



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Διπλωματική Εργασία με τίτλο

***Συμβολή στην Ανάπτυξη Υβριδικού Εργαλείου Γραμμής Άνωσης – Δίσκου  
Ορμής Στοιχείων Πτερύγωσης για την Ανάλυση Δρομέων Ανεμογεννητριών***

Ντρέλια Κωνσταντίνα Μαρία

Επιβλέπων καθηγητής : Ριζιώτης Βασίλειος (Επίκουρος Καθηγητής)

Αθήνα, Οκτώβριος 2018



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Τομέας Ρευστών, Εργαστήριο Αεροδυναμικής

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

Διπλωματική Εργασία με τίτλο:

*Συμβολή στην ανάπτυξη υβριδικού εργαλείου γραμμής άνωσης – δίσκου ορμής στοιχείων πτερύγωσης για την ανάλυση δρομέων ανεμογεννητριών*

*της Ντρέλια Κωνσταντίνα Μαρία*

*Επιβλέπων καθηγητής : Βασίλειος Ριζιώτης*

Εξεταστική επιτροπή: Βουτσινάς Σπύρος

Ζερβός Αρθούρος

Ριζιώτης Βασίλειος

## Ευχαριστίες

Πρώτα από όλα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών κ. Βασίλειο Ριζιώτη, που μου έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθώ με το παρόν θέμα της διπλωματικής μου εργασίας, καθώς επίσης και για την αμέριστη βοήθεια, υπομονή και καθοδήγηση καθ' όλη την διάρκεια της εκπόνησης του.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τους φίλους μου για όλη την συμπαράσταση και την αρωγή τους καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου και κυρίως τους γονείς μου για όσα μου έχουν προσφέρει όλα αυτά τα χρόνια, την κατανόηση και την απaráμιλλη στήριξη τους σε κάθε μου βήμα.

## Περίληψη

Η έρευνα σχετικά με τον ομόρρου των ανεμογεννητριών απασχολεί έντονα την επιστημονική κοινότητα, εφόσον οι ανεμογεννήτριες αποτελούν πλέον ένα από τα κυρίαρχα μέσα παραγωγής ενέργειας, γνωρίζοντας μεγάλη ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια.

Στόχος της αεροδυναμικής μελέτης των ανεμογεννητριών είναι η ανάλυση του πεδίου ροής γύρω από το δρομέα, ο προσδιορισμός των φορτίων και της παραγόμενης ενέργειας. Μεγέθη όπως τα φορτία και η παραγόμενη ισχύς, μπορεί να υπολογιστούν φέροντας σημαντικά σφάλματα σε περίπτωση που δεν ληφθεί υπόψη η επίδραση του ομόρρου που σχηματίζεται κατάντι του δρομέα και απλοποιηθούν οι συνθήκες λειτουργίας.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη ενός υπολογιστικού εργαλείου, το οποίο θα αποτελεί το πρώτο μέρος και βασικό κορμό ενός υβριδικού μοντέλου, στόχος του οποίου είναι ο ακριβής προσδιορισμός των φορτίων της ανεμογεννήτριας λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή του ομόρρου, υπό ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας. Το υπολογιστικό εργαλείο διαχειρίζεται μόνο ένα κομμάτι του συνολικού ομόρρου κατάντι του δρομέα, και πιο συγκεκριμένα η έρευνα επικεντρώνεται στην κλίμακα του κοντινού ομόρρου. Στα πλαίσια διαμόρφωσης του μοντέλου του κοντινού ομόρρου, προσδιορίζεται η τρισδιάστατη γεωμετρία των πτερυγίων του δρομέα, μοντελοποιείται ένας δυναμικά ανατροφοδοτούμενος ομόρρους κατάντι του δρομέα στις τρεις διαστάσεις, εκτιμάται η συνεισφορά του στον υπολογισμό των βασικών χαρακτηριστικών της ροής γύρω από τα πτερύγια μέσω της μεθόδου της γραμμής άνωσης, θεμελιώνονται μέθοδοι οι οποίες λαμβάνουν υπόψη την μη μονιμότητα και την απόκλιση της ροής, ενώ εν τέλει το σύστημα επιλύεται στο χρόνο καθώς ο δρομέας περιστρέφεται.

Γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων και σύγκριση της μεθόδου με αποτελέσματα τα οποία προέρχονται από άλλα υπολογιστικά μοντέλα. Τέλος, γίνεται διερεύνηση σχετικά με την επέκταση της μελέτης και τις προοπτικές που παρουσιάζει.



## Abstract

Research on wind turbines is a topic of great concern to the scientific community, since they are now one of the world's leading energy sources, and have seen great growth in recent years. The objective of aerodynamic study is to analyze the flow field around the rotor, in order to determine the loads and the energy produced.

Parameters such as loads and power output can be calculated with significant errors, in case the influence of the wake formed downstream of the rotor is not taken into account and the operating conditions are simplified.

The purpose of this thesis is the development of a computational tool, which will be the initial component and the main body of a hybrid model. The ultimate objective of the final, hybrid model is to accurately determine the loads of the wind turbine, taking into account the influence of the downstream wake under realistic operating conditions. The computational tool manages only a part of the overall wake downstream the rotor. The research focuses on the near wake. A three-dimensional geometry of the blades is determined, a dynamically updated wake is modeled in the three dimensions, its contribution is evaluated for the prediction of the basic flow characteristics around the blades according to the lifting line theory, models for the unsteady and yaw operation are introduced and finally the system is solved in time.

Results are presented and validation of the method against alternative computational models is been executed. Finally, the thesis sums up with an investigation of further research and the prospects that a hybrid model presents.

# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	iv
Περίληψη .....	v
Abstract .....	vii
Λίστα Σχημάτων.....	xi
Λίστα Πινάκων .....	xiv
1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Εισαγωγή.....	1
1.2 Βασικές Έννοιες των Ανεμογεννητριών .....	1
1.3 Αεροδυναμική Μελέτη .....	3
1.4 Ομόρρους Ανεμογεννητριών.....	4
1.5 Υπολογιστικά Μοντέλα Κοντινού Ομόρρου.....	6
1.5.1 Μοντέλο Δίσκου Ορμής.....	6
1.5.2 Μοντέλο Γραμμής Άνωσης.....	6
1.5.3 Μοντέλο Επιφάνειας Άνωσης.....	7
1.5.4 Μοντέλο Navier-Stokes .....	7
1.6 Σκοπός της Εργασίας .....	8
1.7 Σκελετός της Εργασίας .....	9
1.8 Επισκόπηση .....	9
2 Θεωρητικό Υπόβαθρο .....	10
2.1 Εισαγωγή.....	10
2.2 Θεωρία Ορμής Στοιχείων Πτερύγωσης.....	10
2.3 Θεώρημα Helmholtz .....	12
2.4 Θεώρημα Kutta-Joukowski .....	13
2.5 Νόμος Biot-Savart.....	14
2.6 Θεωρία Γραμμής Άνωσης.....	19



2.6.1	Ιστορική Αναδρομή.....	19
2.6.2	Εισαγωγή στη Γραμμή Άνωσης.....	19
2.6.3	Περιγραφή του προβλήματος .....	19
2.6.4	Μοντέλο Lifting-Line .....	21
2.6.5	Αεροδυναμικά Φορτία.....	27
2.7	Σύνοψη .....	29
3	Ανάπτυξη Υπολογιστικού Μοντέλου Γραμμής Άνωσης.....	30
3.1	Εισαγωγή.....	30
3.2	Σύστημα Συντεταγμένων Ανεμογεννήτριας.....	30
3.3	Πεδίο Ροής.....	33
3.4	Γεωμετρία Ανεμογεννήτριας.....	33
3.5	Γεωμετρία ομόρρου .....	37
3.6	Αριθμητική επίλυση πτέρυγας με τη μέθοδο γραμμής άνωσης. ....	43
3.6.1	Αρχικοποίηση κατανομής κυκλοφορίας-Εξίσωση μονοπλάνου ..	43
3.6.2	Προσδιορισμός της συνεισφοράς του ομόρρου στην επαγόμενη ταχύτητα στο πτερύγιο.....	46
3.7	Προσδιορισμός κατανομής κυκλοφορίας σε μόνιμη ροή.....	47
3.8	Διόρθωση γεωμετρίας ομόρρου-Μόνιμη ροή.....	48
3.9	Προσδιορισμός κατανομής κυκλοφορίας σε μη μόνιμη ροή - Μοντέλο ONERA	49
3.10	Διόρθωση γεωμετρίας ομόρρου-Μη μόνιμη ροή.....	52
3.11	Σύγκλιση Μεθόδου .....	54
3.12	Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων .....	55
3.13	Ανανέωση κυκλοφορίας ομόρρου.....	58
3.14	Σύνοψη .....	59
4	Εφαρμογές Μόνιμης Ροής.....	60
4.1	Εισαγωγή.....	60

4.2	Αξονοσυμμετρικές ροές .....	60
4.2.1	Μόνιμες συνθήκες λειτουργίας .....	60
4.2.2	Σύγκριση με μοντέλο ορμής στοιχείων πτερύγωσης-BEM. ....	62
4.2.3	Διερεύνηση επίδρασης αριθμού περιστροφών στην αριθμητική επίλυση της πτέρυγας. ....	64
4.2.4	Αποτελέσματα λειτουργίας δρομέα σε αξονοσυμμετρική μόνιμη ροή	68
4.3	Μη συμμετρικές ροές- Λειτουργία σε απόκλιση με τη ροή .....	70
4.3.1	Σύγκριση αποτελεσμάτων μη αξονοσυμμετρικής μόνιμης ροής με το free wake μοντέλο hGast.....	78
4.4	Σύνοψη .....	79
5	Εφαρμογές Μη Μόνιμης Ροής.....	80
5.1	Εισαγωγή.....	80
5.2	Ριπή Ανέμου .....	80
5.2.1	Σύγκριση αποτελεσμάτων μη μόνιμης ροής με το free wake model hGast	87
5.3	Μη αξονοσυμμετρική ροή .....	91
5.3.1	Σύγκριση αποτελεσμάτων μη μόνιμης και μη αξονοσυμμετρικής ροής με το free wake μοντέλο hGast. ....	94
5.4	Σύνοψη .....	96
6	Συμπεράσματα και μελλοντική έρευνα .....	97
6.1	Εισαγωγή.....	97
6.2	Σύνοψη εργασίας.....	97
	Βιβλιογραφία.....	100

## Λίστα Σχημάτων

Σχήμα 1.1 Ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα (HAWT). [2].....	2
Σχήμα 1.2 Απεικόνιση ροής με γεννήτριες καπνού στα ακροπτερύγια, όπου είναι εμφανή τα μονοπάτια που ακολουθεί ο καπνός για την ανεμογεννήτρια NREL στη αεροσήραग्ga NASA-Ames. [4] .....	5
Σχήμα 2.1. Περιγραφή των πραγματικών συνθηκών εισροής.....	12
Σχήμα 2.2 Επαγόμενη ταχύτητα σε σημείο από τμήμα στροβιλότητας. ....	15
Σχήμα 2.3 Επαγόμενη ταχύτητα στο σημείο P από ευθεία γραμμή στροβιλότητας. ....	16
Σχήμα 2.4 Ονοματολογία που χρησιμοποιείται για την επαγόμενη ταχύτητα από ένα τρισδιάστατο, ευθύ τμήμα στροβιλότητας. ....	17
Σχήμα 2.5 Πέταλο μακρινού πεδίου για τη μοντελοποίηση ενός πεπερασμένου πτερυγίου. 21	
Σχήμα 2.6 Μοντέλο Γραμμής Άνωσης αποτελούμενο από πέταλα στροβίλων. Το τμήμα του οριακού στροβίλου τοποθετείται στον άξονα $y$ .....	22
Σχήμα 2.7 Ταχύτητα επαγόμενη από τα τμήματα ενός τυπικού πετάλου. ....	23
Σχήμα 2.8 Διδιάστατη τομή (στο επίπεδο $y$ ) ενός τριδιάστατου πτερυγίου. Η γωνία προσβολής $\alpha$ μειώνεται από το επαγόμενο κατώρευμα των στροβίλων εκφυγής κατά $\alpha_i$ .....	26
Σχήμα 2.9 Περιστροφή του τοπικού διανύσματος της άνωσης κατά τη γωνία $\alpha_i$ που επάγεται από του στροβίλους εκφυγής.....	28
Σχήμα 3.1 Σύστημα Συντεταγμένων της Διάταξης. ....	31
Σχήμα 3.2 Διαμερισμός της πτέρυγας σε NSTRIP λωρίδες κατά την ακτινική διεύθυνσή της. ....	33
Σχήμα 3.3 Ονοματολογία Κόμβων Πτερυγίων. ....	35
Σχήμα 3.4 Διδιάστατη αναπαράσταση της γεωμετρίας ενός πτερυγίου της ανεμογεννήτριας. ....	36
Σχήμα 3.5 Διδιάστατη αναπαράσταση της γεωμετρίας των πτερυγίων της ανεμογεννήτριας. ....	36
Σχήμα 3.6 Τριδιάστατη γεωμετρία πτερυγίων της ανεμογεννήτριας. ....	37

Σχήμα 3.7 Απεικόνιση δινοπετάλων του σχηματιζόμενου ομόρρου.....	40
Σχήμα 3.8 Υπολογισμός συντεταγμένων ομόρρου στο επίπεδο (x,y) (α) και (y,z) (β). .	41
Σχήμα 3.9 Τρίγωνο ταχυτήτων σε τομή πτερυγίου. ....	44
Σχήμα 3.10 Απεικόνιση σχηματισμού shed vorticities σε ομόρρου μη μόνιμης ροής....	49
Σχήμα 3.11 Παράμετροι ταχυτήτων του μοντέλου ONERA.....	50
Σχήμα 3.12 Παράμετρος του συντελεστή άνωσης CL στο μοντέλο ONERA. ....	51
Σχήμα 3.13 Αναπαράσταση κοντινού και μακρινού ομόρρου. ....	53
Σχήμα 4.1 Απεικόνιση συντελεστών αξονικής (α) και περιφερειακής επαγωγής (β) με τη μέθοδο BEM και Lifting Line με ταχύτητα ανέμου 7m/sec. ....	62
Σχήμα 4.2: Απεικόνιση συντελεστών αξονικής (α) και περιφερειακής επαγωγής (β) με τη μέθοδο BEM και Lifting Line με ταχύτητα ανέμου 11m/sec.....	63
Σχήμα 4.3: Απεικόνιση συντελεστών αξονικής (α) και περιφερειακής επαγωγής (β) με τη μέθοδο BEM και Lifting Line με ταχύτητα ανέμου 25m/sec.....	63
Σχήμα 4.4 Κατανομή συντελεστή αξονικής επαγωγής κατά την ακτινική διεύθυνση του πτερυγίου, συναρτήσει των περιστροφών του ρότορα για ταχύτητα 11m/sec. ....	66
Σχήμα 4.5 Κατανομή συντελεστή περιφερειακής επαγωγής κατά την ακτινική διεύθυνση του πτερυγίου, συναρτήσει των περιστροφών του ρότορα για ταχύτητα 11m/sec. ....	67
Σχήμα 5.1 Μεταβολή της ταχύτητας ροής του ανέμου συναρτήσει της γωνίας αζιμούθιου κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής του δρομέα, με βήμα γωνίας 4°. ....	81
Σχήμα 5.2 Απεικόνιση της κατανομής της κυκλοφορίας κατά την ακτινική διεύθυνση των πτερυγίων σε λειτουργία με ριπή ανέμου, σε μόνιμη ροή με ταχύτητα ανέμου 7m/sec και 11m/sec, κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής. ....	82
Σχήμα 5.3 Μεταβολή κυκλοφορίας στο σημείο με R=61.04146m για λειτουργία με ριπή ανέμου. ....	83
Σχήμα 5.4 Μεταβολή συντελεστή αξονικής επαγωγής στο σημείο με R=61.04146m για λειτουργία με ριπή ανέμου. ....	84
Σχήμα 5.5 Μεταβολή αξονικής δύναμης στο σημείο με R=61.04146m (α) και της συνολικής ώσης (β) του δρομέα,για λειτουργία με ριπή ανέμου. ....	84

Σχήμα 5.6 Μεταβολή της περιφερειακής δύναμης στο σημείο με $R=61.04146m$ (α) και της συνολικής ισχύος (β) του δρομέα, για λειτουργία με ριπή ανέμου. ....	85
Σχήμα 5.7 Ακτινική κατανομή της τοπικής φαινόμενης γωνίας ροής κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα σε ριπή ανέμου. ....	85
Σχήμα 5.8 Ακτινική κατανομή της κυκλοφορίας κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα σε ριπή ανέμου, με ενσωμάτωση του μοντέλου ONERA και χωρίς. ....	86
Σχήμα 5.9 Τιμή της κυκλοφορίας στο $15^\circ$ τμήμα του πρώτου πτερυγίου ( $69\%R$ ) κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα σε ριπή ανέμου, με ενσωμάτωση του μοντέλου ONERA και χωρίς. ....	86
Σχήμα 5.10 Μεταβολής της ταχύτητας ροής του ανέμου συναρτήσει της γωνίας αζιμούθου κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής του δρομέα, με βήμα γωνίας $9^\circ$ ....	88

## Λίστα Πινάκων

Πίνακας 4.2.3.1 Μήκος ομόρρου ανηγμένο ως προς την διάμετρο του ρότορα συναρτήσει του αριθμού περιστροφών. ....	66
Πίνακας 4.2.3.2 Υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει αριθμού περιστροφών ανεμογεννήτριας. ....	67

# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναπτυχθεί το τεχνολογικό πρόβλημα το οποίο μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Ωστόσο, για να εδραιωθεί μια σφαιρική γνώση του θέματος και να κατανοηθεί η τοποθέτηση της παρούσας μελέτης, είναι απαραίτητο να γίνει αναφορά στις βασικές έννοιες μιας ανεμογεννήτριας, ενώ επίσης σημαντική είναι η εμβάθυνση στο αεροδυναμικό κομμάτι της μελέτης αυτής. Πιο συγκεκριμένα, θα δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στην έννοια του ομόρρου που σχηματίζεται κατάντι της ανεμογεννήτριας, στα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί για τον υπολογισμό της κατανομής της άνωσης, και κατ' επέκταση των αεροδυναμικών φορτίων, κατά το πλάτος μιας πτέρυγας. Στο σημείο αυτό, θα αναδειχθεί η αναγκαιότητα θεμελίωσης ενός υβριδικού μοντέλου το οποίο θα επιτελεί τις ίδιες ενέργειες με τα προαναφερθέντα. Ολοκληρώνοντας, θα επισημανθεί ο σκοπός της εργασίας, θα γίνει μια συνοπτική περιγραφή της δομής της και τέλος, θα γίνει αναφορά στην σπουδαιότητα που παρουσιάζει η παρούσα μελέτη.

## 1.2 Βασικές Έννοιες των Ανεμογεννητριών

Η χρήση της αιολικής ενέργειας για την παραγωγή έργου χρονολογείται πριν από χιλιετίες. Οι μηχανές που έχουν κατασκευαστεί κατά τη διάρκεια των χρόνων για την αξιοποίηση της ενέργειας του ανέμου είναι ποικίλες, ενώ η τεχνολογική κατασκευή η οποία έχει πλέον κυριαρχήσει είναι αυτή των ανεμογεννητριών.

Οι ανεμογεννήτριες είναι μηχανές οι οποίες απάγουν ενέργεια από τον κινούμενο αέρα, επιβραδύνοντας τον άνεμο κατάντι, και μεταφέροντας την συλλεγόμενη ενέργεια σε έναν κινούμενο άξονα χαμηλών στροφών. Ο άξονας αυτός, συνδέεται με ένα κιβώτιο αύξησης στροφών, το οποίο ακολουθείται από έναν άξονα υψηλών στροφών, ο οποίος τελικά με τη σειρά του περιστρέφει έναν εναλλάκτη ή, στο μεγαλύτερο ποσοστό των περιπτώσεων, μια γεννήτρια για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Η ισχύς του προσπίπτοντα ανέμου που είναι διαθέσιμη για εκμετάλλευση εξαρτάται τόσο από την ταχύτητα του ανέμου, όσο και από την επιφάνεια που σαρώνεται από τα πτερύγια. [1]

Για την εκμετάλλευση της αιολικής ενέργειας, έχουν κατασκευαστεί διάφοροι τύποι ανεμογεννητριών έως και σήμερα, με δύο από αυτούς να έχουν επικρατήσει στη βιομηχανία, οι οποίοι διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τη θέση του άξονα περιστροφής (με αναφορά την επιφάνεια της Γης). Ανάλογα με την θέση του άξονα λοιπόν, υπάρχουν οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα (HAWT-horizontal axis wind turbine) και οι ανεμογεννήτριες καθέτου άξονα (VAWT-vertical axis wind turbine). Στο σημείο αυτό, αξίζει να αναφερθεί ότι στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί η απόκριση ανεμογεννήτριας οριζόντιου άξονα και για το λόγο αυτό κρίνεται απαραίτητη η παράθεση περισσότερων λεπτομερειών για την κατασκευή αυτή.

Ένα τυπικό σχέδιο ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.1. Οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα έχουν τον άξονά τους παράλληλο προς το έδαφος και συνήθως παράλληλα και με την διεύθυνση του ανέμου. Ο πύργος στηρίζει το κέλυφος, το οποίο περιέχει όλο το μηχανισμό της ανεμογεννήτριας, ενώ επιπλέον συνδέεται και με την πλήμνη του δρομέα, στην οποία προσδένονται τα πτερύγια. Τα πτερύγια είναι δυνατόν να τοποθετηθούν είτε ανάντι είτε κατάντι της κατεύθυνσης της ροής.



*Σχήμα 1.1 Ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα (HAWT). [2]*



Οι ανεμογεννήτριες είναι πλέον ένα ανταγωνιστικό μέσο παραγωγής ενέργειας και για το λόγο αυτό, είναι σημαντικό να είναι οικονομικά αποδοτικές [1]. Οι σημερινές ανεμογεννήτριες μπορούν να παράγουν από μερικές δεκάδες ή εκατοντάδες W, μέχρι μερικά MW.

### 1.3 Αεροδυναμική Μελέτη

Παρόλο που η εκμετάλλευση της αιολικής ενέργειας έκανε την εμφάνιση της πριν από σχεδόν πέντε χιλιάδες χρόνια, η εξέλιξη της δεν ακολούθησε ραγδαίο ρυθμό. Πιο συγκεκριμένα, οι ανεμογεννήτριες βρίσκονται στο στόχαστρο της σύγχρονης επιστημονικής έρευνας από τις αρχές του 1970, όπου και ανανεώθηκε το ενδιαφέρον για την ευρεία χρήση τους για την παραγωγή ενέργειας σε διασυνδεδεμένο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας, λόγω της ανάγκης εξοικονόμησης ορυκτών καυσίμων και της αναζήτησης περιβαλλοντικά ασφαλέστερων τρόπων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.

Η αεροδυναμική ανάλυση των ανεμογεννητριών έχει συμβάλλει σε μεγάλο βαθμό στην επιτυχή εκμετάλλευση της αιολικής ενέργειας και στην κυριαρχία τους ως της βασικής μορφής ανανεώσιμης πηγής ενέργειας. Η αεροδυναμική μελέτη των ανεμογεννητριών έχει αποδειχθεί με την πάροδο του χρόνου ως μια επίπονη και πολύπλοκη διαδικασία, καθώς στηρίζεται στην στοχαστικότητα του πεδίου ροής. Πράγματι, παρά το γεγονός ότι οι ανεμογεννήτριες αποτελούν ένα από τα παλαιότερα μέσα εκμετάλλευσης της αιολικής ενέργειας, μερικοί από τους σημαντικότερους αεροδυναμικούς μηχανισμούς της δεν έχουν εξεταστεί και κατανοηθεί πλήρως.

Παρόλο που υπάρχει μια μεγάλη ποικιλία μεθόδων για την πρόβλεψη και τον υπολογισμό της απόδοσης και των φορτίων στις ανεμογεννήτριες, η μοναδική προσέγγιση η οποία χρησιμοποιείται στις σύγχρονες έρευνες από κατασκευαστές ανεμογεννητριών βασίζεται στην Θεωρία Δίσκου Ορμής και τη μέθοδο των Στοιχείων Πτερύγωσης (Blade Element Momentum Theory). Μια βασική υπόθεση στην μέθοδο BEM είναι πως η ροή λαμβάνει χώρα σε ανεξάρτητους σωλήνες ροής και πως η φόρτιση καθορίζεται από 2-D τμηματικά χαρακτηριστικά αεροτομής. Το πλεονέκτημα αυτού του μοντέλου είναι ότι είναι εύκολο να υλοποιηθεί και να χρησιμοποιηθεί σε υπολογιστές, περιέχει ένα μεγάλο ποσοστό της φυσικής που αντιπροσωπεύει την περιστροφική αεροδυναμική, ενώ έχει αποδειχθεί και η ακρίβεια του για τις πιο συνήθεις περιπτώσεις ροής και μορφές του ρότορα. Ωστόσο, ένα μειονέκτημα του μοντέλου είναι ότι, σε ένα μεγάλο βαθμό, στηρίζεται σε εμπειρικές εισόδους, οι οποίες δεν είναι πάντα

διαθέσιμες. Ακόμα και σε μια απλή περίπτωση ρότορα ο οποίος υποβάλλεται σε μόνιμη αξονοσυμμετρική ροή, τα χαρακτηριστικά της αεροτομής είναι αναγκαίο να εισαχθούν από πειράματα αεροδυναμικής σήραγγας.

Η περιγραφή γίνεται περίπλοκη, στην περίπτωση που ληφθούν υπόψιν πιο ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας. Οι ανεμογεννήτριες υπόκεινται σε ατμοσφαιρική τύρβη, οριακό στρώμα λόγω των επιδράσεων του εδάφους, μεταβλητές κατευθύνσεις του ανέμου που μεταβάλλονται σε σχέση με το χρόνο και το χώρο, και στην επίδραση των γειτονικών ανεμογεννητριών. Η σύνθεση των παραπάνω φαινομένων διαμορφώνουν ένα σύνολο συνήθων συνθηκών λειτουργίας για το δρομέα και πτερύγια. Συνεπώς, τα φορτία διαφέρουν στο χρόνο και στο χώρο και μια δυναμική περιγραφή είναι απαραίτητη για την αεροδυναμική ανάλυση.

Δεν θα πρέπει βέβαια να αμεληθούν και τα τρισδιάστατα χαρακτηριστικά που παρουσιάζει η ροή. Σε υψηλές ταχύτητες ανέμου, όπου ένα μεγάλο κομμάτι της πτέρυγας λειτουργεί σε συνθήκες αποκόλλησης, είναι ιδιαίτερα δύσκολο να καθορίσουμε την παραγόμενη ισχύ σε επιτρεπτά όρια ακρίβειας. Η πιο εύλογη εξήγηση, είναι ότι η ροή δεν είναι επαρκώς μοντελοποιημένη χρησιμοποιώντας στατικά, διδιάστατα δεδομένα αεροτομής. Επιπλέον, όταν ο άνεμος αλλάζει κατεύθυνση, δεν υφίσταται ευθυγράμμιση του προσπίπτοντα ανέμου με τον άξονα περιστροφής, οδηγώντας σε ένα σφάλμα απόκλισης. Το σφάλμα αυτό προκαλεί περιοδικές μεταβολές στην γωνία πρόσπτωσης και παραβιάζει την υπόθεση αξονοσυμμετρικής ροής. Συνεπώς, εύλογα εξάγεται το συμπέρασμα ότι η ροή παρουσιάζει τρισδιάστατα και μη μόνιμα χαρακτηριστικά, τα οποία δεν μπορούν να συμπεριληφθούν στην τυπική μέθοδο BEM. Υπάρχει λοιπόν η ανάγκη θεμελίωσης διαφορετικών μοντέλων, τα οποία θα είναι ικανά να παρέχουν αντιπροσωπευτικές λύσεις σε ρεαλιστικότερες συνθήκες λειτουργίας. [3]

Στη συνέχεια, θα ακολουθήσει μια περιγραφή των υπολογιστικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται στην αεροδυναμική μελέτη των ανεμογεννητριών οριζοντίου άξονα, εφόσον προηγηθεί μια εισαγωγή στην έννοια του ομόρρου, η οποία θα διευκολύνει την κατανόηση της λειτουργίας και χρησιμότητας των μοντέλων αυτών.

### 1.4 Ομόρρους Ανεμογεννητριών

Κύριος στόχος των ανεμογεννητριών είναι η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, εκμεταλλευόμενες την ενέργεια του ανέμου. Προφανώς, δημιουργείται έλλειμμα ταχύτητας

κατάντι του δρομέα. [1] Έτσι λοιπόν, η περιοχή κατάντι της πτέρυγας η οποία διακρίνεται από χαμηλή κινητική ενέργεια και υψηλά επίπεδα στροβιλότητας και τύρβης ονομάζεται ομόρρους (wake), Σχήμα 1.2.



Σχήμα 1.2 Απεικόνιση ροής με γεννήτριες καπνού στα ακροπτερύγια, όπου είναι εμφανή τα μονοπάτια που ακολουθεί ο καπνός για την ανεμογεννήτρια NREL στη αεροσήραγγα NASA-Ames. [4]

Για την έννοια του ομόρρου μπορεί να γίνει η εξής διάκριση: στον κοντινό ομόρρου (Near wake) και στον μακρινό ομόρρου (Far wake). Ο κοντινός ομόρρου θεωρείται η περιοχή ακριβώς πίσω από τον ρότορα, η οποία μπορεί να εκτείνεται μέχρι και μια διάμετρο κατάντι. Στην περιοχή αυτή, είναι ιδιαίτερα διακριτές οι ιδιότητες του ρότορα, η αεροδυναμική των πτερυγίων, καθώς και τα φαινόμενα 3-D και οι στρόβιλοι του ακροπτερυγίου. Στον μακρινό ομόρρου (Far wake), δηλαδή στην περιοχή που εκτείνεται μετά τον κοντινό ομόρρου, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη επιρροή από τις γύρω ανεμογεννήτριες, οπότε η μοντελοποίηση του πραγματικού δρομέα είναι λιγότερο σημαντική. Στο κομμάτι αυτό δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στα μοντέλα ομόρρου, στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ομόρρων, στα μοντέλα τύρβης και στις τοπογραφικές επιρροές. Η έρευνα του κοντινού ομόρρου επικεντρώνεται στην απόδοση και στην διαδικασία δέσμευσης ενέργειας, ενώ η έρευνα του μακρινού ομόρρου επικεντρώνεται περισσότερο στην αμοιβαία επιρροή όταν οι ανεμογεννήτριες τοποθετούνται σε συστοιχίες. Στη συνέχεια, η ροή που

προσπίπτει στις επηρεαζόμενες ανεμογεννήτριες από την εκάστοτε ανεμογεννήτρια έχει χαμηλότερο δυναμικό ταχύτητας και έντονα φαινόμενα τύρβης, με αποτέλεσμα να μειώνεται η παραγωγή ενέργειας και να αυξάνονται τα ασταθή φορτία. Στον μακρινό ομόρρου, δυο κύριοι μηχανισμοί καθορίζουν τις συνθήκες ροής, η μεταφορά και η τυρβώδη διάχυση, ενώ σε πολλές περιπτώσεις η παραβολική προσέγγιση είναι αναγκαία για το χειρισμό της περιοχής αυτής. Όπως είναι αναμενόμενο, σε αρκετή απόσταση από το δρομέα, τα επιζήμια αποτελέσματα του ελλείμματος ορμής και τα αυξημένα επίπεδα τύρβης τείνουν να μηδενιστούν, λόγω της τυρβώδους διάχυσης του ομόρρου. [3]

Η παρούσα εργασία θα ασχοληθεί με τη μελέτη και τη μοντελοποίηση του κοντινού ομόρρου. Ζητήματα τα οποία θα απασχολήσουν τη μελέτη αυτή και τα οποία επηρεάζουν τις συνθήκες ροής και φόρτισης των πτερυγίων είναι η μη μόνιμη ροή και η ροή σε απόκλιση, ενώ δεν θα εξεταστούν ζητήματα όπως η τύρβη του ανέμου και το φαινόμενο αποκόλλησης της ροής.

### 1.5 Υπολογιστικά Μοντέλα Κοντινού Ομόρρου

#### 1.5.1 Μοντέλο Δίσκου Ορμής

Στο μοντέλο του δίσκου ορμής εφαρμόζονται τα θεωρήματα διατήρησης της ορμής και της στροφορμής κατά το μήκος άπειρης έκτασης κυλινδρικών δακτυλίων που έχουν σαν γενέτειρες τμήματα (κατά την ακτίνα) του πτερυγίου. Η σύνδεση με το κινηματικό μέρος του προβλήματος γίνεται μέσω της μεθόδου των στοιχείων πτερύγωσης (BEM). Δηλαδή τα φορτία υπολογίζονται με δεδομένα τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά των αεροτομών των τμημάτων των πτερυγίων. Η μέθοδος είναι η παλαιότερη και η απλούστερη, έχει πολύ μικρές απαιτήσεις σε αριθμητικούς υπολογισμούς και μπορεί να υπολογίζει με ικανοποιητική ακρίβεια τις χαρακτηριστικές καμπύλες του δρομέα. Αυτοί είναι οι λόγοι για τους οποίους έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα στον σχεδιασμό δρομέων. [5]

#### 1.5.2 Μοντέλο Γραμμής Άνωσης

Στο μοντέλο της γραμμής άνωσης το κάθε πτερύγιο προσομοιώνεται από δινωσωλήνα που συνήθως αποτελείται από ευθύγραμμα τμήματα σταθερής έντασης. Επίσης, στην κλασσική εφαρμογή της μεθόδου ο ομόρρους προκύπτει από σπειροειδείς δινωσωλήνες ημι-άπειρου μήκους. Και σε αυτή την μέθοδο χρησιμοποιείται η θεωρία των στοιχείων πτερύγωσης για την

σύνδεση φορτίων – ταχυτήτων ροής. Το βασικό σημείο διαφοροποίησής της από τη μέθοδο του δίσκου ορμής είναι ότι δεν επιλύεται ανεξάρτητα το κάθε τμήμα κατά την ακτίνα του δρομέα αλλά υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των στοιχείων του ομόρρου. Έτσι, αναπαράγεται ένα σημαντικό κομμάτι του τρισδιάστατου χαρακτήρα της ροής. Η μέθοδος έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε υπολογισμούς φορτίων για δρομείς κάθε τύπου (αεροπορικούς, ναυτικούς, ανεμογεννητριών) και ακόμα και σήμερα είναι η δημοφιλέστερη μέθοδος σχεδιασμού δρομέων. [5]

### 1.5.3 Μοντέλο Επιφάνειας Άνωσης

Οι μέθοδοι επιφάνειας άνωσης είναι πλήρως στροβιλές μεθοδολογίες. Η βασική τους διαφοροποίηση από τις μεθόδους γραμμής άνωσης είναι ότι τα πτερύγια προκύπτουν ως επιφανειακά δινοπλέγματα που ακολουθούν την πραγματική γεωμετρία τους. Οι δυνάμεις στα πτερύγια προκύπτουν είτε από ολοκλήρωση των πιέσεων που υπολογίζονται από την εξίσωση Bernoulli είτε άμεσα με την χρήση του θεωρήματος Joukowski. Όπως και στη θεωρία γραμμής άνωσης ο ομόρρος προκύπτει από επιφανειακές διανομές στροβιλότητας. Ο τρόπος αναπαράστασης του ομόρρου είναι καθοριστικός για τις μεθόδους επιφάνειας άνωσης και με βάση αυτόν γίνεται διάκριση σε μεθόδους με παγωμένο ομόρρο και σε μεθόδους με ελεύθερο ομόρρο. [5]

### 1.5.4 Μοντέλο Navier-Stokes

#### 1.5.4.1 RANS

Τις δύο τελευταίες δεκαετίες μια ισχυρή ερευνητική δραστηριότητα στον τομέα της αεροναυτικής είχε ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη μιας σειράς εργαλείων Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD) με σκοπό την επίλυση των Reynolds-Averaged Navier Stokes (RANS) εξισώσεων. Στις μεθόδους RANS, οι τιμές των στιγμιαίων ποσοτήτων της ροής διακρίνονται σε μέσες και διαταραχές, και στη συνέχεια λαμβάνοντας το μέσο όρο των μη γραμμικών αρχικών εξισώσεων Navier-Stokes, οδηγούν στην εμφάνιση των συσχετισμών μεταξύ των διαταραχών της ταχύτητας, γνωστές ως τάσεις Reynolds. Έτσι, οι συσχετισμοί που εμφανίζονται στις εξισώσεις μέσω όρων εκφράζουν την επίδραση της τύρβης στις μέσες ποσότητες της ροής. Αυτοί οι όροι είναι άγνωστοι και πρέπει να προσδιορισθούν από ένα μοντέλο πριν επιλυθούν οι εξισώσεις της ροής. Μοντέλα αυτού του είδους, που πρέπει να λαμβάνουν υπόψη ολόκληρο το φάσμα των

τυρβωδών κινήσεων σε έναν υπολογισμό, ονομάζονται στατιστικά τυρβώδη μοντέλα ή μοντέλα RANS.

Τα βασικότερα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί για την προσομοίωση της τυρβώδους ροής είναι το Baldwin-Lomax zero-equation μοντέλο [6] και το μοντέλο δύο εξισώσεων k-e [7]. Τα μοντέλα αυτά παρουσιάζουν προβλήματα στο να αναπαράγουν με ακρίβεια χαρακτηριστικά αποκόλλησης αεροτομών και πτερυγίων του ρότορα. [8], [9]

### 1.5.4.2 LES

Η μέθοδος που έρχεται να αντιμετωπίσει αυτές τις δυσκολίες είναι τεχνική της Προσομοίωσης των Μεγάλων Δινών (LES, Large Eddy Simulation). Η μέθοδος αυτή, βρίσκεται σε θέση να επιλύσει τρισδιάστατες χρόνο-εξαρτώμενες ροϊκές εξισώσεις, αλλά μόνο για κινήσεις στη μεγαλύτερη κλίμακα και μπορούν να αναλυθούν σε ένα δοσμένο αριθμητικό πλέγμα. Οι κινήσεις με κλίμακα μικρότερες από το μέγεθος του πλέγματος, φιλτράρονται, ή τοπικά γίνονται μέσοι όροι, και το αποτέλεσμα τους μπορεί να λαμβάνεται υπόψη από μια κλίμακα υποπλέγματος.

Παρόλο που η LES μέθοδος αποδίδει μια ακριβέστερη αντιπροσώπευση της δυναμικής των δινών σε ροές με αποκόλληση, περιορίζεται έως και σήμερα σε εφαρμογές με μεσαίας τάξης αριθμούς Reynolds.

Οι RANS εξισώσεις ωστόσο, αδυνατούν να προσομοιώσουν μεγάλες περιοχές αποκόλλησης, ακόμα και όταν οι προσομοιώσεις εφαρμόζονται σε περιπτώσεις με ρεαλιστική χρονική διάρκεια, και η LES δεν είναι συμφέρουσα, τότε υβριδικά μοντέλα LES/RANS, όπως προσομοίωση αποκολλημένης δίνης (DES, Detached Eddy Simulation), φαίνεται να λειτουργεί ως μια συμβιβαστική μέθοδος μεταξύ του υπολογιστικού κόστους και της ακρίβειας. [3]

## 1.6 Σκοπός της Εργασίας

Η επιστημονική έρευνα στον τομέα της αεροδυναμικής ανάλυσης των ανεμογεννητριών δεν έχει επικεντρωθεί στην ανάπτυξη μοντέλων που θα λειτουργούν αντιπροσωπευτικά σε ρεαλιστικές

συνθήκες ροής. Για το λόγο αυτό, η παρούσα μελέτη αποσκοπεί στη σύνθεση ενός υβριδικού μοντέλου το οποίο θα αναπαράγει ρεαλιστικά και ακριβή αποτελέσματα. Το υβριδικό αυτό μοντέλο, θα αποτελεί μια σύμπτυξη του μοντέλου γραμμής άνωσης, που χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο στη σχεδίαση και μελέτη δρομέων, ώστε αυτό να προσομοιώνει τα τρισδιάστατα και μη μόνιμα χαρακτηριστικά ροής, και της μεθόδου BEM για τον τελικό υπολογισμό των φορτίων, ώστε αυτοί να κυμαίνονται σε αποδεκτά όρια ακρίβειας. Κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας ωστόσο, θα αναπτυχθεί το πρώτο κομμάτι του υβριδικού μοντέλου το οποίο θα είναι υπεύθυνο για τον κοντινό ομόρρου και θα βασίζεται στη θεωρία γραμμής άνωσης.

### 1.7 Σκελετός της Εργασίας

Η πορεία που θα ακολουθηθεί κατά τη διεξαγωγή της εργασίας περιλαμβάνει την εμβάθυνση στη θεωρία που πλαισιώνει το υπολογιστικό μοντέλο της γραμμής άνωσης, την ανάλυση της λειτουργίας του μοντέλου, την παράθεση και σχολιασμό των αποτελεσμάτων που αυτό αναπαράγει και τέλος τη διεξαγωγή συμπερασμάτων καθώς και στη διερεύνηση για περαιτέρω μελέτη.

### 1.8 Επισκόπηση

Στο κεφάλαιο αυτό, έγινε εισαγωγή στις βασικές έννοιες των ανεμογεννητριών και στα υπολογιστικά εργαλεία που θα φανούν απαραίτητα για την αεροδυναμική μελέτη αυτής. Επιπλέον, εδραιώθηκε ο σκοπός και το πλαίσιο στο οποίο θα κινηθεί η μελέτη, ενώ πραγματοποιήθηκε και μια συνοπτική περιγραφή της δομής της.

## 2 Θεωρητικό Υπόβαθρο

### 2.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο, πραγματοποιείται εμβάθυνση στη θεωρία που πλαισιώνει το μοντέλο της γραμμής άνωσης και της θεωρίας του δίσκου ορμής σε συνδυασμό με την θεωρία στοιχείων πτερύγωσης, με σκοπό να κατανοηθεί εν τέλει η λειτουργία του υπολογιστικού μοντέλου που θα διαμορφωθεί.

Προκειμένου λοιπόν να κατανοηθούν σε σημαντικό βαθμό οι θεωρητικές βάσεις του μοντέλου γραμμής άνωσης, είναι απαραίτητο να αναφερθούν ορισμένα θεωρήματα τα οποία συνέβαλαν στη θεμελίωση του.

### 2.2 Θεωρία Ορμής Στοιχείων Πτερύγωσης

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται ευρύτερα για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων των πτερυγίων μιας ανεμογεννήτριας ονομάζεται θεωρία Ορμής Στοιχείων Πτερύγωσης (Blade Element Momentum theory, BEM). Η θεωρία BEM είναι η απλούστερη αεροδυναμική μέθοδος που μπορεί να περιγράψει τη διαδικασία αφαίρεσης ενέργειας και χρησιμοποιείται αποκλειστικά από τη βιομηχανία για το σχεδιασμό και πιστοποίηση των ανεμογεννητριών. Το μοντέλο αυτό συνδυάζει τη θεωρία δίσκου ορμής και τη θεωρία στοιχείων πτερυγώσεως, καταλήγοντας σε δύο μη γραμμικές εξισώσεις που λύνονται επαναληπτικά:

$$dT = N \frac{\rho W^2}{2} (C_L \cos \varphi + C_D \sin \varphi) c dr = 4\pi r V_\infty^2 a (1 - a) \quad (2.2.1)$$

$$dQ = N \frac{\rho W^2}{2} (C_L \sin \varphi - C_D \cos \varphi) c dr = 4\pi r (\Omega r) V_\infty a' (1 - a) r^2 dr \quad (2.2.2)$$

Στις παραπάνω δύο εξισώσεις η πρώτη έκφραση προέρχεται από την μέθοδο πτερύγωσης στοιχείων, η οποία βασίζεται σε διδιάστατες συντεταγμένες (όπου μερικές φορές επιδέχονται διορθώσεις για περιστροφικά και τρισδιάστατα φαινόμενα), η οποία τροφοδοτείται είτε από πειραματικές μετρήσεις είτε από υπολογισμούς CFD. Η δεύτερη έκφραση προέρχεται από τη



θεωρία δίσκου, η οποία βασίζεται στη διατήρηση της γραμμικής και γωνιακής ορμής μέσα σε μη συνεκτική, μόνιμη και μονοδιάστατη ροή μέσα σε έναν σωλήνα ρεύματος, εκφραζόμενη για το συντελεστή αξονικής και περιφερειακής επαγωγής  $a$  και  $a'$ . Η αξονική ταχύτητα του ρότορα είναι ίση με  $V_\infty(1 - a)$ , ενώ η περιφερειακή ταχύτητα είναι ίση με  $\Omega r(1 + a')$ .

Στις εξισώσεις (2.2.1) και (2.2.2), οι όροι  $dT$  και  $dQ$  εκφράζουν την ώση και τη ροπή ενός δακτυλιοειδούς σωλήνα με πλάτος  $dr$ ,  $N$  αριθμό πτερυγίων,  $\rho$  η πυκνότητα του αέρα,  $W$  το μέγεθος της φαινόμενης ταχύτητας,  $V_\infty$  το μέγεθος της αδιατάραχτης ταχύτητας αέρα,  $C_L$  και  $C_D$  οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης που παρέχονται από εμπειρικούς πίνακες,  $\varphi$  είναι η γωνία μεταξύ της φαινόμενης ταχύτητας και του επιπέδου του ρότορα,  $r$  είναι η αξονική θέση κάθε στοιχείου πτερύγωσης ως προς την πλήμνη,  $c$  είναι το μήκος της τοπικής χορδής και  $\Omega$  είναι η ταχύτητα περιστροφής.

Ο αξονικός συντελεστής  $a$  εκφράζει τη μείωση της ταχύτητας ανέμου καθώς η ροή περνάει μέσα από το δίσκο, ενώ ο συντελεστής περιφερειακής επαγωγής εκφράζει την περιστροφή που προστίθεται στη ροή από το ρότορα. Η φαινόμενη ταχύτητα  $W$  και η γωνία  $\varphi$ , ορίζονται σύμφωνα με το Σχήμα 2.1.

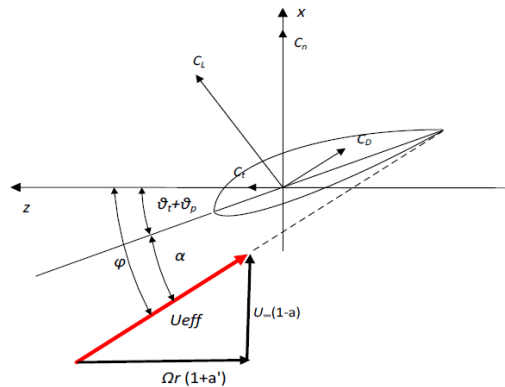
$$W = \sqrt{(V_\infty(1 - a))^2 + (\Omega r(1 + a'))^2} \quad (2.2.3)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{(1 - a)V_\infty}{(1 + a')\Omega r} \right) \quad (2.2.4)$$

Ενώ η γωνία προσβολής  $\alpha$  που χρειάζεται για τον υπολογισμό των  $C_L, C_D$  ορίζεται ως:

$$\alpha = \varphi - \theta_t - \theta_p \quad (2.2.5)$$

όπου  $\theta_t$  και  $\theta_p$  εκφράζουν την τοπική γωνία συστροφής και κλίσης του πτερυγίου αντίστοιχα.



Σχήμα 2.1. Περιγραφή των πραγματικών συνθηκών εισροής

Ωστόσο, η μέθοδος αυτή έχει εμπλουτιστεί με επιπλέον διορθώσεις, γεγονός που την καθιστά ικανή να ανταποκριθεί σε υπολογισμούς που υπόκεινται σε ροές με τρισδιάστατα φαινόμενα, καθώς και μη μόνιμα, δυναμικά χαρακτηριστικά. Τέτοιες εμπειρικές διορθώσεις είναι:

- Η ακριβής γεωμετρία των πτερυγίων (cone, pitch, pre-bend and pre-sweep angles)
- Οι ταχύτητες παραμόρφωσης σε περίπτωση με αεροελαστική σύζευξη
- Η διόρθωση του συντελεστή ώσης  $C_T$  για ρότορες που υπόκεινται σε μεγάλες φορτίσεις
- Μείωση της εκμεταλλεζόμενης αιολικής ενέργειας λόγω των απωλειών ακροπτερυγίου
- Δυναμική προσπίπτουσα ροή
- Δυναμική αποκόλληση και φαινόμενα στροβιλότητας (shed vorticity effects)
- Διόρθωση για ροή σε απόκλιση (yaw η tilt)

Οι διορθώσεις αυτές έχουν συμπεριληφθεί σε ένα βελτιωμένο σχήμα [10]

## 2.3 Θεώρημα Helmholtz

Στην μηχανική των ρευστών, τα θεωρήματα του Helmholtz, περιγράφουν την τρισδιάστατη κίνηση του ρευστού ως δινωσολήνες. Τα θεωρήματα αυτά έχουν εφαρμογή σε μη συνεκτικά ρευστά και ασυμπίεστα ρευστά, και μπορούν να συνοψισθούν ως εξής: [11]

1. Η ένταση ενός νήματος στροβιλότητας παραμένει σταθερή σε όλο το μήκος του.
2. Ένας νήμα στροβιλότητας δεν μπορεί να ξεκινάει ή να τερματίζει μέσα σε ένα ρευστό (πρέπει να σχηματίζει μια κλειστή διαδρομή ή να εκτείνεται στο άπειρο)
3. Το ρευστό που σχηματίζει ένα σωλήνα στροβιλότητας συνεχίζει να σχηματίζει το σωλήνα στροβιλότητας και η ένταση της στροβιλότητας παραμένει σταθερή κατά την κίνηση του σωλήνα (συνεπώς στοιχεία στροβιλότητας, όπως νήματα-γραμμές στροβιλότητας, σωλήνες στροβιλότητας, επιφάνειες στροβιλότητας παραμένουν στοιχεία στροβιλότητας με την πάροδο του χρόνου). [12]

Η εξίσωση που διέπει το πρώτο θεώρημα του Helmholtz , εκφράζει ότι η παροχή στροβιλότητας μέσα από επιφάνεια που κινείται με τη ροή (υλική επιφάνεια) παραμένει σταθερή και είναι η εξής

$$\frac{D(d\Gamma)}{Dt} = 0 \quad (2.3.1)$$

## 2.4 Θεώρημα Kutta-Joukowski

Το θεώρημα Kutta-Joukowski αποτελεί ένα θεμελιώδες θεώρημα στον τομέα της αεροδυναμικής, το οποίο χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της άνωσης σε μια αεροτομή και σε διδιάστατα σώματα. Το θεώρημα υποστηρίζει ότι η δύναμη σε ένα διδιάστατο ρευστό είναι ευθέως ανάλογη της κυκλοφορίας και κάθετη στο ελεύθερο ρεύμα. [13] Η διαπίστωση αυτή, πραγματοποιήθηκε ανεξάρτητα από τον Γερμανό μαθηματικό M.W.Kutta το 1902 και τον Ρώσο φυσικό N.E.Joukowski το 1906. Παρατήρησαν λοιπόν, ότι η άνωση ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου πάνω σε μια ανωστική αεροτομή ή κύλινδρο είναι ανάλογη της κυκλοφορίας. Συνεπώς το θεώρημα Kutta-Joukowski πιο αναλυτικά δηλώνει ότι:

Η παραγόμενη αεροδυναμική δύναμη σε μια ασυμπίεστη, μη συνεκτική, αστρόβιλη ροή σε ένα χωρίς όρια ρευστό είναι της τάξεως  $\rho_\infty V_\infty \Gamma$  ανά μονάδα πλάτους και δρα σε κατεύθυνση

κάθετη στην ελεύθερη ροή. Καταλήγουμε λοιπόν, στην έκφραση της άνωσης ανά μονάδα μήκους πτερυγίου:

$$L = -\rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma \quad (2.4.1)$$

όπου  $\rho_{\infty}$  και  $V_{\infty}$  συμβολίζουν την πυκνότητα και την ταχύτητα του ρευστού του εισρέοντος ρεύματος σε μεγάλη απόσταση από την αεροτομή, ενώ  $\Gamma$  είναι η κυκλοφορία η οποία ορίζεται ως το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα:

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{V} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.4.2)$$

Πάνω σε κλειστή καμπύλη  $C$ , η οποία περικλείει την αεροτομή και ακολουθεί θετική φορά (αντί-ωρολογιακή φορά). [14]

## 2.5 Νόμος Biot-Savart

Εξετάζεται ένα ασυμπίεστο ρευστό για το οποίο η εξίσωση συνέχειας είναι :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.5.1)$$

Όπου στροβιλότητα  $\Omega$  μπορεί να υπάρχει. Η δυσκολία έγκειται στον προσδιορισμό του πεδίου ταχύτητας σαν αποτέλεσμα μιας άγνωστης κατανομής στροβιλότητας.

Μπορούμε να εκφράσουμε την ταχύτητα ως το εξωτερικό γινόμενο ενός διανυσματικού πεδίου  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.5.2)$$

Η στροβιλότητα τότε παίρνει την παρακάτω μορφή:

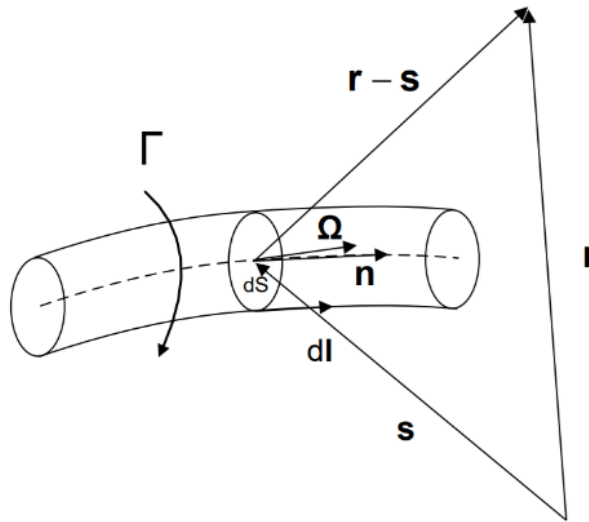
$$\Omega = \nabla \times \mathbf{v} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) - \nabla^2 \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \times \mathbf{A} \quad (2.5.3)$$

Τελικά, καταλήγουμε στην εξίσωση Poisson για το δυναμικό της ταχύτητας  $A$ .

Με εφαρμογή του θεωρήματος Green προκύπτει:

$$A(r, t) = \frac{1}{4\pi} \int_R \frac{\Omega(s, t)}{|r - s|} dR \quad (2.5.4)$$

$$v = \nabla \times A = \frac{1}{4\pi} \nabla \times \left( \int_R \frac{\Omega(s, t)}{|r - s|} dR \right) \quad (2.5.5)$$



Σχήμα 2.2 Επαγόμενη ταχύτητα σε σημείο από τμήμα στροβιλότητας.

Για γραμμή στροβιλότητας ισχύει:

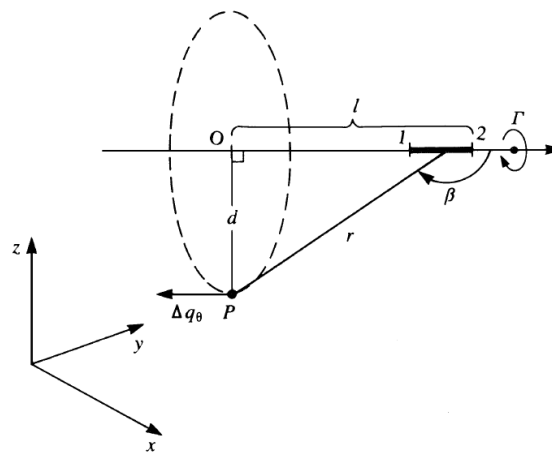
$$\delta v = \frac{1}{4\pi} \nabla \times \left( \frac{\Omega(s, t)}{|r - s|} \cdot (n \cdot ds \cdot dl) \right) \Rightarrow$$

$$\delta v = \frac{1}{4\pi} \nabla \times \left( \frac{\Gamma \cdot dl}{|r - s|} \right) = \frac{\Gamma}{4\pi} \cdot \frac{dl \times (r - s)}{|r - s|^3} \quad (2.5.6)$$

Συνεπώς :

$$\mathbf{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_l \frac{d\mathbf{l} \times (\mathbf{r} - \mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} \quad (2.5.7)$$

Εφαρμόζοντας στη συνέχεια το νόμο Biot-Savart, είναι εφικτό να υπολογιστεί η ταχύτητα που επάγεται από μια ευθεία γραμμή στροβιλότητας. Είναι ξεκάθαρο ότι μια γραμμή στροβιλότητας δεν μπορεί να ξεκινάει ή να τελειώνει μέσα σε ένα ρευστό, και η ανάλυση που έπεται αποσκοπεί στην εύρεση της συμβολής ενός τμήματος που αποτελεί μέρος μια συνεχούς γραμμής στροβιλότητας. Το τμήμα στροβιλότητας τοποθετείται με τυχαίο προσανατολισμό στο χώρο  $(x, y, z)$  με σταθερή κυκλοφορία  $\Gamma$ .



Σχήμα 2.3 Επαγόμενη ταχύτητα στο σημείο P από ευθεία γραμμή στροβιλότητας.

Ένα τμήμα  $dl$  πάνω σε αυτήν τη γραμμή, σε ένα σημείο P, είναι :

$$\Delta \mathbf{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \left( \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \right) \quad (2.5.8)$$

Η έκφραση αυτή μπορεί να διατυπωθεί και ως βαθμωτή :

$$\Delta v = \frac{\Gamma}{4\pi} \left( \frac{\sin \beta}{r^2} dl \right) \quad (2.5.9)$$

Από το Σχήμα 2.3 είναι ευδιάκριτο ότι :

$$dl = r \cdot \sin \beta \quad (2.5.10)$$

$$\tan(\pi - \beta) = \frac{d}{l} \quad (2.5.11)$$

Οπότε από την εξίσωση (2.5.11) προκύπτει :

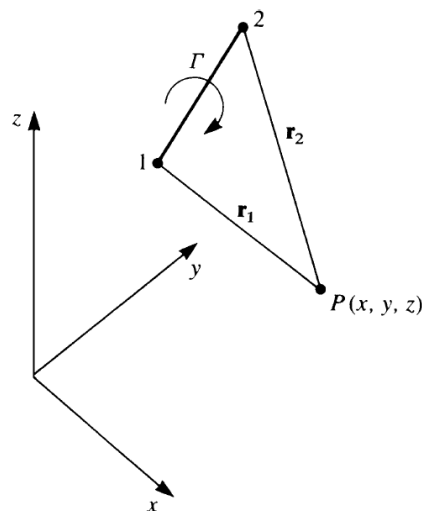
$$l = -\frac{d}{\tan\beta} \Rightarrow dl = \frac{d}{\sin^2\beta} d\beta \quad (2.5.12)$$

Ύστερα από αντικαταστάσεις, λαμβάνεται η εξής σχέση :

$$\Delta v = \frac{\Gamma}{4\pi d} \sin\beta d\beta \quad (2.5.13)$$

Εάν η εξίσωση (2.5.13) ολοκληρωθεί πάνω σε ένα τμήμα ( $1 \rightarrow 2$ ) της γραμμής στροβιλότητας προκύπτει :

$$v_{1,2} = \frac{\Gamma}{4\pi d} (\cos\beta_1 - \cos\beta_2) \quad (2.5.14)$$



Σχήμα 2.4 Ονοματολογία που χρησιμοποιείται για την επαγόμενη ταχύτητα από ένα τρισδιάστατο, ευθύ τμήμα στροβιλότητας.

Η εξίσωση (2.5.14) μπορεί να τροποποιηθεί ώστε να διευκολύνει τους αριθμητικούς υπολογισμούς χρησιμοποιώντας τη διάταξη του Σχήματος 2.4. Για μια γενική τρισδιάστατη

περίπτωση οι δύο άκρες του τμήματος στροβιλότητας τοποθετούνται ως διανύσματα  $r_1$  και  $r_2$ , ενώ το διάνυσμα που συνδέει τα σημεία αυτά είναι:

$$r_0 = r_1 - r_2 \quad (2.5.15)$$

Η απόσταση  $d$  και τα συνημίτονα των γωνιών  $\beta$  εκφράζονται ως εξής:

$$d = \frac{|r_1 \times r_2|}{|r_0|} \quad (2.5.16)$$

$$\cos\beta_1 = \frac{r_0 \cdot r_1}{|r_0||r_1|} \quad (2.5.17)$$

$$\cos\beta_2 = \frac{r_0 \cdot r_2}{|r_0||r_2|} \quad (2.5.18)$$

Η κατεύθυνση της ταχύτητας  $v_{1,2}$  είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει το σημείο P και οι ακμές στροβιλότητας 1,2 και δίνεται από :

$$\frac{r_1 \times r_2}{|r_1 \times r_2|} \quad (2.5.19)$$

Με αντικαταστάσεις και πολλαπλασιάζοντας με το διάνυσμα κατεύθυνσης, προκύπτει η επαγόμενη ταχύτητα ως εξής: [14]

$$v_{1,2} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{r_1 \times r_2}{|r_1 \times r_2|^2} |r_0| \cdot \left( \frac{r_0 \cdot r_1}{|r_0||r_1|} - \frac{r_0 \cdot r_2}{|r_0||r_2|} \right) \quad (2.5.20)$$



## 2.6 Θεωρία Γραμμής Άνωσης

### 2.6.1 Ιστορική Αναδρομή

Η θεωρία γραμμής άνωσης του Prandtl (Prandtl lifting-line theory) [15] είναι ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο υπολογίζει την κατανομή της άνωσης κατά μήκος ενός τρισδιάστατου πτερυγίου, λαμβάνοντας υπόψιν τη γεωμετρία του. Είναι επίσης γνωστή ως Lanchester-Prandtl θεωρία πτερυγίου (Lanchester–Prandtl wing theory). [16]

Η θεωρία εκφράστηκε ανεξάρτητα από τον Frederick W. Lanchester [17] το 1907, και ύστερα από τον Ludwig Prandtl το 1918-1919 [18], μετά από συνεργασία του με τον Albert Betz και Max Munk.

Στο μοντέλο αυτό, μειώνεται η ένταση της στροβιλότητας κατά μήκος του πτερυγίου καθώς εκφεύγει σαν φύλλο στροβιλότητας από την ακμή εκφυγής, και όχι μόνο από τις άκρες του πτερυγίου. [19], [20]

### 2.6.2 Εισαγωγή στη Γραμμή Άνωσης

Σε ένα τρισδιάστατο, πεπερασμένο πτερύγιο, η άνωση σε κάθε τμήμα του πτερυγίου (τοπική άνωση ανά μονάδα πλάτους του πτερυγίου) δεν ανταποκρίνεται στους υπολογισμούς μιας διδιάστατης ανάλυσης. Αντιθέτως, η τοπική τιμή της άνωσης επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από την άνωση που δημιουργείται σε γειτονικά τμήματα πάνω στο πτερύγιο.

Για το λόγο αυτό, η αναλυτική περιγραφή της άνωσης ενός πτερυγίου δεδομένης γεωμετρίας είναι περίπλοκο να προβλεφθεί. Η θεωρία λοιπόν της γραμμής άνωσης, αναπαράγει με αντιπροσωπευτικό τρόπο την κατανομή της άνωσης κατά μήκος του πτερυγίου,  $L_y$ , λαμβάνοντας υπόψιν μόνο την γεωμετρία του πτερυγίου (κατανομή της χορδής, της αεροτομής και της συστροφής κατά μήκος του πτερυγίου) και τις συνθήκες ροής ( $\rho, V_\infty, \alpha_\infty$ ).

### 2.6.3 Περιγραφή του προβλήματος

Ας θεωρηθεί ένα λεπτό και πεπερασμένο πτερύγιο το οποίο κινείται με μία σταθερή ταχύτητα σε ένα αδιατάρακτο ρευστό. Το ελεύθερο ρεύμα της ταχύτητας  $V_\infty$  έχει μια μικρή γωνία πρόσπτωσης, ως προς το σύστημα συντεταγμένων που φέρει το πτερύγιο.

Το πεδίο της ταχύτητας για αυτή τη φαινόμενη ροή μπορεί να αποκτηθεί επιλύοντας την εξίσωση Laplace για το δυναμικό ταχύτητας  $\Phi$  :

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.6.3.1)$$

Η οριακή συνθήκη η οποία απαιτεί να μην υπάρχει ροή πάνω στην στερεή επιφάνεια της αεροτομής ορίζεται για  $z = 0$ , για την περίπτωση μικρής γωνίας πρόσπτωσης ως:

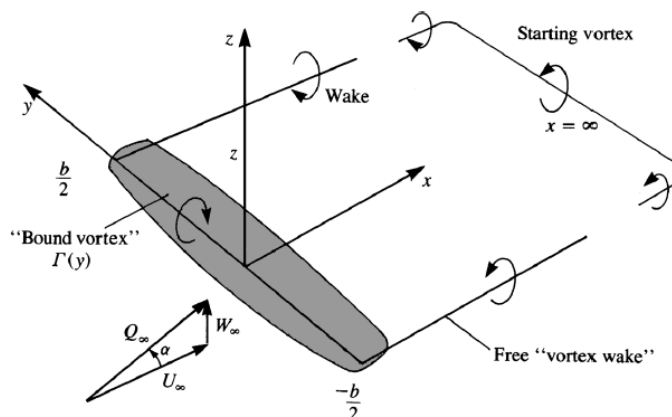
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, y, 0 \pm) = V_{\infty} \left( \frac{d\eta}{dx} - \alpha \right) \quad (2.6.3.2)$$

Όπου  $\eta = \eta_c(x, y)$  είναι η καμπύλη επιφάνειας που έχει τοποθετηθεί στο επίπεδο  $(x, y)$ . Για την μοντελοποίηση της ανωστικής επιφάνειας, επιλέγεται μια κατανομή στροβιλότητας. Η άγνωστη κατανομή της στροβιλότητας  $\Gamma_x(x, y)$  και  $\Gamma_y(x, y)$ , τοποθετείται στην προβαλλόμενη περιοχή του πτερυγίου στο επίπεδο  $z = 0$ . Συνεπώς, η εξίσωση που προκύπτει είναι η εξής :

$$-\frac{1}{4\pi} \int_{\text{wing}+\text{wake}} \frac{\Gamma_y(x-x_0) - \Gamma_x(y-y_0)}{((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2)^{\frac{3}{2}}} dx_0 dy_0 = V_{\infty} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} - \alpha \right) \quad (2.6.3.3)$$

Η οποία ισχύει για κάθε σημείο στο πτερύγιο. Μια αρμόζουσα (και μοναδική ) λύση για την κατανομή στροβιλότητας θα πρέπει να ικανοποιεί την συνθήκη Kutta στην ακμή εκφυγής, έτσι ώστε η παράλληλη συνισταμένη της στροβιλότητας στην ακμή εκφυγής ( $\gamma_{T.E}$ ) να είναι μηδενική :

$$\gamma_{T.E} = 0 \quad (2.6.3.4)$$



Σχήμα 2.5 Πέταλο μακρινού πεδίου για τη μοντελοποίηση ενός πεπερασμένου πτερυγίου.

Επιπλέον, εφόσον οι γραμμές στροβιλότητας δεν αρχίζουν ούτε τελειώνουν σε ένα ρευστό, η λύση θα πρέπει να συμβιβάζεται με τον εξής νόμο: [14]

$$\left| \frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} \right| = \left| \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} \right| \quad (2.6.3.5)$$

#### 2.6.4 Μοντέλο Lifting-Line

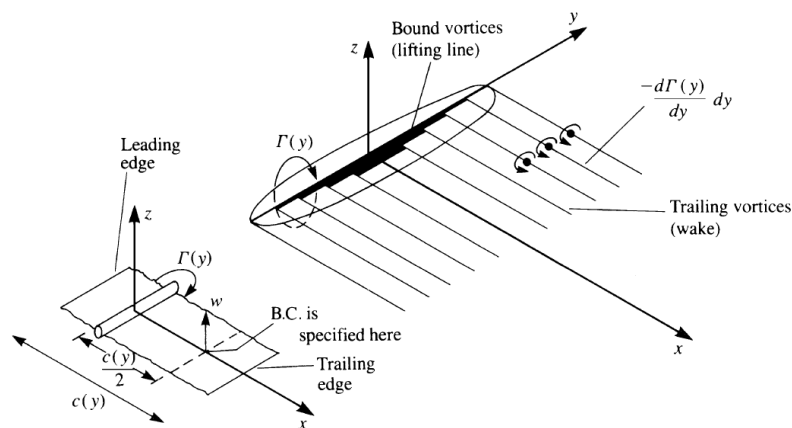
Το πιο απλό μοντέλο που μπορεί να προταθεί για να λύσει το παραπάνω πρόβλημα είναι η αντικατάσταση της κυκλοφορίας κατά μήκος της χορδής, σε κάθε σημείο κατά μήκος του πτερυγίου, με μία μοναδική συγκεντρωμένη στροβιλότητα. Επιπλέον, αυτοί οι τοπικοί στρόβιλοι της κυκλοφορίας  $\Gamma(y)$  θα τοποθετηθούν σε μια γραμμή κατά μήκος του πτερυγίου. Για τη διδιάστατη περίπτωση συγκεντρωμένου στοιχειώδους στρόβιλου, η γραμμή στροβιλότητας τοποθετείται κατά μήκος του πτερυγίου στα τρία τέταρτα της χορδής. Η τοποθέτηση αυτή της γραμμής στροβιλότητας στα τρία τέταρτα της χορδής της αεροτομής ικανοποιεί ικανοποιητικά τη συνθήκη Kutta που διατυπώνεται στη σχέση (2.6.3.4) .

Στο σημείο αυτό, χρειάζεται να δοθεί έμφαση στα θεωρήματα σχετικά με τους στρόβιλους τα οποία προϋποθέτουν οι γραμμές στροβιλότητας να μην ξεκινούν ή να τελειώνουν αυθαίρετα στο ρευστό. Συνεπώς, ένα πραγματοποιηθεί οποιαδήποτε αλλαγή στην ένταση της γραμμής στροβιλότητας  $d\Gamma(y)/dy$  , τότε αυτή ακολουθείται από τη δημιουργία ενός στρόβιλου ίδιας έντασης αλλά αντίθετης κατεύθυνσης  $\Gamma_x$ . Με άλλα λόγια, η γραμμή στροβιλότητας δεν τερματίζει στο σημείο αυτό αλλά αλλάζει κατεύθυνση, ενώ η έντασή της παραμένει σταθερή.

Η καλύτερη φυσική εφαρμογή αυτών των αρχών είναι οι στροβιλότητες εκφυγής (trailing vortices) να «σκορπίσουν» μέσα στη ροή και να δημιουργήσουν έναν «ομόρρου» (wake) , τέτοιοι ώστε να μην υπάρχει δύναμη που να ασκείται σε αυτούς τους ελεύθερους στρόβιλους. Η προϋπόθεση αυτή, μπορεί να ικανοποιηθεί εάν η ροή στο τμήμα αυτό είναι παράλληλη στην κυκλοφορία  $\Gamma$  (όπου η θετική κυκλοφορία ορίζεται σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού):

$$\mathbf{v} \times \Gamma_{\text{wake}} = 0 \quad (2.6.4.1)$$

Η πιο κατάλληλη διάταξη η οποία πληροί αυτές τις προϋποθέσεις θα έχει το σχήμα στροβίλου «πετάλου», Σχήμα 2.6, το οποίο θα έχει σταθερή «οριακή στροβιλότητα» (bound vorticity)  $\Gamma$  κατά μήκος της γραμμής που περνάει από τα τρία τέταρτα της χορδής, θα γυρίζει πίσω στις άκρες του πτερυγίου και θα εκτείνεται μακριά από το πτερύγιο, όπου σε μεγάλη απόσταση πίσω από αυτό θα κλείνει με έναν αρχικό στρόβιλο (starting vortex). Στο σημείο αυτό, θεωρείται ότι η ροή είναι μόνιμη και επομένως ο αρχικός στρόβιλος βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση κατάντι και η επιρροή του μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.



Σχήμα 2.6 Μοντέλο Γραμμής Άνωσης αποτελούμενο από πέταλα στροβίλων. Το τμήμα του οριακού στροβίλου τοποθετείται στον άξονα  $y$ .

Ένα πιο εξευγενισμένο μοντέλο σχετικά με το πεπερασμένο πτερύγιο προτάθηκε αρχικά από τον Γερμανό επιστήμονα Ludwig Prandtl κατά τον Πρώτο Παγκόσμιο Πόλεμο και χρησιμοποιεί ένα μεγάλο αριθμό τέτοιων δινοπετάλων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6. Στην περίπτωση αυτή, η γραμμή του οριακού στροβίλου (bound vorticity) τοποθετείται κατά τον άξονα  $y$  και σε κάθε σημείο κατά το πλάτος του πτερυγίου (spanwise) η ακμή πρόσπτωσης απέχει ένα τέταρτο της χορδής μπροστά από αυτή την ευθεία. Είναι αναγκαίο να εξεταστεί στη συνέχεια, η ολοκληρωματική εξίσωση (2.6.3.3) για την περίπτωση της επίπεδης ανωστικής επιφάνειας, όπου  $\frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$ . Η εξίσωση τώρα αναπαριστά την οριακή συνθήκη της εξίσωσης (2.6.3.2) :

$$\frac{\partial \Phi_{\text{wing}}}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_{\text{wake}}}{\partial z} + V_{\infty} \alpha = 0 \quad (2.6.4.2)$$

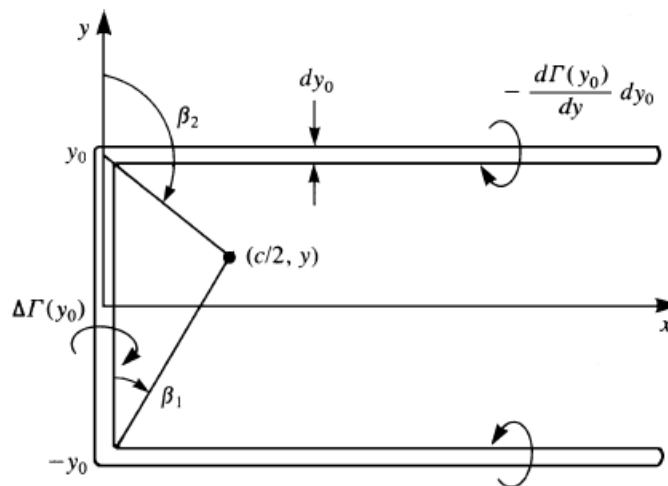
Πιο αναλυτικά, η εξίσωση εκφράζει το άθροισμα των κάθετων συνιστωσών της ταχύτητας που επάγονται από το πτερύγιο  $w_b = \frac{\partial \Phi_{\text{wing}}}{\partial z}$  και από τους στροβίλους του ομόρρου  $w_i = \frac{\partial \Phi_{\text{wake}}}{\partial z}$ , συν την κάθετη συνιστώσα της ελεύθερης ροής, το οποίο πρέπει να ισούται με μηδέν στο στερεό όριο του πτερυγίου :

$$w_b + w_i + V_\infty a = 0 \quad (2.6.4.3)$$

Όπου το  $w$  θεωρείται θετικό στην κατεύθυνση  $+z$ . Οι δείκτες  $()_b$  και  $()_i$  συμβολίζουν τις οριακές (στο πτερύγιο) και τις επαγόμενες (από τον ομόρρο) επιρροές, αντίστοιχα.

Η συνιστώσα της ταχύτητας  $w_b$  που επάγεται από την γραμμή άνωσης στο τμήμα με χορδή  $c(y)$  μπορεί να εκτιμηθεί χρησιμοποιώντας το μοντέλο συγκεντρωμένου στροβίλου με το κατώρεμα (downwash) υπολογιζόμενο στο σημείο ελέγχου τοποθετημένο στα τρία τέταρτα της χορδής. Ας θεωρήσουμε το τμήμα  $(-y_0 \leq y \leq y_0)$  ενός τυπικού δινοπετάλου που βρίσκεται κατά μήκος του πτερυγίου με ένταση  $\Delta\Gamma(y_0)$  (όπου  $\Delta\Gamma(y_0) = -\left(\frac{d\Gamma(y_0)}{dy}\right) dy_0$ ). Το κατώρεμα  $\Delta w_b$  στο σημείο υπολογισμού  $(c/2, y)$  λόγω του συγκεκριμένου τμήματος δίνεται από την εξίσωση (2.5.14) :

$$\Delta w_b = -\frac{\Delta\Gamma}{4\pi d}(\cos\beta_1 - \cos\beta_2) = -\frac{\Delta\Gamma}{4\pi \left[\frac{c(y)}{2}\right]} \left[ \frac{y+y_0}{\sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + (y+y_0)^2}} + \frac{y_0-y}{\sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + (y_0-y)^2}} \right] \quad (2.6.4.4)$$



Σχήμα 2.7 Ταχύτητα επαγόμενη από τα τμήματα ενός τυπικού πετάλου.

Για πτερύγιο με μεγάλο  $AR$ , μπορούμε να παραλείψουμε τον όρο  $\left(\frac{c}{2}\right)^2$  στην τετραγωνική ρίζα, συνεπώς προκύπτει:

$$\Delta w_b = -\frac{\Delta \Gamma}{4\pi \left[ \frac{c(y)}{2} \right]} (1 + 1) \quad (2.6.4.5)$$

Το αποτέλεσμα για ολόκληρη τη γραμμή άνωσης (υπολογιζόμενο στο  $y$ ), λαμβάνεται αθροίζοντας τα αποτελέσματα για όλα τα δινοπέταλα και είναι:

$$w_b = -\frac{\Gamma}{2\pi \left[ \frac{c(y)}{2} \right]} \quad (2.6.4.6)$$

Πρέπει να σημειωθεί, ότι το αποτέλεσμα προκύπτει ίδιο στην περίπτωση που εφαρμοστεί ένα τοπικό διδιάστατο μοντέλο συγκεντρωμένων δινών σε κάθε σημείο κατά το πλάτος του πτερυγίου, όπου το κατώρευμα  $w_b$  υπολογίζεται στα τρία τέταρτα της χορδής λόγω ενός στροβίλου που είναι τοποθετημένος στο ένα τέταρτο της χορδής.

Στη συνέχεια, το κατώρευμα λόγω των στροβίλων εκφυγής του πτερυγίου (trailing vortices) πρέπει να υπολογιστεί. Εφόσον επιτρέπεται αλλαγή στην τιμή της έντασης της κυκλοφορίας  $\Gamma(y)$ , και εφόσον καμία γραμμή στροβιλότητας δεν μπορεί να ξεκινάει και να τελειώνει στη ροή, η τοπική αλλαγή της κυκλοφορίας «αποβάλλεται» στον ομόρρου. Έτσι, ο ομόρρους κατασκευάζεται από ημιάπειρες γραμμές έντασης  $\left( \frac{d\Gamma}{dy} \right) dy$ . Πριν την ολοκλήρωση της επίλυσης, υπολογίζεται η ταχύτητα που επάγεται από μια, ημιάπειρη γραμμή στροβιλότητας εκφυγής με ένταση  $\Delta \Gamma = -\left( \frac{d\Gamma(y_0)}{dy} \right) dy_0$ . Το δεξί μέρος της γραμμής στροβιλότητας του ομόρρου είναι τοποθετημένο στο σημείο  $y_0$  κατά μήκος του πτερυγίου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7, και το επαγόμενο κατώρευμα από τον στρόβιλο αυτόν στο σημείο  $(c/2, y)$  δίνεται από το αποτέλεσμα μιας ημιάπειρης γραμμής στροβιλότητας από την εξίσωση:

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi d} \quad (2.6.4.7)$$

Στην περίπτωση μεγάλου AR γίνεται η θεώρηση ότι  $\beta_1 \approx \pi/2, \beta_2 \approx \pi$ , συνεπώς:

$$w(y) = \frac{\Delta \Gamma(y_0)}{4\pi} \frac{1}{y - y_0} \quad (2.6.4.8)$$

Το οποίο είναι ακριβώς το μισό της ταχύτητας που επάγεται από μια άπειρη (διδιάστατη) γραμμή στροβιλότητας έντασης  $\Delta\Gamma(y_0)$ . Με τη βοήθεια αυτής της εξίσωσης η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας που επάγεται από του στροβίλου εκφυγής γίνεται:

$$w_i(y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\left(\frac{d\Gamma(y_0)}{dy}\right) dy_0}{y - y_0} \quad (2.6.4.9)$$

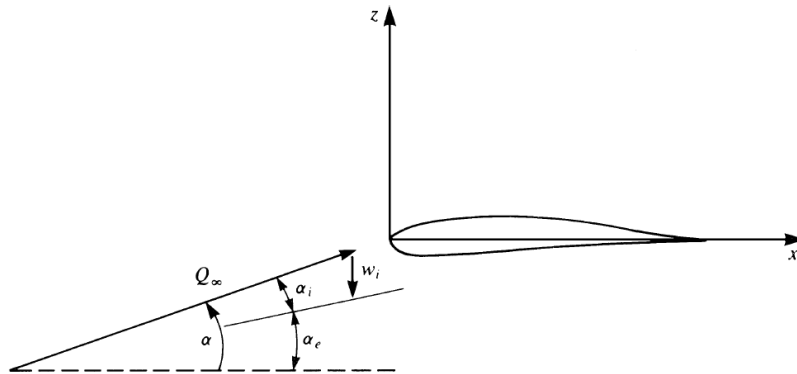
Θεωρώντας υψηλό λόγο AR ( $b/c(y) \gg 1$ ), επιτρέπεται να συμπεριφορά σε ένα σημείο κατά το πλάτος του πτερυγίου όμοια με έναν διδιάστατο τομέα και να μεταφέρουμε την οριακή συνθήκη στην τοπική χορδή τριών τετάρτων. Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (2.6.4.6) και (2.4.6.9) στην (2.6.4.3), προκύπτει:

$$-\frac{\Gamma}{2\pi \left[\frac{c(y)}{2}\right]} - \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\left(\frac{d\Gamma(y_0)}{dy}\right) dy_0}{y - y_0} + V_\infty a = 0 \quad (2.6.4.1)$$

Διαιρώντας την εξίσωση (2.6.4.10) με την ταχύτητα της ελεύθερης ροής  $V_\infty$ , προκύπτει η εξής μορφή:

$$-\frac{\Gamma}{\pi c(y) V_\infty} - \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\left(\frac{d\Gamma(y_0)}{dy}\right) dy_0}{y - y_0} + a = 0 \quad (2.6.4.1)$$

Η εξίσωση αυτή αποτελεί την ολοκληρω-διαφορική εξίσωση γραμμής άνωσης του Prandtl για την κατανομή φόρτισης  $\Gamma(y)$  κατά μήκος του πτερυγίου. Η εξίσωση αυτή μπορεί να ερμηνευθεί και ως συνδυασμός των γωνιών (όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.8):



Σχήμα 2.8 Διδιάστατη τομή (στο επίπεδο  $y$ ) ενός τριδιάστατου πτερυγίου. Η γωνία προσβολής  $\alpha$  μειώνεται από το επαγόμενο κατώρευμα των στροβίλων εκφυγής κατά  $\alpha_i$ .

$$-a_e - a_i + \alpha = 0 \quad (2.6.4.1)$$

Όπου η γωνία του επαγόμενου κατωρεύματος (ας σημειωθεί ότι το  $w$  είναι θετικό κατά την θετική κατεύθυνση του  $z$ ):

$$a_i \approx -\frac{w_i}{V_\infty} \quad (2.6.4.1)$$

Η εξίσωση (2.6.4.12) μπορεί να αναδιαμορφωθεί ως εξής:

$$a_e = \alpha - a_i \quad (2.6.4.1)$$

Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση ενός πεπερασμένου πτερυγίου η φαινόμενη γωνία προσβολής μιας τομής του πτερυγίου  $a_e$  (η γωνία μεταξύ της ταχύτητας της τροποποιημένης ελεύθερης ροής και της χορδής) είναι μικρότερη από την πραγματική γεωμετρική γωνία προσβολής  $\alpha$  κατά τη γωνία  $a_i$ , γεγονός που οφείλεται στο κατώρευμα που επάγει ο ομόρρους.

Είναι δυνατόν να γενικευτεί το αποτέλεσμα αυτής της εξίσωσης, υποθέτοντας πως η διδιάστατη τομή έχει τοπική κλίση άνωσης με τιμή  $m_0$  και η τοπική φαινόμενη γωνία προσβολής της είναι  $a_e$ . Στην περίπτωση που ληφθεί υπόψιν και οι επιδράσεις της καμπυλότητας, τότε η γωνία αυτή μετράται από την γωνία μηδενικής άνωσης της τομής, ώστε:

$$C_l(y) = \frac{(\rho V_\infty \Gamma(y))}{\left(\frac{1}{2}\right) \rho V_\infty^2 c(y)} = m_0(y) a_e(y) \quad (2.6.4.1)$$



Συνεπώς, η εξίσωση (2.6.4.14) γίνεται:

$$a_e = \alpha - a_i - \alpha_{L0} \quad (2.6.4.1)$$

Όπου  $\alpha_{L0}$  είναι η γωνία μηδενική άνωσης λόγω της καμπυλότητας της αεροτομής (για αεροτομές με καμπυλότητα είναι συνήθως αρνητικός αριθμός). Μια πιο γενική μορφή της εξίσωσης (2.6.4.16) όπου επιτρέπει την ύπαρξη καμπυλότητας και συστροφής  $\alpha(y)$  είναι :

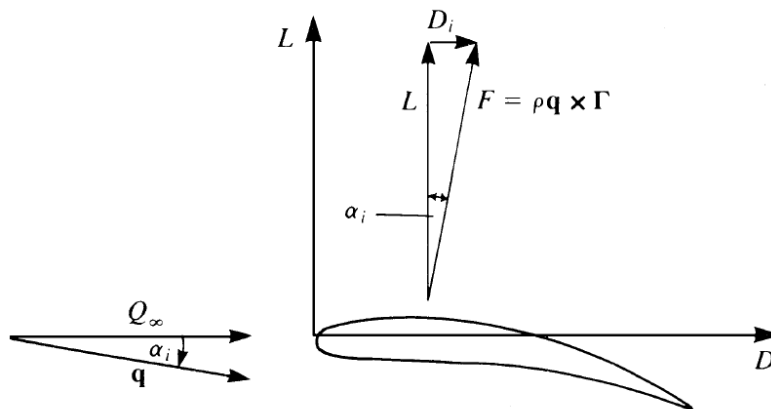
$$-\frac{2\Gamma(y)}{m_0(y)c(y)V_\infty} - \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left( \frac{d\Gamma(y_0)}{dy} \right) dy_0 + a(y) - \alpha_{L0}(y) = 0 \quad (2.6.4.1)$$

Στην εξίσωση αυτή ο όρος  $a(y)$  εκφράζει την τοπική γωνία προσβολής ως προς την ταχύτητα ροής  $V_\infty$  και  $\alpha_{L0}(y)$  εκφράζει τη γωνία μηδενικής άνωσης της αεροτομής του πτερυγίου. Εάν υποτεθεί ότι αυτές οι γεωμετρικές ποσότητες είναι γνωστές, τότε το  $\Gamma(y)$  γίνεται ο άγνωστος της εξίσωσης. Επιπλέον, στις άκρες του πτερυγίου η διαφορά πίεσης (ή η άνωση  $\rho V_\infty \Gamma(y = \pm \frac{b}{2})$ ) πρέπει να ισούται με μηδέν, οπότε:

$$\Gamma\left(y = \pm \frac{b}{2}\right) = 0 \quad (2.6.4.1)$$

### 2.6.5 Αεροδυναμικά Φορτία

Η λύση της εξίσωσης (2.6.4.17) παρέχει την κατανομή της οριακής κυκλοφορίας κατά το μήκος του πτερυγίου  $\Gamma(y)$ . Προκειμένου να εξασφαλιστούν οι αεροδυναμικές δυνάμεις, θα εφαρμοστεί το διδιάστατο Kutta-Joukowski θεώρημα (σε επίπεδο με  $y = \text{σταθ.}$ ). Ωστόσο, λόγω της επαγόμενης ταχύτητας από τον ομόρρου, το διάνυσμα της ελεύθερης ροής θα περιστραφεί κατά  $\alpha_i(y)$ , όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.9 :



Σχήμα 2.9 Περιστροφή του τοπικού διανύσματος της άνωσης κατά τη γωνία  $\alpha_i$  που επάγεται από του στροβίλους εκφυγής.

Η γωνία αυτή μπορεί να υπολογιστεί από το γνωστό  $\Gamma(y)$  χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (2.6.4.9) και (2.6.4.13) :

$$a_i(y) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\left(\frac{d\Gamma(y_0)}{dy}\right) dy_0}{y - y_0} \quad (2.6.5.1)$$

Εάν υποθεθεί πως η γωνία  $\alpha_i$  είναι μικρή, τότε  $\cos \alpha_i \approx 1$  και  $\sin \alpha_i \approx \alpha_i$ , και η άνωση του πτερυγίου δίνεται από την ολοκλήρωση της τοπικής διδιάστατης άνωσης, με αποτέλεσμα:

$$L = \rho V_\infty \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy \quad (2.6.5.2)$$

Ενώ η δύναμη της αντίστασης (drag) δημιουργείται γυρίζοντας το διδιάστατο διάνυσμα της άνωσης κατά την ροή που επάγεται από τον ομόρρου, υπολογίζεται ως:

$$D_i = \rho V_\infty \int_{-b/2}^{b/2} a_i(y) \Gamma(y) dy \quad (2.6.5.3)$$

Η αντίσταση καλείται επαγόμενη αντίσταση (induced drag) εφόσον επάγεται από τους στροβίλους εκφυγής. Η αντίσταση αυτή του πεπερασμένου πτερυγίου σχετίζεται απευθείας με την άνωση και μειώνεται καθώς το πλάτος των πτερυγίων (wingspan) αυξάνεται. Η εξίσωση

(2.6.5.3) μπορεί επίσης να εκφραστεί συναρτήσει του επαγόμενου από τον ομόρρου κατωρεύματος  $w_i$ , ως εξής:

$$D_i = -\rho \int_{-b/2}^{b/2} w_i(y) \Gamma(y) dy \quad (2.6.5.4)$$

Από την οπτική γωνία της μηχανικής, η συνολική αντίσταση  $D$  ενός πτερυγίου εμπεριέχει και την επαγόμενη αντίσταση  $D_i$  και τη συνεκτική  $D_0$  [14]:

$$D = D_i + D_0 \quad (2.6.5.5)$$

## 2.7 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό, έγινε η διατύπωση του προβλήματος της τρισδιάστατης ροής γύρω από κινούμενα σώματα μέσω της θεωρίας της γραμμής άνωσης, καθώς αναδείχθηκε η ιδιαιτερότητα της στροβιλότητας εκφυγής και του σχηματιζόμενου ομόρρου κατάντι του δρομέα. Ωστόσο, για την πλήρη κατανόηση του θεωρητικού υποβάθρου του μοντέλου της γραμμής άνωσης, θεωρήθηκε αναγκαία η περιγραφή βασικών θεωρημάτων που συνέβαλαν στη διατύπωσή του. Στο επόμενο κεφάλαιο, θα αναλυθεί η χρησιμότητα των θεωρημάτων αυτών και η διάρθρωση και λειτουργία του υπολογιστικού μοντέλου της γραμμής άνωσης.

### 3 Ανάπτυξη Υπολογιστικού Μοντέλου Γραμμής Άνωσης

#### 3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο αναλύονται οι διαδικασίες με τις οποίες επιλύεται αριθμητικά το πρόβλημα της τρισδιάστατης μη μόνιμης ροής γύρω από τα πτερύγια μιας ανεμογεννήτριας. Πιο αναλυτικά, εξετάζονται λεπτομερώς η διάταξη και η γεωμετρία της ανεμογεννήτριας, η γεωμετρία του ομόρρου και η διάρθρωση του υπολογιστικού μοντέλου της γραμμής άνωσης για την αριθμητική επίλυση της ροής γύρω από την ανεμογεννήτρια.

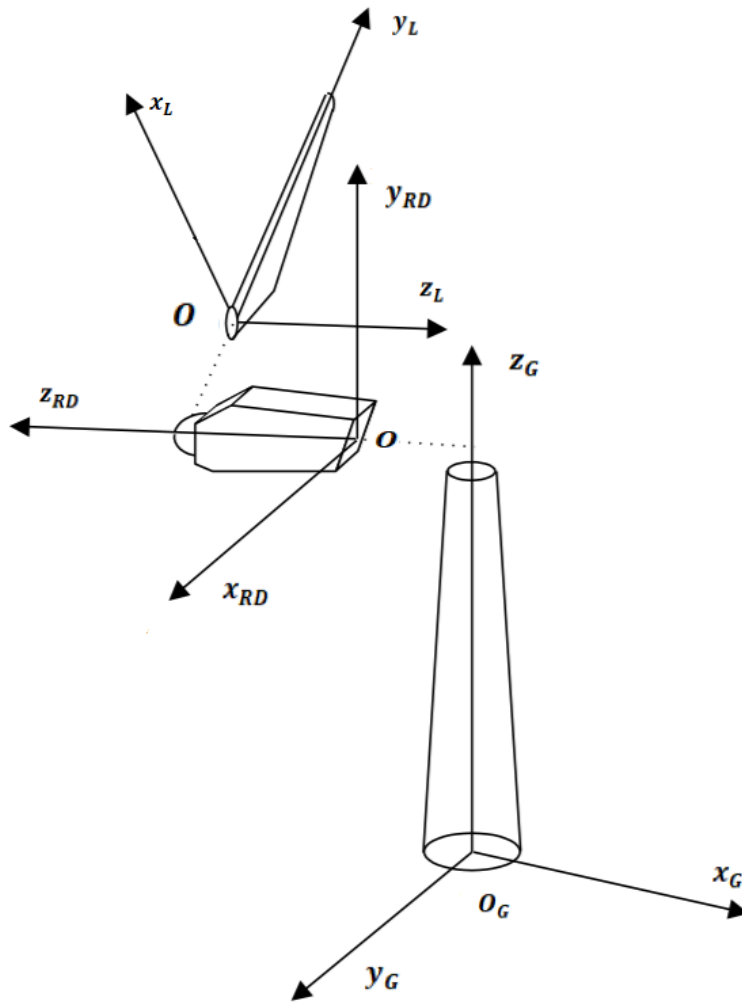
#### 3.2 Σύστημα Συντεταγμένων Ανεμογεννήτριας

Σε αυτό το σημείο είναι αναγκαίο προσδιοριστεί η γεωμετρία και το σύστημα συντεταγμένων της διάταξης. Αρχικά, στη βάση του πύργου της ανεμογεννήτριας ορίζεται το ολικό σύστημα συντεταγμένων  $(x_G, y_G, z_G)$  (G, Global Coordinate System). Στη συνέχεια, με βάση το Σχήμα 3.1, ορίζονται τρία δευτερεύοντα συστήματα συντεταγμένων, το σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο του ρότορα  $(x_{RD}, y_{RD}, z_{RD})$  (RD, Rotor Disk Coordinate System), το σύστημα συντεταγμένων των πτερυγίων  $(x_{BLD}, y_{BLD}, z_{BLD})$  (BLD, Blade Coordinate System) και το σύστημα συντεταγμένων για κάθε λωρίδα strip κατά το πλάτος του κάθε πτερυγίου.

Το πρώτο μετατρέπει τις ολικές συντεταγμένες λαμβάνοντας υπόψιν τις γωνίες yaw και tilt του κελύφους (nacelle) και την γωνία αζιμούθιου κάθε πτερυγίου (συμπεριλαμβανομένου και της αρχικής γωνίας αζιμούθιου). Ο άξονας  $z_{RD}$  είναι κάθετος στο επίπεδο του ρότορα, έχοντας την ίδια κατεύθυνση με τη ροή του ανέμου, ο άξονας  $y_{RD}$  είναι κατά μήκος της ακτινικής διεύθυνσης δείχνοντας από τη ρίζα (root) προς την άκρη (tip) του πτερυγίου και ο άξονας  $x_{RD}$  είναι κάθετος στους άλλους δύο.

Το σύστημα του κάθε πτερυγίου περιλαμβάνει επίσης τις περιστροφές για τις γωνίες cone και pitch.

Τέλος ορίζεται ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων  $(x_L, y_L, z_L)$  (L, Local Coordinate System) για κάθε λωρίδα κάθε πτερυγίου, που περιλαμβάνει και τις γωνίες pre-bend (x) και pre-sweep(z).



Σχήμα 3.1 Σύστημα Συντεταγμένων της Διάταξης.

Για τη μετάβαση από το σύστημα συντεταγμένων Global στο σύστημα του ρότορα RD, πραγματοποιούνται οι εξής διαδοχικές περιστροφές:

- 90° περιστροφή περί τον άξονα  $y_G$
- 90° περιστροφή περί τον άξονα  $z_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία  $\varphi_{AZ}$  του αζιμοθίου περί τον άξονα  $z_G$

Συνεπώς το μητρώο περιστροφής που χρησιμοποιείται είναι:

$$A_{RD} = \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & 0 & \sin 90^\circ \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin 90^\circ & 0 & \cos 90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{AZ} & -\sin \varphi_{AZ} & 0 \\ \sin \varphi_{AZ} & \cos \varphi_{AZ} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.1)$$

Για τη μετάβαση από το σύστημα συντεταγμένων Global στο σύστημα των πτερυγίων BLD, πραγματοποιούνται οι εξής διαδοχικές περιστροφές:

- 90° περιστροφή περί τον άξονα  $y_G$
- 90° περιστροφή περί τον άξονα  $z_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία  $\varphi_{AZ}$  του αζιμουθίου περί τον άξονα  $z_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία cone  $\varphi_{cone}$  περί τον άξονα  $x_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία pitch  $\varphi_{pitch}$  περί τον άξονα  $y_G$

Συνεπώς το μητρώο περιστροφής που χρησιμοποιείται στην περίπτωση αυτή είναι:

$$A_{BLD} = A_{RD} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_{cone} & -\sin\varphi_{cone} \\ 1 & \sin\varphi_{cone} & \cos\varphi_{cone} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi_{pitch} & 0 & \sin\varphi_{pitch} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi_{pitch} & 0 & \cos\varphi_{pitch} \end{bmatrix} \quad (3.2.2)$$

Για τη μετάβαση από το σύστημα συντεταγμένων Global στο σύστημα συντεταγμένων κάθε λωρίδας κατά το πλάτος των πτερυγίων, πραγματοποιούνται οι εξής διαδοχικές περιστροφές:

- 90° περιστροφή περί τον άξονα  $y_G$
- 90° περιστροφή περί τον άξονα  $z_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία  $\varphi_{AZ}$  του αζιμουθίου περί τον άξονα  $z_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία cone  $\varphi_{cone}$  περί τον άξονα  $x_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία pitch  $\varphi_{pitch}$  περί τον άξονα  $y_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία pre-bend  $\varphi_{pre-bend}$  περί τον άξονα  $x_G$
- Περιστροφή κατά την γωνία pre-sweep  $\varphi_{pre-sweep}$  περί τον άξονα  $z_G$

Συνεπώς το μητρώο περιστροφής που χρησιμοποιείται στην περίπτωση αυτή είναι:

$$A_{LOCAL} = A_{BLD} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_{pre-bend} & -\sin\varphi_{pre-bend} \\ 1 & \sin\varphi_{pre-bend} & \cos\varphi_{pre-bend} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi_{pre-sweep} & -\sin\varphi_{pre-sweep} & 0 \\ \sin\varphi_{pre-sweep} & \cos\varphi_{pre-sweep} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

### 3.3 Πεδίο Ροής

Εάν η ταχύτητα του ανέμου που προσπίπτει στην ανεμογεννήτρια έχει μέτρο  $U_\infty$  ενώ ως προς το Global σύστημα συντεταγμένων, θεωρηθεί ότι έχει συντεταγμένες  $U_G = (U_\infty, 0, 0)$ , τότε το διάνυσμα της ταχύτητας ως προς το σύστημα συντεταγμένων του επιπέδου του ρότορα RD είναι:

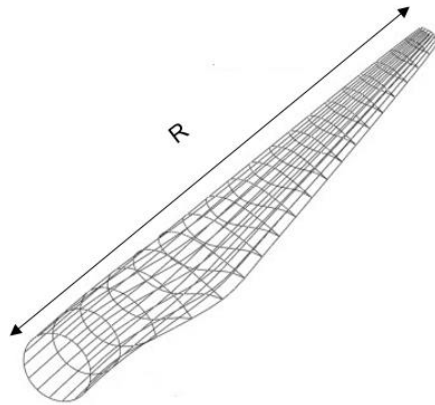
$$U_{RD} = A_{RD} U_G = (U_{RD,x}, U_{RD,y}, U_{RD,z})^T \quad (3.3.1)$$

Ενώ ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων Local κάθε λωρίδας των πτερυγίων:

$$U_{LOCAL} = A_{LOCAL} U_G = (U_{LOCAL,x}, U_{LOCAL,y}, U_{LOCAL,z})^T \quad (3.3.2)$$

### 3.4 Γεωμετρία Ανεμογεννήτριας

Έστω ότι κάθε πτερύγιο της ανεμογεννήτριας χωρίζεται σε  $N_{STRIP}$  λωρίδες κατά την ακτινική κατεύθυνση, Σχήμα 3.2, ξεκινώντας από την ρίζα του πτερυγίου και καταλήγοντας στην άκρη. Συνολικά λοιπόν, ανά πτερύγιο έχουμε  $N_{SEGB} = N_{STRIP}$  τμήματα και  $N_{NODE} = N_{STRIP} + 1$  κόμβους, ενώ για το σύνολο των πτερυγίων προκύπτουν  $N_{BLADE} \cdot N_{STRIP}$  λωρίδες και  $N_{BLADE} \cdot N_{NODE}$  κόμβοι.



Σχήμα 3.2 Διαμερισμός της πτέρυγας σε  $NSTRIP$  λωρίδες κατά την ακτινική διεύθυνσή της.

Σε κάθε λωρίδα, δηλαδή ακτινική θέση, έχουμε ένα συγκεκριμένο προφίλ αεροτομής. Τα προφίλ αυτά ορίζονται ανάλογα με την ακτινική θέση στην οποία βρισκόμαστε, και παρέχουν πληροφορίες για τα  $C_L, C_M, C_D$ , ενώ δεδομένη είναι και η γεωμετρία της αεροτομής, όσον αφορά

την κατανομή της χορδής, της γωνία συστροφής και τις (x,z) συντεταγμένες κατά την ακτινική διεύθυνση.

Σε κάθε πτέρυγα προσδένεται μια γραμμή στροβιλότητας η οποία απέχει ένα τέταρτο της χορδής της αεροτομής που βρίσκεται σε κάθε λωρίδα του πτερυγίου από την ακμή προσβολής, για την οποία είναι δεδομένες οι συντεταγμένες των κόμβων,  $(X_{LOCAL}, Y_{LOCAL}, Z_{LOCAL})$  ως προς το σύστημα συντεταγμένων του πτερυγίου BLD. Προκειμένου να βρεθούν οι συντεταγμένες των κόμβων ανά σώμα, ως προς το Global σύστημα πραγματοποιείται η εξής περιστροφή:

$$(X_{GLOBAL}, Y_{GLOBAL}, Z_{GLOBAL})^T = A_{BLD}(X_{LOCAL}, Y_{LOCAL}, Z_{LOCAL})^T \quad (3.4.1)$$

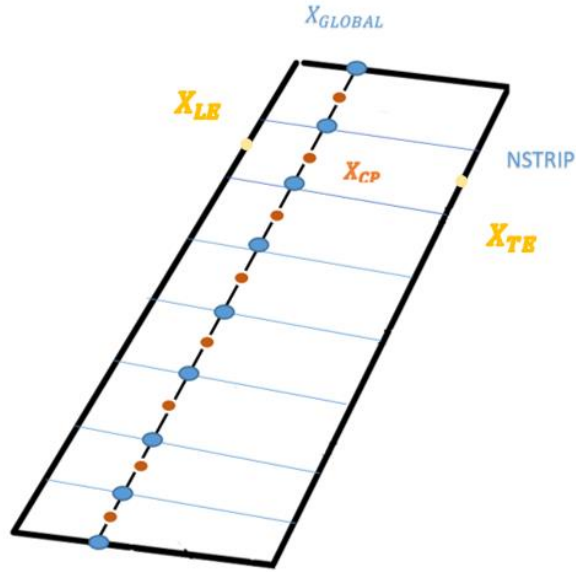
Στη συνέχεια, ορίζεται οι θέση των σημείων ελέγχου (CP, Control Point), δηλαδή των σημείων στα οποία υπολογίζεται η ταχύτητα κατωρεύματος. Τα σημεία αυτά βρίσκονται πάνω στη γραμμή στροβιλότητας και σε ίση απόσταση από τις λωρίδες (strips) σε κάθε πτερύγιο. Συνεπώς:

$$X_{CP}^{istrip} = \frac{1}{2}(X_{GLOBAL}^{inode} + X_{GLOBAL}^{inode+1}) \quad (3.4.2)$$

$$Y_{CP}^{istrip} = \frac{1}{2}(Y_{GLOBAL}^{inode} + Y_{GLOBAL}^{inode+1}) \quad (3.4.3)$$

$$Z_{CP}^{istrip} = \frac{1}{2}(Z_{GLOBAL}^{inode} + Z_{GLOBAL}^{inode+1}) \quad (3.4.4)$$





Σχήμα 3.3 Ονοματολογία Κόμβων Πτερυγίων.

Εφόσον η γραμμή στροβιλότητας τοποθετείται απέχοντας ένα τέταρτο της χορδής (C,Chord) από την ακμή προσβολής και τρία τέταρτα από την ακμή εκφυγής, τότε είναι εφικτός ο υπολογισμός των συντεταγμένων των ακμών προσβολής (LE, Leading Edge) και εκφυγής (TE, Trailing Edge), λαμβάνοντας υπόψιν και τη γωνία συστροφής  $\varphi_{\text{twist}}$  της αεροτομής σε κάθε θέση ως εξής:

$$X_{LE}^{\text{istrip}} = X_{CP}^{\text{istrip}} - \frac{C}{4} \cdot \cos(\varphi_{\text{twist}}) \quad (3.4.6)$$

$$Y_{LE}^{\text{istrip}} = Y_{CP}^{\text{istrip}} \quad (3.4.7)$$

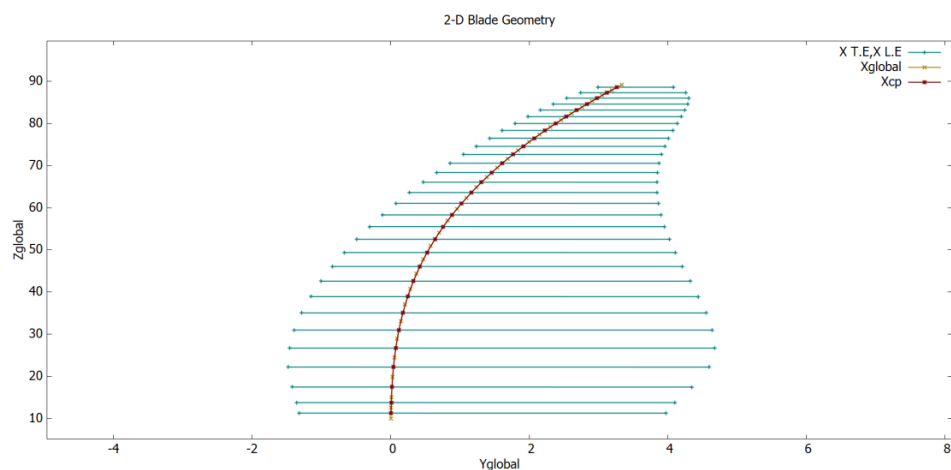
$$Z_{LE}^{\text{istrip}} = Z_{CP}^{\text{istrip}} - \frac{C}{4} \cdot \sin(\varphi_{\text{twist}}) \quad (3.4.8)$$

$$X_{TE}^{\text{istrip}} = X_{CP}^{\text{istrip}} + \frac{3C}{4} \cdot \cos(\varphi_{\text{twist}}) \quad (3.4.9)$$

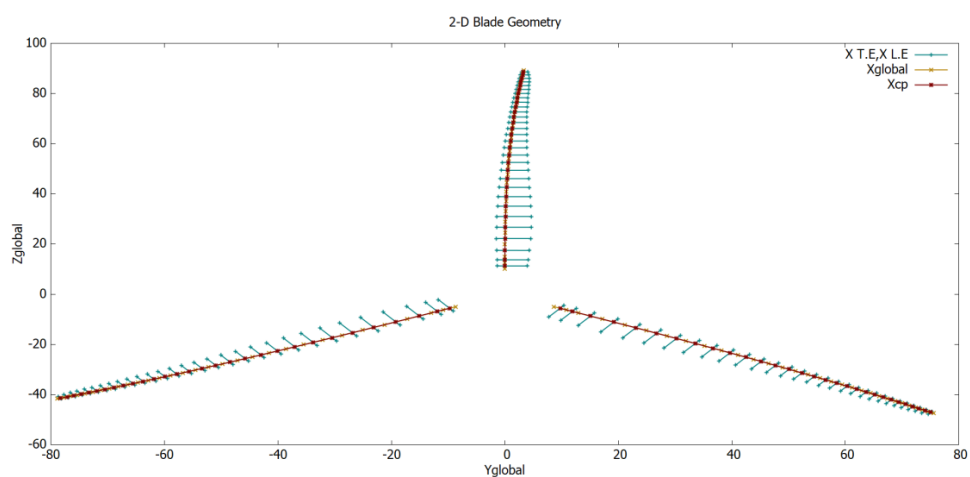
$$Y_{TE}^{\text{istrip}} = Y_{CP}^{\text{istrip}} \quad (3.4.10)$$

$$Z_{TE}^{\text{istrip}} = Z_{CP}^{\text{istrip}} + \frac{3C}{4} \cdot \sin(\varphi_{\text{twist}}) \quad (3.4.11)$$

Η τρισδιάστατη γεωμετρία του δρομέα που προκύπτει με εφαρμογή της μεθόδου που αναπτύχθηκε παραπάνω, παρουσιάζεται στα επόμενα σχήματα:

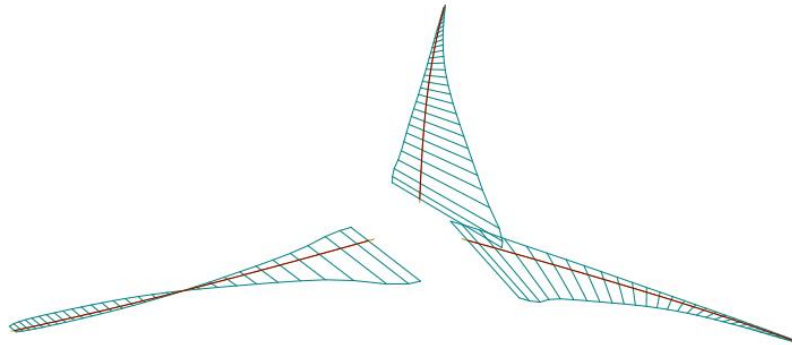


Σχήμα 3.4 Διδιάστατη αναπαράσταση της γεωμετρίας ενός πτερυγίου της ανεμογεννήτριας.



Σχήμα 3.5 Διδιάστατη αναπαράσταση της γεωμετρίας των πτερυγίων της ανεμογεννήτριας.

### 3-D Blade Geometry



Σχήμα 3.6 Τριδιάστατη γεωμετρία πτερυγίων της ανεμογεννήτριας.

### 3.5 Γεωμετρία ομόρρου

Άγνωστη για το κοντινό τμήμα του ομόρρου παραμένει η γεωμετρία του. Προκειμένου να επιλυθεί το παραπάνω πρόβλημα, οφείλει να μελετηθεί το φαινόμενο αποβολής της στροβιλότητας από το πτερύγιο.

Σύμφωνα με τη θεωρία της γραμμής άνωσης, κάθε πτερύγιο της ανεμογεννήτριας αντικαθίσταται από φέρουσα γραμμή μεταβλητής κυκλοφορίας  $\Gamma(y)$ , ώστε να προσομοιώνεται η διαφορετική φόρτιση του πτερυγίου κατά την ακτινική του διεύθυνση. Για να ικανοποιηθεί η συνέχεια της στροβιλότητας, γραμμές ελεύθερης στροβιλότητας ξεκινούν από την προσδεμένη στο πτερύγιο γραμμή και σχηματίζουν ελικοειδή επιφάνεια πίσω από τον ρότορα σε σύστημα συντεταγμένων που περιστρέφεται με αυτόν. Συνεπώς, είναι γνωστές οι αρχικές συντεταγμένες του ομόρρου, οι οποίες βρίσκονται πάνω στην γραμμή άνωσης κάθε πτερυγίου. Ωστόσο, για να προσδιοριστούν οι συντεταγμένες του ομόρρου κατά τη διάρκεια περιστροφής των πτερυγίων, χρειάζεται να γίνουν οι εξής παραδοχές:

- Κάθε γραμμή στροβιλότητας εκφεύγει με διεύθυνση ίδια με την διεύθυνση των στοιχείων που απαρτίζουν τη γραμμή στροβιλότητας του πτερυγίου, συνθήκη αναγκαία για την αποφυγή μη φυσικών ασυνεχειών στο πεδίο ροής.
- Η ακολουθούσα στροβιλότητα σε κάθε ακτίνα είναι εφαπτόμενη σε ελικοειδή γραμμή με βήμα κατά τον άξονα  $x$ . Το βήμα, είναι πιθανόν να μεταβάλλεται συναρτήσει της ακτίνας.
- Το βήμα εξαρτάται από τις ταχύτητες του ανέμου που προσπίπτει στο πτερύγιο, περιστροφής του ρότορα και από τις επαγόμενες ταχύτητες της ακολουθούσας στροβιλότητας.

Συμπεραίνεται λοιπόν, ότι στον υπολογισμό των συντεταγμένων του κοντινού ομόρρου εμπλέκονται οι τιμές των επαγόμενων ταχυτήτων, οι οποίες αποτελούν αγνώστους του προβλήματος. Ταυτόχρονα, η γεωμετρία του ομόρρου απαιτείται στον υπολογισμό της επαγόμενης ταχύτητας στα σημεία ελέγχου CP λόγω της εκφεύγουσας στροβιλότητας, με αποτέλεσμα να προκύπτει ένα μη γραμμικό σύστημα. Στο σημείο αυτό το πρόβλημα γραμμικοποιείται χρησιμοποιώντας μια επαναληπτική διαδικασία διόρθωσης της γεωμετρίας του ομόρρου. Τα στάδια της διαδικασίας αυτής σε κάθε χρονικό βήμα είναι:

- Αρχικά, οι επαγόμενες ταχύτητες δεν λαμβάνονται υπόψιν στον υπολογισμό των συντεταγμένων του ομόρρου.
- Λύνεται το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων και υπολογίζονται οι επαγόμενες ταχύτητες στα σημεία ελέγχου.
- Δημιουργείται νέα γεωμετρία ομόρρου, όπου λαμβάνεται υπόψιν η επίδραση της επαγόμενης ταχύτητας.
- Γίνεται έλεγχος σύγκλισης της διαδικασίας, με κριτήριο τη γωνία εκφυγής κάθε επανάληψης. Σε περίπτωση που δεν έχει επιτευχθεί σύγκλιση, η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Η ανεμογεννήτρια ξεκινώντας από την πλήρη ακινησία, ξεκινά να περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$ . Θεωρείται πως σε χρονικό διάστημα  $dt$ , κάθε πτερύγιο σαρώνει γωνία  $d\theta$  στο επίπεδο περιστροφής των πτερυγίων (RP, Rotor Plane). Η περίοδος για μία περιστροφή της ανεμογεννήτριας ορίζεται ως ακέραιο πολλαπλάσιο του χρονικού βήματος, οπότε προκύπτει:

$$T_{period} = N_{timestep} dt \quad (3.5.1)$$

Όπου  $N_{\text{timestep}}$  το συνολικό πλήθος των χρονικών βημάτων στη διάρκεια μιας περιόδου. Στη συνέχεια, η σχετική ταχύτητα ως προς το σύστημα συντεταγμένων του ρότορα RD, χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν αρχικά η επαγόμενη ταχύτητα από την ελεύθερη στροβιλότητα.

Συνεπώς, η σχετική ταχύτητα κάθε κόμβου υπολογίζεται ως εξής:

$$\left( U_{\text{effx}}^{\text{istrip}}, U_{\text{effy}}^{\text{istrip}}, U_{\text{effz}}^{\text{istrip}} \right)^T = \left( U_{\text{RDx}}, U_{\text{RDy}}, U_{\text{RDz}} \right)^T + U_B \quad (3.5.2)$$

Όπου  $U_B$  συμβολίζεται η ταχύτητα του σώματος που αναφέρεται στις «άκαμπτες» κινήσεις του, δηλαδή την περιστροφή του. Η ταχύτητα αυτή δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$U_{B,\text{RD}}^{\text{istrip}} = U_B^{\text{istrip}} = \Omega \cdot r^{\text{istrip}} \quad (3.5.3)$$

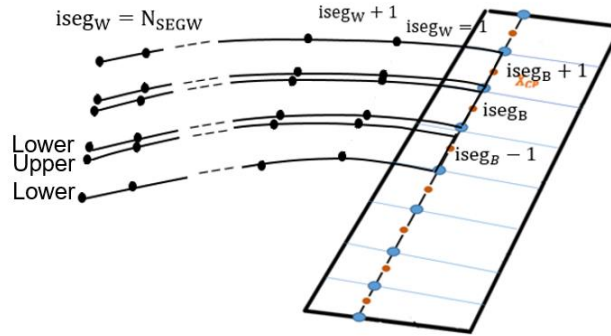
Όπου  $\Omega$  η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του ρότορα και  $r$  η ακτινική θέση κάθε λωρίδας (strip) πάνω στη γραμμή στροβιλότητας του κάθε πτερυγίου. Η γωνία εκφυγής της ελεύθερης στροβιλότητας θα ισούται με την γωνία της σχετικής ταχύτητας, δηλαδή:

$$\beta^{\text{istrip}} = \tan^{-1} \left( \frac{U_{\text{effz}}^{\text{istrip}}}{U_{\text{effx}}^{\text{istrip}}} \right) \quad (3.5.4)$$

Βασικά χαρακτηριστικά του ομόρρου είναι ο αριθμός περιστροφών του ρότορα  $N_{\text{REV}}$  και ο αριθμός των δανοπετάλων που τον απαρτίζουν. Πιο συγκεκριμένα, ένα δανοπέταλο θεωρείται πως αποτελείται από το τμήμα που βρίσκεται πάνω στο πτερύγιο και στις γραμμές στροβιλότητας που εκτείνονται κατάντι αυτού, μια  $U_{\text{upper}}$  και μια  $U_{\text{lower}}$ . Ο συνολικός αριθμός των τμημάτων λοιπόν των δανοπετάλων που βρίσκονται πάνω στο πτερύγιο ορίζεται  $N_{\text{SEGB}}$ , οπότε προκύπτουν  $N_{\text{WAKE}} = N_{\text{SEGB}} + 1$  κόμβοι πάνω σε κάθε πτερύγιο από τους οποίους αποβάλλεται στροβιλότητα, ενώ η κάθε έλικα ελεύθερης στροβιλότητας ενός δανοπετάλου ( $U_{\text{upper}}$  ή  $U_{\text{lower}}$ ), που εκφεύγει από το πτερύγιο σε διάρκεια μιας περιστροφής, χωρίζεται σε  $N_{\text{SEGW}}$  επιμέρους τμήματα, όπου:

$$N_{\text{SEGW}} = \frac{T_{\text{PERIOD}}}{dt} N_{\text{REV}} \quad (3.5.5)$$

Το σχηματιζόμενο μοντέλο λαμβάνει τελικά την μορφή του Σχήματος 3.7 :



Σχήμα 3.7 Απεικόνιση δινοπετάλων του σχηματιζόμενου ομόρρου.

Στο παρόν μοντέλο που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.7, θεωρείται πως η Lower και Upper γραμμή στροβιλότητας δυο διαδοχικών δινοπετάλων ταυτίζονται, φέροντας έτσι σε κάθε τμήμα τους την ίδια κυκλοφορία.

Στο Σχήμα 3.8 (α) απεικονίζεται ο ομόρρος που εκτείνεται πίσω από τον ρότορα με βάση το ολικό σύστημα συντεταγμένων (Global coordinate system), στο επίπεδο (x,y). Γίνεται η θεώρηση, πως οι έλικες στροβιλότητας που εκφεύγουν από το πτερύγιο και απαρτίζουν τον ομόρρο «τυλίγονται» μέσα σε έναν κύλινδρο, ο οποίος ακολουθεί, κατά το μήκος του, την κατεύθυνση της ροής. Το τόξο που αντιστοιχεί σε ένα σημείο του πτερυγίου σε ακτινική θέση  $r^{istrip}$  που σαρώνει γωνία  $d\theta$  σε κάθε χρονικό βήμα  $dt$  είναι  $r^{istrip}d\theta$ . Όπως προαναφέρθηκε η γραμμή ελεύθερης στροβιλότητας του ομόρρου ξεκινά από την γραμμή στροβιλότητας που είναι προσδεμένη στο πτερύγιο. Συνεπώς:

$$X_{iwake}^{isegw=1} = X_{GLOBAL}^{inode} \quad (3.5.6)$$

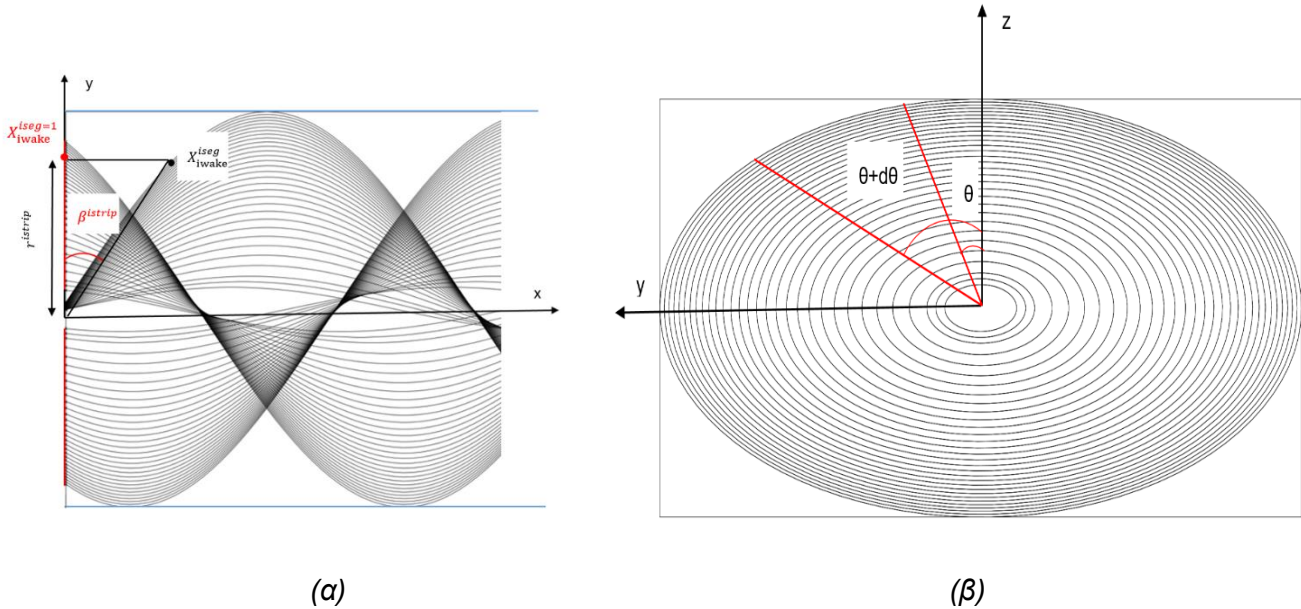
Είναι φανερό από το σχήμα λοιπόν ότι η συντεταγμένη X του ελεύθερου ομόρρου υπολογίζεται ως εξής:

$$X_{iwake}^{isegw=2, NSEG} = X_{iwake}^{isegw-1} + r^{istrip} d\theta \tan(\beta^{istrip}) \quad (3.5.7)$$

Ωστόσο, πρέπει αν προσδιοριστούν ακόμα οι  $Y, Z$  συντεταγμένες του σημείου. Στο Σχήμα 3.8 (β) απεικονίζεται ο ομόρρους στο επίπεδο  $(y, z)$ , όπου το πτερύγιο φαίνεται να έχει σαρώσει αρχικά γωνία  $\theta$ , ενώ ύστερα από χρονικό διάστημα  $dt$  έχει σαρώσει γωνία  $\theta + d\theta$ . Οι αρχικές συντεταγμένες λοιπόν του σημείου του ελεύθερου ομόρρου είναι:

$$Z_{iwake}^{isegw} = r^{istrip} \cos\theta \quad (3.5.8)$$

$$Y_{iwake}^{isegw} = r^{istrip} \sin\theta \quad (3.5.9)$$



Σχήμα 3.8 Υπολογισμός συντεταγμένων ομόρρου στο επίπεδο  $(x, y)$  (α) και  $(y, z)$  (β).

Ενώ, οι συντεταγμένες όταν το πτερύγιο έχει σαρώσει  $\theta + d\theta$ , είναι:

$$Z_{iwake}^{isegw+1} = r^{istrip} \cos(\theta + d\theta) \quad (3.5.10)$$

$$Y_{iwake}^{isegw+1} = r^{istrip} \sin(\theta + d\theta) \quad (3.5.11)$$

Από το ίδιο Σχήμα, είναι εμφανές ότι ισχύει :

$$dZ = Z_{iwake}^{isegw+1} - Z_{iwake}^{isegw} \quad (3.5.12)$$

$$dY = Y_{iwake}^{isegw+1} - Y_{iwake}^{isegw} \quad (3.5.13)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.5.7) και (3.5.9) στην εξίσωση (3.5.11), προκύπτει:

$$dZ = r^{istrip} \cos\theta \cos d\theta - r^{istrip} \sin\theta \sin d\theta - r^{istrip} \cos\theta \quad (3.5.14)$$

Ομοίως, αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.5.8) και (3.5.10) στην εξίσωση (3.5.12), προκύπτει:

$$dY = r^{istrip} \sin\theta \cos d\theta - r^{istrip} \sin d\theta \cos\theta - r^{istrip} \sin\theta \quad (3.5.15)$$

Λύνοντας την εξίσωση (3.5.11) ως προς τον άγνωστο  $Z_{iwake}^{isegw+1}$  και αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.5.9) και (3.5.13), προκύπτει:

$$\begin{aligned} Z_{iwake}^{isegw+1} &= r^{istrip} \cos\theta \cos d\theta - r^{istrip} \sin\theta \sin d\theta \\ Z_{iwake}^{isegw+1} &= Z_{iwake}^{isegw} \cos d\theta - Y_{iwake}^{isegw} \sin d\theta \end{aligned} \quad (3.5.16)$$

Λύνοντας την εξίσωση (3.5.12) ως προς τον άγνωστο  $Y_{iwake}^{isegw+1}$  και αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.5.10) και (3.5.14), προκύπτει:

$$\begin{aligned} Y_{iwake}^{isegw+1} &= r^{istrip} \sin\theta \cos d\theta + r^{istrip} \cos\theta \sin d\theta \\ Y_{iwake}^{isegw+1} &= Y_{iwake}^{isegw} \cos d\theta + Z_{iwake}^{isegw} \sin d\theta \end{aligned} \quad (3.5.17)$$

Στην περίπτωση ωστόσο που υπάρχει μόνο ροή σε απόκλιση, ο ομόρρους που σχηματίζεται δεν έχει τις ίδιες συντεταγμένες με πριν. Αυτό, σημαίνει πως οι έλικες στροβιλότητας που εκφεύγουν από τα πτερύγια «τυλίγονται» πλέον μέσα σε έναν νέο θεωρητικό κύλινδρο, ο οποίος είναι στραμμένος κατά τη γωνία απόκλισης της ροής. Πλέον δηλαδή, ο ομόρρους μετακινείται αξονικά με ταχύτητα  $U_{\infty} \cos(\varphi_{YAW})$ , ενώ μεταφέρεται πλάγια με ταχύτητα  $U_{\infty} \sin(\varphi_{YAW})$

Συνεπώς, οι νέες συντεταγμένες του στραμμένου ομόρρου είναι:

$$X'_{iwake}^{isegw} = X_{iwake}^{isegw} \quad (3.5.18)$$



$$Y_{iwake}^{isegw} = Y_{iwake}^{isegw} - \tan(\varphi_{YAW})X_{iwake}^{isegw} \quad (3.5.19)$$

$$Z_{iwake}^{isegw} = Z_{iwake}^{isegw} \quad (3.5.20)$$

Ενώ σε αυτήν την περίπτωση, η γωνία αποβολής της έλικας είναι :

$$\beta^{istrip} = \frac{U_{\infty} \cos(\varphi_{YAW}) - U_{indy}}{\Omega r^{istrip} - U_{indx}} \quad (3.5.21)$$

### 3.6 Αριθμητική επίλυση πτέρυγας με τη μέθοδο γραμμής άνωσης.

#### 3.6.1 Αρχικοποίηση κατανομής κυκλοφορίας-Εξίσωση μονοπλάνου

Ο άγνωστος του προβλήματος είναι η κατανομή της κυκλοφορίας πάνω στα πτερύγια της ανεμογεννήτριας. Ωστόσο, η μεταβλητή αυτή είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό του κατωρεύματος που επάγει ο ομόρρους πάνω στα πτερύγια. Για το λόγο αυτό, εφόσον το παρόν πρόβλημα είναι μη γραμμικό, υπολογίζεται μια αρχική λύση της κατανομής σύμφωνα με το θεώρημα Kutta-Joukowski.

$$\frac{dL}{dy} = \rho U_{eff} \Gamma(y) = \frac{dC_L}{da} (a - a_0 + a_w) \frac{\rho}{2} U_{eff}^2 c \quad (3.6.1.1)$$

Η εξίσωση (3.6.1.1) ονομάζεται εξίσωση μονοπλάνου.

Λύνοντας ως προς την άγνωστη κατανομή της κυκλοφορίας, προκύπτει:

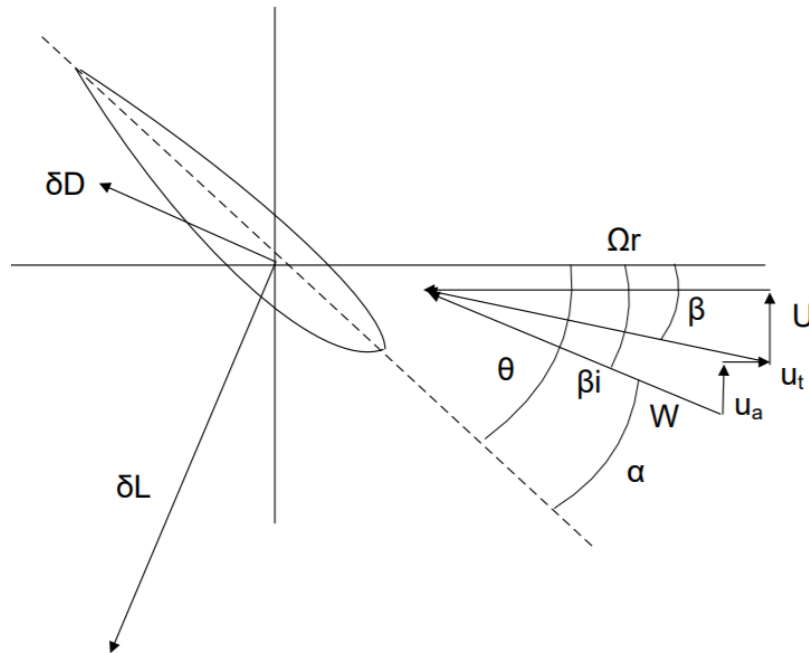
$$\Gamma(y) = \frac{dC_L}{da} (a - a_0 + a_w) U_{eff} \frac{c}{2} \quad (3.6.1.2)$$

Όπου  $C_L$  ο συντελεστής άνωσης σε συγκεκριμένη γωνία πρόσπτωσης και αριθμό Mach,  $a$  η τοπική γωνία προσβολής,  $a_0$  η γωνία προσβολής στην οποία επιτυγχάνεται μηδενική άνωση,  $a_w$  η επαγόμενη γωνία λόγω του κατωρεύματος,  $c$  η τοπική χορδή της αεροτομής και  $U_{eff}$  η φαινόμενη ταχύτητα.

Στο σημείο αυτό, θεωρείται ότι η κλίση  $\frac{dC_L}{da}$  ισούται με  $2\pi$ , δηλαδή ότι για μικρές γωνίες προσβολής η μεταβολή του  $C_L$  ως προς τη γωνία προσβολής είναι γραμμική, ενώ εφόσον η γωνία της επαγόμενης ταχύτητας παραμένει άγνωστη, αρχικά τίθεται ίση με μηδέν.

Κατά τον τρόπο αυτό, υπολογίζεται μια αρχική προσεγγιστική κατανομή κατά την ακτινική διεύθυνση των πτερυγίων για την κυκλοφορία:

$$\Gamma^{\text{istrip}} = (a - a_0)U_{\text{eff}}^{\text{istrip}}c \quad (3.6.1.3)$$



Σχήμα 3.9 Τρίγωνο ταχυτήτων σε τομή πτερυγίου.

Στο Σχήμα 3.9 απεικονίζεται το τρίγωνο ταχυτήτων σε τομή ενός πτερυγίου. Η αποβαλλόμενη στροβιλότητα επάγει ταχύτητα κατωρεύματος στο πτερύγιο, η οποία μεταβάλλει τη φαινόμενη γωνία. Από το σχήμα λοιπόν, προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

$$\theta^{\text{istrip}} = \beta_i^{\text{istrip}} + \alpha \quad (3.6.1.4)$$

Όπου  $\theta^{istrip}$  η τοπική γωνία συστροφής για κάθε λωρίδα του πτερυγίου,  $\beta_i^{istrip}$  η επαγόμενη γωνία και  $a$  η τοπική γωνία προσβολής. Στο παρόν στάδιο επίλυσης του προβλήματος, η επαγόμενη γωνία είναι άγνωστη και για το λόγο αυτό γίνεται η παραδοχή ότι:

$$\theta^{istrip} = \beta^{istrip} + a \quad (3.6.1.5)$$

Όπου ο όρος  $\beta^{istrip}$  συμβολίζει την τοπική γωνία ροής, η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$\beta^{istrip} = \tan^{-1} \left( \frac{U_{effz}^{istrip}}{U_{effx}^{istrip}} \right)_{BLD} \quad (3.6.1.6)$$

Η φαινόμενη ταχύτητα ορίζεται, με χρήση του ορισμού ταχύτητας ροής ως προς το Local σύστημα συντεταγμένων της λωρίδας του πτερυγίου στη σχέση (3.3.2), ως:

$$U_{eff}^{istrip} = U_{Local}^{istrip} - U_{B,Local}^{istrip} \quad (3.6.1.7)$$

Όπου το διάνυσμα της φαινόμενης ταχύτητας έχει συντεταγμένες:

$$U_{eff}^{istrip} = (U_{effx}^{istrip}, U_{effy}^{istrip}, U_{effz}^{istrip}) \quad (3.6.1.8)$$

Και μέτρο:

$$U_{eff}^{istrip} = \sqrt{U_{effx}^{istrip^2} + U_{effz}^{istrip^2}} \quad (3.6.1.9)$$

Πιο συγκεκριμένα, ο όρος  $U_{B,Local}$  δηλώνει την περιστροφική ταχύτητα της λωρίδας του πτερυγίου ως προς το Local σύστημα συντεταγμένων. Η ταχύτητα υπολογίζεται λοιπόν, με βάση τη σχέση (3.5.3), ως εξής:

$$U_{B,Local}^{istrip} = A_{RD} A_{LOCAL} U_B^{istrip} \quad (3.6.1.10)$$

Συνεπώς, από την εξίσωση (3.6.1.5) προκύπτει ότι η τοπική γωνία προσβολής για κάθε λωρίδα σε κάθε πτερύγιο της ανεμογεννήτριας είναι:

$$a = \theta^{istrip} - \beta^{istrip} \quad (3.6.1.11)$$

Αντικαθιστώντας τελικά, τις εξισώσεις (3.6.1.11) και (3.6.1.9) στην εξίσωση του μονοπλάνου (3.6.1.3), για κάθε λωρίδα  $istrip$  των πτερυγίων, προκύπτει μια αρχική κατανομή κυκλοφορίας  $\Gamma(y)$  πάνω στην προσδεμένη γραμμή στροβιλότητας των πτερυγίων.

### 3.6.2 Προσδιορισμός της συνεισφοράς του ομόρρου στην επαγόμενη ταχύτητα στο πτερύγιο.

Έχοντας αρχικοποιήσει με την παραπάνω μέθοδο την κατανομή της κυκλοφορίας στην ακτινική διεύθυνση του πτερυγίου, είναι εφικτή πλέον η επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Newton-Raphson. Συνεχίζοντας λοιπόν τη διαδικασία της επίλυσης, είναι απαραίτητο να γίνει υπολογισμός του κατωρεύματος που επάγει ο σχηματιζόμενος ομόρρος στα πτερύγια. Για να υπολογισθεί η συνεισφορά κάθε τμήματος των γραμμών στροβιλότητας που εκφεύγουν από το πτερύγιο, γίνεται η παραδοχή ότι η κυκλοφορία σε κάθε τμήμα  $i\text{seg}$  της γραμμής στροβιλότητας που εκφεύγει από τη θέση  $i\text{strip}$  του πτερυγίου, ισούται με την κυκλοφορία στην θέση αυτή.

Ο υπολογισμός του κατωρεύματος πάνω στη γραμμή άνωσης του πτερυγίου, γίνεται στην μέση των δινοπετάλων, στα σημεία ελέγχου CP ώστε να αποφευχθεί ο απειρισμός της ταχύτητας. Συνεπώς, η επαγόμενη ταχύτητα σε ένα σημείο CP των πτερυγίων θα είναι:

$$U_w^{i\text{strip}} = \sum_{i\text{strip}=1}^{N_{\text{BLADE}} \cdot N_{\text{STRIP}}} a^{i\text{strip}} \Gamma^{i\text{strip}} \quad (3.6.2.1)$$

Αξίζει σε αυτό το σημείο να αναφερθεί, ότι η άθροιση σε κάθε δινοπέταλο πραγματοποιείται για το τμήμα του προσδεμένου στροβίλου και τους δύο δινωσολήνες της ελεύθερης στροβιλότητας του ομόρρου (Upper και Lower).

Στην εξίσωση (3.6.2.1) ο όρος  $a^{i\text{strip}}$  δηλώνει τη συνεισφορά των τμημάτων του ομόρρου πάνω στα πτερύγια και του ελεύθερου ομόρρου που σχηματίζεται και υπολογίζεται ως εξής:

$$a^{i\text{strip}} = \left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r^{i\text{strip}} - r)}{|r^{i\text{strip}} - r|^3} \right]_B + \left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r^{i\text{strip}} - r)}{|r^{i\text{strip}} - r|^3} \right]_{W_{\text{upper}}} + \left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r^{i\text{strip}} - r)}{|r^{i\text{strip}} - r|^3} \right]_{W_{\text{lower}}} \quad (3.6.2.2)$$

Πιο αναλυτικά, κάθε ολοκλήρωμα της εξίσωσης (3.6.2.2) για κάθε τμήμα πάνω στο πτερύγιο ή πάνω στους δινωσολήνες του ομόρρου, μπορεί να υπολογισθεί ως εξής:

$$\left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r^{i\text{strip}} - r)}{|r^{i\text{strip}} - r|^3} \right] = \frac{1}{4\pi} \frac{|r_0|}{|r_1 \times r_2|} \cdot \frac{r_1 \times r_2}{|r_1 \times r_2|} \cdot \left( \frac{r_0 \cdot r_1}{|r_0||r_1|} - \frac{r_0 \cdot r_2}{|r_0||r_2|} \right) \quad (6.3.2.3)$$

Όπου,  $r_0$  συμβολίζεται το διάνυσμα του τμήματος συνεισφοράς στο οποίο βρισκόμαστε,  $r_1$  είναι το διάνυσμα με αρχή το σημείο ελέγχου στο οποίο υπολογίζεται η επαγόμενη ταχύτητα και τέλος το ένα άκρο του τμήματος και  $r_2$  το διάνυσμα με αρχή το σημείο ελέγχου και τέλος το άλλο άκρο του τμήματος.

Εφόσον υπολογιστεί η επαγόμενη ταχύτητα στα σημεία ελέγχου των τμημάτων της γραμμής άνωσης κάθε πτερυγίου, στη συνέχεια διορθώνεται η τιμή της φαινόμενης τοπικής ταχύτητας, λαμβάνοντας υπόψιν και την επίδραση της επαγόμενης. Συνεπώς η εξίσωση (3.6.1.7) διορθώνεται ως εξής:

$$U_{\text{eff}}^{\text{istrip}} = U_{\text{Local}}^{\text{istrip}} - U_{\text{B,Local}}^{\text{istrip}} + U_{\text{w,Local}}^{\text{istrip}} \quad (3.6.2.4)$$

Όπου πλέον η το διάνυσμα της επαγόμενης ταχύτητας ορίζεται ως προς το Local σύστημα συντεταγμένων τις εκάστοτε λωρίδας istrip του εκάστοτε πτερυγίου. Πιο συγκεκριμένα ορίζεται ως:

$$U_{\text{w,Local}}^{\text{istrip}} = A_{\text{Local}} U_{\text{w}}^{\text{istrip}} \quad (3.6.2.5)$$

Επομένως, διορθώνονται και οι τιμές του μέτρου της φαινόμενης ταχύτητας και της γωνίας αποβολής της στροβιλότητας, που ισούται με τη γωνία της τοπικής φαινόμενης ταχύτητας της ροής, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (3.6.1.6) και (3.6.1.9). Όμοια, υπολογίζεται εκ νέου η τοπική γωνία προσβολής σύμφωνα με τη σχέση (3.6.1.11).

### 3.7 Προσδιορισμός κατανομής κυκλοφορίας σε μόνιμη ροή

Στη λειτουργία της ανεμογεννήτριας σε συνθήκες λειτουργίας μόνιμης ροής, δηλαδή στην περίπτωση όπου τα χαρακτηριστικά μεγέθη της ροής δεν μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου, επιλύεται με τη μέθοδο Newton-Raphson η εξίσωση του μονοπλάνου (3.6.1.3) για κάθε τμήμα των πτερυγίων:

$$F^{\text{istrip}} = \Gamma^{\text{istrip}} - (a - a_0) U_{\text{eff}}^{\text{istrip}} c = 0 \quad (3.7.1)$$

Η αρχική λύση κατανομής της κυκλοφορίας που χρησιμοποιείται για την έναρξη της μεθόδου είναι η προσεγγιστική κατανομή που υπολογίστηκε στην ενότητα (3.6.1). Στη συνέχεια, έχοντας υπολογίσει μια νέα κατανομή κυκλοφορίας στα πτερύγια, η κυκλοφορία σε κάθε τμήμα της

γραμμής άνωσης, που έχει υπολογιστεί, τίθεται ίσο με την κυκλοφορία σε όλα τα τμήματα της γραμμής στροβιλότητας που αποβάλλεται από το τμήμα αυτό. Πιο συγκεκριμένα:

$$\Gamma^{\text{istrip}} = \Gamma_{\text{isegw}=1, N_{\text{SEGW}}}^{\text{istrip}} \quad (3.7.2)$$

Αυτό συμβαίνει διότι η τιμή του ανέμου που προσπίπτει στα πτερύγια δεν μεταβάλλεται με το χρόνο, με αποτέλεσμα κυκλοφορία που υπολογίζεται πάνω σε αυτά να παραμένει σταθερή.

### 3.8 Διόρθωση γεωμετρίας ομόρρου-Μόνιμη ροή

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.7 κάθε κατανομή κυκλοφορίας που υπολογίζεται από τη μέθοδο Newton-Raphson, «τροφοδοτείται» σε όλο τον ομόρρου. Συνεπώς, είναι αναγκαίο να υπολογιστεί το κατώρευμα που επάγει η νέα αυτή κατανομή στο πτερύγιο και εν συνεχεία, να διορθωθεί η γωνία αποβολής των γραμμών στροβιλότητας από αυτό.

Με την ίδια διαδικασία που ακολουθήθηκε στην ενότητα 3.6.2 υπολογίζεται το νέο κατώρευμα που επάγεται σε κάθε σημείο ελέγχου στα τμήματα του δινωσωλήνα των πτερυγίων. Στη συνέχεια, προσδιορίζεται εκ νέου η επαγόμενη ταχύτητα ως προς το σύστημα συντεταγμένων του ρότορα RD, ως εξής:

$$U_{\text{ind}}^{\text{istrip}} = A_{\text{RD}} U_{\text{w}}^{\text{istrip}} \quad (3.8.1)$$

Επειδή όμως, η ταχύτητα αυτή υπολογίζεται στα σημεία ελέγχου CP του κάθε τμήματος, προκειμένου να υπολογιστεί η ταχύτητα στα σημεία από τα οποία αποβάλλεται η στροβιλότητα, χρησιμοποιείται γραμμική παρεμβολή:

$$U_{\text{ind}}^{\text{istrip}} = \frac{1}{2} \left( U_{\text{ind}}^{\text{istrip}} + U_{\text{ind}}^{\text{istrip}+1} \right) \quad (3.8.2)$$

Το νέο διάνυσμα της φαινόμενης τοπικής ταχύτητας, ως προς το σύστημα συντεταγμένων του ρότορα είναι:

$$\left( U_{\text{eff}}^{\text{istrip}} \right)_{\text{RD}} = U_{\text{RD}}^{\text{istrip}} + U_{\text{ind}}^{\text{istrip}} - U_{\text{B,RD}}^{\text{istrip}} \quad (3.8.3)$$

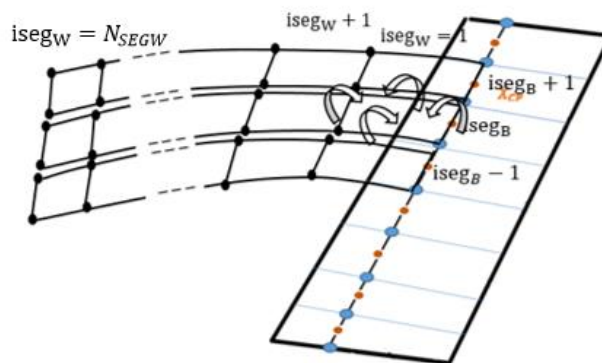
Ενώ η νέα γωνία αποβολής στροβιλότητας υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$\beta^{\text{istrip}} = \tan^{-1} \left( \frac{U_{\text{effz}}^{\text{istrip}}}{U_{\text{effx}}^{\text{istrip}}} \right)_{\text{RD}} \quad (3.8.4)$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με την ενότητα 3.5 διορθώνεται η γεωμετρία του ομόρρου.

### 3.9 Προσδιορισμός κατανομής κυκλοφορίας σε μη μόνιμη ροή - Μοντέλο ONERA

Στο μεγαλύτερο ποσοστό της λειτουργίας της μια ανεμογεννήτρια λειτουργεί σε συνθήκες μη μόνιμης ροής. Αυτό σημαίνει ότι τα χαρακτηριστικά της ροής του ανέμου μεταβάλλονται με το χρόνο, μεταβάλλοντας κατά συνέπεια και την κυκλοφορία. Η κυκλοφορία ωστόσο οφείλει να παραμείνει σταθερή. Για το λόγο αυτό, στο σχηματιζόμενο ομόρρου κατάντι του δρομέα δημιουργούνται νέοι στρόβιλοι, οι ονομαζόμενοι shed vorticities (Σχήμα 3.10), ώστε να παραμείνει η τιμή της κυκλοφορίας σταθερή. Είναι επίσης απαραίτητο να σημειωθεί, ότι δεν μελετηθεί το φαινόμενο της αποκόλλησης της ροής, εφόσον η ανεμογεννήτρια δεν λειτουργεί σε τόσο μεγάλες τιμές προσβολής, στις οποίες και συναντάται το συγκεκριμένο φαινόμενο.



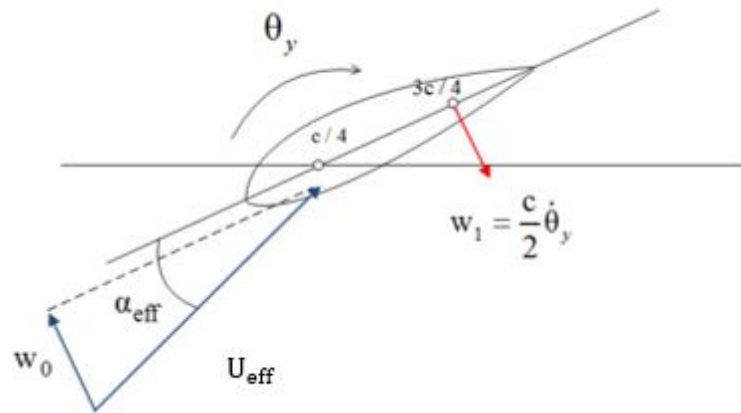
Σχήμα 3.10 Απεικόνιση σχηματισμού shed vorticities σε ομόρρου μη μόνιμης ροής.

Σύμφωνα με το μοντέλο ONERA, υπολογίζεται η κατανομή της κυκλοφορίας και της άνωσης πάνω σε κάθε πτερύγιο, σε συνθήκες μη μόνιμης ροής, ως εξής:

$$\dot{\Gamma}_{1L} + \frac{\lambda^L}{\tau} \Gamma_{1L} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^L}{\tau} \left( \frac{dC_L}{da} \right)_{\ln} U_{\text{eff}} \sin[2(a_{\text{eff}} - a_0)] + \frac{\lambda^L}{\tau} \sigma^L w_1 + \left( a^L \left( \frac{dC_L}{da} \right)_{\ln} + d^L \right) \dot{w}_0 + a^L \sigma^L \dot{w}_1 \quad (3.6.4.1)$$

$$L_1 = \frac{\rho c}{2} \left( U_{\text{eff}} \Gamma_{1L} + \frac{s^L c}{2} \dot{w}_0 + \frac{k^L c}{2} \dot{w}_1 \right) \quad (3.6.4.2)$$

Όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα του αέρα,  $c$  είναι η τοπική χορδή του πτερυγίου,  $U_{\text{eff}}$  είναι η τοπική φαινόμενη ταχύτητα της ροής σε κάθε τομή του πτερυγίου,  $w_0$  είναι η κάθετη συνιστώσα της φαινόμενης ταχύτητας στη χορδή της τομής και  $w_1$  είναι μια παράμετρος ταχύτητας περιστροφής λόγω της στρέψης. Πιο συγκεκριμένα, οι όροι των ταχυτήτων επεξηγούνται στο παρακάτω Σχήμα 3.11:



Σχήμα 3.11 Παράμετροι ταχυτήτων του μοντέλου ONERA.

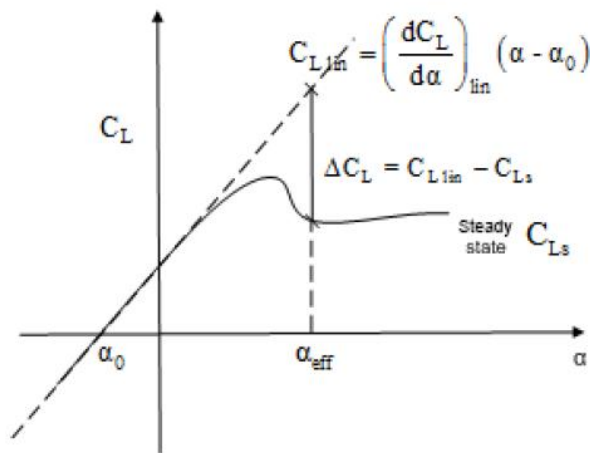
Οι παράμετροι των ταχυτήτων, δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$w_0 = U_{\text{eff}} \sin \alpha_{\text{eff}} \quad (3.6.4.3)$$

$$w_1 = \frac{c}{2} \dot{\theta}_y \quad (3.6.4.4)$$



Όλοι οι παράγωγοι που εμφανίζονται στις εξισώσεις είναι ως προς το χρόνο. Επιπλέον, στην εξίσωση (3.6.4.1) εμφανίζεται ο όρος  $\frac{dC_L}{da}$  που δηλώνει την κλίση στο γραμμικό κομμάτι της  $C_L - a$  καμπύλης, ενώ η διαφορά ( $\Delta C_L$ ) ανάμεσα στην πραγματική steady state συνεκτική άνωση και στην γραμμική τιμή του  $C_L$  που ακολουθεί γραμμική μεταβολή συναρτήσει της γωνίας, για την ίδια φαινόμενη φωνία  $a_{eff}$ , όπως απεικονίζεται και στο Σχήμα 3.12:



Σχήμα 3.12 Παράμετρος του συντελεστή άνωσης  $C_L$  στο μοντέλο ONERA.

Οι σχέσεις για τον υπολογισμό των παραμέτρων του μοντέλου δίνονται παρακάτω συναρτήσει του τοπικού αριθμού Mach της ροής, ο οποίος ορίζεται με βάση τη τοπική φαινόμενη ταχύτητα.

$$s^L = \pi + 5\pi[(1 - M^2)^{0.285} - 1] \quad (3.6.4.5)$$

$$k^L = \frac{\pi}{2} + 1.96\pi(\sqrt{1 - M^2} - 1) \quad (3.6.4.6)$$

$$\lambda^L = 0.17 - 0.13M \quad (3.6.4.7)$$

$$\alpha^L = 0.53 + 0.25(\sqrt{1 - M^2} - 1) \quad (3.6.4.8)$$

$$\sigma^L = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - M^2}} \quad (3.6.4.9)$$

$$d^L = 0 \quad (3.6.4.10)$$

Ο όρος  $\tau$  δηλώνει μια χρονική σταθερά η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\tau = \frac{c}{2U_{eff}} \quad (3.6.4.11)$$

Προκειμένου τελικά, να επιλυθεί η εξίσωση (3.6.4.1) , η οποία αποτελεί διαφορική πρώτης τάξεως, επιλέγεται η χρήση πεπερασμένων διαφορών πρώτης τάξεως. Το πρώτο μέλος της εξίσωσης τροποποιείται ως εξής:

$$\dot{\Gamma}_{1L} + \frac{\lambda^L}{\tau} \Gamma_{1L} = \frac{\Gamma_{1L}^{t+1} - \Gamma_{1L}^t}{dt} + \frac{\lambda^L}{\tau} \Gamma_{1L}^{t+1} \quad (3.6.4.12)$$

Αντικαθιστώντας, τη σχέση (3.6.4.12) στην εξίσωση (3.6.4.1), προκύπτει η σχέση υπολογισμού της κυκλοφορίας σε συνθήκες μη μόνιμης ροής, η οποία λύνεται με τη μέθοδο Newton-Raphson.

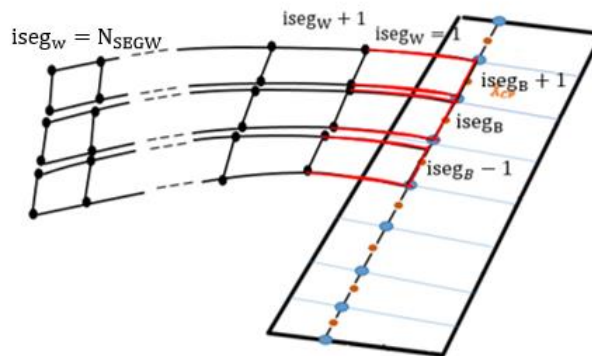
$$\frac{\Gamma_{1L}^{t+1} - \Gamma_{1L}^t}{dt} + \frac{\lambda^L}{\tau} \Gamma_{1L}^{t+1} - \frac{\lambda^L}{\tau} \left( \frac{dC_L}{da} \right)_{lin} U_{eff} \sin[2(a_{eff} - a_0)] - \frac{\lambda^L}{\tau} \sigma^L w_1 - \left( a^L \left( \frac{dC_L}{da} \right)_{lin} + d^l \right) \dot{w}_0 - a^L \sigma^L \dot{w}_1 = 0 \quad (3.6.4.13)$$

Ωστόσο, η κυκλοφορία είναι ανηγμένη ως προς  $c/2$ , οπότε πολλαπλασιάζουμε την σχέση (3.6.4.13) με  $c/2$  πριν την επίλυσή της. Έτσι, με τη χρήση της μεθόδου N-R προσδιορίζεται και αποθηκεύεται για το παρόν χρονικό βήμα η κατανομή της κυκλοφορίας σε κάθε πτερύγιο, και ύστερα ελέγχεται η λύση αυτή ως προς τη σύγκλιση σε ενότητα που θα περιγραφεί στη συνέχεια. Για το πρώτο χρονικό βήμα, αξίζει να αναφερθεί ότι λύνουμε την περίπτωση μόνιμης ροής, ώστε να είναι δυνατόν να συνεχιστεί η διαδικασία επίλυσης στα επόμενα χρονικά βήματα.

### 3.10 Διόρθωση γεωμετρίας ομόρρου-Μη μόνιμη ροή

Όπως προαναφέρθηκε, στη μη μόνιμη ροή, μεταβάλλονται τα χαρακτηριστικά της ροή του ανέμου που προσπίπτει στην ανεμογεννήτρια, με αποτέλεσμα σε κάθε χρονική στιγμή να υπολογίζεται διαφορετική κατανομή κυκλοφορίας στα πτερύγια και συνεπώς να αποβάλλεται διαφορετική στροβιλότητα σε κάθε χρονικό βήμα. Οι γραμμές στροβιλότητας που αποβάλλονται από το πτερύγιο αποτελούνται λοιπόν, από τμήματα με διαφορετική κυκλοφορία τα οποία εν τέλει επάγουν κατώρευμα στο πτερύγιο που είναι διαφορετικό από την περίπτωση της μόνιμης ροής.

Στο σημείο αυτό, ο υπολογισμός της συνεισφοράς των κυκλοφοριών του ομόρρου και των πτερυγίων στο κατώρευμα που επάγεται στα σημεία ελέγχου των πτερυγίων, διαχωρίζεται σε δύο βασικά τμήματα: στη συνεισφορά της στροβιλότητας του «κοντινού» ομόρρου και του «μακρινού» ομόρρου. Ως κοντινός ομόρρος, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας ορίζονται η γραμμή στροβιλότητας που είναι προσδεμένη πάνω στα πτερύγια και τα πρώτα τμήματα κάθε γραμμής στροβιλότητας που αποβάλλεται από κάθε πτερύγιο. Ενώ, ως μακρινός ομόρρος, ορίζονται τα υπόλοιπα τμήματα της ελεύθερης στροβιλότητας Σχήμα 3.13 :



Σχήμα 3.13 Αναπαράσταση κοντινού και μακρινού ομόρρου.

Η παραπάνω μέθοδος, αποσκοπεί στο υπολογισμό του κατωρεύματος στα πτερύγια, λαμβάνοντας υπόψιν την επίδραση της στροβιλότητας του κοντινού ομόρρου, ο οποίος έχει κυκλοφορία ίση με την κυκλοφορία που υπολογίστηκε στο παρόν χρονικό βήμα, ενώ ο μακρινός ομόρρος, ο οποίος αναφέρεται στις συνθήκες ροής των προηγούμενων χρονικών βημάτων, σε κάθε τμήμα του έχει την αντίστοιχη κυκλοφορία με τις συνθήκες ροής του αντίστοιχου χρονικού βήματος.

Η συνεισφορά συνεπώς υπολογίζεται αρχικά από τον κοντινό ομόρρο, λαμβάνεται υπόψιν δηλαδή η επίδραση των τμημάτων των δινοπετάλων που βρίσκονται πάνω στα πτερύγια και των πρώτων τμημάτων των γραμμών ελεύθερης στροβιλότητας κάθε δινοπετάλου. Πιο συγκεκριμένα, το κατώρευμα σε ένα σημείο ελέγχου δίνεται από την εξής σχέση:

$$U_{W,near}^{istrip} = \sum_{istrip=1}^{N_{BLADE} \cdot N_{STRIP}} a^{istrip} \Gamma^{istrip} \quad (3.10.1)$$

Όπου στην περίπτωση αυτή ο όρος  $a^{istrip}$  αναφέρεται στα τμήματα όλων των δινοπετάλων που βρίσκονται πάνω στο πτερύγιο, και στα πρώτα τμήματα των γραμμών ελεύθερης στροβιλότητας. Δηλαδή:

$$a^{istrip} = \left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r^{istrip} - r)}{|r^{istrip} - r|^3} \right]_B + \left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r^{istrip} - r)}{|r^{istrip} - r|^3} \right]_{Wupper}^{isegw=1} + \left[ \frac{1}{4\pi} \right] \quad (3.10.2)$$

Τα ολοκληρώματα που εμφανίζονται υπολογίζονται σύμφωνα με τη σχέση (6.3.2.3)

Στη συνέχεια, για να υπολογιστεί η ολική συνεισφορά του ομόρρου, είναι αναγκαίο να προσδιοριστεί και η επιρροή των υπόλοιπων τμημάτων των γραμμών ελεύθερης στροβιλότητας όλων των δινοπετάλων. Αυτό πραγματοποιείται ως εξής:

$$U_{W,far}^{istrip} = \sum_{istrip=1}^{N_{BLADE} \cdot N_{STRIP}} \Gamma_{isegw}^{istrip} \left( \left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r^{istrip} - r)}{|r^{istrip} - r|^3} \right]_{Wupper}^{isegw=2,NSEGW} + \left[ \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \times (r^{istrip} - r)}{|r^{istrip} - r|^3} \right]_{Wlower}^{isegw=2,NEGW} \right) \quad (3.10.3)$$

Τελικά η ολική συνεισφορά του ομόρρου σε ένα σημείο ελέγχου προκύπτει με την άθροιση των σχέσεων (3.10.2) και (3.10.3) :

$$U_W^{istrip} = U_{W,near}^{istrip} + U_{W,far}^{istrip} \quad (3.10.4)$$

Η παραπάνω διαδικασία πραγματοποιείται για όλα τα σημεία ελέγχου σε κάθε πτερύγιο.

Τελικά, ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με την ενότητα 3.8, διορθώνεται η γεωμετρία του ομόρρου.

### 3.11 Σύγκλιση Μεθόδου

Για τον έλεγχο σύγκλισης της μεθόδου Newton-Raphson σε κάθε χρονικό βήμα, χρησιμοποιείται το μέγεθος της γωνίας αποβολής στροβιλότητας. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίζεται η τετραγωνική

ρίζα μέσης απόκλισης RMS με βάση τις τιμές της γωνίας σε ένα χρονικό βήμα. Αν η τιμή του RMS είναι ικανοποιητικά μικρή, τότε συνεχίζεται ο υπολογισμός για την κατανομή της κυκλοφορίας στο επόμενο χρονικό βήμα.

Το RMS για κάθε πτερύγιο δίνεται από τη σχέση:

$$RMS^{blade} = \frac{\sqrt{\sum_{iwake=1}^{N_{wake}} (\beta_i^{wake} - \beta_0^{wake})^2}}{N_{wake}} \quad (3.11.1)$$

Σε περίπτωση που η τιμή του RMS ενός έστω πτερυγίου δεν είναι αποδεκτή, τότε η διαδικασία επαναλαμβάνεται για το ίδιο χρονικό βήμα από την ενότητα 3.9.

### 3.12 Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων

Σκοπός της μελέτης αυτής, είναι ο προσδιορισμός των φορτίων και της ισχύος του δρομέα της ανεμογεννήτριας κατά τη διάρκεια λειτουργίας της. Εφόσον λοιπόν, έχει προσδιοριστεί η επαγόμενη ταχύτητα από τον σχηματιζόμενο ομόρρου στο πτερύγιο, καθίσταται πλέον δυνατός ο υπολογισμός των παραπάνω μεγεθών. Η διαδικασία που ακολουθείται περιγράφεται στη συνέχεια.

Αρχικά υπολογίζονται τα διανύσματα της φαινόμενης τοπικής ταχύτητας ως προς το σύστημα του ρότορα RD και ως προς το Local σύστημα κάθε λωρίδας.

$$(U_{eff}^{istrip})_{Local} = U_{Local}^{istrip} + U_{ind,Local}^{istrip} - U_{B,Local}^{istrip} \quad (3.12.1)$$

Όπου :

$$U_{ind,Local}^{istrip} = A_{Local} U_w^{istrip} \quad (3.12.2)$$

$$U_{B,Local}^{istrip} = A_{Local} U_B^{istrip} = A_{Local} \Omega r^{istrip} \quad (3.12.3)$$

Η ταχύτητα του ανέμου  $U_{Local}^{istrip}$  δίνεται από τη σχέση ( ).

$$(U_{eff}^{istrip})_{RD} = U_{RD}^{istrip} + U_w^{istrip} - U_{B,RD}^{istrip} \quad (3.12.4)$$

Όπου :

$$U_{B,RD}^{istrip} = \Omega r^{istrip} \quad (3.12.5)$$

Η ταχύτητα του ανέμου  $U_{RD}^{istrip}$  δίνεται από τη σχέση (), ενώ η ταχύτητα  $U_W^{istrip}$  έχει υπολογιστεί σε προηγούμενη ενότητα και εκφράζεται από τη σχέση ().

Το μέτρο λοιπόν του διανύσματος της φαινόμενης τοπικής ταχύτητας ως προς το Local σύστημα συντεταγμένων θα είναι:

$$|U_{eff}^{istrip}| = \sqrt{U_{effx}^{istrip^2} + U_{effz}^{istrip^2}} \quad (3.12.6)$$

Ενώ η τοπική γωνία ροής και γωνία προσβολής θα είναι :

$$\varphi^{istrip} = \tan^{-1} \left( \frac{U_{effz}^{istrip}}{U_{effx}^{istrip}} \right) \quad (3.12.7)$$

$$a^{istrip} = \varphi_{twist}^{istrip} - \varphi^{istrip} \quad (3.12.8)$$

Ο συντελεστής αξονικής επαγωγής ανά λωρίδα πτερυγίου ορίζεται ως:

$$\alpha^{istrip} = \frac{U_{\infty} - (U_{effz}^{istrip})_{RD}}{U_{\infty}} \quad (3.12.9)$$

Ο συντελεστής περιφερειακής επαγωγής προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$a'^{istrip} = \frac{U_{ind}^{istrip}}{\Omega r^{istrip}} \quad (3.12.10)$$

Ύστερα, υπολογίζονται σύμφωνα με το μοντέλο ONERA η τοπική άνωση και αντίσταση:

$$L^{istrip} = \frac{1}{2} \rho c \left( U_{eff}^{istrip} \Gamma^{istrip} + \frac{1}{2} c s^L \dot{w}_0^{istrip} + \frac{1}{2} c k^L \dot{w}_1^{istrip} \right) \quad (3.12.11)$$

$$D^{istrip} = \frac{1}{2} \rho c \left( U_{eff}^{istrip^2} (C_D)_{lin} + \frac{1}{2} c \sigma^L \dot{w}_0^{istrip} \right) \quad (3.12.12)$$

Ο αξονικός και περιφερειακός συντελεστής περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$C_N^{istrip} = C_L \cos \varphi^{istrip} + C_D \sin \varphi^{istrip} \quad (3.12.13)$$

$$C_T^{istrip} = -C_L \sin \varphi^{istrip} + C_D \cos \varphi^{istrip} \quad (3.12.14)$$

Όπου πλέον, οι συντελεστές της άνωσης και της αντίστασης δεν υπολογίζονται με βάση πειραματικά δεδομένα, αλλά προκύπτουν από τα αντίστοιχες δυνάμεις των σχέσεων (3.12.11) και (3.12.12).

Οι στοιχειώδεις δυνάμεις σε κάθε λωρίδα του εκάστοτε πτερυγίου, ως προς το Local σύστημα, υπολογίζονται ως:

$$F_T^{\text{istrip}} = \frac{1}{2} \rho |U_{\text{eff}}^{\text{istrip}}|^2 c C_T^{\text{istrip}} dr \quad (3.12.15)$$

$$F_N^{\text{istrip}} = \frac{1}{2} \rho |U_{\text{eff}}^{\text{istrip}}|^2 c C_N^{\text{istrip}} dr \quad (3.12.16)$$

Όπου ο όρος  $dr$  δηλώνει το στοιχειώδες ακτινικό μήκος κάθε λωρίδας του πτερυγίου.

Συνεπώς, η ροπή για κάθε πτερύγιο ορίζεται ως:

$$M^{\text{iblade}} = \sum_{\text{istrip}=1}^{N_{\text{STRIP}}} -F_x r^{\text{istrip}} \quad (3.12.17)$$

Ενώ η ώση που δέχεται το πτερύγιο:

$$T^{\text{iblade}} = \sum_{\text{istrip}=1}^{N_{\text{STRIP}}} F_z r^{\text{istrip}} \quad (3.12.18)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, οι στοιχειώδεις δυνάμεις που εμφανίζονται,  $F_x$  και  $F_z$ , αναφέρονται στο σύστημα συντεταγμένων του ρότορα RD.

Τα συνολικά φορτία και για όλα τα πτερύγια του δρομέα προκύπτουν ως άθροισμα των επιμέρους φορτίων, ενώ η συνολική ισχύς που παράγεται κατά τη διάρκεια λειτουργίας της ανεμογεννήτριας ορίζεται ως:

$$P = \sum_{\text{iblade}=1}^{N_{\text{BLADE}}} \Omega M^{\text{iblade}} \quad (3.12.19)$$

$$M_{\text{TOTAL}} = \sum_{\text{iblade}=1}^{N_{\text{BLADE}}} M^{\text{iblade}} \quad (3.12.20)$$

$$T_{TOTAL} = \sum_{iblade=1}^{N_{BLADE}} T^{iblade} \quad (3.12.21)$$

### 3.13 Ανανέωση κυκλοφορίας ομόρρου

Όταν ο δρομέας λειτουργεί σε μόνιμες συνθήκες, βρίσκεται σε ισορροπία με αποτέλεσμα σε κάθε χρονικό βήμα να βρίσκεται η ίδια κατανομή κυκλοφορίας επάνω στο πτερύγιο και η στροβιλότητα που αποβάλλεται να παραμένει σταθερή με το χρόνο. Ωστόσο, όταν οι συνθήκες ροής μεταβάλλονται, μεταβάλλεται ταυτόχρονα και η τιμή της κυκλοφορίας που εκφεύγει από το πτερύγιο κάθε χρονικό βήμα. Ο σχηματιζόμενος ομόρρου δηλαδή, με την πάροδο του χρόνου τροφοδοτείται με νέες τιμές έντασης στροβιλότητας, οι οποίες παίρνουν τη θέση των παλαιών μετακινώντας τις τιμές οι οποίες προέρχονται από παλαιότερα χρονικά βήματα προς τα πίσω. Για το λόγο αυτό, σε κάθε χρονικό βήμα επίλυσης, μετά από τη σύγκλιση της μεθόδου, είναι αναγκαίο ο ομόρρους της προηγούμενης χρονικής στιγμής να ανανεώνεται με τη νέα κατανομή της κυκλοφορίας που έχει υπολογιστεί στο παρόν βήμα, ώστε να συνεχιστεί η επίλυση στα πλαίσια του χρόνου.

Πιο αναλυτικά, αυτό επιτυγχάνεται μεταφέροντας την τιμή της κυκλοφορίας των τμημάτων της ελεύθερης στροβιλότητας των δινοπετάλων στο αμέσως επόμενο τμήμα, ενώ η τρέχουσα κατανομή τροφοδοτείται στα δεύτερα τμήματα κάθε δινοπετάλου. Ουσιαστικά, θεωρείται ότι το πρώτο τμήμα των γραμμών ελεύθερης στροβιλότητας και το τμήμα του δινοπετάλου που είναι προσδεμένο στο πτερύγιο, αναφέρονται στην τρέχουσα λύση. Η παραδοχή αυτή, διευκολύνει τον υπολογισμό της συνεισφοράς της στροβιλότητας του ομόρρου σε κάθε χρονικό βήμα. Πιο αναλυτικά, η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής:

Αρχικά, κάθε τμήμα των γραμμών ελεύθερης στροβιλότητας των δινοπετάλων φέρει μια τιμή κυκλοφορίας. Οι τιμές αυτές μπορεί να διαφέρουν από τμήμα σε τμήμα, ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούσαν τη χρονική στιγμή που υπολογίστηκαν. Έτσι για κάθε τέτοια γραμμή, για όλα τα πτερύγια, μεταφέρουμε τις τιμές κάθε τμήματος στο επόμενο τμήμα της ίδιας γραμμής:

$$\Gamma_{iseg=3, N_{SEGW}}^{istrip} = \Gamma_{iseg-1}^{istrip} \quad (3.13.1)$$



Εφαρμόζοντας τη σχέση (3.13.1), για κάθε πτερύγιο, μεταφέρουμε την τιμή της κυκλοφορίας στο επόμενο τμήμα για κάθε δινοπέταλο, αφήνοντας ουσιαστικά «κενή» την τιμή του δεύτερου τμήματος κάθε δινοπετάλου. Στη συνέχεια, η τρέχουσα κατανομή της κυκλοφορίας, η οποία για το παρόν χρονικό βήμα αναφέρεται στον κοντινό ομόρρου, πριν συνεχιστεί η επίλυση σε επόμενο βήμα, τροφοδοτείται στα «δεύτερα» τμήματα των γραμμών ελεύθερης στροβιλότητας κάθε πτερυγίου, δηλαδή:

$$\Gamma_{iseg=2}^{istrip} = \Gamma^{istrip} \quad (3.13.2)$$

Ο δείκτης  $iseg = 2$  αναφέρεται στο δεύτερο τμήμα κάθε γραμμής ελεύθερης στροβιλότητας για όλα τα πτερύγια.

### 3.14 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιήθηκε μια βηματική περιγραφή της διαδικασίας διεύρυνσης της απλής εκδοχής του μοντέλου Γραμμής Άνωσης, καθώς επίσης έγινε ανάλυση της λειτουργίας του νέου εμπλουτισμένου μοντέλου. Σε επόμενα κεφάλαια, παρουσιάζονται οι εφαρμογές και τα αποτελέσματα του μοντέλου που αναπτύχθηκε.

## 4 Εφαρμογές Μόνιμης Ροής

### 4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται μόνιμες ροές γύρω από περιστρεφόμενους δρομείς. Στην γενική περίπτωση τα πτερύγια κινούνται ως προς το επερχόμενο πεδίο ροής οπότε η ροή είναι μη μόνιμη ως προς τον αδρανειακό παρατηρητή. Όμως, σε συνθήκες κανονικής λειτουργίας, όπου το επερχόμενο πεδίο ροής είναι ομοιόμορφο, παράλληλο στον άξονα περιστροφής και η ταχύτητα περιστροφής σταθερή, το πεδίο ροής είναι μόνιμο ως προς το σωματόδετο σύστημα που περιστρέφεται μαζί με τον δρομέα.

Οι περιπτώσεις μόνιμης ροής μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με τη γεωμετρία του πεδίου ροής σε μη συμμετρικές και αξονοσυμμετρικές με συμμετρία πολλαπλότητας ίσης με τον αριθμό των πτερυγίων του δρομέα. Στο κεφάλαιο αυτό λοιπόν, θα αναλυθούν περιπτώσεις μόνιμων ροών λειτουργίας των δρομέων.

### 4.2 Αξονοσυμμετρικές ροές

#### 4.2.1 Μόνιμες συνθήκες λειτουργίας

Η ανάλυση της λειτουργίας σε μόνιμες συνθήκες ροής είναι αναγκαία για τη σχεδίαση των δρομέων, για τους εξής λόγους:

- Εμφανίζονται απομονωμένοι οι βασικοί χαρακτήρες του πεδίου ροής γύρων από δρομέα χωρίς την επίδραση των επιπλέον μηχανισμών που προστίθενται από τις μη μόνιμες συνθήκες. Η ανάλυση των χαρακτήρων αυτών πρέπει να έχει ολοκληρωθεί πριν μελετηθεί η αλληλεπίδραση τους με άλλους μη μόνιμους χαρακτήρες.
- Ο ομόρρους που προέρχεται από το δρομέα γίνεται αντιληπτός από σώματα που ακολουθούν ως μη μόνιμη διέγερση.
- Είναι σημαντική η αξιολόγηση των προβλέψεων για απλές περιπτώσεις για τις οποίες υπάρχει σημαντικός αριθμός πειραματικών δεδομένων πριν αναλυθούν περισσότερο σύνθετες ροές.

Τα βασικά χαρακτηριστικά του πεδίου ροής μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το μέγεθος της κλίμακας μήκους στην οποία ανήκουν:

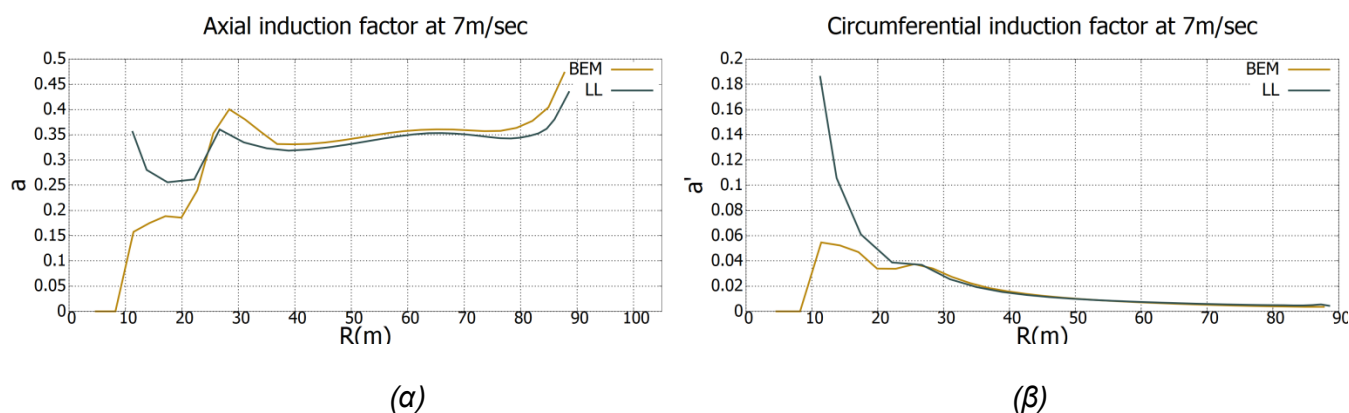
- Οι μηχανισμοί που ανήκουν στην μικρή κλίμακα, της τάξης μεγέθους του μήκους της χορδής των πτερυγίων, εμφανίζονται στην περιοχή γύρω από τα στερεά όρια. Πάνω στα όρια αναπτύσσεται οριακό στρώμα και κατά συνέπεια κυκλοφορία. Όταν οι γωνίες πρόσπτωσης είναι μικρές τα οριακά στρώματα από κάθε πλευρά του ανωστικού σώματος συναντώνται στην ακμή εκφυγής και εκφεύγουν κατάντι δημιουργώντας περιοχές με ισχυρές κλίσεις στην ταχύτητα ή αλλιώς γραμμές στροβιλότητας. Οι γραμμές αυτές λόγω της περιστροφής των πτερυγίων έχουν σπειροειδή γεωμετρία. Καθώς οι γραμμές στροβιλότητας μεταφέρονται κατάντι, το πάχος τους αυξάνεται λόγω διάχυσης, με μικρούς όμως ρυθμούς και για το λόγω αυτό, στην κλίμακα που θα με διεξαχθεί η μελέτη δεν θα εξετασθεί το φαινόμενο της διάχυσης. Έτσι ο ομόρρους του δρομέα χαρακτηρίζεται από περιοχές στροβιλότητας μεγάλης έντασης που βρίσκονται κατά μήκος γραμμών σπειροειδούς γεωμετρίας. Επιπλέον, όταν οι γωνίες πρόσπτωσης στο πτερύγιο περάσουν κάποιο όριο, εμφανίζεται αποκόλληση οπότε έχουμε εκφυγή στροβιλότητας και από άλλες περιοχές του πτερυγίου εκτός από την ακμή εκφυγής. Επειδή ωστόσο, στη λειτουργία των δρομέων που ενδιαφέρει αυτή τη μελέτη οι γωνίες προσβολής δεν ξεπερνούν αυτό το όριο, δε θα μελετηθεί η περίπτωση της αποκόλλησης της ροής.
- Εάν το πεδίο ροής γύρω από τον δρομέα παρατηρηθεί από απόσταση τότε γίνονται αντιληπτά τα χαρακτηριστικά που ανήκουν στην μεγάλη κλίμακα μήκους, τάξης μεγέθους της διαμέτρου του δρομέα. Η ροή μπορεί απλουστευτικά να περιγραφεί ως υπέρθεση στο αδιατάρακτο πεδίο της επ' άπειρον ροής τριών απλούστερων πεδίων. Τα πεδία αυτά είναι μια αξονική, κυλινδρική δέσμη που ακολουθεί τον δρομέα, ένα περιφερειακό πεδίο ταχυτήτων που υπάρχει μέσα σε αυτή την δέσμη και ένα ακτινικό πεδίο ταχυτήτων που στη αρχή της δέσμης είναι σημαντικό αλλά στην συνέχεια εξασθενεί. Η φορά των πεδίων αυτών εξαρτάται από το πρόσημο της ορμής που ο δρομέας προσδίδει στο ρευστό. Τα στοιχειώδη αυτά πεδία ροής επάγονται από την στροβιλότητα που αποβάλλουν τα πτερύγια. Η ελεύθερη αυτή στροβιλότητα με τη σειρά της επιδρά έντονα στο τμήμα του πεδίου που βρίσκεται πολύ κοντά στα πτερύγια από τα οποία προήλθε. Επίσης αλληλοεπιδρά με τον εαυτό της διαμορφώνοντας τη γεωμετρία της και την έντασή

της. Αυτοί οι μηχανισμοί έντονης αλληλεπίδρασης έχουν σαν αποτέλεσμα τη μη γραμμική συμπεριφορά του συστήματος δρομέα-ελεύθερης στροβιλότητας. [5]

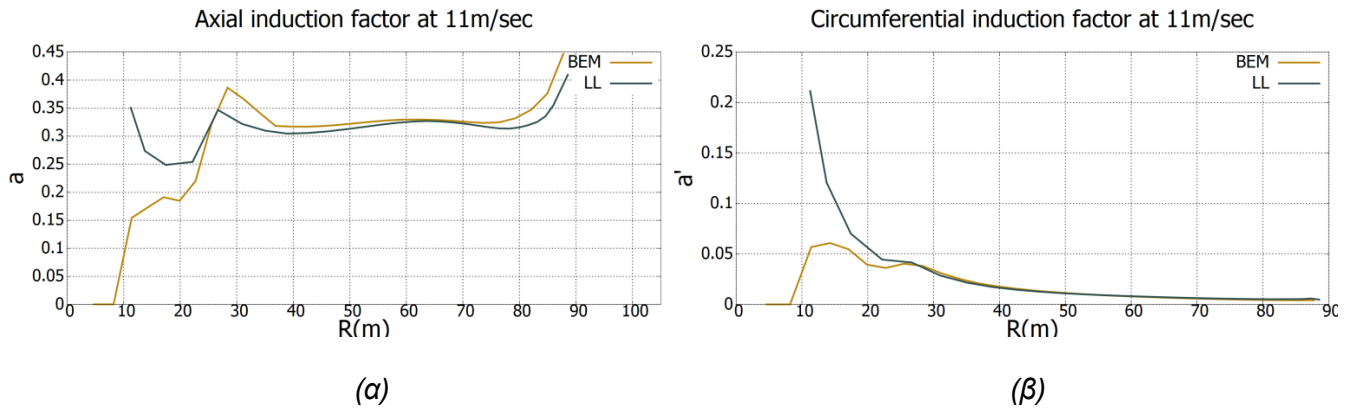
#### 4.2.2 Σύγκριση με μοντέλο ορμής στοιχείων περύγωσης-BEM.

Αρχικά, για την διεξαγωγή της μελέτης της παρούσας εργασίας, κρίνεται απαραίτητη η σύγκριση των αποτελεσμάτων του υπολογιστικού μοντέλου BEM και Γραμμής Άνωσης (Lifting Line) για την πρότυπη ανεμογεννήτρια DTU των 10MW [21]. Η σύγκριση αυτή, γίνεται στην πιο απλή υπολογιστική περίπτωση των μοντέλων, όπου ο δρομέας λειτουργεί υπό μόνιμη και αξονοσυμμετρική ροή.

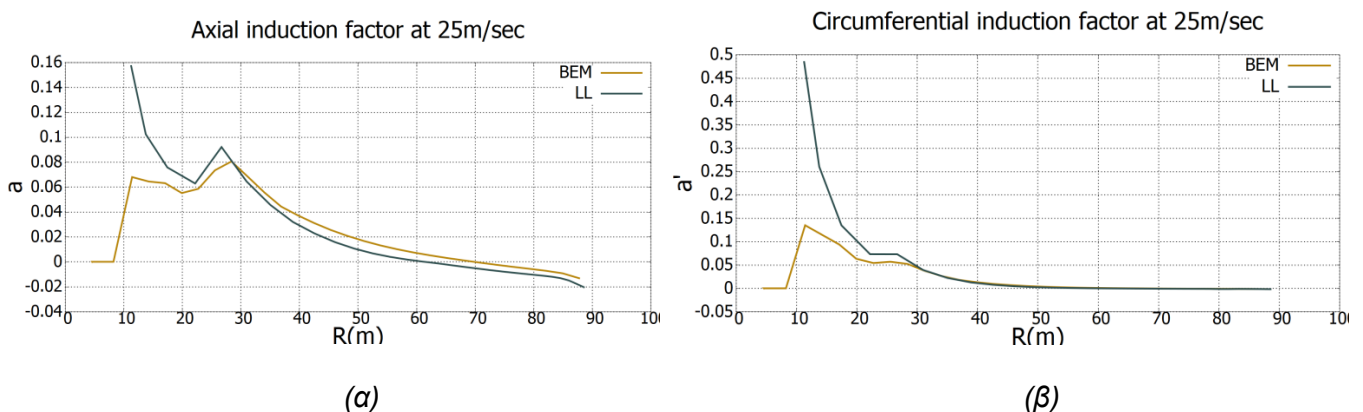
Τα μεγέθη τα οποία επιλέγονται για τη σύγκριση των δύο μεθόδων είναι οι συντελεστές αξονικής (α) και περιφερειακής (α') επαγωγής. Στα Σχήματα 4.1 (α), 4.2 (α) και 4.3 (α), απεικονίζεται η κατανομή του συντελεστή αξονικής επαγωγής συναρτήσει της ακτίνας του πτερυγίου, για τις μεθόδους στοιχείων περύγωσης και γραμμής άνωσης, για ταχύτητες ανέμου 7m/sec, 11m/sec και 25m/sec αντίστοιχα. Ομοίως στα Σχήματα 4.1 (β), 4.2 (β) και 4.3 (β), απεικονίζεται η κατανομή του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής συναρτήσει της ακτίνας του πτερυγίου για τις ίδιες ταχύτητες ανέμου. Από τα παραπάνω σχήματα, εύκολα παρατηρείται πως τα δύο υπολογιστικά μοντέλα παρουσιάζουν αισθητές διαφορές κυρίως στις ακτίνες που βρίσκονται κοντά στη ρίζα και στην άκρη του πτερυγίου.



Σχήμα 4.1 Απεικόνιση συντελεστών αξονικής (α) και περιφερειακής επαγωγής (β) με τη μέθοδο BEM και Γραμμής Άνωσης με ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



Σχήμα 4.2: Απεικόνιση συντελεστών αξονικής (α) και περιφερειακής επαγωγής (β) με τη μέθοδο BEM και Γραμμής Άνωσης με ταχύτητα ανέμου 11m/sec.



Σχήμα 4.3: Απεικόνιση συντελεστών αξονικής (α) και περιφερειακής επαγωγής (β) με τη μέθοδο BEM και Γραμμής Άνωσης με ταχύτητα ανέμου 25m/sec.

Οι διαφορές που εμφανίζονται στα δύο υπολογιστικά μοντέλα, στην περιοχή μέχρι περίπου την μέση της ακτίνας του πτερυγίου, οφείλονται στο γεγονός ότι το μοντέλο γραμμής άνωσης θεωρεί ολόκληρη την επιφάνεια του πτερυγίου ως επιφάνεια παραγωγής άνωσης, από τη ρίζα του πτερυγίου έως την άκρη αυτού.

Επιπλέον, οι διαφορές στις τιμές των διαγραμμάτων, οι οποίες είναι περισσότερο εμφανείς στο μέγεθος του συντελεστή αξονικής επαγωγής οφείλονται στην διόρθωση ακροπτερυγίων του Prandtl, η οποία είναι μια προσεγγιστική μέθοδος προσομοίωσης των απωλειών λόγω των εκρεόντων στροβίλων από τα tips των πτερυγίων. Η μέθοδος αυτή εισάγει ένα συντελεστή απωλειών ακροπτερυγίου  $F_T$  ως :

$$F_T = \frac{2}{\pi} \arccos \left[ \exp \left( -\frac{N(R-r)}{2r \sin \varphi} \right) \right] \quad (4.2.2.1)$$

Εάν το πτερύγιο ωστόσο τελειώνει πριν φτάσει στην πλήμνη, τότε ορίζεται και ένας συντελεστής απωλειών  $F_H$  που δίνεται από έκφραση ανάλογη με τον συντελεστή  $F_T$  :

$$F_H = \frac{2}{\pi} \arccos \left[ \exp \left( -\frac{N(r-r_H)}{2r \sin \varphi} \right) \right] \quad (4.2.2.2)$$

Ο συνολικός συντελεστής απωλειών προκύπτει ως:

$$F = F_T F_H \quad (4.2.2.3)$$

#### 4.2.3 Διερεύνηση επίδρασης αριθμού περιστροφών στην αριθμητική επίλυση της πτέρυγας.

Το υπολογιστικό μοντέλο της γραμμής άνωσης επιτρέπει ένα γρήγορα υπολογισμό της επαγόμενης ταχύτητας στο πτερύγιο που προκαλείται από την αποβαλλόμενη στροβιλότητα πίσω από το ρότορα. Η επαγωγή σε μια τομή του πτερυγίου που οφείλεται σε κάθε γραμμή στροβιλότητας υπολογίζεται με βάση το νόμο του Biot-Savart. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή είναι υπολογιστικά μη συμφέρουσα, διότι πρέπει να προσδιοριστεί η επιρροή κάθε γραμμής στροβιλότητας στην επαγωγή κάθε τομής των πτερυγίων. Το 1987 ο Beddoes με σκοπό την αποφυγή αυτών των δαπανηρών υπολογισμών, πρότεινε την προσομοίωση της αποβαλλόμενης στροβιλότητας από τα πτερύγια ως ελικοειδής γραμμές που εκτείνονται πίσω από το ρότορα και τον περιορισμό της επίλυσης σε ένα τέταρτο της περιστροφής.[22]

Από το νόμο Biot-Savart παρατηρείται ότι η επιρροή των μακρινών τμημάτων του ομόρρου που σχηματίζεται κατά τη διάρκεια των περιστροφών του ρότορα είναι συγκριτικά μικρότερη από την αντίστοιχη επιρροή των τμημάτων που έχουν προκύψει από νεότερα χρονικά βήματα και βρίσκονται πιο κοντά στα πτερύγια. Για το λόγο αυτόν, είναι απαραίτητη η διερεύνηση του μήκους του ομόρρου που αποδίδει ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς την επαγωγή κατωρεύματος στα πτερύγια σε μικρό υπολογιστικό χρόνο.

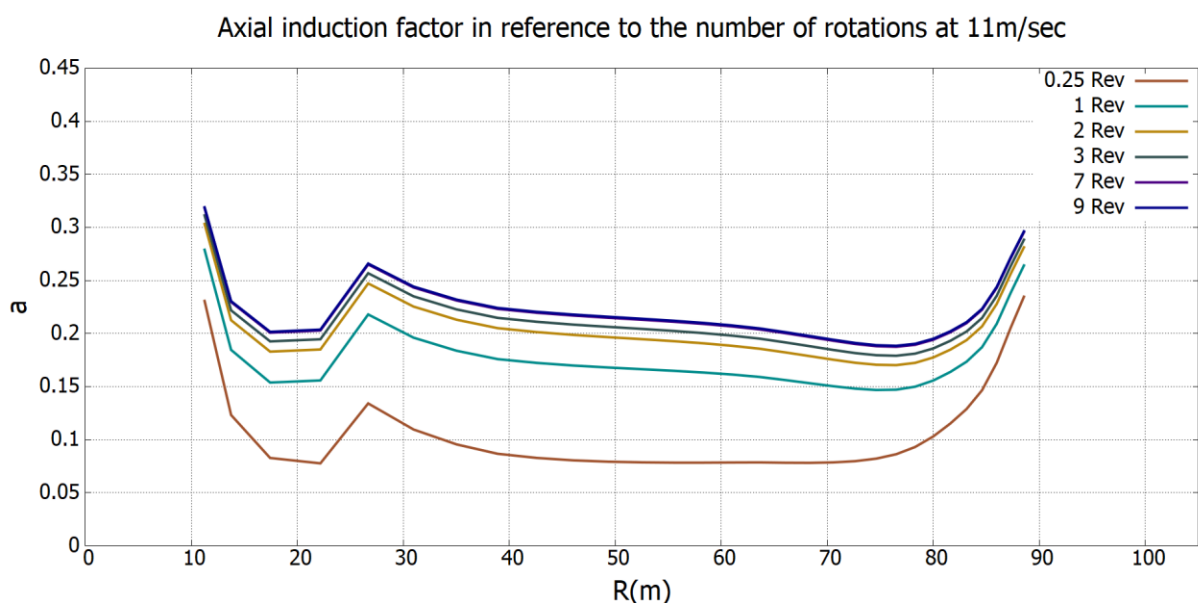
Η διερεύνηση πραγματοποιείται για ταχύτητα ανέμου 11m/sec, τιμή η οποία είναι αντιπροσωπευτική της ονομαστικής ταχύτητας της ανεμογεννήτριας (11.35 m/sec). Για δεδομένη ταχύτητα ανέμου, εξετάζεται λοιπόν η επίδραση του σχηματιζόμενου ομόρρου κατάντι

του δρομέα στο συντελεστή αξονικής επαγωγής συναρτήσει των περιστροφών του ρότορα, και κατά συνέπεια του μήκους του σχηματιζόμενου ομόρρου.

Στο Σχήμα 4.4 απεικονίζεται η κατανομή του συντελεστή αξονικής επαγωγής κατά την αξονική κατεύθυνση του πτερυγίου για ταχύτητα ανέμου 11m/sec συναρτήσει του αριθμού περιστροφών του ρότορα. Ομοίως, στο Σχήμα 4.5 (α), (β) παρουσιάζεται η αντίστοιχη κατανομή του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής συναρτήσει του αριθμού περιστροφών. Παρατηρείται όπως ήταν αναμενόμενο, πως ο συντελεστής αξονικής επαγωγής παρουσιάζει μεγάλη εξάρτηση από το μήκος τον αριθμό περιστροφών, δηλαδή το μήκος του σχηματιζόμενου κατάντι του ρότορα ομόρρου. Το γεγονός αυτό μπορεί να εξηγηθεί από τον ορισμό του συντελεστή αξονικής επαγωγής, ο οποίος είναι :

$$a = \frac{U_{\infty} - U_{eff}}{U_{\infty}} \quad (4.2.3.1)$$

Όπως φαίνεται λοιπόν και στον Πίνακα 4.2.3.1, όπως παρουσιάζεται το μήκος του ομόρρου ανηγμένο ως προς τη διάμετρο του ρότορα, όπου  $D_{ROTOR} = 178.332 \text{ m}$ , για περισσότερες περιστροφές του ρότορα, επάγεται μεγαλύτερος ομόρρου. Όσο αυξάνεται δηλαδή το μήκος του ομόρρου, επάγεται μεγαλύτερο κατώρευμα στο πτερύγιο, μειώνοντας έτσι την φαινόμενη ταχύτητα και αυξάνοντας τον συντελεστή αξονικής επαγωγής.



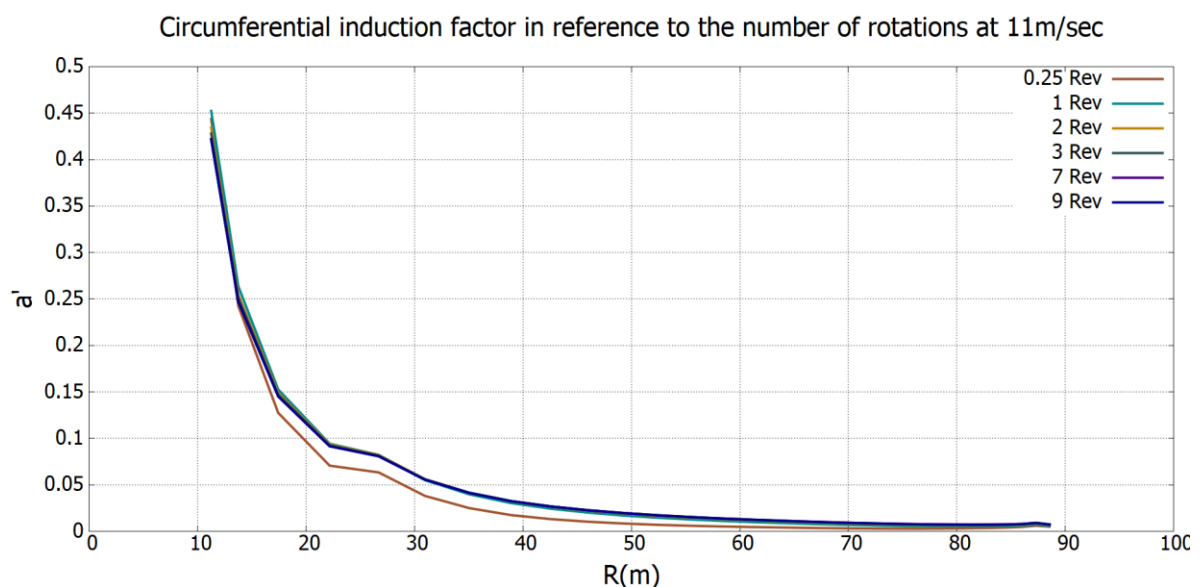
Σχήμα 4.4 Κατανομή συντελεστή αξονικής επαγωγής κατά την ακτινική διεύθυνση του πτερυγίου, συναρτήσει των περιστροφών του ρότορα για ταχύτητα 11m/sec.

Number Of Rotations	Wake Length(m)
0.25	0.128
1	0.51
2	1.009
3	1.514
7	3.527
9	4.554

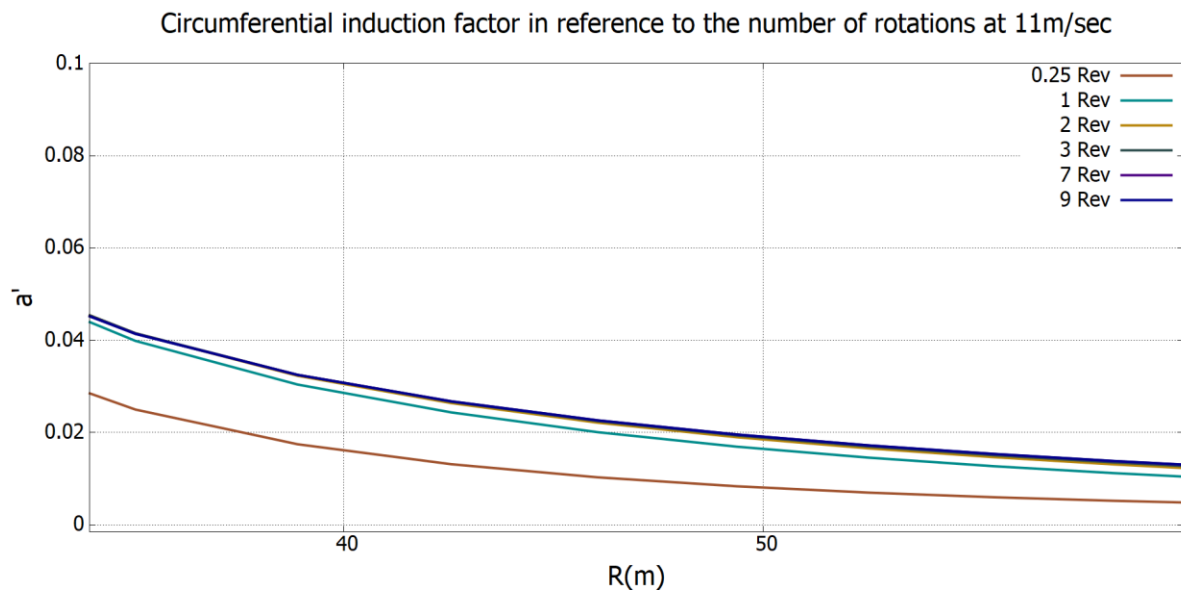
Πίνακας 4.2.3.1 Μήκος ομόρρου ανηγμένο ως προς την διάμετρο του ρότορα συναρτήσει του αριθμού περιστροφών.

Από το Σχήμα 4.5 παρατηρείται ομοίως εξάρτηση του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής ως προς τον αριθμό περιστροφών, ωστόσο όχι τόσο εμφανής όσο του συντελεστή αξονικής επαγωγής. Με βάση λοιπόν το αντίστοιχο σχήμα, συμπεραίνεται πως σε μεγαλύτερο αριθμό περιστροφών εμφανίζονται μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή  $a'$ . Το φαινόμενο αυτό μπορεί επίσης να ερμηνευθεί από τον ορισμό του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής, ο οποίος εκφράζεται από τη σχέση:

$$a' = \frac{U_{IND}}{\Omega r} \quad (4.2.3.2)$$







Σχήμα 4.5 Κατανομή συντελεστή περιφερειακής επαγωγής κατά την ακτινική διεύθυνση του πτερυγίου, συναρτήσει των περιστροφών του ρότορα για ταχύτητα 11m/sec.

Ο ομόρρους συνεπώς που σχηματίζεται σε μεγαλύτερο αριθμό περιστροφών, έχοντας μεγαλύτερη έκταση, φέρει και μεγαλύτερη συνεισφορά στο κατώρευμα πάνω στο πτερύγιο, αυξάνοντας έτσι την τιμή του συντελεστή  $a'$ .

Στη συνέχεια, είναι απαραίτητο να εξετάσουμε και τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτεί η επίλυση μιας πτέρυγας συναρτήσει του αριθμού περιστροφών. Στους Πίνακες 4.2.3.1 και 4.2.3.2 παρατίθενται ο υπολογιστικός χρόνος (CPU time) που απαιτείται για την επίλυση του προβλήματος και συναρτήσει του αριθμού περιστροφών.

Number Of Rotations	CPU Time(Sec)
<b>0.25</b>	8.03
<b>1</b>	22.641
<b>2</b>	44.625
<b>3</b>	94.594
<b>7</b>	157.796
<b>9</b>	208.593

Πίνακας 4.2.3.2 Υπολογιστικός χρόνος συναρτήσει αριθμού περιστροφών ανεμογεννήτριας.

Από τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, είναι εμφανές ότι ο υπολογιστικός χρόνος, ακόμα και για την απλούστερη περίπτωση επίλυση πτέρυγας σε μόνιμη αξονοσυμμετρική ροή,

αυξάνεται ραγδαία με την αύξηση των περιστροφών του ρότορα. Η επίλυση επιβαρύνεται χρονικά σε πιο δυσμενείς και περίπλοκες περιπτώσεις λειτουργίας. Με στόχο λοιπόν τη διατήρηση μικρού υπολογιστικού κόστους αλλά και ικανοποιητικής ακρίβειας των αποτελεσμάτων, επιλέγεται ο περιορισμός της επίλυσης σε 1 περιστροφή του δρομέα.

#### 4.2.4 Αποτελέσματα λειτουργίας δρομέα σε αξονοσυμμετρική μόνιμη ροή

Η ανάλυση λειτουργίας σε αξονοσυμμετρική μόνιμη ροή πραγματοποιήθηκε για την ανεμογεννήτρια DTU 10MW. Οι υπολογισμοί που έγιναν αναφέρονται σε μια περιστροφή του δρομέα, που αντιστοιχεί σε 90 χρονικά βήματα. Οι ταχύτητες οι οποίες εξετάστηκαν είναι οι 7m/sec, 11m/sec και 25m/sec, ενώ η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα παρέμεινε σταθερή και ίση με  $\Omega = 0.62832 \text{ rad/sec}$ . Το χρονικό βήμα ορίζεται με βάση τη σχέση (3.5.1), όπου η περίοδος μιας περιστροφής λαμβάνει την τιμή:

$$T_{\text{PERIOD}} = \frac{2\pi}{\Omega} \approx 2.5\text{sec} \quad (4.2.4.1)$$

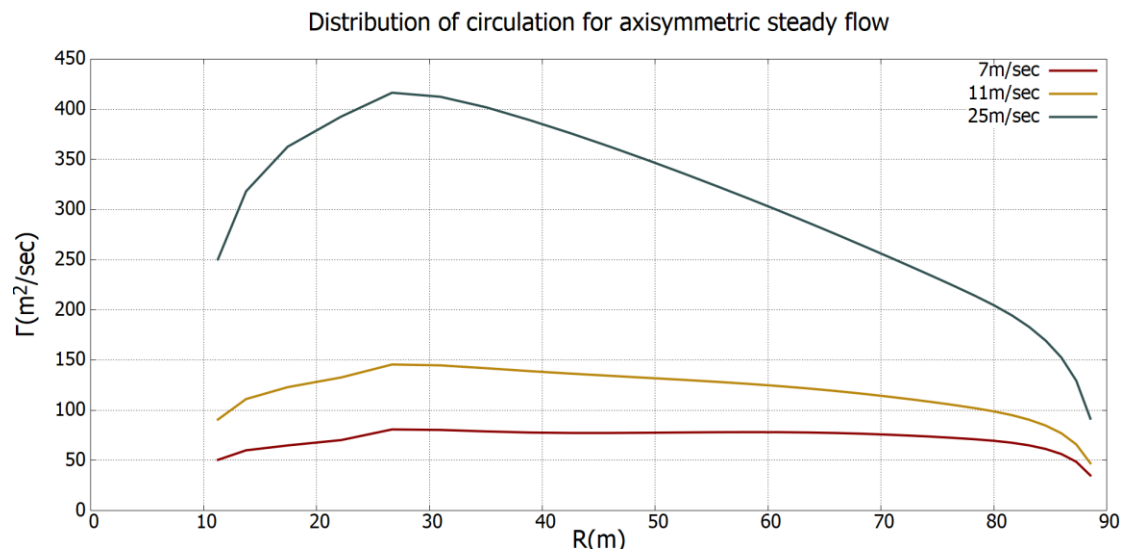
Με βάση λοιπόν τη σχέση (3.5.1) και θέτοντας  $N_{\text{timestep}} = 90$  το συνολικό αριθμό χρονικών βημάτων, το στοιχειώδες χρονικό βήμα προκύπτει :

$$\Delta t = \frac{T_{\text{PERIOD}}}{N_{\text{timestep}}} \approx 0.11\text{sec} \quad (4.2.4.2)$$

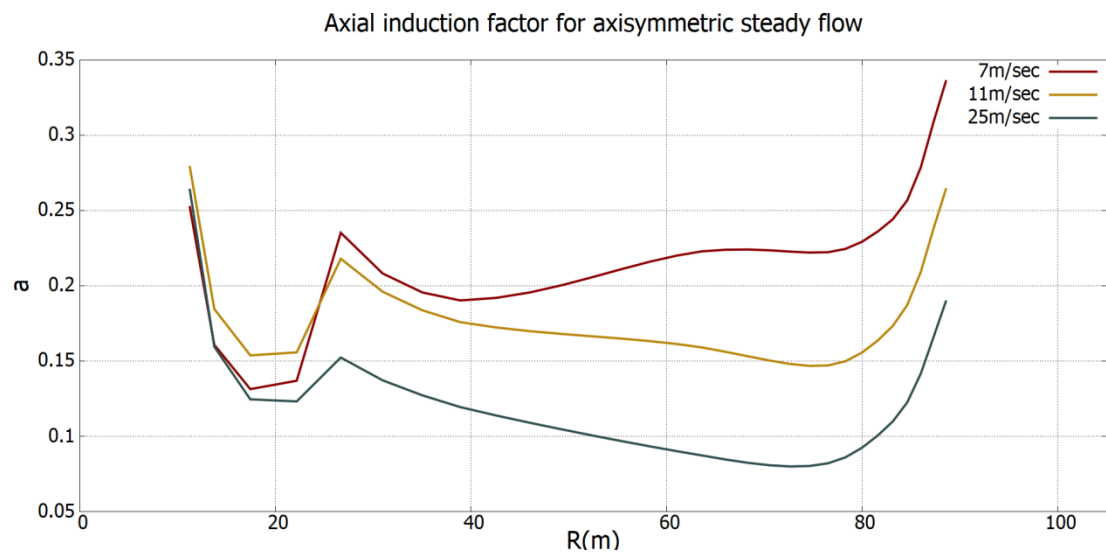
Επομένως σε κάθε χρονικό βήμα, τα πτερύγια σαρώνουν γωνία ίση με :

$$d\theta = \Omega \Delta t \approx 0.0698 \text{ rad} \approx 4^\circ \quad (4.2.4.3)$$

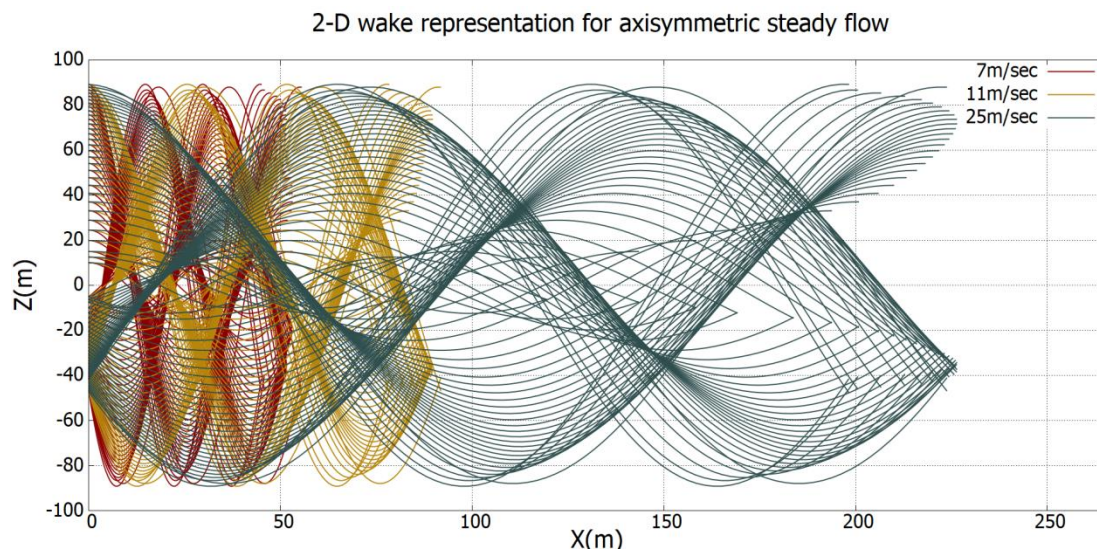
Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζεται η απόκριση του δρομέα. Πιο συγκεκριμένα στο Σχήμα 4.6 απεικονίζεται η κατανομή της κυκλοφορίας κατά την ακτινική διεύθυνση του πτερυγίου για τις ταχύτητες 7m/sec, 11m/sec και 25m/sec, όπου παρατηρείται πως με την αύξηση ταχύτητας ροής μειώνονται ταυτόχρονα και οι τιμές του συντελεστής αξονικής επαγωγής, Σχήμα 4.7 :



Σχήμα 4.6 Κατανομή κυκλοφορίας στα πτερύγια σε αξονοσυμμετρική και μόνιμη ροή για ταχύτητες ροής 7m/sec, 11m/sec και 25m/sec.



Σχήμα 4.7 Κατανομή συντελεστή αξονικής επαγωγής στα πτερύγια σε αξονοσυμμετρική και μόνιμη ροή για ταχύτητες ροής 7m/sec, 11m/sec και 25m/sec.



Σχήμα 4.8 Διδιάστατη αναπαράσταση ομόρρου κατάντι του δρομέα σε αξονοσυμμετρική και μόνιμη ροή για ταχύτητες ροής 7m/sec, 11m/sec και 25m/sec.

Όπως ήταν αναμενόμενο, οι μεγαλύτερες ταχύτητες ροή προκαλούν κυκλοφορία μεγαλύτερης έντασης κατά την ακτινική κατεύθυνση του πτερυγίου, γεγονός που διαπιστώνεται και από το Σχήμα 4.6, ενώ μεταφέρουν και τον ομόρρου σε μεγαλύτερη απόσταση κατάντι του δρομέα, Σχήμα 4.8. Στο σημείο αυτό, αξίζει να δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι στην αξονοσυμμετρική ροή, παρουσιάζεται η ίδια κατανομή κυκλοφορίας και στα τρία πτερύγια.

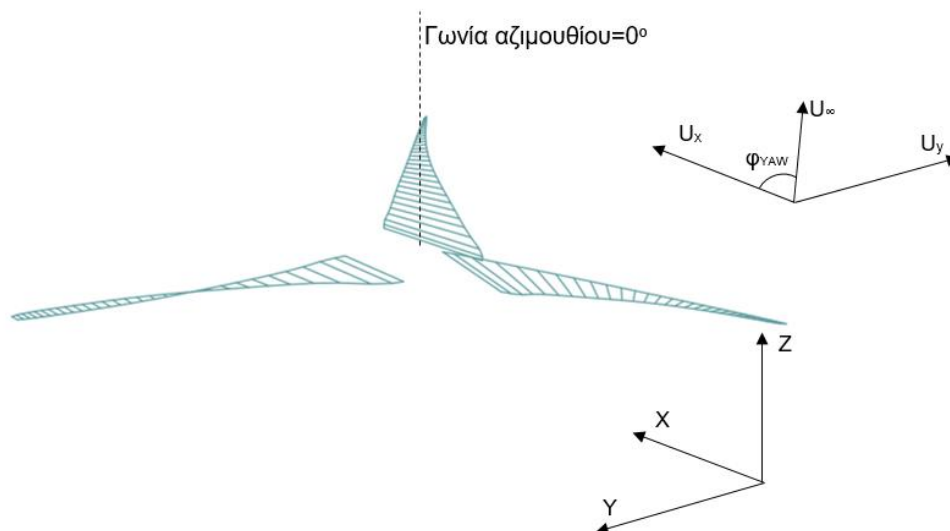
### 4.3 Μη συμμετρικές ροές- Λειτουργία σε απόκλιση με τη ροή

Οι δρομείς κατά την λειτουργία τους βρίσκονται μακριά από τις ιδεατές συνθήκες αξονοσυμμετρικής ροής. Αυτό συμβαίνει κατά κανόνα, στη ρύθμιση της γωνίας απόκλισης (yaw) των ανεμογεννητριών οριζοντίου άξονα, ώστε να επιτευχθεί μέγιστη παραγωγή ισχύος. Στις περιπτώσεις αυτές, ο άξονας περιστροφής του δρομέα στρέφεται σταδιακά έως ότου ευθυγραμμιστεί με την διεύθυνση της επερχόμενης ροής. Έτσι, οι δρομείς των ανεμογεννητριών οριζοντίου άξονα συχνά λειτουργούν σε απόκλιση σε σχέση με την επερχόμενη ροή.

Στη στατική περίπτωση ο άξονας περιστροφής του δρομέα βρίσκεται για μεγάλο χρονικό διάστημα σε γωνία κλίσης ως προς την κύρια κατεύθυνση της ροής. Αυτή η κατάσταση εμφανίζεται συχνά κατά την λειτουργία μιας ανεμογεννήτριας επειδή το σύστημα προσανατολισμού του δρομέα δεν διορθώνει διαρκώς και με ακρίβεια την κατεύθυνση του

άξονα περιστροφής. Η συμπεριφορά των δρομέων σε απόκλιση έχει μεγάλο τεχνολογικό ενδιαφέρον καθώς συνδέεται άμεσα με την ενεργειακή τους απόδοση, την δυναμική απόκριση και κατά συνέπεια με την αξιοπιστία της κατασκευής.

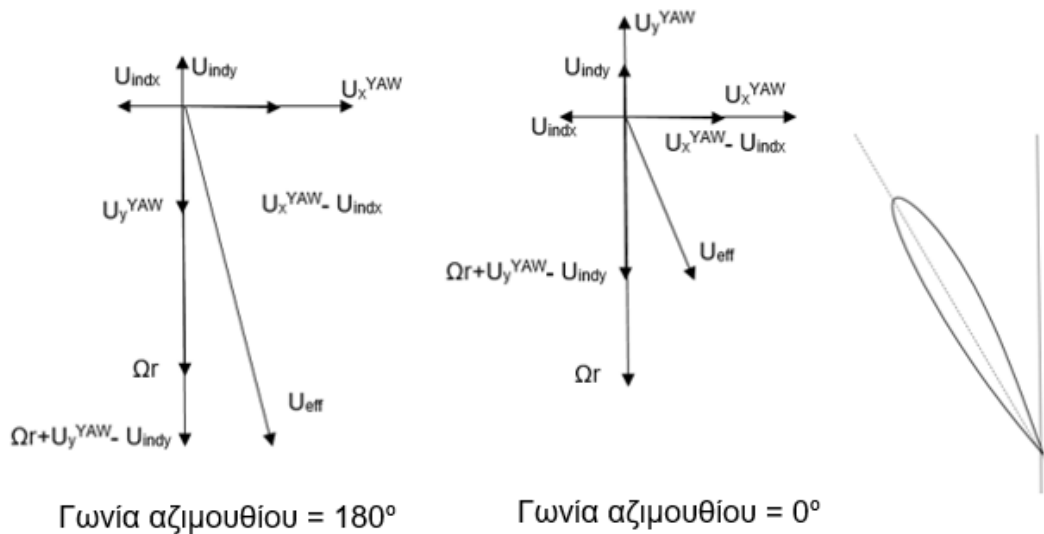
Στη συνέχεια κατά την ανάλυση της λειτουργίας δρομέα ανεμογεννήτριας σε απόκλιση με τη ροή θα θεωρείται ότι ο δρομέας περιστρέφεται δεξιόστροφα (ωρολογιακά) ως προς την κύρια κατεύθυνση της ροής και ότι το πτερύγιο βρίσκεται σε γωνία αζιμούθιου μηδέν όταν είναι προσανατολισμένο προς τον ουρανό, ενώ τα άλλα δύο πτερύγια βρίσκονται σε γωνία αζιμούθιου  $120^\circ$  και  $240^\circ$ , ενώ θετική φορά απόκλισης της ροής θεωρείται κατά σύμβαση με βάση το Σχήμα 4.9 :



Σχήμα 4.9 Αναπαράσταση λειτουργίας ανεμογεννήτρια σε απόκλιση με τη ροή, σύμβαση συστήματος συντεταγμένων.

Εξετάζοντας τα τρίγωνα ταχυτήτων στις αζιμουθιακές θέσεις  $0^\circ$  και  $180^\circ$  σε μια τυπική ακτινική θέση του πτερυγίου, αυτά διαμορφώνονται όπως στο Σχήμα 4.10. Σε αυτές τις δύο θέσεις η επίδραση της πλευρικής συνιστώσας της επερχόμενης ροής παίρνει τις ακραίες τιμές της. Στην αζιμουθιακή θέση  $180^\circ$  η  $U_y^{YAW}$  προστίθεται στην περιφερειακή συνιστώσα της φαινόμενης από το πτερύγιο ταχύτητας  $U_{eff}$  αυξάνοντας το μέτρο της. Αντίθετα στην θέση  $0^\circ$  η  $U_y^{YAW}$  αφαιρείται από την περιφερειακή συνιστώσα της φαινόμενης ταχύτητας  $U_{eff}$ . Ο αυξητικός/μειωτικός ρόλος

της  $U_y^{YAW}$  διατηρείται σε όλο το κάτω ( $90^\circ - 180^\circ - 270^\circ$ ) / άνω ( $270^\circ - 0^\circ - 90^\circ$ ) μέρος της περιστροφής των πτερυγίων κατά ημιτονοειδές μεταβαλλόμενο τρόπο. Σαν αποτέλεσμα το μέτρο της  $U_{eff}$  μεταβάλλεται περιοδικά κατά την περιστροφή των πτερυγίων αυξάνοντας την φόρτιση του δρομέα στο κάτω μισό της περιστροφής και μειώνοντάς την στο πάνω μισό, δημιουργώντας ταλάντωση στα πτερύγια.



Σχήμα 4.10 Τρίγωνα ταχυτήτων σε τυπική θέση πτερυγίων στις αζιμουθιακές θέσεις  $0^\circ$  και  $180^\circ$  κατά τη λειτουργία αννεμογεννήτριας σε απόκλιση με τη ροή.

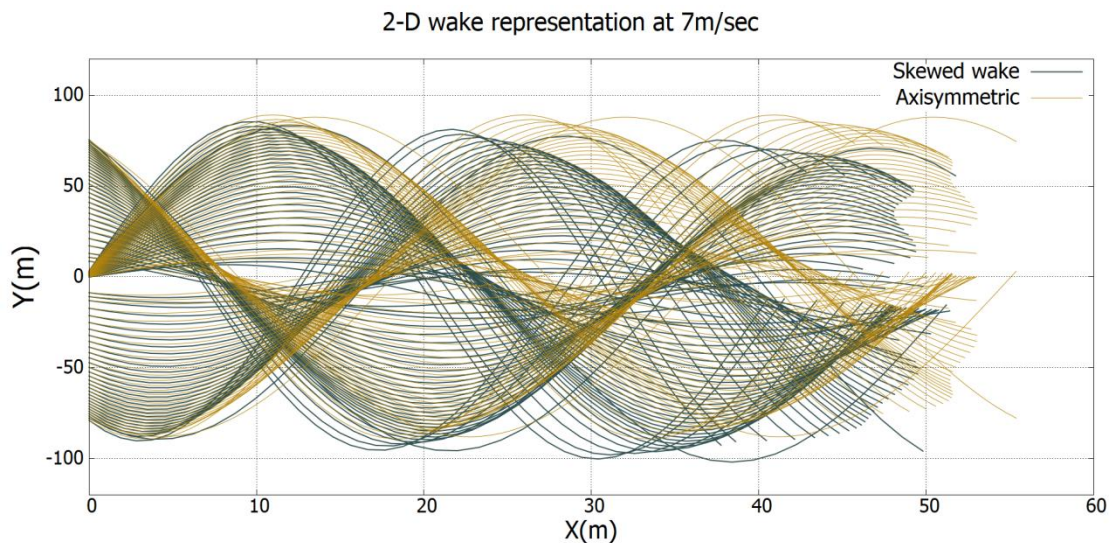
Εκτός από το μηχανισμό της διέγερσης της επερχόμενης ροής που διαμορφώνει την φαινόμενη ταχύτητα, υπάρχει και η μη γραμμική επίδραση του ομόρρου  $U_{ind}$ . Λόγω της απόκλισης της ροής η γεωμετρία του ομόρρου εξελίσσεται κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής υπό γωνία ως προς το επίπεδο του δρομέα. Ακόμα, λόγω του ότι η φόρτιση των πτερυγίων μεταβάλλεται με την αζιμουθιακή θέση τους, ανάλογα μεταβάλλεται και η ένταση της στροβιλότητας με την οποία τροφοδοτείται ο ομόρρος. Όλοι αυτοί οι μηχανισμοί, περιλαμβανομένης της εσωτερικής δύναμης της ελεύθερης στροβιλότητας, είναι συζευγμένοι μεταξύ τους και προσδίδουν τον μη γραμμικό χαρακτήρα συμπεριφοράς στο πεδίο ροής γύρω από δρομέα σε απόκλιση.

Για την ανάλυση της απόκρισης δρομέα που λειτουργεί σε απόκλιση και την διερεύνηση των μηχανισμών που διέπουν το φαινόμενο έγιναν συστηματικοί υπολογισμοί για την ανεμογεννήτρια DTU 10MW. Για διάστημα μίας περιόδου, συνολικά 40 χρονικών βημάτων, για ταχύτητα ανέμου 7m/sec και απόκλιση της ροής σε σχέση με τον άξονα περιστροφής του

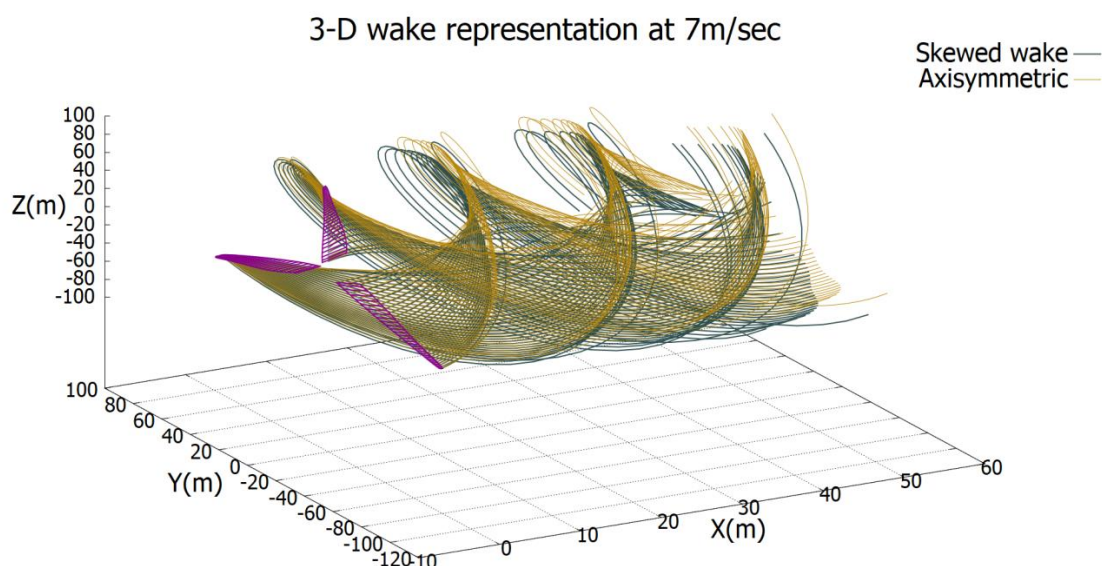


δρομέα  $\varphi_{YAW} = 20^\circ$  , χρησιμοποιώντας το υπολογιστικό μοντέλο προσδιορίζεται η απόκριση του δρομέα. Η απόκριση αυτή συγκρίνεται με την αντίστοιχη απόκριση σε αξονοσυμμετρική ροή για τις ίδιες παραμέτρους.

Όσον αφορά τη γεωμετρία του ομόρρου παρατηρείται ότι η απόκλιση της ροής επιδρά έντονα στη διαμόρφωσή της. Στην αξονοσυμμετρική περίπτωση ο ομόρρος διατηρεί σταθερή δομή κατά την εξέλιξή του. Οι τροχιές των στοιχείων στροβιλότητας δεν αποκλίνουν πολύ από αυτές της κανονικής σπείρας σταθερού βήματος με εξαίρεση την περιοχή του αρχικού στροβίλου. Αντίθετα στην ροή με απόκλιση η γεωμετρία παραμορφώνεται σημαντικά. Χαρακτηριστικό είναι το ότι η κλίση του ομόρρου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μεγαλύτερη από αυτής της αξονοσυμμετρικής περίπτωσης. Αυτό οφείλεται στο ότι ενώ ο ομόρρος μεταφέρεται πλάγια με ταχύτητα ίση με την  $U_y^{YAW}$  , αξονικά μεταφέρεται με ταχύτητα  $U_x^{YAW} - U_{indx}$ .



Σχήμα 4.11 Διδιάστατη αναπαράσταση ομόρρου για λειτουργία δρομέα σε αξονοσυμμετρική ροή και σε απόκλιση με τη ροή  $20^\circ$  για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.

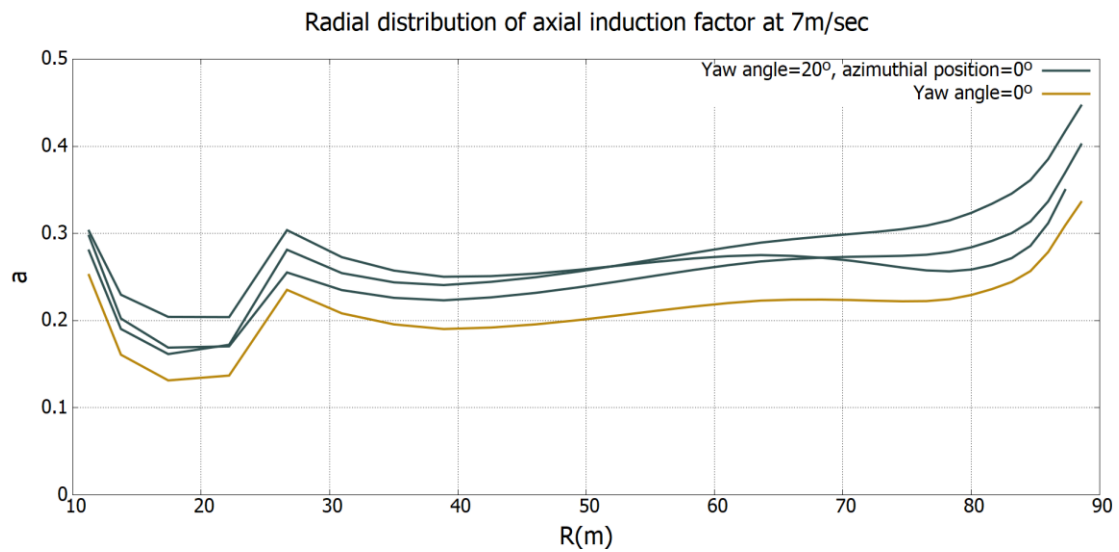


Σχήμα 4.12 Τρισδιάστατη αναπαράσταση ομόρρου για λειτουργία δρομέα σε αξονοσυμμετρική ροή και σε απόκλιση με τη ροή  $20^\circ$  για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.

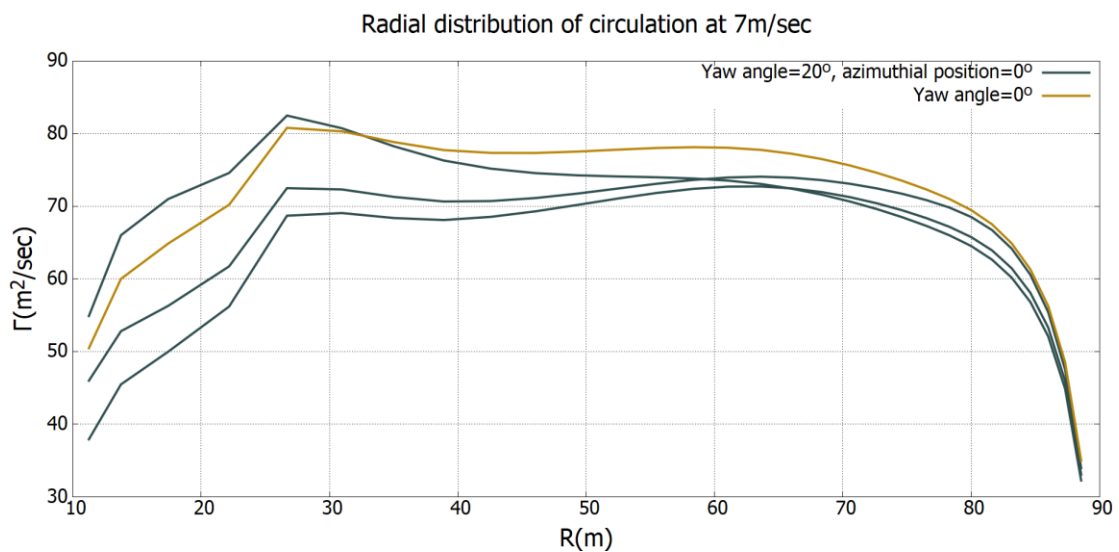
Η επίδραση της απόκλισης της ροής από τον άξονα περιστροφής του δρομέα είναι εμφανής στα Σχήματα 4.11 και 4.12, όπου παρουσιάζεται ο σχηματιζόμενος ομόρρος κατάντι του δρομέα στις περιπτώσεις αξονοσυμμετρικής και μη ροής για ταχύτητα ανέμου 7m/sec. Η γωνία λοιπόν του ρεύματος του προσπίπτοντα ανέμου προκαλεί την παραμόρφωση του ομόρρου, εφόσον όπως γίνεται αντιληπτό από τα σχήματα, ο ομόρρος ακολουθεί πλέον τη γωνία της ροής και εκτείνεται σε μικρότερη απόσταση πίσω από το δρομέα, εφόσον μεταφέρεται με μικρότερη ταχύτητα.

Αισθητή διαφορά παρουσιάζεται και στον συντελεστή αξονικής επαγωγής, όπου παρουσιάζει μεγαλύτερες τιμές, ενώ επίσης η κατανομή του είναι διαφορετική σε κάθε πτερύγιο, Σχήμα 4.13. Αυτό, οφείλεται στο ότι στην μη αξονοσυμμετρική ροή εμφανίζονται μικρότερες τιμές της κυκλοφορίας Σχήμα 4.14, που προκαλούνται από μικρότερης έντασης στροβιλότητας λόγω της μικρότερης αξονικής ταχύτητας ροής. Η αντίστοιχη κυκλοφορία, επάγει εν γένει μεγαλύτερες τιμές κατωρεύματος στο πτερύγιο, Σχήμα 4.15, δημιουργώντας μικρότερες φαινόμενες ταχύτητες που συνεπάγονται μεγαλύτερο συντελεστή αξονικής επαγωγής.

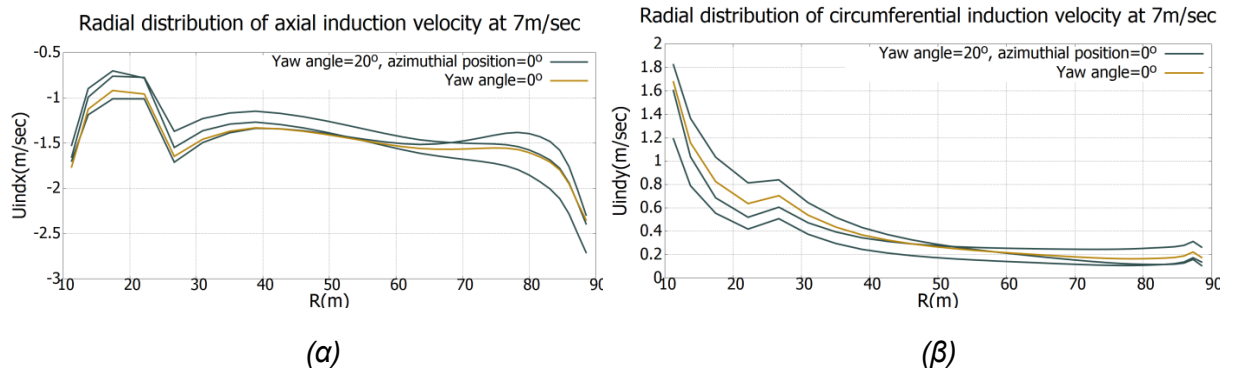




Σχήμα 4.13 Κατανομή συντελεστή αξονικής επαγωγής για λειτουργία δρομέα σε αξονοσυμμετρική ροή και σε απόκλιση με τη ροή 20° για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



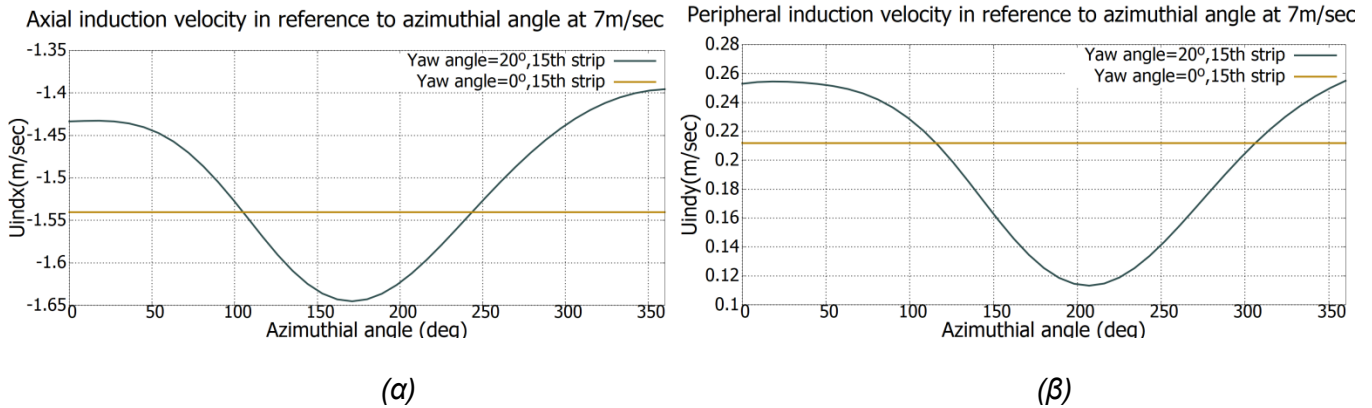
Σχήμα 4.14 Κατανομή κυκλοφορίας κατά την ακτινική διεύθυνση του πτερυγίου, για λειτουργία δρομέα σε αξονοσυμμετρική ροή και σε απόκλιση με τη ροή 20° για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.



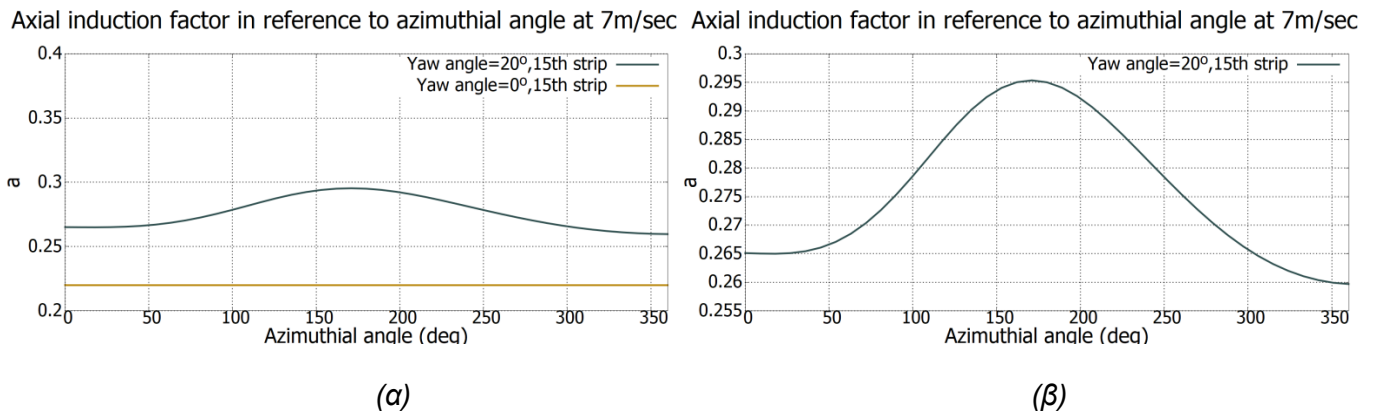
Σχήμα 4.15 Κατανομή συνιστωσών  $x$  (α) και  $y$  (β) της επαγόμενης ταχύτητας ως προς το ολικό σύστημα συντεταγμένων, για λειτουργία δρομέα σε αξονοσυμμετρική ροή και σε απόκλιση με τη ροή  $20^\circ$  για ταχύτητα ανέμου 7m/sec.

Στη συνέχεια, καταγράφονται οι τιμές του συντελεστή αξονικής επαγωγής, η αξονική δύναμη επί της αεροτομής, και η επαγόμενη ταχύτητα στο τμήμα  $N_{istrip} = 15$ , το οποίο ανήκει στο πρώτο πτερύγιο και αντιστοιχεί σε ακτινική απόσταση  $r = 61.04146m$ , συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου. Είναι εμφανές πως κανένα από τα παραπάνω μεγέθη δεν διατηρεί σταθερή τιμή, εφόσον μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια περιστροφής του πτερυγίου.

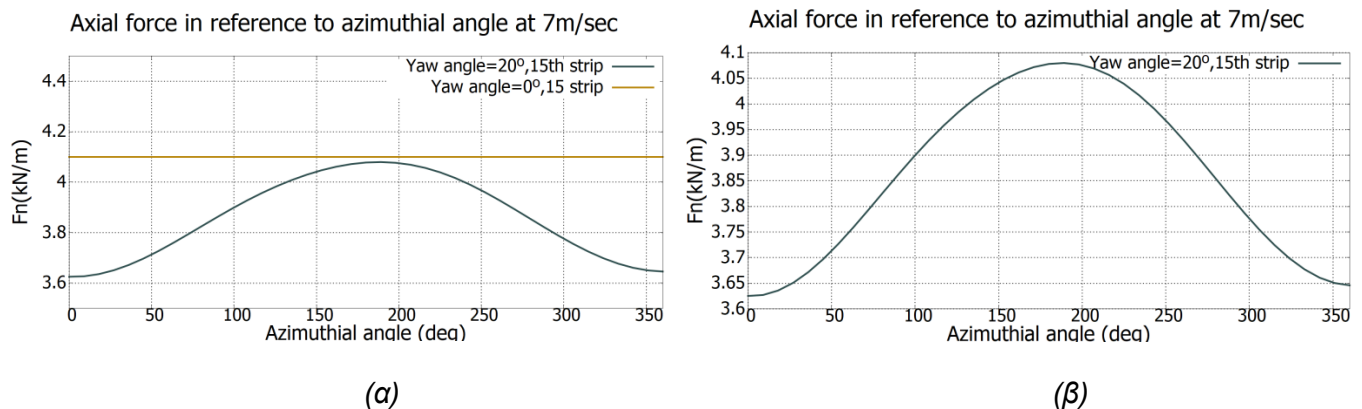
Ο συντελεστής αξονικής επαγωγής, Σχήμα 4.17, εμφανίζει μεγαλύτερη μέση τιμή από την περίπτωση λειτουργίας σε αξονοσυμμετρική ροή, ενώ λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του περίπου στην αζιμουθιακή θέση των  $180^\circ$ . Σύμφωνα με τα τρίγωνα ταχυτήτων θα αναμενόταν μεγιστοποίηση του συντελεστή αξονικής επαγωγής στη θέση  $180^\circ$ , καθώς στη θέση αυτή η συνιστώσα  $U_Y^{YAW}$  της ταχύτητας ροής, επιδρά στην τιμή της φαινόμενης ταχύτητας μειώνοντας τη, με αποτέλεσμα τη μεγιστοποίηση της τιμής του συντελεστή. Επιπλέον, η επίδραση του ομόρρου μέσω της επαγόμενης ταχύτητας  $U_{ind}$ , Σχήμα 4.16, φαίνεται να παρουσιάζει ίδια φάση μεταβολής. Όταν το πτερύγιο βρίσκεται στην αζιμουθιακή θέση  $0-180^\circ$ , τότε αυτό δέχεται τη μέγιστη επίδραση από την ελεύθερη στροβιλότητα του ομόρρου. Στη θέση αυτή λόγω της κλίσης του ομόρρου η μέση απόσταση του από το πτερύγιο είναι η μικρότερη που εμφανίζεται κατά τη διάρκεια μιας πλήρους περιστροφής. Έτσι, στο σημείο των  $180^\circ$  η  $U_{ind}$  παίρνει τη μέγιστη τιμή της. Αντίθετα, στην περιοχή των  $180^\circ-360^\circ$ , το πτερύγιο απομακρύνεται από τον ομόρρο και η  $U_{ind}$  ελαχιστοποιείται αυξάνοντας τη γωνία πρόσπτωσης. Η υπέρθεση των επιδράσεων της πλάγιας συνιστώσας της ροής και της  $U_{ind}$ , έχει σαν αποτέλεσμα επαλιθεύονται τα τρίγωνα ταχυτήτων και να εμφανίζεται μέγιστη τιμή του συντελεστή επαγωγής στην περιοχή των  $180^\circ$ .



Σχήμα 4.16 Μεταβολή αξονικής ταχύτητας επαγωγής (α) και περιφερειακής ταχύτητας επαγωγής (β) συναρτήσει της αζιμουθιακής γωνίας του πτερυγίου για ταχύτητα 7m/sec.



Σχήμα 4.17 Μεταβολή συντελεστή αξονικής επαγωγής (α),(β) συναρτήσει της αζιμουθιακής γωνίας του πτερυγίου για ταχύτητα 7m/sec.

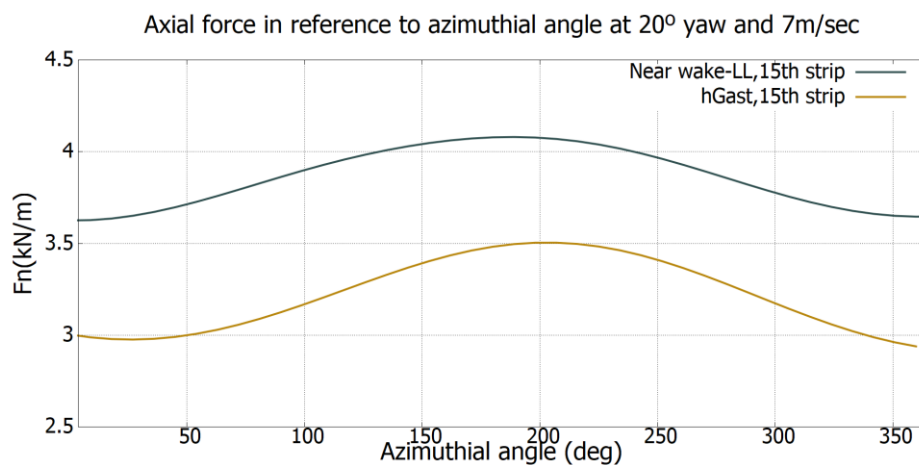


Σχήμα 4.18 Μεταβολή αξονικής δύναμης επί του πτερυγίου (α),(β) συναρτήσει της αζιμουθιακής γωνίας του πτερυγίου για ταχύτητα 7m/sec.

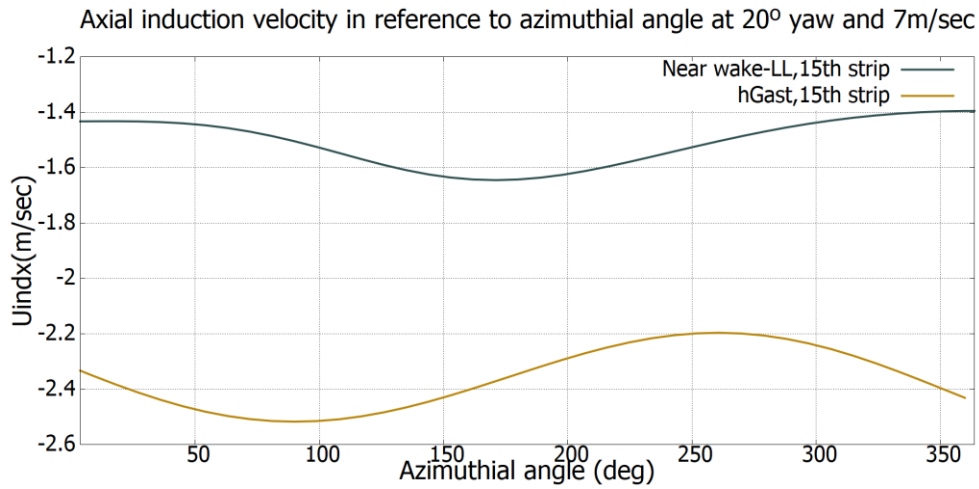
Η αξονική φόρτιση που δέχεται το πτερύγιο μεταβάλλεται ομοίως με την γωνία του αζιμουθίου κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα, καθώς από το Σχήμα 4.18 παρατηρείται αύξηση της φόρτισης έως ότου το πτερύγιο φτάσει στο κάτω ακραίο σημείο των  $180^\circ$ , ενώ καθώς το πτερύγιο κινείται προς το άνω μέρος της μηδενικής αζιμουθιακής γωνίας η φόρτιση μειώνεται, ενώ παρουσιάζει μικρότερη μέση τιμή σε σχέση με την αξονοσυμμετρική ροή.

#### 4.3.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων μη αξονοσυμμετρικής μόνιμης ροής με το free wake μοντέλο hGast.

Κρίνεται απαραίτητη στο στάδιο αυτό, η σύγκριση των αποτελεσμάτων του υπολογιστικού μοντέλου με το free wake μοντέλο hGast, ώστε να διακριθούν οι διαφορές που παρουσιάζονται κατά την μοντελοποίηση μόνο του κοντινού ομόρρου. Στα Σχήματα 4.19 και 4.20 απεικονίζονται οι μεταβολές των μεγεθών της τοπικής αξονικής δύναμης και της αξονικής ταχύτητας επαγωγής στο 15 τμήμα του πρώτου πτερυγίου. Αρχικά, είναι εμφανές, ότι η μέση τιμή των μεγεθών είναι διαφορετική, με αυτή του μοντέλου hGast να είναι μικρότερη στην περίπτωση της αξονικής δύναμης και μεγαλύτερη στην περίπτωση της αξονικής ταχύτητας. Αυτό είναι αναμενόμενο, και οφείλεται στο γεγονός ότι το μοντέλο γραμμής άνωσης που μοντελοποιεί μόνο τον κοντινό ομόρρου, δεν παράγει ολικά και αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα όσον αφορά τις τελικές τιμές, καθώς στα αποτελέσματα του μένει να προστεθεί και η επιρροή του μακρινού ομόρρου.



Σχήμα 4.19 Μεταβολή αξονικής δύναμης συναρτήσει της γωνίας αζιμουθίου για το 15<sup>ο</sup> strip του πρώτου πτερυγίου, σύμφωνα με τα μοντέλα Near wake-LL και hGast, για ταχύτητα ανέμου 7m/sec και γωνία yaw 20°.



Σχήμα 4.20 Μεταβολή αξονικής ταχύτητας επαγωγής συναρτήσει της γωνίας αζιμουθίου για το 15° strip του πρώτου πτερυγίου, σύμφωνα με τα μοντέλα Near wake-LL και hGast, για ταχύτητα ανέμου 7m/sec και γωνία yaw 20°.

#### 4.4 Σύνοψη

Το κεφάλαιο αυτό επικεντρώθηκε στις εφαρμογές του μοντέλου σε μόνιμες συνθήκες ροής. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα που παράγει το μοντέλο σε αυτές τις συνθήκες και μελετήθηκε η απόκριση του δρομέα.

## 5 Εφαρμογές Μη Μόνιμης Ροής

### 5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται μη μόνιμες ροές γύρω από περιστρεφόμενους δρομείς. Παρόλο που οι δρομείς σχεδιάζονται για λειτουργία σε μόνιμες συνθήκες ροής, στην πράξη λειτουργούν σε μη μόνιμες συνθήκες. Αυτό, συνεπάγεται την μεταβολή των φορτίων στο χρόνο πάνω στα πτερύγια, καθώς και του πεδίου ροής γύρω από αυτά. Η μελέτη αυτή, φέρει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, καθώς προσομοιώνει τη λειτουργία του δρομέα υπό ρεαλιστικές συνθήκες, καθιστώντας έτσι εφικτό τον προσδιορισμό της απόδοσης και της αξιοπιστίας του.

Όμοια με τη μόνιμη ροή, η λειτουργία σε μεταβαλλόμενες συνθήκες ροής μπορεί να διαχωριστεί σε δύο βασικές κατηγορίες, με βάση τη γεωμετρία του επερχόμενου πεδίου ροής. Με βάση αυτό το κριτήριο λοιπόν, προκύπτουν οι περιπτώσεις λειτουργίας υπό αξονοσυμμετρική μόνιμη ροή και υπό μη συμμετρική μόνιμη ροή. Στο παρόν κεφάλαιο, θα αναλυθούν και οι δύο περιπτώσεις λειτουργίας του δρομέα.

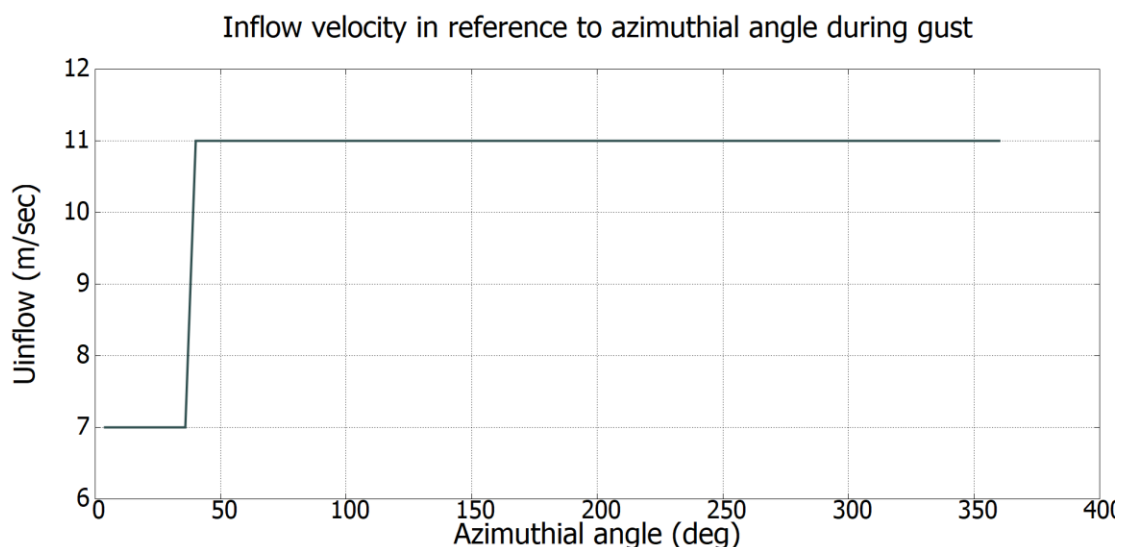
### 5.2 Ριπή Ανέμου

Η πιο συνηθισμένη μη μόνιμη διέγερση που εμφανίζεται κατά τη διάρκεια λειτουργίας δρομέα ανεμογεννήτριας, είναι η μεταβολή της ταχύτητας του επερχόμενου πεδίου ροής. Ο ατμοσφαιρικός άνεμος χαρακτηρίζεται από διαταραχές σημαντικού εύρους προς όλες τις κατευθύνσεις, που είναι διανεμημένες σε ευρύ φάσμα συχνοτήτων. Συνήθως, οι εντονότερες μεταβολές, ριπές ανέμου (gusts), εμφανίζονται κατά την κύρια κατεύθυνση αν και οι μεταβολές κατά τις άλλες κατευθύνσεις είναι εξίσου σημαντικές. Προκειμένου, να μελετηθεί η απόκριση του δρομέα σε παρόμοιες διεγέρσεις, αναλύθηκε η ροή γύρω από δρομέα σε αξονοσυμμετρικό πεδίο ροής κατά τη διάρκεια βηματικής αλλαγής της ταχύτητας.

Αρχικά, θεωρείται πως επικρατεί μια πλήρως ανεπτυγμένη ροή γύρω από το δρομέα, η οποία οφείλεται σε μια τιμή ταχύτητας του ανέμου  $U_1$ . Ο ομόρρους κατάντι του δρομέα, είναι παγωμένος, διατηρεί δηλαδή σταθερή τιμή στροβιλότητας κατά το μήκος κάθε γραμμής ελεύθερης στροβιλότητας που τον απαρτίζει, επάγοντας σταθερό κατώρευμα στα πτερύγια. Μια τυχαία χρονική στιγμή, η τιμή της ταχύτητας μεταβάλλεται βηματικά στην τιμή  $U_2$ . Στην

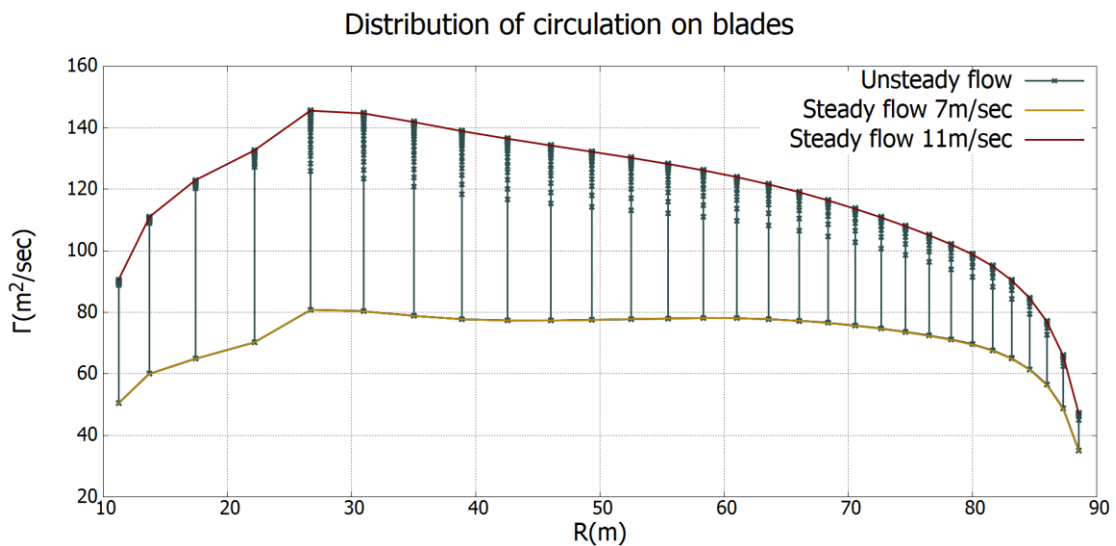
μεταβατική αυτή περίοδο μετά την απότομη αλλαγή της ταχύτητας, ο ομόρρους, αρχίζει να τροφοδοτείται με νέες τιμές στροβιλότητας, πριν φτάσει στην νέα κατάσταση ισορροπίας του. Οι νέες τιμές αυτές της στροβιλότητας, δημιουργούν νέα κυκλοφορία στον ομόρρου, η οποία πλέον δεν φέρει την ίδια τιμή σε όλο το μήκος της γραμμής ελεύθερης στροβιλότητας. Με τη σειρά του, ο νέος σχηματιζόμενος ομόρρους επάγει διαφορετικό κατώρευμα στα πτερύγια, αλλάζοντας τις γωνίες πρόσπτωσης και συνεπώς, τη φαινόμενη ταχύτητα. Εν τέλει, παρουσιάζεται μεταβολή των φορτίων πάνω στα πτερύγια σε συνάρτηση με το χρόνο.

Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται ότι η μόνιμη κατάσταση ροής που προϋπάρχει πριν τη ριπή του ανέμου αντιστοιχεί σε ταχύτητα ροής  $U_1 = 7 \text{ m/sec}$  και ταχύτητα περιστροφής του δρομέα ίση με  $\Omega = 0.62832 \text{ rad/sec}$ . Η ροή στην αρχική χρονική στιγμή γύρω από το δρομέα είναι πλήρως ανεπτυγμένη και ο ομόρρους θεωρείται παγωμένος, δηλαδή τροφοδοτείται συνεχώς με τις ίδιες τιμές κυκλοφορίας. Προκειμένου να μελετηθεί το φαινόμενο της ριπής ανέμου, σε κάποια χρονική στιγμή μεταβάλλεται η ταχύτητα του προσπίπτοντα ανέμου. Έτσι, την στιγμή  $t_0 = 0 \text{ sec}$  ο δρομέας ξεκινά να περιστρέφεται, λειτουργώντας σε ταχύτητα ανέμου  $U_1$ . Τη στιγμή  $t_1 = 1.1 \text{ sec}$ , δηλαδή στο 10 χρονικό βήμα, όπου το πτερύγιο βρίσκεται στην αζιμουθιακή θέση των  $40^\circ$ , η τιμή της ταχύτητας του ανέμου μεταβάλλεται σε  $U_2 = 11 \text{ m/sec}$ , ενώ η ταχύτητα περιστροφής παραμένει η ίδια. Η μεταβολή της ταχύτητας ροής του ανέμου παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.1 :



Σχήμα 5.1 Μεταβολή της ταχύτητας ροής του ανέμου συναρτήσει της γωνίας αζιμούθιου κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής του δρομέα, με βήμα γωνίας  $4^\circ$ .

Αναλύοντας τη συμπεριφορά της ροής γύρω από το δρομέα κατά τη χρονική διάρκεια μίας περιστροφής, παρατηρείται ότι ο ήδη σχηματισμένος ομόρρους κατάντι του δρομέα ο οποίος φέρει μικρές τιμές έντασης στροβιλότητας και συνεπώς κυκλοφορίας, λόγω της ταχύτητας  $U_1$ , όταν αυξάνεται η ταχύτητα στην τιμή  $U_2$ , αρχίζει να τροφοδοτείται με νέες στροβιλότητες μεγαλύτερης έντασης και συνεπώς μεγαλύτερη κυκλοφορία, έως ότου φτάσει τη νέα θέση ισορροπίας του.



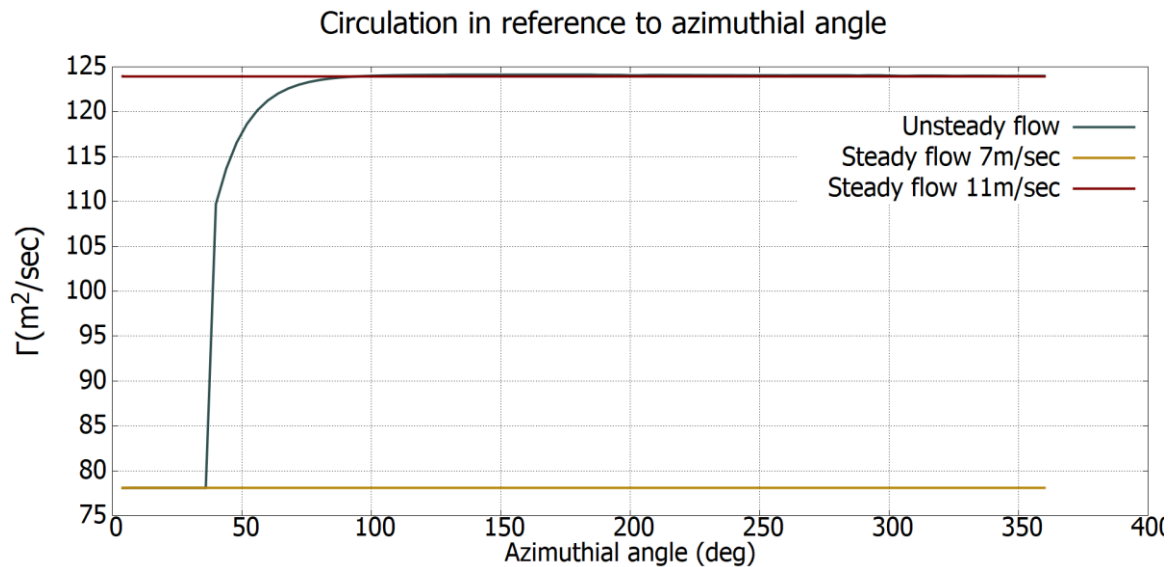
Σχήμα 5.2 Απεικόνιση της κατανομής της κυκλοφορίας κατά την ακτινική διεύθυνση των πτερυγίων σε λειτουργία με ριπή ανέμου, σε μόνιμη ροή με ταχύτητα ανέμου 7m/sec και 11m/sec, κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής.

Στο Σχήμα 5.2 απεικονίζεται η μεταβολή της κατανομής της κυκλοφορίας πάνω στα πτερύγια κατά τη διάρκεια μιας πλήρους περιστροφής του δρομέα, σε ριπή ανέμου. Η κατανομή είναι ίδια σε όλα τα πτερύγια, εφόσον η ροή είναι αξονοσυμμετρική. Πριν τη χρονική στιγμή της μεταβολής της ταχύτητας του ανέμου, η κατανομή ταυτίζεται με την κατανομή της αρχικής κατάστασης μόνιμης ροής για ταχύτητα  $U_1$ . Με την άυξηση της ταχύτητας ροής, η κατανομή μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου, αυξάνοντας την μέση τιμή της, ενώ τελικά φτάνει σε νέα κατάσταση ισορροπίας που ταυτίζεται με την κατανομή της μόνιμης αξονοσυμμετρικής ροής για ταχύτητα  $U_2$ .

Προκειμένου να μελετηθεί η δυναμική απόκριση του δρομέα, καταγράφονται οι τιμές του συντελεστή αξονικής επαγωγής, Σχήμα 5.3, και της κυκλοφορίας, Σχήμα 5.4, σε σημείο του πρώτου πτερυγίου με ακτινική απόσταση  $R = 61.04146\text{m}$  (69% της ακτίνας του δρομέα), κατά τη διάρκεια μιας πλήρους περιστροφής του δρομέα. Με το πέρας της μεταβολής της ταχύτητας,

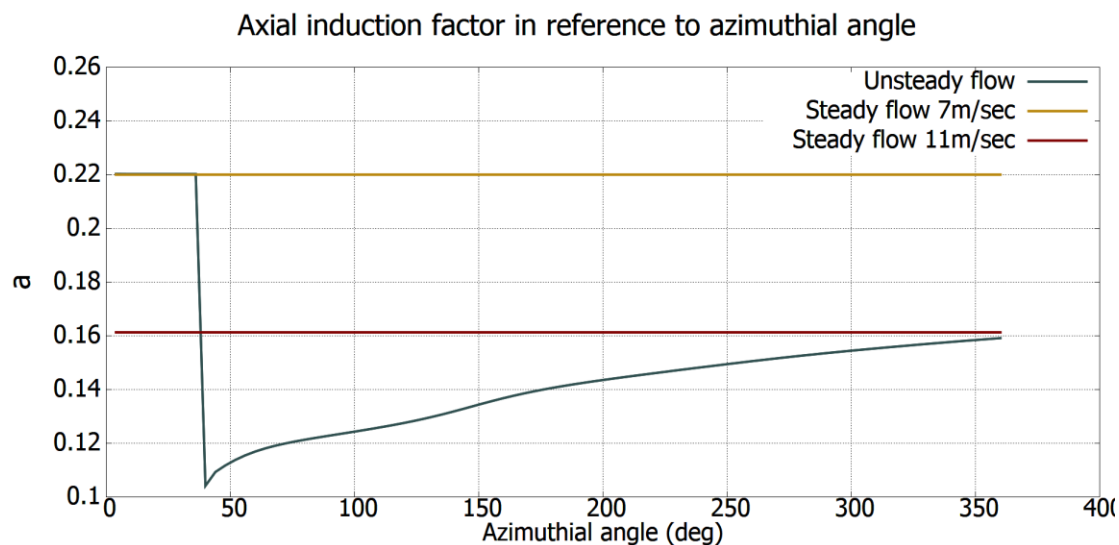


οι γωνίες πρόσπτωσης στα πτερύγια και συνεπώς και η φόρτιση του δρομέα, είναι αυξημένες. Δεδομένου ότι ο ομόρρους που υπάρχει μέχρι τη χρονική στιγμή της μεταβολής αντιστοιχεί στην ταχύτητα  $U_1$ , η ελεύθερη στροβιλότητα δεν έχει διαφοροποιηθεί ακόμα αισθητά. Καθώς η ροή εξελίσσεται ο ομόρρους ανανεώνεται τροφοδοτούμενος από στροβιλότητα που αντιστοιχεί σε υψηλότερη ταχύτητα  $U_2$ , και συνεπώς μεγαλύτερη κυκλοφορία. Ο μηχανισμός αυτός, απεικονίζεται στο Σχήμα 5.3 :



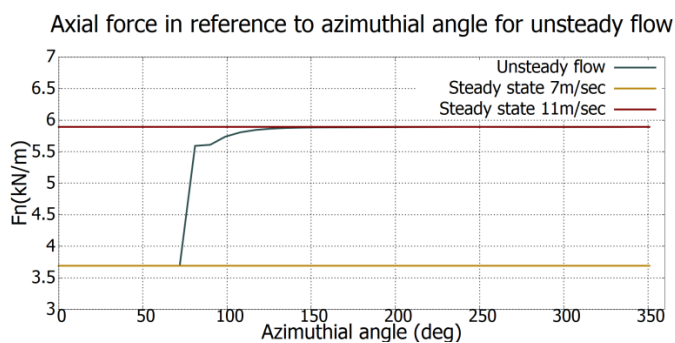
Σχήμα 5.3 Μεταβολή κυκλοφορίας στο σημείο με  $R=61.04146m$  για λειτουργία με ριπή ανέμου.

Ο νέος ομόρρους λοιπόν επάγει μεγαλύτερες ταχύτητες πίσω στο δρομέα, με αποτέλεσμα οι φαινόμενες γωνίες πρόσπτωσης και η φαινόμενες ταχύτητες να μειώνονται σταδιακά με την πάροδο του χρόνου. Το φαινόμενο αυτό, συνεπάγεται τη σταδιακή μείωση του συντελεστή αξονικής επαγωγής, η οποία παρουσιάζεται αναλυτικότερα στο Σχήμα 5.4 :

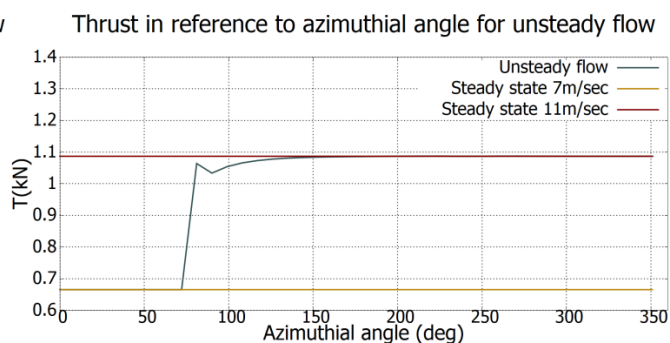


Σχήμα 5.4 Μεταβολή συντελεστή αξονικής επαγωγής στο σημείο με  $R=61.04146m$  για λειτουργία με ριπή ανέμου.

Με την αύξηση της ταχύτητας, παρατηρείται ταυτόχρονη αύξηση της στοιχειώδους αξονικής φόρτισης του εξεταζόμενου σημείου, Σχήμα 5.5 (α), και κατά συνέπεια της συνολικής ώσης του δρομέα, Σχήμα 5.5 (β), κατά τη διάρκεια μιας πλήρους περιστροφής του :

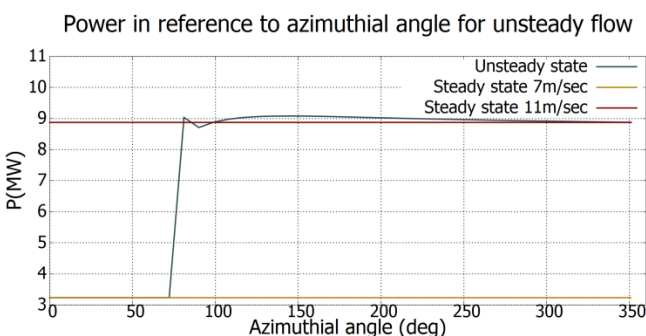
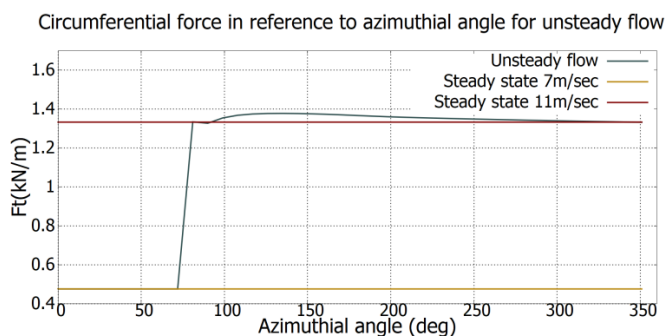


(α)



(β)

Σχήμα 5.5 Μεταβολή αξονικής δύναμης στο σημείο με  $R=61.04146m$  (α) και της συνολικής ώσης (β) του δρομέα, για λειτουργία με ριπή ανέμου.

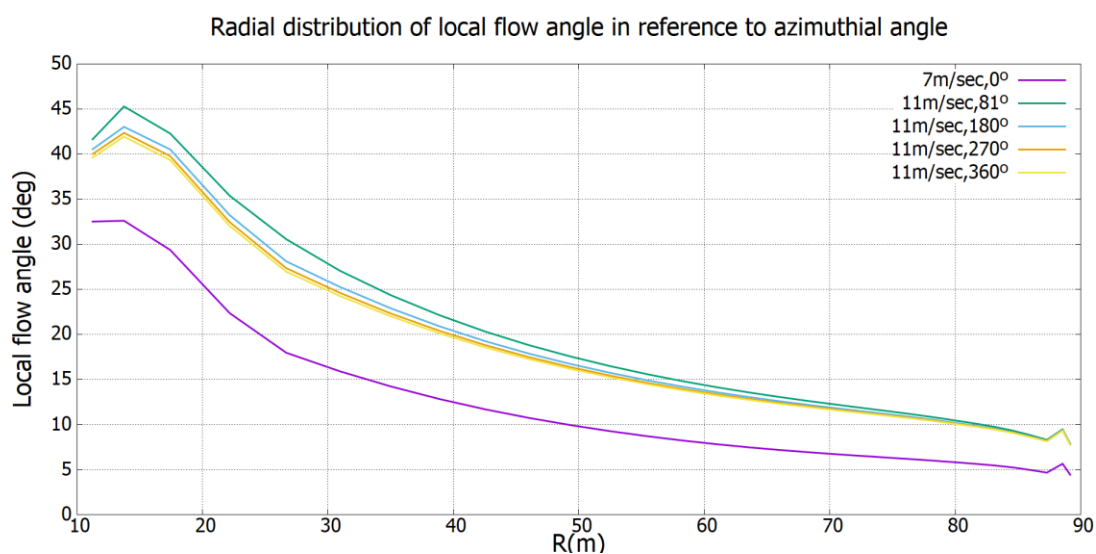


(α)

(β)

Σχήμα 5.6 Μεταβολή της περιφερειακής δύναμης στο σημείο με  $R=61.04146m$  (α) και της συνολικής ισχύος (β) του δρομέα, για λειτουργία με ριπή ανέμου.

Επιπλέον, με την αύξηση της ταχύτητας του αέρα προκαλείται και αύξηση στη περιφερειακή δύναμη που δέχεται ο δρομέας, η οποία είναι υπεύθυνη για την παραγωγή της ροπής και συνεπώς της ισχύος του δρομέα. Στη συνέχεια, στο Σχήμα 5.6 (α) και (β), παρουσιάζονται οι μεταβολές των αντίστοιχων μεγεθών, συναρτήσει της γωνίας αζιμούθιου των πτερυγίων.

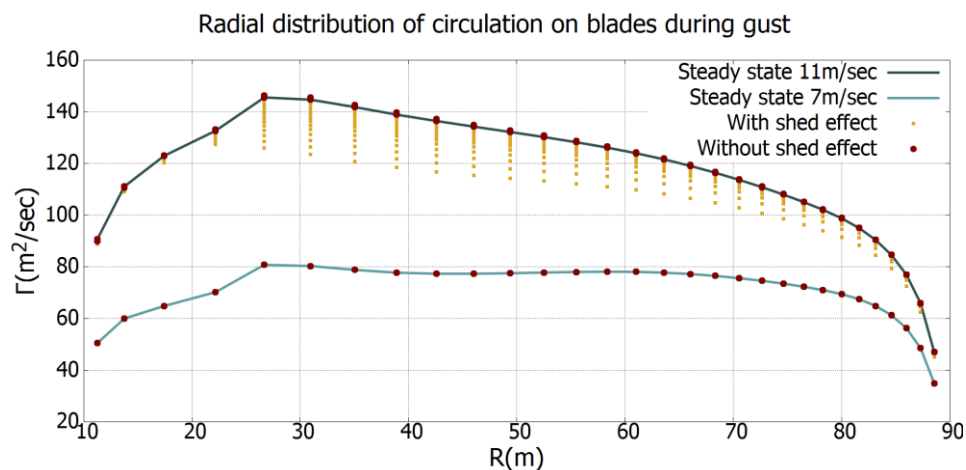


Σχήμα 5.7 Ακτινική κατανομή της τοπικής φαινόμενης γωνίας ροής κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα σε ριπή ανέμου.

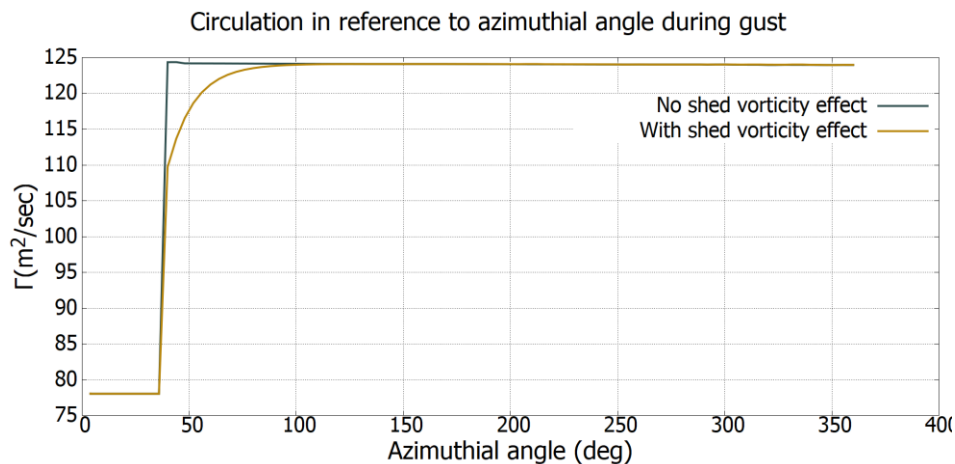
Επιπλέον, στο Σχήμα 5.7 παρουσιάζεται η μεταβολή της ακτινικής κατανομής της τοπικής φαινόμενης γωνίας ροής συναρτήσει της γωνίας αζιμούθιου, για λειτουργία του δρομέα σε συνθήκες με ριπή ανέμου. Στο σχήμα λοιπόν, είναι εμφανές ότι στην steady state κατάσταση, όπου επικρατεί άνεμος με ταχύτητα 7m/sec η κατανομή της γωνίας παραμένει σταθερή έως τη χρονική στιγμή που θα μεταβληθεί η ταχύτητα σε 11m/sec. Η κατανομή λοιπόν, παρουσιάζει μεγαλύτερες τιμές φαινόμενης γωνίας προς την ρίζα του πτερυγίου, ενώ κινούμενη προς το άκρο του οι τιμές φθίνουν. Τη χρονική στιγμή, η οποία αντιστοιχεί σε γωνία αζιμούθιου 81°, όπου μεταβάλλεται η ταχύτητα, η κατανομή διατηρώντας τη μορφή της μεταβάλλει τις τιμές της, οι οποίες πλέον έχουν αυξηθεί. Με την πάροδο του χρόνου, οι τιμές της κατανομής συνεχίζουν να αυξάνονται, έως ότου φτάσει σε μια νέα κατάσταση ισορροπίας.

Στο υπολογιστικό μοντέλο, έχει ενσωματωθεί το μοντέλο ONERA προκειμένου να λαμβάνεται υπόψιν η επίδραση των shed vorticities που δημιουργούνται κατά τη διάρκεια λειτουργίας σε μη

μόνιμη ροή. Οι στρόβιλοι αυτοί που οφείλονται στη μη μονιμότητα του πεδίου ροής, φέρουν κυκλοφορία ίσης έντασης και αντίθετης φοράς με αυτή που δημιουργείται. Οι στρόβιλοι, shed vorticities, ταξιδεύουν κατάντι της ροής και όταν απομακρυνθούν αρκετά, τότε η κυκλοφορία γύρω από την αεροτομή σταθεροποιείται ξανά σε νέα κατάσταση ισορροπίας. Συνεπώς, οι στρόβιλοι που σχηματίζονται κατά τη μη μόνιμη ροή, προσθέτουν μια υστέρηση στην απόκριση του συστήματος, η οποία είναι εμφανής στα Σχήματα 5.8 και 5.9 :



Σχήμα 5.8 Ακτινική κατανομή της κυκλοφορίας κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα σε ριπή ανέμου, με ενσωμάτωση του μοντέλου ONERA και χωρίς.



Σχήμα 5.9 Τιμή της κυκλοφορίας στο 15° τμήμα του πρώτου πτερυγίου (69%R) κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα σε ριπή ανέμου, με ενσωμάτωση του μοντέλου ONERA και χωρίς.

### 5.2.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων μη μόνιμης ροής με το free wake model hGast

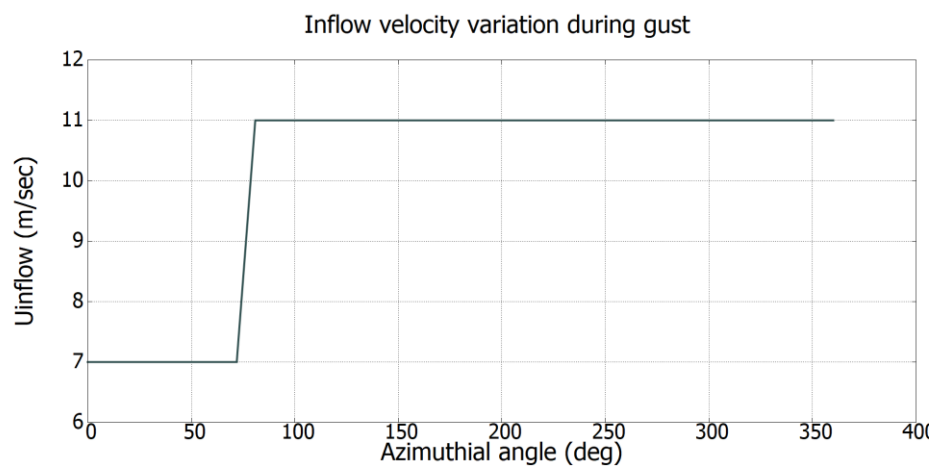
Στην παρούσα ενότητα διακρίνονται οι διαφορές που εμφανίζονται μεταξύ των near wake model, το οποίο χρησιμοποιεί τη μέθοδο Γραμμής Άνωσης, και του hGast, ενός free wake model, το οποίο χρησιμοποιεί τη διορθωμένη εκδοχή του BEM [10].

Τα μοντέλα συγκρίνονται με κριτήριο το συντελεστή αξονικής επαγωγής στα πτερύγια και την αξονική δύναμη που ασκείται σε αυτά. Για βήμα γωνίας αζιμούθιου ίσο με  $d\theta = 9^\circ$  και για χρονικό διάστημα μιας περιόδου με γωνιακή ταχύτητα δρομέα  $\Omega = 0.62832 \text{ rad/sec}$ , εκτελούνται οι υπολογισμοί με χρήση των δύο μοντέλων.

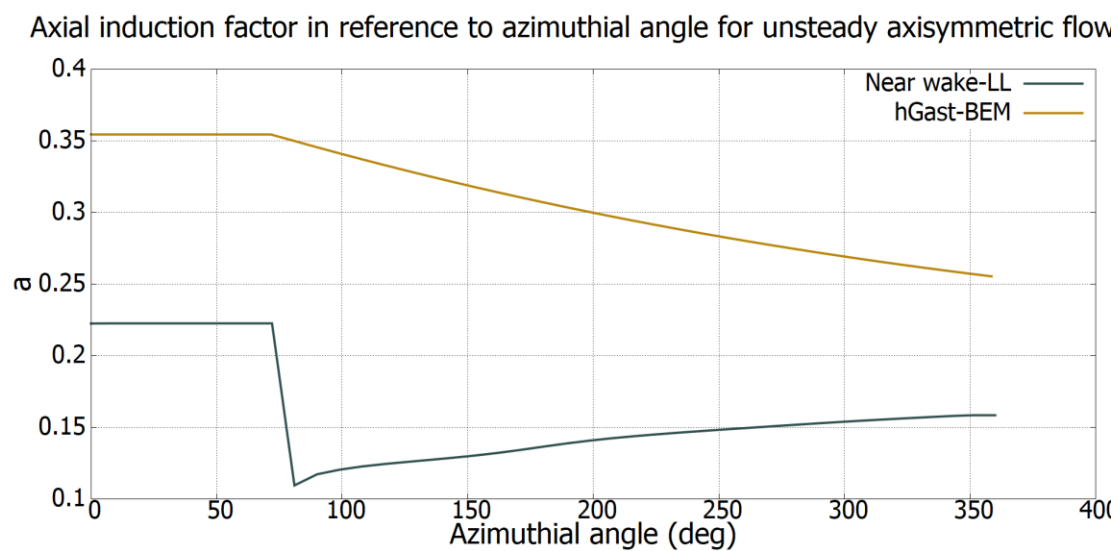
Η απόκριση του δρομέα στη βηματική μεταβολή της ταχύτητας, Σχήμα 5.10, παρουσιάζεται στα Σχήματα 5.11 και 5.12. Αρχικά, εμφανής είναι η διαφορά στις τιμές των μεγεθών που απεικονίζονται στα σχήματα. Πιο συγκεκριμένα, στο Σχήμα 5.11, αναπαρίσταται η μεταβολή του αξονικού συντελεστή επαγωγής, σε ακτινική θέση  $R = 61.04146\text{m}$  του πρώτου πτερυγίου. Το free wake μοντέλο, όπως ήταν αναμενόμενο, υπολογίζει μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή, εφόσον λαμβάνει υπόψιν του ένα πιο αντιπροσωπευτικό μήκος ομόρρου, οπότε υπολογίζει και μεγαλύτερες τιμές ταχύτητας επαγωγής και μικρότερες τιμές φαινόμενης ταχύτητας, ενώ το near wake μοντέλο υπολογίζει μικρότερες τιμές, όντας υπεύθυνο για την επιρροή μόνο του κοντινού ομόρρου. Συνεπώς, το μοντέλο free wake, υπολογίζοντας μεγαλύτερες τιμές ταχύτητας επαγωγής που οφείλονται σε μεγαλύτερη συνεισφορά του σχηματιζόμενου ομόρρου, καταλήγει σε μικρότερες τιμές φαινόμενης ταχύτητας, εφόσον μειώνονται οι φαινόμενες γωνίες προσβολής, με αποτέλεσμα να προκύπτουν μικρότερες τιμές αξονικής φόρτισης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.12.

Επιπλέον, η δυναμική απόκριση των δύο μοντέλων διαφέρει. Το near wake μοντέλο διακρίνεται από γρηγορότερη απόκριση, εφόσον ο ομόρρος που εξετάζεται είναι μικρότερος σε σχέση με τον αντίστοιχο του free wake μοντέλου, καθιστώντας έτσι πιο εύκολη την επίτευξη μιας νέας κατάστασης ισορροπίας.

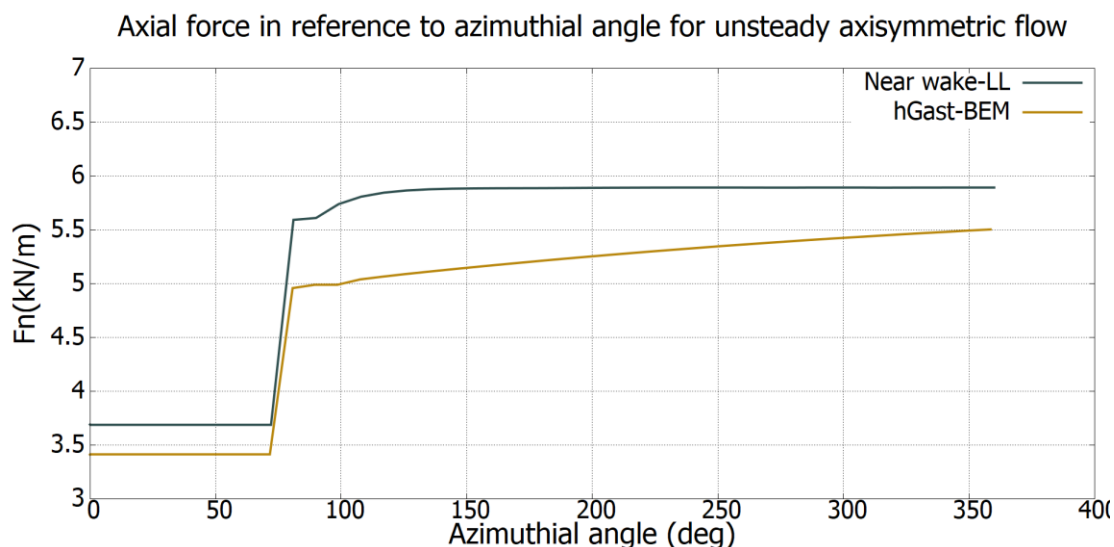
Η διαφορά μεταξύ των δύο σχημάτων θα εξαλειφθεί, όταν το μοντέλο near wake συμπληρωθεί από ένα μοντέλο BEM, το οποίο θα είναι υπεύθυνο για τους υπολογισμούς του μακρινού ομόρρου (far wake). Τότε, τα αποτελέσματα του υβριδικού μοντέλου, θα συνάδουν σε μεγαλύτερο βαθμό με τα αποτελέσματα ενός μοντέλου free wake, καθώς οι υπολογισμοί θα αναφέρονται σε μεγαλύτερο τμήμα του ομόρρου κατάντι του δρομέα.



Σχήμα 5.10 Μεταβολής της ταχύτητας ροής του ανέμου συναρτήσει της γωνίας αζιμούθου κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής του δρομέα, με βήμα γωνίας  $9^\circ$ .



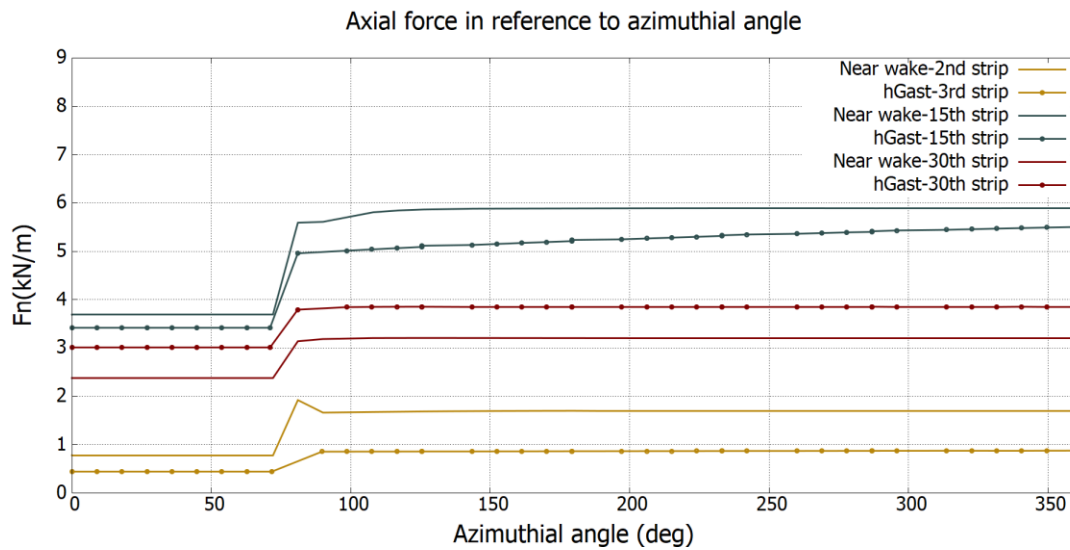
Σχήμα 5.11 Μεταβολή της συντελεστή αξονικής επαγωγής συναρτήσει της γωνίας αζιμουθίου κατά τη διάρκεια ριπής ανέμου, σύμφωνα με τα μοντέλα hGast-BEM και near wake-LL.



Σχήμα 5.12 Μεταβολή της αξονικής δύναμης συναρτήσει της γωνίας αζιμουθίου κατά τη διάρκεια ριπής ανέμου, σύμφωνα με τα μοντέλα hGast-BEM και near wake-LL.

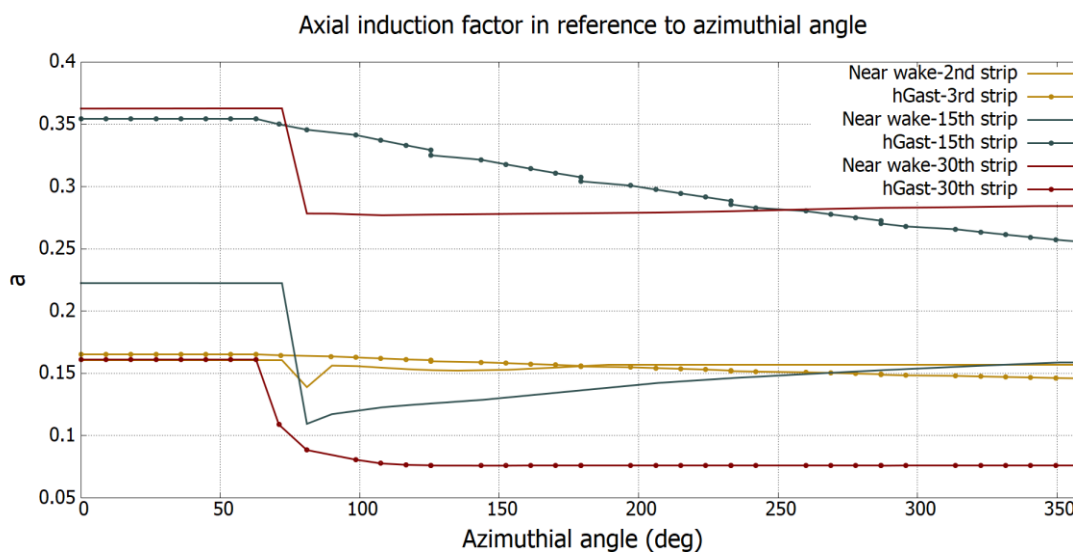
Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μια διερεύνηση μεταξύ των δύο υπολογιστικών μοντέλων, ως προς την απόκριση τους σε ριπή ανέμου σε διάφορες τομές πάνω στο πρώτο πτερύγιο. Οι τομές αυτές αναφέρονται στο 12.6% R για το 2<sup>ο</sup> τμήμα του πτερυγίου με βάση το Near wake και αντίστοιχα για το 3<sup>ο</sup> τμήμα του πτερυγίου σύμφωνα με το hGast, στο 69% R για το 15<sup>ο</sup> τμήμα του πτερυγίου με βάση το Near wake και αντίστοιχα για το 15<sup>ο</sup> τμήμα του πτερυγίου σύμφωνα με το hGast και τέλος για το τελευταίο τμήμα του πτερυγίου και για τα δύο μοντέλα.

Τα μεγέθη που συγκρίνονται είναι η τοπική αξονική δύναμη, Σχήμα 5.13, και ο τοπικός συντελεστής αξονικής επαγωγής, Σχήμα 5.14. Παρατηρώντας τα δύο σχήματα, οι τιμές όπως εξηγήθηκε και νωρίτερα παραμένουν διαφορετικές. Ωστόσο, στο διάγραμμα όπου απεικονίζεται η αξονική δύναμη, φαίνεται η απόκριση του δρομέα με βάση το μοντέλο Near wake να ομαλοποιείται, δηλαδή να μην παρουσιάζει απότομες κορυφές όσο πλησιάζουμε προς την άκρη του πτερυγίου και να μοιάζει περισσότερο στην απόκριση του μοντέλου hGast.



Σχήμα 5.13 Μεταβολή της τοπικής αξονικής δύναμης σε διαφορετικές τομές του πτερυγίου, με τη χρήση των μοντέλων Near wake-LL και hGast.

Ομοίως, στο σχήμα όπου απεικονίζεται ο συντελεστής αξονικής επαγωγής οι διαφορές είναι πιο εμφανείς. Εδώ, η διαφορά μεταξύ των τιμών στις οποίες καταλήγουν τα δύο μοντέλα φαίνεται να αυξάνεται προς την άκρη του πτερυγίου, ενώ τα αποτελέσματα συμφωνούν περισσότερο πιο κοντά στη ρίζα του. Ωστόσο, και τα δύο μοντέλα φέρουν διαφορετικές αποκρίσεις για κάθε ακτινική θέση του δρομέα, παρουσιάζοντας μια ομαλότερη απόκριση προς την άκρη του.



Σχήμα 5.14 Μεταβολή του τοπικού συντελεστή αξονικής επαγωγής σε διαφορετικές τομές του πτερυγίου, με τη χρήση των μοντέλων Near wake-LL και hGast.

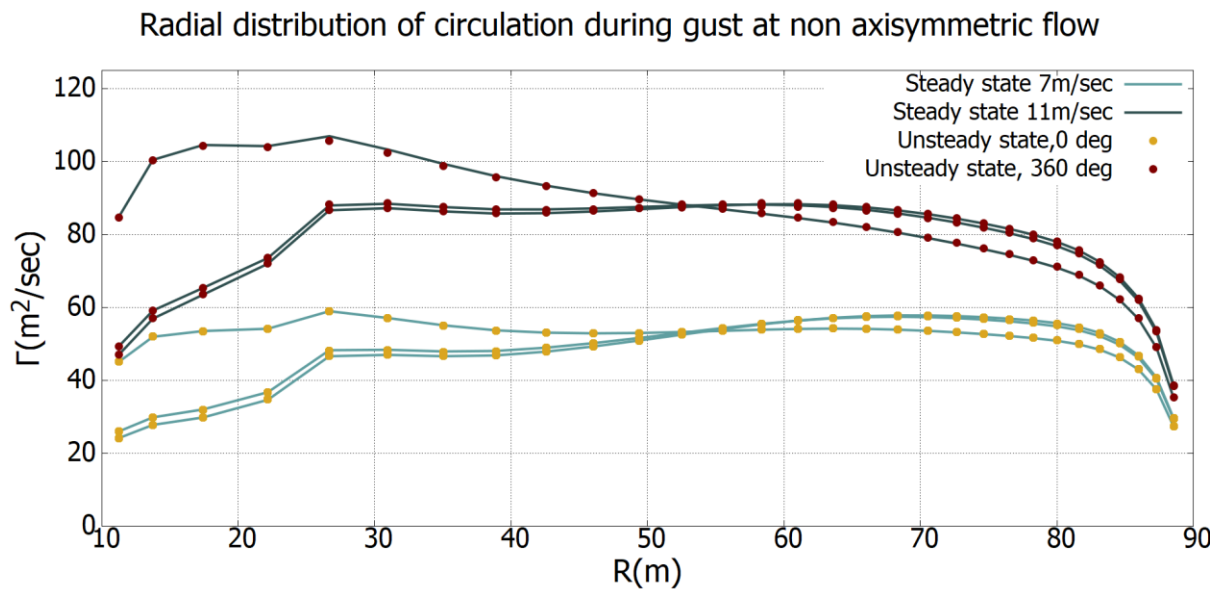


Τέλος, αξίζει να γίνει αναφορά στην υπολογιστή ισχύ των δύο μοντέλων. Ασφαλώς, το μοντέλο hGast είναι οικονομικά συμφέρον. Ωστόσο, καταλήγει σε προσεγγιστικά, αλλά ικανοποιητικά αποτελέσματα λόγω των διορθώσεων που έχουν προστεθεί στην απλή εκδοχή του BEM. Το near wake μοντέλο, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Γραμμής Άνωσης και προσομοιώνοντας τους αποβαλλόμενους στροβίλους μέσω του μοντέλου ONERA , παράγει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα αλλά σε μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, το οποίο σε αυτό το στάδιο είναι συγκρίσιμο με την υπολογιστική ισχύ του free wake μοντέλου. Σε περισσότερες μελέτες, όπως για παράδειγμα σε υβριδικό μοντέλο που προτάθηκε από τους Ριζιώτης και Pirrung [21], προτείνεται η μείωση του υπολογισμού σε ένα τέταρτο της περιστροφής, κάτι που θα μείωνε το υπολογιστικό κόστος του near wake μοντέλου στο ένα τέταρτο, διατηρώντας όμως τα χαρακτηριστικά της μη μονιμότητας, ενώ παράλληλα η συνεισφορά που υπολείπεται θα συμπληρωθεί από το μοντέλο BEM.

### 5.3 Μη αξονοσυμμετρική ροή

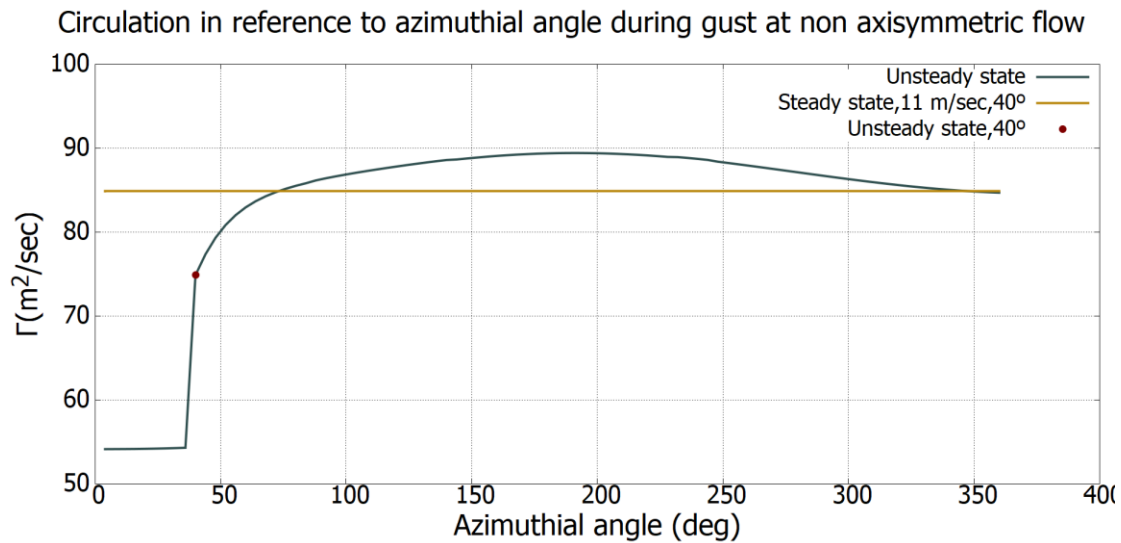
Ζωτική σημασία κατέχει και η μελέτη λειτουργίας του δρομέα σε μη μόνιμη - μη αξονοσυμμετρική ροή. Συνεπώς, για τις ίδιες συνθήκες μη μόνιμη λειτουργίας, επαναλαμβάνουμε τους υπολογισμούς έχοντας στρέψει τον προσπίπτοντα άνεμο κατά  $\varphi_{YAW} = 45^\circ$  στο επίπεδο (X,Y) του ολικού συστήματος συντεταγμένων.

Η απόκλιση της ροής του ανέμου σε σχέση με τον άξονα περιστροφής του δρομέα, προσθέτει μια άνιση κατανομή κυκλοφορίας στα πτερύγια και μια μεταβαλλόμενη φόρτιση τους συναρτήσει της γωνίας αζιμούθιού τους. Η ριπή ανέμου, κατά την οποία αυξάνεται η τιμή της ταχύτητας ροής από  $U_1$  σε  $U_2$ , αποδίδουν στο σύστημα μια βηματική μεταβολή στη φόρτιση των πτερυγίων, της οποίας ο μηχανισμός επεξηγήθηκε στην ενότητα 5.2. Η επαλληλία των δύο παραπάνω μορφών ροής, προσδίδουν τελικά στο δρομέα μια σύνθετη συμπεριφορά, η οποία αναλύεται στην μεταβολή, και πιο συγκεκριμένα αύξηση των φορτίων του δρομέα, που οφείλεται στην ριπή του ανέμου, και στην άνιση φόρτιση των πτερυγίων, η οποία είναι αποτέλεσμα της απόκλισης της ροής. Επιπλέον, η τρισδιάστατη γεωμετρία και η περιστροφή των πτερυγίων, συνεπάγονται μια περιοδική μεταβολή των φορτίων κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα.



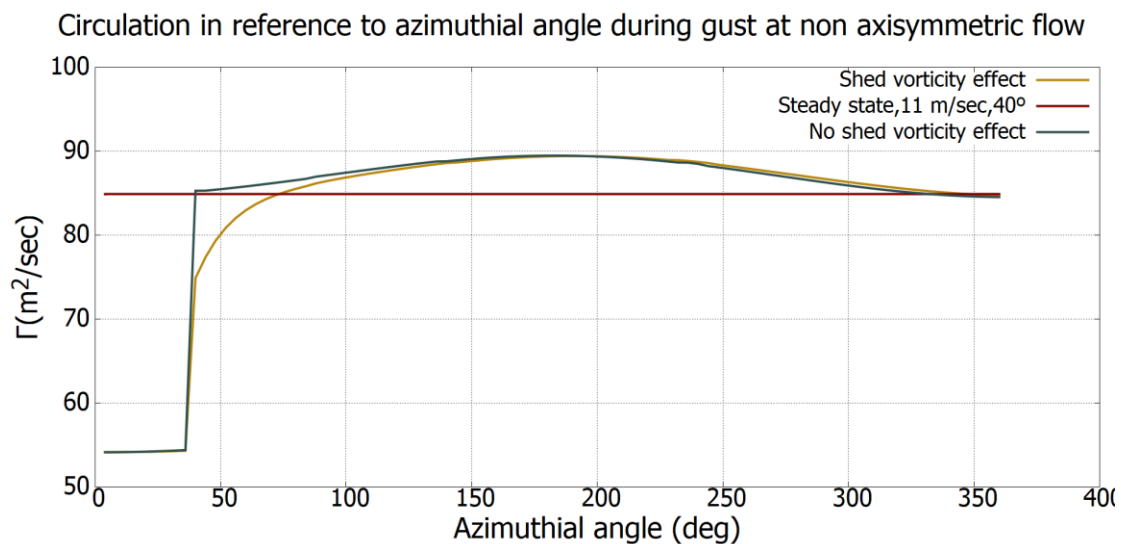
Σχήμα 5.15 Απεικόνιση της κατανομής της κυκλοφορίας κατά την ακτινική διεύθυνση των πτερυγίων σε λειτουργία με ριπή ανέμου και απόκλιση της ροή κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής.

Η απόκριση του δρομέα στη λειτουργία υπό ριπή ανέμου σε συνδυασμό με την απόκλιση της ροής, παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.15. Κατά την έναρξη λειτουργίας του δρομέα, δηλαδή όταν το πρώτο πτερύγιο βρίσκεται στη μηδενική θέση αζιμούθιου, η κατανομή της κυκλοφορίας στα πτερύγια ταυτίζεται με την κατανομή των πτερυγίων σε μόνιμη ροή με ταχύτητα ανέμου  $U_1 = 7\text{m/sec}$  απόκλιση κατά  $\varphi_{YAW}$ , στην ίδια θέση αζιμούθιου. Η λειτουργία σε μόνιμες συνθήκες διαταράσσεται τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1.1\text{ sec}$ , στο  $10^\circ$  χρονικό βήμα, όπου η τιμή ταχύτητας ροής του ανέμου μεταβάλλεται σε  $U_2 = 11\text{m/sec}$ . Η διαταραχή αυτή, φέρει ως άμεσο αποτέλεσμα την εμφάνιση shed vorticities, οι οποίοι προσδίδουν μια υστέρηση στην απόκριση του συστήματος. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα δεν φτάνει ακαριαία στην θέση ισορροπίας που αντιστοιχεί στην τιμή  $U_2$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.16. Πιο αναλυτικά, εξετάζοντας τη μεταβολή της κυκλοφορίας σε ένα σημείο του πρώτου πτερυγίου με ακτινική θέση  $R=61.04146\text{m}$ , κατά τη διάρκεια μιας πλήρους περιστροφής, παρατηρείται πως μέχρι τη χρονική στιγμή της μεταβολής η τιμή της κυκλοφορίας παραμένει ίδια με τη κατάσταση μόνιμης ροής, ενώ τη χρονική στιγμή της μεταβολής, ενώ θα αναμενόταν η τιμή της κυκλοφορίας να είναι η ίση με την αντίστοιχη τιμή της μόνιμης ροής σε απόκλιση για ταχύτητα ανέμου  $U_2$  και γωνία αζιμούθιου  $40^\circ$ , είναι εμφανές πως η τιμή διαφέρει στην πραγματικότητα.



Σχήμα 5.16 Μεταβολή κυκλοφορίας στο σημείο με  $R=61.04146m$  για λειτουργία με ριπή ανέμου.

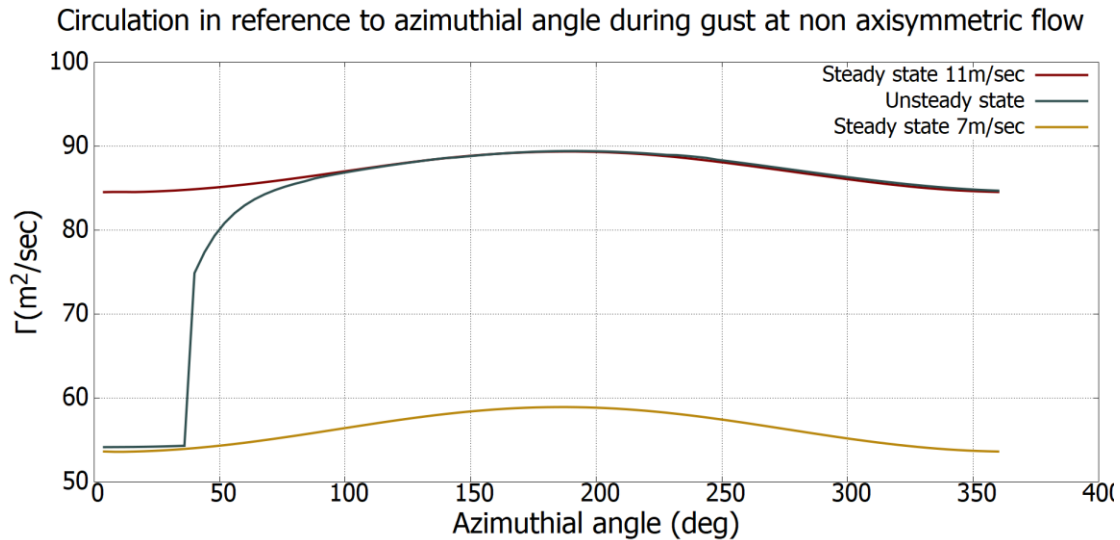
Η καθυστέρηση αυτή γίνεται εμφανής στο Σχήμα 5.17, όπου συγκρίνεται ο υπολογισμός της κυκλοφορίας σε μη μόνιμη ροή με την ενσωμάτωση του μοντέλου ONERA και χωρίς.



Σχήμα 5.17 Σύγκριση υπολογισμού της κυκλοφορίας κατά τη διάρκεια λειτουργίας του δρομέα σε ριπή ανέμου και ροή σε απόκλιση  $45^\circ$ , με ενσωμάτωση του μοντέλου ONERA και χωρίς.

Κρίνεται λοιπόν αναγκαίο, να διερευνηθεί η αζιμουθιακή θέση στην οποία αποκαθίσταται η ισορροπία του συστήματος. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, συγκρίνονται τα αποτελέσματα της μόνιμης ροής για ταχύτητα  $U_2 = 11\text{m/sec}$  και γωνία απόκλισης της ροής  $\varphi_{YAW} = 45^\circ$  και της

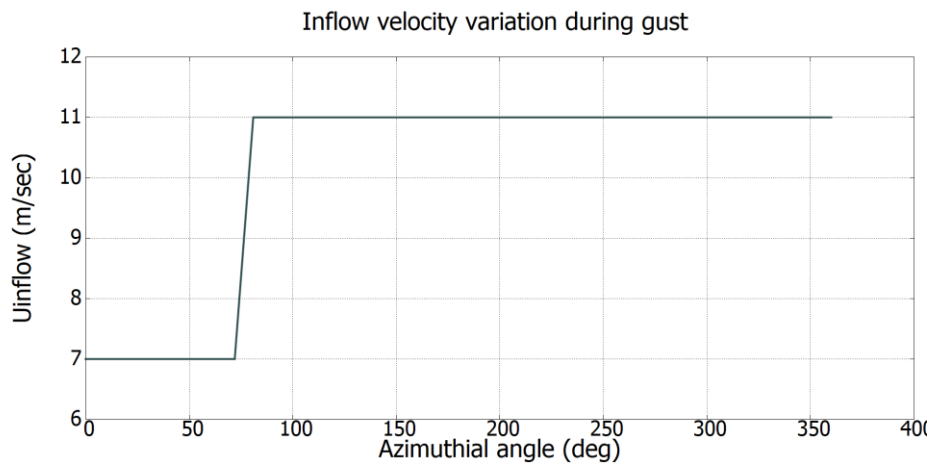
αντίστοιχης μη μόνιμης ροής, για το σημείο ελέγχου που εξετάζεται. Το σύστημα λοιπόν, φτάνει στη νέα κατάσταση ισορροπίας στην περιοχή των  $120^\circ$ , Σχήμα 5.18 :



Σχήμα 5.18 Μεταβολή κυκλοφορίας στο σημείο με  $R=61.04146m$  για λειτουργία με ριπή ανέμου και σε απόκλιση της ροής κατά  $\varphi=45^\circ$ .

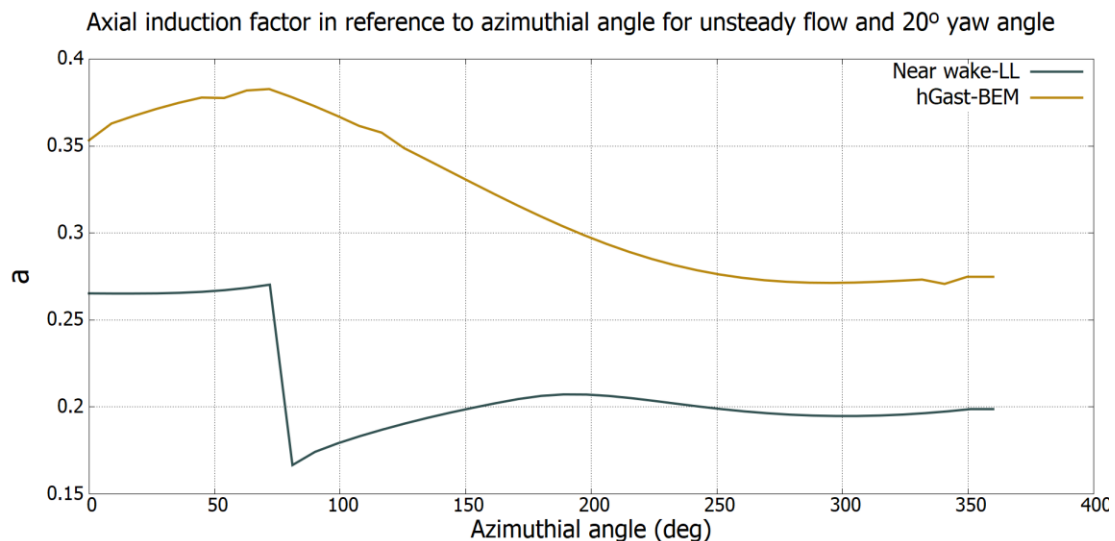
### 5.3.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων μη μόνιμης και μη αξονοσυμμετρικής ροής με το free wake μοντέλο hGast.

Τα μοντέλα συγκρίνονται με κριτήριο το συντελεστή αξονικής επαγωγής στα πτερύγια και την αξονική δύναμη που ασκείται σε αυτά. Για βήμα γωνίας αζιμούθιου ίσο με  $d\theta = 9^\circ$  και για χρονικό διάστημα μιας περιόδου με γωνιακή ταχύτητα δρομέα  $\Omega = 0.62832 \text{ rad/sec}$ , εκτελούνται οι υπολογισμοί με χρήση των δύο μοντέλων. Στο Σχήμα 5.13 απεικονίζεται η βηματική μεταβολή της ταχύτητας ροής του ανέμου, η οποία πραγματοποιείται στο  $10^\circ$  χρονικό βήμα, δηλαδή για γωνία αζιμούθιου  $80^\circ$  (το πρώτο βήμα αντιστοιχεί σε μηδενική γωνία αζιμούθιου) , ενώ θεωρείται ροή σε απόκλιση  $20^\circ$  .



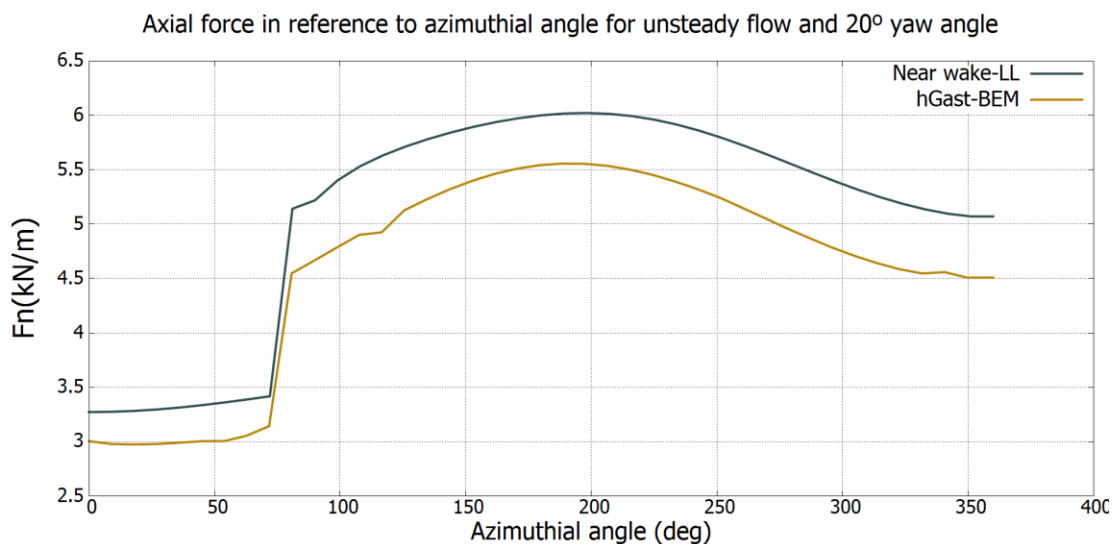
Σχήμα 5.19 Μεταβολή της ταχύτητας ροής ανέμου κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.

Η απόκριση του δρομέα, και πιο συγκριμένα του 15<sup>ου</sup> strip του πρώτου πτερυγίου, στην μεταβολή της ταχύτητας ροής του Σχήματος 5.19 απεικονίζεται στα παρακάτω σχήματα. Ομοίως με προηγούμενες εφαρμογές, το μοντέλο hGast παρουσιάζει πιο αντιπροσωπευτικές τιμές για τα μεγέθη, καθώς απευθύνεται σε μεγαλύτερο κομμάτι του ομόρρου. Αναλυτικότερα, παράγει μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή αξονικής επαγωγής, Σχήμα 5.20, εφόσον λόγω του μεγαλύτερου ομόρρου, καταλήγει σε μεγαλύτερες τιμές ταχύτητας επαγωγής και συνεπώς, μικρότερες τιμές φαινόμενης ταχύτητας.



Σχήμα 5.20 Μεταβολή της συντελεστή αξονικής επαγωγής συναρτήσει της γωνίας αζιμουθίου κατά τη διάρκεια ριπής ανέμου, σύμφωνα με τα μοντέλα hGast-BEM και near wake-LL.

Κατά συνέπεια, για μικρότερες τιμές ταχύτητας επαγωγής, το σχήμα του γραμμής άνωσης για τον κοντινό ομόρρου, παρουσιάζει και μεγαλύτερες τιμές αξονικής δύναμης επί των πτερυγίων, Σχήμα 5.21.



Σχήμα 5.21 Μεταβολή της αξονικής δύναμης συναρτήσει της γωνίας αζιμουθίου κατά τη διάρκεια ριπής ανέμου, σύμφωνα με τα μοντέλα hGast-BEM και near wake-LL.

#### 5.4 Σύνοψη

Στο παρόν κεφάλαιο, εξετάζεται η συμπεριφορά του υπολογιστικού μοντέλου σε εφαρμογές μη μόνιμης ροής, λαμβάνοντας έτσι μια ρεαλιστική αντίληψη για την απόκριση του δρομέα σε αντιπροσωπευτικές συνθήκες λειτουργίας.

## 6 Συμπεράσματα και μελλοντική έρευνα

### 6.1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο αυτό απευθύνεται στα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει η εργασία και στις προοπτικές που μπορεί να ακολουθήσει η παρούσα μελέτη.

### 6.2 Σύνοψη εργασίας

Στα πλαίσια της εργασίας διαμορφώθηκε το πρώτο υπολογιστικό εργαλείο το οποίο προορίζεται για το σχηματισμό ενός υβριδικού μοντέλου που θα είναι υπεύθυνο για τον υπολογισμό της επαγόμενης ταχύτητας στα πτερύγια ενός δρομέα. Το μοντέλο αυτό, αποτελεί μια διεύρυνση του μοντέλου Γραμμής Άνωσης που προτάθηκε από τον Beddoes (1987) και βασίζεται στη θεωρία γραμμής άνωσης του Prandtl. Το υβριδικό μοντέλο είναι μια σύνθεση του μοντέλου Γραμμής Άνωσης που αναπτύσσεται στην παρούσα εργασία, και είναι υπεύθυνο για τον κοντινό ομόρρου, και του δισδιάστατου μοντέλου BEM που ευθύνεται για τους υπολογισμούς του μακρινού ομόρρου.

Το πρώτο βήμα που ακολουθείται για τον εμπλουτισμό του αρχικού μοντέλου Γραμμής Άνωσης είναι η αναδιαμόρφωσή του ώστε να λαμβάνει υπόψιν την τρισδιάστατη μορφή όλων των πτερυγίων του δρομέα, εν αντιθέσει με το αρχικό μοντέλο το οποίο πραγματοποιεί υπολογισμούς με βάση τη γεωμετρία μόνο ενός πτερυγίου. Στη συνέχεια, εξετάζεται η συμπεριφορά του στη λειτουργία του δρομέα σε αζονοσυμμετρική και μόνιμη ροή. Τα αποτελέσματα που παράγει το μοντέλο φαίνονται, όπως ήταν αναμενόμενο, να συμφωνούν πλήρως με την αρχική του εκδοχή για τις συνθήκες λειτουργίας που προαναφέρθηκαν, ενώ σε σύγκριση με το BEM είναι περισσότερο ακριβή, καθώς λαμβάνεται υπόψιν η επίδραση του ομόρρου. Η μελέτη επικεντρώνεται ύστερα στη διερεύνηση της επιρροής του αριθμού στροφών του δρομέα στην ακρίβεια των υπολογισμών και στο υπολογιστικό κόστος. Σαφώς, το υπό εξέταση κομμάτι θα ενσωματωθεί σε ένα μεγαλύτερο και πιο ολοκληρωμένο μοντέλο, και για το λόγο αναζητείται ο βέλτιστος αριθμός στροφών που οδηγεί σε ακριβή αποτελέσματα και χαμηλό υπολογιστικό κόστος. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι πως μια περιστροφή, αποφέρει ικανοποιητικά αποτελέσματα που πληρούν τις απαιτήσεις που έχουν τεθεί.

Σε δεύτερο στάδιο, ο κώδικας τροποποιήθηκε ώστε να μπορεί να διεξάγει υπολογισμούς σε λειτουργία με ροή σε απόκλιση. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με την περίπτωση αξονοσυμμετρικής ροής, όπου φαίνεται το πρόγραμμα να παρουσιάζει αξιόπιστη συμπεριφορά και σε αυτές τις συνθήκες ροής, εμφανίζοντας ωστόσο μια μικρή απόκλιση στη φάση της μεταβολής των μεγεθών.

Τέλος, προκειμένου το μοντέλο να παράγει αξιόπιστα αποτελέσματα σε συνθήκες μη μόνιμης ροής, προστίθεται το μοντέλο ONERA και γίνεται μελέτη σε λειτουργία με ριπή ανέμου σε αξονοσυμμετρική και μη ροή. Πλέον, το προγραμματιστικό εργαλείο έχει λάβει μια ολοκληρωμένη μορφή, καθώς είναι σε θέση να προβλέψει την απόκριση του δρομέα σε σύνθετες συνθήκες ροής. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται ικανοποιητικά, ενώ σε σύγκριση με το hGast παρατηρούνται έντονες διαφορές, οι οποίες είναι αναμενόμενες λόγω του ότι το μοντέλο λαμβάνει υπόψιν μόνο την επιρροή του κοντινού ομόρρου.

Κάθε μέθοδος ωστόσο, διακρίνεται από τα προτερήματα και τα ελαττώματα της. Σημαντικότερο πλεονέκτημα της μεθόδου Γραμμής Άνωσης και ειδοποιός της διαφορά από άλλες μεθόδους, όπως το BEM, είναι ο ακριβής προσδιορισμός της απόκρισης του δρομέα, λαμβάνοντας υπόψιν ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας, όπως είναι η μη μονιμότητα και η ροή σε απόκλιση, καθώς και η προσομοίωση των 3-D χαρακτηριστικών του προβλήματος. Αυτό σημαίνει, ότι προτείνεται η χρήση του και είναι ικανό να ανταπεξέλθει σε πολλαπλές περιπτώσεις λειτουργίας, είτε αυτές είναι απλές είτε σύνθετες. Ωστόσο, ενώ γενικά η μορφή του είναι απλή και οι υπολογιστικές του απαιτήσεις λίγες, μπορεί δηλαδή να τεθεί σε λειτουργία σε προσωπικό υπολογιστή, το υπολογιστικό του κόστος είναι αρκετά υψηλό σε σύγκριση με την αρχική του εκδοχή και τη μέθοδο BEM. Βέβαια, η επιλογή της μεθόδου μεταξύ του διευρυμένου μοντέλου Γραμμής Άνωσης και της μεθόδου BEM, ή της αρχικής του εκδοχής, έγκειται στις απαιτήσεις του εκάστοτε χρήστη. Εάν δηλαδή, ζητούμενο είναι η παραγωγή αποτελεσμάτων σε απλά σενάρια λειτουργίας σε μικρό χρονικό διάστημα, τότε προτείνεται η εφαρμογή είτε του BEM είτε της απλής εκδοχής του Γραμμής Άνωσης. Σε περιπτώσεις όμως σύνθετης λειτουργίας, όπου απαιτούνται ακριβή αποτελέσματα για τον προσδιορισμό της απόκρισης και της ευστάθειας του δρομέα, «θυσιάζοντας» σε μικρό βαθμό την υπολογιστική ισχύ, προτιμάται η μέθοδος του σύνθετου μοντέλου Γραμμής Άνωσης.

Φυσικά, όπως προαναφέρθηκε το υπολογιστικό μοντέλο Γραμμής Άνωσης που αναπτύχθηκε αποτελεί το πρώτο βήμα στη διαδικασία διαμόρφωσης ενός υβριδικού μοντέλου. Το δεύτερο



βήμα για την ολοκλήρωση της διαδικασίας αυτής, είναι η σύνδεση του μοντέλου Γραμμής Άνωσης με ένα τροποποιημένο μοντέλο BEM, το οποίο θα είναι υπεύθυνο για τον υπολογισμό του μακρινού ομόρρου. Το μοντέλο του κοντινού ομόρρου, υπολογίζει μόνο ένα μέρος της συνολικής επαγόμενης ταχύτητας, η οποία θα συμπληρώνεται από το μοντέλο του BEM, με αποτέλεσμα να το υβριδικό αυτό σχήμα να καταλήγει σε μια ρεαλιστική τιμή της συνολικής επαγόμενης ταχύτητας. Στόχος λοιπόν της σύνθεσης των δύο υπολογιστικών εργαλείων Γραμμής Άνωσης και BEM, είναι τελικά το υβριδικό μοντέλο να δίνει παρόμοια αποτελέσματα ως προς τα φορτία του δρομέα, με το αρχικό μοντέλο του BEM. Για το σκοπό αυτό, το μοντέλο BEM που θα προσαρτηθεί στο συζευγμένο μοντέλο είναι αναγκαίο να τροποποιηθεί ώστε τα τελικά αποτελέσματα να είναι ακριβή. Πιο αναλυτικά, πρέπει να αφαιρεθεί η διόρθωση για τις απώλειες του ακροπτερυγίου, καθώς αυτές λαμβάνονται υπόψιν στο μοντέλο του κοντινού ομόρρου. Επιπλέον, ίσως είναι απαραίτητη η προσαρμογή των αποτελεσμάτων, πολλαπλασιάζοντας αυτά με έναν κατάλληλο συντελεστή, ώστε να μην προκύπτουν υπερεκτιμημένα αποτελέσματα από το τελικό υβριδικό μοντέλο.

Τέλος, προκειμένου να βελτιωθεί το υπολογιστικό κόστος του μοντέλου Γραμμής Άνωσης, θα μπορούσε να γίνει κάποια ανάλυση ευαισθησίας ως προς τη σταθερότητα του προγράμματος συναρτήσεως του χρονικού βήματος και των τομών στις οποίες χωρίζεται το κάθε πτερύγιο. Επιπλέον, κρίνεται απαραίτητη η σύγκριση των αποτελεσμάτων με περισσότερα μοντέλα free wake, ώστε να υπάρχει μια πιο καταληκτική εικόνα για την αποδοτικότητα του υπολογιστικού μοντέλου.

Εν κατακλείδι, η εφαρμογή του υβριδικού μοντέλου παρουσιάζεται να προσφέρει πολλά υποσχόμενα αποτελέσματα και για το λόγο αυτό αξίζει να διερευνηθεί περαιτέρω και να συγκριθεί με άλλες μεθόδους και πειραματικά δεδομένα, καθώς αποδίδει πληροφορίες οι οποίες είναι ιδιαίτερα καθοριστικές για τον σχεδιασμό και την αξιοπιστία του δρομέα.

---

## Βιβλιογραφία

- [1] D. L. Molina, «Modeling of Wakes Behind Wind Turbines,» Technical University of Denmark, Denmark, 2008.
- [2] U.S Department of Energy, «Flickr,» 2012. [Ηλεκτρονικό]. Available: <https://www.flickr.com/photos/departmentofenergy/7795441536/>.
- [3] L.J.Vermeer, J. Sorensen και A. Crespo, «Wind Turbine Wake aerodynamics,» *Progress in Aerospace Sciences*, τόμ. 39, αρ. 6-7, pp. 467-510, August-October 2003.
- [4] M. Hand, D. Simms, D. Fingersh, D. Jager και J. Cotrell, «Unsteady aerodynamics experiment phase vi: Wind tunnel test configurations and,» NREL, 2001.
- [5] Μ. Α. Μπέλεσης, «Ανάλυση μη μόνιμων ροών γύρω από περιστρεφόμενους δρομείς και αεροδυναμικά σώματα σε αλληλεπίδραση,» Αθήνα, 1999.
- [6] B. Baldwin και H. Lomax, «Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows.,» 1978.
- [7] B. Launder και D. Spalding, «The numerical computation of turbulent flows,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, τόμ. 3, αρ. 2, pp. 269-289, March 1974.
- [8] W. Haase, F. Brandsma, F. Elsholz και M. Lechziner, «Euroval—an european initiative in validation of cfd codes,» *Notes on numerical fluid*, τόμ. 42, 1993.
- [9] W. Haase, E. Chaput, E. Elsholz, M. Lechziner και U. Muller, «ECARP—european computational aerodynamic research project: validation of cfd codes and assessment of turbulence models,» *Notes on numerical fluid mechanics*, τόμ. 58, 1997.
- [10] Δ. Μανωλάς, «A technical note on the Blade Element Momentum Theory model applied to pre-bend/ pre-swept blades,» Αθήνα, 2016.
- [11] A. Kuethe και J. Schetzer, *Foundations of Aerodynamics*, 2η επιμ., New York: John Wiley & Sons.

- [12] «Wikipedia,» [Ηλεκτρονικό]. Available:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz%27s\\_theorems#cite\\_ref-1](https://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz%27s_theorems#cite_ref-1).
- [13] J. D. Anderson, Introduction to Flight, 3η επιμ., New York: McGraw-Hill, 1989.
- [14] J. Katz και A. Plotkin, Low Speed Aerodynamics, 2η επιμ., New York: Cambridge University Press, 2001.
- [15] J. D. Anderson, Fundamental of aerodynamics, Boston: McGraw-Hill, 2001, p. 360.
- [16] Houghton και E. L. Carpenter, Aerodynamics for Engineering Students, 5η επιμ., Butterworth-Heinemann, 2003.
- [17] F. W. Lanchester, Aerodynamics., Constable, 1907.
- [18] L. Prandtl, Tragflügeltheorie, Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1918.
- [19] Abbott, H. Ira, V. Doenhoff και E. Albert, Theory of Wing Sections.
- [20] L. Clancy, Aerodynamics.
- [21] Bak, C., Zahle, F., Bitsche, R., Kim, T., Yde, A., Henriksen, L.C., Natarajan, A., Hansen, M.H.,: Description of the DTU 10MW Reference Wind Turbine, DTU Wind Energy Report-I-0092, 2013
- [22] G. Pirrung, V. Riziotis, H. Madsen, M. Hansen και T. Kim, «Comparison of a coupled near- and far-wake model with a free-wake vortex code,» *Wind Energy Science*, τόμ. 2, pp. 15-33, 2017.
- [23] H. Glauert, σε *Airplane propellers in Aerodynamic theory*, 1935, pp. p.169-360.