



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών
Επιστημών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ :

*“Βελτιστοποίηση υπεραντωτικών διατάξεων αεροπορικών
περύγων με μορφοποίηση της ακμής προσβολής”*

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΝΙΚΟΛΑΟΣ-ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ
ΜΑΡΚΑΤΟΣ

Επιβλέπων Καθηγητής

Ε. Θεοτόκογλου

Συνεπιβλέποντες:

Επίκουρος Καθηγητής, Β. Ριζιώτης

Δρ., ΕΔΙΠ, Ι. Προσπαθόπουλος

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2018

ΑΘΗΝΑ

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας Καθηγητή, κ. Ευστάθιο Θεοτόκογλου και τον συνεπιβλέποντα Επίκουρο Καθηγητή, κ. Βασίλειο Ριζιώτη που βοήθησαν να ξεπεραστούν οι δυσκολίες ώστε να περατωθεί η διπλωματική μου εργασία.

Ιδιαίτερος θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον συνεπιβλέποντα Δρ., ΕΔΙΠ, κ. Ιωάννη Προσπαθόπουλο για την συνεχή καθοδήγηση, επίβλεψη και επιστημονική βοήθεια που μου προσέφερε. Του είμαι ευγνώμων για τον πολύτιμο χρόνο που μου αφιέρωσε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για τη συμπαράστασή της, και ιδιαίτερος τη μητέρα μου.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	4 - 10
Κεφάλαιο 2: Αριθμητικές Μέθοδοι	11 - 27
Κεφάλαιο 3: Παρουσίαση Αποτελεσμάτων	28 - 48
Κεφάλαιο 4: Συμπεράσματα	49 – 51
Βιβλιογραφία:	52 - 53

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

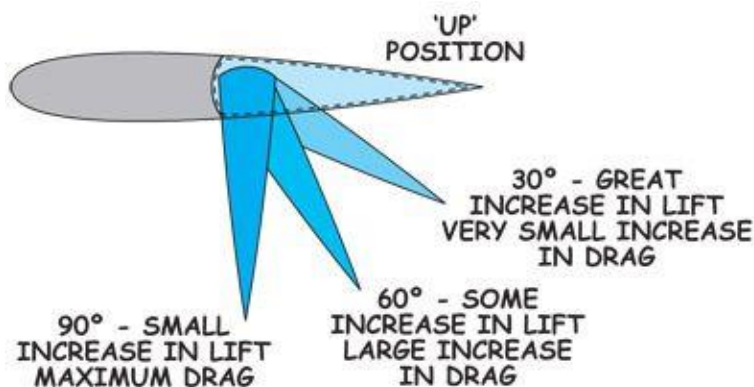
1.1 Τεχνολογικό πρόβλημα

Κατά την απογείωση/προσγείωση αεροσκαφών είναι απαραίτητη η χρήση μηχανισμών οι οποίοι θα ενισχύσουν την άνοση/αντίσταση στις πτέρυγες. Κατά την απογείωση, οι πτέρυγες των αεροπλάνων, που είναι κατασκευασμένες για να ταξιδεύουν σε υψηλές ταχύτητες, αντιμετωπίζουν δυσκολία στο να παράξουν αρκετή άνοση σε χαμηλές ταχύτητες. Για αυτό το λόγο εγκαθίστανται πάνω σε αυτές μηχανισμοί υψηλής άνοσης (high lift devices), ώστε να παράγεται περισσότερη άνοση στις χαμηλές ταχύτητες [1].

Αντίθετα, κατά την προσγείωση του αεροσκάφους ο πιλότος μειώνει την ταχύτητα ώστε να έχει μια ομαλή προσεδάφιση. Αυτό επιτυγχάνεται είτε μειώνοντας την ώθηση του αεροσκάφους είτε χρησιμοποιώντας μηχανισμούς οι οποίοι αυξάνουν την αντίσταση που δέχονται οι πτέρυγες. Οι μηχανισμοί που επιτυγχάνουν αύξηση άνοσης/αντίστασης κατά την απογείωση/προσγείωση αντίστοιχα, είναι τα λεγόμενα μεταπτερύγια καμπυλότητας (flaps), τα οποία εφαρμόζονται στην ακμή εκφυγής, και οι υπεραντωτικές διατάξεις (slats), οι οποίες εφαρμόζονται στην ακμή πρόσπτωσης.

Μεταπτερύγια καμπυλότητας (Flaps)

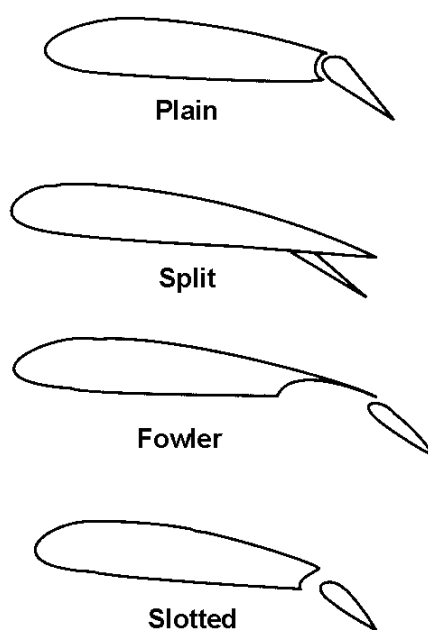
Τα μεταπτερύγια καμπυλότητας εφαρμόζονται στην ακμή εκφυγής της πτέρυγας και χρησιμοποιούνται για να παράξουν μεγαλύτερη άνοση [2],[3]. Δημιουργούν όμως και παραπάνω αντίσταση κατά τη διάρκεια της πτήσης οπότε ανασύρονται όταν δεν χρειάζονται. Από αεροδυναμικής άποψης η χρήση των μεταπτερυγίων καμπυλότητας έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της καμπυλότητας (camberness) και την αύξηση της φαινόμενης γωνίας πρόσπτωσης (AoA) που συντελούν στην αύξηση του συντελεστή άνοσης C_L . Στο Σχήμα 1.1 απεικονίζεται ποιοτικά η λειτουργία των μεταπτερυγίων καμπυλότητας σε διάφορες φάσεις κατά τη διάρκεια της πτήσης.



Σχήμα 1.1: Flap σε διάφορες φάσεις κατά την διάρκεια της πτήσης

Υπάρχουν πολλών ειδών μεταπτερύγια καμπυλότητας και δεν λειτουργούν όλα με τον ίδιο τρόπο. Τα πιο δημοφιλή είναι τα απλά μεταπτερύγια (plain), τα μεταπτερύγια με σχισμή (slotted), τα χωρισμένα μεταπτερύγια (split flaps) και τα μεταπτερύγια τύπου Fowler (Σχήμα 1.2).

Στην κατηγορία των απλών μεταπτερυγίων καμπυλότητας το πίσω μέρος της αεροτομής συνδέεται με την υπόλοιπη αεροτομή μέσω άρθρωσης και μπορεί να κινείται προς τα κάτω. Στα χωρισμένα μεταπτερύγια καμπυλότητας, η κάτω επιφάνεια της πτέρυγας κινείται προς τα κάτω ενώ η πάνω επιφάνεια μένει σταθερή. Στα μεταπτερύγια με σχισμή υπάρχει ένα κενό μεταξύ του μεταπτερυγίου και της αεροτομής, το οποίο βοηθάει στο να παραμένει η ροή του αέρα προσκολλημένη πάνω στο μεταπτερύγιο κι έτσι αυξάνει την άνωση του αεροσκάφους σε μεγαλύτερο βαθμό από τα χωρισμένα μεταπτερύγια. Τα μεταπτερύγια τύπου Fowler λειτουργούν σαν τα χωρισμένα μεταπτερύγια, με μόνη διαφορά ότι πριν κινηθούν προς τα κάτω εκτείνονται και προς τα πίσω, αυξάνοντας έτσι πρώτα το μήκος της χορδής της και στη συνέχεια την καμπυλότητα της αεροτομής.



Σχήμα 1.2: Διάφοροι τύποι flaps

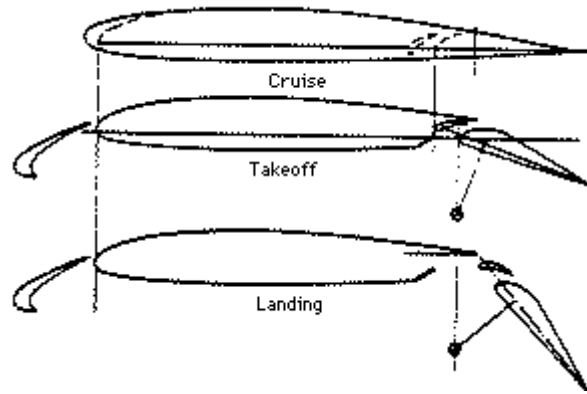
Υπεραντωτικές διατάξεις (Slats)

Οι υπεραντωτικές διατάξεις (slats) είναι αποσπώμενες αεροδυναμικές επιφάνειες που εφαρμόζονται στην ακμή πρόσπτωσης (leading edge) της πτέρυγας του αεροσκάφους και οι οποίες καθυστερούν την εμφάνιση του σημείου αποκόλλησης επιτρέποντας λειτουργία σε μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης [4]. Η καθυστέρηση του φαινομένου της αποκόλλησης της ροής οφείλεται στην ανάπτυξη κυκλοφορίας στο αποσπώμενο ανάντι τμήμα (slat), η οποία ελαττώνει τις ταχύτητες στην ακμή πρόσπτωσης, άρα και τις διαφορές πίεσης στο κυρίως κατόντι τμήμα της αεροτομής. Με τις υπεραντωτικές διατάξεις παράγεται μεγαλύτερη άνωση λόγω αύξησης της γωνίας πρόσπτωσης και έτσι το αεροσκάφος μπορεί να πετάξει με μικρότερες ταχύτητες αλλά και να απογειωθεί/προσγειωθεί σε μικρότερες αποστάσεις. Συνήθως χρησιμοποιούνται κατά την προσγείωση και για τους ελιγμούς του αεροσκάφους (Σχήμα 1.3). Κατά την διάρκεια της πτήσης ανασύρονται ώστε να μην αυξάνουν την αντίσταση που δέχεται το αεροσκάφος. Η διάταξη μπορεί να εκτείνεται εκτός της πτέρυγας ή να καλύπτει όλη την ακμή πρόσπτωσης, ενώ η χορδή της αποτελεί ένα μικρό ποσοστό της συνολικής χορδής της πτέρυγας. Η χρήση των υπεραντωτικών διατάξεων κατά τη διάρκεια της πτήσης, απογείωσης και προσγείωσης απεικονίζεται στο Σχήμα 1.4. Οι πιο δημοφιλείς κατηγορίες είναι τα automatic slats, τα fixed slats και τα powered slats.

Τα automatic slats ή αλλιώς Handley-Page slats είναι διατάξεις με ελατήρια, προσκολλημένα πάνω στην ακμή πρόσπτωσης της αεροτομής, και συγκρατούνται στην θέση τους από την δύναμη που τους ασκεί ο αέρας. Καθώς το αεροσκάφος επιβραδύνει η δύναμη του αέρα ελαττώνεται και τα ελατήρια προεκτείνουν τη διάταξη. Τα fixed slats είναι μόνιμα σε έκταση. Τα powered slats τα χειρίζεται ο πιλότος. Αυτή είναι η πιο δημοφιλής κατηγορία και είναι αυτή που χρησιμοποιείται από τις αεροπορικές εταιρίες.



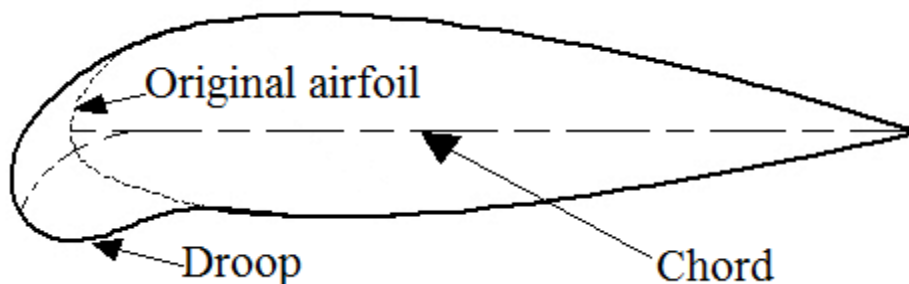
Σχήμα 1.3: Υπεραντωτικές διατάξεις (slats) κατά την προσγείωση (Airbus A319)

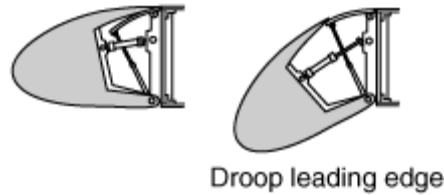


Σχήμα 1.4: Υπεραντωτικές διατάξεις (slats) κατά την διάρκεια της πτήσης , κατά τη διάρκεια της απογείωσης και κατά την διάρκεια της προσγείωσης

Εναλλακτικά, αντί για υπεραντωτικές διατάξεις (slats), είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν διατάξεις κεκλιμένης ακμής εκφυγής (droop nose), οι οποίες έχουν τη διαφορά ότι ολόκληρη η περιοχή της ακμής εκφυγής στρέφεται προς τα κάτω (με παραμόρφωση ή χωρίς), αντί να υπάρχει ένα αποσπώμενο τμήμα που απομακρύνεται κατά τη λειτουργία της διάταξης (Σχήμα 1.5). Αν και η καθυστέρηση του σημείου αποκόλλησης (άρα και η μέγιστη τιμή του C_L) είναι μικρότερη σε αυτή την περίπτωση, υπάρχει το σημαντικό πλεονέκτημα της αποφυγής των διαταραχών της ροής που προκαλούνται από το κενό και αποτελούν μια σημαντική πηγή θορύβου κατά την απογείωση και την προσγείωση.

Στις υψηλές γωνίες πρόσπτωσης, η κλίση της «μύτης» προς τα κάτω έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση του σημείου ανακοπής ακριβώς επάνω στην ακμή πρόσπτωσης και όχι χαμηλότερα όπως θα συνέβαινε στην αρχική αεροτομή. Έτσι, η μέγιστη πίεση στην πλευρά υποπίεσης ελαττώνεται και γίνεται ευκολότερη η ανάκτηση πίεσης προς την ακμή εκφυγής. Αυτός ο μηχανισμός καθυστερεί την αποκόλληση της ροής και επιτρέπει μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης που οδηγούν σε αύξηση του μέγιστου C_L .





Σχήμα 1.5: Διατάξεις με droop nose

Με την ανάπτυξη των «έξυπνων» υλικών μπορούμε να ενισχύσουμε τις ιδιότητες και την λειτουργικότητα των μηχανών υψηλής ανύψωσης, αλλά επίσης να μειώσουμε το κόστος κατασκευής και συντήρησης αυτών. Ως «έξυπνα» υλικά ονομάζουμε υλικά στα οποία μία ή περισσότερες από τις ιδιότητες τους μπορούν να μεταβληθούν από εξωγενείς παράγοντες όπως η πίεση, η θερμοκρασία, η υγρασία και το φως. Μπορούμε λοιπόν να φτιάξουμε διατάξεις που είναι παραμορφώσιμες (deformable) αντί για τις καθιερωμένες που χρησιμοποιούν άρθρωση (articulated). Τα πλεονεκτήματα της πρώτης έναντι της δεύτερης βασίζονται στις ιδιότητες των «έξυπνων» υλικών (π.χ. στη δυνατότητα αλλαγής της γεωμετρίας λόγω της αλλαγής πυκνότητας) και στο ότι πλέον η διάταξη θα αποτελείται από ένα σώμα και όχι από πολλά διαφορετικά αυξάνοντας έτσι την ασφάλεια, αφού δεν θα υπάρχει ο παράγοντας αστοχίας κάποιου επιμέρους εξαρτήματος.

1.2 Βιβλιογραφική επισκόπηση - Επιλογή μεθοδολογίας

Το 1954 ο John A. Axelson μαζί με τον George L. Stevens [5] μελέτησαν για λογαριασμό της NASA την αεροτομή NACA 64A010 και προσπάθησαν να βελτιώσουν την απόδοσή της. Χρησιμοποιώντας υπεραντωτικές διατάξεις ήθελαν να πετύχουν μια μεταβολή της γεωμετρίας που θα αύξανε την άνωση και θα μείωνε την αντίσταση. Το 1971, οι Charles P. Autry, Paul J. Baumgaertner και Eugene G. Hill κατοχύρωσαν την πατέντα σχεδιασμού μιας πτέρυγας αεροσκάφους υψηλότερης αεροδυναμικής απόδοσης, κατά την προσγείωση και την απογείωση. Αυτό το πέτυχαν αλλάζοντας την γεωμετρία της ακμής πρόσπτωσης και χρησιμοποιώντας μηχανισμούς υψηλής άνωσης. Το 1988, ο George H. Williams δημιούργησε έναν μηχανισμό ο οποίος βοηθούσε στην έκταση των μηχανισμών υψηλής άνωσης εκτός της αεροτομής της πτέρυγας. Το 1996, ο Peter K. C. Rudolph [6] έκανε, για λογαριασμό της NASA, μια εκτενή μελέτη πάνω στους μηχανισμούς υψηλής άνωσης για αρκετά αεροσκάφη που χρησιμοποιούνταν από τις αεροπορικές εταιρίες. Ασχολήθηκε με όλα τα είδη των μηχανισμών, από απλά flaps έως παραμόρφωση της γεωμετρίας της ακμής πρόσπτωσης (droop nose). Το 2009 οι H. P. Monner, M. Kintscher, T. Lorkowski και S. Storm ασχολήθηκαν με τον σχεδιασμό και την αλλαγή γεωμετρίας της ακμής πρόσπτωσης (droop nose) για μεταγωγικά αεροσκάφη. Το 2014 οι M. Burnazzi και R. Radespiel [7] μελέτησαν την χρήση μηχανισμών που εφαρμόζονται στην ακμή πρόσπτωσης και τον τρόπο με τον οποίο αυτοί καθυστερούν

την εμφάνιση της απώλειας στήριξης. Το 2016 οι Wenhui Wang, Peiqing Liu, Yun Tian και Qiulin Qu [8] μελέτησαν τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά των διατάξεων κεκλιμένης ακμής εκφυγής σε συνδυασμό με εκτροπή της ροής από μεταπερύγια καμπυλότητας τύπου Fowler και αεροτομής.

Όπως γίνεται αντιληπτό, οι μηχανισμοί υψηλής άνωσης αποτελούν αντικείμενο μελέτης εδώ και αρκετές δεκαετίες. Η βελτίωσή τους αλλά και η τροποποίησή τους έχει απασχολήσει αρκετούς επιστήμονες τα περασμένα χρόνια. Η ραγδαία εξέλιξη της επιστήμης σε συνδυασμό με την ανάπτυξη νέων υλικών και πιο οικονομικών μεθόδων παραγωγής κάνει τους μηχανισμούς υψηλής άνωσης να αποτελούν ένα από τα πιο δημοφιλή αντικείμενα μελέτης.

Η παρούσα εργασία εστιάζει στην αύξηση της άνωσης της πτέρυγας αεροσκάφους μέσω παραμόρφωσης της γεωμετρίας στην ακμή πρόσπτωσης. Η μέθοδος που ακολουθείται βασίζεται στην μεταβολή της γεωμετρίας της ίδιας της αεροτομής (droop nose) και όχι σε προσθήκη εξωτερικού εξαρτήματος (slat). Ο λόγος είναι διότι τα έξυπνα υλικά μπορούν να μεταβάλλουν το μήκος, τον όγκο και την πυκνότητά τους αναλόγως των συνθηκών (μεταβολή πίεσης και θερμοκρασίας). Για τη μελέτη χρησιμοποιήθηκε ως αρχική αεροτομή η NACA 64A010 που είναι μια συνήθης επιλογή για το σχεδιασμό πτερύγων αεροσκαφών.

Η επιλογή της βελτιωμένης γεωμετρίας γίνεται μέσω μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης με κριτήριο τη μέγιστη τιμή του συντελεστή άνωσης. Η αρχική γεωμετρία μεταβάλλεται στην περιοχή της ακμής πρόσπτωσης χρησιμοποιώντας καμπύλες παρεμβολής (Bezier), οι οποίες προκύπτουν από την επιλογή διαφορετικών σημείων ελέγχου. Για κάθε τροποποιημένη γεωμετρία υπολογίζεται η μεταβολή C_L -AoA και επιλέγεται αυτή που αντιστοιχεί στο μέγιστο $C_{L,max}$ (μέγιστη τιμή του συντελεστή άνωσης). Κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης, η επίλυση των εξισώσεων γίνεται χρησιμοποιώντας ένα κώδικα συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης με χαμηλό υπολογιστικό κόστος. Οι γεωμετρίες που επιλέγονται προσομοιώνονται και με ένα κώδικα υψηλής αξιοπιστίας που επιλύει τις πλήρεις εξισώσεις Navier-Stokes για συμπιεστό πεδίο ροής ώστε να επιβεβαιωθεί το ζητούμενο αεροδυναμικό όφελος και να είναι δυνατή η καλύτερη φυσική ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Στο Κεφ.2 περιγράφονται οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των εξισώσεων του πεδίου ροής και για τη βελτιστοποίηση της γεωμετρίας. Στο Κεφ.3 γίνεται η εφαρμογή των μεθοδολογιών, η παρουσίαση και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων, και τέλος στο Κεφ.4 θα παρουσιαστούν τα συμπεράσματα και οι προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Κεφάλαιο 2

11

Αριθμητικές Μέθοδοι

Κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης, επαναλαμβάνεται πολλές φορές ο υπολογισμός του συντελεστή άνωσης C_L σε διαφορετικές γωνίες προσβολής. Για το λόγο αυτό, η επίλυση των εξισώσεων που διέπουν το πεδίο ροής έγινε με τη χρήση ενός γρήγορου υπολογιστικού εργαλείου, του κώδικα συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης *Foil2w*. Για τις γεωμετρίες που επιλέχθηκαν μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης, η προσομοίωση του πεδίου ροής και ο υπολογισμός των πολικών CL - AoA πραγματοποιήθηκαν εκ νέου με ένα εξελιγμένο επιλυτή των πλήρων συμπιεστών εξισώσεων Navier-Stokes, τον κώδικα *MapFlow*. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης της γεωμετρίας με κριτήριο τη μεγιστοποίηση του $C_{L,max}$ έγινε με τη βοήθεια ενός κώδικα γραμμένου σε γλώσσα Python. Στις ακόλουθες ενότητες περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο και η αριθμητική μεθοδολογία του κάθε κώδικα που χρησιμοποιήσαμε.

2.1 Η μέθοδος συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης

Ο κώδικας *Foil2w* [9],[10] επιλύει τη μη μόνιμη - μη συνεκτική ροή χρησιμοποιώντας μια μεθοδολογία ελεύθερου ομόρρου, στην οποία το πεδίο ταχύτητας αναπαρίσταται μέσω επιφανειακών διανομών πηγών και στροβιλότητας κατά μήκος της αεροτομής και στον ομόρρο. Η στροβιλότητα του ομόρρου προσεγγίζεται από στοιχεία στροβιλότητας (δίνες) που κινούνται ελεύθερα με την ταχύτητα του πεδίου ροής. Σε ότι αφορά τη συνεκτική ροή επιλύονται οι μη-μόνιμες εξισώσεις οριακού στρώματος σε ολοκληρωματική μορφή. Η αλληλεπίδραση των εξισώσεων της συνεκτικής ροής με αυτές της μη συνεκτικής επιτυγχάνεται μέσω μιας διανομής κάθετης ταχύτητας στο σύνορο της αεροτομής και στον ομόρρο η οποία αναπαριστά το έλλειμμα μάζας της συνεκτικής ροής σε σχέση με τη μη συνεκτική, στο πάχος του οριακού στρώματος. Οι συζευγμένες μη γραμμικές εξισώσεις του προβλήματος λύνονται ταυτόχρονα, γεγονός που καθιστά την διαδικασία αλληλεπίδρασης τους πιο ισχυρή και επιτρέπει τη σύγκλιση σε περιπτώσεις ροών με ισχυρή αποκόλληση.

12

2.1.1 Οι εξισώσεις του οριακού στρώματος

Στις μεθοδολογίες συνεκτικής – μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης η βασική ιδέα είναι ο ορισμός μιας ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής, η οποία ενσωματώνει τις συνεισφορές του αμιγώς μη συνεκτικού και του συνεκτικού πεδίου:

$$\vec{u}_e(\vec{x};t) = \vec{u}(\vec{x};t) + \vec{u}^*(\vec{x};t), \quad \vec{x} \in D$$

όπου $\vec{u}_e(\vec{x};t)$, $\vec{u}(\vec{x};t)$, $\vec{u}^*(\vec{x};t)$ όπου ο δείκτης e υποδηλώνει το ισοδύναμο μη συνεκτικό πεδίο, ενώ ο εκθέτης $*$ υποδηλώνει τη συνεκτική διόρθωση.

Οι τρεις ολοκληρωματικές εξισώσεις του οριακού στρώματος, στη μορφή που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της μη μόνιμης ροή γύρω από αεροτομή, γράφονται ως προς το πεδίο της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής ως εξής:

$$(\rho_e v_e)_{wall} = \frac{d}{ds} (\rho_e u_e \delta^*) \quad (\text{εξίσωση συνέχειας})$$

$$\frac{1}{\rho_e u_e^2} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e \delta^*) + \frac{d\theta}{ds} + (2+H) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} + \frac{\theta}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{ds} = \frac{C_f}{2} \quad (\text{εξίσωση ορμής})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho_e u_e^3} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e^2 \theta) + \frac{1}{\rho_e u_e} \frac{d}{dt} (\rho_e \delta^*) + \frac{2}{u_e^2} \frac{du_e}{dt} H^{**} \theta - \frac{H^*}{\rho_e u_e^2} \frac{d}{dt} (\rho_e u_e \delta^*) \\ & + \theta \frac{dH^*}{ds} + (2H^{**} + H^*(1-H)) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} - \frac{4\Omega}{u_e} \Theta_n = 2C_D + \frac{2a}{u_e^2} \delta^* - H^* \frac{C_f}{2} \end{aligned}$$

(εξίσωση κινητικής ενέργειας)

με : $H = \delta^* / \theta$ (συντελεστής σχήματος οριακού στρώματος)

$C_f = 2\tau_{\text{wall}} / (\rho_e u_e^2)$ (συντελεστής τριβής)

$$\theta^* = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \left(\frac{u}{u_e} \right)^2 \right) dn \quad (\text{πάχος ενέργειας})$$

$$C_D = \frac{1}{\rho_e u_e^3} \int_0^{\delta} \tau \cdot \frac{\partial u}{\partial n} dn \quad (\text{συντελεστής διάχυσης})$$

$$\Theta_n = \frac{1}{\rho_e u_e^2} \int_0^{\delta} (\rho_e u_e v_e - \rho u v) dn$$

$$\delta^{*i} = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dn \quad (\text{πάχος μετατόπισης ασυμπίεστης ροής})$$

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(\frac{\rho_e}{\rho} - 1 \right) dn = \delta^* - \delta^{*i} \quad (\text{πάχος πυκνότητας})$$

$H^* = \theta^* / \theta$ (συντελεστής σχήματος κινητικής ενέργειας)

$H^{**} = \delta^{**} / \theta$ (συντελεστής σχήματος πυκνότητας)

Από τις παραπάνω εξισώσεις η πρώτη χρησιμοποιείται ως συνοριακή συνθήκη για τον υπολογισμό της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής. Με επίλυση των επόμενων δυο προσδιορίζουμε τα χαρακτηριστικά μεγέθη του οριακού στρώματος, το δ^* και το θ . Το

θ ορίζεται ως το πάχος ορμής ($\theta = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dn$) και το δ^* ως το πάχος

μετατόπισης του οριακού στρώματος ($\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) dn$). Οι παραπάνω εξισώσεις

πλαισιώνονται από κάποιες εμπειρικές σχέσεις που δίνουν τα υπόλοιπα άγνωστα μεγέθη, συναρτήσει των βασικών αγνώστων, για την τυρβώδη και την στρωτή ροή

χωριστά. Επίσης, προστίθεται και μια εξίσωση στις παραπάνω για τον προσδιορισμό του σημείου μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη και άλλη μια που προσδιορίζει τις τυρβώδεις τάσεις στο οριακό στρώμα.

2.1.2 Το μοντέλο τύρβης

Σε τυρβώδη ροή ο συντελεστής διάχυσης εκφράζεται ως ένα σταθμισμένο άθροισμα των διατμητικών τάσεων που ασκούνται στο ρευστό από το τοίχωμα (συντελεστής C_f) και των τυρβωδών τάσεων Reynolds:

$$C_D = \frac{C_f}{2} U_s + C_\tau (1 - U_s)$$

όπου

$$U_s = \frac{H^*}{2} \cdot \left(1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{H_k - 1}{H} \right)$$

Ο συντελεστής διατμητικής τάσης C_τ , επειδή οι τάσεις Reynolds εμφανίζουν αργή σχετικά απόκριση στην αλλαγή των εξωτερικών συνθηκών, δεν είναι δυνατό να γραφτεί ως απ' ευθείας συνάρτηση των τοπικών συνθηκών στη θέση υπολογισμού του.

Η υστέρηση στην απόκριση που εμφανίζει ο C_τ προσομοιώνεται μέσω της διαφορικής εξίσωσης που ακολουθεί

$$\frac{\delta}{C_\tau} \frac{dC_\tau}{ds} = 5.6 \cdot (C_{\tau_{\text{req}}}^{1/2} - C_\tau^{1/2}) + 2\delta \left\{ \frac{4}{3\delta^*} \left[\frac{C_f}{2} - \left(\frac{H_k - 1}{6.7H_k} \right)^2 \right] - \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{ds} \right\}$$

με

$$\delta = \theta \cdot \left(3.15 + \frac{1.72}{H_k - 1} \right) + \delta^*$$

$$C_{\tau_{\text{req}}} = H^* \frac{0.015}{1 - U_s} \cdot \frac{(H_k - 1)^3}{H_k^2 H}$$

2.1.3 Οι εξισώσεις της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την ισοδύναμη μη συνεκτική ροή είναι :

$$\vec{u}_e(\vec{x}; t) = \vec{U}_\infty(t) + \nabla\phi(\vec{x}; t) + \nabla \times (\psi(\vec{x}; t) \cdot \vec{k}) + \vec{u}^*(\vec{x}; t) = \vec{u}(\vec{x}; t) + \vec{u}^*(\vec{x}; t), \quad \vec{x} \in D \quad (\text{όπου } D \text{ το πεδίο ροής})$$

Και $\vec{U}_\infty(t)$ η επ' άπειρο ταχύτητα, $\phi(\cdot; t)$ και $\psi(\cdot; t)$ το δυναμικό και η ροϊκή συνάρτηση διαταραχής του πεδίου ροής, \vec{k} το κάθετο στο διδιάστατο πεδίο διάνυσμα, $\vec{u}(\cdot; t)$ και $\vec{u}^*(\cdot; t)$ το πεδίο ταχύτητας της καθαρά μη συνεκτικής ροής και το πεδίο διαταραχής που οφείλεται στη συνεκτικότητα αντίστοιχα.

Το πεδίο ταχύτητας της καθαρά μη συνεκτικής ροής δίνεται από την ολοκληρωματική αναπαράσταση του δυναμικού $\varphi(\cdot;t)$ και της ροϊκής συνάρτησης $\psi(\cdot;t)$ διαταραχής στην τυχαία θέση \bar{x}_0 του πεδίου ροής D , η οποία προκύπτει από εφαρμογή της δεύτερης ταυτότητας Green:

$$\nabla_0 \varphi(\bar{x}_0; t) = \int_S \sigma(\bar{x}; t) \cdot \nabla_0 \left(\frac{1}{2\pi} \ln |\bar{x}_0 - \bar{x}| \right) dS(\bar{x}) = \int_S \sigma(\bar{x}; t) \cdot \frac{\bar{x}_0 - \bar{x}}{2\pi |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS(\bar{x})$$

και

$$\begin{aligned} \nabla_0 \times \psi(\bar{x}_0; t) &= \int_S \gamma(\bar{x}; t) \cdot \nabla_0 \times \left(\frac{1}{2\pi} \ln |\bar{x}_0 - \bar{x}| \right) dS(\bar{x}) + \int_{S_w} \gamma_w(\bar{x}; t) \cdot \nabla_0 \times \left(\frac{1}{2\pi} \ln |\bar{x}_0 - \bar{x}| \right) dS_w(\bar{x}) = \\ &= \int_S \gamma(\bar{x}; t) \cdot \frac{(\bar{x}_0 - \bar{x}) \times \bar{k}}{2\pi |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS(\bar{x}) + \int_{S_w} \gamma_w(\bar{x}; t) \cdot \frac{(\bar{x}_0 - \bar{x}) \times \bar{k}}{2\pi |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS_w(\bar{x}) \end{aligned}$$

όπου $\sigma(\cdot;t)$ είναι η διανομή πηγών και $\gamma(\cdot;t), \gamma_w(\cdot;t)$ είναι οι διανομές στροβιλότητας στις επιφάνειες της αεροτομής και του ομόρου, S και S_w αντίστοιχα (σχήμα 2.1)

Θέτοντας τις παραπάνω εξισώσεις στη συνθήκη μη εισχώρησης παίρνουμε την ακόλουθη ολοκληρωματική συνθήκη για το τυχαίο σημείο $\bar{x}_0 \in S$:

$$\begin{aligned} \int_S \sigma(\bar{x}; t) \cdot \bar{v}_0 \cdot \frac{\bar{x}_0 - \bar{x}}{2\pi |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS(\bar{x}) + \int_S \gamma(\bar{x}; t) \cdot \bar{v}_0 \cdot \frac{(\bar{x}_0 - \bar{x}) \times \bar{k}}{2\pi |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS(\bar{x}) + \\ \int_{S_w} \gamma_w(\bar{x}; t) \cdot \bar{v}_0 \cdot \frac{(\bar{x}_0 - \bar{x}) \times \bar{k}}{2\pi |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS_w(\bar{x}) = (\bar{U}_b(\bar{x}_0; t) - \bar{U}_\infty(t)) \cdot \bar{v}_0 \end{aligned}$$

15

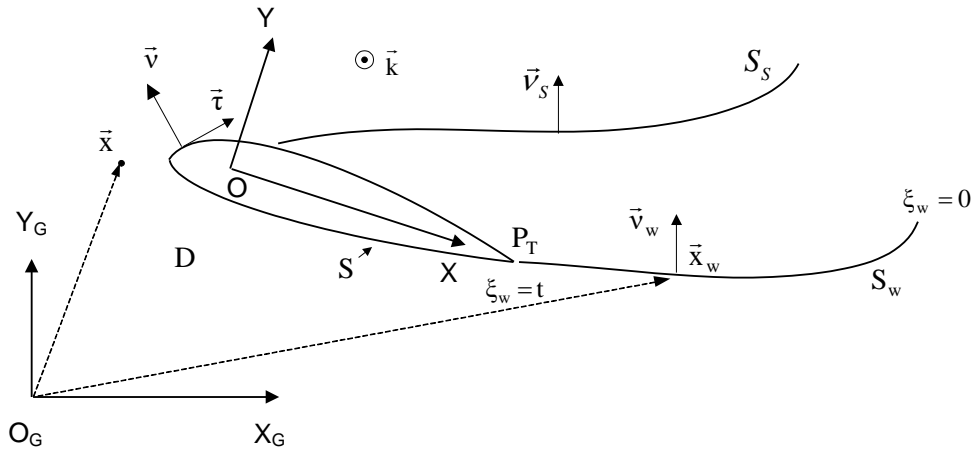
όπου \bar{v}_0 το κάθετο διάνυσμα στη θέση \bar{x}_0 της επιφάνειας της αεροτομής.

Η παραπάνω εξίσωση που ισχύει για την καθαρά μη συνεκτική ροή, έχει ως αγνώστους τη διανομή πηγών $\sigma(\cdot;t)$ πάνω στην αεροτομή και τις διανομές στροβιλότητας $\gamma(\cdot;t)$ και $\gamma_w(\cdot;t)$ πάνω στην αεροτομή και τον ομόρρο αντιστοίχα. Το πρόβλημα της καθαρά μη συνεκτικής ροής, συμπληρώνεται από την εξίσωση που αφορά την ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης $\bar{u}^*(\cdot;t)$. Η εξίσωση για την $\bar{u}^*(\cdot;t)$ λαμβάνεται από την ικανοποίηση των συνοριακών συνθηκών, όπου η κάθετη ταχύτητα στο σύνορο της αεροτομής παρέχεται από την εξίσωση συνέχειας του οριακού στρώματος για την ισοδύναμη μη συνεκτική ροή:

$$\begin{aligned} u_\tau^*(\bar{x}_0; t) &= \int_S u_\tau^*(\bar{x}; t) \cdot \frac{\bar{v}_0 \cdot (\bar{x}_0 - \bar{x})}{2\pi \cdot |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS(\bar{x}) + \int_S \frac{dm}{ds}(\bar{x}; t) \cdot \frac{\bar{\tau}_0 \cdot (\bar{x}_0 - \bar{x})}{2\pi \cdot |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS(\bar{x}) \\ &+ \int_{S_w} \frac{d(m^u + m^l)}{ds}(\bar{x}; t) \cdot \frac{\bar{\tau}_0 \cdot (\bar{x}_0 - \bar{x})}{2\pi \cdot |\bar{x}_0 - \bar{x}|^2} dS_w(\bar{x}) \end{aligned}$$

όπου $m = \bar{u}_e \delta^*$ και οι δείκτες u, l δηλώνουν την άνω και κάτω πλευρά της αερορομής αντίστοιχα.

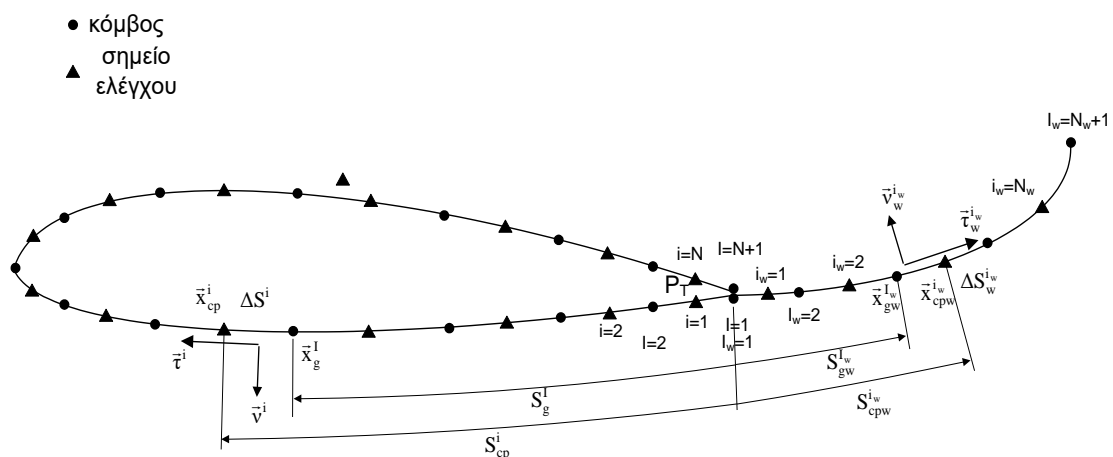
Οι εξισώσεις της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής συμπληρώνονται από τη συνθήκη Kelvin για το ρυθμό της κυκλοφορίας και τη συνθήκη για την ένταση της αποβαλλόμενης στροβιλότητας από την ακμή εκφυγής.



Σχήμα 2.1: Βασικοί συμβολισμοί του προβλήματος.

2.1.4 Διακριτοποίηση και επίλυση του συστήματος

Η αεροτομή χωρίζεται σε N το πλήθος ευθύγραμμα τμήματα ΔS^i , $i=1, N$ τα οποία ορίζουν $N+1$ σημεία πάνω σε αυτή, τους κόμβους $\bar{x}_g^I (x_g^I, y_g^I)$, $I=1, N+1$. Η αρίθμηση των κόμβων και των τμημάτων ξεκινά από την κάτω πλευρά της αεροτομής, και από την ακμή εκφυγής, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2 που ακολουθεί.



Σχήμα 2.2: Διακριτοποίηση της γεωμετρίας

Πάνω σε κάθε τμήμα ΔS^i της αεροτομής ορίζεται το μέσο του $\bar{x}_{cp}^i = (x_{cp}^i, y_{cp}^i)$, $i=1, N$, το οποίο αποτελεί σημείο ελέγχου για την ικανοποίηση των διακριτών εξισώσεων, και το κάθετο και εφαπτομενικό διάνυσμα \bar{v}^i και $\bar{\tau}^i$ αντίστοιχα. Πιο πυκνή διακριτοποίηση κάνουμε στην ακμή πρόσπτωσης και στην ακμή εκφυγής. Στην ακμή πρόσπτωσης έχουμε πιο πυκνή διακριτοποίηση διότι εκεί έχουμε μεγάλες κλίσεις ταχυτήτων. Στην ακμή εκφυγής ώστε να έχουμε καλύτερη προσέγγιση των ταχυτήτων εκφυγής. Πάνω στο φύλλο του ομόρρου λαμβάνονται N_w το πλήθος τμήματα με μήκη $\Delta S_w^i, i_w = 1, N_w$. Τα τμήματα αυτά ορίζουν τους κόμβους του πλέγματος του ομόρρου $\bar{x}_{gk}^i, I_k = 1, N_k + 1, k = w$. Η αρίθμηση των κόμβων ξεκινά από το σημείο εκφυγής του φύλλου. Για κάθε τμήμα ορίζουμε το μέσο του $\bar{x}_{cpk}^i, i_k = 1, N_k, k = w$ (σημείο ελέγχου) και το κάθετο και εφαπτομενικό διάνυσμα $\bar{v}_k^i, \bar{\tau}_k^i, k = w$, αντίστοιχα.

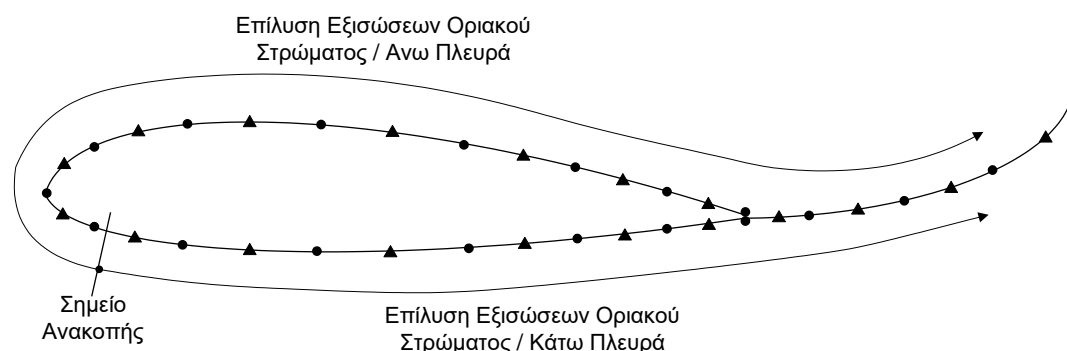
Πάνω στην αεροτομή ορίζουμε μια παράμετρο μήκους S . Η τιμή της δίνεται από την σχέση :

$$S_g^I = \sum_{m=1}^{I-1} \Delta S^m = \sum_{m=1}^{I-1} \sqrt{(y_g^{m+1} - y_g^m)^2 + (x_g^{m+1} - x_g^m)^2}, \quad I = 1, N+1 \quad (\text{για τους κόμβους})$$

$$S_{cp}^i = \sum_{m=1}^{i-1} \Delta S^m + \frac{\Delta S^i}{2} = \sum_{m=1}^{i-1} \sqrt{(y_g^{m+1} - y_g^m)^2 + (x_g^{m+1} - x_g^m)^2} + \sqrt{(y_{cp}^i - y_g^i)^2 + (x_{cp}^i - x_g^i)^2}, \quad i = 1, N$$

(για τα σημεία ελέγχου)

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζεται η παράμετρος μήκους για τους κόμβους $S_{gk}^i, I_k = 1, N_k + 1, k = w$ και τα σημεία ελέγχου $S_{cpk}^i, i_k = 1, N_k, k = w$ στον ομόρρου.



Σχήμα 2.3: Περιοχές επίλυσης εξισώσεων οριακού στρώματος

Η διακριτοποίηση των εξισώσεων του οριακού στρώματος γίνεται με την χρήση πεπερασμένων διαφορών στην επιφάνεια της αεροτομής και στον ομόρρου. Η επίλυση οδεύει ξεχωριστά στο πάνω και στο κάτω μέρος της αεροτομής και ξεκινάει

από το σημείο ανακοπής (σχήμα 2.3). Στην περίπτωση που εξετάζεται το πρόβλημα του απλού ομόρρου οι εξισώσεις λύνονται μέχρι την ακμή εκφυγής, και για τις δύο πλευρές της αεροτομής, και στη συνέχεια στην πάνω και την κάτω πλευρά του φύλλου στροβιλότητας. Το διάστημα στο οποίο εμφανίζεται το σημείο μετάβασης το χειρίζομαστε διαφορετικά. Το χωρίζουμε σε δύο τμήματα και στο ένα κάνουμε τους υπολογισμούς με στρωτή ροή ενώ στο άλλο με τυρβώδη.

Η αριθμητική επίλυση γίνεται με βηματική ολοκλήρωση στο χρόνο. Η διαδικασία ξεκινάει για $t=0$ και επιλύει τη μόνιμη, ασυμπίεστη και μη συνεκτική ροή με σκοπό τον προσδιορισμό της αρχικής κυκλοφορίας γύρω από την αεροτομή, η οποία αποτελεί αρχική συνθήκη του προβλήματος. Εν συνεχεία, σε κάθε χρονικό βήμα, οι εξισώσεις του οριακού στρώματος και οι μη γραμμικές εξισώσεις της ισοδύναμης μησυνεκτικής ροής επιλύονται ταυτόχρονα. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των δυο οικογενειών εξισώσεων επιτυγχάνεται μέσω της εξάρτησης των βαθμών ελευθερίας της μη συνεκτικής ροής από την παράμετρο m , όπου $m = \bar{u}_e \cdot \delta^*$ οι βαθμοί ελευθερίας των εξισώσεων του οριακού στρώματος. Συνεπώς, καταλήγουμε στη σχέση :

$$\bar{u}_e = \mathbf{D} \cdot \mathbf{m} + \mathbf{F}$$

όπου εκφράζει τον νόμο της αλληλεπίδρασης μεταξύ συνεκτικής και μη συνεκτικής ροής.

2.2 Η μέθοδος επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes

Ο κώδικας MaPFlow [11] επιλύει τις μη μόνιμες συμπιεστές εξισώσεις Navier-Stokes (URANS) σε μη δομημένα πλέγματα σύμφωνα με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων. Τα σχήματα διακριτοποίησης είναι 2^{ης} τάξης στο χώρο και το χρόνο και ο υπολογισμός των όρων συναγωγής γίνεται επιλύοντας το πρόβλημα Riemann με την προσέγγιση του Roe. Η ευστάθεια της μεθόδου σε χαμηλούς αριθμούς Mach διασφαλίζεται με τη μέθοδο της προ-ρύθμισης (preconditioning). Στην παρούσα εργασία η μοντελοποίηση της τύρβης γίνεται με το πρότυπο δύο εξισώσεων k- ω SST, ενώ η μοντελοποίηση της μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή γίνεται με το πρότυπο e^N . Ο κώδικας έχει προγραμματιστεί σε περιβάλλον παράλληλης επεξεργασίας χρησιμοποιώντας το πρωτόκολλο MPI.

2.2.1 Εξισώσεις Navier-Stokes για συμπιεστό ρευστό – Μέθοδος χαρακτηριστικών για τον υπολογισμό των όρων συναγωγής

Οι μη μόνιμες συμπιεστές εξισώσεις Navier-Stokes (URANS) μπορούν να διατυπωθούν στην ακόλουθη μορφή:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}_c}{\partial \vec{x}} - \frac{\partial \vec{F}_v}{\partial \vec{x}} = 0$$

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \quad \vec{F}_c = \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho u V + n_x p \\ \rho v V + n_y p \\ \rho w V + n_z p \\ \rho \left(E + \frac{p}{\rho}\right) V \end{pmatrix} \quad \vec{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y + n_z \Theta_z \end{pmatrix}$$

$$\Theta_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\Theta_y = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \lambda \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\Theta_z = u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \lambda \frac{\partial T}{\partial z}$$

όπου \vec{U} είναι το διάνυσμα των συντηρητικών μεταβλητών, ρ η πυκνότητα, p η πίεση, u , v , w οι συνιστώσες της ταχύτητας και E η ενέργεια. Τα \vec{F}_c και \vec{F}_v είναι τα διανύσματα ροής ορμής (fluxes) των όρων συναγωγής και συνεκτικότητας αντίστοιχα, όπου $V = \vec{u} \cdot \vec{n}$ με \vec{n} το κάθετο διάνυσμα, τ_{ij} ο τανυστής των τάσεων, T η θερμοκρασία και λ ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας.

Το σύστημα συμπληρώνεται με την καταστατική εξίσωση για τα τέλεια αέρια.

$$p = (\gamma - 1)\rho \left[E - \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right]$$

19

όπου γ είναι ο λόγος των ειδικών θερμοχωρητικοτήτων.

Για τον υπολογισμό των όρων συναγωγής ακολουθείται η μέθοδος των χαρακτηριστικών, σύμφωνα με την οποία το αρχικό σύστημα μετατρέπεται στην ακόλουθη μορφή απαλείφοντας τους συνεκτικούς όρους:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}_c}{\partial \vec{U}} \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{x}} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + A_c \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{x}} = 0$$

όπου A_c είναι η Ιακωβιανή των όρων συναγωγής. Κατόπιν, εφαρμόζεται διαγωνοποίηση του μητρώου $A_c = L^{-1}\Lambda L$, όπου Λ και L είναι τα μητρώα ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων αντίστοιχα, καταλήγοντας στην παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{\partial \vec{V}_{ch}}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial \vec{V}_{ch}}{\partial \vec{x}} = 0$$

2.2.2 Μέθοδος προ-ρύθμισης για χαμηλούς αριθμούς Mach

Σε κάποιες περιπτώσεις ο τοπικός αριθμός Mach τείνει στο μηδέν με αποτέλεσμα να υπάρχει μεγάλη ιδαφορά στις ταχύτητες διάδοσης των κυμάτων. Η ταχύτητα του ήχου (c) γίνεται πολύ μεγάλη σε σχέση με την ταχύτητα της ροής και δυσχεραίνει την ευστάθεια και τις ιδιότητες σύγκλισης του συστήματος. Σύμφωνα με τη μέθοδο της προ-ρύθμισης το σύστημα των εξισώσεων πολλαπλασιάζεται με κατάλληλο μητρώο, και ουσιαστικά τροποποιεί την ταχύτητα του ήχου ώστε να μπορεί να είναι συγκρίσιμη με την ταχύτητα της ροής. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν τροποποιημένες τιμές για τα μητρώα των ιδιοτιμών και των ιδιοανυσμάτων

2.2.3 Χωρική διακριτοποίηση των εξισώσεων

Η επίλυση των εξισώσεων γίνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων και οι μεταβλητές της ροής υπολογίζονται στο κέντρο των κελιών του πλέγματος. Αν θεωρήσουμε ότι ο όγκος του κελιού D μένει αμετάβλητος, η ολοκλήρωση σε κάθε κελί δίνει :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = -\frac{1}{D} \iint_{\partial D} (\bar{F}_c - \bar{F}_v) dS$$

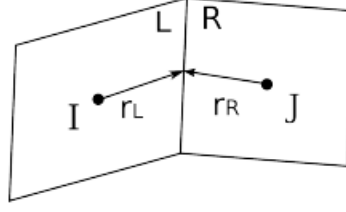
Όπου \bar{F}_c και \bar{F}_v συμβολίζουν την συναγωγική και την ιξώδη ροή αντίστοιχα.

Για το κελί I το επιφανειακό ολοκλήρωμα προσεγγίζεται θεωρώντας σταθερή ροή ορμής (flux) πάνω στην επιφάνεια του κελιού και ίση με την τιμή στο κέντρο της:

$$\frac{d\bar{U}_I}{dt} = -\frac{1}{D_I} \sum_{m=1}^{N_f} \underbrace{(\bar{F}_c - \bar{F}_v)_m}_{R_I} \Delta S_m = -\frac{1}{D_I} \bar{R}_I$$

όπου N_f είναι ο αριθμός των πλευρών που έχει το κελί και ΔS_m το εμβαδόν της πλευράς "m". Οι όροι $(\bar{F}_c)_m, (\bar{F}_v)_m$ αντιστοιχούν στην συναγωγική και την ιξώδη ροή ορμής μέσα από την πλευρά "m".

Για να υπολογίσουμε τις παραπάνω ροές ορμής χρειαζόμαστε τις τιμές όλων των μεταβλητών στο κέντρο της κάθε πλευράς. Μέχρι στιγμής όμως έχουμε μόνο τις τιμές τους στο κέντρο του κάθε κελιού. Για να μεταφέρουμε την πληροφορία αυτή από τα κέντρα των κελιών στις πλευρές χρησιμοποιούμε μια τεχνική που ονομάζεται «ανακατασκευή των μεταβλητών (variable reconstruction)». Ας θεωρήσουμε δυο κελιά, I και J, που έχουν μια πλευρά κοινή (σχήμα 2.4). Οι ανακατασκευασμένες τιμές των μεταβλητών στην κοινή πλευρά υπολογίζονται ξεκινώντας είτε από το κέντρο του κελιού I είτε από το κέντρο του κελιού J. Θεωρώντας τμηματικά γραμμική κατανομή δεύτερης τάξης, οι τιμές στην κοινή πλευρά θα είναι:



Σχήμα 2.4: Ανακατασκευή των μεταβλητών στην κοινή πλευρά δύο κελιών

$$\vec{V}_L = \vec{V}_I + \Psi_I (\nabla \vec{V}_I \cdot \vec{r}_L)$$

$$\vec{V}_R = \vec{V}_J - \Psi_J (\nabla \vec{V}_J \cdot \vec{r}_R)$$

όπου \vec{r}_L, \vec{r}_R διανύσματα απόστασης από τα κέντρα των κελιών στο κέντρο της πλευράς. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Green η διακριτή εξίσωση για το κέντρο του κελιού παίρνει την μορφή:

$$\nabla \vec{V}_I \approx \frac{1}{D} \sum_{J=1}^{N_f} \frac{1}{2} (\vec{V}_I + \vec{V}_J) \vec{n}_{IJ} \Delta S_{IJ}$$

Η εξίσωση Ψ είναι μια συνάρτηση-περιοριστής (limiter) των κλίσεων $\nabla \vec{V}_I, \nabla \vec{V}_J$. Οι περιοριστές χρησιμοποιούνται ώστε να διασφαλιστεί η σύγκλιση σε περιοχές με ισχυρές κλίσεις. Στον MaPFlow χρησιμοποιείται ο περιοριστής Venkatakrisnan [12] ο οποίος έχει καλές ιδιότητες σύγκλισης.

$$\Psi_i = \min_j \begin{cases} \frac{1}{\Delta_2} \left[\frac{\Delta_{1,max}^2 + \varepsilon^2}{\Delta_{1,max} + 2\Delta_2 + \Delta_{1,max}\Delta_2 + \varepsilon^2} \Delta_2 + 2\Delta_2^2 \Delta_{1,max} \right] & \alpha \nu \Delta_2 > 0 \\ \frac{1}{\Delta_2} \left[\frac{\Delta_{1,min}^2 + \varepsilon^2}{\Delta_{1,min} + 2\Delta_2 + \Delta_{1,min}\Delta_2 + \varepsilon^2} \Delta_2 + 2\Delta_2^2 \Delta_{1,min} \right] & \alpha \nu \Delta_2 < 0 \\ 1 & \alpha \nu \Delta_2 = 0 \end{cases}$$

$$\mu \varepsilon \Delta_2 = \nabla \vec{V}_i \cdot \vec{r}_i$$

$$\Delta_{1,max} = \vec{V}_{max} - \vec{V}_i$$

$$\Delta_{1,min} = \vec{V}_{min} - \vec{V}_i$$

Τα $\vec{V}_{max}, \vec{V}_{min}$ αντιστοιχούν στην μέγιστη και την ελάχιστη ταχύτητα των γειτονικών κελιών. Το ε^2 καθορίζει το μέγεθος του περιορισμού.

Έχοντας υπολογίσει τις μεταβλητές \vec{V}_L, \vec{V}_R στην κοινή πλευρά των κελιών I,J, η ροή ορμής για τους συνεκτικούς όρους υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το σχήμα του Roe για το πρόβλημα Riemann:

$$(\vec{F}_c)_{I+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [\vec{F}_c(\vec{V}_R) + \vec{F}_c(\vec{V}_L) - |A_{Roe}|_{I+\frac{1}{2}} (\vec{V}_R - \vec{V}_L)]$$

όπου το μητρώο $|A_{Roe}|$ δίνεται από τη σχέση:

$$|A_{Roe}| = R^{-1} |\Lambda| R$$

Για τον υπολογισμό των συνεκτικών ροών ορμής απαιτείται ο υπολογισμός των τιμών των μεταβλητών, αλλά και των κλίσεων. Για τις μεταβλητές εφαρμόζεται απλώς το θεώρημα της μέσης τιμής, ενώ για τις κλίσεις εφαρμόζεται το θεώρημα Green-Gauss

2.2.4 Χρονική διακριτοποίηση των εξισώσεων

Η διακριτοποίηση στο χρόνο γίνεται με ένα πεπλεγμένο σχήμα πίσω διαφορών δεύτερης τάξης, το BDF2OPT [13]. Σε περιπτώσεις μόνιμης ροής χρησιμοποιείται μια τεχνική ψευδοχρόνου, κατά την οποία το τοπικό χρονικό βήμα ορίζεται με βάση το κριτήριο CFL, τον όγκο και τη φασματική ακτίνα του κάθε κελλιού

$$\Delta t = CFL \frac{D_l}{(\hat{\Lambda}_c + C\hat{\Lambda}_v)_l}$$

όπου $\hat{\Lambda}_c, \hat{\Lambda}_v$ είναι το άθροισμα των συναγωγικών και συνεκτικών ιδιοτιμών πάνω στις πλευρές όλων των κελλιών.

Όταν κάνουμε υπολογισμούς αληθινού χρόνου (μη μόνιμες ροές) πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί, διότι τα αριθμητικά σφάλματα διαδίδονται ως διαταραχές μέσα στο πεδίο ροής. Για να ελαχιστοποιήσουμε τα σφάλματα, χρησιμοποιείται η τεχνική του διπλού χρονικού βήματος (DualTime-Stepping). Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, προστίθεται μια παράγωγος στην εξίσωση μεταφοράς, η οποία αναφέρεται σε μια διαφορετική «χρονική» μεταβλητή τ η οποία καλείται «ψευδοχρόνος». Σε κάθε χρονικό βήμα του πραγματικού χρόνου, το πρόβλημα επιλύεται ως μόνιμο, εκτελώντας επιμέρους επαναλήψεις στο πεδίο του ψευδοχρόνου. Με τον τρόπο αυτό, ελαχιστοποιούνται τα χρονικά σφάλματα και διευκολύνεται η σύγκλιση του κώδικα.

2.2.5 Μοντέλο τύρβης k- ω SST (Menter)

Το τυρβώδες μοντέλο δύο εξισώσεων k- ω SST (ShearStressTransport) [14] είναι μια παραλλαγή του μοντέλου k- ω του Wilcox. Οι εξισώσεις μεταφοράς για το k και το ω αντίστοιχα είναι :

$$\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho K u_j) = P - \beta^* \rho \omega K + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right]$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \omega u_j) = \frac{\gamma}{v_T} P - \beta^* \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right]$$

$$+ 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

$$\text{όπου : } P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad \tau_{ij} = \mu_T \left(2S_i - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \rho K \delta_{ij}$$

με $S_i =$ τανυστής της τάσης και $v_T = \mu_T / \rho$. Το ιξώδες μ_T δίνεται από την σχέση :

$$\mu_T = \frac{\rho \alpha_1 K}{\max(\alpha_1 \omega, \Omega F_2)}$$

Οι σταθερές του μοντέλου SST αποτελούν μια μίξη εσωτερικών και εξωτερικών σταθερών οι οποίες περιγράφονται από την εξίσωση :

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2$$

με το F_1 να ορίζεται ως :

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad \arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{K}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} K}{CD_{k\omega} d^2} \right]$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2), \quad \arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{K}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right)$$

Το d είναι η απόσταση από το κέντρο μέχρι το οριακό στρώμα στον τοίχο. Οι εσωτερικές σταθερές είναι :

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}},$$

$$\sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5, \quad \beta_1 = 0.075$$

$$\beta^* = 0.09, \quad \kappa = 0.41, \quad \alpha_1 = 0.31$$

και οι εξωτερικές :

$$\gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$$

$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828$$

Στην εξίσωση K προτείνεται η αντικατάσταση της παραγώγου από την εξίσωση $P = \min(P, 20\beta^* \rho K \omega)$ μιας και θέλουμε να έχουμε ένα αριθμητικό όριο στην παράγωγο του K.

Οι οριακές συνθήκες λοιπόν που έχουμε είναι :

$$\frac{U_\infty}{L} < \omega_\infty < 10 \frac{U_\infty}{L}, \quad \frac{10^{-5} U_\infty^2}{Re_L} < K_\infty < \frac{10^{-1} U_\infty^2}{Re_L}$$

$$\omega_{wall} = \frac{6\nu}{\beta_1 d_1^2}, \quad K_{wall} = 0$$

με το L να συμβολίζει την απόσταση του υπολογιστικού χώρου και d_1 το επόμενο σημείο του τοίχου.

2.2.6 Μοντέλο μετάβασης e^N

Σύμφωνα με το μοντέλο e^N [15], το σημείο μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή τοποθετείται εκεί που το πλάτος του πιο ασταθούς κύματος μέσα στο οριακό στρώμα ξεπερνάει την αρχική τιμή του κατά τον παράγοντα e^N . Ο παράγοντας N δίνεται από την σχέση $-\int_{s_0}^s \alpha_i(H, Re\theta, \omega) ds$ όπου α_i είναι ο ρυθμός ενίσχυσης, s είναι η απόσταση από το σημείο ανακοπής και θ το πάχος ορμής. Ακόμη, $\omega = \frac{2\pi f \theta}{U_e}$ με U_e την ταχύτητα στην άκρη του οριακού στρώματος και f τη συχνότητα του κύματος. Το σημείο μετάβασης τότε ορίζεται σε μια απόσταση S_{tr} όπου το μέγιστο N ξεπερνάει μια καθορισμένη τιμή N_{crit} .

Η τιμή αυτή ορίζεται ως $N = -8.43 - 2.4 \times \ln(Tu)$ όπου το Tu_∞ είναι η ένταση της τύρβης της ελεύθερης ροής. Η ταχύτητα U_e προκύπτει από τη σύζευξη των εξισώσεων του οριακού στρώματος με την εξωτερική μη συνεκτική ροή, υποθέτοντας μηδενική κλίση πίεσης κατά την κάθετη στο τοίχωμα κατεύθυνση. Αυτό, μας οδηγεί στην σύνδεση της οριακής ταχύτητας U_e με την επιφανειακή πίεση μέσω της εξίσωσης Bernoulli.

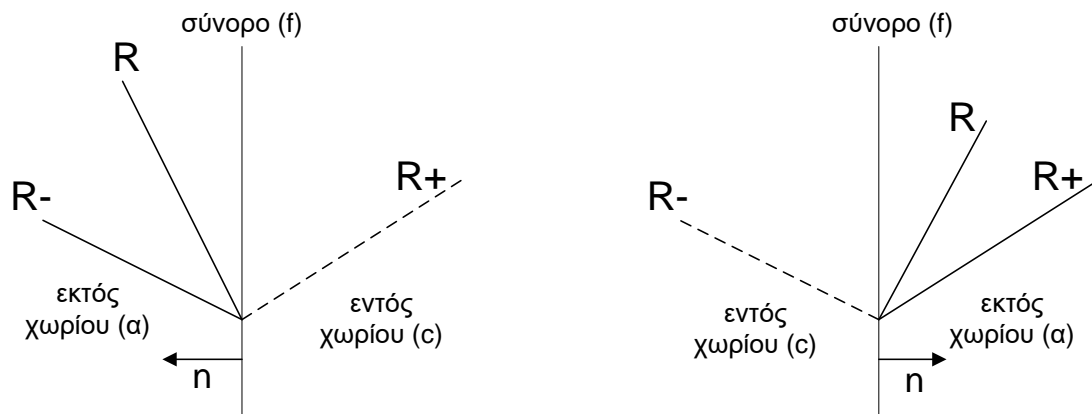
$$\frac{U_e}{U_\infty}(S) = \sqrt{1 + \frac{1 - (1 + [\frac{\gamma}{2} Ma_\infty^2] c_p(S))^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\frac{\gamma-1}{2} Ma_\infty^2}}$$

Τα χαρακτηριστικά του οριακού στρώματος μπορούν είτε να εκτιμηθούν από μονοπαραμετρικές (Polhausen) ή διπαραμετρικές (Falkner-Skan) οικογένειες κατανομών ταχύτητας, είτε να υπολογιστούν από τις αριθμητικές προλέξεις του πεδίου ταχύτητας στο τρέχον χρονικό βήμα.

2.2.7 Συνοριακές Συνθήκες

Στο πρόβλημα της ροής γύρω από αεροτομή διακρίνονται δύο σύνορα στο υπολογιστικό χωρίο, το μακρινό σύνορο (farfield) και η επιφάνεια της αεροτομής (wall). Το μακρινό σύνορο συνήθως έχει σχήμα C ή O, ανάλογα με τον τύπο του

υπολογιστικού πλέγματος (C-type, O-type αντίστοιχα), και τοποθετείται σε απόσταση αρκετών χορδών μακριά από την αεροτομή.



Σχήμα 2.5: Αναλλοίωτες του Riemann σε μακρινό σύνορο για υποηχητική ροή

Οι συνοριακές συνθήκες στο μακρινό σύνορο είναι συνθήκες εισόδου/εξόδου της ροής ανάλογα με την κατεύθυνση των χαρακτηριστικών. Για υποηχητική είσοδο, οι δύο χαρακτηριστικές διαδίδουν πληροφορία από το εξωτερικό προς το εσωτερικό του χωρίου, ενώ η τρίτη προς την αντίθετη κατεύθυνση. Η κατάσταση αντιστρέφεται στην περίπτωση της υποηχητικής εξόδου, όπου οι δύο χαρακτηριστικές μεταφέρουν πληροφορία από το εσωτερικό προς το εξωτερικό του χωρίου, ενώ η τρίτη το αντίθετο (σχήμα 2.5). Δεδομένου ότι οι αναλλοίωτες του Riemann που σχετίζονται με τις ιδιοτιμές, ορίζονται ως προς την κάθετη στο σύνορο κατεύθυνση, ισχύει ότι:

- για υποηχητική είσοδο, όπου το κάθετο διάνυσμα δείχνει προς τα έξω, $u - c < 0, u < 0, u + c > 0$
- για υποηχητική έξοδο, όπου το κάθετο διάνυσμα δείχνει προς τα μέσα, $u - c < 0, u > 0, u + c > 0$

Σύμφωνα με αυτά προκύπτουν οι συνοριακές συνθήκες για υποηχητική είσοδο:

$$2 \frac{P_f}{\rho_f^\gamma} = \frac{P_a}{\rho_a^\gamma} \quad \text{κατά μήκος της} \quad \lambda_1 = u, (R)$$

$$P_f - P_c + \frac{1}{\rho_a c_a} (u_f - u_c) = 0 \quad \text{κατά μήκος της} \quad \lambda_2 = u + c, (R+)$$

$$P_f - P_a - \frac{1}{\rho_a c_a} (u_f - u_a) = 0 \quad \text{κατά μήκος της} \quad \lambda_3 = u - c, (R-)$$

Η πίεση και η ταχύτητα στο σύνορο καθορίζονται συνδυάζοντας τις αναλλοίωτες R^+ and R^- . Η πυκνότητα προσδιορίζεται από την ισητροπική σχέση, ενώ ως κατάσταση αναφοράς θεωρείται αυτή της εξωτερικής περιοχής. Παρόμοια λαβάνονται και οι συνοριακές συνθήκες για υποηχητική έξοδο

$$2 \frac{P_f}{\rho_f^\gamma} = \frac{P_c}{\rho_c^\gamma} \quad \text{κατά μήκος της} \quad \lambda_1 = u, (R)$$

$$p_f - p_c + \frac{1}{\rho_c c_c} (u_f - u_c) = 0 \quad \text{κατά μήκος της} \quad \lambda_2 = u + c, (R+)$$

$$p_f - p_a - \frac{1}{\rho_c c_c} (u_f - u_a) = 0 \quad \text{κατά μήκος της} \quad \lambda_3 = u - c, (R-)$$

όπου η κατάσταση αναφοράς ορίζεται από το εσωτερικό του υπολογιστικού χωρίου

Στην επιφάνεια της αεροτομής εφαρμόζεται η συνθήκη μη ολίσθησης για την ταχύτητα $\vec{u} = 0$, ενώ οι τιμές της πυκνότητας και της πίεσης τίθενται ίσες με τις τιμές του κέντρου του κελλιού που συνορεύει με το τοίχωμα. Οι όροι συναγωγής αποκτούν τη μορφή:

$$\vec{F}_{cwall} = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x p_w \\ n_y p_w \\ n_z p_w \\ p_w V_g \end{pmatrix}$$

όπου $V_g = \vec{u}_g \cdot \vec{n}$.

2.3 Η μέθοδος βελτιστοποίησης της γεωμετρίας

Ως πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται αυτό στο οποίο απαιτείται ο καθορισμός συγκεκριμένων παραμέτρων, έτσι ώστε να επιτευχθεί η μέγιστη μετρήσιμη απόδοση κάτω από δεδομένους περιορισμούς. Οι παράμετροι αυτοί ονομάζονται «μεταβλητές σχεδιασμού» (design variables), ενώ η μέγιστη απόδοση εκτιμάται μέσω της «αντικειμενικής συνάρτησης» (objective function). Για να οριστεί επομένως το πρόβλημα βελτιστοποίησης θα πρέπει να περιγραφούν οι μεταβλητές σχεδιασμού, να τεθούν οι περιορισμοί και να οριστεί η αντικειμενική συνάρτηση. Η επιβολή κατάλληλων περιορισμών εξοικονομεί υπολογιστικό χρόνο και διασφαλίζει ότι η διαδικασία θα οδηγήσει σε μια φυσικά αποδεκτή επιλογή.

Στην συγκεκριμένη εργασία προσπαθούμε να βρούμε μια βελτιωμένη γεωμετρία σε σχέση με την αρχική, δηλαδή μια γεωμετρία με υψηλότερο $C_{L,max}$ από την αρχική. Συνεπώς, η αντικειμενική συνάρτηση είναι η άξηση του $C_{L,max}$. Το μέρος της αεροτομής το οποίο υφίσταται παραμόρφωση είναι το 25% της ολικής αεροτομής στο διάστημα 0 έως 0.25 της χορδής (το μήκος της χορδής έχει θεωρηθεί ίσο με 1 και η αρχή μέτρησης βρίσκεται στην ακμή πρόσπτωσης της αρχικής αεροτομής). Η γεωμετρία του παραμορφωμένου τμήματος της αεροτομής περιγράφεται από μια τμηματικά πολυωνυμική προσέγγιση (spline), οι συντελεστές της οποίας προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας κατάλληλα σημεία ελέγχου (καμπύλη Bezier). Σε αυτό το κομμάτι έχουμε επιλέξει 7 σημεία ελέγχου (3 στο επάνω μέρος, 3 στο κάτω

και ένα στην ακμή πρόσπτωσης). Αυτά τα 7 σημεία αποτελούν τις μεταβλητές σχεδιασμού.

Το επόμενο βήμα είναι ο ορισμός των περιορισμών ώστε να έχει φυσικό νόημα το πρόβλημά μας (δεν θα μπορούσαμε π.χ. να δεχτούμε ως βέλτιστη μια γεωμετρία η οποία έχει επιμηκυνθεί κατά 80% σε σχέση με το μήκος της αρχικής αεροτομής, και μας έδινε αυξημένο $C_{L,max}$, αφού αυτό δεν θα είχε φυσικό νόημα). Ο πρώτος περιορισμός που θέσαμε αφορά στην κατεύθυνση κίνησης των 7 σημείων ελέγχου. Στις διατάξεις κεκλιμένης ακμής εκφυγής (droop pose) η γεωμετρία παραμορφώνεται μόνο προς τα κάτω, οπότε ορίσαμε ως μέγιστα των τεταγμένων y τις αρχικές τεταγμένες των 7 σημείων. Επίσης, ορίσαμε κίνηση μόνο κατακόρυφη οπότε οι τετμημένες x έμειναν σταθερές. Ο δεύτερος περιορισμός αφορά στο διάστημα που κυμαίνεται η τεταγμένη του κάθε σημείου ελέγχου. Με μεγαλύτερο διάστημα για το σημείο στην ακμή πρόσπτωσης και μικρότερο για το σημείο που βρίσκεται στο 0.25 καταφέραμε να πάρουμε αρκετά μεγάλες παραμορφώσεις χωρίς να δημιουργηθούν ασυνέχειες στην γεωμετρία μας. Εδώ υπεισέρχεται και ο τρίτος περιορισμός, που αναφέρεται στην ομαλότητα της γεωμετρίας. Επιβάλλοντας σταθερό πρόσημο της δεύτερης παραγώγου σε διαδοχικά σημεία της διακριτής γεωμετρίας, απορρίψαμε γεωμετρίες οι οποίες να μην είχαν υψηλό $C_{L,max}$, από την άλλη όμως παρουσίαζαν μη αποδεκτές ανωμαλίες.

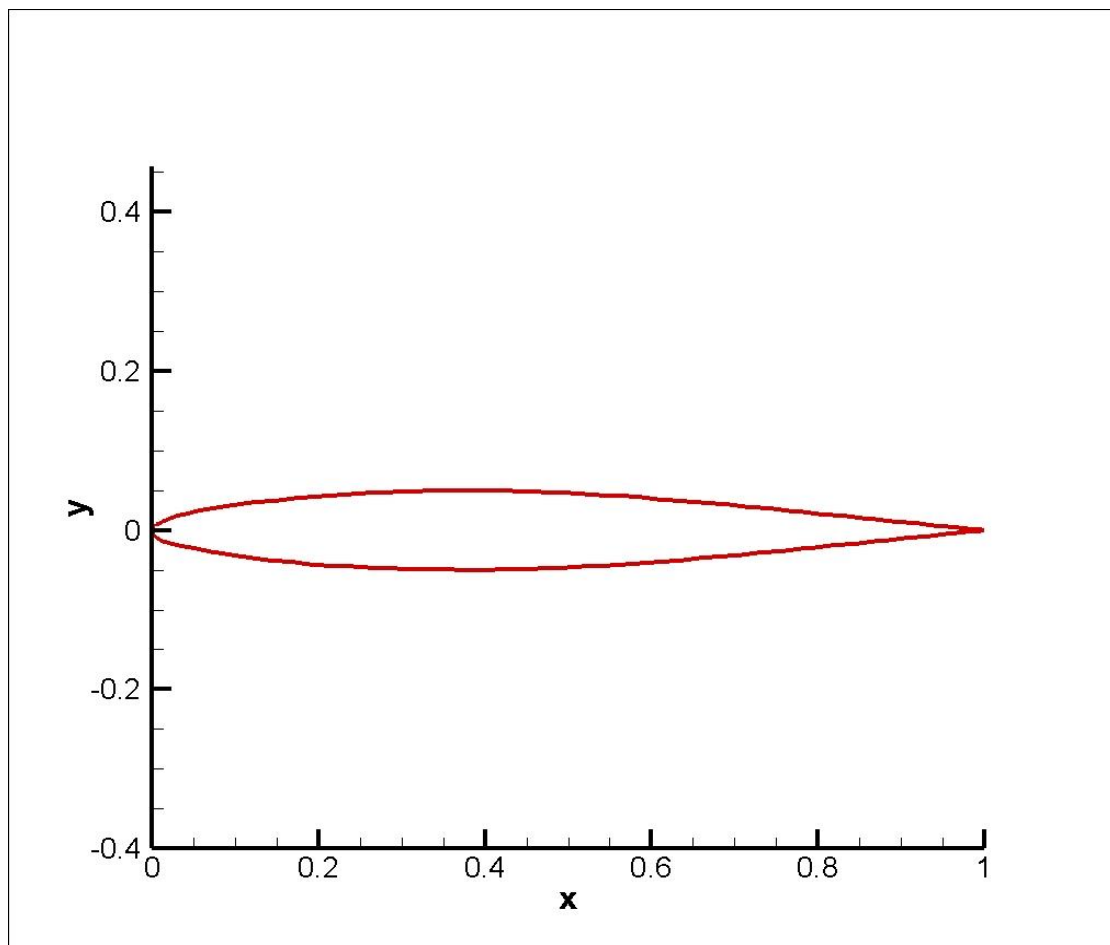
Έχουμε δομήσει λοιπόν τον εξής βελτιστοποιητή (optimizer): μια μεθοδολογία η οποία χρησιμοποιεί 7 σημεία ελέγχου, τα «δοκιμάζει» σε όλες τις πιθανές θέσεις (μέσα στα διαστήματα που είναι επιτρεπτά για κάθε σημείο), ελέγχει αν η γεωμετρία είναι παντού ομαλή, υπολογίζει την πολική του C_L (C_L -AoA) μέσω του κώδικα Foil2w και εκτιμά το $C_{L,max}$. Αν το $C_{L,max}$ είναι μεγαλύτερο από το προηγούμενο (ως αρχικό $C_{L,max}$ παίρνουμε αυτό της αρχικής αεροτομής), τότε ο κώδικας αποθηκεύει τις μεταβλητές σχεδίασης της βελτιωμένης γεωμετρίας και συνεχίζει έχοντας πλέον το $C_{L,max}$ της βελτιωμένης γεωμετρίας ως σημείο αναφοράς.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν 3 γεωμετρίες οι οποίες είχαν βελτιωμένο $C_{L,max}$. Πριν τις μελετήσουμε εφαρμόσαμε εξομάλυνση (smoothing) σε κάποια σημεία που φαινόταν ότι μπορεί να δημιουργήσουν πρόβλημα κατά την μελέτη (π.χ. στο σημείο 0.25 στην κάτω πλευρά της αεροτομής είχε σχηματιστεί μια έντονη γωνία στην οποία θέλαμε να δώσουμε κάποια καμπυλότητα). Αυτό το καταφέραμε με τον κώδικα XFoil.

Κεφάλαιο 3
Παρουσίαση
αποτελεσμάτων

3.1 Επιλογή αεροτομής

Η αεροτομή που επιλέξαμε είναι η NACA 64A010. Η αεροτομή αυτή επιλέχτηκε διότι αποτελεί μια από τις αεροτομές που έχουν μελετηθεί εκτενώς τα τελευταία χρόνια. Η αρχική αεροτομή είναι η εξής :



Σχήμα 3.1: NACA 64A010

Οι συνθήκες λειτουργίας που θα χρησιμοποιηθούν για την μελέτη της αεροτομής είναι 5.6 εκατομμύρια ο αριθμός Reynolds ($Re=5.600.000$) και 0.23 ο αριθμός Mach . Ο αριθμός Reynolds ορίζεται ως $Re=\frac{uc}{\nu}$ με u να συμβολίζει την ταχύτητα του ρευστού, c το μήκος της χορδής (στην παραπάνω περίπτωση $c=1$) και ν το ιξώδες του ρευστού. Ο αριθμός Mach δίνεται από τον τύπο $M=\frac{u}{c_0}$ με το u να συμβολίζει την ταχύτητα του ρευστού και c_0 την ταχύτητα του ήχου.

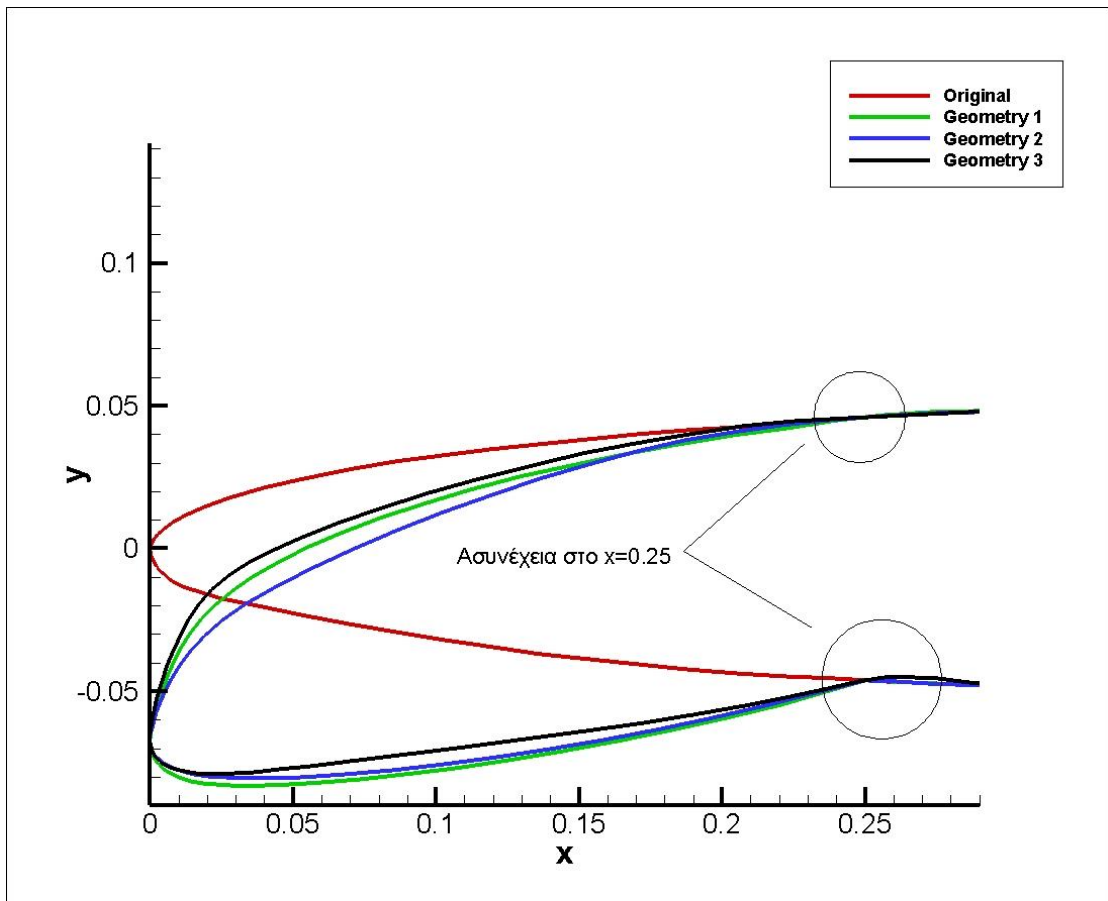
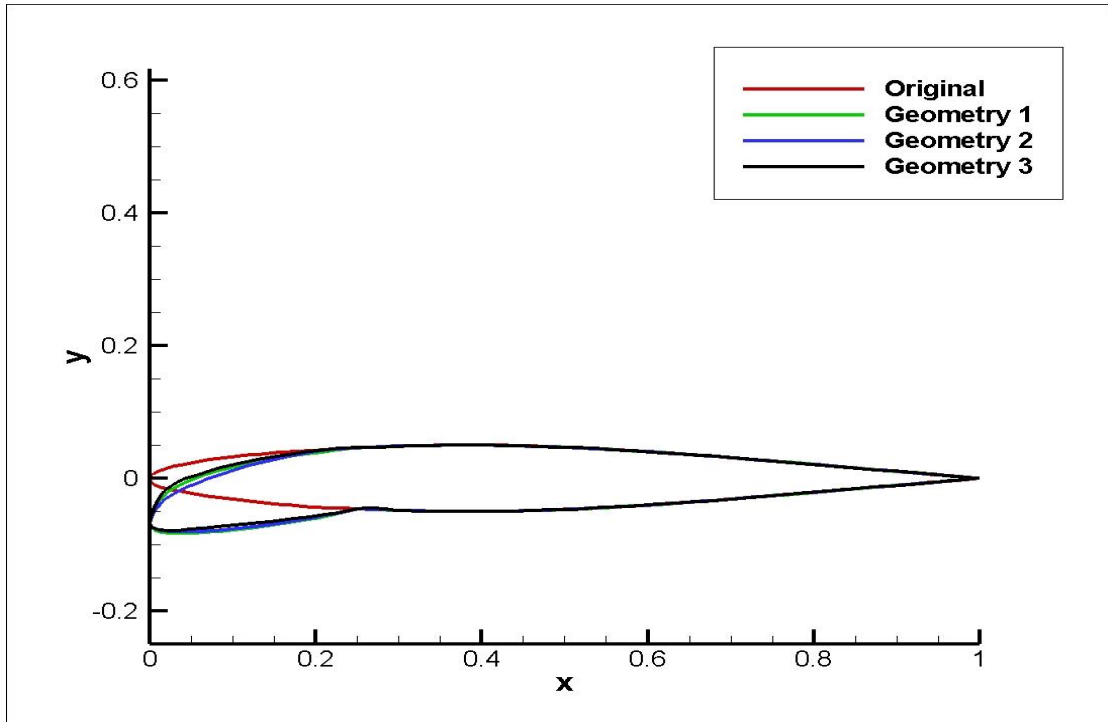
3.2 Εφαρμογή Μεθοδολογίας

Όπως αναφέραμε και στην ενότητα 2.3 τα 7 σημεία ελέγχου της καμπύλης Bezier που αποτελεί το παραμορφώσιμο τμήμα της αεροτομής (μεταβλητός σχεδιασμού) έχουν τετμημένα που κυμαίνεται μεταξύ 0 και 0.25 της χορδής. Τα 7 αυτά σημεία δεν έχουν το ίδιο διάστημα κίνησης κατά τον άξονα y ενώ κατά τον άξονα x είναι ακίνητα. Το μεγαλύτερο διάστημα κίνησης έχουν τα σημεία κοντά στο 0 ενώ το μικρότερο τα σημεία κοντά στο 0.25. Αυτό συμβαίνει ώστε οι γεωμετρικές που θα προκύψουν να μην παρουσιάζουν μεγάλες ασυνέχειες. Τα δύο σημεία με τετμημένα 0.25 είναι σταθερά αφού συνδέουν το παραμορφώσιμο και το απαραμόρφωτο τμήμα της αεροτομής. Οι τετμημένες των 7 σημείων, καθώς και τα διαστήματα κίνησης των τεταγμένων τους δίνονται παρακάτω :

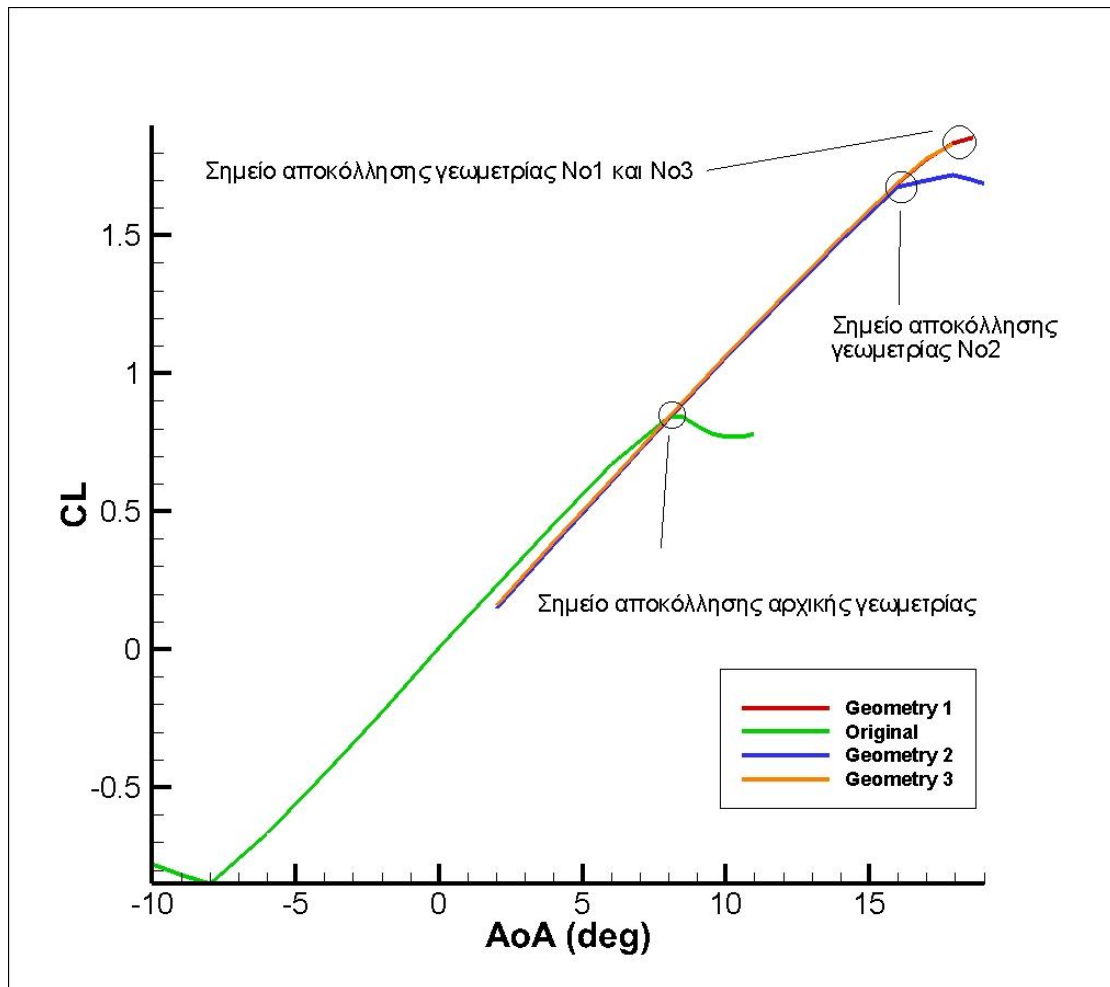
X	Y _{min}	Y _{max}
0.1400000	-0.09	-0.0589837505657
0.0700000	-0.09	-0.0526058686352
0.0012500	-0.10	-0.0631186427004
0.0000000	-0.07	-0.0325721456314
0.0012500	-0.03	0.0095836386797
0.0700000	-0.01	0.0301363586749
0.1400000	0.01	0.0516557456863

Πίνακας 1: Διαστήματα περιορισμού των σημείων ελέγχου της καμπύλης Bezier

Κάθε σημείο είναι ελεύθερο να κινείται στο διάστημα που του έχουμε ορίσει και ο κώδικας δοκιμάζει κάθε πιθανό συνδυασμό. Οι συνδυασμοί που τηρούν τους περιορισμούς και ικανοποιούν τη συνάρτηση βελτιστοποίησης (αύξηση του C_{Lmax}) αποτελούν αποδεκτές λύσεις. Στην προκειμένη περίπτωση πήραμε 3 βελτιωμένες γεωμετρικές που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



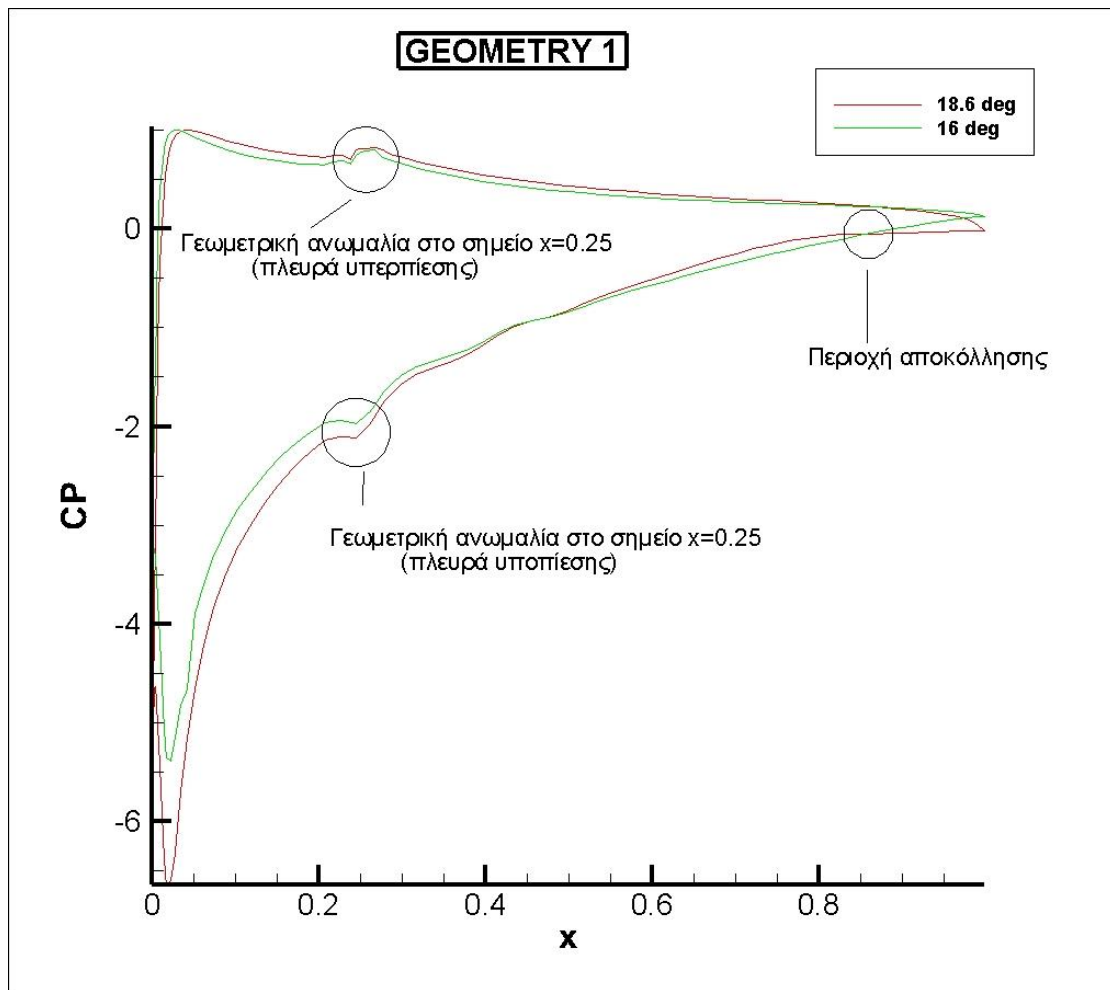
Σχήμα 3.2: Οι 3 γεωμετρίες που προκύπτουν μαζί με την αρχική (κανονική εικόνα και μεγέθυνση στην ακμή πρόσπτωσης)



Σχήμα 3.3: Καμπύλη C_L – AoA (Angle of Attack).

Στο σχήμα 3.3 συγκρίνονται οι μεταβολές C_L -AoA για την αρχική και τις τρεις τροποποιημένες γεωμετρίες. Οι υπολογισμοί περιορίστηκαν στις θετικές γωνίες πρόσπτωσης που έχουν πρακτικό ενδιαφέρον στη συγκεκριμένη εφαρμογή.

Όπως βλέπουμε στις βελτιωμένες γεωμετρίες η αποκόλληση γίνεται πολύ αργότερα απ' ότι στην αρχική γεωμετρία. Η αποκόλληση γίνεται στο σημείο όπου η καμπύλη C_L -AoA αλλάζει κλίση σε σχέση με αυτή της γραμμικής περιοχής. Η αρχική γεωμετρία εμφανίζει αποκόλληση περίπου στις 8° ενώ η γεωμετρία Νο2 περίπου στις 16° . Οι γεωμετρίες Νο1 και Νο3 εμφανίζουν αποκόλληση περίπου στις 18° . Επίσης, βλέπουμε και μεγάλη αύξηση στο C_{Lmax} . Από $C_{Lmax} \approx 0.70$ που έχει η αρχική γεωμετρία φτάνουμε σε $C_{Lmax} \approx 1.85$ στις βελτιωμένες γεωμετρίες.



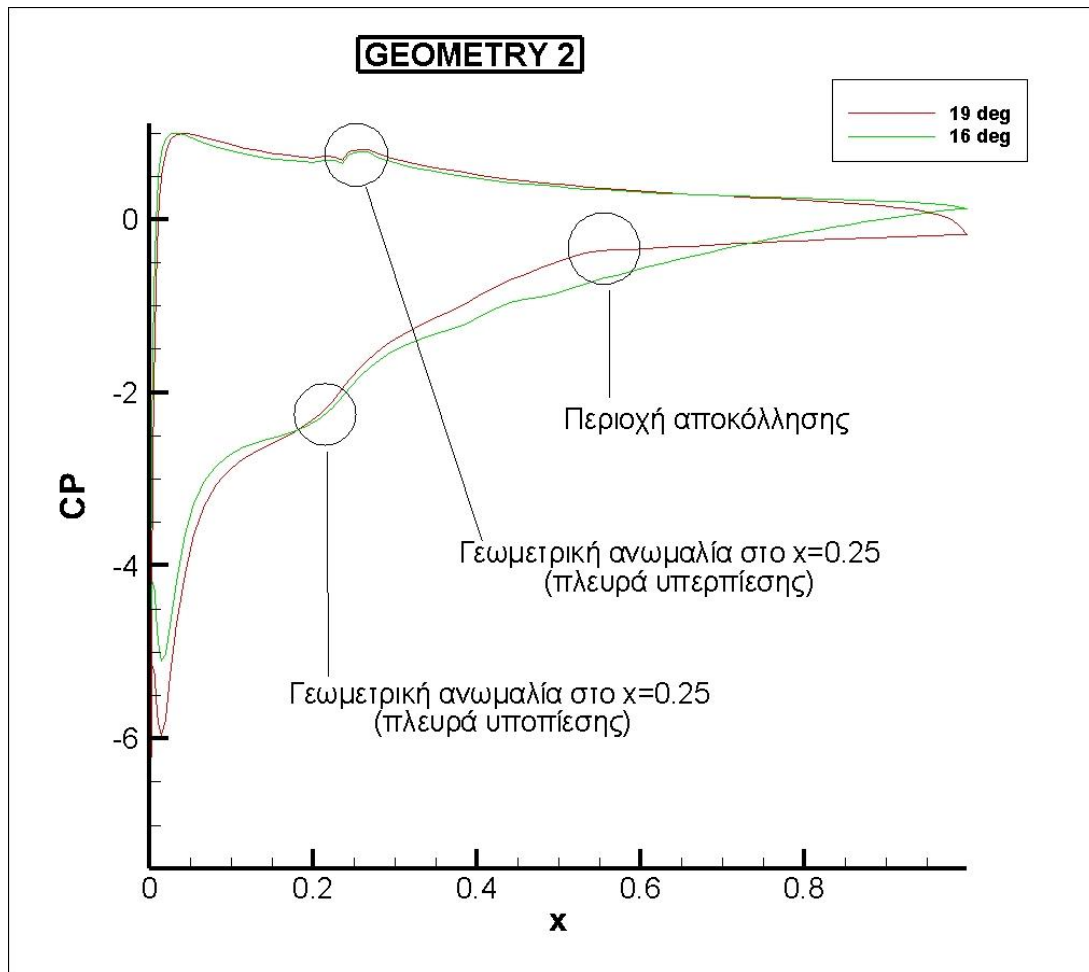
Σχήμα 3.4: Καμπύλη $C_p - x$ για την γεωμετρία No1 .

Το σχήμα 3.4 δείχνει την μεταβολή του C_p κατά μήκος της αεροτομής No1. Το κάτω μέρος της καμπύλης αντιστοιχεί στην πλευρά υποπίεσης και το κάτω μέρος της καμπύλης στην πλευρά υπερπίεσης. Παρατηρούμε τρεις περιοχές ενδιαφέροντος στην καμπύλη: την περιοχή μετάβασης, την περιοχή αποκόλλησης και τις περιοχές γεωμετρικής ασυνέχειας στο σημείο που ξεκινά η παραμόρφωση της αεροτομής.

Η περιοχή μετάβασης είναι η περιοχή στην οποία η ροή από στρωτή (laminar) γίνεται τυρβώδης (turbulent). Η περιοχή αυτή είναι στο $x \approx 0.04$.

Η περιοχή αποκόλλησης είναι η περιοχή όπου έχουμε αποκόλληση του οριακού στρώματος. Μετά την αποκόλληση, το C_p παίρνει μια σταθερή τιμή (γι' αυτό και μετά την αποκόλληση η καμπύλη είναι παράλληλη με τον άξονα των x , ενώ πριν έχει θετική κλίση). Για γωνία πρόσπτωσης ίση με 16 μοίρες δεν έχει γίνει ακόμη αποκόλληση του οριακού στρώματος. Στις 18.6 μοίρες εμφανίζεται όμως η αποκόλληση. Από το σημείο αποκόλλησης ($x \approx 0.83$) και μετά το C_p παραμένει σταθερό και περίπου ίσο με -0.1.

Οι γεωμετρικές ασυνέχειες που εμφανίζονται στα σημεία όπου ξεκινά η παραμόρφωση ($x=0.25$) προκαλούν αντίστοιχες ανωμαλίες στη μεταβολή του C_p όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4.

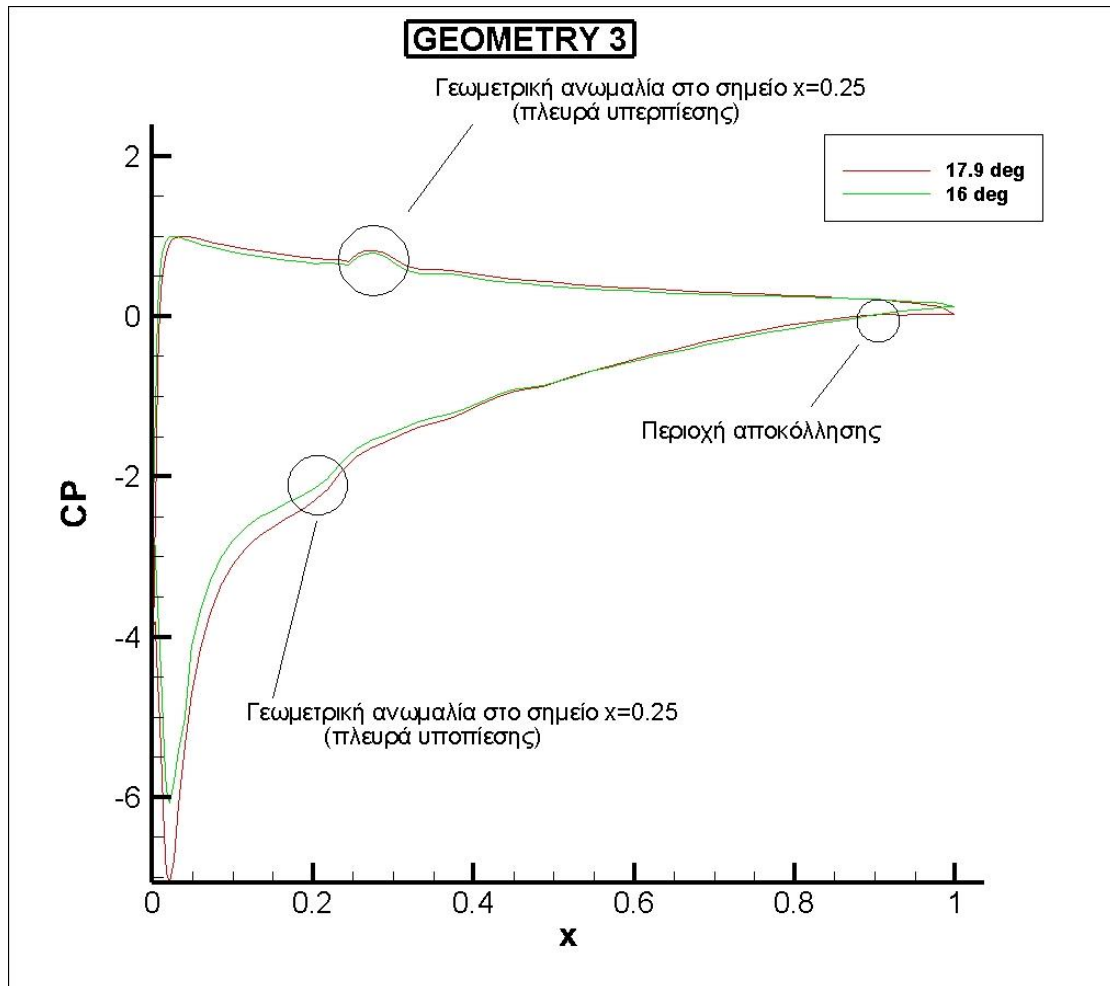


Σχήμα 3.5: Καμπύλη $C_p - x$ για την γεωμετρία No2

Η περιοχή μετάβασης για την γεωμετρία No2 είναι στο $x \approx 0.03$ αλλά δεν είναι ορατή στη μεταβολή του C_p .

Για γωνία πρόσπτωσης ίση με 16 μοίρες δεν έχει γίνει ακόμη αποκόλληση του οριακού στρώματος. Στις 19 μοίρες εμφανίζεται όμως η αποκόλληση. Από το σημείο αποκόλλησης ($x \approx 0.55$) και μετά το C_p παραμένει σταθερό και περίπου ίσο με -0.4.

Οι περιοχές της γεωμετρικής ασυνέχειας στις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης ($x=0.25$) φαίνονται στο σχήμα 3.5. Η μεταβολή της γεωμετρίας και συνεπώς η ασυνέχεια πίεσης στην πλευρά υποπίεσης είναι ομαλότερες για την γεωμετρία No2 από αυτές της γεωμετρίας No1.



Σχήμα 3.6: Καμπύλη $C_p - x$ για την γεωμετρία

Η περιοχή μετάβασης για την γεωμετρία No3 είναι στο $x \approx 0.04$.

Για γωνία πρόσπτωσης ίση με 16 μοίρες δεν έχει γίνει ακόμη αποκόλληση του οριακού στρώματος. Στις 17.9 μοίρες εμφανίζεται όμως η αποκόλληση. Από το σημείο αποκόλλησης ($x \approx 0.9$) και μετά το C_p παραμένει σταθερό και περίπου ίσο με -0.01.

Οι περιοχές της γεωμετρικής ασυνέχειας στα σημεία που ξεκινά η παραμόρφωση ($x=0.25$) φαίνονται στο σχήμα 3.6. Η ασυνέχεια της γεωμετρίας No3 στην πλευρά υποπίεσης είναι ομαλότερη απ τις αντίστοιχες ασυνέχειες των γεωμετριών No1 και No2 .

3.2.2 Αποτίμηση αποτελεσμάτων

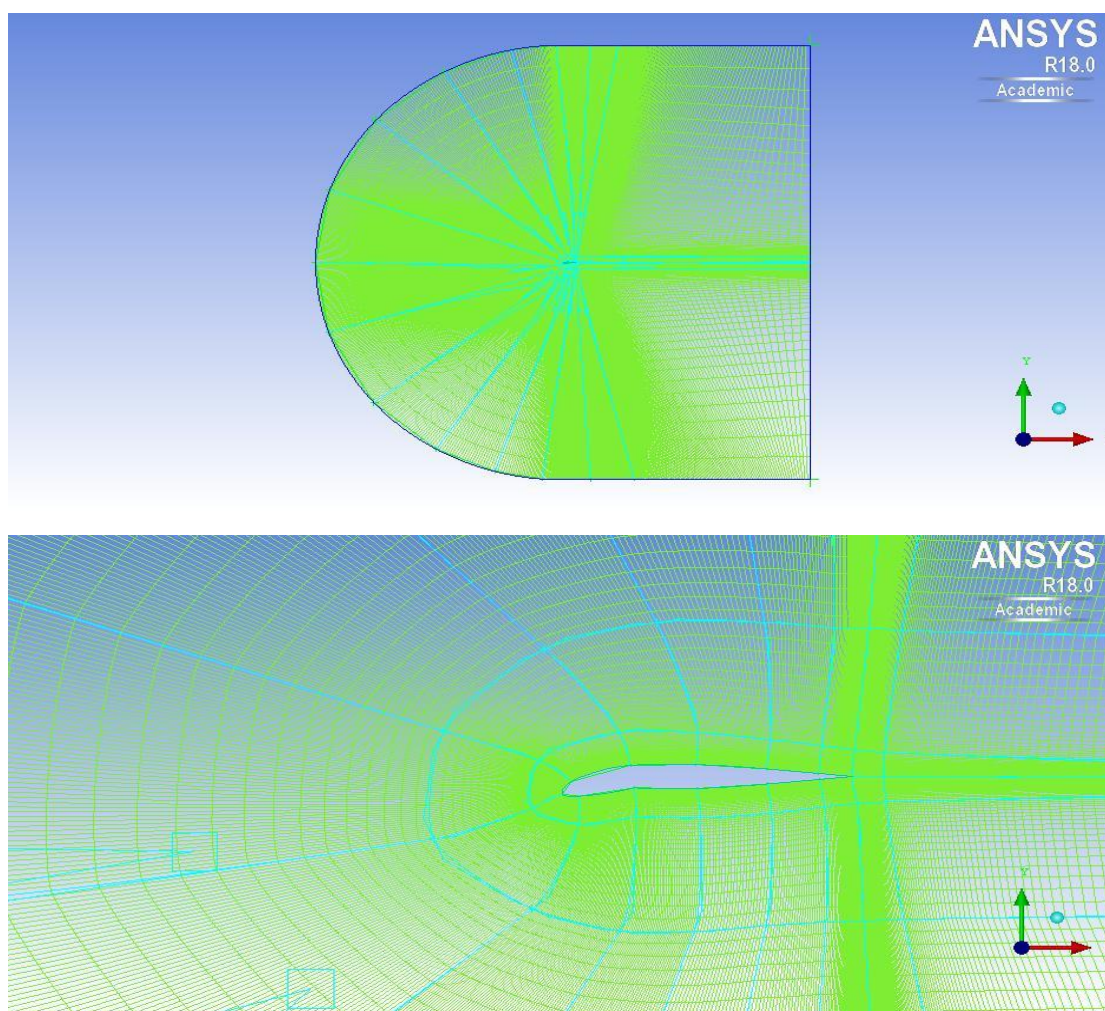
Τα αποτελέσματα έδειξαν αύξηση του C_{Lmax} σε σχέση με το C_{Lmax} της αρχικής γεωμετρίας κατά 120%, 105% και 116% για τις γεωμετρίες No1, No2 και No3 , αντίστοιχα. Επίσης, από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι οι γεωμετρίες No1, No3 έχουμε μεγαλύτερο C_{Lmax} απ' ότι η γεωμετρία No2. Τα ποσοστά παραμόρφωσης εκφράζονται με την μεταβολή του μήκους του τμήματος που παραμορφώνεται. Για την γεωμετρία No1 έχουμε 3.66% μεταβολή στο μήκος σε σχέση με την αρχική. Για τις γεωμετρίες No2 και No3 έχουμε 3.58% και 3.14 % μεταβολή στο μήκος

,αντίστοιχα,Στο σημείο που ξεκινά η παραμόρφωση, η γεωμετρία No3 έχει πιο ομαλή γεωμετρική μετάβαση στην πλευρά υποπίεσης, ενώ και οι τρεις γεωμετρίες έχουν μια έντονη ασυνέχεια στην πλευρά υπερπίεσης η οποία επιδέχεται περαιτέρω βελτίωση.

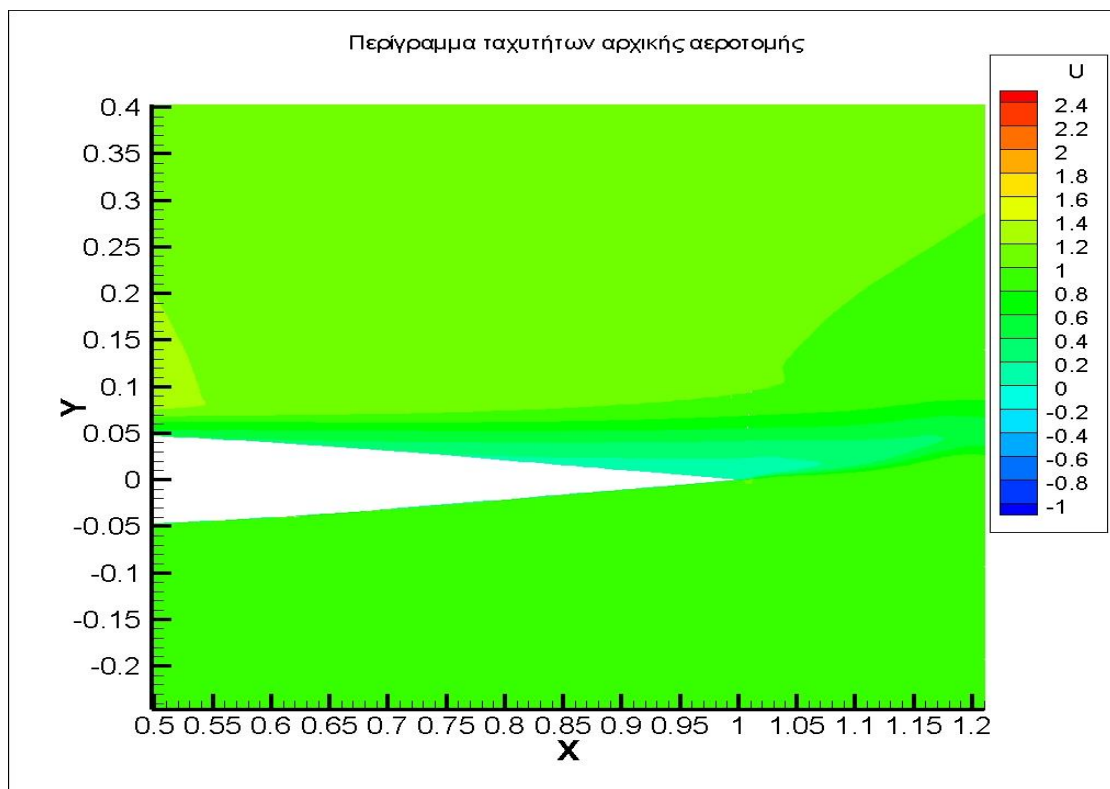
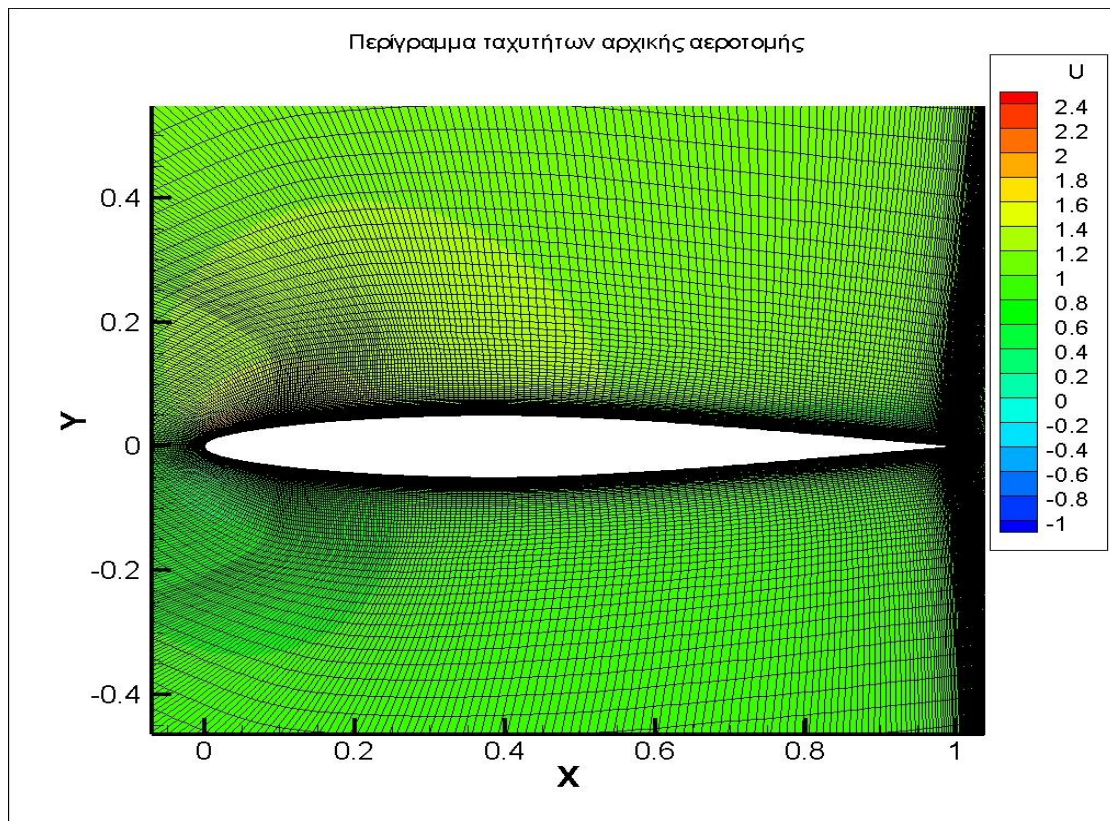
3.3 Πιστοποίηση μέσω αεροδυναμικού κώδικα CFD (MaPFlow)

Σε αυτό το στάδιο τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης θα πιστοποιηθούν με μια αξιόπιστη μέθοδο επίλυσης των συμπιεστών εξισώσεων URANS, τον κώδικα MaPFlow.

Για να ξεκινήσουμε την μελέτη των τριων γεωμετριών που επιλέχθηκαν δημιουργήσαμε μέσω του προγράμματος ICEM της ANSYS (<https://www.ansys.com/>) κατάλληλο υπολογιστικό πλέγμα τύπου C γύρω από κάθε γεωμετρία. Παρακάτω φαίνεται το πλέγμα που σχεδιάστηκε για την γεωμετρία No2.

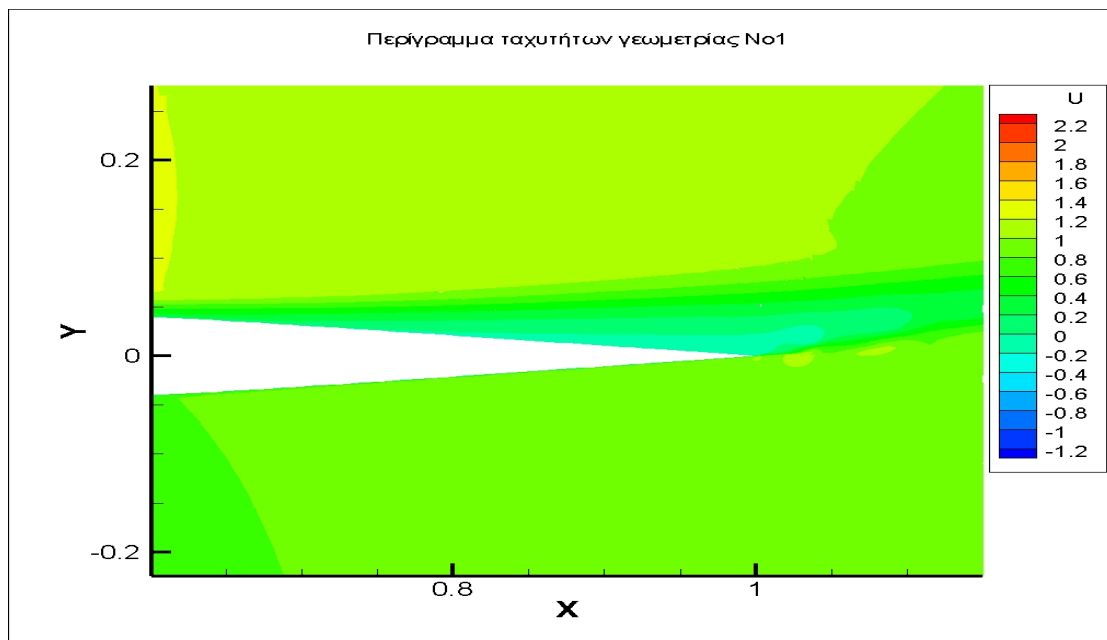
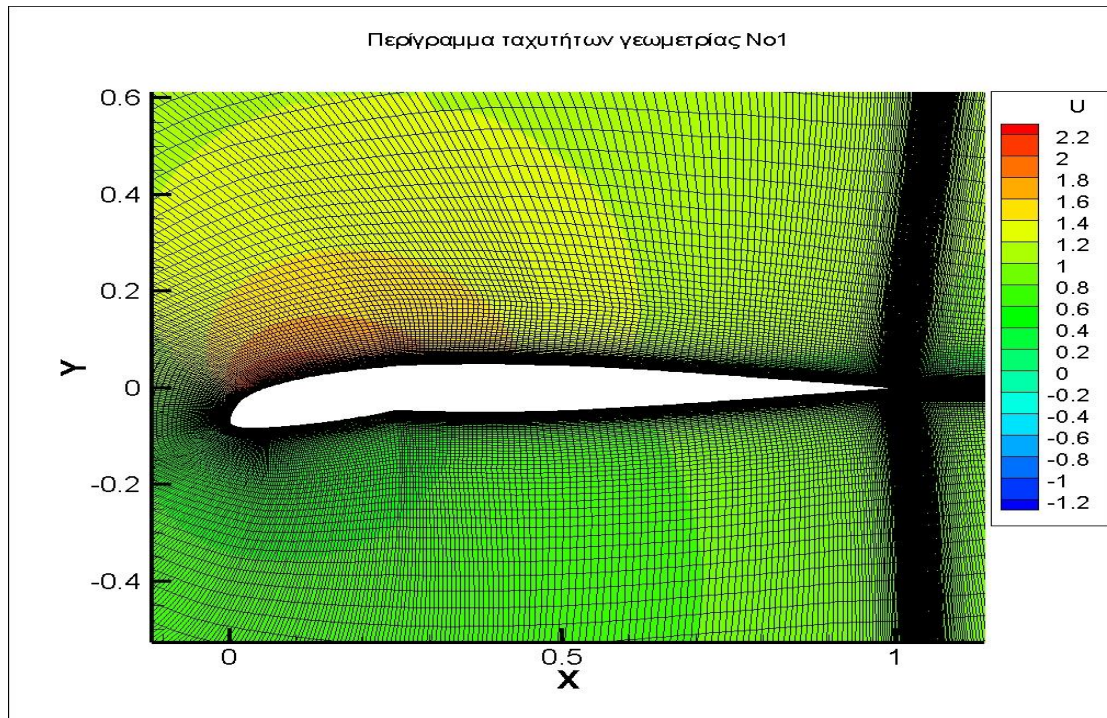


Σχήμα 3.7: Πλέγμα τύπου C για την γεωμετρία No2 (ολόκληρο πάνω και εστιασμένο κάτω).



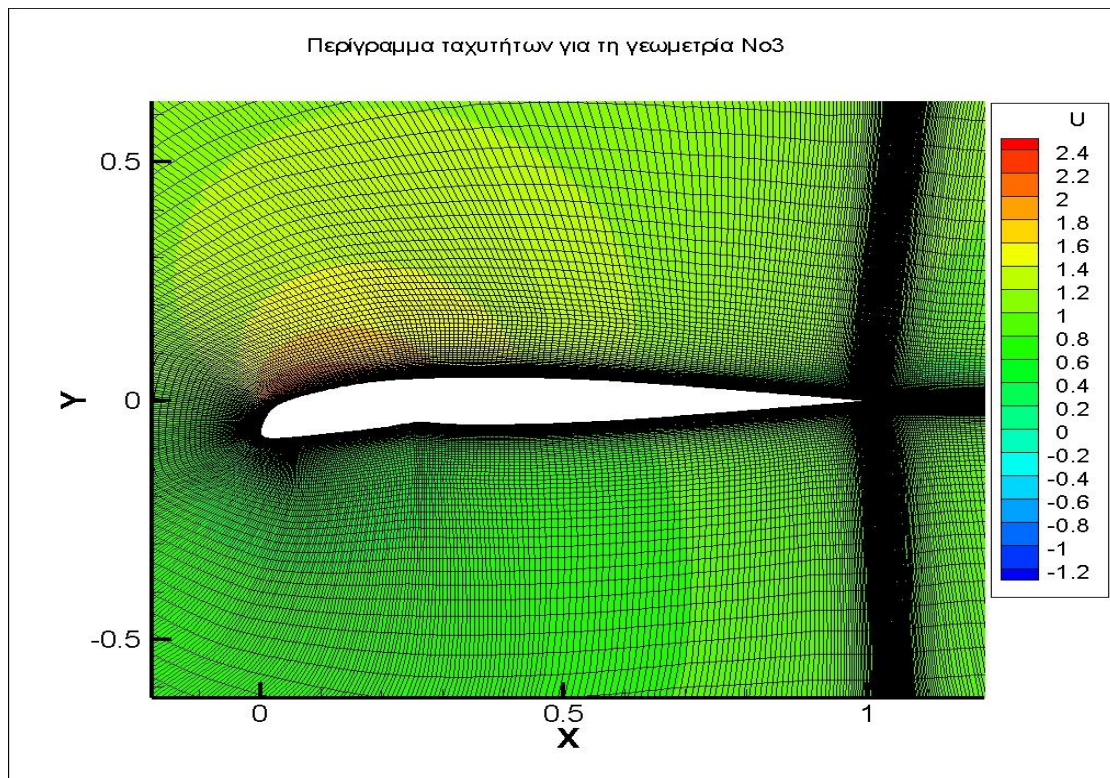
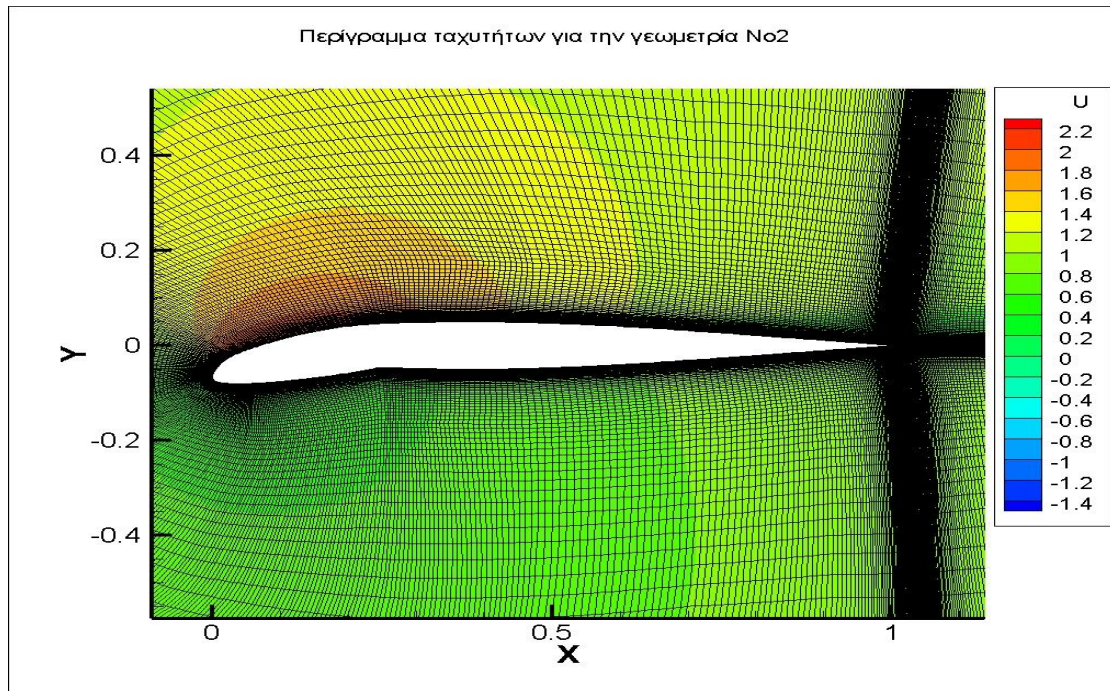
Σχήμα 3.8: Υπολογιστικό πλέγμα και ισοταχείς (u-συνιστώσα ταχύτητας) για την αρχική αεροτομή σε γωνία πρόσπτωσης 11° (το κάτω σχήμα εστιάζει στις ισοταχείς στην περιοχή της ακμής εκφυγής)

Η προσομοίωση που έγινε με τον MarFlow αναφέρεται στους ίδιους αριθμούς Mach και Reynolds που χρησιμοποιήσαμε και στον κώδικα Foil2w. Οι συνθήκες είναι μεταβατικής ροής και το μοντέλο μετάβασης είναι το e^N με $N=9$, όπως δηλαδή και στον κώδικα Foil2w. Στο σχήμα 3.8 απεικονίζονται το υπολογιστικό πλέγμα και οι ισοταχείς της u-συνιστώσας της ταχύτητας γύρω από την αρχική γεωμετρία. Στη μεγέθυνση βλέπουμε την περιοχή της αποκολλημένης ροής στο επάνω μέρος της αεροτομής, δηλαδή την περιοχή όπου η ταχύτητα γίνεται αρνητική (οι αρνητικές ταχύτητες απεικονίζονται με αποχρώσεις του μπλε).



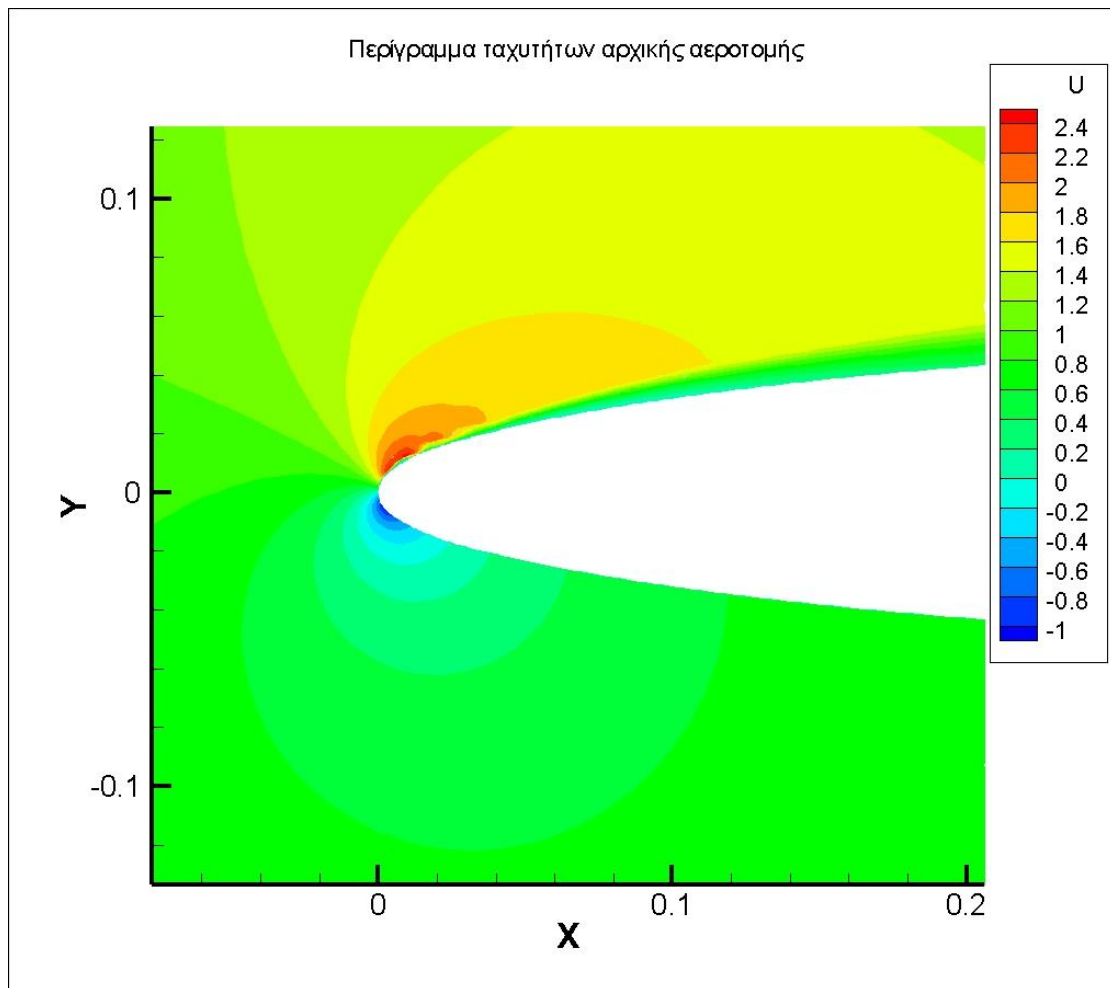
Σχήμα 3.9: Υπολογιστικό πλέγμα και ισοταχείς (u-συνιστώσα ταχύτητας) για την γεωμετρία Νο1 σε γωνία πρόσπτωσης 20° (το κάτω σχήμα εστιάζει στις ισοταχείς στην περιοχή της ακμής εκφυγής)

Στο σχήμα 3.9 απεικονίζονται το υπολογιστικό πλέγμα και οι ισοταχείς της u-συνιστώσας της ταχύτητας γύρω από τη γεωμετρία Νο1. Παρατηρούμε πως το σημείο αποκόλλησης προλέγεται περίπου στο $x \approx 0.80$.

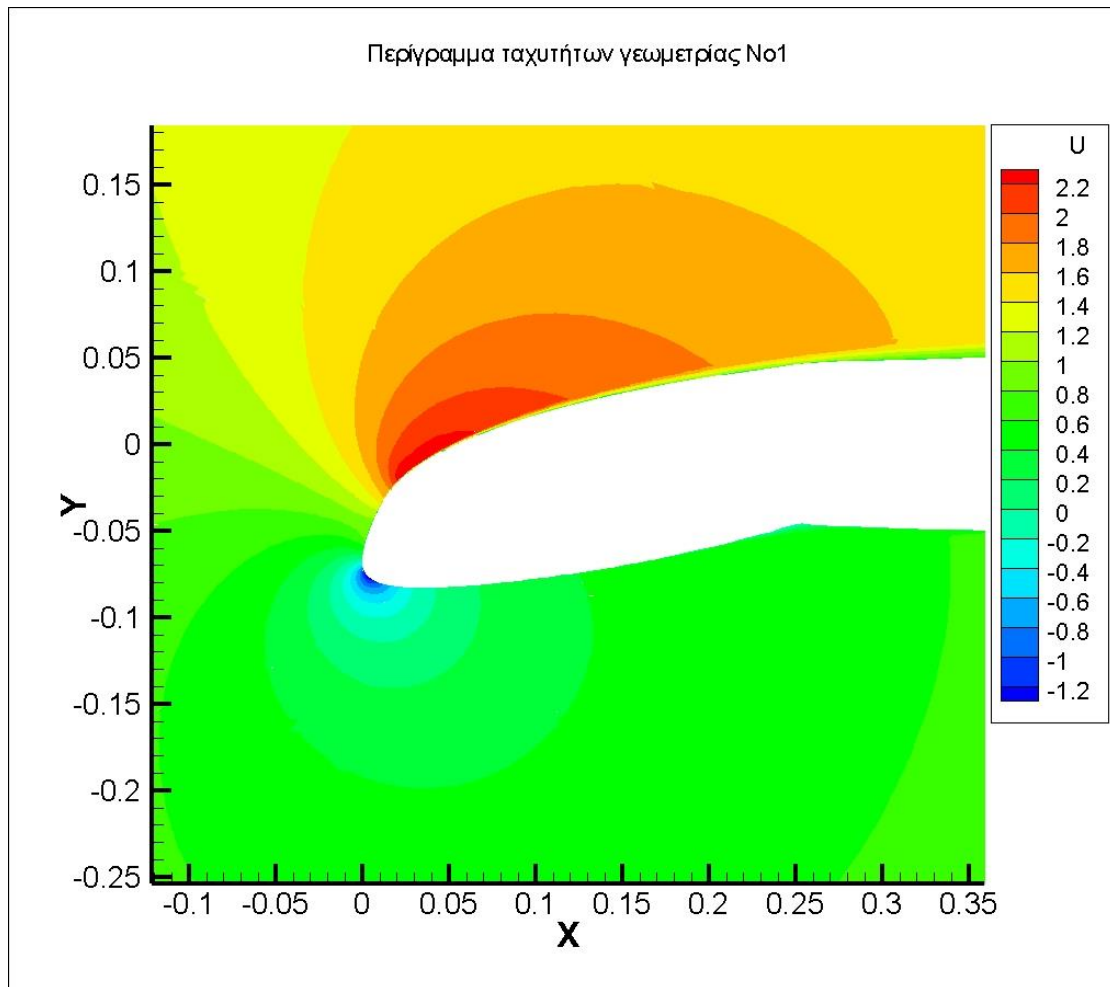


Σχήμα 3.10: Υπολογιστικό πλέγμα και ισοταχείς (u-συνιστώσα ταχύτητας) για τις γεωμετρίες Νο2 και Νο3 σε γωνία πρόσπτωσης 20°

Σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρούμε επιτάχυνση της ροής στην πλευρά υποπίεσης (πάνω πλευρά) . Επίσης, η περιοχή αποκόλλησης της ροής , σε όλες τις περιπτώσεις , παρατηρείται κοντά στην ακμή εκφυγής.Όσον αφορά τη γωνία πρόσπτωσης , για την αρχική γεωμετρία παρατηρείται αποκόλληση ροής ήδη απ’ τις 8° , ενώ στις τροποποιημένες γεωμετρίες η αποκόλληση παρατηρείται περίπου στις 19° - 20° .Στην αρχική γεωμετρία το σημείο ανακοπής για τις μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης παρατηρείται στην πλευρά υπερπίεσης (κάτω πλευρά), ενώ στις τροποποιημένες γεωμετρίες είναι πλησιέστερα στην ακμή πρόσπτωσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ομαλότερη μεταβολή πίεσης και καθυστέρηση της εμφάνισης αποκόλλησης της ροής.Αυτό φαίνεται στα σχήματα 3.11 και 3.12 :



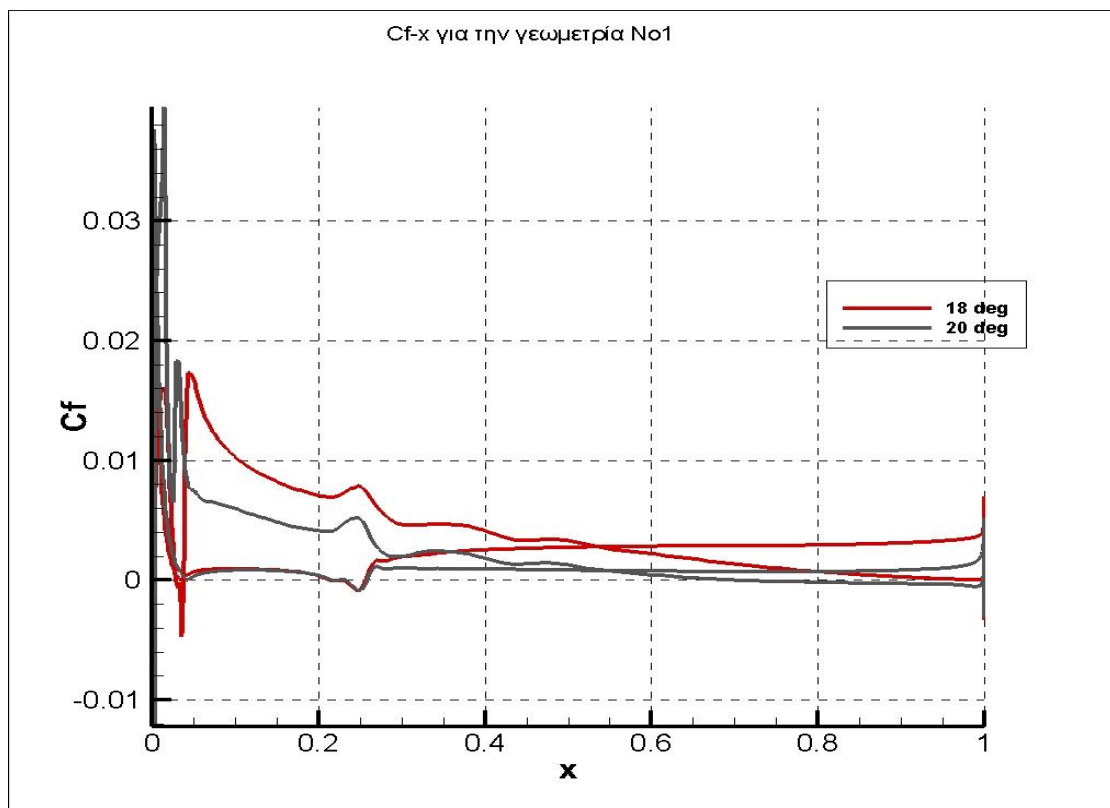
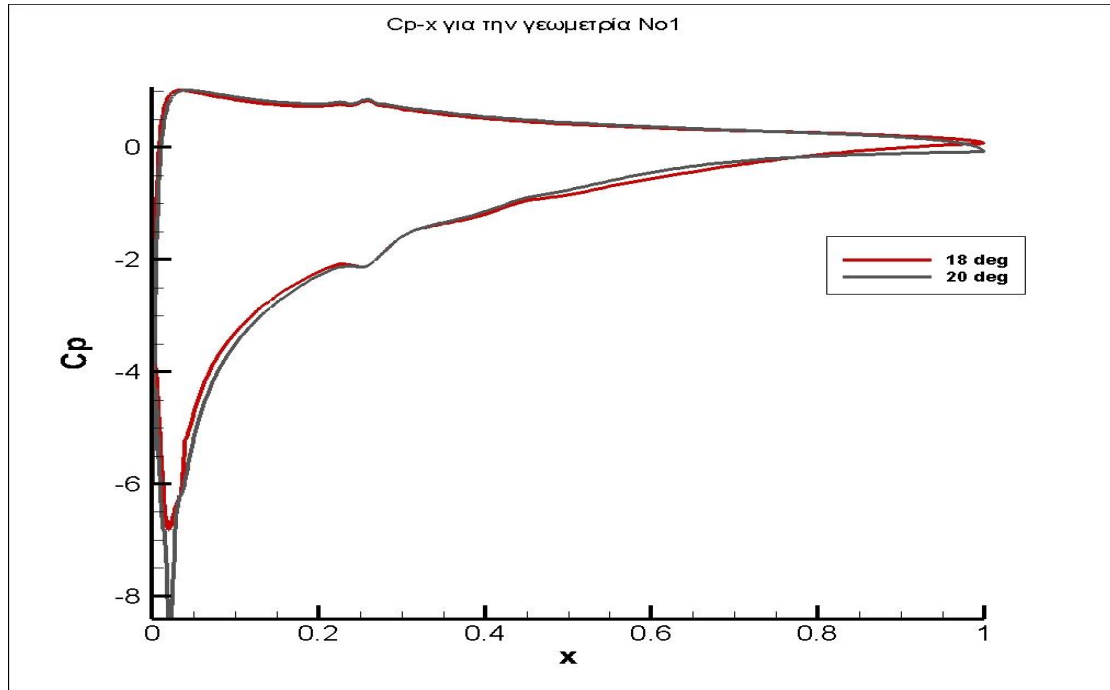
Σχήμα 3.11: Ισοταχείς (u-συνιστώσα ταχύτητας) για την αρχική γεωμετρία σε γωνία πρόσπτωσης 11° (το σχήμα εστιάζει στις ισοταχείς στην περιοχή της ακμής πρόσπτωσης)



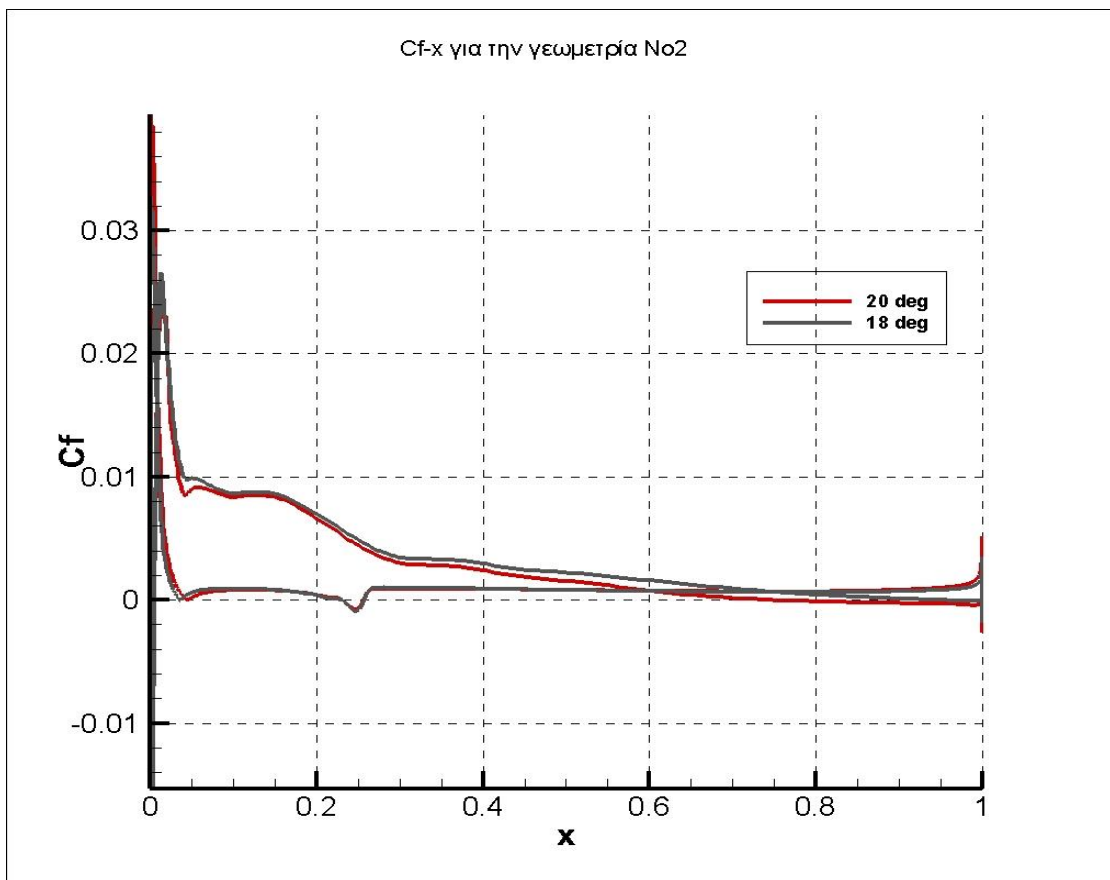
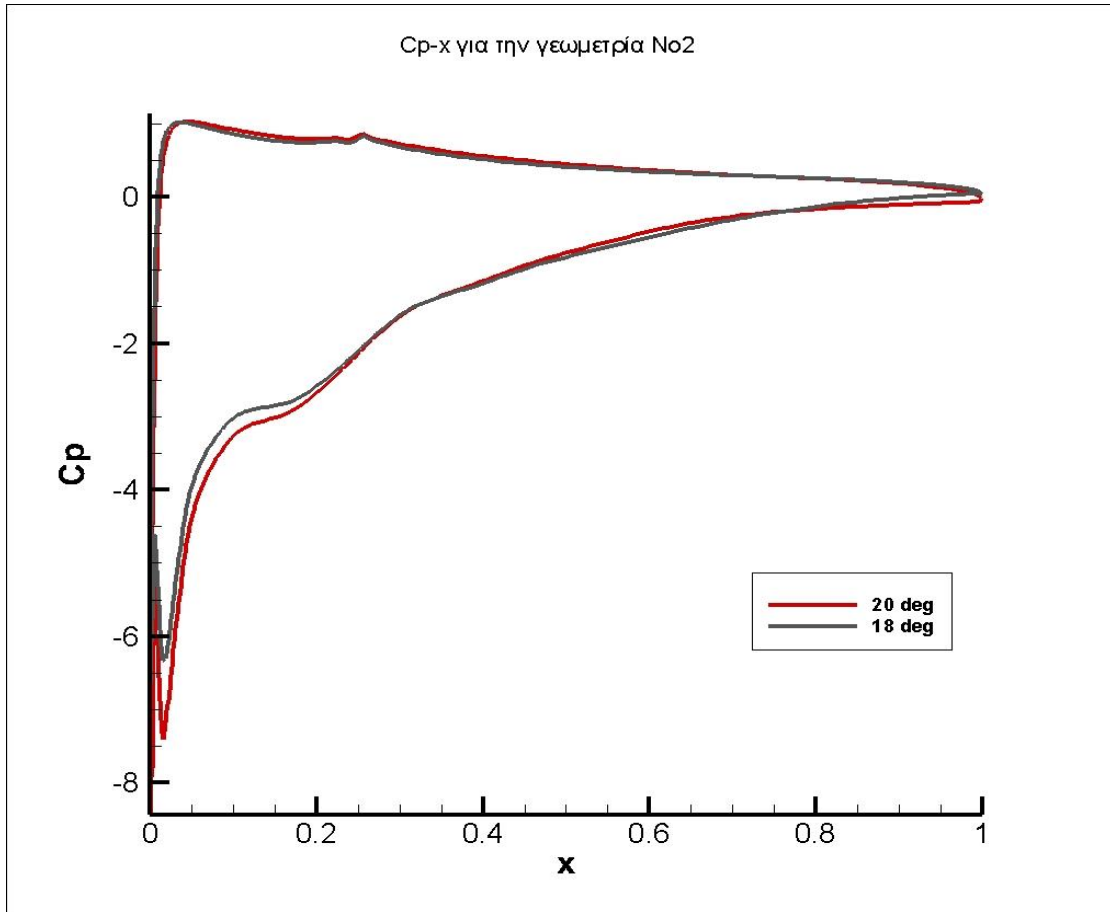
Σχήμα 3.12: Ισοταχείς (u-συνιστώσα ταχύτητας) για την γεωμετρία Νο1 σε γωνία πρόσπτωσης 20°(το σχήμα εστιάζει στις ισοταχείς στην περιοχή της ακμής πρόσπτωσης)

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις $C_p - x$ και $C_f - x$ για τις 3 βελτιωμένες γεωμετρίες. Και στις 3 γεωμετρίες η αποκόλληση της ροής πραγματοποιείται κοντά στις 20 μοίρες, όπως προκύπτει τόσο από την καμπύλη C_p , όσο και από αυτή του C_f που μας δίνει και την ακριβή θέση εμφάνισης της αποκόλλησης, όταν το C_f γίνεται αρνητικό. Τα συμπεράσματα αυτά είναι πολύ κοντά σε αυτά του Foil2w, όπως και η πρόλεξη των ασυνεχειών της πίεσης κοντά στις περιοχές όπου ξεκινά η παραμόρφωση της γεωμετρίας ($x=0.25$ της χορδής). Όσον αφορά την περιοχή ανακυκλοφορίας ο κώδικας Foil2w την υπερεκτιμά ελαφρώς σε σχέση με τον κώδικα MaPFlow. Με το Foil2w, για την γεωμετρία Νο1 η έκταση της περιοχής ανακυκλοφορίας (όπως προκύπτει από την καμπύλη του C_p) είναι ήδη στις 19° μεγαλύτερη από αυτή που προλέγει ο MaPFlow στις 20°. Επίσης, στη γεωμετρία Νο3, το Foil2w προλέγει την αποκόλληση στις 18° ενώ ο MaPFlow στις 20°. Ακόμη, παρατηρούμε ότι το Foil2w αργεί σε σχέση με το MaPFlow στη μετάβαση της ροής. Πιο συγκεκριμένα για γωνία πρόσπτωσης ίση με 6° το Foil2w βρίσκει την περιοχή μετάβασης στο 0.28, 0.28 και 0.13 για τις γεωμετρίες Νο1, Νο2 και Νο3, αντίστοιχα,

ενώ ο MaPFlow τις βρίσκει στα 0.27, 0.25 και 0.09 .Συνολικά μπορούμε να πούμε ότι οι δύο κώδικες έχουν μικρές διαφορές ως προς την πρόλεξη του πεδίου ροής και αναπαράγουν με παρόμοιο τρόπο τα βασικά χαρακτηριστικά του, όπως είναι η εμφάνιση της αποκόλλησης και το σημείο μετάβασης.

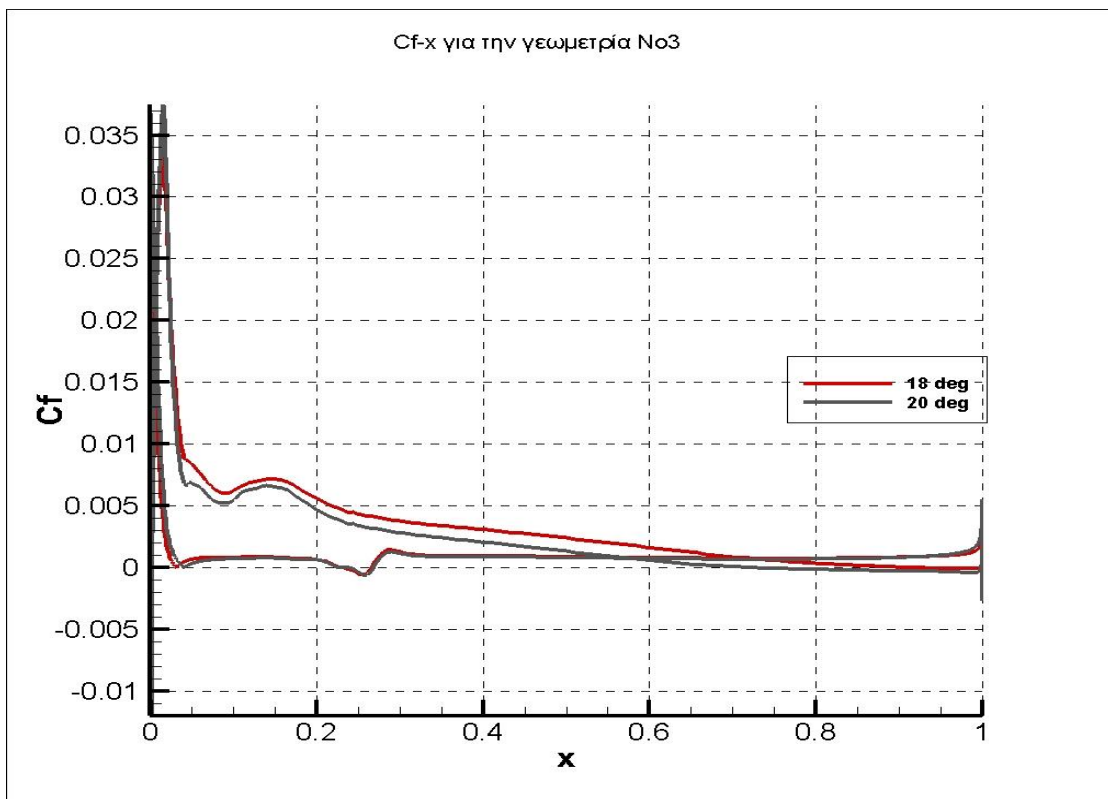
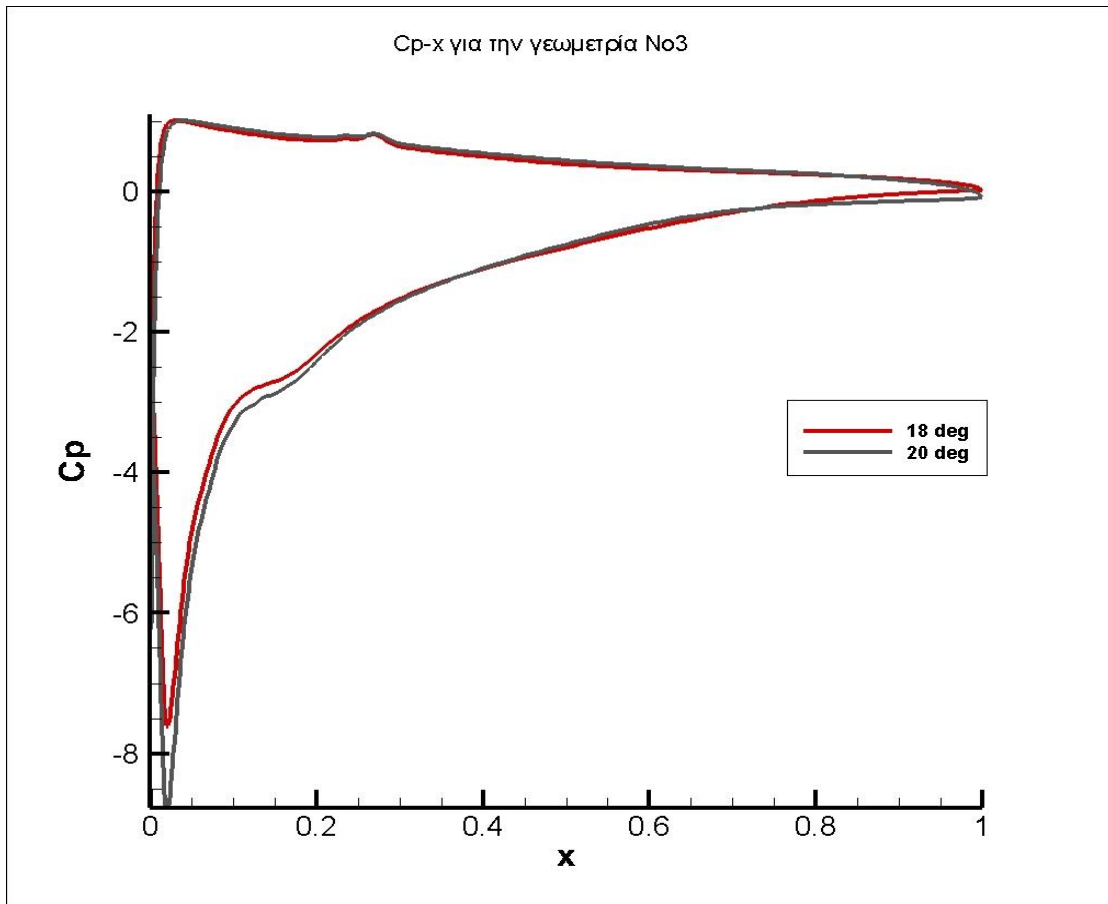


Σχήμα 3.13: $C_p - x$ και $C_f - x$ για την γεωμετρία No1



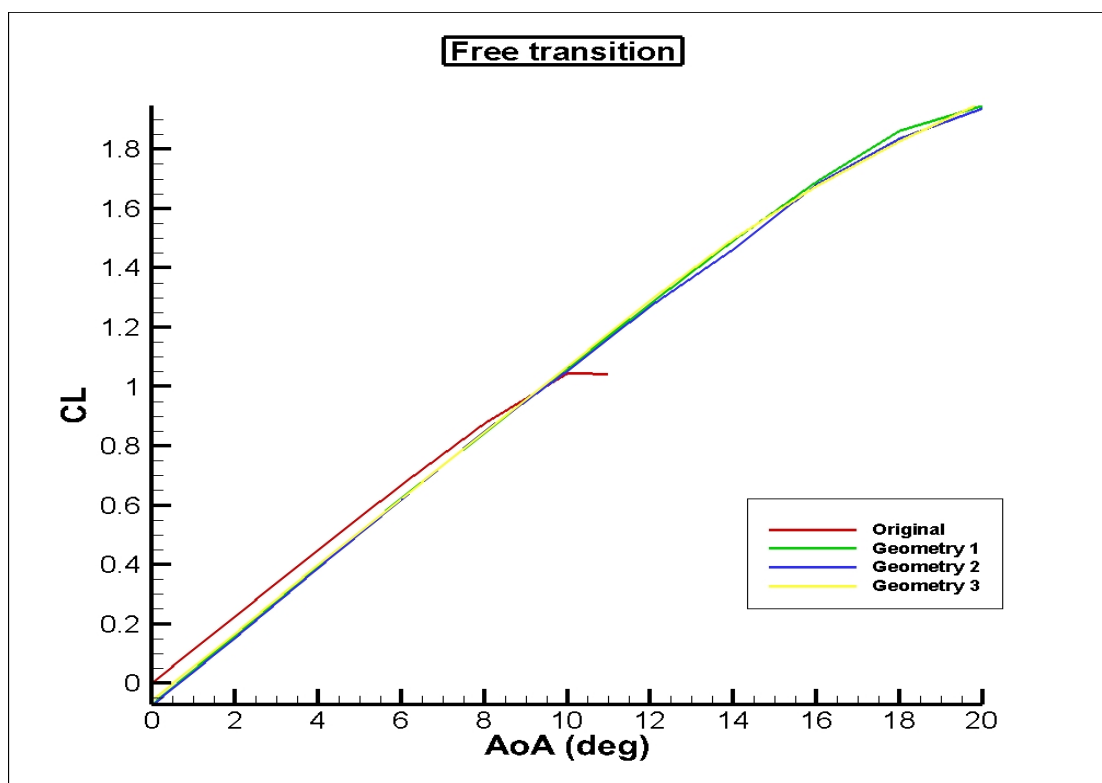
Σχήμα 3.14

$C_p - x$ και $C_f - x$ για την γεωμετρία No2



Σχήμα 3.15: $C_p - x$ και $C_f - x$ για την γεωμετρία Νο3.

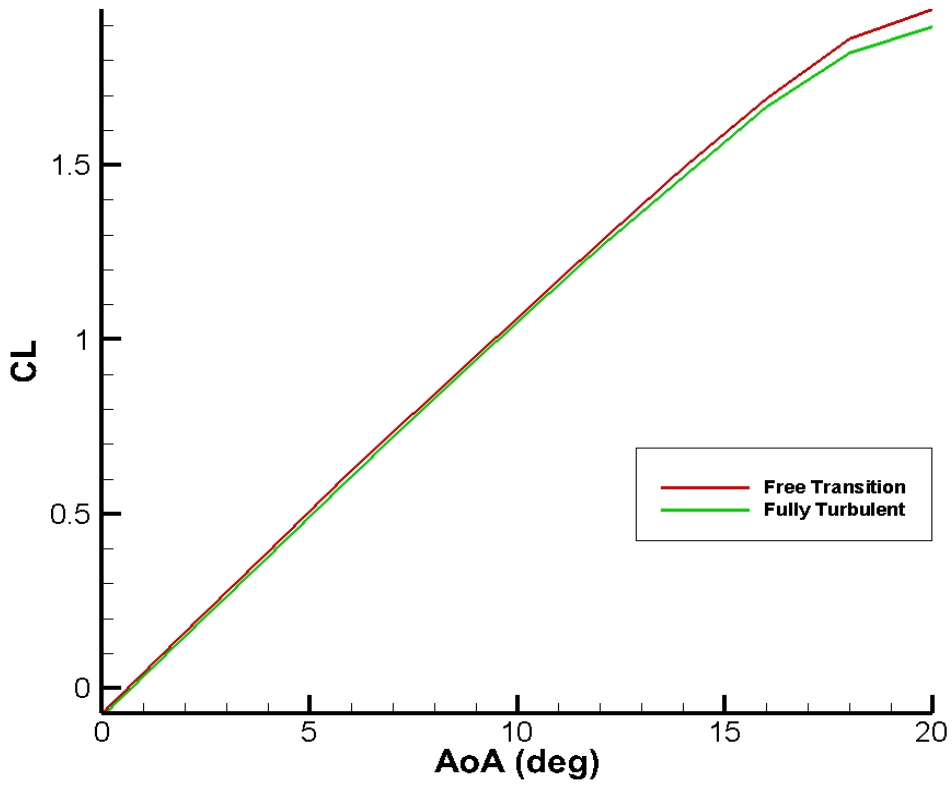
Η σύγκριση του C_L και των τριών γεωμετριών για μεταβατική ροή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



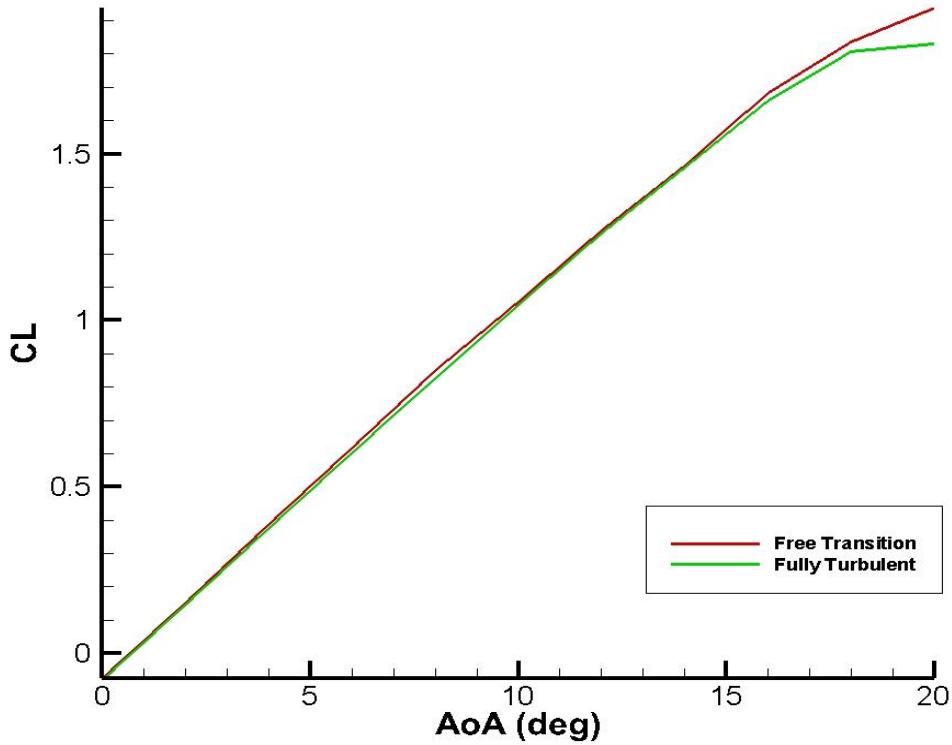
Σχήμα 3.16: Καμπύλη $C_L - AoA$ (deg)

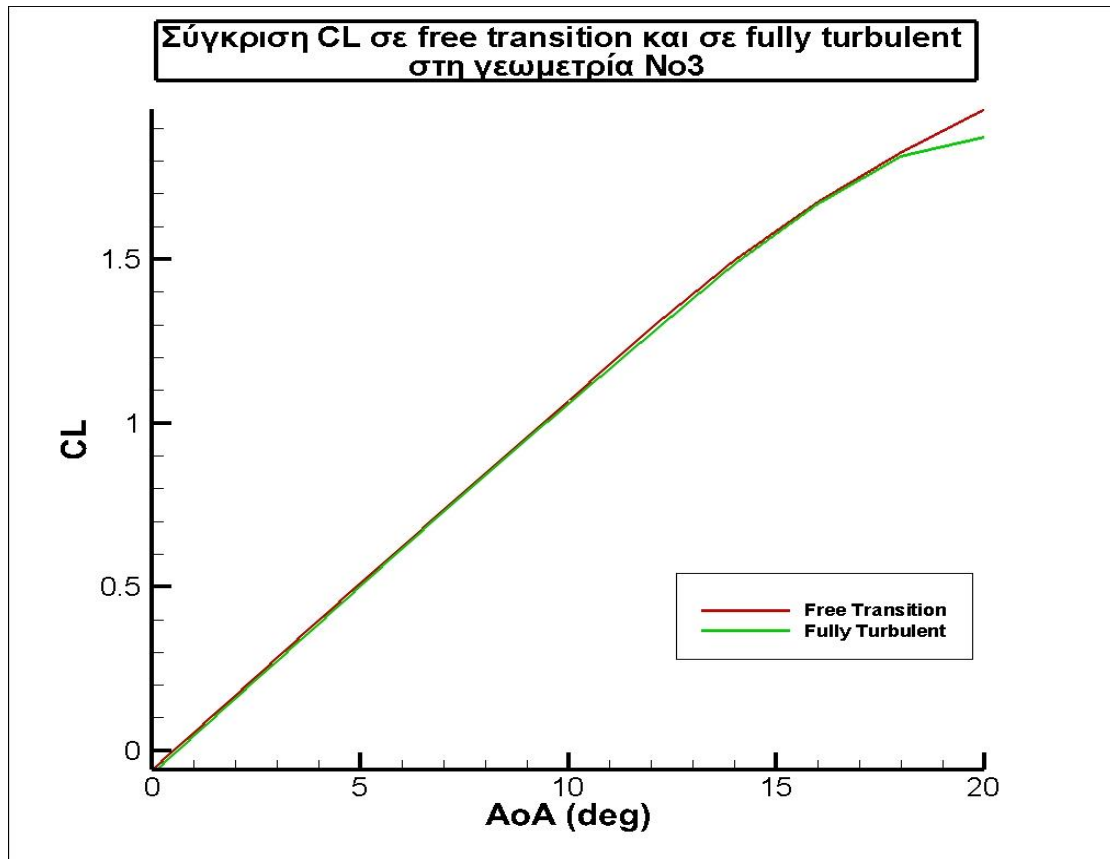
Στο σχήμα 3.17 παρουσιάζονται προλέξεις για πλήρως τυρβώδη ροή (fully turbulent) και συγκρίνονται με αυτές της μεταβατικής ροής (free transition) . Ο λόγος για τον οποίο παρουσιάζονται είναι επειδή η αριθμητική επίλυση των URANS είναι οικονομικότερη, απλούστερη και πιο συμπαγής για πλήρως τυρβώδη ροή. Γι' αυτό πολλές φορές προτιμάται όταν αναμένεται ότι τα αποτελέσματα δε διαφοροποιούνται σημαντικά σε σχέση με τις συνθήκες μεταβατικής ροής. Η προσέγγιση αυτή είναι ακριβής όταν η μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη πραγματοποιείται πολύ νωρίς, δηλαδή πολύ κοντά στην ακμή εκφυγής (μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης). Στο σχήμα 3.19 απεικονίζεται η πολική $C_L - AoA$ όπως προλέγεται για συνθήκες πλήρως τυρβώδους και μεταβατικής ροής. Αν και οι συνολικές διαφορές του C_L είναι μικρές, τόσο στην αρχική γεωμετρία, όσο και στις γεωμετρίες No1, No2 και No3 η προσομοίωση πλήρως τυρβώδους ροής έχει ως αποτέλεσμα την πρόλεξη της αποκόλλησης σε μικρότερη γωνία πρόσπτωσης και την υποεκτίμηση του C_{Lmax} .

Σύγκριση CL σε free transition και σε fully turbulent στη γεωμετρία Νο1



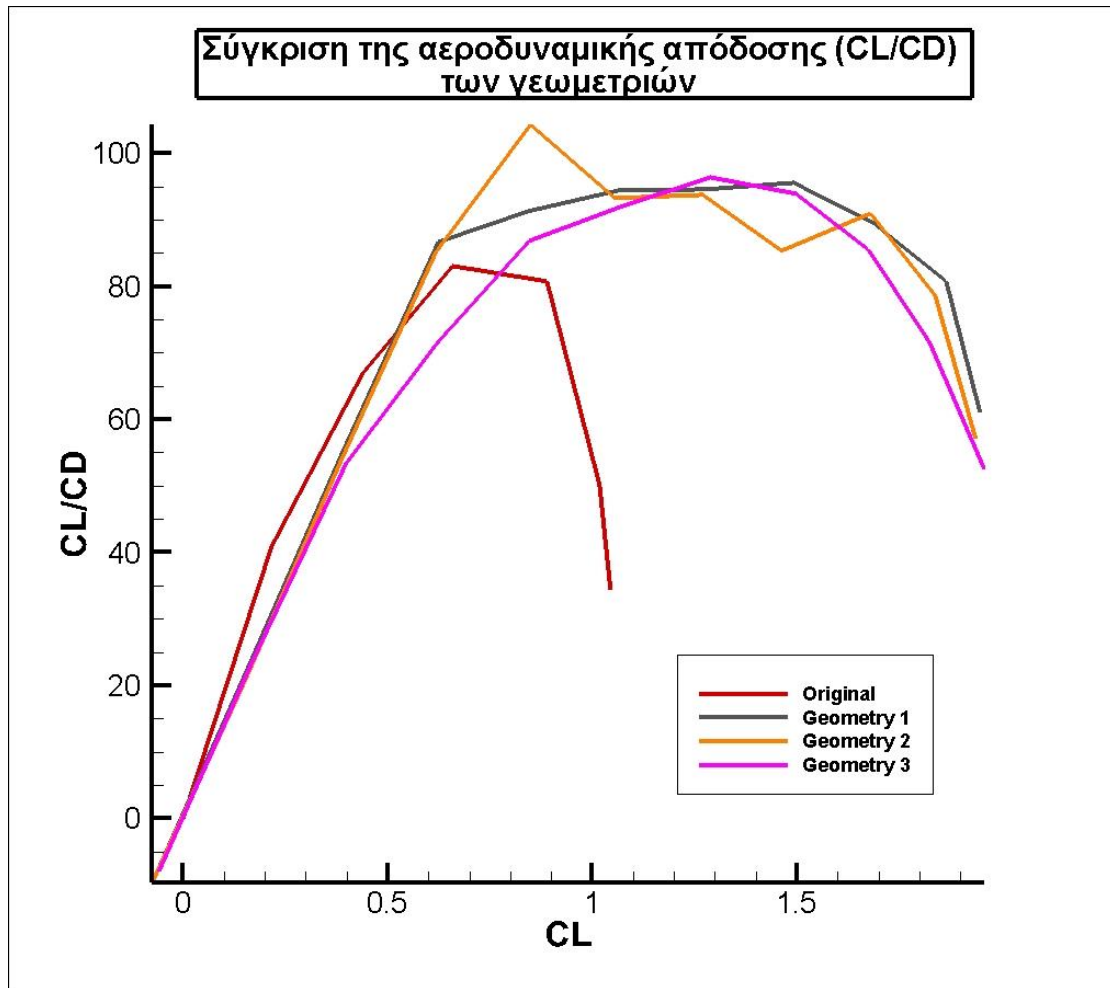
Σύγκριση CL σε free transition και σε fully turbulent στη γεωμετρία Νο2





Σχήμα 3.17: Σύγκριση C_L σε free transition και fully turbulent για τις τρεις βελτιωμένες γεωμετρίες

Αν και ο βασικό στόχος ήταν η αύξηση του C_{Lmax} σε σχέση με το C_{Lmax} της αρχικής γεωμετρίας, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μελέτη της αεροδυναμικής απόδοσης των επιλεγμένων γεωμετριών. Παρατηρώντας το σχήμα 3.18 φαίνεται ότι οι βελτιωμένες γεωμετρίες έχουν σαφώς καλύτερη αεροδυναμική απόδοση από την αρχική. Για τις 3 γεωμετρίες, η μέγιστη αεροδυναμική απόδοση C_L/C_D είναι μεγαλύτερη από 90 και εμφανίζεται σε υψηλό $C_L (>1)$, ενώ η αρχική γεωμετρία είχε μέγιστη αεροδυναμική απόδοση κοντά στο 80 η οποία εμφανίζεται σε αρκετά χαμηλότερο C_L (κοντά στο 0.5). Ιδιαίτερα η γεωμετρία Νο3 φαίνεται ότι εμφανίζει πολύ καλή αεροδυναμική συμπεριφορά, καθώς διατηρεί υψηλή απόδοση σε μεγάλο εύρος του C_L . Η μέγιστη τιμή αεροδυναμικής απόδοσης εμφανίζεται για $C_L \approx 1.5$ (αντιστοιχεί σε $AoA \approx 14^\circ$), αναμενόμενη συνθήκη λειτουργίας για υπεραντωτική διάταξη αεροπορικής πτέρυγας.



Σχήμα 3.18: Γραφική παράσταση της αεροδυναμικής απόδοσης σε σχέση με το C_L για την αρχική γεωμετρία και για τις τρεις βελτιωμένες γεωμετρίες.

Κεφάλαιο 4

Συμπεράσματα

4.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε μια μεθοδολογία σχεδιασμού υπεραντωτικών διατάξεων με κεκλιμένη ακμή πρόσπτωσης (droop nose) χρησιμοποιώντας παραμορφώσιμα υλικά (smart materials). Η επιλογή των τροποποιημένων αεροτομών έγινε μέσω μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης, η οποία μορφοποιεί την περιοχή κοντά στην ακμή προσβολής με ομαλές πολυωνυμικές καμπύλες και καταγράφει αυτές που εμφανίζουν αυξημένο C_{Lmax} σε σχέση με την αρχική γεωμετρία.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι είναι δυνατή η αύξηση του C_{Lmax} και η επιβράδυνση της αποκόλλησης της ροής σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης. Συγκεκριμένα προσδιορίστηκαν 3 γεωμετρίες, οι οποίες εμφάνισαν αυξημένο C_{Lmax} σε σχέση με την αρχική γεωμετρία κατά 120%, 105% και 116%. Επίσης, οι προλέξεις έδειξαν ότι, ενώ στην αρχική γεωμετρία η αποκόλληση εμφανίζεται στις 8°, στις βελτιωμένες γεωμετρίες εμφανίζεται στις 17°-18°. Στο σημείο που αρχίζει η παραμόρφωση παρατηρήθηκαν μικρές ασυνέχειες (λόγω σχηματισμού γωνίας) οι οποίες αποτυπώνονται και στα διαγράμματα του συντελεστή πίεσης και προκαλούν τοπική αποκόλληση της ροής, υποδεικνύοντας την ανάγκη για τοπική εξομάλυνση της γεωμετρίας.

Τα παραπάνω συμπεράσματα επιβεβαιώθηκαν από μια προηγμένη μεθοδολογία επίλυσης των εξισώσεων URANS για συμπιεστό ρευστό. Οι προσομοιώσεις έγιναν τόσο για συνθήκες πλήρως τυρβώδους ροής (fully turbulent), όσο και για συνθήκες μεταβατικής ροής (free transition). Οι προλέξεις έδειξαν ότι οι προσομοιώσεις για πλήρως τυρβώδη ροή υποεκτιμούν τις τιμές του C_{Lmax} για όλες τις επιλεγμένες γεωμετρίες. Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι οι βελτιωμένες γεωμετρίες εμφανίζουν αυξημένη αεροδυναμική απόδοση (C_L / C_D) σε σχέση με την αρχική. Και στις τρεις περιπτώσεις, η μέγιστη αεροδυναμική απόδοση είναι μεγαλύτερη από 90 και εμφανίζεται σε υψηλό $C_L (>1)$, ενώ στην αρχική γεωμετρία η μέγιστη αεροδυναμική απόδοση είναι κοντά στο 80 και εμφανίζεται σε αρκετά χαμηλότερο C_L (κοντά στο 0.5).

4.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Η παρούσα εργασία μπορεί να αποτελέσει βάση και για περαιτέρω έρευνα. Αρχικά, θα μπορούσε να γίνει μια αυτοματοποίηση του προσδιορισμού των διαστημάτων στα οποία κυμαίνονται οι μεταβλητές σχεδιασμού (σημεία ελέγχου της καμπύλης Bezier) μέσω επαναληπτικού αλγορίθμου ο οποίος θα κάνει χρήση πρόσθετων γεωμετρικών περιορισμών. Ακόμη, είναι δυνατό να εισαχθούν περιορισμοί σε σχέση με τις δυνατότητες παραμόρφωσης του εκάστοτε υλικού που χρησιμοποιείται αλλά και σε σχέση με την αεροδυναμική απόδοση των παραμορφωμένων αεροτομών. Επιπλέον, ενδιαφέρον παρουσιάζει να γίνει και η μελέτη της αύξησης του C_{Lmax} παραμορφώνοντας ταυτόχρονα την ακμή πρόσπτωσης και την ακμή εκφυγής. Τέλος, ιδιαίτερη πρακτική σημασία έχει και η διερεύνηση της ακουστικής συμπεριφοράς των μορφοποιημένων αεροτομών.

Βιβλιογραφία

- [1] https://en.wikipedia.org/wiki/High-lift_device
- [2] [https://en.wikipedia.org/wiki/Flap_\(aeronautics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Flap_(aeronautics))
- [3] Dimitrios Katsoulis, "Flaps, the most effective control surfaces", October 7, 2017
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/Leading%20%93edge_slat
- [5] John A. Axelson ; George L. Stevens, " Investigation of a slat in several different positions on an NACA 64A010 for a wide range of subsonic Mach numbers " , Ames Aeronautical Laboratory, March 1954
- [6] Peter K. C. Rudolph , " High Lift Systems on Commercial Subsonic Airlines", Ames Research Center ,September 1996
- [7] M. Burnazzi ; R. Radespiel, "Assessment of leading-edge devices for stall delay on an airfoil with active circulation control",April 2014
- [8] Wenhui Wang; Peiqing Liu; Yun Tian; Qiulin Qu, " Numerical study of the aerodynamic characteristics of high-lift droop nose with the deflection of fowler flap and spoiler", Aerospace Science and Technology, Volume 48, January 2016
- [9] Ριζιώτης, Β.,Α., (1994), “Διερεύνηση της δυνατότητας προσομοίωσης της απώλειας στήριξης με στροβιλές μεθοδολογίες”, Διπλωματική Εργασία, Τομέας Ρευστών, Τμ. Μηχανολόγων Μηχανικών, ΕΜΠ.
- [10] Vasilis A. Riziotis ; Spyros G. Voutsinas, " Dynamic stall modelling on airfoils based on strong viscous–inviscid interaction coupling" , *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 2008; **56**:185–208
- [11] G.Papadakis , "Development of a hybrid compressible vortex particle method

and application to external problems including helicopter flows", Ph.D. Thesis, November 2014

[12] V. Venkatakrisnan. On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions. AIAA paper 93-0880, 1993

[13] [Veer N Vatsa, Mark H Carpenter, and David P Lockard. Re-evaluation of an optimized second order backward difference (bdf2opt) scheme for unsteady flow applications .AIAA Paper, 122:2010, 2010]

[14] [F.R. Menter. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. AIAA Journal, 32:1598-1605, 1994

[15] H. W. Stock ; W. Degenhart,"Navier-stokes airfoil computations with e^N transition prediction including transitional flow regions", AIAA Journal, Vol. 38, No.11,1989