



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ. & Α.Ε.
Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Διπλωματική Εργασία

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΓΙΑ ΔΙΑΣΤΗΜΙΚΟ ΡΟΜΠΟΤ ΠΟΥ
ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΙ ΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΜΕ ΣΥΝΕΧΗ ΕΠΑΦΗ**

Φωτεινή Ξύδη-Χρυσάφη

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γ. Παπαδόπουλος

ΑΘΗΝΑ 2019

Περίληψη

Σε πολλές αποστολές σε τροχιά, στο χώρο του διαστήματος, απαιτείται συνεχής επαφή μεταξύ ενός ρομπότ εξυπηρέτησης (κυνηγός) και ενός εξυπηρετούμενου δορυφόρου (στόχος). Στην παρούσα διπλωματική εργασία σχεδιάζεται ένας ελεγκτής εμπέδησης για εφαρμογή σε Ελεύθερα Ιπτάμενο Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα (ΕΙΔΡΣ), με σκοπό να μεταβάλλει την κίνηση δορυφόρου μέσω συνεχούς επαφής.

Μεγάλο μέρος των ρομποτικών διαστημικών αποστολών σε τροχιά περιλαμβάνουν κινήσεις των ΕΙΔΡΣ στον ελεύθερο χώρο καθώς και την αλληλεπίδραση επαφής με έναν ελεύθερα αιωρούμενο δορυφόρο-στόχο, έτσι ώστε να επιτευχθεί η σύλληψη του. Ωστόσο, οι περισσότεροι από τους υφιστάμενους δορυφόρους σε τροχιά δε διαθέτουν ειδικά εξαρτήματα που να εξυπηρετούν τη σύλληψή τους. Σε αυτή την εργασία λοιπόν, μελετάται το πρόβλημα της συνεχούς επαφής μεταξύ δύο σωμάτων που στερούνται δυνατότητας σύλληψης αλλά και σταθερής βάσης.

Το ζήτημα της συνεχούς επαφής, αντιμετωπίζεται θεωρώντας αρχικά τη μονοδιάστατη κίνηση δύο μαζών. Ο ελεγκτής εμπέδησης σχεδιάζεται για ένα σύστημα, ενός βαθμού ελευθερίας, αποτελούμενο από μία μάζα-κυνηγό, το οποίο έρχεται σε επαφή με μία μάζα-στόχο. Η κίνηση του κυνηγού χωρίζεται σε δύο φάσεις: τη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και τη φάση επαφής. Οι παράμετροι του ελεγκτή εμπέδησης ρυθμίζονται καταλλήλως, ώστε να επιτυγχάνεται η εφαρμογή του σε όλο το φάσμα κίνησης του κυνηγού, διαφορετικά το σύστημα οδηγείται σε αστάθεια και απώλεια επαφής. Επίσης, αποδεικνύεται, ότι η συνεχής αυτή επαφή εξασφαλίζεται επιλέγοντας μία κατάλληλη ταχύτητα για τον κυνηγό τη στιγμή που ακουμπά το στόχο, συνοδευόμενη ασφαλώς από τον ελεγκτή εμπέδησης. Επιπλέον, διενεργείται ανάλυση ως προς την ευρωστία του ελεγκτή σε σχέση με την αντιμετώπιση διαφορετικών στόχων. Πρώτον, στόχων με διαφορετικούς συντελεστές δυσκαμψίας και δεύτερον, στόχων τοποθετημένων σε διαφορετικές θέσεις. Τέλος, η καταλληλότητα του προτεινόμενου ελεγκτή επιβεβαιώνεται μέσω προσομοίωσης της εφαρμογής του σε μονοδιάστατο σύστημα και παρουσιάζονται τα παραγόμενα αποτελέσματα.

Στη συνέχεια, λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμική των τριδιάστατων ΕΙΔΡΣ, ο σχεδιασμός του ελέγχου εμπέδησης που εφαρμόστηκε για μονοδιάστατες κινήσεις γενικεύεται και για τις τριδιάστατες κινήσεις αυτών των ρομποτικών συστημάτων, έτσι ώστε να μεταβάλλει την κίνηση ενός μη λειτουργικού δορυφόρου μέσω συνεχούς επαφής. Ακολούθως, η εγκυρότητα του προτεινόμενου ελεγκτή επικυρώνεται μέσω της εφαρμογής του σε επίπεδο πρόβλημα Ελεύθερα Ιπτάμενου Διαστημικού Ρομποτικού Συστήματος έξι βαθμών ελευθερίας, αποτελούμενου από μία βάση και ένα βραχίονα τριών περιστροφικών αρθρώσεων.

Ο προτεινόμενος έλεγχος εμπέδησης δίνει τις απαιτούμενες ροπές στις αρθρώσεις του βραχίονα καθώς και τη συνολική δύναμη/ροπή που πρέπει να ασκηθεί στη βάση έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί η επιθυμητή εργασία. Η επενέργηση στη βάση γίνεται μέσω των προωθητήρων και των σφονδύλων αντίδρασης. Τέλος, υπολογίζονται οι δυνάμεις που πρέπει να δώσουν οι προωθητήρες και η ροπή που πρέπει να ασκήσουν οι σφονδύλοι αντίδρασης έτσι ώστε να υλοποιηθεί ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου. Παράλληλα, προτείνεται μία μέθοδος βελτιστοποίησης στη χρήση της επενέργησης, έτσι ώστε οι απαιτούμενες ροπές να δίνονται (όπου και εάν αυτό είναι δυνατό) κυρίως από τους σφονδύλους αντίδρασης έναντι των προωθητήρων. Αυτό συμβαίνει με σκοπό τη μείωση της κατανάλωσης καυσίμου που χρειάζονται για να λειτουργήσουν οι προωθητήρες.

Abstract

In a number of on-orbit applications, such as de-orbiting, continuous contact between a servicing robot (chaser) and a serviced satellite (target) is needed. In the present Diploma Thesis, an impedance controller for application to a Free-Flying Space Robot (FFSR) is designed, in order to change the movement of a satellite by continuous contact.

The task includes robot (chaser) free space motion and contact interaction with a floating satellite (target). To achieve these operations, usually grasping the satellite is proposed. However, most of the existing satellites on orbit have no dedicated grapple fixtures. In this research, the problem of continuous contact between two bodies lacking rigid grasp and fixed bases is studied.

More specifically, the issue of continuous contact is addressed, starting from a simple theoretical model of two masses. The controller is developed first for a one-dimensional system with one degree of freedom, consisting of a mass (chaser), which comes in touch with another mass (target). The task includes chaser free space motion and contact interaction with its target. The same controller is applied in both phases without switching, as switching may result in loss of contact and instabilities, due to unavoidable transition delays and unknown parameters. It is shown, that continuous contact can be achieved by selecting an appropriate chaser velocity at the moment of contact, accompanied by the impedance controller. A methodology is developed for selecting controller parameters and an appropriate trajectory for a desired response in both phases. The values of the target stiffness and position may not be known exactly; however the proposed control law must be robust during contact with different targets, whose stiffnesses and positions may vary in some range. Thus, a sensitivity analysis for both cases is also conducted. Finally, the efficiency of the controller is confirmed by simulating its implementation in Matlab/Simulink environment. Then, the obtained results are presented and discussed.

Consequently, considering the dynamics of three-dimensional Free-Flying Space Robotic systems, the design of the impedance control developed for a one-dimensional system is generalized to be applied to these robots, so as to alter the motion of a non-fictional satellite by continuous contact. Furthermore, the validity of the proposed controller is confirmed by its implementation in a planar FFSR with six degrees of freedom. The planar FFSR consists of a base and a robotic manipulator with three rotational joints. The simulation of the problem took place in Matlab/Simulink environment and the occurred results are presented.

Finally, we find out the forces/torques exercised at the base of the planar FFSR by various actuators. The actuators are three pairs of thrusters and a reaction wheel, which are arranged in an arbitrary way at the base. In order to reduce the fuel consumption, which is needed for propulsion, an optimization method is proposed, so that the required torques are given (wherever possible) mainly by the reaction wheel instead of the thrusters.

Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Ε. Παπαδόπουλο, καταρχάς, για την ευκαιρία που μου έδωσε να εκπονήσω τη διπλωματική μου εργασία στο εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου και να έρθω σε επαφή με ένα συναρπαστικό, γεμάτο προκλήσεις επιστημονικό αντικείμενο και κατά δεύτερον για τη συνεχή καθοδήγησή του πάνω σε αυτό. Οφείλω επίσης, να ευχαριστήσω τους συναδέλφους μου στο εργαστήριο για το πολύ ευχάριστο και δημιουργικό κλίμα και τη βοήθειά τους στις απορίες μου, ιδιαίτερα τον Δρ. Κ. Νάνο για την αμέριστη βοήθειά του καθ' όλη τη διάρκεια της διπλωματικής μου εργασίας με τις πάντα εύστοχες παρατηρήσεις και διορθώσεις του. Τέλος, δεν μπορώ παρά να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την ανεκτίμητη συμπαράσταση και στήριξή της, υλική και ηθική, από την αρχή έως το τέλος των σπουδών μου!

Περιεχόμενα

Περίληψη	2
Abstract	3
Ευχαριστίες	4
Περιεχόμενα	5
Κατάλογος Σχημάτων	7
Κατάλογος Πινάκων	9
Κατάλογος Συντημήσεων	10
1 Εισαγωγή.....	11
1.1 Σκοπός Εργασίας	11
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	13
1.3 Δομή Εργασίας	18
2 Κινηματική και Δυναμική Ελεύθερα Ιπτάμενων Διαστημικών Ρομποτικών Συστημάτων	20
2.1 Εισαγωγή	20
2.2 Κινηματική των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ.....	20
2.3 Διαφορική Κινηματική των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ	21
2.4 Δυναμική των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ	22
2.5 Εφαρμογή σε Επίπεδο ΔΡΣ	26
3 Έλεγχος Δύναμης σε Ρομποτικούς Βραχίονες Σταθερής Δύναμης	32
3.1 Εισαγωγή	32
3.2 Έλεγχος Δύναμης	32
3.3 Υβριδικός Έλεγχος Δύναμης και Θέσης	35
3.4 Έλεγχος Εμπέδησης.....	38
4 Σχεδιασμός Ελέγχου Εμπέδησης για Διατήρηση Επαφής - Μονοδιάστατη Κίνηση	41
4.1 Εισαγωγή	41
4.2 Σχεδιασμός Ελεγκτή	41
4.3 Επιλογή Παραμέτρων του Νόμου Ελέγχου	44
4.3.1 Η Φάση Κίνησης στον Ελεύθερο Χώρο	45
4.3.2 Η Φάση Επαφής.....	45
4.4 Ανάλυση της Απόκρισης του Συστήματος κατά τη Φάση της Επαφής.....	46
4.5 Ανάλυση Ευρωστίας του Ελεγκτή.....	51
4.5.1 Αβεβαιότητα στη Δυσκαμψία του Υλικού του Στόχου	51
4.5.2 Αβεβαιότητα στη Θέση του Στόχου	54
5 Έλεγχος Εμπέδησης σε ΔΡΣ για Διατήρηση Επαφής - Επέκταση σε Τριδιάστατα Συστήματα	58
5.1 Εισαγωγή	58
5.2 Σχεδιασμός Ελεγκτή Εμπέδησης.....	58
5.3 Επιλογή Κερδών Νόμου Ελέγχου.....	66
5.3.1 Φάση Κίνησης στον Ελεύθερο Χώρο	66

5.3.2	Φάση Επαφής	67
5.4	Απόκριση του Συστήματος κατά τη Φάση της Επαφής	69
5.5	Εφαρμογή σε Επίπεδα Συστήματα.....	70
5.5.1	Ανάλυση Ευρωστίας του Νόμου Ελέγχου	73
5.5.2	Ανάπτυξη Δυνάμεων και Ροπών από τους Επενεργητές της Βάσης.....	75
6	Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία	83
6.1	Συμπεράσματα	83
6.2	Μελλοντική Εργασία	84
	Βιβλιογραφία.....	85
	Παράρτημα Α: Μεγέθη των Εξισώσεων Lagrange και Πίνακες της Εξίσωσης Κίνησης του ΔΡΣ στο Επίπεδο	87
	Παράρτημα Β: Χαρακτηριστικά Μεγέθη Επενεργητών	91

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1-1.	Κύρια δεξαμενή προωθητικού αερίου του οχήματος εκτόξευσης Delta 2, που προσγειώθηκε στο Georgetown του Texas.	12
Σχήμα 1-2.	Εικόνα διαστημικών απορριμμάτων γύρω από τη Γη.....	13
Σχήμα 1-3.	Απεικόνιση της ποσοτικής αύξησης των διαστημικών απορριμμάτων σε τροχιές κοντά στη Γη, με το πέρασμα των χρόνων. Η καμπύλη {1} αναφέρεται στο σύνολο των αντικειμένων, η {2} σε θραύσματα, η {3} σε μη λειτουργικούς δορυφόρους, η {4} σε κομμάτια που απελευθερώθηκαν κατά τη διάρκεια κάποιας αποστολής και η {5} σε μικροεξαρτήματα.	14
Σχήμα 1-4.	Μη λειτουργικός δορυφόρος (target), ο οποίος οδηγείται στην ατμόσφαιρα για να καταστραφεί από ρομποτικό χειριστή (chaser).....	15
Σχήμα 1-5.	Αποψη της αποστολής DEOS (Deutsche Orbitale Servicing Mission) της DLR.	18
Σχήμα 2-1.	Ελεύθερα Ιπτάμενο Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα με ένα χειριστή.	21
Σχήμα 2-2.	Εφαρμογή της μεθόδου άμεσης διαδρομής (direct path method) σε επίπεδο ΔΡΣ.	27
Σχήμα 3-1.	Χαρακτηριστικό παράδειγμα εργασίας που απαιτείται έλεγχος δύναμης - λείανση επιφάνειας τεμαχίου.	33
Σχήμα 3-2.	Μονοδιάστατο σύστημα μάζας-ελατηρίου.....	33
Σχήμα 3-3.	Δομικό διάγραμμα ελέγχου δύναμης εφαρμοζόμενου σε ένα απλό, μονοδιάστατο σύστημα μάζας-ελατηρίου.....	35
Σχήμα 3-4.	Εφαρμογή υβριδικού ελέγχου δύναμης/θέσης σε ρομποτικό χειριστή για τη σχεδίαση εικόνας σε χαρτί.	36
Σχήμα 3-5.	Καρτεσιανός βραχίονας τριών βαθμών ελευθερίας, σε επαφή με μία επιφάνεια.	37
Σχήμα 3-6.	Υβριδικός ελεγκτής για έλεγχο καρτεσιανού βραχίονα τριών βαθμών ελευθερίας.	37
Σχήμα 3-7.	Μονοδιάστατο σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα.	38
Σχήμα 3-8.	Το δομικό διάγραμμα του ελεγκτή που προτείνεται στην Εξ. (3-26).....	40
Σχήμα 4-1.	(α) Η κίνηση του κυνηγού στον ελεύθερο χώρο (β) η αρχή της επαφής και (γ) η φάση της επαφής.	41
Σχήμα 4-2.	Το δομικό διάγραμμα του προτεινόμενου ελεγκτή.	44
Σχήμα 4-3.	Η υποκρίσιμη αποσβεσμένη ταλάντωση που πραγματοποιεί ο κυνηγός κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής.	47
Σχήμα 4-4.	(α) Η απόκριση του σφάλματος θέσης, (β) οι ταχύτητες του κυνηγού και του στόχου, (γ) το σήμα εισόδου στον ελεγκτή και (δ) η αναπτυσσόμενη εξωτερική δύναμη κατά τη διάρκεια της επαφής.....	51
Σχήμα 4-5.	Η υπο-ακόντιση του σφάλματος θέσης εκφρασμένη ως συνάρτηση του συντελεστή δυσκαμψίας του στόχου.....	53
Σχήμα 4-6.	Η απόκριση του σφάλματος κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής όταν η πραγματική τιμή του συντελεστή δυσκαμψίας είναι (α) $k_e = 250 \text{ kN} / \text{m} < k_{e,cr}$ (η επαφή διατηρείται) και (β) $k_e = 300 \text{ kN} / \text{m} > k_{e,cr}$ (η επαφή χάνεται).	54
Σχήμα 4-7.	Το Σχήμα 4-6 (β) για $t > 110\text{s}$, όπου φαίνεται ότι ανακτάται η επαφή αλλά στη συνέχεια ξανά χάνεται.	54
Σχήμα 4-8.	Η υπο-ακόντιση που παρουσιάζει το σφάλμα ως συνάρτηση της σχετικής ταχύτητας του κυνηγού.....	55
Σχήμα 4-9.	Η ταχύτητα του κυνηγού κατά τη διάρκεια κίνησής του στον ελεύθερο χώρο.	56
Σχήμα 5-1.	(α) Η κίνηση στον ελεύθερο χώρο του ΔΡΣ, (β) το ξεκίνημα της επαφής με το στόχο, (γ) η φάση της επαφής.	58
Σχήμα 5-2.	Το δομικό διάγραμμα του προτεινόμενου ελεγκτή.....	68

Σχήμα 5-3.	(α) Η απόκριση του σφάλματος θέσης κατά μήκος του άξονα των x , οι ταχύτητες του ΔΡΣ και του στόχου κατά μήκος του ίδιου άξονα και η αντίστοιχη δύναμη αλληλεπίδρασης κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής, (β) οι εφαρμοζόμενες ροπές στις αρθρώσεις και (γ) οι εφαρμοζόμενες δυνάμεις/ροπές στη βάση του ΔΡΣ, επίσης κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής.	71
Σχήμα 5-4.	Η απαιτούμενη υποθετική δύναμη F_{act} στην κατεύθυνση του άξονα των x , στο ΤΣΔ του ΔΡΣ, συναρτήσει του χρόνου.	72
Σχήμα 5-5.	Στιγμιότυπα της κίνησης ΔΡΣ και στόχου μετά την πραγματοποίηση της επαφής.	72
Σχήμα 5-6.	Η μέγιστη υπο-ακόντιση που παρουσιάζει το σφάλμα θέσης ως συνάρτηση του συντελεστή δυσκαμψίας του στόχου.	74
Σχήμα 5-7.	Η απόκριση του σφάλματος θέσης του ΔΡΣ στη φάση επαφής όταν ο πραγματικός συντελεστής δυσκαμψίας του στόχου είναι (α) $k_e = 4kN/m < k_{e,cr}$, (διατήρηση επαφής) και (β) $k_e = 400kN/m > k_{e,cr}$, (απώλεια επαφής).	74
Σχήμα 5-8.	Το Σχήμα 5-7 (β) για $t > 110s$, όπου φαίνεται ότι η επαφή ανακτάται, ξανά χάνεται και πάλι ανακτάται.	75
Σχήμα 5-9.	Οι δυνάμεις και οι ροπές που εφαρμόζονται στη βάση του ΔΡΣ.	75
Σχήμα 5-10.	Οι αδιαστατοποιημένες δυνάμεις από τα ζεύγη των προωθητήρων και το σφόνδυλο αντίδρασης, στη βελτιστοποιημένη περίπτωση.	81
Σχήμα 5-11.	Οι καμπύλες που δίνουν το καταναλωθέν καύσιμο συναρτήσει του χρόνου στη βελτιστοποιημένη και μη περίπτωση.	82

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4-1. Οι παράμετροι του συστήματος που εικονίζονται στο Σχήμα 4-1.....	49
Πίνακας 5-1. Οι παράμετροι του συστήματος που εικονίζεται στο Σχήμα 5-1.....	70

Κατάλογος Συντμήσεων

Ελληνικά

ΚΜ	Κέντρο Μάζας
β.ε.	βαθμοί ελευθερίας
ΤΣΔ	Τελικό Σημείο Δράσης
ΕΙΔΡΣ	Ελεύθερα Ιπτάμενα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα
ΕΑΔΡΣ	Ελεύθερα Αιωρούμενα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα
ΔΡΣ	Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα
ΣΣ	Σύστημα Συντεταγμένων

Αγγλικά

CM	Center of Mass
FFSR	Free-Flying Space Robots
LEO	Low Earth's Orbit
GEO	Geostationary Earth's Orbit
SSN	Space Surveillance Network
VMI	Virtual Mass Impedance
MIC	Multiple Impedance Control
OIC	Object Impedance Control
DEOS	Deutsche Orbitale Servicing Mission
ETS-VII	Engineering Test Satellite VII Mission

1 Εισαγωγή

1.1 Σκοπός Εργασίας

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι ο σχεδιασμός και η εφαρμογή του κατάλληλου νόμου ελέγχου που απαιτείται για τη μεταβολή της κίνησης ενός μη λειτουργικού δορυφόρου (ή οποιοδήποτε άλλου ανενεργού αντικειμένου), από ένα Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα, έτσι ώστε αυτός να επανεισέλθει στην ατμόσφαιρα και να καταστραφεί. Στην εργασία αυτή εξετάζεται η περίπτωση που η απομάκρυνση του δορυφόρου πρέπει να επιτευχθεί, χωρίς την παρουσία κάποιου εξαρτήματος (rigid grasp) στην επιφάνεια του δορυφόρου-στόχου, που να διευκολύνει την αρπαγή του από το ρομπότ. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μόνο διατηρώντας μια συνεχή επαφή μεταξύ του Διαστημικού Ρομποτικού Συστήματος και του δορυφόρου-στόχου. Έτσι, λοιπόν, στην παρούσα εργασία προτείνεται ο σχεδιασμός ενός ελεγκτή εμπέδησης με τον οποίο επιτυγχάνεται συνεχής επαφή μεταξύ ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου Διαστημικού Ρομποτικού Συστήματος και ενός ελεύθερα αιωρούμενου μη λειτουργικού δορυφόρου ή οποιοδήποτε άλλου διαστημικού απορρίμματος. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται μια επισκόπηση στο πρόβλημα των διαστημικών απορριμμάτων και πως αυτό έχει διαμορφωθεί μέχρι σήμερα.

Το πρόβλημα των διαστημικών απορριμμάτων

Ως διαστημικά απορρίμματα ορίζονται όλα εκείνα τα ανενεργά αντικείμενα στο διάστημα, τα οποία έχουν κατασκευαστεί από τον άνθρωπο. Αυτά αποτελούνται από ολόκληρους αδρανείς δορυφόρους μέχρι εξαρτήματα από πυραύλους και είτε βρίσκονται σε τροχιά γύρω από τη γη είτε επανεισέρχονται στην ατμόσφαιρα. Στην περιοχή του διαστήματος κοντά στη γη, τέτοια αντικείμενα είναι πιο επικίνδυνα ακόμη και από φυσικούς μετεωρίτες.

Υπό την επίδραση τυπικών ταχυτήτων σύγκρουσης στο διάστημα, δηλαδή της τάξης των 10 km/s σε χαμηλές τροχιές, η σύγκρουση ακόμα και με μικρά αντικείμενα μεγέθους μερικών χιλιοστών, μπορεί να προκαλέσει τοπικές βλάβες ή να απενεργοποιήσει ένα υποσύστημα δορυφόρου που βρίσκεται σε λειτουργία. Συγκρούσεις με συντρίμια μεγαλύτερα του 1 cm μπορούν να αχρηστεύσουν πλήρως έναν επιχειρησιακό δορυφόρο ή να προκαλέσουν τη διάσπαση δορυφορικού ή πυραυλικού σώματος. Τέλος, η πρόσκρουση με συντρίμια μεγαλύτερα των 10 cm μπορεί να οδηγήσει σε μια καταστροφική πλέον διάσπαση: την πλήρη καταστροφή του διαστημικού σκάφους και τη δημιουργία ενός ολόκληρου σύννεφου θραυσμάτων.

Τα θραύσματα που δημιουργούνται από μια σύγκρουση μπορεί να οδηγήσουν σε μια διαδοχική διαδικασία, το λεγόμενο «σύνδρομο του Kessler», σύμφωνα με το οποίο κάθε σύγκρουση μεταξύ αντικειμένων δημιουργεί περισσότερα διαστημικά θραύσματα, γεγονός που κάθε φορά αυξάνει την πιθανότητα περαιτέρω συγκρούσεων.

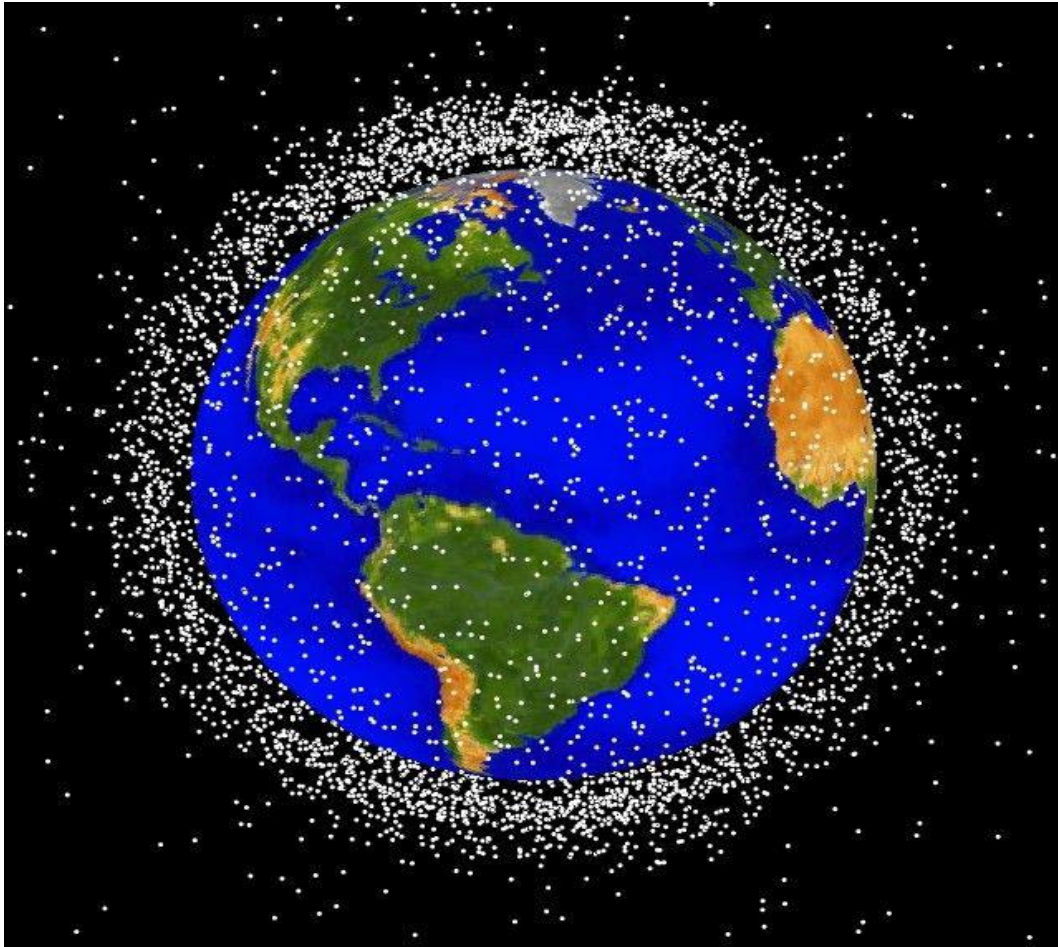
Τα μεγάλα αντικείμενα, ωστόσο, όπως δορυφόροι, τμήματα πυραύλων, μεγάλου μεγέθους θραύσματα που επανεισέρχονται στην ατμόσφαιρα ανεξέλεγκτα μπορεί να φτάσουν ακόμη και στο έδαφος και να θέσουν σε κίνδυνο τον πληθυσμό της γης, βλ. Σχήμα 1-1. Ο σχετικός κίνδυνος βέβαια για έναν άνθρωπο, είναι μερικές τάξεις μεγέθους μικρότερος από τους συνηθισμένους κινδύνους της καθημερινής ζωής (για παράδειγμα, ο κίνδυνος σοβαρών τραυματισμών από ατύχημα με αυτοκίνητο είναι περίπου 30 εκατομμύρια φορές υψηλότερος).



Σχήμα 1-1. Κύρια δεξαμενή προωθητικού αερίου του οχήματος εκτόξευσης Delta 2, που προσγειώθηκε στο Georgetown του Texas.

Η σύγχρονη ζωή όμως εξαρτάται άμεσα από την αδιάκοπη διαθεσιμότητα των ανθρώπινων υποδομών που έχουν αναπτυχθεί στο διάστημα, από την άντληση μετεωρολογικών γνώσεων μέχρι την παροχή υπηρεσιών σχετικών με τηλεοπτικές και ραδιοφωνικές μεταδόσεις, τηλεφωνικές επικοινωνίες και συνδέσεις ηλεκτρονικών υπολογιστών. Πέρα λοιπόν, από την πιθανότητα όλα αυτά τα ανενεργά αντικείμενα που αιωρούνται ανεξέλεγκτα στο περιβάλλον του διαστήματος να απειλήσουν ουσιαστικά τον πληθυσμό της γης που απ'ότι φαίνεται είναι πολύ μικρή, τίθεται το ζήτημα της απειλής των ανθρώπινων υποδομών στο διάστημα.

Αρκετά κράτη, έντονα ευαισθητοποιημένα σε θέματα διαστήματος εστιάζουν στο πως θα μπορούσε να επιτευχθεί ο έλεγχος και η μείωση των διαστημικών απορριμμάτων. Σήμερα, υπάρχει μια επικρατούσα άποψη, η οποία αφορά βέβαια μακροχρόνιες προβλέψεις, σχετικά με την εμφάνιση αλληπάλληλων συγκρούσεων λόγω ύπαρξης πληθώρας θραυσμάτων σε χαμηλές τροχιές γύρω από τη γη. Στο Σχήμα 1-2 παρουσιάζεται μια απόψη της κατανομής των διαστημικών απορριμμάτων γύρω από τη Γη. Προφανώς, ο απώτερος σκοπός όλων, είναι να περιοριστεί το παρόν πρόβλημα για την ασφαλέστερη διεξαγωγή των επιχειρήσεων της ανθρωπότητας στο διάστημα. Οι δράσεις που γίνονται για να μετριαστεί, στηρίζονται σε διεθνή και εθνικά πρότυπα, αλλά ακόμα και με αυστηρή τήρηση των διακρατικών συμφωνιών που έχουν αναπτυχθεί στα πλαίσια της αντιμετώπισης του ζητήματος, είναι προφανές ότι στο μέλλον θα πρέπει να παρθούν και επιπρόσθετα μέτρα. Η μείωση των διαστημικών απορριμμάτων λοιπόν, θέτει μια παγκόσμια πρόκληση που δεν μπορεί να επιτευχθεί παρά μόνο με τις κοινές προσπάθειες όλων μας.



Σχήμα 1-2. Εικόνα διαστημικών απορριμμάτων γύρω από τη Γη

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

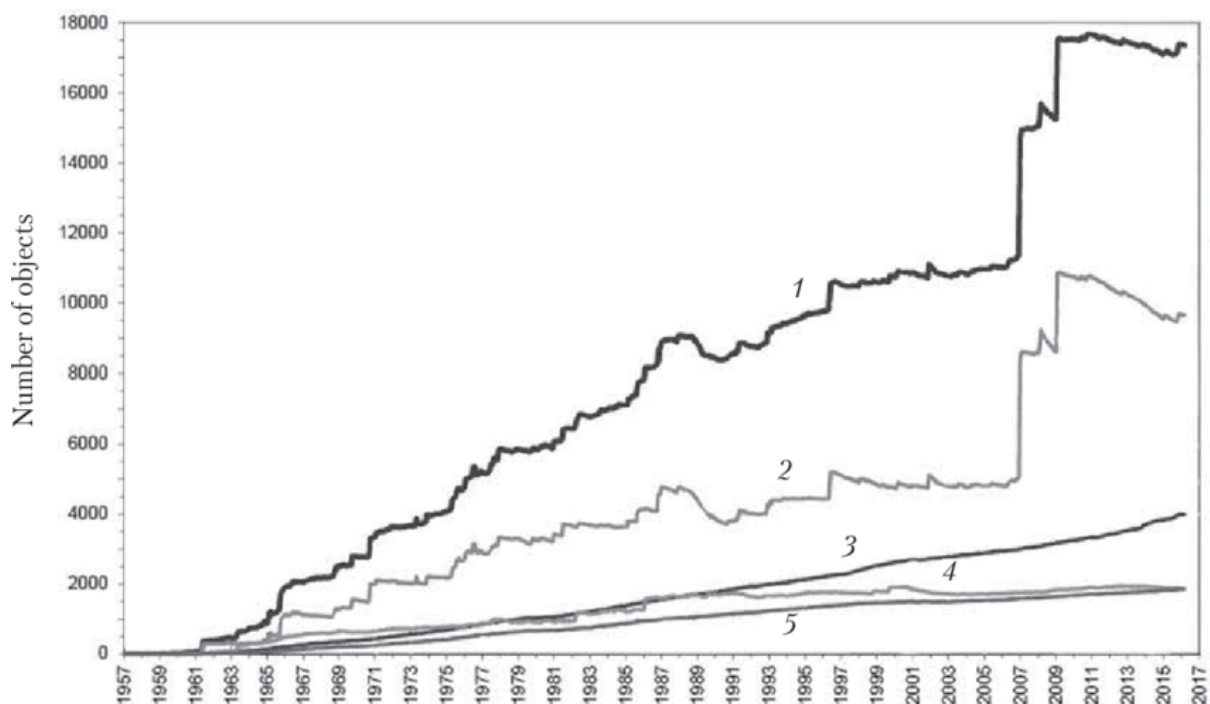
Στη συνέχεια, θα παραθέσουμε κάποια ακόμη στοιχεία, πιο εξειδικευμένα, γύρω από το ζήτημα των διαστημικών απορριμμάτων, καθώς οι έρευνες που θα παρουσιαστούν παρακάτω, ειδικά στο κομμάτι των αποστολών στο διάστημα, άλλες λιγότερο και άλλες περισσότερο, σχετίζονται με το εν λόγω θέμα.

Πώς όμως αποκτάμε όλες αυτές τις πληροφορίες για τα διαστημικά απορρίματα; Απλά, συνηθισμένα ραντάρ που βρίσκονται στη Γη, έχουν καταγράψει και κατηγοριοποιήσει αντικείμενα με το πέρασμα των χρόνων, μεγαλύτερα των 5-10 cm σε χαμηλές τροχιές (Low Earth's Orbit, LEO) καθώς και μεγαλύτερα των 0.3-1 m σε υψηλότερες τροχιές. Η μέγιστη συγκέντρωση διαστημικών απορριμμάτων μάλιστα, παρατηρείται σε υψόμετρα 800-1000 km και μέχρι τα 1400 km, δηλαδή σε χαμηλή τροχιά, ενώ μικρότερος αριθμός θραυσμάτων και άλλων ανενεργών αντικειμένων απαντάται σε ύψος γεωστατικής τροχιάς (Geostationary Earth's Orbit, GEO), δηλαδή περίπου στα 35000 km και ακόμα πιο μικρός στις ενδιάμεσες τροχιές. Επίσης, κάποιοι εξειδικευμένοι αισθητήρες μπορούν να ανιχνεύσουν αντικείμενα τα οποία είναι μικρότερα από υποδιαιρέσεις του εκατοστού, ωστόσο τέτοια μεγέθη δεν μπορούν να κατηγοριοποιηθούν εύκολα, αλλά και ούτε να αποδωθεί η ύπαρξή τους σε κάποιο συγκεκριμένο συμβάν. Η παρουσία ακόμη μικρότερων διαστημικών απορριμμάτων, τυπικά κάτω από 1 mm, μπορεί να εντοπιστεί από ειδικούς ανιχνευτές κρούσεων.

Από την απαρχή της Εποχής του Διαστήματος (γύρω στο 1957) και έπειτα, στο διάστημα υπάρχουν μόνο αντικείμενα που προέρχονται από τον άνθρωπο και όλα προέκυψαν από τις

5400 εκτοξεύσεις περίπου, οι οποίες έλαβαν χώρα τουλάχιστον μέχρι τον Ιανουάριο του 2018. Περίπου το 24% των καταγεγραμμένων αντικειμένων είναι δορυφόροι, λιγότερο από το 1/3 των οποίων είναι λειτουργικοί και γύρω στο 18% είναι τμήματα από πυραύλους και άλλα αντικείμενα που απελευθερώθηκαν κατά τη διάρκεια κάποιας αποστολής. Η πλειοψηφία ωστόσο των καταγεγραμμένων αντικειμένων που υπάρχουν στο διάστημα (ποσοστό περίπου 58%) έχει προέλθει από περισσότερες από 500 καταστροφές σε τροχιά που προκλήθηκαν κυρίως από εκρήξεις και από πιθανολογούμενες συγκρούσεις. Ενδεικτικά, ένας αξιοσημείωτος αριθμός θραυσμάτων παρήχθη από μια κινέζικη αντι-δορυφορική δοκιμασία που στόχευε στον μετεωρολογικό δορυφόρο Feng Yun-1C, στις 11 Ιανουαρίου 2007, η οποία δημιούργησε περισσότερα από 3400 κομμάτια διαστημικών απορριμμάτων. Επίσης, περίπου 2300 θραύσματα γεννήθηκαν από την πρώτη τυχαία σύγκρουση μεταξύ δύο δορυφόρων, του Iridium-33 και του Cosmos-2251, στις 10 Φεβρουαρίου του 2009.

Σύμφωνα με το Παρατηρητήριο Διαστήματος των ΗΠΑ (US Space Surveillance Network SSN) παρακολουθούνται πάνω από 40000 αντικείμενα στο διάστημα, [3]. Από τον Ιανουάριο του 2017, το SSN παρακολουθεί, συσχετίζει και καταγράφει περίπου 21000 διαστημικά απορρίμματα μεγαλύτερα από 5 έως 10 cm στην τροχιά της Γης. Πέρα όμως, από αυτά που ήδη παρακολουθούνται έχουν αναπτυχθεί μοντέλα περιβάλλοντος θραυσμάτων από διάφορους επιστήμονες με σκοπό να υπολογιστεί ο συνολικός αριθμός των διαστημικών απορριμμάτων. Τα εν λόγω μοντέλα μας υποδεικνύουν μέχρι στιγμής ότι υπάρχουν 29000 αντικείμενα μεγαλύτερα από 10 cm, 750000 από 1 έως 10 cm και περισσότερα από 166 εκατομμύρια από 1 mm έως 1 cm. Μια συνολική εκτίμηση λοιπόν, δίνει την ύπαρξη περίπου 8.130 τόνων διαστημικών απορριμμάτων διαφόρων μεγεθών μέσα στην τροχιά της γης, αλλά και γύρω από αυτήν, [1]. Στο Σχήμα 1-3 παρουσιάζεται η απεικόνιση της ποσοτικής αύξησης των διαστημικών απορριμμάτων, στο πέρασμα του χρόνου, σε τροχιές κοντά στη Γη.

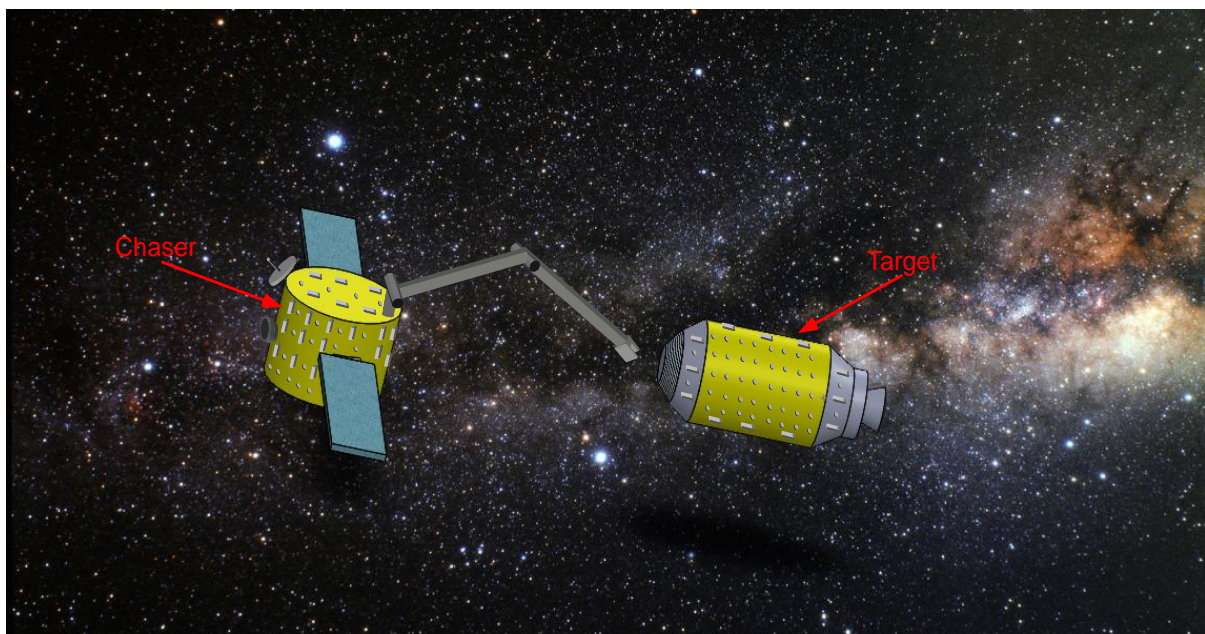


Σχήμα 1-3. Απεικόνιση της ποσοτικής αύξησης των διαστημικών απορριμμάτων σε τροχιές κοντά στη Γη, με το πέρασμα των χρόνων. Η καμπύλη {1} αναφέρεται στο σύνολο των αντικειμένων, η {2} σε θραύσματα, η {3} σε μη λειτουργικούς δορυφόρους, η {4} σε κομμάτια που απελευθερώθηκαν κατά τη διάρκεια κάποιας αποστολής και η {5} σε μικροεξαρτήματα.

Η αλληλεπίδραση μεταξύ ρομπότ και περιβάλλοντος

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα των διαστημικών απορριμάτων, που παρουσιάστηκε εκτενώς παραπάνω, αναπτύσσονται διαρκώς νέες τεχνολογίες, μεταξύ των οποίων τα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα (ΔΡΣ), με στόχο να συμβάλλουν στη μείωση του εν λόγω προβλήματος. Τα ΔΡΣ ενεργούν εντός ενός πολύ συγκεκριμένου περιβάλλοντος, αυτού του διαστήματος και συχνά καλούνται να έρθουν σε επαφή με ποικίλα αντικείμενα. Η μελέτη λοιπόν, της αλληλεπίδρασης μεταξύ ρομπότ και περιβάλλοντός είναι ένα ευρύ και ουσιώδες επιστημονικό πεδίο.

Για να επιτευχθεί η επιθυμητή απόκριση ενός συστήματος που συμμετέχει σε μια ενέργεια αλληλεπίδρασης και να μειωθούν όσο το δυνατό περισσότερο οι ταλαντώσεις που αναπτύσσονται, όταν δύο σώματα, που είτε το ένα είτε και τα δύο έχουν κάποια ταχύτητα, έρχονται σε επαφή, πρέπει να εφαρμοστεί σε αυτά ο κατάλληλος ελεγκτής. Στο χώρο του διαστήματος οι αλληλεπιδράσεις που προκύπτουν από την επαφή δύο σωμάτων χρήζουν δέουσας σημασίας σε πολλές και διάφορες περιπτώσεις. Κατά τη διάρκεια μιας αποστολής για παράδειγμα, ο χειριστής του επισκευαστή δορυφόρου (servicer or chaser) επιδιώκει να έρθει σε επαφή με ένα μη συνεργαζόμενο δορυφόρο (target) και είτε να τον επανατοποθετήσει σε τροχιά είτε να τον οδηγήσει σε είσοδο στην ατμόσφαιρα με σκοπό την καταστροφή του, βλ. Σχήμα 1-4. Τέτοιου είδους αποστολές όμως, απαιτούν τη συνεχή επαφή μεταξύ χειριστή και στόχου, με μεγάλη σταθερότητα, διαφορετικά ο δεύτερος θα παρέκλινε από τη τροχιά που πρέπει να ακολουθήσει. Οι ελεγκτές εμπέδησης λοιπόν, που θα μας απασχολήσουν στα επόμενα κεφάλαια, είναι οι πλέον κατάλληλοι για τέτοιες εφαρμογές. Θα ακολουθήσει, μια ανασκόπηση γύρω από το θέμα του ελέγχου εμπέδησης και όχι μόνο και το πως αυτός έχει εφαρμοστεί από διάφορους ερευνητές σε διάφορες περιπτώσεις, αρχικά σε επίγειους ρομποτικούς βραχίονες και στη συνέχεια σε ΔΡΣ.



Σχήμα 1-4. Μη λειτουργικός δορυφόρος (target), ο οποίος οδηγείται στην ατμόσφαιρα για να καταστραφεί από ρομποτικό χειριστή (chaser).

Εφαρμογές του ελέγχου εμπέδησης στον περιβάλλοντα χώρο της γης

Με σκοπό να ρυθμίσει τη σχέση, μεταξύ της ταχύτητας του Τελικού Σημείου Δράσης (ΤΣΔ) ενός ρομποτικού χειριστή και της δύναμης αλληλεπίδρασης που αναπτύσσεται, κατά τη διάρκεια μιας εργασίας, στην οποία απαιτείται η επαφή ρομπότ-περιβάλλοντος, πρώτος ο Hogan εισήγαγε την έννοια του ελέγχου εμπέδησης, [7].

Μεταγενέστερα, πολλοί ερευνητές εφάρμοσαν τον έλεγχο εμπέδησης σε μια σειρά από εργασίες. Οι Tafazoli κ.α., παρουσίασαν την εφαρμογή του εν λόγω νόμου σε έναν υδραυλικό εκσκαφέα με πολλούς χειριστές, [19]. Ο Kim και άλλοι επιστήμονες, σύστησαν ένα σχέδιο ελέγχου εμπέδησης, προκειμένου να ελεγχθεί μια μονάδα καθαρισμού τοίχων, ο οποίος βασιζόταν στον έλεγχο θέσης (position based impedance control). Στη συγκεκριμένη έρευνα, αυτό που επιτυγχάνεται είναι η διατήρηση της δύναμης επαφής που αναπτύσσεται μεταξύ της μονάδας και των υπό καθαρισμό τοίχων. Ο προτεινόμενος έλεγχος παρουσιάζει ευρωστία, καθώς εφαρμόστηκε επιτυχώς σε τοίχους των οποίων οι συντελεστές δυσκαμψίας διέφεραν μεταξύ τους, [9].

Προφανώς, υπάρχουν πολλά παραδείγματα εφαρμογής του ελέγχου εμπέδησης σε περιπτώσεις εργασιών στη γη, ωστόσο εδώ δεν μπορούμε παρά να αναφέρουμε κάποια ενδεικτικά.

Εφαρμογές ελέγχου εμπέδησης και άλλων νόμων ελέγχου για διαστημικές αποστολές

Για να αποφευχθούν συγκρούσεις μεταξύ δορυφόρων και διαστημικών απορριμάτων και να μην αχρηστευθούν λειτουργικά συστήματα εν ενεργεία δορυφόρων είναι πολύ σημαντικό να κρατήσουμε το τροχιακό περιβάλλον καθαρό. Ένας δορυφόρος που βρίσκεται σε τροχιά και είναι πιθανό άμεσα, να καταλήξει να είναι ένα ακόμη διαστημικό σκουπίδι, πρέπει να σταλεί για επάνοδο στην ατμόσφαιρα και μετέπειτα καταστροφή ή να απομακρυνθεί σε κάποιο από τα λεγόμενα τροχιακά νεκροταφεία του διαστήματος. Και στις δύο περιπτώσεις, αυτό που απαιτείται είναι η επαφή ενός ρομπότ με τον ανενεργό δορυφόρο, ώστε να τον καθοδηγήσει. Πολλοί ερευνητές λοιπόν, επέκτειναν τη χρήση του ελέγχου εμπέδησης σε ΔΡΣ.

Οι Yoshida κ.α., πρότειναν την ιδέα της ισοδυναμίας ενός τέτοιου συστήματος με ένα αντίστοιχο που παρουσιάζει εμπεδητική συμπεριφορά και μελέτησαν εάν υπό την επίδραση του ελέγχου εμπέδησης διατηρείται η επαφή μεταξύ ρομπότ και στόχου ή χάνεται και ο στόχος απομακρύνεται ακόμη περισσότερο, [22].

Επίσης, σε μία άλλη έρευνα, [13] προτάθηκε ένα μοντέλο εικονικής μάζας του συστήματος εμπέδησης (Virtual Mass Impedance, VMI), που αντιπροσωπεύει την επίδραση της εμπέδησης του <<χειριού>> του διαστημικού ρομποτικού χειριστή στην κίνηση του στόχου. Χρησιμοποιώντας αυτό το μοντέλο αποσαφηνίστηκαν οι προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται, έτσι ώστε ο στόχος να μην ωθείται μακριά όταν τον πλησιάζει και τον ακουμπά ο ρομποτικός βραχίονας, [13].

Για να επιτευχθεί ο χειρισμός ενός αντικειμένου, π.χ. ενός διαστημικού απορρίμματος από ένα ρομποτικό σύστημα με παραπάνω από ένα βραχίονες, εισήχθη η έννοια του Πολλαπλού Ελέγχου Εμπέδησης (Multiple Impedance Control, MIC), [12]. Ο MIC αξιοποίησε την ήδη κατατεθειμένη θεωρία του Ελέγχου Εμπέδησης Αντικειμένου (Object Impedance Control, OIC), [15]. Ο συγκεκριμένος έλεγχος, όπως προαναφέρθηκε, αναπτύχθηκε για ρομποτικά συστήματα με παραπάνω από ένα ρομποτικούς βραχίονες, οι οποίοι χειρίζονται ένα κοινό αντικείμενο. Κατά τη διάρκεια αυτής της ενέργειας, η συμπεριφορά εμπέδησης επιβάλλεται όχι μόνο στο ΤΣΔ του κάθε βραχίονα, αλλά και στο υπό χειρισμό αντικείμενο.

Για να ελαχιστοποιήσουν τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, που αναπτύσσονται μεταξύ ενός ρομποτικού χειριστή και ενός δορυφόρου, υπό την διατήρηση της μεταξύ τους επαφής, ο Sharma και άλλοι ερευνητές, πρότειναν μία προσέγγιση, η οποία βασίζεται στον άμεσο έλεγχο δύναμης, [16].

Στην παραπάνω έρευνα και σε όσες ακόμα θα παραθέσουμε παρακάτω, αυτό που μας ενδιαφέρει να αναδείξουμε είναι, το γεγονός ότι προϋποτίθεται η ύπαρξη ιδανικής προεξοχής στην επιφάνεια του δορυφόρου, έτσι ώστε να είναι πιο εύκολη η αρπαγή του από το ρομπότ.

Οι Abiko κ.α. λοιπόν, μελέτησαν έναν έλεγχο εμπέδησης για εφαρμογή σε Ελεύθερα Αιωρούμενα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα (Free-Floating Space Robots) κατά τη διάρκεια της αρπαγής μη λειτουργικού δορυφόρου με καθοδική πορεία, υπό την αβεβαιότητα των χαρακτηριστικών του μοντέλου, [4]. Σε παρόμοιο πνεύμα, οι Lampariello κ.α., παρουσίασαν μία μέθοδο για την αρπαγή ενός μερικώς συνεργαζόμενου δορυφόρου, από ένα ελεύθερα αιωρούμενο ρομποτικό σύστημα. Για την εξασφάλιση πρώτον, της ευρωστίας στον έλεγχο που εφαρμόστηκε και δεύτερον, μίας επαρκούς εκτίμησης της ταχύτητας του δορυφόρου που θα δίνεται ως πρόσω δράση (feedforward) στον έλεγχο κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αρπαγής του, εφαρμόστηκε ένα εκτεταμένο φίλτρο Kalman, [10].

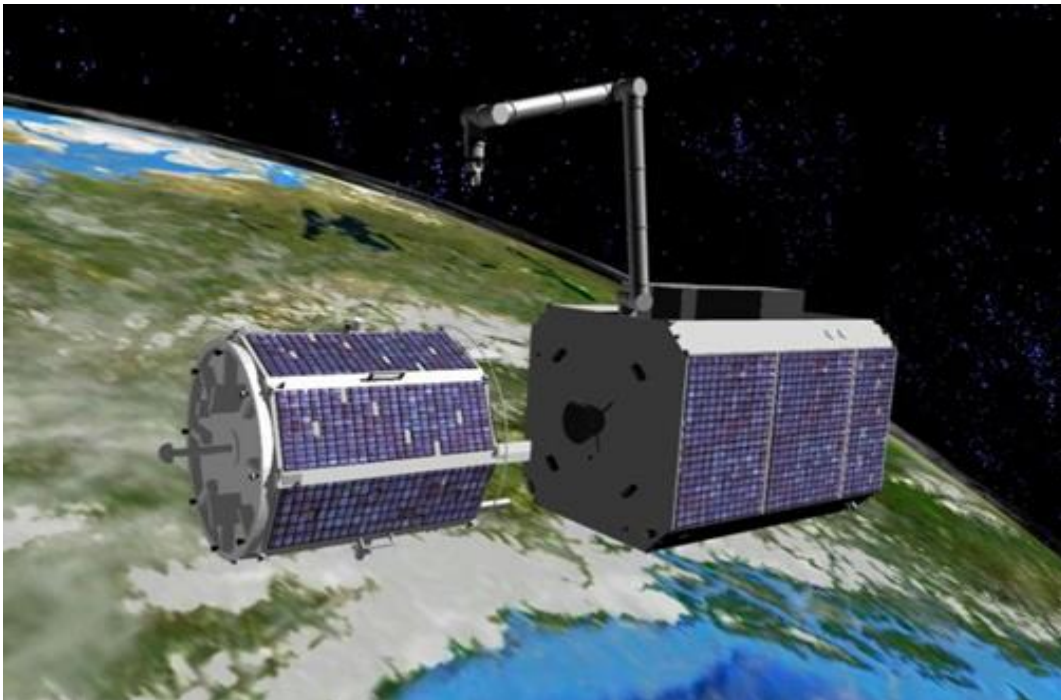
Ακόμη, οι Uyama, Nakanishi κ.α., πρότειναν τη χρήση ενός ελεγκτή εμπέδησης, για την επίτευξη επαφής μεταξύ ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου Διαστημικού Ρομποτικού βραχίονα με συμμορφούμενο καρπό και ενός μη συνεργαζόμενου δορυφόρου. Πιο συγκεκριμένα, επιλέχθηκε ένας συντελεστής αποκατάστασης, τέτοιος ώστε, ο μηδενισμός του να ισοδυναμεί με μηδενική σχετική ταχύτητα μετά την επαφή ρομπότ-στόχου, δηλαδή με συγχρονισμό των δύο σωμάτων που έρχονται σε επαφή. Αυτός ο συντελεστής αποκατάστασης λειτούργησε ως το κριτήριο για την επίτευξη επαφής, [20].

Σε παρόμοιο πνεύμα με τους Uyama, Nakanishi κ.α., οι Perez, De Stefano και Lampariello παρουσιάζουν μία στρατηγική ελέγχου, βασισμένη σε αυτή του ελέγχου εμπέδησης, η οποία εξασφαλίζει ότι μετά την επαφή, ρομπότ και δορυφόρος-στόχος θα αποκτήσουν την ίδια ταχύτητα. Κατά αυτόν το τρόπο διασφαλίζεται η σύλληψη του δορυφόρου. Η προτεινόμενη μέθοδος, στηρίζεται στην υπόθεση ότι δεν υπάρχουν διαθέσιμες γνώσεις σχετικά με τη θέση και τη ταχύτητα του στόχου και συνάμα, αναγνωρίζει και προτείνει μία λύση στο πρόβλημα της χρονικής καθυστέρησης του ελεγκτή. Στις συνθήκες στις οποίες πραγματοποιείται η επαφή, ο δορυφόρος μπορεί να αναπηδήσει πριν ο ελεγκτής του ρομπότ προλάβει να αντιδράσει, λόγω της εγγενούς χρονικής καθυστέρησης. Για αυτό το λόγο λοιπόν, καθώς και λόγω της απουσίας γνώσης σχετικά με τη διάρκεια της επαφής, εισάγεται ένα παθητικά συμμορφούμενο στοιχείο γνωστών χαρακτηριστικών, στο ΤΣΔ του ρομπότ, ώστε να παραταθεί η επαφή, [14] όπως ακριβώς προτείνεται και στο [20] με την προσθήκη ενός συμμορφούμενου καρπού στο ΤΣΔ του ρομπότ.

Τέλος, θα αναφερθούμε σε μία ακόμη εργασία, στην οποία προτείνεται μία μέθοδος ελέγχου, ώστε ένας Ελεύθερα Ιπτάμενος Ρομποτικός βραχίονας προσαρτημένος σε μία βάση να γραπώσει ένα μη λειτουργικό δορυφόρο ή οποιοδήποτε άλλο μεγάλο μη λειτουργικό αντικείμενο. Η πρόταση περιλαμβάνει, έναν κατάλληλο σχεδιασμό τροχιάς, ο οποίος μπορεί να αλλάζει διαρκώς, σε πραγματικό χρόνο, ανάλογα με την ανατροφοδότηση που λαμβάνεται από το δορυφόρο και έναν προσαρμοστικό έλεγχο (Compliance Control). Ο έλεγχος αυτός επιτρέπει ουσιαστικά στο ΤΣΔ του βραχίονα, να ακολουθήσει την επιβαλλόμενη τροχιά, ή αλλιώς το υπό διαρκή κίνηση σημείο αρπαγής στην επιφάνεια του δορυφόρου. Επιπλέον, χρησιμοποιεί ως ανατροφοδότηση τη δύναμη αλληλεπίδρασης που αναπτύσσεται μεταξύ των

δύο σωμάτων, ώστε να μειώσει το σφάλμα θέσης του ΤΣΔ και του σημείου αρπαγής, κατά τη διάρκεια της φάσης σύλληψης, [6].

Κλείνοντας, θα αναφερθούμε σε κάποιες διαστημικές αποστολές σε τροχιά που σχετίζονται με τη σύλληψη αντικειμένου από ρομπότ. Στο παρελθόν, υπήρξαν δύο πειραματικές αποστολές: η αποστολή Japanese Engineering Test Satellite VII (ETS-VII) από τη JAXA και η αποστολή US Orbital Express από τη DARPA, [17]. Ωστόσο, καμία από αυτές δεν πραγματοποίησε σύλληψη ενός μη συνεργαζόμενου δορυφόρου. Η αποστολή DEOS (Deutsche Orbitale Servicing Mission) από τη DLR έμελλε να είναι και η πρώτη αποστολή, στην οποία θα επιχειρούταν η σύλληψη ενός ελαττωματικού δορυφόρου, βλ. Σχήμα 1-5. Πιο συγκεκριμένα, θα ασχολούταν με την πρακτική του τρόπου εκτέλεσης κάποιων βασικών καθηκόντων, ώστε να παραταθεί η διάρκεια ζωής του δορυφόρου, π.χ. συντήρηση, ανεφοδιασμός με καύσιμα κ.α. Αποτελούνταν από δύο δορυφόρους, έναν <<πελάτη>> (client) και ένα <<συντηρητή>> (servicer), ο <<πελάτης>> είναι ο δορυφόρος που απαιτεί συντήρηση ή οτιδήποτε άλλο, αφού πρώτα επιτευχθεί η σύλληψή του, ενώ ο <<συντηρητής>> είναι ο δορυφόρος που θα εκτελέσει τις εργασίες του στον πρώτο. Η εκτόξευση των δύο αυτών δορυφόρων είχε προγραμματιστεί για τις αρχές του 2018, αλλά δυστυχώς η αποστολή ακυρώθηκε λίγο μετά τη φάση ορισμού της, [2].



Σχήμα 1-5. Αποψη της αποστολής DEOS (Deutsche Orbitale Servicing Mission) της DLR.

1.3 Δομή Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια. Στο **πρώτο κεφάλαιο** αναπτύσσεται ο σκοπός της εργασίας και παρουσιάζεται συνοπτικά το ολόένα και μεγαλύτερο πρόβλημα των διαστημικών απορριμμάτων. Ακολουθεί η βιβλιογραφική ανασκόπηση, η οποία περιλαμβάνει αρχικά, την παρουσίαση στρατηγικών ελέγχου που χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις επαφής μεταξύ ενός ρομπότ και ενός αντικειμένου (στόχου) σε επίγειους ρομποτικούς βραχίονες σταθερής βάσης, με μεγαλύτερη έμφαση στον έλεγχο εμπέδησης. Στο πλαίσιο της βιβλιογραφικής ανασκόπησης παρουσιάζονται παραδείγματα χρήσης του

ελέγχου εμπέδησης σε εφαρμογές στο διάστημα όπου επιδιώκεται η επαφή ή η σύλληψη δορυφόρου ή άλλου αιωρούμενου αντικειμένου από έναν ή περισσότερους ρομποτικούς βραχίονες. Τέλος, γίνεται μια αναφορά σε διάφορες τεχνικές σύλληψης δορυφόρων υπό την παρουσία ή απουσία εξαρτημάτων που διευκολύνουν στην σύλληψη αυτών. Η παρούσα εργασία επιδιώκει να συνεισφέρει -σε μικρό βέβαια βαθμό- στο θεωρητικό πλαίσιο τέτοιων αποστολών, όταν δεν υπάρχει κατάλληλο εξάρτημα από το οποίο να μπορεί να κρατηθεί ο ρομποτικός βραχίονας στην επιφάνεια του δορυφόρου, ώστε είτε να τον επαναφέρει σε τροχιά είτε να επανεισέλθει στην ατμόσφαιρα και να καταστραφεί.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** παρουσιάζονται περιληπτικά οι βασικές εξισώσεις που περιγράφουν την κινηματική και τη δυναμική συμπεριφορά των Ελεύθερα Ιπτάμενων Διαστημικών Ρομποτικών Συστημάτων (ΕΙΔΡΣ) (Free-Flying Space Robot, FFSR), έτσι ώστε αυτές να χρησιμοποιηθούν στον σχεδιασμό του ελέγχου εμπέδησης που θα αναπτυχθεί στη συνέχεια. Τέλος, οι κινηματικές και δυναμικές εξισώσεις εφαρμόζονται σε ένα επίπεδο ΔΡΣ.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** περιλαμβάνονται στοιχεία θεωρίας στα οποία βασίστηκε το κύριο μέρος της εργασίας που θα παρουσιαστεί στα παρακάτω κεφάλαια. Συγκεκριμένα, αναφέρονται και αναλύονται στρατηγικές ελέγχου ρομποτικών συστημάτων σταθερής βάσης σε περιπτώσεις που απαιτείται επαφή αυτών με κάποιο άλλο αντικείμενο-στόχο. Ιδιαίτερο βάρος δίνεται στην παρουσίαση της μεθόδου του ελέγχου εμπέδησης, η οποία θα επεκταθεί στη συνέχεια σε διαστημικά ρομποτικά συστήματα για την επίτευξη συνεχούς επαφής μεταξύ ΕΙΔΡΣ και αντικειμένου-στόχου.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται και αναπτύσσεται ένα μονοδιάστατο μοντέλο δύο κινουμένων μαζών, οι οποίες έρχονται σε επαφή και επιτυγχάνεται η διατήρηση της επαφής αυτής μέσω σχεδιασμού κατάλληλου νόμου ελέγχου εμπέδησης, ο οποίος επιβάλλεται στο σύστημα. Η όλη διαδικασία χωρίζεται σε δύο φάσεις, αυτή της κίνησης της μάζας-κυνηγού (chaser or servicer) στον ελεύθερο χώρο και στη φάση όπου έχει πλέον επιτευχθεί η επαφή μεταξύ κυνηγού και στόχου (target). Επιλέγονται τα κέρδη κατά τέτοιον τρόπο ώστε να χρησιμοποιείται ο ίδιος έλεγχος σε όλο το φάσμα της κίνησης, καθώς και η ενδεδειγμένη ταχύτητα στην αρχή της δεύτερης φάσης -μέσω κατάλληλης τροχιάς κίνησης στον ελεύθερο χώρο- η οποία θα εξασφαλίσει την συνεχή επαφή μεταξύ των δύο μαζών. Η επιλογή της συγκεκριμένης ταχύτητας προκύπτει μέσα από την ανάλυση της απόκρισης του συστήματος κατά την φάση της επαφής. Τέλος, γίνεται ανάλυση ευρωστίας του προτεινόμενου ελέγχου σε σχέση με τη δυσκαμψία που παρουσιάζει το υλικό του στόχου, καθώς και σε σχέση με τη θέση στην οποία είναι τοποθετημένος αυτός.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο**, λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμική των τριδιάστατων ΕΙΔΡΣ, ο σχεδιασμός του ελέγχου εμπέδησης που εφαρμόστηκε στο τέταρτο κεφάλαιο επεκτείνεται και στις κινήσεις τριδιάστατων Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ, με σκοπό να μεταβάλλουν την κίνηση ενός μη λειτουργικού δορυφόρου μέσω συνεχούς επαφής. Στη συνέχεια, η εγκυρότητα του προτεινόμενου ελεγκτή επικυρώνεται μέσω της εφαρμογής του σε επίπεδο πρόβλημα Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ έξι βαθμών ελευθερίας, αποτελούμενου από μία βάση και ένα βραχίονα τριών περιστροφικών αρθρώσεων.

Στο **έκτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας και προτείνονται μελλοντικές ενέργειες που θα μπορούσαν να γίνουν για τη συνέχιση της παρούσας έρευνας.

2 Κινηματική και Δυναμική Ελεύθερα Ιπτάμενων Διαστημικών Ρομποτικών Συστημάτων

2.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο, θα μελετήσουμε την κινηματική και τη δυναμική των Ελεύθερα Ιπτάμενων Διαστημικών Ρομποτικών Συστημάτων (ΕΙΔΡΣ) (Free-Flying Space Robots, FFSR) που απαρτίζονται από μία βάση και ένα ρομποτικό βραχίονα. Στα ΕΙΔΡΣ εφαρμόζονται εξωτερικές δυνάμεις/ροπές στη βάση από τους προωθητήρες (thrusters) και τους σφονδύλους αντίδρασης (reaction wheels). Η λειτουργία αυτή διαφέρει από την αντίστοιχη των Ελεύθερα Αιωρούμενων Διαστημικών Ρομποτικών Συστημάτων (ΕΑΔΡΣ) στα οποία δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις. Στη βιβλιογραφία, υπάρχουν δύο προσεγγίσεις γύρω από την ανάπτυξη των κινηματικών μοντέλων των ΕΙΔΡΣ, [11]. Η πρώτη αφορά στην επιλογή του Κέντρου Μάζας (ΚΜ) (Center of Mass, CM) όλου του Διαστημικού Ρομποτικού Συστήματος (ΔΡΣ) ως το αντιπροσωπευτικό σημείο της κίνησής του, το οποίο ενδέχεται να βρίσκεται εκτός του σώματος του ΔΡΣ, καθώς και στη χρήση ενός συνόλου σωματόδετων διανυσμάτων που αντικατοπτρίζουν τόσο τη γεωμετρική διαμόρφωση, όσο και την κατανομή της μάζας στο ΔΡΣ. Αυτή η προσέγγιση είναι γνωστή ως η μέθοδος των βαρυκεντρικών διανυσμάτων (barycentric vectors approach). Από την άλλη μεριά, η επιλογή ενός σημείου πάνω στο σώμα του ΔΡΣ, συνήθως του ΚΜ της βάσης ως αντιπροσωπευτικό της κίνησής του, χαρακτηρίζει τη μέθοδο άμεσης διαδρομής (direct path method), [8]. Η πρώτη μέθοδος είναι κατάλληλη για εφαρμογή στα ΕΑΔΡΣ όπου δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ενώ η δεύτερη μέθοδος χρησιμοποιείται κυρίως σε περιπτώσεις που ασκούνται στο ΔΡΣ εξωτερικές δυνάμεις/ροπές.

2.2 Κινηματική των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ

Στην παρούσα παράγραφο, για την μελέτη της κίνησης των ΕΙΔΡΣ, θα αναπτυχθούν οι βασικές αρχές της μεθόδου της άμεσης διαδρομής. Η κινηματική λοιπόν του ΔΡΣ, θα αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας ένα σύνολο σωματόδετων γεωμετρικών διανυσμάτων. Επίσης, για την περιγραφή της κίνησης του ΔΡΣ ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων (ΣΣ) \mathbf{XYZ} , θα χρησιμοποιηθεί το ΚΜ της βάσης, Σχήμα 2-1.

Λαμβάνοντας υπόψη το Σχήμα 2-1, η θέση ενός τυχαίου σημείου P του ΔΡΣ, ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων, \mathbf{R}_P , μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_P \quad (2-1)$$

και

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{C_i} + \mathbf{r}_{P/C_i} \quad (2-2)$$

όπου το \mathbf{R}_{C_0} είναι η θέση του ΚΜ της βάσης του ΔΡΣ, \mathbf{r}_P είναι το διάνυσμα θέσης του σημείου P σε σχέση με το ΚΜ της βάσης και \mathbf{r}_{C_i} είναι το διάνυσμα θέσης του ΚΜ του i -οστού σώματος και πάλι σε σχέση με το ΚΜ της βάσης, ενώ \mathbf{r}_{P/C_i} είναι το διάνυσμα που συνδέει το σημείο P με το ΚΜ του i -οστού σώματος του ΔΡΣ, όλα εκφρασμένα ως προς το αδρανειακό ΣΣ.

Από τις Εξ. (2-1) και (2-2) προκύπτει ότι:

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_{C_i} + \mathbf{r}_{P/C_i} \quad (2-3)$$

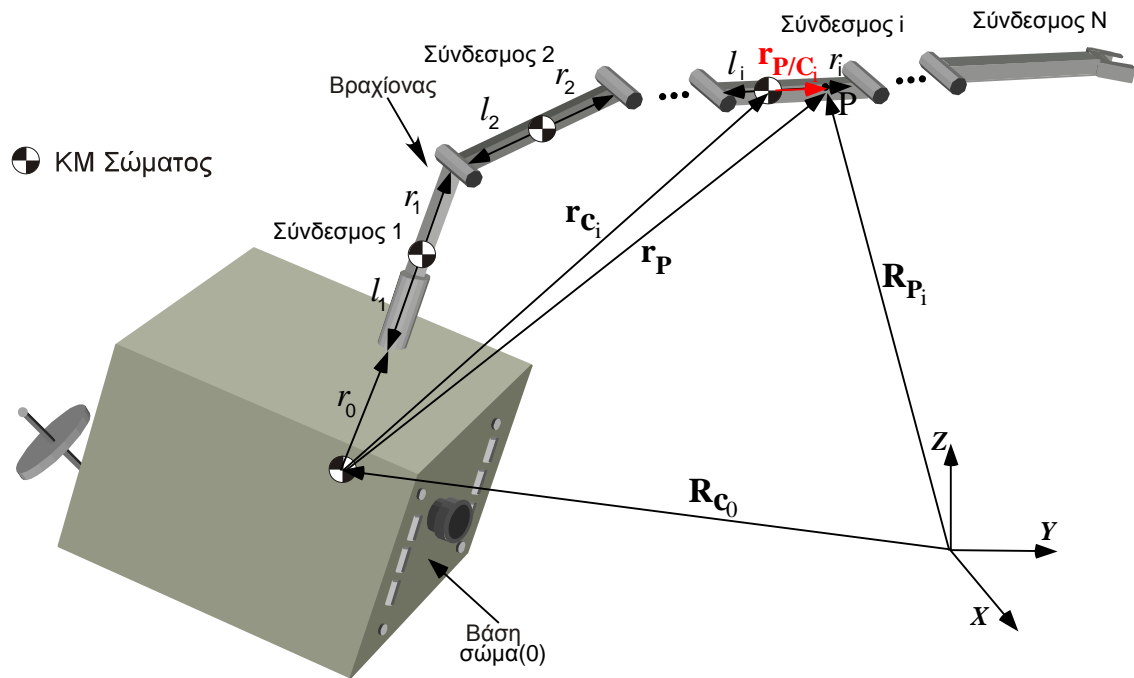
Αναφερόμενοι στο Σχήμα 2-1, το \mathbf{r}_{C_i} μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\mathbf{r}_{C_0} = \mathbf{0} \quad (2-4)$$

και

$$\mathbf{r}_{C_i} = \mathbf{r}_0 + \sum_{k=1}^{i-1} (\mathbf{r}_k - \mathbf{l}_k) - \mathbf{l}_i \quad i = 1, \dots, N \quad (2-5)$$

όπου N είναι ο αριθμός των συνδέσμων του ρομποτικού βραχίονα και \mathbf{r}_i , \mathbf{l}_i είναι τα σωματόδετα διανύσματα, τα οποία περιγράφουν τη θέση των αρθρώσεων i και $i+1$ σε σχέση με το ΚΜ, C_i του i -οστού συνδέσμου (βλ. Σχήμα 2-1), εκφρασμένα στο αδρανειακό ΣΣ.



Σχήμα 2-1. Ελεύθερα Ιπτάμενο Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα με ένα χειριστή.

και

Η αντικατάσταση των Εξ. (2-4) και (2-5) στην Εξ. (2-3), δίνει τη θέση του σημείου P ως προς το αδρανειακό ΣΣ:

$$P \in \text{βάση} : \mathbf{R}_P^{(0)} = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_{P/C_0} \quad (2-6)$$

και

$$P \in \text{σύνδεσμο}_i : \mathbf{R}_{P_i} = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_0 + \sum_{k=1}^{i-1} (\mathbf{r}_k - \mathbf{l}_k) - \mathbf{l}_i + \mathbf{r}_{P/C_i} \quad (2-7)$$

2.3 Διαφορική Κινηματική των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ

Στη συνέχεια, θα ασχοληθούμε με την εύρεση της ταχύτητας του σημείου P ως προς το αδρανειακό ΣΣ. Η χρονική παράγωγος της Εξ. (2-3) δίνει:

$$\dot{\mathbf{R}}_P = \dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \dot{\mathbf{r}}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{P/C_i} \quad (2-8)$$

όπου $\dot{\mathbf{R}}_{C_0}$ είναι η γραμμική ταχύτητα του ΚΜ της βάσης του ΔΡΣ ενώ το διάνυσμα $\dot{\mathbf{r}}_{C_i}$ δίνεται από:

$$\dot{\mathbf{r}}_{C_0} = \mathbf{0}, \quad \text{για } i=0 \quad (2-9)$$

και

$$\dot{\mathbf{r}}_{C_i} = \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_0 + \sum_{k=1}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_k \times (\mathbf{r}_k - \mathbf{l}_k) - \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{l}_i, \quad \text{για } i=1, \dots, N \quad (2-10)$$

όπου $\boldsymbol{\omega}_0$ είναι η γωνιακή ταχύτητα της βάσης του ΔΡΣ ως προς το αδρανειακό ΣΣ και $\boldsymbol{\omega}_k$ είναι η γωνιακή ταχύτητα του σώματος k ως προς το αδρανειακό ΣΣ και δίνεται από:

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{i=1}^N \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{z}_i \quad i = 1, \dots, N \quad (2-11)$$

όπου \mathbf{z}_i είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος του άξονα γύρω από τον οποίο περιστρέφεται η i-οστή άρθρωση του βραχίονα εκφρασμένο στο αδρανειακό ΣΣ και $\dot{\mathbf{q}}_i$ είναι ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της γωνίας της i-οστής άρθρωσης.

Αντικαθιστώντας τις Εξ.(2-9) και (2-10) στην Εξ.(2-8) παράγονται οι παρακάτω εξισώσεις:

$$P \in \text{βάση: } \dot{\mathbf{R}}_P^{(0)} = \dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_{P/C_0} \quad (2-12)$$

και

$$P \in \text{σύνδεσμο}_i: \dot{\mathbf{R}}_P = \dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_0 + \sum_{k=1}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_k \times (\mathbf{r}_k - \mathbf{l}_k) - \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{l}_i - \mathbf{r}_{P/C_i}) \quad (2-13)$$

Αντικαθιστώντας τη γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_i$, Εξ. (2-11), στην Εξ. (2-13), και θεωρώντας το διάνυσμα των γενικευμένων ταχυτήτων (generalized speeds):

$$\mathbf{v} = \left[\dot{\mathbf{R}}_{C_0}^T \quad \boldsymbol{\omega}_0^T \quad \dot{\mathbf{q}}^T \right]^T \quad (2-14)$$

προκύπτει ότι η γραμμική ταχύτητα ενός τυχαίου σημείου P του i-οστού σώματος και η γωνιακή ταχύτητα του αντίστοιχου σώματος, μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_P \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{i,P} \mathbf{v} \quad (2-15)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{J}_{i,P}$ είναι κατάλληλος Ιακωβιανός πίνακας.

2.4 Δυναμική των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ

Στην παρούσα παράγραφο, θα αναπτυχθούν οι εξισώσεις κίνησης των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ με χρήση της μεθόδου Lagrange. Οι μικροβαρυτικές και δυναμικές επιδράσεις στο ΔΡΣ, που οφείλονται στη τροχιακή μηχανική θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με τις δυνάμεις ελέγχου που επιβάλλονται σ'αυτό και η δυναμική ενέργεια του συστήματος λαμβάνεται ίση με μηδέν.

Χρησιμοποιώντας ως διάνυσμα γενικευμένων ταχυτήτων, το διάνυσμα \mathbf{v} που δίνεται από την Εξ. (2-14), και εφαρμόζοντας τις εξισώσεις Euler-Lagrange για quasi-coordinates προκύπτει, [11]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{R}}_{C_0}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{R}_{C_0}} \right) = \mathbf{F}_s \quad (2-16)$$

και

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\omega}_0} \right) + [\boldsymbol{\omega}_0]^x \left(\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\omega}_0} \right) = \mathbf{n}_s \quad (2-17)$$

και

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) = Q_i \quad i = 1, \dots, N \quad (2-18)$$

όπου T είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος, \mathbf{F}_s , \mathbf{n}_s οι δυνάμεις/ροπές που ασκούνται στη βάση του ΔΡΣ, αντίστοιχα. Επίσης, q_i , \dot{q}_i είναι το i -οστό στοιχείο του διανύσματος των γωνιών των αρθρώσεων και των αντίστοιχων ταχυτήτων τους και Q_i το i -οστό στοιχείο του διανύσματος των γενικευμένων δυνάμεων που αντιστοιχούν στις γενικευμένες ταχύτητες \dot{q}_i των αρθρώσεων, ενώ το μέγεθος $[\boldsymbol{\omega}_0]^x$ δίνεται από:

$$[\boldsymbol{\omega}_0]^x = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{0z} & \omega_{0y} \\ \omega_{0z} & 0 & -\omega_{0x} \\ -\omega_{0y} & \omega_{0x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

όπου ω_{0x} , ω_{0y} και ω_{0z} είναι οι συνιστώσες της γωνιακής ταχύτητας της βάσης ως προς το αδρανειακό ΣΣ.

Η κινητική ενέργεια του Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$T = \frac{1}{2} \int_M \dot{\mathbf{R}}_P^T \dot{\mathbf{R}}_P dm \quad (2-20)$$

όπου M είναι η συνολική του μάζα και $\dot{\mathbf{R}}_P$ είναι η ταχύτητα που έχει η απειροστή μάζα dm του σημείου P του ΔΡΣ.

Από την αντικατάσταση της Εξ. (2-8) στην Εξ. (2-20) προκύπτει η παρακάτω εξίσωση:

$$T = \frac{1}{2} \int_M \left(\dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \dot{\mathbf{r}}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{P/C_i} \right)^T \left(\dot{\mathbf{R}}_{C_0} + \dot{\mathbf{r}}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{P/C_i} \right) dm \quad (2-21)$$

η οποία μπορεί να διαμοιραστεί στις εξής επιμέρους κινητικές ενέργειες, [11]:

$$T = T_0 + T_1 + T_2 \quad (2-22)$$

όπου

$$T_0 = \frac{1}{2} M \left(\dot{\mathbf{R}}_{C_0}^T \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \right) \quad (2-23)$$

και

$$T_1 = \frac{1}{2} \left\{ \boldsymbol{\omega}_0^T \mathbf{I}_0 \boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{i=1}^N \left(m_i \dot{\mathbf{r}}_{C_i}^T \dot{\mathbf{r}}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i \right) \right\} \quad (2-24)$$

και

$$T_2 = \dot{\mathbf{R}}_{C_0}^T \left(\sum_{i=1}^N m_i \dot{\mathbf{r}}_{C_i} \right) \quad (2-25)$$

όπου m_i και \mathbf{I}_i είναι η μάζα και ο πίνακας ροπής αδράνειας του i -οστού συνδέσμου του βραχίονα του ΔΡΣ, αντίστοιχα.

Με αντικατάσταση της συνολικής κινητικής ενέργειας T , όπως αυτή προκύπτει από τις Εξ. (2-22) - (2-25), στις Εξ. (2-16) - (2-18) και έπειτα από αλγεβρικούς υπολογισμούς, προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις κίνησης των Ελεύθερα Ιπτάμενων ΔΡΣ:

$$\mathbf{H}^*(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \mathbf{c}^* = \mathbf{Q}^* \quad (2-26)$$

όπου $\mathbf{H}^*(\mathbf{q})$ είναι ο $(6+N) \times (6+N)$ πίνακας αδράνειας του ΔΡΣ. Επίσης, \mathbf{c}^* είναι το $(6+N) \times 1$ διάνυσμα, που περιλαμβάνει τους μη γραμμικούς όρους λόγω ύπαρξης φυγόκεντρων δυνάμεων και δυνάμεων Coriolis κατά την κίνηση του ΔΡΣ και \mathbf{Q}^* είναι το επίσης $(6+N) \times 1$ διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων.

Οι γενικευμένες δυνάμεις \mathbf{Q}^* , προκύπτουν από την αρχή των δυνατών έργων, η οποία δίνεται από:

$$\begin{aligned} \delta W &= \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \mathbf{F}_{\text{ext}}^T \delta \mathbf{r}_E - \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E + \mathbf{F}_s^T \delta \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{n}_s^T \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 = \\ &= \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}}^T & \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_E \\ \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-27)$$

όπου $\boldsymbol{\tau}$ οι ροπές στις αρθρώσεις του βραχίονα του ΔΡΣ, \mathbf{F}_{ext} , \mathbf{n}_{ext} τα διανύσματα των εξωτερικών δυνάμεων και ροπών, αντίστοιχα, \mathbf{r}_E η θέση του ΤΣΔ του βραχίονα ως προς το αδρανειακό ΣΣ και θ_E η γωνία που δίνει τον προσανατολισμό του ΤΣΔ ως προς το αδρανειακό ΣΣ και $\hat{\mathbf{k}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας $\boldsymbol{\omega}_E$. Ομοίως, θ_0 η γωνία που δίνει τον προσανατολισμό της βάσης ως προς το αδρανειακό ΣΣ και $\hat{\mathbf{a}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας $\boldsymbol{\omega}_0$. Να σημειωθεί εδώ ότι και οι δυνάμεις/ροπές της Εξ.(2-27) είναι εκφρασμένες στο αδρανειακό ΣΣ.

Η γραμμική ταχύτητα $\dot{\mathbf{r}}_E$ του ΤΣΔ και η γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_E$ του τελευταίου συνδέσμου του Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των γενικευμένων ταχυτήτων \mathbf{v} που δίνονται από την Εξ. (2-14) ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_E \\ \boldsymbol{\omega}_E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v^* \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \boldsymbol{\omega}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

επομένως για τις αντίστοιχες γενικευμένες μετατοπίσεις ισχύει:

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_E \\ \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v^* \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

όπου \mathbf{J}_v^* κατάλληλος Ιακωβιανός πίνακας.

Αντίστοιχα, η γραμμική ταχύτητα $\dot{\mathbf{R}}_{C_0}$ του ΚΜ της βάσης και η γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_0$ της βάσης του Ελεύθερα Ιπταμένου ΔΡΣ μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει των γενικευμένων ταχυτήτων \mathbf{v} που δίνονται από την Εξ. (2-14) ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_s^* \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \boldsymbol{\omega}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

όπου για τις αντίστοιχες γενικευμένες μετατοπίσεις ισχύει:

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_s^* \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

όπου \mathbf{J}_s^*

$$\mathbf{J}_s^* = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

Έτσι, από τις Εξ.(2-29), (2-31) και (2-27) προκύπτει ότι:

$$\delta W = \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}}^T & \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \end{bmatrix} \mathbf{J}_v^* \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T \end{bmatrix} \mathbf{J}_s^* \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

ή ισοδύναμα:

$$\delta W = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} - \left(\mathbf{J}_v^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}} \right)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + \left(\mathbf{J}_s^{*T} \mathbf{F}_s \right)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

Θεωρώντας:

$$\boldsymbol{\tau}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-35)$$

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}}^T & \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-36)$$

και

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T \end{bmatrix}^T \quad (2-37)$$

η Εξ. (2-34) παίρνει τη μορφή:

$$\delta W = \boldsymbol{\tau}^{*T} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} - \left(\mathbf{J}_v^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}} \right)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + \left(\mathbf{J}_s^{*T} \mathbf{F}_s \right)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

όπου τελικά προκύπτει ότι:

$$\delta W = (\boldsymbol{\tau}^* - \mathbf{J}_v^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{J}_s^{*T} \mathbf{F}_s)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

Η εξίσωση των δυνατών έργων όμως, μπορεί να γραφτεί και με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\begin{aligned} \delta W &= \mathbf{Q}_r^{*T} \delta \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{Q}_\theta^{*T} \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 + \mathbf{Q}_q^{*T} \delta \mathbf{q} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_r^{*T} & \mathbf{Q}_\theta^{*T} & \mathbf{Q}_q^{*T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-40)$$

όπου

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_r^* \\ \mathbf{Q}_\theta^* \\ \mathbf{Q}_q^* \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^* \quad (2-41)$$

Έτσι, συγκρίνοντας τις Εξ.(2-39) και (2-40) και με τη συμβολή της (2-41), προκύπτουν οι γενικευμένες δυνάμεις:

$$\mathbf{Q}^* = \boldsymbol{\tau}^* - \mathbf{J}_v^{*T} \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{J}_s^{*T} \mathbf{F}_s \quad (2-42)$$

2.5 Εφαρμογή σε Επίπεδα ΔΡΣ

Στην παρούσα παράγραφο, θα εξαχθούν οι εξισώσεις κίνησης ενός επίπεδου ΔΡΣ εφαρμόζοντας την παραπάνω μεθοδολογία. Το επίπεδο ΔΡΣ, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2-2, αποτελείται από μία βάση και ένα βραχίονα με τρεις στροφικές αρθρώσεις. Οι βαθμοί ελευθερίας (β.ε.) του εν λόγω συστήματος είναι έξι όπου οι τρεις εξ'αυτών αντιστοιχούν στις αρθρώσεις του βραχίονα και οι υπόλοιποι τρεις β.ε περιγράφουν την κίνηση της βάσης του ΔΡΣ.

Όπως προαναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο το διάνυσμα των γενικευμένων ταχυτήτων δίνεται από την Εξ. (2-14). Όμως, για επίπεδα συστήματα ισχύει ότι:

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_0 \end{bmatrix} \quad (2-43)$$

όπου η γωνία θ_0 ορίζει το προσανατολισμό της βάσης ως προς το αδρανειακό ΣΣ.

Στην περίπτωση αυτή, τα διανύσματα των γενικευμένων συντεταγμένων και των αντίστοιχων ταχυτήτων που επιλέγονται για την ανάλυση του επίπεδου ΔΡΣ του Σχήμα 2-2 είναι:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{C_0}^T & \theta_0 & \mathbf{q}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-44)$$

και

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0}^T & \dot{\theta}_0 & \dot{\mathbf{q}}^T \end{bmatrix}^T \quad (2-45)$$

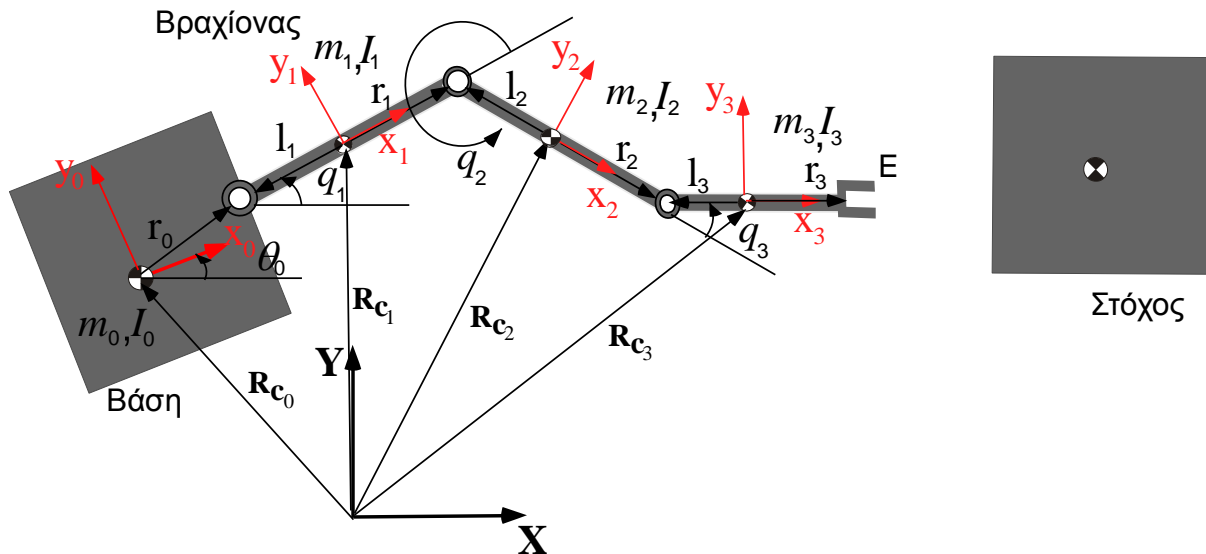
όπου

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \quad (2-46)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις παραπάνω γενικευμένες συντεταγμένες, οι εξισώσεις Lagrange δίνονται από:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_i} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial z_i} \right) = Q_i \quad i = 1, \dots, 6 \quad (2-47)$$

όπου Q_i είναι οι γενικευμένες δυνάμεις που αντιστοιχούν στις γενικευμένες ταχύτητες \dot{z}_i .



Σχήμα 2-2. Εφαρμογή της μεθόδου άμεσης διαδρομής (direct path method) σε επίπεδο ΔΡΣ.

Σύμφωνα με την Εξ.(2-7) και το Σχήμα 2-2, τα διανύσματα θέσης \mathbf{R}_{C_1} , \mathbf{R}_{C_2} , \mathbf{R}_{C_3} δίνονται από:

$$\mathbf{R}_{C_1} = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_0 - \mathbf{l}_1 \quad (2-48)$$

$$\mathbf{R}_{C_2} = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_0 - \mathbf{l}_1 + \mathbf{r}_1 - \mathbf{l}_2 \quad (2-49)$$

και

$$\mathbf{R}_{C_3} = \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{r}_0 - \mathbf{l}_1 + \mathbf{r}_1 - \mathbf{l}_2 + \mathbf{r}_2 - \mathbf{l}_3 \quad (2-50)$$

όπου το διάνυσμα \mathbf{r}_{P/C_i} της Εξ.(2-7) ελήφθη ίσο με το μηδέν, καθώς το διάνυσμα θέσης \mathbf{R}_{C_i} αφορά το ΚΜ του συνδέσμου i και όχι κάποιο άλλο σημείο πάνω σ'αυτόν και

$$\mathbf{R}_{C_0} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

όπου x_0 , y_0 οι συντεταγμένες του διανύσματος θέσης του ΚΜ της βάσης του ΔΡΣ ως προς το αδρανειακό ΣΣ.

Ισχύει ότι:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{R}_0^0 \mathbf{r}_0 \quad (2-52)$$

όπου το διάνυσμα ${}^0\mathbf{r}_0$ είναι εκφρασμένο στο ΣΣ {0} της βάσης

$${}^0\mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} r_{0x} \\ r_{0y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-53)$$

και \mathbf{R}_0 ο 3×3 πίνακας περιστροφής μεταξύ του συστήματος συντεταγμένων της βάσης, ΣΣ {0}, και του αδρανειακού ΣΣ και δίνεται από:

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_0) & -\sin(\theta_0) & 0 \\ \sin(\theta_0) & \cos(\theta_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-54)$$

Οπότε, από τις Εξ. (2-52) - (2-54) προκύπτει ότι:

$$\mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} r_{0x} \cos(\theta_0) - r_{0y} \sin(\theta_0) \\ r_{0x} \sin(\theta_0) + r_{0y} \cos(\theta_0) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-55)$$

Ομοίως:

$$\mathbf{l}_1 = \mathbf{R}_0 {}^0\mathbf{R}_1 \mathbf{l}_1 \quad (2-56)$$

όπου

$${}^1\mathbf{l}_1 = \begin{bmatrix} -l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

και ${}^0\mathbf{R}_1$ είναι ο 3×3 πίνακας περιστροφής του ΣΣ {1} ως προς το ΣΣ {0}:

$${}^0\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

όπου q_1 η σχετική γωνία της πρώτης άρθρωσης, Σχήμα 2-2.

Επίσης:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{R}_0 {}^0\mathbf{R}_1 \mathbf{r}_1 \quad (2-59)$$

όπου:

$${}^1\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} r_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-60)$$

Ομοίως για το διάνυσμα \mathbf{l}_2 ισχύει:

$$\mathbf{l}_2 = \mathbf{R}_0 {}^0\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2 {}^2\mathbf{l}_2 \quad (2-61)$$

όπου:

$${}^2\mathbf{l}_2 = \begin{bmatrix} -l_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-62)$$

και ${}^1\mathbf{R}_2$ είναι ο 3×3 πίνακας περιστροφής του ΣΣ {2}, που είναι τοποθετημένο στο ΚΜ του σώματος 2, ως προς το ΣΣ {1} και δίνεται από:

$${}^1\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-63)$$

όπου q_2 η σχετική γωνία της δεύτερης άρθρωσης, βλ. Σχήμα 2-2.

Επίσης:

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{R}_0^0 \mathbf{R}_1^1 \mathbf{R}_2^2 \mathbf{r}_2 \quad (2-64)$$

όπου το ${}^2\mathbf{r}_2$ είναι το παρακάτω 3×1 διάνυσμα:

$${}^2\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} r_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

Τέλος, για τα διανύσματα \mathbf{l}_3 και \mathbf{r}_3 ισχύουν αντίστοιχα:

$$\mathbf{l}_3 = \mathbf{R}_0^0 \mathbf{R}_1^1 \mathbf{R}_2^2 \mathbf{R}_3^3 \mathbf{l}_3 \quad (2-66)$$

και

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{R}_0^0 \mathbf{R}_1^1 \mathbf{R}_2^2 \mathbf{R}_3^3 \mathbf{r}_3 \quad (2-67)$$

όπου

$${}^3\mathbf{l}_3 = \begin{bmatrix} -l_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-68)$$

και

$${}^3\mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} -r_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-69)$$

και ${}^2\mathbf{R}_3$ είναι ο 3×3 πίνακας περιστροφής του ΣΣ {3}, που είναι τοποθετημένο στο ΚΜ του σώματος 3, ως προς το ΣΣ {2} και δίνεται από:

$${}^2\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 \\ \sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-70)$$

όπου q_3 η σχετική γωνία της τρίτης άρθρωσης, βλ. Σχήμα 2-2.

Για την εύρεση λοιπόν, της κινητικής ενέργειας του συστήματος, T εφαρμόζονται οι Εξ. (2-22)-(2-25) με γνωστά όλα τα απαιτούμενα διανύσματα θέσης $\mathbf{R}_{C_0}, \mathbf{r}_{C_1}, \mathbf{r}_{C_2}, \mathbf{r}_{C_3}$ που προσδιορίστηκαν για το επίπεδο πρόβλημα, καθώς και τις αντίστοιχες ταχύτητές τους, $\dot{\mathbf{R}}_{C_0}, \dot{\mathbf{r}}_{C_1}, \dot{\mathbf{r}}_{C_2}, \dot{\mathbf{r}}_{C_3}$, που προέκυψαν από την παραγωγή της Εξ. (2-51) και την εφαρμογή της Εξ. (2-10) για $i = 1, 2, 3$.

Για να μπορούμε όμως να χρησιμοποιήσουμε την Εξ. (2-10) στο επίπεδο, που μας δίνει τις γραμμικές ταχύτητες και να παραχθεί στη συνέχεια η κινητική ενέργεια T , πρέπει πρώτα να προσδιοριστούν οι γωνιακές ταχύτητες $\boldsymbol{\omega}_0, \boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2, \boldsymbol{\omega}_3$.

Χρησιμοποιώντας την Εξ. (2-11) παίρνουμε για την γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_1$ του πρώτου συνδέσμου του ρομποτικού βραχίονα:

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{R}_0^0 \mathbf{R}_1^1 \mathbf{z}_1 \dot{q}_1 \quad (2-71)$$

όπου η γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_0$ της βάσης δίνεται από την Εξ. (2-43). Επίσης, οι πίνακες περιστροφής $\mathbf{R}_0^0, {}^0\mathbf{R}_1$ δίνονται από τις Εξ. (2-54) και (2-58), αντίστοιχα, ${}^1\mathbf{z}_1$ το μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος του άξονα γύρω από τον οποίο περιστρέφεται η πρώτη άρθρωση εκφρασμένο στο $\Sigma \Sigma \{1\}$ και \dot{q}_1 ο ρυθμός μεταβολής της γωνίας της πρώτης άρθρωσης.

Τελικά, προκύπτει για τη γωνιακή ταχύτητα του πρώτου συνδέσμου ότι είναι:

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_0 + \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (2-72)$$

Ομοίως, από την Εξ. (2-11) προκύπτουν και οι αντίστοιχες γωνιακές ταχύτητες του δεύτερου και του τρίτου συνδέσμου, οι οποίες τελικά δίνονται από:

$$\boldsymbol{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (2-73)$$

και

$$\boldsymbol{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (2-74)$$

Με όλα τα απαιτούμενα μεγέθη πλέον γνωστά και με εφαρμογή των Εξ. (2-22) έως (2-25) προκύπτει η κινητική ενέργεια T , η οποία υπολογίστηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Mathematica και παρατίθεται στο Παράρτημα Α.

Αντικαθιστώντας τώρα την παραγόμενη κινητική ενέργεια T στην Εξ. (2-47), προκύπτει η εξίσωση κίνησης του ΔΡΣ:

$$\mathbf{H}^*(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \dot{\theta}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \mathbf{c}^* = \mathbf{Q}^* \quad (2-75)$$

όπου ο πίνακας αδράνειας $\mathbf{H}^*(\mathbf{q})$ του συστήματος, το διάνυσμα των φυγοκεντρικών δυνάμεων και των δυναμικών Coriolis \mathbf{c}^* , καθώς και το διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων \mathbf{Q}^* παρατίθενται στο Παράρτημα Α.

3 Έλεγχος Δύναμης σε Ρομποτικούς Βραχίονες Σταθερής Βάσης

3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζονται οι πιο βασικές και παράλληλα διαδεδομένες στρατηγικές ελέγχου ρομποτικών συστημάτων που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση αλληλεπίδρασης ενός ρομποτικού βραχίονα σταθερής βάσης με το περιβάλλον του. Αρχικά εισάγεται και αναλύεται ο έλεγχος και στη συνέχεια αναπτύσσεται ο υβριδικός έλεγχος δύναμης/θέσης που χρησιμοποιείται ευρέως σε εργασίες επαφής (contact tasks). Μεγαλύτερη έμφαση δίνεται στην παρουσίαση και ανάλυση του ελέγχου εμπέδησης σε βραχίονες σταθερής βάσης, καθώς, στην παρούσα εργασία, η εφαρμογή αυτού του νόμου ελέγχου επεκτείνεται σε Ελεύθερα Ιπτάμενα Διαστημικά Ρομποτικά Συστήματα καθώς αυτά αλληλεπιδρούν με αιωρούμενα αντικείμενα.

3.2 Έλεγχος Δύναμης

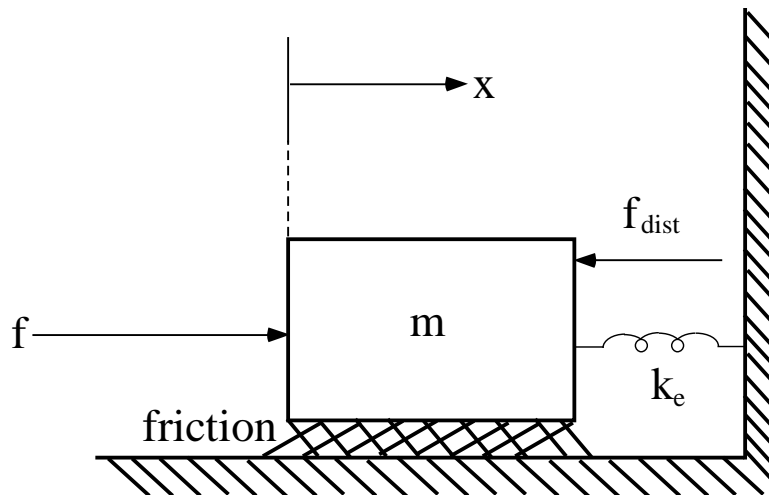
Στην πλειοψηφία των εργασιών που καλείται να πραγματοποιήσει ένας ρομποτικός χειριστής, απαιτείται η ικανότητα να ελέγχει τις δυνάμεις που αναπτύσσονται, καθώς έρχεται σε επαφή με το περιβάλλον του. Ο έλεγχος δύναμης, λοιπόν, εφαρμόζεται όταν ο ρομποτικός χειριστής έρθει σε επαφή με το περιβάλλον του έτσι ώστε να αποφευχθεί η υπερβολική αύξηση των δυνάμεων κατά την επαφή ή ακόμη και απώλεια της επαφής με αυτό. Ανεπιθύμητα αποτελέσματα που θα μπορούσαν να προκληθούν με εφαρμογή κάποιου ελεγκτή θέσης. Ο έλεγχος θέσης είναι κατάλληλος όταν ένας ρομποτικός χειριστής ακολουθεί μία τροχιά σε ελεύθερο χώρο, αλλά σε περιπτώσεις επαφής μεταξύ του Τελικού Σημείου Δράσης (ΤΣΔ) του ρομποτικού χειριστή και του περιβάλλοντός του, ο έλεγχος θέσης δεν επαρκεί. Ας θεωρήσουμε την περίπτωση που ένας ρομποτικός χειριστής καθαρίζει ένα παράθυρο μέσω ενός σφουγγαριού. Η προσαρμοστικότητα του σφουγγαριού θα μπορούσε να καταστήσει δυνατή τη ρύθμιση της δύναμης που εφαρμόζεται στο παράθυρο, ελέγχοντας μόνο τη θέση του ΤΣΔ του χειριστή σε σχέση με το τζάμι του παραθύρου. Στην περίπτωση, λοιπόν, που η προσαρμοστικότητα του σφουγγαριού είναι αρκετά μεγάλη ή η θέση του τζαμιού είναι γνωστή με μεγάλη ακρίβεια, η εφαρμογή του ελέγχου θέσης θα απέδιδε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Αντίθετα, στην περίπτωση που το ΤΣΔ του ρομποτικού βραχίονα ή το περιβάλλον με το οποίο αλληλεπιδρά, παρουσιάζουν μεγάλο συντελεστή δυσκαμψίας, ο έλεγχος θέσης δεν θα αποδώσει τα αναμενόμενα αποτελέσματα.

Ο έλεγχος δύναμης χρησιμοποιείται κυρίως σε ρομποτικούς βραχίονες βιομηχανικών εφαρμογών, οι οποίοι συμμετέχουν σε μεγάλο εύρος εργασιών. Από το τρίψιμο και τη λείανση μιας επιφάνειας μέχρι τη συγκόλληση ή την απλή επιλογή και τοποθέτηση αντικειμένων, απαιτείται η εφαρμογή ελέγχου δύναμης, με μεγαλύτερη ωστόσο αναγκαιότητα για παρακολούθηση και τέτοιου είδους έλεγχο στις εργασίες γραμμής συναρμολόγησης, όπου δύο ή περισσότερα μέρη ενώνονται για να παραχθεί ένας μηχανισμός. Στο Σχήμα 3-1 απεικονίζεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής ελέγχου δύναμης σε ρομποτικό χειριστή με σκοπό τη λείανση ενός τεμαχίου. Στο Σχήμα 3-1 εικονίζονται: (α) το ρομπότ, (β) η φλάντζα του ρομπότ, (γ) ο τροχός, (δ) ο αισθητήρας δύναμης, (ε) το προς επεξεργασία τεμάχιο και (στ) το τραπέζι εργασίας.



Σχήμα 3-1. Χαρακτηριστικό παράδειγμα εργασίας που απαιτείται έλεγχος δύναμης - λείανση επιφάνειας τεμαχίου.

Στη συνέχεια αναλύεται ο έλεγχος δύναμης, εφαρμόζοντάς τον κατά την αλληλεπίδραση μιας μάζας με το περιβάλλον της, και μοντελοποιώντας τη δύναμη επαφής με ένα ελατήριο με συντελεστή δυσκαμψίας k_e . Για το σκοπό αυτό, εξετάζεται ο έλεγχος δύναμης μίας μάζας προσαρτημένης σε ένα ελατήριο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-2.



Σχήμα 3-2. Μονοδιάστατο σύστημα μάζας-ελατηρίου.

Στην περίπτωση αυτή, η δύναμη που ασκείται από την μάζα στο περιβάλλον, η f_{ext} είναι:

$$f_{ext} = k_e x \quad (3-1)$$

όπου x είναι η μετατόπιση της μάζας.

Εφαρμόζοντας, λοιπόν, μια εξωτερική δύναμη f στο σώμα μάζας m , προκύπτει η παρακάτω εξίσωση κίνησης:

$$f = m\ddot{x} + k_e x + f_{dist} \quad (3-2)$$

όπου f_{dist} είναι μια διαταραχή στο σύστημα, η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως μοντελοποίηση της άγνωστης τριβής.

Αντικαθιστώντας τις μεταβλητές x και \ddot{x} από την Εξ. (3-1), η Εξ. (3-2) γράφεται:

$$f = mk_e^{-1} \ddot{f}_{ext} + f_{ext} + f_{dist} \quad (3-3)$$

Ο νόμος ελέγχου δύναμης που εφαρμόζεται στο σύστημα είναι:

$$f = mk_e^{-1} (\ddot{f}_d + k_{vf} \dot{e}_f + k_{pf} e_f) + f_{ext} + f_{dist} \quad (3-4)$$

όπου k_{vf} , k_{pf} σταθερά κέρδη και e_f το σφάλμα δύναμης, το οποίο δίνεται από:

$$e_f = f_d - f_{ext} \quad (3-5)$$

όπου f_{ext} η δύναμη αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον, μετρούμενη από έναν αισθητήρα δύναμης και f_d η επιθυμητή δύναμη.

Αντικαθιστώντας την Εξ. (3-4) στην Εξ. (3-3) προκύπτει ότι η εξίσωση του κλειστού συστήματος είναι:

$$\ddot{e}_f + k_{vf} \dot{e}_f + k_{pf} e_f = 0 \quad (3-6)$$

Στην περίπτωση αυτή, προκύπτει μηδενικό σφάλμα δύναμης στη μόνιμη κατάσταση:

$$e_{f,ss} = 0 \quad (3-7)$$

Παρόλα αυτά, η δύναμη διαταραχής f_{dist} δεν είναι γνωστή και επομένως ο ελεγκτής που δίνεται από την Εξ. (3-4) δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε πρακτικές εφαρμογές. Στην πράξη, λοιπόν, οι διαταραχές f_{dist} δεν λαμβάνονται υπόψη κατά το σχεδιασμό του ελεγκτή και ο νόμος ελέγχου που δίνεται από την Εξ. (3-4) παίρνει τη μορφή:

$$f = mk_e^{-1} (\ddot{f}_d + k_{vf} \dot{e}_f + k_{pf} e_f) + f_{ext} \quad (3-8)$$

Στην περίπτωση αυτή, η δυναμική του σφαλματος δύναμης δίνεται από:

$$\ddot{e}_f + k_{vf} \dot{e}_f + k_{pf} e_f = \frac{f_{dist}}{mk_e^{-1}} \quad (3-9)$$

Το σφάλμα της δύναμης στη μόνιμη κατάσταση είναι μη μηδενικό και δίνεται από:

$$e_{f,ss} = \frac{k_e f_{dist}}{mk_{pf}} \quad (3-10)$$

Από την Εξ. (3-10) παρατηρούμε ότι το σφάλμα δύναμης στη μόνιμη κατάσταση αυξάνεται ανάλογα με το συντελεστή δυσκαμψίας k_e του περιβάλλοντος με το οποίο αλληλεπιδρά ο ρομποτικός χειριστής. Οπότε για μεγάλο συντελεστή δυσκαμψίας, το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση παίρνει ανεπιθύμητα μεγάλες τιμές. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, αντικαθίσταται το άθροισμα $f_{ext} + f_{dist}$ στην Εξ. (3-4) από την επιθυμητή δύναμη f_d της δύναμης αλληλεπίδρασης, [5]. Δηλαδή ο νόμος ελέγχου δύναμης παίρνει την μορφή:

$$f = mk_e^{-1}(\ddot{f}_d + k_{vf}\dot{e}_f + k_{pf}e_f) + f_d \quad (3-11)$$

Στην περίπτωση αυτή, η δυναμική του σφαλματος δύναμης δίνεται από:

$$\ddot{e}_f + k_{vf}\dot{e}_f + (k_{pf} + m^{-1}k_e)e_f = m^{-1}k_e f_{dist} \quad (3-12)$$

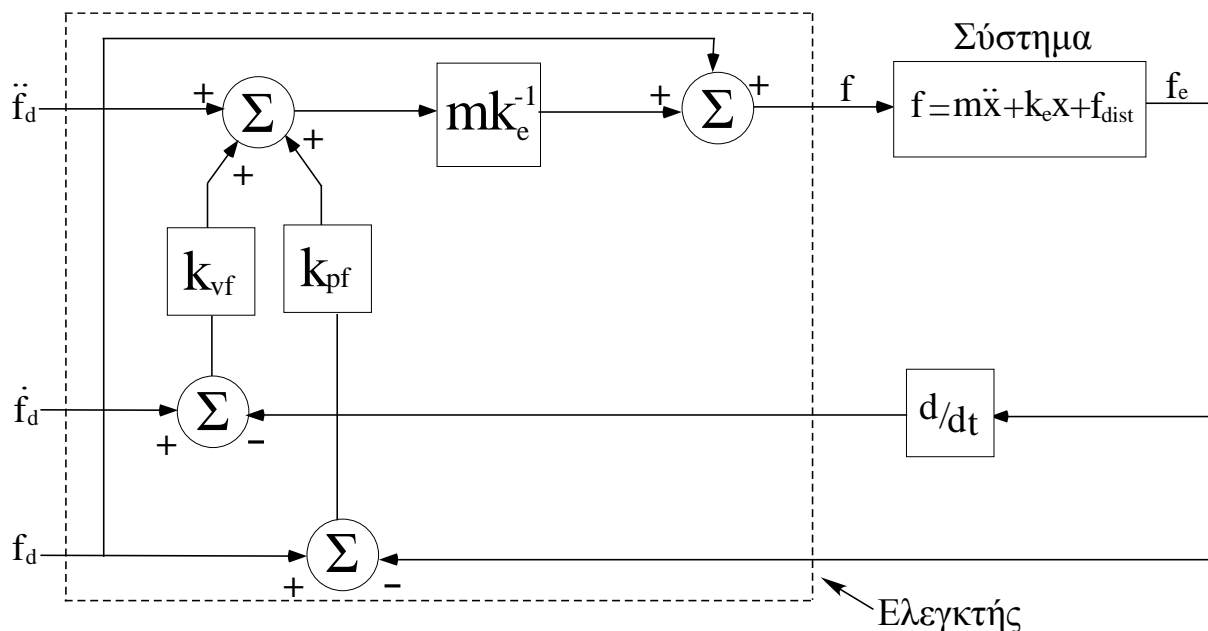
Ενώ για το σφάλμα δύναμης στη μόνιμη κατάσταση προκύπτει ότι:

$$e_{f,ss} = \frac{f_{dist}}{k_{pf}mk_e^{-1} + 1} \quad (3-13)$$

Από την Εξ. (3-13), παρατηρούμε ότι το σφάλμα δύναμης αυξάνεται πάλι για μεγάλο συντελεστή δυσκαμψίας k_e . Παρόλα αυτά, στην περίπτωση αυτή, το σφάλμα δύναμης φράσσεται από την πεπερασμένη δύναμη διαταραχής f_{dist} , αφού για πολύ μεγάλες τιμές του συντελεστή δυσκαμψίας k_e προκύπτει:

$$\lim_{k_e \rightarrow \infty} e_f = \lim_{k_e \rightarrow \infty} \frac{m^{-1}k_e f_{dist}}{m^{-1}k_e + k_{pf}} = \lim_{k_e \rightarrow \infty} \frac{f_{dist}}{mk_e^{-1}k_{pf} + 1} = f_{dist} \quad (3-14)$$

Η εφαρμογή, λοιπόν, του νόμου ελέγχου δύναμης που δίνεται από την Εξ. (3-11), παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά στη μόνιμη κατάσταση στην περίπτωση που το περιβάλλον είναι αρκετά άκαμπτο. Στο Σχήμα 3-3 παρουσιάζεται το δομικό διάγραμμα του κλειστού συστήματος στο οποίο χρησιμοποιείται ο ελεγκτής που δίνεται από την Εξ. (3-11).

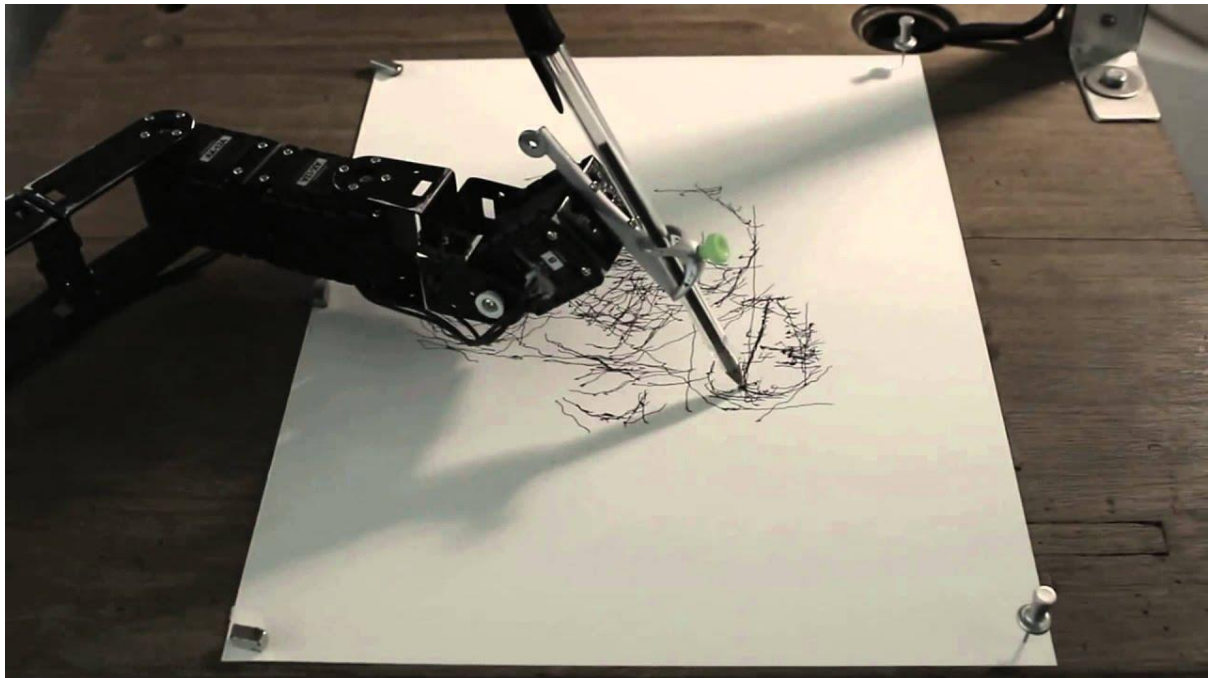


Σχήμα 3-3. Δομικό διάγραμμα ελέγχου δύναμης εφαρμοζόμενου σε ένα απλό, μονοδιάστατο σύστημα μάζας-ελατηρίου.

3.3 Υβριδικός Έλεγχος Δύναμης και Θέσης

Στο παράδειγμα που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, όπου ένας ρομποτικός χειριστής καθαρίζει ένα παράθυρο μέσω ενός σφουγγαριού, απαιτείται η εφαρμογή ελέγχου δύναμης σε κατεύθυνση κάθετη στο τζάμι, ώστε να επιτευχθεί μια ορισμένη επιθυμητή δύναμη. Παράλληλα, όμως, είναι αναγκαία και μια επιθυμητή κίνηση του ρομποτικού χειριστή σε κατευθύνσεις εφαπτόμενες στο επίπεδο του τζαμιού. Σ' αυτή τη εφαρμογή, λοιπόν, αλλά

και σε πολλές άλλες όπως αυτή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-4, είναι απαραίτητη η εφαρμογή ενός υβριδικού ελέγχου δύναμης/θέσης. Δηλαδή παράλληλη εφαρμογή ελεγχου δύναμης σε κάποιες κατευθύνσεις και ελέγχου θέσης στις υπόλοιπες, [5].



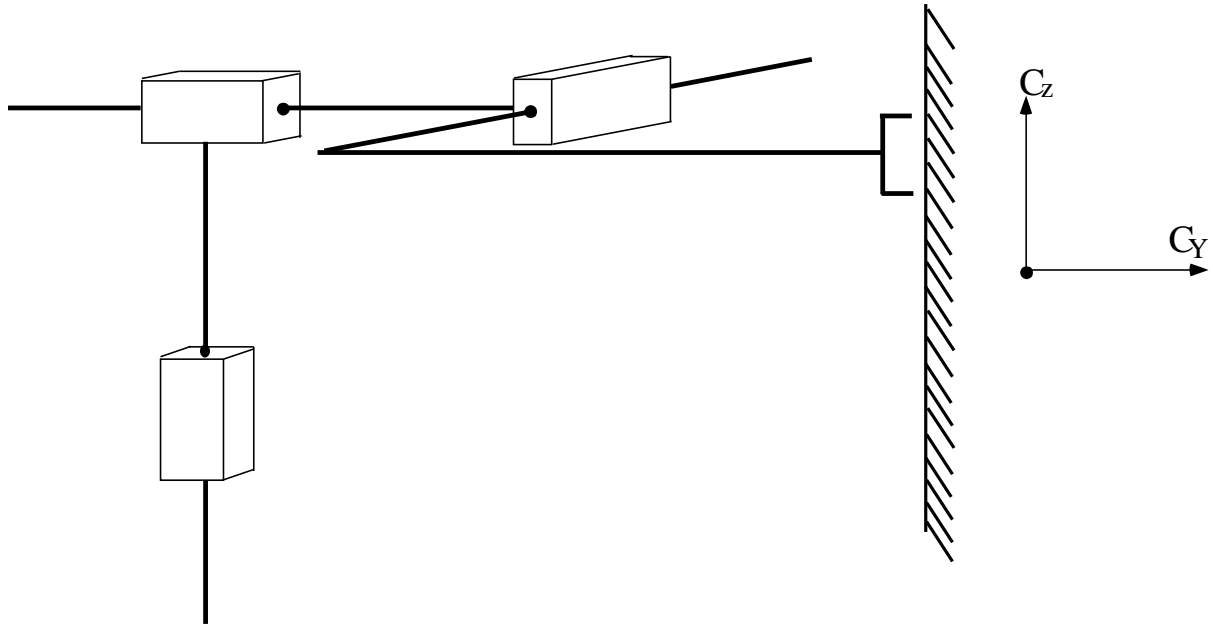
Σχήμα 3-4. Εφαρμογή υβριδικού ελέγχου δύναμης/θέσης σε ρομποτικό χειριστή για τη σχεδίαση εικόνας σε χαρτί.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η αρχιτεκτονική ενός συστήματος ελέγχου που υλοποιεί τον υβριδικό ελεγκτή δύναμης/θέσης. Καταρχάς, να επισημανθεί ότι ο υβριδικός έλεγχος δύναμης/θέσης πρέπει να αντιμετωπίσει τα εξής τρία προβλήματα, [5]:

1. Τον έλεγχο θέσης ενός χειριστή κατά μήκος των κατευθύνσεων στις οποίες υπάρχει φυσικός περιορισμός δύναμης.
2. Τον έλεγχο δύναμης ενός χειριστή κατά μήκος των κατευθύνσεων στις οποίες υπάρχει φυσικός περιορισμός θέσης.
3. Την εφαρμογή της ανάμιξης των δύο προαναφερόμενων τρόπων ελέγχου κατά μήκος ορθογώνιων βαθμών ελευθερίας ενός αυθαίρετου πλαισίου, $\{C\}$.

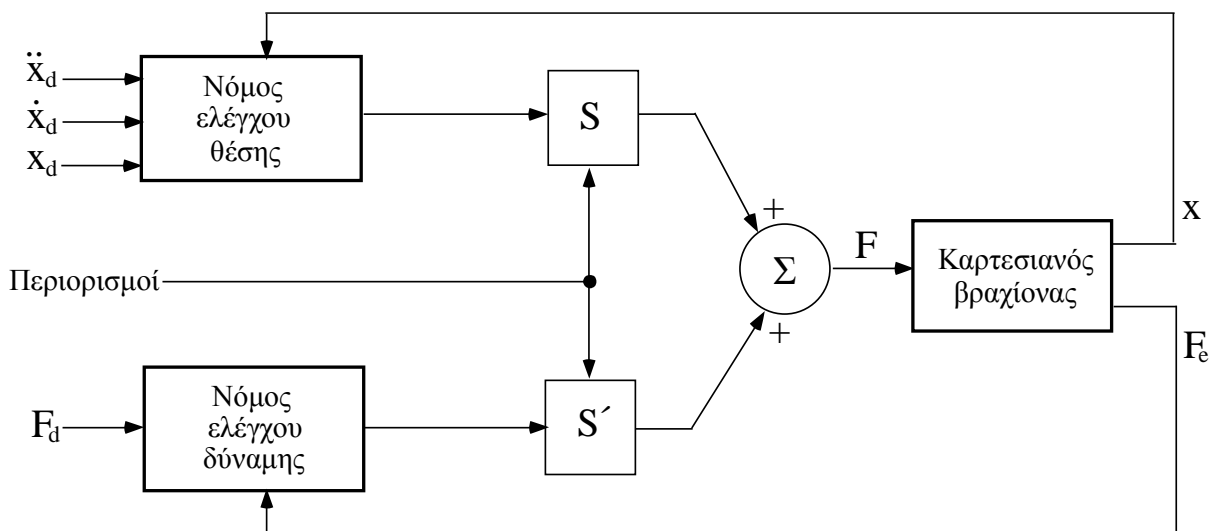
Θα θεωρήσουμε την απλή περίπτωση ενός ρομποτικού χειριστή, ο οποίος έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας με πρισματικές αρθρώσεις, που κινούνται αντίστοιχα στις Z , Y και X κατευθύνσεις, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-5. Για την απλοποίηση του προβλήματος, υποθέτουμε ότι οι κινήσεις των αρθρώσεων είναι πλήρως ευθυγραμμισμένες με το πλαίσιο περιορισμών, $\{C\}$. Το ΤΣΔ του ρομποτικού χειριστή έρχεται σε επαφή με επιφάνεια δυσκαμψίας k_e και έχει προσανατολισμό αυτό του άξονα των Y . Συνεπώς, σε αυτή την κατεύθυνση απαιτείται έλεγχος δύναμης, ενώ στις κατευθύνσεις X και Z απαιτείται έλεγχος θέσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-5.

Σε αυτή την περίπτωση, θα πρέπει οι αρθρώσεις 1 και 3 να ελεγχθούν μέσω ελέγχου θέσης, διότι κινούνται κατά τις κατευθύνσεις Z και X , αντίστοιχα, ενώ η άρθρωση 2 που βρίσκεται στην κατεύθυνση των Y , μέσω ελέγχου δύναμης. Πρέπει δηλαδή να επιβληθεί μία τροχιά θέσης στις κατευθύνσεις X και Z , ενώ παράλληλα και ανεξάρτητα να επιβάλλεται μία τροχιά δύναμης (ή συνήθως μια σταθερή δύναμη) στην κατεύθυνση των Y .



Σχήμα 3-5. Καρτεσιανός βραχίονας τριών βαθμών ελευθερίας, σε επαφή με μία επιφάνεια.

Εξετάζεται στη συνέχεια ο υβριδικός ελεγκτής που φαίνεται στο Σχήμα 3-6. Στο παρόν σχήμα υποδεικνύεται ο έλεγχος και των τριών αρθρώσεων ενός απλού Καρτεσιανού βραχίονα σε ένα μόνο δομικό διάγραμμα, περιλαμβάνοντας τόσο τον ελεγκτή θέσης, όσο και τον ελεγκτή δύναμης. Οι πίνακες S και S' λειτουργούν σαν διακόπτες που ρυθμίζουν τον τρόπο ελέγχου που θα χρησιμοποιηθεί σε κάθε βαθμό ελευθερίας που επιτρέπει το πλαίσιο περιορισμών $\{C\}$. Όπως φαίνεται και στο σχήμα, ο πίνακας S αντιστοιχεί στον έλεγχο θέσης ενώ ο πίνακας S' στον έλεγχο δύναμης. Οι πίνακες αυτοί είναι διαγώνιοι, με στοιχεία 1 ή 0 στη διαγώνιο. Όπου εμφανίζεται το στοιχείο 1 στον πίνακα S , και κατ'επέκταση θα εφαρμόζεται έλεγχος θέσης στην αντίστοιχη διεύθυνση, στον πίνακα S' εμφανίζεται το στοιχείο 0. Αντίστοιχα, το στοιχείο 0 στον πίνακα S (που αντιστοιχεί στο στοιχείο 1 στον πίνακα S') υλοποιεί την εφαρμογή ελέγχου δύναμης στην αντίστοιχη διεύθυνση. Να σημειωθεί ότι, όταν κάποιος βαθμός ελευθερίας βρίσκεται υπό έλεγχο δύναμης, τα σφάλματα θέσης που παρατηρούνται σ' αυτόν αγνοούνται και δεν διορθώνονται, [5].

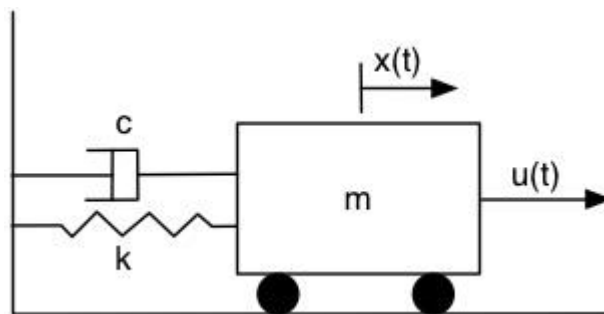


Σχήμα 3-6. Υβριδικός ελεγκτής για έλεγχο καρτεσιανού βραχίονα τριών βαθμών ελευθερίας.

3.4 Έλεγχος Εμπέδησης

Στην παρούσα ενότητα θα εισαχθεί η έννοια του ελέγχου εμπέδησης ο οποίος αν και δεν αποτελεί ακριβώς υπο-περίπτωση του ελέγχου δύναμης, είναι κατάλληλος και αυτός για εφαρμογή σε εργασίες που υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ ρομποτικού βραχίονα και περιβάλλοντος. Ο συγκεκριμένος έλεγχος χρησιμοποιεί ως ανατροφοδότηση τη δύναμη που αναπτύσσεται στο ΤΣΔ ενός ρομποτικού βραχίονα, όταν αυτός έρχεται σε επαφή με κάποια επιφάνεια. Παρέχει ωστόσο, μια ενιαία προσέγγιση για όλες τις φάσεις του χειρισμού. Δηλαδή, τόσο η φάση που ο ρομποτικός βραχίονας κινείται στον ελεύθερο χώρο, όσο και η φάση της αλληλεπίδρασής του με το περιβάλλον (φάση επαφής) μπορούν να ελεγχθούν επιτυχώς από τον ίδιο ακριβώς νόμο ελέγχου χωρίς να είναι απαραίτητη η εναλλαγή μεταξύ διαφορετικών νόμων ελέγχου, καθώς αλλάζουν οι συνθήκες εργασίας του ρομποτικού βραχίονα, [7].

Κατά το σχεδιασμό του νόμου ελέγχου εμπέδησης, πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης που αναπτύσσονται όταν ο ρομποτικός βραχίονας έρχεται σε επαφή με μια επιφάνεια αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της εργασίας του και όχι κάποια διαταραχή που πρέπει να εξαλειφθεί. Η εργασία, λοιπόν, που επιτελείται πρέπει να περιγραφεί, όχι μόνο σε σχέση με την κίνηση του ρομποτικού βραχίονα, ούτε μόνο σε σχέση με την εμφανιζόμενη δύναμη, αλλά γύρω από τη σχέση μεταξύ αυτών των δύο. Ως εκ τούτου, κατά την εφαρμογή σε μία εργασία, ο ελεγκτής δεν έχει σχεδιαστεί ώστε να διαμορφώνει και να ρυθμίζει καταλλήλως την κίνηση του ρομποτικού βραχίονα ή τη δύναμη που ασκεί στην επιφάνεια επαφής, αλλά την εμπεδητική συμπεριφορά του. Δηλαδή, από τη στιγμή που σε αυτό θα επιβληθεί ο νόμος ελέγχου εμπέδησης, η δυναμική συμπεριφορά του κλειστού συστήματος θα χαρακτηρίζεται από μία δεδομένη μάζα, μία απόσβεση και μία δυσκαμψία, γνωστή ως μηχανική εμπέδηση, [21]. Στο Σχήμα 3-7 απεικονίζεται ένα απλό, μονοδιάστατο σύστημα μάζας, ελατηρίου (δυσκαμψία) και αποσβεστήρα.



Σχήμα 3-7. Μονοδιάστατο σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα.

Όπως προαναφέρθηκε, ο νόμος ελέγχου εμπέδησης σχεδιάζεται έτσι ώστε η εφαρμογή του σε ένα ρομποτικό βραχίονα να επιτυγχάνει για το κλειστό σύστημα μια επιθυμητή δυναμική συμπεριφορά, μεταξύ της θέσης του ΤΣΔ του ρομποτικού βραχίονα και της δύναμης αλληλεπίδρασης, η οποία χαρακτηρίζεται από μία δεδομένη μάζα, μία απόσβεση και μία δυσκαμψία. Συνήθως, η επιθυμητή δυναμική συμπεριφορά του κλειστού συστήματος δίνεται από μια εξίσωση της μορφής:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_d (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = -\mathbf{F}_{ext} \quad (3-15)$$

όπου οι πίνακες \mathbf{M}_d , \mathbf{B}_d , \mathbf{K}_d περιγράφουν την επιθυμητή εμπέδηση, \mathbf{x} το διάνυσμα της θέσης του ΤΣΔ του ρομποτικού βραχίονα, \mathbf{x}_0 το διάνυσμα της ονομαστικής θέσης ισορροπίας του ΤΣΔ στη μόνιμη κατάσταση υπό την απουσία οποιασδήποτε δύναμης αλληλεπίδρασης

και \mathbf{F}_{ext} η δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ του ρομποτικού βραχίονα και του περιβάλλοντος με το οποίο έρχεται σε επαφή.

Να σημειωθεί ότι η Εξ. (3-15) μπορεί να πάρει κι άλλες μορφές, προκειμένου να εξυπηρετήσει τον σκοπό για τον οποίο χρησιμοποιείται ο έλεγχος εμπέδησης, όπως για παράδειγμα αντί της θέσης \mathbf{x} , η επιθυμητή δυναμική συμπεριφορά του κλειστού συστήματος να περιγράφεται από το σφάλμα θέσης:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \quad (3-16)$$

όπου \mathbf{x}_d είναι το επιθυμητό διάνυσμα θέσης του ΤΣΔ του ρομποτικού βραχίονα.

Χωρίς βλάβη της γενικότητας, οι όροι βαρύτητας και τριβής που επιδρούν στο ρομποτικό βραχίονα μπορούν να μη ληφθούν υπόψη. Στη περίπτωση αυτή, η εξίσωση κίνησης του ρομποτικού βραχίονα είναι, [7]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}_{act} - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{F}_{ext} \quad (3-17)$$

όπου οι πίνακες $\mathbf{M}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ οι πίνακες αδράνειας και μη γραμμικών όρων του ρομποτικού βραχίονα, αντίστοιχα, \mathbf{q} το διάνυσμα των γωνιών που σχηματίζουν οι περιστροφικές αρθρώσεις του, $\boldsymbol{\tau}_{act}$ το διάνυσμα των ροπών στις αρθρώσεις, \mathbf{J} είναι ένας Ιακωβιανός πίνακας και τέλος, \mathbf{F}_{ext} η δύναμη αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον.

Στη συνέχεια, θεωρείται ότι υπάρχει ένας υποθετικός επενεργητής στο ΤΣΔ του βραχίονα, ο οποίος έχει τη δυνατότητα να παράξει ελέγξιμες δυνάμεις. Αυτές οι ελέγξιμες δυνάμεις \mathbf{F}_{act} οφείλονται στις ροπές $\boldsymbol{\tau}_{act}$ που παράγουν οι κινητήρες στις αρθρώσεις και συνδέονται με αυτές μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\boldsymbol{\tau}_{act} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{F}_{act} \quad (3-18)$$

Η Εξ. (3-17) με χρήση της Εξ. (3-18) γίνεται:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})(\mathbf{F}_{act} - \mathbf{F}_{ext}) \quad (3-19)$$

και λύνοντας ως προς το $\ddot{\mathbf{q}}$ παίρνουμε:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}[\mathbf{J}^T(\mathbf{F}_{act} - \mathbf{F}_{ext}) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}] \quad (3-20)$$

Η αντίστοιχη επιτάχυνση του ΤΣΔ δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} \quad (3-21)$$

και αντικαθιστώντας την Εξ. (3-20) στην (3-21) έχουμε:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{J}^T(\mathbf{F}_{act} - \mathbf{F}_{ext}) - \mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} \quad (3-22)$$

Για να παραχθεί ο νόμος ελέγχου, λύνουμε την Εξ. (3-22) ως προς την υποθετική δύναμη \mathbf{F}_{act} :

$$\mathbf{F}_{act} = \bar{\mathbf{W}}^{-1}(\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_{ext} \quad (3-23)$$

όπου:

$$\mathbf{W} = \mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{J}^T \quad (3-24)$$

Όμως, η επιτάχυνση $\ddot{\mathbf{x}}$ του ΤΣΔ, όπως προκύπτει από την Εξ. (3-15), ισούται με:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_d^{-1} [\mathbf{K}_d (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}) - \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{F}_{\text{ext}}] \quad (3-25)$$

Αντικαθιστώντας τώρα την Εξ. (3-25) στην (3-23) προκύπτει ο ελεγκτής:

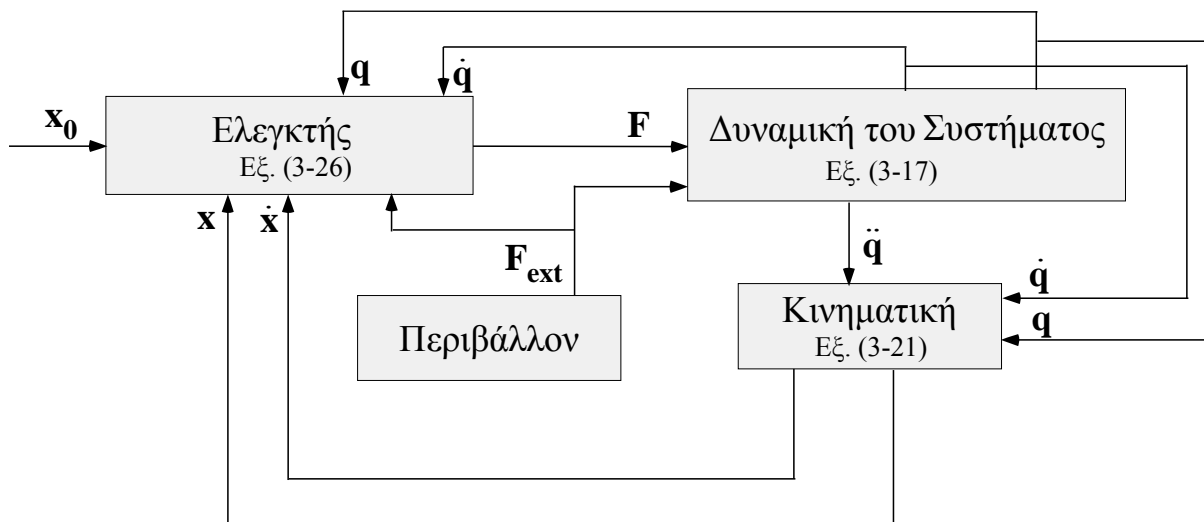
$$\mathbf{F}_{\text{act}} = \bar{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{M}_d^{-1} [\mathbf{K}_d (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}) - \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{x}}] + \bar{\mathbf{W}}^{-1} (\mathbf{J} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}}) + (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{M}_d^{-1}) \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (3-26)$$

όπου \mathbf{I} ο μοναδιαίος πίνακας.

Όπως προαναφέρθηκε, όμως, η δύναμη \mathbf{F}_{act} είναι μια υποθετική δύναμη. Οι πραγματικές ροπές $\boldsymbol{\tau}_{\text{act}}$ που πρέπει να εφαρμοστούν στις αρθρώσεις του ρομποτικού βραχίονα από τους κινητήρες προκύπτουν αντικαθιστώντας την Εξ. (3-26) στην (3-18):

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{act}} = \mathbf{J}^T \bar{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{M}_d^{-1} [\mathbf{K}_d (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}) - \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{x}}] + \mathbf{J}^T \bar{\mathbf{W}}^{-1} (\mathbf{J} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{J}^T (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{M}_d^{-1}) \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (3-27)$$

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος ελέγχου έχει αρκετά ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά. Καταρχάς, για την εφαρμογή του απαιτούνται οι μετρήσεις των θέσεων των αρθρώσεων, των γωνιακών ταχυτήτων τους και των εξωτερικών δυνάμεων, καθεμία από τις οποίες μπορεί να μετρηθεί με ικανοποιητική ακρίβεια στην πράξη. Επιπροσθέτως, η συμπεριφορά του ρομποτικού βραχίονα και του αντικειμένου στη φάση της επαφής προσδιορίζεται μέσω των παραμέτρων \mathbf{M}_d , \mathbf{B}_d , \mathbf{K}_d και \mathbf{x}_0 . Τέλος, ο ελεγκτής εμπέδησης επιτρέπει την προσαρμογή των παραμέτρων, δηλαδή κάθε μία από αυτές μπορεί να αλλάξει ώστε να ταιριάζει στην εκάστοτε εργασία. Το δομικό διάγραμμα του κλειστού συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-8.



Σχήμα 3-8. Το δομικό διάγραμμα του ελεγκτή που προτείνεται στην Εξ. (3-26).

4 Σχεδιασμός Ελέγχου Εμπέδησης για Διατήρηση Επαφής - Μονοδιάστατη Κίνηση

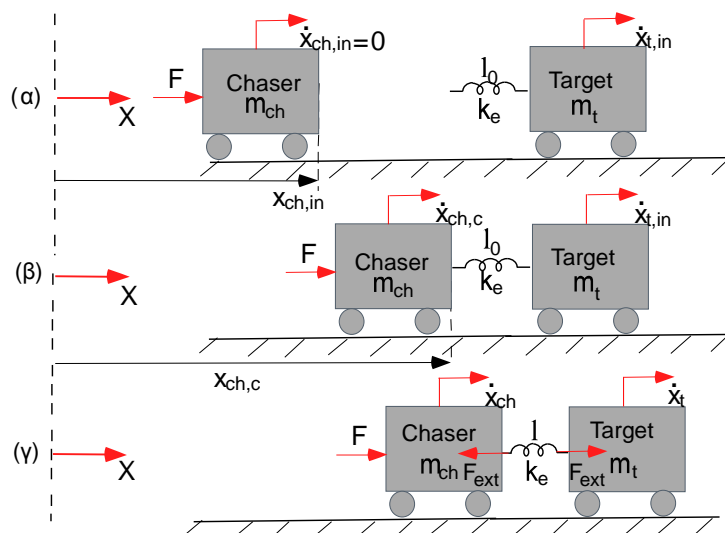
4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί και θα επιλυθεί, μέσω της εφαρμογής κατάλληλου νόμου ελέγχου, το πρόβλημα της διατήρησης επαφής μεταξύ δύο κινουμένων μαζών. Το απλοποιημένο μονοδιάστατο μοντέλο που παρουσιάζεται παρακάτω, χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση του αποδοτικότερου νόμου ελέγχου, ο οποίος στη συνέχεια (σε επόμενο κεφάλαιο) θα εφαρμοστεί σε ένα πραγματικό πρόβλημα διατήρησης επαφής μεταξύ ενός Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ και ενός δορυφόρου.

Σκοπός της εργασίας αυτού του κεφαλαίου είναι, να αναπτυχθεί ο κατάλληλος αλγόριθμος ελέγχου, να επιλεγθούν οι παράμετροί του και να μελετηθούν οι αρχικές συνθήκες που πρέπει να τηρούνται, έτσι ώστε οι δύο μάζες να παραμείνουν σε επαφή καθ'όλη τη διάρκεια πραγματοποίησης μίας εργασίας. Επιπλέον, ο προτεινόμενος έλεγχος θα πρέπει να είναι εύρωστος για να μπορεί να πραγματοποιηθεί η όποια απαιτούμενη εργασία, παρόλη την αβεβαιότητα σε σχέση με την ακριβή θέση, στην οποία είναι τοποθετημένος ο στόχος και την δυσκαμψία που παρουσιάζει το υλικό από το οποίο είναι φτιαγμένος.

4.2 Σχεδιασμός Ελεγκτή

Στην παρούσα παράγραφο θα σχεδιαστεί ο νόμος ελέγχου εμπέδησης ο οποίος εξασφαλίζει τη διατήρηση επαφής κατά τη σύγκρουση δύο μαζών. Το μονοδιάστατο μοντέλο, που θα χρησιμοποιηθεί για το σχεδιασμό αυτού του ελεγκτή, αποτελείται από τον κυνηγό (chaser) μάζας m_{ch} και το στόχο (target) ο οποίος έχει μάζα m_t , Σχήμα 4-1.



Σχήμα 4-1. (α) Η κίνηση του κυνηγού στον ελεύθερο χώρο (β) η αρχή της επαφής και (γ) η φάση της επαφής.

Ο κυνηγός υπό την επίδραση της δύναμης ελέγχου F οδηγείται από την αρχική του θέση $x_{ch,in}$ στο στόχο, Σχήμα 4-1 (α). Η επαφή μεταξύ των δύο μαζών μοντελοποιείται ως ένα ελατήριο με συντελεστή δυσκαμψίας k_e και προφανώς, μεταξύ των δύο μαζών, από τη στιγμή που έρχονται σε επαφή, αναπτύσσεται μία νέα δύναμη αλληλεπίδρασης, η F_{ext} . Στο Σχήμα 4-1 (β) παρουσιάζεται η αρχή της φάσης επαφής, όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος

l_0 , δεν έχει δηλαδή συμπιεστεί και η δύναμη αλληλεπίδρασης είναι ίση με μηδέν, $F_{ext} = 0$. Στο Σχήμα 4-1 (γ), όπου η επαφή έχει πλέον επιτευχθεί, η δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο μαζών έχει αναπτυχθεί και το ελατήριο είναι συμπιεσμένο, έχοντας νέο μήκος l .

Η κίνηση των μαζών, χωρίζεται σε δύο φάσεις: την φάση της κίνησης στον ελεύθερο χώρο, η οποία αναφέρεται στην κίνηση του κυνηγού πριν φτάσει στο στόχο (*free-space phase*), Σχήμα 4-1 (α), και στη φάση της επαφής (*contact phase*) όπου τα δύο σώματα έρχονται σε επαφή, Σχήμα 4-1 (β) και (γ).

Κατά τη φάση της κίνησης στον ελεύθερο χώρο δεν ασκείται καμία δύναμη αλληλεπίδρασης στο σύστημα κυνηγός-στόχος ($F_{ext} = 0$). Στην περίπτωση αυτή, η επιθυμητή δυναμική του σφάλματος δίνεται από:

$$m_d \ddot{e}_f + b_d \dot{e}_f + k_d e = 0 \quad (4-1)$$

όπου m_d, b_d, k_d είναι οι παράμετροι εμπέδησης και e_f το σφάλμα θέσης στον ελεύθερο χώρο, το οποίο ορίζεται από:

$$e_f(t) = x_{ch}(t) - x_{d,f}(t) \quad (4-2)$$

όπου x_{ch} είναι η πραγματική θέση του κυνηγού και $x_{d,f}$ είναι η επιθυμητή τροχιά που επιβάλλεται σε αυτόν να ακολουθήσει, όσο κινείται στον ελεύθερο χώρο, προκειμένου να φτάσει το στόχο.

Η επιθυμητή τροχιά στον ελεύθερο χώρο, $x_{d,f}$ δίνεται από:

$$x_{d,f}(t) = x_{ch,in} + s(t)(x_{ch,c} - x_{ch,in}) \quad (4-3)$$

όπου $x_{ch,in}$ είναι η αρχική θέση στην οποία βρίσκεται ο κυνηγός, $x_{ch,c}$ είναι η θέση στην οποία βρίσκεται τη στιγμή που πραγματοποιείται η επαφή (αρχική θέση στόχου) και το πολυώνυμο $s(t)$ ($0 \leq s(t) \leq 1$) είναι το μήκος τόξου παραμετροποίησης της διαδρομής. Στην περίπτωση που ορίζονται αρχικές και τελικές συνθήκες για τη θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση του κυνηγού, το $s(t)$ δίνεται από:

$$s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5, \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (4-4)$$

όπου οι συντελεστές a_i υπολογίζονται κάθε φορά από τις αρχικές και τελικές συνθήκες θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης του κυνηγού.

Κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής, ο κυνηγός και ο στόχος κινούνται μαζί, διατηρώντας την επαφή τους υπό την επίδραση της δύναμης ελέγχου F και της εξωτερικής δύναμης αλληλεπίδρασης F_{ext} , η οποία δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$F_{ext} = k_e e_c \quad (4-5)$$

όπου e_c είναι το σφάλμα θέσης κατά τη φάση της επαφής και ορίζεται από:

$$e_c(t) = x_{ch}(t) - x_t(t) + l_0 \quad (4-6)$$

όπου $x_t(t)$ είναι η θέση του στόχου τη χρονική στιγμή t .

Για τη διατήρηση της επαφής των δύο σωμάτων απαιτείται θετικό (μη μηδενικό) σφάλμα κατά τη φάση επαφής. Η δυναμική του σφάλματος κατά τη φάση της επαφής δίνεται από:

$$m_d \ddot{e}_c + b_d \dot{e}_c + k_d e_c = -F_{ext} + F_d \quad (4-7)$$

όπου F_d είναι μια επιθυμητή δύναμη, η οποία εισάγεται για να εξασφαλιστεί ένα θετικό (μη μηδενικό) σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση της φάσης επαφής.

Αντικαθιστώντας την Εξ. (4-5) στην Εξ. (4-7) προκύπτει ότι:

$$m_d \ddot{e}_c + b_d \dot{e}_c + (k_d + k_e) e_c = F_d \quad (4-8)$$

Το σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση, $e_{c,ss}$, κατά τη φάση επαφής, είναι:

$$e_{c,ss} = \frac{F_d}{k_d + k_e} \quad (4-9)$$

Όπως προαναφέρθηκε, η κίνηση του συστήματος κυνηγός-στόχος, χωρίζεται σε δύο φάσεις. Η εφαρμογή διαφορετικού ελεγκτή σε κάθε φάση, θα μπορούσε να οδηγήσει σε απώλεια επαφής και αστάθεια, λόγω των αναπόφευκτων καθυστερήσεων κατά τη μετάβαση από τη μια φάση στην άλλη. Στην παρούσα εργασία, προκειμένου να αποφευχθεί η αλλαγή από τον έναν έλεγχο στον άλλο κατά τη μετάβαση από την πρώτη φάση στη δεύτερη, χρησιμοποιείται ο ίδιος έλεγχος εμπέδησης και στις δύο φάσεις που διέπουν την κίνηση των μαζών.

Για το σχεδιασμό κοινού ελεγκτή στη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και στη φάση επαφής, απαιτείται κοινή περιγραφή της δυναμικής του σφάλματος και στις δύο φάσεις, αντί τη χρησιμοποίηση των Εξ. (4-1) και (4-7), αντίστοιχα. Η κοινή δυναμική του σφάλματος κατά τη διάρκεια των δύο φάσεων, δίνεται από:

$$m_d \ddot{e} + b_d \dot{e} + k_d e = -F_{ext} + F_{des} \quad (4-10)$$

όπου το σφάλμα, στην περίπτωση αυτή, ορίζεται από:

$$e = x_{ch} - x_d(t) \quad (4-11)$$

όπου x_d είναι η επιθυμητή τροχιά και στη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο και στη φάση της επαφής και παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$x_d(t) = x_{d,f}(t) \frac{1 - \|F_{ext}\|/a_1}{1 + a_1 \|F_{ext}\|} + x_{d,c}(t) \frac{\|F_{ext}\|}{\|F_{ext}\| + a_2} \quad (4-12)$$

όπου οι παράμετροι a_1 και a_2 παίρνουν επαρκώς μεγάλες και επαρκώς μικρές τιμές, αντίστοιχα, έτσι ώστε $x_d(t) = x_{d,f}(t)$ στον ελεύθερο χώρο, δηλαδή όταν $\|F_{ext}\| = 0$ και $x_d(t) = x_{d,c}(t)$ κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής, δηλαδή όταν $\|F_{ext}\| \neq 0$, με $x_{d,c}(t) = x_t(t) - l_0$.

Η επιθυμητή δύναμη F_{des} , ορίζεται ως εξής:

$$F_{des} = \frac{F_d F_{ext}}{F_{ext} + a} \quad (4-13)$$

όπου η τιμή της παραμέτρου a πρέπει να είναι αρκετά μικρή, ώστε στον ελεύθερο χώρο που δεν υπάρχει δύναμη αλληλεπίδρασης να είναι $F_{des} = 0$, ενώ στην επαφή να ισχύει $F_{des} \approx F_d$.

Η αντικατάσταση της Εξ. (4-12) στην Εξ. (4-11) δίνει το σφάλμα στον ελεύθερο χώρο και το σφάλμα στην επαφή που δίνονται από τις Εξ. (4-2) και (4-6), αντίστοιχα.

Για το σχεδιασμό του ελεγκτή εμπέδησης που πρέπει να εφαρμοστεί στο σύστημα, ώστε αυτό να έχει την επιθυμητή συμπεριφορά τόσο στη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο όσο και στη φάση επαφής, απαιτούνται οι εξισώσεις κίνησης του κυνηγού και του στόχου. Η εξίσωση της δυναμικής του κυνηγού είναι:

$$F = m_{ch} \ddot{x}_{ch} + F_{ext} \quad (4-14)$$

όπου F η δύναμη που ασκείται στον κυνηγό (βλ. Σχήμα 4-1) έτσι ώστε να κινηθεί, δηλαδή η ελέγξιμη δύναμη. Ενώ η εξίσωση δυναμικής του στόχου περιγράφεται από:

$$F_{ext} = m_t \ddot{x}_t \quad (4-15)$$

Με αντικατάσταση του σφάλματος από την Εξ. (4-11) στην Εξ. (4-10) και στη συνέχεια επίλυση ως προς την επιτάχυνση \ddot{x}_{ch} , προκύπτει ότι:

$$\ddot{x}_{ch} = \ddot{x}_d - \frac{b_d}{m_d} \dot{e} - \frac{k_d}{m_d} e - \frac{F_{ext}}{m_d} + \frac{F_{des}}{m_d} \quad (4-16)$$

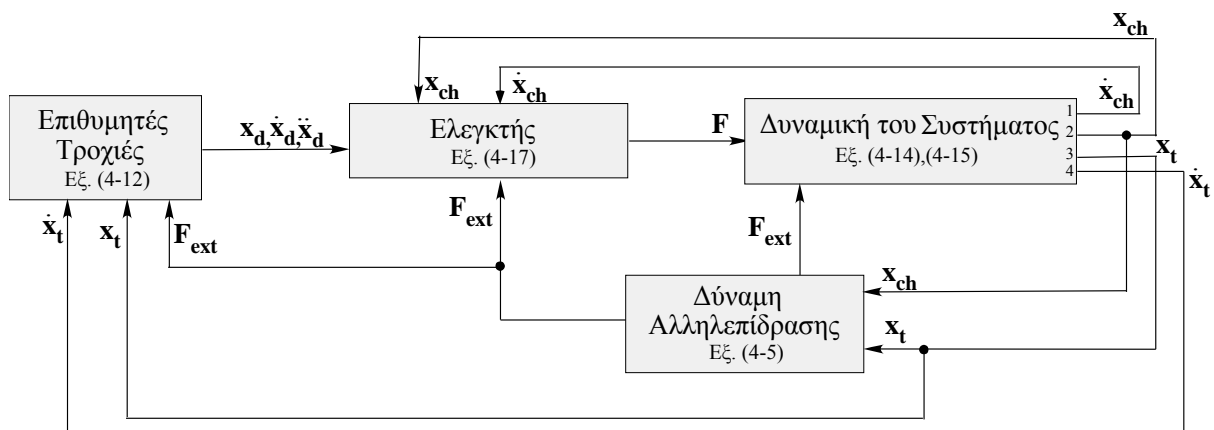
Τελικά από τις Εξ. (4-14) και (4-16) προκύπτει ο παρακάτω νόμος ελέγχου:

$$F = \left(1 - \frac{m_{ch}}{m_d}\right) F_{ext} - \frac{m_{ch}}{m_d} (b_d \dot{e} + k_d e - F_{des}) + m_{ch} \ddot{x}_d \quad (4-17)$$

όπου οι μεταβλητές που δίνονται ως ανατροφοδότηση στο σύστημα, δηλαδή οι F_{ext} , e και \dot{e} μπορούν να μετρηθούν εύκολα με τη βοήθεια κατάλληλων αισθητήρων, ενώ η επιθυμητή τροχιά επιτάχυνσης, $\ddot{x}_d(t)$ δίνεται από την παραγωγή της Εξ. (4-12).

Ωστόσο, σύμφωνα με την Εξ. (4-12), η επιθυμητή επιτάχυνση \ddot{x}_d στην επαφή, εξαρτάται από την επιτάχυνση του στόχου, \ddot{x}_t , η οποία είτε μπορεί να θεωρηθεί περίπου ίση με την επιτάχυνση του κυνηγού, είτε να υπολογισθεί μέσω της Εξ. (4-15), χρησιμοποιώντας μετρήσεις της δύναμης αλληλεπίδρασης F_{ext} και μία εκτίμηση για τη μάζα m_t του στόχου, [18].

Στη συνέχεια εικονίζεται το δομικό διάγραμμα του προτεινόμενου νόμου ελέγχου:



Σχήμα 4-2. Το δομικό διάγραμμα του προτεινόμενου ελεγκτή.

4.3 Επιλογή Παραμέτρων του Νόμου Ελέγχου

Στην παράγραφο αυτή, ο προτεινόμενος ελεγκτής εμπέδησης, που δίνεται από την Εξ. (4-17) θα εφαρμοστεί και στις δύο φάσεις κίνησης του συστήματος και θα αναπτυχθούν οι απαραίτητες συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται για τα κέρδη του m_d , b_d και k_d ώστε αυτός να μπορεί να εφαρμοστεί και στις δύο φάσεις.

4.3.1 Φάση Κίνησης στον Ελεύθερο Χώρο

Στη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο δεν εφαρμόζεται καμία εξωτερική δύναμη στον κυνηγό. Σε αυτήν την περίπτωση, η δυναμική του σφάλματος για το κλειστό σύστημα δίνεται από την Εξ. (4-1), η οποία μπορεί να γραφτεί και ως:

$$\ddot{e}_f + \frac{b_d}{m_d} \dot{e}_f + \frac{k_d}{m_d} e_f = 0 \quad (4-18)$$

όπου για θετικά κέρδη m_d, b_d και k_d του ελεγκτή, το σύστημα είναι ευσταθές και παρουσιάζει σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση ίσο με:

$$e_{f,ss} = 0 \quad (4-19)$$

Η μεταβατική απόκριση του σφάλματος θέσης του κυνηγού στον ελεύθερο χώρο, προσδιορίζεται από την επιλογή του συντελεστή απόσβεσης ζ_f και της φυσικής συχνότητας του συστήματος χωρίς απόσβεση $\omega_{n,f}$, σύμφωνα με τη συνήθη απόκριση συστημάτων δεύτερης τάξης:

$$\ddot{e}_f + 2\zeta_f \omega_{n,f} \dot{e}_f + \omega_{n,f}^2 e_f = 0 \quad (4-20)$$

Από σύγκριση των Εξ. (4-18) και (4-20), προκύπτει ότι:

$$\frac{b_d}{m_d} = 2\zeta_f \omega_{n,f} \quad (4-21)$$

και

$$\frac{k_d}{m_d} = \omega_{n,f}^2 \quad (4-22)$$

Έτσι, τα κέρδη m_d, b_d προσδιορίζονται από τα επιθυμητά ζ_f και $\omega_{n,f}$ ως εξής:

$$m_d = \frac{k_d}{\omega_{n,f}^2} \quad (4-23)$$

και

$$b_d = 2\zeta_f \omega_{n,f} m_d \quad (4-24)$$

όπου η παράμετρος k_d μπορεί να πάρει οποιαδήποτε θετική τιμή.

4.3.2 Φάση Επαφής

Στη φάση της επαφής, όπως προαναφέρθηκε, ασκείται στον κυνηγό εξωτερική δύναμη, η οποία δίνεται από την Εξ. (4-5). Σε αυτή την περίπτωση η δυναμική του σφάλματος που δίνεται από την Εξ. (4-8), μπορεί να γραφτεί και ως:

$$\ddot{e}_c + \frac{b_d}{m_d} \dot{e}_c + \frac{k_d + k_e}{m_d} e_c = \frac{F_d}{m_d} \quad (4-25)$$

όπου για θετικές παραμέτρους m_d, b_d και k_d το σύστημα είναι ευσταθές και το σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση δίνεται από την Εξ. (4-9).

Η μεταβατική απόκριση του σφάλματος θέσης του κυνηγού στη φάση επαφής, περιγράφεται από τα μεγέθη ζ_c και $\omega_{n,c}$. Όπως και στην περίπτωση της φάσης του ελεύθερου χώρου, τα κέρδη του ελεγκτή επιλέγονται σύμφωνα με τις παρακάτω εξισώσεις:

$$m_d = \frac{k_d + k_e}{\omega_{n,c}^2} \quad (4-26)$$

και

$$b_d = 2\zeta_c \omega_{n,c} m_d \quad (4-27)$$

Από τη στιγμή όμως, που απαιτούνται οι ίδιες παράμετροι ελέγχου και στις δύο φάσεις κίνησης, ώστε να μην υπάρχει μετάβαση του συστήματος από ένα νόμο ελέγχου σε έναν άλλο, οι συγκρίσεις των Εξ.(4-23) με την Εξ.(4-26) και της Εξ.(4-24) με την Εξ. (4-27) δίνουν αντίστοιχα:

$$\zeta_c = \zeta_f \sqrt{\frac{k_d}{k_d + k_e}} \quad (4-28)$$

και

$$\omega_{n,c} = \omega_{n,f} \sqrt{\frac{k_d + k_e}{k_d}} \quad (4-29)$$

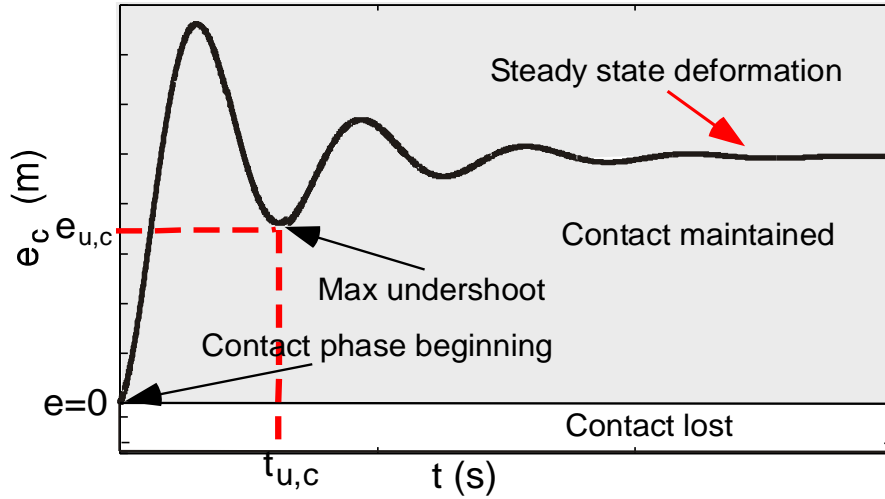
Σύμφωνα με τις Εξ.(4-28) και (4-29), η απόκριση του συστήματος στη φάση επαφής, η οποία περιγράφεται από τα μεγέθη ζ_c και $\omega_{n,c}$ εξαρτάται από την απόκριση του συστήματος στον ελεύθερο χώρο, η οποία προσδιορίζεται από τα μεγέθη ζ_f και $\omega_{n,f}$. Εάν, λοιπόν, οριστεί αρχικά, μία επιθυμητή μεταβατική απόκριση για το σφάλμα θέσης στον ελεύθερο χώρο, μέσω επιθυμητών τιμών στα μεγέθη ζ_f και $\omega_{n,f}$ και επιλεχθεί οποιαδήποτε θετική, πεπερασμένη τιμή για την παράμετρο k_d , οι παράμετροι m_d και b_d θα υπολογιστούν από τις Εξ. (4-23) και (4-24), αντίστοιχα.

Επιπλέον η Εξ.(4-28) δείχνει ότι $\zeta_c < \zeta_f$, καθώς ισχύει $k_e \gg 0$. Έτσι, η επιλογή μιας μη ταλαντωτικής απόκρισης με κρίσιμη απόσβεση ($\zeta_f = 1$) στη φάση του ελεύθερου χώρου, θα έχει ως αποτέλεσμα μια ταλαντωτική απόκριση με υποκρίσιμη απόσβεση ($0 < \zeta_c < 1$) στη φάση επαφής. Στην επόμενη ενότητα, αυτή ακριβώς η απόκριση στη φάση επαφής θα μελετηθεί εκτενέστερα.

4.4 Απόκριση του Συστήματος κατά τη Φάση Επαφής

Στην προηγούμενη παράγραφο, σχεδιάστηκε ο νόμος ελέγχου εμπέδησης και προέκυψε ότι υπάρχει εξάρτηση των αποκρίσεων στις φάσεις ελεύθερου χώρου και επαφής έτσι ώστε ο προτεινόμενος ελεγκτής να μπορεί να εφαρμοστεί και στις δύο φάσεις. Η επιλογή επιθυμητής απόκρισης του συστήματος, η οποία παρουσιάζει μη ταλαντωτική συμπεριφορά με κρίσιμη απόσβεση στη φάση του ελεύθερου χώρου, οδηγεί σε ταλαντωτική απόκριση με υποκρίσιμη απόσβεση στη φάση επαφής. Στην παρούσα ενότητα, λοιπόν, θα μελετηθεί η ταλαντωτική απόκριση με υποκρίσιμη απόσβεση, ώστε να προσδιοριστούν οι προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται, για να μη χάνεται η επαφή μεταξύ κυνηγού και στόχου.

Στο Σχήμα 4-3 εικονίζεται μία τυπική απόκριση με ταλαντωτική συμπεριφορά και υποκρίσιμη απόσβεση μαζί με κάποια ενδιαφέροντα για τη συνέχεια της παρούσας ανάλυσης, χαρακτηριστικά.



Σχήμα 4-3. Η υποκρίσιμη αποσβενόμενη ταλάντωση που πραγματοποιεί ο κινηγός κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής.

Η απόκριση του σφάλματος θέσης στη φάση επαφής προκύπτει από την επίλυση της δυναμικής του σφάλματος θέσης που δίνεται από την Εξ. (4-8). Με εφαρμογή του μετασχηματισμού Laplace στην Εξ. (4-8), λαμβάνοντας υπόψη την ύπαρξη μη μηδενικών αρχικών συνθηκών και πιο συγκεκριμένα την ύπαρξη μη μηδενικής αρχικής ταχύτητας κατά το ξεκίνημα της φάσης επαφής, έχουμε:

$$m_d(s^2 E_c(s) - s e_c(0) - \dot{e}_c(0)) + b_d(s E_c(s) - e_c(0)) + (k_d + k_e) E_c(s) = F_d(s) \quad (4-30)$$

όπου τη χρονική στιγμή $t = 0$, που ξεκινάει η δεύτερη φάση κίνησης, αυτή της επαφής, το σφάλμα θέσης είναι μηδέν ($e_c(0) = 0$) ενώ η παράγωγος του σφάλματος θέσης $\dot{e}_c(0)$ ισούται με την αρχική σχετική ταχύτητα $v(0)$ του κινηγού - στόχου στη φάση επαφής.

Θεωρώντας τη δύναμη F_d ως μια σταθερή βηματική συνάρτηση, η επίλυση της Εξ. (4-30) ως προς $E_c(s)$ δίνει:

$$E_c(s) = \frac{m_d v(0)}{m_d s^2 + b_d s + (k_d + k_e)} + \frac{\frac{F_d}{s}}{m_d s^2 + b_d s + (k_d + k_e)} \quad (4-31)$$

ή

$$E_c(s) = \frac{m_d v(0)}{(k_d + k_e)} \frac{\omega_{n,c}^2}{s^2 + 2\zeta_c \omega_{n,c} s + \omega_{n,c}^2} + \frac{F_d}{(k_d + k_e)} \frac{\omega_{n,c}^2}{s(s^2 + 2\zeta_c \omega_{n,c} s + \omega_{n,c}^2)} \quad (4-32)$$

τα μεγέθη ζ_c και $\omega_{n,c}$ δίνονται από τις Εξ. (4-28) και (4-29), αντίστοιχα.

Στην περίπτωση υποκρίσιμης απόσβεσης, ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace στην Εξ. (4-32), δίνει την παρακάτω απόκριση σφάλματος:

$$e_c(t) = \frac{F_d}{k_d + k_e} - \frac{F_d}{(k_d + k_e)\sqrt{1 - \zeta_c^2}} e^{-\zeta_c \omega_{n,c} t} \sin(\omega_{d,c} t + \varphi_c) + \frac{m_d v(0) \omega_{n,c}}{(k_d + k_e)\sqrt{1 - \zeta_c^2}} e^{-\zeta_c \omega_{n,c} t} \sin(\omega_{d,c} t) \quad (4-33)$$

όπου για τη γωνία φ_c ισχύει:

$$\tan \varphi_c = \frac{\sqrt{1-\zeta_c^2}}{\zeta_c} \quad (4-34)$$

και $\omega_{d,c}$ είναι η φυσική συχνότητα με απόσβεση του συστήματος, η οποία δίνεται από:

$$\omega_{d,c} = \omega_{n,c} \sqrt{1-\zeta_c^2} \quad (4-35)$$

Τελικά, η απόκριση του σφάλματος θέσης στη φάση επαφής δίνεται από:

$$e_c(t) = \frac{F_d}{k_d + k_e} + A_c e^{-\zeta_c \omega_{n,c} t} \sin(\omega_{d,c} t + \psi_c) \quad (4-36)$$

όπου το πλάτος A_c ισούται με:

$$A_c = \sqrt{\frac{m_d^2 \omega_{n,c}^2 v(0)^2 - 2 F_d m_d \omega_{n,c} \zeta_c v(0) + F_d^2}{(k_e + k_d)^2 (1-\zeta_c^2)}} \quad (4-37)$$

και

$$\psi_c = \tan^{-1} \left(\frac{-F_d \sqrt{1-\zeta_c^2}}{-F_d \zeta_c + m_d \omega_{n,c} v(0)} \right) \quad (4-38)$$

Για να επιτευχθεί η διατήρηση επαφής μεταξύ των δύο μαζών, το σφάλμα θέσης $e_{u,c}$ που αντιστοιχεί στη μέγιστη υπο-ακόντιση, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4-3, πρέπει να είναι θετικό, δηλαδή η ικανή και αναγκαία συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται για να έχουμε διατήρηση επαφής, είναι:

$$e_{u,c} = e_c(t_{u,c}) > 0 \quad (4-39)$$

όπου $t_{u,c}$ είναι ο χρόνος στον οποίο εμφανίζεται η μέγιστη υπο-ακόντιση και αντιστοιχεί, σύμφωνα με το Σχήμα 4-3, στη χρονική στιγμή που μηδενίζει, για δεύτερη φορά, τη χρονική παράγωγο του σφάλματος θέσης, που δίνεται από την Εξ. (4-36).

Οι χρονικές στιγμές, που μηδενίζουν τη χρονική παράγωγο του σφάλματος θέσης, δίνονται από τον παρακάτω τύπο:

$$t_{\kappa} = \frac{\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-\zeta_c^2}}{\zeta_c} \right) + \kappa\pi - \psi_c}{\omega_{u,c} \sqrt{1-\zeta_c^2}} \quad \kappa = 0, 1, \dots \quad (4-40)$$

Ο χρόνος $t_{u,c}$ δίνεται από την Εξ. (4-40) για $\kappa = 1$ και είναι:

$$t_{u,c} = \frac{\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-\zeta_c^2}}{\zeta_c} \right) + \pi - \psi_c}{\omega_{u,c} \sqrt{1-\zeta_c^2}} \quad (4-41)$$

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-3, η μέγιστη υπο-ακόντιση της απόκρισης του σφάλματος θέσης είναι θετική εάν το πλάτος της ταλάντωσης που πραγματοποιείται είναι αρκούτως μικρό. Έτσι, θεωρούμε την περίπτωση όπου το πλάτος A_c παίρνει την ελάχιστη τιμή του,

δηλαδή την περίπτωση όπου έχουμε $A_{c,min}$. Χρησιμοποιώντας την Εξ. (4-37) προκύπτει ότι το πλάτος παίρνει την ελάχιστη τιμή του για αρχική σχετική ταχύτητα v ίση με:

$$v_d = \frac{F_d \zeta_c}{m_d \omega_{n,c}} \quad (4-42)$$

Η ελάχιστη τιμή του πλάτους A_c λοιπόν, προκύπτει αντικαθιστώντας την Εξ. (4-42) που δίνει την επιθυμητή ταχύτητα, στην Εξ. (4-37) και είναι:

$$A_{c,min} = \frac{F_d}{k_d + k_e} \quad (4-43)$$

Σε αυτήν την περίπτωση, η υπο-ακόντιση που παρουσιάζει η απόκριση του σφάλματος θέσης δίνεται από:

$$e_{u,c} = \frac{F_d}{k_d + k_e} (1 + e^{-\zeta_c \omega_{n,c} t_{u,c}} \sin(\omega_{n,c} \sqrt{1 - \zeta_c^2} t_{u,c} + \psi_c)) \quad (4-44)$$

Το δεξί μέλος της Εξ. (4-44) είναι πάντοτε θετικό, συνεπώς η Εξ. (4-39) ικανοποιείται. Η παραπάνω ανάλυση, δείχνει ότι, συνεχής επαφή μεταξύ κυνηγού και στόχου εξασφαλίζεται εάν η αρχική σχετική ταχύτητα τους στο ξεκίνημα της επαφής ικανοποιεί την σχέση που δίνεται από την Εξ. (4-42). Η σχετική ταχύτητα v_d μπορεί να ορισθεί από την τελική ταχύτητα του κυνηγού κατά τη φάση κίνησής του στον ελεύθερο χώρο η οποία μπορεί να επιβληθεί στο σύστημα μέσα από την επιβολή επιθυμητής τροχιάς, την οποία καλείται να ακολουθήσει στον ελεύθερο χώρο και η οποία δίνεται από την Εξ. (4-3). Οι συντελεστές του πολυωνύμου $s(t)$, όπως αυτοί φαίνονται στην Εξ. (4-4) επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε, ο κυνηγός τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το στόχο να έχει σχετική ταχύτητα ίση με v_d ως προς αυτόν.

Παράδειγμα 4.1

Στο παράδειγμα αυτό, η προτεινόμενη μέθοδος ελέγχου εφαρμόζεται στο μονοδιάστατο σύστημα που εικονίζεται στο Σχήμα 4-1 του οποίου οι παράμετροι παρουσιάζονται στον Πίνακα 4 - 1.

Πίνακας 4-1. Οι παράμετροι του συστήματος που εικονίζονται στο Σχήμα 4-1

Κυνηγός Μάζας m_{ch} (kg)	Στόχος Μάζας m_t (kg)	Ελατήριο Φυσικού Μήκους l_0 (m)	Στόχος με Συντελεστή Δυσκαμψίας k_e^* (N/m)
50	40	0.1	10,000

Ο στόχος είναι αρχικά ακίνητος στη θέση, $x_{t,in} = 2.5 m$. Ο κυνηγός κινείται προς το στόχο ξεκινώντας από τη θέση $x_{ch,in} = 0.1 m$. Η επαφή μεταξύ του κυνηγού και του στόχου μοντελοποιείται με τη βοήθεια ενός ελατηρίου φυσικού μήκους $l_0 = 0.1 m$ και συντελεστή δυσκαμψίας $k_e = 1000 N/m$, όπως φαίνεται και στον Πίνακα 4-1.

Ο ελεγκτής, ο οποίος δίνεται από την Εξ. (4-17) εφαρμόζεται στον κυνηγό κατά τη διάρκεια κίνησής του στον ελεύθερο χώρο καθώς και στη φάση της επαφής με τον στόχο. Συνεπώς, στο παράδειγμα, οι παράμετροι του ελέγχου εμπέδησης θα παίρνουν μία τιμή και στις δύο φάσεις κίνησης.

Η παράμετρος k_d και η επιθυμητή δύναμη F_d , επιλέγονται έτσι ώστε το σφάλμα θέσης $e_{c,ss}$ στη μόνιμη κατάσταση στη φάση επαφής, το οποίο δίνεται από την Εξ.(4-9), να έχει επιθυμητή τιμή. Έτσι, στο παράδειγμα αυτό επιλέγονται ως:

$$k_d = 100 \text{ N / m} \quad (4-45)$$

και

$$F_d = 100 \text{ N} \quad (4-46)$$

ώστε να επιτύχουμε σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση, κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής, της τάξης του $0.01m$.

Οι παράμετροι m_d και b_d επιλέγονται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να δίνουν την απόκριση του σφάλματος θέσης που επιθυμούμε στον ελεύθερο χώρο. Έτσι, επιβάλλοντας στο σύστημα να παρουσιάζει συντελεστή απόσβεσης $\zeta_f = 1$ και φυσική συχνότητα $\omega_{n,f} = 60 \text{ rad / s}$ στον ελεύθερο χώρο και χρησιμοποιώντας τις Εξ. (4-23) και (4-24) προκύπτει:

$$m_d = 2.8 \text{ kg} \quad (4-47)$$

και

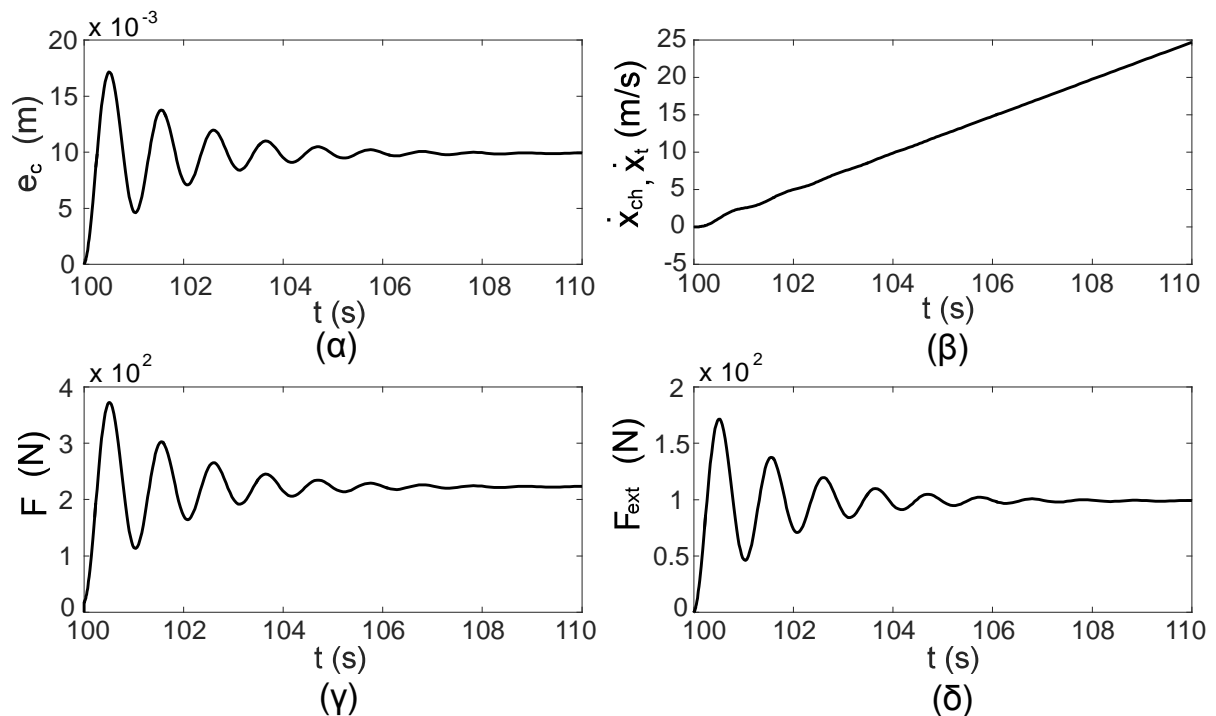
$$b_d = 33.3 \text{ Ns / m} \quad (4-48)$$

Η κατάλληλη αρχική σχετική ταχύτητα του κυνηγού ως προς το στόχο, η οποία επιβάλλεται σε αυτόν μέσω του σχεδιασμού τροχιάς στον ελεύθερο χώρο και η οποία πρέπει να ικανοποιεί την Εξ. (4-42), στο παρόν παράδειγμα είναι:

$$v_d = 0.0059 \text{ m / s} \quad (4-49)$$

Η απόκριση του σφάλματος θέσης εικονίζεται στο Σχήμα 4-4 (α). Είναι εύκολο να διακρίνουμε ότι επιτυγχάνεται η συνεχής επαφή μεταξύ των δύο μαζών, καθώς το σφάλμα θέσης παραμένει διαρκώς θετικό.

Στο Σχήμα 4-4 (β) φαίνεται το γράφημα των ταχυτήτων του κυνηγού και του στόχου συναρτήσει του χρόνου κατά τη διάρκεια της επαφής. Εύκολα διακρίνει κανείς, ότι αφού επιτευχθεί η επαφή και έπειτα, οι δύο μάζες συγχρονίζονται, κινούνται δηλαδή με την ίδια ταχύτητα. Στο Σχήμα 4-4 (γ) και στο Σχήμα 4-4 (δ) εικονίζονται, η δύναμη που επιβάλλεται στον κυνηγό όπως αυτή προέκυψε με βάση το νόμο ελέγχου που επιλέχθηκε και η εξωτερική δύναμη που αναπτύσσεται τη στιγμή της επαφής και έπειτα, συναρτήσει του χρόνου, αντίστοιχα.



Σχήμα 4-4. (α) Η απόκριση του σφάλματος θέσης, (β) οι ταχύτητες του κινητού και του στόχου, (γ) το σήμα εισόδου στον ελεγκτή και (δ) η αναπτυχθείσα εξωτερική δύναμη κατά τη διάρκεια της επαφής.

4.5 Ανάλυση Ευρωστίας του Ελεγκτή

Στις προηγούμενες ενότητες του παρόντος κεφαλαίου θεωρήσαμε ότι την στιγμή της επαφής είναι γνωστός ο πραγματικός συντελεστής δυσκαμψίας k_e του υλικού, από το οποίο είναι φτιαγμένος ο στόχος καθώς και η θέση x_t , στην οποία αυτός είναι τοποθετημένος. Παρόλα αυτά οι τιμές των k_e και x_t μπορεί να μην είναι γνωστές με ακρίβεια. Ωστόσο, ο ελεγκτής που προτείνεται οφείλει να χαρακτηρίζεται από ευρωστία κατά την επαφή του κινητού με διαφορετικούς στόχους, των οποίων οι τιμές των συντελεστών δυσκαμψίας υλικού ποικίλουν, και παρά την αβεβαιότητα της ακριβούς θέσης του στόχου. Στη συνέχεια, λοιπόν, θα παρουσιαστεί εκτενώς η ανάλυση ευρωστίας του ελεγκτή, σε σχέση με την αβεβαιότητα στη δυσκαμψία και στη θέση του στόχου.

4.5.1 Αβεβαιότητα στη Δυσκαμψία του Υλικού του Στόχου

Στη φάση της επαφής η δυναμική του σφάλματος δίνεται από την Εξ. (4-25), στην οποία το μέγεθος k_e αντιστοιχεί στον πραγματικό συντελεστή δυσκαμψίας του υλικού του στόχου, ενώ στην ίδια εξίσωση οι παράμετροι εμπέδησης m_d και b_d έχουν σχεδιαστεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούν τις Εξ. (4-26) και (4-27), στις οποίες, ωστόσο, ο συντελεστής δυσκαμψίας k_e αντιστοιχεί σε μια ονομαστική τιμή, δηλαδή σε αυτή τη τιμή που υποτέθηκε προκειμένου να σχεδιαστεί ο κατάλληλος ελεγκτής. Από δω και στο εξής αυτή η ονομαστική τιμή θα συμβολίζεται ως k_e^* .

Εάν ο πραγματικός συντελεστής δυσκαμψίας του στόχου διαφέρει από τον ονομαστικό θα υπάρξουν κάποιες διαφοροποιήσεις. Καταρχάς, για τον ονομαστικό συντελεστή δυσκαμψίας του υλικού του στόχου, οι παράμετροι εμπέδησης m_d και b_d θα δίνονται, σύμφωνα με τις Εξ. (4-26) και (4-27) από τους παρακάτω τύπους:

$$m_d = \frac{k_d + k_e^*}{\omega_{n,c}^*} \quad (4-50)$$

και

$$b_d = 2\zeta_c^* \omega_{n,c}^* m_d \quad (4-51)$$

όπου $\omega_{n,c}^*$ είναι η ονομαστική τιμή της φυσικής συχνότητας του συστήματος κατά τη φάση της επαφής και ομοίως ζ_c^* η ονομαστική τιμή του συντελεστή απόσβεσης.

Για τον πραγματικό συντελεστή δυσκαμψίας του υλικού του στόχου, οι αντίστοιχες εξισώσεις είναι:

$$m_d = \frac{k_d + k_e}{\omega_{n,c}^2} \quad (4-52)$$

και

$$b_d = 2\zeta_c \omega_{n,c} m_d \quad (4-53)$$

όπου $\omega_{n,c}$ και ζ_c είναι η πραγματική τιμή της φυσικής συχνότητας του συστήματος κατά τη φάση της επαφής και η πραγματική τιμή του συντελεστή απόσβεσης, αντίστοιχα.

Από τις Εξ. (4-50) και (4-52) καθώς και από τις Εξ. (4-51) και (4-53) προκύπτουν αντίστοιχα οι παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{k_d + k_e^*}{\omega_{n,c}^*} = \frac{k_d + k_e}{\omega_{n,c}^2} \quad (4-54)$$

και

$$2\zeta_c^* \omega_{n,c}^* m_d = 2\zeta_c \omega_{n,c} m_d \quad (4-55)$$

Επιλύοντας λοιπόν, τις Εξ. (4-54) και (4-55), ως προς τα μεγέθη $\omega_{n,c}$ και ζ_c έχουμε:

$$\zeta_c = \zeta_c^* \sqrt{\frac{k_d + k_e^*}{k_d + k_e}} \quad (4-56)$$

και

$$\omega_{n,c} = \omega_{n,c}^* \sqrt{\frac{k_d + k_e}{k_d + k_e^*}} \quad (4-57)$$

όπου οι ονομαστικές τιμές $\omega_{n,c}^*$ και ζ_c^* υπολογίζονται με χρήση των Εξ. (4-28) και (4-29) και της ονομαστικής τιμής του συντελεστή δυσκαμψίας, k_e^* .

Οι Εξ.(4-56) και (4-57) μας επιτρέπουν ουσιαστικά να προβλέψουμε την απόκριση του συστήματος κατά τη φάση της επαφής χωρίς να είναι απόλυτα γνωστός ο στόχος τον οποίο προσεγγίζει ο κυνηγός.

Αντικαθιστώντας τις παραμέτρους $\omega_{n,c}$, ζ_c και την ταχύτητα v^* στις Εξ. (4-37)-(4-38), καθώς και στην Εξ. (4-41) και μετά από κάποιους αλγεβρικούς χειρισμούς, το πλάτος A_c και οι παράμετροι ψ_c , $t_{u,c}$ προκύπτουν ως συναρτήσεις του πραγματικού συντελεστή δυσκαμψίας του υλικού του στόχου. Για παράδειγμα το πλάτος A_c δίνεται από:

$$A_c = \frac{F_d}{k_d + k_e} \sqrt{\frac{1 - 2\zeta_c^{*2} + \frac{k_d + k_e}{k_d + k_e^*} \zeta_c^{*2}}{1 - \frac{k_d + k_e^*}{k_d + k_e} \zeta_c^{*2}}} \quad (4-58)$$

Κατ'επέκταση, στην περίπτωση που η πραγματική τιμή του συντελεστή δυσκαμψίας διαφέρει από την ονομαστική θα διαφοροποιείται και η υπο-ακόντιση $e_{u,c}$ της απόκρισης του σφάλματος θέσης και πλέον δεν θα προκύπτει από την Εξ. (4-44). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην διατηρείται πλέον η επαφή μεταξύ κυνηγού-στόχου.

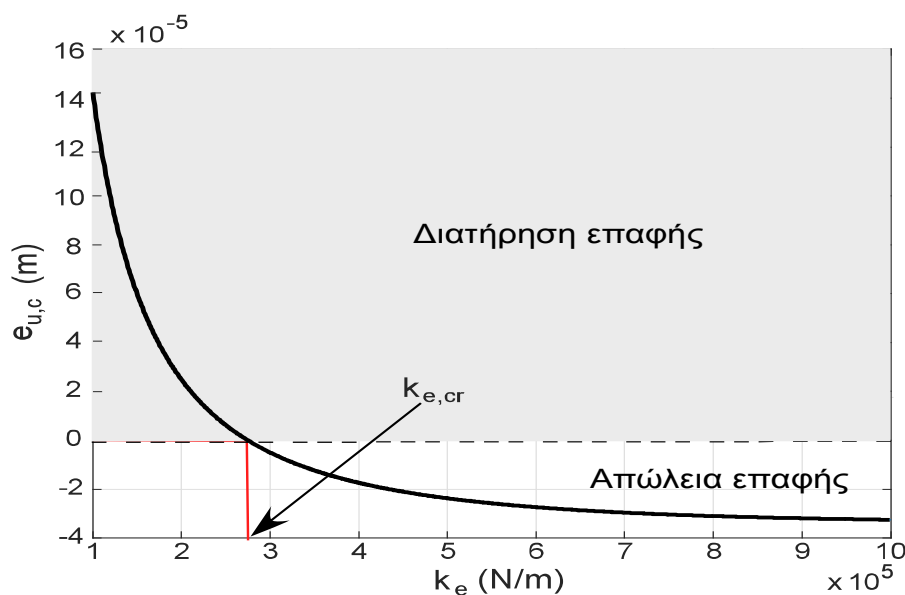
Παρόλα αυτά, μπορεί να βρεθεί ένα εύρος τιμών του συντελεστή δυσκαμψίας k_e , το οποίο θα ικανοποιεί τη συνθήκη διατήρησης επαφής. Προκειμένου να βρεθεί το προαναφερθέν εύρος τιμών, το σφάλμα θέσης $e_{u,c}$ εκφράζεται, αρχικά, ως συνάρτηση του k_e και στη συνέχεια επιλέγονται εκείνες οι τιμές του k_e οι οποίες ικανοποιούν τη συνθήκη $e_{u,c} > 0$. Στο Παράδειγμα 4.2 που ακολουθεί, εφαρμόζεται η παραπάνω μεθοδολογία για το τον υπολογισμό του εύρους τιμών του συντελεστή δυσκαμψίας k_e για το οποίο εξασφαλίζεται συνεχής επαφή.

Παράδειγμα 4.2

Σε αυτό το παράδειγμα θα χρησιμοποιηθεί το ίδιο σύστημα που χρησιμοποιήθηκε στο Παράδειγμα 4.1, με τη διαφορά ότι τώρα, ο πραγματικός συντελεστής δυσκαμψίας του υλικού του στόχου διαφέρει από τον ονομαστικό.

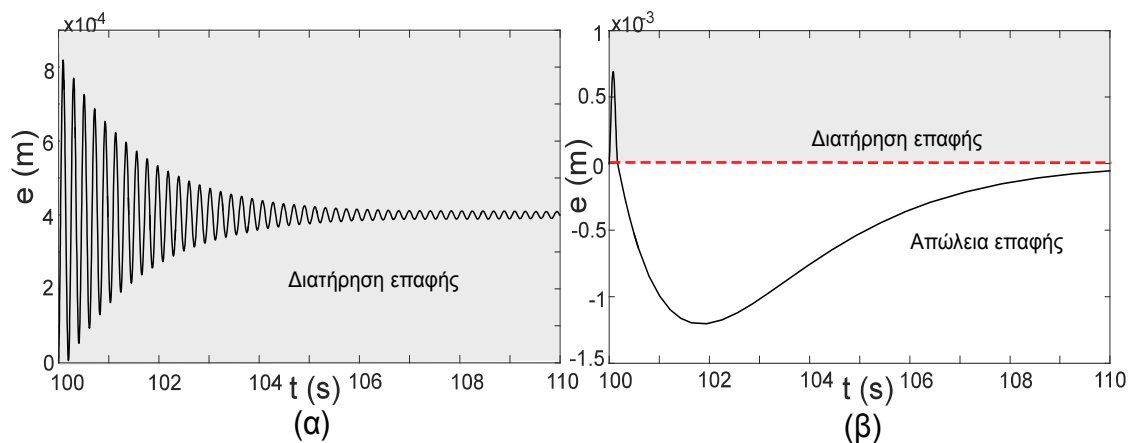
Στη συνέχεια αναλύεται η ευρωστία του ελεγκτή, σε σχέση με την δυσκαμψία του υλικού, από το οποίο είναι φτιαγμένος ο στόχος. Το Σχήμα 4-5 μας δείχνει το σφάλμα θέσης όταν αυτό παρουσιάζει υπο-ακόντιση, $e_{u,c}$, ως μια συνάρτηση του συντελεστή δυσκαμψίας. Όπως παρατηρούμε, το εύρος τιμών του συντελεστή δυσκαμψίας, για τις οποίες διατηρείται η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων, δηλαδή ισχύει η σχέση $e_{u,c} > 0$, είναι:

$$k_e < k_{e,cr} = 275 \text{ kN/m} \quad (4-59)$$

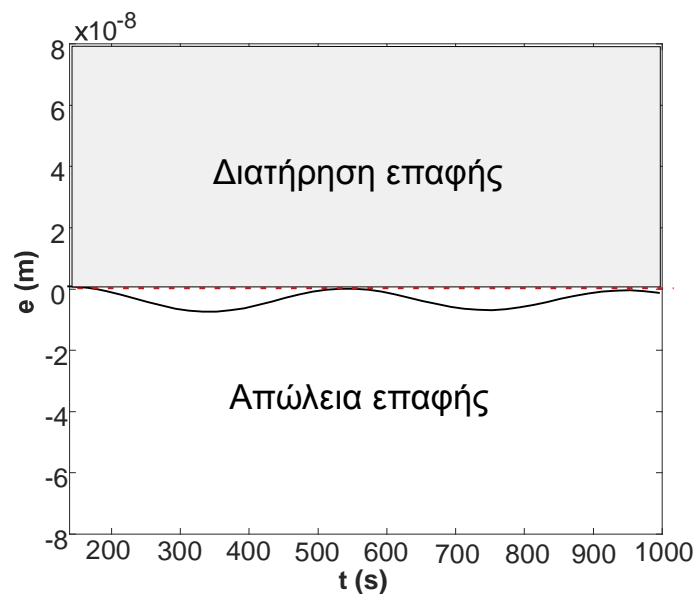


Σχήμα 4-5. Η υπο-ακόντιση του σφάλματος θέσης εκφρασμένη ως συνάρτηση του συντελεστή δυσκαμψίας του στόχου.

Το Σχήμα 4-6 (α) και το Σχήμα 4-6 (β) παρουσιάζουν την απόκριση του σφάλματος θέσης του κυνηγού στη φάση επαφής, στην περίπτωση που η πραγματική τιμή του συντελεστή δυσκαμψίας του στόχου είναι εντός του εύρους τιμών, που ικανοποιούν τη συνθήκη διατήρησης επαφής (π.χ. $k_e = 250 \text{ kN/m}$), καθώς και στην περίπτωση που βρίσκεται εκτός αυτού του εύρους τιμών (π.χ. $k_e = 300 \text{ kN/m}$), αντίστοιχα. Στην πρώτη περίπτωση παρατηρούμε ότι τα δύο σώματα είναι σε διαρκή επαφή, αφού το σφάλμα θέσης είναι πάντα θετικό, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η επαφή αυτή χάνεται, βλ. Σχήμα 4-6.



Σχήμα 4-6. Η απόκριση του σφάλματος κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής όταν η πραγματική τιμή του συντελεστή δυσκαμψίας είναι (α) $k_e = 250 \text{ kN/m} < k_{e,cr}$ (η επαφή διατηρείται) και (β) $k_e = 300 \text{ kN/m} > k_{e,cr}$ (η επαφή χάνεται).



Σχήμα 4-7. Το Σχήμα 4-6 (β) για $t > 110$ s, όπου φαίνεται ότι ανακτάται η επαφή αλλά στη συνέχεια ξανά χάνεται.

4.5.2 Αβεβαιότητα στη Θέση του Στόχου

Στη φάση του ελεύθερου χώρου, ο κυνηγός ξεκινώντας από την αρχική του θέση, κινείται με σκοπό να έρθει σε επαφή με το στόχο μία επιθυμητή χρονική στιγμή και έχοντας την απαιτούμενη σχετική ταχύτητα v_d , η οποία δίνεται από την Εξ. (4-42). Στην περίπτωση όμως,

που η πραγματική θέση στην οποία είναι τοποθετημένος ο στόχος διαφέρει από αυτήν που εκτιμήθηκε προκειμένου να σχεδιαστεί ο ελεγκτής (π.χ. ο στόχος βρίσκεται πλησιέστερα στον κυνηγό), η σχετική ταχύτητα του δεύτερου τη στιγμή της επαφής, θα διαφέρει από την επιθυμητή σχετική ταχύτητα v_d και η προκύπτουσα απόκριση δεν θα ικανοποιεί πλέον την Εξ. (4-39). Παρόλα αυτά, μπορεί να βρεθεί κάποιο εύρος τιμών της θέσης στην οποία είναι τοποθετημένος ο στόχος, για τα οποία θα διατηρείται η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων. Στη συνέχεια θα εξεταστεί ο υπολογισμός αυτού του εύρους τιμών.

Όπως προαναφέρθηκε, εξαιτίας της αβεβαιότητας σχετικά με τη θέση του στόχου, η σχετική ταχύτητα v_d που υπολογίζεται από την Εξ. (4-42) δε θα είναι η απαιτούμενη. Για τον υπολογισμό εκείνων των θέσεων του στόχου όπου για τις οποίες εξασφαλίζεται συνεχής επαφή παρά την αβεβαιότητα της πραγματικής θέσης του στόχου, αρχικά, εκφράζεται η υπο-ακόντιση $e_{u,c}$ του σφάλματος θέσης ως συνάρτηση της σχετικής ταχύτητας v και έτσι, προκύπτει το εύρος των ταχυτήτων v για τις οποίες θα ισχύει $e_{u,c} > 0$ (συνεχής επαφή). Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι χρονικές στιγμές, οι οποίες αντιστοιχούν στα όρια του εύρους αυτών των αποδεκτών ταχυτήτων. Για τον σκοπό αυτό επιλύεται ως προς το χρόνο η παρακάτω εξίσωση, η οποία μας δίνει την σχετική ταχύτητα του κυνηγού κατά τη διάρκεια της κίνησής του στον ελεύθερο χώρο:

$$v = \dot{x}_{ch} - \dot{x}_{t,in} = \dot{s}(t)(x_{ch,c} - x_{ch,in}) - \dot{x}_{t,in} \quad (4-60)$$

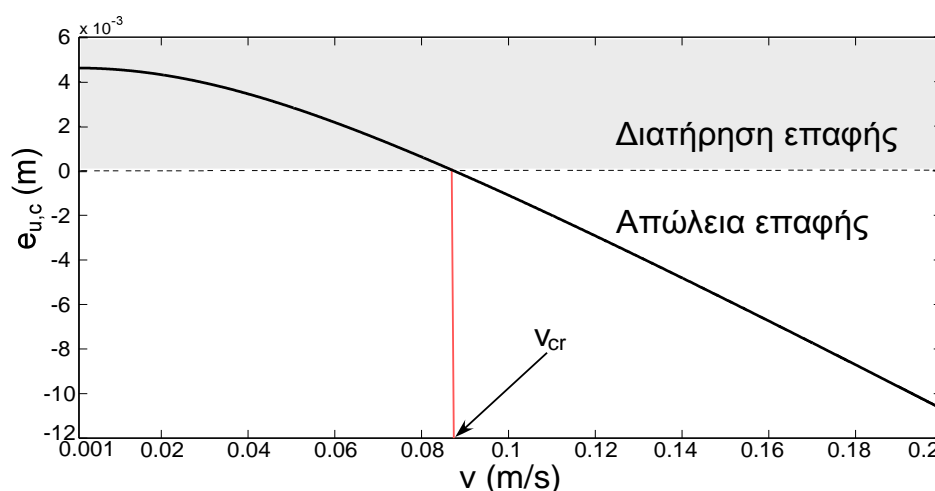
όπου $\dot{x}_{t,in}$ είναι η σταθερή, αρχική ταχύτητα του στόχου πριν την επαφή.

Τέλος οι χρονικές αυτές στιγμές που υπολογίστηκαν παραπάνω, εισάγονται στην Εξ. (4-3), όπου προκύπτει το ζητούμενο εύρος θέσεων. Η παραπάνω ανάλυση ευρωστίας του συστήματος επικυρώνεται από το ακόλουθο παράδειγμα.

Παράδειγμα 4.3

Στο παρόν παράδειγμα, θα εξεταστεί η αβεβαιότητα στη θέση του στόχου και πως αυτή επηρεάζει τη διατήρηση επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων, χρησιμοποιώντας την ανάλυση που παρουσιάστηκε παραπάνω.

Στο Σχήμα 4-8, εικονίζεται η υποακόντιση που παρουσιάζει η απόκριση του σφάλματος θέσης συναρτήσει της σχετικής ταχύτητας του κυνηγού, τη στιγμή της επαφής.

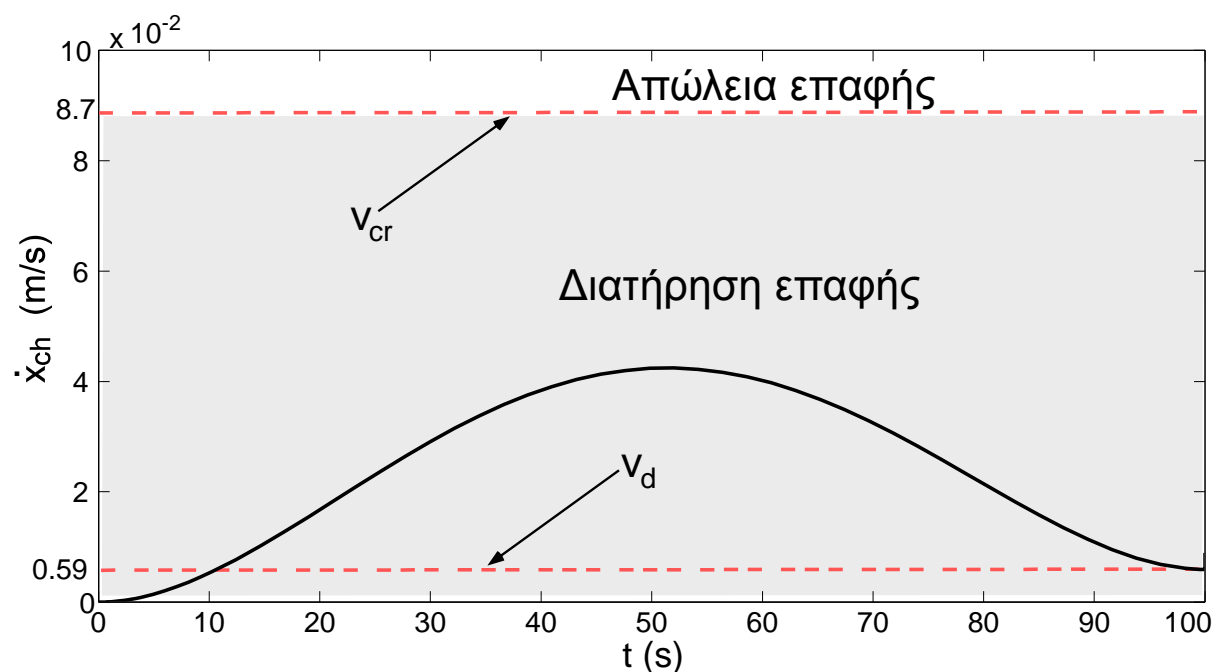


Σχήμα 4-8. Η υπο-ακόντιση που παρουσιάζει το σφάλμα ως συνάρτηση της σχετικής ταχύτητας του κυνηγού.

Σύμφωνα με το Σχήμα 4-8, το εύρος των σχετικών ταχυτήτων του κυνηγού, τη στιγμή που λαμβάνει χώρα η επαφή, για το οποίο ικανοποιείται η σχέση $e_{u,c} > 0$, και κατ'επέκταση διατηρείται η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων, είναι:

$$v < v_{cr} = 0.087 \text{ m/s} \quad (4-61)$$

Στο παρόν παράδειγμα, ο κυνηγός βρίσκεται, αρχικά, σε κατάσταση ηρεμίας και στη συνέχεια, οδηγείται στο σημείο, που μετρήθηκε και υποτέθηκε πως είναι η θέση στην οποία βρίσκεται τοποθετημένος ο στόχος. Σε αυτό το σημείο, ο κυνηγός πρέπει να φτάσει τη χρονική στιγμή $t_f = 100 \text{ s}$ και με σχετική ταχύτητα $v_d = 0.0059 \text{ m/s}$. Στο παρακάτω σχήμα, εικονίζεται η απόλυτη ταχύτητά του συναρτήσει του χρόνου, η οποία ταυτίζεται με τη σχετική, καθώς η ταχύτητα του στόχου στη φάση κίνησης στον ελεύθερο χώρο είναι μηδενική. Όπως παρατηρεί κανείς, σε αυτό το παράδειγμα, που τα χαρακτηριστικά μεγέθη του συστήματος είναι ίδια με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στα δύο προηγούμενα παραδείγματα, η ταχύτητα του επισκευαστή, καθώς αυτός κινείται στον ελεύθερο χώρο, παίρνει τιμές οι οποίες είναι πάντοτε εντός του εύρους της Εξ.(4-61). Ως εκ τούτου, οπουδήποτε και να βρεθεί ο στόχος, ο κυνηγός θα ακουμπήσει πάνω του, έχοντας ταχύτητα, η οποία ικανοποιεί την συνθήκη διατήρησης επαφής μεταξύ των.



Σχήμα 4-9. Η ταχύτητα του κυνηγού κατά τη διάρκεια κίνησής του στον ελεύθερο χώρο.

5 Έλεγχος Εμπέδησης σε ΔΡΣ για Διατήρηση Επαφής – Επέκταση σε Τριδιάστατα Συστήματα

5.1 Εισαγωγή

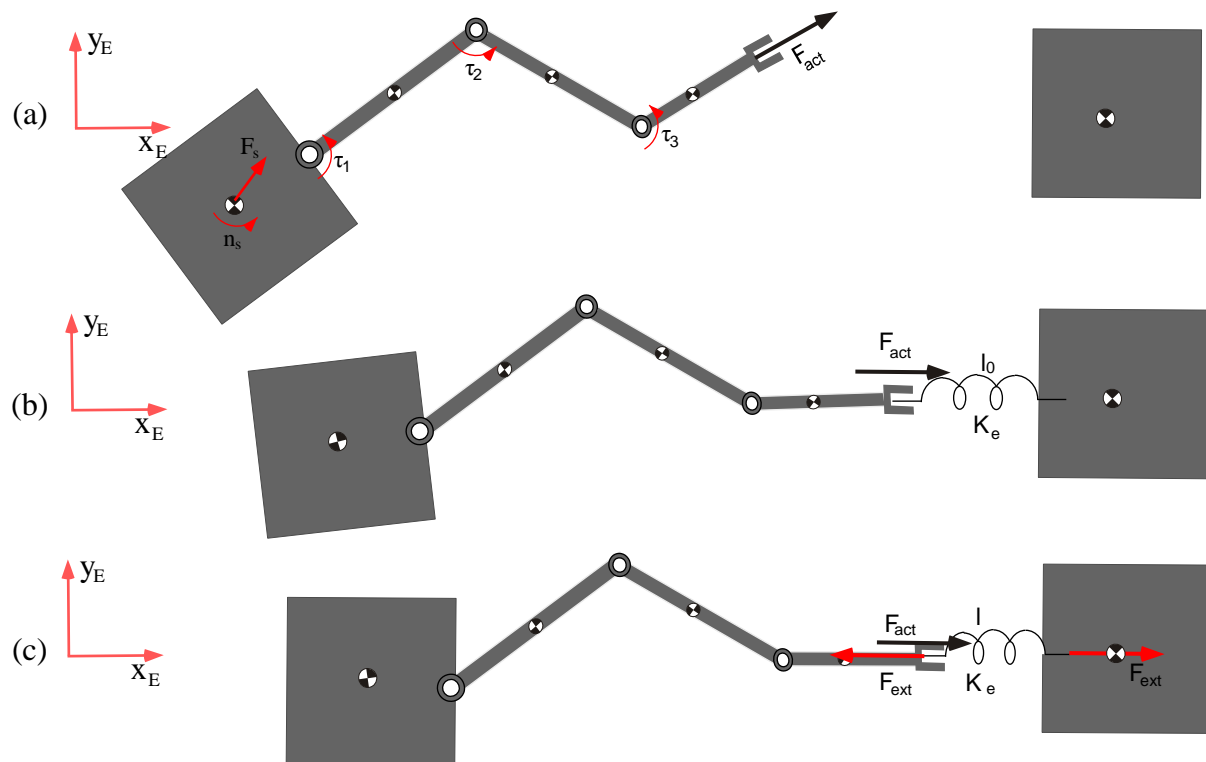
Στο παρόν κεφάλαιο, ο σχεδιασμός του ελεγκτή που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο θα γενικευθεί σε τριδιάστατες κινήσεις ΔΡΣ έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί για τη διατήρηση της επαφής μεταξύ ενός ΔΡΣ-κυνηγού και ενός δορυφόρου-στόχου. Ο ακριβής σκοπός της εργασίας του ΔΡΣ είναι, είτε να επαναφέρει σε τροχιά, είτε να εξαναγκάσει σε είσοδο στην ατμόσφαιρα το δορυφόρο ή το διαστημικό απόρριμμα (στην περίπτωση της επανόδου στην ατμόσφαιρα). Για απλοποίηση του προβλήματος, στην παρούσα εργασία λαμβάνεται υπόψη μόνο η μεταφορική κίνηση του στόχου, θεωρώντας ότι η περιστροφική του κίνηση είναι πολύ αργή και μπορεί να αγνοηθεί σε πρώτη προσέγγιση. Σκοπός του νόμου ελέγχου που εφαρμόζεται στο ΔΡΣ είναι η διατήρηση επαφής με το στόχο, στην περίπτωση που ο στόχος δε διαθέτει κάποιο εξάρτημα που να επιτρέπει τη σύλληψή (capture) του από το ΔΡΣ. Τέτοιου είδους αποστολές ενέχουν μεγάλες προκλήσεις, διότι μεταξύ άλλων, ο κυνηγός που προσπαθεί να έρθει σε επαφή με το στόχο και ο ίδιος ο στόχος, δεν είναι σταθερής βάσης, αλλά ίπτανται και αιωρούνται, αντίστοιχα, στο διάστημα. Εάν χαθεί λοιπόν, για κάποιο λόγο η επαφή μεταξύ αυτών των δύο, ο δορυφόρος ή στόχος, όπως θα αποκαλείται στη συνέχεια, θα αρχίσει να κινείται με ανεξέλεγκτο τρόπο και προφανώς, θα αποτύχει η αποστολή.

Πιο συγκεκριμένα, σε αυτό το κεφάλαιο αρχικά ο ελεγκτής που προτάθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο θα γενικευθεί με σκοπό να μπορεί να εφαρμοστεί σε τριδιάστατα ΔΡΣ. Για το σκοπό αυτό, θα διατυπωθούν οι δυναμικές εξισώσεις τόσο του κυνηγού όσο και του στόχου, που απαιτούνται για το σχεδιασμό του ελεγκτή εμπέδησης. Στη συνέχεια, θα γίνει επιλογή των παραμέτρων του καθώς και εξαγωγή των αναγκαίων συνθηκών έτσι ώστε να διατηρείται η επαφή μεταξύ κυνηγού-στόχου κατά τη διάρκεια της αποστολής. Επίσης, θα εξεταστεί η ευρωστία του προτεινόμενου ελεγκτή σε αβεβαιότητα των παραμέτρων του στόχου και κυρίως του μέτρου δυσκαμψίας του. Τέλος, ο προτεινόμενος ελεγκτής θα εφαρμοστεί σε ένα επίπεδο παράδειγμα διατήρησης επαφής μεταξύ ενός δορυφόρου από ΔΡΣ, ώστε να αποδειχθεί η εγκυρότητά του.

5.2 Σχεδιασμός Ελεγκτή Εμπέδησης

Στην παρούσα ενότητα ο σχεδιασμός του νόμου ελέγχου εμπέδησης που προτάθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο για μονοδιάστατες κινήσεις συστημάτων θα γενικευθεί για τριδιάστατες κινήσεις ΔΡΣ. Στην περίπτωση αυτή, ο προτεινόμενος σχεδιασμός του ελεγκτή στηρίζεται στην παρατήρηση ότι το ΤΣΔ του ΔΡΣ κινείται γιατί εφαρμόζεται σε αυτό μια υποθετική δύναμη \mathbf{F}_{act} , η οποία είναι το αποτέλεσμα των δυνάμεων \mathbf{F}_s και ροπών \mathbf{n}_s που εφαρμόζονται στη βάση του ΔΡΣ καθώς και των ροπών τ που εφαρμόζονται στις αρθρώσεις του, βλ. Σχήμα 5-1 (α). Αρχικά λοιπόν, το ΤΣΔ του ΔΡΣ-κυνηγού οδηγείται μέσω της δύναμης \mathbf{F}_{act} από την αρχική του θέση προς το μέρος του κινούμενου στόχου, Σχήμα 5-1 (α). Η επαφή κυνηγού-στόχου, όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο, μοντελοποιείται με τη βοήθεια ενός ελατηρίου με συντελεστή δυσκαμψίας \mathbf{K}_e . Το Σχήμα 5-1 (β) δείχνει το ξεκίνημα της επαφής, εκεί που η εξωτερική δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ κυνηγού-στόχου, \mathbf{F}_{ext} είναι ακόμη μηδενική. Στο Σχήμα 5-1 (γ) η επαφή έχει πια επιτευχθεί και η αναπτυσσόμενη \mathbf{F}_{ext} προκαλεί

την κίνηση του στόχου. Η επιλογή της κατεύθυνσης της δύναμης αλληλεπίδρασης, να περνάει από το ΚΜ του στόχου, έγινε έτσι ώστε να αποφευχθεί η δημιουργία ροπής της δύναμης \mathbf{F}_{ext} ως προς το ΚΜ του στόχου η οποία θα προκαλούσε ανεπιθύμητη περιστροφή του στόχου.



Σχήμα 5-1. (α) Η κίνηση στον ελεύθερο χώρο του ΔΡΣ, (β) το ξεκίνημα της επαφής με το στόχο, (γ) η φάση της επαφής.

Οι εξισώσεις κίνησης του στόχου για τη μεταφορική και περιστροφική κίνηση, δίνονται αντίστοιχα από:

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = m_t \ddot{\mathbf{R}}_t \quad (5-1)$$

και

$$\mathbf{n}_{\text{ext}} = \mathbf{I}_t \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_t \boldsymbol{\omega}) \quad (5-2)$$

όπου \mathbf{F}_{ext} είναι, το 3×1 διάνυσμα που περιλαμβάνει τη δύναμη αλληλεπίδρασης που αναπτύσσεται μεταξύ ΔΡΣ και στόχου στις τρεις κατευθύνσεις του χώρου, m_t είναι η μάζα του στόχου και \mathbf{R}_t είναι το 3×1 διάνυσμα θέσης του ΚΜ του, εκφρασμένο ως προς το αδρανειακό ΣΣ. Ακόμη, \mathbf{n}_{ext} είναι το 3×1 διάνυσμα των ροπών αλληλεπίδρασης, \mathbf{I}_t είναι ο 3×3 πίνακας της ροπής αδράνειας του στόχου και $\boldsymbol{\omega}$ είναι η γωνιακή του ταχύτητα.

Για το σχεδιασμό του νόμου ελέγχου εμπέδησης απαιτείται η δυναμική του ΔΡΣ, η οποία έχει μελετηθεί εκτενώς στο Κεφάλαιο 2. Όπως, λοιπόν, δείχθηκε στο Κεφάλαιο 2, η εξίσωση κίνησης ενός ελεύθερα ιπτάμενου ΔΡΣ δίνεται από:

$$\mathbf{H}^*(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \mathbf{c}^* = \mathbf{Q}^* \quad (5-3)$$

όπου $\mathbf{H}^*(\mathbf{q})$ είναι ο $(6+N) \times (6+N)$ πίνακας αδράνειας του συστήματος. Το \mathbf{R}_{C_0} είναι το διάνυσμα θέσης του ΚΜ της βάσης, εκφρασμένο στο αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων, ω_0 είναι η γωνιακή ταχύτητα της βάσης εκφρασμένη στο αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων και \mathbf{q} είναι το $N \times 1$ διάνυσμα των γωνιών των αρθρώσεων του βραχίονα. Επίσης, \mathbf{c}^* είναι το $(6+N) \times 1$ διάνυσμα, που περιλαμβάνει τους μη γραμμικούς όρους που εμφανίζονται λόγω της ύπαρξης φυγόκεντρων δυνάμεων και δυνάμεων Coriolis και \mathbf{Q}^* είναι το επίσης $(6+N) \times 1$ διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων που αντιστοιχούν στις γενικευμένες ταχύτητες:

$$\mathbf{v} = [\dot{\mathbf{R}}_{C_0}^T \quad \omega_0^T \quad \dot{\mathbf{q}}^T]^T \quad (5-4)$$

Σε περιπτώσεις, όμως, σχεδιασμού νόμων ελέγχου είναι προτιμότερο η δυναμική του συστήματος να εκφράζεται με βάση τις γωνίες Euler αντί της γωνιακής ταχύτητας. Η γωνιακή ταχύτητα ω_0 της βάσης συνδέεται με τις γωνίες Euler δ_0 , μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\omega_0 = \mathbf{E}(\delta_0) \dot{\delta}_0 \quad (5-5)$$

όπου ο $\mathbf{E}(\delta_0)$ είναι ένας 3×3 πίνακας.

Αντίστοιχα η γωνιακή επιτάχυνση της βάσης δίνεται από:

$$\dot{\omega}_0 = \mathbf{E}(\delta_0) \ddot{\delta}_0 + \dot{\mathbf{E}}(\delta_0) \dot{\delta}_0 \quad (5-6)$$

Η Εξ.(5-3), λοιπόν, λόγω της Εξ. (5-6) γράφεται:

$$\mathbf{H}^*(\mathbf{q}) \hat{\mathbf{E}}(\delta_0) \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \ddot{\delta}_0 \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \hat{\mathbf{c}} = \mathbf{Q}^* \quad (5-7)$$

όπου ο πίνακας $\hat{\mathbf{E}}(\delta_0)$ δίνεται από:

$$\hat{\mathbf{E}}(\delta_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}(\delta_0) & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (5-8)$$

όπου $\mathbf{I}_{k \times k}$ είναι ο $k \times k$ μοναδιαίος πίνακας και ο πίνακας $\mathbf{0}_{m \times n}$ είναι ο $m \times n$ μηδενικός πίνακας.

Το διάνυσμα $\hat{\mathbf{c}}$ δίνεται από:

$$\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{H}^*(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{\mathbf{E}}(\delta_0) \dot{\delta}_0 \\ \mathbf{0}_{N \times 1} \end{bmatrix} + \mathbf{c}^* \quad (5-9)$$

Πολλαπλασιάζοντας κάθε μέλος της Εξ. (5-7) με τον ανάστροφο του πίνακα $\hat{\mathbf{E}}(\delta_0)$ έτσι ώστε να προκύψει θετικά ορισμένος πίνακας αδράνειας, έχουμε:

$$\mathbf{H}(\delta_0, \mathbf{q}) \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{c}(\delta_0, \mathbf{q}, \dot{\delta}_0, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}(\delta_0, \mathbf{q}) \quad (5-10)$$

όπου \mathbf{z} είναι το διάνυσμα των γενικευμένων συντεταγμένων:

$$\mathbf{z} = [\mathbf{R}_{C_0}^T \quad \delta_0^T \quad \mathbf{q}^T]^T \quad (5-11)$$

Ο πίνακας αδράνειας $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \delta_0)$ δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}, \delta_0) = \hat{\mathbf{E}}^T(\delta_0) \mathbf{H}^*(\mathbf{q}) \hat{\mathbf{E}}(\delta_0) \quad (5-12)$$

Επιπλέον, το διάνυσμα των μη γραμμικών όρων \mathbf{c} προκύπτει ως εξής:

$$\mathbf{c} = \hat{\mathbf{E}}^T \hat{\mathbf{c}} \quad (5-13)$$

Τέλος, το διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων \mathbf{Q} είναι:

$$\mathbf{Q} = \hat{\mathbf{E}}^T \mathbf{Q}^* \quad (5-14)$$

Οι γενικευμένες δυνάμεις \mathbf{Q} , μπορούν επίσης να προκύψουν από την αρχή των δυνατών έργων, χρησιμοποιώντας ως γενικευμένες συντεταγμένες του συστήματος τις συντεταγμένες που ορίζονται από την Εξ. (5-11), έτσι:

$$\delta W = \mathbf{Q}^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \delta(\delta_0) \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

Όπως προαναφέρθηκε, για το σχεδιασμό του προτεινόμενου ελεγκτή, θεωρείται ότι το ΤΣΔ του ΔΡΣ κινείται γιατί εφαρμόζεται σε αυτό μια υποθετική δύναμη/ροπή \mathbf{F}_{act} , η οποία είναι το αποτέλεσμα των δυνάμεων \mathbf{F}_s και ροπών \mathbf{n}_s , οποίες προέρχονται από τους προωθητήρες και τον σφόνδυλο αντίδρασης της βάσης του ΔΡΣ, καθώς και των ροπών τ που εφαρμόζονται στις αρθρώσεις του,

$$\mathbf{F}_{act} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{act}^T & \mathbf{n}_{act}^T \end{bmatrix}^T \quad (5-16)$$

όπου \mathbf{F}_{act} , \mathbf{n}_{act} είναι ισοδύναμες δυνάμεις και ροπές στο ΤΣΔ, αντίστοιχα.

Στην περίπτωση αυτή, λαμβάνοντας υπόψη και τις εξωτερικές δυνάμεις/ροπές που ασκούνται στο ΤΣΔ από το περιβάλλον, η αρχή των δυνατών έργων δίνει:

$$\delta W = \mathbf{F}_{act}^T \delta \mathbf{r}_E + \mathbf{n}_{act}^T \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E - \mathbf{F}_{ext}^T \delta \mathbf{r}_E - \mathbf{n}_{ext}^T \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{act}^T & \mathbf{n}_{act}^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext}^T & \mathbf{n}_{ext}^T \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_E \\ \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

Η γραμμική ταχύτητα $\dot{\mathbf{r}}_E$ του ΤΣΔ και η γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_E$ του τελευταίου συνδέσμου του Ελεύθερα Ιπταμένου ΔΡΣ μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των ταχυτήτων των νέων γενικευμένων μεταβλητών, που ορίζονται από την Εξ. (5-11), ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_E \\ \boldsymbol{\omega}_E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \dot{\delta}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (5-18)$$

όπου \mathbf{J}_v κατάλληλος Ιακωβιανός πίνακας.

Για τις αντίστοιχες γενικευμένες μετατοπίσεις, λοιπόν, ισχύει:

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_E \\ \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \delta(\delta_0) \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (5-19)$$

Οπότε η Εξ. (5-17) γράφεται:

$$\delta W = \left([\mathbf{F}_{act}^T \quad \mathbf{n}_{act}^T] - [\mathbf{F}_{ext}^T \quad \mathbf{n}_{ext}^T] \right) \mathbf{J}_v \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \delta(\delta_0) \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (5-20)$$

Από σύγκριση των Εξ. (5-15) και (5-20) προκύπτει ότι:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J}_v^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{act} \\ \mathbf{n}_{act} \end{bmatrix} - \mathbf{J}_v^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{n}_{ext} \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

Ή ισοδύναμα:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{act} - \mathbf{Q}_{ext} \quad (5-22)$$

όπου:

$$\mathbf{Q}_{act} = \mathbf{J}_v^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{act} \\ \mathbf{n}_{act} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v^T \mathbf{F}_{act} \quad (5-23)$$

και

$$\mathbf{Q}_{ext} = \mathbf{J}_v^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{n}_{ext} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v^T \mathbf{F}_{ext} \quad (5-24)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις Εξ. (5-22)-(5-24), η εξίσωση κίνησης του κυνηγού, Εξ. (5-10), γράφεται:

$$\mathbf{H}(\delta_0, \mathbf{q}) \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{c}(\delta_0, \mathbf{q}, \dot{\delta}_0, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{J}_v^T (\mathbf{F}_{act} - \mathbf{F}_{ext}) \quad (5-25)$$

Στη συνέχεια, θα διατυπωθεί η εξίσωση κίνησης του κυνηγού στον Καρτεσιανό χώρο. Στην περίπτωση όπου ο πίνακας $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \delta_0)$ δεν παρουσιάζει ιδιομορφίες, από την Εξ. (5-25) προκύπτει ότι:

$$\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{H}^{-1}(\delta_0, \mathbf{q}) (\mathbf{J}_v^T (\mathbf{F}_{act} - \mathbf{F}_{ext}) - \mathbf{c}(\delta_0, \mathbf{q}, \dot{\delta}_0, \dot{\mathbf{q}})) \quad (5-26)$$

Η ταχύτητα του ΤΣΔ του ρομποτικού βραχίονα δίνεται από την εξής εξίσωση:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_E \\ \dot{\delta}_E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_r \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \dot{\delta}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_r \dot{\mathbf{z}} \quad (5-27)$$

όπου \mathbf{J}_r είναι κατάλληλος Ιακωβιανός πίνακας.

Αντίστοιχα η επιτάχυνση του ΤΣΔ του βραχίονα προκύπτει από τη χρονική παράγωγο της Εξ.(5-27):

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_r \ddot{\mathbf{z}} + \dot{\mathbf{J}}_r \dot{\mathbf{z}} \quad (5-28)$$

Λαμβάνοντας υπόψη, ότι οι επιταχύνσεις των γενικευμένων μεταβλητών, $\ddot{\mathbf{z}}$, δίνονται από την Εξ.(5-26) η επιτάχυνση του ΤΣΔ δίνεται από:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_r \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{J}_v^T (\mathbf{F}_{act} - \mathbf{F}_{ext}) - \mathbf{c}) + \dot{\mathbf{J}}_r \dot{\mathbf{z}} \quad (5-29)$$

ή

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{W}(\mathbf{F}_{act} - \mathbf{F}_{ext}) - \mathbf{J}_r \mathbf{H}^{-1} \mathbf{c} + \dot{\mathbf{J}}_r \dot{\mathbf{z}} \quad (5-30)$$

όπου ο 6×6 πίνακας \mathbf{W} δίνεται από:

$$\mathbf{W} = \mathbf{J}_r \mathbf{H}^{-1} \mathbf{J}_v^T \quad (5-31)$$

Όπως προαναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 4, η εφαρμογή του προτεινόμενου ελεγκτή εμπέδησης έχει ως αποτέλεσμα η επιθυμητή απόκριση του κλειστού συστήματος να δίνεται από:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e} = -\mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{des} \quad (5-32)$$

όπου \mathbf{M}_d , \mathbf{B}_d και \mathbf{K}_d είναι 6×6 διαγώνιοι πίνακες. Η δύναμη \mathbf{F}_{des} είναι μία επιθυμητή δύναμη, με την οποία εξασφαλίζεται το μη μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση κατά τη φάση επαφής ενώ το σφάλμα \mathbf{e} δίνεται από:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \quad (5-33)$$

όπου τα \mathbf{x} και \mathbf{x}_d ορίζουν την επιθυμητή θέση/προσανατολισμό του ΤΣΔ του βραχίονα, αντίστοιχα.

Λαμβάνοντας υπόψη την Εξ.(5-33) η Εξ.(5-32) δίνει:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_d^{-1} (-\mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{des} - \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_d \mathbf{e}) + \ddot{\mathbf{x}}_d \quad (5-34)$$

Στην περίπτωση όπου ο πίνακας \mathbf{W} δεν παρουσιάζει ιδιομορφίες ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου προκύπτει από τον συνδιασμό των Εξ.(5-30) και (5-34) και δίνεται από:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{act} &= (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{W}^{-1} \mathbf{M}_d^{-1}) \mathbf{F}_{ext} + \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{J}_r \mathbf{H}^{-1} \mathbf{c} - \dot{\mathbf{J}}_r \dot{\mathbf{z}}) \\ &+ \mathbf{W}^{-1} \mathbf{M}_d^{-1} (\mathbf{F}_{des} - \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_d \mathbf{e}) + \mathbf{W}^{-1} \ddot{\mathbf{x}}_d \end{aligned} \quad (5-35)$$

όπου η εξωτερική δύναμη \mathbf{F}_{ext} και τα σφάλματα θέσης και ταχύτητας \mathbf{e} και $\dot{\mathbf{e}}$, αντίστοιχα, μπορούν να μετρηθούν με τη βοήθεια κατάλληλων αισθητήρων.

Η Εξ. (5-35) δίνει την απαιτούμενη υποθετική δύναμη/ροπή \mathbf{F}_{act} που εφαρμόζεται στο ΤΣΔ και η οποία είναι το αποτέλεσμα των δυνάμεων \mathbf{F}_s και ροπών \mathbf{n}_s που εφαρμόζονται στη βάση καθώς και των ροπών $\boldsymbol{\tau}$ που εφαρμόζονται στις αρθρώσεις του βραχίονα. Για την εφαρμογή, λοιπόν, του προτεινόμενου νόμου ελέγχου, που δίνεται από την Εξ. (5-35), σε πραγματικά συστήματα, θα πρέπει να υπολογιστούν οι δυνάμεις \mathbf{F}_s και ροπές \mathbf{n}_s της βάσης καθώς και οι ροπές $\boldsymbol{\tau}$ στις αρθρώσεις που αντιστοιχούν στην υποθετική δύναμη/ροπή \mathbf{F}_{act} .

Στην περίπτωση, λοιπόν, που θεωρείται ότι στο ΔΡΣ ασκούνται οι πραγματικές δυνάμεις/ροπές, η αρχή των δυνατών έργων δίνεται από:

$$\begin{aligned} \delta W &= \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \mathbf{F}_{ext}^T \delta \mathbf{r}_E - \mathbf{n}_{ext}^T \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E + \mathbf{F}_s^T \delta \mathbf{R}_{C_0} + \mathbf{n}_s^T \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 = \\ &= \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext}^T & \mathbf{n}_{ext}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_E \\ \hat{\mathbf{k}} \delta \theta_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-36)$$

Η γραμμική ταχύτητα $\dot{\mathbf{R}}_{C_0}$ του ΚΜ της βάσης και η γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}_0$ της βάσης του Ελεύθερα Ιπταμένου ΔΡΣ μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των ταχυτήτων των νέων γενικευμένων μεταβλητών, που ορίζονται από την Εξ. (5-11), ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_s \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{C_0} \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (5-37)$$

όπου \mathbf{J}_s είναι $6 \times (6 + N)$ Ιακωβιανός πίνακας ο οποίος, λαμβάνοντας υπόψη την Εξ. (5-5), δίνεται από:

$$\mathbf{J}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}(\boldsymbol{\delta}_0) & \mathbf{0}_{3 \times N} \end{bmatrix} \quad (5-38)$$

Για τις αντίστοιχες, λοιπόν, γενικευμένες μετατοπίσεις ισχύει:

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_s \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \delta(\boldsymbol{\delta}_0) \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (5-39)$$

Έτσι, από τις Εξ. (5-36), (5-19) και (5-39), προκύπτει ότι:

$$\delta W = \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}}^T & \mathbf{n}_{\text{ext}}^T \end{bmatrix} \mathbf{J}_v \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s^T & \mathbf{n}_s^T \end{bmatrix} \mathbf{J}_s \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (5-40)$$

ή ισοδύναμα

$$\delta W = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + (\mathbf{J}_s^T \mathbf{F}_s)^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} - (\mathbf{J}_v^T \mathbf{F}_{\text{ext}})^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (5-41)$$

Τελικά προκύπτει ότι:

$$\delta W = (\mathbf{Q}_{\text{act}} - \mathbf{Q}_{\text{ext}})^T \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}_{C_0} \\ \hat{\mathbf{a}} \delta \theta_0 \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (5-42)$$

όπου:

$$\mathbf{Q}_{\text{act}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \boldsymbol{\tau}_{N \times 1} \end{bmatrix} + \mathbf{J}_s^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{n}_s \end{bmatrix} \quad (5-43)$$

και

$$\mathbf{Q}_{\text{ext}} = \mathbf{J}_v^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{ext}} \\ \mathbf{n}_{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (5-44)$$

Στην περίπτωση που οι δυνάμεις/ροπές που εφαρμόζονται στη βάση μετρούνται ως προς το σύστημα συντεταγμένων της βάσης, έχουμε:

$$\mathbf{Q}_{\text{act}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \boldsymbol{\tau}_{N \times 1} \end{bmatrix} + {}^0 \mathbf{J}_s^T \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{F}_s \\ {}^0 \mathbf{n}_s \end{bmatrix} \quad (5-45)$$

όπου

$${}^0 \mathbf{J}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^T & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{R}_0^T \end{bmatrix} \mathbf{J}_s \quad (5-46)$$

όπου \mathbf{R}_0 είναι ο 3×3 πίνακας περιστροφής, μεταξύ του Σ.Σ της βάσης και του αδρανειακού Σ.Σ.

Λαμβάνοντας υπόψη την Εξ. (5-38), έχουμε:

$${}^0 \mathbf{J}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^T & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}^* & \mathbf{0}_{3 \times N} \end{bmatrix} \quad (5-47)$$

όπου ο 3×3 πίνακας \mathbf{E}^* δίνεται από:

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{R}_0^T \mathbf{E} \quad (5-48)$$

Ισχύει λοιπόν, ότι:

$${}^0 \mathbf{J}_s^T \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{F}_s \\ {}^0 \mathbf{n}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}^{*T} \\ \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{F}_s \\ {}^0 \mathbf{n}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 {}^0 \mathbf{F}_s \\ \mathbf{E}^{*T} {}^0 \mathbf{n}_s \\ \mathbf{0}_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (5-49)$$

Όμως:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 {}^0 \mathbf{F}_s \\ \mathbf{E}^{*T} {}^0 \mathbf{n}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}^{*T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{F}_s \\ {}^0 \mathbf{n}_s \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{E}} \mathbf{u} \quad (5-50)$$

όπου

$$\bar{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}^{*T} \end{bmatrix} \quad (5-51)$$

και

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{F}_s \\ {}^0 \mathbf{n}_s \end{bmatrix} \quad (5-52)$$

Οπότε:

$${}^0 \mathbf{J}_s^T \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{F}_s \\ {}^0 \mathbf{n}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 {}^0 \mathbf{F}_s \\ \mathbf{E}^{*T} {}^0 \mathbf{n}_s \\ \mathbf{0}_{N \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}} \mathbf{u} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (5-53)$$

Από τις Εξ. (5-45) και (5-53) έχουμε:

$$\mathbf{Q}_{\text{act}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \boldsymbol{\tau}_{N \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}} \mathbf{u} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\tau}_{N \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}} & \mathbf{0}_{6 \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 6} & \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\tau}_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (5-54)$$

Από τις Εξ. (5-54), (5-51) και (5-52) προκύπτει ότι:

$$\mathbf{Q}_{act} = {}^0\mathbf{J}_q \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{F}_s \\ {}^0\mathbf{n}_s \\ \boldsymbol{\tau}_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (5-55)$$

όπου ο $(6+N) \times (6+N)$ πίνακας ${}^0\mathbf{J}_q$ δίνεται από:

$${}^0\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}^{*T}(\boldsymbol{\delta}_0) & \mathbf{0}_{3 \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{0}_{N \times 3} & \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (5-56)$$

Από συνδυασμό των Εξ. (5-23) και (5-55) και θεωρώντας ότι ο πίνακας ${}^0\mathbf{J}_q$ είναι αντιστρέψιμος, έχουμε:

$$\begin{bmatrix} {}^0\mathbf{F}_s \\ {}^0\mathbf{n}_s \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_v^T \mathbf{F}_{act} \quad (5-57)$$

Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί μία συστηματική μεθοδολογία προσδιορισμού των παραμέτρων \mathbf{M}_d , \mathbf{B}_d , \mathbf{K}_d και \mathbf{F}_{des} του ελεγκτή έτσι ώστε ο ίδιος νόμος ελέγχου να εφαρμόζεται και στις δύο φάσεις της κίνησης.

5.3 Επιλογή Κερδών του Νόμου Ελέγχου

Στην ενότητα αυτή, θα αναπτυχθούν οι απαραίτητες συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται για τα κέρδη \mathbf{M}_d , \mathbf{B}_d και \mathbf{K}_d του νόμου ελέγχου εμπέδησης που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, Εξ. (5-35), ώστε αυτός να μπορεί να εφαρμοστεί τόσο κατά την κίνηση του ΔΡΣ στον ελεύθερο χώρο όσο και κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής.

5.3.1 Η Φάση Κίνησης στον Ελεύθερο Χώρο

Η κίνηση του ΔΡΣ στον ελεύθερο χώρο απεικονίζεται στο Σχήμα 5-1 (α). Στην περίπτωση αυτή στο ΤΣΔ του ΔΡΣ δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ($\mathbf{F}_{ext} = \mathbf{0}$) και οδηγείται στο στόχο με κατάλληλο προσανατολισμό ακολουθώντας μία επιθυμητή τροχιά, $\mathbf{x}_{d,f}(t)$. Σε αυτή τη φάση, η δυναμική του σφάλματος θέσης/προσανατολισμού, δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{e}}_f + \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}}_f + \mathbf{K}_d \mathbf{e}_f = \mathbf{0} \quad (5-58)$$

όπου

$$\mathbf{e}_f = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{d,f} \quad (5-59)$$

Η μεταβατική απόκριση του σφάλματος θέσης/προσανατολισμού του ΤΣΔ του ΔΡΣ στον ελεύθερο χώρο, προσδιορίζεται από την επιλογή του συντελεστή απόσβεσης ζ_f και της φυσικής συχνότητας $\omega_{n,f}$, μεγέθη που χαρακτηρίζουν την επιθυμητή απόκριση συστημάτων δεύτερης τάξης. Έτσι λοιπόν, τα στοιχεία $m_{d,i}$, $b_{d,i}$ των 6×6 διαγώνιων πινάκων \mathbf{M}_d και \mathbf{B}_d προσδιορίζονται μέσω των επιθυμητών μεγεθών ζ_f και $\omega_{n,f}$ ως εξής:

$$m_{d,i} = k_{d,i} / \omega_{n,f}^2 \quad (5-60)$$

και

$$b_{d,i} = 2\zeta_f \omega_{n,f} m_{d,i} \quad (5-61)$$

όπου τα στοιχεία $k_{d,i}$ του 6×6 διαγώνιου πίνακα \mathbf{K}_d μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε θετική, πεπερασμένη τιμή.

5.3.2 Η Φάση Επαφής

Κατά τη φάση της επαφής, το ΤΣΔ του ΔΡΣ και ο στόχος τον οποίο ακουμπά κινούνται μαζί, διατηρώντας τη μεταξύ τους επαφή υπό την εφαρμογή της δύναμης ελέγχου F_{act} , παρά την ύπαρξη της εξωτερικής δύναμης F_{ext} , η οποία εμφανίζεται τη στιγμή της επαφής τους. Για τρισδιάστατα συστήματα η F_{ext} μοντελοποιείται με τη βοήθεια γραμμικών και στρεπτικών ελατηρίων και δίνεται από:

$$\mathbf{F}_{ext} = \mathbf{K}_e \mathbf{e}_c \quad (5-62)$$

όπου ο \mathbf{K}_e είναι ο 6×6 πίνακας δυσκαμψίας και \mathbf{e}_c είναι το διάνυσμα που περιλαμβάνει τα σφάλματα θέσης/προσανατολισμού στις τρεις κατευθύνσεις του χώρου, στη φάση επαφής:

$$\mathbf{e}_c = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{d,c} \quad (5-63)$$

όπου $\mathbf{x}_{d,c}$ είναι η επιβληθείσα επιθυμητή τροχιά στο σύστημα κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής.

Υποθέτοντας ότι η επαφή που πραγματοποιείται μεταξύ των δύο σωμάτων είναι σημειακή και ότι η ύπαρξη τριβών αμελητέα, μόνο η συμβολή των γραμμικών ελατηρίων λαμβάνεται υπόψη. Επίσης, χωρίς βλάβη της γενικότητας, το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων μπορεί να επιλεγεί ώστε να έχει έναν από τους αξόνες του (π.χ. τον άξονα των x) κατά μήκος της κατεύθυνσης στην οποία πραγματοποιείται η επαφή, βλ. Σχήμα 5-1. Σε αυτή τη περίπτωση ο πίνακας δυσκαμψίας \mathbf{K}_e είναι διαγώνιος της μορφής:

$$\mathbf{K}_e = \text{diag}(k_e, 0, 0, 0, 0, 0) \quad (5-64)$$

Στην περίπτωση αυτή, η δύναμη αλληλεπίδρασης δίνεται από:

$$\mathbf{F}_{ext} = f_{ext} \hat{\mathbf{x}} = k_e e_{c,x} \hat{\mathbf{x}} \quad (5-65)$$

όπου f_{ext} και k_e είναι οι προβολές της δύναμης αλληλεπίδρασης και του συντελεστή δυσκαμψίας κατά μήκος της κατεύθυνσης επαφής, αντίστοιχα. Επίσης, $\hat{\mathbf{x}}$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα του άξονα των x του αδρανειακού συστήματος συντεταγμένων, πάνω στον οποίο επιλέχθηκε η διεύθυνση της επαφής.

Η προβολή του σφάλματος θέσης στην κατεύθυνση της επαφής δίνεται από:

$$e_{c,x}(t) = x_{ch}(t) - x_t(t) + l_0 \quad (5-66)$$

όπου τα μεγέθη x_{ch} , x_t είναι οι θέσεις του ΤΣΔ του ΔΡΣ και του ΚΜ του στόχου με τον οποίο έρχεται σε επαφή, κατά μήκος της κατεύθυνσης επαφής, αντίστοιχα.

Για τη επίτευξη της διαρκούς επαφής μεταξύ ΔΡΣ και στόχου, απαιτείται το σφάλμα που δίνεται από την Εξ. (5-66) να είναι πάντα θετικό. Καταρχάς, κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής θα πρέπει η απόκριση του σφάλματος να διέπεται από την ακόλουθη συμπεριφορά εμπέδησης:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{e}}_c + \mathbf{B}_d \dot{\mathbf{e}}_c + \mathbf{K}_d \mathbf{e}_c = -\mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{des} \quad (5-67)$$

όπου η δύναμη αλληλεπίδρασης F_{ext} δίνεται από την Εξ. (5-65) και η επιθυμητή δύναμη F_{des} από:

$$F_{des} = F_{des} \hat{\mathbf{x}} \quad (5-68)$$

όπου F_{des} είναι η συνιστώσα της επιθυμητή δύναμη επαφής κατά τη διεύθυνση της επαφής.

Όπως προαναφέρθηκε, ο νόμος ελέγχου που εφαρμόζεται στο σύστημα είναι κοινός, παρόλο που η κίνηση του ΔΡΣ χωρίζεται σε δύο φάσεις, καθώς είναι επιθυμητή η αποφυγή αλλαγής των ελεγκτών κατά τη μετάβαση από τη μία φάση στην άλλη. Έτσι η δυναμική του σφάλματος θα πρέπει να περιγράφεται και στις δύο φάσεις από μια κοινή εξίσωση, την Εξ. (5-32). Αυτό είναι εφικτό με κατάλληλη επιλογή των πινάκων κερδών \mathbf{M}_d , \mathbf{B}_d και \mathbf{K}_d του ελεγκτή καθώς και της επιθυμητής τροχιάς \mathbf{x}_d του ΤΣΔ του ΔΡΣ και της δύναμης F_{des} .

Η επιθυμητή τροχιά \mathbf{x}_d του ΤΣΔ δίνεται από:

$$\mathbf{x}_d(t) = \mathbf{x}_{d,f}(t) \frac{1 - \|\mathbf{F}_{ext}\|/a_1}{1 + a_1 \|\mathbf{F}_{ext}\|} + \mathbf{x}_{d,c}(t) \frac{\|\mathbf{F}_{ext}\|}{\|\mathbf{F}_{ext}\| + a_2} \quad (5-69)$$

όπου οι παράμετροι a_1 και a_2 παίρνουν επαρκώς μεγάλες και επαρκώς μικρές τιμές, αντίστοιχα, έτσι ώστε $\mathbf{x}_d(t) = \mathbf{x}_{d,f}(t)$ στον ελεύθερο χώρο, δηλαδή όταν $\|\mathbf{F}_{ext}\| = 0$ με $\mathbf{x}_{d,f}(t)$ την επιθυμητή τροχιά στον ελεύθερο χώρο που δίνεται από την Εξ. (4-3) και $\mathbf{x}_d(t) = \mathbf{x}_{d,c}(t)$ κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής, δηλαδή όταν $\|\mathbf{F}_{ext}\| \neq 0$ με $\mathbf{x}_{d,c}(t)$ την επιθυμητή τροχιά του ΤΣΔ στη φάση επαφής που δίνεται από:

$$\mathbf{x}_{d,c}(t) = [x_i(t) - l_0 \quad y_t \quad z_t \quad \delta_{1,t} \quad \delta_{2,t} \quad \delta_{3,t}]^T \quad (5-70)$$

όπου η $x_i(t)$ είναι η συνιστώσα της θέσης του στόχου κατά μήκος του άξονα x . Επίσης, εφόσον ο στόχος κινείται σε μια κατεύθυνση στο χώρο, δίχως να περιστρέφεται οι συνιστώσες y_t , z_t κατά μήκος των δύο άλλων κατευθύνσεων στον χώρο και οι γωνίες Euler $\delta_{1,t}$, $\delta_{2,t}$, $\delta_{3,t}$, οι οποίες περιγράφουν τον προσανατολισμό του στόχου κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής, είναι σταθερές.

Η εφαρμογή του προτεινόμενου ελέγχου εμπέδησης που δίνεται από την Εξ. (5-35) απαιτεί τη γνώση της επιτάχυνσης $\ddot{\mathbf{x}}_d$ και κατ'επέκταση, σύμφωνα με τις Εξ. (5-69)-(5-70), τη μέτρηση της γραμμικής επιτάχυνσης \ddot{x}_i του στόχου. Η επιτάχυνση του στόχου μπορεί να μετρηθεί όπως περιγράφηκε στο τέταρτο κεφάλαιο, είτε σε σχέση με το ΔΡΣ που τον πλησιάζει, γνωρίζοντας την ακριβή κίνηση αυτού, είτε μέσω της Εξ. (5-1) χρησιμοποιώντας μετρήσεις της δύναμης αλληλεπίδρασης και μία εκτίμηση για τη μάζα του στόχου m_t , [18].

Η επιθυμητή δύναμη F_{des} τώρα, προκύπτει ακριβώς όπως και στο τέταρτο κεφάλαιο, από την Εξ. (4-13) για τους ήδη επεξηγημένους λόγους. Ομοίως για τα μεγέθη F_d , a που περιλαμβάνονται στην Εξ. (4-13).

Κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής η απόκριση της πρόσκρουσης μεταξύ του ΤΣΔ του ΔΡΣ και του στόχου περιγράφεται από το πρώτο μέλος της Εξ. (5-67). Έτσι, χρησιμοποιώντας τις Εξ. (5-65), (5-68) και (4-13) η δυναμική του σφάλματος θέσης του συστήματος κλειστού βρόχου, κατά μήκος της κατεύθυνσης που γίνεται η επαφή, δίνεται από:

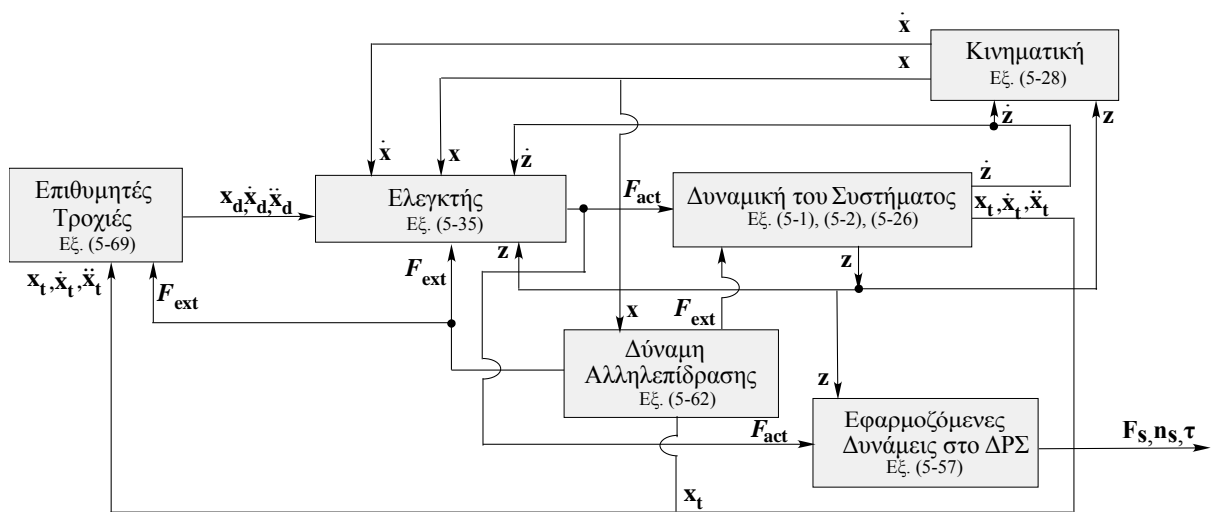
$$\ddot{e}_{c,x} + \frac{b_d}{m_d} \dot{e}_{c,x} + \frac{k_d + k_e}{m_d} e_{c,x} = \frac{F_d}{m_d} \quad (5-71)$$

όπου τα κέρδη m_d , b_d και k_d είναι τα διαγώνια στοιχεία των πινάκων \mathbf{M}_d , \mathbf{B}_d και \mathbf{K}_d , αντίστοιχα και επιλέγονται, κατά τα γνωστά, σύμφωνα με τις Εξ. (4-26) και (4-27) του προηγούμενου κεφαλαίου.

Για θετικές τιμές των m_d, b_d, k_d το σύστημα παρουσιάζει ευστάθεια και το σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση δίνεται από την Εξ. (4-9).

Επίσης, από τη στιγμή που τα κέρδη του ελεγκτή παραμένουν σταθερά κατά τη διάρκεια και των δύο φάσεων κίνησης του συστήματος, λαμβάνοντας υπόψη και συγκρίνοντας τις Εξ.(5-60) και (4-26), καθώς και τις Εξ.(5-61) και (4-27) παράγονται οι εξισώσεις που δίνουν το συντελεστή απόσβεσης ζ_c και τη φυσική συχνότητα του συστήματος $\omega_{n,c}$ στην περίπτωση της επαφής και είναι ίδιες με τις Εξ. (4-28) και (4-29), αντίστοιχα. Από τις εξισώσεις αυτές συμπεραίνεται ότι η απόκριση του συστήματος στην επαφή που περιγράφεται από τα μεγέθη $\zeta_c, \omega_{n,c}$ εξαρτάται από την απόκριση στον ελεύθερο χώρο, η οποία περιγράφεται από τα μεγέθη $\zeta_f, \omega_{n,f}$. Επιλέγοντας, λοιπόν, μία συνήθης απόκριση με κρίσιμη απόσβεση στον ελεύθερο χώρο θα προκύψει απόκριση με υποκρίσιμη απόσβεση στη φάση επαφής. Στη συνέχεια μελετάται αυτή η απόκριση.

Το δομικό διάγραμμα του προτεινόμενου νόμου ελέγχου δίνεται στο Σχήμα 5-2:



Σχήμα 5-2. Το δομικό διάγραμμα του προτεινόμενου ελεγκτή.

5.4 Ανάλυση της Απόκρισης του Συστήματος στη Φάση Επαφής

Σε αυτή την παράγραφο γίνεται η μελέτη της απόκρισης με υποκρίσιμη απόσβεση, που παρατηρήθηκε κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής και ο καθορισμός των επαρκών συνθηκών, ώστε το ΤΣΔ του ΔΡΣ να μη χάνει την επαφή του με τον στόχο.

Στο Σχήμα 4-3 του τέταρτου κεφαλαίου απεικονίζεται αυτή ακριβώς η απόκριση μαζί με κάποια επιπλέον ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά. Η ανάλυση που ακολουθεί είναι όμοια με αυτή που έγινε στο τέταρτο κεφάλαιο, καθώς η κίνηση που μελετάμε πλέον είναι μονοδιάστατη, έχει περιοριστεί στην κατεύθυνση του άξονα των x . Για το λόγο ότι υπάρχει αυτή η ομοιότητα, παρακάτω, θα παραθέσουμε τις κυριότερες εξισώσεις χωρίς λεπτομερή αναφορά στη διαδικασία που ακολουθήθηκε.

Η απόκριση του σφάλματος θέσης ενός συστήματος που ταλαντώνεται παρουσιάζοντας υποκρίσιμη απόσβεση στην ταλάντωση του, $0 < \zeta_c < 1$ και με μη μηδενική, αρχική, σχετική ταχύτητα $v(0)$, τη χρονική στιγμή $t = 0$ που ξεκινάει η επαφή, προκύπτει ως λύση της Εξ. (5-71) και είναι:

$$e_c(t) = \frac{F_d}{k_e + k_d} + A_c e^{-\zeta_c \omega_{n,c} t} \sin(\omega_{n,c} \sqrt{1 - \zeta_c^2} t + \psi_c) \quad (5-72)$$

όπου η γωνία ψ_c , δίνεται από την Εξ. (4-38) και το πλάτος A_c δίνεται από την:

$$A_c = \sqrt{\frac{m_d^2 \omega_{n,c}^2 v(0)^2 - 2F_d m_d \omega_{n,c} \zeta_c v(0) + F_d^2}{(k_e + k_d)^2 (1 - \zeta_c^2)}} \quad (5-73)$$

όπου $v(0)$, όπως προαναφέρθηκε, είναι η αρχική τιμή της σχετικής ταχύτητας του ΤΣΔ του ΔΡΣ, v , η οποία δίνεται ως εξής:

$$v(t) = \dot{x}_{ch}(t) - \dot{x}_t(t) \quad (5-74)$$

Και σε αυτήν την περίπτωση, για να διατηρηθεί η επαφή μεταξύ του ΤΣΔ του ΔΡΣ και στόχου πρέπει το σφάλμα θέσης $e_{u,c}$, το οποίο αντιστοιχεί στην ελάχιστη υπο-ακόντιση, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4-3, να είναι θετικό:

$$e_{u,c} = e_c(t_{u,c}) > 0 \quad (5-75)$$

όπου ο χρόνος $t_{u,c}$ δίνεται από την Εξ. (4-41).

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4-3, η μέγιστη υπο-ακόντιση της απόκρισης του σφάλματος είναι θετική μόνο όταν το πλάτος της ταλάντωσης A_c είναι αρκούντως μικρό. Στην συνέχεια, εξετάζεται η περίπτωση που το πλάτος της ταλάντωσης παίρνει την ελάχιστη τιμή του. Από την Εξ. (5-73) προκύπτει ότι αυτό γίνεται ελάχιστο όταν η σχετική ταχύτητα v παίρνει την τιμή:

$$v_d = \frac{F_d \zeta_c}{m_d \omega_{n,c}} \quad (5-76)$$

Από τις Εξ. (5-73) και (5-76), προκύπτει ότι η ελάχιστη τιμή του πλάτους είναι:

$$A_{c,min} = \frac{F_d}{k_d + k_e} \quad (5-77)$$

Στην περίπτωση αυτή, από τις Εξ. (5-72), (5-77) και (5-75), προκύπτει ότι η ελαχιστη υπο-ακόντιση $e_{u,c}$ δίνεται από:

$$e_{u,c} = \frac{F_d}{k_d + k_e} (1 + e^{-\zeta_c \omega_{n,c} t_{u,c}} \sin(\omega_{n,c} \sqrt{1 - \zeta_c^2} t_{u,c} + \psi_c)) \quad (5-78)$$

Παρατηρούμε ότι το δεξί μέλος της Εξ. (5-78) είναι πάντα θετικό. Δηλαδή η συνθήκη διατήρησης επαφής μεταξύ του ΤΣΔ του ΔΡΣ και στόχου, Εξ. (5-75), ικανοποιείται. Η παραπάνω ανάλυση δείχνει ότι η επαφή διατηρείται, εάν το ΤΣΔ του ΔΡΣ φτάνει στο στόχο με σχετική ταχύτητα v που να δίνεται την Εξ. (5-76). Η ταχύτητα αυτή είναι και η τελική ταχύτητα του του ΤΣΔ του ΔΡΣ στον ελεύθερο χώρο και επιτυγχάνεται μέσω κατάλληλης επιθυμητής τροχιάς του ΤΣΔ, βλ. Εξ.(4-3).

Στη συνέχεια παραθέτουμε μια εφαρμογή του νόμου ελέγχου που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες παραγράφους, προκειμένου να δειχθεί η εγκυρότητα του.

5.5 Εφαρμογή σε Επίπεδα Συστήματα

Παράδειγμα 1

Στο παρόν παράδειγμα, ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου εμπέδησης θα εφαρμοστεί στο επίπεδο ΔΡΣ με τρεις αρθρώσεις που απεικονίζεται στο Σχήμα 5-1.

Ο στόχος, με μάζα $m_t=100Kg$ και ροπή αδράνειας $I_t=0.67Kg\ m^2$, βρίσκεται αρχικά σε ακινησία στη θέση $(x_{t,in}\ y_{t,in})=(2.5\ 2.5)m$ έχοντας προσανατολισμό $\theta_t=0^\circ$. Το ΤΣΔ του ΔΡΣ οδηγείται στο στόχο, ξεκινώντας από τη θέση $(x_{ch,in}\ y_{ch,in})=(0.1\ 0.1)m$ με προσανατολισμό $\theta_{ch}=60^\circ$, μέσα σε χρόνο $t=100s$. Η αρχική θέση του ΚΜ της βάσης του ΔΡΣ και ο προσανατολισμός της είναι $(x_0\ y_0)=(-2\ 0.05)m$ και $\theta_0=0^\circ$, αντίστοιχα.

Η αρχική διαμόρφωση του βραχίονα του ΔΡΣ, $q_{1,in}$, $q_{2,in}$, $q_{3,in}$, υπολογίζεται από την αρχική θέση του ΤΣΔ και της βάσης του ΔΡΣ, μέσω του αντίστροφου κινηματικού προβλήματος. Οι αντίστοιχες αρχικές ταχυτήτες $\dot{q}_{1,in}$, $\dot{q}_{2,in}$, $\dot{q}_{3,in}$ των αρθρώσεων θεωρούνται μηδενικές.

Τέλος, η επαφή μεταξύ του ΤΣΔ του ΔΡΣ και του στόχου μοντελοποιείται με τη βοήθεια ενός ελατηρίου με φυσικό μήκος $l_0=0.1m$ και συντελεστή δυσκαμψίας $k_e^*=10kN/m$. Ο νόμος ελέγχου που δίνεται από την Εξ. (5-35) εφαρμόζεται στο ΔΡΣ και στις δύο φάσεις κίνησής του.

Πίνακας 5-1. Οι παράμετροι του συστήματος που εικονίζεται στο Σχήμα 5-1.

Σώμα	l_i (m)	r_i (m)	m_i (Kg)	I_i (Kgm ²)
0	-	1.0	400	200.00
1	1.0	1.0	50	16.67
2	1.0	1.0	50	16.67
3	0.5	0.5	50	4.17

Η επιλογή της παραμέτρου εμπέδησης k_d και της επιθυμητής δύναμης F_d , καθορίζει το σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση, σύμφωνα με την Εξ. (4-9). Οι παράμετροι λοιπόν, αυτές επιλέγονται ως εξής:

$$k_d=100\ N/m \quad (5-79)$$

και

$$F_d=0.1\ N \quad (5-80)$$

ώστε να προκύψει σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση περίπου $10^{-5}\ m$.

Οι παράμετροι εμπέδησης m_d , b_d υπολογίζονται από τις Εξ. (5-60)-(5-61) έτσι ώστε η επιθυμητή κίνηση του ΤΣΔ του ΔΡΣ στον ελεύθερο χώρο να αντιστοιχεί σε κρίσιμη απόκριση ($\zeta_f=1$) με φυσική συχνότητας $\omega_{n,f}=0.6\ rad/s$:

$$m_d=277.8\ kg \quad (5-81)$$

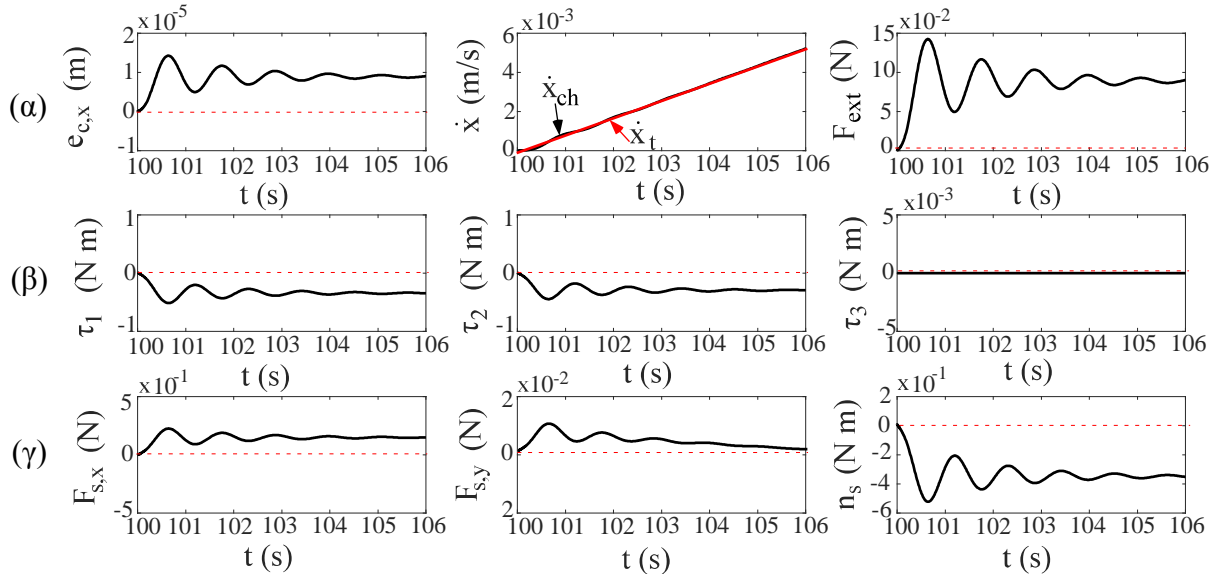
και

$$b_d=333.3\ Ns/m \quad (5-82)$$

Στην περίπτωση αυτή, ο αντίστοιχος συντελεστής απόσβεσης ζ_c και φυσική συχνότητα $\omega_{n,c}$ στη φάση επαφής δίνονται από τις Εξ. (4-28) και (4-29), αντίστοιχα, ενώ η απαιτούμενη σχετική ταχύτητα του ΤΣΔ του ΔΡΣ, τη στιγμή που έρχεται για πρώτη φορά σε επαφή με το στόχο και η οποία προκύπτει από την Εξ. (5-76), είναι:

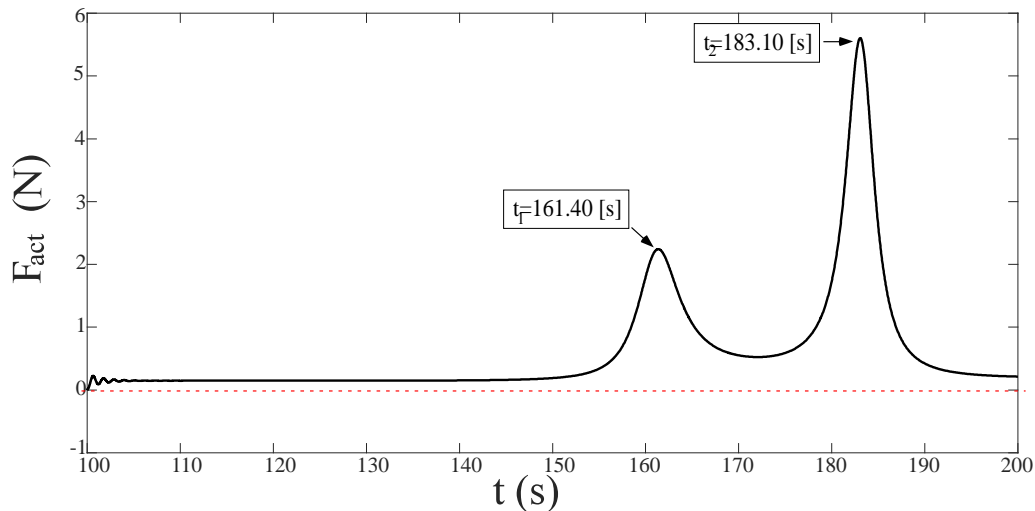
$$v_d = 5.9 \times 10^{-6} \text{ m/s} \quad (5-83)$$

Στο Σχήμα 5-3 (α) παρουσιάζεται η απόκριση του σφάλματος θέσης κατά μήκος του άξονα x , οι ταχύτητες του ΔΡΣ και του στόχου και αυτές κατά μήκος του άξονα x και η αντίστοιχη δύναμη αλληλεπίδρασης κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής. Όπως προκύπτει από την απόκριση του σφάλματος, η διατήρηση της επαφής ΤΣΔ-στόχου επιτυγχάνεται με την εφαρμογή του προτεινόμενου ελεγκτή εμπέδησης, καθώς το σφάλμα είναι πάντα θετικό. Στο Σχήμα 5-3 (β) παρουσιάζονται οι εφαρμοζόμενες ροπές στις αρθρώσεις του βραχίονα του ΔΡΣ κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής, ενώ στο Σχήμα 5-3 (γ) οι δυνάμεις/ροπές που εφαρμόζονται στη βάση του ΔΡΣ κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής.



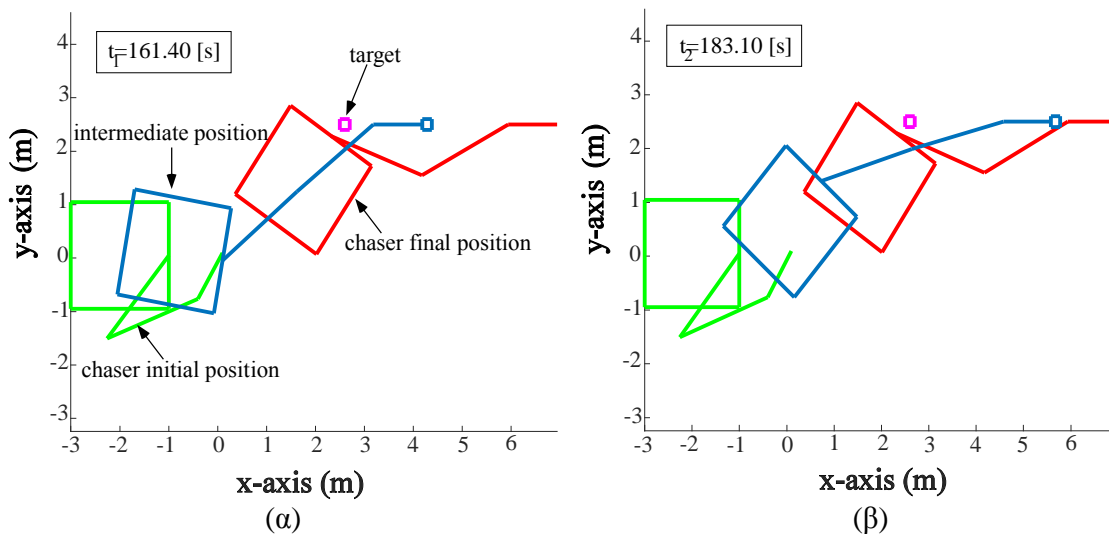
Σχήμα 5-3. (α) Η απόκριση του σφάλματος θέσης κατά μήκος του άξονα των x , οι ταχύτητες του ΔΡΣ και του στόχου κατά μήκος του ίδιου άξονα και η αντίστοιχη δύναμη αλληλεπίδρασης κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής, (β) οι εφαρμοζόμενες ροπές στις αρθρώσεις και (γ) οι εφαρμοζόμενες δυνάμεις/ροπές στη βάση του ΔΡΣ, επίσης κατά τη διάρκεια της φάσης επαφής.

Εάν το ΔΡΣ κινηθεί για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα από τα 106s (βλ. Σχήμα 5-3) π.χ. για 200s (βλ. Σχήμα 5-4) η δύναμη F_{act} που αναπτύσσεται στο ΤΣΔ και κατ'επέκταση οι δυνάμεις/ροπές $F_{s,x}, F_{s,y}, n_s, \tau_1, \tau_2, \tau_3$, παρουσιάζουν εκ νέου ταλαντωτική συμπεριφορά με πλάτος ταλάντωσης περίπου εκατό φορές μεγαλύτερο από αυτό που παρουσιάζουν στα πρώτα δευτερόλεπτα της επαφής μεταξύ του ΔΡΣ και του στόχου. Στο Σχήμα 5-4 που ακολουθεί, εικονίζεται αυτή ακριβώς η απόκριση της F_{act} συναρτήσει του χρόνου.



Σχήμα 5-4. Η απαιτούμενη υποθετική δύναμη F_{act} στην κατεύθυνση του άξονα των x , στο ΤΣΔ του ΔΡΣ, συναρτήσει του χρόνου.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-4, η F_{act} τις χρονικές στιγμές $t_1 = 161.40s$ και $t_2 = 183.10s$ παρουσιάζει πολύ μεγάλες τιμές. Αυτό που συμβαίνει εξηγείται παρακάτω με τη βοήθεια των εικόνων του Σχήματος 5-6.



Σχήμα 5-5. Στιγμιότυπα της κίνησης ΔΡΣ και στόχου μετά την πραγματοποίηση της επαφής.

Όπως παρατηρούμε στο Σχήμα 5-5 (α) και (β), τις χρονικές στιγμές $t_1 = 161.40s$ και $t_2 = 183.10s$ που παρουσιάζονται και οι μεγαλύτερες τιμές της δύναμης F_{act} , ο βραχίονας του ΔΡΣ είναι τεντωμένος ($q_2 = 0^\circ$). Αυτό σημαίνει πως στα συγκεκριμένα σημεία έχουμε κινηματική ιδιομορφία. Ο βραχίονας χάνει κάποιο βαθμό ελευθερίας κίνησης, ως εκ τούτου, για την κίνησή του, απαιτούνται μεγαλύτερες δυνάμεις/ροπές.

Στη συνέχεια, δοκιμάζοντας να αυξήσουμε τη μάζα του στόχου με τον οποίο έρχεται σε επαφή το Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα, παρατηρούμε ότι αυξάνεται και ο χρόνος στον οποίο θα εμφανιστεί το πρόβλημα των κινηματικών ιδιομορφιών. Όσο πιο βαρύς είναι ο στόχος, τόσο λιγότερο επιταχύνεται, συνεπώς η βάση του ΔΡΣ μπορεί να τον ακολουθήσει για ένα εύλογο χρονικό διάστημα, χωρίς να τεντωθεί ο βραχίονας. Ως εκ τούτου, ενδέχεται το

ΔΡΣ να προλάβει να ολοκληρώσει την εργασία που απαιτείται, προτού δημιουργηθεί το εν λόγω πρόβλημα.

5.5.1 Ανάλυση Ευρωστίας του Νόμου Ελέγχου

Στην προηγούμενη ανάλυση, θεωρήθηκε ότι ο συντελεστής δυσκαμψίας του στόχου k_e είναι γνωστός και ίσος με αυτόν που χρησιμοποιήθηκε κατά τη σχεδίαση του ελεγκτή. Στην πραγματικότητα όμως, συνήθως, η τιμή του συντελεστή δυσκαμψίας του στόχου δεν είναι γνωστή. Παρόλαυτα, ο ελεγκτής που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες παραγράφους πρέπει να χαρακτηρίζεται από ευρωστία όταν εφαρμόζεται σε ΔΡΣ για την επίτευξη συνεχούς επαφής αυτού με στόχους των οποίων οι συντελεστές δυσκαμψίας μπορεί είτε να μας είναι άγνωστοι είτε να ποικίλουν μεταξύ διαφόρων τιμών. Ως εκ τούτου, παρακάτω, διενεργείται η απαιτούμενη ανάλυση ευρωστίας του εφαρμοζόμενου ελέγχου.

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 4, έτσι και εδώ, στην περίπτωση που η πραγματική τιμή k_e του συντελεστή δυσκαμψίας του στόχου διαφέρει από την ονομαστική του τιμή k_e^* , ο πραγματικός συντελεστής απόσβεσης ζ_c και η φυσική συχνότητα $\omega_{n,c}$, δίνονται από τις Εξ. (4-56) και (4-57), αντίστοιχα. Τα ζ_c^* , $\omega_{n,c}^*$ αντιστοιχούν στις ονομαστικές τιμές του συντελεστή απόσβεσης και της φυσικής συχνότητας, αντίστοιχα, και υπολογίζονται από τις Εξ. (4-28) και (4-29) θέτοντας όπου k_e την ονομαστική τιμή του συντελεστή απόσβεσης, k_e^* .

Αντικαθιστώντας τα μεγέθη ζ_c , $\omega_{n,c}$ και την ταχύτητα v_d στην Εξ. (5-73), προκύπτει ότι το πλάτος A_c της ταλάντωσης δίνεται, όπως και στο Κεφάλαιο 4, από την Εξ. (4-58).

Έτσι, στην περίπτωση που ο πραγματικός συντελεστής δυσκαμψίας του στόχου διαφέρει από τον ονομαστικό, η ελάχιστη υπο-ακόντιση που παρουσιάζει το σφάλμα θέσης δίνεται από:

$$e_c(t_{u,c}) = \frac{F_d}{k_e + k_d} \left(1 + \sqrt{\frac{1 - 2\zeta_c^{*2} + \frac{k_d + k_e}{k_d + k_e^*} \zeta_c^{*2}}{1 - \frac{k_d + k_e^*}{k_d + k_e} \zeta_c^{*2}}} e^{-\zeta_c \omega_{n,c} t_{u,c}} \sin(\omega_{n,c} \sqrt{1 - \zeta_c^2} t_{u,c} + \psi_c) \right) \quad (5-84)$$

Ως εκ τούτου πρέπει να επανελεγχθεί η ικανοποίηση της συνθήκης διατήρησης επαφής που δίνεται από την Εξ. (5-75). Είναι δυνατό, να βρεθεί ένα εύρος τιμών πραγματικών συντελεστών δυσκαμψίας, το οποίο να περιλαμβάνει τιμές που συνεχίζουν να ικανοποιούν τη συνθήκη διατήρησης επαφής. Προκειμένου να υπολογίσουμε αυτό το εύρος τιμών θα εκφράσουμε τη μέγιστη υπο-ακόντιση του σφάλματος θέσης $e_{u,c}$ ως συνάρτηση του συντελεστή δυσκαμψίας k_e . Το απαιτούμενο εύρος τιμών ή εύρη τιμών είναι αυτά των οποίων οι τιμές των συντελεστών δυσκαμψίας k_e δίνουν θετικό $e_{u,c}$. Η παραπάνω ανάλυση εφαρμόζεται στο παράδειγμα 2 που ακολουθεί.

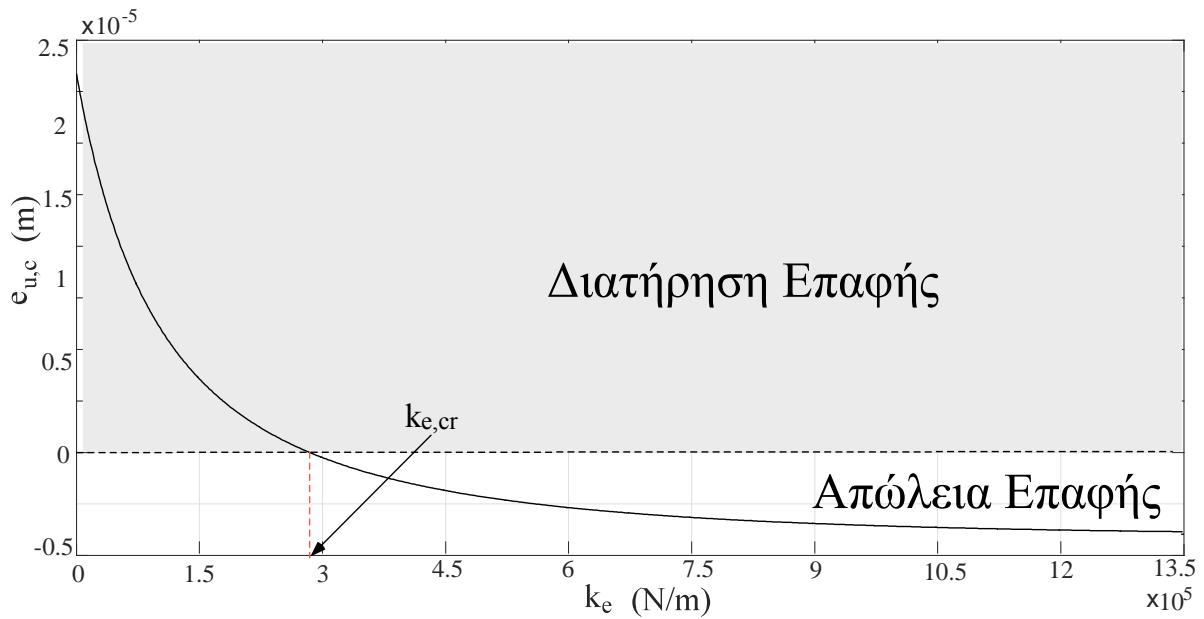
Παράδειγμα 2

Στο παράδειγμα αυτό, χρησιμοποιείται το σύστημα που παρουσιάστηκε στο Παράδειγμα 1, με τη μόνη διαφορά ότι εδώ ο πραγματικός συντελεστής απόσβεσης του στόχου διαφέρει από τον ονομαστικό, ο οποίος είναι ίσος με $k_e^* = 10kN / m$.

Μελετάμε λοιπόν την ευρωστία όσον αφορά τη δυσκαμψία του στόχου. Στο Σχήμα 5-6 παρουσιάζεται η μέγιστη υπο-ακόντιση που έχει το σφάλμα θέσης του ΤΣΔ του ΔΡΣ ως συνάρτηση του συντελεστή δυσκαμψίας k_e . Όπως προκύπτει από το Σχήμα 5-6, αυτό το εύρος των τιμών του k_e για τις οποίες ικανοποιείται η συνθήκη διατήρησης επαφής (δηλαδή ισχύει η σχέση $e_{u,c} > 0$) μεταξύ του ΤΣΔ και στόχου, είναι:

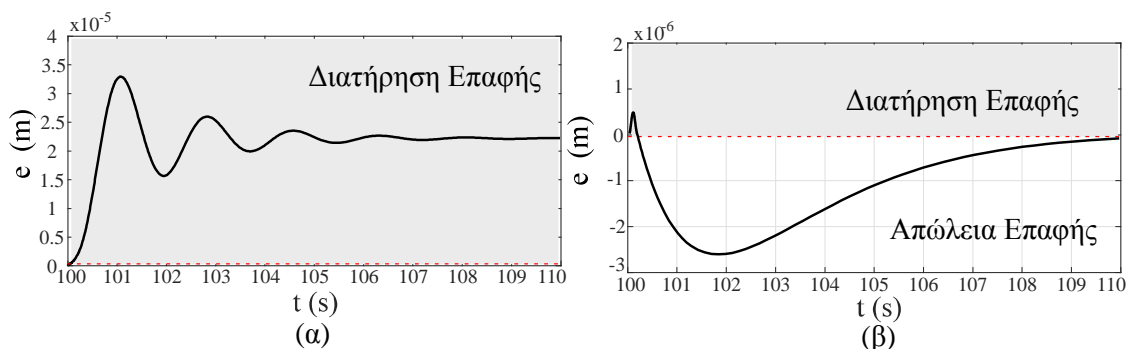
$$k_e < k_{e,cr} = 288 \text{ kN/m}$$

(5-85)

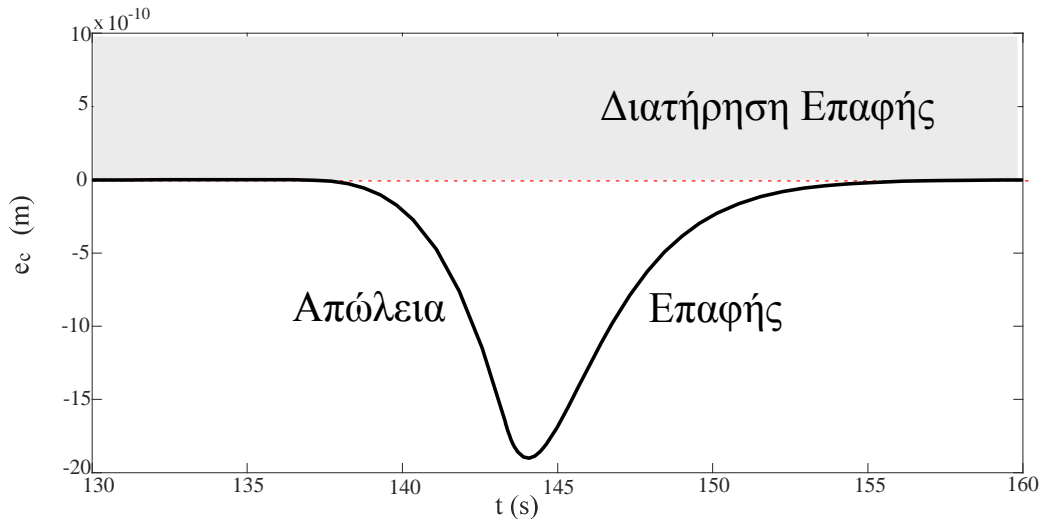


Σχήμα 5-6. Η μέγιστη υπο-ακόντιση που παρουσιάζει το σφάλμα θέσης ως συνάρτηση του συντελεστή δυσκαμψίας του στόχου.

Στο Σχήμα 5-7 (α), καθώς και στο Σχήμα 5-7 (β) παρουσιάζεται η απόκριση του σφάλματος θέσης του ΤΣΔ στη φάση επαφής, στις περιπτώσεις όπου ο πραγματικός συντελεστής δυσκαμψίας του στόχου είναι, εντός του επιτρεπόμενου εύρους τιμών (π.χ. $k_e = 4 \text{ kN/m}$) και εκτός αυτού (π.χ. $k_e = 400 \text{ kN/m}$), αντίστοιχα. Στην πρώτη περίπτωση η επαφή μεταξύ ΤΣΔ-στόχου διατηρείται, καθώς, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5-7 (α), το σφάλμα είναι πάντα θετικό, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η επαφή χάνεται, καθώς το σφάλμα παίρνει και αρνητικές τιμές (βλ. Σχήμα 5-7 (β)).



Σχήμα 5-7. Η απόκριση του σφάλματος θέσης του ΔΡΣ στη φάση επαφής όταν ο πραγματικός συντελεστής δυσκαμψίας του στόχου είναι (α) $k_e = 4 \text{ kN/m} < k_{e,cr}$, (διατήρηση επαφής) και (β) $k_e = 400 \text{ kN/m} > k_{e,cr}$, (απώλεια επαφής).

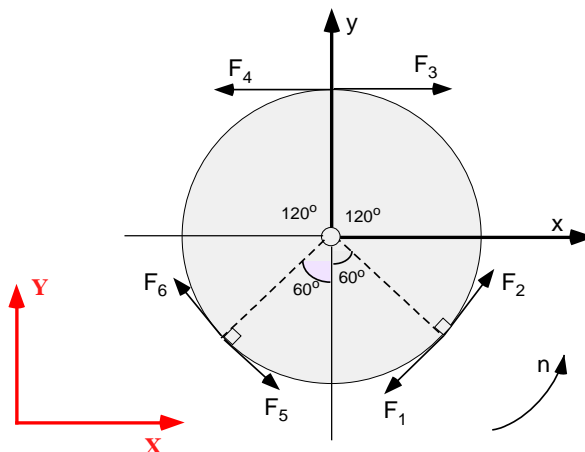


Σχήμα 5-8. Το Σχήμα 5-7 (β) για $t > 110s$, όπου φαίνεται ότι η επαφή ανακτάται, ξανά χάνεται και πάλι ανακτάται.

5.5.2 Ανάπτυξη Δυνάμεων και Ροπών από τους Επενεργητές της Βάσης

Όπως προαναφέρθηκε, από τον προτεινόμενο έλεγχο εμπέδησης προκύπτουν οι απαιτούμενες ροπές τ στις αρθρώσεις του βραχίονα καθώς και η συνολική δύναμη ${}^0\mathbf{F}_s$ και η συνολική ροπή ${}^0\mathbf{n}_s$ που πρέπει να ασκηθεί στη βάση έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί η επιθυμητή εργασία. Η επενέργηση στη βάση γίνεται μέσω των προωθητήρων και του σφονδύλου αντίδρασης. Στην παρούσα ενότητα, λοιπόν, υπολογίζονται οι δυνάμεις που πρέπει να δώσουν οι προωθητήρες και η ροπή που πρέπει να ασκήσει ο σφόνδυλος αντίδρασης έτσι ώστε να υλοποιηθεί ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου.

Θεωρείται, λοιπόν, η επενέργηση της βάσης του ΔΡΣ μέσω τριών ζευγών προωθητήρων, τα οποία σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 120° , και ενός σφονδύλου αντίδρασης. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται από τους προωθητήρες και ο τρόπος που αυτοί είναι διατεταγμένοι στη βάση εικονίζονται στο Σχήμα 5-9. Η ανάλυση που θα ακολουθήσει και η εύρεση των δυνάμεων/ροπών από τους επενεργητές της βάσης αφορά το επίπεδο ΔΡΣ που παρουσιάστηκε στο Παράδειγμα 1.



Σχήμα 5-9. Οι δυνάμεις και οι ροπές που εφαρμόζονται στη βάση του ΔΡΣ.

Κάθε ένας από τους έξι προωθητήρες αποδίδει μία δύναμη f_i όπου $i=1,\dots,6$. Η κάθε δύναμη f_i εφαρμόζεται στο σημείο της βάσης που είναι τοποθετημένος ο αντίστοιχος προωθητήρας και είναι κάθετη στην ακτίνα της, η οποία στο παρόν παράδειγμα είναι ίση με $r=1m$ (Πίνακας 5-1). Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι η f_i είναι πάντα θετική. Ο σφόνδυλος αντίδρασης δίνει ροπή n .

Για την ανάλυση των δυνάμεων ενδιαφέρει η γωνία την οποία σχηματίζει η εκάστοτε δύναμη f_i με τους άξονες x, y του ΣΣ της βάσης (βλ. Σχήμα 5-9). Ως εκ τούτου, το ζεύγος προωθητήρων 1,2, θα δίνει τις παρακάτω δυνάμεις/ροπές, [24]:

$$\begin{aligned} f_{1x} &= -f_1 \cos(60^\circ) \\ f_{1y} &= -f_1 \sin(60^\circ) \\ f_{2x} &= f_2 \cos(60^\circ) \\ f_{2y} &= f_2 \sin(60^\circ) \\ n_1 &= -r \cdot f_1 \\ n_2 &= r \cdot f_2 \end{aligned} \tag{5-86}$$

όπου n_1, n_2 είναι οι ροπές που αποδίδει στη βάση το ζεύγος 1, 2.

Οι δυνάμεις και ροπές που αποδίδονται στη βάση από το ζεύγος προωθητήρων 3, 4 θα είναι:

$$\begin{aligned} f_{3x} &= f_3 \\ f_{3y} &= 0 \\ f_{4x} &= -f_4 \\ f_{4y} &= 0 \\ n_3 &= -r \cdot f_3 \\ n_4 &= r \cdot f_4 \end{aligned} \tag{5-87}$$

Αντίστοιχα, για το ζεύγος προωθητήρων 5, 6 θα έχουμε:

$$\begin{aligned} f_{5x} &= f_5 \cos(60^\circ) \\ f_{5y} &= -f_5 \sin(60^\circ) \\ f_{6x} &= -f_6 \cos(60^\circ) \\ f_{6y} &= f_6 \sin(60^\circ) \\ n_5 &= r \cdot f_5 \\ n_6 &= -r \cdot f_6 \end{aligned} \tag{5-88}$$

Οι δυνάμεις/ροπές που προκύπτουν από τις Εξ. (5-86)-(5-88) και αφορούν τους προωθητήρες, δίνουν τις συνολικές ${}^0\mathbf{F}_s, {}^0\mathbf{n}_s$ με τη συμβολή και του σφονδύλου αντίδρασης, έτσι:

$$\begin{aligned} {}^0F_{s,x} &= f_{1x} + f_{2x} + f_{3x} + f_{4x} + f_{5x} + f_{6x} \\ {}^0F_{s,y} &= f_{1y} + f_{2y} + f_{3y} + f_{4y} + f_{5y} + f_{6y} \\ {}^0n_{s,z} &= n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n \end{aligned} \tag{5-89}$$

ή

$$\begin{aligned} {}^0 F_{s,x} &= -f_1 \cos(60^\circ) + f_2 \cos(60^\circ) + f_3 - f_4 + f_5 \cos(60^\circ) - f_6 \cos(60^\circ) \\ {}^0 F_{s,y} &= -f_1 \sin(60^\circ) + f_2 \sin(60^\circ) + 0 + 0 - f_5 \sin(60^\circ) + f_6 \sin(60^\circ) \\ {}^0 n_{s,z} &= -f_1 r + f_2 r - f_3 r + f_4 r + f_5 r - f_6 r + n \end{aligned} \quad (5-90)$$

όπου n είναι η ροπή από τον σφόνδυλο αντίδρασης.

Θα εκφράσουμε στη συνέχεια το σύστημα της Εξ. (5-90) σε μορφή πινάκων:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (5-91)$$

όπου ο 3×7 πίνακας \mathbf{A} είναι ο εξής:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\cos(60^\circ) & \cos(60^\circ) & 1 & -1 & \cos(60^\circ) & -\cos(60^\circ) & 0 \\ -\sin(60^\circ) & \sin(60^\circ) & 0 & 0 & -\sin(60^\circ) & \sin(60^\circ) & 0 \\ -r & r & -r & r & r & -r & 1 \end{bmatrix} \quad (5-92)$$

και

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} {}^0 F_{s,x} \\ {}^0 F_{s,y} \\ {}^0 n_{s,z} \end{bmatrix} \quad (5-93)$$

όπου \mathbf{x} το 7×1 διάνυσμα των δυνάμεων που αναζητάμε και \mathbf{b} το 3×1 διάνυσμα των συνολικών δυνάμεων/ροπών που εφαρμόζονται στη βάση και που έχουν ήδη προκύψει από την Εξ. (5-37).

Η λύση του συστήματος που περιγράφεται από την Εξ. (5-91) βασίζεται στη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και δίνεται από:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^+ \mathbf{b} \quad (5-94)$$

όπου ο \mathbf{A}^+ είναι ο ψευδοαντίστροφος πίνακας του \mathbf{A} :

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^T (\mathbf{AA}^T)^{-1} \quad (5-95)$$

Ωστόσο, η λύση που προκύπτει από την Εξ. (5-94) για το επίπεδο σύστημα του Παράδειγμα 1, περιλαμβάνει και αρνητικές ή μηδενικές τιμές για τις δυνάμεις των προωθητήρων. Κάτι τέτοιο, όπως προαναφέρθηκε, δεν είναι επιθυμητό. Έτσι, ορίζονται τα παρακάτω ζεύγη δυνάμεων (βλ. Σχήμα 5-9), ώστε οι δυνάμεις f_i που θα προκύψουν να είναι πάντα θετικές:

$$\begin{aligned} f_a &= f_1 - f_2 \\ f_b &= f_3 - f_4 \\ f_c &= f_5 - f_6 \end{aligned} \quad (5-96)$$

Η Εξ.(5-90) γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} {}^0 F_{s,x} &= -f_a \cos(60^\circ) + f_b + f_c \cos(60^\circ) \\ {}^0 F_{s,y} &= -f_a \sin(60^\circ) - f_c \sin(60^\circ) \\ {}^0 n_{s,z} &= -f_a r - f_b r + f_c r + n \end{aligned} \quad (5-97)$$

Το σύστημα, λοιπόν, που ορίζεται μέσω της Εξ. (5-91), μετατρέπεται στο παρακάτω σύστημα:

$$\mathbf{A}_+ \mathbf{x}_+ = \mathbf{b} \quad (5-98)$$

όπου ο 3×4 πίνακας \mathbf{A}_+ και το 4×1 διάνυσμα \mathbf{x}_+ είναι:

$$\mathbf{A}_+ = \begin{bmatrix} -\cos(60^\circ) & 1 & \cos(60^\circ) & 0 \\ -\sin(60^\circ) & 0 & -\sin(60^\circ) & 0 \\ -r & -r & r & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_+ = \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \\ n \end{bmatrix} \quad (5-99)$$

Στο σημείο αυτό, θα αδιαστατοποιήσουμε τις δυνάμεις/ροπές f_a, f_b, f_c, n διαιρώντας τις με τις μέγιστες τιμές που μπορεί να δώσει ένας συνήθης προωθητήρας και ένας συνήθης σφόνδυλος αντίδρασης, αντίστοιχα, διότι οι δυνάμεις μετριοούνται σε N ενώ η ροπή σε Nm . Για περιπτώσεις διαστημικών εφαρμογών επιλέγουμε μέγιστη ροπή του κινητήρα στο σφόνδυλο αντίδραση, $n_{max} = 210 mNm$ και μέγιστη δύναμη για κάθε προωθητήρα $f_{max} = 4.5N$ (βλ. Παράρτημα Β). Οπότε ψάχνουμε το νέο αδιαστατοποιημένο διάνυσμα \mathbf{x}_+^* , το οποίο είναι:

$$\mathbf{x}_+^* = \begin{bmatrix} f_a / f_{max} \\ f_b / f_{max} \\ f_c / f_{max} \\ n / n_{max} \end{bmatrix} \quad (5-100)$$

Προκειμένου να μην αλλάξει η Εξ. (5-98) θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε και όλα τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{A}_+ με τις αντίστοιχες μέγιστες τιμές των δυνάμεων/ροπών, έτσι:

$$\mathbf{A}_+^* = \begin{bmatrix} -f_{max} \cos(60^\circ) & f_{max} & f_{max} \cos(60^\circ) & 0 \\ -f_{max} \sin(60^\circ) & 0 & -f_{max} \sin(60^\circ) & 0 \\ -f_{max} r & -f_{max} r & f_{max} r & n_{max} \end{bmatrix} \quad (5-101)$$

και το σύστημα της Εξ. (5-98) μετατρέπεται στο ισοδύναμό του:

$$\mathbf{A}_+^* \mathbf{x}_+^* = \mathbf{b} \quad (5-102)$$

Στη συνέχεια θα ορίσουμε το ψευδοαντίστροφο πίνακα του \mathbf{A}_+^* , τον \mathbf{A}_+^{*+} και θα λύσουμε το παρακάτω σύστημα:

$$\mathbf{x}_+^* = \mathbf{A}_+^{*+} \mathbf{b} \quad (5-103)$$

Όπως παρατηρείται, η τάξη του πίνακα \mathbf{A}_+^* είναι 3, όσες και οι γραμμικώς ανεξάρτητες γραμμές του, συνεπώς και οι γραμμικώς ανεξάρτητες λύσεις του συστήματος της Εξ. (5-102) θα είναι τρεις.

Για την επίλυση του συστήματος της Εξ. (5-102) ως προς \mathbf{x}_+^* μας ενδιαφέρει να γνωρίζουμε τον αριθμό κατάστασης του πίνακα \mathbf{A}_+^* , ο οποίος προκύπτει με τη βοήθεια της matlab και της εντολής $cond(\mathbf{A}_+^*)$. Αυτός είναι τελικά, ίσος με 1.6, δηλαδή επαρκώς μικρός, ώστε να θεωρήσουμε ότι το προς επίλυση σύστημα είναι ευσταθές και οι λύσεις του δεν θα έχουν σημαντικά αριθμητικά σφάλματα.

Υπολογίζουμε λοιπόν, το \mathbf{x}_+^* από την Εξ.(5-103) και προκύπτουν οι δυνάμεις f_a, f_b, f_c και ακολούθως, από την Εξ.(5-96) και ανάλογα με το πρόσημο των δυνάμεων f_a, f_b, f_c προκύπτουν οι δυνάμεις $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\begin{aligned} f_a > 0: f_1^+ &= f_a, f_2^+ = 0 \\ f_a < 0: f_1^+ &= 0, f_2^+ = |f_a| \\ f_b > 0: f_3^+ &= f_b, f_4^+ = 0 \\ f_b < 0: f_3^+ &= 0, f_4^+ = |f_b| \\ f_c > 0: f_5^+ &= f_c, f_6^+ = 0 \\ f_c < 0: f_5^+ &= 0, f_6^+ = |f_c| \end{aligned} \quad (5-104)$$

οπότε η τροποποιημένη λύση του αρχικού συστήματος της Εξ.(5-91) με τις θετικές δυνάμεις των προωθητήρων είναι η:

$$\mathbf{x} = [f_1^+ \quad f_2^+ \quad f_3^+ \quad f_4^+ \quad f_5^+ \quad f_6^+ \quad n]^T \quad (5-105)$$

οι οποίες όμως είναι αδιαστατοποιημένες (μαζί και η ροπή) και προφανώς το αποτέλεσμα τους θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί με τις μέγιστες τιμές τους ώστε να προκύψει το τελικό αποτέλεσμα.

Θα εξετάσουμε στη συνέχεια, το τρόπο με τον οποίο θα ενεργοποιηθεί κατά προτεραιότητα ο σφόνδυλος αντίδρασης για την απόδοση ροπής. Όπως προαναφέρθηκε, με σκοπό τη μείωση της κατανάλωσης καυσίμου προτιμάται η χρήση του σφονδύλου για την απόδοση ροπής και σε περίπτωση που αυτός δεν μπορεί να αποδώσει την απαιτούμενη, τότε ενεργοποιούνται συμπληρωματικά οι κατάλληλοι προωθητήρες.

Αυτή η ενεργοποίηση των κατάλληλων προωθητήρων και η προτίμηση της χρήσης του σφονδύλου αντίδρασης για την απόδοση ροπής, επιτυγχάνεται με μία τροποποίηση στο σύστημα της Εξ. (5-102) και την εισαγωγή του διαγώνιου πίνακα συντελεστών ποινής \mathbf{W}_e . Με αυτή τη μέθοδο ο σφόνδυλος θα ενεργοποιείται πρώτος όταν υπάρχει ανάγκη για ροπή και θα έχει για τον λόγο αυτό το μικρότερο συντελεστή ποινής (θα εξηγηθεί παρακάτω πως λειτουργεί αυτό). Το προς επίλυση σύστημα με την προσθήκη του πίνακα \mathbf{W}_e διαφοροποιείται. Θεωρούμε λοιπόν, τη λύση:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}_e \mathbf{x}_+^* \quad (5-106)$$

και αντικαθιστούμε στην Εξ. (5-102) το \mathbf{x}_+^* από την (5-106) (ο πίνακας \mathbf{W}_e είναι αντιστρέψιμος), οπότε προκύπτει:

$$(\mathbf{A}_+^* \mathbf{W}_e^{-1}) \mathbf{y} = \mathbf{b} \quad (5-107)$$

Η λύση της Εξ. (5-107) υπολογίζεται με χρήση του ψευδοαντίστροφου πίνακα, όπως αυτός δίνεται στην Εξ. (5-95), αλλά τώρα για τον πίνακα $\mathbf{A}_+^* \mathbf{W}_e^{-1}$. Έτσι:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{A}_+^* \mathbf{W}_e^{-1})^+ \mathbf{b} \quad (5-108)$$

ή

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}_e^{-1} \mathbf{W}_e^{-T} \mathbf{A}_+^{*T} (\mathbf{A}_+^* \mathbf{W}_e^{-1} \mathbf{W}_e^{-T} \mathbf{A}_+^{*T})^{-1} \mathbf{b} \quad (5-109)$$

οπότε το ζητούμενο διάνυσμα \mathbf{x}_+^* θα προκύψει από την Εξ. (5-106) μέσω της (5-109):

$$\mathbf{x}_+^* = \mathbf{W}_e^{-1} \left[\mathbf{W}_e^{-1} \mathbf{W}_e^{-T} \mathbf{A}_+^{*T} (\mathbf{A}_+^* \mathbf{W}_e^{-1} \mathbf{W}_e^{-T} \mathbf{A}_+^{*T})^{-1} \mathbf{b} \right] \quad (5-110)$$

και υπενθυμίζουμε ότι:

$$\mathbf{x}_+^* = \left[\begin{array}{cccc} f_a / f_{max} & f_b / f_{max} & f_c / f_{max} & n / n_{max} \end{array} \right]^T \quad (5-111)$$

ή

$$\mathbf{x}_+^* = \left[\begin{array}{cccc} f_a^* & f_b^* & f_c^* & n^* \end{array} \right]^T \quad (5-112)$$

Οι συντελεστές ποινής του πίνακα \mathbf{W}_e , δηλαδή τα στοιχεία του πίνακα είναι:

$$\mathbf{W}_e = \text{diag}(w_{e_{11}}, w_{e_{22}}, w_{e_{33}}, w_{e_{44}}) \quad (5-113)$$

όπου $w_{e_{11}}, w_{e_{22}}, w_{e_{33}}$ είναι οι συντελεστές ποινής που θα πολλαπλασιαστούν με τις δυνάμεις f_a^*, f_b^*, f_c^* , αντίστοιχα και $w_{e_{44}}$ είναι ο συντελεστής ποινής που θα πολλαπλασιαστεί με τη ροπή που δίνει ο σφόνδυλος αντίδρασης.

Πως θα επιλέξουμε τώρα τους εν λόγω συντελεστές ποινής; Ορίζουμε:

$$w_{e_{44}} = 1 \quad (5-114)$$

Σκοπός είναι ο συντελεστής ποινής $w_{e_{44}}$ να είναι ίσος με τη μονάδα και για τους συντελεστές ποινής $w_{e_{11}}, w_{e_{22}}, w_{e_{33}}$, που θα είναι ίσοι μεταξύ τους, να ισχύει:

$$w_{e_{11}}, w_{e_{22}}, w_{e_{33}} \gg w_{e_{44}} \quad (5-115)$$

Αυτό επιδιώκεται, καθώς κατά την εύρεση των f_a^*, f_b^*, f_c^*, n^* επιλύεται ένα πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων, δηλαδή τα f_a^*, f_b^*, f_c^*, n^* θα παίρνουν τιμές, οι οποίες ελαχιστοποιούν τη συνάρτηση:

$$g(f_a^*, f_b^*, f_c^*, n^*) = (f_a^{*2} + f_b^{*2} + f_c^{*2}) + n^{*2} \quad (5-116)$$

και όπως έχει προαναφερθεί, ο πίνακας συντελεστών ποινής \mathbf{W}_e εισήχθει ώστε οι προωθητήρες να λειτουργούν όσο το δυνατό λιγότερο σε σχέση με το σφόνδυλο αντίδρασης, δηλαδή να δίνουν όσο το δυνατό μικρότερες δυνάμεις σε σχέση με τη ροπή n . Εάν λοιπόν, πολλαπλασιαστούν οι f_a^*, f_b^*, f_c^* με έναν επαρκώς μεγάλο συντελεστή, έστω ρ , θα μειωθούν κατά πολύ οι f_a^*, f_b^*, f_c^* σε σύγκριση με τη ροπή n^* προκειμένου το αποτέλεσμα που θα πάρουμε να είναι το μικρότερο δυνατό, θα έχουμε δηλαδή την παρακάτω συνάρτηση για ελαχιστοποίηση:

$$g'(f_a^*, f_b^*, f_c^*, n^*) = \rho(f_a^{*2} + f_b^{*2} + f_c^{*2}) + n^{*2} \quad (5-117)$$

Ο συντελεστής ποινής $w_{e_{ii}}$, $i=1,2,3$ για ένα προωθητήρα ορίζεται ως εξής:

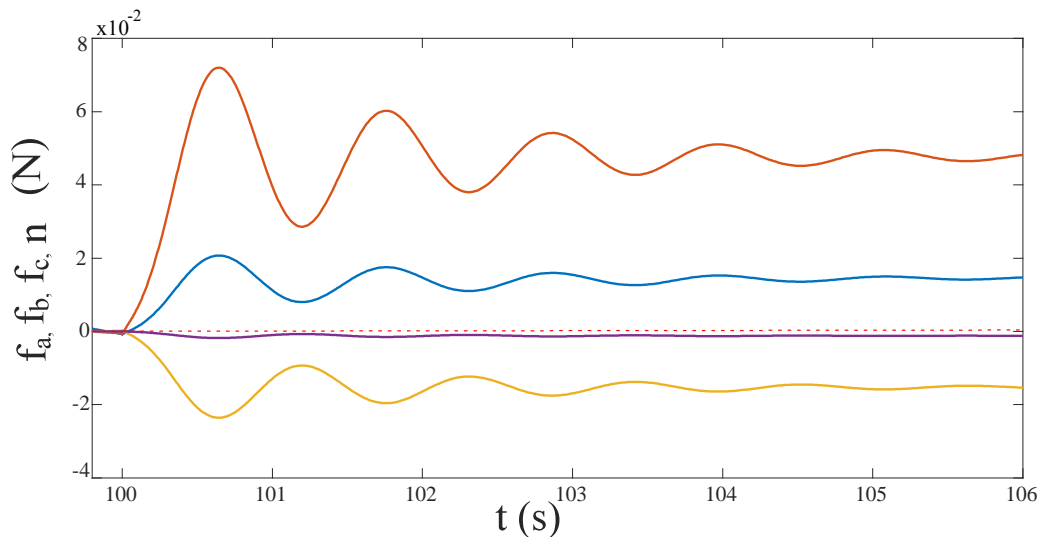
$$w_{e_{ii}} = 20 \quad (5-118)$$

η επιλογή του αριθμού 20 με τον οποίο πολλαπλασιάσαμε είναι τυχαία (συνήθως επιλέγεται μία επαρκώς μεγάλη τιμή) και τελικά:

$$\mathbf{W}_e = \text{diag}(20, 20, 20, 1) \quad (5-119)$$

Το διάνυσμα \mathbf{x}_+^* προκύπτει από την Εξ.(5-110), οι δυνάμεις/ροπές f_a^*, f_b^*, f_c^*, n^* από την Εξ. (5-111) και τέλος, οι δυνάμεις των προωθητήρων $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$ βγαίνουν με εφαρμογή της Εξ. (5-104) για τις προκύπτουσες αδιαστατοποιημένες f_a^*, f_b^*, f_c^* .

Στη συνέχεια, στο Σχήμα 5-10, παραθέτουμε το διάγραμμα των αδιαστατοποιημένων δυνάμεων/ροπών f_a^*, f_b^*, f_c^*, n^* .



Σχήμα 5-10. Οι αδιαστατοποιημένες δυνάμεις από τα ζεύγη των προωθητήρων και το σφόνδυλο αντίδρασης, στη βελτιστοποιημένη περίπτωση.

Η παραπάνω μέθοδος βελτιστοποίησης στη χρήση της επενέργειας, επιφέρει τα επιθυμητά αποτελέσματα όταν εφαρμόζεται στο διδιάστατο πρόβλημα του Παραδείγματος 5.1, μεταβάλλονται δηλαδή επαρκώς οι δυνάμεις από τους προωθητήρες μετά τη χρήση του πίνακα συντελεστών ποινής \mathbf{W}_e . Παρόλαυτα, αυτό δεν είναι ιδιαίτερα εμφανές διαγραμματικά, ως εκ τούτου επιλέγεται και ένας ακόμη τρόπος διαγραμματικής επιβεβαίωσης του παραπάνω.

Υπολογίζεται λοιπόν, το καταναλωθέν προωθητικό καύσιμο κατά τη διάρκεια της εργασίας που εκτελεί το ΔΡΣ, με σκοπό να συγκριθεί το αποτέλεσμα της ποσότητας του καταναλωθέντος προωθητικού, στην περίπτωση που χρησιμοποιήθηκε ο πίνακας συντελεστών ποινής \mathbf{W}_e , (βελτιστοποιημένη περίπτωση) με την αντίστοιχη ποσότητα στην περίπτωση που δεν χρησιμοποιείται ο \mathbf{W}_e και κατ'επέκταση δεν έχει βελτιστοποιηθεί η χρήση των επενεργητών.

Για τον υπολογισμό του καταναλωθέντος προωθητικού θα πρέπει να θεωρηθεί το μέγεθος της ειδικής ώσης I_{sp} (specific impulse) που χαρακτηρίζει τους προωθητήρες και μέσω αυτού θα βρεθεί ο ρυθμός ροής του προωθητικού καυσίμου \dot{m}_p (propellant mass flow

rate) που θα ολοκληρωθεί ως προς το χρόνο. Τα προλεχθέντα μεγέθη συνδέονται με τη δύναμη πρόωσης μέσω της σχέσης, [23]:

$$F_{th_i} = \dot{m}_p I_{sp} g \quad (5-120)$$

όπου η ειδική ώση λαμβάνεται ίση με $I_{sp} g = 2.261 \times 10^3 \text{ m/s}$ για προωθητήρες υδραζίνης 4.5 N (βλ. Παράρτημα Β) και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ (στην παρούσα ανάλυση λαμβάνεται υπόψη).

Λύνοντας την (5-120) λαμβάνεται για τον ρυθμό κατανάλωσης προωθητικού καυσίμου, για κάθε ζεύγος προωθητήρων:

$$\dot{m}_{p_i} = \frac{F_{th_i}}{I_{sp} g} \quad (5-121)$$

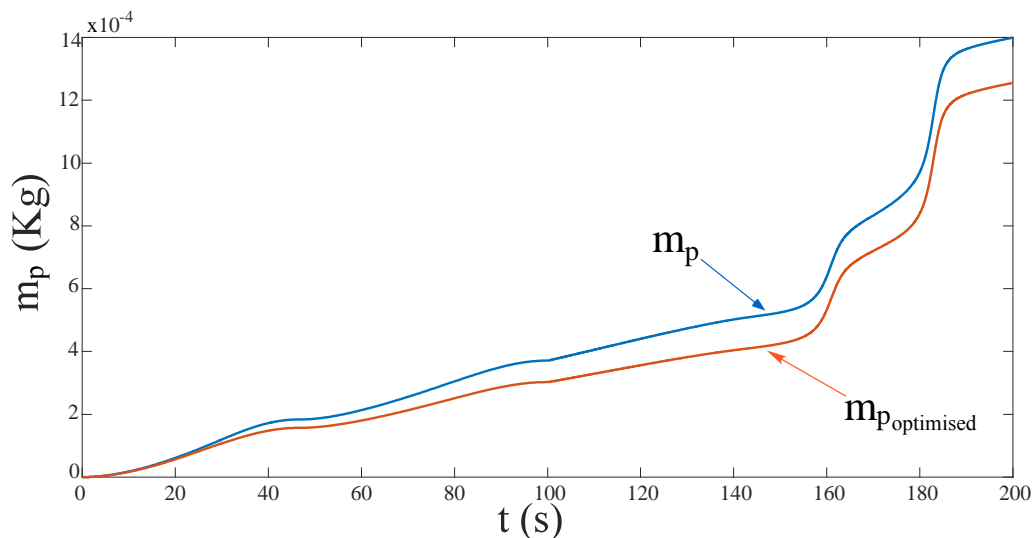
όπου, στην παρούσα εργασία, τα ζεύγη προωθητήρων που έχουν οριστεί, είναι τρία, ως εκ τούτου θα είναι $i = 1, 2, 3$.

Στη συνέχεια, ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση και αθροίζοντας την κατανάλωση και για τα τρία ζεύγη προωθητήρων, λαμβάνεται η ολική κατανάλωση καυσίμου που απαιτήθηκε για τη κίνηση του ΔΡΣ μέχρι την ολοκλήρωση της εργασίας του. Είναι λοιπόν:

$$m_p = \sum_{i=1}^3 \int_{t_0}^{t_f} \frac{F_{th_i}}{I_{sp} g} dt \quad (5-122)$$

όπου $t_0 = 0$ και t_f κάποια σταθερή τιμή χρόνου.

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5-11 που ακολουθεί, υπάρχει μία αισθητή μείωση στη ποσότητα του καυσίμου που καταναλώνεται, μετά την εισαγωγή του πίνακα συντελεστών ποινής W_e . Στην περίπτωση δηλαδή, που για την περιστροφική κίνηση της βάσης του ΔΡΣ, χρησιμοποιείται κατά προτεραιότητα ο σφόνδυλος αντίδρασης έναντι των προωθητήρων.



Σχήμα 5-11. Οι καμπύλες που δίνουν το καταναλωθέν καύσιμο συναρτήσει του χρόνου στη βελτιστοποιημένη και μη περίπτωση.

6 Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία

Σε αυτό το κεφάλαιο πραγματοποιείται μία σύντομη ανασκόπηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Εξάγονται συμπεράσματα όσον αφορά τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και προτείνονται μελλοντικές εργασίες, που θα μπορούσαν να γίνουν με σκοπό τη βελτίωση και την επέκταση της συγκεκριμένης έρευνας.

6.1 Συμπεράσματα

Κατά την εκπόνηση της συγκεκριμένης εργασίας σχεδιάστηκε ελεγκτής εμπέδησης για εφαρμογή σε Ελεύθερα Ιπτάμενο Διαστημικό Ρομποτικό Σύστημα (ΕΙΔΡΣ), με σκοπό να μεταβάλλει την κίνηση δορυφόρου μέσω συνεχούς επαφής. Σε πρώτη φάση, εφαρμόστηκε ο εν λόγω ελεγκτής σε ένα μονοδιάστατο σύστημα δύο μαζών και παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που έγιναν σε περιβάλλον Matlab/Simulink.

Συμπερασματικά αυτό που προέκυψε είναι, πρώτον, ότι ο ελεγκτής εμπέδησης με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων του μπορεί να εφαρμοστεί και στις δύο φάσεις κίνησης της μάζας-κυνηγού, ως εκ τούτου αποφεύγεται η εναλλαγή διαφορετικών νόμων ελέγχου που οδηγεί σε αστάθεια και απώλεια επαφής. Επιπλέον, το κριτήριο διατήρησης επαφής επιλέχθηκε ως εξής: το σφάλμα θέσης κατά τη διάρκεια της επαφής να παραμένει θετικό. Πράγματι, με επιβολή κατάλληλης τροχιάς στη μάζα-κυνηγό και κατ'επέκταση κατάλληλης ταχύτητας τη στιγμή που αυτή ακουμπά τη μάζα-στόχο επιτυγχάνεται το επιθυμητό αποτέλεσμα, προφανώς σε συνδυασμό με τον κατάλληλο ελεγκτή εμπέδησης. Ακόμη, αποδείχθηκε ότι ο εν λόγω ελεγκτής είναι εύρωστος όσον αφορά τη δυσκαμψία που παρουσιάζει το υλικό του στόχου, καθώς και τη θέση στην οποία αυτός είναι τοποθετημένος. Επιβεβαιώνεται λοιπόν η άποψη, ότι σε περιπτώσεις αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον, οι ελεγκτές εμπέδησης είναι οι πρώτοι <<υποψήφιοι>> προς χρήση.

Στη συνέχεια, ο σχεδιασμός του ελεγκτή εμπέδησης γενικεύθηκε σε τριδιάστατες κινήσεις ΕΙΔΡΣ, έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί για τη διατήρηση της επαφής μεταξύ του ΕΙΔΡΣ-κυνηγού και του δορυφόρου-στόχου. Ο ακριβής σκοπός της εργασίας του ΕΙΔΡΣ είναι, είτε να επαναφέρει σε τροχιά, είτε να εξαναγκάσει σε είσοδο στην ατμόσφαιρα το δορυφόρο ή το διαστημικό απόρριμμα, χωρίς μάλιστα να απαιτείται η σύλληψη του δεύτερου, αλλά μόνο δια μέσου της διατήρησης της μεταξύ τους επαφής. Το παραπάνω, έχει ιδιαίτερη σημασία, καθώς οι περισσότεροι από τους υφιστάμενους δορυφόρους σε τροχιά δε διαθέτουν ειδικά εξαρτήματα που να εξυπηρετούν τη σύλληψή τους. Ακολούθως, αποδείχθηκε η εγκυρότητα της παραγόμενης θεωρίας μέσω της εφαρμογής του ελεγκτή εμπέδησης σε επίπεδο πρόβλημα Ελεύθερα Ιπτάμενου ΔΡΣ έξι βαθμών ελευθερίας, αποτελούμενου από μία βάση και ένα βραχίονα τριών περιστροφικών αρθρώσεων. Τα διαγραμματικά αποτελέσματα της προσομοίωσης, επιβεβαίωσαν ότι το σφάλμα θέσης στην επαφή συνεχίζει να είναι θετικό και σ' αυτή την περίπτωση, το ΕΙΔΡΣ μετά από μικρό χρονικό διάστημα αποκτά κοινή ταχύτητα με το δορυφόρο, συνεπώς κινούνται ως ένα σώμα στο επίπεδο. Ωστόσο, οι δυνάμεις που πρέπει να ασκηθούν στο ΔΡΣ ώστε η επαφή μεταξύ αυτού και του στόχου να διατηρηθεί, αποκτούν κάποιες χρονικές στιγμές πολύ μεγάλες τιμές. Όπως προαναφέρθηκε, αυτό συμβαίνει λόγω της εμφάνισης κινηματικών ιδιομορφιών στο σύστημα.

Τέλος, υπολογίζονται οι δυνάμεις/ροπές που πρέπει να δώσουν οι προωθητήρες και ο σφόνδυλος αντίδρασης, έτσι ώστε να υλοποιηθεί ο προτεινόμενος νόμος ελέγχου. Οι δυνάμεις/ροπές που αναπτύσσονται είναι εντός κατασκευαστικών ορίων προωθητήρων και σφονδύλων αντίδρασης που υπάρχουν στο εμπόριο, των οποίων τα χαρακτηριστικά

παρατίθενται στο Παράρτημα Β. Παράλληλα, προτείνεται μία μέθοδος βελτιστοποίησης στη χρήση της επενέργειας, έτσι ώστε οι απαιτούμενες ροπές να δίνονται (όπου και εάν αυτό είναι δυνατό) κυρίως από τον σφόνδυλο αντίδρασης έναντι των προωθητήρων. Αυτό συμβαίνει με σκοπό τη μείωση της κατανάλωσης καυσίμου που χρειάζονται για να λειτουργήσουν οι προωθητήρες, ως εκ τούτου υπολογίζεται η κατανάλωση του καυσίμου στην απλή και στη βελτιστοποιημένη περίπτωση, για να συγκριθούν στη συνέχεια τα παραγόμενα αποτελέσματα. Τελικώς, επετεύχθη ικανοποιητική βελτίωση και οι δυνάμεις που ασκούνται από τους προωθητήρες στη βάση μειώνονται μετά την εφαρμογή της μεθόδου και κατ'επέκταση μεταβάλλεται η καταναλωθείσα ποσότητα του καυσίμου.

6.2 Μελλοντική Εργασία

Αρχικά, ως μελλοντική εργασία θα μπορούσε να χαρακτηριστεί η επαλήθευση της εγκυρότητας του προτεινόμενου ελεγκτή εμπέδησης για εφαρμογή σε τρισδιάστατα συστήματα μέσω της προσομοίωσης σε περιβάλλον Matlab/Simulink ενός πραγματικού χωρικού παραδείγματος σύλληψης δορυφόρου από ΕΙΔΡΣ. Σε δεύτερο χρόνο, θα ήταν δόκιμη η διεξαγωγή πειραμάτων, ενδεχομένως με τη βοήθεια της πειραματικής ρομποτικής διάταξης που βρίσκεται στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου, προκειμένου να ελεγχθεί εν τοις πράγμασι η σωστή λειτουργία του προτεινόμενου ελεγκτή εμπέδησης και της αναπτυσθείσας θεωρίας.

Όπως προαναφέρθηκε, στο Κεφάλαιο 5, για την απλοποίηση του προβλήματος λαμβάνεται υπόψη μόνο η μεταφορική κίνηση του δορυφόρου-στόχου, θεωρώντας ότι η περιστροφική του κίνηση είναι πολύ αργή και μπορεί να αγνοηθεί σε πρώτη προσέγγιση. Ωστόσο, η πραγματικότητα απέχει πολύ από αυτή την υπόθεση. Μία από τις μεγαλύτερες προκλήσεις στο ζήτημα των διαστημικών απορριμάτων είναι ότι τα διάφορα αντικείμενα στο διάστημα τείνουν να περιστρέφονται με την πάροδο του χρόνου εξαιτίας περιβαλλοντικών διαταραχών και γενικά, να έχουν μία πτωτική τάση, γεγονός που δυσχεραίνει την επαφή μ'αυτά ή τη σύλληψή τους. Θα ήταν λοιπόν ενδιαφέρον, να αρθεί η προαναφερόμενη υπόθεση και να πραγματοποιηθεί το σταμάτημα του δορυφόρου-στόχου, ενώ αυτός περιστρέφεται αυθαίρετα. Αφού πραγματοποιηθεί αυτό, το ΔΡΣ πρέπει να ασκήσει δύναμη στο δορυφόρο, τέτοια ώστε να μην παραχθεί ροπή, η οποία θα είχε ως αποτέλεσμα την εκ νέου περιστροφή του, αλλά αντ'αυτού να κινηθεί στο χώρο εκτελώντας απλή μεταφορική κίνηση.

Επίσης, όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5, κατά την κίνηση του ΔΡΣ και του στόχου και αφού έχει πραγματοποιηθεί η επαφή, εμφανίζονται κινηματικές ιδιομορφίες στο σύστημα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη μεγάλων δυνάμεων, για να πραγματοποιηθεί απρόσκοπτα η από κοινού κίνηση ΔΡΣ και στόχου. Η ύπαρξη κινηματικών ιδιομορφιών όμως, είναι ένα πρόβλημα το οποίο σε μελλοντική επέκταση της παρούσας έρευνας θα πρέπει να αντιμετωπιστεί.

Ακόμη, στη συγκεκριμένη έρευνα, δε λήφθηκε υπόψη η χρονική καθυστέρηση του ελεγκτή σε σχέση με τη σύντομη διάρκεια της <<σύγκρουσης>> μεταξύ ΔΡΣ και στόχου, η οποία θα μπορούσε να επιλυθεί με την εισαγωγή ενός συμμορφούμενου καρπού (compliant wrist) στο άκρο του ρομποτικού βραχίονα.

Τέλος, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η on-off λειτουργία των προωθητήρων σύμφωνα με την οποία αυτοί δίνουν ψηφιακό σήμα, έναντι της παραγωγής αναλογικού σήματος, ημιτονοειδούς μορφής που υποθέσαμε (βλ. Σχήμα 5-10), ώστε να είμαστε ακριβείς στην εύρεση των δυνάμεων που ασκούνται στη βάση από τους επενεργητές της.

Βιβλιογραφία

- [1] https://www.esa.int/Our_Activities/Operations/Space_Debris/Space_debris_by_the_numbers
- [2] https://space.skyrocket.de/doc_sdat/deos.htm
- [3] <https://www.surrey.ac.uk/surrey-space-centre/missions/removedebris>
- [4] Abiko, S., Lampariello, R., and Hirzinger, G., "Impedance Control for a Free-Floating Robot in the Grasping of a Tumbling Target with Parameter Uncertainty," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, 2006, pp. 1020 – 1025.
- [5] Craig, J., J., *Introduction to Robotics – Mechanics and Control*, Third Edition, Pearson Prentice Hall, 2005.
- [6] Hirano, D., Kato, H., Saito T., "Online Path Planning and Compliance Control of Space Robot for Capturing Tumbling Large Object," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 1-5, 2018, Madrid, Spain, pp. 2909-2916
- [7] Hogan, N., "Impedance control: An approach to manipulation," *Proc. American Control Conference*, June 1984, pp. 304-313.
- [8] Hughes, P., C., *Spacecraft Attitude Dynamics*, New York: Wiley, 1986.
- [9] Kim, T., Kim, H. S., Kim J., "Position-based Impedance Control for Force Tracking of a Wall-Cleaning Unit," *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 17, No. 3, March 2016, pp 323-329.
- [10] Lampariello, R., Mishra, H., Oumer, N., Schmidt, P., Marco De Stefano, Albu-Schaffer, A., "Tracking Control for the Grasping of a Tumbling Satellite with a Free-Floating Robot," *IEEE Robotics and Automation Letters*, Vol. 3, Issue. 4, 2018, pp. 3638-3645.
- [11] Moosavian, S. Ali A. "Dynamics and Control of Free-Flying Manipulators Capturing Space Objects" Ph.D. thesis, McGill University, Canada.
- [12] Moosavian, S. Ali A. and Papadopoulos, E., "Cooperative object manipulation with contact impact using multiple impedance control" *Int. Journal of Control, Automation, and Systems*, 8 (2), pp. 314–32.
- [13] Nakanishi, H., Uyama, N., and Yoshida, K., "Virtual mass of impedance system for free-flying target capture," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, 2010, pp. 4101 - 4106.
- [14] Rodriguez, Perez, P., De Stefano, M., Lampariello, R., "Velocity Matching Compliant Control for a Space Robot during Capture of a Free-Floating Target," *IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, USA, 3-10 March, 2018.
- [15] Schneider, S.A., Cannon Jr., R.H., "Object impedance control for cooperative manipulation: theory and experimental results," *IEEE Trans. Robotics Automation*, Vol. 8, No. 3, 1992, pp. 383–394.
- [16] Sharma, S., Suomalainen M., Kyrki V., "Compliant Manipulation of Free-Floating Objects," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May 21-25, 2018, pp. 865-872.
- [17] Shoemaker, J., Wright M., "Orbital Express On-Orbit Satellite Servicing Demonstration," *Proc. of the SPIE Defence and Security Symposium 2004*, Vol 5419-09, Orlando, Florida, April 2004.
- [18] Sheinfeld, D. and Rock, S., "Rigid Body Inertia Estimation with Applications to the Capture of a Tumbling Satellite," *19th ASS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting*, Vol. 134, 2009, pp. 343-356.
- [19] Tafazoli, S., Salcudean, S. E., Hashtrudi-Zaad, K., Lawrence, P. D., "Impedance Control of a Teleoperated Excavator," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 10, No. 3, May 2002, pp. 355-367.
- [20] Uyama, N., Nakanishi, H., Nagaoka, K., Yoshida, K., "Impedance-Based Contact Control of a Free-Flying Space Robot with a Compliant Wrist for Non-Cooperative

- Satellite Capture,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 7-12, 2012, Vilamoura, Algarve, Portugal, pp. 4477-4482.
- [21] Villani, L., De Schutter, J., *Handbook of Robotics*, September 8, 2007.
- [22] Yoshida, K., Nakanishi, H., Ueno, H., Inaba, N., Nishimaki, T., and Oda, M., “Dynamics, control and impedance matching for robotic capture of a non-cooperative satellite,” *Advanced Robotics*, Vol. 18, No. 2, 2004, pp. 175 – 198.
- [23] Ανδρέου, Σ., «Δυναμική Δορυφόρου-Στρεφόμενου Προσαρτήματος με Μηχανισμό χωρίς Αντιδράσεις και Μελέτη Οφελούς Εξοικονόμησης Προωθητικού Αερίου», Μεταπτυχιακή Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2012.
- [24] Φλέσσα, Θ., «Μοντελοποίηση, Έλεγχος και Προγραμματισμός Ρομπότ Επίπεδου Διαστημικού Εξομοιωτή», Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2009.

Παράρτημα Α: Μεγέθη των Εξισώσεων Lagrange και Πίνακες της Εξίσωσης Κίνησης του ΔΡΣ στο Επίπεδο

Η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος όπως προκύπτει από το δεύτερο κεφάλαιο:

```
T=
((1/2).*I0zz.*theta0dot.^2+(1/2).*I1zz.*(q1dot+theta0dot).^2+(1/2) ...
.*I2zz.*(q1dot+q2dot+theta0dot).^2+(1/2).*I3zz.*(q1dot+q2dot+ ...
q3dot+theta0dot).^2+(1/2).*m0.*(x0dot.^2+y0dot.^2)+(1/2).*m1.*(( ...
y0dot+l1.*q1dot.*cos(q1+theta0)+theta0dot.*(r0.*cos(theta0)+l1.* ...
cos(q1+theta0))).^2+(x0dot+(-1).*l1.*q1dot.*sin(q1+theta0)+ ...
theta0dot.*((-1).*r0.*sin(theta0)+(-1).*l1.*sin(q1+theta0))).^2)+( ...
1/2).*m2.*((y0dot+l2.*q2dot.*cos(q1+q2+theta0)+q1dot.*((l1+r1).* ...
cos(q1+theta0)+l2.*cos(q1+q2+theta0))+theta0dot.*(r0.*cos(theta0)+ ...
(l1+r1).*cos(q1+theta0)+l2.*cos(q1+q2+theta0))).^2+(x0dot+(-1).* ...
l2.*q2dot.*sin(q1+q2+theta0)+q1dot.*((-1).*l1+r1).*sin(q1+theta0) ...
+(-1).*l2.*sin(q1+q2+theta0))+theta0dot.*((-1).*r0.*sin(theta0)+( ...
-1).*l1+r1).*sin(q1+theta0)+(-1).*l2.*sin(q1+q2+theta0))).^2)+( ...
1/2).*m3.*((y0dot+l3.*q3dot.*cos(q1+q2+q3+theta0)+q2dot.*(l2.*cos( ...
q1+q2+theta0)+r2.*cos(q1+q2+theta0)+l3.*cos(q1+q2+q3+theta0))+ ...
q1dot.*((l1+r1).*cos(q1+theta0)+l2.*cos(q1+q2+theta0)+r2.*cos(q1+ ...
q2+theta0)+l3.*cos(q1+q2+q3+theta0))+theta0dot.*(r0.*cos(theta0)+( ...
l1+r1).*cos(q1+theta0)+l2.*cos(q1+q2+theta0)+r2.*cos(q1+q2+theta0) ...
+l3.*cos(q1+q2+q3+theta0))).^2+(x0dot+(-1).*l3.*q3dot.*sin(q1+q2+ ...
q3+theta0)+q2dot.*((-1).*l2.*sin(q1+q2+theta0)+(-1).*r2.*sin(q1+ ...
q2+theta0)+(-1).*l3.*sin(q1+q2+q3+theta0))+q1dot.*((-1).*l1+r1).* ...
sin(q1+theta0)+(-1).*l2.*sin(q1+q2+theta0)+(-1).*r2.*sin(q1+q2+ ...
theta0)+(-1).*l3.*sin(q1+q2+q3+theta0))+theta0dot.*((-1).*r0.*sin( ...
theta0)+(-1).*l1+r1).*sin(q1+theta0)+(-1).*l2.*sin(q1+q2+theta0)+ ...
(-1).*r2.*sin(q1+q2+theta0)+(-1).*l3.*sin(q1+q2+q3+theta0))).^2)); ...
%
```

Ο πίνακας αδράνειας της εξίσωσης κίνησης του ΔΡΣ, $\mathbf{H}(\delta_0, \mathbf{q})$, ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή του ελεγκτή σε ένα επίπεδο πρόβλημα, στο πέμπτο κεφάλαιο:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} & H_{15} & H_{16} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} & H_{25} & H_{26} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} & H_{35} & H_{36} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} & H_{45} & H_{46} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} & H_{54} & H_{55} & H_{56} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} & H_{64} & H_{65} & H_{66} \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

όπου

H11=m1+m2+m3+mb;

H12=0;

H13=(-1).*(m1+m2+m3).*r0.*sin(theta0)+(-1).*(l1.*(m1+ ...
m2+m3)+(m2+m3).*r1).*sin(q1+theta0)+(-1).*(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).* ...
sin(q1+q2+theta0)+(-1).*l3.*m3.*sin(q1+q2+q3+theta0);

H14=(-1).*(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).*sin(q1+theta0)+ ...
(-1).*(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*sin(q1+q2+theta0)+ ...
(-1).*l3.*m3.*sin(q1+q2+q3+theta0);

H15=(-1).*(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*sin(q1+q2+theta0)+ ...
(-1).*l3.*m3.*sin(q1+q2+q3+theta0);

H16=(-1).*l3.*m3.*sin(q1+q2+q3+theta0);

%

```

H21=0;
H22=m1+m2+m3+mb;
H23=(m1+m2+m3).*r0.*cos(theta0)+(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1)...
    .*cos(q1+theta0)+(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*cos(q1+q2+theta0)...
    +l3.*m3.*cos(q1+q2+q3+theta0);
H24=(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).*cos(q1+theta0)+(l2.*(m2+m3)+...
    m3.*r2).*cos(q1+q2+theta0)+l3.*m3.*cos(q1+q2+q3+theta0);
H25=(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*cos(q1+q2+theta0)+l3.*m3.*cos(q1+q2+q3+theta0);
H26=l3.*m3.*cos(q1+q2+q3+theta0);
%
-----
H31=(-1).(m1+m2+m3).*r0.*sin(theta0)+(-1).(l1.*(m1+m2+m3)+...
    (m2+m3).*r1).*sin(q1+theta0)+(-1).(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*sin(q1...
    +q2+theta0)+(-1).l3.*m3.*sin(q1+q2+q3+theta0);
H32=(m1+m2+m3).*r0.*cos(theta0)+(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).*cos(q1+...
    theta0)+(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*cos(q1+q2+theta0)+l3.*m3.*cos(q1+q2+...
    q3+theta0);
H33=I1zz+I2zz+I3zz+Ibzz+l2.^2.*(m2+m3)+l1.^2.*(m1+m2+m3)+( ...
    m1+m2).*r0.^2+2.*l1.*(m2+m3).*r1+m2.*r1.^2+2.*l2.*m3.*r2+m3.*( ...
    l3.^2+r0.^2+r1.^2+r2.^2)+2.*(r0.*(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).* ...
    cos(q1)+(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*((l1+r1).*cos(q2)+r0.*cos(q1+q2))+ ...
    l3.*m3.*(l2+r2+(l1+r1).*cos(q2)+r0.*cos(q1+q2)).*cos(q3)+(-1).* ...
    l3.*m3.*(l1+r1).*sin(q2)+r0.*sin(q1+q2)).*sin(q3));
H34=I1zz+I2zz+ ...
    I3zz+l2.^2.*(m2+m3)+l1.^2.*(m1+m2+m3)+2.*l1.*(m2+m3).*r1+m2.* ...
    r1.^2+2.*l2.*m3.*r2+m3.*(l3.^2+r1.^2+r2.^2)+r0.*(l1.*(m1+m2+m3)+( ...
    m2+m3).*r1).*cos(q1)+(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).(2.*(l1+r1).*cos(q2)+ ...
    r0.*cos(q1+q2))+l3.*m3.*(2.*(l2+r2+(l1+r1).*cos(q2))+r0.*cos(q1+ ...
    q2)).*cos(q3)+(-1).l3.*m3.*(2.*(l1+r1).*sin(q2)+r0.*sin(q1+q2)).* ...
    sin(q3);
H35=I2zz+I3zz+l2.^2.*(m2+m3)+2.*l2.*m3.*r2+m3.*(l3.^2+r2.^2)+( ...
    l1+r1).(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*cos(q2)+r0.*(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).* ...
    cos(q1+q2)+l3.*m3.*(2.*(l2+r2).*cos(q3)+(l1+r1).*cos(q2+q3)+r0.* ...
    cos(q1+q2+q3));
H36=I3zz+l3.^2.*m3+l3.*m3.*(l2+r2).*cos(q3)+(l1+r1).* ...
    cos(q2+q3)+r0.*cos(q1+q2+q3));
%
-----
H41=(-1).(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).*sin(q1+theta0)+(-1).(l2...
    .* (m2+m3)+m3.*r2).*sin(q1+q2+theta0)+(-1).l3.*m3...
    .*sin(q1+q2+q3+theta0);
H42=(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).*cos(q1+theta0)+(l2.*(m2+m3)+...
    m3.*r2).*cos(q1+q2+theta0)+l3.*m3.*cos(q1+q2+q3+theta0);
H43=I1zz+I2zz+I3zz+l2.^2.*(m2+m3)+l1.^2.*(m1+m2+m3)+2.* ...
    l1.*(m2+m3).*r1+m2.*r1.^2+2.*l2.*m3.*r2+m3.*(l3.^2+r1.^2+r2.^2)+ ...
    r0.*(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).*cos(q1)+(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).( ...
    2.*(l1+r1).*cos(q2)+r0.*cos(q1+q2))+l3.*m3.*(2.*(l2+r2+(l1+r1).* ...
    cos(q2))+r0.*cos(q1+q2)).*cos(q3)+(-1).l3.*m3.*(2.*(l1+r1).*sin( ...
    q2)+r0.*sin(q1+q2)).*sin(q3);
H44=I1zz+I2zz+I3zz+l2.^2.*m2+l2.^2.*m3+ ...
    l3.^2.*m3+l1.^2.*(m1+m2+m3)+2.*l1.*(m2+m3).*r1+m2.*r1.^2+m3.* ...
    r1.^2+2.*l2.*m3.*r2+m3.*r2.^2+2.*(l1+r1).(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).* ...
    cos(q2)+2.*l3.*m3.*(l2+r2).*cos(q3)+(l1+r1).*cos(q2+q3));
H45=I2zz+I3zz+l2.^2.*(m2+m3)+2.*l2.*m3.*r2+m3.*(l3.^2+r2.^2)+...
    (l1+r1).(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*cos(q2)+l3.*m3.*(2.*(l2+r2).*cos(q3) ...
    +(l1+r1).*cos(q2+q3));
H46=I3zz+l3.^2.*m3+l3.*m3.*(l2+r2).*cos(q3)+l3.*m3.*(l1+r1).*cos(q2+q3);
%
-----
H51=(-1).(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*sin(q1+q2+theta0)+(-1).l3.*m3...

```



```

.*sin(q1+q2+q3+theta0);
H52=(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*cos(q1+q2+theta0)+l3.*m3.*cos(q1+q2+q3+theta0);
H53=I2zz+I3zz+l2.^2.*(m2+m3)+2.*l2.*m3.*r2+m3.*(l3.^2+r2.^2)...
+(l1+r1).*(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*cos(q2)+r0.*(l2.*(m2+m3)+m3.*r2)...
.*cos(q1+q2)+l3.*m3.*(2.*(l2+r2).*cos(q3)+(l1+r1).*cos(q2+q3)...
+r0.*cos(q1+q2+q3));
H54=I2zz+I3zz+l2.^2.*(m2+m3)+2.*l2.*m3.*r2+m3.*(l3.^2+r2.^2)+(l1+r1)...
.*(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*cos(q2)+l3.*m3.*(2.*(l2+r2).*cos(q3)+...
(l1+r1).*cos(q2+q3));
H55=I2zz+I3zz+l2.^2.*(m2+m3)+2.*l2.*m3.*r2+m3.*(l3.^2+r2.^2)+...
2.*l3.*m3.*(l2+r2).*cos(q3);
H56=I3zz+l3.^2.*m3+l3.*m3.*(l2+r2).*cos(q3);
%

```

```

H61=(-1).*l3.*m3.*sin(q1+q2+q3+theta0);
H62=l3.*m3.*cos(q1+q2+q3+theta0);
H63=I3zz+l3.^2.*m3+l3.*m3.*((l2+r2).*cos(q3)+(l1+r1).*cos(q2+q3)+...
r0.*cos(q1+q2+q3));
H64=I3zz+l3.^2.*m3+l3.*m3.*(l2+r2).*cos(q3)+l3.*m3.*(l1+r1).*cos(q2+q3);
H65=I3zz+l3.^2.*m3+l3.*m3.*(l2+r2).*cos(q3);
H66=I3zz+l3.^2.*m3;
%

```

Το διάνυσμα $c(\delta_0, \mathbf{q}, \dot{\delta}_0, \dot{\mathbf{q}})$ που περιλαμβάνει τους μη γραμμικούς όρους της εξίσωσης κίνησης του ΔΡΣ:

$$c = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \\ c_{41} \\ c_{51} \\ c_{61} \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

όπου

```

c11=(-1).*(m1+m2+m3).*r0.*theta0dot.^2.*cos(theta0)+(-1).*(l1.*(m1+...
m2+m3)+(m2+m3).*r1).*(q1dot+theta0dot).^2.*cos(q1+theta0)+(-1).*(...
l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*(q1dot+q2dot+theta0dot).^2.*cos(q1+q2+theta0)...
+(-1).*l3.*m3.*(q1dot+q2dot+q3dot+theta0dot).^2.*cos(q1+q2+q3+...
theta0);
%

```

```

c21=(-1).*(m1+m2+m3).*r0.*theta0dot.^2.*sin(theta0)+(-1).*(...
l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).*(q1dot+theta0dot).^2.*sin(q1+theta0)+...
(-1).*(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*(q1dot+q2dot+theta0dot).^2.*sin(q1+q2+...
theta0)+(-1).*l3.*m3.*(q1dot+q2dot+q3dot+theta0dot).^2.*sin(q1+q2+...
q3+theta0);
%

```

```

c31=(-1).*q1dot.*r0.*(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1).*(q1dot+...
2.*theta0dot).*sin(q1)+l3.*m3.*cos(q3).*((-1).*(q1dot+q2dot+q3dot)...
.*r0.*(q1dot+q2dot+q3dot+2.*theta0dot).*cos(q2).*sin(q1)+(-1).*(...
q2dot+q3dot).*(l1+r1).*(2.*q1dot+q2dot+q3dot+2.*theta0dot)+(q1dot+...
q2dot+q3dot).*r0.*(q1dot+q2dot+q3dot+2.*theta0dot).*cos(q1)).*sin(...
q2))+l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*((-1).*q2dot.*(l1+r1).*(2.*q1dot+q2dot+...
2.*theta0dot).*sin(q2)+(-1).*(q1dot+q2dot).*r0.*(q1dot+q2dot+2.*...
theta0dot).*sin(q1+q2))+(-1).*l3.*m3.*(q3dot.*(l2+r2).*(2.*q1dot+...
2.*q2dot+q3dot+2.*theta0dot)+(q2dot+q3dot).*(l1+r1).*(2.*q1dot+...

```

```

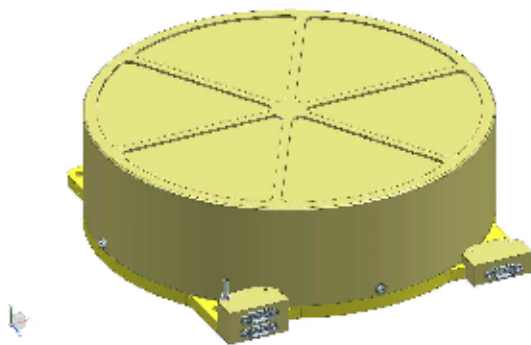
q2dot+q3dot+2.*theta0dot).*cos(q2)+(q1dot+q2dot+q3dot).*r0.*( ...
q1dot+q2dot+q3dot+2.*theta0dot).*cos(q1+q2)).*sin(q3);
%
c41=r0.*theta0dot.^2.*(l1.*(m1+m2+m3)+(m2+m3).*r1+l3.*m3.*cos(q2) ...
.*cos(q3)).*sin(q1)+(-1).*l3.*m3.*((q2dot+q3dot).* (l1+r1) ...
.*(2.*q1dot+q2dot+q3dot+2.*theta0dot))+(-1).*r0.*theta0dot ...
.^2.*cos(q1)).*cos(q3).*sin(q2)+(l2.*(m2+m3)+m3.*r2).*((-1) ...
.*q2dot.*(l1+r1)).*(2.*q1dot+q2dot+2.*theta0dot).*sin(q2)+ ...
r0.*theta0dot.^2.*sin(q1+q2))+(-1).*l3.*m3.*(q3dot.*(l2+ ...
r2)).*(2.*q1dot+2.*q2dot+q3dot+2.*theta0dot)+(q2dot+q3dot).* (l1+r1) ...
.*(2.*q1dot+q2dot+q3dot+2.*theta0dot).*cos(q2)+(-1).*r0.*theta0dot ...
.^2.*cos(q1+q2)).*sin(q3);
%
c51=(l2.*(m2+m3)+m3.*r2+l3.*m3.*cos(q3)).*((l1+r1).(q1dot+theta0dot) ...
.^2.*sin(q2)+r0.*theta0dot.^2.*sin(q1+q2))+l3.*m3.*((-1).*q3dot ...
.*(l2+r2)).*(2.*q1dot+2.*q2dot+q3dot+2.*theta0dot)+(l1+r1) ...
.*(q1dot+theta0dot).^2.*cos(q2)+r0.*theta0dot.^2.*cos(q1+q2)).*sin(q3);
%
c61=l3.*m3.*((l2+r2).(q1dot+q2dot+theta0dot).^2.*sin(q3)+(l1+r1) ...
.*(q1dot+theta0dot).^2.*sin(q2+q3)+r0.*theta0dot.^2.*sin(q1+q2+q3));
%

```

Παράρτημα Β: Χαρακτηριστικά Μεγέθη Επενεργητών

NEWSPACE SYSTEMS

10Nms Reaction Wheel



Reaction wheels provide satellites with control torques by means of momentum exchange between the satellite body and the rotating wheel. Multiple wheels are typically used to provide full 3-axis control.

The 10NmS reaction wheel has a high torque (more than 0.2Nm) and angular momentum storage capacity (more than 10Nms), making them ideal for agile medium to large microsatellites requiring accurate pointing.

The wheel features integrated control electronics with an industry standard digital interface through which all command and telemetry information is transferred. The wheels may be operated independently in current or speed control modes.

Features

- ◆ High wheel torque
- ◆ High wheel momentum capacity
- ◆ High accuracy speed control
- ◆ Simple digital interface to satellite bus

Applications

- ◆ High performance 3-axis torque and momentum exchange actuators for agile small satellites
- ◆ Momentum Bias
- ◆ Control for accurate pointing of imagers

Qualification

The qualification of the 10Nms Reaction Wheel is part of the development of the South African EO-Sat1 mission.

Specifications

Functional Characteristics
Max wheel torque: 210 mNm
Max wheel angular momentum: 10.6 Nms (@ 5000 rpm and 80mNm)
Speed range: -5000 to +5000 rpm
Rotor moment of inertia: 0.02 kg.m ²
Speed control accuracy: 0.6 rpm
Physical Characteristics
Dimensions: diameter: 235mm, height: 71mm
Mass: <5kg
Current consumption: 0.8W idle, <2W @1000rpm
Environmental Characteristics
Operating temperature -20 to +60C
15g rms random vibration (Qualification levels)
10krad total dose (component level)
Interfaces
Power supply: 28V unregulated
Data: RS422 / CAN
Connectors: 3 off micro-D (DMM-10 pin Nicomatic) for power and redundant comms

Contact information

For further information, please consult our website or contact us at:

NewSpace Systems
 12 Cyclonite Street
 The Interchange
 Somerset West 7130
 South Africa

T: +27 (0)21 300 0160
 E: mark@newspacesystems.com
www.newspacesystems.com

NewSpace Systems is a member of the SSBV Aerospace and Technology Group and a member of the SCSH Group.



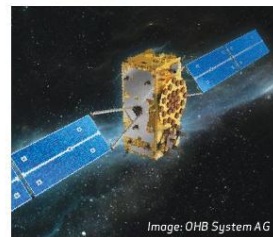
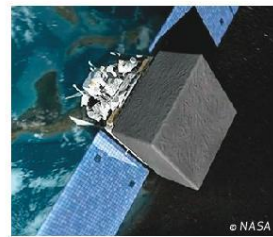
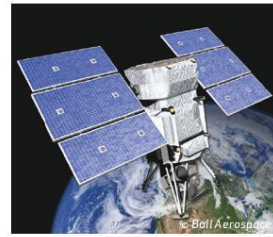
Specifications are subject to change without further notice - This datasheet can serve for information only - Version: 1a



MONOPROPELLANT THRUSTERS



Moog offers a wide range of monopropellant thrusters suited for spacecraft and flight vehicle attitude control applications. These hydrazine thrusters have a long and successful heritage. Range of applications include; earth observation and communication, space exploration, and missile defense.



MOOG

MONOPROPELLANT THRUSTERS

PERFORMANCE CHARACTERISTICS



Engine	MONARC-1	MONARC-5	MONARC-22-6	MONARC-22-12	MONARC-90LT	MONARC-90HT	MONARC-445
Steady State Thrust	0.22 lbf (1N) @275 psia	1.0 lbf (4.5 N) @325 psia	5 lbf (22N) @275 psia	5 lbf (22N) @190 psia	20 lbf (90 N) @ 235 psia	26 lbf (116 N) @ 235 psia	100 lbf (445N) @ 275 psia
Feed Pressure	70 – 400 psia (4.8 – 27.6 bar)	80 – 420 psia (5.5 – 29.0 bar)	70 – 400 psia (4.8 – 27.6 bar)	70 – 400 psia (4.8 – 27.6 bar)	80 – 400 psia (5.5 – 27.6 bar)	80 – 370 psia (5.5 -25.5 bar)	70 – 400 psia (4.8-27.6 bar)
Nozzle Expansion	57:1	135:1	60:1	40:1	40:1	50:1	50:1
Valve Power	18 watts	18 watts	30 watts	30 watts	72 watts	72 watts	58 watts
Mass	0.83 lbm (0.38 kg)	1.08 lbm (0.49 kg)	1.58 lbm (0.72 kg)	1.51 lbm (0.69 kg)	2.47 lbm (1.12 kg)	2.47 lbm (1.12 kg)	3.5 lbm (1.6 kg)
Engine Length/Exit Diam	5.2 in (13.3 cm) / .2 in (0.5 cm)	9.4 in (41.8 cm) / .1 in (2.5 cm)	8 in (20.3 cm) / 1.5 in (3.8 cm)	9 in (22.9 cm) / 1.2 in (5.3 cm)	12 in (30 cm) / 3.3 in (8.4 cm)	12 in (30 cm) / 3.3 in (8.4 cm)	16 in (41 cm) / 5.8 in (14.8 cm)
Specific Impulse	227.5 sec	226.1 secs	229.5 secs	228.1 secs	232.1 secs	234.0 secs	234.0 secs
Minimum Impulse Bit	0.0006 lbf-sec (2.6 mN-sec)	0.0007 lbf-sec (3.1 mN-sec)	0.07 lbf-sec (312m N-sec)	0.12 lbf-sec (526m N-sec)	0.04 lbf-sec (1.8 N-sec)	0.26 lbf-sec (1.16 N-sec)	2.59 lbf-sec (11.52 N-sec)
Total Impulse	25,000 lbf-sec (111,250 N-sec)	138,000 lbf-sec (613,852 N-sec)	120,000 lbf-sec (533,784 N-sec)	263,720 lbf-sec (1,173,085 N-sec)	786,000 (3,500,000 N-sec)	459,100 lbf-sec (2,042,178 N-sec)	1,250,000 lbf-sec (5,600,000 N-sec)
Pulses	375,000	205,000	230,000	160,000	50,000	70,000	12,000

MOOG SPACE AND DEFENSE GROUP

6686 Walmore Road, Niagara Falls, NY, 14304-1697
Tel +1 716 731 6000
www.moog.com/space
bvogt@moog.com



Equipment described herein falls under the jurisdiction of the ITAR and requires US Government Authorization for export purposes. Diversion contrary to US laws is prohibited.

©2018 Moog, Inc. All rights reserved.
Product and company names listed are trademarks or trade names of their respective companies.

Form 500-934 0418