ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

Ανακατασκευή τροχαίων ατυχημάτων με χρήση της Αρχής Διατήρησης της Ορμής

Διπλωματική Εργασία

Κυριάκος Καπέτης

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ.-Μηχ Δημήτρης Κουλοχέρης
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Φεβρουάριος 2019

Αφιερωμένο στην οικογένεια μου και στους κοντινούς μου ανθρώπους

Περίληψη

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία πραγματεύεται τη μελέτη και την ανακατασκευή τροχαίων ατυχημάτων. Ένα τροχαίο ατύχημα εξελίσσεται σε τρεις φάσεις. Η πρώτη φάση είναι αυτή αμέσως πριν τη σύγκρουση (Precollision Phase), η δεύτερη είναι η φάση της σύγκρουσης (Collision Phase) και η τρίτη η φάση αμέσως μετά τη σύγκρουση (Postcollision Phase). Ερευνητικό ενδιαφέρον παρουσιάζουν η φάση της σύγκρουσης και η φάση αμέσως μετά τη σύγκρουση, καθώς κατά τη σύγκρουση ασκούνται πολύ ισχυρές δυνάμεις στα οχήματα, με αποτέλεσμα να δημιουργούν ζημιές σε αυτά και να επιδρούν στην κινηση τους μετά τη σύγκρουση όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 1. Στόχος της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, είναι η δημιουργία ενός αλγορίθμου και του αντίστοιχου υπολογιστικού κώδικα, ο οποίος να δέχεται ένα σύνολο δεδομένων τα οποία μπορούν να αντληθούν από τη σκηνή του ατυχήματος και τα οχήματα και ως τελικό αποτέλεσμα να δίνει τροχιές και δυναμικά μεγέθη των οχημάτων.

Στο Κεφάλαιο 2, γίνεται μελέτη της φάσης της σύγκρουσης δύο οχημάτων με χρήση των εξισώσεων Ώθησης και Ορμής, όπως και με την εισαγωγή τριων συντελεστών της σύκγρουσης. Το υπολογιστικό μοντέλο αυτών των εξισώσεων, αναπτύχθηκε από τον Brach και είναι γνωστό ως PIM (Planar Impact Mechanics). Επιχειρήθηκε ανακατασκευή 12 στημένων συγκρούσεων για τις οποίες υπήρχαν διαθέσιμα δεδομένα προς σύγκριση. Τα σημαντικά μεγέθη που υπολογίζονται είναι οι ταχύτητες πριν και μετά τη σύγκρουση. Λόγω της ύπαρξης τιμών για τις ταχύτητες, ήταν δυνατή η βελτιστοποίηση με αντικειμενική συνάρτηση τύπου ελαχίστων τετραγώνων, ώστε να προσαρμοστούν οι υπολογισμένες τιμές στις αντίστοιχες μετρημένες. Οι εξισώσεις του PIM, χρησιμοποιήθηκαν ως περιορισμοί στη βελτιστοποίηση, καθώς αντιπροσωπεύουν τη φυσική πίσω από τη σύγκρουση. Όσον αφορά τις αντικειμενικές συναρτήσεις, διακρίνονται τρεις περιπτώσεις . Η πρώτη θεωρεί γνωστές τις ταχύτητες πριν τη σύγκρουση με την ύπαρξη μετρήσεων για τις ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση. Έτσι, προσεγγίζει μόνο τις ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση. Η δεύτερη αντικειμενική, κάνει ακριβώς το αντίθετο. Τέλος, η τρίτη προσεγγίζει τόσο τις αρχικές όσο και τις ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση, βάσει των μετρημένων τους τιμών, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς που επιβάλλουν οι εξισώσεις του PIM. Η αντικειμενικές συναρτήσεις, ελαχιστοποιήθηκαν με χρήση αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης. Στη συνέχεια, με στόχο την ελάττωση του υπολογιστικού χρόνου, επιχειρήθηκε βελτιστοποίηση με συνδυασμό αιτιοκρατικής και στοχαστικής βελτιστοποίησης.

Στο Κεφάλαιο 3, μελετάται η τρίτη και τελευταία φάση μιας σύγκρουσης, αυτή αμέσως μετά τη σύγκρουση, έως την ακινητοποίηση των οχημάτων. Με τη βοήθεια από τα ίχνη ελαστικών και θραυσμάτων των οχημάτων που υπάρχουν στο χώρο, μπορούν να προσεγγιστούν σημεία από τα οποία έχουν περάσει τα οχήματα. Στα σημεία αυτά, προσεγγίζεται και η κατεύθυνση που έχει το όχημα ως προς το καρτεσιανό σύστημα, βάσει των ιχνών των ελαστικών. Εαν ανάμεσα από αυτά τα σημεία παρεμβληθούν φυσικές κυβικές splines, δημιουργείται μια προσεγγιστική αναπαράσταση της τροχιάς του κάθε οχήματος. Με γνωστή την ταχύτητα στο σημείο ακινητοποίησης, η οποία είναι μηδέν και εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας σε κάθε σημείο (διατήρηση Κινητικής και Δυναμικής Ενέργειας), το πρόβλημα επιλύεται αντίστροφα και καταλήγει στο σημείο αμέσως μετά τη σύγκρουση. Τελικά με αυτόν τον τρόπο υπολογίζονται οι ταχύτητες των

οχημάτων αμέσως μετά τη σύγκρουση.

Στο Κεφάλαιο 4, συνδυάζονται οι αλγόριθοι των προηγούμενων Κεφαλαίων για τη συνολική ανακατσκευή μιας τροχαίας σύγκρουσης. Αρχικά υπολογίζονται οι ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση από τον αλγόριθμο του Κεφαλαίου 3 και με αυτές ως δεδομένες, υπολογίζονται οι ταχύτητες πριν τη σύγκρουση από τον αλγόριθμο του Κεφαλαίου 2.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 5 προτείνεται μια εναλλακτική προσέγγιση στην ανακατασκευή μιας σύγκρουσης. Λογώ του σφάλματος που παρουσιάζει η επιλογή σημείων κλειδιών και αντίστοιχων κατευθύνσεων των οχημάτων, προτείνεται βελτιστοποίηση μορφής της τροχιάς του κάθε οχήματος και της κατεύθυνσης του σε κάθε σημείο . Συνδυάζοντας του αλγορίθμους των Κεφαλαίων 2 και 3 με την παραδοχή ότι και οι δύο αλγόριθμοι πρέπει να καταλήγουν στις ίδιες ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση, καταστρώνεται η κατάλληλη αντικειμενική συνάρτηση για τον μηδενισμό της διαφορά της κινητικής ενέργειας που προκύπτει από τον υπολογισμό του κάθε αλγορίθμου.

Abstract

This Diploma Thesis deals with both the study and the reconstruction of traffic accidents. Generally, a traffic accident consists of three main phases, the Precollision, Collision and Postcollision phase. Scientificaly speaking, the most interesting ones are the Collision and Postcollision, because during the collision of the vehicles, significantly high collision forces take place, which both damage each vehicle and affect its trajectory and behaviour posterior to collision. The goal of this Diploma Thesis is the creation of a computational code, which has as input data from the accident scene, or easily assumed variables and its output the whole reconstruction of the accident, in terms of trajectory simulation and dynamic quantities calculation.

Chapter 2 focuses on the Collision phase of the vehicles, using the equations of Impulse and Momentum and introducing three impact coefficients. The mathematical model developed by Brach using these equations is called PIM (Planar Impact Mechanics). Twelve collisions were reconstructed. All collisions were staged, in order to have measured data to compare with the computed ones. The important variables that were reconstructed were the pre and post collision velocities. Additionally, since there were data available for all velocities, an attempt to fit the computed velocities to the respective measured ones was made. An optimization with a least-squares type objective function was constructed. The PIM model equations were used as constrains to this optimization procedure, since they represent each vehicle's behaviour during the collision. Furthermore, three seperate cases were distinguished, according to the data known exactly. So, obviously each case has a slight different objective function. The first case considers all precollision velocities known exactly, but there are also measured values for the postcollision velocities available. If such the case is, the objective function approximates the postcollision velocities. In contrast to this, the second case considers the postcollision velocities known exactly, with available data for the precollision ones. In this case, contrary to the first one, the approximated velocities are the precollision ones. Lastly, the third and final case of this chapter, there are no velocities known exactly, but again there are measured values regarding them available. So, in this case both pre and post collision velocities are fitted to the measured data. All three objective functions where primarily minimized using gradient-based optimization. In an effort to improve and verify the quality of the results a combined stochastic and gradient-based optimization procedure was coded.

Chapter 3 analyzes the postcollision phase. Regarding the time frame of a traffic accident this phase is placed right after the collision phase and it lasts until both vehicles stop in their respective rest positions. With the aid of debris and tire marks spread all over the accident space, there can a few points be ditinguished, where each vehicle has almost certainly passed. These points are called key points of each vehicle's trajectory. Also, from the shape of the tire marks in those key points, the vehicles direction in the cartesian reference system can be approximated. Should several points be interpolated between the trajectory key points, it would produce a quality approximation of each vehicle's trajectory. The interpolation method used is this Diploma Thesis was natural cubic splines. Moving on, after the reconstruction of the trajectory, the next step is to compute the velocity of each vehicle along its trajectory. Additionally, the velocity

in the rest postition of each vehicle is obviously equal to zero. So, applying the Conservation of Energy principle (both Kinetic and Dynamic) in every trajectory segment starting from the rest position, should the problem be solved inverly, it would end up in the collision point. In this way, postcollision velocities can be computed.

In Chapter 4, a complete reconstruction of a traffic accident is attempted. The reconstruction algorithm of this chapter consists of a combination of the codes described in Chapters 2 and 3. The reconstruction, starts from the rest position of each vehicle and computes the postcollision velocities of each vehicle. After this step, with the post collision velocities known and data for the precollision ones available, the computational code from Chapter 2 approximates the precollision velocities and the three impact coefficients.

Chapter 5 proposes an alternative approach to a traffic accident reconstruction. Due to the uncertainty of the selected key points and vehicle directions mentioned in Chapter 3, this Chapter performs an optimization of the trajectory of each vehicle. The trajectory optimization is performed by moving the trajectory key points and reinterpolating points between them using natural cubic splines. The objective function for this case cames from the assumption, that the postcollision velocities computed from the second and third Chapter must be the same, considering the fact that both refer to the same point (collision point). So the appropriate objective function for this approach would be one that minimizes the difference between the kinetic energy computed by each algorithm.

On balance, the initial goal of creating a reconstruction algorithm is accomplished. Instead of one approach, there were two approaches attempted in this Diploma Thesis. Both algorithms were tested for their capability of reconstructiong a traffic accident, as well as for their validity and accuracy of their results. Both tests were succesful for both algorithms.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή της Διπλωματικής Εργασίας μου Επίκουρο Καθηγητή του Τομέα ΜΚ&ΑΕ ΕΜΠ, Δρ. Μηχ. Δημήτρη Κουλοχέρη για τις χρήσιμες συμβουλές και προτάσεις του, όπως και για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με το θέμα και να αναπτύξω τις γνώσεις μου πάνω στον τομέα των ανακατασκευών. Το ενδιαφέρον του για το θέμα και η προθυμία του να μου τις απορίες μου κατά τη διάρκεια της Διπλωματικής Εργασίας μου, μου έδωσε κίνητρο για να ασχολούμαι όλο και πιο δυναμικά με την εξέλιξη του θεματος μου.

Θέλω να ευχαριστήσω θερμά την Δρ. Κλειώ Βόσου, για το χρόνο που αφιέρωσε πάνω στην ανάπτυξη του θέματος μου. Οι παρατηρήσεις και οι συμβουλές της αλλάξαν τον τρόπο που επεξεργάζομαι και αξιολογώ τα αποτελέσματα που έχω, δίνοντας σημασία στα σημεία που πρέπει και αμελώντας ασήμαντα πράγματα. Χωρίς να έχω ενστερνιστεί την δική της οπτική γωνία, δεν θα ήμουν σε θέση να εξελίξω σε τέτοιο βαθμό την Διπλωματική Εργασία μου. Επιπλέον, συνέβαλλε καθοριστικά στη γενική δόμηση της σκέψης μου και την αντίληψη μου για πολλά θέματα και εκτός της έρευνας.

Επίσης σε όλους τους φίλους μου που ήταν εκεί για μένα όποτε είχα την ανάγκη να χαλαρώσω μαζί τους ή ακόμη και να τους συμβουλευτώ για κάτι πάνω στο θέμα μου, είμαι υπόχρεος για το ενδιαφέρον και την υποστήριξη που έμπρακτα μου έδειξαν. Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω θερμά την οικογένεία μου για τη συνεχή υποστήριξη της καθ΄ όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Περιεχόμενα

Κατάλογος Σχημάτων

Κατάλογος Πινάκων

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Οι τροχαίες συγκρούσεις ήταν και είναι ένα πολύ σημαντικό θέμα που αφορά το μεγαλύτερο μέρος του πλυθησμού της Γης και έχει τόσο οικονομικές όσο και σωματικές συνέπειες στους εμπλεκόμενούς. Σύμφωνα με τον Παγκόσμιο Οργανισμό Υγείας [1], πάνω 1.25 εκατομμύρια άνθρωποι χάνουν τη ζωή τους εξαιτίας τροχαίων ατυχημάτων, με τους μισούς από αυτούς να είναι ευάλωτοι χρήστες του οδικού δικτύου (πεζοί, ποδηλάτες και μοτοσικλετιστές). Επιπλέον, η κύρια, με διαφορά, αιτία θανάτου ανθρώπων μεταξύ των ηλικιών 15 και 29 ετών, είναι η εμπλοκή τους σε τροχαία ατυχήματα. Αν δεν ληφθούν δραστικά μέτρα, προβλέπεται ότι οι θάνατοι από τροχαία ατυχήματα θα είναι η έβδομη μεγαλύτερη αιτία για τους θανάτους παγκοσμίως. Οσον αφορά τις οικονομικές επιπτώσεις των τροχαίων συγκρούσεων, αυτές σύμφωνα με τον Παγκόσμιο Οργανισμό Υγείας, ανέρχονται περίπου στο 3% του ΑΕΠ (Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν) κάθε χώρας. Λαμβάνοντας υπόψη και το γεγονός ότι το 90% των θανατηφόρων συγκρούσεων λαμβάνει χώρα σε χώρες χαμηλού μέσου εισοδήματος, φαίνεται ότι η κατάσταση για αυτές τις χώρες γίνεται ακόμα πιο δυσχερής.

Οι περισσότερες αυτοκινητοβιομηχανίες προσπαθούν συνεχώς να βελτιώσουν τα συστήματα ασφάλειας των οχημάτων τους και να δημιουργήσουν νέα. Η ανακατασκευή και η μελέτη τροχαίων ατυχημάτων είναι ένα από τα κύρια μελήματα τους, διότι έτσι μπορούν να μελετήσουν την κίνηση των οχημάτων κατά τη διάρκεια ενός ατυχήματος, την ζημία που προκαλείται και την μορφή αυτής. Συνεπώς, μπορούν να βρουν ευάλωτα σημεία και εξαρτήματα του οχήματος, τα οποία είναι πιθανό να προκαλέσουν σοβαρές ζημίες στους επιβάτες και τους γύρω ανθρώπους. Επίσης, μελετώντας την κίνηση και τη συμπεριφορά του οχήματος κατά τη διάρκεια μιας σύγκρουσης, μπορούν να βελτιωθούν τα ήδη υπάρχοντα συστήματα ασφαλείας τους, να δημιουργηθούν νέα βάσει των μελετών ή ακόμη και να μεταβληθούν τα δυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος, ώστε αυτό να έχει μια πιο ομαλή και ελεγχόμενη συμπεριφορά. Για παράδειγμα, η Volvo σχετικά πρόσφατα εισήγαγε στο μεγάλο SUV μοντέλο της, το XC90, ένα πρωτοπόρο σύστημα αποφυγής ανατροπής του οχήματος, το οποίο μπορεί να αποδειχθεί σωτήριο σε πολλές περιπτώσεις. Συνεπώς, από τα παραπάνω φαίνεται πόσο σημαντική είναι η μελέτη των τροχαίων ατυχημάτων για τη βελτίωση της ασφάλειας των οχημάτων και για την μείωση των θανάτων αλλά και των σοβαρών τραυματισμών από αυτοκινητιστικά ατυχήματα. Στόχος της παρακάτω Διπλωματικής Εργασίας, είναι η δημιουργία ενός ολοκληρωμένου υπολογιστικού αλγορίθμου, ο οποίος να παρέχει μια πλήρη εικόνα του ατυχήματος, ώστε να μπορούν να αναδειχθούν οι πιθανές αδυναμίες των οχημάτων και να γίνει προσπάθεια βελτίωσης αυτών.

Κεφάλαιο 2

Προσομοίωση της σύγκρουσης οχημάτων με χρήση της Αρχής Διατήρησης της Ορμής

2.1 Θεωρητικό υπόβαθρο

Ένα τροχαίο ατύχημα μπορεί να χωριστεί σε τρεις χρονικές φάσεις. Η πρώτη φάση αφορά το διάστημα πριν από τη σύγκρουση έως το σημείο ελάχιστα πριν τη σύγκρουση (Precollision Phase). Σε αυτή τη φάση η κίνηση των οχημάτων περιγράφεται από τις διαφορικές εξισώσεις του Euler για την κίνηση σωμάτων στο χώρο. Η δεύτερη φάση, η οποία και θα αναλυθεί σε αυτό το κεφάλαιο είναι αυτή της σύγκρουσης (Collision Phase) και η τελευταία είναι αυτή που λαμβάνει χώρα αμέσως μετά τη σύγκρουση μέχρις ότου να ακινητοποιηθεί το εκάστοτε όχημα (Postcollision Phase).

Ο Brach [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10] ανέπτυξε ένα μοντέλο 6 μαθηματικών εξισώσεων που αναλύουν τη σύγκρουση με βάση το θεώρημα Ώθησης και Ορμής. Το μοντέλο αυτό είναι γνωστό ως «Επίπεδο Μοντέλο Σύγκρουσης» ή «Planar Impact Mechanics» (PIM). Ενδεικτικό σχηματικό του μοντέλου αυτού φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Το PIM δημιουργήθηκε με βάση τις παρακάτω βασικές παραδοχές:

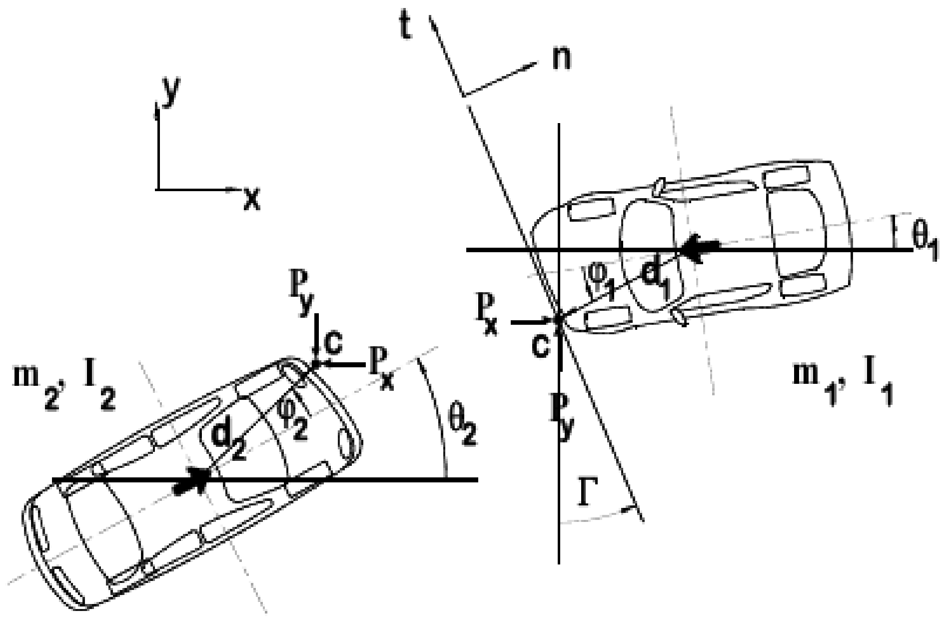
1) Η σύγκρουση δεν έχει χρονική διάρκεια, δηλαδή το φαινόμενο είναι ακαριαίο

2) Κατά τη σύγκρουση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής

3) Τα οχήματα αντιμετωπίζονται ως απαραμόρφωτα σώματα διατηρώντας τα κινηματικά χαρακτηριστικά τους (πχ ολίσθηση, πλαγιολίσθηση κλπ)

4) Η μάζα των οχημάτων είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στον όγκο τους

5) Οι μόνες δυνάμεις που λαμβάνονται υπόψη στην ανάλυση είναι οι δυνάμεις της σύγκρουσης. Όλες οι υπόλοιπες δυνάμεις (όπως αυτή της τριβής των ελαστικών με το οδόστρωμα) αμελούνται.



Σχήμα 2.1: Το μοντέλο επίπεδης σύγκρουσης (PIM) που αναπτύχθηκε από τον Brach

Το PIM χρησιμοποιεί ως σύστημα αναφοράς το (n,t). Στο σύστημα αυτό ο διαμήκης άξονας n είναι κάθετος στην επιφάνεια σύγκρουσης των δύο οχημάτων, ενώ ο άξονας t εφάπτεται αυτής. Η αναγωγή της σύγκρουσης από το σύστημα αναφοράς (n,t) στο καρτεσιανό σύστημα (x,y) γίνεται με περιστροφή του πρώτου κατά την γωνία Γ, η οποία είναι η γωνία που σχηματίζει η επιφάνεια σύγκρουσης με τον άξονα y του καρτεσιανού συστήματος. Το Επίπεδο Μοντέλο Σύγκρουσης χρησιμοποιεί τα παρακάτω γεωμετρικά μεγέθη για την ανάλυση του:

α) Αποστάσεις d_1 και d_2 οι οποίες εκφράζουν την απόσταση του κέντρου μάζας κάθε οχήματος από το σημείο σύγκρουσης του.

β) Γωνίες θ_1 και θ_2, οι οποίες εκφράζουν την κατεύθυνση των οχημάτων ως προς τον άξονα x και μετρώνται από τον θετικό ημιάξονα x με αντιωρολογιακή φορά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1

γ) Γωνίες ϕ_1 και ϕ_2,οι οποίες είναι οι γωνίες που σχηματίζουν οι αποστάσεις d_1 και d_2 με τον άξονα x του σωματόδετου συστήματος συντεταγμένων.

δ) Η γωνία Γ η οποία που σχετίζει το σύστημα (n,t) με το καρτεσιανό (x,y)και είναι η γωνία μεταξύ της επιφάνειας σύγκρουσης με τον y άξονα.

Αναλυτικότερα οι 6 εξισώσεις του PIM φαίνονται στις Εξισώσεις 2.1-2.6:
1) Εξίσωση Διατήρησης Ορμής κατά τον διαμήκη άξονα (Άξονας x του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων)

$$m_1(V_{1x} - U_{1x}) + m_2(V_{2x} - U_{2x}) = 0 \tag{2.1}$$

2) Εξίσωση Διατήρησης Ορμής κατά τον εγκάρσιο άξονα (Άξονας y του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων)

$$m_1(V_{1y} - U_{1y}) + m_2(V_{2y} - U_{2y}) = 0 \tag{2.2}$$

3) Εξίσωση Διατήρησης Στροφορμής

$$I_2(\Omega_2-\omega_2)+I_1(\Omega_1-\omega_1)+m_2(d_a+d_c)(V_{2x}-U_{2x})+m_1(d_b+d_d)(V_{1y}-U_{1y})=0 \tag{2.3}$$

Εαν θεωρηθεί ότι οι ταχύτητες πριν τη σύγκρουση είναι γνωστές από την κίνηση των οχημάτων τότε, οι τρεις εξισώσεις περιέχουν 6 άγνωστες τελικές ταχύτητες. Συνεπώς, χρειάζονται άλλες τρεις εξισώσεις για να είναι το πρόβλημα επιλύσιμο. Αυτές καταστρώνονται με την εισαγωγή τριων συντελεστών, τνο συντελεστή αποκατάστασης e, τον συντελεστή τριβής μ και τον συντελεστή ορμής e_m. Συνεπώς, προκύπτουν οι Εξισώσεις 2.4-2.6:
4) Εξίσωση του συντελεστή απόκατάστασης e στο επίπεδο της σύγκρουσης(n,t)

$$\begin{aligned}(V_{1y}-d_d\Omega_1-V_{2y}-d_b\Omega_2)sin\Gamma+(V_{1x}+d_c\Omega_1-V_{2x}+d_a\Omega_2)cos\Gamma\\ =-e[(U_{1y}-d_d\omega_1-U_{2y}-d_b\omega_2)sin\Gamma+(U_{1x}+d_c\omega_1-U_{2x}+d_a\omega_2)cos\Gamma]\end{aligned} \tag{2.4}$$

5)Εξίσωση του συντελεστή τριβής μ κατά μήκος της γραμμής σύγκρουσης

$$m_1(V_{1y}-U_{1y})(cos\Gamma-\mu sin\Gamma)+m_2(V_{2x}-U_{2x})(sin\Gamma+\mu cos\Gamma)=0 \tag{2.5}$$

6)Εξίσωση του συντελεστή ορμής (e_m) στην επιφάνεια σύγκρουσης

$$\begin{aligned}(\Omega_2-\Omega_1)(1-e_m)=-e_m[(\Omega_1-\omega_1)-m_1d_c(V_{1x}-U_{1x})/I_1+m_1d_d(V_{1y}-U_{1y})/I_1\\ -(\Omega_2-\omega_2)-m_2d_a(V_{2x}-U_{2x})/I_2+m_2d_b(V_{2y}-U_{2y})/I_2]\end{aligned} \tag{2.6}$$

Όσον αφορά τους συντελεστές e, e_m και μ ο κάθε ένας από αυτούς αντιπροσωπεύει κάτι διαφορετικό. Ο συντελεστής αποκατάστασης e σχετίζεται με την μεταβολή των ταχυτήτων των οχημάτων επί του άξονα n κατά τη σύγκρουση, όπως φαίνεται και στη Εξίσωση 1.4. Ο συντελεστής αυτός πρακτικά είναι ο δείκτης της «πλαστικότητας» μιας σύγκρουσης. Ο όρος αυτός σχετίζεται με το ποσοστό της αρχικής ενέργειας των οχημάτων που καταναλώθηκε στη σύγκρουση. Δηλαδή, εάν ο συντελεστής έχει τιμή 0, τότε καταναλώθηκε όλη η ενέργεια κατά τη σύγκρουση, άρα είναι μια πλήρως «πλαστική» σύγκρουση. Αν λάβει την τιμή 1, πραγματοποιείται μια πλήρως «ελαστική» σύγκρουση που δεν χάθηκε καθόλου ενέργεια. Από πειραματικές μετρήσεις σε συγκρουσεις έχει διαπιστωθεί ότι οι τιμές που παίρνει ο συντελεστής e κυμαίνονται στο εύρος 0 με 0.2. Για παράδειγμα, σε μια μετωπική σύγκρουση, όπου τα οχήματα ακινητοποιούνται σχεδόν αμέσως μετά τη σύγκρουση, ο συντελεστής αποκατάστασης έχει πάρα πολύ μικρή τιμή. Αυτό εξηγείται αν κάποιος το προσεγγίσει από την οπτική της ταχύτητας σύγκρουσης. Επειδή η σύγκρουση είναι μετωπική, η σχετική ταχύτητα των οχημάτων η οποία είναι και η ταχύτητα με την οποία συγκρούονται, είναι βάσει της Διατήρησης της Ορμής, το άθροισμα των μέτρων των επιμέρους ταχυτήτων των οχημάτων, με την Ώθηση που δέχεται κάθε όχημα να αντιτίθεται στην κίνηση του. Συνεπώς, το ποσοστό της αρχικής ενέργειας που απορροφάται κατά τη σύγκρουση είναι πάρα πολύ μεγάλο. Αντιθέτως, σε μία οπίσθια σύγκρουση όπου και τα δύο οχήματα κινούνται με την ίδια φορά, ο συντελεστής e, έχει υψηλή τιμή, διότι με εφαρμογή της εξίσωσης Διατήρησης της Ορμής κατά τη σύγκρουση, προκύπτει ότι η σχετική ταχύτητα σύγκρουσης των οχημάτων, είναι η διαφορά των απόλυτων τιμών των επιμέρους ταχυτήτων των οχημάτων. Αυτό οδηγεί σε χαμηλή τιμή στην Ώθηση που δέχονται τα οχήματα. Πιο συγκεκριμένα, στο προπορευόμενο όχημα η Ώθηση έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα του. Έτσι, η ενέργεια που καταναλώνεται κατά τη σύγκρουση αποτελεί ένα σχετικά μικρό ποσοστό της συνολικής αρχικής ενέργειας των οχημάτων.

Ο συντελεστής τριβής μ συσσχετίζει τις κάθετες με τις διαμήκεις δυνάμεις, στο επίπεδο της σύγκρουσης. Συνήθεις τιμές που μπορεί να πάρει είναι από 0 έως 1.2-2.5. Ψηλές τιμές του συντελεστή αυτού εμφανίζονται σε περιπτώσεις πλάγιων συγκρούσεων όπου οι δυνάμεις κατά μήκος της γραμμής σύγκρουσης είναι πολύ μεγαλύτερες από αυτές που είναι κάθετες σε αυτήν.

Ο συντελεστής αποκατάστασης της ορμής e_m, είναι αντίστοιχος του e αλλά είναι δείκτης της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του κάθε οχήματος κατά την σύγκρουση. Το εύρος τιμών που μπορεί να πάρει είναι από -1 έως 0 ή εναλλακτικά να μένει σταθερός στην τιμή 1. Εάν ο συντελεστής e_m, κρατηθεί σταθερός στη μονάδα, τότε σύμφωνα με την Εξίσωση 2.6, δεν αναπτύσσεται ροπή μεταξύ των οχημάτων, άρα η σύγκρουση είναι κεντρική, δηλαδή τα κέντρα μάζας των οχημάτων βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Τα άγνωστα μεγέθη στις Εξισώσεις 2.1-2.6 είναι οι αρχικές ταχύτητες U, οι τελικές ταχύτητες V και οι τρεις συντελεστές e, em και μ. Οι Εξισώσεις αυτές σε πινακοποιημένη μορφή γράφονται ως εξής:

$$f = AV - CU = 0 \tag{2.7}$$

Στην παραπάνω εξίσωση:

$$V = \begin{bmatrix} V_{1x} & V_{1y} & V_{2x} & V_{2y} & \Omega_1 & \Omega_2 \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

$$U = \begin{bmatrix} U_{1x} & U_{1y} & U_{2x} & U_{2y} & \omega_1 & \omega_2 \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ cos(\Gamma) & sin(\Gamma) & -cos(\Gamma) & -sin(\Gamma) & \eta & \zeta \\ 0 & \beta m_1 & \alpha m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{24}m_1 & d_{13}m_2 & 0 & I_1 & I_2 \\ -d_{3c}e_m m_1 & d_{4c}e_m m_1 & d_{1c}e_m m_2 & d_{2c}e_m m_2 & 2e_m - 1 & 1 - 2e_m \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

$$C = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ -ecos(\Gamma) & -esin(\Gamma) & ecos(\Gamma) & esin(\Gamma) & -e\eta & -e\zeta \\ 0 & \beta m_1 & \alpha m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{24}m_1 & d_{13}m_2 & 0 & I_1 & I_2 \\ -d_{3c}e_m m_1 & d_{4c}e_m m_1 & d_{1c}e_m m_2 & d_{2c}e_m m_2 & e_m & -e_m \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

Στους παραπάνω τεταγωνικούς πίνακες A και B:

$$\beta = cos\Gamma - \mu sin\Gamma \tag{2.12}$$

$$\alpha = sin\Gamma + \mu cos\Gamma \tag{2.13}$$

$$\eta = d_1(\sin(\theta_1 + \phi_1)cos\Gamma - cos(\theta_1 + \phi_1)sin\Gamma); \tag{2.14}$$

$$\zeta = d_2(\sin(\theta_2 + \phi_2)cos\Gamma - cos(\theta_2 + \phi_2)sin\Gamma); \tag{2.15}$$

$$d_a = d_2 \sin(\theta_2 + \phi_2) \tag{2.16}$$

$$d_b = d_2 \cos(\theta_2 + \phi_2) \tag{2.17}$$

$$d_c = d_1 \sin(\theta_1 + \phi_1) \tag{2.18}$$

$$d_d = d_1 \cos(\theta_1 + \phi_1) \tag{2.19}$$

$$d_{24} = (d_b + d_c)/2 \tag{2.20}$$

$$d_{13} = (d_a + d_d)/2 \tag{2.21}$$

$$d_ic = \begin{bmatrix} d_2 \sin(\theta_2 + \phi_2)/I_2 & d_2 \cos(\theta_2 + \phi_2)/I_2 & d_1 \sin(\theta_1 + \phi_1)/I_1 & d_1 \cos(\theta_1 + \phi_1)/I_1 \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

2.2 Χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης για την επίλυση των εξισώσεων προσομοίωσης της φάσης σύγκρουσης

Με την εξέλιξη της τεχνολογίας, πολλά οχήματα είναι εφοδιασμένα με καταγραφικά μηχανήματα γνωστά και ως «Event Data Recorders», τα οποία ανά τακτά χρονικά διαστήματα αποθηκεύουν μετρήσεις για διάφορα δυναμικά μεγέθη του οχήματος, όπως ταχύτητες, ή ακόμη και μεταβολές ανάμεσα στις ταχύτητες πριν και μετά τη σύγκρουση. Επιπλέον, για πολλές συγκρούσεις μπορούν να γίνουν ακριβείς παραδοχές. Για παράδειγμα, εάν το όχημα πριν τη σύγκρουση προχωρούσε σε ευθεία γραμμή, τότε η αρχική του γωνιακή ταχύτητα είναι μηδενική. Επίσης εάν το όχημα πορεύεται κατά μήκος ενός εκ των δύο αξόνων (x,y), η συνιστώσα του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας του στον άξονα που **δεν** κινείται είναι μηδενική. Για παράδειγμα, εάν το όχημα κινείται κατά τον x άξονα, τότε η y συνιστώσα της αρχικής του ταχύτητας U είναι μηδενική. Έχοντας τιμές για κάποια από τα μεγέθη και κάνοντας λογικές παραδοχές για κάποια άλλα, μπορεί να δημιουργηθεί μια αντικειμενική συνάρτηση προσέγγισης αυτών των τιμών, η οποία θα ελαχιστοποιηθεί. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν κάποιες βασικές αρχές των αιτιοκρατικών μεθόδων βελτιστοποίησης.

Το σύστημα της Εξίσωσης 1.7 περιλαμβάνει τις εξισώσεις κατάστασης που μοντελοποιούν τη φάση της σύγκρουσης. Ως μεταβλητές κατάστασης ορίζονται οι 6 αρχικές ταχύτητες U, οι 6 τελικές V και οι τρεις συντελεστές e, e_m και μ. Αυτά τα μεγέθη αποτελούν την ταυτότητα κάθε ατυχήματος. Παρατηρώντας το σύστημα των έξι εξισώσεων κατάστασης, εάν είναι γνωστοί οι τρεις συντελεστές και είτε οι αρχικές είτε οι τελικές ταχύτητες, τότε το σύστημα μπορεί να επιλυθεί γραμμικά ως προς το άγνωστο σετ ταχυτήτων. Προφανώς κάτι τέτοιο σε πρακτικές εφαρμογές δεν είναι εφικτό, συνεπώς το σύστημα είναι μη γραμμικό και οι άγνωστοι είναι περισσότεροι από τις εξισώσεις, πράγμα που δεν επιτρέπει την επίλυση αυτού του συστήματος άμεσα.

2.2.1 Αιτιοκρατικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

Οι αιτιοκρατικές ή ντετερμινιστικές όπως είναι αλλιώς γνωστές, είναι οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι βελτιστοποίησης που διακρίνονται για το χαμηλό υπολογιστικό κόστος και την σχετικά καλή ακρίβεια των αποτελεσμάτων τους.
Λειτουργία βελτιστοποίησης:
1) Ορίζεται η αντικειμενική συνάρτηση ή συνάρτηση κόστους, η οποία θα ελαχιστοποιηθεί ή θα μεγιστοποιηθεί. Η συνάρτηση αυτή περιλαμβάνει τη ή τις μεταβλητή/ές για τις οποίες ζητείται να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές, για την δεδομένη αντικειμενική συνάρτηση. Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται «Μεταβλητές Σχεδιασμού» . Το διάνυσμα που περιέχει τις μεταβλητές σχεδιασμού θα συμβολίζεται ως $\vec{b}$
2) Τίθενται άνω και κάτω όρια για τιμές που μπορούν να λάβουν οι μεταβλητές σχεδιασμού.
3) Αρχικοποιούνται οι μεταβλητές σχεδιασμού σε μία αρχική τιμή.
4) Ανανεώνονται οι τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού.

Οι πιο συνήθεις μέθοδοι ανανέωσης είναι οι εξής δύο παρακάτω:
A) Μέθοδος της απότομης Καθόδου - Steepest Descend Method. Είναι η απλούστερη μέθοδος ανανέωσης των μεταβλητων σχεδιασμού η οποία τις περισσότερες φορές χρειάζεται αρκετές επαναλήψεις μέχρι να συγκλίνει η βελτιστοποίηση και σε σύνθετα προβλήματα δεν προτιμάται. Για απλά προβλήματα είναι συνήθως η ταχύτερη μέθοδος. Η ανανέωση των μεταβλητών σχεδιασμού γίνεται σύμφωνα με τη Εξίσωση 2.23:

$$\vec{b}^{new} = \vec{b}^{old} - \nabla F(\vec{b}^{old}) \tag{2.23}$$

Στην παραπάνω Εξίσωση, ο όρος της παραγώγου της αντικειμενικής $(-\nabla F(\vec{b}^{old}))$ λέγεται και κατεύθυνση αναζήτησης, καθώς το πρόσημο του καθορίζει αν οι μεταβλητές σχεδιασμού θα αυξηθούν ή θα μειωθούν σε τιμή.
B) Μέθοδος Newton . Είναι μια από τις πιο γνωστές μεθόδους. Η Εξίσωση 2.24 εκφράζει τον τρόπο ανανέωσης των μεταβλητών σχεδιασμού:

$$\vec{b}^{new} = \vec{b}^{old} - \nabla^2 F(\vec{b}^{old})^{-1} \nabla F(\vec{b}^{old}) \tag{2.24}$$

Στη Εξίσωση 2.24, η κατεύθυνση αναζήτησης είναι η$(\nabla^2 F(\vec{b}^{old})^{-1} \nabla F(\vec{b}^{old}))$, η οποία περιλαμβάνει και τη δεύτερη παράγωγο, γνωστή και ως Εσσιανή, η οποία είναι ένα τετραγωνικό μητρώο με διάσταση ίση με αυτή του διανύσματος των μεταβλητών σχεδιασμού $\vec{b}$. Λόγω της ύπαρξης δεύτερης παραγώγου, η σύγκλιση του αλγορίθμου πραγματοποιείται σε μικρό αριθμό επαναλήψεων, επιτυγχάνοντας μέχρι και τετραγωνική σύγκλιση. Από την άλλη, ο υπολογισμός του Εσσιανού

μητρώου είναι υπολογιστικά «ακριβός» , γεγονός που σε πολύ σύνθετα προβλήματα είναι υπολογιστικά ασύμφορο. Παρ'όλα αυτά, υπάρχουν εναλλακτικές «Ψευδομέθοδοι» Newton (Quasi Newton Methods), οι οπόιες χρησιμοποιούν τεχνικές προσέγγισης της Εσσιανης, ώστε να μειωθεί ο υπολογιστικός χρόνος. Η πιο γνωστή μέθοδος από αυτές είναι η BFGS (Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno algorithm).
5) Η βελτιστοποίηση τερματίζει όταν η παράγωγος της αντικειμενικής συνάρτησης μηδενιστεί ή φτάσει σε έναν πολύ μικρό αριθμό, ο οποίος ορίζεται από το χρήστη. Πρακτικά, το να φτάσει η παράγωγος το απόλυτο μηδέν αφενός δεν είναι δυνατόν και αφετέρου μετά από ένα σημείο οι αλλαγές στην τιμή των μεταβλητών σχεδιασμού είναι αμελητέες, για αυτό επιλέγεται ένας αριθμός σχετικά μικρός (πχ $10^{-3} - 10^{-6}$) ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια. Ως γνωστόν η παράγωγος μιας συνάρτησης μηδενίζεται σε τοπικά ακρότατα, συνεπώς η αντικειμενική συνάρτηση στο σημείο μηδενικής παραγώγου παρουσιάζει τοπικό ακρότατο (αν είναι συνάρτηση μεγιστοποίησης μέγιστο αν είναι ελαχιστοποίησης ελάχιστο).

Η ενσωμάτωση περιορισμών στις παραπάνω μεθόδους γίνεται με την «Επαυξημένη Αντικειμενική Συνάρτηση» («Augmented Objective Function»). Αναλυτικότερα:
Έστω το παρακάτω πρόβλημα ελαχιστοποίησης:
1) Αντικειμενική Συνάρτηση προς βελτιστοποίηση $F(\vec{b})$
2) Ισοτικοί περιορισμοί $h_i(\vec{b}) = 0, \qquad i \in E$
2) Ανισοτικοί περιορισμοί $g_i(\vec{b}) \leq 0, \qquad i \in I$
Για να επιλυθεί το προβλημα αυτό λαμβάνοντας υπόψη και τους περιορισμούς, πρέπει να ελαχιστοποιηθεί μια συνάρτηση της οποίας η μαθηματική σχέση να περιέχει και όλους τους περιορισμούς. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο γίνεται χρήση των συντελεστών Lagrange. Από τη θεωρία, είναι γνωστό ότι για να βρεθούν τα ακρότατα μιας συνάρτησης υπό κάποιους περιορισμούς, αρκεί να βρεθούν τα στάσιμα σημεία της συνάρτησης Lagrange . Η λαγκραντζιανή (ή αλλίως και Επαυξημένη) αντικειμενική συνάρτηση υπό τους ανισοτικού και ισοτικούς περιορισμούς που αναφέρονται παραπάνω φαίνεται στη Εξίσωση 2.25:

$$L(\vec{b}, \vec{\lambda}, \vec{\mu}) = F(\vec{b}) - \sum_{i \in E} \lambda_i h_i(\vec{b}) - \sum_{i \in I} \mu_i g_i(\vec{b}) \tag{2.25}$$

όπου μ και λ είναι οι συντελεστές Lagrange για τους ανισοτικούς και ισοτικούς περιορισμούς αντίστοιχα.
Το βέλτιστο διάνυσμα λύσεων $\vec{b}^{opt}$ θα έχει βρεθεί όταν ικανοποιούνται όλες οι παρακάτω συνθήκες:
1) Η παράγωγος της συνάρτησης Lagrange είναι μηδέν (θεωρητικά, πρακτικά να είναι ένας πολύ μικρός αριθμός), δηλαδή

$$\nabla L(\vec{b}^{opt}, \vec{\lambda}^*, \vec{\mu}^*) = \nabla F(\vec{b}^{opt}) - \sum_{i \in E} \lambda_i^* \nabla h_i(\vec{b}^{opt}) - \sum_{i \in I} \mu_i^* \nabla g_i(\vec{b}^{opt}) = 0 \tag{2.26}$$

όπου $\vec{\lambda}^*$ και $\vec{\mu}^*$, είναι τα διανύσματα των συντελεστών Lagrange για το βέλτιστο διάνυσμα $\vec{b}^{opt}$.
2) Ικανοποιούνται οι ισοτικοί περιορισμοί:

$$h_i(\vec{b}^{opt}) = 0, \qquad \forall i \in E$$

3) Ικανοποιούνται οι ανισοτικοί περιορισμοί:

$$g_i(\vec{b}^{opt}) \leq 0, \qquad \forall i \in I$$

4) $\vec{\lambda^*} \leq 0$ και $\vec{\mu^*} \leq 0$
5) $\vec{\lambda^*}\vec{h}(\vec{b}^{opt})$ και $\vec{\mu^*}\vec{g}(\vec{b}^{opt})$

Σημείωση: Στις παραπάνω εξισώσεις οι συναρτήσεις των περιορισμών γράφονται με το σύμβολο του διανύσματος αντί του δείκτη i για συντομία. Οι δύο εκφράσεις είναι ισοδύναμες.

Οι πέντε παραπάνω συνθήκες ονομάζονται **«αναγκαίες συνθήκες πρώτης τάξης»** , ή **«Συνθήκες Karush Kuhn Tucker»** και προφανώς πρέπει να ισχύουν όλες για να είναι σωστή η λύση του προβλήματος. Στην Εξίσωση 2.26 η παράγωγος $\nabla L(\vec{b}^{opt}, \vec{\lambda}^{*}, \vec{\mu}^{*})$ για να είναι πιο σωστά γραμμένη θα έπρεπε να είναι διατυπωμένη ως: $\nabla_{\vec{b}} L(\vec{b}^{opt}, \vec{\lambda}^{*}, \vec{\mu}^{*})$, μιας και η παραγώγιση γίνεται μόνος ως προς το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού $\vec{b}$.

2.2.2 Χρήση μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων στην Αντικειμενική Συνάρτηση

Η δημιουργία αντικειμενικής συνάρτησης προς ελαχιστοποίηση, η οποία θα προσεγγίζει τα γνωστά μεγέθη του ατυχήματος, θα είναι της μορφής «ελαχίστων τετραγώνων» , όπως φαίνεται στην Εξίσωση 2.27:

$$F = \sum_{i=1}^{n} w_i (X_i - X_{i_{est}})^2 \tag{2.27}$$

όπου στην παραπάνω εξίσωση οι μεταβλητές με δείκτη «est» (estimated) είναι οι εκτιμώμενες τιμές για το κάθε μέγεθος, w_i είναι συντελεστές βαρύτητας για κάθε μέγεθος, των οποίων η τιμή είναι σε ποσοστιαίες μονάδες και εξαρτάται από την αβεβαιότητα της εκτίμησης, δηλαδή αν μια τιμή θεωρείται ακριβής τότε ο συντελεστής βαρύτητας της είναι 1 (100%). Αν είναι μεγάλη η αβεβαιότητα της τιμής, τότε οι τιμές του συντελεστή κυμαίνονται στα όρια [0,0.1].

Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία χρησιμοποιήθηκαν τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις, ανάλογα με τα υπάρχοντα δεδομένα:
1) Αν είναι γνωστές οι αρχικές ταχύτητες U των οχημάτων και όχι οι τελικές V. Με αυτά τα δεδομένα, η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει τη μορφή της Εξίσωσης 2.28 και συμβολίζεται με F_1.

$$F_1 = \sum_{i=1}^{n} w_i (V_i - V_{i_{est}})^2 \tag{2.28}$$

2) Αν είναι δεν γνωστές οι αρχικές ταχύτητες U των οχημάτων αλλά οι τελικές V. Η αντικειμενική συνάρτηση φαίνεται στη Εξίσωση 2.29 και συμβολίζεται με F_2.

$$F_2 = \sum_{i=1}^{n} w_i (U_i - U_{i_{est}})^2 \tag{2.29}$$

3) Αν δεν είναι ούτε οι τελικές ούτε οι αρχικές ταχύτητες γνωστές, τότε ως αντικειμενική συνάρτηση χρησιμοποιείται η Εξίσωση 2.30 και συμβολίζεται με F_3.

$$F_3 = \sum_{i=1}^{n} w_{Ui} (U_i - U_{i_{est}})^2 + w_{Vi} (V_i - V_{i_{est}})^2 \tag{2.30}$$

όπου w_{Ui} και w_{Vi} είναι οι συντελεστές βαρύτητας για τις αρικές και τελικές ταχύτητες αντίστοιχα. Οι αντίστοιχες ταχύτητες και οι τρεις συντελεστές αποτελούν το διάνυσμα $\vec{b}$ που αναφέρθηκε στις μεθόδους βελτιστοποίησης.

Το Σύστημα 2.7 που είναι οι Εξισώσεις κατάστασης της σύγκρουσης, χρησιμοποιούνται ως περιορισμοί στο πρόβλημα και πιο συγκεκριμένα μη γραμμικοί περιορισμοι. Στούς περιορισμούς αυτούς προστίθενται και οι περιορισμοί για τις τιμές που μπορεί να λάβει κάθε μεταβλητή. Αυτοί χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες:

1) Γραμμικές ταχύτητες (U,V) : [-20,20] m/s
2) Γωνιακές ταχύτητες (ω,Ω) : [-5,5] rad/s
3) Συντελεστές

α) e [0,0.2]

β) μ [0,1.2]

γ) e_m [-1,0]

Για την ανάπτυξη του υπολογιστικού κώδικα ανακατασκευής της σύγκρουσης χρησιμοποιήθηκε το προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB. Επειδή στο πρόβλημα υπάρχουν μη-γραμμικοί περιορισμοί ως αλγόριθμος βελτιστοποίησης επιλέχθηκε η ρουτίνα fmincon που υλοποιεί βελτιστοποίηση με μη-γραμμικούς περιορισμούς. Η παραμετροποίηση της συνάρτησης είχε τις εξής βασικές παραμέτρους:
1) Αριθμητική έυρεση παραγώγων με κεντρικές διαφορές
2) Υπολογισμός του Εσσιανού Μητρώου με τη ψεύδο-Newton μέθοδο BFGS .
3) Αλγόριθμος βελτιστοποίησης SQP (Sequential Quadratic Programming) , η οποία χρησιμοποιεί τις τετραγωνικές μορφές των διανυσμάτων για να λύνει μη γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης.
4) Κριτήριο σύγκλισης παραγώγου συνάρτησης Lagrange $\|\nabla L(\vec{b}^{opt}, \vec{\lambda}^{*}, \vec{\mu}^{*})\| = 1e-3$
5) Κριτήριο σύγκλισης μεταβλητών σχεδιασμού $\vec{b}$: $\|\vec{b}^{old} - \vec{b}^{new}\| = 1e-6$ 5) Κριτήριο σύγκλισης παραβίασης περιορισμών: $\|C(\vec{b}^{old}) - C(\vec{b}^{new})\| = 1e-3$

2.2.3 Εφαρμογή της φάσης σύγκρουσης σε τροχαία ατυχήματα

Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε, χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση τροχαίων ατυχημάτων που ανήκουν στη βάση δεδομένων RICSAC[11]. Αυτές οι συγκρούσεις είχαν πραγματοποιηθεί στα μέσα του 1970 για να επαληθεύσουν τους αλγορίθμους ανακατασκευής τροχαίων ατυχημάτων που αναπτύσσονταν εκείνη την εποχη, όπως το CRASH II το SPIN II και το SMAC. Τα οχήματα που συμμετείχαν στις συγκρούσεις ήταν μικρομεσαίου μέχρι μεγάλου μεγέθους ώστε να καλυφθεί ένα μεγάλο εύρος συγκρούσεων. Όσον αφορά τις συγκρούσεις, αυτές έχουν τέσσερις διαφορετικές διαμορφώσεις ανάλογα με τη γωνία σύγκρουσης. Ο διαμορφώσεις αυτές είναι:
A) Πλαϊνη 60^o - ΔΑ
B) Κάθετη (πλαϊνη 90^o) - ΔΒ
Γ) Μετωπική 10^o - ΔΓ
Δ) Οπίσθια 10^o - ΔΔ

Οι συγκρούσεις ίδιας διαμόρφωσης διαφέρουν ως προς άλλες παραμέτρους, όπως το μέγεθος των οχημάτων και τις αρχικές ταχύτητες των οχημάτων. Στην συνέχεια αυτής της παραγράφου θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της ανακατασκευής της κάθε σύγκρουσης των οχημάτων με χρήση των αντικειμενικών συναρτήσεων που φαίνονται στις Εξισώσεις 2.28-2.30 με χρήση αιτιοκρτικής βελτιστοποίησης. Όλες οι μονάδες των μεγεθών που παρουσιάζονται είναι σε S.I. Οι συγκρούσεις καταγράφηκαν από κάμερες υψηλής (για την τότε εποχή) ταχύτητας (24 fps - frames per second). Επιπλέον, τα οχήματα ήταν εξοπλισμένα με τριαξονικά επιταχυνσιόμετρα, ώστε να αποθηκεύονται οι τιμές της επιτάχυνσης τους ως προς τους τρεις καρτεσιανούς άξονες ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Ένα γραμμικό ποτενσιόμετρο κατέγραφε τη γωνία στροφής του οχήματος και με χρήση γυροσκοπίου καταγραφόταν η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος. Οι τιμές του επιταχυνσιόμετρου με χρονική ολοκλήρωση έδιναν την ταχήτητα του οχήματος σε κάθε άξονα, και με δεύτερη ολοκλήρωση, την x και y, θέση του οχήματος σε κάθε χρονικό βήμα. Η επεξεργασία και τα διαγρμάμματα των μεγεθών ως προς το χρόνο έγιναν με χρήση υπολογιστικού προγράμματος. Το μεγάλο μειονέκτημα του υπολογιστικού προγράμματος που χρησιμοποιήθηκε ήταν ότι δεν λάμβανε υπόψη την επίδραση της περιστροφής του οχήματος κατά τη σύγκρουση, διότι είχε κατασκευαστεί για την επεξεργασία μετρήσεων από συγκρούσεις οχημάτων με στερεά απαραμόρφωτα και ακίνητα σώματα, όπως τοίχους, όπου στην περίπτωση αυτή η περιστροφή του οχήματος κατά τη σύγκρουση είναι αμελητέα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι ταχύτητες των οχημάτων μετά τη σύγκρουση να έχουν σημαντικά σφάλματα, διότι οι γωνιακές ταχύτητες κατά τη σύγκρουση είναι πολύ υψηλές. Οι ταχύτητες των οχημάτων μετά τη σύγκρουση, είναι αυτές που έχουν τα οχήματα αμέσως μετά τον διαχωρισμό τους.

Ένα ακόμη μεγάλο μειονέκτημα των μετρήσεων, είναι ότι τα επιταχυνσιόμετρα δεν ήταν τοποθετημένα στο κέντρο μάζας του οχήματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, οι μετρήσεις και η επεξεργασία αυτών, να αφορούν τη θέση του μετρητικού οργάνου και όχι του κέντρου μάζας που είναι η ζητούμενη. Συνεπώς, για να μπορεί να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου ανακατασκευής με τις μετρημένες τιμές πρέπει αφενός οι μετρημένες ταχύτητες να λαμβάνουν υπόψη την επίδραση των γωνιακών ταχυτήτων των οχημάτων κατά τη σύγκρουση και αφετέρου να αφορούν το κέντρο μάζας του οχήματος και όχι τη θέση του μετρητικού οργάνου.

Αναλυτικότερα, το Σχήμα 2.2 περιγράφει τη σχέση του σωματόδετου με το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων (σύστημα αναφοράς). Οι επιταχύνσεις που μετρήθηκαν από τα όργανα ήταν ως προς το σωματόδετο σύστημα. Η επεξεργασία αυτών έδωσε τις ταχύτητες ως προς το αδρανειακό σύστημα, χωρίς να λαμβάνει υπόψη όμως την επίδραση της περιστροφής του οχήματος. Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι το σύστημα αναφοράς που χρησιμοποιείται στις συγκρούσεις αυτές δεν είναι το καρτεσιανό. Ο διαμήκης άξονας του είναι ο y και ο εγκάρσιος ο x. Οι ταχύτητες που παρατίθενται από τις επίσημες αναφορές των συγκρούσεων είναι ως προς το παραπάνω σύστημα αναφοράς. Συνεπώς, είναι αναγκάιος ο μετασχηματισμός των ταχυτήτων ως προς το καρτεσιανό σύστημα αναφοράς.

Στο Σχήμα 2.2, το διάνυσμα $r = [r_x \quad r_y]$ περιγράφει τη θέση του επιταχυνσιόμετρου ως προς το σωματόδετο σύστημα αναφοράς (κέντρο μάζας του οχήματος). Η θέση του διανύσματος $\vec{r}$ ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς δίνεται από τη Εξίσωση 2.31:

$$\vec{Y} = \vec{X} + D^{-1}\vec{r} \tag{2.31}$$

όπου,
το διάνυσμα $\vec{Y}$ είναι η θέση του διανύσματος r ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς,
το διάνυσμα $\vec{X}$ είναι η θέση της αρχής των αξόνων του σωματόδετου συστήματος ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς,
ο πίνακας D είναι ο πίνακας που μετασχηματίζει τις συντεταγμένες από το σωματόδετο σύστημα αναφοράς στο αδρανειακό.

Η Εξίσωση 2.31 με παραγώγιση δίνει τη Εξίσωση 2.32

$$\dot{\vec{Y}} = \dot{\vec{X}} + D^{-1}\vec{\omega} \times \vec{r} \tag{2.32}$$

όπου το διάνυσμα $\vec{\omega}$ είναι η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος ως προς τους άξονες του αδρανειακού συστήματος. Με δεύτερη παραγώγιση, της Εξίσωσης 2.31, λαμβάνεται η Εξίσωση 2.33

$$\ddot{\vec{Y}} = \ddot{\vec{X}} + D^{-1}\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + D^{-1}\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \tag{2.33}$$

Η Εξίσωση 2.33 εκφράζει την επιτάχυνση της θέσης του επιταχυνσιόμετρου στο όχημα ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων. Η Εξίσωση αυτή μπορεί να μετασχηματιστεί ώστε η επιτάχυνση να εκράζεται ως προς το σωματόδετο σύστημα. Ο μετασχηματισμός καταλήγει στη Εξίσωση 2.34

$$D\ddot{\vec{Y}} = D\ddot{\vec{X}} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \tag{2.34}$$

Η Εξίσωση 2.34 εκφράζει την επιτάχυνση που δίνει το μετρητικό όργανο στη θέση που βρίσκεται πάνω στο όχημα, ως προς το σωματόδετο σύστημα. Για να βρεθεί η ταχύτητα του οχήματος στη θέση του οργάνου ως προς το σωματόδετο σύστημα ολοκληρώνεται η Εξίσωση 2.34. Το πρόβλημα του οργάνου, δηλαδή ότι δεν λάμβανε υπόψη του τη γωνιακή ταχύτητα του οχήματος φαίνεται από την Εξίσωση 2.35, σύμφωνα με την οποία υπολόγιζε την ταχύτητα.

$$D\dot{\vec{Y}} = \int_{t_0}^{t_1} D\ddot{\vec{Y}}dt = \int_{t_0}^{t_1} D\ddot{\vec{X}}dt \tag{2.35}$$

Από την παραπάνω Εξίσωση φαίνεται ότι η Εξίσωση που ολοκληρώνεται είναι η $D\ddot{\vec{Y}} = D\ddot{\vec{X}}$, η οποία δεν λαμβάνει υπόψη της καθόλου την επίδραση της γωνιακής ταχύτητας, οπότε τα απότελέσματα, ανάλογα με την γωνιακή ταχύτητα και τη θέση του μετρητικού οργάνου, έχουν από αμελητέες μέχρι σημαντικές αποκλίσεις. Η Εξίσωση 2.35 θα έδινε ακριβή αποτελέσματα αν το επιταχυνσιόμετρο ήταν τοποθετημένο στο κέντρο μάζας του οχήματος, επειδή η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος δεν θα είχε καμία επίδραση στα αποτελέσματα μιας και το διάνυσμα $\vec{r}$, θα είχε μηδενικά στοιχεία, κάτι που όμως στην περίπτωση αυτή δεν ισχύει. Αν ληφθεί η γωνιακή ταχύτητα υπόψη κατά την ολοκλήρωση, η ταχύτητα του οχήματος στη θέση του οργάνου ως προς το σωματόδετο σύστημα, δίνεται από το μετασχηματισμό της Εξίσωσης 2.32 για να αναφέρεται στο σωματόδετο σύστημα. Ο μετασχηματισμός δίνει ως αποτέλεσμα τη Εξίσωση 2.36.

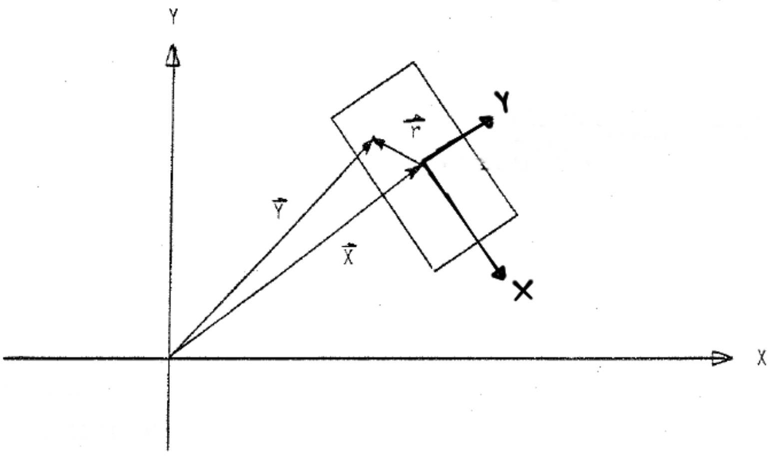
$$D\dot{\vec{Y}} = D\dot{\vec{X}} + \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{2.36}$$

Επειδή ζητείται η ταχύτητα του κέντρου μάζας του οχήματος ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων, δηλαδή το διάνυσμα $\dot{\vec{X}}$, η Εξίσωση 2.36 επιλύεται ως προς αυτό, καταλήγοντας στην Εξίσωση 2.37, η οποία είναι

$$\dot{\vec{X}} = D^{-1}(D\dot{\vec{Y}}) - D^{-1}\vec{\omega} \times \vec{r} \tag{2.37}$$

Αυτή η Εξίσωση εκφράζει την ταχύτητα του κέντρου μάζας του οχήματος ως προς το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων και πιο συγκεκριμένα στην περιπτωση μας του καρτσιανού. Ο όρος $D^{-1}(D\dot{\vec{Y}})$ δεν γράφτηκε απλά ως $\dot{\vec{Y}}$, διότι η γνωστή ποσότητα είναι ο όρος $D\dot{\vec{Y}}$, και ο πίνακας D και όχι το διάνυσμα $\dot{\vec{Y}}$ μόνο του.

Σύμφωνα με την Εξίσωση 2.37, υπολογίζονται οι ταχύτητες του κάθε οχήματος ως προς το καρτσιανό σύστημα αναφοράς, λαμβάνοντας υπόψη και την επίδραση της γωνιακής ταχύτητας.



Σχήμα 2.2: Σχέση σωματόδετου με αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων

2.2.3.1 Αποτελέσματα προσομοίωσης φάσης σύγκρουσης

Πλαϊνές συγκρούσεις 60 ^{o} - ΔΑ

Στους Πίνακες 2.1-2.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την βελτιστοποίηση των τριων αντικειμενικών συναρτήσεων και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις διαμόρφωσης Α με χρήση της μεθόδου Fmincon. Αναλυτικότερα, στις στήλες 3-5 δίνονται οι τιμές των τριων συντελεστών, στις επόμενες τέσσερις, οι τιμές των γραμμικών ταχυτήτων και στις 2 τελευταίες οι τιμές των γωνιακών ταχυτήτων

Πίνακας 2.1: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_1 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΑ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
1	Μετρημένο				-3.76	2.41	-2.07	5.17	-1.57	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.95	0	-4.01	1.18	-3.01	5.88	-1.92	-0.84
6	Μετρημένο				-5.69	1.26	-1.28	5.49	-0.52	-3.14
	Ανακατασκευασμένο	0	0.84	0	-5.09	0.79	-2.76	7.02	-2.04	-2.04
7	Μετρημένο				-7.74	1.48	-2.22	8.64	-0.52	-3.35
	Ανακατασκευασμένο	0	0.71	0	-6.56	0.63	-2.6	10.39	-2.69	-2.69

Πίνακας 2.2: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_2 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΑ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
1	Μετρημένο				-8.95	0	4.43	7.67	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.45	1.1	0.02	-4.79	2.08	-0.51	5.67	-2.67	3.24
6	Μετρημένο				-9.61	0	4.66	8.32	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	1.1	0.08	-4.05	1.79	-3.98	4.63	-1.68	-3.61
7	Μετρημένο				-13.01	0	6.5	11.27	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0.84	0	-13.35	0.48	5.69	10.06	1.79	0.65

Πίνακας 2.3: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_3 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΑ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
1	Μετρημένο				-8.95	0	4.43	7.67	0	0	-3.76	2.41	-2.07	5.17	-1.57	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.98	0	-8.6	0.47	4.66	7.47	0.44	0.47	-3.74	1.73	-2.66	5.58	-1.52	-0.45
6	Μετρημένο				-9.61	0	4.66	8.32	0	0	-5.69	1.26	-1.28	5.49	-0.52	-3.14
	Ανακατασκευασμένο	0	0.86	0	-9.29	-0.14	4.75	7.95	0.39	0.19	-4.83	0.72	-2.55	6.54	-1.75	-1.75
7	Μετρημένο				-13.01	0	6.5	11.27	0	0	-7.74	1.48	-2.22	8.64	-0.52	-3.35
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.73	0	-13.14	0.14	6.21	10.7	1.07	-0.2	-6.74	0.84	-2.8	9.71	-1.91	-2.29

Κάθετες συγκρούσεις - ΔΒ

Στους Πίνακες 2.4-2.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την βελτιστοποίηση των τριων αντικειμενικών συναρτήσεων και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις διαμόρφωσης Β.

Πίνακας 2.4: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_1 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΒ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
8	Μετρημένο				-3.12	3.27	-3.66	6.01	-1.99	-0.31
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.6	0.03	-4.19	3.05	-4.86	6.4	-2.12	-1.21
9	Μετρημένο				-0.86	4.52	-3.02	7.38	-3.14	0.79
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.69	0.2	-1.87	5.28	-3.5	7.05	-1.7	0.38
10	Μετρημένο				-1.55	8.59	-4.44	11.14	-5.24	1.26
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.75	0.2	-3.05	8.92	-5.79	10.53	-4.11	0.17

Πίνακας 2.5: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_2 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΒ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
8	Μετρημένες				-9.3	0	0	9.3	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.64	0.05	-8.3	-0.03	1.27	9.15	-0.42	1.73
9	Μετρημένο				-9.48	0	0	9.48	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.61	0.2	-11.91	-2.25	2.07	10.5	-3.15	0.46
10	Μετρημένο				-14.89	0	0	14.89	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.58	0.2	-19.6	-1.86	4.38	16.25	-2.78	0.49

Πίνακας 2.6: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_3 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΒ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
8	Μετρημένο				-9.3	0	0	9.3	0	0	-3.12	3.27	-3.66	6.01	-1.99	-0.31
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.6	0.04	-8.77	0.09	0.6	9.12	0.15	0.39	-3.65	3.18	-4.26	6.19	-1.91	-0.92
9	Μετρημένο				-9.48	0	0	9.48	0	0	-0.86	4.52	-3.02	7.38	-3.14	0.79
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.68	0.2	-9.23	-0.45	0.39	9.68	-0.46	-0.22	-1.23	4.97	-3.29	7.18	-2.04	0.18
10	Μετρημένο				-14.89	0	0	14.89	0	0	-1.55	8.59	-4.44	11.14	-5.24	1.26
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.74	0.2	-14.53	-0.24	0.95	15.23	-0.35	0.01	-2.24	8.83	-5.06	10.8	-4.3	0.2

Οπίσθιες συγκρούσεις - ΔΓ

Στους Πίνακες 2.7-2.9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την βελτιστοποίηση των τριων αντικειμενικών συναρτήσεων και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις διαμόρφωσης Γ.

Πίνακας 2.7: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_1 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΓ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
3	Μετρημένο				-5.23	0.07	-6.97	1.14	-0.26	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0	0.2	-5.42	-0.72	-6.44	1.14	-0.78	-0.78
4	Μετρημένο				-8.94	-0.44	-9.92	0.42	-0.65	-0.52
	Ανακατασκευασμένο	0	0.03	0.08	-10.57	-0.96	-10.5	1.5	-1.51	-1.51
5	Μετρημένο				-10.46	0.17	-11.32	0.84	-0.21	-1.22
	Ανακατασκευασμένο	0	0	0.05	-11.59	-1.09	-11.2	1.97	1.22	1.22

Πίνακας 2.8: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_2 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΓ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
3	Μετρημένο				-9.48	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0	0.2	-9.58	0.84	-0.08	-0.08	0.78	0.41
4	Μετρημένο				-17.3	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.01	0.09	-15.62	0.68	0.49	-1.32	0.3	1.49
5	Μετρημένο				-17.75	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0.01	0.02	-16.68	1.21	-0.01	-1.06	-2.06	-0.61

Πίνακας 2.9: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_3 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΓ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
3	Μετρημένο				-9.48	0	0	0	0	0	-5.23	0.07	-6.97	1.14	-0.26	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0	0.2	-9.51	0.41	-0.11	-0.02	0.45	0.23	-5.34	-0.32	-6.73	1.14	-0.42	-0.42
4	Μετρημένο				-17.3	0	0	0	0	0	-8.94	-0.44	-9.92	0.42	-0.65	-0.52
	Ανακατασκευασμένο	0	0.04	0.08	-16.49	0.25	0.29	-0.53	0.6	0.3	-9.75	-0.69	-10.21	0.95	-1.03	-1.03
5	Μετρημένο				-17.75	0	0	0	0	0	-10.46	0.17	-11.32	0.84	-0.21	-1.22
	Ανακατασκευασμένο	0	0	0.04	-17.2	0.63	-0.04	-0.57	-1.3	-0.38	-11.02	-0.46	-11.28	1.41	0.13	0.13

Μετωπικές συγκρούσεις - ΔΔ

Στους Πίνακες 2.10-2.12 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την βελτιστοποίηση των τριων αντικειμενικών συναρτήσεων και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις διαμόρφωσης Δ.

Πίνακας 2.10: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_1 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΔ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
11	Μετρημένο				1.77	0.62	1.96	-1.26	0.52	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.97	0.05	0	1.87	0.55	2.09	-1.93	0.69	0.17
12	Μετρημένο				4.28	-0.49	1.93	-2.94	1.57	1.05
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.15	0.09	4.1	-1.48	1.25	0.5	-0.6	-1.26

Πίνακας 2.11: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_2 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΔ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
11	Μετρημένο				-9.12	0	8.98	-1.58	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.85	0	0.11	1.87	0.62	1.89	-1.26	1.11	-0.56
12	Μετρημένο				-14.08	-4.28	13.87	2.44	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.15	0.1	-13.92	-3.29	14.56	-1	1.98	2.41

Πίνακας 2.12: Αποτελέσματα βελτιστοποίησης με χρήση της F_3 και οι αντίστοιχες μετρημένες τιμές για τις συγκρούσεις ΔΔ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
11	Μετρημένο				-9.12	0	8.98	-1.58	0	0	1.77	0.62	1.96	-1.26	0.52	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.97	0.05	0	-9.15	0.03	8.9	-1.25	-0.08	-0.08	1.83	0.59	2.02	-1.59	0.61	0.08
12	Μετρημένο				-14.08	-4.28	13.87	2.44	0	0	4.28	-0.49	1.93	-2.94	1.57	1.05
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.16	0.1	-13.99	-3.79	14.21	0.73	0.89	1.32	4.19	-0.98	1.59	-1.23	0.46	-0.05

2.2.4 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Στους Πίνακες 2.13-2.15 παρουσιάζονται οι τιμές για το μέτρο και τη γωνία του διανύσματος της ταχύτητας που υπολογίζεται και της αντίστοιχης μετρημένης. Η γωνιά της ταχύτητας υπολογίζεται ως προς το καρτεσιανό σύστημα αναφοράς με ανθωρολογιακή φορά. Επίσης, παρουσιάζονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις της ταχύτητας και της γωνίας του διανυσματος της από τις αντίστοιχες μετρημένες. Η απόκλιση υπολογίζεται από την Εξίσωση 2.38.

$$\Delta = \frac{(U/V)_{measured} - (U/V)_{calculated}}{(U/V)_{measured}} \tag{2.38}$$

Στους παρακάτω πίνακες με $|\vec{V}|$ και $|\vec{U}|$, συμβολίζεται το μέτρο της ταχύτητας μετά και πριν τη σύγκρουση αντίστοιχα. Με $\sphericalangle(\vec{V})$ και $\sphericalangle(\vec{U})$ συμβολίζεται η γωνία του διανύσματος της αντίστοιχης ταχύτητας. Τέλος τα μεγέθη με Δ εκφράζουν την απόκλιση αυτού του μεγέθους από την μετρημένη τιμή του. Επίσης, οι δείκτες 1 και 2 αντιστοιχούν στο εκάστοτε όχημα.

Πίνακας 2.13: Βελτιστοποιημένες τιμές του μέτρου και της γωνίας με χρήση της F_1 και οι αποκλίσεις τους

Σύγκρουση	Μέγεθος	$\lvert\vec{V_1}\rvert$	$\vec{V_2}\rvert$	$\Delta\lvert\vec{V_1}\rvert$	$\Delta\lvert\vec{V_2}\rvert$	$\sphericalangle(\vec{V_1})$	$\sphericalangle(\vec{V_2})$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V_1})$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V_2})$
1	Μετρημένο	4.47	5.57	0.06	0.19	147.34	111.82	0.11	0.05
	Ανακατασκευασμένο	4.18	6.61			163.6	117.11		
3	Μετρημένο	5.23	7.06	0.05	0.07	179.23	170.71	0.05	0.004
	Ανακατασκευασμένο	5.47	6.54			187.57	169.96		
4	Μετρημένο	8.95	9.93	0.19	0.07	182.82	177.58	0.01	0.03
	Ανακατασκευασμένο	10.61	10.61			185.19	171.87		
5	Μετρημένο	10.46	11.35	0.11	0	179.07	175.76	0.04	0.03
	Ανακατασκευασμένο	11.64	11.37			185.37	170.02		
6	Μετρημένο	5.83	5.64	0.12	0.34	167.51	103.12	0.02	0.08
	Ανακατασκευασμένο	5.15	7.54			171.18	111.46		
7	Μετρημένο	7.88	8.92	0.16	0.2	169.17	104.41	0.03	0
	Ανακατασκευασμένο	6.59	10.71			174.51	104.05		
8	Μετρημένο	4.52	7.04	0.15	0.14	133.66	121.34	0.08	0.05
	Ανακατασκευασμένο	5.18	8.04			143.95	127.21		
9	Μετρημένο	4.6	7.97	0.22	0.01	100.77	112.26	0.09	0.04
	Ανακατασκευασμένο	5.6	7.87			109.5	116.4		
10	Μετρημένο	8.73	11.99	0.08	0	100.23	111.73	0.09	0.06
	Ανακατασκευασμένο	9.43	12.02			108.88	118.8		
11	Μετρημένο	1.88	2.33	0.04	0.22	19.3	327.26	0.15	0.03
	Ανακατασκευασμένο	1.95	2.84			16.39	317.28		
12	Μετρημένο	4.31	3.52	0.01	0.62	353.47	303.28	0.04	0.93
	Ανακατασκευασμένο	4.36	1.35			340.15	21.8		

Από τον Πίνακα 2.13 προκύπτει ότι οι αποκλίσεις των τιμών των ταχυτήτων κυμαίνονται από οριακά 0 έως 22%, τιμές αντίστοιχες και μικρότερες των αποτελεσμάτων της βιβλιογραφίας [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. Εξαίρεση αποτελούν η ταχύτητα του δεύτερου οχήματος της σύγκρουσης 6 με λίγο αυξημένη απόκλιση στο 34% και η ταχύτητα του δεύτερου οχήματος της σύγκρουσης 12 με πολύ υψηλή απόκλιση της τάξης του 62%.

Οι τιμές της γωνίας των διανυσμάτων των ταχυτήτων παρουσιάζουν πολύ μικρότερες αποκλίσεις, με την πλειοψηφία των αποκλίσεων να είναι κάτω απο το 10%. Εξαίρεση αποτελεί η γωνία του διανύσματος της δεύτερης ταχύτητας στη σύγκρουση 12 με τιμή 93%. Άρα, η ταχύτητα που υπόλογίστηκε στο δεύτερο όχημα της σύγκρουσης 12 δεν μπορεί να προσεγγίσει επιτυχώς την αντίστοιχη μετρημένη.

Πρέπει να τονιστεί, ότι το πιο σημαντικό από τα δύο μεγέθη είναι η γωνία του διανύσματος, διότι υποδεικνύει την κατεύθυνση του οχήματος. Αν η γωνία αποκλίνει πολύ από την μετρημένη και κατ΄ επέκταση από την πραγματική σε μια σύγκρουση, τότε όπως θα φανεί και στο Κεφάλαιο

2, το όχημα θα ακολουθήσει διαφορετική τροχιά από την πραγματική, ή θα πλαγιολισθαίνει προς λάθος κατεύθυνση, ή ακόμη θα φαίνεται ότι πλαγιολισθαίνει ενώ στην πραγματικότητα θα κινούταν ευθύγραμμα.

Πίνακας 2.14: Βελτιστοποιημένες τιμές του μέτρου και της γωνίας με χρήση της F_2 και οι αποκλίσεις τους

Σύγκρουση	Μέγεθος	$\|\vec{U}_1\|$	$\vec{U}_2\|$	$\Delta\|\vec{U}_1\|$	$\Delta\|\vec{U}_2\|$	$\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\sphericalangle(\vec{U}_2)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_2)$
1	Μετρημένο	8.95	8.86	0.42	0.36	180	59.99	0.13	0.59
	Ανακατασκευασμένο	5.22	5.69			156.53	95.14		
3	Μετρημένο	9.48	0	0.01	N/A	180	0	0.03	N/A
	Ανακατασκευασμένο	9.62	0.11			174.99	225		
4	Μετρημένο	17.3	0	0.1	N/A	180	0	0.01	N/A
	Ανακατασκευασμένο	15.63	1.41			177.51	290.37		
5	Μετρημένο	17.75	0	0.06	N/A	180	0	0.02	N/A
	Ανακατασκευασμένο	16.72	1.06			175.85	269.46		
6	Μετρημένο	9.61	9.54	0.54	0.36	180	60.75	0.13	1.15
	Ανακατασκευασμένο	4.43	6.11			156.16	130.68		
7	Μετρημένο	13.01	13.01	0.03	0.11	180	60.03	0.01	0.01
	Ανακατασκευασμένο	13.36	11.56			177.94	60.51		
8	Μετρημένο	9.3	9.3	0.11	0.01	180	90	0	0.09
	Ανακατασκευασμένο	8.3	9.24			180.21	82.1		
9	Μετρημένο	9.48	9.48	0.28	0.13	180	90	0.06	0.12
	Ανακατασκευασμένο	12.12	10.7			190.7	78.85		
10	Μετρημένο	14.89	14.89	0.32	0.13	180	90	0.03	0.17
	Ανακατασκευασμένο	19.69	16.83			185.42	74.92		
11	Μετρημένο	9.12	9.12	0.78	0.75	180	350.02	0.9	0.07
	Ανακατασκευασμένο	1.97	2.27			18.34	326.31		
12	Μετρημένο	14.72	14.08	0.03	0.04	196.91	9.98	0.02	34.69
	Ανακατασκευασμένο	14.3	14.59			193.3	356.07		

Στον Πίνακα 2.14, φαίνεται ότι η μελέτη της σύγκρουσης με άγνωστες τις αρχικές ταχύτητες, δηλαδή με ελαχιστοποίηση της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης (Εξίσωση 2.29), παρουσιάζει στις περισσότερες συγκρούσεις, υψηλές αποκλίσεις τόσο στις γωνίες όσο και στις ταχύτητες. Αυτό σημαίνει ότι η ελαχιστοποίηση της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης δεν μπορεί να προσεγγίσει τα μετρημένα μεγέθη της πλειψηφίας των συγκρούσεων, όπως φαίνεται και στις αποκλίσεις που παρατηρούνται στις συγκρούσεις 1, 6, 9, 10 και 11.

Πίνακας 2.15: Βελτιστοποιημένες τιμές του μέτρου και της γωνίας με χρήση της F_3 και οι αποκλίσεις τους

Σύγκρουση	Μέγεθος	$\|\vec{V}_1\|$	$\vec{V}_2\|$	$\Delta\|\vec{V}_1\|$	$\Delta\|\vec{V}_2\|$	$\sphericalangle(\vec{V}_1)$	$\sphericalangle(\vec{V}_2)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_2)$	$\|\vec{U}_1\|$	$\vec{U}_2\|$	$\Delta\|\vec{U}_1\|$	$\Delta\|\vec{U}_2\|$	$\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\sphericalangle(\vec{U}_2)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_2)$
1	Μετρημένο	4.47	5.57	0.08	0.11	147.34	111.82	0.05	0.03	8.95	8.86	0.04	0.01	180	59.99	0.02	0.03
	Ανακατασκευασμένο	4.12	6.18			155.18	115.49			8.61	8.8			176.87	58.04		
3	Μετρημένο	5.23	7.06	0.02	0.03	179.23	170.71	0.02	0.0	9.48	0	0	N/A	180	0	0.01	N/A
	Ανακατασκευασμένο	5.35	6.83			183.43	170.39			9.52	0.11			177.53	190.3		
4	Μετρημένο	8.95	9.93	0.09	0.03	182.82	177.58	0.01	0	17.3	0	0.05	N/A	180	0	0	N/A
	Ανακατασκευασμένο	9.77	10.25			184.05	174.68			16.49	0.6			179.13	298.69		
5	Μετρημένο	10.46	11.35	0.05	0	179.07	175.76	0.02	0	17.75	0	0.03	N/A	180	0	0.01	N/A
	Ανακατασκευασμένο	11.03	11.37			182.39	172.87			17.21	0.57			177.9	265.99		
6	Μετρημένο	5.83	5.64	0.16	0.25	167.51	103.12	0.02	0.08	9.61	9.54	0.03	0.03	180	60.75	0	0.03
	Ανακατασκευασμένο	4.88	7.02			171.52	111.3			9.29	9.26			180.86	59.14		
7	Μετρημένο	7.88	8.92	0.14	0.13	169.17	104.41	0.02	0.02	13.01	13.01	0.01	0.05	180	60.03	0	0
	Ανακατασκευασμένο	6.79	10.11			172.9	106.09			13.14	12.37			179.39	59.87		
8	Μετρημένο	4.52	7.04	0.07	0.07	133.66	121.34	0.04	0.03	9.3	9.3	0.06	0.02	180	90	0	0.04
	Ανακατασκευασμένο	4.84	7.51			138.94	124.54			8.77	9.14			179.41	86.24		
9	Μετρημένο	4.6	7.97	0.11	0.01	100.77	112.26	0.03	0.02	9.48	9.48	0.03	0.02	180	90	0.02	0.03
	Ανακατασκευασμένο	5.12	7.9			103.9	114.62			9.24	9.69			182.79	87.69		
10	Μετρημένο	8.73	11.99	0.04	0.01	100.23	111.73	0.04	0.03	14.89	14.89	0.02	0.02	180	90	0.01	0.04
	Ανακατασκευασμένο	9.11	11.93			104.23	115.1			14.53	15.26			180.95	86.43		
11	Μετρημένο	1.88	2.33	0.03	0.1	19.3	327.26	0.07	0.02	9.12	9.12	0	0.01	180	350.02	0	0.01
	Ανακατασκευασμένο	1.92	2.57			17.87	321.79			9.15	8.99			179.81	352.01		
12	Μετρημένο	4.31	3.52	0	0.43	353.47	303.28	0.02	0.06	14.72	14.08	0.02	0.01	196.91	9.98	0.01	0.71
	Ανακατασκευασμένο	4.3	2.01			346.84	322.28			14.49	14.23			195.16	2.94		

Ο Πίνακας 2.15 περιλαμβάνει τα αποτελέσματα βελτίστοποίησης της τρίτης αντικειμενικής συνάρτησης. Όπως φαίνεται στον Πίνακα, οι αποκλίσεις των ταχυτήτων σε όλες τις συγκρούσεις είναι πολύ χαμηλές, με τιμές απο 0% έως και 16% . Εξαίρεση αποτελούν, η σύγκρουση 12, όπου η ταχύτητα αμέσης μετά τη σύγκρουση του δεύτερου οχήματος έχει απόκλιση από τη μετρημένη ίση με 43% και η ταχύτητα αμέσως μετά τη σύγκρουση του οχήματος 2, η οποία παρουσιάζει απόκλιση 25%. Όσον αφορά τις γωνίες, αυτές των ταχυτήτων αμέσως μετά τη σύγκρουση παρουσιάζουν όλες πολύ μικρές αποκλίσεις έως 7%.

Οι ταχύτητες αμέσως πριν τη σύγκρουση των οχημάτων παρουσιάζουν αντίστοιχες πολύ μικρές αποκλίσεις. Πρέπει να τονιστεί ότι και οι μηδενικές ταχύτητες που υπολογιστικά δεν μπορούν να προσεγγιστούν επακριβώς, υπολογίζονται σε μια τιμή κοντά στο μηδέν, τάξεως του 0.5 m/s, τιμή που αν συγκριθεί με την πολύ υψηλότερη ταχύτητα του άλλο οχήματος, γίνεται κατανοητή η πολύ μικρή επίδραση της στο συνολικό αποτέλεσμα. Τέλος, οι γωνίες των διανυσμάτων των ταχυτήτων παρουσιάζουν πολύ μικρές αποκλίσεις με εξαίρεση αυτή του δεύτερου οχήματος της σύγκρουσης 12, όπου η γωνία από σχεδόν 10^o που είναι μετρημένη, υπολογίζεται στις 3^o, απόκλιση 71%. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι στις τρεις οπίσθιες συγκρούσεις διαμόρφωσης Γ, παρ΄ ότι οι αποκλίσεις των μετρημένων με των υπολογισμένων γωνιών στα δεύτερα οχήματα είναι πολύ μεγάλες, αυτή η διαφορά δεν είναι σημαντική διότι λαμβάνοντας υπόψη το πολύ μικρότερο μέτρο της ταχύτητας αυτών των οχημάτων από των πρώτων, η επίδραση τους στη συνολική σύγκρουση μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Συνολικά, φαίνεται ότι η πρώτη και η τρίτη αντικειμενική συνάρτηση προσεγγίζουν ικανοποιητικά τα μετρημένα μεγέθη της σύγκρουσης, ενώ η δεύτερη παρουσιάζει μεγάλη αδυναμία. Η αδυναμία αυτή, φαίνεται και στον Πίνακα 2.16, όπου παρουσιάζονται συγκεντρωμένες οι τιμές κάθε μιας από τις τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις, όπως και οι παραβιάσεις των περιορισμών στο βέλτιστο σημείο (σημείο τερματισμού του αλγορίθμου) για κάθε περίπτωση, όπως αυτά προκύπτουν από το τρέξιμο του υπολογιστικού αλγορίθμου στο MATLAB. Τα μέγεθη με το δείκτη opt στον Πίνακα 2.16 αντιστοιχούν στα μεγέθη στο βέλτιστο σημείο, όπου με F συμβολίζεται η αντικειμενική συνάρτηση και με C η παραβίαση των περιορισμών.

Πίνακας 2.16: Βέλτιστη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης και παραβίασης των περιορισμών

Αντικειμενική Συναρτηση	F_1		F_2		F_3	
Σύγκρουση	$F_{1_{opt}}$	$C_{1_{opt}}$	$F_{2_{opt}}$	$C_{2_{opt}}$	$F_{3_{opt}}$	$C_{3_{opt}}$
1	3.8	0.002	67.71	102.57	2.04	0.001
3	1.81	0	1.51	0.01	0.87	0.001
4	6.14	0.001	7.58	0.003	3.03	0
5	12.13	0	8.36	0	5.84	0.001
6	8.62	0	138.22	0.12	7.66	0.002
7	10.47	0	6.07	0	7.59	0
8	3.61	0	5.78	0	1.92	0
9	4.19	0	26.41	0	2.75	0.001
10	7.01	0.002	54.65	0	4.37	0.002
11	0.53	0.001	173.11	23.06	0.27	0
12	23.32	0	23.03	0	11.56	0.001

Όπως και φαίνεται στον παραπάνω πίνακα, η F_3 παρουσιάζει τις μικρότερες τιμές στην αντικειμενική συνάρτηση στο βέλτιστο σημείο, όπως και τις μικρότερες παραβιάσεις περιορισμών. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι παραβιάσεις που είναι μηδέν, δεν είναι πραγματικά μηδέν, αλλά ένας πολύ μικρός αριθμός που δεν είναι σημαντικός και για αυτό θεωρείται μηδέν. Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση παρουσιάζει λίγο αυξημένες τιμές στην αντικειμενική συνάρτηση σε σχέση με την τρίτη, με την παραβίαση των περιορισμών όμως να βρίσκεται σε πολύ χαμηλά επίπεδα, αντίστοιχα της τρίτης. Τέλος, η αδυναμία αποτελεσματικής ελαχιστοποίησης της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, αντικατοπτρίζεται και στα αποτελέσματα της όσον αφορά τόσο την αντικειμενική συνάρτηση, όσο και την παραβίαση των περιορισμών, που ειδικά στις συγκρούσεις 1 και 11 η παραβίαση των περιορισμών βρίσκεται σε μη αποδεκτά επίπεδα, 102.57 και 23.06 αντίστοιχα.

Τέλος, στον Πίνακα 2.17, φαίνονται οι τιμές για τους τρεις συντελεστές της σύγκρουσης και για τις τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις.

Πίνακας 2.17: Τιμές συντελεστών της σύγκρουσης για τις τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις

Αντικειμενική Συναρτηση	F_1			F_2			F_3		
Σύγκρουση	e_m	μ	e	e_m	μ	e	e_m	μ	e
1	-1	0.95	0	-0.45	1.1	0.02	-1	0.98	0
3	0	0	0.2	0	0	0.2	0	0	0.2
4	0	0.03	0.08	-1	0.01	0.09	0	0.04	0.08
5	0	0	0.05	0	0.01	0.02	0	0	0.04
6	0	0.84	0	0	1.1	0.08	0	0.86	0
7	0	0.71	0	0	0.84	0	-1	0.73	0
8	-1	0.6	0.03	-1	0.64	0.05	-1	0.6	0.04
9	-1	0.69	0.2	-1	0.61	0.2	-1	0.68	0.2
10	-1	0.75	0.2	-1	0.58	0.2	-1	0.74	0.2
11	-0.97	0.05	0	-0.85	0	0.11	-0.97	0.05	0
12	-1	0.15	0.09	-1	0.15	0.1	-1	0.16	0.1

Όπως ήταν αναμενόμενο, οι τιμές των συντελεστών που υπολογίστηκαν από την F_1 και την F_3, είναι μεταξύ τους όμοιες σχεδόν σε όλες τις συγκρούσεις. Αντιθέτως, οι τιμές της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, παρουσιάζουν αποκλίσεις συγκριτικά με τις άλλες δύο, πράγμα αναμενόμενο λόγω της αδυναμίας αυτής της αντικειμενικής συνάρτησης να υπολογίσει τιμές κοντά στις μετρημένες.

2.3 Συνδυασμός Αιτιοκρατικών και μη αιτιοκρατικών μεθόδων βελτιστοποίησης

Για να αποφευχθεί το πρόβλημα σύγκλισης μιας αιτιοκρατικής μεθόδου σε τοπικό ακρότατο, μια λύση είναι να δοθούν καλύτερες αρχικές συνθήκες για τη βελτιστοποίηση. Η άλλη λύση είναι να χρησιμοποιηθεί στοχαστική μέθοδος βελτιστοποίησης, η οποία οδηγεί στην εύρεση του ολικού ακρότατου . Όμως, οι στοχαστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης χρειάζονται μεγάλο χρόνο για να συγκλίνουν, ο οποίος πολλές φορές είναι απαγορευτικός. Ειδικότερα, στην παρούσα Διπλωματική Εργασία όπου υπάρχουν έξι μη-γραμμικές εξισώσεις ως περιορισμοί, οι πιο πολλές μέθοδοι, λόγω της στοχαστικότητας τους δεν μπορούσαν να δημιουργήσουν διάνυσμα λύσεων που να σέβεται τους περιορισμούς. Συνεπώς, η λύση αυτή απορρίφθηκε. Η λύση που αποδείχθηκε αποτελεσματική είναι ο συνδυασμός μιας μεθόδου στοχαστικού τύπου και μιας αιτιοκρατικής (υβριδική βελτιστοποίηση). Αναλυτικότερα, μια στοχαστική μέθοδος βελτιστοποίησης χωρίς τους μη γραμμικούς περιορισμούς, μπορεί να συγκλίνει αρκετά γρήγορα σε μια λύση κοντά στην βέλτιστη. Μετά από αυτήν, τίθεται σε ισχύ η αιτιοκρατική μέθοδος με τους μη-γραμμικούς περιορισμούς για την τελική επίλυση. Η διαφορά είναι, ότι οι αρχικές τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού που έχει η αιτιοκρατική μέθοδος όταν εκκινεί, είναι αυτές στις οποίες τερματίζει η στοχαστική. Έτσι, δημιουργείται ένα καλύτερο διάνυσμα αρχικών τιμών, από αυτές που αρχικοποιούταν στην προηγούμενη ανάλυση. Με αυτή την τεχνική, αυξάνεται η πιθανότητα σύγκλισης της βελτιστοποίησης στο ολικό ελάχιστο, με μία αποδεκτή αύξηση του υπολογιστικού κόστους του αλγορίθμου. Οι στοχαστικές μέθοδοι που δοκιμάστηκαν είναι οι εξής:
1) Προσομοιούμενη Ανόπτηση (Simulated Annealing)
2) Αναζήτητση μοτίβου (Pattern Search)

Τα αποτελέσματα και των δύο μεθόδων συνδυαστικά με την αιτιοκρατική είναι σχεδόν ταυτόσημα, με τη μόνη μεταξύ τους διαφορά το υπολογιστικό κόστος τους. Συνεπώς, η καλύτερη εκ των δύο μεθόδων είναι η ταχύτερη εφ΄όσον και οι δύο έχουν ίδια αποτελέσματα. Επιπλέον, ένα ακόμα συμπέρασμα που μπορεί να βγει από τα αποτελέσματα είναι ότι με καλύτερες αρχικές συνθήκες, η αιτιοκρατική συνάρτηση βελτιστοποίησης του MATLAB, δηλαδή η fmincon συγκλίνει στο βέλτιστο σημείο. Πριν την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, θα παρουσιαστεί η λειτουργία κάθε μεθόδου, όπως και τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα κάθε μιας.

2.3.1 Η κατεργασία της ανόπτησης στη μεταλλουργία

Η ανόπτηση στην μεταλλουργία [12] είναι μια κατεργασία στην οποία υποβάλλεται ένα μέταλλο ώστε να προσεγγίσει την κατάσταση ισορροπίας του σε φυσικοχημικό επίπεδο ή σε επίπεδο δομής και να μειωθούν οι τάσεις που αναπτύσσονται στο εσωτερικό του. Κατά την ανόπτηση το μέταλλο αρχικά βρίσκεται σε κατάσταση μη ισορροπίας μετά από κάποια βαφή ή επαναφορά σε χαμηλή θερμοκρασία T_1, αναθερμαίνεται σε υψηλή θερμοκρασία T_2, που βρίσκεται στην περιοχή του γρήγορου αντιστρεπτού μετασχηματισμού δομής, για αρκετό χρονικό διάστημα, ώστε ο μετασχηματισμός δομής να πραγματοποιηθεί πλήρως. Στη συνέχεια, το μέταλλο ψύχεται πάλι στην αρχική του θερμοκρασία T_1. Κατά τη διάρκεια της ανόπτησης η ενέργεια που έχει συσσωρευτεί στο εσωτερικό του μετάλλου ως μηχανικό έργο λόγω της παραμόρφωσης, ελευθερώνεται, συντελώντας στην ελάττωση της πυκνότητας των διαταραχών και τη μετακίνηση τους σε σταθερότερες θέσεις. Δηλαδή, καθώς ψύχεται το μέταλλο μεταβαίνει σε καταστάσεις μικρότερης ενέργειας, μέχρις ότου να καταλήξει στο σημείο ελάχιστης ενέργειας. Ο ρυθμός ψύξης του μετάλλου καθορίζει την τελική ποιότητα του προϊόντος. Όσο πιο αργά ψύχεται το μέταλλο, τόσο μειώνεται η τελική του ενεργειακή στάθμη. Η πιθανότητα κάποιο στοιχειώδες σωματίδιο να βρίσκεται σε οποιαδήποτε ενεργειακή κατάσταση περιγράφεται από την κατανομή Boltzmann. Προφανώς, πρέπει να ληφθεί υπόψη και η ζητούμενη ποιότητα και το κόστος του τελικού προϊόντος, για να καθοριστούν οι συνθήκες της κατεργασίας, διότι όσο βραδύτερη είναι η ψύξη τόσο πιο ακριβό είναι το τελικό προϊόν.

2.3.2 Η Προσομοιούμενη Ανόπτηση - Simulated Annealing (SA)

Το μαθηματικό μοντέλο της Προσομοιούμενης Ανόπτησης [12], στηρίζεται στην κατεργασία της ανόπτησης των μετάλλων. Η πορεία του αλγορίθμου, είναι αντίστοιχη με αυτή του φυσικού φαινομένου. Αρχικά, το σύστημα που αντιστοιχεί στο μέταλλο, βρίσκεται σε υψηλή «θερμοκρασία» και συνεπώς σε υψηλές «ενεργειακές» στάθμες. Σταδιακά, το σύστημα «ψύχεται» και καταλήγει σε χαμηλότερες «ενεργειακές» στάθμες. Όταν η «θερμοκρασία» του συστήματος φτάσει στην τιμή 0, θεωρείται ότι το σύστημα έχει συγκλίνει. Ο ρυθμός «ψύξης» , δηλαδή η συνάρτηση που καθορίζει την πτώση της «θερμοκρασίας» του συστήματος σε κάθε κύκλο, συνήθως είναι εκθετικού, λογαριθμικού, γραμμικού ή υπερβολικού τύπου. Φυσικά, ανάλογα με το πρόβλημα ,το διαθέσιμο χρόνο και την υπολογιστική ισχύ, μπορεί η συνάρτηση μεταβολής να είναι οποιαδήποτε ορίσει ο χρήστης.

Σε κάθε κύκλο του αλγορίθμου μεταβάλλεται η θερμοκρασία βάσει της συνάρτησης μεταβολής που έχει οριστεί. Με τη βοήθεια μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών, δημιουργείται ένα πλήθος διανυσμάτων υποψήφιων λύσεων. Το πλήθος των διανυσμάτων είναι παράμετρος ελεγχόμενη από το χρήστη. Κάθε διάνυσμα δίνει μια τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, η οποία είναι η αντίστοιχη ενέργεια του μετάλλου στην ανόπτηση. Η πιθανότητα αποδοχής του υποψήφιου διανύσματος, καθορίζεται από τη Εξίσωση 2.39 και είναι ίση με:

$$P = \exp\left(\frac{-\Delta E}{T}\right) \tag{2.39}$$

Στην Εξίσωση 2.39, ο όρος ΔE αντιστοιχεί στη διαφορά της αντικειμενικής συνάρτησης της νέας υποψήφιας λύσης E_2 με την τρέχουσα καλύτερη λύση E_1, δηλαδή $\Delta E = E_2 - E_1$. Ο όρος T, αντιστοιχεί στην τρέχουσα θερμοκρασία του συστήματος. Για να γίνει αποδεκτή η νέα λύση από τον αλγόριθμο, πρέπει η πιθνότητα της P να είναι μεγαλύτερη από την πιθανότητα αποδοχής P_{acc}, η οποία βρίσκεται εντός του πεδίου [0,1] και η τιμή της σε κάθε κύκλο του αλγορίθμου δημιουργείται από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Συνεπώς, το αν θα γίνει μια νέα λύση δεκτή βασίζεται στις πιθανότητες και είναι πιθανό η λύση που θα γίνει αποδεκτή να είναι χειρότερη από την προηγούμενη, δηλαδή να δίνει υψηλότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση. Τέλος, αν μια υποψήφια λύση, δίνει μικρότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, η μεταβολή ΔΕ της αντικειμενκής συνάρτησης είναι αρνητική, δίνοντας στην πιθανότητα P τιμή μεγαλύτερη της μονάδας, σύμφωνα με την Εξίσωση 2.39. Σε αυτή την περίπτωση, η τιμή της πιθανότητας θεωρείται αυθαίρετα ίση με 1 και η λύση αυτή γίνεται αυτόματα αποδεκτή. Διαφορετικά ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω.

Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου το σύστημα ψυχθεί πλήρως, δηλαδή η θερμοκρασία φτάσει στο κατώτερο όριο που έχει τεθεί, ή επιτευχθεί κάποιο κριτήριο σύγκλισης πρώτα. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί, ότι όσο το σύστημα «ψύχεται» , σύμφωνα με την Εξίσωση 2.39, η πιθανότητα να γίνει αποδεκτή μία χειρότερη λύση μειώνεται πολύ, συνεπώς το πρόβλημα συγκλίνει σε μια λύση στα τελικά βήματα.

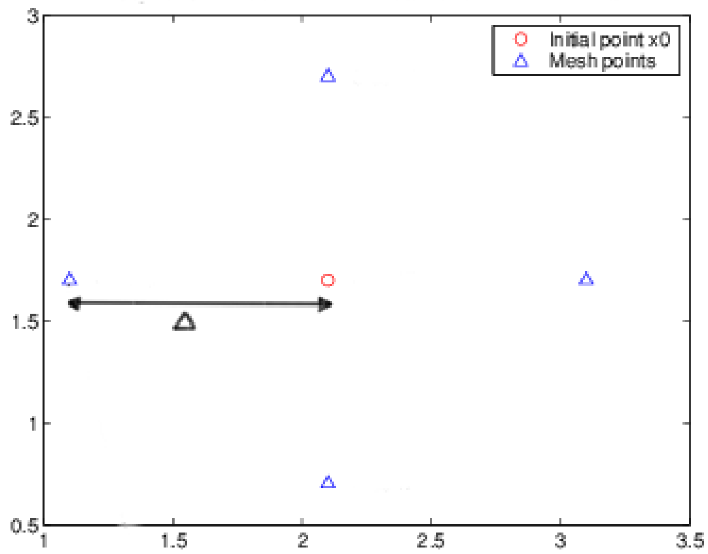
Όσον αφορά την αρχική θερμοκρασία του συστήματος, η τιμή της είναι αρκετά σημαντική. Αφενός, πρέπει να είναι αρκετά υψηλή ώστε να μπορούν να γίνουν επαρκείς επαναλήψεις του αλγορίθμου και αφετέρου όχι πολύ υψηλή, διότι σύμφωνα με τη Εξίσωση 2.39 πολύ υψηλή θερμοκρασία δίνει υψηλή πιθανότητα σε χειρότερες λύσεις να γίνονται δεκτές, με κίνδυνο ο αλγόριθμος να προχωρήσει σε καταστάσεις με υψηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης και να μην βρει το ολικό ελάχιστο. Τυπικές τιμές για την αρχική θερμοκρασία κυμαίνονται από 100 έως 200.

Το MATLAB διαθέτει έτοιμη συνάρτηση υλοποίησης της μεθόδου της Προσομοιούμενης Ανόπτησης. Ο αλγόριθμος που εκτελείται έχει μια βασική διαφοροποίηση από τον κλασικό αλγόριθμο που περιγράφτηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Η διαφορά είναι, ότι για να σιγουρευτεί ότι η βέλτιστη λύση που βρέθηκε αντιστοιχεί στο ολικό ελάχιστο του προβλήματος, το σύστημα αναθερμαίνεται αρκετές φορές στην αρχική του θερμοκρασία T και ψύχεται πάλι. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούνται περισσότερες λύσεις και η πιθανότητα εύρεσης του ολικού ελαχίστου είναι πολύ μεγαλύτερη.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, ένα γενικό σχόλιο για τη μέθοδο είναι ότι λόγω της στοχαστικότητας της, είναι ικανή να βρει το ολικό ελάχιστο του προβλήματος, γεγονός που την καθιστά μια πολύ ισχυρή μέθοδο βελτιστοποίησης. Στον αντίποδα, ο χρόνος που απαιτείται για την εκτέλεση της βελτιστοποίησης είναι πολύ μεγάλος, με συνέπεια σε πολλά προβλήματα που το κόστος πρέπει να είναι χαμηλό, ή η υπολογιστική ισχύς χαμηλή, να μην είναι συμφέρουσα.

2.3.3 Η μέθοδος της Αναζήτητσης Μοτίβου - Pattern Search Method

Η δεύτερη μη αιτιοκρατική μέθοδος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκε είναι η μέθοδος αναζήτησης μοτίβου. Η λογική της είναι παρόμοια με αυτήν της κλασικής Simplex και της Downhill Simplex. Ο αλγόριθμος χρειάζεται ένα αρχικό σημείο x_0, ένα συντελεστή επέκτασης κ, ένα συντελεστή συρρίκνωσης σ και ένα αρχικό βήμα Δ για να ξεκινήσει. Από το αρχικό σημείο και σε απόσταση ίση με το αρχικό βήμα, δημιουργούναι οριζόντια και κατακόρυφα τέσσερα καινούργια σημεία. Αν σχεδιαστεί το παραπάνω σχήμα σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, θα βγει ένας ισόπλευρος ρόβος με κορυφές τα σημεία που δημιουργούνται. Στο Σχήμα 2.3 φαίνεται η γραφική αναπαράσταση της μεθόδου.



Σχήμα 2.3: Γραφική Αναπαράσταση της μεθόδου αναζήτησης μοτίβου

Σε κάθε ένα από τα τέσσερα καινούργια σημεία, υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Σε αυτό το σημείο διακρίνονται δύο περιπτώσεις:
1) Κάποιο ή κάποια από τα σημεία να μειώνουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.
2) Κανένα από τα σημεία δεν μειώνει την αντικειμενική συνάρτηση.

Αν ισχύει η πρώτη περίπτωση, τότε το σημείο το οποίο δίνει την μικρότερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, γίνεται το κέντρο για τον σχηματισμό των επόμενων σημείων, το βήμα Δ πολλαπλασιάζεται με το συντελεστή επέκτασης και επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία. Αν ισχύει η δεύτερη περίπτωση, το βήμα Δ πολλαπλασιάζεται με το συντελεστή συρρίκνωσης, δημιουργούνται τέσσερα καινούργια σημεία με το νέο βήμα και γίνεται πάλι έλεγχος. Συνεπώς ανάλογα με την κάθε περίπτωση, η μέθοδος κινείται ανάλογα για να προσεγγίσει το βέλτιστο σημείο. Οι πιο συνήθεις τιμές για τους συντελεστές επέκτασης και συρρίκνωσης είναι 2 και 0.5, αντίστοιχα.

Η μέθοδος αυτή μπορεί να δεχτεί πληθώρα διαμορφώσεων ανάλογα με το εκάστοτε πρόβλημα. Για παράδειγμα, για να αυξηθεί η υπολογιστική ταχύτητα, μπορεί να δωθεί μεγάλη τιμή στο συντελεστή επέκτασης, ώστε σε περίπτωση που βρίσκονται καλύτερες λύσεις, να προχωράει γρηγορότερα η μέθοδος. Προφανώς, κάτι τέτοιο θα οδηγήσει σε γρηγορότερη επίλυση, αν βελτιώνεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε διαδοχικές επαναλήψεις.

Η μέθοδος συγκλινει με αρκετά μεγάλη ταχύτητα, χωρίς να χρειάζεται κάποιο καλό αρχικό σημείο. Ενδεικτικό της σύγκλισης της μεθοδου, είναι μετά από διαδοχικές επιτυχημένες επαναλήψεις, να ξεκινήσει να μικραίνει το βήμα αναζήτησης σε κάθε επόμενη επανάληψη, διότι κάτι τέτοιο δείχνει ότι η λύση βρίσκεται κάπου κοντά στο σημείο όπου υπήρχε η τελευταία επιτυχημένη επανάληψη. Ως κριτήριο σύγκλισης τίθεται συνήθως, το μέγεθος του βήματος Δ να γίνει μικρότερο από κάποια τιμή πολύ μικρή, συνήθως της τάξης $10^{-3} - 10^{-5}$, όπου πια δεν χρειάζεται περεταίρω αναζήτηση. Εναλλακτικά, ως κριτήριο σύγκλισης μπορεί να τεθεί το μέγεθος της μεταβολής της αντικειμενικής συνάρτησης σε διαδοχικές επαναλήψεις, σε κάποιον μικρό αριθμό όπου και θεωρείται ότι η επίλυση έχει πια συγκλίνει.

2.3.4 Αλγόριθμος ανακατασκευής της σύγκρουσης δύο οχημάτων με υβριδική βελτιστοποίηση

Όπως προαναφέρθηκε, ο αλγόριθμος αυτός δημιουργήθηκε για να εξασφαλίσει την όσο το δυνατόν καλύτερη ανακατασκευή της σύγκρουσης των δύο οχημάτων υπό οποιεσδήποτε αρχικές συνθήκες δοθούν. Η λογική πορεία του αλγορίθμου φαίνεται στα παρακάτω βήματα:

1) Αρχικοποίηση όλων των μεταβλητών σχεδιασμού (ταχύτητες και συντελεστές).
2) Εκτέλεση του μη αιτιοκρατικού αλγορίθμου βελτιτοποίησης για λίγες επαναλήψεις.
3) Ορισμός του διανύσματος των μεταβλητών σχεδιασμού που δίνει ως έξοδο ο μη αιτιοκρατικός αλγόριθμος, ως αρχικές συνθήκες για την αιτιοκρατική βελτιστοποίηση.
4) Εκτέλεση αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης, για εύρεση του βέλτιστου διανύσματος μεταβλητών σχεδιασμού.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να γίνουν κάποιες σημαντικές παρατηρήσεις-διευκρινήσεις. Αρχικά, θα μπορούσε αντί για μη αιτιοκρατική μέθοδο να χρησιμοποιηθεί μια αιτιοκρατική χωρίς τους μη γραμμικούς περιορισμούς, ώστε να δώσει ένα καλύτερο διάνυσμα, για την αιτιοκρατική με τους μη γραμμικούς περιορισμούς. Όμως, προτιμήθηκε μια μη ντετερμινιστική μέθοδος, διότι λόγω της μη εξάρτησης από την παράγωγο της αντικειμενικής συνάρτησης, έχει μεγάλη ελευθερία στην δημιουργία υποψήφιων λύσεων και συνεπώς είναι πολύ πιθανότερο να επιτευχθεί ένα καλύτερο διάνυσμα για την έναρξη της τελικής βελτιστοποίησης. Λαμβάνοντας υπόψη και το γεγονός ότι η μη αιτιοκρατική βελτιστοποίηση εκτελείται για λίγες επαναλήψεις, η διαφορά με την αιτιοκρατική όσον αφορά το υπολογιστικό κόστος, είναι μικρή. Δεύτερον, στην μη αιτιοκρατική βελτιστοποίηση δεν λαμβάνονται υπόψη οι μη γραμμικοί περιορισμοί, επειδή στην τελική επίλυση που συμπεριλαμβάνονται, το διάνυσμα που θα προκύψει θα τους σέβεται.

Κατασκευάστηκαν δύο υπολογιστικοί κώδικες. Ο ένας συνδυάζει την Προσομοιούμενη Ανόπτηση με την fmincon, ενώ ο δεύτερος τη μέθοδο Αναζήτησης Μοτίβου με την fmincon. Στο MATLAB η Προσομοιούμενη Ανόπτηση ονομάζεται simulannealbnd και η μέθοδος Αναζήτησης Μοτίβου patternsearch.

2.3.5 Σύγκριση και σχολιασμός αποτελεσμάτων μεταξύ των διαφορετικών προσεγγίσεων

Για λόγους συντομίας, δεν θα παρουσιαστούν αναλυτικά τα αποτελέσματα για κάθε έναν από τους καινούργιους αλγόριθμους, αλλά οι αποκλίσεις της ταχύτητας και της γωνίας του διανύσματος της σε σχέση με τα μετρημένα μεγέθη. Επίσης θα παρουσιαστούν και οι νέες τιμές τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης και της παραβίασης των περιορισμών για κάθε αλγόριθμο και τύπο αντικειμενικής συνάρτησης.

Στον Πίνακα 2.18 παρατίθενται πάλι οι τιμές των τριων αντικειμενικών συναρτήσεων που παρουσιαστηκαν στο Κεφάλαιο 2.2.2 και της παραβίασης των περιορισμών με χρήση αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης, ενώ στους Πίνακες 2.19 και 2.20 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες τιμές για συνδυασμό της αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης με τη μέθοδο Αναζήτησης Μοτίβου και την Προσομοιούμενη Ανόπτηση αντίστοιχα. Η τιμή της αντικειμενική συνάρτησης συμβολίζεται με F_{opt} και η παραβίαση των περιορισμών C_{opt}.

Πίνακας 2.18: Βέλτιστη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης και παραβίασης των περιορισμών με χρήση της fmincon

Αντικειμενική Συναρτηση	F_1		F_2		F_3	
Σύγκρουση	$F_{1_{opt}}$	$C_{1_{opt}}$	$F_{2_{opt}}$	$C_{2_{opt}}$	$F_{3_{opt}}$	$C_{3_{opt}}$
1	3.8	0.002	67.71	102.57	2.04	0.001
3	1.81	0	1.51	0.01	0.87	0.001
4	6.14	0.001	7.58	0.003	3.03	0
5	12.13	0	8.36	0	5.84	0.001
6	8.62	0	138.22	0.12	7.66	0.002
7	10.47	0	6.07	0	7.59	0
8	3.61	0	5.78	0	1.92	0
9	4.19	0	26.41	0	2.75	0.001
10	7.01	0.002	54.65	0	4.37	0.002
11	0.53	0.001	173.11	23.06	0.27	0
12	23.32	0	23.03	0	11.56	0.001

Παρατηρώντας τους τρεις παραπάνω πίνακες, είναι ξεκάθαρο ότι οι μεγάλες αποκλίσεις που παρουσίαζε η αιτιοκρατική βελτιστοποίηση της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης στις συγκρούσεις 1 και 11, έχει εξαφανιστεί με την προσθήκη των δύο μη αιτιοκρατικών μεθόδων στον αλγόριθμο. Ειδικότερα, με χρήση της Προσομοιούμενης Ανόπτησης, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης στη σύγκρουση 1 από 67.71 που είχε με χρήση της fmincon, και 78.25 με συνδυασμό της fmincon και της Αναζήτησης Μοτίβου, καταλήγει στην πολύ χαμηλότερη τιμή ίση με 4.74. Αντίστοιχη μείωση παρατηρείται και στην τιμή παραβίασης των περιορισμών, η οποία από την απαγορευτικά υψηλή τιμή 102.57, καταλήγει και με τις δύο άλλες μεθόδους στην αποδεκτή τιμή στην περιοχή του 0.7. Όσον αφορά τις υπόλοιπες συγκρούσεις, δεν παρατηρούνται διαφοροποιήσεις που είναι σημαντικές για να σχολιστούν.

Από την άλλη, και στους δύο εναλλακτικούς αλγορίθμους μελέτης της σύγκρουσης, φαίνεται μια σημαντική αύξηση στην τιμή της παραβίασης των περιορισμών κυρίως στις συγκρούσεις 5, 6 και 7 στην F_2 και κυρίως με το συνδυασμό της Προσομοιύμενης Ανόπτησης και της fmincon.

Πίνακας 2.19: Βέλτιστη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης και παραβίασης των περιορισμών με συνδυασμό της fmincon και της pattern search

Αντικειμενική Συναρτηση	F_1		F_2		F_3	
Σύγκρουση	$F_{1_{opt}}$	$C_{1_{opt}}$	$F_{2_{opt}}$	$C_{2_{opt}}$	$F_{3_{opt}}$	$C_{3_{opt}}$
1	3.8	0.01	78.25	0.71	2.04	0
3	1.81	0	3.4	0	0.87	0
4	6.14	0	5.89	0.13	3.03	0
5	12.13	0	53.66	0	5.84	0
6	8.62	0.02	72.21	3.32	7.66	0
7	10.47	0.05	277.17	0.69	7.59	0
8	3.61	0	5.78	0	1.92	0
9	4.19	0.1	26.41	0.01	2.75	0
10	7.01	0	54.65	0	4.37	0
11	0.53	0	0.53	0.03	0.27	0
12	23.32	0	23.03	0	11.56	0

Πίνακας 2.20: Βέλτιστη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης και παραβίασης των περιορισμών με συνδυασμό της fmincon και της simulated annealing

Αντικειμενική Συναρτηση	F_1		F_2		F_3	
Σύγκρουση	$F_{1_{opt}}$	$C_{1_{opt}}$	$F_{2_{opt}}$	$C_{2_{opt}}$	$F_{3_{opt}}$	$C_{3_{opt}}$
1	3.8	0	4.74	0.73	2.04	0
3	1.81	0	1.51	0.26	0.87	0
4	6.14	0	7.58	0	3.03	0
5	12.13	0	8.36	1.01	5.84	0
6	8.62	0	40.38	1.98	7.66	0
7	10.47	0	6.49	2.83	7.59	0
8	3.61	0	5.78	0	1.92	0
9	4.19	0	26.41	0	2.75	0
10	7.01	0	54.65	0	4.37	0
11	0.53	0	0.53	0.03	0.27	0
12	23.32	0	23.03	0	11.56	0

Συνεπώς, για να βγει τελικό συμπέρασμα όσον αφορά την καταλληλότερη μέθοδο για τη μελέτη της φάσης της σύγκρουσης, θα πρέπει να συγκριθούν και οι αποκλίσεις των ταχυτήτων και των αντίστοιχων γωνιών τους που υπολογίζονται από κάθε αλγόριθμο.

Στους Πίνακες 2.21-2.24 παρουσιάζονται οι αποκλίσεις του μέτρου και της γωνίας της ταχύτητας, για τις τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις και για κάθε αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Βάσει των αποκλίσεων και των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων, θα μπορεί να βγει ένα πιο καλό και συνολικό συμπέρασμα για το ποια από τις τρεις μεθόδους είναι τελικά η βέλτιστη. Η F_3 χωρίζεται σε δύο πίνακες, έναν με τα βελτιστοποιημένα μεγέθη πριν τη σύγκρουση και έναν για τα αντίστοιχα μετά τη σύγκρουση.

Πίνακας 2.21: Βελτιστοποιημένες τιμές του μέτρου και της γωνίας με χρήση της F_1 και οι αποκλίσεις τους με χρήση των τριων διαφορετικών αλγορίθμων

Αλγόριθμος	$Fmincon$				$Fmincon\&PS$				$Fmincon\&SA$			
Σύγκρουση	$\Delta\lvert\vec{V}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{V}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_2)$	$\Delta\lvert\vec{V}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{V}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_2)$	$\Delta\lvert\vec{V}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{V}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_2)$
1	0.06	0.19	0.11	0.05	0.06	0.19	0.11	0.05	0.06	0.19	0.11	0.05
3	0.05	0.07	0.05	0.004	0.05	0.07	0.05	0.004	0.05	0.07	0.05	0.004
4	0.19	0.07	0.01	0.03	0.19	0.07	0.01	0.03	0.19	0.07	0.01	0.03
5	0.11	0	0.04	0.03	0.11	0	0.04	0.03	0.11	0.002	0.04	0.03
6	0.12	0.34	0.02	0.08	0.12	0.34	0.02	0.08	0.12	0.34	0.02	0.08
7	0.16	0.2	0.03	0	0.16	0.2	0.03	0.003	0.16	0.2	0.03	0.003
8	0.15	0.14	0.08	0.05	0.14	0.14	0.08	0.05	0.15	0.14	0.08	0.05
9	0.22	0.01	0.09	0.04	0.22	0.01	0.09	0.04	0.22	0.01	0.09	0.04
10	0.08	0	0.09	0.06	0.08	0	0.09	0.06	0.08	0.003	0.09	0.06
11	0.04	0.22	0.15	0.03	0.04	0.22	0.15	0.03	0.04	0.22	0.15	0.03
12	0.01	0.62	0.04	0.93	0.01	0.62	0.04	0.93	0.01	0.62	0.04	0.93

Πίνακας 2.22: Βελτιστοποιημένες τιμές του μέτρου και της γωνίας με χρήση της F_2 και οι αποκλίσεις τους με χρήση των τριων διαφορετικών αλγορίθμων

Αλγόριθμος	$Fmincon$				$Fmincon\&PS$				$Fmincon\&SA$			
Σύγκρουση	$\Delta\lvert\vec{U}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{U}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_2)$	$\Delta\lvert\vec{U}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{U}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_2)$	$\Delta\lvert\vec{U}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{U}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_2)$
1	0.42	0.36	0.13	0.59	0.61	0.26	0.33	1.34	0.06	0	0.04	0.06
3	0.01	N/A	0.03	N/A	0.005	N/A	0.03	N/A	0.005	N/A	0.03	N/A
4	0.1	N/A	0.01	N/A	0.1	N/A	0.01	N/A	0.09	N/A	0.01	N/A
5	0.06	N/A	0.02	N/A	0.11	N/A	0.02	N/A	0.06	N/A	0.02	N/A
6	0.54	0.36	0.13	1.15	0.56	0.34	0.14	1.2	0.03	0.08	0.003	0.05
7	0.03	0.11	0.01	0.01	0	0.06	0.005	0.08	0.03	0.11	0.011	0.008
8	0.11	0.01	0	0.09	0.11	0.01	0.001	0.09	0.11	0.01	0.001	0.09
9	0.28	0.13	0.06	0.12	0.28	0.13	0.06	0.12	0.28	0.13	0.06	0.12
10	0.32	0.13	0.03	0.17	0.32	0.13	0.03	0.17	0.32	0.13	0.03	0.17
11	0.78	0.75	0.9	0.07	0.01	0.03	0.002	0.01	0.81	0.74	0.907	0.06
12	0.03	0.04	0.02	34.69	0.03	0.04	0.02	34.69	0.03	0.04	0.02	34.68

Πίνακας 2.23: Βελτιστοποιημένες τιμές του μέτρου και της γωνίας με χρήση της F_3 και οι αποκλίσεις τους με χρήση των τριων διαφορετικών αλγορίθμων

Αλγόριθμος	$Fmincon$				$Fmincon\&PS$				$Fmincon\&SA$			
Σύγκρουση	$\Delta\lvert\vec{U}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{U}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_2)$	$\Delta\lvert\vec{U}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{U}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_2)$	$\Delta\lvert\vec{U}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{U}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{U}_2)$
1	0.04	0.01	0.02	0.03	0.04	0.01	0.02	0.03	0.04	0.01	0.02	0.03
3	0.004	N/A	0.01	N/A	0.004	N/A	0.01	N/A	0.004	N/A	0.01	N/A
4	0.05	N/A	0.005	N/A	0.05	N/A	0.005	N/A	0.05	N/A	0.005	N/A
5	0.03	N/A	0.01	N/A	0.03	N/A	0.01	N/A	0.03	N/A	0.01	N/A
6	0.03	0.03	0.005	0.03	0.03	0.03	0.005	0.03	0.03	0.03	0.005	0.03
7	0.01	0.05	0.003	0.003	0.01	0.05	0.003	0.003	0.01	0.05	0.003	0.003
8	0.06	0.02	0.003	0.04	0.06	0.02	0.003	0.04	0.06	0.02	0.003	0.04
9	0.03	0.02	0.02	0.03	0.03	0.02	0.02	0.03	0.03	0.02	0.02	0.03
10	0.02	0.02	0.01	0.04	0.02	0.02	0.01	0.04	0.02	0.02	0.01	0.04
11	0.003	0.01	0.001	0.01	0.003	0.01	0.001	0.01	0.003	0.01	0.001	0.01
12	0.02	0.01	0.01	0.71	0.02	0.01	0.01	0.71	0.02	0.01	0.01	0.71

Πίνακας 2.24: Βελτιστοποιημένες τιμές του μέτρου και της γωνίας με χρήση της F_3 και οι αποκλίσεις τους με χρήση των τριων διαφορετικών αλγορίθμων

Αλγόριθμος	$Fmincon$				$Fmincon\&PS$				$Fmincon\&SA$			
Σύγκρουση	$\Delta\lvert\vec{V}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{V}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_2)$	$\Delta\lvert\vec{V}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{V}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_2)$	$\Delta\lvert\vec{V}_1\rvert$	$\Delta\lvert\vec{V}_2\rvert$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_1)$	$\Delta\sphericalangle(\vec{V}_2)$
1	0.08	0.11	0.05	0.03	0.08	0.11	0.05	0.03	0.08	0.11	0.05	0.03
3	0.02	0.03	0.02	N/A	0.02	0.03	0.02	0.002	0.02	0.03	0.02	0.002
4	0.09	0.03	0.01	N/A	0.09	0.03	0.01	0.02	0.09	0.03	0.01	0.02
5	0.05	0	0.02	N/A	0.05	0.001	0.02	0.02	0.05	0.002	0.02	0.02
6	0.16	0.25	0.02	0.08	0.16	0.25	0.02	0.08	0.16	0.24	0.02	0.08
7	0.14	0.13	0.02	0.02	0.14	0.13	0.02	0.02	0.14	0.13	0.02	0.02
8	0.07	0.07	0.04	0.03	0.07	0.07	0.04	0.03	0.07	0.07	0.04	0.03
9	0.11	0.01	0.03	0.02	0.11	0.01	0.03	0.02	0.11	0.01	0.03	0.02
10	0.04	0.01	0.04	0.03	0.04	0.01	0.04	0.03	0.04	0.01	0.04	0.03
11	0.03	0.1	0.07	0.02	0.03	0.1	0.07	0.02	0.02	0.1	0.07	0.02
12	0	0.43	0.02	0.06	0.001	0.43	0.02	0.06	0.002	0.43	0.02	0.06

Παρατηρώντας τους 4 παραπάνω πίνακες, φαίνεται αρκετά ξεκάθαρα ότι ο συνδυασμός της fmincon με την Προσομοιούμενη Ανόπτηση - SA - μπορεί να αντιμετωπίσει με ελάχιστη απόκλιση και την σύγκρουση 1 και έχει πολύ μικρότερες αποκλίσεις και στη μελέτη της σύγκρουσης 6 πάντα όσον αφορά τη δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση όπου και παρατηρήθηκαν οι μεγαλύτερες αποκλίσεις. Κατά τα άλλα σε όλες τις υπόλοιπες συγκρούσεις και αντικειμενικές συναρτήσεις έχει παρόμοιες αποκλίσεις με τους άλλους δύο αλγορίθμους. Συνεπώς, αφού μπορεί να αντιμετωπίσει αποτελεσματικότερα ή με παρόμοιο τρόπο όλες τις συγκρούσεις, επιλέγεται και ως η βέλτιστη εκ των τριων αυτών μεθόδων. Παρ΄ όλα αυτά ούτε αυτή δεν μπορεί να βελτιστοποιήσει ικανοποιητικά την F_2.

Κεφάλαιο 3

Προσομοίωση της τροχιάς οχημάτων στη φάση μετά τη σύγκρουση

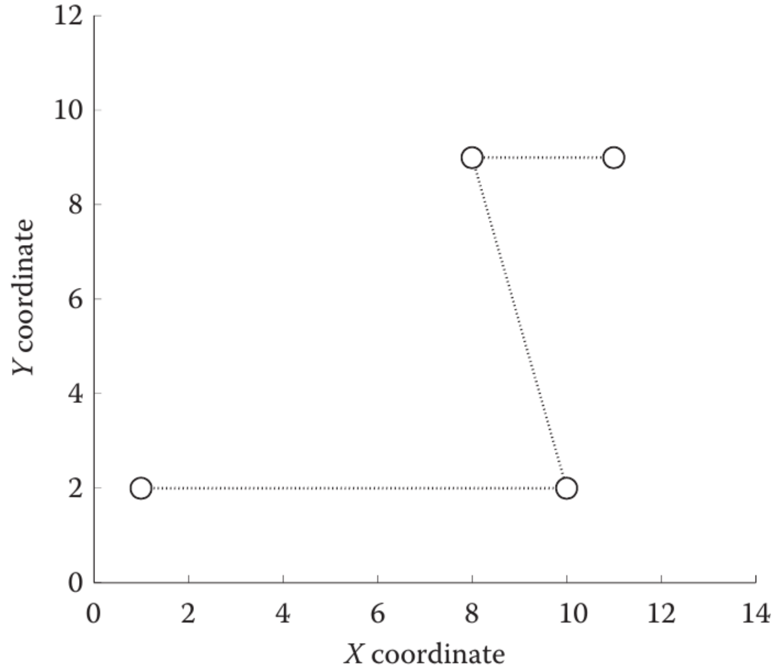
Η τρίτη φάση μιας σύγκρουσης είναι αυτή που ακολουθεί αμέσως μετά τη σύγκρουση των οχημάτων. Τα οχήματα με τις ταχύτητες που έχουν αναπτύξει αμέσως μετά τη σύγκρουση κινούνται μέχρις ότου να σταματήσουν, κυρίως λόγω των δυνάμεων τριβής των ελαστικών με το οδόστρωμα. Οπότε, γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι κατά τη διάρκεια αυτής της φάσης το κάθε όχημα ακολουθεί μια τροχία μέχρι να σταματήσει. Η πιστή αναπαράσταση αυτής της τροχιάς είναι αδύνατον να ανακατασκευαστεί, εκτός και αν υπάρχει κάποια καταγραφή σε βίντεο του ατυχήματος, όπου και πάλι θα υπάρχουν αποκλίσεις. Επίσης, η διαδικασία αυτή δυσκολεύει ακόμα περισσότερο, όταν το όχημα πλαγιολισθαίνει κατά την κίνηση του λόγω της γεωμετρίας και των δυνάμεων της σύγκρουσης, ή των χειρισμών που εκτελεί ο οδηγός του. Η ανακατασκευή της φάσης αυτής, μπορεί να χωριστεί σε δύο κύριες συνιστώσες. Η πρώτη, είναι η ανακατασκευή της τροχιάς του κάθε οχήματος και η δεύτερη, ο υπολογισμός των ταχυτήτων που έχει το κάθε όχημα αμέσως μετά τη σύγκρουση. Όπως θα φανεί και στις επόμενες παραγράφους, η σωστή ανακατασκευή της τροχιάς των οχημάτων οδηγεί σε υπολογισμό ταχυτήτων αντίστοιχων ή ακόμη και ακριβέστερων με αυτές της βιβλιογραφίας, συνεπώς πρέπει να δωθεί αρκετή προσοχή στην ανακατασκευή της τροχιάς.

3.1 Θεωρητικό υπόβαθρο

3.1.1 Προσδιορισμός της τροχιάς των οχημάτων

Σύμφωνα με τις προηγούμενες παραγράφους, η άμεση σχεδίαση της τροχιάς που ακολούθησε το κάθε όχημα μετά τη σύγκρουση είναι αδύνατη. Τα διαθέσιμα δεδομένα από τη σκηνή της σύγκρουσης είναι πιθανά σημάδια ελαστικών στο οδόστρωμα από πλαγιολίσθηση ή δυνατό φρενάρισμα όπως και εξαρτήματα από τα οχήματα που υπάρχουν διάσπαρτα στο χώρο. Επιπλέον, η θέση ακινητοποίησης του κάθε οχήματος είναι προφανώς γνωστή. Το σημείο σύγκρουσης, μπορεί, συνήθως, να προσδιοριστεί με αρκετή ακρίβεια, εντός της περιοχής όπου υπάρχουν ίχνη ελαστικών και κομμάτια ή εξαρτήματα και από τα δύο οχήματα. Διάσπαρτα στο χώρο, υπάρχουν επιπλέον συντρίμια από τα οχήματα και ίχνη ελαστικών. Αυτά, είναι ενδείξεις για σημεία από τα οποία πέρασε το όχημα, την κατεύθυνση του, καθώς και για το εάν πλαγιολίσθαινε και προς ποια κατεύθυνση. Μια σημαντική σημείωση που πρέπει να γίνει στο σημείο αυτό είναι ότι τα μεγέθη που θα αναλυθούν παρακάτω αφορούν το **κέντρο μάζας** του οχήματος, δηλαδή η ανακατασκευή της τροχιάς, αφορά την τροχιά του κέντρου μαζας του οχήματος.

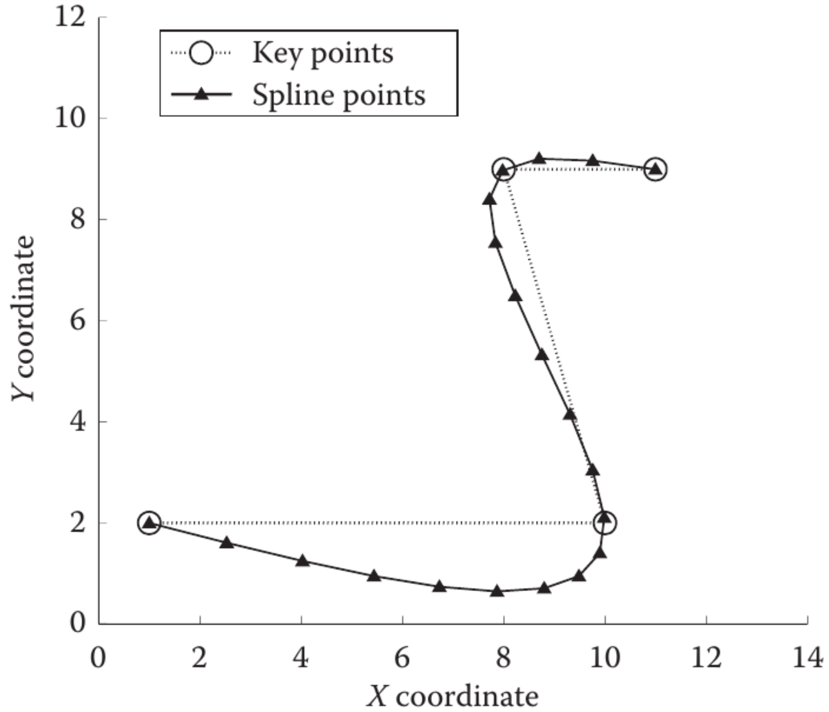
Ο Donald E. Struble [13] , πρότεινε μια έμμεση μέθοδο για την προσέγγιση της τροχιάς κάθε οχήματος. Με χρήση σημείων «κλειδιών» , δηλαδή σημείων από τα οποία είναι σίγουρο - ή έστω πολύ πιθανό - να πέρασε το όχημα, συγκεντρώνεται ένα σύνολο σημείων τα οποία ανήκουν στην πραγματική - ή πολύ κοντά στην πραγματική- τροχιά του κέντρου μάζας του οχήματος. Σε αυτό το σύνολο σημειών, προστίθενται το σημείο σύγκρουσης των οχημάτων και το σημείο ακινητοποίησης του κάθε οχήματος. Τοποθετώντας τα σημεία αυτά σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (X, Y), προκύπτει μια μορφή αντίστοιχη του Σχήματος 3.1.



Σχήμα 3.1: Σημεία κλειδιά της τροχιάς ενός οχήματος στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (X, Y)

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, θα μπορούσε κάποιος να θεωρήσει ότι έχει μια μορφή της τροχιάς αν ενώσουμε τα σημεία κλειδιά μεταξύ τους με ευθύγραμμα τμήματα. Μια τέτοια προσέγιση όμως είναι λανθασμένη διότι, έτσι, θεωρείται ότι το όχημα κινείται ευθύγραμμα για μια αρκετά μεγάλη απόσταση, αλλάζει ακαριαία γωνία πορείας και μετά κινείται πάλι ευθύγραμμα μέχρι το επόμενο σημείο. Προφανώς, κάτι τέτοιο είναι αδύνατο. Η γωνία πορείας του οχήματος όπως και η γωνία πλαγιολίσθησης του μεταβάλλονται συνεχώς και πολύ γρήγορα, συνεπώς είναι λάθος να θεωρηθούν σταθερές για μεγάλη απόσταση. Για να επιτευχθεί η συνεχόμενη μεταβολή των μεγεθών αυτών πρέπει να δημιουργηθεί καμπύλη η οποία να περνάει από τα σημεία κλειδιά και να μην αποτελείται από μεγάλα ευθύγραμμα τμήματα. Πρέπει δηλαδή, ανάμεσα στα σημεία κλειδιά να προστεθούν σημεία ώστε η συνολική τροχιά να «καμπυλώνει» .

Μια απλή και αποτελεσματική μέθοδος είναι η παρεμβολή σημείων με φυσικές κυβικές splines. Πρέπει να παρεμβληθούν επαρκή σημεία, ώστε να είναι σωστή η αναπαράσταση της μεταβολής των γωνιών πορείας και πλαγιολίσθησης του οχήματος. Επιπλέον, η μορφή της καμπύλης πρέπει να αντικατοπτρίζει όσο το δυνατόν πιο πιστά την κανονική τροχιά. Για παράδειγμα, σε περιοχή που το όχημα πλαγιολισθαίνει, το κέντρο βάρους του είναι πιθανό να ακολουθεί καμπύλη τροχιά, κάτι το οποίο μπορεί να προσεγγιτεί με παρεμβολή σημείων ανάμεσα στα σημεία κλειδιά. Μετά την παρεμβολή η τελική τροχιά θα έχει μορφή παρόμοια με το Σχήμα 3.2.



Σχήμα 3.2: Τελική μορφή της τροχιάς οχήματος στο καρτεσιανό σύστημα (X, Y) μετά την παρεμβολή σημείων με φυσικές κυβικές splines

3.1.2 Προσδιορισμός των ταχυτήτων των οχημάτων

Αφού προσδιοριστεί η τροχιά που ακολουθεί το κέντρο μάζας κάθε οχήματος, το επόμενο βήμα είναι να υπολογιστούν οι ταχύτητες των οχημάτων κατά μήκος της τροχιάς τους.

Η τροχιά του κάθε οχήματος αποτελείται από ένα σύνολο υποδιαστημάτων, τα οποία οριοθετούνται από τα διαδοχικά σημεία της τροχιάς. Συνεπώς, για συνολικά $i + 1$ σημεία υπάρχουν i υποδιαστήματα. Κατά μήκος του υποδιαστήματος i, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας, ισούται με το άθροισμα της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας (σε περίπτωση δρόμου με ανηφορική ή κατηφορική κλίση) του υποδιαστήματος και του έργου από δυνάμεις τριβής και πέδησης των τροχών. Μαθηματικά αυτό διατυπώνεται από την Εξίσωση 3.1, για το υπόδιάστημα i και τα σημεία i και $i + 1$.

$$\Delta K = \Delta U + W_{friction} \Rightarrow \frac{1}{2}m \cdot V_{i+1}^2 - \frac{1}{2}m \cdot V_i^2 = W \cdot (Z_{i+1} - Z_i) + W \cdot (DragF_i) \cdot \Delta S_i \quad (3.1)$$

όπου $W = mg$ είναι το βάρος του οχήματος, Z είναι το ύψος σε κάθε άκρο του υποδιαστήματος συναρτήσει ενός υψομέτρου αναφοράς. Το υψόμετρο αναφοράς Z_{ref}, θεωρείται μηδέν με θέση αυτή του σημείου ακινητοποίησης. Επιπλέον, V είναι η ταχύτητα σε κάθε άκρο του υποδιαστήματος, ΔS_i το μήκος του υποδιαστήματος που υπολογίζεται εύκολα με το πυθαγόρειο θεώρημα και $DragF_i$, ο συνολικός συντελεστής απωλειών του υποδιαστήματος.

Η παραπάνω σχέση είναι γραμμένη θεωρώντας ως αρχικό σημείο το σημείο σύγκρουσης των οχημάτων. Συνεπώς, αν προχωρήσουμε στο τελευταίο υποδιάστημα της τροχιάς, το σημείο $i + 1$, αναφέρεται στο σημείο ακινητοποίησης του οχήματος που προφανώς εκεί η ταχύτητα είναι μηδενική. Άρα, ξεκινώντας από το τελικό σημείο της τροχιάς όπου είναι γνωστή η τιμή της ταχύτητας, αν λυθεί η εξίσωση ως προς το σημείο i λαμβάνεται η Εξίσωση 3.2

$$V_i = \sqrt{V_{i+1}^2 + 2g(DragF_i \Delta S_i + Z_{i+1} - Z_i)} \tag{3.2}$$

Η παραπάνω σχέση, με διαδοχική εφαρμογή σε κάθε σημείο της τροχιάς, ξεκινώντας από το τέλος και προχωρώντας προς την αρχή, υπολογίζει την ταχύτητα σε κάθε σημείο χρησιμοποιώντας την τιμή της ταχύτητας από το προηγούμενο σημείο. Φαίνεται λοιπόν, ότι γίνεται μια αντίστροφη επίλυση για να βρεθούν τα μεγέθη κατά τη σύγκρουση.

Ο συνολικός συντελεστής απωλειών $DragF_i$, που υπάρχει στην Εξίσωση 3.1, υπολογίζεται από την Εξίσωση 3.3.

$$DragF_i = \mu \sqrt{(LF_i \cos(\theta_{crab_i}))^2 + \sin^2(\theta_{crab_i})} \tag{3.3}$$

όπου μ είναι ο συντελεστής τριβής των ελαστικών με το οδόστρωμα με τιμή η οποία θεωρείται σταθερή για όλο το μήκος της τροχιάς και ίση με 0.7. Η γωνία θ_{crab_i}, είναι η γωνία πλαγιολίσθισης, δηλαδή η διαφορά μεταξύ της γωνίας κατεύθυνσης του οχήματος και της γωνίας κατά την οποία κινείται. Το όνομα της προέρχεται από την κίνηση που κάνει ο κάβουρας (Crab στα αγγλικά), ο οποίος ενώ κοιτάζει ευθεία, κινείται πλάγια, δηλαδή η διαφορά της κατεύθυνσης του με την κατεύθυνση της κινησης του διαφέρει κατά 90^o. Δηλαδή, η τιμή της γωνίας αυτής σε κάθε υποδιάστημα της τροχιάς υπολογίζεται από την Εξίσωση 3.4.

$$\theta_{crab_i} = \frac{1}{2}(\psi_i + \psi_{i+1}) - \theta_i \tag{3.4}$$

όπου ψ_i και ψ_{i+1}, είναι οι γωνίες κατεύθυνσης του οχήματος σε σχέση με το καρτεσιανό σύστημα στην αρχή και στο τέλος αντίστοιχα του εκάστοτε υποδιαστήματος. Η γωνία θ_i, εκφράζει τη γωνία που σχηματίζει το υποδιάστημα i με το καρτεσιανό σύστημα. Όλες οι γωνίες λαμβάνονται με ανθωρολογιακή φορά και ξεκινούν από τον θετικό ημι-άξονα X του καρτεσιανού συστήματος. Στην Εξίσωση 3.4 πρέπει να προσδιοριστεί η τιμή της γωνίας κατεύθυνσης του οχήματος ψ σε κάθε σημείο της τροχιάς. Ο υπολογισμός με μαθηματική σχέση είναι αδύνατος, οπότε ομοίως με την προσομοίωση της τροχιάς, στα επιλεγμένα σημεία κλειδιά, από τη μορφή του ίχνους των ελαστικών, μπορεί να γίνει μια εκτίμηση για την τιμή της γωνίας. Μετά, με παρεμβολή φυσικής spline για τη γωνία αυτή τη φορά, κάθε σημείο της τροχιάς έχει μια τιμή για την κατεύθυνση του οχήματος σε αυτό.

Τέλος, το μέγεθος LF_i («Lock Fraction»), σχετίζεται όπως φαίνεται και από το όνομα του με την ελευθερία των τροχών να κινηθούν. Για παράδειγμα, αν ένα όχημα πλαγιολισθαίνει, οι τροχοί του δεν έχουν πλήρη ελεύθερία κύλισης. Επίσης, εάν λόγω της σύγκρουσης, κάποιος/οι από τον/τους τροχό/ούς έχει υποστεί ζημιά που περιορίζει την κινητικότητα του, αυτό συμβάλλει στην αύξηση του συντελεστή LF. Οι τιμές που μπορεί να λάβει ο συντελεστής αυτός θεωρητικά, είναι από 0 για την περίπτωση πλήρους ελευθερίας κύλισης όλων των τροχών, έως 1 για την ακραία και πρακτικά αδύνατη περίπτωση πλήρους «κλειδώματος» όλων των τροχών. Στην πράξη, ανάλογα με το ατύχημα συνήθεις τιμές του συντελεστή κυμαίνονται από 0.07 έως 0.3. Για λόγους απλότητας, και όπως φαίνεται από την Εξίσωση 3.3, η επίδραση του συντελεστή LF στην τιμή του ολικού συντελεστή απωλειών $DragF_i$, για μικρές διακυμάνσεις είναι μικρή, συνεπώς μπορεί να διατηρηθεί σταθερή σε μια προκαθορισμένη τιμή, κατά μήκος όλης της τροχιάς του οχήματος.

Με όλες τις παραπάνω Εξισώσεις είναι πια δυνατή η αντίστροφη επίλυση του προβλήματος, και η εύρεση της ταχύτητας που έχει αυτό σε κάθε σημείο. Επόμενο βήμα, είναι η ανάλυση της ταχύτητας στις x και y συνιστώσες της. Το διάνυσμα της ταχύτητας ακολουθεί την πορεία της τροχιάς του οχήματος και όχι την κατεύθυνση του. Προφανώς στις περιοχές όπου δεν υπάρχει πλαγιολίσθηση οι δύο αυτές κατευθύνσεις συμπίπτουν. Άρα, η ανάλυση του διανύσματος της ταχύτητας του οχήματος στις συνιστώσες του δίνεται από τις Εξισώσεις 3.5 και 3.6.

$$V_{xi} = V_i \cos(\theta_i) \tag{3.5}$$

$$V_{yi} = V_i \sin(\theta_i) \tag{3.6}$$

3.1.3 Προσδιορισμός της γωνιακής ταχύτητας

Το τελευταίο μέγεθος που μένει να υπολογιστεί είναι η γωνιακή ταχύτητα του κάθε οχήματος σε κάθε τμήμα της τροχιάς. Η γωνιακή ταχύτητα εκφράζεται ως η μεταβολή της κατεύθυνσης του οχήματος εντός ενός υποδιαστήματος της τροχιάς προς το χρονικό διαστημα που χρειάζεται το όχημα για να διασχίσει το υποδιάστημα αυτό. Μαθηματικά αυτό εκφράζεται από την Εξίσωση 3.7.

$$\omega_i = \frac{\Delta\psi_i}{\Delta t_i} = \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta t_i} \tag{3.7}$$

Το χρονικό διάστημα Δt_i, με την προϋπόθεση ότι τα υποδιαστήματα είναι αρκούντως μικρά ώστε να μην σημειωθούν μεγάλες μεταβολές των γωνιών εντός αυτών, δίνεται από την Σχέση 3.8.

$$\Delta S_i = \frac{V_{i+1} + V_i}{2}\Delta t_i \Rightarrow \Delta t_i = \frac{2\Delta S_i}{V_{i+1} + V_i} \tag{3.8}$$

όπου προφανώς $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, με τον αρχικό χρόνο στο σημείο ακινητοποίησης να είναι 0.

3.2 Υπολογιστική προσομοίωση

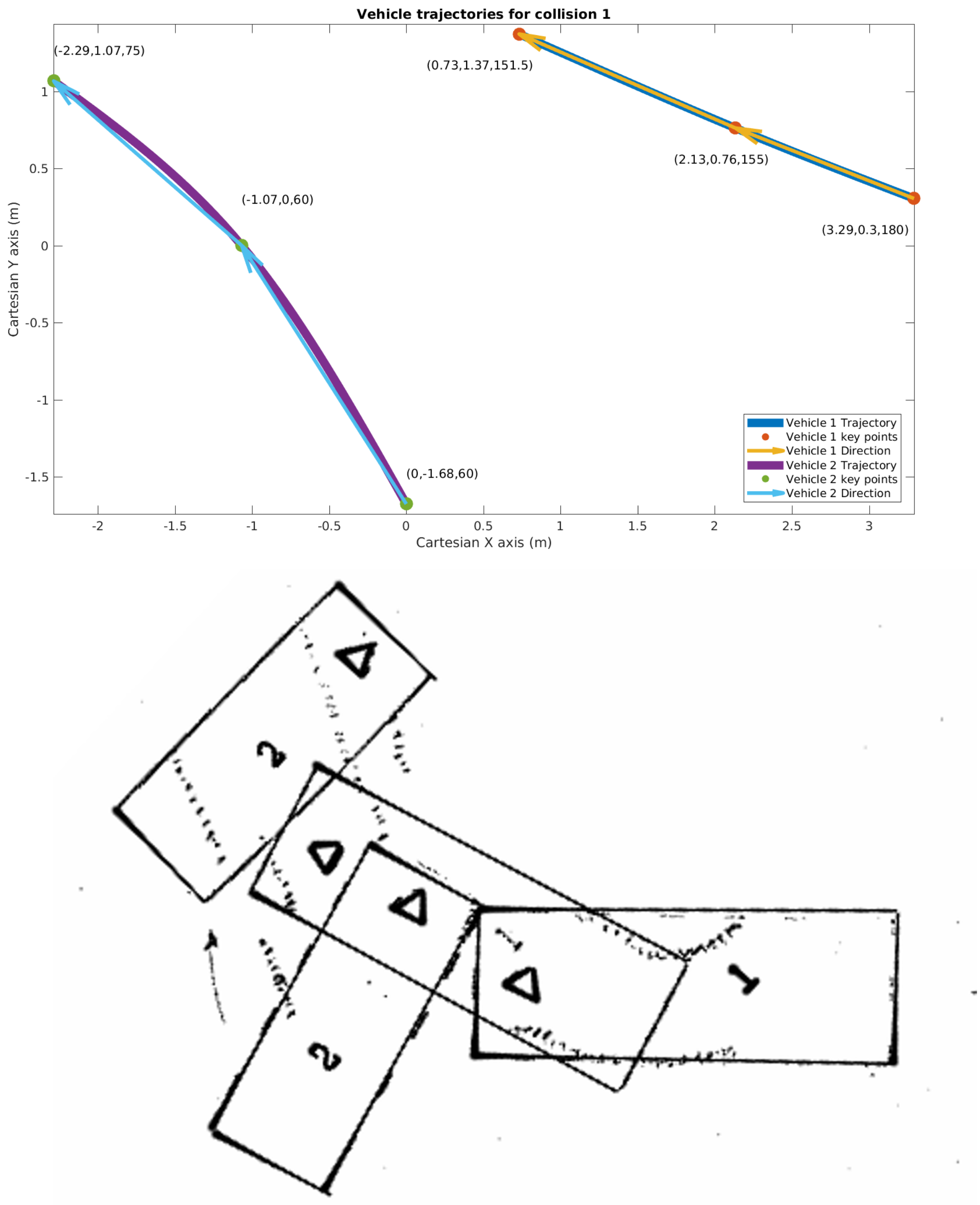
Για την εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου σε τροχαία ατυχήματα, αναπτύχθηκε υπολογιστικός κώδικας στο προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB. Ως είσοδοι στον κώδικα, δίνονται:

- ο σταθερός συντελεστής τριβής ελαστικών-οδοστρώματος μ
- τα σημεία κλειδιά σε ζεύγος συντεταγμένων (x, y)
- η γωνία κατεύθυνσης του οχήματος σε κάθε σημείο κλειδί, εκφρασμένη σε μοίρες
- η μάζα m του κάθε οχήματος
- ο συντελεστής LF για τη συγκεκριμένη σύγκρουση

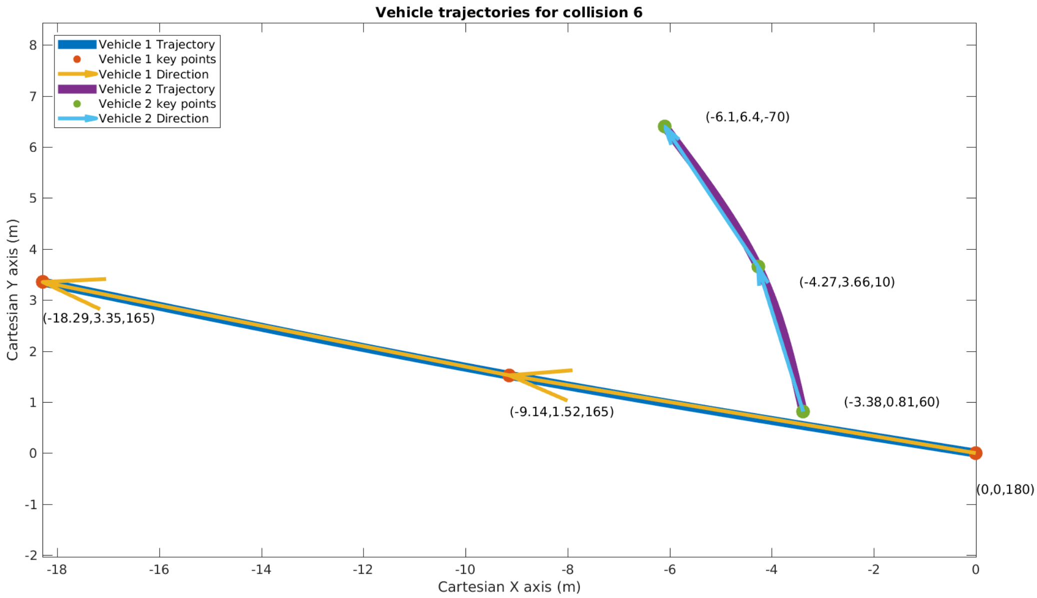
Πρέπει να σημειωθεί ότι στη βάση δεδομένων των συγκρούσεων του RICSAC έχουν καταγραφεί το σημείο σύγκρουσης, τα σημεία ακινητοποίησης των οχημάτων, όπως και η κατεύθυνση του κάθε οχήματος στα σημεία αυτά.

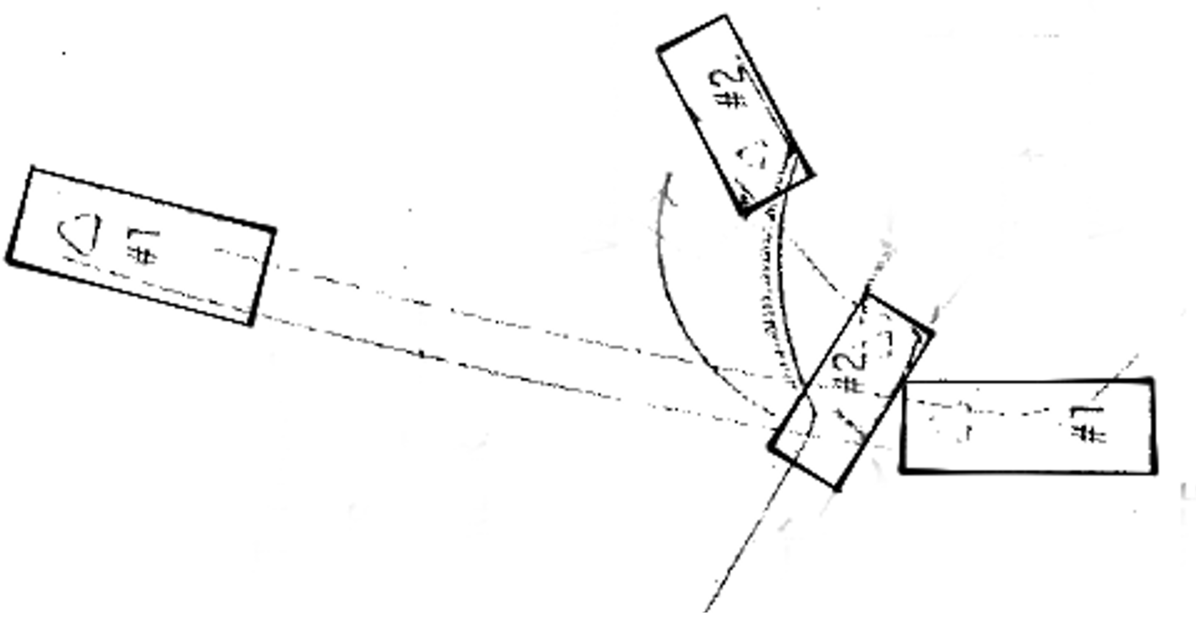
3.2.1 Πλαϊνές συγκρούσεις 60^o - ΔΑ

Οι συγκρούσεις αυτής της διαμόρφωσης είναι αυτές που παρατέθηκαν και στο Κεφάλαιο 2. Πριν παρατεθούν τα δεδομένα και τα αποτελέσματα της κάθε σύγκρουσης, στα Σχήματα 3.3, 3.4 και 3.5 παρουσιάζονται η ανακατασκευασμένη τροχιά (πάνω σχήμα) και η τροχιά όπως αυτή προέκυψε με τον αλγόριθμο αυτού του Κεφαλαίου για τις συγκρούσεις 1, 6 και 7, αντίστοιχα. Επιπλέον, σε κάθε σημείο κλειδί, αναφέρεονται οι συντεταγμένες τους X και Y ως προς το καρτεσιανό σύστημα και η κατεύθυνση του οχήματος ψ με την ακόλουθη δομή: (X, Y, ψ). Τα βέλη έχουν τοποθετηθεί στα Σχήματα των τροχιών των οχημάτων με μόνο σκοπό να δείξουν την φορά κίνησης του οχηματος. Το ευθύγραμμο τμήμα που παρεμβάλλεται μεταξύ των βελών δεν έχει φυσική σημασία.

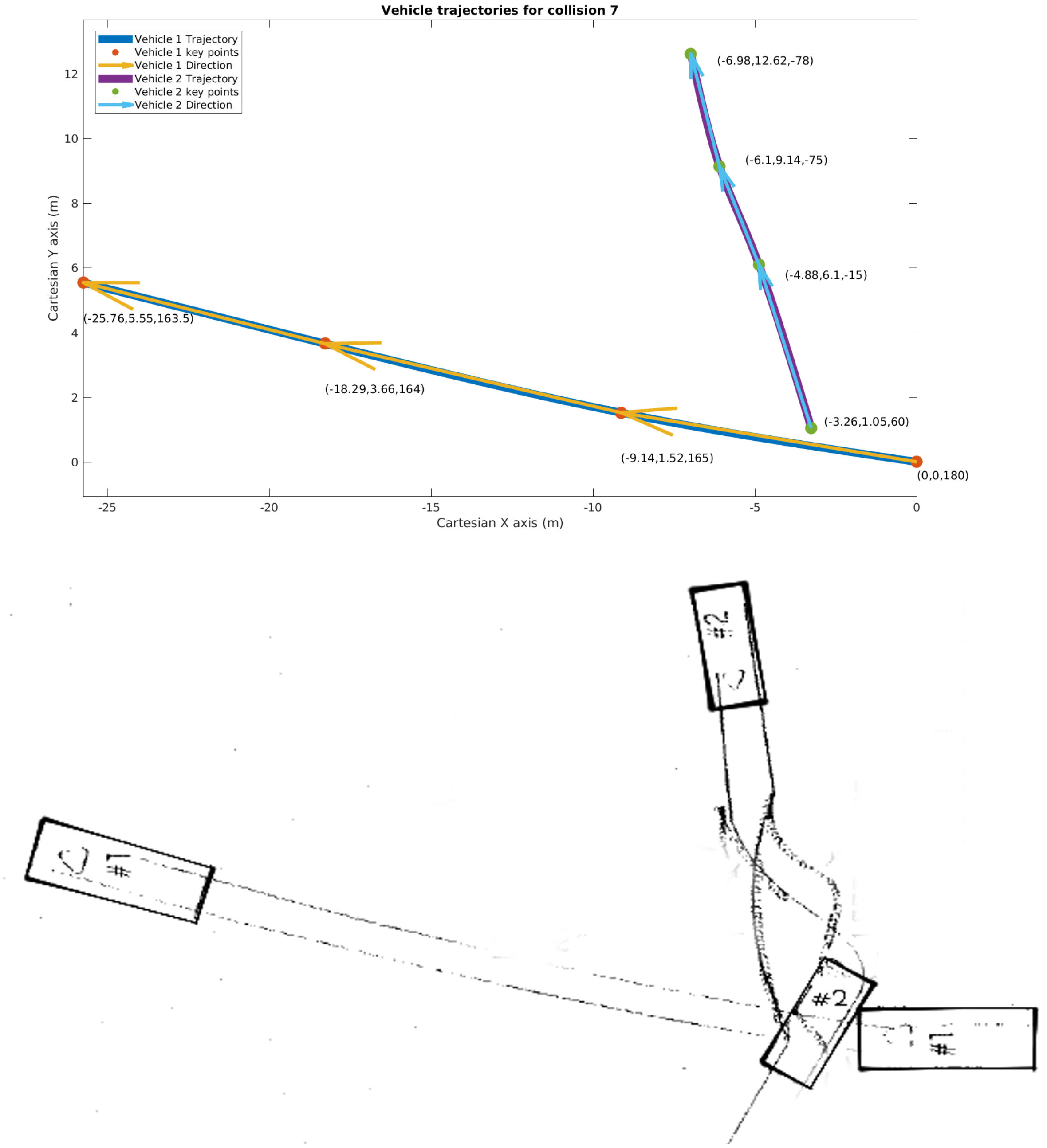


Σχήμα 3.3: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της πρώτης σύγκρουσης





Σχήμα 3.4: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της έκτης σύγκρουσης



Σχήμα 3.5: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της έβδομης σύγκρουσης

Οι ταχύτητες που υπολογίστηκαν από τον υπολογιστικό κώδικα που κατασκευάστηκε καθώς και η απόλυτη απόκλιση αυτών από τις μετρημένες ταχύτητες φαίνονται στους Πίνακες 3.1 και 3.2 αντίστοιχα. Η σχέση σύμφωνα με την οποία υπολογίζεται η απόλυτη απόκλιση (σε ποσοστιαίες μονάδες) δίνεται από την Εξίσωση 3.9.

$$\Delta = \frac{V_{measured} - V_{calculated}}{V_{measured}} \tag{3.9}$$

Πίνακας 3.1: Ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά την σύγκρουση και οι αντίστοιχες μετρημένες ταχύτητες (σε m/s)

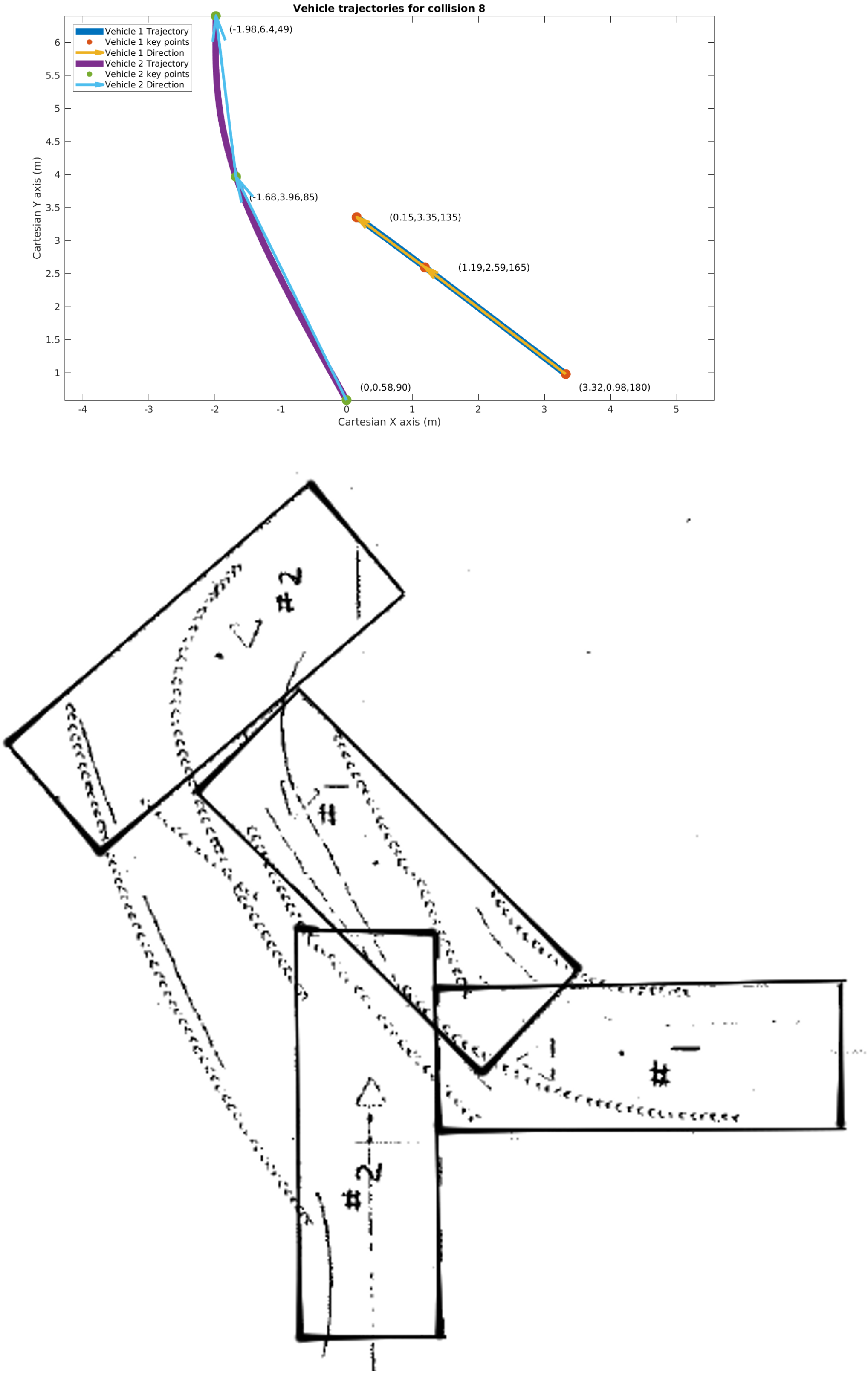
Σύγκρουση	Μέγεθος	V_{1x}	V_{1y}	ω_1	V_{2x}	V_{2y}	ω_2
1	Μετρημένο	-3.76	2.41	-1.57	-2.07	5.17	0
	Ανακατασκευασμένο	-3.02	1.15	-1.45	-3.2	5.69	-0.2
6	Μετρημένο	-5.69	1.26	-0.52	-1.28	5.49	-3.14
	Ανακατασκευασμένο	-5.95	0.94	-0.21	-1.65	7.29	-1.87
7	Μετρημένο	-7.74	1.48	-0.52	-2.22	8.64	-3.35
	Ανακατασκευασμένο	-7.58	1.13	-0.27	-2.71	8.96	-2.08

Πίνακας 3.2: Απόλυτη απόκλιση των υπολογισμένων μεγεθών

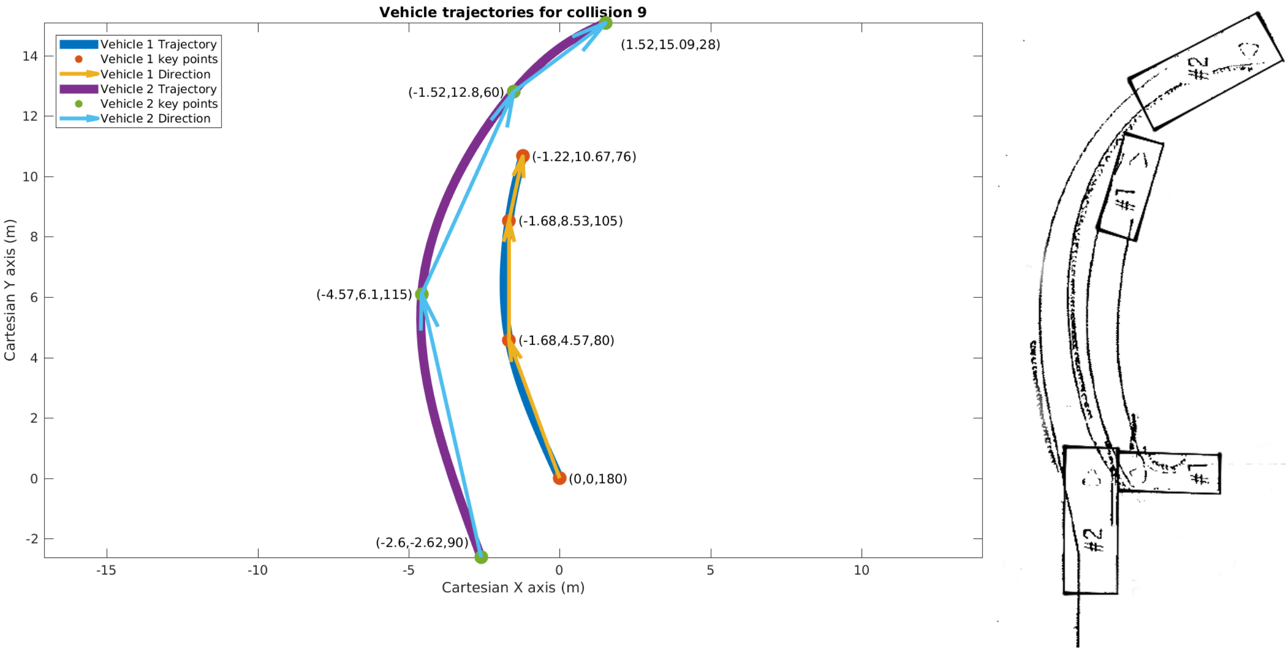
Σύγκρουση	ΔV_{1x}	ΔV_{1y}	$\Delta\omega_1$	ΔV_{2x}	ΔV_{2y}	$\Delta\omega_2$
1	0.197	0.523	0.076	0.546	0.101	N/A
6	0.046	0.254	0.596	0.289	0.328	0.404
7	0.021	0.236	0.481	0.221	0.037	0.379

3.2.2 Κάθετες συγκρούσεις - ΔΒ

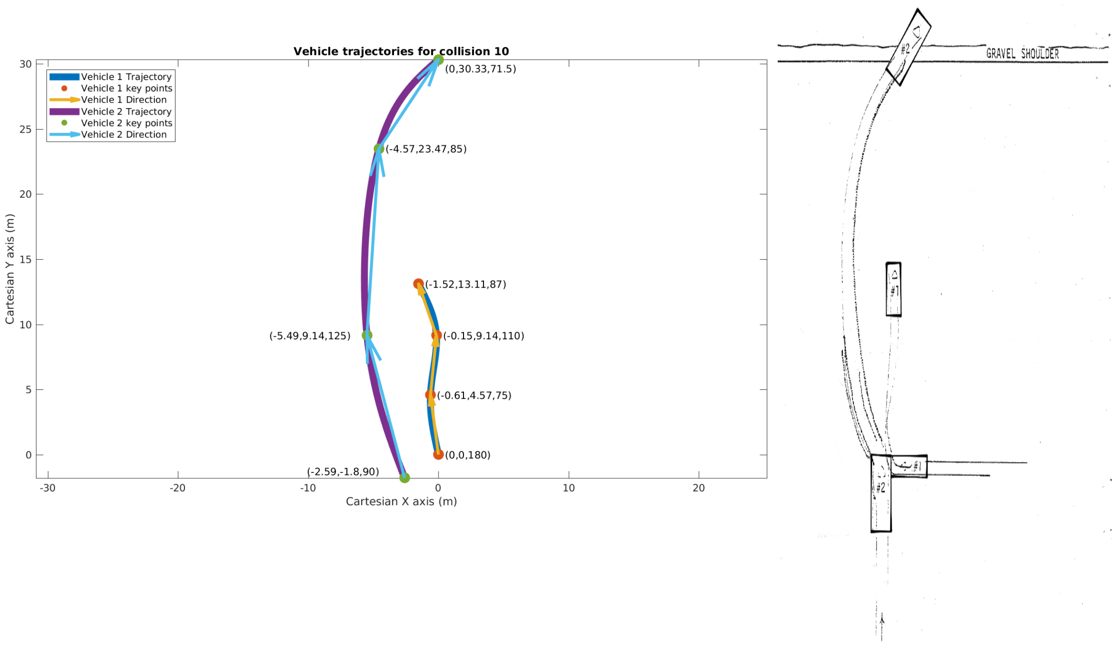
Οι τροχιές που καταγράφηκαν και οι αντίστοιχες ανακατασκευασμένες για τις συγκρούσεις αυτές, φαίνονται στα Σχήματα 3.6-3.8 αντίστοιχα.



Σχήμα 3.6: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της όγδοης σύγκρουσης



Σχήμα 3.7: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της ένατης σύγκρουσης



Σχήμα 3.8: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της δέκατης σύγκρουσης

Οι ανακατασκευασμένες ταχύτητες και οι αντίστοιχες απόλυτες αποκλίσεις τους από τις μετρημένες, παρουσιάζονται στους Πίνακες 3.3 και 3.4 αντίστοιχα.

Πίνακας 3.3: Ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά την σύγκρουση και οι αντίστοιχες μετρημένες ταχύτητες (σε m/s)

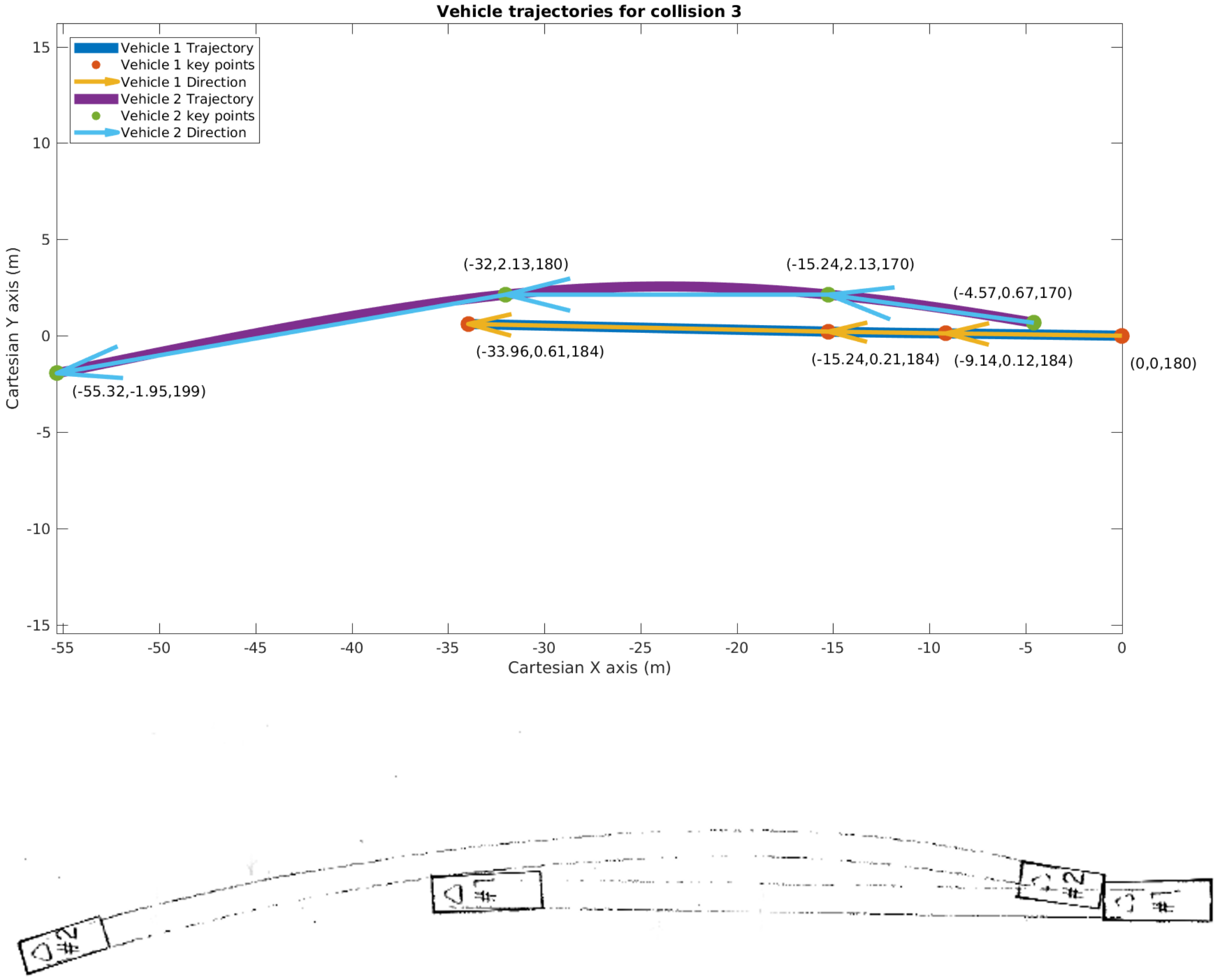
Σύγκρουση	Μέγεθος	V_{1x}	V_{1y}	ω_1	V_{2x}	V_{2y}	ω_2
8	Μετρημένο	-3.12	3.27	-1.99	-3.66	6.01	-0.31
	Ανακατασκευασμένο	-3.74	2.84	-0.3	-3.36	6.02	0.08
9	Μετρημένο	-0.86	4.52	-3.14	-3.02	7.38	0.79
	Ανακατασκευασμένο	-2.73	6.01	-3.06	-2.93	7.93	0.73
10	Μετρημένο	-1.55	8.59	-5.24	-4.44	11.14	1.26
	Ανακατασκευασμένο	-1.5	6.71	-3.72	-4.23	11	1.14

Πίνακας 3.4: Απόλυτη απόκλιση των υπολογισμένων μεγεθών

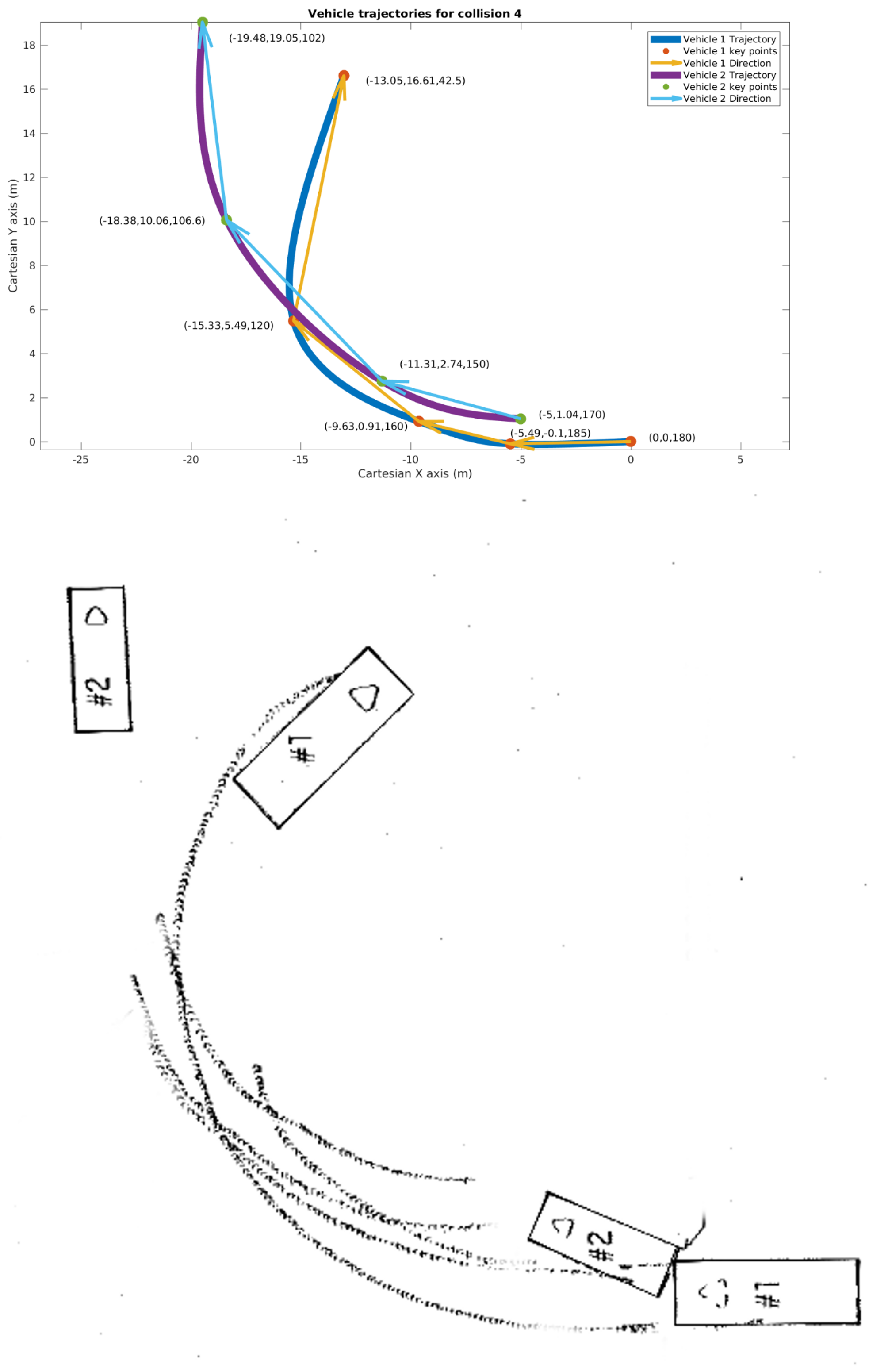
Σύγκρουση	ΔV_{1x}	ΔV_{1y}	$\Delta\omega_1$	ΔV_{2x}	ΔV_{2y}	$\Delta\omega_2$
8	0.199	0.131	0.849	0.082	0.002	1.258
9	2.174	0.33	0.025	0.03	0.075	0.076
10	0.032	0.219	0.29	0.047	0.013	0.095

3.2.3 Οπίσθιες συγκρούσεις - ΔΓ

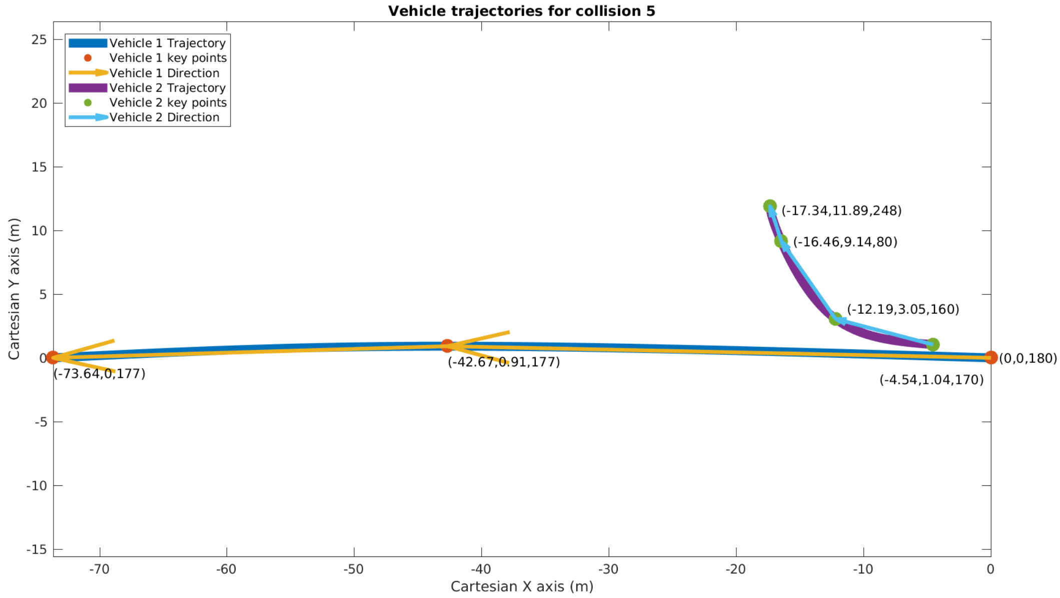
Οι τροχιές που καταγράφηκαν και οι αντίστοιχες ανακατασκευασμένες φαίνονται στα Σχήματα 3.9, 3.10 και 3.11 αντίστοιχα.

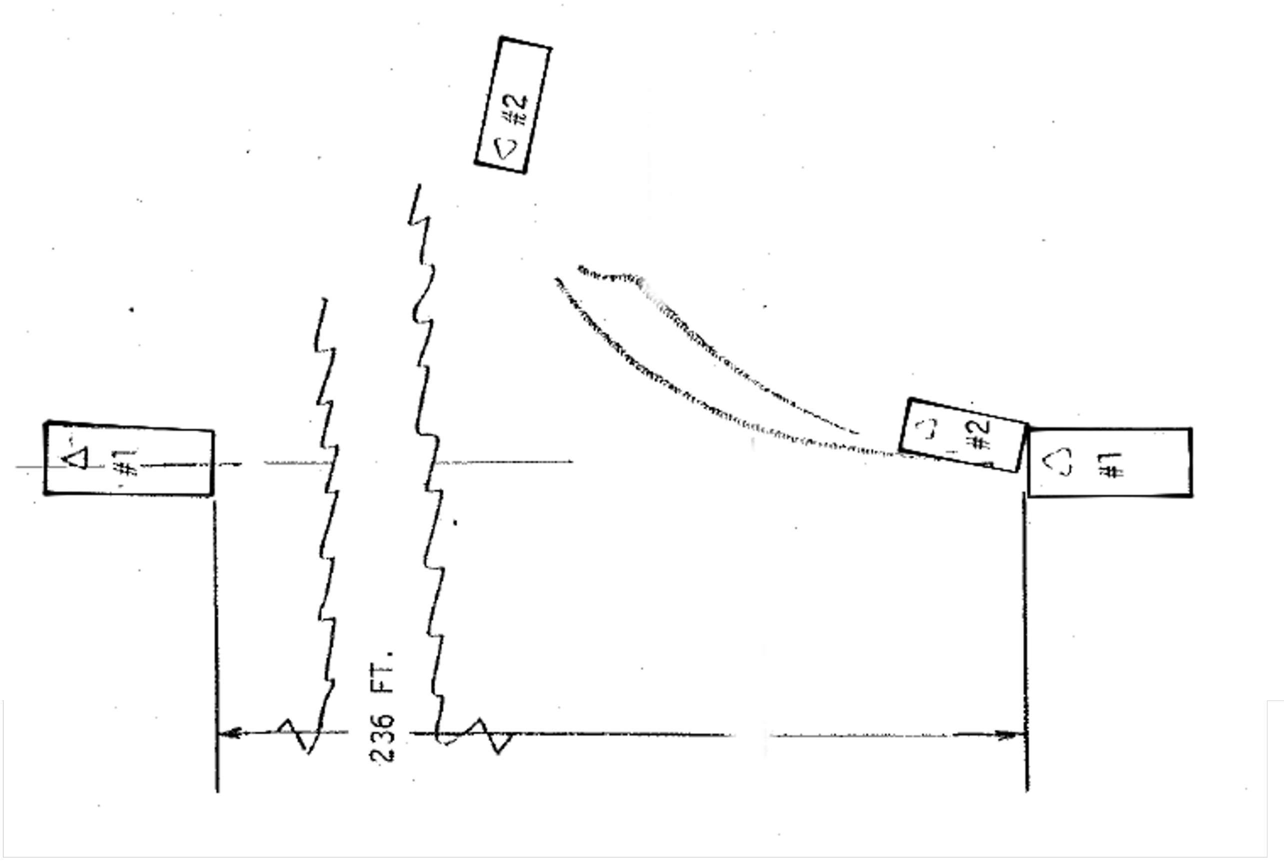


Σχήμα 3.9: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της τρίτης σύγκρουσης



Σχήμα 3.10: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της τέταρτης σύγκρουσης





Σχήμα 3.11: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της πέμπτης σύγκρουσης

Οι ανακατασκευασμένες ταχύτητες και οι αντίστοιχες απόλυτες αποκλίσεις τους από τις μετρημένες, παρουσιάζονται στους Πίνακες 3.5 και 3.6 αντίστοιχα.

Πίνακας 3.5: Ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά την σύγκρουση και οι αντίστοιχες μετρημένες ταχύτητες (σε m/s)

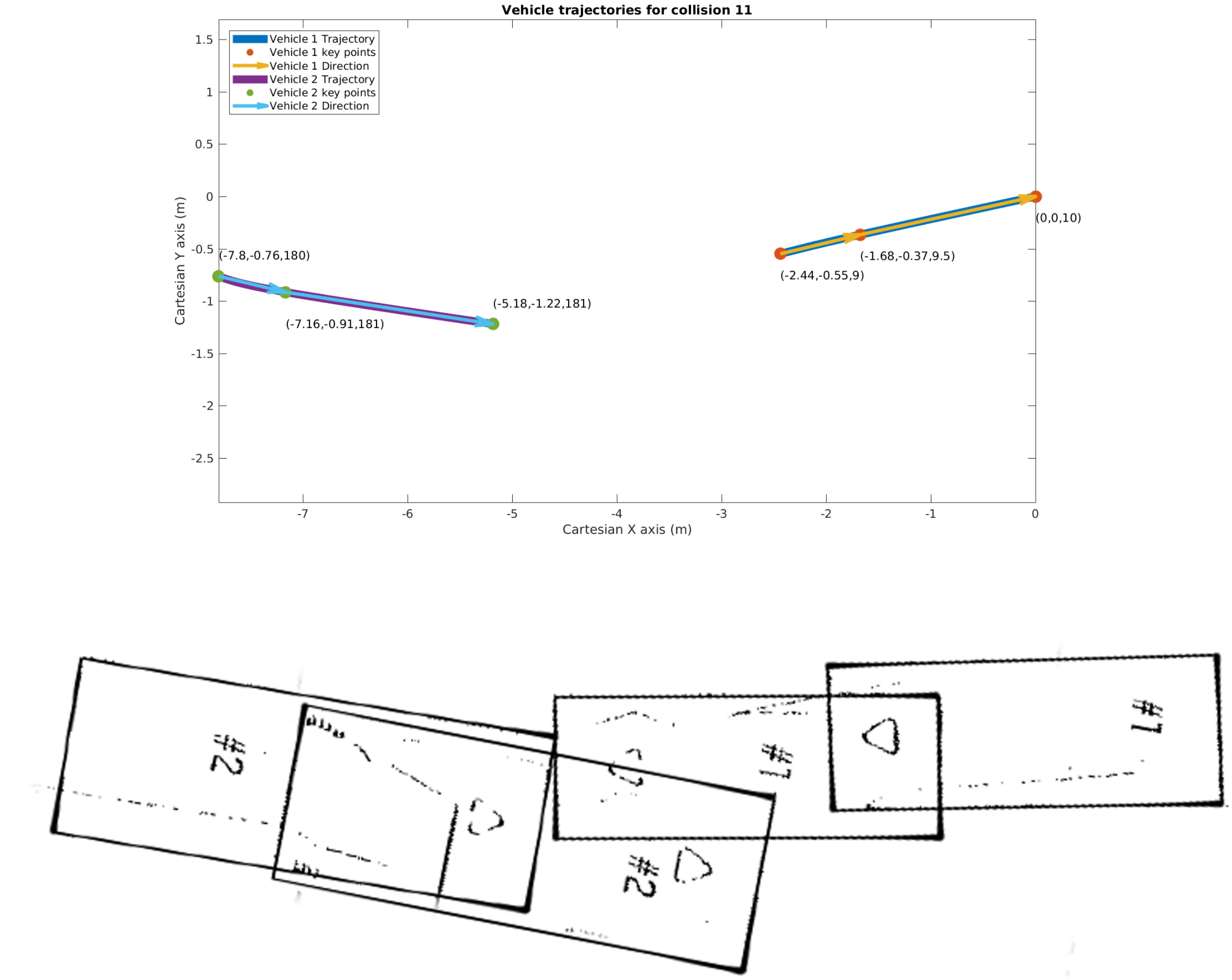
Σύγκρουση	Μέγεθος	V_{1x}	V_{1y}	ω_1	V_{2x}	V_{2y}	ω_2
3	Μετρημένο	-5.23	0.07	-0.26	-6.97	1.14	0
	Ανακατασκευασμένο	-6.5	0.09	0.05	-7.89	1.32	-0.03
4	Μετρημένο	-8.94	-0.44	-0.65	-9.92	0.42	-0.52
	Ανακατασκευασμένο	-11.58	-0.5	0.42	-9.42	0.54	-0.32
5	Μετρημένο	-10.46	0.17	-0.21	-11.32	0.84	-1.22
	Ανακατασκευασμένο	-9.72	0.29	-0.01	-11.82	1	0.62

Πίνακας 3.6: Απόλυτη απόκλιση των υπολογισμένων μεγεθών

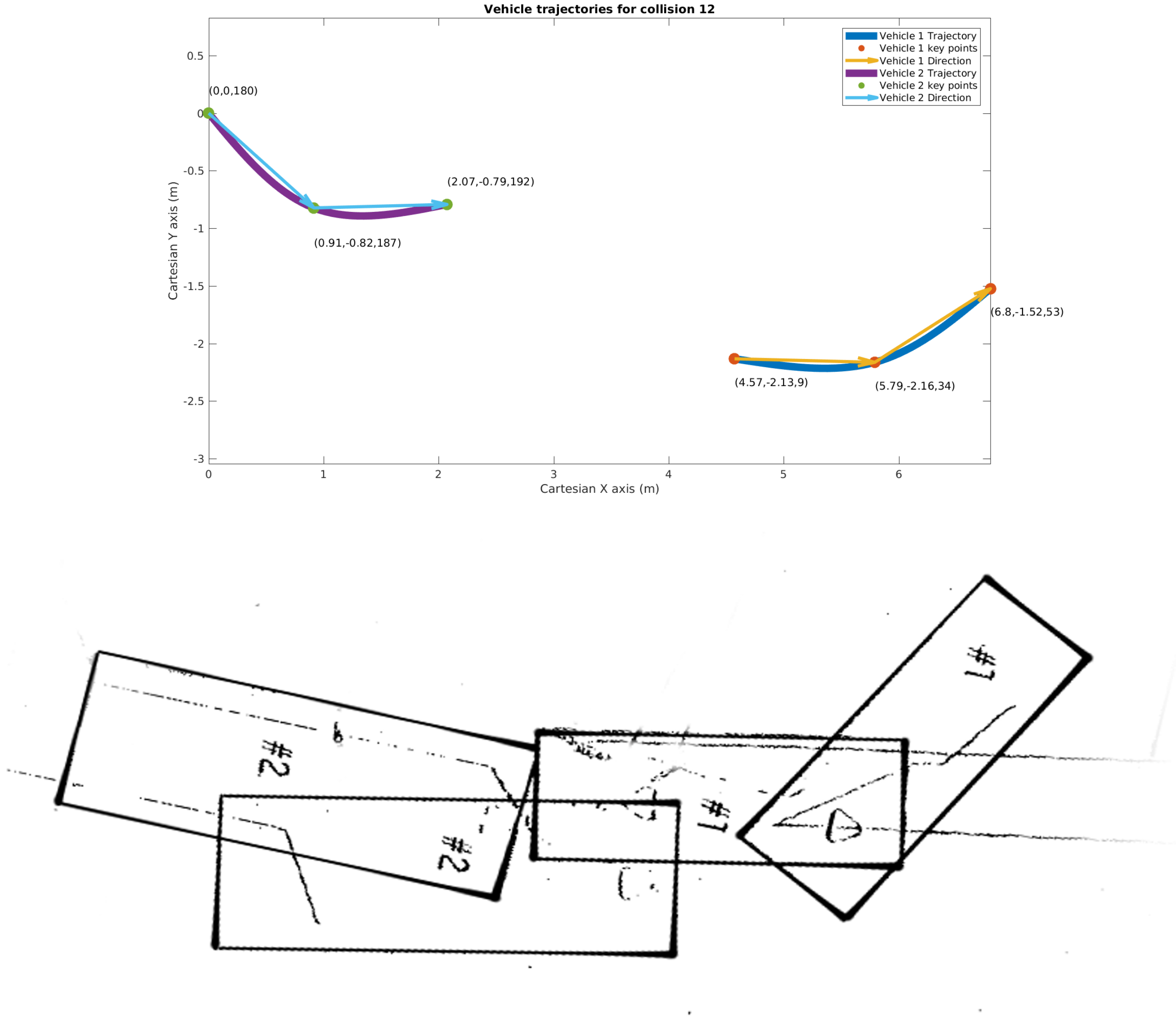
Σύγκρουση	ΔV_{1x}	ΔV_{1y}	$\Delta\omega_1$	ΔV_{2x}	ΔV_{2y}	$\Delta\omega_2$
3	0.243	0.286	1.192	0.132	0.158	N/A
4	0.295	0.136	1.646	0.05	0.286	0.385
5	0.071	0.706	0.952	0.044	0.19	1.508

3.2.4 Μετωπικές συγκρούσεις - ΔΔ

Οι τροχιές που καταγράφηκαν και οι αντίστοιχες ανακατασκευασμένες φαίνονται στα Σχήματα 3.12 και 3.13 αντίστοιχα.



Σχήμα 3.12: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της εντέκατης σύγκρουσης



Σχήμα 3.13: Ανακατασκευασμένη τροχιά και σχηματικό της δωδέκατης σύγκρουσης

Οι ανακατασκευασμένες ταχύτητες και οι αντίστοιχες απόλυτες αποκλίσεις τους από τις μετρημένες, παρουσιάζονται στους Πίνακες 3.7 και 3.8 αντίστοιχα.

Πίνακας 3.7: Ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά την σύγκρουση και οι αντίστοιχες μετρημένες ταχύτητες (σε m/s)

Σύγκρουση	Μέγεθος	V_{1x}	V_{1y}	ω_1	V_{2x}	V_{2y}	ω_2
11	Μετρημένο	1.77	0.62	0.52	1.96	-1.26	0
	Ανακατασκευασμένο	3.16	0.81	0.05	3.41	-1.28	0.24
12	Μετρημένο	4.28	-0.49	1.57	1.93	-2.94	1.05
	Ανακατασκευασμένο	3.71	-0.59	1.33	2.68	-3.25	0.41

Πίνακας 3.8: Απόλυτη απόκλιση των υπολογισμένων μεγεθών

Σύγκρουση	ΔV_{1x}	ΔV_{1y}	$\Delta\omega_1$	ΔV_{2x}	ΔV_{2y}	$\Delta\omega_2$
11	0.79	0.31	0.9	0.74	0.02	N/A
12	0.13	0.17	0.15	0.39	0.11	0.61

3.3 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Αρχικά, συγκρίνοντας την ανακατασκευασμένη τροχιά με το σχηματικό της βάσης δεδομένων RICSAC, φαίνεται ότι τα σημεία κλειδιά σε συνδυασμό με την κυβική spline προσεγγίζουν ικανοποιητικά την εικόνα που δίνει το σχηματικό.

Στον Πίνακα 3.9, παρουσιάζονται οι μετρημένες και οι ανακατασκευασμένες ταχύτητες για όλες τις συγκρούσεις. Επιπλέον, υπολογίζεται η γωνία που έχει το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{V} = (V_x, V_y)$ σε σχέση με το καρτεσιανό σύστημα αναφοράς και το μέτρο του διανύσματος αυτού. Το μέτρο του διανύσματος της ταχύτητας υπόλογίζεται ως $|\vec{V}| = \sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2}$. Η απόκλιση υπολογίζεται από την Εξίσωση 3.9. Στους παρακάτω πίνακες, οι συμβολισμοί ακολουθούν αυτούς του Κεφαλαίου 2.

Πίνακας 3.9: Συγκεντρωμένα αποτελέσματα για την γωνία το μέτρο και την απόλυτη αδιαστατοποιημένη απόκλιση αυτών από τις μετρημένες τιμές για τις ταχύτητες των οχημάτων

Σύγκρουση	Μέγεθος	$\|\vec{V_1}\|(m/s)$	$\|\vec{V_2}\|(m/s)$	$\Delta\vec{V_1}$	$\Delta\vec{V_2}$	$\sphericalangle\vec{V_1}(^o)$	$\sphericalangle\vec{V_2}(^o)$	$\Delta(\sphericalangle\vec{V_1})$	$\Delta(\sphericalangle\vec{V_2})$
1	Μετρημένο	4.47	5.57	0.28	0.17	147.34	111.82	0.08	0.07
	Ανακατασκευασμένο	3.23	6.53			159.15	119.35		
3	Μετρημένο	5.23	7.06	0.24	0.13	179.23	170.71	0.0001	0.001
	Ανακατασκευασμένο	6.5	8			179.21	170.5		
4	Μετρημένο	8.95	9.93	0.29	0.05	-177.18	177.58	0.002	0.005
	Ανακατασκευασμένο	11.59	9.44			-177.53	176.72		
5	Μετρημένο	10.46	11.35	0.07	0.05	179.07	175.76	0.004	0.003
	Ανακατασκευασμένο	9.72	11.86			178.29	175.16		
6	Μετρημένο	5.83	5.64	0.03	0.33	167.51	103.12	0.02	0.004
	Ανακατασκευασμένο	6.02	7.47			171.02	102.75		
7	Μετρημένο	7.88	8.92	0.03	0.05	169.17	104.41	0.01	0.02
	Ανακατασκευασμένο	7.66	9.36			171.52	106.83		
8	Μετρημένο	4.52	7.04	0.04	0.02	133.66	121.34	0.07	0.02
	Ανακατασκευασμένο	4.7	6.89			142.79	119.17		
9	Μετρημένο	4.6	7.97	0.43	0.06	100.77	112.26	0.14	0.02
	Ανακατασκευασμένο	6.6	8.45			114.43	110.28		
10	Μετρημένο	8.73	11.99	0.21	0.02	100.23	111.73	0.02	0.01
	Ανακατασκευασμένο	6.88	11.79			102.6	111.03		
11	Μετρημένο	1.88	2.33	0.74	0.56	19.3	-32.74	0.26	0.37
	Ανακατασκευασμένο	3.26	3.64			14.38	-20.57		
12	Μετρημένο	4.31	3.52	0.13	0.2	-6.53	-56.72	0.38	0.11
	Ανακατασκευασμένο	3.76	4.21			-9.04	-50.49		

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 3.9 από τις αποκλίσεις μεταξύ μετρημένων και υπολογισμένων μεγεθών για τις ταχύτητες και τις γωνίες, οι τιμές κυμαίνονται μεταξύ $3 - 29\%$ με εξαίρεση την ταχύτητα του οχήματος 1 στη σύγκρουση 11 όπου η απόκλιση είναι 74%, την ταχύτητα του οχήματος 1 της σύγκρουσης 9 όπου η απόκλιση είναι 43%. Στη σύγκρουση 11 και το δεύτερο όχημα παρουσιάζει μεγάλη απόκλιση, 56%. Το ίδιο φαίνεται και στις γωνιές της ταχύτητας και των δύο οχημάτων αυτής της σύγκρουσης, που αν και συγκριτικά με αυτές των ταχυτήτων είναι χαμηλότερες σε τιμή (26 και 37% αντίστοιχα για τα δύο οχήματα), συνδυαστικά υποδεικνύουν ότι έχει γίνει κάποια μεταβολή κατά τη σύγκρουση ή στην πορεία της σύγκρουσης η οποία δεν μπορούσε να φανεί ούτε στα σημάδια των ελαστικών, ούτε και στα σχεδιαστικά όργανα, και συνεπώς δεν μπορούσε να ληφθεί υπόψη στην ανάλυση αυτή. Παρατηρώντας τις τιμές των ταχυτήτων για τη σύγκρουση αυτή, φαίνεται ότι είναι σημαντικά χαμηλότερα από τα υπολογισμένα και τα δύο. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι κατά τη σύγκρουση απορροφήθηκε μεγαλύτερη ενέργεια από αυτήν που υποτέθηκε στην ανάλυση αυτή. Συνολικά, φαίνεται ότι υπάρχει αδυναμία ικανοποιητικής ανακατασκευής της εντέκατης σύγκρουσης, τόσο της φάσης σύγκρουσης, όσο και της φάσης μετά τη σύγκρουση.

Με εξαίρεση τη σύγκρουση 11, όπως φαίνεται από τον Πίνακα 3.9, οι αποκλίσεις είναι αντίστοιχες με της βιβλιογραφίας και ειδικότερα στις συγκρούσεις 5,7 και 8, παρατηρούνται σε όλα τα μεγέθη μικρές αποκλίσεις (μέγιστη τιμή 7% στη σύγκρουση 8 για την γωνία της ταχύτητας V_1). Τέλος, η μικρή απόκλιση στην γωνία των διανυσμάτων των ταχυτήτων με το σύστημα αναφοράς, δείχνει ομοιότητα μεταξύ των μετρημένων και υπολογισμένων διανυσμάτων. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι έχει απορροφηθεί μεγαλύτερη ή μικρότερη ενέργεια (ανάλογα με τις τιμές) στην σύγκρουση, καθώς η ενέργεια επηρεάζει μόνο το μέτρο της ταυτητας και όχι την κατεύθυνση της. Δηλαδή, με επιπλέον ή πιο ακριβή δεδομένα για τη σύγκρουση, μπορεί να ανακατασκευαστεί, μειώνοντας τις αποκλίσεις σε πολύ χαμηλότερες τιμές. Αλλά όπως αναφέρθηκε και στην αρχή του κεφαλαίου, οι αβεβαιότητες των μετρημένων μεγεθών, σε συνδυασμό με λανθάνουσες μεταβολές στη σύγκρουση, επηρεάζουν πολύ τα αποτελέσματα.

Τέλος, όσον αφορά τις τιμές των γωνιακών ταχυτήτων, οι αποκλίσεις είναι πολύ μεγάλες (στις περισσότερες περιπτώσεις άνω του 50%), όπως φαίνεται και στον Πίνακα 2.12). Εξαίρεση αποτελούν οι συγκρούσεις 1, 9 και 10, στις οποίες οι αποκλίσεις στις γωνιακές ταχύτητες και των δύο οχημάτων είναι κάτω από 29%. Γενικά, η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος κατά τη σύγκρουση, είναι μια ποσότητα που μεταβάλλεται αρκετά απρόβλεπτα, καθώς δεν μπορεί να ακριβώς η μεταβολή στην κατεύθυνση του οχήματος, αφενός λόγω του πολύ μικρού χρόνου στον οποίο το φαινόμενο λαμβάνει χώρα και αφετέρου, διότι κατά τη σύγκρουση τα οχήματα είναι εκτός ελέγχου άρα και οι κινήσεις που εκτελούν είναι απρόβλεπτες.

Πίνακας 3.10: Απόλυτες αποκλίσεις ανακατασκευασμένων γωνιακών ταχυτήτων

Σύγκρουση	$\Delta\Omega_1$	$\Delta\Omega_2$
1	0.08	0.2
3	1.19	0.03
4	1.65	0.39
5	0.95	1.51
6	0.59	0.40
7	0.48	0.38
8	0.85	1.26
9	0.03	0.08
10	0.29	0.1
11	0.9	0.05
12	0.15	0.61

Κεφάλαιο 4

Ανακατασκευή τροχαίου ατυχήματος

4.1 Περιγραφή του αλγορίθμου

Στα Κεφάλαια 2 και 3, αναλύθηκαν ξεχωριστά οι δύο φάσεις ενός ατυχήματος, δηλαδή αυτή της σύγκρουσης και αυτή μετά τη σύγκρουση μέχρι την ακινητοποίηση των οχημάτων. Οι δύο αλγόριθμοι ανακατασκευής, μπορούν με μικρές τροποποιήσεις να συνδυαστούν, ώστε να πραγματοποιηθεί ανακατασκευή του ατυχήματος . Δηλαδή, ο αλγόριθμος να ξεκινάει από τη θέση ακινητοποίησης των δύο οχημάτων και να καταλήγει στον υπολογισμό των ταχυτήτων αμέσως πριν τη σύγκρουση. Οι ταχύτητες μετά τη σύγκρουση, δίνονται από τον αλγόριθμο ανακατασκευής της φάσης αμέσως μετά τη σύγκρουση των οχημάτων. Συνεπώς, ο αλγόριθμος ανακατασκευής της σύγκρουσης τις δέχεται ως είσοδο και γνωστές. Οπότε, οι άγνωστοι του προβλήματος μειώνονται στους τρεις συντελεστές της σύγκρουσης e, μ και e_m και στις ταχύτητες των οχημάτων αμέσως πριν τη σύγκρουση.

Σύμφωνα με το Κεφάλαιο 2 και την προηγούμενη παράγραφο , η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση είναι αυτή που περιγράφεται από τη Εξίσωση 2.29, δηλαδή η F_1.

$$F_1 = \sum_{i=1}^{n} w_i (U_i - U_{i_{est}})^2 \tag{4.1}$$

πάντα με την υπόθεση ότι είναι διαθέσιμες πειραματικές μετρήσεις για τις αρχικές ταχύτητες ή μπορούν να γίνουν λογικές παραδοχές για αυτές. Ο υπολογιστικός αλγόριθμος που αναπτύχθηκε, συνδυάζει του αλγορίθμους των Κεφαλαίων 2 και 3 και τα αποτελέσματα του παρατίθενται στην επόμενη παράγραφο.

Να σημειωθεί, ότι και σε αυτό το κεφάλαιο, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιείται Σχέση 4.1 με όλες τις μεθόδους που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 2, δηλαδή με αιτιοκρατικές, όπως και με συνδυασμό αιτιοκρατικής και στοχαστικής μεθόδου βελτιστοποίησης. Με χρήση της fmincon, δηλαδή της έτοιμης συνάρτησης αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης του MATLAB, έγινε η ελαχιστοποίηση στης αντικειμενικής συνάρτησης της Εξίσωσης 2.31. Οι δύο στοχαστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης με τις οποίες συνδυάστηκε η fmincon, είναι η μέθοδος «Αναζήτησης Μοτίβου» (Pattern Search) και η «Προσομοιούμενη Ανόπτηση » (Simulated Annealing).

4.2 Αποτελέσματα υπολογιστικής προσομοίωσης

Πριν την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, πρέπει να γίνει μια σημαντική σημείωση. Ο υπολογιστικός κώδικας του κεφαλαίου αυτού είναι συνδυασμός των υπολογιστικών κωδίκων των Κεφαλαίων 2 και 3. Η μόνη τροποποίηση που έγινε είναι στον αλγόριθμο που αναλύει τη φάση σύγκρουσης του Κεφαλαίου 2. Πιο συγκεκριμένα, δέχεται μόνο μια αντικειμενική συνάρτηση, αυτή της Εξίσωσης 4.1, αφού οι ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση υπολογίζονται από τον αλγόριθμο που αναλύει την τροχιά των οχημάτων και υπολογίζει τις ταχύτητες τους. Επιπλέον, ο δεύτερος αλγόριθμος, δηλαδή αυτός που αναλύει την τρίτη φάση της σύγκρουσης (Κεφάλαιο 3), χρησιμοποιήθηκε αυτούσιος. Συνεπώς, και εδώ τα αποτελέσματα για τις ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση είναι ίδια με αυτά του Κεφαλαίου 2 και για αυτό δεν παρουσιάζονται πάλι.

4.2.1 Πλαϊνές συγκρούσεις 60^o - ΔΑ

Στους Πίνακες 4.1-4.3, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τις ταχύτητες που έχουν τα οχήματα αμέσως πριν τη σύγκρουση, καθώς και οι τιμές των τριων συντελεστών του ατυχήματος, με χρήση αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης και για τους συνδυασμούς αιτιοκρατικής με στοχαστική βελτιστοποίση. Επιπλέον, παρατίθενται οι μετρημένες τιμές των ταχυτήτων των οχημάτων, για να είναι δυνατή η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Οι γραμμικές ταχύτητες όπως και στα προηγούμενα κεφάλαια είναι σε m/s και οι γωνιακές σε rad/s.

Πίνακας 4.1: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με χρήση της fmincon και για τις συγκρούσεις ΔΑ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
1	Μετρημένο				-8.95	0	4.43	7.67	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.79	0.2	-8.65	0.33	5.29	6.92	0.26	0.37
6	Μετρημένο				-9.61	0	4.66	8.32	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	1.04	0	-8.93	0.07	3.25	8.71	1.06	0.51
7	Μετρημένο				-13.01	0	6.5	11.27	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	1	0	-12.92	-0.32	4.82	11	2.78	1.01

Πίνακας 4.2: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με συνδυασμό fmincon και simulated annealing για τις συγκρούσεις ΔΑ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
1	Μετρημένο				-8.95	0	4.43	7.67	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.79	0.2	-8.65	0.33	5.29	6.92	0.26	0.37
6	Μετρημένο				-9.61	0	4.66	8.32	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0.74	0	-9.64	0.52	4.4	7.98	0.87	0.42
7	Μετρημένο				-13.01	0	6.5	11.27	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0.84	0	-13.34	0.11	5.4	10.4	2.46	0.97

Πίνακας 4.3: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με συνδυασμό fmincon και pattern search για τις συγκρούσεις ΔΑ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
1	Μετρημένο	0	0	0	-8.95	0	4.43	7.67	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.79	0.2	-8.65	0.33	5.29	6.92	0.26	0.37
6	Μετρημένο	0	0	0	-9.61	0	4.66	8.32	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.69	1.08	0	-8.74	0.07	2.93	8.71	1.85	-1.32
7	Μετρημένο	0	0	0	-13.01	0	6.5	11.27	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0	0.2	-6.83	0.7	-3.77	9.57	0.88	-4.73

4.2.2 Κάθετες συγκρούσεις - ΔΒ

Στους Πίνακες 4.4-4.6, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τις αρχικές ταχύτητες των οχημάτων για τις τρεις κάθετες συγκρούσεις, με χρήση αποκλειστικά αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης όπως και με συνδυασμό αυτής με την Προσομοιούμενη Ανόπτηση και την Αναζήτηση Μοτίβου αντίστοιχα.

Πίνακας 4.4: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με χρήση της fmincon για τις συγκρούσεις ΔΒ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
8	Μετρημένο				-9.3	0	0	9.3	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.18	1.1	0.07	-4.47	2.03	-2.65	6.79	-0.74	1.43
9	Μετρημένο				-9.48	0	0	9.48	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	1.05	0.09	-9.55	-1.14	0.22	11.22	-1.93	1.52
10	Μετρημένο				-14.89	0	0	14.89	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.5	0.2	-17.69	-1.36	3.68	14.95	-1.56	-0.17

Πίνακας 4.5: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με συνδυασμό fmincon και simulated annealing για τις συγκρούσεις ΔΒ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
8	Μετρημένο				-9.3	0	0	9.3	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.25	0.51	0	-8.41	0.47	1.09	8.26	1.1	1.16
9	Μετρημένο				-9.48	0	0	9.48	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	1.05	0.09	-9.55	-1.14	0.22	11.22	-1.93	1.52
10	Μετρημένο				-14.89	0	0	14.89	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.5	0.2	-17.69	-1.36	3.68	14.95	-1.56	-0.17

Πίνακας 4.6: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με συνδυασμό fmincon και pattern search για τις συγκρούσεις ΔΒ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
8	Μετρημένο				-9.3	0	0	9.3	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.26	1.1	0.04	-2.67	4.01	-4.37	4.9	-2.23	0.57
9	Μετρημένο				-9.48	0	0	9.48	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0.8	0.08	-9.49	0.57	0.19	10.43	0.08	0.31
10	Μετρημένο				-14.89	0	0	14.89	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.5	0.2	-17.69	-1.36	3.68	14.95	-1.56	-0.17

4.2.3 Οπίσθιες συγκρούσεις - ΔΓ

Στους Πίνακες 4.7-4.9, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τις αρχικές ταχύτητες των οχημάτων για τις τρεις οπίσθιες συγκρούσεις, με χρήση αποκλειστικά αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης όπως και με συνδυασμό αυτής με την Προσομοιούμενη Ανόπτηση και την Αναζήτηση Μοτίβου αντίστοιχα.

Πίνακας 4.7: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με χρήση της fmincon για τις συγκρούσεις ΔΓ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
3	Μετρημένο				-9.48	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.08	0	0.15	-10.79	0.85	-1.08	0.12	1.02	0.51
4	Μετρημένο				-17.3	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0	0	-17.33	0.5	-0.46	-1.01	1.77	0.22
5	Μετρημένο				-17.75	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.13	0.03	0.15	-16.37	1.25	0.27	-0.74	-1.71	-0.5

Πίνακας 4.8: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με συνδυασμό fmincon και simulated annealing για τις συγκρούσεις ΔΓ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
3	Μετρημένο				-9.48	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.08	0	0.15	-10.79	0.85	-1.08	0.12	1.02	0.51
4	Μετρημένο				-17.3	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0	0	-17.3	0.51	-0.51	-1.03	1.54	0.59
5	Μετρημένο				-17.75	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.13	0.03	0.15	-16.37	1.25	0.27	-0.74	-1.71	-0.5

Πίνακας 4.9: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με συνδυασμό fmincon και pattern search για τις συγκρούσεις ΔΓ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
3	Μετρημένο				-9.48	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.08	0	0.15	-10.79	0.85	-1.08	0.12	1.02	0.51
4	Μετρημένο				-17.3	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0	0	-17.21	0.49	-0.64	-1	1.58	0.49
5	Μετρημένο				-17.75	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.13	0.03	0.15	-16.37	1.25	0.27	-0.74	-1.71	-0.5

4.2.4 Μετωπικές συγκρούσεις - ΔΔ

Στους Πίνακες 4.10-4.12, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τις αρχικές ταχύτητες των οχημάτων για τις δύο μετωπικές συγκρούσεις, με χρήση αποκλειστικά αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης όπως και με συνδυασμό αυτής με την Προσομοιούμενη Ανόπτηση και την Αναζήτηση Μοτίβου αντίστοιχα..

Πίνακας 4.10: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με χρήση της fmincon για τις συγκρούσεις ΔΔ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
11	Μετρημένο				-9.12	0	8.98	-1.58	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0.06	0	-8.14	0.12	10.49	-0.84	-0.15	-0.16
12	Μετρημένο				-14.08	-4.28	13.87	2.44	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.17	0.05	-13.82	-3.5	14.83	-1.22	2.5	1.56

Πίνακας 4.11: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με συνδυασμό fmincon και simulated annealing για τις συγκρούσεις ΔΔ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
11	Μετρημένο				-9.12	0	8.98	-1.58	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0.06	0	-8.14	0.12	10.49	-0.84	-0.15	-0.16
12	Μετρημένο				-14.08	-4.28	13.87	2.44	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.17	0.05	-13.82	-3.5	14.83	-1.22	2.5	1.56

Πίνακας 4.12: Οι αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και οι τρεις συντελεστές, με συνδυασμό fmincon και pattern search για τις συγκρούσεις ΔΔ

Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	U_{1x}	U_{1y}	U_{2x}	U_{2y}	ω_1	ω_2
11	Μετρημένο				-9.12	0	8.98	-1.58	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0.06	0	-8.14	0.12	10.49	-0.84	-0.15	-0.16
12	Μετρημένο				-14.08	-4.28	13.87	2.44	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.17	0.05	-13.82	-3.5	14.83	-1.22	2.5	1.56

4.3 Σχολιασμός - Εγκυρότητα αποτελεσμάτων και σύγκριση των μεθόδων βελτιστοποίησης

Στους Πίνακες 4.13-4.15, παρατίθενται το μέτρο και η κατεύθυνση (γωνία με το καρτεσιανό σύστημα αναφοράς) του διανύσματος της ταχύτητας κάθε οχήματος από την βάση δεδομένων του RICSAC και από την ανακατασκευή καθώς και οι αποκλίσεις των υπολογισμένων από τις μετρημένες, για χρήση αποκλειστικά fmnicon, fmincon και Pattern Search και fmincon και Simulated Annealing αντίστοιχα.

Πίνακας 4.13: Αποτελέσματα ανακατασκευής με χρήση αποκλειστικά της fmincon

Σύγκρουση	Μέγεθος	$\|\vec{U_1}\|(m/s)$	$\|\vec{U_2}\|(m/s)$	$\Delta\vec{U_1}$	$\Delta\vec{U_2}$	$\sphericalangle\vec{U_1}(^o)$	$\sphericalangle\vec{U_2}(^o)$	$\Delta(\sphericalangle\vec{U_1})$	$\Delta(\sphericalangle\vec{U_2})$
1	Μετρημένο	8.95	8.86	0.03	0.02	180	59.99	0.01	0.12
	Ανακατασκευασμένο	8.66	8.71			177.82	52.6		
3	Μετρημένο	9.48	0	0.14	N/A*	180	0	0.03	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	10.82	1.09			175.5	173.66		
4	Μετρημένο	17.3	0	0	N/A*	180	0	0.01	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	17.34	1.11			178.35	-114.49		
5	Μετρημένο	17.75	0	0.08	N/A*	180	0	0.02	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	16.42	0.79			175.63	-69.95		
6	Μετρημένο	9.61	9.54	0.07	0.03	180	60.75	0	0.14
	Ανακατασκευασμένο	8.93	9.3			179.55	69.54		
7	Μετρημένο	13.01	13.01	0.01	0.08	180	60.03	0.01	0.11
	Ανακατασκευασμένο	12.92	12.01			181.42	66.34		
8	Μετρημένο	9.3	9.3	0.47	0.22	180	90	0.14	0.24
	Ανακατασκευασμένο	4.91	7.29			155.58	111.32		
9	Μετρημένο	9.48	9.48	0.01	0.18	180	90	0.04	0.01
	Ανακατασκευασμένο	9.62	11.22			186.81	88.88		
10	Μετρημένο	14.89	14.89	0.19	0.03	180	90	0.02	0.15
	Ανακατασκευασμένο	17.74	15.4			184.4	76.17		
11	Μετρημένο	9.12	9.12	0.11	0.15	180	-9.98	0	0.54
	Ανακατασκευασμένο	8.14	10.52			179.16	-4.58		
12	Μετρημένο	14.72	14.08	0.03	0.06	196.91	9.98	0.01	1.47
	Ανακατασκευασμένο	14.26	14.88			194.21	-4.7		

Πίνακας 4.14: Αποτελέσματα ανακατασκευής με συνδυασμό της fmincon και της Pattern Search

Σύγκρουση	Μέγεθος	$\|\vec{U_1}\|(m/s)$	$\|\vec{U_2}\|(m/s)$	$\Delta\vec{U_1}$	$\Delta\vec{U_2}$	$\sphericalangle\vec{U_1}(^o)$	$\sphericalangle\vec{U_2}(^o)$	$\Delta(\sphericalangle\vec{U_1})$	$\Delta(\sphericalangle\vec{U_2})$
1	Μετρημένο	8.95	8.86	0.03	0.02	180	59.99	0.01	0.12
	Ανακατασκευασμένο	8.66	8.71			177.82	52.6		
3	Μετρημένο	9.48	0	0.14	N/A*	180	0	0.03	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	10.82	1.09			175.5	173.66		
4	Μετρημένο	17.3	0	0	N/A*	180	0	0.01	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	17.22	1.19			178.37	-122.62		
5	Μετρημένο	17.75	0	0.08	N/A*	180	0	0.02	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	16.42	0.79			175.63	-69.95		
6	Μετρημένο	9.61	9.54	0.09	0.04	180	60.75	0	0.18
	Ανακατασκευασμένο	8.74	9.19			179.54	71.41		
7	Μετρημένο	13.01	13.01	0.47	0.21	180	60.03	0.03	0.86
	Ανακατασκευασμένο	6.87	10.29			174.15	111.5		
8	Μετρημένο	9.3	9.3	0.48	0.29	180	90	0.31	0.46
	Ανακατασκευασμένο	4.82	6.57			123.66	131.73		
9	Μετρημένο	9.48	9.48	0	0.1	180	90	0.02	0.01
	Ανακατασκευασμένο	9.51	10.43			176.56	88.96		
10	Μετρημένο	14.89	14.89	0.19	0.03	180	90	1.98	0.15
	Ανακατασκευασμένο	17.74	15.4			-175.6	76.17		
11	Μετρημένο	9.12	9.12	0.11	0.15	180	-9.98	0	0.54
	Ανακατασκευασμένο	8.14	10.52			179.16	-4.58		
12	Μετρημένο	14.72	14.08	0.03	0.06	-163.09	9.98	0.02	1.47
	Ανακατασκευασμένο	14.26	14.88			-165.79	-4.7		

Πίνακας 4.15: Αποτελέσματα ανακατασκευής με συνδυασμό της fmincon και της Simulated Annealing

Σύγκρουση	Μέγεθος	$\|\vec{U_1}\|(m/s)$	$\|\vec{U_2}\|(m/s)$	$\Delta\vec{U_1}$	$\Delta\vec{U_2}$	$\sphericalangle\vec{U_1}(^o)$	$\sphericalangle\vec{U_2}(^o)$	$\Delta(\sphericalangle\vec{U_1})$	$\Delta(\sphericalangle\vec{U_2})$
1	Μετρημένο	8.95	8.86	0.03	0.02	180	59.99	0.01	0.12
	Ανακατασκευασμένο	8.66	8.71			177.82	52.6		
3	Μετρημένο	9.48	0	0.14	N/A*	180	0	0.03	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	10.82	1.09			175.5	173.66		
4	Μετρημένο	17.3	0	0	N/A*	180	0	0.01	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	17.31	1.15			178.31	-116.34		
5	Μετρημένο	17.75	0	0.08	N/A*	180	0	0.02	N/A*
	Ανακατασκευασμένο	16.42	0.79			175.63	-69.95		
6	Μετρημένο	9.61	9.54	0	0.04	180	60.75	0.02	0.01
	Ανακατασκευασμένο	9.65	9.11			176.91	61.13		
7	Μετρημένο	13.01	13.01	0.03	0.1	180	60.03	0	0.04
	Ανακατασκευασμένο	13.34	11.72			179.53	62.56		
8	Μετρημένο	9.3	9.3	0.09	0.1	180	90	0.02	0.08
	Ανακατασκευασμένο	8.42	8.33			176.8	82.48		
9	Μετρημένο	9.48	9.48	0.01	0.18	180	90	0.04	0.01
	Ανακατασκευασμένο	9.62	11.22			186.81	88.88		
10	Μετρημένο	14.89	14.89	0.19	0.03	180	90	0.02	0.15
	Ανακατασκευασμένο	17.74	15.4			184.4	76.17		
11	Μετρημένο	9.12	9.12	0.11	0.15	180	-9.98	0	0.54
	Ανακατασκευασμένο	8.14	10.52			179.16	-4.58		
12	Μετρημένο	14.72	14.08	0.03	0.06	196.91	9.98	0.01	1.47
	Ανακατασκευασμένο	14.26	14.88			194.21	-4.7		

N/A*: Not Applicable, διότι η μετρημένη τιμή είναι μηδέν, συνεπως, η απόκλιση δεν μπορεί να οριστεί.

Παρατηρώντας τους παραπάνω πίνακες, το πρώτο συμπέρασμα επικεντρώνεται στα ίδια αποτελέσματα μεταξύ των τριων μεθόδων βελτιστοποίησης, με ελάχιστες και αμελητέες διαφορές μεταξύ

των μεθόδων. Πιο συγκεκριμένα, ο συνδυασμός fmincon και Pattern Search, παρουσιάζει αμελητέες διαφορές σε σχέση με την fmincon. Οι μικρότερες αποκλίσεις, αναφορικά με τις γραμμικές ταχύτητες, παρατηρούνται για τον συνδυασμό της fmincon και της Simulated Annealing στα εξής μεγέθη:
1) Μέτρο της $\vec{U_1}$ στις συγκρούσεις 7 και 8 (6.87 έναντι 13.34 με αντίστοιχες αποκλίσεις 0.47 έναντι μόλις 0.03 για τη σύγκρουση 7 και 4.82 έναντι 9.48 με αποκλίσεις 0.48 έναντι 0.09 για τη σύγκρουση 8)
2)Μέτρο της $\vec{U_2}$ στις ίδιες συγκρούσεις με τις αποκλίσεις να είναι πάλι πολύ μικρότερες (0.21 έναντι 0.1 και 0.29 πάλι έναντι 0.1)

Γενικά, στα αποτελέσματα της μεθόδου συνδυασμού της fmincon με την Simulated Annealing, οι αποκλίσεις του μέτρου των ταχυτήτων βρίσκονται σε πολύ χαμηλά επίπεδα (1-19 %), με εξαίρεση τις ταχύτητες στις τρεις οπίσθιες συγκρούσεις (3, 4 και 5), όπου ενώ θα έπρεπε το δεύτερο όχημα να είναι ακινητοποιημένο, η ανακατασκευή δίνει μικρή ταχύτητα (1.09, 1.15 και 0.76 m/s αντίστοιχα για τις συγκρούσεις αυτές). Όμως, λόγω της πολύ υψηλότερης ταχύτητας του πρώτου οχήματος, η τιμή αυτή δεν θεωρείται σημαντική.

Πολύ χαμηλές αποκλίσεις παρατηρούνται και στις γωνίες των διανυσμάτων των ταχυτήτων με το καρτεσιανό σύστημα αναφοράς (1-12%). Εξαίρεση αποτελούν πάλι οι τρεις οπίσθιες συγκρούσεις (3, 4, 5), στις οποίες από 0 που θα έπρεπε να είναι η γωνιά του διανύσματος της ταχύτητας του δεύτερου οχήματος, η υπολογισμένη γωνία είναι πολύ μεγαλύτερη όπως φαίνεται και στους Πίνακες 4.13-4.15. Όμως, παρατηρώντας το μέγεθος των συνιστωσών της ταχύτητας του δεύτερου οχήματος στους Πίνακες 4.7-4.9, φαίνεται ξεκάθαρα ότι αυτό είναι πολύ μικρότερο από αυτό της ταχύτητας του πρώτου οχήματος, οπότε η απόκλιση αυτή αν και φαινομενικά μεγάλη δεν είναι σημαντική στο συνολικό αποτέλεσμα της σύγκρουσης. Πρόβλημα στην ανακατασκευή θα υπήρχε, αν το ανακατασκευασμένο μέτρο της ταχύτητας του δεύτερου οχήματος είχε τιμή συγκρίσιμη με αυτήν του πρώτου οχήματος (ο λόγος των μέτρων τους να είναι μεγαλύτερος του 0.2). Στην περίπτωση αυτή, η εικόνα των αποτελεσμάτων δεν θα αντικατόπτριζε την πραγματική σύγκρουση, αλλά κάποια άλλη σύγκρουση, στην οποία και το δεύτερο όχημα θα είχε κάποια ταχύτητα πριν τη σύγκρουση και δεν θα ήταν ακίνητο (ή έστω θα κινούταν με μια αμελητέα ταχύτητα σχετικά με αυτήν του άλλου οχήματος).

Στον Πίνακα 3.16 φαίνονται οι γωνιακές ταχύτητες, ανακατασκευασμένες και μετρημένες και από τους τρεις αλγορίθμους βελτιστοποίησης με τους οποίους έγινε η ανακατασκευή των συγκρούσεων. Να σημειωθεί ότι επειδή όλες οι γωνιακές ταχύτητες πριν τη σύγκρουση είναι μηδενικές (τα οχήματα κινούνται ευθύγραμμα), δεν ορίζεται η απόλυτη ποσοστιαία απόκλιση. Για αυτό θα γίνει απευθείας σύγκριση των τιμών του Πίνακα 3.16.

Πίνακας 4.16: Ανακατασκευασμένες και μετρημένες γωνιακές ταχύτητες από τους τρεις αλγορίθμους βελτιστοποίησης

	Αλγόριθμος	$Fmincon$		$Fmincon\&PS$		$Fmincon\&SA$	
	Σύγκρουση	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
1	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	0.26	0.37	0.26	0.37	0.26	0.37
3	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	1.02	0.51	1.02	0.51	1.02	0.51
4	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	1.77	0.22	1.58	0.49	1.54	0.59
5	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1.71	-0.5	-1.71	-0.5	-1.71	-0.5
6	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	1.06	0.51	1.85	-1.32	0.87	0.42
7	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	2.78	1.01	0.88	-4.73	2.46	0.97
8	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.74	1.43	-2.23	0.57	1.1	1.16
9	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1.93	1.52	0.08	0.31	-1.93	1.52
10	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-1.56	-0.17	-1.56	-0.17	-1.56	-0.17
11	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.15	-0.16	-0.15	-0.16	-0.15	-0.16
12	Μετρημένο	0	0	0	0	0	0
	Ανακατασκευασμένο	2.5	1.56	2.5	1.56	2.5	1.56

Από τον παραπάνω πίνακα, το πρώτο συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι με κανέναν από τους τρεις αλγορίθμους βελτιστοποίησης δεν μπορεί να επιτευχθεί τιμή κοντινή στο μηδέν για όλες τις συγκρούσεις. Οπότε συνολικά, ο συνδυασμός της fmincon και της Simulated Annealing, δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα για τις γραμμικές ταχύτητες και παρόμοια με τις άλλες μεθόδους για τις γωνιακές και για αυτό κρίνεται ο πιο κατάλληλος από τους τρεις για την ανακατασκευή μιας σύγκρουσης.

Κεφάλαιο 5

Εναλλακτική προσέγγιση στην ανακατασκευή τροχαίου ατυχήματος

5.1 Εισαγωγή

Στα προηγούμενα Κεφάλαια, περιγράφηκαν οι μέθοδοι ανάλυσης των ξεχωριστών φάσεων μιας σύγκρουσης και ο αλγόριθμος για την ανακατασκευή ενός τροχαίου ατυχήματος με φορά αντίστροφη ως προς το χρόνο. Στους αλγορίθμους που έχουν περιγραφεί έως τώρα, πολλές παράμετροι καθορίζονται από το χρήστη. Επιπλέον, πολλά δεδομένα μεγέθη όπως μετρημένες ταχύτητες ή σημεία της τροχιάς οχήματος περιέχουν ποσοστό σφάλματος, το οποίο επηρεάζει ανάλογα τους υπολογισμούς.

Ο συνδυασμός όμως παραμέτρων που περιέχουν σφάλμα, είναι αυτός που επηρεάζει πιο σημαντικά τα αποτελέσματα που λαμβάνονται. Το σφάλμα σε μια μετρημένη τιμή μιας μεταβλητής, μπορεί να γραφεί στη μορφή της Εξίσωσης 5.1.

$$X = A \pm \sigma \tag{5.1}$$

όπου, A είναι η τιμή της μεταβλητής και σ είναι το σφάλμα.

Από τη στατιστική, για πράξεις μεταξύ μεγεθών που περιέχουν σφάλμα, το συνολικό σφάλμα του αποτελεσματος προκύπτει από τον κανόνα διάδοσης σφαλμάτων, ο οποίος δίνεται από την Εξίσωση 5.2. Από τον Πίνακα 5.1 φαίνεται, ότι το συνολικό σφάλμα αυξάνεται σε όλες τις περιπτώσεις, εκτός από την περίπτωση του ημιαθροίσματος και της λογαρίθμισης, στις οποίες μειώνεται. Αυτή η διαπίστωση, οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι αν οι τιμές των μεταβλητών, έχουν κάποιο σφάλμα, όταν αυτές οι μεταβλητές εμπλέκονται σε μαθηματικές Εξισώσεις, το αποτέλεσμα θα έχει μεγαλύτερο σφάλμα.

$$\sigma_z = \sqrt{(\frac{\partial z}{\partial x}\sigma_x)^2 + (\frac{\partial z}{\partial y}\sigma_y)^2} \tag{5.2}$$

Στον Πίνακα 5.1, δίνονται οι Εξισώσεις που εκφράζουν το σφάλμα σε απλές πράξεις μεταξύ μεταβλητών, όπως αυτές προκύπτουν με εφαρμογή του κανόνα διάδοσης σφαλμάτων της Εξίσωσης 5.2.

Πίνακας 5.1: Σφάλματα απλών μαθηματικών σχέσεων

Πράξη	Σφάλμα αποτελέσματος
$z = x + y$	$\sigma_z = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$
$z = xy$	$\sigma_z = z\sqrt{(\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2}$
$z = x/y$	$\sigma_z = z\sqrt{(\frac{\sigma_x}{x})^2 - (\frac{\sigma_y}{y})^2}$
$z = x^n$	$\sigma_z = zn(\frac{\sigma_x}{x})$
$z = ln(x)$	$\sigma_z = (\frac{\sigma_x}{x})^2$
$z = \frac{x+y}{2}$	$\sigma_z = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$

Η αύξηση του σφάλματος, οδηγεί στην αναζήτηση ενός τρόπου ελαχιστοποίησης του. Αρχικά, πρέπει να γίνει απαρίθμιση των μεταβλητών μιας σύγκρουσης, οι οποίες δύναται να περιέχουν σφάλμα.

Από τον τρόπο επιλογής των σημείων κλειδιών της τροχιάς των οχημάτων, όπως και η κατεύθυνση του οχήματος στα σημεία αυτά, φαίνεται ξεκάθαρα ότι υπαρχει πιθανό σφάλμα στην τιμή τους, η οποία είναι συνδυασμός του σφάλματος του χρήστη και του ίδιου του σχηματικού το οποίο σχεδιάζεται από όργανο. Επιπλέον, οι μετρήσεις των ταχυτήτων που έγιναν τότε, προφανώς περιέχουν σφάλμα το οποίο είναι συνδυασμός του σφάλματος της μετρητικής διάταξης και της επεξεργασίας των τιμών.

Η μείωση αυτού του σφάλματος, μπορεί να επιτευχθεί με την βελτιστοποίηση ολόκληρης της σύγκρουσης, με μεταβλητές σχεδιαμού, αυτές που περιέχουν το μεγαλύτερο σφάλμα. Αυτές είναι, τα σημεία κλειδιά που επιλέγονται για το σχεδιασμό της τροχιάς και η κατεύθυνση του οχήματος σε αυτά, όπως και οι ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά τη σύγκρουση. Οι μετρημένες ταχύτητες πριν τη σύγκρουση, μπορούν να θεωρηθούν αρκετά ακριβείς, καθώς δεν λαμβάνουν χώρα ραγδαίες μεταβολές οι οποίες αλλοιώνουν την ποιότητα των μετρήσεων. Από την άλλη, κατά τη σύγκρουση οι ισχυρές δυνάμεις που προκαλούνται από την Ορμή που έχει το κάθε όχημα και οι παραμορφώσεις που δημιουργούνται στο σκελετό και γενικότερα στα εξαρτήματα του οχήματος, είναι πολύ πιθανό να έχουν επίδραση στις μτρήσεις που θα ληφθούν. Ένας ακόμα παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπόψη, είναι η συχνότητα δειγματοληψίας των μετρητικών οργάνων, η οποία σύμφωνα με το [11], είναι αρκετά αραιή, οπότε οι ταχύτητες που μετρήθηκαν και θεωρήθηκαν ως ταχύτητες αμεσως μετά τη σύγκρουση, είναι πολύ πιθανό να διαφέρουν από τις πραγματικές.

5.2 Περιγραφή του εναλλακτικού αλγορίθμου ανακατσκευής

5.2.1 Κατάστρωση αντικειμενικής συνάρτησης

Όπως αναλύθηκε και στο δεύτερο Κεφάλαιο, η ταχύτητα του οχήματος σε κάθε σημείο της τροχιάς του (και συνεπως και στο σημείο σύγκρουσης), σύμφωνα με την Εξίσωση 3.2, εξαρτάται από την ταχύτητα του οχήματος στο προηγούμενο σημείο, τον συντελεστή απωλειών $DragF$, και το μήκος του εκάστοτε υποδιατήματος της τροχιάς ΔS. Με τη σειρά του, ο συντελεστής απωλειών $DragF$, εξαρτάται, σύμφωνα με την Εξίσωση 3.3, από την γωνία πλαγιολίσθησης θ_{crab}. Τέλος, η γωνία πλαγιολίσθησης, εξαρτάται από την κατεύθυνση του οχήματος και από την σχετική γωνία του υποδιαστήματος με το καρτεσιανό σύστημα αναφοράς. Τα παραπάνω μπορούν να συνοψιστούν σε μια γενική σχέση για την έκφραση της ταχύτητας σε κάθε σημείο, η οποία δίνεται από την Εξίσωση 5.3.

$$V_i = \sqrt{V_{i+1}^2 + 2g((\mu\sqrt{(LF_i \cos^2(\frac{1}{2}(\psi_i + \psi_{i+1}) - \theta_i)) + \sin^2(\frac{1}{2}(\psi_i + \psi_{i+1}) - \theta_i)})\Delta S_i + Z_{i+1} - Z_i)} \tag{5.3}$$

Η Εξίσωση 5.3, εκφράζει την ταχύτητα του οχήματος συναρτήσει όλων των παραμέτρων που θα τεθούν ως μεταβλητές σχεδιασμού στην βελτιστοποίηση που θα ακολουθήσει. Για την βελτιστοποίηση χρειάζεται μια κατάλληλη αντικειμενική συνάρτηση, η οποία να περίεχει όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την κατάστρωση της κατάλληλης αντικειμενικής συνάρτησης είναι η ακόλουθη. Αρχικά, με χρήση του αλγορίθμου ανακατασκευής της φάσης σύγκρουσης, με γνωστές τις αρχικές ταχύτητες των οχημάτων και ελαχιστοποιώντας την αντικειμενική συνάρτηση της Εξίσωσης 2.28, υπολογίζονται οι ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση. Αφού υπολογιστούν οι ταχύτητες αμέσως μετά τη σύγκρουση, η Κινητική Ενέργεια του οχήματος, υπολογίζεται από την Εξίσωση 5.4.

$$K_{vehicle} = K_{linear} + K_{rotational} = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I\Omega^2 \tag{5.4}$$

όπου m είναι η μάζα του οχήματος σε kg και I, η ροπή αδράνειας του σε $kg \times m^2$.

Όμοιως, με χρήση του αλγορίθμου ανακατασκευής της φάσης αμέσως μετά τη σύγκρουση, υπολογίζονται οι ταχύτητες που έχουν τα οχήματα αμέσως μετά τη σύγκρουση. Συνεπώς, η κινητική ενέργεια και με αυτή την προσέγγιση, εκφράζεται από την Εξίσωση 5.4.

Αφού και οι δύο αλγόριθμοι καταλήγουν στο ίδιο σημείο, δηλαδή στον υπολογισμό των ταχυτήτων αμέσως μετα τη σύγκρουση, είναι προφανές ότι και οι κινητικές ενέργειες που υπολογίζονται από κάθε αλγόριθμο πρέπει να είναι ίδιες, δηλαδή πρέπει να ισχύει

$$K_{collision} = K_{trajectory} \tag{5.5}$$

όπου ο όρος «collision» , αναφέρεται στην κινητική ενέργεια που υπολογίζεται με χρήση του αλγορίθμου προσομοίωσης της φάσης σύγκρουσης, ενώ ο όρος «trajectory» , αναφέρεται στην χρήση του αλγοριθμού προσομοίωσης της φάσης αμέσως μετά τη σύγκρουση εως την ακινητοποίηση των οχημάτων.

Με βάση τα παραπάνω, και την Εξίσωση 5.5, η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση, φαίνεται στην Εξίσωση 5.6. Για συντομία, η κινητική ενέργεια που υπολογίζεται από τον αλγόριθμο της σύγκρουσης θα συμβολίζεται με K_c, ενώ αυτή από τον αλγόριθμο για τη φάση αμέσως μετά τη σύγκρουση με K_t.

$$F = |K_{c_1} - K_{t_1}| + |K_{c_2} - K_{t_2}| \tag{5.6}$$

Χωρίζοντας την κινητική ενέργεια του οχήματος σε αυτήν που οφείλεται στην γραμμική ταχύτητα V και αυτήν από την γωνιακή Ω, η Εξίσωση 5.6, παίρνει την τελική της μορφή που εκφράζεται από την Εξίσωση 5.7.

$$F = |K_{r_{c_1}} - K_{r_{t_1}}| + |K_{l_{c_1}} - K_{l_{t_1}}| + |K_{r_{c_2}} - K_{r_{t_2}}| + |K_{l_{c_2}} - K_{l_{t_2}}| \tag{5.7}$$

Στην Εξίσωση 5.7, ο δείκτης l (linear), εκφράζει την κινητική ταχύτητα από την γραμμική ταχύτητα του οχήματος, ενώ ο δείκτης r (rotational), την κινητικη ενέργεια από τη γωνιακή ταχύτητα του οχήματος.

Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις της κινητικής ενέργειας από την Εξίσωση 5.4, στην Εξίσωση 5.7, καταλήγουμε στην τελική αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση, στην Εξίσωση 5.8.

$$F = \frac{1}{2}(m_1|V_{c_1}^2 - V_{t_1}^2| + m_2|V_{c_2}^2 - V_{t_2}^2| + I_1|\Omega_{c_1}^2 - \Omega_{t_1}^2| + I_2|\Omega_{c_2}^2 - \Omega_{t_2}^2|) \tag{5.8}$$

5.2.2 Περιορισμοί των μεταβλητών σχεδιασμού

Όσον αφορά τους τρεις συντελεστές της σύγκρουσης (e, μ, e_m), τα όρια τους είναι ίδια όπως και στο Κεφάλαιο 2, δηλαδή

$$0 \leq e \leq 0.2 \qquad 0 \leq \mu \leq 1.1 \qquad -1 \leq e_m \leq 0$$

Όσον αφορά τα σημεία κλειδιά της τροχιάς, θεωρώντας αρκετά ακριβή την καταγραφή της θέσης του κέντρου βάρους κατά τη σύγκρουση και την ακινητοποίηση των οχημάτων, δόθηκε ελευθερία κίνησης σε αυτά τα σημεία κατά x και y ίση με 0.05 m, συνεπως, τα σημεία αυτά μπορούν να κινηθούν εντός ενός κύκλου με κέντρο το αρχικό σημείο και ακτίνα R ίση με $R = 0.05\sqrt{2} = 0.0707m$. Τα ενδιάμεσα σημεία κλειδιά, λόγω της χειροκίνητης επιλογής από το χρήστη, έχουν το μεγαλύτερο σφάλμα και συνεπώς τους δόθηκε μεγαλύτερη ελευθερία κίνησης κατά x και y, ίση με 0.4 m, με την ακτίνα κίνησης τους στην περίπτωση αυτή να είναι $R = 0.566m$. Όσον αφορά τις ταχύτητες, ομοίως με το Κεφάλαιο 2, τα όρια για τις γραμμικές ταχύτητες είναι $-20 \leq V \leq 20 \quad m/s$, και για τις γωνιακές $-5 \leq \Omega \leq 5 \quad rad/s$. Τέλος, όσον αφορά την κατεύθυνση του οχήματος σε κάθε σημείο, λόγω των απότομων και μεγάλων μεταβολών που συμβαίνουν κατά τη σύγκρουση, τα οχήματα βρίσκονται εκτός ελέγχου, πλαγιολισθαίνουν και συνεπώς η κατεύθυνση τους κατά την πορεία τους είναι δύσκολο να προσδιοριστεί. Για το λόγο αυτό, σε όλες τις γωνίες που εκφράζουν την κατεύθυνση του οχήματος στα σημεία κλειδιά, δόθηκε περιθώριο μεταβολής $\pm 10^o$ από την αρχική τιμή.

5.3 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

5.3.1 Πλαϊνές συγκρούσεις 60^o - ΔΑ

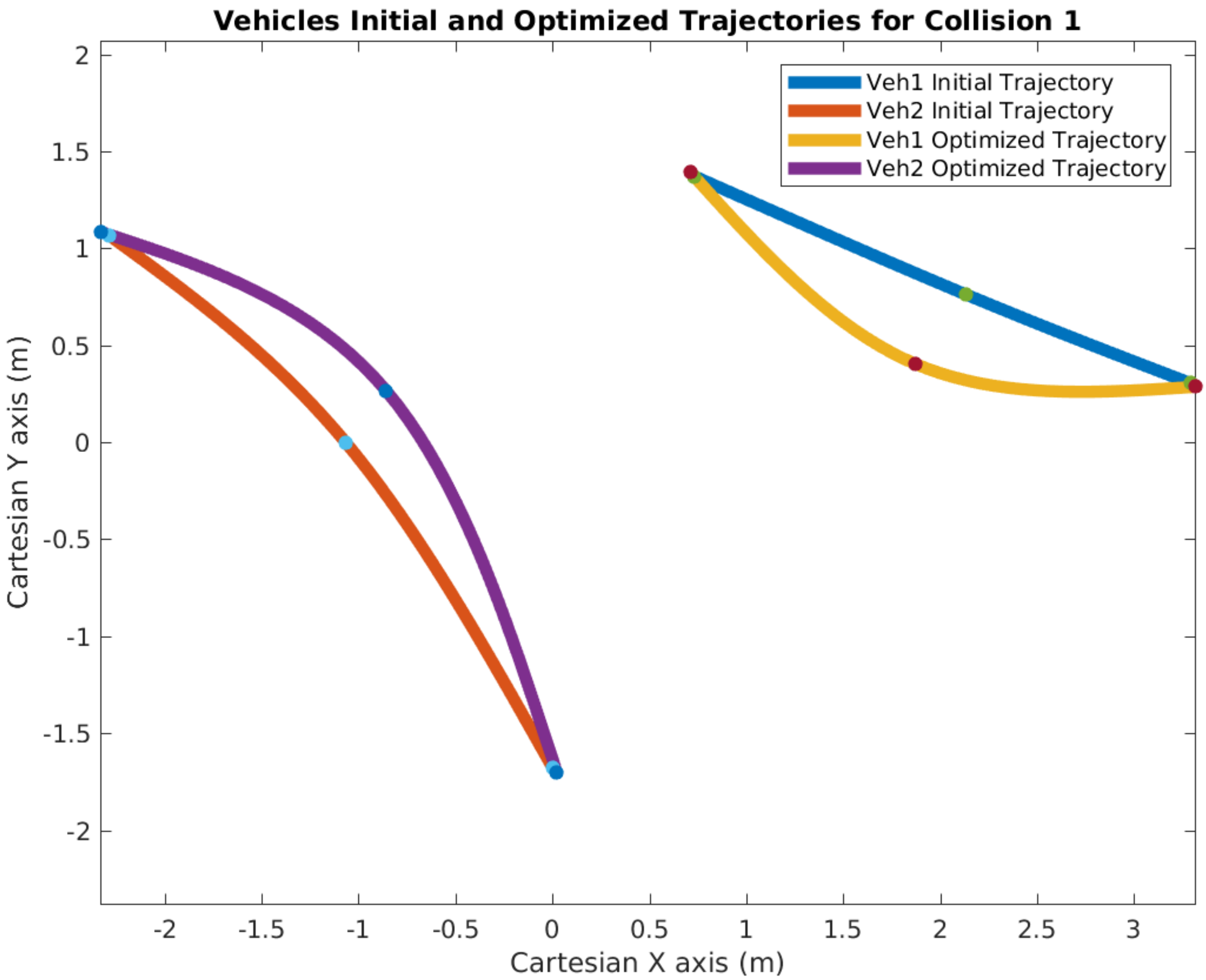
Στους Πίνακες 5.2 και 5.3, φαίνονται οι ταχύτητες που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση σε σύγκριση με τις μετρημένες και οι γωνίες κατεύθυνσης του οχήματος που προέκυψαν σε σύγκριση με αυτές που υποτέθηκαν. Στα Σχήματα 5.1-5.3 φαίνονται μαζί, η αρχική τροχιά και η βελτιστοποιημένη για κάθε μια από τις τρεις συγκρούσεις αυτής της διαμόρφωσης.

Πίνακας 5.2: Ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά την σύγκρουση και μετρημένες τιμές, για τις συγκρούσεις ΔΑ

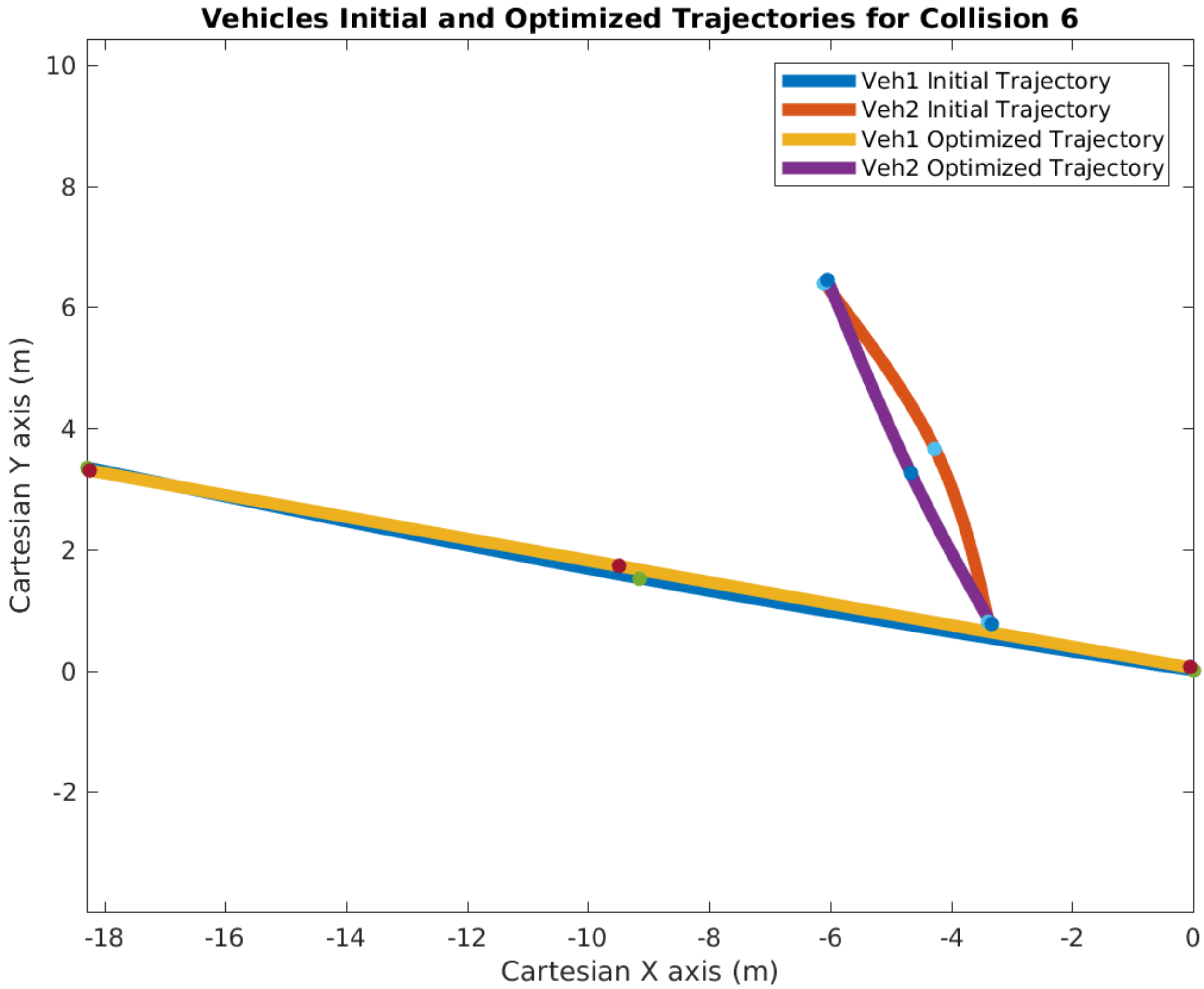
Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
1	Μετρημένο				-3.76	2.41	-2.07	5.17	-1.57	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.76	1	0.04	-3.54	1.47	-3.73	5.46	-2.22	-1.13
6	Μετρημένο				-5.69	1.26	-1.28	5.49	-0.52	-3.14
	Ανακατασκευασμένο	0	0.63	0	-5.62	0.15	-1.89	8.07	-1.35	-1.35
7	Μετρημένο				-7.74	1.48	-2.22	8.64	-0.52	-3.35
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.49	0	-7.45	-0.37	-1.34	11.8	-1.48	-1.57

Πίνακας 5.3: Τιμή της γωνίας κατεύθυνσης του κάθε οχήματος στα σημεία κλειδιά της τροχιάς του σε σύγκριση με την αρχική υπόθεση για τις συγκρούσεις ΔΑ

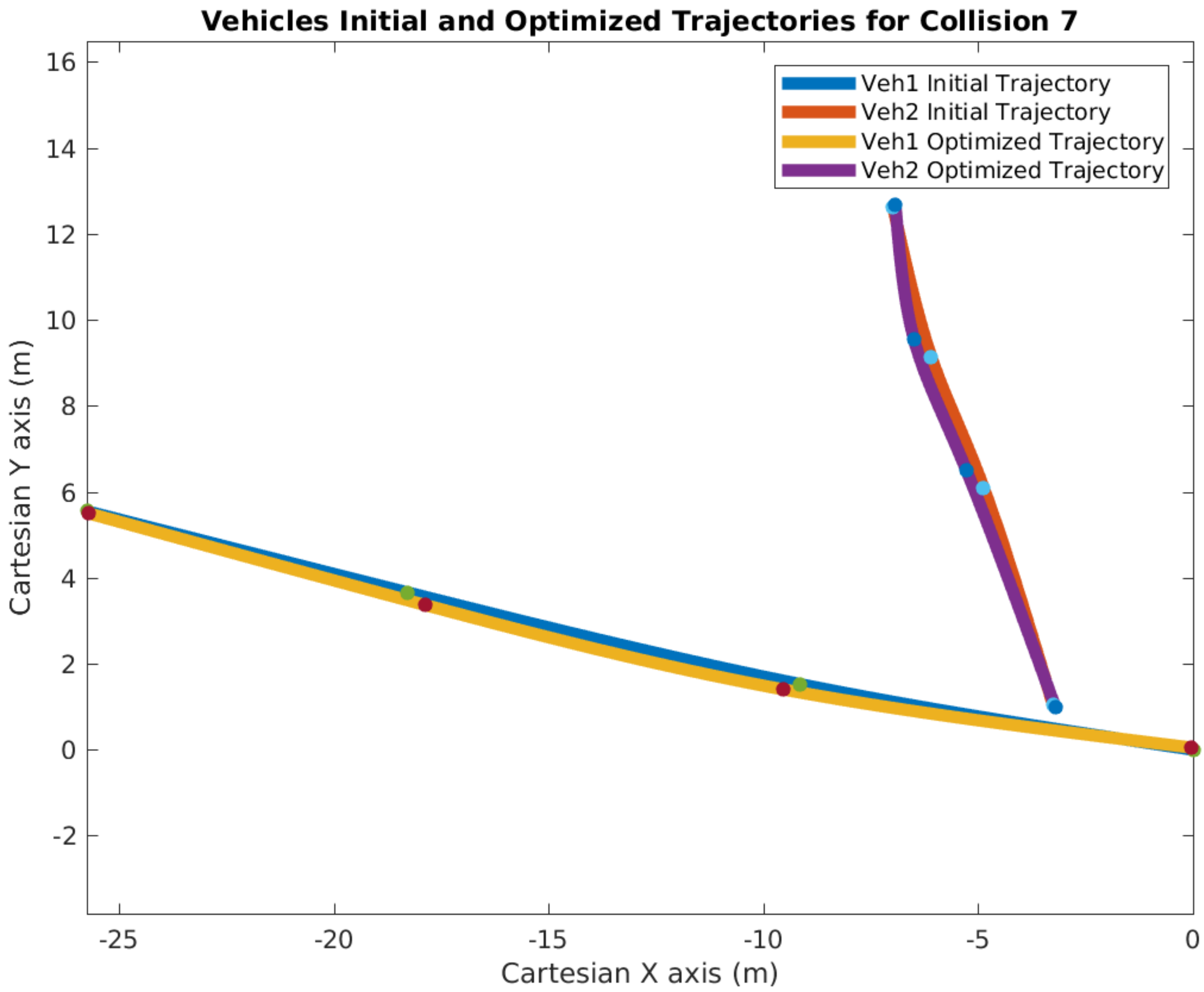
Σύγκρουση	Γωνία (σε ^{o})	ψ_{1_1}	ψ_{1_2}	ψ_{1_3}	ψ_{1_4}	ψ_{1_5}	ψ_{2_1}	ψ_{2_2}	ψ_{2_3}	ψ_{2_4}
1	Αρχική υπόθεση	180	155	151.5	N/A	N/A	60	60	75	N/A
	Ανακατασκευασμένη	182.39	145.02	161.37	N/A	N/A	50.53	69.58	71.39	N/A
6	Αρχική υπόθεση	180	165	165	N/A	N/A	60	10	-70	N/A
	Ανακατασκευασμένη	170	169.86	169.74	N/A	N/A	56.56	20	-60	N/A
7	Αρχική υπόθεση	180	165	164	163.5	N/A	60	-15	-75	-78
	Ανακατασκευασμένη	172.95	170.05	164.74	164.96	N/A	50	-5	-65	-68



Σχήμα 5.1: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 1



Σχήμα 5.2: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 6



Σχήμα 5.3: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 7

5.3.2 Κάθετες συγκρούσεις - ΔΒ

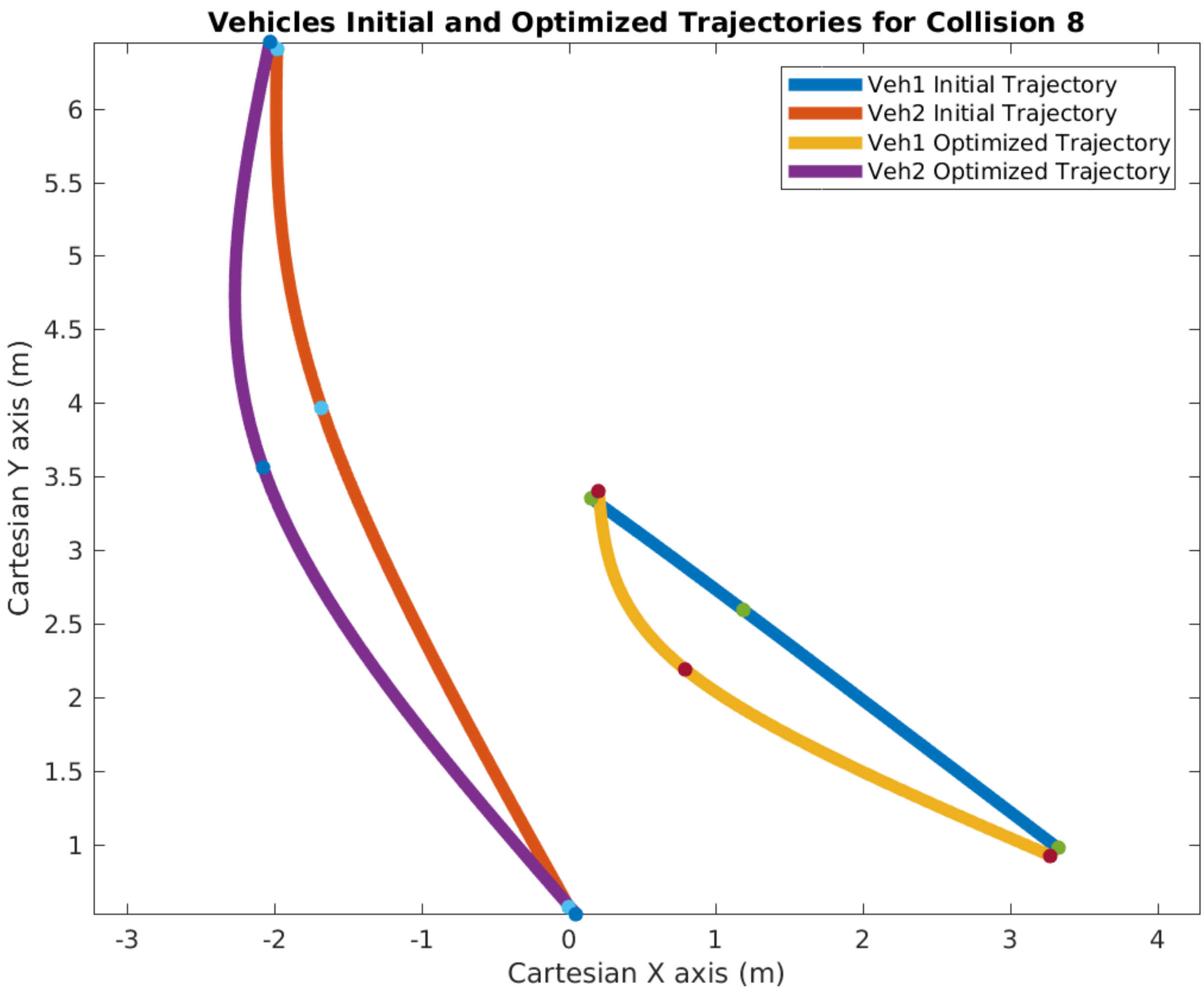
Στους Πίνακες 5.4 και 5.5, φαίνονται οι ταχύτητες που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση σε σύγκριση με τις μετρημένες και οι γωνίες κατεύθυνσης του οχήματος που προέκυψαν σε σύγκριση με αυτές που υποτέθηκαν. Στα Σχήματα 5.4 - 5.6 φαίνονται μαζί, η αρχική τροχιά και η βελτιστοποιημένη για κάθε μια από τις τρεις συγκρούσεις αυτής της διαμόρφωσης.

Πίνακας 5.4: Ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά την σύγκρουση και μετρημένες τιμές, για τις συγκρούσεις ΔΒ

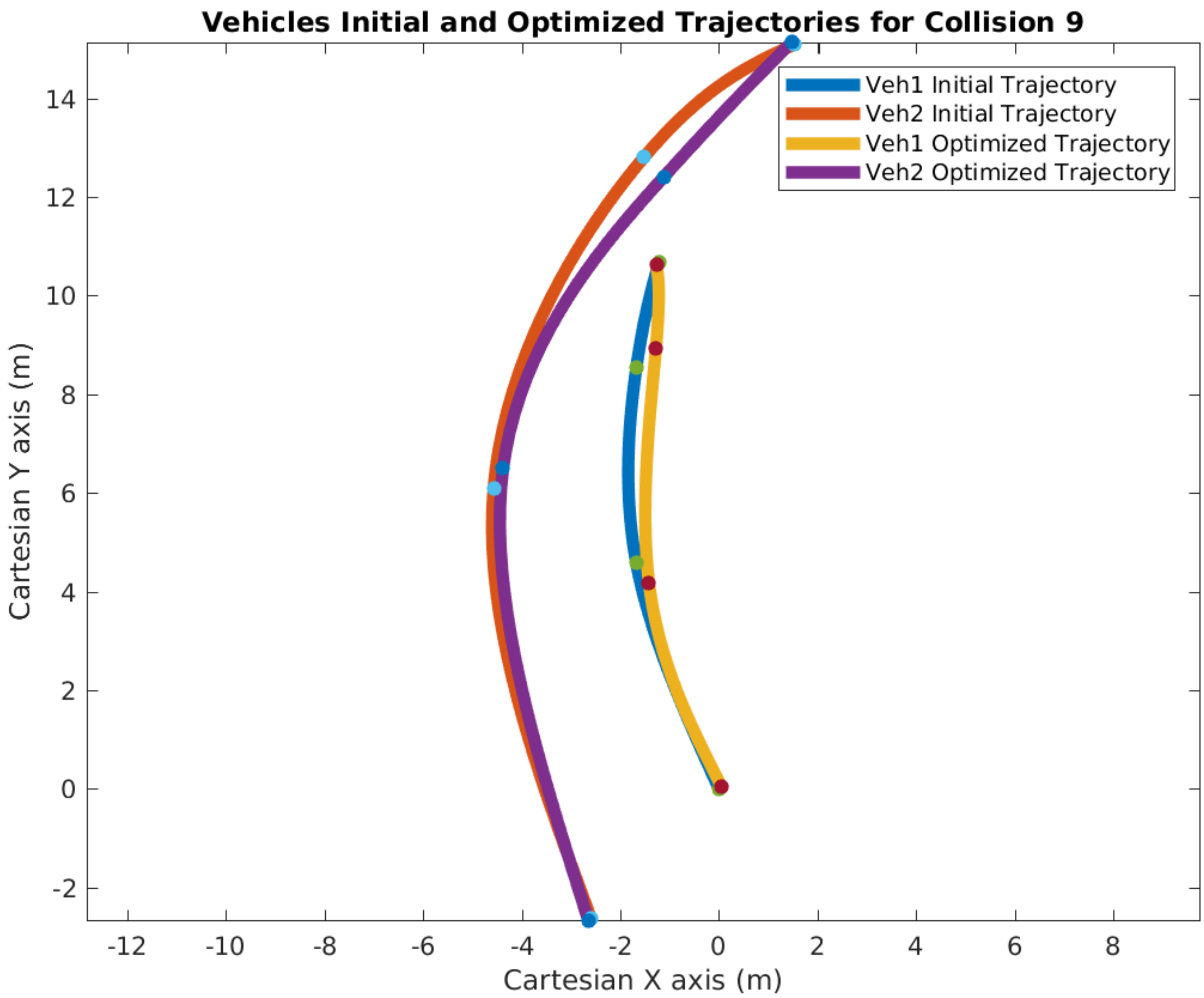
Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
8	Μετρημένο				-3.12	3.27	-3.66	6.01	-1.99	-0.31
	Ανακατασκευασμένο	-0.09	0.62	0	-4.28	3.12	-4.77	6.33	-1.81	-1.61
9	Μετρημένο				-0.86	4.52	-3.02	7.38	-3.14	0.79
	Ανακατασκευασμένο	0	0	0	-4.26	0	-2.4	9.48	1.22	1.22
10	Μετρημένο				-1.55	8.59	-4.44	11.14	-5.24	1.26
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.6	0.2	-3.55	6.77	-5.54	11.58	-2.77	0.71

Πίνακας 5.5: Τιμή της γωνίας κατεύθυνσης του κάθε οχήματος στα σημεία κλειδιά της τροχιάς του σε σύγκριση με την αρχική υπόθεση για τις συγκρούσεις ΔΒ

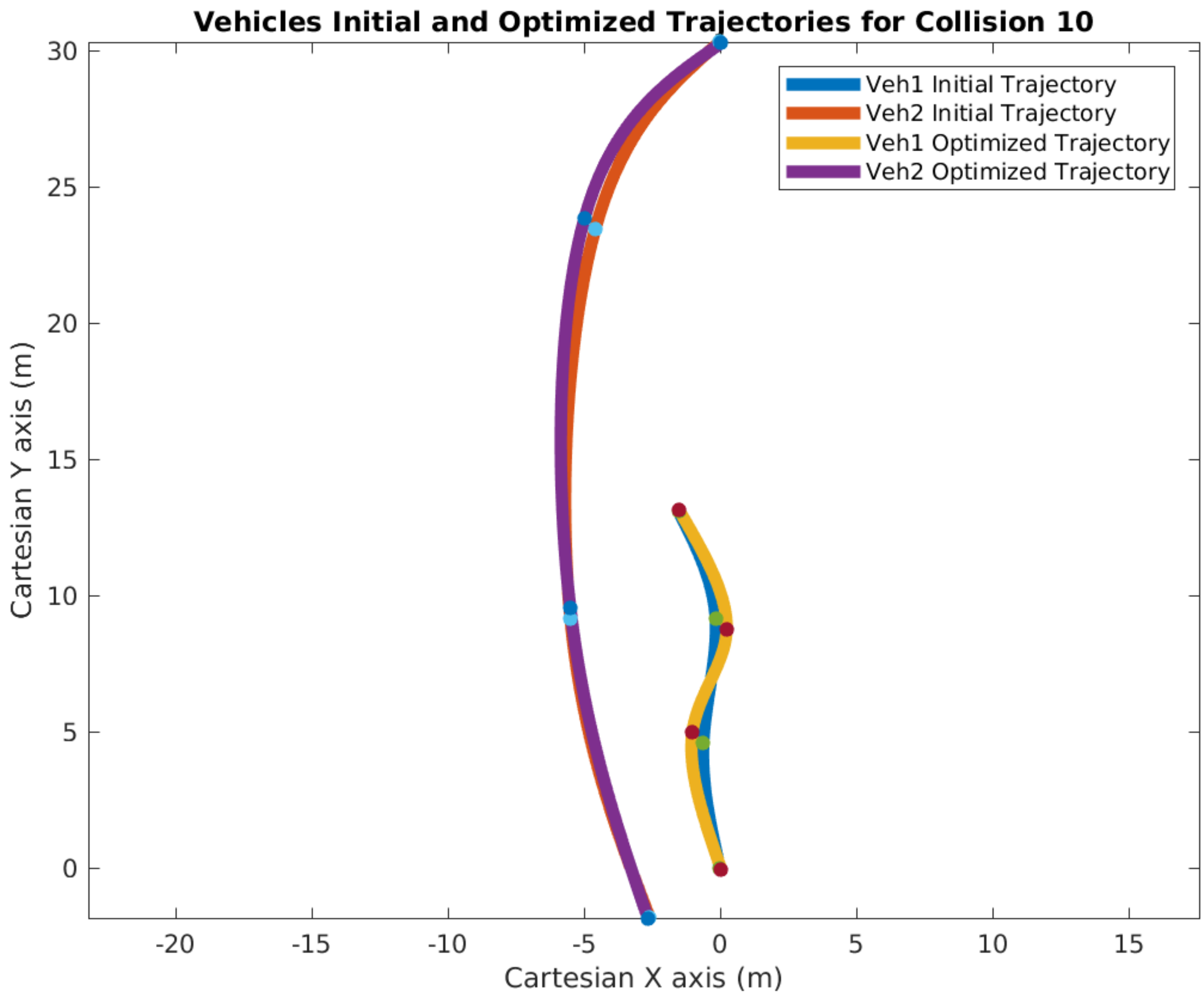
Σύγκρουση	Γωνία (σε ^{o})	ψ_{1_1}	ψ_{1_2}	ψ_{1_3}	ψ_{1_4}	ψ_{1_5}	ψ_{2_1}	ψ_{2_2}	ψ_{2_3}	ψ_{2_4}
8	Αρχική υπόθεση	180	165	135	N/A	N/A	90	85	49	N/A
	Ανακατασκευασμένη	190	166.07	145	N/A	N/A	80	75	39	N/A
9	Αρχική υπόθεση	180	80	105	76	N/A	90	115	60	28
	Ανακατασκευασμένη	170	90	95	86	N/A	84.01	124.79	51.21	18
10	Αρχική υπόθεση	180	75	110	87	N/A	90	125	85	71.5
	Ανακατασκευασμένη	170	85	118.43	96.96	N/A	100	121.96	94.99	81.5



Σχήμα 5.4: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 8



Σχήμα 5.5: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 9



Σχήμα 5.6: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 10

5.3.3 Οπίσθιες συγκρούσεις - ΔΓ

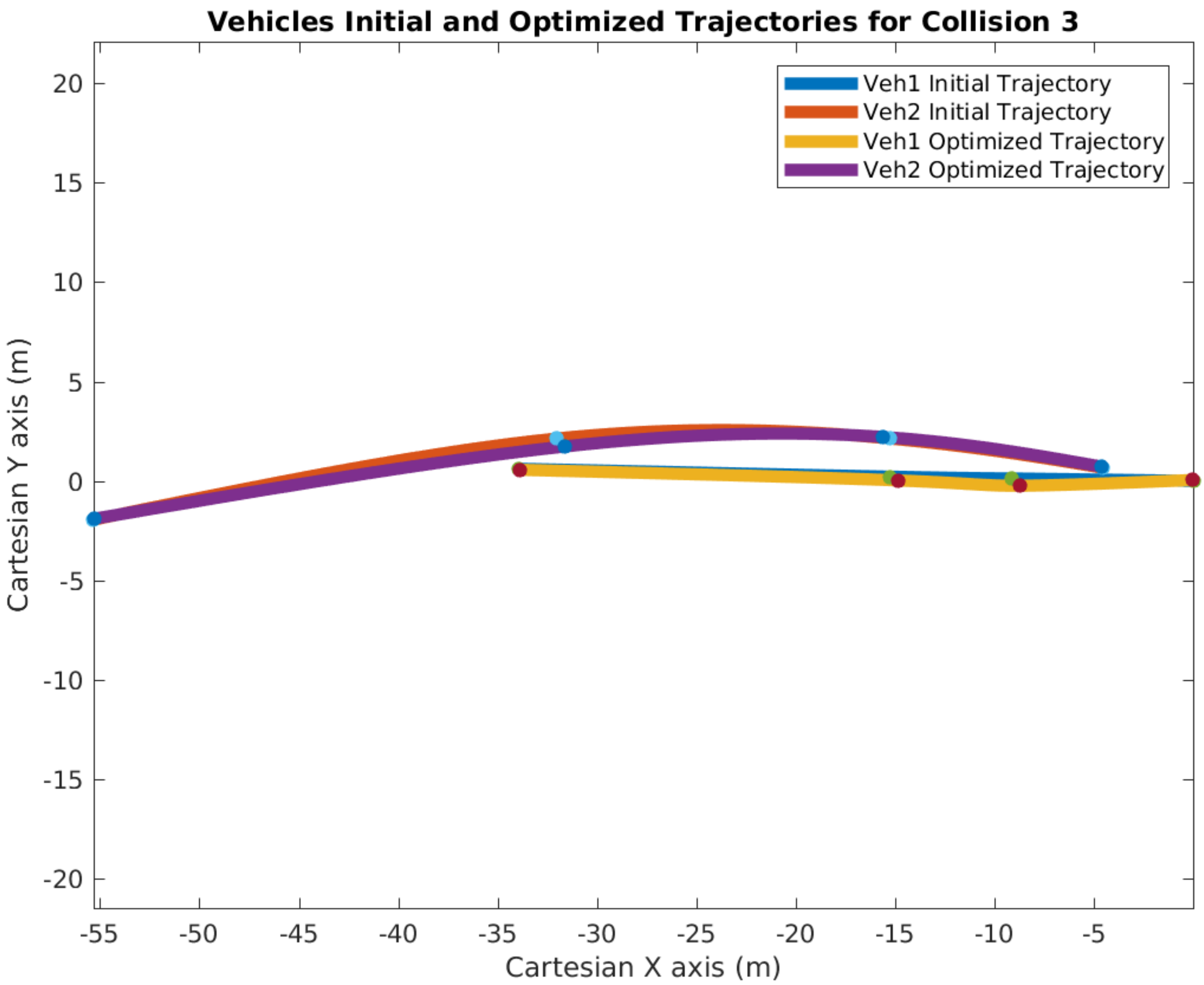
Στους Πίνακες 5.6 και 5.7, φαίνονται οι ταχύτητες που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση σε σύγκριση με τις μετρημένες και οι γωνίες κατεύθυνσης του οχήματος που προέκυψαν σε σύγκριση με αυτές που υποτέθηκαν. Στα Σχήματα 5.7-5.10 φαίνονται μαζί, η αρχική τροχιά και η βελτιστοποιημένη για κάθε μια από τις τρεις συγκρούσεις αυτής της διαμόρφωσης.

Πίνακας 5.6: Ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά την σύγκρουση και μετρημένες τιμές, για τις συγκρούσεις ΔΓ

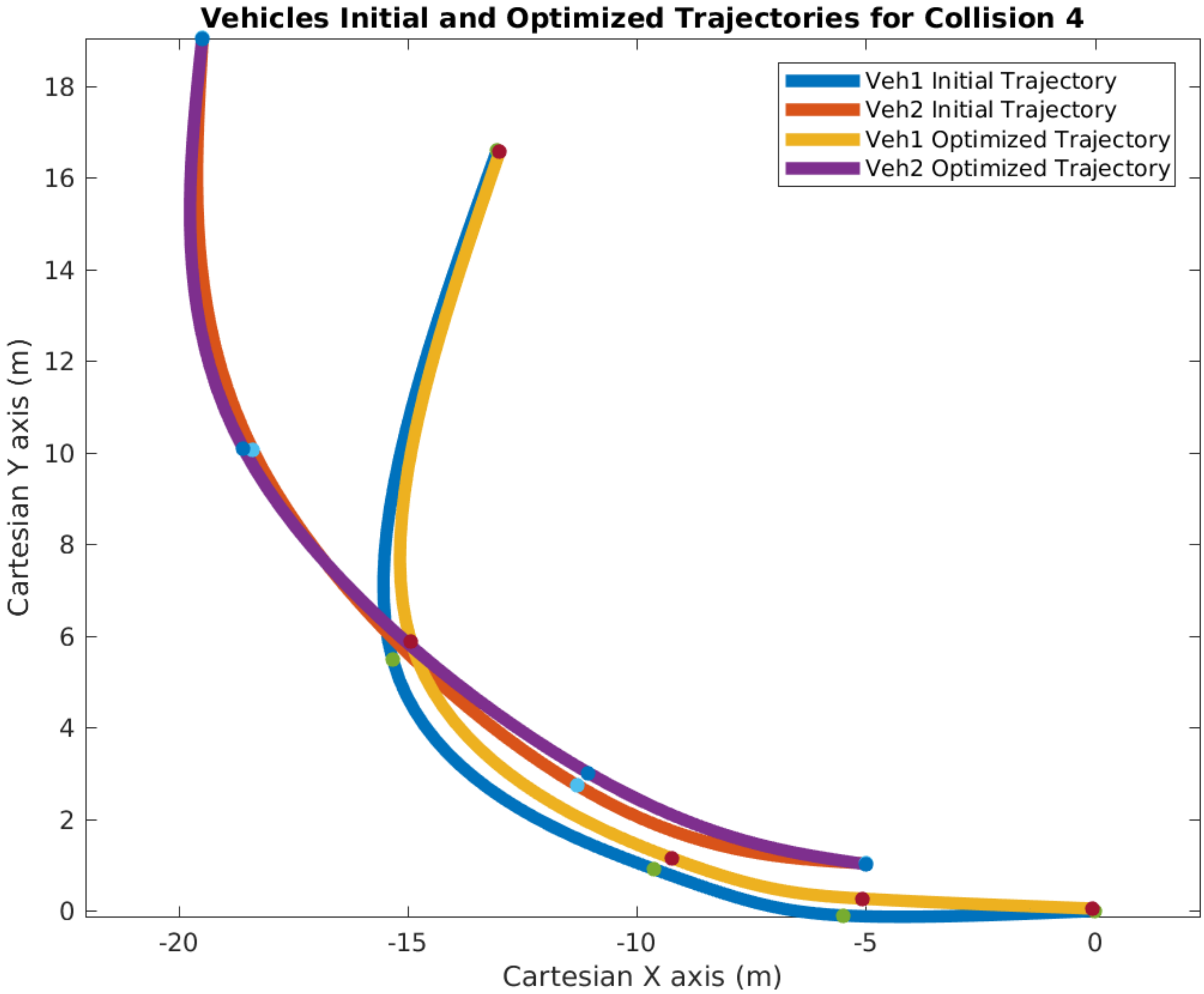
Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
3	Μετρημένο				-5.23	0.07	-6.97	1.14	-0.26	0
	Ανακατασκευασμένο	0	0	0.2	-5.42	-0.72	-6.44	1.14	-0.78	-0.78
4	Μετρημένο				-8.94	-0.44	-9.92	0.42	-0.65	-0.52
	Ανακατασκευασμένο	-1	0	0	-11.05	-1.1	-9.75	1.72	-1.07	-1.31
5	Μετρημένο				-10.46	0.17	-11.32	0.84	-0.21	-1.22
	Ανακατασκευασμένο	-0.11	0	0.13	-11.15	-1.16	-12	2.11	1.21	1.63

Πίνακας 5.7: Τιμή της γωνίας κατεύθυνσης του κάθε οχήματος στα σημεία κλειδιά της τροχιάς του σε σύγκριση με την αρχική υπόθεση για τις συγκρούσεις ΔΓ

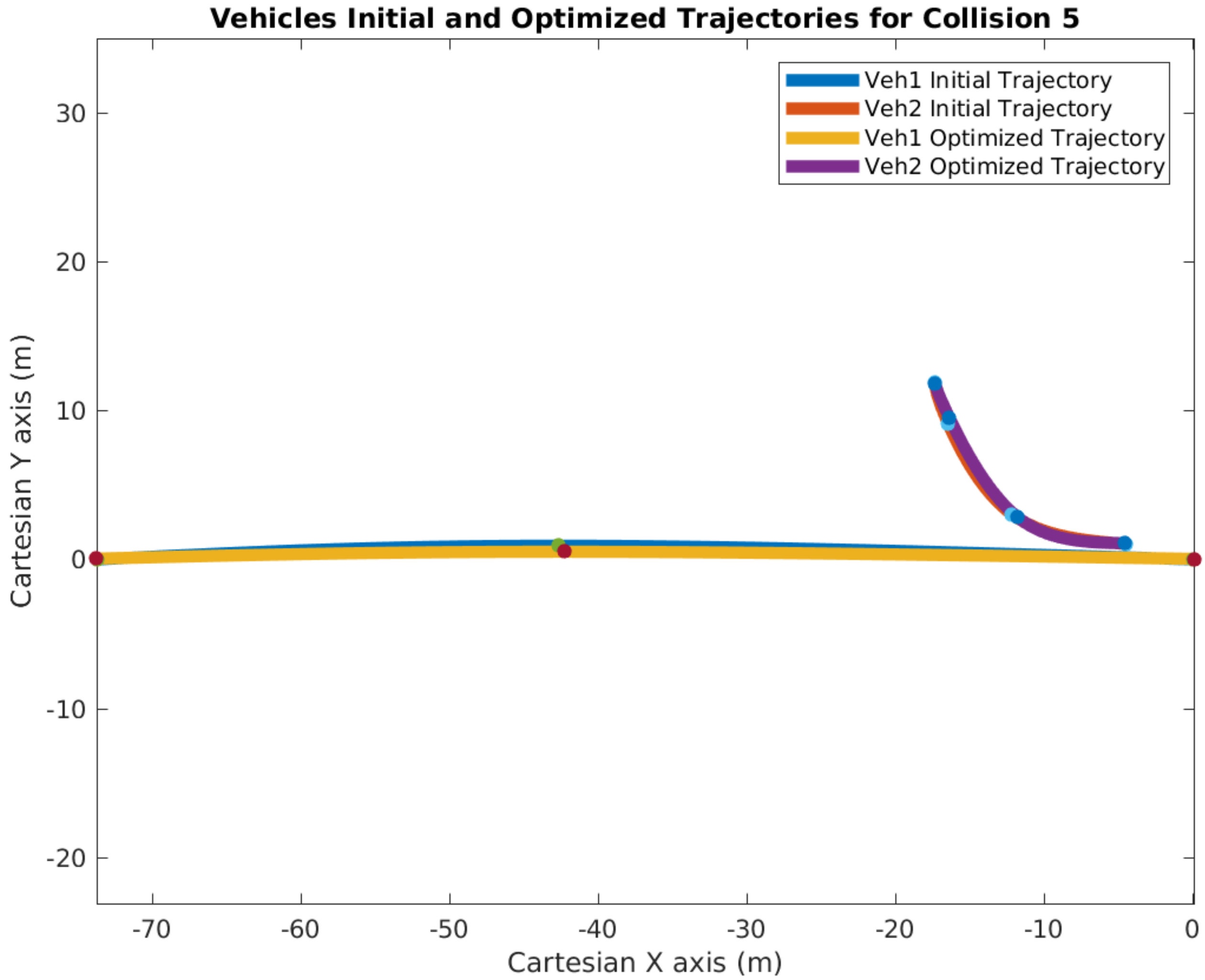
Σύγκρουση	Γωνία (σε ^{o})	ψ_{1_1}	ψ_{1_2}	ψ_{1_3}	ψ_{1_4}	ψ_{1_5}	ψ_{2_1}	ψ_{2_2}	ψ_{2_3}	ψ_{2_4}
3	Αρχική υπόθεση	180	184	184	184	N/A	170	170	180	199
	Ανακατασκευασμένη	188.47	174	175.75	180.2	N/A	168.57	175.44	186	190.04
4	Αρχική υπόθεση	180	185	160	120	42.5	170	150	106.6	102
	Ανακατασκευασμένη	190	175	165.36	112.32	52.5	179.98	141.88	115.47	104.54
5	Αρχική υπόθεση	180	177	177	170	N/A	160	80	248	N/A
	Ανακατασκευασμένη	170	187	187	160	N/A	170	70	258	N/A



Σχήμα 5.7: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 3



Σχήμα 5.8: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 4



Σχήμα 5.9: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 5

5.3.4 Μετωπικές συγκρούσεις - ΔΔ

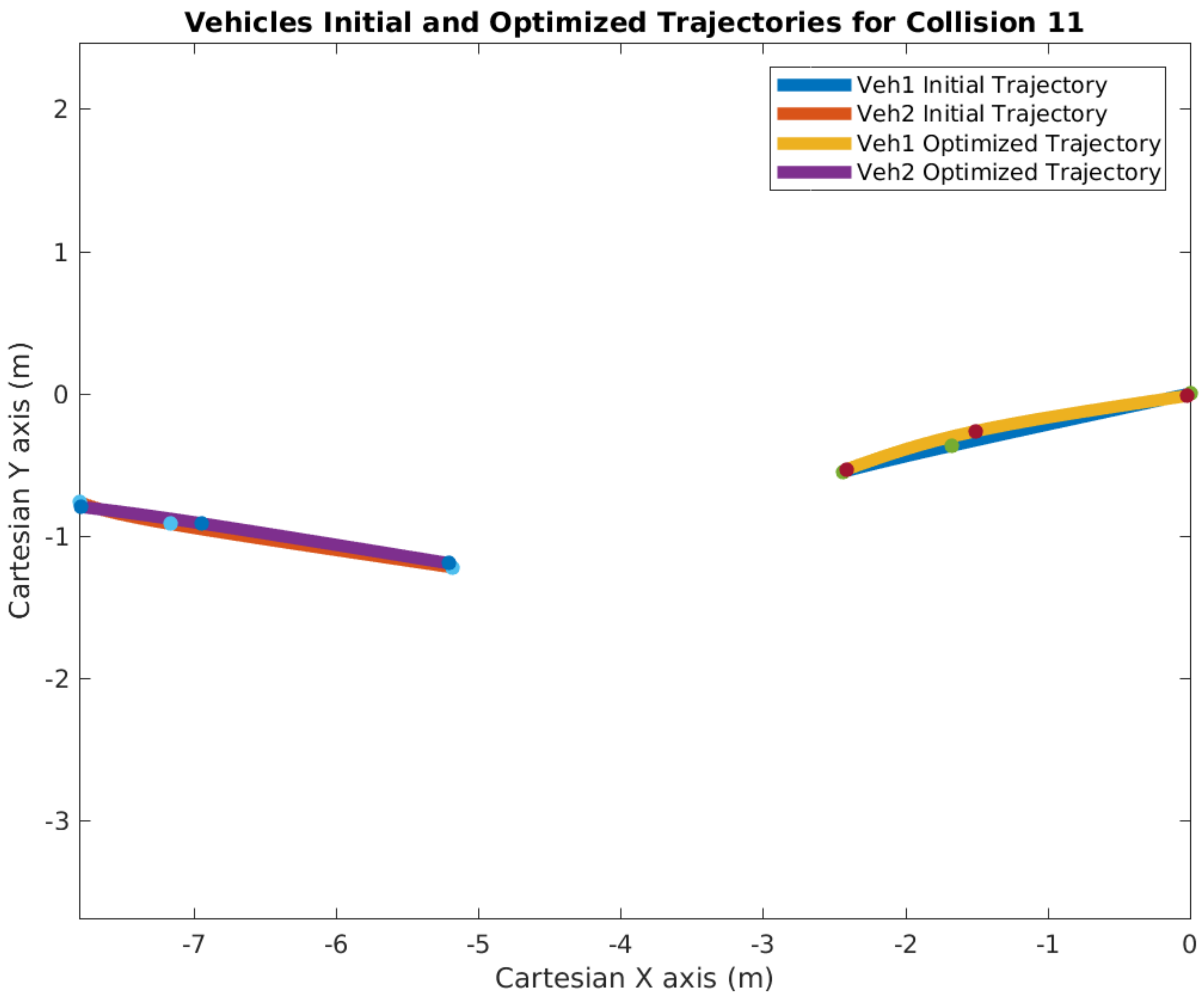
Στους Πίνακες 5.8 και 5.9, φαίνονται οι ταχύτητες που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση σε σύγκριση με τις μετρημένες και οι γωνίες κατεύθυνσης του οχήματος που προέκυψαν σε σύγκριση με αυτές που υποτέθηκαν. Στα Σχήματα 5.11 και 5.12 φαίνονται μαζί, η αρχική τροχιά και η βελτιστοποιημένη για κάθε μια από τις τρεις συγκρούσεις αυτής της διαμόρφωσης.

Πίνακας 5.8: Ταχύτητες των οχημάτων αμέσως μετά την σύγκρουση και μετρημένες τιμές, για τις συγκρούσεις ΔΔ

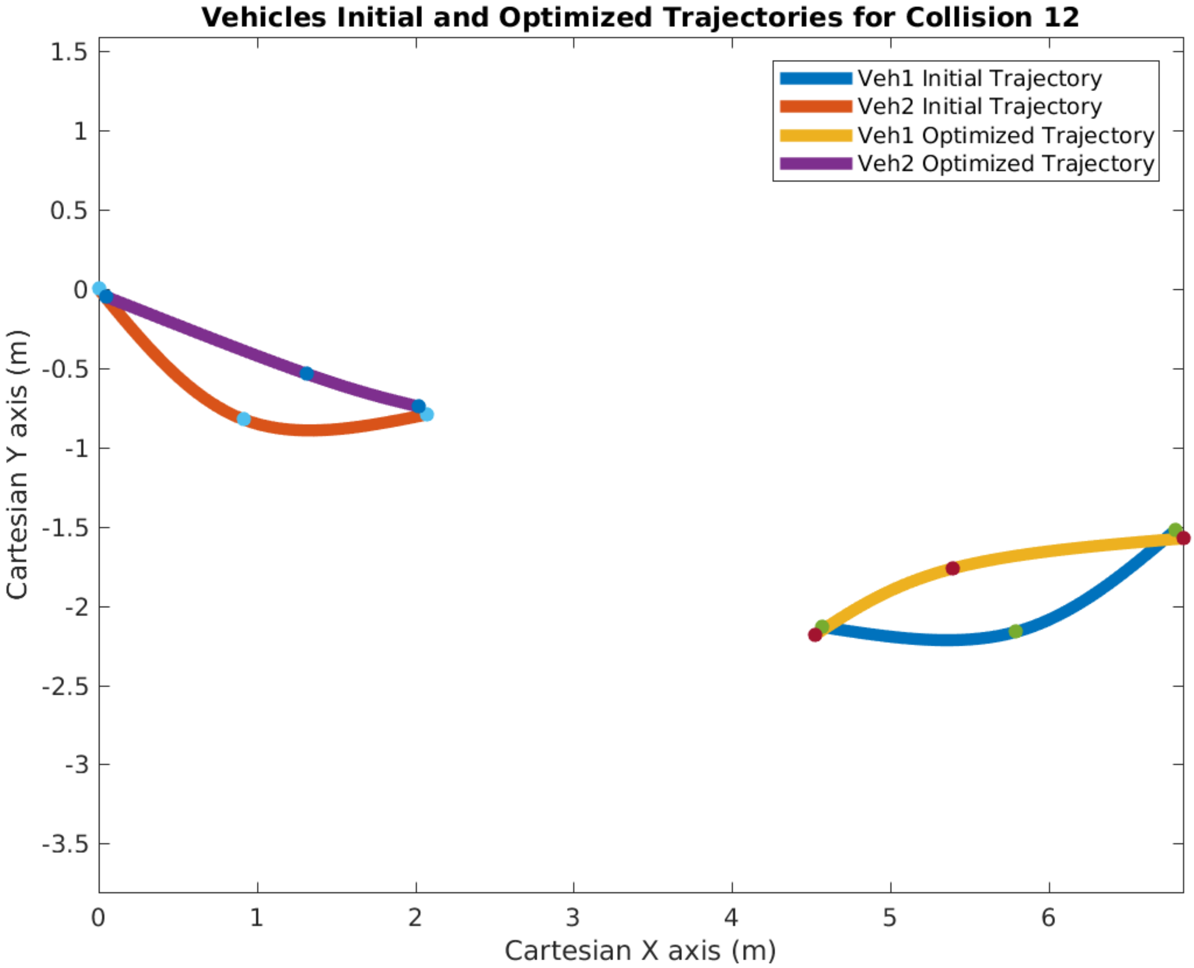
Σύγκρουση	Μέγεθος	e_m	μ	e	V_{1x}	V_{1y}	V_{2x}	V_{2y}	Ω_1	Ω_2
11	Μετρημένο				1.77	0.62	1.96	-1.26	0.52	0
	Ανακατασκευασμένο	-0.32	0.19	0.02	2.42	2.19	1.74	-2.95	-1.07	-1.51
12	Μετρημένο				4.28	-0.49	1.93	-2.94	1.57	1.05
	Ανακατασκευασμένο	-1	0.04	0	2.26	-3.58	2.54	1.96	0.93	0.16

Πίνακας 5.9: Τιμή της γωνίας κατεύθυνσης του κάθε οχήματος στα σημεία κλειδιά της τροχιάς του σε σύγκριση με την αρχική υπόθεση για τις συγκρούσεις ΔΔ

Σύγκρουση	Γωνία (σε ^{o})	ψ_{1_1}	ψ_{1_2}	ψ_{1_3}	ψ_{1_4}	ψ_{1_5}	ψ_{2_1}	ψ_{2_2}	ψ_{2_3}	ψ_{2_4}
11	Αρχική υπόθεση	9	9.5	10	N/A	N/A	180	181	181	N/A
	Ανακατασκευασμένη	3.79	15.15	10.65	N/A	N/A	183.94	172.4	177.48	N/A
12	Αρχική υπόθεση	9	34	53	N/A	N/A	180	187	192	N/A
	Ανακατασκευασμένη	19	33.61	63	N/A	N/A	170.96	177	182	N/A



Σχήμα 5.10: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 11



Σχήμα 5.11: Τροχιές πριν και μετά τη βελτιστοποίηση για τη σύγκρουση 12

5.4 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Αρχικά, όπως φαίνεται και στις συγκρούσεις 1, 6, 8, 9 και 12, υπάρχει σημαντική μετακίνηση των σημείων κλειδιών της τροχιάς των οχημάτων. Αυτό σημαίνει, ότι οι ταχύτητες που υπολογίζονται με την αρχική τροχιά, δεν σεβονται τους περιορισμούς του PIM για τις δεδομένες ταχύτητες πριν τη σύγκρουση. Ένας άλλος λόγος θα μπορούσε να είναι το σφάλμα των σχεδιαστικών οργάνων, με συνέπεια τα σχηματικά να μην αντικατοπτρίζουν την πραγματική συμπεριφορά των οχημάτων.

Στον Πίνακα 5.10 παρουσιάζονται το μέτρο του διανύσματος της ταχύτητας κάθε οχήματος και οι αντίστοιχη κατεύθυνση του διανύσματος ως προς το καρτεσιανό σύστημα αναφοράς. Επιπλέον, παρουσιάζονται οι αποκλίσεις των υπολογισμένων αυτών μεγεθών από τις αντίστοιχες μετρημένες τιμές τους.

Πίνακας 5.10: Μέτρο ταχυτήτων και γωνία διανυσμάτων για τα δύο οχήματα κάθε σύγκρουσης και ποσοστιαία απόκλιση από τις μετρημένες τιμές

Σύγκρουση	Μέγεθος	$\lvert\vec{V_1}\rvert$	$\lvert\vec{V_2}\rvert$	ΔV_1	ΔV_2	$\sphericalangle V_1$	$\sphericalangle V_2$	$\Delta(\sphericalangle V_1)$	$\Delta(\sphericalangle V_2)$
1	Μετρημένο	4.47	5.57	0.14	0.19	147.34	319.34	0.07	0.09
	Ανακατασκευασμένο	3.83	6.61			157.5	291.46		
3	Μετρημένο	5.23	7.06	0.04	0.07	179.23	270.58	0.05	0.03
	Ανακατασκευασμένο	5.46	6.54			187.54	263.66		
4	Μετρημένο	8.95	9.93	0.24	0.002	182.82	267.46	0.02	0.01
	Ανακατασκευασμένο	11.1	9.9			185.7	263.55		
5	Μετρημένο	10.46	11.35	0.07	0.07	179.07	270.86	0.04	0.02
	Ανακατασκευασμένο	11.21	12.18			185.95	264.46		
6	Μετρημένο	5.83	5.64	0.04	0.47	167.51	314.55	0.07	0.13
	Ανακατασκευασμένο	5.62	8.28			178.43	274.68		
7	Μετρημένο	7.88	8.92	0.05	0.33	169.17	303.69	0.08	0.16
	Ανακατασκευασμένο	7.46	11.87			182.86	254.54		
8	Μετρημένο	4.52	7.04	0.17	0.13	133.66	311.78	0.08	0.03
	Ανακατασκευασμένο	5.3	7.93			143.9	303.22		
9	Μετρημένο	4.6	7.97	0.07	0.23	100.77	326.25	0.79	0.17
	Ανακατασκευασμένο	4.26	9.78			180	270		
10	Μετρημένο	8.73	11.99	0.12	0.07	100.23	332.67	0.17	0.04
	Ανακατασκευασμένο	7.65	12.84			117.7	320.71		
11	Μετρημένο	1.88	2.33	0.74	0.47	19.3	72.45	1.18	0.47
	Ανακατασκευασμένο	3.27	3.43			42.06	38.54		
12	Μετρημένο	4.47	5.57	0.14	0.19	147.34	319.34	0.07	0.09
	Ανακατασκευασμένο	3.83	6.61			157.5	291.46		

Όπως φαίνεται και από τον παραπάνω Πίνακα, με εξαίρεση πάλι τη σύγκρουση 11, οι αποκλίσεις στα μεγέθη των υπόλοιπων συγκρούσεων είναι αντίστοιχα ή και μικρότερα της βιβλιογραφίας. Οι τιμές για τις αποκλίσεις κυμαίνονται μεταξύ 4 και 24% για τις ταχύτητες και 1-17% για τις γωνίες. Όπως προαναφέρθηκε, στις παραπάνω αποκλίσεις δεν περιλαμβάνονται αυτές που αφορούν τη σύγκρουση 11, όπου εκεί οι ταχύτητες παρουσιάζουν αποκλίσεις 74 και 47% για κάθε όχημα αντίστοιχα και οι γωνίες 118 και 47%. Στις παραπάνω αποκλίσεις να προστεθεί η επίσης υψηλή απόκλιση της κατεύθυνσης του διανύσματος της ταχύτητας του οχήματος 1 στην σύγκρουση 9 η οποία είναι 79%.

Το γεγονός ότι οι αποκλίσεις στα μεγέθη της σύγκρουσης 11 είναι υψηλές σε κάθε περίπτωση, υποδεινύει δύο πιθανές αιτίες. Η πρώτη, είναι ότι έγινε κάποια απότομη μεταβολή κατά τη σύγκρουση η οποία δεν μπορεί να εντοπιστεί, τουλάχιστον στα πλαίσια αυτής της Διπλωματικής Εργασίας, με αποτέλεσμα να υπολογίζονται λάθος τα σχετικά μεγέθη. Η δεύτερη πιθανή αιτία είναι να υπάρχει κάποιο σημαντικό σφάλμα στις μετρήσεις που έγιναν κατά τη σύγκρουση. Αν ισχύει η δεύτερη περίπτωση, τότε δεν θα είναι δυνατή η πιστοποίηση της ακρίβειας τους γιατί δεν θα μπορεί να γίνει σύγκριση τους με μετρήσεις. Προφανώς, η πιθανότερη αιτία είναι κάποια στιγμιαία και μεγάλη μεταβολή που δεν μπορεί να εντοπιστεί.

Στον Πίνακα 4.11 παρουσιάζονται συγκεντρωμένες οι γωνιακές ταχύτητες που προέκυψαν από την ανακατασκευή της κάθε σύγκρουσης και οι αντίστοιχες μετρημένες γωνιακές ταχύτητες που μετρήθηκαν. Όπως αναφέρεται και στην βιβλιογραφία, οι γωνιακές ταχύτητες που παρουσιάστηκαν έχουν σημαντικό σφάλμα στην τιμή τους.

Πίνακας 5.11: Αποτελέσματα για τις γωνιακές ταχύτητες των δύο οχημάτων και ποσοστιαία απόκλιση από τις μετρημένες τιμές

Σύγκρουση	Μέγεθος	Ω_1	Ω_2	$\Delta\Omega_1$	$\Delta\Omega_2$
1	Μετρημένο	-1.57	0	0.41	N/A
	Ανακατασκευασμένο	-2.22	-1.13		
3	Μετρημένο	-0.26	0	2	N/A
	Ανακατασκευασμένο	-0.78	-0.78		
4	Μετρημένο	-0.65	-0.52	0.65	1.52
	Ανακατασκευασμένο	-1.07	-1.31		
5	Μετρημένο	-0.21	-1.22	6.76	2.34
	Ανακατασκευασμένο	1.21	1.63		
6	Μετρημένο	-0.52	-3.14	1.6	0.57
	Ανακατασκευασμένο	-1.35	-1.35		
7	Μετρημένο	-0.52	-3.35	1.85	0.53
	Ανακατασκευασμένο	-1.48	-1.57		
8	Μετρημένο	-1.99	-0.31	0.09	4.19
	Ανακατασκευασμένο	-1.81	-1.61		
9	Μετρημένο	-3.14	0.79	1.39	0.54
	Ανακατασκευασμένο	1.22	1.22		
10	Μετρημένο	-5.24	1.26	0.47	0.44
	Ανακατασκευασμένο	-2.77	0.71		
11	Μετρημένο	0.52	0	3.06	N/A
	Ανακατασκευασμένο	-1.07	-1.51		
12	Μετρημένο	1.57	1.05	0.41	0.85
	Ανακατασκευασμένο	0.93	0.16		

Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 4.11 και με αυτή την προσέγγιση, οι γωνιακές ταχύτητες απέχουν πολύ από τις μετρημένες τιμές και σε μερικές περιπτώσεις όπως για παράδειγμα στη σύγκρουση 5, και οι δύο ανακατασκευασμένες τιμές έχουν αντίθετο πρόσημο από τις μετρημένες. Στις συγκρούσεις 9 και 11 μια από τις δύο γωνιακές ταχύτητες έχει αντίθετο πρόσημο από την μετρημένη τιμή. Αντίστοιχες αποκλίσεις εντοπίζονται και στη βιβλιογραφία. Επειδή η γωνιακή ταχύτητα κατά τη σύγκρουση είναι ένα μέγεθος που μεταβάλλεται αρκετά απρόβλεπτα λόγω της απώλειας ελέγχου του οχήματος και της πολύ απρόβλεπτης συμπεριφοράς του όπως είναι οι απότομες μεταφορές βάρους με αποτέλεσμα της ακαριαία σχεδόν αλλαγή κατεύθυνσης και ίσως και απροβλεπτη αλληλεπίδραση ελαστικών με το οδόστρωμα λόγω πολύ υψηλών δυνάμεων σύγκρουσης και μεταφοράς βάρους.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και μελλοντικές εργασίες

Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία, αρχικά, κατασκευάστηκε αλγόριθμος προσομοίωσης της φάσης σύγκρουσης δύο οχημάτων, βασισμένος στην Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιήθηκε σε δώδεκα συγκρούσεις πλήρως τεκμηριωμένες. Το πρόβλημα διατυπώθηκε ως πρόβλημα βελτιστοποίησης και δοκιμάστηκαν τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις, ανάλογα με τα διαθέσιμα δεδομένα (αρχικές και τελικές ταχύτητες οχημάτων) και τρεις μέθοδοι βελτιστοποίησης, μια αιτιοκρατική και δύο υβριδικές. Από τις τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις, αυτή με τις μικρότερες αποκλίσεις από τα πραγματικά μετρημένα μεγέθη ήταν η τρίτη, η οποία θεωρούσε ότι υπήρχαν διαθέσιμα δεδομένα για όλα τα μεγέθη αλλά κανένα δεν ήταν γνωστό με απόλυτη βεβαιότητα. Καλύτερη απόδοση είχε ο συνδυασμός της αιτιοκρατικής μεθόδου βελτιστοποίησης με την Προσομοιούμενη Ανόπτηση. Παρόλα αυτά η βελτίωση των αποτελεσμάτων σχετικά με τη χρήση μόνο της αιτιοκρατικής μεθόδου ήταν αμελητέες.

Στη συνέχεια κατασκευάστηκε αλγόριθμος προσομοίωσης της τροχιάς των οχημάτων μετά τη σύγκρουση και υπολογισμού των ταχυτήτων αυτών. Για την προσομοίωση της τροχιάς χρησιμοποιήθηκαν σημεία κλειδιά που προέκυψαν από τη σκηνή του εκάστοτε ατυχήματος ανάμεσα στα οποία έγινε παρεμβολή με φυσικές κυβικών σπλινες. Στη συνέχεια έγινε εφαρμογή της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας και τελικά υπολογίστηκαν οι ταχύτητες μετά τη σύγκρουση. Όπως φάνηκε, οι ανακατασκευασμένες τροχιές των οχημάτων προσεγγίζουν ικανοποιητικά τη μορφή των σχηματικών των συγκρούσεων.

Ακολούθως συνδυάστηκαν οι δύο προαναφερθέντες αλγόριθμοι και πραγματοποιήθηκε ανακατασκευή τροχαίων ατυχημάτων. Πάλι, δοκιμάστηκαν και οι τρείς μέθοδοι βελτιστοποίησης και τις μικρότερες αποκλίσεις από τα πραγματικά μετρημένα μεγέθη είναι ο συνδυασμός αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης με τη μέθοδο της Προσομοιούμενης Ανόπτησης.

Τέλος, προτάθηκε μια εναλλακτική μέθοδος για την ανακατασκευή τροχαίων ατυχημάτων. Αυτή η μέθοδος, χρησιμοποιεί τους αλγορίθμους προσομοίωσης της τροχιάς και της σύγκρουσης των οχημάτων. Υπολογίζει τις ταχύτητες μετά τη σύγκρουση και με τους δύο αλγόριθμους και στη συνέχεια απαιτεί εξίσωση τωναντίστοιχων κινητικών ενεργειών με τη χρήση βελτιστοποίησης. Πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι οι είσοδοι στον αλγόριθμο είναι μικρού σφάλματος (οι θέσεις των σημείων κλειδιών, οι ταχύτητες πριν τη σύγκρουση και τα σημεία σύγκρουσης και ακινητοποίησης) ενώ οι τιμές της ταχύτητες των οχημάτων μετά τη σύγκρουση που μπορεί να εμπεριέχουν μεγάλα σφάλματα γίνονται παράμετροι βελτιστοποίησης.

Στο μέλλον, θα μπορούσε να γίνει τροποποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποίησης της διαφοράς των ταχυτήτων, χωρίζοντας την σε δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, μια για κάθε όχημα, ώστε να μπορεί να πραγματοποιηθεί πολυκριτιριακή βελτιστοποίηση με δυο στόχους.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

[1] World Health Organization. Road traffic injuries. *WHO*, 2018. Accessed: 2018-10-22.

[2] R Brach. Identification of vehicle and collision impact parameters from crash tests. *Journal of vibration, acoustics, stress, and reliability in design*, 106(2):263–269, 1984.

[3] RM Brach. Momentum and energy analysis of automobile collisions. *Trans. Structural Impact and Crashworthiness, Elsevier Appl. Sci. Publ*, 1984.

[4] Raymond M Brach. An impact moment coefficient for vehicle collision analysis. *SAE Transactions*, 1977.

[5] Raymond M Brach. Nonlinear parameter estimation of a vehicle collision model. In *13th Annual conference on Modeling and Simulation, University of Pittsburgh April*, 1982.

[6] Raymond M Brach. Analysis of planar vehicle collisions using equations of impulse and momentum. *Accident Analysis & Prevention*, 15(2):105–120, 1983.

[7] Raymond M Brach. Energy loss in vehicle collisions. *SAE transactions*, pages 1279–1288, 1987.

[8] Raymond M Brach and R Matthew Brach. A review of impact models for vehicle collision. *SAE transactions*, pages 175–190, 1987.

[9] R Matthew Brach, Raymond M Brach, and Richard A Mink. Nonlinear optimization in vehicular crash reconstruction. *SAE International Journal of Transportation Safety*, 3(1):17–27, 2015.

[10] Joseph George Jonathan Neades. *Developments in road vehicle crush analysis for forensic collision investigation.* dissertation, De Montfort University, 2011.

[11] United States. and Calspan Corporation. *Research input for computer simulation of automobile collisions / prepared for U.S. Department of Transportation, National Highway Traffic Safety Administration.* The Administration ; National Technical Information Service [distributor Washington, D.C. : Springfield, Va, 1978.

[12] Clio G. Vossou. Optimization in aerodynamics and turbomachines using the simulated annealing method. Master's thesis, National Technical University of Athens, 2003.

[13] Donald E Struble. Automotive accident reconstruction: Practices and principles (ground vehicle engineering series), 2014.

Παραρτήματα

Παράρτημα Α΄

Υπολογίστικοί κώδικες Κεφαλαίου 2

Κύριο πρόγραμμα αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης

```


for j=1:3
    i=1;
    k=1;
    while (k==1)

    if i==2
        i=i+1
    end
    nonlincon=@nlcon;

    analChoose=j; %1 for whole optimization 2 for known initial
        velocities 3 for final
    % Set up shared variables with OUTFUN

    Aeq=[];
    beq=[];
    A=[];
    b=[];
    options = optimoptions('fmincon');
    options = optimoptions(options,'UseParallel',true);
    options = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 1400);
    options = optimoptions(options,'PlotFcns', {  @optimplotfval
        @optimplotfirstorderopt });
    options = optimoptions(options,'Display', 'iter-detailed');
    options = optimoptions(options,'Algorithm', 'sqp');
    options = optimoptions(options,'FinDiffType', 'central');
    options = optimoptions(options,'OptimalityTolerance', 1e-3);
%     options = optimoptions(options,'OutputFcn',{ @outfun });

    options = optimoptions(options, 'TolCon', 1e-3 );
    ricsacAccident=i; %Number of accident to reocnstruct
    str = sprintf('VelMeasR%d.txt',ricsacAccident);
    Velocities= load(str, '-ascii');
```

```
    V_measured = Velocities(1,:); % experimental or measured values of final velocities
    U_measured = Velocities(2,:);

    fun=@objectiveFunCol;

    if analChoose==1
        ub=[0,    1.1, 0.2, 20,  20,  20,  20,  5,  5,20,  20,  20,  20,  5,  5];
        lb=[-1,   0,   0,  -20, -20, -20, -20, -7, -7,  -20, -20, -20, -20, -7, -7];
        x0=[0 0 0   0   0    0   0   0   0 0   0    0   0   0   0   ];
    else
        ub=[0,    1.1, 0.2, 20,  20,  20,  20,  5,  5];
        lb=[-1,   0,   0,  -20, -20, -20, -20, -7, -7];
        x0=[-0.774     0.968     0.015     -13.01     0     6.55     11.27  0  0];
    end
    dlmwrite('U_measured.txt',U_measured)
    dlmwrite('analChoice.txt',analChoose)
    dlmwrite('AccidentNum.txt',ricsacAccident)
    dlmwrite('V_measured.txt',V_measured)
    [coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, options);
    str = sprintf('ResultsRicsac%d',ricsacAccident);
    if analChoose==1
        Results=[0 0 0 U_measured V_measured ;
            coef;];
    elseif analChoose==2
        Results=[0 0 0 V_measured ;
            coef;];
    elseif analChoose==3
        Results=[0 0 0 U_measured ;
            coef;];
    end


     if analChoose==1
        str = sprintf('OptimizationResultsFmincon.res'); %Ricsac%d
        dlmwrite(str, Results, '-append' );
        str = sprintf('OptimValuesFmincon.res'); %Ricsac%d
        dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
    elseif analChoose==2
        str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelFmincon.res'); %Ricsac%d
        dlmwrite(str, Results, '-append' );
        str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelFmincon.res'); %Ricsac%d
```

```
            dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
        elseif analChoose==3
            str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColFmincon.res'); %Ricsac%d
            dlmwrite(str, Results, '-append' );
            str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelFmincon.res'); %Ricsac%d
            dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
        end

        clear Results
        clc

        if i<12
            i=i+1
        elseif (i==12 )
            k=0
        end
        if analChoose==1
            str = sprintf('OptimizationConvR%d.png',ricsacAccident);
            saveas(gcf,str);
        elseif analChoose==2
            str = sprintf('OptimizationConvPreColKnownR%d.png',ricsacAccident);
            saveas(gcf,str);
        elseif analChoose==3
            str = sprintf('OptimizationConvPostColKnownR%d.png',ricsacAccident);
            saveas(gcf,str);
        end
        end





end
str = sprintf('OptimizationResultsFmincon.res');
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimizationResultsFmincon.xlsx');
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesFmincon.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesFmincon.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);

str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelFmincon.res');
a=load(str,'-ascii');
```

```
str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelFmincon.xlsx');
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelFmincon.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelFmincon.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);

str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColFmincon.res');
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColFmincon.xlsx');
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelFmincon.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelFmincon.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);
```

Κύριο πρόγραμμα συνδυασμού αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης με τη μέθοδο Αναζήτησης Μοτίβου

```matlab
% delete *.res
delete *.fig
for j=1:3

  for i=1:12

    if i==2
       i=i+1
    end


    % collision_point;
    nonlincon=@nlcon;

    analChoose=j; %1 for whole optimization 2 for known initial velocities 3 for final
    MaxFunEv=50;
    Aeq=[];
    beq=[];
    A=[];
    b=[];
    hyboptions = optimoptions('fmincon');
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'UseParallel',true);
%     hyboptions = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 1400);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'PlotFcns', {@optimplotfval @optimplotfirstorderopt });
    hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolCon', 1e-3);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'OptimalityTolerance', 1e-3);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Display', 'iter-detailed');
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Algorithm', 'sqp');
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'FinDiffType', 'central');


    options = optimoptions('patternsearch');
    options = optimoptions(options,'UseCompletePoll', true);
    options = optimoptions(options,'Cache', 'off');
    options = optimoptions(options,'InitialMeshSize',1);
    options = optimoptions(options,'MeshTolerance',1);
%     options = optimoptions(options,'TolCon',1e-5);
    options = optimoptions(options,'TolX',1e-3);
    options = optimoptions(options,'MaxFunctionEvaluations',MaxFunEv);
    options = optimoptions(options,'SearchFcn', @GPSPositiveBasis2N);
```

```
    options = optimoptions(options,'PollMethod', 'GPSPositiveBasis2N
        ');
    options = optimoptions(options,'UseCompleteSearch', true);
    options = optimoptions(options,'Display', 'iter');
    options = optimoptions(options,'UseVectorized',false );
    options = optimoptions(options,'UseParallel', true);

    ricsacAccident=i; %Number of accident to reconstruct
    str = sprintf('VelMeasR%d.txt',ricsacAccident);
    Velocities= load(str, '-ascii');
    V_measured = Velocities(1,:); % experimental or measured values
        of final velocities
    U_measured = Velocities(2,:);

    fun=@objectiveFunCol;

    if analChoose==1
        ub=[0,    1.1,   0.2,  20,   20,   20,   20,  5,    5,    20,  20,
            20,  20,  5,    5];
        lb=[-1,    0,     0,   -20, -20, -20, -20, -7,   -7,   -20, -20,
           -20, -20, -7,   -7];
        x0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];%[-0.50 0.8     0.015
           -13 0 0 6.55 11.27 0 0 -7.4 1.48 -2.26 8.94 -0.5 -3.35];
    else
        ub=[0,    1.1,  0.2,  20,   20,   20,   20,  5,   5];
        lb=[-1,    0,    0,   -20, -20, -20, -20, -7,  -7];
        x0=[0     0     0     0     0     0     0     0    0];
    end
    dlmwrite('U_measured.txt',U_measured)
    dlmwrite('analChoice.txt',analChoose)
    dlmwrite('AccidentNum.txt',ricsacAccident)
    dlmwrite('V_measured.txt',V_measured)

    [coef,fval,exitflag,output] =patternsearch(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb
        ,ub,[],options);
    x0=coef;
    [coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0,
        A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, hyboptions);




if analChoose==1
        Results=[0 0 0 U_measured V_measured
            coef;];
    elseif analChoose==2
        Results=[0 0 0 V_measured
            coef;];
    elseif analChoose==3
        Results=[0 0 0 U_measured
```

```
                coef;];
        end


         if analChoose==1
             str = sprintf('OptimizationResultsGBandPS.res'); %Ricsac%d
             dlmwrite(str, Results, '-append' );
             str = sprintf('OptimValuesGBandPS.res'); %Ricsac%d
             dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
        elseif analChoose==2
             str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelGBandPS.res'); %Ricsac%d
             dlmwrite(str, Results, '-append' );
             str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelGBandPS.res'); %Ricsac%d
             dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
        elseif analChoose==3
             str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColGBandPS.res'); %Ricsac%d
             dlmwrite(str, Results, '-append' );
             str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelGBandPS.res'); %Ricsac%d
             dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
        end

        clear Results
        clc
        if analChoose==1
             str = sprintf('OptimizationConvFminPSR%d.png',ricsacAccident);
             saveas(gcf,str);
        elseif analChoose==2
             str = sprintf('OptimizationConvPreColKnownFminPSR%d.png',ricsacAccident);
             saveas(gcf,str);
        elseif analChoose==3
             str = sprintf('OptimizationConvPostColKnownFminPSR%d.png',ricsacAccident);
             saveas(gcf,str);
        end
    end

end

str = sprintf('OptimizationResultsGBandPS.res');
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimizationResultsGBandPS.xlsx');
```

```
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesGBandPS.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesGBandPS.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);

str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelGBandPS.res');
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelGBandPS.xlsx');
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelGBandPS.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelGBandPS.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);

str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColGBandPS.res');
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColGBandPS.xlsx');
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelGBandPS.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelGBandPS.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);
```

Κύριο πρόγραμμα συνδυασμού αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης με τη μέθοδο Προσομοιούμενης Ανόπτησης

```
%--------------------------------------------------------------------------
% THIS CODE CALCULATES THE VELOCITIES BEFORE AND AFTER THE COLLISION OF THE
% VEHICLES USING THE EQUATIONS OF IMPULSE AND MOMENTUM
%--------------------------------------------------------------------------
%DEPENDING ON THE KNOWN VALUES WE HAVE 3 DIFFERENT APPROACHES
%1-> WHEN WE DON'T KNOW ANY OF THE VELOCITIES NIETHER PRECOLLISION NOR
%POSTCOLLISION
%2-> WHEN WE KNOW THE PRECOLLISION VELOCITIES
%3-> WHEN WE KNOW THE POSTCOLLISION VELOCITIES
%------------------------------------------------------------------------%


% delete *.res
delete *.fig
for j=1:3

  for i=1:12

    if i==2
        i=i+1
    end


    % collision_point;
    nonlincon=@nlcon;

    analChoose=j; %1 for whole optimization 2 for known initial velocities 3 for final

    Aeq=[];
    beq=[];
    A=[];
    b=[];
    hyboptions = optimoptions('fmincon');
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'UseParallel',true);
%      hyboptions = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 1400);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'PlotFcns', {@optimplotfval @optimplotfirstorderopt });
```

```
    hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolCon', 1e-3);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Display', 'iter-detailed')
        ;
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Algorithm', 'sqp');
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'FinDiffType', 'central');
    DisplayInterval_Data=200;
    options = optimoptions('simulannealbnd');
    options = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 4000);
%     options = optimoptions(options, 'TolFun', 1e-8);
%     options = optimoptions(options, 'TemperatureFcn','
    temperatureboltz');
    options = optimoptions(options,'Display', 'iter');
    options = optimoptions(options,'DisplayInterval',
        DisplayInterval_Data);
%     options = optimoptions(options,'HybridFcn', {  @fmincon ,
    hyboptions });
%     options = optimoptions(options,'HybridInterval', 'end');
%     options.TemperatureFcn = @temperaturefast;
    ricsacAccident=i; %Number of accident to reconstruct
    str = sprintf('VelMeasR%d.txt',ricsacAccident);
    Velocities= load(str, '-ascii');
    V_measured = Velocities(1,:); % experimental or measured values
        of final velocities
    U_measured = Velocities(2,:);
    initialTemperature=300;
    fun=@objectiveFunSA;
    options = optimoptions(options, 'InitialTemperature', [
        initialTemperature  initialTemperature  initialTemperature
        initialTemperature  initialTemperature  initialTemperature
        initialTemperature  initialTemperature  initialTemperature
        initialTemperature  initialTemperature  initialTemperature
        initialTemperature  initialTemperature  initialTemperature
        ]);
    if analChoose==1
        options = optimoptions(options, 'InitialTemperature', [
            initialTemperature  initialTemperature
            initialTemperature  initialTemperature
            initialTemperature  initialTemperature
            initialTemperature  initialTemperature
            initialTemperature  initialTemperature
            initialTemperature  initialTemperature
            initialTemperature  initialTemperature
            initialTemperature  ]);

        ub=[0,    1.1, 0.2, 20,  20,  20,  20,  5,  5,20,  20,  20,
            20,  5,  5];%, 100, 100, 100, 100, 100, 100];
        lb=[-1,   0,    0,  -20, -20, -20, -20, -7, -7,  -20, -20,
           -20, -20, -7, -7];%, -100, -100, -100, -100, -100, -100];
        x0=[0 0 0   0   0    0   0   0   0 0   0    0   0   0   0];%
             -1 -1 -1 -1 -1 -1 ];
```

```
    else
%           options = optimoptions(options, 'InitialTemperature', [250 250 250 250 250 250 250 250 250]);
%           options = optimoptions(options, 'InitialTemperature', [50 50 50 50 50 50 50 50 50  ]);
        options = optimoptions(options, 'InitialTemperature', [initialTemperature   initialTemperature initialTemperature  initialTemperature initialTemperature  initialTemperature initialTemperature initialTemperature  initialTemperature     ]);

        ub=[0,     1.1,  0.2,  20,   20,   20,   20,   5,   5];
        lb=[-1,    0,    0,   -20,  -20,  -20,  -20,  -7,  -7];
        x0=[0      0     0     0     0     0     0     0    0];
    end
    dlmwrite('U_measured.txt',U_measured)
    dlmwrite('analChoice.txt',analChoose)
    dlmwrite('AccidentNum.txt',ricsacAccident)
    dlmwrite('V_measured.txt',V_measured)
%       [coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, options);
    [coef,fval,exitflag,output] = ...
    simulannealbnd(fun,x0,lb,ub,options);
    x0=coef;
    fun=@objectiveFunCol;
    [coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, hyboptions);
    str = sprintf('ResultsRicsac%d',ricsacAccident);
    if analChoose==1
        Results=[0 0 0 U_measured V_measured ;
            coef;];
    elseif analChoose==2
        Results=[0 0 0 V_measured ;
            coef;];
    elseif analChoose==3
        Results=[0 0 0 U_measured ;
            coef;];
    end


      if analChoose==1
        str = sprintf('OptimizationResultsGBandSA.res'); %Ricsac%d
        dlmwrite(str, Results, '-append' );
        str = sprintf('OptimValuesGBandSA.res'); %Ricsac%d
        dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
    elseif analChoose==2
        str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelGBandSA.res'); %Ricsac%d
        dlmwrite(str, Results, '-append' );
```

```
            str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelGBandSA.res'); %Ricsac%d
            dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
        elseif analChoose==3
            str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColGBandSA.res'); %Ricsac%d
            dlmwrite(str, Results, '-append' );
            str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelGBandSA.res'); %Ricsac%d
            dlmwrite(str, [fval output.firstorderopt output.constrviolation], '-append' );
        end

        clear Results
        clc
        if analChoose==1
            str = sprintf('OptimizationConvFminSAR%d.png',ricsacAccident);
            saveas(gcf,str);
        elseif analChoose==2
            str = sprintf('OptimizationConvPreColKnownFminSAR%d.png',ricsacAccident);
            saveas(gcf,str);
        elseif analChoose==3
            str = sprintf('OptimizationConvPostColKnownFminSAR%d.png',ricsacAccident);
            saveas(gcf,str);
        end
    end

end

str = sprintf('OptimizationResultsGBandSA.res');
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimizationResultsGBandSA.xlsx');
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesGBandSA.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesGBandSA.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);

str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelGBandSA.res');
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimizationResultsKnownPreColVelGBandSA.xlsx');
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelGBandSA.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesKnownPreColVelGBandSA.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);
```

```
str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColGBandSA.res');
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimizationResultsKnownPostColGBandSA.xlsx');
xlswrite(str,a);
str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelGBandSA.res'); %Ricsac%d
opt=load(str,'-ascii');
str = sprintf('OptimValuesKnownPostColVelGBandSA.xlsx'); %Ricsac%d
xlswrite(str, opt);
```

Συνάρτηση υπολογισμού της Αντικειμενικής Συνάρτησης που ελαχιστοποιείται

```
function [ obj ] = objectiveFunCol( coef )

ricsacAccident=load('AccidentNum.txt', '-ascii');
str = sprintf('GeneralParametersR%d',ricsacAccident);
GenPar=load(str, '-ascii');
analChoose=load('analChoice.txt', '-ascii');
gam=GenPar(15);
deg_to_rad = 3.14/180;%convert degrees to radians
gama=gam;
gamma=gam*deg_to_rad;
d = [GenPar(5) GenPar(6)]; %distance between vehicle's collision point and it's mass center
thita = [GenPar(13)*deg_to_rad GenPar(14)*deg_to_rad]; % angle of vehicle trajectories relatively to carrtesian system
fi = [GenPar(7)*deg_to_rad  GenPar(8)*deg_to_rad];
m = [GenPar(9) GenPar(10)]; %vehicle masses
I = [GenPar(11) GenPar(12)]; %moment of inertia
V_measured = importdata('V_measured.txt'); % experimental or measured values of final velocities
U_measur = importdata('U_measured.txt');
U_measured=U_measur;
Wv = [1 1 1 1 1 1];
Wu = [1 1 1 1 1 1];
d13 = (d(2)*sin(thita(2)+fi(2)) + d(1)*sin(thita(1)+fi(1)));
d24 = (d(2)*cos(thita(2)+fi(2)) + d(1)*cos(thita(1)+fi(1)));
gam = (d(1)*sin(thita(1)+fi(1))/I(1) - d(2)*sin(thita(2)+fi(2))/I(2))/2;
delta = (d(1)*cos(thita(1)+fi(1))/I(1) - d(2)*cos(thita(2)+fi(2))/I(2))/2;
alpha = sin(gamma) + coef(2)*cos(gamma);
beta = cos(gamma) - coef(2)*sin(gamma);
eta = d(1)*(sin(thita(1)+fi(1))*cos(gamma)-cos(thita(1)+fi(1))*sin(gamma));
zeta = d(2)*(sin(thita(2)+fi(2))*cos(gamma)-cos(thita(2)+fi(2))*sin(gamma));
d_calc=[d(2)*sin(thita(2)+fi(2))/I(2) d(2)*cos(thita(2)+fi(2))/I(2) d(1)*sin(thita(1)+fi(1))/I(1) d(1)*cos(thita(1)+fi(1))/I(1)];

%Brach 82

A=[m(1)          0          m(2)          0          0          0;
   0          m(1)          0          m(2)          0          0;
```

```
    cos(gamma)    sin(gamma)    -cos(gamma)    -sin(gamma)    eta    zeta;
    0    beta*m(1)    alpha*m(2)    0    0    0;
    0    d24*m(1)    d13*m(2)    0    I(1)    I(2);
    -d_calc(3)*coef(1)*m(1)    d_calc(4)*coef(1)*m(1)    -d_calc(1)*coef(1)*m(2)    d_calc(2)*coef(1)*m(2)    2*coef(1)-1    1-2*coef(1)];

C=[m(1)    0    m(2)    0    0    0;
    0    m(1)    0    m(2)    0    0;
    -coef(3)*cos(gamma)    -coef(3)*sin(gamma)    coef(3)*cos(gamma)    coef(3)*sin(gamma)    -coef(3)*eta    -coef(3)*zeta;
    0    beta*m(1)    alpha*m(2)    0    0    0;
    0    d24*m(1)    d13*m(2)    0    I(1)    I(2);
    -d_calc(3)*coef(1)*m(1)    d_calc(4)*coef(1)*m(1)    -d_calc(1)*coef(1)*m(2)    d_calc(2)*coef(1)*m(2)    coef(1)    -coef(1)];

q=0;


if analChoose==1
    for i=1:6
        q=q+Wv(i)*(coef(i+9)-(V_measured(i)))^2 + Wu(i)*(coef(i+3)-(U_measured(i)))^2;
    end
    obj=q;
elseif analChoose==2
    for i=1:6
        q=q+Wv(i)*(coef(i+3)-(V_measured(i)))^2 ;
    end
    obj=q;
elseif analChoose==3
    for i=1:6
        q=q+Wv(i)*(coef(i+3)-(U_measured(i)))^2 ;
    end
```

```
        obj=q;
    end


end
```

Συνάρτηση υπολογισμού της παραβίασης των περιορισμών της βελτιστοποίησης (6 εξισώσεις του PIM)

```matlab
function [ c, ceq ] = nlcon( coef )
%UNTITLED3 Summary of this function goes here
%   Detailed explanation goes here
analChoose=load('analChoice.txt', '-ascii');
ricsacAccident=load('AccidentNum.txt', '-ascii');
str = sprintf('GeneralParametersR%d',ricsacAccident);
GenPar=load(str, '-ascii');
gam=GenPar(15);
deg_to_rad = 3.14/180;%convert degrees to radians
gama=gam;
gamma=gam*deg_to_rad;
d = [GenPar(5) GenPar(6)]; %distance between vehicle's collision point and it's mass center
thita = [GenPar(13)*deg_to_rad GenPar(14)*deg_to_rad]; % angle of vehicle trajectories relatively to carrtesian system
fi = [GenPar(7)*deg_to_rad  GenPar(8)*deg_to_rad];
m = [GenPar(9) GenPar(10)]; %vehicle masses
I = [GenPar(11) GenPar(12)]; %moment of inertia
V_measured = importdata('V_measured.txt'); % experimental or measured values of final velocities
U_measur = importdata('U_measured.txt');
U_measured=U_measur;
Wv = [1 1 1 1 1 1];
Wu = [1 1 1 1 1 1];
d13 = (d(2)*sin(thita(2)+fi(2)) + d(1)*sin(thita(1)+fi(1)));
d24 = (d(2)*cos(thita(2)+fi(2)) + d(1)*cos(thita(1)+fi(1)));
gam = (d(1)*sin(thita(1)+fi(1))/I(1) - d(2)*sin(thita(2)+fi(2))/I(2))/2;
delta = (d(1)*cos(thita(1)+fi(1))/I(1) - d(2)*cos(thita(2)+fi(2))/I(2))/2;
alpha = sin(gamma) + coef(2)*cos(gamma);
beta = cos(gamma) - coef(2)*sin(gamma);
eta = d(1)*(sin(thita(1)+fi(1))*cos(gamma)-cos(thita(1)+fi(1))*sin(gamma));
zeta = d(2)*(sin(thita(2)+fi(2))*cos(gamma)-cos(thita(2)+fi(2))*sin(gamma));
d_calc=[d(2)*sin(thita(2)+fi(2))/I(2) d(2)*cos(thita(2)+fi(2))/I(2) d(1)*sin(thita(1)+fi(1))/I(1) d(1)*cos(thita(1)+fi(1))/I(1)];



A=[m(1)                    0                    m(2)                    0                    0                    0;
   0                    m(1)                    0                    m(2)                    0
```

```
    0;
    cos(gamma) sin(gamma) -cos(gamma) -sin(gamma) eta zeta;
    0 beta*m(1) alpha*m(2) 0 0 0;
    0 d24*m(1) d13*m(2) 0 I(1) I(2);
    -d_calc(3)*coef(1)*m(1) d_calc(4)*coef(1)*m(1) -d_calc(1)*coef(1)*m(2) d_calc(2)*coef(1)*m(2) 2*coef(1)-1 1-2*coef(1)];

C=[m(1) 0 m(2) 0 0 0;
    0 m(1) 0 m(2) 0 0;
    -coef(3)*cos(gamma) -coef(3)*sin(gamma) coef(3)*cos(gamma) coef(3)*sin(gamma) -coef(3)*eta -coef(3)*zeta;
    0 beta*m(1) alpha*m(2) 0 0 0;
    0 d24*m(1) d13*m(2) 0 I(1) I(2);
    -d_calc(3)*coef(1)*m(1) d_calc(4)*coef(1)*m(1) -d_calc(1)*coef(1)*m(2) d_calc(2)*coef(1)*m(2) coef(1) -coef(1)];



if analChoose==1
    ceq = A*transpose(coef(10:15))-(C*transpose(coef(4:9))); % V_measured
elseif analChoose==2
    ceq = A*transpose(coef(4:9))-(C*transpose(U_measured)); % V_measured
elseif analChoose==3
    ceq = A*transpose(V_measured)-(C*transpose(coef(4:9))); % V_measured
end

c=[];

end
```

Παράρτημα Β΄

Υπολογιστικοί κώδικες Κεφαλαίου 3

Κύριο Πρόγραμμα

```
% THIS PROGRAM IMPLEMENTS AN INVERSE ANALYSIS OF THE TRAJECORY THAT EACH
% VEHICLE FOLLOWED AFTER THE COLLISION IT REQUIRES AS MANY AS POSSIBLE KEY
% POINTS OF THE TRAJECTORY IN ORDER TO RECONSTRUCT THE WHOLE PATH USING
% NATURAL CUBIC SPLINES

% call script that creates natural cubic splines from key points at the
% trajectories
% clear all
% clc
ft_to_m=0.3048;

% DATA INPUT SECTION
i=3
ricsacAccident=i; %Number of accident to reocnstruct
str = sprintf('traj_angle_car1_R%d',ricsacAccident);
angle_1= load(str, '-ascii');
str = sprintf('GeneralParametersR%d',ricsacAccident);
GenPar= load(str, '-ascii');
sim_type=GenPar(4); %0 for reconstruction 1 for simulation
str = sprintf('traj_angle_car2_R%d',ricsacAccident);
angle_2= load(str, '-ascii');

fric_coef=GenPar(1);
str = sprintf('traj_data_in_car1_R%d',ricsacAccident);
Traj1=load(str,'-ascii')*ft_to_m;
str = sprintf('traj_data_in_car2_R%d',ricsacAccident);
Traj2=load(str,'-ascii')*ft_to_m;


% Car #1 coordinates derived from input above
Coord_c1=[-Traj1(:,1) Traj1(:,2)];
```

```
% Car #2 coordinates derived from input above
Coord_c2=[-Traj2(:,1) Traj2(:,2)];

ang1=[angle_1 -Traj1(:,1)];



ang2=[angle_2 -Traj2(:,1)];


% calculate the trajectory of the first car with spline interpolation through know points
dlmwrite('inp.dat', Coord_c1)
dlmwrite('inp_ang.dat', ang1)
traj_data1=importdata('inp.dat');
init_ang1=angle_1(1);
[m1,k]=size(angle_1);
rest_ang1=angle_1(m1);

Npts=20;
[ Ds1, L1, seg_ang1,  car_head1,  Crab_ang1, m, trajectory1] = traj_analysis( Npts,i );
%velocity components reconstruction
LFr1=GenPar(2);
% Normal_force1=Tot_weight(1)*9.81;
if sim_type==0
    [ V1, Dt1, omega1, DragF1, V1x, V1y, car_head1, Crab_ang1 ] = Dynamic_reconstruction(  LFr1, m, fric_coef, Crab_ang1, Ds1, car_head1, seg_ang1 );
    % omega1(m)=deg2rad(angle_1(1)-car_head1(m))/Dt1(m);
elseif sim_type==1
    [ V1, Dt1, omega1, DragF1, V1x, V1y, car_head1, Crab_ang1 ] = DynamicReconstructionForward(  LFr1, m, fric_coef, Crab_ang1, Ds1, car_head1 );
end

k1=V1x(m);
k2=V1y(m);
k3=omega1(m-1);
V_post1=[k1 k2 k3];



% calculate the trajectory of the second car with spline interpolation through know points
dlmwrite('inp.dat', Coord_c2)
dlmwrite('inp_ang.dat', ang2)
traj_data=importdata('inp.dat');
init_ang=angle_2(1);
```

```
[m2,k]=size(angle_2);
rest_ang=angle_2(m2);
[ Ds2, L2, seg_ang2,  car_head2,  Crab_ang2, m, trajectory2] = traj_analysis(Npts,i);
LFr2=GenPar(3);
if sim_type==0
    [ V2, Dt2, omega2, DragF2, V2x, V2y, car_head2, Crab_ang2 ] = Dynamic_reconstruction( LFr2, m, fric_coef, Crab_ang2, Ds2, car_head2, seg_ang2 );     % omega1(m)=deg2rad(angle_1(1)-car_head1(m))/Dt1(m);
elseif sim_type==1
    [ V2, Dt2, omega2, DragF2, V2x, V2y, car_head2, Crab_ang2 ] = DynamicReconstructionForward( LFr2, m, fric_coef, Crab_ang2, Ds2, car_head2 );
end


k1=V2x(m);
k2=V2y(m);
k3=omega2(m-1);
V_post2=[k1 k2 k3];

V_fin=[V_post1;[];V_post2];
str = sprintf('VelocityResultsR%d.csv',ricsacAccident);
csvwrite(str, V_fin)
FigH=figure(i);
% FigH = figure('Position', get(0, 'Screensize'));
set(FigH,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1])
% F    = getframe(FigH);
plot(trajectory1(:,1),trajectory1(:,2), 'LineWidth',7)
hold on




locx1=0.5*[0.3 0.3 -1.7 -4.3 -0.5 ];
locy1=1*[-0.4 -0.4 -0.4 -0.4 0.6 ];
locx2=0.1*[3.5 1.5 1.5 15.9];
locy2=0.1*[1.8 2.8 5.7 1.8 ];

% axis equal
scatter(traj_data1(:,1),traj_data1(:,2),120,'filled')
quiver(traj_data1(1:end-1, 1), traj_data1(1:end-1, 2), diff(traj_data1(:,1)), diff(traj_data1(:,2)), 0, 'LineWidth',3, 'MaxHeadSize',0.1)
for ll=1:m1
    text(traj_data1(ll,1)+locx1(ll),traj_data1(ll,2)+locy1(ll),['(' num2str(round(traj_data1(ll,1),2)) ',' num2str(round(traj_data1(ll,2),2)) ',' num2str(angle_1(ll)) ')']);
end
```

```
plot(trajectory2(:,1),trajectory2(:,2), 'LineWidth',7)
scatter(traj_data(:,1),traj_data(:,2),120,'filled')
for ll=1:m2
  text(traj_data(ll,1)+locx2(ll),traj_data(ll,2)+locy2(ll),['(' num2str(round(traj_data(ll,1),2)) ',' num2str(round(traj_data(ll,2),2)) ',' num2str(angle_2(ll)) ')']);
end
quiver(traj_data(1:end-1, 1), traj_data(1:end-1, 2), diff(traj_data(:,1)), diff(traj_data(:,2)), 0, 'LineWidth',3,'MaxHeadSize',0.1)
hold on
title (['Vehicle trajectories for collision' ' ' num2str(i)])
legend('Vehicle 1 Trajectory','Vehicle 1 trajectory key points','Vehicle 1 Direction','Vehicle 2 Trajectory','Vehicle 2 trajectory key points','Vehicle 2 Direction')
legend('Location','northwest')
xlabel('Cartesian X axis (m)')
ylabel('Cartesian Y axis (m)')
filename=sprintf('Col%d.png',i);
saveas(FigH,filename , 'png')
round(Coord_c1,3);
round(Coord_c2,3)
```

Συνάρτηση παρεμβολής φυσικών κυβικών spline ανάμεσα στα σημεία κλειδιά της τροχιάς

```
function value = splineInterpolator(Npts, inp)


car_cspl= inp;
[nspl,k]=size(car_cspl);

R(1)=0;
R(nspl)=0;
for i=2:nspl-1
        R(i)=6*(car_cspl(i-1,1)-2*car_cspl(i,1)+car_cspl(i+1,1));
end

A(nspl)=0;
A(1)=0;
B(1)=1;
D(1)=0;
A(nspl)=0;
B(nspl)=1;
D(nspl)=0;
for i=2:nspl-1
        A(i)=1;
        B(i)=4;
        D(i)=1;
end

Dspl=1/Npts;

u(1)=Dspl;
for i=2:Npts-1
    u(i)=u(i-1)+Dspl;
end

y = tridiag( B, A, D, R );

for i=1:nspl-1
    for j=1:Npts-1
        Gx(i,j)=car_cspl(i,1)+(car_cspl(i+1,1)-car_cspl(i,1) -(1/6)*y
            (i+1)-(1/3)*y(i))*u(j)+0.5*y(i)*(u(j))^2+(1/6)*(y(i+1)-y(
            i))*(u(j))^3;
    end
end


R1(1)=0;
R1(nspl)=0;
for i=2:nspl-1
```

```
        R1(i)=6*(car_cspl(i-1,2)-2*car_cspl(i,2)+car_cspl(i+1,2));
end
A(1)=0;
B(1)=1;
D(1)=0;
A(nspl)=0;
B(nspl)=1;
D(nspl)=0;
for i=2:nspl-1
        A(i)=1;
        B(i)=4;
        D(i)=1;
end

y1 = tridiag( B, A, D, R1 );

for i=1:nspl-1
    for j=1:Npts-1
            Gy(i,j)=car_cspl(i,2)+(car_cspl(i+1,2)-car_cspl(i,2)
                -(1./6.)*y1(i+1)-(1./3.)*y1(i))*u(j)+0.5*y1(i)*(u
                (j))^2.+(1/6)*(y1(i+1)-y1(i))*(u(j))^3;
    end
end
% value=zeros(Npts*nspl,2)
k=1;
for i=1:nspl
    if (i < nspl-1)
        value(k,1)=car_cspl(i,1);
        value(k,2)=car_cspl(i,2);
        k=k+1;
        for j=1:Npts-1
                        value(k,1)=Gx(i,j);
            value(k,2)=Gy(i,j);
            k=k+1;
        end
    elseif (i==nspl-1)
        value(k,1)=car_cspl(i,1);
        value(k,2)=car_cspl(i,2);
        k=k+1;
        for j=1:Npts-1
                        value(k,1)=Gx(i,j);
            value(k,2)=Gy(i,j);
            k=k+1;
        end
    end
end
value(k,1)=car_cspl(nspl,1);
value(k,2)=car_cspl(nspl,2);

end
```

Συνάρτηση ανακατασκευής της τροχιάς του κάθε οχήματος

```
function [ Ds, L, seg_deg, car_head, Crab_ang, m, trajectory] = traj_analysis( Npts,CNo)

traj_data1=importdata('inp.dat');
trajectory = splineInterpolator(Npts, traj_data1);

L=arclength(trajectory(:,1),trajectory(:,2), 'spline'); % Car path length
%trajectory segments length
Ds(1)=0;
[m,k]=size(trajectory);

for i=2:m
    Vec=[trajectory(i-1,1),trajectory(i-1,2);trajectory(i,1), trajectory(i,2)];
    Ds(i)=pdist(Vec, 'euclidean');
end
Ds=Ds(2:m);
% Compute each segment angle relative to the x axis with  right hand rule
seg_deg(1)=0;

for i=2:m

    seg_deg(i)=atan2((trajectory(i,2)-trajectory(i-1,2)),(trajectory(i,1)-trajectory(i-1,1)));
    if seg_deg(i)<0
        seg_deg(i)=seg_deg(i)+ 2*pi;
    end
end
seg_deg(1)=seg_deg(2);

seg_deg=rad2deg(seg_deg);


ang_data=importdata('inp_ang.dat');

car_head= splineInterpolator(Npts, ang_data);
car_head=car_head(:,1);

%--------------------CAR HEADING ANGLE START------------%


for j=1:m-1
        Crab_ang(j)=0.5*(car_head(j+1)+car_head(j))-seg_deg(j);
end
```

```
Crab_ang(m)=car_head(m)-seg_deg(m);



end
```

Συνάρτηση ανακατασκευής των ταχυτήτων κάθε οχήματος

```
function [ V, Dt, omega, DragF, Vx, Vy, car_head, Crab_ang,
    VelVectorAngle, seg_ang ] = Dynamic_reconstruction( LFr, m,
    fric_coef, Crab_ang, Ds, car_head, seg_ang )
%UNTITLED3 Summary of this function goes here
%   Detailed explanation goes here

V(1)=0;
Dt(1)=0;
omega(1)=0;
Z=zeros(m,1);
Vx(1)=0;
Vy(1)=0;
j=m;
for i=1:m/2-1
    temp=car_head(j);
    car_head(j)=car_head(i);
    car_head(i)=temp;
    j=j-1;
end
j=m;
for i=1:m/2-1
    temp=seg_ang(j);
    seg_ang(j)=seg_ang(i);
    seg_ang(i)=temp;
    j=j-1;
end
j=m;
for i=1:m/2-1
    temp=Crab_ang(j);
    Crab_ang(j)=Crab_ang(i);
    Crab_ang(i)=temp;
    j=j-1;
end
j=m-1;
for i=1:m/2-2
    temp=Ds(j);
    Ds(j)=Ds(i);
    Ds(i)=temp;
    j=j-1;
end
for i=2:m
     DragF(i-1)=fric_coef*sqrt((LFr*cos(deg2rad(Crab_ang(i-1))))^2 +
         (sin(deg2rad(Crab_ang(i-1))))^2 );
     V(i)= sqrt(V(i-1)^2+2*9.81*(DragF(i-1)*Ds(i-1)+Z(i)-Z(i-1)));
     Dt(i)=2*Ds(i-1)/(V(i)+V(i-1));
     omega(i-1)=deg2rad(car_head(i-1)-car_head(i))/Dt(i);
```

```
end

% Calculate the velocity vector approximation for each segment
for i=1:m
    if Crab_ang(i)<0
        VelVectorAngle(i)=car_head(i)+Crab_ang(i);
    elseif Crab_ang(i)>0
        VelVectorAngle(i)=car_head(i)-Crab_ang(i);
    end
end

selec=0;
if selec==1
    for i=2:m
        Vx(i)=V(i)*cos(deg2rad(car_head(i)));
        Vy(i)=V(i)*sin(deg2rad(car_head(i)));

    end
else
    for i=1:m
        Vx(i)=V(i)*cos(deg2rad(seg_ang(i)));
        Vy(i)=V(i)*sin(deg2rad(seg_ang(i)));

    end
end

end
```

Παράρτημα Γ΄

Υπολογιστικοί κώδικες Κεφαλαίου 4

Κύριο Πρόγραμμα αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης

```

delete *.res
for j=5:5
for i=1:12

    if i==2
        i=i+1;
    end


% delete *.fig
TrajectoryReconstruction;

Aeq=[];
beq=[];
A=[];
b=[];
DisplayInterval_Data=200;
fun=@objective_prob_II_Brach82_WholeReconstruction;
nonlincon=@nlcon_fin_vel;
Aeq=[];
beq=[];
A=[];
b=[];
% Tolerance=1e-20;
Tolerance=10^(-j);
options = optimoptions('fmincon');
options = optimoptions(options,'Display', 'iter-detailed');
options = optimoptions(options,'Algorithm', 'sqp');
options = optimoptions(options,'FinDiffType', 'central');
options = optimoptions(options, 'TolFun', Tolerance, 'TolCon',
    Tolerance, 'TolX', Tolerance );
ricsacAccident=i; %Number of accident to reconstruct
str = sprintf('VelMeasR%d.txt',ricsacAccident);
Velocities= load(str, '-ascii');
```

```
V_measured = [V_fin(1,1) V_fin(1,2) V_fin(2,1) V_fin(2,2) V_fin(1,3) V_fin(2,3)];
U_measured = Velocities(2,:);
ub=[0,      1.1,  0.2,  20,   20,   20,   20,   5,   5];
lb=[-1,     0,    0,   -20,  -20,  -20,  -20,  -7,  -7];
x0=[0       0     0     0     0     0     0     0    0];
dlmwrite('U_measured.txt',U_measured)
dlmwrite('AccidentNum.txt',ricsacAccident)
dlmwrite('V_measured.txt',V_measured)

[coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, options);
str = sprintf('ResultsRicsac%d',ricsacAccident);

Results=[0 0 0 U_measured ;
        coef;];

str = sprintf('ResultsGBFminConTol%dSQP.res',Tolerance);
dlmwrite(str,Results, '-append')

clear Results
clc
end
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('ResultsGBFminConTol%dSQP.xlsx', Tolerance);
xlswrite(str,a);
end
```

Κύριο πρόγραμμα συνδυασμού αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης με τη μέθοδο Αναζήτησης Μοτίβου

```matlab

delete *.res
i=1;
k=1;
while(k==1)

    if i==2
        i=i+1;
    end


% delete *.fig
TrajectoryReconstruction;

Aeq=[];
beq=[];
A=[];
b=[];
DisplayInterval_Data=200;
fun=@objective_prob_II_Brach82_WholeReconstruction;
nonlincon=@nlcon_fin_vel;
options = optimoptions('patternsearch');
options = optimoptions(options,'UseCompletePoll', true);
options = optimoptions(options,'Cache', 'off');
options = optimoptions(options,'InitialMeshSize',1e-3);
options = optimoptions(options,'MeshTolerance',1e-12);
options = optimoptions(options,'TolCon',1e-12);
options = optimoptions(options,'TolX',1e-12);
options = optimoptions(options,'MaxFunctionEvaluations',400);
options = optimoptions(options,'SearchFcn', @MADSPositiveBasis2N);
options = optimoptions(options,'PollMethod', 'madspositivebasis2n');
options = optimoptions(options,'UseCompleteSearch', true);
options = optimoptions(options,'Display', 'iter');
options = optimoptions(options,'UseVectorized',false );
options = optimoptions(options,'UseParallel', true);
hyboptions = optimoptions('fmincon');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'UseParallel',true);
%     hyboptions = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 1400);
% hyboptions = optimoptions(hyboptions,'PlotFcns', { @optimplotfval @optimplotfirstorderopt });
hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolCon', 1e-5);
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Display', 'iter-detailed');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Algorithm', 'sqp');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'FinDiffType', 'central');
ricsacAccident=i; %Number of accident to reconstruct
str = sprintf('VelMeasR%d.txt',ricsacAccident);
```

```
Velocities= load(str, '-ascii');
V_measured = [V_fin(1,1) V_fin(1,2) V_fin(2,1) V_fin(2,2) V_fin(1,3) V_fin(2,3)];
U_measured = Velocities(2,:);
ub=[0,     1.1,  0.2,  20,   20,   20,   20,   5,   5];
lb=[-1,    0,    0,   -20,  -20,  -20,  -20,  -7,  -7];
x0=[0      0     0     0     0     0     0     0    0];
dlmwrite('U_measured.txt',U_measured)
dlmwrite('AccidentNum.txt',ricsacAccident)
dlmwrite('V_measured.txt',V_measured)
[coef,fval,exitflag,output] = ...
patternsearch(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,[],options);
x0=coef;
[coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, hyboptions);
str = sprintf('ResultsRicsac%d',ricsacAccident);

Results=[0 0 0 U_measured ;
         coef;];
% str = sprintf('InitialVelocityResultsRicsac%d.xlsx', ricsacAccident); %Ricsac%d
% xlswrite(str, Results );
str = sprintf('ResultsPS&fmincon.res');
dlmwrite(str,Results, '-append')

clear Results
clc
 if(i==12)
         k=0;
 else
      i=i+1;
 end
end
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('ResultsPS&fmincon.xlsx');
xlswrite(str,a);
```

Κύριο πρόγραμμα συνδυασμού αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης με τη μέθοδο Προσομοιούμενης Ανόπτησης

```
delete *.res
i=1;
k=1;
while(k==1)

    if i==2
        i=i+1;
    end


% delete *.fig
TrajectoryReconstruction;

Aeq=[];
beq=[];
A=[];
b=[];
DisplayInterval_Data=200;
fun=@objective_prob_II_Brach82_WholeReconstruction;
nonlincon=@nlcon_fin_vel;
InitialTemp=100; % INITIAL HEATING TEMPERATURE
options = optimoptions('simulannealbnd');
    options = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 2000);
% options = optimoptions(options,'PlotFcn', { @saplottemperature });
%     options = optimoptions(options, 'TolFun', 1e-3);
%     options = optimoptions(options, 'TemperatureFcn','
    temperatureboltz');
% options = optimoptions(options,'Display', 'iter');
options = optimoptions(options,'DisplayInterval',
    DisplayInterval_Data);
options = optimoptions(options,'HybridInterval', 'end');
% options = optimoptions(options, 'InitialTemperature', [
    InitialTemp InitialTemp InitialTemp InitialTemp InitialTemp
    InitialTemp InitialTemp InitialTemp InitialTemp ]);
% options.TemperatureFcn = @temperaturefast;
hyboptions = optimoptions('fmincon');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'UseParallel',true);
%     hyboptions = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 1400);
% hyboptions = optimoptions(hyboptions,'PlotFcns', { @optimplotfval
     @optimplotfirstorderopt });
hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolCon', 1e-5);
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Display', 'iter-detailed');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Algorithm', 'sqp');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'FinDiffType', 'central');
ricsacAccident=i; %Number of accident to reconstruct
str = sprintf('VelMeasR%d.txt',ricsacAccident);
```

```
Velocities= load(str, '-ascii');
V_measured = [V_fin(1,1) V_fin(1,2) V_fin(2,1) V_fin(2,2) V_fin(1,3)
    V_fin(2,3)];
U_measured = Velocities(2,:);
ub=[0,     1.1, 0.2, 20,  20,  20,  20,  5,  5];
lb=[-1,    0,   0,  -20, -20, -20, -20, -7, -7];
x0=[0      0    0    0    0    0    0    0   0];
dlmwrite('U_measured.txt',U_measured)
dlmwrite('AccidentNum.txt',ricsacAccident)
dlmwrite('V_measured.txt',V_measured)
[coef,fval,exitflag,output] = ...
simulannealbnd(fun,x0,lb,ub,options);
x0=coef;
[coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0, A,
    b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, hyboptions);
str = sprintf('ResultsRicsac%d',ricsacAccident);

Results=[0 0 0 U_measured ;
         coef;];
% str = sprintf('InitialVelocityResultsRicsac%d.xlsx',
    ricsacAccident); %Ricsac%d
% xlswrite(str, Results );
str = sprintf('ResultsSimAnnealInitTemp%d.res',InitialTemp);
dlmwrite(str,Results, '-append')

clear Results
clc
   if(i==12)
        k=0;
 else
      i=i+1;
 end
end
a=load(str,'-ascii');
str = sprintf('ResultsSimAnnealInitTemp%d.xlsx',InitialTemp);
xlswrite(str,a);
```

Παράρτημα Δ΄

Υπολογιστικοί κώδικες Κεφαλαίου 5

Κύριο Πρόγραμμα εναλλακτικής ανακατασκευής

```
clear all
clc
delete *.res
delete *.csv
i=1;
k=1;
ub1=0.05;
ub2=0.4;
directionAngleFreedom=20;% in degrees
while(k==1)
    if (i==2)
        i=i+1
    end
    ft_to_m=0.3048;
    ricsacAccident=i; %Number of accident to reocnstruct
    str = sprintf('traj_angle_car1_R%d',ricsacAccident);
    angle_1= load(str, '-ascii');
    str = sprintf('GeneralParametersR%d',ricsacAccident);
    GenPar= load(str, '-ascii');
    sim_type=GenPar(4); %0 for reconstruction 1 for simulation
    str = sprintf('traj_angle_car2_R%d',ricsacAccident);
    angle_2= load(str, '-ascii');
    Npts=20;

    fric_coef=GenPar(1);
    str = sprintf('traj_data_in_car1_R%d',ricsacAccident);
    Traj1=load(str,'-ascii')*ft_to_m;
    str = sprintf('traj_data_in_car2_R%d',ricsacAccident);
    Traj2=load(str,'-ascii')*ft_to_m;
    Coord_c1=[-Traj1(:,1) Traj1(:,2)];
    Coord_c2=[-Traj2(:,1) Traj2(:,2)];
    ang1=[angle_1 -Traj1(:,1)];
    ang2=[angle_2 -Traj2(:,1)];
    %TR for trajectory and TA for heading angle
    TR1=transpose(Coord_c1(:));
```

```
    TR2=transpose(Coord_c2(:));
    sizeTraj=[size(TR1) size(TR2) ];
    TA1=transpose(angle_1(:));
    TA2=transpose(angle_2(:));
    k1=size(TR1);k2=size(TR2);
    BoundMatV1=[ub1 (ones(1,k1(2)/2-2))*ub2 ub1 ub1 (ones(1,k1(2)
       /2-2))*ub2 ub1 ];
    BoundMatV2=[ub1 (ones(1,k2(2)/2-2))*ub2 ub1 ub1 (ones(1,k2(2)
       /2-2))*ub2 ub1];
    TR1UB=TR1+BoundMatV1;%30*ones(size(TR1));
    TR2UB=TR2+BoundMatV2;%30*ones(size(TR2));
    TA1UB=TA1+directionAngleFreedom;%360*ones(size(TA1));
    TA2UB=TA2+directionAngleFreedom;%360*ones(size(TA2));
    TR1LB=TR1-BoundMatV1;%-20*ones(size(TR1));
    TR2LB=TR2-BoundMatV2;%-20*ones(size(TR2));
    TA1LB=TA1-directionAngleFreedom;%-90*ones(size(TA1));
    TA2LB=TA2-directionAngleFreedom;%-90*ones(size(TA2));
    dlmwrite('TrajectoryKeyPointsNumber', sizeTraj);
    x0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 TR1 TR2 TA1 TA2];
    lb=[-1 0 0 -20 -20 -20 -20 -5 -5 TR1LB TR2LB TA1LB TA2LB];
    ub=[0 1.1 0.2 20 20 20 20 5 5 TR1UB TR2UB TA1UB TA2UB];

    %
       ------------------------------------------------------------------------------------------------------------
    %----------------------------------OPTIMIZATION SETUP
       ----------------------------------%
    %
       ------------------------------------------------------------------------------------------------------------


    nonlincon=@nlconEnergyScenario;


    Aeq=[];
    beq=[];
    A=[];
    b=[];
    DisplayInterval_Data=100;
    hyboptions = optimoptions('fmincon');
    % hyboptions = optimoptions(hyboptions,'UseParallel',true);
        hyboptions = optimoptions(hyboptions,'MaxFunEvals', 20000);
    %     hyboptions = optimoptions(options,'PlotFcns', {
       @optimplotfval @optimplotfirstorderopt });
    hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolCon', 1e-10);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolX', 1e-12);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolFun', 1e-10);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'OptimalityTolerance', 1e
       -10);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Display', 'iter-detailed')
```

```
;
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Algorithm', 'sqp');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'FinDiffType', 'central');

options = optimoptions('simulannealbnd');
options = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 350);
options = optimoptions(options, 'TolFun', 1e-3);
%     options = optimoptions(options, 'TemperatureFcn','temperatureboltz');
options = optimoptions(options,'Display', 'iter');
options = optimoptions(options,'DisplayInterval', DisplayInterval_Data);
options = optimoptions(options,'HybridInterval', 'end');


str = sprintf('VelMeasR%d.txt',ricsacAccident);
Velocities= load(str, '-ascii');
V_measured = Velocities(1,:); % experimental or measured values of final velocities
U_measured = Velocities(2,:);

fun=@objectiveFunEnergy;

dlmwrite('U_measured.txt',U_measured)
% dlmwrite('analChoice.txt',analChoose)
dlmwrite('AccidentNum.txt',ricsacAccident)
dlmwrite('V_measured.txt',V_measured)
% [coef,fval,exitflag,output] = ...
%     simulannealbnd(fun,x0,lb,ub,options);
% x0=coef;
[coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, hyboptions);


%------------------------------------------ PLOT RESULTS ------------------------------------------%
FigH=figure(i);
% FigH = figure('Position', get(0, 'Screensize'));
set(FigH,'PaperUnits','inches','PaperPosition',[0 0 8 7])
trajectoryInitial=splineInterpolator(Npts, Coord_c1);
%     quiver(trajectoryInitial(:,1),trajectoryInitial(:,2), 'LineWidth',5)
plot(trajectoryInitial(:,1),trajectoryInitial(:,2), 'LineWidth',5)
hold on
trajectoryInitial=splineInterpolator(Npts, Coord_c2);
plot(trajectoryInitial(:,1),trajectoryInitial(:,2), 'LineWidth',5)
hold on
step=k1(2)/2-1;
```

```
tr_1=[transpose(coef(10:(10+step ) ) ) transpose(coef(10+step+1:10+step+1+step))];
tr1_1=tr_1;%save trajectory 1 key points
trajectory = splineInterpolator(Npts, tr_1);
plot(trajectory(:,1),trajectory(:,2), 'LineWidth',5)
step1=10+step+1+step+1;
step=k2(2)/2-1;
tr_1=[transpose(coef(step1:step1+step)) transpose(coef(step1+step+1:step1+step+1+step))];
trajectory = splineInterpolator(Npts, tr_1);
hold on
plot(trajectory(:,1),trajectory(:,2), 'LineWidth',5)
hold on
scatter(Coord_c1(:,1),Coord_c1(:,2),'filled')
scatter(Coord_c2(:,1),Coord_c2(:,2),'filled')
scatter(tr1_1(:,1),tr1_1(:,2),'filled')
scatter(tr_1(:,1),tr_1(:,2),'filled')
axis equal
legend('Veh1 Initial Trajectory', 'Veh2 Initial Trajectory', 'Veh1 Optimized Trajectory', 'Veh2 Optimized Trajectory' )
str=sprintf('Vehicles Initial and Optimized Trajectories for Collision %d',ricsacAccident);
title(str)
xlabel('Cartesian X axis (m)')
ylabel( 'Cartesian Y axis (m)')
filename=sprintf('OptimizedCol%d.png',i);
saveas(FigH,filename , 'png')


%-------------------- SAVE RESULTS ----------------------------------------%
results=[0 0 0 V_measured ;
    coef(1:9);];
str = sprintf('OptVelocitiesR%d.res',ricsacAccident);
dlmwrite(str, results)
resres=load(str,'-ascii');
str=sprintf('OptVelocitiesR%d.xlsx',ricsacAccident);
xlswrite(str,resres)
str2=sprintf('OptVelocitiesTotal.res');
dlmwrite(str2,results,'-append')

[m,k2]=size(coef);
[m,kk1]=size(transpose(angle_1))
[m,kk2]=size(transpose(angle_2))
kkk=ceil(kk1+kk2);
measangs=[transpose(angle_1) transpose(angle_2)];
results2=[measangs;coef((k2-kkk+1):k2);];
str = sprintf('OptAnglesR%d.res',ricsacAccident);
dlmwrite(str, results2)
resres2=load(str,'-ascii');
```

```
    str=sprintf('OptAnglesR%d.xlsx',ricsacAccident);
    xlswrite(str,resres2)
    str2=sprintf('OptAnglesTotal.res');
    dlmwrite(str2,results2,'-append')


    clear TR1 TR2 TA1 TA2 angle_1 angle_2 Traj1 Traj2 x0 ub lb results results2
    clc
    if (i==12)
        k=0;
    else
        i=i+1
    end
end
 str2=sprintf('OptVelocitiesTotal.res');
a=load(str2,'-ascii');
str2=sprintf('OptValuesTotal.xlsx');
xlswrite(str2,a);
```

Συνάρτηση υπολογισμού της Αντικειμενικής Συνάρτησης που ελαχιστοποιείται

```
function [ obj ] = objectiveFunEnergy( coef )




ricsacAccident=load('AccidentNum.txt', '-ascii');
% str = sprintf('data_R%d.dat',ricsacAccident);
% A_d= load(str,'-ascii'); % data matrix containing all physical
    data
str = sprintf('GeneralParametersR%d',ricsacAccident);
GenPar= load(str, '-ascii');
ELF=0;%GenPar(16);
ft_to_m=0.3048;
fric_coef=GenPar(1);
camber=0; %camber angle of the tire
str = sprintf('GeneralParametersR%d',ricsacAccident);
GenPar=load(str, '-ascii');
gam=GenPar(15);
deg_to_rad = 3.14/180;%convert degrees to radians
gama=gam;
gamma=deg2rad(gam);
d = [GenPar(5) GenPar(6)]; %distance between vehicle's collision
    point and it's mass center
thita = [GenPar(13)*deg_to_rad GenPar(14)*deg_to_rad]; % angle of
    vehicle trajectories relatively to carrtesian system
fi = [GenPar(7)*deg_to_rad  GenPar(8)*deg_to_rad];
mass = [GenPar(9) GenPar(10)]; %vehicle masses
I = [GenPar(11) GenPar(12)]; %moment of inertia


% DISTRIBUTE TRAJECTORY KEY POSITION AND ANGLE POINTS TO THE
    APPROPRIATE
% VARIABLES
str = sprintf('TrajectoryKeyPointsNumber');
sizeTraj=load(str, '-ascii');
Step=((sizeTraj(2)/2-1));
Traj1=[coef(10:(10+Step)); coef((11+Step):(((11+Step)+Step)))];
FPosTr1=(((11+Step)+Step)); %position of final element of Traj 1 in
    coef vector
Step=((sizeTraj(4)/2-1));
Traj2=[coef(FPosTr1+1:(FPosTr1+1+Step)); coef((FPosTr1+2+Step):(((
    FPosTr1+2+Step)+Step)))];
FPosTr2=(((FPosTr1+2+Step)+Step));
Step=((sizeTraj(2)/2-1));
angle_1=coef(FPosTr2+1:(FPosTr2+1+Step));
FPosAng1=(FPosTr2+1+Step);
```

```
Step=((sizeTraj(4)/2-1));
angle_2=coef(FPosAng1+1:(FPosAng1+1+Step));


Coord_c1=transpose(Traj1);
Coord_c2=transpose(Traj2);
ang1=[transpose(angle_1) Coord_c1(:,1)];
ang2=[transpose(angle_2) Coord_c2(:,1)];

[m1,k]=size(angle_1);
Npts=20;
[ Ds1, L1, seg_ang1,  car_head1,  Crab_ang1, m, trajectory] =
    trajectoryConstruction( Npts, Coord_c1, ang1 );
LFr1=GenPar(2);
[ V1, Dt1, omega1, DragF1, V1x, V1y, car_head1, Crab_ang1 ] =
    DynamicReconstructionEnergy(  LFr1, m, fric_coef, Crab_ang1, Ds1,
     car_head1, seg_ang1 );
k1=V1x(m);
k2=V1y(m);
k3=omega1(m-1);
k4=V1(m);
V_post1=[k1 k2 k3];

[m2,k]=size(angle_2);
[ Ds2, L2, seg_ang2,  car_head2,  Crab_ang2, m, trajectory] =
    trajectoryConstruction(Npts, Coord_c2, ang2);
LFr2=GenPar(3);
[ V2, Dt2, omega2, DragF2, V2x, V2y, car_head2, Crab_ang2 ] =
    DynamicReconstructionEnergy( LFr2, m, fric_coef, Crab_ang2, Ds2,
    car_head2, seg_ang2 );     % omega1(m)=deg2rad(angle_1(1)-
    car_head1(m))/Dt1(m);

k1=V2x(m);
k2=V2y(m);
k3=omega2(m-1);
V_post2=[k1 k2 k3];
VMagn=[k4 V2(m)];
V_fin=[V_post1;[];V_post2];

% UNCOMMENT THE OBJECTIVE FUNCTION YOU WANT TO USE AND COMMENT OUT
    THE OTHER ONE

% EnergyCarTraj=[1/2*mass(1)*VMagn(1)^2 + 1/2*I(1)*V_post1(3)^2 1/2*
    mass(2)*VMagn(2)^2 + 1/2*I(2)*V_post2(3)^2];%Energy 1
EnergyCarTraj=[1/2*mass(1)*VMagn(1)^2   1/2*I(1)*V_post1(3)^2 1/2*
    mass(2)*VMagn(2)^2   1/2*I(2)*V_post2(3)^2];%Energy 2


% EnergyCarCollision=[(1-ELF)*(1/2*mass(1)*(coef(4)^2+(coef(5))^2) +
     1/2*I(1)*coef(8)^2) (1-ELF)*(1/2*mass(2)*(coef(6)^2+(coef(7))^2)
```

```
 + 1/2*I(2)*coef(9)^2)]; %Energy 1
EnergyCarCollision=[(1-ELF)*(1/2*mass(1)*(coef(4)^2+(coef(5))^2)) 1/2*I(1)*coef(8)^2 (1-ELF)*(1/2*mass(2)*(coef(6)^2+(coef(7))^2)) 1/2*I(2)*coef(9)^2]; %Energy 2
% obj =abs(EnergyCarCollision(1)-EnergyCarTraj(1))+abs(EnergyCarCollision(2)-EnergyCarTraj(2)); %objective 1
obj=abs(EnergyCarTraj(1)-EnergyCarCollision(1))+abs(EnergyCarTraj(3)-EnergyCarCollision(3))+abs(EnergyCarTraj(2)-EnergyCarCollision(2))+abs(EnergyCarTraj(4)-EnergyCarCollision(4));%objective2


end
```

Συνάρτηση υπολογισμού της παραβίασης των περιορισμών

```
function [ c, ceq ] = nlconEnergyScenario( coef )


ricsacAccident=load('AccidentNum.txt', '-ascii');
str = sprintf('GeneralParametersR%d',ricsacAccident);
GenPar=load(str, '-ascii');
gam=GenPar(15);
deg_to_rad = 3.14/180;%convert degrees to radians
gama=gam;
gamma=gam*deg_to_rad;
d = [GenPar(5) GenPar(6)]; %distance between vehicle's collision
    point and it's mass center
thita = [GenPar(13)*deg_to_rad GenPar(14)*deg_to_rad]; % angle of
    vehicle trajectories relatively to carrtesian system
fi = [GenPar(7)*deg_to_rad  GenPar(8)*deg_to_rad];
m = [GenPar(9) GenPar(10)]; %vehicle masses
I = [GenPar(11) GenPar(12)]; %moment of inertia
U_measured = importdata('U_measured.txt');
Wv = [1 1 1 1 1 1];
Wu = [1 1 1 1 1 1];
d13 = (d(2)*sin(thita(2)+fi(2)) + d(1)*sin(thita(1)+fi(1)));
d24 = (d(2)*cos(thita(2)+fi(2)) + d(1)*cos(thita(1)+fi(1)));
gam = (d(1)*sin(thita(1)+fi(1))/I(1) - d(2)*sin(thita(2)+fi(2))/I(2)
    )/2;
delta = (d(1)*cos(thita(1)+fi(1))/I(1) - d(2)*cos(thita(2)+fi(2))/I
    (2))/2;
alpha = sin(gamma) + coef(2)*cos(gamma);
beta = cos(gamma) - coef(2)*sin(gamma);
eta = d(1)*(sin(thita(1)+fi(1))*cos(gamma)-cos(thita(1)+fi(1))*sin(
    gamma));
zeta = d(2)*(sin(thita(2)+fi(2))*cos(gamma)-cos(thita(2)+fi(2))*sin(
    gamma));
d_calc=[d(2)*sin(thita(2)+fi(2))/I(2) d(2)*cos(thita(2)+fi(2))/I(2)
    d(1)*sin(thita(1)+fi(1))/I(1) d(1)*cos(thita(1)+fi(1))/I(1)];


A=[m(1)                    0                    m(2)
                0                    0
    0;
    0                    m(1)                    0
                m(2)                    0
                0;
    cos(gamma)                    sin(gamma)                    -cos(
        gamma)                    -sin(gamma)                    eta
                zeta;
    0                    beta*m(1)                    alpha*m
```

```
    (2)                 0                     0
    0;
  0                          d24*m(1)                    d13*m(2)
                    0                     I(1)                  I
    (2);
  -d_calc(3)*coef(1)*m(1)     d_calc(4)*coef(1)*m(1)      -d_calc
    (1)*coef(1)*m(2)   d_calc(2)*coef(1)*m(2)   2*coef(1)-1
    1-2*coef(1)];

C=[m(1)                        0                           m(2)
                    0                     0
  0;
  0                          m(1)                        0
                             m(2)                    0
                     0;
 -coef(3)*cos(gamma)      -coef(3)*sin(gamma)            coef(3)*
   cos(gamma)          coef(3)*sin(gamma)       -coef(3)*eta          -
   coef(3)*zeta;
  0                          beta*m(1)                   alpha*m
    (2)                 0                     0
    0;
  0                          d24*m(1)                    d13*m(2)
                    0                     I(1)                  I
    (2);
  -d_calc(3)*coef(1)*m(1)     d_calc(4)*coef(1)*m(1)      -d_calc(1)
    *coef(1)*m(2)    d_calc(2)*coef(1)*m(2)    coef(1)              -
    coef(1)];




ceq  = A*transpose(coef(4:9))-(C*transpose(U_measured)); %V_measured



c=[];


end
```

Συνάρτηση ανακατασκευής των ταχυτήτων για την φάση αμέσως μετά τη σύγκρουση για κάθε κύκλο βελτιστοποίησης

```
clear all
clc
delete *.res
delete *.csv
i=1;
k=1;
ub1=0.05;
ub2=0.4;
directionAngleFreedom=20;% in degrees
while(k==1)
    if (i==2)
        i=i+1
    end
    ft_to_m=0.3048;
    ricsacAccident=i; %Number of accident to reocnstruct
    str = sprintf('traj_angle_car1_R%d',ricsacAccident);
    angle_1= load(str, '-ascii');
    str = sprintf('GeneralParametersR%d',ricsacAccident);
    GenPar= load(str, '-ascii');
    sim_type=GenPar(4); %0 for reconstruction 1 for simulation
    str = sprintf('traj_angle_car2_R%d',ricsacAccident);
    angle_2= load(str, '-ascii');
    Npts=20;

    fric_coef=GenPar(1);
    str = sprintf('traj_data_in_car1_R%d',ricsacAccident);
    Traj1=load(str,'-ascii')*ft_to_m;
    str = sprintf('traj_data_in_car2_R%d',ricsacAccident);
    Traj2=load(str,'-ascii')*ft_to_m;
    Coord_c1=[-Traj1(:,1) Traj1(:,2)];
    Coord_c2=[-Traj2(:,1) Traj2(:,2)];
    ang1=[angle_1 -Traj1(:,1)];
    ang2=[angle_2 -Traj2(:,1)];
    %TR for trajectory and TA for heading angle
    TR1=transpose(Coord_c1(:));
    TR2=transpose(Coord_c2(:));
    sizeTraj=[size(TR1) size(TR2) ];
    TA1=transpose(angle_1(:));
    TA2=transpose(angle_2(:));
    k1=size(TR1);k2=size(TR2);
    BoundMatV1=[ub1 (ones(1,k1(2)/2-2))*ub2 ub1 ub1 (ones(1,k1(2)/2-2))*ub2 ub1 ];
    BoundMatV2=[ub1 (ones(1,k2(2)/2-2))*ub2 ub1 ub1 (ones(1,k2(2)/2-2))*ub2 ub1];
    TR1UB=TR1+BoundMatV1;%30*ones(size(TR1));
```

```
TR2UB=TR2+BoundMatV2;%30*ones(size(TR2));
TA1UB=TA1+directionAngleFreedom;%360*ones(size(TA1));
TA2UB=TA2+directionAngleFreedom;%360*ones(size(TA2));
TR1LB=TR1-BoundMatV1;%-20*ones(size(TR1));
TR2LB=TR2-BoundMatV2;%-20*ones(size(TR2));
TA1LB=TA1-directionAngleFreedom;%-90*ones(size(TA1));
TA2LB=TA2-directionAngleFreedom;%-90*ones(size(TA2));
dlmwrite('TrajectoryKeyPointsNumber', sizeTraj);
x0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 TR1 TR2 TA1 TA2];
lb=[-1 0 0 -20 -20 -20 -20 -5 -5 TR1LB TR2LB TA1LB TA2LB];
ub=[0 1.1 0.2 20 20 20 20 5 5 TR1UB TR2UB TA1UB TA2UB];

%--------------------------------------------------------------------------------
%------------------------------OPTIMIZATION SETUP------------------------------%
%--------------------------------------------------------------------------------

nonlincon=@nlconEnergyScenario;


Aeq=[];
beq=[];
A=[];
b=[];
DisplayInterval_Data=100;
hyboptions = optimoptions('fmincon');
% hyboptions = optimoptions(hyboptions,'UseParallel',true);
    hyboptions = optimoptions(hyboptions,'MaxFunEvals', 20000);
%      hyboptions = optimoptions(options,'PlotFcns', {@optimplotfval @optimplotfirstorderopt });
hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolCon', 1e-10);
hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolX', 1e-12);
hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'TolFun', 1e-10);
hyboptions = optimoptions(hyboptions, 'OptimalityTolerance', 1e-10);
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Display', 'iter-detailed');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'Algorithm', 'sqp');
hyboptions = optimoptions(hyboptions,'FinDiffType', 'central');

options = optimoptions('simulannealbnd');
options = optimoptions(options,'MaxFunEvals', 350);
options = optimoptions(options, 'TolFun', 1e-3);
%      options = optimoptions(options, 'TemperatureFcn','temperatureboltz');
options = optimoptions(options,'Display', 'iter');
```

```
    options = optimoptions(options,'DisplayInterval',DisplayInterval_Data);
    options = optimoptions(options,'HybridInterval', 'end');


    str = sprintf('VelMeasR%d.txt',ricsacAccident);
    Velocities= load(str, '-ascii');
    V_measured = Velocities(1,:); % experimental or measured values of final velocities
    U_measured = Velocities(2,:);

    fun=@objectiveFunEnergy;

    dlmwrite('U_measured.txt',U_measured)
    % dlmwrite('analChoice.txt',analChoose)
    dlmwrite('AccidentNum.txt',ricsacAccident)
    dlmwrite('V_measured.txt',V_measured)
    % [coef,fval,exitflag,output] = ...
    %     simulannealbnd(fun,x0,lb,ub,options);
    % x0=coef;
    [coef,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlincon, hyboptions);


    %------------------------------------------ PLOT RESULTS ------------------------------------------%
    FigH=figure(i);
    % FigH = figure('Position', get(0, 'Screensize'));
    set(FigH,'PaperUnits','inches','PaperPosition',[0 0 8 7])
    trajectoryInitial=splineInterpolator(Npts, Coord_c1);
%     quiver(trajectoryInitial(:,1),trajectoryInitial(:,2), 'LineWidth',5)
    plot(trajectoryInitial(:,1),trajectoryInitial(:,2), 'LineWidth',5)
    hold on
    trajectoryInitial=splineInterpolator(Npts, Coord_c2);
    plot(trajectoryInitial(:,1),trajectoryInitial(:,2), 'LineWidth',5)
    hold on
    step=k1(2)/2-1;
    tr_1=[transpose(coef(10:(10+step ) ) ) transpose(coef(10+step+1:10+step+1+step))];
    tr1_1=tr_1;%save trajectory 1 key points
    trajectory = splineInterpolator(Npts, tr_1);
    plot(trajectory(:,1),trajectory(:,2), 'LineWidth',5)
    step1=10+step+1+step+1;
    step=k2(2)/2-1;
    tr_1=[transpose(coef(step1:step1+step)) transpose(coef(step1+step+1:step1+step+1+step))];
    trajectory = splineInterpolator(Npts, tr_1);
```

```
    hold on
    plot(trajectory(:,1),trajectory(:,2), 'LineWidth',5)
    hold on
    scatter(Coord_c1(:,1),Coord_c1(:,2),'filled')
    scatter(Coord_c2(:,1),Coord_c2(:,2),'filled')
    scatter(tr1_1(:,1),tr1_1(:,2),'filled')
    scatter(tr_1(:,1),tr_1(:,2),'filled')
    axis equal
    legend('Veh1 Initial Trajectory', 'Veh2 Initial Trajectory', 'Veh1 Optimized Trajectory', 'Veh2 Optimized Trajectory' )
    str=sprintf('Vehicles Initial and Optimized Trajectories for Collision %d',ricsacAccident);
    title(str)
    xlabel('Cartesian X axis (m)')
    ylabel( 'Cartesian Y axis (m)')
    filename=sprintf('OptimizedCol%d.png',i);
    saveas(FigH,filename , 'png')


    %------------------------------ SAVE RESULTS ------------------------------%
    results=[0 0 0 V_measured ;
        coef(1:9);];
    str = sprintf('OptVelocitiesR%d.res',ricsacAccident);
    dlmwrite(str, results)
    resres=load(str,'-ascii');
    str=sprintf('OptVelocitiesR%d.xlsx',ricsacAccident);
    xlswrite(str,resres)
    str2=sprintf('OptVelocitiesTotal.res');
    dlmwrite(str2,results,'-append')

    [m,k2]=size(coef);
    [m,kk1]=size(transpose(angle_1))
    [m,kk2]=size(transpose(angle_2))
    kkk=ceil(kk1+kk2);
    measangs=[transpose(angle_1) transpose(angle_2)];
    results2=[measangs;coef((k2-kkk+1):k2);];
    str = sprintf('OptAnglesR%d.res',ricsacAccident);
    dlmwrite(str, results2)
    resres2=load(str,'-ascii');
    str=sprintf('OptAnglesR%d.xlsx',ricsacAccident);
    xlswrite(str,resres2)
    str2=sprintf('OptAnglesTotal.res');
    dlmwrite(str2,results2,'-append')


    clear TR1 TR2 TA1 TA2 angle_1 angle_2 Traj1 Traj2 x0 ub lb results results2
    clc
    if (i==12)
```

```
            k=0;
        else
            i=i+1
        end
end
 str2=sprintf('OptVelocitiesTotal.res');
a=load(str2,'-ascii');
str2=sprintf('OptValuesTotal.xlsx');
xlswrite(str2,a);
```