ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών

Έλεγχος Επάρκειας Πλωτήρων Ιχθυοκλωβών με Πεπερασμένα Στοιχεία

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γρηγόρης Γ. Φλώρος

Επιβλέπων: Βησσαρίων Παπαδόπουλος

Αθήνα, Απρίλιος 2019

ΕΣ&ΑΕ ΔΕ 2019/

Φλώρος Γρηγόριος (2019).

Έλεγχος Επάρκειας Πλωτήρων Ιχθυοκλωβών με Πεπερασμένα Στοιχεία

Διπλωματική Εργασία ΕΣ&ΑΕ ΔΕ 2019

Εργαστήριο Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Floros Grigorios (2019).

Finite Element Structural Analysis of Float Collar for Aquaculture Metal Fish Cages Launch

Diploma Thesis SA&AR DT 2019

Institute of Structural Analysis & Antiseismic Research, National Technical University of Athens, Greece

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΑΤΙΚΗΣ & ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΜΚ ΔΕ 2019/

«Έλεγχος Επάρκειας Πλωτήρων Ιχθυοκλωβών με Πεπερασμένα Στοιχεία»

Γρηγόρης Φλώρος (Επιβλέπων: Παπαδόπουλος Β.)

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία επιδιώκει τον έλεγχο επάρκειας πλωτήρων ιχθυοκλωβών, από πλαστικούς σωλήνες HDPE (high-density polyethylene), με πεπερασμένα στοιχεία ώστε να επιτυγχάνεται η ασφαλής ανύψωση του συστήματος πλωτήρα-κλωβού και τελικώς η καθέλκυση του σε επιλεγμένη κάθε φορά θέση, χωρίς να προκαλούνται βλάβες που να δύνανται να το οδηγήσουν σε καθολική αστοχία.

Η ανάγκη του προσδιορισμού του κατάλληλου τύπου πλωτήρα προήλθε κατά την αστοχία του συστήματος σε παρελθοντική επιχείρηση τοποθέτησης κλωβού στη θάλασσα, όπου έγινε χρήση πλωτήρων χωρίς να έχει προηγηθεί έλεγχος στατικής επάρκειας. Η αστοχία αυτή κατέστησε επιβεβλημένο τον έλεγχο του εν λόγω συστήματος, πριν από κάθε τοποθέτηση.

Ο έλεγχος των πλωτήρων έγινε με τη χρήση του προγράμματος Πεπερασμένων Στοιχείων ABAQUS έκδοσης 6.13. Η εισαγωγή των δεδομένων στο πρόγραμμα και η επιλογή του μοντέλου συνιστά τη κατάλληλη γεωμετρική απεικόνιση του συστήματος φορέα-εντατικών μεγεθών με σκοπό τη βέλτιστη προσομοίωση αυτού με τη πραγματική κατασκευή.

Από τα αποτελέσματα του έλεγχου οδηγούμαστε στην ενδεδειγμένα αξιόπιστη και ασφαλή επιλογή συστήματος πλωτήρων που μας επιτρέπει τη χρήση αυτών στο εν λόγω εγχείρημα.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

INSTITUTE OF STRUCTURAL ANALYSIS AND ANTISEISMIC RESEARCH

DIPLOMA THESIS

EMK ΔΕ 2019/

Static Analysis of Floating Fish Cages with Copper Alloy Wire Mesh using the Finite Element Method.

Floros Grigorios (supervised by Papadopoulos V.)

Abstract

This diploma thesis aims to test the adequacy of high-density polyethylene (HDPE) plastic floating collar with finite elements, in order to achieve the lifting safety of the cage system and simultaneously launching it in a selected area without causing any failures that could lead to entire catastrophe.

The need to determine the appropriate float type came from system failure, during past installation and launching at sea, where floating collar were used without any prior checking of static adequacy. This failure made imperative to test this system before each placement.

Floating collar analysis was done by using ABAQUS FEM PC program version 6.13. The data input and the appropriate geometric representation of the model aims to optimize its simulation with the actual construction.

From the test results, we are going to be able to make the appropriate, credible and safe selection of a floating system that allows us to use them in this project.

Ευχαριστίες

Με την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας ολοκληρώνεται ο κύκλος σπουδών μου στη σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και επί την ευκαιρία θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον καθηγητή μου Δρ. Παπαδόπουλο Βησσαρίωνα που μου ανέθεσε αυτή την εργασία και αφιέρωσε τον προσωπικό του χρόνο στην καθοδήγηση μου καθ’ όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της καθώς και τον υποψήφιο Διδάκτορα Ιωάννη Καλογέρη για την πολύτιμη αρωγή του σε όλα τα στάδια αυτής.

Επίσης ευχαριστώ θερμά την σύζυγο μου και τις κόρες μου, για την αμέριστη στήριξη, με την ταυτόχρονη υπομονή που επέδειξαν, τόσο στην διάρκεια εκπόνησης αυτής της εργασίας, αλλά και γενικώς κατά την ακαδημαϊκή μου πορεία τη τελευταία δεκαετία.

Τέλος ευχαριστώ τους γονείς μου που με στήριζαν και συνεχίζουν να με στηρίζουν σε κάθε μου προσπάθεια.

Φλώρος Γρηγόριος

Απρίλιος 2019

1 Εισαγωγή

1.1 Οι Ιχθυοκλωβοί στις Ιχθυοκαλλιέργειες

Οι κλωβοί είναι πλωτές κατασκευές που επιτρέπουν να ρέει το νερό ελεύθερα ανάμεσα στους εκτρεφόμενους οργανισμούς. Το μέγεθος τους είναι κατά κανόνα σχετικά μικρό, αν και ποικίλλει αρκετά ανάλογα με το καλλιεργούμενο είδος και το περιβάλλον της καλλιέργειας. Οι κλωβοί έχουν χρησιμοποιηθεί για πολλές δεκαετίες. χρονολογείται ήδη από το 1200 σε ορισμένες περιοχές της Ασίας και αποτελεί επί του παρόντος μια κύρια μορφή υδατοκαλλιέργειας σε χώρες όπως ο Καναδάς, η Χιλή, η Ιαπωνία, η Νορβηγία, η Σκωτία, η Ισπανία και η Ελλάδα όπου χρησιμοποιείται κυρίως για σολομό, αλλά και για άλλα είδη ιχθύων. Σήμερα λοιπόν, οι ιχθυοκλωβοί χρησιμοποιούνται παγκοσμίως τόσο στη θάλασσα, όσο και στις λίμνες και στα μεγάλα ποτάμια.

Στην υδατοκαλλιέργεια η χρησιμοποίηση μεγάλων κλωβών, με όγκο από εκατοντάδες έως μερικές χιλιάδες m^3, γίνεται όλο και πιο δημοφιλής. Αυτοί, αλλά και μικρότεροι κλωβοί χρησιμοποιούνται τόσο στην έρευνα όσο και στην εμπορική παραγωγή ειδών όπως, το λαβράκι, η τσιπούρα, κ.ά.. Οι τυπικοί κλωβοί επιπλέουν στην επιφάνεια του νερού, με το κάτω μέρος τους να διατηρείται πάνω από τον πυθμένα. Στις υδατοκαλλιέργειες έχουν χρησιμοποιηθεί κλωβοί διαφόρων σχημάτων και μεγεθών. Οι περισσότεροι έχουν τετράγωνο, ορθογώνιο ή κυλινδρικό σχήμα, αλλά πιο πολύπλοκα σχήματα γίνονται όλο και πιο συχνά, ιδιαίτερα στη υδατοκαλλιέργεια. Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι κλωβοί αποτελούνται από ένα δύσκαμπτο πλαίσιο, τον πλωτήρα, και από ένα πλέγμα το οποίο είναι στερεωμένο στον πλωτήρα και το οποίο επιτρέπει την ελεύθερη διέλευση του νερού, διατηρώντας τα ψάρια σε έναν καλά περιφραγμένο χώρο (Εικόνα 1.1).

Οι πλωτήρες είναι κατασκευασμένοι από ελαφριά και δύσκαμπτα υλικά όπως μπαμπού, ξύλο, διαφόρων τύπων μέταλλα, πλαστικό, τα οποία εξασφαλίζουν τόσο την πλευστότητα των κλωβών όσο και τη διατήρηση του σχήματος τους παρά τις αναταράξεις της θάλασσας. Το πλέγμα μπορεί να είναι από διάφορα υλικά όπως πλαστικό, σύρμα ή νάιλον. Οι κλωβοί επιπλέουν στη θάλασσα με τη βοήθεια ειδικών κατασκευών από υλικά όπως το φελιζόλ και ο φελλός, είτε μέσω αεροστεγών δοχείων. Τριγύρω από τον κλωβό υπάρχει μία εξέδρα μικρού πλάτους (συνήθως <1m) από ξύλο, είτε μεταλλική από αλουμίνιο, είτε από πλαστικό που επιτρέπει τη βάδιση. Το πλέγμα φθάνει μέχρι βάθους 6-10 μέτρων γύρω από κάθε πλευρά και κλείνει στον πυθμένα.

Καθώς η θαλασσοκαλλιέργειες μεταφέρονται από τα προστατευμένα παράκτια ύδατα προς τον ανοιχτό ωκεανό (υπεράκτια καλλιέργεια), διότι ότι ο αριθμός των τοποθεσιών σε λιγότερο εκτεθειμένες περιοχές είναι πλέον περιορισμένη, καθώς και λόγω περιβαλλοντικών διατάξεων που επιβάλλουν την απομάκρυνση των ιχθυοκαλλιεργειών από τη παράλια ζώνη, αλλά και με ταυτόχρονη την ολοένα αυξανόμενη ζήτηση τις παγκόσμιας αγοράς έχουν προταθεί νέοι τύποι κλωβών.


Εικόνα 1.1 Ιχθυοκλωβός με μεταλλικό δίχτυ (60m περίμετρο, 10m βάθος)

Έτσι οι σύγχρονες τάσεις είναι οι ιχθυοκλωβοί να αυξάνουν τόσο σε πλάτος όσο και σε βάθος. Ο σχεδιασμός των θαλάσσιων κλωβών έχει τροποποιηθεί για ασφαλή και αξιόπιστη χρήση σε πιο απομακρυσμένες περιοχές ανοικτής θάλασσας.

Οι ιχθυοκλωβοί που βρίσκονται σε πιο εκτεθειμένες περιοχές υπόκεινται σε φορτίσεις από πιο ενεργητικά κύματα και ισχυρότερα ρεύματα, γεγονός που προκαλεί μεγάλες παραμορφώσεις. Στις περιπτώσεις αυτές, οι κλωβοί θα πρέπει να είναι σε θέση να αντέχουν σε καταιγίδες που θα μπορούσαν να προκαλέσουν κύματα και ρεύματα μεγάλης εντάσεως με αποτέλεσμα να καταστρέψουν κατασκευές όπως αυτές που έχουν ήδη αναφερθεί. Πρόκειται λοιπόν για μια πρόκληση, καθώς η ενδεδειγμένη μεταχείριση των ψαριών εξαρτάται από τη διατήρηση ενός ορισμένου ελάχιστου όγκου εντός του κλωβού.

Επίσης η εισαγωγή του νορβηγικού προτύπου NS 9415 το 2003 οδήγησε σε νομικές απαιτήσεις για ανάλυση αντοχής των ιχθυοκλωβών. Μέχρι τότε, όλοι οι ιχθυοκλωβοί είχαν διαστασιοποιηθεί χρησιμοποιώντας εμπορικά πρότυπα βάσει εμπειρικών δεδομένων. Το NS 9415 απαιτεί ανάλυση αντοχής για την επικύρωση της διαστασιολόγησης μεγάλων κλωβών που υπόκεινται σε μεγάλα περιβαλλοντικά φορτία. Καθώς προχωρούν προγράμματα προσομοίωσης με μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων, η τεχνική ανάλυση των κλωβών μπορεί να συμβάλει στη βελτίωση του σχεδιασμού, της απόδοσης και της αξιοπιστίας αυτών. Μια ανάλυση που περιλαμβάνει ένα πλήρες μοντέλο αλληλεπίδρασης υγρών και δομών [Computational Fluid Dynamics (CFD) και Finite Element Analysis (FEA)] θα είναι σύνθετη και εξαιρετικά απαιτητική για τους υπολογιστικούς πόρους και είναι περιορισμένες οι προσπάθειες ανάλυσεων σε κλωβούς. Υπάρχουν συνεχιζόμενες εργασίες για την επαλήθευση και ανάπτυξη μεθόδων CFD για ροή γύρω από τις δομές του συστήματος πλωτήρα δικτυού.

Οι κλωβοί ανοικτής θάλασσας μπορούν να είναι πλωτοί, βυθισμένοι ή υποβρύχιοι. Όπου τα δίχτυα που χρησιμοποιούνται στους κλωβούς μπορεί να είναι άκαμπτα ή εύκαμπτα. Στα άκαμπτα δίχτυα ανήκουν τα μεταλλικά δίχτυα από ειδικό κράμα χαλκού που θα διατηρήσει το αρχικό του σχήμα ανεξάρτητα από φορτίσεις κυμάτων ρευμάτων. Στη περίπτωση αυτή έχουμε μεγάλη αύξηση του βάρους του πλέγματος που καταπονεί το πλωτήρα τόσο στη τελική θέση του στη θάλασσα όσο περισσότερο κατά τη διάρκεια συνομολόγησης στη ξηρά καθώς και κατά τη καθέλκυση του.

Αυτό ακριβώς είναι και το ζητούμενο που διαπραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία. Έλεγχος Επάρκειας Πλωτήρων Ιχθυοκλωβών κατά την εξάρτηση του με ιμάντες ανύψωσης από γερανό υπό τη φόρτιση του ίδιου βάρους και του βάρους του μεταλλικού πλέγματος-δίχτυ.

1.2 Έκταση-Δομή και περιγραφή της εργασίας

Στο δεύτερο και τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων με μία σύντομη ιστορική αναδρομή. Επιχειρείται επίσης μία συνοπτική περιγραφή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και παρουσιάζονται τα συνήθη πεπερασμένα στοιχεία.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων στον έλεγχο επάρκειας πλωτήρων ιχθυοκλωβών με τη χρήση του προγράμματος Abaqus. Περιγράφεται ο σχεδιασμός του μοντέλου του συστήματος των πλωτήρων καθώς και η εντατική κατάσταση αυτού. Εν συνεχεία βάσει της μεθοδολογίας του προγράμματος, ελέγχεται η κατασκευή και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης και οι παραμορφώσεις αυτού.

Στη συνέχεια στο πέμπτο κεφάλαιο αποδίδονται τα συμπεράσματα εκ των αποτελεσμάτων και ο σχολιασμός αυτών.

Τέλος στο έκτο και τελευταίο μέρος τίθενται μελλοντικές προσεγγίσεις του θέματος αντοχής ιχθυοκλωβών.

2. Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων

Η μελέτη φαινομένων στη φύση, όπως είναι η ανάλυση των φορέων στη Στατική, με σύγχρονα υπολογιστικά μέσα ακολουθεί δύο βασικά στάδια:(i) τη μαθηματική διατύπωση του φαινομένου και (ii) την αριθμητική ανάλυση του μαθηματικού προσομοιώματος. Η μαθηματική διατύπωση βασίζεται σε ορισμένες παραδοχές γύρω από τις διαδικασίες που χαρακτηρίζουν το φαινόμενο, ενώ η αριθμητική ανάλυση χρησιμοποιεί αριθμητικές μεθόδους και τις δυνατότητες του υπολογιστή προκειμένου να δώσει λύση στη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος. Παρά το γεγονός ότι η διατύπωση των κυρίαρχων εξισώσεων που διέπουν τα περισσότερα φαινόμενα στη φύση, στην πλειονότητα τους , δεν μπορεί να χαρακτηρισθεί εξαιρετικά δυσχερής, η εξεύρεση της ακριβούς λύσεως είναι μία επίπονη και δυσχερέστατη διαδικασία. Στις περιπτώσεις αυτές οι προσεγγιστικές μέθοδοι επιλύσεως της μαθηματικής διατύπωσης αποτελούν μία πρόσφορη εναλλακτική αντιμετώπιση των προβλημάτων αυτών. Από τις πλέον διαδεδομένες προσεγγιστικές μεθόδους για την επίλυση των προβλημάτων της Μηχανικής είναι οι μέθοδοι των μεταβολών, στις οποίες ανήκει η μέθοδος Rayleigh-Ritz και οι μέθοδοι των σταθμικών υπολοίπων, μία εκ των οποίων είναι και η μέθοδος Galerkin.

Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων μπορεί να θεωρηθεί ως μία ειδική διατύπωση των προαναφερόμενων μεθόδων και σταθμικών υπολοίπων η οποία όμως πλεονεκτεί σαφώς ως προς τις αρχικές διατυπώσεις των μεθόδων αυτών λόγω της μεγαλύτερης ευκολίας με την οποία αντιμετωπίζει πολύπλοκες γεωμετρίες και του ευχερέστερου προγραμματισμού της στον Η/Υ. Η Θεμελιώδης αρχή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων βασίζεται στην αντικατάσταση του γεωμετρικού σύνθετου πεδίου του προβλήματος με ένα σύνολο απλών υποπεδίων τα οποία ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία.

Συνοπτικά η ιστορική αναδρομή της μεθόδου είναι η ακόλουθη: Το 1909 ο Γερμανός μαθηματικός Ritz ανέπτυξε τις αρχές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Το 1915 ο Ρώσος μαθηματικός Galerkin ανέπτυξε σε βάθος την θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων. Η απουσία του ηλεκτρονικού υπολογιστή καθυστέρησε την διάδοση και περαιτέρω ανάπτυξη της μεθόδου και παρέμεινε στάσιμη μέχρι την ανακάλυψη του υπολογιστή. Με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή η μέθοδος έγινε γνωστή και διαδόθηκε στους ερευνητές. Η ιδέα της ανάπτυξης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων γεννήθηκε στην αεροναυπηγική από την ανάγκη της εύρεσης λύσης στα δύσκολα προβλήματα που αντιμετώπιζαν στην κατασκευή των αεροσκαφών. Το 1941 ο Hrenikoff εισήγαγε την καλούμενη framework method (μέθοδο του πλαισίου) με την οποία ένα επίπεδο ελαστικό μέσο μπορούσε να αντικατασταθεί με ένα ισοδύναμο σύστημα ράβδων και δοκών. Το 1943 ο Γερμανός μαθηματικός Courant έλυσε το πρόβλημα της στρέψης χρησιμοποιώντας τριγωνικά στοιχεία με την αρχή της ελαχίστης δυναμικής ενέργειας (minimum potential energy) και την ονόμασε Rayleigh-Ritz μέθοδο. Επειδή τότε δεν υπήρχε ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, η θεωρία του Courant δεν μπορούσε να εφαρμοσθεί και ξεχάστηκε μέχρι που ανακαλύφθηκε ο υπολογιστής και οι επιστήμονες ξανά θεμελίωσαν την μέθοδο. Το 1955 ο Έλληνας Ι. Αργύρης έγραψε ένα βιβλίο με θέμα «Ενεργειακά Γενικά περί των Πεπερασμένων Στοιχείων θεωρήματα και η μέθοδος των μητρώων» και εισήγαγε τις αρχές των πεπερασμένων στοιχείων. Το 1956 οι Αμερικανοί Turner, Clough, Martin και Top υπολόγισαν το μητρώο δυσκαμψίας της ράβδου και άλλων στοιχείων. Το 1960 ο Ι. Αργύρης και ο Kelsey δημοσίευσαν την εργασία τους η οποία βασιζόταν στις αρχές των πεπερασμένων στοιχείων. Το 1960 ο Clough καθηγητής του πανεπιστημίου 'University of California, Berkeley' της Αμερικής, χρησιμοποίησε για πρώτη φορά το όνομα 'Πεπερασμένα στοιχεία' (Finite elements) στην εργασία του και από τότε όλοι χρησιμοποιούν την παραπάνω ονομασία. Το 1967 οι Zienkiewicz και Chung έγραψαν το πρώτο βιβλίο των πεπερασμένων στοιχείων. Από τότε ένας μεγάλος αριθμός δημοσιεύσεων και βιβλίων ακολούθησε με αντικείμενο την εφαρμογή των πεπερασμένων στοιχείων στην μηχανική, στα ρευστά, τη θερμότητα, την ακουστική, την κατεργασία των μετάλλων, τον ηλεκτρισμό και ηλεκτρομαγνητισμό και σε πολλές άλλες επιστήμες .

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί σήμερα τη σημαντικότερη μέθοδο της υπολογιστικής μηχανικής (Computational Mechanics). Η ανάπτυξή της μπορεί να θεωρηθεί ως συμβολή τριών βασικών επιστημονικών περιοχών, των ενεργειακών μεθόδων της μηχανικής (energy methods), της θεωρίας προσεγγίσεων των μαθηματικών (approximation theory), αλλά και των πληροφοριακών συστημάτων σχεδιασμού CAD (Computer Aided Design).

Η αξία της μεθόδου έγκειται στη δυνατότητα της να παρουσιάζεται ως ένα ενιαίο εργαλείο για την στατική και δυναμική γραμμική και μη-γραμμική ανάλυση των κατασκευών από ραβδωτούς, επιφανειακούς και χωρικούς φορείς ή συνδυασμό τους, για τυχαία γεωμετρία, φόρτιση και συνοριακές συνθήκες.

Αρχικά, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτέλεσε μια ενεργειακή μέθοδο για την επίλυση διδιάστατων φορέων όπως οι μέθοδοι Rayleigh-Ritz και Galerkin, τις οποίες μετέφερε ουσιαστικά από το χώρο των συνεχών συστημάτων στα διακριτά συστήματα. Στη συνέχεια επεκράτησαν οι αρχές των ισοπαραμετρικών στοιχείων που εξασφαλίζουν ακρίβεια στους υπολογισμούς και βελτιώνουν σημαντικά τον ενιαίο προγραμματισμό της μεθόδου.

Τέλος, η ανάπτυξη των προγραμμάτων προ- και μετά-επεξεργασίας (pre- and post-processing) των δεδομένων και αποτελεσμάτων καθιέρωσαν τη μέθοδο και τα αντίστοιχα προγράμματα που αναπτύχθηκαν. Έτσι σήμερα, χρησιμοποιώντας προγράμματα που στηρίζονται στις αρχές του CAD ο χρήστης είναι σε θέση να μορφώσει, να τροποποιήσει το προσομοίωμα του και να καθορίσει τις επιβαλλόμενες φορτίσεις κατά τρόπο απλό και εύκολα ελέγξιμο. Μετά την επίλυση του προβλήματος, η επεξεργασία των αποτελεσμάτων γίνεται άμεσα και εποπτικά ενώ σε πολλά συστήματα παρέχεται η δυνατότητα αναζήτησης των αποτελεσμάτων με τη μορφή βάσεων δεδομένων (databases).

Η επόμενη γενιά των προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων αναμένεται να περιλάβει και τη συγκροτημένη διαστασιολόγηση κατασκευών κατά τρόπο που να ενσωματώνει ισχύοντες κανονισμούς αλλά και εμπειρία από το σχεδιασμό διαφόρων κατηγοριών κατασκευών.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων ως προσεγγιστική μέθοδος επιδέχεται βελτιώσεις και προσφέρεται για διαρκή έρευνα με σκοπό τη βελτίωση της.

Έτσι, πληθώρα πεπερασμένων στοιχείων διατίθενται για γενική ή ειδική εφαρμογή, ειδικές φορτίσεις κλπ., ενώ τα θέματα των βασικών κριτηρίων που κάθε αναπτυσσόμενο στοιχείο θα πρέπει να ικανοποιεί δεν είναι ακόμη πλήρως διευκρινισμένα και παραπέμπουν σε σύνθετες μαθηματικές αντιμετωπίσεις. Για την συστηματοποίηση της έρευνας στη περιοχή έχουν θεσπιστεί χαρακτηριστικά παραδείγματα (benchmark tests) που διευκολύνουν και προωθούν σημαντικά την έρευνα για τη συμπεριφορά των στοιχείων.

Σημαντική συμβολή στην ανάπτυξη της μεθόδου αποτελούν και οι αριθμητικές μέθοδοι για την επίλυση των συστημάτων γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων ή προβλημάτων ιδιοτιμών στα οποία καταλήγει η επίλυση στατικών και δυναμικών προβλημάτων. Οι μέθοδοι αυτές, άμεσες ή επαναληπτικές αν και αποτελούν ένα σημαντικό κομμάτι της μεθόδου και εμπλέκονται σε όλες τις φάσεις της ανάπτυξης της.

2. Σύντομη αναφορά σε βασικές έννοιες της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων όπως αναφέραμε είναι μια προσεγγιστική μέθοδος που μπορεί να δώσει αριθμητική λύση, με τη βοήθεια του Η/Υ, σε πάρα πολλά προβλήματα στατικής και δυναμικής των κατασκευών. Το κύριο πλεονέκτημα της μεθόδου το οποίο συνέβαλε στη ραγδαία διάδοση της, είναι ο ενιαίος τρόπος με τον αντιμετωπίζει τα διαφορετικά προβλήματα φορέων, ανεξάρτητα από γεωμετρία, συνοριακές συνθήκες, είδος φόρτισης κλπ. Δηλαδή με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων:

1.Επιλεύονται φορείς οποιουδήποτε γεωμετρικού σχήματος (πεπερασμένα στοιχεία διαφόρων μορφών και μεγέθους).

2.Αντιμετωπίζονται οποιοσδήποτε συνοριακές συνθήκες.

3.Επιλύονται φορείς για οποιεσδήποτε καταστάσεις φόρτισης.

4.Επιλύονται φορείς σύνθετοι, δηλαδή φορείς αποτελούμενοι από επί μέρους δομικά στοιχεία με διαφορετική λειτουργία (π.χ. συνδυασμό υποστυλωμάτων, δοκών, πλακών, κελυφών κτλ).

5.Αντιμετωπίζονται όλα τα δυναμικά προβλήματα

6.Αντιμετωπίζονται προβλήματα μη γραμμικού υπολογισμού φορέων (πλαστικότητας, μεγάλων μετακινήσεων κτλ).

Στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται εν γένει η μέθοδος των μετακινήσεων ή μέθοδος δυσκαμψίας (πρωτογενείς άγνωστοι οι μετακινήσεις), που προσφέρεται καλύτερα για μια αυτόματη εφαρμογή μέσω γενικών προγραμμάτων Η/Υ. η διαδικασία της μεθόδου θα μπορούσε να θεωρηθεί σαν επέκταση της μητρωικής ανάλυσης γραμμικών φορέων. Έτσι εδώ αρχικά θα περιγράψουμε συνοπτικά τη μητρωική μέθοδο μετακινήσεων και στη συνέχεια τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Πριν παρουσιάσουμε τα χαρακτηριστικά βήματα των μεθόδων, αναφέρουμε τις βασικές παραδοχές στις οποίες στηρίζονται όλα τα επόμενα και στις οποίες επίσης βασίζονται η συντριπτική πλειοψηφία των προγραμμάτων Η/Υ που κυκλοφορούν για τις εφαρμογές σε προβλήματα πολιτικού μηχανικού βασικές αυτές παραδοχές είναι:

α) Οι μετακινήσεις και οι παραμορφώσεις του φορέα θεωρούνται απειροστές.

β) Το υλικό του φορέα θεωρείται ελαστικό (γραμμικός νόμος ελαστικότητας).

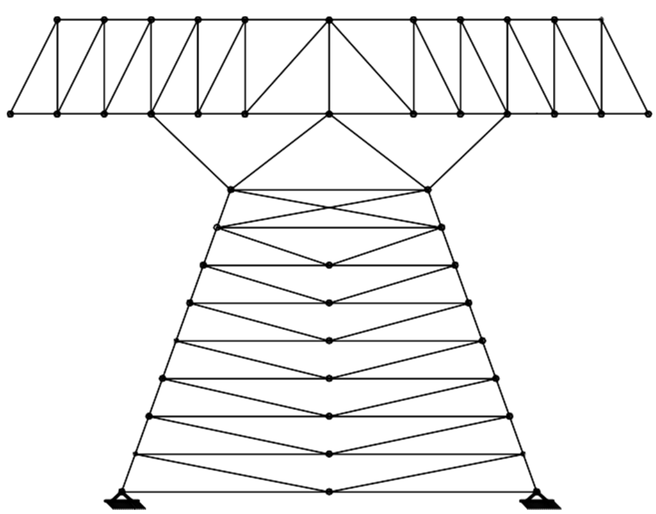
Οι παραδοχές αυτές εξασφαλίζουν την ισχύ της αρχής της επαλληλίας για όλα τα μεγέθη. Δηλαδή τα αποτελέσματα (ένταση, μετακινήσεις κτλ) που επιφέρει σε ένα φορέα ένα σύνολο αιτιών, είναι ίσα με το άθροισμα των αποτελεσμάτων που επιφέρει το κάθε αίτιο ξεχωριστά.

2.1 Συνοπτική διατύπωση της μητρωικής μεθόδου μετακινήσεων

Η διαδικασία που ακολουθεί η μητρωική μέθοδος μετακινήσεων για τον υπολογισμό γραμμικών φορέων, μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από πέντε βήματα. Τα ίδια βήματα περίπου εφαρμόζονται στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

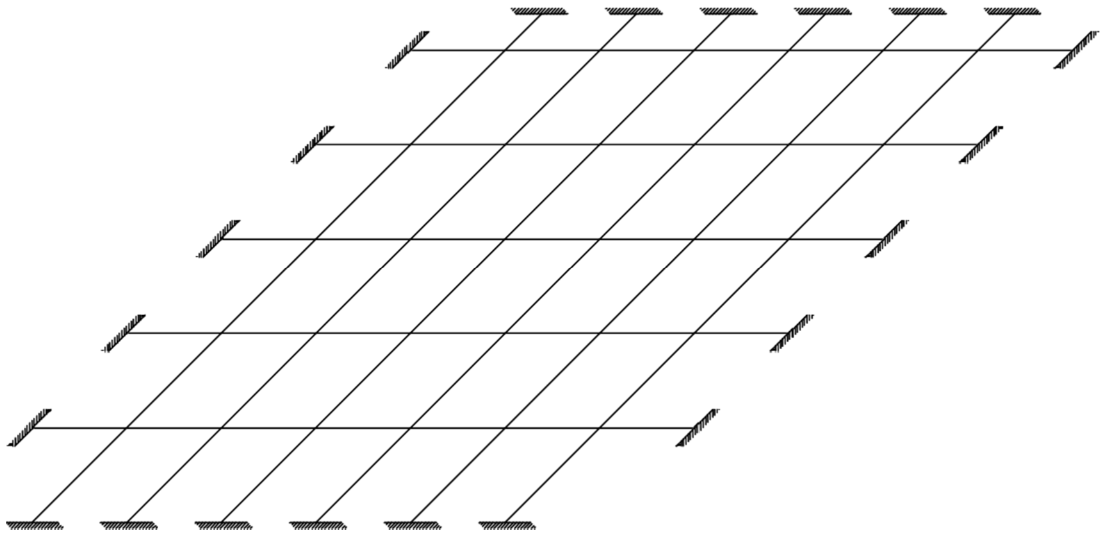
2.1.1 Διακριτοποίηση της κατασκευής

Στη πρώτη φάση γίνεται η διακριτοποίηση του γραμμικού φορέα δηλαδή ο φορέας χωρίζεται σε διακριτά στοιχεία (πεπερασμένα στοιχεία). Κάθε πεπερασμένο στοιχείο είναι μια ευθύγραμμη δοκός ή μια ευθύγραμμη ράβδος δικτυώματος (Σχήματα 2.1 &2.2).



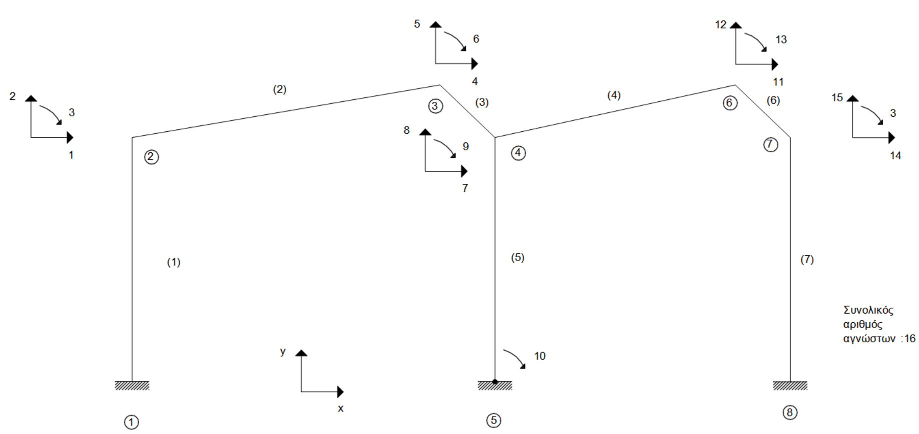
Σχήμα 2.1 Δικτύωμα

Ο χωρισμός γίνεται στα γωνιακά σημεία, στα σημεία σύνδεσης δύο ή περισσοτέρων δοκών ή ράβδων, στα σημεία μεταβολής της διατομής, στις αρθρώσεις κλπ. Τα σημεία αυτά λέγονται κόμβοι .Τα επί μέρους στοιχεία της κατασκευής συνδέονται μεταξύ τους αποκλειστικά και μόνο στους κόμβους. Στη συνέχεια αριθμούνται τα στοιχεία και οι κόμβοι. Κάθε στοιχείο του φορέα συσχετίζεται με τον υπόλοιπο φορέα αποκλειστικά μέσω των μετακινήσεων των κόμβων. Το είδος του φορέα καθορίζει μονοσήμαντα τους βαθμούς ελευθερίας κάθε κόμβου, δηλαδή τις δυνατότητες μετακινήσεως του κόμβου.



Σχήμα 2.2 Σχάρα Δοκών

Στη γενική περίπτωση ενός χωρικού πλαισίου σαν σύστημα συντεταγμένων θα έχουμε ένα δεξιόστροφο καθολικό σύστημα x,y,z. Η μετακίνηση κάθε κόμβου είναι ένα διάνυσμα με έξι στοιχεία (τρεις μετατοπίσεις και τρεις γωνίες στροφής). Αντιστοίχως στο διάνυσμα φορτίου κάθε κόμβου οι έξι συνιστώσες είναι τρεις δυνάμεις και τρεις ροπές εργικά ανταποκρινόμενες στα μεγέθη μετακίνησης. Οι επικόμβιες μετακινήσεις είναι οι άγνωστοι του προβλήματος. Οι επικόμβιες δυνάμεις είναι γνωστές και εξαρτώνται από τη φόρτιση του φορέα.



Σχήμα 2.3 Πλαίσιο στο επίπεδο

Σε ένα επίπεδο πλαίσιο οι βαθμοί ελευθερίας κάθε κόμβου είναι τρεις (οι μετατοπίσεις κατά x και y και η στροφή κατά z). Πχ στο πλαίσιο του σχήματος 2.3 οι μετακινήσεις του κόμβου 7 είναι οι μετακινήσεις στις διευθύνσεις x και y (14,15) και η στροφή του κόμβου (16).

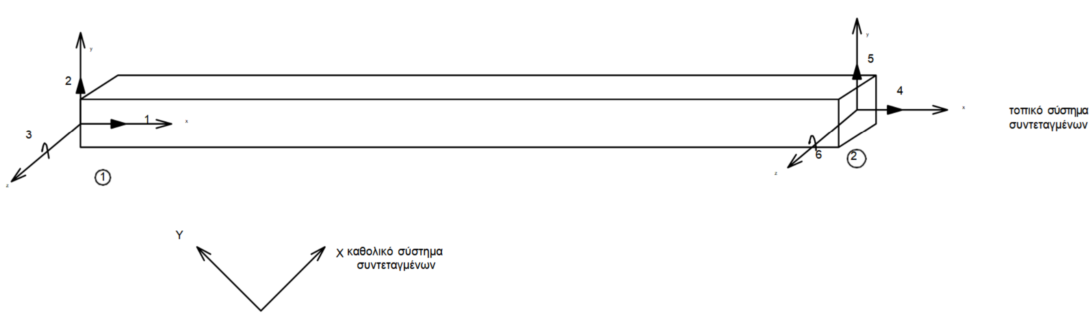
Στη φάση αυτή καθορίζονται και οι δεσμευμένες μετακινήσεις κόμβων που εξαρτώνται από τις συνοριακές συνθήκες. Πχ σε μία πλήρη πάκτωση στο υπόβαθρο μηδενίζονται όλες οι μετακινήσεις του πακτωμένου κόμβου, ενώ σε αρθρωτή σύνδεση με το υπόβαθρο μηδενίζονται μόνο οι μετατοπίσεις και όχι οι γωνίες στροφής. Ο συνολικός αριθμός των αγνώστων μετακινήσεων ενός φορέα είναι το γινόμενο αριθμού των κόμβων επί τους βαθμούς ελευθερίας του κάθε κόμβου (σχήμα 2.3)

2.1.2 Υπολογισμός του μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου.

Απαραίτητη προϋπόθεση για την επίλυση φορέα με τη μητρωική μέθοδο μετακινήσεων είναι να γνωρίζουμε για κάθε στοιχείο τη σχέση που συνδέει τις επικόμβιες μετακινήσεις u^e με τις επικόμβιες δυνάμεις p^e του στοιχείου. Τα μεγέθη αναφέρονται σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων. Η σχέση μεταξύ των διανυσμάτων u^e και p^e μας παρέχει μία εξωτερική άποψη των ιδιοτήτων του στοιχείου. Οι δυνάμεις και οι μετακινήσεις αυτές συνδέονται με τη σχέση:

$$\mathbf{p^e = K^e * u^e}$$

Έτσι π.χ. στην περίπτωση στοιχείου δοκού στο επίπεδο σαν τοπικό σύστημα συντεταγμένων επιλέγεται σύστημα με άξονα x τον κεντροβαρικό άξονα του στοιχείου που επιλέγουμε ως αρχή i (Σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4 Στοιχείο δοκού στο επίπεδο (x-y) (6 βαθμοί ελευθερίας)

Ο κάθε κόμβος έχει τρεις μετακινήσεις, άρα το διάνυσμα μετακινήσεων u^e του στοιχείου έχει διάσταση 6 (Σχήμα 2.4). Αντιστοίχως σε κάθε άκρο έχουμε τρία εργικά προς τις μετακινήσεις ανταποκρινόμενα μεγέθη έντασης N, Q, M, άρα το διάνυσμα φόρτισης p^e έχει και αυτό διάσταση 6, και το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου K^e έχει διάσταση 6x6.

Τα στοιχεία του μητρώου δυσκαμψίας της δοκού μπορούν να υπολογιστούν σαν αντιδράσεις των στηρίξεων της αμφίπακτης δοκού (μηδενικής μετακινήσεις των άκρων) για τις 6 διαφορετικές μοναδιαίες καταναγκασμένες μετακινήσεις των άκρων της. Οι αντιδράσεις αυτές μπορούν εύκολα να υπολογιστούν χωρίς καμία πρόσθετη παραδοχή (ισχύουν μόνο οι παραδοχές τις κλασικής στατικής των γραμμικών φορέων).

Άρα και η επίλυση ενός γραμμικού φορέα με τη μητρωική μέθοδο μετακινήσεων δίνει την ακριβή λύση του προβλήματος, και αρκεί η χρήση ενός πεπερασμένου στοιχείου για τη διακριτοποίηση κάθε δομικού στοιχείου του φορέα.

2.1.3 Σύνθεση του φορέα από τα επί μέρους στοιχεία του. Μητρώο δυσκαμψίας του φορέα.

Στη φάση αυτή σχηματίζεται το μητρώο δυσκαμψίας του φορέα K (στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων) αθροίζοντας κατάλληλα τα επί μέρους μητρώα δυσκαμψίας των στοιχείων του, καθώς και το διάνυσμα των γνωστών δυνάμεων p που ενεργούν στους κόμβους του φορέα.

Οι άγνωστες μετακινήσεις στους κόμβους ενός φορέα πρέπει να ικανοποιούν τις συνθήκες συμβιβαστού των μετακινήσεων, δηλαδή τις συνθήκες της γεωμετρικής συνέχειας. Αυτό επιτυγχάνεται απευθείας με κατάλληλη αντιστοίχηση των μετακινήσεων των άκρων των στοιχείων με τις μετακινήσεις των κόμβων. Έτσι πχ για το επίπεδο πλαίσιο του σχήματος 2.3 αρκεί να θεωρήσουμε ότι οι μετακινήσεις του τέλους του στοιχείου (1) είναι οι 1, 2 ,3 και ταυτίζονται με τις μετακινήσεις της αρχής του στοιχείου (2) κ.ο.κ. Παράλληλα με τις συνθήκες γεωμετρικής συνέχειας, οι άγνωστες μετακινήσεις του φορέα πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες ισορροπίας. Οι συνθήκες ισορροπίας των δυνάμεων που δρουν στους κόμβους συνιστούν το τελικό σύστημα εξισώσεων:

$$\mathbf{p} = \mathbf{K} * \mathbf{u}$$

όπου K είναι το μητρώο δυσκαμψίας του φορέα στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων και προέρχεται, σύμφωνα με τα προηγούμενα, από κατάλληλη άθροιση των επί μέρους δυσκαμψιών των στοιχείων, p είναι το διάνυσμα των γνωστών δυνάμεων που ενεργούν στους κόμβους του φορέα.

2.1.4 Επίλυση του συστήματος εξισώσεων. Υπολογισμός μετακινήσεων.

Η επίλυση του συστήματος γίνεται με μία από τις γνωστές μεθόδους. Για την αποθήκευση του μητρώου δυσκαμψίας στη μνήμη του υπολογιστή και για την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων, αξιοποιούνται ορισμένες ιδιότητες του μητρώου δυσκαμψίας, όπως το ότι είναι συμμετρικό, θετικά ορισμένο, έχει πολλά μηδενικά στοιχεία και σε πλείστες περιπτώσεις (μετά τη κατάλληλη αρίθμηση των κόμβων του) είναι το μητρώο ταινιοειδές (τα μη μηδενικά στοιχεία του είναι συγκεντρωμένα γύρω από την κύρια διαγώνιο).

2.1.5 Υπολογισμός των εντατικών μεγεθών

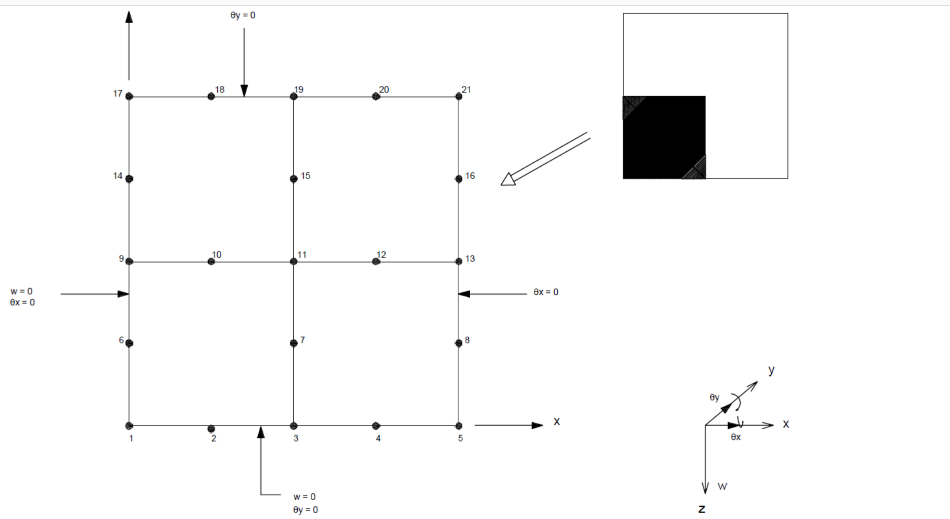
Από τη στιγμή που είναι γνωστές οι μετακινήσεις των κόμβων και τα τυχόν επιράβδια φορτία, υπολογίζονται εύκολα τα εντατικά μεγέθη M, Q, N στους κόμβους των στοιχείων του φορέα.

2.2 Συνοπτική διατύπωση της μεθόδου των Περασμένω Στοιχείων.

2.2.1 Διακριτοποίηση της κατασκευής

Στην πρώτη φάση γίνεται διακριτοποίηση του φορέα, οπότε και προκύπτει το διακριτοποιημένο ομοίωμα του. Δηλαδή στη φάση αυτή ο φορέας υποδιαιρείται σε υποπεριοχές πεπερασμένων διαστάσεων με τη βοήθεια διαχωριστικών επιφανειών. Οι υποπεριοχές αυτές ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία (finite element) και στη γενική περίπτωση είναι καμπυλόγραμμα πολύεδρα. Τα στοιχεία στα οποία υποδιαιρείται ένας επιφανειακός φορέας είναι επιφανειακά μορφώματα που εμφανίζουν νοητά γραμμικά σύνορα, ευθύγραμμα ή καμπυλόγραμμα, εσωτερικά μεταξύ των στοιχείων ή εξωτερικά.

Τα πεπερασμένα στοιχεία θεωρούμε ότι συνδέονται μεταξύ τους αποκλειστικά σε διακριτούς κόμβους .Η μηχανική συμπεριφορά των στοιχείων περιγράφεται μονοσήμαντα συναρτήσει των επικόμβιων μεγεθών (δυνάμεις, μετακινήσεις, ταχύτητες, κτλ) που εφαρμόζονται στους κόμβους αυτούς. Από το είδος του φορέα εξαρτάται και το είδος των πεπερασμένων στοιχείων με τα οποία θα γίνει η διακριτοποίηση. Για τη διακριτοποίηση ενός συγκεκριμένου φορέα μπορούμε να διαλέξουμε διαφόρων ειδών πεπερασμένα στοιχεία, δηλαδή στοιχεία που βασίζονται σε διαφορετικές παραδοχές. Τα επιλεγμένα στοιχεία καθορίζουν τους βαθμούς ελευθερίας κάθε κόμβου, δηλαδή τις δυνατότητες μετακίνησης του κάθε κόμβου.. Στην περίπτωση μιας πλάκας όπου σε ένα σύστημα συντεταγμένων εισάγεται το σύστημα x-y-z, η μετακίνηση κάθε κόμβου μπορεί να είναι ένα διάνυσμα με τρία στοιχεία τα οποία είναι η κατακόρυφη μετατόπιση w_z και οι δύο γωνίες στροφής θ_x, θ_y (σχήμα 2.5).



Σχήμα 2.5

Αντίστοιχο με το διάνυσμα μετακινήσεων κάθε κόμβου είναι και το διάνυσμα των επικόμβιων φορτίων, δηλαδή τα στοιχεία του είναι μεγέθη εργικά ανταποκρινόμενα στα μεγέθη μετακίνησης που έχουν επιλεγεί.

Στη φάση αυτή καθορίζονται και οι δεσμεύσεις μετακινήσεις ορισμένων κόμβων που εξαρτώνται από τις συνοριακές συνθήκες. Σε ένα πακτωμένο σύνορο μιας πλάκας διακριτοποιημένης με τα στοιχεία του σχήματος 2.5 μηδενίζονται η κατακόρυφη μετατόπιση και μια γωνία στροφής.

Η διακριτοποίηση οδηγεί σε προσεγγιστική έκφραση της συμπεριφοράς του συνεχούς μέσου, (το οποίο έχει άπειρο αριθμό αγνώστων), με πεπερασμένο αριθμό αγνώστων μεταβλητών (μετακινήσεις και δυνάμεις μόνο στους κόμβους) που συνδέονται μεταξύ τους με μητρωικές σχέσεις. Οι επικόμβιες μετακινήσεις είναι οι άγνωστοι του προβλήματος. Οι επικόμβιες δυνάμεις είναι γνωστές και εξαρτώνται από τη φόρτιση του φορέα. Ο συνολικός αριθμός των αγνώστων μετακινήσεων ενός φορέα είναι το γινόμενο του αριθμού των κόμβων επί τους βαθμούς ελευθερίας κάθε κόμβου.

Για να είναι αξιόπιστη η περιγραφή της συμπεριφοράς του συνεχούς μέσου από το διακριτοποιημένο με πεπερασμένα στοιχεία ομοίωμα του πρέπει:

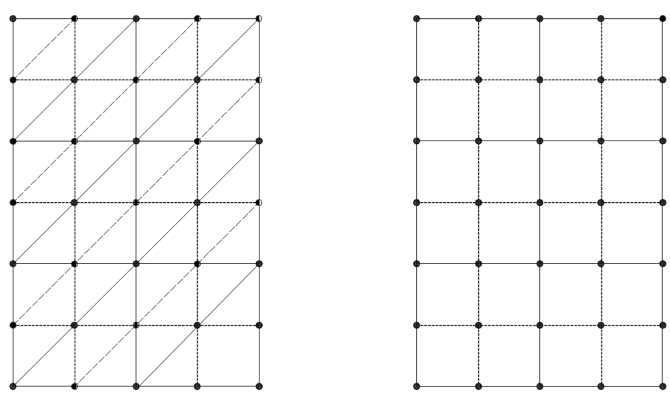
1) τα πεπερασμένα στοιχεία που θα χρησιμοποιηθούν να ικανοποιούν ορισμένες συνθήκες οι οποίες εξασφαλίζουν τη σύγκλιση (με πύκνωση του καννάβου) στην πραγματική λύση.
2) να επιλεγεί κατάλληλος κάνναβος πεπερασμένων στοιχείων. Εν γένει όμως δεν ξέρουμε εκ των προτέρων ποιος είναι ο κατάλληλος κάνναβος. Θα μπορούσαμε σχετικά να διατυπώσουμε τις παρακάτω παρατηρήσεις:

Αρχικά χρησιμοποιείται ένας κάνναβος και βρίσκεται η λύση. Η λύση αυτή θεωρείται ικανοποιητική μόνο όταν χρησιμοποιηθεί και ένας πυκνότερος κάνναβος και τα αποτελέσματα από τους δύο καννάβους δεν παρουσιάζουν μεταξύ τους σημαντικές διαφορές. Εάν οι διαφορές είναι σημαντικές σημαίνει ότι η σύγκλιση δεν έχει επιτευχθεί και επομένως χρειάζεται μια πιο πυκνή υποδιαίρεση. Μια τέτοια διαδικασία απαιτεί όμως να τηρούνται από τους διαδοχικούς καννάβους κάποιες προϋποθέσεις.

i) Όλοι οι προηγούμενοι κάνναβοι να περιέχονται στο πυκνότερο
ii) Ο κάθε νέος κάνναβος να είναι ομοιόθετος με τον προηγούμενο του.

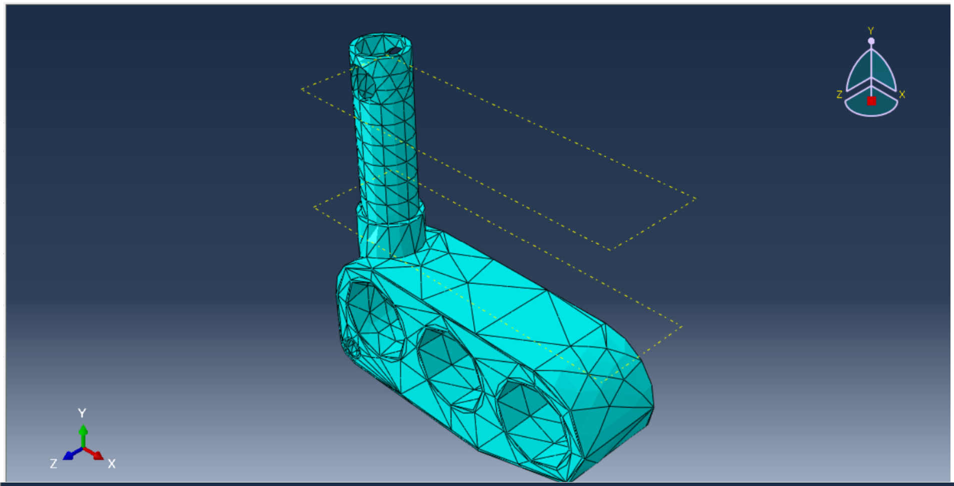
Διότι ένας παράγοντας που επιδρά σημαντικά στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων και στην ταχύτητα της σύγκλισης είναι η μορφή των στοιχείων που χρησιμοποιούνται στον κάνναβο. Μια κατάλληλη παράμετρος για τα επίπεδα στοιχεία είναι ο λόγος της μεγαλύτερης διάστασης του στοιχείου ως προς τη μικρότερη. Η βέλτιστη τιμή αυτού του λόγου είναι συνήθως η μονάδα. Αυτό σημαίνει ότι το μικρότερο σφάλμα εμφανίζουν τα στοιχεία που έχουν κανονικό σχήμα (ισόπλευρα τρίγωνα, τετράγωνα, κανονικά τετράεδρα, κύβοι κτλ). Κάτι τέτοιο βέβαια δεν είναι πάντα εφικτό αλλά πρέπει να αποφεύγονται τα πολύ μακρόστενα στοιχεία.

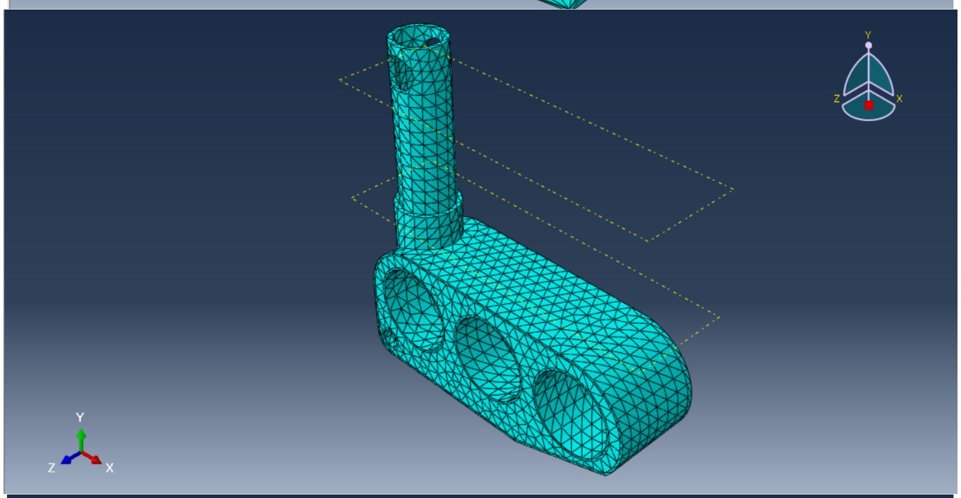
Ένα απλό παράδειγμα καννάβων πεπερασμένων στοιχείων και η βελτίωση τους φαίνεται στο σχήμα 2.6. Οι πλήρεις γραμμές αποτελούν τις συνοριακές γραμμές του αρχικού καννάβου ενώ οι πλήρεις και διακεκομμένες γραμμές αποτελούν τις συνοριακές γραμμές του πυκνότερου καννάβου. παρατηρείται ότι οι κόμβοι και οι συνοριακές γραμμές του αρχικού κανάβου αποτελούν κόμβους και συνοριακές γραμμές και στον πυκνότερο κάνναβο.

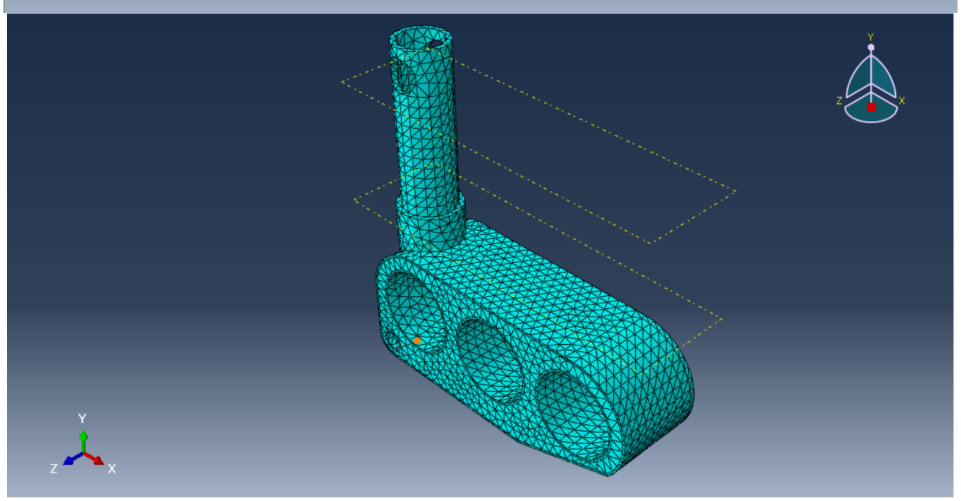


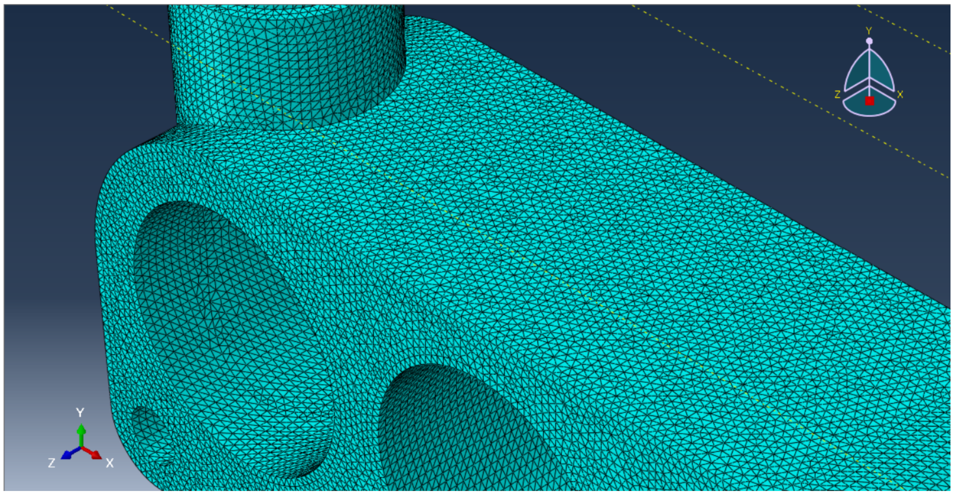
Σχήμα 2.6

Επίσης σε πολλές περιπτώσεις ένας κανονικός κάνναβος με στοιχεία του ίδιου μεγέθους δεν προσφέρεται, αλλά χρειάζεται τοπική πύκνωση του καννάβου σε περιοχές όπου αναμένεται συγκέντρωση τάσεων. Τέτοιες περιοχές είναι εκείνες όπου έχουμε γεωμετρικές ή φορτιστικές ασυνέχειες (π.χ. στα σημεία εφαρμογής σημαντικού μεγέθους μοναχικών φορτίων, στις γωνίες ανοιγμάτων, γύρω από την κορυφή εισέχουσας γωνίας κλπ όπως φαίνεται στο σχήμα 2.7).


Y
Z
X


Y
Z
X


Y
Z
X



Σχήμα 2.7

2.2.2 Υπολογισμός του μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου.

Απαραίτητη προυπόθεση για τη επίλυση ενός φορέα με τη μέθοδο των πεπερασμένω στοιχείων είναι να γνωρίζουμε τη συμπεριφορά κάθε στοιχείου μεμονομένου και ειδικότερα να γνωρίζουμε για κάθε στοιχείο τη σχέση που συνδέει τις επικόμβιες μετακινήσεις u^e με τις επικόμβιες δυνάμεις. Τα μεγέθη αναφέρονται σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων.

Η σχέση μεταξύ των διανυσμάτων u^e και p^e μας παρέχει μια (εξωτερική) έποψη των ιδιοτήτων του στοιχείου. Οι δυνάμεις και οι μετακινήσεις αυτές συνδέονται μέσω του μητρώου δυσκαμψίας K^e του στοιχείου με τη σχέση:

$$\mathbf{P^e = K^e * u^e} \qquad (1)$$

Για να καθοριστεί το μητρώο δυσκαμψίας $\mathbf{K^e}$ του στοιχείου (stiffnes matrix) δεν αρκούν (σε αντίθεση με τους γραμμικούς φορείς) οι γνωστές, ανάλογα με το είδος του φορέα, σχέσεις παραμορφώσεων- μετακινήσεων και τάσεων-παραμορφώσεων στο εσωτερικό κάθε μεμονωμένου στοιχείου. Χρειάζεται να γίνουν πρόσθετες παραδοχές που να ορίζουν τον τρόπο μεταβολής των μετακινήσεων, ή των τάσεων, ή συνδυασμού των δύο, στο εσωτερικό κάθε στοιχείου. Εδώ θα αναφερθούμε αποκλειστικά σε ομοιώματα μετακινήσεων, δηλαδή σε ομοιώματα στα οποία καθορίζεται, με τη βοήθεια κατάλληλων συναρτήσεων μορφής, ο τρόπος μεταβολής των μετακινήσεων στο εσωτερικό του στοιχείου. Για κάθε είδος προβλήματος (πχ για πρόβλημα δίσκου, ή για πλάκες σε κάμψη) υπάρχουν διάφορα πεπερασμένα στοιχεία που βασίζονται σε διαφορετικές μεταξύ τους παραδοχές και παρουσιάζουν συγκριτικά μεταξύ τους πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα.

2.2.3 Υπολογισμός του μητρώου δυσκαμψία ς του φορέα

Στη συνέχεια τα στοιχεία συνδέονται μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε να πληρούνται οι συνθήκες συμβιβαστού των μετακινήσεων και οι συνθήκες ισορροπίας στους κόμβους του διακριτοποιημένου φορέα. Η σύνδεση αυτή οδηγεί από τις μητρωικές σχέσεις που αναφέρονται σε κάθε στοιχείο ξεχωριστά, σε μητρωικές σχέσεις όλου του φορέα, προκύπτει δηλαδή το σύστημα εξισώσεων ισορροπίας. Η εξίσωση υπ’ αριθμόν i εκφράζει ότι το άθροισμα των εξωτερικών δυνάμεων του κόμβου i και των δυνάμεων που μεταβιβάζονται στον κόμβο τα στοιχεία που συμβάλουν σε αυτόν είναι μηδέν. Επειδή οι δυνάμεις που μεταβιβάζουν τα στοιχεία έχουν εκφραστεί μέσω της (1) συναρτήσει των αγνώστων μετακινήσεων των κόμβων, οι εξισώσεις ισορροπίας εκφράζονται συναρτήσει των αγνώστων μετακινήσεων των κόμβων και το σύστημα που προκύπτει έχει τη μορφή:

$$\mathbf{p = K * u}$$

όπου K είναι το μητρώο δυσκαμψίας του φορέα στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων και προέρχεται από την κατάλληλη άθροιση των επί μέρους δυσκαμψιών των στοιχείων του φορέα. p είναι το διάνυσμα των γνωστών δυνάμεων που ενεργούν στους κόμβους του φορέα, και u είναι το διάνυσμα των αγνώστων μετακινήσεων των κόμβων.

Από τη λύση του συστήματος προκύπτουν οι μετακινήσεις των κόμβων και από αυτές οι τάσεις στο εσωτερικό κάθε στοιχείου.

2.2.4 Επίλυση του συστήματος των εξισώσεων. Υπολογισμός των μετακινήσεων

Η επίλυση του συστήματος γίνεται με μία από της γνωστές μεθόδους. Για την αποθήκευση του μητρώου δυσκαμψίας στη μνήμη του υπολογιστή και για την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων αξιοποιούνται ορισμένες ιδιότητες του μητρώου δυσκαμψίας, όπως το ότι είναι συμμετρικό, θετικά ορισμένο, έχει πολλά μηδενικά στοιχεία και σε πλείστες περιπτώσεις (με κατάλληλη αρίθμηση των κόμβων) του είναι μητρώο ταινιοειδές (τα μη μηδενικά στοιχεία του είναι συγκεντρωμένα γύρω από την κύρια διαγώνιο).

2.2.5 Υπολογισμός εντατικών μεγεθών

Από τη στιγμή που είναι γνωστές οι μετακινήσεις των κόμβων υπολογίζονται εύκολα οι τάσεις στο εσωτερικό κάθε στοιχείου.

2.3 Βασικές παρατηρήσεις για την εφαρμογή της μεθόδου

Μετά από όσα αναφέραμε στα προηγούμενα προκύπτει ότι τα πεπερασμένα στοιχεία μπορούν να διακριθούν σε δύο κατηγορίες.

Κατηγορία Α: Τα αποτελέσματα που παρέχουν τα στοιχεία αυτά είναι «ακριβή», με την έννοια ότι δεν βελτιώνονται με περαιτέρω πύκνωση της διακριτικοποίησης του φορέα. Εδώ ανήκουν μόνο τα δικομβικά γραμμικά πεπερασμένα στοιχείων (ράβδων, δοκών, υποστυλωμάτων, εσχάρων κλπ)

Κατηγορία Β: Τα αποτελέσματα που παρέχουν τα στοιχεία αυτά είναι «προσεγγιστικά», με την έννοια ότι βελτιώνονται συνεχώς και προσεγγίζουν την «ακριβή λύση», καθώς πυκνώνεται διακριτοποιήση του φορέα. Εδώ ανήκουν όλα τα υπόλοιπα πεπερασμένα στοιχεία (τρισδιάστατα, επιφανειακά και ορισμένα γραμμικά).

Στη κατηγορία Β για να είναι εξασφαλισμένη η σύγκλιση στην ακριβή λύση πρέπει να πληρούνται ορισμένοι κανόνες:

Οι συναρτήσεις σχήματος οι οποίες αποδίδουν τη μορφή των μετακινήσεων στο εσωτερικό και στα σύνορα κάθε στοιχείου πρέπει να είναι συνεχείς καθώς και οι απαραίτητες παράγωγοί τους στο εσωτερικό των στοιχείων. Όταν οι μετακινήσεις και οι παράγωγοι τους είναι συνεχείς στο σύνορο μεταξύ δύο στοιχείων τότε το πεπερασμένο στοιχείο ονομάζεται συμμορφωμένο (conforming). Ένα τέτοιο στοιχείο εξασφαλίζει τη σύγκλιση (με πύκνωση του καννάβου) στην πραγματική λύση και μάλιστα μονότονα. Δηλαδή δηλαδή οι μετακινήσεις που προκύπτουν είναι μικρότερες από τις πραγματικές και τείνουν στις πραγματικές.

Επειδή για πολλά προβλήματα , όπως πχ στο πρόβλημα των πλακών, είναι δύσκολο να οριστούν συναρτήσεις που να εξασφαλίζουν την παραπάνω υποχρέωση, χρησιμοποιούνται στοιχεία τα οποία εν μέρει την παραβιάζουν (μη συμμορφωμένα ή non-conforming). Στα στοιχεία αυτά παρόλο που η σύγκλιση δεν είναι μονότονη εν γένει είναι εξασφαλισμένη και μάλιστα γρηγορότερα από ότι είναι στα συμμορφωμένα στοιχεία.

Τέλος μια γενική απαίτηση που όταν ικανοποιείται έχουμε σύγκλιση είναι η ακόλουθη: Οι συναρτήσεις σχήματος πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να μη δημιουργείται ένταση όταν δίδονται μετακινήσεις στους κόμβους που να αντιστοιχούν σε μετακίνηση απολύτως στερεού σώματος, ή να μπορεί να δημιουργείται κατάσταση σταθερής παραμόρφωσης στο στοιχείο όταν το αίτιο το απαιτεί.

Οι τάσεις υπολογίζονται στους κόμβους ή σε χαρακτηριστικά σημεία του στοιχείου τα οποία χρησιμοποιούνται και για τις απαιτούμενες αριθμητικές ολοκληρώσεις (και τα οποία συνήθως καλούνται Gauss). Οι τάσεις στα ομοιώματα μετακινήσεων (για ένα δεδομένο κάνναβο) είναι λιγότερο ακριβείς από τις μετακινήσεις γιατί προέρχονται από αυτές από διαφορίσεις. Επί πλέον δεν είναι εξίσου ακριβείς σε όλα τα σημεία του πεπερασμένου στοιχείου. Εν γένει είναι ακριβέστερες στο κέντρο του στοιχείου και στα επιλεγμένα σημεία που χρησιμοποιούνται για την αριθμητική ολοκλήρωση του μητρώου δυσκαμψίας (σημεία Gauss), ενώ είναι λιγότερο ακριβείς στις πλευρές και στους κόμβους του πεπερασμένου στοιχείου.

Επίσης πρέπει να τονίσουμε εδώ ότι στα συγκεκριμένα ομοιώματα οι συνθήκες ισορροπίας πληρούνται μόνο για τα επικόμβια φορτία. Οι συνθήκες ισορροπίας δεν πληρούνται ούτε στο εσωτερικό του στοιχείου ούτε στα σύνορα μεταξύ των στοιχείων, όπου τα κάθε στοιχείο του κοινού συνόρου μπορεί να δίνει διαφορετική τιμή για το ίδιο μέγεθος. Στην περίπτωση αυτή συνήθως θεωρούμε ότι η τάση σε κάθε σημείο όπου συμβάλουν δύο ή περισσότερα στοιχεία ισούται με το μέσο όρο των τάσεων που προκύπτουν στο σημείο αυτό για κάθε ένα από τα στοιχεία ξεχωριστά. Βέβαια όσο ο κάνναβος των Πεπερασμένων Στοιχείων πυκνώνει τόσο οι υπόψη διαφορές των τάσεων τείνουν να μηδενιστούν.

Τέλος επισημαίνουμε ενδεικτικά ορισμένους βασικούς κανόνες που συντελούν ώστε να είναι αποτελεσματική η διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία κατηγορίας Β:

1) Η διακριτοποίηση φορέα με λιγότερα στοιχεία ανώτερης τάξης (δηλ με μεγαλύτερο αριθμό Βαθμών Ελευθερίας ανά στοιχείο), δίνει εν γένει καλύτερα αποτελέσματα από τη διακριτοποίηση του φορέα με πεπερασμένα στοιχεία κατώτερης τάξης (δηλ με μικρότερο αριθμό Βαθμών Ελευθερίας ανά στοιχείο), εφόσον στις διακριτοποιήσεις ο συνολικός αριθμός Βαθμών Ελευθερίας παραμένει αυτός.
2) Η διαριτοποίηση με επιφανειακά (αντιστ. Τρισδιάστατα) πεπερασμένα στοιχεία δίνει καλύτερα αποτελέσματα εφόσον το σχήμα των στοιχείων δεν αποκλίνει πολύ από το τετραγωνικό αντίσ. Κυβικό).
3) Σε περιοχές συγκέντρωσης και έντονης μεταβολής των τάσεων ενδείκνυται να γίνεται πυκνότερη διακριτοποίηση.

3. Συνήθη Πεπερασμένα Στοιχεία

Παρουσιάζονται συνοπτικά ορισμένα βασικά πεπερασμένα στοιχεία, που χρησιμοποιούνται συνήθως στις εφαρμογές του πολιτικού μηχανικού.

3.1 Γραμμικά Πεπερασμένα Στοιχεία

3.1.1 Στοιχείο δοκού στο επίπεδο (στοιχείο επίπεδου πλαισίου).

Στην περίπτωση στοιχείου δοκού στο επίπεδο κάθε κόμβος έχει τρεις μετακινήσεις u_x, u_y ϕ_Σ (σχήμα 3.1), άρα το διάνυσμα μετακινήσεων του στοιχείου έχει διάσταση 6. Αντιστοίχως σε κάθε άκρο έχουμε τρία εργικά προς τις μετακινήσεις ανταποκρινόμενα μεγέθη έντασης N, Q, M, άρα το διάνυσμα φόρτισης έχει και αυτό διάσταση 6, το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου έχει διάσταση 6x6. Στην περίπτωση αυτή η σχέση $\mathbf{p^e = K^e * u^e}$ γράφεται:

$$\begin{vmatrix} Ni \\ Qi \\ Mi \\ Nj \\ Qj \\ Mj \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} u_x \\ u_y \\ \phi_x \\ u_x \\ u_y \\ \phi_x \end{vmatrix}$$

(Σχέση 3.1)

Η ολική μετακίνηση u_x κατά τη διεύθυνση του στοιχείου στο τυχόν σημείο, εξαρτάται αποκλειστικά από την αξονική δύναμη N. Τα μεγέθη u_x, N συνδέονται με την διαφορική σχέση:

$$\frac{dux}{dx} = \frac{N}{EF}$$

(Σχέση 3.2)

Όπου

E= το μέτρο ελαστικότητας του υλικού

F= το εμβαδόν διατομής του στοιχείου

Η ολική εγκάρσια (κάθετη προς τον άξονα) μετακίνηση u_y στο τυχόν σημείο, εξαρτάται από την ροπή κάμψης M και την τέμνουσα δύναμη Q, δηλαδή

$u_y = u_M + u_Q$ (Σχέση 3.3)

όπου u_M είναι η μετακίνηση που οφείλεται στην επιρροή των ροπών κάμψης M και u_Q η μετακίνηση που οφείλεται στην επιρροή των τεμνουσών δυνάμεων Q. Τα μεγέθη u_M, u_Q και M, Q συνδέονται με τις διαφορικές σχέσεις :

$$\frac{duQ}{dx} = \frac{Q}{GF}$$

$$\frac{d2uM}{dx2} = \frac{M}{EI}$$

(Σχέσεις 3.4 α &β)

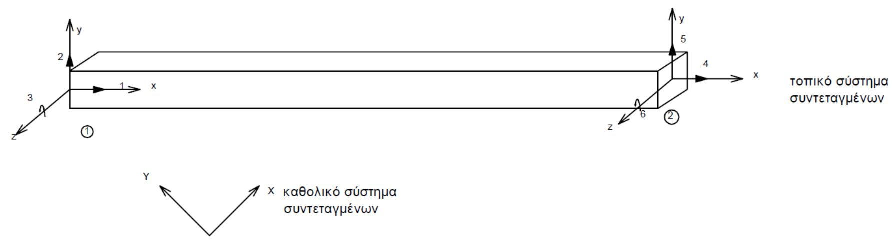
Όπου

E= το μέτρο ελαστικότητας του υλικού

I= η ροπή αδρανείας της διατομής

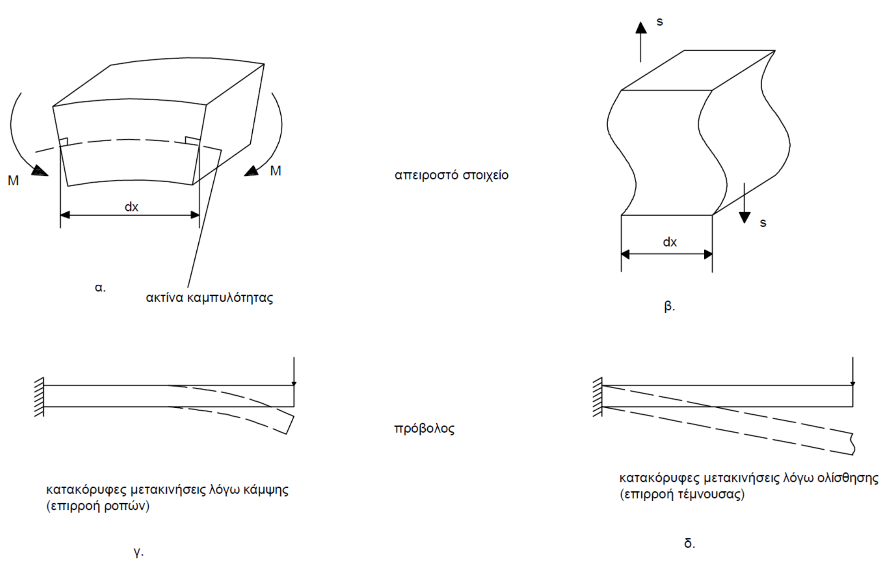
F= το εμβαδόν ολίσθησης της διατομής

G= το μέτρο ολίσθησης του υλικού, G= $\frac{E}{2(\nu+1)}$



Σχήμα 3.1 Στοιχείο δοκού στο επίπεδο x-y (6 βαθμοί ελευθερίας)

Στο σχήμα 3.2 φαίνεται ένα γραμμικό στοιχείο δοκού (πρόβολος) και οι τρόποι παραμόρφωσης του. Στα σχήματα 3.2 α, 3.2β φαίνεται ένα απειροστό στοιχείο της δοκού και οι δύο τρόποι παραμόρφωσης του, δηλαδή η «καμπύλωση» που οφείλεται στην επιρροή των ροπών κάμψης M σχήμα3.2 α, και η «αμοιβαία ολίσθηση» των δύο διατομών του που οφείλεται στην επιρροή των τεμνουσών δυνάμεων Q σχήμα 3.2β.



Σχήμα 3.2 Χαρακτηριστικοί τρόποι παραμόρφωσης του γραμμικού στοιχείου (απειροστού και πεπερασμένου)

Από τις διαφορικές αυτές σχέσεις (3.2, 3.3, 3.4) που συνδέουν τα μεγέθη N, Q και M, με τα u_x, u_Q, και u_M αντίστοιχα, με ολοκλήρωση και εισαγωγή των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών προκύπτει το μητρώο δυσκαμψίας K^e (δηλαδή οι σχέσεις μεταξύ των μεγεθών έντασης και των μεγεθών μετακίνησης στα άκρα της δοκού).

Επειδή, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το μητρώο δυσκαμψίας K^e προκύπτει χωρίς καμία πρόσθετη παραδοχή (ισχύουν μόνο οι παραδοχές της κλασικής στατικής των γραμμικών φορέων), η επίλυση ενός γραμμικού φορέα με χρήση αυτού του μητρώου δίνει τη ακριβή λύση του προβλήματος, και αρκεί η χρήση ενός μόνο πεπερασμένου στοιχείου για τη διακριτοποιήση κάθε δομικού στοιχείου του φορέα.

Η φυσική σημασία κάθε όρου του μητρώου δυσκαμψίας προκύπτει ως εξής:

Έστω μία μόνο μετακίνηση ενός άκρου , π.χ. η στροφή του άκρου i, είναι διάφορη του μηδενός και ίση με τη μονάδα ($\phi_{iz}=1$, $u_{ix}=u_{iy}=u_{jx}=u_{jy}=\phi_{iy}=0$). Από τις σχέσεις 3.1 προκύπτει ότι:

$N_i=K_{13}$, $Q_i=K_{23}$, $M_i=K_{33}$, $N_j=K_{43}$, $Q_j=K_{53}$, $M_j=K_{63}$,

Δηλαδή η κάθε στήλη του μητρώου K^e περιέχει τις δυνάμεις που αναπτύσσονται στους κόμβους του στοιχείου αν θεωρήσουμε την αντίστοιχη επικόμβια μετακίνηση του στοιχείου ίση με τη μονάδα και όλες τις άλλες ίσες με μηδέν. Π.χ. το στοιχείο K_{26} του K^e εκφράζει τη δύναμη που αναπτύσσεται κατά τη διεύθυνση 2 (δηλαδή τη τέμνουσα Q_i στο κόμβο j) για μοναδιαία καταναγκασμένη μετακίνηση κατά τη διεύθυνση 6 (στροφή του άκρου j) όταν όλες οι άλλες μετακινήσεις είναι μηδέν. Το μητρώο δυσκαμψίας, όπως κάθε μητρώο δυσκαμψίας, είναι συμμετρικό σύμφωνα με τη $2^η$ πρόταση των Maxwell – Mohr.

Ύστερα από όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, τα στοιχεία του μητρώου δυσκαμψίας της δοκού μπορούν να υπολογιστούν και σαν αντιδράσεις των στηρίξεων της αμφίπακτης δοκού (μηδενικές μετακινήσεις των άκρων) για τις 6 διαφορετικές μοναδιαίες καταναγκασμένες μετακινήσεις των άκρων της. Η προσήμανση γίνεται με βάση τις θετικές φορές του σχήματος 3.1.

3.1.2 Στοιχείο δοκού στο χώρο (στοιχείο χωρικού πλαισίου)

Το στοιχείο της ευθύγραμμης δοκού στο χώρο έχει 6 άγνωστες μετακινήσεις (3 μετατοπίσεις και 3 στροφές) σε κάθε άκρο i και j, με αντίστοιχα μεγέθη έντασης μία αξονική δύναμη N, δύο τέμνουσες Q_y, Q_z (επίπεδα xy και xz), μία ροπή στρέψης T_x και δύο ροπές M_z, M_y (κάμψη στα επίπεδα xy και xz) σχήμα 3.3.

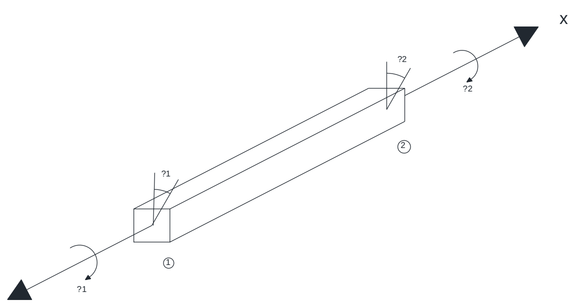
Σχήμα 3.3 Στοιχείο δοκού στο χώρο (12 βαθμοί ελευθερίας)

Οι διαφορικές σχέσεις που συνδέουν μεταξύ τους τα μεγέθη (ux- Qy- Mz), (uz- Qz- My) στο τυχόν σημείο του στοιχείου, ταυτίζονται με τις σχέσεις της προηγούμενης παραγράφου. Η διαφορική σχέση που συνδέει τη ροπή στρέψης Tx (στρέψη κατά St Venant) σε κάθε σημείο με τη γωνία στρέψης θα είναι :

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{GJx}$$

Όπου J_x = η στρεπτική αντίσταση (αδράνεια) της διατομής.

Με ολοκλήρωση και εισαγωγή των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών καταλήγουμε στις απαιτούμενες σχέσεις που συνδέουν τα επικόμβια μεγέθη T_1 , T_2, και θ_1, θ2 μεταξύ τους. Το πρόβλημα της στρέψης της δοκού ενδεικτικά φαίνεται στο σχήμα 3.4



Σχήμα 3.4 Στρέψη δοκού

Στη δοκό σταθερής διατομής χρησιμοποιούνται εν γένει τα ακόλουθα γεωμετρικά και ελαστικά χαρακτηριστικά (στο τοπικό σύστημα αξόνων oxyz) :

E= Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού

G= Το μέτρο ολίσθησης του υλικού

F= Το εμβαδόν διατομής του στοιχείου

F_y'= Το εμβαδόν ολίσθησης της διατομής κατά τη διεύθυνση oy

F'$_z$= Το εμβαδόν ολίσθησης της διατομής κατά τη διεύθυνση oz

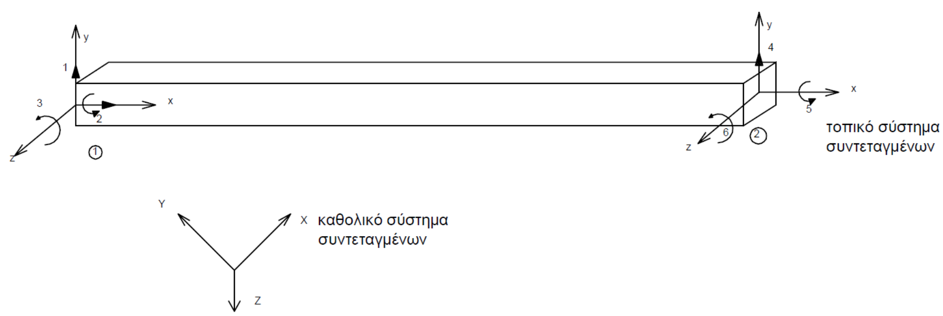
I_y= Η ροπή αδράνειας της διατομής για κάμψη στο επίπεδο xz

I_z= Η ροπή αδράνειας της διατομής για κάμψη στο επίπεδο xy

J_x=J_R= Η στρεπτική αντίσταση (αδράνεια) της διατομής

3.1.3. Στοιχείο εσχάρας

Το στοιχείο εσχάρας προκύπτει από το στοιχείο δοκού του χώρου με κατάλληλη μείωση των βαθμών ελευθερίας (σχήμα 3.5 τρεις βαθμοί ελευθερίας ανά κόμβο στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων)



Σχήμα 3.5 Στοιχείο σχάρας

Στο στοιχείο εσχάρας σταθερής διατομής χρησιμοποιούνται εν γένει τα ακόλουθα γεωμετρικά και ελαστικά χαρακτηριστικά (στο τοπικό σύστημα αξόνων oxyz) :

E= Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού

G= Το μέτρο ολίσθησης του υλικού

F= Το εμβαδόν διατομής του στοιχείου

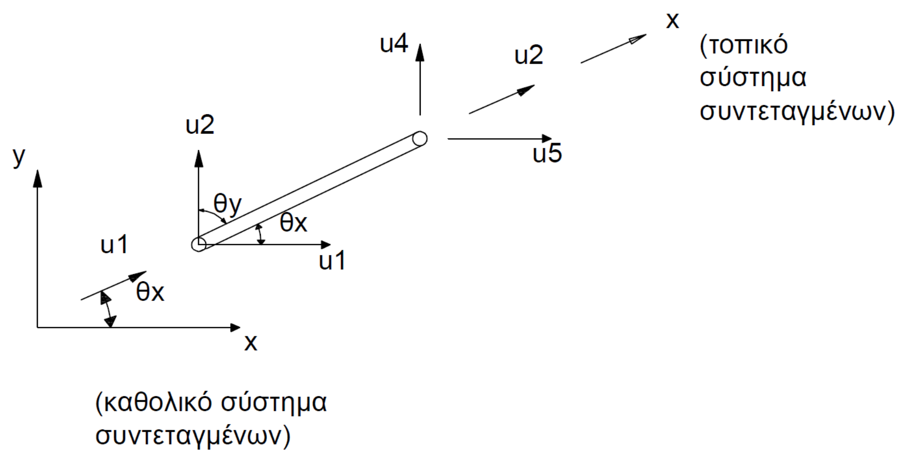
F'$_z$= Το εμβαδόν ολίσθησης της διατομής κατά τη διεύθυνση oz

I_y= Η ροπή αδράνειας της διατομής για κάμψη στο επίπεδο xz

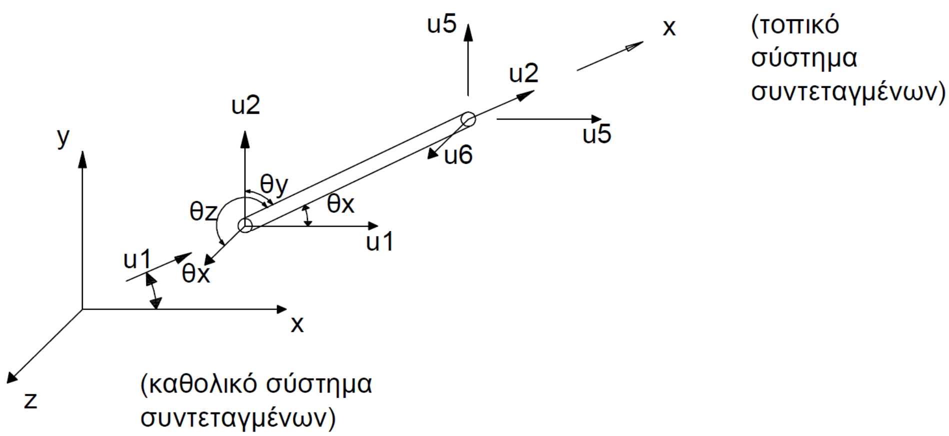
J_x= Η στρεπτική αντίσταση (αδράνεια) της διατομής

3.1.4. Στοιχείο ράβδου

Το στοιχείο της ράβδου το οποίο έχει ένα βαθμό ελευθερίας (u_x) ανά κόμβο στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων σχήμα 3.6 , μετά από κατάλληλους μετασχηματισμούς αποκτά 2 βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο για επιπέδους φορείς, και τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο για φορείς στον τρισδιάστατο χώρο.



Στοιχείο στο επίπεδο



Στοιχείο στο χώρο

Σχήμα 3.6 Στοιχείο ράβδου

Στο στοιχείο της ράβδου σταθερής διατομής χρησιμοποιούνται τα ακόλουθα γεωμετρικά και ελαστικά χαρακτηριστικά (στο τοπικό σύστημα αξόνων oxyz)

E= Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού

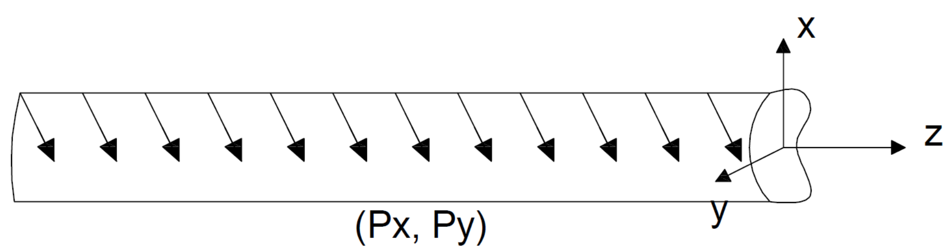
F= Το εμβαδόν διατομής του στοιχείου

3.2. Πεπερασμένα στοιχεία επίπεδης έντασης και επίπεδης παραμόρφωσης

Τα πεπερασμένα στοιχεία της προηγούμενης παραγράφου 3.1 είναι «ακριβή» δηλαδή ανήκουν στην κατηγορία Α. Στο κεφάλαιο αυτό και στα επόμενα θα περιγράψουμε συνοπτικά ορισμένα πεπερασμένα στοιχεία της κατηγορίας Β («προσεγγιστικά» πεπερασμένα στοιχεία).

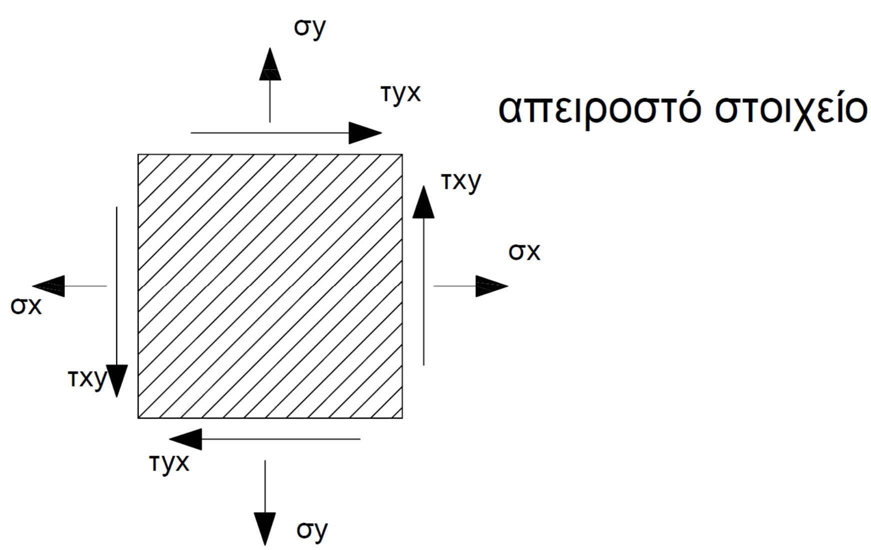
Η επίπεδη παραμόρφωση πραγματοποιείται σε πρισματικά σώματα απείρου μήκους , (σχήμα 3.7) όταν αυτά φορτίζονται κάθετα (P_z=0) και ομοιόμορφα κατά μήκος των γενέτειρων τους. Η διατήρηση της επίπεδης μορφής των σταθερών διατομών του πρίσματος οδηγεί στην υπόθεση ότι η μετατόπιση και η παραμόρφωση είναι επίπεδες και διπαραμετρικές, δηλαδή:

$u_z=0$, $\varepsilon_z=0$, $\gamma_{yz}=0$ $\gamma_{xz}=0$



Σχήμα 3.7 Το πρόβλημα της επίπεδης παραμόρφωσης

με μη μηδενικές τις συνιστώσεις u_x, u_y, ε_x, ε_y, γ_{xy} , στο επίπεδο x-y: Οι παραμορφώσεις ε_x, ε_y, γ_{xy} εξαρτώνται μόνο από τις τάσεις σ_x , σ_y , τ_{xy} του επιπέδου x-y πάνω στο οποίο πραγματοποιούνται οι παραμορφώσεις σχήμα 3.8. Εκτός από αυτές τις τάσεις, υπάρχει και τάση σ_z που ορίζεται συναρτήσει των τάσεων σ_x , σ_y του επιπέδου.

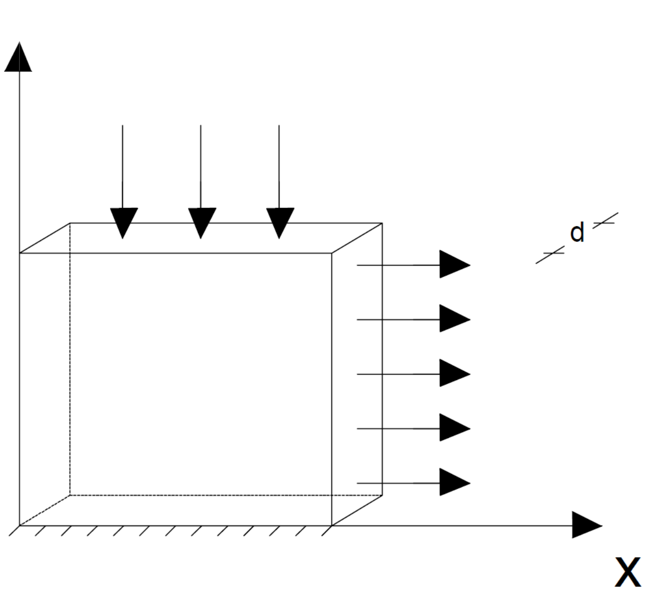


Σχήμα 3.8 Οι τάσεις στο πρόβλημα της επίπεδης έντασης και της επίπεδης παραμόρφωσης

Το πρόβλημα της επίπεδης έντασης αφορά το λεπτό δίσκο που έχει σταθερό ή μεταβλητό πάχος d σχήμα 3.9. Ο δίσκος δέχεται φόρτιση P_x , P_y μέσα στο επίπεδο του. Στην περίπτωση αυτή ισχύουν σε κάθε σημείο οι συνθήκες της επίπεδης έντασης:

$$\sigma_x = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$$

Οι παραμορφώσεις $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ εξαρτώνται από τις διαφορές του μηδενός τάσεις σ_x , σ_y , τ_{xy} , ($\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$). Ενώ παράλληλα έχουμε και μία μεταβολή του πάχους του δίσκου δηλαδή μια παραμόρφωση ε_z που η μέση τιμή της δίνεται συναρτήσει των σ_x , σ_y .

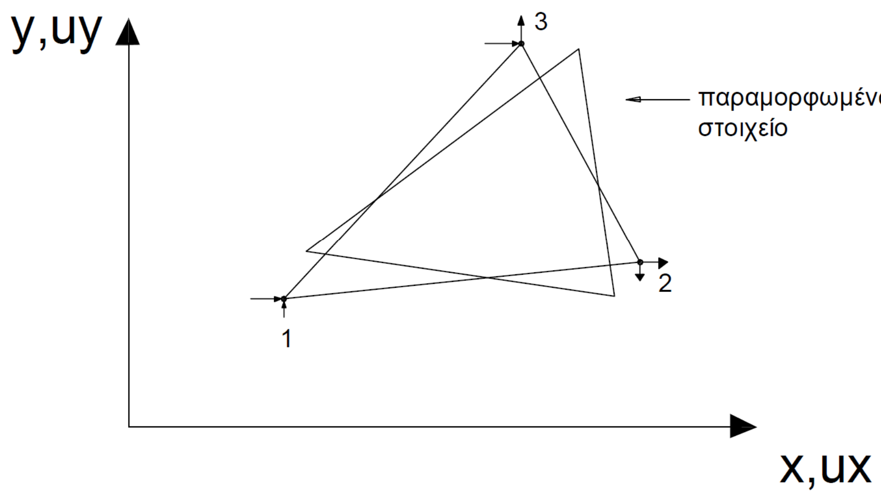


Σχήμα 3.9 Το πρόβλημα της επίπεδης έντασης

Μερικά από τα πιο βασικά πεπερασμένα στοιχεία επίπεδης έντασης και επίπεδης παραμόρφωσης είναι :

α. Τριγωνικό στοιχείο σταθερής παραμόρφωσης.

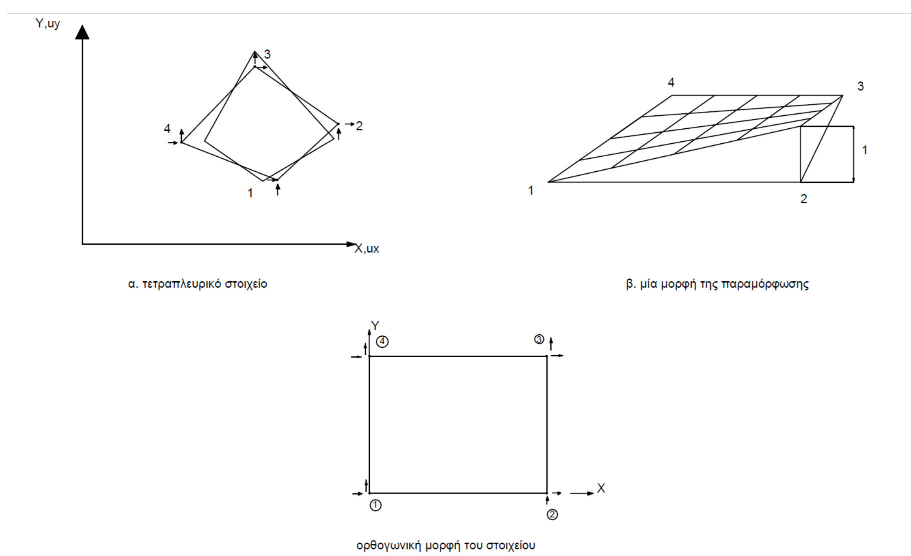
Πρόκειται για το τριγωνικό στοιχείο του σχήματος 3.10. το στοιχείο έχει 2 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο (τις μετατοπίσεις u_x, u_y και τις διευθύνσεις των αξόνων x και y αντίστοιχα). Δηλαδή έχει συνολικά 6 βαθμούς ελευθερίας. Οι συναρτήσεις σχήματος του συνεπάγονται γραμμική παρεμβολή των μετατοπίσεων του παραμορφωμένου στοιχείου όπως φαίνεται στο σχήμα 3.10. κατόπιν αυτού το στοιχείο είναι συμμορφωμένο αλλά απαιτείται μεγάλος αριθμός τέτοιων απλών στοιχείων για να πάρουμε την ακριβή λύση ενός προβλήματος.



Σχήμα 3.10 Τριγωνικό στοιχείο σταθερής παραμόρφωσης

β. Τετραπλευρικό τετράκομβο στοιχείο με 8 βαθμούς ελευθερίας.

Πρόκειται για το τετράπλευρο (με ευθύγραμμα σύνορα) στοιχείο του σχήματος 3.11α. το στοιχείο έχει 4 κόμβους στις 4 κορυφές του και 2 βαθμούς ελευθερίας (u_x, u_y) σε κάθε κόμβο, δηλαδή 8 βαθμούς ελευθερίας. Οι συναρτήσεις σχήματος συνεπάγονται γραμμική μεταβολή των μετακινήσεων στα σύνορα σχήμα 3.11β. άρα το στοιχείο είναι συμμορφωμένο. Εν γένει απαιτείται μεγάλος αριθμός στοιχείων για σύγκλιση στην ακριβή λύση όταν χρησιμοποιούμε το απλό αυτό στοιχείο.

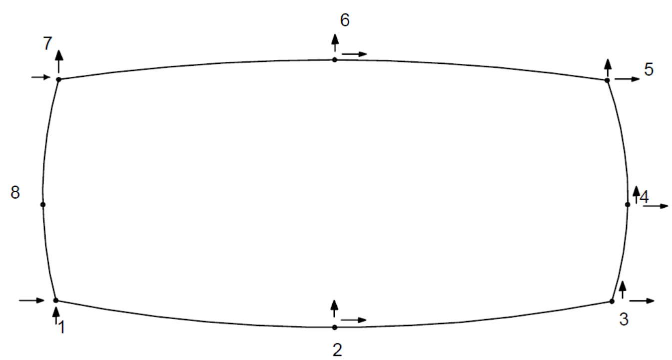


Σχήμα 3.11 Τετραπλευρικό-4κομβο στοιχείο 8 βαθμών ελευθερίας

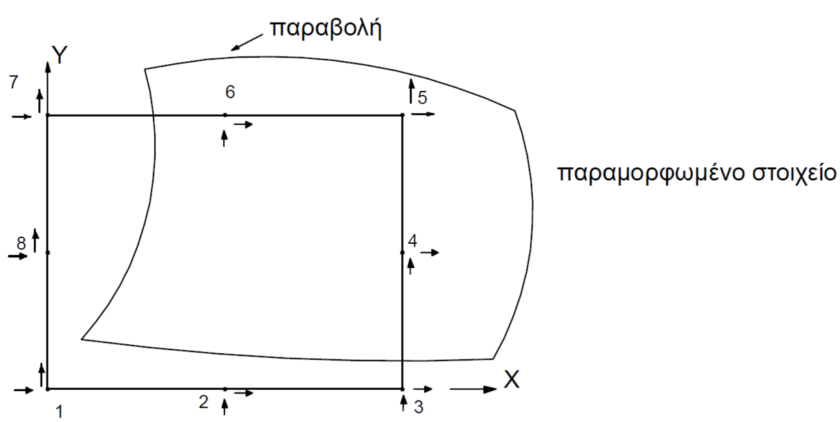
γ. Τετραπλευρικό οκτάκομβο στοιχείο με 16 βαθμούς ελευθερίας.

Πρόκειται για το στοιχείο του σχήματος 3.12 οι πλευρές του οποίου μπορεί να είναι μέχρι και παραβολικές (2^{ου} βαθμού) σχήμα 3.12 α. Έχει 8 κόμβους (στις 4 κορυφές και 4 στα μέσα των πλευρών). Ο κάθε κόμβος έχει 2 βαθμούς ελευθερίας (u_x, u_y).

Το στοιχείο αυτό είναι ισοπαραμετρικό και χαρακτηρίζεται έτσι γιατί η συνάρτηση που ορίζει τη μορφή των πλευρών του στοιχείου ταυτίζεται με τη συνάρτηση που ορίζει τις μετακινήσεις των πλευρών (συνάρτηση σχήματος). Το στοιχείο αυτό, όπως όλα τα ισοπαραμετρικά στοιχεία, είναι συμορφωμένο. Το προηγούμενο στοιχείο (β) μπορεί να θεωρηθεί σαν απλή μορφή αυτού του στοιχείου. Το 8κομβο ισοπαραμετρικό στοιχείο έχει «πολύ καλή συμπεριφορά» δηλαδή δίνει εν γένει ικανοποιητικά αποτελέσματα για αραιό σχετικά κάνναβο.



α.Μορφή στοιχείου με παραβολικές πλευρές



β.ορθογωνική μορφή του στοιχείου

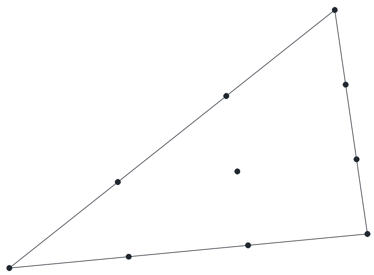
Σχήμα 3.12 Τετράπλευρο-οκτάκομβο στοιχείο

δ. Στοιχεία ανώτερης τάξης.

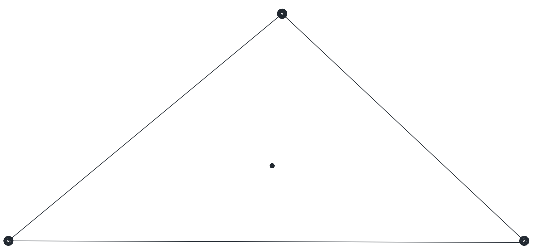
Τα στοιχεία αυτά, (όπως π.χ. το στοιχείο (γ) που περιγράφηκε προηγουμένως), διαθέτουν μερικά και όλα από τα ακόλουθα χαρακτηριστικά: 1)έχουν μεγάλο αριθμό κόμβων με μετακινήσεις

u_x, u_y στον κάθε ένα από αυτούς 2)έχουν μικρό αριθμό κόμβων με πολλούς βαθμούς ελευθερίας ο κάθε ένας 3)περιέχουν περισσότερους τρόπους παραμόρφωσης.

Ενδεικτικά στο σχήμα 3.13 έχουμε ορισμένα στοιχεία ανώτερης τάξης. Τα στοιχεία αυτά έχουν εν γένει πολύ καλή συμπεριφορά.



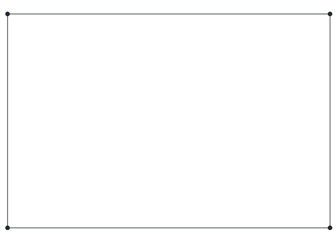
18 (ή 20) βαθμοί ελευθερίας
u_x,u_y ελευθερίες κάθε κόμβου



18 (ή 20) βαθμοί ελευθερίας

:u_x,u_y, $\frac{\partial ux}{\partial x}$, $\frac{\partial ux}{\partial y}$, $\frac{\partial uy}{\partial x}$, $\frac{\partial uy}{\partial y}$ ελευθερίες κάθε κόμβου

- : u_x,u_y ελευθερίες κάθε κόμβου

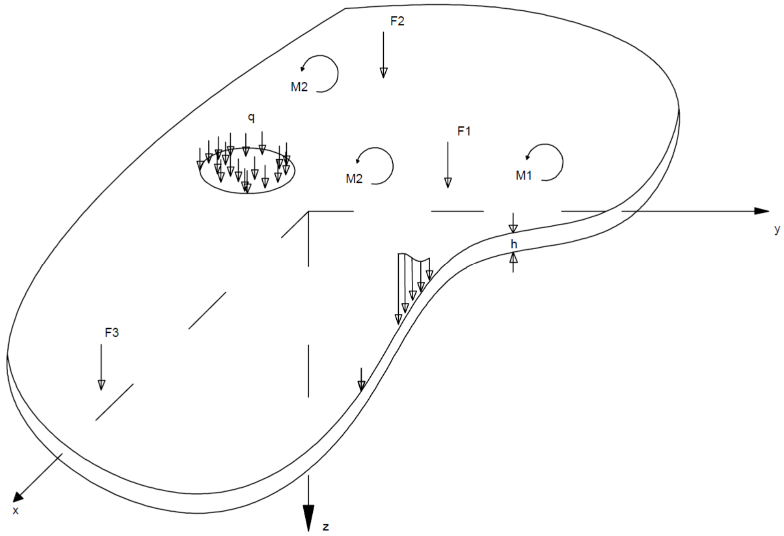


32 βαθμοί ελευθερίας
u_x,u_y, $\frac{\partial ux}{\partial x}$, $\frac{\partial ux}{\partial y}$, $\frac{\partial uy}{\partial x}$, $\frac{\partial uy}{\partial y}$, $\frac{\partial u2x}{\partial x\,\partial y}$, $\frac{\partial u2y}{\partial x\,\partial y}$, ελευθερίες κάθε κόμβου

Σχήμα 3.13 Στοιχεία ανώτερης τάξης

3.3. Πεπερασμένα στοιχεία πλακών σε κάμψη

Οι πλάκες είναι επίπεδα μορφώματα (π.χ. στο επίπεδο x, y) που ορίζονται με το σχήμα του μέσου επιπέδου τους και δέχονται φορτία μόνο κάθετα στο μέσα επίπεδο τους σχήμα 3.14.



Σχήμα 3.14 Πλάκα σε κάμψη

Η εντατική κατάσταση μιας πλάκας σε κάμψη περιγράφεται με τα φορτία διατομής που ενεργούν σε γραμμικές τομές κάθετες πάνω στους άξονες x και y. Τα φορτία διατομής που ενεργούν σε γραμμικές τομές κάθετες πάνω στους άξονες x και y. Τα φορτία διατομής (οι ροπές κάμψης m_x, m_y, οι ροπές συστροφής m_{xy}=m_{yx}, και οι τέμνουσες δυνάμεις q_x, q_y) προκύπτουν με σύνθεση των τάσεων όλου του πάχους της πλάκας και είναι ανηγμένα στη μονάδα μήκους των δύο διευθύνσεων.

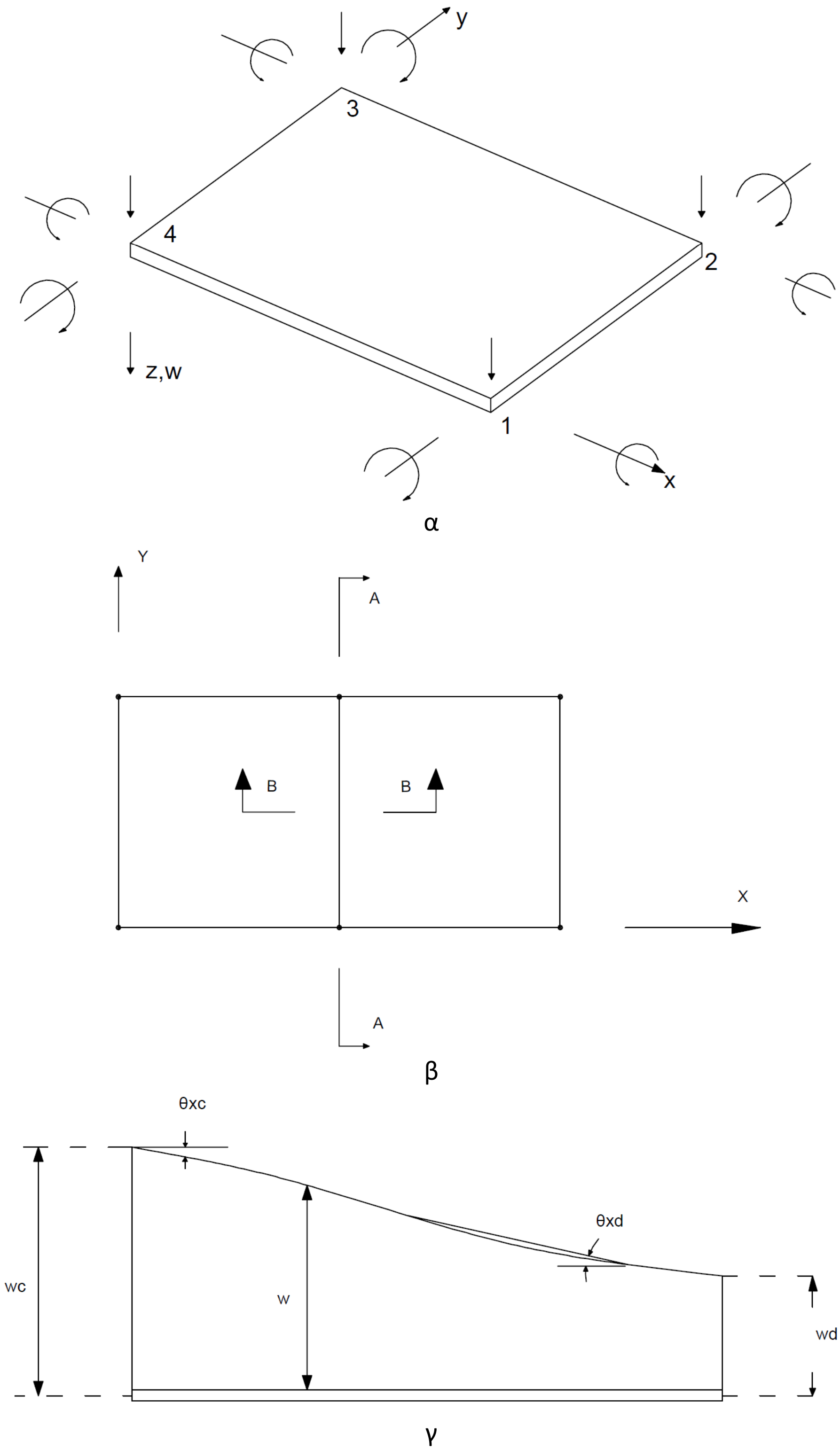
3.3.1 Λεπτές πλάκες

Για τις πλάκες αυτές ισχύει η παραδοχή του Kirrchhoff. Σύμφωνα με αυτήν, η ευθεία του πάχους της πλάκας (μετά τη παραμόρφωση) παραμένει απαραμόρφωτη και καταλαμβάνει μία θέση κάθετη πάνω στην ελαστική επιφάνεια της πλάκας. Δηλαδή δεν λαμβάνεται υπόψη η ολίσθηση από τη διάτμηση. Η παραδοχή αυτή είναι αντίστοιχη με τη παραδοχή Bernoulli για τις δοκούς σχήμα. Σύμφωνα με την παραδοχή αυτή, σε κάθε σημείο όλες οι μετακινήσεις και οι παραμορφώσεις της πλάκας εκφράζονται συναρτήσει της βύθισης w(x,y). Τα πλέον συνηθισμένα πεπερασμένα στοιχεία λεπτών πλακών είναι:

α. Ορθογωνικό στοιχείο με 12 βαθμούς ελευθερίας.

Πρόκειται για το ορθογωνικό στοιχείο του σχήματος 3.15α. Το στοιχείο έχει 4 κόμβους στις 4 κορυφές του. Σε κάθε κόμβο έχει 3 βαθμούς ελευθερίας, τη βύθιση w και τις στροφές θ_x και θ_y περί τους άξονες x και y αντίστοιχα.

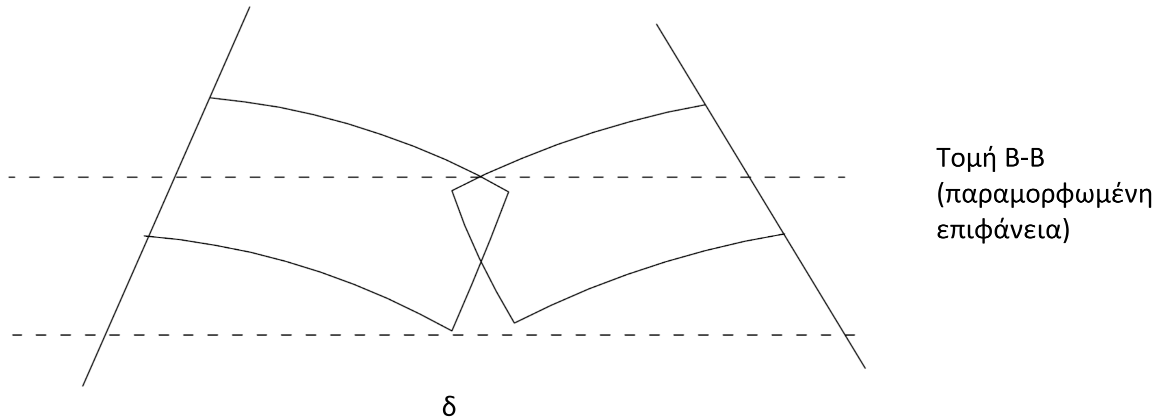
Το στοιχείο είναι από τα πρώτα στοιχεία πλακών που διαμορφώθηκαν. Οι συναρτήσεις σχήματος που εξασφαλίζουν κοινή βύθιση σε όλα τα σημεία του κοινού συνόρου μεταξύ δύο πεπερασμένων στοιχείων σχήματα 3.15β 3.15γ. Όμως δεν εξασφαλίζουν τη συνέχεια της κάθετης κλίσης της παραμορφωμένης επιφάνειας στο κοινό σύνορο σχήμα 3.15δ. Επομένως προκείται για μη συμμορφωμένο στοιχείο. Έχει αποδειχθεί ότι το στοιχείο συγκλίνει στην πραγματική λύση.



$u_i=[w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}]^T$
(i=1,2,3,4)
12 βαθμοί ελευθερίας – 4 κόμβοι

Σύνδεση δύο στοιχείων

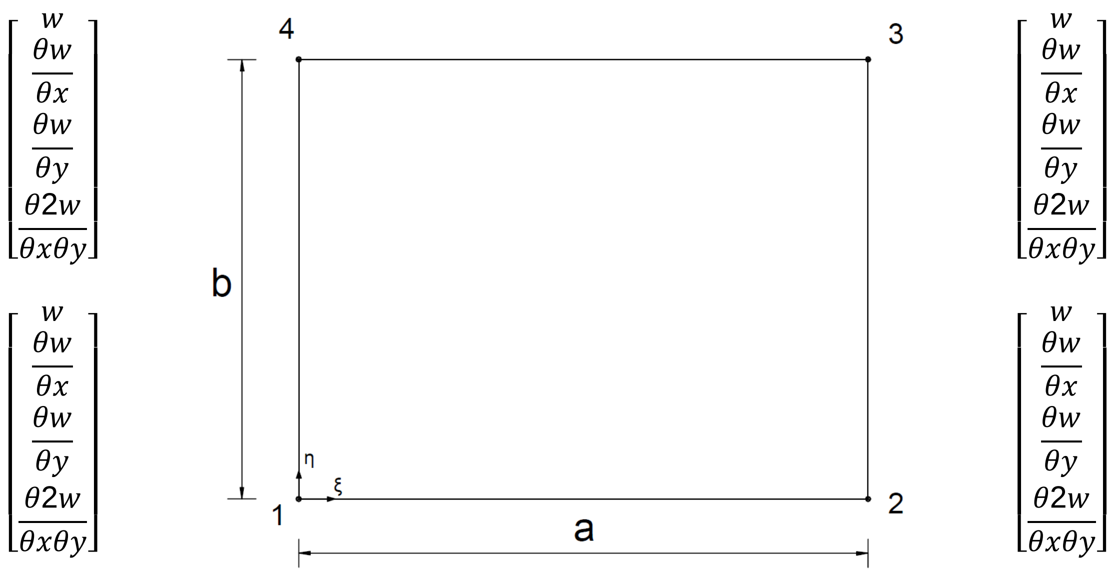
Τομή Α-Α (παραμορφωμένη επιφάνεια)



Σχήμα 3.15 Ορθογωνικό στοιχείο λεπτής πλάκας

β. Ορθογωνικό στοιχείο με 16 βαθμούς ελευθερίας.

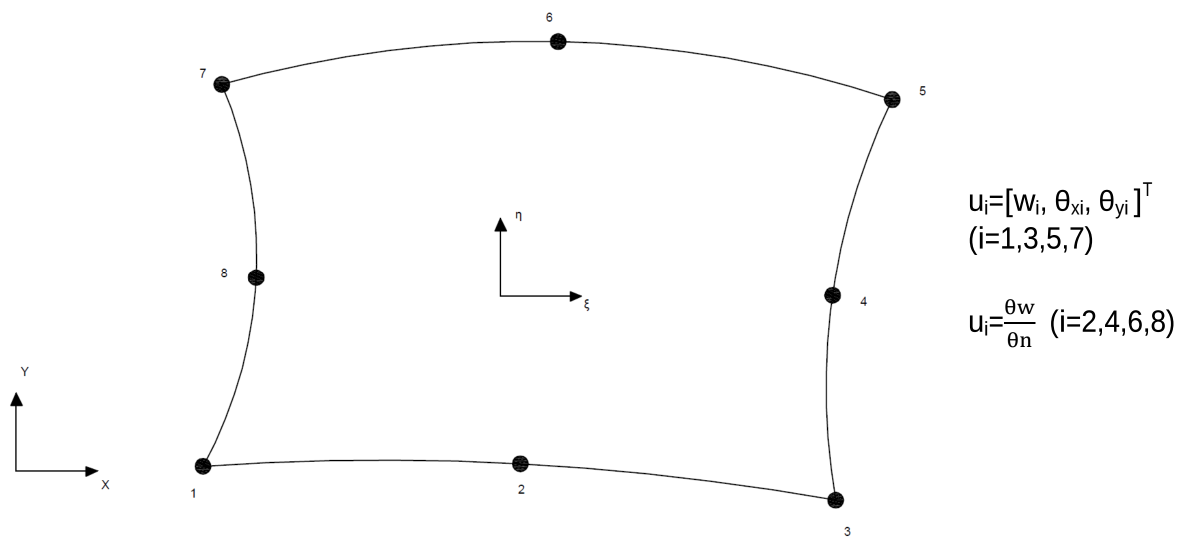
Πρόκειται για το ορθογωνικό στοιχείο του σχήματος 3.16. Το στοιχείο έχει 4 κόμβους στις 4 κορυφές του. Ο κάθε κόμβος έχει 4 βαθμούς ελευθερίας. Εκτός από τις 3 ελευθερίες του προηγούμενου στοιχείου διαθέτει και μία πρόσθετη ελευθερία σε κάθε κόμβο, την ποσότητα $\frac{\theta 2w}{\theta x \theta y}$. Το στοιχείο είναι συμορφωμένο.



Σχήμα 3.20 Ορθογωνικό στοιχείο πλάκας 16 ελευθεριών (4 ελευθερίες σε κάθε κόμβο)

γ. Τετραπλευρικό οκτάκομβο ισοπαραμετρικό στοιχείο

πρόκειται για τετράπλευρο στοιχείο οι πλευρές του οποίου μπορεί να είναι μέχρι και παραβολικές (2^{ου} βαθμού) σχήμα 3.17. Έχει 8 κόμβους (στις 4 κορυφές και στα 4 μέσα των πλευρών). Στους κόμβους των κορυφών έχει 3 βαθμούς ελευθερίας (W, θ_x, θ_y) ενώ στους κόμβους των πλευρών 1 βαθμό ελευθερίας (την κάθετη στην πλευρά κλίση $\frac{\theta w}{\theta n}$ της παραμορφωμένης επιφάνειας). Το στοιχείο είναι ισοπαραμετρικό συμμορφωμένο.



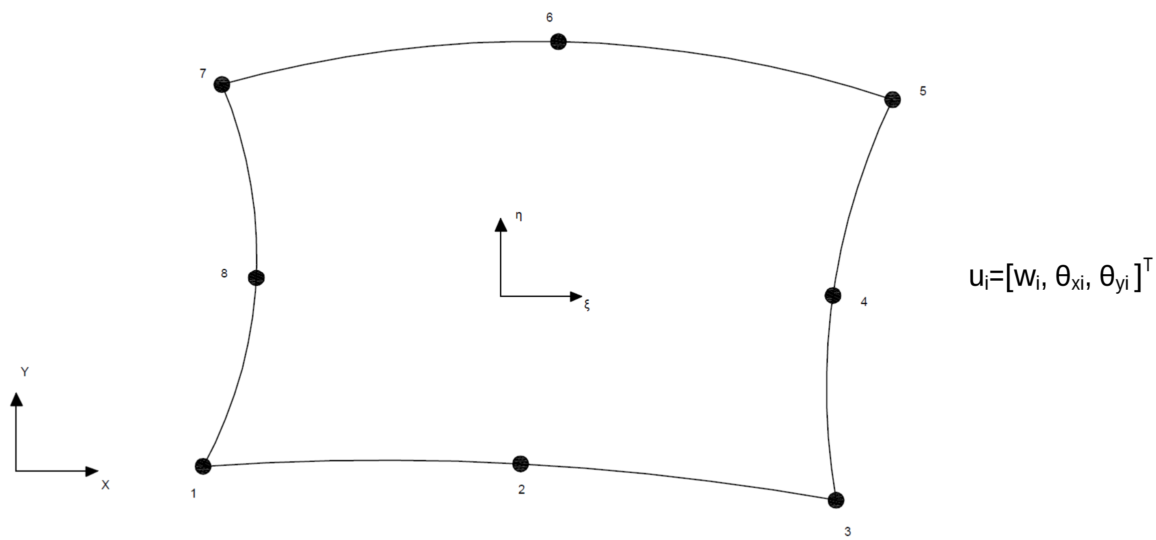
Σχήμα 3.17 Οκτάκομβο ισοπαραμετρικό στοιχείο λεπτής πλάκας 16 ελευθεριών

3.3.2. Χοντρές πλάκες

Για τις πλάκες αυτές ισχύει η παραδοχή του Mindlin. Σύμφωνα με αυτήν η ευθεία του πάχους της πλάκας (μετά τη παραμόρφωση) παραμένη απαραμόρφωτη αλλά όχι κάθετη πάνω στην ελαστική επιφάνεια πλάκας. Η διαφοροποίηση αυτή από την κάθετη οφείλεται στο ότι λαμβάνεται υπόψη η ολίσθηση (επιρροή τεμνουσών δυνάμεων). Σύμφωνα με την παραδοχή Mindlin οι μετακινήσεις και οι παραμορφώσεις σε κάθε σημείο της πλάκας εκφράζονται συναρτήσει της βύθισης w(x,y) και των γωνιών ϕ_x, ϕ_y.Τα πλέον συνηθισμένα πεπερασμένα στοιχεία χοντρών πλακών είναι:

Τετραπλευρικό οκτάκομβο ισοπαραμετρικό στοιχείο.

Πρόκειται για τετραπλευρικό στοιχείο οι πλευρές του οποίου μπορεί να είναι μέχρι παραβολικές ($2^{ου}$ βαθμού σχήμα 3.18). Έχει 8 κόμβους (4 στις κορυφές και 4 στα μέσα των πλευρών του). Σε κάθε κόμβο έχει 3 βαθμούς ελευθερίας, τη βύθιση w και τις στροφές θ_x και θ_y περί τους άξονες x και y αντίστοιχα. Το στοιχείο ως ισοπαραμετρικό είναι συμμορφωμένο.



Σχήμα 3.18 Οκτάκομβο ισοπαραμετρικό στοιχείο πλάκας Mindlin 24 ελευθεριών

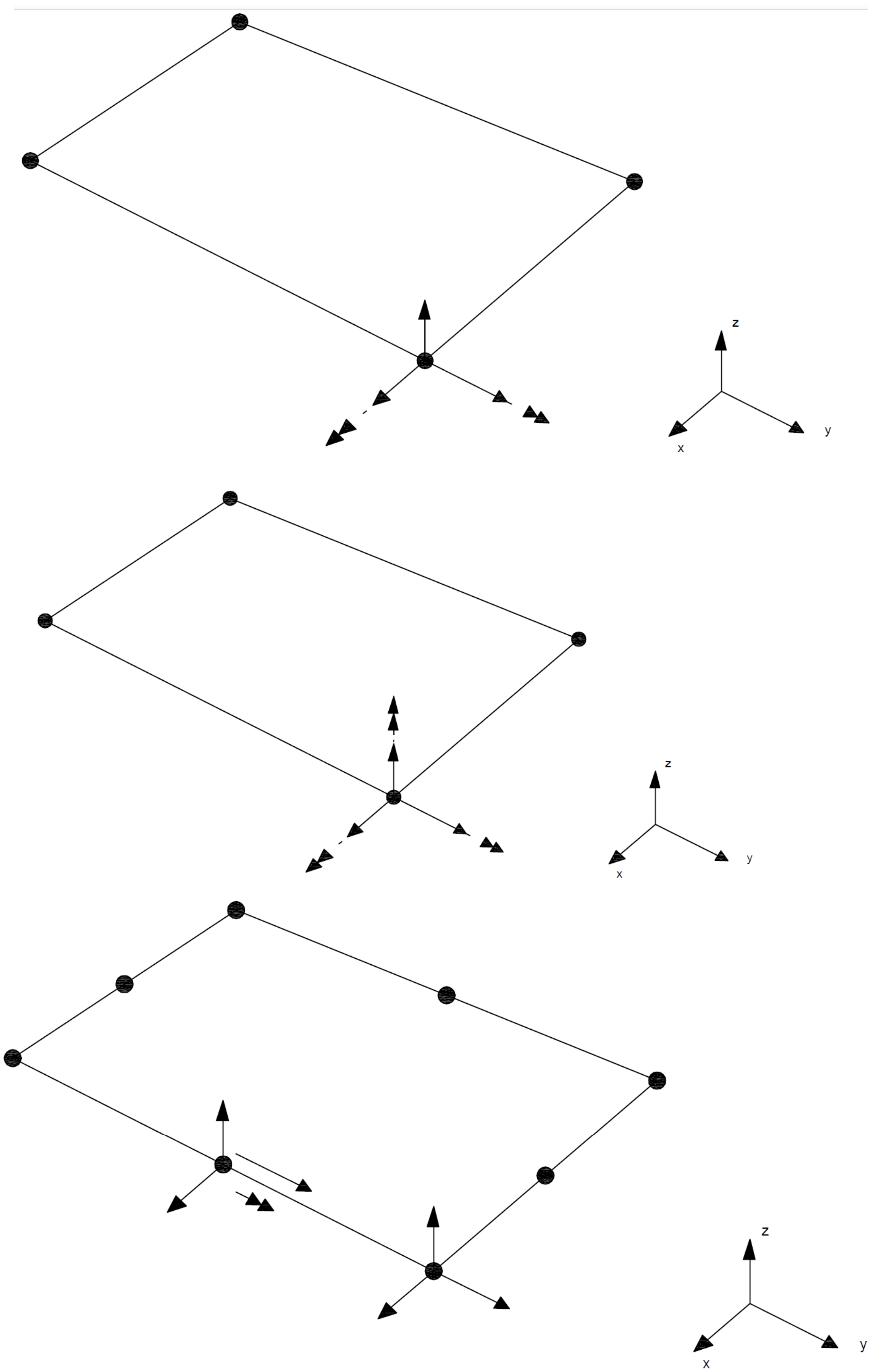
3.4 Πεπερασμένα στοιχεία κελύφων

Τα κελύφη είναι καμπύλοι επιφανειακοί φορείς το πάχος των οποίων είναι πολύ μικρό σε σχέση με τις γενικές διαστάσεις τους. Γενικά σε ένα κέλυφος συνδυάζονται η λειτουργία δίσκου και πλάκας και επομένως εμφανίζονται τόσο τα φορτία διατομής της διάστασης (λειτουργία μεμβράνης), όσο και τα φορτία διατομής της κάμψης.

Η διακριτοποίηση ενός κελύφους με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να γίνει με επίπεδα ή με καμπύλα πεπερασμένα στοιχεία.

Όταν χρησιμοποιούνται επίπεδα στοιχεία, η καμπύλη επιφάνεια του κελύφους προσεγγίζεται με μία εγγεγραμμένη πολυεδρική επιφάνεια. Βέβαια αυτά τα στοιχεία κελύφους μπορεί να χρησιμοποιηθούν, με καλύτερη προσέγγιση, σε γνήσιους πτυχωτούς φορείς (π.χ. στέγες, πυρήνες τοιχωμάτων διαφόρων μορφών κτλ.). Τέτοια στοιχεία είναι:

α. Τετραπλευρικά πεπερασμένα στοιχεία με 4 κόμβους και 5 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο, τα τετραπλευρικά πεπερασμένα στοιχεία με 4 κόμβους και 6 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο (σχήμα 3.19).



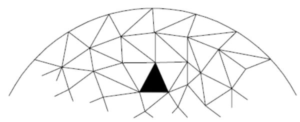
4κομβα στοιχεία πλάκας-δίσκου με 5 βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο

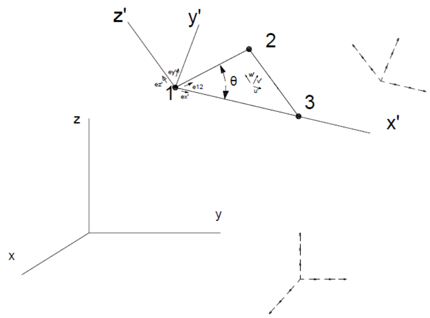
4κομβα επίπεδα στοιχεία κελύφους με 6 βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο

8κομβα καμπύλα στοιχεία κελύφους με 3 βαθμούς ελευθερίας στους γωνιακούς κόμβους και 4 βαθμούς ελευθερίας στους μεσαίους κόμβους

Σχήμα 3.19 Πεπερασμένα στοιχεία κελύφων

β. Τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία με 3 κόμβους και 5 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο σχήμα 3.20. Αυτά δίνουν καλύτερη ακρίβεια από τα τετραπλευρικά σε περίπτωση κελύφους.





Σχήμα 3.20 Τριγωνικό στοιχείο κελύφους με 18 ελευθερίες (επίπεδο στοιχείο με 6 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο.

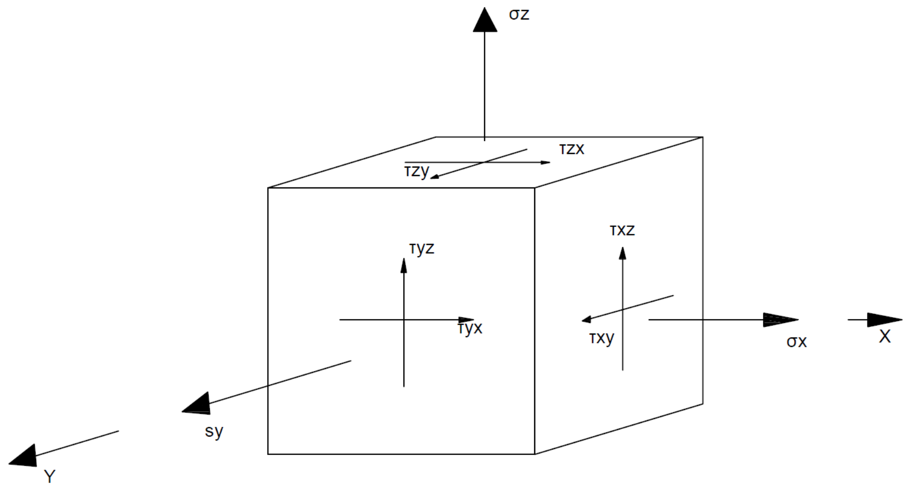
Τα καμπύλα στοιχεία κελύφους προκύπτουν με εφαρμογή κλασικής θεωρίας κελύφων. Τα στοιχεία αυτά είναι ιδιαίτερα πολύπλοκα στο σχηματισμό τους, αλλά επιτυγχάνεται με αυτά πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια ιδιαίτερα όταν ο κάνναβος των στοιχείων είναι αραιός. Τέτοια στοιχεία είναι:

α. Το τετραπλευρικό καμπύλο στοιχείο με 4 κόμβους με 6 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο, και

β. Το τετραπλευρικό οκτάκομβο καμπύλο στοιχείο με 3 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε γωνιακό κόμβο και 4 βαθμούς ελευθερίας στους μεσαίους κόμβους.

3.5 Πεπερασμένα στοιχεία τρισδιάστατης εντατικής κατάστασης.

Τρισδιάστατη κατάσταση εμφανίζεται σε φορείς αναπτυγμένους και κατά τις τρείς διαστάσεις και με τυχαία φόρτιση. Στους φορείς αυτούς σε κάθε απειροστό στοιχείο εμφανίζονται όλες οι τάσεις σ_x, σ_y,σ_z, τ_{xy},τ_{xz}, τ_{yz} σχήμα 3.21 και οι αντίστοιχες παραμορφώσεις. Τα πλέον συνηθισμένα πεπερασμένα στοιχεία της τρισδιάστατης εντατικής κατάστασης είναι:



Σχήμα 3.21 Τρισδιάστατη κατάσταση, τάσεις απειροστού στοιχείου.

α. Τετραεδρικό στοιχείο με 12 βαθμούς ελευθερίας.

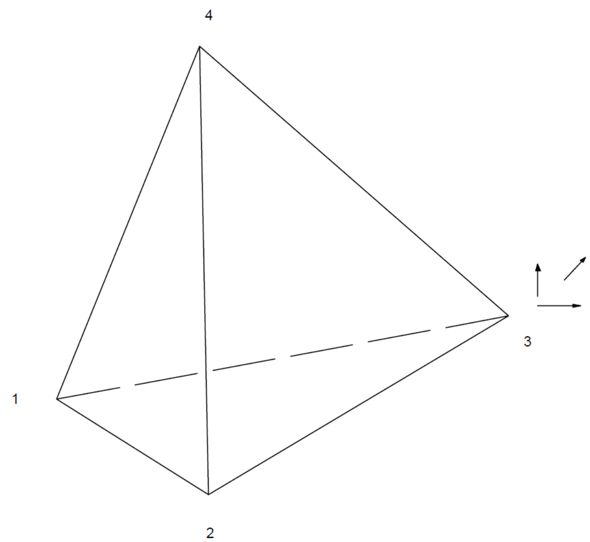
Πρόκειται για το τετραεδρικό στοιχείο του σχήματος 3.22α. Το στοιχείο έχει 4 κόμβους στις 4 κορυφές του και ο κάθε κόμβος έχει 3 βαθμούς ελευθερίας (τις μετατοπίσεις u_x, u_y, u_z). Πρόκειται για συμμορφωμένο στοιχείο.

β. Εξαεδρικό στοιχείο με 24 βαθμούς ελευθερίας.

Πρόκειται για το εξαεδρικό στοιχείο του σχήματος 3.22β το στοιχείο έχει 8 κόμβους στις 8 κορυφές του και ο κάθε κόμβος έχει 3 βαθμούς ελευθερίας.

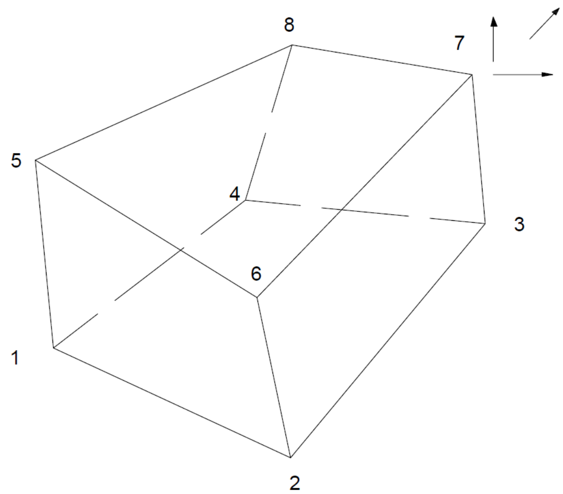
γ. Χωρικά πεπερασμένα στοιχεία ανώτερης τάξης.

Πρόκειται για τετραεδρικά και εξαεδρικά στοιχεία με επίπεδες ή καμπύλες έδρες. Τα στοιχεία αυτά έχουν συνήθως μεγάλο αριθμό κόμβων σχήμα 3.22γ που ο καθένας έχει 3 βαθμούς ελευθερίας (u_x, u_y, u_z). Μπορεί ένα χωρικό στοιχείο ανώτερης τάξης να έχει μικρό αριθμό κόμβων, αλλά ο κάθε κόμβος να έχει πολλούς βαθμούς ελευθερίας σχήμα 3.22 ε όπως τις μετατοπίσεις u_x, u_y, u_z και τις παραγώγους τους ως προς x, y, z. (Σχήμα 3.22)



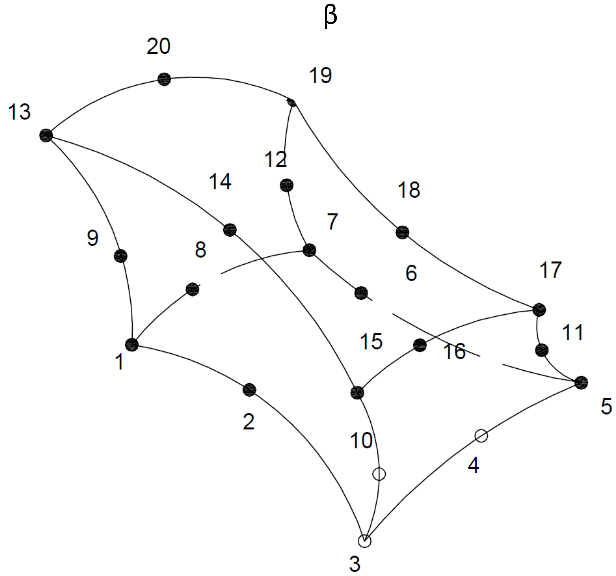
u_x,u_y,u_z ελευθερίες κάθε κόμβου

α



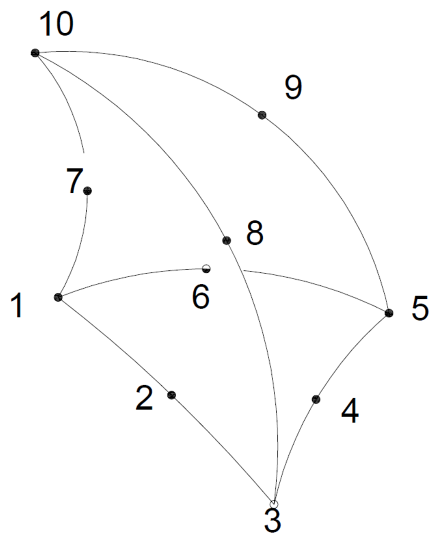
u_x,u_y,u_z ελευθερίες κάθε κόμβου

β



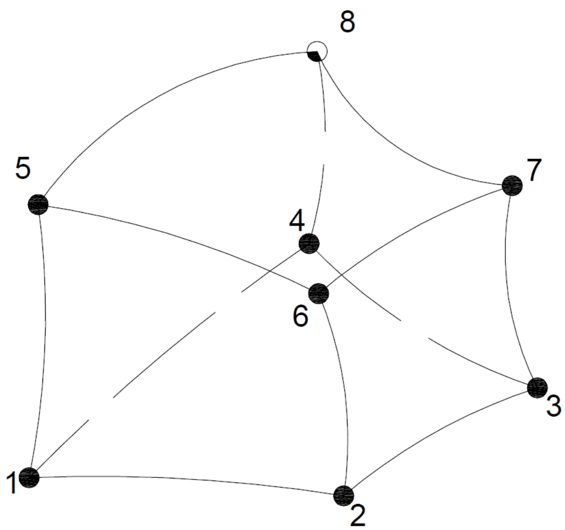
u_x,u_y,u_z ελευθερίες κάθε κόμβου

γ



u_x, u_y, u_z ελευθερίες κάθε κόμβου

δ



u_x, u_y, u_z

$\frac{\partial ux}{\partial x}, \frac{\partial uy}{\partial x}, \frac{\partial uz}{\partial x}$

$\frac{\partial ux}{\partial y}, \frac{\partial uy}{\partial y}, \frac{\partial uz}{\partial y}$

$\frac{\partial ux}{\partial z}, \frac{\partial uy}{\partial z}, \frac{\partial uz}{\partial z}$

ελευθερίες κάθε κόμβου

ε

Σχήμα 3.22 Πεπερασμένα στοιχεία τρισδιάστατης εντατικής κατάστασης

4. Μεθοδολογία

Στη παρούσα ενότητα περιγράφεται η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε στη σχεδίαση του μοντέλου και η εξέταση της στατικής επάρκειας αυτού. Ο έλεγχος επάρκειας πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του προγράμματος ABAQUS έκδοσης 6.13 στο προσωπικό μου Η/Υ Dell precision M4500.

Κριτήρια ελέγχου αποτελούν τόσο οι μέγιστες μετακινήσεις που προκαλούνται όταν το σύστημα κλωβός πλωτήρες είναι στη μέγιστη ανύψωση του, καθώς εκεί το φορτίο είναι μέγιστο, όσο και οι τάσεις που εφαρμόζονται στα τεμάχια των πλωτήρων ώστε να μην προκαλείται υπερβολική παραμόρφωση και αστοχία τοπικά.

Καθώς ο χρόνος και οι συνθήκες της διαδικασίας της ανύψωσης και τοποθέτησης είναι τοπικού και σύντομου χαρακτήρα, δεν εξετάστηκαν τα φορτία σεισμού, ανέμου ή πάγου, διότι κατά την διάρκεια ή την αναμονή άσχημων καιρικών συνθηκών δεν πραγματοποιούνται εργασίες, ενώ σε ότι αφορά τα σεισμικά φορτία, είναι στατικά αμελητέα η περίπτωση να συμβούν κατά τη διάρκεια της ανύψωσης.

Σημειώνεται ότι η επάρκεια του συστήματος προκύπτει από την εφαρμογή πλήρους συμμετρίας στην ανύψωση καθώς μετακινήσεις του βάρους ή των σημείων στήριξης μπορεί να έχουν απρόβλεπτες συνέπειες για την αντοχή των πλωτήρων. Στοιχεία όπως παλαιότητα, βλάβες κλπ δεν εξετάζονται.

Οι φορτίσεις, οι συνδυασμοί των φορτίσεων, οι κατηγορίες και χαρακτηριστικές τιμές αντοχών των υλικών, καθώς και οι απαιτούμενοι έλεγχοι και τα κριτήρια διαστασιολόγησης των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη του φέροντος οργανισμού των πλωτήρων είναι σύμφωνα με τα παρακάτω πρότυπα και κανονισμούς:

Κανονισμοί

- Ευρωκώδικας 1-Δράσεις σε κατασκευές
- ELOT EN 12201-2:2011
- ΠΕΤΕΠ 08-06-03-00

Υλικά

- Πλαστικοί σωλήνες HDPE 100

E=600.00MPa, ν=0.4, G=210.00MPa

Characteristic Resistance:15.00MPa

Reduction shear factor: 1.54

Limit strength for tention:9.70MPa

Density: 9.70kN/m^3

- Πλαστικοί ορθοστάτες HDPE 100

Τεχνικά χαρακτηριστικά όμοια με τους πλαστικούς σωλήνες.

- Δίχτυ από ειδικό κράμα χαλκού

Δεν υπολογίζεται ως μέρος της προσομοίωσης αλλά ως βάρος επί των πλωτήρων

Ανάλυση φορτίσεων

Τα φορτία υπολογισμού αποτελούνται από:

ΜΟΝΙΜΑ

	ΦΟΡΤΙΑ			
Α/Α	Είδος	Ποσότητες (Μονάδες μέτρησης)		
1	Ίδιο βάρος φορέα (Σωλήνες HDPE 100 12.5 BAR Φ315)	214	N/m	
		ακτίνα r (m)	περιφέρεια (m)	
i	Μήκος εσωτερικού σωλήνα	8	50.24	
ii	Μήκος μεσαίου σωλήνα	8.4	52.752	
iii	Μήκος εξωτερικού σωλήνα	8.8	55.264	
		ΣΥΝΟΛΟ	158.256	
	Συνολικό Βάρος Σωλήνων (N)	**33866.784**		
2	Ίδιο βάρος μεταλλικού διχτυού (Σύρμα Φ3.00)	65.4	N/m2	
	Εμβαδό μεταλλικού κλωβού			
i	Τοιχώματα (κατακόρυφα πλέγματα)	περιφέρεια (m)	βάθος (m)	εμβαδό (m2)
		50.24	10	502.4
ii	Πάτος (οριζόντια πλέγματα)	ακτίνα r (m)		
		8		200.96
			ΣΥΝΟΛΟ	703.36
	Συνολικό Βάρος Μεταλλικού Διχτιού (N)	**45999.744**		
3	Ίδιο βάρος ορθοστάτη (Bracket)	260	N/τεμ	
	Συνολικό Βάρος 20 Ορθοστατών (N)	**5200**		
	Συνολικό Φορτίο Κλωβού (N)	**85066.528**		

ΚΙΝΗΤΑ

Βάρος εργάτη επισκευής-συντήρησης Δεν εφαρμόζεται

ΣΕΙΣΜΟΣ

Δεν εφαρμόζεται

Άνεμος

Δεν εκτελούνται εργασίες κατά τη διάρκεια ανέμου

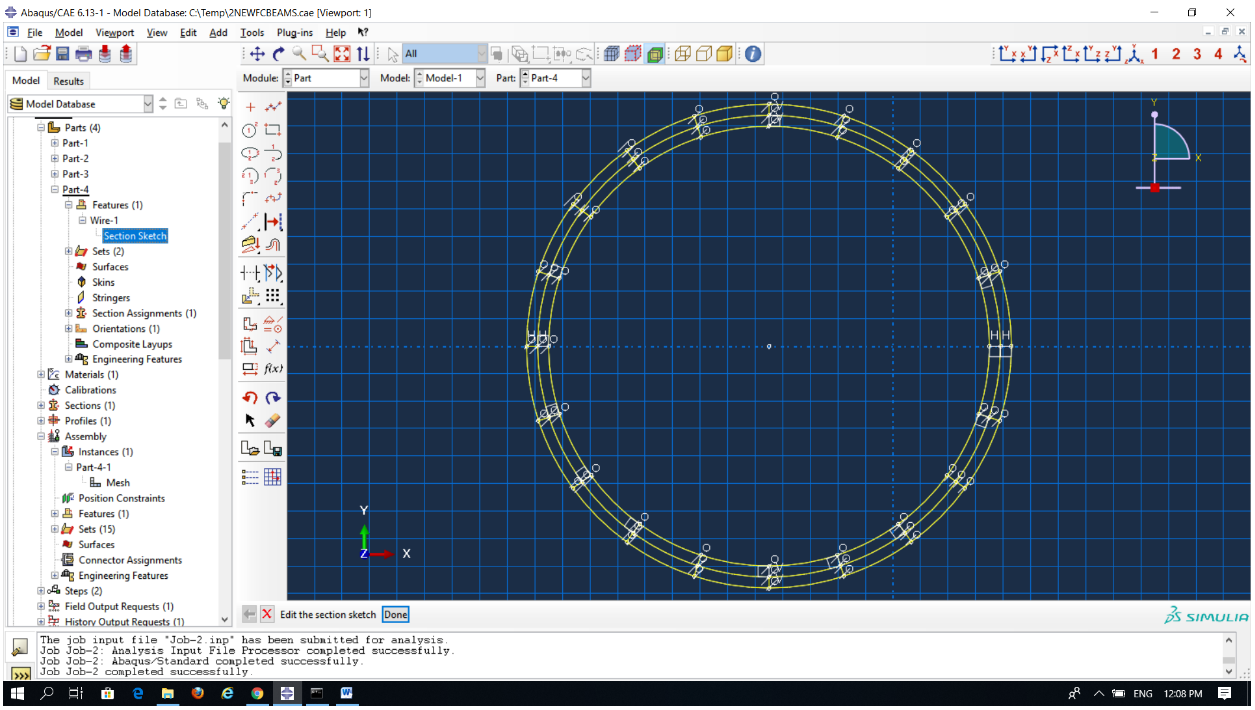
Χιόνι –Πάγος

Δεν εφαρμόζεται

4.1 Σχεδιασμός-Μοντελοποίηση του συστήματος πλωτήρων

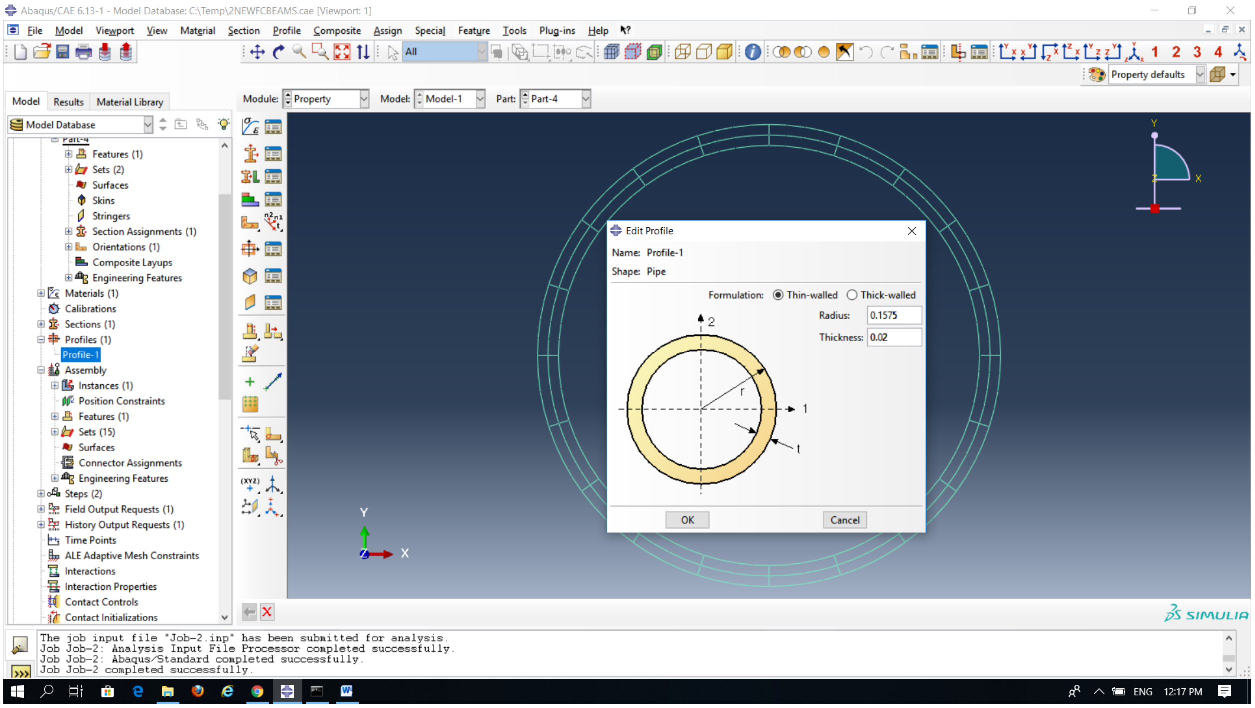
Η δημιουργία της γεωμετρίας του μοντέλου όπως φαίνεται στην εικόνα 4.1 έγινε με τα σχεδιαστικά εργαλεία που μας προσφέρει το πρόγραμμα ABAQUS στην αρχική ενότητα Parts.

Αποτελείται από τρεις ομόκεντρους κύκλους με αντίστοιχες ακτίνες, από τον εσωτερικό προς τον εξωτερικό, r_1=8.00 , r_2=8.40 , r_3=8.80 που αναπαριστούν τους σωλήνες του πλωτήρα διαστάσεων Φ315. Ομοίως και οι ορθοστάτες αναπαριστώνται από ευθύγραμμα τμήματα, εγκάρσια στους ομόκεντρους κύκλους, σε είκοσι σημεία περιμετρικά σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις.



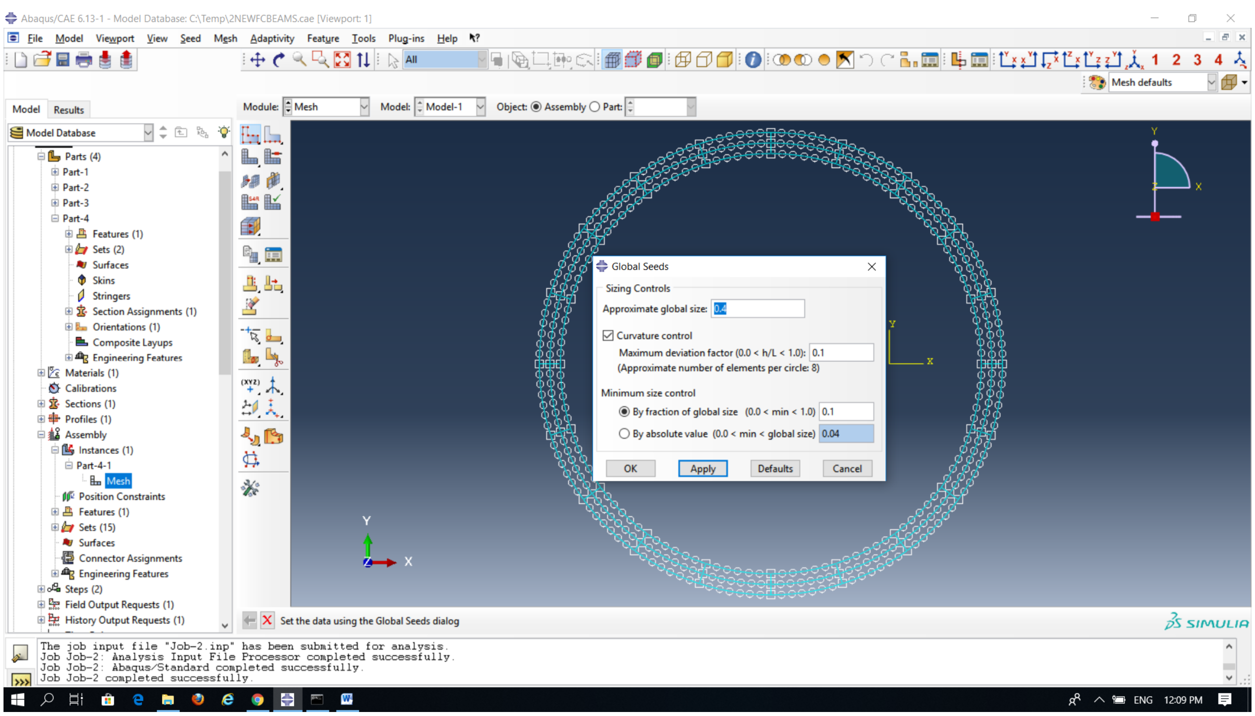
Εικόνα 4.1 Σχεδιασμός σωλήνων & ορθοστατών πλωτήρα

Οι ιδιότητες του υλικού HDPE εισήχθησαν στην ενότητα Materials. Τα πεπερασμένα στοιχεία που επιλέχθησαν είναι τύπου wire / beam. Η διατομή είναι τύπου pipe με τις διαστάσεις που φαίνονται στην εικόνα 4.2.



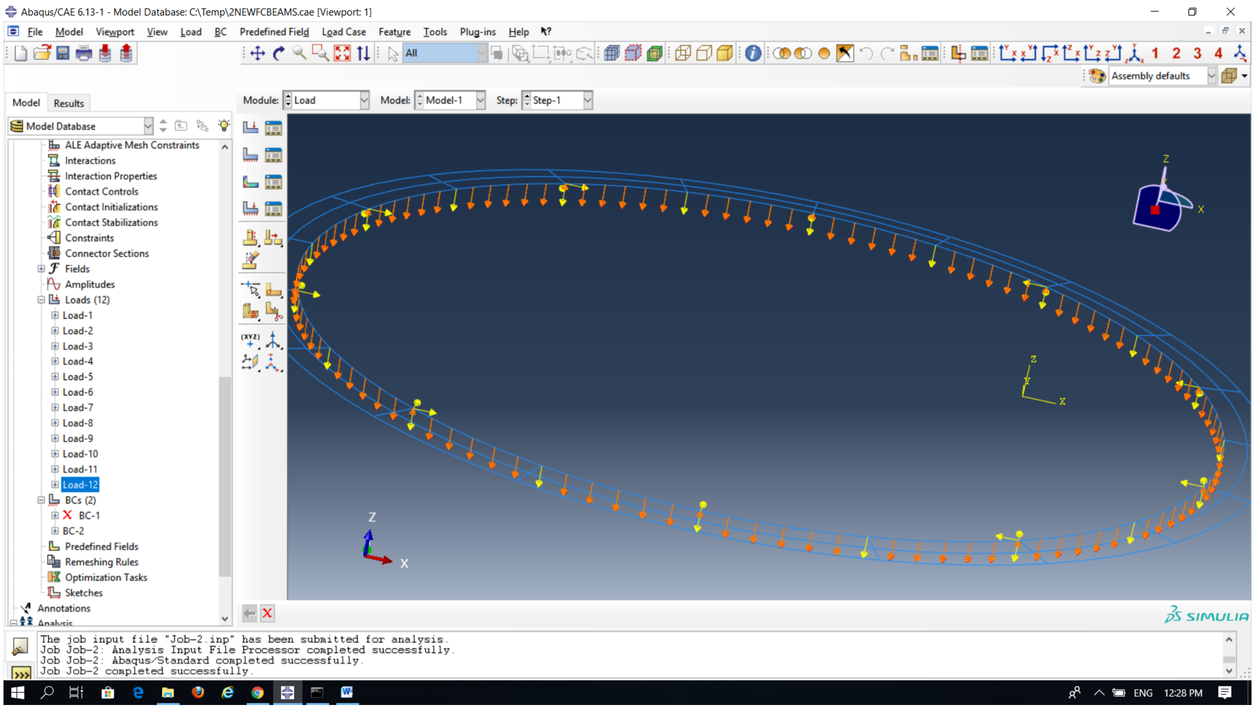
Εικόνα 4.2 Γεωμετρία διατομής στοιχείο beam

Ο φορέας χωρίστηκε σε 440 πεπερασμένα στοιχεία με 400 κόμβους όπως μπορούμε να διακρίνουμε στην εικόνα 4.3



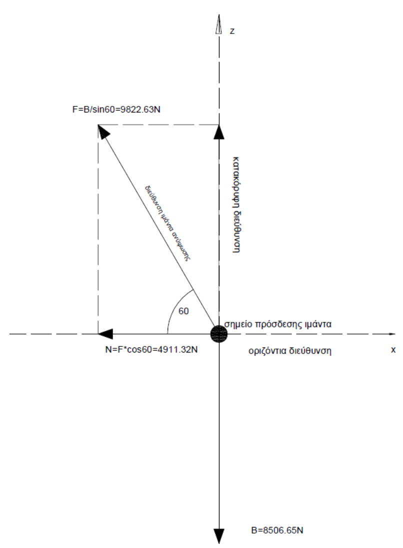
Εικόνα 4.3 Κόμβοι του φορέα

Το συνολικό κατακόρυφο φορτίο **85066.528 N** επιμερίζεται ισόποσα και εφαρμόζεται στους 120 κόμβους του εσωτερικού σωλήνα με τιμή φορτίου σε κάθε κόμβου **708.89 N** εικόνα 4.4

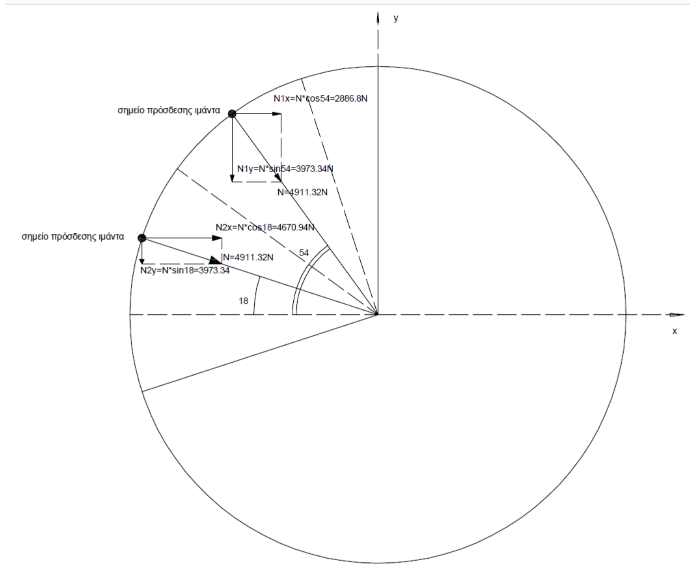


Εικόνα 4.4 Φόρτιση του φορέα με κατακόρυφα φορτία (πορτοκαλί)

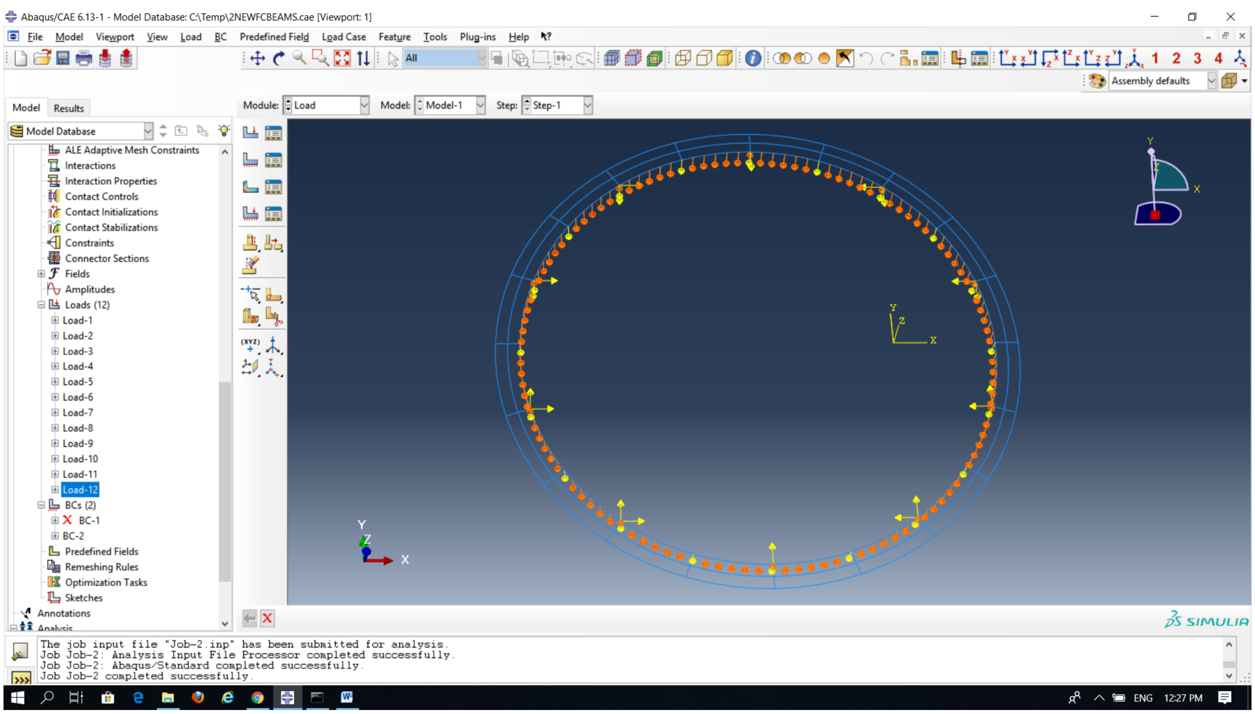
Επιπλέον στα 10 σημεία πρόσδεσης των ιμάντων ανύψωσης, εφαρμόζονται δυνάμεις με ακτινικές διευθύνσεις και φορά εσωτερικά προς το κέντρο του κύκλου. Είναι οι δυνάμεις με το κίτρινο χρώμα στις εικόνες 4.4 & 4.5 , όπου ορισμένες αναλύονται στους άξονες xy σχήματα 4α & 4β σύμφωνα με τις απαιτήσεις του προγράμματος.



Σχήμα 4α ΔΕΣ σημείου πρόσδεσης ιμάντα ανύψωσης (πλάγια όψη)

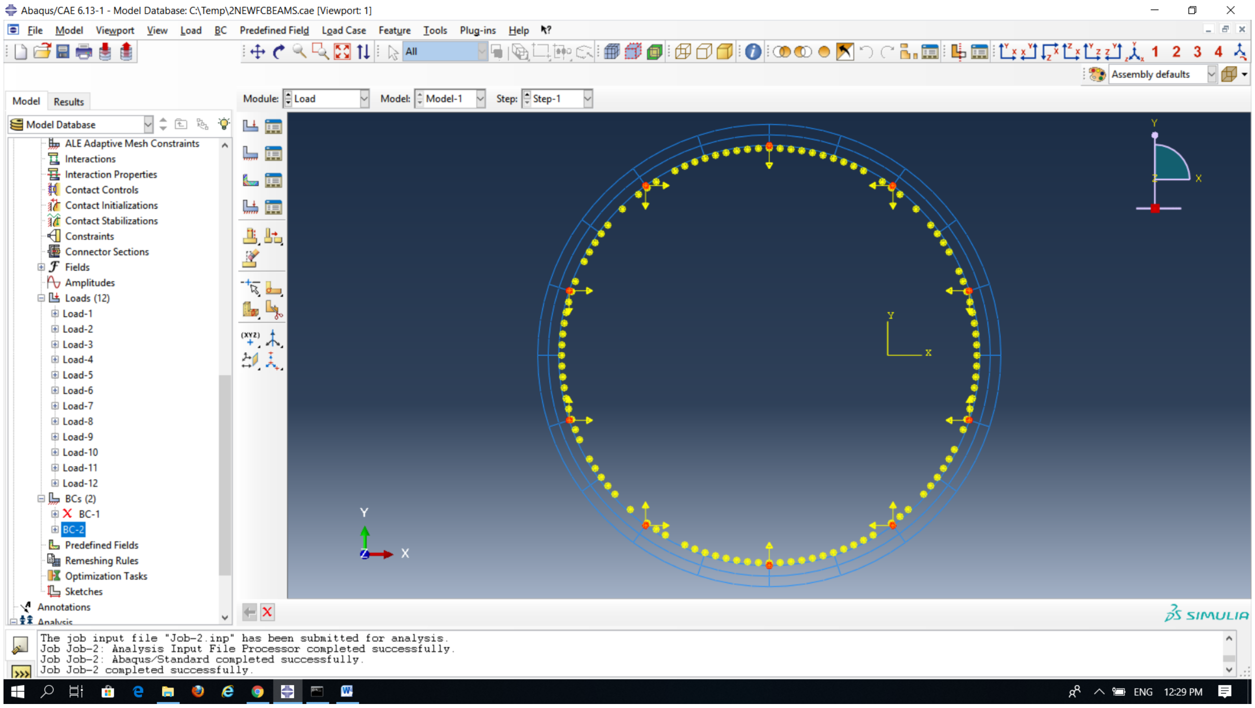


Σχήμα 4β Ανάλυση οριζόντιας δύναμης στα σημεία πρόσδεσης ιμάντα ανύψωσης (κάτοψη)



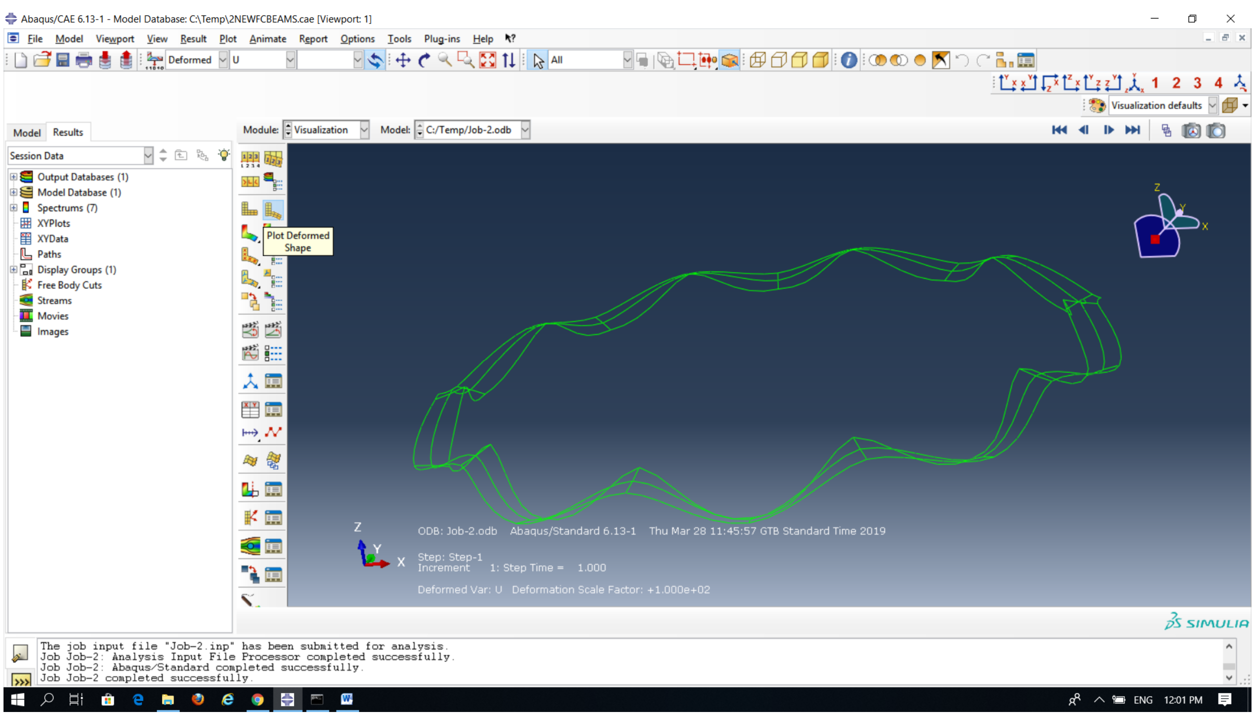
Εικόνα 4.5 Φόρτιση του φορέα με οριζόντια φορτία (κίτρινα)

Στα ίδια αυτά δέκα σημεία εφαρμόζονται και οι συνοριακές συνθήκες όπου έχουμε δέσμευση μετακίνησης στο άξονα z (διεύθυνση κατακόρυφου) όπως φαίνεται στην εικόνα 4.6.

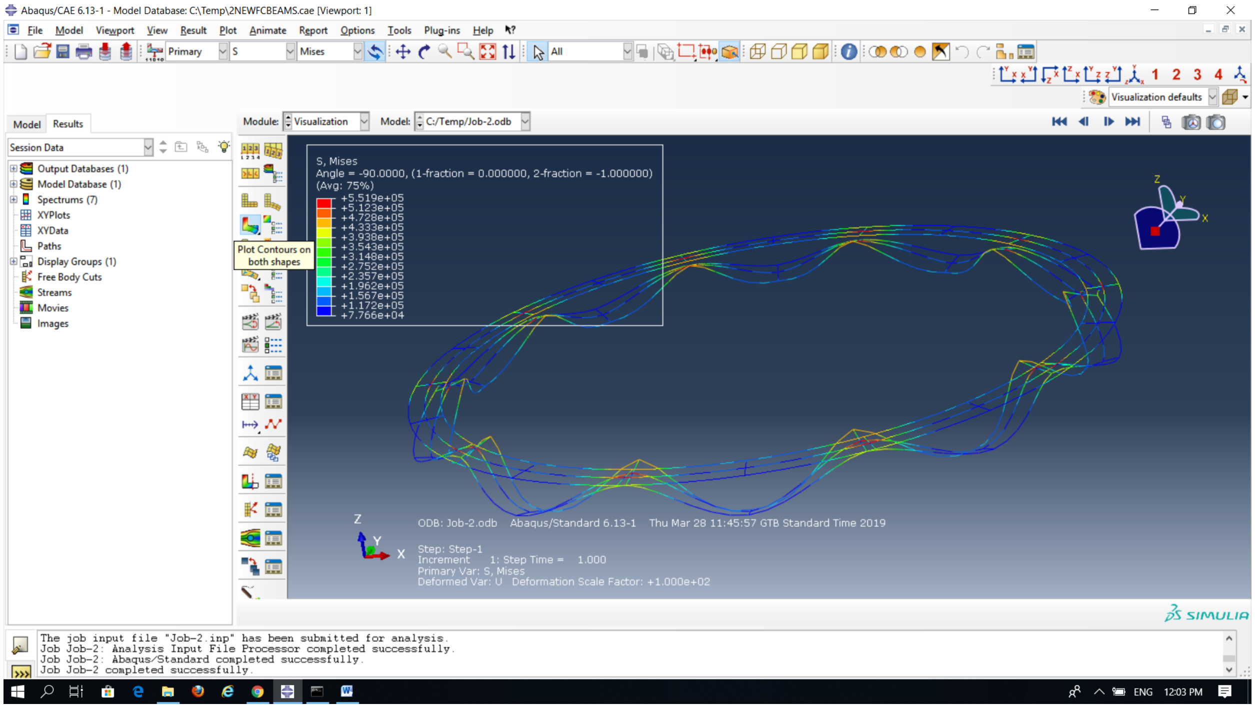


Εικόνα 4.6 Συνοριακές συνθήκες του φορέα (δέσμευση μετακίνησης κατά z)

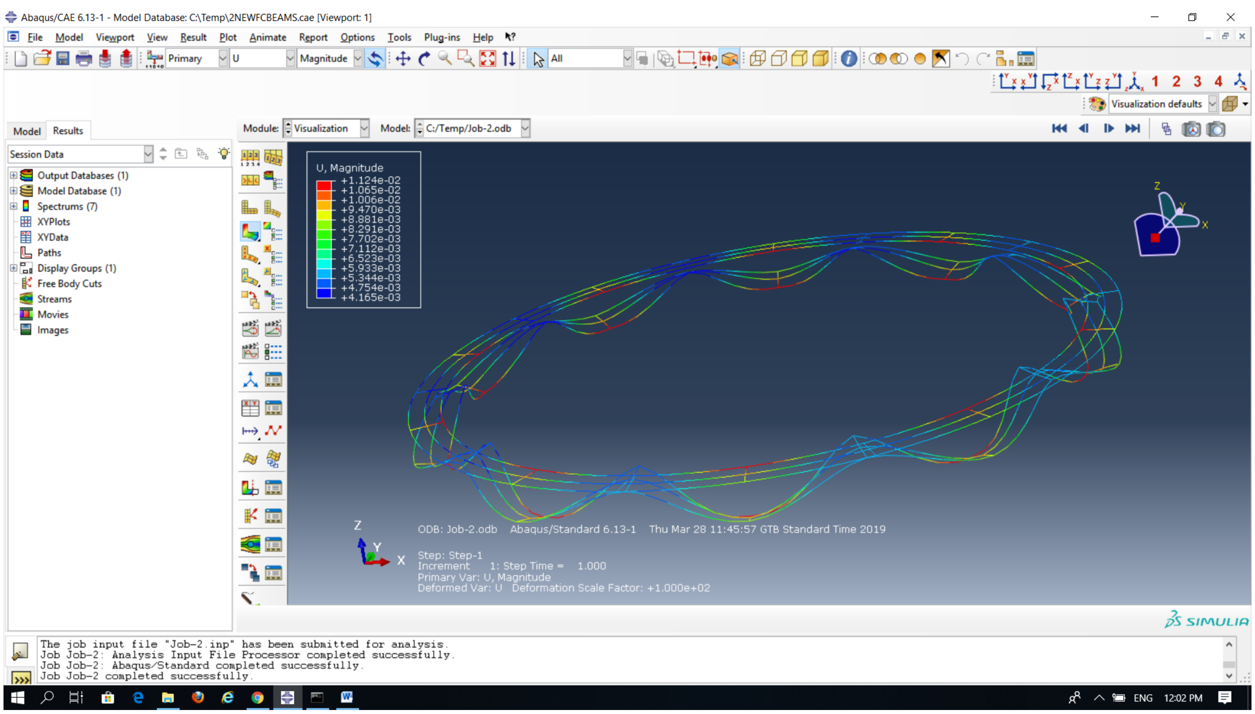
4.2 Αποτελέσματα Ανάλυσης - Έλεγχος παραμορφώσεων



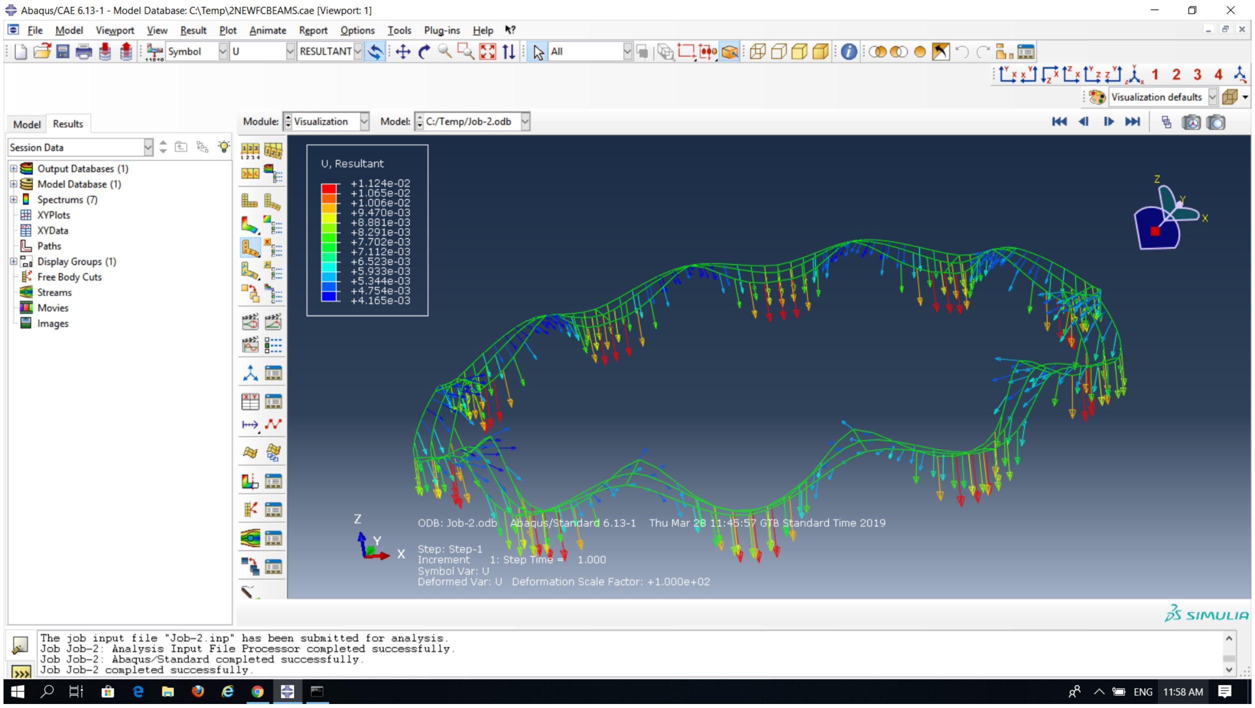
Εικόνα 4.7 Παραμορφωμένη κατάσταση φορέα



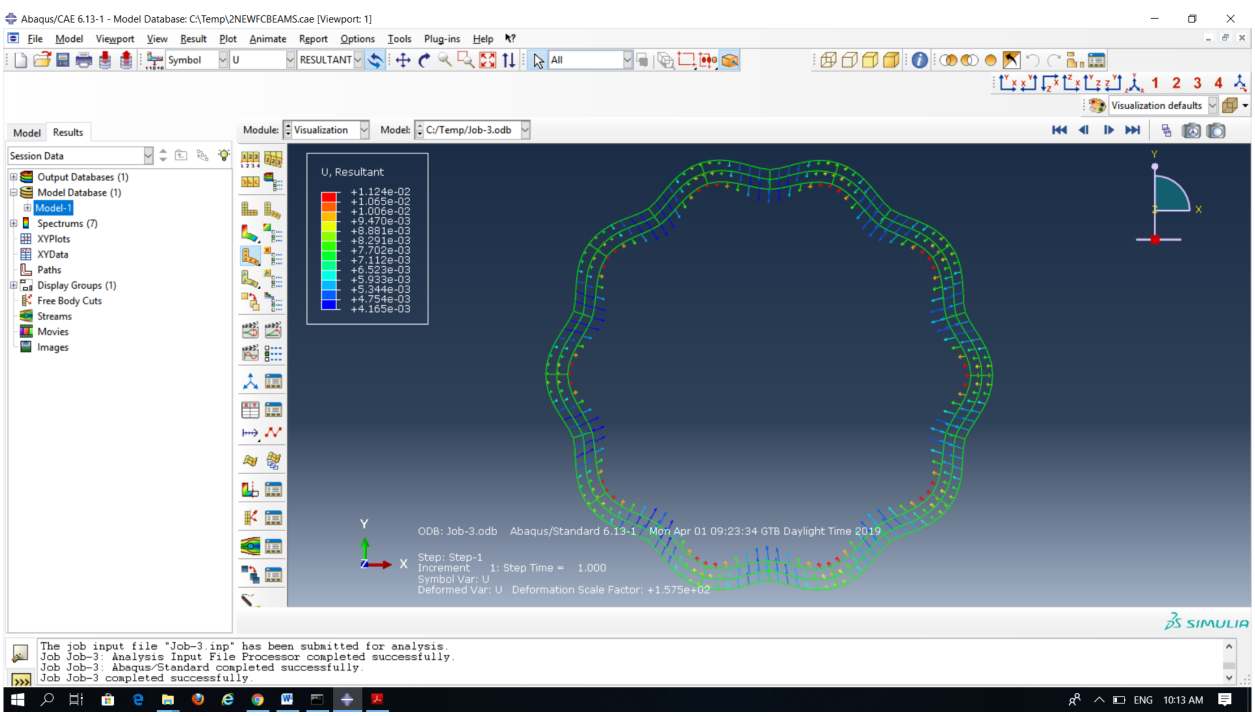
Εικόνα 4.8 Εντατική απεικόνιση Παραμορφωμένης-Απαραμόρφωτης κατάστασης φορέα



Εικόνα 4.9 Εντατική απεικόνιση Παραμορφωμένης-Απαραμόρφωτης κατάστασης φορέα



Εικόνα 4.10 Διανυσματική απεικόνιση μετακινήσεων x,y,z (προοπτικό)



Εικόνα 4.10 Διανυσματική απεικόνιση μετακινήσεων (κάτοψη)

5. Συμπεράσματα της μελέτης

Ώς μέγιστη επιτρεπόμενη απόκλιση (deflection) του σχήματος του πλωτήρα θεωρούμε το 2% του εξεταζόμενου μήκους σχήματος.

Αν και οι περισσότερες εύκαμπτες σωληνώσεις μπορούν να λάβουν παραμορφώσεις του 2 έως 5% (Moser 1990) εν τούτης προτείνεται το 2% ως μέγιστο όριο (Stepenson 1976) για να ληφθούν και άλλοι παράμετροι υπόψη όπως αξονικότητα συνδέσεων, σημειακές φορτίσεις κλπ.

Σε σύγκριση με τις λοιπές κατασκευές όπου το γενικό όριο είναι 0.4% το 2% είναι αρκετά μεγάλο.

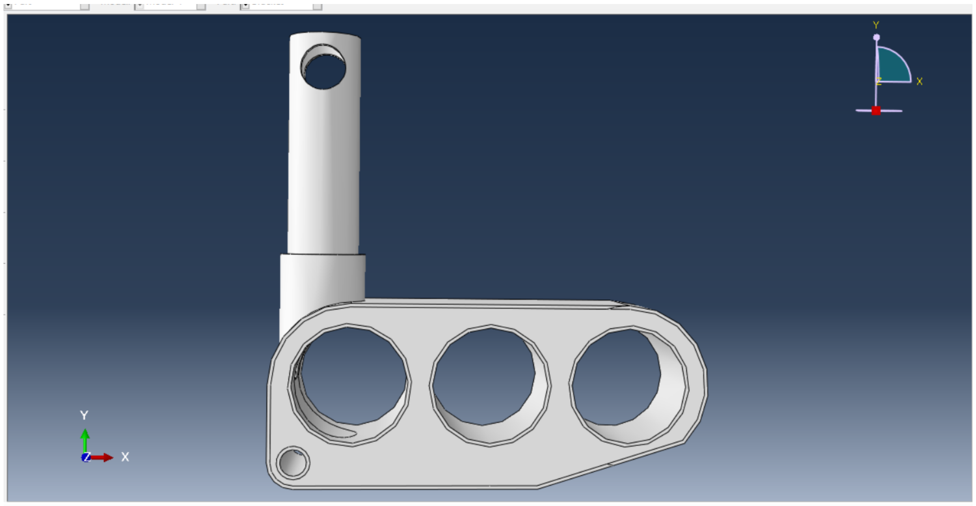
Μην ξεχνάμε ότι μετά την κατασκευαστική ανοχή του 2% στα δομικά στοιχεία αρχίζουν και διαμοιράζονται διαφορετικά τα φορτία (απώλεια συμμετρίας)

Από τους πίνακες αποτελεσμάτων μετακινήσεων συμπεραίνουμε ότι οι μετακινήσεις είναι μικρότερες του 2% του εξεταζόμενου μήκους σχήματος επομένως ο φορέας δεν αστοχεί.

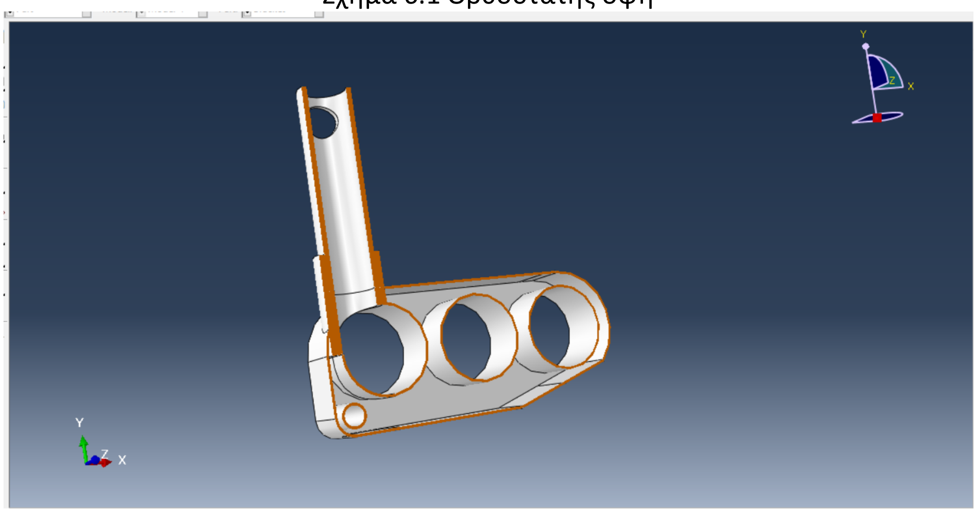
6 Μελλοντικές προσεγγίσεις

Κατόπιν της ολοκλήρωσης του ελέγχου στατικής επάρκειας του συστήματος των πλωτήρων κατά τη φάση της καθέλκυσης του κλωβού στη θάλασσα ένας επόμενος έλεγχος που παρουσιάζει σημαντικό ενδιαφέρον αφορά την επάρκεια και την εν γένει συμπεριφορά του όλου συστήματος στη θάλασσα. Θα μπορούσε να μελετηθεί ολόκληρος ο κλωβός, πλωτήρες και μεταλλικό δίχτυ εκτεθειμένο στις φορτίσεις των κυματισμών, των ρευμάτων καθώς αυτός είναι αγκυρωμένος σε σύστημα κλωβών στην εκάστοτε περιοχή.

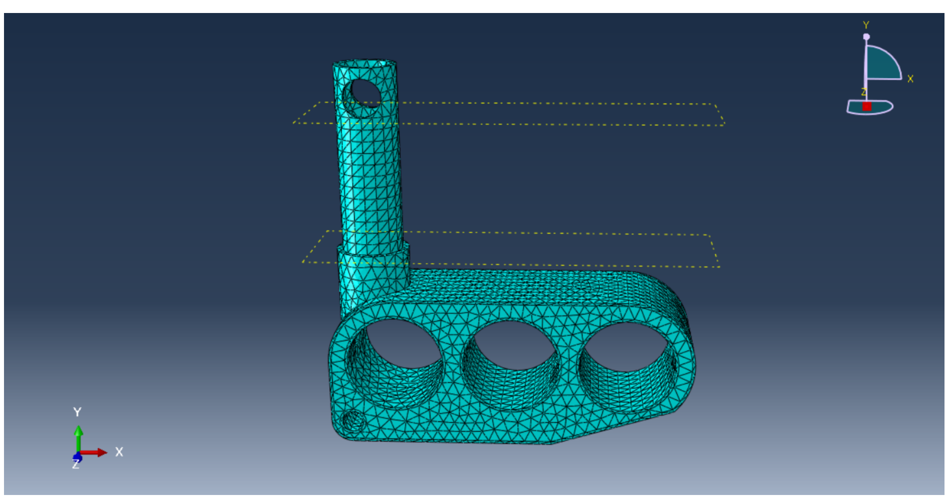
Επιπλέον προσωπικός στόχος είναι η παρούσα μελέτη να αναπαραχθεί με διαφορετικό μοντέλο, διαφορετική γεωμετρική προσέγγιση όπου ο πλωτήρας δεν θα αποτελείται από γραμμικά στοιχεία wire/beam αλλά από τρισδιάστατα πλέον parts όπως αυτά φαίνονται στις παρακάτω εικόνες 6.1-6.6. Η μοντελοποίηση αυτή προϋποθέτει ισχυρότερη υπολογιστική ικανότητα την οποία ο παρόν προσωπικός Η/Υ δεν διαθέτει.



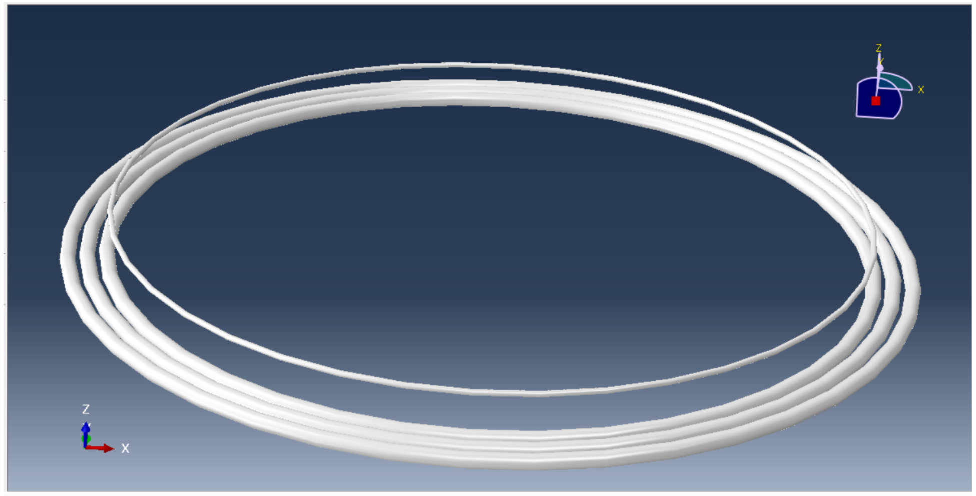
Σχήμα 6.1 Ορθοστάτης όψη



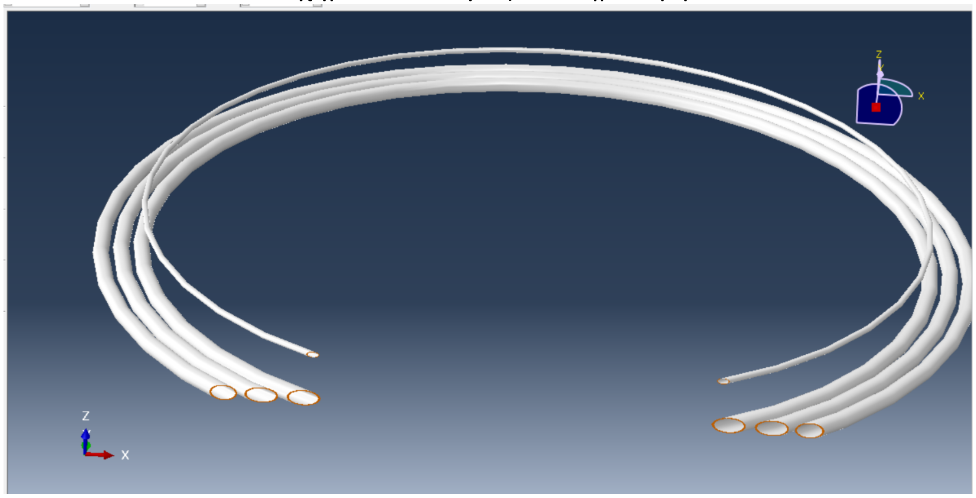
Σχήμα 6.2 Ορθοστάτης τομή



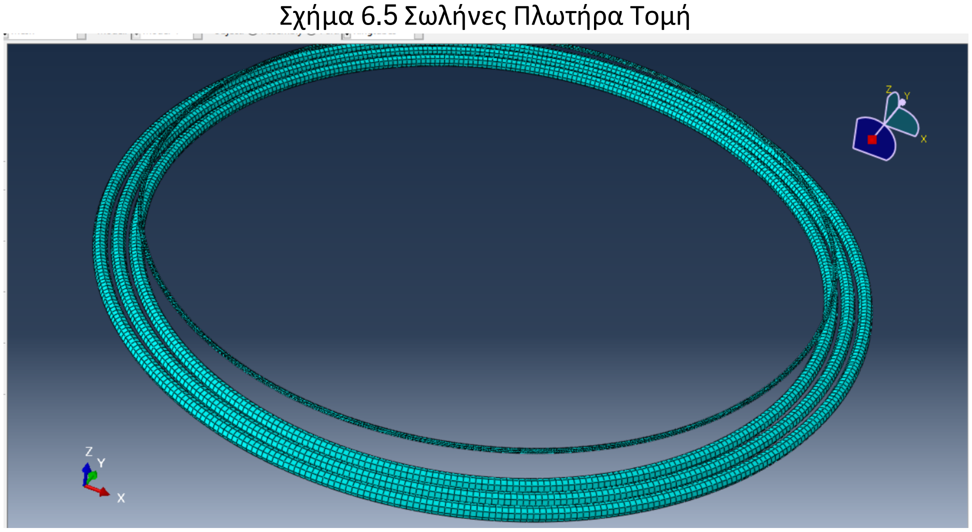
Σχήμα 6.3 πεπερασμένα στοιχεία Ορθοστάτη



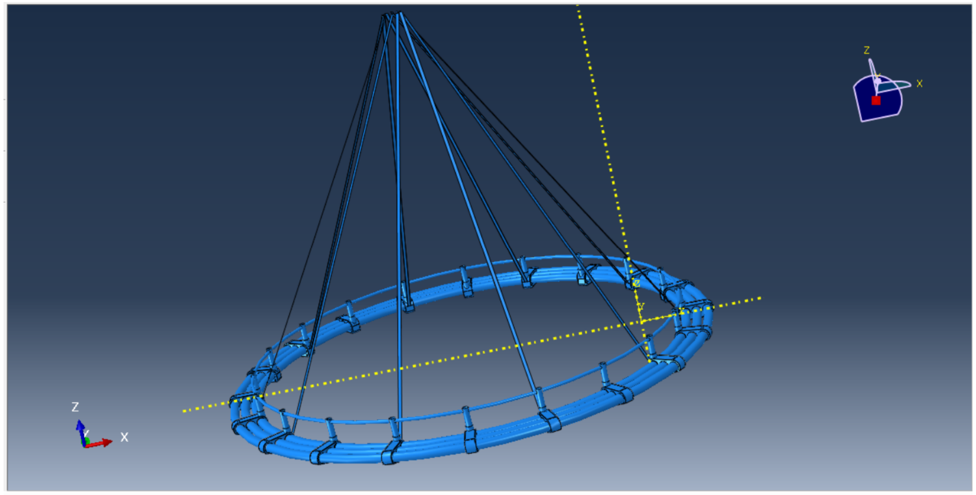
Σχήμα 6.4 Σωλήνες Πλωτήρα όψη



Σχήμα 6.5 Σωλήνες Πλωτήρα Τομή



Σχήμα 6.6 Πεπερασμένα Στοιχεία Σωλήνων πλωτήρα



Σχήμα 6.7 Σύστημα Πλωτήρων με τους ιμάντες ανύψωσης

9 Βιβλιογραφία

1. Παπαδρακάκης Μ. (2001). «Ανάλυση Φορέων με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων». Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα.

2.Κουμούσης Β. (1998). «Ανάλυση Φορέων με Πεπερασμένα Στοιχεία». Σημειώσεις ΕΜΠ, Αθήνα.

2. Προβατίδης Χ. (2017). «Πεπερασμένα Στοιχεία στην Ανάλυση Κατασκευών». Εκδόσεις Τζιόλα, Αθήνα.

3. Claudia Casanova., Widyasatka Dwikartika., (2013). «Modeling of Aquaculture PET Net with the Use of Finite Element Method». Norwegian University of Science and Technology, Department of Marine Technology Norway

4. Tiao-Jian Xu1,2, Hui-Min Hou1 , Guo-Hai Dong1 , Yun-Peng Zhao1 , Wei-Jun Guo., (2010). «Structural Analysis of Float Collar for Metal Fish Cage in Waves». Turkish Journal of Fisheries and Aquatic Sciences 17: 257-268 (2017), Trabzon.

5. Odd Einar Lockertsen Myrli. (2017). Thesis «Finite element analysis of materials for aquaculture net cages». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Technology and Safety in the High North at UiT – the Arctic University of Norway, Tromsø, Norway.

6. European Committee for Standardization, 1993-1995, «Eurocode 3 : design of steel structures»

7. Moser, A.P. (1990), «Buried pipe design», Mc. Graw Hill Inc. New York.

8. Stephenson, D. (1976), «Pipeline design for water Engineers», Elsevier Scientific Publishing Company, New York

9. PIPELIFE ΕΛΛΑΣ Α.Ε Βιομηχανία Πλαστικών Σωλήνων, «ΤΕΧΝΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΣΩΛΗΝΩΝ ΑΠΟ PE».