ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΗΚΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Διπλωματική εργασία με τίτλο:

Ανάκτηση ενέργειας από ένα επιπλέον σώμα κινούμενο σε κατακόρυφη κίνηση (heaving device) με βελτιστοποίηση της απόσβεσης και έλεγχο της κίνησης (Latching control)



Φοιτητής: Δημήτρης Ζούρος Επιβλέπων καθηγητήςς: Σπύρος Μαυράκος Τριμελής Επιτροπή: Καθ. Σ. Α. Μαυράκος, Γ. Σ. Τριανταφύλλου, Ι. Κ. Χατζηγεωργίου

Αθήνα 2017

Περιεχόμενα

1.	Εισαγωγή	3
2.X	αρακτηριστικά των θαλάσσιων κυμάτων	17
3.	Ορισμός του προβλήματος	24
5.K	ατακόρυφη εξίσωση κίνησης	38
6.	Το πρόγραμμα υπολογισμού υδροδυναμικών χαρακτηριστικών	43
7.Ba	ελτιστοποίηση της απόσβεσης (optimal damping)	48
8.Μ Βελ	Ιεγιστοποίηση της ενέργειας με έλεγχο της κίνησης (Latching control) και τιστοποίηση των χαρακτηριστικών του ελέγχου κίνησης	54
9. B a	ελτιστοποίηση των φυσικών χαρακτηριστικών του συστήματος (Full optimal)	64

1. Εισαγωγή

Η κυματική ενέργεια είναι αποθηκευμένη στους ωκεανούς της θάλασσας και χωρίζεται σε διάφορες κατηγορίες. Υπάρχει ενέργεια εξαιτίας της διαφοράς θερμοκρασίας του νερού, της διαφοράς πυκνότητας του νερού, της παλίρροιας και των κυμάτων βαρύτητας. Έχουμε λοιπόν κατ' αντιστοιχία:

Γεωθερμική ενέργεια: υπάρχει εξαιτίας των διαφορών θερμοκρασίας του νερού τόσο κατά το βάθος της θάλασσας όσο και από περιοχές σε περιοχές. Η αιτία αυτού του φαινομένου είναι ότι το νερό ρέει με μία ταχύτητα μεταξύ των περιοχών υψηλής και χαμηλής θερμοκρασίας.

Διαφορά πυκνότητας: είναι η ενέργεια εξαιτίας της διαφοράς της πυκνότητας του θαλασσινού νερού από περιοχές σε περιοχές. Ένα παράδειγμα είναι η διαφορά πυκνότητας γλυκού με αλμυρού νερού (π.χ. θάλασσα και ποτάμι) ή η διαφορά πυκνότητας μεταξύ αλμυρού και αλμυρού νερού (με διαφορά φυσικά στην περιεκτικότητα σε αλάτι). Τέτοια φαινόμενα δημιουργούν ταχύτητες στα σωματίδια του νερού (και φυσικά ροή) σε διάφορα σημεία του κόσμου.

Παλίρροια: εξαιτίας της παλίρροιας δημιουργούνται διαφορές στο ύψος της θάλασσας. Η παλίρροια βασίζεται σε φαινόμενα αλληλεπίδρασης της βαρύτητας μεταξύ της Γης με την Σελίνη και τον Ήλιο. Την διαφορά στο ύψος του νερού μπορούμε να την εκμεταλλευτούμε και να την μετατρέψουμε σε χρήσιμη ενέργεια με την βοήθεια κατάλληλων διατάξεων.

Κύματα βαρύτητας: δημιουργούνται εξαιτίας της διέγερσης της ελεύθερης επιφάνειας του νερού από τον αέρα υπό την βαρύτητα της Γης. Το αποτέλεσμα είναι η διατάραξη της ελεύθερης επιφάνειας του νερού και έτσι τα μόρια του νερού εκτελούν ταλαντώσεις πάνω και κάτω καθώς και δεξιά και αριστερά.

Τις συσκευές που εκμεταλλεύονται την κυματική ενέργεια και την μετατρέπουν σε ηλεκτρική τις ονομάζουμε θαλάσσιους μετατροπής κυματικής ενέργειας (Wave energy converters ή WEC). Αυτοί οι μετατροπείς ενέργειας είναι διαδεδομένα γνωστοί στο κοινό με την κωδική ονομασία WEC.

Τα τελευταία χρόνια υπάρχουν πολλές εφευρέσεις οι οποίες εκμεταλλεύονται την κυματική ενέργεια και την μετατρέπουν σε ηλεκτρική όπως: ταλάντωση σημειακού απορροφητήρα (point absorber), βυθισμένος ταλαντωτής διαφοράς πίεσης. βυθισμένος στροφικός ταλαντωτής, ταλαντωτής επιφάνειας αποτελούμενος από πολλά σώματα, ταλάντωση στήλης ύδατος, συσσωρευτής κύματος. Παραπέμπουμε στις βιβλιογραφικές πηγές στο τέλος με αριθμούς **[11],[14]** και **[15].**

Ταλάντωση σημειακού απορροφητήρα (point absorber): Το σώμα βρίσκεται στην επιφάνεια της θάλασσας με αποτέλεσμα ο κυματισμός να το διεγείρει (εικόνα 1).Όταν το σώμα εκτελεί ταλαντώσεις πάνω και κάνω, αποτελεί έναν σημειακό καθ' ύψος ταλαντευόμενο απορροφητήρα (heaving device), όπως η περίπτωση που αντιμετωπίζουμε στην παρούσα διπλωματική. Επιπλέον, το σώμα είναι εφοδιασμένο με μία ηλεκτρογεννήτρια ή ένα πηνίο ή ένα υδραυλικό σύστημα που

στρέφει με την βοήθεια ρευστού μια ηλεκτρογεννήτρια. Έτσι λοιπόν η κίνηση πάνω και κάτω μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια.



Εικόνα 1





Μία κατηγορία συσκευών ανάκτησης κυματικής ενέργειας που βρίσκεται εδώ είναι oι point absorber που αποτελούνται από δύο τμήματα το άνω και το κάτω (εικόνα 2). Τα κάτω τμήμα έχει την τάση να μένει «σχεδόν» ακίνητο. Έτσι το πάνω τμήμα κινείται ως προς το κάτω σώμα και από αυτή την σχετική κίνηση παίρνουμε ηλεκτρική ενέργεια (με τη βοήθεια υδραυλικού συστήματος).

Βυθισμένος ταλαντωτής διαφοράς πίεσης (submerged pressure differential):

Αποτελείται από ένα σώμα που δεν βρίσκεται στην επιφάνεια της θάλασσας αλλά ούτε στον πυθμένα της θάλασσας. Αντίθετα είναι ένα σώμα το οποίο αιωρείται κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού (εικόνα 3 και 4). Το σώμα επειδή βρέχεται ολόκληρο από το νερό έχει μια τιμή πίεσης στην πάνω πλευρά του και μια στην κάτω πλευρά του, έτσι το σώμα αναπτύσσει μια διαφορά πίεσης. Έτσι το σώμα διεγείρεται από τον κυματισμό και ταλαντεύεται πάνω και κάτω. Αυτή η κίνηση μετατρέπεται σε ηλεκτρική με την χρήση ηλεκτρογεννήτριας ή πηνίου και μαγνήτη ή ενός υδραυλικού συστήματος το οποίο χρησιμοποιεί ρευστό για να στρέψει μια ηλεκτρογεννήτρια.



or Tether Connectors Pump Attachment Foundation

Εικόνα 3

Εικόνα 4

Βυθισμένος στροφικός ταλαντωτής (oscillating wave surge converter): Αυτός ο μετατροπέας ενέργειας αποτελείται από ένα αρθρωμένο σώμα το οποίο μπορεί να στρέφεται μόνο δεξιά και αριστερά, ενώ δεν μπορεί να κάνει άλλη κίνηση. Το σώμα είναι αρθρωμένο σε μία τεχνητή βάση η οποία εδράζεται στον πυθμένα της θάλασσας και θεωρείται ακίνητο (εικόνα 5 και 6). Επιπρόσθετα, το σώμα διεγείρεται από το κύμα και στρέφεται δεξιά και αριστερά. Από την ταλαντευόμενη κίνηση δεξιά και αριστερά, το σώμα συνήθως με υδραυλικό σύστημα στέφει μια ηλεκτρογεννήτρια. Το υδραυλικό σύστημα χρησιμοποιεί υγρό (ή αλλιώς ρευστό) το οποίο ρέει δια μέσω φτερωτής (ή αλλιώς τουρμπίνα) και έτσι η φτερωτή στρέφεται και με την σειρά της στρέφει την γεννήτρια.





Εικόνα 6

Ερευνητές από το National Renewable Energy Laboratory (NREL) ερευνούν μία νέα τεχνολογία ανάκτησης κυματικής ενέργειας που ανήκει σε αυτή την κατηγορία (εικόνα 6) . Η κατασκευή αυτή, διαθέτει πτερύγια τα οποία είναι ικανά να ανοίγουν και να κλείνουν ανάλογα με της καιρικές συνθήκες και τις καταστάσεις θάλασσας που επικρατούν στην περιοχή (εικόνα 6). Η ιδέα είναι να μειωθούν οι φορτίσεις της κατασκευής σε μία προσπάθεια να μειωθεί το κόστος της ανάκτησης της ανανεώσιμης κυματικής ενέργειας. Ο **Bob Thresher είπε σε συνέντευξή του: "όταν** το κύμα είναι μικρό, όλα τα πτερύγια μπορούν να κλείσουν για να μεγιστοποιηθεί η θαλάσσια δύναμη και για να παραχθεί περισσότερη ενέργεια. Όσο όμως το ύψος του κύματος αυξάνεται, μπορούμε να ανοίξουμε διαδοχικά τα πτερύγια και να μειώσουμε της δυνάμεις, και με αυτό των τρόπο να αφήσουμε ένα μέρος της ενέργειας να περάσει δια μέσω των ανοιχτών πτερυγίων. Αυτό επιτρέπει την λειτουργία της συσκευής σε ένα ευρύ φάσμα καταστάσεων θάλασσας, με αποτέλεσμα να βελτιώνεται η απορρόφηση της ενέργειας ενώ ελαχιστοποιούνται οι φορτίσεις περιορίζοντας βέβαια την έξοδο της γεννήτριας." Το να περιορίσουμε σε ακραίες καταστάσεις θάλασσας την έξοδο της γεννήτριας δεν είναι κακό, αφού η ίδια γεννήτρια έχει φυσικούς περιορισμούς στην ισχύ που μπορεί να παράγει. Έτσι εάν ξεπεράσουμε την ισχύ που μπορεί να παράγει η γεννήτρια θα έχουμε άλλα σημαντικά προβλήματα, όπως θέρμανση, φωτιά, και άλλα προβλήματα σχεδίασης.

Τέλος σε αυτή την κατηγορία ανήκουν και κυματικοί μετατροπείς οι οποίοι είναι πλωτοί και οι βάσεις τους δεν εδράζονται στον πυθμένα της θάλασσας αλλά αιωρούνται κάτω από το νερό (εικόνα 7 και 8).



Εικόνα 7



Εικόνα 8

Στην εικόνα 8 φαίνεται ένα υπό κλίμακα μοντέλο πλωτού κυματικού μετατροπέα αυτής της κατηγορίας. Αυτό το μοντέλο αναπτύχθηκε για να επιβεβαιώσει με πειραματικά αποτελέσματα τα θεωρητικά αποτελέσματα του WEC-SIM. Το WEC-SIM είναι γενικά ένα εργαλείο υδροδυναμικής προσομοίωσης στον υπολογιστή για κατασκευές ανάκτησης κυματικής ενέργειας. Το WEC-SIM είναι ένα λογισμικό το οποίο ενσωματώνεται στο μαθηματικό λογισμικό MATLAB. Επίσης το WEC-SIM αναπτύχθηκε από ερευνητές του Sandia National Laboratories (SNL) και του National Renewable Energy Laboratories (NREL) τα οποία είναι ερευνητικά κέντρα σε διάφορες τοποθεσίες των Ηνωμένων Πολιτείων Αμερικής (ΗΠΑ).

Ταλαντωτής επιφάνειας αποτελούμενος από πολλά σώματα (surface attenuator):

όπως λέει και ο τίτλος αυτής της κατηγορίας συσκευών οι μετατροπείς κυματικής ενέργειας σε ηλεκτρική αποτελούνται από πολλά σώματα στην επιφάνεια της θάλασσας το ένα δίπλα στο άλλο κατά μήκος μια ευθείας, σαν φίδι (εικόνα 9). Ένα τυχαίο σώμα έχει δίπλα του δύο διαφορετικά σώματα. Από την σχετική στροφική

κίνηση των σωμάτων μεταξύ τους και με την χρήση εμβόλων (δηλαδή υδραυλικού συστήματος) ένα υγρό συμπιέζεται και διέρχεται μέσω μιας φτερωτής. Η φτερωτή στρέφεται και με την σειρά της στρέφει μια ηλεκτρογεννήτρια. Τέλος στην εικόνα 9 φαίνονται οι σχετικές απομακρύνσεις μεταξύ των σωμάτων στην κορυφή του κύματος και στην κοιλάδα του κύματος.



Εικόνα 9

Ταλάντωση στήλης ύδατος (oscillating water column): Είναι μία κατασκευή μέσα στην θάλασσα η οποία αποτελείται από διάφορους θαλάμους και η οποία φαίνεται στην εικόνα 10.

Όταν η ελεύθερη επιφάνεια του νερού ανυψώνεται (στην κορυφή του κύματος), το νερό σπρώχνει τον αέρα μέσα στον θάλαμο και των ωθεί έξω σαν σύριγγα. Ο αέρας πριν εξέρθει από τον θάλαμο και βγει στο εξωτερικό περιβάλλον διέρχεται μέσω μιας φτερωτής – αεροτουρμπίνας (εικόνα 10). Αυτή η φτερωτή στρέφεται και με την σειρά της κινεί μια ηλεκτρογεννήτρια. Όταν η στάθμη του νερού μειώνεται (στην κοιλάδα του κύματος), το νερό ρουφάει τον αέρα μέσα στον θάλαμο σαν σύριγγα. Ο αέρας πριν εισέλθει στον θάλαμο και μπει στο εσωτερικό του θαλάμου περνάει πάλι από την φτερωτή και την στρέφει.

Τέτοιες συσκευές μπορεί να βρίσκονται είτε βαθιά στην θάλασσα ή κοντά στην ακτή. Εάν είναι κοντά στην ακτή η συντήρηση είναι κατά πολύ ευκολότερη και οικονομικότερη. Εάν είναι μακριά από την ακτή η πρόσβαση μπορεί να γίνει δύσκολη και οι συντήρηση ακριβότερη.

Αυτοί οι μετατροπείς κυματικής ενέργειας σε ηλεκτρική εισπνέουν και εκπνέουν αέρα και επειδή αέρας διέρχεται από μία φτερωτή προκαλείται ήχος. Αυτός ο ήχος ακούγεται σαν ένα σφύριγμα το οποίο μπορεί να ενοχλήσει τους θαλάσσιους οργανισμούς. Εν κατακλείδι και για να φανταστούμε σωστά τα πράγματα πρέπει να σκεφτούμε ότι αυτή η κατασκευή εισπνέει, εκπνέει και σφυρίζει.



Εικόνα 10

Συσσωρευτής κύματος (overtopping device): Είναι μία ογκώδες (πολύ μεγάλη) δεξαμενή μέσα στην θάλασσα η οποία επιπλέει. Την δεξαμενή αυτή την γεμίζει το θαλάσσιο κύμα (εικόνα 11 και 12). Βέβαια για να γεμίσει η δεξαμενή με θαλάσσιο νερό, υπάρχουν δύο 'βραχίονες' που συγκεντρώνουν το κύμα (εικόνα 12). Όσο το κύμα διασχίζει κατά μήκος τους βραχίονες πλησιάζει στην πλωτή δεξαμενή το ύψος του αυξάνεται όλο και πιο πολύ. Εάν στην είσοδο της δεξαμενής το ύψος κύματος υπερβεί μία τιμή το νερό μπαίνει στην δεξαμενή. Έτσι εάν το κύμα έχει ένα αρκετά μεγάλο ύψος κύματος στην είσοδο της δεξαμενής, το κύμα προσπίπτει στην είσοδο της δεξαμενής και νερό μπαίνει μέσα στην δεξαμενή. Όσο η ώρα περνάει η δεξαμενή συλλέγει όλο και περισσότερο νερό. Όταν το νερό μέσα στην δεξαμενή φτάσει μία στάθμη αρκετά υψηλότερη από την στάθμη του νερού, μία βαλβίδα ανοίγει και το νερό διέρχεται δια μέσω μια τουρμπίνας η οποία στρέφει μία ηλεκτρογεννήτρια.



Αδρανειακός μετατροπέας ενέργειας κυμάτων (Inertial Sea Wave Energy Converter (ISWEC)): Είναι μία πλωτή κατασκευή ανάκτησης κυματικής ενέργειας που διαθέτει ένα τροχό.

Ο τροχός μπορεί να είναι μέρος ενός γυροσκοπίου μέσα στην πλωτή κατασκευή. Στο γυροσκόπιο ο τροχός αποκτάει σταθερές στροφές φ΄ που προκαθορίζονται από εμάς

(βλ. εικόνα 13). Ο τροχός με αυτό τον τρόπο αποκτάει στροφορμή. Επίσης πάνω στο επιπλέον σώμα μέσα στο νερό ασκούνται ροπές από των κυματισμό και έτσι το σώμα αρχίζει ταλαντώνεται στροφικά μέσα στο νερό ως προς των άξονα δ (βλ. εικόνα 13). Σε αυτή την ροπή και την στροφική κίνηση από τον κυματισμό ο γυροσκοπικός τροχός αντιστέκεται και κινείται εκτελώντας μία ταλάντωση, ως προς άξονα κάθετο στον άξονα περιστροφής ολόκληρης της κατασκευής, δηλαδή ως προς των άξονα ε (βλ. εικόνα 13).



Εικόνα 13

Ένας ηλεκτροκινητήρας λαμβάνει ενέργεια από την περιστροφή του γυροσκοπίου ως προς των άξονα ε.

Ανήκει και ένα άλλο παράδειγμα σε αυτή την κατηγορία, το οποίο είναι ευρέως γνωστό ως «η πάπια του Salter» (εικόνα 14). Η πάπια του Salter ονομάζεται και ως η πάπια του Εδιμβούργου. Η πάπια του Salter μετατρέπει την ενέργεια των κυμάτων σε ηλεκτρική ενέργεια. Αυτό επιτυγχάνεται με των ακόλουθο τρόπο: η κρούση των κυμάτων σε ένα σώμα με σχήμα πάπιας (ή αχλαδιού) προκαλεί την περιστροφή των γυροσκοπίων που βρίσκονται μέσα στην πάπια και μία ηλεκτρογεννήτρια μετατρέπει αυτή την περιστροφή σε ηλεκτρική ενέργεια με συνολική απόδοση έως και 90% (εικόνα 14). Ο εφευρέτης της πάπιας ονομάζεται Stephen Salter και η ιδέα του προήλθε από της σπουδές του σε αποχωρητήριο στο πανεπιστήμιο του Εδιμβούργου. Ο Salter έφτιαξε την πάπια του το 1974 και προσπάθησε να προωθήσει την πάπια του στο πρόγραμμα Wave Energy στο Ηνωμένο Βασίλειο. Τελικά τα κατάφερε. Η πάπια του Salter γνώρισε μεγάλη επιτυχία σε συνδυασμό με την πετρελαϊκή κρίση του 1973. Εκείνα τα χρόνια οι αναλώσιμες πηγές ενέργειας ήταν σημαντικές εξαιτίας της πετρελαϊκής κρίσης και η πάπια του Salter ήταν η απάντηση από τον Stephen Salter στην πετρελαϊκή κρίση εκείνης της εποχής. Υπήρχαν ελπίδες ότι η πάπια του Salter θα αποτελέσει την βάση στην εναλλακτική ενεργειακή εκστρατεία αλλά οι ελπίδες έσβησαν το 1980 γιατί η ανάγκη για

ανανεώσιμες πηγές ενέργειας μειώθηκε και το 1982 το πρόγραμμα Wave Energy διαλύθηκε και σταμάτησαν όλες οι χρηματοδοτήσεις.



Εικόνα 14

Μία άλλη περίπτωση σε αυτή την κατηγορία είναι ο τροχός να ισορροπεί γύρω από μία θέση ισορροπίας. Αυτή η θέση ισορροπίας είναι γύρω από τον κατακόρυφο άξονα Υ που φαίνεται στην εικόνα 15 και 16.



Εικόνα 15



Το πλωτό σώμα αρχίζει και διεγείρεται από των κυματισμό, έτσι εκτελεί μία στροφική ταλάντωση. Επίσης αφού υπάρχει και ένας τροχός μέσα στο σώμα που ισορροπεί γύρω από τον άξονα Υ, θα εκτελέσει και αυτός μία ταλάντωση γύρω από αυτόν τον άξονα. Υπάρχει έτσι μία σχετική κίνηση μεταξύ της στροφικής ταλάντωσης του τροχού και της στροφικής ταλάντωσης του σώματος. Από αυτή την σχετική κίνηση μπορεί να ανακτηθεί κυματική ενέργεια και να μετατραπεί σε ηλεκτρική με την χρήση του υδραυλικού συστήματος που φαίνεται στο σχήμα.

Περιστροφική μάζα (Rotating mass): Αποτελείται από ένα πλωτό σώμα που έχει εσωτερικά έναν σχεδόν μισό δίσκο ο οποίος στρέφεται από της κινήσεις πάνω κάτω

και δεξιά αριστερά εξαιτίας του κυματισμού (εικόνα 17 και 18). Αυτή η κίνηση οδηγεί έναν ηλεκτροκινητήρα.



Εικόνα 17



Εικόνα 18

Υπάρχουν όμως και κατασκευές ανάκτησης ενέργειας οι οποίες εκμεταλλεύονται την ροή που δημιουργείται από την παλίρροια. Έτσι έχουμε της τουρμπίνες: ακτινικής ροής και κάθετης ροής.

Ακτινικής ροής (Axial flow Turbine): Το ρεύμα που δημιουργείται από την παλίρροια περνάει δια μέσω μιας φτερωτής οι οποία στρέφεται και με την σειρά της στρέφει μια ηλεκτρογεννήτρια (εικόνα 19 και 20).



Εικόνα 19



Εικόνα 20

Υπάρχει μία ειδική διάταξη στην κατηγορία αυτή οι οποία τοποθετείται στην διαχωριστική γραμμή της ξηράς και της θάλασσας. Ένας τοίχος, λοιπόν χτίζετε μέσα στην θάλασσα και πολύ κοντά στην ξηρά. Ο χώρος μεταξύ του τοίχου και της ξηράς είναι σαν μία κλειστή δεξαμενή η οποία ενώνεται με την υπόλοιπη θάλασσα με μία μικρή είσοδο. Στην είσοδο τοποθετείται μία φτερωτή (εικόνα 21). Όταν εξαιτίας της παλίρροιας η στάθμη του νερού αυξάνεται έξω από την δεξαμενή και δημιουργείται μια υψομετρική διαφορά μεταξύ του νερού μέσα στην δεξαμενή και μεταξύ του νερού μπροστά από των τοίχο (εικόνα 22). Αυτή η υψομετρική διαφορά είναι η αιτία δημιουργίας μιας ροής η οποία γεμίζει την δεξαμενή έως ότου η στάθμη μέσα και έξω από την δεξαμενή να είναι στο ίδιο ύψος (εικόνα 23). Από την άλλη, όταν η παλίρροια τελειώνει μειώνεται η στάθμη έξω από την δεξαμενή, ενώ την ίδια ώρα η δεξαμενή έχει υψηλή στάθμη (εικόνα 24). Από αυτή την υψομετρική διαφορά αδειάζει η δεξαμενή έως ότου η στάθμη εντός και εκτός της δεξαμενής φτάσει στο ίδιο ύψος.







Ο τύπος που μας δίνει την ισχύ για μία φτερωτή αξονικής ενέργειας είναι:

$$P = \frac{1}{2} \cdot C_p \cdot \rho \cdot A \cdot V^3$$

Όπου ρ η πυκνότητα του νερού, Α η επιφάνεια της φτερωτής κάθετα στην ροή, V η ταχύτητα του νερού. C_p εξαρτάται από τη φτερωτή και είναι συνάρτηση των λόγων:

$$pr = \frac{\Omega \cdot r}{V}$$
$$Cp = f(pr, \varphi)$$

Όπου Ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της φτερωτής, r η ακτίνα της και V η ταχύτητα του νερού που έχει οριστεί ήδη. Τέλος φ είναι η γωνία των πτερυγίων.

Ίδιες με τις παραπάνω σχέσεις ισχύουν και για μία ανεμογεννήτρια στον αέρα. Το μόνο που αλλάζει είναι η πυκνότητα του ρευστού. Έτσι μπορούμε να συγκρίνουμε την ισχύ που μπορούμε να πάρουμε για της δύο περιπτώσεις. Η πυκνότητα του αέρα είναι 1,2 kg/m³ και για το θαλασσινό νερό είναι 1.025 kg/m³.

Κυρίαρχο ρόλο για την ανάκτηση παλιρροιακής ενέργειας παίζει η πυκνότητα του νερού που είναι περίπου 854 φορές μεγαλύτερη του αέρα. Έτσι παρόλο που η μέγιστη ταχύτητα ροής του νερού (εξαιτίας παλίρροιας) είναι μικρότερη της μέγιστης ταχύτητας του αέρα (στην στεριά) η ισχύς παραμένει μεγάλη επειδή το νερό έχει κατά πολύ μεγαλύτερη πυκνότητα από τον αέρα.

Κάθετης ροής (cross flow turbine): Σε αυτή την κατηγορία αλλάξει ο τύπος της φτερωτής. Μία φτερωτή τέτοιου τύπου, φαίνεται στην εικόνα 25.



Εικόνα 25

Ένα καινοτόμο πλοίο που εκμεταλλεύεται την ενέργεια του περιβάλλοντος του: Το Project ονομάζεται Ocean Wave Power Station (OWPS). Πρόκειται για δύο γάστρες που ενώνονται με ένα δικτύωμα (εικόνα 26). Ανάμεσα στης δύο γάστρες και στις άκριες το δικτύωμα φέρει κατά μήκος του ποντόνια τα οποία έχουν το ίδιο μήκος με ένα container, είναι δηλαδή 45 ft (ή 13,72 m). Τα ποντόνια επιπλέουν στο νερό και διεγείρονται από το κύμα. Καθώς τα ποντόνια διεγείρονται από το κύμα ενεργοποιούν μία πτερωτή αντλία. Η πτερωτή αντλία βρίσκεται μέσα σε ένα κλειστό κύκλωμα νερού. Η πτερωτή αντλία αποκτάει στροφές ανυψώνει το γλυκό νερό σε ύψος 50 μέτρων. Το νερό αποθηκεύεται σε δεξαμενές στα 50 μέτρα. Όταν χρειαζόμαστε ενέργεια το νερό πέφτει από τα 50 μέτρα και δημιουργεί «καταρράκτες» και έτσι παράγεται συνεχής υδροηλεκτρική ενέργεια. Η ηλεκτρική ενέργεια μπορεί να αποθηκευτεί χρησιμοποιώντας μπαταρίες.



Εικόνα 26

Υπάρχει δυνατότητα, αυτές οι δύο γάστρες να πάνε σε όποιο μέρος του πλανήτη υπάρχει όσο το δυνατό υψηλή κυματική ενέργεια. Τέτοια μέρη, όπως μπορεί εύκολα να γίνει κατανοητό βρίσκονται μακριά από την στεριά, όπου καλώδια και σύνδεση με την στεριά είναι δύσκολο να υπάρξουν. Εκτιμάται ότι το κυματικό δυναμικό σε ορισμένες περιοχές των ωκεανών, μπορεί να υπερβαίνει τα 60 KW/m, βλέπε σχήμα 27



Εικόνα 27

Τώρα ας φανταστούμε της δύο γάστρες του πλοίου γεμάτες μπαταρίες. Ο σκοπός είναι να οδηγήσει ο καπετάνιος το πλοίο σε ένα μέρος με υψηλή ενέργεια κυμάτων και στην συνέχεια να γεμίσει τις μπαταρίες. Μετά θα πρέπει να πάει στην στεριά να της αδειάσει. Ο κύκλος επαναλαμβάνεται. Τα σκάφη επιτρέπουν στους πλωτήρες να ευθυγραμμίζονται με την διεύθυνση των κυμάτων. Εναλλακτικά οι δύο πλωτές γάστρες μπορούν να αντικατασταθούν από άλλες πλωτές κατασκευές, ή για ρηχά νερά μπορούν να αντικατασταθούν από πετρώματα ή σκυρόδερμα.

Εκτιμάται ότι ένα τέτοιο σύστημα μπορεί να παράγει μέγιστη ισχύ 75 KW ή κατά μέσο όρο 25 KW, αρκετά για να τροφοδοτηθούν 30000 νοικοκυριά.

Αυτή η ιδέα δημιουργήθηκε από τη ομάδα των Chiel Bartels, Menno Broers, Peter Keegstra, Jon Kristinsson και παρουσιάστηκε την ημέρα επίδειξης στο μέρος που βρίσκεται η εταιρία «our oceans challenge» στο Dordrecht της Ολλανδίας.

Επιπλέον συζήτηση: Η κυματική ενέργεια είναι ένας τύπος ανανεώσιμης ενέργειας (όπως η αιολική και η ηλιακή ενέργεια). Είναι λογικό να θέλουμε να εκμεταλλευτούμε την κυματική ενέργεια καθώς το 72% του πλανήτη καλύπτεται από νερό το οποίο συχνά εμφανίζει κύματα. Εκτιμάται ότι η ολική κυματική ενέργεια στον πλανήτη είναι πάνω από 80000 TWh ετησίως ενώ η ενέργεια που χρειαζόμαστε στον πλανήτη εκτιμάτε περίπου 17500 TWh ετησίως. Το να καταφέρουμε να πάρουμε ένα μέρος αυτής της ενέργειας από την θάλασσα και να την χρησιμοποιήσουμε είναι θετικό, καθώς βοηθάμε την αειφόρα ανάπτυξη και την ακεραιότητα του φυσικού κόσμου στον πλανήτη μας, τη γη. Ωστόσο δεν είναι εύκολο να πάρουμε την ενέργεια της θάλασσας και να την εκμεταλλευτούμε. Ένα ερώτημα που προκύπτει είναι πόσο ακριβά μπορούμε να μετατρέψουμε την κυματική ενέργεια σε χρήσιμη ενέργεια (π.χ. ηλεκτρική). Αυτή η ερώτηση έχει πολύ μεγάλο ενδιαφέρων και θα καθορίσει το μέλλον, αφού ζούμε σε έναν κόσμο όπου τα οικονομικά κριτήρια καθορίζουν την υλοποίησή. Η απάντηση θα πρέπει δοθεί από μηχανικούς ερευνητές πριν φτιαχτεί κάποια κατασκευή (όπως αυτές έχουμε δει μέχρι τώρα) που κάνει μετατροπή της κυματική ενέργειας σε ηλεκτρική. Μία ακόμα δυσκολία στην υλοποίηση εκτός των οικονομικών είναι ότι αυτοί οι κυματικοί μετατροπείς θα είναι σε περιοχές μακριά από την στεριά και μέσα σε αφιλόξενο θαλάσσιο περιβάλλον όπου η πρόσβαση δεν είναι καθόλου απλή. Επιπρόσθετα υπάρχει και άλλο πρόβλημα, η αποτελεσματικότητα του κυματικού μετατροπέας πρέπει να είναι συγκρίσιμη με αυτή άλλων συσκευών ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Δηλαδή πρέπει να βελτιώσουμε την απόδοση του κυματικού μετατροπέα ώστε να παίρνουμε μεγαλύτερη ενέργεια. Ένας τρόπος που μπορεί να γίνει αυτό είναι με βελτιστοποίηση της απόσβεσης, με τον έλεγχο της κίνησης και με τον πλήρη έλεγχο των φυσικών χαρακτηριστικών του συστήματος. Μερικές χώρες που κάνουν έρευνες ή έχουν εταιρίες για την ανάκτηση κυματικής ενέργειας είναι η Αγγλία, οι Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής, η Αυστραλία, η Γαλλία και άλλες. Εμείς στην Ελλάδα ασχολούμαστε με την κυματική ενέργεια? Η απάντηση είναι καταφατική. Στην Ελλάδα υπάρχει το Κέντρο Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας (ΚΑΠΕ). Το ΚΑΠΕ ασχολείται γενικά με ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, ασχολείται όμως και με την κυματική ενέργεια. Συγκεκριμένα συμμετέχει σε ερευνητικά έργα

και αναλαμβάνει εξειδικευμένες μελέτες για την εγκατάσταση πλωτών κατασκευών στην θάλασσα που μετατρέπουν την θαλάσσια ενέργεια σε κυματική. Η κυματική ενέργεια είναι μία φυσική, καθαρή και πράσινη ενέργεια όπως και οι άλλες ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Όπως έχει ήδη αναφερθεί οι χρηματοδοτήσεις για την κυματική ενέργεια διακόπηκαν το 1980 (μετά την πετρελαϊκή κρίση) με την μείωση της τιμή του πετρελαίου. Εκτιμάται ότι μέχρι το 2030 το 10% της καταναλισκόμενης ενέργειας στην Ευρώπη θα παρέχεται από την κυματική ενέργεια.

2.Χαρακτηριστικά των θαλάσσιων κυμάτων

Θα αναφέρουμε σύντομα για λόγους πληρότητας την θεωρία θαλάσσιων κυματισμών (εικόνα 2.1). Θα δούμε τα χαρακτηριστηκά μεγέθη των θαλάσσιων κυματισμών καθώς και τις σχέσεις μεταξύ των μεγεθών αυτών. Τέλος θα υπολογίσουμε ένα σημαντικό μέγεθος για την έρευνά μας, την ενέργεια απλού αρμονικού κυματισμού.

Τα θαλάσσια κύματα που μας ενδιαφέρουν μεταδίδονται λόγω της δύναμης βαρύτητας. Επίσης, δημιουργούνται στη διεπιφάνεια μεταξύ δύο ρευστών, τον αέρα και το νερό. Λόγω της μεγάλης διαφοράς πυκνότητας και συνεκτικότητας μεταξύ των δύο ρευστών, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού. Έτσι, η τάση στην επιφάνεια του νερού είναι μηδενική και για αυτό το λόγο η ελεύθερη επιφάνεια του νερού καλείται ελεύθερη επιφάνεια. Το σωματίδια του νερού πρέπει να ικανοποιούν την εξίσωση συνέχειας (διότι δεν υπάρχει ούτε πηγή ούτε καταβόθρα) και την εξίσωση ορμής (δηλαδή των δεύτερο νόμο του νέυτωνα) καθώς και οριακές συνθήκες στην ελέυθερη επιφάνεια, αλλά και στον πυθμένα.



Εικόνα 2.1

Πίνακας με τα χρησιμοποιούμενα μεγέθη:

Η: το ύψος το κυματισμού

h: το βάθος του νερού

Τ: η περίοδος του κύματος

ω: η κυκλική συχνότητα του κυματισμού $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{r}$

λ: το μήκος κύματος του κυματισμού

k: ο κυματαριθμός $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$

g: η επιτάχυνση της βαρύτητας

φ:το δυναμικό του κυματισμού

ζ: η μετατόπιση των υλικών σωματιδίων του νερού στην διεύθυνση z ή η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας

ξ: η μετατόπιση των υλικών σωματιδίων του νερού στην διεύθυνση χ

u: η ταχύτητα των υλικών σωματιδίων του νερού στην διεύθυνση x

w: η ταχύτητα των υλικών σωματιδίων του νερού στην διεύθυνση z

C: η ταχύτητα κύματος

Cg: η ταχύτητα ομάδας

Ας φανταστούμε θαλάσσιο νερό και ότι διαμέσου του νερού διαδίδεται ένας απλός αρμονικός κυματισμός. Παρακάτω ορίζεται το πρόβλημα μερικών διαφορικών και συνοριακών εξισώσεων (εικόνα 2.2) και ορίζονται όλες οι εξισώσεις που καθορίζουν το πρόβλημα οριακών τιμών (βλέπε εικόνα 2.2):

Α. Στο εσωτερικό πεδίο ροής το ρευστό ικανοποιεί την εξίσωση Laplace (αγνοώντας τις δυνάμεις συνεκτικότητας και υποθέτοντας ότι η ροή είναι αστρόβιλη μπορούμε με ικανοποιητική ακρίβεια να περιγράψουμε την κίνηση της θάλασσας). ΔΦ = 0

Β. Στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού εφαρμόζονται δύο οριακές συνθήκες: Ι) η δυναμική συνθήκη που εκφράζει ότι η πίεση είναι σταθερή: $\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g \cdot \zeta = 0$ ΙΙ) η κινηματική συνθήκη που εκφράζει ότι η κάθετη ταχύτητα της επιφάνειας είναι ίση με την κάθετη ταχύτητα των επιφανειακών σωματιδίων του νερού: $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$ (Βέβαια σε περίπτωση θραύσης κύματος δεν ισχύει αυτή η εξίσωση). Από αυτές της δύο συνθήκες προκύπτει η σχέση $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$

Γ. Στον πυθμένα το δυναμικό ικανοποιεί την συνθήκη μη εισχώρησής που σημαίνει ότι ένα σωματίδιο του νερού δεν μπορεί να διεισδύσει στον πυθμένα.

 $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$



Εικόνα 2.2

Από το παραπάνω πρόβλημα μερικών διαφορικών εξισώσεων και συνοριακών τιμών προκύπτουν οι σχέσεις για τα χαρακτηριστικά της θάλασσας που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (βλ. πίνακα 2.1). Αρχικά φαίνονται τα όρια των υπερβολικών τριγωνομετρικών συναρτήσεων ημιτόνου, συνημίτονου και εφαπτομένης που υπεισέρχονται στην διατύπωση των λύσεων και μας βοηθάνε ώστε να κάνουμε απλοποιήσεις ανάλογα με το βάθος του νερού. Φαίνεται λοιπόν, η κυματική εξίσωση που συνδέει την κυκλική συχνότητα με τον κυματαριθμό αλλά και το πως απλοποιείται αυτή η εξίσωση ανάλογα με το βάθος του νερού. Παρατίθενται επίσης οι σχέσεις για την ταχύτητα κύματος και την ταχύτητα ομάδας καθώς και οι απλοποιήσεις τους ανάλογα με το βάθος του νερού.

A/A	Βαθύ νερό $k\cdot h>\pi$	Ενδιάμεσο νερό $\displaystyle rac{\pi}{10} < k \cdot h < \pi$	Ρηχό νερό $k\cdot h < rac{\pi}{10}$
Όριο	$\lim_{kh\to\infty}\sinh(k\cdot h)=\frac{e^{k\cdot h}}{2}$	$\sinh(k \cdot h) = \frac{e^{kh} - e^{-kh}}{2}$	$\lim_{kh\to 0} \sinh(k \cdot h) = k \cdot h$
Όριο	$\lim_{kh\to\infty}\cosh(k\cdot h)=\frac{e^{k\cdot h}}{2}$	$\cosh(k \cdot h) = \frac{e^{kh} + e^{-kh}}{2}$	$\lim_{kh\to 0} \cosh(k \cdot h) = 1$
Όριο	$\lim_{kh\to\infty} \tanh(k\cdot h) = 1$	$\tanh(k \cdot h) = \frac{e^{kh} - e^{-kh}}{e^{kh} + e^{-kh}}$	$\lim_{kh\to\infty} \tanh(k\cdot h) = k\cdot h$
Κυματική εξίσωση	$\omega^2 = k \cdot g$	$\omega^2 = k \cdot g \cdot \tanh(k \cdot h)$	$\omega^2 = k^2 \cdot g \cdot h$
Ταχύτητα κύματος $c = \frac{\omega}{k}$	$c = \sqrt{\frac{g}{k}}$	$c = \sqrt{\frac{g \cdot \tanh(k \cdot h)}{k}}$	$c = \sqrt{g \cdot h}$

Ταχύτητα
ομάδας
$$c_g = \frac{d\omega}{dk}$$
 $c_g = \frac{1}{2} \cdot c$ $c_g = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot k \cdot h}{\sinh(2 \cdot k \cdot h)}\right]$ $c_g = c$



Έχουμε υποθέσει ένα κύμα που η κατεύθυνση του είναι παράλληλη με των άξονα x. Και δεδομένου ότι θα ασχοληθούμε με σώματα συμμετρικά εκ περιστροφής δεν έχουμε βλάβη της γενικότητας.

Στον παρακάτω πίνακα (βλ. πίνακα 2.2) φαίνεται το δυναμικό του κυματισμού που ικανοποιεί τις παραπάνω μερικές διαφορικές εξισώσεις και συνοριακές εξισώσεις για βαθύ, ενδιάμεσο και ρηχό νερό. Έχουμε βγάλει τις σχέσεις για βαθύ και ρηχό νερό εκμεταλλευόμενοι τα όρια του υπερβολικού ημιτόνου, συνημίτονου και εφαπτομένης.

Παρατηρούμε ότι για βαθύ και ενδιάμεσο νερό το δυναμικό εξαρτάται από το x και το z. Ενώ για ρηχό νερό το δυναμικό είναι ανεξάρτητο του z (δηλαδή ανεξάρτητο του βάθους).

A/A	Δυναμικό προσπίπτοντος κυματισμού
Βαθύ νερό	$\Phi(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \frac{\omega}{k} \cdot e^{k \cdot z} \cdot \sin(kx - \omega t)$
Ενδιάμεσο νερό	$\Phi(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \frac{\omega}{k} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (z+h)]}{\sinh(k \cdot h)} \cdot \sin(kx - \omega t)$
Ρηχό νερό	$\Phi(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \frac{\omega}{k^2 \cdot h} \cdot \sin(kx - \omega t)$



Από την παραγώγιση του δυναμικού προκύπτουν οι σχέσεις για τις ταχύτητες ενός σωματιδίου στο νερό. Δηλαδή το διάνυσμα της ταχύτητας δίνεται από την σχέση $\overrightarrow{v(x,z,t)} = \vec{\nabla} \Phi(x,z,t)$. Στον πίνακα 2.3 φαίνεται η ταχύτητα κατά τον άξονα x, ενώ στον πίνακα 2.4 φαίνεται η ταχύτητα κατά τον άξονα του βάθους z. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι για το ρηχό νερό η ταχύτητα στην διεύθυνση z είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι το πέρασμα ενός μεγάλου μήκους κύματος προκαλεί μια γραμμική ταλάντωση των σωματιδίων του ρευστού στην διεύθυνση x σε όλο το βάθος του νερού.

A/AΤαχύτητα στη διεύθυνση x:
$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial \chi}$$
Βαθύ νερό $u(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \omega \cdot e^{k \cdot z} \cdot \cos(kx - \omega t)$

Ενδιάμεσο νερό	$u(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \omega \cdot \frac{\cosh[k \cdot (z+h)]}{\sinh(k \cdot h)} \cdot \cos(kx - \omega t)$
Ρηχό νερό	$u(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \frac{\omega}{k \cdot h} \cdot \cos(kx - \omega t)$

Πίνακας 2.3

A/A	Ταχύτητα στη διεύθυνση z: $\frac{W}{\partial z}$
Βαθύ νερό	$w(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \omega \cdot e^{k \cdot z} \cdot \sin(kx - \omega t)$
Ενδιάμεσο νερό	$w(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \omega \cdot \frac{\sinh[k \cdot (z+h)]}{\sinh(k \cdot h)} \cdot \sin(kx - \omega t)$
Ρηχό νερό	w(x,y,t)=0

Πίνακας 2.4

Από την ολοκλήρωση των ταχυτήτων ως προς των χρόνο προκύπτουν οι σχέσεις για την μετατόπιση ενός σωματιδίου του νερού. Στον πίνακα 2.5 φαίνεται οι απομάκρυνση κατά των άξονα x, ενώ στον πίνακα 2.6 φαίνεται η απομάκρυνση κατά των άξονα z. Εδώ μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι για βαθύ νερό τα σωματίδια του νερού εκτελούν κυκλικές ταλαντώσεις, δηλαδή οι τροχιές τους είναι κύκλοι με μειούμενη εκθετικά ακτίνα κατά το βάθος. Επίσης για ενδιάμεσο νερό τα σωματίδια του νερού εκτελούν ελλειπτικές ταλαντώσεις, δηλαδή η τροχιά τους είναι έλλειψη. Τέλος για ρηχό νερό τα σωματίδια του νερού τείνουν να εκτελούν γραμμικές ταλαντώσεις παράλληλες προς τον άξονα x, δηλαδή οι τροχιές των σωματιδίων είναι ευθείες γραμμές.

A/A	Μετατόπιση σωματιδίου στη διεύθυνση x: $\frac{\xi = \int_0^t u \cdot dt}{\partial t}$, αφού $u = \frac{\partial \xi}{\partial t}$
Βαθύ νερό	$\xi(x, y, t) = -\frac{H}{2} \cdot e^{k \cdot z} \cdot \sin(kx - \omega t)$
Ενδιάμεσο νερό	$\xi(x, y, t) = -\frac{H}{2} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (z+h)]}{\sinh(k \cdot h)} \cdot \sin(kx - \omega t)$
Ρηχό νερό	$\xi(x, y, t) = -\frac{H}{2} \cdot \frac{1}{k \cdot h} \cdot \sin(kx - \omega t)$

Πίνακας 2.5

A/A	Μετατόπιση σωματιδίου στη διεύθυνση z: $\zeta = \int_0^t w \cdot dt$, αφού $w = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$
Βαθύ νερό	$\zeta(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot e^{k \cdot z} \cdot \cos(kx - \omega t)$
Ενδιάμεσο νερό	$\zeta(x, y, t) = \frac{H}{2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (z+h)]}{\sinh(k \cdot h)} \cdot \cos(kx - \omega t)$
Ρηχό νερό	$\zeta(x,y,t)=0$



Στην εικόνα 2.3 βλέπουμε τις τροχιές των σωματιδίων για της τρείς περιπτώσεις. Επιπλέον στις εικόνες 2.3 και 2.4, βλέπουμε της ταλαντώσεις των σωματιδίων του νερού κατά το βάθος για βαθύ και για ενδιάμεσο νερό.





Εικόνα 2.4

Στον πίνακα 2.7 υπολογίζουμε τόσο την κινητική όσο και την δυναμική ενέργεια σε απλό αρμονικό κυματισμό. Η κινητική ενέργεια έχει να κάνει με τις ταχύτητες κίνησης των σωματιδίων του νερού, υπενθυμίζουμε ότι οι ταχύτητες δίνονται από τις σχέσεις $u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$ και $w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$. Η δυναμική ενέργεια έχει να κάνει με την ανύψωση των σωματιδίων του νερού.

Αναφέρουμε ότι για τις παρακάτω τιμές έχουμε θεωρήσει ότι το πλάτος dy (κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του κυματισμού) είναι ίσο με ένα. Εάν λοιπόν θέλουμε να βρούμε την ενέργεια σε ένα μεγαλύτερο πλάτος θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την τιμή των ενεργειών με το πλάτος αυτό.

Κινητική ενέργεια νερού	$E\kappa = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_{-h}^{0} \int_{0}^{\lambda} (u^2 + w^2) \cdot dx \cdot dz = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot g \cdot \lambda \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^2$
Δυναμική	$\prod_{i=1}^{\zeta} \left(\frac{\lambda}{i} \right) = 1 = \left(\frac{H}{i} \right)^2$
νερού	$Ep = \rho \cdot \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{0} g \cdot z \cdot ax \cdot az = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot g \cdot x \cdot (\frac{1}{2})$
Συνολική	$1 \qquad \mu^2$
ενέργεια	$E = E\kappa + Ep = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \lambda \cdot \left(\frac{H}{2}\right)$
νερού	
Μέση	$F = 1 (H)^2$
ενέργεια	$\overline{E} = \frac{E}{2} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \left(\frac{H}{2}\right)$
ανά μήκος	$\lambda 2 \langle 2 \rangle$
κύματος	
Μέση	\overline{dF} 1 $(H)^2$
χρονική ροή	$\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \left(\frac{H}{2}\right) \cdot C_g$
ενέργειας	at 2 - (2) - (2)

Πίνακας 2.7

3. Ορισμός του προβλήματος

Όταν έχουμε ένα επιπλέον σώμα στο νερό τότε έχουμε μία επιπλέον οριακή συνθήκη για το πρόβλημα, ενώ το δυναμικό πρέπει να τροποποιηθεί ώστε να λάβουμε υπόψη και την επίδραση του σώματος στο δυναμικό της θάλασσας. Για αυτό το λόγο θα χωρίσουμε το δυναμικό σε τρία μέρη:

 Το πρώτο τμήμα θα είναι το δυναμικό του προσπίπτοντος κυματισμού το οποίο το βρήκαμε στο κεφάλαιο 2.

2) Το δεύτερο μέρος θα είναι το δυναμικό περίθλασης, για το οποίο πρέπει να φανταστούμε ότι κρατάμε ακίνητο το σώμα και τον κυματισμό να προσπίπτει σε αυτό. Επίσης πρέπει να φανταστούμε ότι ο κυματισμός και το δυναμικό του προσπίπτοντος κυματισμού θα αλλοιοθούν εξαιτίας της παρουσίας του σώματος. Δηλαδή το δυναμικό περίθλασης περιγράφει την αλλοίωση του δυναμικού του προσπίπτοντος κυματισμού εξαιτίας της παρουσίας του σώματος. Στην παρακάτω εικόνα (βλ. εικόνα 3.1) ορίζεται το πρόβλημα μερικών και συνοριακών εξισώσεων που περιγράφει το πρόβλημα περίθλασης. Δεδομένης της γεωμετρίας του επιπλέοντος σώματος, αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί αριθμητικά σε έναν υπολογιστή. Έτσι μπορούμε να βρούμε το δυναμικό περίθλασης.



Εικόνα 3.1

3) Το τρίτο μέρος θα είναι το δυναμικό ακτινοβολίας, για το οποίο πρέπει να φανταστούμε ότι το σώμα είναι ελεύθερο να κινείται. Τότε το σώμα εξαιτίας της κίνησης του τροποποιεί τον κυματισμό της θάλασσας και το δυναμικό. Άρα το δυναμικό ακτινοβολίας περιγράφει το δυναμικό εξαιτίας της κίνησης του σώματος. Το πρόβλημα ακτινοβολίας ορίζεται στο παρακάτω εικόνα (βλ. εικόνα 3.2). Φαίνονται οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται. Αφού ορίσουμε την





Εικόνα 3.2

Λοιπόν, το συνολικό δυναμικό δίνεται από την σχέση:

$$\Phi_{tot} = \Phi_I + \Phi_D + \Phi_R \quad (3.1)$$

Η πίεση που επιδρά στο σώμα σύμφωνα με την εξίσωση bernoulli είναι:

$$P = -\rho \cdot g \cdot z - \rho \cdot \frac{\partial \Phi_{tot}}{\partial t} - \rho \cdot \frac{|\nabla \Phi_{tot}|^2}{2} \quad (3.2)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση για το δυναμικό στην εξίσωση της πίεσης καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για την πίεση:



Μπορούμε να παραλείψουμε τους όρους με τα τετράγωνα και τα γινόμενα ταχυτήτων θεωρώντας μικρές μεταβολές των ταχυτήτων και έτσι καταλήγουμε σε μια γραμμική σχέση. Κάνουμε λοιπόν μία γραμμικοποίηση και παίρνουμε την παρακάτω σχέση:

$$P = -\rho \cdot g \cdot z - \rho \cdot \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} - \rho \cdot \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} - \rho \cdot \frac{\partial \Phi_R}{\partial t} \quad (3.4)$$

Βέβαια αυτό που παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρων είναι να βρούμε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο επιπλέον σώμα. Για εμάς και για την μελετη μας, οι δυνάμεις μας ενδιαφέρουν στο μέγιστο, αφού μας ενδιαφέρουν οι αποκρίσεις του σώματος μέσα από τις οποίες ο κυματικός μετατροπέας παράγει ενέργεια. Και για να γίνει κατανοητός ο υπολογισμός τους παρατίθεται η εικόνα 3.3 στη συνέχεια. Παρατηρούμε ότι η βρεχόμενη επιφάνεια του σώματος είναι το σύνορο ∂ D και ότι κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια του σώματος είναι \vec{n} , ενώ η ασκούμενη δύναμη στο σώμα υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα της ολικής πίεσης που ασκείται πάνω σε αυτό. Σημειώνουμε ότι, το ολοκλήρωμα της συνολικής πίεσης στην βρεχόμενη επιφάνεια του σώματος μας δίνει την συνολική δύναμη.



Εικόνα 3.3

Η πίεση μπορεί να χωριστεί σε όρους όπως έχουμε ήδη συζητήσει, άρα και οι δυνάμεις πάνω στο επιπλέον σώμα μπορούν να χωριστούν σε όρους. Αυτό το κάνουμε στον πίνακα 3.1, όπου φαίνονται αναλυτικά όλοι οι όροι και τις πίεσης αλλά και της δύναμης. Υπενθυμίζουμε ότι η βρεχόμενη επιφάνεια του σώματος είναι ∂D . Τέλος, σημειώνουμε ότι η υδροστατική δύναμη είναι μια δύναμη επαναφοράς. Αυτό σημαίνει ότι το σώμα ισσοροπεί γύρω από μία θέση ισσοροπίας (η οποία είναι ευσταθής) και εκτελεί ταλαντώσεις γύρω από την θέση ισσοροπίας.

Υδροστατική πίεση	$P_{st} = -\rho \cdot g \cdot z$
Υδροστατική δύναμη	$\overrightarrow{F_{st}} = \iint_{\partial D} P_{st} \cdot \vec{n} \cdot ds$
Πίεση δυναμικού προσπίπτοντος κυματισμού	$P_{FK} = -\rho \cdot \frac{\partial \Phi_I}{\partial t}$
Δύναμη προσπίπτοντος κυματισμού	$\overrightarrow{F_{FK}} = \iint_{\partial D} P_{FK} \cdot \vec{n} \cdot ds$
Πίεση δυναμικού περίθλασης	$P_D = -\rho \cdot \frac{\partial \Phi_D}{\partial t}$
Δύναμη περίθλασης	$\overrightarrow{F_D} = \iint_{\partial D} P_D \cdot \overrightarrow{n} \cdot ds$
Πίεση δυναμικού ακτινοβολίας	$P_R = -\rho \cdot \frac{\partial \Phi_R}{\partial t}$
Δύναμη ακτινοβολίας	$\overrightarrow{F_R} = \iint_{\partial D} P_R \cdot \overrightarrow{n} \cdot ds$

Πίνακας 3.1

4. Εξίσωση κίνησης επιπλέοντος σώματος

Για να περιγράψουμε οποιοδήποτε φαινόμενο στην φύση και να το αναλύσουμε, το περιγράφουμε με ένα μαθηματικό μοντέλο. Το μαθηματικό μοντέλο προκύπτει από διάφορους νόμους που το διέπουν. Στην περίπτωσή μας το μαθηματικό μοντέλο που θα χρησιμοποιείσουμε πηγάζει από τον δεύτερο νόμο του νεύτωνα γραμμένο ειδικά για της κινήσεις του επιπλέοντος σώματος.

Ένα ελέυθερο στερεό σώμα έχει έξι βαθμούς ελευθερίας (τρείς μετατοπίσεις και τρείς περιστροφές) και σε κάθε έναν βαθμό ελευθερίας μπορεί να εκτελέσει μία κίνηση. Πρώτα θα ονομάσουμε όλες της κινήσεις (τρείς μετατοπίσεις και τρείς περιστροφές), που είναι δυνατό να εκτελέσει ένα ελεύθερο στερεό σώμα. Μετά θα γράψουμε την εξίσωση κίνησης, δηλαδή τον δεύτερο νόμο του Νέυτωνα για το επιπλέον σώμα. Στην εικόνα 4.1 φαίνονται όλες οι δυνατές κινήσεις ενός ελέυθερου επιπλέοντος σώματος καθώς και η χρησιμοποιούμενη ονοματολογία τους.



Εικόνα 4.1

Το κέντρο μάζας του σώματος το συμβολίζουμε με το γράμμα G (από την αγγλική λέξη Gravity). Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ως προς το κέντρο μάζας του σώματος γράφεται:

 $M\ddot{x} = \vec{F}_{st}(t) + \vec{F}_{ex}(t) + \vec{F}_{R}(t) + \vec{F}_{opt}(t) + \vec{F}_{ME}(t) + \vec{F}_{B}(t) + \vec{F}_{m}(t) \quad (4.1)$

Όπου το μητρώο μάζας αυστηρά για αξονοσυμμετρικά σώματα (σώματα συμμετρικά εκ περιστροφής) δίνεται από την σχέση:

	ГТ	0	0	0	0	ך 0	
	0	т	0	0	0	0	
N/	0	0	т	0	0	0	(12)
M –	0	0	0	I_{11}	0	0	(4.2)
	0	0	0	0	I_{22}	0	
	LO	0	0	0	0	I_{33}	

Όπου το διάνυσμα της επιτάχυνσης δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\vec{x}(t) = \begin{vmatrix} x1(t) \\ x2(t) \\ x3(t) \\ x4(t) \\ x5(t) \\ x6(t) \end{vmatrix}$$
(4.3)

Οποιαδήποτε δύναμη από το δεξιά μέλος της εξίσωσης 4.1 είναι ένα διάνυσμα 6x1:

	r i a	
	F1(t)	
	F2(t)	
$\vec{E}(t) =$	F3(t)	(Λ,Λ)
$F(\iota) =$	F4(t)	(4.4)
	F5(t)	
	F6(t)	

Τώρα θα ονομάσουμε όλες τις δυνάμεις του δεξιού μέλους της εξίσωσης 4.1 και θα δώσουμε και τους τύπους τους. Στην συνέχεια θα αναλύσουμε την κάθε δύναμη ξεχωριστά. Επίσης θα δούμε εάν μπορούμε να αμελήσουμε κάποια δύναμη, εφόσον βέβαια είναι μικρή σε σχέση με τις άλλες δυνάμεις. Στον παρακάτω πίνακα (βλ. πίνακα 4.1) ορίζουμε όλες της δυνάμεις επί του επιπλέοντος σώματος.

Η υδροστατική δύναμη	$\vec{F}_{st} = \iint_{\partial D} P_{st} \cdot \vec{n} \cdot ds$
Η δύναμη	
εξαιτίας του	
δυναμικού του	
προσπίπτοντος	$\vec{F}_{ex} = \vec{F}_{FK} + \vec{F}_D = P_{FK} \cdot \vec{n} \cdot ds \vec{F}_D + P_D \cdot \vec{n} \cdot ds$
κυματισμού και	ad ad
του δυναμικού	
περίθλασης	
Η δύναμη	
εξαιτίας του	$\vec{\mathbf{r}} = \iint \mathbf{P} \cdot \vec{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{c}$
δυναμικού	$\Gamma_R = \int \Gamma_R \cdot n \cdot ds$
ακτινοβολίας	∂D

Η δύναμη της τεχνολογίας ανάκτησης ενέργειας	$\vec{F}_{opt}(t) = -K_{opt} \cdot x - B_{opt} \cdot \dot{x}$
Η δύναμη Morison	$\vec{F}_{ME} = \rho \cdot \nabla \cdot \dot{u} + \rho \cdot \nabla \cdot C_a \cdot (\dot{u} - \ddot{x}) + \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot A \cdot (u - \dot{x}) \cdot u - \dot{x} $
Η δύναμη βάρους	$ec{F}_B = ho \cdot abla$
Η δύναμη που ασκείται από την αγκύρωση	$\vec{F}_m = -K_m \cdot x - C_m \cdot \dot{x}$



- F_{FK} και F_D: Αυτές οι δυνάμεις υπολογίζονται από το πρόγραμμα cylinder3.f που υπάρχει στο Εργαστήριο Πλωτών Κατασκευών και Συστημάτων Αγκύρωσης της Σχολής Ναυπηγών του ΕΜΠ ή άλλα υδροδυναμικά προγράμματα. Την δύναμη λόγω του προσπίπτοντος απαραμόρφωτου κυματισμού, F_{FK} ήδη την έχουμε υπολογίσει στο κεφάλαιο 2. Την δύναμη περίθλασης, F_D, την υπολογίζουμε αφού λύσουμε το πρόβλημα μερικών παραγώγων και συνοριακών τιμών του κεφαλαίου 3 που έχουμε ορίσει.
- *F*_{opt}: Αυτή είναι η δύναμη που ασκεί πάνω στο επιπλέον σώμα ο μηχανισμός (η τεχνολογία) ανάκτησης ενέργειας. Υπάρχουν διάφορες τέτοιες τεχνολογίες όπως : ηλεκτρομαγνητικές, ηλεκτρομαγνητικέςμηχανικές και υδραυλικές.
- *F*_{ME}: Αυτή η δύναμη είναι η δύναμη Morison. Δεδομένου ότι είναι μικρότερη σε σχέση με τις άλλες δυνάμεις επί του σώματος, την αμελούμε.
- F_m: Είναι η δύναμη αγκύρωσης. Η δύναμη αυτή είναι μια δύναμη επαναφοράς (πρώτος όρος δύναμης), επειδή η αγκύρωση από την φύση της κρατάει το σώμα γύρω από μία θέση και το σώμα ταλαντούνται γύρω από αυτή την θέση (θέση ισσορροπίας). Επίσης η αλυσίδα της αγκύρωσης είναι μέσα στο νερό πράγμα που σημαίνει ότι κατά την κίνηση της μέσα στο νερό ασκούνται πάνω στην αλυσίδα δυνάμεις αντίστασης από το νερό (δεύτερος όρος δύναμης). Την αμελούμε γιατί δεν έχουμε αγκυρωμένο το σώμα που μελετάμε.
- $\vec{F}_B + \vec{F}_{st}$: Αυτό είναι το άθροισμα δύο δυνάμεων, του βάρους και της υδροστατικής δύναμης. Και καλό είναι να το υπολογίσουμε εμείς. Στην εικόνα 4.2 υπολογίζουμε αυτό το άθροισμα. Θεωρούμε ήρεμο νερό και το υπολογίζουμε.

 $F_{B3} = \rho \cdot g \cdot \nabla = \rho \cdot g \cdot A_3 \cdot T$ $\vec{n} = (0,1,0)$ $F_{st} = \iint_{\partial D} P_{FK} \cdot \vec{n} \cdot ds$ $F_{st3} = -\rho \cdot \iint_{A3+A2} g \cdot z \cdot n_3 \cdot dy \cdot dx = -\rho \cdot \iint_{A3} g \cdot z \cdot 1 \cdot dy \cdot dx)$ $F_{st3} = -\rho \cdot g \cdot A_3 \cdot (x3 + T)$ $F_{B3} + F_{st3} = -\rho \cdot g \cdot A_3 \cdot x3$

Εικόνα 4.2

 \vec{F}_R : είναι η δύναμη εξαιτίας του δυναμικού ακτινοβολίας. Σημειώνουμε ότι αυτή η δύναμη είναι συνάρτηση των κινήσεων του ανωστικού σώματος. Τώρα διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

Όταν το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί γραμμικό: Όταν το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί γραμμικό, τότε η δύναμη ακτινοβολίας δίνεται από την σχέση: $\vec{F}_R = -A(\omega) \cdot \ddot{x} - B(\omega) \cdot \dot{x}$ (4.5)

Το A(ω) και το B(ω) είναι 6X6 πίνακες και αυστηρά για ένα σώμα συμμετρικό εκ περιστροφής δίνονται από τα παρακάτω μητρώα με συμπληρωμένα τα στοιχεία που σημειώνονται στους πίνακες:

$$A(\omega) = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 & A_{15} & 0\\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & 0\\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & A_{42} & 0 & A_{44} & 0 & 0\\ A_{51} & 0 & 0 & 0 & A_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}$$
(4.6)

$$B(\omega) = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 & 0 & B_{15} & 0\\ 0 & B_{22} & 0 & B_{24} & 0 & 0\\ 0 & 0 & B_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & B_{42} & 0 & B_{44} & 0 & 0\\ B_{51} & 0 & 0 & 0 & B_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix}$$
(4.7)

Ο πίνακας Α(ω) είναι η πρόσθετη μάζα. Αυτός ο όρος είναι πολλαπλασιασμένος με την επιτάχυνση του σώματος. Αυτό στην φυσική σημαίνει ότι το σώμα κατά την κινησή του ζυγίζει παραπάνω βάρος από αυτό που θα είχε στον αέρα και αυτό διότι το σώμα κατά την κίνησή του παρασύρει και νερό το οποίο έχει υψηλή πυκνότητα και βάρος σε αντίθεση με τον αέρα.

Ο πίνακας Β(ω) είναι η απόσβεση του σώματος. Αυτός ο όρος είναι πολλαπλασιασμένος με την ταχύτητα.

Έχουμε θεωρήσει ένα σώμα συμμετρικό εκ περιστροφής και σημειώνουμε επιπλέον συμπεράσματα για τα στοιχεία του πίνακα Α(ω):

1) Όπως φαίνεται στην εικόνα 4.3 εξαιτίας συμμετρίας ισχύει ότι:

$$A_{11} = A_{22}$$

Αυτό επειδή κατά την κίνηση 1 το σώμα θα «συμπαρασύρει» το ίδιο βάρος νερού όπως και στην κίνηση 2.

Όμοια για της περιστροφές ισχύει ότι:

$$A_{44} = A_{55}$$





Εικόνα 4.4

2)Επίσης από τα στοιχεία του πίνακα Α(ω) παρατηρούμε ότι η κίνηση x1 είναι συζευγμένη με την κίνηση x5 και αντιθέτως. Δηλαδή, εάν κουνήσουμε το επιπλέον σώμα κατά τον άξονα x1 τότε το σώμα θα κινηθεί και κατά την περιστροφή x5. Επίσης η κίνηση x2 είναι συζευγμένη με την κίνηση x4. Η αιτία για αυτό εξηγείται στην εικόνα 4.4. Εξαιτίας της συμμετρίας μπορούμε να γράψουμε:

$$A_{15} = A_{51} = A_{42} = A_{24}$$

3)Τέλος από τα στοιχεία του πίνακα Α(ω) παρατηρούμε ότι στην περίπτωση των κατακόρυφων αξονοσυμμετρικών σωμάτων, η κίνηση x3 και η κίνηση x6 δεν είναι συζευγμένες με καμία άλλη κίνηση.

Όταν το σύστημα δεν μπορεί να θεωρηθεί γραμμικό: Όταν το σύστημα δεν μπορεί να θεωρηθεί γραμμικό. Σημειώνουμε ότι δεν μπαίνουν και βγαίνουν πάντα από το σύστημα ημίτονα, όπως παραδείγματος χάρη στην περίπτωση Latching control. Τότε η δύναμη ακτινοβολίας δίνεται από την σχέση:

$$\vec{F}_R = -A(\infty) \cdot \ddot{x} - \int_{-\infty}^t K(t-T) \cdot \dot{x}(t) \cdot dt \quad (4.8)$$

$$O\pi ov, \qquad K(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_{0}^{\infty} B(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt \quad (4.9)$$

$$A(\infty) = \lim_{\omega \to \infty} A(\omega) \quad (4.10)$$

Οι παραπάνω παρατηρήσεις για την δύναμη ακτινοβολίας \vec{F}_R συνοψίζεται στην εικόνα 4.5 και στην εικόνα 4.6:

Όταν το σύστημα δεν μπορεί να θεωρείται γραμμικό τότε η δύναμη ακτινοβολίας δίνεται από την σχέση:

$$\vec{F}_{R} = -A(\infty) \cdot \vec{x} - \int_{-\infty}^{t} K(t-T) \cdot \dot{x}(t) \cdot dt$$

$$K(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_{0}^{\infty} B(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt$$

$$A(\infty) = \lim_{\omega \to \infty} A(\omega)$$

$$F = F_{0} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$$

$$M\eta \gamma \rho \alpha \mu \mu \kappa \delta$$

$$\sigma \dot{\omega} \sigma \tau \eta \mu \alpha$$

$$x \neq x_{0} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$$

Εικόνα 4.5

Όταν το σύστημα θεωρείται γραμμικό τότε η δύναμη ακτινοβολίας δίνεται από την σχέση: $\vec{F}_R = -A(\omega) \cdot \ddot{x} - B(\omega) \cdot \dot{x}$ $F = F_0 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$ Γραμμικό $x = x_0 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$

σύστημα



Τώρα που αναλύσαμε τις δυνάμεις και που είπαμε ποιες από αυτές αμελούμε, ξαναγράφουμε την εξίσωση κίνησης:

$$M \cdot \ddot{x} = \vec{F}_{st}(t) + \vec{F}_B(t) + \vec{F}_{ex}(t) + \vec{F}_R(t) + \vec{F}_{opt}(t) \quad (4.11)$$

Η δύναμη από τον μηχανισμό (την τεχνολογία) ανάκτησης ενέργειας είναι:

$$\vec{F}_{opt}(t) = -K_{opt} \cdot \vec{x} - B_{opt} \cdot \vec{x} \quad (4.12)$$

Η δύναμη του βάρους και της άνωσής είναι:

$$\vec{F}_{st}(t) + \vec{F}_B(t) = -C \cdot \dot{\vec{x}}$$
 (4.13)

Όπου C είναι:

Όπου:

Τώρα διακρίνουμε δύο περιπτώσεις ανάλογα με την δύναμη ακτινοβολίας: Περίπτωση 1, Το σύστημα είναι γραμμικό. Η δύναμη ακτινοβολίας σύμφωνα με την εξίσωση 4.5 είναι:

$$\vec{F}_R = -A(\omega) \cdot \vec{\vec{x}} - B(\omega) \cdot \vec{\vec{x}} \quad (4.5)$$

Και έτσι η εξίσωση 4.11 γίνεται:

$$[M + A(\omega)] \cdot \ddot{\vec{x}} + [B(\omega) + B_{opt}] \cdot \dot{\vec{x}} + C \cdot x = \vec{F}_{ex}(t) \quad (4.18)$$

Περίπτωση 2, το σύστημα είναι μη γραμμικό. Η δύναμη ακτινοβολίας δίνεται από την σχέση 4.8:

$$\vec{F}_R = -A(\infty) \cdot \ddot{x} - \int_{-\infty}^t K(t-T) \cdot \dot{x}(t) \cdot dt \quad (4.8)$$

Και έτσι η εξίσωση 4.11 γίνεται:

$$[M+A(\infty)]\cdot\ddot{\vec{x}} + B_{opt}\cdot\dot{\vec{x}} + \int_{-\infty}^{t} K(t-T)\cdot\dot{\vec{x}}\cdot dt + C\cdot x = \vec{F}_{ex}(t) \quad (4.19)$$

Όπου:

$$K(t) = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & K_{15} & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 & K_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{42} & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ K_{51} & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix}$$
(4.20)

Τα παραπάνω αποτελέσματα για της εξισώσεις κίνησης, ανάλογα με την δύναμη ακτινοβολίας τα συνοψίζουμε στις εικόνες 4.7 και 4.8.

$$F = F_0 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$$

$$M\eta \gamma \rho \alpha \mu \mu \kappa \delta$$

$$\sigma \delta \sigma \eta \mu \alpha$$

$$x \neq x_0 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$$

$$M \cdot \ddot{x} = \vec{F}_{st}(t) + \vec{F}_B(t) + \vec{F}_{ex}(t) + \vec{F}_R(t) + \vec{F}_{opt}(t)$$

$$\vec{F}_{opt}(t) = -K_{opt} \cdot \vec{x} - B_{opt} \cdot \dot{\vec{x}}$$

$$\vec{F}_{st}(t) + \vec{F}_B(t) = -C \cdot \dot{\vec{x}}$$

$$\vec{F}_R = -A(\infty) \cdot \ddot{x} - \int_{-\infty}^{t} K(t - T) \cdot \dot{x}(t) \cdot dt$$

$$K(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_{0}^{\infty} B(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt$$

$$[M + A(\infty)] \cdot \ddot{\vec{x}} + B_{opt} \cdot \dot{\vec{x}} + \int_{-\infty}^{t} K(t - T) \cdot \dot{\vec{x}} \cdot dt + C \cdot x = \vec{F}_{ex}(t)$$

Εικόνα 4.7



Εικόνα 4.8

Τονίζεται ότι η σημασία του πίνακα της πρόσθετης μάζας Α(ω) και της πρόσθετης απόσβεσης Β(ω) είναι μεγάλη δεδομένου ότι πηγάζουν από μια δύναμη που ονομάζεται δύναμη ακτινοβολίας και έχει σχέση με το περιβάλον του σώματος, το νερό. Αυτή η δύναμη είναι υπαίτια για τον κυματισμό που παράγεται από τις κινήσεις του σώματος. Άρα εν κατακλείδι, η δύναμη ακτινοβολίας είναι υπαίτια για την ενέργεια που χάνεται εξαιτίας των κινήσεων του σώματος. Αυτή η ενέργεια 'ακτινοβολείται' στο άπειρο μακριά από το επιπλέον σώμα.

Στην εικόνα 4.9 αναλύουμε σε μεγαλύτερο βάθος την φυσική σημασία του πίνακα της πρόσθετης μάζας Α(ω).

$\begin{bmatrix} M+A_{11} & 0 & 0 & 0 & A_{15} & 0 \\ 0 & M+A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M+A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{42} & 0 & I_{11}+A_{44} & 0 & 0 \\ A_{51} & 0 & 0 & 0 & I_{22}+A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{33}+A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x\ddot{1}(t) \\ x\ddot{2}(t) \\ x\ddot{3}(t) \\ x\ddot{4}(t) \\ x\ddot{5}(t) \\ x\ddot{6}(t) \end{bmatrix}$	
--	--

Τα στοιχεία του πίνακα Α(ω) μπορεί να είναι είτε θετικά είτε αρνητικά. Εάν είναι θετικά το σώμα στην κίνησή του μέσα στο νερό επιταχύνει εκτός από την δικιά του μάζα μία επιπλέον μάζα των σωματιδίων του νερού. Εάν είναι αρνητικά τότε τα σωματίδια του νερού επιταχύνουν το σώμα (συνήθως αλληλεπίδραση με άλλα σώματα

Εικόνα 4.9
Στην εικόνα 4.10 εξετάζουμε σε βάρος τα στοιχεία του πίνακα Β(ω) της πρόσθετης απόσβεσης.

$$\vec{F}_{R} = -\begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 & 0 & B_{15} & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 & B_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{42} & 0 & B_{44} & 0 & 0 \\ B_{51} & 0 & 0 & 0 & B_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x\dot{1}(t) \\ x\dot{2}(t) \\ x\dot{3}(t) \\ x\dot{4}(t) \\ x\dot{5}(t) \\ x\dot{6}(t) \end{bmatrix}$$

Εάν τα στοιχεία του πίνακα B(ω) είναι αρνητικά τότε η δύναμη ακτινοβολίας θα ήταν ομόρροπη με την ταχύτητα και το σώμα θα επιταχυνόταν. Αυτό είναι αφύσικο διότι η δύναμη ακτινοβολίας εκφράζει μια ενέργεια που χάνεται (ακτινοβολείται) στο άπειρο εξαιτίας των κινήσεων του σώματος. Άρα ο πίνακας B(ω) πρέπει να είναι θετικός έτσι ώστε η δύναμη ακτινοβολίας να είναι αντίρροπη της ταχύτητας και να επιβραδύνει το σώμα τόσο πολύ όσο πιο μεγάλη είναι η ταχύτητα.

5.Κατακόρυφη εξίσωση κίνησης

Εμείς από εδώ και πέρα θα ασχοληθούμε με την κίνηση x3. Η κίνηση x3 είναι ανεξάρτητη από της άλλες κινήσεις όπως έχουμε ήδη σχολιάσει. Αυτό μας επιτρέπει να ασχοληθούμε μόνο με την κίνηση x3 ανεξάρτητα από το τι συμβαίνει στις άλλες κινήσεις.

Αρχικά, θεωρούμε γραμμικό σύστημα και έχουμε:

Για γραμμικό σύστημα έχουμε η εξίσωση της κίνησης x3 είναι:



Για γραμμικό σύστημα εισόδου-εξόδου, με είσοδο την δύναμη και έξοδο την απομάκρυνση έχουμε:

$$F_{ex,3} = F_{ex,03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (5.2)$$

Και

$$x_3 = x_{03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (5.3)$$

Δηλαδή, εάν είναι ημιτονοειδής η είσοδος (δύναμη) τότε θα είναι ημιτονοειδής και η έξοδος. Η εξίσωση 5.1 με την βοήθεια των εξισώσεων 5.2 και 5.3, γίνεται:

$$-(M + A_3) \cdot \omega^2 \cdot x_{03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} + (B_3 + B_{opt}) \cdot i \cdot \omega \cdot x_{03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} + (\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}) \cdot x_{03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = F_{ex,03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \Rightarrow$$

$$-(M + A_3) \cdot \omega^2 \cdot x_{03} + (B_3 + B_{opt}) \cdot i \cdot \omega \cdot x_{03} + (\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}) \cdot x_{03}$$
$$= F_{ex,03} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[-(M+A_3) \cdot \omega^2 + (B_3 + B_{opt}) \cdot i \cdot \omega + \rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt} \right] \cdot x_{03} = F_{ex,03} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{03} = \frac{F_{ex,03}}{-(M+A_3) \cdot \omega^2 + (B_3 + B_{opt}) \cdot i \cdot \omega + \rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}} \Rightarrow$$

$$|x_{03}| = \frac{|F_{ex,03}|}{\sqrt{\left[-(M+A_3)\cdot\omega^2 + \rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}\right]^2 + \left(B_3 + B_{opt}\right)^2 \cdot \omega^2}}$$
(5.4)

Αφού οι αποσβέσεις B_3 και η B_{opt} είναι θετικοί αριθμοί, η μέγιστη απόκριση προκύπτει όταν ισχύει:

$$[-(M + A_3) \cdot \omega_0^2 + \rho \cdot g \cdot A_{wl} + K]^2 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{M + A_3}} \quad (5.5)$$

Όπου ω_0 είναι η συχνότητα συντονισμού, για την οποία μεγιστοποιείται η απομάκρυνση. Υπάρχει μία αναλογία για την συχνότητα συντονισμού μεταξύ της ταλάντωσης του πολύπλοκου επιπλέοντος σώματος και της ταλάντωσης του απλού συστήματος μάζας-ελατηρίου. Η παρακάτω αναλογία εξηγείται στην εικόνα 5.1.



Εικόνα 5.1

Τώρα θα μελετήσουμε και την κίνηση x3 για μη γραμμικό σύστημα εισόδου-εξόδου, έχουμε:

Για μη γραμμικό σύστημα έχουμε:

Η εξίσωση 5.7 είναι ένας όρος μνήμης που εκφράζει πόση από την χρονική ιστορία της κίνησης λαμβάνεται υπόψη για τον υπολογισμό της δύναμης ακτινοβολίας. Σημειώνουμε ότι η εξίσωση 5.6 μπορεί να λυθεί στον υπολογιστή αριθμητικά και να βρεθεί η απόκριση x3 συνάρτηση του χρόνου t. Τονίζουμε, ότι θεωρούμε γνωστά την δύναμη Fex3 και την πρόσθετη μάζα A33 και πρόσθετη απόσβεση B33, τα οποία μπορούν να υπολογιστούν από κάποιον υδροδυναμικό κώδικα. Θα παρουσιάσουμε ένα τρόπο με τον οποίο λύνεται το πρόβλημα των εξισώσεων 5.6 και 5.7:

Αρχικά υπολογίζεται από την εξίσωση 5.7 η συνάρτηση ακτινοβολίας (Radiation function) K33 με τραπεζοειδή ολοκλήρωση:

$$K_{33}(t) = \sum_{i=0}^{i} \frac{\frac{2}{\pi} \cdot [B_{33}(\omega_i + \Delta \omega) \cdot \cos((\omega_i + \Delta \omega) \cdot t) + B_{33}(\omega_i) \cdot \cos(\omega_i \cdot t)] \cdot \Delta \omega}{2}$$
(5.8)

Και

$$\omega_{i+1} = \omega_i + \Delta \omega$$

Όπου Δω το προκαθορισμένο βήμα που επιλέγουμε $(10^{-2} f f 10^{-3})$. Μετά λύνουμε την εξίσωση 5.6 με την αριθμητική μέθοδο Newmark [1].. Αυτή η μέθοδος ορίζει τις παραμέτρους:

$$a_0 = \frac{1}{a \cdot \Delta t^2} \quad (5.9)$$
$$a_1 = \frac{\delta}{a \cdot \Delta t} \quad (5.10)$$

$$a_{2} = \frac{1}{a \cdot \Delta t} \quad (5.11)$$

$$a_{3} = \frac{1}{2 \cdot a} - 1 \quad (5.12)$$

$$a_{4} = \frac{\delta}{a} - 1 \quad (5.13)$$

$$a_{5} = \frac{\Delta t}{2} \cdot \left(\frac{\delta}{a} - 2\right) \quad (5.14)$$

$$a_{6} = \Delta t \cdot (1 - \delta) \quad (5.15)$$

$$a_{7} = \delta \cdot \Delta t \quad (5.16)$$

Υπάρχει μία ελευθερία στην επιλογή των παραμέτρων α και δ, εμείς τις παίρνουμε ίσες με:

$$a = 0.25$$

Και

$$\delta = 0.5$$

To Dt είναι το χρονικό βήμα και το παίρνουμε συνήθως ίσο με 10^{-1} ή $10^{-2}.$

Μετά υπολογίζουμε την αναδρομική παράσταση από της σχέσεις 5.9 - 5.16:

$$R(t + \Delta t) = F_{ex3}(t + \Delta t) + [M + A_{33}(\infty)] \cdot (a_0 \cdot x_3(t) + a_2 \cdot \dot{x}_3(t) + a_3 \cdot \ddot{x}_3(t)) + B_{opt} \cdot (\alpha_1 \cdot x_3(t) + \alpha_4 \cdot \dot{x}_3(t) + a_5 \cdot \ddot{x}_3(t)) - o\lambda o \kappa \lambda \eta \rho \omega \mu \alpha \quad (5.17)$$

Όπου το ολοκλήρωμα στην εξίσωση 5.17 είναι το ολοκλήρωμα της συνέλιξης υπολογίζεται σε κάθε χρονικό βήμα με τραπεζοειδή ολοκλήρωση:

ολοκλήρωμα =

$$\sum_{t=0}^{t=t} \frac{[X_d(t) \cdot K_{33}(T-t) + X_d(t+dt) \cdot K_{33}(T-t-dt)]}{2} \cdot dt \quad (5.18)$$

Με μέγιστο t = tmax = T - dt

Την χρονική στιγμή t=0 υποθέτουμε:

 $x_3(0) = 0, \quad \dot{x}_3(0) = 0, \quad \ddot{x}_3(0) = 0$

Κατόπιν υπολογίζουμε την παράσταση:

$$E = K_{opt} + \rho \cdot g \cdot A_{wl} + [M + A_{33}] \cdot a_0 + B_{opt} \cdot a_1 \quad (5.19)$$

Ακολούθως, υπολογίζουμε την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση από της παρακάτω αναδρομικές σχέσεις:

$$x_3(t+\Delta t) = \frac{R(t+\Delta t)}{E} \quad (5.20)$$

$$\ddot{x}_{3}(t + \Delta t) = a_{0} \cdot [x_{3}(t + \Delta t) - x_{3}(t)] - \alpha_{2} \cdot \dot{x}_{3}(t) - a_{3} \cdot \ddot{x}_{3}(t) \quad (5.21)$$
$$\dot{x}_{3}(t + \Delta t) = \dot{x}_{3}(t) + a_{6} \cdot \ddot{x}_{3}(t) + a_{7} \cdot \ddot{x}_{3}(t + \Delta t) \quad (5.22)$$

Από τις σχέσεις 5.20 - 5.22 υπολογίζουμε ξεκινώντας από την χρονική στιγμή t=0 υπολογίζουμε αναδρομικά τις τιμές των απομακρύνσεων, ταχυτήτων και επιταχύνσεων για κάθε νέο χρονικό βήμα.

6. Το πρόγραμμα υπολογισμού υδροδυναμικών χαρακτηριστικών

Εμείς βέβαια σε αυτή την μελέτη θα ασχοληθούμε με επιπλέοντα σώματα συμμετρικά εκ περιστροφής, με κατακόρυφο άξονα συμμετρίας. Δηλαδή το σώμα μπορεί να είναι κύλινδρος, κώνος, σφαίρα, τοροειδές ή συνδυασμός αυτών των απλών σωμάτων.

Το πρόγραμμα που χρησιμοποιούμε λύνει τα παραπάνω προβλήματα μερικών παραγώγων και συνοριακών τιμών μόνο για σώματα συμμετρικά εκ περιστροφής με κατακόρυφο άξονα συμμετρίας. Το πρόγραμμα ονομάζεται cylinder3.f [2] (Παραπέμπουμε στην βιβλιογραφική αναφορά για το cylinder3.f: [2] Για να λυθούν λοιπόν τα παραπάνω προβλήματα μερικών παραγώγων και συνοριακών τιμών, πρέπει να γίνει διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε κυλινδρικές ή δακτυλοειδείς περιοχές σε κάθε μία από της οποίες θα υπολογίζονται τα δυναμικά ακτινοβολίας και περίθλασης. Τα δυναμικά γράφονται σε σειρές Fourier με άγνωστους συντελεστές, τους οποίους υπολογίσουμε από την ικανοποίηση των οριακών συνθηκών στην βρεχόμενη επιφάνεια του σώματος.

Στο εικόνα 6.1 θεωρούμε μια γενική γεωμετρία. Έστω λοιπόν ότι θέλουμε να βρούμε τους συντελεστές πρόσθετης μάζας, απόσβεσης, την δύναμη περίθλασης και προσπίπτοντος κυματισμού για την παρακάτω γεωμετρία.



Εικόνα 6.1

Τότε πρώτα διακριτοποιούμε την γεωμετρία σε δακτυλοειδείς ή κοίλες κυλινδρικές περιοχές, όπως φαίνεται στην εικόνα 6.2. Στην εικόνα 6.3 ορίζουμε πλήρως την διακριτοποιημένη γεωμετρία. Διακρίνονται οι ακτίνες των δακτυλειοειδών περιοχών του ρευστού και οι αποστάσεις από τον πυθμένα της θάλασσας έως τα οριζόντια όρια των διακριτοποιημένων δακτυλειοδών περιοχών στην επιφάνεια του σώματος (βλ. εικόνα 6.3).



Εικόνα 6.2



Εικόνα 6.3

Παρακάτω φαίνονται πιο διακριτά οι κοίλες κυλινδρικές περιοχές γύρω από το συμμετρικό εκ περιστροφής σώμα. Κάθε κυλινδρική περιοχή στο παρακάτω σχήμα ορίζεται από ένα ελληνικό γράμμα και από ένα χρώμα. Η περιοχή που ορίζεται με το ελληνικό γράμμα α και το κόκκινο χρώμα είναι μία κοίλη κυλινδρική περιοχή γύρω από το σώμα. Η αμέσως επόμενη περιοχή είναι η περιοχή που ορίζεται από το πράσινο χρώμα και το ελληνικά γράμμα β. Μια άλλη περιοχή (διαφορετική περιοχή) είναι η περιοχή που ορίζεται από το πράσινο χρώμα και το ελληνικό γράμμα μ.



Εικόνα 6.4

Μια άλλη περιοχή (διαφορετική περιοχή) είναι εκείνη που ορίζεται από το κόκκινο χρώμα και το ελληνικό γράμμα ν. έχουμε συνολικά 14 κυλινδρικές περιοχές κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε ένα γράμμα από το α εώς το ξ.

Σε κάθε μία από της παραπάνω περιοχές προγραμματίζουμε τον υπολογιστή να λύσει τα προβλήματα του δυναμικού περίθλασης και του δυναμικού ακτινοβολίας που ορίστηκαν στο κεφάλαιο 2. Κάθε ένα τέτοιο πρόβλημα ορίζει ένα πρόβλημα μερικών παραγώγων και συνοριακόν τιμών.

Ο υπολογιστής λύνει λοιπόν το πρόγραμμα σε κάθε περιοχή και γράφει την λύση ως απειροσειρές Fourier, οι οποίες για την αριθμητική επεξεργασία της λύσης περικόπτονται μετά από συγκεκριμένο αριθμό όρων, αφού ελεγχθεί η σύγκλιση. Συνήθως για τα πεδία τα από πάνω χρησιμοποιούμε 20 όρους της σειράς, ενώ σε μερικές περιπτώσεις μεγάλου ύψους του δακτυλιοειδούς μακροστοιχείου μπορεί να φθάσει μέχρι τις 80. Ενδεικτικά η σχέση (6.1) δίνει το συνολικό δυναμικό στο i δακτυλιοειδές μακροστοιχείο ως υπέρθεση του προσπίπτοντος απλού αρμονικού κυματισμού, του δυναμικού περίθλασης και του δυναμικού ακτινοβολίας.

$$\Phi_{tot,i} = \Phi_I + \sum_{j=0}^{n} \Phi_{D,j} + \sum_{j=0}^{n} \Phi_{R,j}$$

Επίσης στην κυλινδρική δι-επιφάνεια μεταξύ των κυλινδρικών περιοχών θα πρέπει να ικανοποιούνται οι συνθήκες συνέχειας του δυναμικού και της ταχύτητας ροής, οι οποίες περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$\Phi_{tot,i}(r_i) = \Phi_{tot,i+1}(r_i) \quad (6.2)$$



Τέλος για να τρέξουμε το πρόγραμμα cylinder3.f χρειαζόμαστε ένα αρχείο input που θα δίνουμε τα δεδομένα για την αναλυτική διακριτοποιημένη γεωμετρία του σώματος αλλά και για την θέση του σώματος κατακόρυφα σε σχέση με την ελεύθερη επιφάνεια (π.χ. εάν το σώμα επιπλέει ή αιωρείται κάτω από το νερό ή εάν ακουμπάει στον πυθμένα).

Αφού φτιάξουμε σωστά το αρχείο input τρέχουμε το cylinder3.f και το output μας δίνει τους συντελεστές πρόσθετης μάζας και απόσβεσης καθώς και την δύναμη περίθλασης και προσπίπτοντος κυματισμού.

Δίνουμε τα αποτελέσματα του cylinder3.f για την περίπτωση κυλίνδρου ακτίνας 3.2m και βυθίσματος 1.6m. Στην περίπτωση αυτή το εκτόπισμα είναι περίπου 50m^3. Στην εικόνα 6.5 φαίνεται η αδιάστατη πρόσθετη μάζα, αδιαστατοποιημένη με την εκτοπιζόμενη μάζα του νερού ενώ στην εικόνα 6.6 φαίνεται η αδιάστατη πρόσθετη απόσβεση. Τέλος, στην εικόνα 6.7 φαίνεται η δύναμη περίθλασης και προσπίπτοντος κυματισμού.





Εικόνα 6.7 προσπίπτοντος

7.Βελτιστοποίηση της απόσβεσης (optimal damping)

Θα αρχίσουμε την συζήτηση με την εξίσωση κίνησης του επιπλέοντος σώματος για γραμμικό σύστημα. Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε την απόσβεση B_{opt} του μηχανισμού ανάκτησης ενέργειας, η οποία αυξάνει την ισχύ που απορροφάει ο κυματικός μετατροπέας.

Η εξίσωση κίνησης x3 για ένα γραμμικό σύστημα εισόδου-εξόδου είναι:



$$u_3 = u_{03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = \dot{x}_3 = x_{03} \cdot i \cdot \omega \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad \Rightarrow \quad u_{03} = x_{03} \cdot i \cdot \omega \quad (7.2)$$

Από τις εξισώσεις 7.2 η εξίσωση 7.1 γίνεται:

$$(M + A_{3}) \cdot i \cdot \omega \cdot u_{03} + (B_{3} + B_{opt}) \cdot u_{03} + (\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}) \cdot \frac{u_{03}}{i \cdot \omega} = F_{ex,03}$$

$$\Rightarrow \left[(M + A_{3}) \cdot i \cdot \omega + (B_{3} + B_{opt}) + \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{i \cdot \omega} \right] \cdot u_{03} = F_{ex,03} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{03} = \frac{F_{ex,03}}{(M + A_{3}) \cdot i \cdot \omega + (B_{3} + B_{opt}) + \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{i \cdot \omega}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{03} = \frac{|F_{ex,03}|}{i \cdot \left[(M + A_{3}) \cdot \omega - \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{\omega} \right] + (B_{3} + B_{opt})} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| u_{03} \right| = \frac{|F_{ex,03}|}{\sqrt{\left[M \cdot \omega + A_{3} \cdot \omega - \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{\omega} \right]^{2} + (B_{3} + B_{opt})^{2}}} \quad (7.3)$$

Η ισχύς που απορροφάται από τον μηχανικό αποσβεστήρα, απόσβεσης B_{opt} δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$p = \frac{1}{T} \cdot \int_{0}^{T} B_{opt} \cdot [\dot{x}_{3}(t)]^{2} \cdot dt$$

Αυτή η σχέση μετατρέπεται στην:

$$P = \frac{B_{opt}}{2} \cdot u_{03}^{2} = \frac{B_{opt} \cdot \frac{F_{ex,03}^{2}}{2}}{\left[M \cdot \omega + A_{3} \cdot \omega - \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{\omega}\right]^{2} + \left(B_{3} + B_{opt}\right)^{2}}$$
(7.4)

Παρατηρείται ότι για $B_{opt} = 0$ και για $B_{opt} = \infty$ η τιμή της απορροφόμενης ενέργειας είναι μηδενική. Επίσης ισχύει ότι για κάθε $0 < B_{opt} < \infty$ η τιμή της ενέργειας είναι μεγαλύτερη του μηδενός P > 0.

Η μεγιστοποίηση της απορροφημένης ενέργειας προκύπτει όταν μηδενίζεται η μερική παράγωγος :

$$\frac{\partial P}{\partial B_{opt}} = 0 \quad \Rightarrow \quad B_{opt} = \sqrt{B_3^2 + \left[M \cdot \omega + A_3 \cdot \omega - \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{\omega}\right]^2} \quad (7.5)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 7.4 στην εξίσωση 7.5 προκύπτει η μέγιστη απορροφούμενη ενέργεια:

$$P_{max} = \frac{F_{ex,03}^2/4}{B_3 + \sqrt{B_3^2 + \left[M \cdot \omega + A_3 \cdot \omega - \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{\omega}\right]^2}}$$
(7.6)

Στην περίπτωση που ισχύει:

$$M \cdot \omega_0 + A_3 \cdot \omega_0 - \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{\omega_0} = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{M + A_3}}$$

τότε προκύπτει συντονισμός. Σε κατάσταση συντονισμού η μέγιστη απορροφημένη ενέργεια από την εξίσωση 7.6 προκύπτει ίση με:

$$P_{max} = \frac{F_{ex,03}^{2}}{8 \cdot B_{3}} \quad (7.7)$$

Από την σχέση του Haskind μπορούμε να υπολογίσουμε το B_3 . Δεδομένου ότι η σχέση του Haskind είναι:

$$B = \frac{\omega k}{4\pi\rho g^2 D(kh)} \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{F_{ex}}{H}\right]^2 d\beta \quad , \delta\pi\sigma\nu \quad D(kh) = \left[1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)}\right] \tanh(kh)$$

Όπου β η γωνία γύρω από το σώμα. Παίρνει τιμές από 0 έως 2π.



Υπενθυμίζεται ότι το Η είναι το ύψος κύματος.

Για συμμετρικά σώματα το $\frac{F_{ex}}{H/2}$ δεν είναι συνάρτηση του β, και έτσι έχουμε:

$$B = \frac{\omega k}{4\pi\rho g^2 D(kh)} \left[\frac{F_{ex}}{H/2}\right]^2 \int_{-\pi}^{\pi} d\beta \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\omega k}{4\pi\rho g^2 D(kh)} \left[\frac{F_{ex}}{H/2}\right]^2 2\pi \quad \Rightarrow$$
$$B = \frac{\omega k}{2\rho g^2 D(kh)} \left[\frac{F_{ex}}{H/2}\right]^2 \quad (7.8)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 7.8 στην εξίσωση 7.7 η μέγιστη απορροφούμενη ισχύς στην κατάσταση συντονισμού δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$P_{max} = \frac{F_{ex,03}^{2}}{8 \cdot B_{3}} = \frac{\rho g^{2} D(kh) [H/2]^{2}}{4\omega k} \quad (7.9)$$

Από το κεφάλαιο 1 έχουμε για την μέση ισχύ του κυματισμού ανά μέτρο μετώπου του κυματισμού:

$$P_{wave} = \frac{\rho g^2 D(kh) [H/2]^2}{4\omega} \quad (7.10)$$

Η ισχύς που απορροφάται προς την ισχύ του κυματισμού μας δείχνει το πόσο της ενέργειας που απορροφά ο σημειακός απορροφητήρας ενέργειας σε σχέση με την ισχύ του κυματισμού, και ονομάζεται μέγιστο πλάτος αποθηκευόμενης ενέργειας.

$$L_{max} = \frac{P_{max}}{P_{wave}} = \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi} \quad (7.11)$$

Το πλάτος αποθηκευόμενης ενέργειας μας δείχνει ότι ο σημειακός απορροφητήρας ενέργειας έχει την δυνατότητα να απορροφήσει κυματική ενέργεια σε μεγαλύτερο πλάτος από το πλάτος (ή διάμετρο) του συμμετρικού σώματος στο νερό (βλ. εικόνα 7.1). Αυτό είναι ένα από τα σημαντικά πλεονεκτήματα του point absorber.



Εικόνα 7.1



Στην εικόνα 7.2 φαίνεται η συνάρτηση ακτινοβολίας σύμφωνα με την εξίσωση 5.8 του κεφαλαίου 5. Στην εικόνα 7.3 φαίνεται το RAO σύμφωνα με τις εξισώσεις 5.6 και 5.7 του κεφαλαίου 5. Να σημειωθεί ότι η εξίσωση 5.4 για το RAO δίνει τα ίδια αποτελέσματα με τις εξισώσεις 5.6 και 5.7, όταν το σύστημα είναι γραμμικό. Όταν το σύστημα δεν είναι γραμμικό δεν δίνουν τα ίδια αποτελέσματα.



Στην εικόνα 7.4 παρατηρούμε την βέλτιστη απόσβεση συναρτήσει της συχνότητας συντονισμού.





Στην εικόνα 7.5 βλέπουμε την ισχύ σαν συνάρτηση της συχνότητας κυματισμού. Σε αυτή την εικόνα βλέπουμε την θεωρητική μέγιστη ισχύ σύμφωνα με την εξίσωση 7.7. Παρατηρούμε ότι χρησιμοποιώντας τη βέλτιστη απόσβεση ανά συχνότητα κυματισμού αυξάνεται η ισχύς που μπορεί να ανακτήσει ο point absorber.

8.Μεγιστοποίηση της ενέργειας με έλεγχο της κίνησης (Latching control) και Βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών του ελέγχου κίνησης

Σύμφωνα με τις εργασίες των Wanan S. et al [3], Clement, A.H. & Babarit [4] και Markel P. et al [5] :

έχουμε τις παρακάτω βασικές αρχές για τον έλεγχο κίνησης: Ο έλεγχος κίνησης είναι ένας έλεγχος ο οποίος αυξάνει την ενέργεια που μπορεί να πάρει ένας σημειακός απορροφητήρας ενέργειας. Ο έλεγχος της κίνησης πραγματοποιείται με τον εξής τρόπο: όταν η ταχύτητα του σώματος πηγαίνει στο μηδέν το σώμα κρατείται ακίνητο για ένα διάστημα και μετά το διάστημα αυτό αφήνεται ελεύθερο πάλι να κινηθεί. Και μόλις η ταχύτητα του σώματος πάει πάλι στο μηδέν το σώμα κρατείται πάλι ακίνητο και ούτω το κάθε εξής. Μία βέλτιστη περίπτωση Latching control φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Σε μία ημιπερίοδο του προσπίπτοντος μονοχρωματικού κυματισμού το σώμα συμπεριφέρεται ως εξής: αρχικά κρατείται ακίνητο για χρόνο t2. Έπειτα αφήνεται ελεύθερο για χρόνο Το/2, όπου Το είναι η συχνότητα συντονισμού. Τέλος κρατείται ακίνητο μόλις η ταχύτητα του σώματος γίνει μηδέν για χρόνο t1. Στην επόμενη ημιπερίοδο τα παραπάνω επαναλαμβάνονται.

Όπου:



Ο έλεγχος κίνησης δεν χρειάζεται κάποια επιπλέον ενέργεια για να υλοποιηθεί, διότι τα διαστήματα t1 και t2 το σώμα δεν χρειάζεται ενέργεια για να μείνει

ακίνητο. Αντίθετα τα χρονικά t1 και t2 το σώμα χρειάζεται να του ασκηθεί μία δύναμη η οποία θα αναιρέσει τις υδροδυναμικές φορτίσεις επί του επιπλέοντος σώματος. Το έργο της δύναμης που ασκείται στο σώμα τα διαστήματα t1 και t2 για να αναιρέσει τις υδροδυναμικές φορτίσεις είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι ο έλεγχος κίνησης είναι παθητικός και δεν χρειάζεται επιπλέον ενέργεια για να υλοποιηθεί. Επιπλέον παρατηρούμε ότι παρόλο που η δύναμη είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου, η ταχύτητα δεν είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου. Για αυτό το λόγο έχουμε ένα μη γραμμικό σύστημα.

Κατά το χρονικό διάστημα Το/2 : Κατά το διάστημα Το/2 το σώμα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα κατά το διάστημα Το/2 διέπεται από την εξίσωση κίνησης για μη γραμμικό σύστημα.

Όταν το σώμα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί κατά το χρονικό διάστημα Το/2 τότε (για μη γραμμικό σύστημα) ισχύει η εξίσωση:

<u>Κατά τα χρονικά διαστήματα t1 και t2 :</u>

Η ταχύτητα είναι ίση με μηδέν ενώ η απομάκρυνση έχει σταθερή τιμή και είναι διάφορη του μηδενός.

Βέβαια για να είναι μηδέν η ταχύτητα του σώματος τα χρονικά διαστήματα t1 και t2 θα πρέπει να ασκείται μια δύναμη στο επιπλέον σώμα κατά τα χρονικά διαστήματα t1 και t2. Αυτή την δύναμη την ονομάσουμε $F_{latching}$. Όμως πώς μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή αυτής της δύναμης τα χρονικά διαστήματα που το σώμα είναι ακίνητο?

Για να απαντήσουμε αυτό το ενδιαφέρον ερώτημα πρέπει να ξαναγράψουμε την εξίσωση κίνησης για τα χρονικά διαστήματα t1 και t2 θεωρώντας και την δύναμη $F_{latching}$. Έχουμε:

$$F_{ex,3} = F_{ex,03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$$

$$M\eta \gamma \rho \alpha \mu \mu \kappa \delta$$

$$\sigma \dot{\sigma} \sigma \tau \eta \mu \alpha$$

$$x_3 \neq x_{03} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$$

$$[M + A_{33}(\infty)] \ddot{x}_3 + B_{opt} \dot{x}_3 + \int_{-\infty}^{t} K_{33}(t - T) \dot{x}_3 dt + (\rho g A_{wl} + \mathbf{K}_{opt}) x_{3=}$$

$$= \vec{F}_{ex,3}(t) + \vec{F}_{latching}$$

Η δύναμη $\vec{F}_{latching}$ πρέπει να ακυρώνει όλες τις δυνάμεις επί του επιπλέοντος σώματος ώστε $\dot{x}_3 = 0$, $x_3 = \sigma \tau \alpha \theta \epsilon \rho \dot{\alpha} \Rightarrow \ddot{x}_3 = 0$. Άρα γράφουμε:

$$\vec{F}_{latching} = -\vec{F}_{ex,3}(t) + \int_{-\infty}^{t} K_{33}(t-T)\dot{x}_{3}dt + (\rho g A_{wl} + K_{opt})x_{3}$$

Επιπλέον, τονίζουμε ότι το ολοκλήρωμα:

$$\int_{-\infty}^{t} K_{33}(t-T)\dot{x}_{3}dt =$$

είναι διάφορο του μηδενός διότι η χρονική ιστορία της ταχύτητας από t=0 έως t=t είναι διάφορη του μηδέν.

Σε αυτό το σημείο είναι καλό να μελετήσουμε σε βάθος γιατί αυτός ο έλεγχος κίνησης αυξάνει την ενέργεια που παίρνει ο σημειακός απορροφητήρας ενέργειας. Για αυτό πρέπει να εξετάσουμε τι συμβαίνει στην συχνότητα συντονισμού και γιατί η ενέργεια στην συχνότητα του συντονισμού είναι μέγιστη. Επίσης πρέπει να δούμε γιατί σε συχνότητα διάφορη της συχνότητας συντονισμού η ενέργεια μειώνεται. Καλό είναι να απαντήσουμε αυτά τα ερωτήματα. Για αυτό δείχνουμε στις εικόνες 8.1, 8.2 και 8.3 τις αποκρίσεις του σώματος για δυνάμεις με ω<ωο, ω=ωο και ω>ωο αντίστοιχα.





Στην εικόνα 8.1 φαίνεται η δύναμη με το κόκκινο χρώμα και η ταχύτητα με το μπλε χρώμα για ω<ωο. Η ταχύτητα καθυστερεί της δύναμης.

Στην εικόνα 8.2 φαίνεται η δύναμη με το κόκκινο χρώμα και η ταχύτητα με το μπλε χρώμα για ω=ωο. Δεν υπάρχει καθυστέρηση μεταξύ της δύναμης και της ταχύτητας. Η δύναμη και η ταχύτητα έχουν την ίδια φάση.

Στην εικόνα 8.3 φαίνεται η δύναμη με το κόκκινο χρώμα και η ταχύτητα με το μπλε χρώμα για ω>ωο. Η ταχύτητα προπορεύεται της δύναμης.

Αρχικά, εξετάζουμε την περίπτωση ω<ωο κατά την οποία η ταχύτητα καθυστερεί της δύναμης (βλ. εικόνα 8.4). Στην εικόνα 8.4 παρατηρούμε ότι η ταχύτητα και η δύναμη στις περιοχές t1 και t3 είναι ετερόσημες ενώ στις περιοχές t2 και t4 είναι ομόσημες. Όταν είναι ετερόσημες η δύναμη και η ταχύτητα το σώμα επιβραδύνεται ενώ όταν είναι ομόσημες το σώμα επιταχύνεται. Άρα η περιοχή t1 και t3 δεν θεωρούνται βέλτιστες καθώς το σώμα επιβραδύνεται και χάνει ενέργεια. Επίσης παρατηρούμε ότι η δύναμη και η ταχύτητα δεν παίρνουν ταυτόχρονα τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές τους, δηλαδή η δύναμη και η ταχύτητα δεν είναι σε φάση.



Εικόνα 8.4

Εξετάζουμε τη περίπτωση ω=ωο κατά την οποία δεν υπάρχει χρονική καθυστέρηση μεταξύ δύναμης και ταχύτητας (βλ. εικόνα 8.5). Στην εικόνα 8.5 η δύναμη και η ταχύτητα είναι ομόσημες κατά τα χρονικά διαστήματα t1 και t2. Συνοψίζουμε τα παραπάνω:

- 1. Η ταχύτητα και η δύναμη είναι πάντα ομόσημες
- 2. παίρνουν ταυτόχρονα την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή τους.



Εικόνα 8.5

Εξετάζουμε την περίπτωση ω>ωο κατά την οποία η ταχύτητα προπορεύεται της δύναμης (βλ. εικόνα 8.6). Στην εικόνα 8.6 η δύναμη και η ταχύτητα στις περιοχές είναι ετερόσημες ενώ στις περιοχές είναι ομόσημες. Επίσης η δύναμη και η ταχύτητα δεν παίρνουν την ίδια χρονική στιγμή την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή τους, δηλαδή έχουμε διαφορά φάσης.



Εικόνα 8.6

Με τον έλεγχο κίνησης θα προσπαθήσουμε να εξαλείψουμε της μη βέλτιστες χρονικές στιγμές (κατά τις οποίες το σώμα επιβραδύνεται) για συχνότητες διάφορες της συχνότητας συντονισμού.

Κατά τον βέλτιστο έλεγχο της κίνησης θα πρέπει να ικανοποιούνται τα δύο κριτήρια του συντονισμού:

Η δύναμη και η ταχύτητα πρέπει να είναι πάντα ομόσημες.

II. Η δύναμη και η ταχύτητα πρέπει να παίρνουν την μέγιστη τιμή τους την ίδια χρονική στιγμή, δηλαδή να είναι σε φάση.

Με αυτό τον τρόπο θα οδηγήσουμε το σώμα σε μία κατάσταση που θα μοιάζει εκείνης του συντονισμού. Μπορούμε να πούμε ότι με τον έλεγχο της κίνησης <<ψευδο-συντονίζουμε>> το σώμα για συχνότητες διάφορες της συχνότητας συντονισμού.

Υπάρχουν και άλλες περιπτώσεις κατά τις οποίες η δύναμη και η ταχύτητα δεν είναι τυχαίες. Μία από αυτές είναι η μηχανή εσωτερικής καύσης. Είναι γνωστό ότι στον θάλαμο καύσης μιας τέτοιας μηχανής εισέρχεται μίγμα και αέρα. Αυτό το μίγμα αναφλέγεται όταν το έμβολο κατεβαίνει προς τα κάτω, ενώ η πίεση από την καύση ωθεί το έμβολο με μεγάλη δύναμη προς τα κάτω. Εάν η καύση γίνει όταν το έμβολο ανεβαίνει προς τα επάνω, τότε θα γίνει κρούση με κίνδυνο να σπάσει κάποιο εξάρτημα ή να συμβεί σοβαρή ζημιά. Η καύση (η οποία ασκεί δύναμη στο έμβολο) και η κίνηση του εμβόλου δεν είναι τυχαία. Έτσι και εμείς δεν μπορούμε να αφήσουμε τυχαία την θαλάσσια δύναμη και την ταχύτητα του επιπλέοντος σώματος. Επειδή δεν μπορούμε να μεταβάλλουμε και να επηρεάσουμε την θαλάσσια δύναμη, επηρεάζουμε την ταχύτητα.

Είναι καλό να εξετάσουμε πως επηρεάζει κατά τον έλεγχο κίνησης η διαφορά φάσης μεταξύ της δύναμης και της ταχύτητας. Συγκεκριμένα όσο πιο μικρή διαφορά φάσης έχουν η δύναμη και η ταχύτητα τόσο πιο μεγάλη ενέργεια απορροφάει το επιπλέον σώμα από το κύμα.

Ακολούθως θα εξετάζουμε 3 περιπτώσεις ελέγχου κίνησης (Latching Control). Σε αυτές τις περιπτώσεις η δύναμη και η ταχύτητα είναι πάντα ομόσημες. Η εξέταση εστιάζει ως προς την φάση μεταξύ της δύναμης και της ταχύτητας. Δηλαδή στην περίπτωση 1 και 2 δεν είναι σε φάση η δύναμη και η ταχύτητα κατά τον έλεγχο κίνησης. Αντίθετα, στην περίπτωση 3 η δύναμη είναι σε φάση με την ταχύτητα και η ενέργεια είναι η μέγιστη δυνατή.

Περίπτωση 1 (βλ. εικόνα 8.7): Δεν πραγματοποιείται βέλτιστος έλεγχος κίνησης, επειδή η ταχύτητα και η δύναμη δεν είναι σε φάση.

- Ας δούμε τι συμβαίνει κατά την διάρκεια μίας ημιπεριόδου της δύναμης. Στην αρχή της ημιπεριόδου το σώμα κρατείται ακίνητο κατά το χρονικό διάστημα t2. έπειτα το σώμα αφήνεται ελεύθερο κατά το χρονικό διάστημα To/2. Τέλος το σώμα κρατείται ακίνητο από την χρονική στιγμή που η ταχύτητά του γίνει μηδέν έως και την χρονική στιγμή κατά την οποία έχει περάσει χρόνος t1. Αυτά επαναλαμβάνονται και στην επόμενη ημιπερίοδο.
- Η δύναμη και η ταχύτητα είναι πάντα ομόσημες. Αυτό σημαίνει ότι το σώμα επιταχύνεται από την εξωτερική δύναμη F και δεν επιβραδύνεται.
- 3. Επίσης βλέπουμε ότι το διάστημα Το/2 κατά το οποίο το σώμα αφήνεται ελεύθερο δεν είναι στην μέση της ημιπεριόδου, αλλά μετατοπισμένο προς τα δεξιά, αυτό έχει σαν συνέπεια το σώμα να μην διεγείρεται από την μέγιστη τιμή της δύναμης F. Το παραπάνω σημαίνει ότι υπάρχει διαφορά φάσης μεταξύ της δύναμης και της ταχύτητας, δηλαδή ότι η δύναμη και η ταχύτητα δεν παίρνουν ταυτόχρονα την μέγιστη τιμή τους. Άρα παρόλο που το σώμα επιταχύνεται δεν επιταχύνεται από τις όσο το δυνατόν μέγιστες τιμές της δύναμης.
- 4. Εάν κατά το χρονικό διάστημα t1 δεν κρατάγαμε το σώμα ακίνητο με ταχύτητα μηδέν, τότε κατά το χρονικό διάστημα t1 η ταχύτητα θα γινόταν αρνητική, ενώ η δύναμη είναι θετική. Εν κατακλείδι, η ταχύτητα και η δύναμη θα ήταν ετερόσημες και το σώμα θα επιβραδυνόταν.

5. Η τιμή του ολοκληρώματος της μέσης ισχύς είναι σχετικά μικρή: $P = \frac{1}{T} \int_0^T B_{opt} \cdot u^2 \cdot dt$

Αυτή η τιμή είναι σχετικά μικρή δεδομένου ότι η ταχύτητα δεν είναι πολύ μεγάλη.



Εικόνα 8.7

Περίπτωση 2 (βλ. εικόνα 8.8): Δεν πραγματοποιείται βέλτιστος έλεγχος κίνησης.

- Ας δούμε τι συμβαίνει κατά την διάρκεια μίας ημιπεριόδου της δύναμης.
 Στην αρχή της ημιπεριόδου το σώμα κρατείται ακίνητο κατά το χρονικό διάστημα t1. έπειτα το σώμα αφήνεται ελεύθερο κατά το χρονικό διάστημα To/2. Τέλος το σώμα κρατείται ακίνητο από την χρονική στιγμή που η ταχύτητά του γίνει μηδέν έως και την χρονική στιγμή κατά την οποία έχει περάσει χρόνος t1. Αυτά επαναλαμβάνονται και στην επόμενη ημιπερίοδο.
- Η δύναμη και η ταχύτητα είναι πάντα ομόσημες. Αυτό σημαίνει ότι το σώμα επιταχύνεται από την εξωτερική δύναμη F και δεν επιβραδύνεται.
- 3. Επίσης βλέπουμε ότι το διάστημα Το/2 κατά το οποίο το σώμα αφήνεται ελεύθερο δεν είναι στην μέση της ημιπεριόδου, αλλά μετατοπισμένο προς τα δεξιά, αυτό έχει σαν συνέπεια το σώμα να μην διεγείρεται από την μέγιστη τιμή της δύναμης F. Όμως σε αυτή την περίπτωση η δύναμη κατά το χρονικό διάστημα To/2 παίρνει μεγαλύτερες τιμές σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το σώμα να επιταχύνεται περισσότερο και να αποκτά μεγαλύτερη ταχύτητα.
- Εάν κατά το χρονικό διάστημα t1 δεν κρατάγαμε το σώμα ακίνητο με ταχύτητα μηδέν, τότε κατά το χρονικό διάστημα t1 η ταχύτητα θα γινόταν

αρνητική, ενώ η δύναμη είναι θετική. Εν κατακλείδι, η ταχύτητα και η δύναμη θα ήταν ετερόσημες και το σώμα θα επιβραδυνόταν.

5. Η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την περίπτωση 1. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η τιμή του ολοκληρώματος της μέσης ισχύς να είναι κατά πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με πριν, αφού η ταχύτητα είναι στο τετράγωνο: $P = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{T} B_{opt} \cdot u^{2} \cdot dt$



Εικόνα 8.8

Ορίζουμε κάτω όριο Latching control όταν $t\mathbf{1} = \mathbf{0}$. Σε αυτή την περίπτωση το σώμα ανακτά λιγότερη ενέργεια σε σχέση με την περίπτωση κατά την οποία $t\mathbf{1} = t\mathbf{2}$.

Περίπτωση 3 (βλ. εικόνα 8.9): Πραγματοποιείται βέλτιστος έλεγχος κίνησης.

- Ας δούμε τι συμβαίνει κατά την διάρκεια μίας ημιπεριόδου της δύναμης. Στην αρχή της ημιπεριόδου το σώμα κρατείται ακίνητο κατά το χρονικό διάστημα t1. έπειτα το σώμα αφήνεται ελεύθερο κατά το χρονικό διάστημα To/2. Τέλος το σώμα κρατείται ακίνητο από την χρονική στιγμή που η ταχύτητά του γίνει μηδέν έως και την χρονική στιγμή κατά την οποία έχει περάσει χρόνος t1. Αυτά επαναλαμβάνονται και στην επόμενη ημιπερίοδο. Σε αυτή την περίπτωση ισχύει ότι: t1=t2.
- 2. Σε αυτή την περίπτωση ισχύουν οι δύο συνθήκες του συντονισμού:
 - Η δύναμη και η ταχύτητα είναι πάντα ομόσημες.
 - Η δύναμη και η ταχύτητα είναι σε φάση
- Επίσης βλέπουμε ότι το διάστημα Το/2 κατά το οποίο το σώμα αφήνεται ελεύθερο είναι στην μέση της ημιπεριόδου, αυτό έχει σαν συνέπεια το σώμα να διεγείρεται από την μέγιστη τιμή της δύναμης F. Άρα η ταχύτητα θα πάρει την μέγιστη δυνατή τιμή της.

- 4. Εάν κατά το χρονικό διάστημα t1 δεν κρατάγαμε το σώμα ακίνητο με ταχύτητα μηδέν, τότε κατά το χρονικό διάστημα t1 η ταχύτητα θα γινόταν αρνητική, ενώ η δύναμη είναι θετική. Εν κατακλείδι, η ταχύτητα και η δύναμη θα ήταν ετερόσημες και το σώμα θα επιβραδυνόταν.
- 5. Η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την περίπτωση 1 και 2. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η τιμή του ολοκληρώματος της μέσης ισχύς να είναι κατά πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με πριν, αφού η ταχύτητα είναι στο τετράγωνο: $P = \frac{1}{\tau} \int_0^T B_{opt} \cdot u^2 \cdot dt$



Εικόνα 8.9

Ορίζουμε άνω όριο Latching control όταν t1 = t2. Σε αυτή την περίπτωση το σώμα ανακτά περισσότερη ενέργεια σε σχέση με κάθε άλλη περίπτωση κατά την οποία $t1 \neq t2$.

Τέλος σημειώνουμε ότι ο Babarit [4] κάνει λόγο και για έλεγχο κίνησης με περίοδο ελέγχου κίνησης τρείς και πέντε φορές την περίοδο του κυματισμού. Εμείς στην μελέτη μας έχουμε περίοδο ελέγχου κίνησης ίση με την περίοδο του κυματισμού.

9.Βελτιστοποίηση των φυσικών χαρακτηριστικών του συστήματος (Full optimal)

Σε αυτό το κεφάλαιο θα προσπαθήσουμε να αυξήσουμε την ενέργεια του σημειακού απορροφητήρα ενέργειας μεταβάλλοντας τα φυσικά χαρακτηριστικά του επιπλέοντος σώματος. Τα χαρακτηριστικά του σώματος όπως φαίνεται και στην εξίσωση

$$(M + A_3) \cdot \ddot{x}_3 + (B_3 + B_{opt}) \cdot \dot{x}_3 + (\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}) \cdot x_3 = F_{ex,3} \quad (9.1)$$

είναι: η ίσαλος επιφάνεια Awl, η σταθερά του ελατηρίου Κ (εάν υπάρχει ελατήριο), η μάζα του σώματος Μ, η πρόσθεση μάζα A33, η απόσβεση B33 και τέλος η απόσβεση B_{opt}.

Επίσης η συχνότητα συντονισμού του επιπλέον σώματος δίνεται από την σχέση

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{M + A_3}} \quad (9.2)$$

και φαίνεται ότι είναι συνάρτηση των φυσικών χαρακτηριστικών του σώματος.

Ήδη έχουμε συζητήσει από το κεφάλαιο 7 για το ποια πρέπει να είναι η τιμή του B_{opt}. Η τιμή του B_{opt} πρέπει να είναι τέτοια ώστε να μεγιστοποιείται η ενέργεια που δίνεται από την σχέση:

$$E = \int_{0}^{T} B_{opt} \cdot u^2 \cdot dt \quad (9.3)$$

Και η τιμή του Β_{opt} που ικανοποιεί αυτό τον σκοπό δίνεται από την σχέση:

$$B_{opt} = \sqrt{B_3^2 + \left[M \cdot \omega + A_3 \cdot \omega - \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{\omega}\right]^2} \quad (9.4)$$

Η σχέση 9.4 μας δίνει την τιμή του B_{opt} που μεγιστοποιεί την ενέργεια (που δίνεται από την σχέση 9.3) συνάρτηση των υπόλοιπων φυσικών χαρακτηριστικών του συστήματος.

Προκύπτει λοιπόν το ερώτημα: τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του συστήματος με ποιόν τρόπο πρέπει να τα διαλέξουμε, ώστε να μεγιστοποιήσουμε την ενέργεια του συστήματος?

Αφού στην συχνότητα συντονισμού έχουμε την μεγαλύτερη ενέργεια, τότε στην ιδανική περίπτωση θα έπρεπε να μεταβάλουμε τα χαρακτηριστικά του επιπλέοντος σώματος έτσι ώστε αυτό να βρίσκεται σε συντονισμό για κάθε συχνότητα ω του μονοχρωματικού κυματισμού. Άρα στην ιδανική περίπτωση πρέπει η συχνότητα συντονισμού να είναι ίση με την συχνότητα του κυματισμού. Και αφού η συχνότητα του μονοχρωματικού κυματισμού μεταβάλλεται, θα πρέπει να μεταβάλλεται και η συχνότητα συντονισμού. Η συχνότητα συντονισμού δίνεται από την σχέση:

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{M + A_3}} \quad (9.2)$$

Όπως είναι φανερό από την σχέση 9.2 για να μεταβάλλουμε την συχνότητα συντονισμού θα πρέπει να μεταβάλλουμε τα φυσικά χαρακτηριστικά του σώματος. Για αυτό πρέπει να μεταβάλλουμε ή την ίσαλο πλεύσης ή την σταθερά του ελατηρίου Κ ή την μάζα του σώματος ή την πρόσθετη μάζα του σώματος. Για αυτό διακρίνουμε της παρακάτω περιπτώσεις:

Μεταβολή της ισάλου πλεύσης: Για ένα σώμα φαίνεται δύσκολο να επιτευχθεί και σε μερικές περιπτώσεις είναι έως και αδύνατο. Ωστόσο μπορούμε να βάλουμε πολλά σώματα με μία ποικιλία ισάλων πλεύσης.

Μεταβολή στην σταθερά του ελατηρίου Κ: για ένα σώμα δεν είναι αδύνατο, μπορούμε να το κάνουμε. Ωστόσο μπορούμε να βάλουμε και μία ομάδα επιπλεόντων σωμάτων με διάφορες ακαμψίες Κ.

Μεταβολή της μάζας του σώματος: για ένα σώμα δεν είναι αδύνατο. Για παράδειγμα μπορούμε με μία αντλία να γεμίζουμε και να αδειάζουμε το σώμα με νερό, μεταβάλλοντας έτσι την μάζα του, αλλά και το βύθισμά του. Ωστόσο μπορούμε να βάλουμε μία ομάδα σωμάτων με διάφορες μάζες.

Μεταβολή της πρόσθετης μάζας: Η πρόσθετη μάζα είναι συνάρτηση της εξωτερικής γεωμετρίας του σώματος και είναι αδύνατο να μεταβληθεί η εξωτερική γεωμετρία ενός σώματος, διότι θα έπρεπε το σώμα να αλλάζει γεωμετρία. Δηλαδή θα έπρεπε το σώμα από κύλινδρος να γίνει κώνος ή σύνθετος κύλινδρος για να αλλάξει η πρόσθετη μάζα. Από την άλλη μπορούμε να βάλουμε πολλά σώματα στο νερό με διάφορα σχήματα και διάφορες πρόσθετες μάζες.

Εάν λοιπόν καταφέρουμε να αλλάζουμε την συχνότητα συντονισμού και αλλάζουμε και την απόσβεση Bopt σύμφωνα με την σχέση:

$$B_{opt} = \sqrt{B_3^2 + \left[M \cdot \omega + A_3 \cdot \omega - \frac{\rho \cdot g \cdot A_{wl} + K_{opt}}{\omega}\right]^2} \quad (9.4)$$

τότε το σώμα θα απορροφάει ισχύ που δίνεται από την σχέση του κεφαλαίου 5:

$$P_{max} = \frac{F_{ex,03}^{2}}{8 \cdot B_{3}} \quad (9.5)$$

Αυτή η ισχύς είναι η μέγιστη ισχύς που μπορεί να απορροφάει ένας σημειακός απορροφητήρας ενέργειας.

Τώρα μπορούμε να εκμεταλλευτούμε αυτά τα συμπεράσματα με δύο τρόπους:

Να βάλουμε έναν σημειακό ταλαντωτή και να του αλλάζουμε την συχνότητα συντονισμού ώστε αυτή να συμπίπτει με την συχνότητα του μονοχρωματικού κυματισμού. Να βάλλουμε πολλούς σημειακούς ταλαντωτές που κάθε ένας έχει διαφορετική συχνότητα συντονισμού. Έτσι μπορούμε για ένα εύρος συχνοτήτων να παίρνουμε την μέγιστη ενέργεια.

<u>Αποτελέσματα</u>

Τονίζουμε ότι κατά την διπλωματική εργασία γράφτηκαν κώδικες στο Matlab με σκοπό να εκμεταλλευτούμε τα γραφικά αυτού του μαθηματικού εργαλείου. Στην συνέχεια έπρεπε να ελέγξουμε τα αποτελέσματα του κώδικα μας με αυτά κάποιου άλλου ερευνητή, το οποίο και έγινε. Συγκρίναμε τα αποτελέσματά μας με τα αποτελέσματα του δημοσιευμένου επιστημονικού άρθρου [3]. Η σύγκριση ενδεικτικών αποτελεσμάτων παρουσιάζεται στα δυο (τρία) επόμενα σχήματα και αναφέρεται στα μεγέθη την σύγκριση παρατηρήσαμε μικρές αποκλίσεις. Στη συνέχεια παραθέτουμε αποτελέσματα για διάφορες περιπτώσεις γεωμετριών επιπλεόντων ή βυθισμένων κυλινδρικών σωμάτων.



Περίπτωση 1:











Εικόνα: Φαίνεται οι αποκρίσεις του σώματος στην περίπτωση του βέλτιστου Latching Control **(άνω όριο για τον ελέγχου κίνησης)** για συχνότητα $\omega = 0.85 r/s$. Διακρίνονται η ταχύτητα, η απομάκρυνση και η δύναμη. Από το ολοκλήρωμα



Εικόνα: Φαίνεται οι αποκρίσεις του σώματος στην περίπτωση του χειρότερου Latching Control **(κάτω όριο για τον έλεγχο κίνησης)** για συχνότητα $\omega = 0.85 r/s$. Διακρίνονται η ταχύτητα, η απομάκρυνση και η δύναμη. Από το ολοκλήρωμα $E = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T B_{opt} \cdot u^2 \cdot dt$ προκύπτει η ισχύ










Περίπτωση 2:















Περίπτωση 3:

















Περίπτωση 4:















Περίπτωση 5:

Βυθισμένος Κύλινδρος-κόλουρος κώνος $V = 142.218 m^3$



Πυθμένας

































Αθροίζοντας την ισχύ για όλα τα σώματα προκύπτει για την συνολική ισχύ η γραφική παράσταση του παρακάτω σχήματος.


Βιβλιογραφία:

[1] Klaus Jurgen Bathe, Finite Element Procedures, CHAPTER NINE

[2] Mavrakos, S.A., (1992), Users' Manual of the computer software CYLINDER, NTUA, School of Naval Architecture and Marine Engineering

[3] Wanan Sheng, Raymond Alcorn, Anthony Lewis, On improving wave energy conversion, part I: Optimal and control technologies, 19 September 2013

[4] A. H. CLEMENT AND A. BABARIT, The peaks and troughs of wave energy:the dreams and the reality, Discrete control of resonant wave energy devices, 28 January 2012

[5] Markel Penalba Retes, Alexis Merigaud, Jean Christophe Gilloteaux και John V. Ringwood, Nonlinear Froude-krylov force modelling for two heaving wave energy point absorbers, 6-11 September 2015

[6] WANAN SHENG, RAYMOND ALCORN, ANTONY LEWIS, ON IMPROVING WAVE ENERGY, PART II: DENELOPMENT OF LATCHING CONTROL TECHNOLOGIES, 19 SEPTEMBER 2013

[7] S.A. MAVRAKOS AND G.M. KATSAOUNIS, EFFECTS OF FLOATERS' HYDRODYNAMICS ON THE PERFORMANCE OF TIGHTLY MOORED WAVE ENERGY CONVERTERS, SCHOOL OF NAVAL ARCHITECTURE AND MARINE ENGINEERING, NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS, 30 NOVEMBER 2009 **[8]** Γ.Α. ΑΘΑΝΑΣΟΥΛΗΣ ΚΑΙ Κ.Α. ΜΠΕΛΙΜΠΑΣΑΚΗΣ, ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ, ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ, ΑΘΗΝΑ 2018

[9] HAVAED EIDSMOEN, ON THEORY AND SIMULATION OF HEAVING-BUOY WAVE-ENERGY CONVERTERS WITH CONTROL, 20 DECEMBER 1995

[10] Ehsan Enferad and Daryoush Nazarpour, Ocean's Renewable Power and Review of Technologies: Case Study Waves, CHAPTER 12

[11] Prerna Goswami and Dr.S.P.Deshmukh, Department of General Engineering, Institute of Chemical Technology, Ocean Energy For Electricity Generation And Its Potential In India, 01 February 2016.

[12] DAVID C. WEGGEL AND JOSE M. ROESSET, UNIVERSITY OF TEXAS AT AUSTIN, USA, VERTICAL HYDRODYNAMIC FORCES ON TRUNCATED HOLLOW CYLINDERS, 11-16 JUNE 1995

[13] ANTONIO F.O. FALCAO, INSTITUTO SUPERIOR TECNICO, UNIVERSIDADE DE LISBOA, 2014

[14] Henk Polinder and Mattia Scuotto, Wave energy converters and their impact on power systems, 15 May 2014

[15] Sulaiman O Olanrewaju, R. Rosliza, Yunan Prawoto and Abdul Majeed Muzathik, Wave energy resource assessment and review of the technologies, January 2011

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τόσο τον κύριο Σ. Α. Μαυράκος όσο και τον κύριο Γ. Κατσαούνης για την σωστή καθοδήγηση, την πολύτιμη βοήθεια και την άμεση συνεργασία στην εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας.