

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΕΛΥΦΩΤΟΥ ΣΤΕΓΑΣΤΡΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ
ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΚΑΙ ΕΞΑΚΡΙΒΩΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΝΕΚΤΑΡΙΟΣ ΤΣΑΟΥΣΗΣ

ΑΘΗΝΑ 2011

Ευχαριστίες:

Ευχαριστώ θερμά τον Επίκουρο καθηγητή ΕΜΠ Προχωρημένης Μηχανικής Υλικών, κύριο Δ. Ευταξιόπουλο, υπεύθυνο δια την παρούσα διπλωματική διατριβή.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

α. Εισαγωγή	Σελ. 6
1. Ελαστικότητα	Σελ. 7
ΓΕΝΙΚΑ	Σελ. 7
ΤΑΣΕΙΣ	Σελ. 10
ΤΡΟΠΕΣ	Σελ. 13
ΣΧΕΣΗ ΤΑΣΕΩΝ – ΤΡΟΠΩΝ (ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΗΟΟΚΕ),	
ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΥΠΕΡΘΕΣΗΣ	Σελ. 17
ΓΕΝΙΚΑ ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΜΕΛΩΝ ΦΟΡΕΑ	Σελ. 19
2. Κελύφη	Σελ. 22
ΓΕΝΙΚΑ	Σελ. 22
ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ – ΘΕΩΡΙΑ	Σελ. 25
3. Το λογισμικό	Σελ. 37
ΑΡΧΙΚΑ	Σελ. 37
ΤΡΟΠΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	Σελ. 43
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	Σελ. 44
ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	Σελ. 45
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ	Σελ. 46
4. Περιγραφή φορέα – Αποτελέσματα ανάλυσης	Σελ. 48
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΦΟΡΕΑ	Σελ. 48
ΔΙΑΤΟΜΗ ΤΟΥ ΦΟΡΕΑ – ΥΛΙΚΟ	Σελ. 54
ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΦΟΡΕΑ	Σελ. 58
ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ	Σελ. 60
ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ	Σελ. 62
ΑΝΑΛΥΣΗ	Σελ. 64
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ	Σελ. 66

5. Εξακρίβωση αποτελεσμάτων	Σελ. 102
ΒΥΘΙΣΗ ΣΤΟ ΑΚΡΟ Α	Σελ. 104
ΑΞΟΝΙΚΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ D	Σελ. 105
ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΡΟΠΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ D	Σελ. 106
ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΡΟΠΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ Α	Σελ. 107
ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΡΟΠΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ Α	Σελ. 108
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Σελ. 109
Βιβλιογραφία	Σελ. 110

α. Εισαγωγή

Η παρούσα διατριβή αφορά την ανάλυση ενός κελυφωτού στεγάστρου υπό το ίδιο βάρος του.

Λέγοντας ανάλυση εννοούμε την εύρεση όλων αυτών των χαρακτηριστικών μεγεθών της κατασκευής, τα οποία μας επιτρέπουν να κατανοήσουμε την μηχανική της συμπεριφορά, καθώς και αργότερα να πραγματοποιήσουμε ελέγχους αντοχής. Τέτοια μεγέθη αποτελούν οι τάσεις, οι τροπές, τα εσωτερικά εντατικά μεγέθη N , Q , M (τα οποία προκύπτουν από τασικές ολοκληρώσεις στις διατομές), οι μετακινήσεις – στροφές κτλ.

Στο πρώτο κεφάλαιο μιας και η ανάλυση μας θα είναι ελαστική, θα ασχοληθούμε με την επεξήγηση βασικών εννοιών και σχέσεων της ελαστικότητας που η βαθειά τους κατανόηση αποτελεί προϋπόθεση για την σωστή εκτίμηση των αποτελεσμάτων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο πιο εξειδικευμένα θα αναφερθούμε στην θεωρία των κελυφών ώστε να γίνει κατανοητή η ιδιαίτερη φύση του στεγάστρου που εξετάζουμε.

Επειδή στην πράξη σήμερα λόγω της πολυπλοκότητας των υπολογισμών δεν είναι δυνατή η εύρεση των αποτελεσμάτων χωρίς την χρήση κάποιου λογισμικού ανάλυσης, στο τρίτο κεφάλαιο θα αναφερθούμε στο παρόν λογισμικό που χρησιμοποιήσαμε, καθώς και στις βασικές του λειτουργίες.

Στο τέταρτο κεφάλαιο ορίζουμε τον φορέα και πραγματοποιούμε την ανάλυση.

Στο Πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο εκτιμούμε την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων που βρήκαμε, και έμμεσα της συνολικής διαδικασίας που ακολουθήθηκε, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με πρότυπες αναλύσεις από την βιβλιογραφία, καθώς και επιλύσεις άλλων προγραμμάτων του εμπορίου.

1. Ελαστικότητα

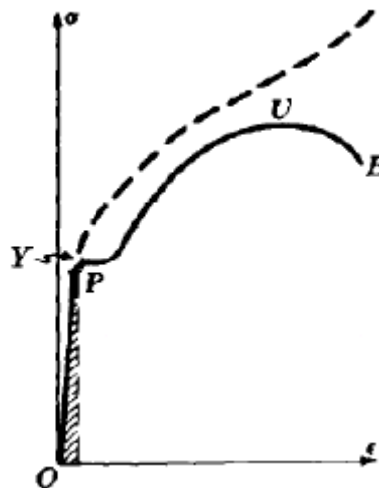
ΓΕΝΙΚΑ

Όλα τα υλικά υπό την επίδραση εξωτερικών τάσεων διανύουν συνολικά τρία στάδια καταπόνησης. Το κάθε στάδιο μπορεί να είναι περισσότερο η λιγότερο εμφανές. Αρχικά θα έχουμε το στάδιο ελαστικότητας κατά το οποίο αν τα εξωτερικά αίτια υποχωρήσουν η παραμόρφωση θα μηδενιστεί. Έπειτα ακολουθεί το στάδιο πλαστικότητας κατά τη διάρκεια του οποίου αν αποφορτίσουμε το υλικό μέρος των παραμορφώσεων παραμένουν μόνιμες. Τελικώς έχουμε το στάδιο της θραύσεως το οποίο μπορεί να συνοδεύεται με μεταβολή της τάσεως που παραλαμβάνει το υλικό σε συνδυασμό με έντονη ρωγμάτωση έως και την τελική καθολική θραύση του υλικού. Τα άνω στάδια είναι αρκετά εμφανή στα ελαστοπλαστικά υλικά δηλαδή αυτά που διανύουν αρκετά μεγάλη παραμόρφωση πριν την θραύση τους, γεγονός που οφείλεται στη μεγάλη περιοχή ελαστοπλαστικότητας που διαθέτουν. Τα ψαθυρά υλικά, αυτά δηλαδή που αστοχούν κάτω από μικρές παραμορφώσεις, διαθέτουν πολύ μικρή ελαστοπλαστική περιοχή και η θραύση τους συμβαίνει ακαριαία χωρίς μεγάλες ενδείξεις και προειδοποιήσεις.

Η θεωρία της ελαστικότητας είναι το σύνολο των κανόνων, εξισώσεων και παραδοχών που ισχύουν κατά το πρώτο ελαστικό στάδιο του υλικού. Συνήθως εξιδανικεύουμε το υλικό και θεωρούμε ότι λειτουργεί απείρως εντός ελαστικής καταστάσεως, δηλαδή για οποιαδήποτε μέγεθος εξωτερικού φορτίου αυτό δεν θραύεται και οι παραμορφώσεις είναι μη μόνιμες. Επίσης αγνοούμε τη μοριακή δομή του σώματος η οποία λόγω της τυχούσας ανομοιομορφίας θα οδηγούσε σε διαφορετικές ορθές τάσεις υπό ομοιόμορφη ορθή καταπόνηση. Δηλαδή θεωρούμε το σώμα ως συνεχές μέσο. Επίσης θεωρείται τέλεια ομοιογενές και κάθε υλικό του παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες σε κάθε κατεύθυνση, δηλαδή έχουμε και ισοτροπία.

Αυτές είναι και οι παραδοχές που συνοδεύουν την θεωρία της ελαστικότητας με σκοπό να απλοποιήσουμε τους υπολογισμούς μας. Φυσικά τα πραγματικά υλικά δεν διαθέτουν τόση μεγάλη τελειότητα ώστε να ισχύουν και στην πραγματικότητα αυτές οι παραδοχές. Πειράματα όμως έχουν δείξει ότι τα αποτελέσματα της θεωρίας της ελαστικότητας με τη χρήση αυτών των παραδοχών επαληθεύουν τις πειραματικές ενδείξεις. Αυτό ισχύει διότι η κρυσταλλική δομή των περισσότερων υλικών είναι αρκετά πυκνή. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις που αυτές οι παραδοχές δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν όπως για παράδειγμα σε υλικό μετάλλου ύστερα από συγκεκριμένες τεχνολογικές επεξεργασίες που μπορεί να μην ισχύουν μια η περισσότερες από αυτές, όπως για παράδειγμα η ισοτροπία.

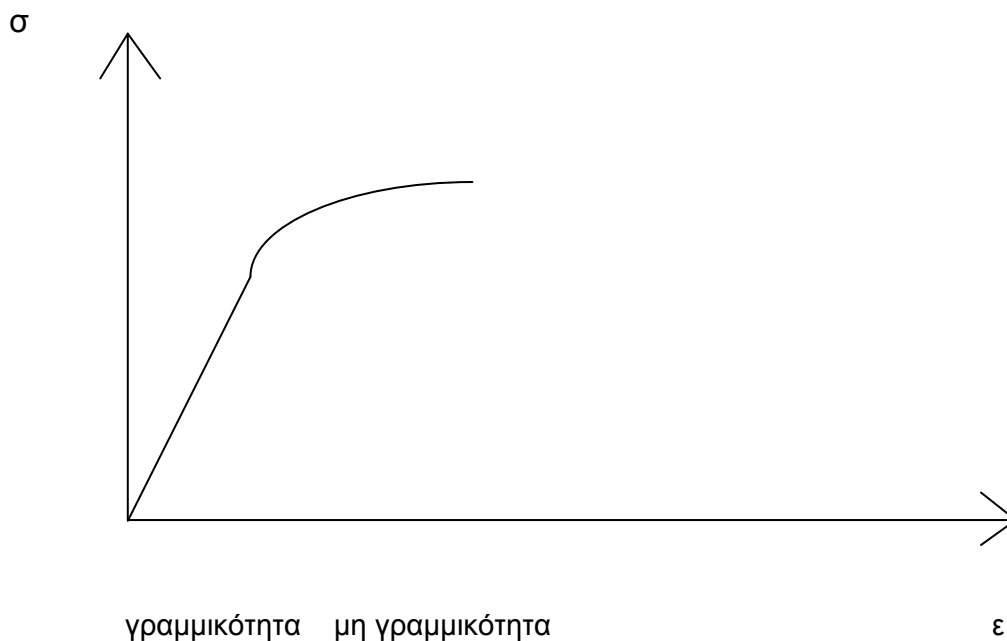
Στο παρακάτω διάγραμμα σ - ϵ εφελκυσμού ελαστοπλαστικού υλικού φαίνονται οι περιοχές ελαστικότητας, πλαστικότητας, θραύσης για υπολογισμό τάσης με την αρχική διατομή, καθώς και για υπολογισμό τάσης με την μειωμένη κάθε φορά διατομή (διακεκομμένη γραμμή).



ελαστικότητα πλαστικότητα θραύση

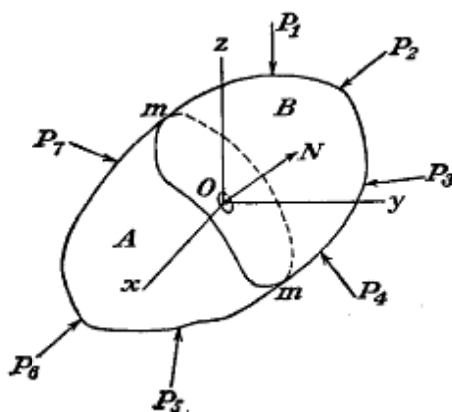
||-----||-----||-----||

Η ελαστικότητα διαχωρίζεται σε δύο επιμέρους περιοχές. Η πρώτη είναι η περιοχή της Γραμμικής ελαστικότητας. Κατά την περιοχή αυτήν οι ανηγμένες παραμορφώσεις είναι ανάλογες των εξωτερικά επιβαλλόμενων τάσεων. Παρακάτω θα δούμε ότι σε αυτή την περιοχή ισχύουν κάποιες ιδιαίτερες θεωρήσεις. Έπειτα ακολουθεί η περιοχή που οι ανηγμένες παραμορφώσεις δεν είναι ανάλογες των τάσεων. Σε αυτή την περιοχή έχουμε μη γραμμική συμπεριφορά και ισχύει η μη γραμμική θεωρία της ελαστικότητας. Φυσικά τα πραγματικά υλικά δεν συμπεριφέρονται απόλυτα γραμμικά ή με μια προκαθορισμένη μαθηματική σχέση μη γραμμικότητας, όμως κατά καλή προσέγγιση μπορούμε να θεωρήσουμε τις σχέσεις αυτές.



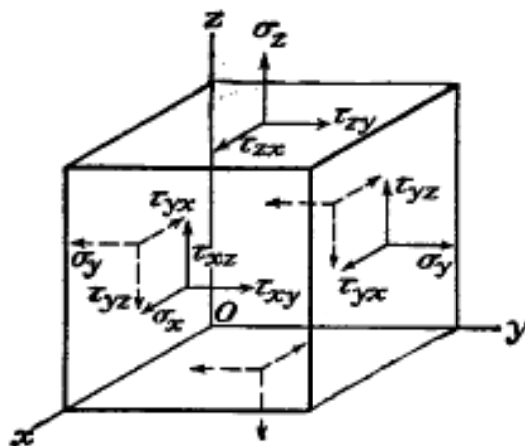
ΤΑΣΕΙΣ

Η απόλυτη κατανόηση του ορισμού της τάσεως είναι αναγκαία, μιας και είναι από τους πιο συχνά χρησιμοποιούμενους ορισμούς της μηχανικής. Έστω ότι ασκούμε σε ένα σώμα εξωτερικές δυνάμεις συγκεντρωμένες και κατακεκομημένες σε τυχαίες θέσεις αυτού. Το σώμα υπό την επίδραση αυτών των δυνάμεων ισορροπεί. Αφού παραμένει συνεκτικό σημαίνει ότι εσωτερικά έχουν αναπτυχθεί δυνάμεις στις οποίες οφείλεται η συνεκτικότητά αυτού. Κάνοντας μια νοητή τομή $m-m$, για να συνεχίσει να ισορροπεί πρέπει να ασκούνται οι ανάλογες εσωτερικές δυνάμεις στην επιφάνεια της τομής. Σε πολύ μικρή διαφορική περιοχή dA της τομής μπορούμε να θεωρήσουμε σταθερή κατανομή των δυνάμεων αυτών. Ο λόγος της κατανομής των σταθερών αυτών δυνάμεων dN προς την διαφορική επιφάνεια dA που τους αντιστοιχεί αποτελεί τον ορισμό του διανύσματος τάσεως.



$$\sigma = dN / dA$$

Σε επίπεδο υλικού σημείου αφού οι αποστάσεις είναι διαφορικές δεν μιλάμε πλέον για την ύπαρξη ροπών. Έτσι οι συνιστώσες των δυνάμεων που αναπτύσσονται θα είναι είτε κάθετες στην επιφάνεια είτε παράλληλες σε αυτή. Σε αντιστοιχία λοιπόν έχουμε τις ορθές τάσεις σ και τις διατμητικές τάσεις τ .



Όπως λοιπόν φαίνεται και από το παραπάνω σχήμα για να γνωρίζουμε τη συνολική τασική κατάσταση ενός υλικού αρκεί να γνωρίζουμε τις εννέα συνιστώσες των τάσεων. Λόγω ισορροπίας ροπών αυτές μπορούν να μειωθούν σε έξι όπως φαίνεται και στις παρακάτω ισοδυναμίες.

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz}$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz}$$

Άρα αρκεί να ξέρουμε τις σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{zx} , τ_{zy} .

Λόγω της ισορροπίας ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$d\sigma_x/dx + d\tau_{yx}/dy + d\tau_{zx}/dz + f_1 = 0$$

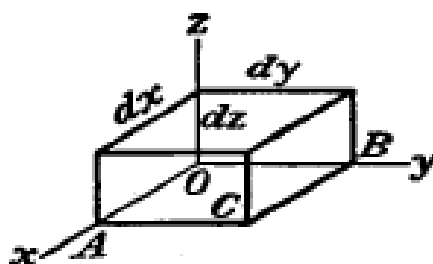
$$d\tau_{xy}/dx + d\sigma_y/dy + d\tau_{zy}/dz + f_2 = 0$$

$$d\tau_{yx}/dx + d\tau_{yz}/dy + d\sigma_z/dz + f_3 = 0 \quad (f = \text{καθολικές δυνάμεις})$$

ΤΡΟΠΕΣ

Το αποτέλεσμα της ανάπτυξης τάσεων εντός του σώματος, είναι η παραμόρφωση των υλικών του καθώς και η αλλαγή θέσης αυτών στο χώρο. Έτσι ορίζουμε τις τροπές που δεν είναι τίποτε άλλο παρά δείκτες της παραμόρφωσης του υλικού, οι οποίοι εκφράζονται σε ανηγμένη μορφή.

Για να καθορίσουμε το στιγμιότυπο (θέση + κατάσταση) ενός υλικού σημείου στον τρισδιάστατο χώρο χρειαζόμαστε συνολικά 6 συντεταγμένες. Τρεις μετακινήσεις και τρεις στροφές. Έτσι και για να καθορίσουμε την συνολική παραμόρφωση ενός διαφορικού υλικού χρειαζόμαστε 6 τροπές. Τρεις ορθές τροπές και τρεις διατμητικές. Κατά κάποιο τρόπο υπάρχει αντιστοιχία μεταξύ τροπών και τάσεων με την έννοια του ότι πιθανόν όταν έχουμε τάση προς μια διεύθυνση θα έχουμε και τροπή προς αυτή. Οι τρεις ορθές τάσεις αντιστοιχούν στις τρεις ορθές τροπές και τα τρία ζευγάρια διατμητικών τάσεων στις τρεις διατμητικές τροπές. Ας μην ξεχνάμε βέβαια τα παραδείγματα της μονοαξονικής ορθής ανεμπόδιστης θλίψης που στις άλλες διευθύνσεις του πειράματος έχουμε τροπές χωρίς την ύπαρξη τάσεων, όπως επίσης και το παράδειγμα της αξονικής ορθής έντασης με πλευρική παρεμπόδιση που στις άλλες διευθύνσεις έχουμε τάσεις με μηδενική τροπή. Έστω διαφορικό στοιχείο σώματος διαστάσεων dx , dy , dz , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Εάν το σώμα υποστεί τασική καταπόνηση ενώ οι συνοριακές συνθήκες δεν του επιτρέπουν μετακινήσεις απολύτως στερεού, τότε το υλικό θα υποστεί μετακινήσεις u v w αντίστοιχες των διευθύνσεων x y z καθώς και στροφές, οι οποίες θα οφείλονται στις ορθές και γωνιακές παραμορφώσεις των άλλων υλικών. Επιπρόσθετα θα υποστεί μετακινήσεις και στροφές λόγω της παραμόρφωσης του ίδιου υλικού, στην οφειλόμενη δική του τασική κατάσταση.

Έτσι η νέα συντεταγμένη κάθε σημείου του υλικού θα είναι :

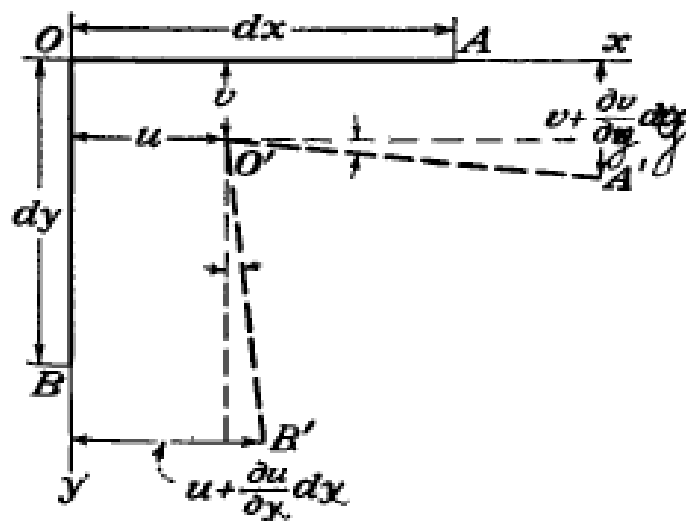
$$X' = X + u + \frac{du}{dx} * dx$$

$$Y' = Y + v + \frac{dv}{dy} * dy$$

$$Z' = Z + w + \frac{dw}{dz} * dz$$

Οι παράγοντες με τα διαφορικά, οι μετακινήσεις δηλαδή λόγω παραμόρφωσης του ίδιου υλικού, παρατηρούμε ότι αποτελούνται από δύο τμήματα. Πρώτον το αντίστοιχο διαφορικό μήκος dx , και έναν λόγο διαφορικών που εκφράζει στην ουσία ένα ποσοστό αυτού του μήκους. Αυτός ο λόγος διαφορικών δεν είναι τίποτε άλλο παρά ο ορισμός της ορθής τροπής.

Παράλληλα όμως με τις γραμμικές μετατοπίσεις τα υλικά του σημείου θα παρουσιάσουν και στροφές, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα της κάτοψης του αρχικού διαφορικού υλικού που εξετάζουμε.



Τελικά λοιπόν οι μαθηματικές εκφράσεις των έξι τροπών βάσει των παραπάνω έχουν ως εξής : (ε= ορθή τροπή, γ= διατμητική τροπή)

$$\epsilon_x = du/dx$$

$$\epsilon_y = du/dy$$

$$\epsilon_z = dw/dz$$

$$\gamma_{xy} = du/dy + dv/dx$$

$$\gamma_{xz} = du/dz + dw/dx$$

$$\gamma_{yz} = dv/dz + dw/dy$$

ΣΧΕΣΗ ΤΑΣΕΩΝ – ΤΡΟΠΩΝ (ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΗΟΟΚΕ), ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΥΠΕΡΘΕΣΗΣ

Πειραματικά έχει αποδειχτεί ότι η σχέση μεταξύ τάσεων και τροπών σε διαφορετικό υλικό υπό καταπόνηση σ_x , σ_y , σ_z , έχει ως εξής :

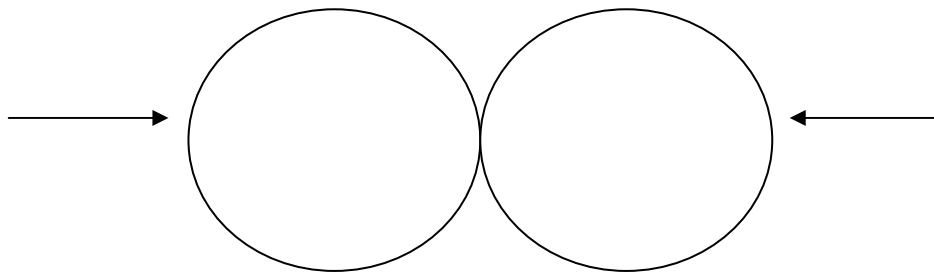
$$\varepsilon_x = 1/E * [\sigma_x - \nu^*(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = 1/E * [\sigma_y - \nu^*(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = 1/E * [\sigma_z - \nu^*(\sigma_x + \sigma_y)]$$

Όπου E (μέτρο ελαστικότητας) και ν (λόγος του poisson) σταθερές που εξαρτώνται από την φύση του υλικού. Η παραπάνω έκφραση αποτελεί τον νόμο του Hooke και ισχύει μόνο για το στάδιο της γραμμικής ελαστικότητας.

Για την διατύπωση των τύπων χρησιμοποιήθηκε η αρχή της υπέρθεσης βάση της οποίας τα αποτελέσματα τάσεων και τροπών από διαφορετικές αναλύσεις του ίδιου φορέα μπορούν να συνδυαστούν έτσι ώστε να προκύψει το συνολικό αποτέλεσμα από τον συνδυασμό όλων των εξωτερικών δράσεων. Η παραπάνω αρχή είναι πολύ σημαντική και χρησιμοποιείται αρκετά συχνά στη ελαστική ανάλυση των φορέων. Υπάρχουν βέβαια και εξαιρέσεις που η αρχή της υπέρθεσης δεν ισχύει όπως στις περιπτώσεις γεωμετρικής μη γραμμικότητας.

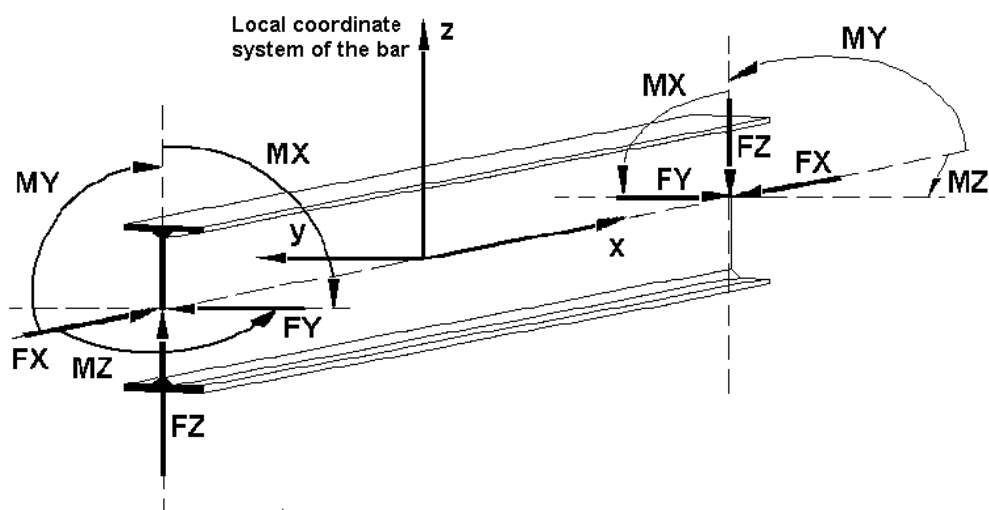


Στο πρόβλημα επαφής δύο κυλίνδρων (πρόβλημα Hertz) η τάση επαφής δεν είναι γραμμική συνάρτηση του φορτίου P παρόλο τα σώματα είναι γραμμικώς ελαστικά.

ΓΕΝΙΚΑ ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΜΕΛΩΝ ΦΟΡΕΑ

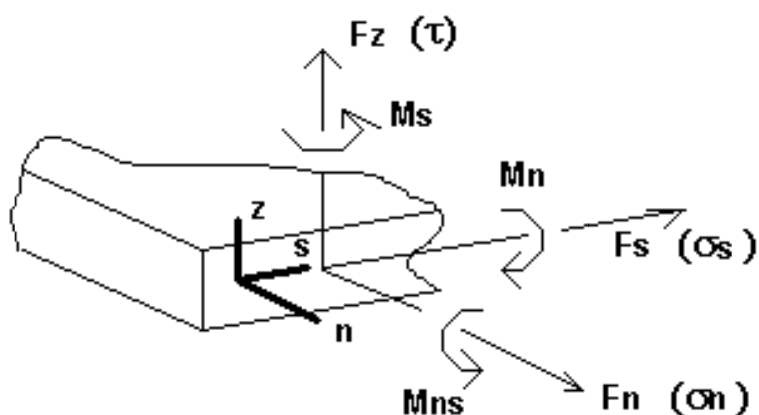
Με σκοπό να έχουμε καλύτερη εποπτεία της έντασης των διαφόρων μελών ενός σώματος (φορέα), να κάνουμε πιο εύκολα ελέγχους αντοχής ή πολλές φορές να απλοποιήσουμε τους υπολογισμούς, αντί να υπολογίσουμε τάσεις υπολογίζουμε τα γενικά εντατικά μεγέθη των μελών του φορέα, που δεν είναι τίποτε άλλο παρά η ολοκλήρωση των τάσεων σε διατομές αυτού. Άρα εκφράζονται με μορφή δυνάμεων ή ροπών.

Συγκεκριμένα σε ραβδωτούς (μονοδιάστατους) φορείς έχουμε :



Παρατηρούμε σε αυτή την περίπτωση πως έχουμε τρεις δυνάμεις (μία αξονική και δύο διατμητικές) και τρεις ροπές (μία στρεπτική και δύο καμπτικές), με τις αντίστοιχες θετικές τους φορές όπως αυτές υφίστανται στο πρόγραμμα δομικής ανάλυσης Robot της Autodesk. Στην απέναντι παρειά είναι ίσες και αντίθετες.

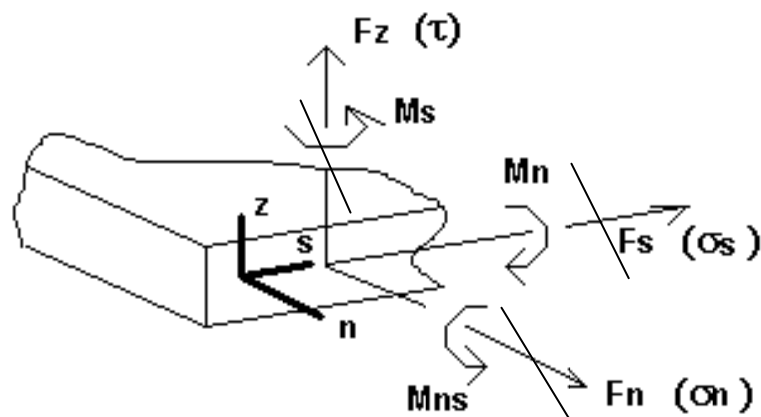
Στην περίπτωση επιφανειακών (δισδιάστατων) φορέων έχουμε :



Θετικές φορές

Εδώ έχουμε 6 γενικά εντατικά μεγέθη σε κάθε παρειά (μία αξονική, δύο τέμνουσες, δύο καμπτικές, μία στρεπτική) και επειδή ανά δύο οι απέναντι παρειές έχουν ίσια και αντίθετα μεγέθη, για το διαφορικό στοιχείο έχουμε συνολικά 12. Αυτά λόγω ισότητας των F_s , M_{ns} , στις γειτονικές παρειές έχουμε συνολικά 10 άγνωστα εντατικά μεγέθη. Οι δυνάμεις F_n , F_s λέγονται μεμβρανικές.

Μια ξεχωριστή περίπτωση δισδιάστατου στοιχείου είναι αυτό της πλάκας, δηλαδή του επίπεδου φορέα με κάθετα ως προς αυτόν φορτία. Στην περίπτωση αυτή οι μεμβρανικές δυνάμεις είναι μηδενικές. Έτσι εδώ έχουμε 3 εντατικά μεγέθη σε κάθε παρειά (μία τέμνουσα, μια ροπή κάμψης, μία ροπή συστροφής), και επειδή ανά δύο οι απέναντι παρειές έχουν ίσια και αντίθετα μεγέθη, για το διαφορικό στοιχείο έχουμε συνολικά 6. Αυτά λόγω ισότητας των M_{ns} , στις γειτονικές παρειές έχουμε συνολικά 5 άγνωστα εντατικά μεγέθη.



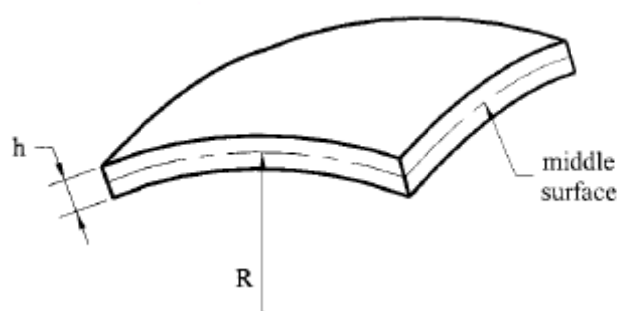
2. Κελύφη

ΓΕΝΙΚΑ

Ο ορισμός κέλυφος αναφέρεται σε σώματα που οριοθετούνται από δύο καμπύλες επιφάνειες όπου η απόσταση μεταξύ των επιφανειών είναι μικρή σε σχέση με τις δύο άλλες διαστάσεις του σώματος. Αναφερόμαστε λοιπόν σε επιφανειακό φορέα. Η απόσταση αυτή ονομάζεται πάχος του κελύφους, ενώ στο μέσον αυτής ορίζεται η μέση επιφάνεια. Στην παρούσα θεωρία θα μιλήσουμε για κελύφη με σταθερό πάχος. Ανάλογα την καμπυλότητα της μέσης επιφάνειας χωρίζονται σε κυλινδρικά (κυκλικά ή μη), κωνικά, σφαιρικά, ελλειψοειδή, παραβολοειδή, υπερπαραβολοειδή, κτλ.

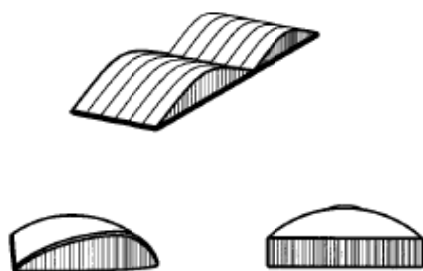
Ανάλογα με το πάχος τους χωρίζονται σε λεπτά και παχιά κελύφη. Κριτήριο διαχωρισμού αποτελεί η παρακάτω σχέση:

$$\max\left(\frac{h}{R}\right) \leq \frac{1}{20}.$$

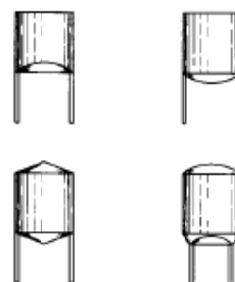


Σε περίπτωση που ισχύει η παραπάνω σχέση, τότε μιλάμε για λεπτό κέλυφος, το οποίο καλύπτεται από την γραμμική ελαστική θεωρία λεπτών κελυφών, την θεωρία που θα μας απασχολήσει σε αυτό το κεφάλαιο. Στην περίπτωση που δεν έχουμε λεπτό κέλυφος πλέον αναγόμαστε σε πρόβλημα τρισδιάστατης ελαστικότητας.

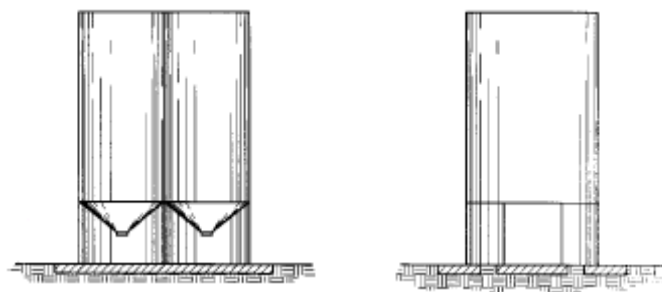
Γενικά τα κελύφη έχουν μεγάλη εφαρμογή σε δομικές κατασκευές και αυτός είναι και ο λόγος που έχουν μελετηθεί τόσο πολύ. Ενδεικτικά αναφέρονται μερικά έργα μηχανικού με εφαρμογή κελυφών:



Στέγαστρα

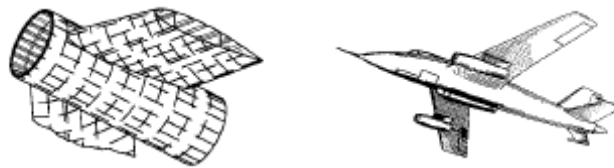


Υδατόπυργοι



Σιλό

Αλλά ακόμη και σε άλλες κατασκευές:



Αεροναυπηγική

ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ – ΘΕΩΡΙΑ

Η γραμμική θεωρία λεπτών κελυφών διέπεται από τις βασικές παραδοχές του Kirchhoff οι οποίες είναι οι εξής:

1. Η ορθή και οι διατμητικές τροπές, κατά την εγκάρσια διεύθυνση, αμελούνται.
2. Η εγκάρσια ορθή τάση είναι μικρή σε σχέση με τις υπόλοιπες ορθές τάσεις οπότε μπορεί και αυτή να αμεληθεί.

Επίσης θεωρούμε ότι η μετατόπιση ενός τυχαίου σημείου είναι μικρή σε σχέση με το πάχος.

Κατά τα άλλα ισχύουν οι γνωστές παραδοχές της ελαστικότητας δηλαδή της συνέχειας, της ομοιογένειας, της ισοτροπίας και ο νόμος του Hooke.

Πρέπει βέβαια να έχουμε ελέγξει πιο πριν και το κριτήριο λεπτότητας ώστε όντος να μιλάμε για λεπτό κέλυφος.

Η θεωρία διέπεται από ένα σύνολο βασικών εξισώσεων:

A. Σχέσεις τροπής - μετατοπίσεων

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} v - \frac{w}{R_1},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} u - \frac{w}{R_2},$$

$$\gamma_{12} = \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right),$$

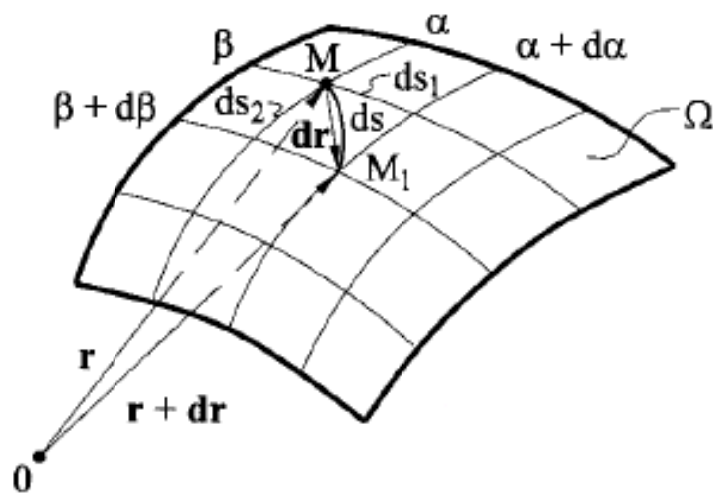
$$\chi_1 = - \left[\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) \right],$$

$$\chi_2 = - \left[\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \right],$$

$$\chi_{12} = - \left[\frac{1}{AB} \left(- \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial w}{\partial \beta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} \right) + \frac{1}{R_1} \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) + \frac{1}{R_2} \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) \right],$$

Με: $\varepsilon_3 = \gamma_{13} = \gamma_{23} = 0.$

Οι ποσότητες A, B ονομάζονται παράμετροι του Lamé και ορίζονται από το παρακάτω σχήμα:



$$d\mathbf{r} = \mathbf{r}_{,\alpha} d\alpha + \mathbf{r}_{,\beta} d\beta.$$

$$a_{11} = (\mathbf{r}_{,\alpha} \cdot \mathbf{r}_{,\alpha}); \quad a_{12} = (\mathbf{r}_{,\alpha} \cdot \mathbf{r}_{,\beta}); \quad a_{22} = (\mathbf{r}_{,\beta} \cdot \mathbf{r}_{,\beta}),$$

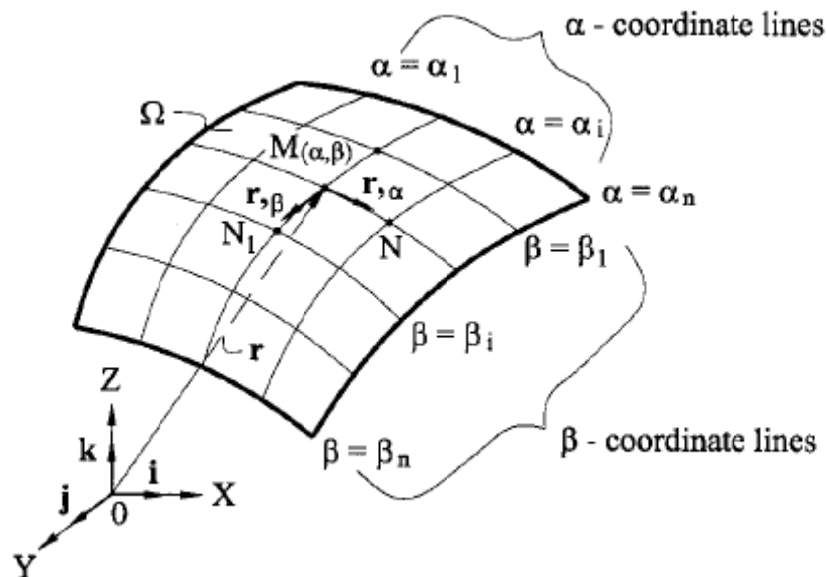
$$b_{11} = \mathbf{e}_3 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \alpha^2}; \quad b_{12} = \mathbf{e}_3 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \alpha \partial \beta}; \quad b_{22} = \mathbf{e}_3 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \beta^2},$$

$$A = (a_{11})^{1/2}; \quad B = (b_{11})^{1/2},$$

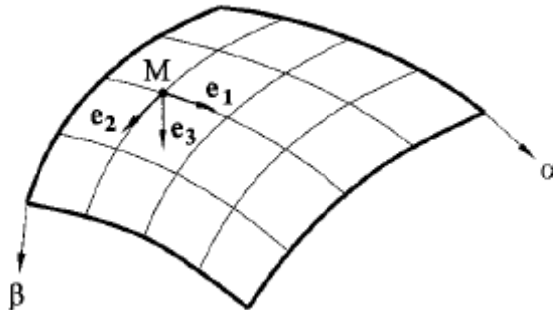
Όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα κάθε πεπερασμένη επιφάνεια Ω μπορεί να καθοριστεί ως ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που το διάνυσμα θέσης τους \mathbf{r} με αρχή το σημείο O , δηλαδή την αρχή του καθολικού συστήματος συντεταγμένων, είναι συνάρτηση δύο ανεξάρτητων καμπυλόγραμμων συντεταγμένων των α, β .

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\alpha, \beta)$$

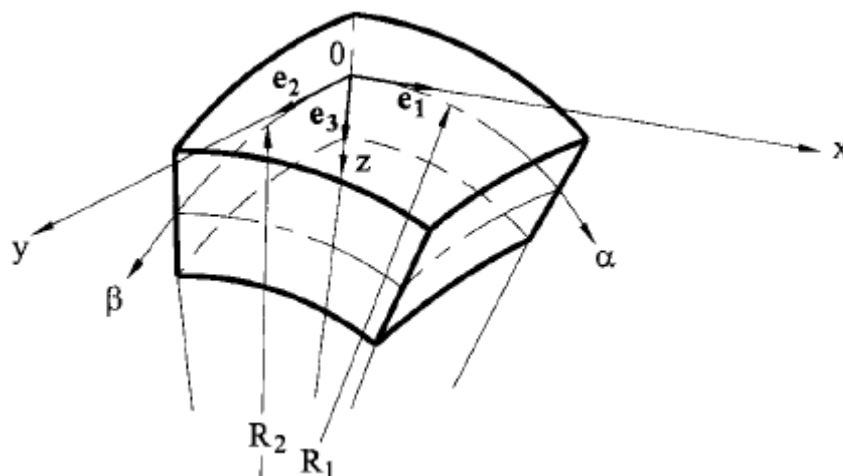
Ουσιαστικά οι παράμετροι αυτοί καθορίζουν την πεπερασμένη επιφάνεια και ονομάζονται καμπυλόγραμμες συντεταγμένες επιφανείας.



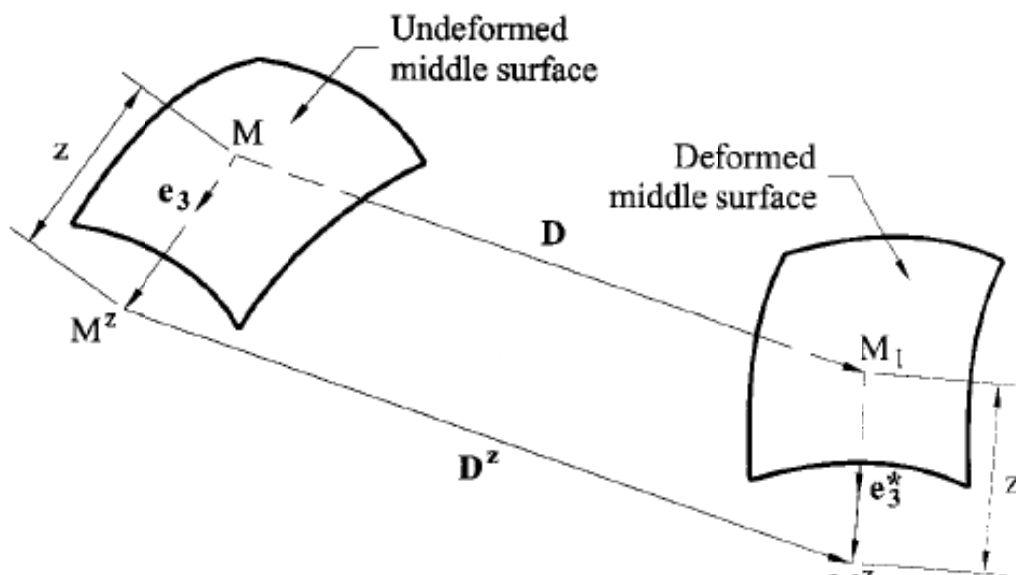
Τα i, j, k , είναι τα μοναδιαία διανύσματα στο καθολικό σύστημα ενώ τα e_1, e_2, e_3 , είναι τα μοναδιαία διανυσματα στο τοπικό σύστημα.



Το τοπικό σύστημα ενός πεπερασμένου στοιχείου ορίζεται ως x, y, z , με μικρά γράμματα ενώ όπως είδαμε το καθολικό ως X, Y, Z με μεγάλα γράμματα. Επίσης ορίζονται οι ακτίνες R_1, R_2 .



Σε περίπτωση μετατόπισης του στοιχείου προκύπτει το διάνυσμα μετατοπίσεων D , με αρχή την αρχική θέση του τοπικού συστήματος, και προβολές της μετατόπισης στο τοπικό σύστημα u, v, w .



Το σημείο M βρίσκεται στη μέση επιφάνεια.

Στην περίπτωση του πεπερασμένου στοιχείου οι τροπές διαφέρουν από αυτές που εξετάσαμε στο πρώτο κεφάλαιο της τρισδιάστατης ελαστικότητας διαφορικού υλικού στοιχείου.

ϵ_1 =Τροπή γραμμικής παραμόρφωσης της διάστασης κατά τον τοπικό άξονα χ .

ϵ_2 =Τροπή γραμμικής παραμόρφωσης της διάστασης κατά τον τοπικό άξονα y .

ϵ_3 =Τροπή γραμμικής παραμόρφωσης της διάστασης κατά τον τοπικό άξονα z .

γ_{12} =Τροπή γωνιακής παραμόρφωσης του επιπέδου 1-2 (τοπικό)

γ_{13} =Τροπή γωνιακής παραμόρφωσης του επιπέδου 1-3 (τοπικό)

γ_{23} =Τροπή γωνιακής παραμόρφωσης του επιπέδου 2-3 (τοπικό)

χ_1 =Τροπή καμπτικής παραμόρφωσης γύρω από τον άξονα e_2

χ_2 =Τροπή καμπτικής παραμόρφωσης γύρω από τον άξονα e_1

χ_{12} =Τροπή παραμόρφωσης στρέψεως

Έτσι έχουμε ορίσει όλες τις παραμέτρους της σχέσεως τροπών – μετατοπίσεων.

Επίσης οι τροπές που προκύπτουν πρέπει να καλύπτουν τις σχέσεις του συμβιβαστού των παραμορφώσεων:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \alpha}(\chi_2 B) - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \beta}(\chi_{12} A^2) - \frac{\partial B}{\partial \alpha} \chi_1 + \frac{1}{R_2} \frac{\partial A}{\partial \beta} \gamma_{12} \\ & + \frac{1}{R_1} \left[-\frac{\partial}{\partial \alpha}(\varepsilon_2 B) + \frac{\partial B}{\partial \alpha} \varepsilon_1 + \frac{\partial}{\partial \beta}(\gamma_{12} A) \right] = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial \beta}(\chi_1 A) - \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \alpha}(\chi_{12} B^2) - \frac{\partial A}{\partial \beta} \chi_2 + \frac{1}{R_1} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \gamma_{12} \\ & + \frac{1}{R_2} \left[-\frac{\partial}{\partial \beta}(\varepsilon_1 A) + \frac{\partial A}{\partial \beta} \varepsilon_2 + \frac{\partial}{\partial \alpha}(\gamma_{12} B) \right] = 0, \\ & \frac{1}{AB} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \frac{1}{A} \left[-\frac{\partial}{\partial \alpha}(\varepsilon_2 B) + \frac{\partial B}{\partial \alpha} \varepsilon_1 + \frac{1}{2A} \frac{\partial}{\partial \beta}(\gamma_{12} A^2) \right] \right\} \\ & + \frac{1}{AB} \frac{\partial}{\partial \beta} \left\{ \frac{1}{B} \left[-\frac{\partial}{\partial \beta}(\varepsilon_1 A) + \frac{\partial A}{\partial \beta} \varepsilon_2 + \frac{1}{2B} \frac{\partial}{\partial \alpha}(\gamma_{12} B^2) \right] \right\} - \left(\frac{\chi_1}{R_2} + \frac{\chi_2}{R_1} \right) = 0. \end{aligned}$$

Β. Σχέσεις γενικών εντατικών μεγεθών - τροπών

$$N_1 = \frac{Eh}{1 - \nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2), \quad N_2 = \frac{Eh}{1 - \nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1),$$

$$N_{12} = S - \frac{H}{R_2}, \quad N_{21} = S - \frac{H}{R_1}, \quad S = \frac{Eh}{2(1 + \nu)}\gamma_{12},$$

$$M_1 = D(\chi_1 + \nu\chi_2), \quad M_2 = D(\chi_2 + \nu\chi_1),$$

$$M_{12} = M_{21} = H, \quad H = D(1 - \nu)\chi_{12},$$

Όπου :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$$

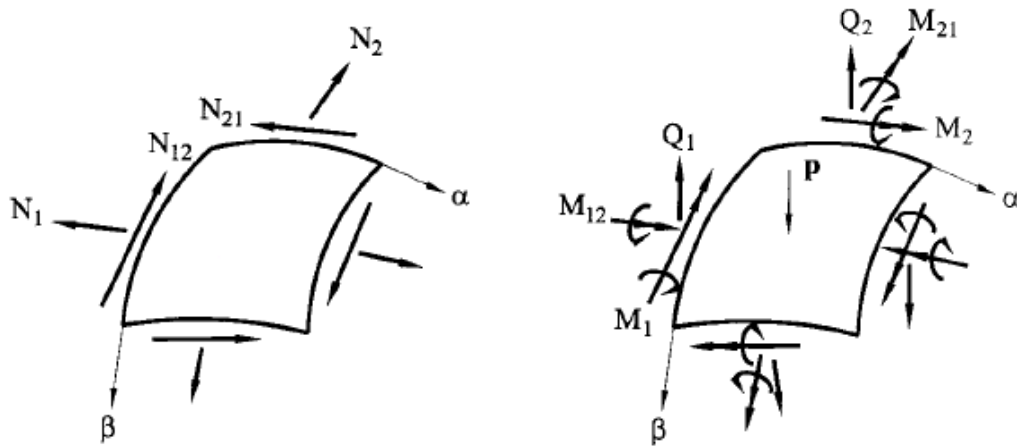
είναι η καμπτική δυσκαμψία του κελύφους.

h=πάχος του κελύφους

E= μέτρο ελαστικότητας του υλικού

ν= λόγος του poisson

Στα κελύφη αναπτύσσονται τα παρακάτω γενικά εντατικά μεγέθη:



δυνάμεις

ροπές

Οι παράμετροι S , H , χρησιμοποιήθηκαν με σκοπό την μείωση των αγνώστων στις εξισώσεις και ορίζονται ως παραπάνω.

Γ. Εξισώσεις ισορροπίας

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}(N_1 B) + \frac{\partial}{\partial \beta}(N_{21} A) + N_{12} \frac{\partial A}{\partial \beta} - N_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} - Q_1 \frac{AB}{R_1} + p_1 AB = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta}(N_2 A) + \frac{\partial}{\partial \alpha}(N_{12} B) + N_{21} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - N_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} - Q_2 \frac{AB}{R_2} + p_2 AB = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}(Q_1 B) + \frac{\partial}{\partial \beta}(Q_2 A) + N_1 \frac{AB}{R_1} + N_2 \frac{AB}{R_2} + p_3 AB = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}(BM_{12}) + \frac{\partial}{\partial \beta}(AM_2) - M_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + M_{21} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - Q_2 AB = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta}(AM_{21}) + \frac{\partial}{\partial \alpha}(BM_1) - M_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} + M_{12} \frac{\partial A}{\partial \beta} - Q_1 AB = 0,$$

$$N_{12} - N_{21} - \frac{M_{12}}{R_1} + \frac{M_{21}}{R_2} = 0.$$

Δ. Οριακές συνθήκες

α. Ελεύθερο άκρο

$$N_2 = 0, \quad T_2 = N_{21} - \frac{M_{21}}{R_1} = 0, \quad V_2 = Q_2 + \frac{1}{A} \frac{\partial M_{21}}{\partial \alpha} = 0, \quad M_2 = 0$$

όπου:

$$T_2 = S - \frac{2H}{R_1}, \quad V_2 = Q_2 + \frac{1}{A} \frac{\partial H}{\partial \alpha}$$

β. Πακτωμένο άκρο

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \vartheta_2 = 0,$$

όπου:

$$\vartheta_2 = \frac{v}{R_2} + \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta}.$$

γ. Αρθρωτό άκρο με ελεύθερη μετακίνηση στην κατακόρυφη

διεύθυνση

$$M_2 = 0, \quad V_2 = Q_2 + \frac{1}{A} \frac{\partial M_{21}}{\partial \alpha} = 0, \quad u = 0, \quad v = 0.$$

δ. Αρθρωτό άκρο με καμία επιτρεπόμενη μετατόπιση

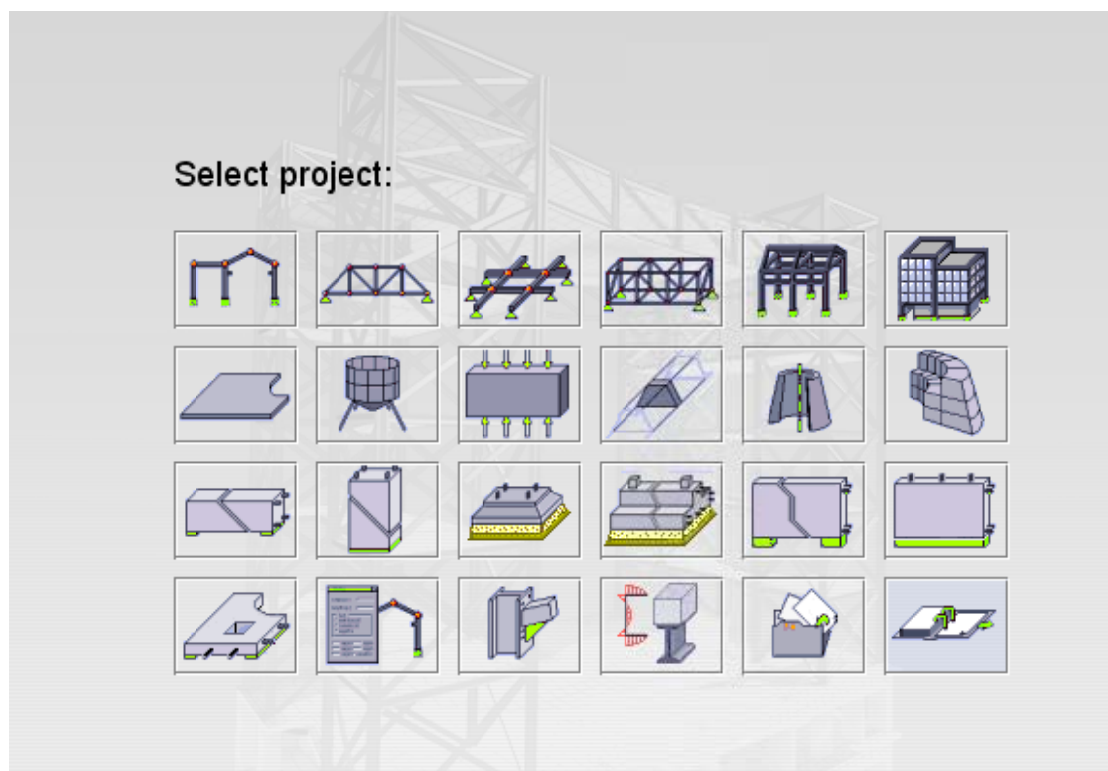
$$M_2 = 0, \quad u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0.$$

3. Το λογισμικό

ΑΡΧΙΚΑ

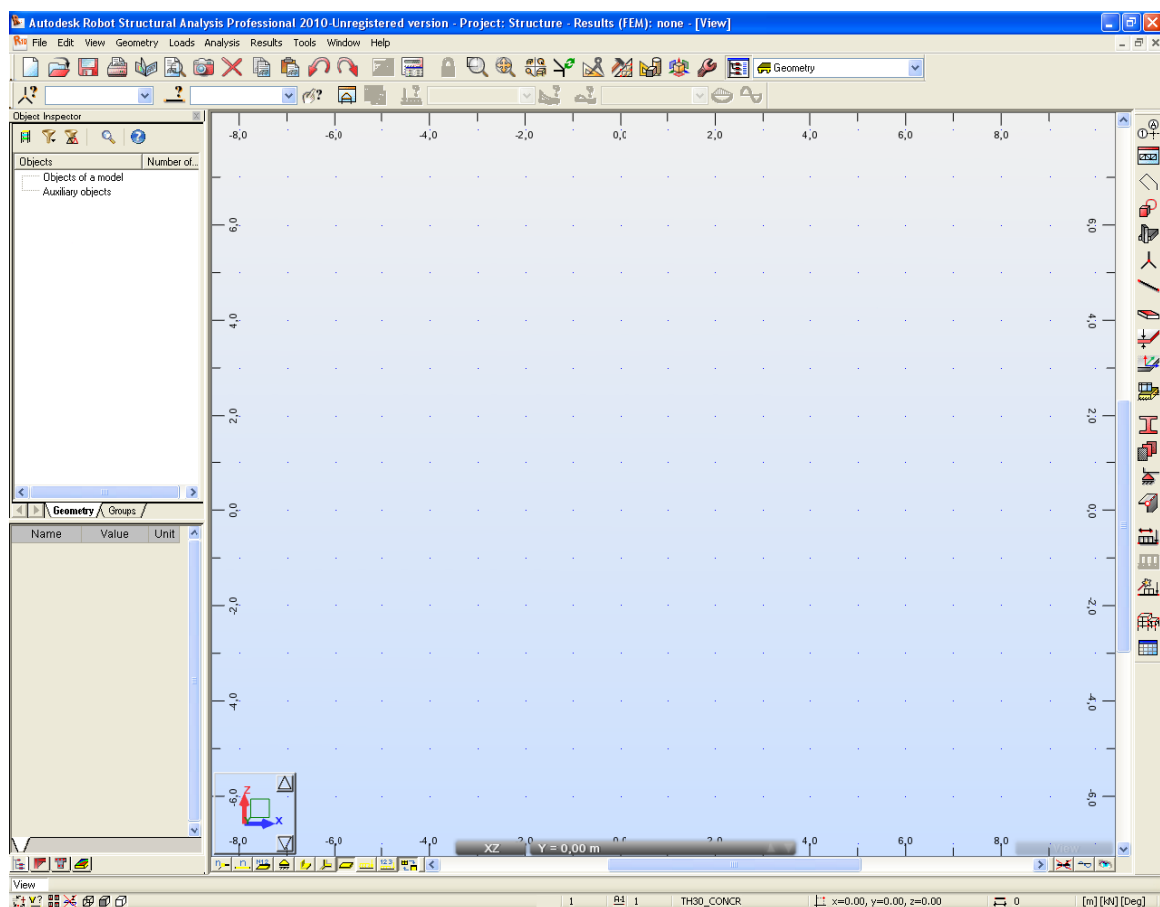
Στην παρούσα εργασία θα αναλύσουμε ένα τυπικό στέγαστρο με την χρήση του προγράμματος Robot της Autodesk.

Μόλις ανοίγουμε το πρόγραμμα παρουσιάζεται το παρακάτω σύστημα επιλογών:



Από εδώ επιλέγουμε το είδος του φορέα που θέλουμε να αναλύσουμε. Ουσιαστικά περιορίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας της ανάλυσης όπως επίσης και το είδος των στοιχείων που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε (ραβδωτά, επιφανειακά, χωρικά). Η σκοπιμότητα αυτού του μενου είναι η απλοποίηση εισαγωγής και επισκόπησης των δεδομένων.

Έπειτα εμφανίζεται η οθόνη του περιβάλλοντος του προγράμματος από όπου θα γίνουν όλες οι διαδικασίες.

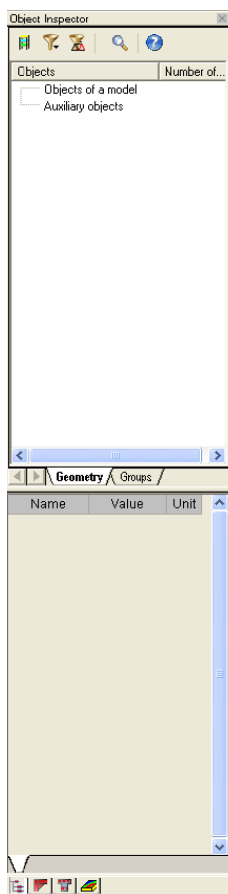


Το περιβάλλον χωρίζεται στους εξής τομείς:

1.Γραφική επισκόπηση – επεξεργασία

Εδώ εμφανίζεται γραφικά το μοντέλο. Επίσης έχουμε την δυνατότητα να το επεξεργαστούμε απευθείας με διάφορες εντολές. Είναι η κεντρική μπλε επιφάνεια όπως φαίνεται και στην εικόνα. Περιμετρικά έχουμε τις συντεταγμένες κάθε σημείου, και στο κάτω αριστερό μέρος την κατεύθυνση του καθολικού συστήματος αναφοράς.

2.Επιθεώρηση αντικειμένων



Εδώ όταν επιλέγουμε κάποιο αντικείμενο από η γραφική απεικόνιση, εμφανίζονται πληροφορίες για αυτό όπως το υλικό που του αντιστοιχεί κτλ.

3.Μπάρα εργαλείων δομικού μοντέλου



Εδώ έχουμε όλες τις εξειδικευμένες εντολές για την κατασκευή και καθορισμό παραμέτρων για το μοντέλο όπως κατασκευή ραβδωτών στοιχείων, απελευθερώσεις βαθμών ελευθερίας, καθορισμό υλικού, καθορισμό διατομών κτλ.

4.Βασική μπάρα εργαλείων



Εδώ έχουμε τις βασικές λειτουργίες του προγράμματος όπως άνοιγμα, αποθήκευση κτλ.

5.Μπάρα εύχρηστων εντολών



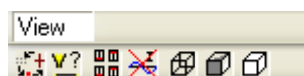
Με αυτή την μπάρα έχουμε πρόσβαση σε ένα σύνολο εντολών που χρησιμοποιούμε συχνά όπως επιλογές περιήγησης στο μοντέλο, εκτέλεση ανάλυσης, zoom, προτιμήσεις κτλ.

6.Μπάρα επιλογών



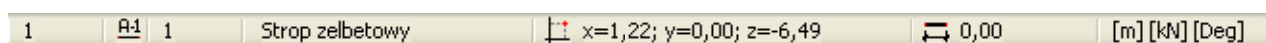
Με αυτή μπορούμε να επιλέξουμε με διάφορους τρόπους τα αντικείμενα.

7.Επιλογές επισκόπησης



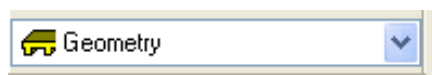
Μπορούμε με αυτές να καθορίσουμε απευθείας τον τρόπο εμφάνισης του μοντέλου.

8.Πληροφορίες



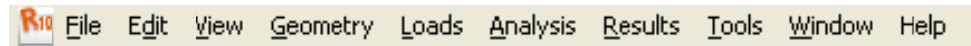
Βλέπουμε απευθείας παραμέτρους όπως συντεταγμένες, υλικά και βασικές μονάδες εισαγωγής του προγράμματος.

9.Σύστημα ομαδοποίησης εμφανίσεων



Είναι μία πολύ δυνατή λειτουργία που ομαδοποιεί εμφανίσεις του προγράμματος με σκοπό την ευκολία εκτέλεσης, ανάλογα την εργασία που θέλουμε να κάνουμε.

10.Κεντρικά μενού



Έχουμε όλες τις εντολές του προγράμματος, καταχωρημένες σε κατηγορίες.

ΤΡΟΠΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

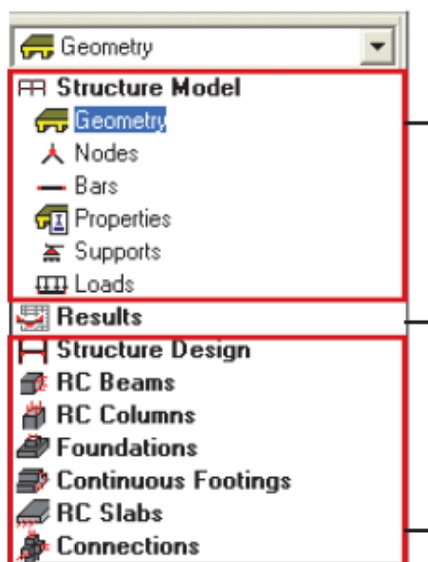
Έχουμε δύο τρόπους που μπορούμε να εργαστούμε με το Robot:

1. Με τα κεντρικά μενού

Χρησιμοποιούμε τις εντολές που θέλουμε κατευθείαν από τα μενού, τα οποία είναι δομημένα από τα αριστερά προς τα δεξιά με τέτοιο πού να ακολουθούν την ροή της εργασίας.

2. Με το σύστημα ομαδοποίησης εμφανίσεων.

Κάθε επιλογή σε αυτό αλλάζει το περιβάλλον εργασίας ανάλογα την δουλειά που θέλουμε να κάνουμε



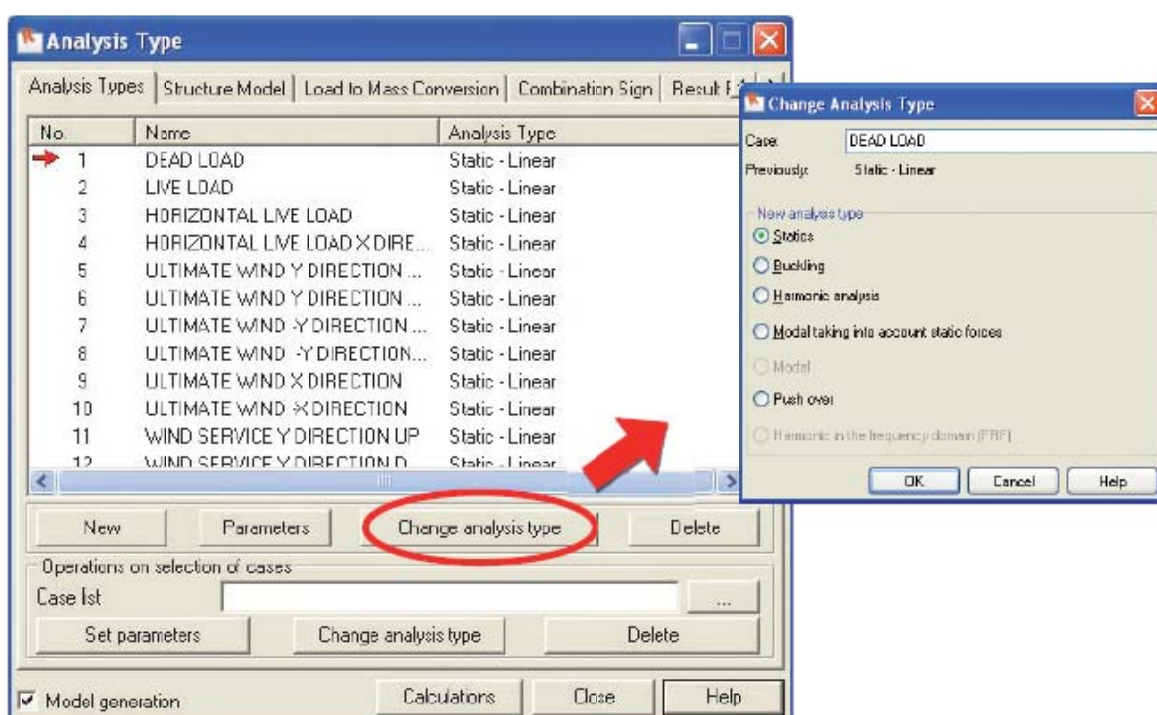
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Μπορούμε να εισάγουμε δεδομένα ως εξής:

- 1.Με κάποιο αρχείο Excel που έχουμε δημιουργήσει.
- 2.Με το γραφικό περιβάλλον σε συνδυασμό με εντολές.
- 3.Με εισαγωγή κάποιου εξωτερικού αρχείου πχ από το AutoCAD.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

Με τις εντολές του μενού Analysis, analysis types πάμε στο παρακάτω παράθυρο:



Από εδώ καθορίζουμε το είδος την ανάλυσης :

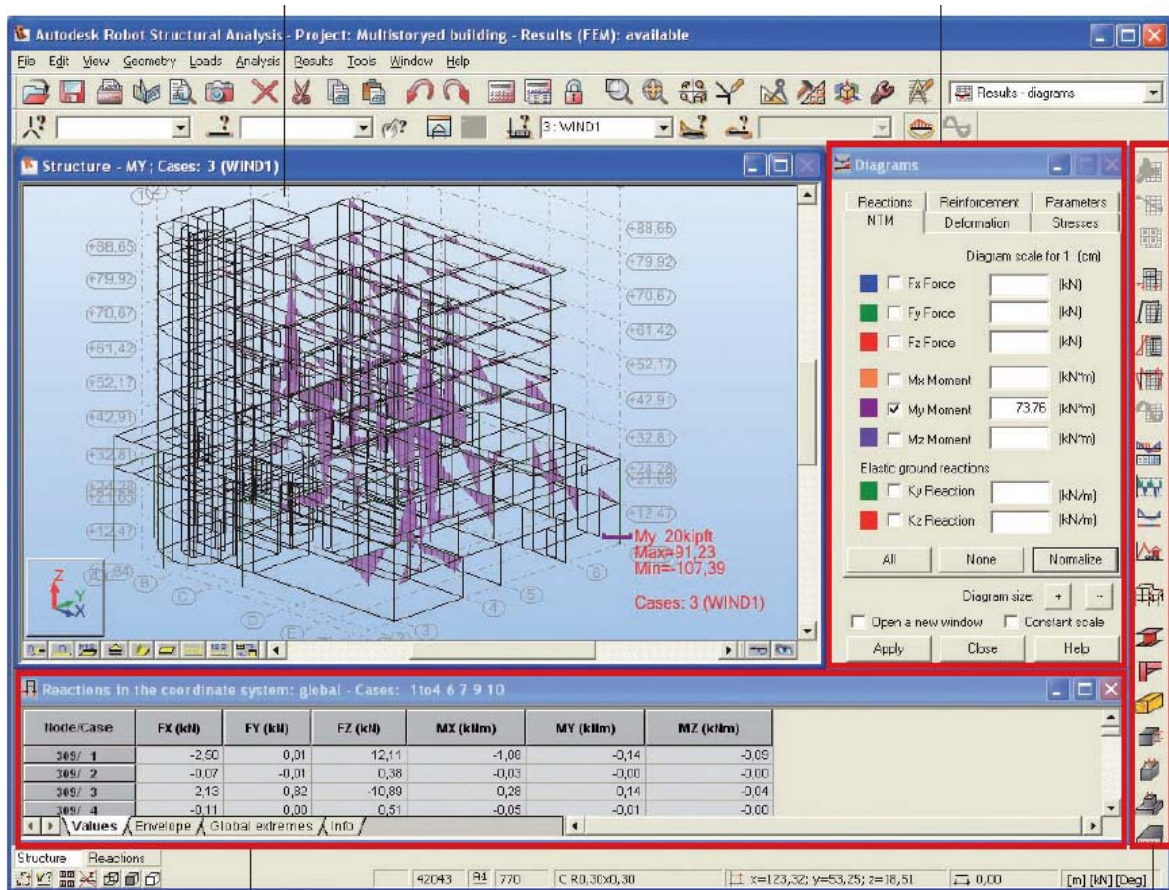
Στατική ελαστική γραμμική, στατική μη γραμμική, λυγισμού, αρμονική δυναμική, ιδιομορφική, υπερωθητική κτλ, καθώς μπορούμε να ορίσουμε και διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης.

Μετά πατάμε το κουμπί της ανάλυσης (calculations) για να αρχίσει η διαδικασία.

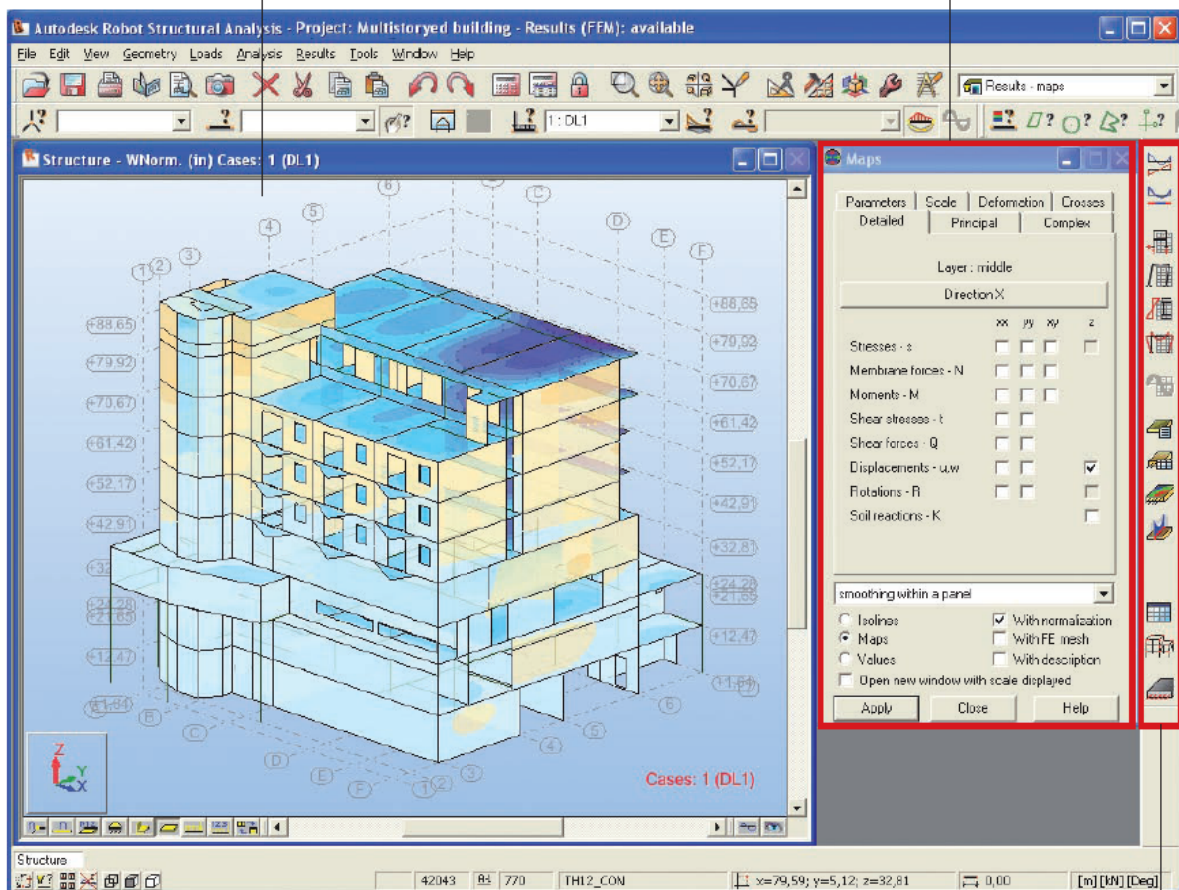
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Χρησιμοποιώντας το σύστημα ομαδοποίησης εμφανίσεων πάμε στις αντίστοιχες καταχωρίσεις για ραβδωτούς ή επιφανειακούς φορείς και της επισκόπησης των τάσεων.

Ραβδωτοί



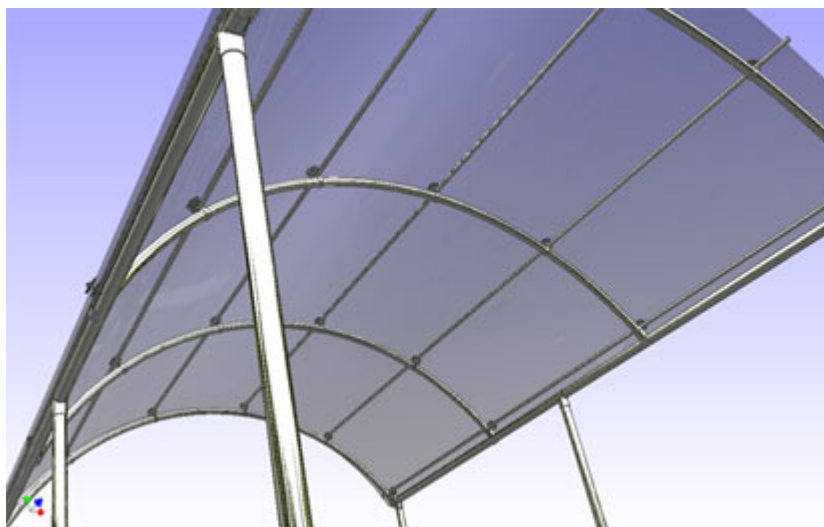
Επιφανειακοί



4. Περιγραφή φορέα – Αποτελέσματα ανάλυσης

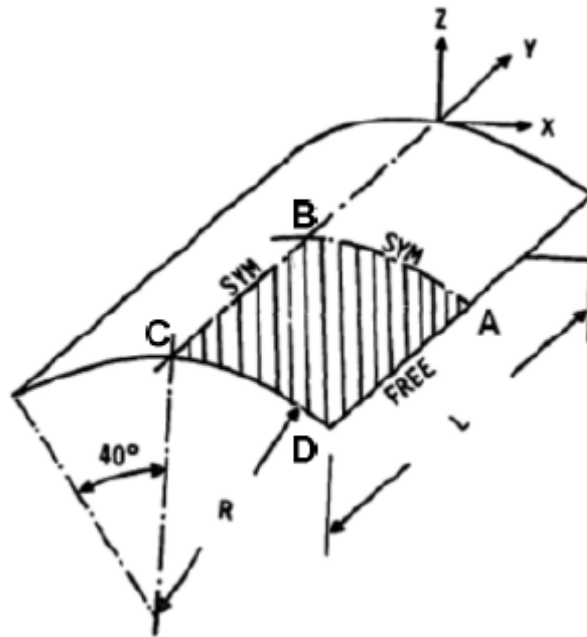
Γεωμετρία φορέα

Ο φορέας που θα αναλύσουμε είναι ένα τυπικό στέγαστρο μεγάλης κλίμακας. Ο σκοπός μας είναι να βρούμε τα γενικά εντατικά μεγέθη, καθώς και τις παραμορφώσεις – μετατοπίσεις. Ένα υλοποιημένο παρόμοιο στέγαστρο σε μικρότερη όμως κλίμακα θα μπορούσε να είναι το παρακάτω:



Το πρώτο πράγμα που πρέπει να καθορίσουμε στο πρόγραμμα που θα κάνουμε την ανάλυση, στην προκειμένη περίπτωση το Robot, είναι η γεωμετρία του φορέα, δηλαδή το είδος των στοιχείων από τα οποία αποτελείται (ραβδωτά, επιφανειακά, χωρικά) καθώς και οι διαστάσεις αυτών οι οποίες καθορίζονται από τις συντεταγμένες χαρακτηριστικών σημείων.

Το στέγαστρο που θα αναλύσουμε εμείς έχει την ακόλουθη διαμόρφωση και διαστάσεις:



$R=25\text{m}$

$L=50\text{m}$

$t=0.25\text{m}$

$\varphi=40$ μοίρες

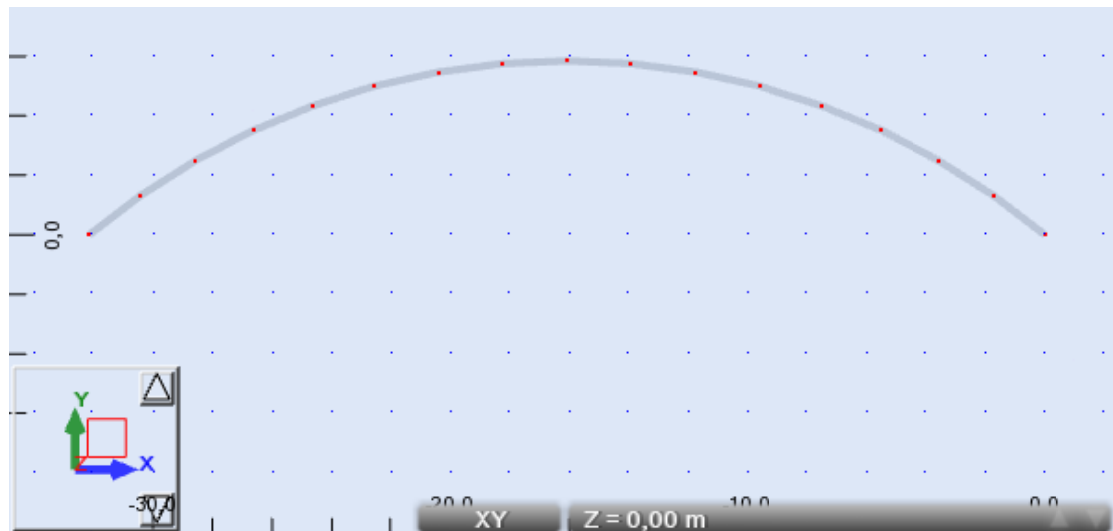
Ανοίγοντας το πρόγραμμα Robot πρέπει να επιλέξουμε το είδος του φορέα ώστε να ορίσουμε το είδος των στοιχείων που θα λαμβάνει υπόψη του όπως και τους απαραίτητους βαθμούς ελευθερίας.

Το στέγαστρο αποτελεί κελυφωτή κατασκευή. Έτσι επιλέγουμε Shell structure.

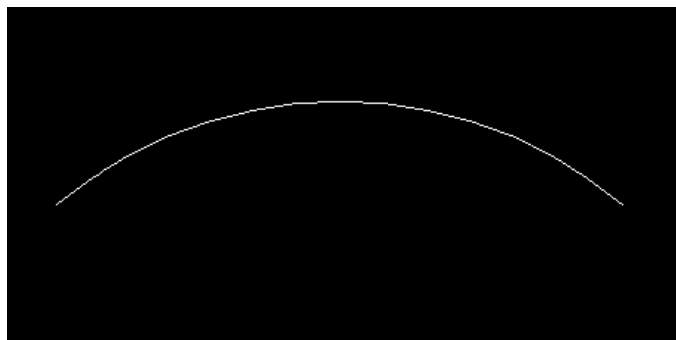


Σημαντικό είναι να γνωρίζουμε το καθολικό σύστημα που εμφανίζεται στο κάτω αριστερό μέρος του γραφικού περιβάλλοντος και την αντιστοιχία του με την πραγματικότητα.

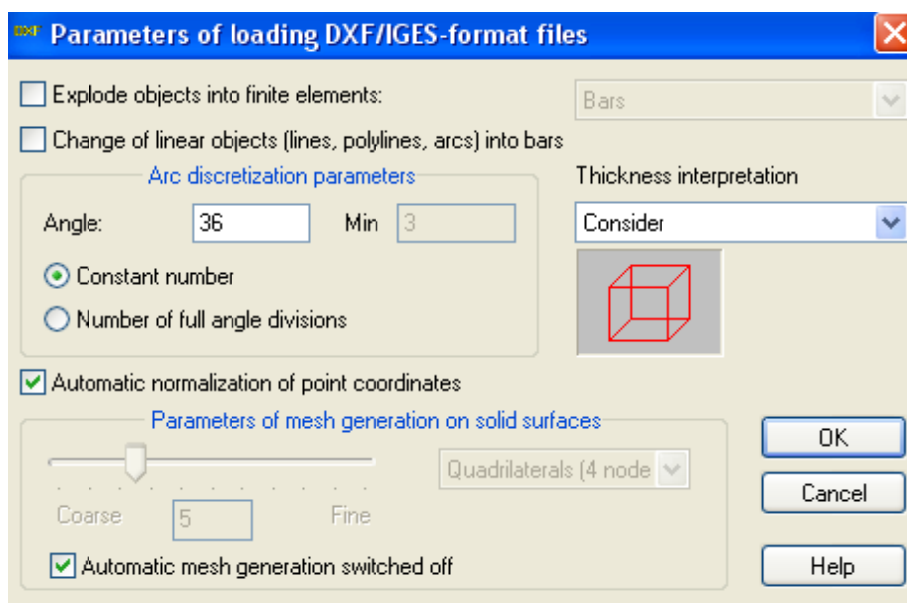
Σε αυτή την διατρίβή ο άξονας y θα αποτελέσει την βαρυτική διεύθυνση (κατακόρυφη), ο z τον άξονα κατά μήκος του φορέα, ενώ ο x τον κάθετο σε αυτόν, οριζόντιο άξονα.



Αρχικά για να εισάγουμε την γεωμετρία στο πρόγραμμα φτιάχνουμε ένα βοηθητικό αρχείο στο Autocad χρησιμοποιώντας την εντολή Arc. Συγκεκριμένα δημιουργούμε ένα τόξο κύκλου γωνίας 80 μοιρών και ακτίνας 25 μέτρα.



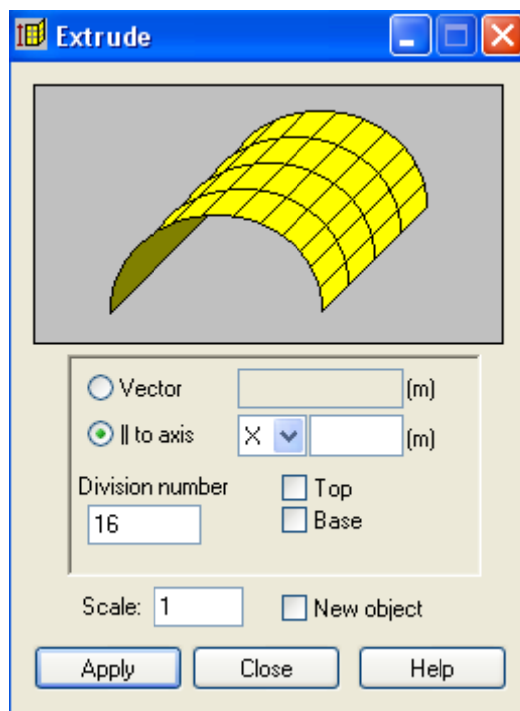
Έπειτα κάνουμε εισαγωγή του αρχείου αυτού στο πρόγραμμα Robot πατώντας ορεη και ανοίγοντας το αρχείο dwg. Στη οθόνη εμφανίζεται το παράθυρο:



Όπως βλέπουμε έχουμε την δυνατότητα να εισάγουμε την βοηθητική γεωμετρία στο πρόγραμμα με μορφή πεπερασμένων στοιχείων εξαρχής. Εμείς επιλέγουμε να παραμείνει βοηθητική γεωμετρία. Στη διακριτοποίηση

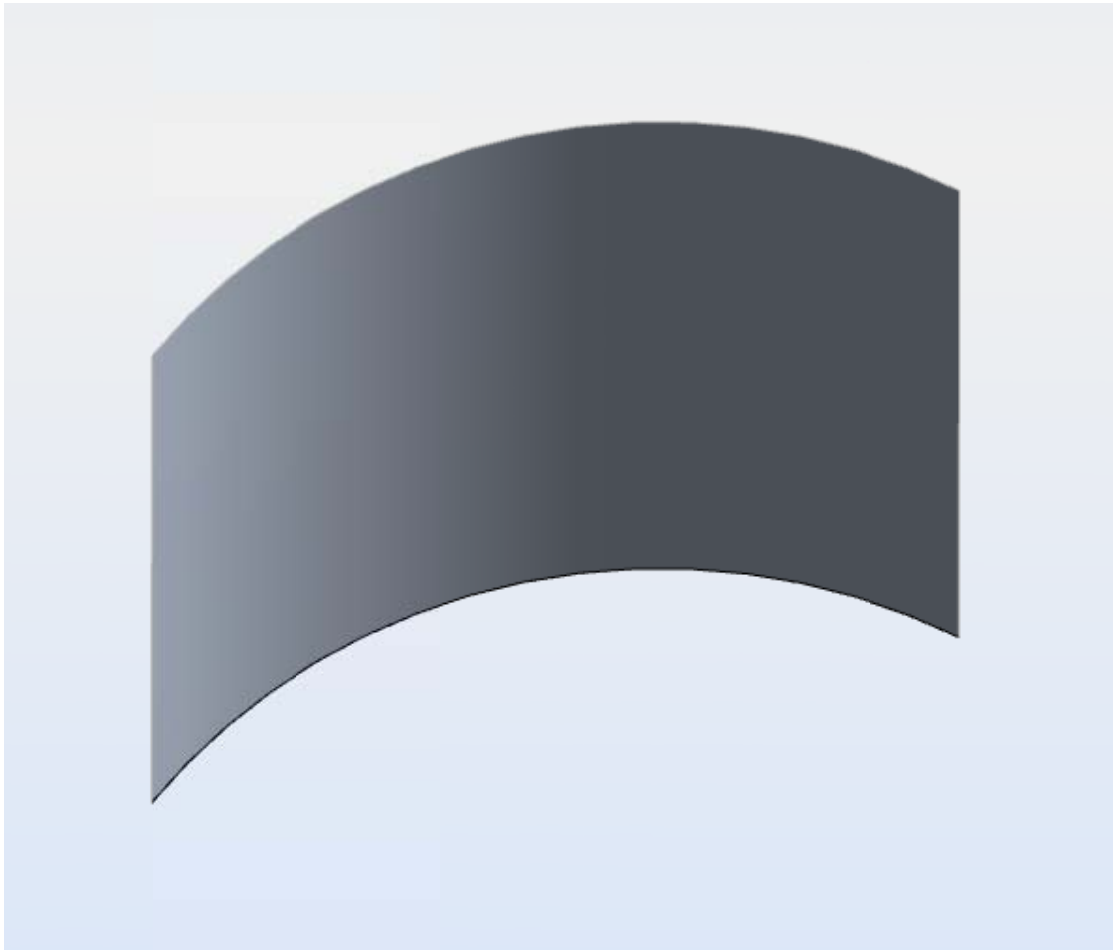
των καμπύλων επιλέγουμε αντί για βήμα 36 το 16 ώστε να σχηματιστεί αργότερα ο επιθυμητός κάναβος πεπερασμένων στοιχείων.

Αφού εισάγουμε την γεωμετρία πάμε στο μενού στην εντολή *geometry, objects, extrude*. Με αυτή την εντολή έχουμε την δυνατότητα να μετατρέψουμε μία γραμμική οντότητα σε επιφανειακή επαναλαμβάνοντας στον χώρο την γραμμική οντότητα στην κατεύθυνση κάποιου διανύσματος που ορίζουμε εμείς.



Καθορίζουμε το διάνυσμα της διαδικασίας να είναι παράλληλο στον άξονα z, δηλαδή κάθετο στην βοηθητική γεωμετρία ώστε να προκύψει η επιθυμητή γεωμετρία του στεγάστρου.

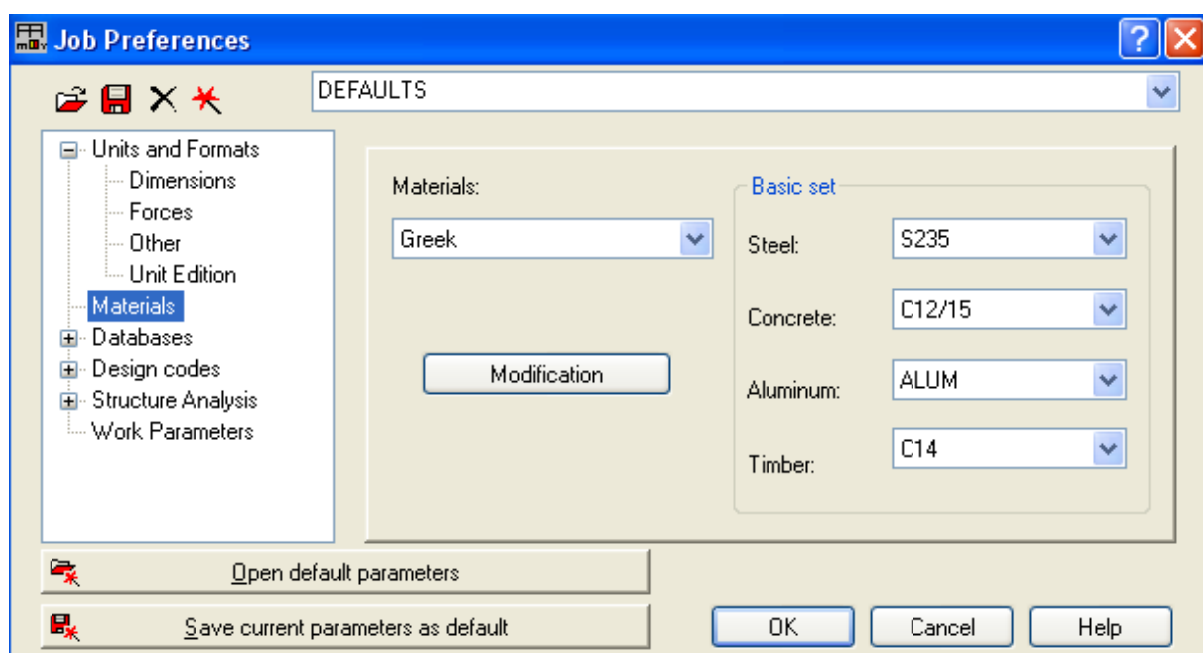
Το μέτρο του διανύσματος καθορίζεται σε 50 μέτρα. Η διακριτοποίηση κατά μήκος του διανύσματος τίθεται 16 ώστε να προκύψει ο κάναβος πεπερασμένων στοιχείων που θέλουμε. Έτσι έχει καθοριστεί η παρακάτω επιφανειακή γεωμετρία στο πρόγραμμα:



ΔΙΑΤΟΜΗ ΤΟΥ ΦΟΡΕΑ – ΥΛΙΚΟ

Το επόμενο βήμα είναι να ορίσουμε την διατομή του επιφανειακού φορέα καθώς και τις ιδιότητες του υλικού από το οποίο αποτελείται.

Κάνοντας διπλό κλικ κάτω δεξιά στις προεπιλεγμένες μονάδες του προγράμματος μεταβαίνουμε στις επιλογές προτιμήσεων (job preferences). Από εκεί πατάμε στα υλικά (materials).



Έπειτα πατάμε modifications ώστε να ορίσουμε ένα νέο υλικό. Αυτό είναι και το υλικό που θα χρησιμοποιήσουμε για τον δικό μας φορέα.

Θέλουμε να έχει τις εξής ιδιότητες:

Μέτρο ελαστικότητας $E=432 \text{ GPa}$
Λόγος του poisson $\nu=0$

Material Definition

Steel **Concrete** Aluminum Timber Other

Name: Υλικό Description: Υλικό

Elasticity

Young modulus, E: 432000,00 (MPa)
Poisson ratio, ν : 0
Shear modulus, G: 216000,00 (MPa)

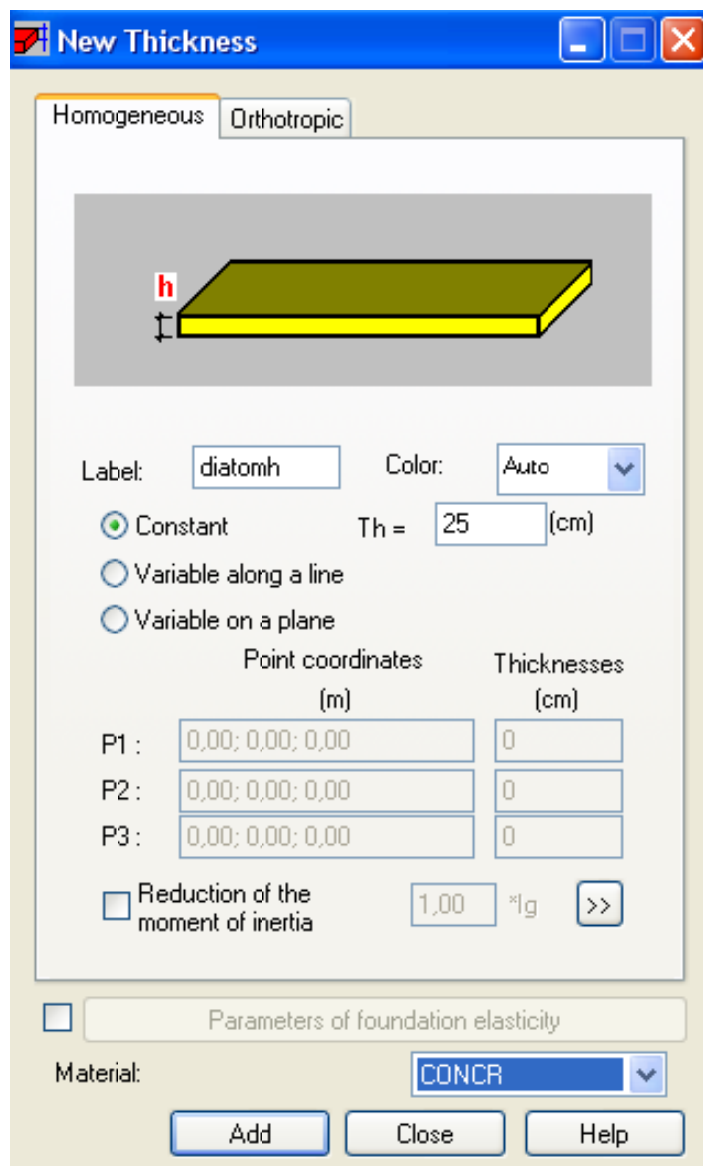
Resistance

Characteristic: 20,00 (MPa)
Sample: Cylindrical

Force density (unit weight): 0,00 (kN/m³)
Thermal expansion coefficient: 0,000010 (1/°C)
Damping ratio: 0,04

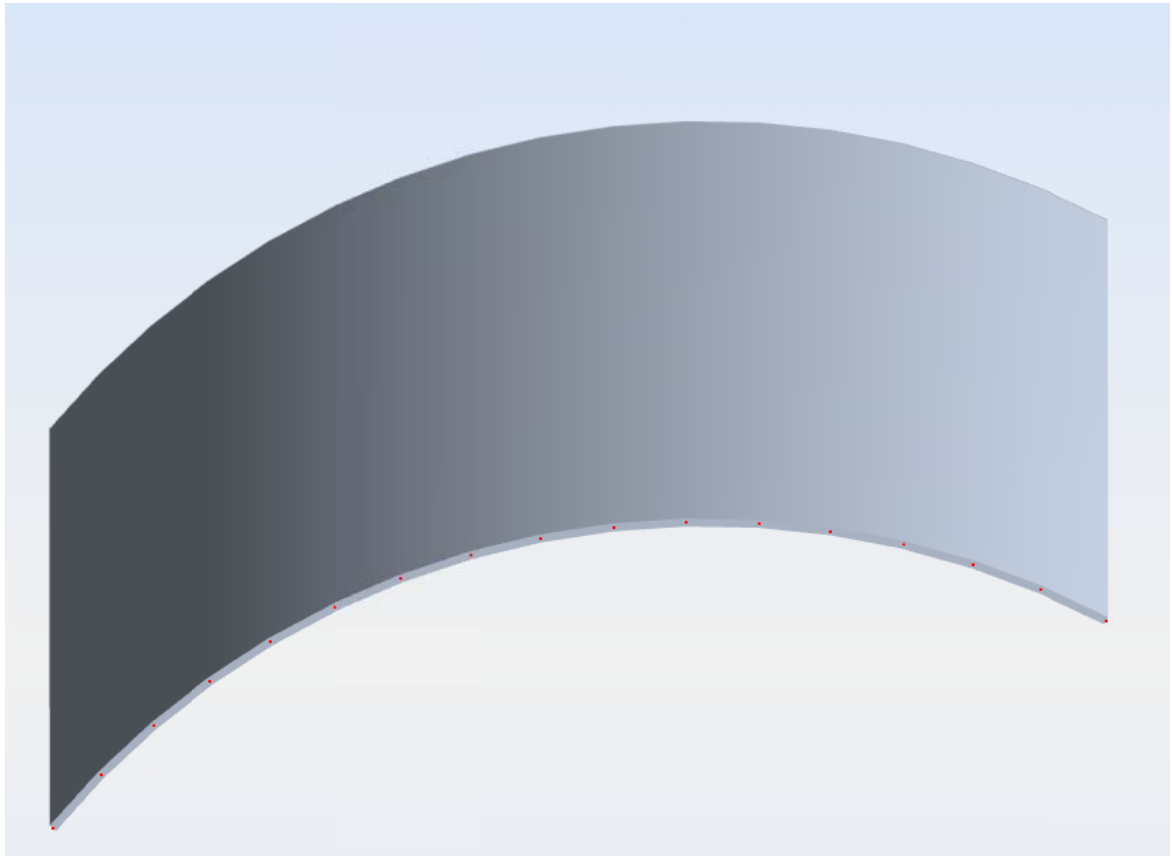
Add Delete OK Cancel Help

Πατάμε Ok. Μετά για τον καθορισμό της διατομής πάμε στο μενού στην εντολή *geometry, properties, thickness*. Από εκεί δημιουργούμε ένα καινούργιο προφίλ με πάχος στοιχείου 0,25 μέτρα.



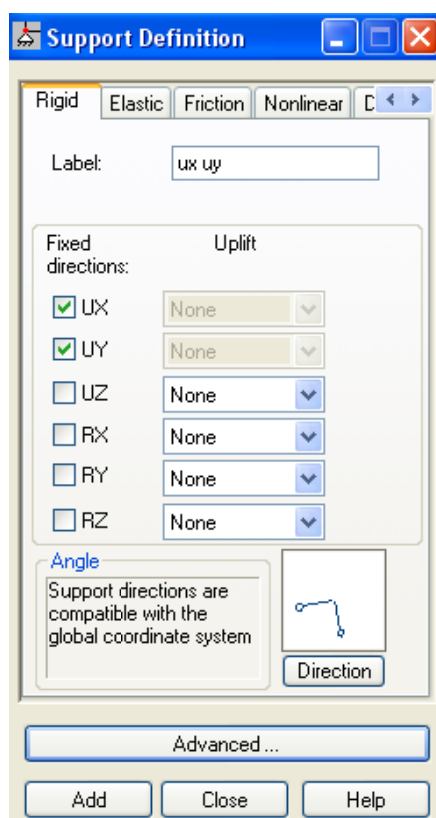
Καθορίζουμε σταθερό το πάχος κατά μήκος του στοιχείου και ορίζουμε ως υλικό που συνδέεται με την διατομή, το καινούργιο που δημιουργήσαμε.

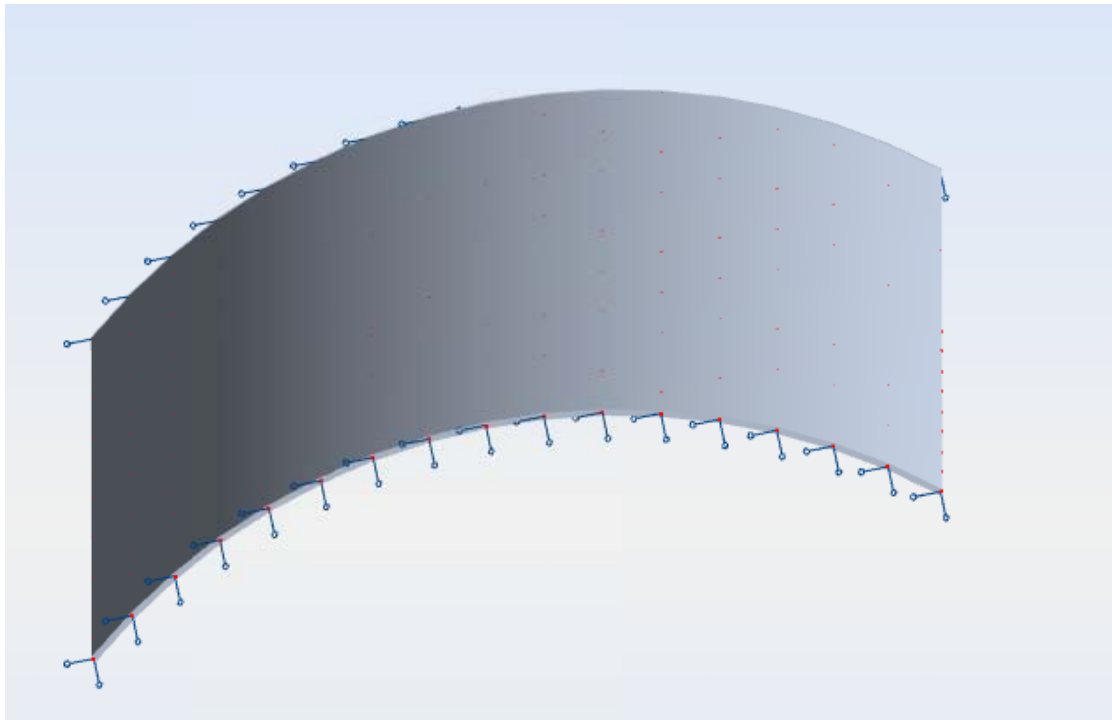
Τελικός έχουμε ορίσει τον παρακάτω φορέα:



ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΦΟΡΕΑ

Στο σύστημα ομαδοποίησης εμφανίσεων πάμε στην επιλογή supports. Αμέσως το γραφικό περιβάλλον διαμορφώνεται για την ευκολία καθορισμού στηρίξεων. Η στήριξη του φορέα είναι ο περιορισμός των μετακινήσεων (απείρως δύσκαμπτα) κατά την κατακόρυφη διεύθυνση καθώς και κατά την οριζόντια, την κάθετη στο μήκος του φορέα, στις δύο καμπύλες πλευρές του. Οι υπόλοιπες 2 (ευθείες πλευρές) αφήνονται ελεύθερες χωρίς στήριξη. Έχουμε περιορισμό κατά τους καθολικούς άξονες x και y. Αυτό το εισάγουμε στο παράθυρο supports φτιάχνοντας ένα καινούργιο προφίλ και έπειτα με το ποντίκι γραφικά κάνουμε κλικ στις δύο καμπύλες πλευρές.





Έτσι έχουμε καθορίσει και τις συνθήκες στήριξης του φορέα.

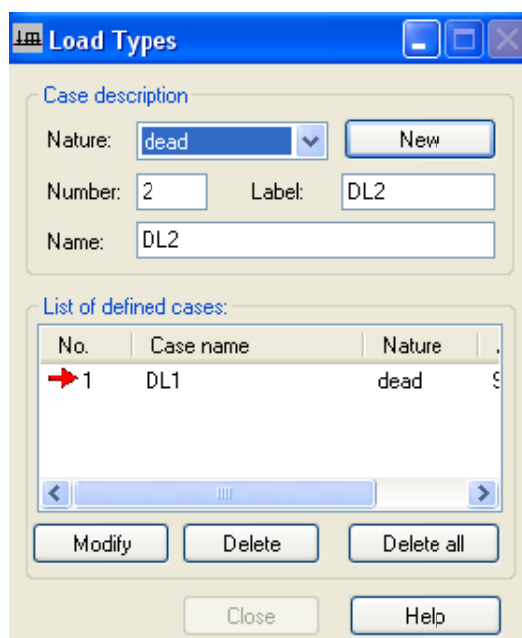
Στην πραγματικότητα αυτό το είδος στήριξης θα μπορούσε να αντιστοιχεί σε δύο τοιχία που ο κατακόρυφος περιορισμός να οφείλεται από την αξονική δυσκαμψία των τοιχωμάτων σε συνδυασμό με την πάκτωσή τους στο έδαφος, ενώ ο οριζόντιος περιορισμός στην καμπτική δυσκαμψία των τοιχωμάτων κατά των ισχυρό άξονα. Στην Τρίτη διεύθυνση επιτρέπουμε μετακινήσεις διότι τα τοιχώματα στην ασθενή διεύθυνση έχουν μικρή σχετικά δυσκαμψία.

ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

Ως εξωτερική φόρτιση επιβάλλουμε το ίδιο βάρος του στεγάστρου το οποίο ορίζεται σε 90 KN/m² κεκλιμένης επιφανείας με την κατεύθυνση, όπως είναι φυσικό, παράλληλη στον καθολικό άξονα y .

Για να εισάγουμε αυτή την φόρτιση στο φορέα χρησιμοποιούμε και πάλι την λειτουργία της ομαδοποίησης εμφανίσεων στην επιλογή Loads.

Στο παράθυρο load types πατάμε new ώστε να ορίσουμε μία νέα ομάδα φορτίσεων με επισήμανση ως προς την φύση των στοιχείων ως νεκρά.

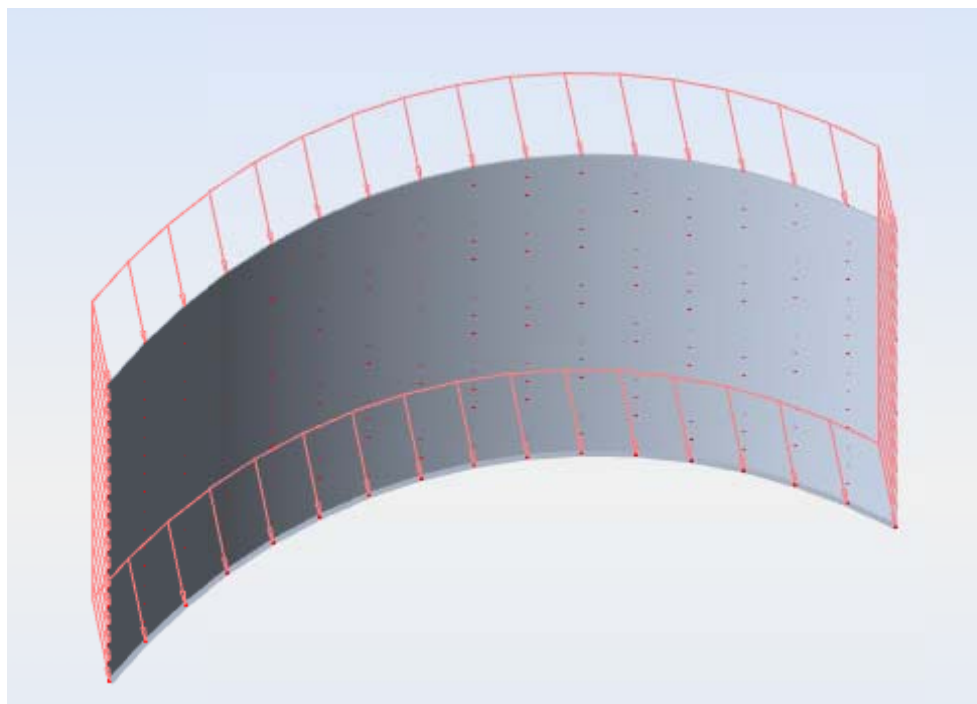


Έπειτα χρησιμοποιούμε τους πίνακες ακριβώς από κάτω για να καθορίσουμε την φόρτιση.

Επιλέγουμε τύπο φορτίου ομοιόμορφο – επιφανειακό (FE uniform), το μέτρο και την κατεύθυνση της φόρτισης $\rho_y = -90$, ως προς το καθολικό σύστημα (global), με επιφάνεια αυτή της καμπύλης και όχι της προβολής (not projected).

Loads - Case: 1 (DL1)									
	Case	Load type	List						
	1:DL1	(FE) uniform	1	PX=0,0	PY=-90,00	PZ=0,0	global	not project.	absolute
*									

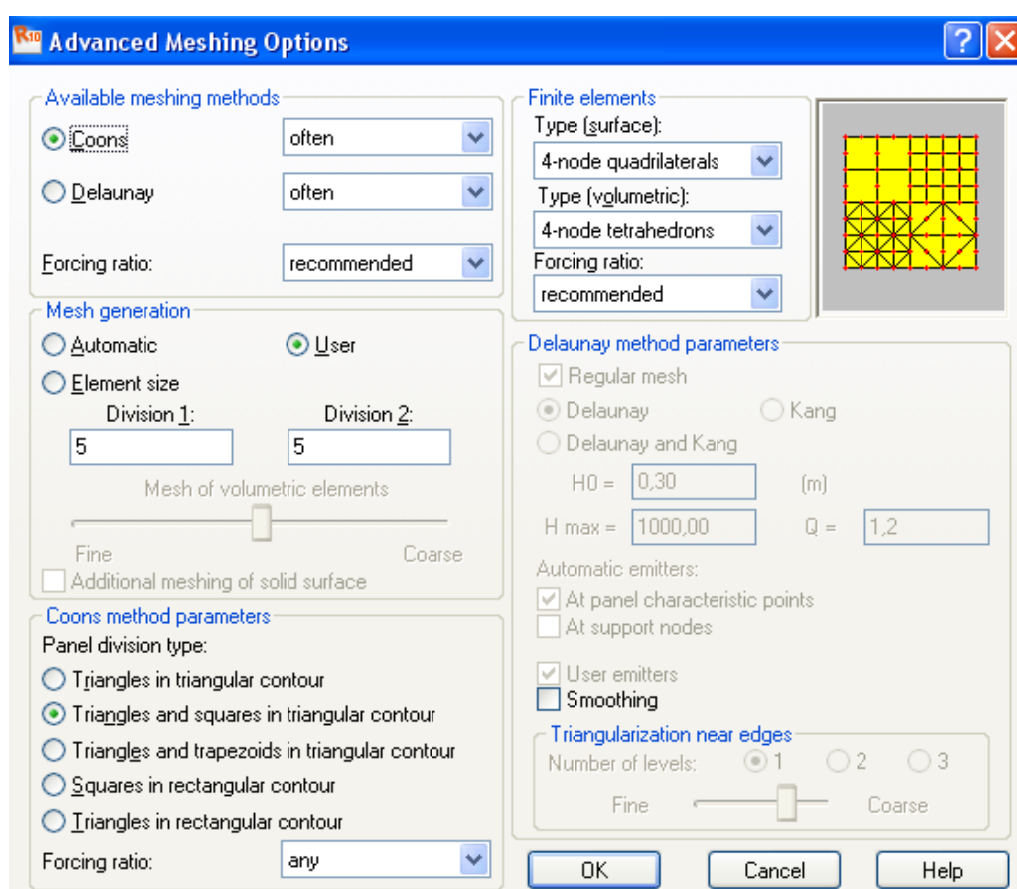
Τελικώς έχουμε τον φορέα με την γεωμετρία του, το υλικό του, την διατομή του και την φόρτιση του.



ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ

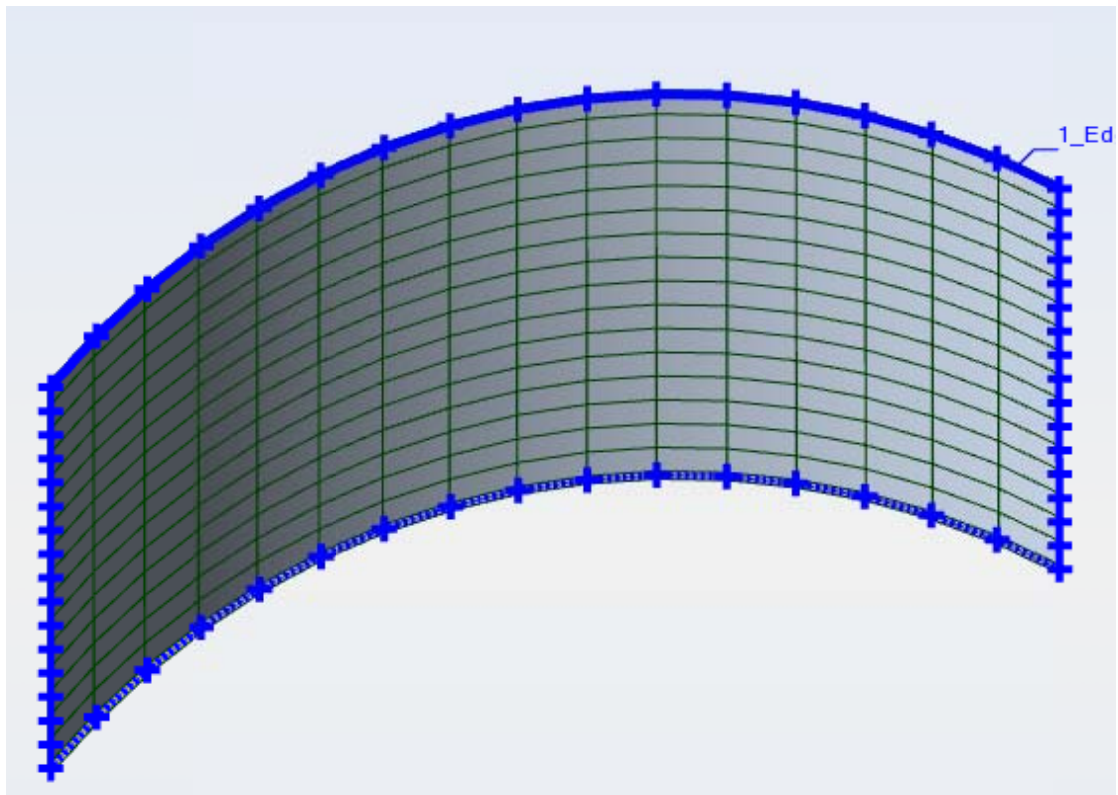
Σκοπός μας τώρα είναι να χωρίσουμε τον επιφανειακό φορέα σε επιμέρους πεπερασμένα στοιχεία ώστε να πραγματοποιήσουμε την ανάλυση. Θα χρησιμοποιήσουμε τετραπλευρικά τετρακομβικά πεπερασμένα στοιχεία.

Εκτελούμε την εντολή από το μενού analysis, calculation model, meshing options, advanced, και βρισκόμαστε στο παρακάτω παράθυρο:



Επιλέγουμε να κατασκευάσουμε δίκτυο 16 x 16 οπότε θέτουμε element size division 1 = 16 και element size division 2 = 16. Μετά επιλέγουμε το είδος των στοιχείων, δηλαδή 4-node quadrilaterals (τετραπλευρικά – τετρακομβικά), και το είδος του δικτύου ως δομημένο (coons).

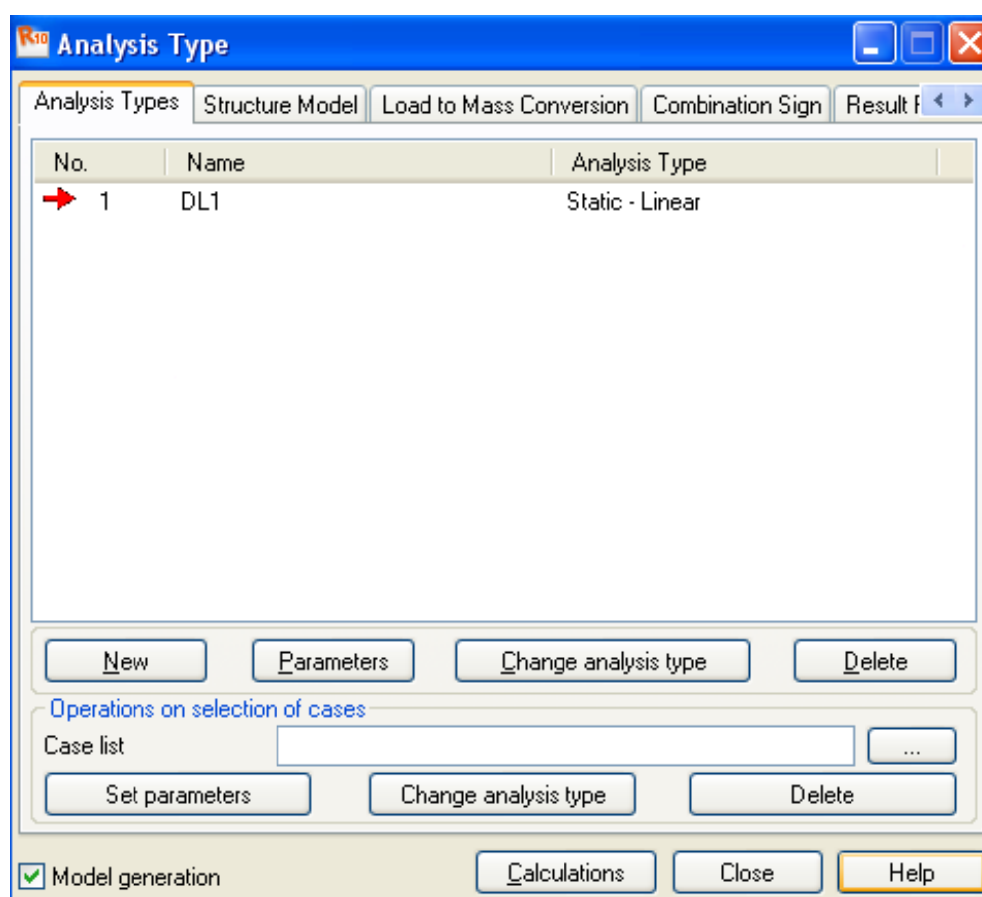
Τελικά εκτελούμε την εντολή analysis, calculation model, generation και έχουμε το αποτέλεσμα της διακριτοποίησης.



ΑΝΑΛΥΣΗ

Τελικός θα καθορίσουμε το είδος της ανάλυσης, και έπειτα θα πραγματοποιήσουμε τους υπολογισμούς.

Εκτελούμε την εντολή από το μενού analysis, analysis types, και βλέπουμε ότι ήδη από την κατασκευή του σεναρίου φορτίσεων στα προηγούμενα βήματα έχει καθοριστεί ως προεπιλεγμένο ένα είδος ανάλυσης, και είναι η γραμμική στατική ελαστική ανάλυση (Static – linear). Αυτό είναι και το είδος που εμείς θέλουμε.



Μετά πατάμε το κουμπί calculations και οι υπολογισμοί αρχίζουν. Παρατηρούμε ότι η διάρκεια των υπολογισμών είναι απειροελάχιστη. Σήμερα

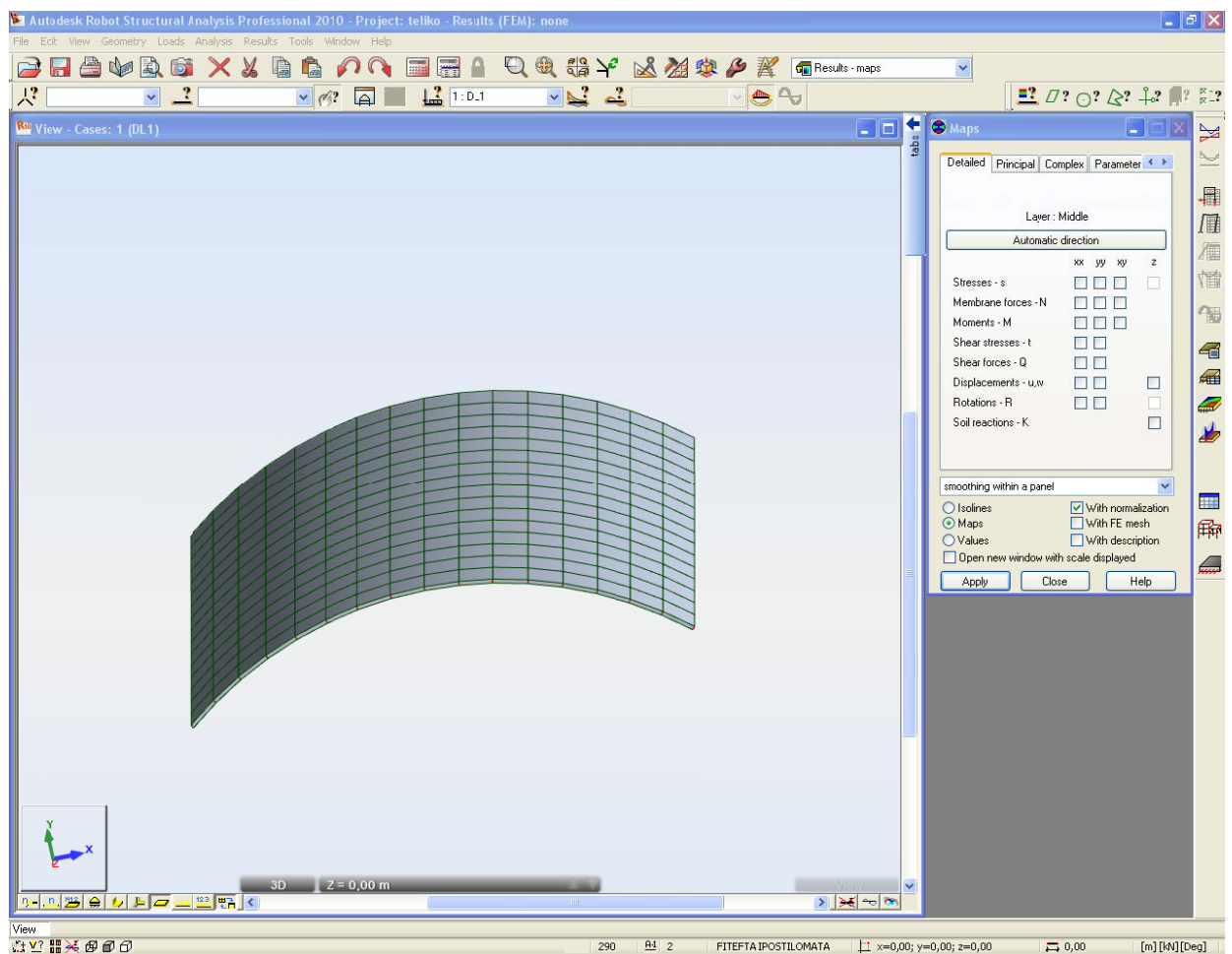
με την υπολογιστική ισχύ ακόμη και τον συνηθισμένων προσωπικών υπολογιστών μπορούμε να πραγματοποιήσουμε αναλύσεις κατασκευών που σε παλιότερα χρόνια χρειαζόνταν μεγάλα χρονικά διαστήματα. Ο συγκεκριμένος παράγοντας είναι πολύ καθοριστικός αφού συνήθως μετά την ανάλυση της κατασκευής χρειάζονται και έλεγχοι αντοχής που στην περίπτωση της μη επαλήθευσης μπορεί να απαιτείται επαναπροσδιορισμός του φορέα. Η όλη λοιπόν διαδικασία θα ήταν αρκετά επίπονη και χρονοβόρα.

Βέβαια ρόλο έπαιξε και το είδος της ανάλυσης καθώς επίσης και η μεθοδολογία επίλυσης, όπως και ο βαθμός διακριτοποίησης. Στην περίπτωση που είχαμε μη γραμμική ανάλυση για παράδειγμα σίγουρα θα απαιτούνταν περισσότερος χρόνος για την εκτέλεσή της.

Τελικά λοιπόν έχουμε τα αποτελέσματα για την συγκεκριμένη εξωτερική φόρτιση στον συγκεκριμένο φορέα. Σε αυτό το στάδιο μπορούμε τώρα να εξετάσουμε διεξοδικά τα γενικά εντατικά μεγέθη καθώς και τις μετατοπίσεις. Μεγάλο ρόλο σε ένα πρόγραμμα ανάλυσης παίζει, εκτός από την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων, και η ευχρηστία επισκόπησης αυτών. Το πρόγραμμα Robot μας επιτρέπει την επισκόπηση σε γραφικό και πινακοειδές περιβάλλον.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Αρχικά θα επισκοπήσουμε τα γενικευμένα εντατικά μεγέθη.
Results, results – maps. Εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη:

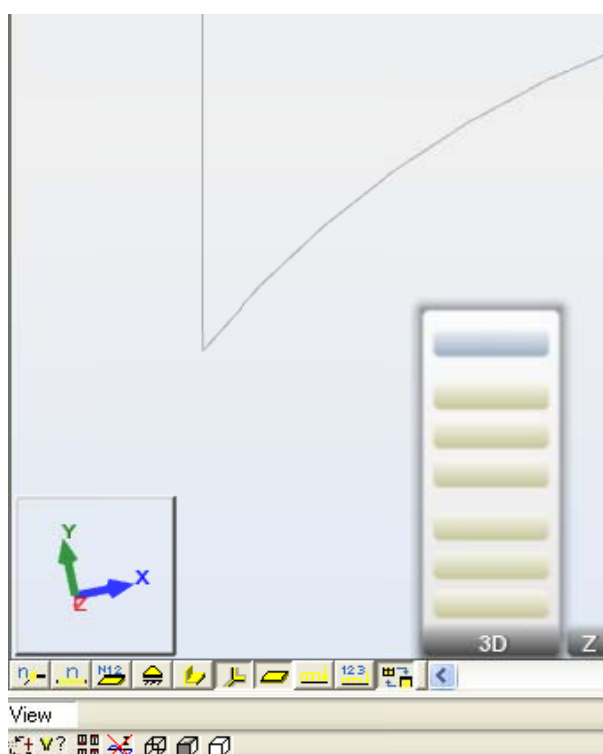


Από εδώ μπορούμε να επιλέξουμε το μέγεθος που θέλουμε να
επισκοπήσουμε δεξιά, και αριστερά να δούμε τα αποτελέσματα.

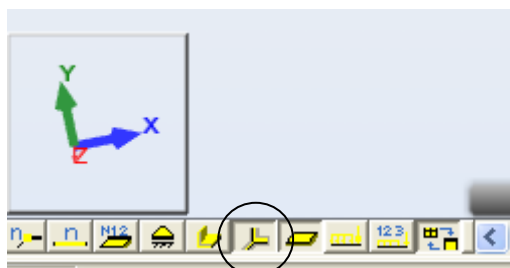
Το πρώτο πράγμα που πρέπει να ερευνήσουμε σε ένα πρόγραμμα ανάλυσης είναι ο τρόπος προσήμανσης των εντατικών μεγεθών ώστε να ερμηνεύουμε σωστά τα αποτελέσματα.

Στο πρόγραμμα Robot η προσήμανση γίνεται βάση των συστημάτων συντεταγμένων. Έχουμε τρία συστήματα συντεταγμένων:

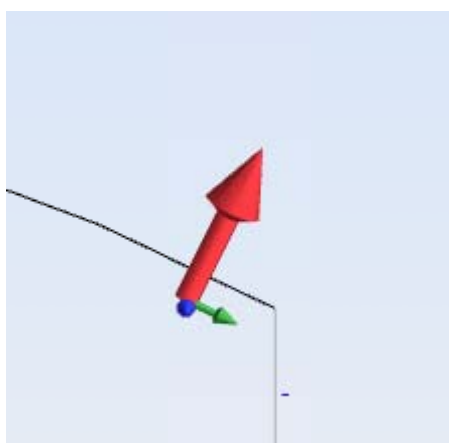
α. Το καθολικό σύστημα συντεταγμένων που συμβολίζεται με κεφαλαία X, Y, Z. Είναι αυτό που φαίνεται στο κάτω δεξιά μέρος της οθόνης γραφικής απεικόνισης.



β. Το τοπικό σύστημα συντεταγμένων. Για κάθε συγκεκριμένη γεωμετρική οντότητα στο πρόγραμμα έχουμε και ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων που συμβολίζεται με μικρά x, y, z. Η προεπιλεγμένη θέση αυτού για τα επιφανειακά στοιχεία είναι ο άξονας z να είναι κάθετος στην επιφάνεια, ενώ οι άλλοι δύο παράλληλοι σε αυτή. Για να επισκοπήσουμε την κατάσταση του τοπικού συστήματος πατάμε στο κάτω αριστερά μέρος της οθόνης το αντίστοιχο κουμπί.



Έτσι εμφανίζεται το τοπικό σύστημα:

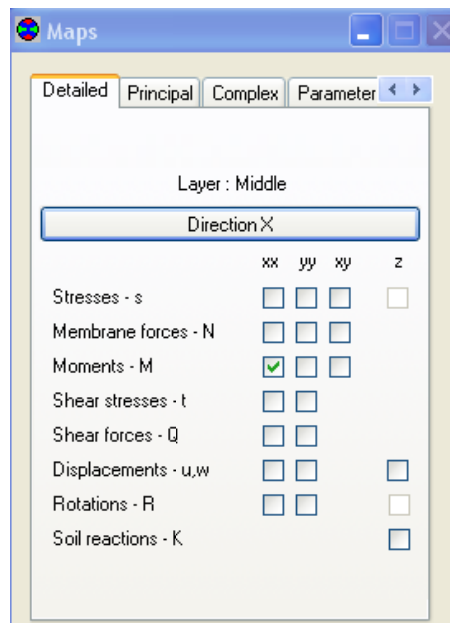


Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ο άξονας x τρέχει κατά μήκος του στεγάστρου και όπως αναμένονταν ο z είναι κάθετος στην επιφάνεια.

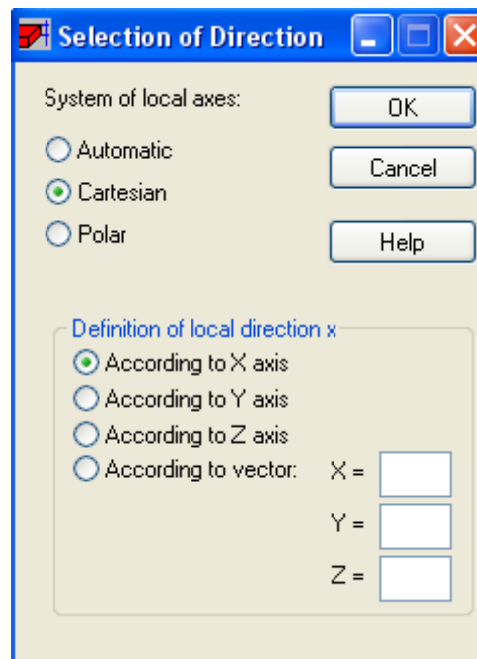
γ . Το τοπικό σύστημα εμφάνισης αποτελεσμάτων. Αυτό είναι και το σύστημα βάση του οποίου θα εμφανιστούν τα αποτελέσματα της ανάλυσης. Οι άξονές του ονομάζονται με μικρά xx , yy , zz , αν και πολλές φορές επειδή αυτό το σύστημα αποτελεί το τροποποιημένο αρχικό τοπικό σύστημα ονομάζεται όπως το αρχικό, δηλαδή με μικρά x , y , z .

Πολύ σημαντικό δηλαδή είναι να γνωρίζουμε την κατάσταση αυτού του συστήματος επειδή βάση αυτού θα έχουμε τα αποτελέσματα των εντατικών μεγεθών και μετατοπίσεων.

Για τον καθορισμό του πατάμε το κουμπί Direction στο παράθυρο maps δίπλα από το γραφικό περιβάλλον.



Εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο:



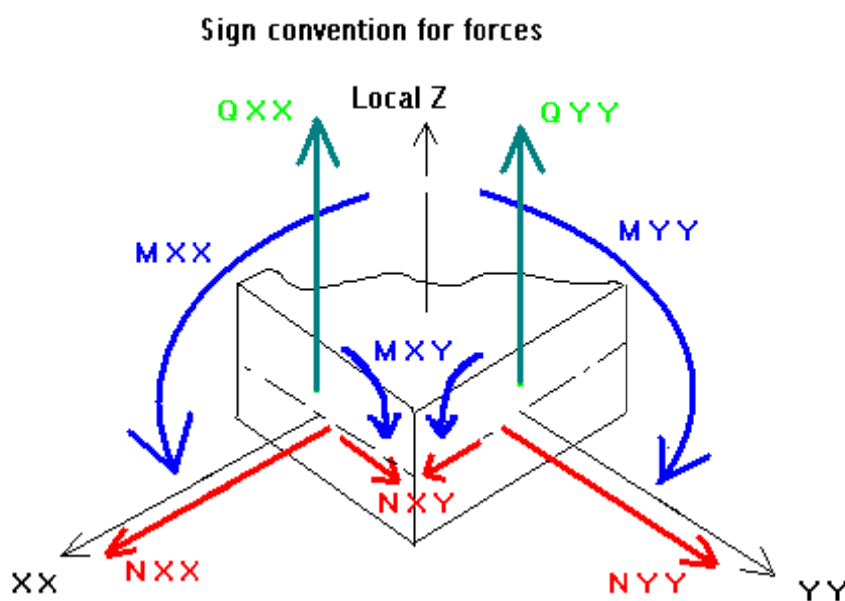
Η επιλογή automatic θέτει το τοπικό σύστημα εμφάνισης αποτελεσμάτων το ίδιο με το αρχικό τοπικό.

Η επιλογή Cartesian θέτει την κατεύθυνση του τοπικού άξονα βάση κάποιου καθολικού άξονα ή βάση κάποιου διανύσματος που καθορίζουμε εμείς.

Η επιλογή polar είναι το ίδιο αλλά εκφρασμένη με πολικές συντεταγμένες (πολικό καθολικό σύστημα).

Για τις δικές μας μετρήσεις επιλέγουμε το automatic ώστε το τοπικό σύστημα μετρήσεων να είναι ίδιο με το αρχικό τοπικό.

Αφού έχουμε καθορίσει το τοπικό σύστημα μετρήσεων πρέπει να γνωρίζουμε και την ονοματολογία των εντατικών μεγεθών βάση αυτού. Στο πρόγραμμα Robot έχουμε την εξής προσήμανση:



N_{xx} , N_{yy} : Μεμβρανικές αξονικές με διεύθυνση αυτή του αντίστοιχου άξονα. Θετική σημαίνει ότι εφελκύει την διατομή ενώ αρνητική ότι την θλίβει.

N_{xy} : Μεμβρανική διατμητική δύναμη η οποία κείται στο επίπεδο των xx , yy . Παρατηρούμε ότι είναι ίδια και για τα δύο κάθετα επίπεδα διατομών. Όταν είναι θετική σημαίνει ότι η τέμνουσα που είναι κάθετη σε έναν μεμβρανικό άξονα προς τα θετικά του (px τον yy) έχει την ίδια κατεύθυνση με τον δεύτερο

άξονα, τον παράλληλο με την δύναμη (πχ τον x_x), ενώ αρνητική ότι έχει αντίθετη φορά με τον παράλληλο άξονα.

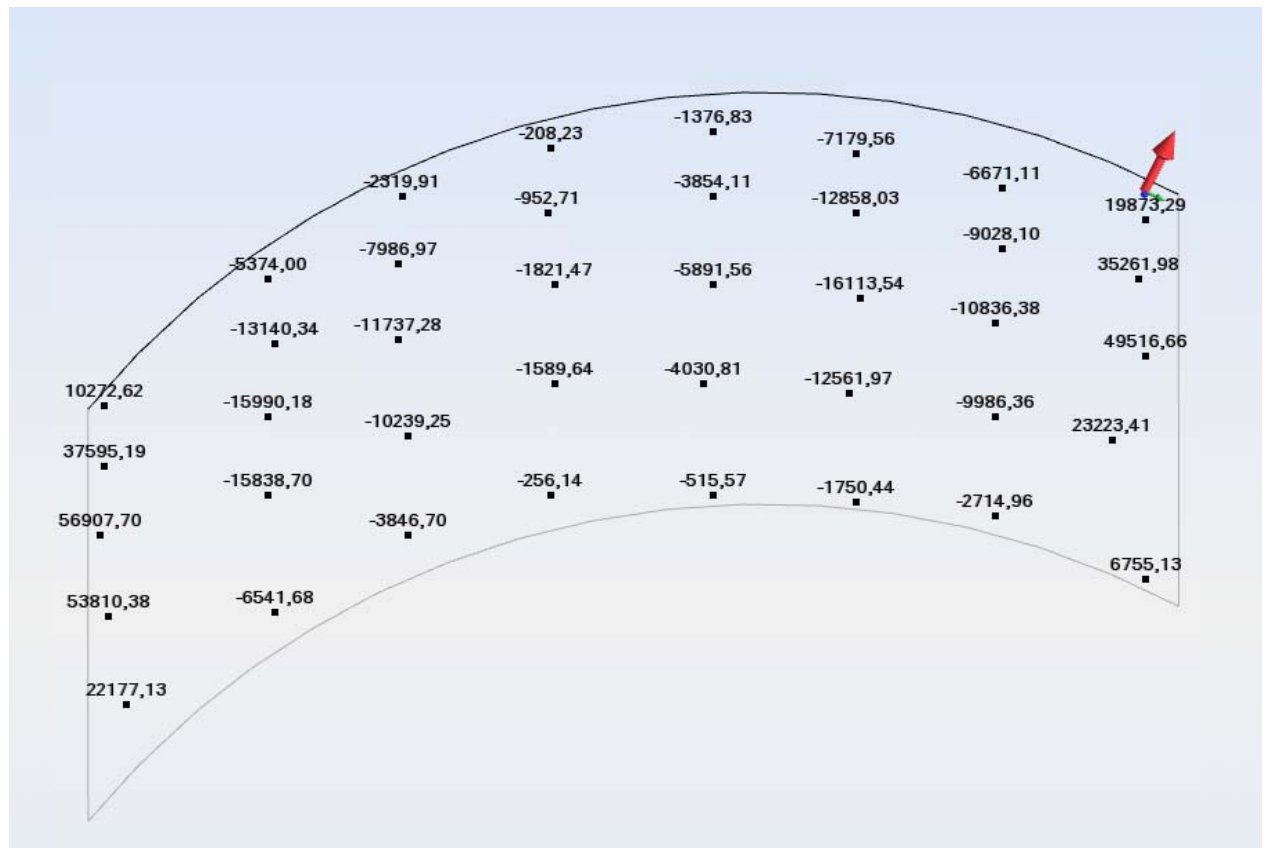
Q_{xx} , Q_{yy} : Διατμητικές δυνάμεις παράλληλες του zz εντός των επιπέδων x_x , z_z , και yy , z_z αντίστοιχα. Θετική δύναμη σημαίνει ότι η διατμητική που βρίσκεται προς τα θετικά του αντίστοιχου οριζόντιου άξονα έχει την ίδια διεύθυνση με τον άξονα z_z , ενώ αρνητική την αντίθετη.

M_{xx} , M_{yy} : Καμπτικές εντός των επιπέδων x_x , z_z , και yy , z_z αντίστοιχα. Θετική ροπή σημαίνει ότι εφελκύει το θετικό σύνορο του άξονα z_z , ενώ αρνητική ότι το θλίβει.

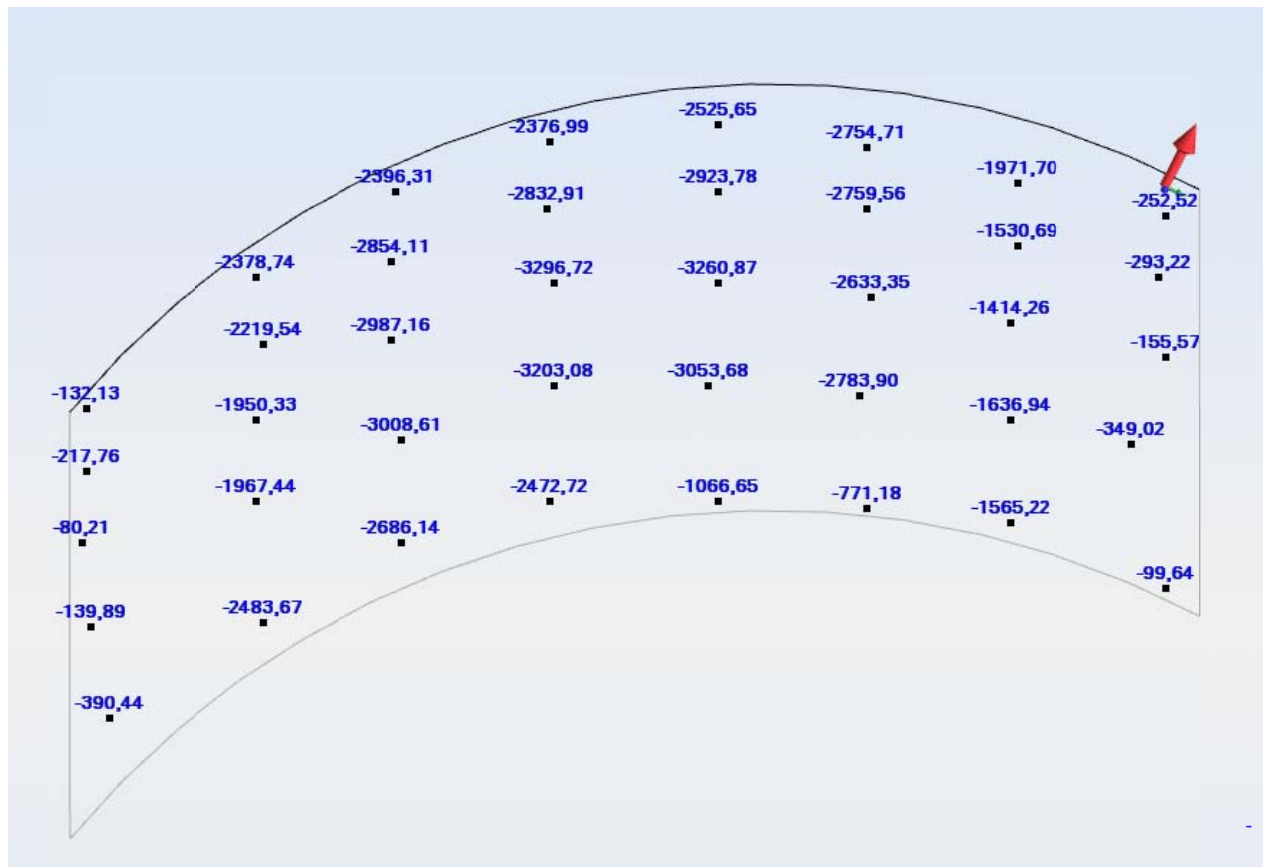
M_{xy} : Ροπή στρέψεως (συστροφής) της διατομής γύρω από τον άξονα x_x ή yy , η οποία έχει το ίδιο μέτρο και για τους δύο άξονες. Θετική σημαίνει ότι η φορά περιστροφής της γύρω από ένα οριζόντιο άξονα περί τα θετικά του, συναντά τον δεύτερο οριζόντιο άξονα στις θετικές του τιμές, ενώ αρνητική ότι τον συναντά στις αρνητικές του τιμές.

Έτσι τελικώς παρουσιάζουμε τα γενικά εντατικά μεγέθη σε τυχόντα σημεία στον φορέα τα οποία έχουμε ορίσει εμείς (K_n , $K_n \cdot m$) :

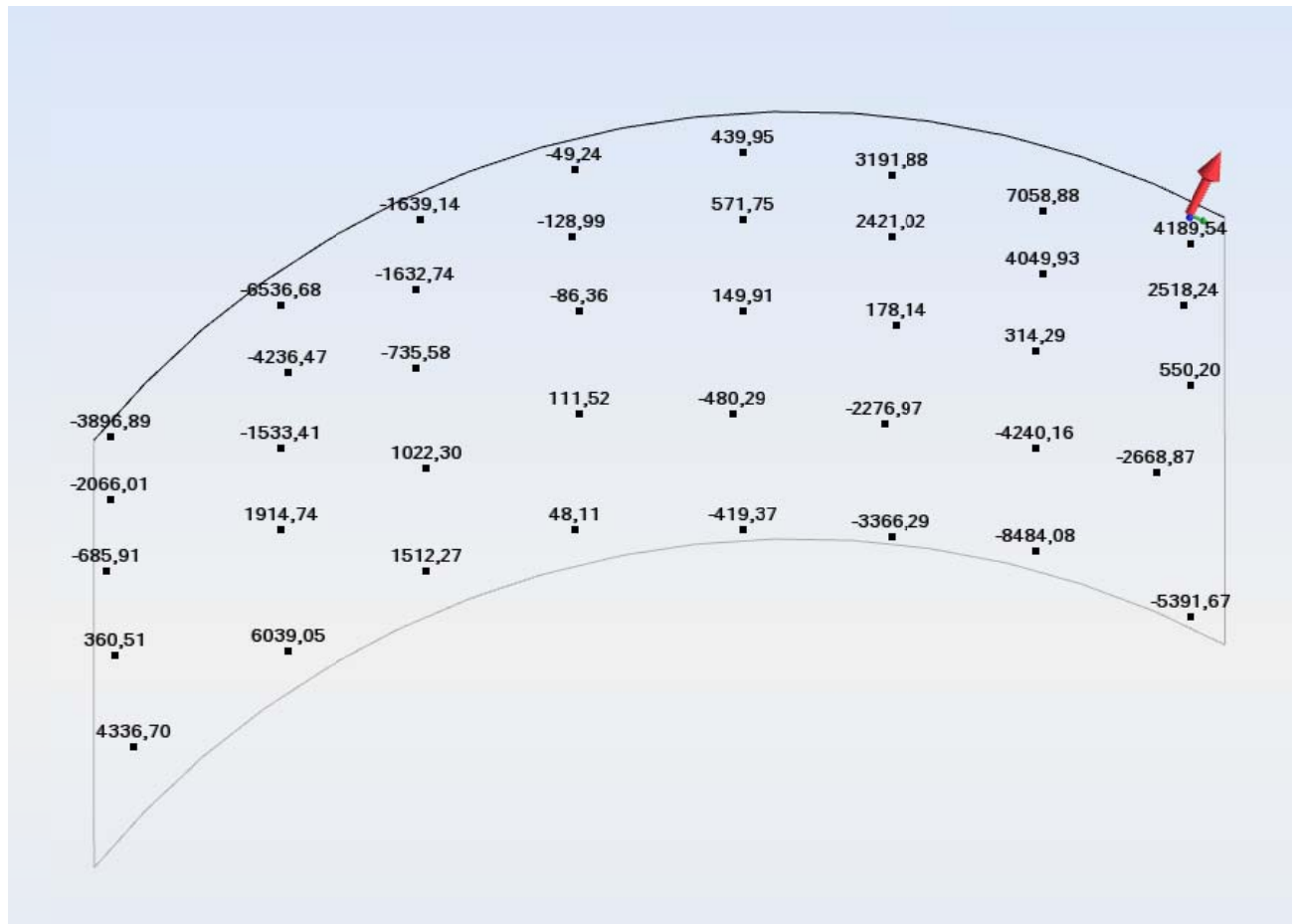
Nxx



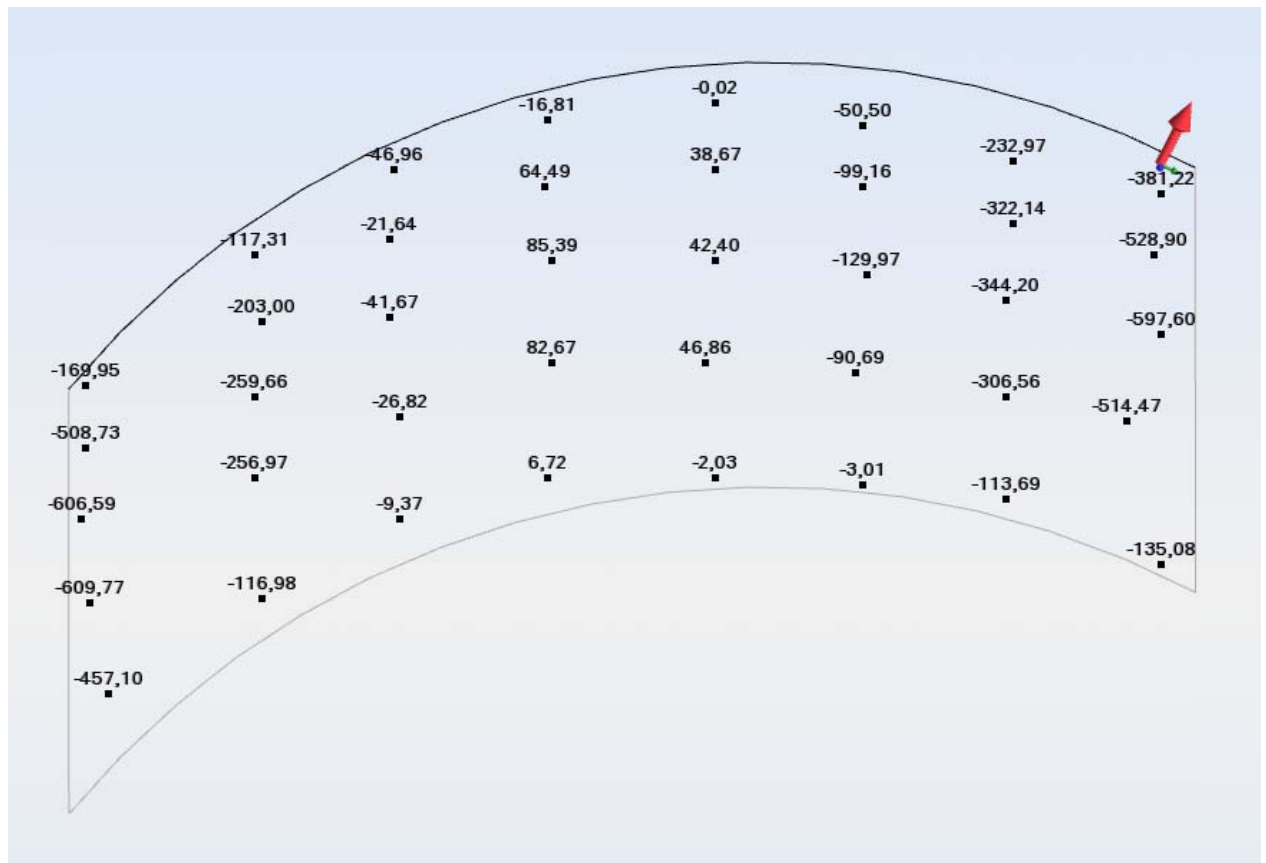
Nyy



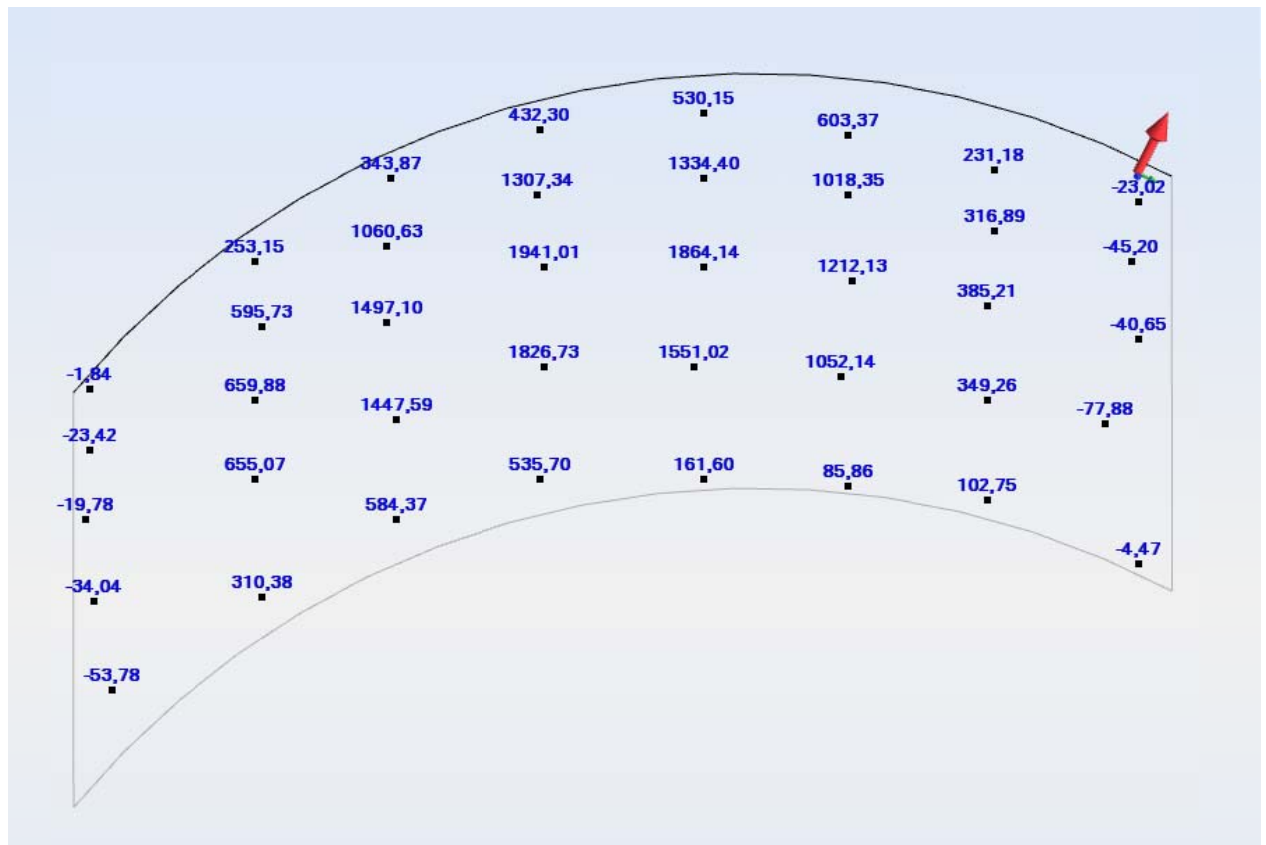
Nxy



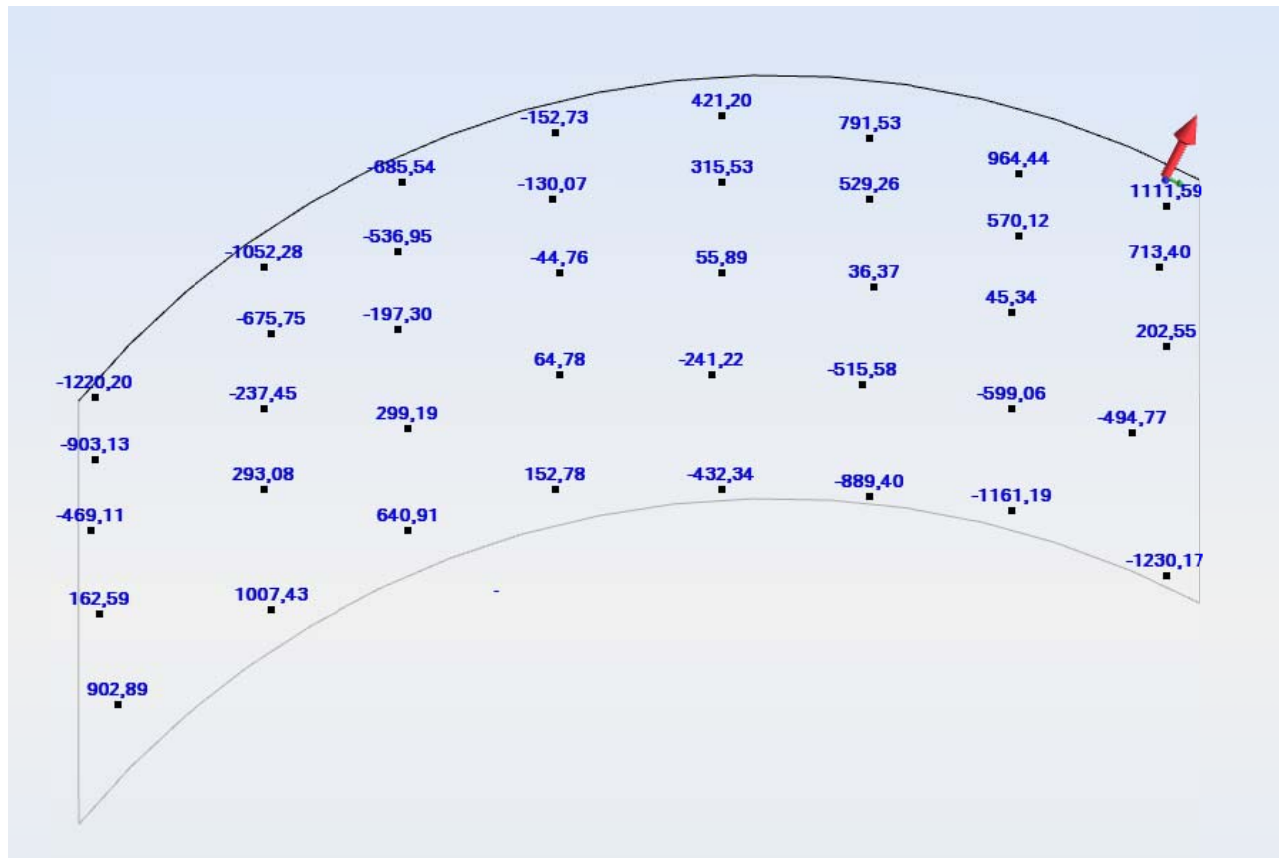
Mxx



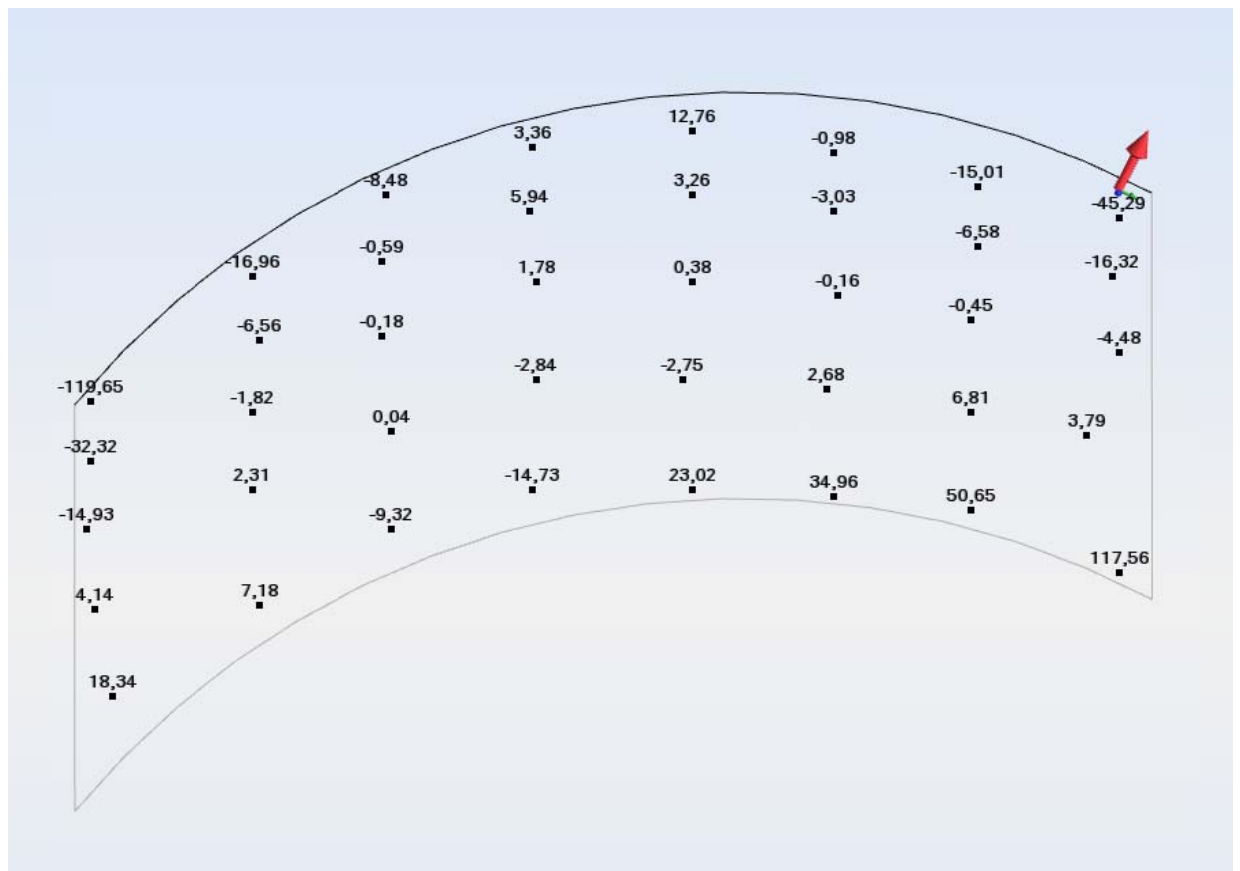
Myy



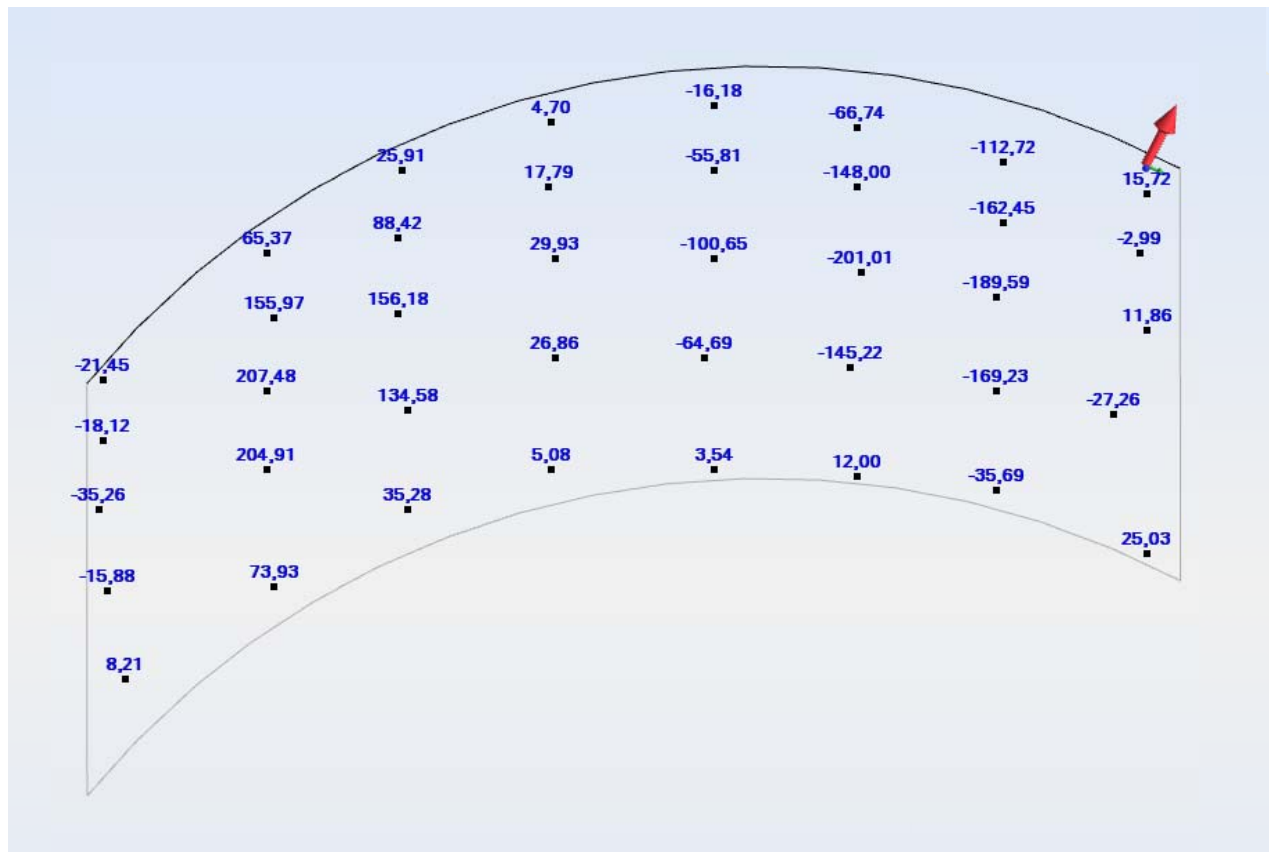
Mxy



Qxx



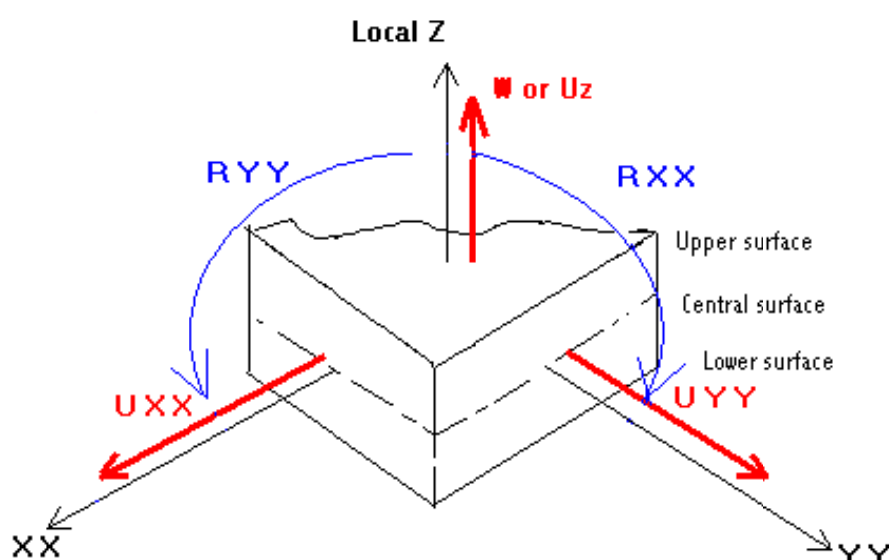
Qyy



Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τις μετατοπίσεις και στροφές των σημείων του φορέα δηλαδή τις παραμορφώσεις του.

Πριν παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα πρέπει να γνωρίζουμε πρώτα των τρόπο προσήμανσης αυτών που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα, όπως ακριβώς κάναμε και με τα γενικά εντατικά μεγέθη.

Sign convention for displacements and rotation

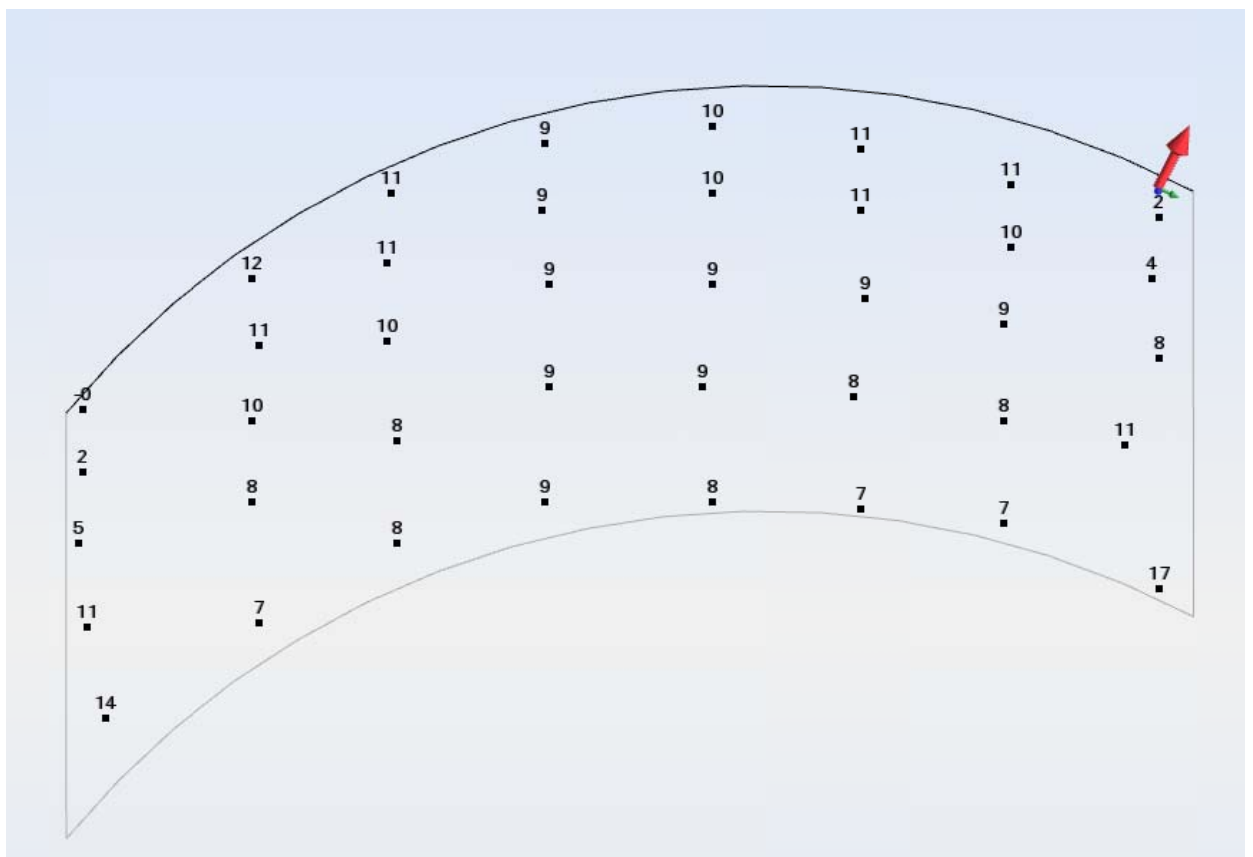


U_{xx} , U_{yy} , U_z : Οριζόντιες μετατοπίσεις και κάθετη μετατόπιση κατά τον αντίστοιχο άξονα xx , yy , zz . Θετικές όταν βρίσκονται προς το θετικό μέρος του άξονα, ενώ αρνητικές όταν είναι προς το αρνητικό μέρος του άξονα.

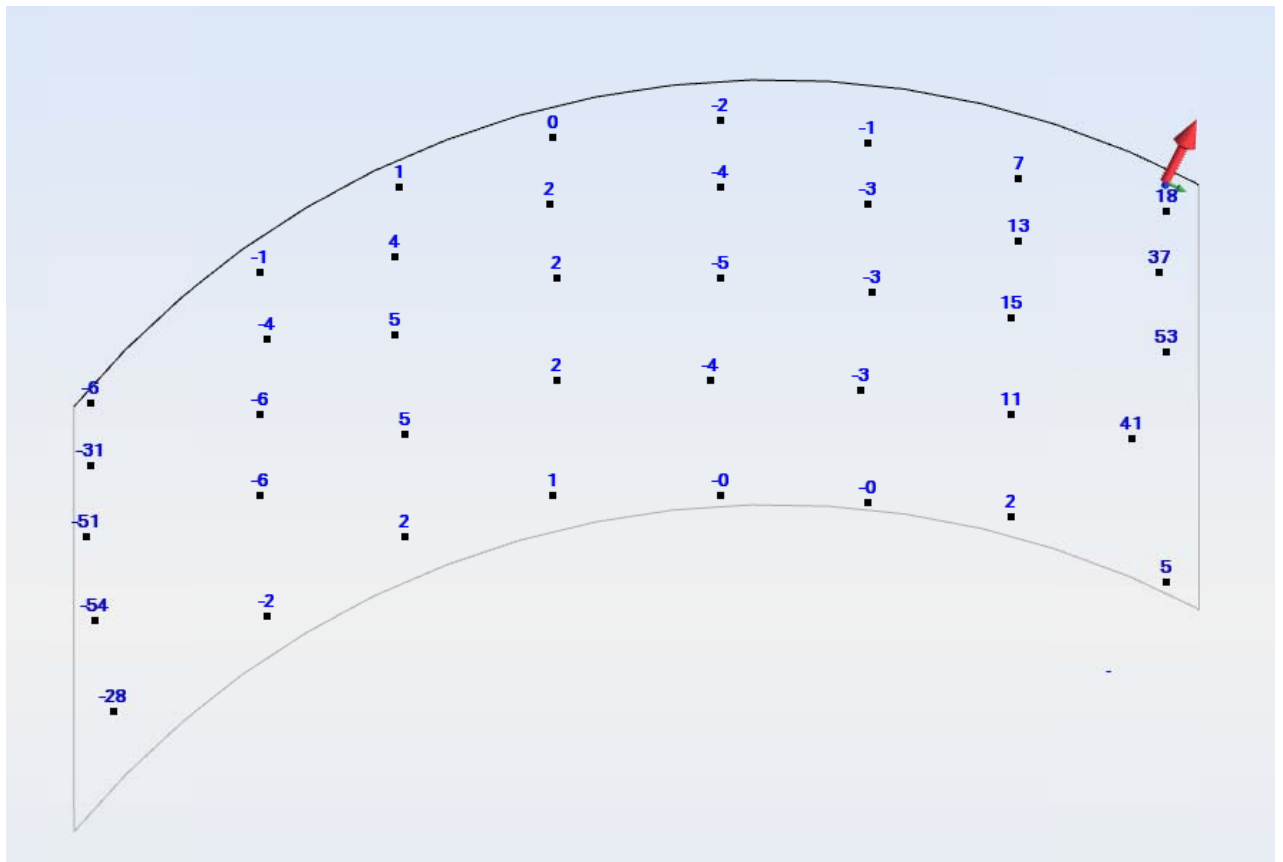
R_{xx} , R_{yy} : Περιστροφές στα επίπεδα yy , zz και xx , zz αντίστοιχα. Θετικές όταν η περιστροφή έχοντας το πέρασ της προς τον θετικό αντίστοιχο οριζόντιο άξονα «εφελκύει» τον θετικό zz , ενώ αρνητικές όταν τον «θλίβει».

Οι μετατοπίσεις – στροφές λοιπόν για τον παρόν φορέα έχουν ως εξής (mm, rad) :

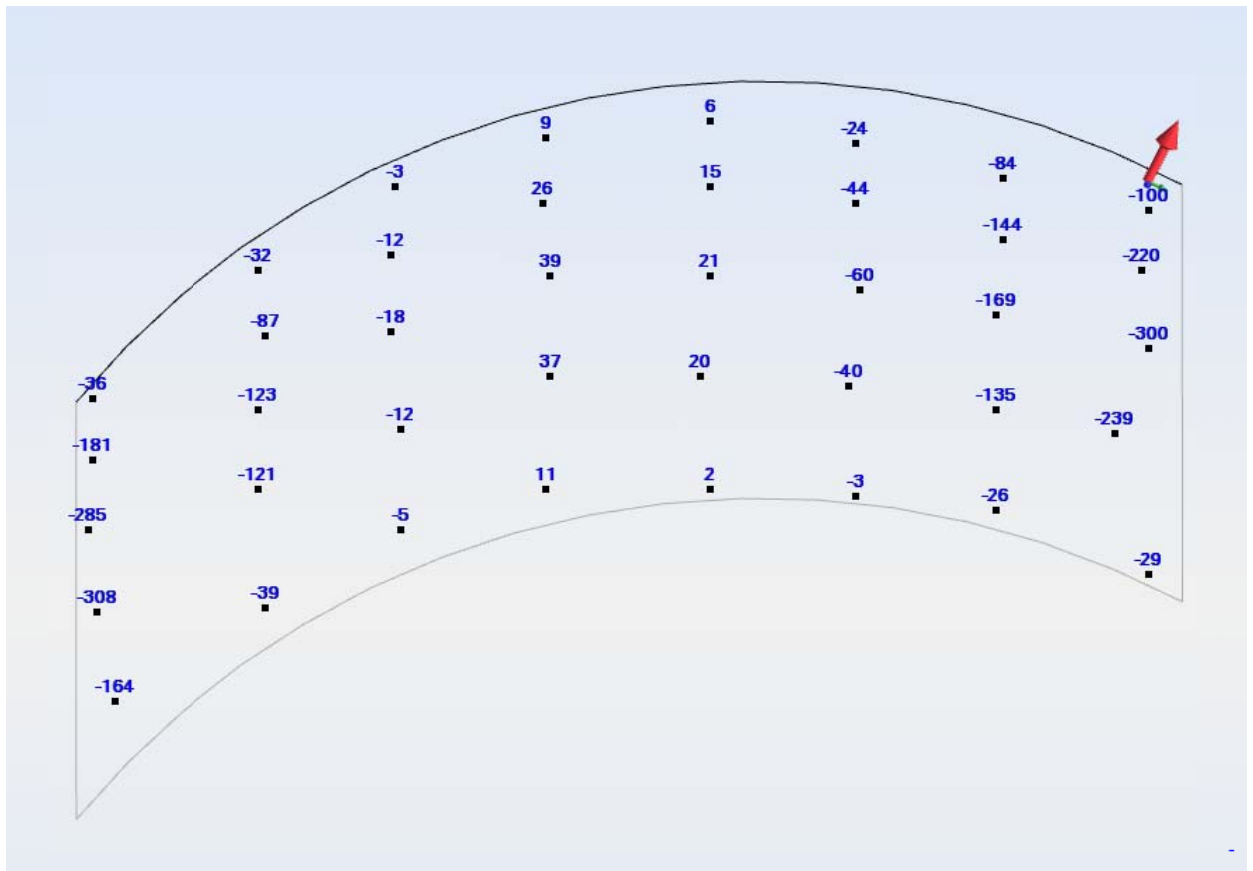
Uxx



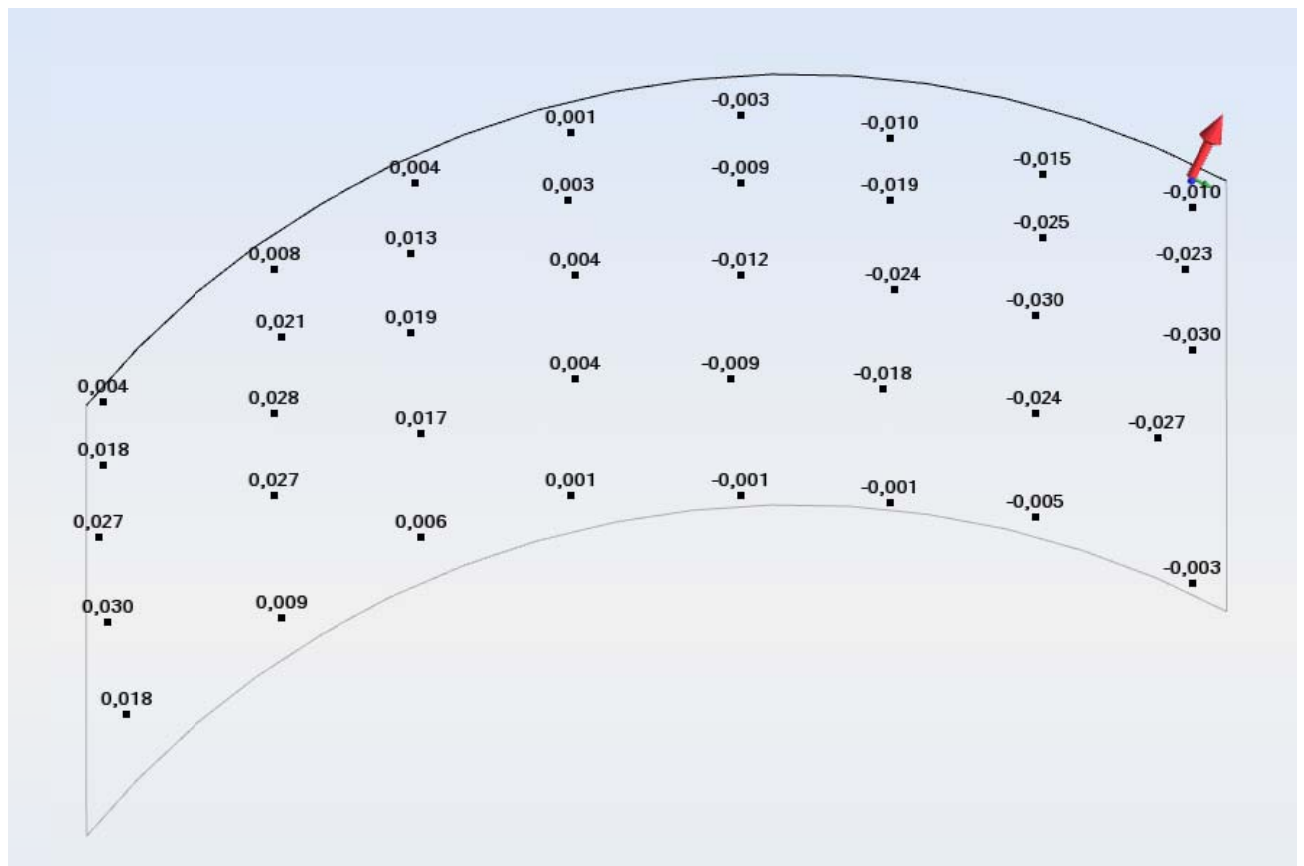
Uyy



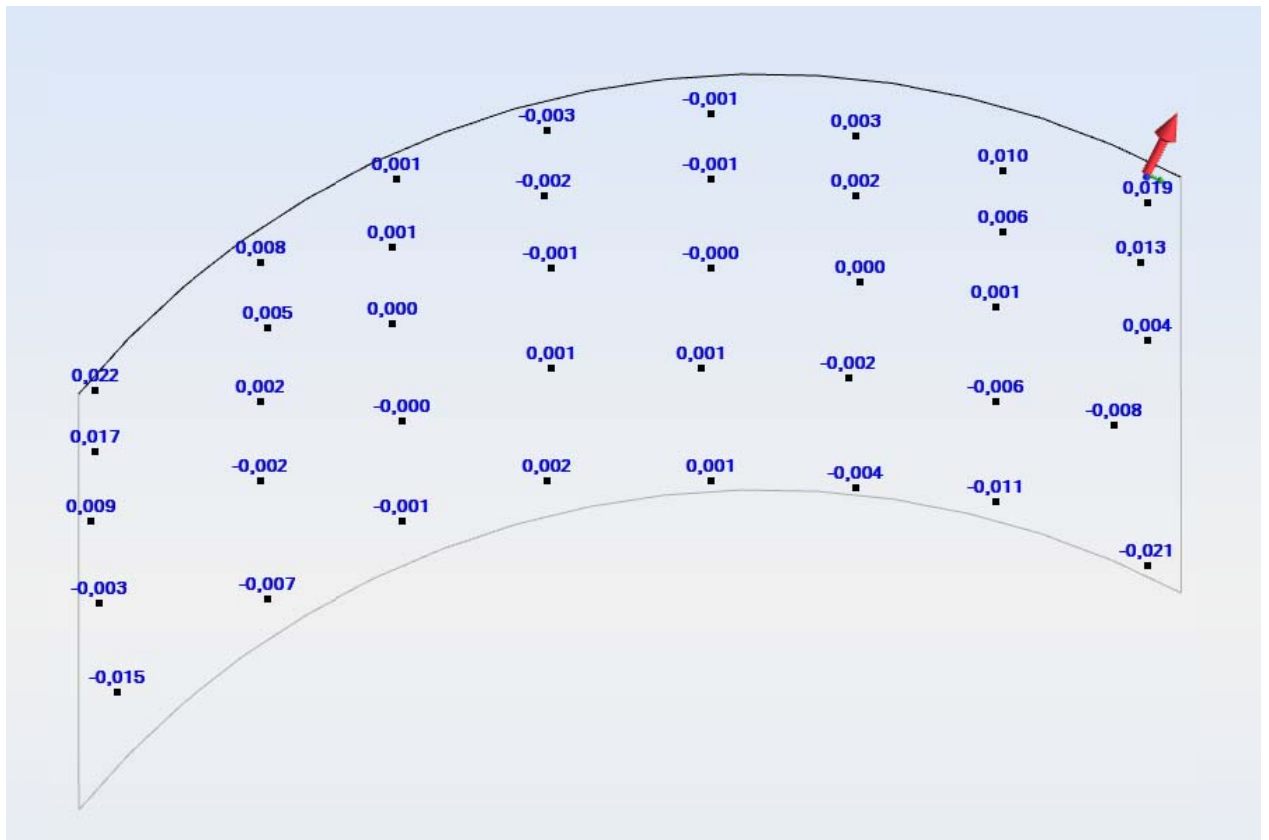
Uz



Rxx

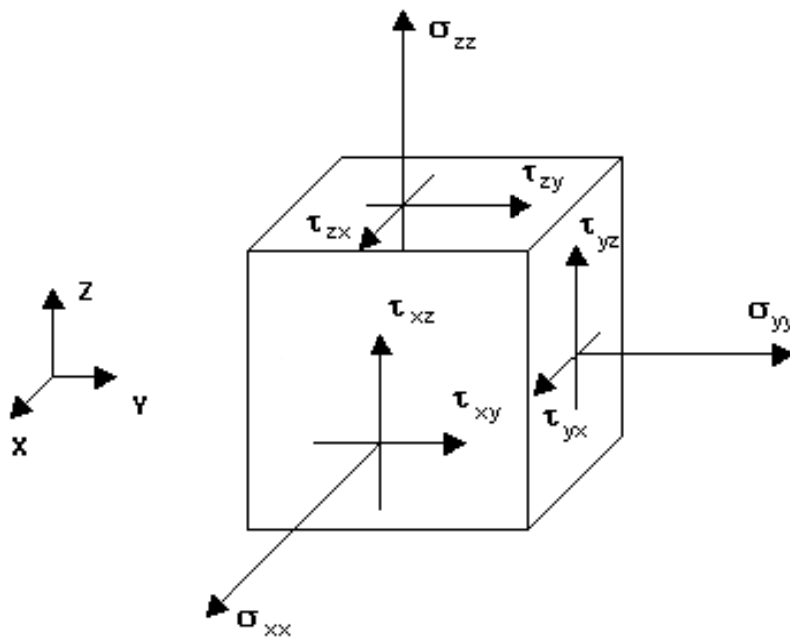


R_{yy}



Επόμενο μέγεθος εποπτείας του φορέα είναι οι τάσεις στην μέση επιφάνεια αυτού.

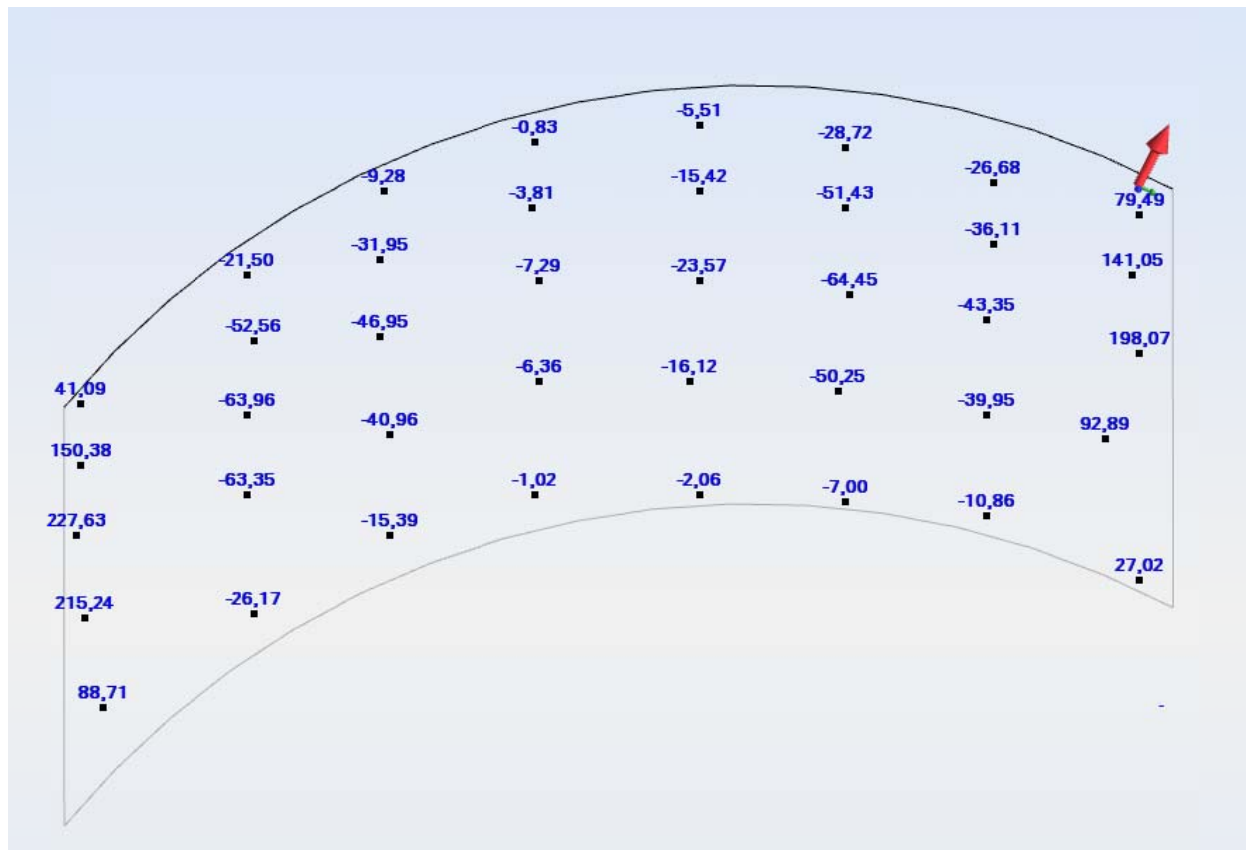
Σε αυτή την περίπτωση έχουμε την εξής θετική προσήμανση, βάση πάλι του τοπικού συστήματος αποτελεσμάτων:



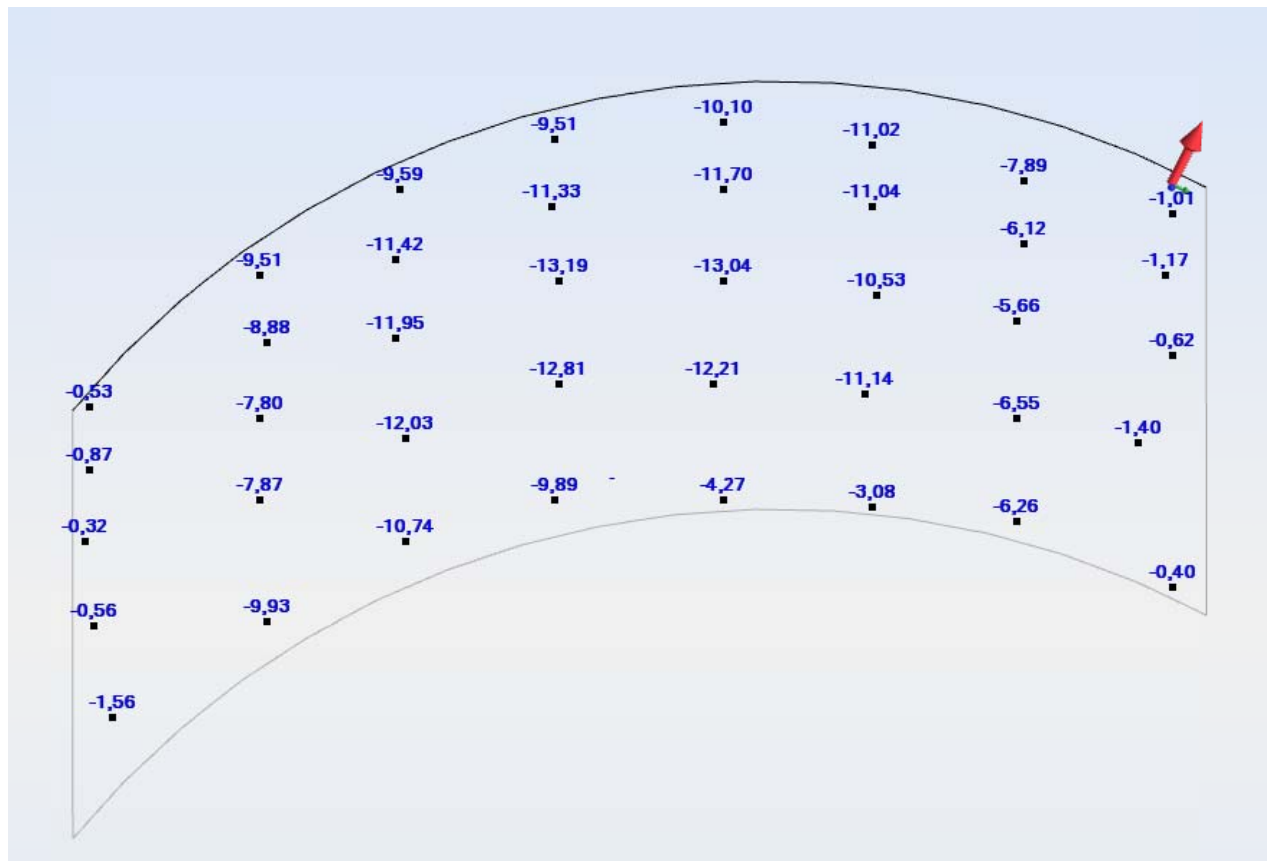
Παρατηρούμε ότι ισχύει η ίδια λογική με την προσήμανση των γενικών εντατικών μεγεθών.

Έτσι έχουμε για τις τάσεις (Mn/m^2) :

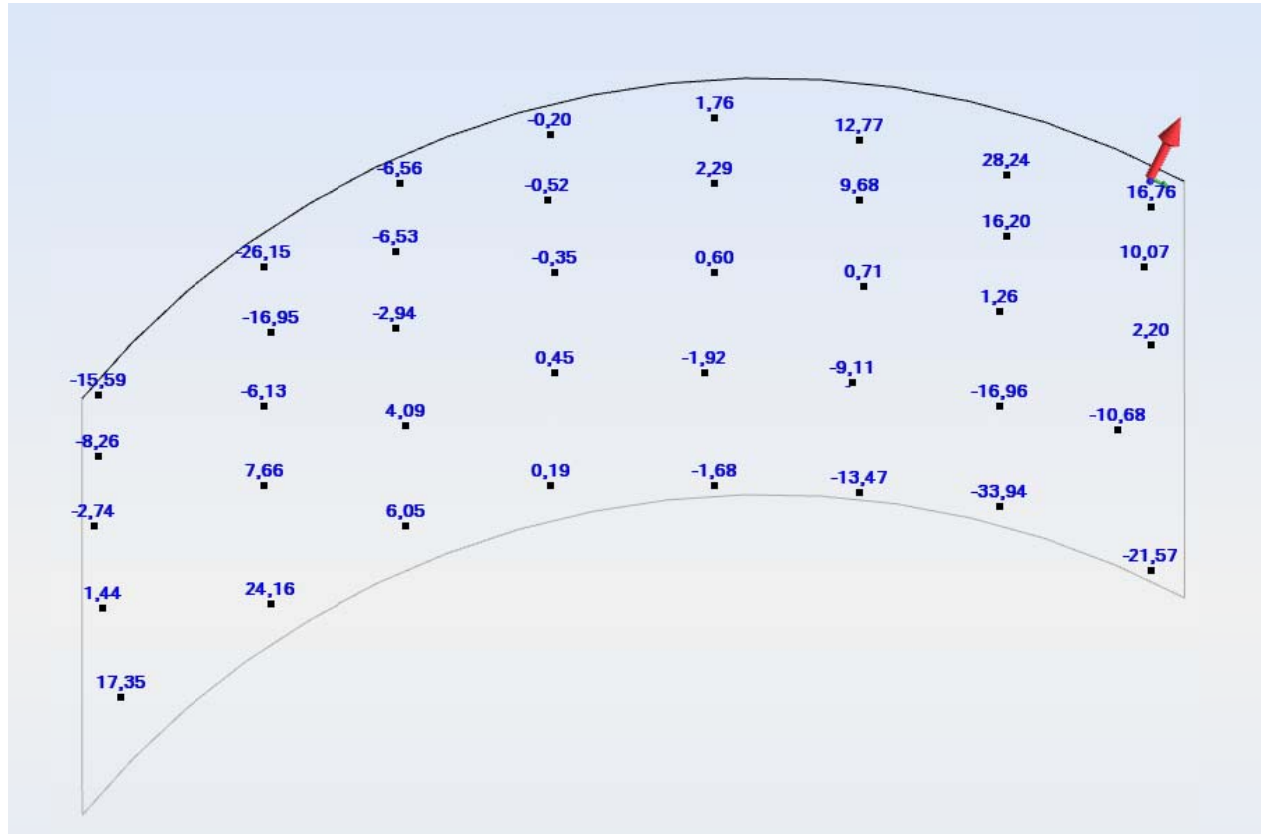
σΧΧ



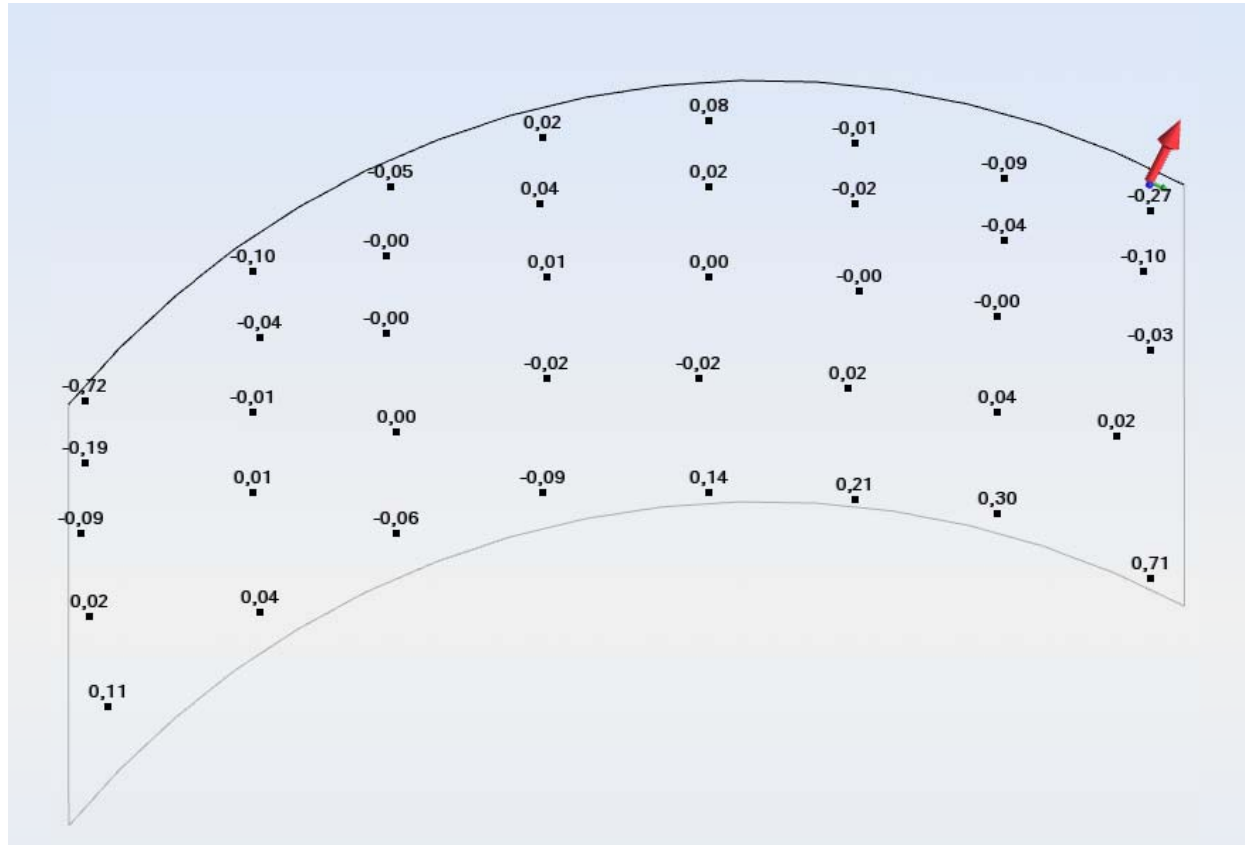
συν



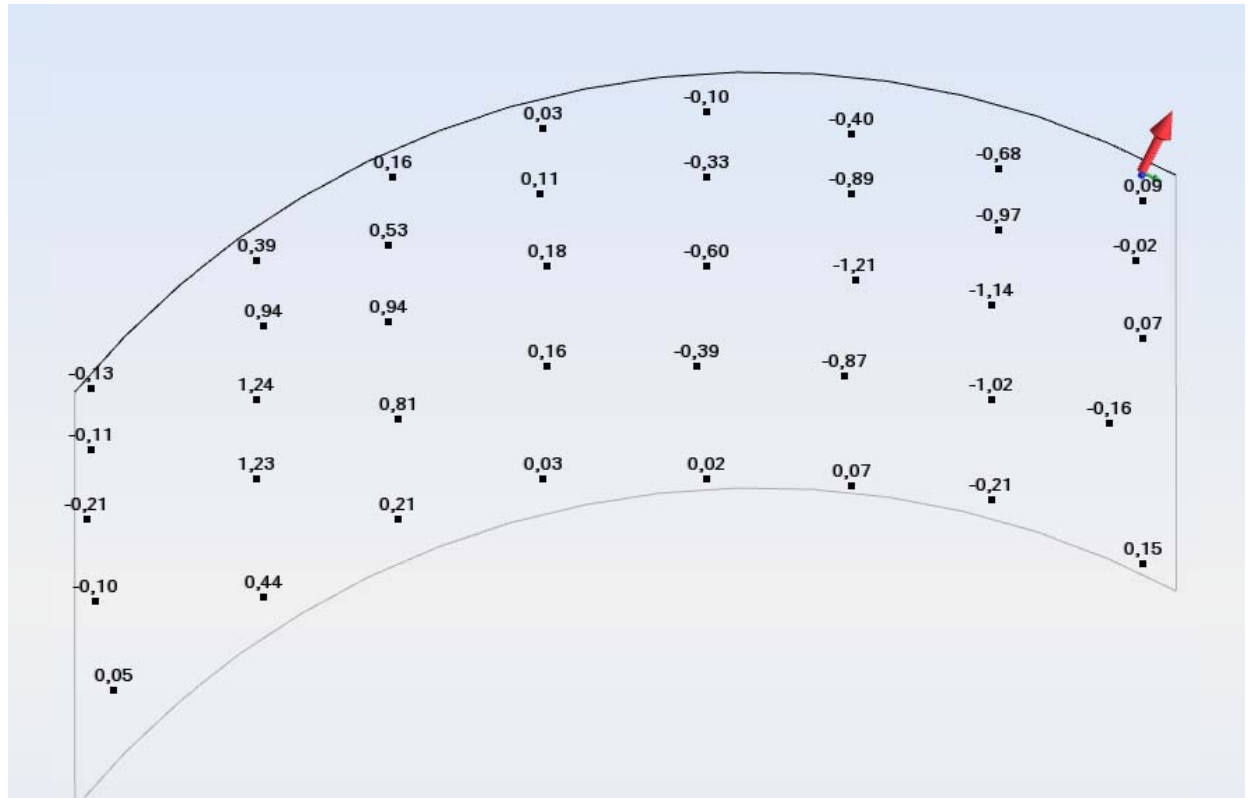
txy



txz



tyz



Σημαντικό επίσης χαρακτηριστικό του φορέα όσον, αφορά τα εντατικά του μεγέθη, είναι η εύρεση των κύριων εντατικών μεγεθών.

Υπάρχουν δύο κάθετα επίπεδα τομών στα οποία η διατμητική τάση που κείται εντός του επιπέδου της μεμβράνης μηδενίζεται ενώ τότε έχουμε την μέγιστη και ελάχιστη ορθή τάση. Οι τάσεις αυτές ονομάζονται κύριες.

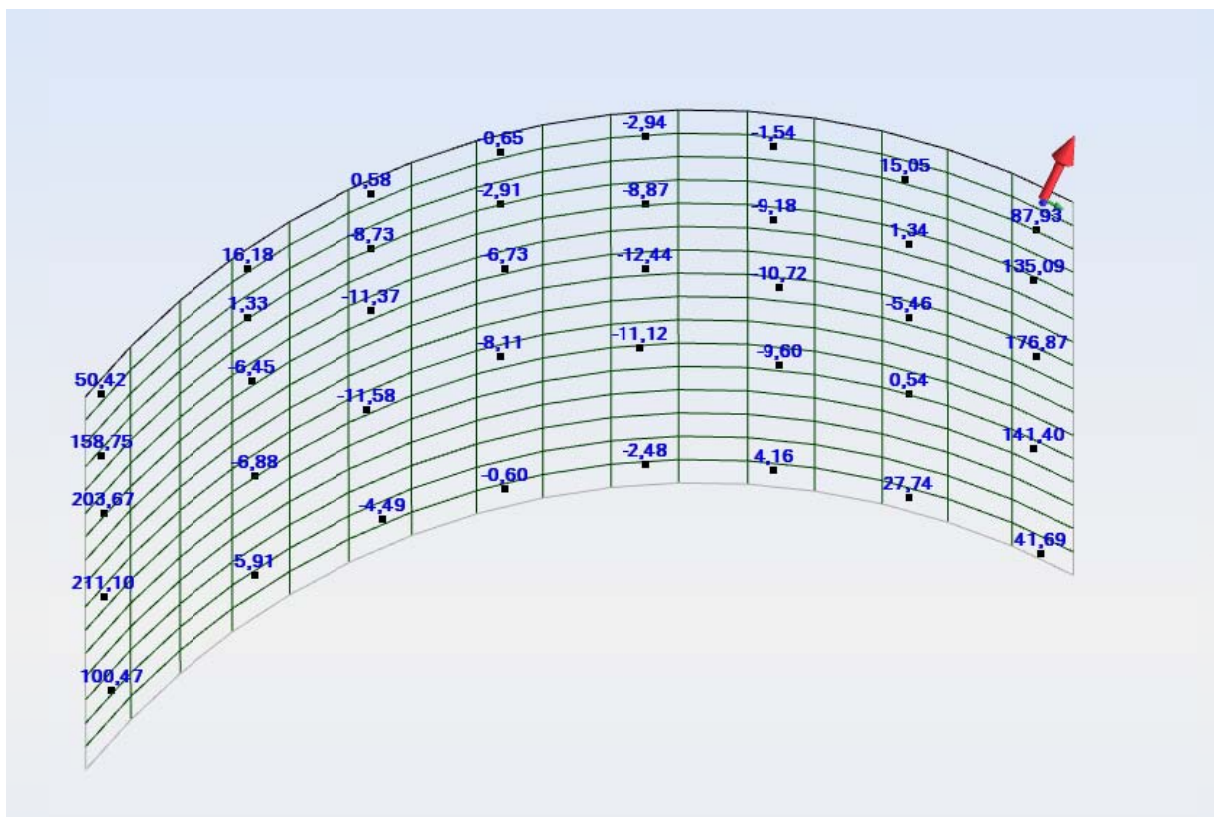
Επίσης κατά τον ίδιο τρόπο ορίζουμε τις κύριες μεμβρανικές δυνάμεις, δηλαδή την μέγιστη και ελάχιστη ορθή δύναμη, που ανήκουν σε κάθετα επίπεδα τομών, που οι διατμητικές δυνάμεις μηδενίζονται.

Κύρια μεγέθη επίσης έχουμε και τις ροπές που ανήκουν και πάλι σε κάθετα επίπεδα, με μηδενισμό των ροπών συστροφής τώρα, έχοντας την μέγιστη και ελάχιστη καμπτική ροπή για το σημείο.

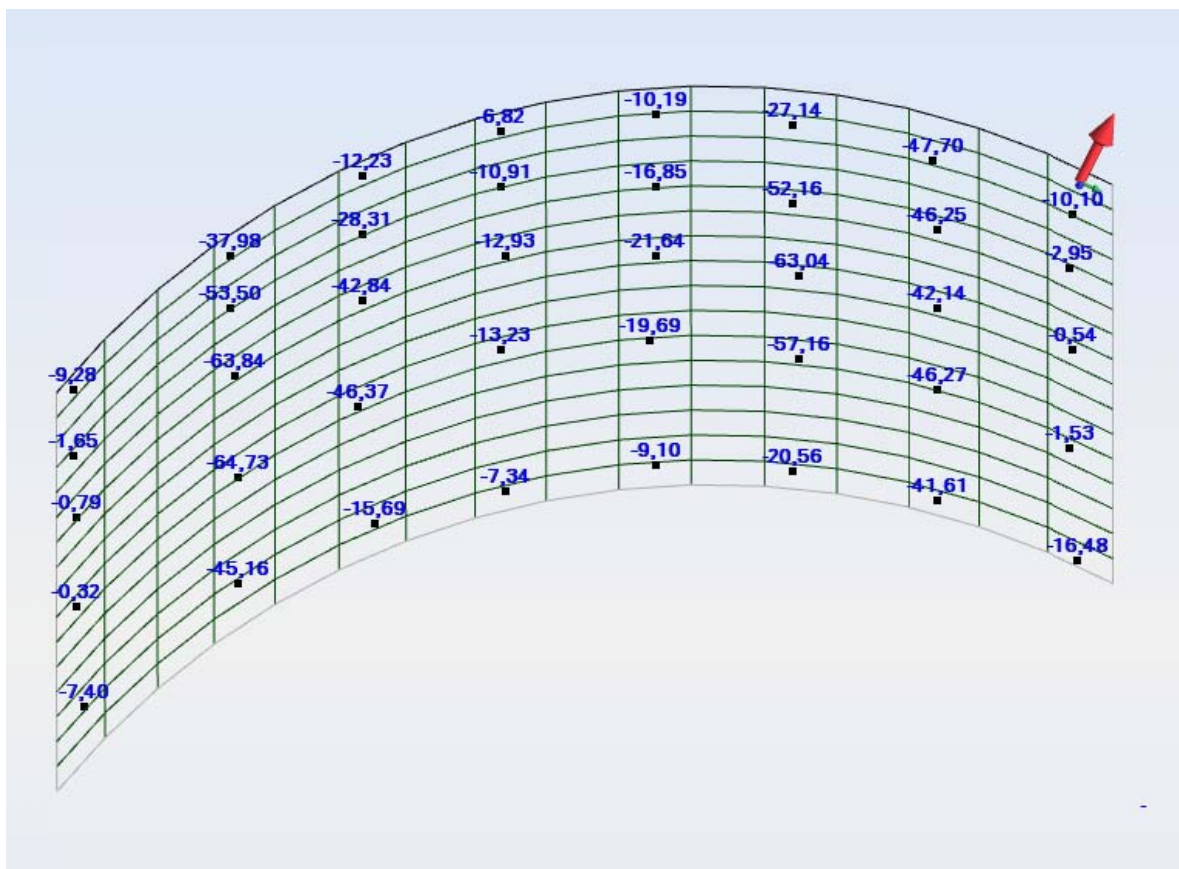
Έτσι ορίζοντας καινούρια σημεία στο φορέα θα παρουσιάσουμε και αυτά τα αποτελέσματα μαζί με την γωνία περιστροφής του αρχικού τοπικού συστήματος που απαιτείται για να τα συναντήσουμε.

Έτσι θα έχουμε : (δυνάμεις Kn, τάσεις Mn/m², στροφές rad)

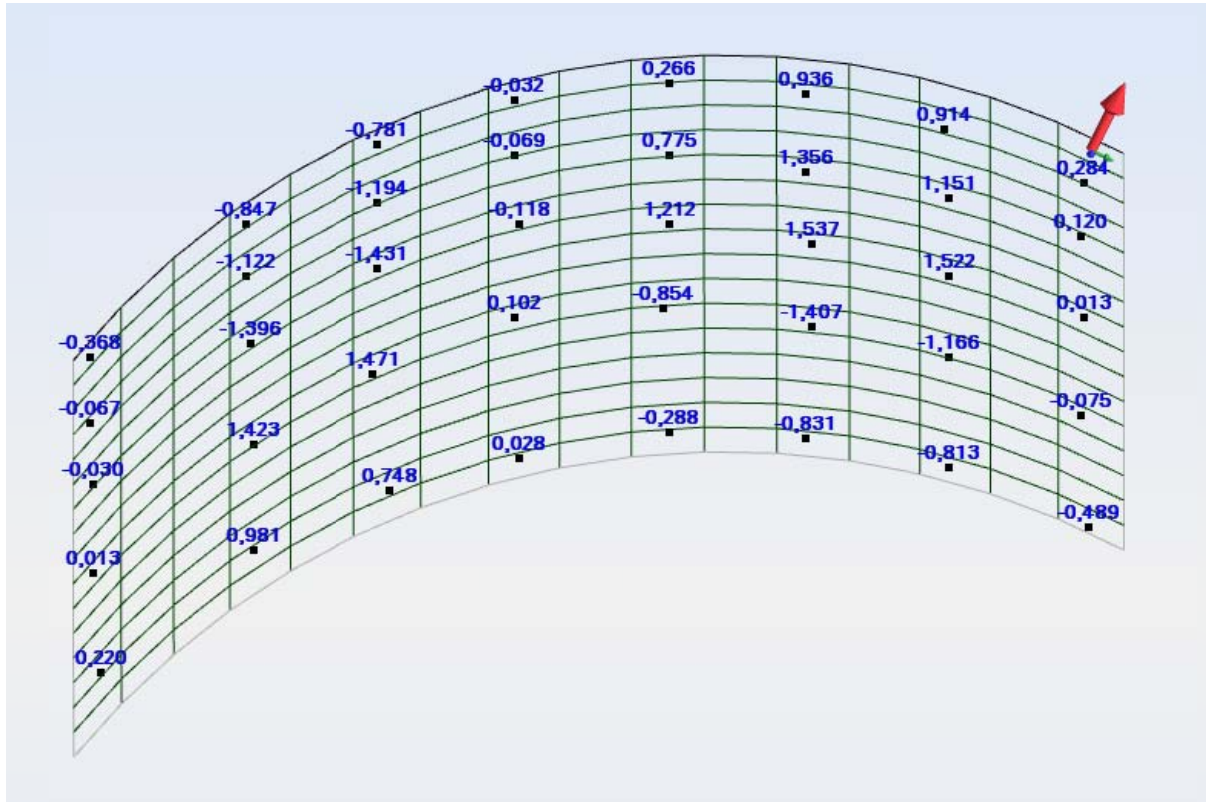
s1



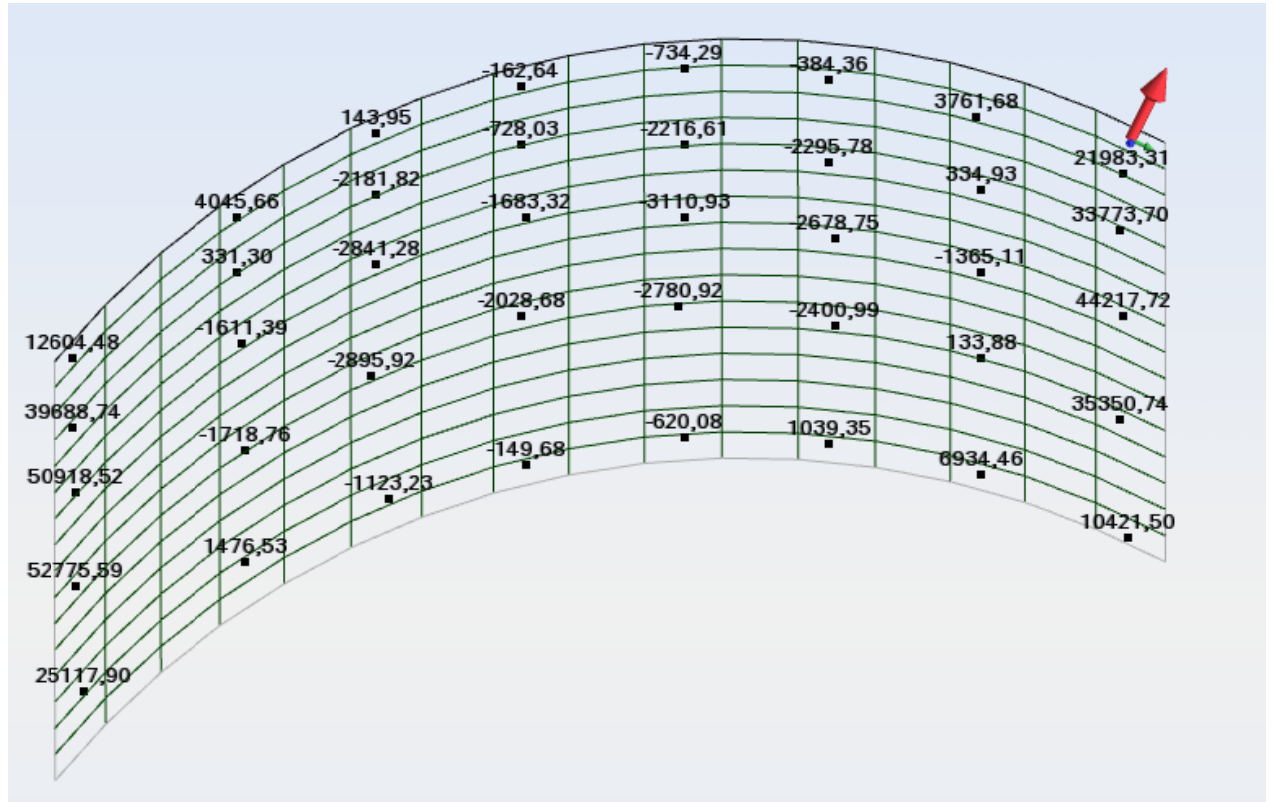
s2



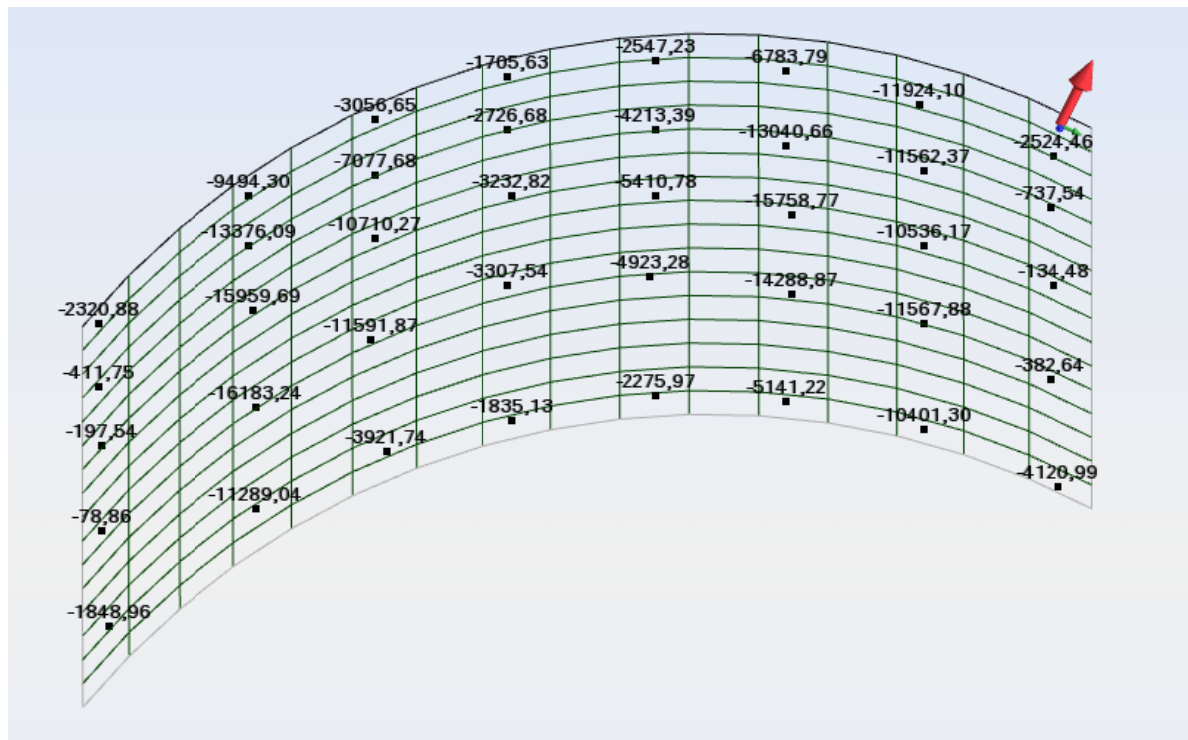
θ_s



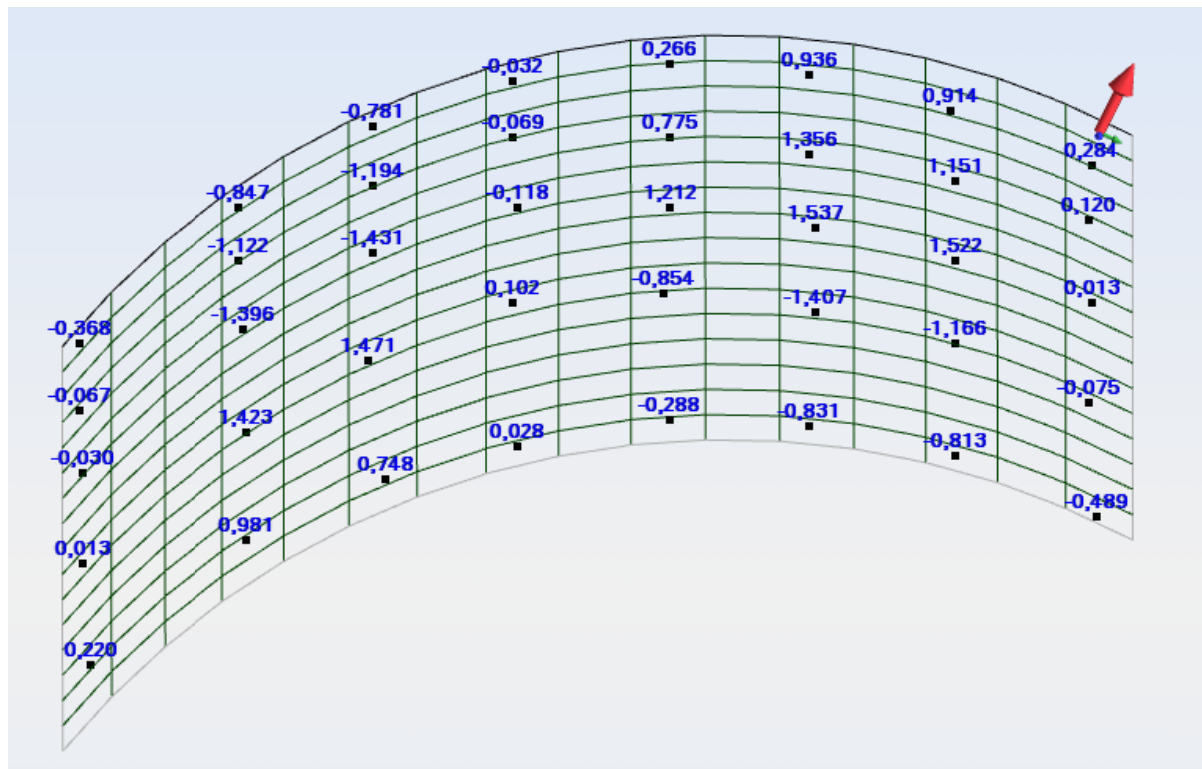
N1



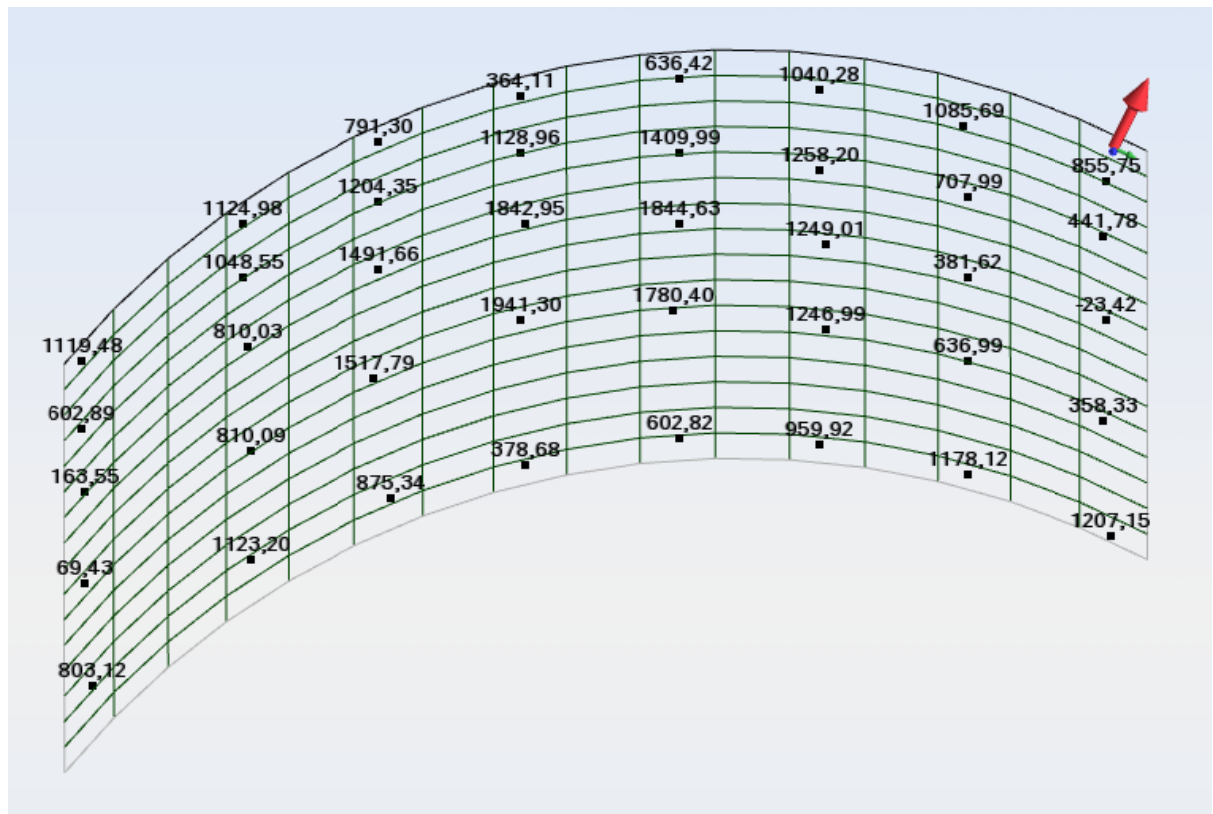
N2



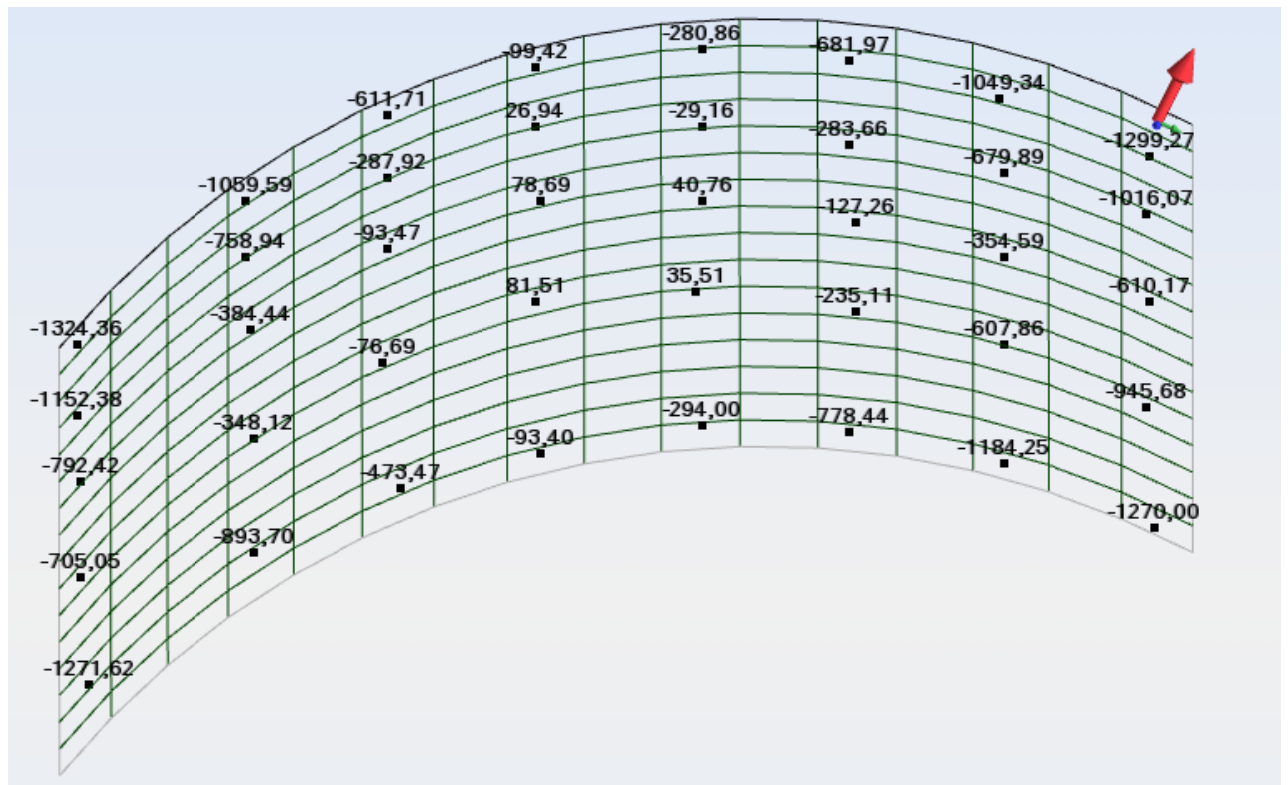
ΘΝ



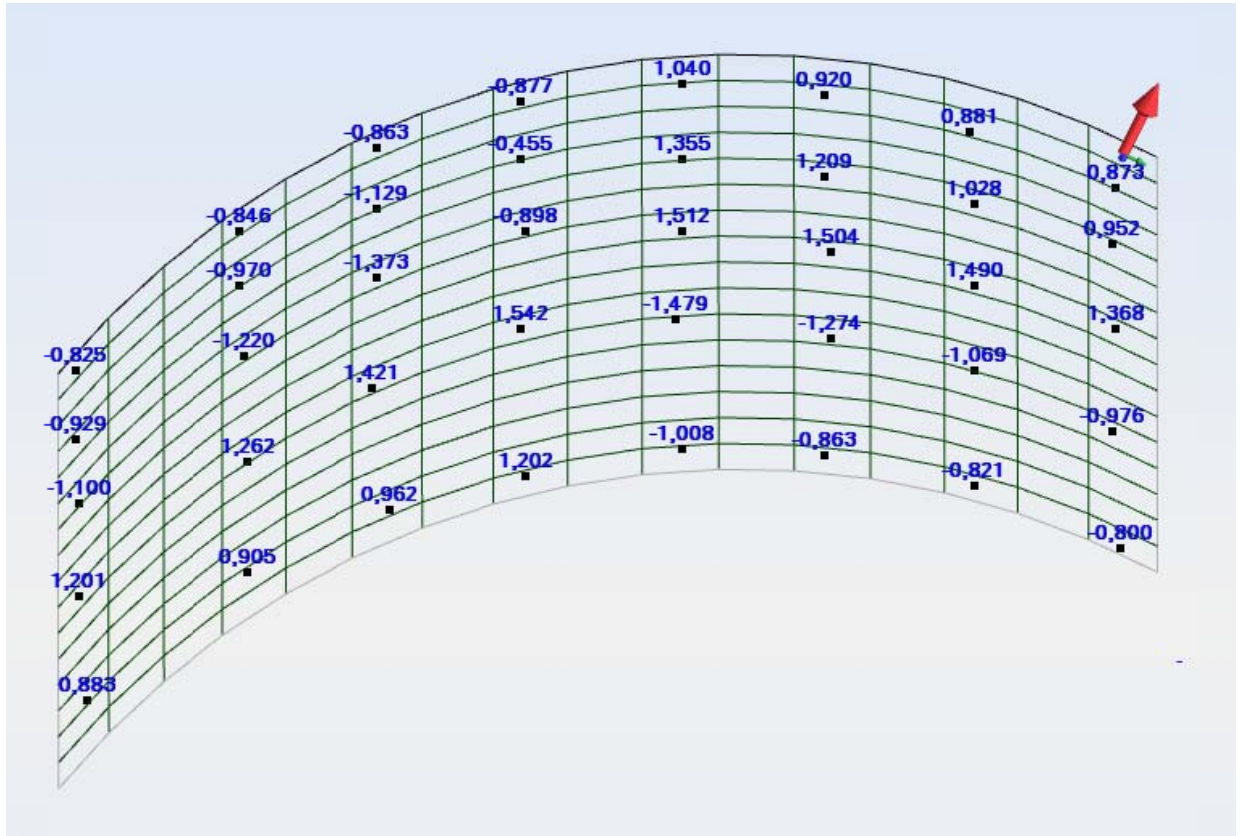
M1



M2



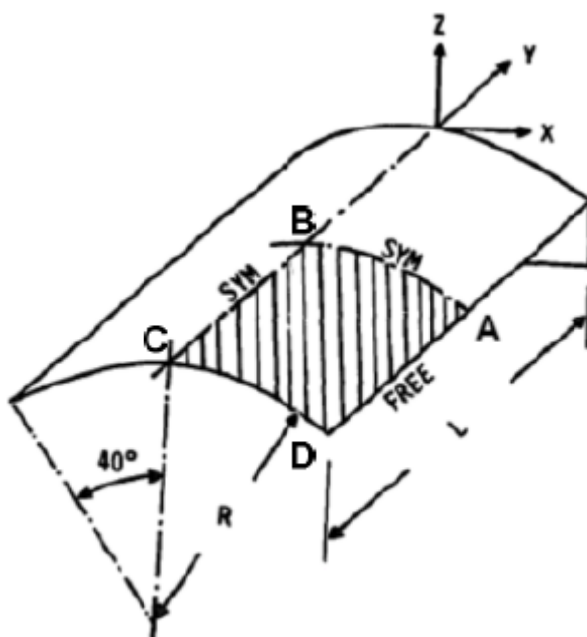
θΜ



5. Εξακρίβωση αποτελεσμάτων

Στο παρόν κεφάλαιο, αφού έχουμε κάνει την ανάλυση του φορέα, θα επαληθεύουμε τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας κάποιες πρότυπες αναλύσεις. Ουσιαστικά θα επαληθεύουμε και εξακριβώσουμε την ορθότητα της συνολικής μεθοδολογίας της ανάλυσης που ακολουθήσαμε.

Η τιμή της βύθισης του μέσου της ευθύγραμμης πλευράς (σημείο A), όπως υπολογίζεται αναλυτικά βάση της πρότυπης ανάλυσης των Scordelis, A.C. και Lo, K.S. είναι 0,3086 m. Με επίλυση πεπερασμένων στοιχείων έχουμε σύγκλιση σε μία λίγο μικρότερη τιμή όπως παρουσιάζεται και στο βιβλίο των MacNeal, R.H. και Harder, R.L. «A proposed standard set of problems to test finite element accuracy». Έτσι για την σύγκριση των αποτελεσμάτων λαμβάνεται η τιμή 0,3024 m.



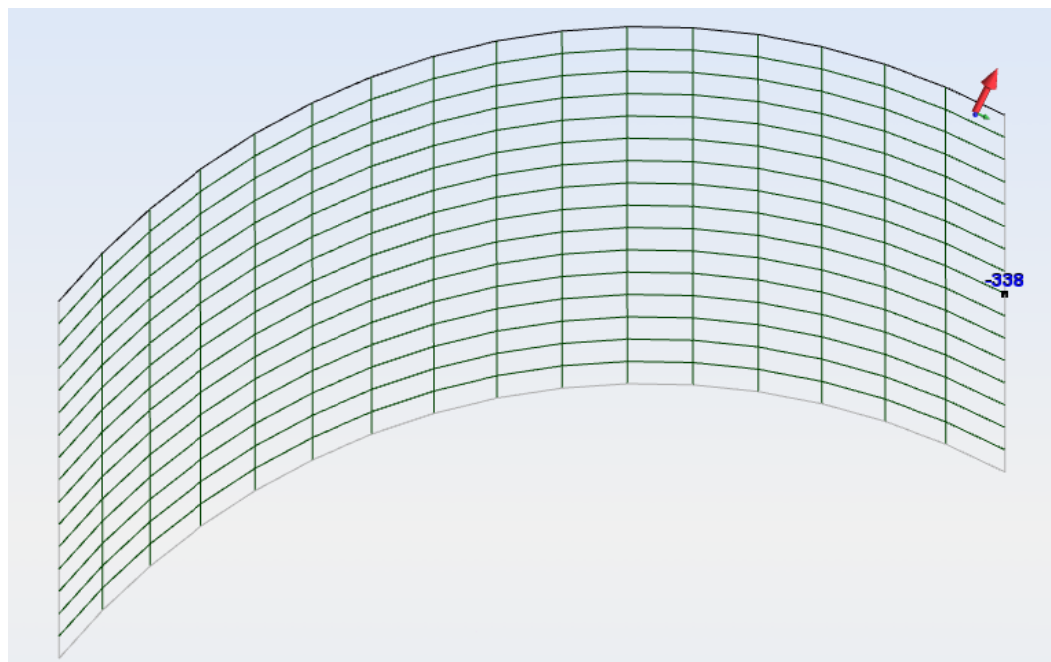
Εκτός από τις αναλυτικές λύσεις θα χρησιμοποιήσουμε και επιλύσεις από άλλα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα Θα παρουσιάσουμε συγκριτικά αποτελέσματα από τα ισοπαραμετρικά στοιχεία κελύφους γενικής χρήσης CQUAD4 και CQUADR (τετραπλευρικά), CTRIA3 και CTRIAR (τριγωνικά) του προγράμματος MSC-NASTRAN 2005R1. Επίσης από το ABAQUS Version 6.5-1 χρησιμοποιούμε τα ισοπαραμετρικά στοιχεία κελύφους γενικής χρήσης CQUADR (τετραπλευρικά) και S3R (τριγωνικό), ενώ από το SAP 2000 παρουσιάζουμε τις τιμές της σχετικής βιβλιογραφίας «SAP2000 Integrated Software for Structural Analysis and Design, Software Verification Manual, (2003)» για το τετραπλευρικό στοιχείο κελύφους.

Η διακριτοποίηση του φορέα σε όλες τις περιπτώσεις είναι 16x16, σε δομημένο δίκτυο.

Όπου $w / w_{act} =$ τιμή αποτελέσματος δια πρότυπη τιμή σύγκρισης. Με αυτό τον τρόπο, δηλαδή διαιρώντας αυτές τις δύο τιμές, έχουμε μία ένδειξη της απόκλισης της παρούσας τιμής του μεγέθους που εξετάζουμε από την πρότυπη τιμή.

ΒΥΘΙΣΗ ΣΤΟ ΑΚΡΟ Α

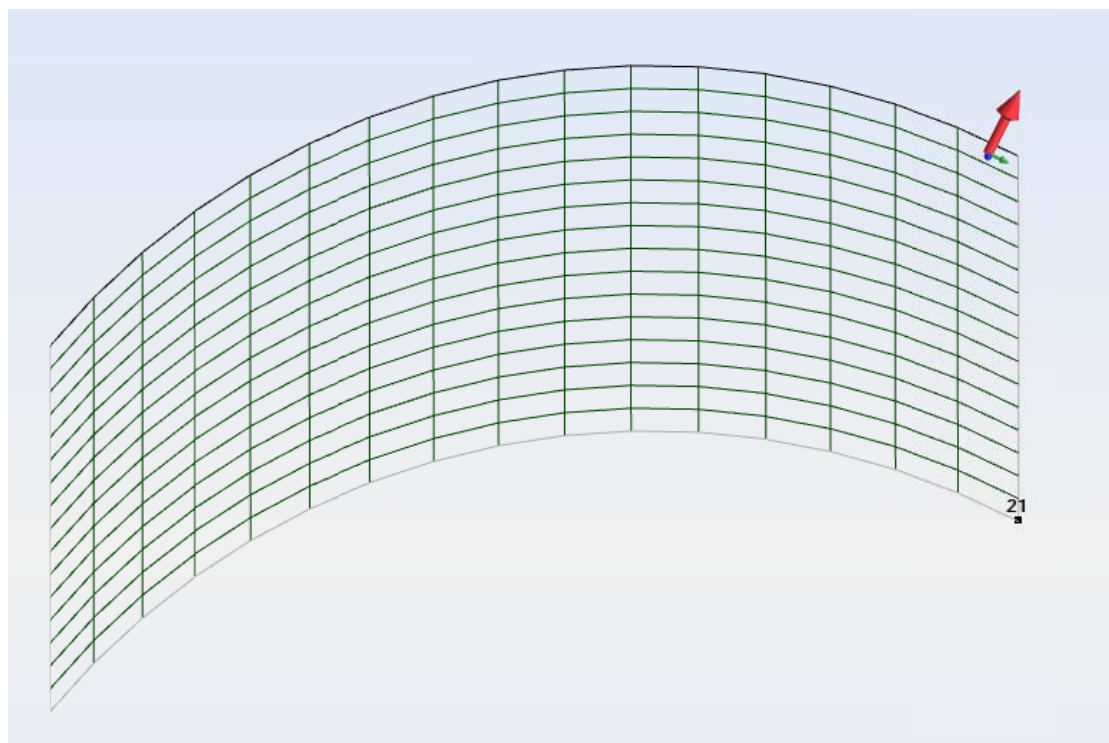
ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ	ΒΥΘΙΣΗ(m)	(w/w act)
NASTRAN CQUADR	-0,3069	1,0149
NASTRAN CQUAD4	-0,3064	1,0132
ABAQUS 24	-0,3033	1,0029
SAP 2000	-0,3068	1,0100
NASTRAN CTRIAR	-0,2965	0,9805
NASTRAN CTRIA3	-0,2617	0,8656
ABAQUS S3R	-0,2578	0,8527
ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ	-0,338	1,1177



ΑΞΟΝΙΚΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ D

Πρότυπη τιμή αναλυτικής λύσης = -0,0125 m

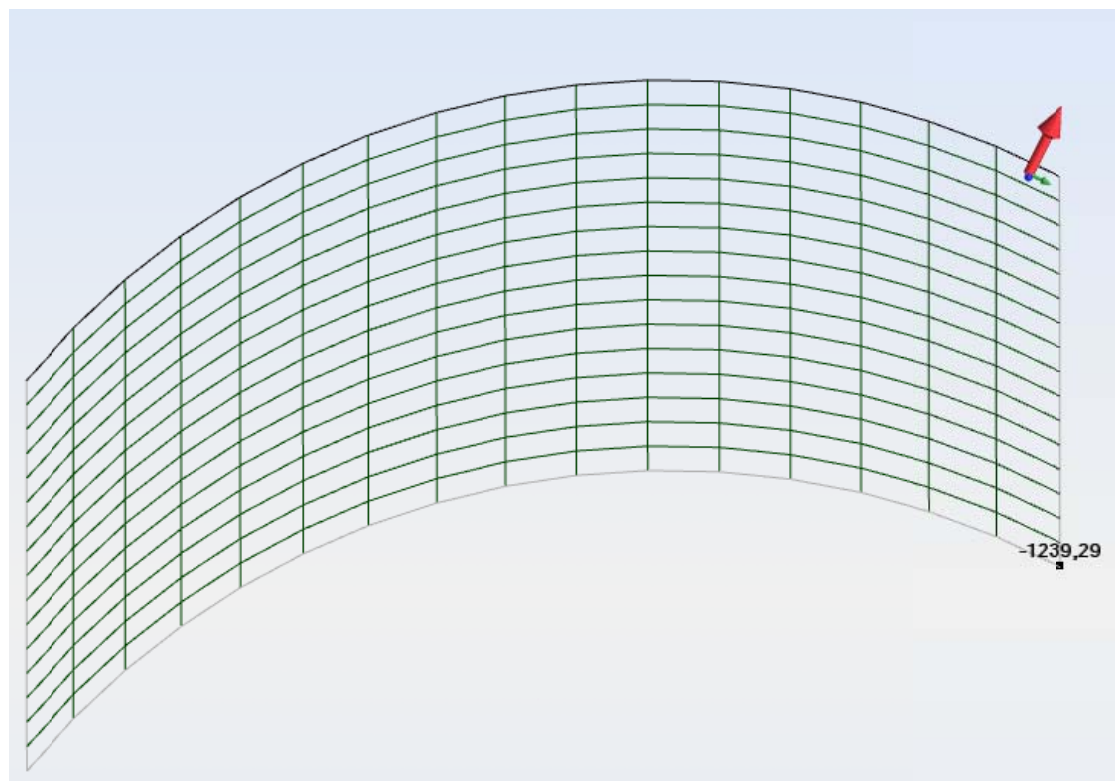
<u>ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ</u>	<u>ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗ(m)</u>	<u>(w/w act)</u>
SAP2000	-0,0118	0,94
ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ	0.021	1.68



ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΡΟΠΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ D

Πρότυπη τιμή αναλυτικής λύσης = 1200 Κη*μ

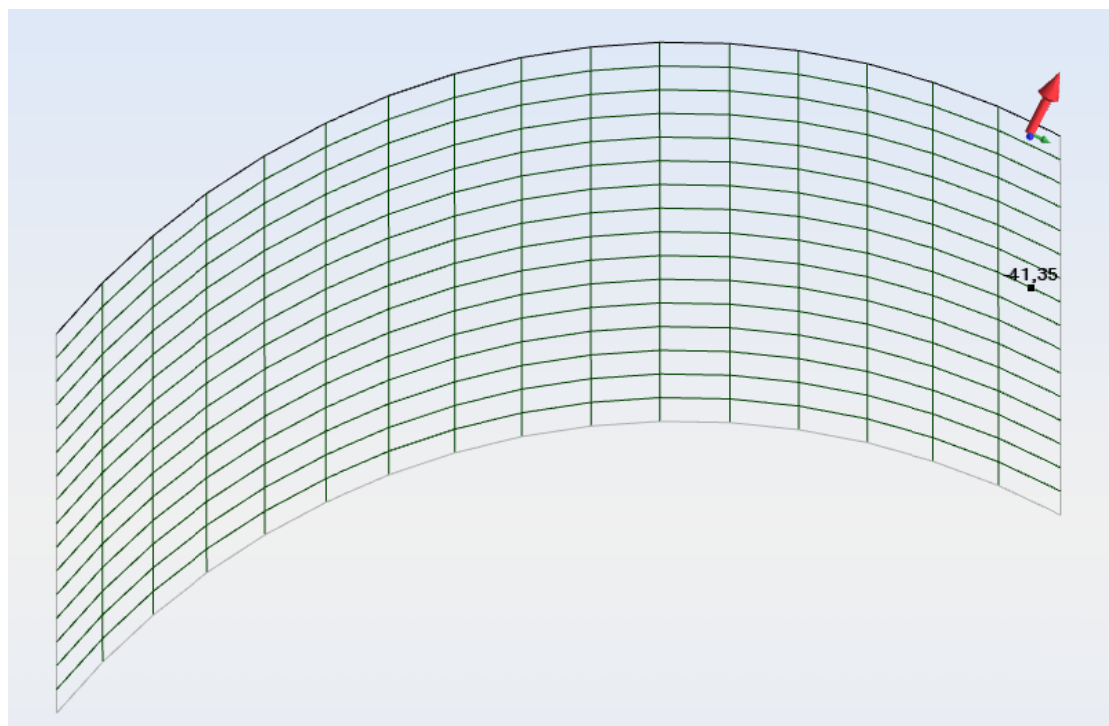
ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ	ΡΟΠΗ(Κη*μ)	(w/w act)
SAP2000	1255	1,05
ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ	-1239.29	1.032



ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΡΟΠΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ Α

Πρότυπη τιμή αναλυτικής λύσης = -30 Kn*m

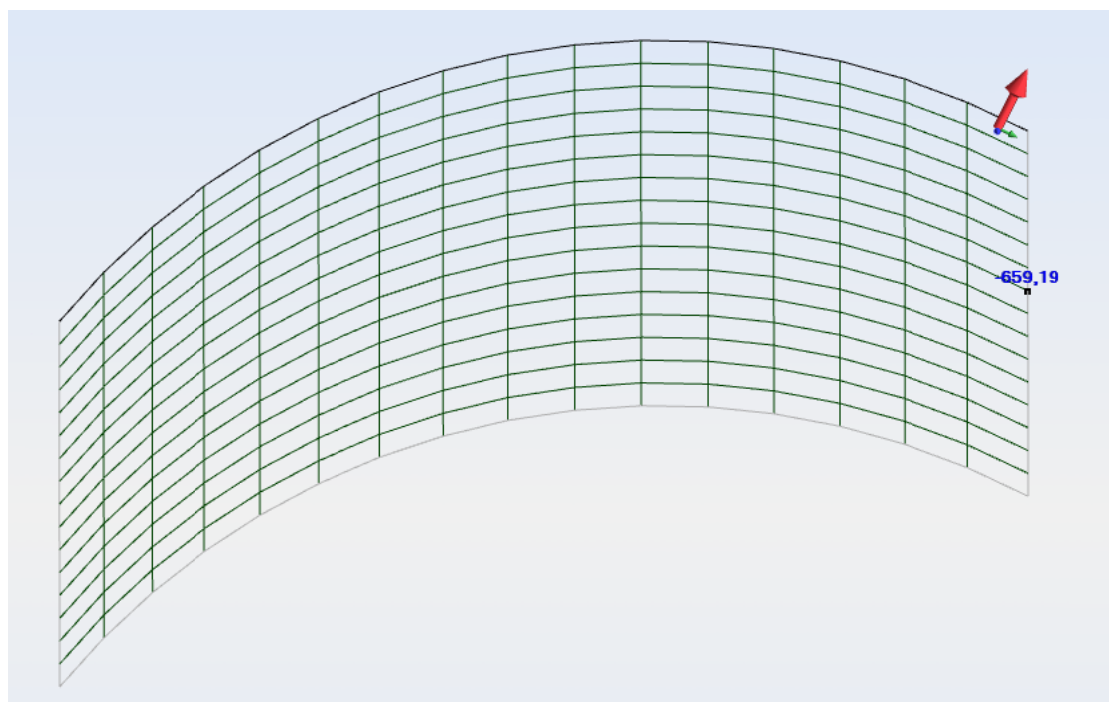
<u>ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ</u>	<u>ΡΟΠΗ(Kn*m)</u>	<u>(w/w act)</u>
ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ	-41.35	1.37



ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΡΟΠΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ Α

Πρότυπη τιμή αναλυτικής λύσης = -650 Kn*m

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ	ΡΟΠΗ(Kn*m)	(w/w act)
SAP2000	672	1,03
ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ	-659.19	1.01



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Γενικά από την σύγκριση των αποτελεσμάτων παρατηρείται καλή ακρίβεια από την διαδικασία της ανάλυσης που ακολουθήσαμε. Οι διαφορές που παρατηρούμε ότι υπάρχουν μεταξύ των πρότυπων επιλύσεων και των προγραμμάτων, οφείλονται στις εξειδικευμένες παραδοχές υπολογισμού που χρησιμοποιεί το κάθε πρόγραμμα ξεχωριστά.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. **Χαράλαμπος Γ. Γεωργιάδης** “Προχωρημένη μηχανική των υλικών”, εκδόσεις Συμμετρία (2003)
2. **Μ. Παπαδρακάκης** “Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων”, εκδόσεις Παπασωτηρίου (2001)
3. **S. Timoshenko, J.N. Goodier** “Theory of Elasticity”, McGraw-Hill book company (1951)
4. **Robot structural analysis professional 2010 program** “Help file inside program” (2010)
5. **Eduard Ventsel, Theodor Krauthammer** “Thin plates and shells – Theory, analysis, applications”, CRC press (2001)
6. **S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger** “Theory of plates and shells, second edition”, McGraw-Hill book company (1987)
7. **Robot structural analysis professional 2010** “Getting Started Guide”, Autodesk, english version-metric (2010)
8. **FESPA** “εγχειρίδιο επαλήθευσης- Τριγωνικό πεπερασμένο στοιχείο πλάκας κελύφους fespa-tric.ip”, LH λογισμική (2008)
9. **Scordelis, A.C., Lo, K.S.** “Computer analysis of cylinder shells”, American concrete institute (1969)
10. **SAP2000 Integrated Software for Structural Analysis and Design**, “Software Verification Manual”, Computers and structures international (2003)
11. **MacNeal, R.H., Harder, R.L.** “A proposed standard set of problems to test finite element accuracy”, Elsevier science publishers (1985)
12. **William A. Nash** “Schaum's Outlines - Strength Of Materials” McGraw-Hill (1998)