



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ**

**ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΜΕ ΚΒΑΝΤΙΚΟΥΣ ΕΚΠΟΜΠΟΥΣ ΚΑΙ**  
**ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥΣ ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΟΥΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γιώργος Λαμπρινούδης

Επιβλέπον : Βασίλειος Γιαννόπαπας – Αν .Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα , Σεπτέμβριος 2018



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ**

**ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΜΕ ΚΒΑΝΤΙΚΟΥΣ ΕΚΠΟΜΠΟΥΣ ΚΑΙ**  
**ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥΣ ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΟΥΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γιώργος Λαμπρινούδης

Επιβλέπον : Βασίλειος Γιαννόπαπας – Αν .Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή στις 12 Οκτωβρίου 2018

Βασίλειος Γιαννόπαπας  
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π

Ηλίας Γλύτσης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Κυριάκος Χιτζανίδης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα , Οκτώβριος 2018

Γεώργιος Λαμπρινούδης  
Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright © Γεώργιος Λαμπρινούδης 2018  
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κατά την διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2017-2018 .

Ευχαριστώ θερμά τον καθηγητή της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ.Π ,κ . Βασίλειο Γιαννόπαπα , για την ανάθεση της παρούσας εργασίας , την πολύτιμη καθοδήγηση και στήριξη του κατά την διάρκεια αυτής .

Επίσης ευχαριστώ πολύ τους συμμετέχοντες στην εξεταστική επιτροπή , κ .Ηλία Γλύτση και κ. Κυριάκο Χιτζανίδη

Τέλος ,ευχαριστώ θερμά την οικογένεια μου και τους φίλους μου για την στήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο σκοπός της εργασίας είναι η παρουσίαση και η μελέτη των πλασματικών φαινομένων . Η εργασία χωρίζεται σε 3 ενότητες . Η πρώτη ενότητα αποτελεί μια εισαγωγή στα πλασματικά φαινόμενα , η δεύτερη μελετά της θεωρητικές βάσεις του φαινομένου των πλασμονίων και η τρίτη μελετά την σύζευξη κβαντικών εκπομπών με πλασματικούς κυματοδηγούς .

Συγκεκριμένα , στην πρώτη ενότητα παρουσιάζεται αρχικά η οικογένεια των πλασμονίων δηλαδή , το πλασμόνιο όγκου , το επιφανειακό πλασμόνιο πολαριτόνιο και το τοπικό επιφανειακό πλασμόνιο. Στην συνέχεια γίνονται παρατηρήσεις για την κβάντωση της ύλης σε πλασματικά μέσα .Έπειτα γίνεται παρουσίαση της κβαντικής θεωρίας ηλεκτρονίων για τα πλασμόνια εστιάζοντας στο φαινόμενο της μη τοπικότητας . Ακόμα περιγράφεται το υδροδυναμικό μοντέλο Drude και η θεωρία πυκνότητας των κβαντικών πλασματικών . Στην συνέχεια γίνεται μια σύγκριση των 2 μοντέλων για τα διμερή συστήματα . Ακόμα περιγράφεται η κβάντωση του φωτός στην πλασματική καθώς και η ικανότητα οπτικού περιορισμού που διαθέτουν σε υποπερίθλαση και υποκυματικό μήκος . Έπειτα περιγράφονται απομονωμένοι εκπομποί συζευγμένοι με πλασμόνια , η ισχυρή και ασθενής αλληλεπίδραση και το φαινόμενο Purcell .

Στην δεύτερη ενότητα με την χρήση της μεθόδου κανονικής κβάντωσης της κβαντικής μηχανικής , παρουσιάζουμε την θεωρία της κανονικής κβάντωσης του πλασματικού πεδίου . Έπειτα γίνεται η κατασκευή της κβαντικής πλασματικής θεωρίας με χρήση της συναρτησιακής ολοκληρωτικής μεθόδου. Ακόμα η συνάρτηση αποτελεσματικής δράσης για την αλληλεπίδραση συστήματος πλασμονίου - φωτονίου παράγεται με χρήση της κανονικής μεθόδου κβάντωσης της κβαντικής μηχανικής και έπειτα παράγεται στα πλαίσια του συναρτησιακού ολοκληρώματος .

Στην τρίτη ενότητα περιγράφεται η σύζευξη κβαντικών εκπομπών σε πλασματικούς κυματοδηγούς. Αρχικά παρουσιάζονται θεωρητικά στοιχεία και ο ρυθμός μείωσης ενός εκπομπού μέσα σε πλασματικό τρόπο ταλάντωσης . Στην συνέχεια παρουσιάζονται πειραματικές αποδείξεις συνδέσμου του κβαντικού εκπομπού σε πλασματικό κυματοδηγό με την χρήση κβαντικών κουκκίδων, NV κέντρου και SiV κέντρου . Τέλος παρουσιάζεται η πειραματική δομή για τον έλεγχο της σύζευξης καθώς και διάφορες συζεύξεις . Αυτές είναι η σύζευξη κβαντικής κουκκίδας με ασημένιο νανοκαλώδιο , η σύζευξη NV κέντρου με ασημένιο νανοκαλώδιο και η σύζευξη κβαντικού εκπομπού με κυματοδηγό σφήνας .

Λέξεις Κλειδιά

πλασμόνια ,φωτόνια, σύζευξη , κυματοδηγός ,κβάντωση , εκπομπός ,ηλεκτρόνια ,αλληλεπίδραση, κβαντομηχανική

## ABSTRACT

The goal of this thesis is the presentation and the analysis of the plasmonics phenomenon . This thesis consists of 3 parts . Part 1 is an introduction to plasmonics phenomena , part 2 studies the theoretical background of the plasmon phenomenon and part 3 studies the coupling of quantum emitters with plasmonic nanoguides .

More tholoughly , in the beginning of part 1 there is a presentation of the plasmonic family , that is the volume plasmon , the surface plasmon polariton and the local surface plasmon . Next , observations are made about the quantisation of matter in plasmonics means . Then , a presentation of the quantum electron theory of plasmons is made focusing on nonlocality . Additionally the Drude hydrodynamic model is presented and the density theory of quantum plasmonics .Then a compariton between the 2 models is made for dimer systems . Also there is a description of the quantisation of light in plasmonics and the optical confinement of plasmonics in subdifracction and subwavelength . Next single emitter coupled with plasmons, weak and strong interaction and the Parcell phenomenon are described .

In part 2 using the canonical quantisation method of quantum mechanics ,we present the thoery of canonical quantisation of the plasmonic field . Next the quantum plasmonic theory is constructed using the functional integral method . Then the effective action functional for the system -plasmon interaction is produced using the canonical quantisation method of quantum mechanics and then its produced using functional integral method .

In part 3 the coupling of quantum emitters with plasmonic waveguides is described . Firstly , the theoretical background is presented together with the rate of decay of an emitter into the plasmonic mode . Next experimental evidence of the coupling of the quantum emitter with the plasmonic waveguide are presented with the use of quantum dots , NV and SiV centers . Lastly the experimental set up for the control of the coupling and other experiments are presented . These experiments are coupling of quantum dot with silver nanowire , coupling of NV center with silver nanowire and coupling of quantum emitter with wedge waveguide .

## Περιεχόμενα

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 :ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΙΚΩΝ ΠΛΑΣΜΟΝΙΚΩΝ

1)Εισαγωγή	8
2)Η οικογένεια των πλασμόνιων	8
3)Κβάντωση της ύλης στα πλασμονικά μέσα	10
4)Κβαντώνοντας το φως στην πλασμονική	18
5)Οπτικός περιορισμός	19
6)Απομονωμένοι εκπομποί συζευγμένοι με SPP	21

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΚΒΑΝΤΙΚΩΝ ΠΛΑΣΜΟΝΙΚΩΝ

1)Κβαντικό πλασμονικό πεδίο σε κανονική κβαντική μηχανική	30
2)Κβαντικό πλασμονικό πεδίο σε συναρτησιακό ολοκληρωτικό φορμαλισμό	36
3)Αλληλεπίδραση πλασμονίου – φωτονίου σε κανονική κβαντική μηχανική	47
4)Αλληλεπίδραση πλασμονίου – φωτονίου με την συναρτησιακή ολοκληρωτική μέθοδο	49
5)Συμπεράσματα	49

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 :ΣΥΖΕΥΞΗ ΚΒΑΝΤΙΚΩΝ ΕΚΠΟΜΠΩΝ ΣΕ ΠΛΑΣΜΟΝΙΚΟΥΣ ΝΑΝΟΟΔΗΓΟΥΣ

1)Εισαγωγή	51
2)Τρόποι ταλάντωσης σε πλασμονικούς κυματοδηγούς	51
3)Θεωρία σύζευξης	53
4)Ρυθμός αποδιέγερσης ενός εκπομπού μέσα σε πλασμονικό τρόπο ταλάντωσης	54
5)Συνολικός ρυθμός αποδιέγερσης εκπομπού	55
6)Παράγοντας $\beta$	56
7)Πειραματική μελέτη της σύζευξης κβαντικού εκπομπού σε πλασμονικό κυματοδηγό	57
8)Σύζευξη κβαντικών εκπομπών σε πλασμονικούς κυματοδηγούς	61

## ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΙΚΩΝ ΠΛΑΣΜΟΝΙΚΩΝ

### 1.Εισαγωγή

Η πλασμονική είναι η περιοχή της οπτικής που ασχολείται με την αλληλεπίδραση ΗΜ κυμάτων και ηλεκτρονίων στη διεπιφάνεια δύο διαφορετικών μέσων. Μπορούν να διαδίδονται στο χώρο ή και να είναι τοπικό φαινόμενο [1-5]. Στα μέταλλα το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο αλληλεπιδρά με τα σχεδόν ελεύθερα ηλεκτρόνια του μετάλλου και, στη διεπιφάνεια δύο υλικών, μπορεί να προκαλέσει την συλλογική ταλάντωσή τους, υπό δεδομένες συνθήκες. Σε ένα πεπερασμένο σύστημα θα δημιουργηθεί ένα επιφανειακό φορτίο το οποίο θα προκαλέσει μια δύναμη επαναφοράς στα ηλεκτρόνια και συντονισμό ο οποίος εξαρτάται από την γεωμετρία του συστήματος. Στο όριο των χαμηλών ταχυτήτων που συγκριτικά με αυτές η ταχύτητα του φωτός είναι άπειρη, αυτός ο συντονισμός ονομάζεται πλασμόνιο. Σε ταχύτητες κοντά στην ταχύτητα του φωτός υπάρχει αλληλεπίδραση και με τα φωτόνια και δημιουργείται το υβριδικό φαινόμενο του επιφανειακού πλασμονίου πολαριτονίου. Σε συχνότητες κοντά στην συχνότητα πλάσματος του υλικού, αυτή η συλλογική ταλάντωση των ηλεκτρονίων θα κυριαρχήσει στην συνολική οπτική αντίδραση και θα επιτρέψει τον περιορισμό του φωτός σε μικρά μήκη κύματος ενισχύοντας έντονα στο ηλεκτρικό πεδίο. Έτσι πλέον υπάρχει η δυνατότητα έλεγχου του φωτός σε υποατομικό μέγεθος ανοίγοντας το δρόμο για αρκετές τεχνολογικές εφαρμογές βασισμένες στην πλασμονική. Μερικές από αυτές είναι τα laser [8], διάφορες θεραπείες για τον καρκίνο [7] και οι αισθητήρες [6]. Μια ακόμα σημαντική εφαρμογή είναι ότι μπορούν να αποτελούν τον μεσάζοντα ανάμεσα σε ηλεκτρικά και οπτικά κυκλώματα [9]. Για αυτό λοιπόν τα τελευταία χρόνια υπάρχει μια άνθηση στην έρευνα αυτού του φυσικού κλάδου και γίνονται προσπάθειες για την κατανόηση των φαινομένων των πλασμονίων.

Τα τελευταία χρόνια υπάρχει έντονο ενδιαφέρον σχετικά με το ρόλο των κβαντικών φαινομένων όταν εξετάζουμε πλασμονικά συστήματα. Καθώς φτιάχνουμε ολοένα και μικρότερες κατασκευές το επίπεδο περιορισμού των ηλεκτρονίων μικραίνει. Στο μέγεθος της τάξης μήκους κύματος Fermi πρέπει να αρχίσουμε να λαμβάνουμε υπόψιν και τα κβαντικά φαινόμενα, καθώς τα ηλεκτρόνια μπορούν να θεωρηθούν σαν κύματα σε ένα πεπερασμένο σημείο του χώρου. Ακόμα υπάρχουν διάφορα πειράματα όπου τα πλασμόνια αλληλεπιδρούν με κβαντικές φωτεινές πηγές οπότε παίζουν σημαντικό ρόλο οι σωματιδιακές ιδιότητες των φωτονίων και των πολαριτανίων. Έτσι ορίζουμε την κβαντική πλασμονική ως την μελέτη της κβαντικής φύσης των επιμέρους ηλεκτρονίων και φωτονίων του πλασμονίου. Θέλουμε να διευρύνουμε τις γνώσεις μας για τα πλασμόνια και τις θεμελιώδεις ιδιότητές τους σαν κβαντικά σωματίδια.

### 2.Η οικογένεια των πλασμονίων

#### α)Πλασμόνιο όγκου

Μια πλασματική ταλάντωση όγκου είναι μια διαμήκης διέγερση που προκαλείται από την συγχρονισμένη κίνηση των ηλεκτρονίων του αερίου. Όλα τα ηλεκτρόνια ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και κυματαριθμό ενώ το κβάντο ενέργειας ονομάζεται πλασμόνιο όγκου. Η συχνότητα αυτών των ταλαντώσεων είναι η συχνότητα πλάσματος

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m \epsilon_0}} \quad (1)$$

η οποία αποτελεί μια φυσική ιδιότητα του υλικού. Εξαρτάται μόνο από την πυκνότητα ηλεκτρονίων, το φορτίο και την μάζα δηλαδή είναι σταθερή και δεν έχει σχέση διασποράς. Η τιμή της κυμαίνεται στα 10 eV. Αυτή η συγκριτικά μεγάλη ενέργεια είναι σημαντική για την σταθερότητα του πλασμονίου και οφείλεται στον μεγάλο αριθμό των ηλεκτρονίων που αποτελούν το πλασμόνιο [11]. Η πρωτοπόρα δουλειά στις συλλογικούς ταλαντώσεις του αερίου ηλεκτρονίων έγινε από τον Bohr και τον Pines την δεκαετία του 50. Ανακάλυψαν ότι το μακρινό εύρος της



δύναμης Coulomb εμφανίζεται ως μια οργανωμένη συλλογική ταλάντωση σε όλο το αέριο [12-14]. Το μακρινό εύρος σημαίνει ότι κάθε ηλεκτρόνιο δέχεται δυνάμεις από μεγάλο αριθμό ηλεκτρονίων. Αυτό δημιουργεί μικρές διακυμάνσεις στην θέση και την ορμή του κάθε ηλεκτρονίου και έτσι είναι απαραίτητο να προσεγγίσουμε το πρόβλημα με Χαμιλτονιανή μέθοδο πολλών σωματιδίων .

### β)Επιφανειακό πλασμόνιο πολαριτόνιο

Σύντομα μετά την ανακάλυψη του πλασμονίου όγκου ανακαλύφτηκε ότι υπάρχει και μια συλλογική διέγερση ηλεκτρονίων χαμηλότερης ενέργειας που εμφανίζεται σε μεταλλικές επιφάνειες η οποία ονομάστηκε επιφανειακό πλασμόνιο [15]. Η ύπαρξη της διεπιφάνειας μετάλλου-αέρα επιτρέπει στο κυματοδιάνυσμά να λαμβάνει και μιγαδικές τιμές .Καθώς το πλασμόνιο που διεγείρεται σε μια επιφάνεια είναι μια εγκάρσια διέγερση, αυτό σημαίνει ότι το πλασμόνιο μπορεί να συζευχθεί με το φως (σε κατάλληλες διατάξεις) και το νέο διαδομένο υβρίδιο ονομάζεται επιφανειακό πλασμόνιο πολαριτόνιο(ΕΠΠ) [5] ,[16]. Από τις εξισώσεις Maxwell και τις συνοριακές συνθήκες για δυο επιφάνειες καταλήγουμε στην σχέση [4],[5]

$$q(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \quad (2)$$

που  $q$  είναι η ορμή στο επίπεδο και  $\epsilon_1, \epsilon_2$  δείχνουν τις διηλεκτρικές συναρτήσεις για τους δυο ημιχώρους .Για μια επιφάνεια στην οποία η διηλεκτρική συνάρτηση αλλάζει πρόσημο για να έχουμε διάδοση πρέπει η απόλυτη τιμή της αρνητικής σταθεράς να είναι μεγαλύτερη από την τιμή της θετικής σταθεράς ,πράγμα το οποίο ικανοποιείται για τις μεταλλικές επαφές στις οπτικές συχνότητες .Το να είναι οι διηλεκτρικές συναρτήσεις μιγαδικές δεν αλλάζει εκτός από το ότι το ΕΠΠ θα έχει πεπερασμένο μήκος διάδοσης .Σε οπτικές συχνότητες αυτό εξαρτάται από το είδος του μετάλλου .Για παράδειγμα, όταν η διηλεκτρική συνάρτηση του μετάλλου εξαρτάται από τη συχνότητα όπως για παράδειγμα συμβαίνει στο πρότυπο Drude, τότε παρόλο που η διηλεκτρική συνάρτηση είναι μιγαδική, μπορεί κανείς να υπολογίσει τη σχέση διασποράς των ΗΜ κυμάτων χρησιμοποιώντας το πραγματικό μέρος της διηλεκτρικής συνάρτησης. Για ταχύτητες κοντά στην ταχύτητα του φωτός το πλασμόνιο συμπεριφέρεται σαν ΗΜ κύμα και διαδίδεται παράλληλα στην επιφάνεια .

### γ)Τοπικό επιφανειακό πλασμόνιο

Ένα τοπικό επιφανειακό πλασμόνιο (ΤΕΠ) είναι άπλα ένα επιφανειακό πλασμόνιο περιορισμένο σε ένα μικρο νανοσωματίδιο . Δεν διαδίδεται στον χώρο και έχει μια επίπεδη διασπορά που επιτρέπει την άμεση φωτεινή διέγερση [5] . Η θεωρία για το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε ένα τέτοιο σωματίδιο έχει αναπτυχθεί εδώ και 100 χρόνια [17] και μπορεί εύκολα να επιλυθεί μαθηματικά [18]. Για νανοσωματίδια μικρότερα των 2 εκατοστών μπορούμε να θεωρήσουμε το ηλεκτρικό πεδίο σταθερό σε όλο το σωματίδιο και να το λύσουμε ως ηλεκτροστατικό πρόβλημα ,απλοποιώντας τους μαθηματικούς υπολογισμούς [5]. Μέσα σε αυτό το όριο η διπολική μορφή κυριαρχεί και ο συντονισμός των πλασμονίων δεν εξαρτάται από το μέγεθος . Κατά προσέγγιση οι συντονισμοί της διπολικής επιφάνειας των πλασμονίων στην σφαίρα δίνονται από την σχέση

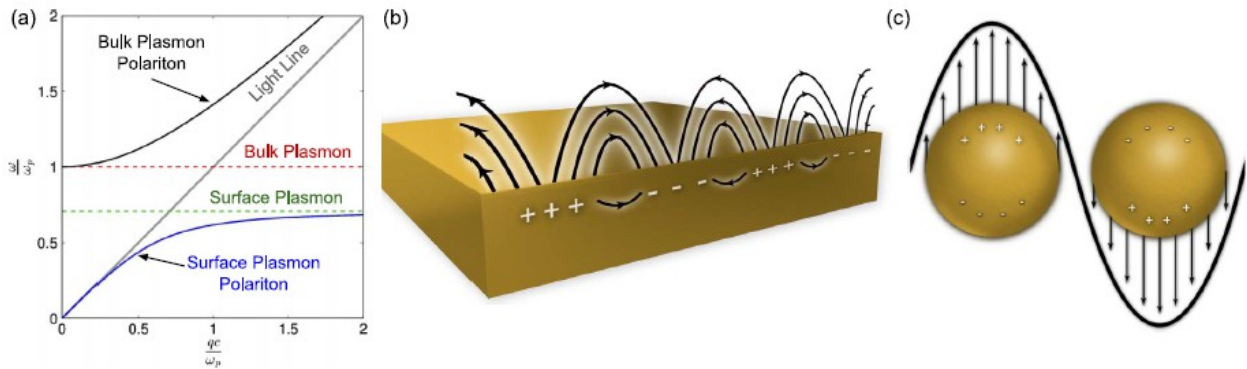
$$\Re[\epsilon_2] = -2\epsilon_1 \quad (3)$$

Για μια διεπιφάνεια αέρα - μετάλλου τύπου Drude, η συχνότητα του ΤΕΠ είναι ίση με

$$\omega_p / \sqrt{3}$$

Στην παρακάτω εικόνα (Figure 1 άρθρου Fitzgerald )

- A)Σχέσεις διασποράς των πλασμονικών διεγέρσεων σε ημιάπειρα μέταλλα
- B)Επιφανειακά πλασμόνια πολαριτόνια σε επαφή ανάμεσα σε μέταλλο και διηλεκτρικό
- C)Τοπικό επιφανειακό πλασμόνιο σε μεταλλικό νανοσωματίδιο



δ) Θεωρητικές προσεγγίσεις από την πλευρά της κλασσικής φυσικής

Οι κλασσικές προσεγγίσεις αναφέρονται στην χρήση βασικών υποθέσεων όπως τις αυστηρές συνοριακές συνθήκες (που βασίζονται στην βηματική συνάρτηση για την πυκνότητα των ηλεκτρονίων) και την τοπική διηλεκτρική συνάρτηση διασποράς. Αυτά τα άπλα μοντέλα δίνουν αναλυτικά αποτελέσματα, είναι εύκολο να εφαρμοστούν και για αυτό χρησιμοποιούνται ευρέως σε προβλήματα πλασμονίων. Αυτά τα μοντέλα όμως τείνουν να είναι λανθασμένα σε μικρά μεγέθη με μεγάλες ενέργειες όπου θα είναι ωφέλιμο να τα διαφοροποιήσουμε λαμβάνοντας υπόψιν τα διάφορα κβαντικά φαινόμενα. Συνεπώς πρέπει να κάνουμε ορισμένες κβαντομηχανικές διορθώσεις.

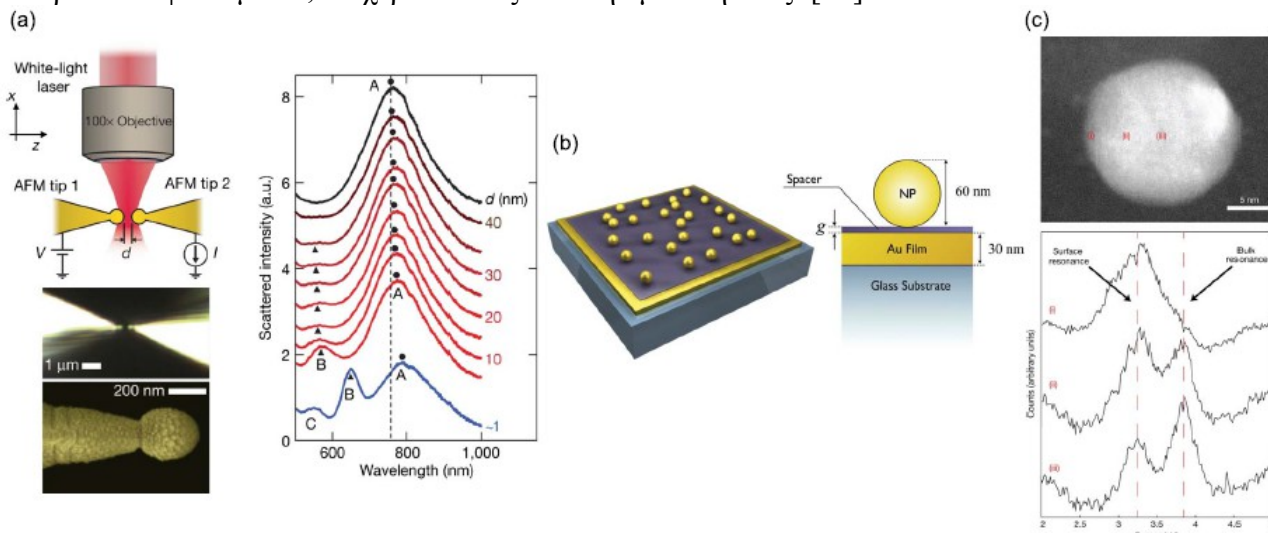
### 3) Κβάντωση της ύλης στα πλασμονικά μέσα

Υπάρχουν δυο τομείς που απαιτείται η κβαντική φύση των ηλεκτρονίων για την περιγραφή των πλασμονικών συστημάτων. Ο πρώτος είναι το ζήτημα του μεγέθους των νανοσωματιδίων και τα κβαντικά φαινόμενα που προκαλεί. Για μικρά σωματίδια, της τάξης των 2 νανόμετρων, τα ηλεκτρόνια αρχίζουν να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους λόγω του περιορισμένου χώρου που διαθέτουν και έτσι έχουν διακριτό φάσμα [19], κάτι το οποίο έχει παρατηρηθεί πειραματικά [20],[21]. Συνήθως η ενεργειακή διακριτότητα δεν θεωρείται σημαντική καθώς η υψηλή πυκνότητα ηλεκτρονίων δημιουργεί μικρο εύρος ενεργειών σε θερμοκρασία δωματίου [5]. Η οπτική απόκριση επηρεάζεται από τον περιορισμό του αερίου ηλεκτρονίων για τα μικρότερα νανοσωματίδια. Ο δεύτερος τομέας εξαρτάται από την επιφάνεια (η οποία στον μικρόκοσμο είναι το όριο των κυματοσυναρτήσεων των ηλεκτρονίων). Η αναλογία της επιφάνειας με το όγκο είναι  $1/R$  όπου όσο τα νανοσωματίδια μικραίνουν η ύπαρξη της επιφάνειας κυριαρχεί στην οπτική ανταπόκριση. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να μελετήσουμε εκτενώς την επιφάνεια και όλες τις μικρές μεταβολές της. Από διάφορες μελέτες σε μικρά μεταλλικά νανοσωματίδια [22],[24] έχουμε αντιληφθεί ότι τα ηλεκτρόνια που τα αποτελούν δεν δέχονται μόνο το εξωτερικά εφαρμοζόμενο πεδίο αλλά νιώθουν το άθροισμα του εξωτερικού και του επαγόμενου πεδίου.

Το ενδιαφέρον για τα κβαντικά φαινόμενα σε μεταλλικά νανοσωματίδια είναι έντονο, με επίκεντρο την διέγερση των επιφανειακών πλασμονίων. Αυτό οφείλεται σε νέες πειραματικές τεχνικές οι οποίες επιτρέπουν την κατασκευή μικροσκοπικών επιφανειών καθώς και την δυνατότητα να ανιχνεύουμε μεμονωμένα σωματίδια [25-27]. Έτσι μπορούμε να κάνουμε νέα πειράματα στα κβαντικά πλασμονικά.

Για παράδειγμα, ο Scholl μελέτησε μεμονωμένα ασύνδετα νανοσωματίδια από ασημί, χρησιμοποιώντας φασματογραφία της ενεργειακής μείωσης ηλεκτρονίων (electron energy loss spectroscopy EELS), για μεγέθη από 20 νανόμετρα μέχρι 2 νανόμετρα [25]. Καθώς το μέγεθος του σωματιδίου μειωνόταν παρατηρήθηκε μεταβολή και επέκταση του μεγίστου συντονισμού. Η πρόβλεψη του μεγίστου συντονισμού είναι δύσκολο να εκτιμηθεί γιατί υπάρχουν ανταγωνιστικοί μηχανισμοί ανάμεσα στην κβάντωση υψηλού επίπεδου (που προκαλεί μεταβολή προς το ιώδες φάσμα) και την επιφανειακή δυναμική (που προκαλεί μεταβολή προς το ερυθρό φάσμα) [28]. Για τα αλκαλικά μέταλλα έχουμε λόγω των ηλεκτρονίων σθένους μεγαλύτερη ακτίνα όπου έχουμε

μετατόπιση προς το ερυθρό [29]-[33]. Αντίθετα για τα ευγενή μέταλλα έχουμε δυο αντίθετα φαινόμενα καθώς μειώνεται η ακτίνα των νανοσωματιδίων. Η μετατόπιση προς το ερυθρό οφείλεται σε ηλεκτρόνια τα οποία διαφεύγουν προς τα έξω ενώ η μετατόπιση προς το ιώδες οφείλεται στην προβολή των ηλεκτρονίων της  $d$  στοιβάδας. Στο παρελθόν ήταν δυνατή η δημιουργία διατάξεων μεταλλικών νανοσωματιδίων είτε σε μορφή πλέγματος [34] ή σε μορφή αερίου [35],[36]. Η μελέτη γινόταν με φασματογράφο μάζας ο οποίος έχει την τάση να “σκεπαίνει” τα κβαντικά φαινόμενα, δυσχεραίνοντας έτσι την μελέτη τους [37].



Στην παραπάνω εικόνα που ελήφθη από την αναφορά [25]

- Οπτικές και ηλεκτρικές μετρήσεις από πλασματικούς λοβούς που δημιουργούν τα μεταλλικά νανοσωματίδια σε σχέση με την απόσταση  $d$ . Οι πλασματικοί συντονισμοί είναι σημειωμένοι με τα γράμματα A-C
- Παράδειγμα συστήματος που τα μη τοπικά αίτια είναι σημαντικά (νανοσωματίδια χρυσού σε ταινία)
- Εικόνα μικροσκοπίου ηλεκτρονίων σε νανοσωματίδιο από ασήμι και τα αντίστοιχα EELS αποτελέσματα

Η δεύτερη περιοχή που θα εστιάσουμε είναι το φαινόμενο σήραγγας μεταξύ δυο νανουλικών που σχεδόν ακουμπάνε. Αποτελεί ένα βασικό κβαντικό φαινόμενο στο οποίο σωματίδια ξεπερνάνε φραγμούς δυναμικού τους οποίους δεν θα ήταν δυνατό να περάσουν στο μακρόκοσμο. Δεν έχει κλασικό ανάλογο όποτε είναι αδύνατον να το προσεγγίσουμε με κλασική φυσική και, επομένως, μπορεί να αποτελέσει το τέλει σημείο στο οποίο πρέπει να προχωρήσουμε σε κβαντικά πλασματικά. Ορισμένα πλασματικά αποτελέσματα όπως η ενίσχυση του πεδίου γίνονται σημαντικά σε μικρά χάσματα με φαινόμενο σήραγγας. Εκεί η κλασική προσέγγιση καταλήγει σε απειρισμό ενώ η κβαντική φτάνει σε λογικά αποτελέσματα με την μοντελοποίηση του επιφανειακού δυναμικού σε πεπερασμένη επιφάνεια [27].

Το πρόσφατο ενδιαφέρον σε αυτό το ζήτημα προκύπτει από τις σύγχρονες εξελίξεις στις πειραματικές μελέτες. Πρωτοποριακές τεχνικές μας επιτρέπουν τον έλεγχο των σωματιδίων [26], [27],[38],[39] και των αποστάσεων τους σε νανοκλίμακες, σε βαθμό που τα σώματα απέχουν απειροελάχιστα. Όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα ένα σημαντικό πείραμα ήταν η παρατήρηση του φαινομένου σήραγγας των ηλεκτρονίων ανάμεσα σε δυο νανοσωματίδια χρυσού τα οποία απέχουν 0,3 νανόμετρα [26],[27]. Έγινε μέτρηση των ηλεκτρικών και των οπτικών ανταποκρίσεων των δυο νανοκατασκευών, αλλάζοντας την απόσταση τους διαρκώς, ώστε να αποκαλύψουν τα κβαντικά όρια των πλασματικών φαινομένων.

### α)Κατασκευή μιας κβαντικής θεωρίας ηλεκτρονίων για τα πλασμόνια

Θα θεωρήσουμε ότι υπάρχουν αρκετά φωτόνια ώστε να προσεγγίσουμε κλασσικά τα πεδία φωτός με τους νομούς του Maxwell . Η βασική ιδέα είναι ότι η οπτική απόκριση της νανοκατασκευής καθορίζεται από την πυκνότητα ηλεκτρονίων . Ένα πεδίο διαταράσσει αυτή την πυκνότητα και προκαλεί ένα επαγόμενο πεδίο το οποίο δρα στο σύστημα .Όποτε πρέπει να λύσουμε την εξίσωση Maxwell μαζί με την εξίσωση Schrodinger για πολλά σωματίδια .Αυτό είναι ιδιαίτερα δύσκολο οπότε κάνουμε ορισμένες παραδοχές για διευκόλυνση μας .

### β)Μη τοπικότητα

Η μη τοπικότητα είναι μια σύνθετη έννοια στην κλασσική φυσική . Αντίθετα στην κβαντική φυσική δεν είναι τίποτα παραπάνω από μια συνεπεία της κβαντικής φύσης των ηλεκτρονίων ,ότι έχουν κυματικές ιδιότητες και καταλαμβάνουν έναν πεπερασμένο όγκο .Στην κλασσική ηλεκτρομαγνητική θεωρία οπου τα ηλεκτρόνια θεωρούνται ως σημειακά φορτία χωρίς διαστάσεις , η μη τοπικότητα είναι η κατάρριψη αυτής της λογικής .

Πάντα θεωρούμε ότι οι εξωτερικές διαταράξεις είναι μικρές και έτσι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε γραμμική θεωρία απόκρισης . Έτσι εκφράζουμε τις εκτός ισορροπίας ιδιότητες του αερίου ηλεκτρονίων σε σχέση με της ιδιότητες σε κατάσταση ισορροπίας [40]. Έτσι έχουμε την γραμμική προσέγγιση ανάμεσα στην πόλωση και το εφαρμοσμένο πεδίο

$$P(r,t) = \epsilon_0 \int d^3r' \int dt' \chi(r,r',t,t') E_{ext}(r',t') \quad (4)$$

Υπάρχει διάκριση ανάμεσα στο συνολικό πεδίο (που δέχεται ένα σώμα ) και το εξωτερικό πεδίο. Η παραπάνω εξίσωση είναι μη τοπική στο χώρο και τον χρόνο και επίσης έχει σχέση αιτίου αποτελέσματος ανάμεσα στα μέλη της .Η πόλωση σε ένα σημείο του χώρου και του χρόνου εξαρτάται από τις τιμές του πεδίου σε γειτονικές περιοχές και σε παρελθόντες χρόνους. Για συστήματα τα οποία είναι ομογενή στον χρόνο , η συνάρτηση απόκρισης εξαρτάται μόνο από τις διαφορές στο χρόνο και το χώρο και όχι από τις απόλυτες τιμές τους. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα της συνέλιξης άλλα έχουμε πολλές διαφορετικές διασπορές συχνοτήτων στο υλικό . Εκεί οφείλεται η πολυπλοκότητα των πλασμονίων , ότι το υλικό αλληλεπιδρά μη γραμμικά με τις συχνότητες αντίθετα με τις εξισώσεις του ηλεκτρομαγνητισμού . Για την χωρική εξάρτηση χρησιμοποιούμε μια τοπική προσέγγιση . Αυτό μαθηματικά σημαίνει ότι θεωρούμε την ανταπόκριση να είναι  $\chi(\omega)\delta(r-r')$  , δηλαδή εξαιτίας της συνάρτησης Dirac θεωρούμε ότι εξαρτάται μόνο από το συγκεκριμένο σημείο και όχι τα γειτονικά του. Αυτό ισχύει όταν το μήκος κύματος είναι πολύ μεγαλύτερο από τις διαστάσεις του υλικού .Αν αγνοήσουμε τα μικροσκοπικά φαινόμενα και αθροίσουμε τα πεδία σε όλο τον όγκο του υλικού καταλήγουμε στις συνήθεις μακροσκοπικές εξισώσεις με σχετική ευκολία .

Για ένα σύστημα χωρίς συμμετρία μεταφοράς δεν είναι τόσο δύσκολο να γενικεύσουμε σε μια μη τοπική περίπτωση .Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση απόκρισης εξαρτάται από το  $r-r'$  και χρησιμοποιώντας το θεώρημα της συνέλιξης βρίσκουμε την συνάρτηση απόκρισης που εξαρτάται από το κυματοδιάνυσμά  $q$

$$P(q,t) = \epsilon_0 \chi(q,\omega) E_{ext}(q,t) \quad (5)$$

Αυτή η εξίσωση μας δείχνει ότι αν διεγείρουμε ένα σύστημα με έναν κυματοδιάνυσμά  $q$  και συχνότητα  $\omega$  τότε θα ανταποκριθεί στην ίδια συχνότητα και κυματοδιάνυσμά . Προσεγγίσεις σε μακροσκοπικές διαταραχές μπορούν να βρεθούν με την θεωρία διαταραχών πρώτης τάξης καθώς και την προσέγγιση τυχαίας φάσης , όπως για παράδειγμα η συνάρτηση πυκνότητας -πυκνότητας απόκρισης για το ομογενές αέριο ηλεκτρονίων .Όταν διαταράζουμε ένα μακροσκοπικό σύστημα με φως πολλές φορές μπορούμε να απαλείψουμε το κυματοδιάνυσμά για μεγάλο μήκος κύματος .

Αυτό οφείλεται στο ότι τα ηλεκτρόνια έχουν μικρότερο μήκος κύματος από το φως .Αν διαταράξουμε το σύστημα με γρήγορα ηλεκτρόνια πρέπει να λάβουμε υπόψιν την μη τοπική απόκριση [41] .

Γενικά ,για τα πεπερασμένα συστήματα χωρίς χωρική ομοιογένεια η σχέση  $(r,r')$  πρέπει να διατηρείτε .Αυτό ισχύει για πραγματικές επιφάνειες όπου η ηλεκτρική πυκνότητα αλλάζει συνεχώς . Μπορούμε συνεπώς να περιμένουμε μεταβολή του ηλεκτρικού πεδίου στην ίδια κλίμακα μήκους , πράγμα το οποίο δείχνει ότι υπάρχει μια χωρική μεταβολή συγκρίσιμη με ατομικά φαινόμενα όποτε η μη τοπική προσέγγιση είναι σημαντική [27],[42] .Με άλλες προσεγγίσεις καταλήγουμε σε μη συνεχές ηλεκτρικό πεδίο πράγμα που δεν ισχύει .Υπάρχουν πολλά γνωστά μοντέλα τα οποία έχουν δημιουργηθεί για να εξηγήσουν αυτά τα μη τοπικά αποτελέσματα και θα δούμε τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα τους .

γ)Το υδροδυναμικό μοντέλο Drude

Το υδροδυναμικό μοντέλο είναι ένα απλό μακροσκοπικό μοντέλο το οποίο μεσώ της πίεσης των ηλεκτρονίων εισάγει κβαντικά (απαγορευτική αρχή Pauli ) και δυναμικά (δύναμη Coulomb) αποτελέσματα . Είναι πολύ πιο έγκυρο από τα καθαρά μακροσκοπικά μοντέλα άλλα έχει το μειονέκτημα της παράλειψης κβαντικών ιδιοτήτων όπως το φαινόμενο σήραγγας και την διέγερση ηλεκτρονίων και οπών . Ένα μεγάλο πλεονέκτημα του είναι ότι μπορεί εύκολα να χρησιμοποιηθεί με αριθμητικές μεθόδους σε πολλά σχήματα και διατάξεις [43],[51] . Φυσικά όσο πιο πολύπλοκο είναι ένα σχήμα θα έχουμε περισσότερους υπολογισμούς καθώς θα πρέπει να εργαστούμε και σε μήκη κύματος μικρότερα του κύματος Fermi . Για άπλες γεωμετρίες είναι πιθανόν να καταλήξουμε σε αναλυτικές εκφράσεις .

Το μοντέλο αναπτύχθηκε πρώτα από τον Bloch το 1933 [52] και άρχισε να χρησιμοποιείται στα πλασμόνια την δεκαετία του 70 [53]. Έγινε διάσημο [10],[27],[44],[45],[54] για την εξέταση των πλασμονίων γιατί βρέθηκε μια εκδοχή του μοντέλου που περιέχει κινητική διάχυσης φορτίου η οποία ονομάζεται ημικλασσική γενικευμένη μη τοπική οπτική ανταπόκριση (GNOR generalized nonlocal optical response ) [55]. Το αέριο ηλεκτρονίων περιγράφεται με βαθμωτά μεγέθη όπως πυκνότητα ηλεκτρονίων  $n(r,t)$  , πεδίο ταχύτητας  $v(r,t)$  και πεδίο πίεσης  $p(r,t)$ .Θεωρούμε ότι συνδέονται με τα μακροσκοπικά πεδία του ηλεκτρομαγνητισμού μεσώ της υδροδυναμικής εξίσωσης της κίνησης

$$n \frac{\partial v}{\partial t} + n(v \cdot \nabla)v + \gamma n v = - \frac{ne}{m} (E + v \times B) - \frac{\nabla p}{m} \quad (6)$$

Η απόσβεση προστίθεται με φαινομενικό τρόπο . Για να προχωρήσει κάποιος πρέπει να συνδέσει την πυκνότητα ηλεκτρονίων με τον όρο πίεσης . Χρησιμοποιώντας την θεωρία Fermi – Thomas [56] η οποία είναι απλή άλλα δεν λαμβάνει υπόψιν τις αλληλεπιδράσεις των ηλεκτρονίων [10], μετά από υπολογισμούς βρίσκουμε ότι η πόλωση είναι

$$\dot{P} + \gamma \dot{P} - \beta^2 \nabla(\nabla \cdot P) = \epsilon_0 \omega_p^2 E \quad (7)$$

Η μη τοπική παράμετρος  $\beta$  ,η οποία είναι ανάλογη με την ταχύτητα Fermi , έχει λάθος τιμή αν την προσδιορίσουμε στα πλαίσια του μοντέλου και πρέπει να την θεωρούμε ως μια παράμετρο η οποία λαμβάνεται από το πείραμα .Ο λόγος για αυτήν την διάφορα είναι ότι το υδροδυναμικό μοντέλο αφορά μεγάλα μήκη κύματος ενώ τα πλασμόνια είναι διεγέρσεις μεγάλης συχνότητας .Η σωστή παράμετρος μπορεί να βρεθεί με προσέγγιση τυχαίας φάσης η οποία ,στο μοντέλο GNOR είναι ένας φανταστικός αριθμός [55] .Τότε η εξίσωση (7) λύνεται όπως οι εξισώσεις Maxwell και πρέπει να θεωρήσουμε ταχύτητες κάτω από την ταχύτητα του φωτός για να είμαστε ακριβείς . Το μοντέλο έχει εξεταστεί με πολλές διαφορετικές πηγές διεγέρσεων όπως φως , ηλεκτρόνια και ηλεκτρικά δίπολα [45].

Στα πλαίσια της υδροδυναμικής προσέγγισης κάποιος πρέπει να ξεχωρίσει την εγκάρσια και την διαμήκη συνιστώσα της διηλεκτρικής συνάρτησης. Η εγκάρσια απόκριση είναι ίδια με την τοπική προσέγγιση και έχει σχέση διασποράς

$$q^2 = \varepsilon_T(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \quad (8)$$

Όπου το  $\varepsilon_T$  είναι η εγκάρσια διηλεκτρική συνάρτηση, κάτι που προκύπτει από τον νόμο του Gauss. Η μη τοπικότητα στην εγκάρσια κατεύθυνση σχετίζεται με την διέγερση οπών – ηλεκτρονίων [40], όποτε δεν περιγράφεται από το υδροδυναμικό μοντέλο. Αναζητείται τρόπος ώστε να εισαχθεί η μη τοπικότητα στο μοντέλο [57]. Οι διαμήκεις διεγέρσεις δίνονται από την σχέση  $\varepsilon_L(q, \omega) = 0$  (9)

οπού το  $\varepsilon_L$  εξαρτάται από το διάνυσμα διάδοσης  $q$  και την συχνότητα. Μπορούμε να το υπολογίσουμε (7), (5) με μετασχηματισμό Fourier και να βρούμε

$$\varepsilon_L(q, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma - \beta^2 q^2} \quad (10)$$

Το υδροδυναμικό μοντέλο είναι ένα μοντέλο διαμήκους μη τοπικής απόκρισης [58]. Εξαιτίας της μη τοπικότητας η συνθήκη διαμήκης μορφής μπορεί να βρεθεί σε μια συγκεκριμένη ακολουθία συχνοτήτων και κυματαριθμών, δηλαδή έχει διασπορά. Για συχνότητες πάνω από την συχνότητα πλάσματος είναι δυνατόν να παράγουμε διαδιδόμενες εγκάρσιες και διαμήκεις λύσεις. Κάτω από αυτή την συχνότητα έχουμε έντονη μείωση των ρυθμών. Η φυσική εξήγηση για αυτό το φαινόμενο έχει κβαντική αιτία, το γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια έχουν ένα φυσικό μέγεθος δεν μπορούν να περιοριστούν σε ένα απειροελάχιστο επιφανειακό φορτίο όπως σε τοπικά μοντέλα. Αυτό δείχνει την αρχή του Pauli στο υδροδυναμικό μοντέλο. Αυτό το πεπερασμένο μέγεθος της πυκνότητας φορτίου δημιουργεί ένα διάμηκες ηλεκτρικό πεδίο και την δημιουργία παραπάνω λύσεων.

Αυτά τα μη τοπικά αποτελέσματα εξετάστηκαν πρώτη φορά σε μεταλλικές σφαίρες από τον Ruppin [47], [59]. Ένα από τα πλεονεκτήματα του υδροδυναμικού μοντέλου είναι η ικανότητα να λαμβάνει υπόψιν παράγοντες επιβράδυνσης πράγμα το οποίο δεν είναι δυνατό στην θεωρία χρονικής πυκνότητας [10]. Μέσα στο όριο της ταχύτητας που είναι μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός, οπού η απόκριση εξαρτάται από την διπολική μορφή, είναι δυνατόν να βρεθεί μια προσεγγιστική αναλυτική έκφραση της θέσης συντονισμού. Βρίσκεται ότι μέχρι τον πρώτο όρο [55] του  $1/R$  η σχέση είναι

$$\text{Re}[\omega_{sp}] = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}\beta}{2R} \quad (11)$$

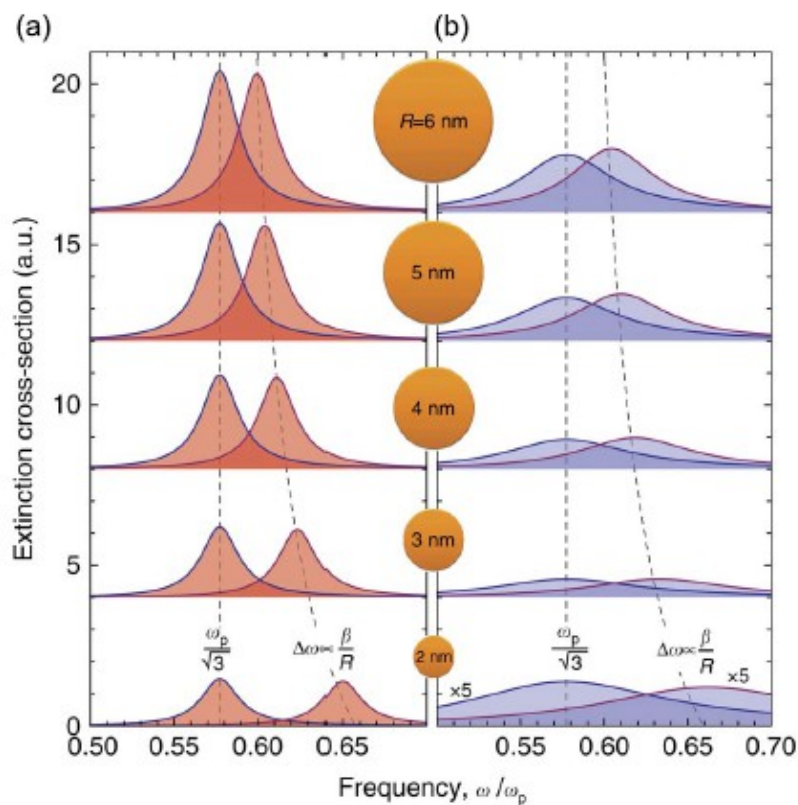
$$\text{Im}[\omega_{sp}] = -\frac{\gamma}{2} - \frac{\sqrt{6}D\omega_p}{24\beta R} \quad (12)$$

οπού  $D$  είναι μια σταθερά διάχυσης. Είναι σημαντικό να συγκρίνουμε τον επιφανειακό πλασματικό συντονισμό για σφαίρες με διαφορετικές ακτίνες χρησιμοποιώντας την τοπική προσέγγιση και το μοντέλο Drude με την βοήθεια των υδροδυναμικών αποτελεσμάτων.

Στην παρακάτω εικόνα που ελήφθη από την αναφορά [55] φαίνονται τα αποτελέσματα για την ενεργό διατομή εξάλειψης του τοπικού πλασματικού συντονισμού για μεταλλικές σφαίρες με διάφορες ακτίνες

- α) Τοπικοί υπολογισμοί Drude συγκρίνονται με μη τοπικά υδροδυναμικά αποτελέσματα
- β) Ίδια με πριν άλλα θεωρούμε μια φαινομενική διεύρυνση και έναν όρο διάχυσης στο υδροδυναμικό μοντέλο





Βλέπουμε ότι μη τοπικά αποτελέσματα είναι παρόντα τόσο στην συχνότητα συντονισμού όσο και στο μήκος γραμμής. Επίσης βλέπουμε ότι χωρίς τον όρο διάχυσης, το υδροδυναμικό μοντέλο έχει μια μετατόπιση της συχνότητας συντονισμού προς το κυανό. Από την άλλη πλευρά η τοπική προσέγγιση Drude δεν έχει εξάρτηση από το μέγεθος για την θέση συντονισμού ή την διεύρυνση. Πρέπει να εισάγουμε μια φαινομενική απόσβεση που να εξαρτάται από το μέγεθος για να βρούμε την διεύρυνση σε τοπικό επίπεδο. Αυτό φαίνεται στο υδροδυναμικό μοντέλο από τον όρο διάχυσης. Πριν από την δημιουργία του GNOR υπήρχε ένα εμπειρικό μοντέλο από τον Kreibitz [46],[60], που θεωρούσε ότι τα ηλεκτρόνια έχουν περιορισμένη διαδρομή εντός του υλικού εξαιτίας της επιφάνειας.

Η εισαγωγή μιας απλής μεθόδου που εξηγεί την αύξηση της απόσβεσης στα μικρά μεταλλικά νανοσωματίδια είναι ένας θρίαμβος για το υδροδυναμικό μοντέλο. Υπάρχουν πλήρεις κβαντικές θεωρίες για την απόσβεση που εξαρτάται από το μέγεθος και η οποία σε κβαντικό επίπεδο ονομάζεται απόσβεση Landau και αποτελεί το ζευγάρισμα πλασμονίων με ηλεκτρόνια – οπές [61]-[65]. Αυτό οδηγεί σε μετακίνηση ορμής στην επιφάνεια η οποία με την σειρά της οδηγεί στη διάσπαση της πλασμονικής κορυφής και αποτελεί τον κύριο μηχανισμό απόσβεσης, για μικρά μεγέθη [66-68]. Υπάρχουν πολλές κβαντικές θεωρίες τύπου Landau [61] που συμφωνούν με την  $1/R$  εξάρτηση.

Φυσικά υπάρχουν και κάποια προβλήματα με το υδροδυναμικό μοντέλο. Μια συνήθης προσέγγιση που γίνεται είναι να θεωρούμε ότι η πυκνότητα ισορροπίας είναι βηματική (μηδενίζεται στην επιφάνεια) πράγμα το οποίο δημιουργεί ένα άπειρο φράγμα δυναμικού. Αυτό είναι ένα πρόβλημα αν η υπερχειλίση είναι ένας σημαντικός παράγοντας για την μεταβολή της κορυφής καθώς το υδροδυναμικό μοντέλο προβλέπει μετατόπιση μόνο προς το κυανό. Οι συνοριακές συνθήκες αυξάνουν την πυκνότητα ηλεκτρονίων μέσα στο σωματίδιο και αυξάνουν την συχνότητα πλάσματος. Γίνεται προσπάθεια για την ανάπτυξη ρεαλιστικότερων μοντέλων πυκνότητας [69-71]. Με την πρόσθεση της υπερχειλίσης οδηγούμαστε σε έναν νέο συντονισμό που ονομάζεται πολυπολικό επιφανειακό πλασμόνιο [72].

Το υδροδυναμικό μοντέλο έχει χρησιμοποιηθεί για την μοντελοποίηση των οπτικών αποκρίσεων ζευγών νανοσωματιδίων [27],[51],[54],[55]. Το υδροδυναμικό μοντέλο βρίσκει μειωμένη πλασματική ένταση . Η μη τοπικότητα μπορεί να έχει μεγαλύτερο ρόλο από τις ιδιότητες του υλικού σε ορισμένες διατάξεις [27].

δ) Χρονικά εξαρτημένη αναλυτική θεωρία πυκνότητας (TDDFS) και ηλεκτρονικές δομικές μέθοδοι στα κβαντικά πλασματικά

Η οπτική απόκριση μιας νανοδομής εξαρτάται από τη συνήθη αλληλεπίδραση της πυκνότητας ηλεκτρονίων με το εφαρμοζόμενο πεδίο . Αυτό είναι ένα χαρακτηριστικό πρόβλημα το οποίο λύνεται χρησιμοποιώντας την μέθοδο της TDDFT [73] .Στα πλαίσια αυτής της μεθόδου τα ηλεκτρόνια κινούνται ανεξάρτητα μέσα στο χρονικά εξαρτημένο δυναμικό που είναι μια συνάρτηση της πυκνότητας ηλεκτρονίων . Αυτή η συνάρτηση αποτελείται από το δυναμικό περιορισμού και το δυναμικό ανταλλαγής το οποίο είναι η παράγωγος της ενεργείας ανταλλαγής . Η ακριβής μορφή αυτής της ενεργείας δεν είναι γνωστή και επομένως πρέπει να γίνει μια προσέγγιση που πολλές φορές κρίνει την ακρίβεια του μοντέλου . Αν θέσουμε την ενεργεία ανταλλαγής στο μηδέν τότε έχουμε την χρονικά - εξαρτημένη θεωρία του Hartree ( κβαντική αριθμητική μέθοδος πολλών σωματιδίων ) [40] η οποία είναι ταυτόσημη με την προσέγγιση τυχαίας φάσης . Μια συχνή προσέγγιση για την μοντελοποίηση μικρών μεταλλικών σωματιδίων είναι η προσέγγιση της τοπικής πυκνότητας . Αυτή η μέθοδος εκφράζει την ενέργεια ανταλλαγής ενός μη ομογενούς αερίου ηλεκτρονίων σε σχέση με ένα ολοκλήρωμα της ενέργειας ανταλλαγής ενός ομογενούς αερίου ( η οποία είναι γνωστή ) και σε σχέση με την τοπική πυκνότητα [74].

Ο πρωτοπόρος στην ανάπτυξη του φορμαλισμού της αναλυτικής θεωρίας πυκνότητας για μεταλλικά νανοσωματίδια είναι ο Ekaradt ο οποίος μπορούσε να μετρήσει το μέσο δυναμικό και την πυκνότητα ηλεκτρονίων στα πλαίσια της προσέγγισης της τοπικής πυκνότητας καθώς και στην δυναμική περίπτωση (σε ορισμένες συχνότητες ) να εξετάσει διεγέρσεις του συστήματος [75-77] . Άλλη σημαντική δουλειά έγινε από τους Yanana και Bertsch [79] οι οποίοι χρησιμοποίησαν υπολογισμούς στον ίδιο χρόνο για μικρές πυκνότητες και βρήκανε παρόμοια αποτελέσματα με προηγούμενους υπολογισμούς συχνότητας -χώρου . Η TDDFT ίδιου χρόνου είναι πολύ χρήσιμη για ορισμένες εφαρμογές καθώς κλιμακώνεται καλύτερα με το μέγεθος των σωματιδίων και δεν εξαρτάται από την γραμμική εξίσωση απόκρισης όπως οι προσεγγίσεις που χρησιμοποιούν χώρο και συχνότητα [80].

ε)Μια σύγκριση μοντέλων στα διμερή συστήματα

Θα ασχοληθούμε με την πλασματική απόκριση των ισχυρά συζευγμένων διμερών συστημάτων με έμφαση στα πιο διαδεδομένα μοντέλα . Θα προσπαθήσουμε να συγκρίνουμε τις θεωρίες TDDFT και τα ψευδό- κβαντικά μοντέλα [81-82] . Είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούμε τα ψευδό -κβαντικά μοντέλα όταν μπορούμε λόγω της απλότητας τους .

Μια από τις μεγαλύτερες προκλήσεις στα κβαντικά πλασματικά είναι να μοντελοποιήσουμε την πλασματική απόκριση ανάμεσα σε δυο κοντινά νανοσωματίδια (η ένα νανοσωματίδιο κοντά σε μεταλλική επιφάνεια το οποίο δημιουργεί είδωλο ) . Τα ηλεκτρόνια σε δυο κοντινά νανοσωματίδια θα αλληλεπιδράσουν ηλεκτρικά (σαν πυκνωτές ) δημιουργώντας έτσι ενισχυμένα ηλεκτρικά πεδία πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερα από τα άλλα πεδία , βρίσκοντας έτσι αρκετές εφαρμογές στην τεχνολογία [5]. Στο κλασικό επίπεδο (κενό μεγαλύτερο το 1 nm ) τα μοντέλα Drude λειτουργούν και η φυσική του συστήματος περιγράφεται από τη θεωρία του πλασματικού υβριδισμού [83]. Το διάμηκες διπολικό πλασμόνιο κυριαρχεί την απόκριση και έχει μετατόπιση προς το ερυθρό όσο αυξάνεται το κενό μεταξύ των νανοσωματιδίων. Σε μεγέθη κενού κοντά στο 1 nm ,το σύστημα περιγράφεται από το υδροδυναμικό μοντέλο . Σε μεγέθη κάτω από το νανόμετρο (γύρω στο 0.5 nm [39] ) το φαινόμενο σήραγγας γίνεται ισχυρό όποτε έχουμε μεταφορά φορτίων ανάμεσα στα δυο



σωματίδια . Συγκεκριμένα ,δημιουργείται μια χαμηλότερη στάθμη ενεργείας η οποία αντιστοιχεί στο λεγόμενο πλασμόνιο μεταφοράς φορτίου και αντιστοιχεί σε ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό ρεύμα που αναπτύσσεται μέσα στο κενό [26],[38],[84],[85] .Αυτή η μορφή εξαρτάται πολύ από την αγωγιμότητα του κενού .Είναι ενδιαφέρον να δούμε πως τα κβαντικά αίτια επηρεάζουν το πεδίο που προβλέπουν οι κλασσικές θεωρίες [27],[48] . Είναι ιδιαίτερα δύσκολο να χρησιμοποιήσουμε καθαρά κβαντικά μοντέλα καθώς οι σφαίρες μπορεί να είναι πολύ μεγάλες και το χάσμα πολύ μικρο .

Το επίπεδο κάτω από το μήκος κύματος των νανόμετρων εξερευνήθηκε πειραματικά από τον Baumberg [26] και για πρώτη φορά παρατηρήθηκαν κβαντικά φαινόμενα σε πλασμονικά διμερή συστήματα . Στο πείραμα τους, τα δυο χρυσά νανοσωματίδια ήταν οι αιχμές του μικροσκοπίου που χρησιμοποίησαν για το σύστημα πράγμα το οποίο επέτρεψε μέτρηση και της οπτικής και της ηλεκτρικής απόκρισης .Μπόρεσαν να δούνε το χωρητικό επίπεδο και το κβαντικό επίπεδο . Έτσι βρέθηκε ότι το φαινόμενο σήραγγας γίνεται σημαντικό σε μέγεθος περίπου 0.5 nm . Το μήκος αυτό είναι αρκετά μικρό αν σκεφτεί κανείς ότι η σταθερά πλέγματος του χρυσού και του άργυρου είναι 0,4 nm και ότι το φαινόμενο εξασθενεί εκθετικά με την απόσταση .Πάνω από τα 0.5 nm το υδροδυναμικό μοντέλο είναι ακριβές πράγμα το οποίο αποδείχθηκε πειραματικά από τον Ciraci [27] ο οποίος εξέτασε μεταλλικά νανοσωματίδια σε χρυσές ταινίες τα οποία χωρίζονται από πολύ ακριβή διαχωριστικά στρωματά από μόρια . Σε χάσματα ανάμεσα στα 0,5 και 2 nm το υδροδυναμικό μοντέλο ήταν πολύ ακριβές . Επίσης διάφορα πειράματα έχουν παρατηρήσει τα μη τοπικά κβαντικά επίπεδα [49],[50] .

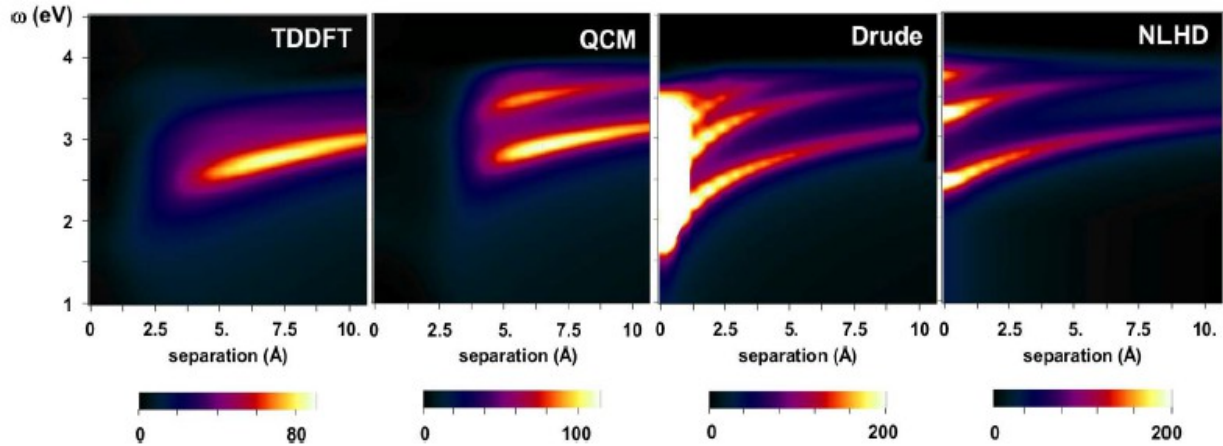
Μια ενδιαφέρουσα ιδέα είναι να χρησιμοποιήσουμε ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο για να ενισχύσουμε το φαινόμενο σήραγγας χρησιμοποιώντας Fowler Nordheim tunneling ( εκπομπή ηλεκτρονίων επαγομένα από ηλεκτροστατικό πεδίο ) [86]. Άλλη μια τροποποίηση που μπορεί να γίνει στα διμερή συστήματα είναι να γεφυρώσουμε το χάσμα με κατάλληλα μόρια ώστε να αυξηθεί η απόσταση του φαινομένου σήραγγας . Αυτός ο ενδιαφέρον συνδυασμός ανάμεσα στην μοριακή ηλεκτρονική και τα κβαντικά πλασμονικά βρέθηκε από το γκρουπ του Nijhuis οι οποίοι παρατήρησαν με EELS (φασματογραφία απώλειας ενεργείας ηλεκτρονίων ) ,ένα πλασμόνιο μεταφοράς ηλεκτρικού φορτίου σε χάσμα 1.3 nm ανάμεσα σε ασημένιους νανοσωλήνες [39] . Συγκεκριμένα βρήκαν ότι η συχνότητα του πλασμονίου μεταφοράς φορτίου εξαρτάται από το τύπο του μορίου που γεφύρωνε το κενό , για παράδειγμα το μέγεθος των μορίων θα δείχνει την ένταση του φαινομένου σήραγγας (για αυτό το αποτέλεσμα υπάρχει μια αμφισβήτηση από το κβαντικό μοντέλο [87] ) . Αυτό μπορεί να οδηγήσει στην δημιουργία νέων βιολογικών αισθητήρων οι οποίοι χρησιμοποιούν την διάφορα στο ρεύμα σήραγγας ώστε να ανιχνεύσουν χημικές διαδικασίες και συγκεντρώσεις [88] . Μια άλλη εφαρμογή περιλαμβάνει ηλεκτρονικά ελεγχόμενες λογικές πύλες και διακόπτες που λειτουργούν σε ατομικό επίπεδο [89-91] . Ο ρόλος διάφορων γεφυρών μορίων έχει βρεθεί είτε θεωρητικά ( στρωματά νερού οπού ο ρόλος του διηλεκτρικού και του φαινομένου σήραγγας [92] ) είτε πειραματικά (υπήρχε μεταφορά φορτίων ανάμεσα σε νανοσωματίδια DNA [93] ) .Είναι δυνατό να χρησιμοποιήσουμε μόρια για να ανιχνεύσουμε τις πεδιακές μεταβολές στα διμερή συστήματα ώστε να μελετήσουμε την επίδραση των κβαντικών φαινομένων [48]. Στο SERS ( επιφανειακή ενισχυμένη φασματογραφία Raman ) , η διασπορά Raman από τα μόρια εξαρτάται από την τέταρτη δύναμη της απόστασης. Έτσι μικρές μεταβολές μπορεί να δώσουν μια πολύ ακριβή μέτρηση της πλασμονικής ενίσχυσης .

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε ένα εμπειρικό άλλα χρήσιμο μοντέλο το οποίο ονομάζεται κβαντικό μοντέλο διόρθωσης (QCM) [84], οπού τα κβαντικά μηχανικά αποτελέσματα ενσωματώνονται μεσώ της τοπικής προσέγγισης στην περιοχή κενού . Σε αυτό το μοντέλο , ένα υλικό τοποθετείται στο κενό το οποίο προσομοιώνει το φαινόμενο σήραγγας , και οι ιδιότητες του υλικού υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την πιθανότητα μεταφοράς ηλεκτρονίων μεσώ των διάφορων φραγμών που βλέπει ένα ηλεκτρόνιο . Αυτό το πρόβλημα λύνεται από αρχικούς υπολογισμούς ή με την χρήση πηγαδιών δυναμικού . Γενικά ,πρέπει το υλικό να μεταβάλλεται

τοπικά . Το μοντέλο συμφωνεί ικανοποιητικά με άλλα μοντέλα κβαντικών υπολογισμών .

Στην παρακάτω εικόνα που ελήφθη από την αναφορά [82] , γίνεται μια σύγκριση μεταξύ των διαφόρων μοντέλων . Φαίνεται η ενίσχυση του τοπικού πεδίου στο κενό ενός διμερούς ( δυο νανοκαλώδια νατρίου ) μεταβάλλοντας την απόσταση κενού . Τα μοντέλα είναι το TDDFT , QCM , DRUDE και το NLHD ( υδροδυναμικό ) .

Τα δυο πρώτα συμφωνούν για μικρά κενά όπου κυριαρχεί το φαινόμενο σήραγγας , ενώ τα άλλα δυο υπερτιμούν τις ενισχύσεις .



#### 4.Κβαντώνοντας το φως στην πλασμασμονική

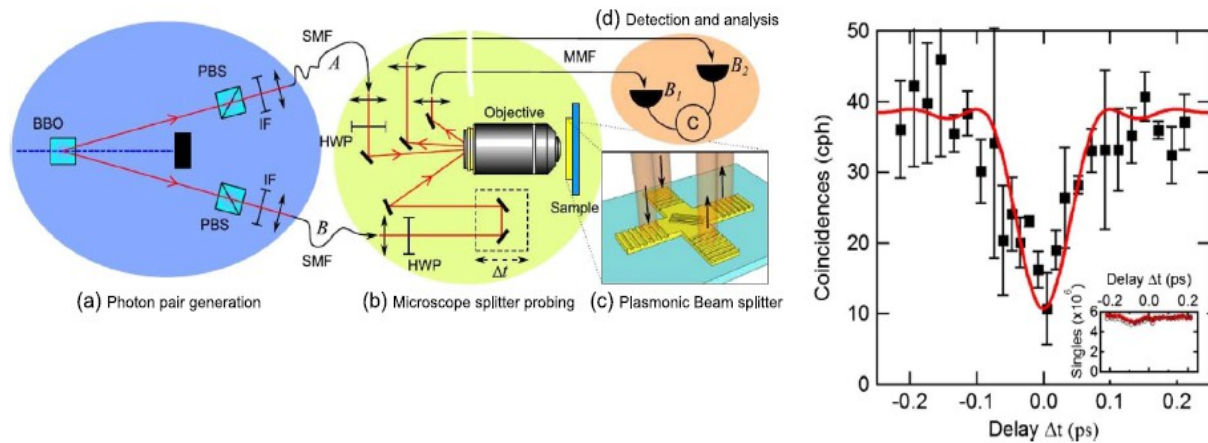
Θα εξετάσουμε τι συμβαίνει όταν μη κλασσικό φως χρησιμοποιείται για να διεγείρει τα επιφανειακά πλασμόνια πολαριτόνια ( Surface plasmon polaritons SPP ) . Σε μια πλήρη κβαντική θεωρία τα SPP όπως τα φωτόνια , αποτελούν κβάντα ενεργείας , τα μεμονωμένα πλασμόνια επιφάνειας δεν διαχωρίζονται πράγμα το οποίο είναι ιδιαίτερο αν αναλογιστούμε την φύση πολλών σωματιδίων που διαθέτουν . Η κβάντωση των πλασμονίων είναι σε γενικές αρχές όπως και αυτή των φωτονίων. Για παράδειγμα, τα πλασμόνια, όπως και φωτόνια, μπορούν να ειδωθούν ως αρμονικοί ταλαντωτές και ως εκ τούτου χαρακτηρίζονται από τη στατική Bose-Einstein (μποζόνια) [94]. Έχουν γίνει πολλά πειράματα που το έχουν αποδείξει αυτό με οπτικό -κβαντικές μεθόδους . Η κβαντική θεωρία για τα SPP διατυπώθηκε πρώτα από τον Ritchie [95].

Το πρώτο πειραματικό στοιχείο για την κβαντικά φωτεινή φύση των SPP βρέθηκε από τον Altwischer και συνεργάτες το 2002 [96] οπότε βρέθηκε ότι τα φωτόνια διατηρούν την κβαντική τους ιδιότητα όταν μετατραπούν σε SPP μέσω ενός μεταλλικού πλέγματος οπών και έπειτα ξαναγίνουν φωτόνια . Δυο κβαντικά συστήματα A και B είναι εναγκαλισμένα όταν το γινόμενο των ταχυτήτων τους δεν μπορεί να γραφτεί ως απλό γινόμενο . Αυτό γίνεται όταν υπάρχει μια συσχέτιση μεταξύ των δυο συστημάτων η οποία μπορεί να υπάρχει σε αυθαίρετες αποστάσεις χώρου και χρόνου και αποτελεί μια εκδοχή της κβαντικής μη τοπικότητας . Ο εναγκαλισμός δεν έχει κλασσικό ανάλογο και είναι μια βασική διαδικασία σε πιθανές εφαρμογές κβαντικής πληροφορίας και υπολογιστικών μεθόδων . Η ανακάλυψη του εναγκαλισμού των SPP αποτελεί έκπληξη αρχικά αν αναλογιστούμε τον μεγάλο αριθμό φωτονίων που σχηματίζουν ένα SPP.

Ο εναγκαλισμός μπορεί να παρατηρηθεί και σε άλλους βαθμούς ελευθερίας. Ο Fasel και άλλοι [97] έδειξαν την ύπαρξη εναγκαλισμού με διατήρηση ενέργειας και χρόνου . Παρατήρησαν ένα SPP σε υπέρθεση το οποίο υπήρχε σε δυο χρονικές περιόδους οι οποίες χωριζόταν από ένα μήκος χρόνου μεγαλύτερο από τον χρόνο ζωής του SPP . Έχει αποδειχτεί ότι ο εναγκαλισμός της περιστροφικής στροφορμής μπορεί να επιζήσει κατά τη μετατροπή σε SPP [98] . Φαίνεται ότι οι μεμονωμένες ηλεκτρικές καταστάσεις που αποτελούν το πλασμόνιο χάνουν τα χαρακτηριστικά τους και το

πλασμόνιο κωδικοποιεί μόνο μερικούς βαθμούς ελευθερίας ,όποτε και αυτοδιεγείρεται με φυσιολογικό τρόπο( μεγάλος αριθμός καταστάσεων χάνει τον συντονισμό του γρήγορα ) .

Πρόσφατα ,έχουν γίνει κάποια ιδιαίτερα πειράματα τα οποία έχουν δείξει τον εναγκαλισμό [94], [99-102] ανάμεσα στα SPP , προσομοιώνοντας στην περιοχή της πλασμονικής το φαινόμενο Hong-Ou-Mandel [103] . Ένα παράδειγμα αυτού του πειράματος κβαντικής οπτικής φαίνεται στην παρακάτω εικόνα που ελήφθη από την αναφορά [94] .



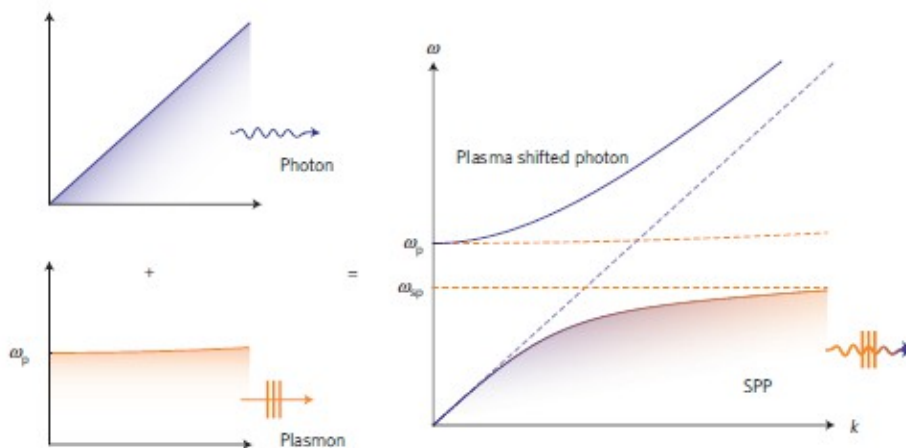
Πειραματική διάταξη για το πείραμα Hong . Το τελευταίο διάγραμμα δείχνει μια μεγάλη πτώση συμπτώσεων , μια σημαντική ένδειξη ότι τα SPP είναι μποζόνια .

## 5.Οπτικός περιορισμός

Η ικανότητα των SPP να περιορίζουν και να καθοδηγούν το σχετιζόμενο με αυτά φωτεινό πεδίο σε περιοχές πολύ μικρότερες από το όριο περίθλασης είναι μια από τις σημαντικές τους ιδιότητες που βρέθηκε πρώτα από τον Takahara και συνεργάτες του [104] . Θεωρώντας ένα νανοκαλώδιο με αρνητική διηλεκτρική συνάρτηση  $\epsilon$  βρέθηκε ότι τα θεμελιώδη όρια που ισχύουν για τον περιορισμό σε συνήθη οπτικά υλικά με θετικό  $\epsilon$  δεν ίσχυαν πλέον . Οι παραπάνω εργασίες [111] έδειξαν την διαφορά μεταξύ του περιορισμού κάτω από το μήκος κύματος που πετυχαίνουν τα συνήθη οπτικά υλικά με μεγάλο  $\epsilon$  και του περιορισμού κάτω από το όριο περίθλασης που έχει το φως το οποίο οδηγείται από SPP χρησιμοποιώντας υλικά με αρνητικό  $\epsilon$  όπως μέταλλα και υπεραγωγούς [108].

Με τον περιορισμό του φωτός χρησιμοποιώντας SPP μπορεί κάποιος να αλλάξει την φωτονική πυκνότητα των καταστάσεων . Συνεπώς οι δυναμικές σχέσεις φωτός – ύλης είναι δυνατόν να τροποποιηθούν και να ενισχυθούν [113]. Πολλές ομάδες έχουν ξεκινήσει μελέτες σχετικά με την εκπομπή φωτός από απομονωμένα συστήματα ύλης τα οποία βρισκόταν κοντά σε μέταλλα . Πιο σημαντικά , ο Hecker [114] και οι συνεργάτες του παρατήρησαν μια τριπλή ενίσχυση στην φωτεινότητα από ένα κβαντικό πηγάδι και βρήκαν ότι είναι από την δημιουργία επιφανειακών κυμάτων πλάσματος . Ο Neogi [115] και άλλοι χρησιμοποίησαν χρονικές μετρήσεις φωτεινότητας για να δείξουν την ενίσχυση της στιγμιαίας εκπομπής μέσω της σύζευξης ενός κβαντικού πηγαδιού σε επιφανειακά κύματα πλάσματος . Η ενίσχυση είναι γνωστή ως φαινόμενο Purcell [116] (η αναλογία του στιγμιαίου ρυθμού εκπομπής με αυτό του ελεύθερου χώρου ) είχε τιμές μέχρι το 92 .

Στην παρακάτω εικόνα (Figure 1 άρθρου Tame) φαίνεται η σύζευξη ενός φωτονίου και ενός πλασμονίου στην διεπιφάνεια ενός υλικού με αρνητικό δείκτη διάθλασης ( π.χ ένα μέταλλο ) και ενός με ένα θετικό δείκτη διάθλασης (αέρας ) το οποίο οδηγεί στον διαχωρισμό των καμπύλων διασποράς ( $\omega - k$ ) . Αυτό δημιουργεί ένα φωτόνιο μετατοπισμένο από το πλάσμα και ένα SPP .



α) SPP περιορισμός πεδίου :υποπερίθλαση και υποκυματικό μήκος

Το πεδίο το οποίο σχετίζεται με τα κβάντα των SPP μπορεί να περιοριστεί πολύ τόσο σε διαστάσεις κάτω από το μήκος κύματος όσο και σε διαστάσεις κάτω από το όριο περίθλασης . Για να το δει κάποιος αυτό μπορεί να θεωρήσει τις σχέσεις για τρία διαφορετικά σενάρια .

Για φως σε ένα ογκώδες τρισδιάστατο υλικό με θετικό  $\epsilon$  , η χωρική διάδοση της ακτίνας σε ένα επίπεδο(yz) κάθετο στην κατεύθυνση(x) της διάδοσης πρέπει να ικανοποιεί το  $\Delta k_i \Delta i = 2\pi$  με  $i = x, y$  όπου  $\Delta i$  είναι η χωρική διάδοση στην κατεύθυνση  $i$  και  $\Delta k_i$  είναι ο αντίστοιχος κυματάρθρωτος διάδοσης . Αυτή η μη ισότητα οφείλεται στην Fourier ορθογωνιότητα η οποία συμβαίνει όταν αυθαίρετα πεδία εκφράζονται σαν άθροισμα επίπεδων κυμάτων .Από τις εξισώσεις Maxwell βρίσκουμε την σχέση μεταξύ των κυματάρθρωτων

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \epsilon = k^2 \quad (13)$$

οπού  $K_0$  είναι ο κυματάρθρωτος του ελεύθερου χώρου .Η  $k$  χωρική επιφάνεια φαίνεται για κυματάρθρωτο  $\Delta k = 2K$  .Έτσι έχουμε το γνωστό όριο διάθλασης  $\Delta i = \lambda_0 / 2\pi$  .Περιορισμός κάτω από το μήκος κύματος μπορεί να δημιουργηθεί χρησιμοποιώντας υλικό με μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης .

Στη διεπαφή μεταξύ δυο υλικών με θετικές διηλεκτρικές συναρτήσεις  $\epsilon > \epsilon_2$  ,λαμβάνει χώρα η ολική εσωτερική ανάκλαση . Εκεί βρίσκουμε τα εξής

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \epsilon \quad k_x^2 + k_y^2 - \kappa_z^2 = k_0^2 \epsilon_2 \quad (14)$$

Εδώ η συνιστώσα  $z$  του κυματοδιανυσμάτος στο πάνω υλικό έχει γίνει φανταστική αντιπροσωπεύοντας την χωρική μείωση του πεδίου .Οι  $K$  χωρικές επιφάνειες φαίνονται σε παρακάτω εικόνα . Καθώς τα τετράγωνα του  $K_x$  και  $K_y$  πρέπει να αντιστοιχούν στο επίπεδο της διεπιφάνειας ,κάποιος βρίσκει ότι το όριο διάθλασης ισχύει για την επαφή στο  $xy$  επίπεδο στο πάνω υλικό . Η χωρική μείωση δίνεται από μια εκθετική συνάρτηση που εξαρτάται από τον δείκτη διάθλασης .

Αντικαθιστώντας το κάτω υλικό με κάποιο το οποίο έχει αρνητικό δείκτη διάθλασης ,μπορούμε να ξεπεράσουμε το όριο περίθλασης . Μπορούν να χρησιμοποιηθούν ευγενή μέταλλα όπως ο χρυσός που η αποτελεσματική απόκριση των ηλεκτρονίων στην επιφάνεια του συζευγμένου πεδίου μπορεί να περιγράφεται από την διηλεκτρική συνάρτηση Drude – Lorentz [108] ,  $\epsilon(\omega)$  η οποία είναι αρνητική για συχνότητες κάτω από την συχνότητα πλάσματος . Σε αυτό το αρνητικό επίπεδο χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Maxwell βρίσκει κάποιος

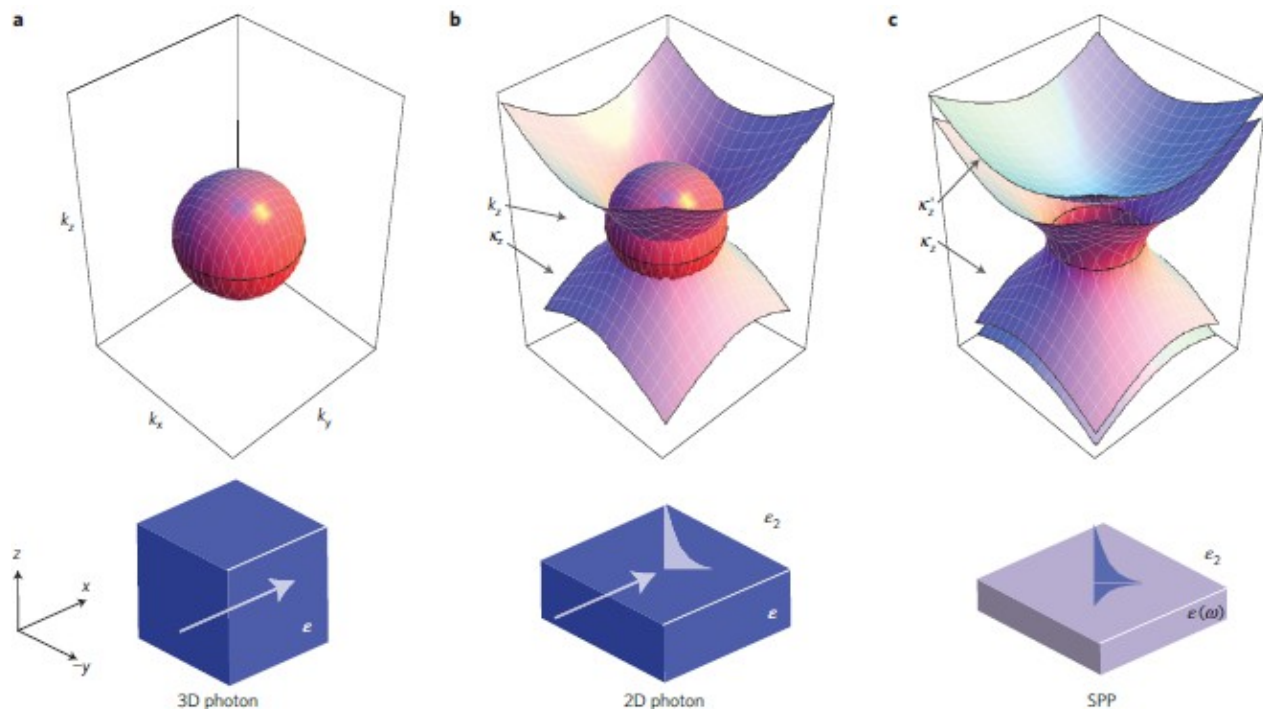
$$k_x^2 + k_y^2 - \kappa_z^2 = k_0^2 \epsilon_2 \quad (12) \quad \text{και} \quad k_x^2 + k_y^2 - \kappa_z'^2 = k_0^2 \epsilon(\omega) \quad (13)$$

Οι  $z$  συνιστώσες των δυο κυματοδιανυσμάτων έχουν γίνει φανταστικές και το πεδίο έχει γίνει δισδιάστατο . Παρόλο που το τετράγωνο των  $K_x$  ,  $K_y$  πρέπει να αντιστοιχίζεται με το όριο , η τιμή



του δεν είναι πλέον περιορισμένη όποτε μπορεί να υπάρχει περιορισμός στο  $xy$  επίπεδο . Όμως ένας περιορισμός είναι η εξάρτηση των δύο κυματαριθμών από την διασπορά του SPP . Και οι δυο μπορούν να γίνουν μικρότεροι από τα θετικά διηλεκτρικά τους αντίστοιχα . Το πόσο μικρότεροι εξαρτάται από το υλικό και την γεωμετρία .

Τα παραπάνω συμπεράσματα φαίνονται στην εικόνα (Figure B2 άρθρου Tame )



#### 6. Απομονωμένοι εκπομποί συζευγμένοι με SPP

Η μεγάλη διάφορα μεγέθους μεταξύ του φωτός και των εκπομπών διασφαλίζει ότι η αλληλεπίδραση ύλης – φωτός μεταξύ τους είναι αδύναμη . Αυτό είναι ένα πρόβλημα καθώς η ισχυρή σύζευξη μεταξύ μεμονωμένων ηλεκτρονίων και εκπομπών είναι απαραίτητη για την ανάπτυξη μελλοντικής κβαντικής τεχνολογίας [117]. Υπάρχουν διάφορες στρατηγικές για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα . Υψηλής ποιότητας κοιλότητες έχουν χρησιμοποιηθεί για να αυξήσουν τους χρόνους απόκρισης και να ενισχύσουν τη σύζευξη. Όμως η χρήση αυτών των κοιλοτήτων θέτει όρια στο εύρος συχνοτήτων και στο μέγεθος των συσκευών . Μια εναλλακτική στρατηγική είναι να χρησιμοποιήσουμε μια επαφή για να γεφυρώσουμε το χάσμα μεγέθους . Περιορίζοντας το φωτεινό πεδίο σε μικρο όγκο βελτιώνετε η αλληλεπίδραση με τον εκπομπό . Οι πλασμαονικές καταστάσεις μπορούν να περιοριστούν σε μεγέθη κάτω από το όριο περίθλασης [105].

#### α) Ασθενής και ισχυρή σύζευξη

Οι αλληλεπιδράσεις ύλης – φωτός μπορούν να χωριστούν σε δυο κατηγορίες , στις ασθενείς και τις ισχυρές . Η ασθενής σύζευξη έχει σχέση με την ενίσχυση Purcell της αυθόρμητης εκπομπής . Αυτό το φαινόμενο είναι δυνατό όταν ο εκπομπός βρεθεί κοντά σε μια μεταλλική επιφάνεια ή νανοκατασκευή [118-120] , αλληλεπιδρώντας με περιορισμένες πλασμαονικές καταστάσεις [121] ενισχύοντας έντονα την φωτεινότητα του πομπού . Αυτή η ενίσχυση προκαλείται από δυο ταυτόχρονες διαδικασίες [122]. Πρώτα , το έντονο πλασμαονικό πεδίο αυξάνει τον ρυθμό διέγερσης του πομπού . Δεύτερον , ο περιορισμός κάτω από το μήκος κύματος του φωτεινού πεδίου ενισχύει το ρυθμό αποδιέγερσης του εκπομπού στο πλασμαονικό επίπεδο μέσω του φαινομένου Purcell [116]. Η φωτεινή ενίσχυση γίνεται πιο έντονη από την διέγερση επιφανειακών κυμάτων στην μεταλλική επιφάνεια [122] . Αυτή η διαδικασία συμβαίνει κοντά στην επιφάνεια και έτσι οδηγεί στην ιδανική απόσταση για να συζευξουμε τον εκπομπό με το πλασμαονικό επίπεδο . Οι παράγοντες υψηλής

ποιότητας,  $Q$ , που σχετίζονται με τις παραδοσιακές κοιλότητες περιορίζουν την ταχύτητα με την οποία τα φωτόνια εκπέμπονται εντός της κοιλότητας. Τα πλασμονικά δεν έχουν αυτό το πρόβλημα όποτε μπορούν να αποτελούν πηγές μεμονωμένων φωτονίων σε ένα τσιπ σε ιδανικές συχνότητες με υψηλή ταχύτητα λειτουργίας. Αυτή η πλασμονικά επαγόμενη ενίσχυση Purcell μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ενθαρρύνει την κβαντική αλληλεπίδραση ανάμεσα στις μεταβάσεις ενός εκπομπού πολλών επιπέδων.

Πρόσφατα μια ενίσχυση 2,5 φόρων στην εκπομπή μιας μεμονωμένης κβαντικής κουκκίδας μέσα στο SPP επίπεδο ενός ασημένιου νανοκαλωδίου παρατηρήθηκε από τον Asimov [106] και τους συνεργάτες του. Ακόμα, παρατήρησαν ότι το φως το οποίο έβγαине από το τέλος του καλωδίου δεν είχε πολλές διαρροές, επιβεβαιώνοντας ότι η SPP περιοχή μπορεί να συγκεντρώνει και να εκπέμπει μεμονωμένα φωτόνια από την κβαντική κουκκίδα. Αυτό έχει επαληθευτεί και από άλλα πειράματα απομονωμένων εκπομπών που αλληλεπιδρούσαν με SPP επίπεδα. Ακόμα έχουν γίνει προσπάθειες για την εκμετάλλευση πιο προχωρημένων σχεδίων τα οποία να έχουν βελτιωμένο έλεγχο και συλλογή. Ένα παράδειγμα είναι τα υβριδικά SPP [123,124] όπου ένας κενός κυματοδηγός χρησιμοποιείται για να πετύχει παράγοντες Purcell ως και 60. Η αυξανόμενη χρήση μικροκεραίων για να ελέγχουν την κατεύθυνση εκπομπής του συγκεντρωμένου φωτός [125-128] είναι ένα άλλο παράδειγμα. Αυτές οι προσπάθειες μπορούν να οδηγήσουν στην δημιουργία κατάλληλων μικροσκοπικών κεραιών [129] οι οποίες θα μπορούν αποτελεσματικά να απορροφήσουν φως από πομπούς και στην συνέχεια να εκπέμψουν τα φωτόνια με καλά ελεγχόμενο τρόπο.

Το δεύτερο σημαντικό στοιχείο που πρέπει να ασχοληθούμε είναι η ισχυρή αλληλεπίδραση. Εδώ η αλληλεπίδραση μεταξύ φωτός και ύλης μπορεί να περιγράψει από την αναλογία  $g \propto \sqrt{1/V_{eff}}$ .

Παρόλο που οι πλασμονικές καταστάσεις αλληλεπιδρούν δυνατά με την ύλη λόγω εντόνων ωμικών απωλειών είναι δύσκολο να εντάξουμε την ισχυρή αλληλεπίδραση στα πλασμονικά συστήματα, όπου οι αλληλεπιδράσεις ύλης – φώτος πρέπει να αντιμετωπίζονται μη διαταραχτικά. Υπάρχει όμως ένα επίπεδο που η ισχύς της αλληλεπίδρασης λαμβάνει ενδιάμεσες τιμές. Αυτό είναι γνωστό σαν όριο κακής – κοιλότητας (bad-cavity) στην κβαντική ηλεκτροδυναμική κοιλότητων (cavity quantum electrodynamics QCED) και έχει ενδιαφέρουσες φυσικές ιδιότητες όπως η διαφάνεια [130] που επάγεται από κοιλότητα.

Γενικά η ισχυρή αλληλεπίδραση χαρακτηρίζεται από την αντίστροφη εναλλαγή ενεργείας μεταξύ του φωτεινού πεδίου και του εκπομπού – δηλαδή τις Rabi ταλαντώσεις. Αυτές οι ταλαντώσεις εμφανίζονται σε περιπτώσεις του διαχωρισμού ενέργειας (splitting) φωτός – ύλης. Έχουν γίνει πειραματικές παρατηρήσεις αυτών των διαχωρισμών ενέργειας σε πολλές ομάδες μορίων που προκαλούνται από πλασμονικές αλληλεπιδράσεις [131-134]. Πειραματικές ενδείξεις όμως για την ισχυρή αλληλεπίδραση ενός μεμονωμένου εκπομπού και μιας πλασμονικής μας διαφεύγουν ακόμα. Κλασικές προβλέψεις έχουν προτείνει ότι ισχυρή σύζευξη θα ήταν δυνατή ανάμεσα σε έναν πομπό και μια μεταλλική διμερή κεραία [135]. Επίσης έχουν γίνει θεωρητικές εξετάσεις της ισχυρής αλληλεπίδρασης που βασίζεται σε ένα πλήρες κβαντομηχανικό κατασκευάσμα [136,137]. Αυτές οι εργασίες λαμβάνουν υπόψιν υψηλότερης τάξης διορθώσεις που η σημασία τους δεν μπορεί να αγνοηθεί καθώς ο διαχωρισμός μετάλλου – πομπού μειώνεται πέρα από το όριο που η διπολική προσέγγιση είναι δυνατή. Συνεπώς, η QCED αναλογία [110] αντικαθίσταται από μακροσκοπικές QED τεχνικές που είναι καλύτερα προσαρμοσμένες για πιο πολύπλοκα συστήματα [138]. Ο Trugler [109] πρόβλεψε τα χαρακτηριστικά επίπεδα της ενεργείας της ισχυρής αλληλεπίδρασης για ένα εκπομπό ο οποίος τοποθετείται δίπλα σε μακρόστενα νανοσωματίδια.

Για την αύξηση του παράγοντα  $Q$  των πλασμονικών καταστάσεων ώστε να επιτύχει κανείς ισχυρή αλληλεπίδραση, έχουν ακολουθηθεί δυο στρατηγικές. Η πρώτη επικεντρώνεται στην μείωση της

απόσβεσης του μετάλλου .Ο υψηλός περιορισμός και ο υψηλός χρόνος ζωής του γραφενίου έχουν προταθεί επίσης για αυτόν τον σκοπό [139] . Στην δεύτερη περίπτωση , κοιλότητες έχουν ενσωματωθεί στις πλασμονικές κατασκευές . Αυτές οι πλασμονικές κοιλότητες συνδυάζουν τα οφέλη του υψηλού παράγοντα Q και του μικρού όγκου [107,140-144] . Ο De Leon και οι συνεργάτες του έχουν προτείνει μια πλασμονική κοιλότητα αποτελούμενη από νανοκαλώδια αργύρου η οποία περιστοιχίζεται από διηλεκτρικούς ανακλαστές Bragg [107] και επέδειξε παράγοντα Purcell πάνω από 75 .

Ένας από τους παράγοντες που κάνουν τα φωτόνια ιδανικά για να μεταφέρουν κβαντική πληροφορία είναι αλληλεπιδρούν πολύ ασθενώς μεταξύ τους . Μη γραμμικά υλικά μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να αυξήσουν την αλληλεπίδραση μεταξύ των φωτονίων όμως η μη γραμμικότητα απαιτεί μεγάλη ένταση φωτός . Αυτό είναι μη ελκυστικό καθώς αλληλεπιδράσεις μεμονωμένων φωτονίων χρειάζονται για κβαντικές φωτονικές συσκευές . Ένα ισχυρά συζευγμένο σύστημα εκπομπού – φωτός έχει μια μη γραμμική δομή ενεργείας η οποία επιτρέπει αλληλεπιδράσεις φωτονίου – φωτονίου σε επίπεδο φωτονίου . Στην QCED αυτο είναι γνωστό σαν φράγμα ηλεκτρονίων [145]. Κάτι ανάλογο έχει βρεθεί και στα πλασμονικά [146] και χρησιμοποιήθηκε για την δημιουργία της ιδέας ενός τσανζίστορ από ένα φωτόνιο . Όσον άφορα σε εφαρμογές στην φωτονική , η ισχυρή αλληλεπίδραση των πλασμονίων έχει φανεί χρήσιμη στο πεδίο της φυσικής χημείας καθώς ενισχύει τις χημικές αντιδράσεις [147] .

### ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ PURCELL

Η στιγμιαία εκπομπή του πομπού είναι ισχυρά εξαρτημένη από το ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον στο οποίο βρίσκεται [116] .Η QCED περιλαμβάνει την αλληλεπίδραση των πομπών με ειδικά ηλεκτρομαγνητικά πεδία [148] . Συνήθως αυτά τα πεδία είναι μονοτροπικά με υψηλούς παράγοντες ποιότητας (Q) και μικρούς αποτελεσματικούς όγκους ( $V_{eff}$ ) . Αυτές οι ιδιότητες προκαλούν ενίσχυση εκπομπής , η οποία ορίζεται από τον παράγοντα Purcell

$$F_p = \frac{\gamma_{cavity}}{\gamma_{freespace}} \propto Q \left( \frac{\lambda^3}{V_{eff}} \right)$$

οπού  $\gamma$  είναι ο ρυθμός αποδιέγερσης του πομπού . Η δύναμη της αλληλεπίδρασης ανάμεσα στον πομπό και το πεδίο χαρακτηρίζεται από μια συχνότητα σύζευξης ,  $g \propto \sqrt{1/V_{eff}}$  . Το QCED μπορεί να χωριστεί σε δυο κατηγορίες που είναι εξαρτημένες από την σύγκριση του  $g$  και των ρυθμών απόσβεσης του πομπού και της κοιλότητας ( $\gamma, \kappa$ ) . Αυτές οι δυο κατηγορίες είναι η ασθενής σύνδεσμος ( $g \ll \gamma, \kappa$ ) και η ισχυρή σύζευξη ( $g \gg \gamma, \kappa$ ) [148]

### ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. H. Raether, Surface Plasmons on Smooth Surfaces. New York, NY, USA: Springer-Verlag, 1988.
2. W. L. Barnes, A. Dereux, and T. W. Ebbesen, “Surface plasmon subwavelength optics,” Nature, vol. 424, no. 6950, pp. 824–830, 2003
3. A. V. Zayats, I. I. Smolyaninov, and A. A. Maradudin, “Nano-optics of surface plasmon polaritons,” Phys. Rep., vol. 408, no. 3, pp. 131–314, 2005.
4. J. M. Pitarke, V. M. Silkin, E. V. Chulkov, and P. M. Echenique, “Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons,” Rep. Progr. Phys., vol. 70, no. 1, pp. 1–87, 2007.
5. S. A. Maier, Plasmonics: Fundamentals and Applications. New York, NY, USA: Springer-Verlag, 2007.
6. J. Homola, S. S. Yee, and G. Gauglitz, “Surface plasmon resonance sensors: Review,” Sens. Actuators B, Chem., vol. 54, no. 1, pp. 3–15, 1999.
7. S. Lal, S. E. Clare, and N. J. Halas, “Nanoshell-enabled photothermal cancer therapy: Impending clinical impact,” Accounts Chem. Res., vol. 41, no. 12, pp. 1842–1851, 2008.
8. P. Berini and I. D. Leon, “Surface plasmon-polariton amplifiers and lasers,” Nature Photon., vol.

- 6, pp. 16–24, 2012.
9. E. Ozbay, “Plasmonics: Merging photonics and electronics at nanoscale dimensions,” *Science*, vol. 311, no. 5758, pp. 189–193, 2006.
10. S. Raza, S. I. Bozhevolnyi, M. Wubs, and N. A. Mortensen, “Nonlocal optical response in metallic nanostructures,” *J. Phys., Condensed Matter*, vol. 27, no. 18, 2015, Art. no. 183204.
11. D. Pines, *Elementary Excitations in Solids: Lectures on Phonons, Electrons, and Plasmons*. New York, NY, USA: W. A. Benjamin, 1963, vol. 5.
12. D. Pines and D. Bohm, “A collective description of electron interactions: II. collective vs individual particle aspects of the interactions,” *Phys. Rev.*, vol. 85, no. 2, p. 338, 1952.
13. D. Bohm and D. Pines, “A collective description of electron interactions: III. Coulomb interactions in a degenerate electron gas,” *Phys. Rev.*, vol. 92, no. 3, p. 609, 1953.
14. A. Archambault, F. Marquier, J.-J. Greffet, and C. Arnold, “Quantum theory of spontaneous and stimulated emission of surface plasmons,” *Phys. Rev. B*, vol. 82, no. 3, 2010, Art. no. 035411.
15. R. Ritchie, “Plasma losses by fast electrons in thin films,” *Phys. Rev.*, vol. 106, no. 5, p. 874, 1957.
16. J. Sambles, G. Bradbery, and F. Yang, “Optical excitation of surface plasmons: An introduction,” *Contemporary Phys.*, vol. 32, no. 3, pp. 173–183, 1991.
17. G. Mie, “Beitrag zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen,” *Annalen der Physik*, vol. 330, no. 3, pp. 377–445, 1908.
18. C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. New York, NY, USA: Wiley, 2008.
19. W. P. Halperin, “Quantum size effects in metal particles,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 58, pp. 533–606, Jul. 1986.
20. W. D. Knight et al., “Electronic shell structure and abundances of sodium clusters,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 52, pp. 2141–2143, Jun. 1984.
21. J. Zheng, P. R. Nicovich, and R. M. Dickson, “Highly fluorescent noble metal quantum dots,” *Annu. Rev. Phys. Chem.*, vol. 58, p. 409, 2007.
22. R. Kubo, “Electronic properties of metallic fine particles i,” *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol. 17, no. 6, pp. 975–986, 1962.
23. L. Gor’Kov and G. Eliashberg, “Minute metallic particles in an electromagnetic field,” *Sov. Phys. JETP*, vol. 21, no. 940, 1965.
24. M. Rice, W. Schneider, and S. Straßler, “Electronic polarizabilities of very small metallic particles and thin films,” *Phys. Rev. B*, vol. 8, no. 2, p. 474, 1973.
25. J. A. Scholl, A. L. Koh, and J. A. Dionne, “Quantum plasmon resonances of individual metallic nanoparticles,” *Nature*, vol. 483, no. 7390, pp. 421–427, 2012.
26. K. J. Savage et al., “Revealing the quantum regime in tunnelling plasmonics,” *Nature*, vol. 491, no. 7425, pp. 574–577, 2012.
27. C. Ciraci’ et al., “Probing the ultimate limits of plasmonic enhancement,” *Science*, vol. 337, no. 6098, pp. 1072–1074, 2012.
28. R. C. Monreal, T. J. Antosiewicz, and S. P. Apell, “Competition between surface screening and size quantization for surface plasmons in nanoparticles,” *New J. Phys.*, vol. 15, no. 8, 2013, Art. no. 083044.
29. W. A. de Heer et al., “Collective dipole oscillations in small sodium clusters,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, no. 16, pp. 1805–1808, 1987.
30. K. Selby et al., “Surface plasma resonances in free metal clusters,” *Phys. Rev. B*, vol. 40, no. 8, pp. 5417–5427, 1989.
31. C. C. Wang, S. Pollack, D. Cameron, and M. M. Kappes, “Optical absorption spectroscopy of sodium clusters as measured by collinear molecular beam photodepletion,” *J. Chem. Phys.*, vol. 93, no. 6, pp. 3787–3801, 1990.
32. K. Selby et al., “Photoabsorption spectra of sodium clusters,” *Phys. Rev. B*, vol. 43, no. 6, pp.



4565–4572, 1991.

33. J. Blanc et al., “Evolution of the electronic structure of lithium clusters between four and eight atoms,” *J. Chem. Phys.*, vol. 96, no. 3, pp. 1793–1809, 1992.
34. U. Kreibig, “Electronic properties of small silver particles: The optical constants and their temperature dependence,” *J. Phys. F, Metal Phys.*, vol. 4, no. 7, p. 999, 1974.
35. E.-J. Robbins, R. Leckenby, and P. Willis, “The ionization potentials of clustered sodium atoms,” *Adv. Phys.*, vol. 16, no. 64, pp. 739–744, 1967.
36. C. Xia, C. Yin, and V. V. Kresin, “Photoabsorption by volume plasmons in metal nanoclusters,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, no. 15, 2009, Art. no. 156802.
37. J. Lermé, “Size evolution of the surface plasmon resonance damping in silver nanoparticles: Confinement and dielectric effects,” *J. Phys. Chem. C*, vol. 115, no. 29, pp. 14 098–14 110, 2011.
38. J. A. Scholl, A. Garcí'a-Etxarri, A. L. Koh, and J. A. Dionne, “Observation of quantum tunneling between two plasmonic nanoparticles,” *Nano Lett.*, vol. 13, no. 2, pp. 564–569, 2013.
39. S. F. Tan et al., “Quantum plasmon resonances controlled by molecular tunnel junctions,” *Science*, vol. 343, no. 6178, pp. 1496–1499, 2014.
40. G. Giuliani and G. Vignale, *Quantum Theory of the Electron Liquid*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2005.
41. F. G. De Abajo, “Optical excitations in electron microscopy,” *Rev. Modern Phys.*, vol. 82, no. 1, p. 209, 2010.
42. K. Kliewer, “Electromagnetic effects at metal surfaces: A nonlocal view,” *Surface Sci.*, vol. 101, no. 1, pp. 57–83, 1980.
43. J. M. McMahon, S. K. Gray, and G. C. Schatz, “Nonlocal optical response of metal nanostructures with arbitrary shape,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, Aug. 2009, Art. no. 097403.
44. S. Raza, G. Toscano, A.-P. Jauho, M. Wubs, and N. A. Mortensen, “Unusual resonances in nanoplasmonic structures due to nonlocal response,” *Phys. Rev. B*, vol. 84, Sep. 2011, Art. no. 121412.
45. T. Christensen et al., “Nonlocal response of metallic nanospheres probed by light, electrons, and atoms,” *ACS Nano*, vol. 8, no. 2, pp. 1745–1758, 2014.
46. U. Kreibig and L. Genzel, “Optical absorption of small metallic particles,” *Surface Sci.*, vol. 156, pp. 678–700, 1985.
47. R. Ruppín, “Optical properties of a plasma sphere,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 31, pp. 1434–1437, Dec. 1973.
48. W. Zhu and K. B. Crozier, “Quantum mechanical limit to plasmonic enhancement as observed by surface-enhanced Raman scattering,” *Nature Commun.*, vol. 5, 2014.
49. G. Hajisalem, M. S. Nezami, and R. Gordon, “Probing the quantum tunneling limit of plasmonic enhancement by third harmonic generation,” *Nano Lett.*, vol. 14, no. 11, pp. 6651–6654, 2014.
50. H. Jung, H. Cha, D. Lee, and S. Yoon, “Bridging the nanogap with light: Continuous tuning of plasmon coupling between gold nanoparticles,” *ACS Nano*, vol. 9, no. 12, pp. 12 292–12 300, 2015.
51. G. Toscano, S. Raza, A.-P. Jauho, N. A. Mortensen, and M. Wubs, “Modified field enhancement and extinction by plasmonic nanowire dimers due to nonlocal response,” *Opt. Exp.*, vol. 20, no. 4, pp. 4176–4188, 2012.
52. F. Bloch, “Bremsvermögen von atomen mit mehreren elektronen,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 81, no. 5/6, pp. 363–376, 1933.[Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01344553>
53. A. Eguiluz and J. J. Quinn, “Hydrodynamic model for surface plasmons in metals and degenerate semiconductors,” *Phys. Rev. B*, vol. 14, pp. 1347–1361, Aug. 1976.
54. C. Ciraci, J. B. Pendry, and D. R. Smith, “Hydrodynamic model for plasmonics: A macroscopic approach to a microscopic problem,” *Chem. Phys. Chem.*, vol. 14, no. 6, pp. 1109–1116, 2013.
55. N. A. Mortensen, S. Raza, M. Wubs, T. Søndergaard, and S. I. Bozhevolnyi, “A generalized non-local optical response theory for plasmonic nanostructures,” *Nature Commun.*, vol. 5, 2014, Art. no. 3809, doi: 10.1038/ncomms4809.

56. L. Spruch, "Pedagogic notes on Thomas-Fermi theory (and on some improvements): Atoms, stars, and the stability of bulk matter," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 63, pp. 151–209, Jan. 1991.
57. R. C. Monreal, T. J. Antosiewicz, and S. P. Apell, "Diffuse surface scattering in the plasmonic resonances of ultra-low electron density nanospheres," *J. Phys. Chem. Lett.*, vol. 6, no. 10, pp. 1847–1853, 2015, doi: 10.1021/acs.jpcclett.5b00581.
58. M. Wubs, "Classification of scalar and dyadic nonlocal optical response models," *Opt. Exp.*, vol. 23, no. 24, pp. 31 296–31 312, 2015.
59. R. Ruppin, "Optical properties of small metal spheres," *Phys. Rev. B*, vol. 11, no. 8, p. 2871, 1975.
60. U. Kreibig and C. v. Fragstein, "The limitation of electron mean free path in small silver particles," *Zeitschrift für Physik*, vol. 224, no. 4, pp. 307–323, 1969.
61. L. Landau, "On the vibration of the electronic plasma," *J. Phys. USSR*, vol. 10, 1946, pp. 25–34.
62. R. H. Fowler, "The analysis of photoelectric sensitivity curves for clean metals at various temperatures," *Phys. Rev.*, vol. 38, no. 1, p. 45, 1931.
63. R. Sundararaman, P. Narang, A. S. Jermyn, W. A. Goddard, III, and H. A. Atwater, "Theoretical predictions for hot-carrier generation from surface plasmon decay," *Nature Commun.*, vol. 5, 2014, Art. no. 5788, doi: 10.1038/ncomms6788.
64. P. Narang, R. Sundararaman, and H. A. Atwater, "Plasmonic hot carrier dynamics in solid-state and chemical systems for energy conversion," *Nanophotonics*, 2016. [Online]. Available: [//www.degruyter.com/view/j/nanoph.aheadof-print/nanoph-2016-0007/nanoph-2016-0007.xml](http://www.degruyter.com/view/j/nanoph.aheadof-print/nanoph-2016-0007/nanoph-2016-0007.xml)
65. J. M. Ziman, *Principles of the Theory of Solids*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1964.
66. A. J. Leenheer, P. Narang, N. S. Lewis, and H. A. Atwater, "Solar energy conversion via hot electron internal photoemission in metallic nanostructures: Efficiency estimates," *J. Appl. Phys.*, vol. 115, no. 13, 2014, Art. no. 134301.
67. A. O. Govorov, H. Zhang, and Y. K. Guna'ko, "Theory of photoinjection of hot plasmonic carriers from metal nanostructures into semiconductors and surface molecules," *J. Phys. Chem. C*, vol. 117, no. 32, pp. 16 616–16 631, 2013.
68. H. Zhang and A. O. Govorov, "Optical generation of hot plasmonic carriers in metal nanocrystals: The effects of shape and field enhancement," *J. Phys. Chem. C*, vol. 118, no. 14, pp. 7606–7614, 2014.
69. C. David and F. J. Garcí'a de Abajo, "Surface plasmon dependence on the electron density profile at metal surfaces," *ACS Nano*, vol. 8, no. 9, pp. 9558–9566, 2014.
70. W. Yan, "Hydrodynamic theory for quantum plasmonics: Linear-response dynamics of the inhomogeneous electron gas," *Phys. Rev. B*, vol. 91, no. 11, pp. 1–16, 2015, Art. no. 115416.
71. G. Toscano et al., "Resonance shifts and spill-out effects in self-consistent hydrodynamic nanoplasmonics," *Nature Commun.*, vol. 6, 2015, Art. no. 7132, doi: 10.1038/ncomms8132.
72. A. J. Bennett, "Influence of the electron charge distribution on surface-plasmon dispersion," *Phys. Rev. B*, vol. 1, no. 1, p. 203, 1970.
73. E. Runge and E. K. Gross, "Density-functional theory for time-dependent systems," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 52, no. 12, p. 997, 1984.
74. C. A. Ullrich, *Time-Dependent Density-Functional Theory: Concepts and Applications*. Oxford, U.K.: Oxford Univ. Press, 2011.
75. W. Ekardt, "Dynamical polarizability of small metal particles: Self-consistent spherical jellium background model," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 52, no. 21, p. 1925, 1984.
76. W. Ekardt, "Size-dependent photoabsorption and photoemission of small metal particles," *Phys. Rev. B*, vol. 31, no. 10, p. 6360, 1985.
77. W. Ekardt, "Quantum size effects in the electronic properties of small metal particles: Self-consistent spherical jellium background model," *Surface Sci.*, vol. 152, pp. 180–188, 1985.
78. M. Stott and E. Zaremba, "Linear-response theory within the density-functional formalism:

- Application to atomic polarizabilities,” *Phys. Rev. A*, vol. 21, no. 1, p. 12, 1980.
79. K. Yabana and G. Bertsch, “Time-dependent local-density approximation in real time,” *Phys. Rev. B*, vol. 54, no. 7, p. 4484, 1996.
80. E. Townsend and G. W. Bryant, “Plasmonic properties of metallic nanoparticles: The effects of size quantization,” *Nano Lett.*, vol. 12, no. 1, pp. 429–434, 2011.
81. L. Stella, P. Zhang, F. Garcí’a-Vidal, A. Rubio, and P. Garcí’a-Gonza’lez, “Performance of nonlocal optics when applied to plasmonic nanostructures,” *J. Phys. Chem. C*, vol. 117, no. 17, pp. 8941–8949, 2013.
82. T. V. Teperik, P. Nordlander, J. Aizpurua, and A. G. Borisov, “Quantum effects and nonlocality in strongly coupled plasmonic nanowire dimers,” *Opt. Exp.*, vol. 21, no. 22, pp. 27 306–27 325, 2013.
83. P. Nordlander et al., “Plasmon hybridization in nanoparticle dimers,” *Nano Lett.*, vol. 4, no. 5, pp. 899–903, 2004.
84. R. Esteban, A. G. Borisov, P. Nordlander, and J. Aizpurua, “Bridging quantum and classical plasmonics with a quantum-corrected model,” *Nature Commun.*, vol. 3, pp. 1–9, 2012.
85. V. Kulkarni and A. Manjavacas, “Quantum effects in charge transfer plasmons,” *ACS Photon.*, vol. 2, no. 7, pp. 987–992, 2015.
86. L. Wu et al., “Fowler-Nordheim tunneling induced charge transfer plasmons between nearly touching nanoparticles,” *ACS Nano*, vol. 7, no. 1, pp. 707–716, 2012.
87. D. Knebl et al., “Gap plasmonics of silver nanocube dimers,” *Phys. Rev. B*, vol. 93, no. 8, 2016, Art. no. 081405.
88. F. Benz et al., “Nanooptics of molecular-shunted plasmonic nanojunctions,” *Nano Lett.*, vol. 15, no. 1, pp. 669–674, 2014.
89. T. Lutz et al., “Molecular orbital gates for plasmon excitation,” *Nano Lett.*, vol. 13, no. 6, pp. 2846–2850, 2013.
90. C. Große et al., “Dynamic control of plasmon generation by an individual quantum system,” *Nano Lett.*, vol. 14, no. 10, pp. 5693–5697, 2014.
91. A. Emboras et al., “Atomic scale plasmonic switch,” *Nano Lett.*, vol. 16, no. 1, pp. 709–714, 2015.
92. T. V. Teperik, A. K. Kazansky, and A. G. Borisov, “Electron tunneling through water layer in nanogaps probed by plasmon resonances,” *Phys. Rev. B*, vol. 93, no. 15, 2016, Art. no. 155431.
93. S. Lerch and B. M. Reinhard, “Quantum plasmonics: Optical monitoring of dna-mediated charge transfer in plasmon rulers,” *Adv. Mater.*, vol. 28, no. 10, pp. 2030–2036, 2016.
94. G. Di Martino et al., “Observation of quantum interference in the plasmonic hong-ou-mandel effect,” *Phys. Rev. Appl.*, vol. 1, no. 3, 2014, Art. no. 034004.
95. J. Elson and R. Ritchie, “Photon interactions at a rough metal surface,” *Phys. Rev. B*, vol. 4, no. 12, p. 4129, 1971.
96. E. Altwischer, M. Van Exter, and J. Woerdman, “Plasmon-assisted transmission of entangled photons,” *Nature*, vol. 418, no. 6895, pp. 304–306, 2002.
97. S. Fasel et al., “Energy-time entanglement preservation in plasmon-assisted light transmission,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, no. 11, 2005, Art. no. 110501.
98. X.-F. Ren, G.-P. Guo, Y.-F. Huang, C.-F. Li, and G.-C. Guo, “Plasmon-assisted transmission of high-dimensional orbital angular-momentum entangled state,” *EPL (Europhys. Lett.)*, vol. 76, no. 5, p. 753, 2006.
99. R. W. Heeres, L. P. Kouwenhoven, and V. Zwiller, “Quantum interference in plasmonic circuits,” *Nature Nanotechnol.*, vol. 8, no. 10, pp. 719–722, 2013.
100. J. S. Fakonas, H. Lee, Y. A. Kelaita, and H. A. Atwater, “Two-plasmon quantum interference,” *Nature Photon.*, vol. 8, no. 4, pp. 317–320, 2014.
101. G. Fujii, D. Fukuda, and S. Inoue, “Direct observation of bosonic quantum interference of surface plasmon polaritons using photon-number-resolving detectors,” *Phys. Rev. B*, vol. 90, no. 8,

- pp. 1–5, 2014, Art. no. 085430.
102. Y.-J. Cai et al., “High-visibility on-chip quantum interference of single surface plasmons,” *Phys. Rev. Appl.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–7, 2014, Art. no. 014004.
103. C. Hong, Z. Ou, and L. Mandel, “Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, no. 18, pp. 2044–2046, 1987
104. Takahara, J., Yamagishi, S., Taki, H., Morimoto, A. & Kobayashi, T. Guiding of a one-dimensional optical beam with nanometer diameter. *Opt. Lett.* 22, 475477 (1997)
105. Chang, D. E., Sørensen, A. S., Hemmer, P. R. & Lukin, M. D. Quantum optics with surface plasmons. *Phys. Rev. Lett.* 97, 053002 (2006).
106. Akimov, A. V. et al. Generation of single optical plasmons in metallic nanowires coupled to quantum dots. *Nature* 450, 402406 (2007).
107. de Leon, N. P. et al. Tailoring light-matter interaction with a nanoscale plasmon resonator. *Phys. Rev. Lett.* 108, 226803 (2012).
108. Tassin, P., Koschny, T., Kafesaki, M. & Soukoulis, C. M. A Comparison of graphene, superconductors and metals as conductors for metamaterials and plasmonics. *Nature Photon.* 6, 259264 (2012).
- 109 Trügler, A. & Hohenester, U. Strong coupling between a metallic nanoparticle and a single molecule. *Phys. Rev. B* 77, 115403 (2008).
110. Waks, E. & Sridharan, D. Cavity QED treatment of interactions between a metal nanoparticle and a dipole emitter. *Phys. Rev. A* 82, 043845 (2010).
111. Takahara, J. in *Plasmonic Nanoguides and Circuits* (ed. Bozhevolnyi, S. I.) Ch. 2 (Pan Stanford Publishing, 2009).
112. Vakil, A. & Engheta, N. Transformation optics using graphene. *Science* 332, 12911294 (2011).
113. Barnes, W. L. Fluorescence near interfaces: The role of photonic mode density. *J. Mod. Opt.* 45, 661699 (1998).
114. Hecker, N. E., Höpfel, R. A., Sawaki, N., Maier, T. & Strasser, G. Surface plasmon-enhanced photoluminescence from a single quantum well. *Appl. Phys. Lett.* 75, 15771579 (1999).
- 115 Neogi, A. et al. Enhancement of spontaneous recombination rate in a quantum well by resonant surface plasmon coupling. *Phys. Rev. B* 66, 153305 (2002).
116. Purcell, E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies. *Phys. Rev.* 69, 674 (1946).
117. Monroe, C. Quantum information processing with atoms and photons. *Nature* 416, 238246 (2002).
118. Drexhage, K. H., Kuhn, H. & Schäfer, F. P. Variation of the fluorescence decay time of a molecule in front of a mirror. *Ber. Bunsenges. Phys. Chem.* 72, 329 (1968).
119. Chance, R. R., Prock, A. & Silbey, R. Lifetime of an emitting molecule near a partially reflecting surface. *J. Chem. Phys.* 60, 27442748 (1974).
120. Gersten, J. & Nitzan, A. Spectroscopic properties of molecules interacting with small dielectric particles. *J. Chem. Phys.* 75, 11391152 (1981).
121. Barnes, W. L. Electromagnetic crystals for surface plasmon polaritons and the extraction of light from emissive devices. *J. Lightw. Technol.* 17, 21702182 (1999).
- 122.. Anger, P., Bharadwaj, P. & Novotny, L. Enhancement and quenching of single molecule fluorescence. *Phys. Rev. Lett.* 96, 113002 (2006).
123. Sorger, V. J. et al. Strongly enhanced molecular fluorescence inside a nanoscale waveguide gap. *Nano Lett.* 11, 49074911 (2011).
124. Jun, Y. C., Kekatpure, R. D., White, J. S. & Brongersma, M. L. Nonresonant enhancement of spontaneous emission in metal-dielectric-metal plasmon waveguide structures. *Phys. Rev. B* 78, 153111 (2008).
125. Curto, A. G. et al. Unidirectional emission of a quantum dot coupled to a nanoantenna. *Science* 329, 930911 (2010).

126. Farahani, J. N., Pohl, D. W., Eisler, H-J. & Hecht, B. Single quantum dot coupled to a scanning optical antenna: A tunable superemitter. *Phys. Rev. Lett.* 95, 017402 (2005).
127. Kinkhabwala, A. et al. Large single-molecule fluorescence enhancements produced by a bowtie nanoantenna. *Nature Photon.* 3, 654657 (2012).
128. Koenderink, A. F. On the use of Purcell factors for plasmon antennas. *Opt. Lett.* 35, 42084210 (2010).
129. Chen, Y., Wubs, M., Mørk, J. & Koenderink, A. F. Coherent single-photon absorption by single emitters coupled to one-dimensional nanophotonic waveguides. *New J. Phys.* 13, 103010 (2011).
130. Rice, P. R. & Brecha, R. J. Cavity induced transparency. *Opt. Commun.* 126, 230235 (1995).
131. Dintinger, J., Klein, S., Bustos, F., Barnes, W. L. & Ebbesen, T. W. Strong coupling between surface plasmon-polaritons and organic molecules in subwavelength hole arrays. *Phys. Rev. B* 71, 035424 (2005).
132. Fofang, N. T. et al. Plexitonic nanoparticles: Plasmon-exciton coupling in nanoshell-J aggregate complexes. *Nano Lett.* 8, 34813487 (2008).
133. Passmore, B. S. et al. Observation of Rabi splitting from surface plasmon coupled conduction state transitions in electrically excited InAs quantum dots. *Nano Lett.* 11, 338342 (2011).
134. Vasa, P. et al. Real time observations of ultrafast Rabi oscillations between excitons and plasmons in metal nanostructures with J-aggregates. *Nature Photon.* 7, 128132 (2013).
135. Savasta, S. et al. Interaction nanopolaritons: Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in the center of a dimer. *ACS Nano* 4, 63696376 (2010).
136. Van Vlack, C., Kristensen, P. T. & Hughes, S. Spontaneous emission spectra and quantum lightmatter interactions from a strongly coupled quantum dot metal nanoparticle system. *Phys. Rev. B* 85, 075303 (2012).
137. Gonzalez-Tudela, A., Rodríguez, F. J., Quiroga, L. & Tejedor, C. Dissipative dynamics of a solid-state qubit coupled to surface plasmons: From Markov to non-Markov regimes. *Phys. Rev. B* 82, 115334 (2010).
138. Dung, H., Knöll, L. & Welsch, D. Three-dimensional quantization of the electromagnetic field in dispersive and absorbing inhomogeneous dielectrics. *Phys. Rev. A* 57, 39313942 (1998).
139. Koppens, F. H. L., Chang, D. E. & García de Abajo, F. J. Graphene plasmonics: A platform for strong lightmatter interactions. *Nano Lett.* 11, 33703377 (2011).
140. Gong, Y. & Vučković, J. Design of plasmon cavities for solid-state cavity quantum electrodynamics applications. *Appl. Phys. Lett.* 90, 033133 (2007).
141. Min, B. et al. High-Q surface-plasmon-polariton whispering-gallery microcavity. *Nature* 457, 455458 (2009).
142. Xiao, Y. et al. Strongly enhanced light matter interaction in a hybrid photonic-plasmonic resonator. *Phys. Rev. A* 85, 031805 (2009).
143. Choy, J. T. et al. Enhanced single-photon emission from a diamondsilver aperture. *Nature Photon.* 5, 738743 (2011).
144. Russell, K. J., Liu, T., Cui, S. & Hu, E. L. Large spontaneous emission enhancement in plasmonic nanocavities. *Nature Photon.* 6, 459462 (2012).
145. Birnbaum, K. M. et al. Photon blockade in an optical cavity with one trapped atom. *Nature* 436, 8790 (2005).
146. Manjavacas, A., Nordlander, P. & García de Abajo, F. J. Plasmon blockade in nanostructured graphene. *ACS Nano* 6, 17241731 (2012).
147. Hutchison, J. A., Schwartz, T., Genet, C., Devaux, E. & Ebbesen, T. W. Modifying chemical landscapes by coupling to vacuum fields. *Angew. Chem. Int. Ed.* 51, 15921596 (2012).
148. Walls, D. F. & Milburn, G. J. *Quantum Optics* (Springer, 2008).

## ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΚΒΑΝΤΙΚΩΝ ΠΛΑΣΜΟΝΙΚΩΝ

Το φαινόμενο συντονισμού σε συλλογικές ταλαντώσεις αερίου ηλεκτρονίων βρέθηκε πρώτα σε ταλαντώσεις πλάσματος σε στερεά[1-4]. Προκαλείται από στοιχειώδεις συλλογικές διεγέρσεις οι οποίες συμπεριφέρονται σαν ψευδοσωματίδια τα οποία ονομάζονται πλασμονία. Τα τελευταία χρόνια υπάρχει μια ραγδαία άνθηση στην έρευνα για τις αλληλεπιδράσεις των πλασμονίων και έτσι έχει δημιουργηθεί ο νέος κλάδος κβαντικής φυσικής, των κβαντικών πλασμονίων. Η ποικιλία των φαινομένων είναι μεγάλη και περιέχει φαινόμενα όπως: το σχηματισμό συστημάτων που περιέχουν κβαντικές τελείες και μεταλλικά νανοσωματίδια[5-6], την αλληλεπίδραση μεταξύ μεταλλικού σωματιδίου και δίπολου[7], την σύζευξη διεγέρτη(exciton)-πλασμονίου κ.λ.π[8-10]. Θα ασχοληθούμε με την περιγραφή των φαινομένων με νόμους της κβαντικής φυσικής καθώς και νόμους του ηλεκτρομαγνητισμού του Maxwell.

Στην συνέχεια με την χρήση της μεθόδου κανονικής κβάντωσης της κβαντικής μηχανικής, παρουσιάζουμε την θεωρία της κανονικής κβάντωσης του πλασμονικού πεδίου [12]. Έπειτα γίνεται η κατασκευή της κβαντικής πλασμονικής θεωρίας με χρήση της συναρτησιακής ολοκληρωτικής μεθόδου [11,13]. Ακόμα η συνάρτηση αποτελεσματικής δράσης για την αλληλεπίδραση συστήματος πλασμονίου - φωτονίου παράγεται με χρήση της κανονικής μεθόδου κβάντωσης της κβαντικής μηχανικής και έπειτα παράγεται στα πλαίσια του συναρτησιακού ολοκληρώματος.

### 1)ΚΒΑΝΤΙΚΟ ΠΛΑΣΜΟΝΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΕ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Έστω ένα σύστημα ηλεκτρονίων σε ηλεκτροστατικό πεδίο το οποίο παράγεται από ιόντα κρυστάλλου. Έχουμε την πυκνότητα ηλεκτρονίων  $n(x,t)$  με  $n_0$  την μέση πυκνότητα. Η πυκνότητα είναι ο αριθμός των ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου. Το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι  $e$  οπότε το μέσο φορτίο είναι  $e n_0$ . Έτσι έχουμε την έκφραση για την χωρητικότητα φορτίου:

$$\rho(x,t) = -e[n(x,t) - n_0] \quad (1)$$

Ακόμα σύμφωνα με τον νόμο του Coulomb έχουμε ένα πεδίο  $\varphi(x,t)$  της μορφής:

$$\varphi(x,t) = \int_V dx' \frac{\rho(x',t)}{|x-x'|} \quad (2)$$

Επίσης σύμφωνα με την εξίσωση του Poisson:

$$\nabla^2 \varphi(x,t) = -4\pi \rho(x,t) \quad (3)$$

Συνεπώς μέσω των αλληλεπιδράσεων των ηλεκτρονίων στο αέριο μπορούμε να δημιουργήσουμε την εξίσωση για την δυναμική ενέργεια του αερίου ηλεκτρονίων:

$$U(t) = \frac{1}{2} \int_V dx \int_V dx' p(x,t) \frac{1}{|x-x'|} p(x',t) \quad (4)$$

Επειδή όμως τα ηλεκτρόνια ταλαντώνονται έχουν και κινητική ενέργεια. Η ποσότητα  $n(r,t)$  εκφράζει την συνολική κινητική ενέργεια του αερίου ηλεκτρονίων. Ακόμα ορίζουμε την ταχύτητα του κάθε ηλεκτρονίου ως (5):

$$\delta r'(x,t) = \frac{\partial \delta r(x,t)}{\partial t}$$

Όποτε η κινητική ενέργεια είναι για όλο το αέριο ηλεκτρονίων :

$$T(t) = \frac{m}{2} \int_V dx p(x,t) \varphi(x,t) \quad (6)$$

Στο αέριο ο συνολικός αριθμός ηλεκτρονίων διατηρείται . Αν θεωρήσουμε  $dN_s$  τον αριθμό των ηλεκτρονίων που διέρχονται από το σύνορο  $S$  της περιοχής , από το εσωτερικό της προς το εξωτερικό της ,σε χρόνο  $dt$  έχουμε :

$$dN_s = \oint dS dt n(x,t) \delta r(x,t) \quad (7)$$

Από τον νόμο του Gauss μπορούμε να μετατρέψουμε το κλειστό εμβαδόν σε βαθμίδα ,όποτε έχουμε :

$$dN_s = \int_V dx \nabla [n(x,t) \delta r(x,t)] dt \quad (8)$$

Η μείωση του αριθμού των ηλεκτρονίων στο αέριο εκφράζεται ως :

$$dN_V = \int_V dx [n_0 - n(x,t)] dt \quad (9)$$

Επειδή τα ηλεκτρόνια σε αυτές τις ενέργειες δεν μπορούν να δημιουργηθούν ή να καταστραφούν έχουμε την διατήρηση τους όποτε φτάνουμε στην εξίσωση :

$$p(x,t) = e \nabla [n(x,t) \delta r(x,t)] \quad (10)$$

Για την διευκόλυνση της χρήσης της μεθόδου κανονικής κβάντωσης εκτελούμε μετασχηματισμούς Fourier στις  $p(x,t)$ ,  $\varphi(x,t)$  και  $\delta r(x,t)$  . Χρησιμοποιούμε μια βάση από επίπεδα κύματα , τα οποία ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες κύβου όγκου  $V$  και είναι κανονικοποιημένα .

Έτσι έχουμε :

$$p(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} p_k(t) \quad (11)$$

$$\varphi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} \varphi_k(t) \quad (12)$$

$$\delta r(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} \sum_{i=1}^3 e_k^{(i)} q_k^{(i)}(t) \quad (13)$$

Τον μετασχηματισμό Fourier τον χρησιμοποιούμε για να εκφράσουμε πιο εύκολα τις Λανγκραντζιανές του συστήματος ώστε να χρησιμοποιήσουμε εξίσωση Schrödinger και άλλες κβαντικές μεθόδους. Το  $ek$  είναι μοναδιαίο διάνυσμα και ισχύει :

$$ke_k^{(i)} = \{0, i=1,2 - k, i=3\}$$

Οι όροι  $i=1,2$  είναι οι εγκάρσιες μετατοπίσεις και το  $i=3$  η διαμήκης μετατόπιση στην κατεύθυνση του κυματοδιανύσματος  $k$ . Από την εξίσωση του Poisson έχουμε

$$\varphi_k(t) = \frac{4\pi}{k^2} p_k(t) \quad (14)$$

Θεωρούμε την προσέγγιση όπου η πυκνότητα των ηλεκτρονίων στην έκφραση της ηλεκτρικής χωρητικότητας αντικαθίσταται από την μέση τιμή της. Με την χρήση των υπόλοιπων μετασχηματισμών έχουμε

$$p_k(t) \approx ien_0 k q_k^{(3)}(t) \quad (15)$$

Όποτε μπορούμε να εκφράσουμε την κινητική και την δυναμική ενέργεια του συστήματος ως :

$$U = 2\pi e^2 n_0^2 \sum_k q_k^{(3)}(t) * q_k^{(3)}(t) \quad (16)$$

$$T = \frac{1}{2} n_0 m \sum_k \sum_{i=1}^3 q_k^{(i)}(t) * q_k^{(i)}(t) \quad (17)$$

Συνεπώς καταλήγουμε στην έκφραση της Λανγκραντζιανής  $L=T-U$

Έτσι έχουμε αποδείξει την Λανγκραντζιανή για ένα αέριο ηλεκτρονίων σαν ένα κλασσικό μηχανικό σύστημα και μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ιδιότητες του φορμαλισμού Λανγκραντζιανής.

#### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ :LAGRANGIAN

Η Λανγκραντζιανή είναι μια συνάρτηση των γενικευμένων συντεταγμένων, των χρονικών παραγώγων τους, και του χρόνου, και περιέχει πληροφορίες για την δυναμική του συστήματος. Δεν εισάγει απαραίτητα νέες γνώσεις στη φυσική αλλά είναι ένας καλύτερος τρόπος για να εξεταστεί ένα σύστημα και πολλές φορές να κατανοήσουμε πιο εύκολα την φυσική του συστήματος. Η μηχανική του Lagrange είναι ιδανική για συστήματα με συντηρητικές δυνάμεις και για να απαλείφει τις σταθερές δυνάμεις σε κάθε σύστημα συντεταγμένων. Για να βρούμε την Λανγκραντζιανή ενός συστήματος χαρτογραφούμε τα σημεία από τα οποία αποτελείται το σύστημα μέσω ενός συστήματος συντεταγμένων (καρτεσιανών, πολικών, κυλινδρικών κ.λ.π). Στην συνέχεια υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια  $T$  του συστήματος ως το άθροισμα της κινητικής ενέργειας όλων των υλικών σημείων. Έπειτα αναλόγως με το συντηρητικό πεδίο το οποίο ενεργά στο σώμα υπολογίζουμε και την δυναμική ενέργεια  $U$ .

Η Λανγκραντζιανή δίνεται από τον τύπο  $L = T - U$ .

Οι εξισώσεις της κίνησης δίνονται από τον τύπο

$$\frac{\partial^2 q_k^{(i)}(t)}{\partial t^2} + 4\pi e^2 \frac{n_0}{m} \delta_{i3} q_k^{(i)}(t) = 0 \quad (18)$$

Οι εγκάρσιες συνιστώσες δεν εκτελούν ταλάντωση (1,2) ενώ η διαμήκης συνιστώσα (3) ταλαντώνεται περιοδικά με γωνιακή συχνότητα

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_0}{m}} \quad (19)$$



Αυτή η συχνότητα γνωρίζουμε ότι είναι η συχνότητα πλάσματος ενός αερίου ηλεκτρονίων .Οι ταλαντώσεις πλάσματος ή κύματα Langmuir είναι γρήγορες ταλαντώσεις της πυκνότητας ηλεκτρονίων σε αγωγία μέσα όπως πλάσματα και μέταλλα .Το ψευδοσωμάτιο που προκύπτει από την κβάντωση αυτών των κυμάτων είναι το πλασμόνιο. Αν αγνοήσουμε την θερμική κίνηση των ηλεκτρονίων τότε καταλήγουμε στην σχέση για την συχνότητα που αναφέρεται παραπάνω ( m μάζα ηλεκτρονίου και e φορτίο )

Αφού οι εγκάρσιες συνιστώσες δεν εκτελούν ταλάντωση μπορούμε να τις αγνοήσουμε και να ασχοληθούμε μόνο με την διαμήκη συνιστώσα 3 .Όποτε έχουμε πλέον  $q_k(t)$  και όχι  $q_k(3)t$ . Η Λανγκραντζιανή γίνεται τότε :

$$L = \frac{1}{2} \sum_k \{ n_o m q_k'(t) * q_k'(t) - 4\pi e^2 n_o^2 q_k(t) * q_k(t) \} \quad (20)$$

Θέλουμε να αποδείξουμε ότι αυτό το κβαντικό μηχανικό σύστημα μπορεί να θεωρηθεί κλασσικό πεδίο  $\sigma(x,t)$ . Θα θεωρήσουμε τον μετασχηματισμό fourier του πεδίου καθώς και την πρώτη χρονική του παράγωγο .

$$\sigma(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} \tilde{\sigma}_k(t) \quad (21)$$

$$\dot{\sigma}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} \tilde{\sigma}_k'(t) \quad (22)$$

$$\int_V dx \sigma(x,t)^2 = \sum_k \tilde{\sigma}_k(t) * \tilde{\sigma}_k(t) \quad (23)$$

$$\int_V dx \dot{\sigma}(x,t)^2 = \sum_k \sigma_k'(t) * \sigma_k'(t) \quad (24)$$

$$\text{Θέτοντας } \sqrt{n_o m} q_k(t) = \tilde{\sigma}_k(t) \quad (25)$$

μπορούμε να εκφράσουμε την Λανγκραντζιανή ως πραγματικό βαθμωτό πεδίο

$$L(t) = \frac{1}{2} \int dx \left( \left[ \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial t} \right]^2 - \omega_p^2 \sigma(x,t)^2 \right) \quad (26)$$

Η έκφραση αυτή είναι παρόμοια με την Λανγκραντζιανή Klein-Gordon από την σχετικιστική θεωρία πεδίου εκτός από την απουσία του ορού που περιέχει την χωρική παράγωγο του  $\sigma(x,t)$  [14-17]. Η λειτουργία δράσης του πεδίου είναι :

$$I[\sigma] = \int_{-\infty}^{\infty} dt L(t) \quad (27)$$

Στην συνέχεια εκτελούμε την κανονική μέθοδο κβάντωσης στο πραγματικό βαθμωτό πεδίο. Ορίζουμε ως  $\delta I(\sigma)$  και  $\delta L(t)$  τις μεταβολές όταν το πεδίο  $\sigma$  μεταβάλλεται απειροελάχιστα.

$$\delta \dot{\sigma}(x,t) = \frac{\partial}{\partial t} \delta \sigma(x,t) \quad (28)$$

$$\delta L(t) = \int_V dx \left[ \frac{\delta L(t)}{\delta \sigma(x,t)} \delta \sigma(x,t) + \frac{\delta L(t)}{\delta \dot{\sigma}(x,t)} \frac{\partial}{\partial t} \sigma(x,t) \right] \quad (29)$$

$$\delta I[\sigma] = \int_{-\infty}^{\infty} dt \delta L(t) \quad (30)$$

Ταυτόχρονα εξ ορισμού

$$\delta I[\sigma] = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_V dx \frac{\delta I(\sigma)}{\delta \sigma(x,t)} \delta \sigma(x,t) \quad (31)$$

Από τις 2 τελευταίες εξισώσεις καταλήγουμε

$$\frac{\delta I[\sigma]}{\delta \sigma(x,t)} = \frac{\delta L(t)}{\delta \sigma(x,t)} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\delta L(t)}{\delta \dot{\sigma}(x,t)} \right) \quad (32)$$

Από την αρχή της επικρατέστερης δράσης έχουμε

$$\frac{\delta I[\sigma]}{\delta \sigma(x,t)} = 0 \quad (33)$$

Έτσι φτάνουμε στην δεύτερη εξίσωση του Lagrange-Euler ,η οποία γενικά έχει την μορφή

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) = \frac{\partial L}{\partial q_j} \quad (34)$$

Αυτή η διαδικασία γίνεται για να έχουμε λιγότερες εξισώσεις από την λύση με νομούς του Νεύτωνα .Στο σύστημα μας όμως είναι

$$\frac{\delta L(t)}{\delta \sigma(x,t)} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\delta L(t)}{\delta \dot{\sigma}(x,t)} \right) = 0 \quad (35)$$

καθώς θεωρούμε το πεδίο  $\sigma$  ως την συντεταγμένη της Lagrangian ,όποτε έχουμε το πεδίο  $\sigma$  και την πρώτη του παράγωγο .Ορίζουμε τότε ως κανονική ορμή την παράγωγο του πεδίου  $\sigma$  ως προς τον χρόνο

$$\pi(x,t) = \frac{\delta L(t)}{\delta \dot{\sigma}(x,t)} = \sigma(x,t) \quad (36)$$

#### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ :HAMILTONIAN

Η Χαμιλτονιανή είναι , όπως η Λαγκραντζιανή, ένας διαφορετικός φορμαλισμός της μηχανικής, ο οποίος όμως οδηγεί σε ίδια αποτελέσματα με την Νευτώνεια μηχανική . Μπορούμε σχετικά εύκολα να υπολογίσουμε τη Χαμιλτονιανή από τη Λαγκραντζιανή με τα εξής βήματα :

1)Όπως κάναμε παραπάνω υπολογίζουμε ορμές από την χρονική παραγωγή της Λαγκραντζιανής σε σχέση με τις γενικευμένες ταχύτητες

$$p_i(q^i, \dot{q}^i, t) = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i} \quad (37)$$

2) Εκφράζουμε τις ταχύτητες σε σχέση με τις ορμές αντιστρέφοντας τις σχέσεις που βρήκαμε

3) Η Χαμιλτονιανή υπολογίζεται ως ο μετασχηματισμός Legendre της Λαγκραντζιανής

$$H = \sum_i \dot{q}^i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i} - L = \sum_i \dot{q}^i p_i - L \quad (38)$$

Συνεπώς καταλήγουμε στην Χαμιλτονιανή συνάρτηση

$$H = \int_V dx \dot{\sigma}(x, t) \pi(x, t) - L \quad (39)$$

$$H = \frac{1}{2} \int_V dx \left\{ \left[ \frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial t} \right]^2 + \omega_0^2 \sigma(x, t)^2 \right\} \quad (40)$$

Αφού έχουμε ολοκληρώσει την κανονική μέθοδο κβάντωσης, η κανονική συντεταγμένη  $\sigma(x, t)$  καθώς και η ορμή  $\pi(x, t)$  γίνονται τελεστές όποτε πλέον έχουμε τον εξής Χαμιλτονιανό τελεστή του κβαντικού πεδίου.

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \int_V dx \left\{ \left[ \frac{\partial \hat{\sigma}(x, t)}{\partial t} \right]^2 + \omega_0^2 \hat{\sigma}(x, t)^2 \right\} \quad (41)$$

Οι τελεστές είναι μια συνάρτηση πάνω σε έναν χώρο φυσικών καταστάσεων προς έναν άλλο χώρο φυσικών καταστάσεων. Αποτελούν τον πυρήνα της κβαντικής φυσικής καθώς μπορούν να είναι πίνακες καταστάσεων ή να είναι διαφορικοί τελεστές σύμφωνα με τις ιδιότητες μιας κυματοσυνάρτησης. Κάθε παρατηρήσιμη ποσότητα (ενέργεια, θέση, ορμή κ.λ.π) στην κβαντική φυσική έχει μια απροσδιοριστία και πρέπει να περιγράφεται με τελεστές.

Στην συνέχεια αναλύουμε τον τελεστή κανονικού πεδίου  $\sigma(x, t)$  στην περιοδική σειρά Fourier των ορθογωνίων και κανονικοποιημένων επίπεδων κυμάτων έτσι ώστε να απαλείψουμε τα ολοκληρώματα του όγκου του αερίου

$$\hat{\sigma}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_0}} \sum_k \left[ e^{i(kx - \omega_0 t)} \hat{a}_k + e^{-i(kx - \omega_0 t)} \hat{a}_k^\dagger \right] \quad (42)$$

Έτσι η Χαμιλτονιανή αποκτά την μορφή συνόλου αθροισμάτων

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_k \omega_0 (\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \hat{a}_k \hat{a}_k^\dagger) \quad (43)$$

Επειδή η ορμή είναι η χρονική παράγωγος του πεδίου  $\sigma$  μπορούμε να παραγωγίσουμε το Fourier του  $\sigma$  για να βρούμε την έκφραση Fourier της ορμής

$$\hat{\pi}(x, t) = -\frac{i}{\sqrt{V}} \sqrt{\frac{\omega_0}{2}} \sum_k \left[ e^{i(kx - \omega_0 t)} \hat{a}_k - e^{-i(kx - \omega_0 t)} \hat{a}_k^\dagger \right] \quad (44)$$

Έτσι έχουμε πλέον ένα σύστημα δυο εξισώσεων το οποίο μπορούμε να λύσουμε για να βρούμε τους τελεστές  $a_k, a_k(+)$  σε σχέση με τις κανονικοποιημένες συντεταγμένες του συστήματος

$$\hat{a}_k = \frac{1}{\sqrt{V}} \int_V dx e^{-ikx} \left\{ \sqrt{\frac{\omega_o}{2}} \hat{\sigma}(x,0) + \frac{i}{\sqrt{2\omega_o}} \hat{\pi}(x,0) \right\} \quad (45)$$

$$\hat{a}_k^\dagger = \frac{1}{\sqrt{V}} \int_V dx e^{-ikx} \left\{ \sqrt{\frac{\omega_o}{2}} \hat{\sigma}(x,0) - \frac{i}{\sqrt{2\omega_o}} \hat{\pi}(x,0) \right\} \quad (46)$$

Από τις ιδιότητες της κανονικής μεθόδου κβάντωσης ισχύει ότι θα υπάρχουν σχέσεις αντικατάστασης ανάμεσα στους τελεστές  $\langle \sigma \rangle$  και  $\langle \pi \rangle$ . Συνεπώς θα ικανοποιούνται αυτές οι σχέσεις και για τους τελεστές  $a_k, a_k(+)$

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_l] = [\hat{a}_k^\dagger, \hat{a}_l^\dagger] = 0 \quad (47)$$

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_l^\dagger] = \delta_{kl} \quad (48)$$

για κάθε  $l, k$ .

Αυτές οι σχέσεις μαζί με την Χαμιλτονιανή υποδηλώνουν ότι τα  $a_k, a_k(+)$  είναι οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής των πλασμονίων. Οπότε έχουμε περιγράψει το κβαντικό πεδίο στο οποίο ανήκουν τα πλασμόνια. Είναι τα κβάντα του κβαντικού πλασμονικού πεδίου. Όμως σύμφωνα με αυτή την θεωρία τα πλασμόνια δεν έχουν διασπορά και συνεπώς έχουν πάντα την ίδια συχνότητα. Αυτό όμως γνωρίζουμε ότι δεν ισχύει στη φύση καθώς πάντα θα υπάρχει μια απώλεια ενέργειας. Έτσι για να περιγράψουμε την διασπορά των πλασμονίων πρέπει να προχωρήσουμε πέρα από την αρμονική προσέγγιση.

## 2) ΚΒΑΝΤΙΚΟ ΠΛΑΣΜΟΝΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟ ΦΟΡΜΑΛΙΣΜΟ

Για να ορίσουμε τις βασικές αρχές της ολοκληρωτικής κβαντικής μεθόδου θεωρούμε μια φυσική κατασκευή σε τρισδιάστατο χώρο και διάνυσμα  $x=(x, \mathbf{x}_0)=(x, t)$ , το οποίο είναι διάνυσμα χωροχρόνου για το οποίο ισχύει

$$\int dx = \int d\mathbf{x} \int dt \quad (49)$$

Η ολοκλήρωση είναι σε όλο τον χώρο καθώς και σε όλο τον χρόνο.

Ορίζουμε  $\varphi_x = \varphi(x) = \varphi(x, t)$  ως μια βαθμωτή συνάρτηση του  $x$ . Θεωρώντας το  $\varphi_x$  ως δομικό στοιχείο ενός διανύσματος και μαζί με το διάνυσμα  $x$  μπορούμε να δημιουργήσουμε την έννοια του συναρτησιακού ολοκληρώματος έτσι

$$\int [D\varphi] \dots = \int \dots \prod_x d\varphi_x \quad (50)$$

Ακόμα ορίζουμε

$$\psi_x = \psi(x) = \psi(x, t) \quad (51)$$

$$\bar{\psi}_x = \bar{\psi}(x) = \bar{\psi}(x, t) \quad (52)$$

οι οποίοι είναι δυο ακόμα ερμιτιανές υποθετικές συναρτήσεις με μιγαδικά διανύσματα. Θεωρώντας αυτές της συναρτήσεις ως τα μιγαδικά δομικά στοιχεία δυο διανυσμάτων καθώς και τον χώρο  $x$  μπορούμε να εισάγουμε την έννοια των ολοκληρωτικών συναρτήσεων πάνω στα διανύσματα  $\psi$  με τον εξής ορισμό

$$\int [D\psi] \int [D\bar{\psi}] \dots = \int \dots \prod_x d\psi_x d\bar{\psi}_x \quad (53)$$

οπού έχουμε τις δυο ολοκληρωτικές μεταβλητές  $\psi$ . Αυτή η μέθοδος είναι πολύ σημαντική για την μελέτη της σχετικιστικής κβαντικής θεωρίας πεδίου .

Το αντικείμενο της μελέτης μας εξακολουθεί να είναι το αέριο ηλεκτρονίων όγκου  $\Omega$ . Πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τις ολοκληρωτικές συναρτήσεις ώστε να επιβάλουμε συνοριακές συνθήκες στα άκρα του αερίου .

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ:ΦΕΡΜΙΟΝΙΑ ΚΑΙ ΜΠΟΖΟΝΙΑ

Στην φύση έχουν παρατηρηθεί 2 μεγάλες κατηγορίες μικροσκοπικών σωματιδίων , τα μποζόνια και τα φερμιόνια . Τα μποζόνια είναι τα σωματίδια τα οποία έχουν ακέραιο σπιν (0,+1,-1 ...) και αποτελούν την κόλλα που συνδέει όλη την ύλη αφού αποτελούν τους φορείς των 4 θεμελιωδών δυνάμεων της φύσης . Μποζόνια αποτελούν τα φωτόνια για τον ηλεκτρομαγνητισμό καθώς και το σωματίδιο Higgs . Αντίθετα τα φερμιόνια είναι όλα τα υπόλοιπα σωματίδια τα οποία έχουν ημιακέραιο σπιν -στροφορμή (+1/2,-1/2 ...) όπως τα ηλεκτρόνια ,τα πρωτόνια και τα νετρόνια τα οποία αποτελούν τα δομικά στοιχεία της κοινής ύλης .

Οι μποζονικοί ολοκληρωτικοί τελεστές  $\varphi$  είναι μεταθετικοί

$$\varphi(x)\varphi(y) = \varphi(y)\varphi(x) \quad (54)$$

ενώ οι φερμιονικοί  $\psi$  είναι αντιμεταθετικοί μεταξύ τους .

$$\psi(x)\psi(y) + \psi(y)\psi(x) = 0 \quad (55)$$

$$\psi(x)\bar{\psi}(y) + \bar{\psi}(y)\psi(x) = 0 \quad (56)$$

$$\bar{\psi}(x)\bar{\psi}(y) + \bar{\psi}(y)\bar{\psi}(x) = 0 \quad (57)$$

Οι τελεστές  $\psi, \bar{\psi}$  λέγονται μεταβλητές Grassmann . Ακόμα χρησιμοποιείται η παράμετρος  $\eta(\chi)$  και η ερμιτιανή της , οι οποίες είναι αντιμεταθετικές μεταξύ τους , καθώς και με τις μεταβλητές Grassmann .

Οι μποζονικοί ολοκληρωτικοί τελεστές  $\varphi$  είναι μεταθετικοί και με τις παραμέτρους Grassmann και με τις δυναμικές μεταβλητές Grassmann .

Ακόμα χρησιμοποιούνται οι τελεστές συναρτησιακής ολοκλήρωσης

$\frac{\delta}{\delta\eta(x)}$  και  $\frac{\delta}{\delta\bar{\eta}(x)}$  οι οποίοι είναι αντιμεταθετικοί μεταξύ τους , αντιμεταθετικοί με τις φερμιονικές μεταβλητές ολοκλήρωσης και μεταθετικοί με την μποζονική μεταβλητή.

Ορίζουμε  $H$  την Χαμιλτονιανή του ηλεκτρονίου με μάζα  $m$  το οποίο κινείται σε πεδίο  $U(x)$

$$H\left(-i\frac{\partial}{\partial x}, x\right) = \frac{1}{2m}\left(-i\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 + U(x) \quad (58) \text{ και}$$

$u(x-y) = u(x-y)\delta(x_0 - y_0)$  (59) οπού  $u(x-y)$  η ενεργεία Coulomb μεταξύ 2 ηλεκτρονίων

$$u(x-y) = \frac{e^2}{|x-y|} \quad (60) \text{ με } e \text{ φορτίο ηλεκτρονίου .}$$

Τα κυρία μαθηματικά εργαλεία της συναρτησιακής ολοκληρωτικής μεθόδου σε κβαντικά πλασματικά αποτελούν τα συναρτησιακά ολοκληρώματα

$$Z^\psi[\eta, \bar{\eta}] = \int [D\psi][D\bar{\psi}] \times \exp\left\{i \int dx [\bar{\psi}(x)\eta(x) + \bar{\eta}(x)\psi(x)]\right\} \\ \times \exp\left\{i \int dx \bar{\psi}(x) \left[ i\frac{\partial}{\partial x_0} - H\left(-i\frac{\partial}{\partial x}, x\right) \right] \psi(x)\right\}$$

$$\times \exp\left\{-\frac{i}{2} \int dx \int dy \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-y) \bar{\psi}(y) \psi(y)\right\} \quad (61)$$

Ακόμα έχουμε

$$Z^\psi = Z^\psi[0,0] = \int [D\psi][D\bar{\psi}] \times \exp\left\{i \int dx \bar{\psi}(x) \left[i \frac{\partial}{\partial x_0} - H\left(-i \frac{\partial}{\partial x}, x\right)\right] \psi(x)\right\} \\ \times \exp\left\{-\frac{i}{2} \int dx \int dy \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-y) \bar{\psi}(y) \psi(y)\right\} \quad (62)$$

Όταν η δύναμη Coulomb απαλείφεται τότε δεν έχουμε τον όρο  $u(x-y)$  στα παραπάνω ολοκληρώματα. Οι εκφράσεις αυτές λέγονται γενικευμένα ολοκληρώματα.

Οι δυναμικές μεταβλητές Grassmann  $\psi(x)$  και  $\bar{\psi}(x)$  μπορούν να θεωρηθούν ως ένα φερμιονικό πεδίο και ο ερμιτιανός συζυγής μιγαδικός του. Όταν έχουμε αέριο ηλεκτρονίων με δύναμη Coulomb τότε η συνάρτηση δράσης είναι

$$I[\psi, \bar{\psi}] = \int dx \bar{\psi}(x) \left[i \frac{\partial}{\partial x_0} - H\left(-i \frac{\partial}{\partial x}, x\right)\right] \psi(x) \\ - \frac{1}{2} \int dx \int dy \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-y) \bar{\psi}(y) \psi(y) \quad (63)$$

Όταν δεν έχουμε απωστική δύναμη ηλεκτρονίων τότε απαλείφουμε τον όρο  $u(x-y)$ .

Συνεπώς τα συναρτησιακά ολοκληρώματα του αερίου ηλεκτρονίων εκφράζονται ως εξής

$$Z^\psi = \int [D\psi][D\bar{\psi}] \exp\{iI[\bar{\psi}, \psi]\} \quad (64) \text{ και}$$

$$Z_0^\psi = \int [D\psi][D\bar{\psi}] \exp\{iI_0[\bar{\psi}, \psi]\} \quad (65)$$

Γενικά για κάθε σύστημα τέτοιας μορφής ισχύουν σχέσεις σαν τις παραπάνω ανάμεσα στις μεταβλητές και τις συναρτήσεις δράσης.

Συναρτήσεις Green

Επειδή έχουμε πρόβλημα πολλών σωματιδίων πρέπει να χρησιμοποιήσουμε συναρτήσεις Green. Τις ορίζουμε και βρίσκουμε τις σχέσεις ανάμεσα τους. Αφού αποτελούν τις δυναμικές σχέσεις του κβαντικού πεδίου, η συναρτησιακή ολοκληρωτική μέθοδος μπορεί να θεωρηθεί ένας τρόπος κβάντωσης του πεδίου.

Θεωρώντας τις δυναμικές μεταβλητές Grassmann ως ένα φερμιονικό πεδίο ορίζουμε το γινόμενο τους, σε όλες τις κατευθύνσεις του πεδίου, ως εξής

$$\langle \psi(x_1) \dots \psi(x_n) \bar{\psi}(y_1) \dots \bar{\psi}(y_n) \rangle = \frac{1}{Z^\psi} \int [D\psi][D\bar{\psi}] \psi(x_1) \dots \psi(x_n) \bar{\psi}(y_1) \dots \bar{\psi}(y_n) \\ \times \exp\left\{i \int dx \bar{\psi}(x) \left[i \frac{\partial}{\partial x_0} - H\left(-i \frac{\partial}{\partial x}, x\right)\right] \psi(x)\right\} \\ \times \exp\left\{-\frac{i}{2} \int dx \int dy \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-y) \bar{\psi}(y) \psi(y)\right\} \quad (66)$$

Αυτές οι σχέσεις ισχύουν όταν λαμβάνουμε υπόψη την δύναμη Coulomb με τον όρο  $u(x-y)$ . Αν δεν την λαμβάνουμε υπόψη ο όρος αυτός μηδενίζεται και το πεδίο μας θεωρείται ελεύθερο πεδίο.

Θα ασχοληθούμε με ένα τέτοιο ελεύθερο πεδίο. Θεωρούμε την συνάρτηση τη μονοσωματιδιακή συνάρτηση Green (δύο σημείων), η οποία έχει την εξής μορφή

$$G(y,z) = -\frac{1}{Z_0^\psi} \frac{\delta^2 Z_0^\psi[\eta,\bar{\eta}]}{\delta\eta(z)\delta\bar{\eta}(z)} \Big|_{\eta=\bar{\eta}=0} \quad (67)$$

Ακόμα θεωρούμε την συνάρτηση Green δύο σωματιδίων (τεσσάρων σημείων)

$$G(y_1,y_2,z_1,z_2) = \langle \psi(y_1)\psi(y_2)\bar{\psi}(z_1)\bar{\psi}(z_2) \rangle_0 \quad (68)$$

$$G(y_1,y_2,z_1,z_2) = \frac{1}{Z_0^\psi} \frac{\delta^4 Z_0^\psi[\eta,\bar{\eta}]}{\delta\eta(z_2)\delta\eta(z_1)\delta\bar{\eta}(y_1)\delta\bar{\eta}(y_2)} \quad (69)$$

Για να βρούμε την μορφή του γενικευμένου συναρτησιακού θεωρούμε την εξίσωση Schrodinger

$$H\left(-i\frac{\partial}{\partial x},x\right)u_a(x) = E_a u_a(x) \quad (70)$$

και την  $S(x,y)$  ως λύση της μη ομογενούς διαφορικής εξίσωσης

$$\left[ i\frac{\partial}{\partial x_0} - H\left(-i\frac{\partial}{\partial x},x\right) \right] S(x,y) = \delta(x-y)\delta(x_0-y_0) \quad (71)$$

$$S(x,y;x_0-y_0) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega e^{-i\omega(x_0-y_0)} \sum_a u_a(x)u_a(y)^* \times \left[ \frac{1-C_a}{\omega-E_a+i0} + \frac{C_a}{\omega-E_a-i0} \right] \quad (72)$$

Οι παράμετροι  $C_0$  σχετίζονται με τις ιδιότητες του αερίου ηλεκτρονίων . Τώρα κάνουμε την μετατόπιση των συναρτησιακών μεταβλητών ολοκλήρωσης

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x) + \int dy S(x,y)\eta(y) \quad (73)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}(x) + \int dy S(x,y)\bar{\eta}(y) \quad (74)$$

Μετά από αρκετούς υπολογισμούς καταλήγουμε

$$Z_0^\psi = \int [D\psi][D\bar{\psi}] \exp\left\{ i \int dx [\bar{\psi}(x)\eta(x) + \bar{\eta}(x)\psi(x)] \right\} \\ \times \exp\left\{ i \int dx \bar{\psi}(x) \left[ i\frac{\partial}{\partial x_0} - H \times \left(-i\frac{\partial}{\partial x},x\right) \right] \psi(x) \right\} \times \exp\left\{ i \int dx \int dy \bar{\eta}(x) S(x,y)\eta(y) \right\} \quad (75)$$

Συγκρίνοντας αυτή την εξίσωση με την προηγούμενη εξίσωση που είχαμε δημιουργήσει για το  $Z_0$  καταλήγουμε στην μορφή του γενικευμένου συναρτησιακού

$$Z_0^\psi[\eta,\bar{\eta}] = Z_0^\psi \exp\left\{ -i \int dx \int dy \bar{\eta}(x) S(x,y)\eta(y) \right\} \quad (76)$$

Αντικαθιστούμε το παραπάνω με την έκφραση για την συνάρτηση Green δύο σημείων και έχουμε

$$G(y,z) = iS(y,z) \quad (77)$$

Επίσης βρίσκουμε και μια έκφραση ανάμεσα στις συναρτήσεις Green δύο και τεσσάρων σημείων

$$G(y_1,y_2,z_1,z_2) = G(y_2,z_1)G(y_1,z_2) - G(y_1,z_1)G(y_2,z_2) \quad (78)$$

Αυτό αποτελεί το θεώρημά Wick για το ελεύθερο πεδίο ηλεκτρονίων . Μπορούμε με παρόμοιο τρόπο να το αποδείξουμε για κάθε άρτιο αριθμό μεγαλύτερο του 2 για ελεύθερο πεδίο ηλεκτρονίων .

Θεωρούμε την συνάρτηση  $S(x-y)$  και παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του γινόμενου  $\psi'(x,\tau+\varepsilon) \psi(x,\tau)$ , όταν το  $\varepsilon$  τείνει στο 0 ,αντιστοιχεί στην πυκνότητα σωματιδίων  $\eta(x)$ .

$$n(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \langle \bar{\psi}(x, t + \varepsilon) \psi(x, t) \rangle = -i \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} S(x, x; -\varepsilon) \quad (79)$$

Έτσι βρίσκουμε την σχέση

$$n(x) = \sum_a C_a |u_a(x)|^2 \quad (80)$$

συνεπώς βλέπουμε ότι η σταθερά Ca αποτελεί τον αριθμό συγκέντρωσης ηλεκτρονίων στην κβαντική κατάσταση που περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση  $u_a(x)$ .

Βαθμωτό πεδίο των συλλογικών ταλαντώσεων σε αέριο ηλεκτρονίων

Θα εξετάσουμε το σύστημα των αλληλεπιδρώντων ηλεκτρονίων με το εξής συναρτησιακό ολοκλήρωμα

$$Z = \int [D\psi] [D\bar{\psi}] \exp \left\{ i \int dx \bar{\psi}(x) \left[ i \frac{\partial}{\partial x_0} - H \left( -i \frac{\partial}{\partial x}, x \right) \right] \psi(x) \right\} \\ \exp \left\{ -\frac{i}{2} \int dx \times \int dx' \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-x') \bar{\psi}(x') \psi(x') \right\} \quad (81)$$

Ο όρος για την δύναμη Coulomb στο παραπάνω ολοκλήρωμα είναι διγραμμικός με την  $\psi(x), \bar{\psi}(x)$ . Θα τον γραμμικοποιήσουμε εισάγοντας ένα βαθμωτό πεδίο  $\phi(x)$ , το οποίο θα έχει τον ρόλο μιας παραμέτρου για τις ταλαντώσεις του αερίου, μέσω του εξής ολοκληρώματος

$$Z_0^\phi = \int [D\phi] \times \exp \left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dx' \phi(x) u(x-x') \phi(x') \right\} \quad (82)$$

Κάνοντας την μεταβολή

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x) - \bar{\psi}(x) \psi(x) \quad (83)$$

φτάνουμε στην εξίσωση

$$Z_0^\phi = \int [D\phi] \exp \left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dx' \phi(x) u(x-x') \times \phi(x') \right\} \\ \exp \left\{ -i \int dx \int dx' \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-x') \phi(x') \right\} \\ \exp \left\{ -i \int dx \int dx' \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-x') \bar{\psi}(x') \psi(x') \right\} \quad (84)$$

έτσι καταλήγουμε στο ολοκλήρωμα Z της εξής μορφής

$$Z = \frac{1}{Z_0^\phi} \int [D\phi] \exp \left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dx' \phi(x) \times u(x-x') \phi(x') \right\} \\ \int [D\psi] [D\bar{\psi}] \times \exp \left\{ -i \int dx \int dx' \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-x') \phi(x') \right\} \\ \times \exp \left\{ i \int dx \bar{\psi}(x) \left[ i \frac{\partial}{\partial x_0} - H \times \left( -i \frac{\partial}{\partial x}, x \right) \right] \psi(x) \right\} \quad (85)$$

Από τον ορισμό του Z μπορούμε να γράψουμε το παραπάνω έτσι

$$Z = \frac{Z_0^\psi}{Z_0^\phi} \int [D\phi] \exp \left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dx' \phi(x) u(x-x') \phi(x') \right\} \\ \times \left\langle \exp \left\{ -i \int dx \int dx' \bar{\psi}(x) \psi(x) u(x-x') \phi(x') \right\} \right\rangle_0 \quad (86)$$



Στην συνέχεια μπορούμε να επεκτείνουμε τον εκθετικό όρο σε μια συναρτησιακή δυναμοσειρά στο βαθμωτό πεδίο και να ισχύει

$$\langle \exp\{-i \int dx \int dx' \bar{\psi}(x)\psi(x)u(x-x')\phi(x)\} \rangle_0 = F[\phi] = \sum_{n=0}^{\infty} F^n[\phi] \quad (87)$$

οπού λόγω του ορισμού του  $e$  ισχύει

$$F^{(n)}[\phi] = \frac{1}{n!} \langle [-i \int dx \int dx' \bar{\psi}(x)\psi(x)u(x-x')\phi(x')]^n \rangle_0 \quad (88)$$

Ισχύει

$$F^{(0)}[\phi] = 1, F^{(1)}[\phi] = iW^{(1)}[\phi] \quad (89)$$

$$W^{(1)}[\phi] = -\int dx \int dx' n(x)u(x-x')\phi(x') \quad (90)$$

$$F^{(2)}[\phi] = \frac{1}{2!} (iW^{(1)}[\phi])^2 + iW^{(2)}[\phi] \quad (91)$$

$$W^{(2)}[\phi] = \frac{i}{2} \int dx \int dx' \int dy \int dy' S(x,y)S(y,x) \times u(x-x')u(y-y')\phi(x')\phi(y') \quad (92)$$

συνεχίζοντας επαγωγικά για μεγαλύτερες τιμές του  $n$  αποδεικνύεται ότι

$$F[\phi] = \exp\{iW[\phi]\} \quad (93) \text{ με } W[\phi] = \sum_{n=1}^{\infty} W^{(n)}[\phi] \quad (94)$$

Οπότε έχουμε την έκφραση του συναρτησιακού ολοκληρώματος  $Z$  μόνο με ορούς του βαθμωτού πεδίου  $\phi$

$$Z = \frac{Z_0^\psi}{Z_0^\phi} \int [D\phi] \exp\{iI[\phi]\} \quad (95) \text{ με } I(\phi) \text{ την συνάρτηση δράσης.}$$

Η συνάρτηση δράσης μπορεί να γραφτεί ως

$$I_0[\phi] = -\int dx v(x)\phi(x) + \frac{1}{2} \int dx \int dy \phi(x) \times A(x,y)\phi(y) \quad (96) \text{ οπού}$$

$$v(x) = \int dy u(x-y)n(y) \quad A(x,y) = u(x-y) + i \int dx' \int dy' S(x',y') \times S(y',x')u(x'-x)u(y'-y) \quad (97)$$

Από την αρχή της έντονης δράσης

$$\frac{\delta I_0[\phi]}{\delta \phi(x)} = 0 \quad (98)$$

Από εκεί βγαίνει η δυναμική εξίσωση για το βαθμωτό πεδίο  $\phi_0(x)$  που σχετίζεται με την ισχυρή δράση

$$\int dy A(x,y)\phi_0(y) = v(x) \quad (99)$$

Έχει την λύση  $\phi_0(y) = \int dy A^{-1}(y,x)v(x)$  (100) οπού ο όρος  $A^{-1}$  είναι ο πυρήνας του ολοκληρωτικού τελεστή ο οποίος είναι αντίστροφος με τον πυρήνα  $A$

$$\int dz A(x,z)A^{-1}(z,y) = \int dz A^{-1}(x,z)A(z,y) = \delta(x-y) \quad (101)$$

Η εντονότερη τιμή του συναρτησιακού δράσης είναι

$$I_0[\phi_0] = -\frac{1}{2} \int dx \int dy \phi_0(x) A(x,y) \phi_0(y) \quad (102)$$

Οι διακυμάνσεις του πεδίου  $\phi(x)$  γύρω από το πεδίο  $\phi_0(x)$  περιγράφονται από την διαφορά

$$\zeta(x) = \phi(x) - \phi_0(x) \quad (103)$$

Με ορούς αυτής της διαφοράς η δράση αποκτά την μορφή

$$I[\phi_0 + \zeta] = I_0[\phi_0] + \frac{1}{2} \int dx \int dy \zeta(x) A(x,y) \zeta(y) \quad (104)$$

Η δυναμική εξίσωση του πεδίου  $\zeta$

$$\int dy A(x,y) \zeta(y) = 0 \quad (105)$$

Για να ελέγξουμε τον παραπάνω φορμαλισμό θα τον χρησιμοποιήσουμε για να εξετάσουμε την απλή περίπτωση του τρισδιάστατου και ομογενούς αερίου ηλεκτρονίων. Έχουμε τον μετασχηματισμό Fourier

$$S(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dk \int d\omega e^{i[k(x-y) - \omega_0(x_0-y_0)]} \tilde{S}(k,\omega) \quad (106)$$

οπού

$$\tilde{S}(k,\omega) = \frac{1-n(k)}{\omega - E(k) + i0} + \frac{n(k)}{\omega - E(k) - i0} \quad (107)$$

και  $E(k)$  είναι η κινητική ενεργεία που ισούται με  $k^2/2m$ ,  $k$  είναι η ορμή και  $n(k)$  είναι ο αριθμός κατάληψης των ηλεκτρονίων στην κατάσταση με ορμή  $k$ .

Ακόμα για το  $A(x-y)$  έχουμε

$$A(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dk \int d\omega e^{i[k(x-y) - \omega_0(x_0-y_0)]} \tilde{A}(k,\omega) \quad (108)$$

με τον μετασχηματισμό fourier

$$\tilde{A}(k,\omega) = \tilde{u}(k) + \tilde{\Pi}(k,\omega) \tilde{u}(k)^2 \quad (109)$$

οπού

$$\tilde{\Pi}(k,\omega) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int dp \int de \tilde{S}(p+k, e+\omega) \tilde{S}(p,e) \quad (110)$$

και  $u(k)$  είναι ο μετασχηματισμός του  $u(x)$

$$\tilde{u}(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2} \quad (111)$$

Η δυναμική εξίσωση γίνεται

$$1 + \tilde{u}(k) \tilde{\Pi}(k,\omega) = 0 \quad (112)$$

Αυτή η εξίσωση συνδέει το κυματαριθμό με την γωνιακή συχνότητα όποτε αποτελεί μια εξίσωση διασποράς των πλάσμονίων. Για να βρούμε την διασπορά πρέπει να υπολογίσουμε το  $\tilde{\Pi}(k,\omega)$  απαλείφοντας το  $\epsilon$

$$\tilde{\Pi}(k,\omega) = \tilde{\Pi}_1(k,\omega) - \tilde{\Pi}_2(k,\omega) \quad (113) \text{ οπού}$$

$$\tilde{\Pi}_1(k,\omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dp \frac{[1-n(p+k)]n(p)}{E(p+k)-E(p)-\omega} \quad (114)$$

$$\tilde{\Pi}_2(k,\omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dp \frac{[1-n(p)]n(p+k)}{E(p+k)-E(p)-\omega} \quad (115)$$

Κάνουμε στο  $\tilde{\Pi}_1$  την αντικατάσταση  $p=p-k/2$  και έχουμε

$$\tilde{\Pi}_1(k,\omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dp \times \frac{[1-n(p+k/2)]n(p-k/2)}{E(p+k/2)-E(p-k/2)-\omega} \quad (116)$$

Κάνουμε στο  $\tilde{\Pi}_2$  την αντικατάσταση  $p=-p$  και έχουμε

$$\tilde{\Pi}_2(k,\omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dp \times \frac{[1-n(-p)]n(-p+k)}{E(-p+k)-E(-p)-\omega} \quad (117)$$

Επειδή και η  $E(p)$  και η  $n(p)$  εξαρτώνται από το  $p^2$  ισχύει

$$n(p)=n(-p), n(-p+k)=n(p-k), E(-p)=E(p), E(-p+k)=E(p-k)$$

Επίσης με την αντικατάσταση  $p=p+k/2$  βρίσκουμε

$$\tilde{\Pi}_2(k,\omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dp \frac{[1-n(p+k/2)]n(p-k/2)}{E(p-k/2)-E(p+k/2)-\omega} \quad (118)$$

Τελικά

$$\tilde{\Pi}(k,\omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dp [1-n(p+k/2)]n(p-k/2) \times \left[ \frac{1}{E(p+k/2)-E(p-k/2)-\omega} + \frac{1}{E(p+k/2)-E(p-k/2)+\omega} \right] \quad (119)$$

Θεωρώντας την περίπτωση του αερίου ηλεκτρονίων σε θερμοκρασία  $T=0$ , απόλυτο μηδέν, και ορίζουμε  $P_f$  την ορμή των ηλεκτρονίων στην επιφάνεια Fermi. Επειδή το  $P$  είναι ίσο με την μονάδα μέσα και πάνω στην επιφάνεια Fermi και εξαφανίζεται έξω από αυτή, ο χώρος ολοκλήρωσης πρέπει να είναι η κοινή περιοχή μέσα στην εξωτερική σφαιρική επιφάνεια  $[p-k/2]=P_f$  και έξω από την εσωτερική σφαιρική επιφάνεια  $[p+k/2]=R_f$ .

Θεωρούμε 1 διάνυσμα  $K$  το οποίο είναι του κάθετου άξονα  $OZ$  στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Τότε για μικρές τιμές του  $K$  η περιοχή της ολοκλήρωσης βρίσκεται ανάμεσα στην περιοχή που ορίζεται από τις 2 παραπάνω σφαίρες  $[p-k/2]=P_f=[p+k/2]=R_f$ . Έχουμε τότε

$$\tilde{\Pi}(k,\omega) = -\frac{2k}{\omega^2 m 4\pi^2} \int_0^{2\pi} \cos^2\theta \times \left\{ \int_{p_1(\theta)}^{p_2(\theta)} \frac{1}{1-(kp/\omega m)^2 \cos^2\theta} p^3 dp \right\} d\theta \quad (120) \text{ σπού}$$

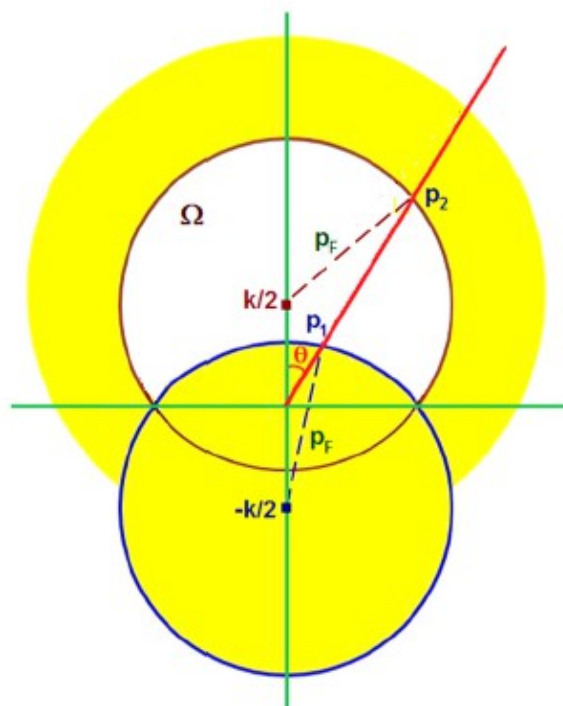
$$p_1(\theta) = \left[ p_F^2 - \frac{k^2}{4} \sin^2\theta \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{k}{2} \cos\theta \quad p_2(\theta) = \left[ p_F^2 - \frac{k^2}{4} \sin^2\theta \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{k}{2} \cos\theta \quad (121)$$

Επεκτείνοντας το  $\tilde{\Pi}(k,\omega)$  σε δυναμοσειρά για την μεταβλητή  $k$  και με περιορισμό μέχρι την δεύτερη τάξη του  $k$  έχουμε

$$\tilde{\Pi}(k,\omega) = -\frac{n_0 k^2}{m\omega^2} \left( 1 + \frac{3p_F^2 k^2}{5m^2\omega^2} \right) \quad (122)$$

σπού  $n_0$  είναι η πυκνότητα ηλεκτρονίων

$$n_0 = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{3} p_F^3 \quad (123)$$



**Figure 1.** The integration domain  $\Omega$  is confined inside the region with the yellow color [32].

$$p_F^2 = p_2^2 + \frac{k^2}{4} - kp_2 \cos \theta = p_1^2 + \frac{k^2}{4} + kp_1 \cos \theta,$$

$$p_2 = \frac{k}{2} \cos \theta + \sqrt{p_F^2 - \frac{k^2}{4} \sin^2 \theta}, \quad p_1 = -\frac{k}{2} \cos \theta + \sqrt{p_F^2 - \frac{k^2}{4} \sin^2 \theta}.$$

Εικόνα ελήφθη από αναφορά [13]

Αντικαθιστούμε την έκφραση για το  $\Pi(k, \omega)$  στην έκφραση για το  $A(k, \omega)$  και χρησιμοποιώντας την σχέση

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m} \quad (124) \quad \text{έχουμε} \quad \tilde{A}(k, \omega) = \frac{4\pi e^2}{k^2 \omega^2} \left( \omega^2 - \omega_0^2 - \frac{3p_F^2 \omega_0^2}{5m^2 \omega^2} k^2 \right) \quad (125)$$

Τέλος θεωρούμε την δυναμική εξίσωση και ο πυρήνας  $A(x-y)$  έχει την παραπάνω μορφή . Εισάγουμε τον μετασχηματισμό Fourier του βαθμωτού πεδίου  $\zeta(x, t)$

$$\zeta(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dk \int d\omega e^{-i(kx - \omega t)} \tilde{\zeta}(k, \omega) \quad (126)$$

και γράφουμε την δυναμική εξίσωση

$$\left( \omega^2 - \omega_0^2 - \frac{3p_F^2 \omega_0^2}{5m^2 \omega^2} k^2 \right) \tilde{\zeta}(k, \omega) = 0 \quad (127)$$

Έτσι βλέπουμε την σχέση ανάμεσα στο  $\omega$  και το  $k$  του ελεύθερου πλασμονίου και βρίσκουμε την σχέση διασποράς

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{3p_F^2 \omega_0^2}{5m^2 \omega^2} k^2 \quad (128)$$

Με προσέγγιση πρώτης τάξης στο  $k^2/\omega_0^2$  έχουμε την λύση

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{3p_F^2}{5m^2}k^2 \quad (129)$$

Τότε το  $A(k,\omega)$  γίνεται

$$\tilde{A}(k,\omega) = \frac{4\pi e^2}{k^2\omega^2} \left( \omega^2 - \omega_0^2 - \frac{3p_F^2}{5m^2}k^2 \right) \quad (130)$$

Η σχέση που βρέθηκε για την διασπορά έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα στην θεωρία των ταλαντώσεων πλάσματος [18-19]. Η συμφωνία του αποτελέσματος με αυτήν την θεωρία μας δείχνει την ισχύ της ολοκληρωτικής συναρτησιακής μεθόδου.

Κβάντωση πλασμονικού πεδίου

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω αποτελέσματα μαζί με την δράση I, για το τρισδιάστατο αέριο ηλεκτρονίων, έχουμε

$$I^{(2)}[\zeta] = \frac{1}{2} \int dx \int dy \zeta(x) A(x-y) \zeta(y) \quad (131)$$

Χρησιμοποιώντας τους μετασχηματισμούς Fourier για το  $A(x-y)$  και το  $\zeta(x)$ , γράφουμε το παραπάνω στην μορφή της ορμής

$$I^{(2)}[\zeta] = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dk \int d\omega \frac{1}{2} \tilde{\zeta}(-k, -\omega) \times \tilde{A}(k, \omega) \tilde{\zeta}(k, \omega) \quad (132)$$

Με την χρήση της έκφρασης του  $A(k,\omega)$  και ορίζοντας

$$\tilde{\sigma}(k, \omega) = \sqrt{\frac{4\pi e^2}{k^2\omega^2}} \tilde{\zeta}(k, \omega) \quad (133) \text{ έχουμε}$$

$$I_{eff}[\sigma] = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dk \int d\omega \frac{1}{2} \tilde{\sigma}(-k, -\omega) \times [\omega^2 - \omega_0^2 - \gamma^2 k^2] \tilde{\sigma}(k, \omega) \quad (134)$$

$$\text{με } \gamma^2 = \frac{3p_F^2}{5m^2} \quad (135)$$

Θεωρούμε το  $\sigma(k,\omega)$  ως το μετασχηματισμό Fourier ενός βαθμωτού πεδίου  $\sigma(x,t)$ . Έτσι έχουμε τον τύπο για την αποτελεσματική δράση αυτού του πεδίου.

$$I_{eff}[\sigma] = \int dt L_\sigma(t) \quad (136) \text{ Με Λανγκραντζιανή}$$

$$L_\sigma(t) = \frac{1}{2} \int dx \left\{ \left[ \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial t} \right]^2 - \gamma^2 \times \right\} [\nabla \sigma(x,t)]^2 - \omega_0^2 \sigma(x,t)^2 \quad (137)$$

Η εξίσωση lagrange του πεδίου είναι

$$\frac{\partial^2 \sigma(x,t)}{\partial t^2} - \gamma^2 \nabla^2 \sigma(x,t) + \omega_0^2 \sigma(x,t) = 0 \quad (138)$$

Πρέπει ανάμεσα στο  $k$  και το  $\omega$  να των επιπέδων κυμάτων του πεδίου  $\sigma(x,t)$  να ικανοποιείται η σχέση  $\omega^2 = \omega_0^2 + \gamma^2 k^2$  (139)

Τέλος θα εκτελέσουμε την κβάντωση του πεδίου στα πλαίσια της κανονικής κβαντικής διαδικασίας. Η κανονική ορμή  $\pi(x,t)$  που αντιστοιχεί στον κανονικό τελεστή  $\sigma(x,t)$  είναι ο τελεστής

$$\widehat{\pi}(x,t) = \frac{\delta L_\sigma}{\delta \dot{\sigma}(x,t)} = \dot{\sigma}(x,t) \quad (140) \text{ όπου } \sigma'(x,t) \text{ είναι η χρονική μερική παράγωγος του } \sigma(x,t).$$

Η Hamiltonian του συστήματος είναι

$$H_\sigma = \int dx \widehat{\pi}(x,t) \dot{\sigma}(x,t) - L_\sigma(t) = \frac{1}{2} \int dx \left\{ \left[ \frac{\partial \dot{\sigma}(x,t)}{\partial t} \right]^2 \right\} + \gamma^2 [\nabla \widehat{\sigma}(x,t)]^2 + \omega_0^2 \widehat{\sigma}(x,t)^2 \quad (141)$$

Σύμφωνα με τους κανόνες της κανονικής κβάντωσης υπάρχουν οι εξής κανόνες ανάμεσα στους τελεστές

$$[\widehat{\sigma}(x,t), \sigma(x',t)] = [\widehat{\pi}(x,t), \widehat{\pi}(x',t)] = 0 \quad (142)$$

$$[\widehat{\pi}(x,t), \widehat{\sigma}(x',t)] = -i\delta(x-x') \quad (143)$$

Όπως είχαμε δει και προηγουμένως η εξίσωση αυτή μοιάζει με την εξίσωση Klein -Gordon η οποία περιγράφει ένα τέτοιο πεδίο στην κβαντική σχετικιστική θεωρία πεδίου , με την εξαίρεση του παράγοντα  $\gamma$  για τις χωρικές συντεταγμένες . Για να βρούμε το φυσικό νόημα της θεωρίας θα εργαστούμε με παρόμοιο τρόπο όπως την κβαντική θεωρία πεδίου. Για να απλοποιήσουμε θα θεωρήσουμε έναν κυβικό όγκο  $V$  στον οποίο θα παραγοντοποιήσουμε το πεδίο  $\sigma(x,t)$  με τις περιοδικές συνοριακές συνθήκες ως εξής

$$\widehat{\sigma}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k \frac{1}{\sqrt{2\omega}} \left\{ \widehat{a}_k e^{i(kx-\omega t)} + \widehat{a}_k^\dagger e^{-i(kx-\omega t)} \right\} \quad (144)$$

και για την κανονική ορμή

$$\widehat{\pi}(x,t) = -\frac{i}{\sqrt{V}} \sum_k \sqrt{\frac{\omega}{2}} \left\{ \widehat{a}_k e^{i(kx-\omega t)} - \widehat{a}_k^\dagger e^{-i(kx-\omega t)} \right\} \quad (145)$$

Λύνουμε ως το  $ak$ , και  $ak^+$  και ισχύει

$$\widehat{a}_k = \frac{1}{\sqrt{V}} \int dx e^{-ikx} \left[ \sqrt{\frac{\omega}{2}} \widehat{\sigma}(x,0) + \frac{i}{\sqrt{2\omega}} \widehat{\pi}(x,0) \right] \quad (146)$$

$$\widehat{a}_k^\dagger = \frac{1}{\sqrt{V}} \int dx e^{-ikx} \left[ \sqrt{\frac{\omega}{2}} \widehat{\sigma}(x,0) - \frac{i}{\sqrt{2\omega}} \widehat{\pi}(x,0) \right] \quad (147)$$

Από τους κανόνες της κανονικής κβάντωσης βλέπουμε ότι οι σχέσεις της κανονικής μετάθεσης θα ισχύουν ανάμεσα στους τελεστές

$$[\widehat{a}_k, \widehat{a}_l] = [\widehat{a}_k^\dagger, \widehat{a}_l^\dagger] = 0 \quad (148)$$

$$[\widehat{a}_k, \widehat{a}_l^\dagger] = \delta_{kl} \quad (149)$$

Η Χαμιλτονιανή είναι

$$H_\sigma = \frac{1}{2} \sum_k \left( \widehat{a}_k^\dagger \widehat{a}_k + \frac{1}{2} \right) \omega \quad (150)$$

Η τελεστές  $ak, ak^+$  είναι οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής των κβάντων του πεδίου  $\sigma(x,t)$  και αποτελούν τα πλασμόνια . Η σχέση ανάμεσα στο  $\omega$  και το  $k$  είναι η σχέση που περιγραφεί την ενεργεία και την ορμή τους .

### 3) ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΠΛΑΣΜΟΝΙΟΥ -ΦΩΤΟΝΙΟΥ ΣΕ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Θα μελετήσουμε την αλληλεπίδραση του αερίου ηλεκτρονίων με ένα εξωτερικό ηλεκτρομαγνητικό πεδίο . Θα δουλέψουμε στο διαμήκη δείκτη του πεδίου και το  $A(x,t)$  θα είναι το διανυσματικό δυναμικό

$$\nabla A(x,t) = 0 \quad (151)$$

Η Λανγκραντζιανή της αλληλεπίδρασης [20] έχει την μορφή

$$L_{\text{int}}(t) = \frac{e}{c} \int dx n(x,t) \dot{r}(x,t) A(x,t) \quad (152)$$

με  $c$  την ταχύτητα του φωτός στο κενό . Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις για την πυκνότητα των ηλεκτρονίων και την πυκνότητα του φορτίου του αερίου ηλεκτρονίων , μπορούμε να γράψουμε

$$L_{\text{int}}(t) = \frac{en_0}{c} \int dx \delta r(x,t) A(x,t) - \frac{1}{c} \int dx \rho(x,t) \dot{r}(x,t) A(x,t) \quad (153)$$

Έχουμε αποδείξει την σχέση ανάμεσα στο διάνυσμα  $\delta r(x,t)$  και το πλασματικό πεδίο  $\sigma(x,t)$  . Όποτε για να μελετήσουμε την σχέση πλασμονίου και φωτονίου είναι βασικό να εκφράσουμε το  $\rho(x,t)$  σε σχέση με το διάνυσμα  $\delta r(x,t)$ . Για αυτό χρησιμοποιούμε την αρχή διατήρησης των ηλεκτρονίων στο αέριο . Όποτε έχουμε την διαφορική σχέση

$$\rho(x,t) = en_0 \sum_i \nabla_i \delta r_i(x,t) - \rho(x,t) \sum_i \nabla_i \delta r_i(x,t) - \sum_i \delta r_i(x,t) \nabla_i \rho(x,t) \quad (154)$$

Αυτή η διαφορική εξίσωση είναι αδύνατον να λυθεί αναλυτικά, όποτε προσπαθούμε να εκφράσουμε το  $\rho(x,t)$  σε δυναμοσειρά του  $\delta r(x,t)$  και γράφουμε την λύση της μορφής

$$\rho(x,t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \rho^{(\nu)}(x,t) \quad (155)$$

με  $\rho(x,t)$  να αποτελεί τον  $\nu$ -ορο σε σχέση με τα  $\delta r(x,t)$  . Θα γράψουμε τους 3 πρώτους ορούς .

$$\rho^{(1)}(x,t) = en_0 \sum_i \nabla_i \delta r_i(x,t) \quad (156)$$

$$\rho^{(2)}(x,t) = en_0 \sum_i \sum_j \nabla_i \delta r_i(x,t) \nabla_j \delta r_j(x,t) \quad (157)$$

$$\rho^{(3)}(x,t) = en_0 \sum_i \sum_j \sum_k \nabla_i \delta r_i(x,t) \nabla_j \delta r_j(x,t) \times \nabla_k \delta r_k(x,t) \quad (158)$$

Χρησιμοποιώντας αυτές τις σχέσεις εκφράζουμε την Χαμιλτονιανή με ορούς του  $\delta r(x,t)$  μόνο .

$$L_{\text{int}}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} L_{\text{int}}^{(n)}(t) \quad (159)$$

Μέχρι και τον δεύτερο όρο έχουμε

$$L_{\text{int}}^{(1)}(t) = \frac{en_0}{c} \int dx \sum_i A_i(x,t) \delta \dot{r}_i(x,t) \quad (160)$$

$$L_{\text{int}}^{(2)}(t) = -\frac{en_0}{c} \int dx \sum_i A_i(x,t) \delta \dot{r}_i(x,t) \times \sum_j \nabla_j \delta r_j(x,t) \quad (161)$$

Για να βρούμε την σχέση ανάμεσα στα  $\delta r(x,t)$  και το πεδίο  $\sigma(x,t)$  θα χρησιμοποιήσουμε την σχέση που συνδέει το  $\delta r(x,t)$  με την συντεταγμένη  $q_k$  με την  $q(3)k=q_k$  χωρίς τα εγκάρσια

$$\delta r(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} \frac{K}{k} q_k(t) \quad (162)$$

Επίσης θα χρησιμοποιήσουμε την σχέση ανάμεσα στην γενικευμένη συντεταγμένη  $q_k$  και το μετασχηματισμό Fourier του πλασματικού πεδίου  $\sigma(x,t)$ . Έτσι έχουμε τελικά

$$\delta r(x,t) = \frac{1}{\sqrt{n_0 m}} \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} \frac{K}{k} \tilde{\sigma}_k(t) \quad (163)$$

Σύμφωνα με το μετασχηματισμό Fourier έχουμε

$$\tilde{\sigma}_k(t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \int dx e^{-ikx} \sigma(x,t) \quad (164)$$

όποτε συνδυάζοντας με την παραπάνω εξίσωση έχουμε

$$\delta r_i(x,t) = \int dy F_i(x-y) \sigma(y,t) \quad (165)$$

με

$$F_i(x-y) = \frac{1}{\sqrt{n_0 m}} \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k \frac{k_i}{k} e^{ik(x-y)} \quad (166)$$

οπού η διανυσματική συνάρτηση  $F(x-y)$  αποτελεί την χαρακτηριστική συνάρτηση του πλασμονίου.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση για την Χαμιλτονιανή ισχύει

$$L_{\text{int}}^{(1)}(t) = \frac{en_0}{c} \int dx \int dy \sum_i A_i(x,t) \times F_i(x-y) \dot{\sigma}_i(y,t) \quad (167)$$

$$L_{\text{int}}^{(2)}(t) = -\frac{en_0}{c} \int dx \int dy_1 \int dy_2 \sum_i A_i(x,t) \times F_i(x-y_1) \sum_j \nabla_j F_j(x-y_2) \times \dot{\sigma}_i(y_1,t) \sigma_j(y_2,t) \quad (168)$$

Αυτές οι σχέσεις δείχνουν ότι οι αλληλεπιδράσεις είναι μη τοπικές. Αυτό οφείλεται στην πολύπλοκη δομή των πλασμονίων τα οποία δεν είναι σωματίδια άλλα επεκτείνονται από ένα κεντρικό σημείο σαν κύματα. Η Λανγκραντζιανή που χρησιμοποιήσαμε είναι γραμμική με το  $A(x,t)$  όπως αυτήν που περιγράφει την αλληλεπίδραση φωτονίου – ηλεκτρονίου. Αν λάβουμε και άλλες οπτικές ιδιότητες υπόψιν έχουμε μη γραμμικότητα.



#### 4) ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΝΙΟΥ - ΠΛΑΣΜΟΝΙΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟ

Το πιο ισχυρό εργαλείο για την ανάλυση των πλασμονίων αποτελεί η συναρτησιακή ολοκληρωτική μέθοδος. Θα την χρησιμοποιήσουμε για την ανάλυση της αλληλεπίδρασης φωτονίων – πλασμονίων. Θεωρούμε αρχικά

$$-i\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow -i\frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{c}A(x,t) \quad (169)$$

Χρησιμοποιούμε το συναρτησιακό ολοκλήρωμα  $Z$  όχι του πλασμονικού πεδίου όπως στην προηγούμενη ενότητα αλλά του ολοκληρώματος του αερίου ηλεκτρονίων καθώς αλληλεπιδρά με ένα εξωτερικό πεδίο  $A(x)$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{Z_0^\varphi} \int [D\varphi] \exp\left\{\frac{i}{2} \int dx \int dx' \varphi(x) u \right\} \times (x-x')\varphi(x') \int [D\varphi][D\bar{\psi}] \\ &\times \exp\left\{-i \int dx \int dx' \bar{\psi}(x)\psi(x)u(x-x')\varphi(x')\right\} \\ &\times \exp\left\{i \int dx \bar{\psi}(x) \left[ i\frac{\partial}{\partial x_0} - H\left(-i\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{e}{c}A(x),x\right) \right] \psi(x)\right\} \quad (170) \end{aligned}$$

Συνεπώς καταλήγουμε σε διαφορετικές εκφράσεις από πριν

$$Z = \frac{Z_0^\psi}{Z_0^\varphi} \int [D\varphi] \exp\left\{\frac{i}{2} \int dx \int dx' \varphi(x) u \right\} \times (x-x')\varphi(x') \exp\left\{i \sum_{n,m=0}^{\infty} W^{(n,m)}[\varphi,A]\right\} \quad (171)$$

οπού

$$W^{(0,0)}[\varphi,A] = 0 \quad W^{(n,0)}[\varphi,A] = W^{(n)}[\varphi], n \geq 1 \quad W^{(0,1)}[\varphi,A] = 0 \quad (172)$$

$$W^{(1,1)}[\varphi,A] = 0 \quad W^{(0,2)}[\varphi,A] = -\frac{e^2}{2m} \int dx n(x) A(x)^2 \quad (173)$$

Τα  $W^{(n,m)}[\varphi,A]$  είναι ομογενείς συναρτήσεις  $n$  τάξης σε σχέση με το πεδίο  $\varphi(x)$  και  $m$  τάξης σε σχέση με το πεδίο  $A(x)$ . Για παράδειγμα

$$W^{(1,2)}[\varphi,A] = \frac{ie^2}{2m} \int dx \int dx' \int dy \varphi(x') u(x'-x) \times S(x-y) S(y-z) A(y)^2 \quad (174)$$

Το βαθμωτό πεδίο  $\varphi(x)$  εκφράζεται σε σχέση με το πλασμονικό πεδίο  $\sigma(x,\tau)$  όπως στην προηγούμενη ενότητα. Έτσι έχουμε για την αποτελεσματική δράση  $I$

$$I[\varphi,A] = \sum_{n,m=1}^{\infty} W^{(n,m)}[\varphi,A] \quad (175)$$

που περιγραφεί την αλληλεπίδραση ανάμεσα στο πλασμονικό πεδίο  $\sigma(x,\tau)$  και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο  $A(x,\tau)$ . Η αλληλεπίδραση αυτή είναι μη τοπική και όχι ακαριαία.

#### 5) ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε αυτό το κεφάλαιο μελετήσαμε τα κύρια αποτελέσματα της κβαντικής θεωρίας των πλασμονίων. Χρησιμοποιήσαμε δυο μεθόδους, την κανονική μέθοδο κβαντομηχανικής κβάντωσης και την συναρτησιακή ολοκληρωτική μέθοδο. Καταλήξαμε ότι τα πλασμόνια και οι αλληλεπιδράσεις τους με την ύλη είναι μη τοπικές και έτσι πρέπει να διαφοροποιήσουμε τις

Χαμιλτονιανές μεθόδους που τα προσεγγίζουμε . Όμως ακόμα και με αυτές τις δυο μεθόδους δεν μπορούμε ακόμα να προβλέψουμε ικανοποιητικά τα πειραματικά αποτελέσματα γιατί δεν έχουμε κατανοήσει πλήρως την αλληλεπίδραση φωτονίων και πλασμονίων .Επειδή έχουμε πολλά σωματίδια τα οποία αλληλεπιδρούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους καταλήγουμε ότι η μέθοδος της συναρτησιακής ολοκλήρωσης είναι πιο προσιτή και προτιμότερη για την λύση πολλών προβλημάτων πλασμονικής φύσεως .

#### ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. Pines D and Bohm D 1951 Phys. Rev. [82 625](#)  
Pines D and Bohm D 1952 Phys. Rev. [85 338](#)
2. Crowell J and Ritchie R H 1968 Phys. Rev. [172 436](#)
3. Ritchie R H 1973 Surf. Sci. [34 1](#)
4. Halperin W P 1986 Rev. Mod. Phys. [58 533](#)
5. Artuso R D, Bryant G W, Gareia-Etxarri A and Aizpurua J 2011 Phys. Rev. B [83 235406](#)
6. Artuso R D and Bryant G W 2008 Nano Lett. [8 2106](#)
7. Works E and Sridharan D 2010 Phys. Rev. A [82 043845](#)
8. Fedutik Y, Temnov V V, Schöps O, Woggon U and Artemyev M V 2007 Phys. Rev. Lett. [99 136802](#)
9. Fofang N T, Grady N K, Fan Z, Govorov A O and Halas N J 2011 Nano Lett. [11 1556](#)
10. Manjavacas A, Garcia de Abajo F J and Norlander P 2011 Nano Lett. [11 2318](#)
11. Nguyen Van H and Nguyen B H 2012 Adv. Nat. Sci.: Nanosci. Nanotechnol. [3 035009](#)
12. Nguyen Van H and Nguyen B H 2014 Adv. Nat. Sci.: Nanosci. Nanotechnol. [5 025001](#)
13. Nguyen Van H and Nguyen B H 2014 Adv. Nat. Sci.: Nanosci. Nanotechnol. [5 035004](#)
14. Weinberg S 1995 The Quantum Theory of Fields: Foundation` vol 1 (New York: Cambridge University Press)
15. Gross Franz 1993 Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory (New York: Wiley)
16. Brown Lowell S 1992 Quantum Field Theory (New York: Cambridge University Press)
17. Stermann G 1993 An Introduction to Quantum Field Theory (New York: Cambridge University Press)
18. Maier Stephan A 2007 Plasmonics: Fundamentals and Applications (New York: Springer)
19. Kittel C 1996 Introduction to Solid State Physics (New York: Wiley)
20. Jackson J D 1975 Classical Electrodynamics (New York: Wiley)

## ΣΥΖΕΥΞΗ ΚΒΑΝΤΙΚΩΝ ΕΚΠΟΜΠΩΝ ΣΕ ΠΛΑΣΜΟΝΙΚΟΥΣ ΝΑΝΟΟΔΗΓΟΥΣ

### 1.Εισαγωγή

Νανοδομές από συνδυασμούς μετάλλων και διηλεκτρικών μπορούν να υποστηρίξουν οδεύοντες ηλεκτρομαγνητικούς (ΗΜ) τρόπους ταλάντωσης οι οποίοι αντιπροσωπεύουν ΗΜ διεγέρσεις (στα διηλεκτρικά ) συνδεδεμένες με ελεύθερες ταλαντώσεις ηλεκτρονίων όπως επιφανειακές καταστάσεις πλασμονίων – πολαριτονίων . Υπάρχουν ποικίλες καταστάσεις πλασμονικών κυματοδηγών οι οποίοι έχουν την μοναδική ιδιότητα να υποστηρίζουν ισχυρά εντοπισμένες καταστάσεις κάτω από το όριο περίθλασης [1] . Αυτή η δυνατότητα δημιουργεί ενδιαφέρουσες προοπτικές για τον σχεδιασμό υψηλά ενσωματωμένων φωτονικών συστημάτων τα οποία ελέγχουν σήματα . Επίσης επιτρέπει την ενίσχυση και την διάδοση ΗΜ κυμάτων από ένα κβαντικό εκπομπό σε κυματοδηγό [2]. Η δημιουργία κβαντικών εκπομπών οι οποίοι είναι ισχυρά συνδεδεμένοι με κυματοδηγούς είναι πολύ σημαντική στον τομέα των κβαντικών υπολογιστών . Πολλά από τα πρωτόκολλα για την κβαντική πληροφορία βασίζονται σε υψηλή ροή και εκπομπή των ακτινοβολούμενων φωτονίων σε άπλες χωρικές οπτικές καταστάσεις [3,4]. Ένας μεμονωμένος εκπομπός συζευγμένος με μια μεμονωμένη οπτική κατάσταση μπορεί να παράγει μεμονωμένα φωτόνια [2] ή να επιτρέπει μη γραμμικές διαδικασίες πύλης στο επίπεδο λίγων φωτονίων [3]. Τα μεμονωμένα φωτόνια είναι επίσης σημαντικά για την κβαντική κρυπτογραφία [5] .

Μεμονωμένοι εκπομποί φωτονίων μπορούν να συζευχθούν με διαφορετικά είδη διηλεκτρικών ή πλασμονικών κατασκευών ώστε να αυξήσουν τους ρυθμούς αποδιέγερσης τους με αποτέλεσμα να αποκτήσουν υψηλό ρυθμό εκπομπής φωτονίων . Διηλεκτρικές κατασκευές όπως η κοιλότητα φωτονικών κρυστάλλων [6,7] , οι φωτονικοί κρυσταλλικοί κυματοδηγοί [8] και οι κυματοδηγοί από διηλεκτρικά υλικά με υψηλό δείκτη διάθλασης , έχουν χρησιμοποιηθεί για την αύξηση του ρυθμού αποδιέγερσης και την μετάδοση της εκπομπής από κβαντικούς εκπομπούς [9,10]. Ο περιορισμός που μπορεί να επιτευχθεί σε ένα διηλεκτρικό υλικό έχει να κάνει με το όριο περίθλασης πράγμα το οποίο δεν ισχύει για τα πλασμονικά υλικά [1]. Ο ισχυρός εντοπισμός κάτω από το μήκος κύματος που είναι δυνατός με πλασμονικούς κυματοδηγούς επιτρέπει στο ρυθμό αποδιέγερσης του συζευγμένου εκπομπού στους κυματοδηγούς να γίνει υπερβολικά υψηλός . Αξίζει να αναφέρουμε ότι οι χωρικά εντοπισμένες πλασμονικές νανοδιατάξεις μπορούν να υποστηρίξουν τοπικά επιφανειακά πλασμόνια , αυξάνοντας το ρυθμό μείωσης των κβαντικών εκπομπών και επιτρέποντας τους να λειτουργούν σαν κεραίες [11-15].

Η σύζευξη μεταξύ ενός κβαντικού εκπομπού και ενός κυματοδηγού εξαρτάται από τις ιδιότητες τους . Ο ολικός ρυθμός μείωσης εξαρτάται από την διπολική ορμή του εκπομπού , την θέση και την κατεύθυνση του εκπομπού σε σχέση με τον κυματοδηγό και τον εντοπισμό των ιδιοκαταστάσεων του κυματοδηγού .

### 2.Τρόποι ταλάντωσης σε πλασμονικούς κυματοδηγούς

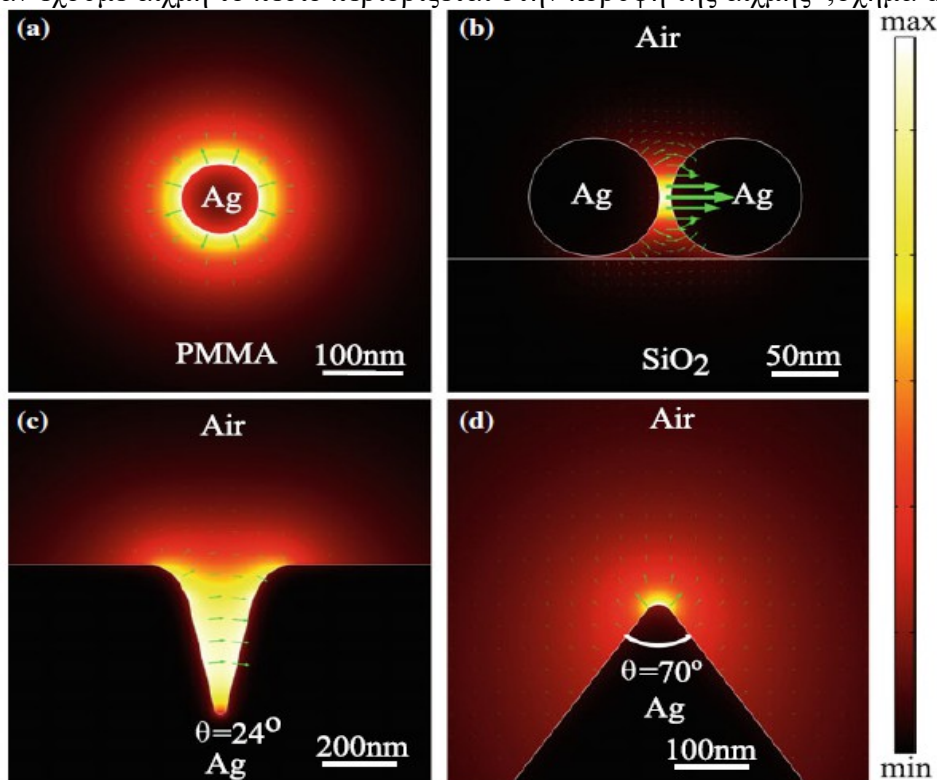
Οι πλασμονικοί κυματοδηγοί υποστηρίζουν ιδιοκαταστάσεις οδήγησης κυματοδηγών πέρα από το όριο περίθλασης . Αυτό οφείλεται στην παρουσία ελεύθερων ηλεκτρονίων στα μέταλλα τα οποία κάνουν το πραγματικό μέρος της διηλεκτρικής συνάρτησης αρνητικό . Οι τρόποι ταλάντωσης ενός κυματοδηγού μπορούν να βρεθούν λύνοντας την κυματική εξίσωση με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες . Η κυματική εξίσωση του ηλεκτρικού κύματος είναι

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times E(r)) - k_0^2 \epsilon(r) E(r) = 0 \quad (1)$$

οπού  $r=(x,y,z)$  και  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  είναι ο κυματαριθμός του κενού,  $\omega$  είναι η γωνιακή συχνότητα και τα  $\epsilon_0, \mu_0$  είναι η ηλεκτρικές και μαγνητικές σταθερές του κενού αντίστοιχα.  $\epsilon(r)$  είναι η σχετική διηλεκτρική συνάρτηση με το κενό και το  $\mu_r$  είναι η μαγνητική σταθερά η οποία θα θεωρηθεί 1 για όλο το κεφάλαιο. Για κυματοδηγούς άπειρου μήκους με διάδοση στον z άξονα, η λύση στην διαφορική εξίσωση πρέπει να έχει αυτή την μορφή

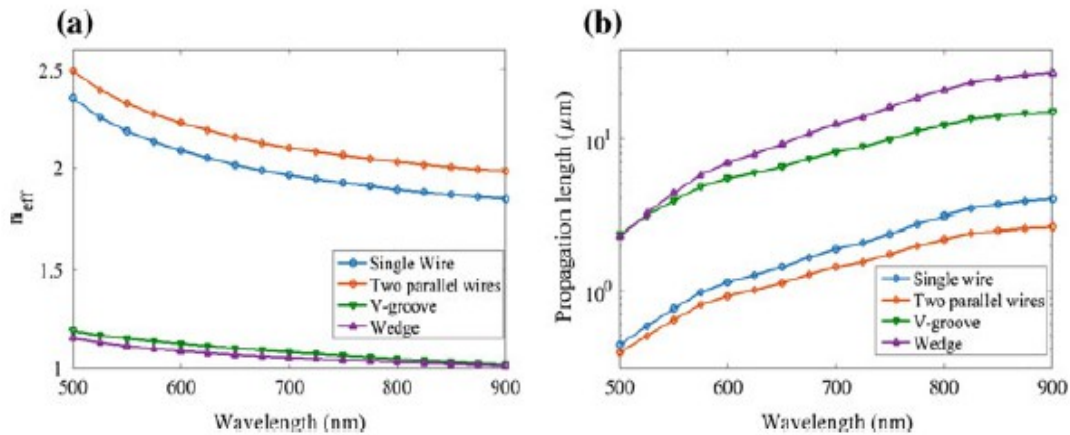
$$E(x,y,z) = E_\alpha(x,y) e^{-i(\omega t - kz)} \quad (2)$$

Για απλές δομές όπως ένα καλώδιο από ασήμι με κυκλική διατομή, αναλυτικές μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση των εξισώσεων Maxwell [21]. Όμως για πιο πολύπλοκες δομές, κάποιος πρέπει να χρησιμοποιήσει αριθμητικές μεθόδους. Καθοδηγούμενες πλασμονικές μορφές μπορούν να υπολογιστούν με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (Finite element method FEM). Ένα μήκος κύματος κενού στα 700 nm επιλέγεται για τους υπολογισμούς, γιατί πολλοί από τους κβαντικούς εκπομπούς εκπέμπουν κοντά σε αυτό το μήκος κύματος. Για παράδειγμα, το κέντρο NV έχει μέγιστο στα 700 nm σε θερμοκρασία δωματίου και οι κβαντικές τελείες έχει βρεθεί ότι εκπέμπουν σε αυτό το μήκος κύματος. Η ηλεκτρική διαπερατότητα του άργυρου στα 700 nm, περίπου  $\epsilon(r) = -20,437 - 1,281i$  [22], χρησιμοποιείται όπως και άλλα υλικά με θετικούς συντελεστές ανάκλασης. Στο παρακάτω σχήμα (figure 3.1 quantum plasmonics) παρουσιάζονται θεμελιώδεις τρόποι ταλάντωσης για διαφορετικούς πλασμονικούς κυματοδηγούς. Το σχήμα α παρουσιάζει την μορφή που δημιουργείται από ασημένιο νανοκαλώδιο με ακτίνα 50 nm. Η μορφή είναι συμμετρική και το πεδίο μειώνεται εκθετικά με την απόσταση από το καλώδιο. Για δυο παράλληλα καλώδια το πεδίο περιορίζεται στο κενό μεταξύ τους όπως φαίνεται στην εικόνα b. Όταν έχουμε πηγάδι σε σχήμα V τότε το πεδίο περιορίζεται στο πηγάδι όπως φαίνεται στο σχήμα c. Τέλος, όταν έχουμε αιχμή το πεδίο περιορίζεται στην κορυφή της αιχμής, σχήμα d.



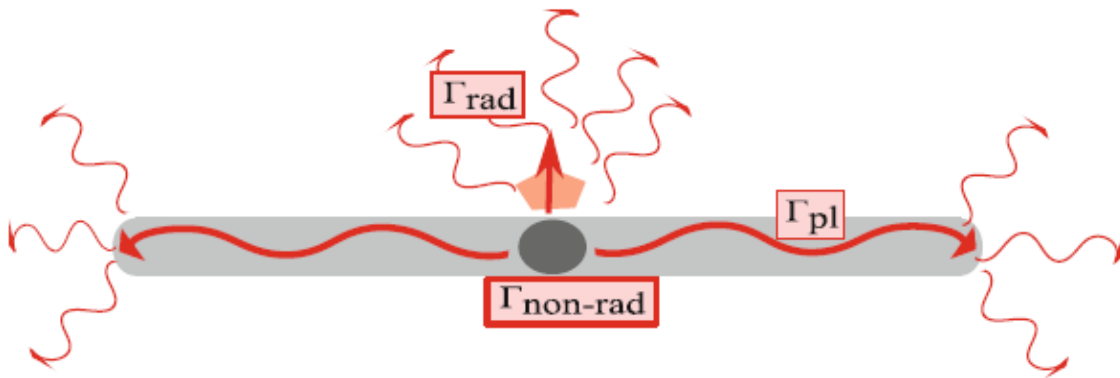
Διασπορά ηλεκτρικού πεδίου σε a) ασημένιο καλώδιο ακτίνας 50 nm b) 2 ασημένια καλώδια με ακτίνες 55 nm και απόσταση κενού 9 nm c) πηγάδι γωνιάς 24 μοιρών d) αιχμή γωνιάς 70 μοιρών. Τα βέλη δείχνουν την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου. (Figure 3.1 quantum plasmonics).

Το παρακάτω σχήμα a ( Figure 3.2 quantum plasmonics) δείχνει τον μέσο δείκτη διάθλασης για τους τρόπους ταλάντωσης του παραπάνω σχήματος, σε συνάρτηση με το μήκος κύματος. Επίσης στο σχήμα b φαίνεται το μήκος διάδοσης, το οποίο ορίζεται ως η μείωση της απόστασης του πλασματικού τρόπου όταν μειώνεται κατά παράγοντα  $1/e$ , για τις ίδιες δομές. Τα μήκη διάδοσης για τις ίδιες δομές όταν ο άργυρος αντικαθίσταται από χρυσό είναι μικρότερα σε αυτό το εύρος μήκους κυμάτων. Όμως επειδή ο άργυρος διαβρώνεται προτιμάται χρυσός [19].



### 3. Θεωρία σύζευξης

Για τον εκπομπό κοντά σε ένα πλασματικό κυματοδηγό υπάρχουν τρία κανάλια μείωσης. Το πρώτο κανάλι είναι η εκπομπή μέσω ακτινοβολίας, το δεύτερο είναι η εκπομπή μέσα στον κυματοδηγό και το τρίτο είναι η μείωση χωρίς ακτινοβολία. Αυτό φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Figure 3.3 quantum plasmonics).



Σχήμα 3 καναλιών μείωσης όταν ένας κβαντικός εκπομπός τοποθετηθεί κοντά σε πλασματικό κυματοδηγό. Αποδιέγερση ακτινοβολίας ( $\Gamma_{rad}$ ), αποδιέγερση σε πλασματικό τρόπο ταλάντωσης ( $\Gamma_{pl}$ ) και μη - ακτινοβολούσα αποδιέγερση ( $\Gamma_{non-rad}$ ). (Figure 3.3 quantum plasmonics)

Όταν ένας εκπομπός βρίσκεται σε σύζευξη με έναν κυματοδηγό, το χρησιμότερο κανάλι από τα τρία είναι η αποδιέγερση μέσα σε πλασματικό κυματοδηγό. Για αυτό μια παράμετρος της σύζευξης, που λέγεται παράγοντας  $\beta$ , ορίζεται ως η αναλογία του ρυθμού αποδιέγερσης στον πλασματικό κυματοδηγό προς τον συνολικό ρυθμό αποδιέγερσης του εκπομπού. Στην συνέχεια θα παρουσιαστεί ένας τρόπος για τον υπολογισμό του ρυθμού αποδιέγερσης σε πλασματικό τρόπο ταλάντωσης.

#### 4. Ρυθμός αποδιέγερσης ενός εκπομπού μέσα σε πλασματικό τρόπο ταλάντωσης

Ο ταυστής Green για το ηλεκτρικό πεδίο μιας συγκεκριμένης καθοδηγούμενης πλασματικής μορφής μπορεί να κατασκευαστεί από τον αριθμητικό υπολογισμό του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου της πλασματικής μορφής, η οποία στην συνέχεια μπορεί να χρησιμοποιηθεί για υπολογισμό της προβλεπόμενης τοπικής πυκνότητας των καταστάσεων (local density of states LDOS) για τον πλασματικό τρόπο ταλάντωσης [23,24]. Ο ταυστής Green ορίζεται ως εξής

$$[\nabla \times \nabla \times - k_0^2 \epsilon(r)] \bar{G}(r, r', \omega) = \bar{I} \delta(r - r') \quad (3)$$

πού το  $\bar{I}$  είναι ο μοναδιαίος πίνακας και το  $\delta$  είναι η συνάρτηση Dirac. Η προβλεπόμενη LDOS για την πλασματική μορφή δίνεται από

$$\rho_{pl}(r, \omega) = \frac{6\omega [\bar{n}_D \Im \{ \bar{G}(r, r', \omega) \} \bar{n}_D]}{\pi c^2} \quad (4)$$

πού  $\bar{n}_D$  είναι το μοναδιαίο δίπολο στην θέση  $r$ , και  $c$  είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Η LDOS για την πλασματική μορφή σε ορούς ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων δίνεται από

$$\rho_{pl}(r, \omega) = \frac{6|E(x, y) \bar{n}_D|^2}{2\pi \Re \left\{ \int_{A_\infty} (E \times H^*) \cdot z dA \right\}} = \frac{6|E(x, y) \bar{n}_D|}{N v_g} \quad (5)$$

όπου

$$v_g = \frac{\Re \left\{ \int_{A_\infty} (E \times H^*) \cdot z dA \right\}}{\int_{A_\infty} \epsilon_0 \epsilon(x, y) |E(x, y)|^2 dA} \quad (6)$$

$$N = 2\pi \int_{A_\infty} \epsilon_0 \epsilon(x, y) |E(x, y)|^2 dA \quad (7)$$

είναι η ομαδική ταχύτητα και ο παράγοντας κανονικοποίησης αντίστοιχα. Το  $z$  είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα προς την θετική κατεύθυνση του άξονα. Η ολοκλήρωση λαμβάνει χώρα σε όλο το διάμηκες επίπεδο του  $z$  άξονα.

Από την παραπάνω σχέση της LDOS φαίνεται ότι για να τη μεγιστοποιήσουμε πρέπει το  $v_g$  να είναι μικρό και η μορφή να περιορίζεται σε μικρά  $E$ . Ακόμα ο διπολικός προσανατολισμός του εκπομπού πρέπει να είναι παράλληλος με το ηλεκτρικό πεδίο. Ο ρυθμός αποδιέγερσης του εκπομπού σε σχέση με τη LDOS δίνεται από

$$\Gamma_{pl}(r, \omega) = \frac{\pi \omega_0}{3h\epsilon_0} |\mu_D|^2 \rho_{pl}(r, \omega) \quad (8)$$

πού  $\mu_D$  είναι η διπολική ορμή του εκπομπού και  $h$  είναι η σταθερά του Planck διαιρεμένη κατά  $2\pi$ . Έτσι

$$\frac{\Gamma_{pl}(r, \omega)}{\Gamma_0} = \frac{6\pi^2 c^3 |E(x, y) \bar{n}_D|^2}{\omega^2 N v_g} \quad (9), \quad \Gamma_0 = \frac{\omega^3 |\mu_D|^2}{3\pi h \epsilon_0 c^3} \quad (10)$$

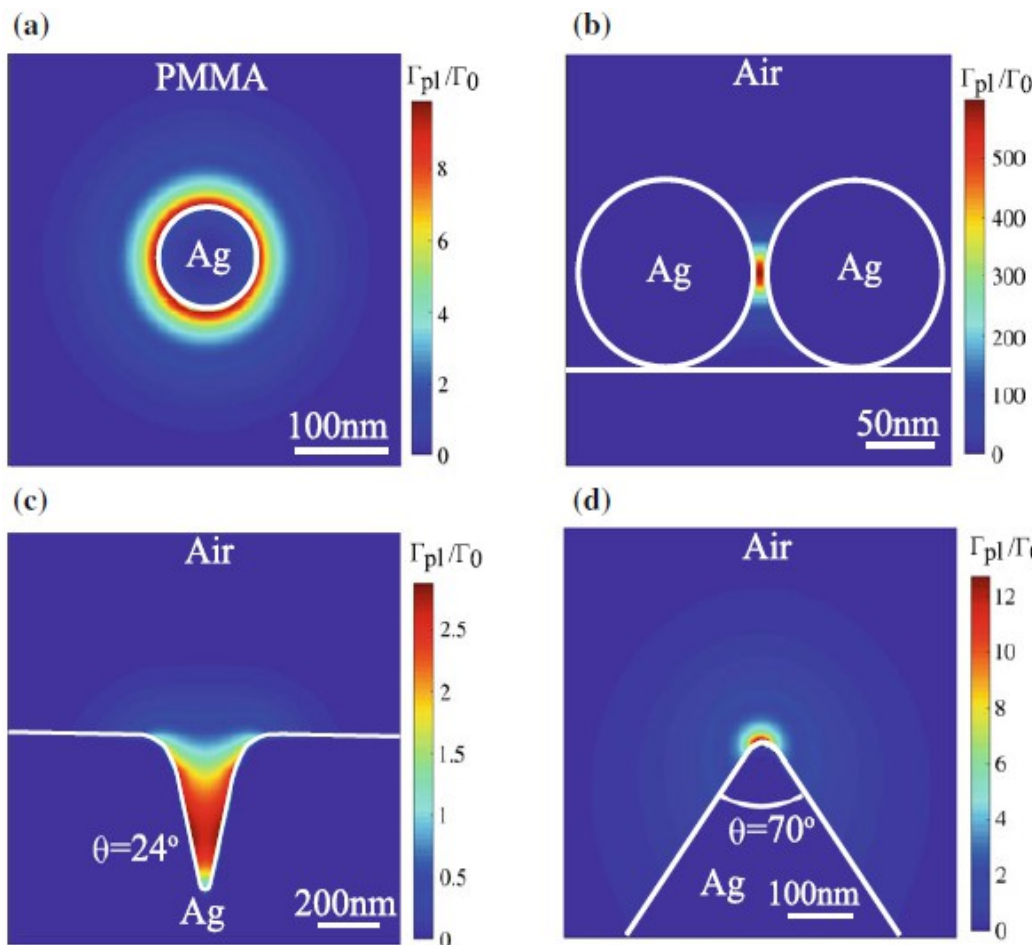
είναι ο ρυθμός μείωσης του εκπομπού στο κενό.

Σε ορούς ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου ο ρυθμός αποδιέγερσης του εκπομπού, με κανονικοποίηση για την εκπομπή του στο κενό, δίνεται από

$$\frac{\Gamma_{pl}}{\Gamma_0} = \frac{3\pi c \epsilon_0 |E(x, y) \bar{n}_D|^2}{N v_g} \quad (11)$$

Στην παρακάτω εικόνα (Figure 3.4 quantum plasmonics) παρουσιάζεται ο ρυθμός αποδιέγερσης στην πλασματική μορφή κανονικοποιημένος προς το ρυθμό αποδιέγερσης του κενού σύμφωνα με

τις εξισώσεις για τις διατάξεις κυματοδηγών που παρουσιάστηκαν παραπάνω .



Ρυθμός μείωσης σε πλασμονική μορφή με κανονικοποίηση με ρυθμό μείωσης κενού για  
 a) ασημένιο καλώδιο b ) 2 παράλληλα καλώδια c) πηγάδι σε σχήμα V d) αιχμή . Έχουν τις ίδιες  
 διαστάσεις με τις προηγούμενες εικόνες .

Οι ρυθμοί αποδιέγερσης είναι βέλτιστοι σε σχέση με τον προσανατολισμό του εκπομπού , δηλαδή το δίπολο θεωρείται ότι είναι παράλληλο στο ηλεκτρικό πεδίο σε κάθε σημείο της διατομής . Από την παραπάνω εικόνα φαίνεται ότι όσο πιο περιορισμένη είναι η πλασμονική ταλάντωση τόσο πιο έντονος είναι ο ρυθμός αποδιέγερσης σε πλασμονική μορφή . Ακόμα , οι κατανομές των ρυθμών αποδιέγερσης δείχνουν καθαρά ότι τα σημεία με τα μεγαλύτερα πεδιακά αποτελέσματα έχουν και τον μεγαλύτερο ρυθμό αποδιέγερσης .

#### 5. Συνολικός ρυθμός αποδιέγερσης εκπομπού

Έχει περιγράψει η μέθοδος που ακολουθείται για τον υπολογισμό του ρυθμού αποδιέγερσης χρησιμοποιώντας την συνάρτηση Green . Αυτό είναι δυνατό λόγω του περιορισμού των πλασμονικών μορφών . Μια παρόμοια προσέγγιση για τον υπολογισμό του συνολικού ρυθμού λόγω των μη περιορισμένων μορφών ακτινοβολίας δεν είναι εφικτή . Για τον υπολογισμό του συνολικού ρυθμού πρέπει να λάβουμε υπόψη τα κανάλια αποδιέγερσης που οφείλονται σε ακτινοβολία ή μη – ακτινοβολία καθώς και το πλασμονικό κανάλι . Ένα τρισδιάστατο μοντέλο απαιτείται για να περιλαμβάνει τις μορφές ακτινοβολίας καθώς και τις συνεισφορές της μη -ακτινοβολίας . Η παρακάτω εξίσωση με μια αρμονική πηγή (ρεύμα που εξαρτάται από τον χρόνο ) λύνεται για την εύρεση του ρυθμού αποδιέγερσης .



$$[\nabla \times \nabla \times - k_0^2 \epsilon(r)] E(r, \omega) - i\omega \mu_0 J(\omega) = 0 \quad (12) \text{ όπου } J(\omega) \text{ είναι η πυκνότητα ρεύματος .}$$

Η παραπάνω εξίσωση λύνεται δημιουργώντας το κατάλληλο συναρτησιακό το οποίο μπορεί να λυθεί με πρόγραμμα FEM .Ο κατάλληλος διαχωρισμός του υπολογιστικού χώρου είναι σημαντικός . Στην διαμήκη κατεύθυνση προς την διάδοση της πλασμονικής μορφής , ο υπολογιστικός χώρος διαχωρίζεται με ίδια φύλλα τα οποία έχουν πάχος μισό μήκος κύματος στο κενό .Στην κατεύθυνση διάδοσης ο υπολογιστικός χώρος τερματίζεται από μια συνοριακή συνθήκη , η οποία δρα σαν καταβόθρα ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων . Αυτή η συνοριακή συνθήκη βρίσκεται από τον πεδιακο υπολογισμό των πλασμονικών καταστάσεων σε δισδιάστατο χώρο .

Ο συνολικός ρυθμός αποδιέγερσης προκύπτει από την συνολική ισχύ της πηγής ρεύματος που συνδέεται με τον κοντινό μεταλλικό κυματοδηγό ως εξής

$$\frac{\Gamma_{total}}{\Gamma_0} = \frac{P_{total}}{P_0} \quad (13) \text{ όπου ισχύει}$$

$$P_{total} = \frac{1}{2} \iiint \Re(J^* E) dV \quad (14) \text{ και } P_0 = \frac{1}{2} \iiint \Re(J^* E_0) dV \quad (15)$$

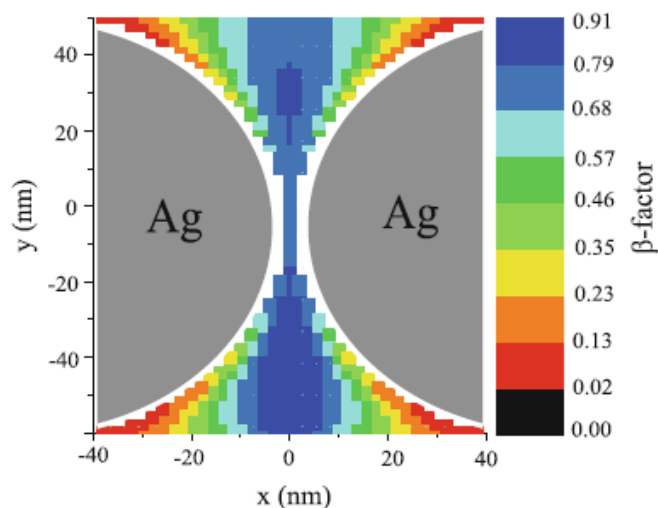
οι οποίες είναι οι ισχύς που διασκορπίζονται από την ρευματική πηγή στο κυματοδηγό και το κενό αντίστοιχα . Η παραπάνω μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την σύγκριση των ρυθμών αποδιέγερσης του εκπομπού σε δυο διαφορετικά περιβάλλοντα .

## 6. Παράγοντας β

Ο παράγοντας β μπορεί να υπολογιστεί από τον ρυθμό αποδιέγερσης σε πλασμονική κατάσταση καθώς και από τον συνολικό ρυθμό αποδιέγερσης

$$\beta = \frac{\Gamma_{pl}}{\Gamma_{total}} \quad (16)$$

Στο παρακάτω σχήμα (Figure 3.5 quantum plasmonics) φαίνεται ο παράγοντας β δυο παράλληλων καλωδίων , μια δομή η οποία υποστηρίζει πολύ εντοπισμένες πλασμονικές καταστάσεις. Είναι προφανές ότι αυτή η δομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ενίσχυση παράγοντα β κοντά στο 0.9 . Ο παράγοντας β δεν είναι μέγιστος εκεί που το  $\Gamma_{pl}$  είναι μέγιστο . Το  $\Gamma_{pl}$  είναι μέγιστο κοντά στην επαφή μετάλλου – διηλεκτρικού άλλα εκεί υπάρχει αύξηση και της αποδιέγερσης χωρίς ακτινοβολία . Συνεπώς ο εκπομπός πρέπει να τοποθετηθεί σε ιδανική θέση ώστε να μεγιστοποιήσουμε τον παράγοντα β . Αυτό αποτελεί μια πειραματική πρόκληση στην οποία δουλεύουν πολλές ερευνητικές ομάδες .





## 7. Πειραματική μελέτη της σύζευξης κβαντικού εκπομπού σε πλασματικό κυματοδηγό

Από τα προηγούμενα βρέθηκε ότι αν ο εκπομπός τοποθετηθεί σε ιδανική θέση τότε η εκπομπή μπορεί να κατευθυνθεί αποτελεσματικά στους κυματοδηγούς . Παρουσιάζονται στην συνέχεια πειραματικά αποτελέσματα από την σύζευξη εκπομπών σε πλασματικές δομές .

### α) Κβαντικοί εκπομποί

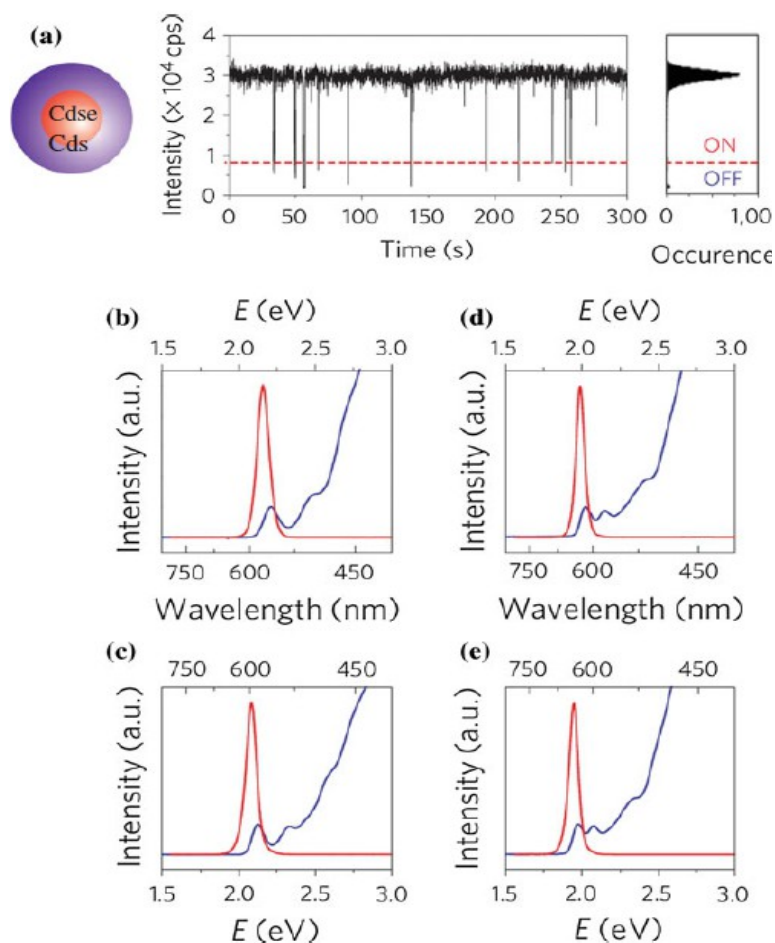
Υπάρχουν πολλές πηγές για μεμονωμένα φωτόνια , για παράδειγμα , μεμονωμένα άτομα, ιόντα, μόρια , κβαντικές τελείες και κέντρα ατελειών σε δομές αδάμαντα . Τα άτομα και τα ιόντα χρειάζονται πολύπλοκες πειραματικές διατάξεις για να τα παγιδεύσουμε . Τα μόρια δεν χρειάζεται να παγιδευτούν άλλα διαχωρίζονται εύκολα . Οι κβαντικές τελείες και τα κέντρα ατελειών δεν χρειάζονται παγίδευση και έχουν μεγάλο χρόνο ζωής . Θα τα περιγράψουμε στην συνέχεια .

### β) Κβαντικές τελείες

Οι κβαντικές τελείες/κουκκίδες (quantum dots QD) είναι ημιαγώγιμες δομές περιορισμένες σε τρεις διαστάσεις που περιβάλλονται από υλικά με μεγαλύτερο εύρος ζώνης . Δρουν σαν τεχνητά άτομα και μπορούν να εκπέμπουν φωτόνια [16, 25,26] . Αναλόγως το μέγεθος και την δομή της κβαντικής κουκκίδας μπορεί να εκπέμψει σε διαφορετικά μήκη κύματος . Οι κβαντικές τελείες μπορούν να παραχθούν με πολλούς τρόπους ,για παράδειγμα , χημικά σε ένα διάλυμα[26] . Στην παρακάτω εικόνα έχουμε μετρήσεις από τελείες CdSe/CdS (Cadmium selenide ) . Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το μέγεθος της τελείας τόσο αυξάνεται και το μήκος κύματος της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας . Άλλη μια σημαντική παρατήρηση είναι ότι η τελεία παρουσιάζει εναλλασσόμενη συμπεριφορά δηλαδή όταν διεγείρεται συνεχόμενα αλλάζει τυχαία από φωτεινές σε σκοτεινές καταστάσεις . Κάποιες τελείες αποχρωματίζονται μετά από κάποιο χρονικό διάστημα διέγερσης και χάνουν την ικανότητα να εκπέμπουν . Η εναλλασσόμενη συμπεριφορά και ο αποχρωματισμός είναι δυο ανεπιθύμητα χαρακτηριστικά και γίνεται προσπάθεια για την εξάλειψή τους . Μια άλλη μέθοδος για την κατασκευή κβαντικών κουκκίδων είναι η μοριακή ακτινική επίταξη κατά την οποία δημιουργούνται ξεχωριστά ως νησίδες , λόγω της διαφοράς των πλεγμάτων της κάτω στοιβάδας και του υλικού της κουκκίδας , Stranski – Krastanov κβαντικές τελείες [25] . Η λιθογραφία σε συνδυασμό με την επίταξη μπορεί επίσης να τις παράγει . Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται οι κβαντικές κουκκίδες που σε συνδυασμό με κβαντικούς κυματοδηγούς μπορούν να τοποθετηθούν εύκολα στην περιοχή της πλασματικής κατάστασης [16,20] .

Εικόνα από αναφορά [26]

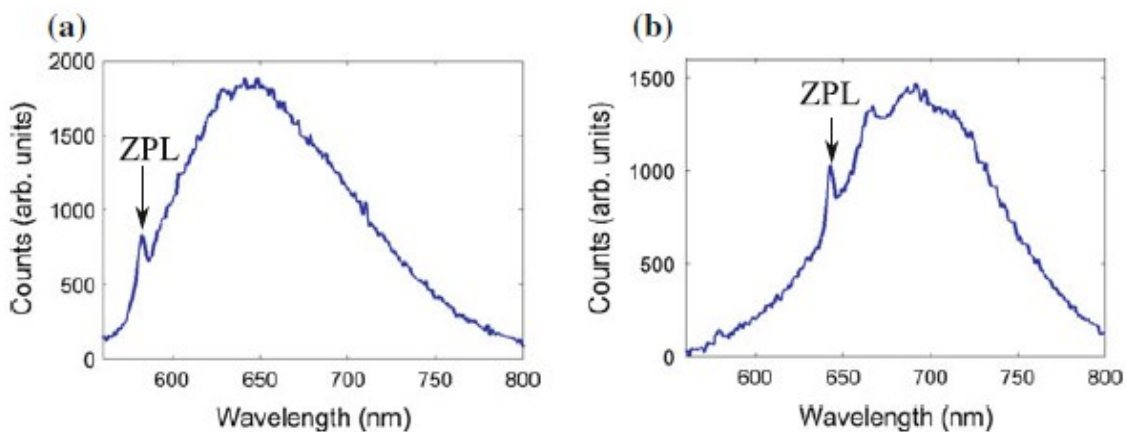
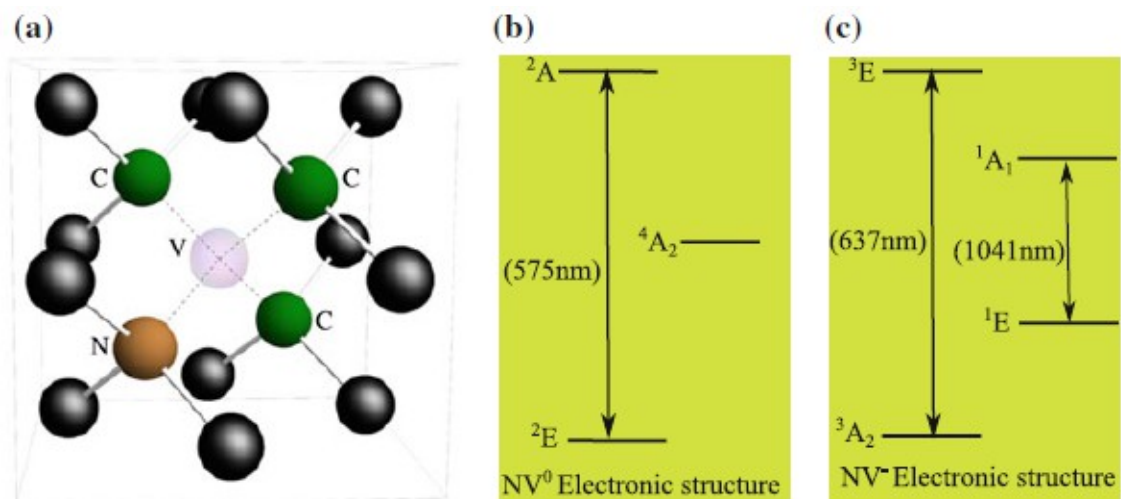
a) Ένα σχήμα μιας κβαντικής κουκκίδας που δείχνει κέλυφος CdSe και CdS . Αντιπροσωπευτική εναλλασσόμενη φωτεινότητα μιας κβαντικής κουκκίδας πυρήνα 2.2 nm και πάχους κελύφους 2.4 nm φαίνεται επίσης . B-e ) Η απορρόφηση ( μπλε καμπύλη ) και η φωτοφωταύγεια ( κόκκινη καμπύλη ) σε φάσμα για 4 διαφορετικές διαμέτρους πυρήνα b ) 2.7 nm c) 3.4 nm d) 4.4 nm e) 5.5nm , οπότε το πάχος κελύφους είναι 2.4 nm .



### γ) Κέντρο πλεγματού κενού αζώτου

Υπάρχουν πολλά είδη κέντρων ατελειών στο διαμάντι και ένα από αυτά είναι το κέντρο πλεγματού κενού αζώτου ( nitrogen vacancy center NV ). Το NV αποτελείται από ένα άτομο αζώτου και μια κενή θέση γειτονικά του ατόμου. Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η δομή του. Το NV μπορεί να είναι σε δυο καταστάσεις φόρτισης, μπορεί να είναι ουδέτερο (NV<sup>0</sup> κέντρο) ή μπορεί να έχει ένα μόνο αρνητικό φορτίο (NV<sup>-</sup> κέντρο). Μια απλουστευμένη ηλεκτρονική δομή για αυτά τα κέντρα φαίνεται στο σχήμα. Τα NV<sup>0</sup> και NV<sup>-</sup> κέντρα έχουν τις μηδενικές φωνονιακές γραμμές στα 575 nm (2.156 eV) και στα 637 nm (1.945 eV) αντίστοιχα. Η κατάσταση ελάχιστης ενεργείας του NV<sup>-</sup> κέντρου είναι κατάσταση τριπλού σπιν η οποία είναι σταθερή για αρκετό χρόνο ώστε να μπορούν να γίνουν εξωτερικές επεμβάσεις πριν αποσταθεροποιηθεί. Το ηλεκτρονικό σπιν μπορεί να βρεθεί σε μια ιδανική αρχική κατάσταση. Όλα αυτά είναι δυνατά σε θερμοκρασία δωματίου για NV<sup>-</sup> κέντρο. Λόγω της σταθερότητας του και των ιδιοτήτων της ηλεκτρονικής δομής του έχει χρησιμοποιηθεί περισσότερο από όλα τα κενά κέντρα αδάμαντα σε πειράματα κβαντικής πληροφορίας [28-33]. Επίσης έχει χρησιμοποιηθεί για υπερευαίσθητες μετρήσεις ηλεκτρικών πεδίων, μαγνητικών πεδίων και θερμοκρασιών.

A) Ατομική δομή ενός ελαττωματικού κέντρου στο διαμάντι. Το N είναι άτομο αζώτου, το V είναι κενή θέση και τα C είναι κοντινά άτομα άνθρακα. B -c) Ηλεκτρονική δομή του NV<sup>0</sup>, NV<sup>-</sup> κέντρου αντίστοιχα. Οι σχετικές ενέργειες των μόνων, διπλών και τετραπλών καταστάσεων μας είναι άγνωστες. Εικόνα από αναφορά [27]



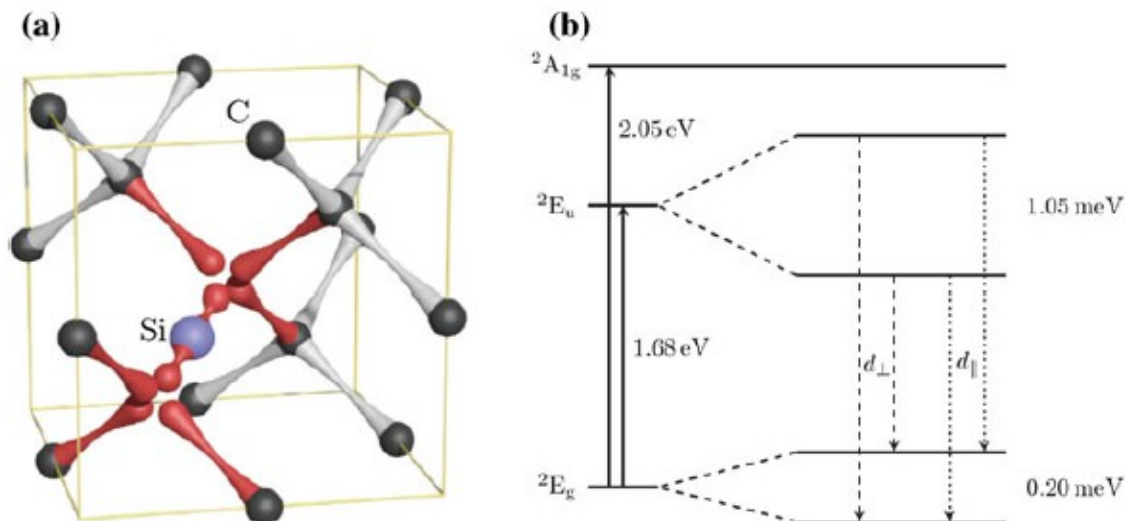
Φάσματα εκπομπής a) ενός NV<sup>0</sup> κέντρου b) ενός NV<sup>-</sup> κέντρου .Οι μηδενικές φωνονιακές γραμμές (zero phonon lines ZPL ) φαίνονται με βέλος . Figure 3.8 quantum plasmonics

Τα NV κέντρα σε νανοδομές αδάμαντα είναι επίσης σταθεροί εκπομποί μεμονωμένων φωτονίων σε θερμοκρασία δωματίου . Όμως τα δυο κέντρα έχουν το μειονέκτημα ότι η εκπομπή από αυτά λαμβάνει χώρα σε ένα εύρος πάνω από 100 nm σε μήκος κύματος λόγω της αλληλεπίδρασης τους με τα φωνόνια . Στην παραπάνω εικόνα έχουμε παρουσιάσει τα φάσματα των δυο κέντρων σε θερμοκρασία δωματίου όταν διεγείρονται από laser 532nm .Ο χρόνος ζωής της διεγερμένης κατάστασης στο NV<sup>-</sup> είναι 11.6 ns σε μεγάλο διαμάντι .Σε νανοδιαμάντια ο χρόνος ποικίλει . Εξαρτάται από την πυκνότητα των οπτικών καταστάσεων στο σημείο του εκπομπού . Η κβαντική αποτελεσματικότητα ενός NV κέντρου σε ένα νανοδιαμάντι μπορεί να είναι μικρότερη από αυτήν σε ένα μεγάλο διαμάντι [38] .

#### δ)Κέντρο πλεγματικού κενού πυριτίου

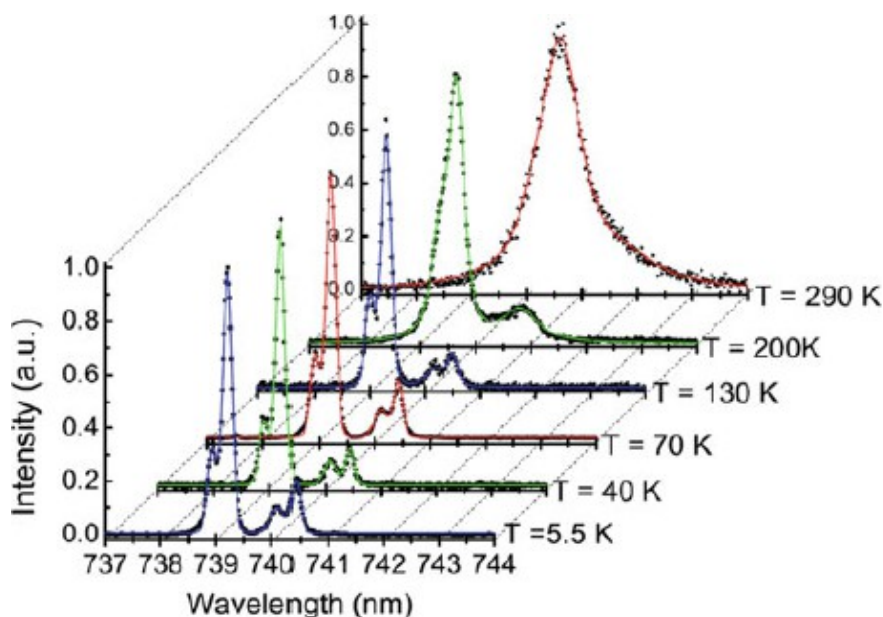
Το κέντρο πλεγματικού κενού πυριτίου (silicon vacancy center SiV) είναι επίσης ένα κέντρο πλεγματικών ατελειών στο διαμάντι το οποίο δημιουργείται όταν δυο γειτονικά άτομα άνθρακα λείπουν και ένα άτομο πυριτίου υπάρχει ανάμεσα στις δυο κενές θέσεις [39]. Η ατομική δομή ενός κέντρου SiV παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα . Όπως και τα κενά κέντρα αζώτου , τα κενά κέντρα πυριτίου μπορούν να έχουν δυο φορτισμένες καταστάσεις την απλή αρνητική (SiV<sup>-</sup>) και την ουδέτερα φορτισμένη (SiV<sup>0</sup>) . Οι μηδενικές φωνονιακές γραμμές (Zero phonon lines ZPL) των

κέντρων SiV- και SiV0 είναι στα 737nm (1.68 eV) και στα 946nm (1.31 eV) αντίστοιχα (41) . Το ουδέτερο κέντρο δεν έχει αποδειχθεί ότι μπορεί να είναι πηγή μεμονωμένων φωτονίων . Στην συνέχεια θα ασχολούμαστε μόνο με το αρνητικό κέντρο (SiV - ) . Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται η ηλεκτρονική δομή του .



a)Ατομική δομή κέντρου SiV b) Ηλεκτρονική δομή ενός αρνητικά φορτισμένου πυρήνα κενού κέντρου πυριτίου . Εικόνα έχει ληφθεί από αναφορά [39]

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται το φάσμα ενός μεμονωμένου SiV- κέντρου ,όταν διεγείρεται από laser 671 nm , σε διαφορετικές θερμοκρασίες . Από το φάσμα , είναι εμφανές ότι όσο η θερμοκρασία μειώνεται τόσο περισσότερο η εκπομπή του SiV- πλησιάζει στην γραμμή μηδενικών φωνονίων [40] . Τα κέντρα πυριτίου έχουν το πλεονέκτημα απέναντι στα κέντρα αζώτου ότι περισσότερο από το 70 % της εκπομπής μπορεί να είναι στην γραμμή μηδενικών φωνονίων . Το SiV- εκπέμπει μεμονωμένα φωτόνια και έχει αποδειχθεί ότι η εκπομπή από διαφορετικά τέτοια κέντρα είναι όμοια [42,43]. Αυτή η ιδιότητα της ομοιότητας θα είναι σημαντική για την δημιουργία ενός κβαντικού δικτύου . Ένα από τα μειονεκτήματα αυτού του κέντρου είναι ότι έχει κβαντική αποτελεσματικότητα κάτω από 10 % [44] .



Φάσματα φωτοφωταύγειας τα οποία εξαρτώνται από την θερμοκρασία και προκαλούνται από διέγερση με laser 671 nm . Η εικόνα έχει ληφθεί από την αναφορά [40]

## 8. Σύζευξη κβαντικών εκπομπών σε πλασματικούς κυματοδηγούς

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε διάφορα συζευγμένα συστήματα τα οποία έχουν υλοποιηθεί από διάφορες ομάδες την τελευταία δεκαετία . Η σύνδεση ενός μεμονωμένου κβαντικού εκπομπού , μια κβαντικής κουκκίδας , με ένα ασημένιο νανοκαλώδιο έγινε πρώτη φορά το 2007 από τον Asimov και άλλους [16] . Το 2009 έγινε σύζευξη ενός NV κέντρου με νανοκαλώδιο από άργυρο [17]. Αργότερα , επιτεύχθη σύζευξη ενός μεμονωμένου NV κέντρου με διαδομένα πλασμόνια ανάμεσα σε 2 παράλληλα καλώδια [18] . Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σύζευξη μιας κβαντικής κουκκίδας με έναν κυματοδηγό σε σχήμα αιχμής καθώς και η σύζευξη ενός NV κέντρου σε ένα πηγάδι σε σχήμα V [19,20] . Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιαστούν πειράματα για την σύζευξη ενός κβαντικού εκπομπού σε ένα νανοκαλώδιο και σε μια αιχμή . Θα παρουσιαστεί πρώτα ένα απλουστευμένο σχήμα της πειραματικής δομής που χρησιμοποιείται για τον χαρακτηρισμό των συζευγμένων συστημάτων .

### α) Πειραματική δομή για τον χαρακτηρισμό των συζευγμένων συστημάτων

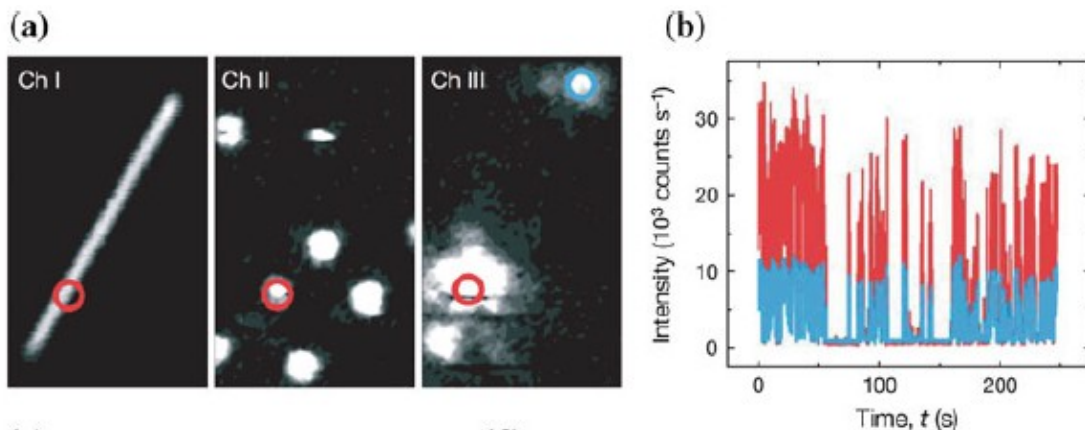
Ο χαρακτηρισμός των συζευγμένων συστημάτων γίνεται συνήθως χρησιμοποιώντας συνεστιακή μικροσκοπία φθορισμού . Για την πειραματική παρατήρηση της σύζευξης θα πρέπει πρώτα οι εκπομποί να χαρακτηριστούν για τον χρόνο ζωής τους , τον φθορισμό μεμονωμένων φωτονίων και το φάσμα εκπομπής . Για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι , διαφορετικές ομάδες μπορεί να έχουν διαφορετικές πειραματικές δομές , άλλα η ουσία είναι παρόμοια .

Στην παρακάτω εικόνα , παρουσιάζεται η πειραματική δομή που έχει χρησιμοποιηθεί για τον χαρακτηρισμό των κβαντικών εκπομπών οι οποίοι είναι συζευγμένοι σε διάφορους πλασματικούς κυματοδηγούς . Ένα laser διέγερσης χρησιμοποιείται το οποίο έχει μικρότερο μήκος κύματος από τα μήκη εκπομπής του κβαντικού εκπομπού . Το laser εστιάζεται στο δείγμα . Το δείγμα είναι τοποθετημένο πάνω σε ένα υπόστρωμα . Η εκπομπή τότε συλλέγεται στο ίδιο υλικό στόχο που εστιάζει το laser . Ένας διχροϊκός καθρέπτης χρησιμοποιείται για να διαχωρίσει το laser διέγερσης από την ακτινοβολία του εκπομπού . Κάποια φίλτρα χρειάζονται μερικές φορές ανάλογα με το περιβάλλον για να περιορίσουν το υπόβαθρο . Ένας διαχωριστής ακτίνας 50/50 χρησιμοποιείται για να χωρίσει την εκπομπή σε 2 μονοπάτια . Στο ένα μονοπάτι η εκπομπή φιλτράρεται χωρικά με την βοήθεια μιας μικρής διατομής και στην συνέχεια προβάλλεται σε μια δίοδο χιονοστιβάδας . Στο άλλο μονοπάτι ένας γαλβανομετρικός καθρέπτης χρησιμοποιείται για να να προβάλλει το επίπεδο δείγματος ενώ διεγείρει έναν κβαντικό εκπομπό . Αυτό το χαρακτηριστικό βοηθάει στην παρατήρηση της σύζευξης της εκπομπής του κβαντικού εκπομπού και επίσης βοηθά στην μέτρηση της συσχέτισης ανάμεσα στο σημείο διέγερσης και άλλων σημείων εκπομπής τα οποία εμφανίζονται στο επίπεδο του δείγματος λόγω της σύζευξης με τον κυματοδηγό . Ένας φασματογράφος χρησιμοποιείται για να μετράει κανείς το φάσμα εκπομπής από τον κβαντικό εκπομπό καθώς και από τα άκρα του κυματοδηγού .

Σχήμα της οπτικής δομής που χρησιμοποιείται για τον χαρακτηρισμό του συνδεδεμένου συστήματος . Τα SS επίπεδο δείγματος , DM διχροϊκός καθρέπτης, F φίλτρο ,BS διαχωριστής ακτίνας ,L1,L2,L3,L4 φακοί,P1,P2 διατομές ,GM γαλβανομετρικός καθρέπτης,APD1 APD2 δίοδοι χιονοστιβάδας . Οι APD1 και APD2 είναι συνδεδεμένες με ηλεκτρονικούς μετρητές που συγκρίνουν τον χρόνο της εύρεσης φωτονίων στα 2 κανάλια . Figure 3.11 quantum plasmonics

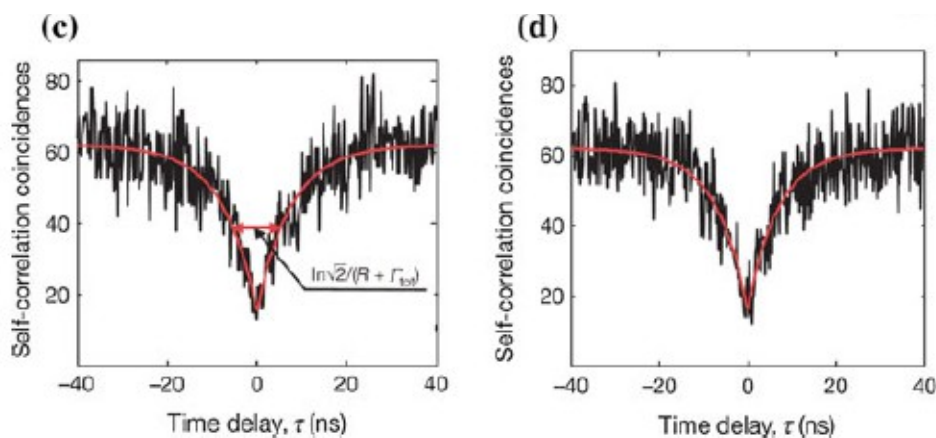






Α) Το Ch I δείχνει μια μικροσκοπική εικόνα του ασημένιου νανοκαλωδίου, το Ch II δείχνει μια εικόνα φθορισμού και το Ch III δείχνει την εικόνα φθορισμού του επίπεδου του δείγματος όπου η κβαντική κουκκίδα (κόκκινος κύκλος) είναι διεγερμένη. Η εικόνα Ch III δείχνει καθαρά και την εκπομπή από το τέλος του καλωδίου (μπλε κύκλος). β) Το διάγραμμα χρόνου από την εκπομπή της κβαντικής κουκκίδας (κόκκινο) και από το καλώδιο που φαίνεται στην διπλανή εικόνα (μπλε). Η εικόνα λήφθηκε από την αναφορά [16]

Για να δείξουμε ότι η συζευγμένη κβαντική κουκκίδα είναι όντως πηγή μεμονωμένων φωτονίων, έγινε μέτρηση του δεύτερου βαθμού συσχέτισης. Για να μετρήσουμε τις συμπτώσεις των φωτονίων, η ελεύθερη ακτινοβολία από την κβαντική κουκκίδα προσπίπτει στον διαχωριστή ακτίνας όπου οι συμπτώσεις ανάμεσα στις μετρήσεις από τις δυο διόδους χιονοστιβάδας αποθηκεύονται σαν κλάσμα του χρόνου  $\tau$ , ο οποίος είναι ο χρόνος καθυστέρησης ανάμεσα στα φωτόνια που ανιχνεύουν οι δυο δίοδοι. Για μια μεμονωμένη πηγή ηλεκτρονίων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μόνο μια δίοδο χιονοστιβάδας. Για αυτό ο συσχετισμός σε καθυστέρηση μηδενικού χρόνου πρέπει να είναι μηδενικός. Στην παρακάτω εικόνα (c) βλέπουμε ότι η συσχέτιση, για  $\tau=0$ , είναι κοντά στο μηδέν. Η μικρή αύξηση στην συσχέτιση οφείλεται σε ακτινοβολία του χώρου, λάθη των ανιχνευτών και την πεπερασμένη ακρίβεια των ηλεκτρονικών συσκευών. Όμοια, η συσχέτιση φωτονίων ανάμεσα στην άμεση εκπομπή από την κβαντική κουκκίδα και την εκπομπή από το τέλος του καλωδίου, στην εικόνα (d), δείχνει μια αντίστοιχη μείωση κοντά στο 0 και αποτελεί απόδειξη ότι η πηγή εκπομπής στην μέση και το τέλος του καλωδίου είναι η ίδια, η κβαντική κουκκίδα.

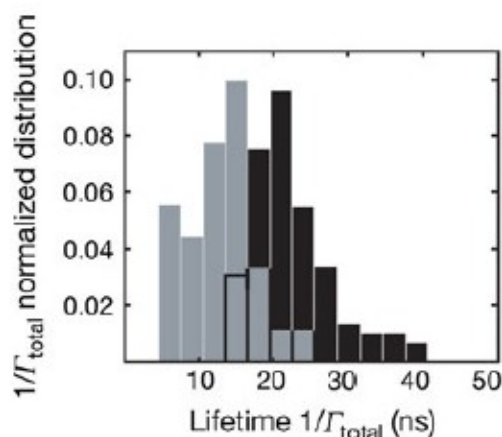


Εικόνα λήφθηκε από αναφορά [16]

c) Συσχέτιση δεύτερου βαθμού του φθορισμού της κβαντικής κουκκίδας d) Συσχέτιση δεύτερου βαθμού ανάμεσα στο φθορισμό της κβαντικής κουκκίδας και το άκρο του καλωδίου. Τα κόκκινα

και τα μαύρα σημάδια στα 2 διαγράμματα δείχνουν τα μετρήσιμα δεδομένα και τις συναρτήσεις παρεμβολής αντίστοιχα .

Για να μετρηθεί η μεταβολή στους ρυθμούς μείωσης των κβαντικών κουκκίδων λόγω της σύζευξης, πρέπει να μετρηθούν οι ρυθμοί μείωσης συζευγμένων και μη συζευγμένων κβαντικών κουκκίδων . Η συσχέτιση φωτονίων μετρήθηκε σε διάφορες δυνάμεις και εντάχθηκε σε ένα μοντέλο για να εκτιμηθεί ο ρυθμός αποδιεγέρσης της κβαντικής κουκκίδας . Το μοντέλο δίνει το εύρος της αντισυσσωρευτικής πτώσης ως  $\Delta\tau = \ln(\sqrt{2}/(R + \Gamma_{tot}))$ , όπου R είναι ο ρυθμός διέγερσης ανάλογος με την δύναμη διέγερσης και  $\Gamma_{tot}$  είναι ο συνολικός ρυθμός μείωσης . Προεκτείνοντας το εύρος της αντισυσσωρευτικής πτώσης στο  $R=0$  μπορούμε να βρούμε το  $\Gamma_{tot}$  . Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται ένα ιστόγραμμα το οποίο δείχνει την διασπορά των χρόνων ζωής για συζευγμένες και μη συζευγμένες κβαντικές κουκκίδες . Από αυτές τις μετρήσεις βρέθηκε ότι η μέση αλλαγή στον ρυθμό μείωσης ήταν 1.7 .



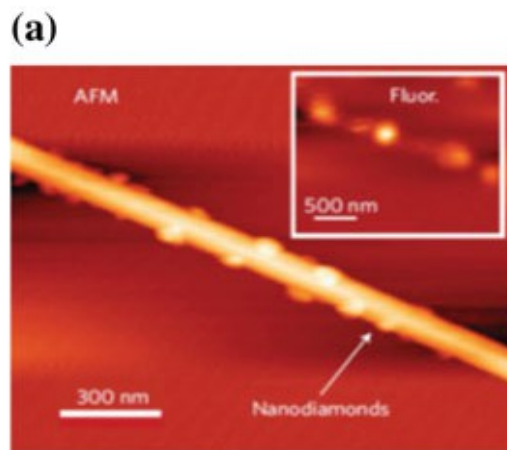
Κανονικοποιημένο ιστόγραμμα των χρόνων ζωής των κβαντικών κουκκίδων . Οι μαύρες μπάρες δείχνουν την διασπορά των μη συζευγμένων κβαντικών κουκκίδων . Οι γκριζες δείχνουν την διασπορά των συζευγμένων κβαντικών κουκκίδων . Τα κοινά σημεία των ιστογραμμάτων φαίνονται από μαύρες γραμμές . Εικόνα λήφθηκε από αναφορά [16]

Αυτή ήταν η πρώτη παρουσίαση σύζευξης κολλοειδείς κβαντικής κουκκίδας με πλασμονικό κυματοδηγό. Καθώς όμως αυτές οι κουκκίδες τείνουν να αποχρωματίζονται , τα κέντρα αζώτου (NV center) τείνουν να χρησιμοποιούνται περισσότερο .

### γ)Σύζευξη κέντρου αζώτου με νανοκαλώδιο άργυρου

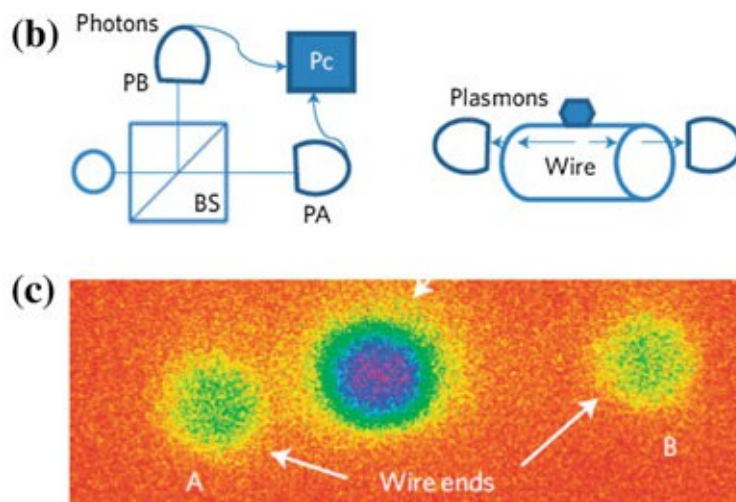
Σε αυτό το πείραμα, τα κέντρα NV περιέχονται σε νανοδιαμάντια μέσου μεγέθους 50 nm και νανοκαλώδια άργυρου μέσης διαμέτρου 70 nm . Τα μεγέθη αυτά επιλέχθηκαν για να υπάρχει βέλτιστος συνδυασμός σύζευξης , μήκους διάδοσης και εξωτερικής σύζευξης από τα καλώδια. Η κατασκευή της δομής είχε ως αποτέλεσμα νανοδιαμάντια να κολλήσουν στα καλώδια. Μια εικόνα μικροσκοπίου ατομικής δύναμης (AFM) φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (a) όπου νανοδιαμάντια είναι ορατά στην επιφάνεια του νανοκαλωδίου . Το δείγμα πρώτα χαρακτηρίστηκε με μια παρόμοια μέθοδο όπως αυτήν που χρησιμοποιήθηκε για την κβαντική κουκκίδα. Οι χρόνοι ζωής των NV κέντρων που ήταν συζευγμένα με καλώδια και αυτοί των κέντρων NV που ήταν μακριά από καλώδια μετρήθηκαν. Από την σύγκριση των χρόνων ζωής , βρέθηκε μια ενίσχυση της τάξης του 2.5 στο μέσο ρυθμό αποδιεγέρσης . Σε σύγκριση με την σύζευξη της κβαντικής κουκκίδας με νανοκαλώδιο , εδώ χρησιμοποιήθηκαν καλώδια με μικρότερες διαστάσεις ενώ η διάφορα μεταξύ εκπομπού και της ασημένιας επιφάνειας νανοκαλωδίων ήταν 2.5nm . Συνεπώς ο μεγαλύτερος ρυθμός αποδιεγέρσης ήταν αναμενόμενος .



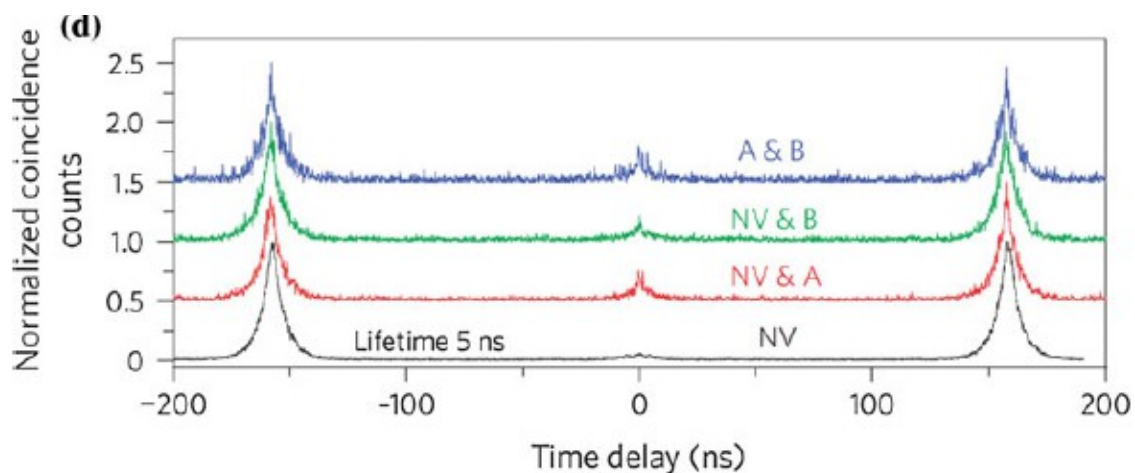


a) Εικόνα από AFM ασημένιου νανοκαλωδίου που έχει κολλημένα νανοδιαμάντια και διάσπαρτα στην επιφάνειά του . Επίσης φαίνεται η εικόνα φθορισμού όπου κάποια διαμάντια είχαν φθορισμό. Εικόνα ελήφθη από αναφορά [17]

Αυτό το πείραμα έδειξε και την δυαδικότητα κύματος – σωματιδίου των απλών επιφανειακών πολαριτονίων (polaritons) . Η παρακάτω εικόνα (b) δείχνει τρόπους μέτρησης της συσχέτισης από μια φωτονική πηγή και μια ισοδύναμη δομή για την μέτρηση συσχέτισης του εκπομπού που είναι συζευγμένος με πλασμόνια . Στην εικόνα (d) , η συσχέτιση μετρήθηκε για το NV κέντρο και δείχνει ότι το συζευγμένο κέντρο είναι ένας εκπομπός φωτονίων . Το A & B δείχνει την συσχέτιση μετρημένη ανάμεσα στα δυο άκρα του καλωδίου . Η χαμένη κορυφή σύμπτωσης στον μηδενικό χρόνο καθυστέρησης δείχνει ότι η εκπομπή προέρχεται από ένα μεμονωμένο κβαντικό σύστημα και ότι τα πλασμόνια συμπεριφέρονται σαν ένα μεμονωμένο κβαντικό σωματίδιο . Όταν η σύμπτωση καταγράφεται ανάμεσα στο κέντρο NV και οποιοδήποτε άκρο του καλωδίου , η χαμένη κορυφή σύμπτωσης δείχνει ότι μεμονωμένα επιφανειακά πλασμόνια πολαριτόνια που προέρχονται από την πηγή μεμονωμένων φωτονίων συζεύγνυται με τα άκρα του καλωδίου (πράσινες και κόκκινες γραμμές στην εικόνα ) .

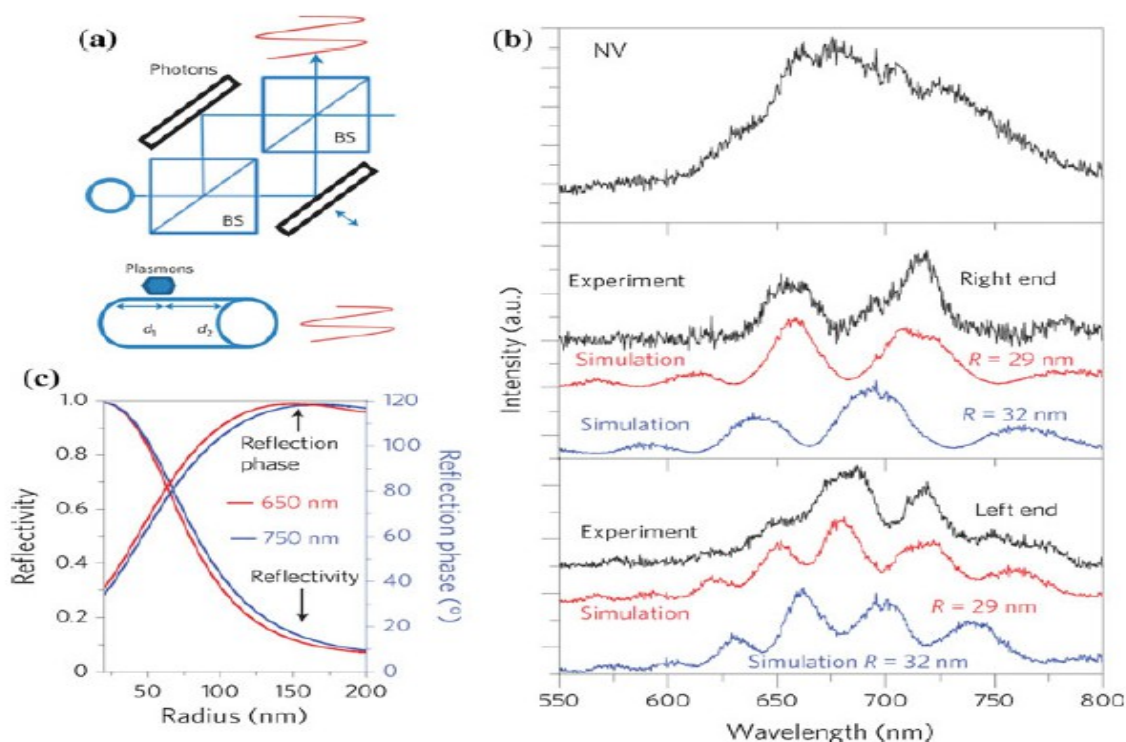


b) Το πείραμα Hanbury-Brown-Twiss για μεμονωμένα φωτόνια (αριστερά) και μεμονωμένα επιφανειακά πλασμόνια πολαριτόνια (δεξιά) . PA/PB φωτοδιόδοι ,Pc συσχέτισης φωτονίων ,BS διαχωριστής ακτίνας . c) Εικόνα φθορισμού ενός μεμονωμένου κβαντικού εκπομπού σε σύζευξη με ασημένιο καλώδιο . Εικόνα ελήφθη από αναφορά [17]



d) Συσχέτιση έντασης δεύτερου βαθμού για NV εκπομπό μεμονωμένων φωτονίων στο μακρινό πεδίο (μαύρη γραμμή). Μέτρηση της συγκριτικής συσχέτισης ανάμεσα στα 2 άκρα του καλωδίου (μπλε γραμμή). Οι γραμμές έχουν μετατοπιστεί για καθαρότητα. Εικόνα ελήφθη από αναφορά [17]

Στην εικόνα (α) φαίνεται μια δομή, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για επίδειξη της αυτοσυμβολής των μεμονωμένων φωτονίων, όπου ένας καθρέπτης μπορεί να μετατοπιστεί για να αλλάξει το μήκος μοναπατιού σε ένα από τους βραχίονες. Η πιθανότητα εντοπισμού του φωτονίου εξαρτάται από το μήκος της διαδρομής. Παρόμοια, ένας κβαντικός εκπομπός συζευγμένος σε νανοκαλώδιο, το τέλος του καλωδίου δημιουργεί μια ανάκλαση που είναι σημαντική για την επίδειξη της αυτοσυμβολής στα πλασμόνια (εικόνα α). Η σύζευξη αποτελεί τον πρώτο διαχωριστή ακτίνας αφού ο εκπομπός εκπέμπει σε 2 κατευθύνσεις συμμετρικά. Τα πλασμόνια που διαδίδονται προς τα δεξιά αλληλεπιδρούν με τα πλασμόνια τα οποία ανακλώνται από τα αριστερά. Η φάση που αποκτούν διαφορετικά μήκη κύματος διαφέρει λόγω του μήκους κύματος, της διασποράς του κυματοδηγού και την φάση ανάκλασης. Συνεπώς, τα πλασμόνια τα οποία διαδίδονται στο μακρινό πεδίο από τα άκρα του καλωδίου έχουν διαμόρφωση σε συνάρτηση με το μήκος κύματος. Η εικόνα (b) δείχνει τα φάσματα που εκπέμπονται από το NV κέντρο και που αποκτούνται από τα δυο άκρα του νανοκαλωδίου αργύρου.



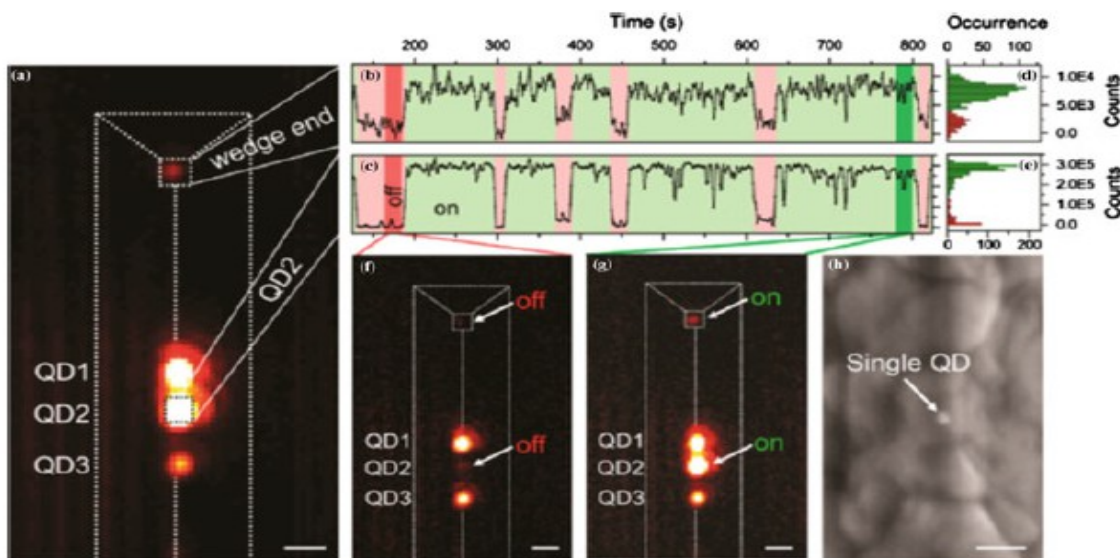
a) Διάγραμμα που δείχνει πειράματα αυτοσυμβολής μεμονωμένων φωτονίων (πάνω) και μεμονωμένων πλασμονίων (κάτω) . b) Φάσμα εκπομπής φθορισμού σε ένα μεμονωμένο NV κέντρο (πάνω) και μεμονωμένων πλασμονίων συζευγμένων με τα άκρα του καλωδίου (τα δυο κάτω γραφήματα με μαύρες γραμμές) . Οι κόκκινες γραμμές δείχνουν αποτελέσματα προσομοιώσεων λαμβάνοντας υπόψη της απώλειες διάδοσης και την διασπορά από την ακτίνα του καλωδίου .c) Το γράφημα δείχνει αριθμητικές προσομοιώσεις του παράγοντα και της φάσης ανάκλασης για δυο διαφορετικά μήκη κύματος . Εικόνα ελήφθη από αναφορά [17] .

δ)Σύζευξη κβαντικού εκπομπού με κυματοδηγό σφήνας

Η σφήνα (αιχμή) είναι άλλη μια δομή με πολλές προοπτικές η οποία έχει χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη της σύζευξης ενός κβαντικού εκπομπού με τους διαδομένους τρόπους ταλάντωσης που υποστηρίζει [20]. Για την πραγματοποίηση της σύζευξης , πρέπει να γίνει ειδική κατασκευή του κυματοδηγού αιχμής . Αυτή η κατασκευή είχε ως αποτέλεσμα την δημιουργία αιχμών με οξείες γωνίες στην κορυφή τους . Για να τοποθετηθούν κβαντικές κουκκίδες στην κορυφή τους ηλεκτρο-υδρο-δυναμική (electro -hydro – dynamic EHD ) εκτύπωση υλοποιήθηκε . Αυτή η τεχνική επιτρέπει την απόθεση κβαντικών κουκκίδων στο επίπεδο μιας μεμονωμένης κουκκίδας . Η εικόνα (h) δείχνει μια μεμονωμένη κβαντική κουκκίδα στην κορυφή ενός κυματοδηγού σφήνας .

Η εικόνα (α) δείχνει έναν κυματοδηγό σφήνας με φθορισμό από 3 κβαντικές κουκκίδες κοντά στην κορυφή του . Η εικόνα αποκτάται από τον μέσο όρο 1000 λήψεων . Οι 3 κβαντικές κουκκίδες έχουν ετικέτα QD1,QD2,QD3 . Η συμπεριφορά εναλλασσόμενης φωτεινότητας δείχνει ότι πράγματι είναι μεμονωμένες κβαντικές κουκκίδες . Αυτή η συμπεριφορά στην QD2 μπορεί να συσχετιστεί με την συμπεριφορά εναλλασσόμενης φωτεινότητας από το άκρο του κυματοδηγού και έτσι να αποτελέσει απόδειξη για την σύζευξη τους . Η συμπεριφορά των QD1 και QD3 δεν έδειξε να είναι συσχετισμένη με την εκπομπή του άκρου του κυματοδηγού , πράγμα που μπορεί να οφείλεται στην μακρινή τους απόσταση από την αιχμή του κυματοδηγού.

Ο ρυθμός αποδιεγέρσης της κβαντικής κουκκίδας μετρήθηκε για να εκτιμηθεί η αλλαγή στον χρόνο ζωής των κβαντικών κουκκίδων .Συγκρίνοντας τον χρόνο ζωής για μια μεμονωμένη κβαντική κουκκίδα με την κουκκίδα που βρίσκεται στην αιχμή του κυματοδηγού ,παρατηρήθηκε μια ενίσχυση της τάξης του 4.64 στον ρυθμό μείωσης. Αυτό το πείραμα έδειξε ότι η σύζευξη εξαρτάται πολύ από την θέση του κβαντικού εκπομπού διπλά στο κυματοδηγό. Αν οι κβαντικοί εκπομποί τοποθετηθούν σε αποδεδειγμένα σωστές θέσεις τότε η σύζευξη μπορεί να ενισχυθεί και να μεταδοθεί στον κυματοδηγό.



a) Μικρογραφία φθορισμού τριών μεμονωμένων κβαντικών κουκκίδων στην αιχμή ενός ασημένιου κυματοδηγού σφήνας . Τα πλασμόνια που παράγονται από αυτές διαχέονται στα άκρα του κυματοδηγού. b) και c) Χρονοσειρές των εντάσεων φθορισμού που παράγονται από το QD2 και το τέλος του κυματοδηγού αντίστοιχα. Τα δυο σήματα είναι ισχυρά συσχετισμένα και παρουσιάζουν παρόμοια φάση . d) και e) η κατανομή διπλής κορυφής στις εντάσεις φαίνεται επίσης στα ιστογράμματα για το QD2 και το άκρο της σφήνας. f) και g ) Οι εντάσεις φθορισμού για τις εναλλασσόμενες καταστάσεις λειτουργίας . Η κλίμακες στα a , f ,g είναι 1μm . h ) Εικόνα ενός μικροσκοπίου ηλεκτρονίων μιας μεμονωμένης κβαντικής κουκκίδας στην κορυφή της σφήνας (κλίμακα 40 nm) . Εικόνα ελήφθη από αναφορά [20] .

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. D.K. Gramotnev, S.I. Bozhevolnyi, Plasmonics beyond the diffraction limit. *Nat. Photonics* **4**, 83–91 (2010)
2. D.E. Chang, A.S. Soerensen, P.R. Hemmer, M.D. Lukin, Quantum optics with surface plasmons. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 053002 (2006)
3. D.E. Chang, A.S. Soerensen, E.A. Demler, M.D. Lukin, A single-photon transistor using nanoscale surface plasmons. *Nat. Phys.* **3**, 807–812 (2007)
4. A. Gonzalez-Tudela, D. Martin-Cano, E. Moreno, L. Martin-Moreno, C. Tejedor, F.J. Garcia-Vidal, Entanglement of two qubits mediated by one-dimensional plasmonic waveguides. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 020501 (2011)
5. M. Leifgen, T. Schroeder, F. Gdeke, R. Riemann, V. Mtitillon, E. Neu, C. Hepp, C. Arend, C. Becher, K. Lauritsen, O. Benson, Evaluation of nitrogen- and silicon-vacancy defect centres as single photon sources in quantum key distribution. *New J. Phys.* **16**(2), 023021 (2014)
6. J. Riedrich-Moeller, L. Kipfstuhl, C. Hepp, E. Neu, C. Pauly, F. Mόcklich, A. Baur, M. Wandt, S. Wolff, M. Fischer, S. Gsell, M. Schreck, C. Becher, One- and two-dimensional photonic crystal microcavities in single crystal diamond. *Nat. Nanotechnol.* **7**(1), 69–74 (2012)
7. A. Faraon, C. Santori, Z. Huang, V.M. Acosta, R.G. Beausoleil, Coupling of nitrogen-vacancy centers to photonic crystal cavities in monocrystalline diamond. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 033604 (2012)
8. M. Arcari, I. Soellner, A. Javadi, S. Lindskov, Hansen, S. Mahmoodian, J. Liu, H. Thyrrerstrup, E.H. Lee, J. D. Song, S. Stobbe, P. Lodahl. Near-unity coupling efficiency of a quantum emitter to a photonic crystal waveguide. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 093603 (2014)
9. J. Claudon, J. Bleuse, N.S. Malik, M. Bazin, N. Gregersen, C. Sauvan, P. Lalanne, J.-M. Gerard, P. Jaffrennou, A highly efficient single-photon source based on a quantum dot in a photonic nanowire. *Nat. Photonics* **4**(3), 174–177 (2010)
10. T.M. Babinec, B.J.M. Hausmann, M. Khan, Y. Zhang, J.R. Maze, P.R. Hemmer, M. Lončar, A diamond nanowire single-photon source. *Nat. Nanotechnol.* **5**(3), 195–199 (2010)
11. S. Kόhn, U. Hekanson, L. Rogobete, V. Sandoghdar, Enhancement of single-molecule fluorescence using a gold nanoparticle as an optical nanoantenna. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 017402 (2006)
12. P. Anger, P. Bharadwaj, L. Novotny, Enhancement and quenching of single-molecule fluorescence. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 113002 (2006)
13. S. Schietinger, M. Barth, T. Aichele, O. Benson, Plasmon-enhanced single photon emission from a nanoassembled metal-diamond hybrid structure at room temperature. *Nano Lett.* **9**(4), 1694–1698 (2009)
14. A. Kinkhabwala, Z. Yu, S. Fan, Y. Avlasevich, K. Mόllen, W.E. Moerner, Large single-molecule fluorescence enhancements produced by a bowtie nanoantenna. *Nat. Photonics* **3**(11), 654–657 (2009)
15. G.M. Akselrod, C. Argyropoulos, T.B. Hoang, C. Ciracv, C. Fang, J. Huang, D.R. Smith, M.H. Mikkelsen, Probing the mechanisms of large Purcell enhancement in plasmonic nanoantennas.



Nat. Photonics **8**(11), 835–840 (2014)

16. A.V. Akimov, A. Mukherjee, C.L. Yu, D.E. Chang, A.S. Zibrov, P.R. Hemmer, H. Park, M.D. Lukin, Generation of single optical plasmons in metallic nanowires coupled to quantum dots. *Nature* **450**(06230), 402–406 (2007)
17. R. Kolesov, B. Grotz, G. Balasubramanian, R.J. Stoehr, A.A.L. Nicolet, P.R. Hemmer, F. Jelezko, J. Wrachtrup, Wave-particle duality of single surface plasmon polaritons. *Nat. Phys.* **5**, 470–474 (2009)
18. S. Kumar, A. Huck, U.L. Andersen, Efficient coupling of a single diamond color center to propagating plasmonic gap modes. *Nano Lett.* **13**(3), 1221–1225 (2013)
19. E. Bermudez-Urepa, C. Gonzalez-Ballester, M. Geiselmann, R. Marty, I.P. Radko, T. Holmgaard, Y. Alaverdyan, E. Moreno, F.J. Garcia-Vidal, S.I. Bozhevolnyi, R. Quidant, Coupling of individual quantum emitters to channel plasmons. *Nat. Commun.* **6**, 7883 (2015)
20. S.J.P. Kress, F.V. Antolinez, P. Richner, S.V. Jayanti, D.K. Kim, F. Prins, A. Riedinger, M.P.C. Fischer, S. Meyer, K.M. McPeak, D. Poulikakos, D.J. Norris, Wedge waveguides and resonators for quantum plasmonics. *Nano Lett.* **15**(9), 6267–6275 (2015)
21. Z. Han, S.I. Bozhevolnyi, Radiation guiding with surface plasmon polaritons. *Rep. Prog. Phys.* **76**(1), 016402 (2013)
22. E.D. Palik, *Handbook of Optical Constants* (Academic Press, 1985)
23. Y. Chen, T.R. Nielsen, N. Gregersen, P. Lodahl, J. Mørk, Finite-element modeling of spontaneous emission of a quantum emitter at nanoscale proximity to plasmonic waveguides. *Phys. Rev. B* **81**, 125431 (2010)
24. D. Martvn-Cano, L. Martvn-Moreno, F.J. Garcia-Vidal, E. Moreno, Resonance energy transfer and superradiance mediated by plasmonic nanowaveguides. *Nano Lett.* **10**(8), 3129–3134 (2010)
25. P. Lodahl, S. Mahmoodian, S. Stobbe, Interfacing single photons and single quantum dots with photonic nanostructures. *Rev. Mod. Phys.* **87**, 347–400 (2015)
26. O. Chen, J. Zhao, V.P. Chauhan, J. Cui, C. Wong, D.K. Harris, H. Wei, H. Han, D. Fukumura, R.K. Jain, M.G. Bawendi, Compact high-quality cdse-cds core-shell nanocrystals with narrow emission linewidths and suppressed blinking. *Nat. Mater.* **12**(5), 445–451 (2013)
27. M.W. Doherty, N.B. Manson, P. Delaney, F. Jelezko, J. Wrachtrup, L.C.L. Hollenberg, The nitrogen-vacancy colour centre in diamond. *Phys. Rep.* **528**(1), 1–45 (2013)
28. H. Bernien, L. Childress, L. Robledo, M. Markham, D. Twitchen, R. Hanson, Two-photon quantum interference from separate nitrogen vacancy centers in diamond. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 043604 (2012)
29. A. Sipahigil, M.L. Goldman, E. Togan, Y. Chu, M. Markham, D.J. Twitchen, A.S. Zibrov, A. Kubanek, M.D. Lukin, Quantum interference of single photons from remote nitrogen-vacancy centers in diamond. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 143601 (2012)
30. E. Togan, Y. Chu, A.S. Trifonov, L. Jiang, J. Maze, L. Childress, M.V.G. Dutt, A.S. Sørensen, P.R. Hemmer, A.S. Zibrov, M.D. Lukin, Quantum entanglement between an optical photon and a solid-state spin qubit. *Nature* **466**(7307), 730–734 (2010)
31. H. Bernien, B. Hensen, W. Pfaff, G. Koolstra, M.S. Blok, L. Robledo, T.H. Taminiau, M. Markham, D.J. Twitchen, L. Childress, R. Hanson, Heralded entanglement between solid-state qubits separated by three metres. *Nature* **497**(7447), 86–90 (2013)
32. W. Pfaff, B.J. Hensen, H. Bernien, S.B. van Dam, M.S. Blok, T.H. Taminiau, M.J. Tiggelman, R.N. Schouten, M. Markham, D.J. Twitchen, R. Hanson, Unconditional quantum teleportation between distant solid-state quantum bits. *Science* **345**(6196), 532–535 (2014)
33. B. Hensen, H. Bernien, A.E. Dreier, A. Reiserer, N. Kalb, M.S. Blok, J. Ruitenberg, R.F.L. Vermeulen, R.N. Schouten, C. Abellán, W. Amaya, V. Pruneri, M.W. Mitchell, M. Markham, D.J. Twitchen, D. Elkouss, S. Wehner, T.H. Taminiau, R. Hanson, Loophole-free bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. *Nature* **526**(7575), 682–686 (2015)

34. L. Rondin, J.-P. Tetienne, T. Hingant, J.-F. Roch, P. Maletinsky, V. Jacques, Magnetometry with nitrogen-vacancy defects in diamond. *Rep. Prog. Phys.* **77**(5), 056503 (2014)
35. F. Dolde, H. Fedder, M.W. Doherty, T. Noebauer, F. Rempp, G. Balasubramanian, T. Wolf, F. Reinhard, L.C.L. Hollenberg, F. Jelezko, J. Wrachtrup, Electric-field sensing using single diamond spins. *Nat. Phys.* **7**(6), 459–463 (2011)
36. P. Neumann, I. Jakobi, F. Dolde, C. Burk, R. Reuter, G. Waldherr, J. Honert, T. Wolf, A. Brunner, J.H. Shim, D. Suter, H. Sumiya, J. Isoya, J. Wrachtrup, High-precision nanoscale temperature sensing using single defects in diamond. *Nano Lett.* **13**(6), 2738–2742 (2013)
37. G. Kucsko, P.C. Maurer, N.Y. Yao, M. Kubo, H.J. Noh, P.K. Lo, H. Park, M.D. Lukin, Nanometre-scale thermometry in a living cell. *Nature* **500**(7460), 54–58 (2013)
38. A. Mohtashami, A.F. Koenderink, Suitability of nanodiamond nitrogenvacancy centers for spontaneous emission control experiments. *New J. Phys.* **15**(4), 043017 (2013)
39. L.J. Rogers, K.D. Jahnke, M.W. Doherty, A. Dietrich, L.P. McGuinness, C. Möller, T. Teraji, H. Sumiya, J. Isoya, N.B. Manson, F. Jelezko, Electronic structure of the negatively charged silicon-vacancy center in diamond. *Phys. Rev. B* **89**, 235101 (2014)
40. E. Neu, C. Hepp, M. Hauschild, S. Gsell, M. Fischer, H. Sternschulte, D. Steinmüller-Nethl, M. Schreck, C. Becher, Low-temperature investigations of single silicon vacancy colour centres in diamond. *New J. Phys.* **15**(4), 043005 (2013)
41. U.F.S. D’Haenens-Johansson, A.M. Edmonds, M.E. Newton, J.P. Goss, P.R. Briddon, J.M. Baker, P.M. Martineau, R.U.A. Khan, D.J. Twitchen, S.D. Williams, Epr of a defect in cvd diamond involving both silicon and hydrogen that shows preferential alignment. *Phys. Rev. B* **82**, 155205 (2010)
42. A. Sipahigil, K.D. Jahnke, L.J. Rogers, T. Teraji, J. Isoya, A.S. Zibrov, F. Jelezko, M.D. Lukin, Indistinguishable photons from separated silicon-vacancy centers in diamond. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 113602 (2014)
43. L.J. Rogers, K.D. Jahnke, T. Teraji, L. Marseglia, C. Müller, B. Naydenov, H. Schauuffert, C. Kranz, J. Isoya, L.P. McGuinness, F. Jelezko, Multiple intrinsically identical single-photon emitters in the solid state. *Nat. Commun.* **5**, 4739 (2014)