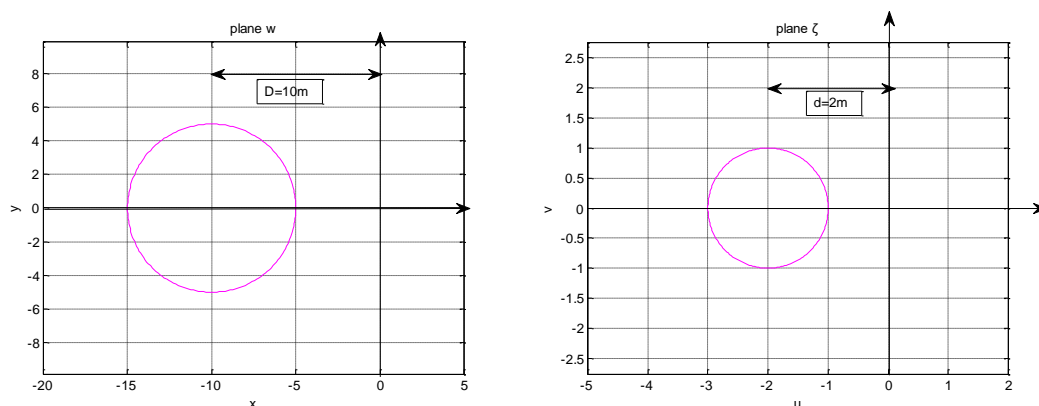
Θεωρούμε κυκλική διατομή με ακτίνα $R=5\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια κατά $D=10\mu$ δεξιά από τον άξονα των x.

Με την βοήθεια της MATLAB επιλύουμε αφενός την εξίσωση που δίδεται από την (σχέση 3-71) ως προς d και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού βάσει της (σχέσης 3-72), η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό κυκλικής διατομής ακτίνας $R=5\mu$ της οποίας το κέντρο απέχει απόσταση $D=10\mu$, δεξιά από τον άξονα των x, στο επίπεδο $w=x+iy$ στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-31α), ενώ σε περίπτωση όπου η κυκλική διατομή απέχει οριζόντια κατά $D=10\mu$ αριστερά από τον άξονα των x, η εικόνα που παίρνουμε είναι αυτή του (Σχ.3-31β).

Η επίλυση της εξίσωσης $S=0$, δίνει $d= 2\mu$



(α)



(β)

Σχ.3-31: Απεικόνιση κυκλικής διατομής με ακτίνα $R=5$ σε απόσταση $D=10\mu$ δεξιά και αριστερά αντίστοιχα από τον άξονα x , στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση» $d=2$, δεξιά και αριστερά αντίστοιχα από τον άξονα u , στο επίπεδο ζ

3.5.2. «Ισοδύναμη οριζόντια απόσταση d » του Μοναδιαίου Κύκλου για Ελλειπτική Οπή, αντίστοιχης απόστασης D

Θεωρούμε ελλειπτική διατομή με ημιάξονες a & b , της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια κατά D από τον άξονα των x , στο επίπεδο w και έστω d «η ισοδύναμη αντίστοιχη οριζόντια μετατόπιση», που αντιστοιχεί στον μοναδιαίο κύκλο, στο επίπεδο ζ . Προκειμένου να διαμορφωθεί η συνάρτηση του μετασχηματισμού που απεικονίζει την ελλειπτική διατομή με ημιάξονες a & b της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια απόσταση D , από τον άξονα x στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση d », απαιτείται κατ' αρχήν ο υπολογισμός της «ισοδύναμης απόστασης d ». Λαμβάνοντας υπ' όψιν τη (σχέση 3-6), όπου το σημείο $(D,0)$ στο επίπεδο w , απεικονίζεται στο σημείο $(d,0)$ στο επίπεδο ζ , προκύπτει η παρακάτω εξίσωση $S=0$, η λύση της οποίας είναι το ζητούμενο d .

$$S = R \left(-d + \frac{m}{(-d)} \right) + D = 0 \quad (3-73)$$

$$\text{όπου : } R = \frac{a+b}{2} \text{ \& } m = \frac{a-b}{a+b}$$

Μετά τον υπολογισμό του d , η συνάρτηση μετασχηματισμού, με βάσει τη σχέση (3-73) , παίρνει την μορφή :

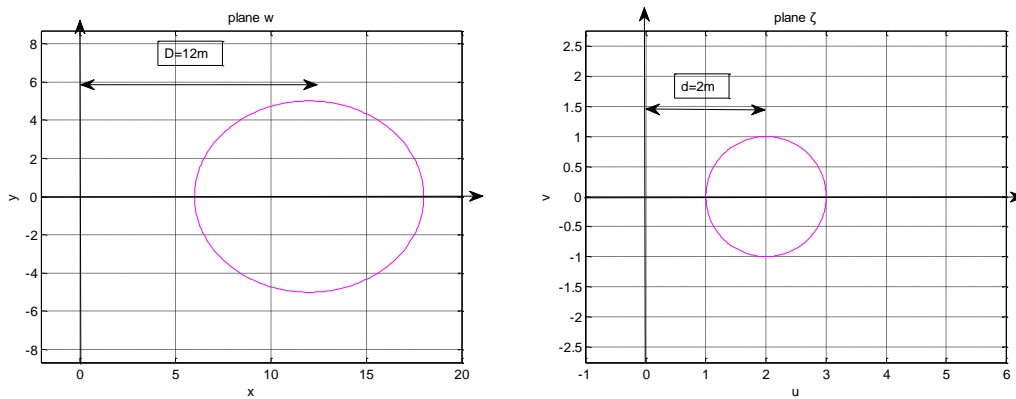
$$w = f(\zeta) = \left(R((\zeta - d) + \left(\frac{m}{\zeta - d} \right)) \right) + (D) \quad (3-74)$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

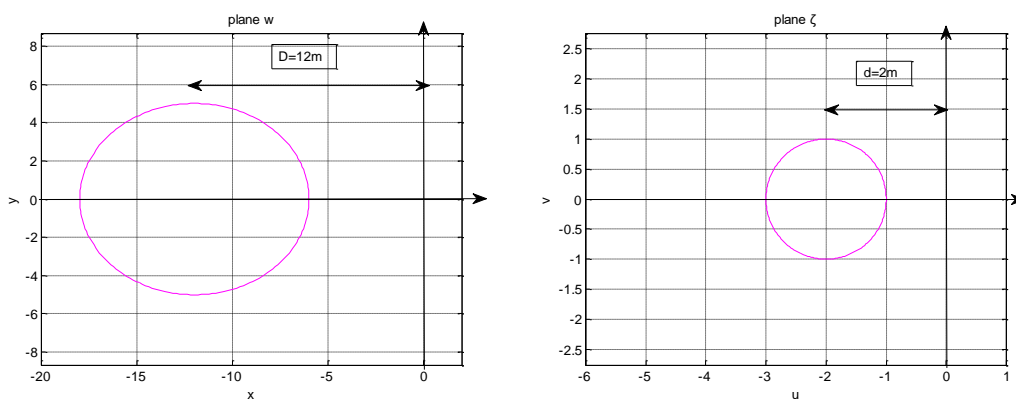
Θεωρούμε ελλειπτική διατομή με ημιάξονες $a=6\mu$ & $b=5\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια κατά $D=12\mu$ δεξιά από τον άξονα των x . Από την γεωμετρία της διατομής προκύπτουν: $R=5.50$, $m=0.0909$

Με την βοήθεια της MATLAB επιλύουμε αφενός την (σχέση 3-73) ως προς d και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού σύμφωνα με τη (σχέση 3-74), η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες $a=6\mu$ & $b=5\mu$ της οποίας το κέντρο απέχει απόσταση $D=12\mu$, δεξιά από τον άξονα των x , στο επίπεδο $w=x+iy$ στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-32α), ενώ σε περίπτωση όπου η ελλειπτική διατομή απέχει οριζόντια κατά $D=10\mu$ αριστερά από τον άξονα των x , η εικόνα που παίρνουμε είναι αυτή του (Σχ.3-32β).

Η επίλυση της εξίσωσης $S=0$, δίνει $d= 2\mu$



(α)



(β)

Σχ.3-32: Απεικόνιση ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες $a=6\mu$ & $b=5\mu$ σε απόσταση $D=12\mu$ δεξιά και αριστερά αντίστοιχα από τον άξονα x , στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση» $d=2\mu$, δεξιά και αριστερά αντίστοιχα από τον άξονα u , στο επίπεδο ζ

3.5.3. «Ισοδύναμη οριζόντια απόσταση d » του Μοναδιαίου Κύκλου για Τετραγωνική Οπή, αντίστοιχης απόστασης D

Θεωρούμε τετραγωνική διατομή με πλευρά a_{sq} , της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια κατά D από τον άξονα των x , στο επίπεδο w και έστω d «η ισοδύναμη αντίστοιχη οριζόντια μετατόπιση», που αντιστοιχεί στον μοναδιαίο κύκλο, στο επίπεδο ζ . Προκειμένου να διαμορφωθεί η συνάρτηση του μετασχηματισμού που απεικονίζει την τετραγωνική διατομή πλευράς a_{sq} , της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια απόσταση D , από τον άξονα x στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση d », απαιτείται κατ' αρχήν ο υπολογισμός της «ισοδύναμης απόστασης d ». Λαμβάνοντας υπόψιν τη (σχέση 3-10), όπου το σημείο $(D,0)$ στο επίπεδο w , απεικονίζεται στο σημείο $(d,0)$ στο επίπεδο ζ , προκύπτει η παρακάτω εξίσωση $S=0$, η λύση της οποίας είναι το ζητούμενο d .

$$S = R \left(-d + \left(\frac{c_3}{(-d)^3} \right) + \left(\frac{c_7}{(-d)^7} \right) \right) + (D) = 0 \quad (3-75)$$

όπου : $c_3 = -0.16667$, $c_7 = 0.017857$, $R = \frac{0.5a_{sq}}{1+c_3+c_7}$

Μετά τον υπολογισμό του d , η συνάρτηση μετασχηματισμού, βάσει της (σχέσης 3-75), παίρνει την μορφή :

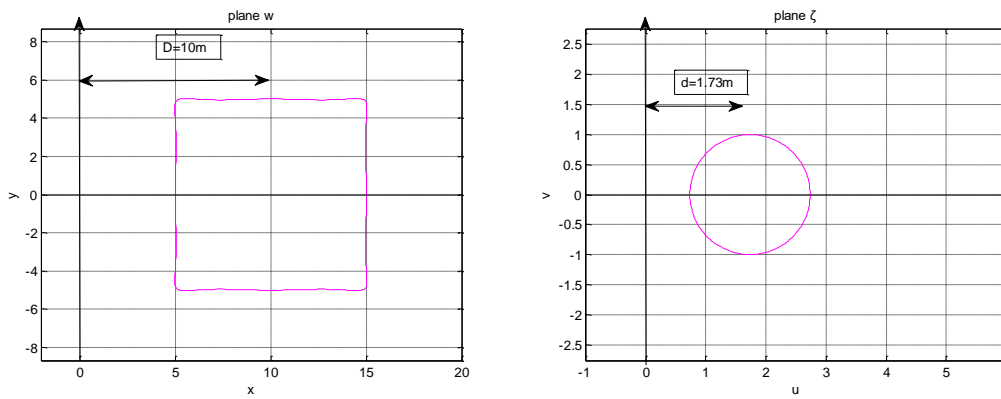
$$w = f(\zeta) = \left(R \left(\left(\zeta - (d) \right) + \left(\frac{c_3}{(\zeta + (-d))^3} \right) + \left(\frac{c_7}{(\zeta + (-d))^7} \right) \right) \right) + (D) \quad (3-76)$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

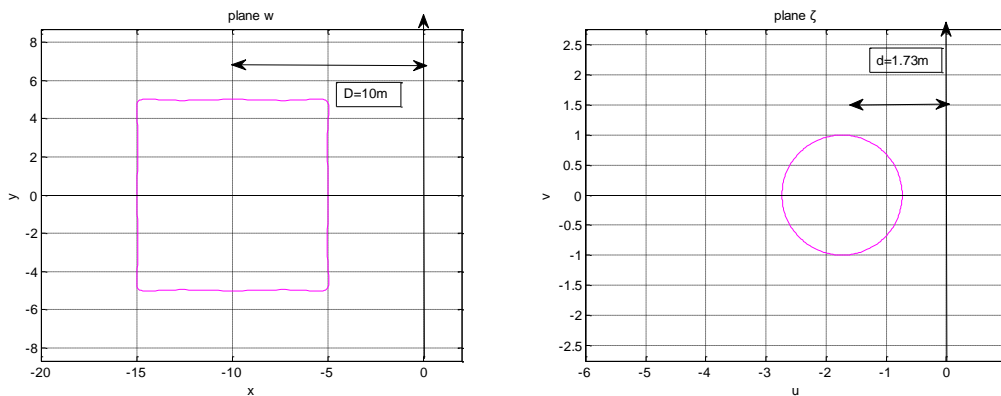
Θεωρούμε τετραγωνική διατομή με πλευρά $a_{sq}=10\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια κατά $D=10\mu$ δεξιά από τον άξονα των x . Από την γεωμετρία της διατομής προκύπτουν: $c_3=-0.16667$, $c_7=0.017857$, $R=5.874149$

Με την βοήθεια της MATLAB επιλύουμε αφενός τη (σχέση 3-75) ως προς d και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού βάσει της (σχέσης 3-76), η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό τετραγωνικής διατομής με πλευρά $a_{sq}=10\mu$ της οποίας το κέντρο απέχει απόσταση $D=10\mu$, δεξιά από τον άξονα των x , στο επίπεδο $w=x+iy$ στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = re^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-33α), ενώ σε περίπτωση όπου η τετραγωνική διατομή απέχει οριζόντια κατά $D=10\mu$ αριστερά από τον άξονα των x , η εικόνα που παίρνουμε είναι αυτή του (Σχ.3-33β).

Η επίλυση της εξίσωσης $S=0$, δίνει $d= 1.7339\mu$



(α)



(β)

Σχ.3-33: Απεικόνιση τετραγωνικής διατομής με πλευρά $a_{sq}=10\mu$ σε απόσταση $D=10\mu$ δεξιά και αριστερά αντίστοιχα από τον άξονα x , στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση» $d=1.73\mu$, δεξιά και αριστερά αντίστοιχα από τον άξονα u , στο επίπεδο ζ

3.5.4. «Ισοδύναμη οριζόντια απόσταση d » του Μοναδιαίου Κύκλου για Οπή Πεταλοειδούς σχήματος, αντίστοιχης απόστασης D

Θεωρούμε πεταλοειδή διατομή ύψους H και πλάτους W , της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια κατά D από τον άξονα των x , στο επίπεδο w και έστω d «η ισοδύναμη αντίστοιχη οριζόντια μετατόπιση», που αντιστοιχεί στον μοναδιαίο κύκλο, στο επίπεδο ζ . Προκειμένου να διαμορφωθεί η συνάρτηση του μετασχηματισμού που απεικονίζει την πεταλοειδή διατομή, της οποίας το κέντρο απέχει οριζόντια απόσταση D , από τον άξονα x στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση d », απαιτείται κατ' αρχήν ο υπολογισμός της «ισοδύναμης απόστασης d ». Λαμβάνοντας υπόψιν τη (σχέση 3-13), όπου το σημείο $(D,0)$ στο επίπεδο w , απεικονίζεται στο σημείο $(d,0)$ στο επίπεδο ζ , προκύπτει η παρακάτω εξίσωση $S=0$, η λύση της οποίας είναι το ζητούμενο d .

$$S = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} R e^{-\frac{ipi}{4}} \right) \left((-d) e^{\frac{ipi}{4}} \right) + \left(\frac{ib_1}{\left((-d) e^{\frac{ipi}{4}} \right)} \right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{\left((-d) e^{\frac{ipi}{4}} \right)^2} \right) + \left(\frac{a_3}{\left((-d) e^{\frac{ipi}{4}} \right)^3} \right) + (D) = 0 \quad (3-77)$$

Μετά τον υπολογισμό του d , η συνάρτηση μετασχηματισμού, βάσει της (σχέσης 3-77) , παίρνει την μορφή :

$$w = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} R e^{-\frac{ipi}{4}} \right) (\zeta + (-d) e^{\frac{ipi}{4}}) + \left(\frac{ib_1}{(\zeta + (-d) e^{\frac{ipi}{4}})} \right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{\left((\zeta + (-d) e^{\frac{ipi}{4}} \right)^2} \right) + \left(\frac{a_3}{(\zeta + (-d) e^{\frac{ipi}{4}})^3} \right) + (D) \quad (3-78)$$

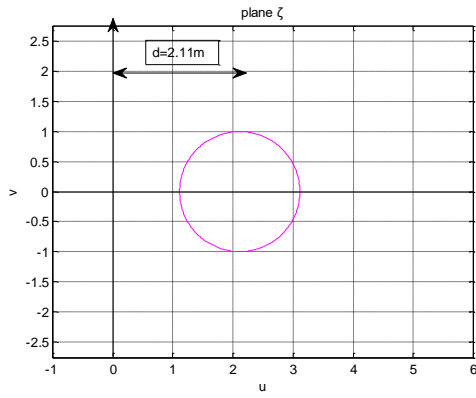
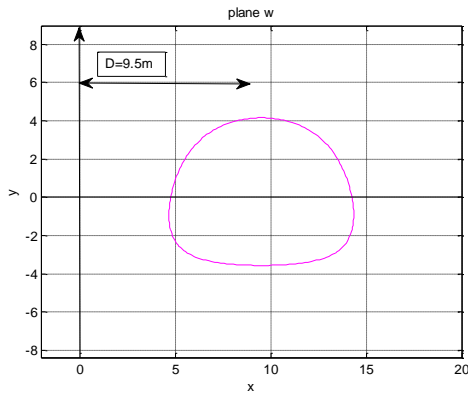
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θεωρούμε πεταλοειδή διατομή ύψους $H=7.72\mu$. και πλάτους $W=9.5\mu$ στο επίπεδο $w=x+iy$, της οποίας το κέντρο απέχει κατά $D=9.5\mu$ από τον άξονα των x . Από την γεωμετρία της διατομής, όπως αναλύθηκε στην (§3.1.5.), προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών :

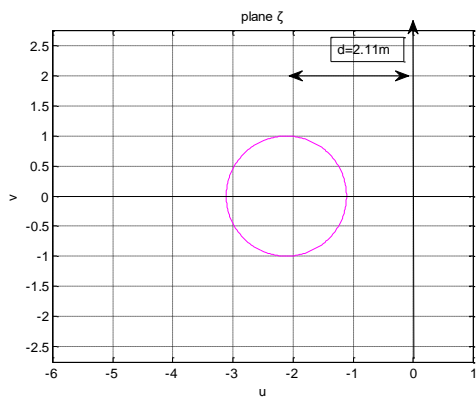
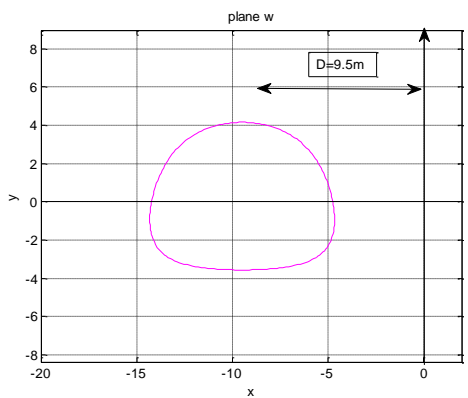
$$b_1=0.104, a_2=0.047, a_3=0.029, R=3.148133997$$

Με την βοήθεια της MATLAB επιλύουμε αφενός τη (σχέση 3-77) ως προς d και στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνάρτηση μετασχηματισμού με βάση τη (σχέση 3-78), η οποία μετασχηματίζει το εξωτερικό της πεταλοειδούς διατομής, της οποίας το κέντρο απέχει απόσταση $D=9.5\mu$, δεξιά από τον άξονα των x , στο επίπεδο $w=x+iy$ στην περιοχή $|\zeta|>1$ του μοναδιαίου κύκλου $\zeta = r e^{i\theta}$, όπως φαίνεται στο (Σχ.3-34α), ενώ σε περίπτωση όπου η πεταλοειδής διατομή απέχει οριζόντια κατά $D=9.5\mu$ αριστερά από τον άξονα των x , η εικόνα που παίρνουμε είναι αυτή του (Σχ.3-34β).

Η επίλυση της εξίσωσης $S=0$, δίνει $d= 2.11\mu$



(α)



(β)

Σχ.3-34: Απεικόνιση πεταλοειδούς διατομής ύψους $H=7.72\mu$ και πλάτους $W=9.5\mu$ σε απόσταση $D=9.5\mu$ δεξιά και αριστερά αντίστοιχα από τον άξονα x , στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο με «ισοδύναμη απόσταση» $d=2.11\mu$, δεξιά και αριστερά αντίστοιχα από τον άξονα u , στο επίπεδο ζ

Κεφάλαιο 4

4.Αναλυτικές Σχέσεις για τον υπολογισμό της Εντατικής Κατάστασης διατομών διαφόρων σχημάτων υπο κατακόρυφη σεισμική πρόσπτωση Διατμητικών Κυμάτων τύπου SH με εφαρμογή της θεωρίας των Σύμμορφων Απεικονίσεων

Εφαρμογή για κατακόρυφη διάδοση Διατμητικών Κυμάτων SH

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα σε ελαστικό ισότροπο χώρο που προσπίπτει σε κυκλική οπή μοναδιαίας ακτίνας $r=1\mu$, η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (Full Space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-1). Λόγω της φύσης των SH κυμάτων υπάρχουν μετατοπίσεις μόνο στον άξονα των z , όπως αναλυθηκε διεξοδικά στο Κεφ2., (σχέση 2-26). Οι συνοριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα για $r=1$, αφορούν στην $t_{rz}=0$.

$$t_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial r} = 0, \text{ για } r=1 \quad (4-1)$$

Το προσπίπτον κύμα δίδεται από τον τύπο:

$$w^i = w_0 e^{ik_b r \cos \theta_1} = w_0 e^{ik_b r \cos(\theta - \pi/2)} \quad (4-2)$$

Με βάση την (σχέση 2-33) του Κεφ2. η ανωτέρω (σχέση 4-2) για το προσπίπτον κύμα γίνεται:

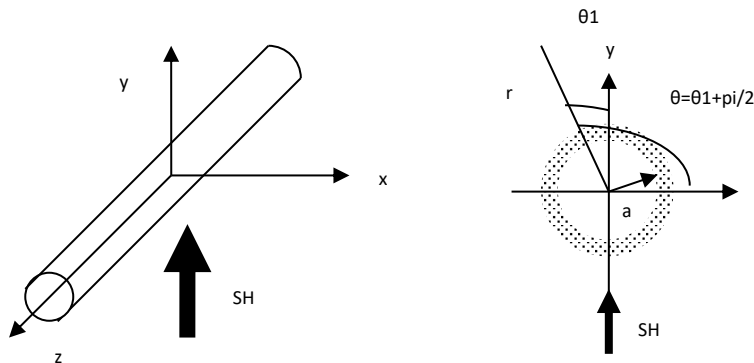
$$w^i = w_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b r) \cos n\theta_1 \quad (4-3)$$

ενώ αντίστοιχα για το σκεδαζόμενο και το συνολικό κυματικό δυναμικό έχουμε:

$$w^s = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(k_b r) \cos n\theta_1 \quad (4-4)$$

$$w_{tot} = w^i + w^s \quad (4-5)$$

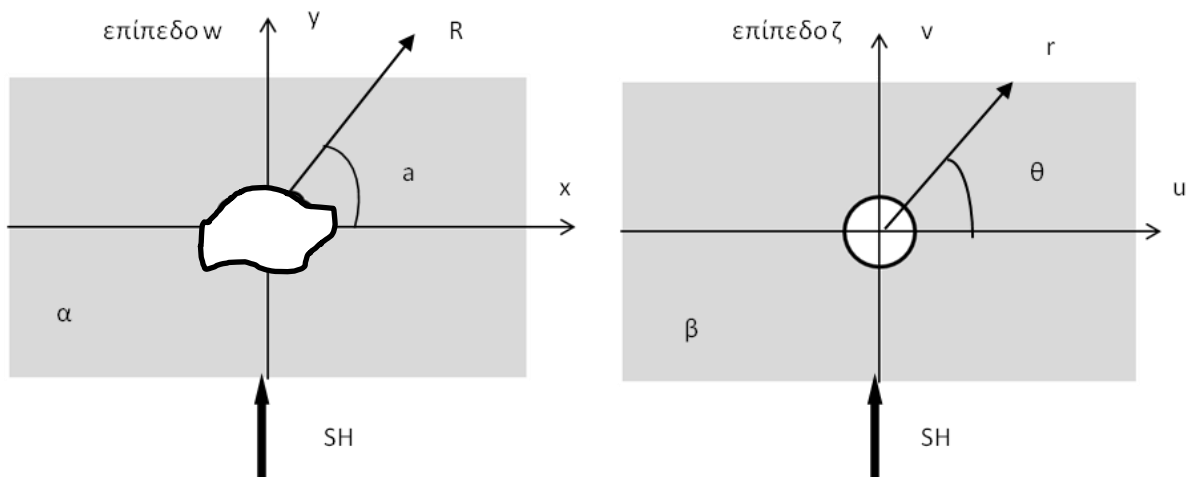
Αντικαθιστώντας στην (σχέση 2-39) του Κεφ.2, τις τιμές που προκύπτουν από τις (σχέσεις 4-1, 4-3, 4-4) υπολογίζονται οι τιμές των A_n . Στη συνέχεια με βάση τις (σχέσεις 2-35 & 2-38) του Κεφ.2, υπολογίζονται αντίστοιχα οι τιμές των w_{tot} και $t_{\theta z}$, αντίστοιχα.



Σχ.4-1: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε κυκλική οπή $r=1\mu$, σε μεγάλο βάθος

4.1.Ανεπένδυτη Οπή στον Πλήρη Χώρο

Θεωρούμε διατομή τυχαίου σχήματος σε μεγάλο βάθος από την επιφάνεια του εδάφους, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH, στο επίπεδο w , όπως φαίνεται στο (Σχ.4-2α)



Σχ.4-2: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή τυχαίου σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Έστω $w(\zeta)$, η συνάρτηση μετασχηματισμού που μετασχηματίζει την διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ . Με την $w(\zeta)$, μετασχηματίζουμε τα κυματικά δυναμικά που δίνονται από τις (σχέσεις 4-3, 4-4, 4-5), καθώς και τις αντίστοιχες τάσεις οι οποίες υπολογίζονται με βάση τις (σχέσεις 2-37 & 2-38) του Κεφ.2.

Έτσι έχουμε :

Επίπεδο w

Καρτεσιανές Συντεταγμένες (x,y,z)

Έστω $z = x + iy$ και $\bar{z} = x - iy$,

Από τη θεωρία των μιγαδικών αριθμών ισχύουν οι σχέσεις :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$$

(4-6α)

$$\text{και } \frac{\partial}{\partial y} = i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\right)$$

(4-6β)

$$\cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \quad \sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}$$

$$\cos n\alpha = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right)$$

$$\sin n\alpha = \frac{1}{2i} \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right)$$

Αντικαθιστώντας τις (σχέσεις 4-6α, 4-6β) στις (σχέσεις 2-23α & 2-23β) του Κεφ.2, προκύπτουν οι μιγαδικές εκφράσεις των τάσεων

Η κυματική εξίσωση γράφεται :

$$4 \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \bar{z}} + k_b^2 w = 0$$
$$t_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \right)$$

(4-7α)

$$t_{yz} = \mu i \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \right)$$

(4-7β)

και σε Πολικές Συντεταγμένες (R,α,z) αντίστοιχα:

$$t_{Rz} = t_{xz} \cos \alpha + t_{yz} \sin \alpha \quad (4-8\alpha)$$

$$t_{\alpha z} = -t_{xz} \sin \alpha + t_{yz} \cos \alpha \quad (4-8\beta)$$

Μετά από αντικατάσταση των (σχέσεων 4-7α & 4-7β) στις (σχέσεις 4-8α & 4-8β) προκύπτει :

$$t_{Rz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial z} e^{i\alpha} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} e^{-i\alpha} \right) \quad (4-9)$$

$$t_{\alpha z} = \mu i \left(\frac{\partial w}{\partial z} e^{i\alpha} - \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} e^{-i\alpha} \right) \quad (4-10)$$

Μετασχηματίζουμε αντίστοιχα στο Επίπεδο ζ:

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \quad \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

$$\cos n\theta = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right)$$

$$\sin n\theta = \frac{1}{2i} \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right)$$

Σε Καρτεσιανές συντεταγμένες (u,v,ζ)

Η κυματική εξίσωση γράφεται :

$$4 \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta \partial \bar{\zeta}} \left(\frac{1}{\omega'(\zeta)} + \frac{1}{\omega'(\bar{\zeta})} \right) + k_b^2 w = 0$$

Ενώ οι τάσεις στο επίπεδο ζ, δίδονται από τους τύπους:

$$t_{u\zeta} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \bar{z}} \right) \quad \text{και} \quad t_{v\zeta} = \mu i \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \bar{z}} \right)$$

Και μετά από αντικατάσταση προκύπτουν οι τύποι για τις τάσεις συναρτήσει της συνάρτησης μετασχηματισμού ως κάτωθι :

$$t_{u\zeta} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{1}{\omega'(\zeta)} + \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} \frac{1}{\omega'(\bar{\zeta})} \right) \quad (4-11\alpha)$$

$$t_{v\zeta} = \mu i \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{1}{\omega'(\zeta)} - \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} \frac{1}{\omega'(\bar{\zeta})} \right) \quad (4-11\beta)$$

Αντίστοιχα σε Πολικές Συντεταγμένες (r,θ,ζ)

Οι γωνίες α και θ στα επίπεδα w και ζ αντίστοιχα συνδέονται με τη σχέση :

$$e^{i\alpha} = e^{i\theta} \frac{\omega'(\zeta)}{|\omega'(\zeta)|} \quad \text{και} \quad e^{-i\alpha} = e^{-i\theta} \frac{\overline{\omega'(\zeta)}}{|\omega'(\zeta)|} \quad (4-12)$$

Μετά από αντικατάσταση της (σχέσης 4-12) στις (σχέσεις 4-9, 4-10) λαμβάνουμε τους τύπους των τάσεων στο επίπεδο ζ.

$$t_{r\zeta} = \frac{\mu}{|\omega'(\zeta)|} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} e^{i\theta} + \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} e^{-i\theta} \right)$$

$$t_{r\bar{\zeta}} = \frac{\mu}{|\omega'(\zeta)|} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{\zeta}{r} + \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} \frac{\bar{\zeta}}{r} \right) \quad (4-13)$$

$$t_{\theta\zeta} = \frac{i\mu}{|\omega'(\zeta)|} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} e^{i\theta} - \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} e^{-i\theta} \right)$$

$$t_{\theta\bar{\zeta}} = \frac{i\mu}{|\omega'(\zeta)|} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \frac{\zeta}{r} - \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} \frac{\bar{\zeta}}{r} \right) \quad (4-14)$$

Το κυματικό δυναμικό w_i που αντιστοιχεί στο προσπίπτον κύμα στην διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , η οποία απεικονίζεται στο μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , με την συνάρτηση απεικόνισης $\omega(\zeta)$, δίδεται από τη (σχέση 4-15α) μετά από αντικατάσταση.

$$w_i = |w_0| e^{0.5ik_b|\omega(\zeta)|\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|}i^{-1} + \frac{\overline{\omega(\zeta)}}{|\omega(\zeta)|}i^1\right)} \quad (4-15\alpha)$$

Στη συνέχεια αναπτύσσοντας την (σχέση 4-15α) σε άθροισμα σειρών Bessel-Fourier, λαμβάνουμε την τελική εξίσωση (4-15β) για το προσπίπτον κυματικό δυναμικό:

$$w^i = |w_0| \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b|\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-15\beta)$$

Όπου $|w_0|=1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH

Αντίστοιχα, το κυματικό δυναμικό w^s που αντιστοιχεί στο σκεδαζόμενο από την διατομή κύμα δίδεται από τη σχέση:

$$w^s = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_b|\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-16)$$

Το συνολικό κυματικό δυναμικό που δίδεται από τη (σχέση 4-17), ισούται με την συνολική μετακίνηση.

$$w^{\text{tot}} = w^i + w^s \quad (4-17)$$

Με βάση την συνοριακή συνθήκη πάνω στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , $t_{rz} = 0$ και μετά από παραγωγή των (σχέσεων 4-15β και 4-16) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ αντίστοιχα, υπολογίζονται οι τιμές των A_n . Στη συνέχεια μετά από αντικατάσταση των A_n στις (σχέσεις 4-16, 4-17 και 4-14) υπολογίζονται αντίστοιχα οι τιμές των w^{tot} και $t_{\theta z}$, αντίστοιχα. Τα

αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|w_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην παρούσα Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1).

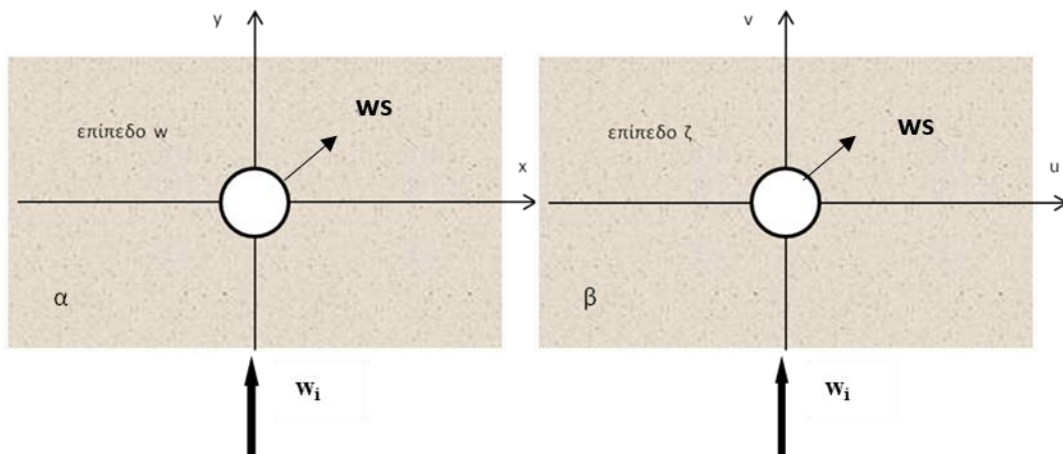
Πίνακας 4-1: Ιδιότητες του Εδάφους

Ιδιότητες του Εδάφους	
ρ : πυκνότητα	1800kg/m ³
C_s : ταχύτητα διάδοσης Διατμητικών Κυμάτων	400 m/sec
ν : Λόγος Poisson	0.33
G: μέτρο διάτμησης	2.88 10 ⁸ Pa
$k_b = \omega/C_s$: Κυματικός Αριθμός	0.6283
λ (σταθερά lame)	5.76 10 ⁸ Pa
μ (σταθερά lame)	2.88 10 ⁸ Pa

4.1.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας $r=1\mu$ στο επίπεδο w, η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-3α&β). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό κύκλου ακτίνας R στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , δίδεται από τη (σχέση3-4) του Κεφ.3:

$w=f(\zeta)=r\zeta$, όπου $r=1\mu$, Κεφ.3,(σχέση 3-4).



Σχ.4-3: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή κυκλικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

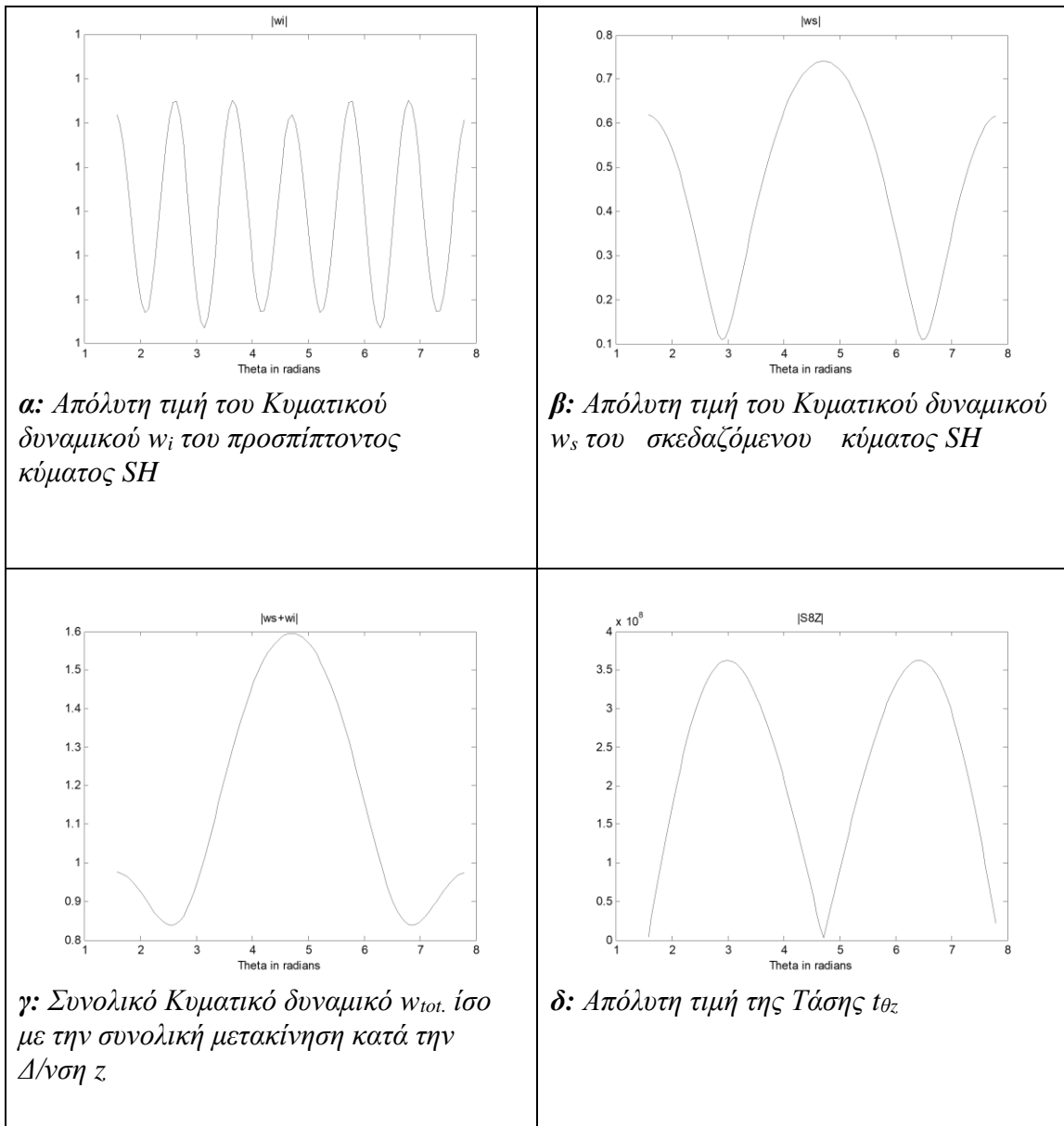
Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε κυκλική οπή ακτίνας $r=1\mu$, σε μεγάλο βάθος στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο, με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec. Οι ιδιότητες του Εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται από τον (Πίνακα 4-1).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης $u_z=w$ και της τάσης $t_{\theta z}$ πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, εφαρμόζοντας την συνοριακή συνθήκη $t_{rz} = 0$, πάνω στη διατομή του μοναδιαίου κύκλου. Υπολογίζονται οι συντελεστές A_n και στην συνέχεια το κυματικό δυναμικό w_s που αντιστοιχεί στη μετακίνηση από το σκεδαζόμενο κύμα καθώς και το συνολικό κυματικό δυναμικό w . Θεωρούμε $|w_0|=1$.

Στη συνέχεια υπολογίζονται αντίστοιχα το συνολικό κυματικό δυναμικό με βάσει τη (σχέση 4-5), που αντιστοιχεί στη συνολική μετακίνηση u_z κατά τη διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου που προκαλούν τα σεισμικά κύματα SH, καθώς και η τάση $t_{\theta z}$

Στο (Σχ.4-4) απεικονίζονται οι αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_s , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

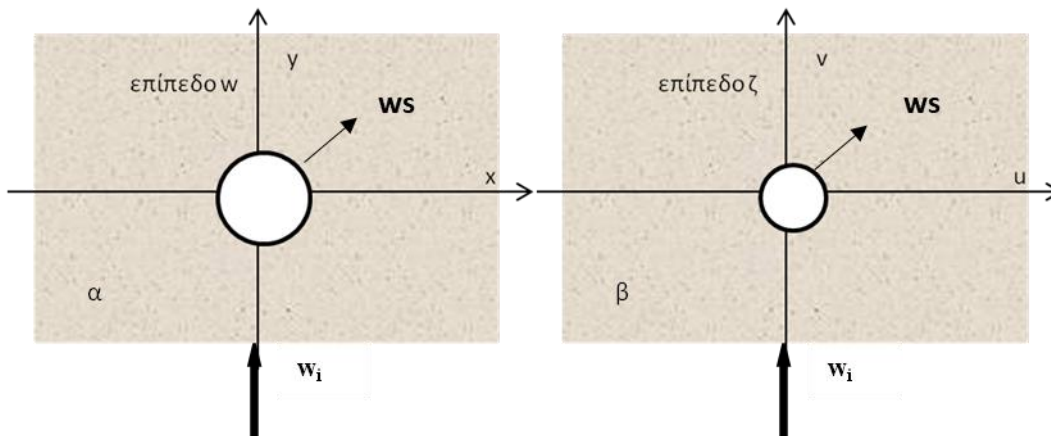


Σχ.4-4: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας , στον πλήρη χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.1.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας R στο επίπεδο w ,η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space) . Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό κύκλου ακτίνας R στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση3-4) του Κεφ.3:

$w=f(\zeta)=R\zeta$, Κεφ.3,(σχέση 3-4), όπου R θετική σταθερά, όπως φαίνεται στο (Σχ.4-5).



Σχ.4-5: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή κυκλικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον και το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό w_i , w_s δίδεται αντίστοιχα από τις (σχέσεις 4-15β & 4-16).

Αριθμητική Εφαρμογή

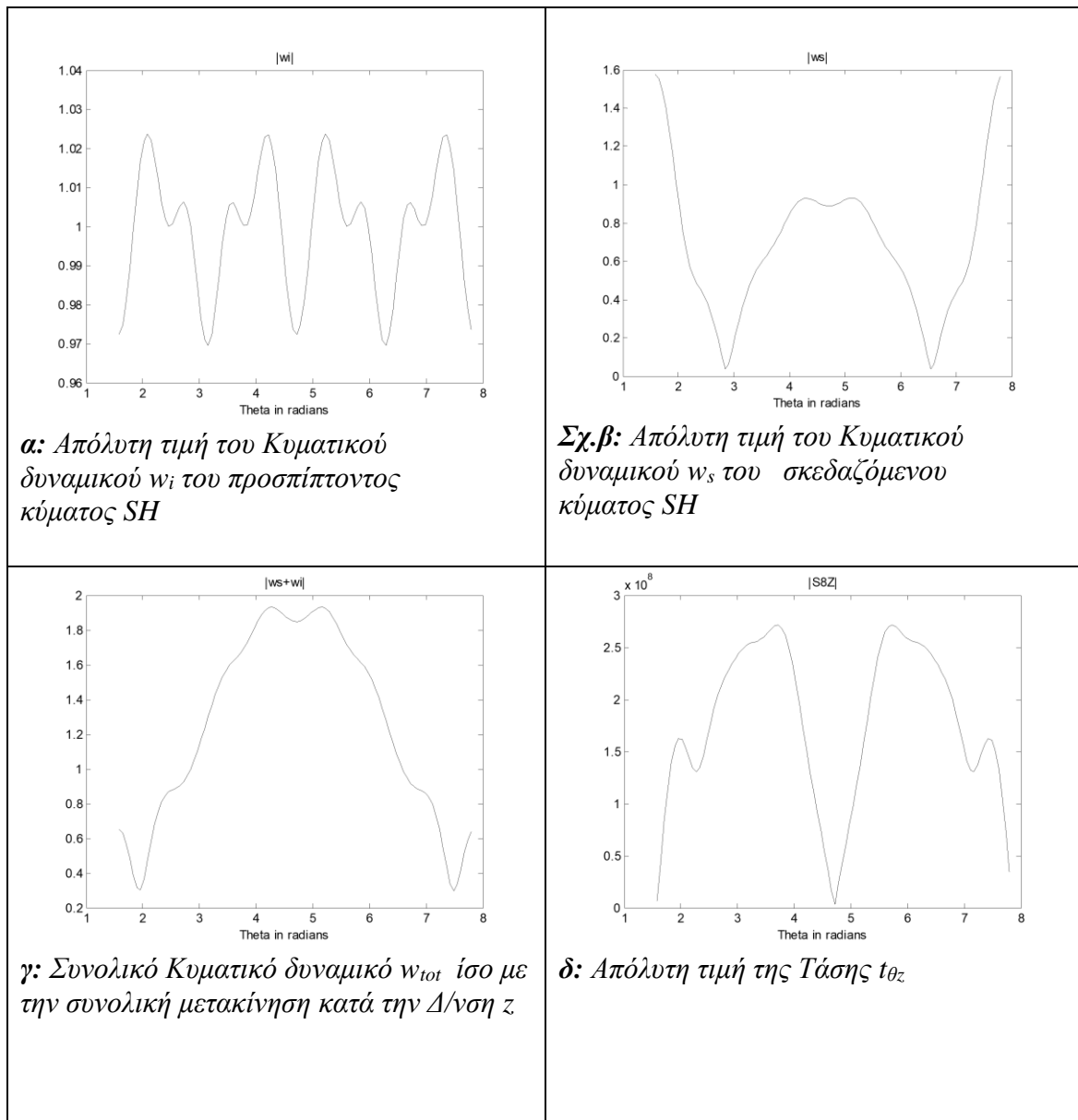
Θεωρούμε κυκλική οπή ακτίνας $R=5\mu$, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec .

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού Κεφ.3 (σχέση 3-4). Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-15β & 4-16) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης που δίδεται από τη (σχέση 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n .

Οι τιμές των A_n αντικαθίστανται στις (σχέσεις 4-16,4-17 & και 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_s , w (συνολική μετακίνηση) καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

Στο (Σχ.4-6), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_s , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

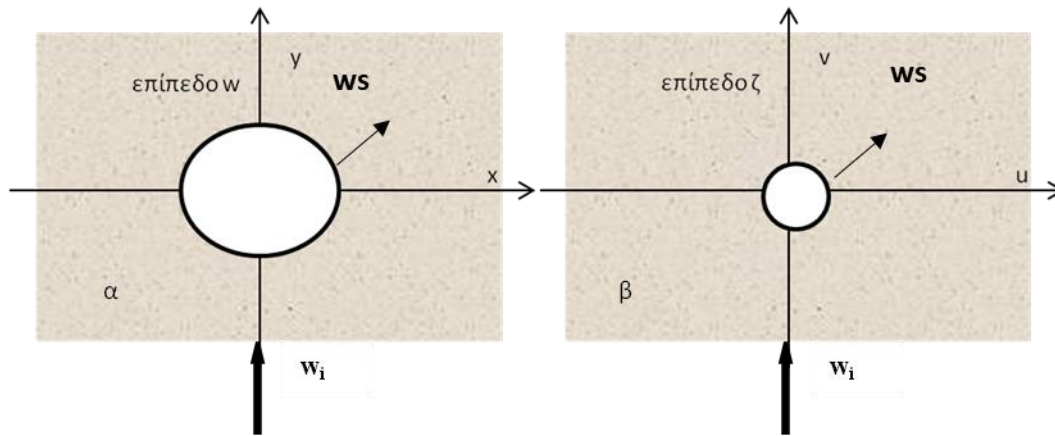


Σχ.4-6: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή ακτίνας R , στον πλήρη χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.1.3.Ελλειπτική Οπή

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε ελλειπτική οπή με ημιάξονες a, b στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό της ελλειπτικής οπής στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-6) του Κεφ.3 :

$w = f(\zeta) = R(\zeta + \frac{m}{\zeta})$, όπου $\zeta = re^{i\theta}$, $R = \frac{a+b}{2}$, $m = \frac{a-b}{a-b}$, Κεφ.3,(σχέση 3-6), όπου a & b ο μεγάλος και ο μικρός άξονας αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο (Σχ.4-7).



Σχ.4-7: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή ελλειπτικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον και το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό w_i , w_s δίδεται αντίστοιχα από τις (σχέσεις 4-15β & 4-16).

Αριθμητική Εφαρμογή

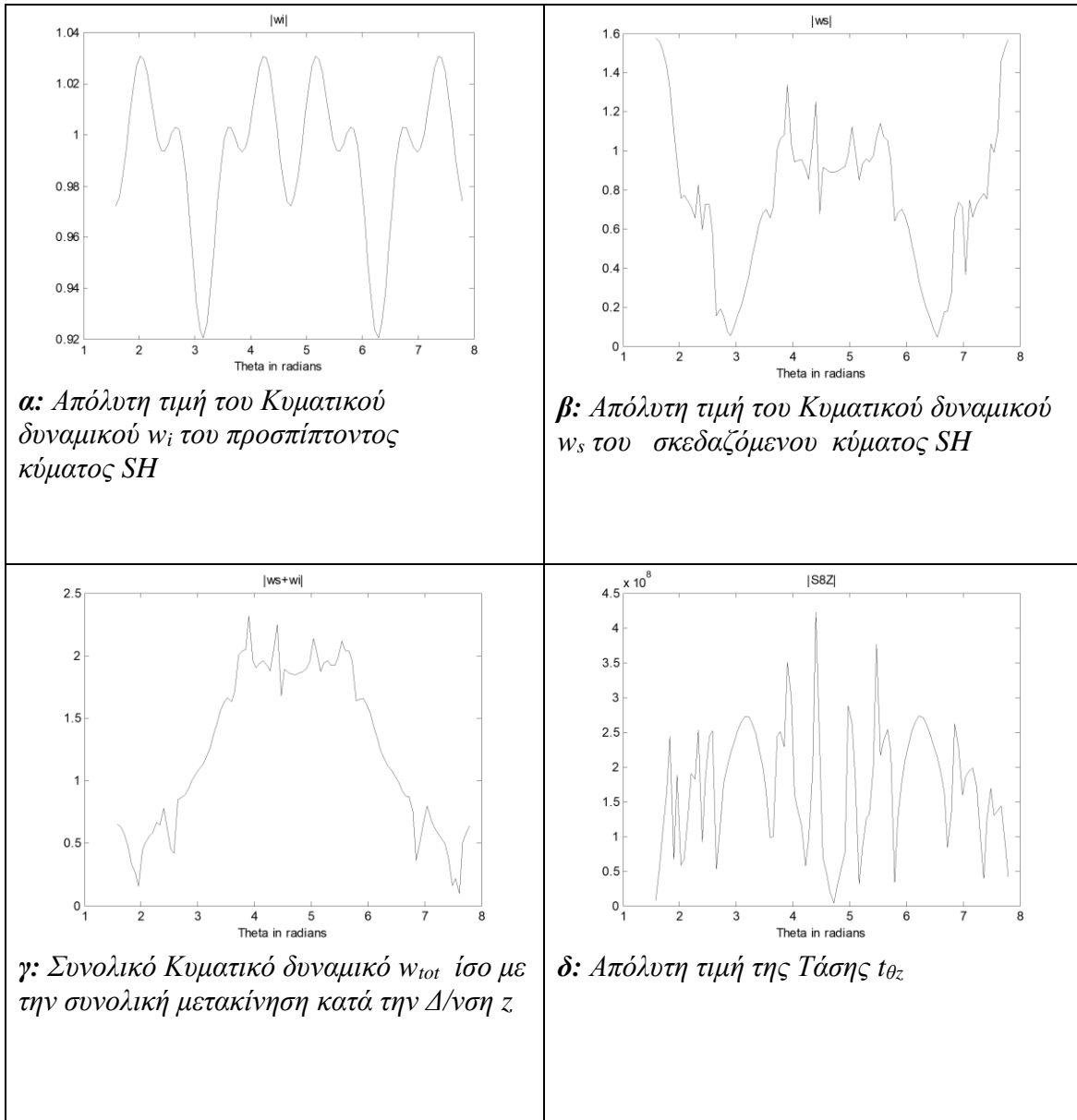
Θεωρούμε ελλειπτική οπή με ημιάξονες $a=6\mu$ & $b=5\mu$. στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec . Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού Κεφ.3,(σχέση 3-6) . Από την γεωμετρία της διατομής προκύπτει :

$$R=5.5, m= 0.090$$

Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-15β & 4-16) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης με βάση τη (σχέση 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n . Οι τιμές των A_n αντικαθιστώνται στις (σχέσεις 4-16, 4-17 & 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_s , w (συνολική μετακίνηση) καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

Στο (Σχ.4-8), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_s , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.



Σχ.4-8: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Ελλειπτική Οπή, στον πλήρη χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

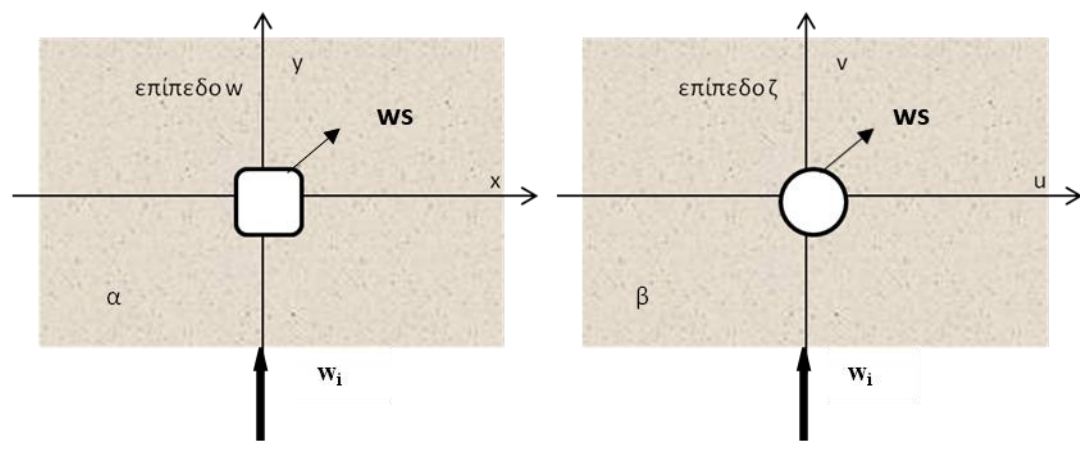
4.1.4. Τετραγωνική Οπή

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε τετραγωνική διατομή πλευράς a_{sq} στο επίπεδο w, η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-9). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό της τετραγωνικής οπής στο επίπεδο

$w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-10) του Κεφ.3:

$$w = f(\zeta) = R \left(\zeta + \left(\frac{c_3}{\zeta^3} \right) + \left(\frac{c_7}{\zeta^7} \right) \right), \text{ Κεφ.3 (σχέση 3-10),}$$

όπου: $c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, \zeta = r e^{i\theta}, r = 1, R = \frac{0.5 a_{sq}}{1+c_3+c_7}$



Σχ.4-9: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή τετραγωνικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον και το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό w_i, w_s δίδεται αντίστοιχα από τις (σχέσεις 4-15β & 4-16).

Αριθμητική Εφαρμογή

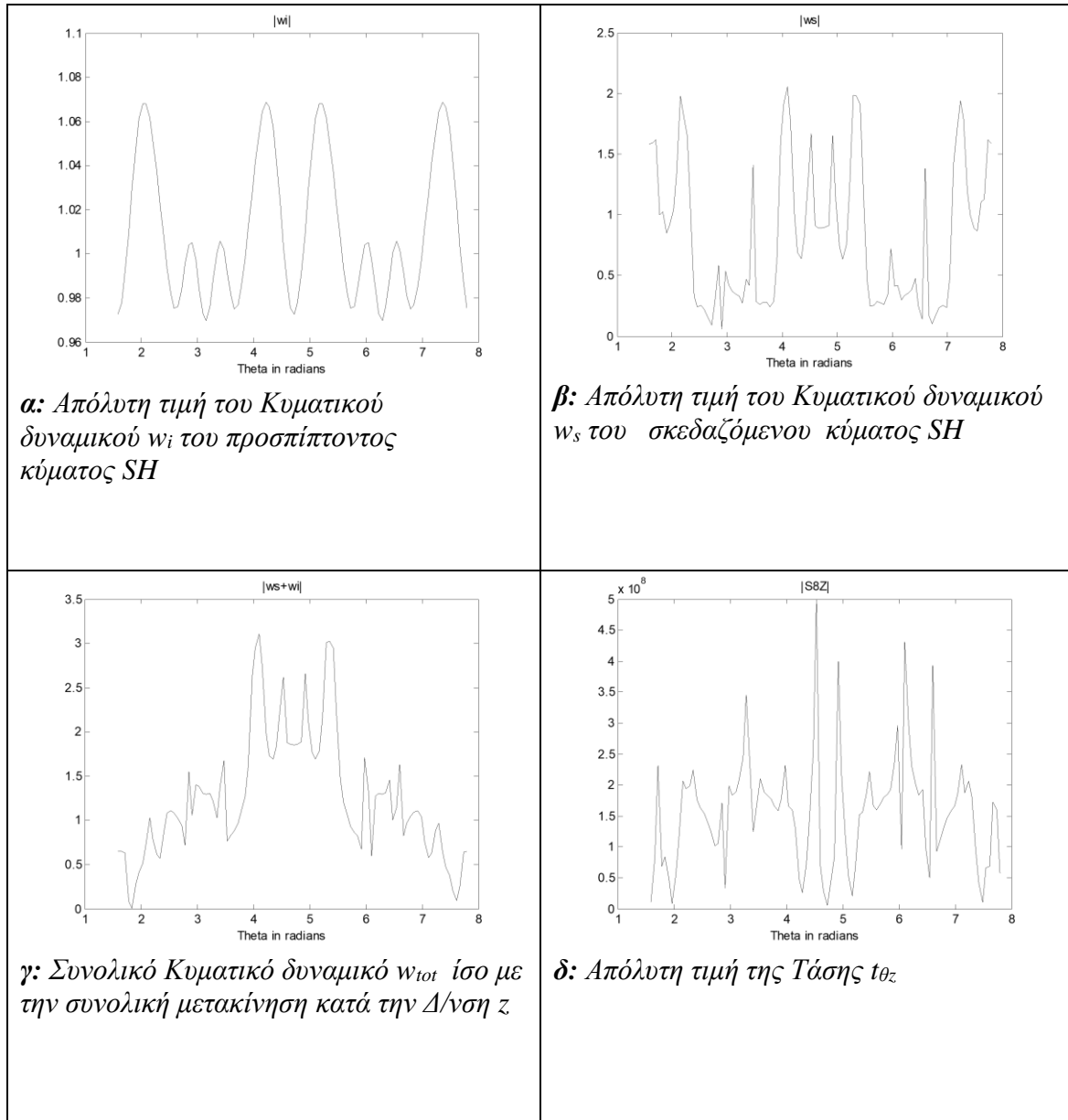
Θεωρούμε τετραγωνική διατομή πλευράς 10μ στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο, με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec .

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1).Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού Κεφ.3, (σχέση 3-10). Από την γεωμετρία της διατομής προκύπτει :

$R=5.874149$

Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-15β & 4-16) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης που δίδεται από τη (σχέση 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n .Οι

τιμές των A_n αντικαθίστανται στις (σχέσεις 4-16, 4-17 & 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_s , w (συνολική μετακίνηση) καθώς και η τάση $t_{\theta z}$. Στο (Σχ.4-10), απεικονίζονται αντίστοιχα, οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_s , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.



Σχ.4-10: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Τετραγωνική Οπή, στον πλήρη χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

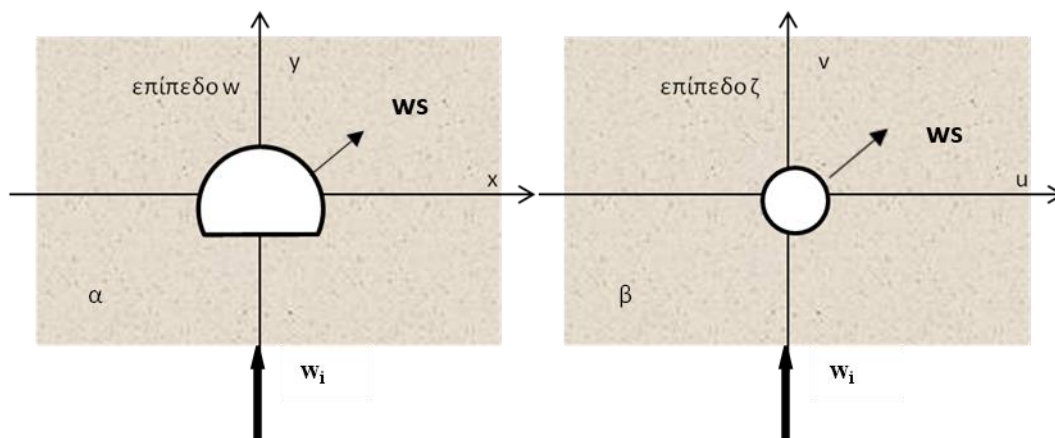
4.1.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε διατομή πεταλοειδούς σχήματος ύψους H και πλάτους W στο επίπεδο w, η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space). Η συνάρτηση

μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό της πεταλοειδούς οπής στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-13) του Κεφ.3 :

$$w = f(\zeta) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} R e^{-\frac{ipi}{4}}\right) \left(\zeta + \left(\frac{ib_1}{\zeta}\right)\right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{(\zeta^2)}\right) + \left(\frac{a_3}{\zeta^3}\right), \text{Κεφ.3,(σχέση 3-13)}$$

όπου: $\zeta = r e^{i\theta}, r = 1$ και οι τιμές των συντελεστών R, a_3, b_1, a_2 βελτιστοποιούνται από τις αρχικές, με την ρουτίνα ελαχίστων τετραγώνων του μαθηματικού λογισμικού πακέτου MATLAB, όπως φαίνεται στο (Σχ.4-11).



Σχ.4-11: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή πεταλοειδούς σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον και το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό w_i, w_s δίδεται από τις (σχέσεις 4-15β & 4-16).

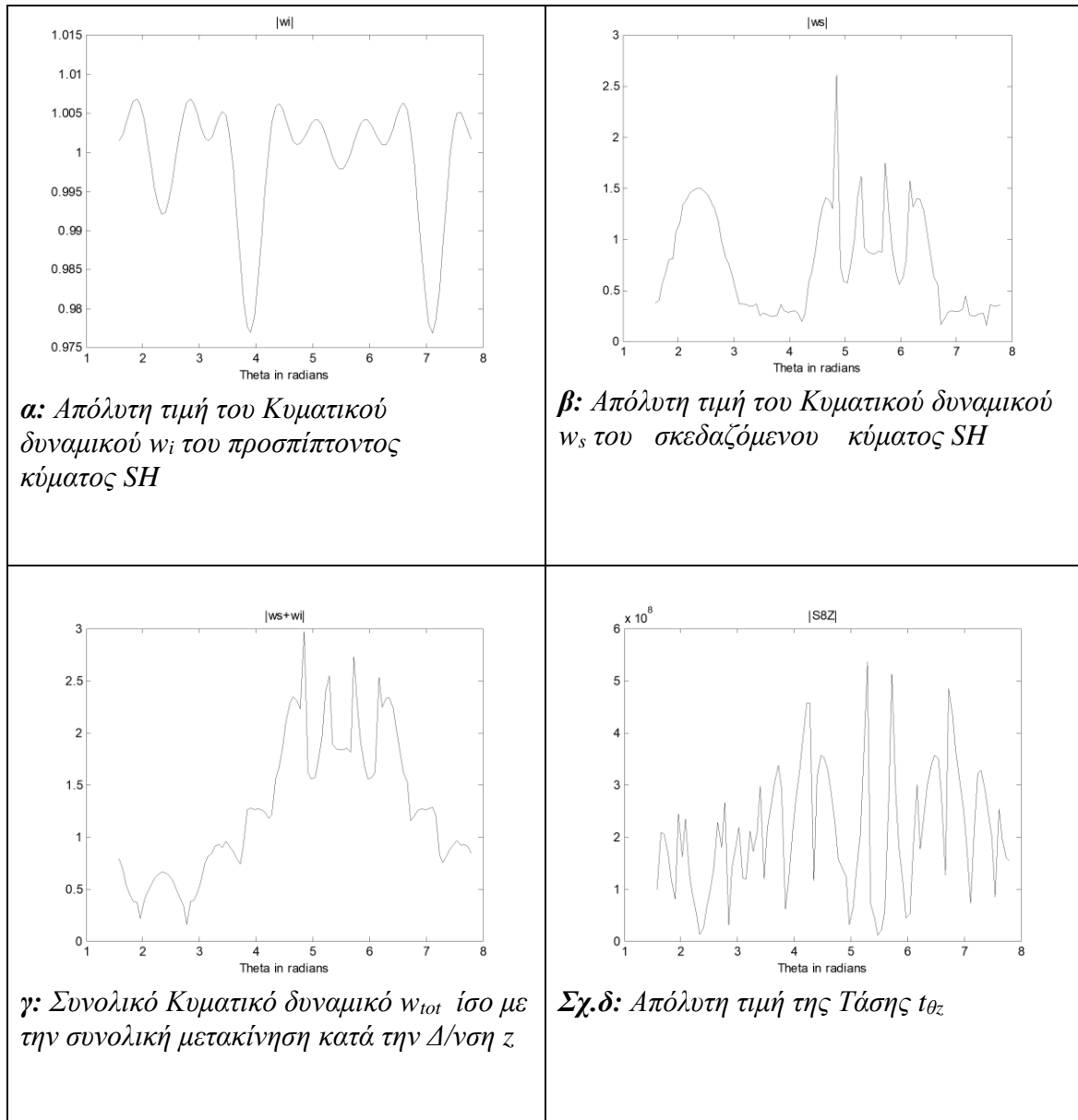
Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε μια πεταλοειδή διατομή ύψους $H=7.72\mu$. και πλάτους $W=9.5\mu$ στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακόρυφως διαδιδόμενο, με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$. Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού Κεφ.3,(σχέση 3-13). Οι τιμές των συντελεστών, οι οποίοι προσεγγίζουν καλύτερα το πραγματικό σχήμα, προκύπτουν μετά από βελτιστοποίηση με τη ρουτίνα ελαχίστων τετραγώνων του MATLAB : $b_1=0.104, a_2, =0.047, a_3=0.029, R=3.148133997$.

Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-15β & 4-16) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης που δίδεται από τη (σχέση 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n . Οι τιμές των A_n αντικαθίστανται στις (σχέσεις 4-16, 4-17 & 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_s , w (συνολική μετακίνηση) καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

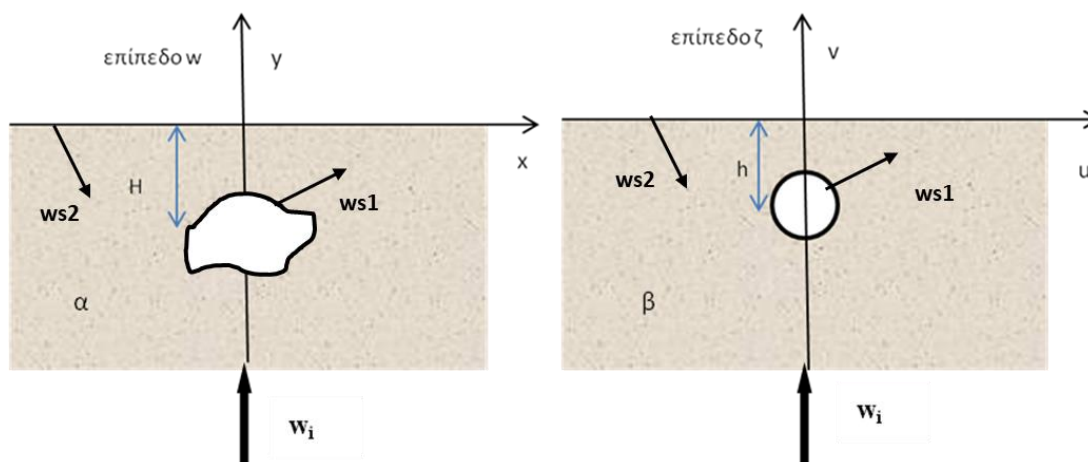
Στο (Σχ.4-12), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_s , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.



Σχ.4-12: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, στον πλήρη χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

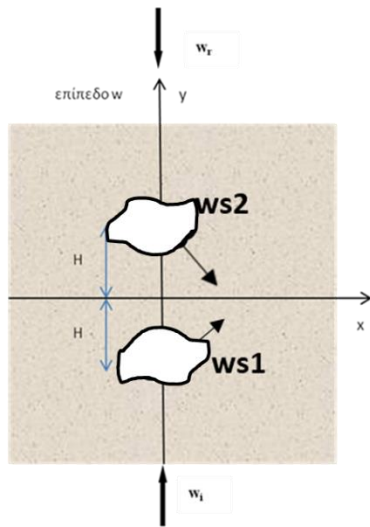
4.2.Ανεπένδυτη Οπή στον Ημίχωρο

Θεωρούμε διατομή υπογείου έργου τυχαίου σχήματος που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH, με κατακόρυφη διάδοση, στο επίπεδο w , όπως φαίνεται στο (Σχ.4-13α). Έστω $w(\zeta)$, η συνάρτηση μετασχηματισμού που μετασχηματίζει την διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ κεντροβαρικά.



Σχ.4-13: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή τυχαίου σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου σε βάθος h στο επίπεδο ζ (β).

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφ.2,(Σχ.2-28), η λύση του προβλήματος του ημίχωρου (Half Space) για διατομή υπογείου έργου τυχαίου σχήματος, που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, επιτυγχάνεται με την «μέθοδο των κατοπτρικών εικόνων», «method of mirror images», με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια, (Lee & Trifunac, 1979), (Manoogian, 2000), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-14). Η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση των κυμάτων SH λόγω των ιδιοτήτων τους, τα οποία προκαλούν μετακινήσεις «εκτός επιπέδου διατομής», σε αντίθεση με τα κύματα P & SV. Συνεπώς, με τη θεώρηση αυτή, το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου. Έτσι ο χώρος μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της διατομής είναι ισοδύναμο με δύο συμμετρικές διατομές, με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια.



Σχ.4-14: Προσομοίωση του ημίχωρου σε περίπτωση πρόσπτωσης κυμάτων SH

Το κυματικό δυναμικό w_i που αντιστοιχεί στο προσπίπτον κύμα στην διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , η οποία απεικονίζεται στο μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , με την συνάρτηση απεικόνισης $\omega(\zeta)$, δίδεται από τη κάτωθι σχέση :

$$w_i = |w_0| e^{ik_b H} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-18)$$

Αντίστοιχα το κυματικό δυναμικό w_r που αντιστοιχεί στο ανακλώμενο κύμα δίδεται από τη σχέση :

$$w_r = |w_0| e^{-ik_b H} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i^n) J_n(k_b |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-19)$$

Όπου $|w_0|=1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH

Το κυματικό δυναμικό w_{s1} που αντιστοιχεί στο σκεδαζόμενο κύμα από την διατομή, δίδεται από τη σχέση:

$$w_{s1} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_b |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-20)$$

Το κυματικό δυναμικό w_{s2} που αντιστοιχεί στο σκεδαζόμενο κύμα από την επιφάνεια του εδάφους, δίδεται από τη σχέση:

$$w_{s2} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_b |\omega(\zeta) + 2iH|) \left(\frac{\omega(\zeta) + 2iH}{|\omega(\zeta) + 2iH|} \right)^{n_i - n} \left(\frac{\omega(\zeta) + 2iH}{|\omega(\zeta) + 2iH|} \right)^{-n_i n} \quad (4-21)$$

Το συνολικό κυματικό δυναμικό δίδεται από τη σχέση (4-22)

$$w = w_i + w_r + w_{s1} + w_{s2} \quad (4-22)$$

και ισούται με την συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση z.

Με βάση την συνοριακή συνθήκη πάνω στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , $t_{rz} = 0$ και μετά από παραγωγή των (σχέσεων 4-18, 4-19, 4-20, 4-21) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ υπολογίζονται οι τιμές των A_n . Στη συνέχεια μετά από αντικατάσταση των A_n στις (σχέσεις 4-19, 4-22, 4-14) υπολογίζονται αντίστοιχα οι τιμές των w και $t_{\theta z}$, αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|w_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH

Οι τύποι των τάσεων στο επίπεδο ζ δίδονται από τις : (σχέσεις 4-13 & 4-14)

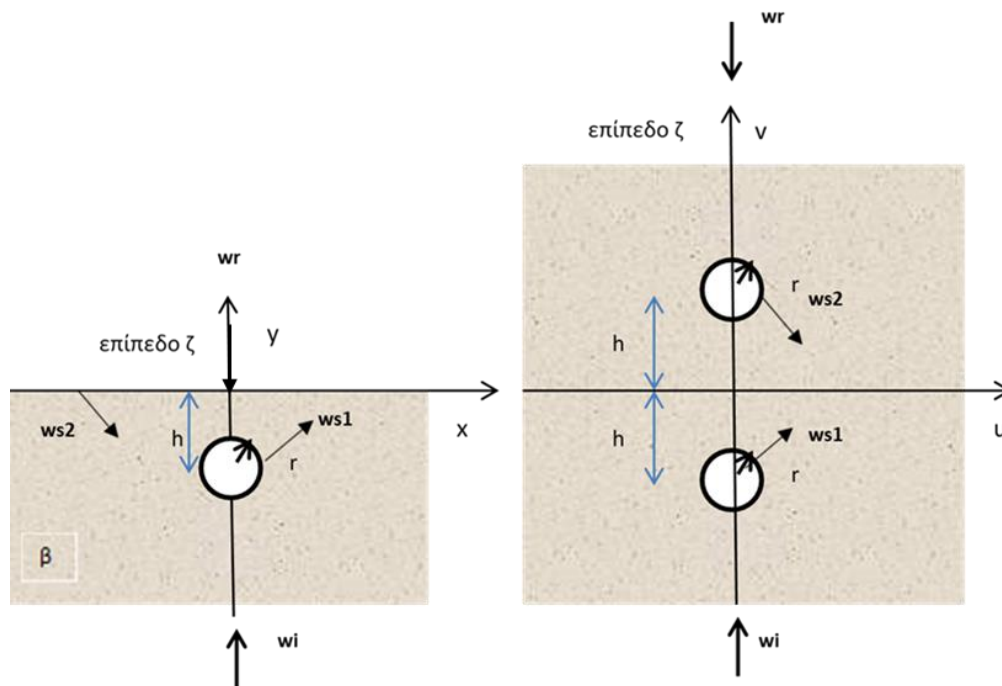
$$t_{rz} = \frac{\mu}{|\omega'(\zeta)|} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} e^{i\theta} + \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} e^{-i\theta} \right) \quad (4-13)$$

$$t_{\theta z} = \frac{i\mu}{|\omega'(\zeta)|} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} e^{i\theta} - \frac{\partial w}{\partial \bar{\zeta}} e^{-i\theta} \right) \quad (4-14)$$

4.2.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας $r=1\mu$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μικρό βάθος h , οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που εφαρμόζεται κεντροβαρικά είναι η : $w = \zeta = r e^{i\theta}$, όπου $r=1\mu$, Κεφ.3, (σχέση 3-4), ενώ ο χώρος

μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της κυκλικής οπής, όπως φαίνεται στο (Σχ.4-15α), είναι ισοδύναμος με τον χώρο μεταξύ δύο συμμετρικών κυκλικών οπών με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια, όπως φαίνεται στο (Σχ.4-15β). Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον, το ανακλώμενο καθώς και τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την κυκλική οπή και την ελεύθερη επιφάνεια w_i, w_r, w_{s1}, w_{s2} δίδονται διαδοχικά από τις (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20 & 4-21). Αριθμητική Εφαρμογή Θεωρούμε κυκλική οπή ακτίνας $r=1\mu$, σε βάθος $h=2\mu$, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακόρυφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$. Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1).

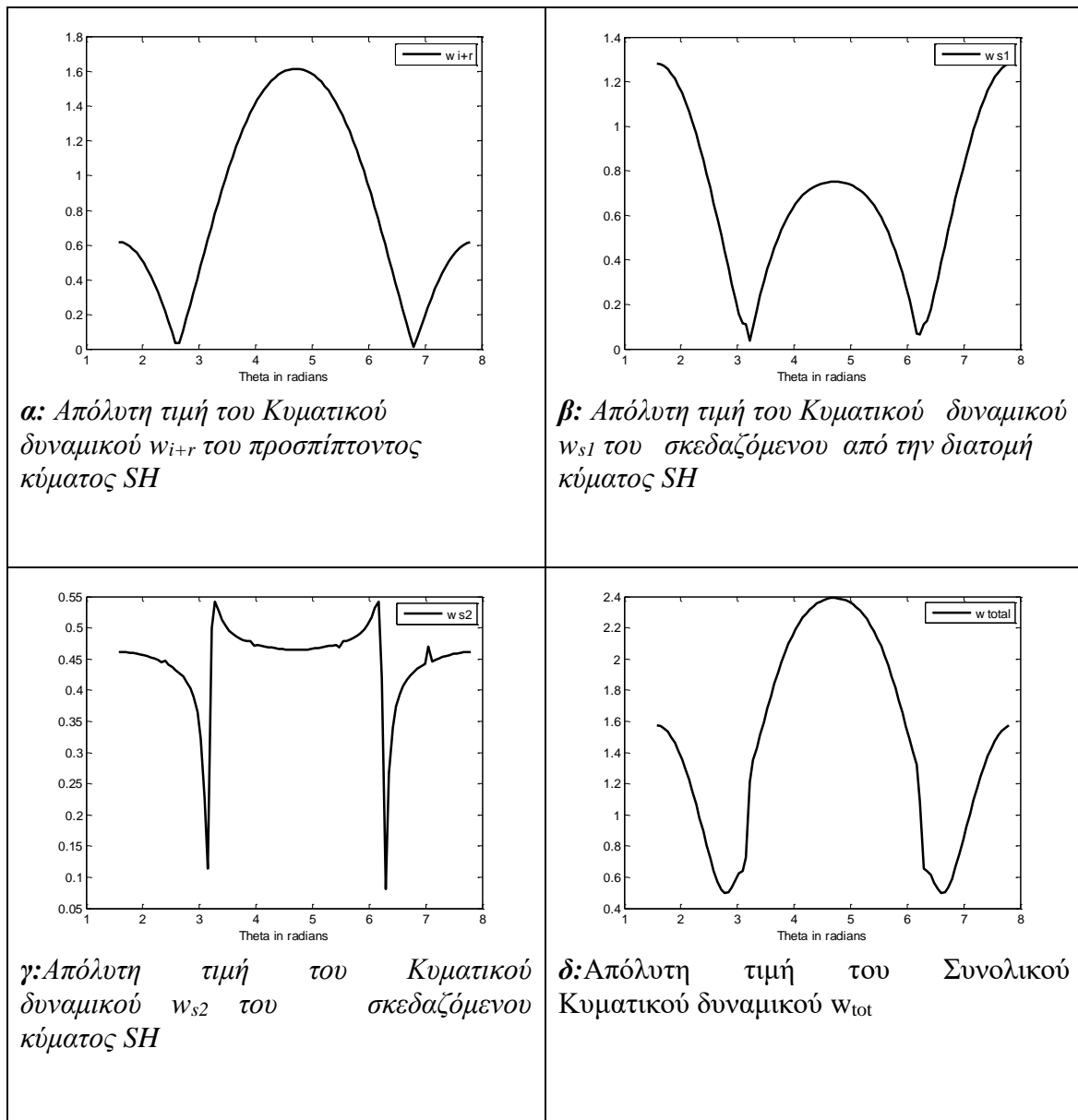


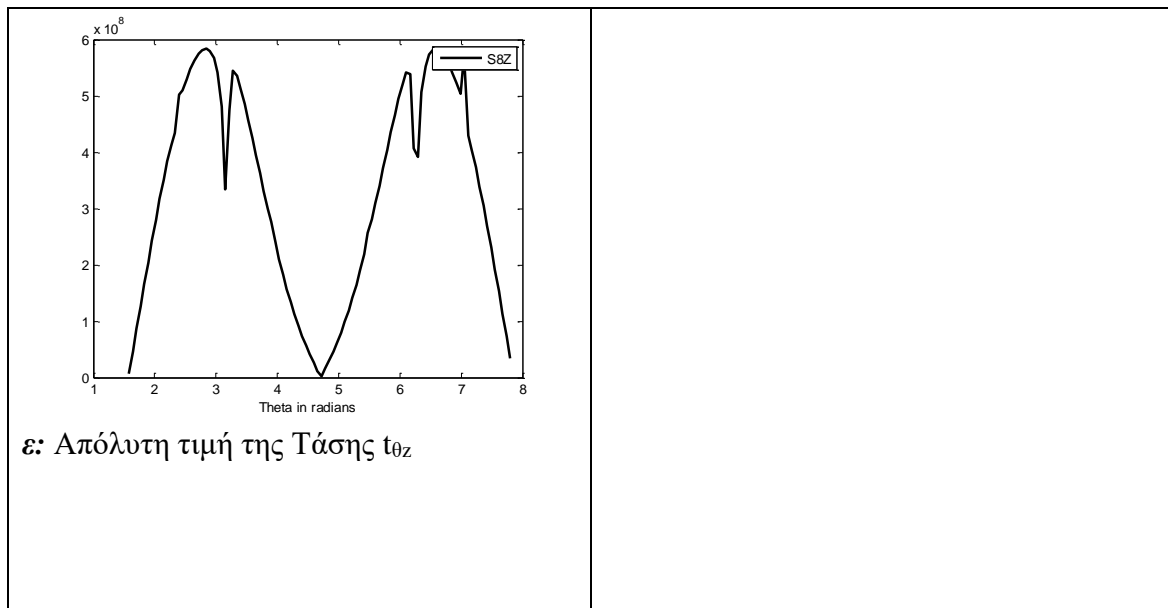
Σχ.4-15: Προσπίπτον Κύμα SH με κατακόρυφη διεύθυνση διάδοσης πάνω σε κυκλική διατομή μοναδιαίας ακτίνας $r=1\mu$ σε βάθος h , (πρόβλημα ημίχωρου) (α) προσομοίωση του προβλήματος (β).

Όπως αναλύσαμε και προηγούμενα το πρόβλημα της οπής τυχαίου σχήματος που βρίσκεται σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH με κατακόρυφη διάδοση, είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα του πλήρους χώρου. Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση $\zeta=re^{i\theta}$ Κεφ.3, (σχέση 3-4). Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20, 4-21) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης που δίδεται από τη (σχέση 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n .

Οι τιμές των A_n αντικαθίστανται στις (σχέσεις 4-19, 4-20, 4-21, 4-22, 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_{s1} , w_{s2} , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

Στο (Σχ.4-16), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_{s1} , w_{s2} , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$



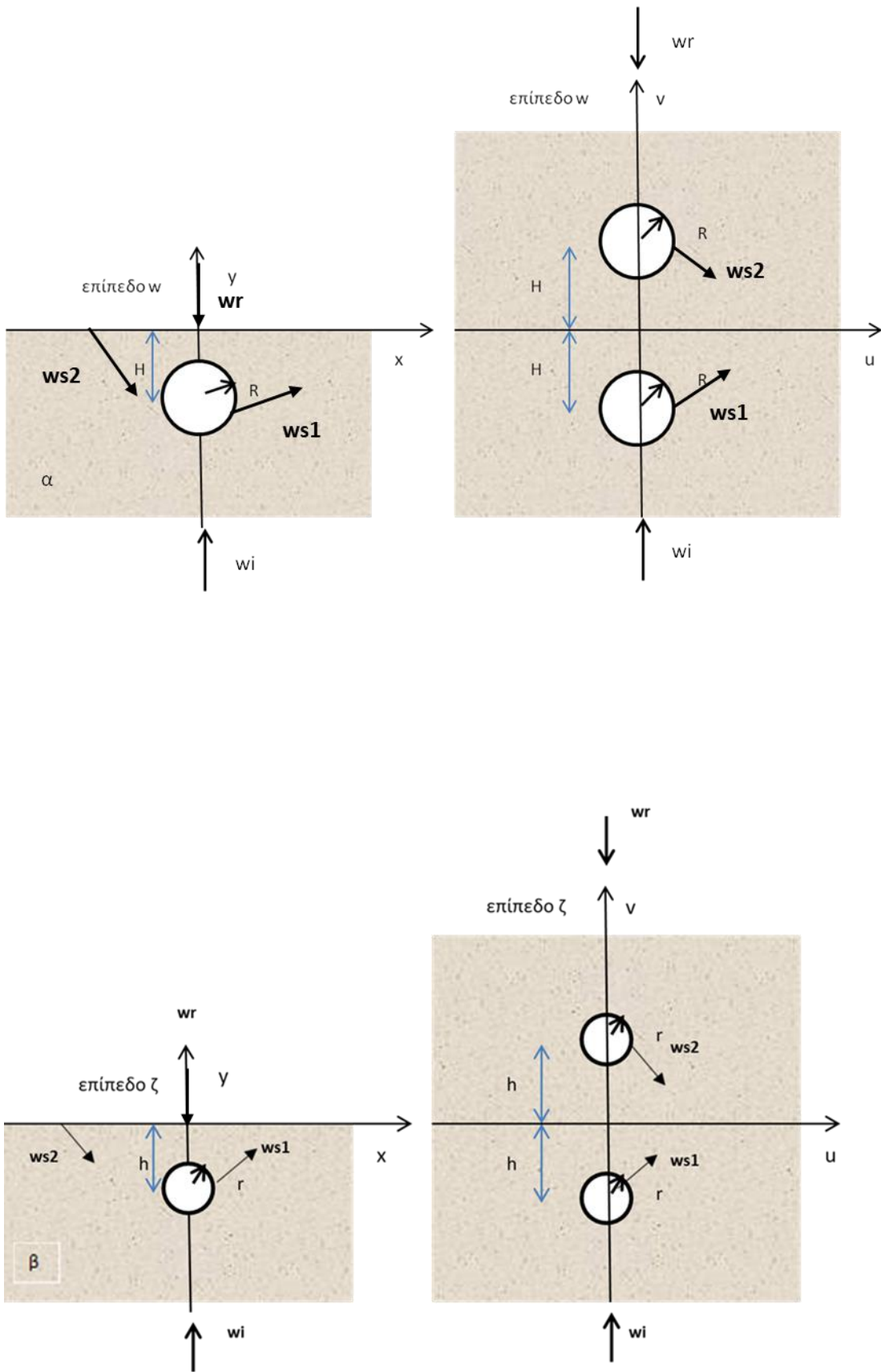


Σχ.4-16: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.2.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας R στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μικρό βάθος H , οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-17α). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό κύκλου ακτίνας R στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη σχέση : $w=f(\zeta)=R\zeta$, Κεφ.3,(σχέση 3-4), ενώ ο χώρος μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της κυκλικής οπής, είναι ισοδύναμος με τον χώρο μεταξύ δύο συμμετρικών κυκλικών οπών με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια, όπως φαίνεται στο (Σχ.4-17β).

Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον, το ανακλώμενο καθώς και τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την κυκλική οπή και την ελεύθερη επιφάνεια w_i, w_r, w_{s1}, w_{s2} δίδονται διαδοχικά από τις (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20, 4-21).



Σχ.4-17: Προσπίπτον Κόμα SH με κατακόρυφη διεύθυνση διάδοσης πάνω σε κυκλική διατομή ακτίνας R σε βάθος H , (πρόβλημα ημίχωρου) (α) προσομοίωση του προβλήματος (β).

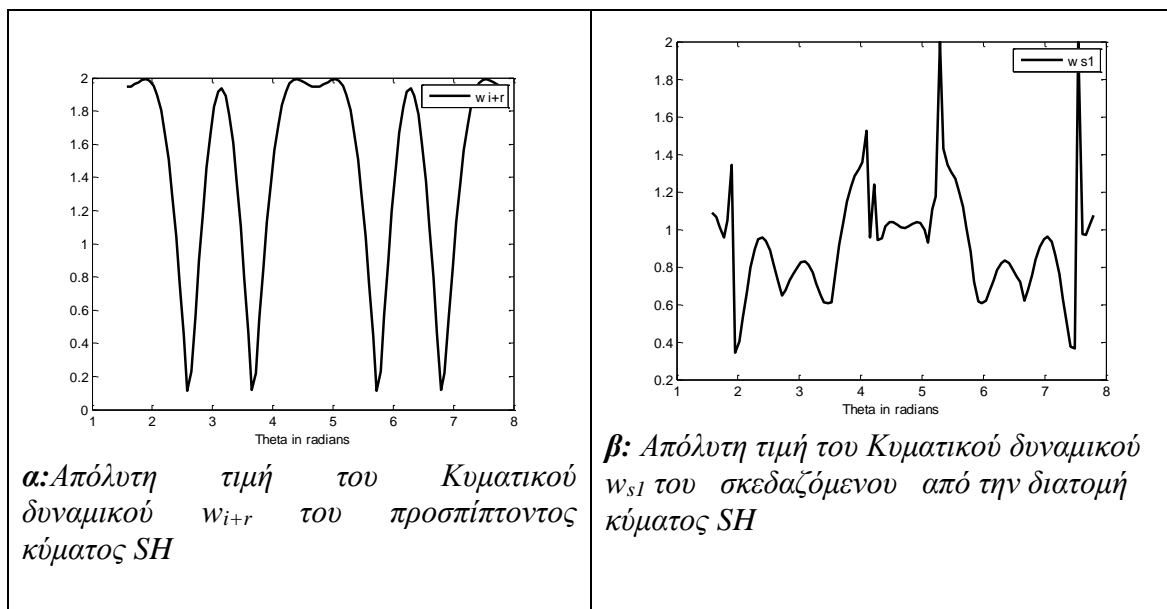
Αριθμητική Εφαρμογή

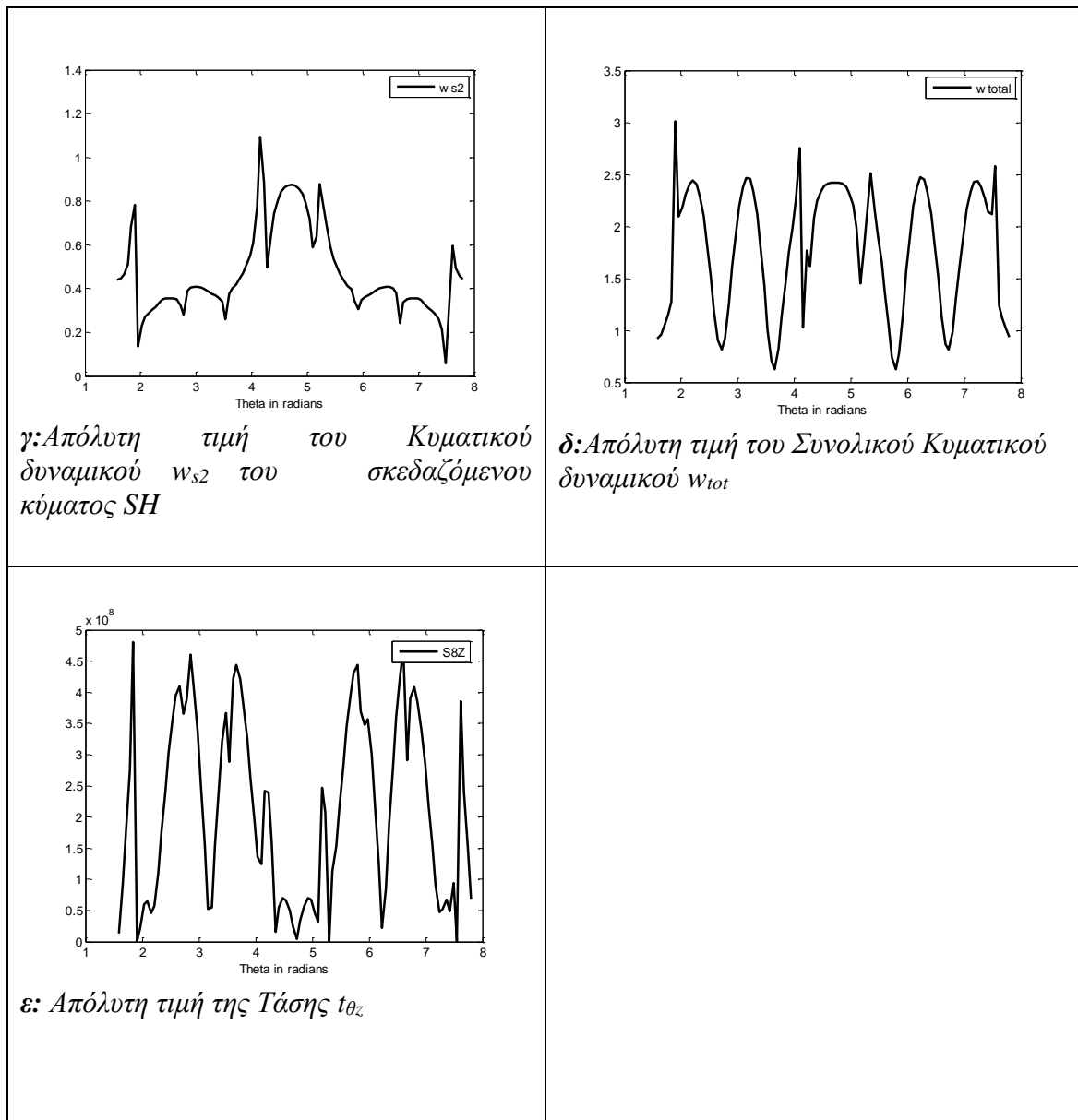
Θεωρούμε κυκλική οπή ακτίνας $R=5\mu$, σε βάθος $H=10\mu$, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακόρυφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1). Όπως αναλύσαμε και προηγούμενα το πρόβλημα της οπής τυχαίου σχήματος που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH με κατακόρυφη διάδοση, είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα του πλήρους χώρου. Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού, όπως φαίνεται στο Κεφ.3, (σχέση 3-4). Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20 & 4-21) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης της (σχέσης 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n .

Οι τιμές των A_n αντικαθίστανται στις (σχέσεις 4-19, 4-20, 4-21, 4-22 & 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_{s1} , w_{s2} , w (συνολική μετακίνηση) καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

Στο (Σχ.4-18), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_{s1} , w_{s2} , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$





Σχ.4-18: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.2.3.Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H

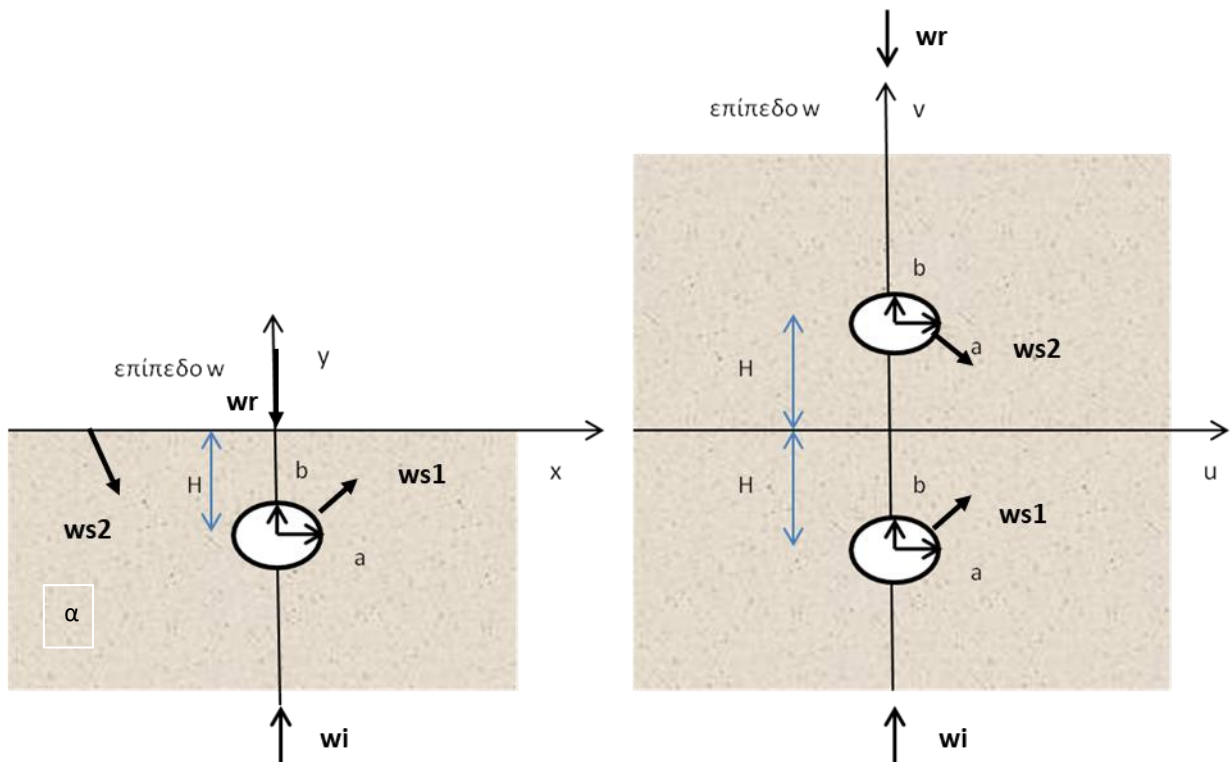
Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε ελλειπτική οπή με ημιάξονες a & b στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μικρό βάθος H , οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημιχώρου (half space). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό ελλειπτικής οπής με ημιάξονες a & b στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-6), του Κεφ.3, ενώ ο χώρος μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της ελλειπτικής οπής, είναι ισοδύναμος με

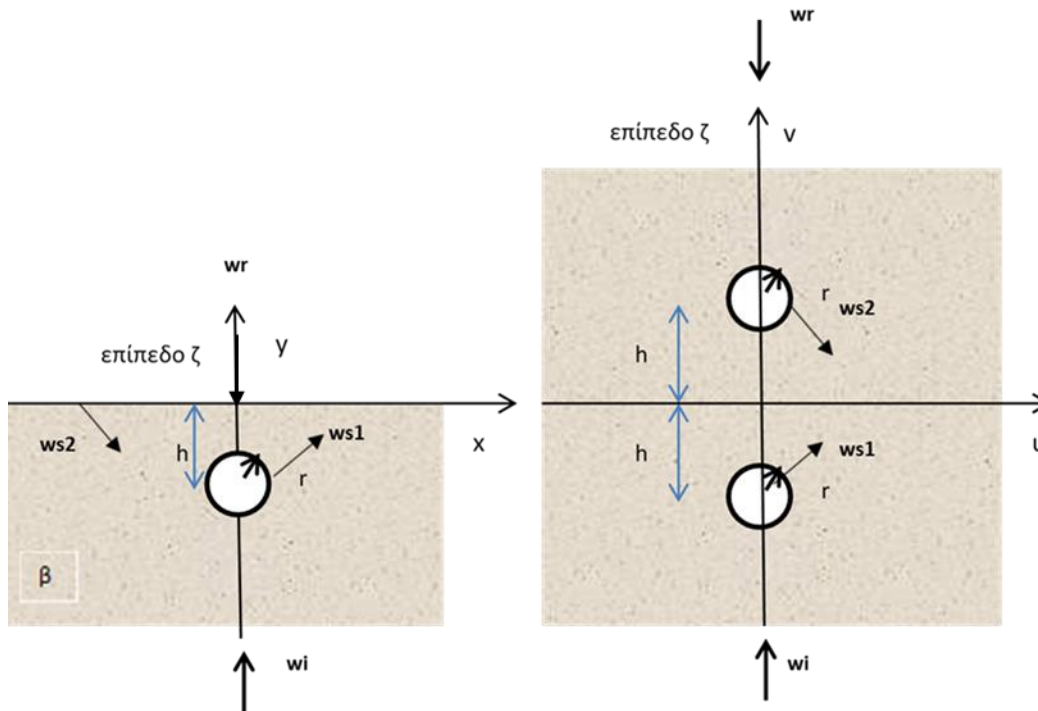
τον χώρο μεταξύ δύο συμμετρικών ελλειπτικών οπών με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια, όπως φαίνεται στο (Σχ.4-19):

$$w = f(\zeta) = R\left(\zeta + \frac{m}{\zeta}\right), \text{ όπου } \zeta = re^{i\theta}, R = \frac{a+b}{2}, m = \frac{a-b}{a-b}, \text{ Κεφ.3,(σχέση 3-6)}$$

όπου a & b ο μεγάλος και ο μικρός άξονας αντίστοιχα.

Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον, το ανακλώμενο καθώς και τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την κυκλική οπή και την ελεύθερη επιφάνεια w_i, w_r, w_{s1}, w_{s2} δίδονται διαδοχικά από τις (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20 & 4-21).





Σχ.4-19: Προσπίπτον Κύμα SH με κατακόρυφη διεύθυνση διάδοσης πάνω σε ελλειπτική διατομή με ημιάξονες a & b σε βάθος H , (πρόβλημα ημίχωρου) (α) προσομοίωση του προβλήματος (β).

Αριθμητική Εφαρμογή

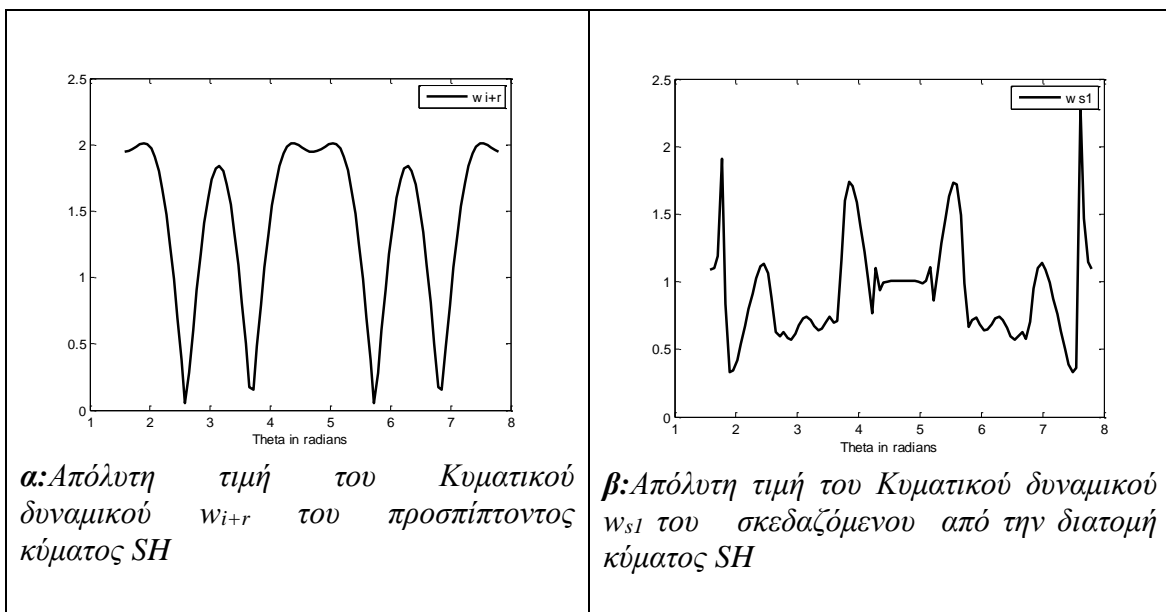
Θεωρούμε ελλειπτική οπή με ημιάξονες $a=6\mu$ & $b=5\mu$, σε βάθος $H=10\mu$, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακόρυφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$.

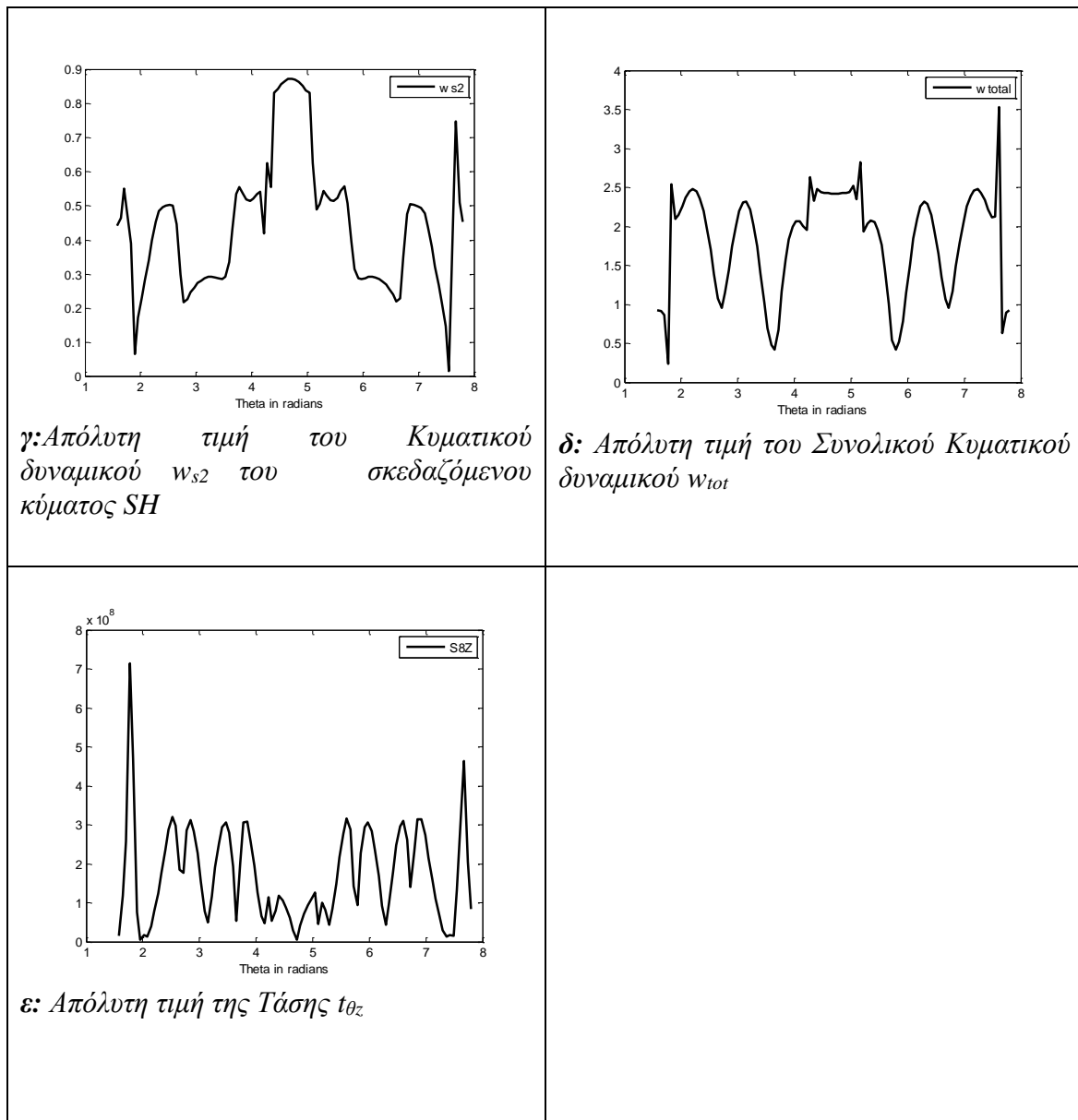
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1).

Όπως αναλύσαμε και προηγούμενα το πρόβλημα της οπής τυχαίου σχήματος που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH με κατακόρυφη διάδοση, είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα του πλήρους χώρου. Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού, που αναφέρεται στο Κεφ.3 (σχέση 3-6). Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20, 4-21) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης της (σχέσης 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n .

Οι τιμές των A_n αντικαθίστανται στις (σχέσεις 4-19, 4-20, 4-21, 4-22 & 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_{s1} , w_{s2} , w (συνολική μετακίνηση) καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

Στο (Σχ.4-20) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_{s1} , w_{s2} , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$





Σχ.4-20: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.2.4. Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H

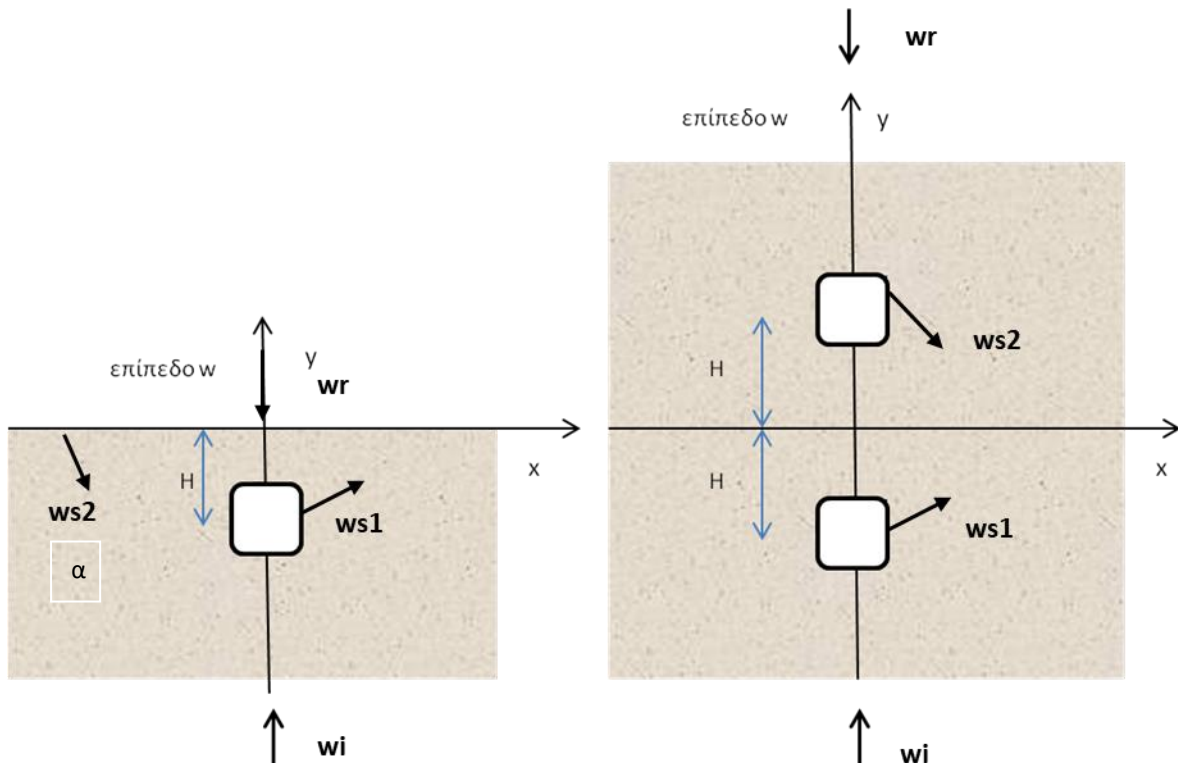
Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε τετραγωνική διατομή πλευράς a_{sq} στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μικρό βάθος H , οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό της τετραγωνικής οπής στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-10) του Κεφ.3, ενώ ο χώρος μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της τετραγωνικής οπής, είναι ισοδύναμος με τον χώρο

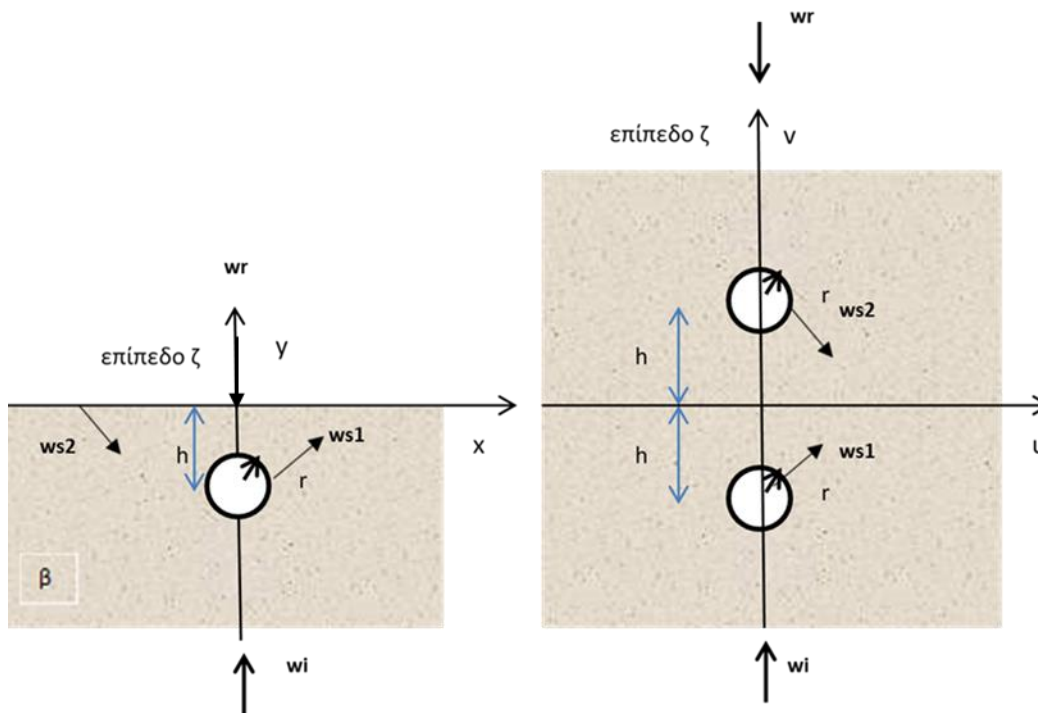
μεταξύ δύο συμμετρικών τετραγωνικών οπών με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια, όπως στο (Σχ.4-21) :

$$w = f(\zeta) = R \left(\zeta + \left(\frac{c_3}{\zeta^3} \right) + \left(\frac{c_7}{\zeta^7} \right) \right), \quad \text{όπου:}$$

$$c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, \quad \zeta = r e^{i\theta}, r = 1, R = \frac{0.5 a_{sq}}{1+c_3+c_7}$$

Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον, το ανακλώμενο καθώς και τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την κυκλική οπή και την ελεύθερη επιφάνεια w_i, w_r, w_{s1}, w_{s2} δίδονται διαδοχικά από τις (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20 & 4-21).





Σχ.4-21: Προσπίπτον Κύμα SH με κατακόρυφη διεύθυνση διάδοσης πάνω σε τετραγωνική διατομή πλευράς a_{sq} σε βάθος H , (πρόβλημα ημίχωρου) (α) προσομοίωση του προβλήματος (β).

Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε τετραγωνική διατομή πλευράς 10μ στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακόρυφως διαδιδόμενο, με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1).

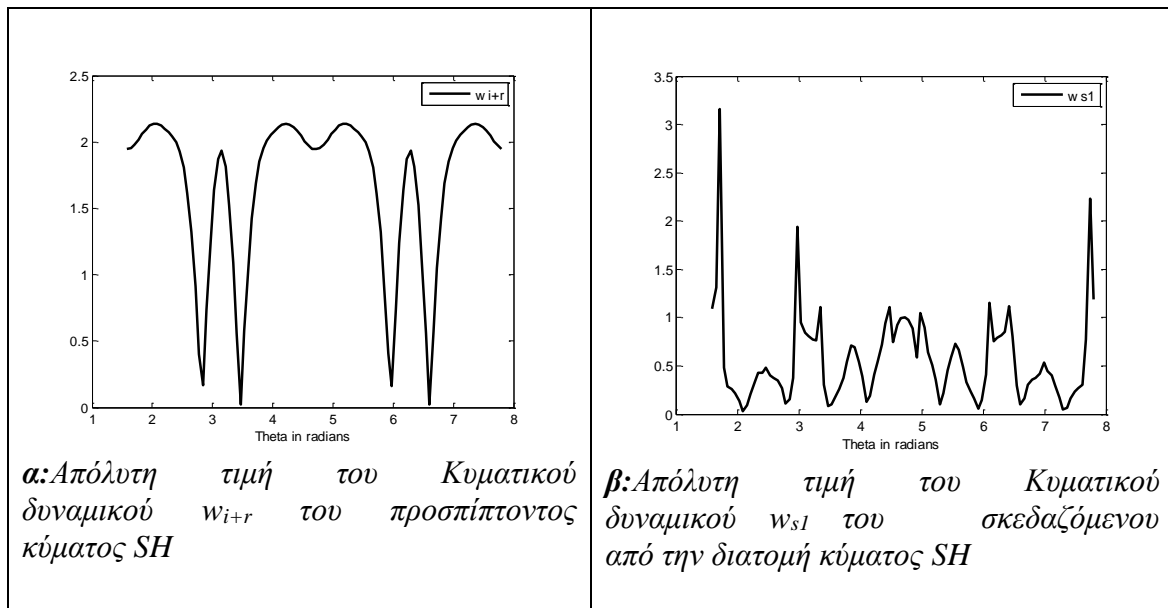
Όπως αναλύσαμε και προηγούμενα το πρόβλημα της οπής τυχαίου σχήματος που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH με κατακόρυφη διάδοση, είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα του πλήρους χώρου . Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού, Κεφ.3(σχέση 3-10) . Από την γεωμετρία της διατομής προκύπτει :

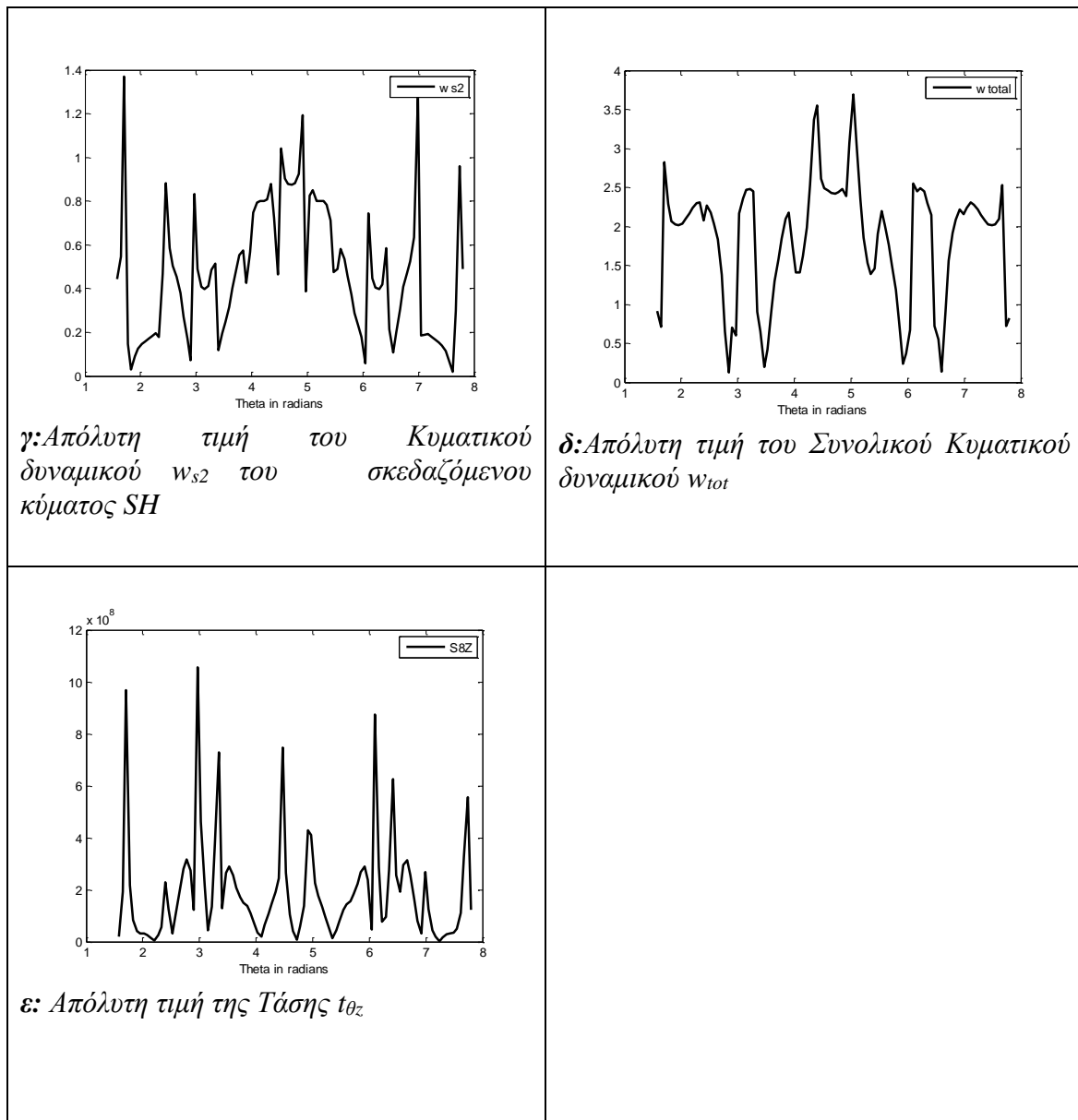
$$R=5.874149$$

Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20 & 4-21) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης της (σχέσης 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n .

Οι τιμές των A_n αντικαθίστανται στις (σχέσεις 4-19, 4-20, 4-21, 4-22 & 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_{s1} , w_{s2} , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

Στο (Σχ.4-22) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_{s1}, w_{s2}, w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$





Σχ.4-22: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.2.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H

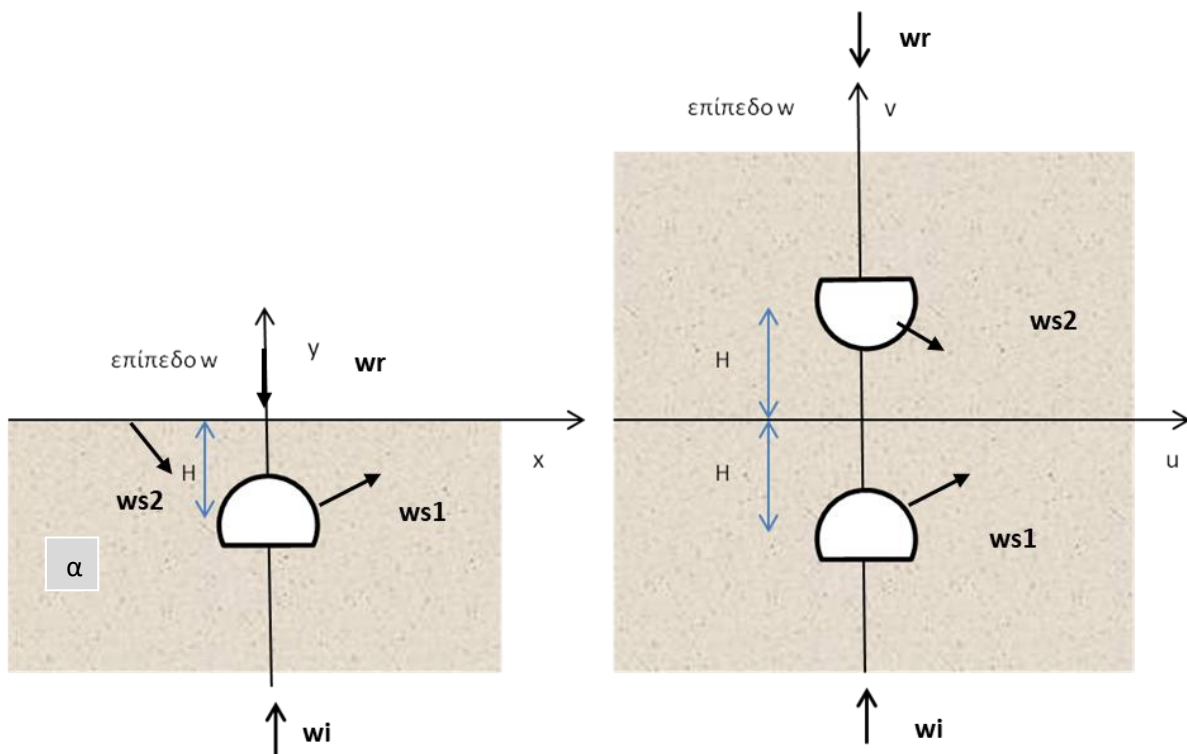
Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε διατομή πεταλοειδούς σχήματος ύψους H και πλάτους W στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μικρό βάθος H , οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό πεταλοειδούς οπής στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-13) του Κεφ.3, ενώ ο χώρος μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας και της οπής πεταλοειδούς

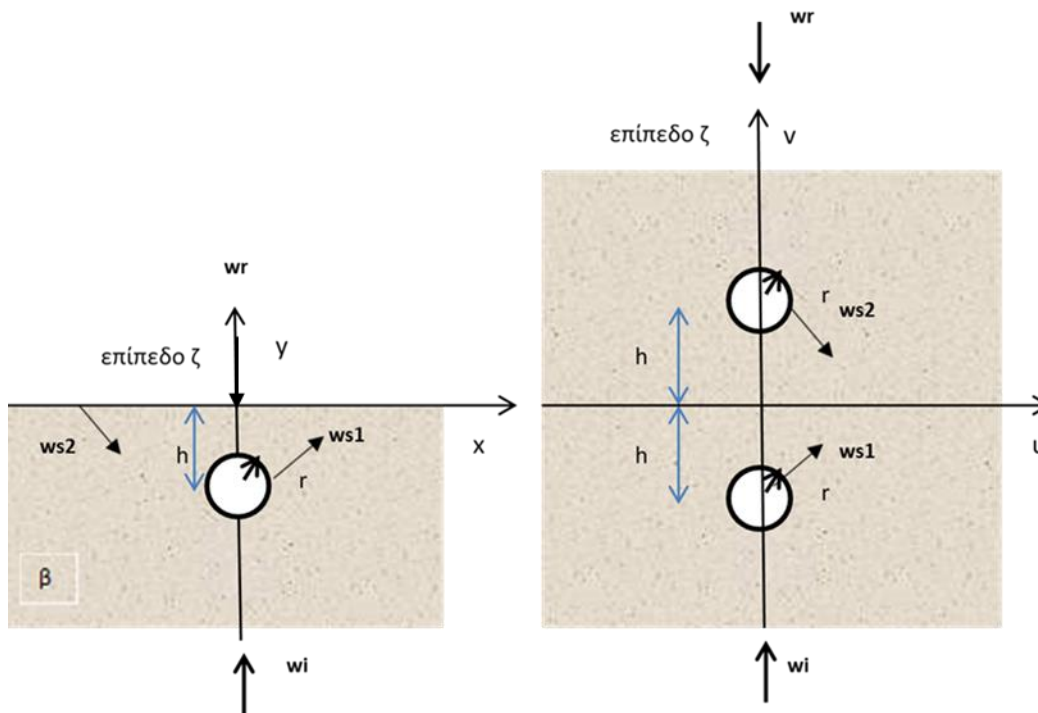
σχήματος, είναι ισοδύναμος με τον χώρο μεταξύ δύο συμμετρικών οπών πεταλοειδούς σχήματος με άξονα συμμετρίας την ελεύθερη επιφάνεια, όπως φαίνεται στο (Σχ.4-23):

$$w = f(\zeta) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} R e^{-\frac{ip\zeta}{4}}\right) \left(\zeta + \left(\frac{ib_1}{\zeta}\right)\right) + \left(\frac{(a_2(1+i))}{(\zeta^2)}\right) + \left(\frac{a_3}{\zeta^3}\right),$$

όπου: $\zeta = r e^{i\theta}$, $r = 1$ και οι τιμές των συντελεστών R , a_3, b_1, a_2 βελτιστοποιούνται από τις αρχικές, με την ρουτίνα ελαχίστων τετραγώνων του μαθηματικού λογισμικού πακέτου MATLAB.

Στο επίπεδο ζ , η συνοριακή συνθήκη πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι $t_{rz}=0$ και δίδεται από τη (σχέση 4-13). Το προσπίπτον, το ανακλώμενο και τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά w_i , w_r , w_{s1} , w_{s2} δίδονται αντίστοιχα από τις (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20 & 4-21).





Σχ.4-23: Προσπίπτον Κύμα SH με κατακόρυφη διεύθυνση διάδοσης πάνω σε πεταλοειδή διατομή σε βάθος H , (πρόβλημα ημίχωρου) (α) προσομοίωση του προβλήματος (β).

Αριθμητική Εφαρμογή

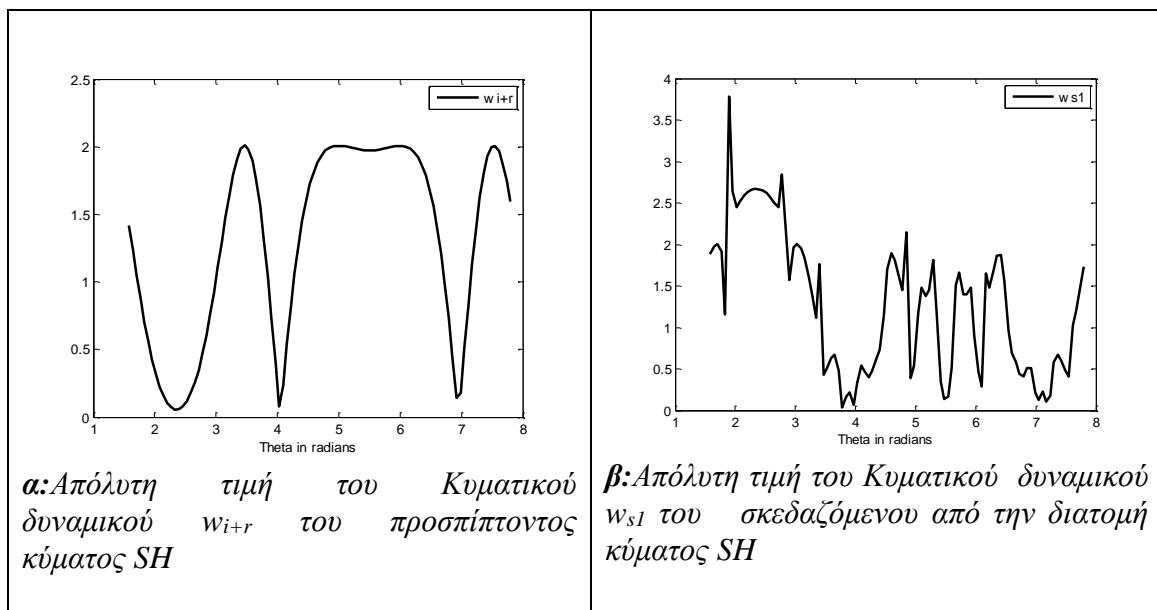
Θεωρούμε μια πεταλοειδή διατομή ύψους $H=7.72\mu$. και πλάτους $W=9.5\mu$ στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακόρυφως διαδιδόμενο, με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$.

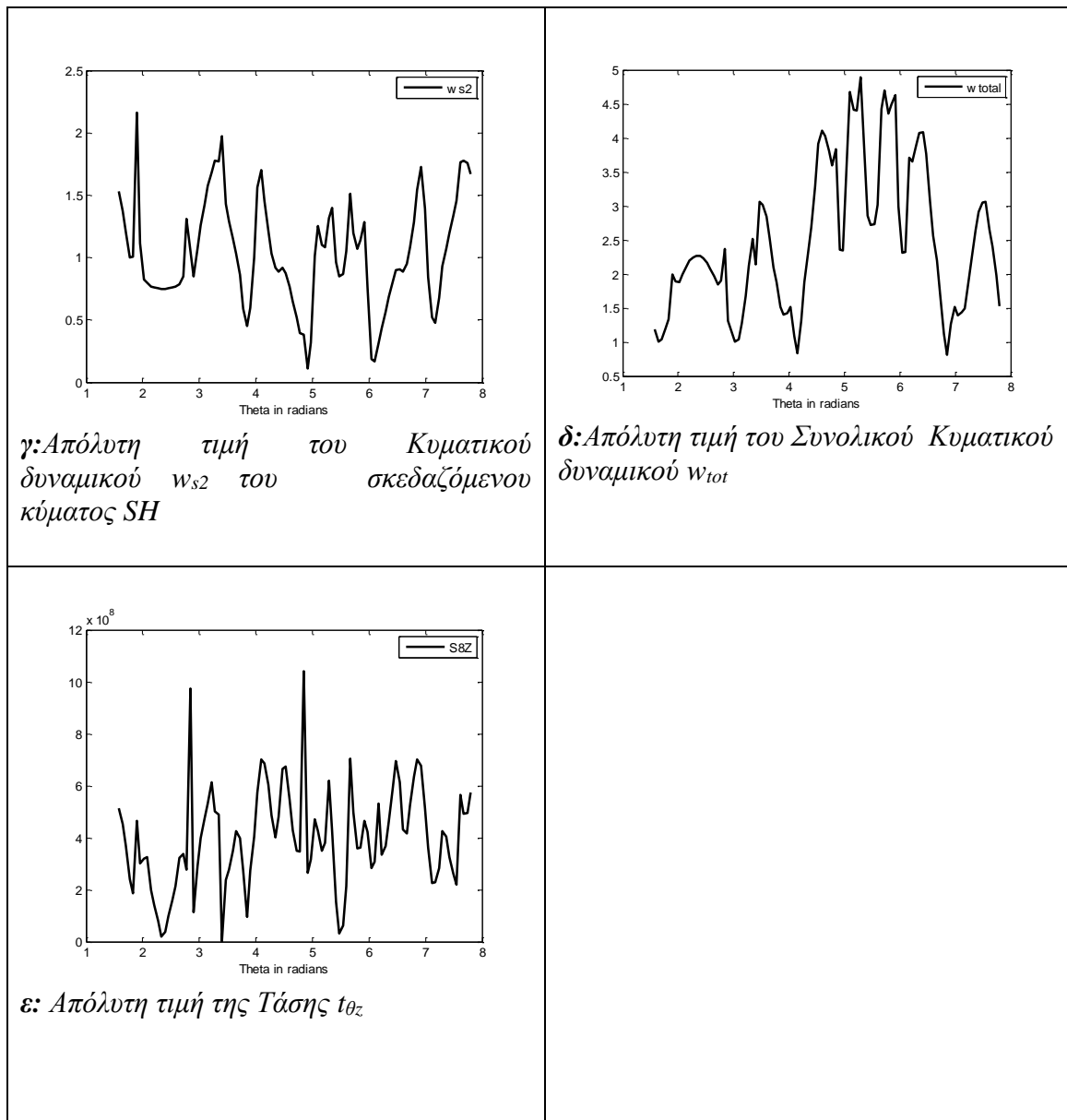
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-1). Όπως αναλύσαμε και προηγούμενα το πρόβλημα της οπής τυχαίου σχήματος που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH με κατακόρυφη διάδοση, είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα του πλήρους χώρου. Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού όπως αναλύθηκε στο Κεφ.3,(σχέση 3-13). Οι τιμές των συντελεστών, οι οποίοι προσεγγίζουν καλύτερα το πραγματικό σχήμα, προκύπτουν μετά από βελτιστοποίηση με τη ρουτίνα ελαχίστων τετραγώνων του MATLAB και είναι: $b_1=0.104$, $a_2=0.047$, $a_3=0.029$, $R=3.148133997$.

Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι (σχέσεις 4-18, 4-19, 4-20 & 4-21) ως προς ζ και $\bar{\zeta}$ και με την εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης της (σχέσης 4-13), υπολογίζονται οι τιμές των A_n .

Οι τιμές των A_n αντικαθιστώνται στις (σχέσεις 4-19, 4-20, 4-21, 4-22, 4-14) και υπολογίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των w_{s1} , w_{s2} , w (συνολική μετακίνηση) καθώς και η τάση $t_{\theta z}$.

Στο (Σχ.4-24), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_{i+r} , w_{s1} , w_{s2} , w_{tot} καθώς και η τάση $t_{\theta z}$





Σχ.4-24: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.3.Επενδεδυμένη Οπή στον Πλήρη Χώρο

Θεωρούμε διατομή υπογείου έργου τυχαίου σχήματος πάχους t στον πλήρη χώρο, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH, με κατακόρυφη διάδοση, στο επίπεδο w όπως φαίνεται στο (Σχ.4-25α). Το τυχαίο σχήμα μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_e », με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου $r_1=1$ και ακτίνα εξωτερικού κύκλου r_2 , με βάση κατάλληλη συνάρτηση μετασχηματισμού $w(\zeta)$ που μετασχηματίζει την διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ κεντροβαρικά. Οι κυματικοί αριθμοί αντίστοιχα στο έδαφος και την επένδυση είναι οι k_{bm} και k_{bl} αντίστοιχα.

Ο εξωτερικός κύκλος είναι $\zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$ και ο εσωτερικός είναι $\zeta_1 = r_1 e^{i\theta}$

Στη διατομή της σήραγγας προσπίπτει σεισμικό κύμα τύπου SH με κυματικό δυναμικό w_i . Το κυματικό δυναμικό w_i που αντιστοιχεί στο προσπίπτον κύμα στην διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , η οποία απεικονίζεται στο μοναδιαίο κυκλικό δακτύλιο στο επίπεδο ζ , με συνάρτηση απεικόνισης $\omega(\zeta)$, δίδεται από τη σχέση :

$$w_i = |w_0| \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_{bm} |\omega(\zeta_2)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta_2)}{|\omega(\zeta_2)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta_2)}{|\omega(\zeta_2)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-23)$$

Όπου $|w_0|=1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH

Τα SH κύματα αλληλεπιδρούν στην αρχή με την ελεύθερη επιφάνεια και στη συνέχεια με την διεπιφάνεια του μέσου και της επένδυσης ένα μέρος του οποίου σκεδάζεται και ένα μέρος εισέρχεται στην διατομή

Τα κυματικά δυναμικά που διέπουν το πρόβλημα είναι :

Στο έδαφος :

Το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό στο έδαφος w_s^m δίδεται από τη κάτωθι (σχέση 4-24)

$$w_s^m = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_{bm} |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-24)$$

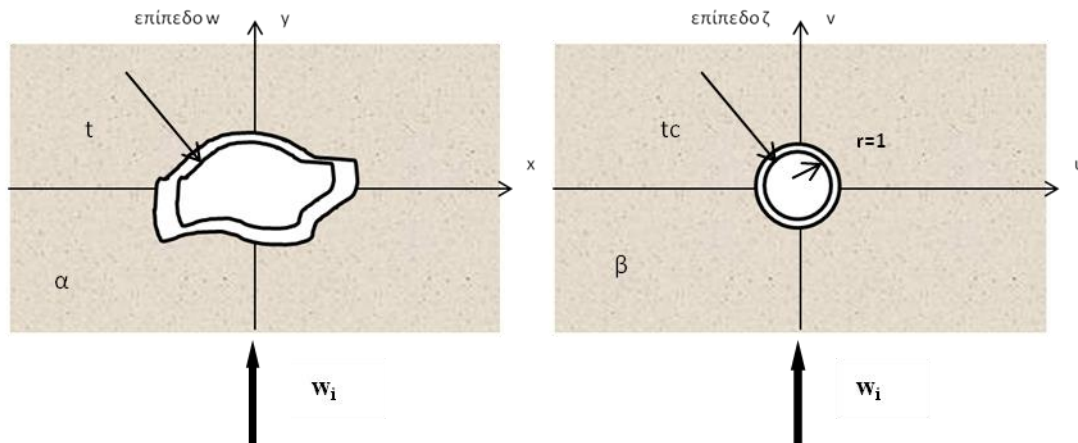
Στην επένδυση:

Το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό στην επένδυση w_s^l δίδεται από τη (σχέση 4-25)

$$w_s^l = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_{bl} |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-25)$$

Το διερχόμενο κυματικό δυναμικό στην επένδυση w_{tr}^l δίδεται από τη (σχέση 4-26)

$$w_{tr}^l = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^{(2)}(k_{bl} |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (4-26)$$



Σχ.4-25: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή πάχους t τυχαίου σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ , πάχους t_c (β).

Ισχύουν οι κάτωθι 3 συνοριακές συνθήκες :

Συνοριακή Συνθήκη 1

1. Στην εσωτερική ακτίνα $r_1=1$ της επένδυσης στο επίπεδο ζ , το άθροισμα των τάσεων

$$t_{rz} = 0$$

(4-27)

Συνοριακή Συνθήκη 2

2. Συνέχεια των μετακινήσεων μεταξύ του εδάφους και την επένδυσης πάνω στην διεπιφάνεια

$$(w_i + w_s^m)_{\text{έδαφος}} = (w_s^l + w_{tr}^l)_{\text{επένδυση}}$$

(4-28)

Συνοριακή Συνθήκη 3

3. Συνέχεια των τάσεων μεταξύ του εδάφους και την επένδυσης πάνω στην διεπιφάνεια

$$t_{rz}^s(\text{έδαφος}) = t_{rz}^l(\text{επένδυση})$$

(4-29)

Οι άγνωστοι συντελεστές A_n , B_n , C_n υπολογίζονται με την επίλυση του συστήματος όπως προκύπτει από τις συνοριακές συνθήκες. Το σύστημα δίνει καλύτερα αποτελέσματα όσο η ακαμψία του εδάφους πλησιάζει την τιμή της ακαμψίας της επένδυσης. Δηλαδή $m_s \sim m_l$. Σε αντίθετη περίπτωση πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν η αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|w_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH

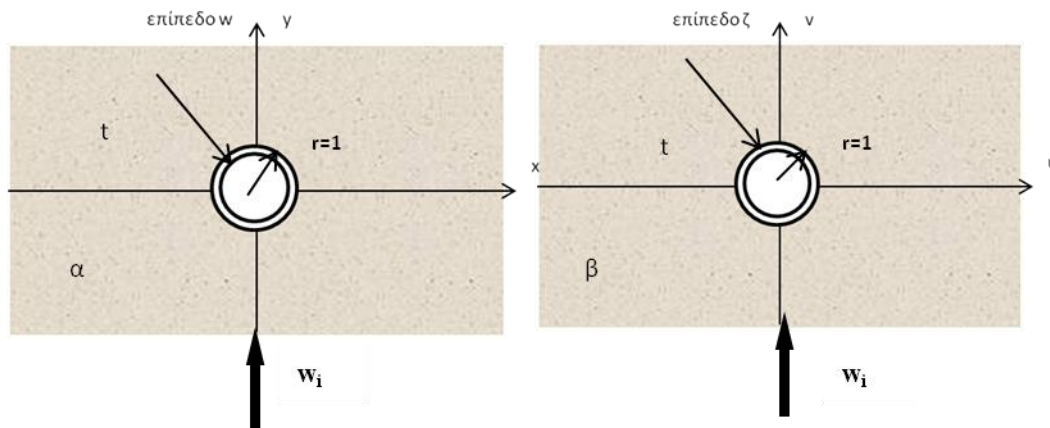
Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης οι οποίες χρησιμοποιούνται στην παρούσα Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

Πίνακας 4-2: Ιδιότητες του Εδάφους & της Επένδυσης

	Ιδιότητες του Εδάφους	Ιδιότητες της Επένδυσης
Πυκνότητα	$\rho_s = 1800 \text{ kg/m}^3$	$\rho_l = 2200 \text{ kg/m}^3$
ταχύτητα διάδοσης Διατμητικών Κυμάτων	400 m/sec	2383.65 m/sec
ταχύτητα διάδοσης Επιμηκών Κυμάτων	800 m/sec	4767.31
Λογος Poisson	0.33	0.2
μέτρο διάτμησης	$G_s = 2.88 \cdot 10^8 \text{ Pa}$	$G_l = 1.25 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$
Κυματικός Αριθμός που αντιστοιχεί στα S κύματα	$k_{bs} = 0.6283$	$k_{bl} = 0.1054$
$K_a = \omega/C_p$: Κυματικός Αριθμός που αντιστοιχεί στα P κύματα	$k_{as} = 0.3141$	$k_{al} = 0.0527$
λ (σταθερά lame)	$5.76 \cdot 10^8 \text{ Pa}$	$2.5 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$
μ (σταθερά lame)	$2.88 \cdot 10^8 \text{ Pa}$	$1.25 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$

4.3.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, πάχους t_c

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη κυκλική οπή εξωτερικής ακτίνας $r_1=1.2\mu$ και εσωτερικής ακτίνας $r=1\mu$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-26).



Σχ.4-26: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κυκλικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω βάσει των (σχέσεων 4-27, 4-28, 4-29). Με την επίλυση του συστήματος, υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w=w_i+w_s$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή του Υπογείου Έργου.

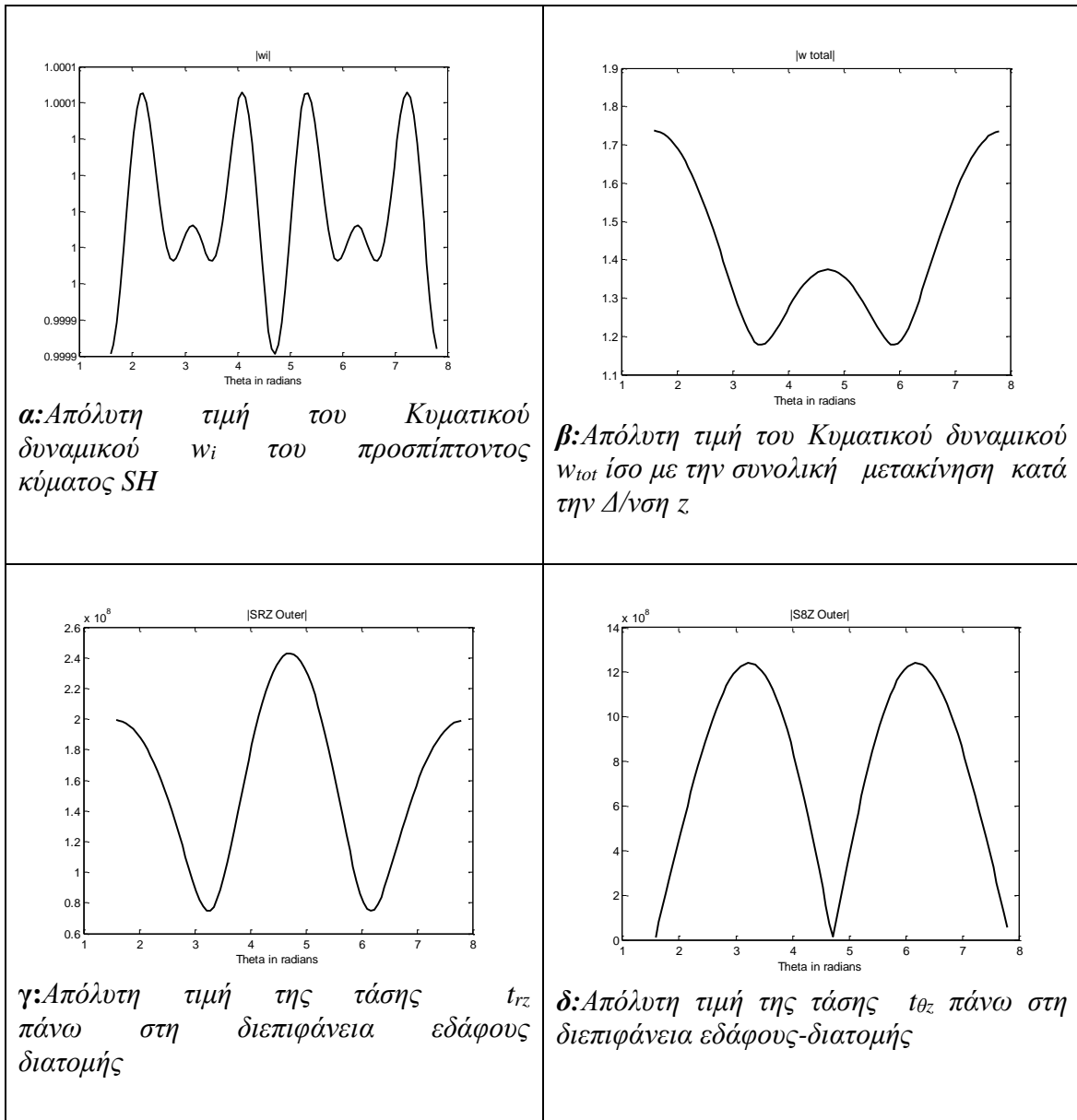
Αριθμητική Εφαρμογή

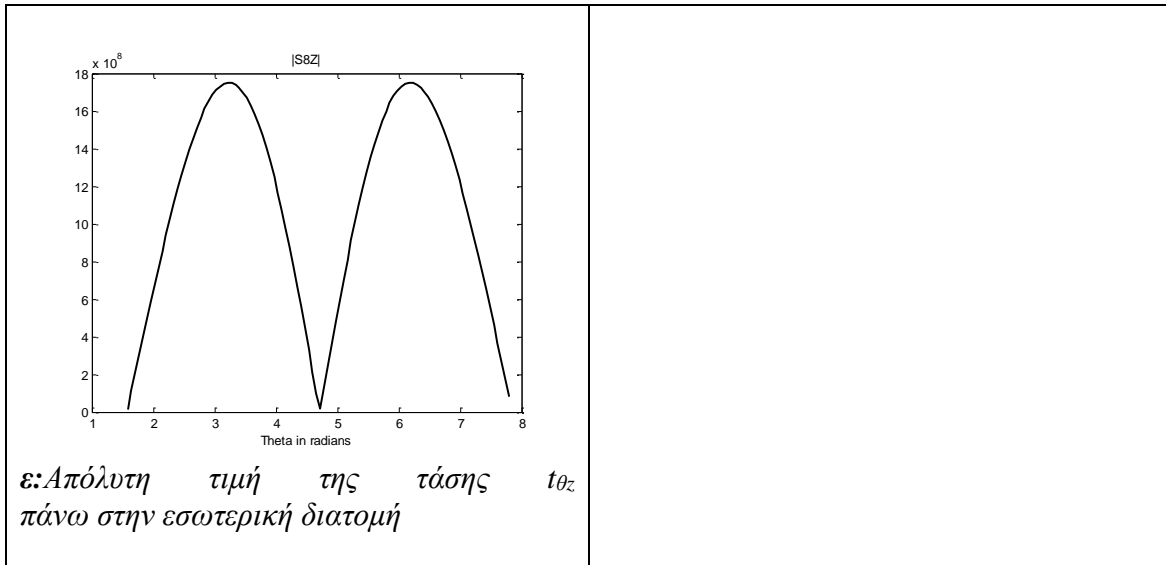
Θεωρούμε οπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$.

Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$. Στο (Σχ.4-27), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των

κυματικών δυναμικών w_i , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή.

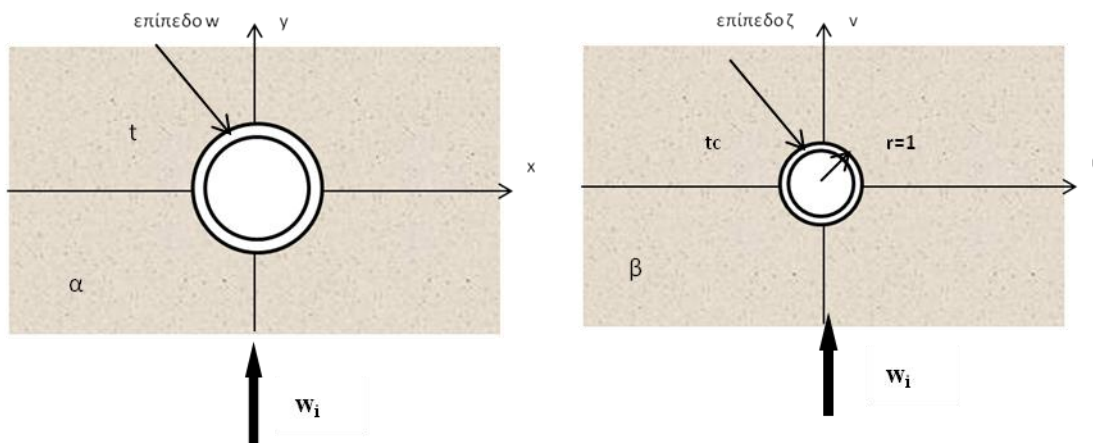




Σχ.4-27: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, πάχους t_c , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.3.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R, πάχους t

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη οπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου εξωτερικής ακτίνας $R_1=5.5\mu$ και εσωτερικής ακτίνας $R=5\mu$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-28). Όπως αναλύεται στο (Κεφ 3. §3.4.2.), ο κυκλικός δακτύλιος μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.4-28: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή κυκλικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 4-27,4-28,4-29). Με την επίλυση του συστήματος, υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w=w_i+w_s$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή του Υπογείου Έργου.

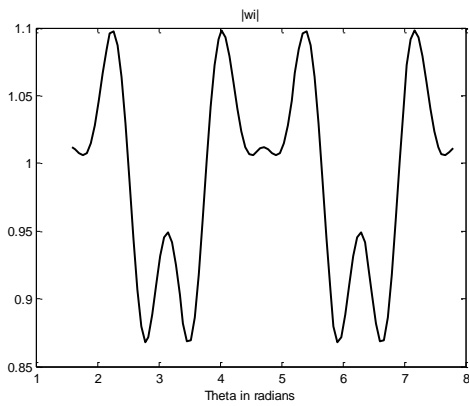
Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε σπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου εσωτερικής ακτίνας $R=5\mu$, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$.

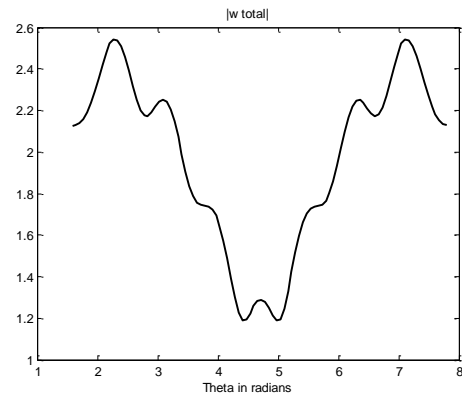
Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2). Το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=1.1\mu$. και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB.

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$.

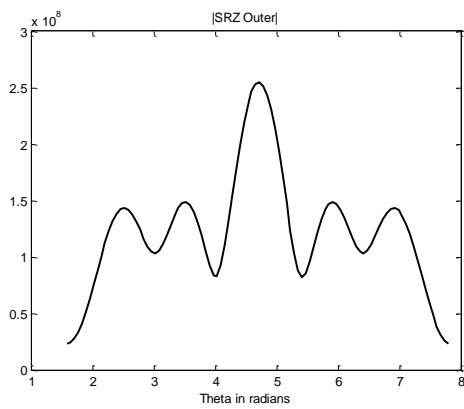
Στο (Σχ.4-29) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή.



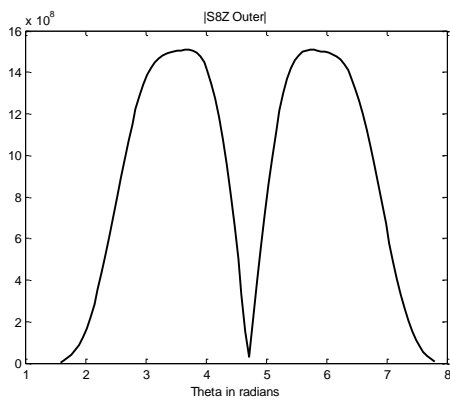
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού w_i του προσπίπτοντος κύματος SH



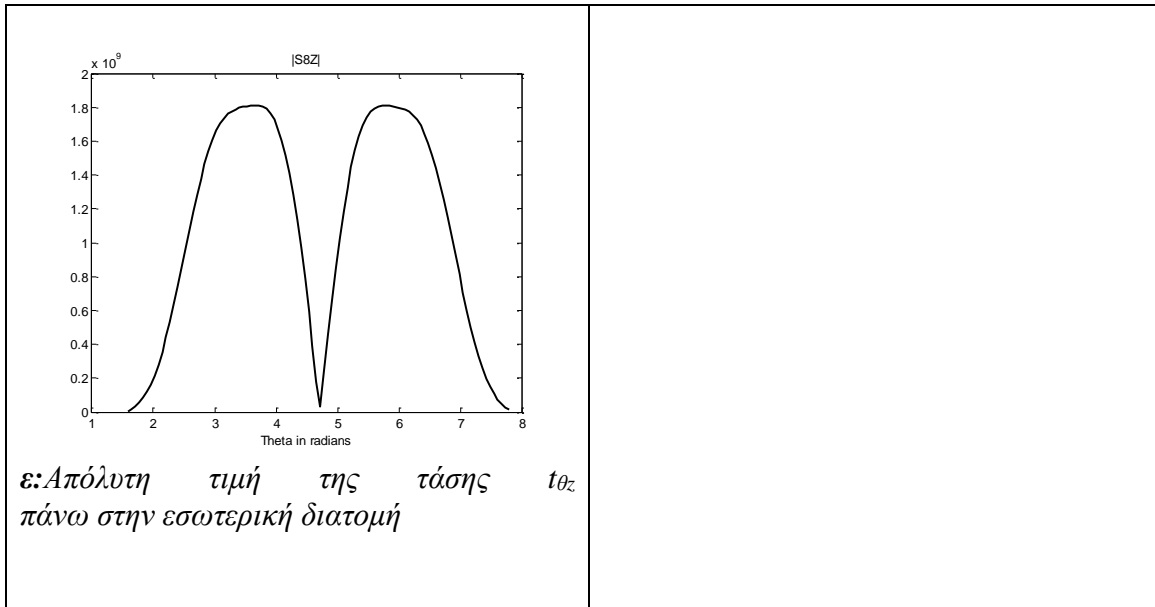
β: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού w_{tot} ίσο με την συνολική μετακίνηση κατά την Δ/νση z.



γ: Απόλυτη τιμή της τάσης t_{rz} πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



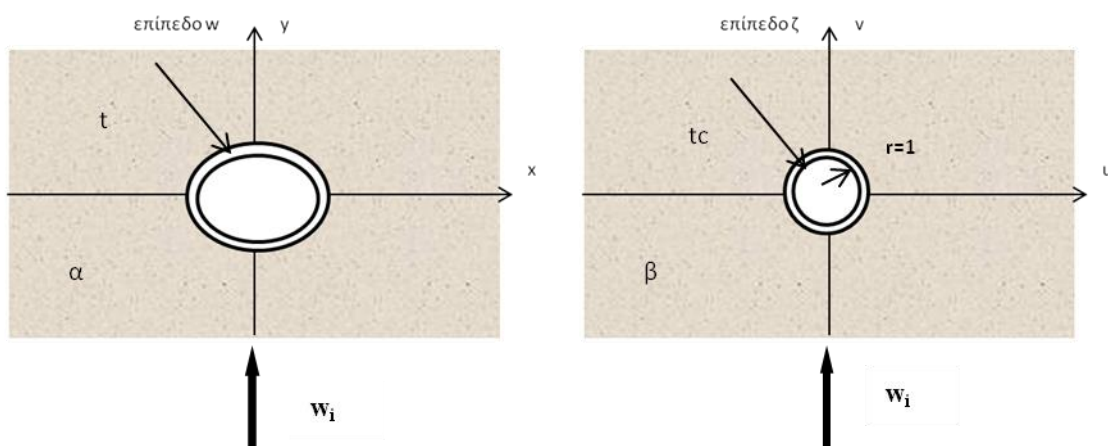
δ: Απόλυτη τιμή της τάσης $t_{\theta z}$ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



Σχ.4-29: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή ακτίνας R , πάχους t , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.3.3.Ελλειπτική Οπή, πάχους t

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη οπή σε σχήμα ελλειπτικού δακτυλίου με ημιάξονες εξωτερικού και εσωτερικού δακτυλίου a_1, b_1, a_2, b_2 αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-30). Όπως αναλύεται στο (Κεφ3.§3.4.3.), ο ελλειπτικός δακτύλιος μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.4-30: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή ελλειπτικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω από τις (σχέσεις 4-27,4-28,4-29). Με την επίλυση του συστήματος, υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w=w_i+w_s$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή του Υπογείου Έργου.

Αριθμητική Εφαρμογή

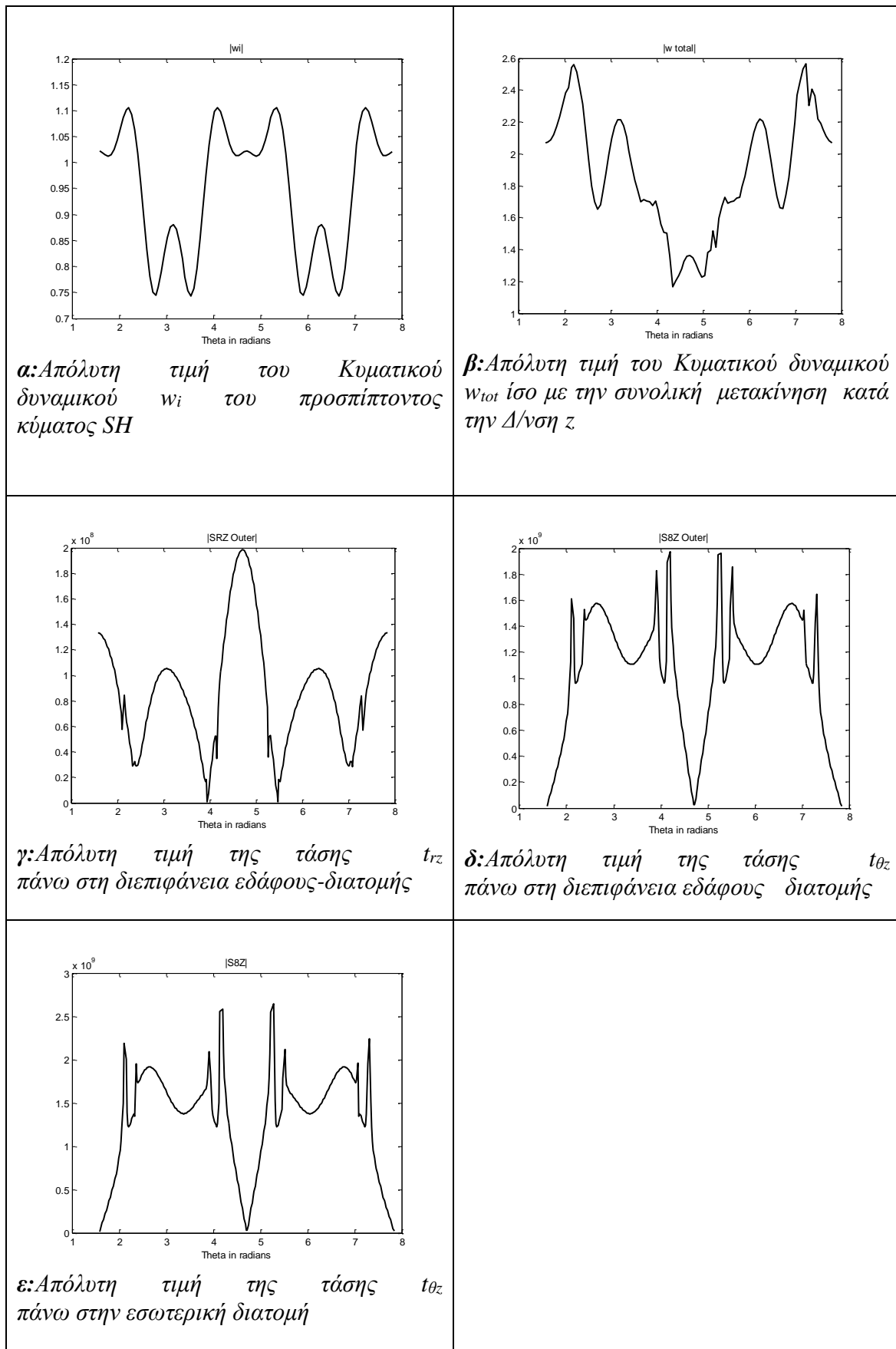
Θεωρούμε οπή σε σχήμα ελλειπτικού δακτυλίου με ημιάξονες εξωτερικού και εσωτερικού δακτυλίου $a_1=6.5\mu$ $b_1=5.5\mu$ $a_2=6\mu$ $b_2=5\mu$. αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

Το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.099\mu$. Κεφ.3, (σχέση 3-59) και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB.

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$.

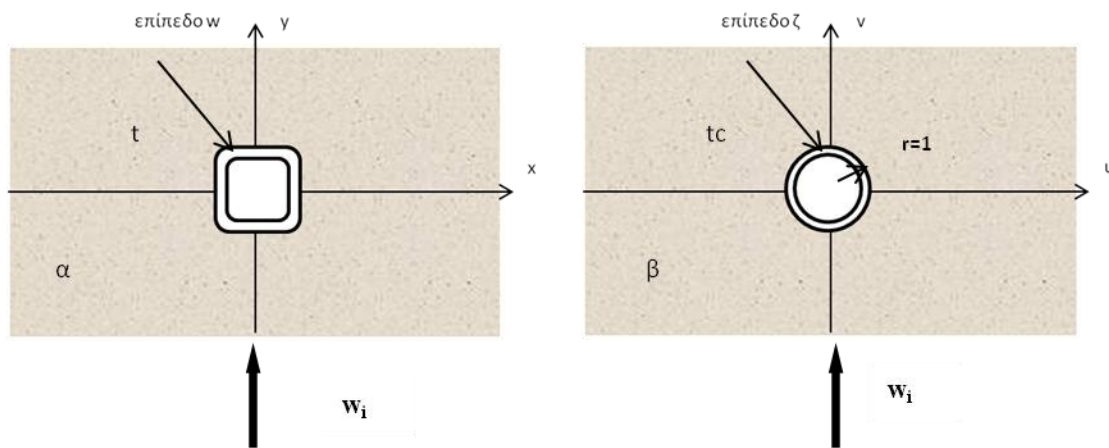
Στο (Σχ.4-31), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή.



Σχ.4-31: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Ελλειπτική Οπή, πάχους t , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.3.4. Τετραγωνική Οπή, πάχος t

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη τετραγωνική οπή με πλευρά εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος a_{sq2} & a_{sq1} , αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-32). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3§3.4.4.), η επενδεδυμένη τετραγωνική διατομή μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.4-32: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή τετραγωνικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 4-27,4-28,4-29). Με την επίλυση του συστήματος, υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w=w_i+w_s$ καθώς και οι τάσεις t_{tz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή του Υπογείου Έργου.

Αριθμητική Εφαρμογή

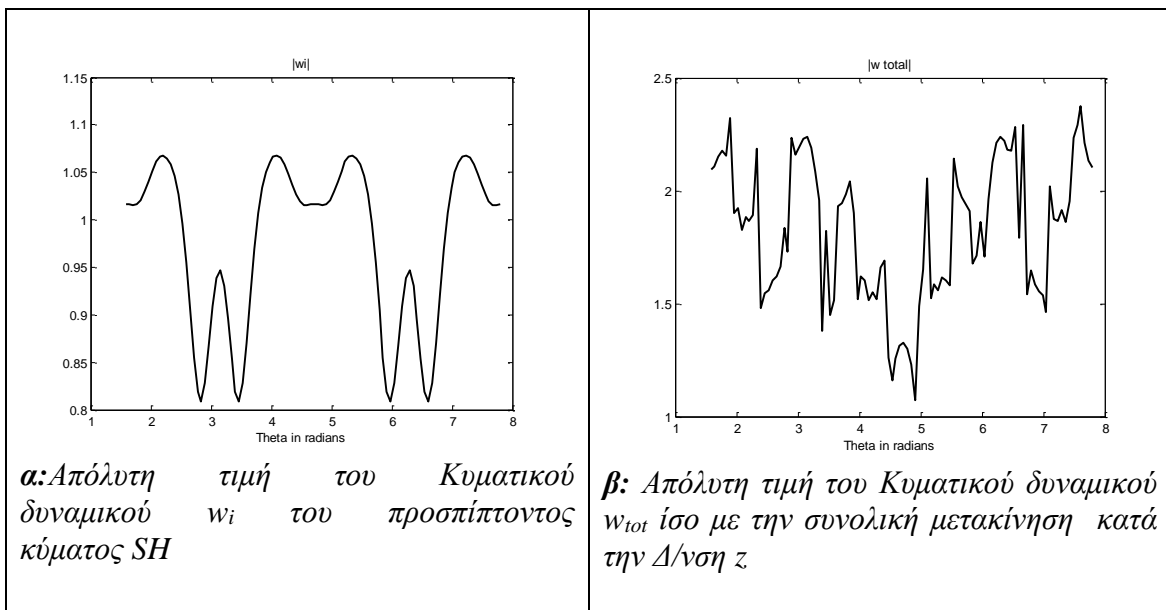
Θεωρούμε επενδεδυμένη τετραγωνική οπή με πλευρά εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος $a_{sq2}=11\mu$. & $a_{sq1}=10\mu$ αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec .

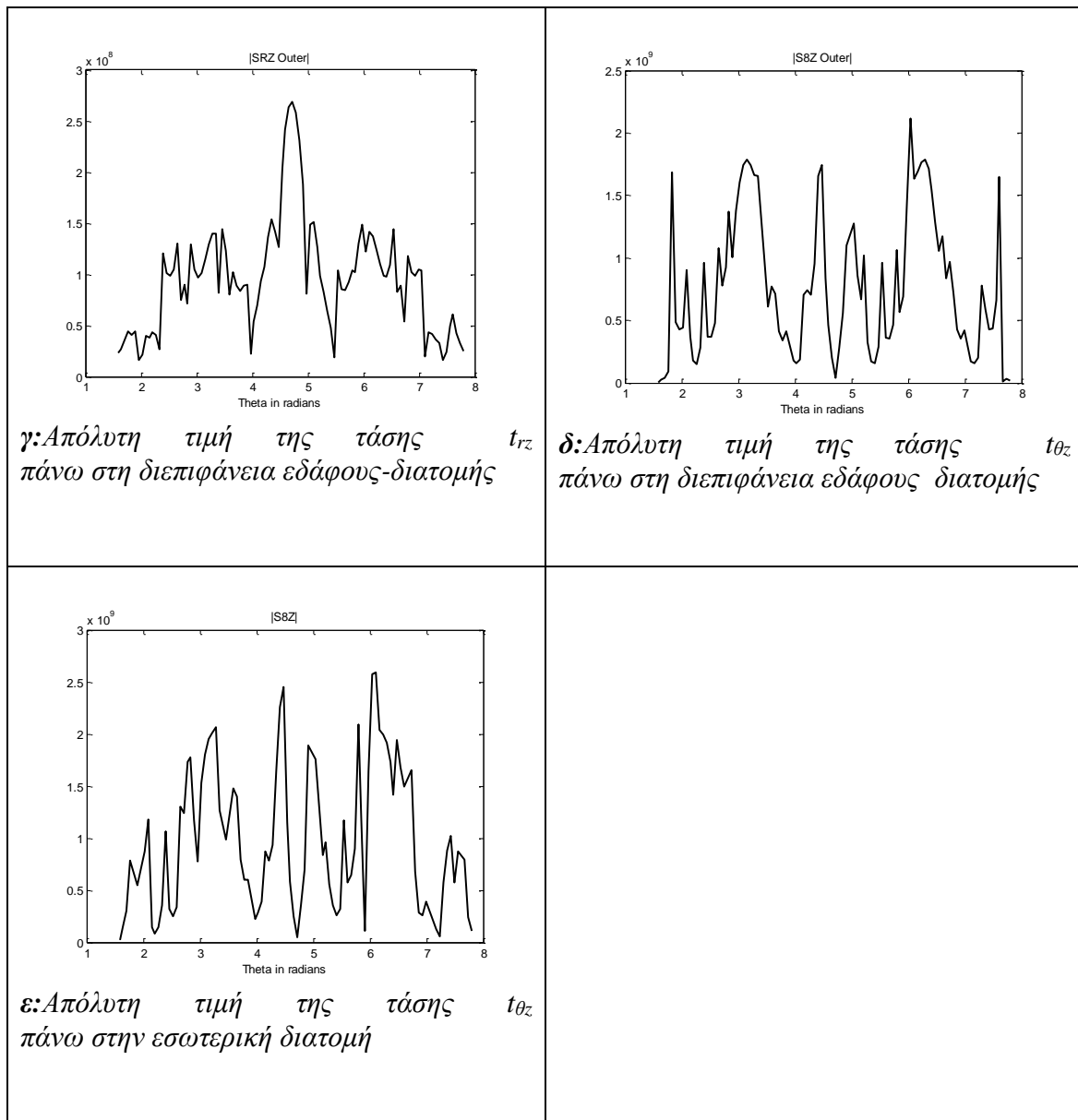
Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).Το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο

μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.099\mu$. Κεφ.3(σχέση 3-63) και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB.

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$.

Στο (Σχ.4-33), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή

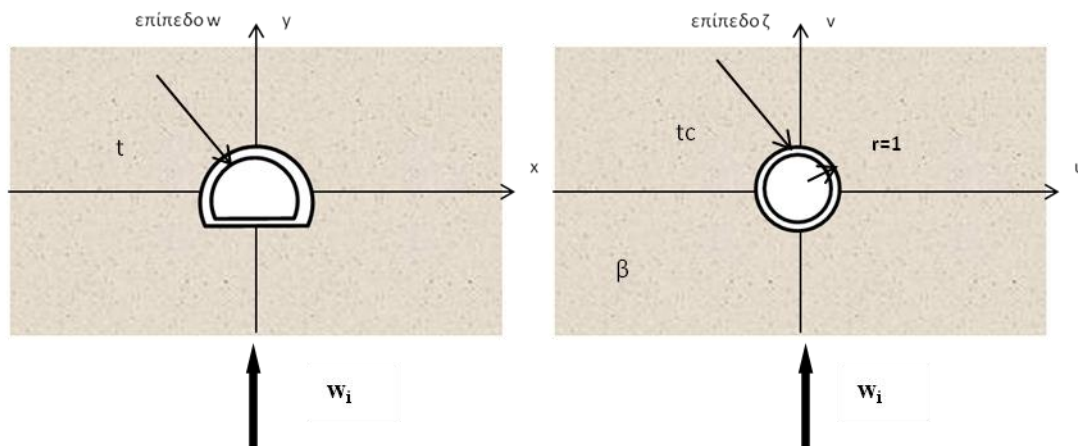




Σχ.4-33: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Τετραγωνική Οπή, πάχους t , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.3.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, πάχους t

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη πεταλοειδή οπή με ύψος εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος H_2 & H_1 , αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-34). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3. §3.4.5.), η επενδεδυμένη πεταλοειδής διατομή μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.4-34: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή πεταλοειδούς σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο z (β).

Στο επίπεδο z , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ως ανωτέρω στις (σχέσεις 4-27, 4-28, 4-29). Με την επίλυση του συστήματος, υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι $w = w_i + w_s$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή του Υπογείου Έργου.

Αριθμητική Εφαρμογή

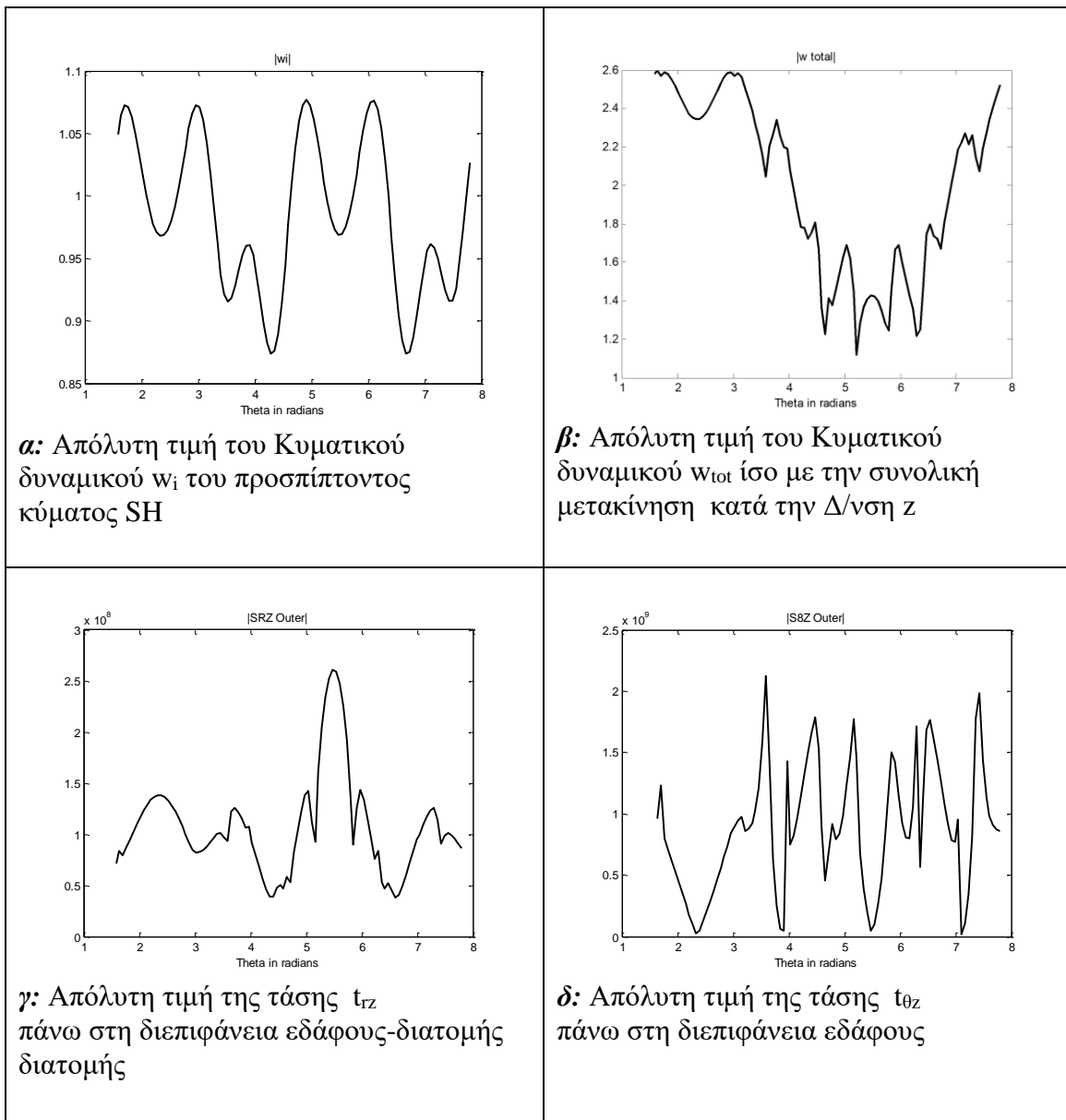
Θεωρούμε επενδεδυμένη πεταλοειδή οπή με ύψος εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος $H_2 = 8.72\mu$. & $H_1 = 7.72\mu$ αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega = 251.32$ rad/sec.

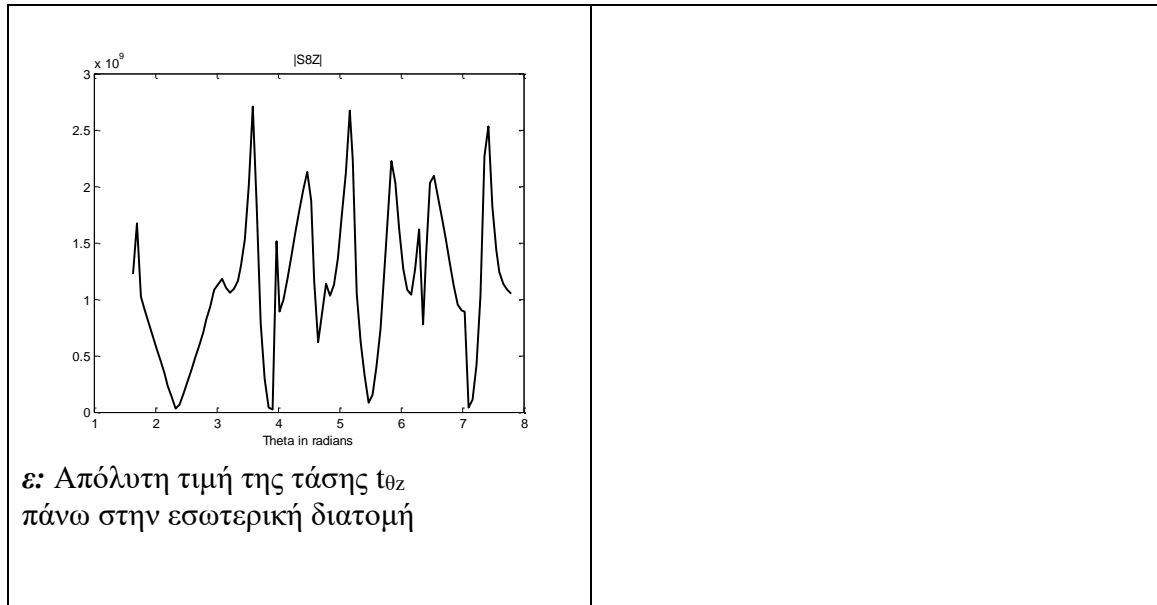
Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

Το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c = 0.107\mu$, Κεφ.3, (σχέση 3-67) και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0| = 1$.

Στο (Σχ.4-35), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_i , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή



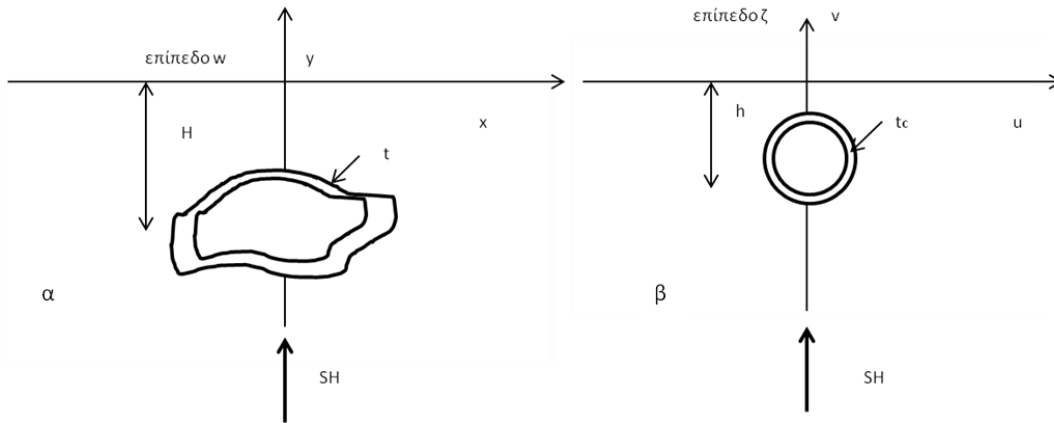


Σχ.4-35: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, πάχους t , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.4. Επενδεδυμένη Οπή στον Ημίχωρο

Θεωρούμε διατομή υπογείου έργου τυχαίου σχήματος πάχους t που βρίσκεται σε βάθος H , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH, με κατακόρυφη διάδοση, στο επίπεδο w όπως φαίνεται στο (Σχ.4-36). Το τυχαίο σχήμα μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_e », με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου $r_1=1$ και ακτίνα εξωτερικού κύκλου r_2 , με βάση κατάλληλη συνάρτηση μετασχηματισμού $w(\zeta)$ που μετασχηματίζει την διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ κεντροβαρικά. Οι κυματικοί αριθμοί αντίστοιχα στο έδαφος και την επένδυση είναι οι k_{bm} και k_{bl} αντίστοιχα.

Ο εξωτερικός κύκλος είναι $\zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$ και ο εσωτερικός είναι $\zeta_1 = r_1 e^{i\theta}$



Σχ.4-36: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή πάχους t τυχαίου σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ , αντίστοιχου πάχους t_c και βάθος h (β).

Στη διατομή της σήραγγας προσπίπτει σεισμικό κύμα τύπου SH με κυματικό δυναμικό w_i . Το κυματικό δυναμικό w_i που αντιστοιχεί στο προσπίπτον και το ανακλώμενο κύμα w_r στην διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , η οποία απεικονίζεται στο μοναδιαίο κυκλικό δακτύλιο στο επίπεδο ζ , με συνάρτηση απεικόνισης $\omega(\zeta)$, δίδεται από τη κάτωθι (σχέση 4-30):

$$w_{i+r} = |w_0| e^{ik_b H} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_{bm} |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{n} i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) +$$

$$+ |w_0| e^{-ik_b H} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(k_{bm} |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{n} i^{-n} + \left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right)$$

(4-30)

Όπου $|w_0| = 1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH.

Ο υπολογισμός των σκεδαζομένων και των εισερχομένων κυματικών δυναμικών για τα SH κύματα, επιτυγχάνεται με την «μέθοδο των κατοπτρικών εικόνων», όπως αναλύθηκε στο κεφ. Έτσι με τη θεώρηση αυτή μπορεί να υπολογιστεί το σκεδαζόμενο κύμα από την ελεύθερη επιφάνεια, αφού το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου.

Τα κυματικά δυναμικά που διέπουν το πρόβλημα είναι :

Στο έδαφος :

Το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό στο έδαφος w_s^m δίνεται από τη (σχέση 4-31)

$$\begin{aligned}
w_s^m &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_{bm} |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{n i^{-n}} + \frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n i^n} + \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_{bm} |\omega(\zeta) + 2iH|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta) + 2iH}{|\omega(\zeta) + 2iH|} \right)^{n i^{-n}} \frac{\omega(\zeta) + 2iH}{|\omega(\zeta) + 2iH|} \right)^{-n i^n}
\end{aligned}
\tag{4-31}$$

Το σκεδαζόμενο κυματικό δυναμικό στην επένδυση w_s^l δίνεται από τη (σχέση 4-32)

$$\begin{aligned}
w_s^l &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_{bl} |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{n i^{-n}} + \frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n i^n} + \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_{bl} |\omega(\zeta) + 2iH|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta) + 2iH}{|\omega(\zeta) + 2iH|} \right)^{n i^{-n}} \frac{\omega(\zeta) + 2iH}{|\omega(\zeta) + 2iH|} \right)^{-n i^n}
\end{aligned}
\tag{4-32}$$

Το διερχόμενο κυματικό δυναμικό στην επένδυση w_{tr}^l δίνεται από τη (σχέση 4-33)

$$\begin{aligned}
w_{tr}^l &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^2(k_{bl} |\omega(\zeta)|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{n i^{-n}} + \frac{\omega(\zeta)}{|\omega(\zeta)|} \right)^{-n i^n} + \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^2(k_{bl} |\omega(\zeta) + 2iH|) \left(\left(\frac{\omega(\zeta) + 2iH}{|\omega(\zeta) + 2iH|} \right)^{n i^{-n}} \frac{\omega(\zeta) + 2iH}{|\omega(\zeta) + 2iH|} \right)^{-n i^n}
\end{aligned}
\tag{4-33}$$

Ισχύουν οι κάτωθι 3 συνοριακές συνθήκες :

Συνοριακή Συνθήκη 1

1. Στην εσωτερική ακτίνα $r_1=1$ της επένδυσης στο επίπεδο ζ , το άθροισμα των τάσεων

$$t_{rz} = 0$$

(4-34)

Συνοριακή Συνθήκη 2

2. Συνέχεια των μετακινήσεων μεταξύ του εδάφους και την επένδυσης πάνω στην διεπιφάνεια

$$(w_i + w_s^m) \text{έδαφος} = (w_s^l + w_{tr}^l) \text{επένδυση}$$

(4-35)

Συνοριακή Συνθήκη 3

3. Συνέχεια των τάσεων μεταξύ του εδάφους και την επένδυσης πάνω στην διεπιφάνεια

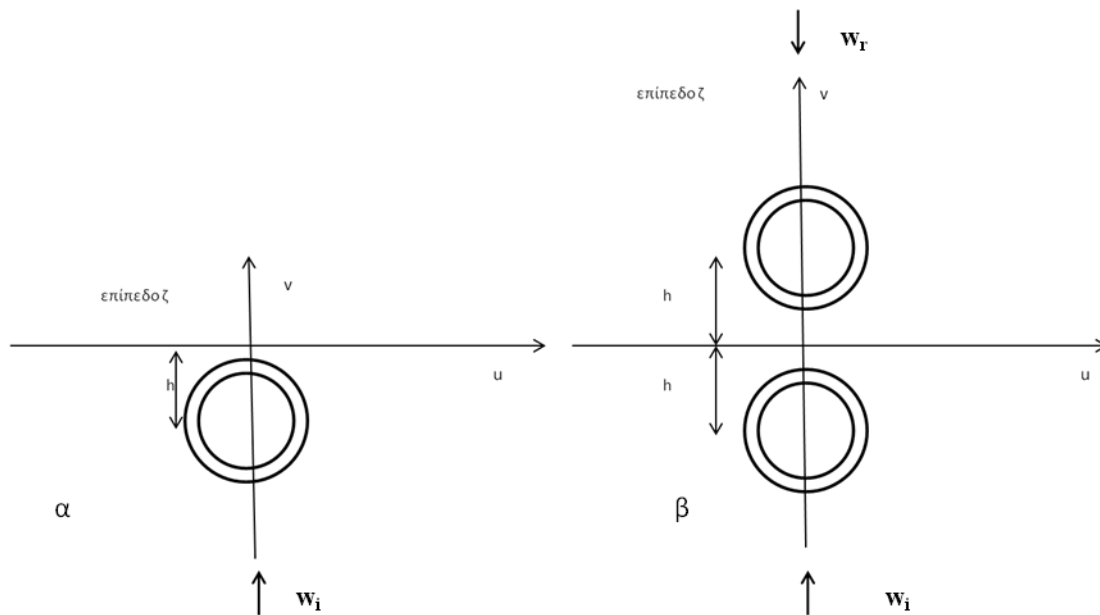
$$t_{rz(\text{εδάφος})}^s = t_{rz(\text{επένδυση})}^l \quad (4-36)$$

Όπως και στον πλήρη χώρο, οι άγνωστοι συντελεστές A_n , B_n , C_n υπολογίζονται με την επίλυση του συστήματος όπως προκύπτει από τις συνοριακές συνθήκες. Το σύστημα δίνει καλύτερα αποτελέσματα όσο η ακαμψία του εδάφους πλησιάζει την τιμή της ακαμψίας της επένδυσης. Δηλαδή $m_s \sim m_l$. Σε αντίθετη περίπτωση πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν η αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|w_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SH

4.4.1. Κυκλική Οπή μοναδιαίας ακτίνας πάχους t_c , σε βάθος h

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη κυκλική οπή εξωτερικής ακτίνας $r_1=1.2\mu$ και εσωτερικής ακτίνας $r=1m$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος h οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space).

Όπως αναλύθηκε στην (§4.2.), λόγω των ιδιοτήτων των κυμάτων SH το αρχικό σχήμα όπως φαίνεται στο (Σχ.4-37α) είναι ισοδύναμο με το σχήμα (Σχ.4-37β), οπότε το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου.



Σχ.4-37: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή κυκλικού σχήματος σε βάθος h , στο επίπεδο ζ (α) και είναι ισοδύναμο με δύο επενδεδυμένες κυκλικές συμμετρικές διατομές στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω από τις (σχέσεις 4-34, 4-35 & 4-36). Επιλύοντας το σχετικό σύστημα υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w_{tot}=w_{i+r}+w_{s1}+w_{s2}$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή της σήραγγας.

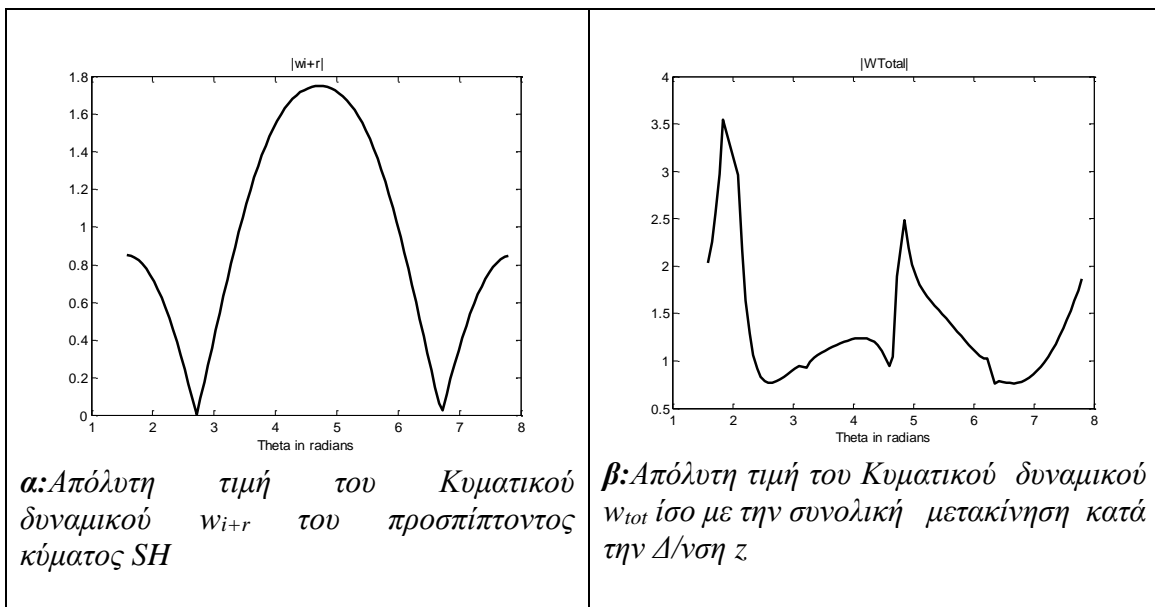
Αριθμητική Εφαρμογή

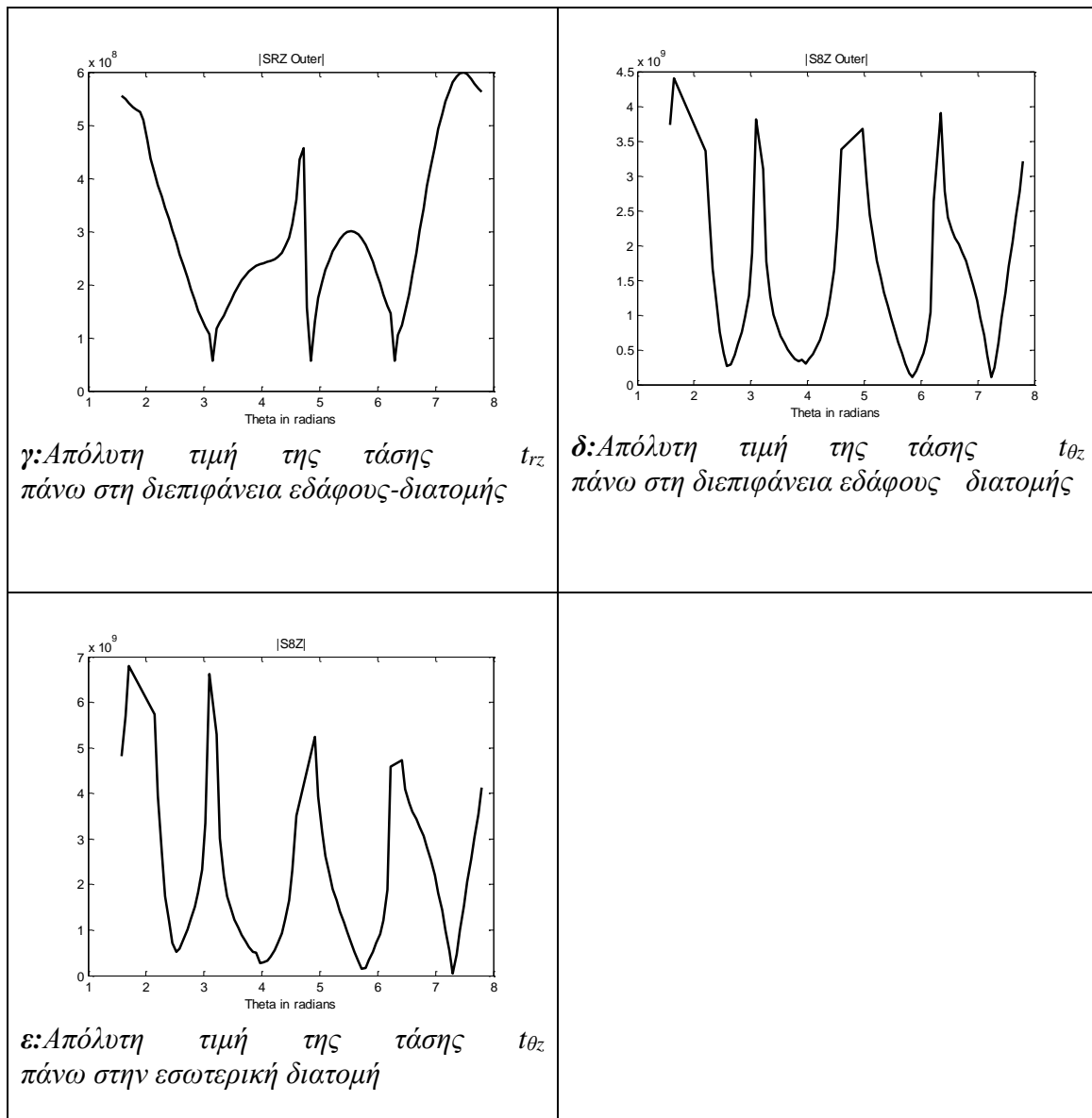
Θεωρούμε κυκλικό δακτύλιο εσωτερικής ακτίνας $r=1\mu$, σε βάθος $h=2\mu$, στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$.

Στο (Σχ.4-38),απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_{i+r} , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή.

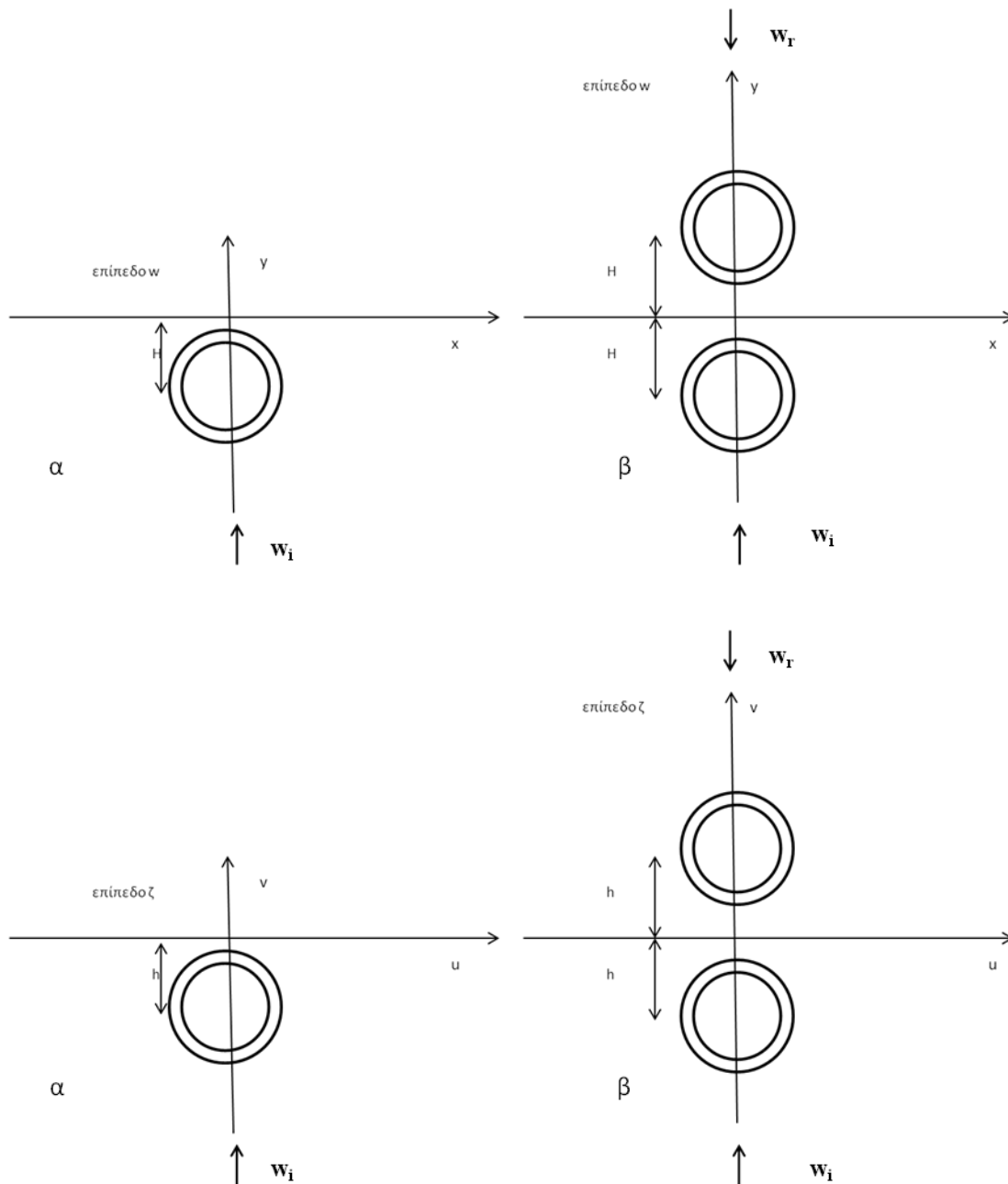




Σχ.4-38: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή μοναδιαίας ακτίνας πάχους t_c , σε βάθος h , υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.4.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R πάχους t , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη οπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου εξωτερικής ακτίνας $R_1=5.5\mu$ και εσωτερικής ακτίνας $R=5\mu$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος H οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-39). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3§ 3.4.2.), ο κυκλικός δακτύλιος μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.4-39: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή κυκλικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w και το ισοδύναμό του (α) το αντίστοιχο στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 4-34, 4-35 & 4-36). Επιλύοντας το σχετικό σύστημα υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w_{tot} = w_{i+r} + w_{s1} + w_{s2}$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή της σήραγγας.

Αριθμητική Εφαρμογή

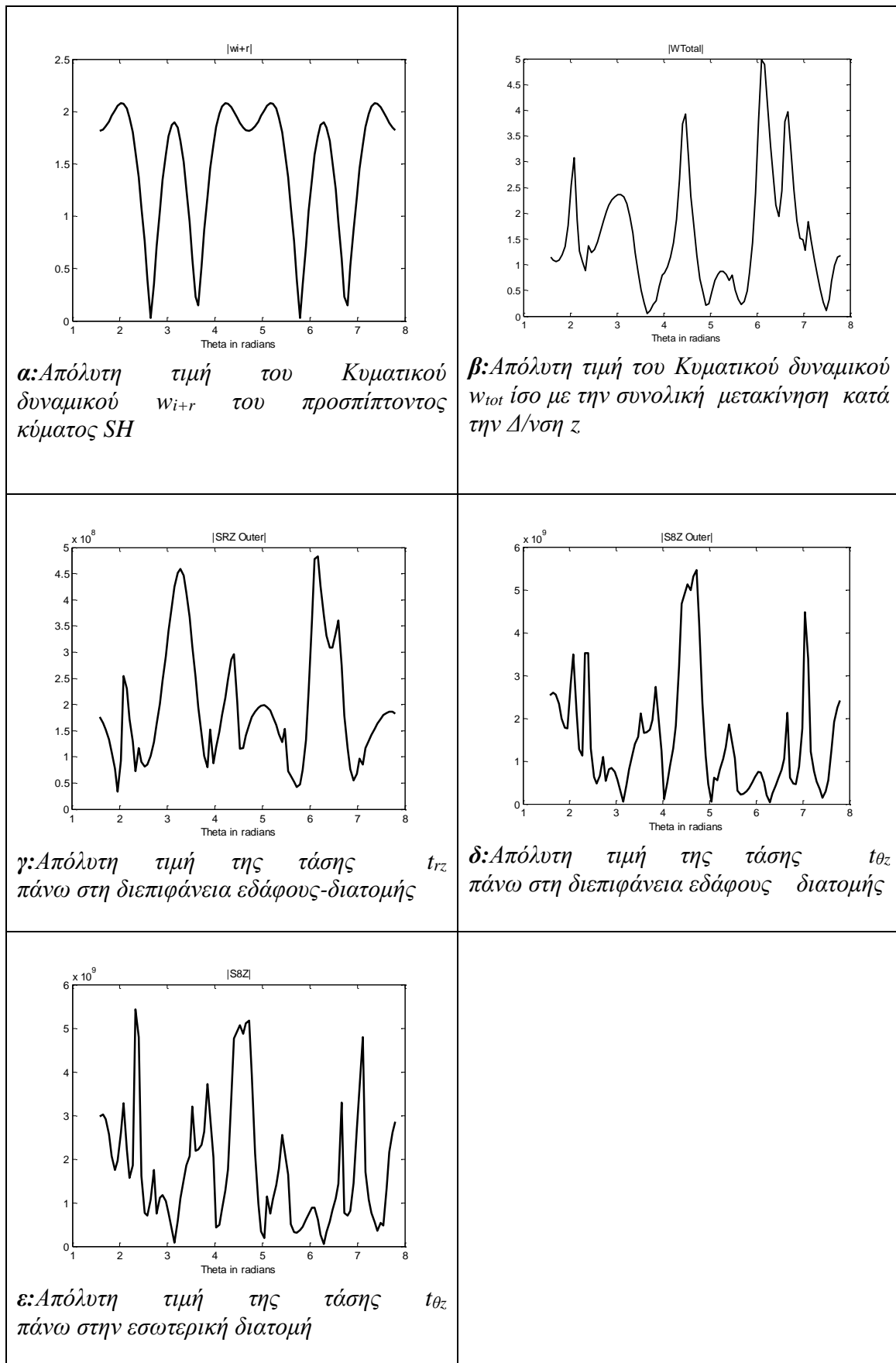
Θεωρούμε σπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου εσωτερικής ακτίνας $R=5\mu$, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$.

Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

Το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=1.1\mu$ και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB.

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$.

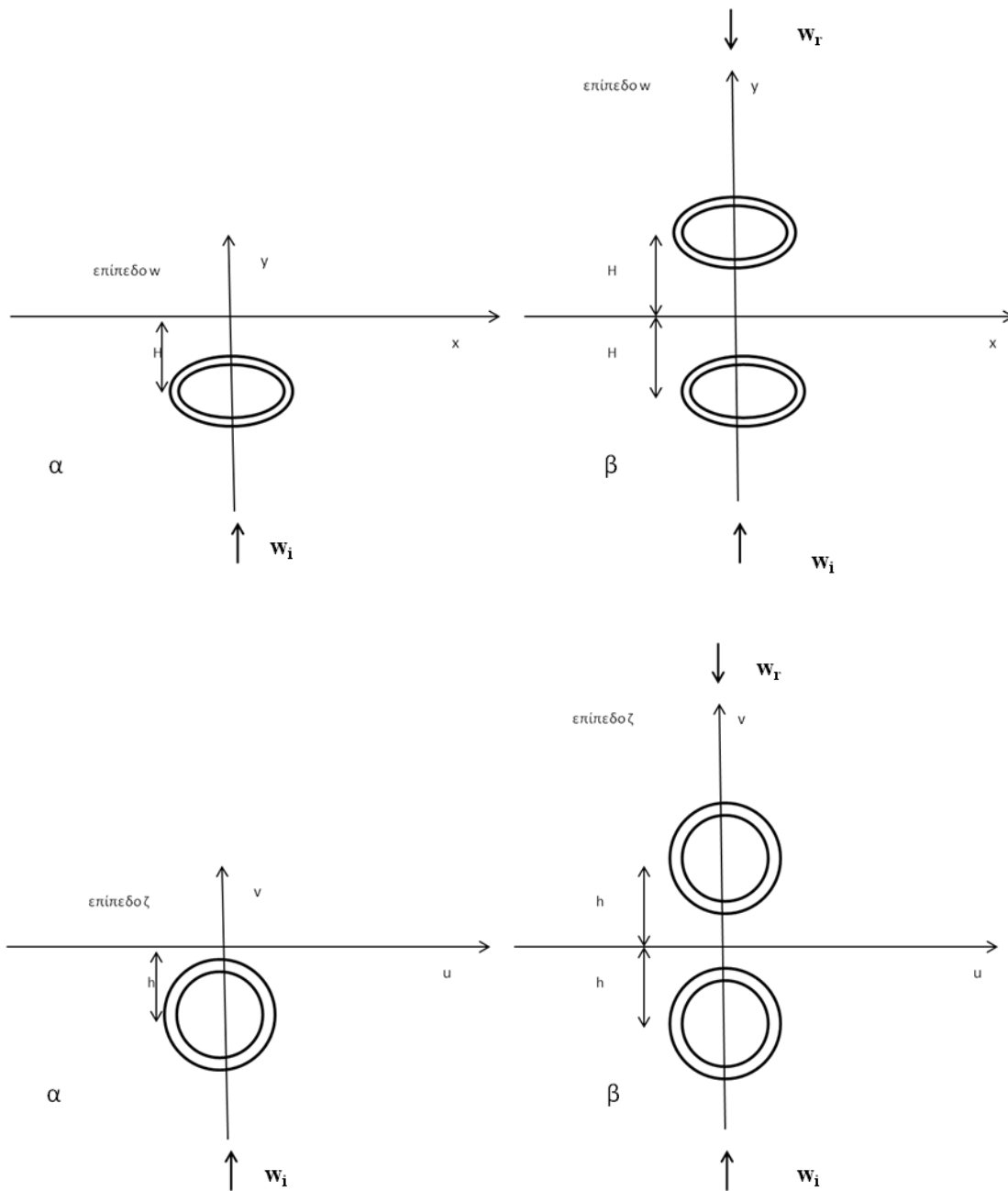
Στο (Σχ.4-40), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_{i+r} , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή.



Σχ.4-40: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή ακτίνας R πάχους t , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.4.3.Ελλειπτική Οπή πάχους t , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη οπή σε σχήμα ελλειπτικού δακτυλίου με ημιάξονες εξωτερικού και εσωτερικού δακτυλίου a_1, b_1, a_2, b_2 αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος H οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-41). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3.§3.4.3.), ο ελλειπτικός δακτύλιος μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.4-41: Κύμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή ελλειπτικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w και το ισοδύναμό του (α) το αντίστοιχο στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 4-34,4-35 &4-36). Επιλύοντας το σχετικό σύστημα υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w_{tot}=w_{i+r}+w_{s1}+w_{s2}$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή της σήραγγας.

Αριθμητική Εφαρμογή

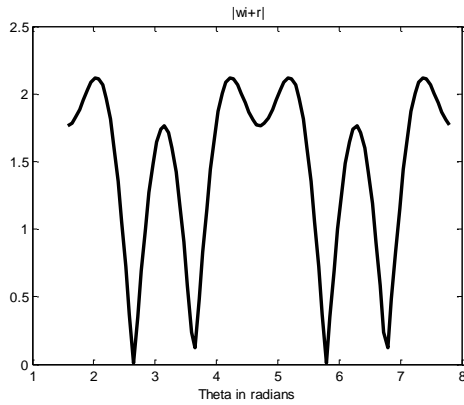
Θεωρούμε οπή σε σχήμα ελλειπτικού δακτυλίου με ημιάξονες εξωτερικού και εσωτερικού δακτυλίου $a_1=6.5\mu$ $b_1=5.5\mu$ $a_2=6\mu$ $b_2=5\mu$. αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec .

Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

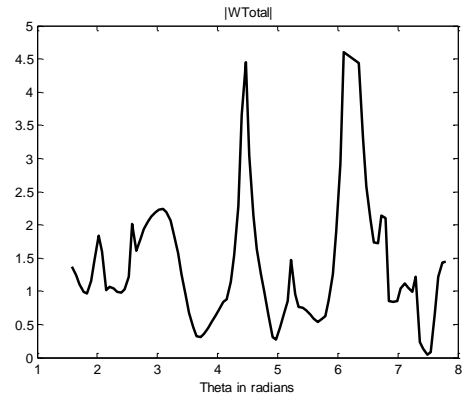
Το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.099\mu$.,Κεφ.3,(σχέση 3-59) και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB.

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$.

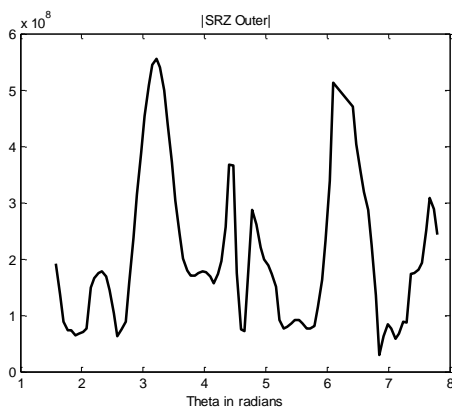
Στο (Σχ.4-42), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_{i+r} , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή.



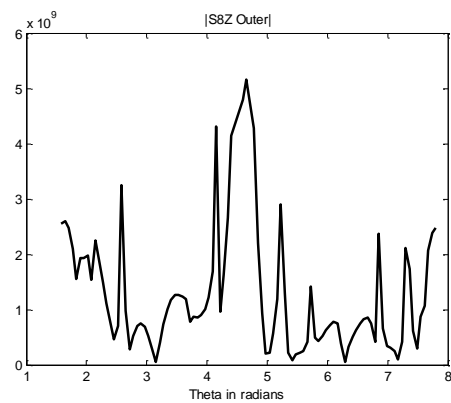
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού w_{i+r} του προσπίπτοντος κύματος SH



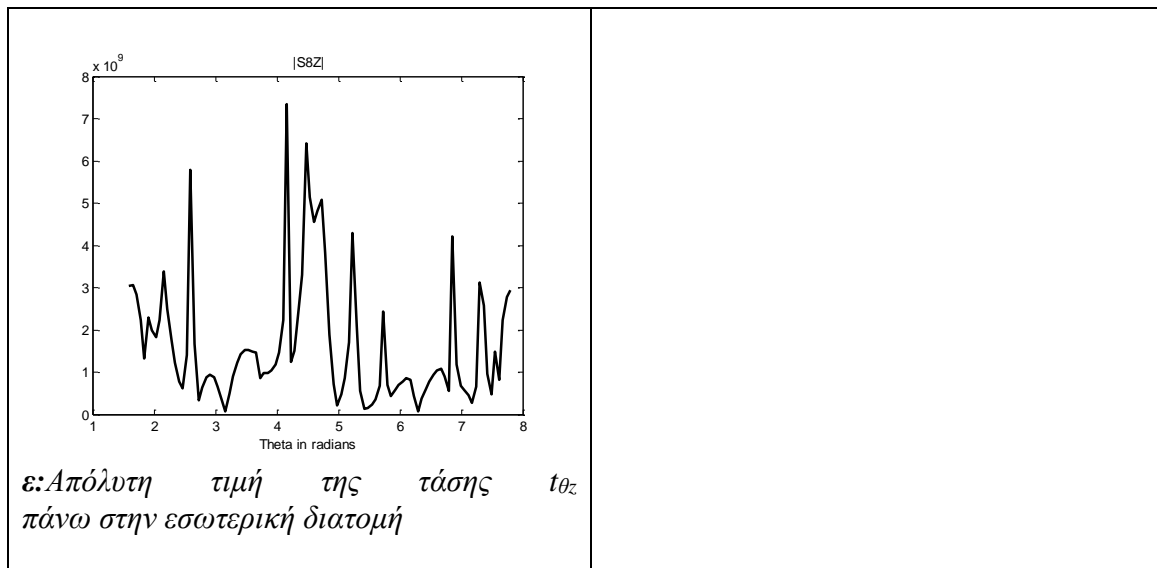
β: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού w_{tot} ίσο με την συνολική μετακίνηση κατά την Δ/ση z



γ: Απόλυτη τιμή της τάσης t_{rz} πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



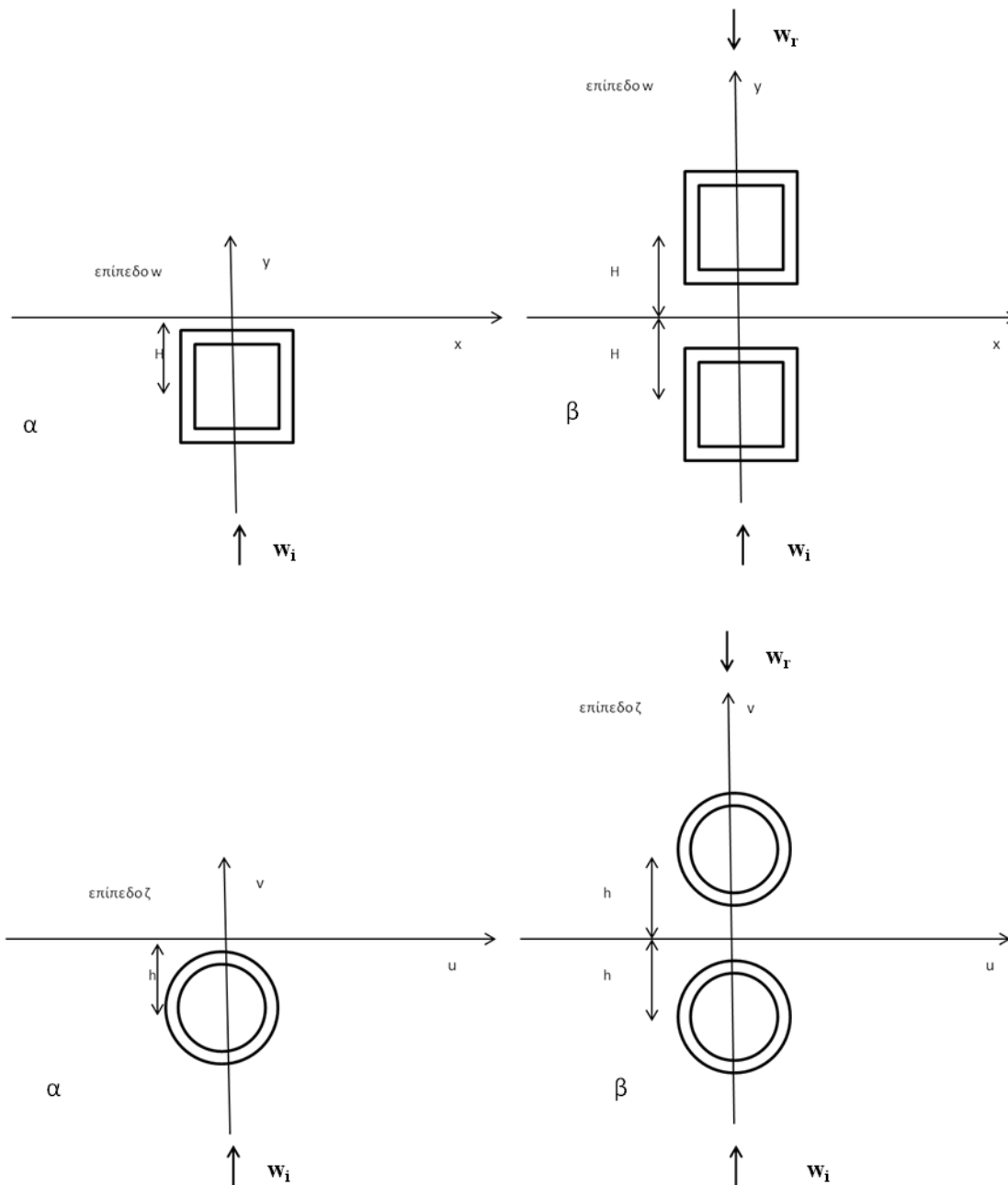
δ: Απόλυτη τιμή της τάσης $t_{\theta z}$ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



Σχ.4-42: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Ελλειπτική Οπή πάχους t , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.4.4. Τετραγωνική Οπή πάχους t , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη τετραγωνική οπή με πλευρά εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος a_{sq2} & a_{sq1} , αντίστοιχα στο επίπεδο w η οποία βρίσκεται σε βάθος H , οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-43). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3.§3.4.4.), η επενδεδυμένη τετραγωνική διατομή μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.4-43: Κόμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή τετραγωνικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w και το ισοδύναμό του (α) το αντίστοιχο στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω από τις (σχέσεις 4-34,4-35 &4-36). Επιλύοντας το σχετικό σύστημα υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w_{tot}=w_{i+r}+w_{s1}+w_{s2}$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή της σήραγγας.

Αριθμητική Εφαρμογή

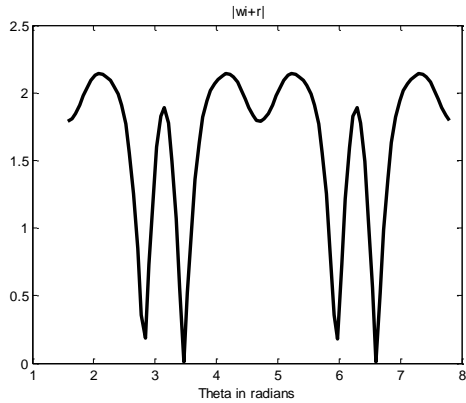
Θεωρούμε επενδεδυμένη τετραγωνική οπή με πλευρά εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος $a_{sq2}=11\mu$. & $a_{sq1}=10\mu$ αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec .

Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

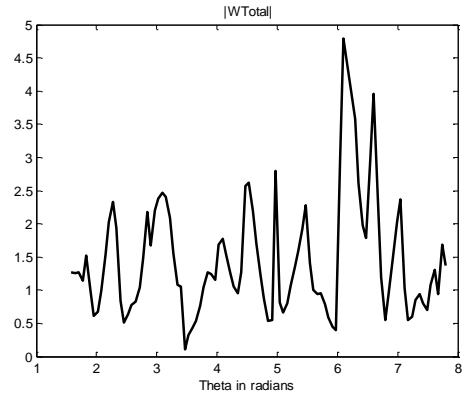
Το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.099\mu$., Κεφ.3,(σχέση 3-63) και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$.

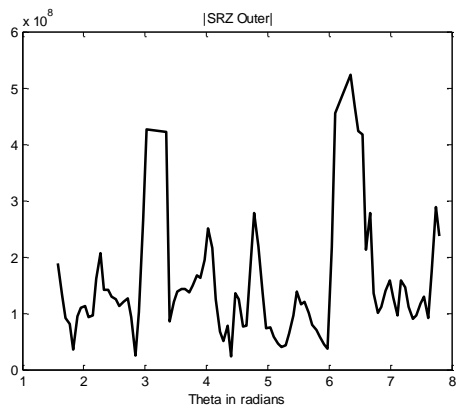
Στο (Σχ.4-44), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_{i+1} , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή.



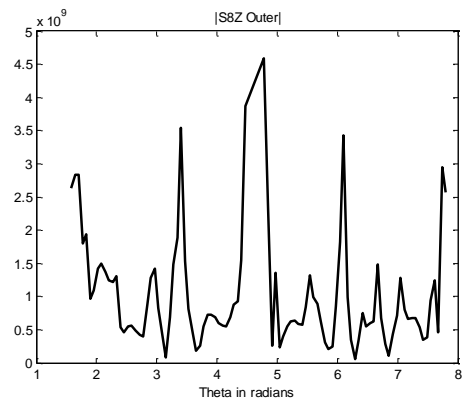
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού w_{i+r} του προσπίπτοντος κύματος SH



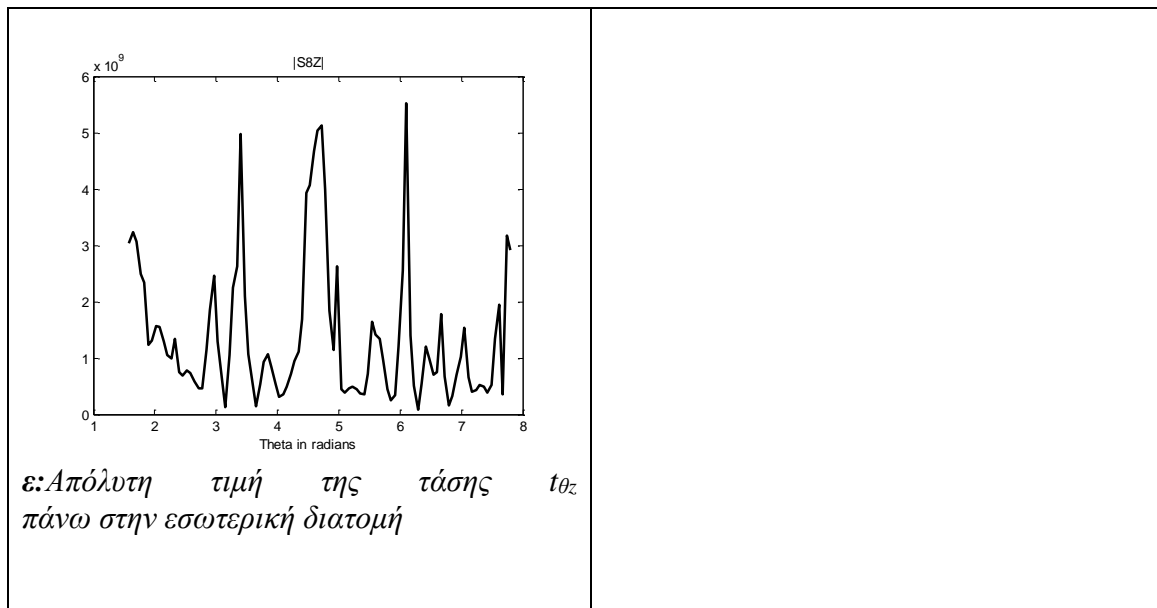
β: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού w_{tot} ίσο με την συνολική μετακίνηση κατά την Δ/νση z.



γ: Απόλυτη τιμή της τάσης t_{rz} πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



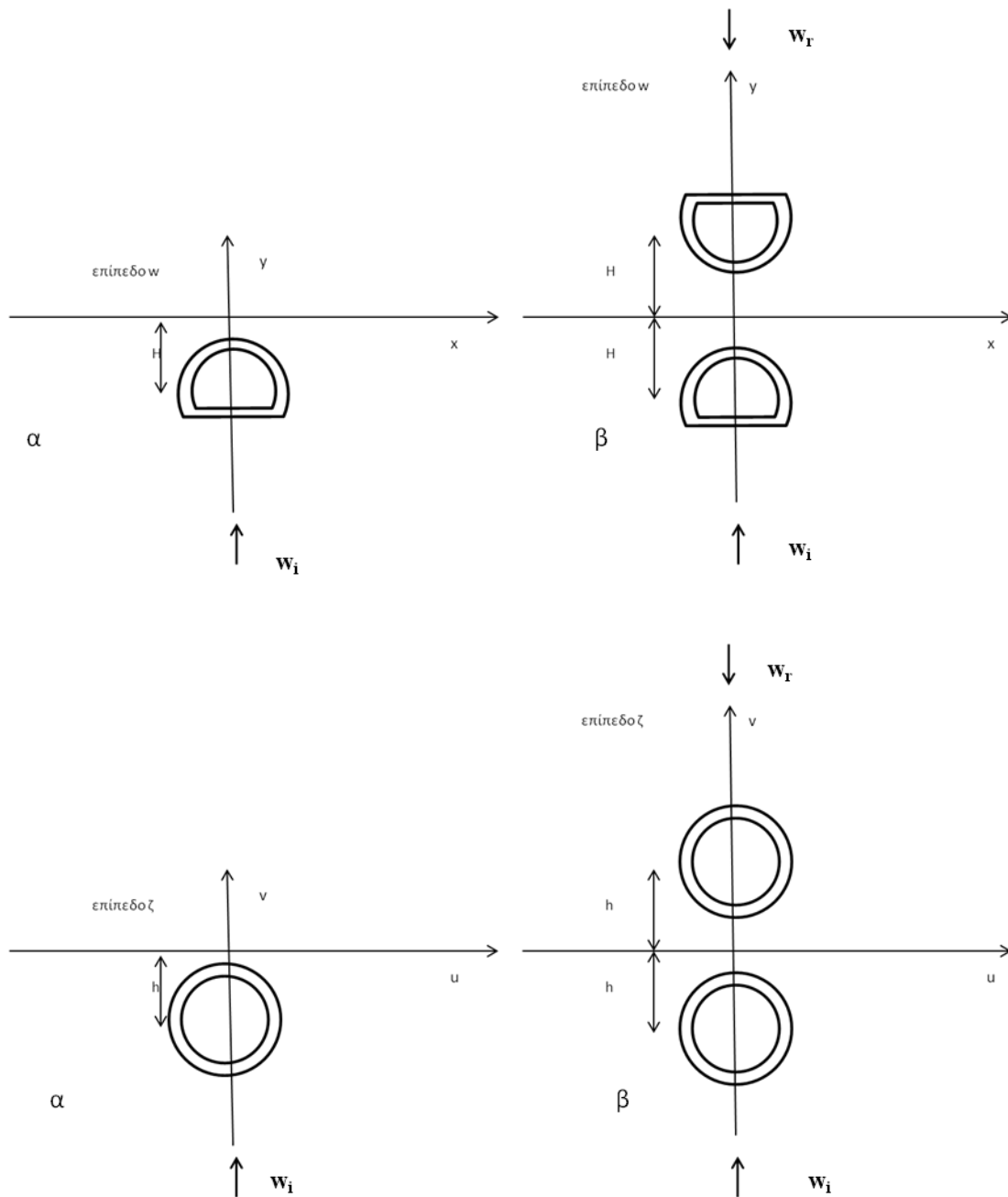
δ: Απόλυτη τιμή της τάσης $t_{\theta z}$ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους διατομής



Σχ.4-44: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Τετραγωνική Οπή πάχους t , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

4.4.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος πάχους t , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SH το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη πεταλοειδή οπή με ύψος εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος H_2 & H_1 , αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος H οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.4-45). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3§3.4.5.), η επενδεδυμένη πεταλοειδής διατομή μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_e .



Σχ.4-45: Κόμα SH που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή πεταλοειδούς σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w και το ισοδύναμό του (α) το αντίστοιχο στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 4-34, 4-35 & 4-36). Επιλύοντας το σχετικό σύστημα υπολογίζονται, η συνολική μετακίνηση κατά την διεύθυνση του άξονα του υπογείου έργου u_z , που είναι η $w_{tot}=w_{i+r}+w_{s1}+w_{s2}$ καθώς και οι τάσεις t_{rz} , & $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και η τάση $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή της σήραγγας.

Αριθμητική Εφαρμογή

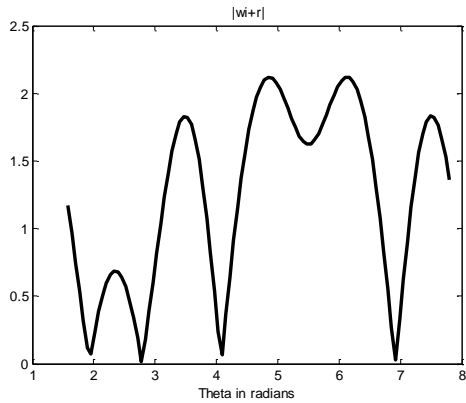
Θεωρούμε επενδεδυμένη πεταλοειδή σπή με ύψος εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος $H_2=8.72\mu$. & $H_1=7.72\mu$ αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec .

Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 4-2).

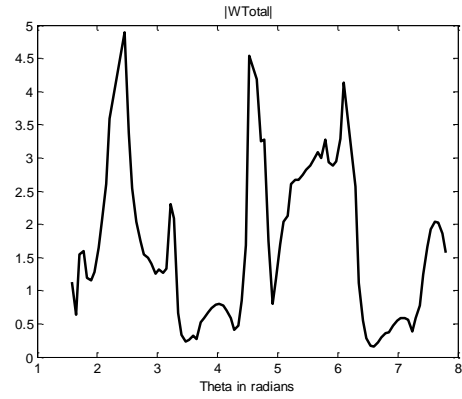
Το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.107\mu$., Κεφ.3, (σχέση 3-63) και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_z , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια όπως και της τάσης $t_{\theta z}$. Θεωρούμε $|w_0|=1$.

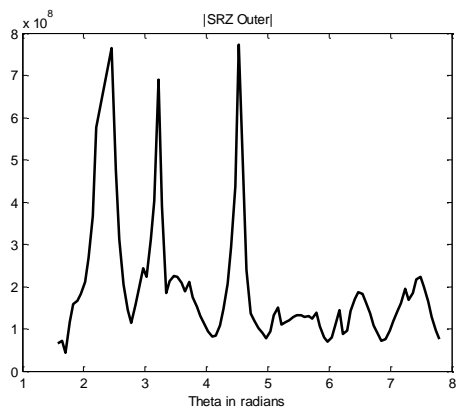
Στο (Σχ.4-46) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών w_{i+1} , w_{tot} , των τάσεων t_{rz} , $t_{\theta z}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta z}$, στην εσωτερική διατομή.



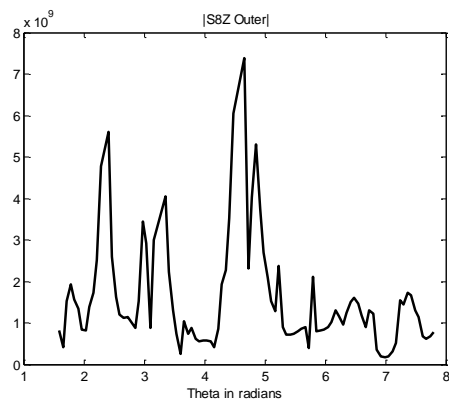
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού w_{i+r} του προσπίπτοντος κύματος SH



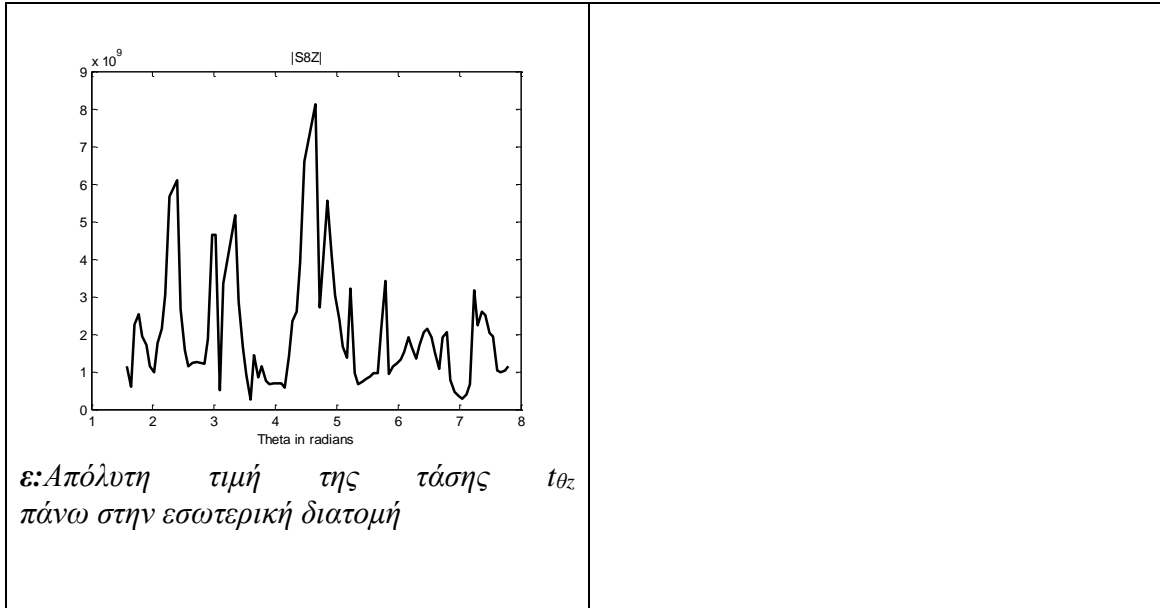
β: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού w_{tot} ίσο με την συνολική μετακίνηση κατά την Δ/ση z.



γ: Απόλυτη τιμή της τάσης t_{rz} πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



δ: Απόλυτη τιμή της τάσης $t_{\theta z}$ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



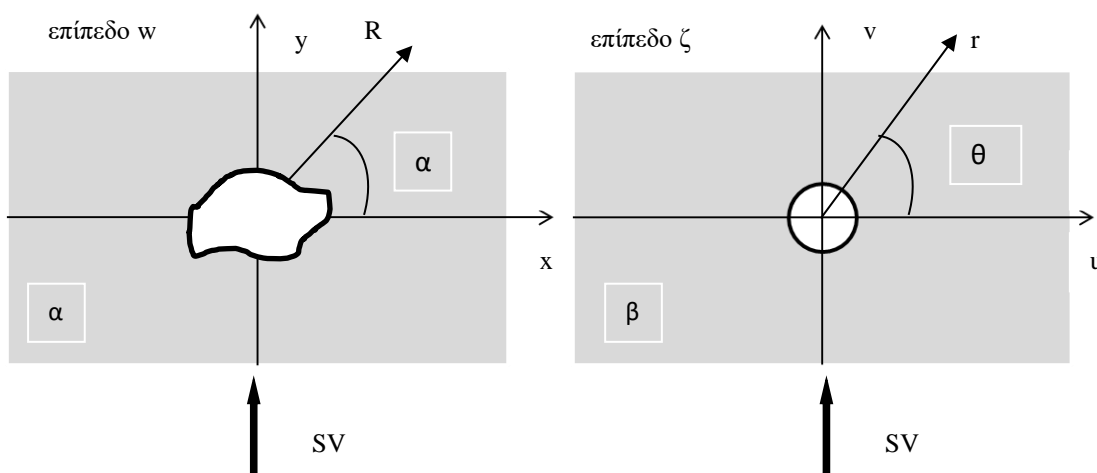
Σχ.4-46: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος πάχους t , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SH

Κεφάλαιο 5

5.Αναλυτικές Σχέσεις για τον υπολογισμό της Εντατικής Κατάστασης διατομών διαφόρων σχημάτων υπο κατακόρυφη σεισμική πρόσπτωση Διατμητικών Κυμάτων τύπου SV με εφαρμογή της θεωρίας των Σύμμορφων Απεικονίσεων

5.1.Ανεπένδυτη Οπή στον Πλήρη Χώρο

Θεωρούμε διατομή τυχαίου σχήματος σε μεγάλο βάθος από την επιφάνεια του εδάφους, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV, στο επίπεδο w , όπως φαίνεται στο (Σχ.5-1α).



Σχ.5-1: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή τυχαίου σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Έστω $w(\zeta)$, η συνάρτηση μετασχηματισμού που μετασχηματίζει την διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ .

Το προσπίπτον κυματικό δυναμικό ψ_i δίδεται από την σχέση:

$$\psi_i = |\psi_0| \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-1)$$

Όπου $|\psi_0| = 1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

Αντίστοιχα τα σκεδαζόμενα από την οπή κυματικά δυναμικά είναι τα ψ_s & φ_s

$$\psi_s = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_b |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-2)$$

$$\varphi_s = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_a |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-3)$$

Τα συνολικά Κυματικά Δυναμικά φ & ψ , δίνονται από τις σχέσεις:

$$\varphi = \varphi_s \quad (5-4)$$

$$\psi = \psi_i + \psi_s \quad (5-5)$$

Οι τάσεις και οι μετατοπίσεις συναρτήσει της $\omega(\zeta)$, δίνονται από τις σχέσεις:

$$t_{rr} = -k_a^2(\lambda + \mu)\varphi + \frac{1}{r^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi + i\psi)}{\partial \zeta} \right) \right] + \left[\frac{1}{r^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi - i\psi)}{\partial \bar{\zeta}} \right) \right) \right] \quad (5-6\alpha)$$

$$t_{r\theta} = -\frac{1}{ir^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi + i\psi)}{\partial \zeta} \right) \right] + \left[\frac{1}{ir^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi - i\psi)}{\partial \bar{\zeta}} \right) \right) \right] \quad (5-6\beta)$$

$$t_{\theta\theta} = -k_a^2(\lambda + \mu)\varphi - \frac{1}{r^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi + i\psi)}{\partial \zeta} \right) \right] - \left[\frac{1}{r^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi - i\psi)}{\partial \bar{\zeta}} \right) \right) \right] \quad (5-6\gamma)$$

$$u_r = \frac{\zeta}{r} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi + i\Psi)}{\partial \zeta} + \frac{\bar{\zeta}}{r} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi - i\Psi)}{\partial \bar{\zeta}} \quad (5-7\alpha)$$

$$u_{\theta} = \frac{-\zeta}{ir} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi + i\Psi)}{\partial\zeta} + \frac{\bar{\zeta}}{ir} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi - i\Psi)}{\partial\bar{\zeta}} \quad (5-7\beta)$$

Το μέτρο του διανύσματος της μετατόπισης u , που αντιστοιχεί στο κυματικό δυναμικό y_i , είναι $|y_{0kb}|$, (Lee & Karl, 1992). Οι συνοριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα πάνω στην επιφάνεια της κυκλικής οπής είναι :

$$t_{rr} = t_{r\theta} = 0 \quad (5-8)$$

Στη συνέχεια παραγωγίζονται δύο φορές οι (σχέσεις 5-4, 5-5), που αφορούν τα συνολικά κυματικά δυναμικά ϕ & ψ για την διατομή και το αποτέλεσμα εισάγεται στις (σχέσεις 5-6α & 5-6β) που υπολογίζουν τις τάσεις t_{rr} & $t_{r\theta}$. Μετά την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών, με βάση τις (σχέσεις 5-8) προκύπτει ένα σύστημα εξισώσεων, από την επίλυση του οποίου υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n, B_n , οι αντίστοιχες μετατοπίσεις u_r & u_{θ} με βάση τις (σχέσεις 5-7α, 5-7β) καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ με βάση τη (σχέση 5-6γ). Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|y_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV. Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην παρούσα Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-1).

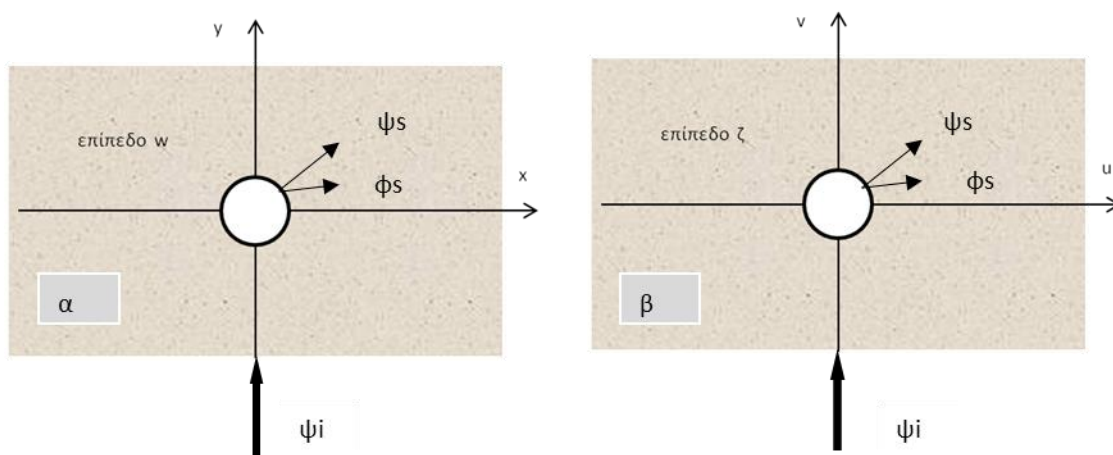
Πίνακας 5-1: Ιδιότητες του Εδάφους

Ιδιότητες του Εδάφους	
ρ : πυκνότητα	1800kg/m ³
C_s : ταχύτητα διάδοσης Διατμητικών Κυμάτων	400 m/sec
C_p : ταχύτητα διάδοσης Διαμητικών Κυμάτων	800 m/sec
ν : Λόγος Poisson	0.33
G : μέτρο διάτμησης	2.88·10 ⁸ Pa
$k_b = \omega/C_s$: Κυματικός Αριθμός που αντιστοιχεί στα S κύματα	0.6283
$K_a = \omega/C_p$: Κυματικός Αριθμός που αντιστοιχεί στα P κύματα	0.3141
λ (σταθερά lame)	5.76·10 ⁸ Pa
μ (σταθερά lame)	2.88·10 ⁸ Pa

5.1.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας $r=1\mu$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-2). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό κύκλου ακτίνας R στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , δίδεται από τη (σχέση 3-4) του Κεφ.3:

$$w=f(\zeta)=r\zeta, \text{ όπου } r=1\mu, \text{ Κεφ.3, (σχέση 3-4) .}$$



Σχ.5-2: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή κυκλικού σχήματος με κυματικό δυναμικό ψ_i σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου βάσει της (σχέσης 5-8) είναι $t_{rr}=t_{r\theta}=0$. Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$, δίδονται από τις (σχέσεις 5-7α, 5-7β & 5-6γ).

Αριθμητική Εφαρμογή

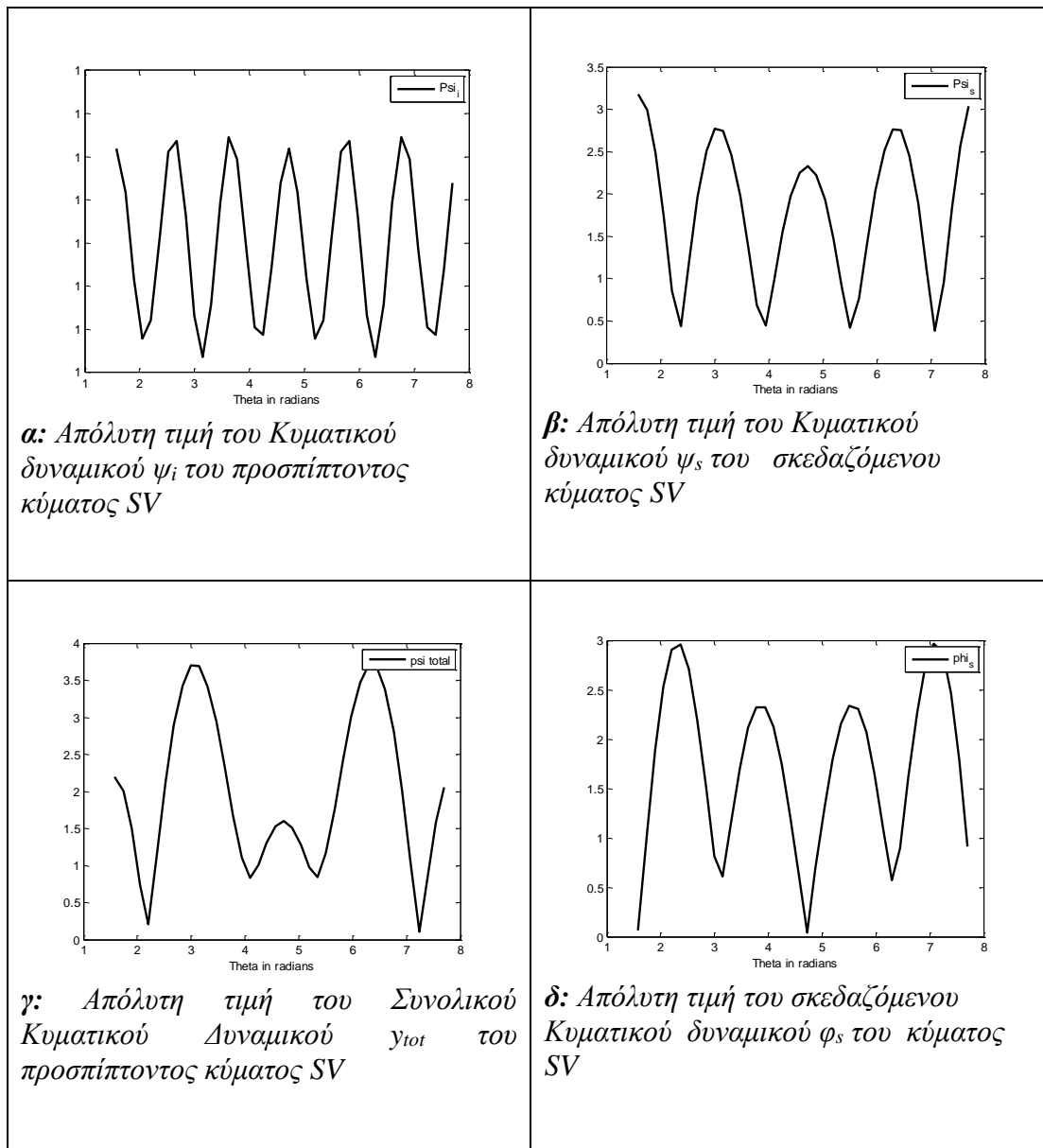
Θεωρούμε κυκλική οπή ακτίνας $r=1\mu$, σε μεγάλο βάθος στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακόρυφως διαδιδόμενο, με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

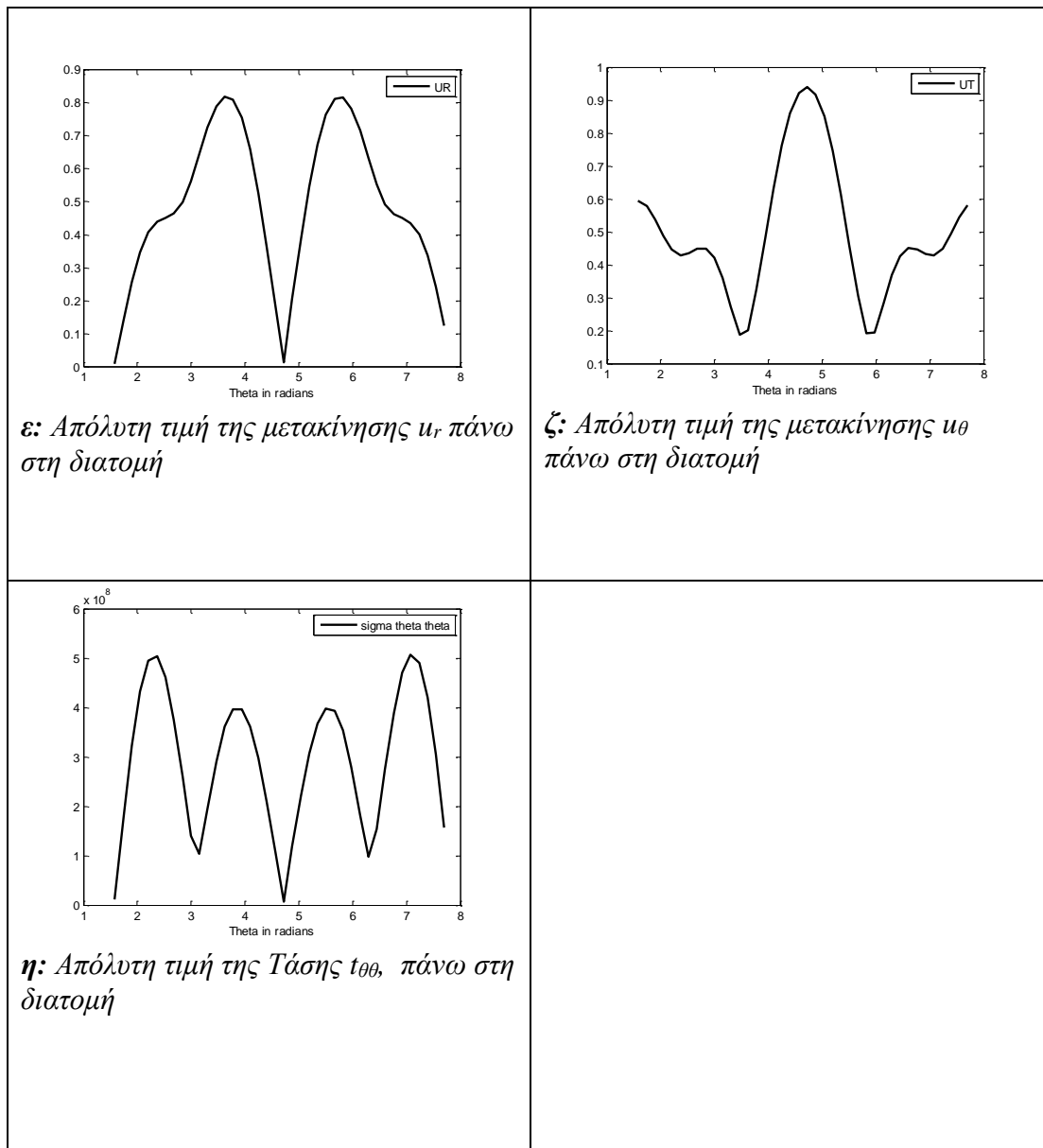
ψ_i

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-1).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες $t_{rr} = t_{r\theta} = 0$, πάνω στη διατομή του μοναδιαίου κύκλου. Έτσι, υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n και B_n και στην συνέχεια το τασικό πεδίο. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-3), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_s, \psi_{tot}, \phi_s$, οι μετακινήσεις u_r, u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$.



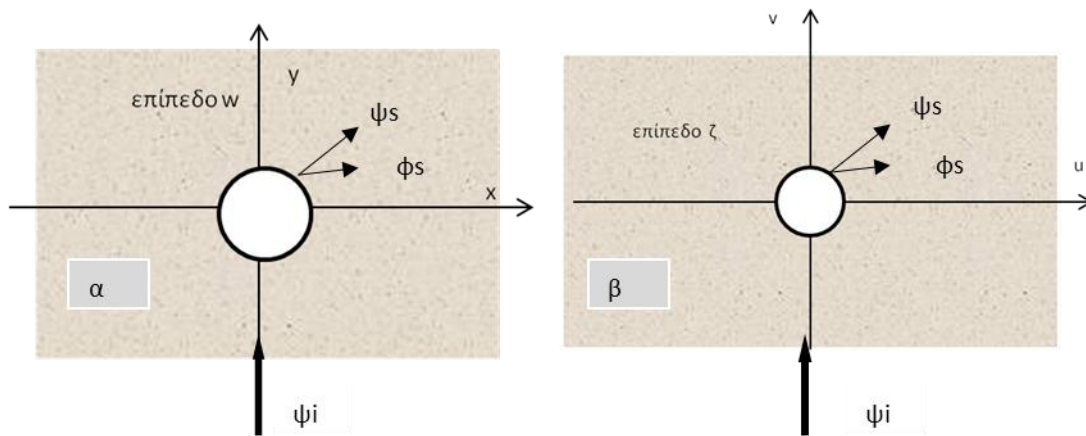


Σχ.5-3: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.1.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας R στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-4). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό κύκλου ακτίνας R στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-4), του Κεφ.3:

$w=f(\zeta)=R\zeta$, Κεφ.3(σχέση 3-4), όπου R θετική σταθερά.



Σχ.5-4: Κύμα SV με κυματικό δυναμικό ψ_i που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή κυκλικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

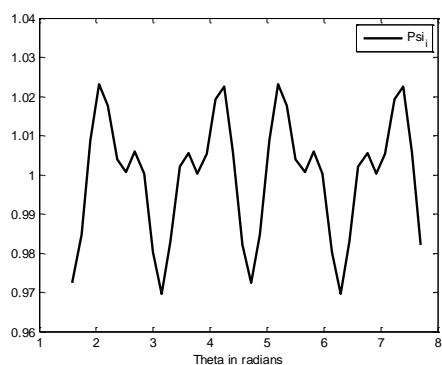
Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου βάσει της (σχέσης 5-8) είναι $t_{rr}=t_{r\theta}=0$. Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$, δίδονται από τις (σχέσεις 5-7α, 5-7β & 5-6γ).

Αριθμητική Εφαρμογή

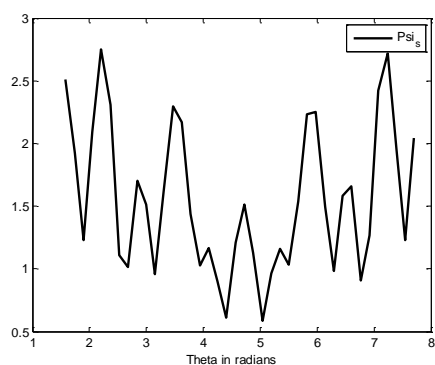
Θεωρούμε κυκλική οπή ακτίνας $R=5\mu$, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-1).

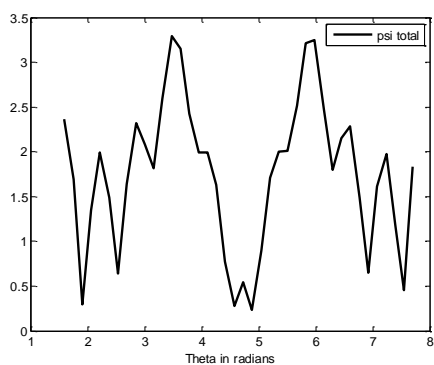
Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες $t_{rr} = t_{r\theta} = 0$, πάνω στη διατομή του μοναδιαίου κύκλου. Έτσι, υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n και B_n και στην συνέχεια το τασικό πεδίο. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$. Στο (Σχ.5-5), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_s, \psi_{tot}, \phi_s$, οι μετακινήσεις u_r, u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στην διατομή.



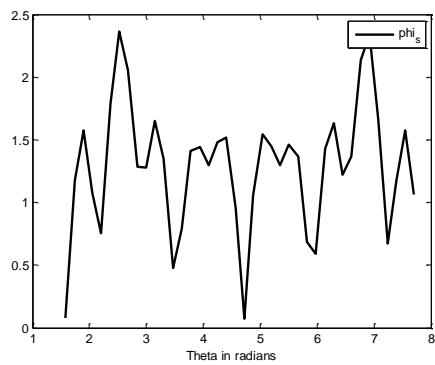
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_i του προσπίπτοντος κύματος SV



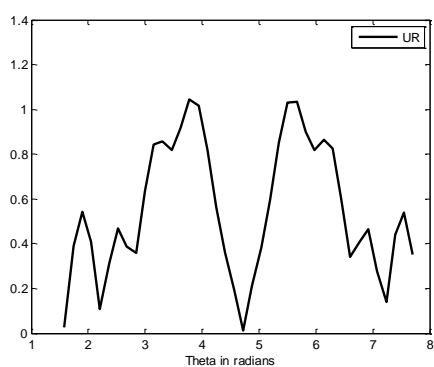
β: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_s του σκεδαζόμενου κύματος SV



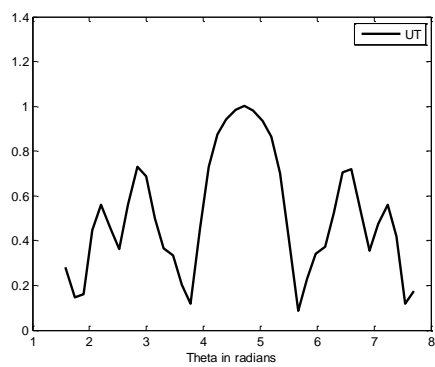
γ: Απόλυτη τιμή του Συνολικού Κυματικού Δυναμικού ψ_{tot} του προσπίπτοντος κύματος SV



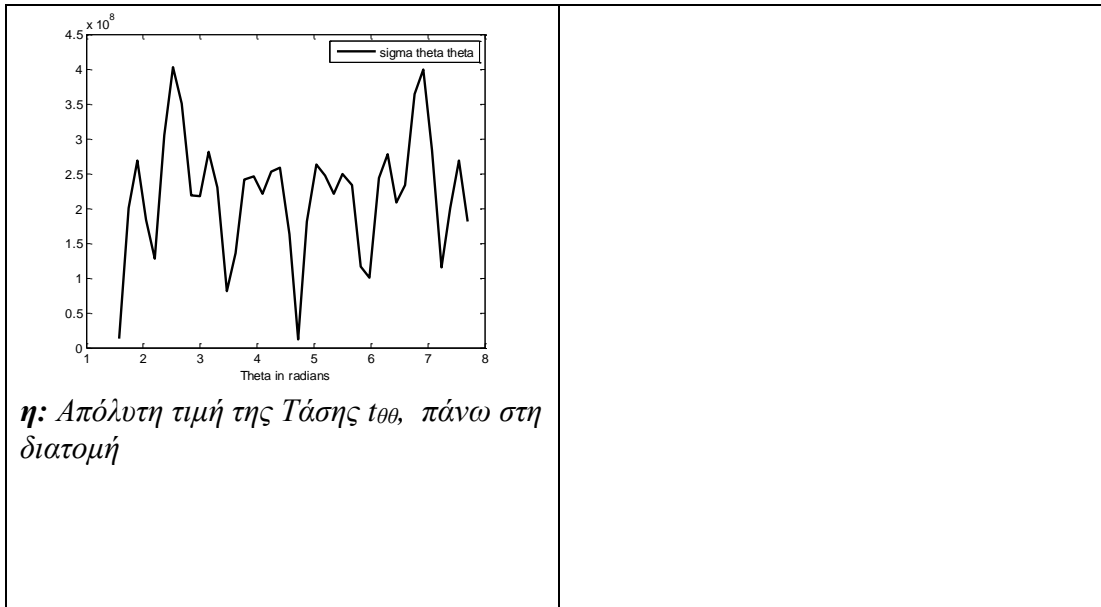
δ: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ϕ_s του κύματος SV



ε: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διατομή



ζ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διατομή



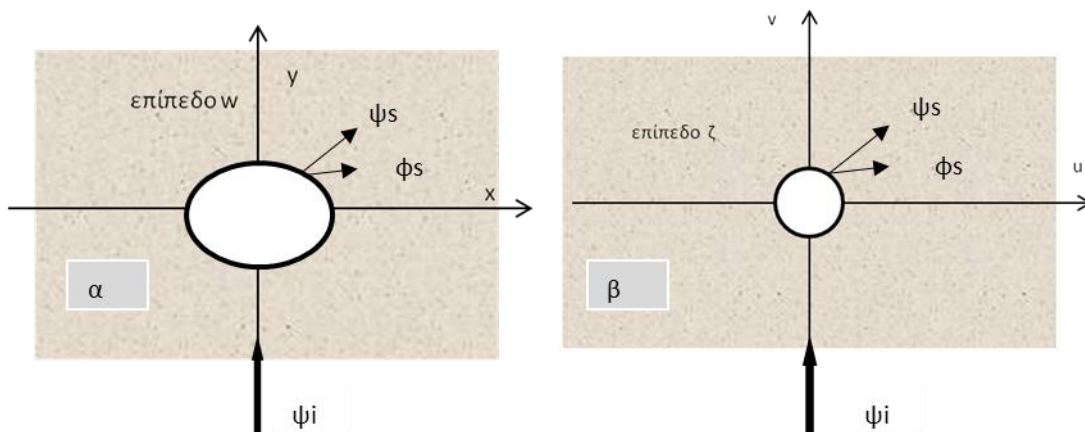
Σχ.5-5: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή ακτίνας R , στον Πλήρη Χώρο υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.1.3.Ελλειπτική Οπή

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε ελλειπτική οπή με ημιάξονες a, b στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-6). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό της ελλειπτικής οπής στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-6) του Κεφ.3.

$$w = f(\zeta) = R\left(\zeta + \frac{m}{\zeta}\right), \text{ όπου } \zeta = re^{i\theta}, R = \frac{a+b}{2}, m = \frac{a-b}{a-b}, \text{ Κεφ.3(σχέση 3-6)}$$

όπου a & b ο μεγάλος και ο μικρός άξονας αντίστοιχα



Σχ.5-6: Κύμα SV με κυματικό δυναμικό ψ_i που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή ελλειπτικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου βάσει της (σχέσης 5-8) είναι $t_{rr}=t_{r\theta}=0$. Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$, δίδονται από τις (σχέσεις 5-7α, 5-7β & 5-6γ).

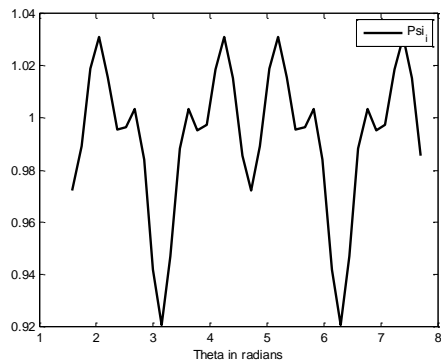
Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε ελλειπτική οπή με ημιάξονες $a=6\mu$ & $b=5\mu$, στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

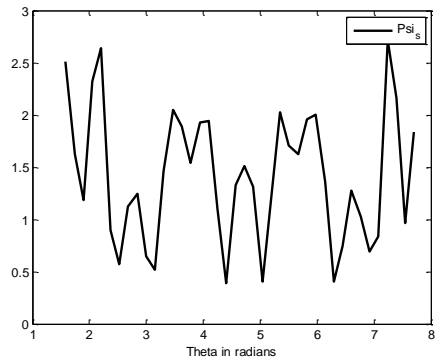
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-1).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες $t_{rr} = t_{r\theta} = 0$, πάνω στη διατομή του μοναδιαίου κύκλου. Έτσι, υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n και B_n και στην συνέχεια το τασικό πεδίο. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

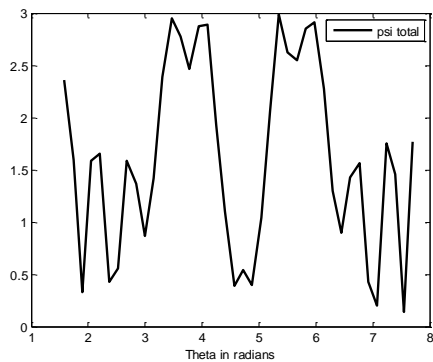
Στο (Σχ.5-7), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_s, \psi_{tot}$, ϕ_s , οι μετακινήσεις u_r, u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στην διατομή.



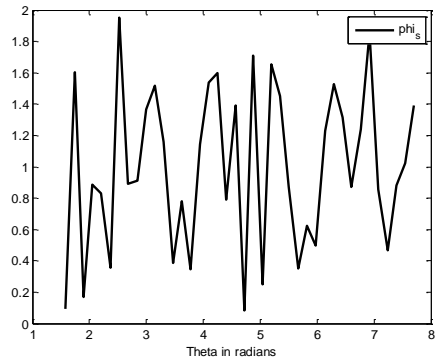
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_i του προσπίπτοντος κύματος SV



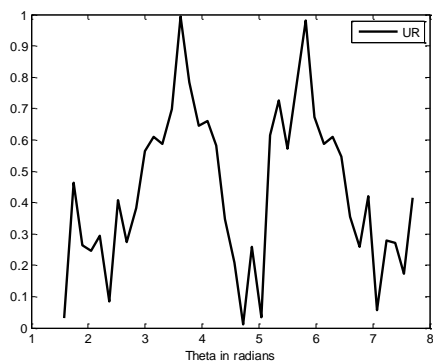
β: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_s του σκεδαζόμενου κύματος SV



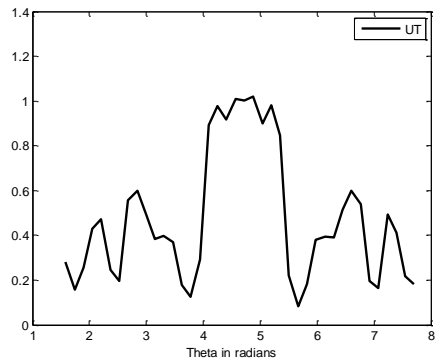
γ: Απόλυτη τιμή του Συνολικού Κυματικού Δυναμικού ψ_{tot} του προσπίπτοντος κύματος SV



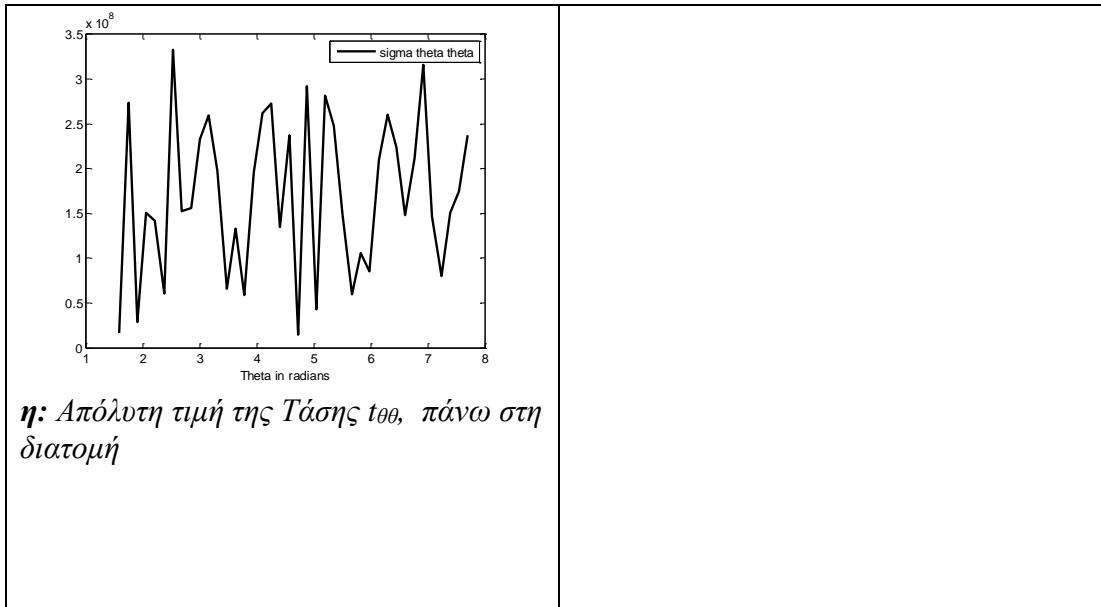
δ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_s του κύματος SV



ε: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διατομή



ζ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διατομή



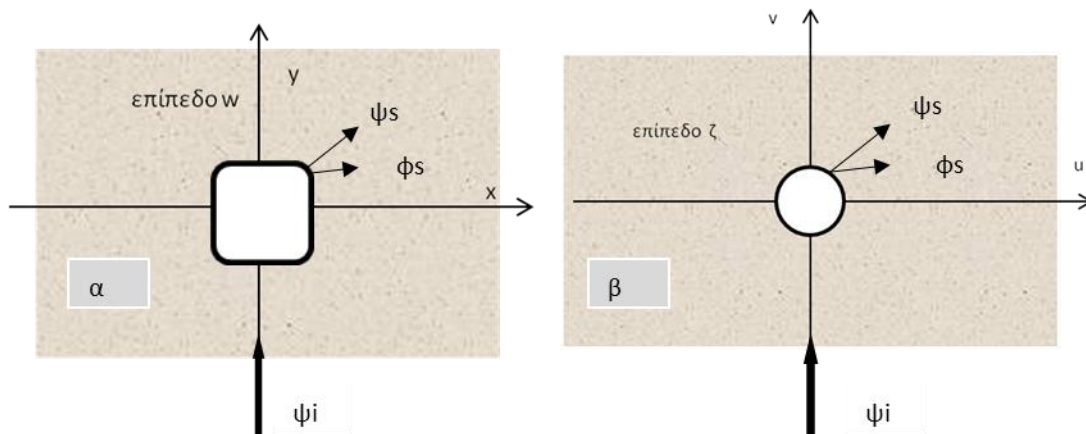
Σχ.5-7: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Ελλειπτική Οπή, στον Πλήρη Χώρο υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.1.4. Τετραγωνική Οπή

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε τετραγωνική διατομή πλευράς a_{sq} στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-8). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό της τετραγωνικής οπής στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-10) του Κεφ.3

$$w = f(\zeta) = R \left(\zeta + \left(\frac{c_3}{\zeta^3} \right) + \left(\frac{c_7}{\zeta^7} \right) \right), \quad \text{όπου:}$$

$$c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, \quad \zeta = r e^{i\theta}, r = 1, R = \frac{0.5 a_{sq}}{1+c_3+c_7}, \text{ Κεφ.3 (σχέση 3-10)}$$



Σχ.5-8: Κύμα SV με κυματικό δυναμικό ψ_i που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή τετραγωνικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου βάσει της (σχέσης 5-8) είναι $t_{rr}=t_{r\theta}=0$. Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$, δίδονται από τις (σχέσεις 5-7α, 5-7β & 5-6γ).

Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε τετραγωνική διατομή πλευράς 10μ στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο, με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

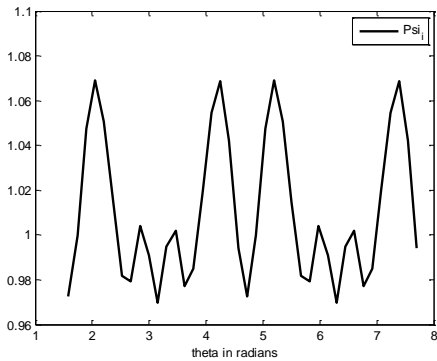
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-1).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού από τη (σχέση 3-10) του Κεφ.3. Από την γεωμετρία της διατομής προκύπτει

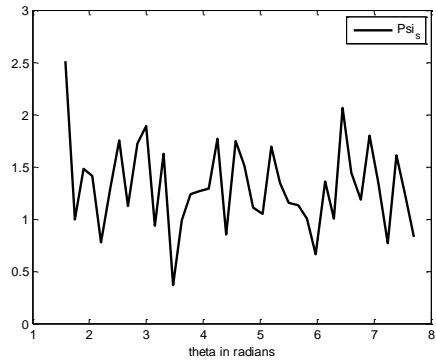
$$R=5.874149$$

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες $t_{rr} = t_{r\theta} = 0$, πάνω στη διατομή του μοναδιαίου κύκλου. Έτσι, υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n και B_n και στην συνέχεια το τασικό πεδίο. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

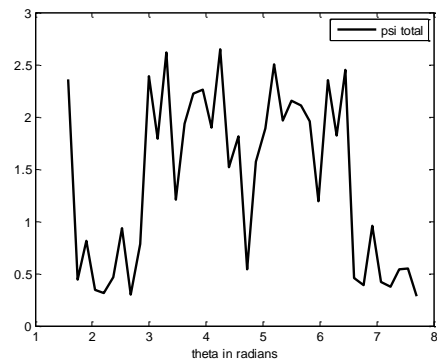
Στο (Σχ.5-9), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_s, \psi_{tot}$, ϕ_s , οι μετακινήσεις u_r, u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στην διατομή.



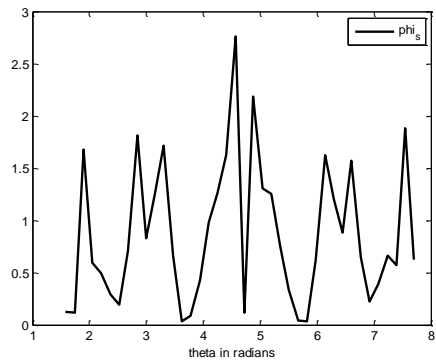
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_i του προσπίπτοντος κύματος SV



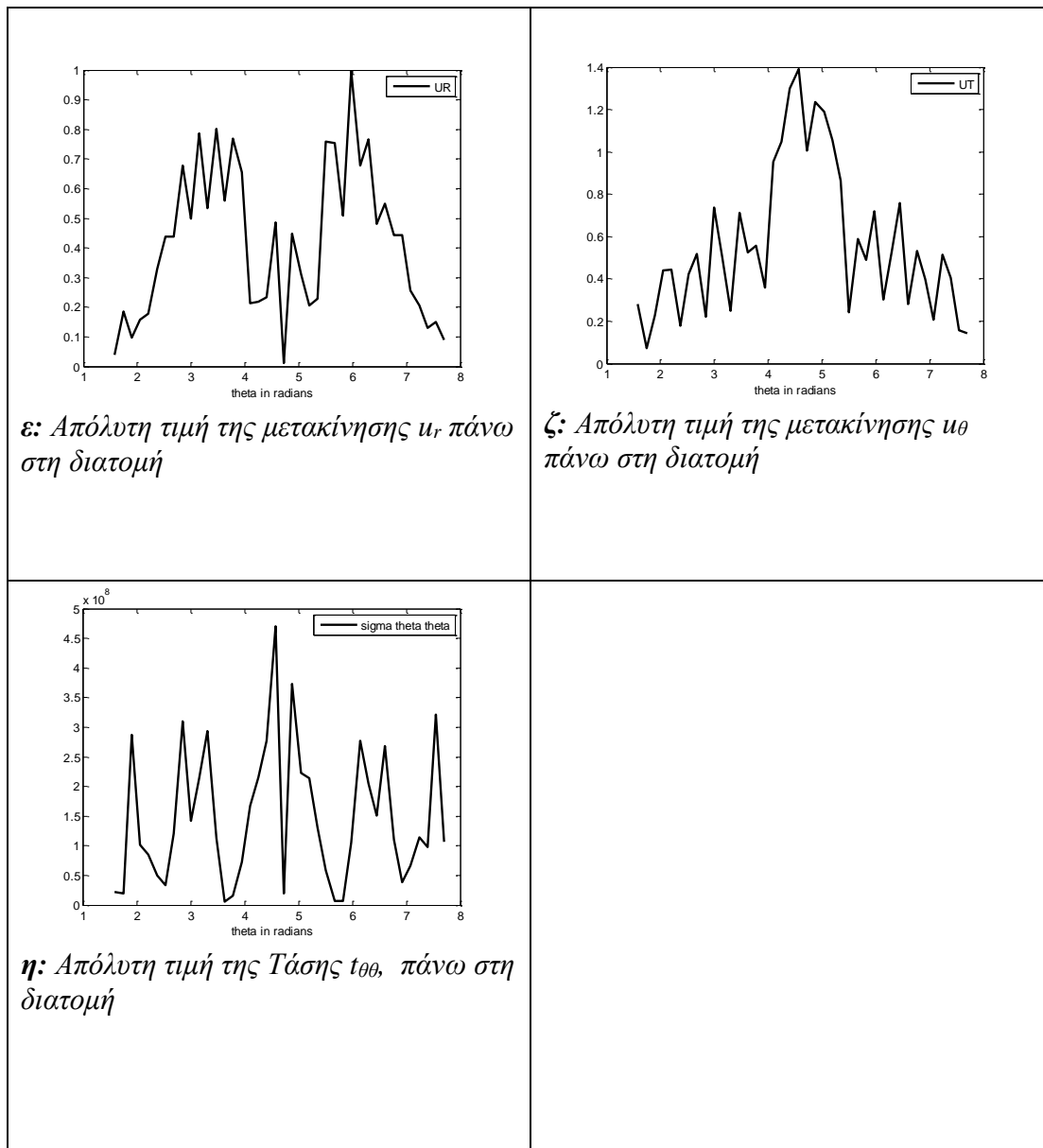
β: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_s του σκεδαζόμενου κύματος SV



γ: Απόλυτη τιμή του Συνολικού Κυματικού Δυναμικού ψ_{tot} του προσπίπτοντος κύματος SV



δ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_s του κύματος SV



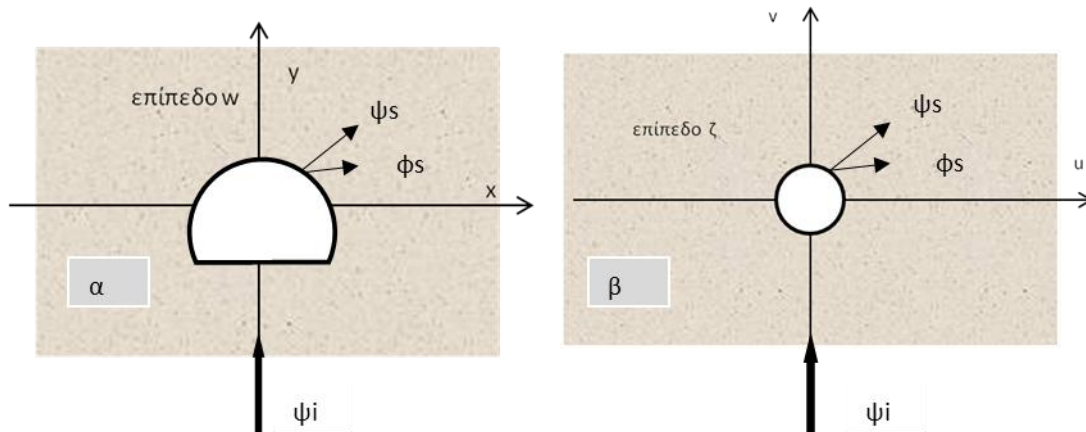
Σχ.5-9: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Τετραγωνική Οπή, στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.1.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε διατομή πεταλοειδούς σχήματος ύψους H και πλάτους W στο επίπεδο w, η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-10). Η συνάρτηση μετασχηματισμού που απεικονίζει το εξωτερικό της πεταλοειδούς οπής στο επίπεδο $w=(x+iy)$, στο εξωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου ζ , κεντροβαρικά δίδεται από τη (σχέση 3-13) του Κεφ.3:

$$w = f(\zeta) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} R e^{-\frac{ip_1}{4}}\right) \left(\zeta + \left(\frac{ib_1}{\zeta}\right)\right) + \left(\frac{a_2(1+i)}{\zeta^2}\right) + \left(\frac{a_3}{\zeta^3}\right), \quad (3-13) \quad \text{όπου: } \zeta = r e^{i\theta}, r = 1 \quad \text{και}$$

οι τιμές των συντελεστών R, a_3, b_1, a_2 βελτιστοποιούνται από τις αρχικές, με την ρουτίνα ελαχίστων τετραγώνων του μαθηματικού λογισμικού πακέτου MATLAB.



Σχ.5-10: Κύμα SV με κυματικό δυναμικό ψ_i που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή πεταλοειδούς σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου με βάση τη (σχέση 8), είναι $t_{rr}=t_{r\theta}=0$. Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$, δίδονται από τις (σχέσεις 5-7α, 5-7β & 5-6γ).

Αριθμητική Εφαρμογή

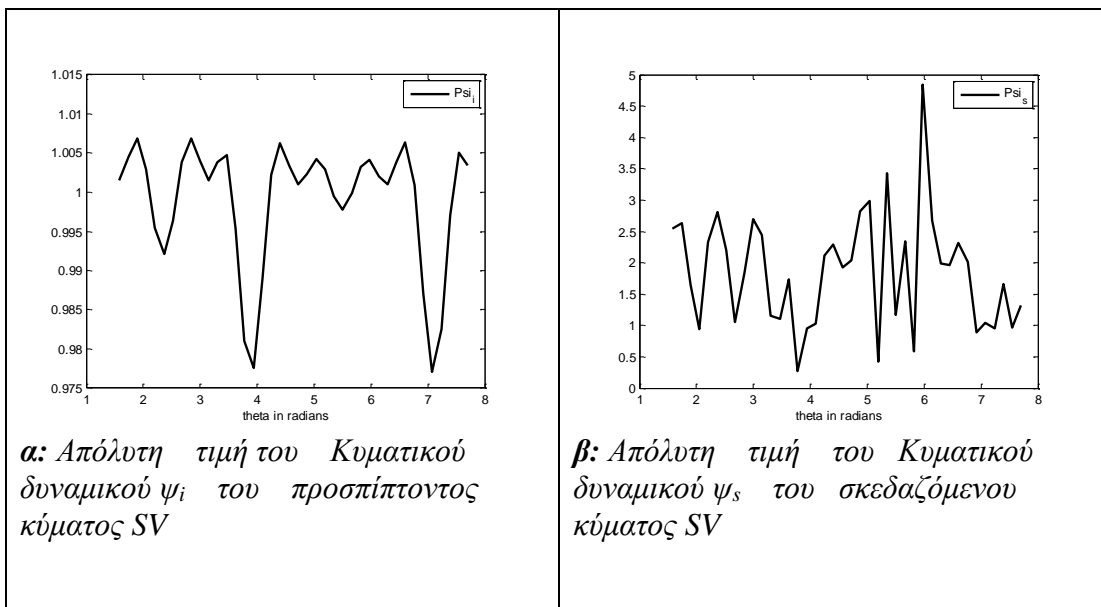
Θεωρούμε μια πεταλοειδή διατομή ύψους $H=7.72\mu$, και πλάτους $W=9.5\mu$ στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο, με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

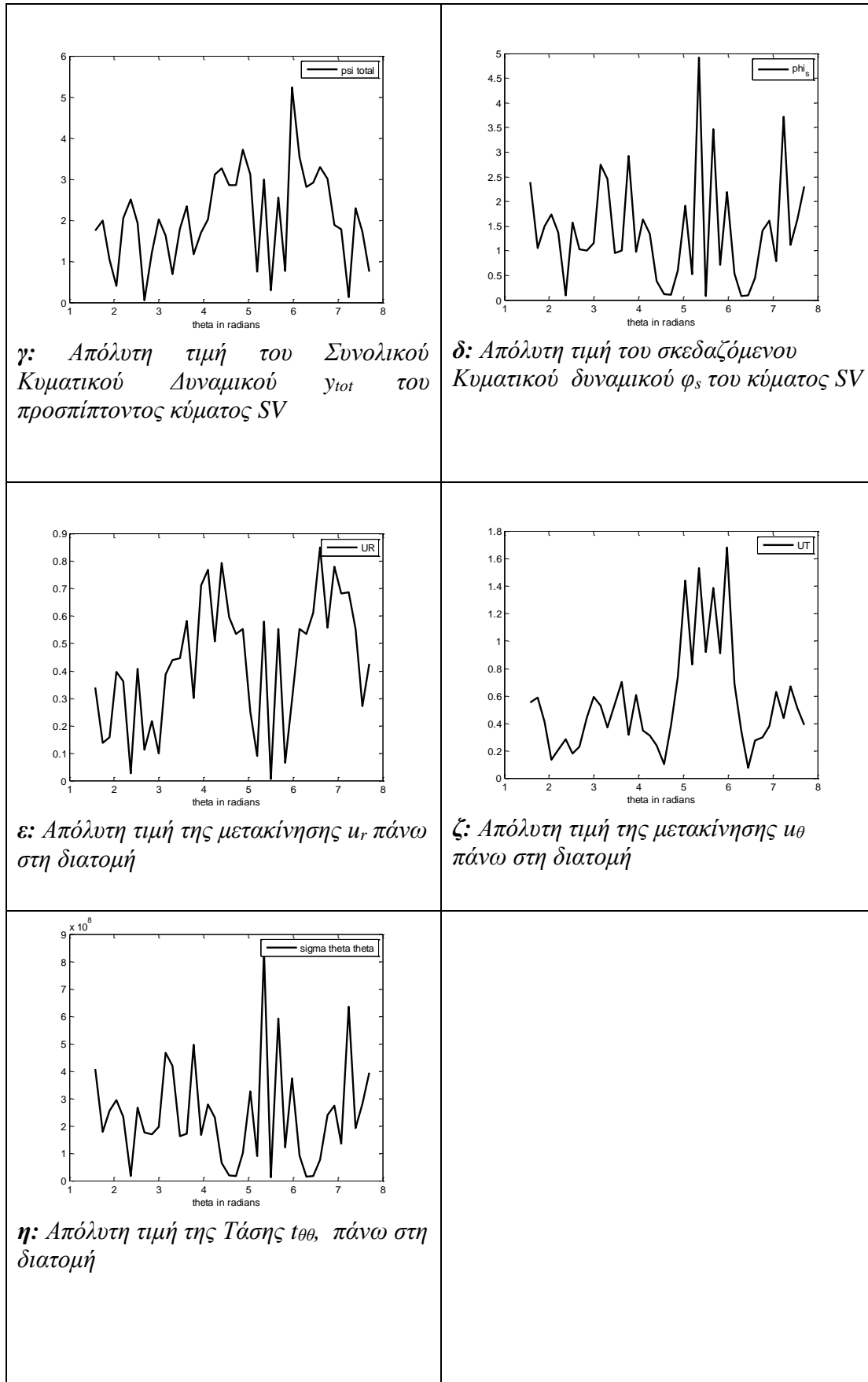
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-1). Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζεται αρχικά η συνάρτηση μετασχηματισμού (σχέση 3-13) του Κεφ.3. Οι τιμές των συντελεστών, οι οποίοι προσεγγίζουν καλύτερα το πραγματικό σχήμα, προκύπτουν μετά από βελτιστοποίηση με τη ρουτίνα ελαχίστων τετραγώνων του MATLAB : $b_1=0.104, a_2, =0.047, a_3=0.029, R=3.148133997$.

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου, εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες $t_{rr} = t_{r\theta} = 0$, πάνω στη διατομή του

μοναδιαίου κύκλου. Έτσι, υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n και B_n και στην συνέχεια το τασικό πεδίο. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-11) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_s, \psi_{tot}$, ϕ_s , οι μετακινήσεις u_r, u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στην διατομή.

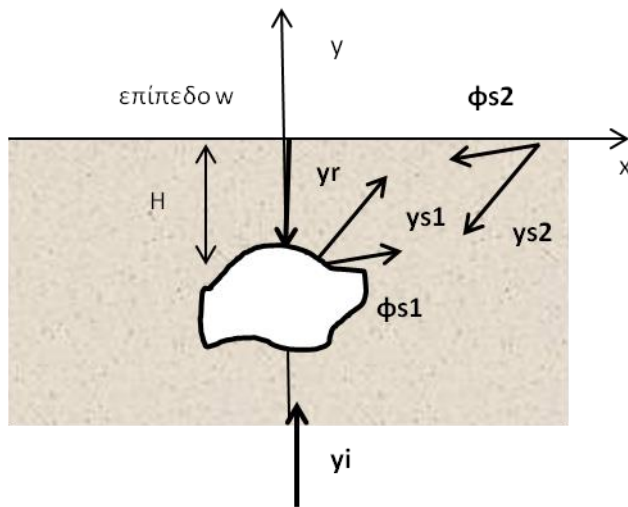




Σχ.5-11: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.2.Ανεπένδυτη Οπή στον Ημίχωρο-Περίπτωση «Χαλαρού Συνόρου»

Θεωρούμε διατομή τυχαίου σχήματος σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, στην οποία προσπίπτει κατακόρυφα διατμητικό κύμα τύπου SV, με κυματικό δυναμικό ψ_i στο επίπεδο w , όπως φαίνεται στο (Σχ.5-12). Το ανακλώμενο από την επιφάνεια κυματικό δυναμικό είναι το ψ_r . Στην διεπιφάνεια του Εδάφους και της διατομής του Υπογείου Έργου, τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά είναι αντίστοιχα τα ψ_{s1} και ϕ_{s1} . Αναλογικά τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την επιφάνεια του εδάφους είναι αντίστοιχα τα ψ_{s2} και ϕ_{s2} . Τα συνολικά κυματικά δυναμικά ψ & ϕ , που διέπουν το πρόβλημα δίδονται από τις κάτωθι σχέσεις :



Σχ.5-12: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή τυχαίου σχήματος σε βάθος H , από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο w και τα αντίστοιχα Κυματικά Δυναμικά

$$\phi = \phi_{s1} + \phi_{s2} \quad (5-9)$$

$$\psi = \psi_{i+r} + \psi_{s1} + \psi_{s2} \quad (5-10)$$

Επειδή η διάδοση των κυμάτων είναι κατακόρυφη το ανακλώμενο κυματικό δυναμικό $\phi_r=0$. Οι μετατοπίσεις και οι τάσεις σε όρους κυματικών δυναμικών ψ & ϕ , σε πολικές συντεταγμένες δίδονται από τις σχέσεις, (Achenbach, 1993),

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (5-11\alpha)$$

$$u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (5-11\beta)$$

$$t_{rr} = \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right] \quad (5-12\alpha)$$

$$t_{r\theta} = \mu \left\{ 2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right] \right\} \quad (5-12\beta)$$

$$t_{\theta\theta} = \lambda \nabla^2 \varphi + \frac{2\mu}{r} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} \right] \quad (5-12\gamma)$$

Οι συνοριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα είναι οι κάτωθι:

1. Στην διεπιφάνεια του Εδάφους και της διατομής του Υπογείου Έργου στο επίπεδο ζ, ισχύει:

$$t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0 \quad (5-13)$$

2. Στην ελεύθερη επιφάνεια στο επίπεδο ζ, ισχύει:

$$t_{r2r2} = t_{r2\theta2} = 0 \quad (5-14)$$

Η εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης (5-14) πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια θεωρείται ένα από τα πιο δύσκολα προβλήματα της φυσικής, (Lin et al., 2010). Η μέχρι τώρα έρευνα έχει αντιμετωπίσει το πρόβλημα προσεγγιστικά. Η προτεινόμενη μεθοδολογία αξιοποιεί τις σύμμορφες απεικονίσεις προκειμένου να επιλυθεί το πρόβλημα της εφαρμογής των συνοριακών συνθηκών στην ελεύθερη επιφάνεια, (σχέση 5-14), ακριβώς και όχι προσεγγιστικά. Πριν αναπτύξουμε την μεθοδολογία, παραθέτουμε μια απλοποιημένη παραδοχή αυτή του Χαλαρού Συνόρου, όπως αναλύεται στη συνέχεια:

Θεωρούμε διατομή τυχαίου σχήματος σε βάθος από την επιφάνεια του εδάφους H, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV, στο επίπεδο w, όπως φαίνεται στο (Σχ.5-12).

Για τον υπολογισμό των Κυματικών Δυναμικών, θεωρούμε την απλοποιημένη παραδοχή, ότι τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους

$$\psi_{s2} = \varphi_{s2} = 0 \quad (5-15)$$

Έτσι το πρόβλημα του Ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα Πλήρους χώρου, διότι η μόνη συνοριακή συνθήκη που διέπει το πρόβλημα είναι η (5-13) και συγκεκριμένα ισχύει: $t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0$ στην διεπιφάνεια του Εδάφους και της διατομής του Υπογείου Έργου, στο επίπεδο ζ. Τα συνολικά κυματικά δυναμικά ψ & φ , που διέπουν το πρόβλημα δίδονται από τις κάτωθι σχέσεις :

$$\varphi = \varphi_{s1} \quad (5-16)$$

$$\psi = \psi_{i+r} + \psi_{s1} \quad (5-17)$$

Έστω $\omega(\zeta)$, η συνάρτηση απεικόνισης η οποία απεικονίζει την διατομή του τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w, στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ, κεντροβαρικά, σύμφωνα με τις σχέσεις που αναλύθηκαν διεξοδικά στο Κεφ.3.1. Οι σχέσεις που υπολογίζουν τις μετατοπίσεις και τις τάσεις στο επίπεδο ζ, συναρτήσει της $\omega(\zeta)$, δίνονται από τις κάτωθι σχέσεις μετά από αντικατάσταση:

$$u_r = \frac{\zeta}{r} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi + i\Psi)}{\partial\zeta} + \frac{\bar{\zeta}}{r} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi - i\Psi)}{\partial\bar{\zeta}} \quad (5-18\alpha)$$

$$u_\theta = \frac{-\zeta}{ir} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi + i\Psi)}{\partial\zeta} + \frac{\bar{\zeta}}{ir} \frac{1}{|w'(\zeta)|} \frac{\partial(\Phi - i\Psi)}{\partial\bar{\zeta}} \quad (5-18\beta)$$

$$t_{rr} = -k_a^2(\lambda + \mu)\varphi + \frac{1}{r^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial\zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi+i\psi)}{\partial\zeta} \right) \right] + \left[\frac{1}{r^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial\bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi-i\psi)}{\partial\bar{\zeta}} \right) \right) \right] \quad (5-19\alpha)$$

$$t_{r\theta} = -\frac{1}{ir^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial\zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi+i\psi)}{\partial\zeta} \right) \right] + \left[\frac{1}{ir^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial\bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi-i\psi)}{\partial\bar{\zeta}} \right) \right) \right] \quad (5-19\beta)$$

$$t_{\theta\theta} = -k_a^2(\lambda + \mu)\varphi - \frac{1}{r^2} \frac{2\mu\zeta^2}{w'(\zeta)} \left[\frac{\partial}{\partial\zeta} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi+i\psi)}{\partial\zeta} \right) \right] - \left[\frac{1}{r^2} \frac{2\mu\bar{\zeta}^2}{w'(\zeta)} \left(\frac{\partial}{\partial\bar{\zeta}} \left(\frac{1}{w'(\zeta)} \frac{\partial(\varphi-i\psi)}{\partial\bar{\zeta}} \right) \right) \right] \quad (5-19\gamma)$$

Όπου λ και μ οι σταθερές του Lamé και k_a ο κυματικός αριθμός για τα κύματα P.

Τα κυματικά δυναμικά μετά από ανάπτυξη σε σειρές Bessel-Fourier και Hankel-Fourier δίδονται από τις σχέσεις :

Το προσπίπτον και το ανακλώμενο κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} , δίδεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \psi_{i+r} = & |\psi_0| e^{ik_b h} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_{bm} |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) + \\ & + |\psi_0| e^{-ik_b h} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(k_{bm} |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \end{aligned} \quad (5-20)$$

Όπου $|y_0|=1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

Αντίστοιχα, τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά στη διεπιφάνεια του Εδάφους και στη διατομή του Υπογείου Έργου, ψ_{s1} και φ_{s1} , δίδονται από τις σχέσεις:

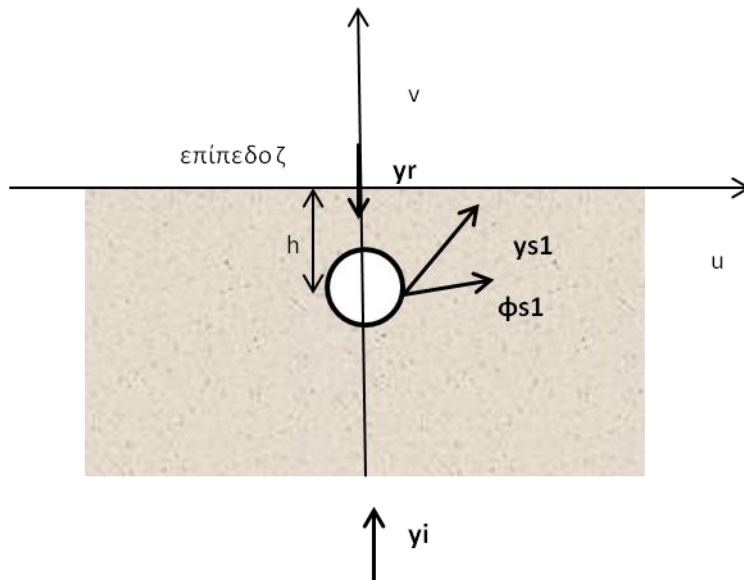
$$\psi_{s1} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_b |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-21)$$

$$\varphi_{s1} = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_a |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-22)$$

Εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες $t_{r1r1}=t_{r1\theta1}=0$, στις (σχέσεις 5-19α & 5-19β), προκύπτει ένα Σύστημα εξισώσεων μετά την επίλυση του οποίου, υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n & B_n και συνεπώς τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη (u_r , u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$), βάσει των (σχέσεων 5-18α, 5-18β & 5-19γ). Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|y_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

5.2.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας r , σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους. Θεωρούμε συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-13).



Σχ.5-13: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή κυκλικού σχήματος μοναδιαίας ακτίνας σε βάθος h , από την επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο ζ και τα αντίστοιχα Κυματικά Δυναμικά

Με την απλοποιημένη παραδοχή της (σχέσης 5-15), όπου τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους $\psi_{s2} = \varphi_{s2} = 0$, το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV κατακορύφως διαδιδόμενων με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} .

Όπως αναλύθηκε ανωτέρω, μετά από την επίλυση του συστήματος, υπολογίζονται οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

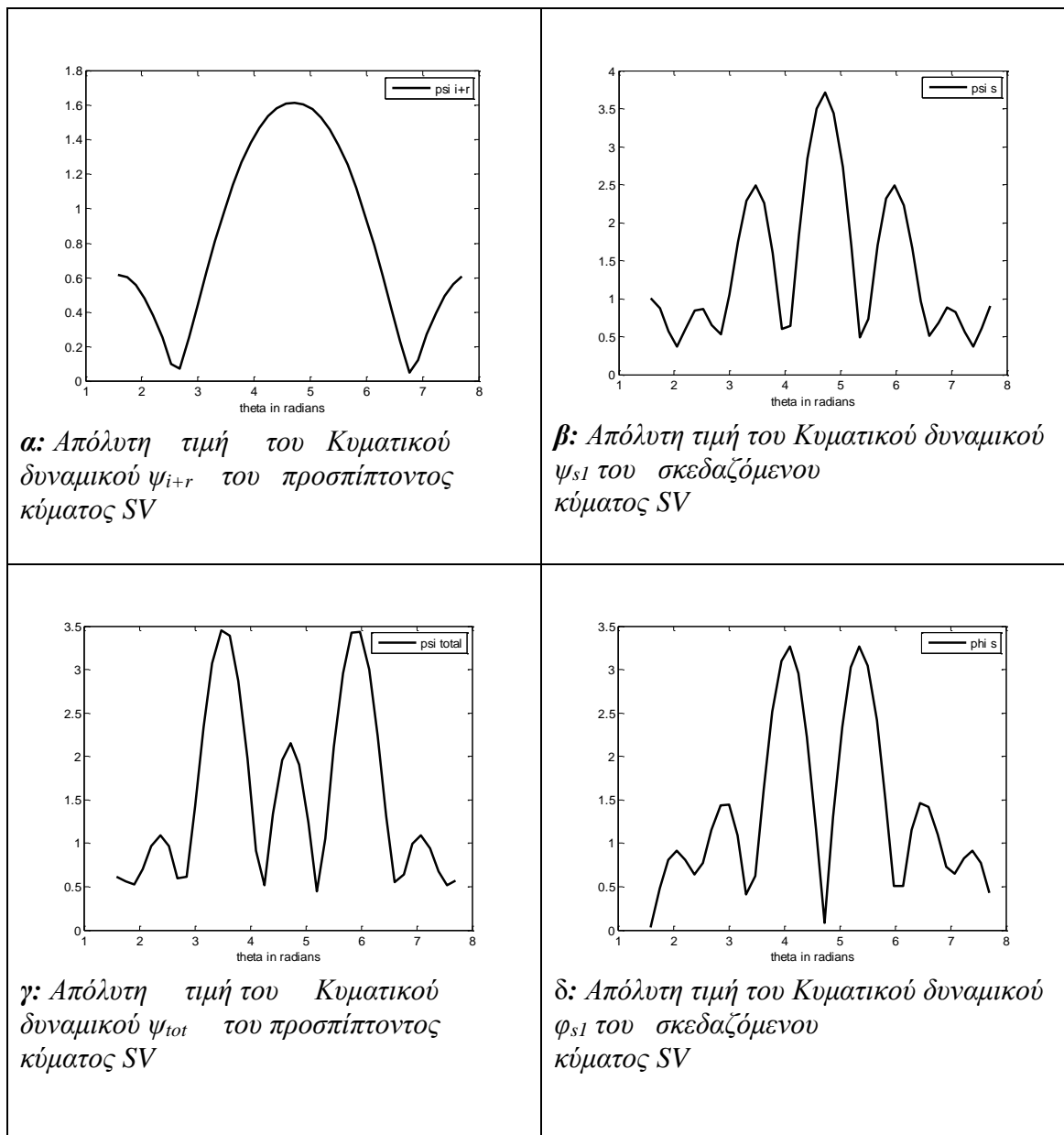
Αριθμητική Εφαρμογή

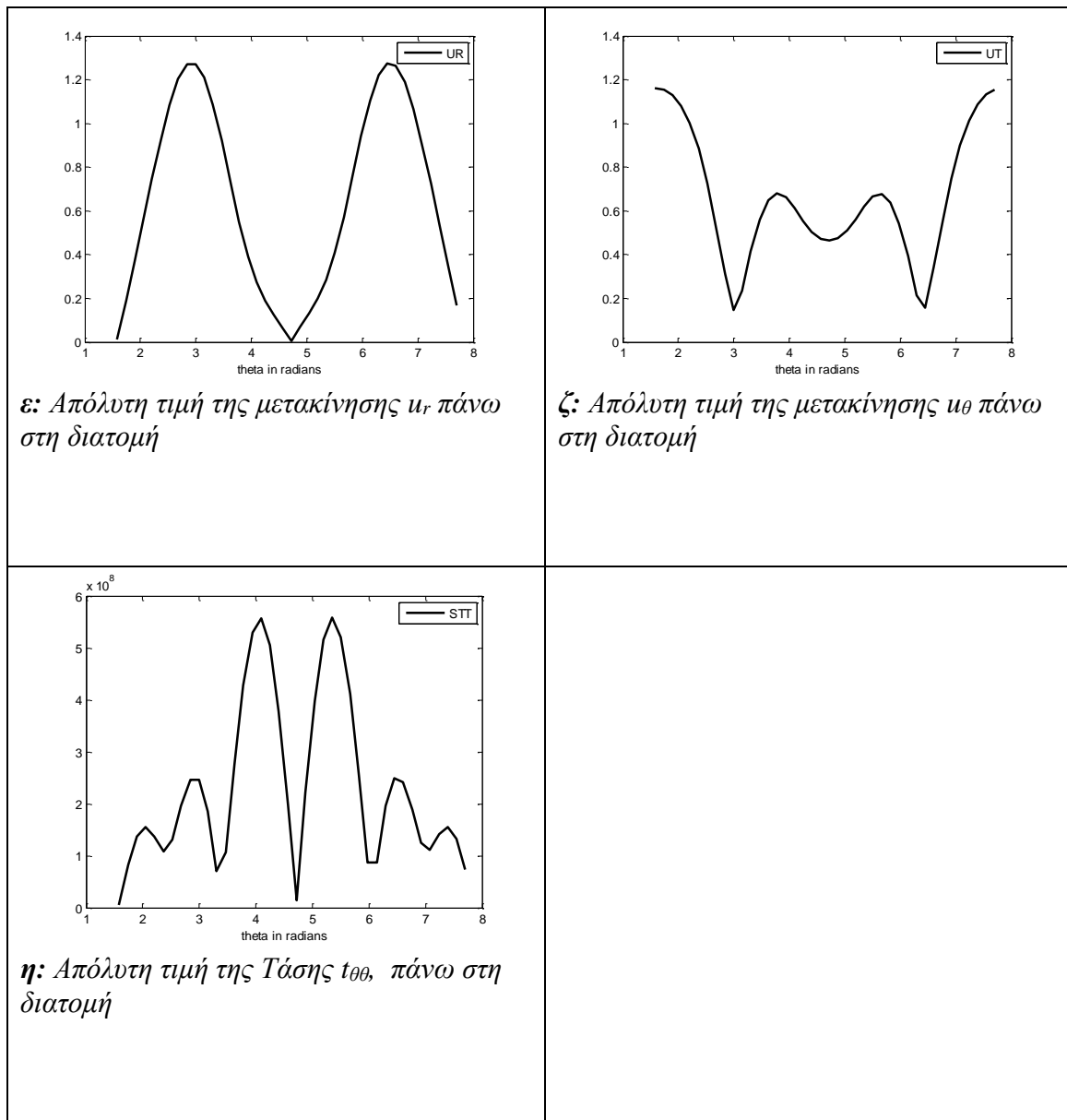
Θεωρούμε κυκλική οπή με ακτίνα $r=1\mu.$, που βρίσκεται σε βάθος $h=2\mu.$ από την επιφάνεια του εδάφους, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV, με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$

Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , ϕ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-14), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , ϕ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

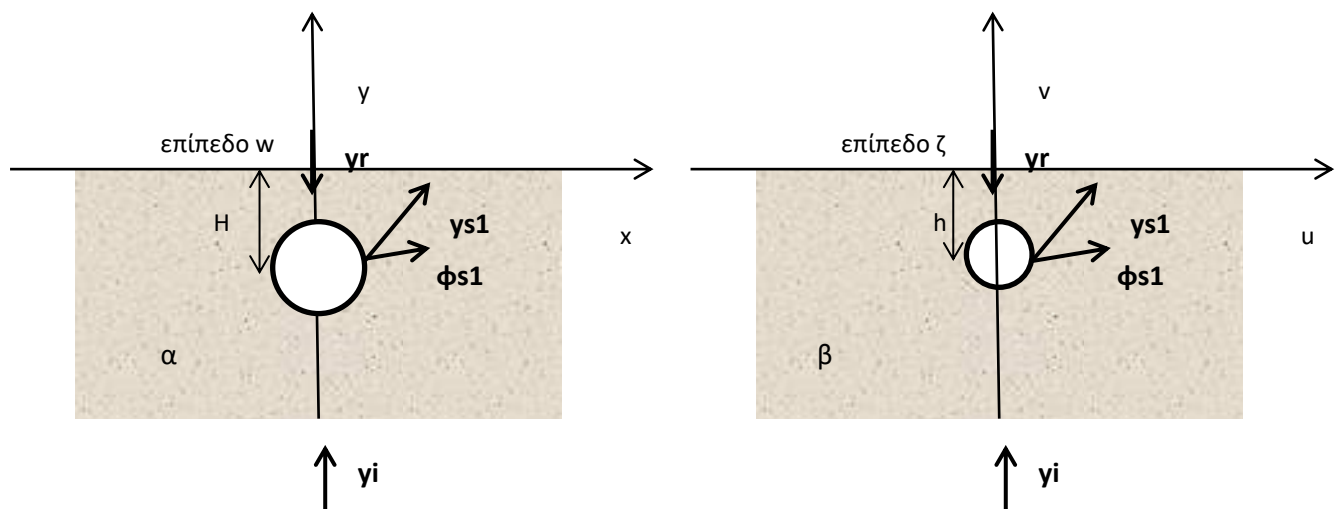




Σχ.5-14: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.2.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας R , σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους. Θεωρούμε συνθήκες ημίχωρου (half space), βλέπε (Σχ.5-15). Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3., §3.2.1.) το συγκεκριμένο σχήμα στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , ο οποίος βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h ». Το «ισοδύναμο βάθος h » προκύπτει μετά από την επίλυση της (εξίσωσης 3-16) του Κεφ.3.



Σχ.5-15: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή κυκλικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου σε «ισοδύναμο βάθος h » στο επίπεδο ζ (β) καθώς και τα Κυματικά Δυναμικά.

Με την απλοποιημένη παραδοχή της (σχέσης 5-15), όπου τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους $\psi_{s2} = \varphi_{s2} = 0$, το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV κατακορύφως διαδιδόμενων με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} .

Όπως αναλύθηκε ανωτέρω, μετά από την επίλυση του συστήματος, υπολογίζονται οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

Αριθμητική Εφαρμογή

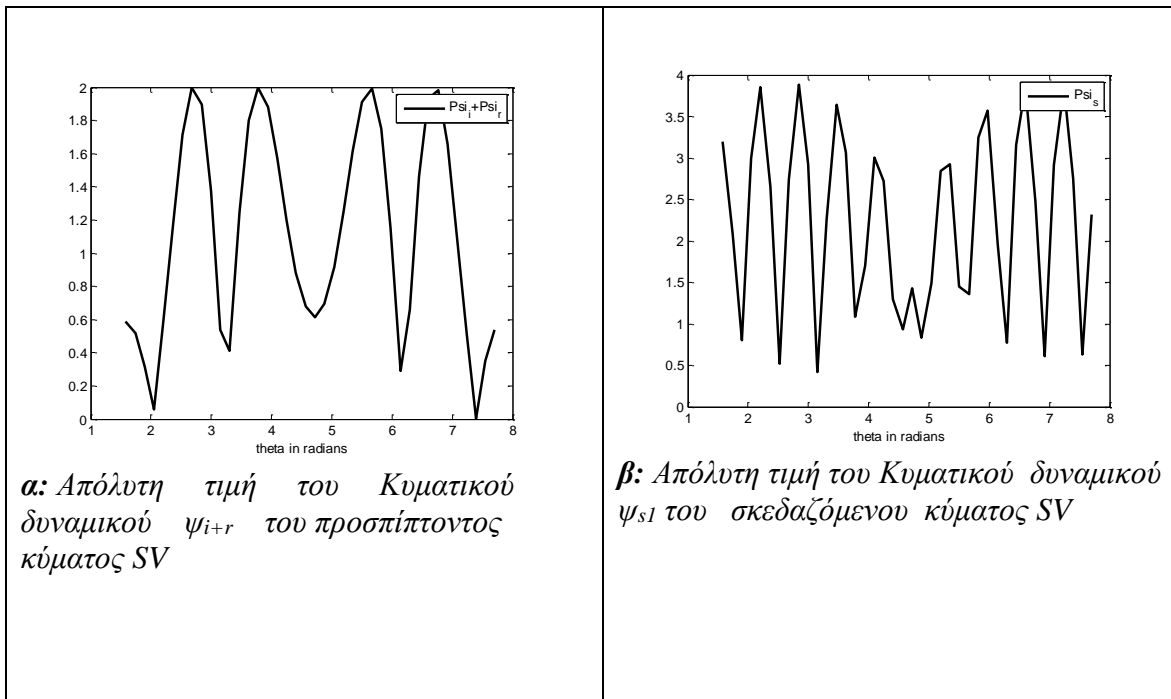
Θεωρούμε κυκλική οπή με ακτίνα $R=5\mu$, η οποία βρίσκεται σε βάθος $H=10\mu$ στο επίπεδο w και προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV, με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$. Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3., §3.2.1.), το συγκεκριμένο σχήμα στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , ο οποίος βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h ».

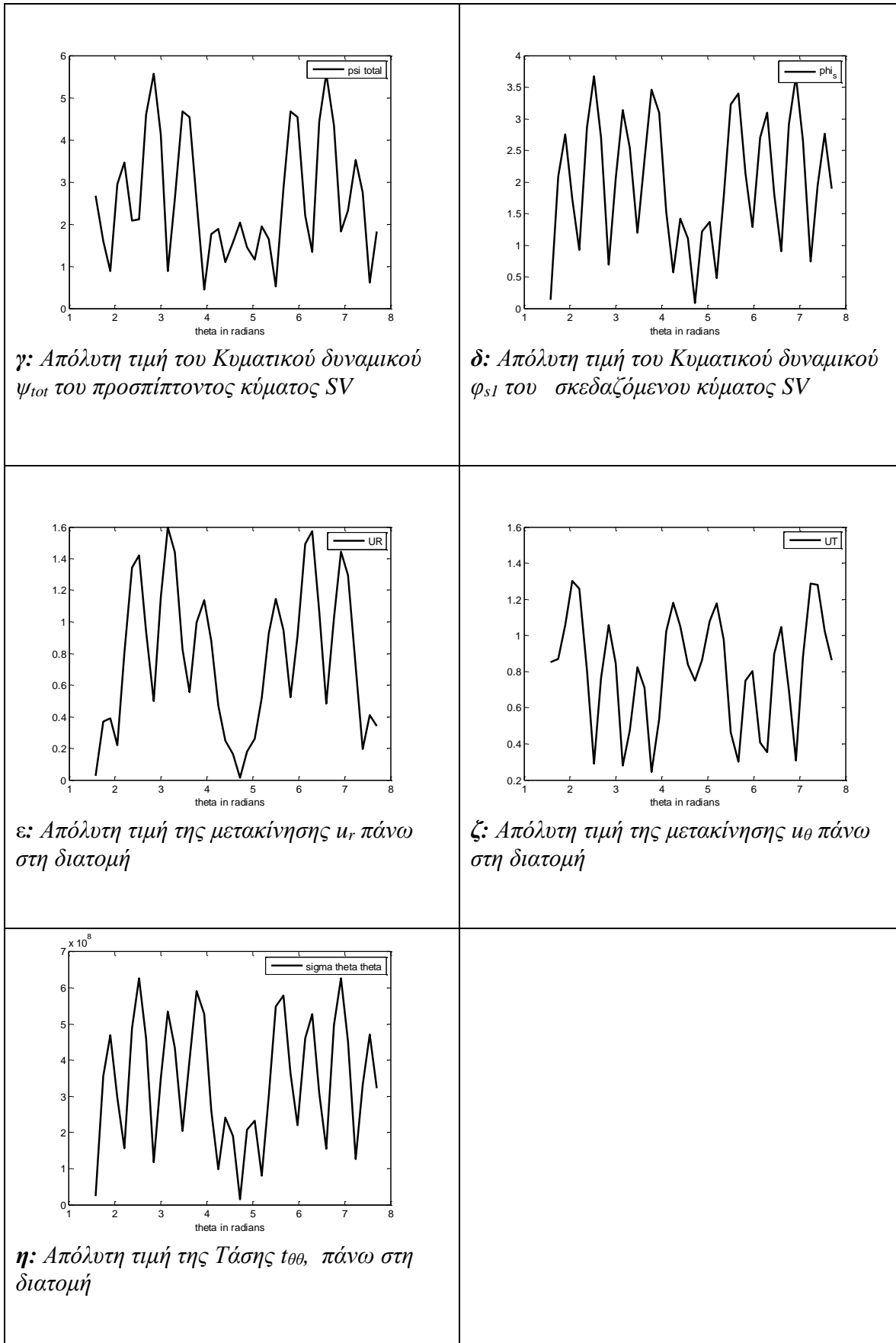
Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

Με την βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε καταρχήν το «ισοδύναμο βάθος h », το οποίο στην περίπτωση της κυκλικής οπής με ακτίνα $R=5\mu$, είναι 2μ .

Στη συνέχεια επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , φ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-16), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , φ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

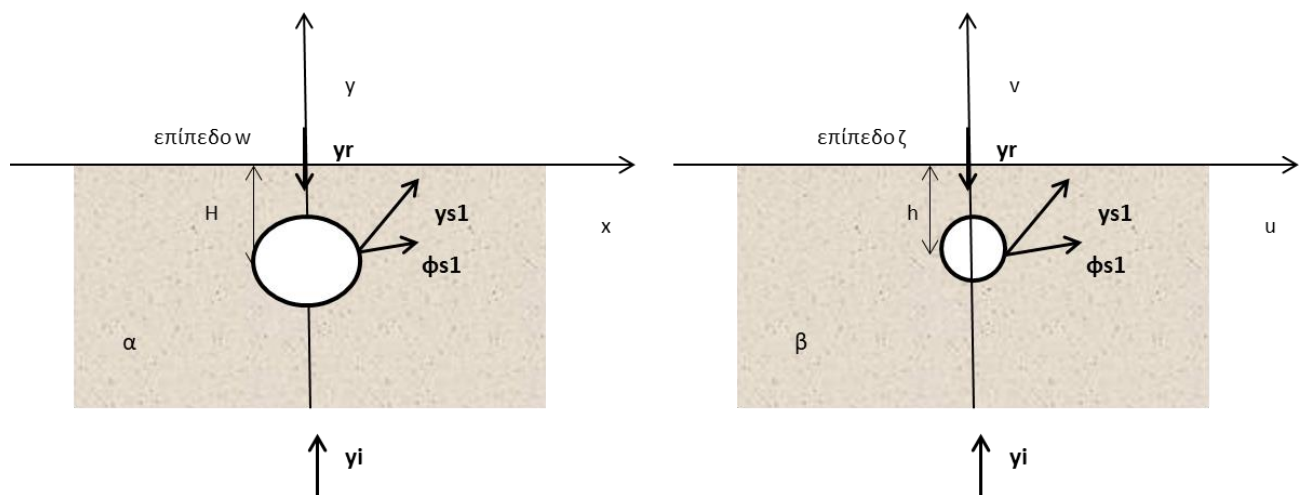




Σχ.5-16: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.2.3.Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε ελλειπτική οπή, με ημιάξονες a και b σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους. Θεωρούμε συνθήκες ημίχωρου (half space), βλέπε (Σχ.5-17). Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.,§3.2.2.), το συγκεκριμένο σχήμα στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , ο οποίος βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h ». Το «ισοδύναμο βάθος h » προκύπτει μετά από την επίλυση της (εξίσωσης 3-18) του Κεφ.3.



Σχ.5-17: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή ελλειπτικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου σε «ισοδύναμο βάθος h » στο επίπεδο ζ (β) καθώς και τα Κυματικά Δυναμικά.

Με την απλοποιημένη παραδοχή της (σχέσης 5-15), όπου τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους $\psi_{s2} = \varphi_{s2} = 0$, το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV κατακορύφως διαδιδόμενων με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} .

Όπως αναλύθηκε ανωτέρω, μετά από την επίλυση του συστήματος υπολογίζονται οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

Αριθμητική Εφαρμογή

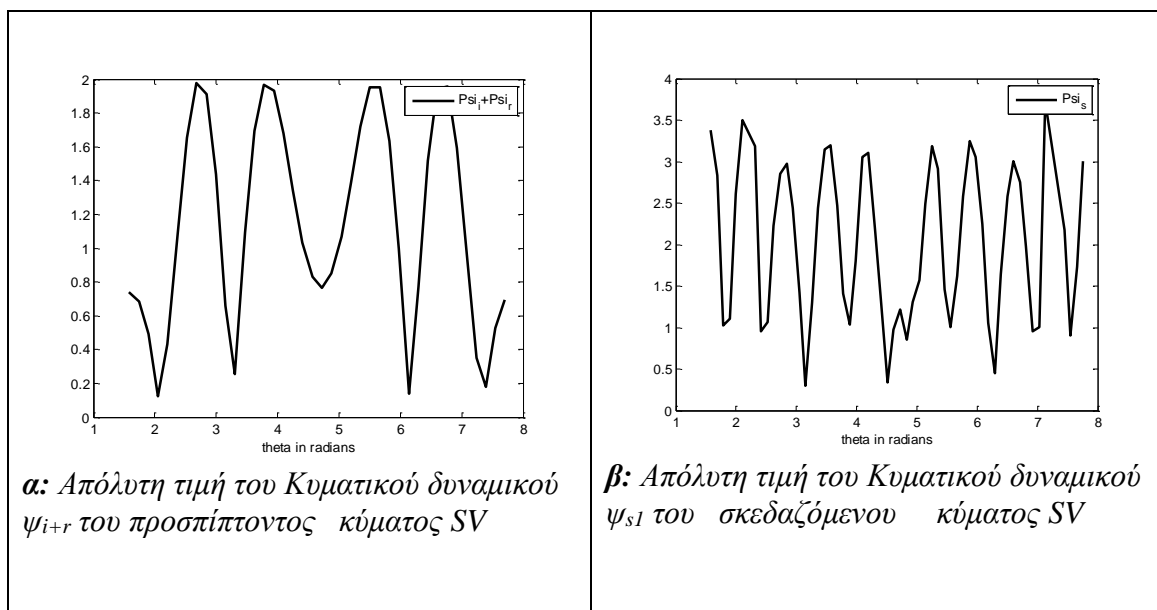
Θεωρούμε οπή ελλειπτικού σχήματος με ημιάξονες $a=6\mu$ & $b=5\mu$., η οποία βρίσκεται σε βάθος $H=10\mu$. στο επίπεδο w και προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV, με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec. Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.,§3.2.2.), το συγκεκριμένο σχήμα στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται σε

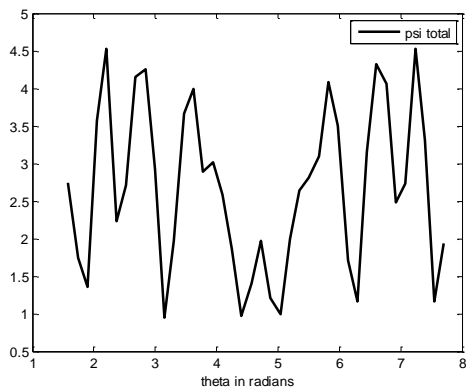
μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ, ο οποίος βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h». Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

Με την βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε καταρχήν το «ισοδύναμο βάθος h», το οποίο στην περίπτωση της ελλειπτικής διατομής, είναι 1.86μ.

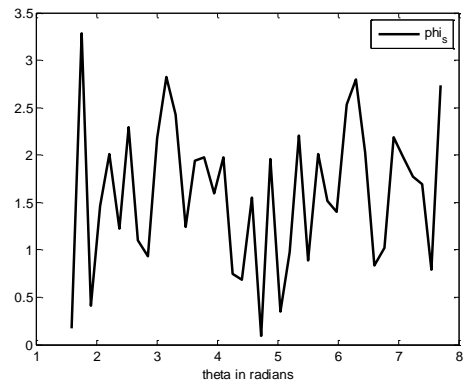
Στη συνέχεια επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , φ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-18), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , φ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

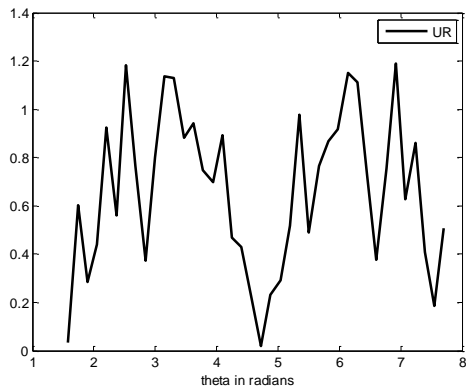




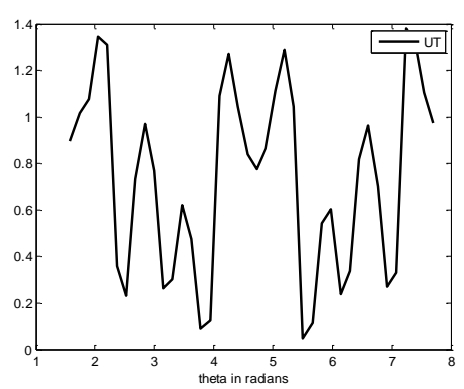
γ: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_{tot} του προσπίπτοντος κύματος SV



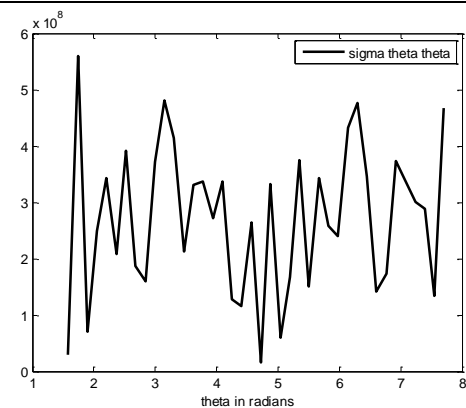
δ: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ϕ_{s1} του σκεδαζόμενου κύματος SV



ε: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διατομή



ζ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_{θ} πάνω στη διατομή

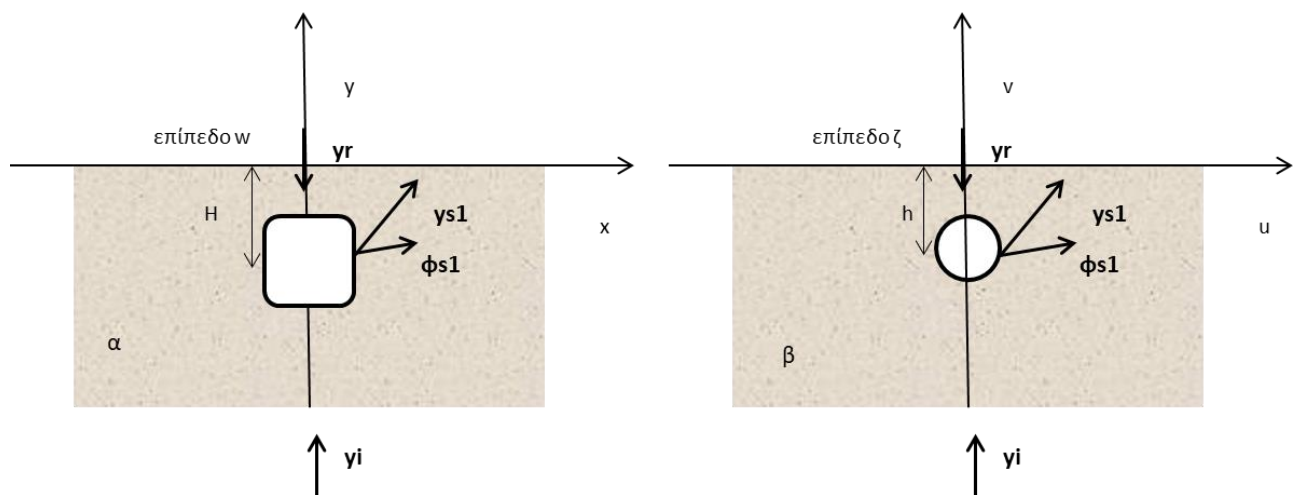


η: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διατομή

Σχ.5-18: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε *Ελλειπτική Οπή*, σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.2.4. Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε τετραγωνική οπή με πλευρά a_{sq} , σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους. Θεωρούμε συνθήκες ημίχωρου (half space), βλέπε (Σχ.5-19). Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.,§3.2.3.) το συγκεκριμένο σχήμα στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , ο οποίος βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h ». Το «ισοδύναμο βάθος h », προκύπτει από επίλυση της (εξίσωσης 3-20), του Κεφ.3.



Σχ.5-19: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή τετραγωνικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου σε «ισοδύναμο βάθος h » στο επίπεδο ζ (β) καθώς και τα Κυματικά Δυναμικά.

Με την απλοποιημένη παραδοχή της (σχέσης 5-15), όπου τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους $\psi_{s2} = \varphi_{s2} = 0$, το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV κατακορύφως διαδιδόμενων με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} .

Όπως αναλύθηκε ανωτέρω, μετά από την επίλυση του συστήματος υπολογίζονται οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

Αριθμητική Εφαρμογή

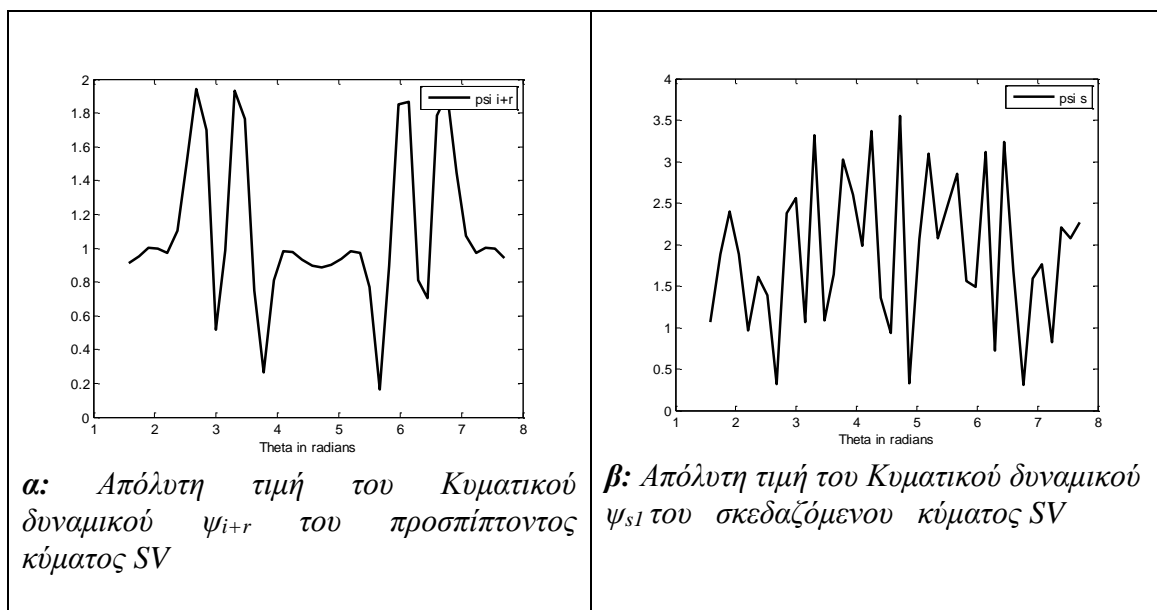
Θεωρούμε οπή τετραγωνικού σχήματος με πλευρά $a_{sq} = 10\mu.$, η οποία βρίσκεται σε βάθος $H = 10\mu.$ στο επίπεδο w και προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV , με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega = 251.32 \text{ rad/sec}$. Όπως αναλύθηκε στο

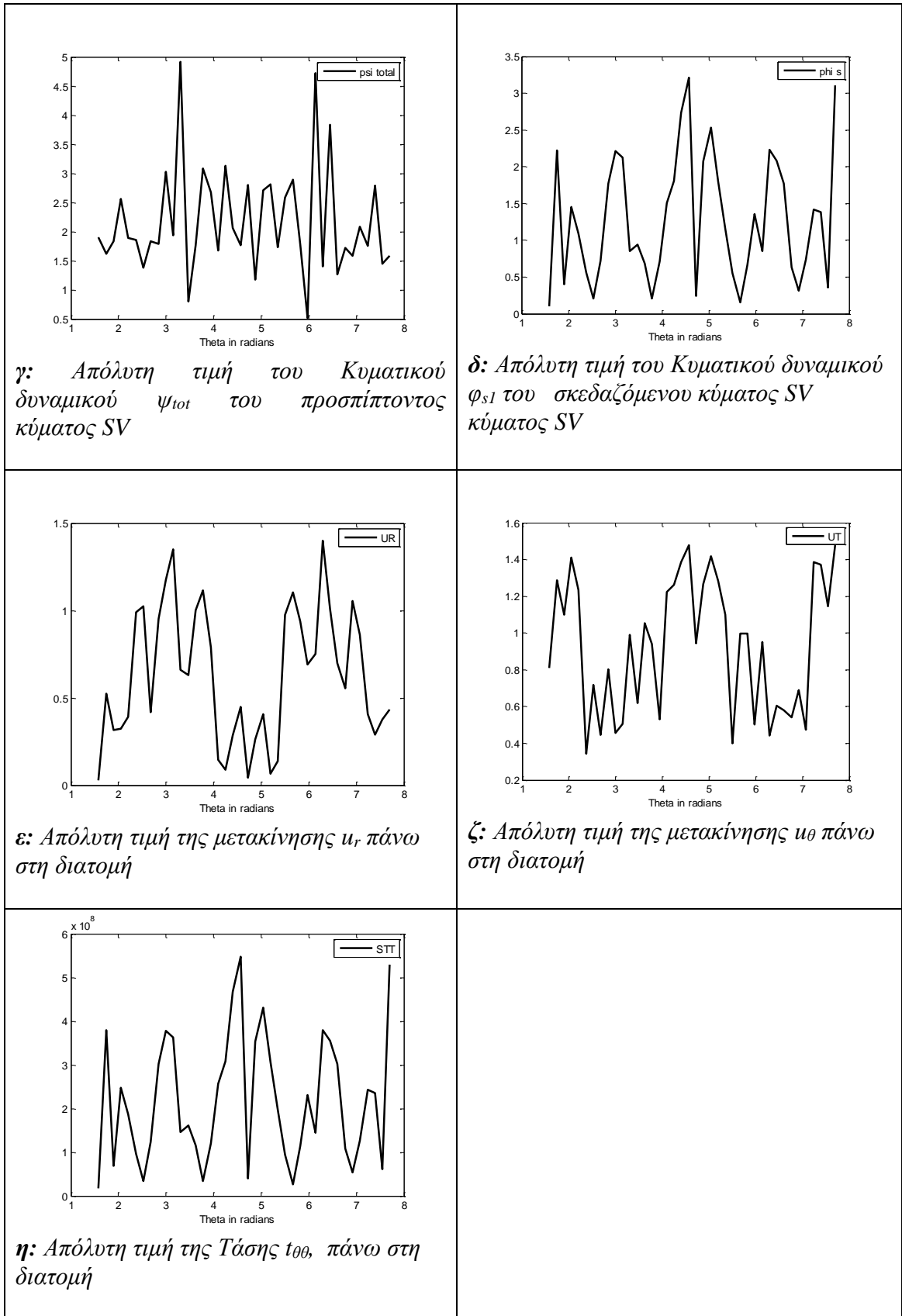
(Κεφ.3.§3.2.3.), το συγκεκριμένο σχήμα στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ , ο οποίος βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h ».

Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1). Με την βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε καταρχήν το «ισοδύναμο βάθος h », το οποίο στην περίπτωση της τετραγωνικής οπής, είναι 1.73μ .

Στη συνέχεια επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , φ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-20), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , φ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

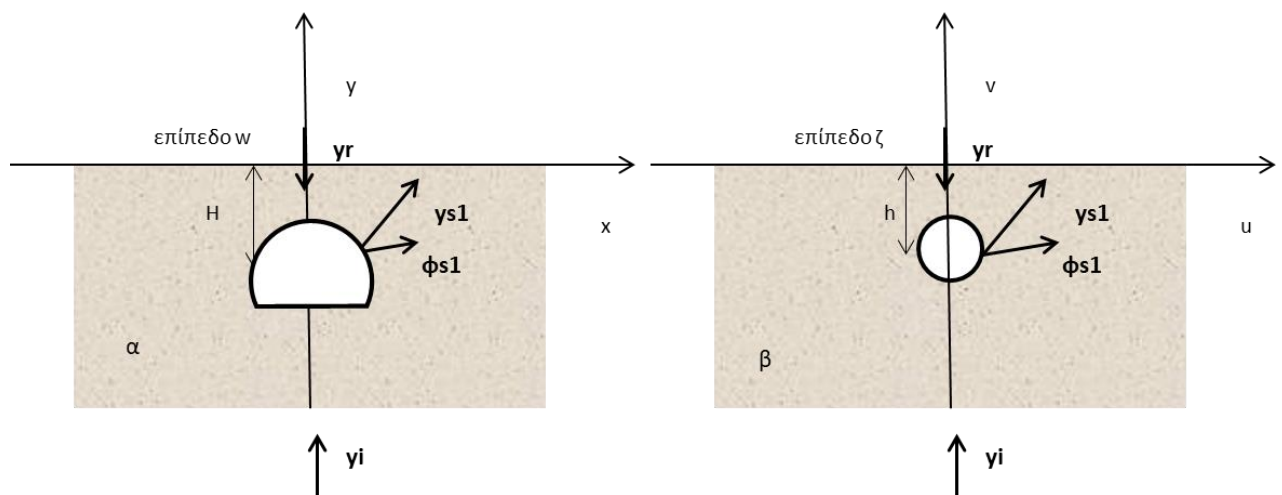




Σχ.5-20: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.2.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε οπή πεταλοειδούς σχήματος, σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους. Θεωρούμε συνθήκες ημίχωρου (half space), βλέπε (Σχ.5-21). Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.§3.2.4.), το συγκεκριμένο σχήμα στο επίπεδο w, μετασχηματίζεται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ, ο οποίος βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h». Το «ισοδύναμο βάθος h» προκύπτει μετά από επίλυση της (εξίσωσης 3-22) του Κεφ.3.



Σχ.5-21: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε διατομή πεταλοειδούς σχήματος σε βάθος H, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου σε «ισοδύναμο βάθος h» στο επίπεδο ζ(β) καθώς και τα Κυματικά Δυναμικά.

Με την απλοποιημένη παραδοχή της (σχέσης 5-15), όπου τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους $\psi_{s2} = \phi_{s2} = 0$, το πρόβλημα του ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα πλήρους χώρου, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV κατακορύφως διαδιδόμενων με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} .

Όπως αναλύθηκε ανωτέρω, μετά από την επίλυση του συστήματος υπολογίζονται οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και η τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

Αριθμητική Εφαρμογή

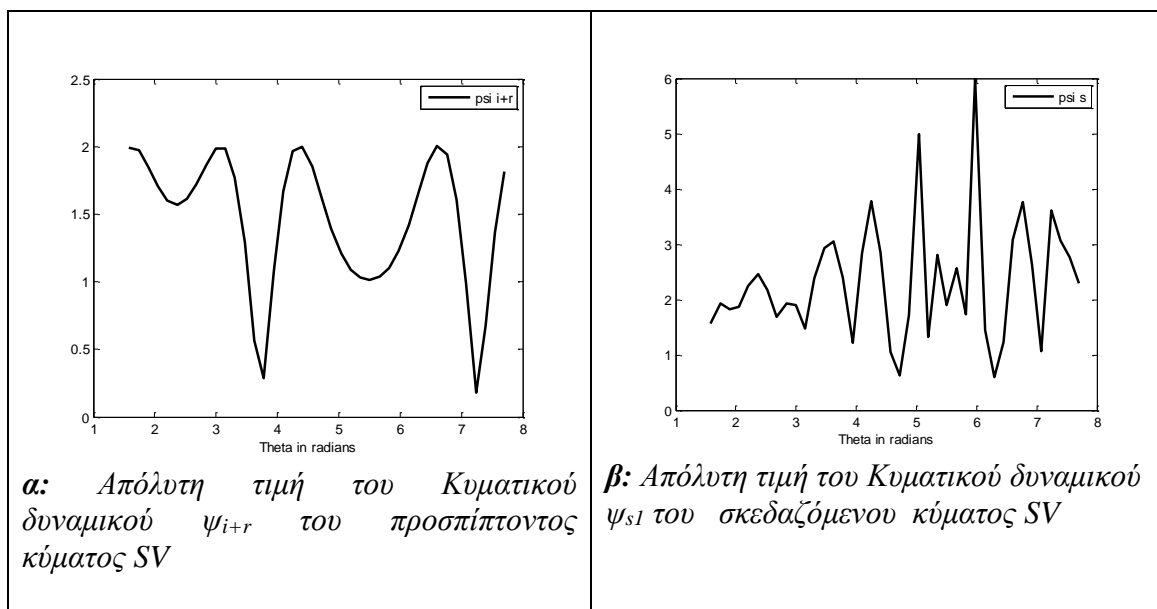
Θεωρούμε οπή πεταλοειδούς σχήματος με ύψος 7.72μ. & πλάτος 9.5μ. η οποία βρίσκεται σε βάθος $H=8.31\mu$ στο επίπεδο w και προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV, με κυματικό δυναμικό ψ_{i+r} κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec. Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.§3.2.4.), το συγκεκριμένο σχήμα στο επίπεδο w, μετασχηματίζεται σε

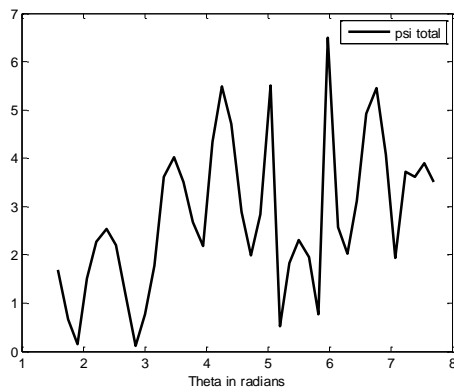
μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ, ο οποίος βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h». Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

Με την βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε καταρχήν το «ισοδύναμο βάθος h », το οποίο στην περίπτωση της πεταλοειδούς διατομής, είναι 1.90μ.

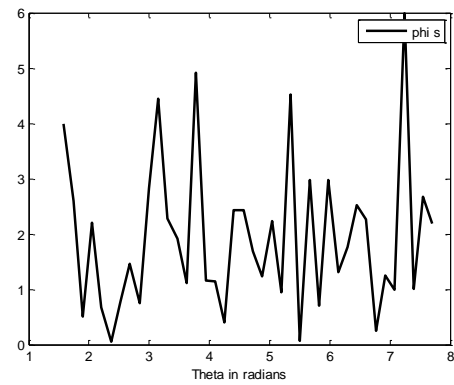
Στη συνέχεια επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , ϕ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-22), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , ψ_{s1} , ψ_{tot} , ϕ_{s1} , των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή.

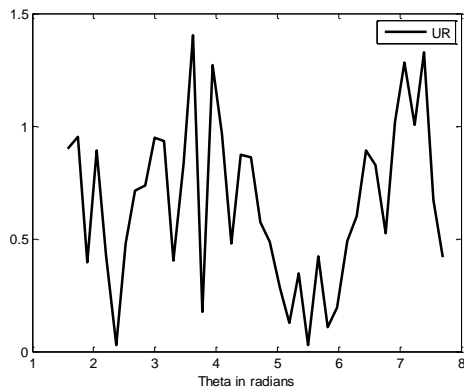




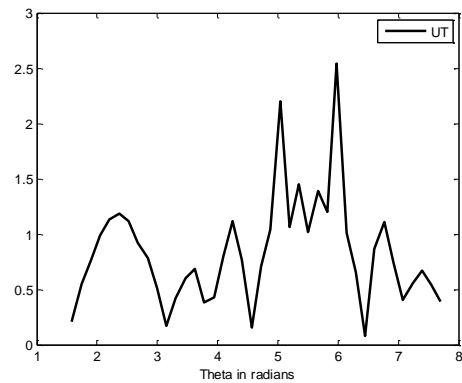
γ: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_{tot} του προσπίπτοντος κύματος SV



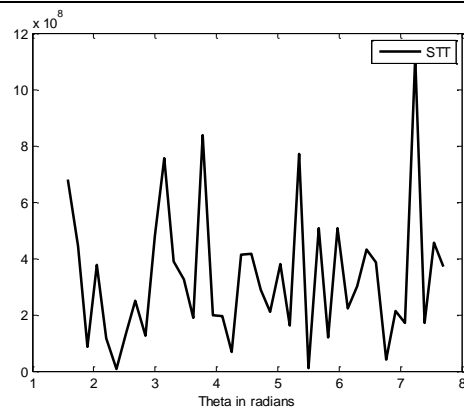
δ: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ϕ_{s1} του σκεδαζόμενου κύματος SV



ε: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διατομή



ζ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_{θ} πάνω στη διατομή

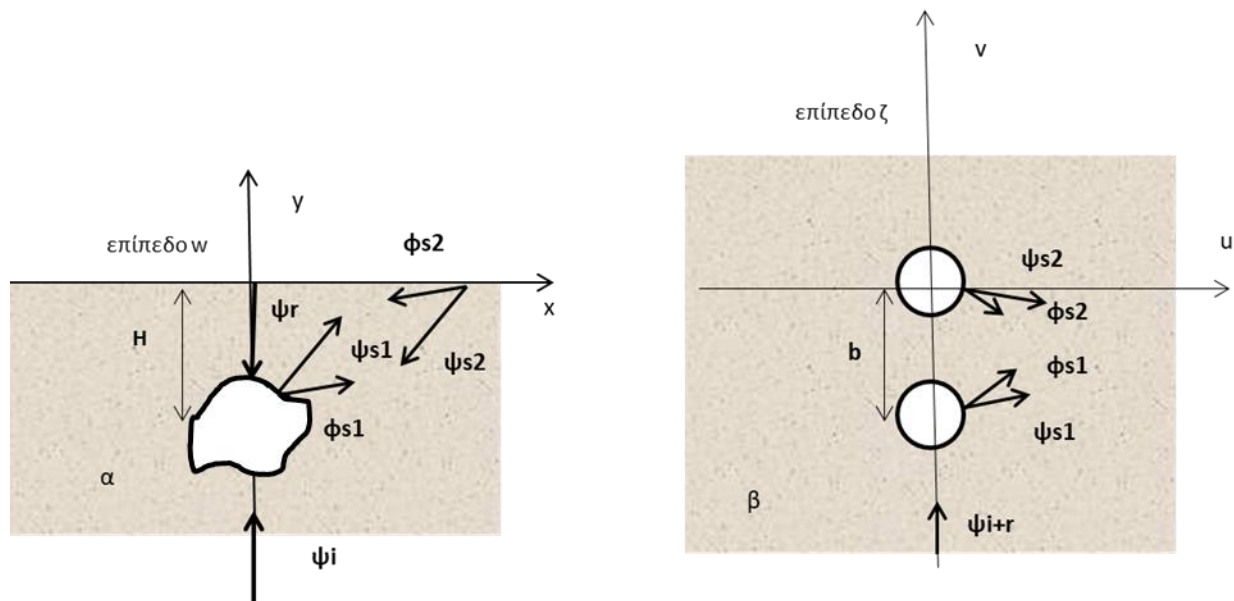


η: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διατομή

Σχ.5-22: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.3. Προτεινόμενη Αναλυτική Λύση για τον Ακριβή Υπολογισμό των Εντατικών Μεγεθών, Ανεπένδυτων διατομών διαφόρων σχημάτων, υπό σεισμική φόρτιση Διατμητικών Κυμάτων SV, σε βάθος H, από την επιφάνεια του εδάφους

Προκειμένου να εφαρμοστούν οι συνοριακές συνθήκες, με βάση τις (σχέσεις 5-13 & 5-14) που διέπουν το πρόβλημα, θεωρούμε τον μετασχηματισμό που προταθηκε και αναλύθηκε στο (Κεφ.3, §3.3.), ο οποίος μετασχηματίζει τον χώρο εκτός της διατομής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w, στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b, στο επίπεδο ζ, όπως φαίνεται στο (Σχ.5-23). Επισημαίνεται ότι για να εφαρμοστούν οι μετασχηματισμοί αυτοί, οι καμπύλες πρέπει να έχουν παραμετρική εξίσωση, όπως φαίνεται στα (Σχ. 2-3α & 2-3β) του Κεφ.2.



Σχ.5-23: Ημιεπίπεδο με διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w, σε βάθος H (α), σε δυο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν κατά b (β) καθώς και τα αντίστοιχα κυματικά δυναμικά που αντιστοιχούν σε Κύμα SV, που προσπίπτει κατακόρυφα

Οι Συνοριακές Συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα είναι οι εξής:

Συνοριακή Συνθήκη 1

Οι τάσεις $t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0$ πάνω στην διεπιφάνεια του Εδάφους στο επίπεδο ζ και της διατομής του Υπογείου Έργου είναι 0 .

$$t_{r1r1} = t_{r1\theta1} = 0 \tag{5-23}$$

Όπου r_1, r_2 οι ακτίνες των μοναδιαίων κύκλων στο επίπεδο ζ , οι οποίες αντιστοιχούν στην διατομή του Υπογείου Έργου στην ελεύθερη επιφάνεια αντίστοιχα.

Η εφαρμογή της πρώτης συνοριακής συνθήκης στη διατομή καταλήγει στις κάτωθι εξισώσεις:

$$\psi_i = |\psi_0| e^{ik_b b} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_b |w(\zeta_1)|) \left(\left(\frac{w(\zeta_1)}{|w(\zeta_1)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta_1)}{|w(\zeta_1)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-24)$$

$$\psi_r = |\psi_0| e^{-ik_b b} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(k_b |w(\zeta_1)|) \left(\left(\frac{w(\zeta_1)}{|w(\zeta_1)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta_1)}{|w(\zeta_1)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-25)$$

Όπου $|\psi_0| = 1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

$$\psi_{s1} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_b |w(\zeta_1)|) \left(\left(\frac{w(\zeta_1)}{|w(\zeta_1)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta_1)}{|w(\zeta_1)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-26)$$

$$\varphi_{s1} = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_a |w(\zeta_1)|) \left(\left(\frac{w(\zeta_1)}{|w(\zeta_1)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta_1)}{|w(\zeta_1)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-27)$$

$$\psi_{s2} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} D_n J_n(k_b |w(\zeta_2 f(\zeta_1))|) \left(\left(\frac{w(\zeta_2 f(\zeta_1))}{|w(\zeta_2 f(\zeta_1))|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta_2 f(\zeta_1))}{|w(\zeta_2 f(\zeta_1))|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-28)$$

$$\varphi_{s2} = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_n J_n(k_a |w(\zeta_2 f(\zeta_1))|) \left(\left(\frac{w(\zeta_2 f(\zeta_1))}{|w(\zeta_2 f(\zeta_1))|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta_2 f(\zeta_1))}{|w(\zeta_2 f(\zeta_1))|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-29)$$

Όπου

$$\zeta_1 = r_1 e^{i\theta}, \quad \zeta_2 f(\zeta_1) = \zeta_1 + ib, \quad \varepsilon_n = 1 \quad \varepsilon_n = 2 \text{ for } n \geq 2.$$

$$\varphi_{tot} = \varphi_{s1} + \varphi_{s2} \quad (5-30)$$

$$\psi_{tot} = \psi_i + \psi_r + \psi_{s1} + \psi_{s2} \quad (5-31)$$

Συνοριακή Συνθήκη 2

Οι τάσεις $t_{r2r2} = t_{r2\theta2} = 0$ πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους στο επίπεδο ζ , είναι 0

$$t_{r2r2} = t_{r2\theta2} = 0 \quad (5-32)$$

Όπου $r_{1,2}$ οι ακτίνες των μοναδιαίων κύκλων στο επίπεδο ζ , οι οποίες αντιστοιχούν στην διατομή του Υπογείου Έργου και στην ελεύθερη επιφάνεια αντίστοιχα.

Η εφαρμογή της δεύτερης συνοριακής συνθήκης στην ελεύθερη επιφάνεια καταλήγει στις κάτωθι εξισώσεις:

$$\psi_{s1} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_n(k_b |w(\zeta_1 f(\zeta_2))|) \left(\left(\frac{w(\zeta_1 f(\zeta_2))}{|w(\zeta_1 f(\zeta_2))|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta_1 f(\zeta_2))}{|w(\zeta_1 f(\zeta_2))|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-33)$$

$$\varphi_{s1} = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} B_n J_n(k_a |w(\zeta_1 f(\zeta_2))|) \left(\left(\frac{w(\zeta_1 f(\zeta_2))}{|w(\zeta_1 f(\zeta_2))|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta_1 f(\zeta_2))}{|w(\zeta_1 f(\zeta_2))|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-34)$$

$$\psi_{s2} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} D_n H_n(k_b |w(\zeta_2)|) \left(\left(\frac{w(\zeta_2)}{|w(\zeta_2)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta_2)}{|w(\zeta_2)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-35)$$

$$\varphi_{s2} = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n(k_a |w(\zeta_2)|) \left(\left(\frac{w(\zeta_2)}{|w(\zeta_2)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta_2)}{|w(\zeta_2)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-36)$$

$\zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$, $\zeta_1 f(\zeta_2) = \zeta_2 - ib$ $\varepsilon_n = 1$ & $\varepsilon_n = 2$ για $n \geq 2$.

$$\varphi_{tot} = \varphi_{s1} + \varphi_{s2} \quad (5-37)$$

$$\psi_{tot} = \psi_{s1} + \psi_{s2} \quad (5-38)$$

Τα κυματικά δυναμικά ψ_i, ψ_r που αφορούν το προσπίπτον και το ανακλώμενο κύμα, δεν περιλαμβάνονται στις (σχέσεις 5-37 & 5-38), διότι ήδη ικανοποιούν την συνοριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια.

Στη συνέχεια παραγωγίζονται δύο φορές οι (σχέσεις 5-30, 5-31, 5-37 & 5-38), που αφορούν τα συνολικά κυματικά δυναμικά ϕ_{tot} & ψ_{tot} για την διατομή και την ελεύθερη επιφάνεια αντίστοιχα και το αποτέλεσμα εισάγεται στις (σχέσεις 5-19α & 5-19β) που υπολογίζουν τις τάσεις t_{rr} & $t_{r\theta}$. Με την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών, με βάση τις (σχέσεις 5-23 & 5-32) προκύπτει ένα σύστημα εξισώσεων, από την επίλυση του οποίου υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές A_n, B_n, C_n, D_n . Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|y_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

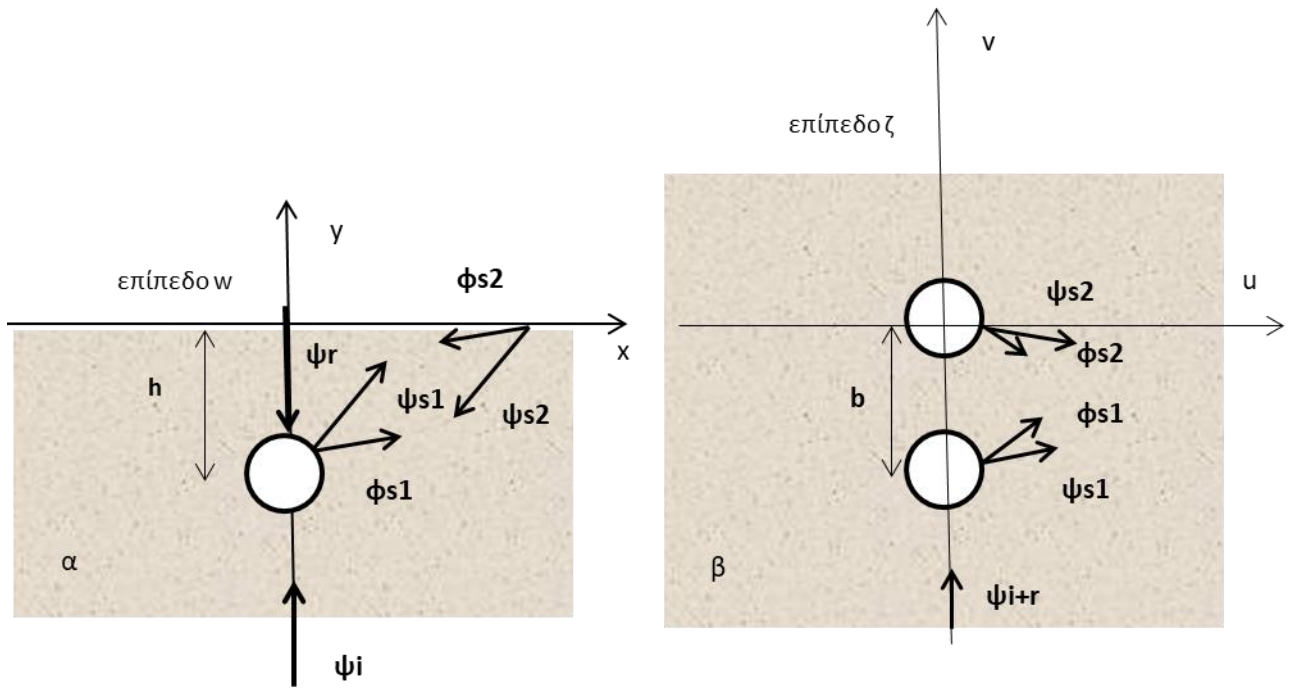
5.3.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας $r=1$, σε βάθος $h=2\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Ο χώρος εκτός της κυκλικής οπής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος h από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται με βάση τον μετασχηματισμό όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3., §3.3.1.), στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ , όπως φαίνεται στο (Σχ.5-24). Ο μοναδιαίος κύκλος του οποίου το κέντρο βρίσκεται στο $(0,0)$ αντιστοιχεί στην ελεύθερη επιφάνεια, ενώ ο κύκλος με κέντρο $(0,-b)$ αντιστοιχεί στην κυκλική οπή.

$$w(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{(e^{0.5ipi} \zeta_i) - a}{(e^{0.5ipi} \zeta_i \alpha) - 1} \right)}{1 - \left(\frac{(e^{0.5ipi} \zeta_i) - a}{(e^{0.5ipi} \zeta_i \alpha) - 1} \right)} \right)$$

$$\zeta_i, i=1,2, \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}, \quad \zeta_1 f(\zeta_2) = \zeta_2 - ib, \quad \zeta_2 f(\zeta_1) = \zeta_1 + ib \quad (5-39)$$

Όπου : $k=1.732050807568877, a=1.931851652578135, b=2.449489742783177,$
 $r_1=r_2=1$

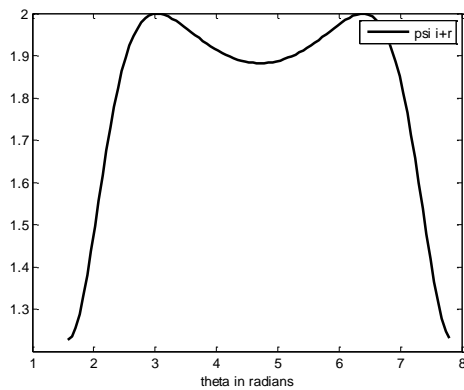


Σχ5-24.: Ημειπίπεδο με μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο w , σε βάθος h (α), σε δυο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν κατά b (β) και τα αντίστοιχα κυματικά δυναμικά που αντιστοιχούν σε Κύμα SV, που προσπίπτει κατακόρυφα

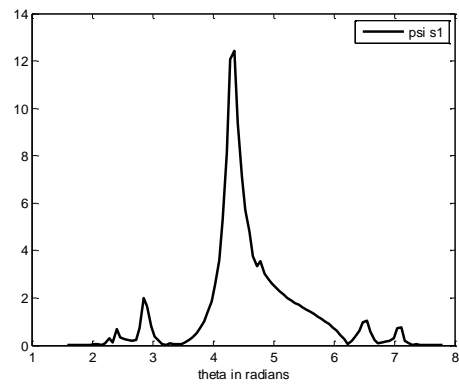
Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

Με τη βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τους συντελεστές του συστήματος εξισώσεων A_n, B_n, C_n, D_n που προκύπτει μετά από την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών (σχέσεις 5-23 & 5-32) και στην συνέχεια τα κυματικά δυναμικά $\psi_{s1}, \varphi_{s1}, \psi_{s2}, \varphi_{s2}$ με βάση τις (σχέσεις 5-30, 5-31, 5-37 & 5-38). Αντικαθιστώντας στις (σχέσεις 5-18α, 5-18β & 5-19γ) υπολογίζεται το τασικό πεδίο.

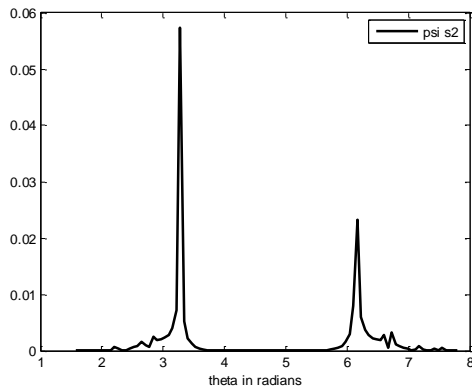
Στο (Σχ.5-25) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης $t_{\theta\theta}$, καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} .



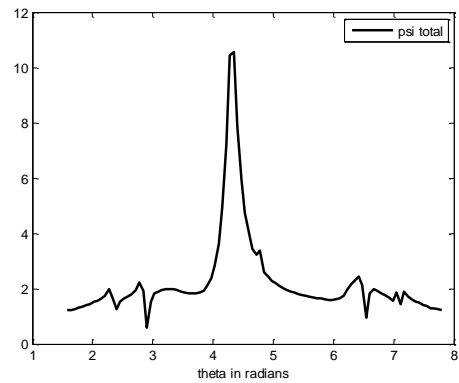
α: Απόλυτη τιμή του προσπίπτοντος και ανακλώμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{i+r}



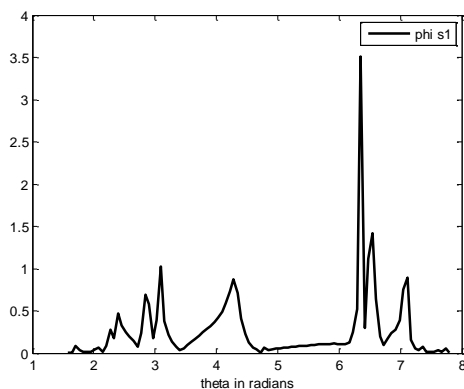
β: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{s1} από την οπή



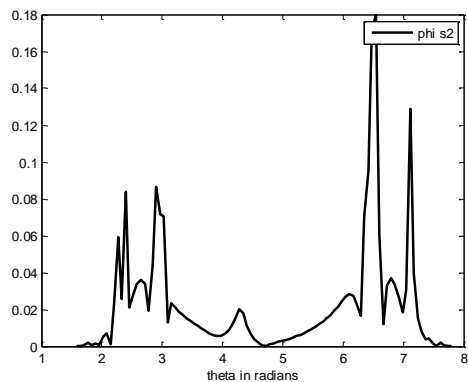
γ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



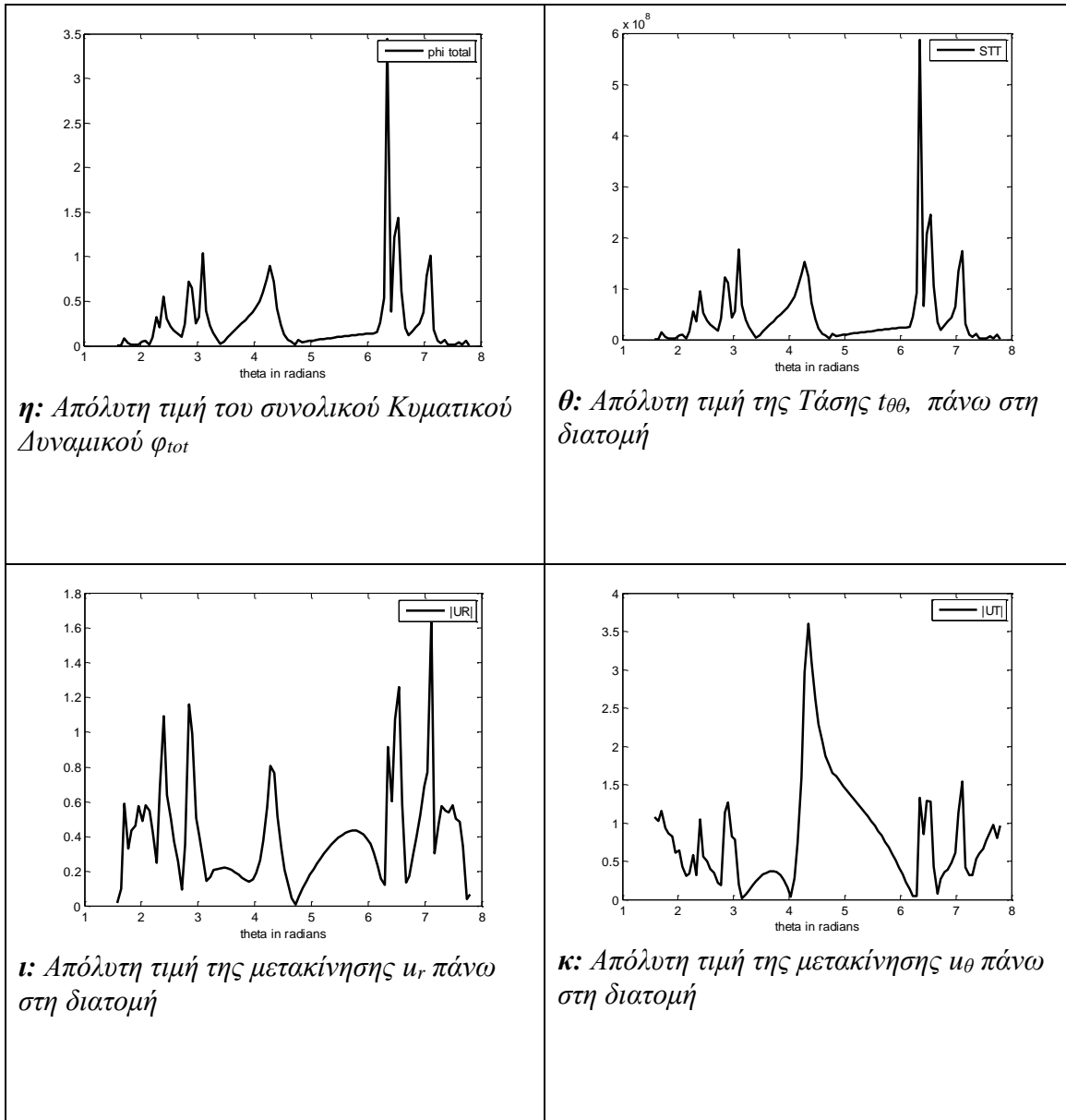
δ: Απόλυτη τιμή του συνολικού Κυματικού Δυναμικού ψ_{tot}



ε: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s1} από την οπή



ζ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



Σχ.5-25: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, σε βάθος h , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.3.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R, σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε κυκλική οπή ακτίνας $R=5$, σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Ο χώρος εκτός της κυκλικής οπής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται με βάση τον μετασχηματισμό όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3., §3.3.2.), στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ , όπως φαίνεται στο (Σχ.5-26). Ο μοναδιαίος κύκλος του οποίου το κέντρο βρίσκεται στο $(0,0)$ αντιστοιχεί στην ελεύθερη επιφάνεια, ενώ ο κύκλος με κέντρο $(0,-b)$ αντιστοιχεί στην κυκλική οπή.

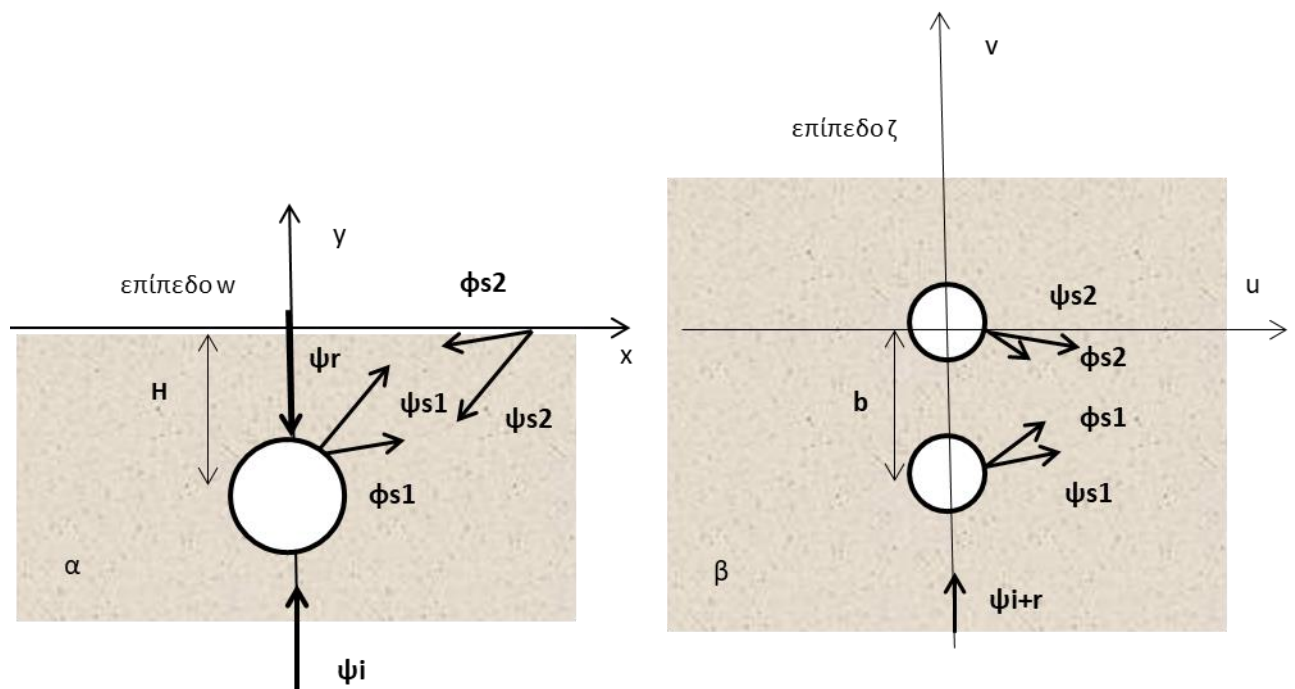
$$w(\zeta_i) = (R(w1(\zeta_i) + ih)) - (iH)$$

(5-40)

όπου:

$$w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \frac{(e^{0.5ipr_i\zeta_i} - a)}{(e^{0.5ipr_i\zeta_i\alpha} - 1)}}{1 - \frac{(e^{0.5ipr_i\zeta_i} - a)}{(e^{0.5ipr_i\zeta_i\alpha} - 1)}} \right), \quad \zeta_i, i=1,2, \quad \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \quad \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$$

$$h=2\mu, \quad k=1.73205, \quad b=2.449489\mu, \quad \alpha=1.93185$$

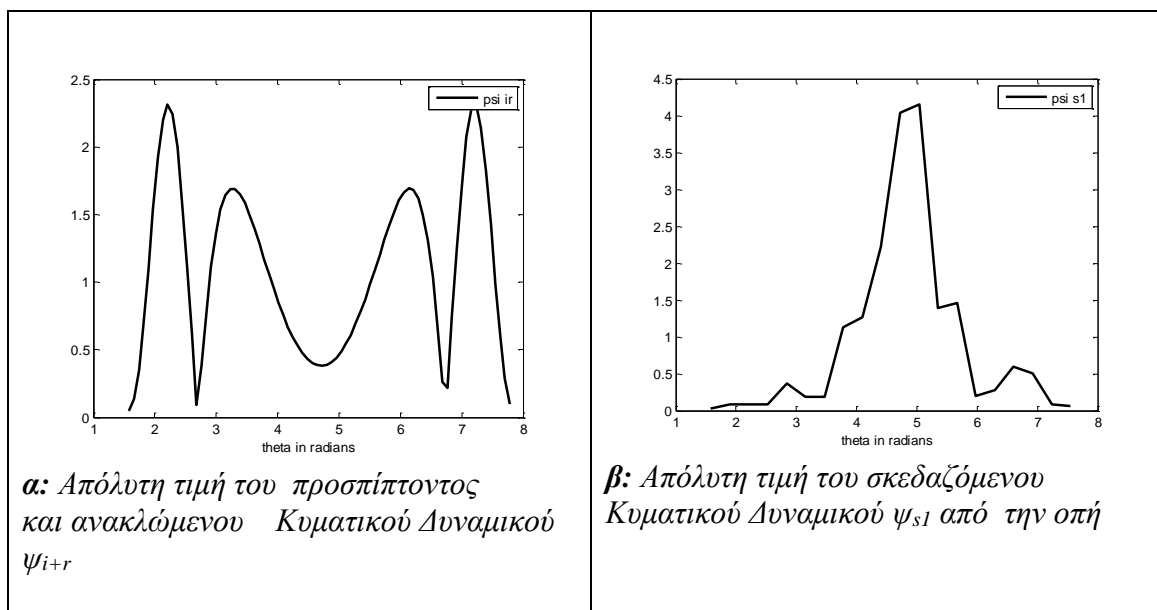


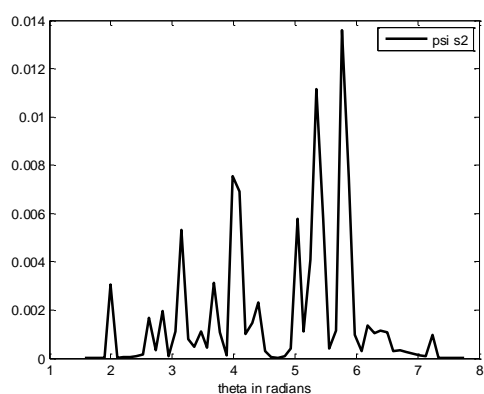
Σχ.5-26: Ημιεπίπεδο με κύκλο στο επίπεδο w , σε βάθος H (α), σε δυο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν κατά b (β) και τα αντίστοιχα κυματικά δυναμικά που αντιστοιχούν σε Κύμα SV, που προσπίπτει κατακόρυφα

Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

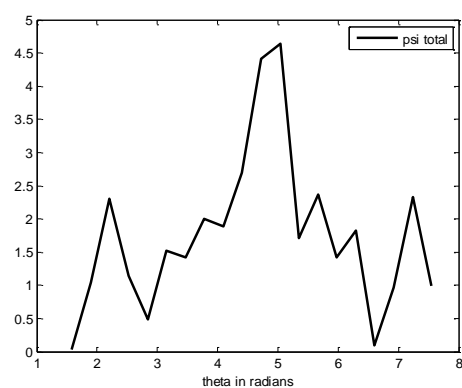
Με τη βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τους συντελεστές του συστήματος εξισώσεων A_n, B_n, C_n, D_n που προκύπτει μετά από την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών (σχέσεις 5-23 & 5-32) και στην συνέχεια τα κυματικά δυναμικά $\psi_{s1}, \varphi_{s1}, \psi_{s2}, \varphi_{s2}$ με βάση τις (σχέσεις 5-30, 5-31, 5-37 & 5-38). Αντικαθιστώντας στις (σχέσεις 5-18α, 5-18β & 5-19γ) υπολογίζεται το τασικό πεδίο.

Στο (Σχ.5-27) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης t_{θ} , καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} .

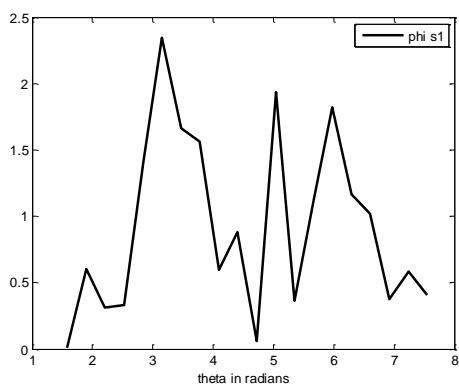




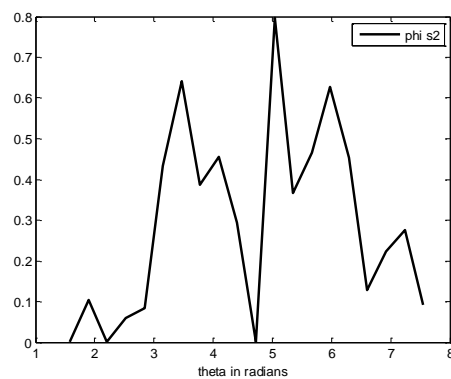
γ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



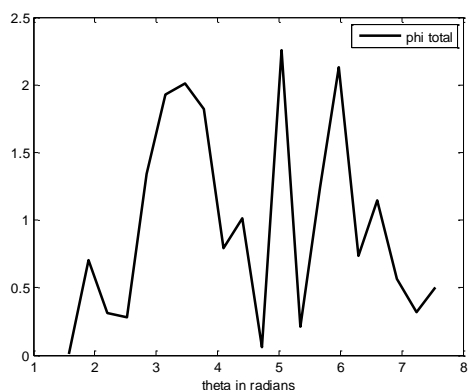
δ: Απόλυτη τιμή του συνολικού Κυματικού Δυναμικού ψ_{tot}



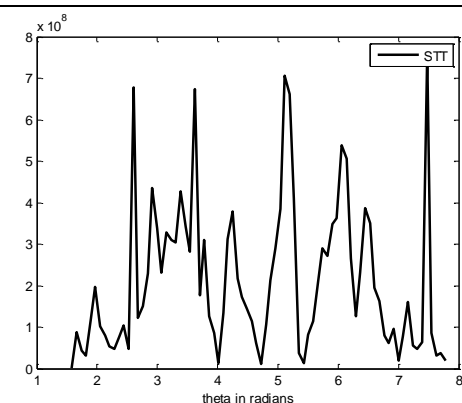
ε: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s1} από την οπή



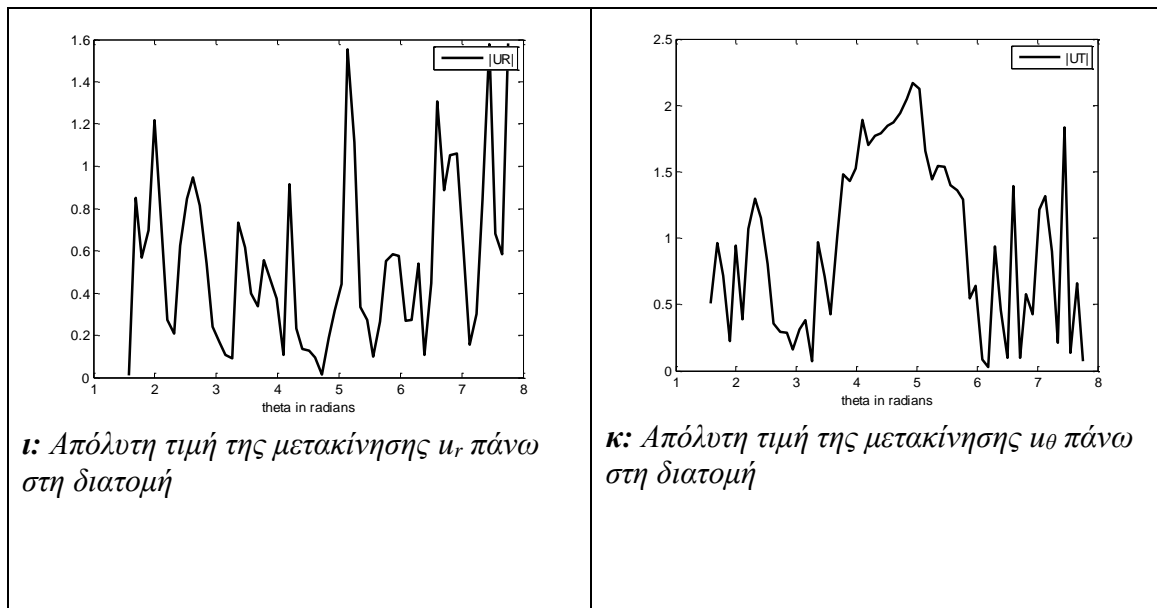
ζ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



η: Απόλυτη τιμή του συνολικού Κυματικού Δυναμικού ϕ_{tot}



θ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διατομή



Σχ.5-27: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Κυκλική Οπή ακτίνας R , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.3.3.Ελλειπτική Οπή, σε βάθος H

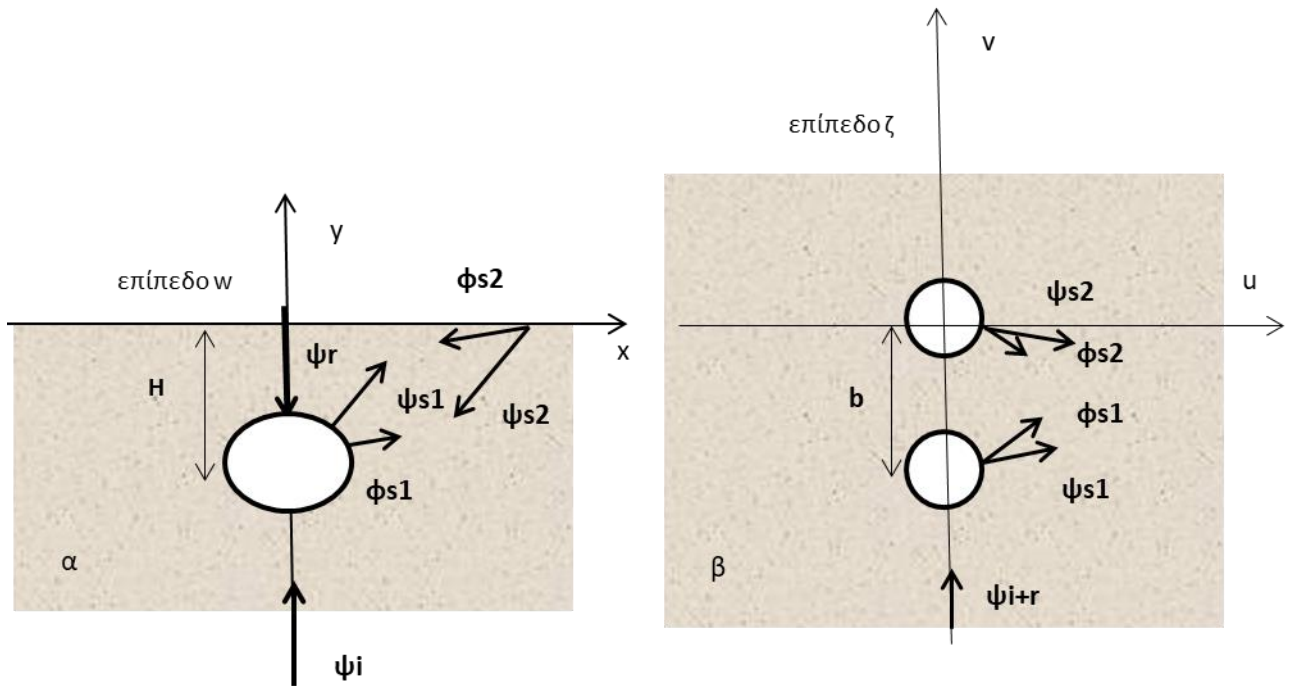
Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε ελλειπτική διατομή με ημιάξονες $a=6\mu$ $b=5\mu$, σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Ο χώρος εκτός της ελλειπτικής οπής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται με βάση τον μετασχηματισμό όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.,§3.3.3.), στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ , όπως φαίνεται στο (Σχ.5-28). Ο μοναδιαίος κύκλος του οποίου το κέντρο βρίσκεται στο $(0,0)$ αντιστοιχεί στην ελεύθερη επιφάνεια, ενώ ο κύκλος με κέντρο $(0,-b)$ αντιστοιχεί στην ελλειπτική οπή.

$$w(\zeta_i) = \left(R((w_1(\zeta_i) + (ih)) + \left(\frac{m}{w_1(\zeta_i) + (ih)} \right)) \right) - (iH), \quad (5-41)$$

όπου:

$$R = \frac{a+b}{2} = 5.5 \text{ \& } m = \frac{a-b}{a+b} = 0.0909, h=1.86\mu, H=10\mu$$

$$w1(\zeta_i) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ip_i\zeta_i} - a}{e^{0.5ip_i\zeta_i} - 1} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ip_i\zeta_i} - a}{e^{0.5ip_i\zeta_i} - 1} \right)} \right), \quad \zeta_i, i=1,2, \quad \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \quad \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$$

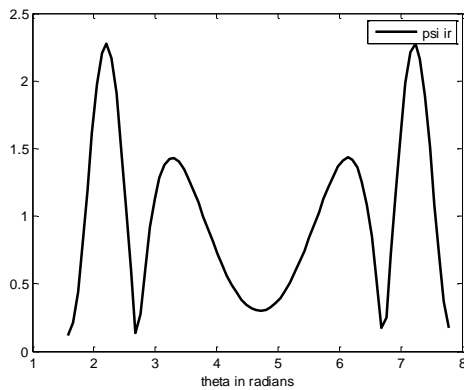


Σχ.5-28: Ημιεπίπεδο με έλλειψη στο επίπεδο w , σε βάθος H (α), σε δυο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν κατά b (β) και τα αντίστοιχα κυματικά δυναμικά που αντιστοιχούν σε Κύμα SV, που προσπίπτει κατακόρυφα

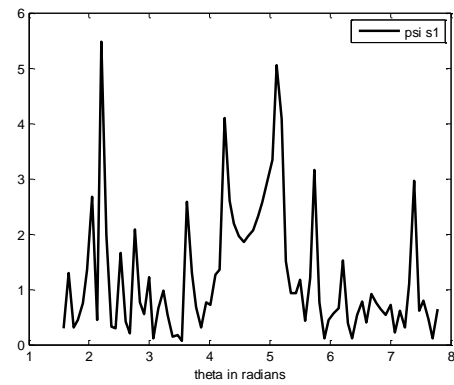
Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

Με τη βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τους συντελεστές του συστήματος εξισώσεων A_n, B_n, C_n, D_n που προκύπτει μετά από την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών (σχέσεις 5-23 & 5-32) και στην συνέχεια τα κυματικά δυναμικά $\psi_{s1}, \varphi_{s1}, \psi_{s2}, \varphi_{s2}$ με βάση τις (σχέσεις 5-30, 5-31, 5-37 & 5-38). Αντικαθιστώντας στις (σχέσεις 5-18α, 5-18β & 5-19γ) υπολογίζεται το τασικό πεδίο.

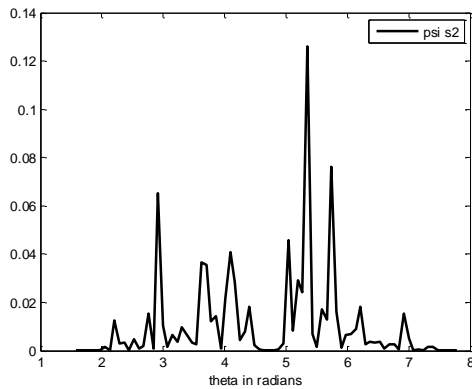
Στο (Σχ.5-29) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης $t_{\theta\theta}$, καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} .



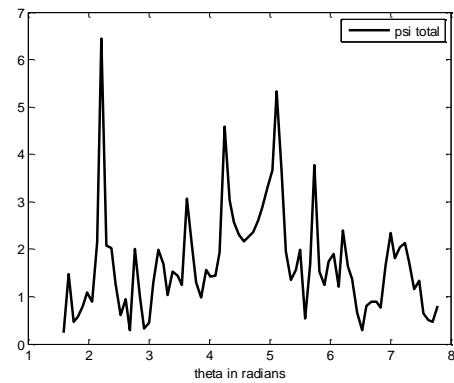
α: Απόλυτη τιμή του προσπίπτοντος και ανακλώμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{i+r}



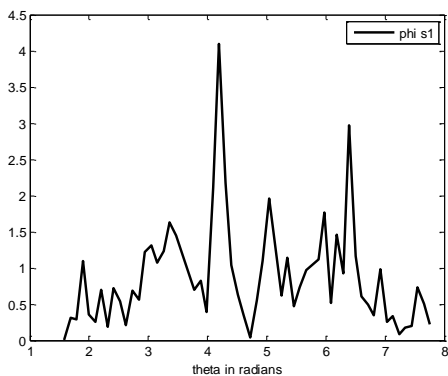
β: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{s1} από την οπή



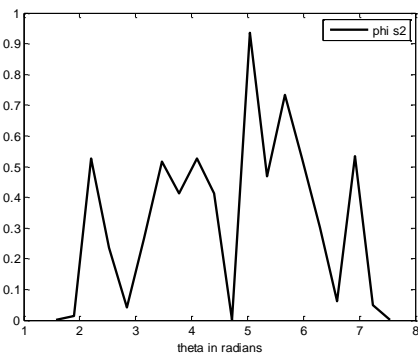
γ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



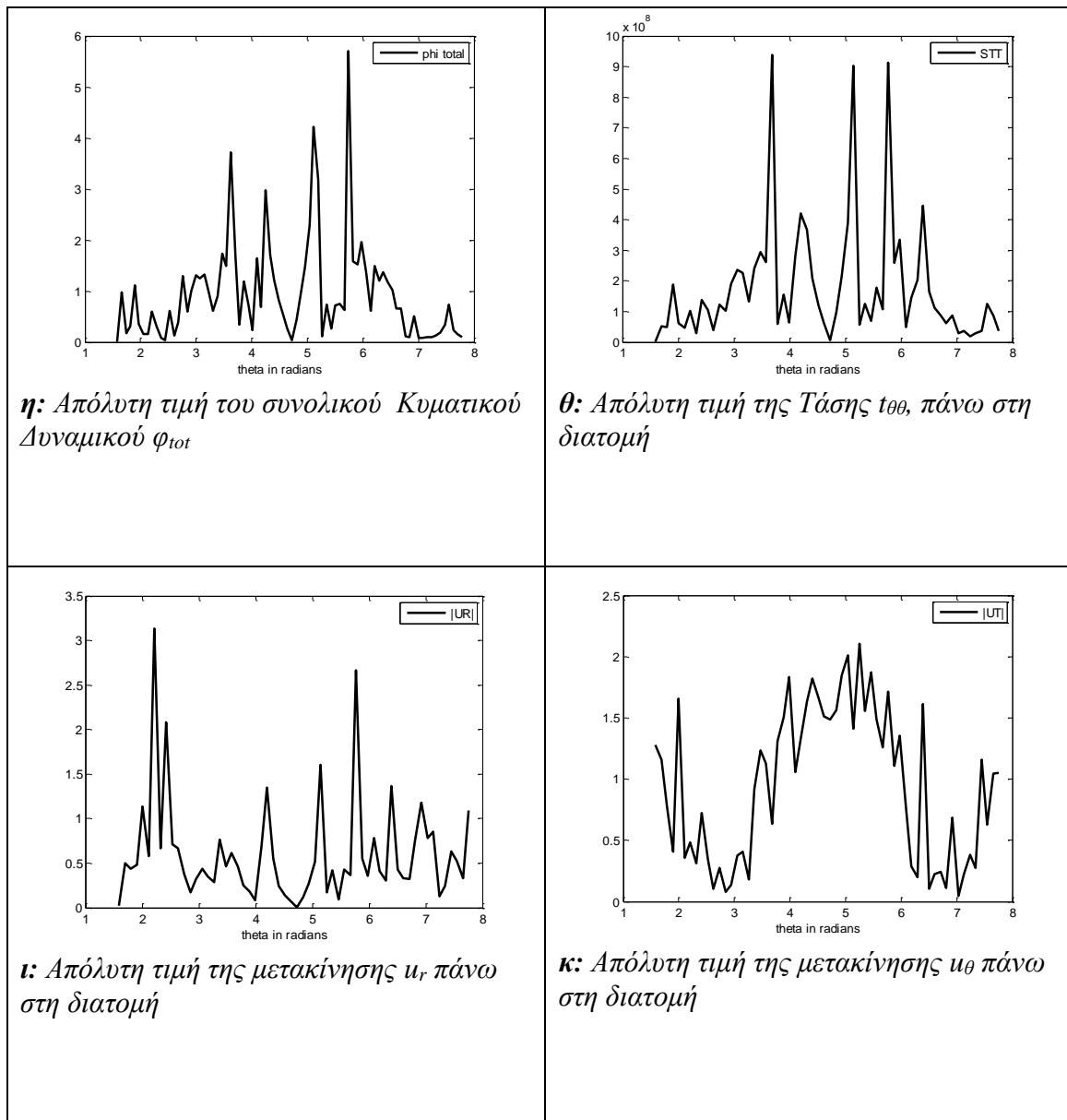
δ: Απόλυτη τιμή του συνολικού Κυματικού Δυναμικού ψ_{tot}



ε: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s1} από την οπή



ζ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



Σχ.5-29: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε *Ελλειπτική Οπή*, σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων *SV*

5.3.4. Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα *SV* το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε προσπίπτει σε οπή τετραγωνικής διατομής με πλευρά $a_{sq}=10\mu$, σε βάθος $H=10\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Ο χώρος εκτός της τετραγωνικής οπής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται με βάση τον μετασχηματισμό όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.,§3.3.4.), στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν

b, στο επίπεδο ζ, όπως φαίνεται στο (Σχ.5-30). Ο μοναδιαίος κύκλος του οποίου το κέντρο βρίσκεται στο (0,0) αντιστοιχεί στην ελεύθερη επιφάνεια, ενώ ο κύκλος με κέντρο (0,-b) αντιστοιχεί στην τετραγωνική οπή.

$$w(\zeta_i) = R \left((w1(\zeta_i) + (ih)) + \left(\frac{c_3}{((w1(\zeta_i) + (ih))^3)} \right) + \left(\frac{c_7}{((w1(\zeta_i) + (ih))^7)} \right) \right) - iH \quad (5-42)$$

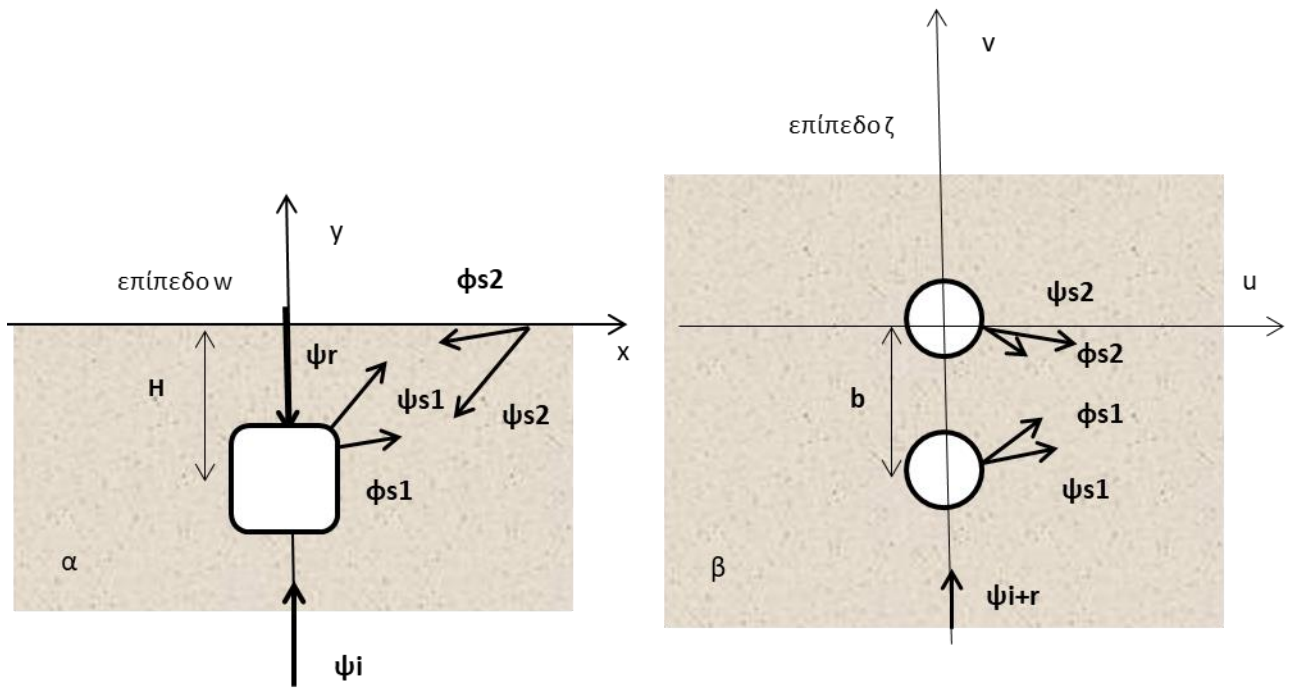
$$w1(\zeta) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - a)}{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - 1)} \right)}{1 - \left(\frac{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - a)}{(e^{0.5ip_i \zeta_i} - 1)} \right)} \right)$$

$$\zeta_i, i=1,2, \zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$$

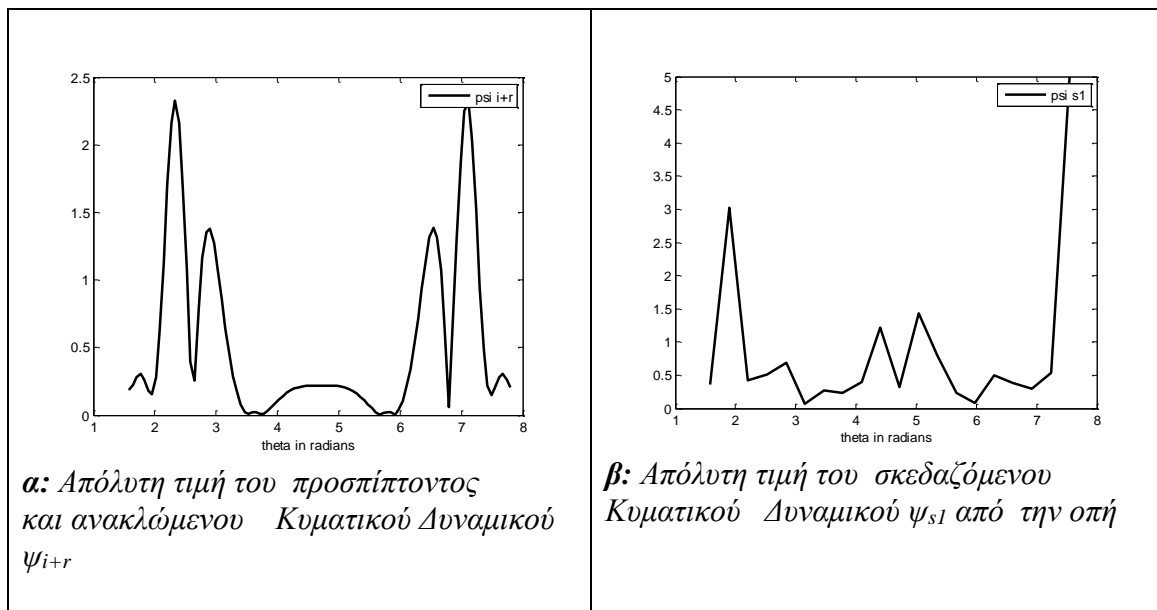
$c_3 = -0.16667, c_7 = 0.017857, = \frac{0.5a_{sq}}{(1+c_3+c_7)} = 5.8741, h=1.73\mu, k=1.41, b=2.33\mu, \alpha=1.77$ Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

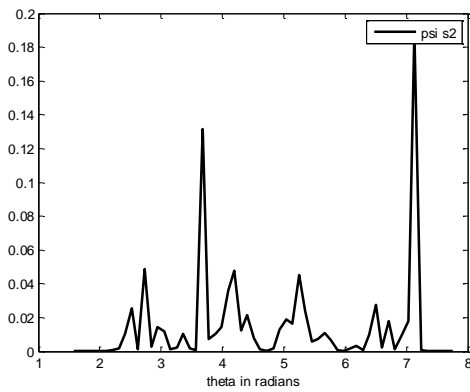
Με τη βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τους συντελεστές του συστήματος εξισώσεων A_n, B_n, C_n, D_n που προκύπτει μετά από την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών (σχέσεις 5-23 & 5-32) και στην συνέχεια τα κυματικά δυναμικά $\psi_{s1}, \varphi_{s1}, \psi_{s2}, \varphi_{s2}$ με βάση τις (σχέσεις 5-30, 5-31, 5-37 & 5-38). Αντικαθιστώντας στις (σχέσεις 5-18α, 5-18β & 5-19γ) υπολογίζεται το τασικό πεδίο.

Στο (Σχ.5-31) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης $t_{\theta\theta}$, καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} .

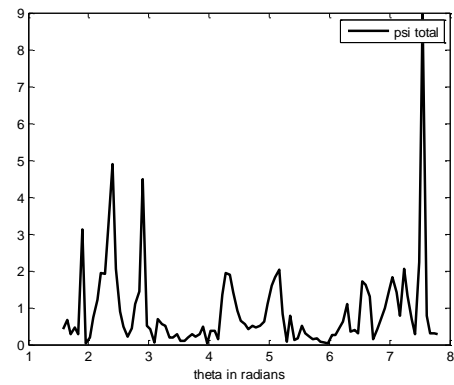


Σχ.5-30: Ημιεπίπεδο με τετράγωνο στο επίπεδο w , σε βάθος H (α), σε δυο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν κατά b (β) και τα αντίστοιχα κυματικά δυναμικά που αντιστοιχούν σε Κύμα SV , που προσπίπτει κατακόρυφα

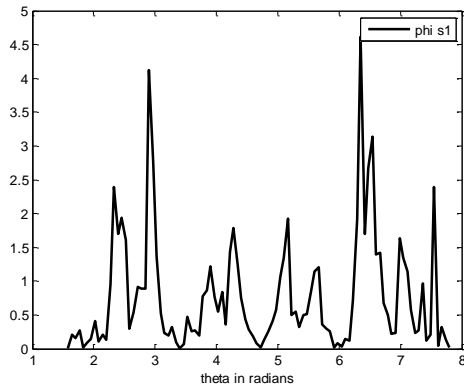




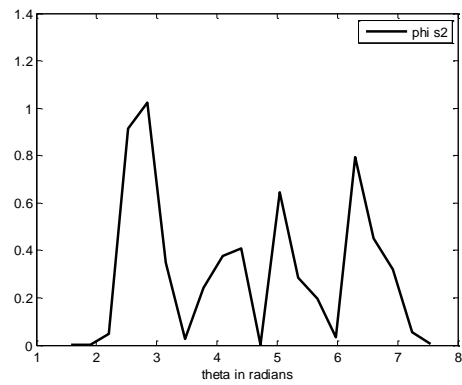
γ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



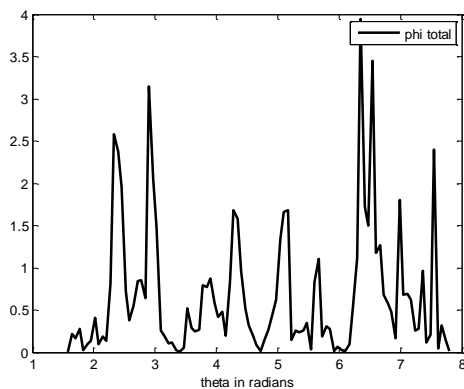
δ: Απόλυτη τιμή του συνολικού Κυματικού Δυναμικού ψ_{tot}



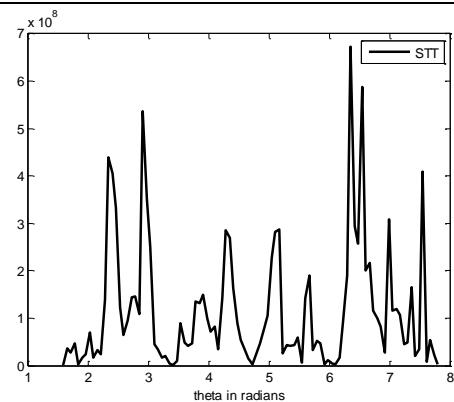
ε: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s1} από την σπή



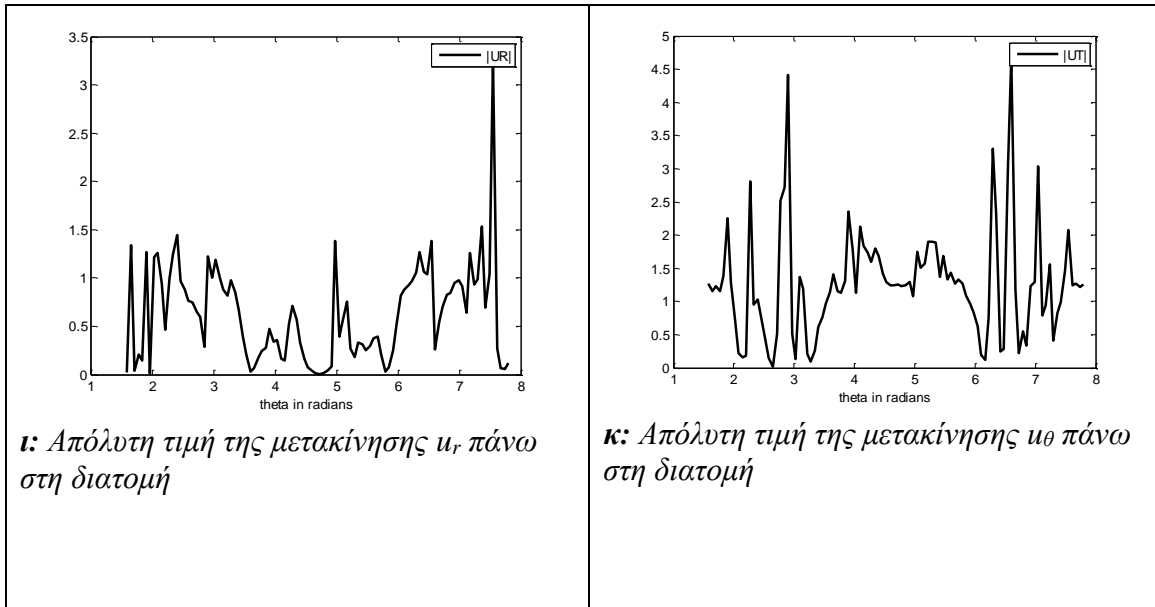
ζ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



η: Απόλυτη τιμή του συνολικού Κυματικού Δυναμικού ϕ_{tot}



θ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διατομή



Σχ.5-31: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Τετραγωνική Οπή, σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.3.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε οπή πεταλοειδούς σχήματος ύψους 7.72μ , και πλάτους 9.5μ , σε βάθος $H=8.31\mu$ από την επιφάνεια του εδάφους. Ο χώρος εκτός της οπής πεταλοειδούς σχήματος της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , μετασχηματίζεται με βάση τον μετασχηματισμό όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.,§3.3.5.), στον αντίστοιχο χώρο εκτός δύο μοναδιαίων κύκλων τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν b , στο επίπεδο ζ , όπως φαίνεται στο (Σχ.5-32). Ο μοναδιαίος κύκλος του οποίου το κέντρο βρίσκεται στο $(0,0)$ αντιστοιχεί στην ελεύθερη επιφάνεια, ενώ ο κύκλος με κέντρο $(0,-b)$ αντιστοιχεί στην οπή πεταλοειδούς σχήματος.

$$w(\zeta_i) = m_1 \left((m_2(w_1(\zeta_i) + (ih))) + \left(\frac{ib_1}{(w_1(\zeta_i) + (ih))m_2} \right) + \left(\frac{((i+1)a_2)}{(m_2(w_1(\zeta_i) + (ih)))^2} \right) + \left(\frac{a_3}{(m_2(w_1(\zeta_i) + (ih)))^3} \right) \right) - iH$$

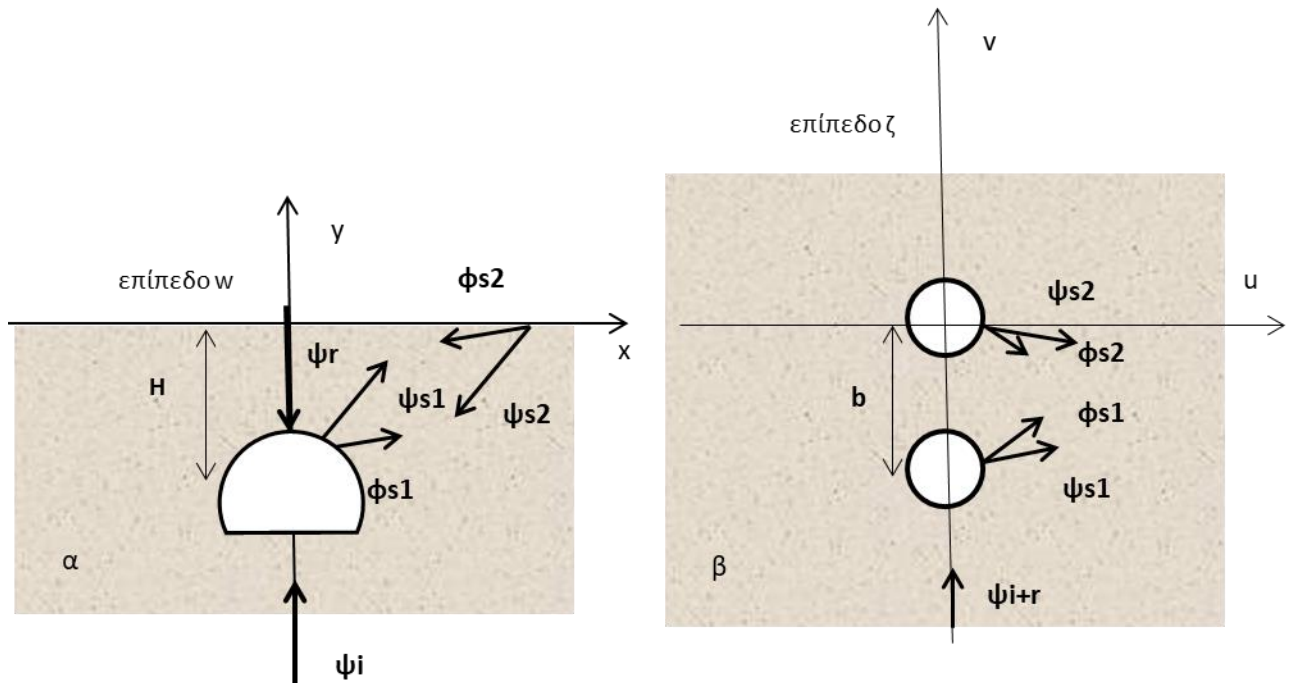
$$w_1(\zeta) = -ik \left(\frac{1 + \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{e^{0.5ip_i \zeta_i \alpha} - 1} \right)}{1 - \left(\frac{e^{0.5ip_i \zeta_i} - a}{e^{0.5ip_i \zeta_i \alpha} - 1} \right)} \right), \zeta_i, i=1,2, m_2 = e^{ip_i/4} m_1 = \frac{2R}{\sqrt{2}} e^{-ip_i/4},$$

$$\zeta_1 = r_1 e^{i\theta} - ib, \zeta_2 = r_2 e^{i\theta}, \quad \zeta_1 f(\zeta_2) = \zeta_2 - ib, \quad \zeta_2 f(\zeta_1) = \zeta_1 + ib \quad (5-43)$$

$r_1=r_2=1$

και $b_1=0.104$, $a_2=0.047$, $a_3=0.029$, $R=3.148133997$, $m_2 = e^{ipi/4}$, $m_1 = \frac{2R}{\sqrt{2}} e^{-ipi/4}$

$h=1.90\mu$, $k=1.62$, $b=2.41\mu$, $\alpha=1.87$

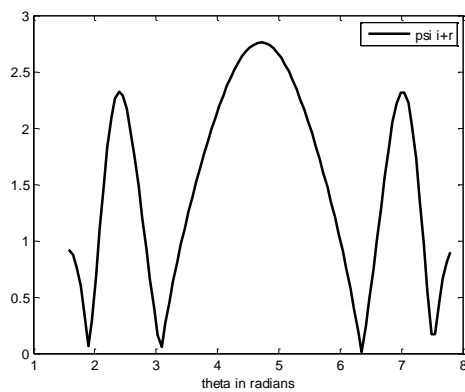


Σχ.5-32: Ημιεπίπεδο με οπή πεταλοειδούς σχήματος στο επίπεδο w , σε βάθος H (α), σε δυο μοναδιαίους κύκλους τα κέντρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και απέχουν κατά b (β) και τα αντίστοιχα κυματικά δυναμικά που αντιστοιχούν σε Κύμα SV, που προσπίπτει κατακόρυφα

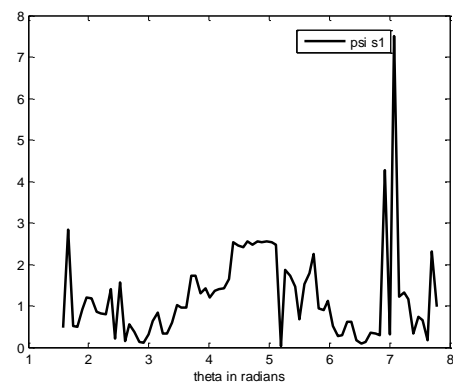
Οι ιδιότητες του εδάφους περιγράφονται στον (Πίνακα 5-1).

Με τη βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε τους συντελεστές του συστήματος εξισώσεων A_n, B_n, C_n, D_n που προκύπτει μετά από την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών (σχέσεις 5-23 & 5-32) και στην συνέχεια τα κυματικά δυναμικά $\psi_{s1}, \varphi_{s1}, \psi_{s2}, \varphi_{s2}$ με βάση τις (σχέσεις 5-30, 5-31, 5-37 & 5-38). Αντικαθιστώντας στις (σχέσεις 5-18α, 5-18β & 5-19γ) υπολογίζεται το τασικό πεδίο.

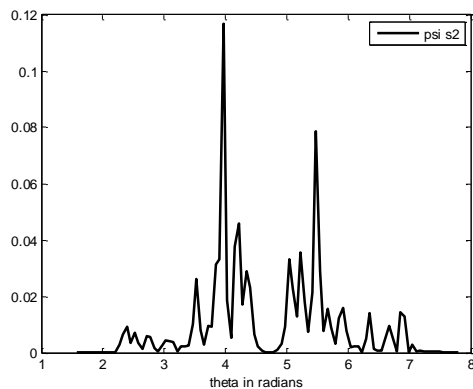
Στο (Σχ.5-33) απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών ψ_{i+r} , $\psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης t_{θ} , καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} .



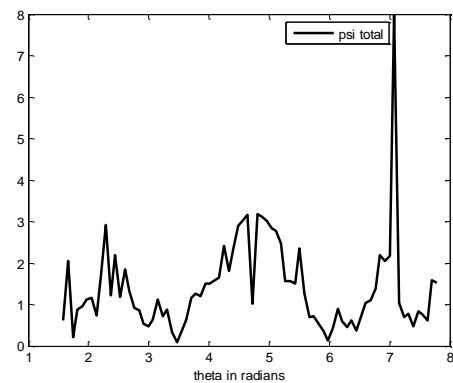
α: Απόλυτη τιμή του προσπίπτοντος και ανακλώμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{i+r}



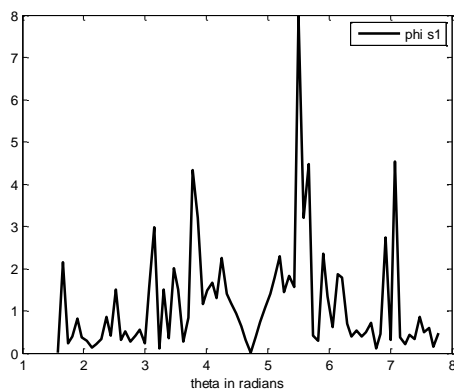
β: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{s1} από την οπή



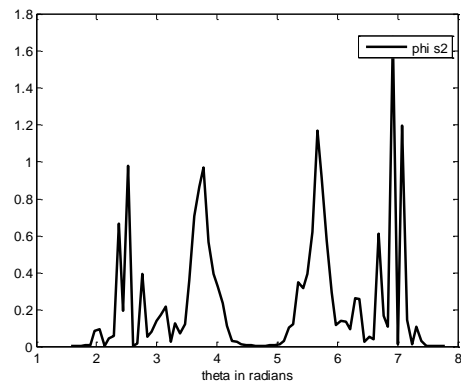
γ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού Δυναμικού ψ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



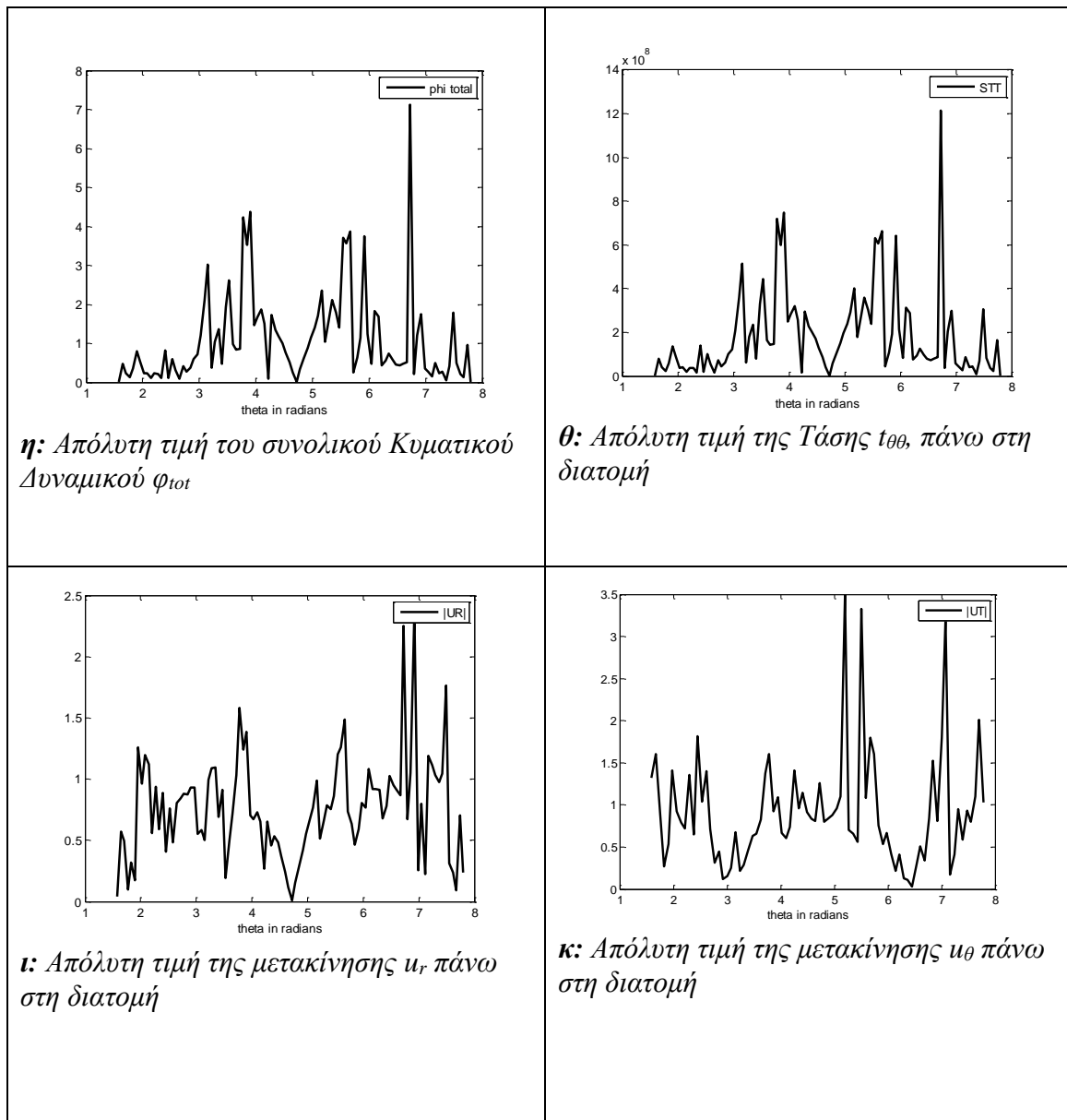
δ: Απόλυτη τιμή του συνολικού Κυματικού Δυναμικού ψ_{tot}



ε: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s1} από την οπή



ζ: Απόλυτη τιμή του σκεδαζόμενου Κυματικού δυναμικού ϕ_{s2} από την ελεύθερη επιφάνεια



Σχ.5-33: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

Ανακεφαλαιώνοντας, τα εντατικά μεγέθη που προέκυψαν από την απλοποιημένη μεθοδολογία του «χαλαρού συνόρου» για τον ημίχωρο για τα διάφορα σχήματα έχουν ως εξής:

Κυκλική Διατομή με ακτίνα $r=1\mu$ σε βάθος $h=2\mu$.

Στο (Σχ.5-14: α, β, γ, δ, ε, ζ, η) του (Κεφ.5.§5.2.1.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_{s1}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}$, των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση του μοναδιαίου κύκλου.

Κυκλική Διατομή με ακτίνα $R=5\mu$ σε βάθος $H=10\mu$.

Στο (Σχ.5-16: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta$), του (Κεφ.5.§5.2.2.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_{s1}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}$, των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της κυκλικής διατομής με ακτίνα $R=5\mu$.

Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες $a=6\mu$ $b=5\mu$. , σε βάθος $H=10\mu$.

Στο (Σχ.5-18: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta$), του (Κεφ.5.§5.2.3.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_{s1}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}$, των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της Ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες $a=6\mu$. $b=5\mu$.

Τετραγωνική διατομή με πλευρά $a_{sq}=10\mu$, σε βάθος $H=10\mu$

Στο (Σχ.5-20: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta$), του (Κεφ.5.§5.2.4.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_{s1}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}$, των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της Τετραγωνικής διατομής με πλευρά $a_{sq}=10\mu$.

Πεταλοειδής διατομή, ύψους 7.72μ . και πλάτους 9.5μ . , σε βάθος $H=8.31\mu$

Στο (Σχ.5-22: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta$), του (Κεφ.5.§5.2.5.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_i, \psi_{s1}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}$, των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς και της τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της Πεταλοειδούς διατομής, ύψους 7.72μ . και πλάτους 9.5μ .

Αντίστοιχα, τα εντατικά μεγέθη που προέκυψαν από την προτεινόμενη μεθοδολογία με βάση τους μετασχηματισμούς, που αναλύθηκαν στο (Κεφ.3§3.3), για τον ημίχωρο για τα διάφορα σχήματα έχουν ως εξής:

Κυκλική Διατομή με ακτίνα $r=1\mu$ σε βάθος $h=2\mu$.

Στο (Σχ.5-25: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa$) του (Κεφ.5.§ 5.3.1.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης $t_{\theta\theta}$, καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ για την περίπτωση του μοναδιαίου κύκλου.

Κυκλική Διατομή με ακτίνα $R=5\mu$ σε βάθος $H=10\mu$.

Στο (Σχ.5-27: α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ) του (Κεφ.5.§ 5.3.2.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης $t_{\theta\theta}$, καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} για την περίπτωση της κυκλικής διατομής με ακτίνα $R=5\mu$.

Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες $a=6\mu$ $b=5\mu$, σε βάθος $H=10\mu$.

Στο (Σχ.5-29: α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ) του (Κεφ.5.§ 5.3.3.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης $t_{\theta\theta}$, καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} για την περίπτωση της Ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες $a=6\mu$. $b=5\mu$.

Τετραγωνική διατομή με πλευρά $a_{sq}=10\mu$, σε βάθος $H=10\mu$

Στο (Σχ.5-31: α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ) του (Κεφ.5.§ 5.3.4.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης $t_{\theta\theta}$, καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} για την περίπτωση της Τετραγωνικής διατομής με πλευρά $a_{sq}=10\mu$.

Πεταλοειδής διατομή, ύψους 7.72μ . και πλάτους 9.5μ , σε βάθος $H=8.31\mu$

Στο (Σχ.5-33: α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ) του (Κεφ.5.§ 5.3.5.), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές των κυματικών δυναμικών $\psi_{i+r}, \psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{tot}, \varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{tot}$ της τάσης $t_{\theta\theta}$, καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_{θ} για την περίπτωση της Πεταλοειδούς διατομής, ύψους 7.72μ . και πλάτους 9.5μ .

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν με την ανωτέρω προτεινόμενη μεθοδολογία επαληθεύουν την θεωρία για τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την ελεύθερη επιφάνεια, ψ_{s2}, φ_{s2} διότι οι τιμές τους είναι μικρές σε όλα τα αποτελέσματα για διατομές διαφόρων σχημάτων όπως φαίνεται στα: (Σχ. 5.25γ&ζ, 5.27γ&ζ, 5.29γ&ζ, 5.31γ&ζ, 5.33γ&ζ) και φυσικά πολύ μικρότερες από τις αντίστοιχες τιμές των σκεδαζόμενων κυματικών δυναμικών από την διατομή ψ_{s1}, φ_{s1} όπως φαίνεται στα: (Σχ. 5.25β&ε, 5.27β&ε, 5.29β&ε, 5.31β&ε, 5.33β&ε. Παρ'όλα αυτά η συνεισφορά των ψ_{s2}, φ_{s2} στο συνολικό εντατικό πεδίο δεν μπορούν να αγνοηθεί.

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις δύο θεωρήσεις για τον ημίχωρο, ήταν πολύ ικανοποιητική. Συνεπώς, η προτεινόμενη μεθοδολογία έλυσε το πρόβλημα του υπολογισμού των εντατικών μεγεθών σε διατομή υπόγειου έργου τυχαίου σχήματος(με παραμετρική καμπύλη) η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την ελεύθερη επιφάνεια, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV .

Στη συνέχεια γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις αναλύσεις για τον πλήρη χώρο με τις δύο μεθοδολογίες ως εξής:

Το (Σχ. 5-3 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.1.1.), απεικονίζει τα εντατικά μεγέθη u_r & u_θ καθώς και τη τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής με $r=1\mu$. στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV . Το (Σχ.5-14 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.2.1.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της μοναδιαίας κυκλικής ανεπένδυτης διατομής, που βρίσκεται σε βάθος $h=2r$ από την επιφάνεια του εδάφους, με την απλοποιημένη μέθοδο της θεώρησης του χαλαρού συνόρου, ενώ το (Σχ.5-25 ι,κ,θ) στο (Κεφ.5.§5.3.1.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της μοναδιαίας κυκλικής ανεπένδυτης διατομής, που βρίσκεται σε βάθος $h=2r$ από την επιφάνεια του εδάφους, με την προτεινόμενη μεθοδολογία.

Το (Σχ. 5-5 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.1.2.), απεικονίζει τα εντατικά μεγέθη u_r & u_θ καθώς και τη τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής, με ακτίνα $R=5\mu$. στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV . Το (Σχ.5-16 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.2.2.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής με ακτίνα $R=5\mu$, που βρίσκεται σε βάθος $H=2*R$ από την επιφάνεια του εδάφους, με την απλοποιημένη μέθοδο της θεώρησης του χαλαρού συνόρου, ενώ το (Σχ.5-27 ι,κ,θ) στο (Κεφ.5.§5.3.2.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής με ακτίνα $R=5\mu$, που βρίσκεται σε βάθος $H=2*R$ από την επιφάνεια του εδάφους, με την προτεινόμενη μεθοδολογία.

Το (Σχ. 5-7 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.1.3.), απεικονίζει τα εντατικά μεγέθη u_r & u_θ καθώς και τη τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της Ελλειπτικής ανεπένδυτης διατομής με ημιάξονες $a=6\mu$. $b=5\mu$., στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV . Το (Σχ.5-18 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.2.3.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της Ελλειπτικής ανεπένδυτης διατομής με ημιάξονες $a=6\mu$. $b=5\mu$., που βρίσκεται σε βάθος $H=2*b$ από την επιφάνεια του εδάφους, με την απλοποιημένη μέθοδο της θεώρησης του

χαλαρού συνόρου, ενώ το (Σχ.5-29 ι,κ,θ) στο (Κεφ.5.§5.3.3.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της Ελλειπτικής ανεπένδυτης διατομής με ημιάξονες $a=6\mu.$ $b=5\mu.$, που βρίσκεται σε βάθος $H=2*b$ από την επιφάνεια του εδάφους, με την προτεινόμενη μεθοδολογία.

Το (Σχ. 5-9 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.1.4.), απεικονίζει τα εντατικά μεγέθη u_r & u_θ καθώς και τη τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της Τετραγωνικής ανεπένδυτης διατομής με πλευρά $a_{sq}=10\mu.$, στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV. Το (Σχ.5-20 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.2.4.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της Τετραγωνικής ανεπένδυτης διατομής με πλευρά $a_{sq}=10\mu.$, που βρίσκεται σε βάθος $H=10\mu.$ από την επιφάνεια του εδάφους, με την απλοποιημένη μέθοδο της θεώρησης του χαλαρού συνόρου, ενώ το (Σχ.5-31 ι,κ,θ) στο (Κεφ.5.§5.3.4.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της Τετραγωνικής ανεπένδυτης διατομής με πλευρά $a_{sq}=10\mu.$, που βρίσκεται σε βάθος $H=10\mu.$ από την επιφάνεια του εδάφους, με την προτεινόμενη μεθοδολογία.

Το (Σχ. 5-11 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.1.5.), απεικονίζει τα εντατικά μεγέθη u_r & u_θ καθώς και τη τάση $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διατομή, για την περίπτωση της Πεταλοειδούς ανεπένδυτης διατομής ύψους $7.72\mu.$ και πλάτους $9.5\mu.$, στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV. Το (Σχ.5-22 ε,ζ,η) στο (Κεφ.5.§5.2.5.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της Πεταλοειδούς ανεπένδυτης διατομής ύψους $7.72\mu.$ και πλάτους $9.5\mu.$, που βρίσκεται σε βάθος $H=8.31\mu.$, από την επιφάνεια του εδάφους, με την απλοποιημένη μέθοδο της θεώρησης του χαλαρού συνόρου, ενώ το (Σχ.5-33 ι,κ,θ) στο (Κεφ.5.§5.3.5.), απεικονίζει τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της Πεταλοειδούς ανεπένδυτης διατομής ύψους $7.72\mu.$ και πλάτους $9.5\mu.$, που βρίσκεται σε βάθος $H=8.31\mu.$, από την επιφάνεια του εδάφους, με την προτεινόμενη μεθοδολογία.

Παρατηρούμε ότι για όλα τα σχήματα των διατομών, οι τιμές των εντατικών μεγεθών για τον ημίχωρο, τόσο με την προτεινόμενη μεθοδολογία όσο και με τη θεώρηση του χαλαρού συνόρου, είναι κατά 50% μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες για τον πλήρη χώρο, με μεγαλύτερες τις τιμές βάσει της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο και καταδεικνύει ότι η συνεισφορά των σκεδαζόμενων κυματικών δυναμικών από την ελεύθερη επιφάνεια ψ_{s2}, φ_{s2} δεν μπορεί να αγνοηθεί. Επίσης γίνεται φανερό ότι οι αβαθείς υπόγειες κατασκευές υφίστανται σημαντική καταπόνηση σε περίπτωση σεισμικής φόρτισης.

5.4. Επενδεδυμένη Οπή στον Πλήρη Χώρο

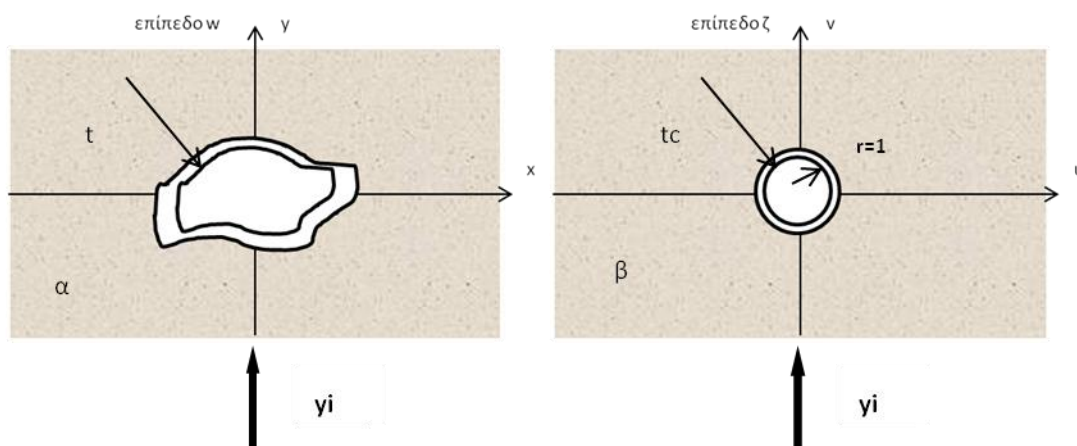
Θεωρούμε διατομή υπογείου έργου τυχαίου σχήματος πάχους t στον πλήρη χώρο, στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV, με κατακόρυφη διάδοση, στο επίπεδο w όπως φαίνεται στο (Σχ.5-34). Το τυχαίο σχήμα μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_c », με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου $r_1=1$ και ακτίνα εξωτερικού κύκλου r_2 , όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3. §3.4.), με βάση την κατάλληλη συνάρτηση μετασχηματισμού $w(\zeta)$ που μετασχηματίζει την διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , στον μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ζ κεντροβαρικά. Οι κυματικοί αριθμοί αντίστοιχα στο έδαφος και την επένδυση είναι οι k_{am} , k_{bm} και k_{al} , k_{bl} αντίστοιχα.

Ο εξωτερικός κύκλος δίδεται από τη σχέση $\zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$ και ο εσωτερικός αντίστοιχα από την $\zeta_1 = r_1 e^{i\theta}$ (5-44)

Στη διατομή της σήραγγας προσπίπτει σεισμικό κύμα τύπου SV με κυματικό δυναμικό ψ_i . Το κυματικό δυναμικό ψ_i που αντιστοιχεί στο προσπίπτον κύμα στην διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , η οποία απεικονίζεται στο μοναδιαίο κυκλικό δακτύλιο στο επίπεδο ζ , με συνάρτηση απεικόνισης $\omega(\zeta)$, δίδεται από τη σχέση :

$$\psi_i = |\psi_0| \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_{bm} |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-45)$$

Όπου $|\psi_0|=1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV



Σχ.5-34: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή πάχους t τυχαίου σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ , πάχους t_c (β).

Τα SV κύματα αλληλεπιδρούν στην αρχή με την ελεύθερη επιφάνεια και στη συνέχεια με την διεπιφάνεια του μέσου και της επένδυσης ένα μέρος του οποίου σκεδάζεται και ένα μέρος εισέρχεται στην διατομή Τα κυματικά δυναμικά που διέπουν το πρόβλημα είναι :

Στο έδαφος :

Τα Σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά στο έδαφος, ψ_s^m φ_s^m δίδονται από τις (σχέσεις 5-46 & 5-47)

$$\psi_s^m = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_{bm}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-46)$$

$$\varphi_s^m = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_{am}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-47)$$

Στην επένδυση:

Τα Σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά στην επένδυση, ψ_s^l φ_s^l δίδονται από τις (σχέσεις 5-48 & 5-49)

$$\psi_s^l = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} D_n H_n(k_{bl}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-48)$$

$$\varphi_s^l = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n(k_{al}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-49)$$

Τα διερχόμενα κυματικά δυναμικά στην επένδυση, ψ_s^l φ_s^l δίδονται από τις (σχέσεις 5-50 & 5-51)

$$\psi_{tr}^l = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} K_n H_n^2(k_{bl}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-50)$$

$$\varphi_{tr}^l = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} F_n H_n(k_{al}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-51)$$

Ισχύουν οι κάτωθι 3 συνοριακές συνθήκες :

Συνοριακή Συνθήκη 1

1. Στην εσωτερική ακτίνα $r_1=1$ της επένδυσης στο επίπεδο ζ , το άθροισμα των τάσεων

$$t_{rr} = 0 \ \& \ t_{r\theta} = 0$$

(5-52)

Συνοριακή Συνθήκη 2

2. Συνέχεια των μετακινήσεων u_r & u_θ μεταξύ του εδάφους και την επένδυσης πάνω στην διεπιφάνεια

$$(u_{r_i} + u_{r_s}^m)_{\text{έδαφος}} = (u_{r_s}^l + u_{r_{tr}}^l)_{\text{επένδυση}} \quad (5-53\alpha)$$

$$(u_{\theta_i} + u_{\theta_s}^m)_{\text{έδαφος}} = (u_{\theta_s}^l + u_{\theta_{tr}}^l)_{\text{επένδυση}} \quad (5-53\beta)$$

Συνοριακή Συνθήκη 3

3. Συνέχεια των τάσεων t_{rr} & $t_{r\theta}$ μεταξύ του εδάφους και την επένδυσης πάνω στην διεπιφάνεια

$$t_{rr}^s(\text{έδαφος}) = t_{rr}^l(\text{επένδυση}) \quad (5-54\alpha)$$

$$t_{r\theta}^s(\text{έδαφος}) = t_{r\theta}^l(\text{επένδυση}) \quad (5-54\beta)$$

Οι άγνωστοι συντελεστές $A_n, B_n, C_n, D_n, F_n, K_n$, υπολογίζονται με την επίλυση του συστήματος όπως προκύπτει μετά από εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών. Το σύστημα δίνει καλύτερα αποτελέσματα όσο η ακαμψία του εδάφους πλησιάζει την τιμή της ακαμψίας της επένδυσης. Δηλαδή $m_s \sim m_l$. Σε αντίθετη περίπτωση πρέπει να ληφθεί υπ'όψιν η αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|y_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

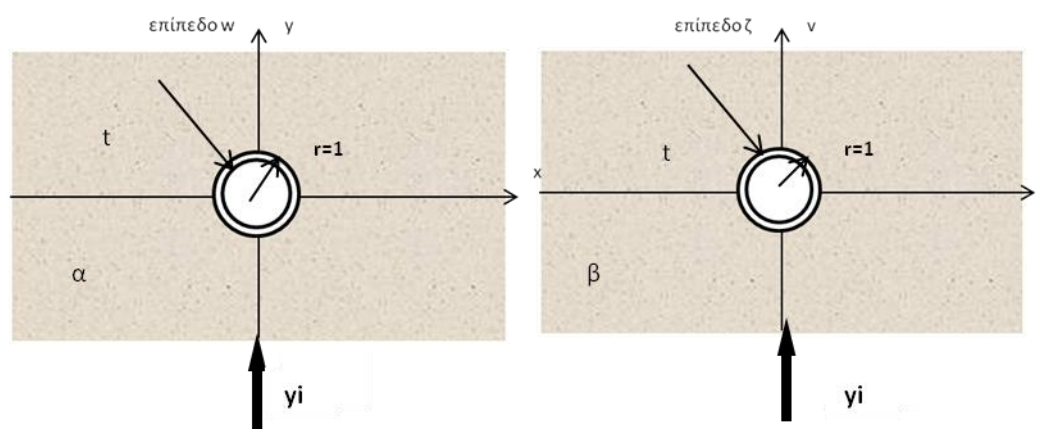
Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης οι οποίες χρησιμοποιούνται στην παρούσα Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

Πίνακας 5-2: Ιδιότητες του Εδάφους & της Επένδυσης

	Ιδιότητες του Εδάφους	Ιδιότητες της Επένδυσης
Πυκνότητα	$\rho_s = 1800 \text{kg/m}^3$	$\rho_l = 2200 \text{kg/m}^3$
ταχύτητα διάδοσης Διατμητικών Κυμάτων	400 m/sec	2383.65m/sec
ταχύτητα διάδοσης Επιμηκών Κυμάτων	800 m/sec	4767.31
Λόγος Poisson	0.33	0.2
μέτρο διάτμησης	$G_s = 2.88 \cdot 10^8 \text{Pa}$	$G_l = 1.25 \cdot 10^{10} \text{Pa}$
Κυματικός Αριθμός που αντιστοιχεί στα S κύματα	$k_{bs} = 0.6283$	$k_{bl} = 0.1054$
$K_a = \omega/C_p$: Κυματικός Αριθμός που αντιστοιχεί στα P κύματα	$k_{as} = 0.3141$	$k_{al} = 0.0527$
λ (σταθερά lame)	$5.76 \cdot 10^8 \text{Pa}$	$2.5 \cdot 10^{10} \text{Pa}$
μ (σταθερά lame)	$2.88 \cdot 10^8 \text{Pa}$	$1.25 \cdot 10^{10} \text{Pa}$

5.4.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, πάχους t_e

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη κυκλική οπή εξωτερικής ακτίνας $r_1 = 1.2 \mu$ και εσωτερικής ακτίνας $r = 1 \text{m}$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-35).



Σχ.5-35: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κυκλικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-52, 5-53α, 5-53β, 5-54α, 5-54β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών A_n , B_n , C_n , D_n , F_n , K_n .

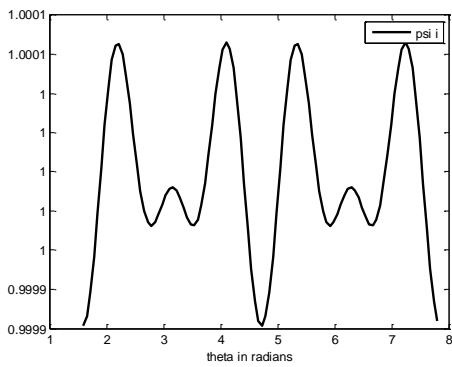
Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε οπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου οπή με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και πάχος $t_c=0.2\mu$, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

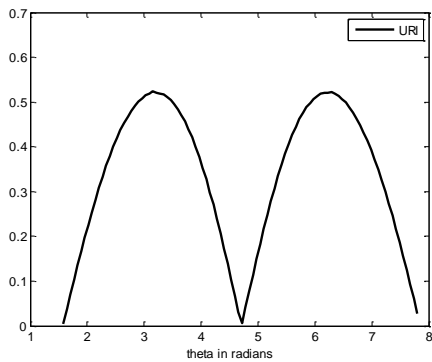
Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

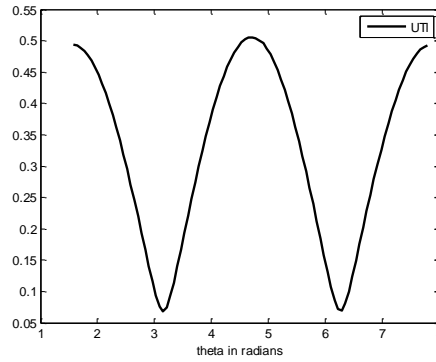
Στο (Σχ.5-36), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_i , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.



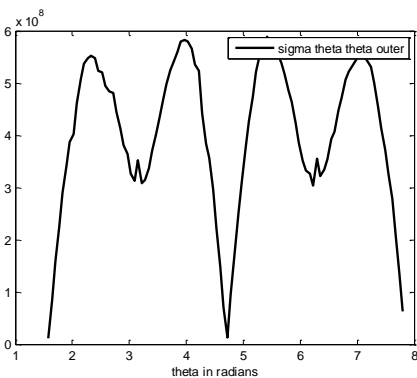
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_i του προσπίπτοντος κύματος SV



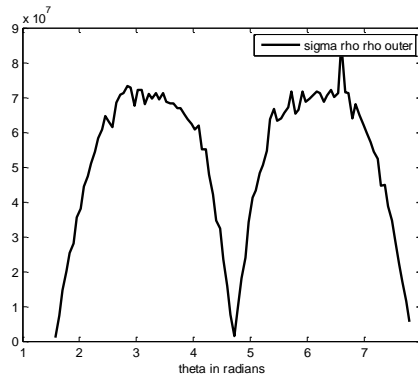
β: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



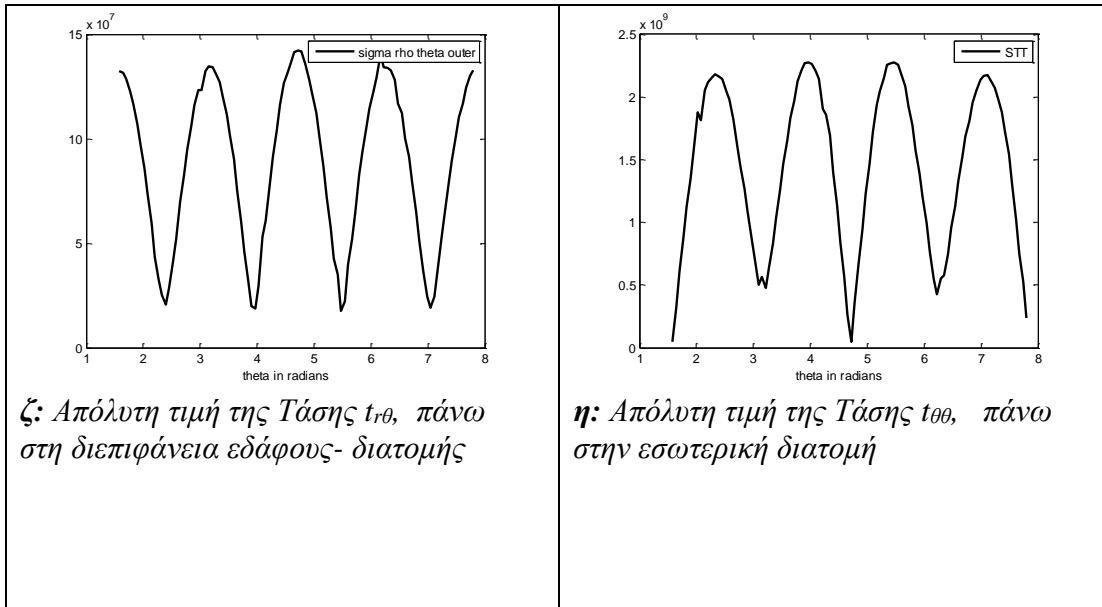
γ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



δ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



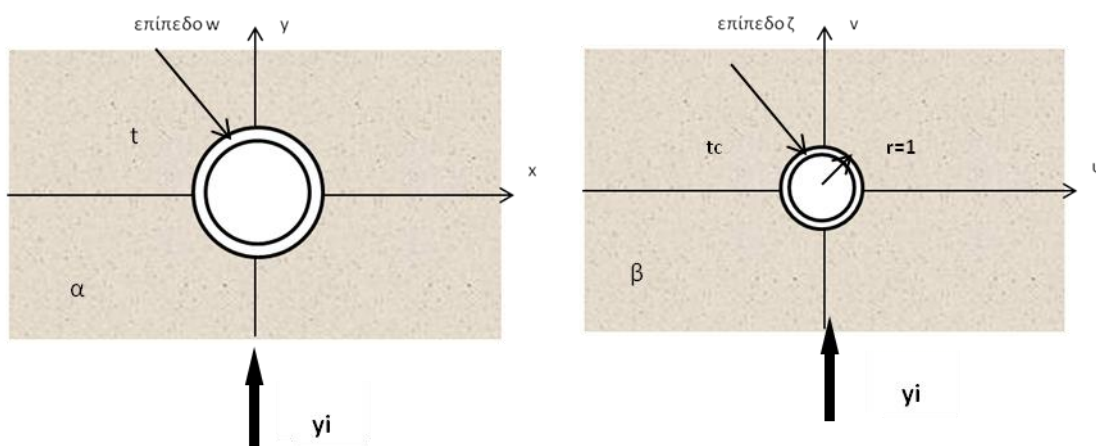
ε: Απόλυτη τιμή της Τάσης t_{rr} , πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



Σχ.5-36: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας, πάχους t_c , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.4.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R, πάχους t

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη οπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου εξωτερικής ακτίνας $R_1=5.5\mu$ και εσωτερικής ακτίνας $R=5\mu$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), βλέπε (Σχ.5-37). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3., §3.4.2.), ο κυκλικός δακτύλιος μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.5-37: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή κυκλικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-52, 5-53α, 5-53β, 5-54α, 5-54β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών A_n , B_n , C_n , D_n , F_n , K_n .

Αριθμητική Εφαρμογή

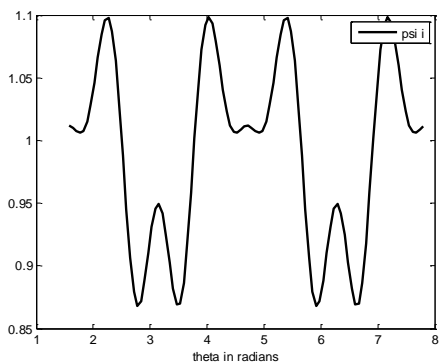
Θεωρούμε σπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου εσωτερικής ακτίνας $R=5\mu$, και εξωτερικής $R_1=5.5\mu$, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

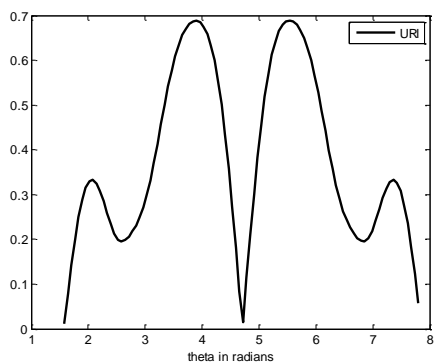
Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3. §3.4.2.) το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.1\mu$. και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB

Στη συνέχεια, με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

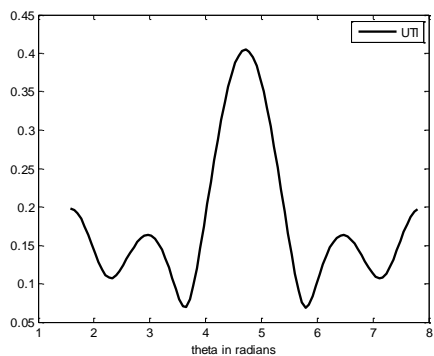
Στο (Σχ.5-38), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_i , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.



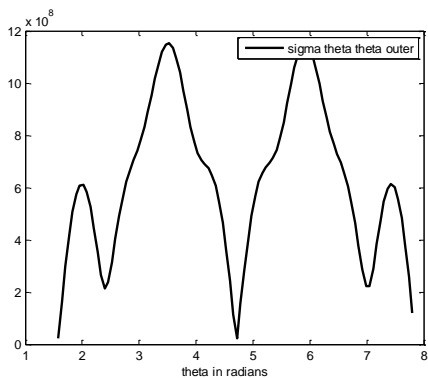
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_i του προσπίπτοντος κύματος SV



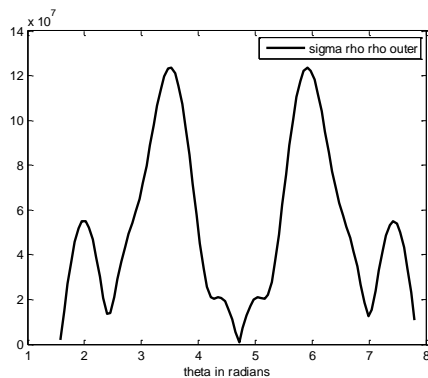
β: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



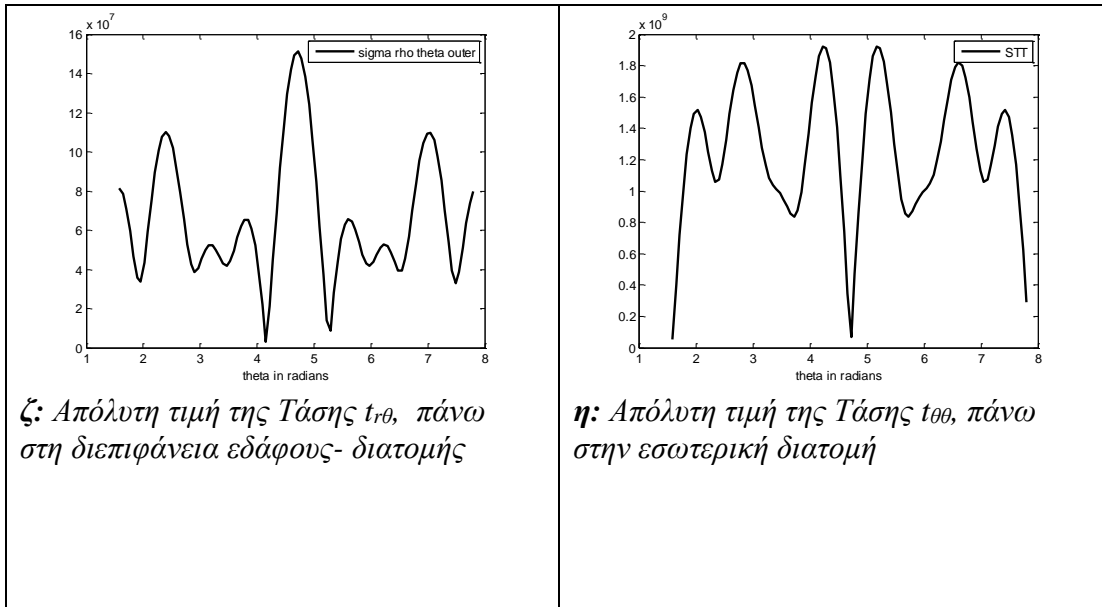
γ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



δ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής



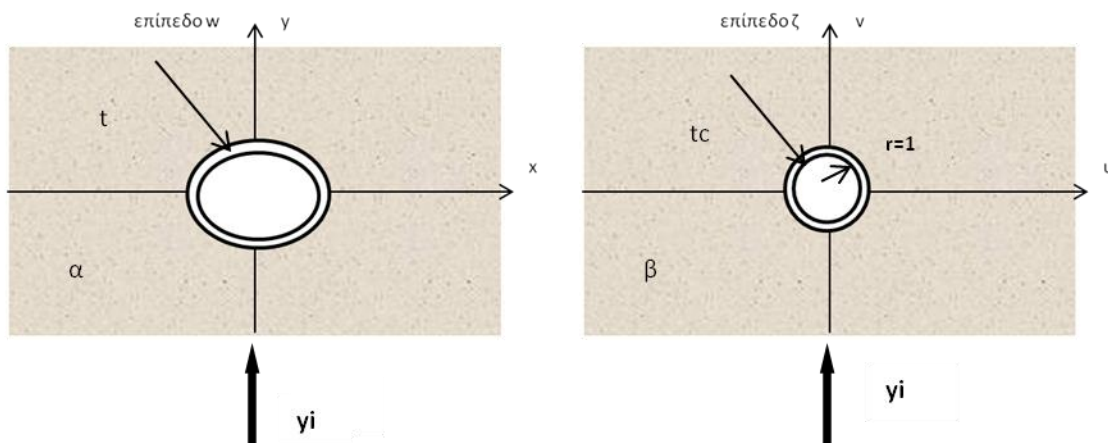
ε: Απόλυτη τιμή της Τάσης t_{rr} , πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



Σχ.5-38: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή ακτίνας R , πάχους t , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.4.3.Ελλειπτική Οπή, πάχους t

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη οπή σε σχήμα ελλειπτικού δακτυλίου με ημιάξονες εξωτερικού και εσωτερικού δακτυλίου a_1, b_1, a_2, b_2 αντίστοιχα στο επίπεδο w, η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), βλέπε (Σχ.5-39). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3., §3.4.3.), ο ελλειπτικός δακτύλιος μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.5-39: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή ελλειπτικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-52, 5-53α, 5-53β, 5-54α, 5-54β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών A_n , B_n , C_n , D_n , F_n , K_n .

Αριθμητική Εφαρμογή

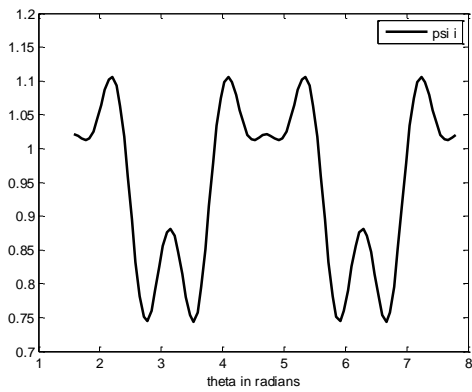
Θεωρούμε σπή σε σχήμα ελλειπτικού δακτυλίου με ημιάξονες εξωτερικού και εσωτερικού δακτυλίου $a_1=6.5\mu$ $b_1=5.5\mu$ $a_2=6\mu$ $b_2=5\mu$. αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

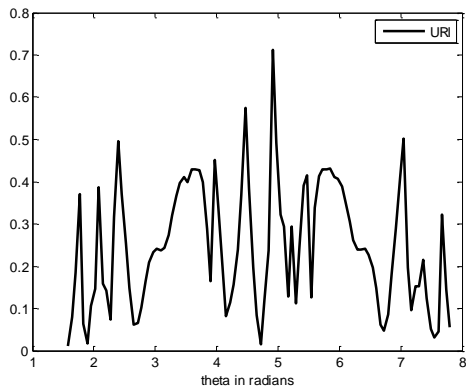
Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.,§3.4.3.), το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.099\mu$. και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB.

Στη συνέχεια, επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

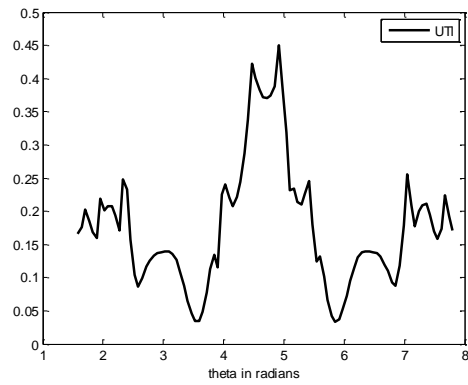
Στο (Σχ. 5-40), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_i , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.



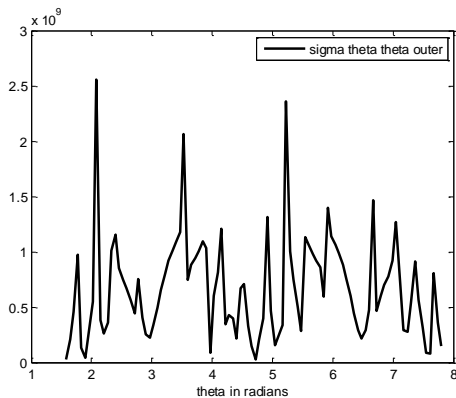
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_i του προσπίπτοντος κύματος SV



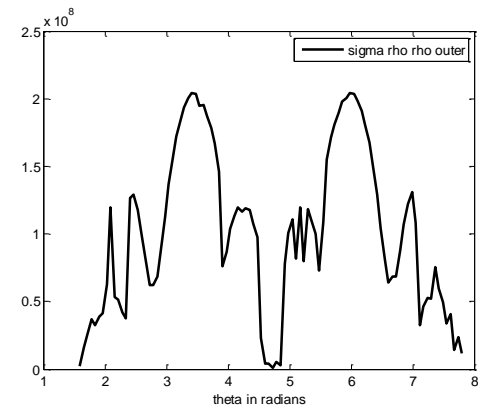
β: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



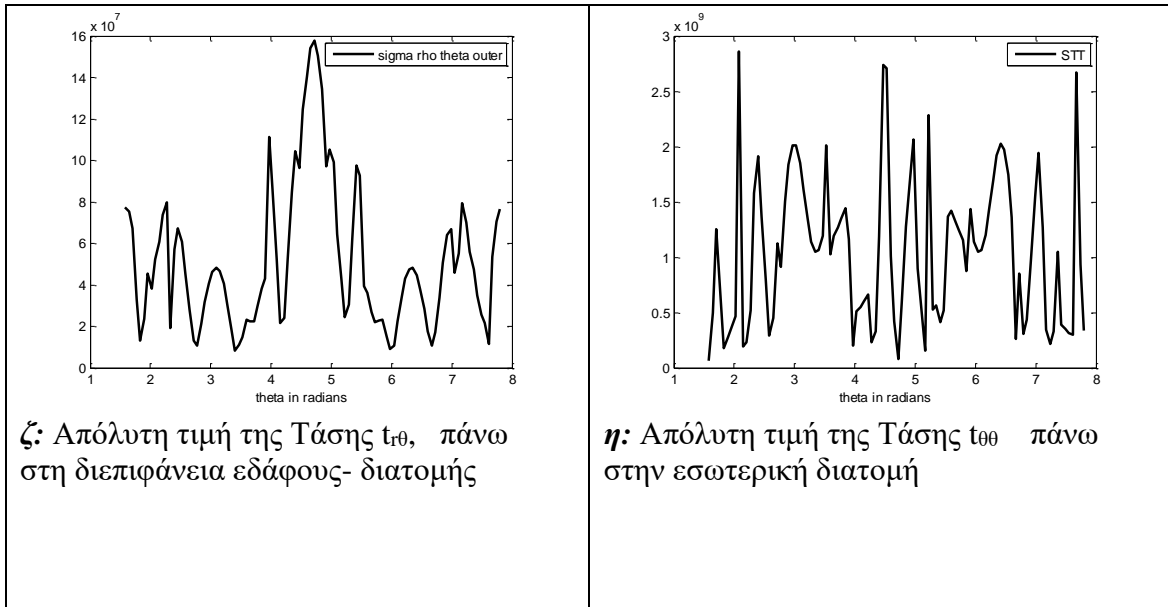
γ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



δ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής



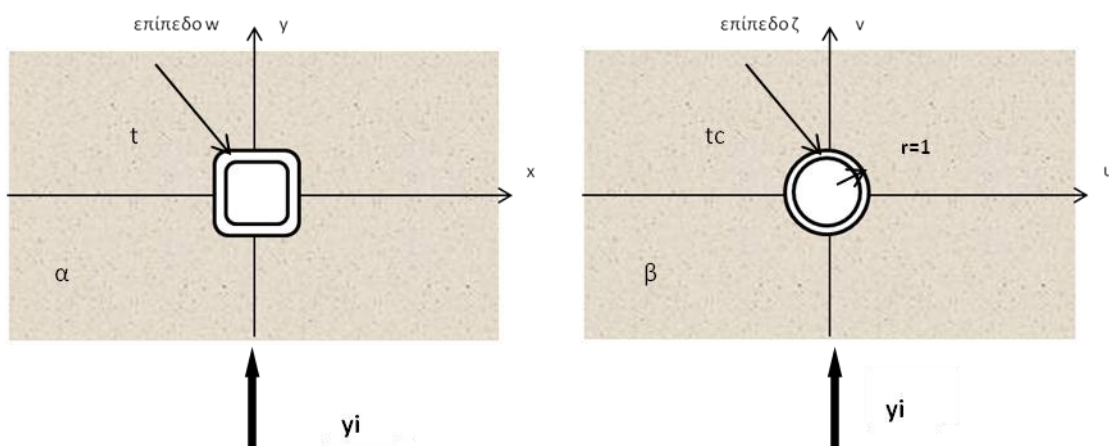
ε: Απόλυτη τιμή της Τάσης t_{rr} , πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



Σχ.5-40: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Ελλειπτική Οπή, πάχους t , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.4.4. Τετραγωνική Οπή, πάχους t

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη τετραγωνική οπή με πλευρά εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος a_{sq2} & a_{sq1} , αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), βλέπε (Σχ.5-41). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3. §3.4.4.), η τετραγωνική οπή πάχους t μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.5-41: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή τετραγωνικού σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-52, 5-53α, 5-53β, 5-54α, 5-54β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών A_n , B_n , C_n , D_n , F_n , K_n .

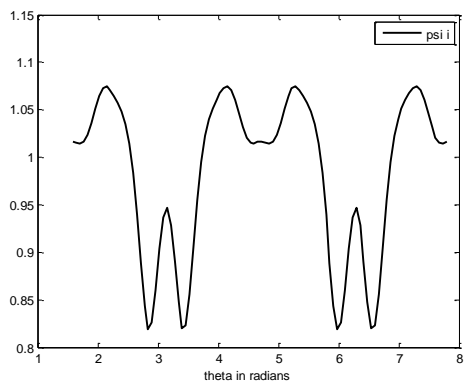
Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε επενδεδυμένη τετραγωνική οπή με πλευρά εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος $a_{sq2}=11\mu$. & $a_{sq1}=10\mu$ αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

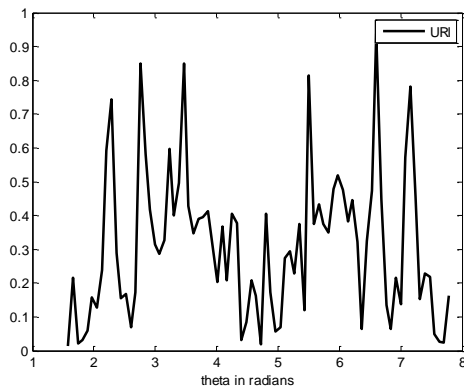
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2). Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3. §3.4.4.), το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.07\mu$. και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB.

Στη συνέχεια, επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

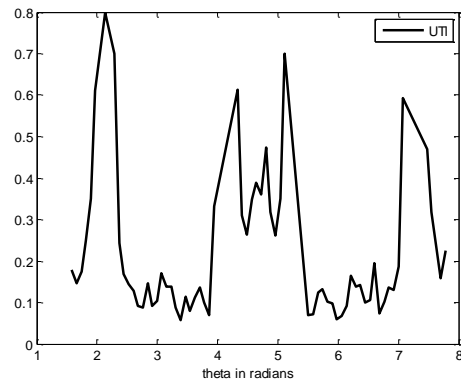
Στο (Σχ.5-42), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_i , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.



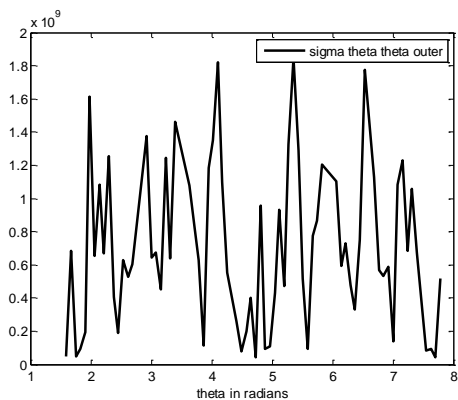
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_i του προσπίπτοντος κύματος SV



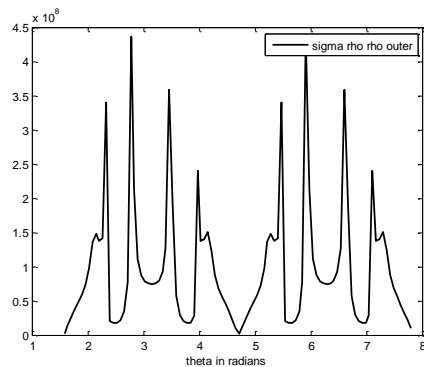
β: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



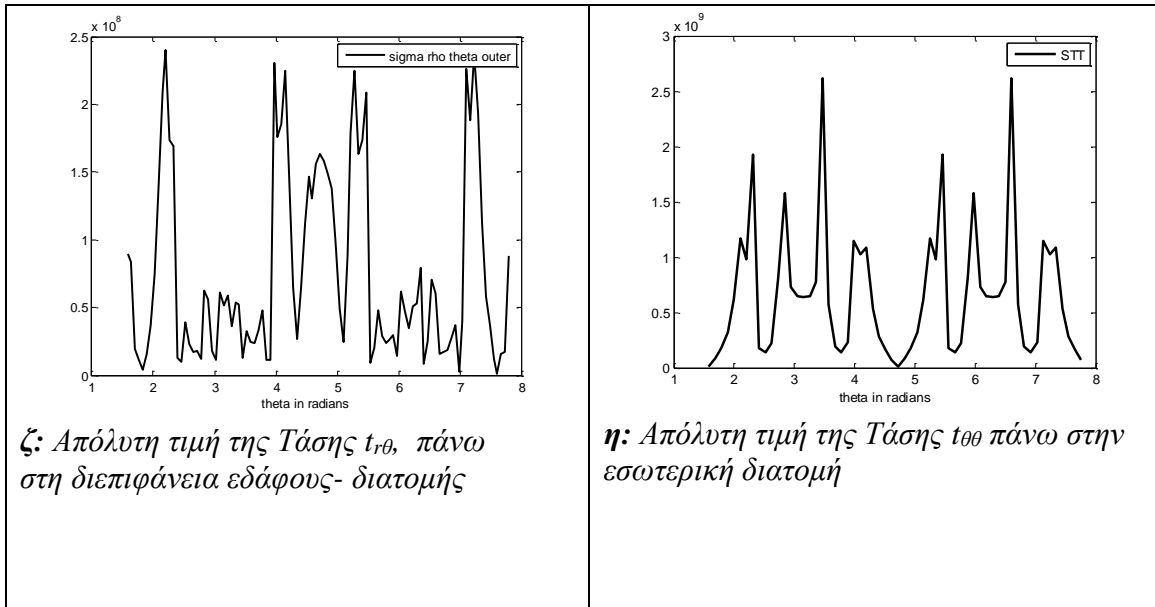
γ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



δ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής



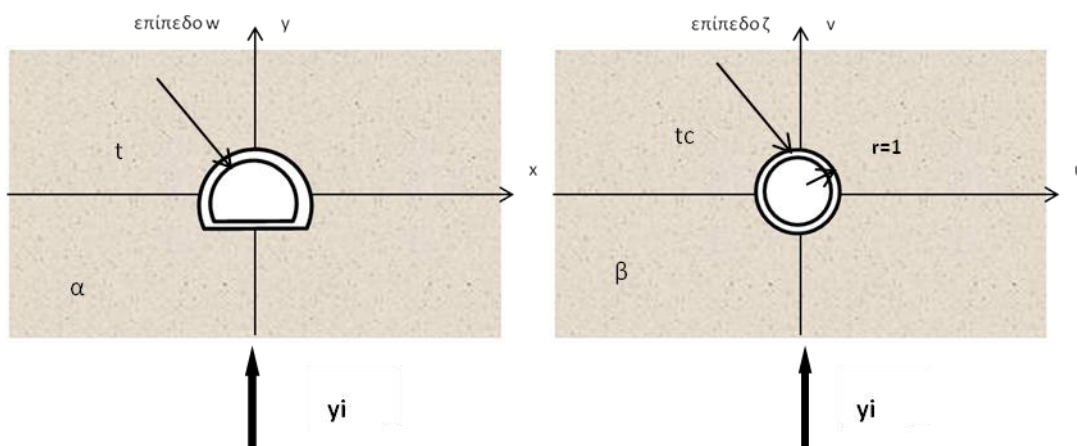
ε: Απόλυτη τιμή της Τάσης t_{rr} , πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



Σχ.5-42: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Τετραγωνική Οπή, πάχους t , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.4.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, πάχους t

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη πεταλοειδή οπή με ύψος εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος H_2 & H_1 , αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε μεγάλο βάθος οπότε μπορεί να θεωρηθούν συνθήκες πλήρους χώρου (full space), βλέπε (Σχ.5-43). Όπως αναλύεται στο (Κεφ.3, §3.4.5.), η επενδεδυμένη πεταλοειδής διατομή μετασχηματίζεται σε αντίστοιχο κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$ και αντίστοιχο πάχος t_c .



Σχ.5-43: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή πεταλοειδούς σχήματος σε μεγάλο βάθος, στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ (β).

Στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-52, 5-53α, 5-53β, 5-54α, 5-54β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών A_n , B_n , C_n , D_n , F_n , K_n .

Αριθμητική Εφαρμογή

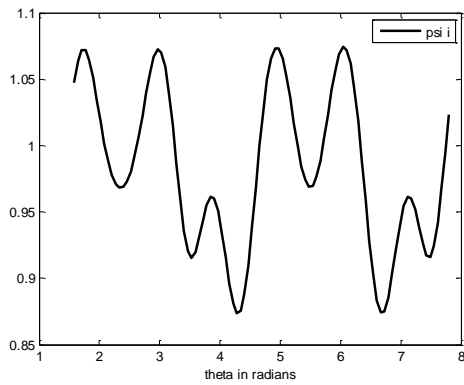
Θεωρούμε επενδεδυμένη πεταλοειδή σπή με ύψος εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος $H_2=8.72\mu$. & $H_1=7.72\mu$ αντίστοιχα, σε μεγάλο βάθος στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

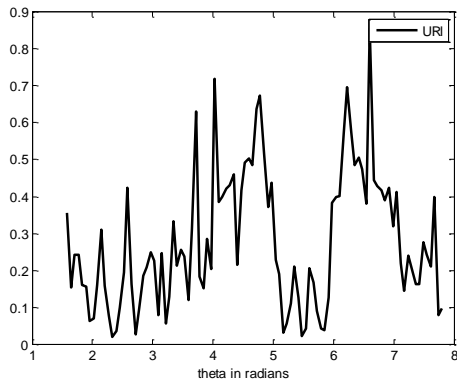
Όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3,§3.4.5.), το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα είναι $t_c=0.107\mu$. και υπολογίζεται με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB.

Στη συνέχεια, επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

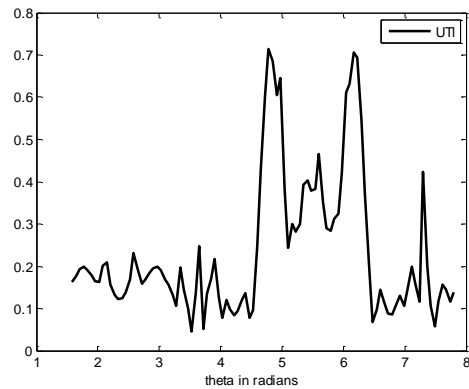
Στο (Σχ.5-44), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_i , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.



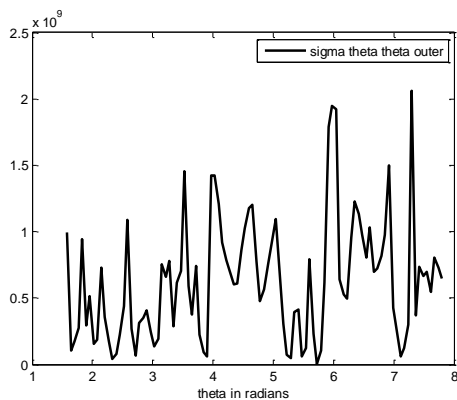
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_i του προσπίπτοντος κύματος SV



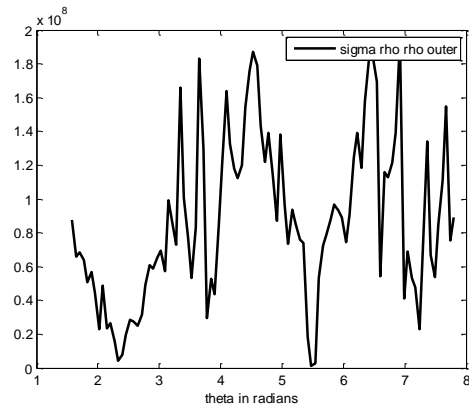
β: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



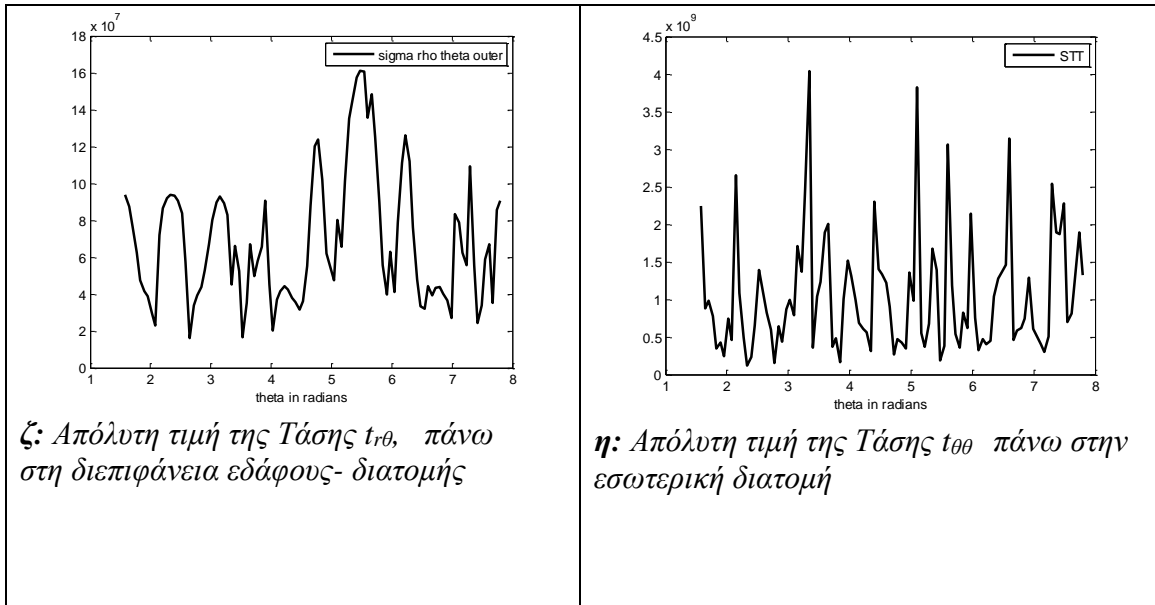
γ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής



δ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής



ε: Απόλυτη τιμή της Τάσης t_{rr} , πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής

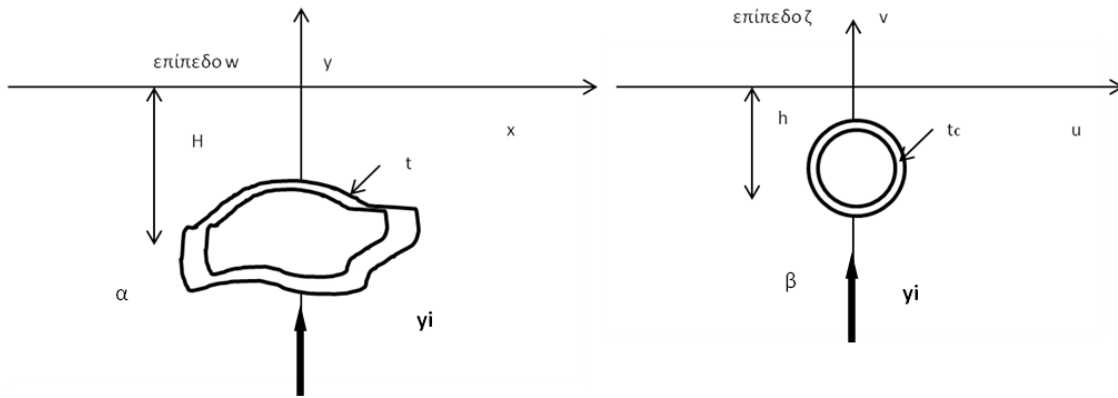


Σχ.5-44: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος, πάχους t , στον Πλήρη Χώρο, υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.5. Επενδεδυμένη Οπή στον Ημίχωρο με θεώρηση «Χαλαρού Συνόρου»

Θεωρούμε διατομή υπογείου έργου τυχαίου σχήματος πάχους t που βρίσκεται σε βάθος H , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV, με κατακόρυφη διάδοση, στο επίπεδο w όπως φαίνεται στο (Σχ.5-45). Το τυχαίο σχήμα μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_e », με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου $r_1=1$ και ακτίνα εξωτερικού κύκλου r_2 , που βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h », όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3,§3.4.). Οι κυματικοί αριθμοί αντίστοιχα στο έδαφος και την επένδυση είναι οι k_{am} , k_{bm} και k_{al} , k_{bl} αντίστοιχα.

Ο εξωτερικός κύκλος δίδεται από τη σχέση $\zeta_2 = r_2 e^{i\theta}$ και ο εσωτερικός αντίστοιχα από την $\zeta_1 = r_1 e^{i\theta}$.



Σχ.5-45: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή πάχους t τυχαίου σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε επενδεδυμένη διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ , αντίστοιχου πάχους t_c και βάθους h (β).

Για τον υπολογισμό των Κυματικών Δυναμικών, θεωρούμε την απλοποιημένη παραδοχή ότι τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους $\psi_{s2} = \varphi_{s2} = 0$, όπως αναλύσαμε ανωτέρω στην (§5-2.)

Έτσι το πρόβλημα του Ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα Πλήρους χώρου, ως εξής:

Στη διατομή της σήραγγας προσπίπτει σεισμικό κύμα τύπου SV με κυματικό δυναμικό ψ_i . Το κυματικό δυναμικό ψ_i που αντιστοιχεί στο προσπίπτον και το ανακλώμενο κύμα ψ_r στην διατομή τυχαίου σχήματος στο επίπεδο w , η οποία απεικονίζεται στο μοναδιαίο κυκλικό δακτύλιο στο επίπεδο ζ , με συνάρτηση απεικόνισης $\omega(\zeta)$, δίδεται από τη σχέση :

$$\begin{aligned} \psi_{i+r} = & |\psi_0| e^{ik_b h} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_{bm} |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) + \\ & + |\psi_0| e^{-ik_b h} \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(k_{bm} |w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \end{aligned} \quad (5-55)$$

Όπου $|\psi_0| = 1$ και αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

Τα κυματικά δυναμικά που διέπουν το πρόβλημα είναι :

Στο έδαφος :

Τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά στο έδαφος ψ_s^m , φ_s^m δίδονται από τις σχέσεις:

$$\psi_s^m = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n(k_{bm}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-56)$$

$$\varphi_s^m = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(k_{am}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-57)$$

Στην επένδυση:

Τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά στο έδαφος ψ_s^l , φ_s^l δίδονται από τις σχέσεις:

$$\psi_s^l = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} D_n H_n(k_{bl}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-58)$$

$$\varphi_s^l = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n(k_{al}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-59)$$

Τα διερχόμενα κυματικά δυναμικά στο έδαφος ψ_{tr}^l , φ_{tr}^l δίδονται από τις σχέσεις:

$$\psi_{tr}^l = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} K_n H_n^2(k_{bl}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} + \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-60)$$

$$\varphi_{tr}^l = \frac{1}{2i} \sum_{n=0}^{\infty} F_n H_n(k_{al}|w(\zeta)|) \left(\left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^n i^{-n} - \left(\frac{w(\zeta)}{|w(\zeta)|} \right)^{-n} i^n \right) \quad (5-61)$$

Ισχύουν οι κάτωθι 3 συνοριακές συνθήκες :

Συνοριακή Συνθήκη 1

1. Στην εσωτερική ακτίνα $r_1=1$ της επένδυσης στο επίπεδο ζ , το άθροισμα των τάσεων

$$t_{rr} = 0 \ \& \ t_{r\theta} = 0.$$

$$(5-62)$$

Συνοριακή Συνθήκη 2

2. Συνέχεια των μετακινήσεων u_r & u_θ μεταξύ του εδάφους και την επένδυσης πάνω στην διεπιφάνεια

$$(u_{r_i} + u_{r_s}^m) \text{έδαφος} = (u_{r_s}^l + u_{r_{tr}}^l) \text{επένδυση} \quad (5-63\alpha)$$

$$(u_{\theta_i} + u_{\theta_s}^m) \text{έδαφος} = (u_{\theta_s}^l + u_{\theta_{tr}}^l) \text{επένδυση} \quad (5-63\beta)$$

Συνοριακή Συνθήκη 3

3. Συνέχεια των τάσεων t_{rr} & $t_{r\theta}$ μεταξύ του εδάφους και την επένδυσης πάνω στην διεπιφάνεια

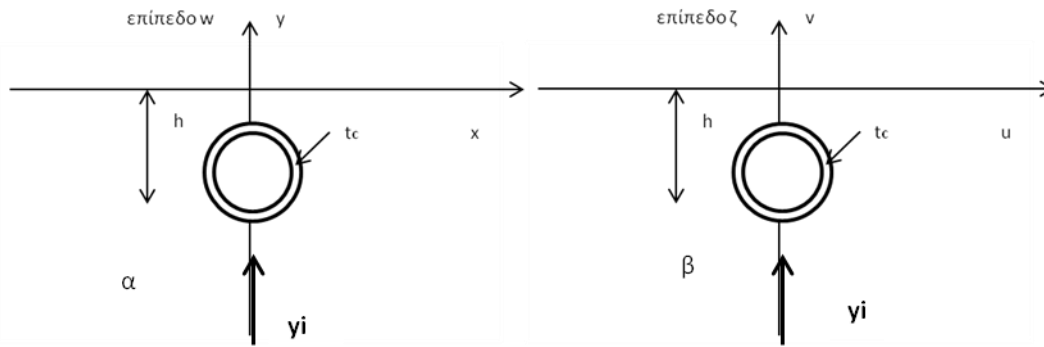
$$t_{rr}^s(\text{έδαφος}) = t_{rr}^l(\text{επένδυση}) \quad (5-64\alpha)$$

$$t_{r\theta}^s(\text{έδαφος}) = t_{r\theta}^l(\text{επένδυση}) \quad (5-64\beta)$$

Οι άγνωστοι συντελεστές $A_n, B_n, C_n, D_n, F_n, K_n$, υπολογίζονται με την επίλυση του συστήματος όπως προκύπτει από τις συνοριακές συνθήκες. Το σύστημα δίνει καλύτερα αποτελέσματα όσο η ακαμψία του εδάφους πλησιάζει την τιμή της ακαμψίας της επένδυσης. Δηλαδή $m_s \sim m_l$. Σε αντίθετη περίπτωση πρέπει να ληφθεί υπ'όψιν η αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος $|y_0|$ που αντιστοιχεί στο πλάτος του προσπίπτοντος κύματος SV

5.5.1. Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας πάχους t_c , σε βάθος h

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη κυκλική οπή εξωτερικής ακτίνας $r_1=1.2\mu$ και εσωτερικής ακτίνας $r=1m$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος h οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-46).



Σχ.5-46: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή κυκλικού σχήματος σε βάθος h , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ αντίστοιχου πάχους t_c και βάθους h (β).

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, με την απλοποιημένη παραδοχή ότι τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους μπορούν να αγνοηθούν, το πρόβλημα του Ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα Πλήρους χώρου, επομένως στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-62, 5-63α, 5-63β, 5-64α, 5-64β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών A_n , B_n , C_n , D_n , F_n , K_n .

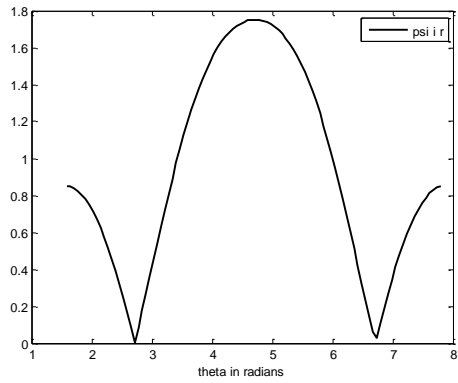
Αριθμητική Εφαρμογή

Θεωρούμε κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα $r=1\mu$, και εξωτερική $r_1=1.2\mu$, σε βάθος $h=2\mu$, στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

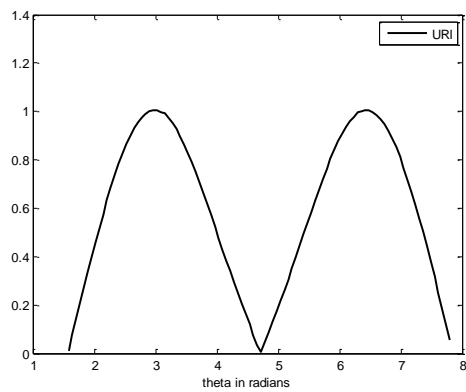
Οι ιδιότητες του εδάφους και της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

Με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

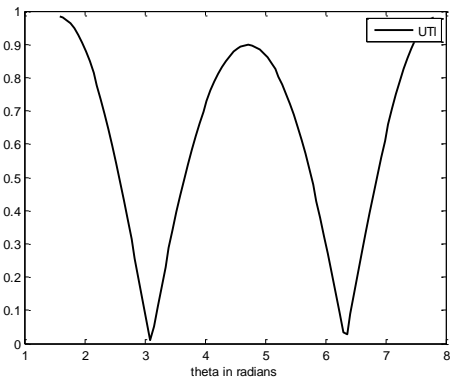
Στο (Σχ.5-47), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_{i+r} , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.



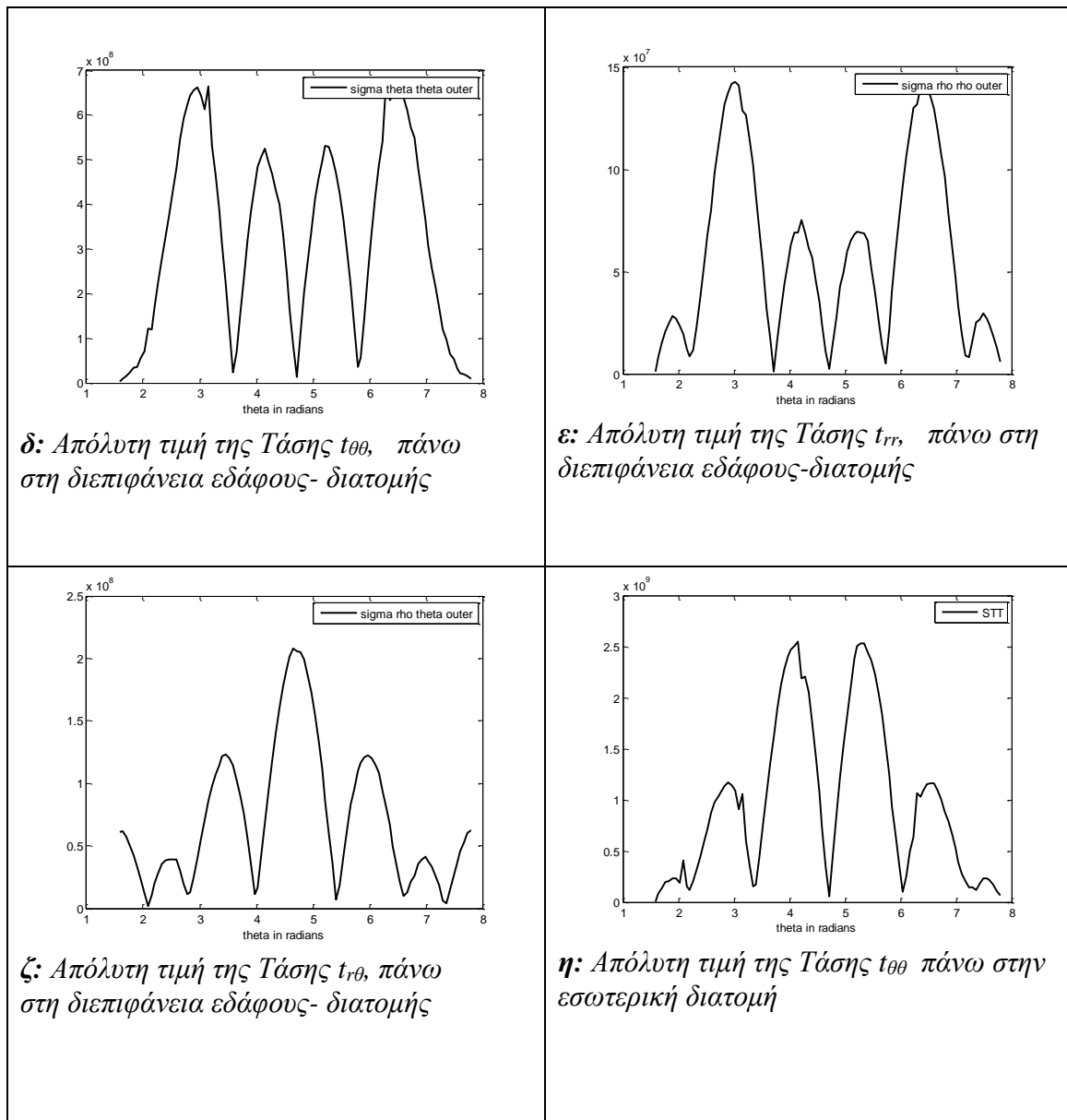
α: Απόλυτη τιμή του Κυματικού δυναμικού ψ_{i+r} του προσπίπτοντος κύματος SV



Σχ.β: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



γ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής

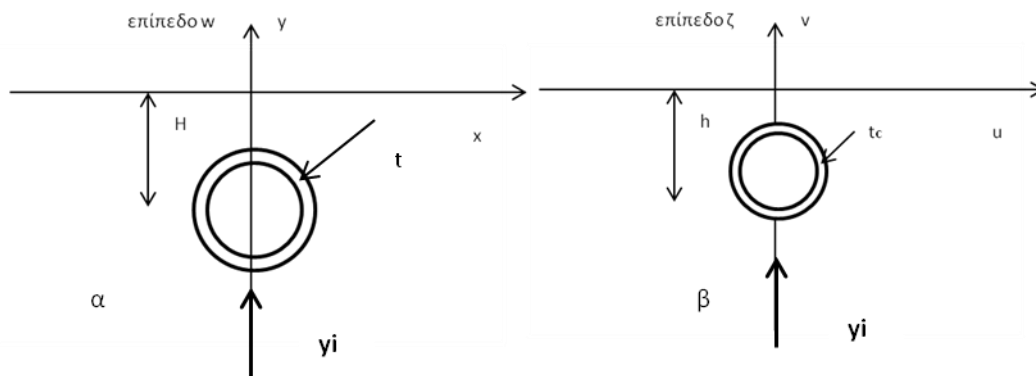


Σχ.5-47: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή Μοναδιαίας ακτίνας πάχους t_c , σε βάθος h , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.5.2. Κυκλική Οπή ακτίνας R πάχους t, σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη οπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου εξωτερικής ακτίνας $R_1=5.5\mu$ και εσωτερικής ακτίνας $R=5\mu$ στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος H οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-48). Το συγκεκριμένο σχήμα μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_c », όπως αναλύθηκε στο

(Κεφ.3.§3.4.2.) με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου r_1 και ακτίνα εξωτερικού κύκλου r_2 , που βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h », το οποίο υπολογίζεται με βάση το (Κεφ.3.§3.2.1.).



Σχ.5-48: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή κυκλικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ αντίστοιχου πάχους t_c και βάθους h (β).

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, με την απλοποιημένη παραδοχή ότι τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους μπορούν να αγνοηθούν, το πρόβλημα του Ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα Πλήρους χώρου, επομένως στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-62, 5-63α, 5-63β, 5-64α, 5-64β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών $A_n, B_n, C_n, D_n, F_n, K_n$.

Αριθμητική Εφαρμογή

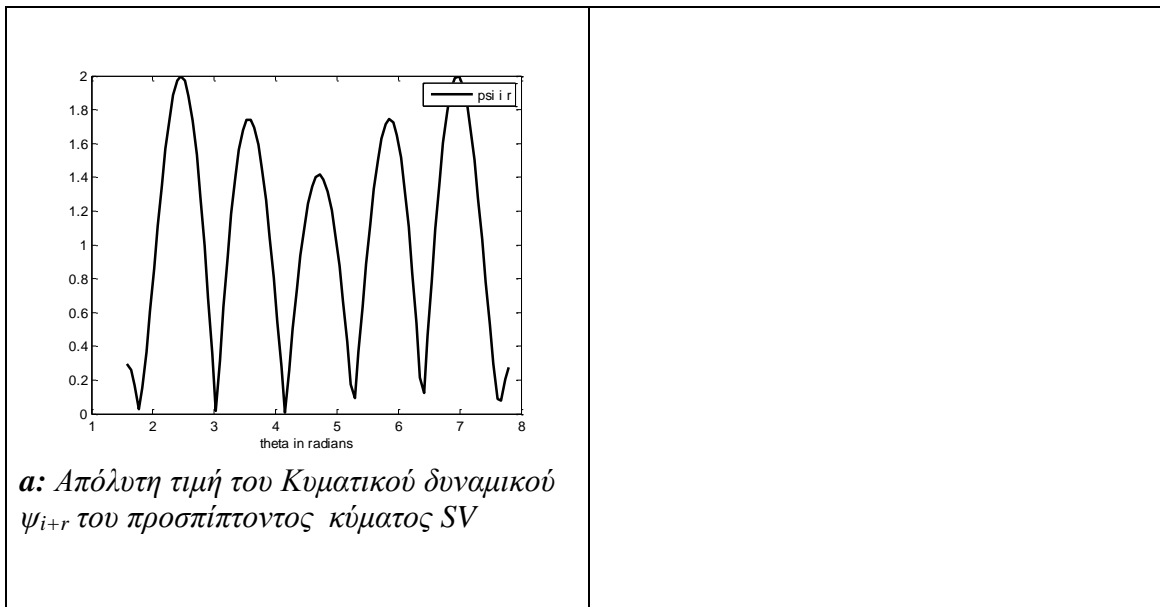
Θεωρούμε σπή σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου εσωτερικής ακτίνας $R=5\mu$ και εξωτερικής $R_1=5.5\mu$, σε βάθος $H=10\mu$, στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32$ rad/sec.

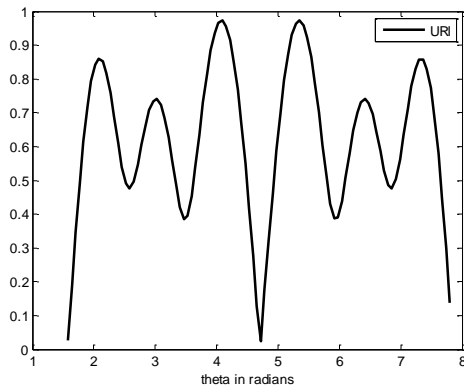
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

Με την βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε κατ'αρχήν το «ισοδύναμο βάθος h », που αντιστοιχεί στο βάθος που βρίσκεται ο αντίστοιχος κυκλικός δακτύλιος στον οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.§3.2.1.) καθώς και το αντίστοιχο πάχος t_c του κυκλικού δακτυλίου στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα, (Κεφ.3§3.4.2.). Το «ισοδύναμο βάθος h », είναι $h=2\mu$ και το αντίστοιχο «ισοδύναμο πάχος t_c », $t_c=0.1\mu$.

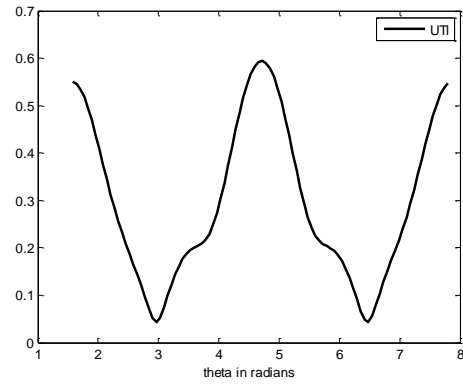
Στη συνέχεια, επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-49), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_{i+r} , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.

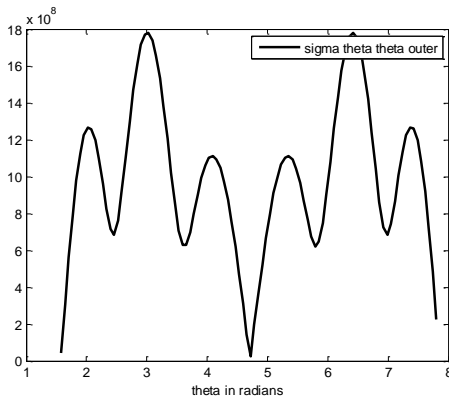




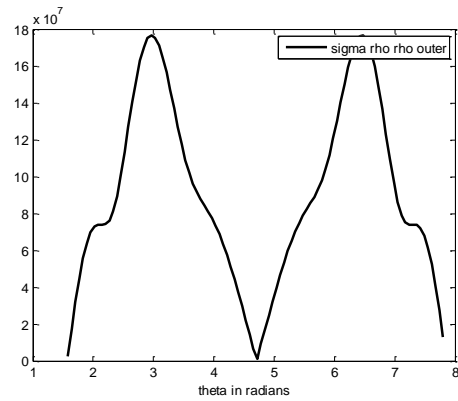
β: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



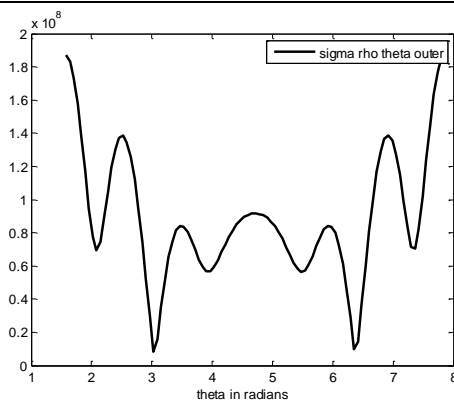
γ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



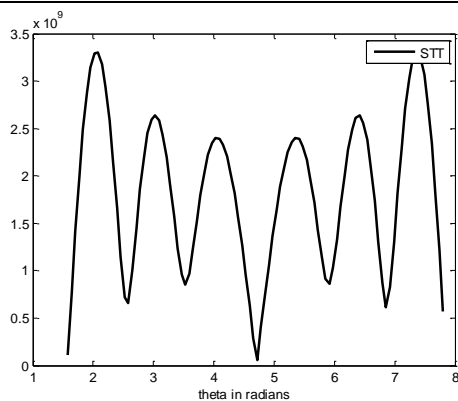
δ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$, πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής



ε: Απόλυτη τιμή της Τάσης t_{rr} , πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



ζ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{r\theta}$, πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής

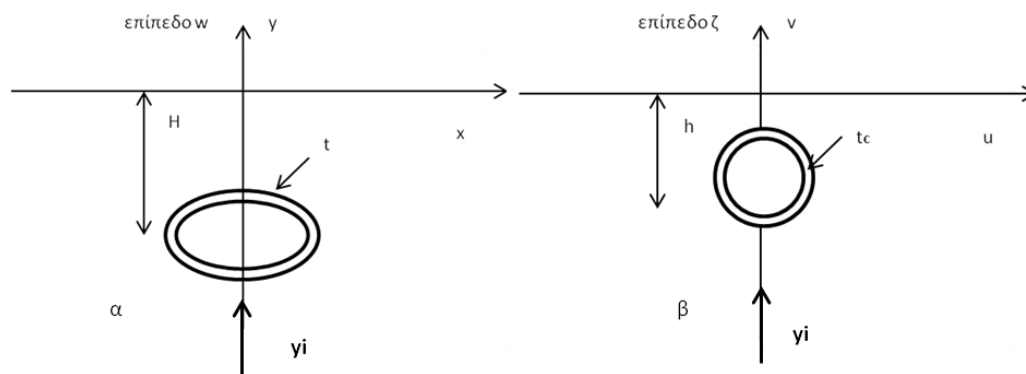


η: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στην εσωτερική διατομή

Σχ.5-49: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Κυκλική Οπή ακτίνας R πάχους t , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.5.3.Ελλειπτική Οπή πάχους t , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη οπή σε σχήμα ελλειπτικού δακτυλίου με ημιάξονες εξωτερικού και εσωτερικού δακτυλίου a_1, b_1, a_2, b_2 στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος H , οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-50). Το συγκεκριμένο σχήμα μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμο πάχους t_c », όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.§3.4.3.) με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου r_1 και ακτίνα εξωτερικού κύκλου r_2 , που βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h », το οποίο υπολογίζεται με βάση το (Κεφ.3.§3.2.2.).



Σχ.5-50: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή ελλειπτικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ αντίστοιχου πάχους t_c και βάθους h (β).

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, με την απλοποιημένη παραδοχή ότι τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους μπορούν να αγνοηθούν, το πρόβλημα του Ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα Πλήρους χώρου, επομένως στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-62, 5-63α, 5-63β, 5-64α, 5-64β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών $A_n, B_n, C_n, D_n, F_n, K_n$.

Αριθμητική Εφαρμογή

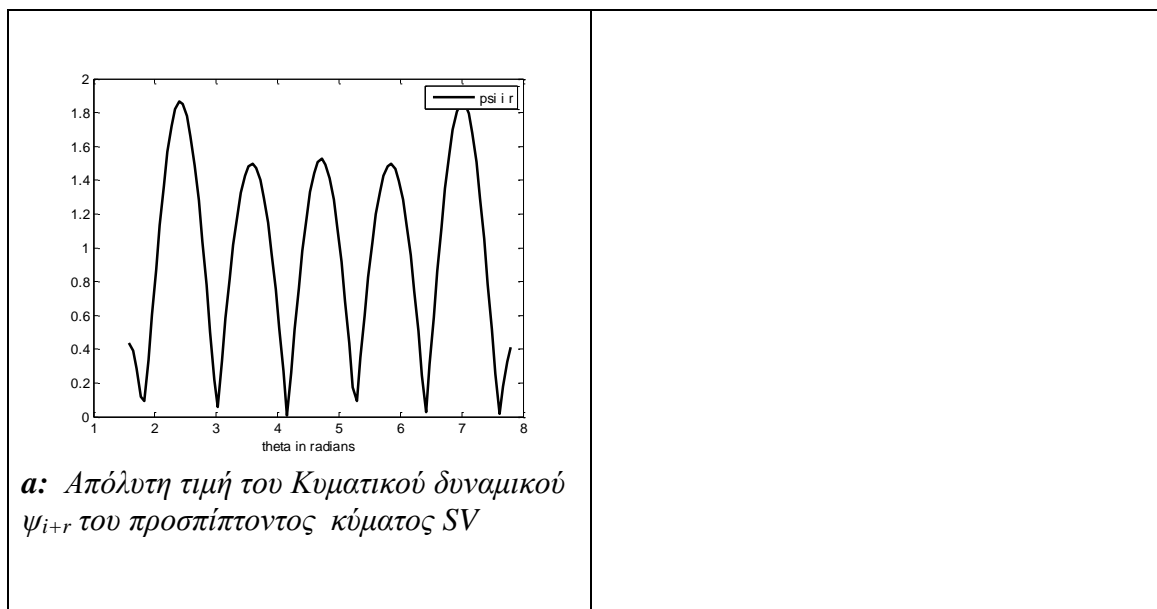
Θεωρούμε οπή σε σχήμα ελλειπτικού δακτυλίου με ημιάξονες εξωτερικού και εσωτερικού δακτυλίου $a_1=6.5\mu, b_1=5.5\mu, a_2=6\mu, b_2=5\mu$. αντίστοιχα, σε βάθος $H=10\mu$, στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$.

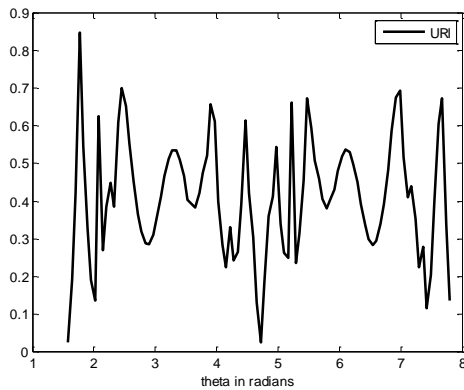
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

Με την βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε κατ'αρχήν το «ισοδύναμο βάθος h », που αντιστοιχεί στο βάθος που βρίσκεται ο αντίστοιχος κυκλικός δακτύλιος στον οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3,§3.2.2.) καθώς και το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου t_c στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα, (Κεφ.3,§3.4.3.). Το «ισοδύναμο βάθος h », είναι $h=1.86\mu$ και το «ισοδύναμο πάχος t_c » $t_c=0.099\mu$.

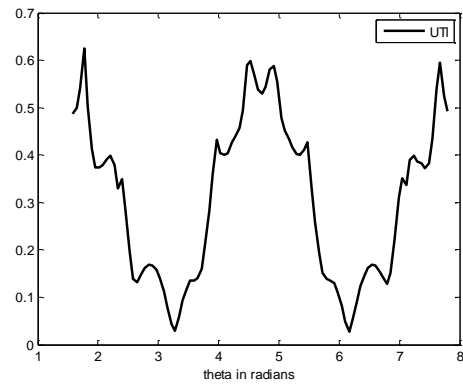
Στη συνέχεια, επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-51), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_{i+r} , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.

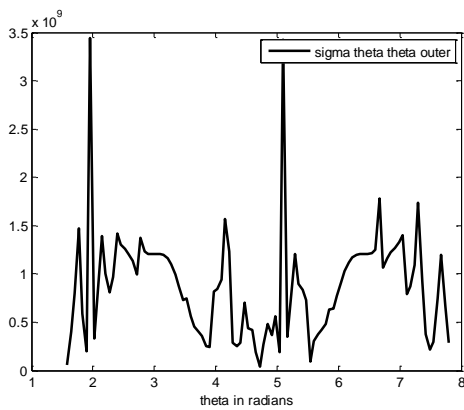




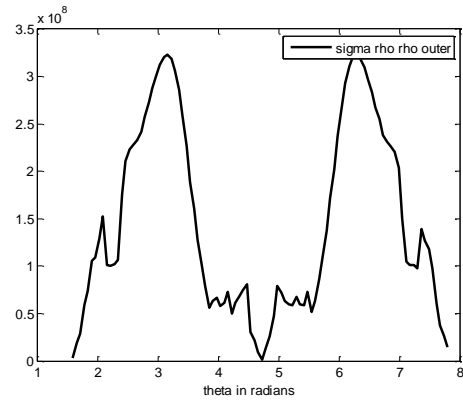
β: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_r πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



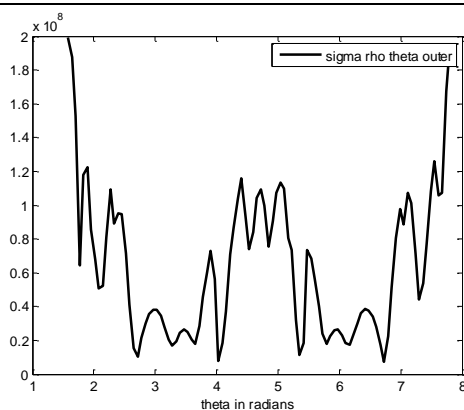
γ: Απόλυτη τιμή της μετακίνησης u_θ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



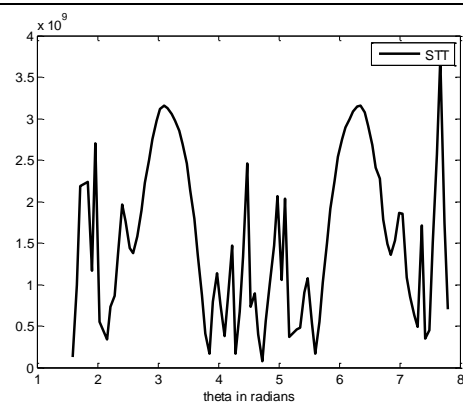
δ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής



ε: Απόλυτη τιμή της Τάσης t_{rr} πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους-διατομής



ζ: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{r\theta}$ πάνω στη διεπιφάνεια εδάφους- διατομής

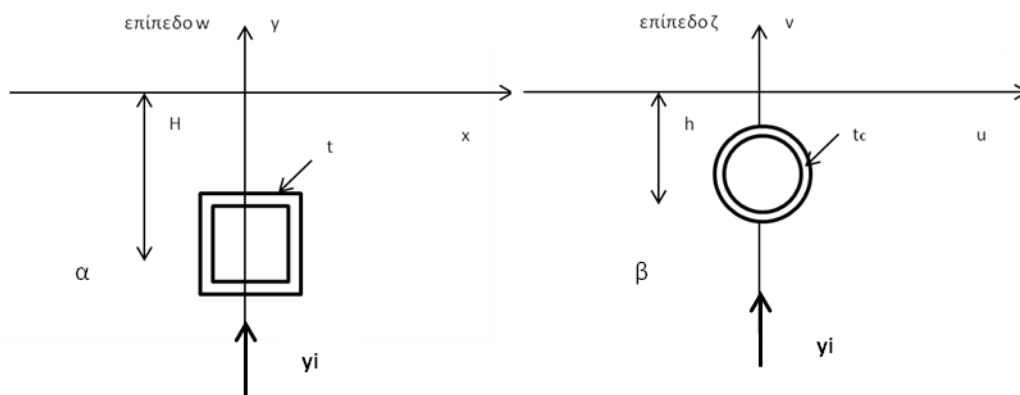


η: Απόλυτη τιμή της Τάσης $t_{\theta\theta}$ πάνω στην εσωτερική διατομή

Σχ.5-51: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Ελλειπτική Οπή πάχους t , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.5.4. Τετραγωνική Οπή πάχους t , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη τετραγωνική οπή με πλευρά εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος a_{sq2} & a_{sq1} , αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος H , οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-52). Το συγκεκριμένο σχήμα μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_c », όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.§3.4.4.) με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου r_1 και ακτίνα εξωτερικού κύκλου r_2 , που βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h », το οποίο υπολογίζεται με βάση το (Κεφ.3.§3.2.3.).



Σχ.5-52(α)(β): Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή τετραγωνικού σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο z αντίστοιχου πάχους t_c και βάθους h (β).

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, με την απλοποιημένη παραδοχή ότι τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους μπορούν να αγνοηθούν, το πρόβλημα του Ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα Πλήρους χώρου, επομένως στο επίπεδο z , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-62, 5-63α, 5-63β, 5-64α, 5-64β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών $A_n, B_n, C_n, D_n, F_n, K_n$.

Αριθμητική Εφαρμογή

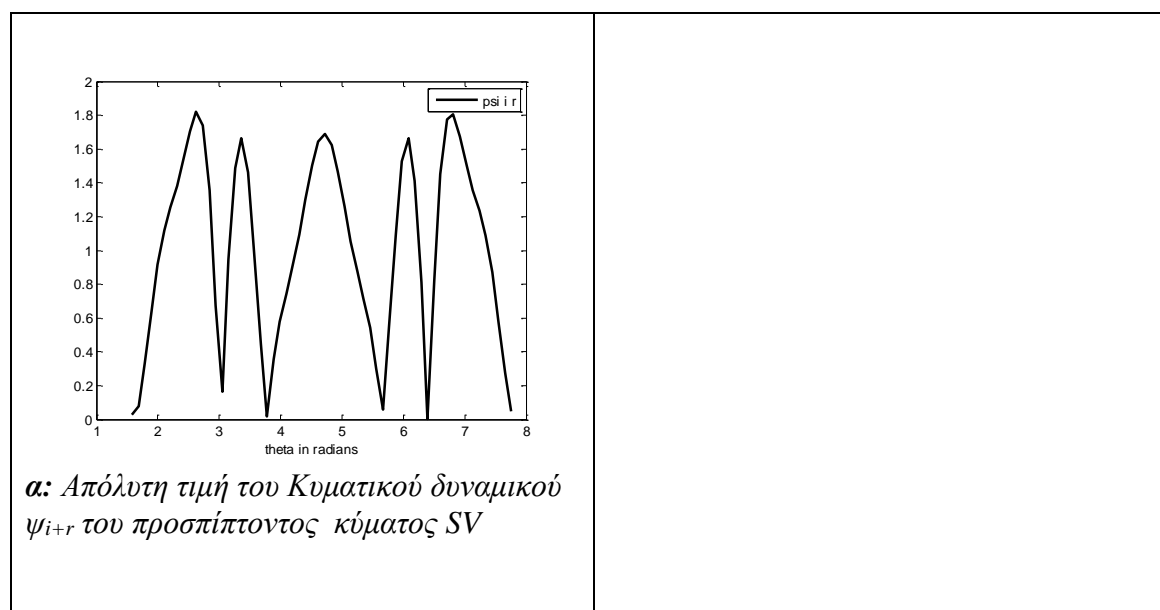
Θεωρούμε επενδεδυμένη τετραγωνική οπή με πλευρά εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος $a_{sq2}=11\mu$. & $a_{sq1}=10\mu$ αντίστοιχα, σε βάθος $H=10\mu$, στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32\text{rad/sec}$

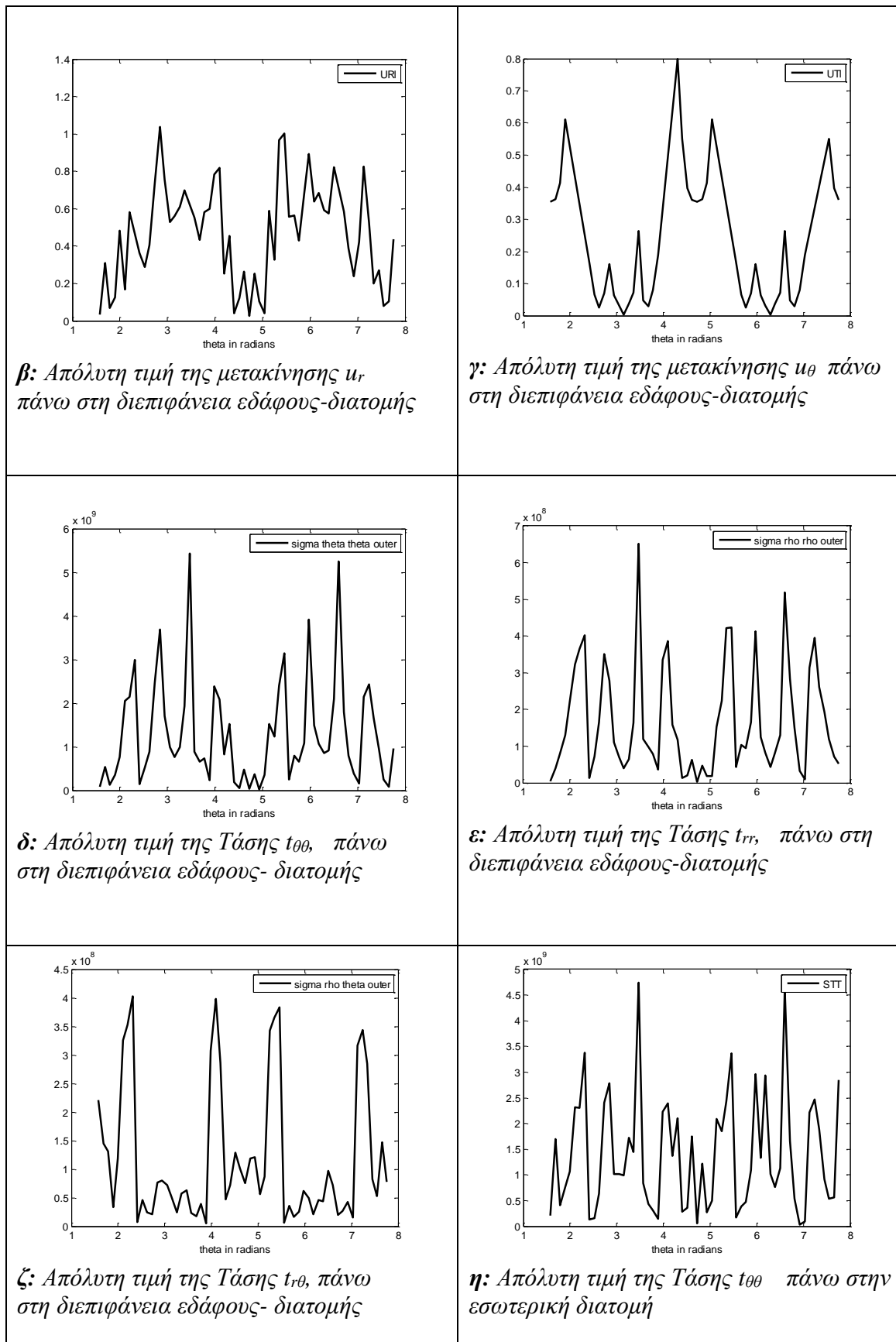
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

Με την βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε κατ'αρχήν το «ισοδύναμο βάθος h », που αντιστοιχεί στο βάθος που βρίσκεται ο αντίστοιχος κυκλικός δακτύλιος στον οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3.§3.2.3.) καθώς και το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου t_c στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα, δακτύλιο, (Κεφ.3.§3.4.4.). Το «ισοδύναμο βάθος h », είναι $h=1.73\mu$ και το «ισοδύναμο πάχος t_c » $t_c=0.07\mu$.

Στη συνέχεια, επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-53), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_{i+rr} , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.

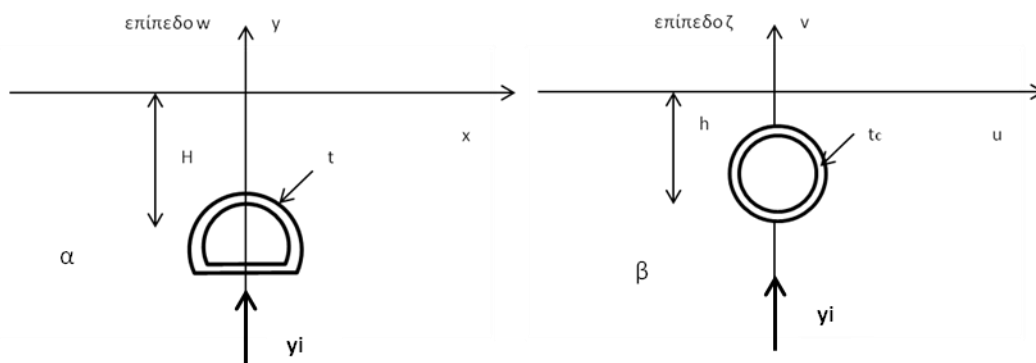




Σχ.5-53: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Τετραγωνική Οπή πάχους t , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

5.5.5. Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος πάχους t , σε βάθος H

Έστω αρμονικό κύμα SV το οποίο διαδίδεται κατακόρυφα και προσπίπτει σε επενδεδυμένη πεταλοειδή οπή με ύψος εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος H_2 & H_1 , αντίστοιχα στο επίπεδο w , η οποία βρίσκεται σε βάθος H , οπότε μπορούν να θεωρηθούν συνθήκες ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.5-54). Το συγκεκριμένο σχήμα μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμο πάχους t_c », όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3§3.4.5) με ακτίνα του εσωτερικού κύκλου r_1 και ακτίνα εξωτερικού κύκλου r_2 που βρίσκεται σε «ισοδύναμο βάθος h », το οποίο υπολογίζεται με βάση το (Κεφ.3. §3.2.4).



Σχ.5-54: Κύμα SV που προσπίπτει κατακόρυφα σε επενδεδυμένη διατομή πεταλοειδούς σχήματος σε βάθος H , στο επίπεδο w (α) και αντίστοιχα σε διατομή μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο ζ αντίστοιχου πάχους t_c και βάθους h (β).

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, με την απλοποιημένη παραδοχή ότι τα σκεδαζόμενα κύματα από την επιφάνεια του εδάφους μπορούν να αγνοηθούν, το πρόβλημα του Ημίχωρου ανάγεται σε πρόβλημα Πλήρους χώρου, επομένως στο επίπεδο ζ , οι συνοριακές συνθήκες πάνω στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου είναι αυτές που περιεγράφηκαν ανωτέρω στις (σχέσεις 5-62, 5-63α, 5-63β, 5-64α, 5-64β). Οι μετακινήσεις u_r & u_θ καθώς και οι τάσεις t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια όπως και οι μετακινήσεις u_r & u_θ και η τάση $t_{\theta\theta}$, υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των άγνωστων συντελεστών $A_n, B_n, C_n, D_n, F_n, K_n$.

Αριθμητική Εφαρμογή

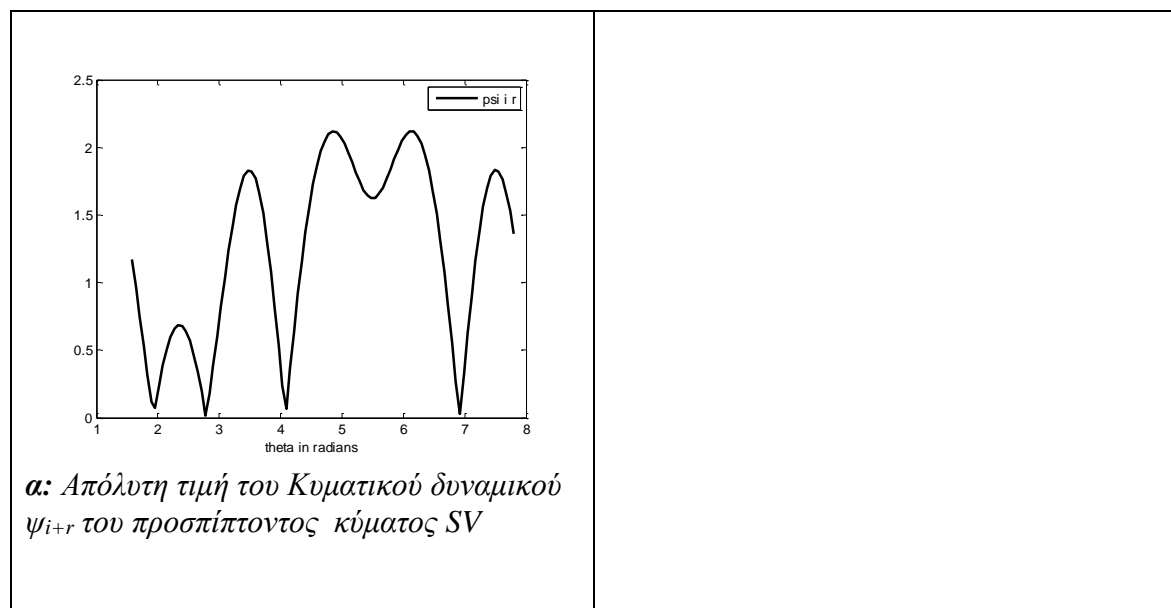
Θεωρούμε επενδεδυμένη επενδεδυμένη πεταλοειδή οπή με ύψος εξωτερικού και εσωτερικού σχήματος $H_2=8.72\mu$ & $H_1=7.72\mu$, αντίστοιχα, σε βάθος $H=8.31\mu$, στο επίπεδο w , στην οποία προσπίπτει διατμητικό κύμα τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενο με κυκλική συχνότητα $\omega=251.32 \text{ rad/sec}$.

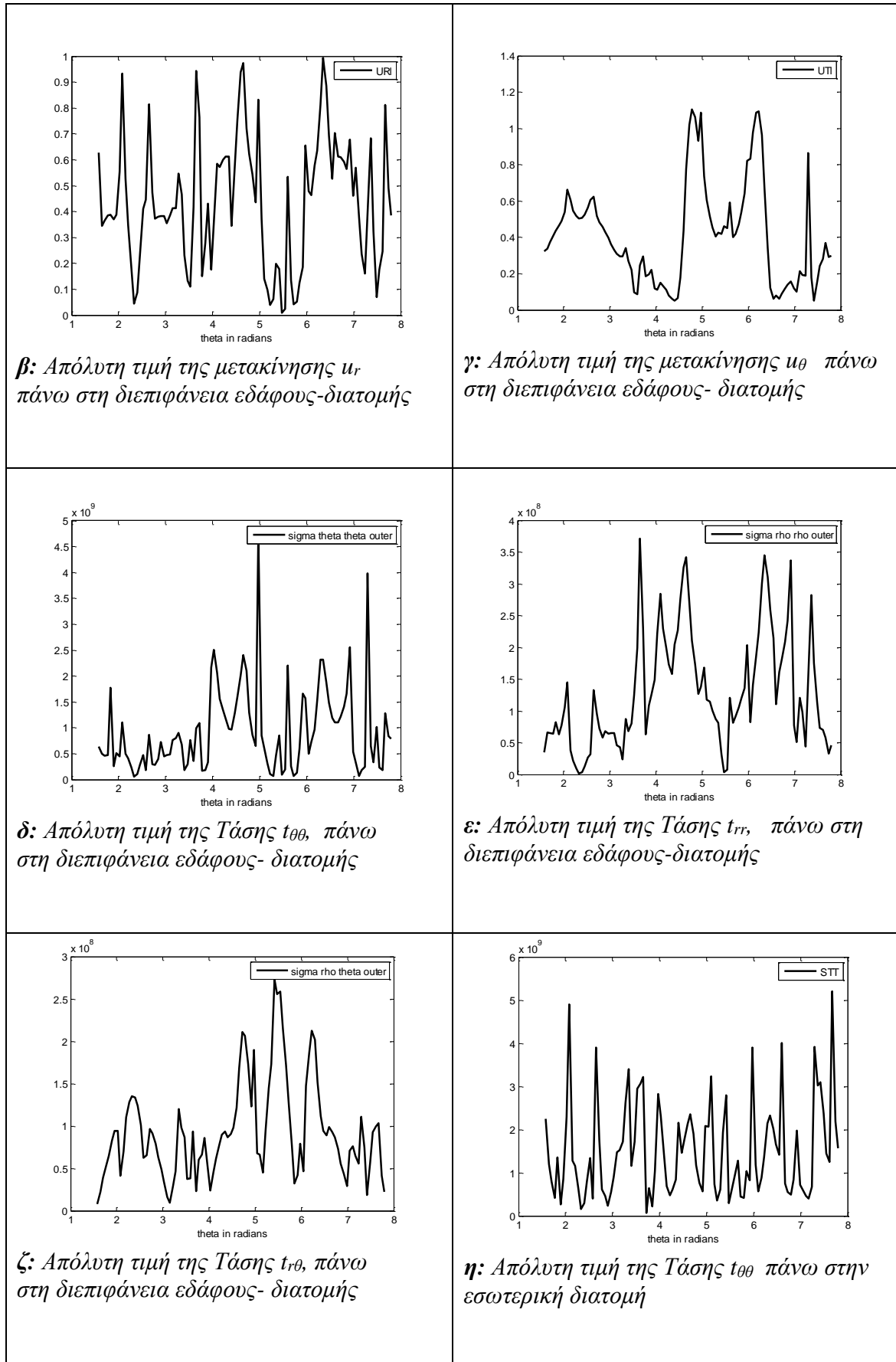
Οι ιδιότητες του εδάφους, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην Ανάλυση δίδονται στον (Πίνακα 5-2).

Με την βοήθεια του κώδικα προγραμματισμού MATLAB υπολογίζουμε κατ'αρχήν το «ισοδύναμο βάθος h », που αντιστοιχεί στο βάθος που βρίσκεται ο αντίστοιχος κυκλικός δακτύλιος στον οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα όπως αναλύθηκε στο (Κεφ.3. §3.2.4) καθώς και το αντίστοιχο πάχος του κυκλικού δακτυλίου t_c στο οποίο μετασχηματίζεται το αρχικό σχήμα, (Κεφ.3§3.4.5). Το «ισοδύναμο βάθος h », είναι $h=1.90\mu$ και το «ισοδύναμο πάχος t_c » $t_c=0.107\mu$.

Στη συνέχεια, επίσης με τον κώδικα προγραμματισμού MATLAB επιλύουμε το σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των μετακινήσεων u_r & u_θ καθώς των τάσεων t_{rr} , $t_{r\theta}$, $t_{\theta\theta}$, στην διεπιφάνεια καθώς και των μετακινήσεων u_r & u_θ και της τάσης $t_{\theta\theta}$, αντίστοιχα στην εσωτερική διατομή. Θεωρούμε $|\psi_0|=1$.

Στο (Σχ.5-55), απεικονίζονται αντίστοιχα οι απόλυτες τιμές του κυματικού δυναμικού ψ_{i+r} , των μετακινήσεων u_r & u_θ των τάσεων $t_{\theta\theta}$, t_{rr} , $t_{r\theta}$, στην διεπιφάνεια και της τάσης $t_{\theta\theta}$, στην εσωτερική διατομή.





Σχ.5-55: Απόλυτες τιμές των εντατικών μεγεθών σε Επενδεδυμένη Οπή Πεταλοειδούς Σχήματος πάχους t , σε βάθος H , υπό πρόσπτωση κυμάτων SV

Κεφάλαιο 6

6. Αριθμητική Επίλυση με τον Κώδικα Πεπερασμένων Διαφορών FLAC 3D v4.0 (ITASCA 2009)

Ο ΚΩΔΙΚΑΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ FLAC 3D v4.0 (ITASCA 2009)

Ο κώδικας υπολογισμού που χρησιμοποιήθηκε για την δυναμική ανάλυση είναι το FLAC 3D (Itasca Consulting Group, 2009), λόγω της τρισδιάστατης φύσης του προβλήματος (τα κατακορύφως διαδιδόμενα κύματα SH προκαλούν παραμορφώσεις «εκτός επιπέδου» στην διατομή της σήραγγας).

Το FLAC 3D χρησιμοποιεί την μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών με δυναμική χαλάρωση και επιλύει αριθμητικά την πλήρη διαφορική εξίσωση της κίνησης. Η διαδικασία επίλυσης εξελίσσεται σε υπολογιστικούς κύκλους και η λύση προκύπτει ως χρονοιστορία.

Ένα επιπλέον πλεονέκτημα είναι ότι το FLAC 3D διαθέτει μια ενσωματωμένη γλώσσα την FISH, όπου ο χρήστης μπορεί να δημιουργήσει υπορουτίνες και κώδικες για την καλύτερη προσομοίωση του μοντέλου.

Η διαμόρφωση του καννάβου για τα διάφορα σχήματα των διατομών της σήραγγας(κυκλική, τετραγωνική, ελλειπτική και πεταλοειδής) σχεδιάστηκε για μεν την κυκλική και τετραγωνική διατομή, με τα τυποποιημένα στοιχεία του FLAC 3D, για δε τις διατομές με περιπλοκότερα σχήματα όπως η ελλειπτική και η πεταλοειδής διατομή, χρησιμοποιείται η γλώσσα FISH σε συνδυασμό με την θεωρία των σύμμορφων απεικονίσεων όπου με τις κατάλληλες συναρτήσεις μετασχηματισμού μετασχηματίζεται το σύνορο της διατομής σε διατομή μοναδιαίου κύκλου.

Η συχνότητα του διεγείροντος κυματισμού και η ταχύτητα διάδοσης στο μέσον επιδρούν στην ακρίβεια της αριθμητικής προσομοίωσης της διάδοσης του κύματος. Για την ακριβέστερη δυνατή προσέγγιση της διάδοσης του κύματος, πρέπει να ισχύει ο παρακάτω περιορισμός:

$$\Delta l \leq \frac{\lambda}{10}$$

όπου λ το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στην πιο υψίσυχνη συνιστώσα και Δl η διάσταση ενός στοιχείου του καννάβου κατά τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Σε περιπτώσεις ιδιαίτερα υψίσυχνων διεγέρσεων, ο παραπάνω περιορισμός μπορεί να οδηγήσει σε πολύ πυκνό κάρναβο και σε μικρό χρονικό βήμα .

Κατά την δυναμική ανάλυση ενός προσομοιώματος τρεις είναι οι κρίσιμες παράμετροι: Η δυναμική φόρτιση σε συνδυασμό με τις συνοριακές συνθήκες, η απόσβεση και η διάδοση του κύματος μέσα στο προσομοίωμα.

Η διέγερση μπορεί να επιβληθεί σαν χρονοιστορία επιταχύνσεων, ταχυτήτων, τάσεων ή δυνάμεων ανάλογα με τη συμβατότητα τους με τις συνοριακές συνθήκες του προσομοιώματος. Οι παραπάνω μορφές διέγερσης μπορούν να εφαρμοστούν σαν εξωτερική διέγερση(σεισμός) στο σύνορο του καννάβου ή σαν έκρηξη σε κάποιο εσωτερικό σημείο του καννάβου. Οι διάφορες ανακλάσεις των κυμάτων στα σύνορα του προσομοιώματος ελαχιστοποιούνται με χρήση ιξωδών αποσβεστήρων (quiet boundaries) καθώς και αποσβεστήρων ελεύθερου πεδίου (free field boundaries).

Η τοποθέτηση ιξωδών αποσβεστήρων στη βάση επιβάλλει τον περιορισμό να εφαρμοστεί η διέγερση υπό μορφή χρονοιστορίας τάσης.

Η φυσική απόσβεση των γεωυλικών (έδαφος, βράχος) είναι κυρίως υστερητική, δηλαδή ανεξάρτητη της συχνότητας. Στις αριθμητικές αναλύσεις, αυτό το είδος της απόσβεσης είναι δύσκολο να προσομοιωθεί. Για τον σκοπό αυτό, στις αναλύσεις στο πεδίο του χρόνου, χρησιμοποιείται συνήθως η απόσβεση Rayleigh, η οποία είναι σχεδόν ανεξάρτητη της συχνότητας σε ένα περιορισμένο εύρος συχνοτήτων. Παρότι, η διατύπωση της απόσβεσης Rayleigh περιλαμβάνει δύο ιξώδη στοιχεία, στα οποία η ενέργεια που απορροφάται εξαρτάται από την συχνότητα, η επίδραση στο εύρος συχνοτήτων που μας ενδιαφέρει είναι αμελητέα.

Το μητρώο της απόσβεσης δίδεται από την σχέση: $C = \alpha M + \beta K$

όπου:

M: το μητρώο Μάζας

K: το μητρώο Ακαμψίας και α, β συντελεστές

Η επένδυση της σήραγγας προσομοιώθηκε με επιφανειακά τετρακομβικά στοιχεία κελύφους (shell elements) τα οποία διαθέτει η ρουτίνα του κώδικα υπολογισμού FLAC_3D, “Structural elements”.

6.1. Αλληλεπίδραση Εδάφους-Κατασκευής-Συντελεστής Ευκαμψίας

Ως αλληλεπίδραση μεταξύ εδάφους και κατασκευής θεωρούμε την μεταξύ τους δυναμική κατάσταση, η οποία τροποποιεί τις σεισμικές κινήσεις του εδάφους εξ αιτίας της παρουσίας του υπογείου έργου. Έτσι εξ αιτίας της αλληλεπίδρασης μεταξύ της επένδυσης και του περιβάλλοντος εδάφους, η απόκριση του Υπογείου έργου μπορεί να υποτιμηθεί ή να υπερεκτιμηθεί, μια και το κρίσιμο μέγεθος είναι η σχετική ακαμψία μεταξύ τους. Αναπτύσσονται δύο μηχανισμοί αλληλεπίδρασης Αδρανειακή και Κινηματική. Απαιτείται η ακριβής εκτίμησή των Σεισμικών επιταχύνσεων που αναπτύσσονται στο Υπόγειο Έργο. Το πολύπλοκο αυτό πρόβλημα σήμερα επιλύεται με κώδικες πεπερασμένων στοιχείων και πεπερασμένων διαφορών. Η απόκριση της Σήραγγας στην σεισμική διέγερση εξαρτάται από το πάχος της επένδυσης (εύκαμπτης ή δύσκαμπτης), από τη συχνότητα του σεισμικού κραδασμού, καθώς και από την ποιότητα του περιβάλλοντος βράχου ή εδάφους. Αν το μήκος του κύματος της διέγερσης είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με τη μέση διάμετρο της κατασκευής, το κύμα διαδίδεται χωρίς να επηρεάζεται από την παρουσία του Υπογείου έργου, οπότε πρακτικά έχουμε συνθήκες διάδοσης «ελεύθερου πεδίου». Το μέγεθος της αλληλεπίδρασης αυτής εξαρτάται από τους λόγους συμπιεστότητας (compressibility ratio) και ευκαμψίας (flexibility ratio) των τοιχωμάτων. Από τους δύο αυτούς λόγους πιο σημαντικός είναι ο δεύτερος διότι δίδει ένα μέτρο της ικανότητας της επένδυσης να αντιστέκεται στην παραμόρφωση. Ο λόγος ευκαμψίας ποσοτικοποιεί τη δυνατότητα της διατομής να ανθίσταται στις επιβαλλόμενες, από το περιβάλλον έδαφος, μετατοπίσεις (Hoeg, 1968).

Στην περίπτωση που το περιβάλλον μέσον είναι βράχος, η σήραγγα θεωρείται τελείως εύκαμπτη και ακολουθεί τις ταλαντώσεις του περιβάλλοντος μέσου. Έτσι, οι παραμορφώσεις και οι τάσεις που αναπτύσσονται στα τοιχώματα της σήραγγας θεωρούνται με μια συντηρητική παραδοχή ίδιες με αυτές του «ελεύθερου πεδίου». Κρίσιμη περίπτωση είναι όταν η κατασκευή είναι δύσκαμπτη και το έδαφος μαλακό. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο λόγος ευκαμψίας για διάφορα σχήματα διατομής.

Συντελεστής ευκαμψίας για διάφορα σχήματα

6.1.1.Κυκλική διατομή

Στην περίπτωση της κυκλικής σήραγγας ο λόγος ευκαμψίας F δίδεται από τον τύπο:

$$F = \frac{2E_s(1 - \nu_l^2)R^3}{E_l(1 + \nu_s)t_l^3} \quad (6-1)$$

Όπου: E_s το μέτρο ελαστικότητας του περιβάλλοντος μέσου, ν_s ο συντελεστής Poisson του περιβάλλοντος μέσου, E_l το μέτρο ελαστικότητας της επένδυσης της σήραγγας, ν_l ο συντελεστής Poisson της επένδυσης της σήραγγας, R η ακτίνα της επένδυσης και t_l το πάχος της επένδυσης.

Η επίδραση του λόγου ευκαμψίας των τοιχωμάτων στο μέγεθος της αλληλεπίδρασης μεταξύ σήραγγας και εδάφους σε δυναμικές φορτίσεις, αποτέλεσε αντικείμενο μελέτης για πολλούς ερευνητές. Οι διάφορες αναλύσεις κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το τοίχωμα μπορεί να θεωρηθεί εντελώς εύκαμπτο όταν η τιμή του λόγου ευκαμψίας υπερβαίνει το 20. Σ' αυτή την περίπτωση η κατασκευή ακολουθεί τις παραμορφώσεις του περιβάλλοντος μέσου, ενώ για τιμές του λόγου μικρότερες του 20, η αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής δεν μπορεί να αγνοηθεί. Όταν ο λόγος ευκαμψίας πλησιάζει την τιμή 1 η επένδυση παραμορφώνεται λιγότερο από το περιβάλλον έδαφος (άκαμπτη επένδυση σε μαλακό έως πολύ μαλακό έδαφος). Καθώς ο λόγος ευκαμψίας F αυξάνεται, αυξάνονται και οι παραμορφώσεις στην επένδυση λαμβάνοντας τιμές μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες του «ελεύθερου πεδίου», φθάνοντας ένα ανώτατο όριο όταν ο λόγος ευκαμψίας F γίνεται πολύ μεγάλος σε περιπτώσεις πολύ εύκαμπτης επένδυσης.

6.1.2.Ελλειπτική διατομή

Θεωρούμε ελλειπτικό δακτύλιο πάχους t με ημιάξονες εσωτερικού και εξωτερικού σχήματος αντίστοιχα a_1, b_1, a_2, b_2 . Με την βοήθεια των σύμμορφων απεικονίσεων, ο ελλειπτικός δακτύλιος μπορεί να μετασχηματιστεί σε κυκλικό δακτύλιο με εσωτερική ακτίνα r_1 . Όπως αναλύσαμε στο (Κεφ.3.§3.4.3.) μπορούμε να υπολογίσουμε την «ισοδύναμη εξωτερική ακτίνα του κυκλικού δακτυλίου, r_{02} » καθώς το «ισοδύναμο πάχος t_c », με βάση τη (σχέση 3-59) του Κεφ.3.). Έτσι αντικαθιστώντας στην (σχέση 6-1) το t_l με το t_c και το R με το r_{02} , υπολογίζουμε τον λόγο ευκαμψίας F , για την περίπτωση της ελλειπτικής διατομής.

Ο ελλειπτικός δακτύλιος μετασχηματίζεται ακριβώς σε κυκλικό δακτύλιο.

6.1.3.Πεταλοειδής διατομή

Θεωρούμε πεταλοειδούς σχήματος δακτύλιο πάχους t . Δεδομένου ότι η πεταλοειδής διατομή αποτελείται από n τόξα συναρμογής, η «ισοδύναμη ακτίνα του κύκλου» που αντιστοιχεί στην πεταλοειδή διατομή μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο:

$$R = \sum_{i=1}^n \frac{r_i \theta_i}{2\pi i} \quad (6-2)$$

Όπου r_i είναι η ακτίνα και θ_i η γωνία που αντιστοιχούν σε κάθε τόξο συναρμογής.Επομένως αντικαθιστώντας στην (σχέση 6-1), όπου R την τιμή της R που προκύπτει από την (σχέση 6-2) , υπολογίζουμε τον λόγο ευκαμψίας F , για την περίπτωση της πεταλοειδούς διατομής.

6.1.4.Τετραγωνική διατομή

Στην περίπτωση της τετραγωνικής σήραγγας ο λόγος ευκαμψίας F είναι ο λόγος της διατμητικής ακαμψίας του περιβάλλοντος εδάφους, προς την πλευρική ακαμψία της σήραγγας τετραγωνικής διατομής.

Στο (Σχ.6-1), θεωρούμε ένα τετραγωνικό εδαφικό στοιχείο υπό καθεστώς διάτμησης. Θεωρούμε ότι το εδαφικό στοιχείο έχει πλάτος L και ύψος H , τα οποία είναι ίσα με τις αντίστοιχες διαστάσεις της τετραγωνικής διατομής της σήραγγας. Η διατμητική παραμόρφωση γ του εδαφικού στοιχείου, υπό καθεστώς διάτμησης τ δίδεται από τον τύπο:

$$\gamma = \frac{\Delta}{H} = \frac{r}{G} \quad (6-3)$$

όπου G : το μέτρο διάτμησης του εδάφους

Δ : η μετακίνηση λόγω διάτμησης στο πάνω μέρος της σήραγγας

Η διατμητική ακαμψία του εδαφικού στοιχείου μπορεί να γραφτεί σαν λόγος της διατμητικής τάσης προς την αντίστοιχη γωνιακή παραμόρφωση.

$$\frac{r}{\gamma} = \frac{r}{\frac{\Delta}{H}} = G \quad (6-4)$$

Εάν στο τετραγωνικό πλαίσιο επιβάλλουμε την ίδια διατμητική τάση τ , η οποία ισοδυναμεί με μια συγκεντρωμένη δύναμη P επί το πλάτος της κατασκευής ($P = \tau L$) τότε η γωνιακή παραμόρφωση της κατασκευής υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\gamma = \frac{\Delta}{H} = \frac{P}{H * S_1} = \frac{r * L}{H * S_1} \quad (6-5)$$

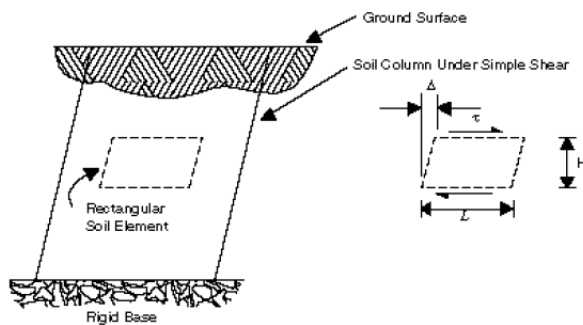
όπου: $S_1 =$ η δύναμη η οποία απαιτείται για να προκαλέσει μοναδιαία μετατόπιση στην κατασκευή.

Έτσι η ακαμψία της κατασκευής δίδεται από τον τύπο:

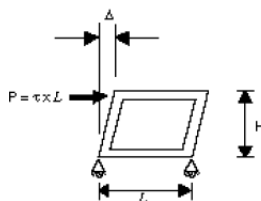
$$\frac{r}{\gamma} = \frac{r}{\frac{\Delta}{H}} = \frac{S_1 * H}{L} \quad (6-6)$$

Συνεπώς, ο συντελεστής ευκαμψίας υπολογίζεται διαιρώντας την εξίσωση (6-4) δια της εξίσωσης (6-6).

$$F = \frac{G * L}{S_1 * H} \quad (6-7)$$



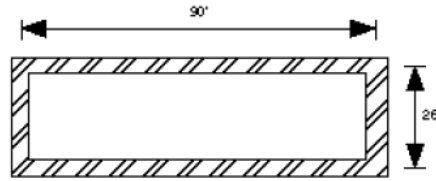
A. Flexural (Shear) Distortion of Free-Field Soil Medium



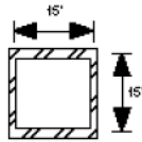
B. Flexural (Racking) Distortion of a Rectangular Frame

Σχ. 6-1: Α. Διατμητική παραμόρφωση εδαφικού στοιχείου «Ελεύθερου Πεδίου»
 Β. Γωνιακή παραμόρφωση τετραγωνικής διατομής σε ρόμβο (πηγή :Wang, 1993)

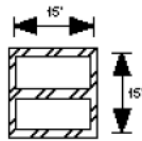
Type 1
One Barrel, Rectangular



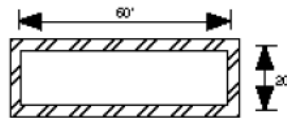
Type 2
One Barrel, Square



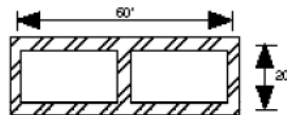
Type 3
One-on-One Two Barrels, Square



Type 4
One Barrel, Rectangular



Type 5
One-by-One Two Barrels, Rectangular



Σχ.6- 2: Διάφορες γεωμετρίες για την Ορθογωνική διατομή (πηγή :Wang, 1993)

Για σήραγγες πολύπλοκης διατομής, ο συντελεστής ευκαμψίας υπολογίζεται με προγράμματα ανάλυσης πλαισίων. Παρόλα αυτά για πιο απλές διατομές, μπορούμε να θεωρήσουμε τις κάτωθι περιπτώσεις:

6.1.4.1. Ορθογωνική διατομή, με ροπή αδράνειας I_L ίση στην οροφή και τη βάση και ροπή αδράνειας I_H των πλευρικών τοιχωμάτων.

Σ' αυτή την περίπτωση ο συντελεστής ευκαμψίας F δίνεται από τον τύπο:

$$F = \frac{G}{24} \left(\frac{H^2 L}{EI_H} + \frac{HL^2}{EI_L} \right)$$

(6-8)

όπου: E μέτρο ελαστικότητας της επένδυσης της σήραγγας ,
 G μέτρο διάτμησης του εδάφους

I_L, I_H ροπές αδράνειας ανά μονάδα πλάτους, στην οροφή και τα πλευρικά τοιχώματα της διατομής αντίστοιχα

Η εξίσωση αυτή ισχύει για ομογενές συνεχές πλαίσιο με άκαμπτους συνδέσμους.

6.1.4.2. Τετραγωνική διατομή, με ροπή αδράνειας I , ίση σε όλες τις πλευρές.

Στην περίπτωση αυτή, ο συντελεστής ευκαμψίας F δίδεται από τον τύπο:

$$F = \frac{GL^3}{12EI} \quad (6-9)$$

όπου: E μέτρο ελαστικότητας της επένδυσης της σήραγγας
 G μέτρο διάτμησης του περιβάλλοντος εδάφους
 I ροπή αδράνειας της πλευράς της τετραγωνικής διατομής, ανά μονάδα πλάτους

6.1.4.3. Ορθογωνική διατομή με ροπές αδράνειας: I_I της βάσης, I_R της οροφής και I_W των πλευρικών τοιχωμάτων.

Σ' αυτή την περίπτωση ο συντελεστής ευκαμψίας δίδεται από τον τύπο:

$$F = \frac{G}{12} \left(\frac{HL^2}{EI_R} \Psi \right)$$

$$\Psi = \frac{(1 + \alpha_2)(\alpha_1 + 3\alpha_2)^2 + (\alpha_1 + \alpha_2)(3\alpha_2 + 1)^2}{(1 + \alpha_1 + 6\alpha_2)^2}$$

$$\alpha_1 = \frac{I_R}{I_I} \quad \& \quad \alpha_2 = \left(\frac{I_R}{I_W} \right) \frac{H}{L}$$

(6-10)

όπου: E μέτρο ελαστικότητας της επένδυσης της σήραγγας
 G μέτρο διάτμησης του περιβάλλοντος εδάφους
 I_R, I_I, I_W ροπή αδράνειας της πλευράς της τετραγωνικής διατομής, ανά μονάδα πλάτους

Για τιμές του λόγου ευκαμψίας $F \rightarrow 0$, η κατασκευή είναι απόλυτα άκαμπτη και παραμορφώνεται πολύ λίγο.

Για τιμές του λόγου ευκαμψίας $F < 1.0$, η κατασκευή είναι πιο άκαμπτη από το περιβάλλον έδαφος και συνεπώς οι παραμορφώσεις της είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες του «ελεύθερου πεδίου».

Για τιμές του λόγου ευκαμψίας $F = 1.0$, η κατασκευή και το έδαφος έχουν την ίδια ακαμψία, οπότε οι παραμορφώσεις τους είναι ίδιες.

Για τιμές του λόγου ευκαμψίας $F > 1.0$, το έδαφος είναι πιο άκαμπτο από τη σήραγγα, οπότε και οι αντίστοιχες παραμορφώσεις του εδάφους είναι μικρότερες από αυτές του Υπογείου έργου και τέλος

Για τιμές του λόγου ευκαμψίας $F \gg 1.0$, η κατασκευή είναι υπερβολικά εύκαμπτη Ανακεφαλαιώνοντας, οι μέθοδοι ανάλυσης με τη θεώρηση αλληλεπίδρασης εδάφους – κατασκευής με χρήση προγραμμάτων Πεπερασμένων Στοιχείων και Πεπερασμένων Διαφορών, προσομοιώνουν με ακρίβεια το σύστημα εδάφους – κατασκευής. Υπολογίζουν με μεγάλη ακρίβεια την απόκριση της κατασκευής και έχουν τη δυνατότητα επίλυσης προβλημάτων με σύνθετη γεωμετρία και πολύπλοκες εδαφικές συνθήκες.

Μειονεκτήματα των μεθόδων αυτών είναι:

- η αβεβαιότητα ακριβούς εκτίμησης των σεισμικών παραμέτρων και
- η απαίτηση προμήθειας πολύπλοκων υπολογιστικών προγραμμάτων.

Στην παρούσα μελέτη η αλληλεπίδραση Εδάφους-Κατασκευής λαμβάνεται υπ' όψιν, με τον υπολογισμό του πάχους του τοιχώματος της επένδυσης από το λόγο ευκαμψίας F , ο οποίος λαμβάνει τιμές ανάλογα αν είναι η κατασκευή «άκαμπτη» ή «εύκαμπτη».

6.2. Δυναμικές Αναλύσεις

Πραγματοποιήθηκαν δυναμικές Αναλύσεις με τον κώδικα προγραμματισμού FLAC_3D. Οι κύριοι παράγοντες που επηρεάζουν την ανάλυση είναι οι εξής:

- Το είδος του διατμητικού κύματος S , (SH ή SV)
- Η συχνότητα του προσπίπτοντος κυματισμού
- Το βάθος που βρίσκεται η σήραγγα. Σε περίπτωση μεγάλου βάθους ισχύουν συνθήκες πλήρους χώρου (full space). Αντίθετα στην περίπτωση που η σήραγγα βρίσκεται σε μικρό βάθος (αβαθής σήραγγα) ισχύουν συνθήκες ημίχωρου (half space). Στην παρούσα μελέτη εξετάζεται του βάθος έδρασης μετρούμενο από το κέντρο της διατομής έως την ελεύθερη επιφάνεια, το οποίο είναι 2 ακτίνες σε περίπτωση κυκλικής διατομής, ενώ για τα υπόλοιπα σχήματα 2 «ισοδύναμες ακτίνες»
- Το σχήμα της διατομής (κυκλικό, ελλειπτικό, τετραγωνικό, πεταλοειδές)

-Η σχετική ακαμψία μεταξύ του υπογείου έργου και του περιβάλλοντος εδάφους, η οποία προσομοιάζεται με τον συντελεστή ευκαμψίας F (ανεπένδυτη ή επενδεδυμένη, άκαμπτη ή εύκαμπτη, κατασκευή).

-Η υστερητική απόσβεση τύπου Raleigh .Στην ανάλυση αυτή θεωρούμε απόσβεση $\xi=2\%$.

-Η γωνία πρόσπτωσης των S κυμάτων-Στην παρούσα η διάδοση των κυμάτων θεωρείται οιονεί κατακόρυφη, βλέπε (Σχ.2-23) του Κεφ.2.

Οι αναλύσεις, έλαβαν χώρα στην ελαστική περιοχή.

Το έδαφος προσομοιώθηκε ως ελαστικό με τις εξής ιδιότητες, όπως φαίνονται στον (Πίνακα 6-1):

Πίνακας 6-1: Ιδιότητες του Εδάφους

Μέτρο Ελαστικότητας	$E_s=7.68 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Πυκνότητα	$\rho_s=1800 \text{ kg/m}^3$
Μέτρο διάτμησης	$G_s=2.88 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Μέτρο ογκομετρικής συμπίεσης	$K_s=7.68 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Λόγος Poisson	$\nu_s=0.33$
Ταχύτητα διάδοσης S κύματος	$V_s=400 \text{ m/sec}$

Η επένδυση αντίστοιχα προσομοιώθηκε ως με τις εξής ιδιότητες, όπως φαίνονται στον (Πίνακα 6- 2):

Πίνακας 6-2: Ιδιότητες της Επένδυσης

Μέτρο Ελαστικότητας	$E_I=30 \cdot 10^9 \text{ Pa}$
Πυκνότητα	$\rho_I=2200 \text{ kg/m}^3$
Μέτρο διάτμησης	$G_I=1.25 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$
Μέτρο ογκομετρικής συμπίεσης	$K_I=1.67 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$
Λόγος Poisson	$\nu_I=0.2$
Ταχύτητα διάδοσης S κύματος	$V_I=2383.65 \text{ m/sec}$

Στο FLAC_3D υιοθετείται σαν γενικό σύστημα συντεταγμένων το Δεξιόστροφο σύστημα, ενώ για τις τάσεις, ακολουθείται σαν κανόνας προσημάνσης ότι στην Γεωτεχνική Μηχανική , δηλαδή θεωρούνται θετικές τάσεις οι θλιπτικές.

Στην παρούσα ανάλυση ο άξονας της σήραγγας ταυτίζεται με τον άξονα y , ενώ το επίπεδο της διατομής ταυτίζεται με το επίπεδο που σχηματίζουν οι άξονες x z .

Θεωρούμε κατακορύφως διαδιδόμενο κύμα τύπου S (SH ή SV) κατά τον άξονα των z.

Οι μετατοπίσεις που προκαλούνται στην διατομή στην περίπτωση των κυμάτων SH είναι κατά τον άξονα της σήραγγας y, ενώ οι αντίστοιχες μετατοπίσεις σε περίπτωση κυμάτων SV είναι κατά τους άξονες x & z .

Η γεωμετρία του καννάβου που χρησιμοποιήθηκε για τον πλήρη χώρο καθώς και τον ημίχωρο φαίνεται στα (Σχ.6-3 & 6-4) αντίστοιχα. Γύρω από την διατομή της σήραγγας γίνεται πύκνωση του καννάβου. Προκειμένου να έχουμε ακριβή ανάλυση στην περιοχή του ενδιαφέροντος δηλαδή (γύρω από την σήραγγα), αλλά και αρκετά μεγάλο κάρναβο ώστε να περιλαμβάνει την περιοχή που σταματάει η επιρροή της σήραγγας και οι τιμές των μετατοπίσεων γίνονται ίσες με αυτές του ελεύθερου πεδίου, έγινε διαβάθμιση στο μέγεθος των στοιχείων του καννάβου. Η διαβάθμιση έγινε με κριτήριο τόσο τους περιορισμούς που θέτει το πρόγραμμα για τη σωστή διάδοση των κυμάτων, όσο και την ελαχιστοποίηση του υπολογιστικού χρόνου. Το περιβάλλον έδαφος γύρω από τη σήραγγα, που προσομοιώνεται με τον κάρναβο, είναι απαραίτητο να περιοριστεί μέσω τεχνητού συνόρου, που επιτρέπει το «πέραςμα» των εξερχόμενων κυμάτων με την ελάχιστη δυνατή ανάκλαση.

Στις κατακόρυφες πλευρές τοποθετήθηκαν αποσβεστήρες ελεύθερου πεδίου (Free Field) που προσομοιώνουν τις μονοδιάστατες συνθήκες ελεύθερου πεδίου.

Στη βάση τοποθετήθηκαν ιζώδεις αποσβεστήρες (quiet), ώστε να εμποδίζεται η ανάκλαση στη βάση. Η τοποθέτηση ιζωδών αποσβεστήρων στην βάση αφορά στην περίπτωση του ημίχωρου (half space), όπως φαίνεται στο (Σχ.6-4). Για την προσομοίωση του πλήρους χώρου (full space), απαιτείται και η τοποθέτηση ιζωδών αποσβεστήρων και στην κορυφή, όπως φαίνεται στο (Σχ.6-3). Παρά το γεγονός ότι εξετάστηκαν οι μετατοπίσεις σε απόσταση από τον άξονα της σήραγγας περίπου εικοσαπλάσια, πάντα υπάρχει μια απόκλιση από την σταθερή τιμή του ελεύθερου πεδίου. Αυτό συμβαίνει γιατί χρησιμοποιήθηκε ελαστικό προσομοίωμα με μικρή απόσβεση 2% τύπου Rayleigh και συνεπώς δεν μπορούν να αποσβεστούν πλήρως τα επιφανειακά κύματα που δημιουργούνται.

Η διέγερση είναι απλή αρμονική με κυκλική συχνότητα 251.32 rad/sec

Η τοποθέτηση ιζωδών αποσβεστήρων στη βάση επιβάλλει τον περιορισμό να εφαρμοστεί η διέγερση υπό μορφή χρονο-ιστορίας τάσης, η οποία για απλά αρμονικά κατακορύφως διαδιδόμενα διατμητικά κύματα:

$$\text{SH} \quad \sigma_{yz}=2 \cdot \rho \cdot V_s \cdot C_s \sin \omega t \quad (6-11\alpha)$$

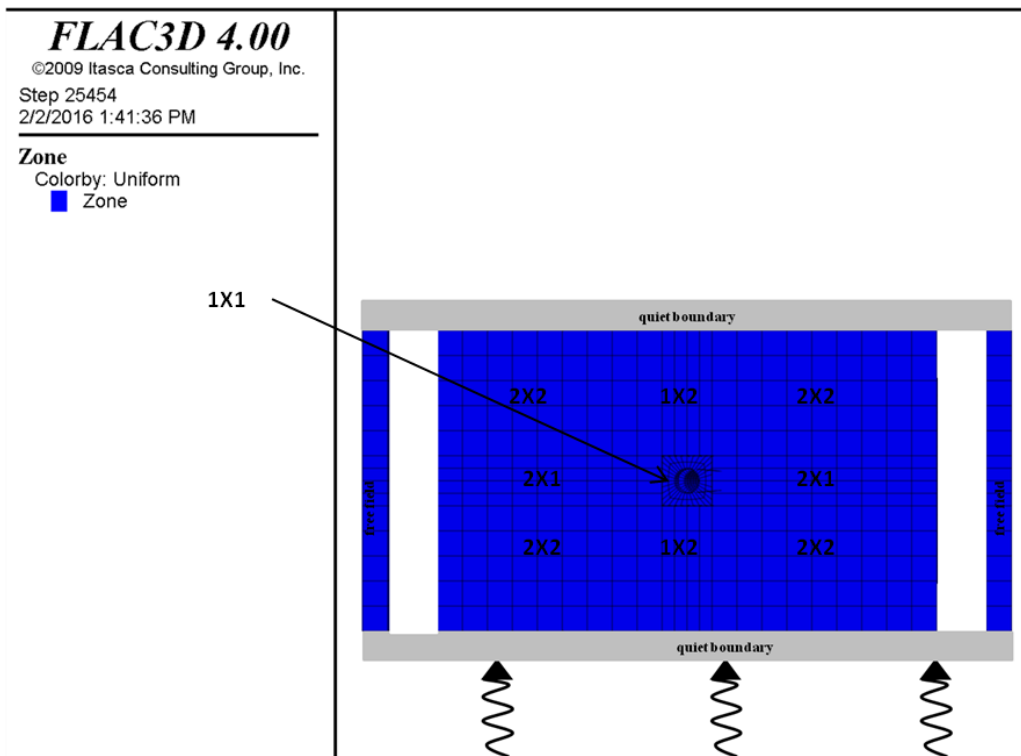
$$\text{SV} \quad \sigma_{xz}=2 \cdot \rho \cdot V_s \cdot C_s \sin \omega t \quad (6-11\beta)$$

όπου σ_{yz} , σ_{xz} το πλάτος της επιβαλλόμενης τάσης για SH και SV κύματα αντίστοιχα, ρ και V_s η πυκνότητα και η ταχύτητα διάδοσης διατμητικών κυμάτων αντίστοιχα. Στη βάση του μοντέλου, επιβάλλεται η διέγερση και το πλάτος της εμμέσως επιβαλλόμενης ταχύτητας, με μοναδιαίο μέτρο. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις είναι κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος του προσπίπτοντος κύματος.

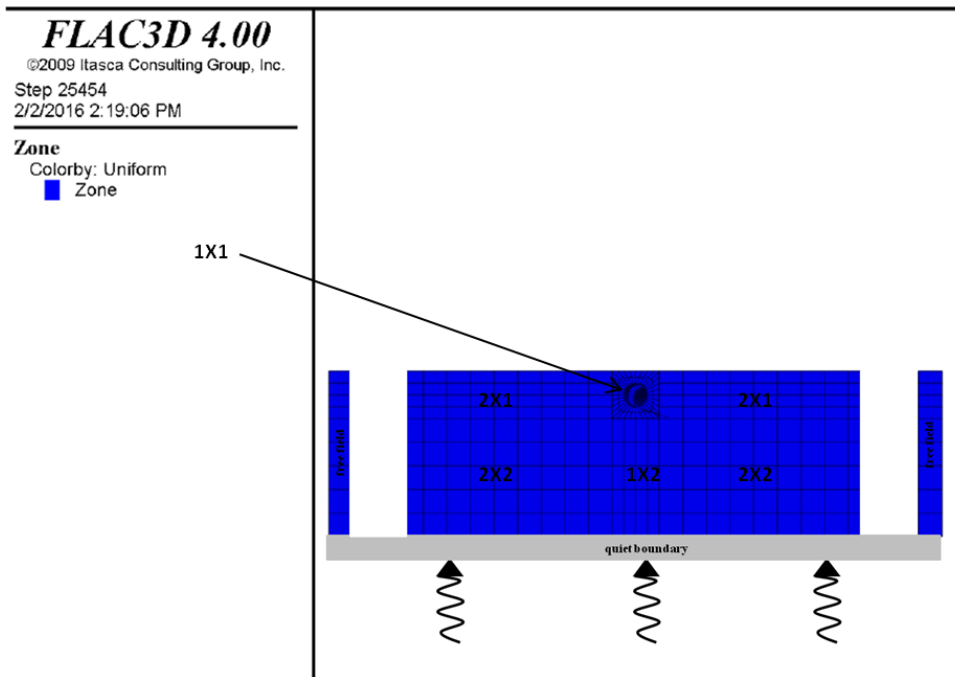
Ο διπλασιασμός του μέτρου της επιβαλλόμενης τάσης, είναι αναγκαίος διότι η μισή από την ενέργεια που επιβάλλεται απορροφάται από τον αποσβεστήρα της βάσης. Για κάθε σχήμα διατομής του Υπογείου έργου, εξετάστηκαν : ανεπένδυτη διατομή, άκαμπτη επένδυση και εύκαμπτη επένδυση για τον πλήρη χώρο καθώς και τον ημίχωρο, υπό σεισμική φόρτιση SH & SV κυμάτων.

Στην παρούσα ανάλυση θεωρήθηκε σήραγγα μήκους 48μ., με διατομές διαφόρων σχημάτων, η οποία διαιρέθηκε σε δακτυλίους ανά 2μ. Τα εντατικά μεγέθη, μετατοπίσεις και τάσεις υπολογίστηκαν σε διατομή περίπου στο μέσον της σήραγγας. Σε κάθε εξεταζόμενη περίπτωση, υπολογίζονται οι μέγιστες και οι ελάχιστες τιμές των εντατικών μεγεθών.

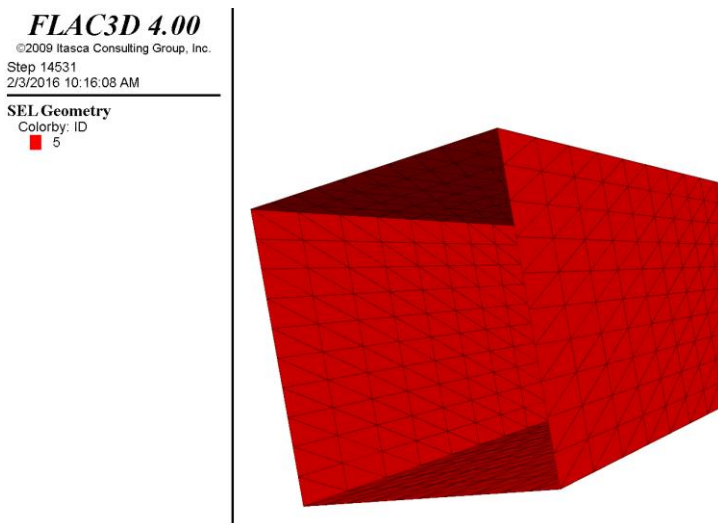
Με την ρουτίνα του κώδικα FLAC_3D, “structural elements”, όπως φαίνεται στο (Σχ.6-5.), η περίμετρος κάθε δακτυλίου ανά 1 κατά μήκος του άξονα της σήραγγας για τα διάφορα σχήματα, διαιρέθηκε σε $32 \times 2 = 64$ κελυφωτά στοιχεία (shell elements), εκτός από την περίπτωση του τετραγώνου όπου η περιμέτρος του διαιρέθηκε σε $40 \times 2 = 80$ κελυφωτά στοιχεία. Οι τάσεις στην περίπτωση της ανεπένδυτης διατομής, υπολογίστηκαν στο κέντρο των κελυφωτών στοιχείων (shell elements), τα οποία «επενδύουν» το εσωτερικό της διατομής με πάχος σχεδόν μηδενικό, $t=0.001\mu$ και με ιδιότητες αυτές του εδάφους. Στην περίπτωση της επενδεδυμένης διατομής, εξετάστηκαν δύο τιμές του συντελεστή ευκαμψίας F οι οποίες αντιστοιχούν σε άκαμπτη και εύκαμπτη διατομή αντίστοιχα. Από την επιλεγείσα τιμή του συντελεστή F , υπολογίζεται εμμέσως το πάχος t της επένδυσης.



Σχ.6-3 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου ,(δυναμική φόρτιση σε συνδυασμό με τις συνοριακές συνθήκες,την απόσβεση και τη διάδοση του κύματος μέσα στο προσομοίωμα)σε περίπτωση του πλήρους χώρου (Full Space), όπως διαμορφώθηκε για τις αναλύσεις



Σχ. 6-4: Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου ,(δυναμική φόρτιση σε συνδυασμό με τις συνοριακές συνθήκες ,την απόσβεση και τη διάδοση του κύματος μέσα στο προσομοίωμα) σε περίπτωση του ημίχωρου (Half Space), όπως διαμορφώθηκε για τις αναλύσεις

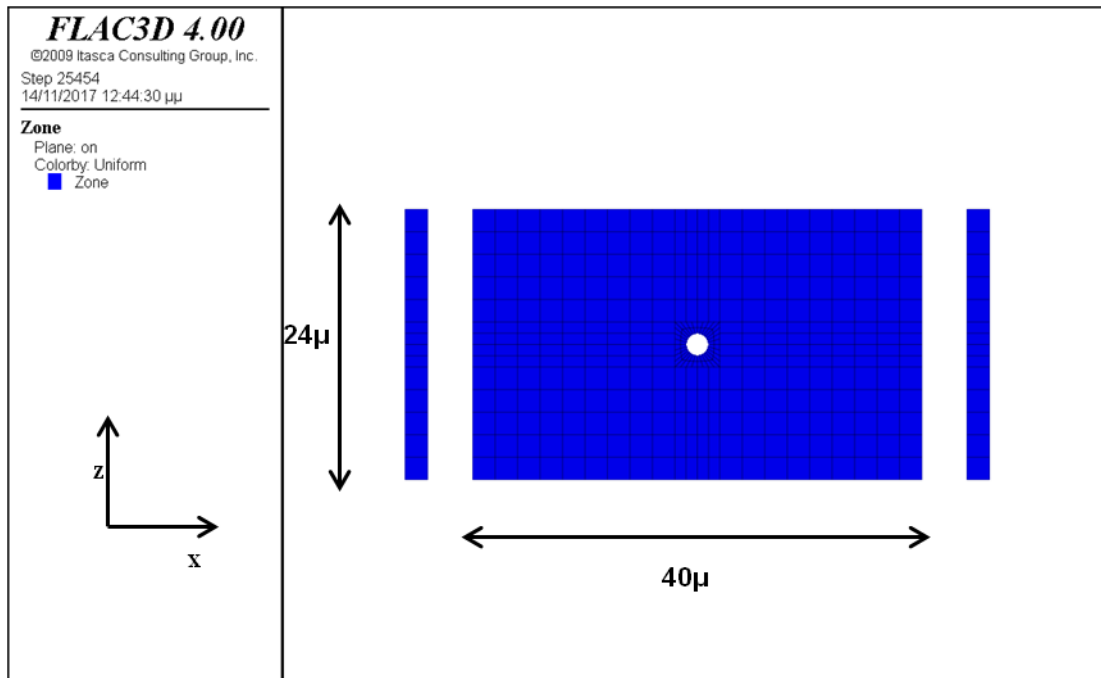


Σχ. 6-5: Κελυφωτά στοιχεία (shell elements), σε περίπτωση τετραγωνικής διατομής

6.2.1.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, χωρίς απόσβεση, υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

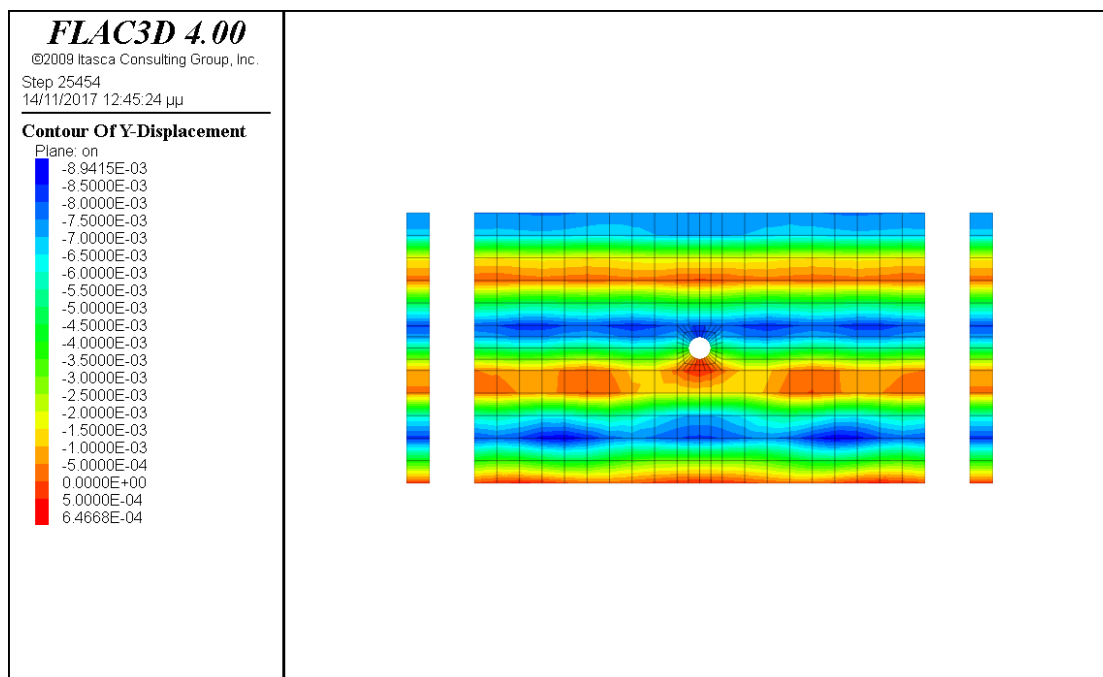
Θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα 1μ , μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλ. $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-6):



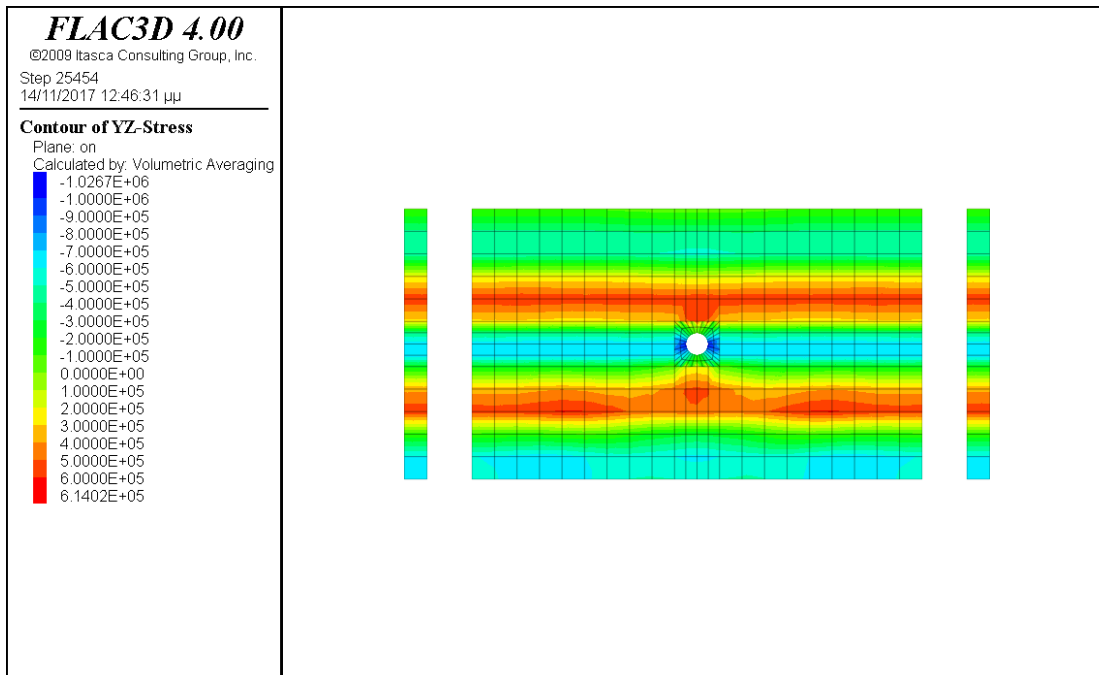
Σχ. 6-6 : Ενδεικτική γεωμετρία του κάρναβου, στην περίπτωση κυκλικής διατομής, στον πλήρη χώρο

Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-7α, 6-8α, & 6-9α) Λόγω της φύσης των κυμάτων SH υπάρχει μόνο η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y , όπως φαίνεται στο (Σχ.6-7α).

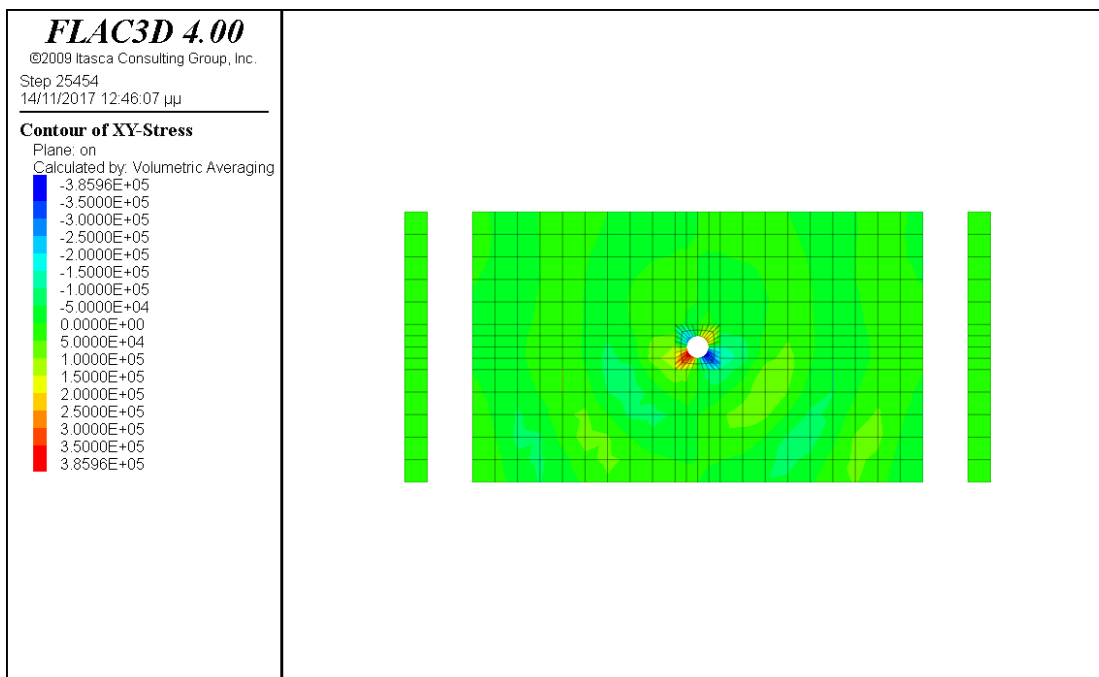


Σχ. 6-7α : Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Αντίστοιχα οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} απεικονίζονται στα (Σχ.6-8α & 6-9α)

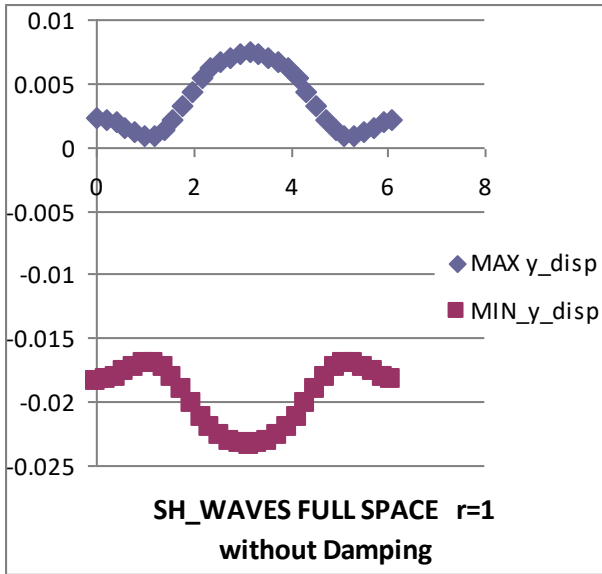


Σχ.6- 8α : Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής

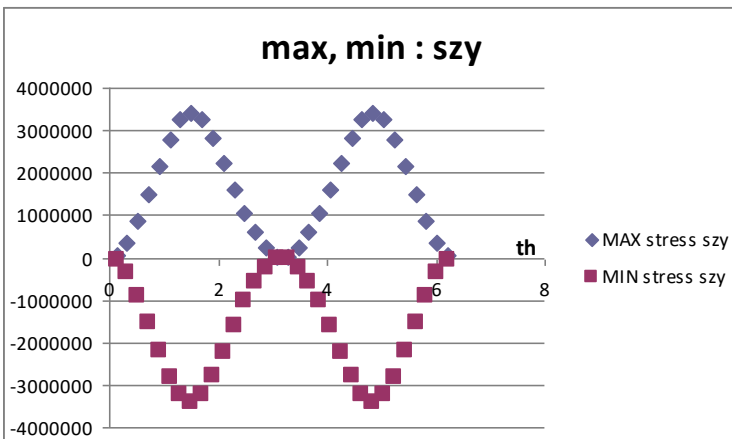


Σχ. 6-9α: Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

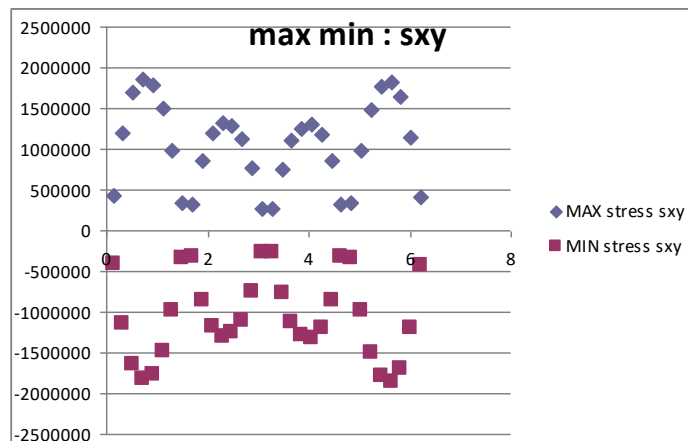
Στα (Σχ.6-7β, 6-8β & 6-9β) απεικονίζονται αντίστοιχα η μετακίνηση u_y καθώς και οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} πάνω στην κυκλική διατομή.



Σχ. 6-7β : Μετακίνηση u_y πάνω στη διατομή



Σχ.6- 8β : Τάση σ_{yz} πάνω στη διατομή



Σχ.6- 9β : Τάση σ_{xy} πάνω στη διατομή

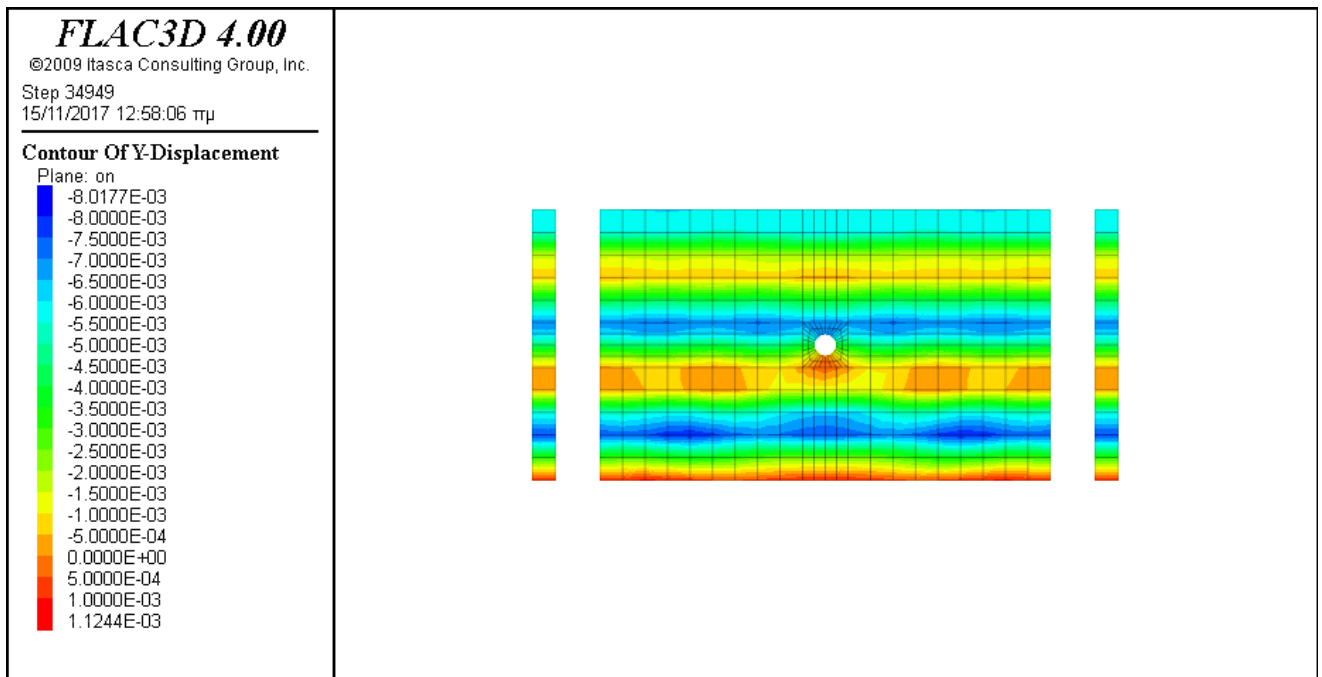
6.2.2. Πλήρης Χώρος, Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, με απόσβεση τύπου Rayleigh 2%, υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

Στην περίπτωση αυτή, θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα 1μ , μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο, λαμβάνοντας υπόψη και υστερητική απόσβεση τύπου Rayleigh 2%. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-6).

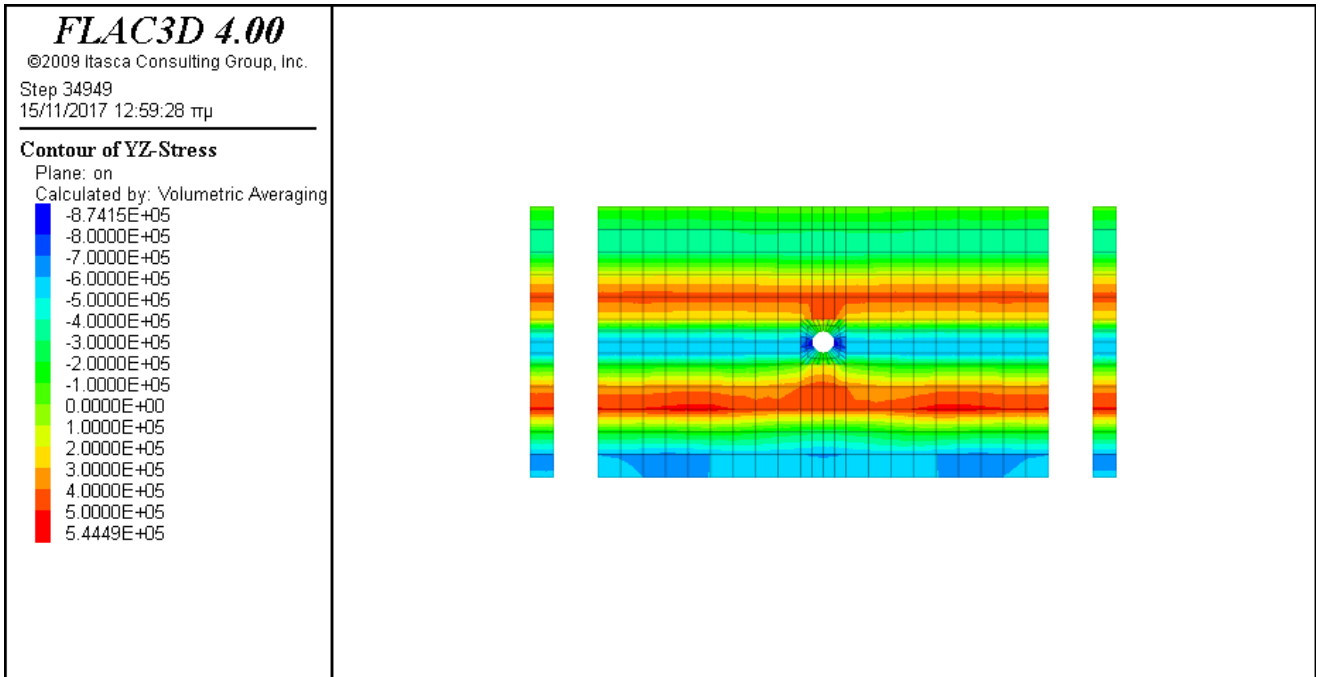
Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-10, 6-11 & 6-12).

Λόγω της φύσης των κυμάτων SH υπάρχει μόνο η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y , όπως φαίνεται στο (Σχ. 6-10).

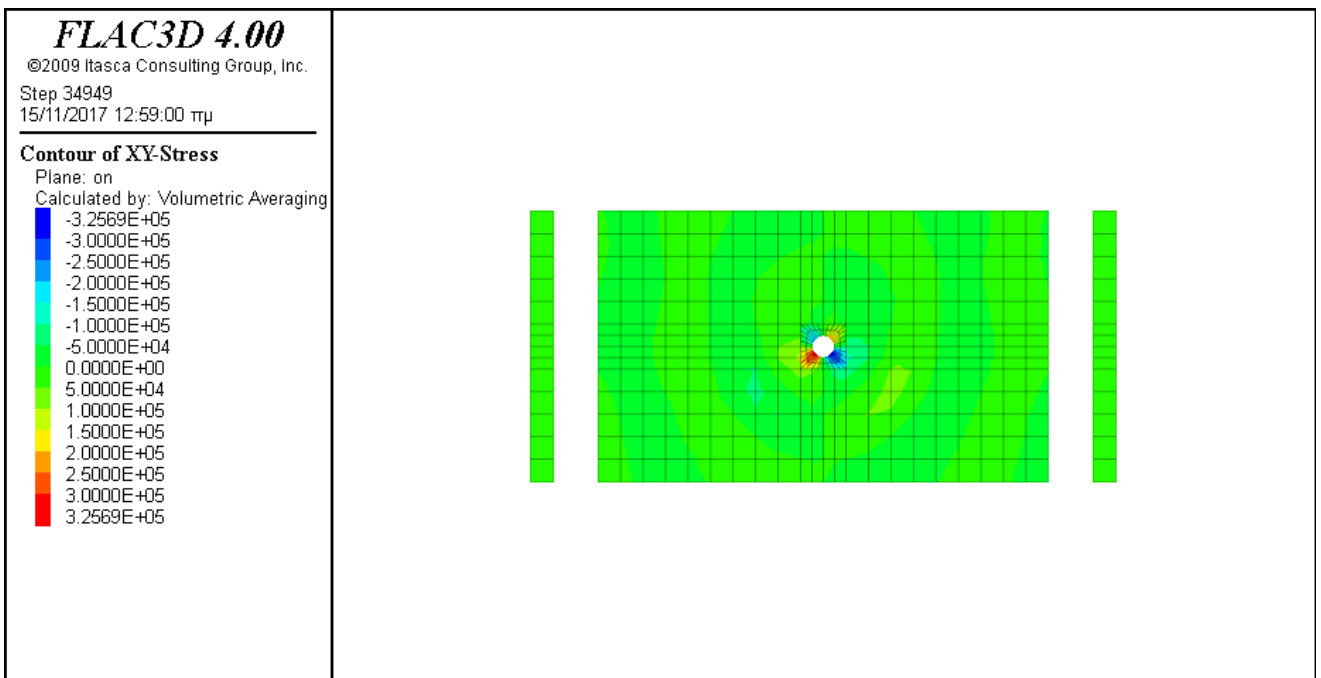


Σχ. 6-10: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Αντίστοιχα στα (Σχ. 6-11 & 6-12) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους-κατασκευής.



Σχ. 6-11: Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής



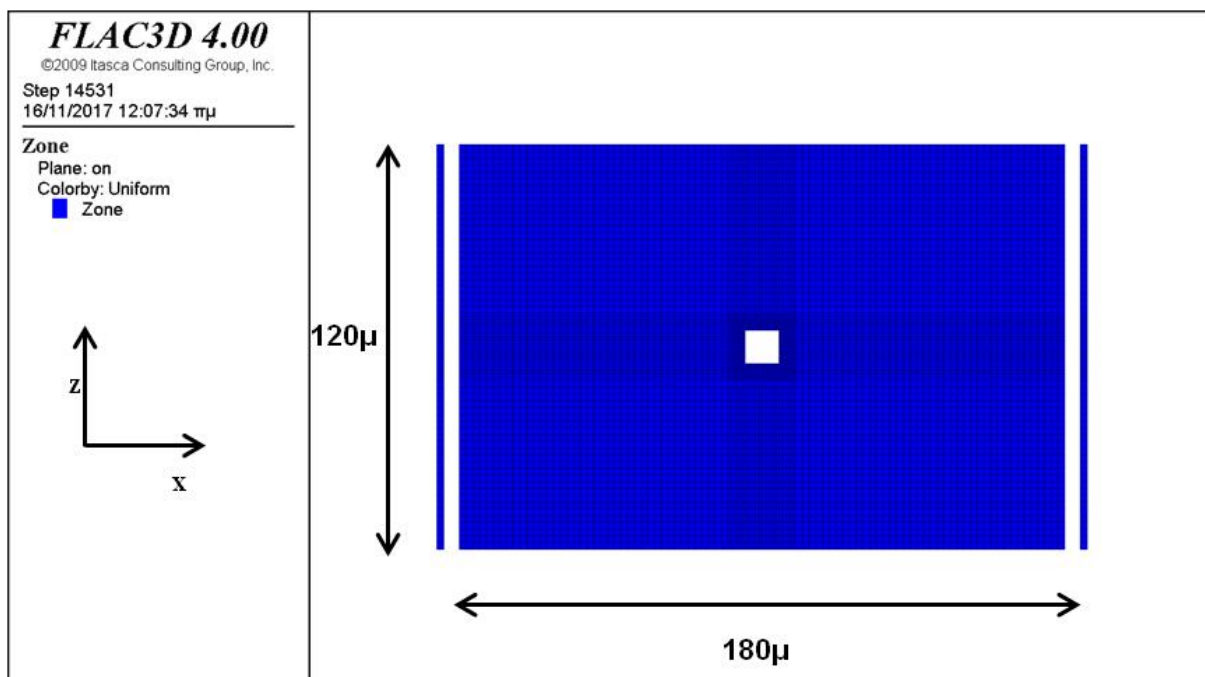
Σχ. 6-12 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

Παρατηρούμε ότι τα εντατικά μεγέθη στην περίπτωση που λαμβάνεται υπόψη υστερητική απόσβεση τύπου Rayleigh 2% , είναι κατά 30% μικρότερα από τα αντίστοιχα χωρίς απόσβεση .

6.2.3.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Τετραγωνική διατομή πλευράς 10μ.,υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

Θεωρούμε σήραγγα τετραγωνικής διατομής με πλευρά 10 μ, μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α) δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

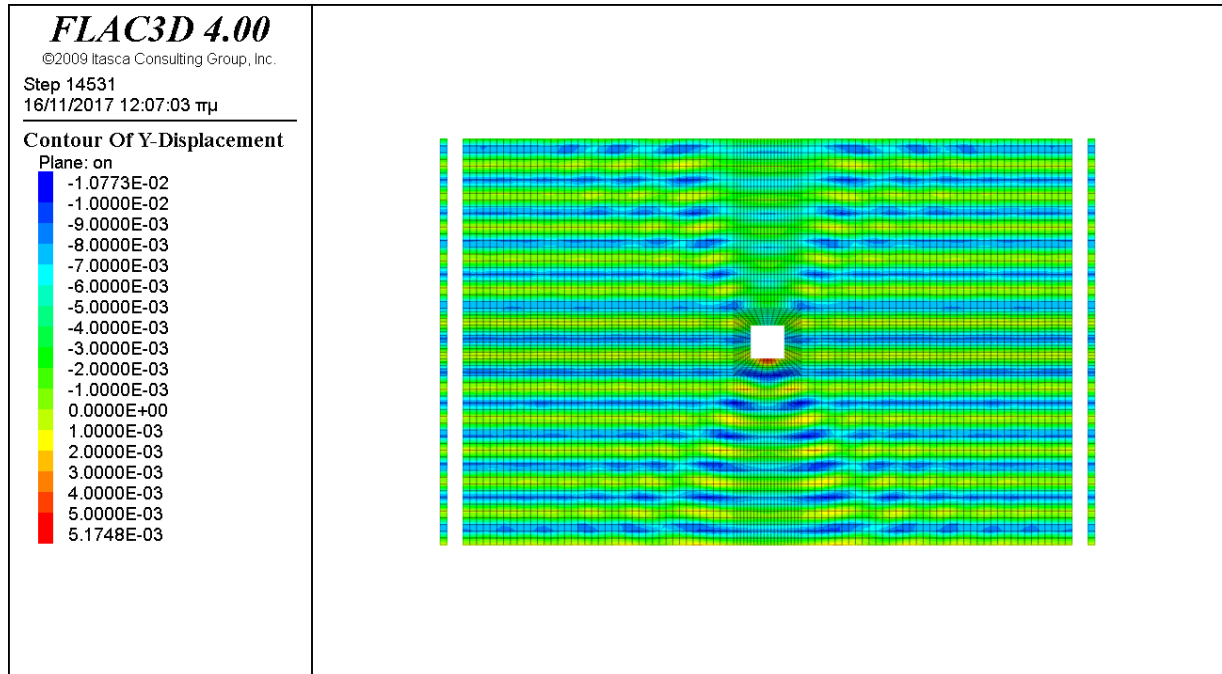
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-13).



Σχ. 6-13 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου, στην περίπτωση της τετραγωνικής διατομής, στον πλήρη χώρο

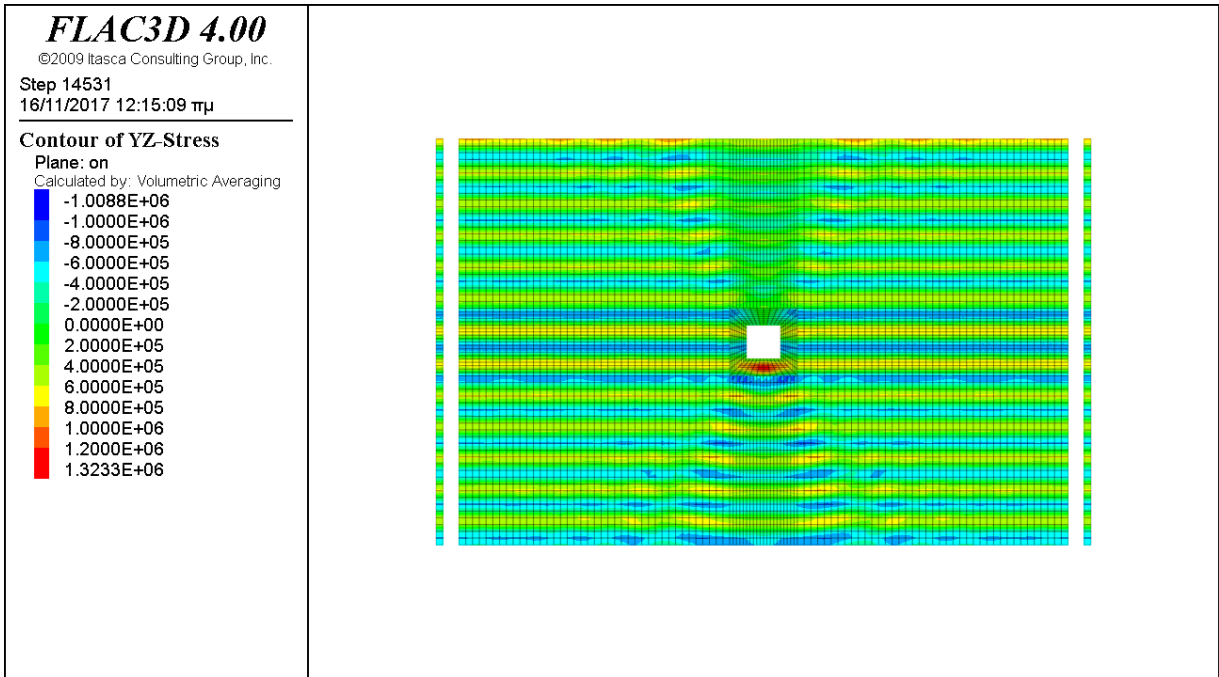
Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-14, 6-15 &6-16).

Στο (Σχ. 6-14), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y . Οι μετακινήσεις κατά τους άξονες x & z , είναι μηδενικές, γεγονός που επαληθεύεται από τις δυναμικές αναλύσεις.

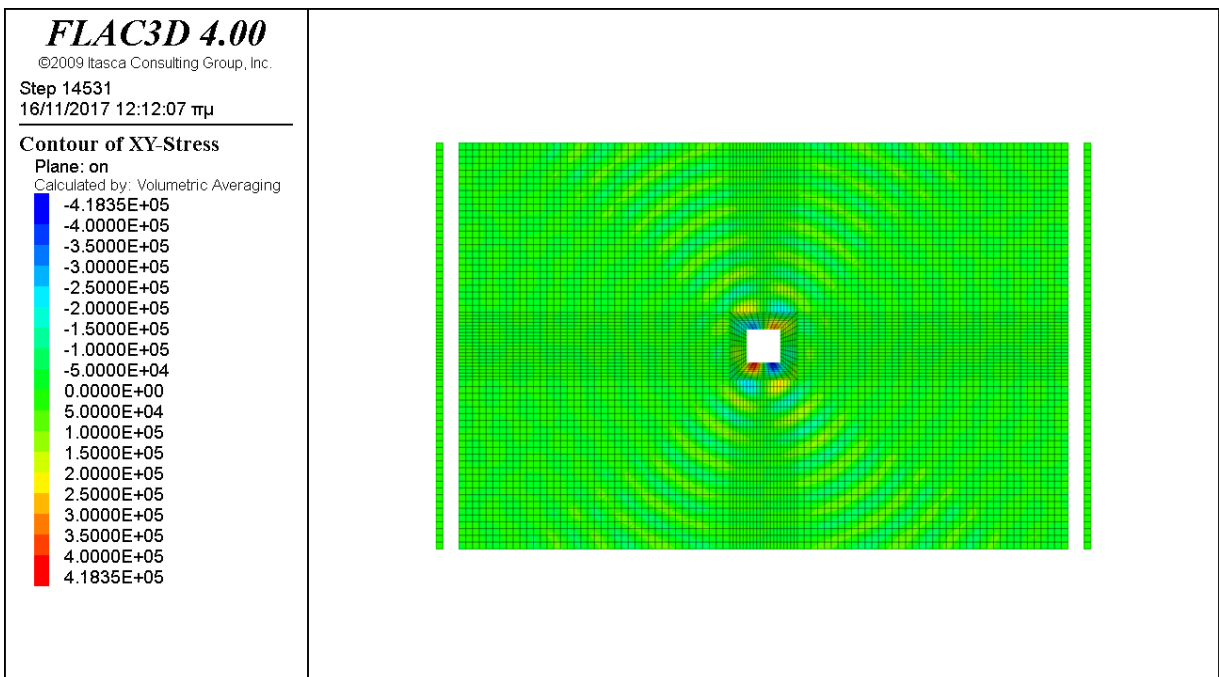


Σχ. 6-14: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-15 & 6-16) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους-κατασκευής.



Σχ. 6-15 : Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-16 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.4. Πλήρης Χώρος, εύκαμπτη Επενδεδυμένη Κυκλική διατομή ακτίνας 1m, χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

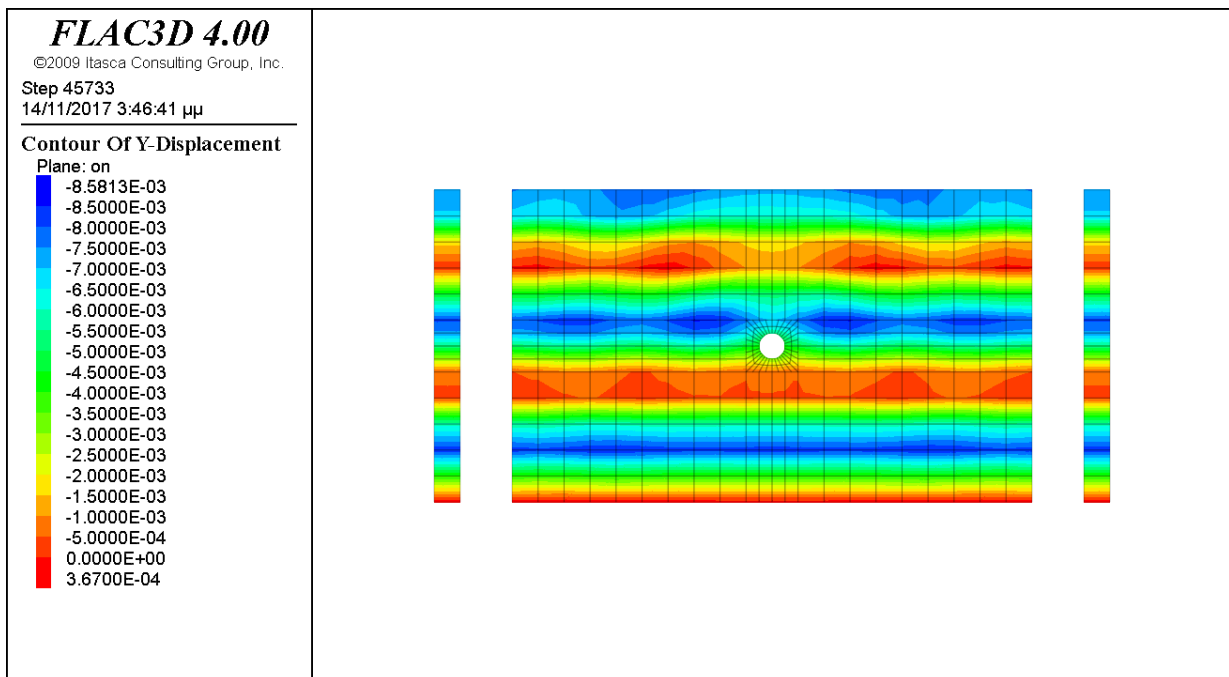
Θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα 1μ, μήκους 48μ με επένδυση πάχους 0.10μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

Η επένδυση είναι εύκαμπτη με λόγο ευκαμψίας F περίπου 36.

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-6).

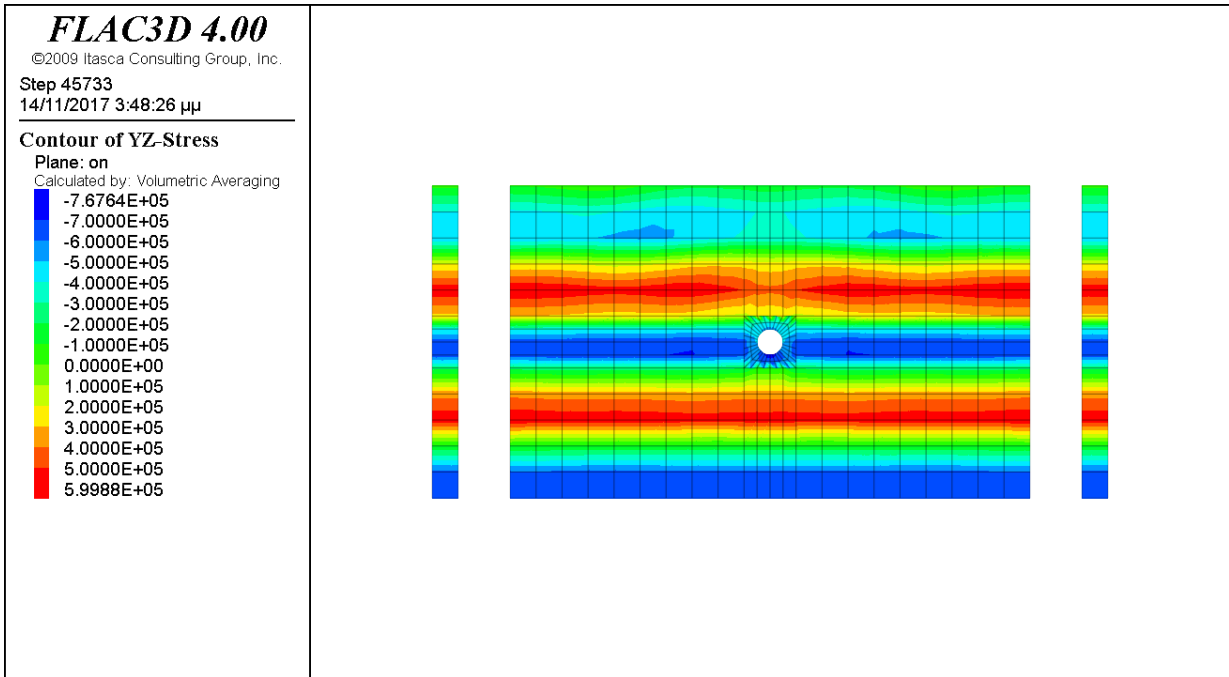
Η επένδυση εισάγεται με κελυφωτά στοιχεία (shell elements) του κώδικα FLAC_3D. Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-17, 6-18, & 6-19).

Στο (Σχ. 6-17), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y .

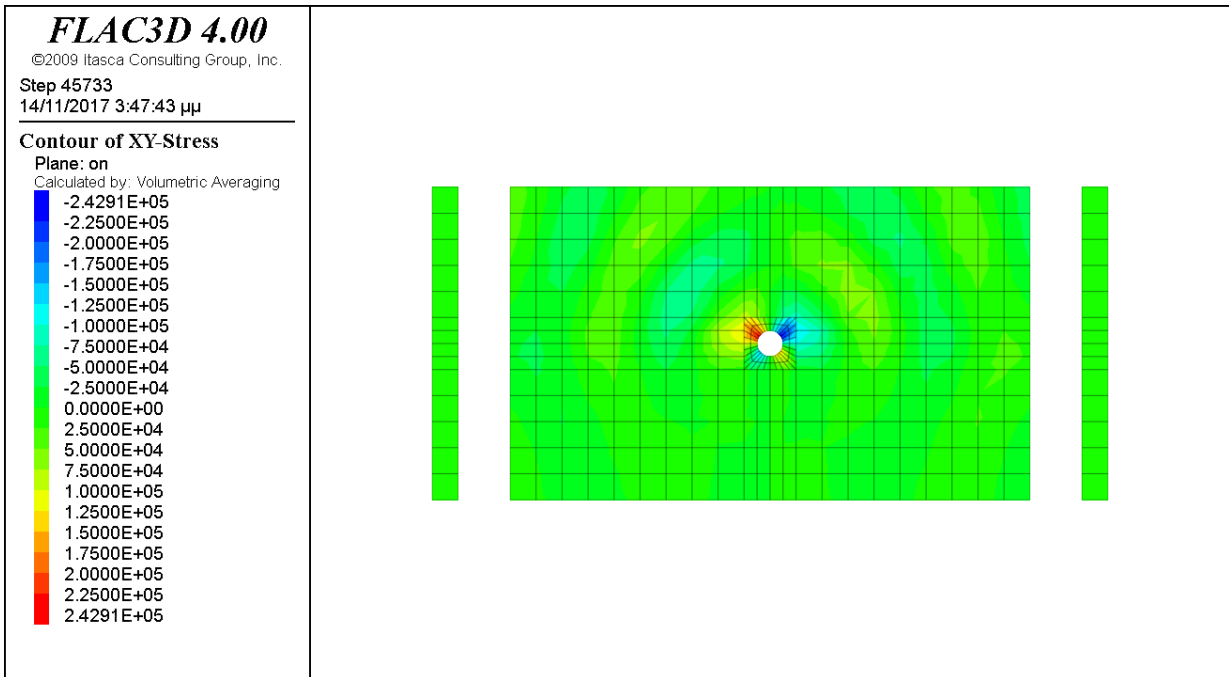


Σχ. 6-17: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-18 & 6-19) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους-κατασκευής.



Σχ. 6-18: Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής

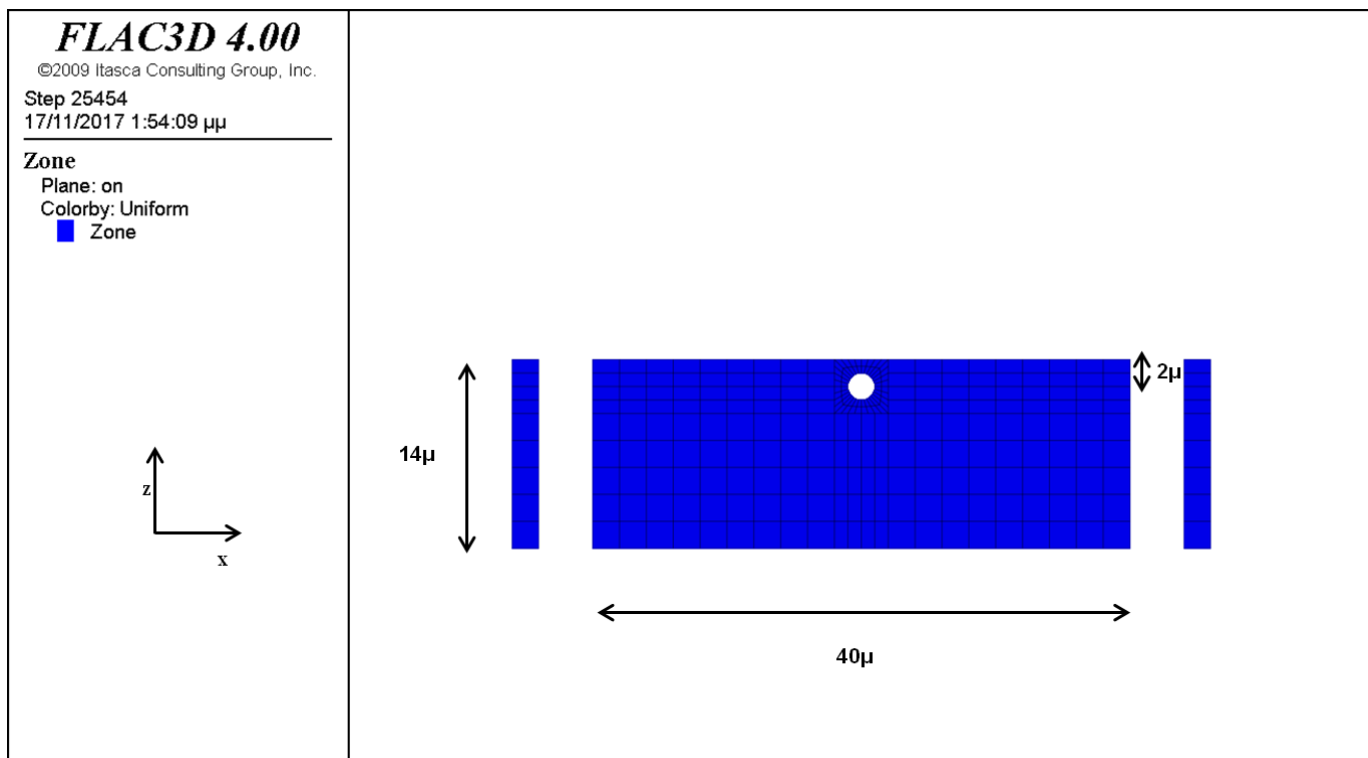


Σχ. 6-19 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.5. Ημίχωρος, Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\text{m}$, σε βάθος $2r$ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

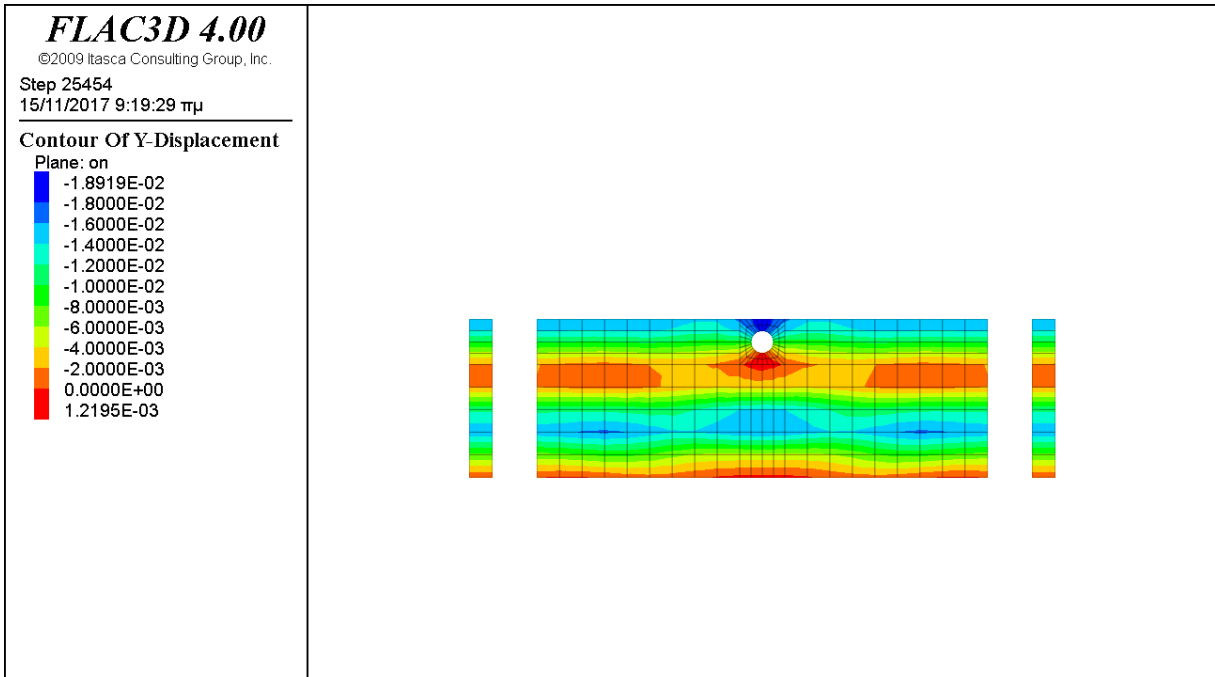
Θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα $r=1\mu$, μήκους 48μ χωρίς επένδυση, που βρίσκεται σε βάθος $2r$, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον ημίχωρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ.6- 20).



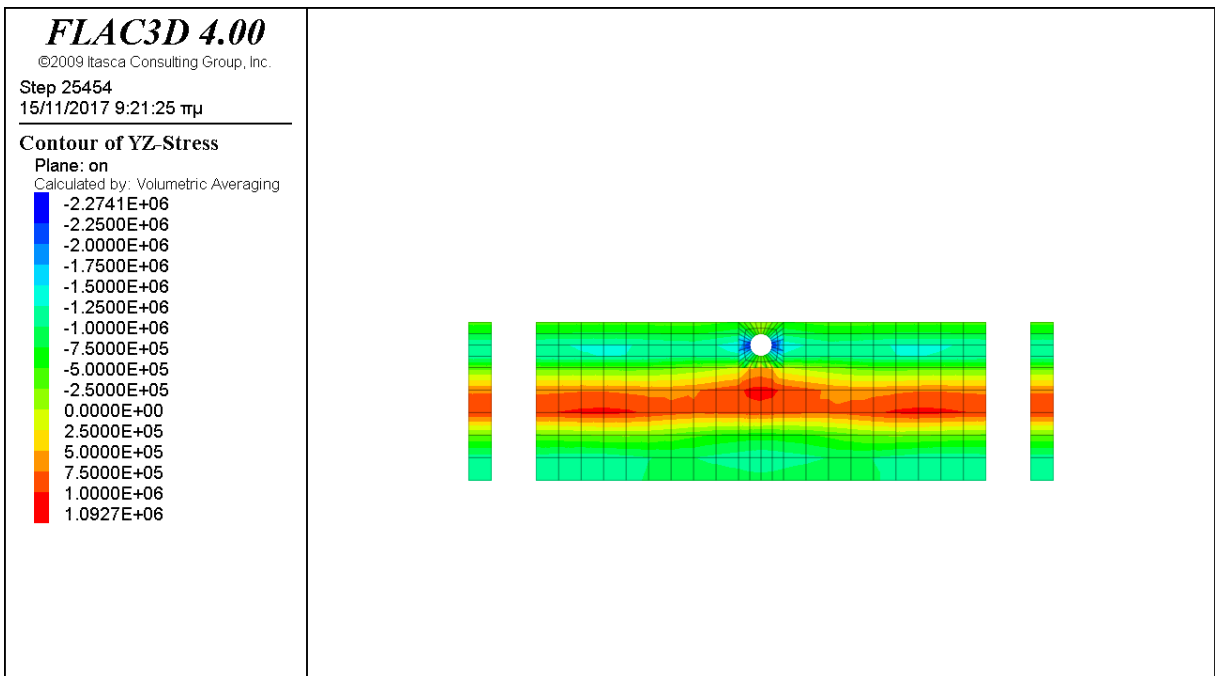
Σχ. 6-20 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου, στην περίπτωση της κυκλικής οπής στον ημίχωρο

Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-21, 6-22 &6-23).Στο (Σχ. 6-21), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y .

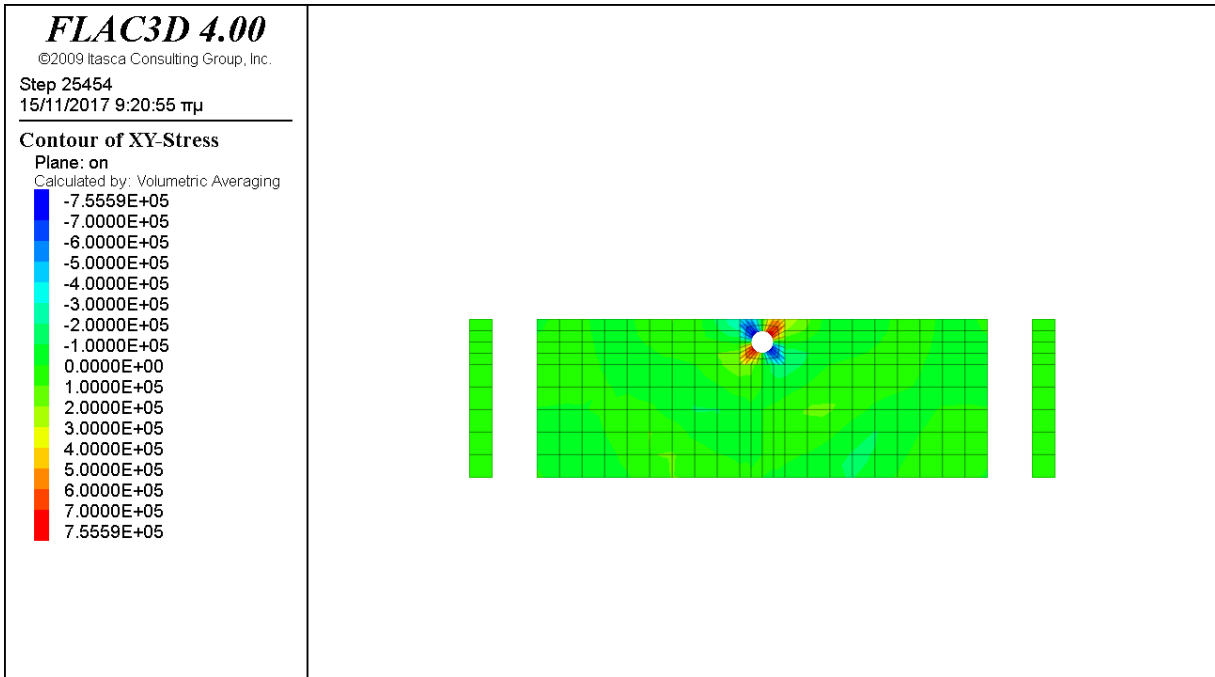


Σχ. 6-21: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ.6-22 & 6-23) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους-κατασκευής.



Σχ. 6-22: Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής

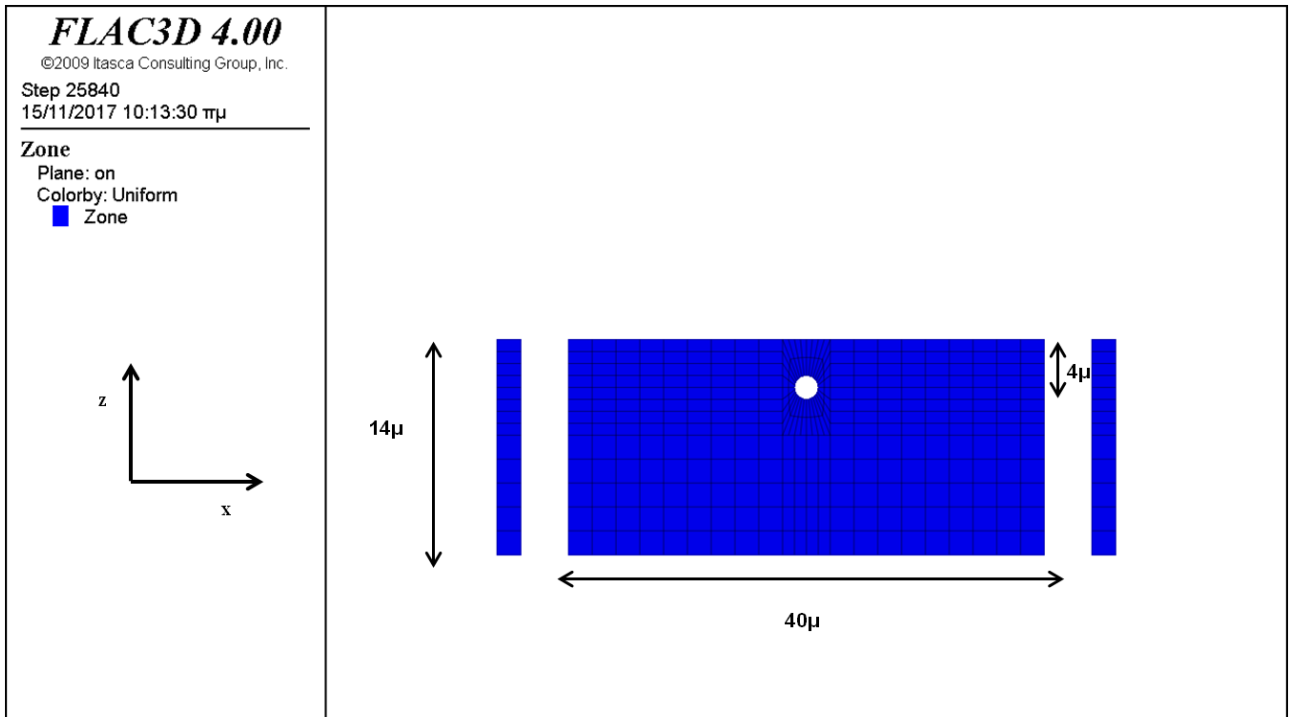


Σχ. 6-23 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.6. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, σε βάθος $4r$ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων

Θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα $r= 1\mu$, μήκους 48μ χωρίς επένδυση, που βρίσκεται σε βάθος $4r$, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον ημίχωρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

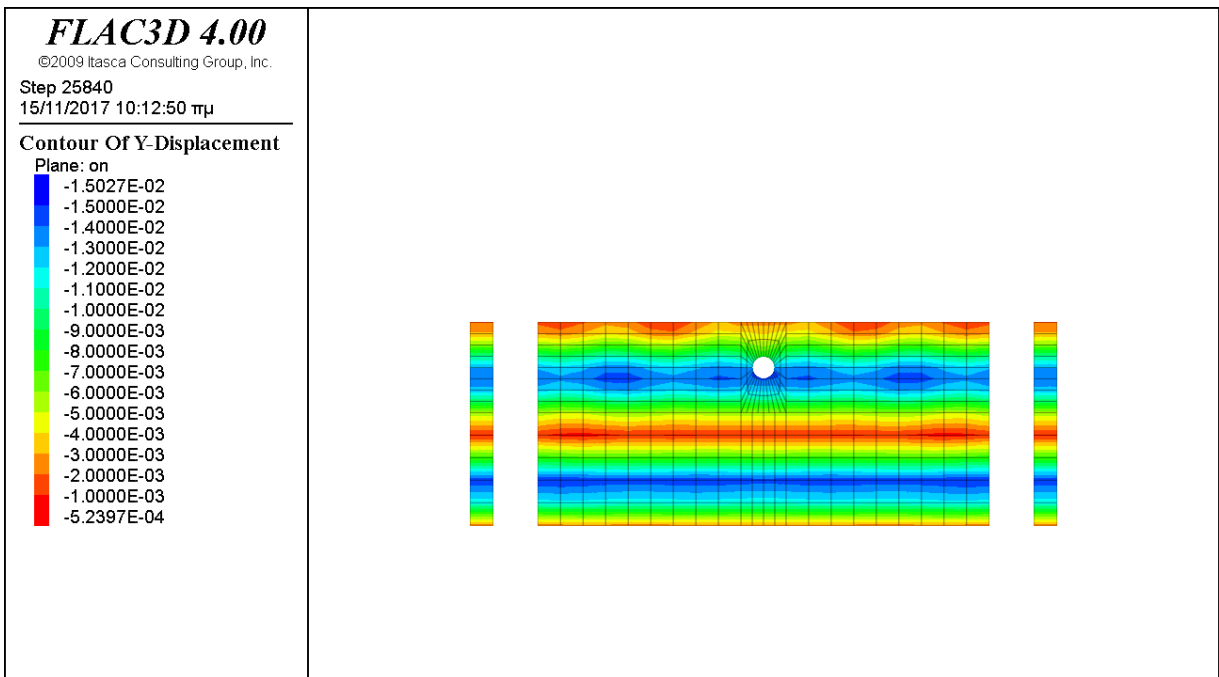
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-24).



Σχ. 6-24 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου για κυκλική οπή στον ημίχωρο

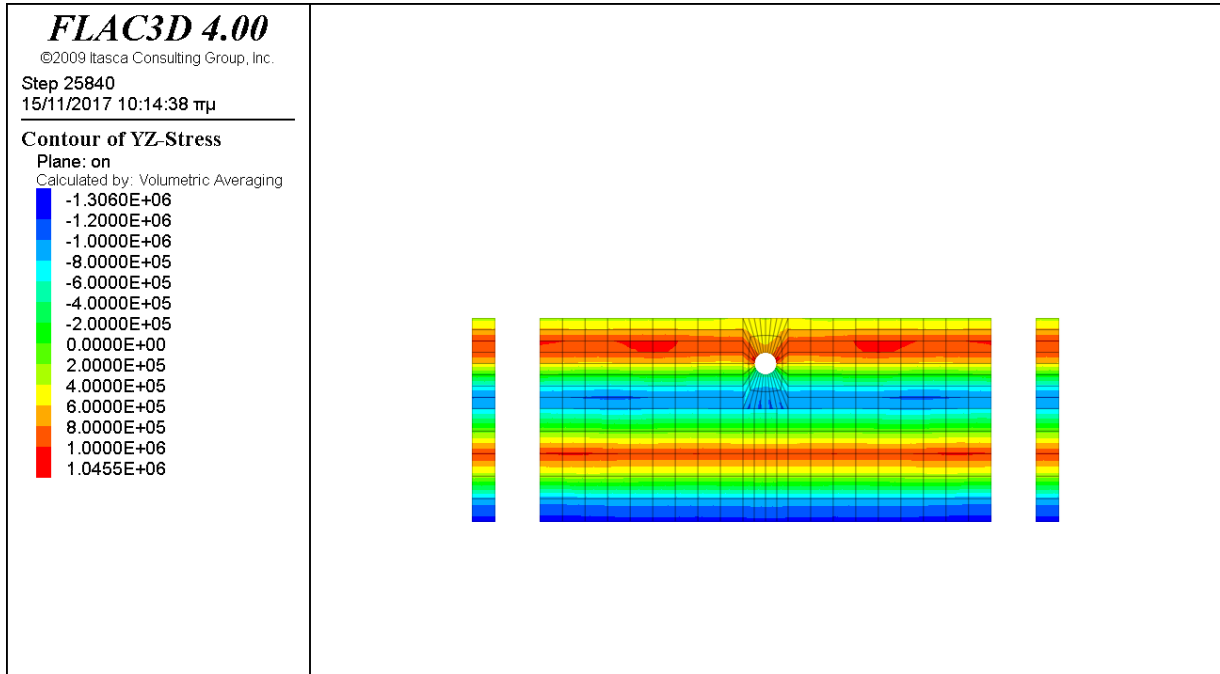
Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-25, 6-26 & 6-27)

Στο (Σχ. 6-25), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y .

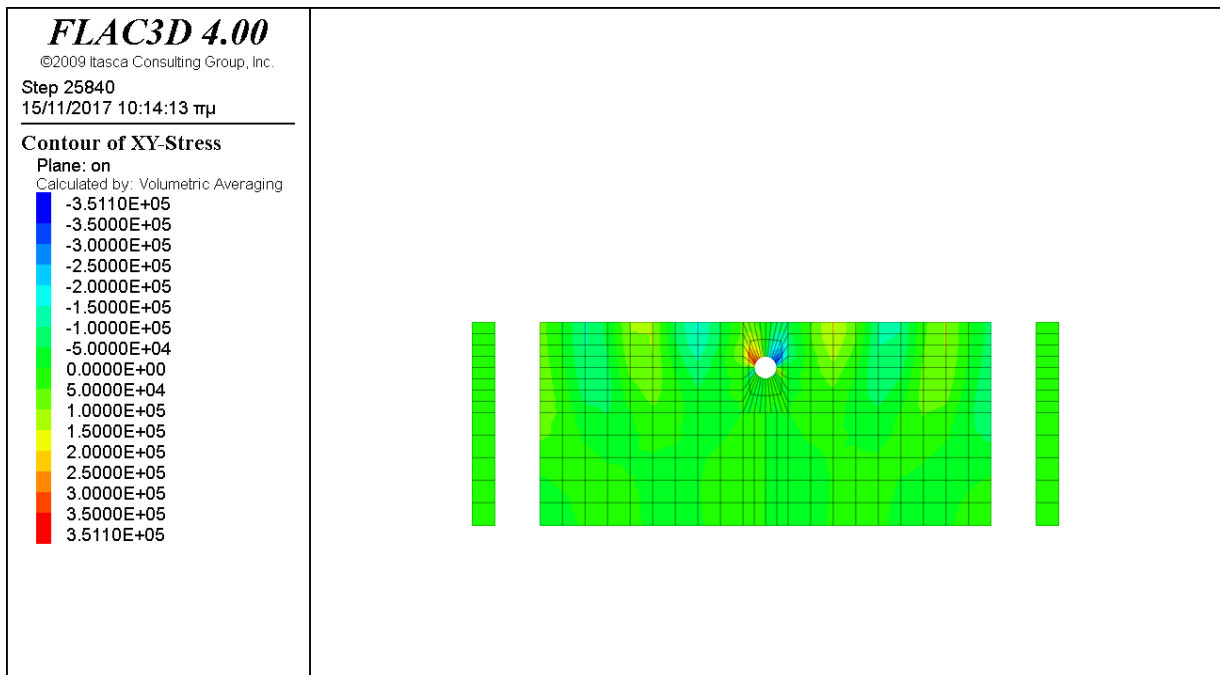


Σχ. 6-25: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Αντίστοιχα, στα (Σχ. 6-26 & 6-27) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους- κατασκευής.



Σχ. 6-26: Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής

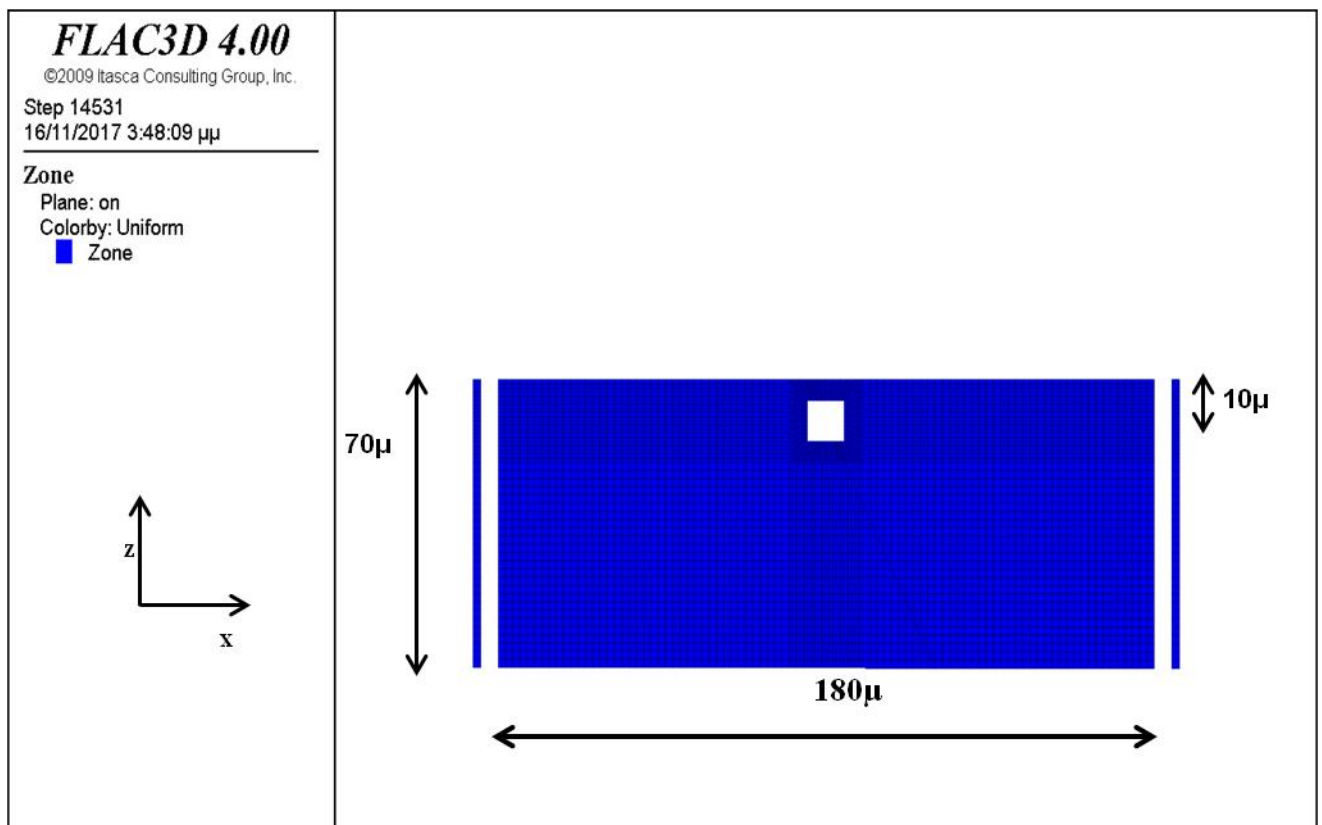


Σχ.6- 27 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.7. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Τετραγωνική διατομή πλευράς 5μ , σε βάθος 10μ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

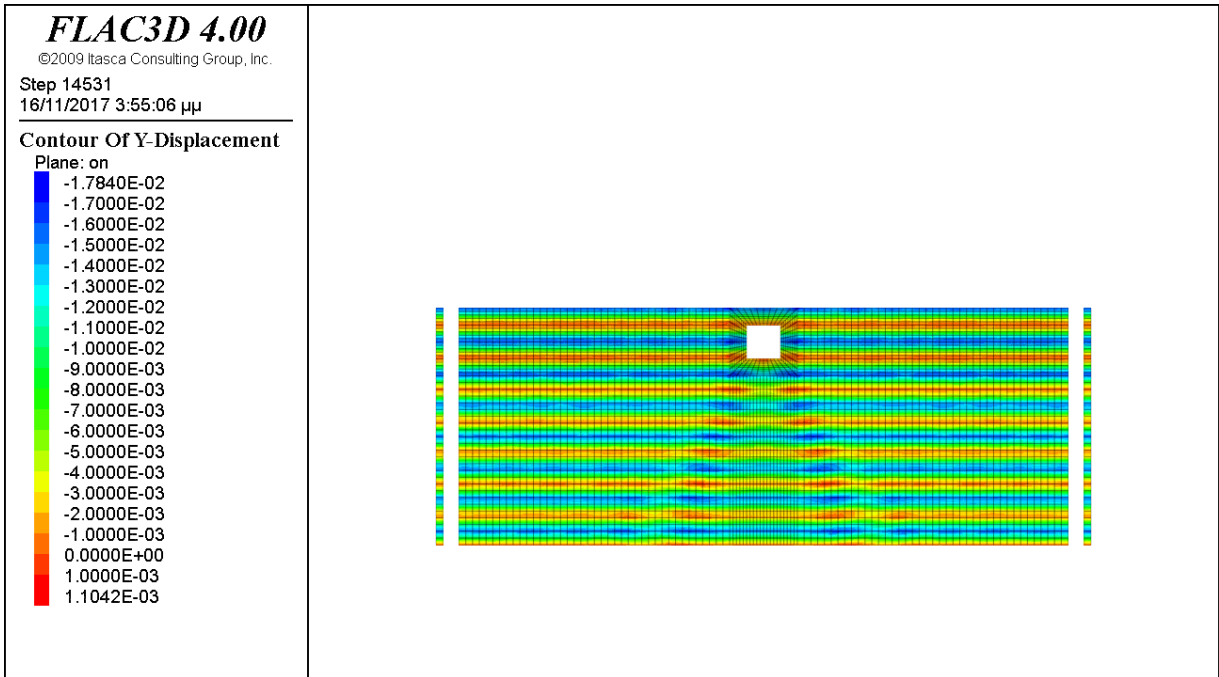
Θεωρούμε σήραγγα τετραγωνικής διατομής με πλευρά 10 μ, μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 10μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

Ο κάνναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-28).



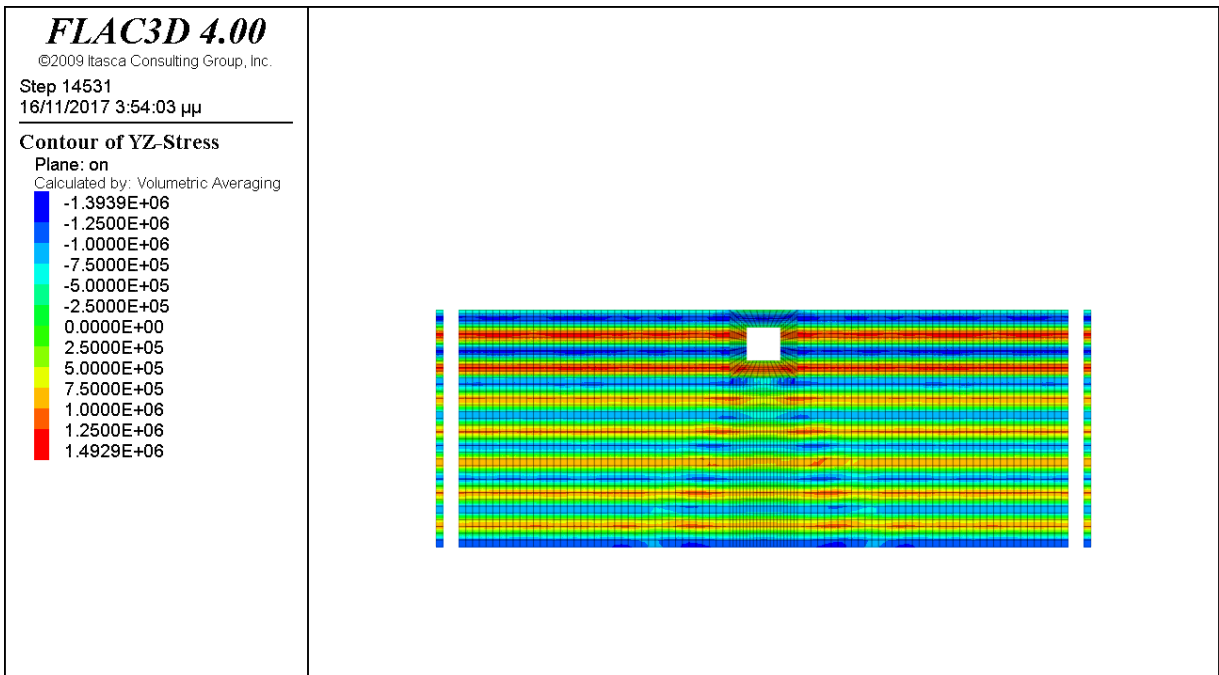
Σχ. 6-28 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου στην περίπτωση τετραγωνικής σήραγγας στον ημίχωρο

Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-29, 6-30 & 6-31).Στο (Σχ. 6-29), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y .

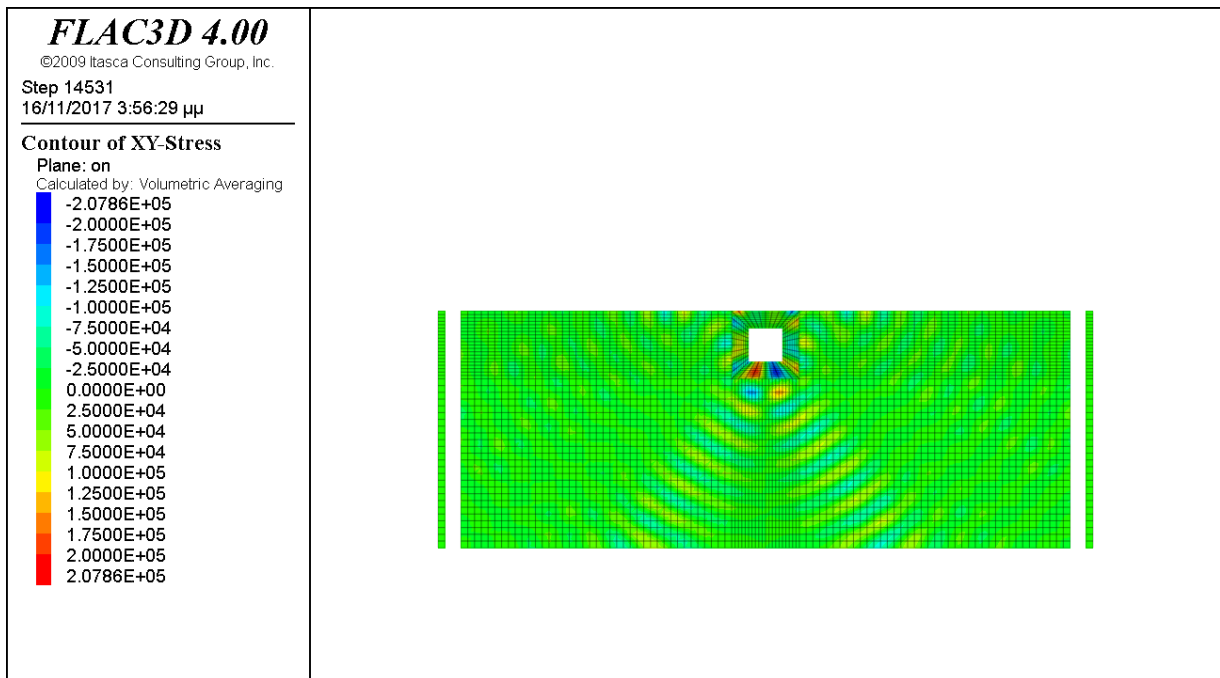


Σχ. 6-29: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ.6-30 & 6-31) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους-κατασκευής.



Σχ. 6-30: Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-31 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.8. Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων

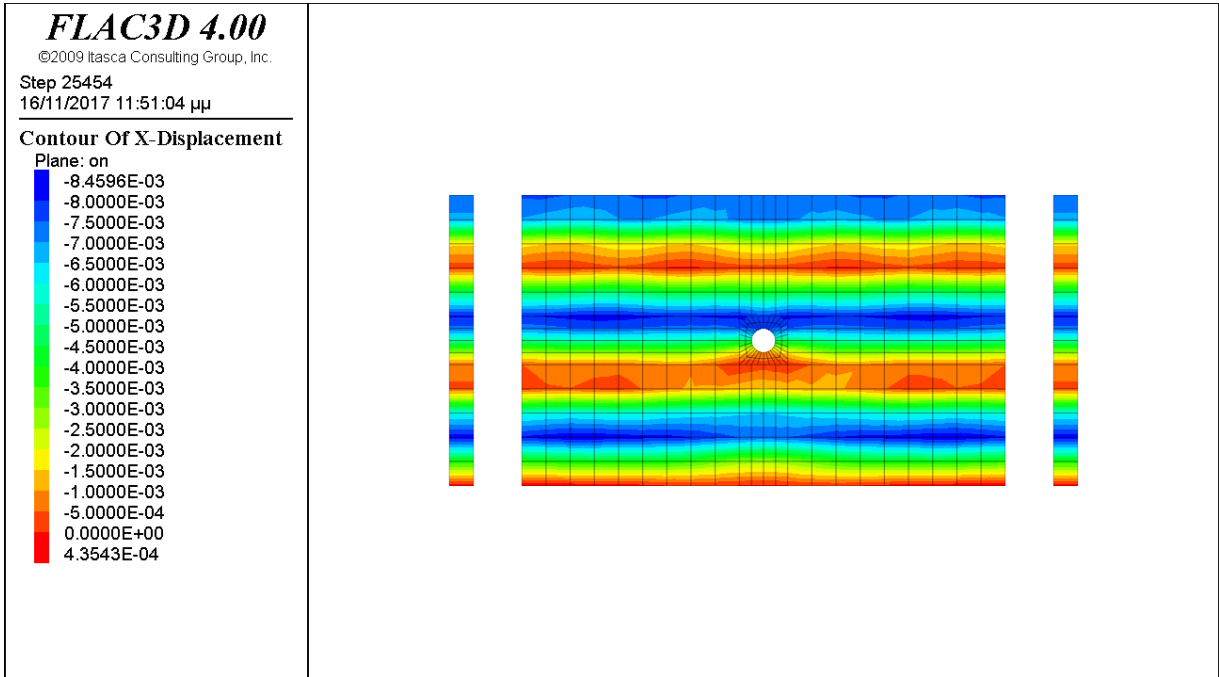
Θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα 1μ , μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιοστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-6).

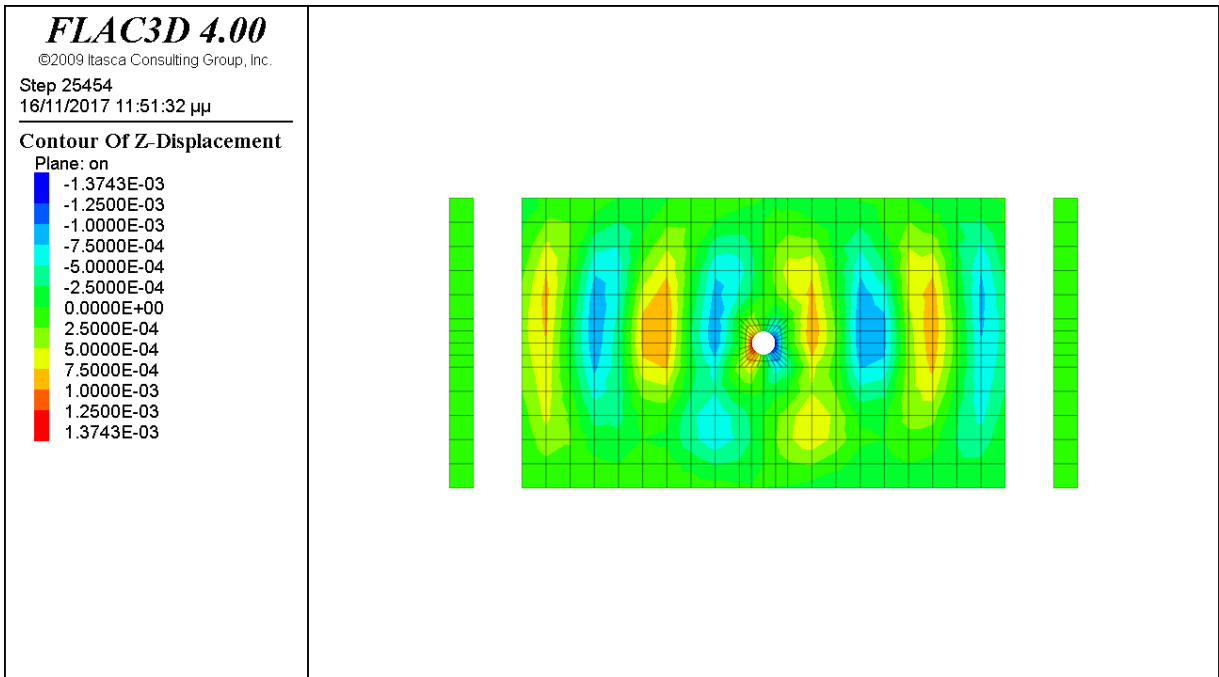
Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-32, 6-33, 6-34, 6-35,6-36, &6-37)

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-32 & 6-33). Οι μετακινήσεις πραγματοποιούνται πάνω στην διατομή του αγωγού προκαλώντας παραμορφώσεις τύπου «ovaling». Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

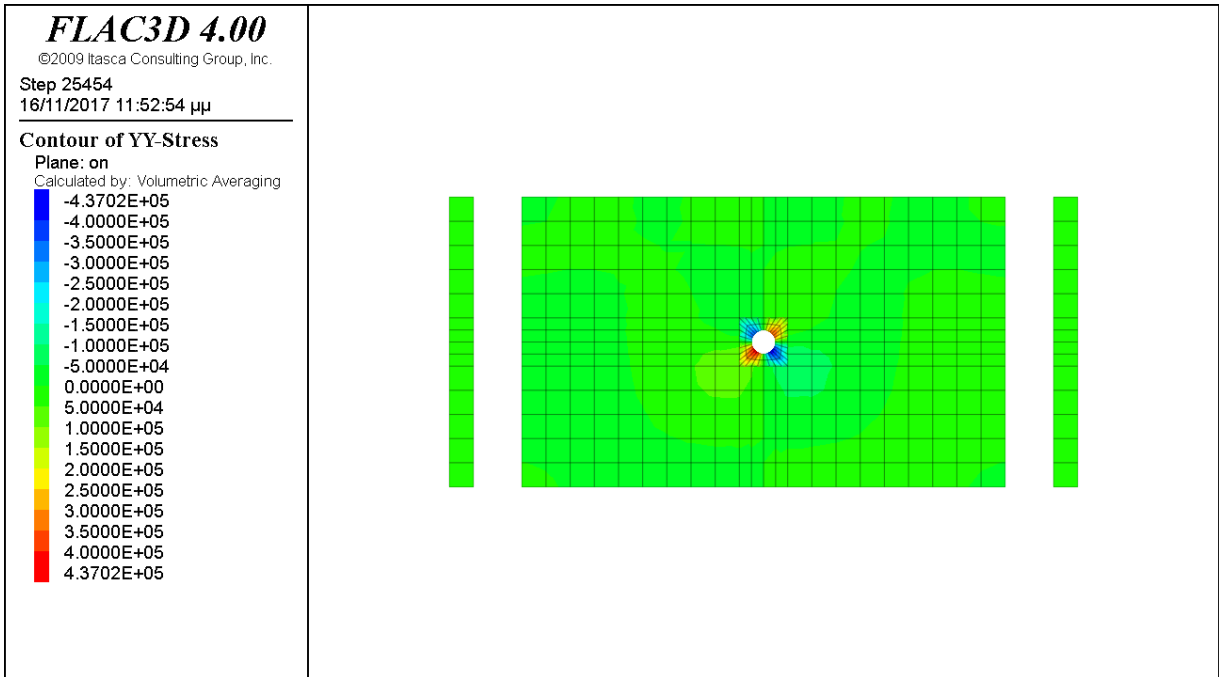
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-34, 6-35, 6-36, 6-37) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



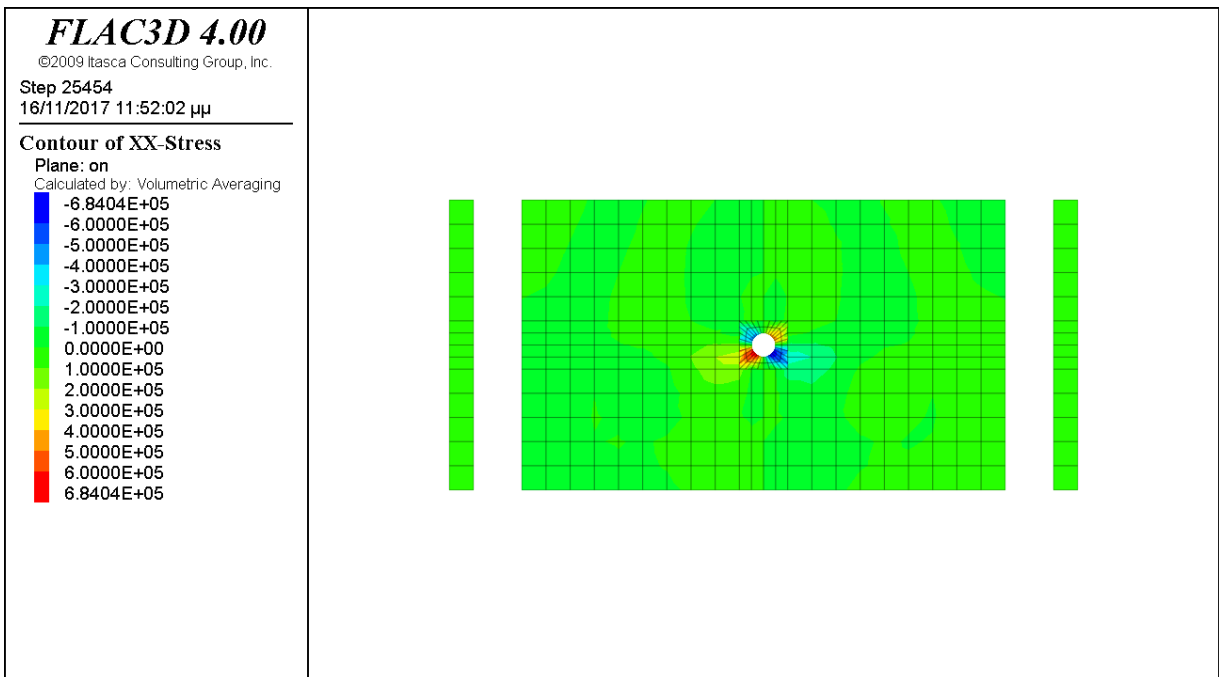
Σχ. 6-32: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



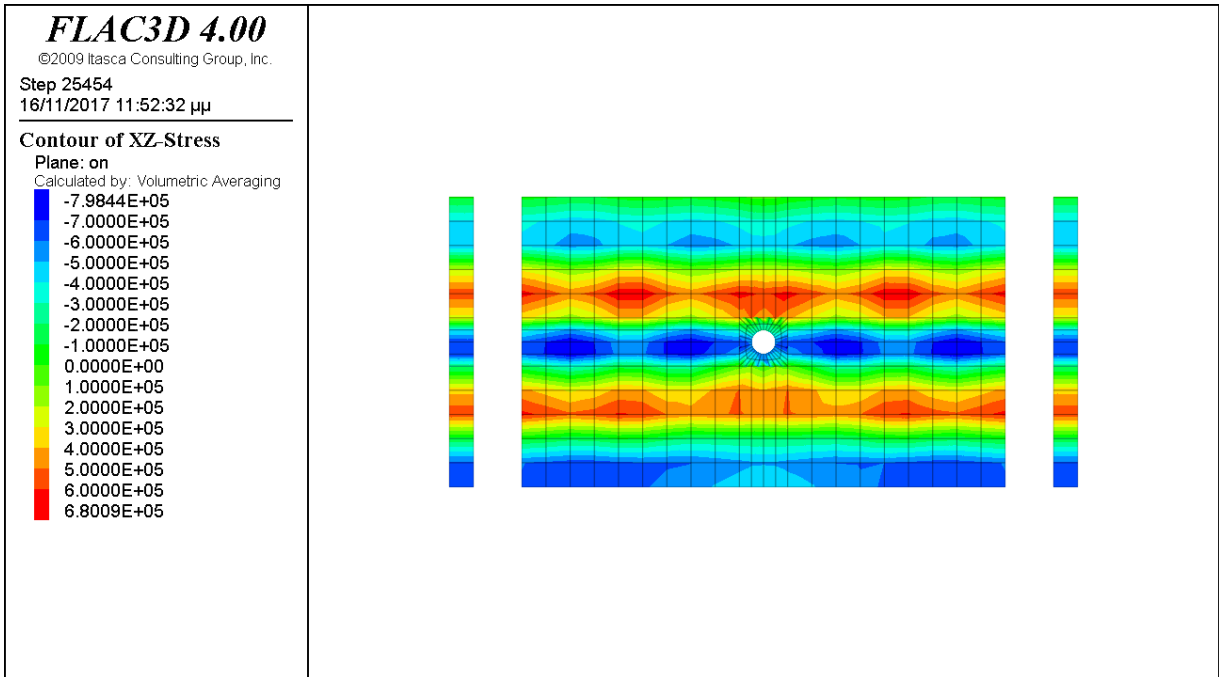
Σχ. 6-33: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



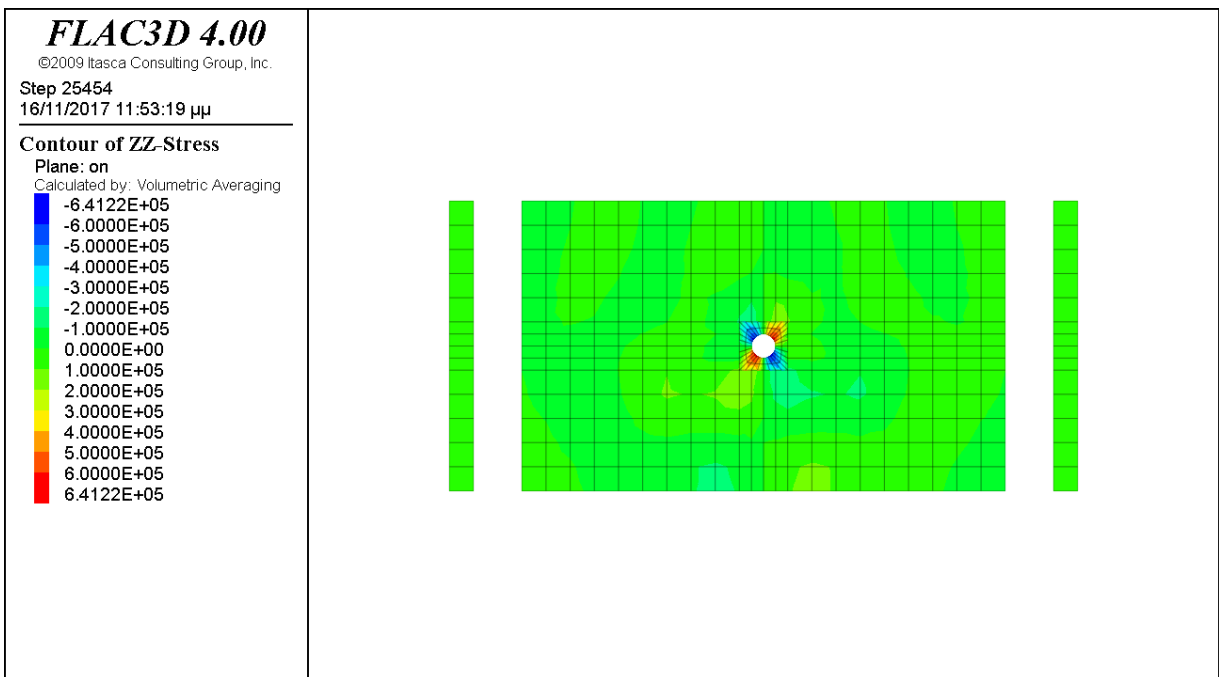
Σχ. 6-34 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-35 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-36 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-37 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.9. Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, με απόσβεση τύπου Rayleigh 2%, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

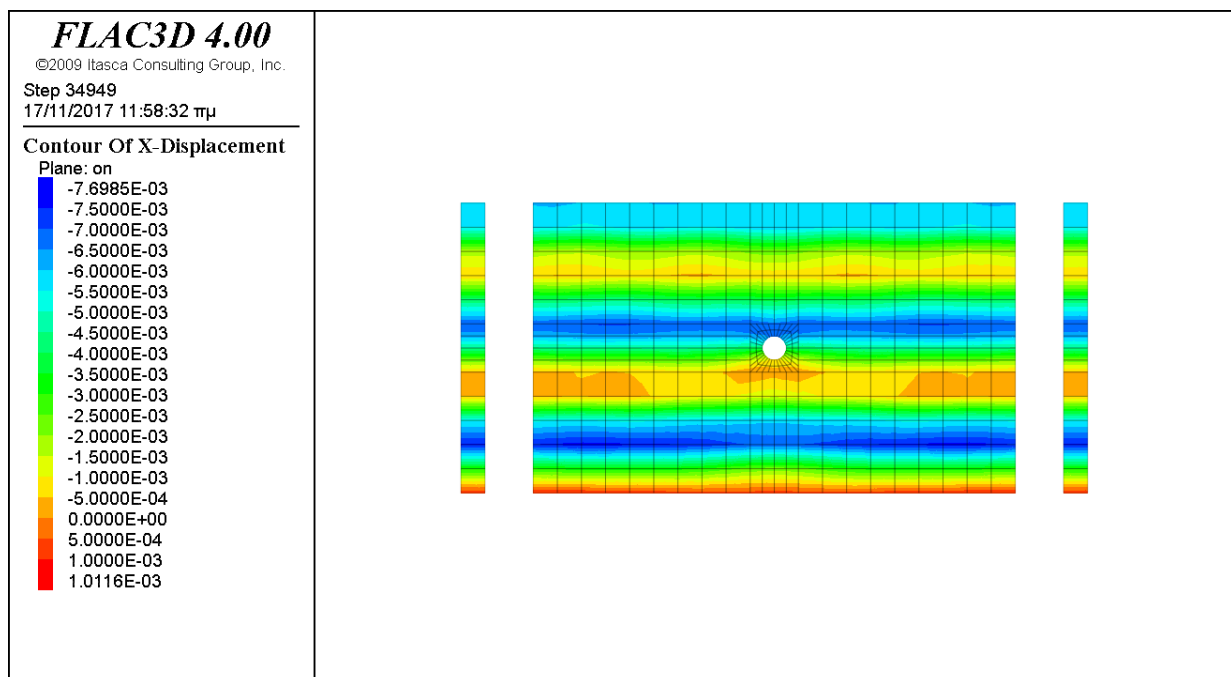
Στην περίπτωση αυτή, θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα 1μ , μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο, λαμβάνοντας υπόψη και υστερητική απόσβεση τύπου Rayleigh 2%. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-6).

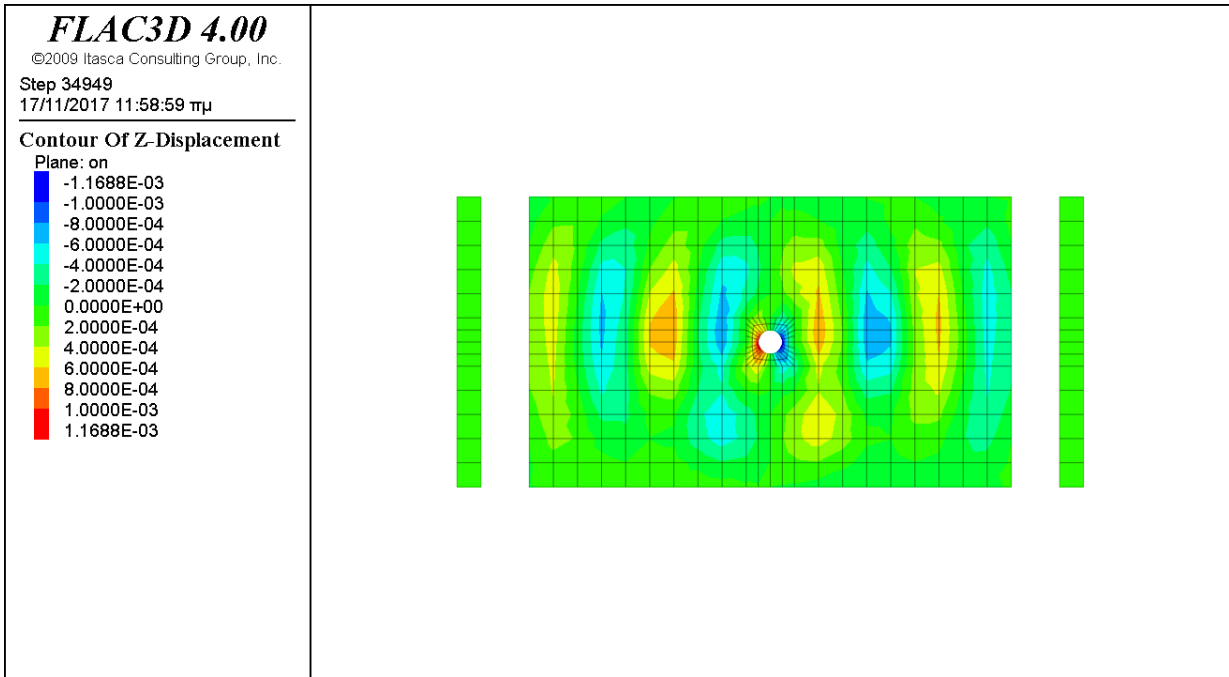
Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-38, 6-39, 6-40, 6-41, 6-42, & 6-43).

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-38 & 6-39). Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

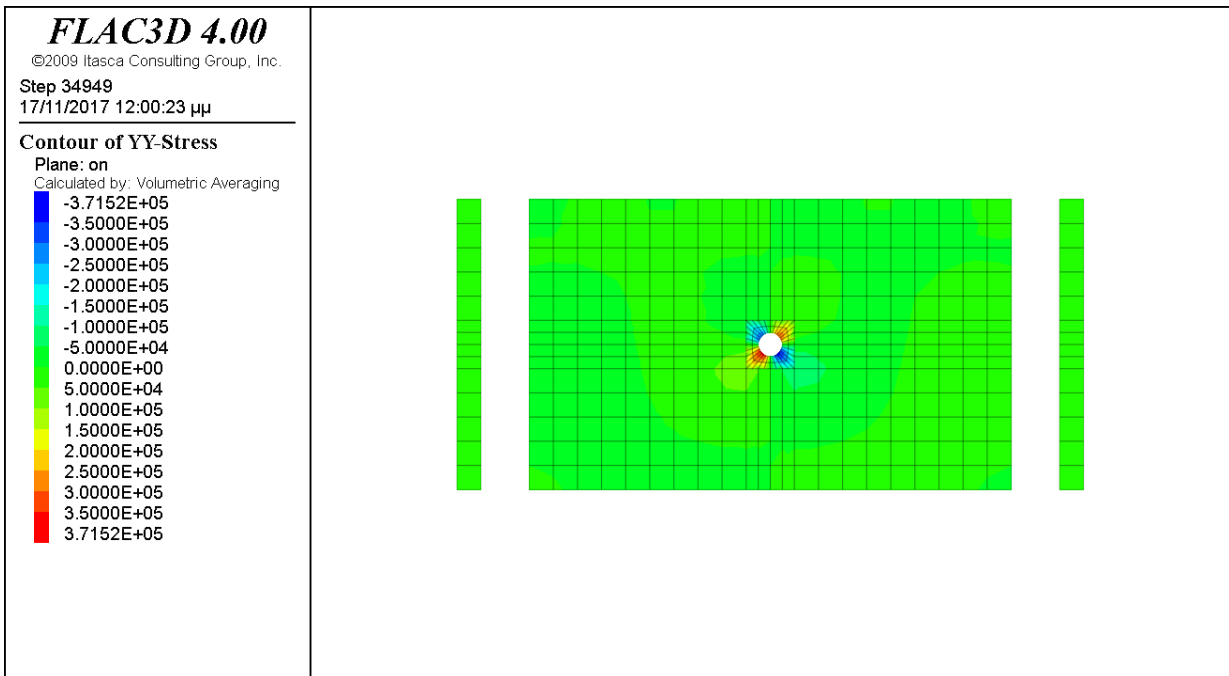
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-40, 6-41, 6-42, 6-43) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



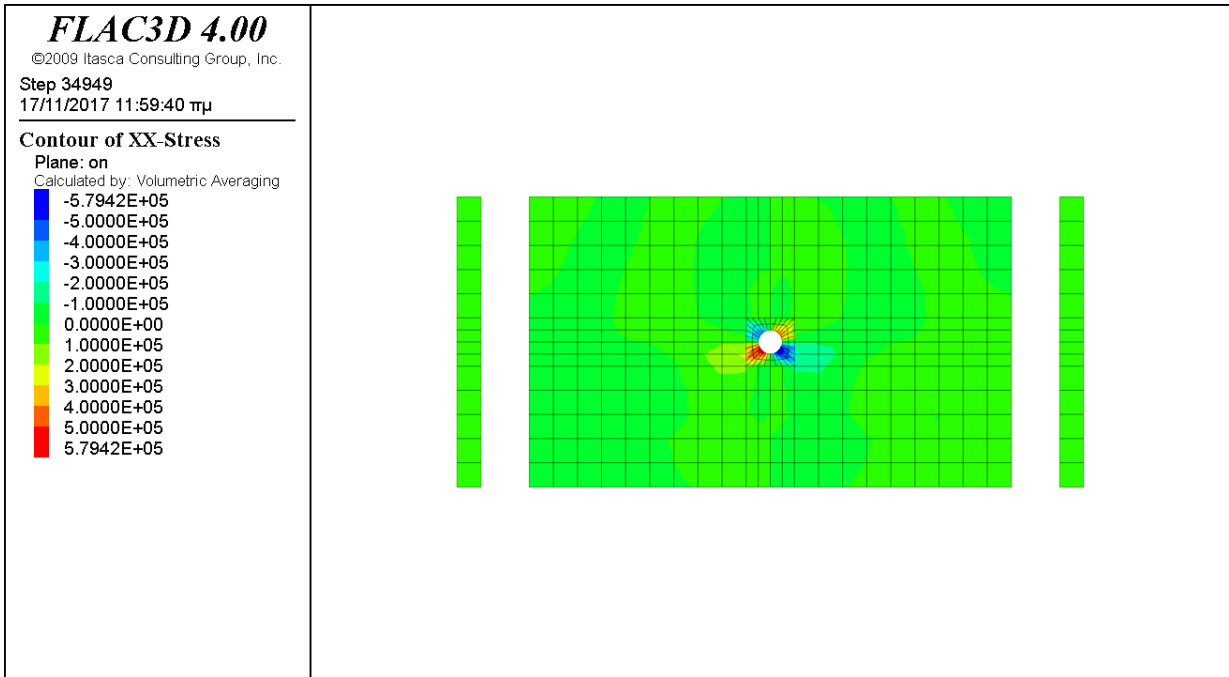
Σχ. 6-38: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



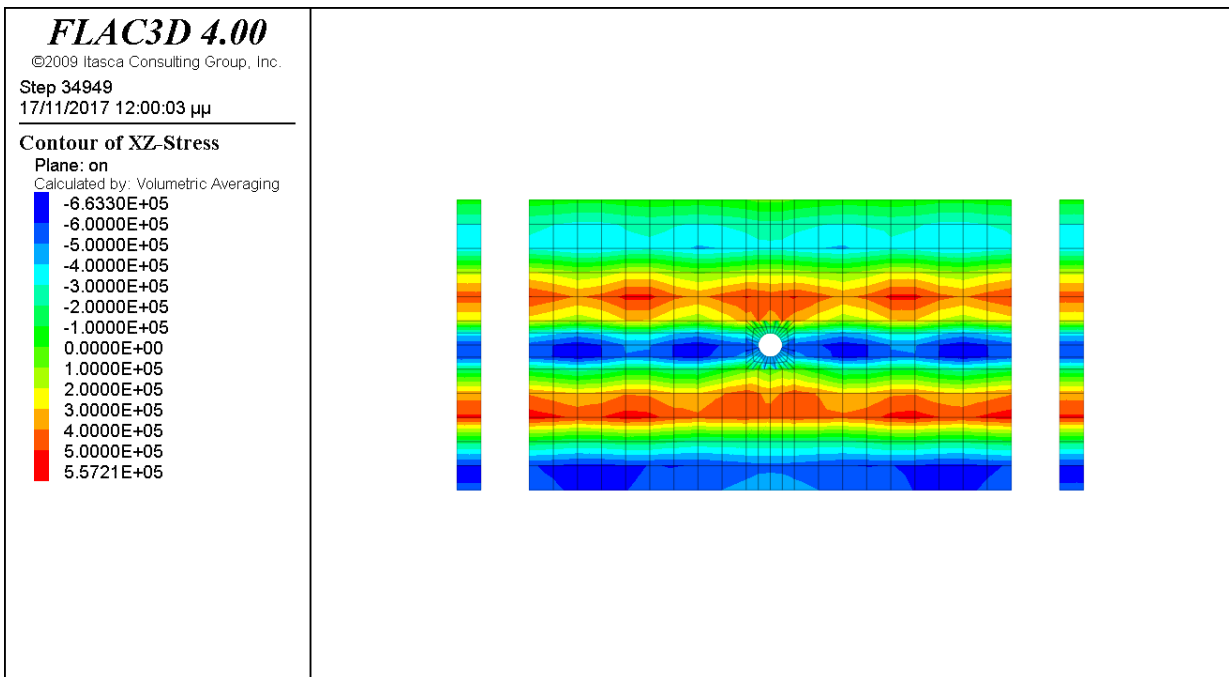
Σχ. 6-39: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



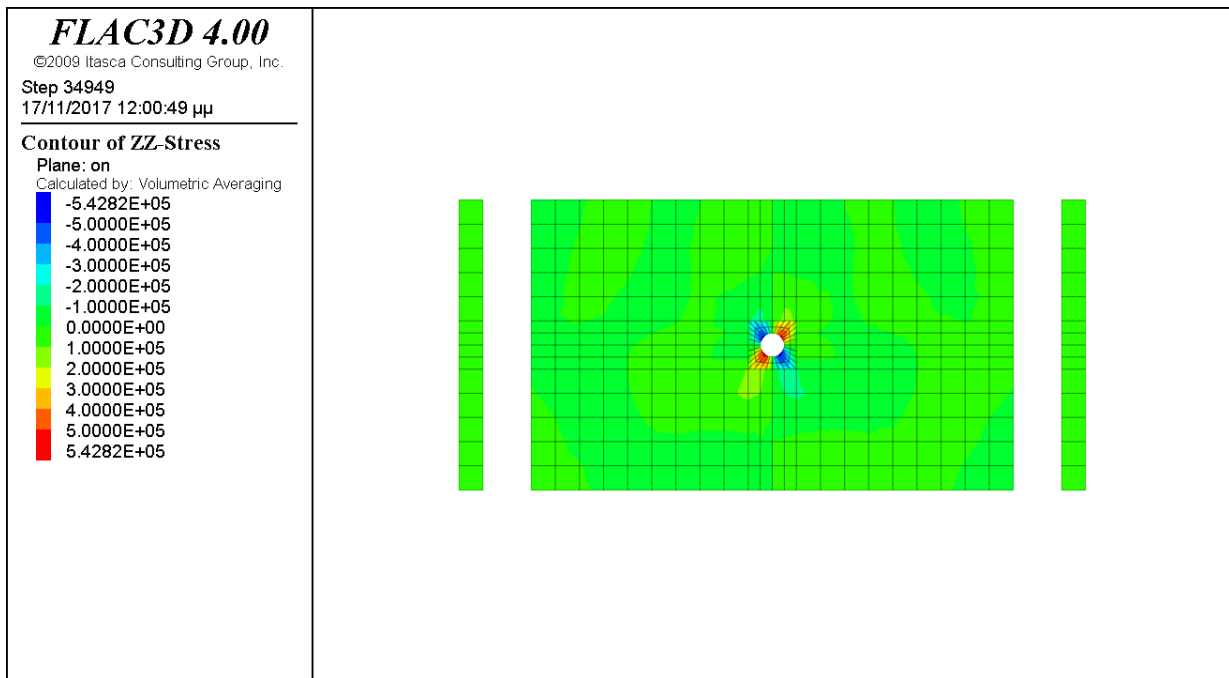
Σχ. 6-40 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-41 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-42 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-43 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

Παρατηρούμε ότι τα εντατικά μεγέθη στην περίπτωση που λαμβάνεται υπόψη υστερητική απόσβεση τύπου Rayleigh 2%, είναι κατά 30% μικρότερα από τα αντίστοιχα χωρίς απόσβεση

6.2.10. Πλήρης Χώρος, Ανεπένδυτη Τετραγωνική διατομή πλευράς 10μ., υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

Θεωρούμε σήραγγα τετραγωνικής διατομής με πλευρά 10 μ, μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

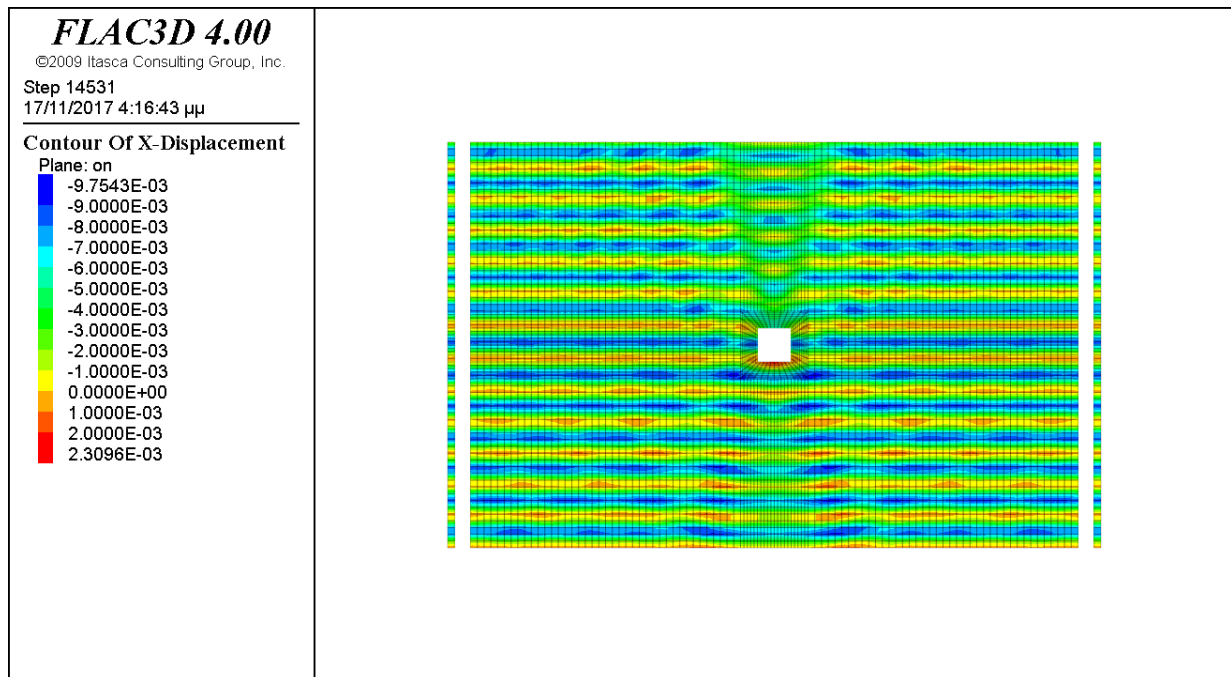
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-13).

Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-44, 6-45, 6-46, 6-47,6-48, & 6-49)

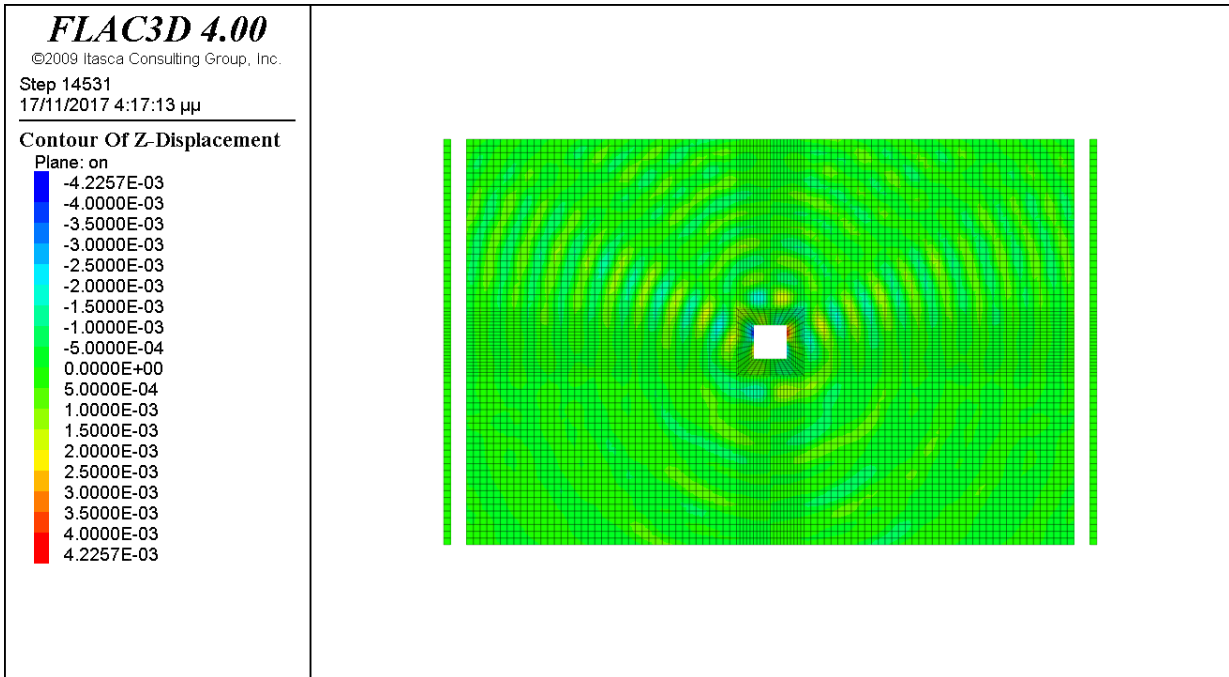
Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-44 & 6-45) . Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι μετακινήσεις πραγματοποιούνται πάνω στην διατομή της

τετραγωνικής σήραγγας, προκαλώντας παραμορφώσεις τύπου «racking», λικνισμός. Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

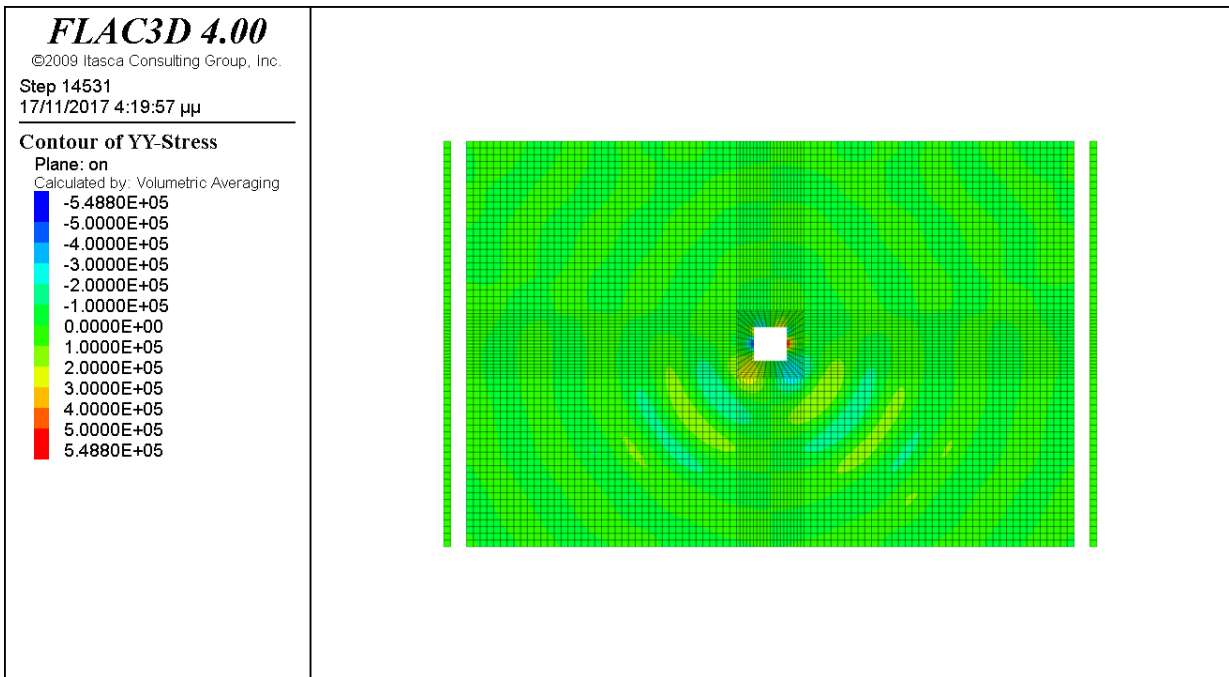
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-46, 6-47, 6-48, 6-49) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



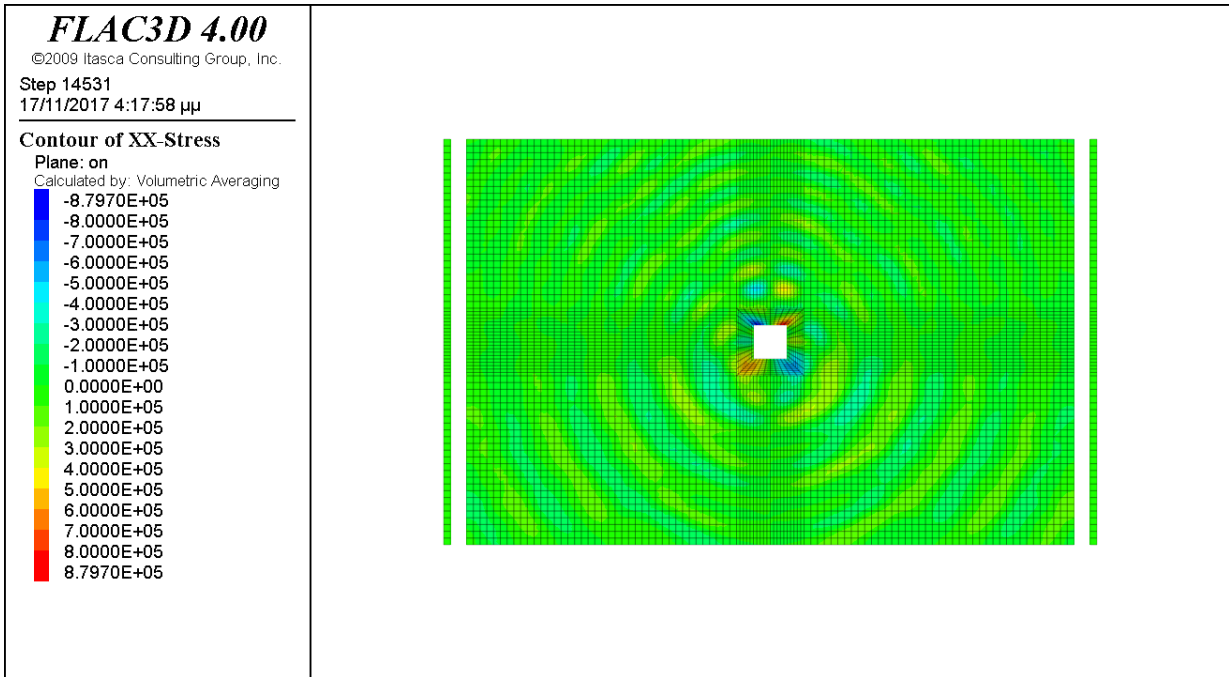
Σχ. 6-44: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



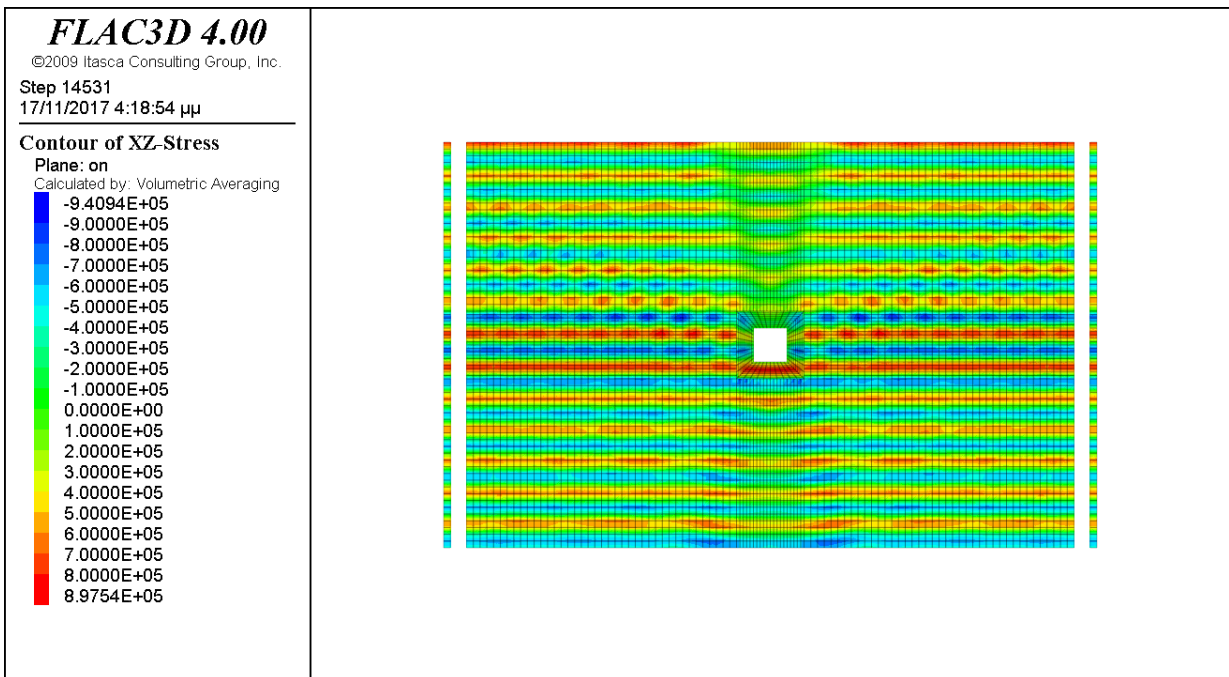
Σχ. 6-45: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



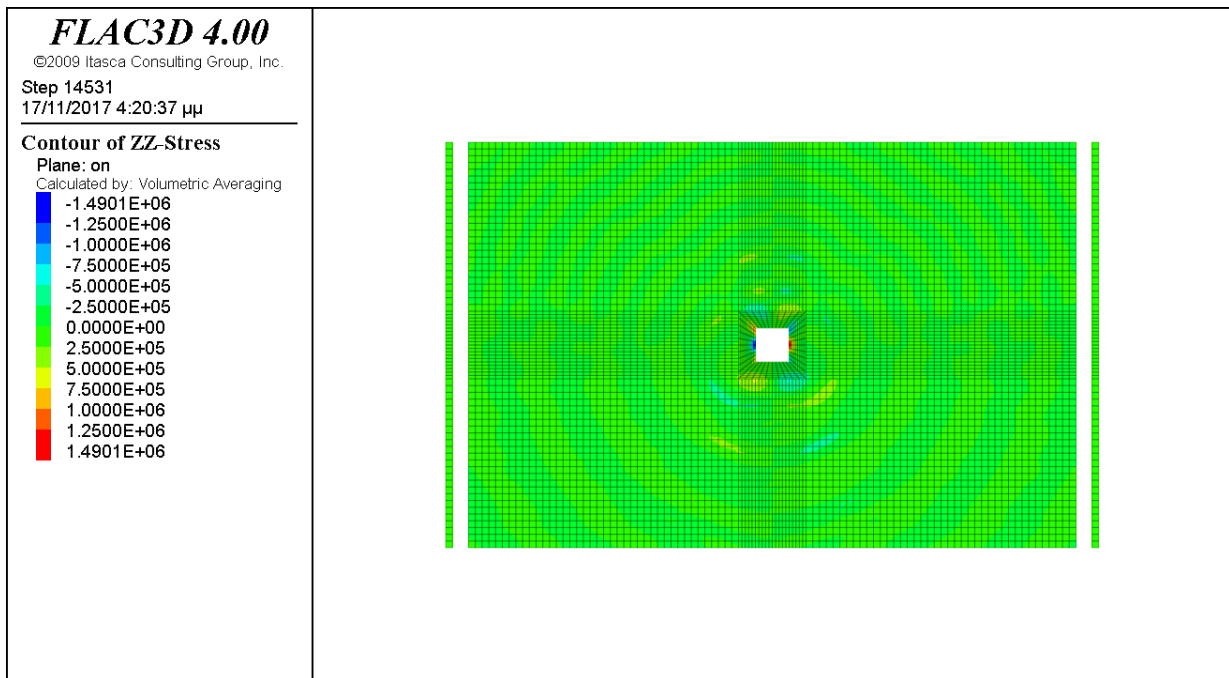
Σχ. 6-46 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-47 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-48 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-49 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.11. Πλήρης Χώρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

Θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα 1μ , μήκους 48μ με επένδυση πάχους 0.10μ , υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιοστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

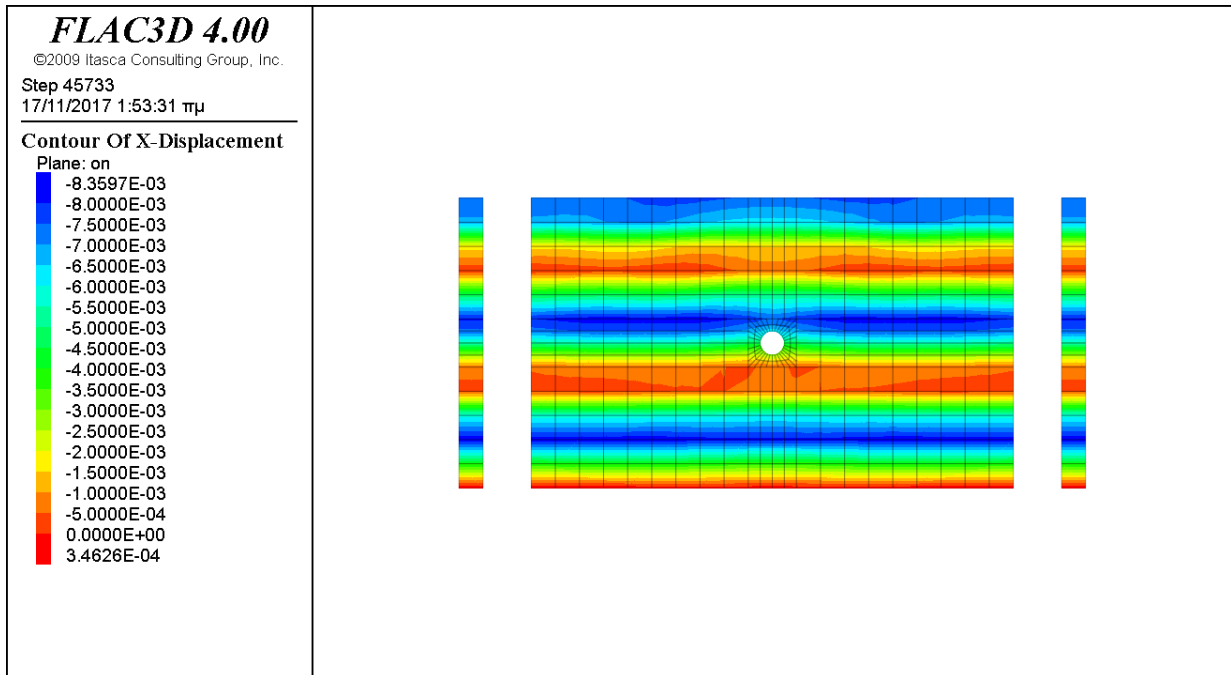
Η επένδυση είναι εύκαμπτη με λόγο ευκαμψίας F περίπου 36.

Ο κάνναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-6). Η επένδυση εισάγεται με κελυφωτά στοιχεία (shell elements) του κώδικα FLAC_3D.

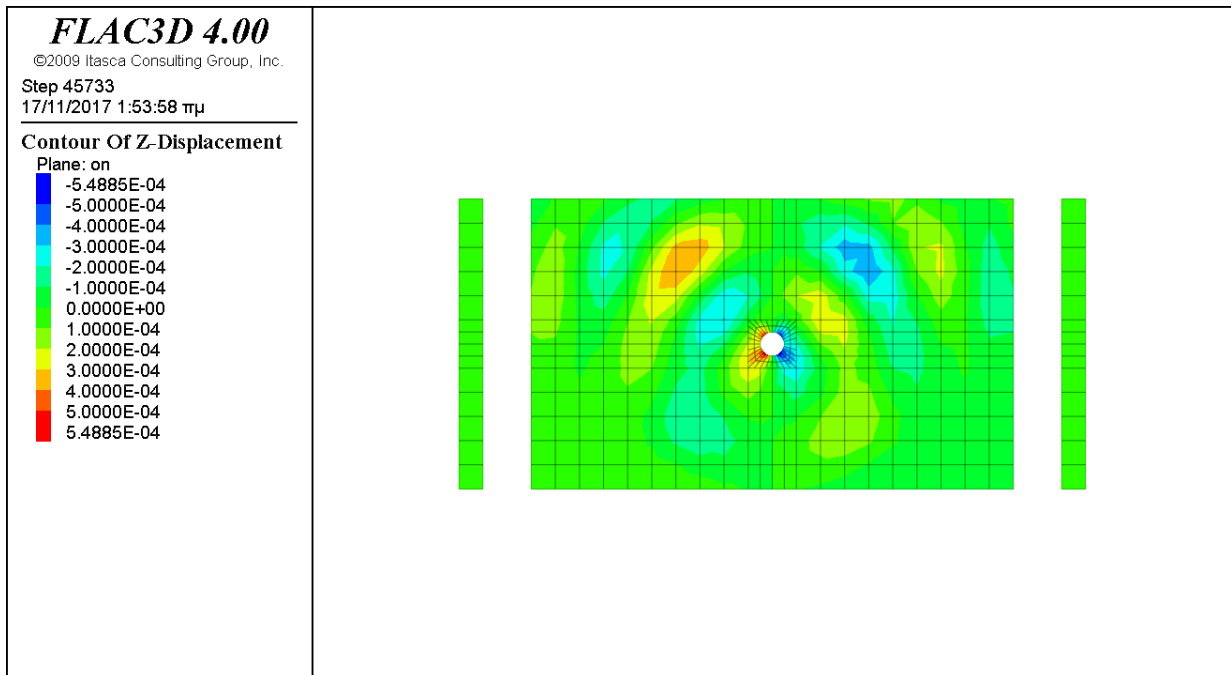
Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-50, 6-51, 6-52, 6-53, 6-54, & 6-55)

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-50 & 6-51). Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

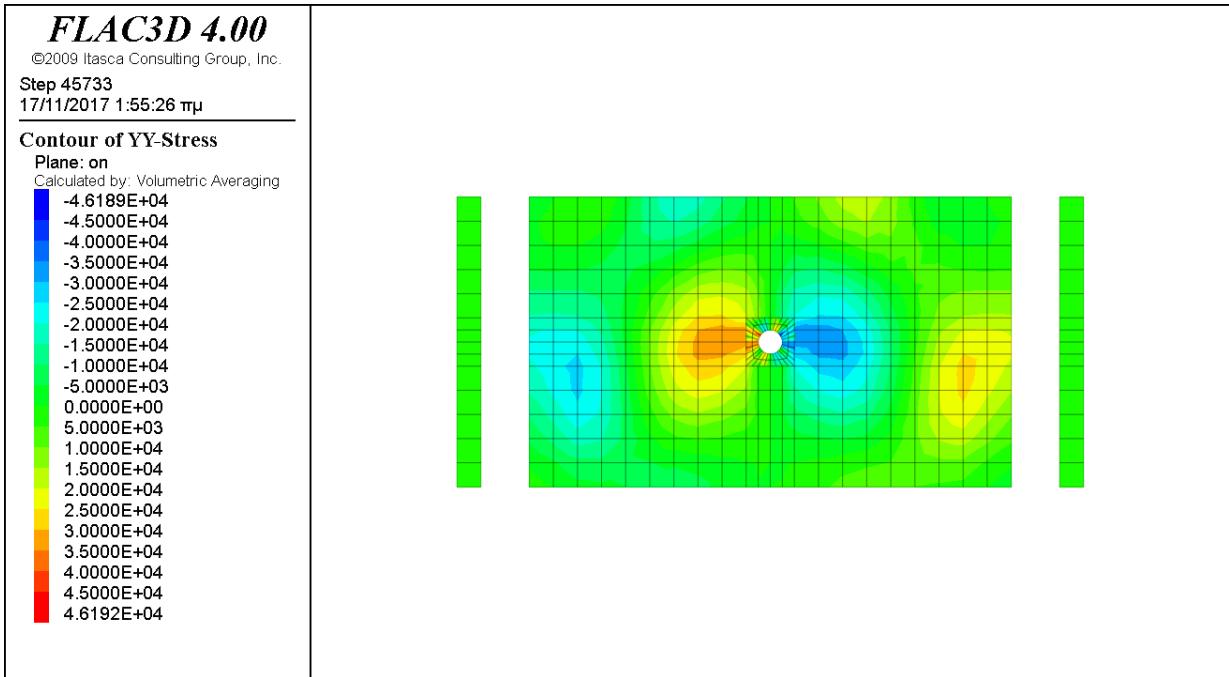
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-52, 6-53,6-54 & 6-55) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



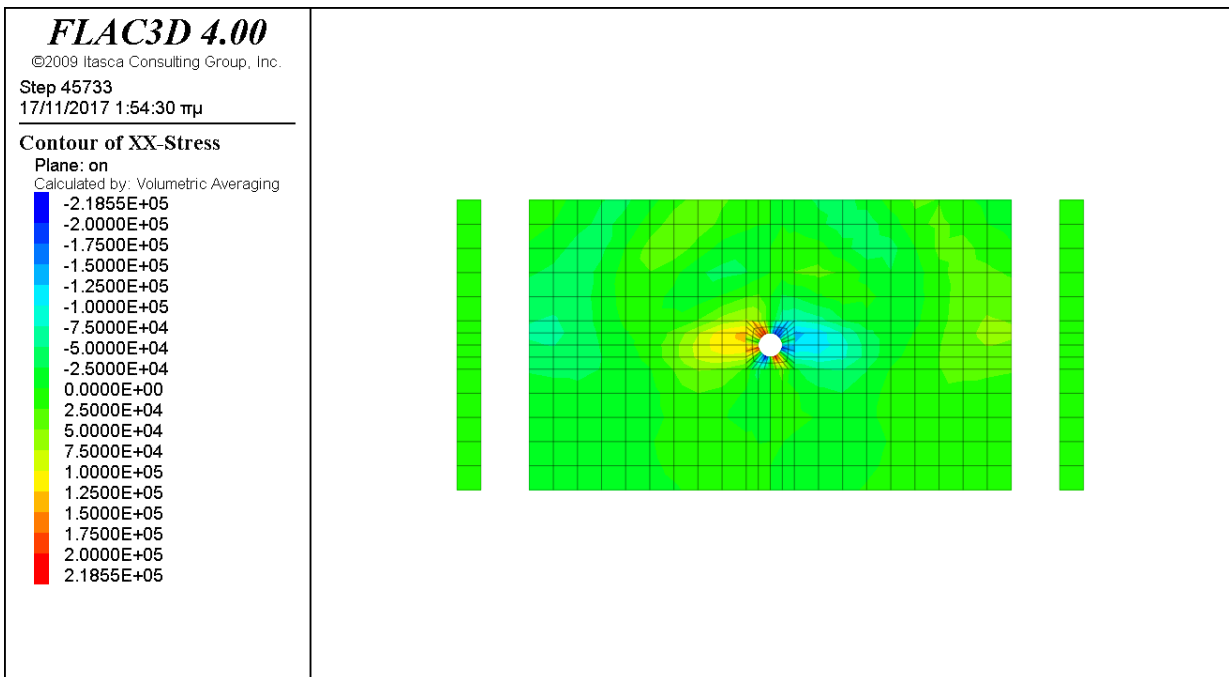
Σχ. 6-50: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



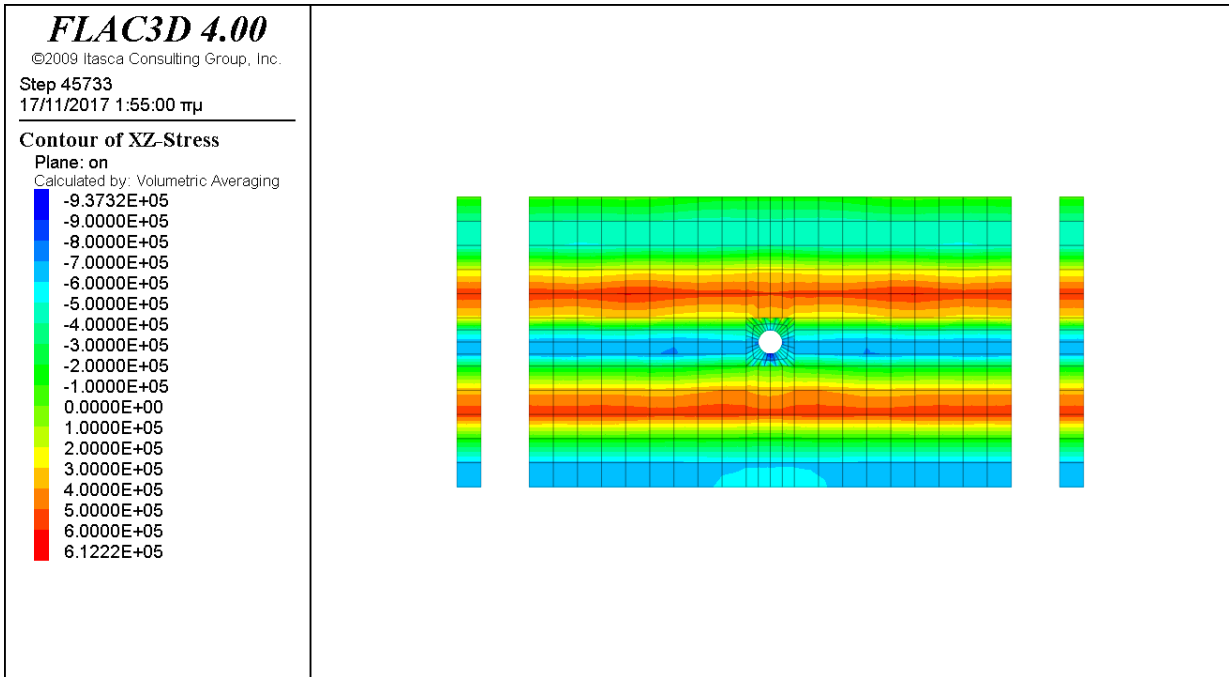
Σχ. 6-51: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



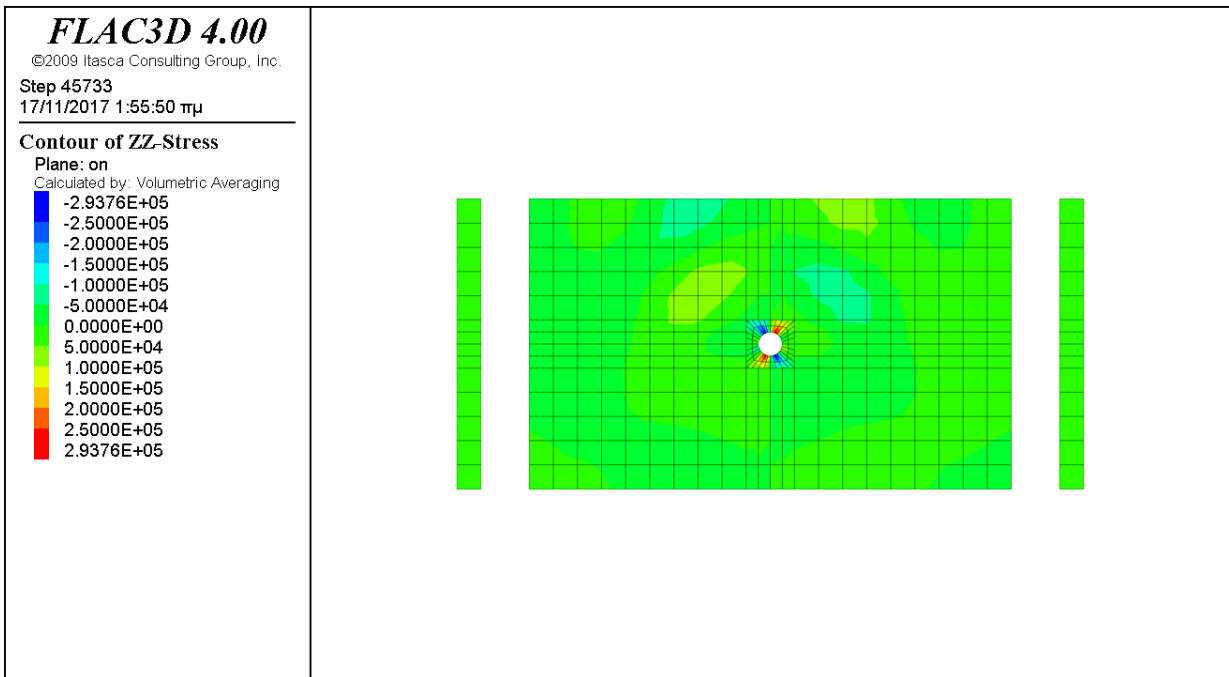
Σχ. 6-52 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-53 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-54: Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-55 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.12. Πλήρης Χώρος, άκαμπτη Επενδεδυμένη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων

Θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα 1μ , μήκους 48μ με επένδυση πάχους 0.20μ , υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

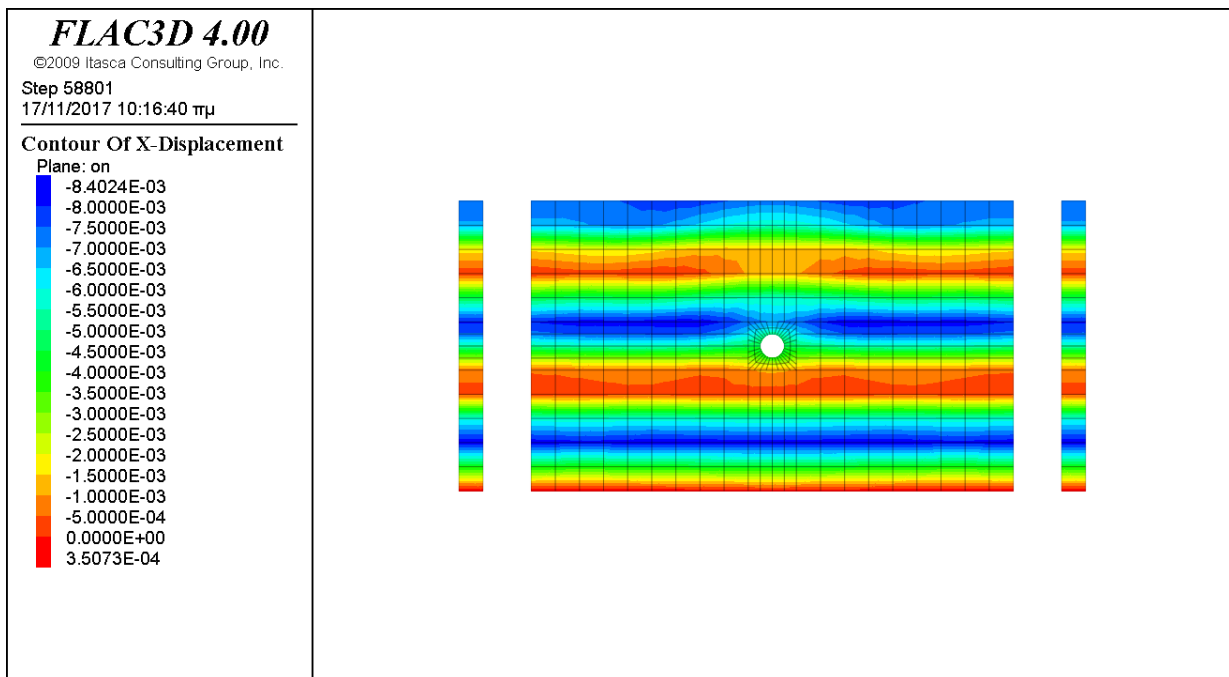
Η επένδυση είναι άκαμπτη με λόγο ευκαμψίας F περίπου 4.65.

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-6). Η επένδυση εισάγεται με τα κελυφωτά στοιχεία (shell elements) του κώδικα FLAC_3D.

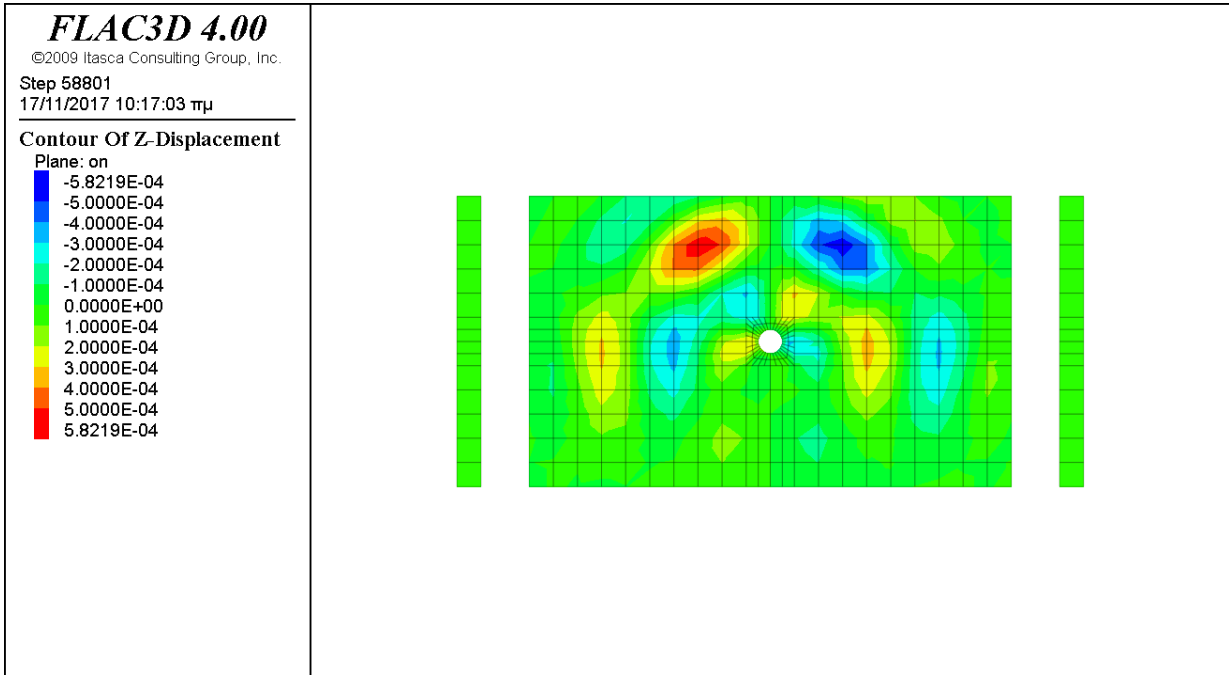
Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-56, 6-57, 6-58, 6-59,6-60, &6-61)

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-56 & 6-57) . Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

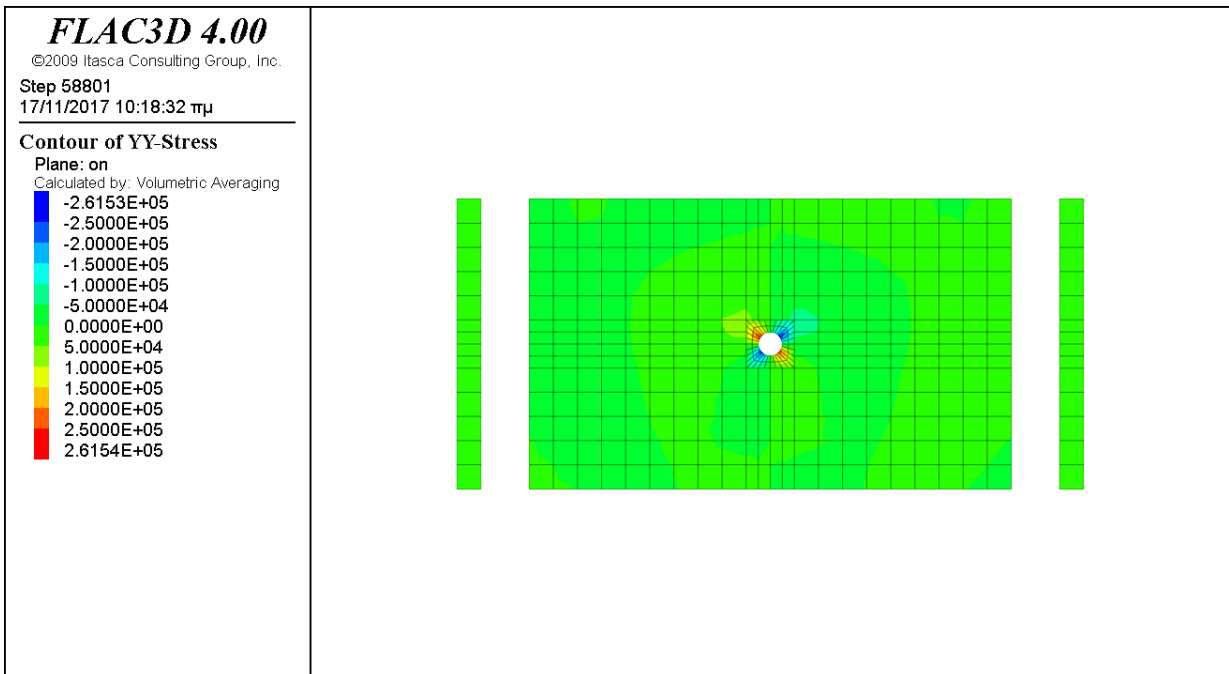
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-58, 6-59, 6-60, 6-61) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



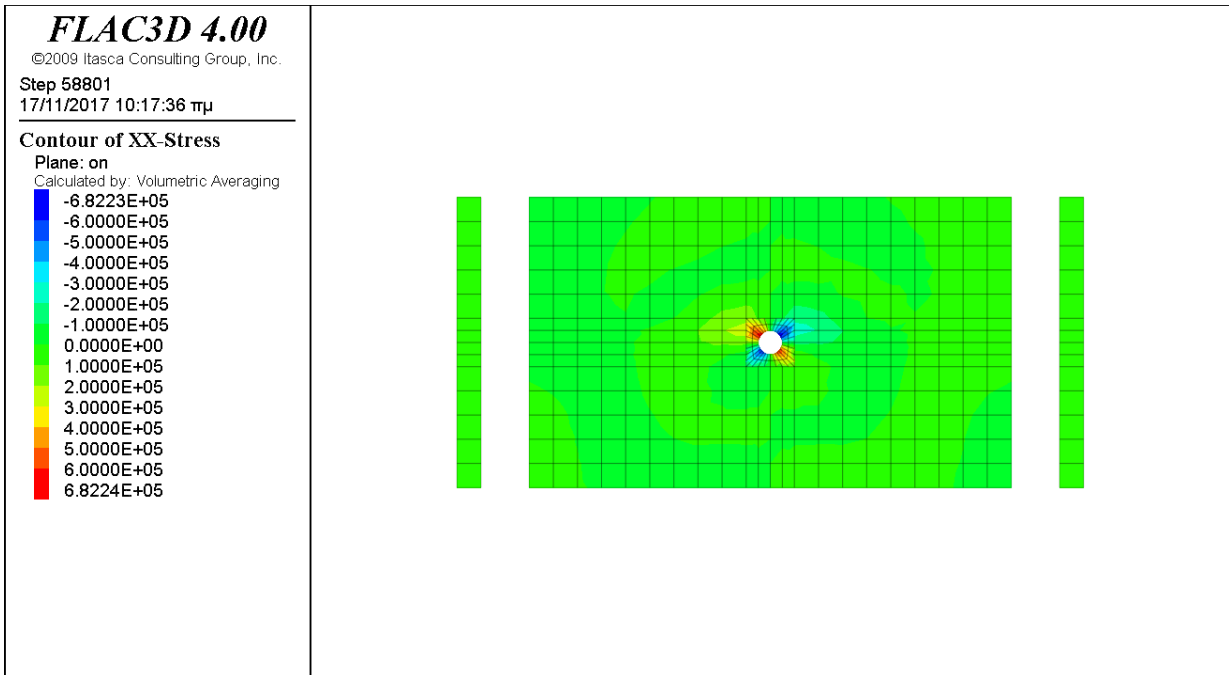
Σχ. 6-56: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



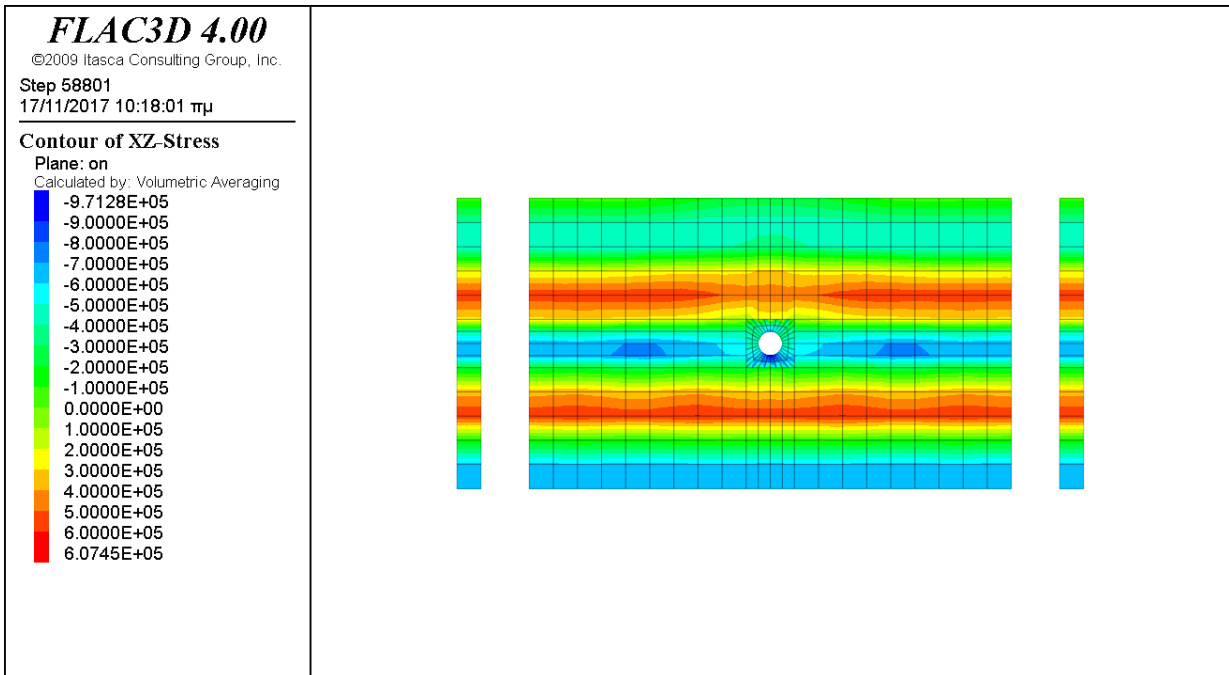
Σχ. 6-57: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



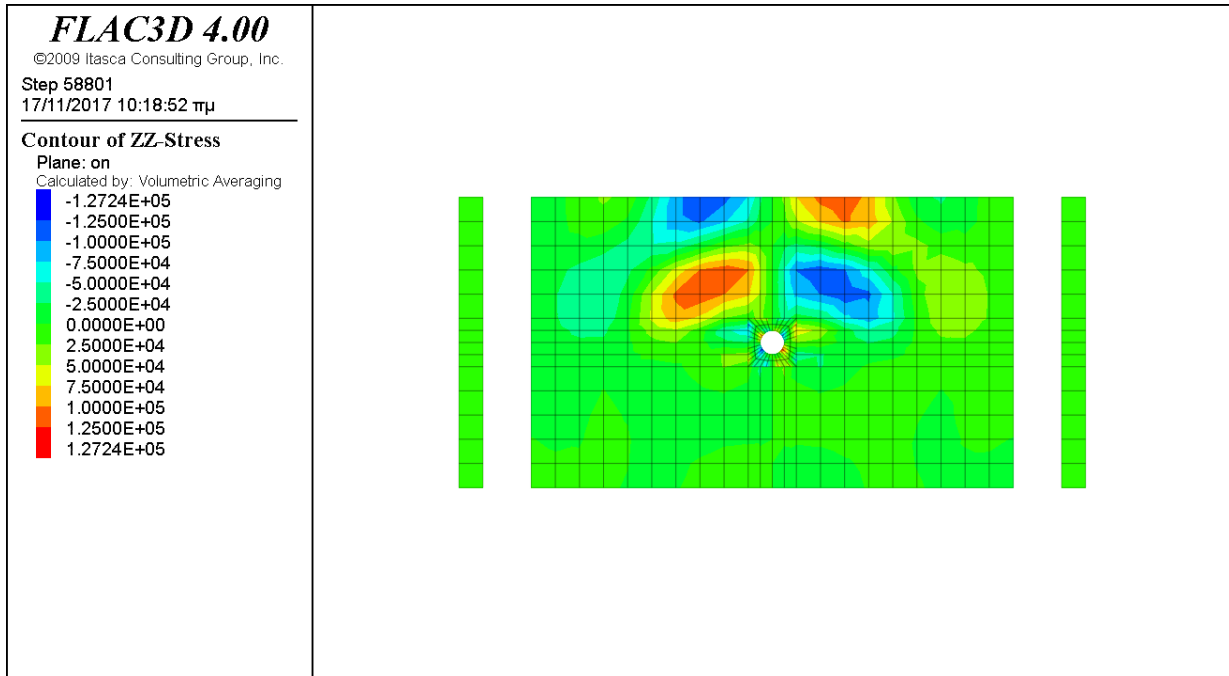
Σχ. 6-58 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-59 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-60 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-61 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

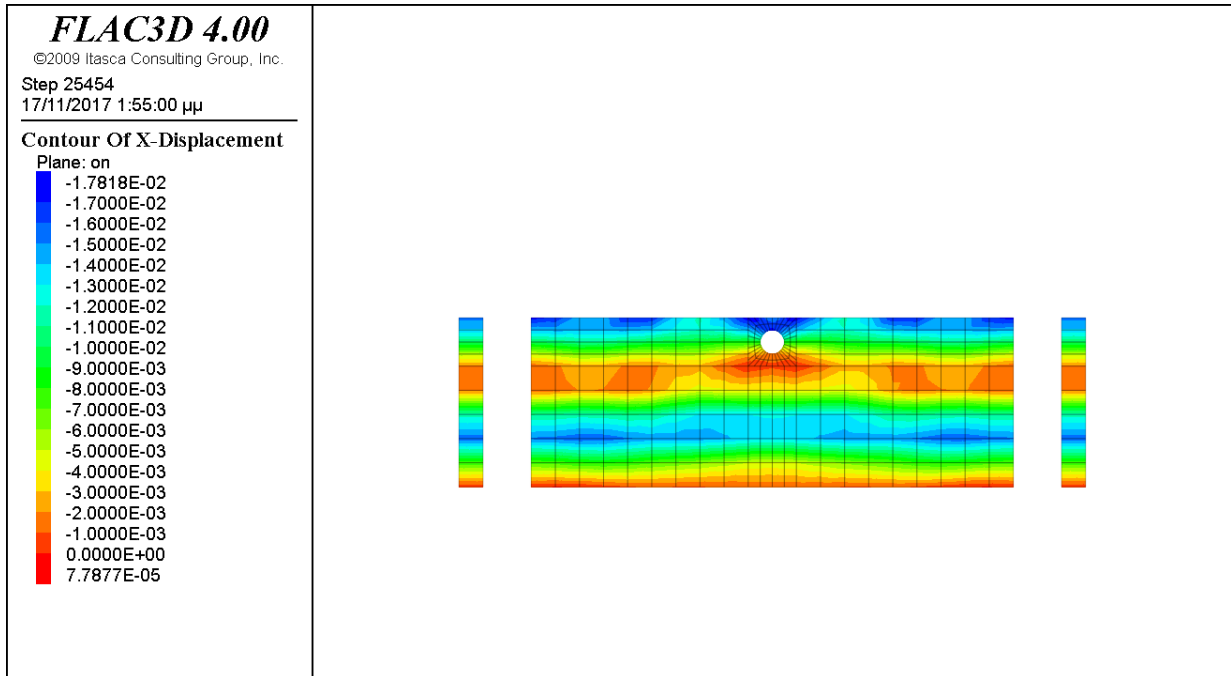
6.2.13. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Κυκλική διατομή ακτίνας $r=1\mu$, σε βάθος $2r$ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

Θεωρούμε κυκλικό αγωγό με ακτίνα $r=1\mu$, μήκους 48μ χωρίς επένδυση, που βρίσκεται σε βάθος $2r$, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον ημίχωρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιοιστορίας τάσεως, η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

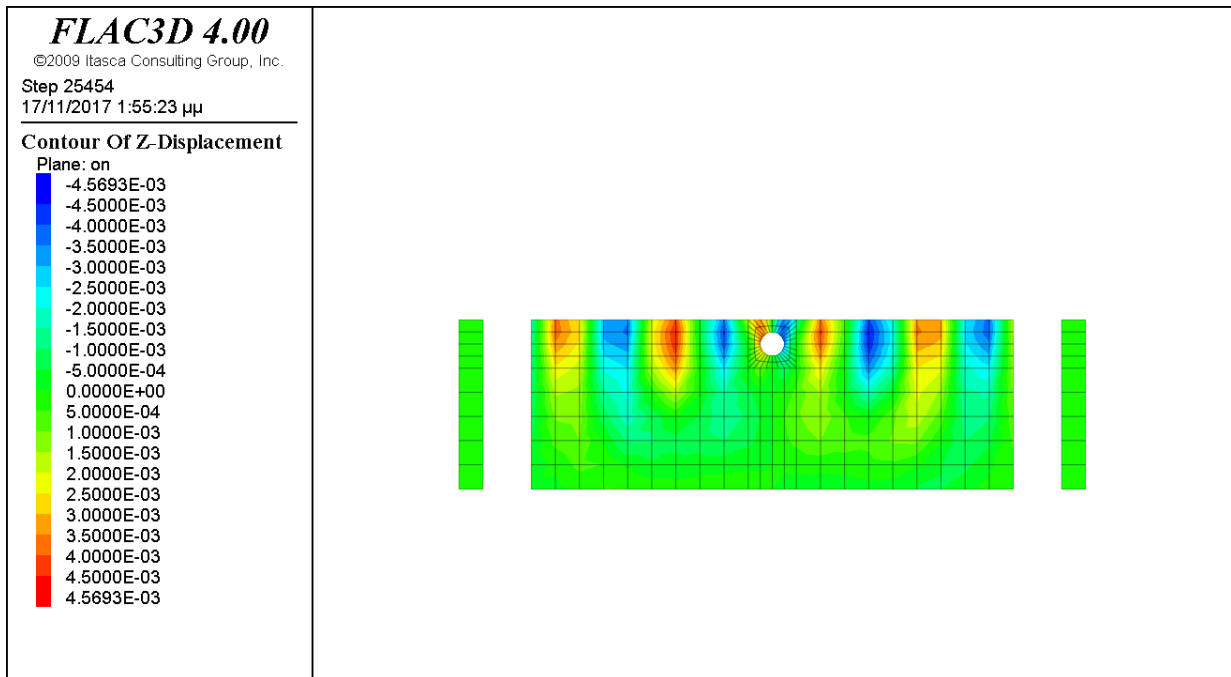
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ.6- 20). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-62,6-63, 6-64, 6-65, 6-66, &6-67)

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ.6-62 & 6-63). Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

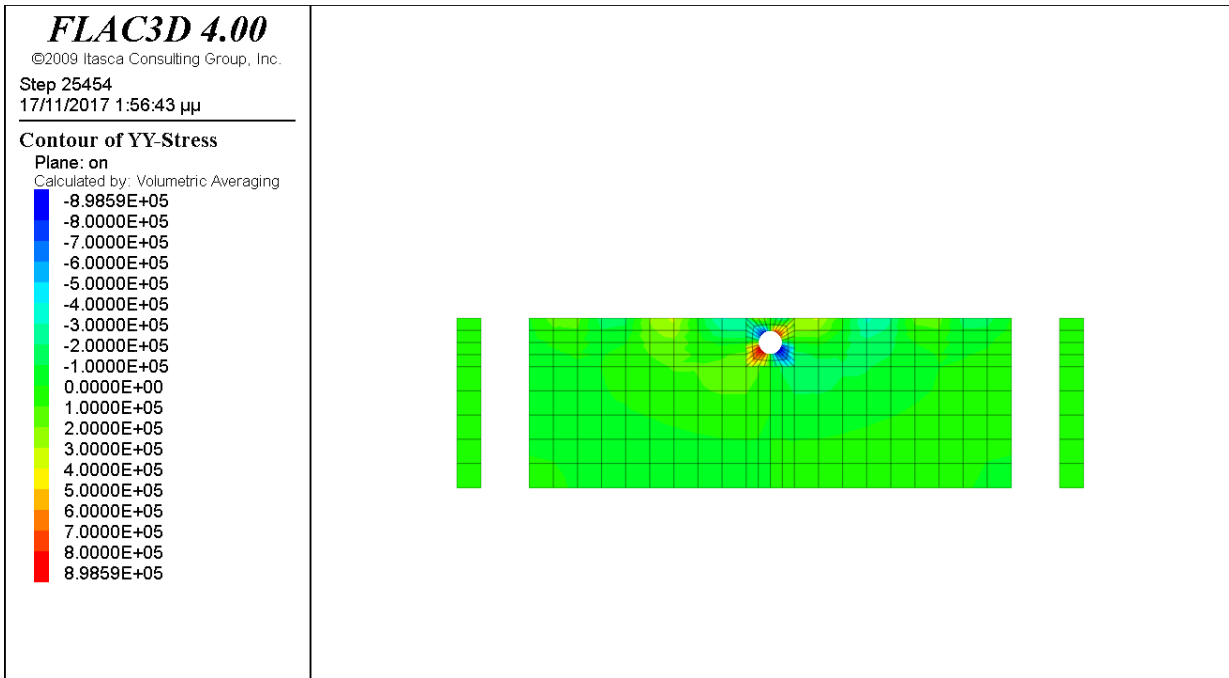
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-64, 6-65), 6-66), 6-67) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



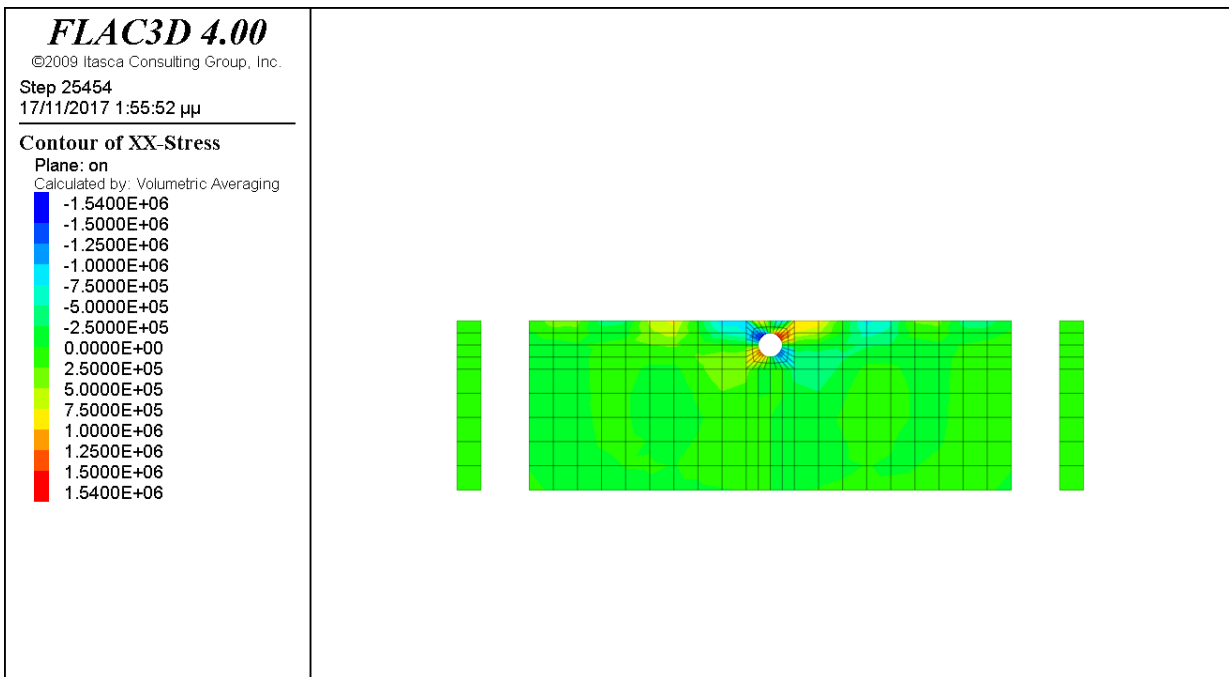
Σχ.6- 62: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



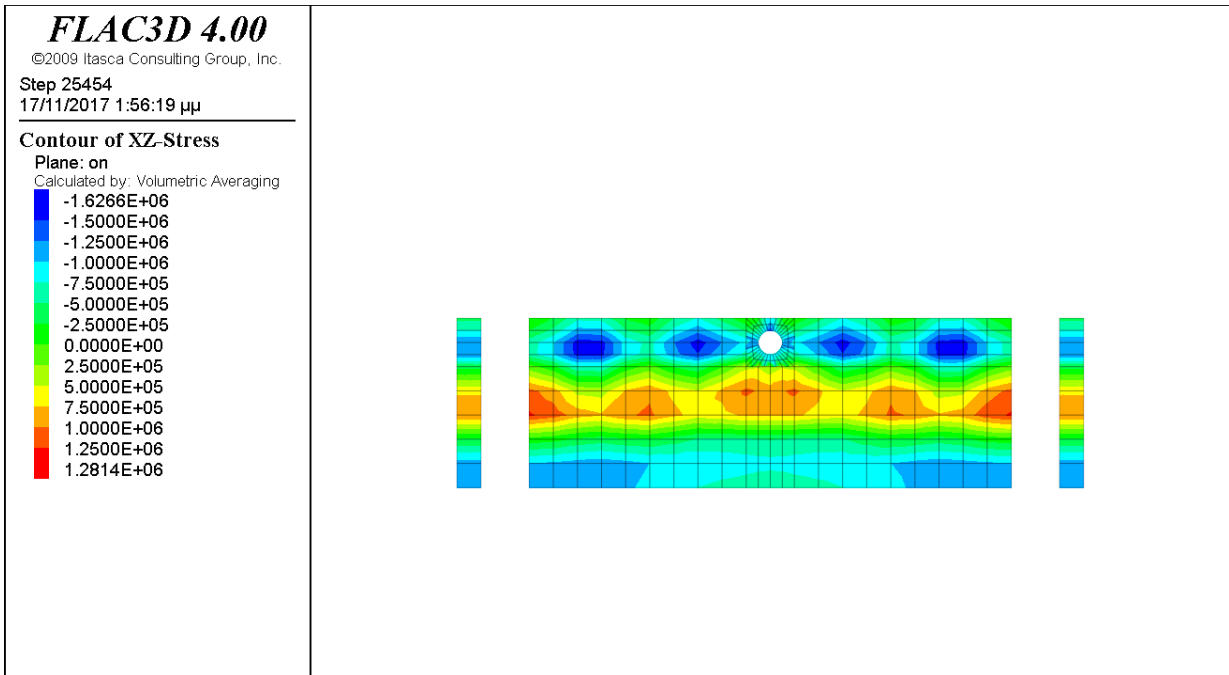
Σχ. 6-63: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



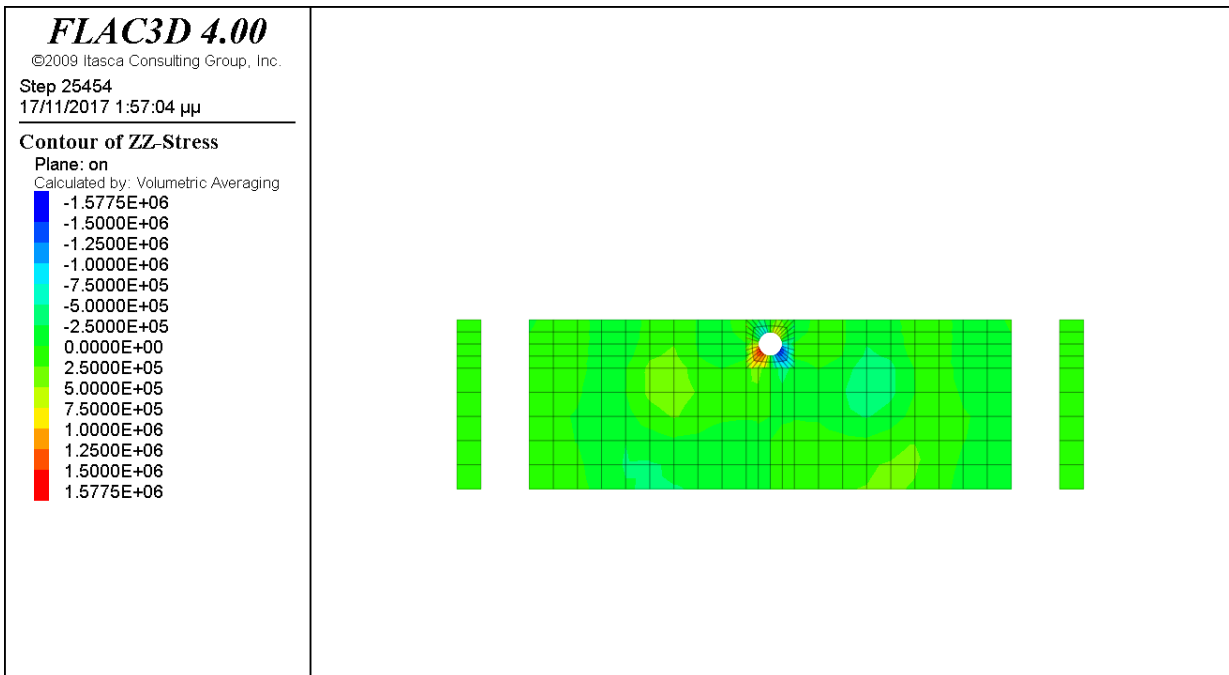
Σχ. 6-64 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ.6- 65 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ.6- 66 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-67 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

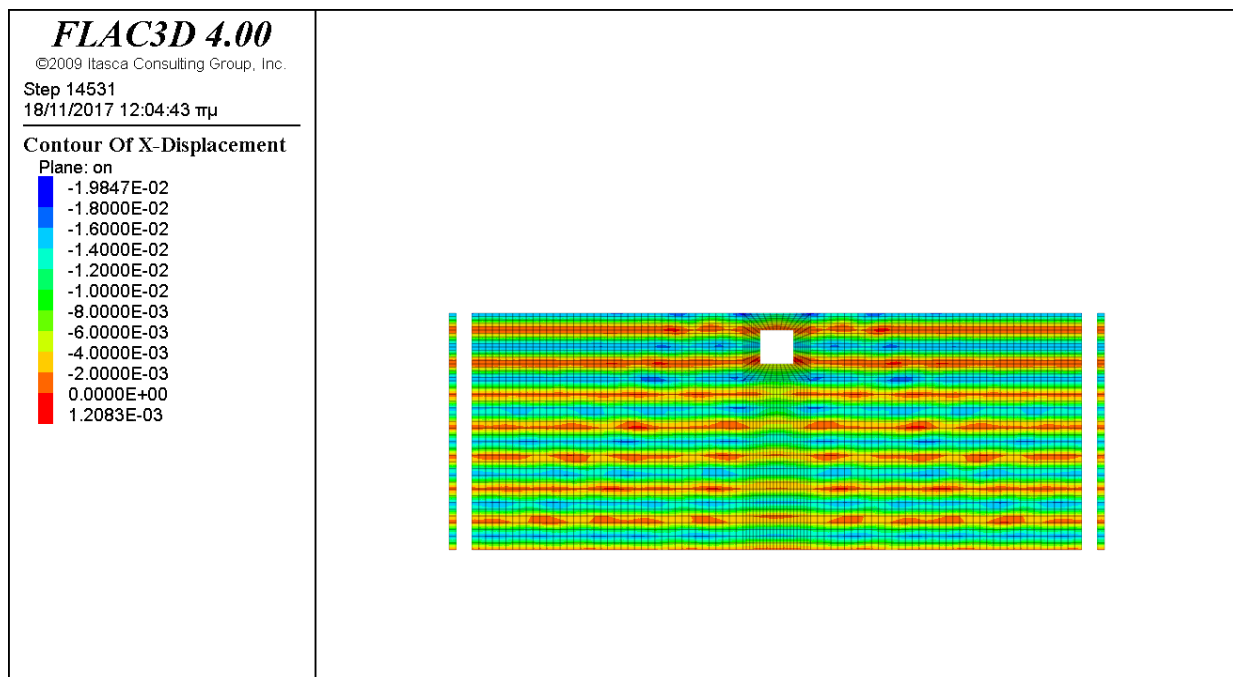
6.2.14. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Τετραγωνική διατομή πλευράς 5μ , σε βάθος 10μ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

Θεωρούμε σήραγγα τετραγωνικής διατομής με πλευρά 10 μ, μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 10μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

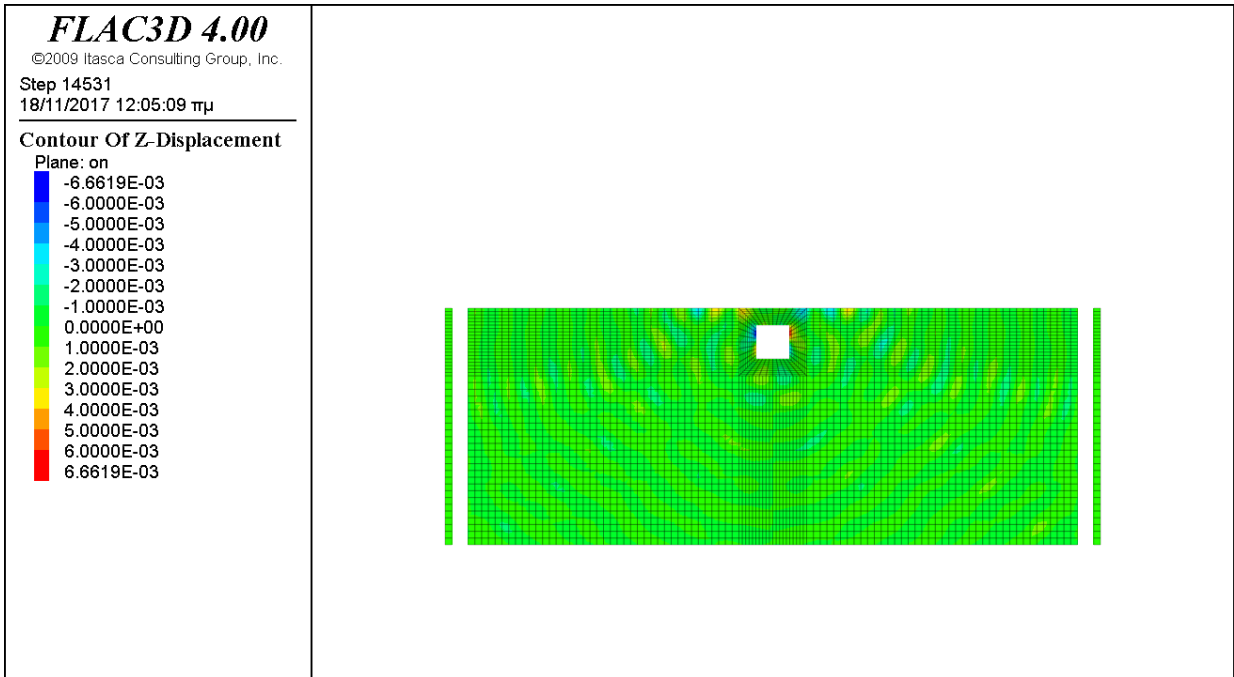
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ.6- 8).

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-68 & 6-69). Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

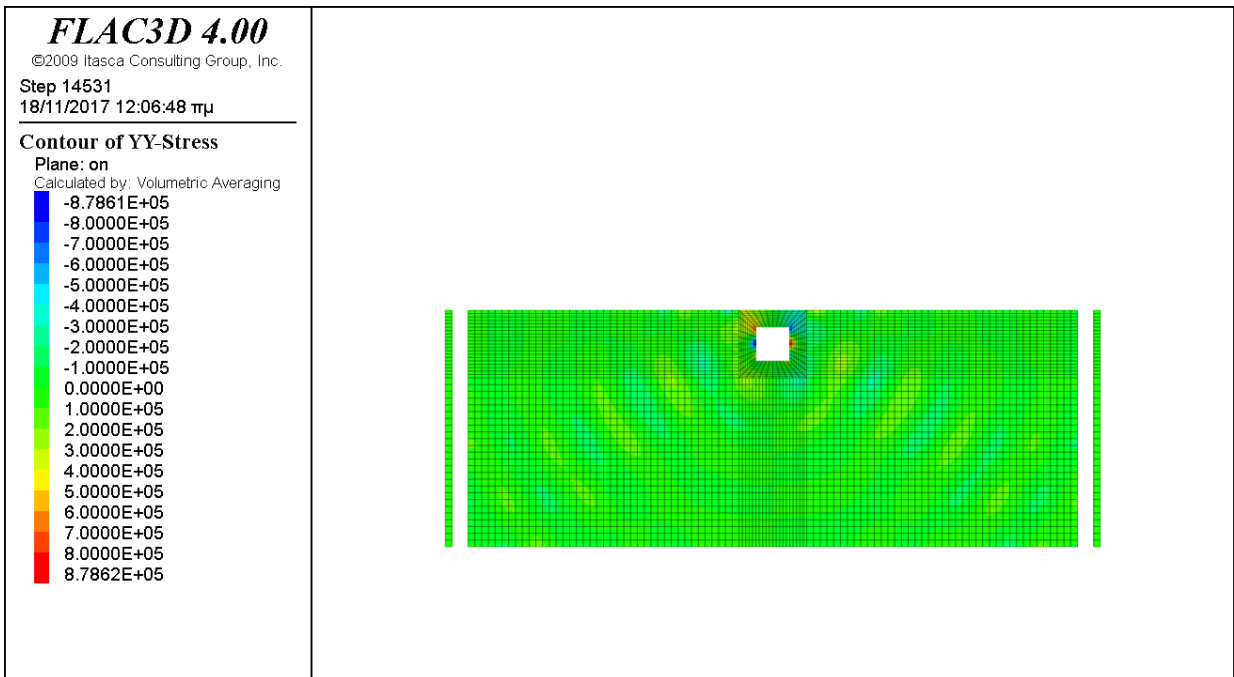
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-70, 6-71, 6-72, 6-73) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



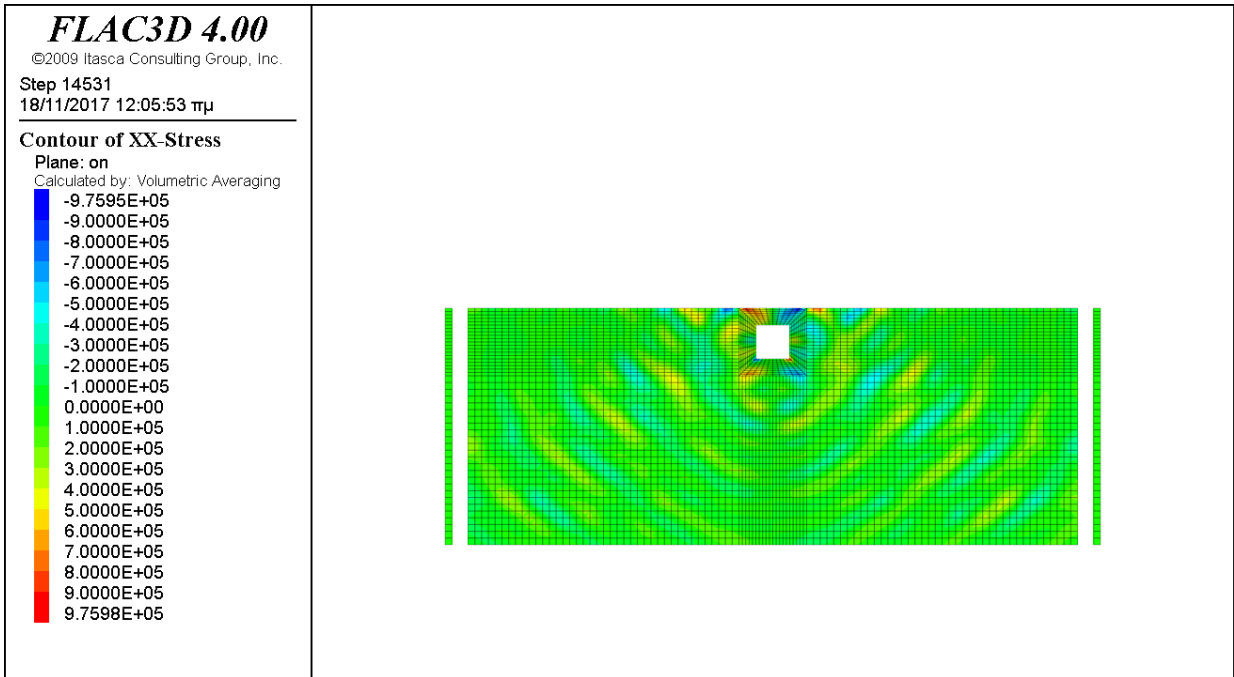
Σχ. 6-68: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



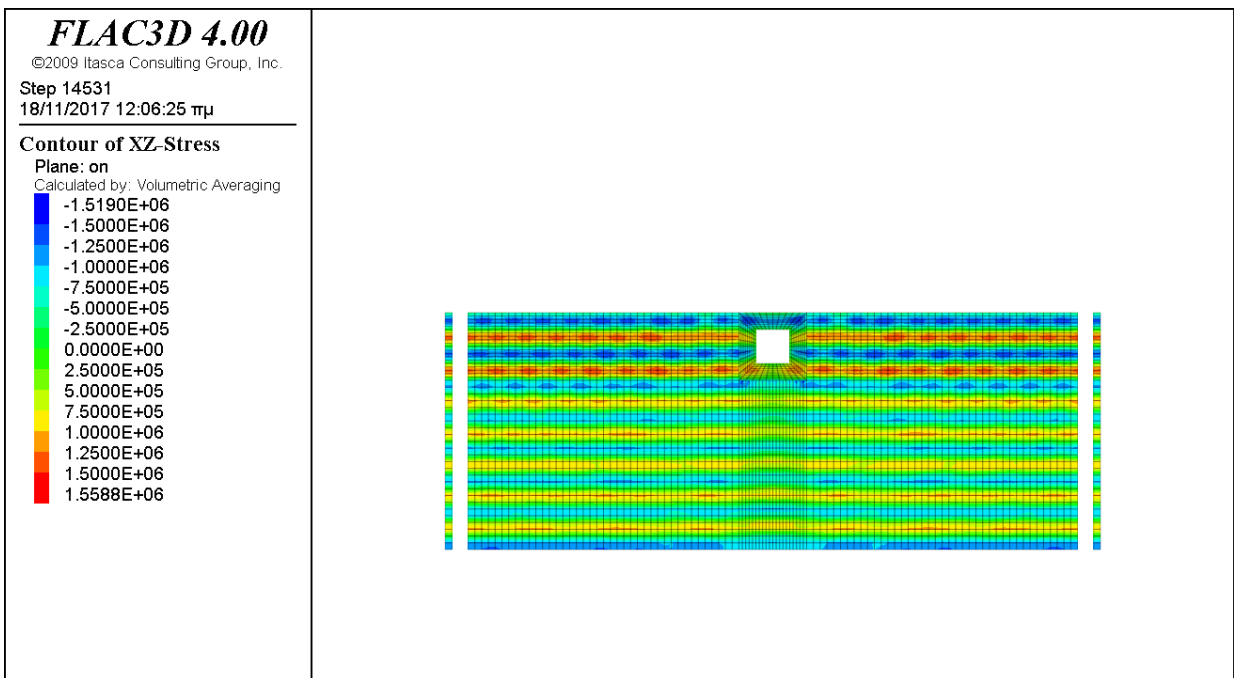
Σχ. 6-69: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



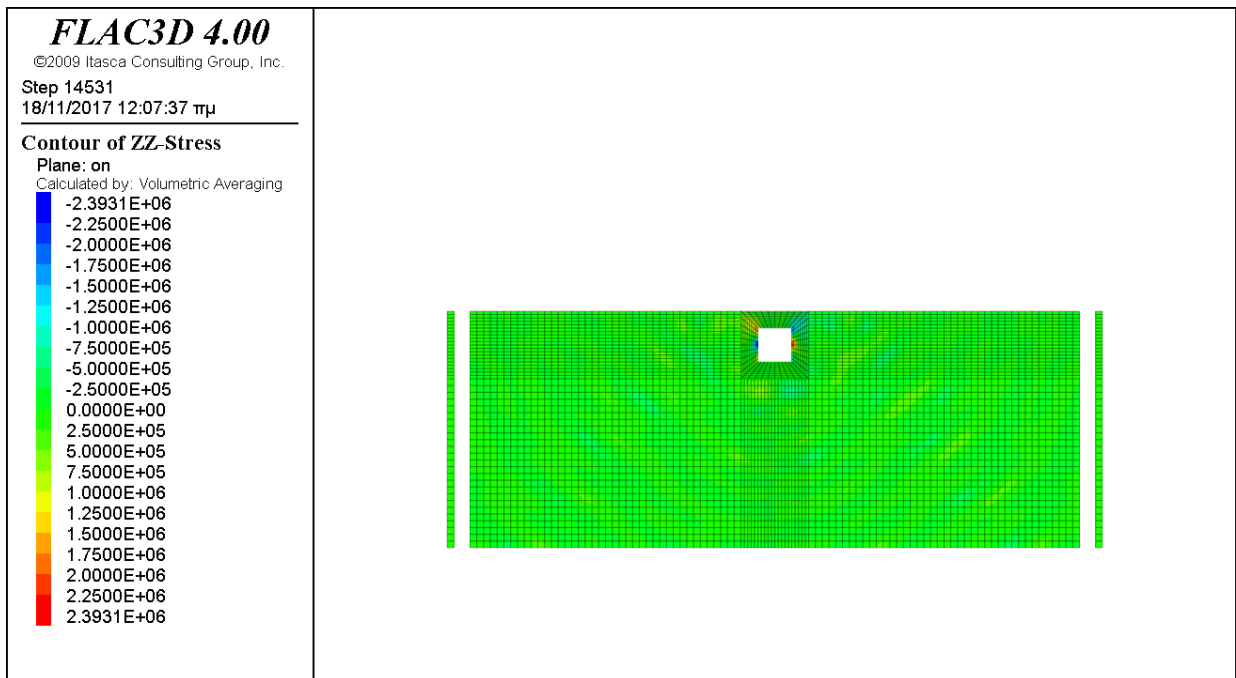
Σχ. 6-70 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-71 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-72 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής

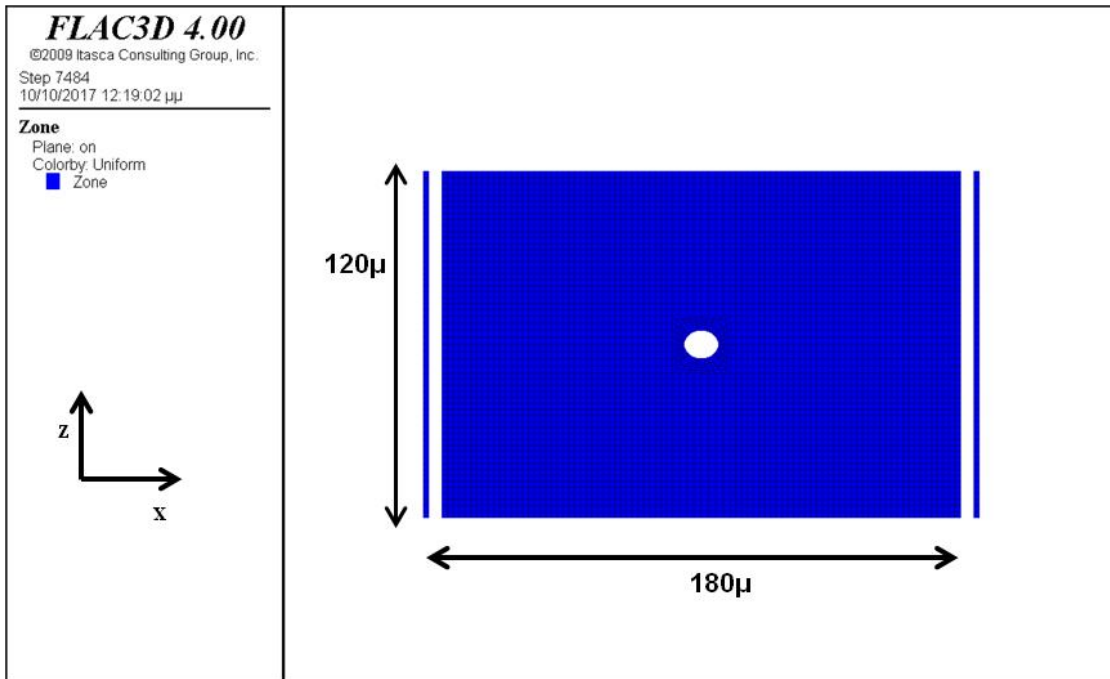


Σχ. 6-73 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.15. Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες 6μ & 5μ., υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

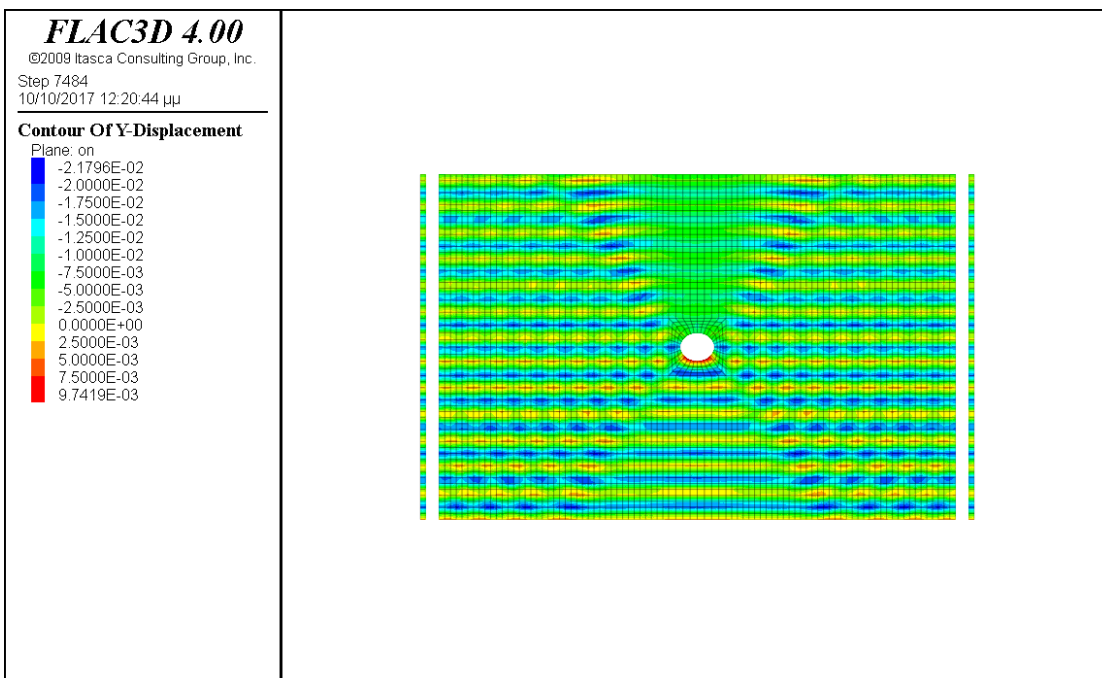
Θεωρούμε σήραγγα ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες 6μ & 5μ , μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η ελλειπτική διατομή δημιουργήθηκε με τη γλώσσα προγραμματισμού FISH, που είναι ενσωματωμένη στο FLAC_3D και την συνάρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$, με την οποία μετασχηματίζεται η ελλειπτική διατομή σε μοναδιαίο κύκλο, όπως φαίνεται στη (σχέση 3-6) του Κεφ.3. Η $\omega(\zeta)$, χωρίζεται σε $x=\text{real}(\omega(\zeta))$ & $y=\text{imag}(\omega(\zeta))$

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-74). Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιοστορίας τάσεως, η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa. Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-75,6-76 &6-77)



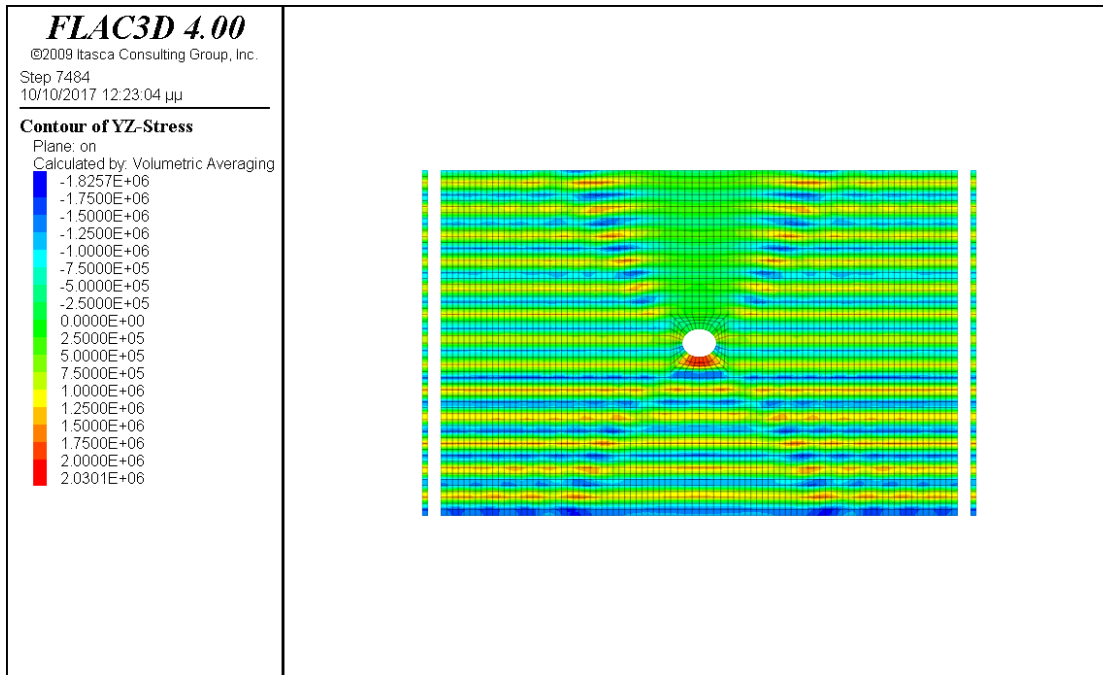
Σχ. 6-74 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου στην ελλειπτική διατομή στον πλήρη χώρο

Στο (Σχ. 6-75), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y . Οι μετακινήσεις κατά τους άξονες x & z , είναι μηδενικές, γεγονός που επαληθεύεται από τις δυναμικές αναλύσεις.

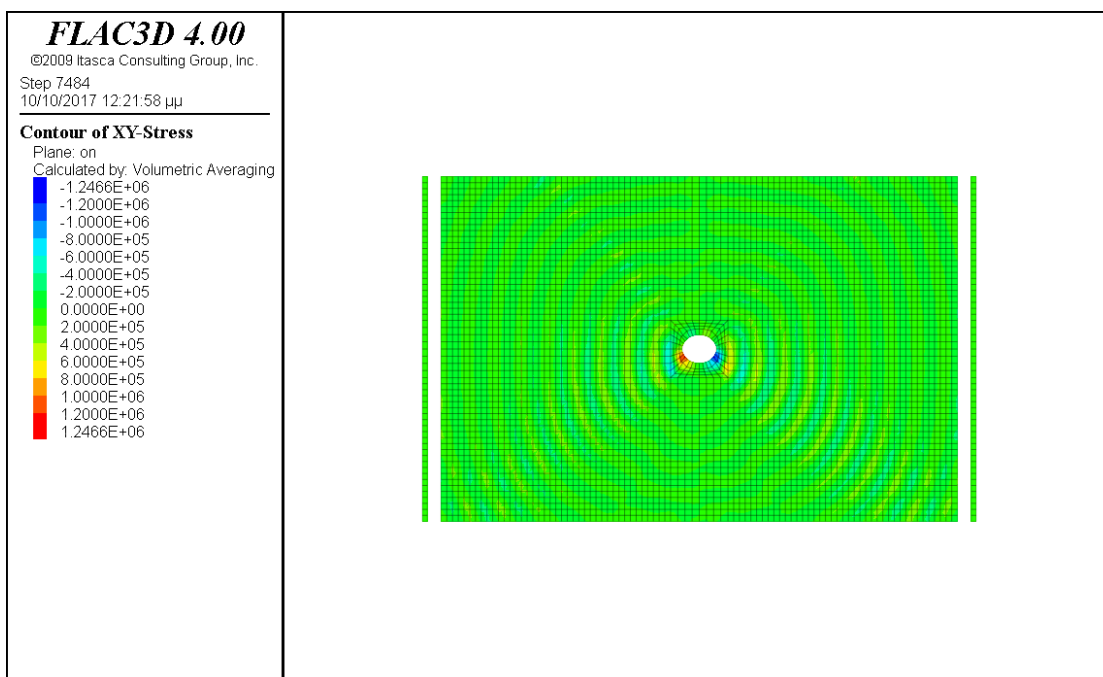


Σχ. 6-75: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-76 & 6-77), απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους- κατασκευής.



Σχ. 6-76 : Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής

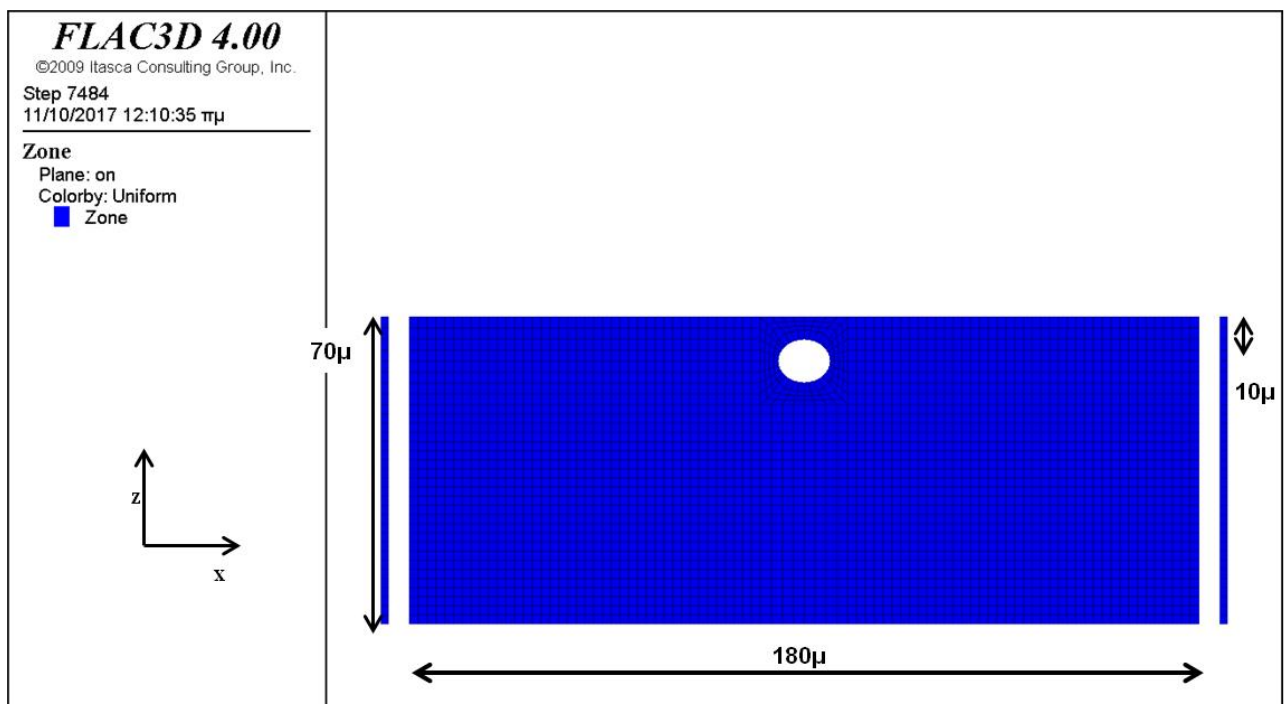


Σχ. 6-77 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.16. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες 6μ & 5μ., σε βάθος 10μ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

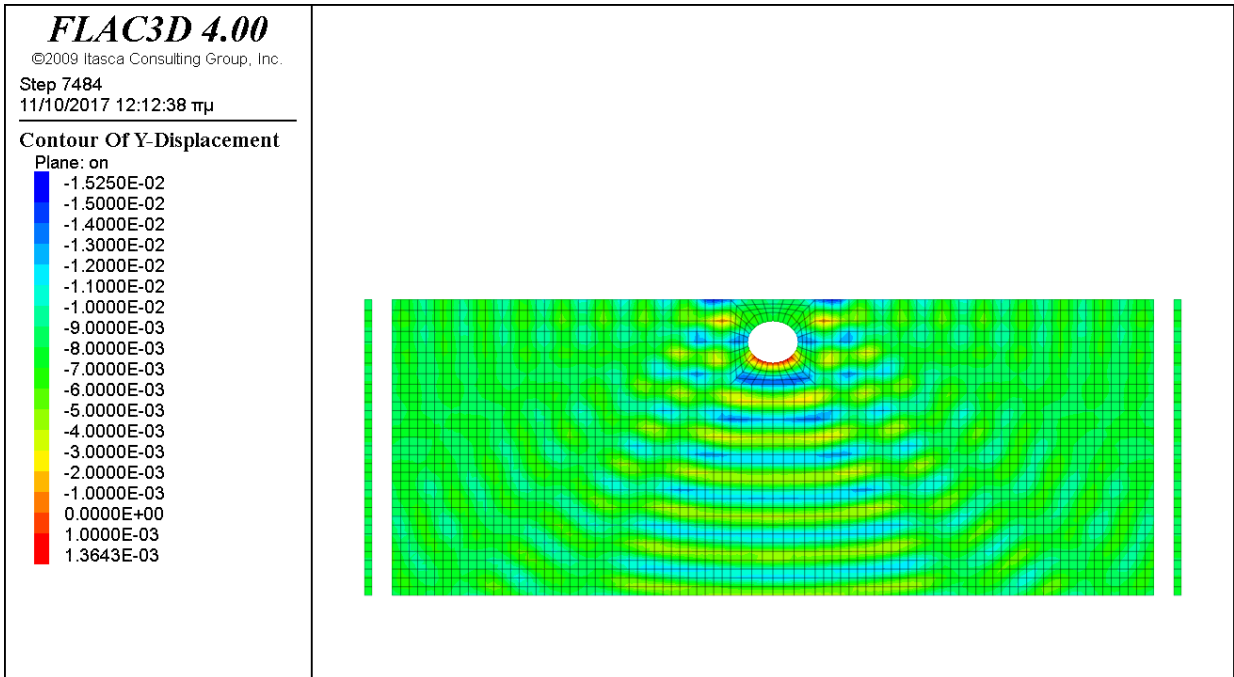
Θεωρούμε σήραγγα ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες 6μ & 5μ., μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, η οποία βρίσκεται σε βάθος 10μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως, η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ.6- 78)



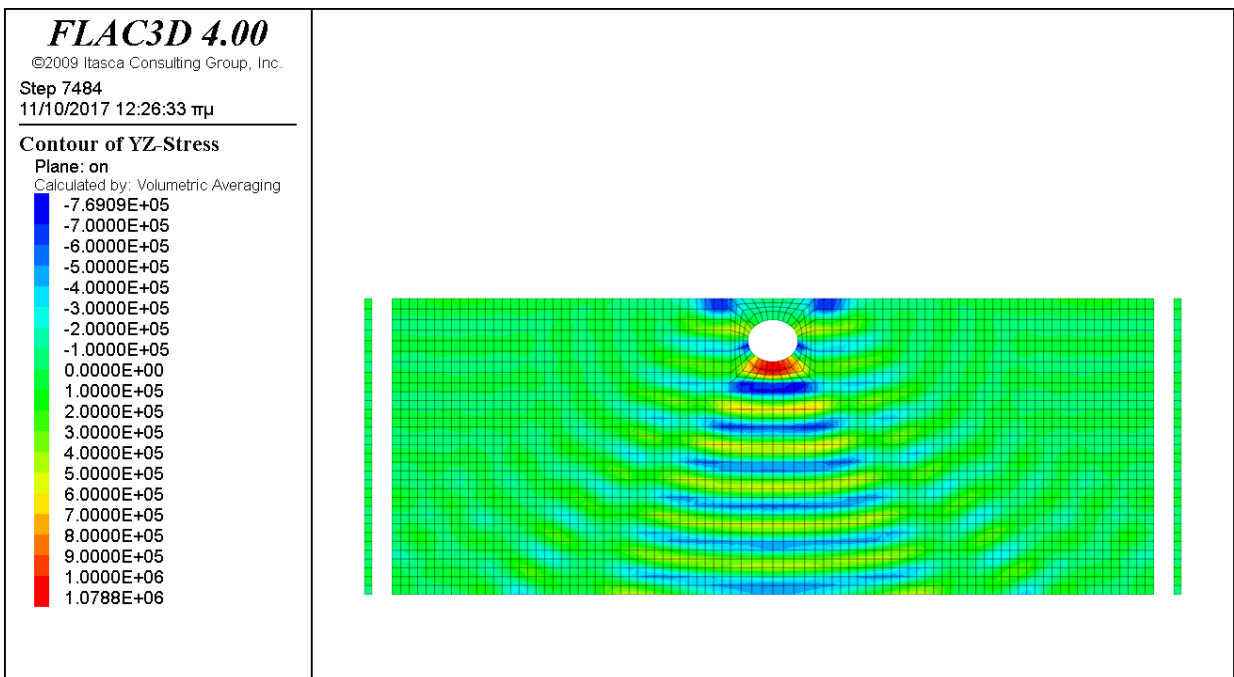
Σχ. 6-78 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου σε περίπτωση ελλειπτικής διατομής στον ημίχωρο
Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-79,6-80 & 6-81)

Στο (Σχ. 6-79), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

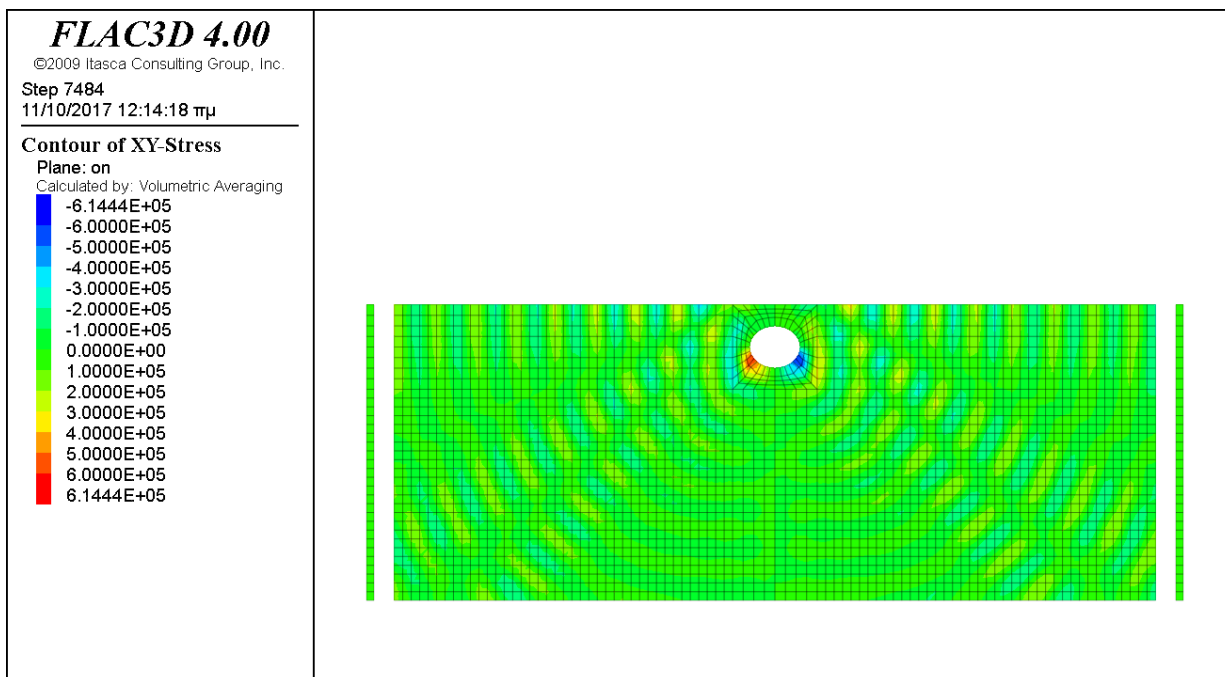


Σχ. 6-79: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-80 & 6-81), απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους-κατασκευής.



Σχ. 6-80: Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-81 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

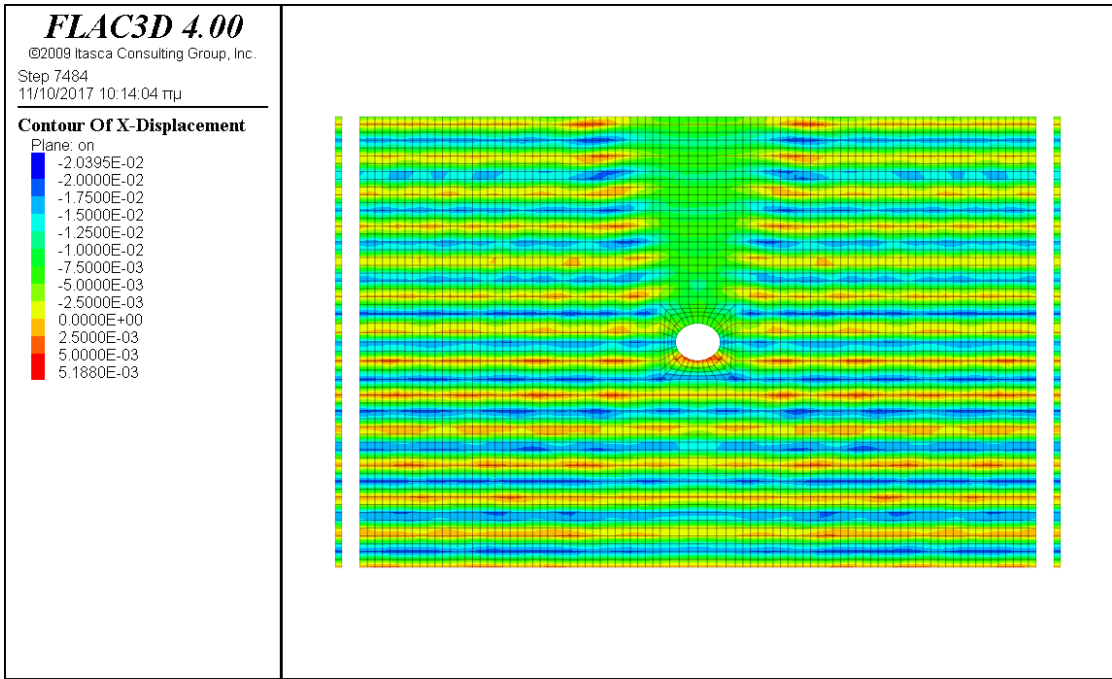
6.2.17. Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες 6μ & 5μ., υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

Θεωρούμε σήραγγα ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες 6μ & 5μ , μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

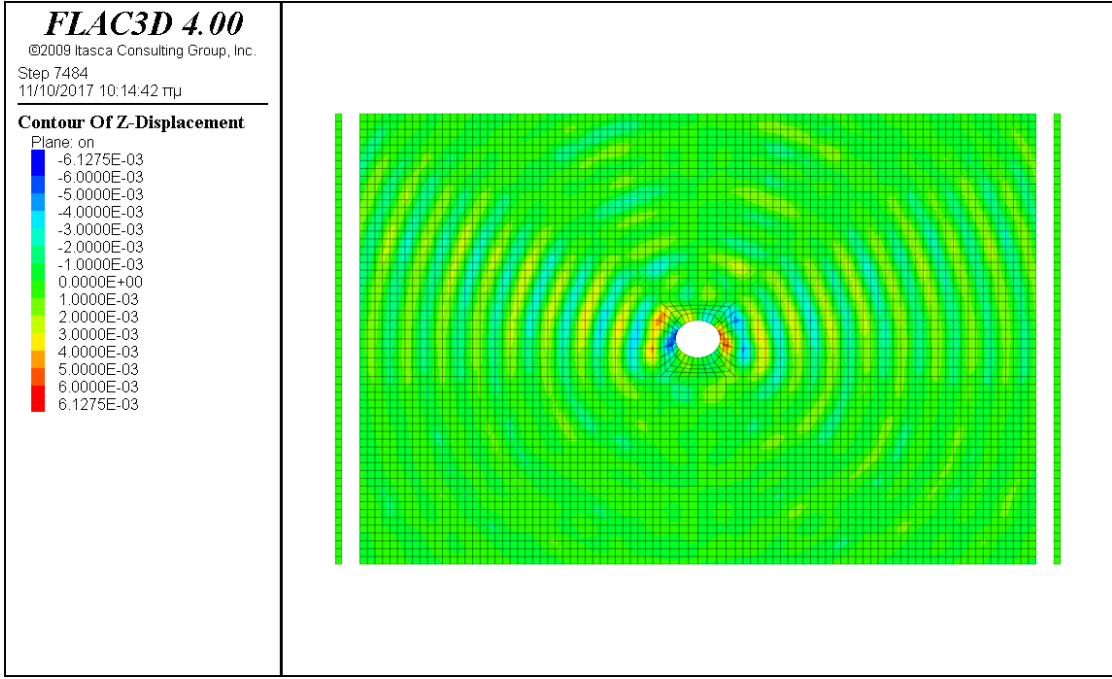
Ο κάναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-74).

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-82 & 6-83). Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι μετακινήσεις πραγματοποιούνται πάνω στην διατομή της ελλειπτικής σήραγγας, προκαλώντας παραμορφώσεις τύπου «ovaling». Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

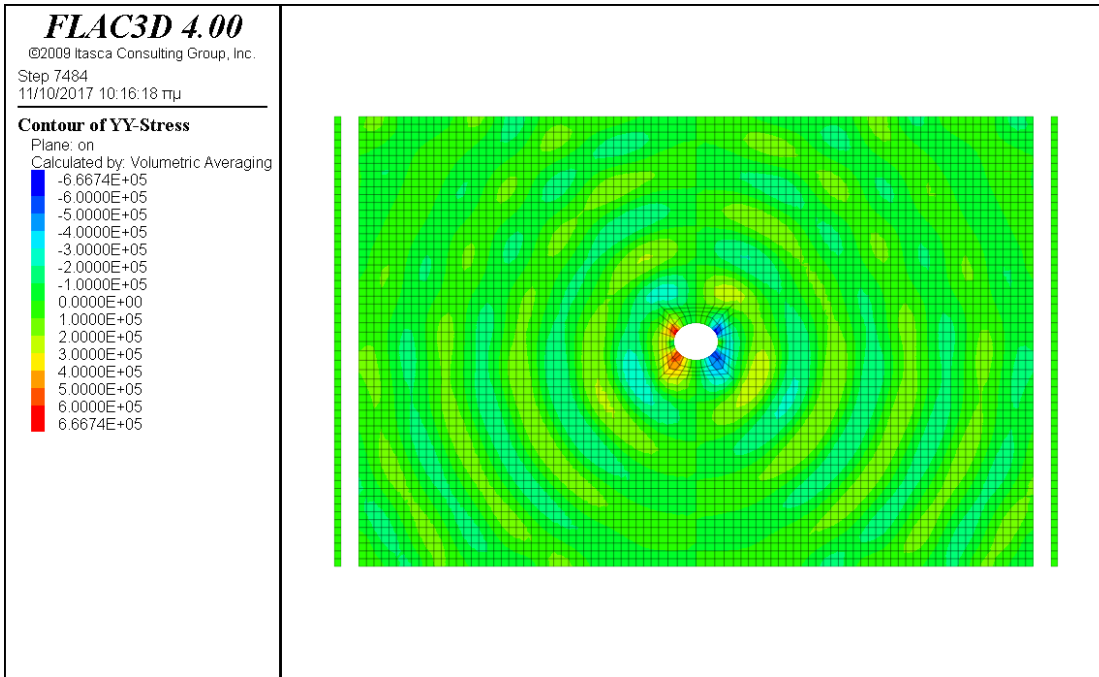
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-84, 6-85, 6-86, 6-87) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



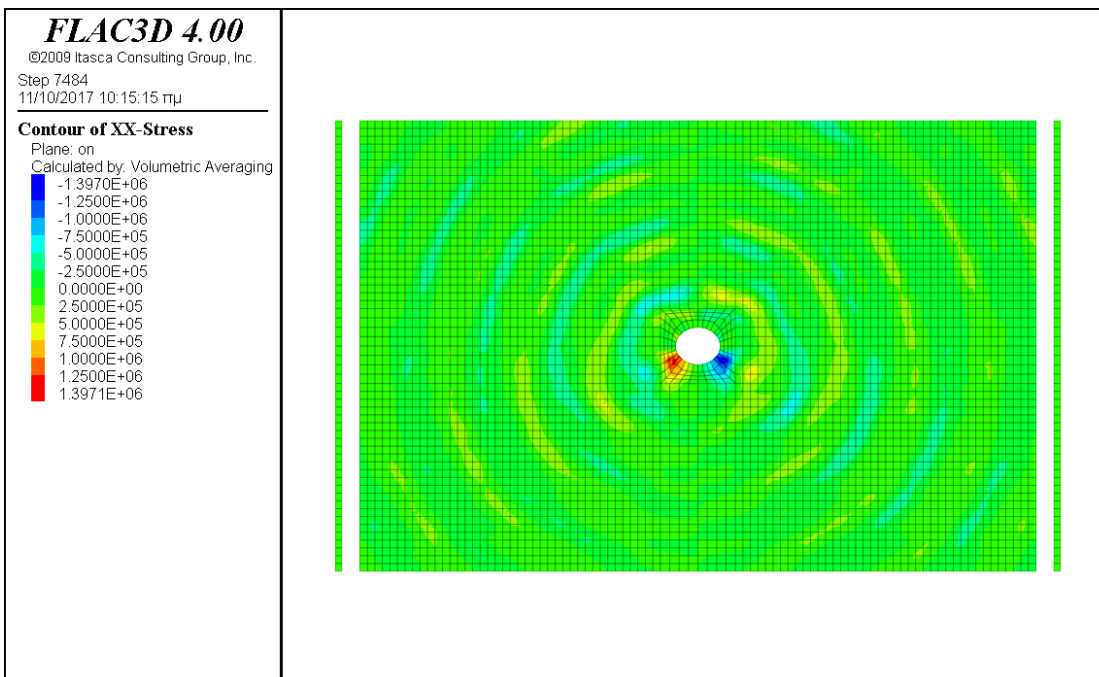
Σχ. 6-82: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



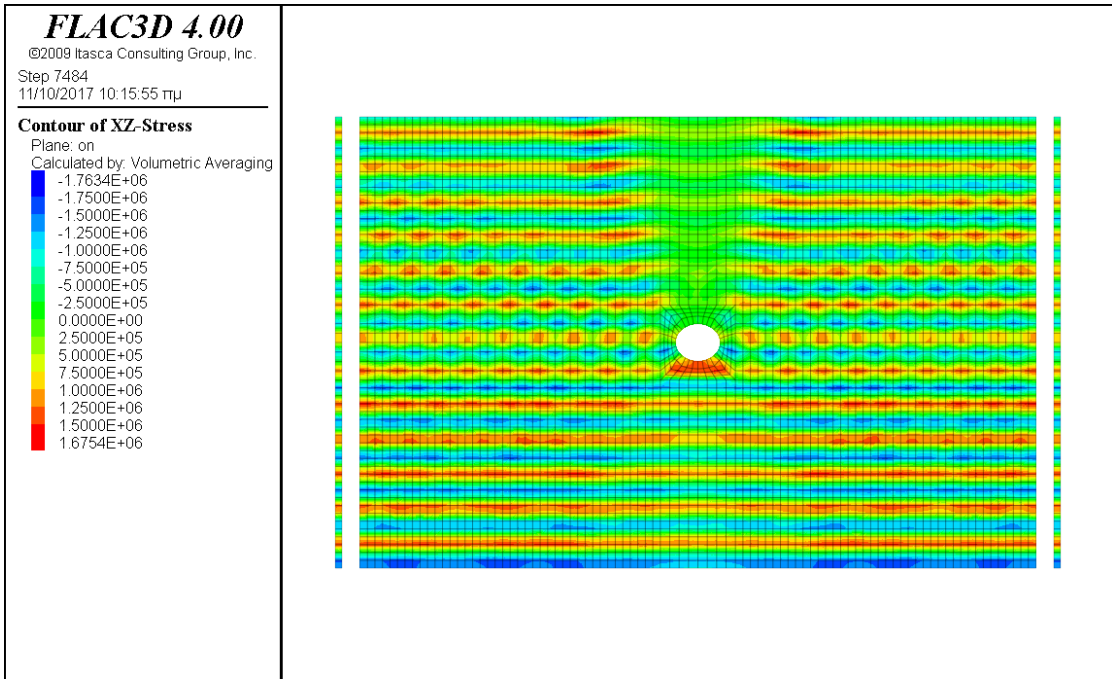
Σχ. 6-83: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



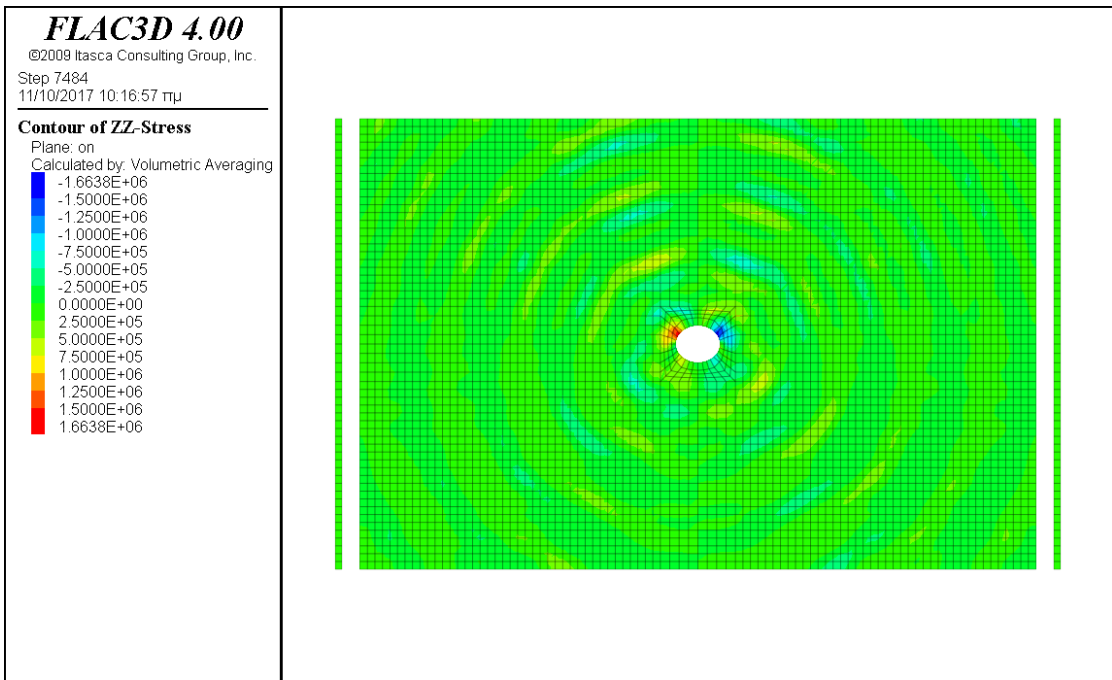
Σχ. 6-84 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-85 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-86 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-87 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

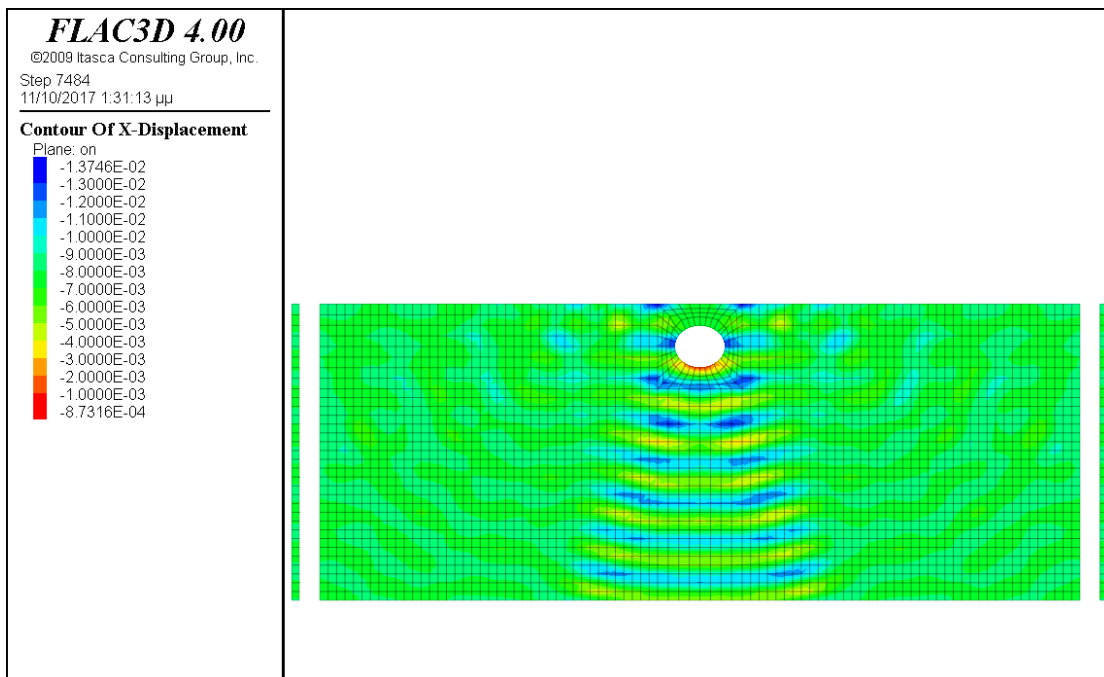
6.2.18. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Ελλειπτική διατομή με ημιάξονες 6μ & 5μ., σε βάθος 10μ χωρίς απόσβεση υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

Θεωρούμε σήραγγα ελλειπτικής διατομής με ημιάξονες 6μ & 5μ., μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 10μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

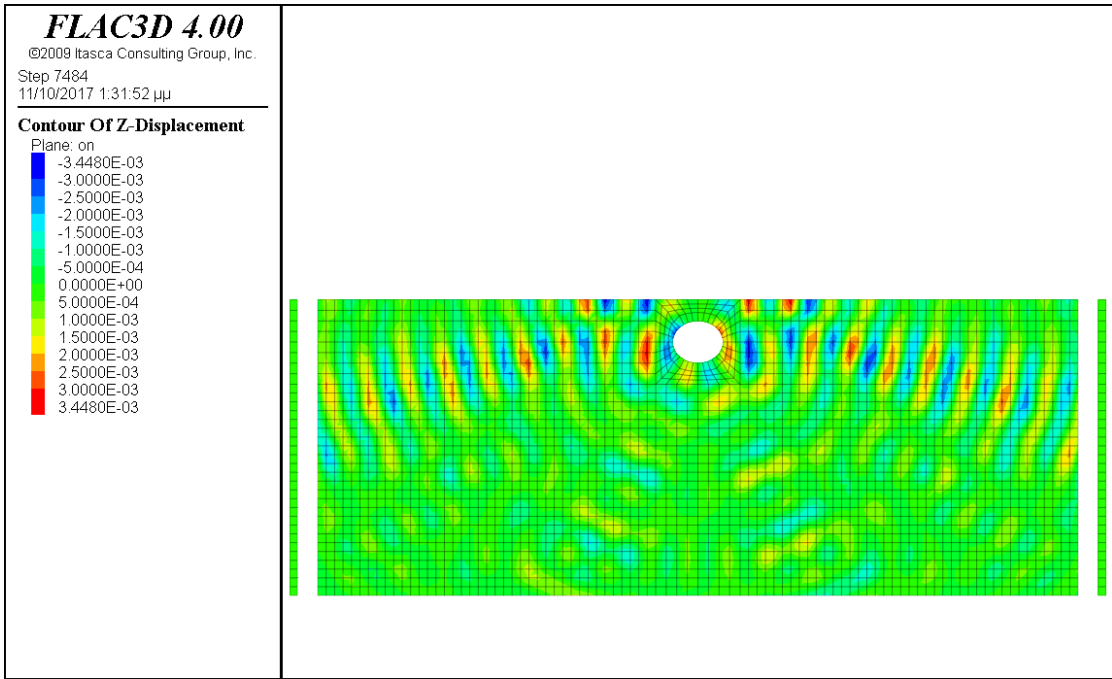
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ.6- 78). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-88, 6-89, 6-90, 6-91, 6-92, & 6-93)

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες x & z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-88 & 6-89). Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

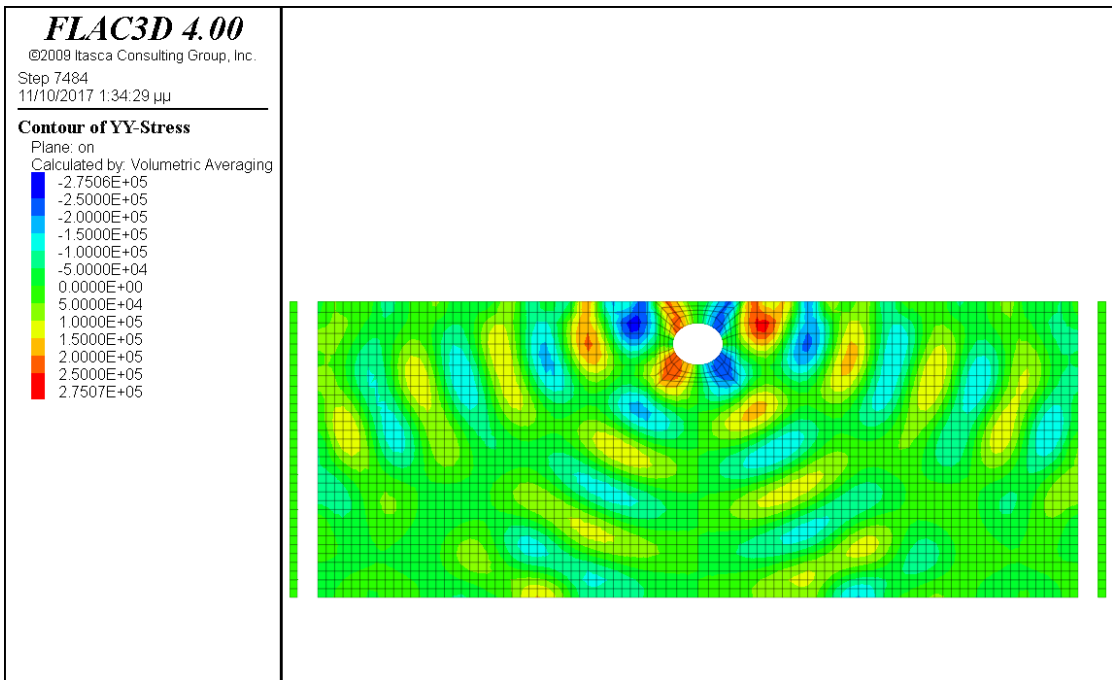
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-90, 6-91, 6-92, 6-93) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



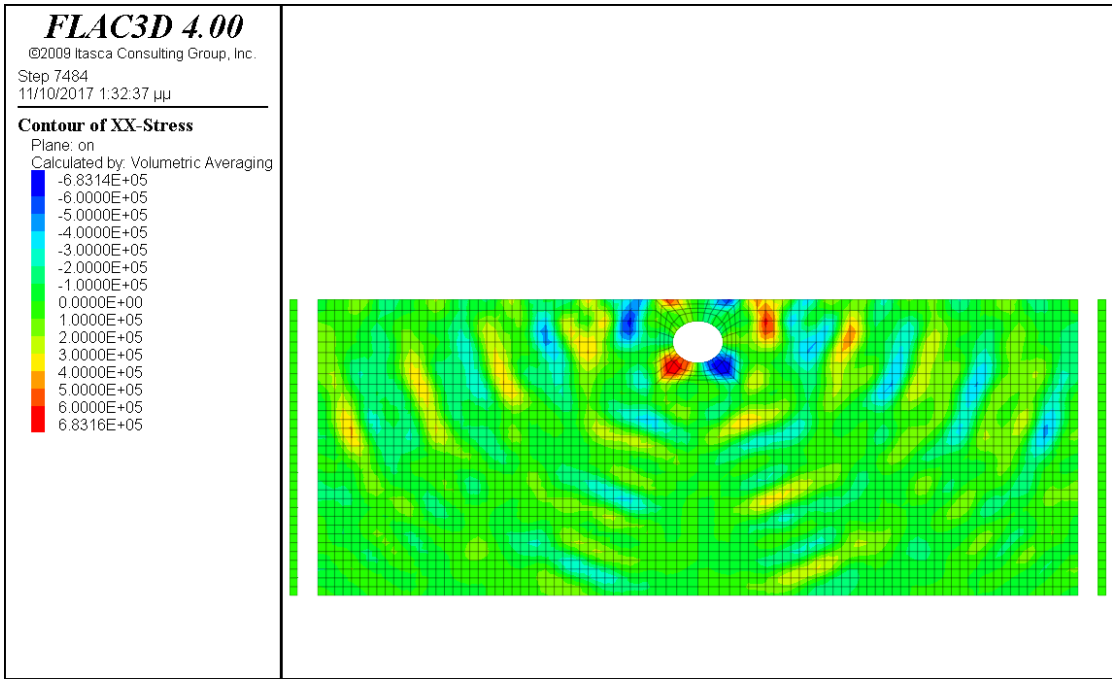
Σχ. 6-88: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



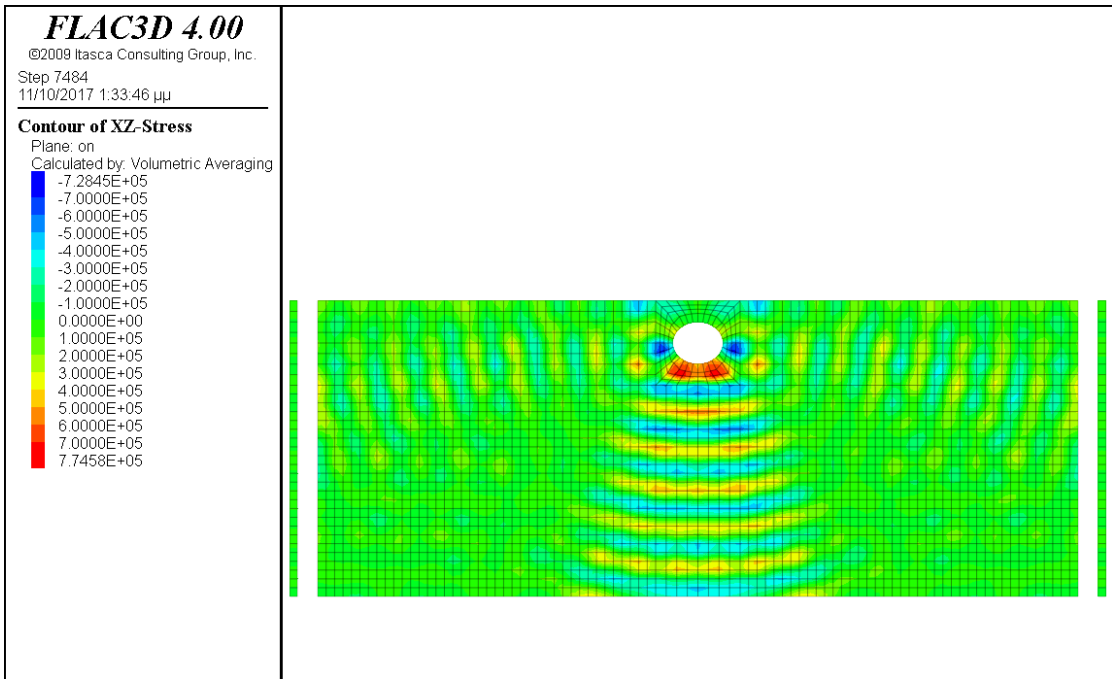
Σχ. 6-89: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



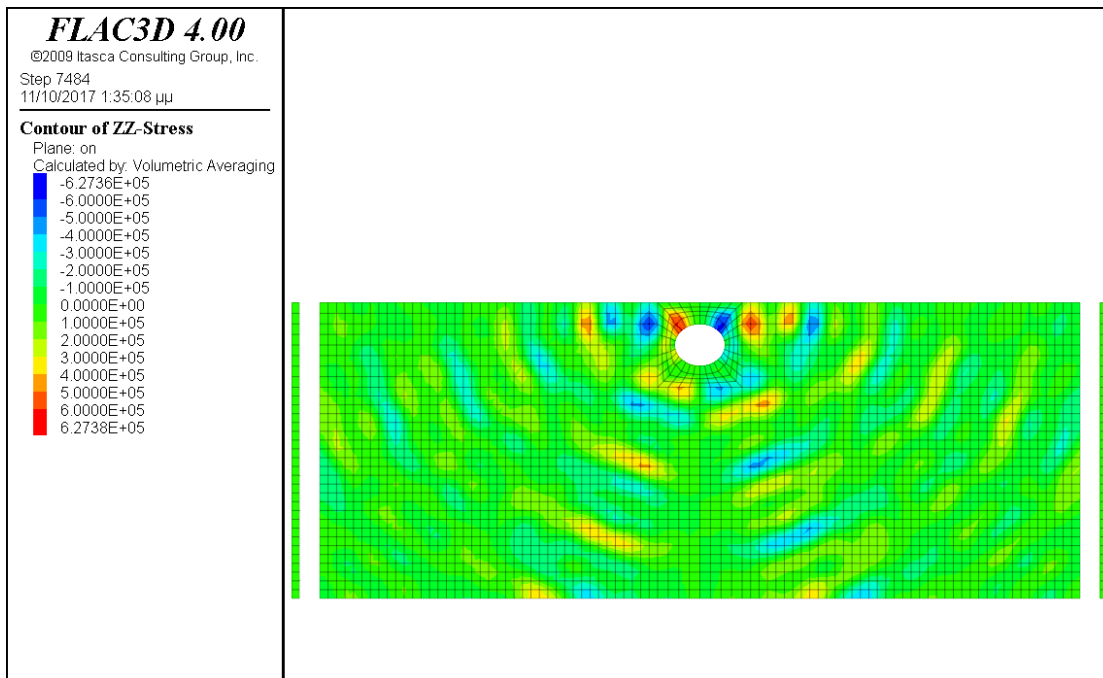
Σχ.6- 90 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-91 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-92 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής

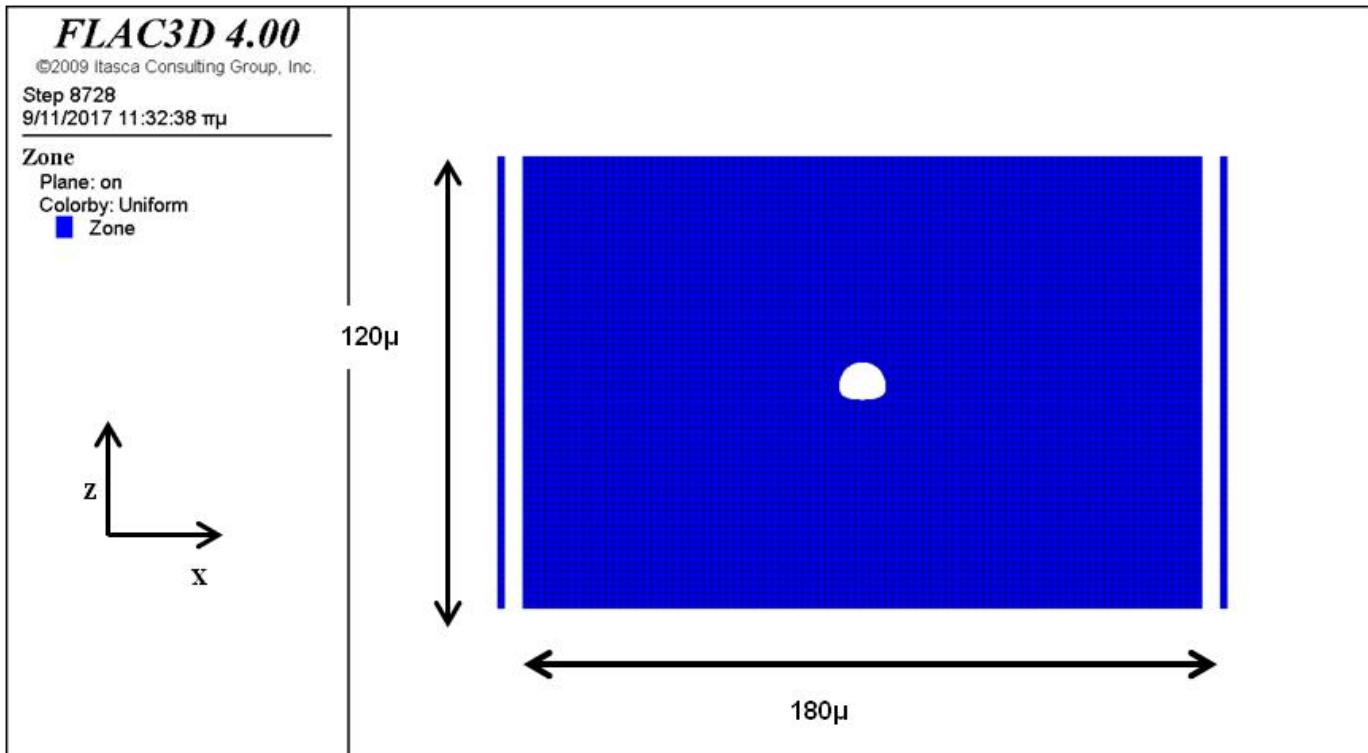


Σχ. 6-93 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.19.Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

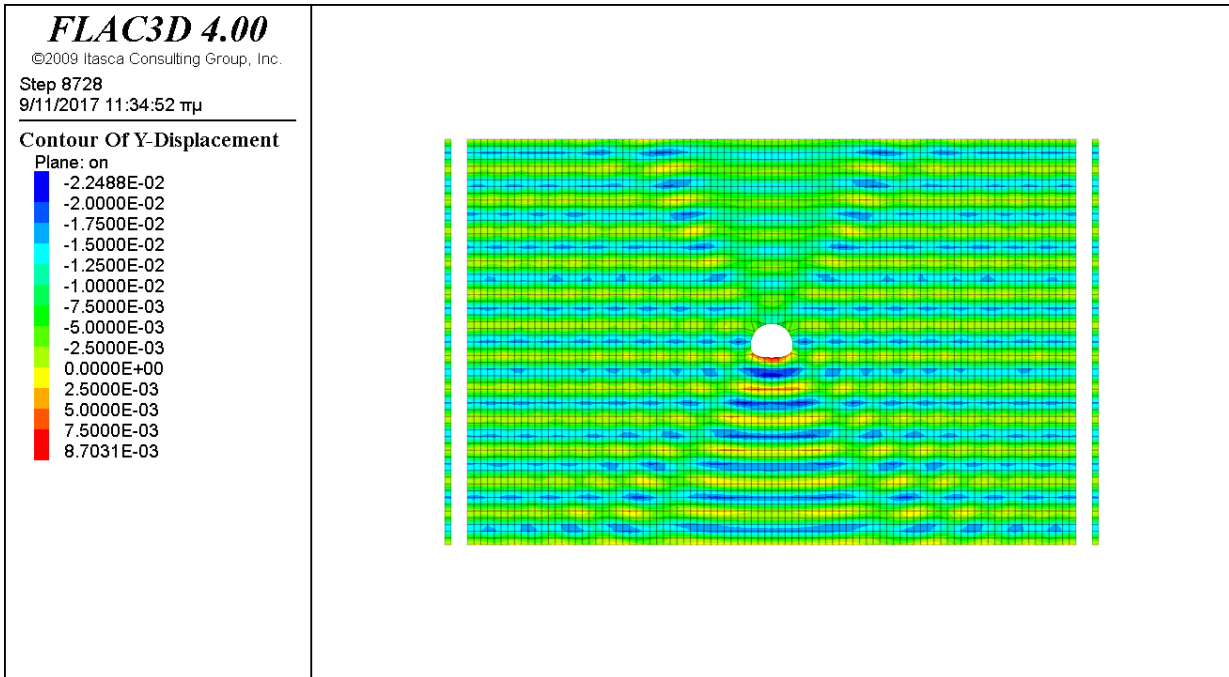
Θεωρούμε σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η πεταλοειδής διατομή δημιουργήθηκε στο FLAC_2D και την συνάρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$ σύμφωνα με την οποία, μετασχηματίζεται η πεταλοειδής διατομή σε μοναδιαίο κύκλο, με βάση την (σχέση 3-13) του Κεφ.3. Η $\omega(\zeta)$, χωρίζεται σε $x=\text{real}(\omega(\zeta))$ & $y=\text{imag}(\omega(\zeta))$. Στην συνέχεια με την εντολή του FLAC_3D, IMPGRID ο δύο διαστάσεων κάναβος μετατρέπεται σε τριών διαστάσεων. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

Ο κάναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-94). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-95,6-96, 6-97)



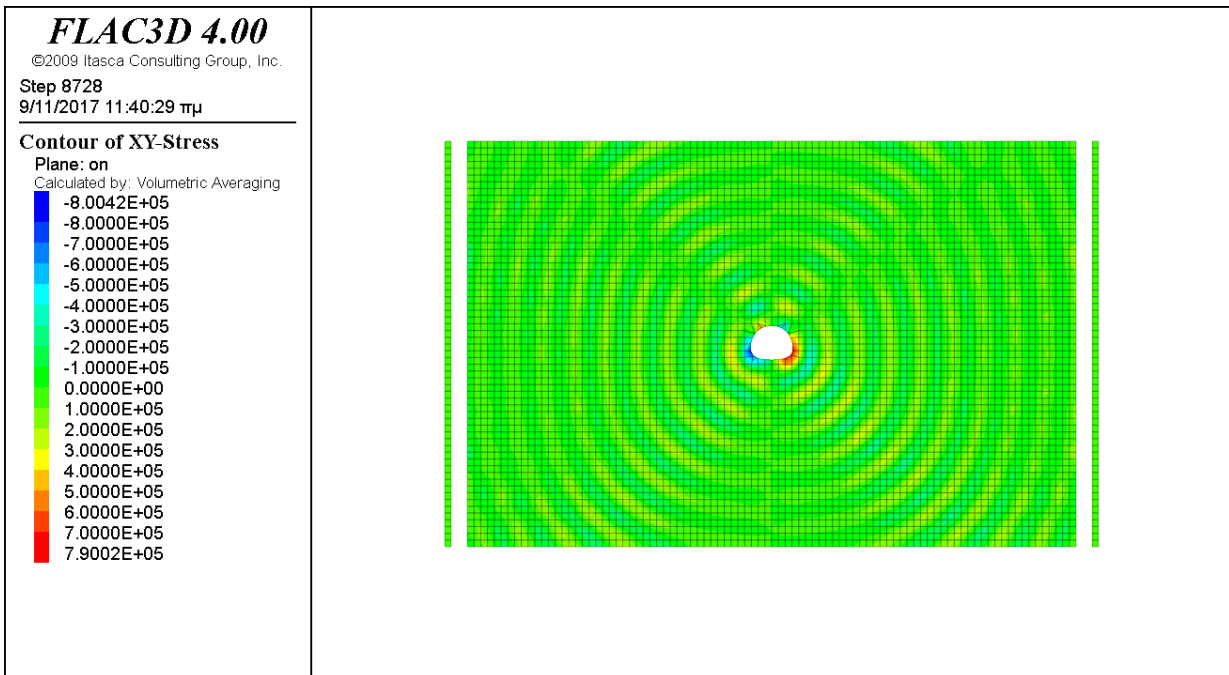
Σχ. 6-94 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου στην περίπτωση πεταλοειδούς διατομής στον πλήρη χώρο.

Στο (Σχ. 6-95), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y . Οι μετακινήσεις κατά τους άξονες x & z , είναι μηδενικές, γεγονός που επαληθεύεται από τις δυναμικές αναλύσεις.

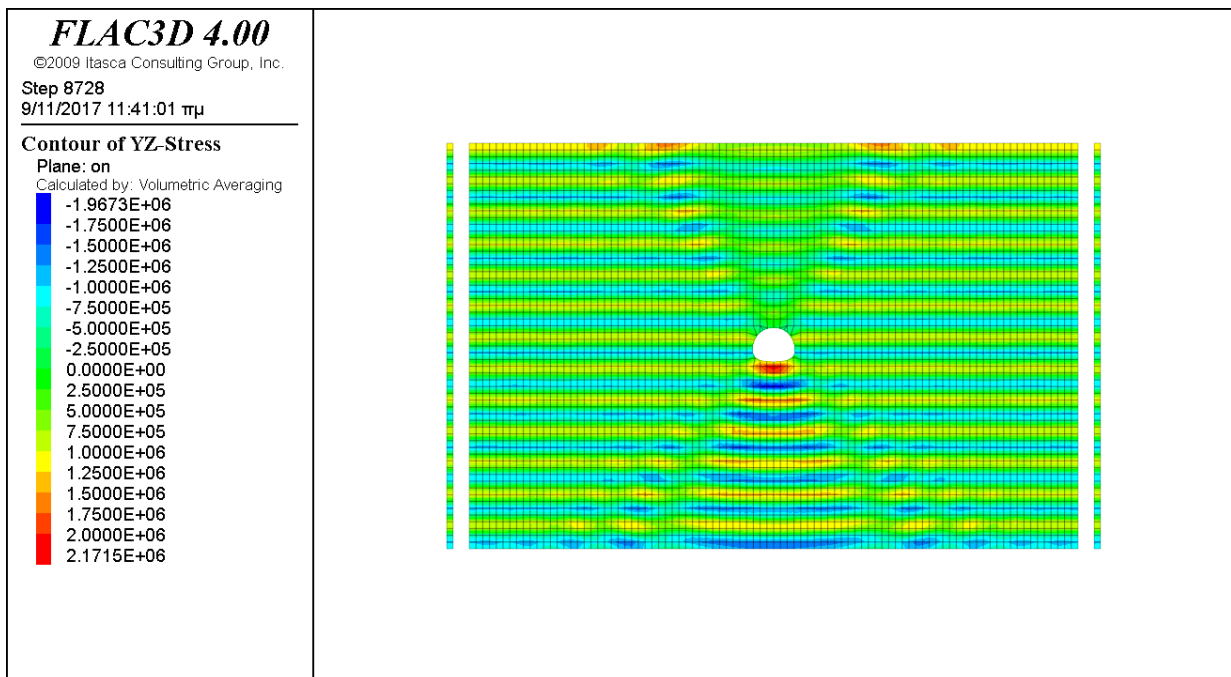


Σχ. 6-95: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-96 & 6-97) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους- κατασκευής.



Σχ. 6-96 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής



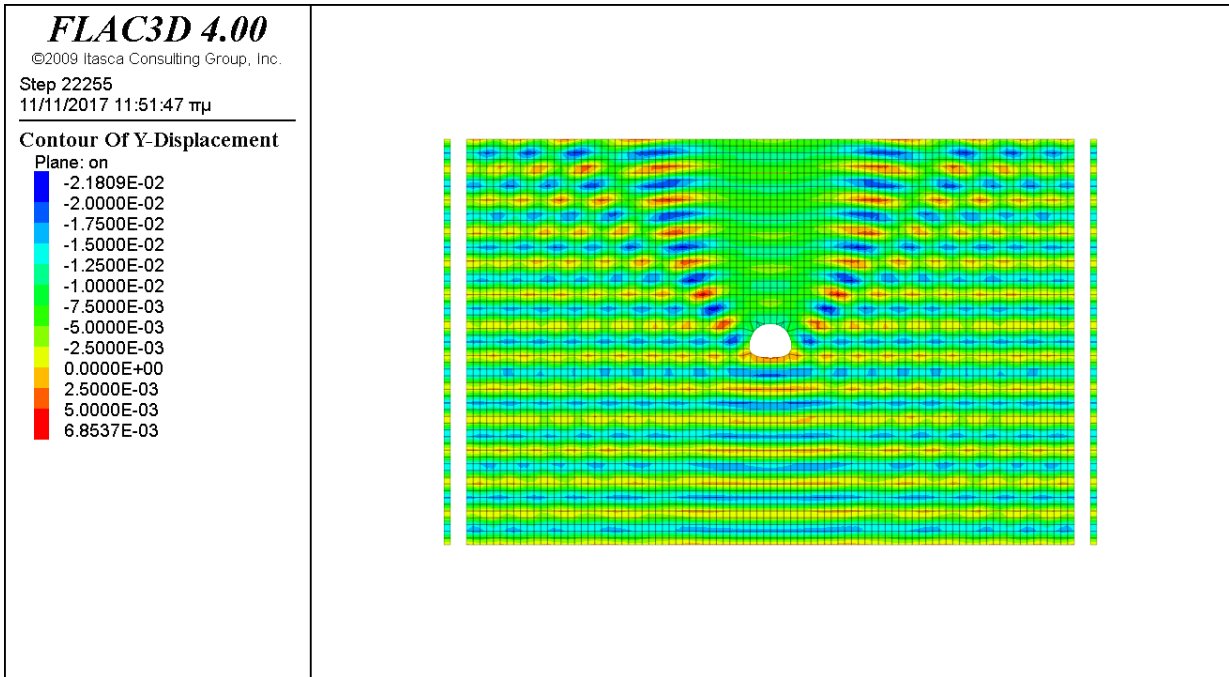
Σχ. 6-97 : Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.20. Πλήρης Χώρος, εύκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων, με πάχος $t=0.45\mu$.

Θεωρούμε επενδεδυμένη σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας, $F \sim 36$ και τις (σχέσεις 6-1 & 6-2) υπολογίζεται το αντίστοιχο πάχος $t=0.45\mu$.

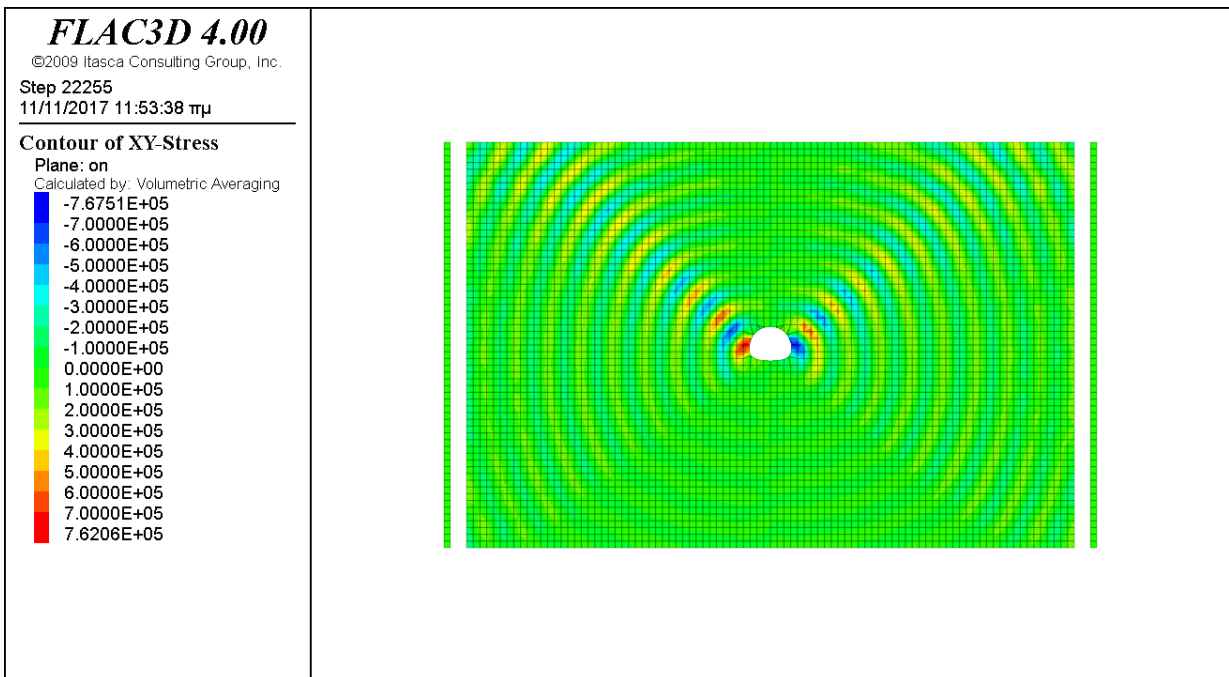
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-94). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-98, 6-99 & 6-100).

Στο (Σχ. 6-98), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y. Οι μετακινήσεις κατά τους άξονες x & z, είναι μηδενικές, γεγονός που επαληθεύεται από τις δυναμικές αναλύσεις.

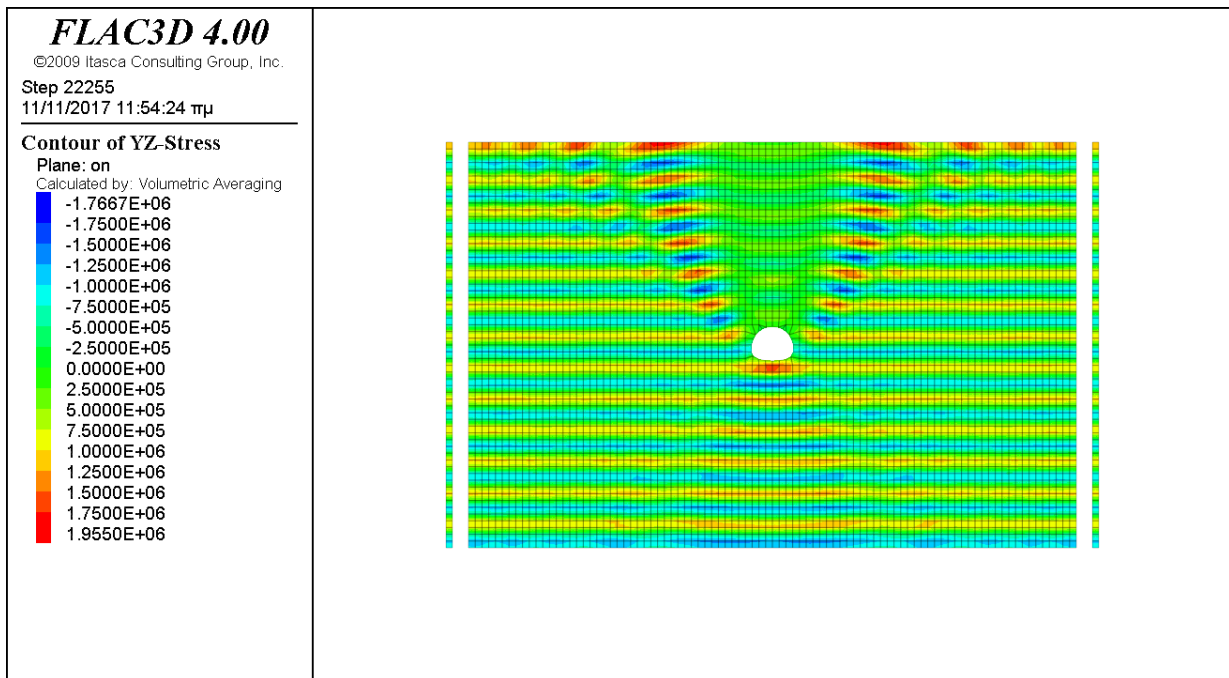


Σχ. 6-98: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-99 & 6-100), απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους- κατασκευής.



Σχ. 6-99 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής



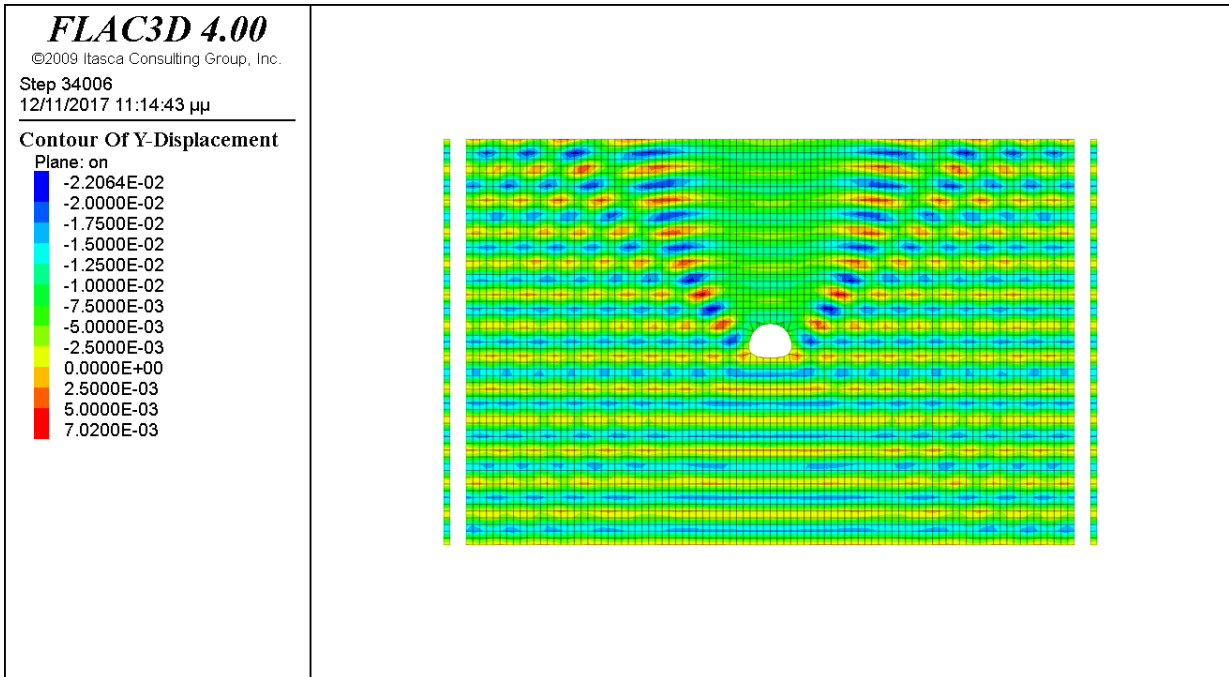
Σχ. 6-100 : Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.21.Πλήρης Χώρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων, με πάχος $t=0.85\mu$.

Θεωρούμε επενδεδυμένη σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa. Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας, $F \sim 5$ και τις (σχέσεις 6-1 & 6-2) υπολογίζεται το αντίστοιχο πάχος $t=0.85\mu$.

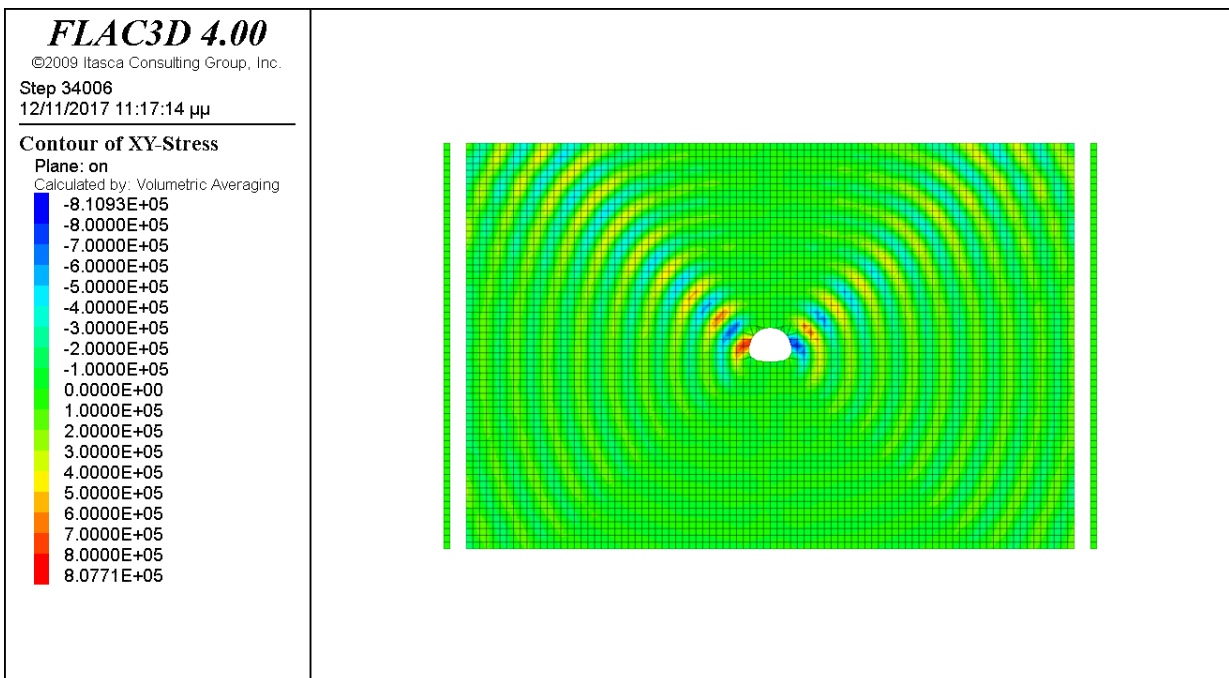
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ.6- 94). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-101, 6-102 & 6-103).

Στο (Σχ. 6-101), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y. Οι μετακινήσεις κατά τους άξονες x & z , είναι μηδενικές , γεγονός που επαληθεύεται από τις δυναμικές αναλύσεις.

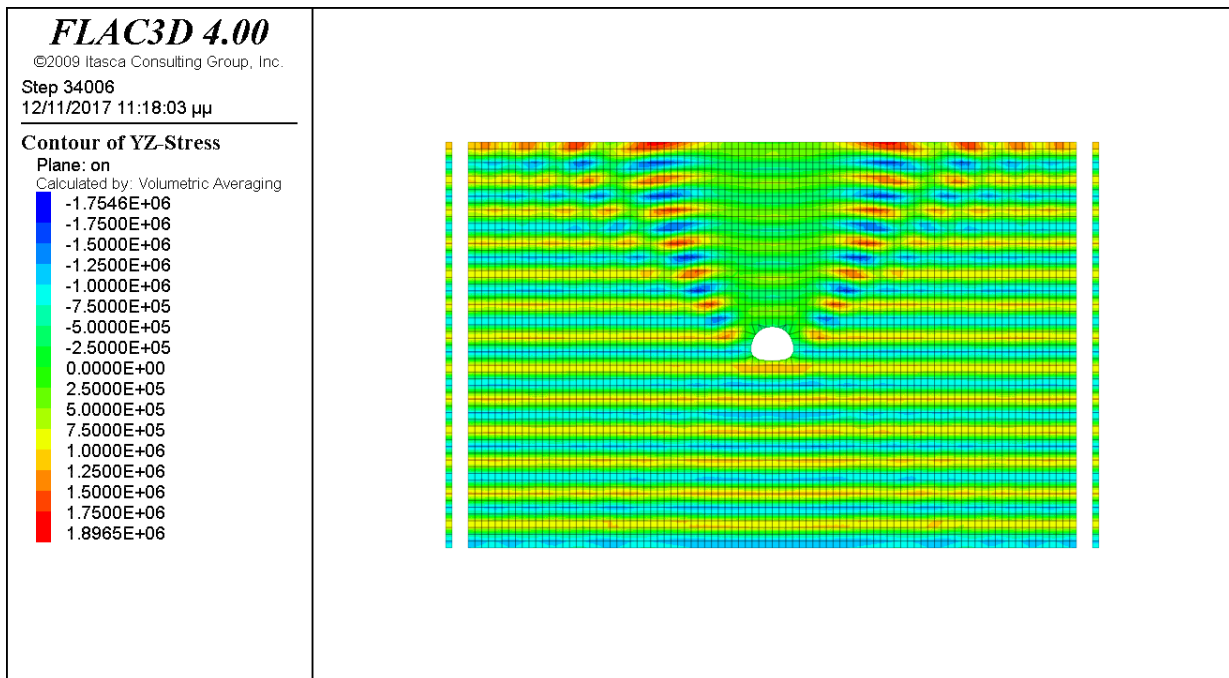


Σχ. 6-101: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-102 & 6-103) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους- κατασκευής.



Σχ. 6-102 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής



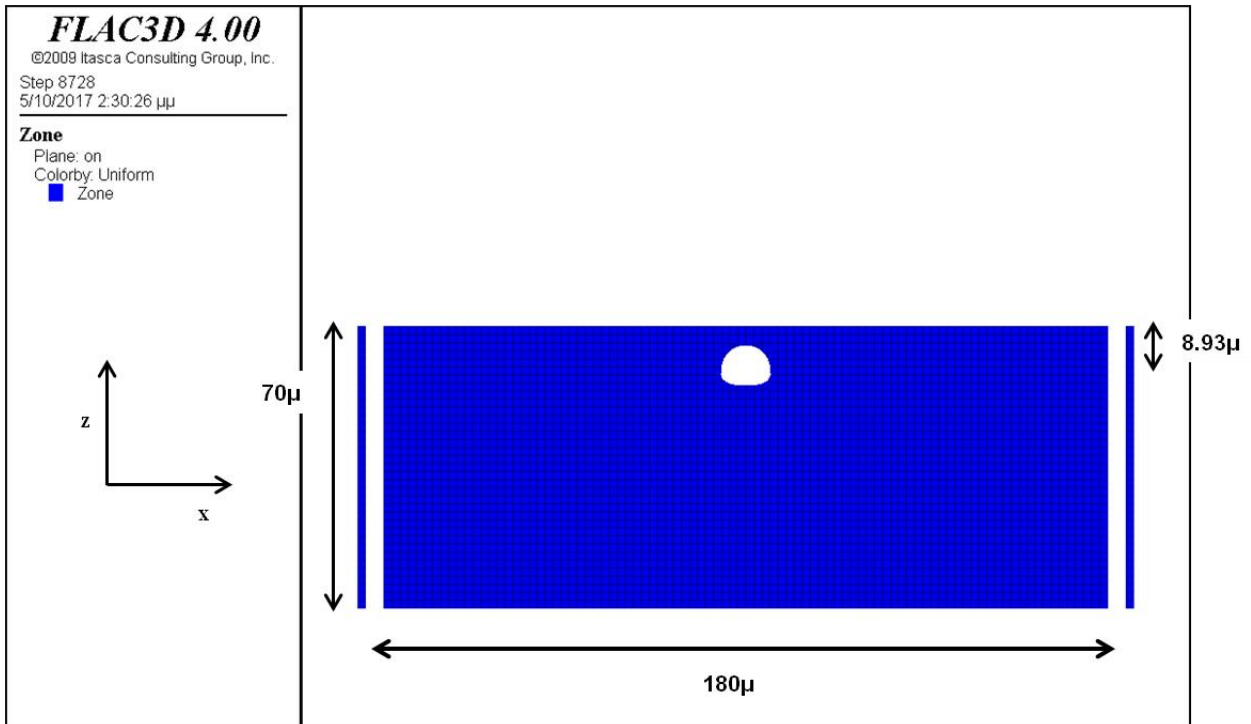
Σχ. 6-103 : Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.22. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, σε βάθος 8.93μ υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων.

Θεωρούμε σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 8.93μ., από την επιφάνεια του εδάφους.

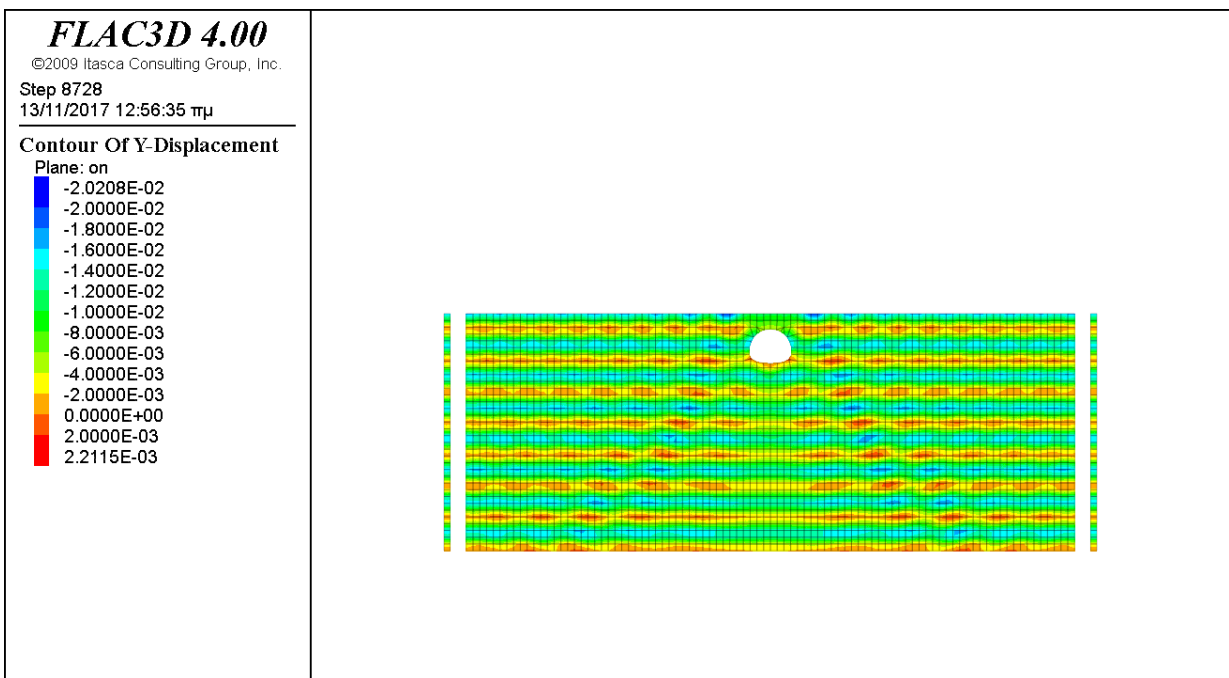
Η πεταλοειδής διατομή δημιουργήθηκε στο FLAC_2D και την συνάρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$ σύμφωνα με την οποία, μετασχηματίζεται η πεταλοειδής διατομή σε μοναδιαίο κύκλο, με βάση την (σχέση 3-13) του Κεφ.3. Η $\omega(\zeta)$, χωρίζεται σε $x=\text{real}(\omega(\zeta))$ & $y=\text{imag}(\omega(\zeta))$. Στην συνέχεια με την εντολή του FLAC_3D, IMPGRID ο δύο διαστάσεων κάρναβος μετατρέπεται σε τριών διαστάσεων. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διαμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa.

Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-104).



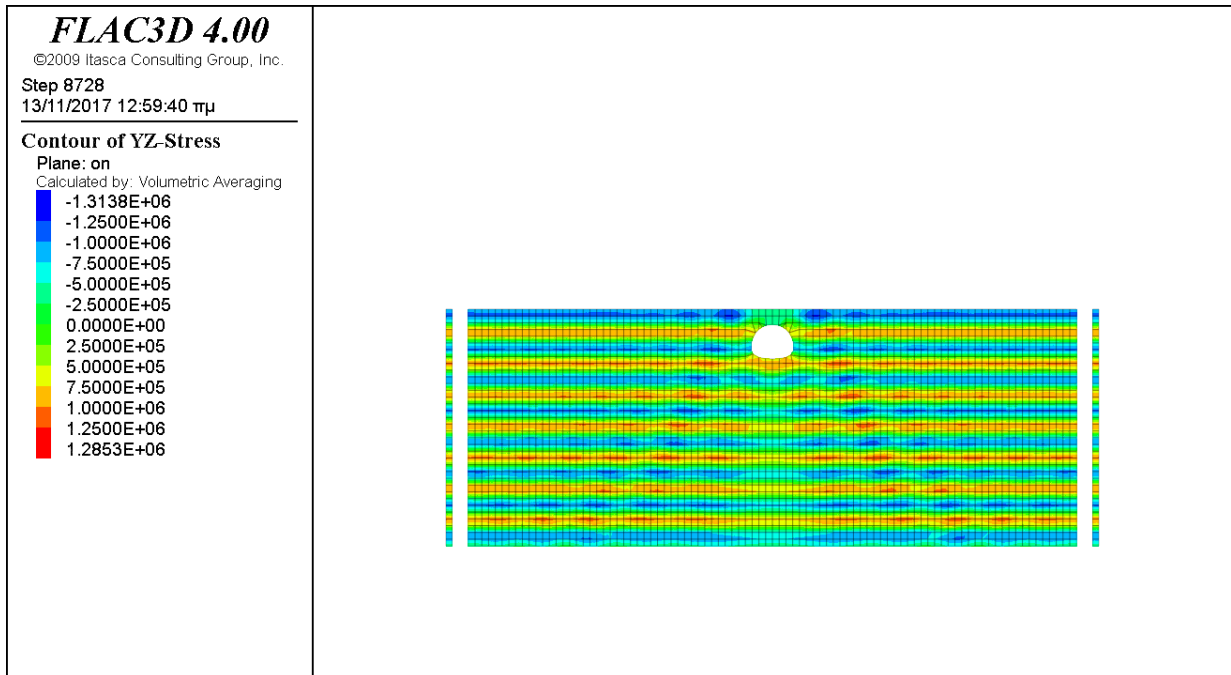
Σχ.6- 104 : Ενδεικτική γεωμετρία του καννάβου στην περίπτωση πεταλοειδούς διατομής στον ημίχωρο.

Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-105, 6-106 &6-107). Στο (Σχ. 6-105), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y . Οι μετακινήσεις κατά τους άξονες x & z , είναι μηδενικές, γεγονός που επαληθεύεται από τις δυναμικές αναλύσεις.

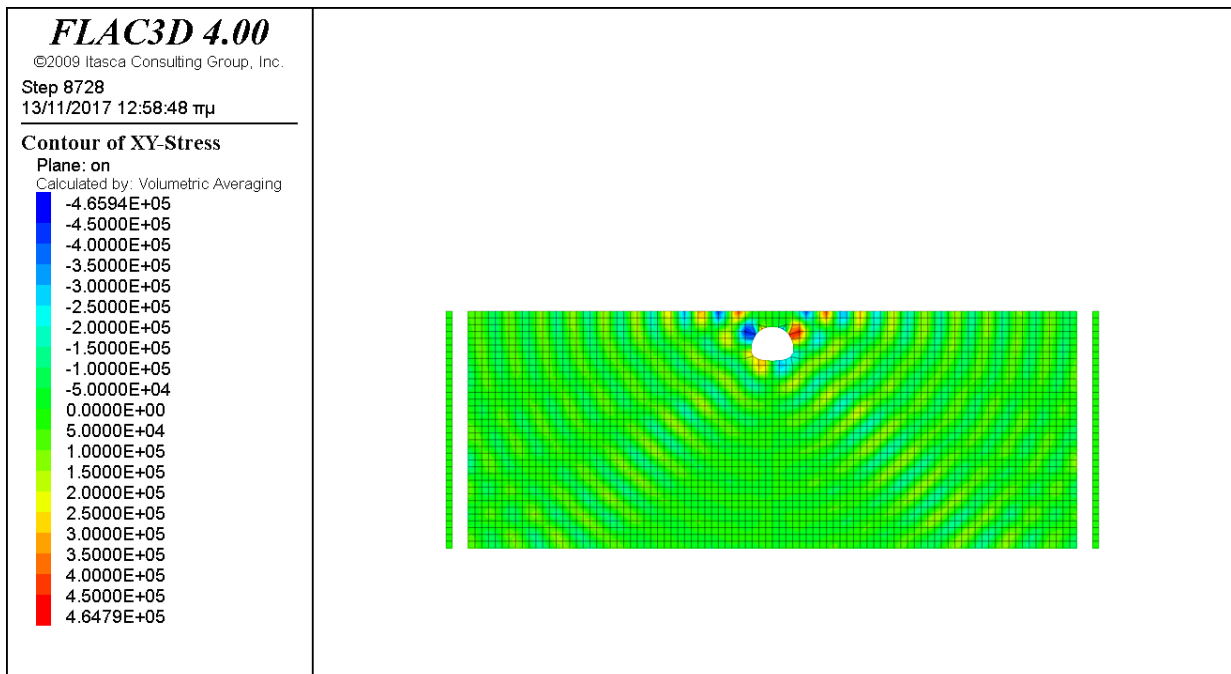


Σχ. 6-105: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-106 & 6-107) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους- κατασκευής.



Σχ. 6-106 : Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-107 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.23. Ημίχωρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, σε βάθος 8.93μ υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων με πάχος 0.45μ.

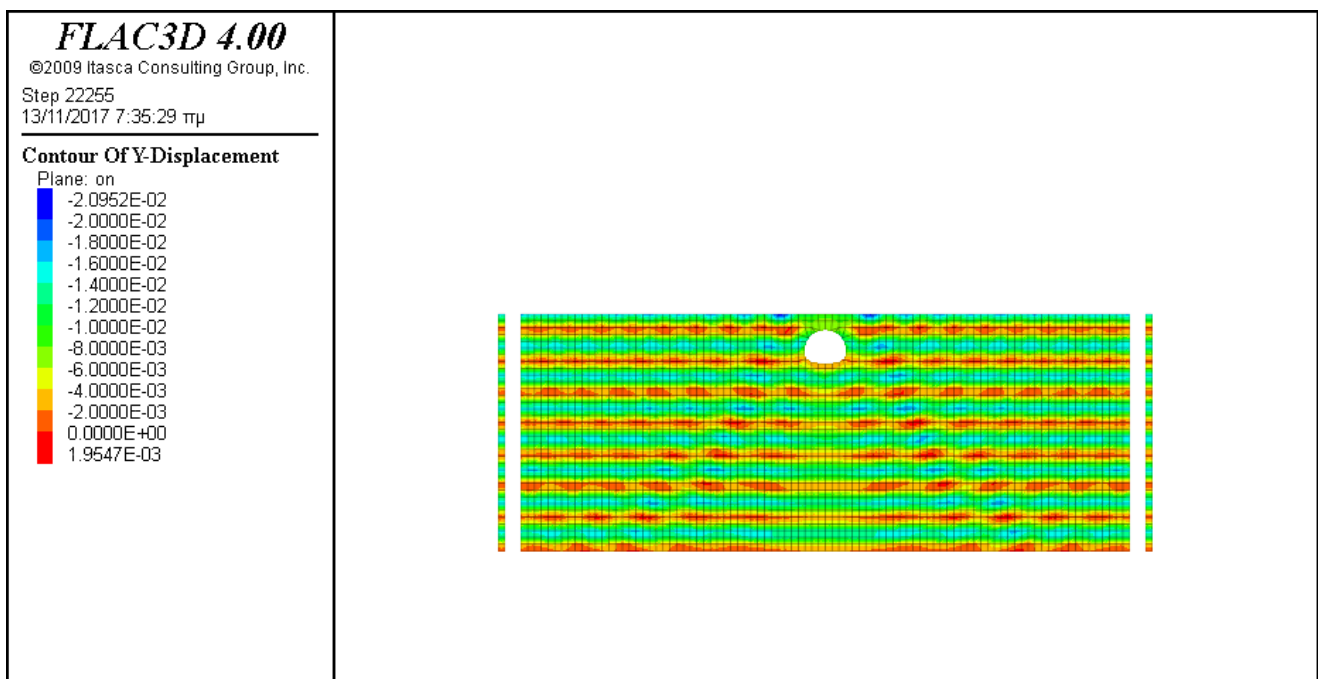
Θεωρούμε επενδεδυμένη σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 8.93μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας, $F \sim 36$ και τις (σχέσεις 6-1 & 6-2) υπολογίζεται το αντίστοιχο πάχος $t=0.45\mu$.

Η επένδυση ανά κελυφωτό στοιχείο shell element δημιουργήθηκε με την ενσωματωμένη γλώσσα προγραμματισμού FISH με βάση την συνάρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$. Στην συνέχεια με τις κατάλληλες εντολές ενσωματώνεται στο ανεπένδυτο σχήμα.

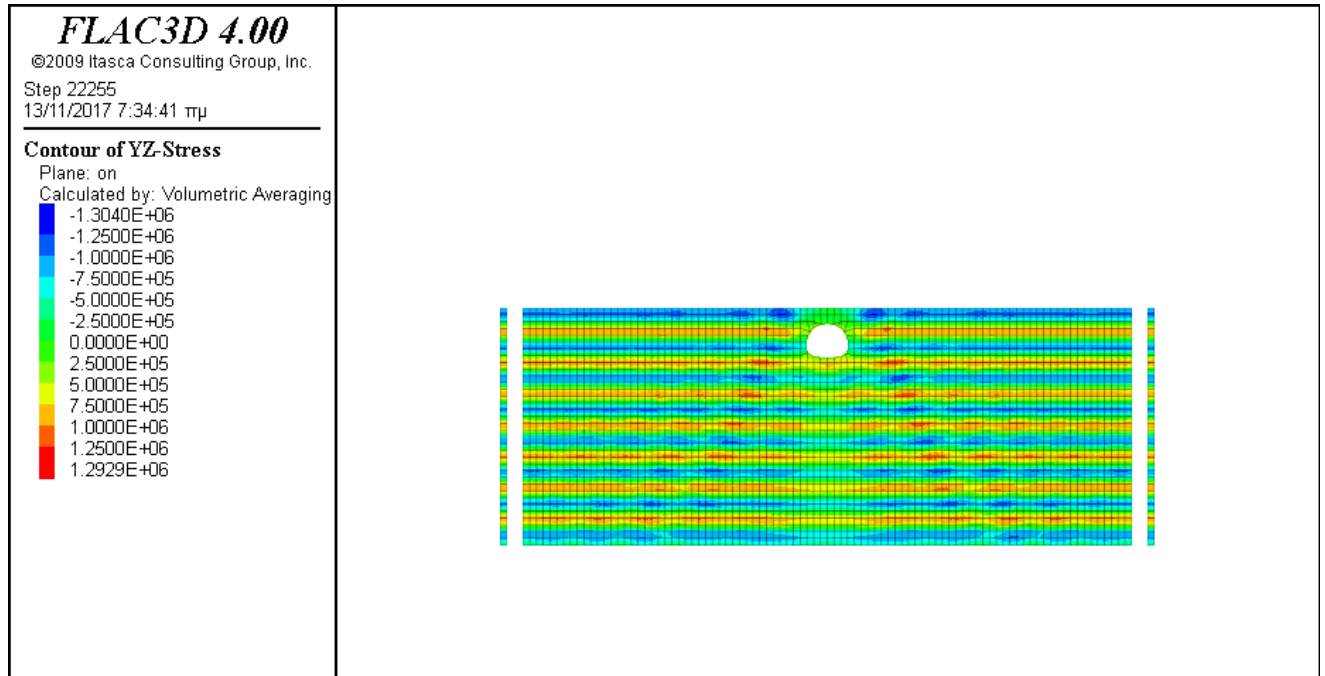
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-104). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-108, 6-109 & 6-110).

Στο (Σχ. 6-108), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y . Οι μετακινήσεις κατά τους άξονες x & z , είναι μηδενικές , γεγονός που επαληθεύεται από τις δυναμικές αναλύσεις.

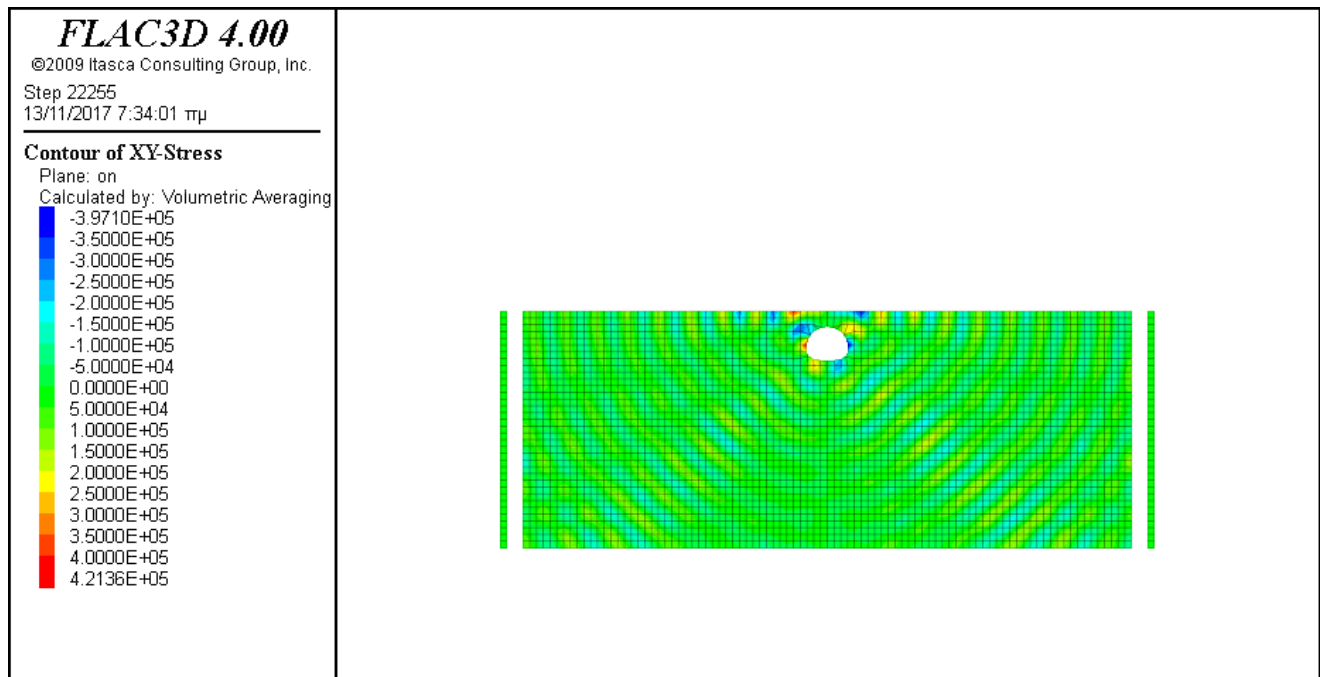


Σχ.6- 108: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-109 & 6-110) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους- κατασκευής.



Σχ. 6-109 : Τάση σ_{yz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-110 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

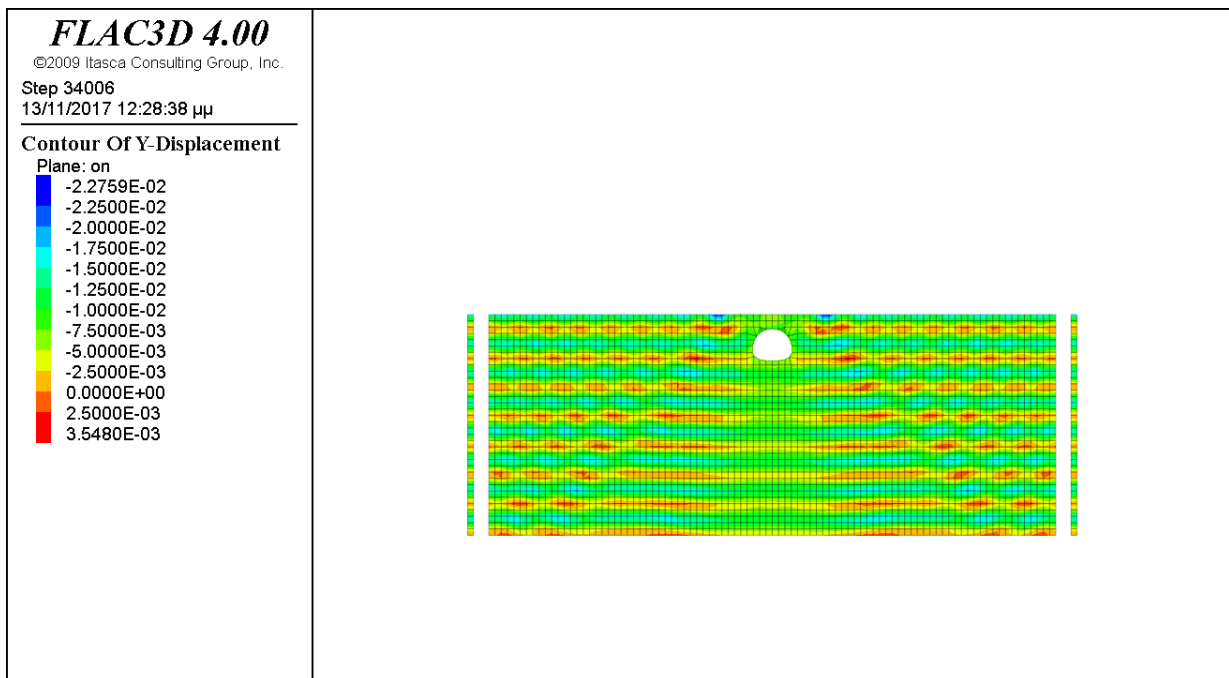
6.2.24. Ημίχωρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, σε βάθος 8.93μ υπό σεισμική φόρτιση SH κυμάτων, πάχους $t=0.85\mu$

Θεωρούμε επενδεδυμένη σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SH κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 8.93μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SH δίδεται από τη (σχέση 6-11α), δηλαδή $\sigma_{yz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa

Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας, $F \sim 5$ και τις (σχέσεις 6-1 & 6-2) υπολογίζεται το αντίστοιχο πάχος $t=0.85\mu$.

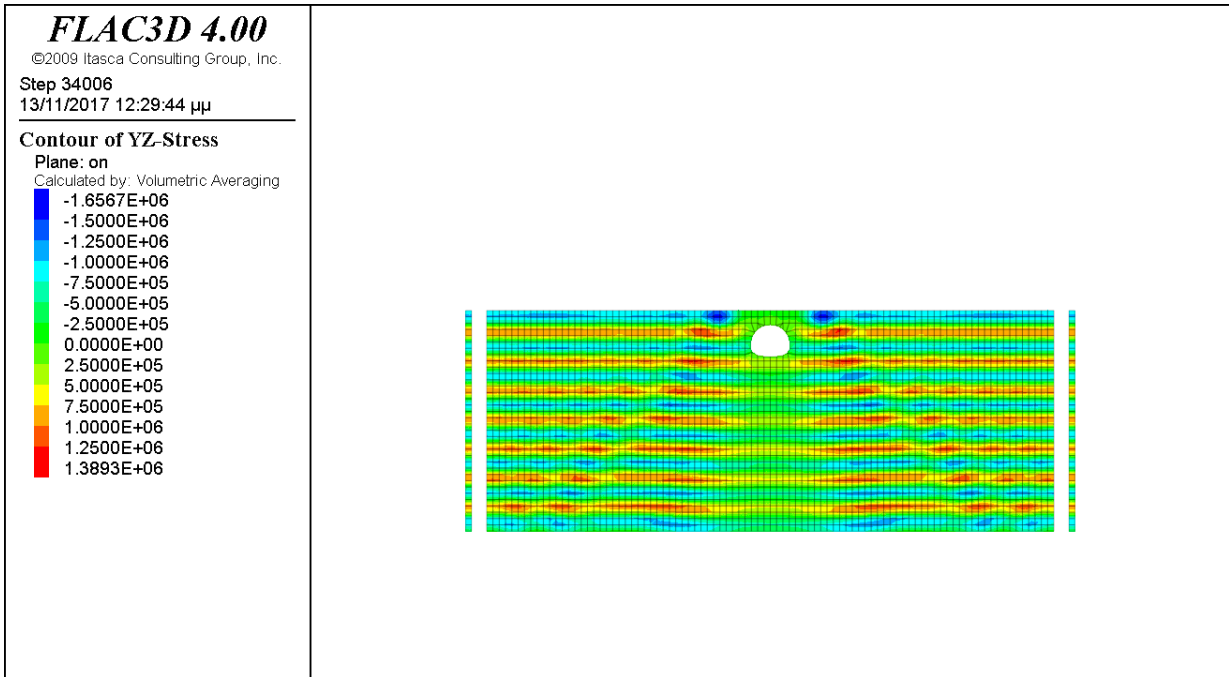
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-104). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-111, 6-112 & 6-113)

Στο (Σχ. 6-111), απεικονίζεται η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y . Οι μετακινήσεις κατά τους άξονες x & z , είναι μηδενικές , γεγονός που επαληθεύεται από τις δυναμικές αναλύσεις.

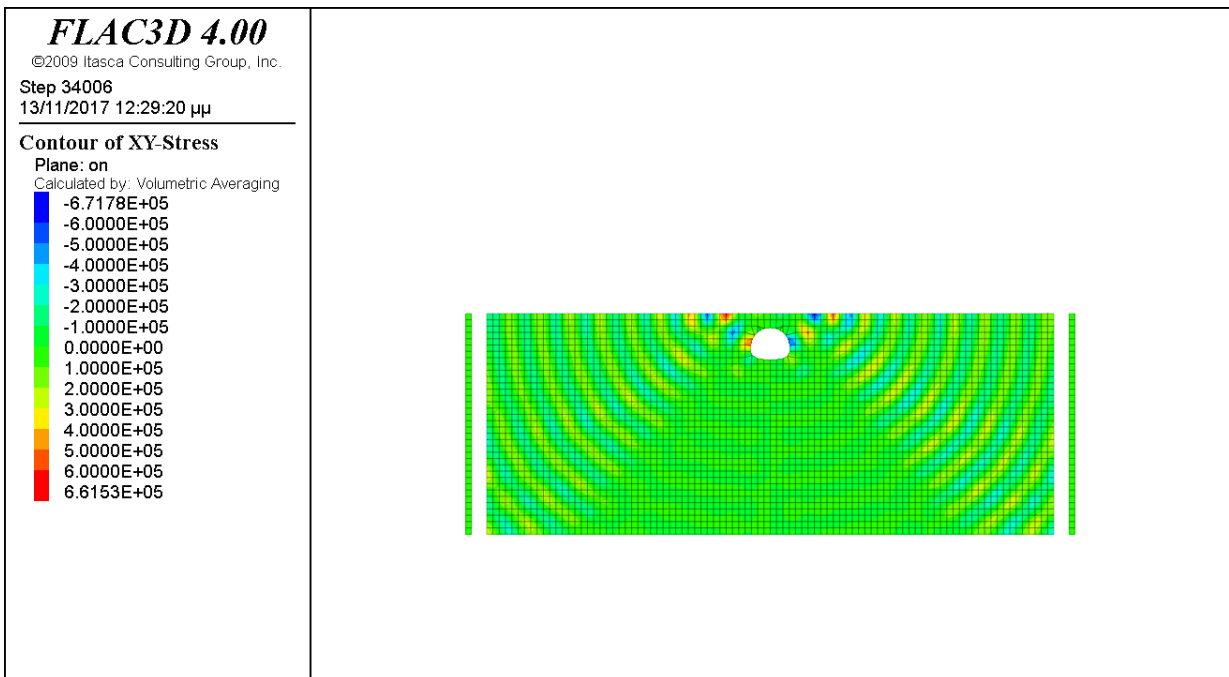


Σχ. 6-111: Μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y

Στα (Σχ. 6-112 & 6-113) απεικονίζονται οι τάσεις σ_{yz} & σ_{yx} , για το σύστημα εδάφους-κατασκευής.



Σχ. 6-112 : Τάση σ_{zy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-113 : Τάση σ_{xy} του συστήματος εδάφους- διατομής

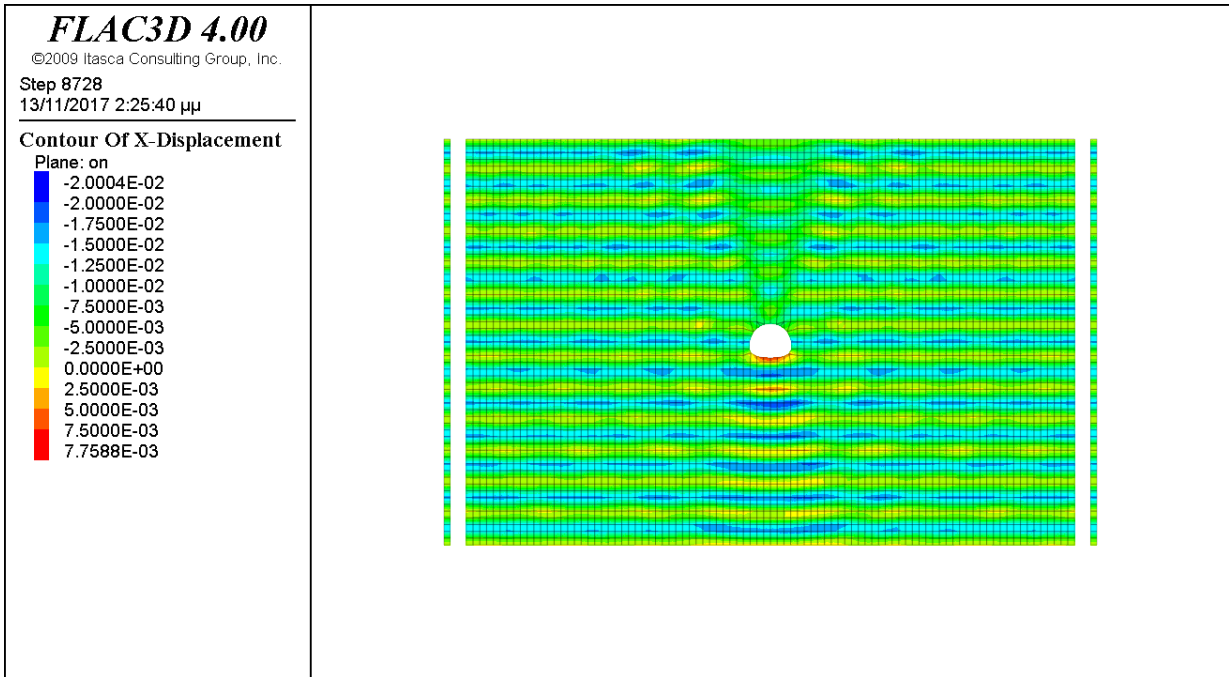
6.2.25. Πλήρης Χώρος , Ανεπένδυτη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

Θεωρούμε σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Η πεταλοειδής διατομή δημιουργήθηκε στο FLAC_2D και την συνάρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$ σύμφωνα με την οποία, μετασχηματίζεται η πεταλοειδής διατομή σε μοναδιαίο κύκλο, με βάση την (σχέση 3-13) του Κεφ.3. Η $\omega(\zeta)$, χωρίζεται σε $x=\text{real}(\omega(\zeta))$ & $y=\text{imag}(\omega(\zeta))$. Στην συνέχεια με την εντολή του FLAC_3D, IMPGRID ο δύο διαστάσεων κάρναβος μετατρέπεται σε τριών διαστάσεων.

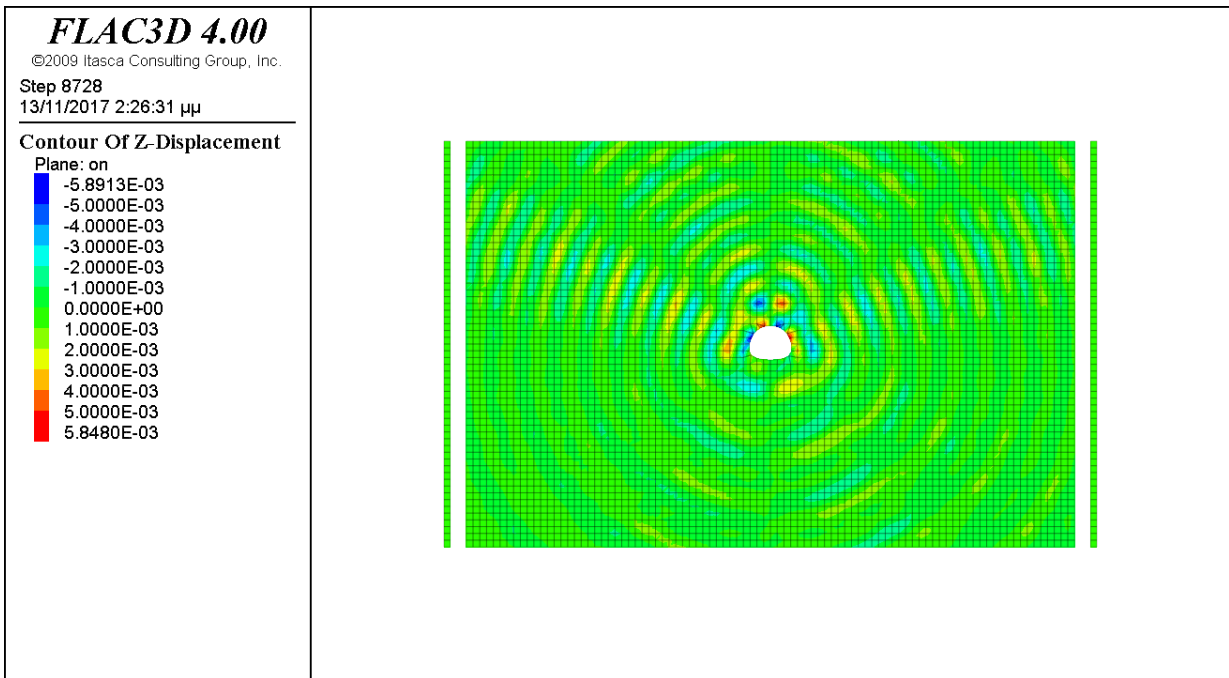
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-94). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-114,6-115, 6-116, 6-117,6-118, & 6-119).

Λόγω της φύσης των κυμάτων SV υπάρχουν μόνο μετακινήσεις κατά τους άξονες u_x & u_z όπως φαίνεται στα (Σχ. 6-114 & 6-115). Οι μετακινήσεις είναι «εντός επιπέδου» της διατομής. Οι μετακινήσεις πραγματοποιούνται πάνω στην διατομή της τετραγωνικής σήραγγας, προκαλώντας παραμορφώσεις τύπου «racking», λικνισμός. Οι δυναμικές αναλύσεις επαλήθευσαν τις ιδιότητες των SV κυμάτων.

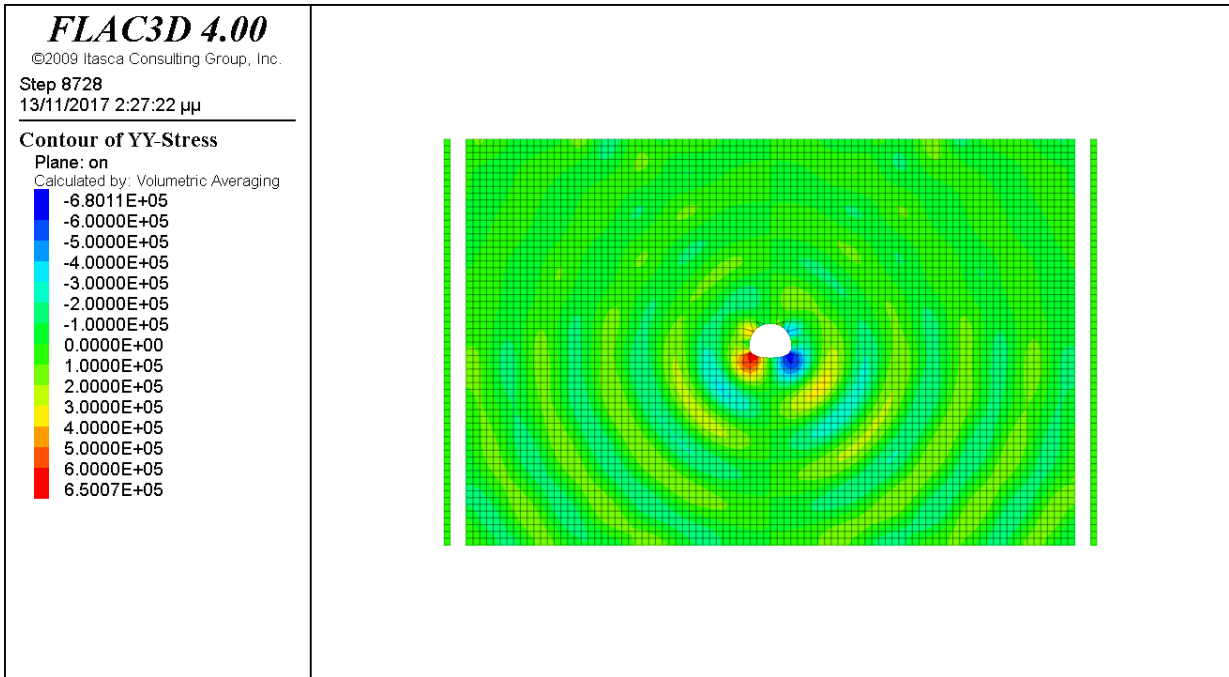
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-116, 6-117, 6-118, 6-119) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



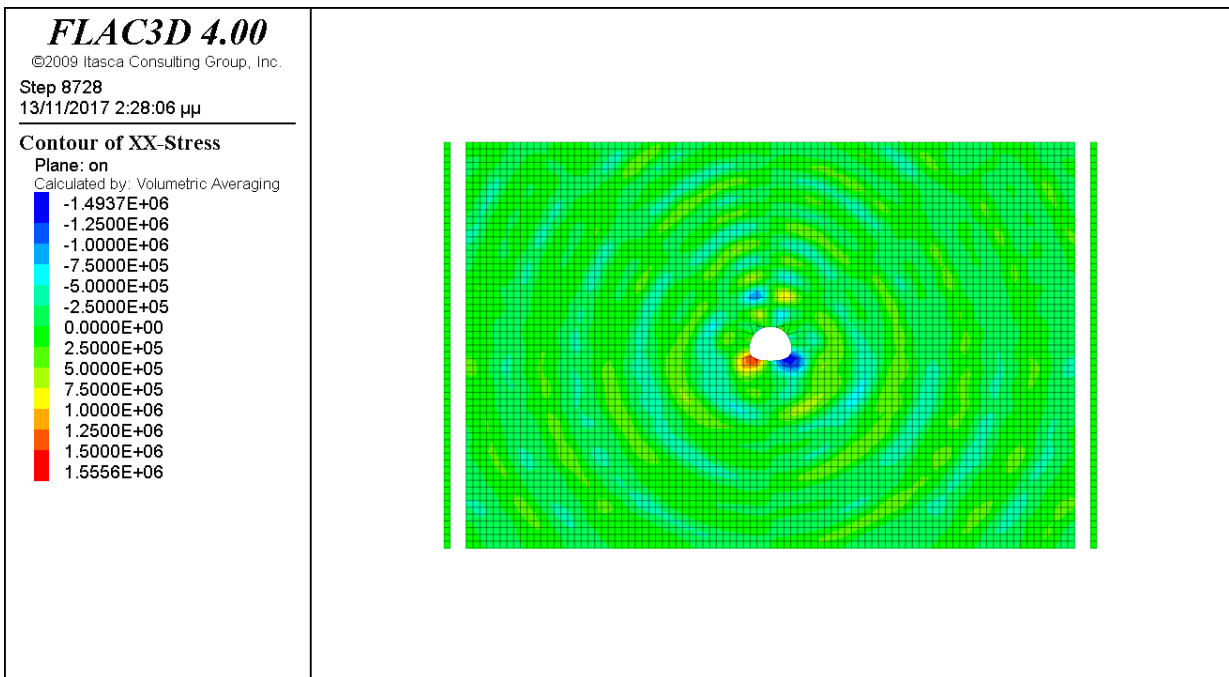
Σχ. 6-114: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



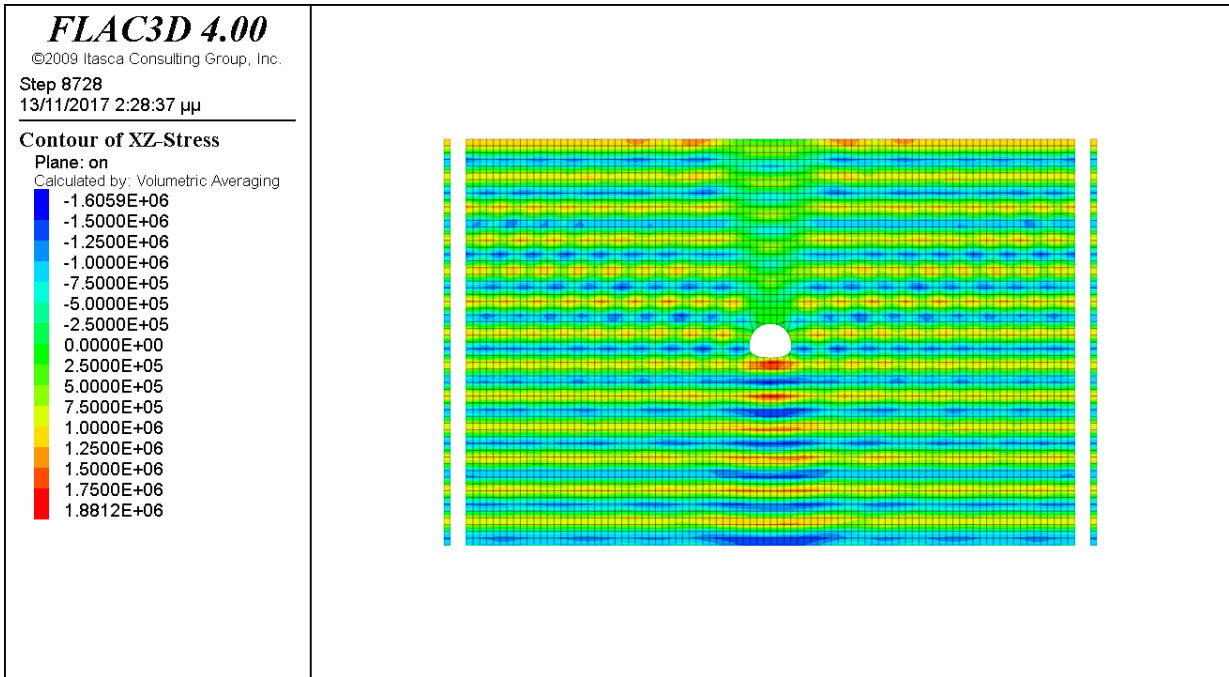
Σχ. 6-115: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



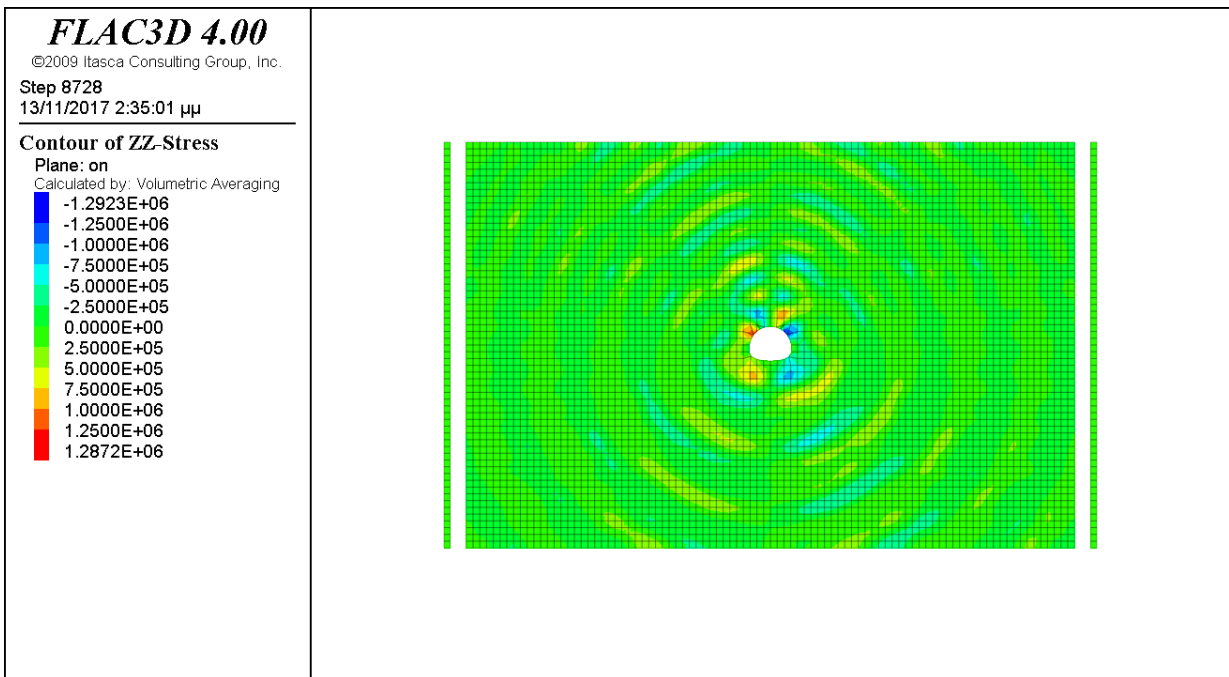
Σχ. 6-116 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-117 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-118 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-119 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.26. Πλήρης Χώρος, εύκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων, με πάχος $t=0.45\mu$.

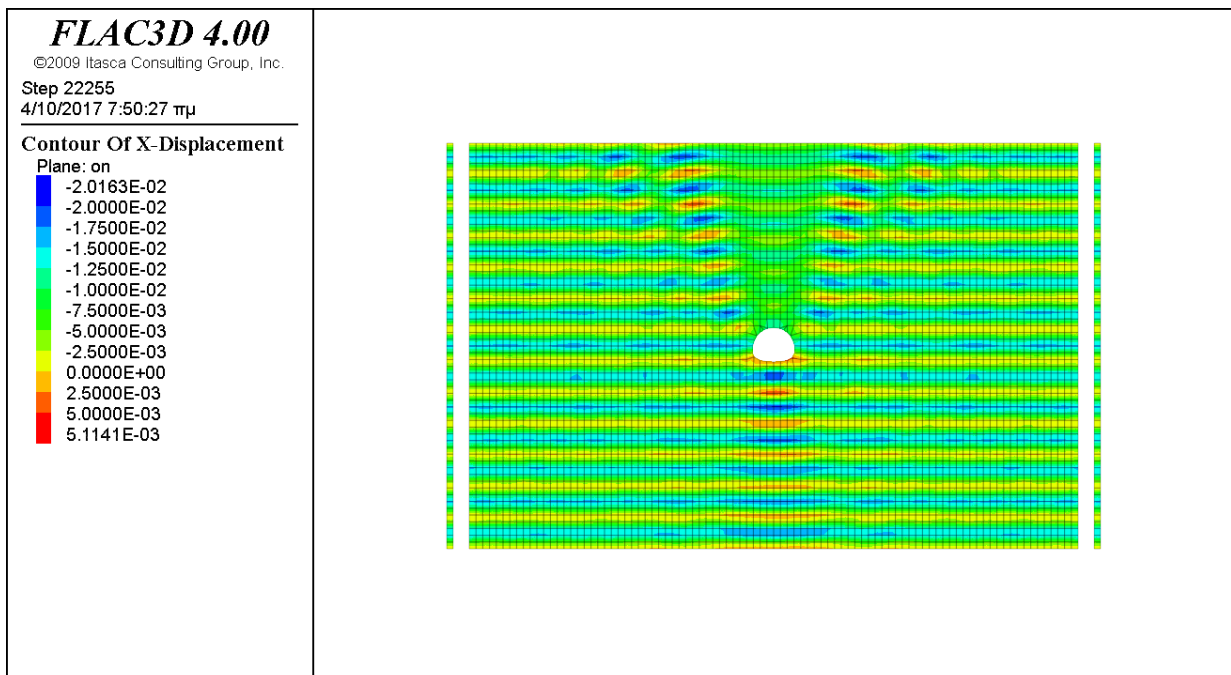
Θεωρούμε επενδεδυμένη σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας, $F \sim 36$ και τις (σχέσεις 6-1 & 6-2) υπολογίζεται το αντίστοιχο πάχος $t=0.45\mu$.

Η επένδυση ανά κελυφωτό στοιχείο shell element δημιουργήθηκε με την ενσωματωμένη γλωσσα προγραμματισμού FISH με βάση την συναρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$. Στην συνέχεια με τις κατάλληλες εντολές ενσωματώνεται στο ανεπένδυτο σχήμα.

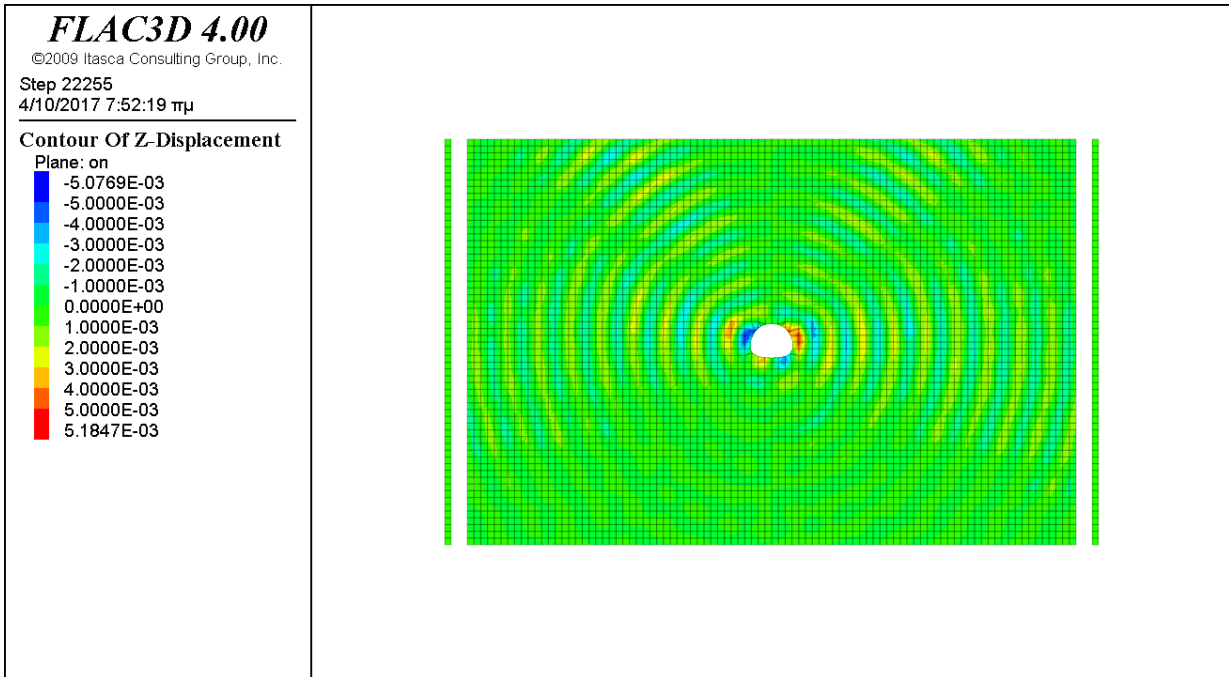
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-94). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-120, 6-121, 6-122, 6-123, 6-124, & 6-125).

Στα (Σχ. 6-120 & 6-121) απεικονίζονται οι μετακινήσεις κατά τους άξονες u_x & u_z

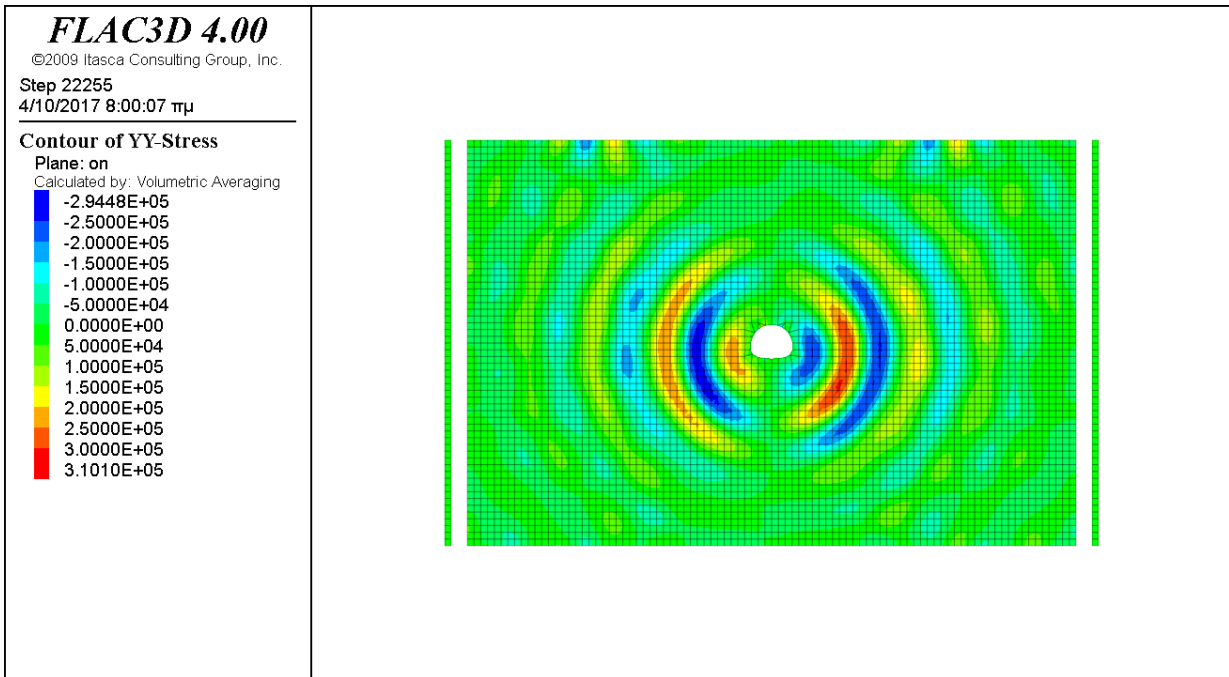
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-122, 6-123, 6-124 & 6-125) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



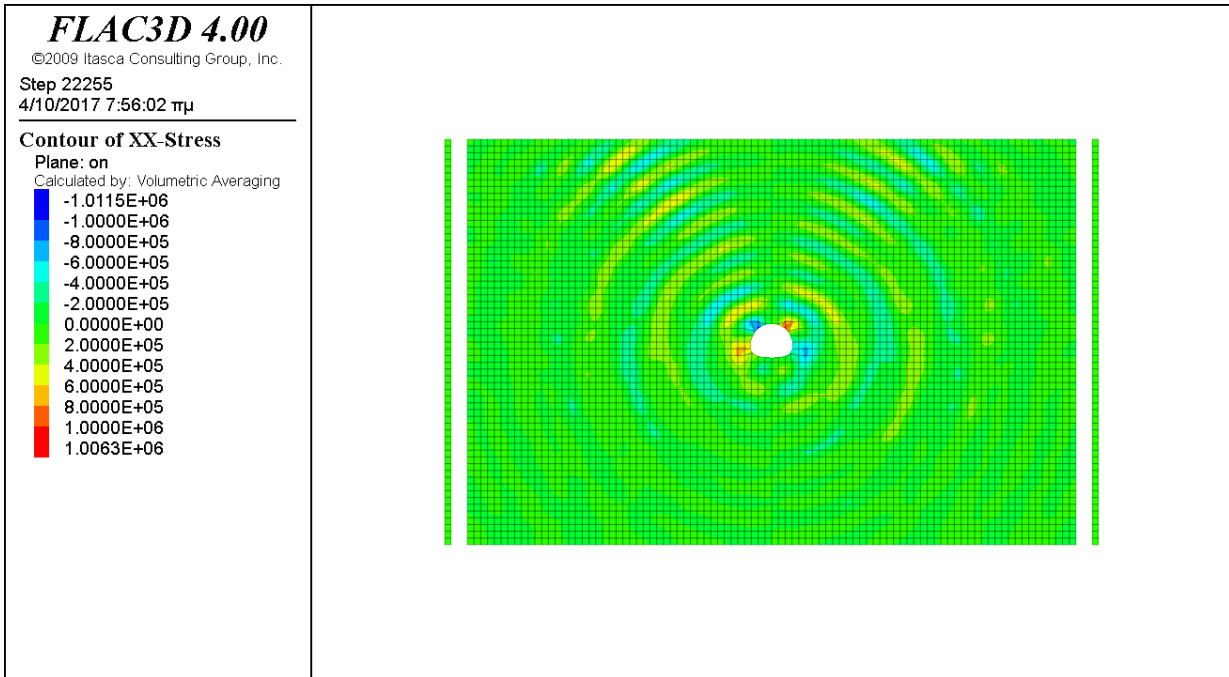
Σχ. 6-120: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



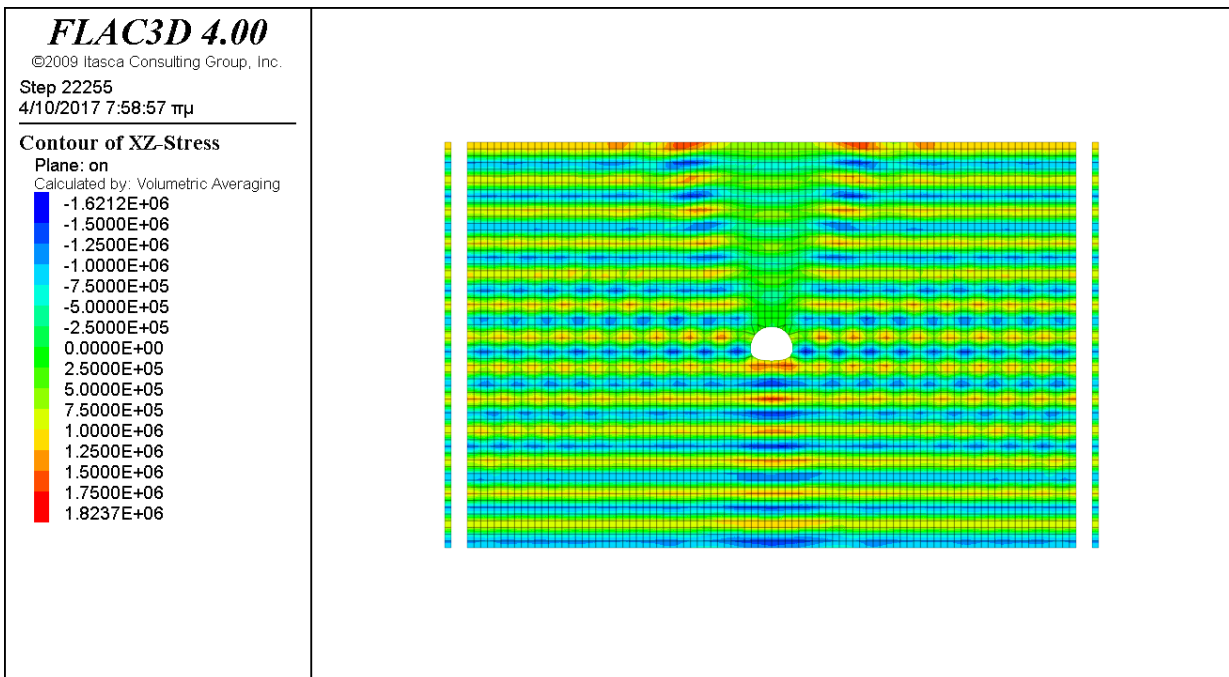
Σχ. 6-121: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



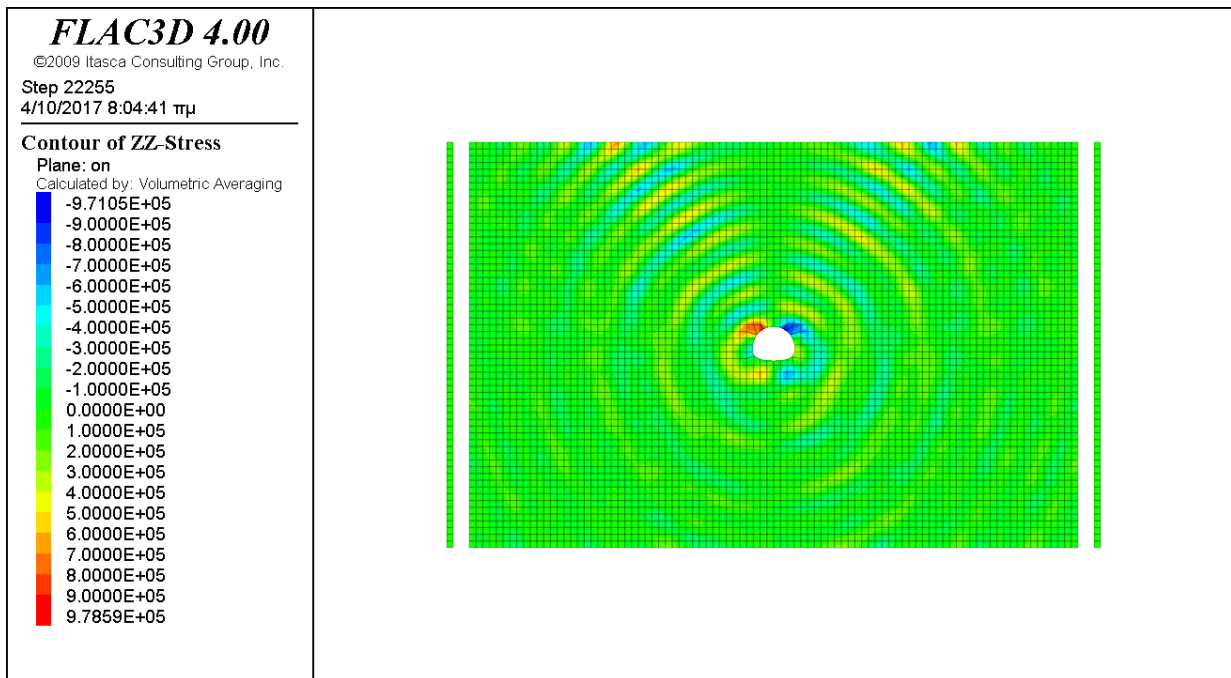
Σχ. 6-122 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-123 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-124 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-125 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

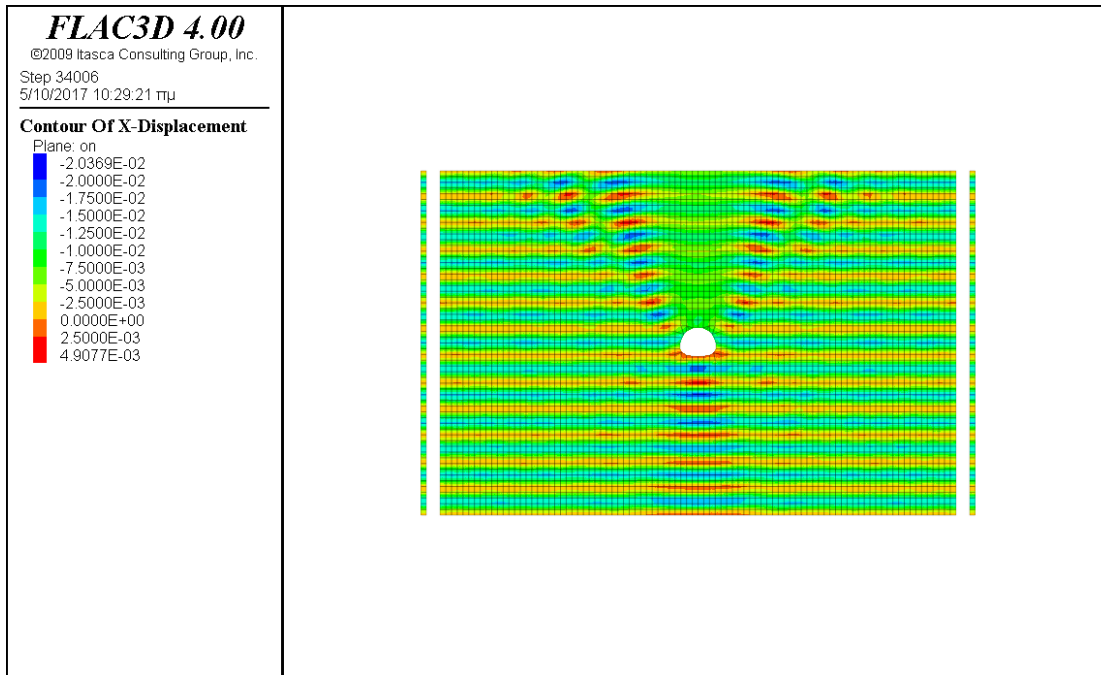
6.2.27. Πλήρης Χώρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων, με πάχος $t=0.85\mu$.

Θεωρούμε επενδεδυμένη σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, στον πλήρη χώρο. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας, $F \sim 5$ και τις (σχέσεις 6-1 & 6-2) υπολογίζεται το αντίστοιχο πάχος $t=0.85\mu$.

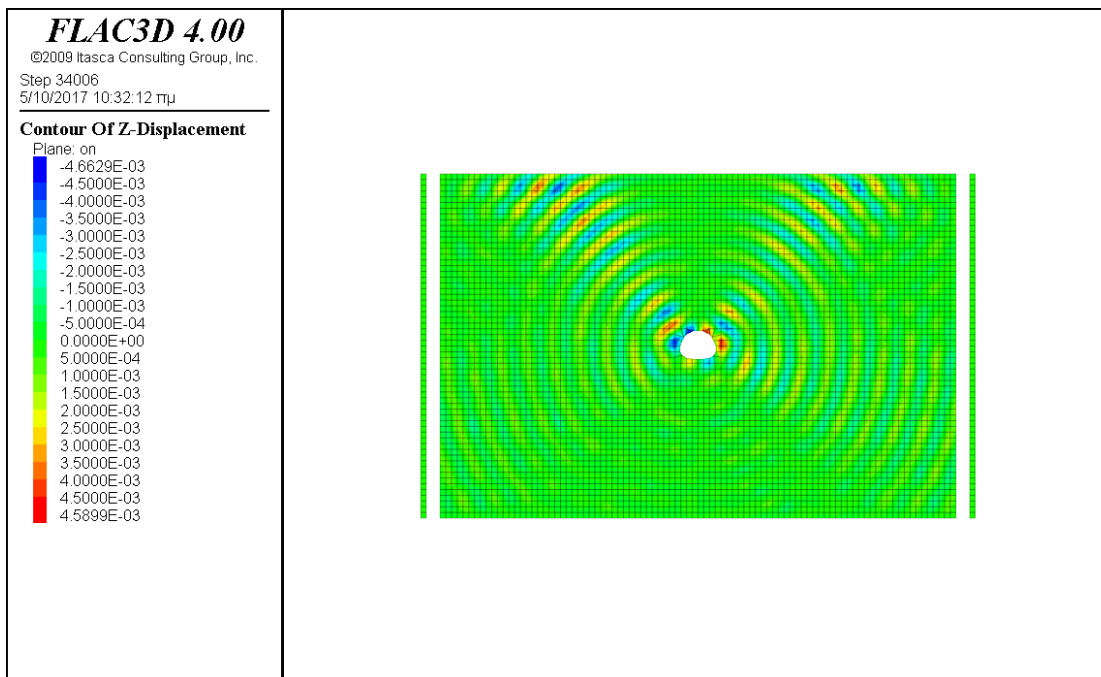
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ.6- 94). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-126, 6-127, 6-128, 6-129, 6-130, & 6-131)

Στα (Σχ. 6-126 & 6-127) απεικονίζονται οι μετακινήσεις κατά τους άξονες u_x & u_z .

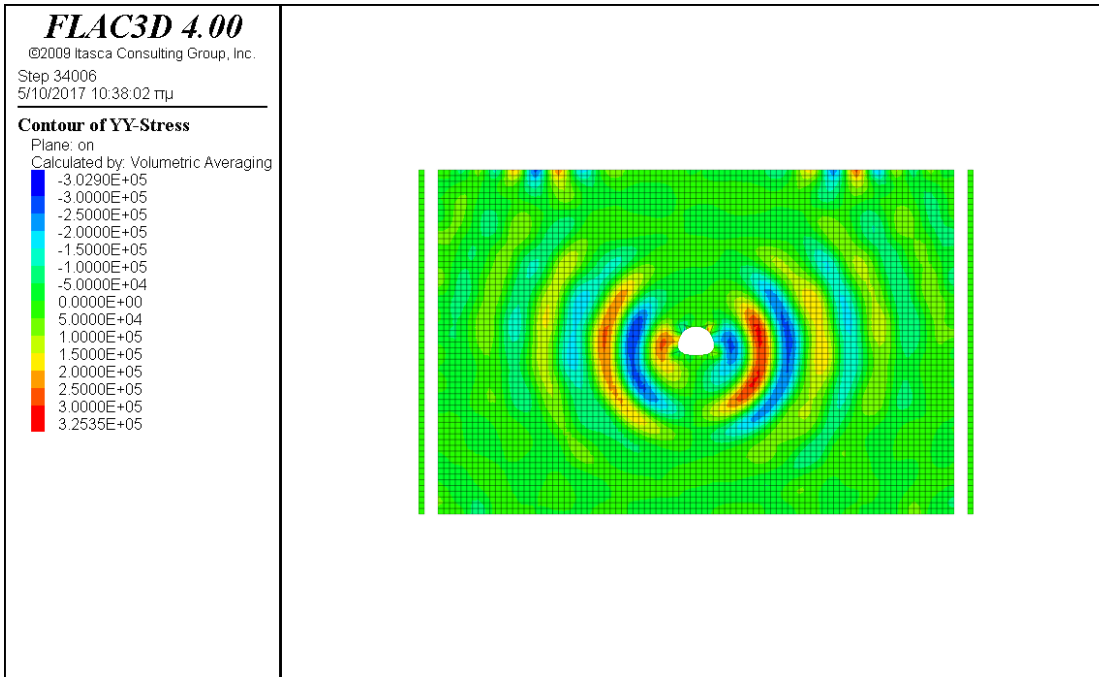
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-128, 6-129, 6-130, 6-131) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



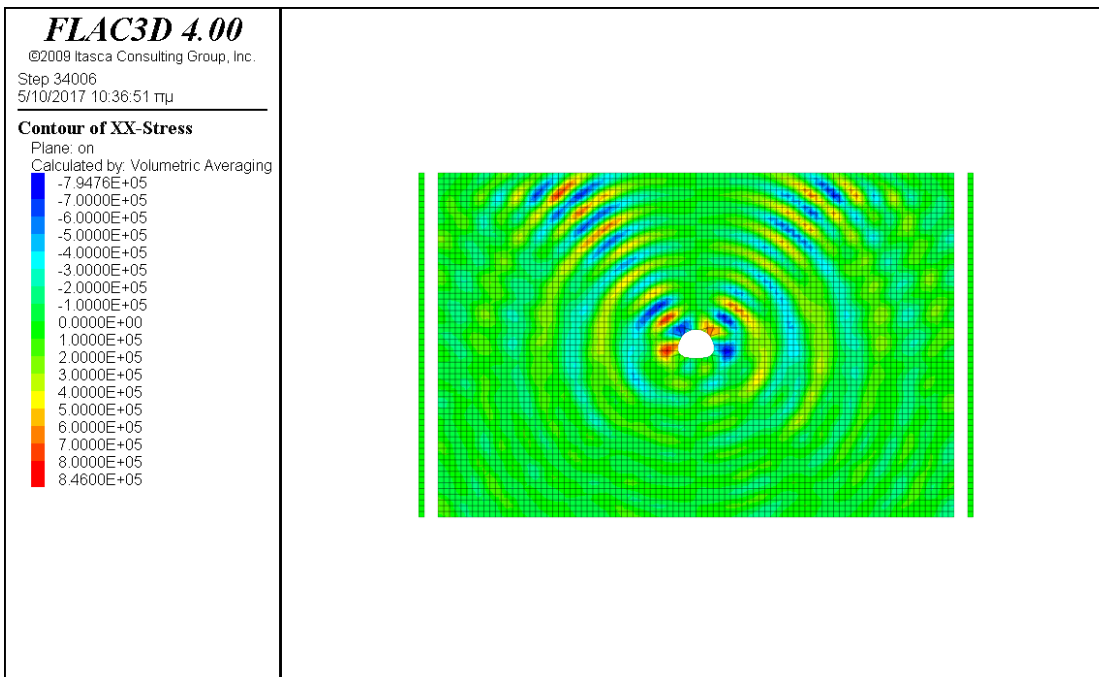
Σχ.6- 126: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



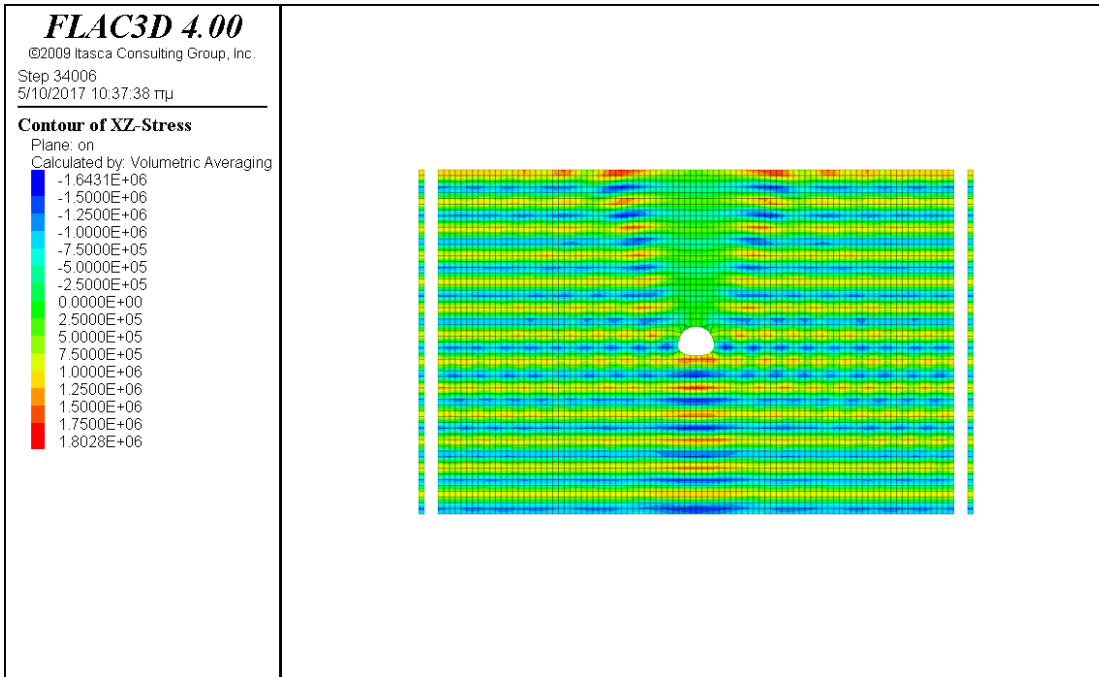
Σχ. 6-127: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



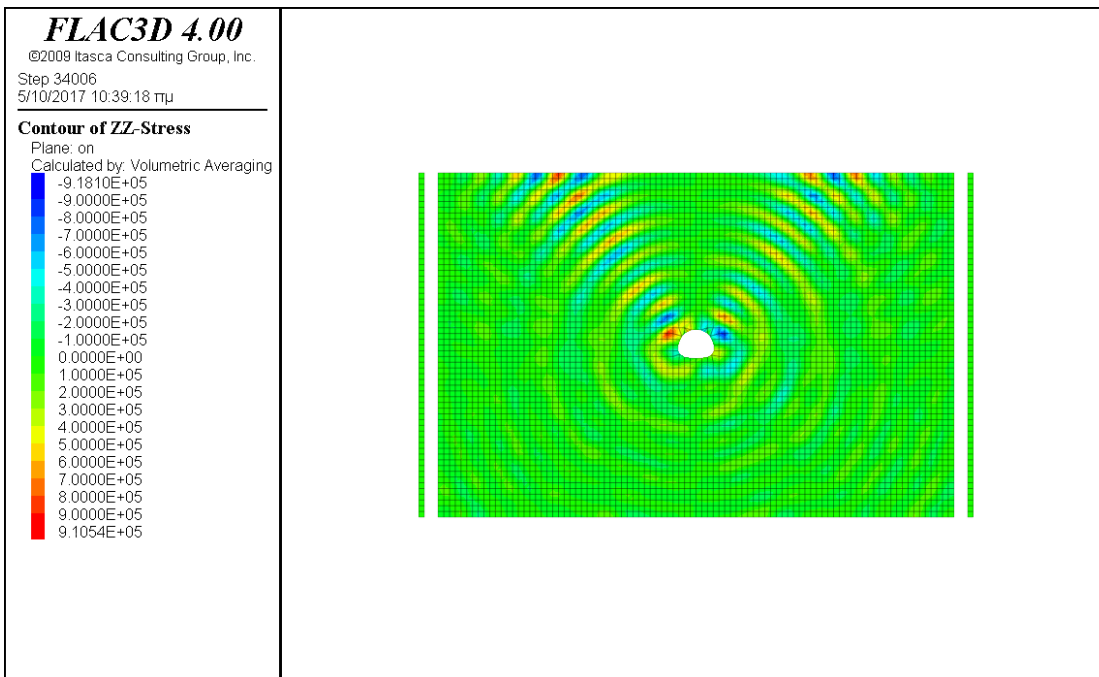
Σχ. 6-128 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-129 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-130 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-131 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

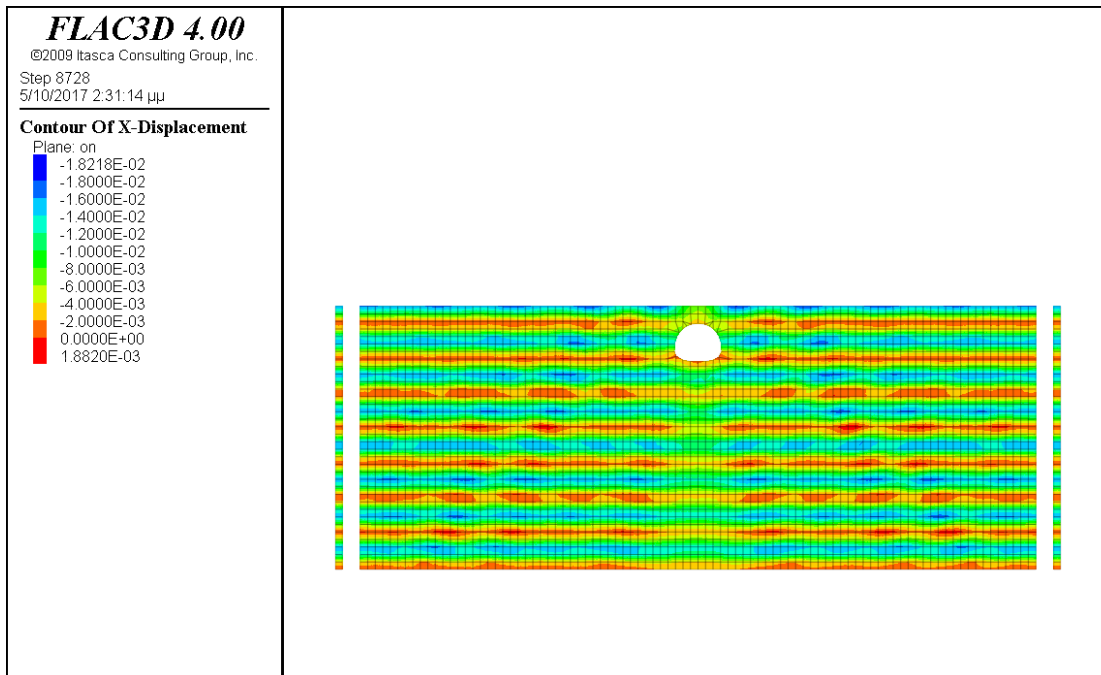
6.2.28. Ημίχωρος , Ανεπένδυτη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, σε βάθος 8.93μ υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων.

Θεωρούμε σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ χωρίς επένδυση, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 8.93μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Η πεταλοειδής διατομή δημιουργήθηκε στο FLAC_2D και την συνάρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$ σύμφωνα με την οποία, μετασχηματίζεται η πεταλοειδής διατομή σε μοναδιαίο κύκλο, με βάση την (σχέση 3-13) του Κεφ.3. Η $\omega(\zeta)$, χωρίζεται σε $x=\text{real}(\omega(\zeta))$ & $y=\text{imag}(\omega(\zeta))$. Στην συνέχεια με την εντολή του FLAC_3D, IMPGRID ο δύο διαστάσεων κάρναβος μετατρέπεται σε τριών διαστάσεων.

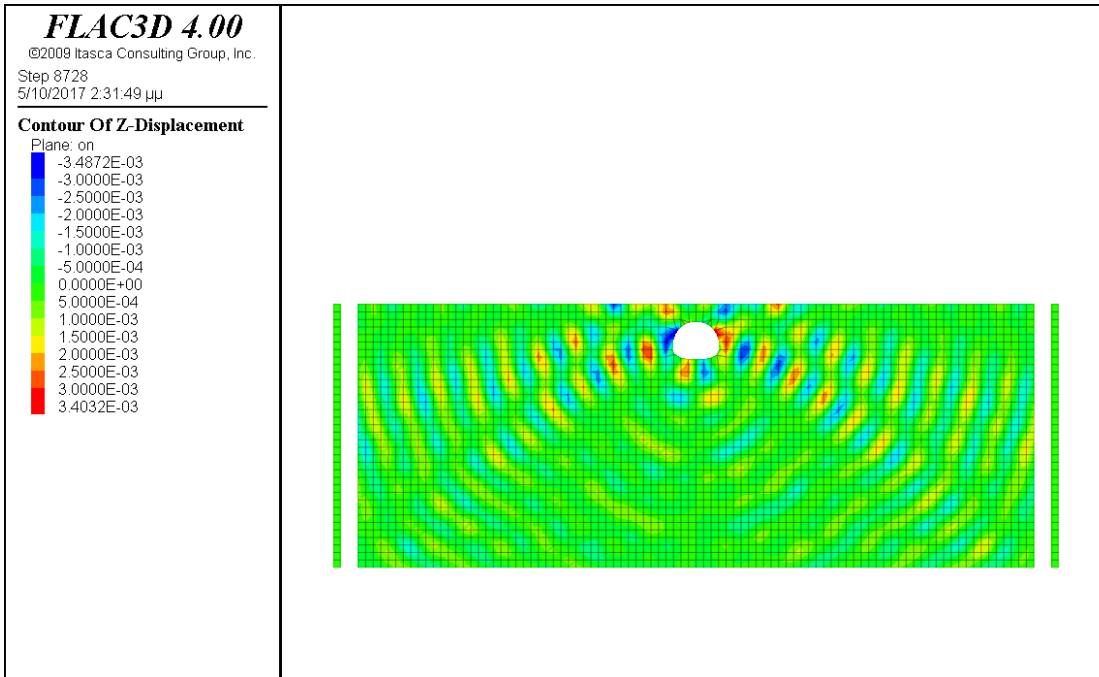
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-105). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-132, 6-133, 6-134, 6-135, 6-136, & 6-137).

Στα (Σχ. 6-132 & 6-133) απεικονίζονται οι μετακινήσεις κατά τους άξονες u_x & u_z .

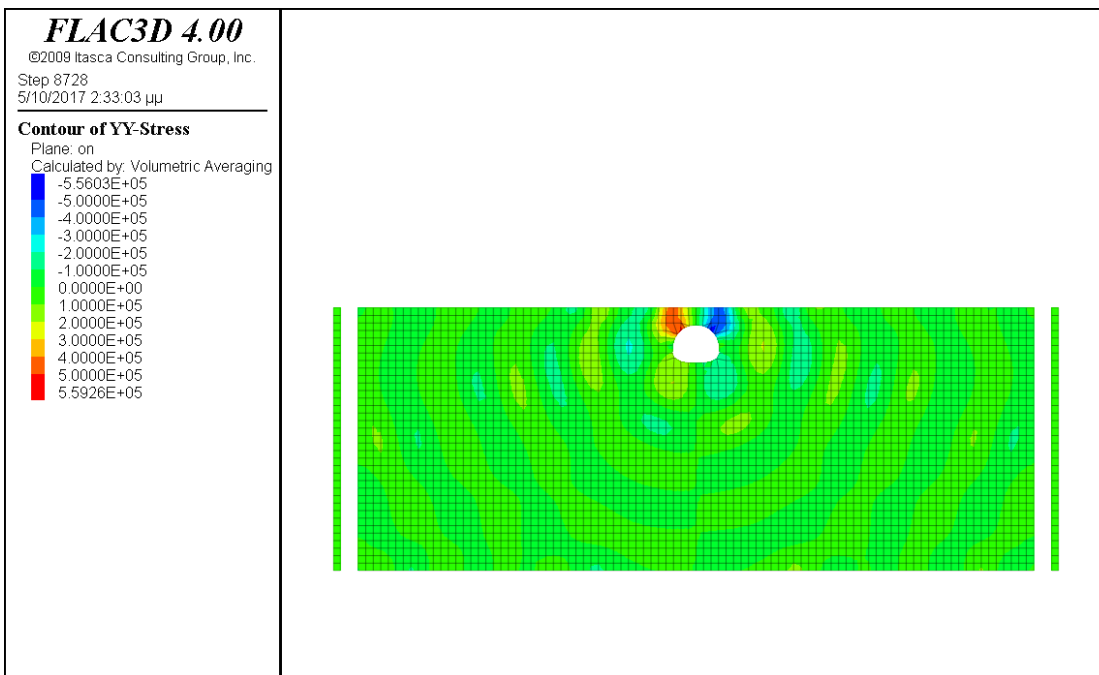
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-134, 6-135, 6-136, 6-137) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



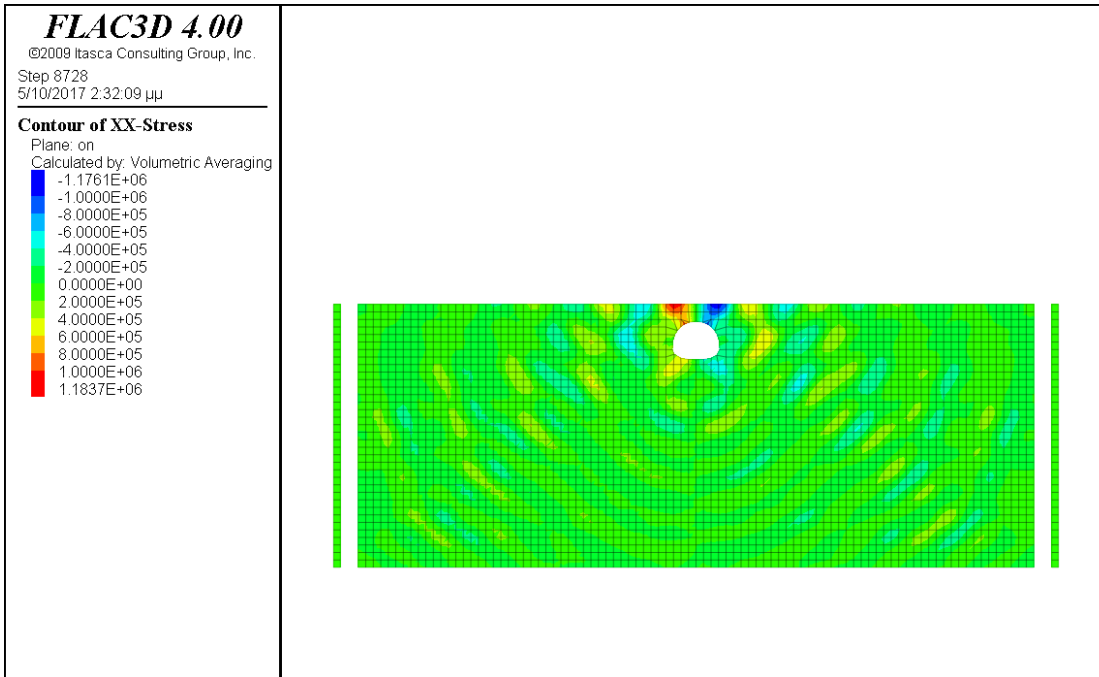
Σχ. 6-132: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



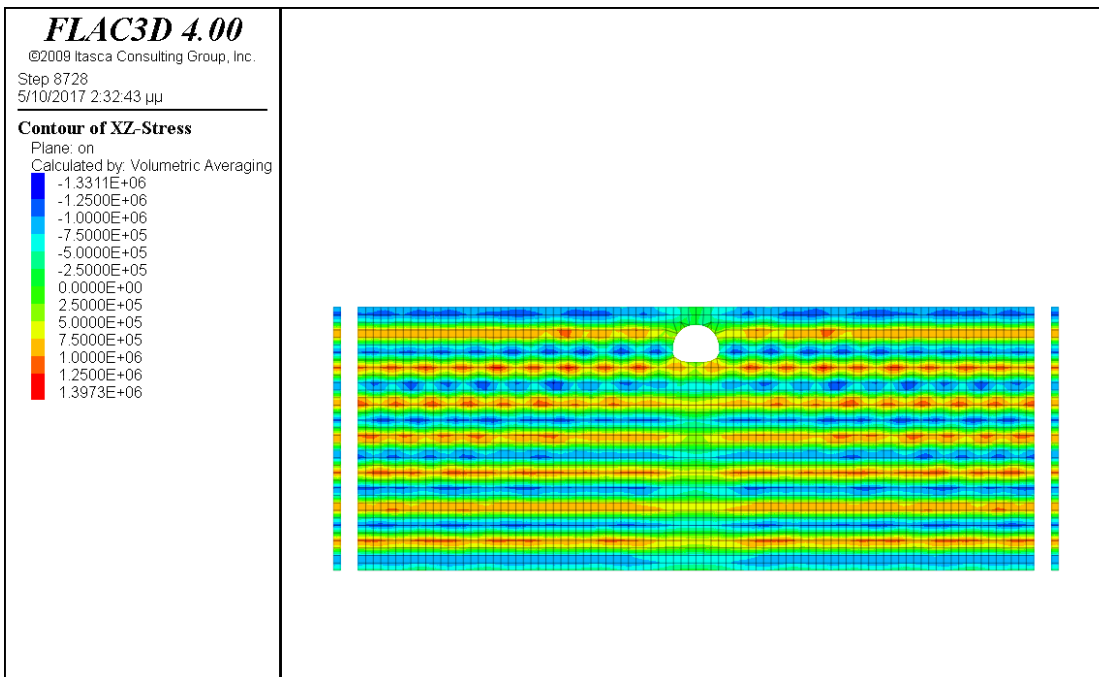
Σχ. 6-133: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα των z



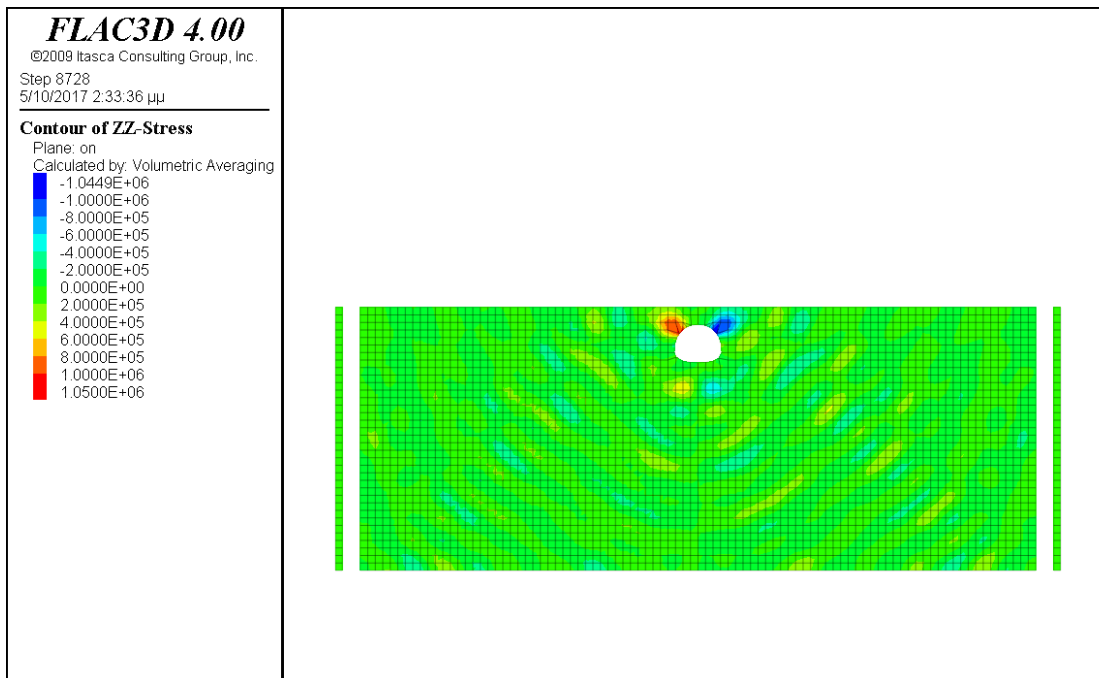
Σχ. 6-134 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-135 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-136 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-137 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.29. Ημίχωρος , εύκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, σε βάθος 8.93μ, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων, με πάχος $t=0.45\mu$.

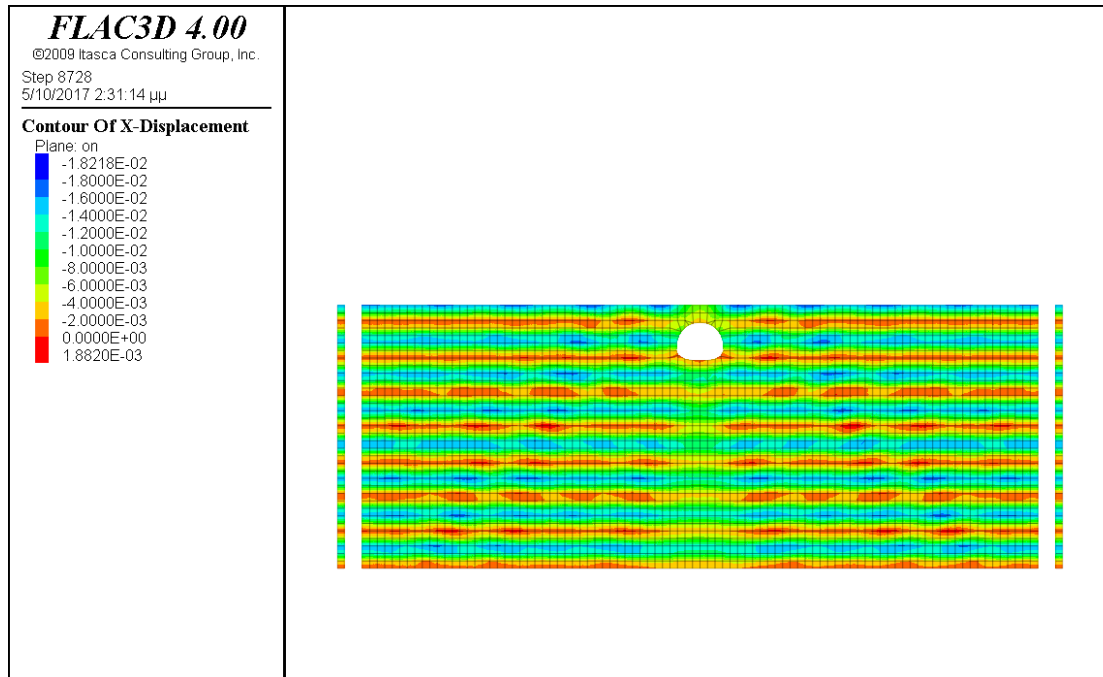
Θεωρούμε επενδεδυμένη σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 8.93μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονιοιστορίας τάσεως η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa. Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας, $F \sim 36$ και τις (σχέσεις 6-1 & 6-2) υπολογίζεται το αντίστοιχο πάχος $t=0.45\mu$

Η επένδυση ανά κελυφωτό στοιχείο shell element δημιουργήθηκε με την ενσωματωμένη γλωσσα προγραμματισμού FISH με βάση την συναρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$. Στην συνέχεια με τις κατάλληλες εντολές ενσωματώνεται στο ανεπένδυτο σχήμα.

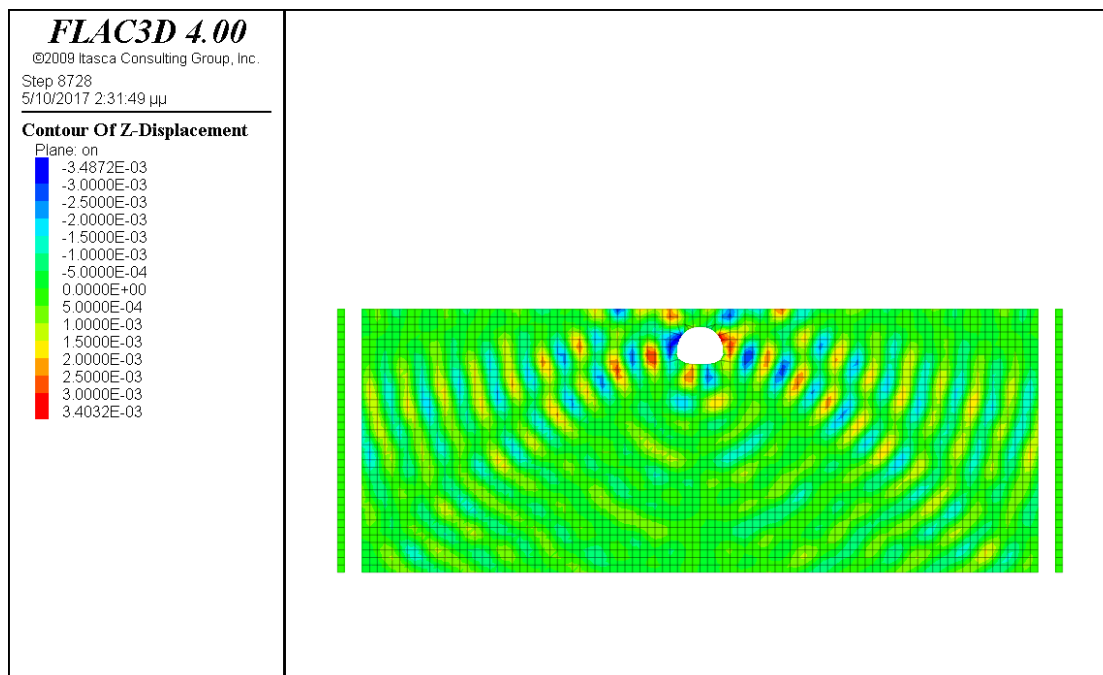
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-105). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-138, 6-139, 6-140, 6-141, 6-142, & 6-143)

Στα (Σχ. 6-138 & 6-139) απεικονίζονται οι μετακινήσεις κατά τους άξονες u_x & u_z .

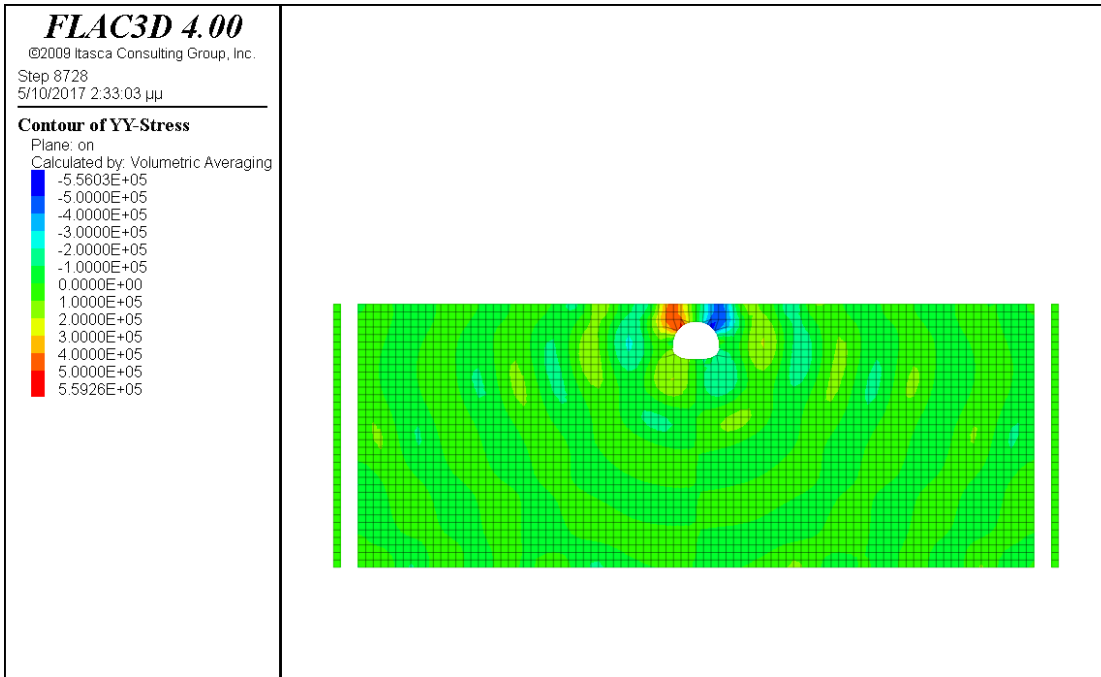
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-140, 6-141, 6-142, 6-143) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



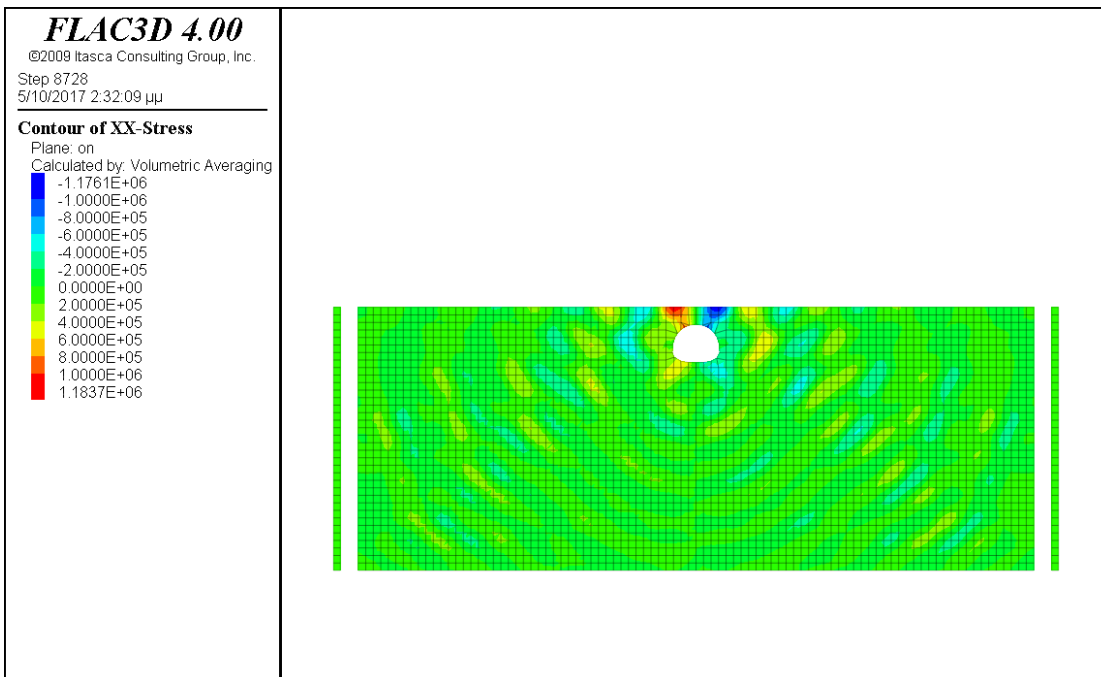
Σχ. 6-138: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



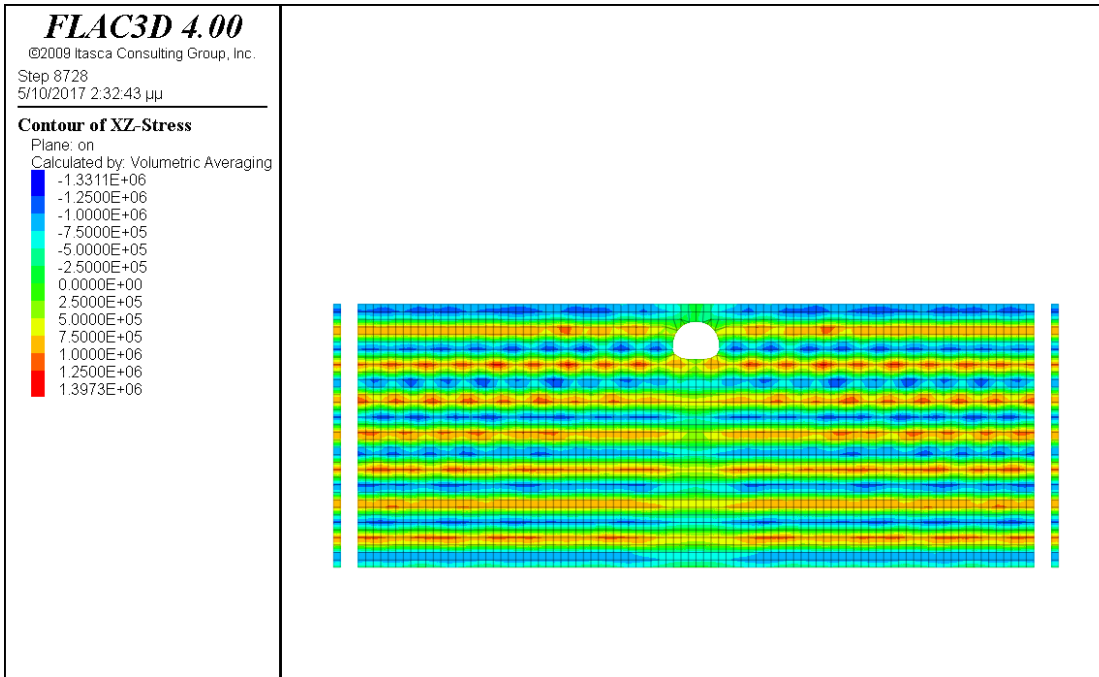
Σχ. 6-139: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα z



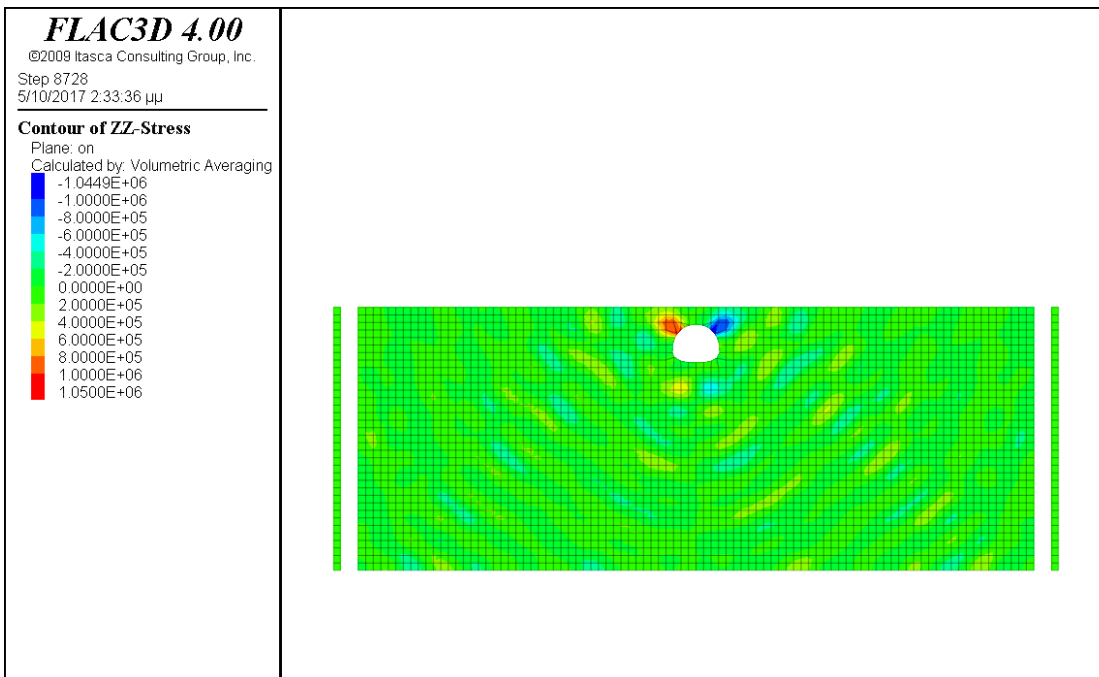
Σχ. 6-140 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-141 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-142 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-143 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

6.2.30. Ημίχωρος , άκαμπτη Επενδεδυμένη Πεταλοειδής διατομή ύψους 7.72μ και πλάτους 9.5μ, σε βάθος 8.93μ, υπό σεισμική φόρτιση SV κυμάτων, με πάχος $t=0.85\mu$.

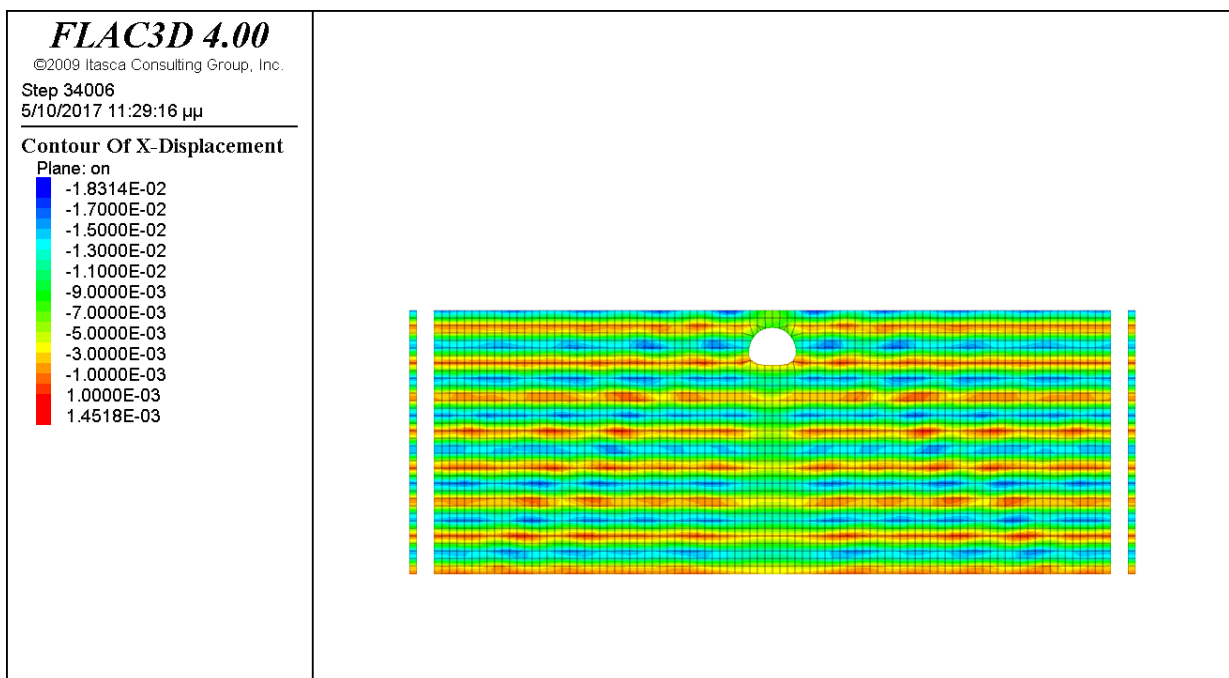
Θεωρούμε επενδεδυμένη σήραγγα πεταλοειδούς διατομής ύψους 7.72μ, πλάτους 9.5μ και μήκους 48μ, υπό σεισμική φόρτιση αρμονικού κύματος τύπου SV κατακορύφως διαδιδόμενου, που βρίσκεται σε βάθος 8.93μ. από την επιφάνεια του εδάφους. Η φόρτιση δίνεται υπό μορφή χρονοιστορίας τάσεως, η οποία για διατμητικά κύματα τύπου SV δίδεται από τη (σχέση 6-11β), δηλαδή $\sigma_{xz}=1.44 \cdot 10^6$ Pa. Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας, $F \sim 5$ και τις (σχέσεις 6-1 & 6-2) υπολογίζεται το αντίστοιχο πάχος $t=0.85\mu$.

Η επένδυση ανά κελυφωτό στοιχείο shell element δημιουργήθηκε με την ενσωματωμένη γλωσσα προγραμματισμού FISH με βάση την συναρτηση μετασχηματισμού $\omega(\zeta)$. Στην συνέχεια με τις κατάλληλες εντολές ενσωματώνεται στο ανεπένδυτο σχήμα.

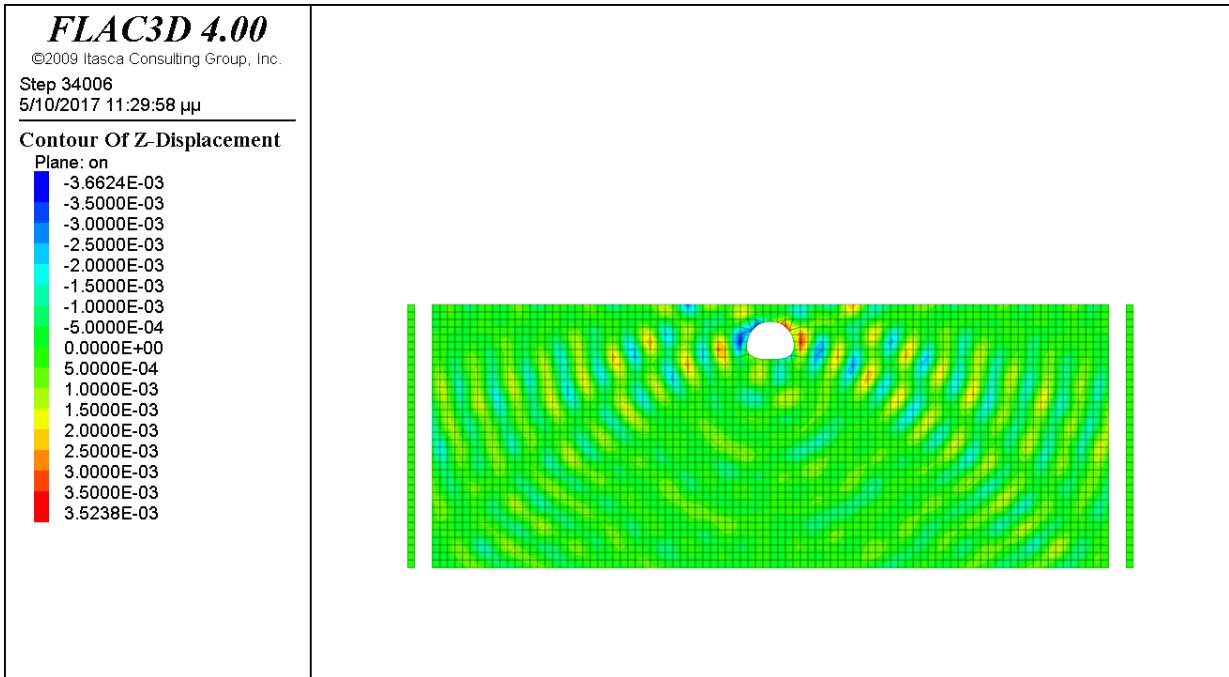
Ο κάρναβος που διέπει το μοντέλο της ανάλυσης φαίνεται στο (Σχ. 6-105). Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης για την παρούσα περίπτωση παρουσιάζονται στα (Σχ.6-144, 6-145, 6-146, 6-147, 6-148, & 6-149).

Στα (Σχ. 6-144 & 6-145) απεικονίζονται οι μετακινήσεις κατά τους άξονες u_x & u_z .

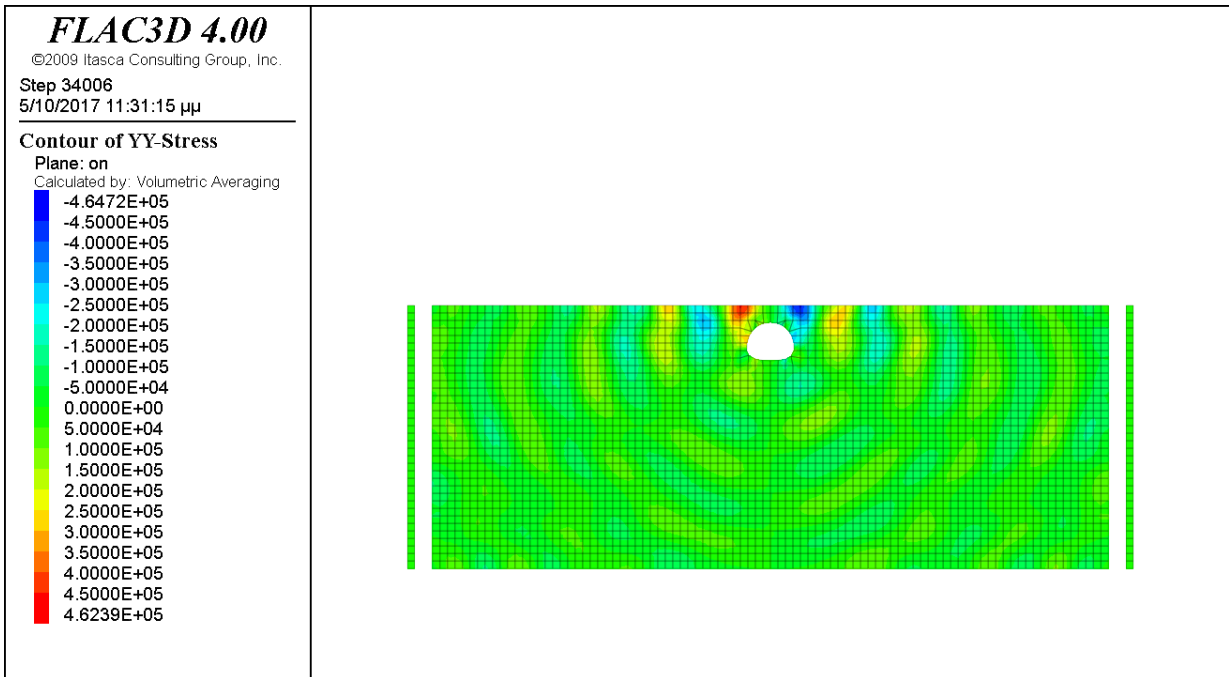
Οι τάσεις σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} & σ_{zz} φαίνονται στα (Σχ.6-146, 6-147, 6-148, 6-149) αντίστοιχα του συστήματος εδάφους-κατασκευής.



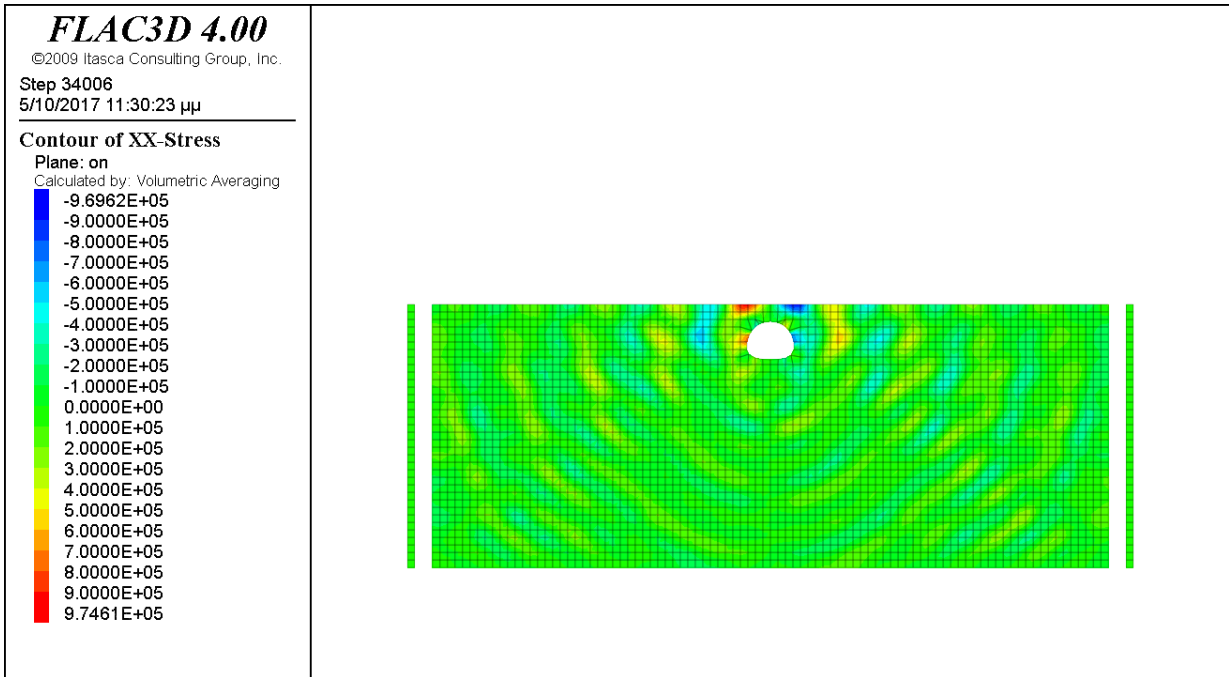
Σχ. 6-144: Μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x



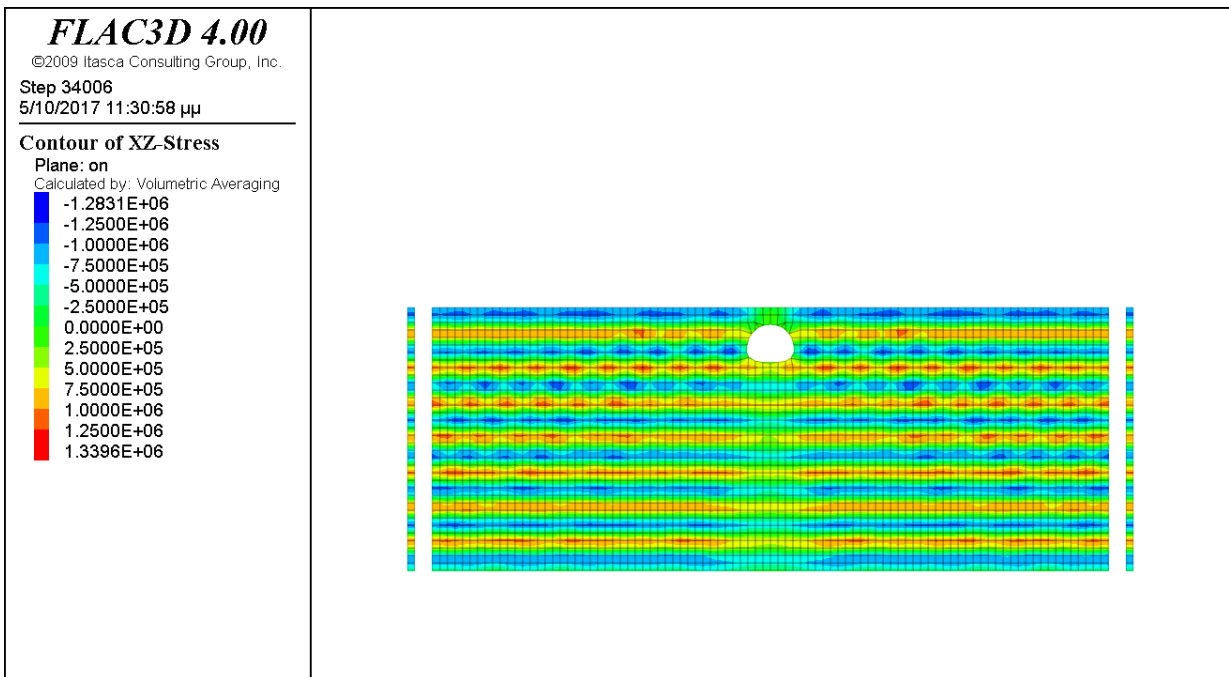
Σχ. 6-145: Μετακίνηση u_z κατά τον άξονα των z



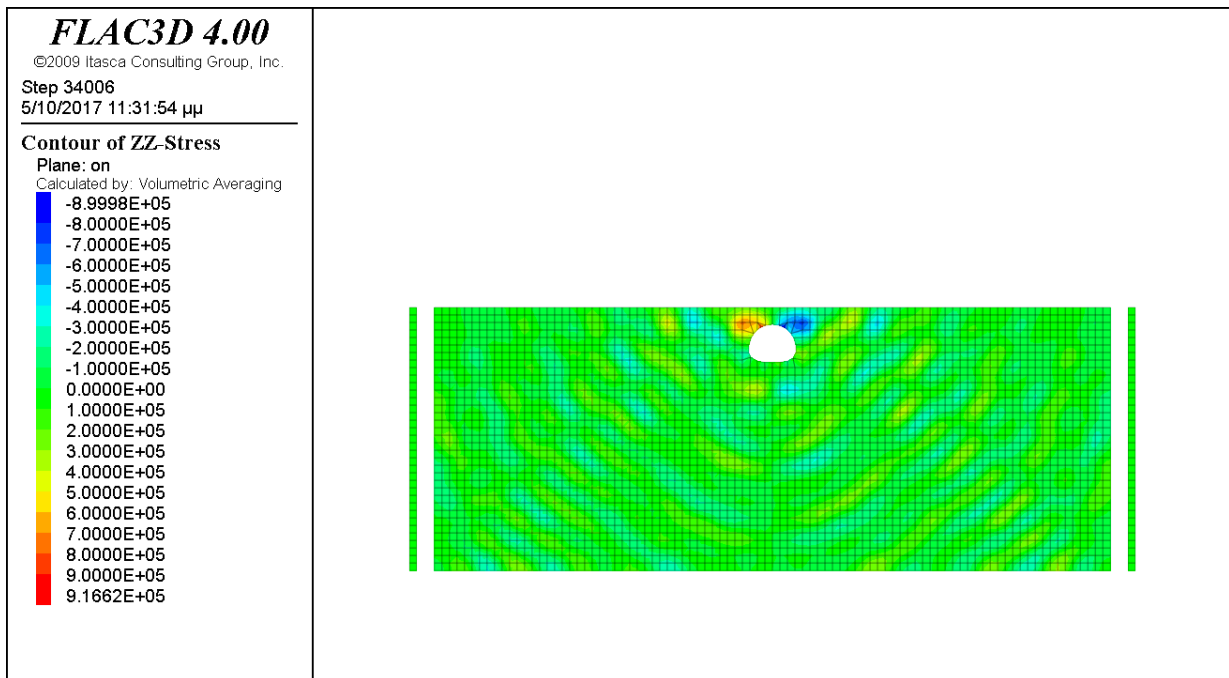
Σχ. 6-146 : Τάση σ_{yy} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-147 : Τάση σ_{xx} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-148 : Τάση σ_{xz} του συστήματος εδάφους- διατομής



Σχ. 6-149 : Τάση σ_{zz} του συστήματος εδάφους- διατομής

Ανακεφαλαιώνοντας οι κύριες παράμετροι του προβλήματος όπως αναλύθηκαν στην (§6.2.), διαφοροποιούν τα αποτελέσματα ως εξής :

-Το είδος του Διατμητικού κύματος S

- Διατμητικό Κύμα τύπου SH

Όλες οι αναλύσεις που αφορούν σεισμική πρόσπτωση διατμητικών κυμάτων τύπου SH , επαληθεύουν τις συνοριακές συνθήκες για τα SH κύματα. Έτσι υπάρχει μόνο η μετακίνηση u_y κατά τον άξονα της σήραγγας,(εκτός επιπέδου της διατομής) ενώ οι αντίστοιχες μετακινήσεις κατά τους άξονες x και z είναι μηδέν, όπως φαίνεται και στα (Σχ.6-7α, 6-10, 6-14, 6-17, 6-21, 6-25, 6-29, 6-75, 6-79, 6-95, 6-98, 6-101, 6-105, 6-108, 6-111) στο (Κεφ. 6.)

- Διατμητικό Κύμα τύπου SV

Όλες οι αναλύσεις που αφορούν σεισμική πρόσπτωση διατμητικών κυμάτων τύπου SV , επαληθεύουν τις συνοριακές συνθήκες για τα SV κύματα. Έτσι υπάρχουν μόνο οι μετακινήσεις u_x & u_z κατά τους άξονες της διατομής της σήραγγας, ενώ η αντίστοιχη μετακίνηση κατά τον άξονα της σήραγγας u_y είναι μηδέν. Στα (Σχ.6-32, 6-38, 6-44, 6-50, 6-56, 6-62, 6-68, 6-82, 6-88, 6-114, 6-120, 6-126, 6-132, 6-138, 6-144) του Κεφ. 6, απεικονίζεται η μετακίνηση u_x , ενώ στα (Σχ.6-33, 6-39, 6-45,

6-51, 6-57, 6-63, 6-69, 6-83, 6-89, 6-115, 6-121, 6-127, 6-133, 6-139, 6-145) απεικονίζεται η μετακίνηση u_z .

-Υστερητική απόσβεση $\xi=2\%$ τύπου Rayleigh, ανεξάρτητη της συχνότητας

Οι δυναμικές αναλύσεις αφορούν κυκλική ανεπένδυτη οπή με ακτίνα $r=1\mu$, στον πλήρη χώρο και για τις δύο κατηγορίες διατμητικών κυμάτων. Και στις δύο περιπτώσεις τα προκύπτοντα εντατικά μεγέθη όταν ληφθεί υπ'όψιν η Υστερητική απόσβεση $\xi=2\%$ τύπου Rayleigh είναι κατά 30% περίπου μικρότερα από τα αντίστοιχα όπου δεν λαμβάνεται υπ'όψιν.

Στα (Σχ. 6-10, 6-11, 6-12) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση κυκλικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH χωρίς να ληφθεί υπ'όψιν η υστερητική απόσβεση και στα αντίστοιχα (Σχ.6-7,6-8, 6-9) με την θεώρηση της απόσβεσης.

Ομοίως, στα (Σχ.6-38, 6-39, 6-40, 6-41, 6-42, 6-43) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{zz} , σ_{xz} για την περίπτωση κυκλικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV χωρίς να ληφθεί υπ'όψιν η υστερητική απόσβεση ενώ τα αντίστοιχα (Σχ. 6-32, 6-33, 6-34, 6-35, 6-37, 6-36) απεικονίζουν την θεώρηση της απόσβεσης.

-Το πάχος του τοιχώματος t σε περιπτώσεις ανεπένδυτης και επενδεδυμένης διατομής (εύκαμπτης & άκαμπτης)

Εξετάζονται οι περιπτώσεις ανεπένδυτης, εύκαμπτης και άκαμπτης διατομής για περιπτώσεις διατμητικών κυμάτων SH, SV, για κυκλική και πεταλοειδή οπή στον πλήρη χώρο και ημίχωρο. Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας F , εξετάζονται οι δύο περιπτώσεις εύκαμπτης ($F\sim 36$) και άκαμπτης διατομής ($F\sim 5$). Το πάχος t προκύπτει εμμέσως από την σχέση που υπολογίζει τον συντελεστή ευκαμψίας F για την κάθε περίπτωση διαφορετικού σχήματος. Η επένδυση της σήραγγας παραλαμβάνει τις παραμορφώσεις του εδάφους όταν η δυσκαμψία του υπόγειου έργου είναι περίπου ίση με τη δυσκαμψία του εδάφους.

- Διατμητικό Κύμα τύπου SH

Τα (Σχ.6-7α, 6-8α, 6-9α) στο Κεφ. 6, απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, ενώ τα (Σχ. (6-17, 6-18, 6-19) απεικονίζουν τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.10\mu$.

Τα (Σχ. 6-95, 6-96, 6-97) στο Κεφ. 6, απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{xy} , σ_{yz} , για την περίπτωση πεταλοειδούς σχήματος ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, τα (Σχ. 6-98, 6-99, 6-100) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.45\mu.$, ενώ τέλος τα (Σχ. 6-101, 6-102, 6-103) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.85\mu.$

Τα (Σχ. 6-105, 6-106, 6-107) στο Κεφ. 6, απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση πεταλοειδούς σχήματος ανεπένδυτης διατομής στον ημίχωρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, τα (Σχ. 6-108, 6-109, 6-110) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.45\mu.$, ενώ τέλος τα (Σχ. 6-111, 6-112, 6-113) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.85\mu.$

Συγκρίνοντας τις τρεις περιπτώσεις διαφορετικού πάχους του τοιχώματος t για τις διάφορες περιπτώσεις ακαμψίας, παρατηρούμε ότι η πιο άκαμπτη διατομή έχει τις μικρότερες μετακινήσεις, ενώ οι μεγαλύτερες παρουσιάζονται στην ανεπένδυτη διατομή.

- Διατμητικό Κύμα τύπου SV

Τα (Σχ. 6-32, 6-33, 6-34, 6-35, 6-36, 6-37) στο Κεφ. 6, απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, τα (Σχ. 6-50, 6-51, 6-52, 6-53, 6-54, 6-55) απεικονίζουν τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.10\mu.$ ενώ τα (Σχ. 6-56, 6-57, 6-58, 6-59, 6-60, 6-61) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.20\mu.$,

Τα (Σχ. 6-114, 6-115, 6-116, 6-117, 6-118, 6-119) στο Κεφ. 6, απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση πεταλοειδούς σχήματος ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, τα (Σχ. 6-120, 6-121, 6-122, 6-123, 6-124, 6-125) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.45\mu.$, ενώ τα (Σχ. 6-126, 6-127, 6-128, 6-129, 6-130, 6-131) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.85\mu.$,

Τα (Σχ. 6-132, 6-133, 6-134, 6-135, 6-136, 6-137) στο Κεφ. 6, απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση πεταλοειδούς σχήματος ανεπένδυτης διατομής στον ημίχωρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, τα (Σχ. 6-138, 6-139, 6-140, 6-141, 6-142, 6-143) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.45\mu$., ενώ τέλος τ (Σχ.6-144, 6-145, 6-146, 6-147, 6-148, 6-149) αντίστοιχα απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής με πάχος $t=0.85\mu$., Συγκρίνοντας τις τρεις περιπτώσεις διαφορετικού πάχους του τοιχώματος t για τις διάφορες περιπτώσεις ακαμψίας, παρατηρούμε ότι η πιο άκαμπτη διατομή έχει τις μικρότερες μετακινήσεις, ενώ οι μεγαλύτερες παρουσιάζονται στην ανεπένδυτη διατομή.

-Το βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους

Είναι η παράμετρος, που η μεταβολή της διαφοροποιεί περισσότερο από όλες τις άλλες παραμέτρους τα αποτελέσματα, οπότε εξετάζονται όλα τα σχήματα και για τις δύο περιπτώσεις των διατμητικών κυμάτων.

Αρχικά θεωρούμε την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής $r=1\mu$, υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, στον πλήρη χώρο και σε βάθη $2r$ και $4r$ αντίστοιχα.

Τα (Σχ. 6-7α, 6-8α, 6-9α) στο Κεφ. 6, απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, τα (Σχ. 6-21, 6-22, 6-23) απεικονίζουν τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος $h=2r$ από την επιφάνεια του εδάφους, ενώ τα (Σχ. 6-25, 6-26, 6-27) απεικονίζουν τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος $h=4r$ από την επιφάνεια του εδάφους. Παρατηρούμε ότι τα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση που η διατομή βρίσκεται σε βάθος $h=2r$ από την επιφάνεια του εδάφους, είναι μέχρι και 50% μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα για τον πλήρη χώρο μειούμενα με το βάθος όπως παρατηρούμε στην περίπτωση του βάθους $h=4r$ από την επιφάνεια του εδάφους.

Αντίστοιχα στα (Σχ. 6-14 6-15 και 6-16) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση της τετραγωνικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, ενώ στα (Σχ. 6-29, 6-30, 6-31) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της τετραγωνικής ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H δύο πλευρών της διατομής, από την επιφάνεια του εδάφους.

Στα (Σχ. 6-75, 6-76, 6-77) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση της ελλειπτικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, ενώ στα (Σχ. 6-79, 6-80, 6-81) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της ελλειπτικής ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H δύο φορές τον ημιάξονα b της διατομής από την επιφάνεια του εδάφους.

Στα (Σχ. 6-95, 6-96, 6-97) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση της πεταλοειδούς ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, ενώ στα (Σχ.6-105, 6-106, 6-107) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της πεταλοειδούς σχήματος ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, δύο φορές το μήκος του κέντρου βάρους της διατομής από την στέψη της.

Στα (Σχ. 6-98, 6-99, 6-100) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση της πεταλοειδούς εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, ενώ στα (Σχ.6-108, 6-109, 6-110) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της πεταλοειδούς σχήματος εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, δύο φορές το μήκος του κέντρου βάρους της διατομής από την στέψη της.

Στα (Σχ.6-101, 6-102, 6-103) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_y , σ_{yz} , σ_{xy} για την περίπτωση της πεταλοειδούς άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, ενώ στα (Σχ.6-111, 6-112, 6-113) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της πεταλοειδούς σχήματος άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, δύο φορές το μήκος του κέντρου βάρους της διατομής από την στέψη της.

Σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις παρατηρούμε ότι στην περίπτωση του ημίχωρου υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SH, τα εντατικά μεγέθη είναι κατά 50% μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα για τον πλήρη χώρο.

Τα (Σχ.6-32, 6-33, 6-34, 6-35, 6-36, 6-37) στο Κεφ. 6, απεικονίζουν τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, ενώ στα (Σχ. 6-62, 6-63, 6-64, 6-65, 6-66, 6-67), απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της κυκλικής ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος $h=2r$ από την επιφάνεια του εδάφους.

Στα (Σχ. 6-44, 6-45, 6-46, 6-47, 6-48, 6-49) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση της τετραγωνικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, ενώ στα (Σχ. 6-68, 6-69, 6-70, 6-71, 6-72, 6-73) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της τετραγωνικής ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H δύο πλευρών της διατομής, από την επιφάνεια του εδάφους.

Στα (Σχ. 6-82, 6-83, 6-84, 6-85, 6-86, 6-87) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση της ελλειπτικής ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, ενώ στα (Σχ. 6-88, 6-89, 6-90, 6-91, 6-92, 6-93), απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της ελλειπτικής ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H δύο φορές τον ημιάξονα b της διατομής, από την επιφάνεια του εδάφους.

Αντίστοιχα στα (Σχ. 6-114, 6-115, 6-116, 6-117, 6-118, 6-119) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση της πεταλοειδούς ανεπένδυτης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, ενώ στα (Σχ. 6-132, 6-133, 6-134, 6-135, 6-136, 6-137) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της πεταλοειδούς σχήματος ανεπένδυτης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, δύο φορές το μήκος του κέντρου βάρους της διατομής από την στέψη της.

Στα (Σχ. 6-120, 6-121, 6-122, 6-123, 6-124, 6-125) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση της πεταλοειδούς εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, ενώ στα (Σχ.6-138, 6-139, 6-140, 6-141, 6-142, 6-143) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της πεταλοειδούς σχήματος εύκαμπτης επενδεδυμένης διατομής που βρίσκεται σε

βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, δύο φορές το μήκος του κέντρου βάρους της διατομής από την στέψη της.

Αντίστοιχα στα (Σχ.6-126, 6-127, 6-128, 6-129, 6-130, 6-131) στο Κεφ. 6, απεικονίζονται τα εντατικά μεγέθη u_x , u_z , σ_{yy} , σ_{xx} , σ_{xz} , σ_{zz} για την περίπτωση της πεταλοειδούς άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής στον πλήρη χώρο υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, ενώ στα (Σχ. 6-144, 6-145, 6-146, 6-147, 6-148, 6-149) απεικονίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη για την περίπτωση της πεταλοειδούς σχήματος άκαμπτης επενδεδυμένης διατομής που βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους, δύο φορές το μήκος του κέντρου βάρους της διατομής από την στέψη της.

Σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις παρατηρούμε ότι στην περίπτωση του ημίχωρου υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων SV, τα εντατικά μεγέθη είναι κατά 50% μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα για τον πλήρη χώρο.

-Το σχήμα της διατομής

Σε περίπτωση κατακόρυφης πρόσπτωσης διατμητικών κυμάτων τύπου SV σε κυκλική, ελλειπτική καθώς και πεταλοειδή διατομή, οι προκαλούμενες μετατοπίσεις δημιουργούν παραμορφώσεις τύπου «ovaling». Αντίθετα στην περίπτωση της τετραγωνικής διατομής οι προκαλούμενες μετατοπίσεις δημιουργούν παραμορφώσεις τύπου «racking», λικνισμός.

Κεφάλαιο 7

7.Συμπερασματα

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι ο Αναλυτικός υπολογισμός των εντατικών μεγεθών περίξ υπογείων έργων διαφόρων σχημάτων ανεπένδυτων και επενδεδυμένων, για τον πλήρη χώρο και τον ημίχωρο, υπό σεισμική πρόσπτωση κυμάτων S (SH & SV). Από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας, στο **Κεφάλαιο 2**, διαπιστώθηκε ότι υπάρχει ακριβής λύση στην περίπτωση του πλήρους χώρου για την κυκλική διατομή και στις δύο περιπτώσεις διατμητικών κυμάτων SH & SV. Στην περίπτωση του ημίχωρου λόγω των ιδιοτήτων των κυμάτων SH υπάρχει ακριβής λύση, αντίθετα για την περίπτωση πρόσπτωσης κυμάτων SV, οι υπάρχουσες προτάσεις είναι προσεγγιστικές. Ο στόχος αυτής της έρευνας, είναι αφ' ενός η επέκταση των ήδη υπάρχουσών λύσεων και στην περίπτωση διατομών και άλλων σχημάτων πλέον της κυκλικής και αφ' ετέρου η ανάπτυξη αναλυτικών σχέσεων για τον ακριβή υπολογισμό των εντατικών μεγεθών για τον ημίχωρο, στην περίπτωση πρόσπτωσης κυμάτων SV. Οι δύο παραπάνω στόχοι επιτεύχθηκαν με τη εφαρμογή των σύμμορφων μετασχηματισμών από τη μιγαδική ανάλυση, με την βοήθεια των οποίων πολύπλοκα προβλήματα συνοριακών τιμών σε διάφορες γεωμετρίες μετασχηματίζονται σε προβλήματα απλούστερης γεωμετρίας και επίλυσης.

7.1. Μετασχηματισμοί

Στο **Κεφάλαιο 3**, για την περίπτωση του πλήρους χώρου τροποποιήθηκαν υπάρχοντες από την βιβλιογραφία κεντροβαρικοί μετασχηματισμοί (Κεφ.3.§3.1.).

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε η σύνταξη μετασχηματισμών προκειμένου να εφαρμοστούν για τον ακριβή υπολογισμό των συνοριακών συνθηκών στην περίπτωση της πρόσπτωσης κυμάτων SV, στον ημίχωρο για διάφορα σχήματα. Η προτεινόμενη μεθοδολογία για την επίλυση του προβλήματος αυτού πραγματοποιήθηκε σε δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο αφορούσε στον μετασχηματισμό του χώρου μεταξύ της διατομής της σήραγγας που βρίσκεται σε βάθος H και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w, στον αντίστοιχο χώρο μεταξύ του μοναδιαίου κύκλου στον οποίο μετασχηματίζεται η διατομή και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο ζ, ο οποίος βρίσκεται στο «ισοδύναμο βάθος h ». Για τον υπολογισμό του «ισοδύναμου βάθους h », δημιουργήθηκαν μετασχηματισμοί και αναλύθηκαν στο (Κεφ.3.§3.2.), ανάλογα με το σχήμα της διατομής.

Το δεύτερο στάδιο, αφορά στην σύνταξη κατάλληλων μετασχηματισμών όπως αναλύθηκαν στο (Κεφ.3.§3.3.), προκειμένου να εφαρμοστούν οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Ο προτεινόμενος μετασχηματισμός, ο οποίος τροποποιείται κατά περίπτωση ανάλογα με το εξεταζόμενο σχήμα της διατομής, μετασχηματίζει το χώρο μεταξύ της οπής τυχαίου σχήματος σε βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους και της ελεύθερης επιφάνειας στο επίπεδο w , στον εξωτερικό χώρο δύο κατακόρυφων μοναδιαίων κύκλων, τα κέντρα των οποίων απέχουν κατά b , στο επίπεδο ζ . Επισημαίνεται ότι προκειμένου να εφαρμοστούν οι ανωτέρω σχέσεις, οι καμπύλες της διατομής κάθε σχήματος πρέπει να έχουν παραμετρική εξίσωση.

Στην περίπτωση της επενδεδυμένης διατομής, προτάθηκαν κατάλληλες σχέσεις μετασχηματισμών όπως αναλύθηκαν στο, (Κεφ.3§3.4.) έτσι ώστε η επενδεδυμένη διατομή πάχους t στο επίπεδο w , να μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_e ».

7.2.Αναλυτική Λύση

Στο **Κεφάλαιο 4**, πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις για την περίπτωση της Σεισμικής πρόσπτωσης κυμάτων SH κατακόρυφως διαδιδόμενων, σε διατομές Υπογείων Έργων διαφόρων σχημάτων ανεπένδυτων ή επενδεδυμένων, στον πλήρη χώρο και στον ημίχωρο.

Για τον πλήρη χώρο με την εφαρμογή των σύμμορφων απεικονίσεων, για κεντροβαρικούς μετασχηματισμούς, οι οποίοι αναλύθηκαν στο (Κεφ.3.§3.1.), ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών για τον μοναδιαίο κύκλο, επεκτάθηκε και σε περιπτώσεις άλλων σχημάτων όπως : κύκλος ακτίνας R , έλλειψη, τετράγωνο και πεταλοειδής διατομή. **Μετά από τις επιλύσεις, η δυσμενέστερη απόκριση παρουσιάζεται στην τετραγωνική διατομή.**

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάστηκε επίσης, η επίδραση του βάθους που βρίσκεται το υπόγειο έργο, μετρούμενο από το κέντρο της διατομής έως την ελεύθερη επιφάνεια, το οποίο ήταν 2 ακτίνες σε περίπτωση κυκλικής διατομής, ενώ για τα υπόλοιπα σχήματα 2 «ισοδύναμες ακτίνες». Στην περίπτωση αυτή, το πρόβλημα του ημίχωρου τροποποιήθηκε σε πρόβλημα πλήρους χώρου, με τη θεώρηση της συμμετρικής διατομής, ως προς την επιφάνεια του εδάφους, λόγω των ιδιοτήτων των κυμάτων SH, βλέπε (Κεφ.4.§4.2.)

Στη συνέχεια έγιναν αναλύσεις για τις περιπτώσεις επενδεδυμένων διατομών στον πλήρη χώρο και στον ημίχωρο. Για τις περιπτώσεις αυτές εφαρμόστηκαν οι κατάλληλες σχέσεις μετασχηματισμών όπως αναλύθηκαν στο, (Κεφ.3§3.4.) έτσι ώστε η επενδεδυμένη διατομή

πάχους t στο επίπεδο w , να μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_e », στο επίπεδο ζ .

Οι αναλύσεις επαλήθευσαν τις συνοριακές συνθήκες για τα κύματα SH. Στην περίπτωση των επενδεδυμένων διατομών, η λύση είναι ακριβέστερη όταν η τιμή της ακαμψίας του εδάφους πλησιάζει την αντίστοιχη της επένδυσης.

Στο **Κεφάλαιο 5**, πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις για την περίπτωση της Σεισμικής πρόσπτωσης κυμάτων SV κατακορύφως διαδιδόμενων, σε διατομές Υπογείων Έργων διαφόρων σχημάτων ανεπένδυτων ή επενδεδυμένων, στον πλήρη χώρο και στον ημίχωρο. Για τον πλήρη χώρο όπου η λύση του προβλήματος της πρόσπτωσης κυμάτων SV σε κυκλική διατομή υπογείου έργου είναι ακριβής, με την εφαρμογή των σύμμορφων απεικονίσεων, για κεντροβαρικούς μετασχηματισμούς, οι οποίοι αναλύθηκαν στο (Κεφ.3. §3.1.), ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών για τον μοναδιαίο κύκλο, επεκτάθηκε και σε περιπτώσεις άλλων σχημάτων όπως: κύκλος ακτίνας R , έλλειψη, τετράγωνο και πεταλοειδής διατομή. **Όπως και στην περίπτωση των κυμάτων SH, επίσης μετά από τις επιλύσεις, η δυσμενέστερη απόκριση παρουσιάζεται στην τετραγωνική διατομή.**

Όπως αναφέρθηκε εκτενώς στο (Κεφ.2. §2.3.2.) δεν υπάρχει ακριβής αναλυτική λύση στην περίπτωση πρόσπτωσης κυμάτων SV σε διατομή υπογείου έργου στον ημίχωρο. Η επίλυση προβλημάτων συνοριακών συνθηκών με την θεώρηση μηδενικών τάσεων στην ελεύθερη επιφάνεια, αποτελεί ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα τόσο της εδαφοδυναμικής, όσο και της φυσικής γενικότερα (Lin et Al,2010).

Η προτεινόμενη μεθοδολογία για την επίλυση του προβλήματος αυτού πραγματοποιήθηκε σε δύο στάδια. Το βάθος που εξετάστηκε αρχικά ήταν δύο ακτίνες στην περίπτωση της κυκλικής διατομής. Το πρώτο στάδιο αφορούσε τον υπολογισμό του «ισοδύναμου βάθους h », με βάση τις σχέσεις που προτάθηκαν στο (Κεφ.3. §3.2.) και στο δεύτερο στάδιο, εφαρμόστηκαν οι μετασχηματισμοί που αναλύθηκαν στο (Κεφ.3. §3.3.), για τα διάφορα σχήματα, προκειμένου να εφαρμοστούν οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και να προκύψει η ακριβής λύση.

Για την αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις ανωτέρω αναλύσεις για τον ημίχωρο, με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη θεώρηση μιας απλοποιημένης μεθόδου, σύμφωνα με την οποία, τα σκεδαζόμενα από την ελεύθερη επιφάνεια κυματικά δυναμικά είναι 0, (Μέθοδος Χαλαρού Συνόρου-Relaxed Boundaries). Η θεώρηση αυτή είναι ρεαλιστική διότι οι τιμές των σκεδαζόμενων κυματικών

δυναμικών από την ελεύθερη επιφάνεια είναι μικρές. Έτσι το πρόβλημα του ημίχωρου σε αυτήν την περίπτωση τροποποιήθηκε σε πρόβλημα πλήρους χώρου, διότι η μόνη συνοριακή συνθήκη που διέπει το πρόβλημα, είναι η θεώρηση των μηδενικών τάσεων πάνω στη διατομή.

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις δύο θεωρήσεις για τον ημίχωρο ήταν πολύ ικανοποιητική. Τα σκεδαζόμενα κυματικά δυναμικά από την ελεύθερη επιφάνεια ψ_{s2}, φ_{s2} είναι μικρά, παρ'όλα αυτά η συνεισφορά τους στα συνολικά εντατικά μεγέθη είναι σημαντική.

Συνεπώς, η προτεινόμενη μεθοδολογία έλυσε το πρόβλημα του υπολογισμού των εντατικών μεγεθών σε διατομή υπόγειου έργου τυχαίου σχήματος(με παραμετρική καμπύλη) η οποία βρίσκεται σε βάθος H από την ελεύθερη επιφάνεια, υπό σεισμική φόρτιση κυμάτων SV . Επίσης ο προτεινόμενος μετασχηματισμός μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλες περιπτώσεις επίλυσης φυσικών προβλημάτων συνοριακών τιμών, μηδενικών τάσεων στην ελεύθερη επιφάνεια $t_{r2r2}=t_{r2\theta2}=0$.

Τέλος συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα για τον πλήρη χώρο με τα αντίστοιχα για τον ημίχωρο, τόσο με την προτεινόμενη μεθοδολογία όσο και με τη θεώρηση του χαλαρού συνόρου. Οι τιμές των εντατικών μεγεθών είναι κατά 50% μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες για τον πλήρη χώρο, με μεγαλύτερες τις τιμές βάσει της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο και καταδεικνύει ότι η συνεισφορά των σκεδαζόμενων κυματικών δυναμικών από την ελεύθερη επιφάνεια ψ_{s2}, φ_{s2} δεν μπορεί να αγνοηθεί. Επίσης γίνεται φανερό ότι οι αβαθείς υπόγειες κατασκευές υφίστανται σημαντική καταπόνηση σε περίπτωση σεισμικής φόρτισης.

Στη συνέχεια έγιναν αναλύσεις για τις περιπτώσεις επενδεδυμένων διατομών στον πλήρη χώρο και στον ημίχωρο, με την θεώρηση «χαλαρού συνόρου». Για τις περιπτώσεις αυτές εφαρμόστηκαν οι κατάλληλες σχέσεις μετασχηματισμών όπως αναλύθηκαν στο, (Κεφ.3§3.4.) έτσι ώστε η επενδεδυμένη διατομή πάχους t στο επίπεδο w , να μετασχηματίζεται σε κυκλικό δακτύλιο «ισοδύναμου πάχους t_c », στο επίπεδο ζ .

Οι αναλύσεις επαλήθευσαν τις συνοριακές σχέσεις για τα κύματα SV . Στην περίπτωση των επενδεδυμένων διατομών, η λύση είναι ακριβέστερη όταν η τιμή της ακαμψίας του εδάφους πλησιάζει την αντίστοιχη της επένδυσης.

7.3.Αριθμητική Λύση

Στο **Κεφάλαιο 6**, πραγματοποιήθηκαν Αναλύσεις με τον Αριθμητικό Κώδικα Πεπερασμένων Διαφορών τριών διαστάσεων, FLAC 3D, για τον υπολογισμό του τασικού πεδίου πέριξ σφαιρικών διαφόρων σχημάτων(κυκλική, τετραγωνική, ελλειπτική και πεταλοειδής), ανεπένδυτες και επενδεδυμένες, στον πλήρη χώρο και στον ημίχωρο. Στη συνέχεια με την σύνταξη σχετικού κώδικα στο excel έγινε η επεξεργασία των αποτελεσμάτων για τα τελικά συμπεράσματα των αναλύσεων.

Εξετάστηκαν οι κύριες παράμετροι του προβλήματος και συγκεκριμένα:

-Το είδος του Διατμητικού κύματος S

- Διατμητικό Κύμα τύπου SH

Όλες οι αναλύσεις που αφορούν σεισμική πρόσπτωση διατμητικών κυμάτων τύπου SH, επαληθεύουν τις συνοριακές συνθήκες για τα SH κύματα.

- Διατμητικό Κύμα τύπου SV

Αντίστοιχα, οι αναλύσεις που αφορούν σεισμική πρόσπτωση διατμητικών κυμάτων τύπου SV, επαληθεύουν επίσης τις συνοριακές συνθήκες για τα SV κύματα.

-Υστερητική απόσβεση $\xi=2\%$ τύπου Rayleigh, ανεξάρτητη της συχνότητας

Τα εντατικά μεγέθη που προκύπτουν από τις αναλύσεις όπου λαμβάνεται υπ'όψιν η Υστερητική απόσβεση $\xi=2\%$ τύπου Rayleigh είναι κατά 30% περίπου μικρότερα από τα αντίστοιχα, όπου δεν λαμβάνεται υπ'όψιν.

-Το πάχος του τοιχώματος t σε περιπτώσεις ανεπένδυτης και επενδεδυμένης διατομής (εύκαμπτης & άκαμπτης)

Εξετάστηκαν οι περιπτώσεις ανεπένδυτης, εύκαμπτης και άκαμπτης διατομής και για τα δύο είδη διατμητικών κυμάτων SH, SV, για διάφορα σχήματα. Με βάση τον συντελεστή ευκαμψίας F, εξετάστηκαν οι δύο περιπτώσεις εύκαμπτης (F~36) και άκαμπτης διατομής (F~5). Όσο αυξάνεται το βάθος η μεταβολή της ευκαμψίας παύει να επηρεάζει σημαντικά την απόκριση στην επιφάνεια.

Συγκρίνοντας τις τρεις περιπτώσεις διαφορετικού πάχους του τοιχώματος t για τις διάφορες περιπτώσεις ακαμψίας, παρατηρούμε ότι η πιο άκαμπτη διατομή δέχεται τις μικρότερες παραμορφώσεις, ενώ οι μεγαλύτερες παρουσιάζονται στην ανεπένδυτη διατομή.

-Το βάθος H από την επιφάνεια του εδάφους

Το βάθος που βρίσκεται η υπόγεια διατομή είναι ο σημαντικότερος παράγοντας που διαφοροποιεί τα αποτελέσματα. Τα εντατικά μεγέθη που προκύπτουν, στην περίπτωση που η διατομή βρίσκεται σε βάθος δύο περίπου «ισοδύναμων ακτίνων», ήταν μέχρι 50% μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα για τον πλήρη χώρο μειούμενα με το βάθος όπως προέκυψε σε αντίστοιχες αναλύσεις στην περίπτωση που η διατομή βρίσκεται σε βάθος τεσσάρων περίπου «ισοδύναμων ακτίνων» του βάθους $h=4r$ από την επιφάνεια του εδάφους.

Στην περίπτωση επιφανειακών σηράγγων η γεωμετρία της κατασκευής παίζει πολύ σημαντικό ρόλο ιδιαίτερα στην τετραγωνική διατομή, η επιρροή της οποίας μειώνεται με το βάθος.

-Το σχήμα της διατομής

Για τις περιπτώσεις της κυκλικής, της ελλειπτικής καθώς και του πεταλοειδούς σχήματος διατομής, οι δυναμικές αναλύσεις έδειξαν ότι αυτές έχουν ευμενέστερη απόκριση από την περίπτωση της τετραγωνικής διατομής, της οποίας η απόκριση είναι δυσμενέστερη.

Η παρουσία της σήραγγας προκαλεί υπό συγκεκριμένες συνθήκες έντονες απομειώσεις στην σεισμική κίνηση σε κάποιες περιοχές πάνω από την διατομή και ενίσχυση της σεισμικής κίνησης αριστερά και δεξιά. Το φαινόμενο αυτό αναφέρεται στην βιβλιογραφία ως «ζώνη σκιάς» (shadow zone) και γίνεται εντονότερο στις πιο υψίσυχνες συχνότητες.

7.4.Σύγκριση Αναλυτικής-Αριθμητικής Λύσης

Συγκρίνοντας την Αναλυτική με την Αριθμητική Μέθοδο παρατηρούμε τα εξής:

-Και οι δύο Μεθοδολογίες επαληθεύουν τις συνοριακές συνθήκες για τα SH & τα SV κύματα.

-Οι τιμές των εντατικών μεγεθών που προκύπτουν όταν εξετάζεται η περίπτωση του ημίχωρου και στις δύο μεθόδους, είναι σχεδόν διπλάσιες από τις αντίστοιχες για τον πλήρη χώρο. Επομένως οι αβαθείς υπόγειες κατασκευές υφίστανται σημαντική καταπόνηση σε περίπτωση σεισμικής φόρτισης.

-Σε περίπτωση επενδεδυμένης διατομής μία σημαντική παράμετρος είναι ο λόγος ακαμψίας της κατασκευής προς το έδαφος, m_1/m_s . Όταν η τιμή του λόγου ισούται με τη μονάδα, τότε μπορεί να γίνει η απλοποιητική παραδοχή ότι κατασκευή και έδαφος έχουν κοινές παραμορφώσεις και συνεπώς μπορεί να αγνοηθεί η μεταξύ τους αλληλεπίδραση. Όσο όμως μεγαλώνει η ακαμψία της κατασκευής, οι αναλύσεις που έχουν βασιστεί στην παραπάνω παραδοχή, τείνουν να υπερεκτιμούν τις τάσεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή. Στην περίπτωση της Αριθμητικής Μεθόδου, το μοντέλο έδαφος-κατασκευή θεωρείται ενιαίο. Στην Αναλυτική μέθοδο, τα προκύπτοντα εντατικά μεγέθη αναφορικά με τις τάσεις έχουν πολύ υψηλότερες τιμές σε σχέση με τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την Αριθμητική Μέθοδο.

-Και στις δύο Μεθοδολογίες, οι τιμές που αφορούν στις μετατοπίσεις είναι της ίδιας τάξης μεγέθους.

-Στην Αριθμητική μέθοδο τα μέγιστα εντατικά μεγέθη δεν συμβαίνουν ταυτόχρονα.

-Αναφορικά με την καταπόνηση που υφίσταται η ίδια η σήραγγα παρατηρήθηκε σημαντική επιβάρυνση λόγω της σεισμικής διέγερσης, η οποία σε συνδυασμό και με τις υπόλοιπες φορτίσεις, μπορεί να οδηγήσουν σε σημαντικές αστοχίες .

Βιβλιογραφία/Αναφορές

Abramowitz M., Stegun I. (1970): « Handbook of Mathematical Functions, with Formulas, Graphs and Mathematical Tables», Dover Publications , INC., New York

Achenbach J.(1993): « Wave Propagation in Elastic Solids» ,North Holland Publishing

ACI Committee 224 (1995): «Control of Cracking in Concrete Structures», ACI Manual of Concrete Practice, Part 3, 1995.

Amberg W. and Russo M. (2001): «Seismic Design of Underground Structures-The Bolu Tunnel», World Tunnel Congress, Vol. I, pp. 137145.

Ansys Inc. (2001): «Ansys 6.0 Reference Manual».

Armenakas A.E. (1993): «Advanced Mechanics of Materials and Applied Elasticity»-A Modern Approach

ASCE-American Lifeline Alliance (2001): «Guideline for the Design of Buried Steel Pipes», July.

Ávila-Carrera R., Sánchez-Sesma F.J.(2005): «Scattering and diffraction of elastic P- and S-waves by a spherical obstacle: A review of the classical solution», Geofísica Internacional (2006), Vol. 45, Num. 1, pp. 3-21

Balendra T., Thambiratnam D., Koh C., Lee S.(1984): «Dynamic Response of twin Circular Tunnels due to incident SH-Waves », EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS, VOL. 12, p.181-201

Bazaz B., Bolouri J., Besharat V.(2008): «An investigation on seismic analysis of shallow tunnels in soil medium », The 14th World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, 2008, Beijing China

Bobet A. (2003): «Effect of pore water pressure on tunnel support during static and seismic loading», Tunnelling and Underground Space Technology 18 (2003) 377–393

Bobet A., Yu H.(2017): «Seismic distortions of a deep circular tunnel in elastic slightly anisotropic ground», Underground Space 2 (2017) p.134–147

Bogan S. & Hinders M. (2008): «Interface Effects In Elastic Wave Scattering», Springer-Verlag

Borsutzky R.(2007): «Seismic Risk Analysis of Buried Lifelines», Institut für Angewandte Mechanik Technische Universität Braunschweig

Cao H. & Lee V.(1989): «Scattering of plane SH waves by circular cylindrical canyons with variable depth-to-width ratio» ,European Earthquake Engineering ,2.

Cao X., Song T., Liu D.(2001): «Scattering of plane SH Wave by a cylindrical hill of arbitrary shape», Applied Mathematics and Mechanics English Edition , Vol. 22, No9

Chen WW, Shih B, Chen YC, Hung JH, Hwang HH (2002): «Seismic response of natural gas and water pipelines in the Ji-Ji earthquake», Soil Dynamics and Earthquake Engineering

Churchill R., Brown J.& Verhey R.(1974): «Complex Variables and Applications »,Mc Graw-Hill Book Company

Daley P., Krebes E.(2003): «SH wave propagation in viscoelastic media», CREWES Research Report — Volume 15

Dalgic S. (2000): «Tunneling in Squeezing Rock, The Bolu Tunnel, Anatolian Motorway Turkey», Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 22, pp. 589-609.

Datta S.(1974): «Diffraction of SH Waves by an Elliptic Elastic Cylinder»,Int J., Solids Structures

Datta S., EI-Akily N. (1978): « Diffraction of elastic waves by cylindrical cavity in a half-space», Department of Mechanical Engineering. University of Colorado. Boulder, Colorado

Datta S., Shah A.(1982): «Scattering of SH Waves by embedded cavities», WAVE MOTION 4 (1982) 265-283 265 NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY

Davis C.A., Lee V.W., Bardet J.P., (2001): «Transverse response of underground cavities and pipes to incident SV waves» , Earthquake Engineering and Structural Dynamics 30, p.383-410

De Barros F.C.P. , Luco, J.,E., (1993): «Diffraction of obliquely incident waves by a cylindrical cavity embedded in a layered viscoelastic half- space », Soil Dynamics and Earthquake Eng. **12**, 159-171.

De Barros F.C.P. & Luco, J.,E., (1994): «Dynamic Displacements and stresses in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in a half- space.», *Earthquake Eng.& Structural Dynamics* **23**, 321-340.

Diankui L, Bingheng G., Guiyuan T.(1982): «Applications of the Method of Complex Functions to Dynamic Stress Concentrations», *WAVE MOTION* 4 293-304, North-Holland Publishing Company

Diankui L, Feng H.(1991): «Scattering of plane SH-wave by cylindrical canyon of arbitrary shape», *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1991, Volume 10.

Dong J., Zhao C.(2005): «An Analytic Solution for the 3D Diffraction of plane SV-Waves by Hemispherical Canyon in a fluid –saturated porous medium half space», *CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS* Vol.48, No.6, 2005, pp: 1483~1495

Esmaili M., Vahdani S., Noorzad A.(2005): «Dynamic response of lined circular tunnel to plane harmonic waves», *TUST* 924

Ewing W.M., W.S. Jardetzky, and F. Press (1957): «Elastic waves in layered media», McGraw-Hill, New York.

Exadaktylos G.& Stavropoulou M.(2002): «A closed-form elastic solution for stresses and displacements around tunnels» , *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 39 p. 905–916

Fukushima Y., Irikura K., Uetake T., Matsumoto H. (2000): «Characteristics of Observed Peak Amplitude for Strong Motion from the Hyogoken-Nambu Earthquake», *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 90-3, pp. 545-565.

Genis M. , Özarıslan A.(2001): «The effect of earthquake loads on the stability of supported underground openings», *Zonguldak Karaelmas University*, TR

Gercek H.(1993): «Qualitative prediction of failures around non-circular openings. Assesment and Prevention of Failure Phenomena in Rock Engineering», *Balkema*, Rotterdam, 727-732

Gercek H.(1997): «An elastic solution for Stresses around Tunnels with conventional shapes», Int.J.Rock Mech.&Min.Sci.Vol.34,No 3-4,Paper No.096

Gercek H.(2005): «Interaction Between Parallel Underground Openings», The 19th International Mining Congress and Fair of Turkey, IMCEV2005, İzmir, Turkey, June 09-12, 2005

Gilat Amos (2011): «MATLAB An Introduction with Applications», Wiley

Graff, K. (1991) : «Wave Motion in Elastic Solids», Dover Publications, INC, New York

Harris J.(2004): «Linear Elastic Waves», Cambridge University Press

Hashash Y.M.A., Hook J., Schmidt J., Birger Y. and I-Chiang J. (2001): «Seismic design and analysis of underground structures», Tunneling and Underground Space Technology 16 pp. 247-293.

Hashash Y.M.A., Park D., Yao J. (2005): « Ovaling deformations of circular tunnels under seismic loading, an update on seismic design and analysis of underground structures», Tunnelling and Underground Space Technology 20 (2005), p.435–441

Hefny A.M., Chua H.C. , Zhao J.(2001): «Parametric Studies on the Interaction between Existing and New Bored Tunnels», School of Civil and Environmental Engineering, Nanyang Technological University, Singapore

Hoeg K. (1968): «Stresses Against Underground Structural Cylinders», Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE , Vol. 94, SM4, April.

Hui QI, Yong SHI, Jingfu NAN,(2008): «Ground motion of non-circular alluvial valley for incident plane SH-Wave», The 14th World Conference on Earthquake Engineering, October 12-17, 2008, Beijing, China

Huo H., Bobet A., Fernandez G., Ramirez J. (2006): « Analytical solution for deep rectangular structures subjected to far-field Shear Stresses », Tunneling and Underground Space Technology Volume 21, Issue 6, Pages 613-625

Itasca Consulting Group(2008): «Fast Lagrangian Analysis of Continua», Manual FLACVersion 6.0, Inc. Minneapolis, Minnesota USA

Itasca Consulting Group(2009): «Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions»
Manual FLAC3D Version 4.0, Inc. Minneapolis, Minnesota USA

Jaramillo C.(2017): «Impact of seismic design on tunnels in rock – Case histories»,
Underground Space 2 (2017) 106–114

Japan Society of Civil Engineers (1999): «The 1999 Ji-Ji Earthquake, Taiwan: Investigation
into the Damage to Civil Engineering Structures.»

Jiang L., Xiang-Lian Zhou X., Wang J.(2009): «Scattering of a plane wave by a lined
cylindrical cavity in a poroelastic half-plane», Computers and Geotechnics 36 (2009) 773–786

Kausel E.(2011): «Fundamental Solutions in Elastodynamics», Cambridge University Press

Kim S., Kim K.(2001): «Three-dimensional dynamic response of underground openings in
saturated rock masses», EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL
DYNAMICS Earthquake Engng Struct. Dyn. 2001; 30:765–782

Kirzhner F., Rosenhouse G.(2000): «Numerical Analysis of Tunnel Dynamic Response to
Earth Motions », Tunneling and Underground Space Technology, Vol. 15, No. 3, pp. 249-
258, 2000

Kramer S (1996): «Geotechnical Earthquake Engineering» ,Prentice Hall Upper Saddle River,
New Jersey

Kuesel, T.R.(1969): «Earthquake design criteria for subway», Journal of Structural Division–
ASCE 95 (ST6), p.1213–1231.

Kwok Y.(2010): «Applied Complex Variables for Scientists and Engineers», Cambridge
University Press

Kyung-Ho Park , Kullachai Tantayopin, Bituporn Tontavanich, Adisorn Owatsiriwong(2008):
«Analytical solution for seismic-induced ovaling of circular tunnel lining under no-slip
interface conditions: A revisit», Tunnelling and Underground Space Technology

Lee C., Cheng C., Liao C.W. and Tsai Y.B (2001) : «Site Classification of Taiwan Free-Field Strong-Motion Stations», Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 91-5.

Lee J.C., Chen Y.G., Sieh K., Mueller K., Chen W.S. Chu H.-T., Chan Y.C., Rubin C. and Yeats R. (2001): «A Vertical Exposure of the 1999 Surface Rupture of the Chenlungpu Fault at Wufeng, Western Taiwan: Structural and Paleoseismic Implications for an Active Thrust Fault», Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 91-5, pp. 914-929.

Lee V., Karl J.(1992): «Diffraction of SV waves by underground, circular cylindrical cavities» Soil Dynamics and Earthquake Engineering ,11 p.445-456

Lee V., Liang J. (2008): «Free-Field (Elastic or Poroelastic) Half-Space Zero-Stress or Related Boundary Conditions», The 14th World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, 2008, Beijing China

Lee V. and Trifunac M. (1979): «Response of Tunnels to incident SH-WAVES», Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE 105, 643-659

Liang J., Ba Z. , Lee V.(2007): «Diffraction of Plane SV Waves by an underground circular cavity in a saturated poroelastic Half-Space», ISET Journal of Earthquake Technology

Liang J.,Luo H.,Lee V.(2004): «Scattering of SH waves by a circular arc hill with a circular tunnel», ACTA SEISMOLOGICA SINICA ,Vol.17 No 5 (549-563)

Lin Chi Hsin, Lee VW, Todorovska M, Trifunac MD (2010): «Zero-stress, cylindrical wave functions around a circular underground tunnel in a flat, elastic half-space: Incident P-waves», Soil Dynamics and Earthquake Engineering 30, 879–894

Liu D. ,Gai, B. & Tao, G.(1982): «Application of the method of complex function to Dynamic Stress Concentrations», Wave Motion, v4, August, 293-304.

Liu D. & Han,F. (1991): «Scattering of plane SH-wave by cylindrical canyon of arbitrary shape», Soil Dynamics & Earthquake Engineering,10, n5, July, 249-255

Liu Y., Wu R., Ying C.(2000): «Scattering of elastic waves by an elastic or viscoelastic cylinder», Geophys. J. Int. (2000) 142, p.439–460

Lu J. (1995): «Complex Variable Methods in Plane Elasticity», World Scientific Singapore , New Jersey London 'Hong Kong

Lu A., Zhang N., Kuang L.(2014): «Analytic solutions of stress and displacement for a non-circular tunnel at great depth including support delay», *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 70 (2014), p.69–81

Markides C., Pazis D., Kourkoulis S.(2010): «Closed full-field solutions for stresses and displacements in the Brazilian disk under distributed radial load», *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*

Manoogian M., Lee V.(1996) : «Diffraction of SH-waves by subsurface inclusions of arbitrary shape», *J.eng. mech.div. ASCE* 122, 123-129

Manoogian M. (1998): «Surface above an arbitrarily shaped tunnel due to elastic SH waves » in *Proc. Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics III*, Seattle, August 3-6 , 1998.

Manoogian M. (2000): «Scattering and Diffraction of SH waves above an arbitrarily shaped tunnel», *ISET Journal of Earthquake Technology*, Paper No 399, Vol.37, No 1-3, March-September, pp 11-26

Mathews J., Howell R.(1997): «Complex Analysis for Mathematics and Engineering », Jones and Bartlett Publishers

Massinas S.A. & Sakellariou M.G.(2009) : «Closed-form solution for plastic zone formation around a circular tunnel in half-space obeying Mohr-Coulomb criterion», *Geotechnique* 59, No 8, 671-701

Massinas S.A. & Sakellariou M.G.(2010) : «Feasibility study for tunnel-building interaction by using the analytic solution for a circular tunnel in an elastic-plastic half space» *Geotechnical Challenges in Megacities*, International Geotechnical Conference, Moscow, June 2010, Proceedings of the International Geotechnical Conference, Petrukhin, Ulitsky, Kolybin, Lisyuk, Kholmyansky (eds.) "Geotechnical Challenges in Megacities", Vol. 3, pp 751-757, GRF 190005, St. Petersburg

Moeen-Vaziri N., Trifunac M.(1985): «Scattering of plane SH-waves by cylindrical canals of arbitrary shape», *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1985, Vol. 4, No. 1

Monsees J.E. and Merritt J.L. (1991): «Earthquake Considerations in Design of the Los Angeles Metro», Proceedings of the ASCE Conference on Lifeline Earthquake Engineering.

Mow CC and Pao YH (1971): «The Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations», RAND Corporation

Muskelishvili N.(1963): «Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity», P. Noordhoff-Groningen-The Netherlands

Nehari Z.(1952): « Conformal Mapping », McGraw-Hill

Newmark, N.M. (1968): «Problems in wave propagation in soil and rock», Proc. International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials August 23-25, University of New Mexico Press, Albuquerque, N.M., pp. 7-26.

O' Rourke T.D., Goh S.H., Menkiti C.O., Mair R.J. (2001): «Highway Tunnel Performance During the 1999 Duzce Earthquake», Proceedings of the Fifteenth International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, pp 1365-1368.

O'Rourke M.J. and Liu X. (1999): «Response of Buried Pipelines Subject to Earthquake Effects», Monograph Series, MCEER, 1999.

Osborne A.(1999): «Complex Variables and their Applications»,Addison Wesley

Pakbaz M., Yarrevand A., (2005): «2-D analysis of circular tunnel against earthquake loading», Tunnelling and Underground Space Technology incorporating Trenchless Technology Research

Park K., Tantayopin K., Tontavanich B., Owatsiriwong A.(2009): «Analytical solution for seismic-induced ovaling of circular tunnel lining under no-slip interface conditions: A revisit», Tunnelling and Underground Space Technology 24 (2009) p.231–235

Pelli E, Yiouta-Mitra P, Sofianos A. (2006): «Seismic Behaviour of Square Lined Underground Structures», AITES-ITA 2006 World Tunnel Congress and 32nd ITA General Assembly "Safety in the Underground Space", Topic No 7.Research and Development Seoul, Korea, 22-27 April 2006

Pelli E, Yiouta-Mitra P, Sofianos A. (2006): «Seismic Behaviour of Square Lined Underground Structures», Tunnelling and Underground Space Technology, V.21, 3-4, May – June, 441.

Pelli E., Sofianos A.(2014) : «Stresses and Deformations around Tunnels of different Shapes due to incident SV_Waves» , 2nd Eastern European Tunnelling Conference, « Tunnelling in a challenging environment » EETC 2014, ATHENS (28/9/2014-1/10/2014), Greece

Pelli E., Sofianos A.(2015) : «Complex Function Method for the calculation of the stress field around tunnels due to incident S_Waves », SEE Tunnel: Promoting Tunneling in SEE Region, ITA WTC 2015 Congress and 41st General Assembly, 22-28/5/2015, Dubrovnik, Croatia

Pelli E., Sofianos A.(2016) : «Calculation Of The Stress Field Around Tunnels Due To Incident S-Waves», 13th International Conference Underground Construction Prague 2016, 23-25/5/2016 Prague, Czech Republic.

Pelli E. , Vougioukas E.,(2016): «Vulnerability issues of lifelines against earthquake induced ground motions»,ICONHIC 2016, 1st International Conference on Natural Hazards & Infrastructure, 28-30 June 2016, Chania , GREECE

Pelli E., Sofianos A., (2018) : «Analytical calculation of the half space stress field around tunnels under seismic loading of SV waves », Tunnelling and Underground Space Technology 79, 150-174

Penzien, J.,Wu C. (1998): «Stresses in lining of bored Tunnels», EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS, VOL. 27, 283—300 (1998)

Penzien, J., (2000): «Seismically induced racking of tunnel linings», Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dynamics 29, p.683–691.

Power, M.S., Rosidi,D., Kaneshiro, J.Y, (1998): «Seismic vulnerability of tunnels and underground structures revisited », North American Tunneling '98, Balkema

Pujol J. (2003): «Elastic Wave Propagation and Generation in Seismology», Cambridge University Press

Rowland Richards, Jr .(2001): «Principles of Solid Mechanics», CRC Press Boca Raton London New York Washington, D.C.

Sandoval E., Bobet A.(2017): « Effect of frequency and flexibility ratio on the seismic response of deep tunnels», Underground Space 2 (2017), p.125–133

Shah A., Wong K., Datta S.(1982): «Diffraction of plane SH Waves in a Half-Space», Earthquake Engineering & Structural Dynamics

Spiegel M.(1965): «Laplace Transformations», Mc Graw Hill, New York

Spiegel M.(1974): «Fourier Analysis», Mc Graw Hill, New York

Spiegel M.(2009): «Mathematical Handbook of Formulas and Tables», Mc Graw Hill, New York

Spiegel M., Lipschutz S., Schiller J., Spellman D.(2009): «Complex Variables», Mc Graw Hill, New York

Spiegel M.(2010): «Advanced Calculus», Mc Graw Hill, New York

Stamos,A.A, Beskos,D.E, (1995): « Dynamic analysis of large 3-D underground structures by the BEM.», Earthquake Eng.& Structural Dynamics **24**, 917-934

St. John C.M., Zahrah T.F. (1987): «Aseismic Design of Underground Structures», Tunnelling and Underground Space Technology Vol. 2 No. 2, pp. 165-197.

Thambirajah, B., Thambiratnam, D., KohChan, Seng, (1984) : «Dynamic response of twin circular tunnels due to incident SH-waves», Earthquake Engineering &Structural Dynamics, Volume 12, Issue 2, pages 181-201

Thambiratnam D., Lee S.(1989): «Scattering of plane SH waves by underground cavities», Eng. Struct. 1990, Vol. 12, July 215

Todorovska M., Lee V.(1991): « Surface motion of shallow circular alluvial valleys for incident plane SH waves-analytical solution », Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1991, Volume 10, Number 4, May

Tsinidis G. (2017) : «Response characteristics of rectangular tunnels in soft soil subjected to transversal ground shaking», Tunnelling and Underground Space Technology 62 (2017), p. 1–22

Uenishi, K. , Sakurai, S., (2000): «Characteristic of the vertical seismic waves associated with the 1995 Hyogo-ken Nanbu (Kobe), Japan earthquake estimated from the failure of the Daikai Underground Station.», Earthquake Eng.& Structural Dynamics **29**, 813-821.

Uemishi, K., Sakurai, S., Mizoguchi, S. (2001): «Wave-induced Damage to Underground Structures», Report of the Research Centre for Urban Safety and Security, Kobe University, Vol. 5, pp. 49-60.

Unterberger W. and Brandl J. (2000): «The Effects of the Recent Earthquake in Turkey on the Bolu Tunnels», Felsbau, Vol. 18-2, pp. 50-53.

Verruijt Arnold (1996) : «Complex Variable solutions of elastic Tunneling Problems», Faculty Civil Engineering and Geosciences, Department Design & Construction

Wang, J.N., (1993): «Seismic Design of Tunnels: A State-of-the-art Approach». Parsons Brinckerhoff Quade & Douglas, Inc., New York, NY, Monograph 7.

Wang W., Wang T., Su J., Lin C., Seng C., Huang T.(2001): «Assessment of damage in mountain tunnels due to the Taiwan Chi-Chi Earthquake», Tunnelling and Underground Space Technology 16

Wang, G., Dianku, L. (2002): «Scattering of SH-wave by multiple circular cavities in half space», Earthquake Engineering & Engineering Vibration, Vol.1, No1

Wang J., Lu J., Zhou X. (2009) : «Complex variable function Method for the scattering of plane waves by an arbitrary hole in a porous medium» , European Journal of Mechanics A/Solids 28 p.582-590

Wang Y., Qiu Z., Yu G.(2001): «Scattering of SH waves from a partially debonded rigid elliptic cylinder», Soil Dynamics and Earthquake Engineering 21 (2001) p.139-149

Wong H., Trifunac M.(1974): «Scattering of plane SH Waves by a semi-elliptical canyon», Earthquake Engineering and Structural Dynamics , Vol 3, (1974), p.157-169

Wood, J., (1973): «Earthquake-induced soil pressures on structures», Report EERL 73-05, California Institute of Technology, California.

Wood, J., (2004): «Earthquake Design Procedures for rectangular underground structures », John Wood Consulting , Earthquake Commission Research Foundation

Xiaotang L., Zailin Y., Diankui L. (2006): « Dynamic analysis for a subsurface elastic cylindrical inclusion with a semi-cylindrical cylindrical hill Under SH-wave », Recruiting Talents Fund of Hefei University

Xu H., Li T., Xu J., Wang Y.(2014): «Dynamic Response of Underground Circular Lining Tunnels Subjected to Incident P Waves», Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering, Volume 2014

Yu H., Yuan Y., Bobet A.(2017): «Seismic analysis of long tunnels: A review of simplified and unified methods», Underground Space 2 (2017) p. 73–87

Yuan X., Liao Z.(1994) : «Scattering of plane SH waves by a cylindrical canyon of circular-arc cross-section», Soil Dynamics and Earthquake Engineering 13 (1994), p. 407- 412

Yuan X., Liao Z.(1996) : «Surface motion of a cylindrical hill of circular-arc cross-section for incident plane SH waves», Soil Dynamics and Earthquake Engineering 15 (1996) 189-199

Zhao J.,Qi H., Su S.(2008): «Scattering of SH waves from interface cylindrical elastic inclusion with a semicircular disconnected curve», Applied Mathematics and Mechanics, 2008, 29(6), p.779-786

Zhao J.,Qi H.(2009): «Scattering of SH waves from a partially debonded shallow cylindrical elastic inclusion» , Journal of Mechanics Vol 25, No 4

Zhao G., Yang S. (2015): «Analytical solutions for rock stress around square tunnels using complex variable theory», International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences

WEBSITES :

<http://mathfaculty.fullerton.edu/mathews/c2003/ComplexUndergradMod.html>

Complex Variables - Complex Analysis by John H. Mathews, Russell W. Howell ,2008

http://www1.mate.polimi.it/CN/Laboratori/symbolic_tb-1.pdf, The Mathworks, “Symbolic Math Toolbox”, User’s Guide,Version 3, 2002

Αγγελοπούλου Ο. , Καρανάσιου Σ. , Σακελλαρίου Μ (2005): «Αναλυτικός υπολογισμός των πεδίων τάσεων και παραμορφώσεων γύρω από τυπικές πεταλοειδείς διατομές NATM», 2ο Πανελλήνιο Συνέδριο Οδοποιίας, Βόλος, 18-20 Μαΐου 2005

Αγγελοπούλου Ο. , Καρανάσιου Σ. , Σακελλαρίου Μ (2006): «Τα Πεδία Τάσεων και Παραμορφώσεων γύρω από Σήραγγα Τυπικής Πεταλοειδούς Διατομής NATM», 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωτεχνικής & Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής, ΤΕΕ, Ξάνθη, 31/5-2/6/2006

Κουρετζής Γ. (2005): «3-Δ Αναλυτική Προσομοίωση Κυματικών Δράσεων σε Κυλινδρικά Υπόγεια Έργα», Διδακτορική Διατριβή , Σχολή Πολυτικών Μηχανικών - Τομέας Γεωτεχνικής, Επιβλέπων Καθ. Γ.Μπουκοβάλας

Μασσίνας Σ. ,Σακελλαρίου Μ. (2010): «Ελαστοπλαστική Λύση Κλειστής Μορφής για την Κατανομή Πλαστικής Ζώνης περιμετρικά Κυκλικής Σήραγγας σε Ημίχωρο», 6ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωτεχνικής & Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής, ΤΕΕ, 29/09 – 1/10 2010, Βόλος

Νομικός Π.(2004): «Μηχανική αστάθεια και αστοχία μεγάλων υπογείων ανοιγμάτων σε ογκοτεμαχισμένες Δομές Πετρώματος», Διδακτορική Διατριβή, Επιβλέπων Καθηγητής Τσουτρέλης Χ.

Παπαιωάννου Α. (1993): «Ανύσματα και Τανυστές –Ανάλυση και Φυσική Ερμηνεία», Αθανασόπουλος Σ.- Παπαδάμης Σ.& ΣΙΑ Ε.Ε.

Πέλλη Ε.(2003): « Τετραγωνική Επενδυμένη Σήραγγα υπό Σεισμική Ένταση », Διπλωματική Εργασία στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών: ΕΜΠ, «Σχεδιασμός Υπογείων Έργων», επιβλέπων Καθ.Α.Σοφινός

Πέλλη Ε. ,Σοφινός Α.(2014) : «Έντατική Κατάσταση Σηράγγων, Διαφόρων Μορφών, Για Φόρτιση Κυμάτων SH», 7ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωτεχνικής Μηχανικής, Αθήνα, 5-7 Νοεμβρίου 2014

Πιτιλάκης Κ., Κίρτας Ε., Ρήγα Ε., Ματσούκας Π., Φλεντζούρης Β., (2008): «Ο Αντισεισμικός Σχεδιασμός Υπόγειων Έργων Μεγάλων Διαστάσεων», 3ο Πανελλήνιο Συνέδριο Αντισεισμικής Μηχανικής & Τεχνικής Σεισμολογίας 5–7 Νοεμβρίου, 2008

Σοφιανός Α. (2003): «Επίδραση υπογείων έργων στα φάσματα αντισεισμικού σχεδιασμού κτιρίων», Ερευνητικό Πρόγραμμα Ο.Α.Σ.Π.

Τσελέντης Α.(1997): «Σύγχρονη Σεισμολογία», Τόμοι 2, Παπασωτηρίου

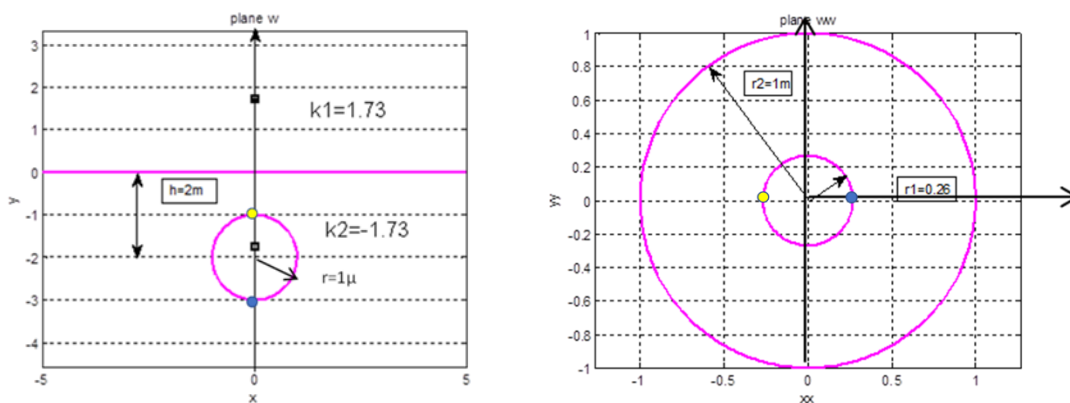
Φανιοπούλου Μ.(2008): «Παραμετρική Ανάλυση Σεισμικής Τρωτότητας Σηράγγων μικρού βάθους σε μαλακά εδάφη», Α.Π.Θ. Πολυτεχνική Σχολή- Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών- Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών: «Αντισεισμικός Σχεδιασμός Τεχνικών Έργων»Α, Επιβλέπων Καθ. Κ.Πιτιλάκης

<http://www.csd.uoc.gr/~hy215/tutorials/MATLABbook.pdf>

Γεωργίου Γ., Ξενοφώντος Χ. (2007) : «Εισαγωγή στη MATLAB», Λευκωσία, Κύπρος

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

1. Κυκλική οπή σε ημίχωρο σε δύο ομόκεντρους κύκλους



Σχ.Π-1 : Ο μετασχηματισμός $w = -ik \frac{1+ww}{1-ww}$, ελαστικός ημίχωρος με κυκλική οπή(α), σε δύο ομόκεντρους κύκλους (β)

Προκειμένου να υφίσταται ο μετασχηματισμός που δίδεται από τη (σχέση 3-26)

$ww = \frac{w+ik}{w-ik}$, ο οποίος μετασχηματίζει την κυκλική οπή στον ημίχωρο στο επίπεδο w , σε δύο ομόκεντρους κύκλους στο επίπεδο ww , όπως φαίνεται στο (Σχ.Π-1), θα πρέπει να υφίσταται μια σχέση της μορφής:

$$xx^2 + yy^2 = r^2, \text{ όπου } ww = xx + iyy$$

$$xx + iyy = \frac{x + i(y + k)}{x + i(y - k)}$$

(Π-1)

Πολλαπλασιάζοντας την (σχέση Π-1) με το συζυγή του παρονομαστή $x - i(y - k)$ και χωρίζοντας το πραγματικό και το φανταστικό μέρος λαμβάνουμε τις σχέσεις:

$$xx = \frac{x^2 + y^2 - k^2}{x^2 + (y - k)^2}$$

(Π-2)

$$yy = \frac{2kx}{x^2 + (y - k)^2} \tag{Π-3}$$

Θέτοντας $y=0$, στις (σχέσεις Π-2 & Π-3) προκύπτει:

$$xx = \frac{x^2 - k^2}{x^2 + k^2} \tag{Π-4}$$

$$yy = \frac{2kx}{x^2 + k^2} \tag{Π-5}$$

Λύνοντας την (Π-4) ως προς xx προκύπτει :

$$x^2 = \frac{k^2(xx + 1)}{1 - xx} \tag{Π-6}$$

και αντικαθιστώντας στην (σχέση Π-5) βρίσκουμε:

$$x = \frac{yyk}{1 - xx} \tag{Π-7}$$

Με αντικατάσταση της (σχέσης Π-7) στην (σχέση Π-4) βρίσκουμε τη (σχέση Π-8) μεταξύ xx & yy , η οποία είναι και η ζητούμενη

$$xx^2 + yy^2 = 1^2 \tag{Π-8}$$

διότι αναπαριστά μοναδιαίο κύκλο με κέντρο το $(0,0)$. Συνεπώς με βάση τον μετασχηματισμό που δίδεται από τη (σχέση 3-26), ο πραγματικός άξονας x στο επίπεδο w απεικονίζεται σε μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο ww .

Αντίστοιχα, όπως αναπτύχθηκε στο (Κεφ.3, §3.3.1.) και συγκεκριμένα στην παράγραφο που αναφέρεται στην Κυκλική οπή σε ημίχωρο σε δύο ομόκεντρους κύκλους, η κυκλική οπή

μοναδιαίας ακτίνας στο επίπεδο w με βάση το μετασχηματισμό (3-26) μετασχηματίζεται σε κύκλο ομόκεντρο του κύκλου που δίδεται από τη (σχέση Π-8) στο επίπεδο ww .

Για τον υπολογισμό της ακτίνας του κύκλου αυτού εφαρμόζουμε δύο φορές τον μετασχηματισμό (3-26) και συγκεκριμένα :

το σημείο $(0, -i(h-1))$ στο επίπεδο w απεικονίζεται στο σημείο $(xx = \frac{-h+1+k}{-h+1-k}, yy = 0)$

του επιπέδου ww

και το σημείο $(0, -i(h+1))$ στο επίπεδο w απεικονίζεται στο σημείο $(xx = \frac{h+1-k}{h+1+k}, yy = 0)$

του επιπέδου ww , όπως φαίνεται στο (Σχ.Π-1)

Επειδή και τα δύο σημεία έχουν $yy=0$, είναι αντιδιαμετρικά

Συνεπώς η ζητούμενη ακτίνα είναι :

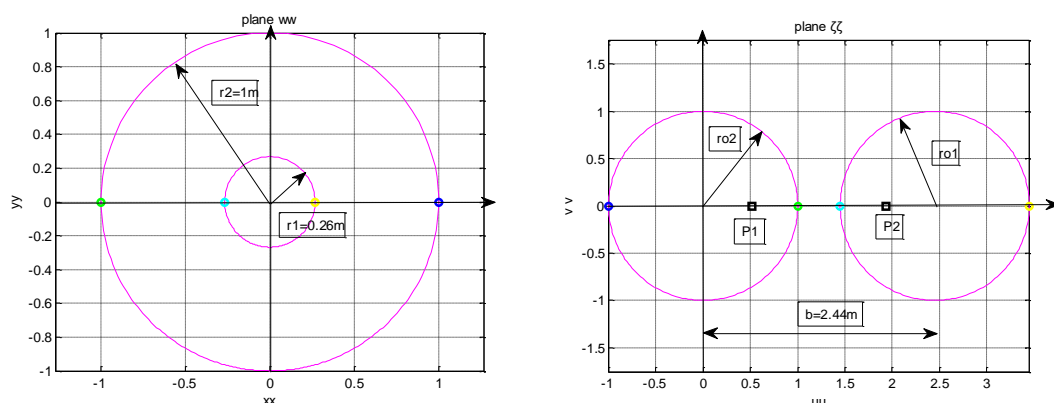
$$r_1 = \frac{1+h-k}{1+h+k}$$

(Π-9)

Λύνοντας την (σχέση 3-26) ως προς w , λαμβάνουμε τον ζητούμενο μετασχηματισμό:

$$w = -ik \frac{1+ww}{1-ww}$$

2. Δύο ομόκεντροι κύκλοι σε δύο έκκεντρους



Σχ.Π-2 : Ο μετασχηματισμός $ww = \frac{\zeta\zeta - a_1}{a_1\zeta\zeta - 1}$, δύο ομόκεντροι κύκλοι (α) σε δυο οριζόντιους έκκεντρους κύκλους (β)

Έστω κύκλος C με κέντρο το σημείο 0,0 και ακτίνα $r_{02}=1\mu$ και κύκλος C' με ακτίνα $r_{01}=1\mu$ και κέντρο στο σημείο (b,0), όπως φαίνεται στο (Σχ.Π-2). Έστω $P_1(a_1,0)$ και $P_2(a_2,0)$ τα συμμετρικά σημεία ως προς τους δύο κύκλους. Λόγω της συμμετρίας ισχύουν οι σχέσεις :

$$(b - a_1)(b - a_2) = r_{01}^2 \quad (\text{Π-10})$$

$$a_1 a_2 = r_{02}^2 \quad (\text{Π-11})$$

Από την (σχέση Π-11) προκύπτει:

$$a_1 = \frac{1}{a_2} \quad (\text{Π-12})$$

και μετά από αντικατάσταση η (σχέση Π-10) γίνεται :

$$-a_1^2 b + a_1(b^2 - r_{01}^2 + 1) - b = 0 \quad (\text{Π-13})$$

Θεωρούμε τον μετασχηματισμό που δίδεται στη σχέση $\zeta\zeta = \frac{ww - a_1}{a_1 ww - 1}$ (Π-14)

Για ένα κύκλο ακτίνας r_1 , στο επίπεδο ww και χωρίζοντας την (σχέση Π-14) σε πραγματικό και φανταστικό μέρος προκύπτουν οι σχέσεις:

$$uu = \frac{(r_1^2)(a_1) - r_1(a_1^2)\cos\theta - r_1\cos\theta + a_1}{(r_1^2)(a_1^2) - 2\cos\theta r_1 a_1 + 1} \quad (\text{Π-15})$$

$$vv = \frac{-\sin\theta(r_1)a_1^2 - r_1\sin\theta}{(r_1^2)(a_1^2) - 2\cos\theta r_1 a_1 + 1}$$

Όπου: $\zeta\zeta = uu + ivv$ (Π-16)

Επιπλέον, προκειμένου ο μετασχηματισμός που δίδεται από τη (σχέση Π-14) να μετασχηματίζει ομόκεντρους κύκλους στο επίπεδο ww σε έκκεντρους μοναδιαίους κύκλους στο επίπεδο $\zeta\zeta$ θα πρέπει να υπάρχει μια σχέση της μορφής :

$$(uu - b)^2 + vv^2 = 1^2 \quad (\text{Π-17})$$

Παραγωγίζοντας την (σχέση Π-17) η οποία είναι σταθερός αριθμός ως προς θ , λαμβάνουμε:

$$\frac{\partial r_1^2}{\partial \theta} = 2uu \frac{\partial uu}{\partial \theta} - 2 \frac{\partial uu}{\partial \theta} b + 2 \frac{\partial vv}{\partial \theta} = 0$$

$$b = uu + vv \left(\frac{\frac{\partial vv}{\partial \theta}}{\frac{\partial uu}{\partial \theta}} \right) \quad (\text{Π-18})$$

Παραγωγίζοντας τις (σχέσεις Π-15 & Π-16) ως προς θ , και αντικαθιστώντας στην (σχέση Π-18) λαμβάνουμε :

$$\frac{\partial uu}{\partial \theta} = \frac{-r_1^3 a_1^4 \cos \theta + 2r_1^2 a_1^3 + 2r_1^2 a_1 - r_1 a_1^2 \cos \theta}{((r_1^2)(a_1^2) - 2\cos \theta r_1 a_1 + 1)^2} \quad (\text{Π-19})$$

$$\frac{\partial vv}{\partial \theta} = \frac{r_1^3 a_1^4 \sin \theta - r_1 a_1^2 \sin \theta - r_1^3 a_1^2 \sin \theta + r_1 \sin \theta}{((r_1^2)(a_1^2) - 2\cos \theta r_1 a_1 + 1)^2} \quad (\text{Π-20})$$

$$b = \frac{r_1^2 a_1 - a_1}{r_1^2 a_1^2 - 1} \quad (\text{Π-21})$$

Παρατηρούμε ότι η (σχέση Π-21) αναπαριστά σταθερή ποσότητα και συνεπώς ο μετασχηματισμός που δίδεται από την (σχέση Π-14) είναι ο ζητούμενος. Οι ποσότητες b , a_1

a_2 υπολογίζονται μετά από την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (Π-12), (Π-13) &(Π-21).

Λύνοντας την (σχέση Π-14), ως προς w , λαμβάνουμε τον ζητούμενο μετασχηματισμό:

$$w = \frac{z - a_1}{a_1 z - 1}$$