

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ**  
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**



**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Μη-Γραμμικά Μοντέλα για τη Συμπεριφορά Κατασκευών  
από Οπλισμένο Σκυρόδεμα**



**Νικηφόρος Δ. Ρεπούσης**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ :**  
**Μιχαήλ Φραγκιαδάκης**  
**Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ**

**ΑΘΗΝΑ**  
**ΜΑΡΤΙΟΣ 2019**



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Φτάνοντας στο τέλος των προπτυχιακών μου σπουδών και ολοκληρώνοντας την διπλωματική μου εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους τους ανθρώπους που με βοήθησαν.

Ιδιαίτερα θέλω να ευχαριστήσω:

Τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κύριο Μιχάλη Φραγκιαδάκη, για την εξαιρετική συνεργασία, επίβλεψη και καθοδήγηση που μου παρείχε κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Την οικογένεια μου και ιδιαίτερα τον πατέρα μου και τις αδερφές μου -Ελπίδα και Νικολένα- που πάντα βρίσκονται δίπλα μου.

Τον ξάδερφο μου Ελπιδοφόρο για τις πολύτιμες συμβουλές του και για την εικονογράφηση του εξωφύλλου της παρούσας εργασίας.

Τους φίλους και συμφοιτητές μου, την κοπέλα μου καθώς και τους συνοδοιπόρους μου από την ΠΑΣΠ.

*Νικηφόρος Δ. Ρεπούσης*

*Αθήνα, Μάρτιος 2019*



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η απόκριση κατασκευών από οπλισμένο σκυρόδεμα σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση αποτελεί ένα θεμελιώδες πρόβλημα για τον τομέα της Αντισεισμικής Τεχνολογίας. Στο πλαίσιο διερεύνησης της επίδρασης του σεισμού σε αυτού του είδους τις κατασκευές, πολλές προσπάθειες και έρευνες έχουν γίνει με στόχο να αποτυπωθεί μαθηματικά το φαινόμενο. Ειδικότερα, έχουν διατυπωθεί υστερητικά μοντέλα ικανά να περιγράψουν τη συμπεριφορά στοιχείων οπλισμένου σκυροδέματος σε σεισμική διέγερση σε όρους δύναμης-μετακίνησης και ροπής-στροφής. Τα τελευταία χρόνια εντείνεται η έρευνα για την ανάπτυξη ακριβέστερων τέτοιων αριθμητικών μοντέλων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάστηκαν τα ακόλουθα αριθμητικά μοντέλα: το Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο, το Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο, το Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο, το Διγραμμικό Μοντέλο, το Μοντέλο Bouc-Wen, το Μοντέλο Clough and Johnston, το Μοντέλο Modified Clough and Johnston και το Μοντέλο Nogami et al. (2008). Τα μοντέλα αυτά προγραμματίστηκαν σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB και συγκρίθηκαν με πειραματικά αποτελέσματα με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων ως προς την αξιοπιστία τους.

Μετά την ποιοτική σύγκριση τους με τέσσερα πειράματα φαίνεται ξεκάθαρα το πλεονέκτημα σε ακρίβεια των μοντέλων που εισάγουν τη λειτουργία της μείωσης της δυσκαμψίας (stiffness degradation). Επίσης φαίνεται η υπεροχή σε αξιοπιστία των μοντέλων που εισάγουν και τη λειτουργία της μείωσης της δύναμης (strength deterioration), όμως η πολυπλοκότητα του προσδιορισμού των τιμών των παραμέτρων τους απαιτεί την περαιτέρω μελέτη τους.



## **ABSTRACT**

Determining the response of a reinforced concrete structure is considered to be a fundamental problem in Earthquake Engineering. In order to determine that response, models that represent resistance-deformation (or moment-rotation) relationship of a structural reinforced concrete member are needed. More specifically, models that incorporate the effects of strength hardening, stiffness degradation, strength deterioration and pinching are more precise to represent the behaviour of a reinforced concrete structure under cycling loading. A large amount of research has been performed over the years in order to develop such models.

In this diploma thesis, the following models are examined: Linear Elastic Model, Bilinear Elastic Model, Multilinear Elastic Model, Bilinear Hysteretic Model, Bouc-Wen Model, Clough and Johnston Model, Modified Clough and Johnston Model and Nogami et al. (2008) Model. These models were programmed in MATLAB programming language in order to compare their performance with experimental results and thus assess their reliability.

After comparing the results of the above models with the results of four experiments, it is evident that models incorporating stiffness degradation were more reliable, despite their simplicity. Furthermore, using models that incorporate stiffness and strength degradation give high accuracy results, but there is still uncertainty concerning the parameters that govern strength deterioration.





# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1</b>	<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	<b>19</b>
1.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	19
1.2	Στοιχεία για την Ανελαστική Ανάλυση . . . . .	19
1.3	Αντικείμενο Εργασίας . . . . .	20
1.4	Διάρθρωση Εργασίας . . . . .	21
<b>2</b>	<b>ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ</b>	<b>23</b>
2.1	Δυναμικό Πρόβλημα . . . . .	23
2.1.1	Γενικά Στοιχεία Δυναμικού Προβλήματος . . . . .	23
2.1.2	Επιλογή Προσομοιώματος . . . . .	23
2.1.3	Γραμμικώς Ελαστικά Συστήματα . . . . .	24
2.1.4	Ανελαστικά Συστήματα . . . . .	25
2.2	Αριθμητικές Μέθοδοι Υπολογισμού Δυναμικής Απόκρισης . . . . .	26
2.2.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	26
2.2.2	Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς . . . . .	28
2.2.2.1	Για Γραμμικά Συστήματα . . . . .	28
2.2.2.2	Για μη-Γραμμικά Συστήματα . . . . .	30
<b>3</b>	<b>ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ</b>	<b>33</b>
3.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	33
3.1.1	Πολυγραμμικά Υστερητικά Προσομοιώματα . . . . .	33
3.2	Ελαστικά Μοντέλα . . . . .	37
3.2.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	37
3.2.2	Τρόπος Λειτουργίας . . . . .	37
3.2.3	Σύγκριση με το Πρόγραμμα BiSpec . . . . .	40
3.2.4	Παραδείγματα . . . . .	42
3.3	Διγραμμικό Μοντέλο . . . . .	44
3.3.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	44

3.3.2	Τρόπος Λειτουργίας . . . . .	44
3.3.3	Σύγκριση με το Πρόγραμμα BiSpec . . . . .	47
3.3.4	Παραδείγματα . . . . .	48
3.4	Μοντέλο Bouc–Wen . . . . .	50
3.4.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	50
3.4.2	Τρόπος Λειτουργίας . . . . .	50
3.4.3	Προσδιορισμός Παραμέτρων . . . . .	52
3.4.4	Σύγκριση των Bouc-Wen - Διγραμμικού και Σύγκριση με με το Πρόγραμμα MySpec . . . . .	55
3.4.5	Παραδείγματα . . . . .	57
3.5	Μοντέλα με Μείωση της Δυσκαμψίας (Stiffness Degradation) . . . . .	59
3.5.1	Μοντέλο Clough and Johnston . . . . .	59
3.5.1.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	59
3.5.1.2	Τρόπος Λειτουργίας και Προσδιορισμός Παραμέτρων . . . . .	59
3.5.1.3	Σύγκριση των Clough - Modified Clough και Σύγκριση με το Πρόγραμμα BiSpec . . . . .	64
3.5.1.4	Παραδείγματα . . . . .	67
3.5.2	Μοντέλο Takeda . . . . .	71
3.5.2.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	71
3.5.2.2	Τρόπος Λειτουργίας . . . . .	71
3.6	Μοντέλα με Μείωση της Δύναμης (Strength Deterioration) . . . . .	74
3.6.1	Μοντέλο Nogami et al. (2008) . . . . .	74
3.6.1.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	74
3.6.1.2	Τρόπος Λειτουργίας και Προσδιορισμός Παραμέτρων . . . . .	74
3.6.1.3	Παραδείγματα . . . . .	78
3.6.2	Μοντέλο Ibarra et al. (2005) . . . . .	81
3.6.2.1	Γενικά Στοιχεία . . . . .	81
3.6.2.2	Τρόπος Λειτουργίας . . . . .	81

#### **4 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 85**

4.1	Πείραμα Ma et al. (1976) . . . . .	86
4.1.1	Γενικά Στοιχεία Πειράματος . . . . .	86

4.1.2	Σύγκριση με Αριθμητικά Μοντέλα . . . . .	90
4.1.2.1	Specimen R4 . . . . .	90
4.1.2.2	Specimen R3 . . . . .	92
4.2	Πείραμα Takemura and Kawashima (1997) . . . . .	95
4.2.1	Γενικά Στοιχεία Πειράματος . . . . .	95
4.2.2	Σύγκριση με Αριθμητικά Μοντέλα . . . . .	97
4.2.2.1	Specimen TP003 . . . . .	97
4.2.2.2	Specimen TP004 . . . . .	99
<b>5</b>	<b>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ</b>	<b>103</b>
5.1	Συμπεράσματα . . . . .	103
5.2	Προτάσεις . . . . .	103
<b>6</b>	<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>105</b>
<b>7</b>	<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</b>	<b>107</b>



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

1.1	Κτίριο σε Σεισμό . . . . .	19
1.2	Τυπική Διατομή Οπλισμένου Σκυροδέματος . . . . .	20
2.1	Μονοβάθμιο Σύστημα (Chopra A.K., 2011) . . . . .	24
2.2	Σχέση δύναμης-μετατόπισης για Γραμμικώς Ελαστικό Σύστημα (Chopra A.K., 2011) . . . . .	25
2.3	Σχέση δύναμης-μετατόπισης για Ανελαστικό Σύστημα (Chopra A.K., 2011) . . . . .	26
2.4	Λύση Ελεύθερης Ταλάντωσης με Αριθμητικές Μεθόδους και Θεωρητικά (Γιαννακού Α., 2018) . . . . .	27
2.5	Τιμές Περιόδου Κατασκευών Ανάλογα με το Ύψος (FEMA 454, chapter 4, December 2006) . . . . .	28
3.1	Η λειτουργία του Strength Deterioration, Pinching και Stiffness Degradation Chatzi et al. , 2017) . . . . .	34
3.2	Η λειτουργία του Strength Deterioration (Ibarra et al. , 2005) . . . . .	35
3.3	Η λειτουργία του Stiffness Degradation (Ibarra et al. , 2005) . . . . .	35
3.4	Η λειτουργία του Pinching (Ibarra et al. , 2005) . . . . .	35
3.5	Η λειτουργία του Stiffness Degradation για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	36
3.6	Η λειτουργία του Strength Deterioration για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	36
3.7	Περιγραφή του Γραμμικού Ελαστικού Μοντέλου . . . . .	37
3.8	Περιγραφή του Διγραμμικού Ελαστικού Μοντέλου . . . . .	38
3.9	Περιγραφή του Πολυγραμμικού Ελαστικού Μοντέλου . . . . .	39
3.10	Σύγκριση Κώδικα για το Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο με το πρόγραμμα BiSpec . . . . .	40
3.11	Σύγκριση Κώδικα για το Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο με το πρόγραμμα BiSpec . . . . .	41
3.12	Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	42
3.13	Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	43
3.14	Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	43
3.15	Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου (zoomed) . . . . .	44
3.16	Περιγραφή του Διγραμμικού Μοντέλου (Fragiadakis M., 2017) . . . . .	45

3.17 Isotropic Hardening Model(αριστερά) και Kinematic Hardening Model(δεξιά) (Fragiadakis M., 2017) . . . . .	45
3.18 Περιγραφή του Διγραμμικού Μοντέλου με Kinematic Hardening (Fragiadakis M., 2017) . . . . .	46
3.19 Σύγκριση Κώδικα Διγραμμικού Μοντέλου με το πρόγραμμα BiSpec . . . . .	47
3.20 Διγραμμικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	48
3.21 Διγραμμικό Μοντέλο για Σεισμική Καταγραφή . . . . .	49
3.22 Μοντέλο Bouc-Wen για Σχέση Τάσης-Παραμόρφωσης Υλικού (Chatzi et al. , 2017) . . . . .	50
3.23 Μοντέλο Bouc-Wen για σχέση Δύναμης-Μετακίνησης Μονοβάθμιου Ταλα- ντωτή (Triantafyllou S., 2011) . . . . .	51
3.24 Μοντέλο Bouc-Wen για σχέση Δύναμης-Μετακίνησης Μονοβάθμιου Ταλα- ντωτή (Charalampakis A.E., 2010) . . . . .	51
3.25 Για $\beta = -0.75$ και $\gamma = 0.25$ (αριστερά) , $\beta = -0.25$ και $\gamma = 0.75$ (δεξιά) . . . . .	53
3.26 Για $\beta = 0.5$ και $\gamma = 0.5$ (αριστερά) , $\beta = -0.5$ και $\gamma = -0.5$ (δεξιά) . . . . .	53
3.27 Για $\beta = 0.1$ και $\gamma = 0.9$ (αριστερά) , $\beta = 0.9$ και $\gamma = 0.1$ (δεξιά) . . . . .	53
3.28 Παράδειγμα για $n = 1$ και $n = 2$ . . . . .	54
3.29 Παράδειγμα για $n = 1$ και $n = 6$ . . . . .	54
3.30 Σύγκριση του Μοντέλου Bouc-Wen με το Διγραμμικό Μοντέλο . . . . .	55
3.31 Σύγκριση Κώδικα για το Μοντέλο Bouc-Wen με το πρόγραμμα MySpec . . . . .	56
3.32 Μοντέλο Bouc-Wen για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	57
3.33 Μοντέλο Bouc-Wen για Σεισμική Καταγραφή . . . . .	58
3.34 Το Μοντέλο Clough (Otani S., 2002) . . . . .	59
3.35 Περιγραφή του Μοντέλου Clough . . . . .	61
3.36 Μοντέλο Modified Clough (Otani S., 2002) . . . . .	62
3.37 Πίνακας Προσδιορισμού Παραμέτρου $\alpha$ (Otani S., 2002) . . . . .	62
3.38 Μοντέλο Clough (αριστερά) και Μοντέλο Modified Clough (δεξιά) . . . . .	63
3.39 Σύγκριση μεταξύ Clough και Modified Clough . . . . .	64
3.40 Σύγκριση Κώδικα για το Μοντέλο Clough με το πρόγραμμα BiSpec . . . . .	65
3.41 Σύγκριση Κώδικα για το Μοντέλο Modified Clough με το πρόγραμμα BiSpec . . . . .	66
3.42 Μοντέλο Modified Clough and Johnston για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	67
3.43 Σύγκριση Μοντέλου Modified Clough and Johnston για $\alpha = 0.5$ και $\alpha = 0$ . . . . .	68
3.44 Μοντέλο Modified Clough and Johnston για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	69

3.45 Μοντέλο Modified Clough and Johnston για Σεισμική Καταγραφή . . . . .	70
3.46 Η λειτουργία του Μοντέλου Takeda (Otani S., 2002) . . . . .	71
3.47 Η λειτουργία του Μοντέλου Takeda (Otani S., 2002) . . . . .	72
3.48 Η λειτουργία του Μοντέλου Takeda (Otani S., 2002) . . . . .	72
3.49 Η λειτουργία του Μοντέλου Takeda (Otani S., 2002) . . . . .	72
3.50 Η Έννοια του Strength Deterioration (Nogami et al. , 2008) . . . . .	74
3.51 Ο Τρόπος Λειτουργίας του Μοντέλου Nogami et al. (2008) (Nogami et al. , 2008) . . . . .	75
3.52 Δοκίμια Πειραμάτων (Nogami et al. , 2008) . . . . .	77
3.53 Κατανομή των τιμών των παραμέτρων $\chi_1$ και $\chi_2$ (Nogami et al. , 2008) . . .	77
3.54 Μοντέλο Nogami et al. (2008) για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	78
3.55 Μοντέλο Nogami et al. (2008) για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου . . . . .	79
3.56 Μοντέλο Nogami et al. (2008) για Σεισμική Καταγραφή . . . . .	80
3.57 Οι Κλάδοι του Μοντέλου Ibarra et al. (2005) (Ibarra et al. , 2005) . . . . .	81
3.58 Οι λειτουργίες του Μοντέλου Ibarra et al. (2005) ξεχωριστά: a)Basic Strength Deterioration b)Post-Capping Strength Deterioration c)Unloading Stiffness Deterioration d)Accelerated Reloading Stiffness Deterioration (Ibarra et al. , 2005) . . . . .	83
4.1 Πείραμα σε Στοιχείο Οπλισμένου Σκυροδέματος (North Carolina State University, Department of Civil, Construction and Environmental Engineering) . . . . .	85
4.2 Διάταξη των Specimen R-3 και R-4 (Ma et al., 1976) . . . . .	86
4.3 Διαστάσεις και Οπλισμοί των Specimen R-3 και R-4 (Ma et al., 1976) . . . . .	87
4.4 Loading and Tip Displacement History για το Specimen R-4 (Spacone et al. , 1992) . . . . .	88
4.5 Καμπύλη F(kips)-U(in) πειράματος για το Specimen R-4 (Spacone et al. , 1992) . . . . .	88
4.6 Loading and Tip Displacement History για το Specimen R-3 (Spacone et al. , 1992) . . . . .	89
4.7 Καμπύλη F(kips)-U(in) πειράματος για το Specimen R-3 (Spacone et al. , 1992) . . . . .	89
4.8 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Διγραμμικό Μοντέλο για το Specimen R-4 . . . . .	90
4.9 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Bouc-Wen για το Specimen R-4 . . . . .	91

4.10 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Modified Clough για το Specimen R-4 . . . . .	91
4.11 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) για το Specimen R-4 . . . . .	92
4.12 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Διγραμμικό Μοντέλο για το Specimen R-3 . . . . .	93
4.13 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Bouc-Wen για το Specimen R-3 . . . . .	93
4.14 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Modified Clough για το Specimen R-3 . . . . .	94
4.15 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) για το Specimen R-3 . . . . .	94
4.16 Διαστάσεις και Οπλισμοί των Specimen TP003 και TP003 (Qu and Ye , 2010)	95
4.17 Loading Hysteresis (Qu and Ye , 2010) . . . . .	96
4.18 Καμπύλη F(kN)-U(mm) πειράματος για το Specimen TP003 και το Specimen TP004 αντίστοιχα (Qu and Ye , 2010) . . . . .	96
4.19 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Διγραμμικό Μοντέλο για το Specimen TP003 . . . . .	97
4.20 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Bouc-Wen για το Specimen TP003 . . . . .	98
4.21 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Modified Clough για το Specimen TP003 . . . . .	98
4.22 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) για το Specimen TP003 . . . . .	99
4.23 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Διγραμμικό Μοντέλο για το Specimen TP004 . . . . .	100
4.24 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Bouc-Wen για το Specimen TP004 . . . . .	100
4.25 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Modified Clough για το Specimen TP004 . . . . .	101
4.26 Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) για το Specimen TP004 . . . . .	101



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

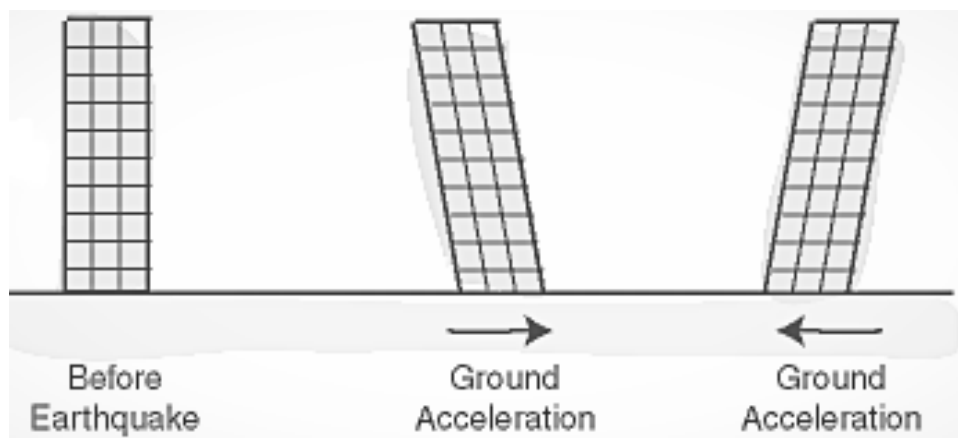
2.1	Μέθοδος Κεντρικών Διαφορών: Γραμμικά Συστήματα . . . . .	31
2.2	Μέθοδος Κεντρικών Διαφορών: Μη Γραμμικά Συστήματα . . . . .	32



## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 Γενικά Στοιχεία

Από την αρχαιότητα, η εξέλιξη και η πρόοδος των ανθρώπινων κοινωνιών έχει συνδεθεί με την κατασκευή έργων υποδομής (κτίρια, φράγματα κτλ). Όμως ο σχεδιασμός και η υλοποίησή τους είναι μια πολυπαραμετρική διαδικασία. Πιο συγκεκριμένα, μία από τις σημαντικότερες παραμέτρους που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά το σχεδιασμό είναι το φαινόμενο του σεισμού, διότι επηρεάζει άμεσα την λειτουργικότητα των κατασκευών.



Σχήμα 1.1: Κτίριο σε Σεισμό

Επιπρόσθετα, κρίσιμη παράμετρος είναι και τα υλικά που χρησιμοποιούνται. Πλέον τα συνήθη υλικά κατασκευής των έργων υποδομής είναι ο χάλυβας και το οπλισμένο σκυρόδεμα. Οπότε παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον η συμπεριφορά τους σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση (σεισμό), ώστε να γίνεται σωστά ο σχεδιασμός ενός έργου.

Τα τελευταία χρόνια λοιπόν έχει γίνει συστηματική έρευνα, ώστε να αναπτυχθούν μοντέλα που προσομοιάζουν την συμπεριφορά των υλικών σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Και ο σκοπός είναι τα μοντέλα αυτά να γίνουν ένα αξιόπιστο εργαλείο στα χέρια των μηχανικών παγκοσμίως για το σχεδιασμό πιο ασφαλών και οικονομικών υποδομών.

### 1.2 Στοιχεία για την Ανελαστική Ανάλυση

Στην σύγχρονη εποχή, η επιστήμη του Πολιτικού Μηχανικού έχει αλλάξει ριζικά με την έλευση των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών (Η/Υ). Στο παρελθόν υπήρχαν στενά περιθώρια όσον αφορά το επίπεδο της ανάλυσης το οποίο ήταν ανθρωπίνως εφικτό, ακόμη και στην περίπτωση σημαντικών έργων. Συχνά, η απάντηση σε αυτή την αδυναμία ήταν απλουστευμένα προσομοιώματα και υπερδιαστασιολόγηση (ελαστική ανάλυση). Σήμερα, η ραγδαία εξέλιξη των Η/Υ τόσο σε επίπεδο υλικού (hardware) όσο και σε επίπεδο λογισμικού (software) έχει εκτινάξει την πολυπλοκότητα των προσομοιωμάτων.

Ένα από τα διαθέσιμα εργαλεία ανάλυσης που παρέχει η σύγχρονη τεχνολογία είναι η ανελαστική ανάλυση, η οποία αποτελεί το πιο αποτελεσματικό εργαλείο για την αξιολόγηση της συμπεριφοράς τόσο νέων όσο και παλαιών κατασκευών. Επιπρόσθετα, είναι η μόνη αξιόπιστη μέθοδος (μαζί με τις πειραματικές δοκιμές) για την επιβεβαίωση της σωστής λειτουργίας νέων θεωριών και προσεγγίσεων. Και επειδή οι πειραματικές δοκιμές είναι ακριβείς και χρονοβόρες, η ανελαστική ανάλυση είναι η καλύτερη διαθέσιμη επιλογή.

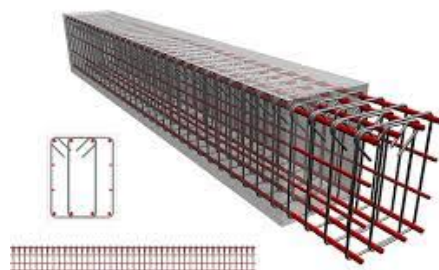
Για την χρήση της ανελαστικής ανάλυσης, κατάλληλα μοντέλα περιγραφής της συμπεριφοράς των υλικών είναι απαραίτητα, τα οποία παίζουν καθοριστικό ρόλο στην ακρίβεια της ανάλυσης. Ανάμεσα στις διάφορες προσεγγίσεις υπάρχουν τα υστερητικά μοντέλα (σε όρους δύναμης-μετακίνησης ή ροπής-στροφής) που επιλέγονται λόγω της απλότητας και ακρίβειας τους.

### 1.3 Αντικείμενο Εργασίας

Τα μοντέλα που περιγράφουν τη σχέση τάσης-παραμόρφωσης ενός υλικού/μιας διατομής (ή δύναμης-μετακίνησης ενός δομικού μέλους) για οποιοδήποτε φόρτιση, καθώς επίσης και για αλλαγές της διεύθυνσης φόρτισης ονομάζονται υστερητικά μοντέλα. Και για να δημιουργηθούν πρέπει να γίνει η ομαδοποίηση των κοινών χαρακτηριστικών ενός υλικού/μιας διατομής/ενός δομικού μέλους που παρατηρήθηκαν από εργαστηριακά πειράματα.

Τέτοια μοντέλα που προσδιορίζουν με ακρίβεια την σχέση τάσης-παραμόρφωσης ενός υλικού/μιας διατομής (ή δύναμης-μετακίνησης ενός δομικού μέλους) είναι απαραίτητα για την ανελαστική ανάλυση των κατασκευών για το φαινόμενο του σεισμού.

Συνεπώς, το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση υφιστάμενων μοντέλων που περιγράφουν τη συμπεριφορά μιας κατασκευής από οπλισμένο σκυρόδεμα σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση και ο προγραμματισμός τους.



Σχήμα 1.2: Τυπική Διατομή Οπλισμένου Σκυροδέματος

## 1.4 Διάρθρωση Εργασίας

Η παρούσα εργασία, έχει την ακόλουθη δομή:

- Στο Κεφάλαιο 2 : παρουσιάζονται οι Υπολογιστικές Μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν και πως έγινε ο Προγραμματισμός τους.
- Στο Κεφάλαιο 3 : παρουσιάζονται τα Μοντέλα Ανακυκλιζόμενης Φόρτισης που μελετήθηκαν.
- Στο Κεφάλαιο 4 : γίνεται η σύγκριση του Διγραμμικού Μοντέλου, του Μοντέλου Bouc-Wen, του Μοντέλου Modified Clough and Johnston και του Μοντέλου Nogami et al. (2008) με πειραματικά αποτελέσματα για εξαγωγή συμπερασμάτων ως προς την αξιοπιστία τους.
- Στο Κεφάλαιο 5 : παρουσιάζονται τα βασικά συμπεράσματα που προέκυψαν.
- Στο Παράρτημα παρατίθενται τμήματα του κώδικα που γράφτηκαν σε λογισμικό MATLAB, μέσω του οποίου υλοποιήθηκε ο προγραμματισμός των μοντέλων ανακυκλιζόμενης φόρτισης που μελετήθηκαν.



## 2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

### 2.1 Δυναμικό Πρόβλημα

#### 2.1.1 Γενικά Στοιχεία Δυναμικού Προβλήματος

Η εξίσωση κίνησης ενός δυναμικού προβλήματος διατυπώνεται αθροίζοντας τις ελαστικές δυνάμεις  $\mathbf{F}_E$  της εξίσωσης ισορροπίας για το στατικό πρόβλημα με τις δυνάμεις αδράνειας  $\mathbf{F}_I$  και απόσβεσης  $\mathbf{F}_D$ , έτσι ώστε σε κάθε χρονική στιγμή το άθροισμα αυτό να ισούται με τις εξωτερικά επιβαλλόμενες δυνάμεις  $\mathbf{P}$ , δηλαδή:

$$\mathbf{F}_I(t) + \mathbf{F}_D(t) + \mathbf{F}_E(t) = \mathbf{P}(t) \quad (2.1.1)$$

Συμβολίζοντας με  $\mathbf{u}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$  και  $\ddot{\mathbf{u}}$  τα διανύσματα των μετατοπίσεων, ταχυτήτων και επιταχύνσεων αντίστοιχα, η εξίσωση κίνησης γίνεται:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.1.2)$$

όπου  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  και  $\mathbf{K}$  είναι τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας.

Στην περίπτωση που η κατασκευή διεγείρεται σεισμικά με μια ιστορία επιταχύνσεων  $\ddot{u}_g(t)$  στη βάση της, τότε τα εξωτερικά επιβαλλόμενα φορτία είναι ανάλογα της μάζας και υπολογίζονται ως:

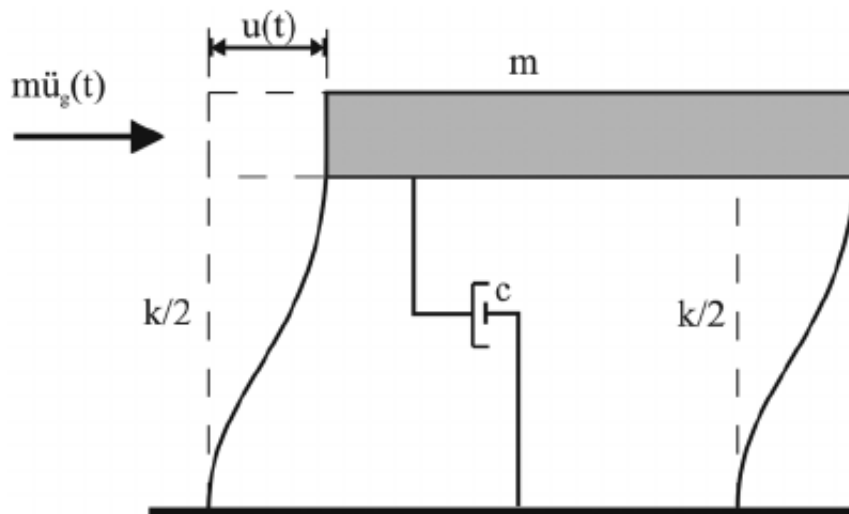
$$\mathbf{P}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (2.1.3)$$

όπου  $\mathbf{r}$  είναι το διάνυσμα κατεύθυνσης της σεισμικής διέγερσης, με τα στοιχεία του να ισούνται με 1 εάν ο βαθμός ελευθερίας είναι στην ίδια κατεύθυνση με αυτή του σεισμού και με 0 σε διαφορετική περίπτωση.

#### 2.1.2 Επιλογή Προσομοιώματος

Όπως επισημάνθηκε σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η προσομοίωση της συμπεριφοράς μιας απλής κατασκευής οπλισμένου σκυροδέματος σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκε το απλοποιητικό προσομοίωμα του Μονοβάθμιου Συστήματος, το οποίο παρά την απλότητα του δίνει μια καλή εκτίμηση της συμπεριφοράς μιας κατασκευής οπλισμένου σκυροδέματος σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση.

Αναλυτικότερα, ως Μονοβάθμιο Σύστημα ορίζουμε ένα σύστημα μιας συγκεντρωμένης μάζας  $\mathbf{m}$  στηριζόμενη σε ένα αβαρές πλαίσιο με δυσκαμψία  $\mathbf{k}$  στην οριζόντια διεύθυνση και έναν ιξώδη αποσβεστήρα  $\mathbf{c}$  που καταναλώνει την ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος. Αυτή η κατασκευή για δυναμική ανάλυση έχει ένα βαθμό ελευθερίας στο σημείο της συγκεντρωμένης μάζας  $\mathbf{m}$ .



Σχήμα 2.1: Μονοβάθμιο Σύστημα (Chopra A.K., 2011)

Η σχέση που περιγράφει την εξίσωση κίνησης για κάθε χρονική στιγμή  $t$  του παραπάνω συστήματος είναι:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{k}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.1.4)$$

όπου  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{c}$  και  $\mathbf{k}$  είναι η μάζα, η απόσβεση και η δυσκαμψία.

Στην παραπάνω σχέση αυτό που αλλάζει ανάλογα με το μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί είναι ο προσδιορισμός του όρου  $\mathbf{k}\mathbf{u}(t)$ .

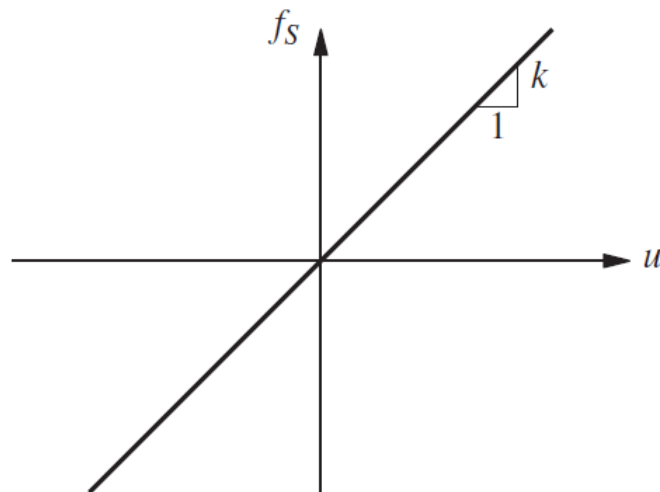
### 2.1.3 Γραμμικώς Ελαστικά Συστήματα

Για ένα ελαστικό σύστημα η σχέση μεταξύ της πλευρικής δύναμης  $f_s$  και της προκύπτουσας παραμόρφωσης  $u$  είναι γραμμική, δηλαδή:

$$f_s = ku \quad (2.1.5)$$

όπου το  $k$  είναι η αντίσταση του συστήματος σε πλευρική παραμόρφωση (δυσκαμψία για την περίπτωση καμπτικής παραμόρφωσης), οι μονάδες της οποίας είναι δύναμη/μήκος. Στην παραπάνω εξίσωση υπονοείται η υπόθεση ότι η γραμμική σχέση μεταξύ των  $f_s$  και  $u$  που προσδιορίζεται για τις μικρές παραμορφώσεις της κατασκευής ισχύει επίσης για τις μεγαλύτερες παραμορφώσεις. Αυτή η γραμμική σχέση υπονοεί ότι η  $f_s$  είναι μια μονοσήμαντη συνάρτηση του  $u$  (δηλαδή ότι οι καμπύλες φόρτισης και αποφόρτισης είναι ίδιες). Ένα τέτοιο σύστημα λέγεται ελαστικό. Επομένως χρησιμοποιείται ο όρος γραμμικώς ελαστικό σύστημα για να υπογραμμιστούν και οι δύο ιδιότητες.





Σχήμα 2.2: Σχέση δύναμης-μετατόπισης για Γραμμικώς Ελαστικό Σύστημα (Chopra A.K., 2011)

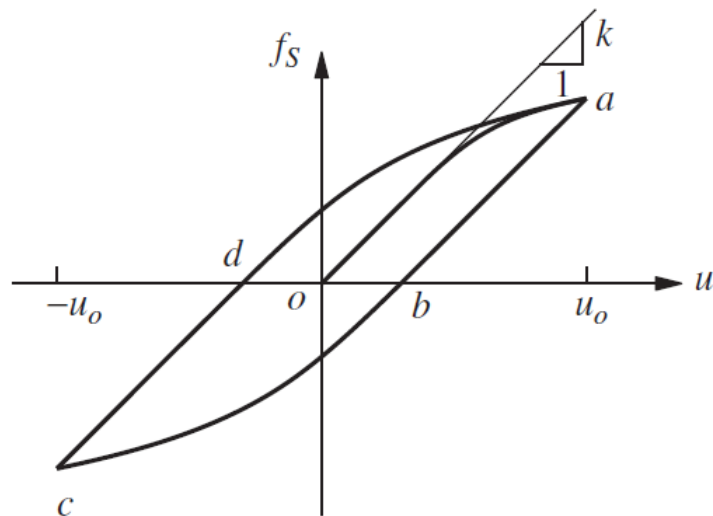
#### 2.1.4 Ανελαστικά Συστήματα

Ένα σύστημα ονομάζεται ανελαστικό όταν η καμπύλη φόρτισης είναι μη-γραμμική στα μεγαλύτερα εύρη της παραμόρφωσης και ταυτόχρονα όταν οι καμπύλες αποφόρτισης-επαναφόρτισης διαφέρουν από τον αρχικό κλάδο της φόρτισης. Αυτό σημαίνει ότι η δύναμη  $f_s$  που αντιστοιχεί στην παραμόρφωση  $u$  δεν είναι μονοσήμαντη και εξαρτάται από την ιστορία των παραμορφώσεων και από το εάν η παραμόρφωση αυξάνεται (θετική ταχύτητα) ή μειώνεται (αρνητική ταχύτητα). Κατά συνέπεια, η δύναμη που αντιστέκεται μπορεί να εκφρασθεί ως:

$$f_s = f_s(u, \dot{u}) \quad (2.1.6)$$

Η σχέση δύναμης-παραμόρφωσης για το εξιδανικευμένο μονώροφο πλαίσιο που παραμορφώνεται στην ανελαστική περιοχή μπορεί να καθοριστεί με δύο τρόπους. Μια προσέγγιση είναι να χρησιμοποιηθούν μέθοδοι μη-γραμμικής στατικής ανάλυσης. Μια άλλη προσέγγιση είναι να προσδιοριστεί η ανελαστική σχέση δύναμης-παραμόρφωσης με ομαλοποίηση των πειραματικών αποτελεσμάτων.

Η μελέτη της δυναμικής απόκρισης των ανελαστικών συστημάτων ενδιαφέρει, επειδή πολλές κατασκευές σχεδιάζονται με την παραδοχή ότι θα υποστούν κάποια ρηγμάτωση, διαρροή και γενικώς βλάβες κατά την διάρκεια της έντονης εδαφικής δόνησης που προκαλείται από τους σεισμούς.



Σχήμα 2.3: Σχέση δύναμης-μετατόπισης για Ανελαστικό Σύστημα (Chopra A.K., 2011)

## 2.2 Αριθμητικές Μέθοδοι Υπολογισμού Δυναμικής Απόκρισης

### 2.2.1 Γενικά Στοιχεία

Υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες μεθόδων αριθμητικού υπολογισμού της δυναμικής απόκρισης μιας κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα:

- η Μέθοδος της Άμεσης Ολοκλήρωσης της εξίσωσης κίνησης
- η Μέθοδος της Επαλληλίας των Ιδιομορφών

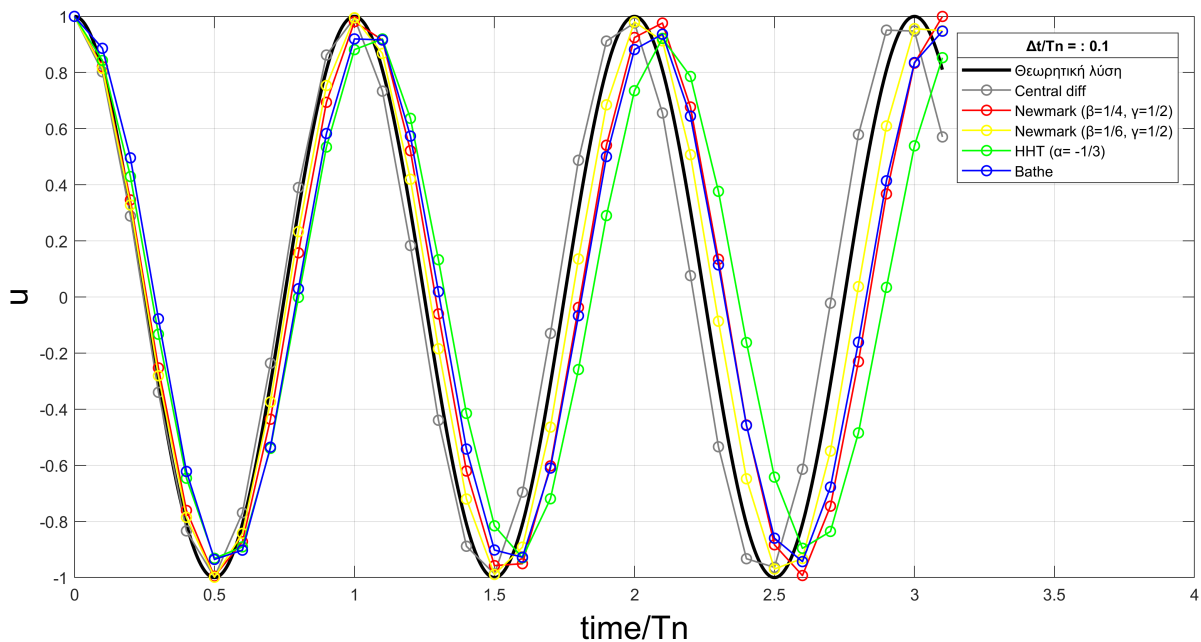
Όμως για τα μη-Γραμμικά Συστήματα με τα οποία θα ασχοληθεί η παρούσα εργασία επιλέγεται η πρώτη κατηγορία.

Όσον αφορά τις μεθόδους Άμεσης Ολοκλήρωσης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- τις ρητές μεθόδους (π.χ. Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς)
- τις πεπλεγμένες μεθόδους (π.χ. Μέθοδος Newmark)

και για τις δύο μεθόδους η εξίσωση κίνησης ικανοποιείται σε διακεκριμένες χρονικές στιγμές.

Γενικά οι ρητές μέθοδοι είναι πιο ακριβείς αλλά χρειάζονται μικρό βήμα ολοκλήρωσης  $\Delta t$ . Και σύμφωνα με τον Γιαννακού Α. (2018) για μικρά βήματα ολοκλήρωσης  $\Delta t$ , τόσο οι ρητές μέθοδοι όσο και οι πεπλεγμένες μέθοδοι έχουν καλή ακρίβεια σε σχέση με το φυσικό πρόβλημα.

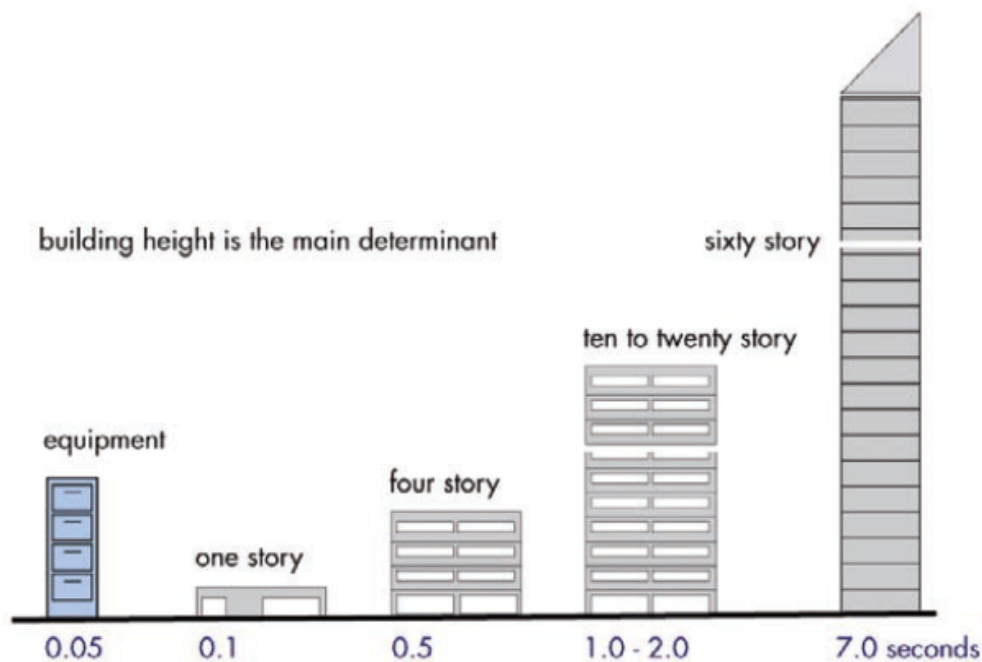


Σχήμα 2.4: Λύση Ελεύθερης Ταλάντωσης με Αριθμητικές Μεθόδους και Θεωρητικά (Γιαννακού Α., 2018)

Οπότε θα χρησιμοποιηθεί η Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς, αφού είναι πιο απλή προγραμματιστικά, δίνει καλής ακρίβειας αποτελέσματα και δεν χρειάζεται διορθωτικές επαναλήψεις (όπως οι πεπλεγμένες μέθοδοι) συνεπώς είναι πιο γρήγορη υπολογιστικά. Πιο συγκεκριμένα:

- τα συνήθεις βήματα για σεισμικές καταγραφές είναι από 0.005 έως 0.01 sec
- η ειδική απαίτηση για ευστάθεια της Μεθόδου Κεντρικής Διαφοράς είναι:  $\frac{\Delta t}{T_n} = \frac{1}{\pi}$
- για να προσδιοριστεί επακριβώς η απόκριση για μονοβάθμια συστήματα πρέπει επιπλέον να ισχύει:  $\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0.1$
- οι συνήθεις περίοδοι των κατασκευών είναι από 0.1 sec έως 7 sec ( Σχήμα 2.5 )

Συνεπώς, το κριτήριο για ευστάθεια της Μεθόδου Κεντρικής Διαφοράς ικανοποιείται για τα δεδομένα που θα χρησιμοποιηθούν.



Σχήμα 2.5: Τιμές Περιόδου Κατασκευών Ανάλογα με το Ύψος (FEMA 454, chapter 4, December 2006)

## 2.2.2 Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς

### 2.2.2.1 Για Γραμμικά Συστήματα

Η μέθοδος κεντρικών διαφορών είναι μια ρητή μέθοδος και βασίζεται σε μία προσέγγιση πεπερασμένων διαφορών των παραγώγων ως προς το χρόνο της μετατόπισης, δηλαδή της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.

Οι τιμές του διανύσματος  $\mathbf{u}(t)$  στις χρονικές στιγμές  $\mathbf{u}(t + \Delta t)$  και  $\mathbf{u}(t - \Delta t)$  μπορούν να προσεγγισθούν με τη χρήση του τύπου του Taylor:

$$\mathbf{u}(t + \Delta t) = \mathbf{u}(t) + \Delta t \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{\mathbf{u}}(t) + \frac{1}{6} \Delta t^3 \dddot{\mathbf{u}}(t) + \dots \quad (2.2.1)$$

$$\mathbf{u}(t - \Delta t) = \mathbf{u}(t) - \Delta t \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{\mathbf{u}}(t) - \frac{1}{6} \Delta t^3 \dddot{\mathbf{u}}(t) + \dots \quad (2.2.2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2.2.1) και (2.2.2) έχουμε:

$$\mathbf{u}(t + \Delta t) - \mathbf{u}(t - \Delta t) = 2\Delta t \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{2}{6} \Delta t^3 \dddot{\mathbf{u}}(t) + \dots \quad (2.2.3)$$

Αν το  $\Delta t$  είναι μικρό, μπορούν να παραλειφθούν οι όροι με παράγοντες  $\Delta t^3$ ,  $\Delta t^5$ , ... από τη σχέση (2.2.3) και η επίλυση της ως προς  $\dot{\mathbf{u}}(t)$  μας δίνει την προσέγγιση της πρώτης

παραγώγου τη χρονική στιγμή  $t$ :

$$\dot{\mathbf{u}}(t) \approx \frac{\mathbf{u}(t + \Delta t) - \mathbf{u}(t - \Delta t)}{2\Delta t} \quad (2.2.4)$$

Έπειτα, αθροίζοντας τις σχέσεις (2.2.1) και (2.2.2) κατά μέλη και παραλείποντας τους όρους με παράγοντες  $\Delta t^4, \Delta t^6, \dots$  η επίλυση της ως προς  $\ddot{\mathbf{u}}(t)$  μας δίνει την προσέγγιση της δεύτερης παραγώγου τη χρονική στιγμή  $t$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) \approx \frac{\mathbf{u}(t + \Delta t) - 2\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}(t - \Delta t)}{\Delta t^2} \quad (2.2.5)$$

Χρησιμοποιώντας τους συμβολισμούς  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_i$ ,  $\mathbf{u}(t + \Delta t) = \mathbf{u}_{i+1}$  και  $\mathbf{u}(t - \Delta t) = \mathbf{u}_{i-1}$ , μπορούμε να γράψουμε τις σχέσεις (2.2.4) και (2.2.5) ως:

$$\dot{\mathbf{u}}_i \approx \frac{\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_{i-1}}{2\Delta t} \quad (2.2.6)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_i \approx \frac{\mathbf{u}_{i+1} - 2\mathbf{u}_i + \mathbf{u}_{i-1}}{\Delta t^2} \quad (2.2.7)$$

οι οποίες αποτελούν τις προσεγγίσεις των παραγώγων του διανύσματος  $\mathbf{u}_i$  με τις κεντρικές διαφορές και αφού τις αντικαταστήσουμε στη εξίσωση κίνησης τη χρονική στιγμή  $t_i$  (Εξ. 2.1.2) λαμβάνουμε:

$$\left( \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{P}_i - \left( \mathbf{K} - \frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M} \right) \mathbf{u}_i - \left( \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{u}_{i-1} \quad (2.2.8)$$

ή

$$\hat{\mathbf{K}} \mathbf{u}_{i+1} = \hat{\mathbf{P}}_i \quad (2.2.9)$$

όπου:

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \quad (2.2.10)$$

και:

$$\hat{\mathbf{P}}_i = \mathbf{P}_i - \left( \mathbf{K} - \frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M} \right) \mathbf{u}_i - \left( \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{u}_{i-1} \quad (2.2.11)$$

Το άγνωστο διάνυσμα  $\mathbf{u}_{i+1}$  τη χρονική στιγμή  $t_{i+1}$  υπολογίζεται από την εξίσωση 2.2.9, δηλαδή από την κατάσταση ισορροπίας τη χρονική στιγμή  $t_i$  (Εξ. 2.1.2), χωρίς χρήση της κατάστασης ισορροπίας τη χρονική στιγμή  $t_{i+1}$ . Επομένως η μέθοδος κεντρικών διαφορών είναι ρητή.

Στο πρώτο βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας, δηλαδή για τον προσδιορισμό του διανύσματος  $\mathbf{u}_1$ , θέτοντας  $i = 0$  στην Εξ. (2.2.11), παρατηρούμε ότι απαιτείται το διάνυσμα  $\mathbf{u}_{-1}$ . Για τον προσδιορισμό του διανύσματος  $\mathbf{u}_{-1}$ , θέτουμε στις εξισώσεις (2.2.6) και (2.2.7)  $i = 0$  και παίρνουμε:

$$\dot{\mathbf{u}}_0 \approx \frac{\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_{-1}}{2\Delta t} \quad (2.2.12)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_0 \approx \frac{\mathbf{u}_1 - 2\mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_{-1}}{\Delta t^2} \quad (2.2.13)$$

Επιλύοντας την Εξ. (2.2.12) ως προς  $\mathbf{u}_1$  και αντικαθιστώντας την στην Εξ. (2.2.13) έχουμε:

$$\mathbf{u}_{-1} \approx \mathbf{u}_0 - \Delta t \dot{\mathbf{u}}_0 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_0 \quad (2.2.14)$$

Τα διανύσματα αρχικών μετατοπίσεων  $\mathbf{u}_0$  και αρχικών ταχυτήτων  $\dot{\mathbf{u}}_0$  δίνονται, ενώ από την εξίσωση κίνησης τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_0 + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_0 + \mathbf{K}\mathbf{u}_0 = \mathbf{P}_0 \quad (2.2.15)$$

προκύπτει το διάνυσμα αρχικών επιταχύνσεων.

$$\ddot{\mathbf{u}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{P}_0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{u}_0) \quad (2.2.16)$$

Ο Πίνακας 2.1 συνοψίζει τη διαδικασία που περιγράφηκε πιο πάνω όπως εφαρμόστηκε για την παρούσα εργασία στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.

### 2.2.2.2 Για μη-Γραμμικά Συστήματα

Η μέθοδος κεντρικών διαφορών μπορεί πολύ εύκολα να τροποποιηθεί και να έχει εφαρμογή και στα μη γραμμικά συστήματα. Έχοντας τις προσεγγίσεις των παραγώγων του διανύσματος  $\mathbf{u}_i$  με τις κεντρικές διαφορές, τις αντικαθιστούμε στην εξίσωση κίνησης για τη χρονική στιγμή  $t_i$  όπως έχει διατυπωθεί για τα μη γραμμικά συστήματα (Εξ. 2.1.2) και λαμβάνουμε:

$$\left( \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{P}_i + \frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M}\mathbf{u}_i - \left( \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{u}_{i-1} - \mathbf{F}_{s,i} \quad (2.2.17)$$

ή:

$$\hat{\mathbf{K}}\mathbf{u}_{i+1} = \hat{\mathbf{P}}_i \quad (2.2.18)$$

όπου:

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \quad (2.2.19)$$

και:

$$\hat{\mathbf{P}}_i = \mathbf{P}_i - \left( \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{u}_{i-1} + \frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M}\mathbf{u}_i - \mathbf{F}_{s,i} \quad (2.2.20)$$

Οι πιο πάνω εξισώσεις, εάν συγκριθούν με τις αντίστοιχες για τα γραμμικά συστήματα, διαφέρουν μόνο στον ορισμό του ισοδύναμου φορτίου  $\hat{\mathbf{P}}$ . Οι δυνάμεις αντίστασης  $\mathbf{F}_{s,i}$ , εμφανίζονται ρητώς, αφού εξαρτώνται μόνο από την απόκριση τη χρονική στιγμή  $t_i$  και όχι από την άγνωστη απόκριση τη χρονική στιγμή  $t_{i+1}$ .

Ο Πίνακας 2.2 συνοψίζει τη διαδικασία που της μεθόδου των κεντρικών διαφορών για μη γραμμικά συστήματα όπως εφαρμόστηκε για την παρούσα εργασία στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Πίνακας 2.1: Μέθοδος Κεντρικών Διαφορών: Γραμμικά Συστήματα

## 1. Αρχικοί υπολογισμοί:

$$1.1 \quad \ddot{\mathbf{u}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{P}_0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{u}_0)$$

$$1.2 \quad \mathbf{u}_{-1} = \mathbf{u}_0 - \Delta t \dot{\mathbf{u}}_0 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_0$$

$$1.3 \quad \hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C}$$

$$1.4 \quad \mathbf{A} = \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C}$$

$$1.5 \quad \mathbf{B} = \mathbf{K} - \frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M}$$

2. Για κάθε χρονικό βήμα  $i$ :

$$2.1 \quad \hat{\mathbf{P}}_i = \mathbf{P}_i - \mathbf{B}\mathbf{u}_i - \mathbf{A}\mathbf{u}_{i-1}$$

$$2.2 \quad \mathbf{u}_{i+1} = \hat{\mathbf{K}}^{-1} \hat{\mathbf{P}}_i$$

$$2.3 \quad \text{Αν απαιτείται: } \dot{\mathbf{u}}_i = \frac{\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_{i-1}}{2\Delta t}, \quad \ddot{\mathbf{u}}_i = \frac{\mathbf{u}_{i+1} - 2\mathbf{u}_i + \mathbf{u}_{i-1}}{\Delta t^2}$$

Πίνακας 2.2: Μέθοδος Κεντρικών Διαφορών: Μη Γραμμικά Συστήματα

## 1. Αρχικοί υπολογισμοί:

1.1 Προσδιορισμός  $\mathbf{F}_{s,0}$

1.2  $\ddot{\mathbf{u}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{P}_0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_0 - \mathbf{F}_{s,0})$

1.3  $\mathbf{u}_{-1} = \mathbf{u}_0 - \Delta t \dot{\mathbf{u}}_0 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_0$

1.4  $\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C}$

1.5  $\mathbf{A} = \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C}$

1.6  $\mathbf{B} = -\frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M}$

2. Για κάθε χρονικό βήμα  $i$ :

2.1  $\hat{\mathbf{P}}_i = \mathbf{P}_i - \mathbf{B}\mathbf{u}_i - \mathbf{A}\mathbf{u}_{i-1} - \mathbf{F}_{s,i}$

2.2  $\mathbf{u}_{i+1} = \hat{\mathbf{K}}^{-1} \hat{\mathbf{P}}_i$

2.3 Προσδιορισμός  $\mathbf{F}_{s,i+1}$

2.4 Αν απαιτείται:  $\dot{\mathbf{u}}_i = \frac{\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_{i-1}}{2\Delta t}$ ,  $\ddot{\mathbf{u}}_i = \frac{\mathbf{u}_{i+1} - 2\mathbf{u}_i + \mathbf{u}_{i-1}}{\Delta t^2}$



## 3. ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

### 3.1 Γενικά Στοιχεία

Η **υστέρηση** ως φαινόμενο έχει επισημανθεί εδώ και περισσότερο από δύο αιώνες. Ο όρος υστέρηση φαίνεται ότι πρωτοχρησιμοποιήθηκε το 1882 από τον J. A. Ewing στις μελέτες του για τον μαγνητισμό. Ο όρος οφείλεται στην γωνία φάσης (phase angle) με την οποία η απόκριση ενός συστήματος υστερεί έναντι της φόρτισης. Έτσι ένα σύστημα λέγεται ότι παρουσιάζει υστερητική συμπεριφορά όταν η απόκρισή του διαθέτει μνήμη και είναι ανεξάρτητη του ρυθμού επιβολής της διέγερσης.

Η υστέρηση απαντάται σε πολλά φυσικά φαινόμενα όπως η πλαστικότητα, η τριβή, ο μαγνητισμός, ο ηλεκτρισμός, η υπεραγωγιμότητα κ.α. Πέραν αυτών, η έννοια της υστέρησης χρησιμοποιείται σε διάφορους κλάδους της Επιστήμης, από την Μηχανική και την Χημεία ως την Βιολογία και την Πειραματική Ψυχολογία. Στην πραγματικότητα, η απόκριση των φυσικών συστημάτων δεν είναι ποτέ πλήρως ανεξάρτητη του ρυθμού επιβολής της διέγερσης. Συνεπώς, η υστέρηση συνυπάρχει με φαινόμενα ιξώδους φύσης, των οποίων η ένταση εξαρτάται από τον ρυθμό επιβολής της διέγερσης. Παρ' όλα αυτά, η υστέρηση είναι επικρατέστερη στις περισσότερες περιπτώσεις, ιδιαίτερα όταν η εξέλιξη των φαινομένων είναι αργή.

Τέλος, η υστέρηση μπορεί να περιγραφεί από προσομοιώματα που βασίζονται είτε σε υστερητικούς τελεστές (π.χ. Μοντέλο Bouc-Wen) είτε σε εμπειρικές προσεγγίσεις των φαινομένων (π.χ. Μοντέλο Clough and Johnston).

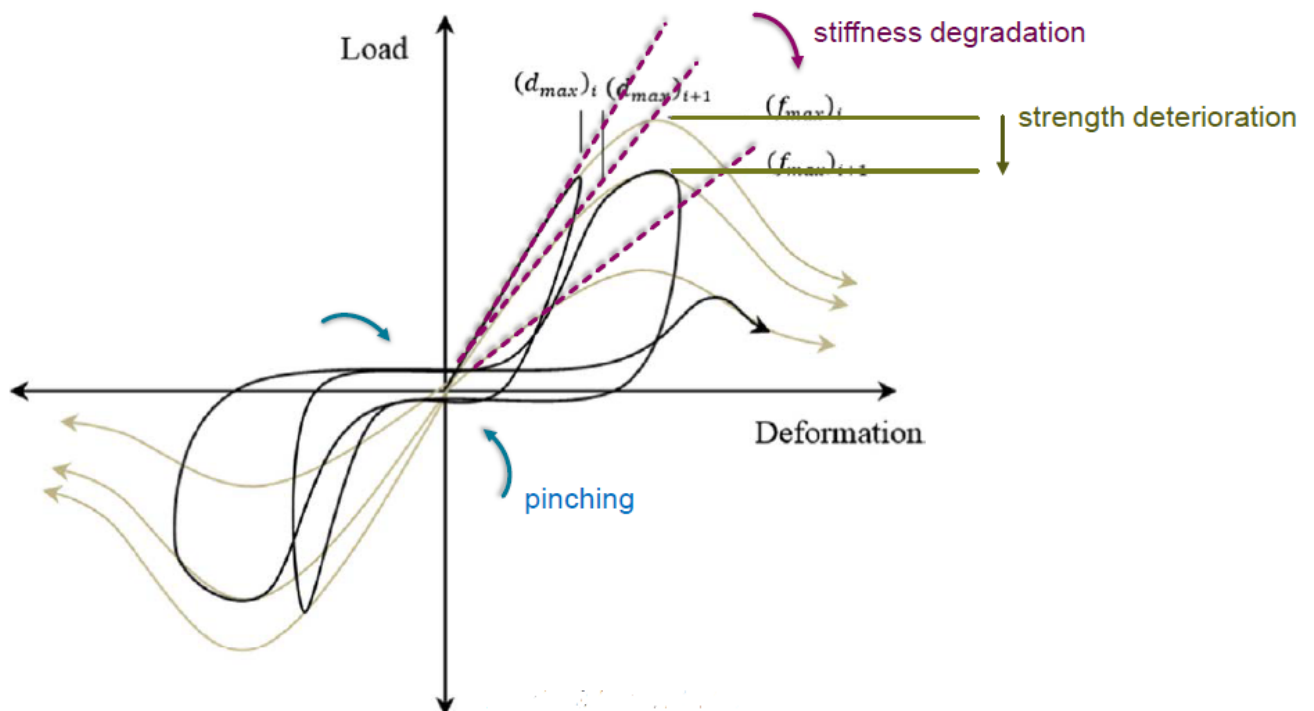
#### 3.1.1 Πολυγραμμικά Υστερητικά Προσομοιώματα

Μια κατηγορία υστερητικών προσομοιωμάτων η οποία χρησιμοποιείται κατ' εξοχήν σε εφαρμογές Μηχανικής είναι τα λεγόμενα πολυγραμμικά υστερητικά προσομοιώματα. Σε αυτά, κάθε κλάδος του διαγράμματος δύναμης – μετατόπισης ακολουθεί μια κατάλληλη γραμμική σχέση, ανάλογα με την ιστορία της απόκρισης. Τα πολυγραμμικά προσομοιώματα είναι σχετικά εύκολα στην περιγραφή τους, συνήθως όμως κατά την υλοποίησή τους απαιτούν την διατήρηση μεγάλου αριθμού πληροφοριών, ιδιαίτερα σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, με αποτέλεσμα η εφαρμογή τους να καθίσταται περίπλοκη. Αν και παρέχουν αρκετά αδρή προσομοίωση των πειραματικών δεδομένων, χρησιμοποιήθηκαν και χρησιμοποιούνται ευρέως λόγω της απλότητάς της διατύπωσής τους.

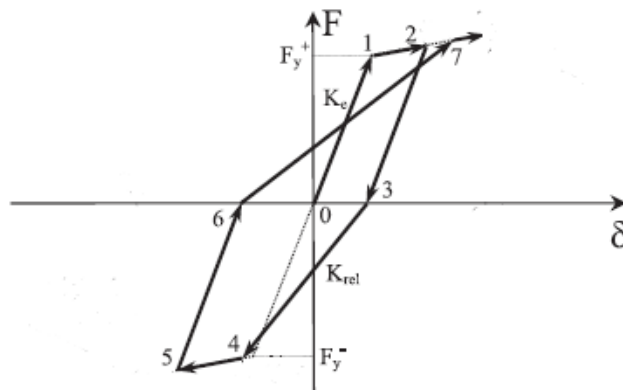
Τα μοντέλα που περιγράφουν τη σχέση δύναμης-μετατόπισης (ή ροπής-στροφής) ενός δομικού μέλους για οποιοδήποτε φόρτιση, καθώς επίσης και για αλλαγές της διεύθυνσης φόρτισης ονομάζονται **υστερητικά μοντέλα** όπως προαναφέρθηκε. Στην παρούσα εργασία θα γίνει αναφορά σε τέτοια μη-Γραμμικά Μοντέλα που περιγράφουν τη συμπεριφορά του οπλισμένου σκυροδέματος.

Λόγω της φύσης του οπλισμένου σκυροδέματος, τα μοντέλα που το περιγράφουν για να είναι ακριβή πρέπει να έχουν ορισμένες λειτουργίες, οι οποίες γενικά είναι:

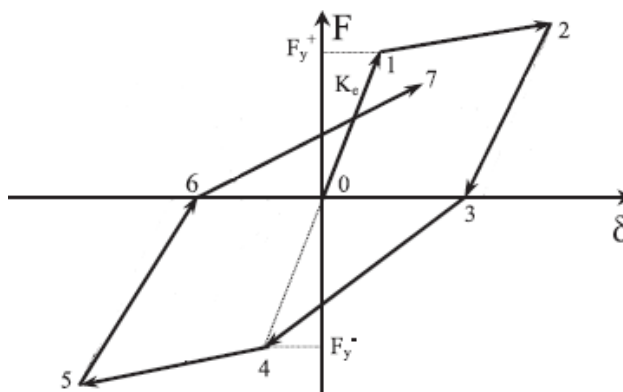
- κράτυνση (hardening) : η μικρή αύξηση του υστερητικού βρόγχου για αύξηση της μετατόπισης. Το αντίθετο ονομάζεται softening.
- μείωση της δύναμης (strength deterioration): μείωση της δύναμης όταν φορτίζει μετά από ανακύκλωση στην ίδια μετατόπιση.
- μείωση της δυσκαμψίας (stiffness degradation) : σταδιακή μείωση της δυσκαμψίας σε κάθε κύκλο φόρτισης.
- απότομη πτώση της δυσκαμψίας - στένωση (pinching): μια απότομη μείωση της δυσκαμψίας, που προκαλείται από την ζημιά των δομικών στοιχείων μετά από επιβολή μεγάλης μετατόπισης. Πιο συγκεκριμένα, οφείλεται στη διαρροή του οπλισμού πριν προλάβουν να κλείσουν οι ρωγμές που είχαν δημιουργηθεί από τους προηγούμενους κύκλους φόρτισης.



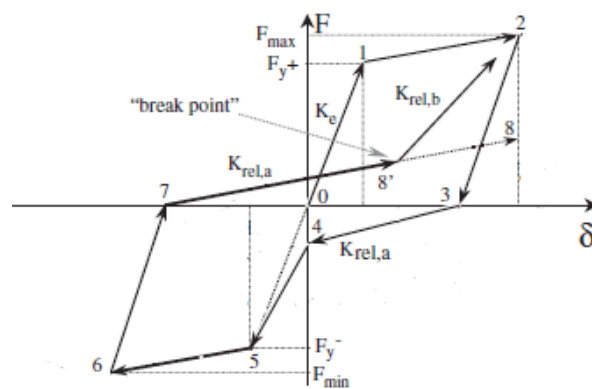
Σχήμα 3.1: Η λειτουργία του Strength Deterioration, Pinching και Stiffness Degradation (Chatzi et al. , 2017)



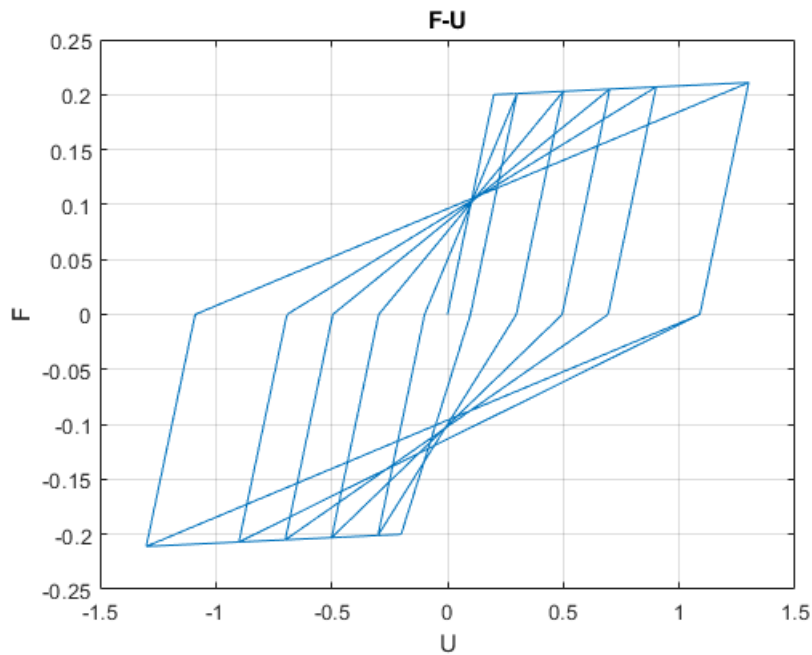
Σχήμα 3.2: Η λειτουργία του Strength Deterioration (Ibarra et al. , 2005)



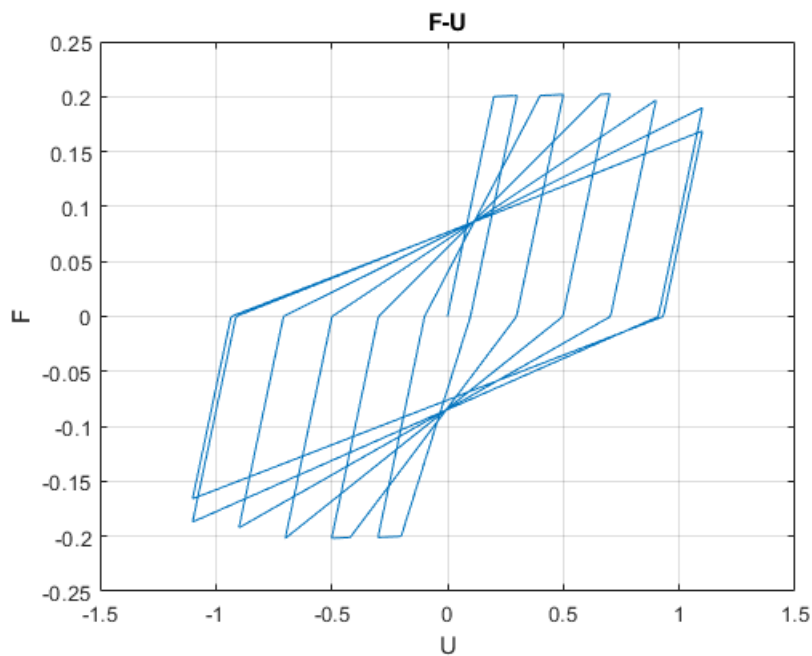
Σχήμα 3.3: Η λειτουργία του Stiffness Degradation (Ibarra et al. , 2005)



Σχήμα 3.4: Η λειτουργία του Pinching (Ibarra et al. , 2005)



Σχήμα 3.5: Η λειτουργία του Stiffness Degradation για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου



Σχήμα 3.6: Η λειτουργία του Strength Deterioration για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου

Σε αυτό το κεφάλαιο λοιπόν θα γίνει η αναλυτική περιγραφή ορισμένων μοντέλων τα οποία διαθέτουν αυτές τις λειτουργίες.

## 3.2 Ελαστικά Μοντέλα

### 3.2.1 Γενικά Στοιχεία

Τα ελαστικά μοντέλα έχουν κυρίως θεωρητική χρήση γιατί δεν υπάρχει κάποιο υλικό στη φύση που να κινείται στον ίδιο κλάδο για τη φόρτιση και την αποφόρτιση. Παρ' όλα αυτά, συνήθως χρησιμοποιούνται για τη περιγραφή της συμπεριφοράς μιας κατασκευής για μικρές μετατοπίσεις. Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι έχουν εφαρμογή και σε μοντέλα για rockling.

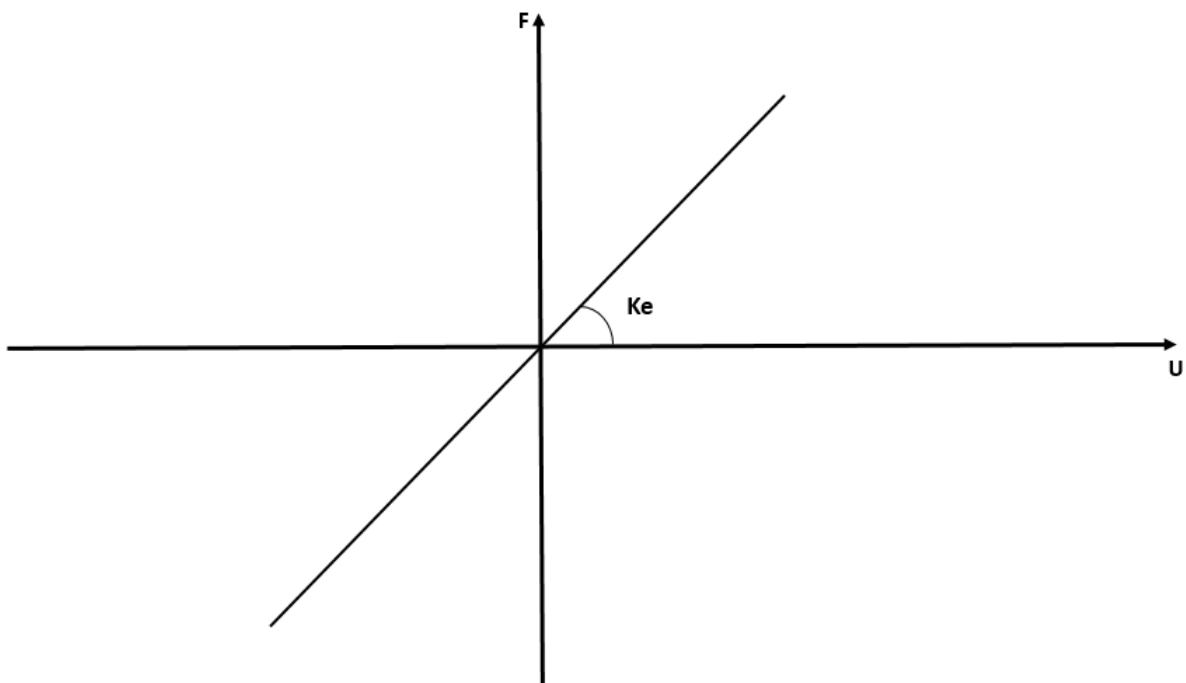
Σε αυτή την υποενότητα, θα γίνει αναφορά στο Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο (Linear Elastic Model), στο Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο (Bilinear Elastic Model) και στο Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο (Multilinear Elastic Model).

### 3.2.2 Τρόπος Λειτουργίας

Το πιο απλό ελαστικό μοντέλο περιγραφής της συμπεριφοράς ενός υλικού είναι το **Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο** (γραμμικό-ελαστικό). Δηλαδή, αυτό για το οποίο η σχέση δύναμης-μετακίνησης περιγράφεται από τη σχέση:

$$F = K_{elastic}u \quad (3.2.1)$$

όπου  $K_{elastic}$  είναι η δυσκαμψία,  $u$  η δεδομένη μετατόπιση και  $F$  η υπολογιζόμενη δύναμη.



Σχήμα 3.7: Περιγραφή του Γραμμικού Ελαστικού Μοντέλου

Έπειτα, ένα λίγο πιο σύνθετο ελαστικό μοντέλο περιγραφής της συμπεριφοράς ενός υλικού σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση είναι το **Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο** για το οποίο ισχύει:

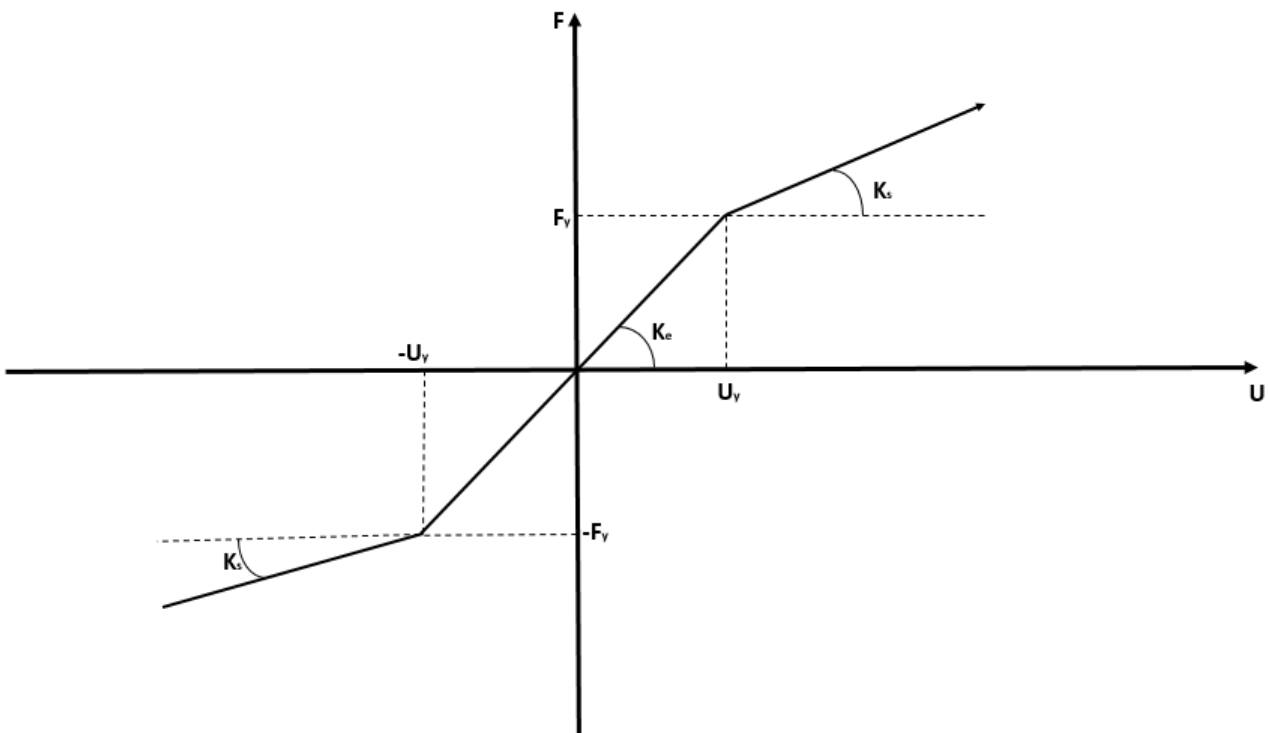
- για  $-u_y \leq u \leq u_y$ , η σχέση:

$$F = K_{elastic}u \quad (3.2.2)$$

- για  $u < -u_y$  και  $u_y < u$ , η σχέση:

$$F = \text{sign}(u)K_{elastic}u_y + \text{sign}(u)K_s(|u| - u_y) \quad (3.2.3)$$

όπου  $K_{elastic}$  είναι η ελαστική δυσκαμψία,  $u_y$  η μετακίνηση διαρροής και  $K_s$  η δυσκαμψία μετά τη διαρροή,  $u$  η δεδομένη μετατόπιση και  $F$  η υπολογιζόμενη δύναμη.



Σχήμα 3.8: Περιγραφή του Διγραμμικού Ελαστικού Μοντέλου

Τέλος, το πιο περίπλοκο ελαστικό μοντέλο που θα παρουσιαστεί είναι το **Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο** για το οποίο ισχύει:

- για  $-u_y \leq u \leq u_y$ , η σχέση:

$$F = K_{elastic}u \quad (3.2.4)$$

- για  $-u_{cap} \leq u < -u_y$  και  $u_y < u \leq u_{cap}$ , η σχέση:

$$F = \text{sign}(u)K_{elastic}u_y + K_s(|u| - u_y) \quad (3.2.5)$$

- για  $-u_{res} \leq u < -u_{cap}$  και  $u_{cap} < u \leq u_{res}$ , η σχέση:

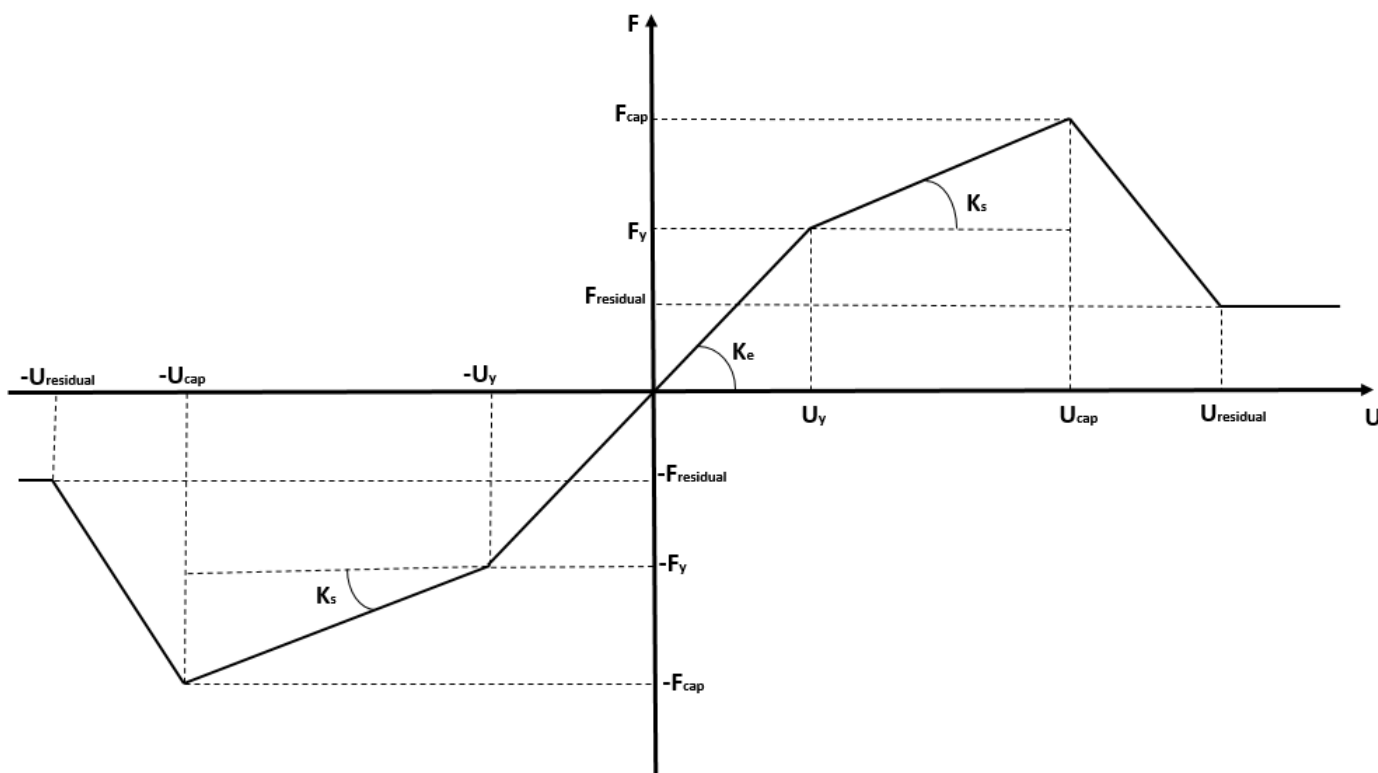
$$F = \text{sign}(u)K_{elastic}u_y + \text{sign}(u)K_s u_{cap} + \text{sign}(u)K_c(|u| - u_y) \quad (3.2.6)$$

- για  $u < -u_{res}$  και  $u_{res} < u$ , η σχέση:

$$F = F_{residual} \quad (3.2.7)$$

όπου

- $u_y$  είναι η μετακίνηση διαρροής,  $u_{cap}$  η μετακίνηση για την οποία έχουμε τη μέγιστη δύναμη και  $u_{res}$  η μετακίνηση για την οποία εμφανίζεται η  $F_{residual}$
- $K_{elastic}$  είναι η ελαστική δυσκαμψία,  $K_s$  η δυσκαμψία μετά τη διαρροή και  $K_c$  είναι η δυσκαμψία μετά την  $u_{cap}$
- $u$  η δεδομένη μετατόπιση και  $F$  η υπολογιζόμενη δύναμη



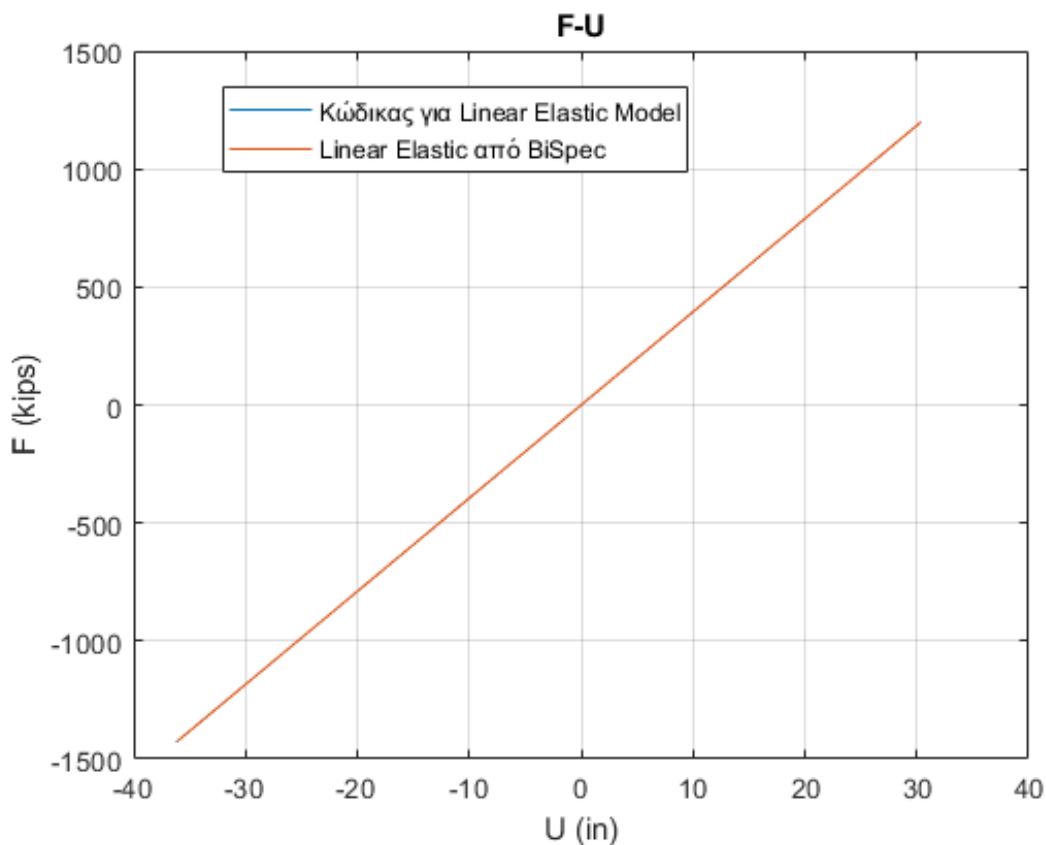
Σχήμα 3.9: Περιγραφή του Πολυγραμμικού Ελαστικού Μοντέλου

### 3.2.3 Σύγκριση με το Πρόγραμμα BiSpec

Για επιβεβαίωση ότι λειτουργεί σωστά ο κώδικας για τα Ελαστικά Μοντέλα, έγινε σύγκριση με το πρόγραμμα BiSpec (Hachem M.). Και τα αποτελέσματα που προέκυψαν ταυτίζονται με μια μικρή διαφορά στα αποτελέσματα λόγω της χρήσης διαφορετικής αριθμητικής μεθόδου υπολογισμού της δυναμικής απόκρισης (Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς για το κώδικα που αναπτύχθηκε- Μέθοδος Newmark από το BiSpec).

Παράδειγμα Σύγκρισης για το Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο:

- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1sec$ ,  $\zeta = 0.05$  και  $mass = 1 \frac{kipsec^2}{in}$
- Για το σεισμό Loma Prieta (USA, 18 October 1989)

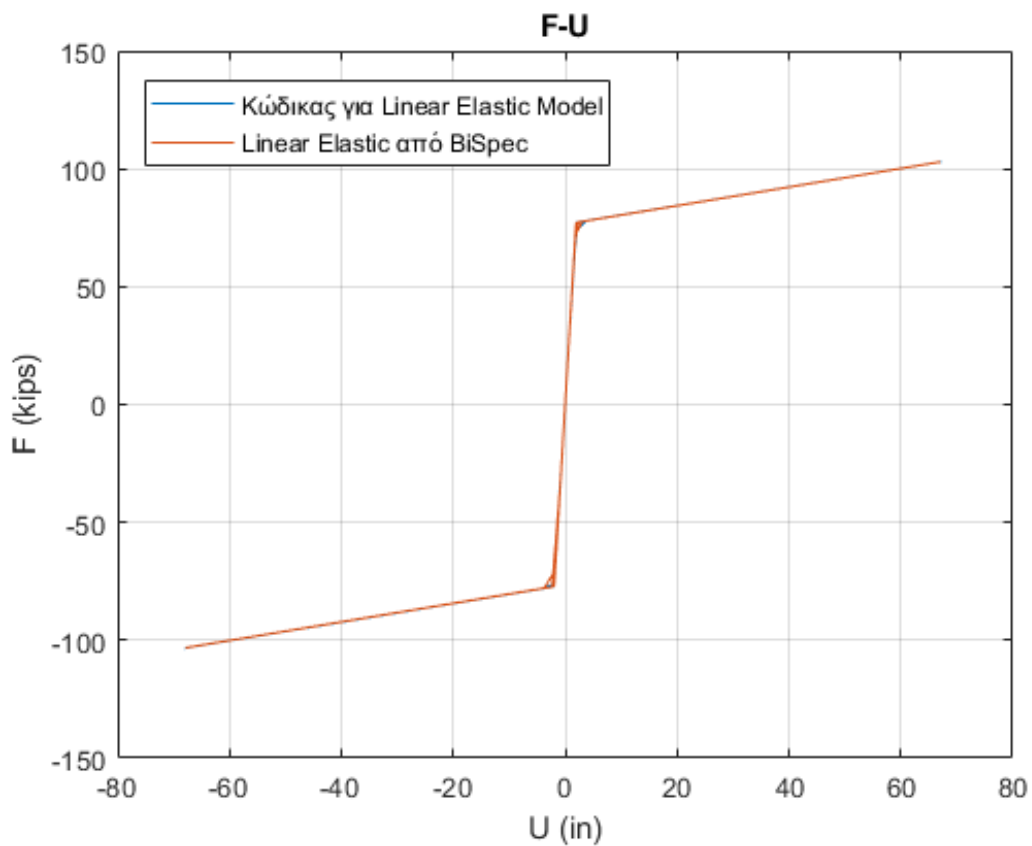


Σχήμα 3.10: Σύγκριση Κώδικα για το Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο με το πρόγραμμα BiSpec



Παράδειγμα Σύγκρισης για το Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο:

- Κράτυνση = 0.01
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1sec$ ,  $F_y = 0.2W$ ,  $\zeta = 0.05$   
και  $mass = 1 \frac{kipssec^2}{in}$
- Για το σεισμό του Loma Prieta (USA, 18 October 1989)

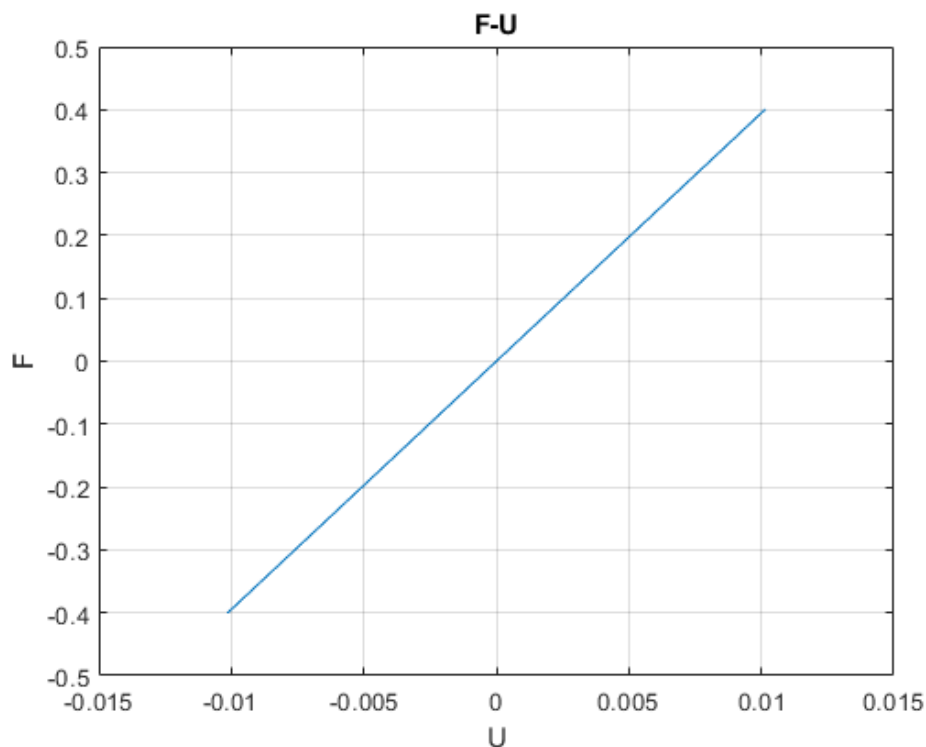


Σχήμα 3.11: Σύγκριση Κώδικα για το Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο με το πρόγραμμα BiSpec

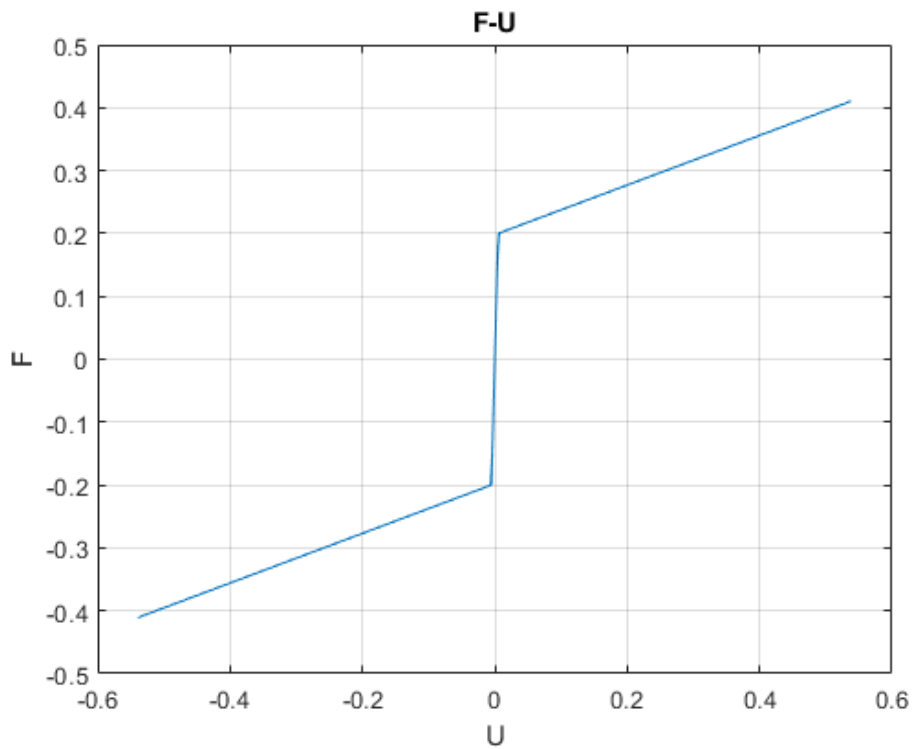
### 3.2.4 Παραδείγματα

Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:

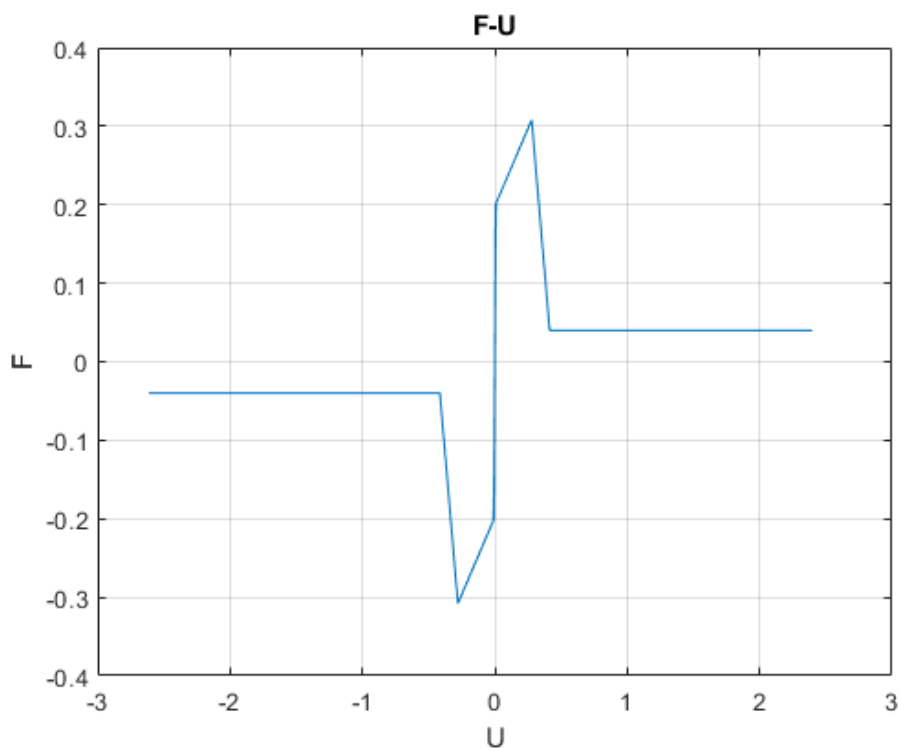
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1sec$ ,  $\zeta = 0.05$  και  $mass = 1000kg$
- Επιτάχυνση Τύπου Ημιτόνου:  $a = 0.4 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- Επιπλέον Δεδομένα για το Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο:  $F_y = 0.2W$  και Κράτυση = 0.01
- Επιπλέον Δεδομένα για το Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο: Κράτυση = 0.01,  $F_y = 0.2W$ ,  $F_{residual} = 0.2F_y$ ,  $K_c = 0.05$  και  $u_{cap} = 55u_y$



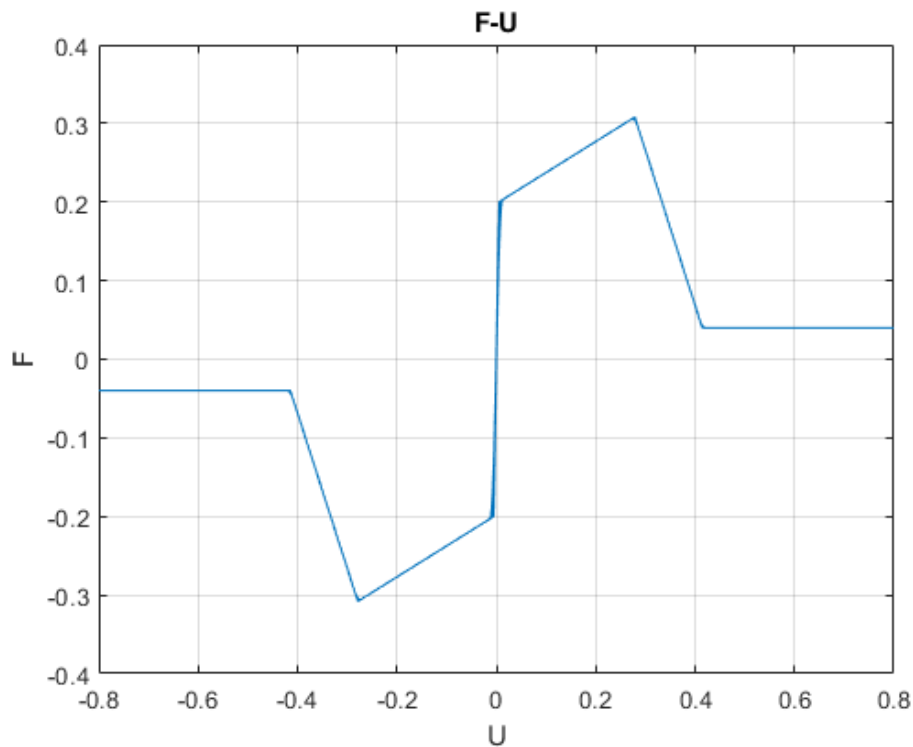
Σχήμα 3.12: Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου



Σχήμα 3.13: Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου



Σχήμα 3.14: Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου



Σχήμα 3.15: Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου (zoomed)

#### Παρατήρηση:

Αξίζει να σημειωθεί ότι για την ίδια καταγραφή υπάρχει σημαντική διαφορά στις μέγιστες μετακινήσεις που προκύπτουν για το κάθε ελαστικό μοντέλο.

### 3.3 Διγραμμικό Μοντέλο

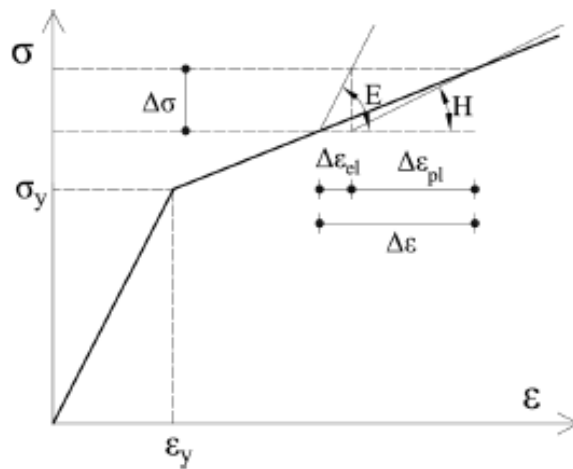
#### 3.3.1 Γενικά Στοιχεία

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει αναφορά στο Διγραμμικό Μοντέλο (Bilinear Hysteretic Model - Bilinear Model) και συγκεκριμένα στη διατύπωση του που αφορά τη σχέση τάσης-παραμόρφωσης και η οποία χρησιμοποιείται παρόμοια και για μονοβάθμιο σύστημα. Στο παρελθόν ήταν ένα από τα πιο διαδεδομένα μοντέλα για μη-γραμμική δυναμική ανάλυση. Πλέον χρησιμοποιείται κυρίως για τη περιγραφή της συμπεριφοράς του χάλυβα.

#### 3.3.2 Τρόπος Λειτουργίας

Το Διγραμμικό Μοντέλο περιγράφεται γενικά από:

- τον ελαστικό κλάδο πριν την διαρροή
- τον μετα-ελαστικό κλάδο αφού διαρρεύσει

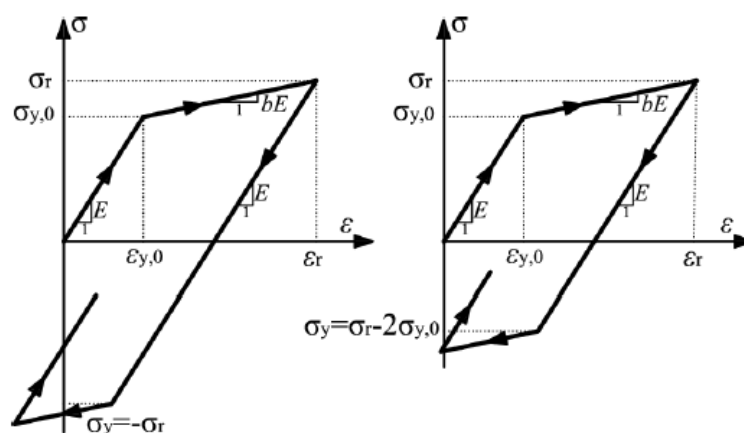


Σχήμα 3.16: Περιγραφή του Διγραμμικού Μοντέλου (Fragiadakis M., 2017)

και έχει κάποιους νόμους που διέπουν τη συμπεριφορά του σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Για το χάλυβα, οι νόμοι αυτοί συνήθως περιγράφονται από:

- το Isotropic Hardening Model: όπου αμελείται το Bauschinger Effect και η τάση διαρροής του τελευταίου κύκλου φόρτισης χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της τάσης διαρροής του επόμενου κύκλου. Άρα, συνεχώς αυξάνεται ο βρόγχος υστέρησης.
- το Kinematic Hardening Model: όπου  $\sigma_y = \sigma_r - 2\sigma_{y0}$  και συνεπώς δεν αλλάζει ο βρόγχος υστέρησης.
- το Mixed Hardening Model, συνδυασμός των δύο παραπάνω

Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί το Kinematic Hardening Model.



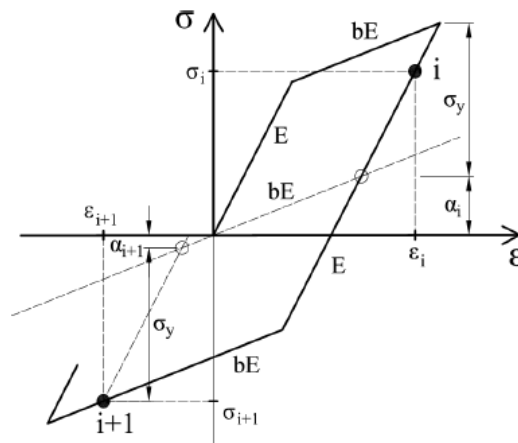
Σχήμα 3.17: Isotropic Hardening Model(αριστερά) και Kinematic Hardening Model(δεξιά) (Fragiadakis M., 2017)

Συνεπώς, ο υπολογισμός της τάσης με το Διγραμμικό Μοντέλο (με kinematic hardening) για δεδομένη παραμόρφωση γίνεται:

- $a_i = \max[\sigma_{i-1} - \sigma_{y0}, \frac{b}{b-1}(\sigma_{i-1} - E\epsilon_{i-1})]$
- $\sigma_{elastic} = \sigma_{i-1} + E\epsilon_{increment}$
- $\eta = \sigma_{elastic} - a_i$
- $q = |\eta| - \sigma_{y0}$
- αν  $q \leq 0$ , ΤΟΤΕ  $\sigma_i = \sigma_{elastic}$
- αν  $q > 0$ , ΤΟΤΕ  $\sigma_i = \sigma_{elastic} - \text{sign}(\eta)E_0\epsilon_{increment,plastic}$ , ΟΠΟΥ  $\epsilon_{increment,plastic} = \frac{q(1-b)}{E_0}$

Όπου:

- $E$  είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού
- $b$  είναι το ποσοστό της κράτυνσης του υλικού μετά τη διαρροή
- $\sigma_{y0}$  είναι η τάση διαρροής του υλικού
- $\sigma_{i-1}$  είναι η τάση στο βήμα i-1
- $\epsilon_{i-1}$  είναι η παραμόρφωση στο βήμα i-1
- $\epsilon_{increment}$  είναι η διαφορά της παραμόρφωσης από το βήμα i-1 στο βήμα i
- $\sigma_i$  είναι η τάση που υπολογίστηκε για το βήμα i



Σχήμα 3.18: Περιγραφή του Διγραμμικού Μοντέλου με Kinematic Hardening (Fragiadakis M., 2017)

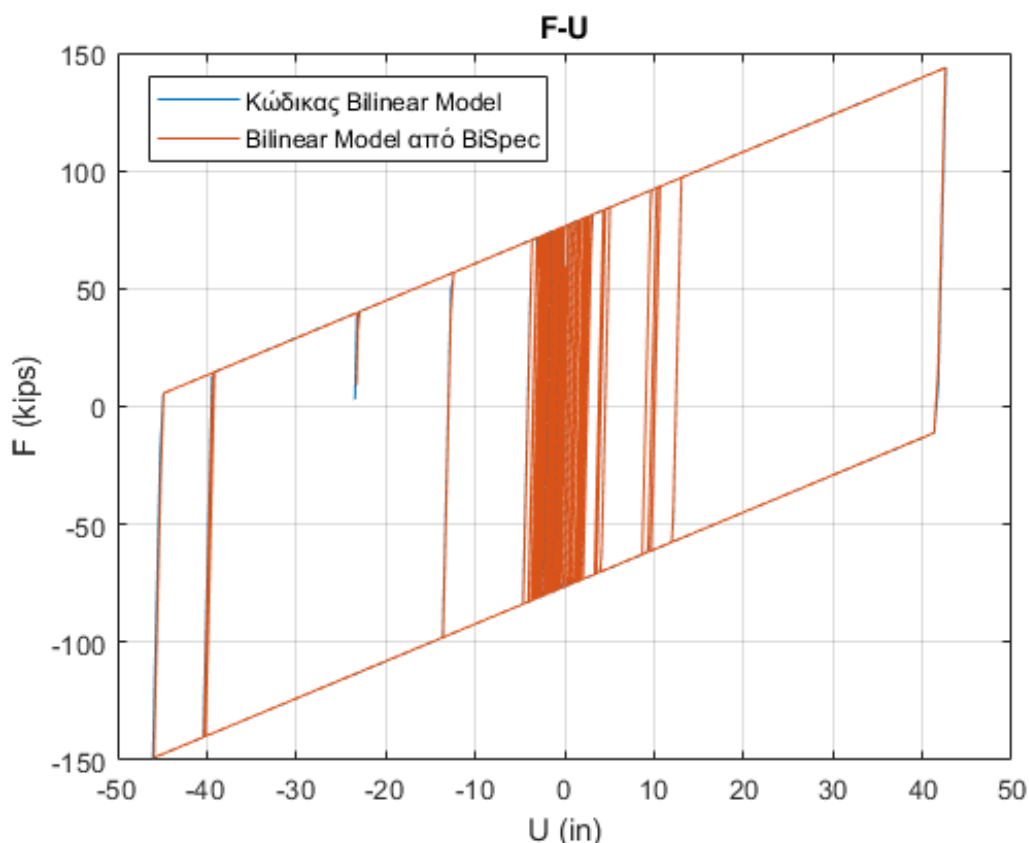
Τέλος, πρέπει να επισημανθεί ότι το βασικό πλεονέκτημα του Διγραμμικού Μοντέλου είναι ότι οι παράμετροι του προκύπτουν από απλά εργαστηριακά πειράματα.

### 3.3.3 Σύγκριση με το Πρόγραμμα BiSpec

Για επιβεβαίωση ότι λειτουργεί σωστά ο κώδικας του Διγραμμικού Μοντέλου, έγινε σύγκριση με το πρόγραμμα BiSpec (Hachem M.). Και τα αποτελέσματα που προέκυψαν ταυτίζονται με μια μικρή διαφορά λόγω της χρήσης διαφορετικής αριθμητικής μεθόδου υπολογισμού της δυναμικής απόκρισης (Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς για το κώδικα που αναπτύχθηκε- Μέθοδος Newmark από το BiSpec).

#### Παράδειγμα Σύγκρισης:

- Κράτυνση = 0.01
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 0.5sec$ ,  $F_y = 0.2W$ ,  $\zeta = 0.05$   
και  $mass = 1 \frac{kipssec^2}{in}$
- Για το σεισμό του Loma Prieta (USA, 18 October 1989)

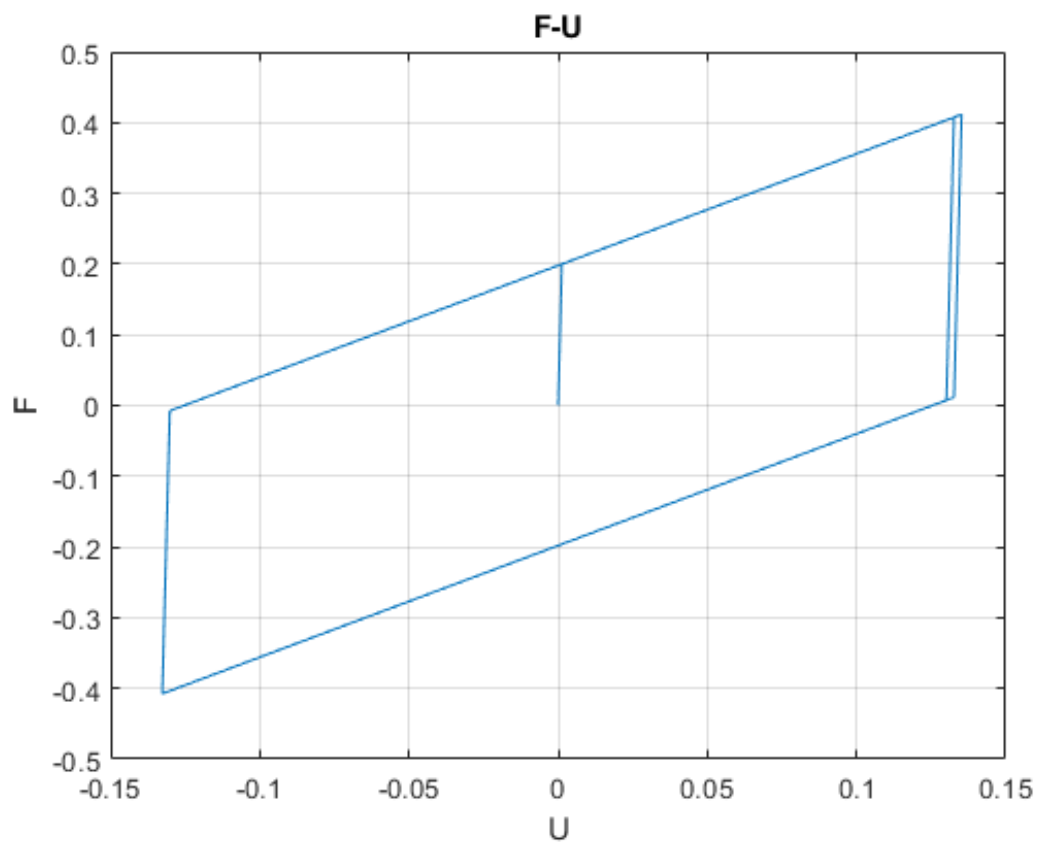


Σχήμα 3.19: Σύγκριση Κώδικα Διγραμμικού Μοντέλου με το πρόγραμμα BiSpec

### 3.3.4 Παραδείγματα

Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:

- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 0.5sec$ ,  $\zeta = 0.05$  και  $mass = 1000kg$
- Επιτάχυνση Τύπου Ημιτόνου:  $a = 0.4 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- Κράτυνση = 0.01 και  $F_y = 0.2W$

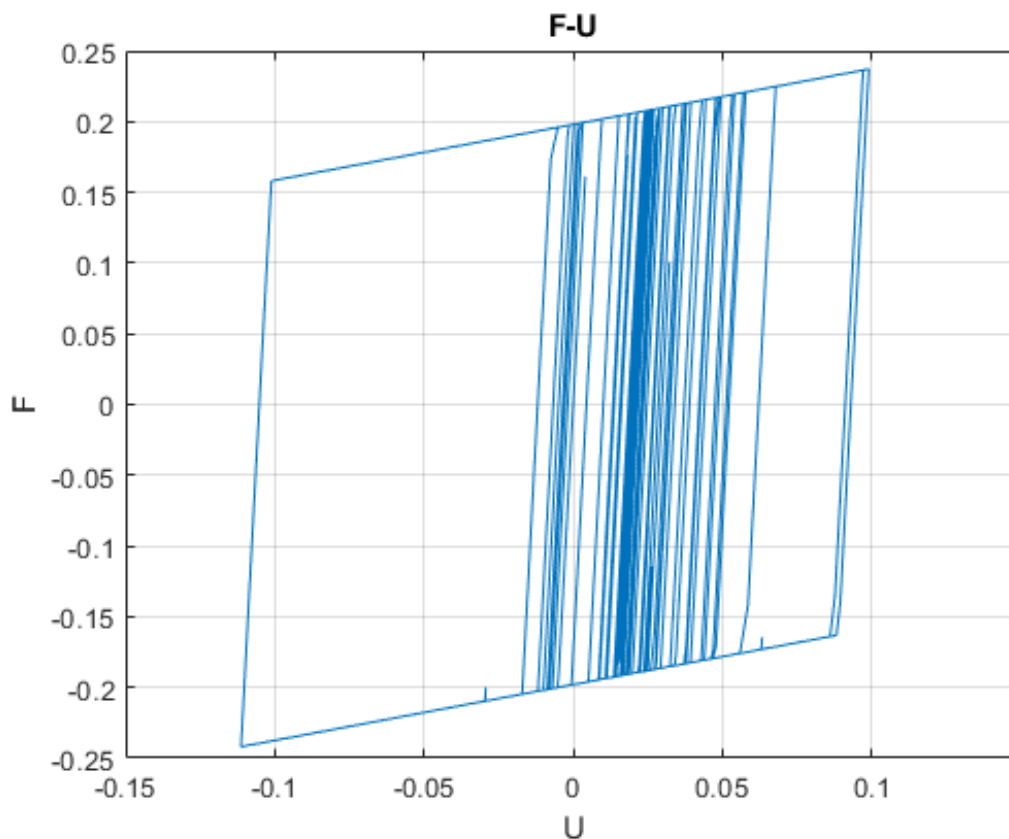


Σχήμα 3.20: Διγραμμικό Μοντέλο για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου



Για Σεισμική Καταγραφή με δεδομένα:

- Κράτυνση = 0.01
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1sec$ ,  $F_y = 0.2W$ ,  $\zeta = 0.05$  και  $mass = 1000kg$
- Για το σεισμό του Northridge (USA, 17 January 1994)



Σχήμα 3.21: Διγραμμικό Μοντέλο για Σεισμική Καταγραφή

### 3.4 Μοντέλο Bouc–Wen

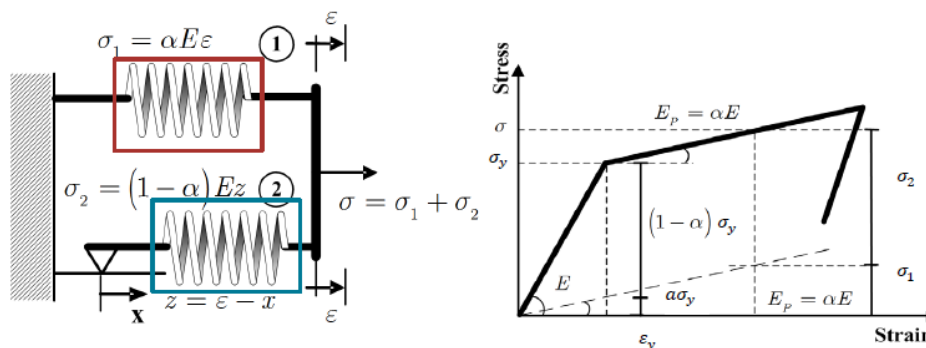
#### 3.4.1 Γενικά Στοιχεία

Σε αυτή την ενότητα θα περιγραφεί το Μοντέλο Bouc-Wen, το οποίο αρχικά προτάθηκε το 1967 από τον Bouc και στη συνέχεια τροποποιήθηκε από τον Wen το 1976. Είναι πολύ διαδεδομένο λόγω της απλότητας του και της εύκολης προσαρμογής του για χρήση σε διάφορους τομείς της επιστήμης σε συστήματα που παρουσιάζουν υστέρηση, όπως στον τομέα του ηλεκτρομαγνητισμού. Στην παρούσα εργασία θα γίνει αναφορά της χρήσης του στον τομέα της συμπεριφοράς των υλικών.

#### 3.4.2 Τρόπος Λειτουργίας

Το Μοντέλο Bouc-Wen προκύπτει από την πρόσθεση ενός γραμμικού και ενός μη-γραμμικού όρου. Πιο συγκεκριμένα, περιγράφεται:

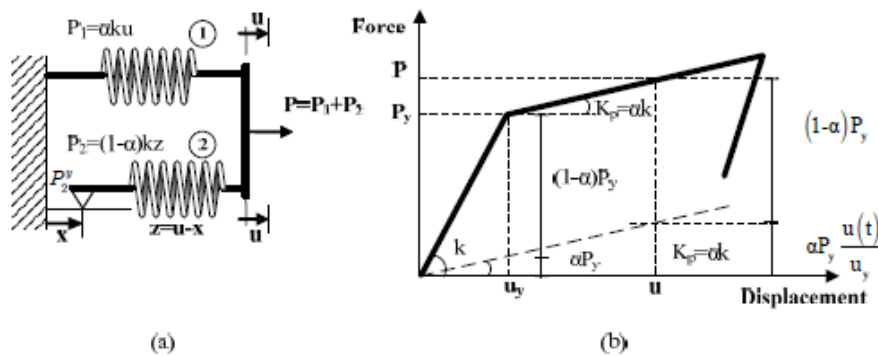
- για σχέση τάσης-παραμόρφωσης υλικού από:  $\sigma(x, t) = aE\epsilon(x, t) + (1 - a)Ez(x, t)$ , όπου:
  - $\dot{z} = \dot{\epsilon}[1 - |\frac{z}{z_y}|^n(\beta + \gamma \text{sign}(z\dot{\epsilon}))]$
  - $a$  ποσοστό κράτυνσης του υλικού μετά τη διαρροή
  - $E$  μέτρο ελαστικότητας του υλικού
  - $z$  υστερητική παράμετρος
  - $\beta, \gamma$  παράμετροι που διέπουν το "σχήμα" της υστέρησης
  - $n$  παράμετρος που διέπει το "smoothness" του μοντέλου
  - $\epsilon$  δεδομένη παραμόρφωση
  - $\sigma$  υπολογιζόμενη τάση



Σχήμα 3.22: Μοντέλο Bouc-Wen για Σχέση Τάσης-Παραμόρφωσης Υλικού (Chatzi et al., 2017)

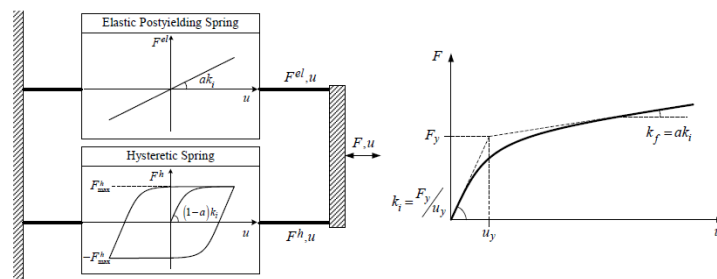
- για σχέση δύναμης επαναφοράς-μετακίνησης μονοβάθμιου συστήματος από:  
 $F = a \frac{F_y}{u_y} u + (1 - a) F_y z$ , όπου:

- $z = \frac{A - |z|^n (\beta + \gamma \text{sign}(\dot{u}z))}{u_y} u$
- $u_y$  μετακίνηση διαρροής
- $a$  ποσοστό κράτυνσης μετά τη διαρροή
- $F_y$  δύναμη διαρροής
- $z$  υστερητική παράμετρος
- $\beta, \gamma$  παράμετροι που διέπουν το "σχήμα" της υστέρησης
- $n$  παράμετρος που διέπει το "smoothness" του μοντέλου
- $u$  δεδομένη μετακίνηση
- $F$  υπολογιζόμενη δύναμη



Σχήμα 3.23: Μοντέλο Bouc-Wen για σχέση Δύναμης-Μετακίνησης Μονοβάθμιου Ταλαντωτή (Triantafyllou S., 2011)

Στην παρούσα εργασία θα διερευνηθεί η σχέση δύναμης επαναφοράς-μετακίνησης που διέπει τα μονοβάθμια συστήματα.



Σχήμα 3.24: Μοντέλο Bouc-Wen για σχέση Δύναμης-Μετακίνησης Μονοβάθμιου Ταλαντωτή (Charalampakis A.E., 2010)

### 3.4.3 Προσδιορισμός Παραμέτρων

Παρότι το Μοντέλο Bouc-Wen χρησιμοποιείται ήδη μερικές δεκαετίες, υπάρχει ακόμα αμφιβολία για την σωστή χρήση των παραμέτρων που διέπουν τη συμπεριφορά του. Οπότε, σε αυτή την υποενότητα θα γίνει μια επεξήγηση τους.

#### Παράμετρος $A$

Οι παράμετροι του Bouc-Wen είναι "παραπάνω" από όσοι χρειάζονται και έτσι υπάρχουν διάφοροι συνδυασμοί τους που μπορούν να δώσουν το ίδιο αποτέλεσμα για δεδομένη ανακύκλιση. Οπότε, είναι χρήσιμο να τεθεί σε κάποια από τις παραμέτρους του Bouc-Wen μια σταθερή τιμή. Συνιστάται η παράμετρος  $A$  να έχει σταθερή τιμή και συγκεκριμένα:

$$A = 1 \quad (3.4.1)$$

Με αυτό τον τρόπο ισχύει η σχέση:  $K_{elastic} = \frac{F_y}{u_y}$ . Επίσης, με αυτό τον τρόπο και η κρά-  
τωση  $\alpha$  ορίζεται σωστά (για  $\alpha = 1$  το Bouc-Wen μετατρέπεται στο Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο).

#### Παράμετροι $\beta$ και $\gamma$

Όπως προαναφέρθηκε οι παράμετροι  $\beta$  και  $\gamma$  καθορίζουν το σχήμα και το μέγεθος του υστερητικού βρόγχου. Γενικά είναι δυνατό να πάρουν διάφορες τιμές, όμως συνιστάται να ισχύει η σχέση:

$$\frac{A}{(\beta + \gamma)} = 1 \quad (3.4.2)$$

που προτείνεται από τους Constantinou and Adhane (Χαραλαμπάκης Α. , 2009), ώστε το μοντέλο να περιγράφει strain-softening συμπεριφορά υλικού (για  $A = 1$ ). Συνεπώς, ισχύει και η σχέση:

$$\beta + \gamma = 1 \quad (3.4.3)$$

Ακόμα, από τη σχέση του  $\dot{z}$  για  $\dot{z}_{max}$  και  $\frac{dz}{dt} = 0$ , προκύπτει:

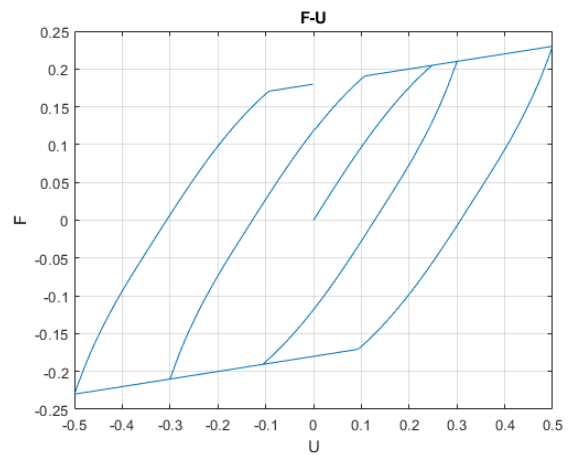
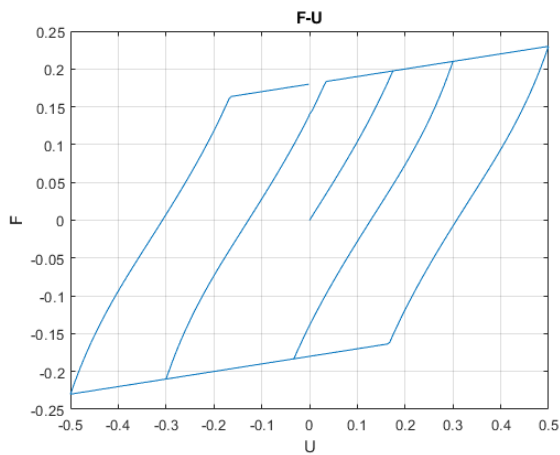
$$z_{max} = \left[ \frac{A}{(\beta + \gamma)} \right]^n \quad (3.4.4)$$

Άρα, για τις συνιστώμενες τιμές των  $\beta, \gamma$  και  $A$ , έχουμε:

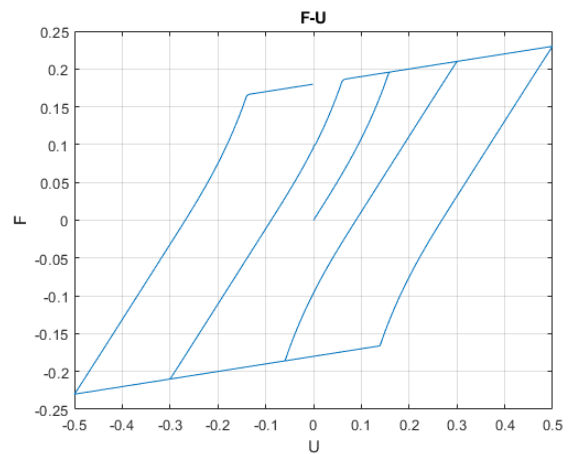
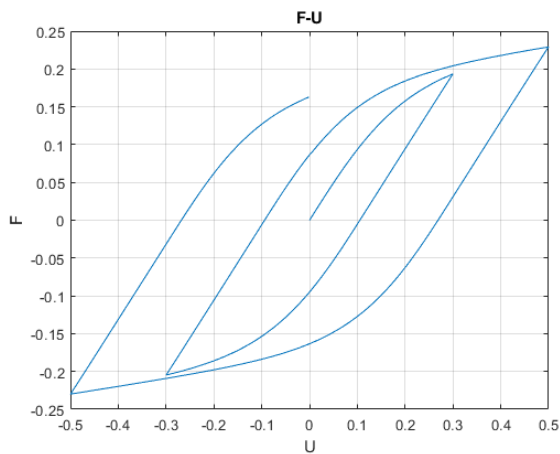
$$z_{max} = 1 \quad (3.4.5)$$

Όπου  $z = 1$  για μετατοπίσεις μετά τη διαρροή στο θετικό κλάδο,  $z = -1$  για μετατοπίσεις μετά τη διαρροή στον αρνητικό κλάδο και  $-1 < z < 1$  για τις ενδιάμεσες τιμές.

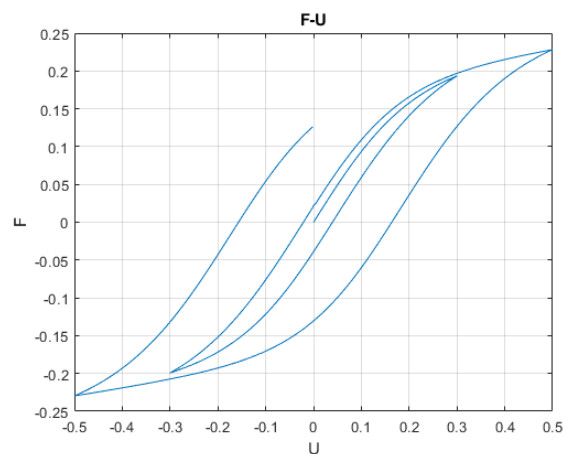
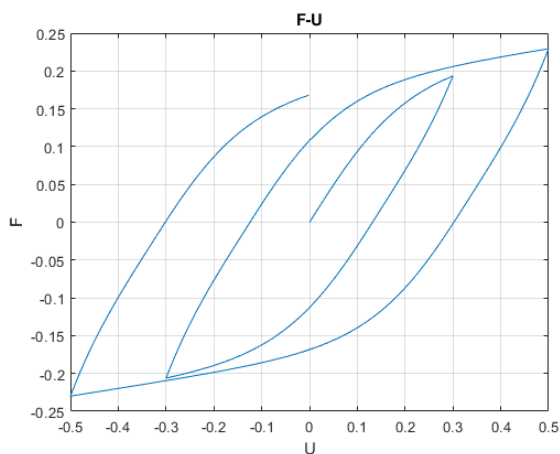
Παρατίθενται παραδείγματα για διάφορες τιμές των  $\beta$  και  $\gamma$  στα Σχήματα 3.25, 3.26 και 3.27.



Σχήμα 3.25: Για  $\beta = -0.75$  και  $\gamma = 0.25$  (αριστερά) ,  $\beta = -0.25$  και  $\gamma = 0.75$  (δεξιά)



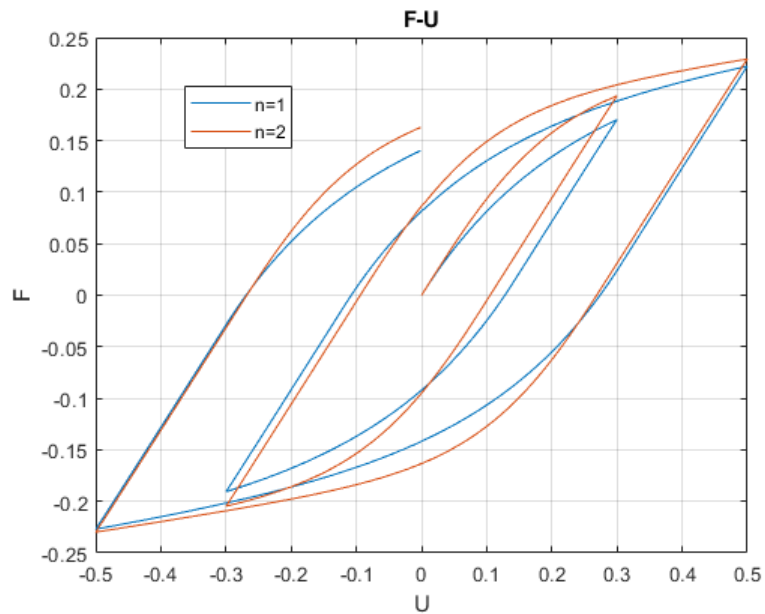
Σχήμα 3.26: Για  $\beta = 0.5$  και  $\gamma = 0.5$  (αριστερά) ,  $\beta = -0.5$  και  $\gamma = -0.5$  (δεξιά)



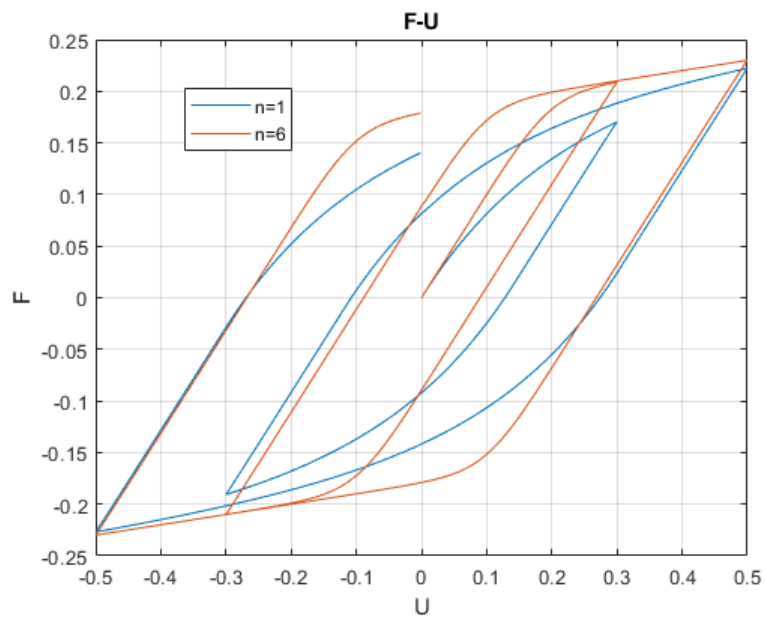
Σχήμα 3.27: Για  $\beta = 0.1$  και  $\gamma = 0.9$  (αριστερά) ,  $\beta = 0.9$  και  $\gamma = 0.1$  (δεξιά)

### Παράμετρος $n$

Η παράμετρος  $n$  καθορίζει το πόσο ομαλά ή απότομα θα γίνει η μετάβαση από τον ελαστικό στον μετα-ελαστικό κλάδο. Συνήθης τιμή είναι  $n=2$ , αλλιώς για να προσεγγίζει το Bouc-Wen το Διγραμμικό Μοντέλο τίθεται  $n=6$ .



Σχήμα 3.28: Παράδειγμα για  $n = 1$  και  $n = 2$



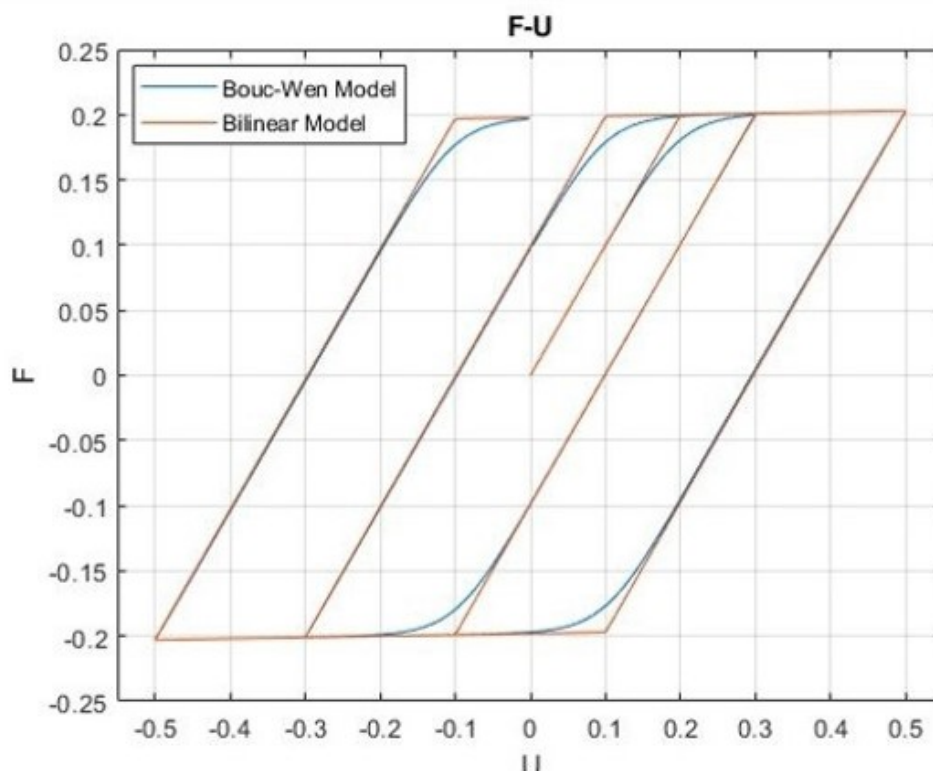
Σχήμα 3.29: Παράδειγμα για  $n = 1$  και  $n = 6$

### 3.4.4 Σύγκριση των Bouc-Wen - Διγραμμικού και Σύγκριση με με το Πρόγραμμα MySpec

Σε αυτή την υποενότητα θα γίνει η σύγκριση του Μοντέλου Bouc-Wen με το Διγραμμικό Μοντέλο, ώστε να φανεί η ομοιότητα τους για συγκεκριμένες τιμές των παραμετρων του Bouc-Wen. Και στη συνέχεια θα γίνει ο έλεγχος σωστής λειτουργίας του κώδικα για το Μοντέλο Bouc-Wen με το πρόγραμμα MySpec.

#### Παράδειγμα Σύγκρισης με το Διγραμμικό Μοντέλο:

- Κράτυνση = 0.01 και  $F_y = 0.2W$
- Παράμετροι Bouc-Wen:  $A = 1, \beta = 0.5, \gamma = 0.5$  και  $n = 6$
- Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:  $U_1 = 0.2 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$  και  $U_2 = 0.5 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$



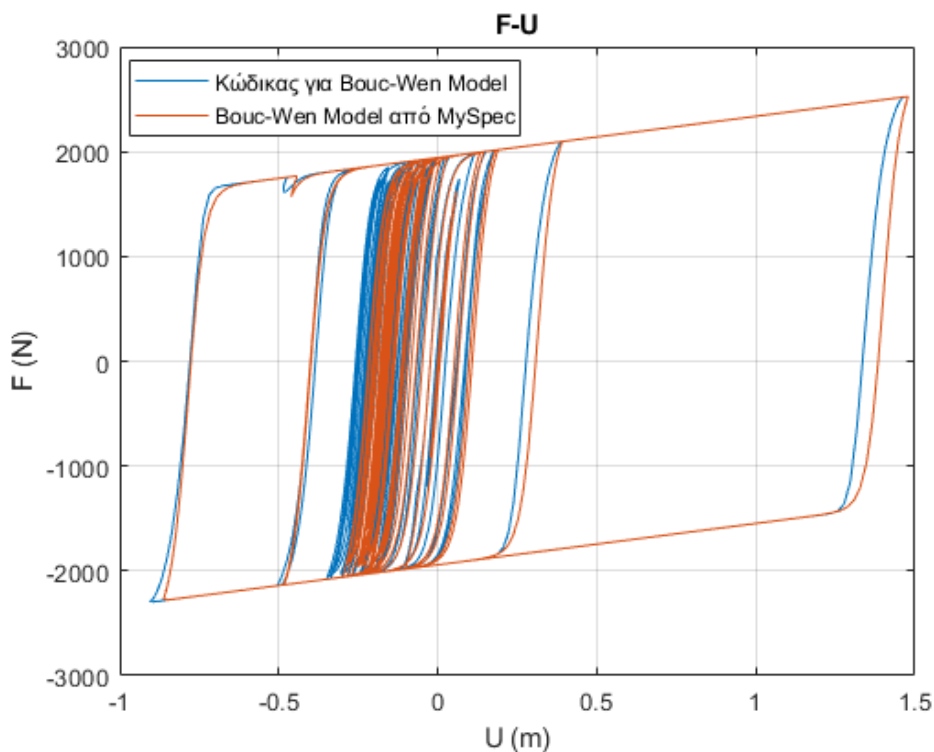
Σχήμα 3.30: Σύγκριση του Μοντέλου Bouc-Wen με το Διγραμμικό Μοντέλο

### Σύγκριση με το Πρόγραμμα MySpec:

Για επιβεβαίωση ότι λειτουργεί σωστά ο κώδικας του Μοντέλου Bouc-Wen, έγινε σύγκριση με το πρόγραμμα MySpec (Κουμούσης Β.). Και τα αποτελέσματα που προέκυψαν ταυτίζονται με μια μικρή διαφορά λόγω της χρήσης διαφορετικής αριθμητικής μεθόδου υπολογισμού της δυναμικής απόκρισης (Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς για το κώδικα που αναπτύχθηκε- Μέθοδος Newmark από το MySpec).

### Παράδειγμα Σύγκρισης:

- Κράτυνση = 0.01
- Παράμετροι Bouc-Wen:  $A = 1, \beta = 0.9, \gamma = 0.1$  και  $n = 2$
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1sec, F_y = 0.2W, \zeta = 0.05$  και  $mass = 1000kg$
- Για το σεισμό του Loma Prieta (USA, 18 October 1989)



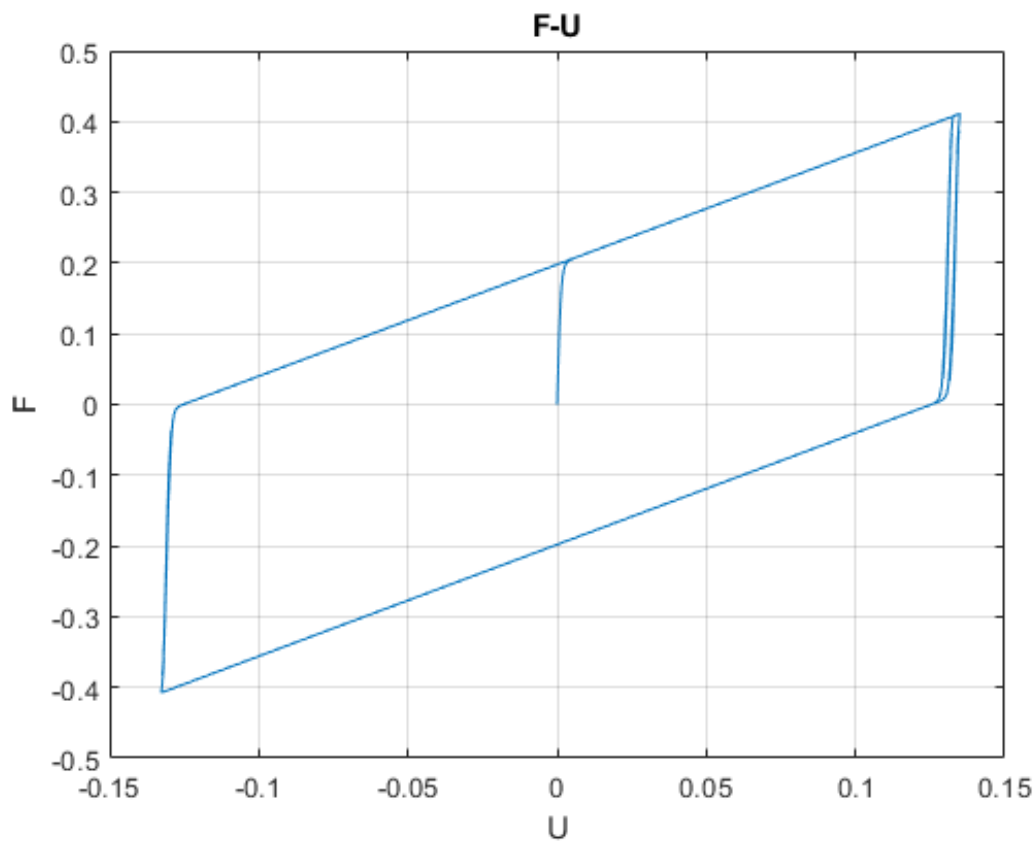
Σχήμα 3.31: Σύγκριση Κώδικα για το Μοντέλο Bouc-Wen με το πρόγραμμα MySpec



### 3.4.5 Παραδείγματα

Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:

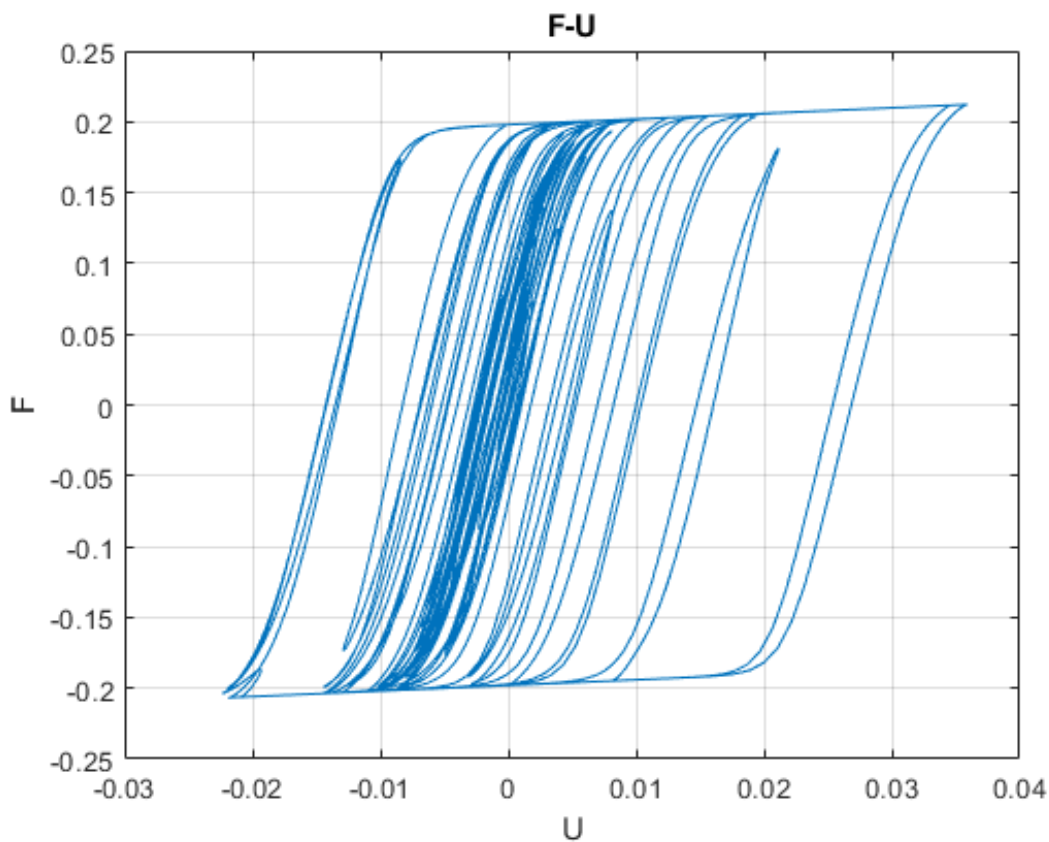
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 0.5sec$ ,  $\zeta = 0.05$  και  $mass = 1000kg$
- Επιτάχυνση Τύπου Ημιτόνου:  $a = 0.4 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- $F_y = 0.2W$  και Κράτυνση = 0.01
- Τιμές παραμέτρων:  $A = 1$ ,  $n = 2$ ,  $\beta = 0.9$  και  $\gamma = 0.1$



Σχήμα 3.32: Μοντέλο Bouc-Wen για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου

Για Σεισμική Καταγραφή με δεδομένα:

- Κράτυνση = 0.01
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1sec$ ,  $F_y = 0.2W$ ,  $\zeta = 0.05$  και  $mass = 1000kg$
- Για το σεισμό Hollister(USA, 9 April 1961)
- Τιμές παραμέτρων:  $A = 1$ ,  $n = 3$ ,  $\beta = 0.9$  και  $\gamma = 0.1$



Σχήμα 3.33: Μοντέλο Bouc-Wen για Σεισμική Καταγραφή

### 3.5 Μοντέλα με Μείωση της Δυσκαμψίας (Stiffness Degradation)

Σε αυτή την ενότητα θα γίνει η αναλυτική περιγραφή του Μοντέλου Clough and Johnston που λαμβάνει υπόψη την μείωση της δυσκαμψίας στις επαναφορτίσεις. Επιπλέον, για λόγους βιβλιογραφικής πληρότητας θα γίνει αναφορά και στο Μοντέλο Takeda.

#### 3.5.1 Μοντέλο Clough and Johnston

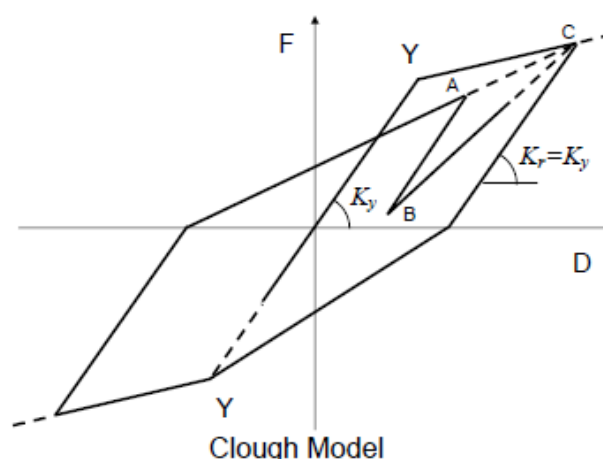
##### 3.5.1.1 Γενικά Στοιχεία

Το 1966 προτάθηκε ένα ελαστοπλαστικό μοντέλο περιγραφής της συμπεριφοράς του οπλισμένου σκυροδέματος σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση (σεισμό) από τους Clough and Johnston, το οποίο θα αναφέρεται στο εξής ως Μοντέλο Clough (Clough Model). Σε αυτήν την υποενότητα θα γίνει η περιγραφή του, καθώς και η περιγραφή της βελτιωμένης εκδοχής του μοντέλου που προτάθηκε από τους Mahin and Bertero το 1976 και θα αναφέρεται ως Μοντέλο Modified Clough (Modified Clough Model) στην παρούσα εργασία.

##### 3.5.1.2 Τρόπος Λειτουργίας και Προσδιορισμός Παραμέτρων

Αρχικά, το **Μοντέλο Clough** ανήκει στην κατηγορία των Peak Oriented Models, δηλαδή θυμάται τη μέγιστη μετακίνηση που έχει φτάσει σε κάθε διεύθυνση και ο κλάδος επαναφόρτισης κατευθύνεται προς αυτή. Αν το υλικό δεν έχει διαρρεύσει ακόμα, τότε κατά τη φόρτιση κατευθύνεται προς το σημείο διαρροής. Όσον αφορά τις αποφορτίσεις, αποφορτίζει πάνω στον ελαστικό κλάδο όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.34.

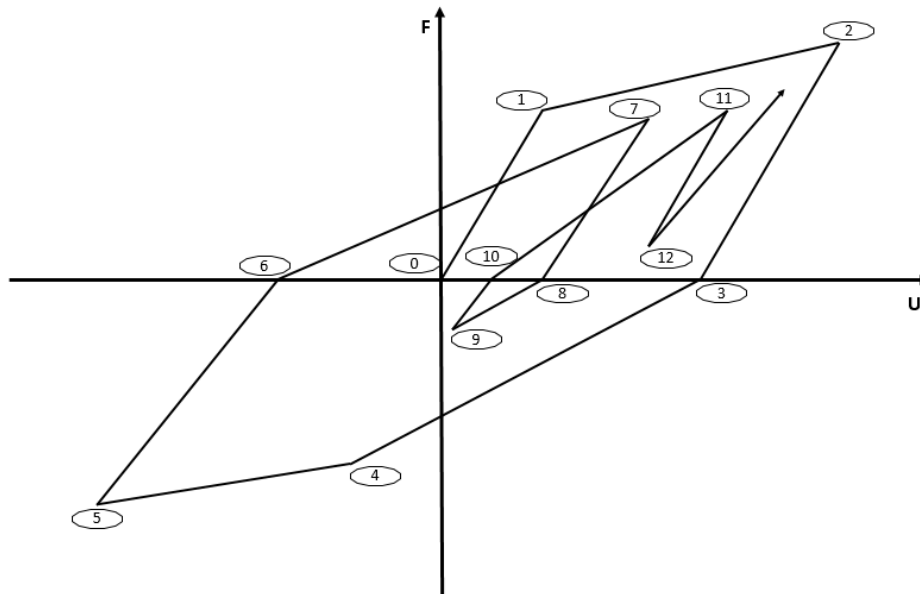
Τα μόνα δεδομένα εισόδου που χρειάζονται είναι η δύναμη διαρροής  $F_y$  και η μετακίνηση διαρροής  $u_y$ .



Σχήμα 3.34: Το Μοντέλο Clough (Otani S., 2002)

Πιο αναλυτικά, ο τρόπος λειτουργίας του Μοντέλου Clough όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.35:

- από το σημείο 0 έως το σημείο 1: φορτίζει στη θετική διεύθυνση και κινείται πάνω στον ελαστικό κλάδο με δυσκαμψία  $K_{elastic}$
- από το σημείο 1 έως το σημείο 2: αρχικά διαρρέει στο σημείο 1 και έπειτα φορτίζει κινούμενο στον μετα-ελαστικό κλάδο με δυσκαμψία  $K_s$
- από το σημείο 2 έως το σημείο 3: αποφορτίζει κινούμενο στον κλάδο αποφόρτισης με δυσκαμψία  $K_{elastic}$
- από το σημείο 3 έως το σημείο 4: φορτίζει στην αρνητική διεύθυνση κινούμενο στην ευθεία που ενώνει το σημείο αλλαγής της διεύθυνσης φόρτισης (σημείο 3) με το σημείο στο οποίο εμφανίζεται η δύναμη διαρροής (σημείο 4)
- από το σημείο 4 έως το σημείο 5: αρχικά διαρρέει στο σημείο 4 και έπειτα φορτίζει κινούμενο στον μετα-ελαστικό κλάδο με δυσκαμψία  $K_s$
- από το σημείο 5 έως το σημείο 6: αποφορτίζει κινούμενο στον κλάδο αποφόρτισης με δυσκαμψία  $K_{elastic}$
- από το σημείο 6 έως το σημείο 7: φορτίζει πάλι στην θετική διεύθυνση κινούμενο στην ευθεία που ενώνει το σημείο αλλαγής της διεύθυνσης φόρτισης (σημείο 6) με το σημείο στο οποίο εμφανίστηκε η μέγιστη μετακίνηση στον προηγούμενο κύκλο φόρτισης (σημείο 2)
- από το σημείο 7 έως το σημείο 8: αποφορτίζει κινούμενο στον κλάδο αποφόρτισης με δυσκαμψία  $K_{elastic}$
- από το σημείο 8 έως το σημείο 9: φορτίζει πάλι στην αρνητική διεύθυνση κινούμενο στην ευθεία που ενώνει το σημείο αλλαγής της διεύθυνσης φόρτισης (σημείο 8) με το σημείο στο οποίο εμφανίστηκε η μέγιστη μετακίνηση στον προηγούμενο κύκλο φόρτισης (σημείο 5)
- από το σημείο 9 έως το σημείο 10: αποφορτίζει κινούμενο στον κλάδο αποφόρτισης με δυσκαμψία  $K_{elastic}$
- από το σημείο 10 έως το σημείο 11: φορτίζει πάλι στην θετική διεύθυνση κινούμενο στην ευθεία που ενώνει το σημείο αλλαγής της διεύθυνσης φόρτισης (σημείο 10) με το σημείο στο οποίο εμφανίστηκε η μέγιστη μετακίνηση στους προηγούμενους κύκλους φόρτισης (σημείο 2)
- από το σημείο 11 έως το σημείο 12: αποφορτίζει κινούμενο στον κλάδο αποφόρτισης με δυσκαμψία  $K_{elastic}$
- από το σημείο 12 και μετά: επαναφορτίζει κινούμενο στην ευθεία που ενώνει το σημείο αλλαγής της διεύθυνσης φόρτισης (σημείο 12) με το σημείο στο οποίο εμφανίστηκε η μέγιστη μετακίνηση στους προηγούμενους κύκλους φόρτισης (σημείο 2)



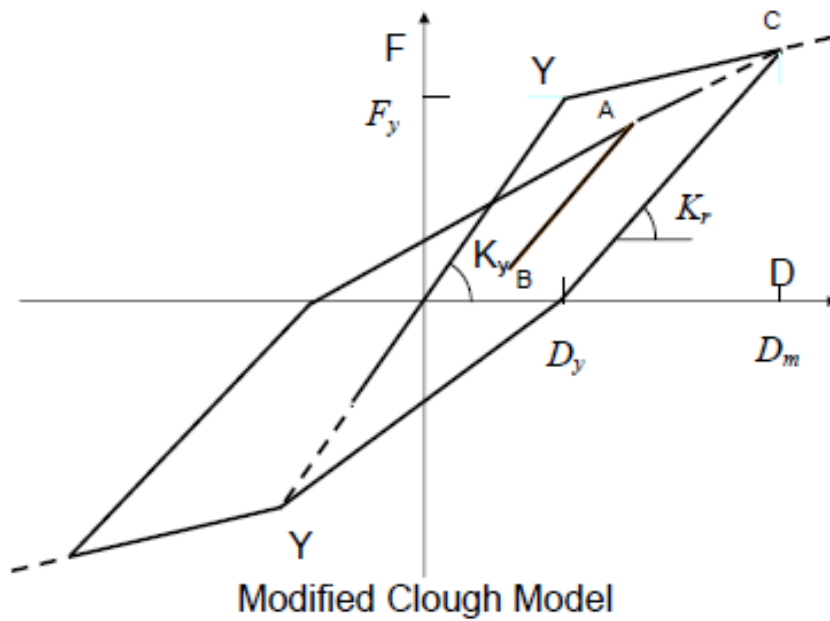
Σχήμα 3.35: Περιγραφή του Μοντέλου Clough

Έπειτα, γίνεται η περιγραφή του **Μοντέλου Modified Clough**, που σκοπό έχει να διορθώσει κάποια από τα λάθη του Μοντέλου Clough. Πιο συγκεκριμένα, έχει τους ίδιους κλάδους φόρτισης-αποφόρτισης και τα ίδια δεδομένα εισόδου με το Clough με δύο βελτιώσεις. Πρώτον, στις επαναφορτίσεις κατευθύνεται προς το κοντινότερο σημείο αποφόρτισης και όταν το φτάσει τότε κατευθύνεται προς το σημείο μέγιστης μετακίνησης. Δεύτερον, με την προσθήκη της παραμέτρου  $\alpha$  είναι δυνατόν να αλλάξει η κλίση του κλάδου αποφόρτισης σε σχέση με τον ελαστικό κλάδο, ώστε να είναι πιο ακριβής με τα πειραματικά αποτελέσματα. Συνεπώς, η δυσκαμψία του κλάδου αποφόρτισης περιγράφεται από τη σχέση:

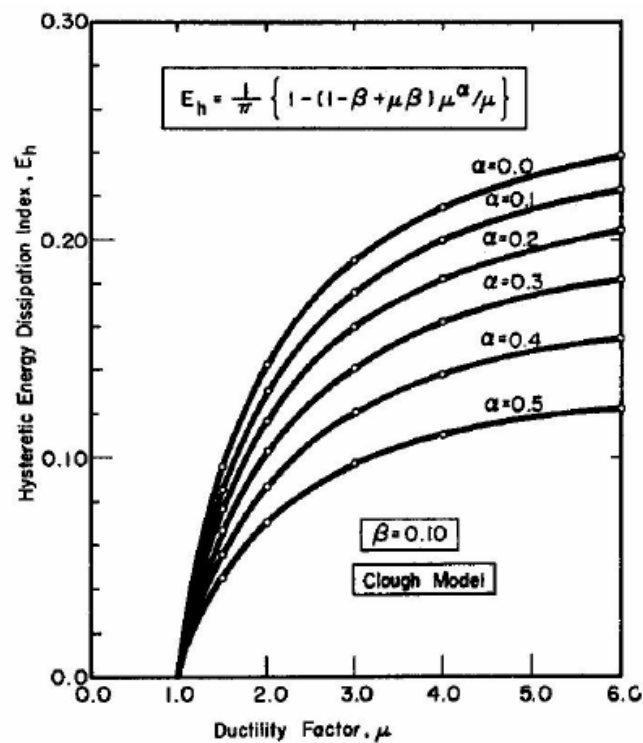
$$K_r = K_y \left( \frac{D_m}{D_y} \right)^{-\alpha} \quad (3.5.1)$$

Όπου  $K_y$  η αρχική ελαστική δυσκαμψία,  $\alpha$  η παράμετρος μείωσης της δυσκαμψίας αποφόρτισης,  $D_m$  η μέγιστη μετακίνηση στη διεύθυνση της αποφόρτισης,  $D_y$  η παραμόρφωση διαρροής.

Η παράμετρος  $\alpha$  παίρνει τιμές από 0 έως 0.5 (σύμφωνα με το Σχήμα 3.37). Όπου για  $\alpha = 0$  ο κλάδος αποφόρτισης έχει δυσκαμψία ίση με την ελαστική.



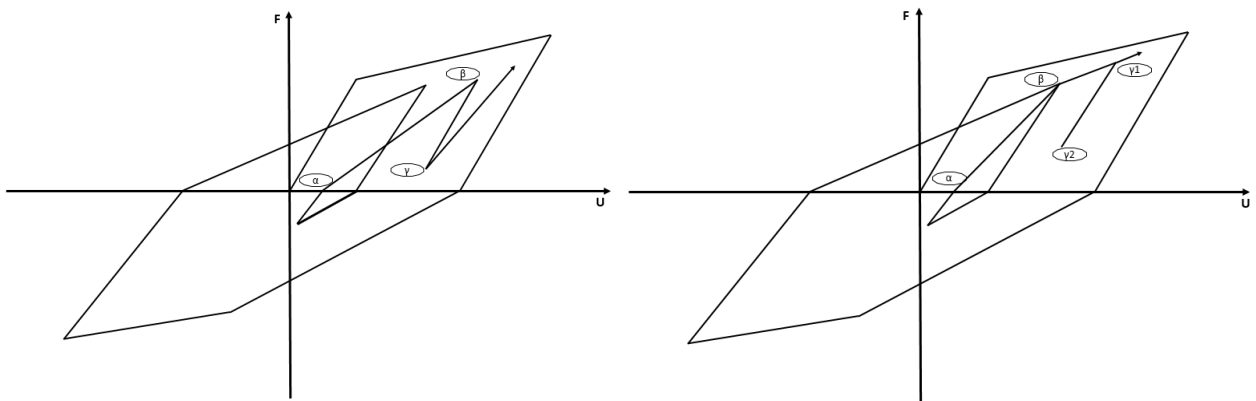
Σχήμα 3.36: Μοντέλο Modified Clough (Otani S., 2002)



Σχήμα 3.37: Πίνακας Προσδιορισμού Παραμέτρου  $\alpha$  (Otani S., 2002)

Αναλυτικότερα, η βελτίωση του Μοντέλου Modified Clough σε σχέση με το Μοντέλο Clough όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.38 :

- από το σημείο α έως το σημείο β: επαναφορτίζει κινούμενο πάνω στην ευθεία που ενώνει το σημείο αλλαγής της διεύθυνσης φόρτισης (σημείο α) με το σημείο στο οποίο ξεκίνησε η "κοντινότερη" αποφόρτιση (αν δεν υπάρχει "κοντινό" σημείο που να ξεκίνησε αποφόρτιση, τότε κατευθύνεται στο σημείο που εμφανίστηκε η μέγιστη μετακίνηση στους προηγούμενους κύκλους φόρτισης)
- από το σημείο β έως το σημείο γ1: φορτίζει, κινούμενο στην ευθεία που ενώνει το σημείο β με το σημείο στο οποίο εμφανίστηκε η μέγιστη μετακίνηση στους προηγούμενους κύκλους φόρτισης
- από το σημείο γ1 έως το σημείο γ2: αποφορτίζει κινούμενο στον κλάδο αποφόρτισης με δυσκαμψία  $K_{elastic}$  (η δυσκαμψία αποφόρτισης μπορεί να αλλάξει σε σχέση με την  $K_{elastic}$  με κατάλληλες τιμές της παραμέτρου  $\alpha$  όπως προαναφέρθηκε)
- από το σημείο γ2 έως το σημείο γ1: επαναφορτίζει κινούμενο πάνω στην ευθεία αποφόρτισης
- από το σημείο γ1 και μετά: επαναφορτίζει κινούμενο στην ευθεία που ενώνει το σημείο γ1 με το σημείο στο οποίο εμφανίστηκε η μέγιστη μετακίνηση στους προηγούμενους κύκλους φόρτισης



Σχήμα 3.38: Μοντέλο Clough (αριστερά) και Μοντέλο Modified Clough (δεξιά)

Αξίζει να σημειωθεί ότι παρά την απλότητα του, το Μοντέλο Modified Clough περιγράφει με καλή ακρίβεια την συμπεριφορά του οπλισμένου σκυροδέματος σε σεισμό, όπως επιβεβαιώνεται και από τη μελέτη των Grammatikou et al.(2019) για αυτό χρησιμοποιείται ευρέως.

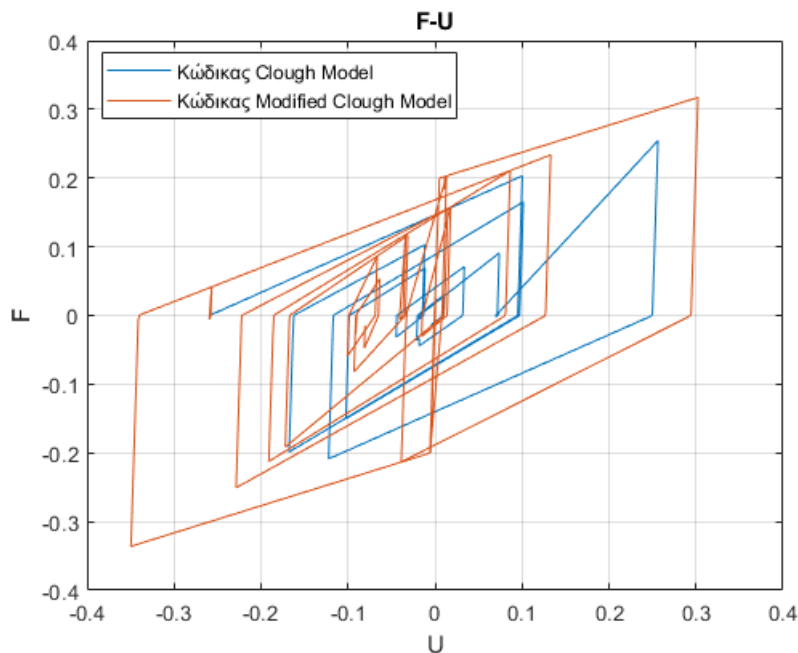
Επίσης, έχουν προταθεί και άλλες βελτιώσεις του Μοντέλου Clough πέρα από αυτή των Mahin and Bertero (1976), όπως των Wang and Shah (1987) που προσθέτει και τη λειτουργία του strength deterioration πέρα από το stiffness degradation.

### 3.5.1.3 Σύγκριση των Clough - Modified Clough και Σύγκριση με το Πρόγραμμα BiSpec

Σε αυτή την υποενότητα θα γίνει η σύγκριση του Μοντέλου Clough με το Μοντέλο Modified Clough, ώστε να φανεί καλύτερα η διαφορά τους. Και στη συνέχεια θα γίνει ο έλεγχος σωστής λειτουργίας του κώδικα για το Μοντέλο Clough and Johnston και για το Μοντέλο Modified Clough and Johnston με το πρόγραμμα BiSpec.

Παράδειγμα Σύγκρισης Clough και Modified Clough:

- Κράτυση = 0.01
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1sec$ ,  $F_y = 0.2W$ ,  $\zeta = 0.05$  και  $mass = 1000kg$
- Για το σεισμό Kocaeli (Turkey, 17 August 1999)
- Για  $\alpha = 0$ , ώστε το Clough και το Modified Clough να έχουν ίδια τιμή δυσκαμψίας αποφόρτισης



Σχήμα 3.39: Σύγκριση μεταξύ Clough και Modified Clough

Είναι ορατή η απόκλιση του Μοντέλου Clough σε σχέση με το Modified Clough για τους ενδιάμεσους κύκλους ανακύκλησης, ενώ αξίζει να αναφερθεί ότι οι μέγιστες τιμές των δυνάμεων και μετακινήσεων που αναπτύσσονται σε κάθε διεύθυνση φόρτισης είναι ίδιες και για τα δύο μοντέλα. Παρ' όλα αυτά, η διόρθωση αυτή ήταν απαραίτητη ώστε να είναι πιο κοντά στο φυσικό πρόβλημα το μοντέλο.

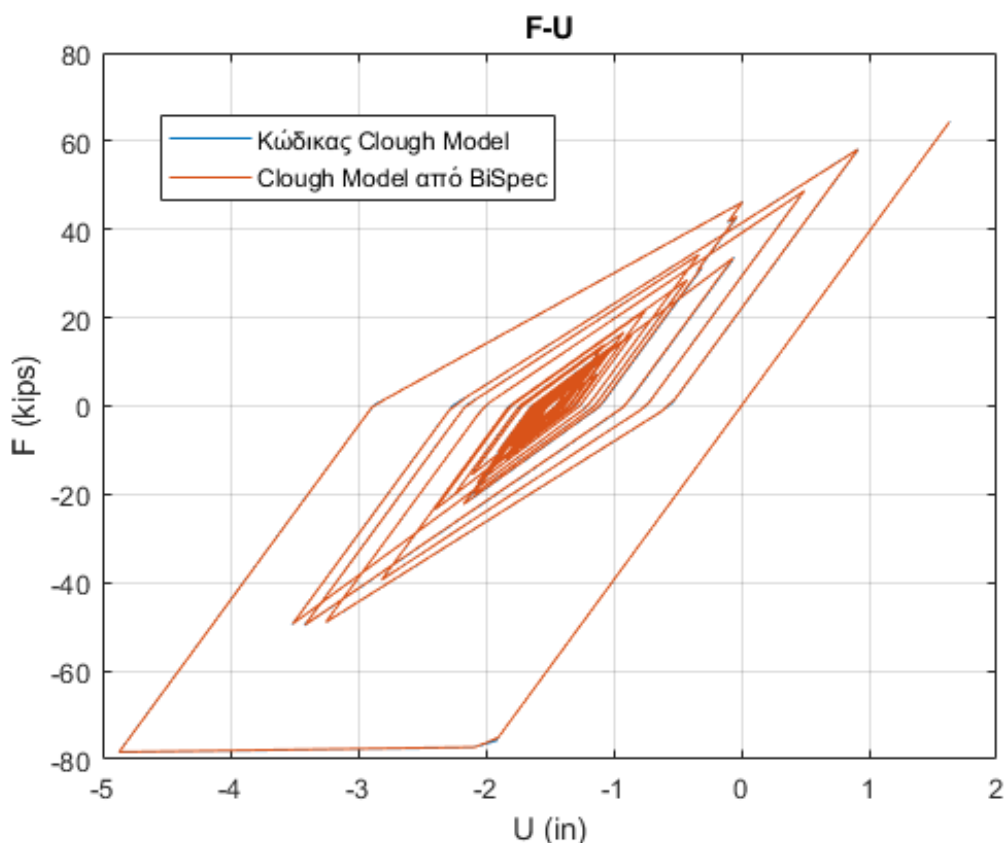


### Σύγκριση με το Πρόγραμμα BiSpec:

Για επιβεβαίωση ότι λειτουργεί σωστά ο κώδικας για το Μοντέλο Clough και το Modified Clough, έγινε σύγκριση με το πρόγραμμα BiSpec (Hachem M.). Και τα αποτελέσματα που προέκυψαν ταυτίζονται με μια μικρή διαφορά λόγω της χρήσης διαφορετικής αριθμητικής μεθόδου υπολογισμού της δυναμικής απόκρισης (Μέθοδος Κεντρικής Διαφοράς για το κώδικα που αναπτύχθηκε- Μέθοδος Newmark από το πρόγραμμα BiSpec).

### Παράδειγμα Σύγκρισης για το Μοντέλο Clough:

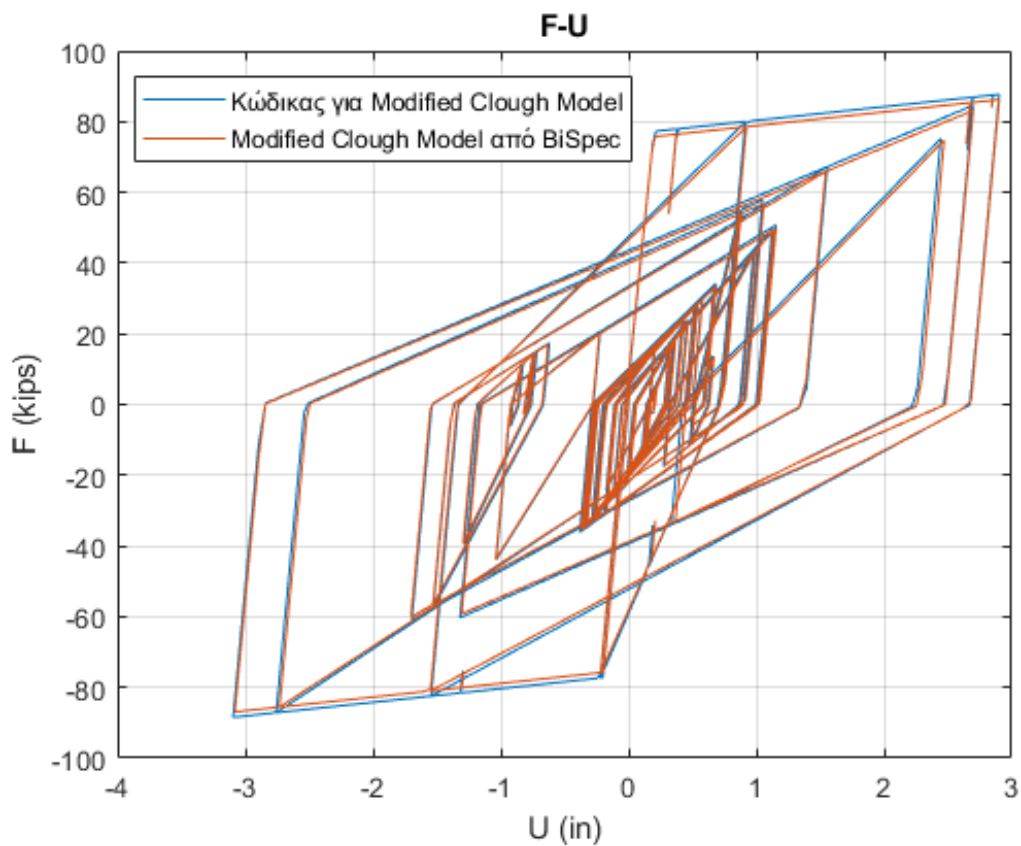
- Κράτυνση = 0.01
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1\text{sec}$ ,  $F_y = 0.2$ ,  $\zeta = 0.05$   
και  $mass = 1 \frac{\text{kipssec}^2}{\text{in}}$
- Για το σεισμό Loma Prieta (USA, 18 October 1989)



Σχήμα 3.40: Σύγκριση Κώδικα για το Μοντέλο Clough με το πρόγραμμα BiSpec

Παράδειγμα Σύγκρισης για το Μοντέλο Modified Clough:

- Κράτυνση = 0.01
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 0.5sec$ ,  $F_y = 0.2W$ ,  $\zeta = 0.05$   
και  $mass = 1 \frac{kipssec^2}{in}$
- $\alpha = 0$
- Για το σεισμό Kobe (Japan, 16 January 1995)



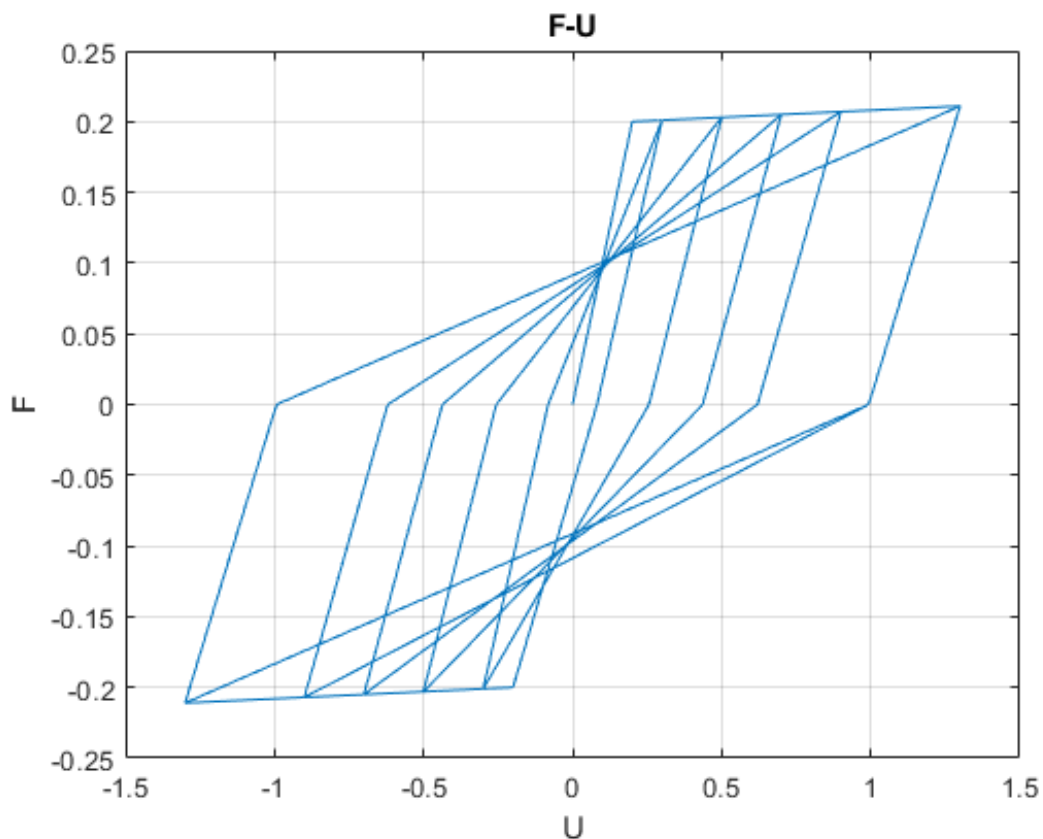
Σχήμα 3.41: Σύγκριση Κώδικα για το Μοντέλο Modified Clough με το πρόγραμμα BiSpec

### 3.5.1.4 Παραδείγματα

Θα παρουσιαστούν παραδείγματα μόνο για το Modified Clough καθώς έχει μεγαλύτερη ακρίβεια και συνεπώς συνίσταται να χρησιμοποιείται αυτό αντί του Clough.

Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:

- Επιβαλλόμενη Μετατόπιση Τύπου Ημιτόνου:
  - $U_1 = 0.3 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_2 = 0.5 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_3 = 0.7 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_4 = 0.9 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_5 = 1.3 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- Κράτυνση = 0.01,  $\alpha = 0.2$ ,  $K_{elastic} = 1$  και  $F_y = 0.2W$



Σχήμα 3.42: Μοντέλο Modified Clough and Johnston για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου

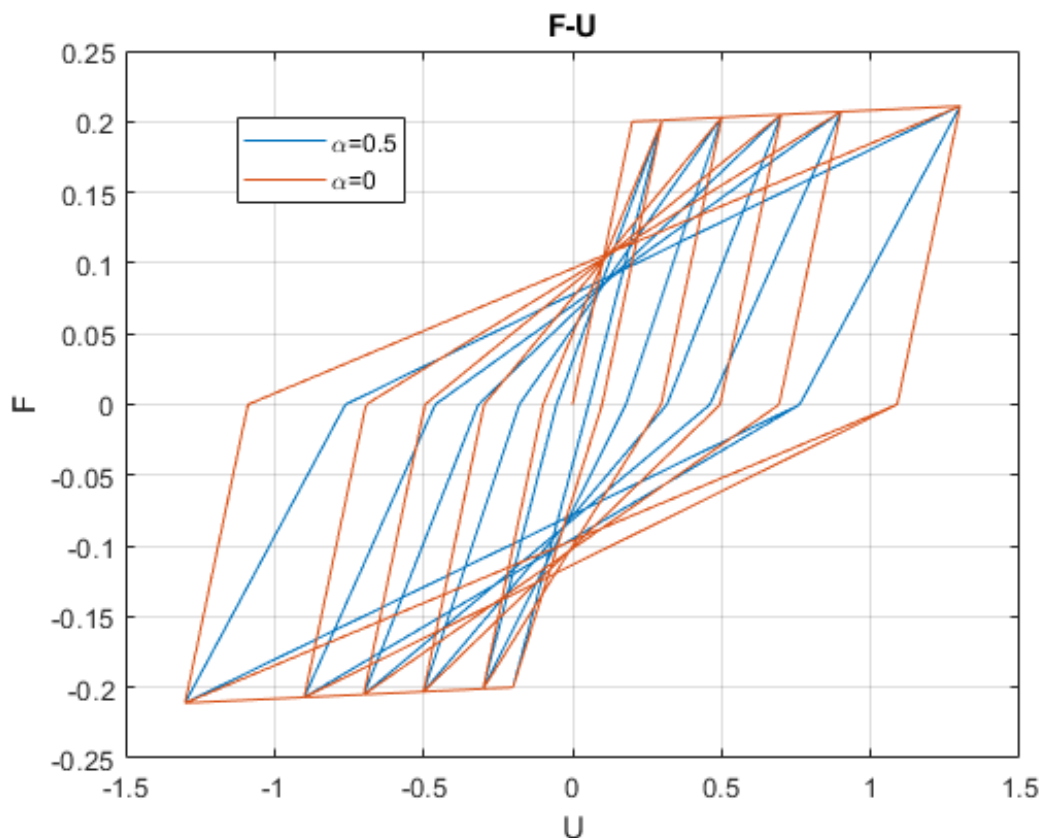
Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:

- Επιβαλλόμενη Μετατόπιση Τύπου Ημιτόνου:

- $U_1 = 0.3 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- $U_2 = 0.5 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- $U_3 = 0.7 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- $U_4 = 0.9 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- $U_5 = 1.3 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$

- Κράτυνση = 0.01,  $K_{elastic} = 1$  και  $F_y = 0.2W$

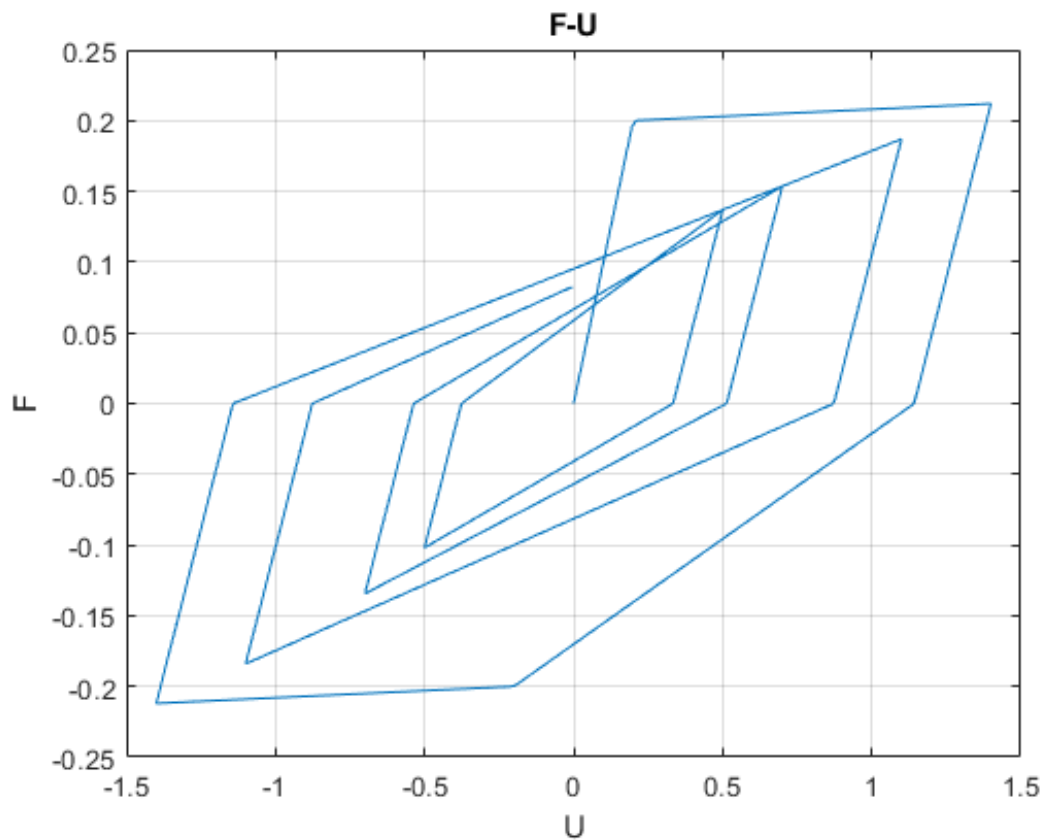
- Για  $\alpha = 0$  και  $\alpha = 0.5$  ώστε να φανεί η επίδραση της παραμέτρου  $\alpha$  στη συμπεριφορά του μοντέλου



Σχήμα 3.43: Σύγκριση Μοντέλου Modified Clough and Johnston για  $\alpha = 0.5$  και  $\alpha = 0$

Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:

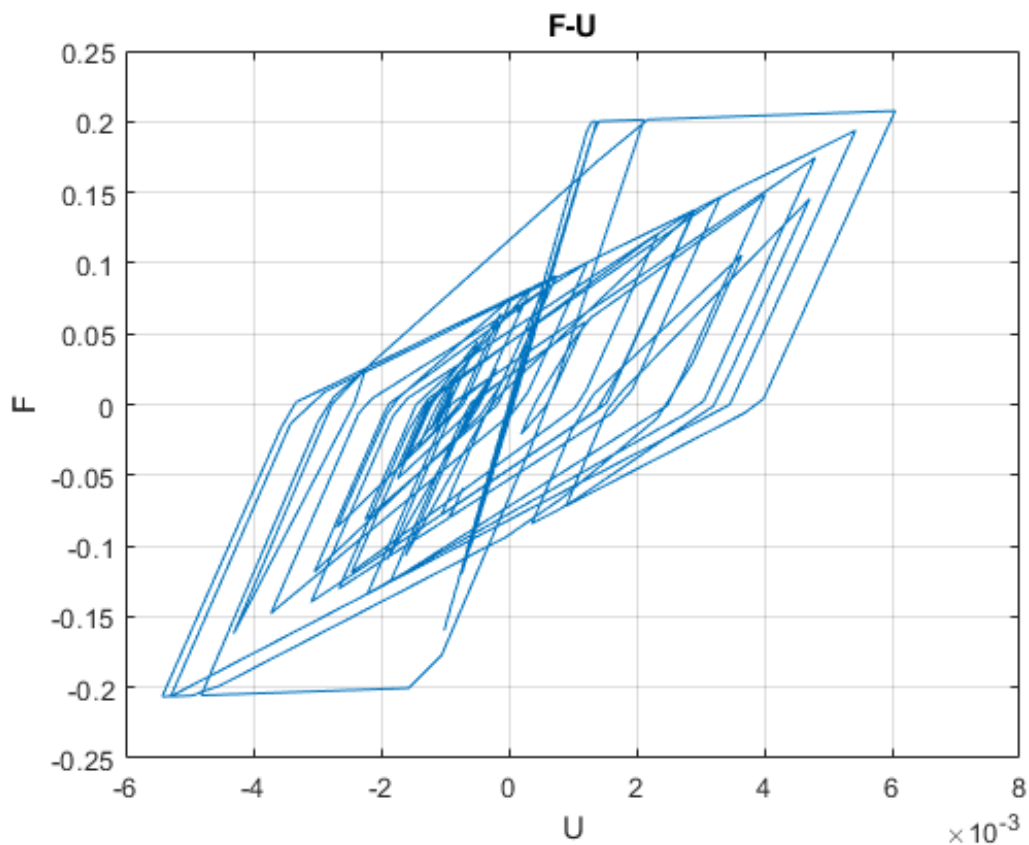
- Επιβαλλόμενη Μετατόπιση Τύπου Ημιτόνου:
  - $U_1 = 1.4 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_2 = 0.5 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_3 = 0.7 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_4 = 1.1 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- Κράτνυση = 0.01,  $\alpha = 0.1$ ,  $K_{elastic} = 1$  και  $F_y = 0.2W$



Σχήμα 3.44: Μοντέλο Modified Clough and Johnston για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου

Για Σεισμική Καταγραφή με δεδομένα:

- Κράτυνση = 0.01 και  $\alpha = 0.3$
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 0.5sec$ ,  $F_y = 0.2W$ ,  $\zeta = 0.05$   
και  $mass = 1000kg$
- Για το σεισμό Trinidad (USA, 24 August 1983)



Σχήμα 3.45: Μοντέλο Modified Clough and Johnston για Σεισμική Καταγραφή

### 3.5.2 Μοντέλο Takeda

#### 3.5.2.1 Γενικά Στοιχεία

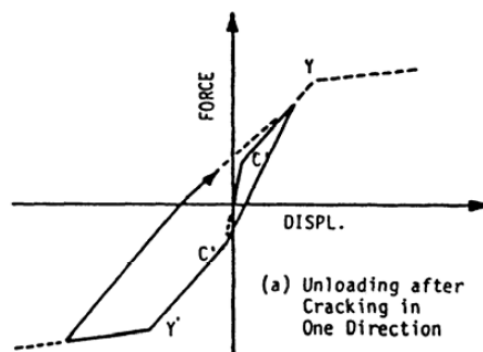
Σε αυτή την υποενότητα θα γίνει η περιγραφή της λειτουργίας του Μοντέλου Takeda (Takeda Model) που είναι ένα από τα πιο διαδεδομένα μοντέλα περιγραφής του οπλισμένου σκυροδέματος σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Το συγκεκριμένο μοντέλο αναπτύχθηκε το 1970 από τους Takeda, Sozen and Nielsen. Βασίστηκε σε αποτελέσματα πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν σε μεσαίου μεγέθους μέλη οπλισμένου σκυροδέματος υπό ανακυκλιζόμενο πλευρικό φορτίο και με την ταυτόχρονη επιβολή μικρού αξονικού φορτίου.

#### 3.5.2.2 Τρόπος Λειτουργίας

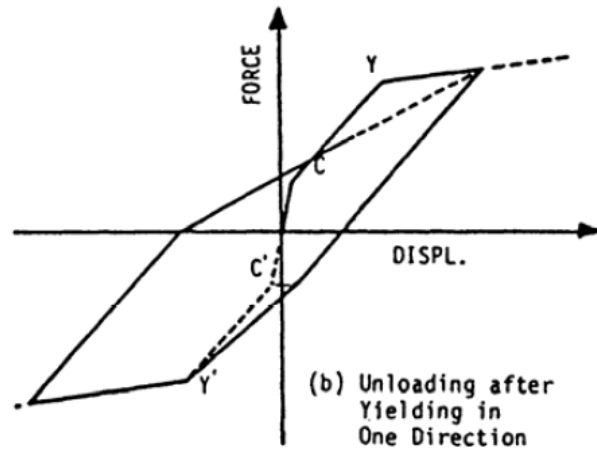
Το Μοντέλο Takeda για μονοτονική φόρτιση περιγράφεται από μια τριγωνική καμπύλη (τόσο στο θετικό, όσο και στον αρνητικό κλάδο φόρτισης) με αλλαγή της κλίσης στο σημείο έναρξης της ρηγμάτωσης και στο σημείο διαρροής. Επιπλέον, αν θέσουμε σαν σημείο έναρξης της ρηγμάτωσης την αρχική κατάσταση, το Takeda γίνεται διγραμμικό και είναι γνωστό ως Μοντέλο Bilinear Takeda. Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι έχουν προταθεί πολλές τροποποιήσεις όπως το Μοντέλο Modified Takeda από τον Otani (1974).

#### Οι λειτουργίες του Μοντέλου Takeda είναι:

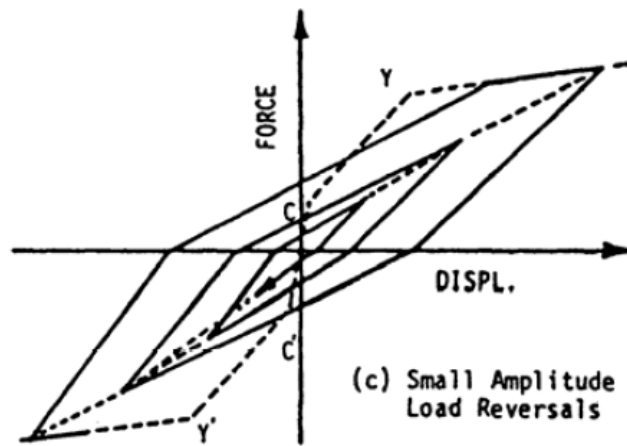
- η αλλαγή της δυσκαμψίας στο σημείο έναρξης της ρηγμάτωσης και στο σημείο διαρροής
- οι διαφορετικοί υστερητικοί κανόνες για μικρούς και μεγάλους υστερητικούς βρόγχους
- η αλλαγή της δυσκαμψίας αποφόρτισης ανάλογα με τη μέγιστη μετακίνηση σε κάθε διεύθυνση



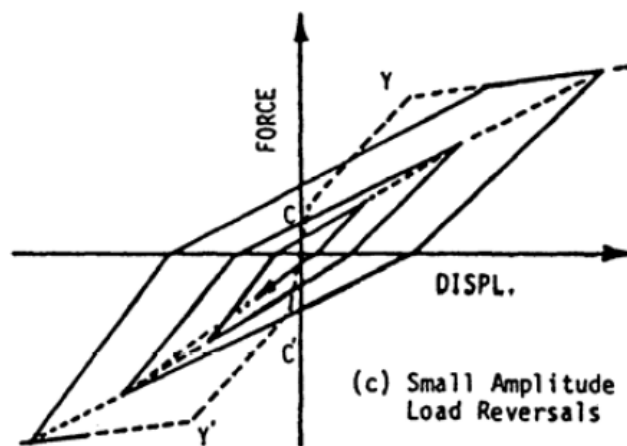
Σχήμα 3.46: Η λειτουργία του Μοντέλου Takeda (Otani S., 2002)



Σχήμα 3.47: Η λειτουργία του Μοντέλου Takeda (Otani S., 2002)



Σχήμα 3.48: Η λειτουργία του Μοντέλου Takeda (Otani S., 2002)



Σχήμα 3.49: Η λειτουργία του Μοντέλου Takeda (Otani S., 2002)



Αναλυτικότερα, οι συνθήκες λειτουργίας του Takeda σύμφωνα με τον Otani S. (2002) είναι:

- Συνθήκη 1: Όταν δεν έχει ξεπεραστεί το φορτίο για το οποίο αρχίζει η ρηγμάτωση  $P_{cr}$  στη μία διεύθυνση, δηλαδή  $P_i < P_{cr}$ .  
Τότε η αποφόρτιση γίνεται πάνω στην ευθεία που ενώνει το σημείο με φορτίο  $P_i$  με το σημείο που εμφανίζεται η ρηγμάτωση στην άλλη διεύθυνση.
- Συνθήκη 2: Όταν το φορτίο  $P_i$  στην μία διεύθυνση είναι μεγαλύτερο από το φορτίο που εμφανίζεται η ρηγμάτωση, αλλά μικρότερο από το φορτίο που εμφανίζεται η διαρροή  $P_y$ , δηλαδή  $P_{cr} < P_i < P_y$ .  
Τότε η αποφόρτιση γίνεται παράλληλα με την καμπύλη φόρτισης αν κατευθύνεται σε φορτίο  $P_{i+1} < P_i$ . Αλλιώς αν κατευθύνεται σε φορτίο  $P_{i+1} > P_i$ , τότε η αποφόρτιση γίνεται πάνω στην ευθεία που ενώνει το σημείο που εμφανίζεται το φορτίο  $P_i$  με το σημείο που εμφανίζεται η ρηγμάτωση στην άλλη διεύθυνση.
- Συνθήκη 3: Όταν έχουν γίνει ένας ή παραπάνω κύκλοι φόρτισης και το φορτίο μη-δενίζεται.  
Τότε η επαναφόρτιση γίνεται στοχεύοντας το σημείο που έφτασε η φόρτιση στον τελευταίο κύκλο πριν την αποφόρτιση. Αν το σημείο αυτό δεν ανήκει στην κύρια καμπύλη, τότε ενώνεται με τη κύρια καμπύλη και έπειτα συνεχίζεται η διαδικασία.
- Συνθήκη 4: Όταν το φορτίο διαρροής  $P_y$  ξεπεραστεί στη μία διεύθυνση, δηλαδή  $P_i > P_y$ .  
Τότε η αποφόρτιση γίνεται με κλίση  $k_r = k_y \left( \frac{D_y}{D} \right)^{0.4}$ , όπου  $k_y$  η κλίση της ευθείας που ενώνει το σημείο διαρροής στη μία διεύθυνση με το σημείο έναρξης της ρηγμάτωσης στην άλλη διεύθυνση,  $D_y$  η μετακίνηση διαρροής και  $D$  η μέγιστη μετακίνηση που έφτασε στη διεύθυνση της φόρτισης.
- Συνθήκη 5: Έχει ξεπεραστεί το φορτίο διαρροής  $P_y$  στη μία διεύθυνση, αλλά δεν έχει ξεπεραστεί το φορτίο έναρξης της ρηγμάτωσης στην άλλη διεύθυνση.  
Τότε η αποφόρτιση γίνεται σύμφωνα με την Συνθήκη 4. Και μετά η φόρτιση στην άλλη διεύθυνση κατευθύνεται στο σημείο που εμφανίζεται το φορτίο έναρξης της ρηγμάτωσης και όταν ξεπεραστεί κατευθύνεται στο σημείο που εμφανίζεται το φορτίο διαρροής.
- Συνθήκη 6: Όταν έχουν προηγηθεί ένας ή παραπάνω κύκλοι φόρτισης.  
Τότε η αποφόρτιση γίνεται στο 70 της εκατό του φορτίου όπως ορίζεται από τις Συνθήκες 1,2 και 4 ανάλογα με το ποια χρησιμοποιήθηκε στο τελευταίο κύκλο φόρτισης. Όμως η κλίση δεν πρέπει να είναι ηπιότερη από του τελευταίου κύκλου φόρτισης.

### 3.6 Μοντέλα με Μείωση της Δύναμης (Strength Deterioration)

Σε αυτή την ενότητα θα γίνει η αναλυτική περιγραφή ενός μοντέλου (Nogami et al. , 2008) που λαμβάνει υπόψη και την μείωση της δύναμης, πέρα από την μείωση της δυσκαμψίας. Επίσης, για λόγους βιβλιογραφικής πληρότητας θα γίνει αναφορά και στο διαδεδομένο υστερητικό μοντέλο των Ibarra et al. (2005).

#### 3.6.1 Μοντέλο Nogami et al. (2008)

##### 3.6.1.1 Γενικά Στοιχεία

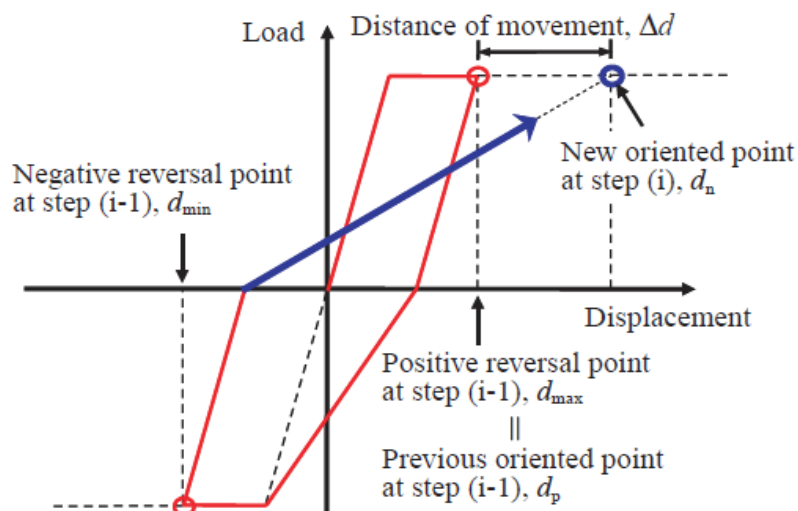
Το συγκεκριμένο μοντέλο αναπτύχθηκε από τους Nogami, Murono and Sato και πρωτοαναφέρθηκε το 2008. Προορίζεται για χρήση σε κολώνες οπλισμένου σκυροδέματος.

##### 3.6.1.2 Τρόπος Λειτουργίας και Προσδιορισμός Παραμέτρων

Γενικά υπάρχουν δύο τρόποι με τους οποίους μπορεί να εκφραστεί το strength deterioration:

- με softening της κλίσης του κλάδου επαναφόρτισης
- μετακινώντας το σημείο που κατευθύνεται ο κλάδος επαναφόρτισης

Το συγκεκριμένο μοντέλο χρησιμοποιεί το δεύτερο τρόπο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.50



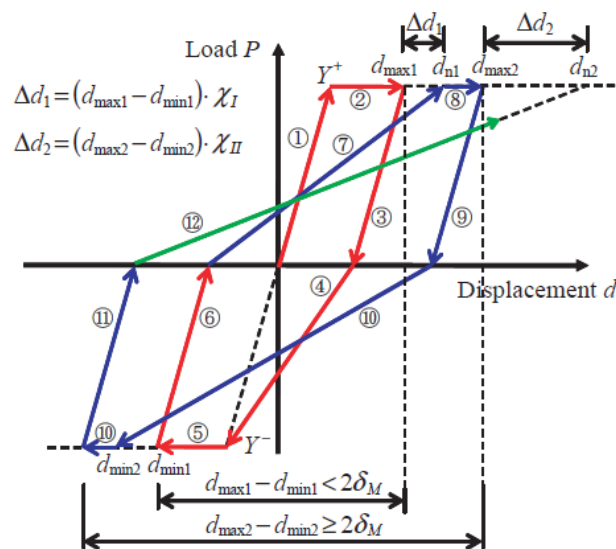
Σχήμα 3.50: Η Έννοια του Strength Deterioration (Nogami et al. , 2008)

Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο είναι Peak-Oriented και έχει παρόμοιους κανόνες λειτουργίας με το Modified Clough, με τη διαφορά ότι κατευθύνεται στις επαναφορτίσεις στο last reversal point προσαυξημένο κατά  $\Delta d$ . Δηλαδή:

$$d_n = d_p + \Delta d = d_p + (d_{max} - d_{min})\chi \tag{3.6.1}$$

Όπου:

- $d_n$  το νέο μετατεθειμένο σημείο που κατευθύνεται ο κλάδος επαναφόρτισης
- $d_p$  το μέγιστο σημείο που έφτασε στον προηγούμενο κύκλο φόρτισης
- $\Delta d$  η απόσταση της μετάθεσης
- $d_{max}$  το θετικό reversal point
- $d_{min}$  το αρνητικό reversal point
- $\chi$  η παράμετρος που ορίζει το βαθμό του strength deterioration



Σχήμα 3.51: Ο Τρόπος Λειτουργίας του Μοντέλου Nogami et al. (2008) (Nogami et al. , 2008)

Ακόμα, πρέπει να επισημανθεί ότι στη παράμετρο  $\chi$  αντιστοιχούν δύο τιμές:

- η  $\chi_1$  όταν  $(d_{max} - d_{min}) < 2\delta_M$
- η  $\chi_2$  όταν  $(d_{max} - d_{min}) \geq 2\delta_M$

όπου  $\delta_M$  είναι η απόλυτη τιμή της μέγιστης μετατόπισης που έχει περιέλθει το μέλος του οπλισμένου σκυροδέματος.

Πιο συγκεκριμένα, ο τρόπος λειτουργίας του Μοντέλου Nogami et al. (2008) σύμφωνα με το Σχήμα 3.51 είναι ως εξής:

- Όταν η μετακίνηση είναι μικρότερη από την μετακίνηση διαρροής, τότε η καμπύλη φόρτισης ακολουθεί τον ελαστικό κλάδο (ευθεία 1).
- Όταν η μετακίνηση ξεπεράσει την μετακίνηση διαρροής, τότε η καμπύλη φόρτισης κινείται στον μετα-ελαστικό κλάδο (ευθεία 2).
- Όταν έχει ήδη φτάσει στον μετα-ελαστικό κλάδο και αποφορτίσει, τότε αποφορτίζει μέχρι το μηδενισμό της δύναμης σε ευθεία παράλληλη με του ελαστικού κλάδου (ευθεία 3)
- Όταν φορτίσει στην αρνητική διεύθυνση, κινείται πάνω στην ευθεία που ενώνει το σημείο για το οποίο ισχύει  $P = 0$  με το σημείο διαρροής στην αρνητική διεύθυνση (ευθεία 4).
- Όταν ξεπεράσει τη μετακίνηση διαρροής στην αρνητική διεύθυνση, η καμπύλη φόρτισης κινείται πάνω στον αρνητικό μετα-ελαστικό κλάδο (ευθεία 5).
- Όταν έχει ήδη φτάσει στον μετα-ελαστικό κλάδο και αποφορτίσει, τότε αποφορτίζει μέχρι το μηδενισμό της δύναμης σε ευθεία παράλληλη με του ελαστικού κλάδου (ευθεία 6)
- Όταν επαναφορτίσει στη θετική διεύθυνση, κινείται πάνω στην ευθεία που ενώνει το σημείο με  $P = 0$  με το σημείο μέγιστης μετακίνησης που έφτασε στον τελευταίο κύκλο μετατοπισμένο κατά  $\Delta\delta$  (ευθεία 7).
- Όταν ξεπεράσει τη μετακίνηση του σημείου μέγιστης μετακίνησης που έφτασε στον τελευταίο κύκλο μετατοπισμένο κατά  $\Delta\delta$ , η καμπύλη φόρτισης κινείται πάνω στον μετα-ελαστικό κλάδο (ευθεία 8).
- Όταν έχει ξεπεράσει τη μετακίνηση του σημείου μέγιστης μετακίνησης που έφτασε στον τελευταίο κύκλο μετατοπισμένο κατά  $\Delta\delta$  και αποφορτίσει, τότε αποφορτίζει μέχρι το μηδενισμό της δύναμης σε ευθεία παράλληλη με του ελαστικού κλάδου (ευθεία 9).
- Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και στην αρνητική διεύθυνση καθώς και στους επόμενους κύκλους φόρτισης.

Όσον αφορά τον κλάδο αποφόρτισης προτείνεται η προσθήκη της παραμέτρου  $\alpha$  του Μοντέλου Modified Clough, ώστε να είναι πιο "κοντά" στα πειραματικά αποτελέσματα. Συνεπώς, η δυσκαμψία του κλάδου αποφόρτισης προτείνεται να περιγράφεται από τη σχέση:

$$K_r = K_y \left( \frac{D_m}{D_y} \right)^{-\alpha} \quad (3.6.2)$$

Όπου  $K_y$  η αρχική ελαστική δυσκαμψία,  $\alpha$  η παράμετρος μείωσης της δυσκαμψίας αποφόρτισης,  $D_m$  η μέγιστη μετακίνηση στη διεύθυνση της αποφόρτισης,  $D_y$  η παραμόρφωση διαρροής.

Για τον προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων  $\chi_1$  και  $\chi_2$  έγιναν ορισμένες πειραματικές δοκιμές από τους Nogami et al. (2008) (Σχήμα 3.52).

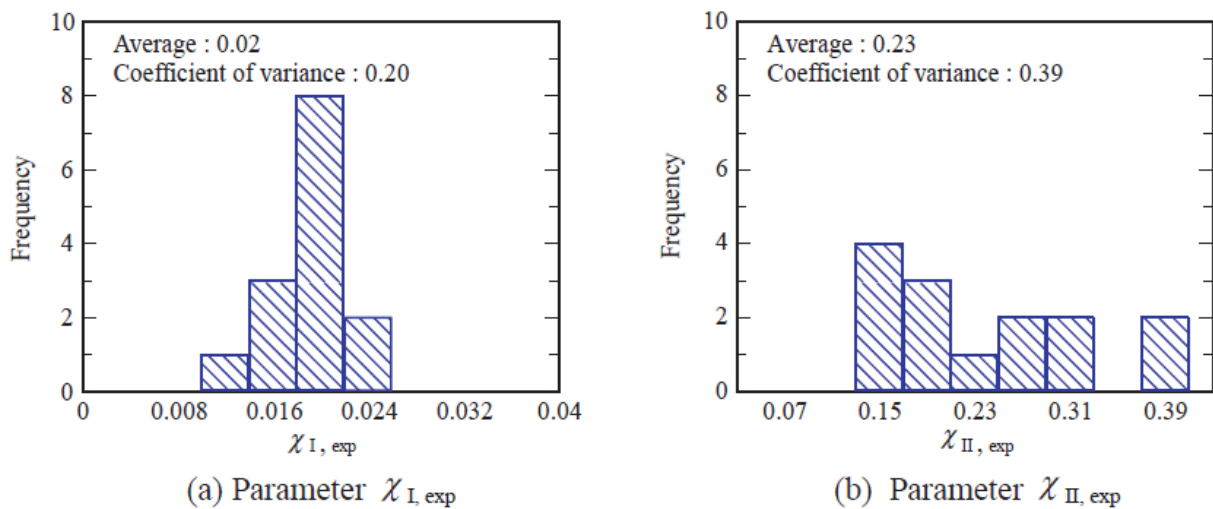
**Table 1 Properties of test pieces**

Test piece	Section size [mm]	Effective depth d [mm]	Shear span a [mm]	a/d	Longitudinal reinforcement <sup>*1)</sup>	Hoop reinforcement <sup>*1)</sup>	Axial stress $\sigma_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Tensile reinforcement ratio $\rho_t$ [%]	Hoop reinforcement ratio $\rho_w$ [%]	Concrete strength $f'_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Cyclic pattern <sup>*2)</sup>	
H95-1	900*900	821	3300	4.0	SD345-D32	SD345-D13	3.87	1.07	0.28	30.0	3 times / $1\delta_y$	
H95-2						SD345-D16			0.42	28.0		
H95-3						SD345-D16			0.66	31.4		
H96-11						SD390-D32			SD345-D13	0.42		29.2
H96-12						SD390-D29			SD345-D13	0.42		30.3
H97-1						SD345-D16			0.66	26.9		
H97-2					SD345-D19	0.88	28.2					
H97-3					SD345-D19	1.27	29.2					
H97-4					SD345-D16	0.88	30.9					
H97-5					SD345-D16	0.97	0.66	30.7				
H97-6					SD345-D16	3.87	0.66	31.8	1 times / $1\delta_y$			
T97-1					800*800	728	3000	4.1	SD345-D25	SD345-D13		3.68
T97-2	SD345-D10	0	0.78	32.6						1 times / $1\delta_y$		
T97-3	SD345-D10	3.68	0.45	24.3						3 times / $2\delta_y$		

\*1) SD 345 - D32 ① deformed bar , ② nominal strength , ③ nominal diameter  
 ① ② ③  
 \*2) n times / m  $\delta_y$  : number of cycles perm  $\delta_y$

Σχήμα 3.52: Δοκίμια Πειραμάτων (Nogami et al. , 2008)

Και η κατανομή των τιμών ,που προτείνουν, προέκυψε όπως στο Σχήμα 3.53 :

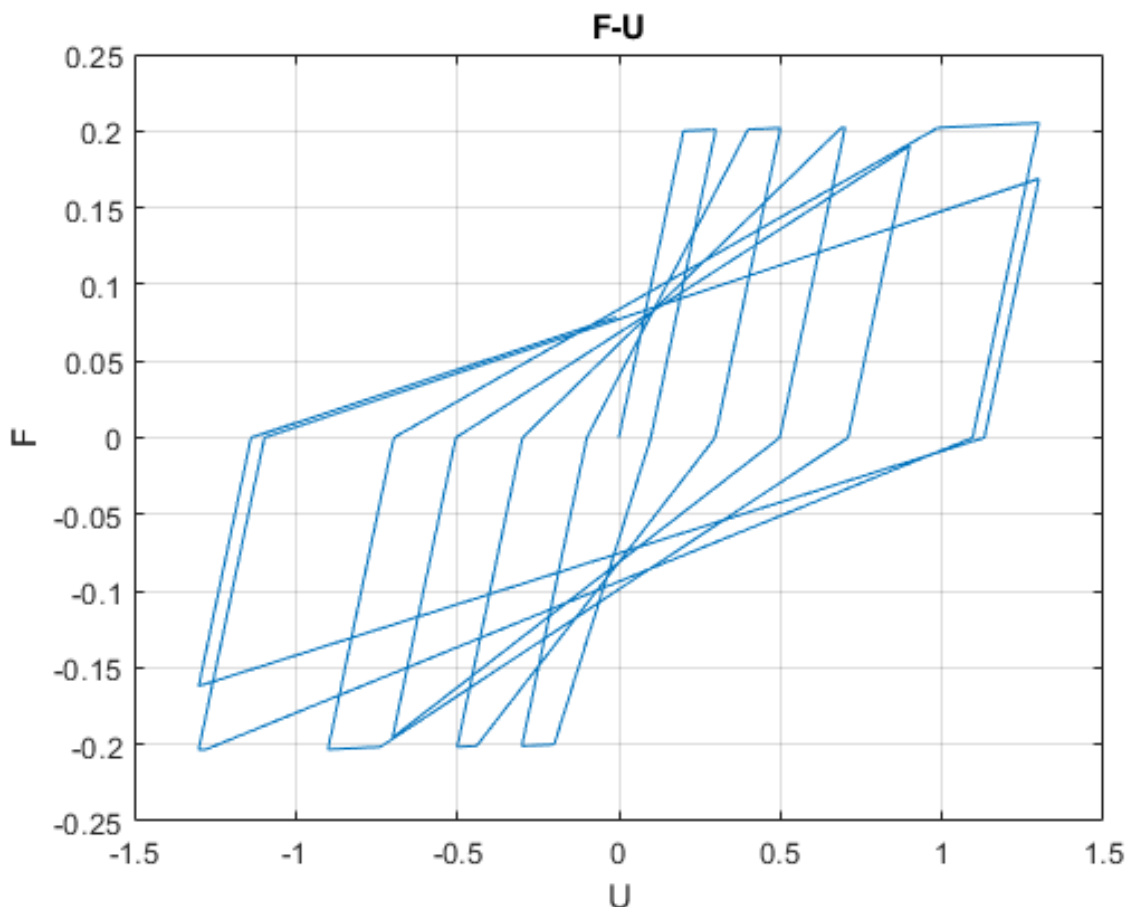


Σχήμα 3.53: Κατανομή των τιμών των παραμέτρων  $\chi_1$  και  $\chi_2$  (Nogami et al. , 2008)

### 3.6.1.3 Παραδείγματα

Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:

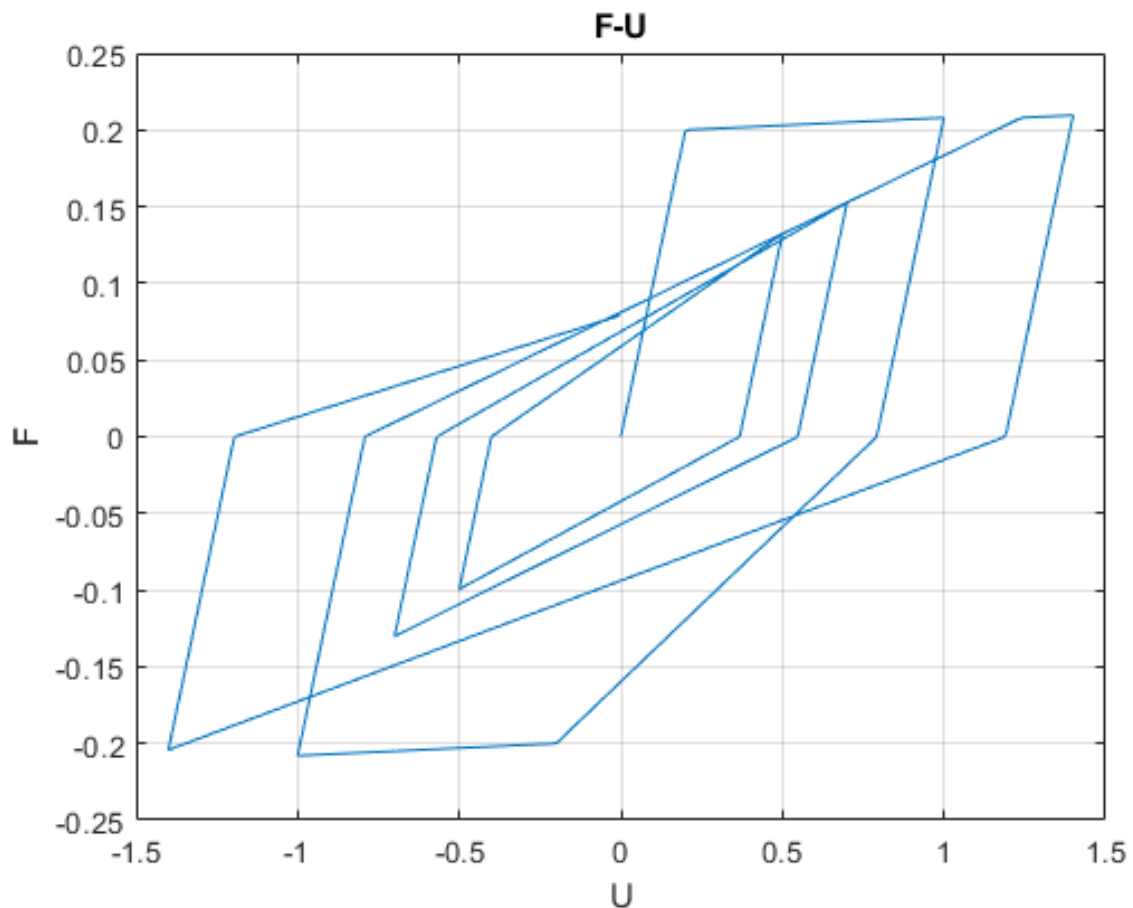
- Επιβαλλόμενη Μετατόπιση Τύπου Ημιτόνου:
  - $U_1 = 0.3 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_2 = 0.5 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_3 = 0.7 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_4 = 0.9 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_5 = 1.3 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- Κράτυση = 0.01,  $\alpha = 0$ ,  $K_{elastic} = 1$ ,  $\chi_1 = 0.02$ ,  $\chi_2 = 0.2$  και  $F_y = 0.2W$



Σχήμα 3.54: Μοντέλο Nogami et al. (2008) για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου

Για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου με δεδομένα:

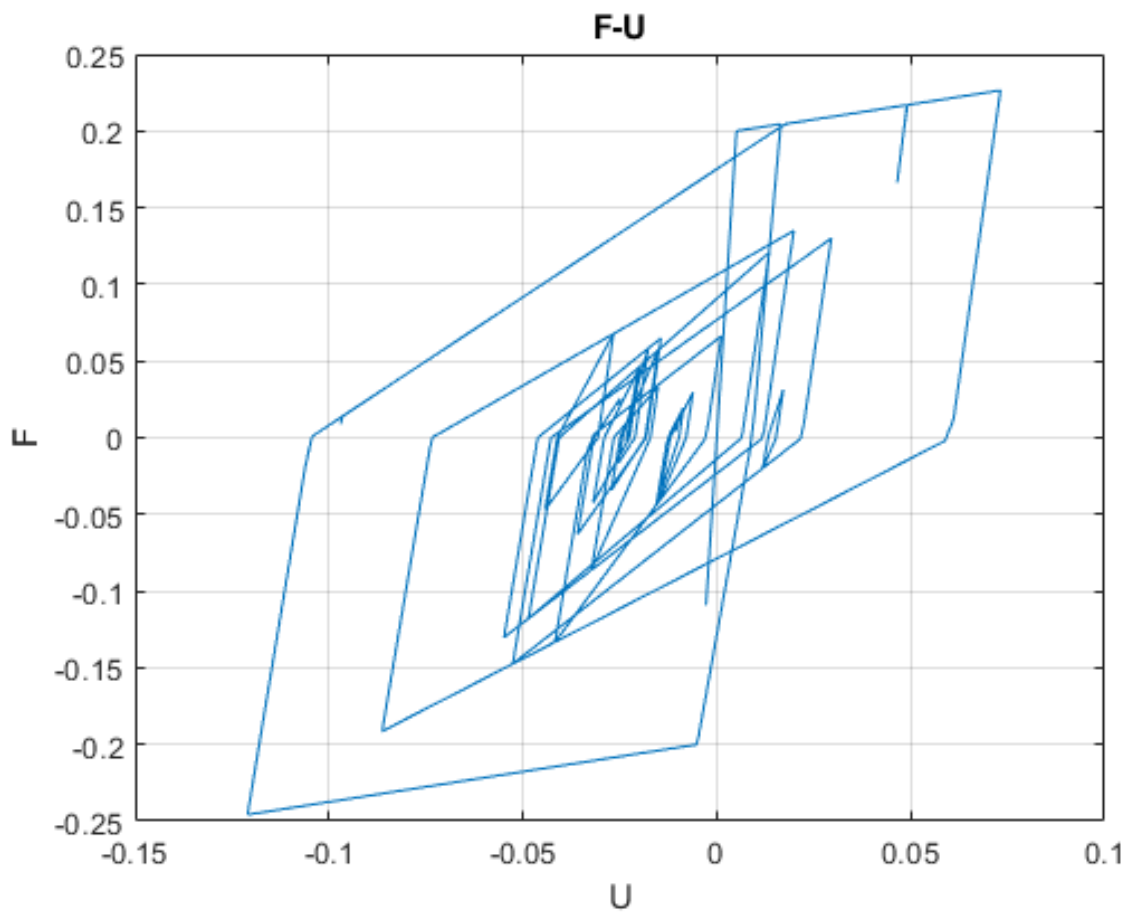
- Επιβαλλόμενη Μετατόπιση Τύπου Ημιτόνου:
  - $U_1 = \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_2 = 0.5 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_3 = 0.7 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
  - $U_4 = 1.4 \sin(x)$  με  $x \in [0, 2\pi]$
- Κράτυση = 0.01,  $\alpha = 0$ ,  $K_{elastic} = 1$ ,  $\chi_1 = 0.02$ ,  $\chi_2 = 0.2$  και  $F_y = 0.2W$



Σχήμα 3.55: Μοντέλο Nogami et al. (2008) για Διέγερση Τύπου Ημιτόνου

Για Σεισμική Καταγραφή με δεδομένα:

- Κράτυνση = 0.01 και  $\alpha = 0.3$ ,  $\chi_1 = 0.05$  και  $\chi_2 = 0.2$
- Δεδομένα Μονοβάθμιου Ταλαντωτή:  $T = 1sec$ ,  $F_y = 0.2W$ ,  $\zeta = 0.05$  και  $mass = 1000kg$
- Για το σεισμό Kocaeli (Turkey, 17 August 1999)



Σχήμα 3.56: Μοντέλο Nogami et al. (2008) για Σεισμική Καταγραφή



### 3.6.2 Μοντέλο Ibarra et al. (2005)

#### 3.6.2.1 Γενικά Στοιχεία

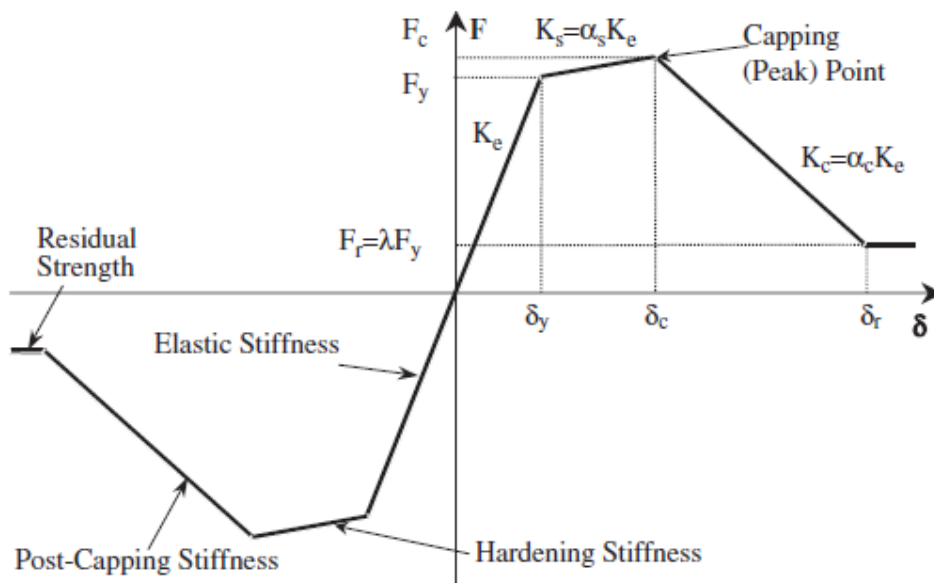
Σε αυτή την υποενότητα θα γίνει αναφορά στο Μοντέλο Ibarra et al. (2005) που πρωτοαναφέρθηκε από τους Rahnama and Krawinkler το 1993 και έπειτα αναλύθηκε πιο εκτεταμένα από τους Ibarra et al. (2005) και Ibarra and Krawinkler (2005).

#### 3.6.2.2 Τρόπος Λειτουργίας

Το Μοντέλο Ibarra et al. (2005) για μονοτονική φόρτιση περιγράφεται από μια τετραγραμμική καμπύλη (τόσο στο θετικό, όσο και στον αρνητικό κλάδο φόρτισης). Με αλλαγή κλίσης:

- μετά τη διαρροή (Yield Point)
- αφού ξεπεραστεί η μετακίνηση για την οποία εμφανίζεται η μέγιστη δύναμη (Capping/Peak Point)
- αφού ξεπεραστεί η μετακίνηση για την οποία εμφανίζεται η παραμένουσα δύναμη

όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.57 .



Σχήμα 3.57: Οι Κλάδοι του Μοντέλου Ibarra et al. (2005)  
(Ibarra et al. , 2005)

Επίσης, το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ώστε να έχει την υστερητική συμπεριφορά των Bilinear Model, Peak-Oriented Model και Pinching Model.

Επιπρόσθετα, περιλαμβάνει τέσσερις λειτουργίες για deterioration, οι οποίες βασίζονται στην παράμετρο  $\beta$  :

$$\beta_i = \left( \frac{E_i}{E_t - \sum_{j=1}^{i-1} E_j} \right)^c \quad (3.6.3)$$

όπου:

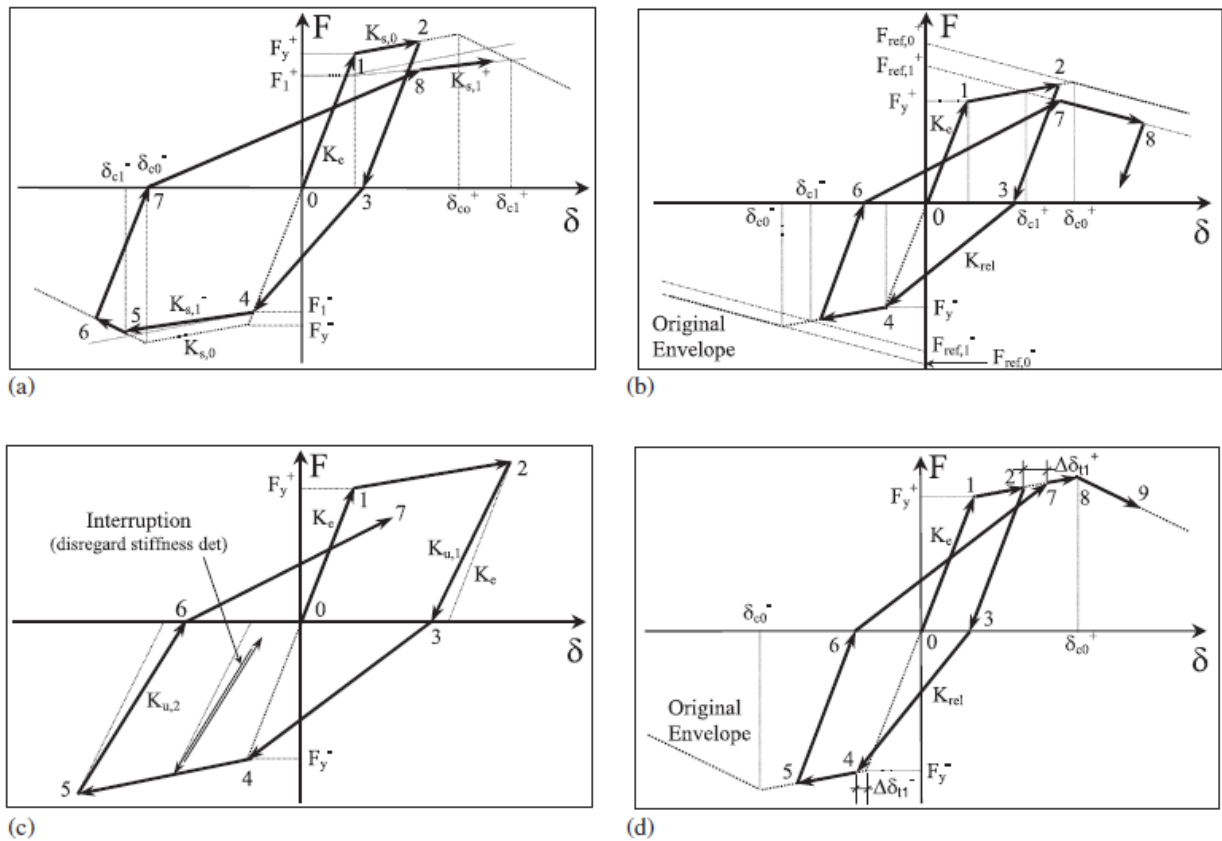
- $\beta_i$  παράμετρος που καθορίζει το deterioration στην ανακύκλιση  $i$
- $E_i$  υστερητική ενέργεια που χάθηκε στην ανακύκλιση  $i$
- $E_t$  reference hysteretic energy dissipation capacity
- $\sum_{j=1}^{i-1} E_j$  υστερητική ενέργεια που χάθηκε σε όλους τους προηγούμενους κύκλους ανακύκλισης
- $c$  παράμετρος που καθορίζει το ρυθμό του ανακυκλιζόμενου deterioration

και οι οποίες είναι:

- Basic Strength Deterioration: η λειτουργία της μείωσης της δύναμης
- Post-Cap Strength Deterioration: η λειτουργία της μείωσης της δύναμης αφού φτάσει στην μέγιστη τιμή της  $F_{cap}$
- Unloading Stiffness Deterioration: η λειτουργία της μείωσης της δυσκαμψίας αποφόρτισης
- Accelerated Reloading Stiffness Deterioration: η λειτουργία της μετάθεσης του σημείου που κατευθύνεται στις επαναφορτίσεις κατά  $\Delta\delta$

όπως φαίνονται και στο Σχήμα 3.58 .

Τέλος, έχουν προταθεί και βελτιώσεις για το συγκεκριμένο μοντέλο ,όπως το Modified Ibarra and Krawinkler Deterioration Model (Lignos 2008).

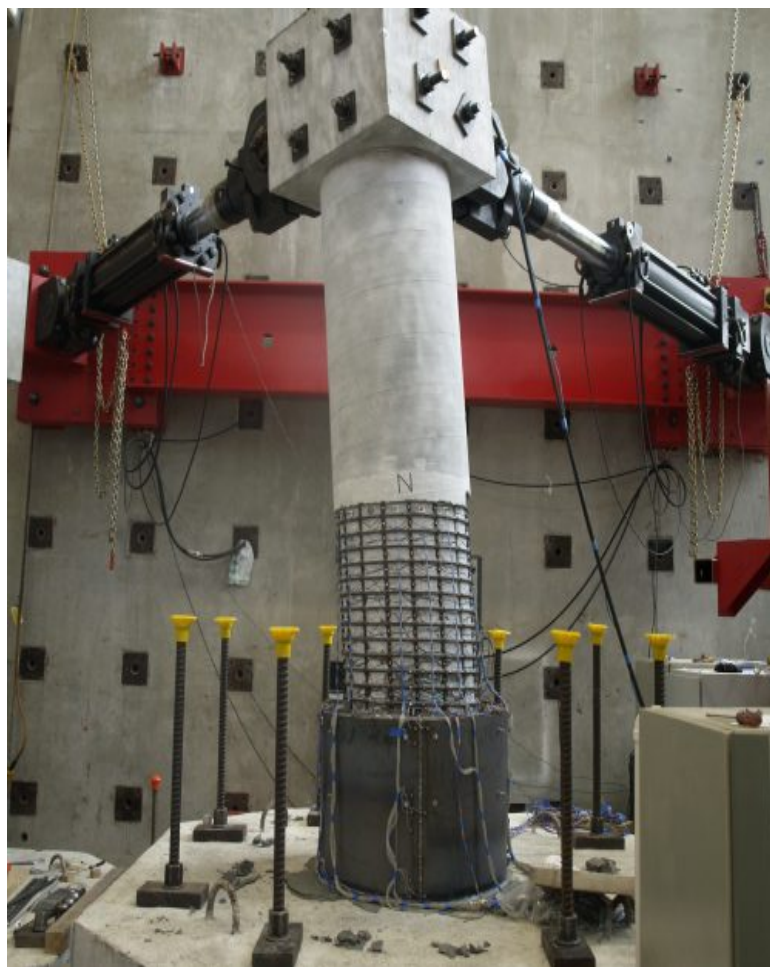


Σχήμα 3.58: Οι λειτουργίες του Μοντέλου Ibarra et al. (2005) ξεχωριστά:  
 a)Basic Strength Deterioration  
 b)Post-Capping Strength Deterioration  
 c)Unloading Stiffness Deterioration  
 d)Accelerated Reloading Stiffness Deterioration  
 (Ibarra et al. , 2005)



#### 4. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται η ποιοτική σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τα αριθμητικά μοντέλα που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο με αντίστοιχα πειραματικά με σκοπό την αξιολόγηση της αξιοπιστίας τους. Αρχικά, γίνεται η σύγκριση με πειράματα των Ma et al. (1976) και στη συνέχεια με πειράματα των Takemura and Kawashima (1997).



Σχήμα 4.1: Πείραμα σε Στοιχείο Οπλισμένου Σκυροδέματος (North Carolina State University, Department of Civil, Construction and Environmental Engineering)

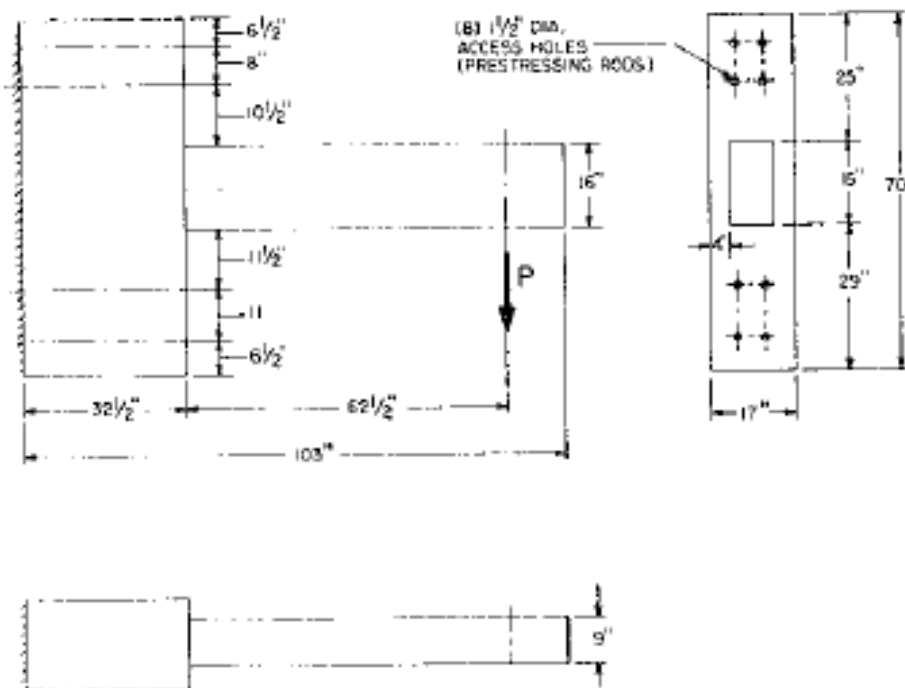
#### 4.1 Πείραμα Ma et al. (1976)

Η εργασία των Ma et al. (1976) ασχολήθηκε με πειράματα ανακυκλιζόμενης φόρτισης σε διάφορα δοκίμια. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθούν οι δοκιμές:

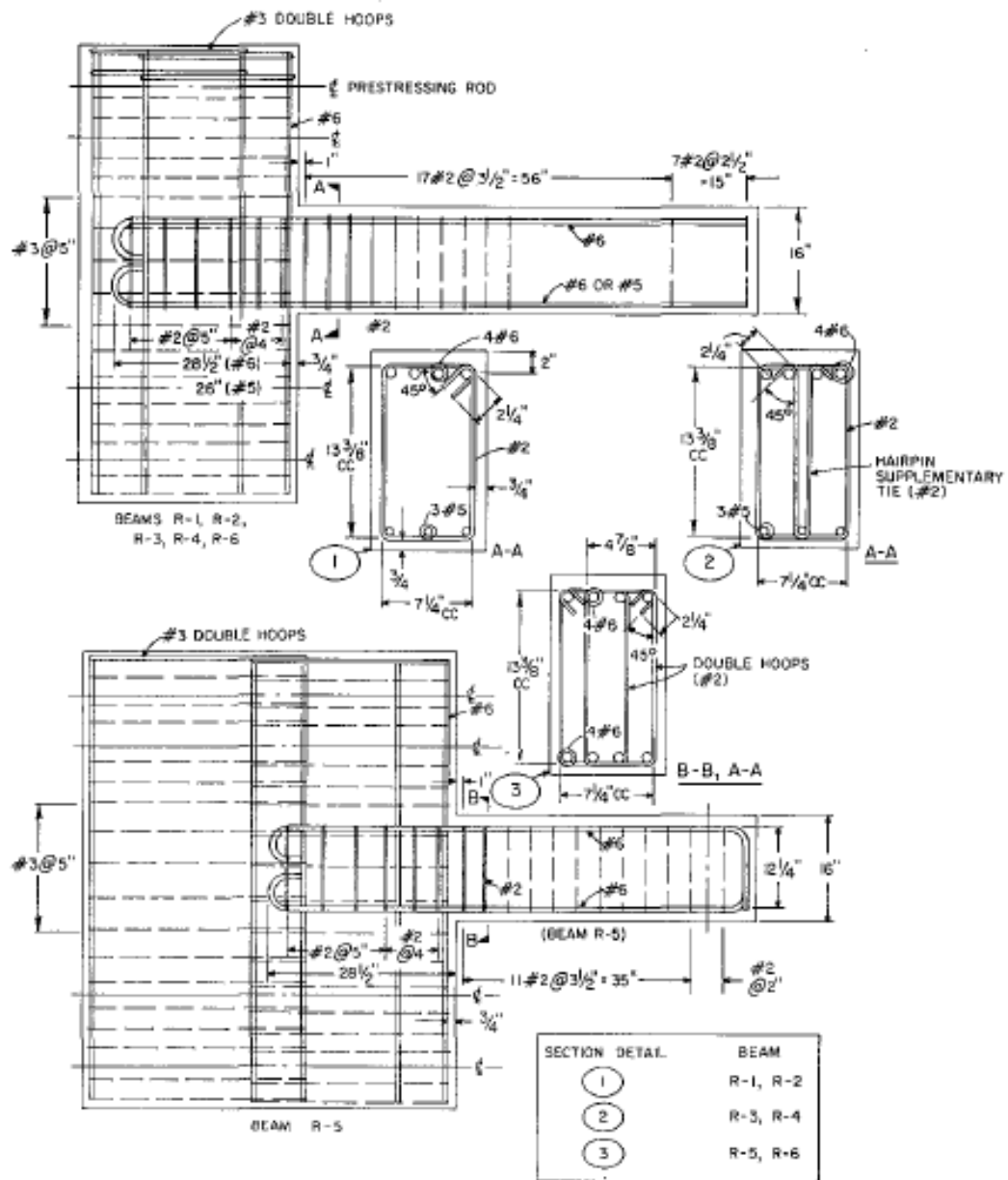
- στο Specimen R-4
- στο Specimen R-3

##### 4.1.1 Γενικά Στοιχεία Πειράματος

Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν μπορούν να θεωρηθούν ως κολόνες-πρόβολοι. Τα οποία έχουν τετραγωνική διατομή και έχουν μη-συμμετρικό οπλισμό όπως φαίνεται στα Σχήματα 4.2 και 4.3 .

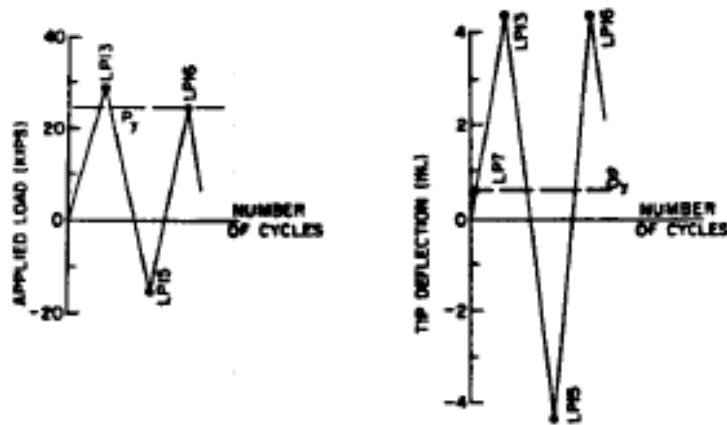


Σχήμα 4.2: Διάταξη των Specimen R-3 και R-4 (Ma et al., 1976)



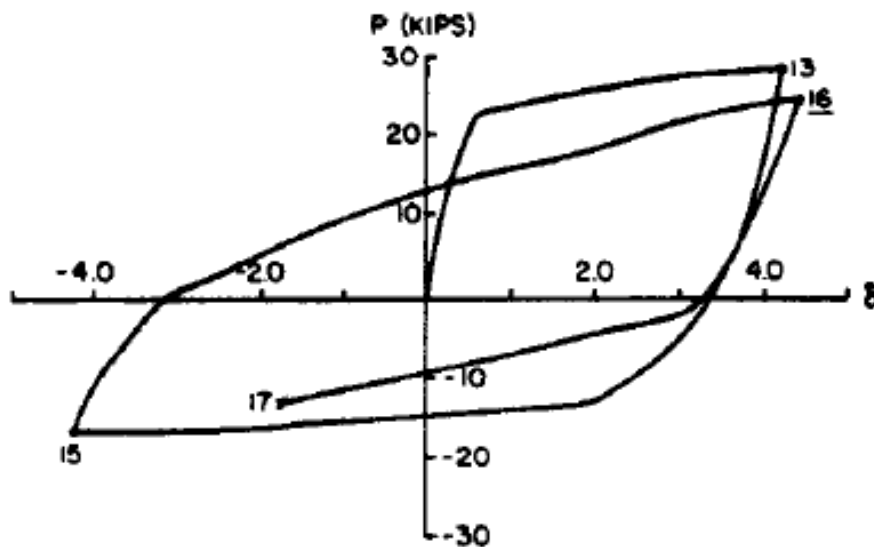
Σχήμα 4.3: Διαστάσεις και Οπλισμοί των Specimen R-3 και R-4 (Ma et al., 1976)

Για το **Specimen R-4**, έχουμε επιβαλλόμενες μετακινήσεις:



Σχήμα 4.4: Loading and Tip Displacement History για το Specimen R-4 (Spacone et al. , 1992)

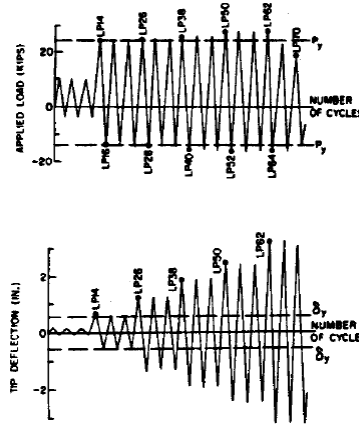
Από τις οποίες προέκυψε:



Σχήμα 4.5: Καμπύλη F(kips)-U(in) πειράματος για το Specimen R-4 (Spacone et al. , 1992)

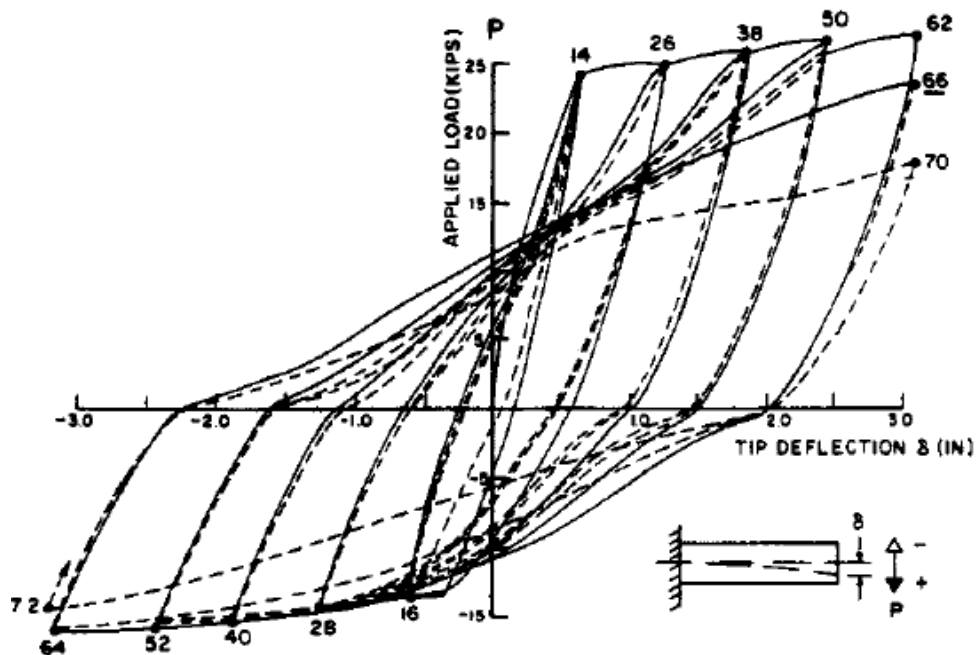


Για το **Specimen R-3**, έχουμε επιβαλλόμενες μετακινήσεις:



Σχήμα 4.6: Loading and Tip Displacement History για το Specimen R-3 (Spacone et al. , 1992)

Από τις οποίες προέκυψε:



Σχήμα 4.7: Καμπύλη F(kips)-U(in) πειράματος για το Specimen R-3 (Spacone et al. , 1992)

## 4.1.2 Σύγκριση με Αριθμητικά Μοντέλα

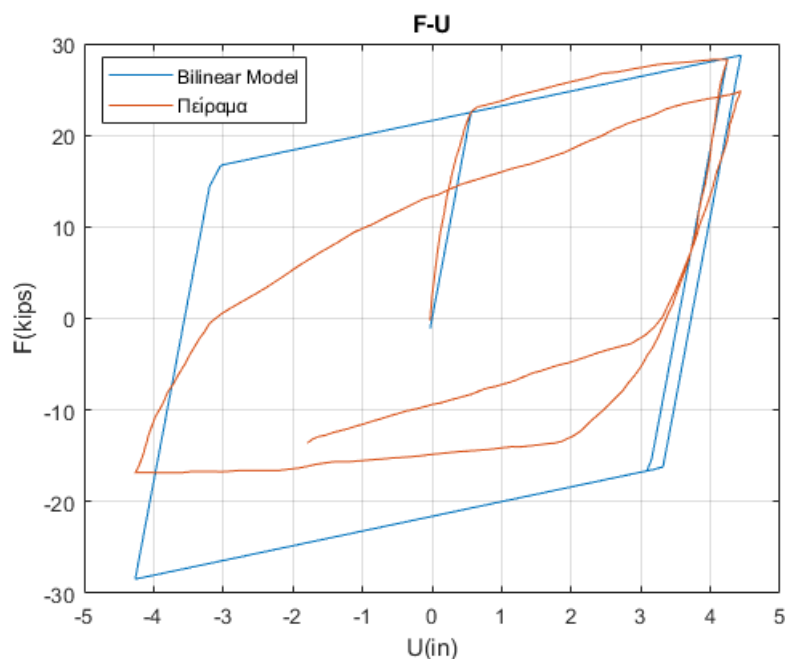
### 4.1.2.1 Specimen R4

Αρχικά, γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων του Specimen R-4 με κάθε μοντέλο ξεχωριστά. Με ίδια δεδομένα εισόδου για όλα τα μοντέλα, δηλαδή:

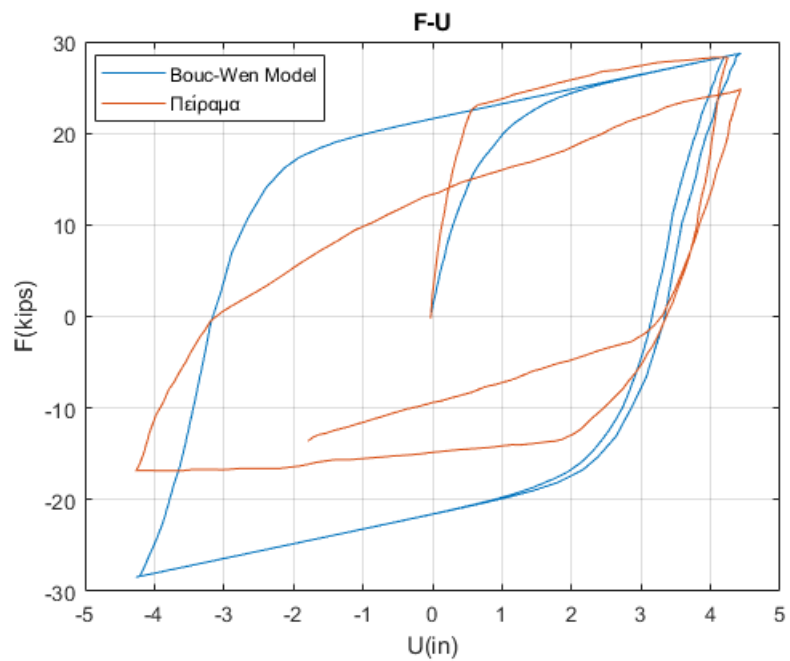
- $K_{elastic} = 40.18 \frac{kips}{in}$
- $K_s = 0.04 K_{elastic}$
- $F_{yield} = 22.5 kips$

Επιπλέον, οι τιμές των παραμέτρων κάθε μοντέλου είναι:

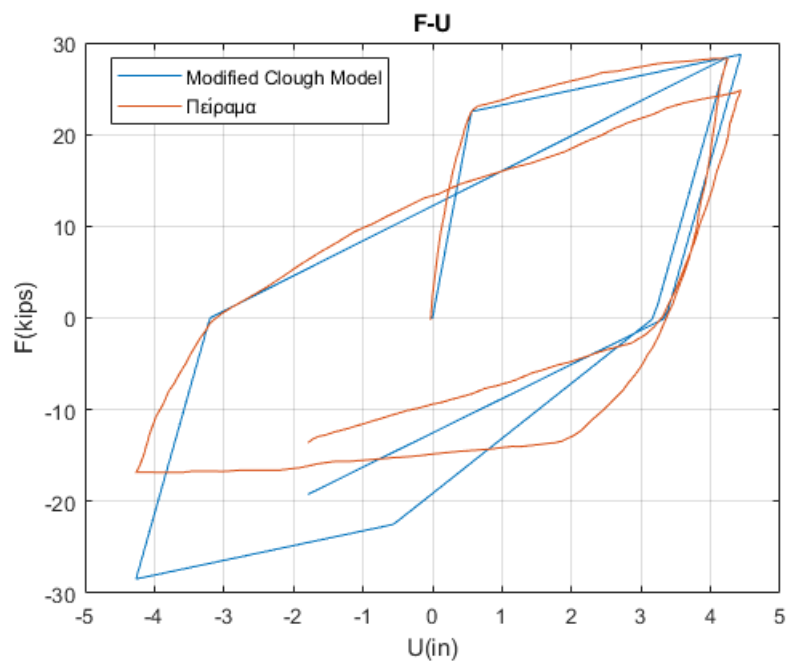
- για το Μοντέλο Bouc-Wen:  $A = 1, \beta = 0.8, \gamma = 0.2$  και  $n = 1$
- για το Μοντέλο Modified Clough and Johnston:  $\alpha = 0.2$
- για το Μοντέλο Nogami et al. (2008):  $\alpha = 0.2, \chi_1 = 0.005$  και  $\chi_2 = 0.1$



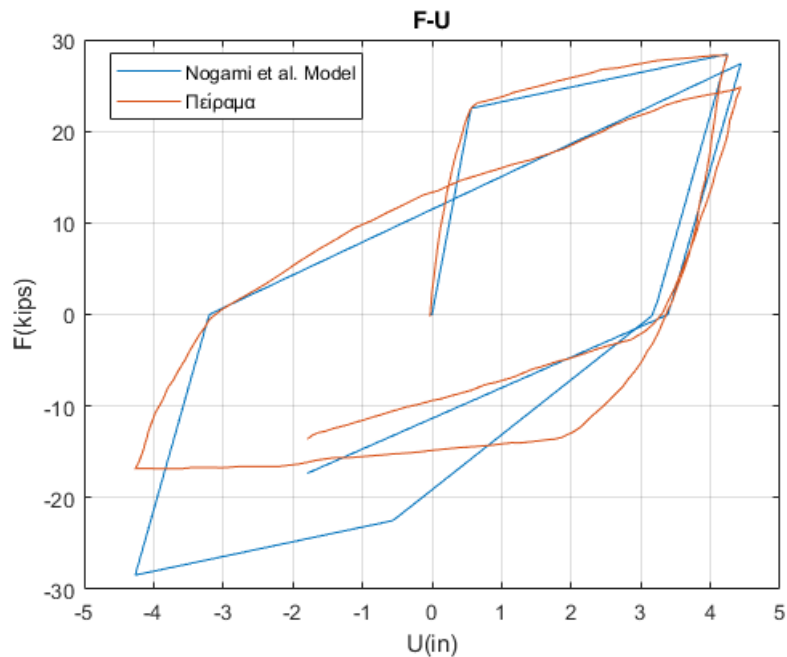
Σχήμα 4.8: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Διγραμμικό Μοντέλο για το Specimen R-4



Σχήμα 4.9: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Bouc-Wen για το Specimen R-4



Σχήμα 4.10: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Modified Clough για το Specimen R-4



Σχήμα 4.11: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) για το Specimen R-4

#### Παρατήρηση:

Για ένα κύκλο ανακύκλισης και τα τέσσερα μοντέλα (Διγραμμικό Μοντέλο, Μοντέλο Bouc-Wen, Μοντέλο Modified Clough και Μοντέλο Nogami et al. (2008)) προσομοιάζουν καλά την πειραματική συμπεριφορά του δοκιμίου. Όμως το Modified Clough και το Nogami et al. (2008) είναι σαφώς πιο "κοντά" στο φυσικό πρόβλημα.

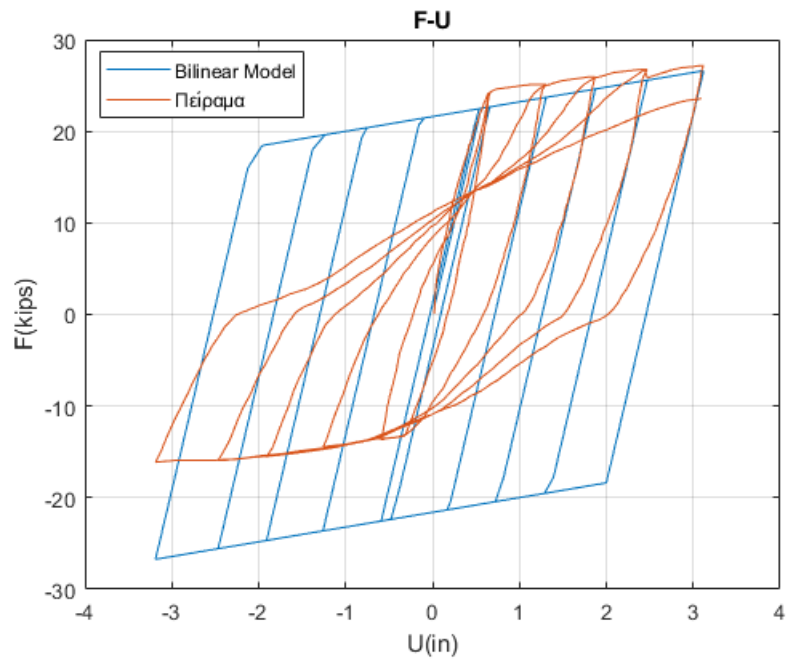
#### 4.1.2.2 Specimen R3

Έπειτα, γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων του Specimen R-3 με κάθε μοντέλο ξεχωριστά. Με ίδια δεδομένα εισόδου για όλα τα μοντέλα, δηλαδή:

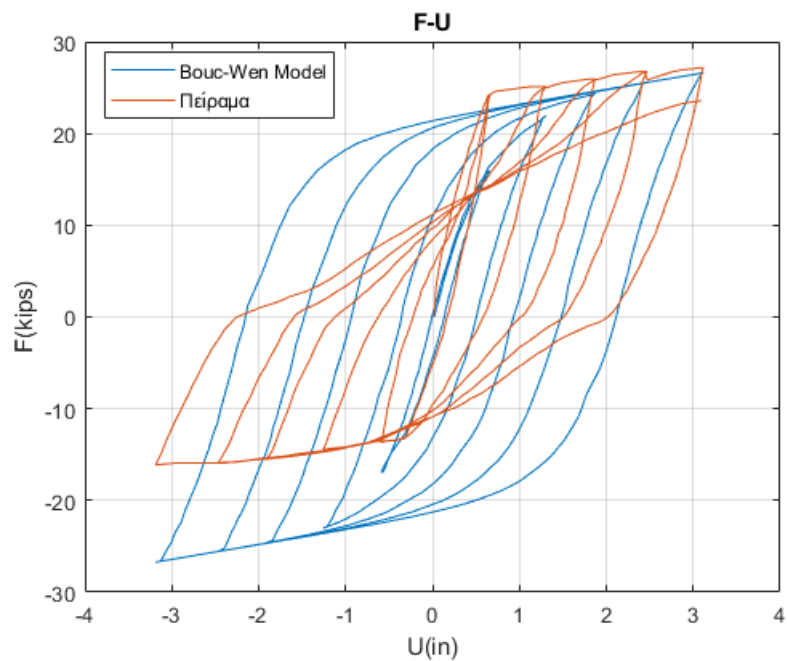
- $K_{elastic} = 40.18 \frac{kips}{in}$
- $K_s = 0.04 K_{elastic}$
- $F_{yield} = 22.5 kips$

Επιπλέον, οι τιμές των παραμέτρων κάθε μοντέλου είναι:

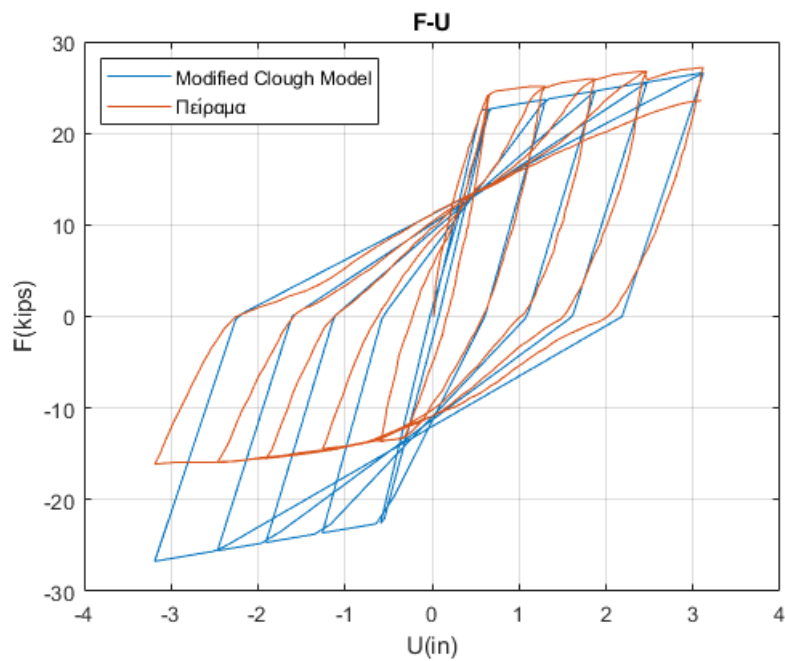
- για το Μοντέλο Bouc-Wen:  $A = 1, \beta = 0.8, \gamma = 0.2$  και  $n = 1$
- για το Μοντέλο Modified Clough and Johnston:  $\alpha = 0.2$
- για το Μοντέλο Nogami et al. (2008):  $\alpha = 0.2, \chi_1 = 0.005$  και  $\chi_2 = 0.1$



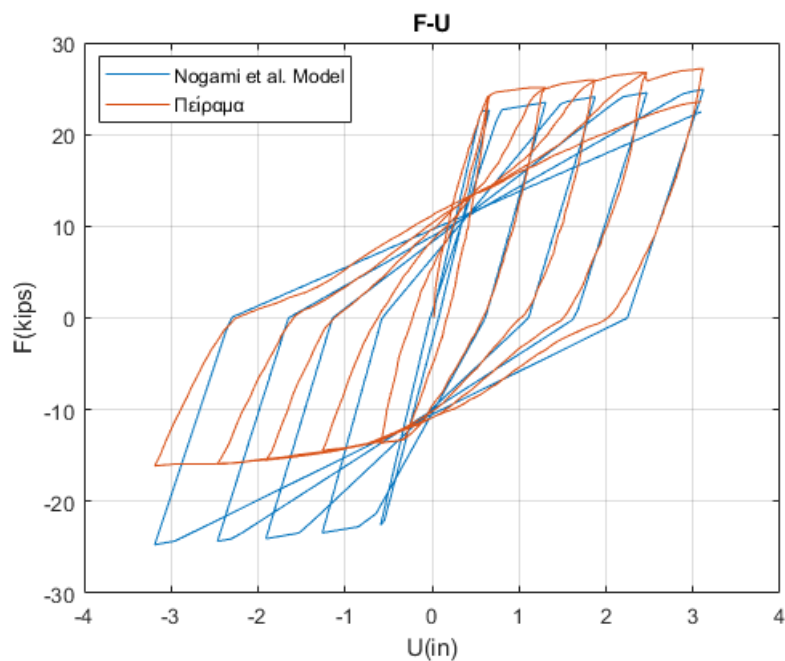
Σχήμα 4.12: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Διγραμμικό Μοντέλο για το Specimen R-3



Σχήμα 4.13: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Bouc-Wen για το Specimen R-3



Σχήμα 4.14: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Modified Clough για το Specimen R-3



Σχήμα 4.15: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) για το Specimen R-3

**Παρατήρηση:**

Για περισσότερους κύκλους ανακύκλισης το Μοντέλο Modified Clough and Johnston και το Μοντέλο Nogami et al. (2008) προσομοιάζουν καλά την πειραματική συμπεριφορά του δοκιμίου, ενώ το Διγραμμικό Μοντέλο και το Μοντέλο Bouc-Wen έχουν σημαντική απόκλιση.

**4.2 Πείραμα Takemura and Kawashima (1997)**

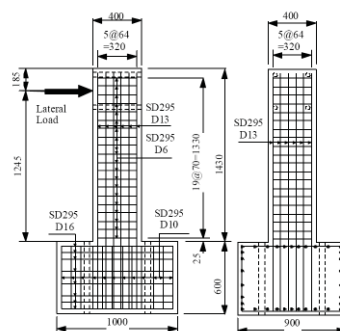
Η εργασία των Takemura and Kawashima (1997) ασχολήθηκε με πειράματα ανακυκλιζόμενης φόρτισης σε διάφορα δοκίμια. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθούν οι δοκιμές:

- στο Specimen TP003
- στο Specimen TP004

**4.2.1 Γενικά Στοιχεία Πειράματος**

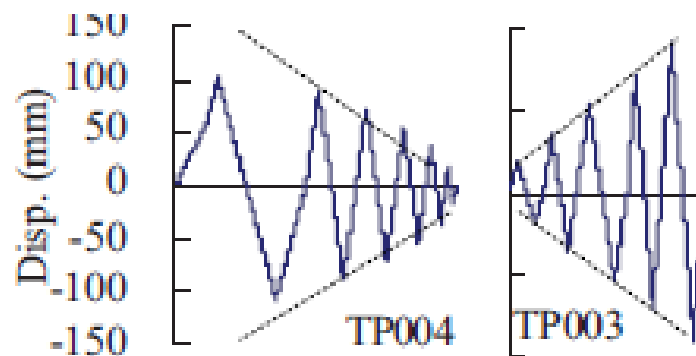
Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν μπορούν να θεωρηθούν ως κολόνες-πρόβολοι. Με δεδομένα:

- ύψος  $1245mm$  , τετραγωνική διατομή ( $400mm$  επί  $400mm$ )
- σκυρόδεμα αντοχής  $35MPa$
- διαμήκης οπλισμός  $\Phi 13$  αντοχής  $363MPa$
- συνδετήρες  $\Phi 6$  ανά  $70mm$  αντοχής  $368MPa$
- ποσοστό διαμήκη οπλισμού =  $0.0166$  και ποσοστό συνδετήρων =  $0.002$
- θλιπτική αξονική δύναμη =  $157kN$  (περίπου το  $0.03$  της αντοχής σε θλίψη)



Σχήμα 4.16: Διαστάσεις και Οπλισμοί των Specimen TP003 και TP003 (Qu and Ye , 2010)

Και με επιβαλλόμενες μετακινήσεις:

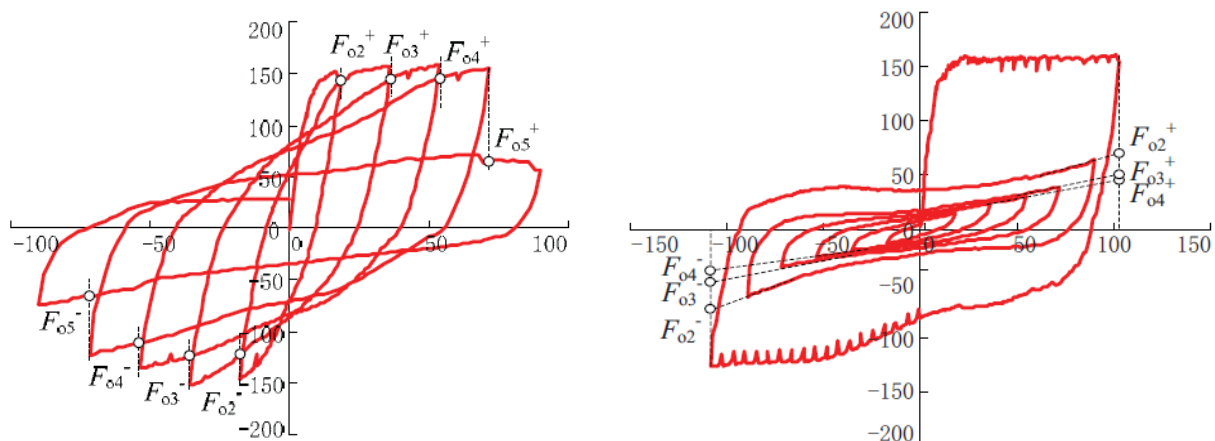


Σχήμα 4.17: Loading Hysteresis (Qu and Ye , 2010)

#### Παρατήρηση:

- στο Specimen TP003 έχουμε Μονοτονική Αύξηση του Εύρους της Επιβαλλόμενης Μετακίνησης (Monotonically Increasing Amplitude)
- στο Specimen TP004 έχουμε Μονοτονική Μείωση του Εύρους της Επιβαλλόμενης Μετακίνησης (Monotonically Decreasing Amplitude)

Από τις οποίες προέκυψαν:



Σχήμα 4.18: Καμπύλη F(kN)-U(mm) πειράματος για το Specimen TP003 και το Specimen TP004 αντίστοιχα (Qu and Ye , 2010)



## 4.2.2 Σύγκριση με Αριθμητικά Μοντέλα

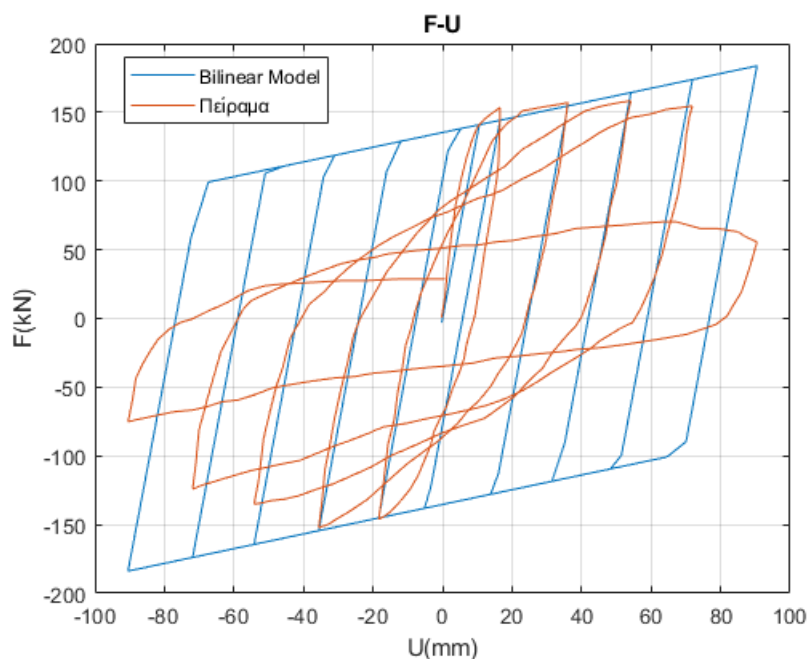
### 4.2.2.1 Specimen TP003

Αρχικά, γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων του Specimen TP003 με κάθε μοντέλο ξεχωριστά. Με ίδια δεδομένα εισόδου για όλα τα μοντέλα, δηλαδή:

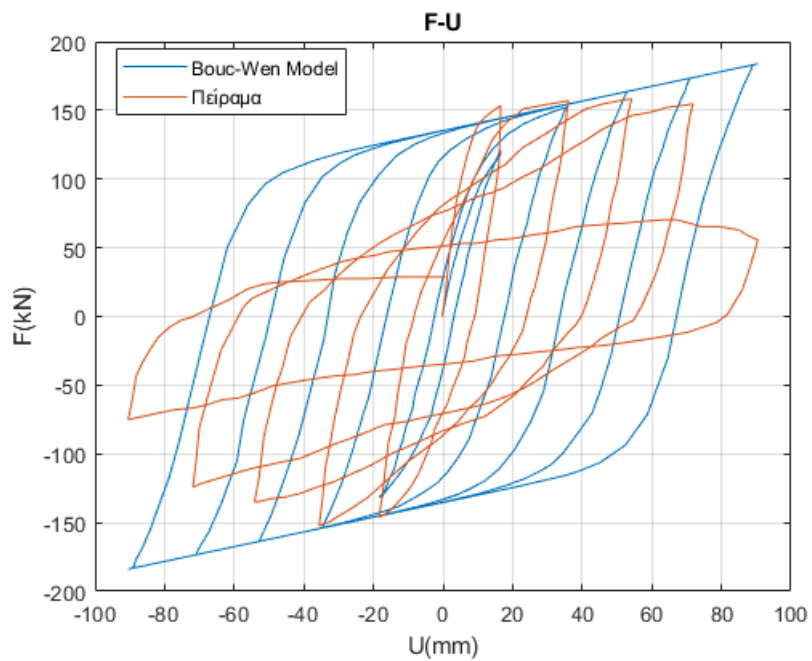
- $K_{elastic} = 13.4 \frac{kN}{mm}$
- $K_s = 0.04K_{elastic}$
- $F_{yield} = 141kN$

Επιπλέον, οι τιμές των παραμέτρων κάθε μοντέλου είναι:

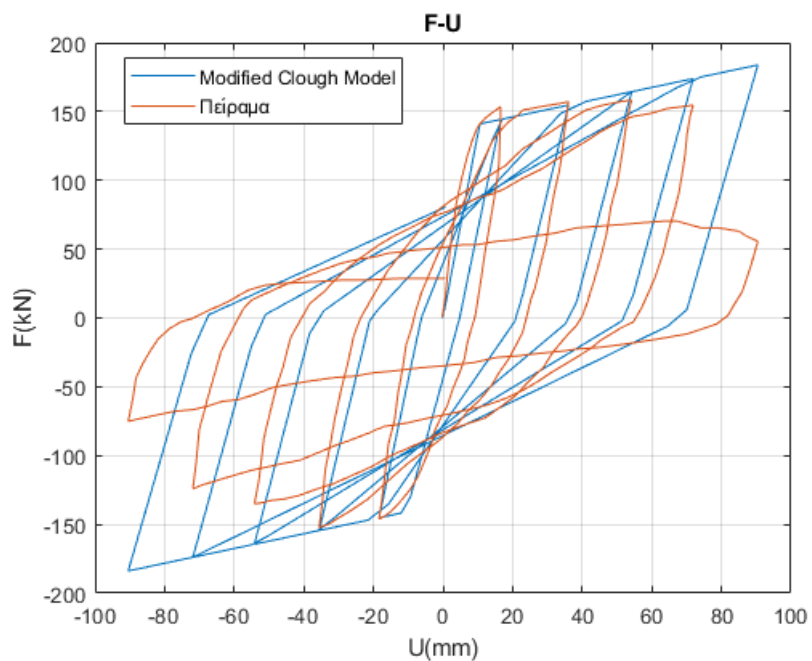
- για το Μοντέλο Bouc-Wen:  $A = 1, \beta = 0.8, \gamma = 0.2$  και  $n = 1$
- για το Μοντέλο Modified Clough and Johnston:  $\alpha = 0.2$
- για το Μοντέλο Nogami et al. (2008):  $\alpha = 0.2, \chi_1 = 0.005$  και  $\chi_2 = 0.2$



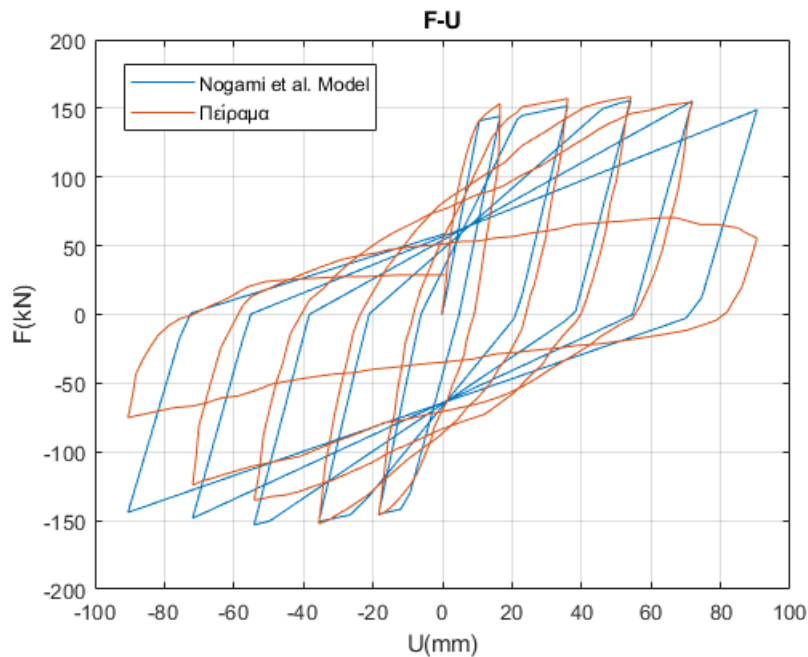
Σχήμα 4.19: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Διγραμμικό Μοντέλο για το Specimen TP003



Σχήμα 4.20: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Bouc-Wen για το Specimen TP003



Σχήμα 4.21: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Modified Clough για το Specimen TP003



Σχήμα 4.22: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) για το Specimen TP003

#### Παρατήρηση:

Το Μοντέλο Modified Clough and Johnston και το Μοντέλο Nogami et al. (2008) προσομοιάζουν καλά την πειραματική συμπεριφορά του δοκιμίου. Ενώ, το Διγραμμικό Μοντέλο και Μοντέλο Bouc-Wen έχουν σημαντική απόκλιση.

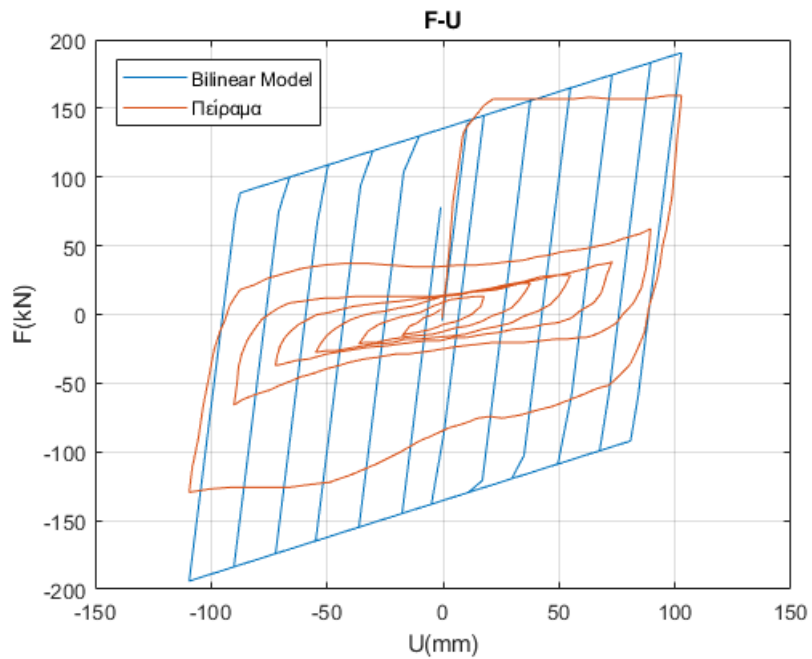
#### 4.2.2.2 Specimen TP004

Έπειτα, γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων του Specimen TP004 με κάθε μοντέλο ξεχωριστά. Με ίδια δεδομένα εισόδου για όλα τα μοντέλα, δηλαδή:

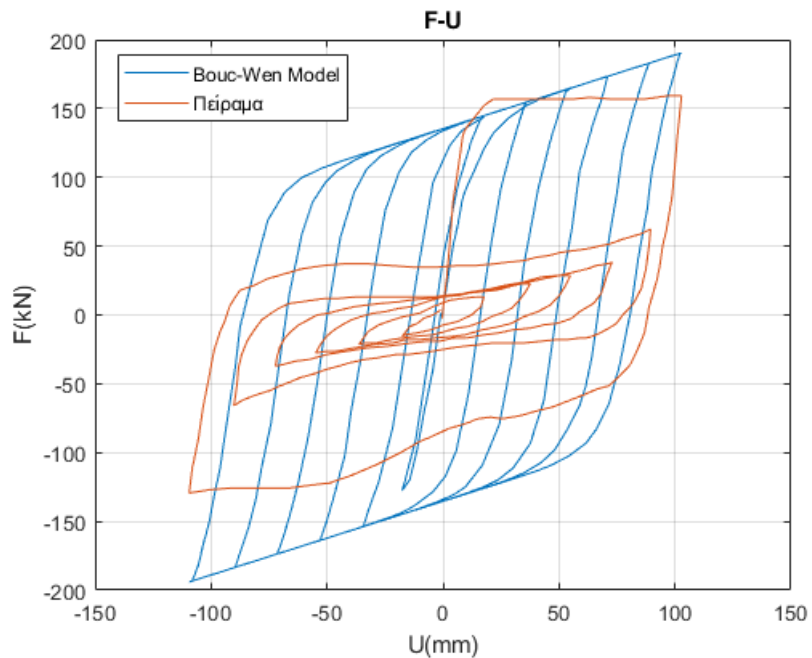
- $K_{elastic} = 13.4 \frac{kN}{mm}$
- $K_s = 0.04K_{elastic}$
- $F_{yield} = 141kN$

Επιπλέον, οι τιμές των παραμέτρων κάθε μοντέλου είναι:

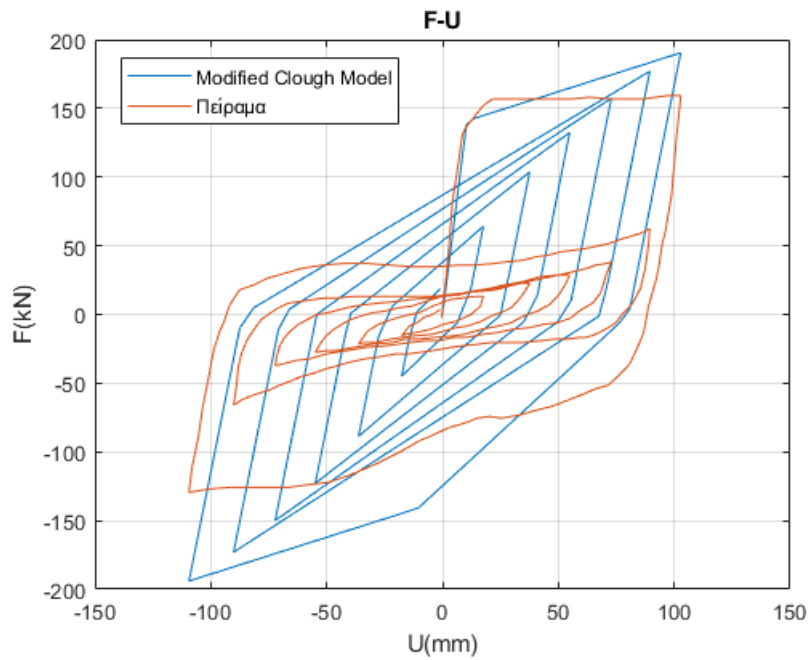
- για το Μοντέλο Bouc-Wen:  $A = 1, \beta = 0.8, \gamma = 0.8$  και  $n = 1$
- για το Μοντέλο Modified Clough and Johnston:  $\alpha = 0.2$
- για το Μοντέλο Nogami et al. (2008):  $\alpha = 0.2, \chi_1 = 0.005$  και  $\chi_2 = 0.7$



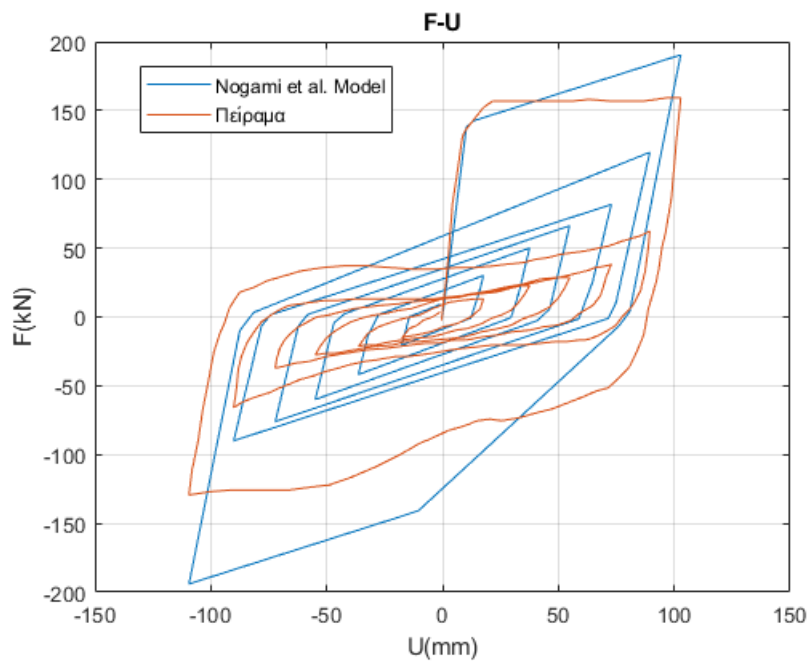
Σχήμα 4.23: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Διγραμμικό Μοντέλο για το Specimen TP004



Σχήμα 4.24: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Bouc-Wen για το Specimen TP004



Σχήμα 4.25: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Modified Clough για το Specimen TP004



Σχήμα 4.26: Σύγκριση Πειραματικών Αποτελεσμάτων με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) για το Specimen TP004

**Παρατήρηση:**

Το Διγραμμικό Μοντέλο, το Μοντέλο Bouc-Wen και το Μοντέλο Modified Clough έχουν σημαντική απόκλιση σε σχέση με την πειραματική συμπεριφορά του δοκιμίου. Ενώ, το Μοντέλο Nogami et al. (2008) προσομοιάζει καλά την πειραματική συμπεριφορά του δοκιμίου για κατάλληλη τιμή της παραμέτρου  $\chi$ .

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

### 5.1 Συμπεράσματα

Με βάση την ποιοτική σύγκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα των αριθμητικών μοντέλων που προγραμματίστηκαν με τα αντίστοιχα πειραματικά εξάγονται ορισμένα συμπεράσματα. Πρώτον, διαπιστώνεται ότι στις πειραματικές δοκιμές η μονοτονική αύξηση του εύρους της επιβαλλόμενης μετακίνησης προκαλεί μικρότερη "ζημιά" στο εξεταζόμενο δοκίμιο από την μονοτονική μείωση του εύρους της επιβαλλόμενης μετακίνησης. Δεύτερον, παρατηρείται ότι το Μοντέλο Modified Clough and Johnston καθώς και το Μοντέλο Nogami et al. (2008) ανταποκρίνονται με καλή ακρίβεια στα πειραματικά αποτελέσματα για μονοτονική αύξηση του εύρους της επιβαλλόμενης μετακίνησης. Τρίτον, φαίνεται ότι τα αποτελέσματα του Διγραμμικού Μοντέλου, του Μοντέλου Bouc-Wen και του Μοντέλου Modified Clough δεν ανταποκρίνονται πλήρως στο φυσικό πρόβλημα για μονοτονική μείωση του εύρους της επιβαλλόμενης μετακίνησης σε αντίθεση με το Μοντέλο Nogami et al. (2008) που ανταποκρίνεται με σαφώς μεγαλύτερη ακρίβεια. Τέταρτον, συμπεραίνεται ότι τόσο το Μοντέλο Bouc-Wen, όσο και το Διγραμμικό Μοντέλο έχουν σημαντική απόκλιση στα αποτελέσματα τους ως προς τα αντίστοιχα πειραματικά για στοιχεία από οπλισμένο σκυρόδεμα για πολλούς κύκλους ανακύκλησης. Πέμπτον, παρατηρείται ότι το Μοντέλο Modified Clough and Johnston -παρότι είναι σχετικά απλό- δίνει για τους περισσότερους τύπους ανακυκλιζόμενης φόρτισης αποτελέσματα που συνάδουν με τα αντίστοιχα πειραματικά. Τέλος, διαπιστώνεται ότι το Μοντέλο Nogami et al. (2008) δίνει για τους περισσότερους τύπους ανακυκλιζόμενης φόρτισης αποτελέσματα που συνάδουν με τα αντίστοιχα πειραματικά, όμως έχει πολυπλοκότητα στον προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων του.

### 5.2 Προτάσεις

Με βάση τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας γίνονται ορισμένες προτάσεις. Πιο συγκεκριμένα, προτείνεται η χρήση του Μοντέλου Modified Clough and Johnston για την περιγραφή της συμπεριφοράς στοιχείων οπλισμένου σκυροδέματος σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση λόγω της απλότητας και ακρίβειας του. Ακόμα, προτείνεται στο Μοντέλο Nogami et al. (2008) η εισαγωγή μιας παραμέτρου που να ορίζει την κλίση του κλάδου αποφόρτισης σε σχέση με τον ελαστικό κλάδο όπως στο Μοντέλο Modified Clough and Johnston. Επιπρόσθετα, προτείνεται η περαιτέρω διερεύνηση των παραμέτρων που ορίζουν το strength deterioration, διότι με τον ακριβή προσδιορισμό τους προκύπτουν υψηλής ακρίβειας αποτελέσματα ως προς τα αντίστοιχα πειραματικά. Τέλος, προτείνεται οι τιμές των παραμέτρων που ορίζουν το strength deterioration να ορίζονται ανάλογα με το είδος της ανακύκλησης που υφίσταται ένα στοιχείο οπλισμένου σκυροδέματος, δηλαδή να ορίζονται διαφορετικές τιμές των παραμέτρων για μονοτονική αύξηση του εύρους της επιβαλλόμενης μετακίνησης και για μονοτονική μείωση του εύρους της επιβαλλόμενης μετακίνησης.





## 6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική Βιβλιογραφία:

Γιαννακού Α. (2018). *Μέθοδοι Αριθμητικού Υπολογισμού Δυναμικής Απόκρισης Γραμμικών και Μη Γραμμικών Συστημάτων*, Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Χαραλαμπάκης Α. (2009). *Ανελαστική Δυναμική Ανάλυση Φορέων Με Προσομοίωση κατά Bouc-Wen*, Διδακτορική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

### Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία:

Bouc R. (1967). *Forced vibration of mechanical systems with hysteresis*, Proceedings of the Fourth Conference on Non-linear oscillation, 1967, Prague.

Charalampakis A.E. (2010). *Parameters of Bouc-Wen Model Revisited*, 9th HSTAM International Congress on Mechanics (Limassol, Cyprus), 2010, pp.101-108.

Chatzi E., Agathos K. and Abbiati G. (2017). *Method of Finite Elements II, Modelling of Hysteresis*, Lecture Notes, Swiss Federal Institute of Technology in Zurich.

Chopra A.K. (2011). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering* (4th Edition). Prentice-Hall: Upper Saddle River, N.J.

Clough R. W. and Johnston S. B. (1966). *Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements*, Proceedings, Second Japan National Conference on Earthquake Engineering, 1966, pp. 227-232.

Fragiadakis M. (2001). *Nonlinear Material Modelling of Reinforcement Steel Bars under Transient Loading*, Dissertation, Imperial College of Science, Technology and Medicine.

Fragiadakis M. (2017). *Nonlinear Analysis of Frame Structures under Seismic Loading*, Lecture Notes, National Technical University of Athens.

Grammatikou S., Fardis M. N. and Biskinis D. (2019). *Energy dissipation models for RC members and structures*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 48, pp.287–305.

Ibarra L.F., Medina R.A. and Krawinkler H. (2005). *Hysteretic Models that Incorporate Strength and Stiffness Deterioration*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 34 (12), pp.1489-1511.

Lignos D. (2008). *Sideway Collapse of Deteriorating Structural Systems Under Seismic Loading*, Dissertation, Stanford University.

Ma S.W., Bertero V.V. and Popov E.P. (1976). *Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangular and T-Beams*, EERC Report 76/02, University of California.

- Mahin S. A. and Bertero V. V. (1972). *Rate of Loading Effect on Uncracked and Repaired Reinforced Concrete Members*, EERC No. 73-6,1972, University of California.
- Nogami Y., Murono Y. and Sato T. (2008). *Nonlinear Hysteresis Model Considering Strength Degradation by Cyclic Loading for RC Members*, QR of RTRI, Vol.49, No.4, Nov.2008, pp.227-231.
- Otani S. (2002). *Nonlinear Earthquake Response Analysis of Reinforced Concrete Buildings*, Lecture Notes, University of Tokyo.
- Takeda T., Sozen M. A. and Nielsen N. N. (1970). *Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes*, Journal, Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. ST12, 1970, pp. 2557-2573.
- Takemura H. and Kawashima K. (1997). *Effects of Loading Hysteresis on Ductility Capacity of Reinforced Concrete Bridge Pier*, Journal of Structural Engineering, Japan, 43A, pp. 849-858.
- Triantafyllou S. (2011). *Hysteretic Finite Elements and Macro-Elements for Nonlinear Dynamic Analysis of Structures*, Dissertation, National Technical University of Athens.
- Qu Z. and Ye L. (2010). *Strength Deterioration Model Based on Effective Hysteretic Energy Dissipation for RC Members Under Cyclic Loading*, 7th International Conference on Urban Earthquake Engineering and 5th International Conference on Earthquake Engineering (Tokyo, Japan),2010,pp.851-856.
- Spacone E., Ciampi V. and Filippou F.C. (1992). *A Beam Element for Seismic Damage Analysis*, Report No. UCB/EER-92/07, University of California.
- Wen Y.K. (1976). *Method for Random Vibration of Hysteretic Systems*, ASCE J. Engng. Mech. Div. 102(EM2), pp. 249-263.

## 7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Για την παρούσα εργασία προγραμματίστηκαν σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB τα εξής μοντέλα: το Γραμμικό Ελαστικό Μοντέλο, το Διγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο, το Πολυγραμμικό Ελαστικό Μοντέλο, το Διγραμμικό Μοντέλο, το Μοντέλο Bouc-Wen, το Μοντέλο Clough and Johnston, το Μοντέλο Modified Clough and Johnston και το Μοντέλο Nogami et al. (2008) . Παρατίθενται ενδεικτικά οι κώδικες για ορισμένα από αυτά.

### Ο κώδικας των Ελαστικών Μοντέλων για Μονοβάθμιο Σύστημα:

```

1  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2  %
3  % CENTRAL DIFFERENCE METHOD FOR SDOF SYSTEMS (MULTILINEAR ELASTIC)
4  %
5  % created by Nikiforos Repousis, Jan 2019
6  % supervised by Michalis Fragiadakis
7  % nikiforos95@gmail.com
8  % mfrag@mail.ntua.gr
9  %
10 % please report any bugs
11 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
12 function [umax,vmax,amaxRel,amaxTot,fsmax,U,fs,v,a,aTot] = cdffle(T,
    zeta,dt,hardening,Fy,ff,npts,sfactor,iplot)
13
14 lr=hardening(1,1);
15 as=hardening(2,1);
16
17 if ~exist('nsteps','var')
18     npts = length(ff);
19 end
20
21 if ~exist('sfactor','var')
22     sfactor=1;
23 end
24
25 if ~exist('iplot','var')
26     iplot=0;
27 end
28
29 p0=0.;
30 fs0=0.;
31 u0=0.;
32 udot0=0.;
33
34 omega=(2*pi)/T;

```

```

35 m=1.;
36 c=2*zeta*m*omega;
37 k=omega*omega*m;
38 uy=Fy/k;
39 uc=uy*hardening(4,1);
40 ac=hardening(3,1);
41 Kc=ac*k;
42 ur=((Fy+(uc-uy)*as*k-lr*Fy)/Kc)+uc;
43
44 Ugdotdot=sfactor*ff;
45
46 udotdot0=(p0-c*udot0-k*u0)/m;
47 uminus1=u0-dt*udot0+0.5*(dt^2)*udotdot0;
48 kk=(m/(dt^2))+c/(2*dt);
49 a=(m/(dt^2))-c/(2*dt);
50 b=((2*m)/(dt^2));
51
52 P=-m*Ugdotdot;
53 Uminus1=zeros(npts,1);
54 Uminus1(1,1)=uminus1;
55 PP=zeros(npts,1);
56 U=zeros(npts,1);
57 U(1,1)=u0;
58 Uplus1=zeros(npts,1);
59 fs=zeros(npts,1);
60 fs(1,1)=fs0;
61
62 Udot=zeros(npts,1);
63 Udot(1,1)=udot0;
64 Udotdot=zeros(npts,1);
65 Udotdot(1,1)=udotdot0;
66
67 for i = 1:npts
68
69     uincr=U(i,1);
70     [fs(i,1)]=MultiLinear(k,lr,as,ac,uy,uc,ur,uincr);
71
72
73
74     PP(i,1)=P(i,1)-a*Uminus1(i,1)+b*U(i,1)-fs(i,1);
75     Uplus1(i,1)=PP(i,1)/kk;
76
77     if i<npts
78         Uminus1(i+1,1) = U(i,1);
79         U(i+1,1) = Uplus1(i,1);
80         Udot(i+1,1) = (Uplus1(i,1) - Uminus1(i,1))/(2*dt);
81         Udotdot(i+1,1) = (Uplus1(i,1)-2*U(i,1)+Uminus1(i,1))/(dt^2);

```

```

82     end
83 end
84
85 v= Udot(:,1);
86 a=Udotdot;
87 umax=max(abs(U));
88 vmax=max(abs(v));
89 amaxRel=max(abs(a));
90 fsmax=max(abs(fs));
91
92 ll=min(length(a),length(Ugdotdot));
93 amaxTot=max(abs(a(1:ll,1)+Ugdotdot(1:ll,1)));
94 aTot= a(1:ll,1)+Ugdotdot(1:ll,1);
95
96 if iplot==1
97     clf; hold on;
98     grid on; box on;
99     plot(U,fs,'k--.');
100 end
101
102 end
103
104 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
105 %
106 % MULTILINEAR ELASTIC HYSTERETIC LAW
107 %
108 % created by Nikiforos Repousis, Jan 2019
109 % supervised by Michalis Fragiadakis
110 % nikiiforos95@gmail.com
111 % mfrag@mail.ntua.gr
112 %
113 % please report any bugs
114 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
115 function [F] = MultiLinear(Ke,lr,as,ac,uy,uc,ur,u)
116 Fy = uy*Ke;
117 Ks = as*Ke;
118 Fcap = Fy+(uc-uy)*Ks;
119 Fres = lr*Fy;
120 Kc = ac*Ke;
121 if 0<=u
122     if u<uy
123         F=Ke*u;
124     end
125     if u>=uy
126         if u<uc
127             F=Fy+(u-uy)*Ks;
128         end

```

```
129     end
130     if u >= uc
131         if u < ur
132             F = Fcap - Kc * (u - uc);
133         end
134     end
135     if u >= ur
136         F = Fres;
137     end
138 end
139 if u < 0
140     if abs(u) < uy
141         F = Ke * u;
142     end
143     if abs(u) >= uy
144         if abs(u) < uc
145             F = -(Fy + (abs(u) - uy) * Ks);
146         end
147     end
148     if abs(u) >= uc
149         if abs(u) < ur
150             F = -(Fcap - Kc * (abs(u) - uc));
151         end
152     end
153     if abs(u) >= ur
154         F = -Fres;
155     end
156 end
157 end
```

**Ο κώδικας του Διγραμμικού Μοντέλου για Μονοβάθμιο Σύστημα:**

```

1  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2  %
3  % CENTRAL DIFFERENCE METHOD FOR SDOF SYSTEMS (LINEAR-BILINEAR)
4  %
5  % created by Nikiforos Repousis, Dec 2018
6  % supervised by Michalis Fragiadakis
7  % nikiforos95@gmail.com
8  % mfrag@mail.ntua.gr
9  %
10 % please report any bugs
11 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
12 function [umax,vmax,amaxRel,amaxTot,fsmax,U,fs,v,a,aTot] = cdfbl(T,zeta
    ,dt,hardening,Fy,ff,npts,sfactor,iplot)
13
14 a1=hardening;
15 if ~exist('nsteps','var')
16     npts = length(ff);
17 end
18 if ~exist('sfactor','var')
19     sfactor=1;
20 end
21 if ~exist('iplot','var')
22     iplot=0;
23 end
24
25 p0=0.;
26 fs0=0.;
27 u0=0.;
28 udot0=0.;
29
30 omega=(2*pi)/T;
31 m=1.;
32 c=2*zeta*m*omega;
33 k=omega*omega*m;
34 uy=Fy/k;
35 Ugdotdot=sfactor*ff;
36
37 udotdot0=(p0-c*udot0-k*u0)/m;
38 uminus1=u0-dt*udot0+0.5*(dt^2)*udotdot0;
39 kk=(m/(dt^2))+(c/(2*dt));
40 a=(m/(dt^2))-(c/(2*dt));
41 b=((2*m)/(dt^2));
42 P=-m*Ugdotdot;
43
44 Uminus1=zeros(npts,1);

```

```

45 Uminus1(1,1)=uminus1;
46
47 PP=zeros(npts,1);
48 U=zeros(npts,1);
49 U(1,1)=u0;
50
51 Uplus1=zeros(npts,1);
52 fs=zeros(npts,1);
53 fs(1,1)=fs0;
54
55 Udot=zeros(npts,1);
56 Udot(1,1)=udot0;
57 Udotdot=zeros(npts,1);
58 Udotdot(1,1)=udotdot0;
59
60 for i = 2:npts
61
62     if a1~=1.
63         fsp=fs(i-1,1);
64         up=U(i-1,1);
65         uincr=U(i,1);
66         [fs(i,1)]=kinematic2(k,hardening,uy,up,fsp,uincr);
67
68     else
69         fs(i,1)=k*U(i,1);
70     end
71
72     PP(i,1)=P(i,1)-a*Uminus1(i,1)+b*U(i,1)-fs(i,1);
73     Uplus1(i,1)=PP(i,1)/kk;
74
75     if i<npts
76         Uminus1(i+1,1) = U(i,1);
77         U(i+1,1) = Uplus1(i,1);
78         Udot(i+1,1) = (Uplus1(i,1) - Uminus1(i,1))/(2*dt);
79         Udotdot(i+1,1) = (Uplus1(i,1)-2*U(i,1)+Uminus1(i,1))/(dt^2);
80     end
81 end
82
83 v= Udot(:,1);
84 a=Udotdot;
85 umax=max(abs(U));
86 vmax=max(abs(v));
87 amaxRel=max(abs(a));
88 fsmax=max(abs(fs));
89
90 ll=min(length(a),length(Ugdotdot));
91 amaxTot=max(abs(a(1:ll,1)+Ugdotdot(1:ll,1))); %

```



```
92 aTot= a(1:11,1)+Ugdotdot(1:11,1); %
93
94 if iplot==1
95     clf; hold on;
96     grid on; box on;
97     plot(U,fs,'k--.');
98 end
99
100 end
101
102 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
103 %
104 % BILINEAR HYSTERETIC LAW
105 %
106 % created by Michalis Fragiadakis
107 % mfrag@mail.ntua.gr
108 %
109 % please report any bugs
110 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
111 function [fs]=kinematic2(kel,b1,uy,up,fsp,u)
112
113 a1 = fsp-kel*uy;
114 a2 = (b1/(b1-1))*(fsp-kel*up);
115 a = max(a1,a2);
116 sel = fsp+(u-up)*kel;
117 h = sel-a;
118 q = abs(h) -kel*uy;
119
120 if q<=0
121     fs =sel;
122 else
123     Depl = (q*(1-b1))/kel;
124     fs = sel-sign(h)*kel*Depl;
125 end
126
127 end
```

## Ο κώδικας του Μοντέλου Clough and Johnston για Μονοβάθμιο Σύστημα:

```

1  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2  %
3  % CENTRAL DIFFERENCE METHOD FOR SDOF SYSTEMS (CLOUGH AND JOHNSTON)
4  %
5  % created by Nikiforos Repousis, Jan 2019
6  % supervised by Michalis Fragiadakis
7  % nikiforos95@gmail.com
8  % mfrag@mail.ntua.gr
9  %
10 % please report any bugs
11 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
12 function [umax,vmax,amaxRel,amaxTot,fsmax,U,fs,v,a,aTot] = cdfcl(T,zeta
    ,dt,hardening,Fy,ff,npts,sfactor,iplot)
13
14 a1=hardening;
15 if ~exist('nsteps','var')
16     npts = length(ff);
17 end
18
19 if ~exist('sfactor','var')
20     sfactor=1;
21 end
22
23 if ~exist('iplot','var')
24     iplot=0;
25 end
26
27 p0=0.;
28 fs0=0.;
29 u0=0.;
30 udot0=0.;
31
32 omega=(2*pi)/T;
33 m=1.;
34 k=omega*omega*m;
35 Ks=a1*k;
36 c=2*zeta*m*omega;
37 uy=Fy/k;
38 Ugdotdot=sfactor*ff;
39
40 udotdot0=(p0-c*udot0-k*u0)/m;
41 uminus1=u0-dt*udot0+0.5*(dt^2)*udotdot0;
42 kk=(m/(dt^2))+(c/(2*dt));
43 a=(m/(dt^2))-(c/(2*dt));
44 b=((2*m)/(dt^2));

```

```

45 P=-m*Ugdotdot;
46 Uminus1=zeros(npts,1);
47 Uminus1(1,1)=uminus1;
48 PP=zeros(npts,1);
49 U=zeros(npts,1);
50 U(1,1)=u0;
51 Uplus1=zeros(npts,1);
52 fs=zeros(npts,1);
53 fs(1,1)=fs0;
54
55 Udot=zeros(npts,1);
56 Udot(1,1)=udot0;
57 Udotdot=zeros(npts,1);
58 Udotdot(1,1)=udotdot0;
59
60 umaxcl=uy;
61 Fmaxcl=Fy;
62 umincl=-uy;
63 Fmincl=-Fy;
64 u0=0;
65
66 for i = 3:npts
67
68     upp=U(i-2,1);
69     up=U(i-1,1);
70     Fp=fs(i-1,1);
71     ui=U(i,1);
72     [fs(i,1),u0,Fmaxcl,Fmincl,umaxcl,umincl]=CloughJohnston(k,Ks,umaxcl
        ,umincl,Fmaxcl,Fmincl,u0,upp,up,Fp,ui);
73
74     PP(i,1)=P(i,1)-a*Uminus1(i,1)+b*U(i,1)-fs(i,1);
75     Uplus1(i,1)=PP(i,1)/kk;
76
77     if i<npts
78         Uminus1(i+1,1) = U(i,1);
79         U(i+1,1) = Uplus1(i,1);
80         Udot(i+1,1) = (Uplus1(i,1) - Uminus1(i,1))/(2*dt);
81         Udotdot(i+1,1) = (Uplus1(i,1)-2*U(i,1)+Uminus1(i,1))/(dt^2);
82     end
83 end
84
85
86 v= Udot(:,1);
87 a=Udotdot;
88 umax=max(abs(U));
89 vmax=max(abs(v));
90 amaxRel=max(abs(a));

```

```

91  fsmax=max(abs(fs));
92
93  ll=min(length(a),length(Ugdotdot));
94  amaxTot=max(abs(a(1:ll,1)+Ugdotdot(1:ll,1)));
95  aTot= a(1:ll,1)+Ugdotdot(1:ll,1);
96
97  if iplot==1
98      clf; hold on;
99      grid on; box on;
100     plot(U,fs,'k--. ');
101 end
102
103 end
104
105 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
106 %
107 % CLOUGH AND JOHNSTON HYSTERETIC LAW
108 %
109 % created by Nikiforos Repousis, Jan 2019
110 % supervised by Michalis Fragiadakis
111 % nikiforos95@gmail.com
112 % mfrag@mail.ntua.gr
113 %
114 % please report any bugs
115 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
116 function [F,u0,Fmax,Fmin,umax,umin] = CloughJohnston(Ke,Ks,umax,umin,
    Fmax,Fmin,u0,upp,up,Fp,u)
117
118 if Fp>=0
119     if (up)<(upp)
120         if (u)>(up)
121             k=(Fmax-Fp)/(umax-up);
122             u0=up-Fp/k;
123         end
124     end
125 end
126 if Fp<0
127     if (up)>(upp)
128         if (u)<(up)
129             k=(Fmin-Fp)/(umin-up);
130             u0=(up-Fp/k);
131         end
132     end
133 end
134
135
136 if u>=0

```

```

137     if up>=0
138         if Fp>=0
139             if u>=up
140                 if u<=umax
141                     if u0>=0
142                         K=Fmax/(umax-abs(u0));
143                         F=K*(u-u0);
144                     end
145                     if u0<0
146                         K=Fmax/(umax+abs(u0));
147                         F=K*(abs(u0)+u);
148                     end
149                 end
150                 if u>umax
151                     F=Fmax+Ks*(u-umax);
152                     Fmax=F;
153                     umax=u;
154                 end
155             end
156             if u<up
157                 u0=up-Fp/((Ke));
158                 if u>=u0
159                     if u0>=0
160                         F = Ke*(u-u0);
161                     end
162                     if u0<0
163                         F = Ke*(u+abs(u0));
164                     end
165                 end
166                 if u<u0
167                     K=Fmin/(u0+abs(umin));
168                     F = K*(u0-u);
169                 end
170             end
171         end
172     end
173
174     if Fp<0
175         if u>=up
176             u0=up-Fp/((Ke));
177             if u>=u0
178                 K=Fmax/(umax-abs(u0));
179                 F = K*(u-u0);
180             end
181             if u<u0
182                 F = -Ke*(u0-u);
183             end

```

```
184         end
185         if u<up
186             K=Fmin/(u0+abs(umin));
187             F = K*(u0-u);
188         end
189     end
190 end
191
192 if up<0
193     if Fp>=0
194         if u<=umax
195             K=Fmax/(umax+abs(u0));
196             F=K*(abs(u0)+u);
197         end
198         if u>umax
199             F=Fmax+Ks*(u-umax);
200             Fmax=F;
201             umax=u;
202         end
203     end
204
205     if Fp<0
206         u0=up-Fp/((Ke));
207         if u>=u0
208             if u0>=0
209                 K=Fmax/(umax-abs(u0));
210                 F=K*(u-u0);
211             end
212             if u0<0
213                 K=Fmax/(umax+abs(u0));
214                 F=K*(abs(u0)+u);
215             end
216         end
217         if u<u0
218             F=-Ke*(u0-u);
219         end
220     end
221 end
222 end
223
224 if u<0
225     if up>=0
226         if Fp>=0
227             u0=up-Fp/((Ke));
228             if u0<0
229                 if u>=u0
230                     F = -Ke*(u0-u);
```

```
231         end
232         if u<u0
233             if u>=umin
234                 K=Fmin/(abs(umin)-abs(u0));
235                 F =K*(abs(u)-abs(u0));
236             end
237             if umin>u
238                 F=Fmin+Ks*(u-umin);
239                 Fmin = F;
240                 umin=u;
241             end
242         end
243     end
244     if u0>=0
245         if u>=umin
246             K=Fmin/(u0+abs(umin));
247             F =K*(u0+abs(u));
248         end
249         if umin>u
250             F=Fmin+Ks*(u-umin);
251             Fmin = F;
252             umin=u;
253         end
254     end
255 end
256
257 if Fp<0
258     if u>=umin
259         K=Fmin/(abs(u0)+abs(umin));
260         F =K*(abs(u0)+abs(u));
261     end
262     if umin>u
263         F=Fmin+Ks*(u-umin);
264         Fmin = F;
265         umin=u;
266     end
267 end
268
269 if up<0
270     if Fp>=0
271         if u>=up
272             K=Fmax/(umax+abs(u0));
273             F =K*(abs(u0)-abs(u));
274         end
275         if u<up
276             u0=up-Fp/((Ke));
```

```
278         if u>=u0
279             F= Ke*(abs(u0)-abs(u));
280         end
281         if u<u0
282             if u>=umin
283                 K=Fmin/(abs(umin)-abs(u0));
284                 F =K*(abs(u)-abs(u0));
285             end
286             if umin>u
287                 F=Fmin+Ks*(u-umin);
288                 Fmin = F;
289                 umin=u;
290             end
291         end
292     end
293 end
294
295 if Fp<0
296     if u>=up
297         u0=up-Fp/((Ke));
298         F = -Ke*(u0+abs(u));
299         if F>=0
300             K=Fmax/(umax+abs(u0));
301             F =K*(abs(u0)-abs(u));
302         end
303     end
304     if u<up
305         if u>=umin
306             K=Fmin/(u0+abs(umin));
307             F =K*(u0+abs(u));
308         end
309         if umin>u
310             F=Fmin+Ks*(u-umin);
311             Fmin = F;
312             umin=u;
313         end
314     end
315 end
316 end
317 end
318
319
320 end
```