



ΕΘΝΙΚΟ  
ΜΕΤΣΟΒΙΟ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και  
Φυσικών Επιστημών

**ΘΕΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ  
ΙΝΩΔΟΥΣ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ  
ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΦΑΣΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΒΙΚΤΩΡ ΚΥΤΟΠΟΥΛΟΣ  
ΣΥΓΓΡΑΦΗ: ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΘΕΟΔΟΣΗΣ-ΚΟΝΤΟΣ

ΑΘΗΝΑ, 2019





NATIONAL TECHNICAL  
UNIVERSITY OF ATHENS  
APPLIED MATHEMATICAL AND  
PHYSICAL SCIENCES. DEPARTMENT

M.Sc. Thesis

EVALUATION OF THE DYNAMIC ELASTIC CONSTANTS OF  
FIBROUS COMPOSITES CONSIDERING THE 3-PHASES  
MODEL WITH MESOPHASE LAYER

SUPERVISOR: VICTOR KYTOPOULOS

AUTHOR: KONSTANTINOS THEODOSIS-KONTOS

ATHENS, 2019



## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>13</b>
1.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ .....	13
1.2. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ .....	13
1.3. ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	16
1.4. ΠΟΛΥΜΕΡΗ.....	17
1.5. ΜΗΤΡΕΣ .....	19
1.6. ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ .....	23
1.7. ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ .....	26
1.8. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ .....	28
1.9. ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ .....	29
1.10. ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ.....	37
1.11. ΣΤΡΩΜΑΤΙΚΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ.....	39
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ....</b>	<b>.....</b>
<b>ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ .....</b>	<b>41</b>
2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	41
2.2. ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	43
2.3. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ .....	45
2.4. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ .....	45
2.5. ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΝΔΟΣΕΩΣ .....	46
2.6. ΣΥΝΘΕΤΟΣ (ΜΙΓΑΔΙΚΟΣ) ΛΟΓΟΣ POISSON .....	47
2.7. ΣΥΝΘΕΤΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΟΓΚΩΣΕΩΣ .....	47
2.8. ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΕΩΣ .....	47
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....</b>	<b>.....</b>
<b>ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΤΑΤΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ.....</b>	<b>49</b>
3.1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ .....	49
3.2. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ $E_L$ .....	49
3.3. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON $\nu_{LT}$ .....	55
3.4. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ $E_T$ ... ..	56
3.5. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΛΟΓΟΣ POISSON $\nu_{TT}$ .....	60
3.6. ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ $\theta$ ΤΩΝ ΙΝΩΝ .....	61
3.7. ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΕΩΣ $G_{LT}$ .....	61
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....</b>	<b>.....</b>
<b>ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ .....</b>	<b>65</b>
4.1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ $E_L$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΣΗ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ.....	65
4.2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON $\nu_{LT}$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΣΗ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ.....	65

4.3.	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON $\nu_{TT}$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΣΗ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ	66
4.4.	ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ $\nu_m'' = 0$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	69
4.5.	ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΕΩΣ $G_{LT}$ ΓΙΑ $\nu_m'' = 0$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	71
4.6.	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΣΤΟ ΔΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΣΗ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ	72
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....</b>		
	ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ $\theta$ ΤΩΝ ΙΝΩΝ	75
5.1.	Δυναμικό μέτρο ελαστικότητας συναρτήσει της γωνίας $\theta$ των ινών	75
5.2.	Δυναμικό Μέτρο Διατμήσεως συναρτήσει της γωνίας $\theta$ .....	77
5.3.	Δυναμικός Λόγος Poisson συναρτήσει της γωνίας $\theta$	78
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....</b>		
	ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΦΑΣΗ $E_i(r)$ .....	81
6.1.	Ορισμός Υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας $T_g$ .....	81
6.2.	Περιγραφή της ενδιάμεσης φάσης.....	81
6.3.	Πειραματική περιγραφή, προσδιορισμός του πάχους και της κατ'όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης.....	84
6.4.	Προσδιορισμός των Ελαστικών σταθερών και των Λόγων Poisson της ενδιάμεσης φάσης.....	86
6.5.	Μελέτη Παραβολικής Μεταβολής.....	88
6.6.	Μελέτη Υπερβολικής Μεταβολής για το Μέτρο Ελαστικότητας της Ενδιάμεσης Φάσης	90
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.....</b>		
	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ.....	93
7.1.	Εφαρμογή του μοντέλου και των θεωρητικών σχέσεων.....	93
7.2.	Μοντέλα και εκφράσεις για τις Ελαστικές σταθερές και τους λόγους Poisson ινών σύνθετων υλικών	94
7.3.	Πίνακες Δυναμικών Ελαστικών σταθερών στη μήτρα.....	102
7.4.	Διαγράμματα Δυναμικών Ελαστικών σταθερών.....	104
7.5.	Σχολιασμός Αποτελεσμάτων- Συμπεράσματα.....	108
<hr/>		
<b>Παραρτήματα</b>		
<b>Βιβλιογραφία</b>		<b>116</b>

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους που με βοήθησαν και με στήριξαν καθ' όλη τη διάρκεια της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, συμβάλλοντας στην επιτυχή ολοκλήρωσή της.

Επιπλέον, ευχαριστώ τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας κ. Βίκτορα Κυτόπουλο, Αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ, για την αμέριστη συμπαράστασή του.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες στον κύριο Αιμίλιο Σιδερίδη Αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ για την αμέριστη συμβολή του, τις επιστημονικές του συμβουλές και την συνεχή υποστήριξη του στην συντέλεση της εν λόγω εργασίας.

Τις ευχαριστίες μου, ακόμη, εκφράζω και στην υποψήφια Διδάκτορα του τμήματος Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών (Σ.Ε.Μ.Φ.Ε) Ζησοπούλου Ασημίνα όπου μέσα από τις ουσιαστικές συζητήσεις καθώς και τους εποικοδομητικούς μας διαλόγους βοήθησε στην εκπόνηση της μεταπτυχιακής μου εργασίας.

Και τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, τους γονείς και τα αδέρφια μου, Ιουλία και Αναστασία, για την στήριξη, εμπιστοσύνη και κατανόηση που δείχνουν στις προσπάθειές μου.





## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη ενός μοντέλου που θα βασίζεται στην θεωρία ελαστικότητας και θα μπορεί να προσδιορίσει τις δυναμικές ελαστικές σταθερές ενός ινώδους συνθέτου υλικού, τριφασικού μοντέλου με ενδιάμεση φάση. Το μοντέλο θα υπολογίζει τις τιμές των δυναμικών ελαστικών σταθερών συναρτήσει της περιεκτικότητας των ινών στο σύνθετο και για οποιαδήποτε γωνία ινών. Αρχικά απομονώνοντας τον στοιχειώδη αντιπροσωπευτικό όγκο (RVE) του υλικού θεμελιώνεται μέσω της θεωρίας της ελαστικότητας το τριφασικό μοντέλο για το σύνθετο, με το οποίο προβλέπονται οι στατικές ελαστικές σταθερές με ακρίβεια μεγαλύτερη από αυτή που προσφέρει η κλασσική θεώρηση της αντοχής των υλικών. Στη συνέχεια κάνοντας χρήση της αρχής της αντιστοιχίας του Hashin μεταβαίνουμε από την ελαστική συμπεριφορά, στην δυναμική συμπεριφορά του συνθέτου και προσδιορίζουμε τις δυναμικές ελαστικές σταθερές, δηλαδή το μέτρο Αποθηκεύσεως  $E'$  και το μέτρο απωλειών  $E''$  για οποιαδήποτε γωνία και περιεκτικότητα των ινών. Τέλος συγκρίνουμε με ήδη υπάρχοντα μοντέλα από την διεθνή βιβλιογραφία και με πειραματικά δεδομένα που είχαμε στην διάθεση μας από το εργαστήριο της αντοχής των υλικών. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι ικανοποιητικά, αφού το μοντέλο μας μπορεί και παρακολουθεί την μορφή των μεταβολών όλων των ελαστικών σταθερών, ενώ προσεγγίζει τα πειραματικά δεδομένα με αρκετή ακρίβεια.



## ABSTRACT

The purpose of this thesis is to develop a model based on the theory of elasticity and to be able to determine the dynamic moduli as well as the dynamic Poisson ratio of a fibrous composite material with unidirectional fibers. Our model will be able to calculate the values of the dynamic elastic constants as a function of the fiber content in the composite and for any fiber angle. Initially, by isolating the elementary (representative) volume element (RVE) of the material, the threephase model for the composite is based on the theory of elasticity, which provides the static elastic constants with a higher accuracy than that offered by the classical view of the strength of the materials approach. Then, using the Hashin correspondence principle, we go from the elastic behaviour to the dynamic behaviour of the composite and determine the dynamic elastic constants i.e. the storage modulus  $E'$  and the loss modulus  $E''$  for any angle and fiber content. Finally, we compare with existing models from the bibliography and with experimental data that we have at our disposal from the strength of the materials lab. The results obtained are satisfactory, since our model can also monitor the shape of the changes of all elastic constants, while approaching the experimental data with adequate precision.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

Για ένα σύστημα ο όρος «σύνθετο» σημαίνει ότι αυτό αποτελείται από δύο ή περισσότερα διακριτά μέρη. Από γενική άποψη, λοιπόν, ένα υλικό αποτελούμενο από δύο ή περισσότερα διαφορετικά υλικά ή φάσεις, μπορεί να χαρακτηριστεί ως σύνθετο υλικό (composite material). Πιο ειδικά σήμερα, ως σύνθετα αναγνωρίζονται εκείνα τα υλικά, τα οποία συντίθενται από επιμέρους υλικά με σημαντικά διαφορετικές μηχανικές και φυσικές ιδιότητες μεταξύ τους, ενώ και το ίδιο το σύνθετο υλικό έχει επίσης σημαντικά διαφορετικές ιδιότητες από εκείνες των συστατικών του. Για να καταταχθεί ένα υλικό στην κατηγορία των σύνθετων, θα ακολουθείται ο εξής κανόνας: Το υλικό πρέπει να προκύπτει ως συνδυασμός συστατικών μερών, στα οποία οι ιδιότητες του ενός από τα μέρη αυτά να είναι σημαντικά μεγαλύτερες από του άλλου (τουλάχιστον 5πλάσιες) και η κατ'όγκο περιεκτικότητα του ενός να μην είναι πολύ μικρή (>10%). ΟΡΙΣΜΟΣ (Agarwal-1990): Σύνθετα είναι τα υλικά, τα οποία μακροσκοπικά αποτελούνται από δύο ή περισσότερα χημικά ευδιάκριτα συστατικά μέρη που έχουν μια συγκεκριμένη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ τους. Το ένα από τα συστατικά μέρη, χαρακτηρίζεται ως συστατικό ενίσχυσης και προσδίδει στο σύνθετο βελτιωμένες μηχανικές κυρίως ιδιότητες. Το δεύτερο συστατικό καλείται μήτρα, είναι συνήθως χαμηλής πυκνότητας και η συμμετοχή του στο σύνθετο εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων της ενίσχυσης. [4]

### 1.2. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

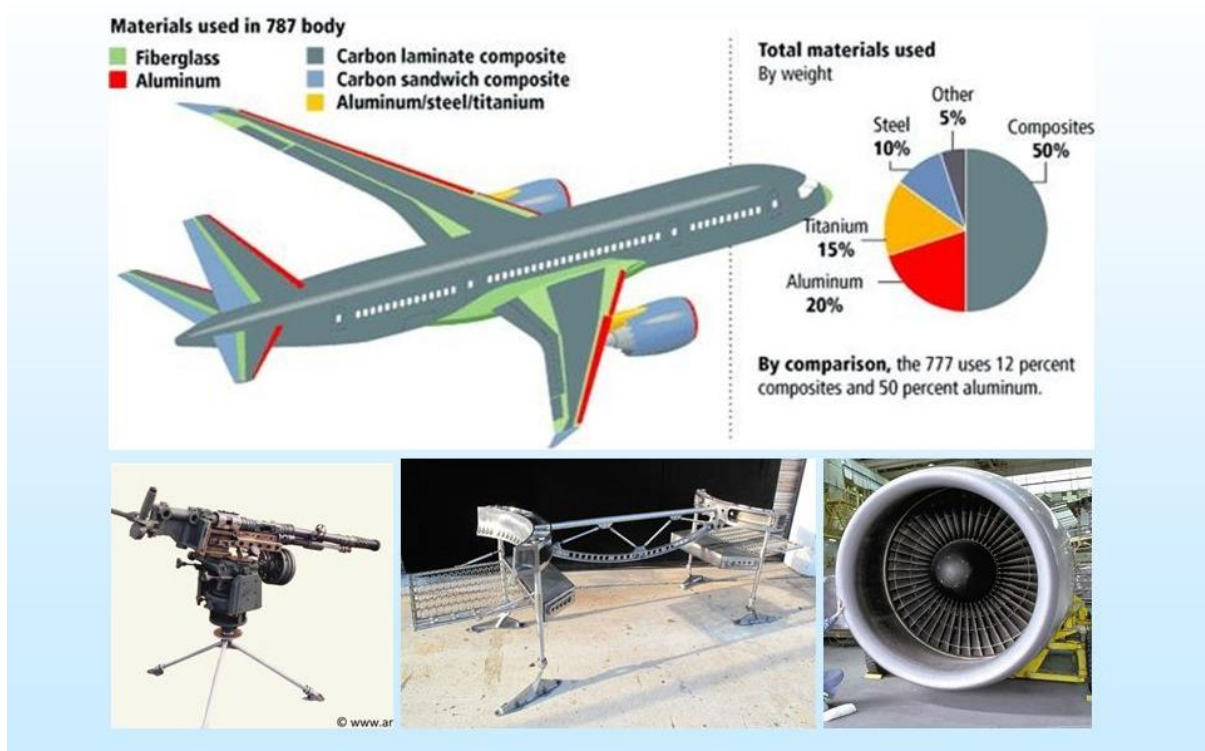
Τα σύνθετα υλικά χρησιμοποιούνται ευρύτατα από τον άνθρωπο από αρχαιοτάτων χρόνων. Υλικά που εύκολα βρίσκουμε στη φύση (ξύλο, πέτρα, πηλός, κόκκαλα) χρησιμοποιήθηκαν ευρύτατα από τον άνθρωπο, ο οποίος σύντομα έμαθε να βελτιώνει τις ιδιότητες τους ενισχύοντας τα υλικά αυτά με πρόσθετα συστατικά. Για παράδειγμα, οι Αιγύπτιοι (5000π.Χ.) χρησιμοποιούσαν την τεχνική της ενίσχυσης τούβλων πηλού με πλέγμα άχυρων, με αποτέλεσμα τη μείωση των τάσεων συστολής που αναπτύσσονταν κατά την ξήρανση του πηλού. Επίσης, παρατήρησαν ότι οι πλάκες από πολύστρωτες βέργες ξύλου, παρουσίαζαν πολύ μεγαλύτερη αντοχή από το φυσικό ξύλο έναντι στρέβλωσης που οφειλόταν στην απορρόφηση υγρασίας. Στη Μεσοποταμία (1000 π.Χ.) εφαρμόσθηκε η τεχνική του βερνικώματος των τούβλων και των πλακιδίων με σκοπό τον περιορισμό της επιφανειακής φθοράς, ενώ, κατά τους Ρωμαϊκούς χρόνους, η οδοποιία στηρίχθηκε στην ενίσχυση του οδοστρώματος με τρίμματα κεραμιδιών. Η χρήση της σιδηρόβεργας για προεντεταμένο σκυρόδεμα, που χρησιμοποιείται στις οικοδομές της σύγχρονης εποχής, δεν είναι παρά η μετεξέλιξη της τεχνικής της ανάμιξης γύψου με ζωικό τρίχωμα, η οποία ήταν μια πρακτική μέθοδος ενίσχυσης εύθραυστων υλικών κατασκευής στους αναπτυσσόμενους πολιτισμούς. Το πρώτο σύνθετο υλικό βασισμένο σε μήτρα πλαστικού εμφανίστηκε τη δεκαετία του 1920 και επρόκειτο για μείγμα ινιδίων ξύλου με φαινολική φορμαλδεύδη, γνωστό ως βακελίτης προς τιμή του Βέλγου επιστήμονα Leo Baekeland. Η ανάπτυξη

των σύνθετων υλικών με ενίσχυση ινών κατά τη διάρκεια των τελευταίων 30 ετών υπήρξε ραγδαία και συνδυάστηκε με την προηγηθείσα ανάπτυξη των υψηλής αντοχής ινών γυαλιού και των υψηλής δυσκαμψίας ινών βορίου (1960) και την έντονη τάση της αεροδιαστημικής βιομηχανίας για μεγαλύτερη απόδοση με παράλληλη μείωση βάρους αεροσκαφών και διαστημοπλοίων. Το 1964 διατέθηκαν στην αγορά, αρχικά σε μικρές ποσότητες, οι ίνες άνθρακα (carbon fibers), οι οποίες τελευταία αποτελούν τις ευρύτερα χρησιμοποιούμενες ενισχύσεις στις αεροδιαστημικές κατασκευαστικές εφαρμογές. Το 1971 διατέθηκαν στο εμπόριο οι ίνες αραμιδίου, οι οποίες τώρα χρησιμοποιούνται ευρύτατα στα ελαστικά αυτοκινήτων, καθώς και σε αρκετές αεροδιαστημικές και ναυπηγικές κατασκευές. Η ειδική αντοχή (λόγος αντοχής προς πυκνότητα) και η ειδική δυσκαμψία (λόγος δυσκαμψίας προς πυκνότητα) των ενισχυτικών ινών βαίνουν συνεχώς αυξανόμενες τα τελευταία 30 χρόνια. Τα σύνθετα υλικά καλύπτουν μεγάλο μέρος των εφαρμογών των νέων τεχνολογιών αιχμής στις κατασκευές και έχουν μεταβάλλει σημαντικά τις ακολουθούμενες διαδικασίες σχεδίασης, παραγωγής, ελέγχου και συντήρησης.

Η μεγάλη ποικιλία ινών και ρητινών, καθώς και οι διάφορες μέθοδοι κατασκευής παρέχουν στο σχεδιαστή τη δυνατότητα να επιλέξει το πιο κατάλληλο σύστημα υλικών που καλύπτει τις απαιτήσεις του, σύστημα που έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και ιδιότητες, που πολλές φορές μπορεί να είναι και μοναδικά. Το μικρό βάρος, η υψηλή αντοχή, η εξαιρετική αντοχή σε διάβρωση, η πολύ καλή συμπεριφορά σε κόπωση, σε κρούση και στη διάδοση ρωγμών, οι σχετικά εύκολες διαδικασίες παραγωγής και το μικρό κόστος συντήρησης είναι μερικοί από τους παράγοντες εκείνους που έχουν οδηγήσει τα σύνθετα υλικά στην πρώτη θέση μεταξύ των κατασκευαστικών υλικών για μεγάλο πλήθος εφαρμογών. Μερικά μειονεκτήματα των σύνθετων υλικών, όπως: τα υψηλά επίπεδα ερπυσμού, η μικρή αντίσταση σε μηχανική φθορά, η ιδιαίτερη και πολλές φορές ευαίσθητη συμπεριφορά σε δυσμενείς συνθήκες περιβάλλοντος (θαλάσσιο περιβάλλον, υψηλές θερμοκρασίες, χημικό περιβάλλον, κ.λπ.) καθώς και το αρκετά υψηλό αρχικό τους κόστος, βαθμιαία αντιμετωπίζονται πιο αποτελεσματικά μέσω της συνεχούς τεχνολογικής ανάπτυξης στην παραγωγή νέων και καλύτερων ινών, ρητινών και εξέλιξης των μεθόδων παραγωγής. Παρακάτω αναφέρονται μερικά παραδείγματα σύνθετων υλικών [4]:



Εικόνα.1.



Εικόνα.2.



Εικόνα.3.



Εικόνα.4.

### 1.3. ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια ραγδαία αύξηση στο ρυθμό αντικατάστασης παραδοσιακών υλικών από σύνθετα, σε πολλές τεχνολογικές εφαρμογές και κατασκευές. Αυτή η τάση αντικατάστασης μόνο τυχαία δε θα μπορούσε να θεωρηθεί, μιας και τα σύνθετα υλικά πλεονεκτούν έναντι των παραδοσιακών υλικών σε μια σειρά από παραμέτρους και ιδιότητες και κυρίως στο γεγονός ότι διαθέτουν συνήθως τις βέλτιστες ιδιότητες των υλικών που τα αποτελούν, αλλά και επιπλέον ιδιότητες που τα αρχικά υλικά δεν διαθέτουν. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα των σύνθετων υλικών έναντι των παραδοσιακών, είναι οι άριστες μηχανικές ιδιότητες, αποτέλεσμα της από κοινού συνεισφοράς ινών και μήτρας στη βελτίωση της συνολικής μηχανικής συμπεριφοράς του σύνθετου. Καταλυτικό ρόλο σε αυτή τη πτυχή των συνθέτων, έπαιξε η δυνατότητα σχεδιασμού και κατασκευής ενός τέτοιου υλικού, σύμφωνα με τις ανάγκες της εκάστοτε εφαρμογής για την οποία προορίζεται, έχοντας τις επιθυμητές ιδιότητες. Ο σχεδιασμός ενός σύνθετου είναι άλλο ένα σημαντικό πλεονέκτημα αυτών των υλικών, μιας και υπάρχει μια σειρά παραμέτρων, που εάν ληφθούν υπόψη, μπορούν να συμβάλλουν ουσιαστικά στις τέλειες ιδιότητες, αλλά και στη συμπεριφορά του σύνθετου. Η συμβατότητα για παράδειγμα, των αρχικών υλικών που θα επιλεγθούν να απαρτίσουν ένα σύνθετο είναι μείζονος σημασίας, όπως επίσης και ο τρόπος κατασκευής του. Ο σημαντικότερος λόγος που επιλέγονται τα σύνθετα υλικά σε διάφορες εφαρμογές, είναι οι «ειδικές ιδιότητες» (specific properties) που διαθέτουν, έναντι άλλων υλικών. Με τον

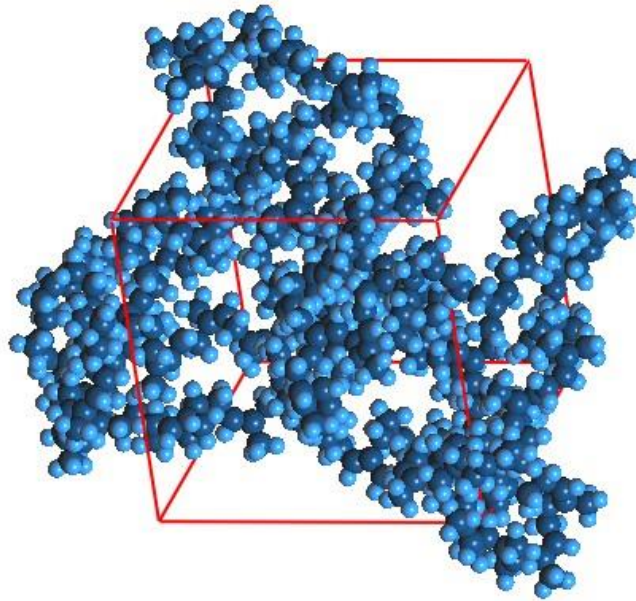


όρο ειδική ιδιότητα, αναφερόμαστε στο λόγο μιας ιδιότητας του υλικού, προς την πυκνότητα του. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της ειδικής ιδιότητας, τόσο ελαφρύτερο είναι το υλικό, διαθέτοντας ταυτόχρονα υψηλότερη τιμή της συγκεκριμένης ιδιότητας. Αυτή η παράμετρος είναι ζωτικής σημασίας για τη χρήση των συνθέτων σαν δομικά στοιχεία, σε εφαρμογές όπου η ελάττωση του βάρους έχει σαν αντίκτυπο στην αποδοτικότερη λειτουργία τους, όπως επίσης και στη μείωση του κόστους. Αντικαθιστώντας μεταλλικά υλικά με σύνθετα σε κατασκευές, όπως οι άτρακτοι των αεροπλάνων, οι μειώσεις του βάρους μπορούν να φτάσουν αλλά και να υπερβούν ορισμένες το 50%. Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό των σύνθετων υλικών είναι τα μεγάλα φορτία που εξακολουθούν να αναλαμβάνουν, ακόμα και μετά από πιθανή αστοχία τους. Το φαινόμενο αυτό παρατηρήθηκε σε στατικές δοκιμές σε ινώδη σύνθετα υλικά και οφείλεται στο γεγονός ότι ακόμα και μετά την αστοχία του σύνθετου, παρόλο που οι ίνες θραύονται, η τάση μεταβιβάζεται σε πολλαπλές κατευθύνσεις μέσα στη μάζα του υλικού και κυρίως σε άλλες ίνες οι οποίες δεν έχουν ακόμη αστοχήσει. Παρατηρήθηκε επίσης ότι τα ινώδη σύνθετα παρουσιάζουν μικρή ευαισθησία στην ύπαρξη εγκοπών, ενώ η διάδοση των ρωγμών είναι περιορισμένη. Κατασκευές από τέτοια σύνθετα υλικά, επέδειξαν μεγαλύτερη διάρκεια ζωής και αυξημένη αντοχή σε κόπωση, συγκριτικά με αυτή αντίστοιχων μεταλλικών κατασκευών. Κάποια άλλα πλεονεκτήματα των συνθέτων είναι η καταπληκτική αντίσταση τους στην ηλεκτροχημική διάβρωση, φαινόμενο ασυνήθιστο στα μεταλλικά υλικά. Η απόσβεση ταλαντώσεων που παρουσιάζουν κάποιοι τύποι σύνθετων (sandwich), μέσω της μεγάλης απορρόφησης ενέργειας είναι ένα χαρακτηριστικό τους γνώρισμα, όπως επίσης και η υψηλή αντοχή που επιδεικνύουν τα ινώδη σύνθετα σε κρουστικά φορτία υψηλής ενέργειας, με αποτέλεσμα τη διατήρηση της σταθερότητας των κατασκευών στις οποίες βρίσκουν εφαρμογή. [4]

#### 1.4. ΠΟΛΥΜΕΡΗ

##### 1.4.1. ΟΡΙΣΜΟΣ

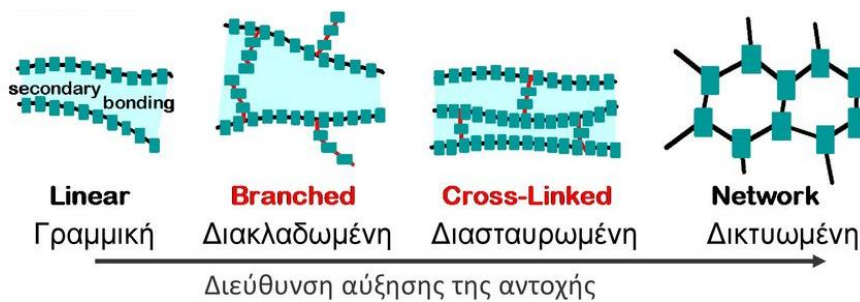
Πολυμερή ονομάζονται οι χημικές ενώσεις με μεγάλα μόρια, τα «μακρομόρια», που σχηματίζονται από τη σύνδεση πολλών μικρών μορίων. Τα πολυμερή προκύπτουν από την χημική αντίδραση των μονομερών που ονομάζεται πολυμερισμός. [4]



Εικόνα.5.

#### 1.4.2. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ

- I. Με κριτήριο την αρχιτεκτονική της πολυμερικής αλυσίδας τους διακρίνονται σε:
1. Γραμμικά (linear)
  2. Διακλαδωμένα (branched)
  3. Δικτυωτά ή διασταυρούμενα (crosslinked)
  4. Πλέγμα (network)



Εικόνα.6.

- II. Με κριτήριο το είδος των ατόμων που συμμετέχουν στη δομή της κύριας αλυσίδας τους:
1. Ομοαλυσωτά: Η αλυσίδα τους αποτελείται από ένα είδος ατόμων
  2. Ετεροαλυσωτά: Η αλυσίδα τους αποτελείται από περισσότερα είδη ατόμων.
- III. Με κριτήριο την προέλευση και τη χημική τους σύσταση διακρίνονται σε:

1. Φυσικά: Λαμβάνονται απευθείας από τη φύση (μαλλί, μετάξι)
  2. Ημισυνθετικά : Προκύπτουν από χημικό μετασχηματισμό φυσικών προϊόντων (εβονίτης, νιτροκυτταρίνη, γαγον, cellofan).
  3. Συνθετικά: Τα μονομερή που τα συνθέτουν, δεν υπάρχουν στη φύση (PVC, Nylon 6 και 6.6, Teflon).
- IV. Με κριτήριο την οργάνωση της κύριας αλυσίδας τους διακρίνονται σε:
1. Ομοπολυμερή: Τα μόρια τους αποτελούνται από ένα είδος δομικών μονάδων.
  2. Συμπολυμερή: Τα μόρια τους αποτελούνται από δύο (συνήθως) ή περισσότερα είδη δομικών μονάδων.
- V. Με κριτήριο τις μηχανοθερμικές τους ιδιότητες διακρίνονται σε:
1. Θερμοπλαστικά
  2. Θερμοσκληρυνόμενα
  3. Ελαστομερή
- VI. Με κριτήριο τη χρήση τους διακρίνονται σε:
1. Ευρείας χρήσης: Παράγονται σε πολύ υψηλό ποσοστό, είναι φθηνά και έχουν ποικίλα πεδία εφαρμογών στην καθημερινή ζωή (πολυαιθυλένιο, πολυστυρένιο, PVC, ABS).
  2. Τεχνικά: Με μηχανικές ιδιότητες σημαντικά ανώτερες από εκείνες των πολυμερών ευρείας χρήσης, χρησιμοποιούνται δε, σε τμήματα μηχανών και κατασκευών σε αντικατάσταση μεταλλικών τμημάτων τους (πολυαμίδια (nylon), πολυανθρακικά (PC), εποξειδικές ρητίνες)
  3. Προηγμένα: Με εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες και μεγάλη σταθερότητα σε υψηλές θερμοκρασίες, παράγονται σε μικρές ποσότητες και προορίζονται για ειδικές εφαρμογές (Πολυαμίδια, πολύ (αιθεροκετόνη), πολύ (μεθακρυλικό μεθύλιο)). [4]

## 1.5. ΜΗΤΡΕΣ

Ο ρόλος της μήτρας συνίσταται σε:

- Συγκράτηση των ινών μεταξύ τους.
- Προστασία των ινών από περιβαλλοντικές φθορές και προσβολές. □
- Μεταβίβαση των μηχανικών τάσεων που ασκούνται συνολικά στο σύνθετο υλικό προς τις ίνες.
- Ανακοπή της διάδοσης των ρωγμών , που ξεκινούν από θραύση των ινών.

Για να ικανοποιεί τον ρόλο με τον οποίο είναι επιφορτισμένη η μήτρα πρέπει να χαρακτηρίζεται από:

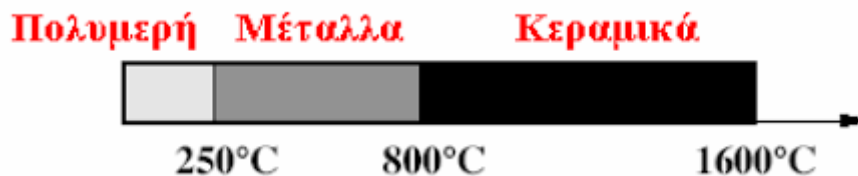
- Ολκιμότητα
- Ανθεκτικότητα
- Σχετική ευκαμψία

- Σημείο τήξης μεγαλύτερο από τη μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας του σύνθετου υλικού.

Οι ιδιότητες αυτές πρέπει να παρουσιάζουν «συμβατότητα» με τις αντίστοιχες ιδιότητες των ενισχυτικών ινών. Συνήθως, το υλικό της μήτρας έχει μεγαλύτερη πυκνότητα, αντοχή και δυσκαμψία από τις ίνες. Τέλος, για τη σωστή λειτουργία του σύνθετου υλικού, καθοριστικός παράγοντας είναι η καλή πρόσφυση ίνας-μήτρας. Ανάλογα με το υλικό της μήτρας διακρίνουμε τις ακόλουθες ομάδες υλικών μήτρας για σύνθετα υλικά:

- Οργανικές
- Μεταλλικές
- Κεραμικές

Η επιλογή κατάλληλης μήτρας εξαρτάται από τη θερμοκρασία και το περιβάλλον χρήσης του σύνθετου. Μια γενική οδηγία αναφορικά με τα θερμοκρασιακά όρια για κάθε ομάδα υλικών παρουσιάζεται στη παρακάτω Εικόνα. [4]



Εικόνα.7.

Τα αντίστοιχα σύνθετα υλικά χαρακτηρίζονται με τις ακόλουθες συντμήσεις:

PMC: Polymer Matrix Composite

MMC: Metal Matrix Composite

CMC: Ceramic Matrix Composite

### 1.5.1. ΟΡΓΑΝΙΚΕΣ ΜΗΤΡΕΣ

Οι οργανικές μήτρες διακρίνονται σε:

#### 1. Θερμοπλαστικές

Τα θερμοπλαστικά υλικά είναι μια κατηγορία υλικών που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές ευρείας κατανάλωσης. Αυτό οφείλεται στο χαμηλό τους κόστος στην κατεργασιμότητα τους καθώς και στην ευκολία με την οποία επεξεργάζονται με κοινές μεθόδους μορφοποίησης πλαστικών. Αποτελούνται κυρίως από γραμμικά μακρομόρια που συνδέονται μεταξύ τους με ασθενείς δεσμούς Van der Waals και εκείνο που τα χαρακτηρίζει είναι όταν θερμανθούν γίνονται μαλακά και εύκαμπτα και

σε υψηλότερες θερμοκρασίες ρέουν. Αυτό συμβαίνει λόγω της χαλάρωσης των μοριακών δεσμών. Αν θερμανθούν σε θερμοκρασία ανώτερη από εκείνης της θερμοκρασίας υαλώδους μετάβασης ( $T_g$ ) και στη συνέχεια ψυχθούν, τότε μετατρέπονται και πάλι σε στερεά έχοντας επανακτήσει εν μέρει τις ιδιότητες τους. Οι κύκλοι θέρμανσης-ψύξης μπορεί να είναι πάρα πολλοί και τα θερμοπλαστικά να επαναμορφοποιούνται χωρίς να υφίστανται σημαντικές μεταβολές στη δομή και τις ιδιότητες τους. Βέβαια με την επανάληψη των κύκλων θέρμανσης-ψύξης, υπάρχει σταδιακή υποβάθμιση των ιδιοτήτων τους ανάλογα με το πολυμερές και έτσι υπάρχει περιορισμός στο πλήθος των επαναλαμβανόμενων κύκλων που μπορεί να εφαρμοστούν. Οι πιο γνωστές ρητίνες αυτής της κατηγορίας είναι το πολυαιθυλένιο (PE), το πολυβινυλχλωρίδιο (PVC), το πολυπροπυλένιο (PP), το πολυστυρένιο (PS), τα πολυαμίδια (Nylon), πολυαιθερική κετόνη (PEK), το φαινύλο-σουλφίδιο (PPS), κ.α. Οι θερμοπλαστικές ρητίνες δεν αναπτύσσουν σταυροδεσμούς. Οι ιδιότητες τους απορρέουν από τις ιδιότητες των μονομερών που σχηματίζουν τις αλυσίδες και του υψηλού μοριακού βάρους. Στις άμορφες θερμοπλαστικές ρητίνες υπάρχει μεγάλη συγκέντρωση μοριακών διαπλοκών, που σχηματίζουν ένα τρισδιάστατο δίκτυο. Στις ημικρυσταλλικές θερμοπλαστικές ρητίνες υπάρχει τάξη και διευθέτηση των αλυσίδων. Με θέρμανση, ένα θερμοπλαστικό υλικό από δύσκαμπτο μετατρέπεται σε ρευστό και στη συνέχεια μπορεί να μετατραπεί σε άμορφο ή ημικρυσταλλικό στερεό ανάλογα με τις συνθήκες μορφοποίησης και θερμοκρασίας. [4]

## 2. Θερμοσκληρυνόμενες

Στις θερμοσκληρυνόμενες ρητίνες, οι ρευστές ρητίνες αναμιγνύονται με τους κατάλληλους σκληρυντές και μετατρέπονται σε σκληρά, άκαμπτα ψαθυρά στερεά μέσω του σχηματισμού σταυροδεσμών (crosslinking). Οι σταυροδεσμοί που δημιουργούνται έχουν σαν αποτέλεσμα τον σχηματισμό ενός ισχυρού τρισδιάστατου δικτύου. Αυτή η διαδικασία γίνεται στο στάδιο της μορφοποίησης του σύνθετου υλικού. Οι μηχανικές ιδιότητες εξαρτώνται από τις μοριακές μονάδες που συνιστούν το τρισδιάστατο πλέγμα αλυσίδων, το μήκος των αλυσίδων και την πυκνότητα των σταυροδεσμών. Η μέθοδος κατασκευής και ειδικά η διαδικασία θερμικής κατεργασίας (curing) καθορίζει τη πυκνότητα των σταυροδεσμών. Τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή όταν θερμανθούν πολυμερίζονται και η διαδικασία αυτή είναι μη αναστρέψιμη και για αυτό άλλωστε μορφοποιούνται κατά την πρώτη τους θέρμανση. Δηλαδή, όταν επαναθερμανθούν αυτά δεν ρευστοποιούνται αλλά αν θερμανθούν σε μεγάλο βαθμό αποσυντίθενται. Επειδή η δημιουργία των σταυροδεσμών είναι χημικής φύσεως, τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή είναι δύσκαμπτα και οι ιδιότητες τους δεν επηρεάζονται έντονα από τη θερμοκρασία. Το μεγάλο πλήθος των εφαρμογών αυτών των πλαστικών οφείλεται στη θερμοσταθερότητα τους αφού έχουν υψηλό σημείο τήξης, τις θερμικές τους ιδιότητες, την υψηλή δυσκαμψία, την επιφανειακή σκληρότητα και την μειωμένη αναφλεξιμότητα τους. Οι πιο γνωστές θερμοσκληρυνόμενες μήτρες για σύνθετα υλικά είναι οι εποξειδικές ρητίνες, οι ακόρεστοι πολυεστέρες (UP), οι φαινόλες, οι βινυλεστέρες, τα πολυσουλφονικά, τα πολυαμίδια κ.α. Αυτές καλύπτουν πλήθος χημικών συστάσεων και καλύπτουν μεγάλο εύρος φυσικών και χημικών ιδιοτήτων. [4]□

- Πολυεστερικές ρητίνες, οι οποίες ενισχύονται με ίνες γυαλιού και δίνουν υαλονήματα

- Εποξειδικές ρητίνες, με μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους 200°C , με καλύτερες μηχανικές ιδιότητες από τις προηγούμενες και ευρεία χρήση στην αεροναυπηγική.
- Φαινολικές ρητίνες, οι οποίες έχουν χαμηλή πλαστικότητα και μέτριες μηχανικές ιδιότητες. Η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους ωστόσο, φτάνει τους 400°C.



Εικόνα.8.

### 3. Ελαστομερείς

Είναι συνήθως γραμμικά πολυμερή με διακλαδισμένες αλυσίδες οι οποίες έχουν τυχαίο προσανατολισμό. Διαθέτουν μικρή δυσκαμψία με αποτέλεσμα όταν υποστούν μεγάλες παραμορφώσεις να επανέρχονται στο αρχικό τους σχήμα μετά την άρση του εξωτερικού φορτίου που τις προκάλεσε. Το φυσικό και συνθετικό καουτσούκ βρίσκει την κυριότερη εφαρμογή του στα λάστιχα των αυτοκινήτων. Το φυσικό καουτσούκ, το λάστιχο, δεν επανέρχεται πλήρως στο αρχικό του μήκος μετά την αποφόρτιση γιατί τα μακρομόρια έχουν υποστεί πλαστική παραμόρφωση. Για να αποφευχθεί η πλαστική παραμόρφωση γίνεται ο λεγόμενος βουλκανισμός, όπου το καουτσούκ θερμαίνεται με θείο. Η διαδικασία του βουλκανισμού έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία σταυροδεσμών (cross-link) μεταξύ των μορίων, οι οποίοι ενισχύουν τη δομή του ελαστικού. με τον τρόπο αυτόν το ελαστομερές γίνεται σκληρότερο, ανθεκτικότερο, αποκτά αντίσταση στη διάβρωση από λάδια, όζον, οξέα και καθιστά λιγότερο

ευαίσθητο στις θερμοκρασιακές μεταβολές. Όμως η διαδικασίς του βουλκανισμού είναι μια πολυδάπανη και χρονοβόρα διαδικασία και για αυτό αναπτύχθηκαν τα ελαστομερή που διαθέτουν τις ιδιότητες του καουτσούκ και των οποίων είναι εύκολη η μορφοποίηση και αντίστοιχη εκείνης των θερμοπλαστικών. [4]

### 1.5.2. ΜΕΤΑΛΛΙΚΕΣ ΜΗΤΡΕΣ

Μέταλλα, όπως το αλουμίνιο, το τιτάνιο και το νικέλιο, χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο ως υλικά μήτρας προσφέροντας σημαντικά πλεονεκτήματα. Για εφαρμογές υψηλών θερμοκρασιών επιβάλλεται η χρήση μεταλλικών ή κεραμικών μήτρων, αφού η μέγιστη επιτρεπτή θερμοκρασία χρησιμοποίησης οργανικών μήτρων είναι πολύ χαμηλή (~300°C), ενώ οι ανθρακούχες μήτρες οξειδώνονται σε θερμοκρασία μεγαλύτερη από 500°C. [4]

### 1.5.3. ΚΕΡΑΜΙΚΕΣ ΜΗΤΡΕΣ

Τα κεραμικά υλικά είναι σκληρά, δύστηκτα, μεγάλης στιβαρότητας και μεγάλης αντοχής στη διάβρωση και την χημική προσβολή. Στη περίπτωση της κεραμικής μήτρας, οι ίνες αποβλέπουν αφενός στη βελτίωση της αντοχής του κεραμικού στους θερμικούς αιφνιδιασμούς και αφετέρου στην αύξηση της μηχανικής του αντοχής. Η ολκιμότητα και το ποσοστό των ινών επιδρούν ευνοϊκά στη βελτίωση της αντοχής της μήτρας. Το σημαντικότερο πρόβλημα στη χρήση κεραμικών μήτρων εντοπίζεται στη συνάφεια ινών-μήτρας και οφείλεται στη μεγάλη διαφορά των συντελεστών γραμμικής διαστολής της κεραμικής μήτρας και των συνήθων ενισχυτικών ινών. Μεγάλη εφαρμογή βρίσκουν, επίσης, οι μήτρες άνθρακα, ενώ ειδική περίπτωση κεραμικής μήτρας αποτελεί το τσιμέντο. Είναι γνωστές οι οικοδομικές κατασκευές τσιμέντου με ενίσχυση χάλυβα (οπλισμένο σκυρόδεμα), ινών αμιάντου (ελενίτ), ινών γυαλιού, καθώς επίσης και οι κατασκευές από γύψο με ενίσχυση ινών γυαλιού ή αμιάντου.[4]

## 1.6. ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ

### 1.6.1. ΓΕΝΙΚΑ

Εποξειδικό ή πολυεποξειδικό ονομάζεται ένα θερμοσκληρυνόμενο πολυμερές. Οι εποξειδικές ρητίνες αποτελούνται από αλυσίδες που έχουν τουλάχιστον δύο εποξειομάδες. Μελετώντας την δομή των εποξειδικών ρητινών με κάποιο πρόσθετο όπως σκληρυντής ή πλαστικοποιητής με την βοήθεια ηλεκτρονικών μικροσκοπίων παρατηρούμε ότι οι ρητίνες αποτελούνται από σχεδόν μικρού μεγέθους μακρομόρια, τρισδιάστατα διακλαδωμένα δίκτυα ή συσσωματώματα μετρίου μοριακού βάρους, τοποθετημένα σε ένα πλαίσιο από μόρια μικρού μοριακού βάρους. Από πλευράς σύστασης οι εποξειδικές ρητίνες χωρίζονται σε στερεές και υγρές.[4]



### 1.6.2. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ

Οι στερεές εποξειδικές ρητίνες είναι άκαμπτα άμορφα στερεά που μοιάζουν με γυαλί. Επίσης οι στερεές εποξειδικές ρητίνες έχουν σκληρή και αμετάβλητη αντίσταση τριβής και πολύ καλή χημική σύσταση. Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των στερεών εποξειδικών ρητινών σε σχέση με τις υγρές ρητίνες είναι η εύκολη επεξεργασία τους, η μηχανική αντοχή, η υψηλή χημική αντίσταση και το άριστο κολλώδες. [4]



Εικόνα.9.

### 1.6.3. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΓΡΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ

Οι κυριότερες ιδιότητες των υγρών εποξειδικών ρητινών είναι οι παρακάτω [4]:

- Χαμηλή υγροσκοπικότητα, καλή διαστατική σταθερότητα και ικανοποιητική αντοχή στην επίδραση ύδατος, οξέων, βάσεων και πολλών οργανικών διαλυτών. □
- Είναι υγρά με χαμηλό ιξώδες, όπως και τα μίγματά τους με πρόσθετα(πλαστικοποιητές, σκληρυντές), με αποτέλεσμα την εύκολη κατεργασία τους. □
- Η επεξεργασία των ρητινών είναι εύκολη και γρήγορη για θερμοκρασίες από 50 C μέχρι 150o C και εξαρτάται από την εκλογή του πρόσθετου. □
- Υψηλές μηχανικές ιδιότητες που μπορεί να οφείλονται στη μικρή συστολή τους, έτσι μειώνεται η παρουσία τάσεων.
- Άριστη ηλεκτρική μόνωση.
- Υψηλή δύναμη συγκόλλησης.(Στην σύγχρονη τεχνολογία πλαστικών είναι από τις μεγαλύτερες που έχουν παρατηρηθεί). Αυτή η ιδιότητα αποτελεί έναν σημαντικό παράγοντα για πάρα πολλές εφαρμογές.
- Ποικιλία εφαρμογών. Οι βασικές τους ιδιότητες μπορούν να τροποποιούνται κάθε φορά ανάλογα με τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης εφαρμογής.(Ανάμειξη με κάποιο πρόσθετο της επιλογής μας, χρήση τροποποιητικών και συνθέσεων).
- Καλή χημική αντίσταση η οποία εξαρτάται από το πρόσθετο που χρησιμοποιείται.



- Συνολικά οι εποξειδικές ρητίνες έχουν πολύ υψηλή αντίσταση στα καυστικά και καλή μέχρι άριστη στα οξέα. □
- Μικρή συστολή κατά τον πολυμερισμό και κατά την διάρκεια της επεξεργασίας τους.

Ένας σημαντικός αριθμός ιδιοτήτων των εποξειδικών ρητινών είχε ως αποτέλεσμα το γρήγορο ρυθμό ανάπτυξής τους και την ευρεία σε έκταση χρήση τους. Έτσι αποτελούν σχεδόν πάντα το ένα από τα δύο ή περισσότερα προϊόντα που συνδυάζονται για να δώσουν το τελικό σύνθετο υλικό. Σε πάρα πολλές περιπτώσεις δε, χρησιμοποιούνται και τελειώς μόνες τους.

#### 1.6.4. ΟΙ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΙΣ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ

Τα εποξειδικά βρίσκουν αξιόλογη χρήση σε εφαρμογές όπως:

Χρώματα και επικαλυπτικά: Η ευρύτερη εφαρμογή των εποξειδικών ρητινών γίνεται στον τομέα των επικαλυπτικών με καλές ηλεκτρικές ιδιότητες και αντοχή σε χημικά μέσα. Περιλαμβάνονται τα επικαλυπτικά σε μορφή σκόνης για πλυντήρια στεγνωτήρια και άλλες ηλεκτρικές συσκευές κουζίνας. Τα επικαλυπτικά με βάση τα εποξειδικά σε σκόνη, που η συγκόλληση τους γίνεται με τήξη, χρησιμοποιούνται ευρέως για αντιδιαβρωτική προστασία χαλύβδινων σωλήνων και εξαρτημάτων που χρησιμοποιούνται στη βιομηχανία ελαίων και αερίων, σε σωληνώσεις (χαλύβδινες) για τη μεταφορά πόσιμου νερού, σε ράβδους οπλισμένου σκυροδέματος.

Συγκολλητικά: Τα εποξειδικά συγκολλητικά ανήκουν στα συγκολλητικά εκείνα που ονομάζονται «δομικά συγκολλητικά» (που περιλαμβάνουν επίσης πολυουρεθάνες, ακρυλικά, κυανοακρυλικά κ.λ.π). Τα υψηλών απαιτήσεων αυτά εποξειδικά χρησιμοποιούνται στην κατασκευή αεροσκαφών, αυτοκινήτων, ποδηλάτων, όπου απαιτούνται υψηλές αντοχές πρόσφυσης. Τα εποξειδικά συγκολλούν ξύλο, γυαλί, πέτρα και κάποια πλαστικά. □

Βιομηχανικά εργαλεία παραγωγής και σύνθετα υλικά. Τα εποξειδικά χρησιμοποιούνται για την παραγωγή καλουπιών (τύπων), μοντέλων, αντικολλητικών φύλλων, στη χύτευση και στη βιομηχανική παραγωγή βοηθημάτων. Τα εποξειδικά χρησιμοποιούνται επίσης στην παραγωγή στοιχείων ενισχυμένων με ίνες ή από σύνθετα υλικά. Είναι ακριβότερα από τις πολυεστερικές ρητίνες και τις ρητίνες από βινυλεστέρα, αλλά γενικώς παράγουν ισχυρότερα και πιο ανθεκτικά στη θερμοκρασία σύνθετα υλικά. □

Ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά συστήματα: Οι εποξειδικές ρητίνες εφαρμόζονται στη βιομηχανία των ηλεκτρονικών, σε κινητήρες, γεννήτριες, μετασχηματιστές, στον εξοπλισμό διανομής ηλεκτρικών φορτίων, στους μονωτήρες μετασχηματιστών και στους μονωτήρες. Οι εποξειδικές ρητίνες είναι εξαιρετικοί ηλεκτρικοί μονωτές και προστατεύουν τα ηλεκτρικά στοιχεία από μικρά κυκλώματα, σκόνη και υγρασία.

Ναυτιλιακές εφαρμογές: Τα εποξειδικά πωλούνται σε καταστήματα σιδηρικών, σε σετ δύο συστατικών. Μπορεί όμως να πωλούνται σε καταστήματα με ναυτιλιακά είδη για

θαλάσσιες εφαρμογές. Τα εποξειδικά δεν χρησιμοποιούνται ως εξωτερική στρώση ενός σκάφους γιατί επηρεάζονται από τις UV ακτίνες. Συνήθως χρησιμοποιούνται κατά την επισκευή και συναρμολόγηση σκαφών, και κατόπιν επικαλύπτονται από ένα πολυουρεθανικό χρώμα ή βερνίκι θαλάσσης που παρέχουν UV προστασία.

Αεροδιαστημικές εφαρμογές: Στην αεροδιαστημική βιομηχανία, οι εποξειδικές ρητίνες εφαρμόζονται ως το υλικό της δομικής μήτρας το οποίο μετά ενισχύεται με ίνες, όπως υάλου, άνθρακος, Kevlar και βορίου. Επίσης χρησιμοποιούνται ως δομική κόλλα. [4]

## 1.7. ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ

### 1.7.1. ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ

Τα εγκλείσματα (ή ενισχυτικά υλικά) είναι ανόργανα υλικά που περικλείονται μέσα σε μία μήτρα και επιτελούν πολλές σημαντικές λειτουργίες. Κατά κύριο λόγο, οι επιθυμητές ιδιότητες επιτυγχάνονται επιλέγοντας τον κατάλληλο τύπο και υλικό ενίσχυσης. Έχουν επιφορτισθεί με το να φέρουν εις πέρας τις αυξημένες μηχανικές απαιτήσεις που χαρακτηρίζουν τα σύνθετα υλικά, μίας και είναι εκείνες που περιλαμβάνουν τα φορτία. Για αυτό και τα εγκλείσματα που χρησιμοποιούνται έχουν μηχανικές ιδιότητες κατά πολύ ανώτερες σε σχέση με το υλικό που αποτελεί την μήτρα, προσδίδοντας στο σύνθετο υλικό αυξημένη αντοχή και μέτρο ελαστικότητας. Τα εγκλείσματα που χρησιμοποιούνται είναι πολλά και διαφέρουν ως προς το μέγεθος την γεωμετρία και τα φυσικά χαρακτηριστικά τους.

Υπάρχουν τρεις κύριες κατηγορίες εγκλεισμάτων βάσει του σχήματος τους:

- Εγκλείσματα σε μορφή κόκκων. □
- Εγκλείσματα σε μορφή ινών. □
- Εγκλείσματα σε μορφή νιφάδων.

Τα εγκλείσματα έχουν αρκετά μικρές διαστάσεις της τάξης του «μίκρο». [4]

### 1.7.2. Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ

Η παρουσία των εγκλεισμάτων στις ρητίνες γενικά αυξάνει το μέτρο ελαστικότητας σε αυτές, ενώ αντίθετα η παραμόρφωση θραύσης ελαττώνεται. Η μεταβολή αυτή είναι ανάλογη με την περιεκτικότητα της σε έγκλεισμα. Αυτό ισχύει για μετρήσεις σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος.

- Συστολή

Η συστολή κατά τη διάρκεια σκλήρυνσης της ρητίνης ελαττώνεται ανάλογα με την αύξηση της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα του σύνθετου υλικού. Αυτό οφείλεται στο ότι η ρητίνη αντικαθίσταται τοπικά από υλικό που δεν εμφανίζει μεταβολή στις διαστάσεις του, σε αντίθεση με την καθαρή ρητίνη. □

- Αντοχή σε χημικά αντιδραστήρια και σε διάβρωση

Μερικά εγκλείσματα όπως π.χ. το ανθρακικό ασβέστιο μειώνουν την αντοχή των ρητινών σε οξέα ενώ άλλα όπως το αλουμίνιο μειώνουν τη αντοχή αυτή σε υγρασία. Τα εγκλείσματα γενικά μειώνουν την ταχύτητα διάχυσης του νερού στα σύνθετα υλικά και επίσης συμμετέχουν στην διάβρωση των πολυμερών στην επαφή τους με μέταλλα. Ιόντα που υπάρχουν στην στερεοποιημένη μήτρα μπορούν να μεταφέρουν γαλβανικά ρεύματα και να ενισχύσουν τη διάβρωση. Αυτό οφείλεται στην αύξηση της αγωγιμότητας του σύνθετου, λόγω της ικανότητας των εγκλεισμάτων να απελευθερώνουν ιόντα.

- Ειδική πυκνότητα

Τα εγκλείσματα που στην πλειοψηφία τους έχουν μεγαλύτερη πυκνότητα από την ρητίνη, αυξάνουν την πυκνότητα των σύνθετων υλικών ανάλογα με την κατ' όγκο περιεκτικότητά τους. Έτσι η παρουσία των εγκλεισμάτων μειώνει αισθητά το κόστος του σύνθετου υλικού.

- Ιξώδες

Τα εγκλείσματα αυξάνουν το ιξώδες των εποξειδικών ρητινών. Η αύξηση αυτή είναι μεγαλύτερη με ινώδη υλικά και λιγότερο με κοκκώδη εγκλείσματα.

- Συντελεστής θερμικής διαστολής

Ο συντελεστής θερμικής διαστολής της στερεοποιημένης εποξειδικής ρητίνης ελαττώνεται με την αύξηση της κατ' όγκο συγκέντρωσης σε εγκλείσματα. Η ελάττωση αυτή δεν είναι γραμμική.

- Πρόσφυση

Τα εγκλείσματα ελαττώνουν το βαθμό συστολής και έτσι αυξάνουν την ικανότητα πρόσφυσης των εποξειδικών ρητινών αποτελεσματικά.

- Θερμική σταθερότητα

Ενισχύεται με την παρουσία εγκλεισμάτων. Με τον όρο θερμική σταθερότητα εννοούμε την κατάσταση του σύνθετου όταν δεν παρατηρούνται αλλοιώσεις στη δομή του συναρτήσει της θερμοκρασίας.

- Θερμική αγωγιμότητα

Τα εγκλείσματα αυξάνουν τη θερμική αγωγιμότητα των ρητινών, αν και σε μεγάλες περιεκτικότητες αυξάνουν την παρουσία φυσαλίδων αέρα μέσα στο σύνθετο, που ως γνωστό αποτελούν θερμομονωτικά σώματα. Περισσότερο αυξάνεται η θερμική αγωγιμότητα στην περίπτωση των μεταλλικών ινών συγκριτικά με τα κοκκώδη μεταλλικά εγκλείσματα.

- Αντοχή στη συμπίεση

Τα κοκκώδη εγκλείσματα αυξάνουν την αντοχή σε συμπίεση λόγω της δυσκαμψίας που προκαλούν.

- Συμπεριφορά στην κρούση

Τα κοκκώδη εγκλείσματα επηρεάζουν την αντοχή σε κρούση των σκληρυνόμενων εποξειδικών ρητινών σε βαθμό που οικίλει ανάλογα με τον τύπο του εγκλείσματος, τον τύπο της ρητίνης και το είδος της δομικής κρούσης. Γενικά τόσο τα κοκκώδη όσο και τα ινώδη εγκλείσματα ενισχύουν την αντοχή των ρητινών σε κρούση.

- Συμπεριφορά στην κάμψη

Τα κοκκώδη εγκλείσματα γενικά ελαττώνουν την αντοχή στην κάμψη και αυξάνουν το μέτρο ελαστικότητας σε κάμψη.

- Σκληρότητα επιφάνειας-αντίσταση στην τριβή

Τα εγκλείσματα αυξάνουν την σκληρότητα της επιφάνειας του σύνθετου και την αντίσταση σε τριβή. [4]

## 1.8. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Ανάλογα με τη μορφή του συστατικού ενίσχυσης, τα σύνθετα κατατάσσονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες:

- α) Ινώδη Σύνθετα (Fibrous Composites): Με ενίσχυση ινών εμποτισμένων σε υλικό μήτρας.
- β) Κοκκώδη Σύνθετα (Particulate Composites): Με ενίσχυση σωματιδίων διασκορπισμένων στο υλικό μήτρας.
- γ) Στρωματικά Σύνθετα ή Πολύστρωτα (Πολυστρώματα) (Laminated Composites): Με επάλληλες στρώσεις υλικών.

Τα ινώδη σύνθετα διακρίνονται περαιτέρω ανάλογα με τον προσανατολισμό και τη διάταξη των ινών μέσα στη μήτρα. Σύμφωνα με την ταξινόμηση αυτή τα ινώδη σύνθετα διακρίνονται σε:

- α) Μονοδιευθυντικά σύνθετα: Οι ίνες έχουν όλες την ίδια διεύθυνση.
- β) Πολυδιευθυντικά σύνθετα: Οι ίνες έχουν διαφορετικές διευθύνσεις.

Η ιδιότητα αυτή οδηγεί άμεσα σε ταξινόμηση των πολυδιευθυντικών σύνθετων στις ακόλουθες υποομάδες:

- α) Σύνθετα με ίνες τυχαίας διεύθυνσης.
- β) Σύνθετα με ίνες σε πλέξη ύφανσης
- γ) Σύνθετα με ίνες σε τρισσορθογώνια ύφανση.

Μία επιπλέον διάκριση των ινωδών σύνθετων στηρίζεται στο λόγο μήκους προς διάμετρο ( $l/d$ ) των ινών, οι οποίες χαρακτηρίζονται ως εξής:

- a) Συνεχείς ή μεγάλου μήκους ίνες (continuous fibers), όταν είναι  $l/d > 100$ .
- b) Ασυνεχείς ή βραχείες (κοντές) ίνες (discontinuous fibers), όταν είναι  $l/d < 100$ .
- c) Νηματίδια ή τριχίτες (whiskers), όταν  $d < 1\mu\text{m}$  και  $l = 100\mu\text{m}$  (πρόκειται για λεπτούς μονοκρυστάλλους κεραμικού υλικού).

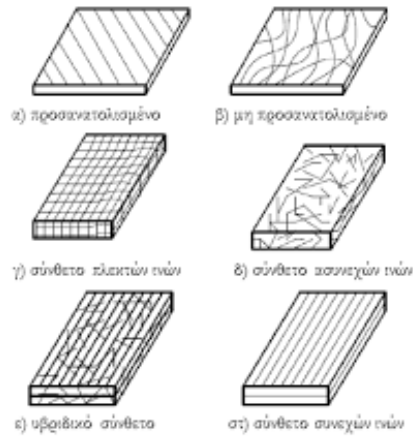
## 1.9. ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

### 1.9.1. ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ

Αποτελεί ίσως τη σημαντικότερη κατηγορία σύνθετων υλικών, δεδομένης της ευρύτατης εξάπλωσης που αυτά γνωρίζουν σε πληθώρα εφαρμογών. Ο οπλισμός, ο οποίος είναι τοποθετημένος στη μήτρα με τη μορφή ινών, αποτελείται εναλλακτικά από γυαλί (Glass), βόριο (Boron), άνθρακα (Carbon), γραφίτη (graphite), αραμίδιο (Κέβλαρ) ή και κάποιο μέταλλο, αντίθετα η μήτρα είναι συνήθως μια εποξειδική ρητίνη ή κάποιο άλλο πολυμερές, χωρίς να απαγορεύει την κατάταξη στην ίδια κατηγορία συνθέτων υλικών με μεταλλική μήτρα (π.χ. αλουμινίου) και τη χρήση οπλισμού από ένα ή περισσότερα παραπάνω υλικά.[4]

### 1.9.2. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα ινώδη σύνθετα υλικά παρουσιάζουν γενικά πολύ καλή συμπεριφορά σε εφελκυσμό ειδικά κατά την περίπτωση που η διεύθυνση της τάσης ταυτίζεται με αυτή των ινών. Θα πρέπει βέβαια να σημειωθεί, πως για να παρουσιάζει το σύνθετο υλικό καλύτερες ιδιότητες από τη μήτρα, χρειάζεται η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών  $f_U$  να ξεπερνά μια κρίσιμη ελάχιστη τιμή, γιατί διαφορετικά η εφαρμοζόμενη τάση αναλαμβάνεται από την όγκιμη μήτρα η οποία και παραμορφώνεται. Η αντοχή τους σε θλίψη είναι μειωμένη κάτι που οφείλεται σε φαινόμενα κύρτωσης, αναδίπλωσης και λυγισμού των ινών (buckling effect) που προκαλούνται όταν ασκούνται θλιπτικά φορτία. Σε ότι αφορά τη συμπεριφορά τους σε κόπωση, αυτή είναι δύσκολο να προβλεφθεί, αφού δεν ισχύει στην περίπτωση αυτή ο κανόνας των μειγμάτων, αλλά απαιτούνται πειραματικές δοκιμές για κάθε συγκεκριμένο ινώδες υλικό. Ανάλογες δοκιμές έδειξαν πως την καλύτερη συμπεριφορά σε κόπωση παρουσιάζουν τα ινώδη υλικά αποτελούμενα από εποξειδική μήτρα και ίνες γραφίτη. Τέλος σε ότι αφορά τη συμπεριφορά τους σε τριβή, αυτή εξαρτάται από το μήκος, τον προσανατολισμό και τις μηχανικές ιδιότητες των ινών. [4]



**Εικόνα.10.**

### 1.9.3. ΙΝΕΣ ΓΥΑΛΟΥ

Οι ίνες γυαλιού χρησιμοποιήθηκαν στα σύνθετα πρώτης γενιάς (1940) και η χρήση τους συνεχίζεται επιτυχώς μέχρι σήμερα. Είναι από τους πλέον διαδεδομένους τύπους ενισχυτικών ινών στα σύνθετα πολυμερικής μήτρας. Η δομική τους βάση είναι τα οξειδία πυριτίου, ασβεστίου, βορίου, αλουμινίου κ.α. Θεωρούνται από τα πιο φθηνά ενισχυτικά υλικά. [4]



**Εικόνα.11.**

Ανάλογα με τη χημική τους σύσταση οι ίνες γυαλιού χαρακτηρίζονται τύπου E, C και S, των οποίων οι κύριες φυσικές και μηχανικές ιδιότητες παρουσιάζονται στο παρακάτω πίνακα:

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	ΤΥΠΟΣ			
	E	C	S	SiO <sub>2</sub> καθαρή
Χημική σύσταση (%)				
SiO <sub>2</sub>	54	60	65	>99,5
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16	25	25	-
B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	8	-	-	-
CaO	17	9	-	-
MgO	5	6	10	-
Μέτρο Ελαστικότητας (GPa)	75	80	84	72
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2100-3400	2500-4400	2800-4800	3500-8800
Πυκνότητα (g/cm <sup>3</sup> )	2,54	2,50	2,48	2,20
Θερμοκρασία τήξης (°C)	900-1200	1400-1600	1400-1600	1720
Μέγιστη θερμοκρασία γρήσης (°C)	550	650	650	750

Πίνακας

E- glass (E=electrical): Πρόκειται για τα συχνότερα χρησιμοποιούμενα υαλονήματα με καλές ηλεκτρικές ιδιότητες, αντοχή, και δυσκαμψία, καθώς και πολύ καλή συμπεριφορά στην αλλαγή των καιρικών συνθηκών, αλλά με μέτρια αντοχή σε χημικά αντιδραστήρια.

C-glass (C=corrosion): Υαλονήματα με υψηλή αντίσταση στη χημική διάβρωση, αλλά και με καλύτερες μηχανικές ιδιότητες από τις ίνες τύπου E, από τις οποίες όμως είναι ακριβότερες.

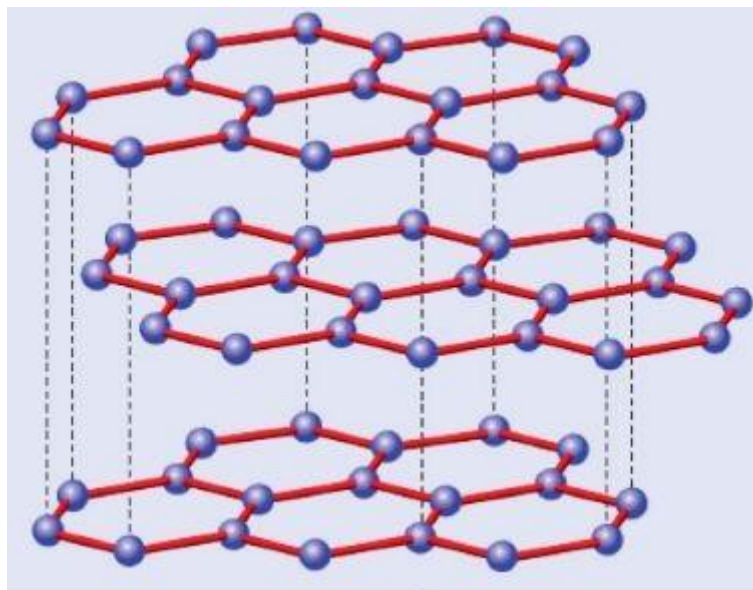
S-glass (S=stiffness): Ακριβότερο υλικό από το E-glass , αλλά με υψηλότερη δυσκαμψία και θερμική αντοχή. Χρησιμοποιείται κυρίως στην αεροπορική βιομηχανία.

Όταν περιέχονται μεγάλα ποσοστά SiO<sub>2</sub> (>99.5%) παρατηρούνται αυξημένες τιμές των μηχανικών ιδιοτήτων της ίνας και της μέγιστης θερμοκρασίας χρήσης του σύνθετου. Γι' αυτό το λόγο, σε ειδικές εφαρμογές όπου απαιτούνται υψηλές μηχανικές ιδιότητες κάτω από υψηλή θερμοκρασία χρησιμοποιούνται ίνες από 100% καθαρή πυρίτια. Τα βασικά πλεονεκτήματα των υαλονημάτων είναι το χαμηλό κόστος και η υψηλή αντοχή, ενώ στα κύρια μειονεκτήματα τους εντάσσονται το χαμηλό μέτρο ελαστικότητας και η μικρή αντοχή τους έναντι φθοράς εκτριβής(λύση της συνέχειας της επιφάνειας τους). Εγχαράξεις και εκδορές δημιουργούν περιοχές συγκέντρωσης τάσεων στην επιφάνεια της ίνας, με αποτέλεσμα την ταχεία υποβάθμιση των μηχανικών τους ιδιοτήτων και της ικανότητας πρόσφυσης τους στη πολυμερική μήτρα. [4]

#### 1.9.4. ΙΝΕΣ ΑΝΘΡΑΚΑ

Οι ίνες γραφίτη είναι η επικρατέστερη ενίσχυση υψηλής αντοχής και υψηλού μέτρου ελαστικότητας, η οποία χρησιμοποιείται για την παρασκευή υψηλών επιδόσεων σύνθετων υλικών ρητινικής μήτρας. Γενικά, όταν απαιτείται ο βέλτιστος συνδυασμός μηχανικής συμπεριφοράς και ελάττωσης βάρους, οι χρησιμοποιούμενες ίνες είναι,

συνήθως, ίνες άνθρακα. Επίσης, οι ίνες άνθρακα προτιμώνται όταν η θερμική διαστολή ενός υλικού πρέπει να συγκρατηθεί σε χαμηλό επίπεδο ή όταν απαιτείται συμβατότητα των χαρακτηριστικών διαστολής δύο συνενωμένων διαφορετικών υλικών. Η υπεροχή αυτή των ανθρακονημάτων οφείλεται στη φύση του άνθρακα (ως στοιχείου) και τους ενδοατομικούς δεσμούς που σχηματίζει με άλλα άτομα άνθρακα. Ο γραφίτης αποτελείται από ανισότροπους πολυκρυσταλλίτες, των οποίων η ανισοτροπία εξαρτάται από τις συνθήκες παρασκευής τους. Αποτέλεσμα του ισχυρού προσανατολισμού των κρυσταλλιτών παράλληλα στο διαμήκη άξονα των ανθρακονημάτων είναι η υψηλή στιβαρότητα και αντοχή σε θραύση και ο χαμηλός συντελεστής θερμικής διαστολής κατά τη διεύθυνση αυτή. Στη γραφιτική δομή τα άτομα C διατάσσονται πολύ πυκνά με τη μορφή εξαγωνικών επιπέδων όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί [4]:



Εικόνα.12.

Ο ισχυρός δεσμός μεταξύ των ατόμων στις επίπεδες αυτές εξαγωνικές στρώσεις οδηγεί σε εξαιρετικά υψηλό μέτρο ελαστικότητας. Αντίθετα, ο ασθενής τύπου Van Der Waals δεσμός που υφίσταται μεταξύ γειτονικών στρώσεων, έχει ως αποτέλεσμα ένα χαμηλότερης τιμής μέτρο ελαστικότητας σε αυτή τη διεύθυνση.

Στην παραγωγή ανθρακονημάτων, ως πρώτη ύλη χρησιμοποιούνται πολυμερικές ίνες πολυακρυλονιτρίλιου (PAN), ίνες τεχνητής μέταξας (rayon) και πίσσα. Η παραγωγή ινών γραφίτη από ίνες (PAN) πραγματοποιείται σε τρία στάδια:

- Οξειδωση των ινών PAN στον αέρα και σε χαμηλή θερμοκρασία (100-200°C), με ταυτόχρονη εφαρμογή τάσης, η οποία είναι απαραίτητη για την ευθυγράμμιση των αλυσίδων του πολυμερούς. □
- Πυρόλυση, υπό τάση, σε ουδέτερη ή αναγωγική ατμόσφαιρα και σε θερμοκρασία 1100-1500°C. Οι παραγόμενες ίνες στο στάδιο χαρακτηρίζονται ως ίνες υψηλής αντοχής (high strength carbon fibers) και η αντοχή τους φτάνει τα 3000 MPa. □



- Η θέρμανση σε ουδέτερη ή αναγωγική ατμόσφαιρα συνεχίζεται σε υψηλές θερμοκρασίες (2500-3500°C), οπότε πραγματοποιείται γραφίτιση, με ταυτόχρονη ανακρυστάλλωση, που οδηγεί σε ισχυρό προσανατολισμό των κρυσταλλινών. Οι παραγόμενες ίνες σε αυτό το στάδιο χαρακτηρίζονται ως ίνες υψηλού μέτρου ελαστικότητας (high module carbon fibers) και έχουν μέτρο ελαστικότητας περίπου 400GPa, η δε διάμετρος τους είναι περίπου 10μm. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά ινών άνθρακα που έχουν παραχθεί σε δύο στάδια οξειδωση και πυρόλυση) και σε τρία στάδια (οξειδωση, πυρόλυση, θέρμανση σε υψηλή θερμοκρασία), αντίστοιχα.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	ΙΝΕΣ ΥΨΗΛΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ	ΙΝΕΣ ΥΨΗΛΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ
Μέτρο Ελαστικότητας (GPa)	180-230	350-420
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2500-3400	1900-2300
% περιεκτικότητα άνθρακα	95-98	99
Πυκνότητα (g/cm <sup>3</sup> )	1,8	1,9
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	2000	2500

Σημειώνονται τα ακόλουθα: □

- Σε οξειδωτική ατμόσφαιρα, η μέγιστη θερμοκρασία χρήσης των ανθρακονημάτων περιορίζεται στους 500°C και για τους δύο τύπους ινών. Κατά το σχεδιασμό του συνθέτου πρέπει οπωσδήποτε να λαμβάνεται υπόψη και η μέγιστη θερμοκρασία χρήσης της μήτρας. □
- Οι ιδιότητες των χρησιμοποιούμενων ανθρακονημάτων εξαρτώνται σημαντικά από την αρχιτεκτονική των ινών του PAN (μονοδιευθυντικές ίνες, διδιάστατο πλέγμα, τρισδιάστατο πλέγμα). Ο τρόπος διευθέτησης των ινών αυτών καθορίζει και το βαθμό ανισοτροπίας των ανθρακονημάτων που προκύπτουν και μπορεί να ποικίλλει από την πλήρη ιστροπία ως την πλήρη ανισοτροπία.
- Η δυνατότητα επιλογής, από ένα μεγάλο εύρος τιμών της θερμοκρασίας κάθε σταδίου παραγωγής ανθρακονημάτων, δίνει την ευχέρεια παραγωγής ανθρακονημάτων διαφορετικού βαθμού γραφίτισης και διαφορετικών ιδιοτήτων (οι μηχανικές και φυσικές ιδιότητες, όπως η θερμική και η ηλεκτρική αγωγιμότητα, εξαρτώνται από το βαθμό γραφίτισης και το βαθμό ανισοτροπίας). Γενικά, όσο καλύτερα προσανατολισμένες είναι οι ίνες και όσο υψηλότερη περιεκτικότητα σε γραφίτη διαθέτουν τόσο καλύτερες μηχανικές ιδιότητες επιδεικνύουν. □
- Τέλος το κόστος παραγωγής των ινών γραφίτη είναι δέκα φορές τουλάχιστον υψηλότερο από το κόστος παραγωγής των ινών γυαλιού. [4]

#### 1.9.5. ΙΝΕΣ ΠΟΛΥΜΕΡΟΥΣ

Οι πιο διαδεδομένες ίνες πολυμερούς είναι οι ίνες από Nylon, πολυαιθυλένιο και Kevlar. Τα νήματα Nylon και πολυεστέρα παράγονται με φυγοκεντρική περιδίνηση τήγματος, ενώ ακρυλικά και κυτταρινικά νήματα παρασκευάζονται με φυγοκεντρική

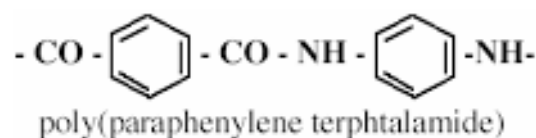
περιδίνηση διαλύματος και συνακόλουθες τεχνικές καθίζησης ιζήματος. Η αντοχή τους δεν ξεπερνά τα 10Pa, ενώ το μέτρο ελαστικότητας πλησιάζει τα 1000Pa. Παρόλο που από μηχανικής άποψης δεν κατατάσσονται στις ίνες υψηλής απόδοσης, εντούτοις το χαμηλό κόστος παραγωγής τους τις καθιστά δημοφιλείς στην αγορά. Η πρώτη υψηλής απόδοσης οργανική ίνα αραμιδίου κατασκευάστηκε από την DuPont και έγινε γνωστή με την εμπορική ονομασία Kevlar και παράγεται σε τρεις τύπους: □

- Kevlar-29: Με μέτρο ελαστικότητας 60GPa και αντοχή σε εφελκυσμό 3,6GPa.
- Kevlar-49: Με μέτρο ελαστικότητας 120GPa και αντοχή σε εφελκυσμό 3,6GPa.□
- Kevlar-149: Με μέτρο ελαστικότητας 180GPa και αντοχή σε εφελκυσμό 3,4GPa.

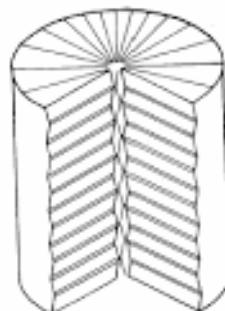
Η πυκνότητα και των τριών τύπων είναι ίδια (1.45 g/cm<sup>3</sup>), ενώ η διαφορετική ελαστικότητα οφείλεται στο γεγονός της βελτιωμένης ευθυγράμμισης των μοριακών αλυσίδων, που αυξάνει την δυσκαμψία στη διεύθυνση του άξονα της ίνας. Στον πίνακα που ακολουθεί παρατίθενται οι βασικές ιδιότητες των ινών Kevlar.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ	Kevlar 29	Kevlar 49
Μέτρο ελαστικότητας (GPa)	60	130
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2700	3600
Επιμήκυνση θραύσης (%)	4.5	2
Πυκνότητα (g/cm <sup>3</sup> )	1.45	1.45
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	200	200
Θερμοκρασία αστοχίας (°C)	400	425

Οι υψηλές τιμές των μηχανικών ιδιοτήτων του Kevlar οφείλονται στο γεγονός ότι οι πολυμερικές δομικές αλυσίδες του υλικού είναι αυτές καθ'αυτές πιο ισχυρές και συντάσσονται έτσι, ώστε να δημιουργούν ένα σταθερότερο πλέγμα, σε μορφή επίπεδης ταινίας όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Τύπος αραμιδίου



Δομή ίνας Kevlar

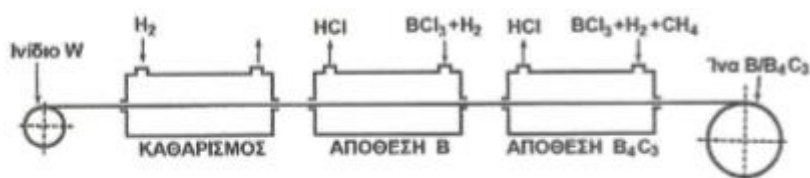
Εικόνα.13.

Ο κυλινδρικός φλοιός της ίνας περικλείει και συγκρατεί το υλικό του πυρήνα αποδίδοντας στο προϊόν ιδιαίτερα υψηλές επιδόσεις κατά την αξονική διεύθυνση, αλλά φτωχή συμπεριφορά κατά την εγκάρσια διεύθυνση. Επιπλέον, ενώ στην εφελκυστική καταπόνηση το υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά με παραμόρφωση έως και 2%, η μεγάλη του αδυναμία εμφανίζεται στη θλίψη, όπου σε 0,3% θλιπτική παραμόρφωση αναπτύσσεται πλαστικού τύπου αστοχία. Αξιοσημείωτο, όμως, είναι ότι η αστοχία αυτή δεν είναι καταστροφική, αλλά έχει τη μορφή πτυχώσεων (kink bands). [4]

#### 1.9.6. ΜΕΤΑΛΛΙΚΕΣ ΙΝΕΣ

Διάφορα μέταλλα όπως το βόριο (B), το βηρύλλιο (Be) και το βολφράμιο (W) θα μπορούσαν να αποτελέσουν εξαιρετικά ενισχυτικά συνθέτων υλικών, αφού παρουσιάζουν υψηλή τιμή ακαμψίας σε σχέση με το ειδικό βάρος τους (ειδική ακαμψία). Το βόριο είναι το περισσότερο υποσχόμενο υλικό για την κατασκευή ινών ενίσχυση, ωστόσο οι τεχνικές παραγωγής μεταλλικών ινών ενίσχυσης εξακολουθούν να παραμένουν πολύ δαπανηρές. Σήμερα χρησιμοποιούνται δύο τεχνικές για την παραγωγή ινών βορίου:

- Αναγωγή από αλογονίδιο του βορίου Αλογονίδιο του βορίου (συνήθως  $\text{BCl}_3$ ) ανάγεται από υδρογόνο σε έναν κλειστό θάλαμο υψηλής θερμοκρασίας ( $1100^\circ\text{C}$ ) και αποτίθεται σε πολύ λεπτό νήμα βολφραμίου, διαμέτρου 10-15 $\mu\text{m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Η διάμετρος των παραγόμενων ινών με αυτήν την τεχνική κυμαίνεται μεταξύ 100-200 $\mu\text{m}$ , ενώ οι ίνες παρουσιάζουν εξαιρετική δυσκαμψία και μηχανική αντοχή.



Εικόνα.14.

- Απόθεση με τεχνική CVD Το βόριο αποτίθεται σε νήμα άνθρακα ή βολφραμίου με την τεχνική της χημικής εναπόθεσης ατμών (CVD). Η τεχνική αυτή είναι η οικονομικότερη από την προηγούμενη, αλλά το προϊόν έχει χαμηλότερη μηχανική αντοχή. Οι ίνες βορίου έχουν υψηλή μηχανική αντοχή ( $E=300-420\text{GPa}$ ,  $\text{UTS}=3000-3700\text{MPa}$ ), ενώ οι τιμές των ιδιοτήτων τους διατηρούνται σταθερές ως τους  $500^\circ\text{C}$ . Για τη χρήση τους σε υψηλότερες θερμοκρασίες, θα πρέπει να χρησιμοποιείται προστατευτικό επίστρωμα καρβιδίου του πυριτίου (ίνες Borsic) ή νιτρίδιου του βορίου. Τα επιστρώματα αυτά αποτρέπουν την αντίδραση του υλικού ενίσχυσης με αυτό της μήτρας, δεδομένου ότι σε υψηλές θερμοκρασίες, κυρίως σε σύνθετα με μεταλλική μήτρα τιτανίου ή αλουμινίου, ευνοούνται η διάχυση μέσω της διεπιφάνειας ίνας-μήτρα και οι αντιδράσεις σε στερεά κατάσταση που οδηγούν στο σχηματισμό εύθραυστων μεσομεταλλικών ενώσεων και αστοχία του συνθέτου.[4]

### 1.9.7. ΚΕΡΑΜΙΚΕΣ ΙΝΕΣ

Οι κεραμικές ίνες χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές υψηλών θερμοκρασιών. Χαρακτηρίζονται από υψηλή αντοχή, στιβαρότητα και θερμική ευστάθεια. Οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες κεραμικές ίνες είναι οι ίνες καρβιδίου και πυριτίου (SiC) και αλουμινίου (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), ενώ σπανιότερα συναντώνται και ίνες Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, BeO, B<sub>4</sub>C και ZrO<sub>2</sub>. Το καρβίδιο του πυριτίου (SiC) και αλούμινας (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ως ενισχυτικό υλικό είτε με τη μορφή ινών είτε με τη μορφή φυλλιδίων. Οι ίνες SiC παρουσιάζουν υψηλές τιμές αντοχής και ανώτερες μηχανικές ιδιότητες από τα φυλλίδια. Οι μέθοδοι παραγωγής των υπόψη ινών συνίστανται στις παρακάτω: □

- Με χημική εναπόθεση ατμών (CVD) χλωριούχου σιλανίου σε ίνες άνθρακα. Οι παραγόμενες ίνες έχουν πυρήνα διαμέτρου 10-25 μm και εξωτερική διάμετρο 100-150μm.
- Από πολυμερικές ίνες (Nicalon). Θέρμανση σε κενό σε θερμοκρασία 850°C μετατρέπει την πολυμερική ίνα σε ανόργανο SiC, ενώ θέρμανση σε υψηλότερη θερμοκρασία (>1000°C) προκαλεί κρυστάλλωση σε β- SiC. Οι παραγόμενες ίνες έχουν διάμετρο 1015μm. □
- Τριχίτες SiC από φλοιό ρυζιού. Ο φλοιός του ρυζιού περιέχει ~15% κ.β SiO<sub>2</sub>. Θέρμανση σε θερμοκρασία 700-900°C οδηγεί σε υπόλειμμα SiO<sub>2</sub> και ελεύθερο άνθρακα. Θέρμανση του υπολλείματος σε θερμοκρασία ~1500°C και σε περιβάλλον αζώτου ή αμμωνίας οδηγεί στο σχηματισμό SiC. Οι παραγόμενοι τριχίτες έχουν διάμετρο ~0,1-1μm και μήκος ~50μm. Παρακάτω παρουσιάζεται συγκριτικός πίνακας των ιδιοτήτων των ινών από κάθε μέθοδο. Γενικά οι μέθοδοι παρασκευής των κεραμικών ινών είναι ιδιαίτερα δαπανηρές.

Μέθοδος	CVD	Nicalon	Τριχίτες
Πυκνότητα, ρ (g/cm <sup>3</sup> )	3.3	2.6	-
Αντοχή, UTS (MPa)	3500	2000	7000
Μέτρο ελαστικότητας, E (GPa)	430	180	480
Διάμετρος ίνας, d (μm)	140	15	<1

Το SiC παρουσιάζει σταθερή μηχανική αντοχή ως τους 1400°C, ωστόσο η μέγιστη επιτρεπτή θερμοκρασία χρήσης του, περιορίζεται στους 900°C, λόγω της σημαντικής δραστηριότητας του πάνω από τη θερμοκρασία αυτή. Οι μονοκρυσταλλικές ίνες αλουμίνας (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) διαμέτρου 250mm έχουν εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες. Λόγω της ισχυρής φύσεως των χημικών δεσμών, η σταθερότητα των μηχανικών τους ιδιοτήτων διατηρείται ως τους 800°C. Οι μονοκρυσταλλικές ίνες αλουμίνας είναι εξαιρετικά ευαίσθητες έναντι επιφανειακής φθοράς που οδηγεί ταχύτατα σε αστοχία. [4]

### 1.9.8. ΤΡΙΧΙΤΕΣ (WHISKERS)

Οι τριχίτες είναι νηματικοί μονοκρυσταλλοί που παράγονται με αποσύνθεση άλατος μετάλλου σε αναγωγική ατμόσφαιρα, κάτω από αυστηρά ελεγχόμενες συνθήκες θερμοκρασίας. Η διάμετρος τους είναι της τάξης του 1μm, ενώ το μήκος τους μπορεί να φτάσει τα μερικά χιλιοστά και παρουσιάζουν τις μηχανικές ιδιότητες ενός τέλειου κρυστάλλου. Οι εξωτερικές τους επιφάνειες είναι λείες και δεν παρουσιάζουν ζώνες συγκέντρωσης τάσεων. Οι ευρύτερα χρησιμοποιούμενοι τριχίτες είναι από αλουμίνιο, γραφίτη, καρβίδιο του πυριτίου, βηρύλλια και νιτρίδιο του πυριτίου. Η παραγωγή τριχιτών σε βιομηχανική κλίμακα είναι δύσκολη. Στο πίνακα γίνεται σύγκριση των ιδιοτήτων ινών τριχιτών από SiC και Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [4].

ΙΔΙΟΤΗΤΑ	SiC <sub>ΙΝΑ</sub>	SiC <sub>ΤΡΙΧΙΤΗΣ</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> <sub>ΙΝΑ</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> <sub>ΤΡΙΧΙΤΗΣ</sub>
Μέτρο ελαστικότητας (GPa)	480	840	500	755
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2300	21000	2000	19500
Πυκνότητα (g/cm <sup>3</sup> )	3,2	3,2	4,0	4,0
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	900	1600	800	1300

Εικόνα.15.

### 1.9.9. ΙΝΕΣ ΦΥΛΙΚΩΝ ΟΡΥΚΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

Αρκετά ορυκτά που βρίσκονται σε ινώδη ή φυλλώδη μορφή, μπορούν να αποτελέσουν φθινό ενισχυτικό υλικό, αλλά χαμηλών προδιαγραφών. Ευρύτερα χρησιμοποιούμενα τέτοια ορυκτά είναι ο αμιάντος και η μαρμαρυγία (mica). Οι ίνες αμιάντου αποτελούνται από 500 περίπου στοιχειώδη ινίδια, διαμέτρου ~10nm, και έχουν διάμετρο ~2010μm και μήκος αρκετά cm. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν μέχρι θερμοκρασία 500°C, οπότε η μηχανική αντοχή του υλικού μειώνεται σημαντικά. Το μέτρο ελαστικότητας της ίνας είναι της τάξης των 160GPa, ενώ η μηχανική αντοχή μπορεί να φθάσει μέχρι 5500GPa. Ο αμιάντος λόγω του χαμηλού του κόστους χρησιμοποιείται ευρύτατα. Οι μαρμαρυγίες ανήκουν στην κατηγορία των φυλλοπυριτικών ορυκτών, χαρακτηρίζονται από τέλειο σχισμό και αποχωρίζονται εύκολα από το πέτρωμα με μορφή φυλλιδίων, τα οποία χρησιμοποιούνται ως συστατικό ενίσχυσης του σύνθετου υλικού. Η αντοχή σε εφελκυσμό μπορεί να φθάσει μέχρι 2500 MPa (τέλεια φυλλίδια), ενώ λόγω ατελειών στις άκρες των φυλλιδίων, οι συνήθεις τιμές της αντοχής κυμαίνονται στην περιοχή 700-900MPa. Το μέτρο ελαστικότητας των μαρμαρυγιών είναι περίπου 250 GPa και η πυκνότητα τους 2,8 g/cm<sup>3</sup>. [4]

### 1.10. ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά αποτελούνται από πολύ μικρά σωματίδια σε σχήμα κόκκου, κάποιου ισχυρού και ανθεκτικού υλικού, τα οποία είναι διεσπαρμένα μέσα στη μήτρα η οποία είναι από διαφορετικό υλικό. Οι κόκκοι μπορεί να είναι μεταλλικοί ή μη,

όπως επίσης και η μήτρα. Τα κοκκώδη υλικά έχουν υποδεέστερες μηχανικές ιδιότητες σε σχέση με τα ινώδη, μιας και η συνεισφορά των σωματιδίων στη μηχανική συμπεριφορά του σύνθετου είναι μικρότερη από αυτή των ινών. Ένα σημαντικό γνώρισμα των κοκκωδών σύνθετων υλικών είναι η χαμηλή συνήθως πυκνότητα σε σωματίδια, πράγμα που προσδίδει αρκετές καλές ιδιότητες σε αυτά τα υλικά. Ως πρώτη ύλη στα κοκκώδη, μπορούν να χρησιμοποιηθούν κάποια φυσικά ορυκτά όπως ο τάλκης, ενώ η διαδικασία μορφοποίησης αυτών των υλικών είναι σχετικά απλή και αυτοματοποιημένη, γεγονός που επιτρέπει την μαζική παραγωγή προϊόντων. Κοκκώδη υλικά χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές μη υψηλών απαιτήσεων όπως αντικείμενα καθημερινής χρήσης, εξαρτήματα αυτοκινήτων, και άλλα. Οι κόκκοι μπορεί να είναι μεταλλικής υφής ή μη και δύναται να συνδυασθούν με διάφορων τύπων μήτρες. Οι διάφοροι συνδυασμοί μήτρας/κόκκων που μπορούν να επιτευχθούν, αναφέρονται παρακάτω. Έτσι, από αυτήν την άποψη έχουμε τέσσερις δυνατούς συνδυασμούς:

#### 1. Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας:

Το μη οπλισμένο σκυρόδεμα αποτελεί το πιο κοινό παράδειγμα ενός τέτοιου υλικού. Το σκυρόδεμα αποτελείται από κόκκους άμμου και πέτρας «δεμένους» με ένα μείγμα τσιμέντου και νερού, το οποίο έχει αντιδράσει χημικά και έχει σκληρύνει. Η αντοχή του σκυροδέματος αποδίδεται στην ύπαρξη κόκκων πέτρας. Επίσης φλούδες μη μεταλλικών υλικών, όπως ο μαρμαρυγίας ή το γυαλί, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες έγκλεισμα μιας γυάλινης ή πλαστικής μήτρας.

#### 2. Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας:

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου υλικού είναι το έγκλεισμα χαλκού μέσα σε εποξειδική ρητίνη, που αυξάνει κατά πολύ την ηλεκτρική αγωγιμότητα αυτής. Επίσης είναι συνήθη τα σύνθετα υλικά με έγκλεισμα από το μέταλλο αυτό, υπό μορφή φλούδας. Σκοπός της παρασκευής τέτοιων σύνθετων υλικών είναι η δημιουργία ενός υλικού με βελτιωμένες μηχανικές ιδιότητες (αντοχή, μέτρο ελαστικότητας, όριο διαρροής), η αύξηση της ηλεκτρικής και θερμικής αγωγιμότητας καθώς και η μείωση του συντελεστή θερμικής διαστολής και της φθοράς της μήτρας.

#### 3. Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας

Ένα παράδειγμα υλικού αυτής της κατηγορίας είναι τα κράματα χαλκού ή χάλυβα που περιέχουν κόκκους μόλυβδου, η ύπαρξη των οποίων καθιστά τα παραπάνω υλικά κατεργάσιμα στις εργαλειομηχανές. Επίσης πολλά μέταλλα που έχουν πολύτιμες ιδιότητες αλλά είναι εύθραυστα σε θερμοκρασία περιβάλλοντος, όπως είναι το χρώμιο, το βολφράμιο και το μολυβδαίνιο, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες έγκλεισμα άλλων μετάλλων τα οποία παρουσιάζουν όλκιμη συμπεριφορά σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. μολυβδαίνιο, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες έγκλεισμα άλλων μετάλλων τα οποία παρουσιάζουν όλκιμη συμπεριφορά σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. Το σύνθετο υλικό που προκύπτει είναι όλκιμο στη θερμοκρασία αυτή και διαθέτει παράλληλα και κάποιες από τις ιδιότητες του εύθραυστου εγκλείσματος.

#### 4. Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας

Μη μεταλλικά υλικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μορφή κοκκώδους εγκλείσματος μέσα σε μεταλλική μήτρα. Τα υλικά που προκύπτουν ονομάζονται κεραμομέταλλα. Τα κεραμομέταλλα μπορούν να είναι δυο ειδών ανάλογα με το έγκλεισμα. Το πρώτο είδος είναι κεραμομέταλλα με κόκκους οξειδίου ενός μετάλλου μέσα σε μεταλλική μήτρα, τα οποία χρησιμοποιούνται στην κατασκευή εργαλείων και σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας όπου η αντίσταση στη διάβρωση είναι σημαντική. Το δεύτερο είδος είναι τα κεραμομέταλλα με κόκκους καρβιδίου ενός μετάλλου μέσα σε μεταλλική μήτρα. Έτσι, το καρβίδιο του βολφραμίου μέσα σε μήτρα κοβαλτίου χρησιμοποιείται σε τμήματα μηχανών τα οποία απαιτούν μεγάλη αντοχή στην οξειδωση και στη διάβρωση, ενώ έχει συντελεστή θερμικής διαστολής παραπλήσιο με αυτόν του χάλυβα και έτσι είναι κατάλληλο για χρήσεις σε βαλβίδες κ.α. Επίσης το καρβίδιο του τιτανίου μέσα σε μήτρα νικελίου ή κοβαλτίου χρησιμοποιείται συχνά σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας, όπως π.χ. σε διάφορα μέρη στροβιλομηχανών. Τέλος, τα κεραμομέταλλα χρησιμοποιούνται στους πυρηνικούς αντιδραστήρες σαν καύσιμα. Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά δύναται να ταξινομηθούν και με κριτήριο το μέγεθος των κόκκων ως εξής:

- a) Σύνθετα με ενίσχυση σωματιδίων μεγάλου μεγέθους. Τα σωματίδια έχουν διάμετρο λίγων μm και περιέχονται σε ποσοστό μεγαλύτερο του 25%. Η συνήθης κατ' όγκο περιεκτικότητα κυμαίνεται ανάμεσα 60-90%.
- b) Σύνθετα με ενίσχυση μικρών σωματιδίων σε διασπορά. Τα εγκλείσματα, που συνήθως πρόκειται για οξείδια, περιέχονται στο σύνθετο σε συγκεντρώσεις μικρότερες του 15% κατ' όγκο. Η διάμετρος των σωματιδίων ποικίλει μεταξύ 0,01-0,1 μm. Η ισχυροποίηση της μήτρας επιτυγχάνεται με την παρεμπόδιση της μετάδοσης των διαταραχών εξαιτίας της ύπαρξης σωματιδίων. [4]

#### 1.11. ΣΤΡΩΜΑΤΙΚΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

Τα πολύστρωτα(laminate) ή στρωματικά σύνθετα υλικά είναι μια κατηγορία σύνθετων υλικών στην οποία τα υλικά της μήτρας και της ενίσχυσης είναι υπό τη μορφή στρώσεων και φύλλων. Διάφορα υλικά μπορούν να συνδυασθούν ή και να αποτελέσουν τις στρώσεις (στρώματα ή φύλλα(ply)) που συνθέτουν τα πολύστρωτα σύνθετα υλικά. Τα σύνθετα αυτού του τύπου μπορεί να έχουν πολύ καλές ιδιότητες, όπως δυσκαμψία, αντοχή, αντίσταση στη διάβρωση και στη φθορά, ακουστική και θερμική μόνωση κ.α. Οι επιμέρους στρώσεις αποτελούνται από ίνες υψηλής αντοχής και υψηλές τιμές μέτρου ελαστικότητας, «δεμένες» με ένα πολυμερές, μεταλλικό ή κεραμικό συνδετικό υλικό. Να πούμε εδώ ότι οι ίνες των στρώσεων μπορούν να είναι και διαφορετικά προσανατολισμένες(Εικ.25), πράγμα το οποίο βελτιώνει τις μηχανικές ιδιότητες του υλικού σε πολλές διευθύνσεις. Ίνες που χρησιμοποιούνται συνήθως, περιλαμβάνουν γραφίτη, γυαλί, βόριο, και καρβίδιο του πυριτίου. Μερικά συνδετικά υλικά είναι εποξειδικές ρητίνες, οι πολυϊμίδες, το αλουμίνιο, το τιτάνιο και η αλουμίνα. Επίσης οι επιμέρους στρώσεις γενικά είναι ορθότροπες (δηλαδή, με κύριες ιδιότητες σε ορθογώνιες κατευθύνσεις) ή εγκαρσίως ισότροπες (με ισότροπες ιδιότητες στο εγκάρσιο επίπεδο). Ωστόσο οι επιμέρους στρώσεις μπορούν να παρουσιάσουν και

ανισότροπες (με μεταβλητή κατεύθυνση των κύριων ιδιοτήτων), ορθότροπες, ή ημι-ισότροπες ιδιότητες. Τα ημι-ισοτροπικά ελάσματα εμφανίζουν ισότροπη (δηλαδή, ανεξάρτητη από την κατεύθυνση) απόκριση εντός του επιπέδου αλλά δεν περιορίζονται σε ισοτροπική (καμπτική) απόκριση εκτός αυτού. Τα κυριότερα είδη των πολύστρωτων σύνθετων υλικών είναι:

1. τα διμέταλλα
2. τα επιμεταλλωμένα μέταλλα
3. η ύαλος ασφαλείας
4. τα υλικά με επίστρωση πλαστικού [4]



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ

### 2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η κλασική θεωρία της ελαστικότητας ασχολείται με τις μηχανικές ιδιότητες των ελαστικών στερεών, για τα οποία, σύμφωνα με το νόμο του Hooke, η τάση είναι πάντα ευθέως ανάλογη με την παραμόρφωση, για μικρές παραμορφώσεις, αλλά ανεξάρτητη από την ταχύτητα παραμόρφωσης. Η κλασική θεωρία της υδροδυναμικής ασχολείται με τις ιδιότητες ιξωδών υγρών, όπου σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα, η τάση είναι πάντα ανάλογη με την ταχύτητα παραμόρφωσης, αλλά ανεξάρτητη από την ίδια την παραμόρφωση. Οι παραπάνω θεωρίες αφορούν ιδανικές καταστάσεις, παρά το γεγονός ότι η συμπεριφορά πολλών στερεών πλησιάζει το νόμο του Hooke και πολλά υγρά προσεγγίζουν το νόμο του Νεύτωνα για απειροστές ταχύτητες παραμόρφωσης.

Συνήθως παρατηρούνται δυο ειδών αποκλίσεις. Πρώτον, όταν επιβάλλονται πεπερασμένες παραμορφώσεις σε στερεά, συνήθως πολύ μαλακά για να παραμορφώνονται χωρίς να σπάνε, οι σχέσεις τάσεων- παραμορφώσεων γίνονται αρκετά περίπλοκες. Αντίστοιχα σε περιπτώσεις σταθερής ροής με πεπερασμένη ταχύτητα παραμόρφωσης, πολλά υγρά αποκλίνουν σημαντικά από τη Νευτωνική συμπεριφορά. Η διαχωριστική γραμμή ανάμεσα στο πεπερασμένο και το απειροστό κυμαίνεται σημαντικά και συχνά εξαρτάται κύρια από το υλικό. Δεύτερον, όταν η παραμόρφωση, όσο και η ταχύτητα παραμόρφωσης είναι απειροστές, ένα σύστημα μπορεί να εμφανίζεται με συνδυασμένα χαρακτηριστικά τόσο της υγρής, όσο και της στερεής κατάστασης. Έτσι ένα υλικό, που δεν είναι ακριβώς στερεό δε διατηρεί μια σταθερή παραμόρφωση κάτω από σταθερή τάση, αλλά παραμορφώνεται αργά με το χρόνο, ή έρπει. Όταν το ίδιο υλικό έχει μια σταθερή παραμόρφωση, η τάση που χρειάζεται για να τη διατηρήσει σταθερή ελαττώνεται βαθμιαία. Επίσης ένα υλικό που δεν είναι ακριβώς υγρό, μπορεί, ενώ ρέει με την επιβολή μιας σταθερής τάσης, να αποθηκεύσει μέρος της ενέργειας που δέχεται αντί να την διασκορπίσει σαν θερμότητα. Όταν υλικά αυτής της μορφής βρίσκονται στην επίδραση εναλλασσόμενης τάσης, η παραμόρφωση δεν είναι ούτε ακριβώς σε φάση με την τάση (περίπτωση τέλειου ελαστικού στερεού), ούτε σε διαφορά φάσης  $90^\circ$  (περίπτωση τέλειου ιξώδους υγρού), αλλά είναι κάπου ανάμεσα.

Μέρος της εισαγόμενης ενέργειας αποθηκεύεται και ανακτάται σε κάθε κύκλο, ενώ ένα μέρος σκεδάζεται σαν θερμότητα. Υλικά των οποίων η συμπεριφορά έχει τέτοια χαρακτηριστικά λέγονται «βισκοελαστικά». Στην περίπτωση απειροστής παραμόρφωσης και ταχύτητας παραμόρφωσης, έχουμε γραμμική βισκοελαστική συμπεριφορά και τότε η τάση προς παραμόρφωση είναι συνάρτηση μόνο του χρόνου (ή της συχνότητας) και όχι του μεγέθους της τάσης. Αν και τα θεμέλια της φαινομενολογικής θεωρίας της γραμμικής βισκοελαστικότητας έγιναν με πειράματα ερπυσμού και χαλάρωσης σε ίνες μετάλλου ή γυαλιού και η σκέδαση της ενέργειας, σε ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενες παραμορφώσεις έδωσε χρήσιμες πληροφορίες για τη δομή των μετάλλων, οι αποκλίσεις από την κλασική ελαστικότητα είναι μικρές. Αντίθετα στα σύνθετα υλικά η μηχανική συμπεριφορά κυριαρχείται από τα βισκοελαστικά φαινόμενα που συχνά είναι θεαματικά. Η υπεροχή της βισκοελαστικότητας στα σύνθετα υλικά είναι κάτι που αναμένεται, αν αναλογιστεί

κανείς τις πολύπλοκες μοριακές διευθετήσεις που γίνονται με την επίδραση κάποιας μακροσκοπικής μηχανικής παραμόρφωσης. Όταν παραμορφώνεται κάποιο σκληρό στερεό, όπως το διαμάντι, τα άτομα μετατοπίζονται από τις θέσεις ισορροπίας σε περιοχές δυνάμεων τοπικού χαρακτήρα. Σε κάποιο υγρό, η ιξώδης ροή, με την επιβολή μιας τάσης, αντανakλά την αλλαγή με τον χρόνο της κατανομής των μορίων που περιβάλλουν ένα δεδομένο μόριο. Οι μετρήσεις των βισκοελαστικών ιδιοτήτων των σύνθετων υλικών δίνουν σημαντική πληροφόρηση για την φύση και την ταχύτητα των μοριακών διευθύνσεων. Επιπλέον, οι μετρήσεις αυτές αποκτούν ιδιαίτερη σημασία, λόγω της πρακτικής αξίας της μηχανικής συμπεριφοράς στη διεργασία και χρήση των ελαστομερών, των πλαστικών και των ινών. Πειράματα, όπου επιβάλλεται στο υλικό μια κυμαινόμενη τάση ή παραμόρφωση, αποτελούν μια σημαντική ομάδα πειραμάτων για τη μελέτη της βισκοελαστικής συμπεριφοράς των σύνθετων υλικών. Τα περισσότερα κατασκευαστικά υλικά έχουν σε ένα βαθμό ιξωδοελαστικό χαρακτήρα. Για το λόγο αυτό είναι απαραίτητος ο έλεγχος των υλικών αυτών πριν από την σχεδίαση των τελικών προϊόντων. Οι συνηθέστεροι έλεγχοι βασίζονται σε μετρήσεις [3]:

- A. Ερπυσμού
- B. Χαλάρωσης τάσεων
- C. Δυναμομηχανικής φόρτισης

Με τις μετρήσεις αυτές παίρνουμε δεδομένα που συσχετίζουν τάση, ανηγμένη παραμόρφωση, θερμοκρασία και χρόνο.

Από τις στατικές ελαστικές σταθερές για να “περάσουμε” στις αντίστοιχες δυναμικές, χρησιμοποιούμε την αρχή της αντιστοιχίας, σύμφωνα με την οποία έχουμε τις ακόλουθες σχέσεις :

$$E_f^* = E_f' + iE_f'' \qquad E_m^* = E_m' + iE_m''$$

$$\nu_f^* = \nu_f' - i\nu_f'' \qquad \nu_m^* = \nu_m' - i\nu_m''$$

Για λόγους απλοποίησης των πολύ μικρών, συγκριτικά, όρων θεωρούμε ότι:

$$E_f'' = 0 \qquad \nu_f'' = 0 \qquad \nu_m'' = 0 \quad \text{οπότε έχουμε:}$$

$$E_f^* = E_f'$$

$$\nu_f^* = \nu_f'$$

$$\nu_m^* = \nu_m'$$

Αυτή η διαδικασία του υπολογισμού των μιγαδικών μέτρων των βισκοελαστικών υλικών από τις εκφράσεις των ελαστικών σταθερών για τα ελαστικά υλικά ονομάζεται αρχή της αντιστοιχίας του Hashin. [16]

Στην παρούσα ανάλυση ακολουθώντας αυτή την διαδικασία υπολογίζονται οι εκφράσεις για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας  $E_c'$  και  $E_c''$  εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας στην έκφραση του μέτρου ελαστικότητας το οποίο υπολογίσθηκε από

το θεωρητικό μοντέλο το οποίο λαμβάνει υπόψιν το τριφασικό μοντέλο. Το ίδιο εφαρμόζεται και για τις άλλες ελαστικές σταθερές.[3]

## 2.2. ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Οι χρονικά εξαρτημένες μηχανικές ιδιότητες των πολυμερών με ενίσχυση εγκλεισμάτων είναι διαφορετικές από εκείνες των μη ενισχυμένων. Τρεις είναι οι παράγοντες που επηρεάζουν τις μηχανικές αυτές ιδιότητες:

- a) Οι ιδιότητες του επιφανειακού στρώματος του πολυμερούς.
- b) Ο σχηματισμός πρόσθετων δεσμών πολυμερούς επιφανείας.
- c) Η παρουσία εγκλεισμάτων.

Για τις εποξειδικές ρητίνες οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον σχηματισμό της μήτρας των σύνθετων υλικών, έχει γίνει αρκετή έρευνα επάνω στην δυναμική μηχανική συμπεριφορά τους όπου οι ίνες είναι ενισχυμένες με εγκλείσματα. Οι Dally έκανε έρευνα σχετικά με την κόπωση αυτών των υλικών για συχνότητα έως 40Hz. Ο Plunkett διερεύνησε τις πειραματικές μεθόδους για την μέτρηση του συντελεστή αποσβέσεως και υπόδειξε κάποιες προφυλάξεις που πρέπει να λαμβάνονται όταν γίνονται μετρήσεις. Ο Murayama ανέπτυξε μια νέα μέθοδο για την μέτρηση των δυναμικών μηχανικών σε κάμψη, των σύνθετων υλικών για διάφορες θερμοκρασίες. Επίσης, διάφοροι ερευνητές αναφέρουν αποτελέσματα για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας και τον συντελεστή αποσβέσεως μέσα από πειράματα ταλαντώσεων που έγιναν σε δοκούς. Οι Schultz και Tsai αναφέρουν καλά αποτελέσματα για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας, αλλά μόνο ποιοτική συμφωνία για τον συντελεστή αποσβέσεως και μια ανώμαλη εξάρτηση από την συχνότητα.

Η δυναμομηχανική φόρτιση χρησιμοποιείται για να ληφθούν ορισμένες πληροφορίες, με τις οποίες γίνεται δυνατός ο διαχωρισμός της ελαστικής από την ιξώδη απόκριση των υλικών. Ακολουθεί η περιγραφή της απόκρισης των υλικών κάτω από δυναμομηχανική φόρτιση. Είναι γνωστό ότι η πλειοψηφία των στερεών όταν υπόκειται σε μικρές παραμορφώσεις, ακολουθεί το νόμο του Hooke:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.1)$$

Εάν υποθέσουμε ότι στο υλικό επιβάλλεται μια τάση ημιτονοειδούς μορφής δόνηση, τότε και η εμφανιζόμενη ανηγμένη παραμόρφωση είναι ημιτονοειδούς μορφής της ίδιας συχνότητας, παρουσιάζει όμως μια διαφορά φάσης  $\delta$ . Έτσι, αν:

$$\sigma = \sigma_0 \eta \mu(\omega t) \quad (2.2)$$

Άρα:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \eta \mu(\omega t - \delta) \quad (2.3)$$

Όπου:

$\sigma_0$  = το πλάτος της τάσης,

$\omega$  = η κυκλική συχνότητα,  $\omega = 2\pi f$ ,

$f$  = η συχνότητα ταλαντώσεων,  $t$  = χρόνος.

Μια άλλη έκφραση είναι :

$$\sigma^* = \sigma_0 e^{i\omega t} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \delta)} \quad (2.5)$$

Με τη βοήθεια των δύο παραπάνω σχέσεων, μπορούμε να ορίσουμε το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας  $E^*$  ως εξής:

$$E^* = E' + iE'' = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} \quad (2.6)$$

Αν στην πιο πάνω σχέση αντικαταστήσουμε τις σχέσεις που δίνουν τα  $\sigma^*$  και  $\varepsilon^*$ , υπολογίζουμε:

$$E^* = E' + iE'' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\delta} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\sigma \nu \nu \delta + i \eta \mu \delta) \quad (2.7)$$

Επομένως προκύπτει:

$$E' = \left( \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \right) \sigma \nu \nu \delta \quad (2.8)$$

$$E'' = \left( \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \right) \eta \mu \delta \quad (2.9)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, το  $E'$  που είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας ονομάζεται *δυναμικό μέτρο αποθήκευσης*, ενώ το  $E''$  που είναι το φανταστικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας, ονομάζεται *δυναμικό μέτρο απωλειών*. Η τάση που δεν βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες από τις οποίες η μια βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση και η άλλη θα διαφέρει από αυτήν κατά φάση ίση με  $\pi/2$ . Έτσι μπορούμε να έχουμε έναν ποιοτικό προσδιορισμό των  $E'$  και  $E''$ .

### 2.3. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας  $E'$  είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας. Είναι ίσο με το λόγο μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, προς την τιμή αυτής της παραμόρφωσης. Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας χαρακτηρίζει την ποσότητα ενέργειας που λαμβάνεται και που ελκύεται από μια μονάδα κάποιου όγκου ενός σώματος σε διάρκεια μιας περιόδου. Για ταλαντώσεις σταθερού πλάτους η τιμή του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας  $E'$  αυξάνει (ή μένει σταθερή) με μια αντίστοιχη αύξηση της συχνότητας. [3]

### 2.4. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Το μέτρο απωλειών  $E''$  είναι ο λόγος μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε διαφορά φάσης  $\pi/2$  με την παραμόρφωση, προς την τιμή της παραμόρφωσης. Το μέτρο απωλειών  $E''$  χαρακτηρίζει το μέτρο εκείνο της ενέργειας της ελαστικής ταλάντωσης που χάνεται υπό μορφή θερμότητας κατά τη διάρκεια μιας περιόδου ταλάντωσης. Όταν η διαφορά φάσης ανάμεσα στην τάση και στην παραμόρφωση γίνει μέγιστη, το μέτρο απωλειών  $E''$  λαμβάνει μια μέγιστη τιμή. Έτσι το μέτρο απωλειών χαρακτηρίζει τη διασπορά της ενέργειας της ταλάντωσης σε ένα βισκοελαστικό σώμα.

Η ακριβής τιμή του σύνθετου μέτρου ελαστικότητας, είναι:

$$E^* = \sqrt{(E')^2 + (E'')^2} \quad (2.10)$$

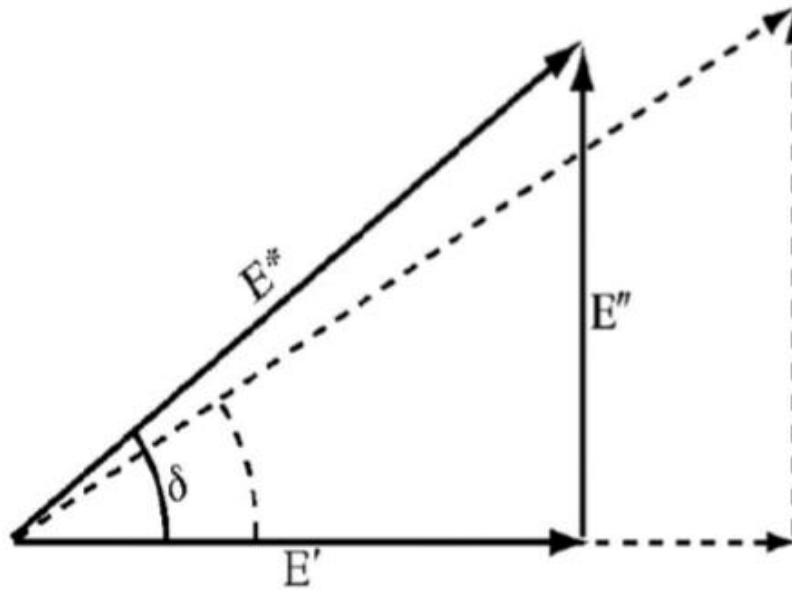
Από την άλλη μεριά η σχέση μεταξύ του πλάτους των τιμών της τάσης και της παραμόρφωσης μπορεί να γραφεί:

$$\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \sqrt{(E')^2 + (E'')^2} \quad (2.11)$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης-παραμόρφωσης είναι καθορισμένη συνήθως από την κλίση των μηχανικών απωλειών.

$$\varepsilon \varphi \delta = \frac{E''}{E'} \quad (2.12)$$

Οι σχέσεις μεταξύ του μιγαδικού μέτρου απωλειών  $E^*$  και της διαφοράς φάσης  $\delta$  μπορούν εύκολα να αποδοθούν από το διανυσματικό διάγραμμα της Εικόνας 16:



Εικόνα.16.

$$E' = E^* \sigma \nu \delta \quad (2.13)$$

$$E'' = E^* \eta \mu \delta \quad (2.14)$$

Αν ένα σώμα είναι ιδανικά ελαστικό, τότε έχουμε  $\delta=0$  και  $E^* = E'$  όπως προκύπτει από τις σχέσεις 2.10 και 2.13, 2.14. Στην πραγματικότητα κανένα στέρεο σώμα δεν είναι ιδανικά ελαστικό. Όλα τα στερεά έχουν μαζί ελαστικές και ιξώδεις ιδιότητες μέχρι ένα οριστικό μέγεθος. Η ιξώδης συμπεριφορά σε πολλά από αυτά εκδηλώνεται τόσο αδύναμα, ώστε πρακτικά αυτά τα υλικά να θεωρούνται ιδανικά ελαστικά. [3]

## 2.5. ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΝΔΟΣΕΩΣ

Μερικές φορές χρησιμοποιείται η έννοια του μιγαδικού μέτρου ενδόσεως ως ο αποκλίνων τανυστής του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας, δηλαδή:

$$D^* = \frac{1}{E^*} = D' - iD'' \quad (2.15)$$

Όπου το  $D'$  ονομάζεται δυναμικό μέτρο ενδόσεως και το  $D''$  ονομάζεται απώλεια ενδόσεως. Ακολουθούν οι σχέσεις που συνδέουν τις συνιστώσες του σύνθετου μέτρου ενδόσεως με αυτές του σύνθετου μέτρου ελαστικότητας. [3]

$$D^* = \frac{\frac{1}{E'} - i \frac{1}{E'} \varepsilon \varphi \delta}{1 + \varepsilon \varphi^2 \delta} \quad (2.16)$$

$$D' = \frac{\frac{1}{E'}}{1 + \varepsilon \varphi^2 \delta} \quad (2.17)$$

$$D'' = \frac{\varepsilon \varphi \delta / E'}{1 + \varepsilon \varphi^2 \delta} = \frac{1/E''}{(1 + \varepsilon \varphi^2 \delta) - 1} \quad (2.18)$$

## 2.6. ΣΥΝΘΕΤΟΣ (ΜΙΓΑΔΙΚΟΣ) ΛΟΓΟΣ POISSON

Δυο ακόμα σημαντικά μεγέθη είναι ο μιγαδικός λόγος του Poisson  $\nu^*$  και το μιγαδικό μέτρο διόγκωσης  $K^*$ . Τα δυο αυτά μεγέθη δίνονται από τις σχέσεις [3]:

$$\nu^* = \nu' - i\nu'' = \frac{E^*}{2G^*} - 1 \quad (2.19)$$

## 2.7. ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΔΙΟΓΚΩΣΗΣ

$$K^* = K' + iK'' = \frac{E^*}{3(1 - 2\nu^*)} \quad (2.20)$$

## 2.8. ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ

$$G^* = G' + iG'' = \frac{E^*}{3(1 + \nu^*)} \quad (2.21)$$

Για να περιγραφεί η βισκοελαστική συμπεριφορά ενός ισότροπου σώματος χρειάζονται δυο ανεξάρτητες μιγαδικές σταθερές ελαστικότητας, για παράδειγμα το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας  $E^*$  και το μιγαδικό μέτρο διάτμησης  $G^*$ , ή ο μιγαδικός λόγος Poisson. [3]



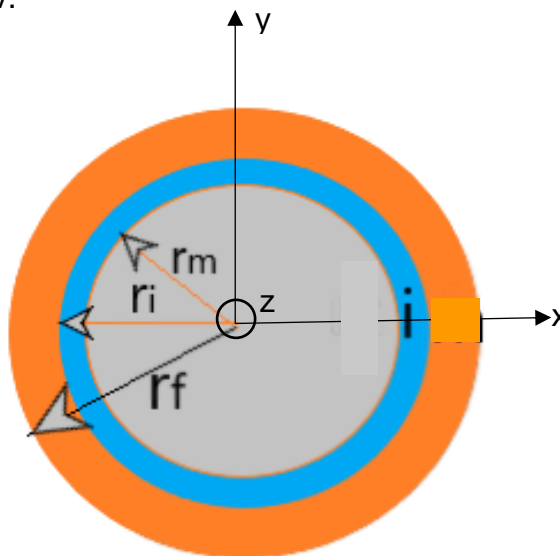


## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΤΑΤΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ

### 3.1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Η θεωρητική ανάπτυξη του κυλινδρικού τριφασικού μοντέλου που θα χρησιμοποιήσουμε για την παρακάτω μελέτη βασίζεται στις εξής παραδοχές [4]:

- Το έγκλεισμα αποτελείται από ίνες που έχουν τέλειο κυλινδρικό σχήμα. □
- Οι φάσεις του σύνθετου υλικού θεωρούνται ελαστικά, ομογενή και ισότροπα υλικά.
- Ο αριθμός των εγκλεισμάτων είναι μεγάλος και η κατανομή τους ομοιόμορφη έτσι ώστε το σύνθετο υλικό να μπορεί να θεωρηθεί ομοιογενές.
- Οι παραμορφώσεις που αναπτύσσονται στο σύνθετο υλικό είναι αρκετά μικρές ώστε μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύουν οι γραμμικές σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων.



**Εικόνα.17.** Εγκάρσια τομή κυλινδρικού τριφασικού μοντέλου

### 3.2. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ $E_L$

Χρησιμοποιούμε την τασική συνάρτηση του Airy η οποία ικανοποιεί την εξίσωση ισορροπίας σε κυλινδρικές συντεταγμένες [4]:

$$\nabla^4 \Phi = \frac{d^4 \Phi}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \Phi}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\Phi}{dr} = 0 \quad (3.22)$$

Η εξίσωση αυτή είναι της μορφής Euler με λύση την ακόλουθη:

$$\Phi = c_1 \ln r + c_2 r^2 \ln r + c_3 r^2 + c_4 \quad (3.23)$$

Κάθε μία από τις τρεις φάσεις του σύνθετου χαρακτηρίζεται από μία αντίστοιχη τασική συνάρτηση. Επομένως, οι εκφράσεις των τάσεων για την κάθε φάση είναι οι εξής [4]:

$$\sigma_{r,f} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_f}{dr} = \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \ln r) + 2C \quad (3.24)$$

$$\sigma_{\theta,f} = \frac{d^2\Phi_f}{dr^2} = -\frac{A}{r^2} + B(3 + 2 \ln r) + 2C \quad (3.25)$$

$$\sigma_{r,m} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_m}{dr} = \frac{F}{r^2} + J(1 + 2 \ln r) + 2H \quad (3.26)$$

$$\sigma_{\theta,m} = \frac{d^2\Phi_m}{dr^2} = -\frac{F}{r^2} + J(3 + 2 \ln r) + 2H \quad (3.27)$$

$$\sigma_{r,i} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_i}{dr} = \frac{K}{r^2} + L(1 + 2 \ln r) + 2M \quad (3.28)$$

$$\sigma_{\theta,i} = \frac{1}{r} \frac{d^2\Phi_i}{dr^2} = -\frac{K}{r^2} + L(3 + 2 \ln r) + 2M \quad (3.29)$$

Για να αποφύγουμε άπειρες τάσεις στο σημείο  $r=0$  οι σταθερές  $A$  και  $B$  παίρνουν την τιμή  $A=B=0$ . Συνεπώς, οι σχέσεις (3.24), (3.25) γίνονται:

$$\sigma_{r,f} = \sigma_{\theta,f} = 2C \quad (3.30)$$

Για την μήτρα και την ενδιάμεση φάση από τις συνθήκες παραμόρφωσης, δύναται να θεωρηθεί ότι  $J=L=0$ . Έτσι, έχουμε:

$$\sigma_{r,m} = \frac{F}{r^2} + 2H \quad \sigma_{\theta,m} = -\frac{F}{r^2} + 2H \quad (3.31)$$

$$\sigma_{r,i} = \frac{K}{r^2} + 2M \quad \sigma_{\theta,i} = -\frac{K}{r^2} + 2M \quad (3.32)$$

Εφαρμόζουμε μία εφελκυστική τάση  $\sigma_c$ , η οποία επιδρά κατά τη διεύθυνση του z άξονα. Η ισορροπία των δυνάμεων στη διεύθυνση της ασκούμενης τάσης δίνει την ακόλουθη εξίσωση [4]:

$$\sigma_f A_f + \sigma_m A_m + \sigma_i A_i = \sigma_c A_c \quad (3.33)$$

Όπου  $\sigma_{z,f} = \sigma_f$ ,  $\sigma_{z,m} = \sigma_m$ ,  $\sigma_{z,i} = \sigma_i$

Με  $A_f, A_m, A_i, A_c$  η επιφάνεια της ίνας, της μήτρας, της ενδιάμεσης φάσης και η συνολική επιφάνεια αντίστοιχα.

Εάν θεωρήσουμε ότι:  $\sigma_f = \sigma_1$ ,  $\sigma_i = \sigma_2$ ,  $\sigma_m = \sigma_3$ ,  $\sigma_c = \sigma$  και διαιρέσουμε με  $A_c$  η σχέση (3.33) γίνεται:

$$\sigma_1 U_f + \sigma_2 U_i + \sigma_3 U_m = \sigma \quad (3.34)$$

Όπου  $U_f, U_i, U_m$  η κατά όγκο περιεκτικότητα (%) των ινών, της ενδιάμεσης φάσης και της μήτρας, ενώ ισχύει:  $U_f + U_i + U_m = 1$ .

Από τις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων βρίσκουμε ότι:

$$\varepsilon_{z,f} = \left[ \sigma_{z,f} - \nu_f (\sigma_{r,f} + \sigma_{\theta,f}) \right] / E_f = \varepsilon \quad (3.35)$$

$$\varepsilon_{z,m} = \left[ \sigma_{z,m} - \nu_m (\sigma_{r,m} + \sigma_{\theta,m}) \right] / E_m = \varepsilon \quad (3.36)$$

$$\varepsilon_{z,i} = \left[ \sigma_{z,i} - \nu_i (\sigma_{r,i} + \sigma_{\theta,i}) \right] / E_i = \varepsilon \quad (3.37)$$

Αντικαθιστώντας από τις (3.3) έως (3.32):

$$\varepsilon_{z,f} = \left[ \sigma_1 - \nu_f (2C + 2C) \right] / E_f = \varepsilon \quad (3.38)$$

$$\varepsilon_{z,m} = \left[ \sigma_3 - \nu_m \left( \frac{F}{r^2} + 2H - \frac{F}{r^2} + 2H \right) \right] / E_m = \varepsilon \quad (3.39)$$

$$\varepsilon_{z,i} = \left[ \sigma_2 - \nu_i \left( \frac{K}{r^2} + 2M - \frac{K}{r^2} + 2M \right) \right] / E_i = \varepsilon \quad (3.40)$$

Όπου συνεπάγεται:

$$\varepsilon_{z,f} = \left[ \sigma_1 - 4\nu_f C \right] / E_f = \varepsilon \quad (3.41)$$

$$\varepsilon_{z,m} = \left[ \sigma_3 - 4\nu_m H \right] / E_m = \varepsilon \quad (3.42)$$

$$\varepsilon_{z,i} = [\sigma_2 - 4\nu_i M]/E_i = \varepsilon \quad (3.43)$$

Επιπλέον,

$$\varepsilon_{\theta,f} = [\sigma_{\theta,f} - \nu_f (\sigma_{r,f} + \sigma_{z,f})]/E_f \quad (3.44)$$

$$\varepsilon_{\theta,m} = [\sigma_{\theta,m} - \nu_m (\sigma_{r,m} + \sigma_{z,m})]/E_m \quad (3.45)$$

$$\varepsilon_{\theta,i} = [\sigma_{\theta,i} - \nu_i (\sigma_{r,i} + \sigma_{z,i})]/E_i \quad (3.46)$$

Αντικαθιστώντας από τις (3.24) έως (3.32):

$$\varepsilon_{\theta,f} = \left[ -\frac{A}{r^2} + B(3 + 2 \ln r) + 2C - \nu_f \left( \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \ln r) + 2C + \sigma_1 \right) \right] / E_f \quad (3.47)$$

$$\varepsilon_{\theta,m} = \left[ -\frac{F}{r^2} + J(3 + 2 \ln r) + 2H - \nu_m \left( \frac{F}{r^2} + J(1 + 2 \ln r) + 2H + \sigma_3 \right) \right] / E_m \quad (3.48)$$

$$\varepsilon_{\theta,i} = \left[ -\frac{K}{r^2} + L(3 + 2 \ln r) + 2M - \nu_i \left( \frac{K}{r^2} + L(1 + 2 \ln r) + 2M + \sigma_2 \right) \right] / E_i \quad (3.49)$$

Ενώ,

$$\varepsilon_{r,f} = [\sigma_{r,f} - \nu_f (\sigma_{z,f} + \sigma_{\theta,f})]/E_f \quad (3.50)$$

$$\varepsilon_{r,m} = [\sigma_{r,m} - \nu_m (\sigma_{z,m} + \sigma_{\theta,m})]/E_m \quad (3.51)$$

$$\varepsilon_{r,i} = [\sigma_{r,i} - \nu_i (\sigma_{z,i} + \sigma_{\theta,i})]/E_i \quad (3.52)$$

$$\varepsilon_{r,f} = \frac{\left[ \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \ln r) + 2C - \nu_f \left( \sigma_1 - \frac{A}{r^2} + B(3 + 2 \ln r) + 2C \right) \right]}{E_f} \quad (3.53)$$

$$\varepsilon_{r,m} = \frac{\left[ \frac{F}{r^2} + J(1 + 2 \ln r) + 2H - \nu_m \left( \sigma_3 - \frac{F}{r^2} + J(3 + 2 \ln r) + 2H \right) \right]}{E_m} \quad (3.54)$$

$$\varepsilon_{r,i} = \frac{\left[ \frac{K}{r^2} + L(1 + 2 \ln r) + 2M - \nu_i \left( \sigma_2 - \frac{K}{r^2} + L(3 + 2 \ln r) + 2M \right) \right]}{E_i} \quad (3.55)$$

Τελικά προκύπτουν τα εξής:

$$\varepsilon_{r,f} = [2C(1 - \nu_f - 2\nu_f^2) - \nu_f E_f \varepsilon]/E_f \quad (3.56)$$

$$\varepsilon_{r,m} = \left[ (1 + \nu_m) \frac{F}{r^2} + 2H(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) - \nu_m E_m \varepsilon \right] / E_m \quad (3.57)$$

$$\varepsilon_{r,i} = \left[ (1 + \nu_i) \frac{K}{r^2} + 2M(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) - \nu_i E_i \varepsilon \right] / E_i \quad (3.58)$$

Και

$$\varepsilon_{\theta,f} = [2C(1 - \nu_f - 2\nu_f^2) - \nu_f E_f \varepsilon] / E_f \quad (3.59)$$

$$\varepsilon_{\theta,m} = \left[ -(1 + \nu_m) \frac{F}{r^2} + 2H(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) - \nu_m E_m \varepsilon \right] / E_m \quad (3.60)$$

$$\varepsilon_{\theta,i} = \left[ -(1 + \nu_i) \frac{K}{r^2} + 2M(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) - \nu_i E_i \varepsilon \right] / E_i \quad (3.61)$$

Οι ακτινικές μετατοπίσεις δίνονται από τις σχέσεις που προκύπτουν από την  $u_r = r\varepsilon_{\theta}$ , ως:

$$u_{r,f} = \frac{r}{E_f} [2C - \nu_f(2C + 4\nu_f C + E_f \varepsilon)] \quad (3.62)$$

$$u_{r,m} = \frac{r}{E_m} \left[ 2H - \frac{F}{r^2} - \nu_m \left( 2H + \frac{F}{r^2} + 4\nu_m H + E_m \varepsilon \right) \right] \quad (3.63)$$

$$u_{r,i} = \frac{r}{E_i} \left[ 2M - \frac{K}{r^2} - \nu_i \left( 2M + \frac{K}{r^2} + 4\nu_i M + E_i \varepsilon \right) \right] \quad (3.64)$$

Οι συνοριακές συνθήκες είναι:

$$r = r_f: \sigma_{r,f} = \sigma_{r,i} \rightarrow 2C = \frac{K}{r_f^2} + 2M \quad (3.65)$$

$$r = r_i: \sigma_{r,i} = \sigma_{r,m} \rightarrow \frac{K}{r_i^2} + 2M = \frac{F}{r_i^2} + 2H$$

$$\begin{aligned} r = r_f: u_{r,f} = u_{r,i} &\rightarrow E_i [2C(1 - \nu_f - 2\nu_f^2) - \nu_f E_f \varepsilon] \\ &= E_f \left[ 2M(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) - \frac{K}{r_f^2} (1 + \nu_i) - \nu_i E_i \varepsilon \right] \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned} r = r_i: u_{r,i} = u_{r,m} &\rightarrow E_m \left[ 2M(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) - \frac{K}{r_i^2} (1 + \nu_i) - \nu_i E_i \varepsilon \right] \\ &= E_i \left[ 2H(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) - \frac{F}{r_i^2} (1 + \nu_m) - \nu_m E_m \varepsilon \right] \end{aligned} \quad (3.67)$$

$$r = r_m: \sigma_{r,m} = 0 \rightarrow -F/r_m^2 = 2H \quad (3.68)$$

Από την επίλυση του συστήματος βρίσκουμε τις άγνωστες σταθερές C, F, H, K, M.

Το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού μπορεί να υπολογιστεί τώρα ως εξής: η ενέργεια παραμόρφωσης του συστήματος πρέπει να είναι ίση με το άθροισμα της ενέργειας παραμόρφωσης στην ίνα, την ενδιάμεση φάση και τη μήτρα. Επομένως :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int E_L \varepsilon^2 dV &= \frac{1}{2} \int_{V_f} (\sigma_{r,f} \varepsilon_{r,f} + \sigma_{\theta,f} \varepsilon_{\theta,f} + \sigma_{z,f} \varepsilon_{z,f}) dV_f \\ &+ \frac{1}{2} \int_{V_i} (\sigma_{r,i} \varepsilon_{r,i} + \sigma_{\theta,i} \varepsilon_{\theta,i} + \sigma_{z,i} \varepsilon_{z,i}) dV_i \\ &+ \frac{1}{2} \int_{V_m} (\sigma_{r,m} \varepsilon_{r,m} + \sigma_{\theta,m} \varepsilon_{\theta,m} + \sigma_{z,m} \varepsilon_{z,m}) dV_m \end{aligned} \quad (3.69)$$

Εάν αντικαταστήσουμε τις τιμές των τάσεων και των παραμορφώσεων για την ίνα, την ενδιάμεση φάση και τη μήτρα, καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας:

$$\begin{aligned} \int_0^{r_m} E_L \varepsilon^2 r dr &= \frac{1}{E_f} \int_0^{r_f} [8C^2(1 - \nu_f - 2\nu_f^2) + E_f^2 \varepsilon^2] r dr + \int_{r_f}^{r_i} \frac{1}{E_i} \left[ \frac{2K^2}{r^4} (1 + \nu_i) \right. \\ &+ \left. 8M^2(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) + E_i^2 \varepsilon^2 \right] r dr \\ &+ \frac{1}{E_m} \int_{r_i}^{r_m} \left[ \frac{2F^2}{r^4} (1 + \nu_m) + 8H^2(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) + E_m^2 \varepsilon^2 \right] r dr \end{aligned}$$

Ολοκληρώνοντας, καταλήγουμε:

$$E_L = E_f U_f + E_m U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} E_i(r) dr \quad (3.70)$$

Σε αυτήν την σχέση το μέτρο Ελαστικότητας  $E_i$  και ο λόγος Poisson  $\nu_i$  της ενδιάμεσης φάσης είναι συναρτήσεις της ακτινικής απόστασης στην ίνα. Για να ολοκληρώσουμε τον τρίτο όρο μπορούμε να πάρουμε τον υπερβολικό νόμο μεταβολής που εκφράζει τα  $E_i$  και  $\nu_i$  στην ζώνη της ενδιάμεσης φάσης. Εφαρμόζοντας λοιπόν, τον υπερβολικό νόμο έχουμε:

$$E_i(r) = A + \frac{B}{r} \text{ και } \nu_i(r) = A' + \frac{B'}{r} \text{ με } r_f \leq r \leq r_i$$

Για να υπολογίσουμε τις σταθερές A, B, A', B' κάνουμε χρήση των συνοριακών συνθηκών που περιγράφονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 6.4. Έτσι:

$$E_i(r) = \frac{E_m r_i - E_f r_f}{r_i - r_f} + \frac{(E_f - E_m) r_f r_i}{(r_i - r_f) r} \quad (3.71\alpha)$$

$$v_i(r) = \frac{v_m r_i - v_f r_f}{r_i - r_f} + \frac{(v_f - v_m) r_f r_i}{(r_i - r_f) r} \quad (3.71\beta)$$

Εισάγοντας τις εξισώσεις αυτές στην (3.70) και λύνοντας ως προς  $E_L$  έχουμε:

$$E_L = E_f \frac{r_f^2}{r_m^2} + E_m \left( \frac{r_m^2 - r_i^2}{r_m^2} \right) + \frac{E_m r_i - E_f r_f}{r_m^2} (r_f + r_i) + 2(E_f - E_m) \frac{r_f r_i}{r_m^2}$$

Η οποία καταλήγει ως:

$$E_L = E_f U_f + E_m U_m + [E_m(1 - U_m)^{1/2} - E_f U_f^{1/2}] [(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{1/2}] + 2(E_f - E_m) [U_f^{1/2} (1 - U_m)^{1/2}] \quad (3.72)$$

### 3.3. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON $\nu_{LT}$

Ο λόγος Poisson του σύνθετου υλικού στη διαμήκη κατεύθυνση ορίζεται από :

$$\nu_{LT} = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z} = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon} \quad (3.73)$$

Μπορεί επίσης να γραφεί και στην εξής μορφή:

$$\begin{aligned} \nu_{LT} &= -\frac{1}{\varepsilon V_c} \int_{V_c} \varepsilon_r dV_c = -\frac{1}{\varepsilon V_c} \left[ \int_{V_f} \varepsilon_{r,f} dV_f + \int_{V_i} \varepsilon_{r,i} dV_i + \int_{V_m} \varepsilon_{r,m} dV_m \right] \\ &= -\frac{1}{\varepsilon \pi r_m^2 h} \left[ \int_0^{r_f} \varepsilon_{r,f} 2\pi r h dr + \int_{r_f}^{r_i} \varepsilon_{r,i} 2\pi r h dr + \int_{r_i}^{r_m} \varepsilon_{r,m} 2\pi r h dr \right] \end{aligned} \quad (3.74)$$

Αντικαθιστώντας και σε αυτήν την περίπτωση την προσέγγιση δια του υπερβολικού νόμου όπου:

$$\nu_{LT} = v_f \frac{r_f^2}{r_m^2} + v_m \frac{(r_m^2 - r_i^2)}{r_m^2} + \frac{v_m r_i - v_f r_f}{r_m^2} (r_f + r_i) + 2(v_f - v_m) \frac{r_f r_i}{r_m^2}$$

Καταλήγει ως:

$$v_{LT} = v_f U_f + v_m U_m + [v_m(1 - U_m)^{1/2} - v_f U_f^{1/2}][(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{1/2}] + 2(v_f - v_m)[U_f(1 - U_m)]^{1/2} \quad (3.75)$$

### 3.4. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ Ε<sub>T</sub>

Στην περίπτωση αυτή θα θεωρήσουμε ότι στο σύνθετο υλικό ασκείται εξωτερική πίεση  $P_1$  η οποία δημιουργεί κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης, όπου η αξονική παραμόρφωση  $\varepsilon_{zz} = 0$ .

Χρησιμοποιούμε και πάλι την τασική συνάρτηση του Airy η οποία ικανοποιεί την εξίσωση ισορροπίας σε κυλινδρικές συντεταγμένες:

$$\nabla^4 \Phi = \frac{d^4 \Phi}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \Phi}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\Phi}{dr} = 0 \quad (3.76)$$

Η εξίσωση αυτή είναι της μορφής Euler με λύση την ακόλουθη:

$$\Phi = c_1 \ln r + c_2 r^2 \ln r + c_3 r^2 + c_4 \quad (3.77)$$

Κάθε μία από τις τρεις φάσεις του σύνθετου χαρακτηρίζεται από μία αντίστοιχη τασική συνάρτηση. Επομένως, οι εκφράσεις των τάσεων για την κάθε φάση είναι οι εξής:

$$\sigma_{r,f} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_f}{dr} = \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \ln r) + 2C \quad (3.78)$$

$$\sigma_{\theta,f} = \frac{d^2 \Phi_f}{dr^2} = -\frac{A}{r^2} + B(3 + 2 \ln r) + 2C \quad (3.79)$$

$$\sigma_{r,m} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_m}{dr} = \frac{F}{r^2} + J(1 + 2 \ln r) + 2H \quad (3.80)$$

$$\sigma_{\theta,m} = \frac{d^2 \Phi_m}{dr^2} = -\frac{F}{r^2} + J(3 + 2 \ln r) + 2H \quad (3.81)$$

$$\sigma_{r,i} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi_i}{dr} = \frac{K}{r^2} + L(1 + 2 \ln r) + 2M \quad (3.82)$$

$$\sigma_{\theta,i} = \frac{1}{r} \frac{d^2 \Phi_i}{dr^2} = -\frac{K}{r^2} + L(3 + 2 \ln r) + 2M \quad (3.83)$$



Για να αποφύγουμε άπειρες τάσεις στο σημείο  $r=0$  οι σταθερές  $A$  και  $B$  παίρνουν την τιμή  $A=B=0$ . Συνεπώς, οι σχέσεις (3.78), (3.79) γίνονται:

$$\sigma_{r,f} = \sigma_{\theta,f} = 2C \quad (3.84)$$

Για την μήτρα και την ενδιάμεση φάση από τις συνθήκες παραμόρφωσης δύναται να θεωρηθεί ότι  $J=L=0$ . Έτσι, έχουμε:

$$\sigma_{r,m} = \frac{F}{r^2} + 2H \quad \sigma_{\theta,m} = -\frac{F}{r^2} + 2H \quad (3.85)$$

$$\sigma_{r,i} = \frac{K}{r^2} + 2M \quad \sigma_{\theta,i} = -\frac{K}{r^2} + 2M \quad (3.86)$$

Η προϋπόθεση ότι η αξονική παραμόρφωση είναι μηδέν μας δίνει:

$$\varepsilon_{z,f} = [\sigma_{z,f} - \nu_f (\sigma_{r,f} + \sigma_{\theta,f})] / E_f = 0 \quad (3.87)$$

$$\varepsilon_{z,m} = [\sigma_{z,m} - \nu_m (\sigma_{r,m} + \sigma_{\theta,m})] / E_m = 0 \quad (3.88)$$

$$\varepsilon_{z,i} = [\sigma_{z,i} - \nu_i (\sigma_{r,i} + \sigma_{\theta,i})] / E_i = 0 \quad (3.89)$$

Λύνοντας για τις αξονικές τάσεις έχουμε:

$$\sigma_{z,f} = 4C\nu_f \quad \sigma_{z,m} = 4H\nu_m \quad \sigma_{z,i} = 4M\nu_i \quad (3.90)$$

Οι ακτινικές μετατοπίσεις δίνονται από:

$$u_{r,f} = r\varepsilon_{\theta,f} = \frac{2C}{E_f} (1 - \nu_f - 2\nu_f^2)r \quad (3.91)$$

$$u_{r,m} = r\varepsilon_{\theta,m} = \frac{r}{E_m} \left[ -\frac{F}{r^2} (1 + \nu_m) + 2H(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) \right] \quad (3.92)$$

$$u_{r,i} = r\varepsilon_{\theta,i} = \frac{r}{E_i} \left[ -\frac{K}{r^2} (1 + \nu_i) + 2M(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) \right] \quad (3.93)$$

Οι συνοριακές συνθήκες είναι:

$$r = r_f: \sigma_{r,f} = \sigma_{r,i} \rightarrow 2C = \frac{K}{r_f^2} + 2M \quad (3.94\alpha)$$

$$r = r_i: \sigma_{r,i} = \sigma_{r,m} \rightarrow \frac{K}{r_i^2} + 2M = \frac{F}{r_i^2} + 2H \quad (3.94\beta)$$

$$\begin{aligned} r = r_f: U_{r,f} = U_{r,i} &\rightarrow 2C(1 - \nu_f - 2\nu_f^2)E_i \\ &= E_f \left[ -\frac{K}{r_f^2}(1 + \nu_i) + 2M(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) \right] \end{aligned} \quad (3.95)$$

$$\begin{aligned} r = r_i: U_{r,i} = U_{r,m} &\rightarrow E_m \left[ 2M(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) - \frac{K}{r_i^2}(1 + \nu_i) \right] \\ &= E_i \left[ 2H(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) - \frac{F}{r_i^2}(1 + \nu_m) \right] \end{aligned} \quad (3.96)$$

$$r = r_m: \sigma_{r,m} = -P_1 \rightarrow \frac{F}{r_m^2} + 2H = -P_1 \quad (3.97)$$

Για να βρούμε τη λύση των εξισώσεων αυτών μπορούμε να θεωρήσουμε τον υπερβολικό νόμο στην ενδιάμεση φάση, όπως υποτίθεται στην ανάπτυξη του μοντέλου.

Το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος Poisson σύμφωνα με τον υπερβολικό νόμο προέκυψαν ως:

$$E_i(r) = \frac{E_m r_i - n E_f r_f}{r_i - r_f} + \frac{(n E_f - E_m) r_i r_f}{(r_i - r_f) r} \quad (3.98)$$

$$\nu_i(r) = \frac{\nu_m r_i - n \nu_f r_f}{r_i - r_f} + \frac{(\nu_m - n \nu_f) r_i r_f}{(r_i - r_f) r} \quad (3.99)$$

Το εγκάρσιο ελαστικό μέτρο  $E_T$  του σύνθετου μπορεί να επιτευχθεί με την εφαρμογή της ισότητας των ενεργειών στο σύνθετο κυλινδρικό μοντέλο. Η ενέργεια παραμόρφωσης του συστήματος πρέπει να είναι ίση με το άθροισμα των ενεργειακών παραμορφώσεως της ίνας, της ενδιάμεσης φάσης και της μήτρας:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{V_c} \frac{P_1^2}{K_c} dV_c &= \frac{1}{2} \int_{V_f} (\sigma_{r,f} \varepsilon_{r,f} + \sigma_{\theta,f} \varepsilon_{\theta,f} + \sigma_{z,f} \varepsilon_{z,f}) dV_f \\ &+ \frac{1}{2} \int_{V_i} (\sigma_{r,i} \varepsilon_{r,i} + \sigma_{\theta,i} \varepsilon_{\theta,i} + \sigma_{z,i} \varepsilon_{z,i}) dV_i \end{aligned} \quad (3.100)$$

Οι εκφράσεις των παραμορφώσεων για τις τρεις φάσεις λαμβάνονται από τις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων ως εξής:

$$\varepsilon_{r,f} = \frac{2C}{E_f} (1 - \nu_f - 2\nu_f^2) \quad (3.101)$$

$$\varepsilon_{\theta,f} = \frac{2C}{E_f} (1 - \nu_f - 2\nu_f^2) \quad (3.102)$$

$$\varepsilon_{r,m} = \frac{1}{E_m} \left[ -\frac{F}{r^2} (1 + \nu_m) + 2H(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) \right] \quad (3.103)$$

$$\varepsilon_{\theta,m} = \frac{1}{E_m} \left[ -\frac{F}{r^2} (1 + \nu_m) + 2H(1 - \nu_m - 2\nu_m^2) \right] \quad (3.104)$$

$$\varepsilon_{r,i} = \frac{1}{E_i} \left[ -\frac{K}{r^2} (1 + \nu_i) + 2H(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) \right] \quad (3.105)$$

$$\varepsilon_{\theta,i} = \frac{1}{E_i} \left[ -\frac{K}{r^2} (1 + \nu_i) + 2M(1 - \nu_i - 2\nu_i^2) \right] \quad (3.106)$$

Υποθέτοντας ότι το σύνθετο υλικό είναι μακροσκοπικά ομοιογενές και ότι υπακούει στον νόμο του Hooke, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις τάσης-παραμόρφωσης [17]:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E_T} [\sigma_{xx} - \nu_{TT}\sigma_{yy}] - \left(\frac{\nu_{LT}}{E_L}\right) \sigma_{zz} \quad (3.107\alpha)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E_T} [\sigma_{yy} - \nu_{TT}\sigma_{xx}] - \left(\frac{\nu_{LT}}{E_L}\right) \sigma_{zz} \quad (3.107\beta)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E_L} [\sigma_{zz} - \nu_{LT}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \quad (3.107\gamma)$$

Ο συντελεστής όγκου του σύνθετου μπορεί να βρεθεί λαμβάνοντας υπόψη την μεταβολή του όγκου που προκαλείται από την εφαρμοζόμενη πίεση  $P_1$ . [17]

$$1 + \Delta V = (1 + \varepsilon_{xx})(1 + \varepsilon_{yy})(1 + \varepsilon_{zz}) \approx \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} \quad (3.108)$$

Εφόσον,  $\varepsilon_{zz} = 0$

Αυτό οδηγεί στο:

$$\sigma_{zz} = \nu_{LT}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$$

Κάνοντας χρήση τις παραπάνω σχέσεις για τον λόγο  $\frac{\Delta V}{V}$  έχουμε:

$$\frac{\Delta V}{V} = 2P_1 \left[ \frac{1 - \nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} \right] \quad (3.109)$$

Το μέτρο διογκώσεως θα είναι:

$$K_c = \frac{P_1}{\Delta V/V} = \frac{1}{2 \left[ \frac{1 - \nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} \right]} \quad (3.110)$$

Εισάγουμε τις σχέσεις τάσεων και τις τιμές των σταθερών στη δεξιά πλευρά. Στη συνέχεια, μετά από κάποια άλγεβρα, λαμβάνεται η τελική έκφραση για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου, όπου:

$$\begin{aligned} \frac{1 - \nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} &= \frac{1}{E_f} (1 - \nu_f - 2\nu_f^2) U_f + \frac{1}{E_m} (1 - \nu_m - 2\nu_m^2) U_m \\ &+ \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{(1 - \nu_i(r) - 2\nu_i^2(r))}{E_i(r)} r dr \end{aligned} \quad (3.111)$$

### 3.5. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΛΟΓΟΥ POISSON $\nu_{TT}$

Ο λόγος Poisson μπορεί να βρεθεί παίρνοντας υπόψιν την ενδιάμεση φάση, ως [17]:

$$\frac{1}{\nu_{TT}} = \frac{U_f}{\nu_f} + \frac{U_m}{\nu_m} + \frac{U_i}{\nu_i(r)} \quad (3.112)$$

Όπου οδηγεί:

$$\frac{1}{\nu_{TT}} = \frac{U_f}{\nu_f} + \frac{U_m}{\nu_m} + \frac{r_i^2 - r_f^2}{r_m^2 \nu_i(r)} \quad (3.113)$$

Δεδομένου ότι το  $\nu_i(r)$  θεωρείται ότι είναι μεταβλητή στην περιοχή της ενδιάμεσης φάσης, η σχέση παίρνει την ακόλουθη μορφή προκειμένου να ληφθεί υπόψη αυτή η διακύμανση:

$$\frac{1}{\nu_{TT}} = \frac{U_f}{\nu_f} + \frac{U_m}{\nu_m} + \frac{2}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{[(r + dr)^2 - r^2] dr}{\nu_i(r)} \quad (3.114)$$

Η οποία τελικά δίνει ότι:

$$\frac{1}{\nu_{TT}} = \frac{U_f}{\nu_f} + \frac{U_m}{\nu_m} + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{r dr}{\nu_i(r)} \quad (3.115)$$

Έτσι, επιτρέπει τον υπολογισμό μιας θεωρητικής τιμής για τον λόγο Poisson  $\nu_{TT}$  εισάγοντας τον υποτιθέμενο νόμο μεταβολής του  $\nu_i$ .

### 3.6. ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ $\theta$ ΤΩΝ ΙΝΩΝ

Αυτές δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις ως:

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \frac{\sin^4 \theta}{E_T} + \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (3.116)$$

$$\frac{1}{G_\theta} = 4 \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 \quad (3.117)$$

$$\frac{\nu_\theta}{E_\theta} = - \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\nu_{LT}}{E_L} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (3.118)$$

### 3.7. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΕΩΣ $G_{LT}$

Θεωρούμε την παρακάτω τασική συνάρτηση η οποία τώρα εξαρτάται και από την γωνία  $\theta$  και την εφαρμόζουμε στις τρεις φάσεις:

$$\Phi_f(r, \theta) = \text{Arcos} \theta$$

$$\Phi_i(r, \theta) = \left( Br + \frac{Q}{r} \right) \sin \theta$$

$$\Phi_m(r, \theta) = \left( Dr + \frac{F}{r} \right) \cos \theta$$

Οι διατμητικές τάσεις προκύπτουν ως:

$$\tau_{xr,f} = G_f A \cos \theta$$

$$\tau_{x\theta,f} = -G_f A \sin \theta$$

$$\tau_{xr,i} = G_i \left( B - \frac{Q}{r^2} \right) \cos\theta$$

$$\tau_{x\theta,i} = -G_i \left( B + \frac{Q}{r^2} \right) \sin\theta$$

$$\tau_{xr,m} = G_m \left( D - \frac{F}{r^2} \right) \cos\theta$$

$$\tau_{x\theta,m} = -G_m \left( D + \frac{F}{r^2} \right) \sin\theta$$

Η συνέχεια των τριών συνιστωσών μετατοπίσεων στα σύνορα των φάσεων δίδει:

$$\Phi_f(\alpha, \theta) = \Phi_i(\alpha, \theta)$$

$$\Phi_i(b, \theta) = \Phi_m(b, \theta)$$

Άρα,

$$A\alpha \cos\theta = \left( B\alpha + \frac{Q}{\alpha} \right) \cos\theta \Rightarrow A\alpha = \left( B\alpha + \frac{Q}{\alpha} \right) \quad (3.119)$$

$$\left( Bb + \frac{Q}{b} \right) \cos\theta = \left( Db + \frac{F}{b} \right) \cos\theta \Rightarrow \left( Bb + \frac{Q}{b} \right) = \left( Db + \frac{F}{b} \right) \quad (3.120)$$

Η συνέχεια των τάσεων στα σύνορα των φάσεων δίδει:

$$\tau_{xr,f}(\alpha, \theta) = \tau_{xr,i}(\alpha, \theta) \Rightarrow G_f A \cos\theta = G_i \left( B - \frac{Q}{\alpha^2} \right) \cos\theta \Rightarrow G_f A = k G_f \left( B - \frac{Q}{\alpha^2} \right)$$

Όπου ισχύει  $\frac{G_i}{G_f} = k$

$$A = k \left( B - \frac{Q}{\alpha^2} \right) \quad (3.121)$$

$$\tau_{xr,i}(b, \theta) = \tau_{xr,m}(b, \theta) \Rightarrow G_i \left( B - \frac{Q}{b^2} \right) \cos\theta = G_m \left( D - \frac{F}{b^2} \right) \cos\theta$$

$$\left( B - \frac{Q}{b^2} \right) = \left( D - \frac{F}{b^2} \right) \quad (3.122)$$

Στο  $r=c$  και για  $\theta=0$ :  $\Phi_m = \gamma_{12}^0 x_2$ , όπου  $\gamma_{12}^0$  η επιβληθείσα διατμητική (γωνιακή) παραμόρφωση. Έτσι,

$$\left( Dc + \frac{F}{c} \right) \cos\theta = \gamma_{12}^0 c \cos\theta \Rightarrow \left( Dc + \frac{F}{c} \right) = \gamma_{12}^0 c \quad (3.123)$$

Από τις εξισώσεις (3.120),(3.122) έχουμε:  $B=D$  ,  $Q=F$

$$B(k-1) = \frac{Q}{\alpha^2}(k+1) \Rightarrow B = \frac{Q(k+1)}{\alpha^2(k-1)} \quad (3.124)$$

Από τις εξισώσεις (3.123) με αντικατάσταση  $B=D$  ,  $Q=F$  έχω:

$$\left(B + \frac{Q}{c^2}\right) = \gamma_{12}^0 \quad (3.125)$$

Από την εξίσωση (3.124) και (3.125) έχουμε:

$$Q = \frac{(k-1)\alpha^2 c^2}{(k+1)c^2 + (k-1)\alpha^2} \gamma_{12}^0 \quad (3.126)$$

$$B = D = \frac{(k+1)c^2}{(k+1)c^2 + (k-1)\alpha^2} \gamma_{12}^0 \quad (3.127)$$

Από την εξίσωση (3.119) αντικαθιστώντας  $Q,B$  έχουμε:

$$A = \frac{2kc^2}{(k+1)c^2 + (k-1)\alpha^2} \gamma_{12}^0 \quad (3.128)$$

Οι σχέσεις μετασχηματισμού είναι:

$$\tau_{12,m} = G_m \left(D - \frac{F}{r^2}\right) \cos\theta - \left(-G_m \left(D + \frac{F}{r^2}\right) \sin\theta\right) \quad (3.129)$$

Θέτοντας στην άνωθι εξίσωση την τιμή για την ακτίνα  $r=c$  και την γωνία  $\theta=0$ , ενώ αντικαθιστώντας  $D,F$  έχουμε:

$$\tau_{12,m} = G_m \frac{(k+1) - (k-1)U_f}{(k+1) + (k-1)U_f} \gamma_{12}^0 \quad (3.130)$$

Επειδή εξ' ορισμού ισχύει:

$$\tau_{12,m} = G_m \gamma_{12}^0$$

Επίσης, γνωρίζουμε ότι:

$$G_i = kG_f$$

Έτσι, καταλήγουμε σε:

$$G_{12} = G_{LT} = G_m \frac{(G_i + G_f) - (G_i - G_f)U_f}{(G_i + G_f) + (G_i - G_f)U_f} \quad \mathbf{(3.131)}$$



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ

### 4.1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ $E_L$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΣΕΙ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

#### 4.1.1. ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ $v_m'' = 0$

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στην εξίσωση του στατικού διαμήκους μέτρου ελαστικότητας, δηλαδή στην εξίσωση (3.70):

$$E_L = E_f U_f + E_m U_m + E_i U_i$$

$$\Rightarrow E_L = E_f U_f + E_m U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} E_i(r) dr$$

$$E'_L + iE''_L = E_f U_f + (E'_m + iE''_m) U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} (E'_m + iE''_m) r dr$$

$$E'_L = E_f U_f + E'_m U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} E'_i(r) r dr \quad (4.1)$$

$$E''_L = E''_m U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} E''_i(r) r dr \quad (4.2)$$

Όπου θεωρώ:

$$E'_f \cong E_f \text{ με } E''_f \cong 0$$

$$v_f^* = v_f \text{ με } v_f'' \cong 0$$

$$v_m^* = v_m \text{ με } v_m'' \cong 0$$

#### 4.1.2. ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ $v_m'' = 0$ ΒΑΣΕΙ ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

$$E'_L = E'_f U_f + E'_m U_m + [E'_m (1 - U_m)^{1/2} - E'_f U_f^{1/2}] [(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{1/2}] + 2(E'_f - E'_m) [U_f (1 - U_m)]^{1/2} \quad (4.3)$$

$$E''_L = E''_m U_m + [E''_m (1 - U_m)^{1/2}] [(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{1/2}] - 2E''_m [U_f (1 - U_m)]^{1/2} \quad (4.4)$$

#### 4.2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON $v_{LT}$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΣΕΙ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

##### 4.2.1. ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON $v_{LT}$ ΓΙΑ $v_m'' = 0$

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin [16] στην εξίσωση του στατικού εγκαρσίου λόγου Poisson:

$$v_{LT} = v_f U_f + v_m U_m + v_i U_i \quad (4.5)$$

$$\Rightarrow v_{LT} = v_f U_f + v_m U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} v_i(r) r dr$$

$$\Rightarrow v'_{LT} - i v''_{LT} = v'_f U_f + (v'_m - i v''_m) U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} (v'_i - i v''_i) r dr$$

$$\Rightarrow v'_{LT} = v'_f U_f + v'_m U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} v'_i r dr \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow v''_{LT} = v''_f U_f + v''_m U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} v''_i r dr$$

$$\Rightarrow v''_{LT} = v''_f U_f + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} v''_i r dr \quad (4.7)$$

##### 4.2.2. ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON $v_{LT}$ ΓΙΑ $v_m'' = 0$ ΒΑΣΕΙ ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

$$v'_{LT} = v'_f \left\{ U_f - U_f^{1/2} [(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{-1/2}] + 2[U_f(1 - U_m)]^{1/2} \right\} + v'_m \left\{ U_m + (1 - U_m)^{1/2} [(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{1/2}] - 2[U_f(1 - U_m)]^{1/2} \right\} \quad (4.8)$$

$$v''_{LT} = v''_m [1 - U_f^{1/2} (1 - U_m)^{1/2}] \quad (4.9)$$

4.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON  $v_{TT}$  ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΣΕΙ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

4.3.1. ΕΓΚΑΡΣΙΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON  $v_{TT}$  ΓΙΑ  $v_m'' = 0$

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στην εξίσωση (3.115) του εγκάρσιου στατικού λόγου Poisson:

$$\frac{1}{v_{TT}} = \frac{U_f}{v_f} + \frac{U_m}{v_m} + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{r}{v_i(r)} dr$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v'_{TT} - iv''_{TT}} = \frac{U_f}{v'_f} + \frac{U_m}{v'_m - iv''_m} + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{r}{v'_i - iv''_i} dr$$

$$\Rightarrow \frac{v'_{TT} + iv''_{TT}}{v'_{TT}{}^2 + v''_{TT}{}^2} = \frac{U_f}{v'_f} + \frac{U_m(v'_m + iv''_m)}{v'_m{}^2 + v''_m{}^2} + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{r(v'_i + iv''_i)}{v_i'^2 + v_i''^2} dr$$

$$\Rightarrow \frac{v'_{TT}}{v'_{TT}{}^2 + v''_{TT}{}^2} = \frac{U_f}{v'_f} + \frac{v'_m}{v'_m{}^2 + v''_m{}^2} U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{v'_i}{v_i'^2 + v_i''^2} r dr \quad = \mathbf{T(4.10a)}$$

$$\Rightarrow \frac{v''_{TT}}{v'_{TT}{}^2 + v''_{TT}{}^2} = \frac{v''_m}{v'_m{}^2 + v''_m{}^2} U_m + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{v''_i}{v_i'^2 + v_i''^2} r dr \quad = \mathbf{W(4.10b)}$$

Λύση συστήματος:

$$v'_{TT} = X \quad \text{και} \quad v''_{TT} = Y. \quad \text{Όπου,}$$

$$\frac{X}{X^2 + Y^2} = T, \quad \frac{Y}{X^2 + Y^2} = W$$

$$\text{Άρα, } v'_{TT} = \frac{T}{T^2 + W^2}, \quad v''_{TT} = \frac{W}{T^2 + W^2} \quad \mathbf{(4.11a,b)}$$

#### 4.4. ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ $\nu_m'' = 0$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στην εξίσωση του στατικού διαμήκους μέτρου ελαστικότητας, έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{1 - \nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} &= \frac{1}{E_f} (1 - \nu_f - 2\nu_f^2) U_f + \frac{1}{E_m} (1 - \nu_m - 2\nu_m^2) U_m \\ &+ \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{(1 - \nu_i - 2\nu_i^2)^2}{E_i} r dr \\ \Rightarrow \frac{1 - (\nu'_{TT} - i\nu''_{TT})}{E'_T + iE''_T} - \frac{2(\nu'_{LT} - i\nu''_{LT})^2}{(E'_L + iE''_L)^2} \\ &= \frac{1}{E_f} (1 - \nu_f - 2\nu_f^2) U_f + \frac{(1 - (\nu'_m - i\nu''_m) - 2(\nu'_m - i\nu''_m)^2)}{E'_m + iE''_m} U_m \\ &+ \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{(1 - (\nu'_i - i\nu''_i) - 2(\nu'_i - i\nu''_i)^2)}{E_i} r dr \end{aligned}$$

Αριστερό μέρος:

$$\text{a) όρος} \Rightarrow \frac{1 - (\nu'_{TT} - i\nu''_{TT})}{E'_T + iE''_T} = \frac{(1 - \nu'_{TT} + i\nu''_{TT})(E'_T - iE''_T)}{(E'_T + iE''_T)(E'_T - iE''_T)} = \frac{[(1 - \nu'_{TT})E'_T + \nu''_{TT}E''_T] + i[\nu''_{TT}E'_T - (1 - \nu'_{TT})E''_T]}{E'^2_T + E''^2_T}$$

$$\begin{aligned} \text{b) όρος} \Rightarrow \frac{\nu'^2_{LT} - 2i\nu'_{LT}\nu''_{LT} - \nu''^2_{LT}}{E'_L + iE''_L} &= \frac{\nu'^2_{LT} - \nu''^2_{LT} - 2i\nu'_{LT}\nu''_{LT}(E'_L - iE''_L)}{(E'_L + iE''_L)(E'_L - iE''_L)} = \\ \frac{[(\nu'^2_{LT} - \nu''^2_{LT})E'_L - 2\nu'_{LT}\nu''_{LT}E''_L] + i[(\nu'^2_{LT} - \nu''^2_{LT})E''_L + 2\nu'_{LT}\nu''_{LT}E'_L]}{E'^2_L + E''^2_L} \end{aligned}$$

Δεξιό μέρος:

a) όρος: αμετάβλητος (Ελαστικό κομμάτι → έγκλεισμα)

$$\text{b) όρος} \Rightarrow \frac{1 - \nu'_m + i\nu''_m - 2\nu'^2_m + 4i\nu'_m\nu''_m + 2\nu''^2_m}{E'_m + iE''_m} U_m = \frac{(1 - \nu'_m - 2\nu'^2_m + 2\nu''^2_m) + i(\nu''_m + 4\nu'_m\nu''_m)}{E'_m + iE''_m}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{[(1 - \nu'_m - 2\nu'^2_m + 2\nu''^2_m) + i\nu''_m(1 + 4\nu'_m)](E'_m - iE''_m)}{(E'_m + iE''_m)(E'_m - iE''_m)} \\ &= \frac{[(1 - \nu'_m - 2\nu'^2_m + 2\nu''^2_m)E'_m + \nu''_m E''_m(1 + 4\nu'_m)] + i[\nu''_m(1 + 4\nu'_m)E'_m - E''_m(1 - \nu'_m - 2\nu'^2_m + 2\nu''^2_m)]}{E'^2_m + E''^2_m} \end{aligned}$$

Ο τρίτος όρος ομοίως γίνεται:

$$\frac{2U_f}{r_f^2} *$$

$$* \int_{r_f}^{r_i} \frac{[(1-v_i' - 2v_i'^2 + 2v_i''^2)E_i' + v_i''E_i''(1 + 4v_i'')] + i[v_i''(1 + 4v_i'')E_i' - E_i''(1 - v_i' - 2v_i'^2 + 2v_i''^2)]}{E_i'^2 + E_i''^2} r dr$$

$$\frac{(1 - \nu_{TT})E_T'}{E_T'^2 + E_T''^2} = \frac{(1 - \nu_f - 2\nu_f^2)}{E_f} U_f + \frac{(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)}{E_m'^2 + E_m''^2} E_m' U_m + \frac{2\nu_{LT}^2 E_L'}{E_L'^2 + E_L''^2}$$

$$+ \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{(1 - \nu_i - 2\nu_i^2)^2}{E_i'^2 + E_i''^2} E_i' r dr$$

$$\frac{(1 - \nu_{TT})E_T''}{E_T'^2 + E_T''^2} = \frac{(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)}{E_m'^2 + E_m''^2} E_m'' U_m + \frac{2\nu_{LT}^2 E_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} + \frac{2U_f}{r_f^2} \int_{r_f}^{r_i} \frac{(1 - \nu_i - 2\nu_i^2)^2}{E_i'^2 + E_i''^2} E_i'' r dr$$

Αν θεωρήσω:

$$\frac{(1 - \nu_{TT})E_T'}{E_T'^2 + E_T''^2} = U \rightarrow E_T' = \frac{(1 - \nu_{TT})U}{U^2 + V^2} \quad (4.12)$$

$$\frac{(1 - \nu_{TT})E_T''}{E_T'^2 + E_T''^2} = V \rightarrow E_T'' = \frac{(1 - \nu_{TT})V}{U^2 + V^2} \quad (4.13)$$

#### 4.5. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΕΩΣ $G_{LT}$ ΓΙΑ $\nu_m'' = 0$ ΣΤΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στον τύπο των Hashin-Rosen για το δυναμικό διαμήκες μέτρο διατμήσεως και αντικαθιστώντας την σχέση ορισμού του συνθέτου μέτρου διάτμησης, έχουμε:

$$G_{LT} = G_m \left\{ \frac{(G_i + G_f) - (G_i - G_f)U_f}{(G_i + G_f) + (G_i - G_f)U_f} \right\}$$

$$\Rightarrow G'_{LT} + iG''_{LT} = (G'_m + iG''_m) \left\{ \frac{(G'_i + iG''_i + G'_f + iG''_f) - (G'_i + iG''_i - G'_f - iG''_f)U_f}{(G'_i + iG''_i + G'_f + iG''_f) + (G'_i + iG''_i - G'_f - iG''_f)U_f} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow G'_{LT} + iG''_{LT} \\
&\quad = (G'_m \\
&\quad + iG''_m) \left\{ \frac{G'_i + G'_f - (G'_i - G'_f)U_f + i\{G''_i + G''_f - (G''_i - G''_f)U_f\}}{G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f + i\{G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f\}} \right\} \\
&= (G'_m \\
&+ iG''_m) \left\{ \frac{[G'_i + G'_f - (G'_i - G'_f)U_f + i\{G''_i + G''_f - (G''_i - G''_f)U_f\}][G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f - i\{G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f\}]}{[G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f]^2 + [G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]^2} \right\} \\
&G'_{LT} \\
&= G'_m \left\{ \frac{[G'_i + G'_f - (G'_i - G'_f)U_f][G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f] + [G''_i + G''_f - (G''_i - G''_f)U_f][G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]}{[G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f]^2 + [G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{[G''_i + G''_f - (G''_i - G''_f)U_f][G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f] - [G'_i + G'_f - (G'_i - G'_f)U_f][G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]}{[G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f]^2 + [G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]^2} \right\} \\
&G''_{LT} \\
&= G''_m \left\{ \frac{[G'_i + G'_f - (G'_i - G'_f)U_f][G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f] + [G''_i + G''_f - (G''_i - G''_f)U_f][G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]}{[G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f]^2 + [G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{[G''_i + G''_f - (G''_i - G''_f)U_f][G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f] - [G'_i + G'_f - (G'_i - G'_f)U_f][G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]}{[G'_i + G'_f + (G'_i - G'_f)U_f]^2 + [G''_i + G''_f + (G''_i - G''_f)U_f]^2} \right\}
\end{aligned}$$

$$\tan\delta_G = \frac{G''_{LT}}{G'_{LT}}$$

#### 4.6. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΣΤΟ ΔΙΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΣΗ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

##### 4.6.1. ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στην εξίσωση του στατικού διαμήκους μέτρου ελαστικότητας, δηλαδή στην εξίσωση:

$$\begin{aligned}
&E_L \\
&= E_f U_f + E_m U_m \\
&\quad + \frac{2(\nu_f - \nu_m)^2 E_m E_f U_m U_f}{E_m U_m (1 - \nu_f - 2\nu_f^2) + E_f [(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)U_f + (1 + \nu_m)]}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Έχουμε:

$$\begin{aligned}
E_L^* &= E_f^* U_f + E_m^* U_m \\
&+ \frac{2(\nu_f^* - \nu_m^*)^2 E_m^* E_f^* U_m U_f}{E_m^* U_m (1 - \nu_f^* - 2\nu_f^{*2}) + E_f^* [(1 - \nu_m^* - 2\nu_m^{*2}) U_f + (1 + \nu_m^*)]} \quad (4.15)
\end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση το σύνθετο μέτρο ελαστικότητας και τον σύνθετο λόγο Poisson από τις εξισώσεις ορισμού τους, δηλαδή από τις εξισώσεις :

$$\begin{aligned}
E^* &= E' + iE'' = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} \\
\nu^* &= \nu' - i\nu'' = \frac{E^*}{2G^*} - 1
\end{aligned}$$

Η (4.15) με αντικατάσταση της κατ' όγκο περιεκτικότητας της μήτρας από την εξίσωση  $U_m = 1 - U_f$ , γίνεται:

$$\begin{aligned}
&E_L' + iE_L'' \\
&= E_f' U_f + (E_m' + iE_m'')(1 - U_f) \\
&+ \frac{2\{[(\nu_f'^2 + \nu_m'^2 - \nu_m''^2 - 2\nu_f' \nu_m') + 2i(\nu_f' - \nu_m') \nu_m'']\} (E_m' + iE_m'') E_f' (1 - U_f) U_f}{(E_m' + iE_m'') U_m (1 - \nu_f' - 2\nu_f'^2) + E_f' [1 - (\nu_m' - i\nu_m'') - 2(\nu_m' - i\nu_m'')^2 U_f + (1 + (\nu_m' - i\nu_m''))]} \quad (4.16)
\end{aligned}$$

Θέτοντας στον αριθμητή τον όρο:  $\nu_f'^2 + \nu_m'^2 - \nu_m''^2 - 2\nu_f' \nu_m' = F$   
Και στον παρονομαστή τις ποσότητες:

$$\begin{aligned}
E_m' (1 - U_f) (1 - \nu_f' - 2\nu_f'^2) &= A \\
E_m' (1 - U_f) (1 - \nu_f' - 2\nu_f'^2) &= B \\
[(1 - \nu_m' - 2\nu_m'^2 + 2\nu_m''^2) U_f + (1 + \nu_m')] E_f' &= C \\
[\nu_m'' (1 + 4\nu_m') U_f - \nu_m''] E_f' &= D
\end{aligned} \quad (4.17 \text{ a-d})$$

Η εξίσωση (4.16) γράφεται:

$$\begin{aligned}
&E_L' + iE_L'' \\
&= \frac{E_f' U_f [(A + C) + i(B + D)] + (E_m' + iE_m'') (1 - U_f) [(A + C) + i(B + D)] + 2\{[F + 2i(\nu_f' - \nu_m') \nu_m'']\} (E_m' + iE_m'') E_f' (1 - U_f) U_f}{(A + C) + i(B + D)} \quad (4.18)
\end{aligned}$$

Από την οποία συνεπάγεται ότι:

$$\begin{aligned}
&E_L' + iE_L'' \\
&= \frac{\{E_f' U_f (A + C) + [E_m' (A + C) - E_m'' (B + D)] (1 - U_f) + 2[FE_m' - 2(\nu_f' - \nu_m') \nu_m'' E_m'] E_f' (1 - U_f) U_f\}}{(A + C) + i(B + D)} \\
&+ \frac{i\{E_f' U_f (B + D) + [E_m'' (A + C) + E_m' (B + D)] (1 - U_f) + 2[FE_m'' + 2(\nu_f' - \nu_m') \nu_m'' E_m'] E_f' (1 - U_f) U_f\}}{(A + C) + i(B + D)}
\end{aligned}$$

Τελικά το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης και το δυναμικό μέτρο απωλειών προκύπτουν σε παραμετρική μορφή από τις παρακάτω εξισώσεις :

$$\begin{aligned}
& \frac{E'_L}{i} \frac{\{E'_f U_f (A+C) + [E'_m (A+C) - E''_m (B+D)](1-U_f) + 2[FE'_m - 2(v'_f - v'_m)v''_m E''_m]E'_f (1-U_f)U_f\}(A+C)}{(A+C) + i(B+D)} \\
& + \frac{\{E'_f U_f (B+D) + [E''_m (A+C) + E'_m (B+D)](1-U_f) + 2[FE''_m + 2(v'_f - v'_m)v''_m E''_m]E'_f (1-U_f)U_f\}(B+D)}{(A+C) + i(B+D)}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{E''_L}{i} \frac{\{-[E'_f U_f (A+C) + [E'_m (A+C) - E''_m (B+D)](1-U_f) + 2[FE'_m - 2(v'_f - v'_m)v''_m E''_m]E'_f (1-U_f)U_f\}(B+D)}{(A+C) + i(B+D)} \\
& + \frac{\{E'_f U_f (B+D) + [E''_m (A+C) + E'_m (B+D)](1-U_f) + 2[FE''_m + 2(v'_f - v'_m)v''_m E''_m]E'_f (1-U_f)U_f\}(A+C)}{(A+C) + i(B+D)}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

#### 4.6.2. ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON $v_{LT}$

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin[16] στην εξίσωση του στατικού διαμήκους λόγου Poisson, δηλαδή στην εξίσωση :

$$\begin{aligned}
& v_{LT}^* \\
& = v_m^* - \frac{2(v_m^* - v_f^*)(1 - v_m^{*2})E_f^* U_f}{E_m^* (1 - U_f)(1 - v_f^* - 2v_f^{*2}) + [(1 - v_m^* - 2v_m^{*2})U_f + (1 + v_m^*)]E_f^*}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση το σύνθετο μέτρο ελαστικότητας και τον σύνθετο λόγο Poisson από τις εξισώσεις ορισμού τους, δηλαδή από τις εξισώσεις :

$$\begin{aligned}
E^* & = E' + iE'' = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} \\
v^* & = v' - iv'' = \frac{E^*}{2G^*} - 1
\end{aligned}$$

Η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$\begin{aligned}
& \frac{v'_{LT} - iv''_{LT}}{v'_m - iv''_m} \\
& = \frac{2(v'_m - iv''_m - v'_f)[(1 - v_m'^2 (v'_m - iv''_m)^2)](E'_f + iE''_f)U_f}{(E'_m + iE''_m)(1 - U_f)(1 - v_f' - 2v_f'^2) + \{(1 - (v'_m - iv''_m) - 2(v'_m - iv''_m)^2)U_f + (1 + v'_m - iv''_m)\}(E'_f + iE''_f)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{v'_{LT} - iv''_{LT}}{v'_m - iv''_m} \\
& = \frac{2(v'_m - iv''_m - v'_f)[(1 - v_m'^2 + v_m''^2 + 2iv'_m v''_m)]E'_f U_f}{E'_m (1 - U_f)(1 - v_f' - 2v_f'^2) + iE''_m (1 - U_f)(1 - v_f' - 2v_f'^2) + (1 - v'_m - 2v_m'^2 + 2v_m''^2)E'_f U_f + (1 + v'_m)E'_f + i[v''_m (1 + 4v'_m)E'_f U_f - v''_m E'_f]}
\end{aligned}$$

Ο παρονομαστής της παραπάνω εξίσωσης είναι ίδιος με τον παρονομαστή της εξίσωσης (4.16) του συνθέτου μέτρου ελαστικότητας γι' αυτό και οι ποσότητες που θέτουμε είναι οι ίδιες  $A, B, C, D$  των εξισώσεων (4.17 a-d).



Η παραπάνω εξίσωση τώρα γράφεται σε παραμετρική μορφή:

$$v'_{LT} - iv''_{LT} = \frac{v'_m[(A+C) + i(B+D)] - iv''_m[(A+C) + i(B+D)] - 2(v'_m - iv''_m - v'_f)[(1 - v'^2_m + v''^2_m + 2iv'_m v''_m)]E'_f U_f}{(A+C) + i(B+D)}$$

Από την οποία ομαδοποιώντας φανταστικούς και πραγματικούς όρους έχουμε:

$$v'_{LT} = \frac{\{v'_m[(A+C) + v''_m(B+D)] - 2[(v'_m - v'_f)(1 - v'^2_m + v''^2_m) + 2v'_m v''^2_m]E'_f U_f\}(A+C)}{(A+C)^2 + (B+D)^2} + \frac{\{v'_m[(B+D) - v''_m(A+C)] - 2[-v''_m(1 - v'^2_m + v''^2_m) + 2(v'_m - v'_f)v'_m v''_m]E'_f U_f\}(B+D)}{(A+C)^2 + (B+D)^2} \quad (4.22)$$

$$v''_{LT} = \frac{\{v'_m[(A+C) + v''_m(B+D)] - 2[(v'_m - v'_f)(1 - v'^2_m + v''^2_m) + 2v'_m v''^2_m]E'_f U_f\}(B+D)}{(A+C)^2 + (B+D)^2} + \frac{\{v'_m[(B+D) - v''_m(A+C)] - 2[-v''_m(1 - v'^2_m + v''^2_m) + 2(v'_m - v'_f)v'_m v''_m]E'_f U_f\}(A+C)}{(A+C)^2 + (B+D)^2} \quad (4.23)$$

#### 4.6.3. ΕΓΚΑΡΣΙΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON $v_{TT}$

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στην εξίσωση του στατικού εγκάρσιου λόγου Poisson, δηλαδή στην εξίσωση:

$$v_{TT} = \frac{v_f v_m}{v_m U_f + v_f (1 - U_f)}$$

Έχουμε:

$$v^*_{TT} = \frac{v_f^* v_m^*}{v_m^* U_f + v_f^* (1 - U_f)}$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση τον σύνθετο λόγο Poisson από την εξίσωση ορισμού του, δηλαδή από την εξίσωση :

$$v^* = v' - iv'' = \frac{E^*}{2G^*} - 1$$

Η παραπάνω εξίσωση τώρα γίνεται:

$$v'_{TT} - iv''_{TT} = \frac{v'_f(v'_m - iv''_m)}{(v'_m - iv''_m)U_f + v'_f(1 - U_f)} = \frac{v'_f v'_m - iv'_f v''_m}{v'_m U_f + v'_f(1 - U_f) - -iv''_m U_f} \Rightarrow$$

$$v'_{TT} - iv''_{TT} = \frac{v'_f v'_m [v'_m U_f + v'_f(1 - U_f)] + v'_f v''^2_m U_f + i\{v'_f v'_m v''_m U_f - v'_f v''_m [v'_f(1 - U_f) + v'_m U_f]\}}{[v'_m U_f + v'_f(1 - U_f)]^2 + v''^2_m U_f^2}$$

Άρα ο πραγματικός εγκάρσιος δυναμικός λόγος Poisson και ο φανταστικός εγκάρσιος δυναμικός λόγος Poisson προκύπτουν :

$$v'_{TT} = \frac{v'_f v'_m [v'_m U_f + v'_f (1 - U_f)] + v'_f v''^2_m U_f}{[v'_m U_f + v'_f (1 - U_f)]^2 + v''^2_m U_f^2} \quad (4.24)$$

$$v''_{TT} = \frac{v'_f v''_m [v'_f (1 - U_f) + v'_m U_f] - v'_f v'_m v''_m U_f}{[v'_m U_f + v'_f (1 - U_f)]^2 + v''^2_m U_f^2} \quad (4.25)$$

Θεωρώντας τον εγκάρσιο λόγο Poisson  $v_{TT}$  από τη σχέση των Halpin-Tsai :

$$v_{TT} = v_m \frac{1 + \xi n U_f}{1 - n U_f}, \quad n = \frac{v_f - v_m}{v_f + \xi v_m}$$

Αν εφαρμόσουμε τον νόμο της αντιστοιχίας του Hashin έχουμε :

$$\begin{aligned} n^* &= \frac{v'_f - (v'_m - i v''_m)}{v'_f + \xi (v'_m - i v''_m)} = \frac{(v'_f - v'_m) + i v''_m}{v'_f + \xi v'_m - i \xi v''_m} = \frac{[(v'_f - v'_m) + i v''_m][(v'_f + \xi v'_m) + i \xi v''_m]}{v'_f + \xi v'_m - i \xi v''_m} \\ &= \frac{[(v'_f - v'_m)(v'_f + \xi v'_m) - \xi v''^2_m] + i [v''_m (v'_f + \xi v'_m) + \xi v''_m (v'_f - v'_m)]}{(v'_f + \xi v'_m)^2 + \xi^2 v''^2_m} = n_1 + i n_2 \\ v'_{TT} - i v''_{TT} &= \frac{(v'_m - i v''_m)[1 + \xi (n_1 + i n_2) U_f]}{1 - (n_1 + i n_2) U_f} \\ &= \frac{(v'_m - i v''_m)[1 + \xi (n_1 + i n_2) U_f]}{(1 - n_1 U_f)^2 + (n_2 U_f)^2} [(1 - n_1 U_f) + i n_2 U_f] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Τελικά ο πραγματικός εγκάρσιος δυναμικός λόγος Poisson και ο φανταστικός εγκάρσιος δυναμικός λόγος Poisson προκύπτουν ως:

$$v'_{TT} = \frac{\{[v'_m (1 + \xi n_1 U_f) + v''_m \xi n_2 U_f](1 - n_1 U_f) - [v'_m \xi n_2 U_f - v''_m (1 + \xi n_1 U_f)] n_2 U_f\}}{(1 - n_1 U_f)^2 + (n_2 U_f)^2} \quad (4.27)$$

$$v''_{TT} = \frac{-\{[v'_m \xi n_2 U_f - v''_m (1 + \xi n_1 U_f)](1 - n_1 U_f) + [v'_m (1 + \xi n_1 U_f) + v''_m \xi n_2 U_f] n_2 U_f\}}{(1 - n_1 U_f)^2 + (n_2 U_f)^2} \quad (4.28)$$

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ Θ ΤΩΝ ΙΝΩΝ**

**5.1. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ Θ ΤΩΝ ΙΝΩΝ**

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στον τύπο για το υπό γωνία δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, δηλαδή στην εξίσωση:

$$\frac{1}{E_{\theta}} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \frac{\sin^4 \theta}{E_T} + \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (5.1)$$

Έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_{\theta}^*} &= \frac{\cos^4 \theta}{E_L^*} + \frac{\sin^4 \theta}{E_T^*} + \left( \frac{1}{G_{LT}^*} - \frac{2\nu_{LT}^*}{E_L^*} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \Rightarrow \frac{1}{E_{\theta}' + iE_{\theta}''} \\ &= \frac{\cos^4 \theta}{E_L' + iE_L''} + \frac{\sin^4 \theta}{E_T' + iE_T''} \\ &\quad + \left( \frac{1}{G_{LT}' + iG_{LT}''} - \frac{2(\nu_{LT}' - i\nu_{LT}'')}{E_L' + iE_L''} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (5.2)$$

Όπου,

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_{\theta}' + iE_{\theta}''} &= \frac{E_{\theta}' - iE_{\theta}''}{E_{\theta}'^2 + E_{\theta}''^2} \\ \frac{\cos^4 \theta}{E_L' + iE_L''} &= \frac{E_L' - iE_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} \cos^4 \theta \\ \frac{\sin^4 \theta}{E_T' + iE_T''} &= \frac{E_T' - iE_T''}{E_T'^2 + E_T''^2} \sin^4 \theta \\ \left( \frac{1}{G_{LT}' + iG_{LT}''} - \frac{2(\nu_{LT}' - i\nu_{LT}'')}{E_L' + iE_L''} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta &= \left\{ \frac{G_{LT}' - iG_{LT}''}{G_{LT}'^2 + G_{LT}''^2} - \frac{2[(\nu_{LT}'E_L' - \nu_{LT}''E_L'') - i(\nu_{LT}''E_L' + \nu_{LT}'E_L'')]}{E_L'^2 + E_L''^2} \right\} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \end{aligned}$$

Τελικά,

$$\frac{E'_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = \frac{E'_L}{E_L'^2 + E_L''^2} \cos^4 \theta + \frac{E'_T}{E_T'^2 + E_T''^2} \sin^4 \theta + \left[ \frac{G'_{LT}}{G'_{LT}{}^2 + G''_{LT}{}^2} - \frac{2[v'_{LT}E'_L - v''_{LT}E''_L]}{E_L'^2 + E_L''^2} \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \Phi \quad (5.3)$$

$$\frac{E''_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = \frac{E''_L}{E_L'^2 + E_L''^2} \cos^4 \theta + \frac{E''_T}{E_T'^2 + E_T''^2} \sin^4 \theta + \left[ \frac{G''_{LT}}{G'_{LT}{}^2 + G''_{LT}{}^2} - \frac{2[v''_{LT}E'_L + v'_{LT}E''_L]}{E_L'^2 + E_L''^2} \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \Omega \quad (5.4)$$

Για  $v''_m=0$

$$\frac{E'_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = \frac{E'_L}{E_L'^2 + E_L''^2} \cos^4 \theta + \frac{E'_T}{E_T'^2 + E_T''^2} \sin^4 \theta + \left[ \frac{G'_{LT}}{G'_{LT}{}^2 + G''_{LT}{}^2} - \frac{2[v'_{LT}E'_L - v''_{LT}E''_L]}{E_L'^2 + E_L''^2} \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \Phi_0 \quad (5.5)$$

$$\frac{E''_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = \frac{E''_L}{E_L'^2 + E_L''^2} \cos^4 \theta + \frac{E''_T}{E_T'^2 + E_T''^2} \sin^4 \theta + \left[ \frac{G''_{LT}}{G'_{LT}{}^2 + G''_{LT}{}^2} - \frac{2[v''_{LT}E'_L + v'_{LT}E''_L]}{E_L'^2 + E_L''^2} \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \Omega_0 \quad (5.6)$$

Οι παράμετροι  $\Phi_0 \neq \Phi$ ,  $\Omega_0 \neq \Omega$  διότι τα  $E'_L, E''_L, E'_T, E''_T, v'_{LT}, v''_{LT}$  υπολογίζονται εδώ από τις εκφράσεις τους για  $v''_m=0$ , δηλαδή από τις παραπάνω εξισώσεις:

$$\frac{E'_\theta}{E''_\theta} = \frac{\Phi_0}{\Omega_0} \Rightarrow E'_\theta = \frac{\Phi_0}{\Omega_0} E''_\theta \quad (5.7)$$

Το δυναμικό μέτρο απωλειών για οποιαδήποτε γωνία των ινών υπολογίζεται από:

$$\frac{\frac{\Phi_0}{\Omega_0} E''_\theta}{\left(\frac{\Phi_0}{\Omega_0} E''_\theta\right)^2 + E''^2_\theta} = \Phi \Rightarrow \frac{\frac{\Phi_0}{\Omega_0} E''_\theta}{E''^2_\theta \left[ \left(\frac{\Phi_0}{\Omega_0}\right)^2 + 1 \right]} = \Phi_0 \Rightarrow \frac{1}{E''_\theta \left( \frac{\Phi_0^2 + \Omega_0^2}{\Omega} \right)} = 1 \Rightarrow E''_\theta = \frac{\Omega_0}{\Phi_0^2 + \Omega_0^2} \quad (5.8)$$

Το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης για οποιαδήποτε γωνία των ινών υπολογίζεται από:

$$E'_{\theta} = \frac{\Phi_0}{\Omega_0} \frac{\Omega_0}{\Phi_0^2 + \Omega_0^2} = \frac{\Phi_0}{\Phi_0^2 + \Omega_0^2} \quad (5.9)$$

Επίσης:  $\tan \frac{E''_{\theta}}{E'_{\theta}} = \frac{\frac{\Omega_0}{\Phi_0^2 + \Omega_0^2}}{\frac{\Phi_0}{\Phi_0^2 + \Omega_0^2}} = \frac{\Omega_0}{\Phi_0}$

## 5.2. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΕΩΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ $\theta$ ΤΩΝ ΙΝΩΝ

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στον τύπο για το υπό γωνία δυναμικό μέτρο διατμήσεως, δηλαδή στην εξίσωση [3]:

$$\frac{1}{G_{\theta}} = 4 \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 \quad (5.10)$$

$$\frac{1}{G_{\theta}^*} = 4 \left( \frac{1}{E_L^*} + \frac{1}{E_T^*} + \frac{2\nu_{LT}^*}{E_L^*} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{LT}^*} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 \quad (5.11)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση το σύνθετο μέτρο ελαστικότητας, το σύνθετο μέτρο διατμήσεως και τον σύνθετο λόγο Poisson από τις εξισώσεις ορισμού τους προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{G'_{\theta}}{G'^2_{\theta} + G''^2_{\theta}} &= 4 \left\{ \frac{E'_L}{E'^2_L + E''^2_L} + \frac{E'_T}{E'^2_T + E''^2_T} + \frac{2(\nu'_{LT}E'_L - \nu''_{LT}E''_L)}{E'^2_L + E''^2_L} \right\} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &+ \frac{G'_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 = P \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{G''_{\theta}}{G'^2_{\theta} + G''^2_{\theta}} &= 4 \left\{ \frac{E''_L}{E'^2_L + E''^2_L} + \frac{E''_T}{E'^2_T + E''^2_T} + \frac{2(\nu''_{LT}E'_L + \nu'_{LT}E''_L)}{E'^2_L + E''^2_L} \right\} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &+ \frac{G''_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 = Q \end{aligned} \quad (5.13)$$

Για  $\nu''_m = 0$  από τις εξισώσεις (5.12) και (5.13):

$$\frac{G'_\theta}{G'^2_\theta + G''^2_\theta} = 4 \left\{ \frac{E'_L}{E'^2_L + E''^2_L} + \frac{E'_T}{E'^2_T + E''^2_T} + \frac{2(\nu'_{LT}E'_L - \nu''_{LT}E'_L)}{E'^2_L + E''^2_L} \right\} \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$+ \frac{G'_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 = P_0 \quad (5.14)$$

$$\frac{G''_\theta}{G'^2_\theta + G''^2_\theta} = 4 \left\{ \frac{E''_L}{E'^2_L + E''^2_L} + \frac{E''_T}{E'^2_T + E''^2_T} + \frac{2(\nu''_{LT}E'_L + \nu'_{LT}E'_L)}{E'^2_L + E''^2_L} \right\} \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$+ \frac{G''_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 = Q_0 \quad (5.15)$$

Οι παράμετροι  $P_0 \neq P$ ,  $Q_0 \neq Q$  διότι τα  $E'_L$ ,  $E''_L$ ,  $E'_T$ ,  $E''_T$ ,  $\nu'_{LT}$ ,  $\nu''_{LT}$  υπολογίζονται εδώ από τις εκφράσεις τους για  $\nu_m''=0$ , δηλαδή από τις εξισώσεις (4.6), (4.7), (4.9), (4.10), (4.14), (4.15).

Τελικά ο πραγματικός δυναμικός λόγος διάτμησης συναρτήσει της γωνίας των ινών και ο φανταστικός δυναμικός λόγος διάτμησης συναρτήσει της γωνίας των ινών προκύπτουν:

$$G'_\theta = \frac{P_0}{P_0^2 + Q_0^2} \quad (5.16)$$

Και

$$G''_\theta = \frac{Q_0}{P_0^2 + Q_0^2} \quad (5.17)$$

### 5.3. ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ $\theta$ ΤΩΝ ΙΝΩΝ

Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin στον τύπο για το υπό γωνία δυναμικό μέτρο διατμήσεως, δηλαδή στην εξίσωση:

$$\frac{\nu_\theta}{E_\theta} = - \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\nu_{LT}}{E_L} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (5.19)$$

Έχουμε:

$$\frac{\nu_\theta^*}{E_\theta^*} = - \left( \frac{1}{E_L^*} + \frac{1}{E_T^*} - \frac{1}{G_{LT}^*} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\nu_{LT}^*}{E_L^*} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (5.20)$$

Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση το σύνθετο μέτρο ελαστικότητας, το σύνθετο μέτρο διατμήσεως και τον σύνθετο λόγο Poisson από τις εξισώσεις ορισμού τους, δηλαδή (2.6), (2.19), (2.21), προκύπτουν:

$$v_{\theta}'' = \frac{(E_{\theta}'^2 + E_{\theta}''^2)(W - T \tan \delta_{\theta})}{E_{\theta}' + \tan \delta_{\theta} E_{\theta}''} = WE_{\theta}' - TE_{\theta}'' \quad (5.21)$$

$$v_{\theta}' = \frac{T}{\Phi} + \frac{\Omega}{\Phi} (WE_{\theta}' - TE_{\theta}'') = \frac{T}{\Phi} + \frac{\Omega}{\Phi} v_{\theta}'' = \frac{1}{\Phi} (T + \Omega) v_{\theta}'' \quad (5.22)$$

Όπου:

$$\begin{aligned} T &= \frac{v_{\theta}' E_{\theta}' - v_{\theta}'' E_{\theta}''}{E_{\theta}'^2 + E_{\theta}''^2} \\ &= - \left( \frac{E_L'}{E_L'^2 + E_L''^2} + \frac{E_T'}{E_T'^2 + E_T''^2} - \frac{G_{LT}'}{G_{LT}'^2 + G_{LT}''^2} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &\quad + \frac{v_{LT}' E_L' - v_{LT}'' E_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{v_{\theta}'' E_{\theta}' + v_{\theta}' E_{\theta}''}{E_{\theta}'^2 + E_{\theta}''^2} \\ &= - \left( \frac{E_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} + \frac{E_T''}{E_T'^2 + E_T''^2} - \frac{G_{LT}''}{G_{LT}'^2 + G_{LT}''^2} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &\quad + \frac{v_{LT}'' E_L' - v_{LT}' E_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned} \quad (5.24)$$

Για  $v_m''=0$  από τις παραπάνω εξισώσεις:

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{v_{\theta}' E_{\theta}' - v_{\theta}'' E_{\theta}''}{E_{\theta}'^2 + E_{\theta}''^2} \\ &= - \left( \frac{E_L'}{E_L'^2 + E_L''^2} + \frac{E_T'}{E_T'^2 + E_T''^2} - \frac{G_{LT}'}{G_{LT}'^2 + G_{LT}''^2} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &\quad + \frac{v_{LT}' E_L' - v_{LT}'' E_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned}
W_0 &= \frac{v''_{\theta} E'_{\theta} + v'_{\theta} E''_{\theta}}{E'^2_{\theta} + E''^2_{\theta}} \\
&= - \left( \frac{E''_L}{E'^2_L + E''^2_L} + \frac{E''_T}{E'^2_T + E''^2_T} - \frac{G''_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
&\quad + \frac{v''_{LT} E'_L - v'_{LT} E''_L}{E'^2_L + E''^2_L} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \tag{5.24}
\end{aligned}$$

Οι παράμετροι  $\Phi_0 \neq \Phi$ ,  $\Omega_0 \neq \Omega$ ,  $T_0 \neq T$ ,  $W_0 \neq W$  διότι τα  $E_L', E_L'', E_T', E_T'', v'_{LT}, v''_{LT}, E_{\theta}', E_{\theta}''$ ,  $\tan \delta_{\theta}$  υπολογίζονται εδώ από τις εκφράσεις τους για  $v_m''=0$ , δηλαδή από τις εξισώσεις (2.6), (2.19), (2.21), (5.8), (5.9).

Έτσι, προκύπτουν :

$$v''_{\theta} = \frac{(E'^2_{\theta} + E''^2_{\theta})(W_0 - T_0 \tan \delta_{\theta})}{E'_{\theta} + \tan \delta_{\theta} E''_{\theta}} = W_0 E'_{\theta} - T_0 E''_{\theta} \tag{5.25}$$

$$v'_{\theta} = \frac{T_0}{\Phi_0} + \frac{\Omega_0}{\Phi_0} (W E'_{\theta} - T E''_{\theta}) = \frac{T_0}{\Phi_0} + \frac{\Omega_0}{\Phi_0} v''_{\theta} = \frac{1}{\Phi_0} (T_0 + \Omega_0) v''_{\theta} \tag{5.26}$$



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΦΑΣΗ $E_i(r)$

### 6.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΥΑΛΩΔΟΥΣ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ $T_g$

Στα άμορφα στερεά, όπως το γυαλί και κάποια άμορφα πολυμερή, δεν υπάρχει ένα καλά καθορισμένο σημείο πήξης, αλλά υφίστανται ένα εύρος θερμοκρασιών στο οποίο γίνεται η μετάβαση από συμπεριφορά ρευστού σε συμπεριφορά στερεού, σε μια διαδικασία που ονομάζεται υαλώδης μετάπτωση ή μετάβαση. Προσδιορίζεται (συμβατικά) μια θερμοκρασία υαλώδους μετάβασης  $T_g$ , ως το σημείο τομής των καμπυλών θερμοκρασίας-πυκνότητας που χαρακτηρίζουν τη ρευστή και στερεή κατάσταση του σχετικού υλικού, αντίστοιχα[1].

### 6.2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Μεταξύ των σπουδαιότερων παραγόντων οι οποίοι προσδιορίζουν την βισκοελαστική συμπεριφορά των σύνθετων υλικών με πολυμερική μήτρα, είναι:

- a) η προσρόφηση πολυμερικών μακρομορίων εντός των εγκλεισμάτων.
- b) η πρόσφυση μεταξύ μήτρας και εγκλεισμάτος.

Η προσρόφηση των πολυμερικών μακρομορίων από το έγκλεισμα, είναι η κυρία αιτία για την διαφορετική διαμόρφωση των μακρομορίων γύρω από το έγκλεισμα σε σχέση με την διαμόρφωσή τους στην μήτρα γενικότερα. Η αλλαγή της κατάστασης των μακρομορίων γύρω από το έγκλεισμα, προσδιορίζει την περιοχή της ενδιάμεσης φάσης, η οποία έχει διαφορετική δομή και ιδιότητες από την μήτρα. Έτσι, καταλήγουμε ότι η παρουσία εγκλείσματος μέσα στην πολυμερική μήτρα δημιουργεί μια ατέλεια στο πολυμερικό δομικό δίκτυό της.

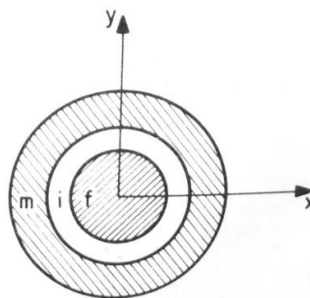
Είναι γνωστό ότι οι ιδιότητες των πολυμερικών σύνθετων υλικών κατά την χαλάρωση, επηρεάζονται σημαντικά από την ύπαρξη της ενδιάμεσης φάσης. Από αυτή την άποψη είναι πολύ σημαντική η μελέτη της θερμομηχανικής συμπεριφοράς αυτών των σύνθετων υλικών και η συλλογή πληροφοριών για την δομή και τις ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης καθώς επίσης και την επίδρασή της στην βισκοελαστική συμπεριφορά του σύνθετου συστήματος μας.

Ωστόσο, η δομή και οι ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης εξαρτώνται, σε σημαντικό βαθμό, από την μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της. Αυτό συμβαίνει διότι κάθε μία από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται χαρακτηρίζεται από τους δικούς της ιδιαίτερους περιορισμούς. Ως συνέπεια των παραπάνω, τα αποτελέσματα τα οποία λαμβάνονται από τις διαφορετικές μεθόδους προσδιορισμού της ενδιάμεσης φάσης είναι συχνά διαφορετικά μεταξύ τους. Για παράδειγμα γνωρίζουμε ότι ο προσδιορισμός της ενδιάμεσης φάσης είναι άρρηκτα συνδεδεμένος με την θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως  $T_g$ . Ωστόσο, ενώ υπάρχουν αρκετές πειραματικές μέθοδοι για την εύρεση τιμών για την  $T_g$ , όπως η θερμιδομετρία, η

διαστολομετρία, οι δυναμικές μετρήσεις κ.α., αυτές εξάγουν διαφορετικά αποτελέσματα μεταξύ τους.

Λόγω της παραπάνω δυσκολίας, δημιουργήθηκε ένα χάσμα ανάμεσα στα ευρήματα διαφόρων ερευνητών για την επίδραση της κατ' όγκο περιεκτικότητας του εγκλείσματος  $U_f$ , στην υαλώδη μεταβατική θερμοκρασία  $T_g$ . Για παράδειγμα, αρκετοί ερευνητές βρήκαν ότι όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα σε εγκλείσμα ενός σύνθετου υλικού, αυξάνεται και η θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως  $T_g$  και ότι η σχέση αυτή είναι γραμμική. Άλλοι ερευνητές βρήκαν ότι η θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως  $T_g$  δεν επηρεάζεται σημαντικά από την κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος. Τέλος υπήρχαν και ερευνητές που βρήκαν ότι οι τιμές της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας  $T_g$  εξαρτώνται πολύ από την κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος, και σε πολλές περιπτώσεις η  $T_g$  ελαττώνεται όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα.

Στην περίπτωση μετρήσεων με την μέθοδο της θερμιδομετρίας μια παράμετρος η οποία επιδρά στον προσδιορισμό των υαλώδων μεταβατικών θερμοκρασιών  $T_g$ , είναι ο ρυθμός θέρμανσης ανά μάζα ή αλλιώς ειδική θερμότητα. Έχει παρατηρηθεί ότι, σε D.S.C μετρήσεις που έγιναν με την βοήθεια ενός θερμικού αναλυτή, η εξάρτηση της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας από την ειδική θερμότητα  $H_r$ , είναι τέτοια ώστε διαφορές της τάξεως των  $15^\circ\text{C}$  να μπορούν να παρατηρηθούν για διαφορετικούς ρυθμούς θέρμανσης.[1]



**Εικόνα.18.** Τριφασικό μοντέλο

Αν ορίσουμε ως  $r_f$ ,  $r_i$ , και  $r_m$  τις ακτίνες των περιοχών των φάσεων του παραπάνω μοντέλου, με τους δείκτες  $f$ ,  $i$ ,  $m$  να συμβολίζουν το εγκλείσμα, την ενδιάμεση φάση και την μήτρα αντιστοίχως, τότε οι αντίστοιχες κατ' όγκο περιεκτικότητες θα γράφονται ως:

$$U_f = \frac{r_f^2}{r_m^2}, \quad U_i = \frac{r_i^2 - r_f^2}{r_m^2}, \quad U_m = \frac{r_m^2 - r_i^2}{r_m^2} \quad (6.1)$$

Και επίσης θα ισχύει:

$$U_m = (1 - U_f - U_i) \quad (6.2)$$

Καθώς η κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος αυξάνεται, το ποσοστό των μακρομορίων της μήτρας, τα οποία χαρακτηρίζονται από μειωμένη κινητικότητα, επίσης αυξάνεται. Αυτό ισοδυναμεί με αύξηση της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης και οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δηλαδή υπάρχει μία σχέση ανάμεσα στο  $\Delta C_p$ , το οποίο εκφράζει την απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας στην υαλώδη μεταβατική περιοχή, και της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης. Η σχέση αυτή για τα ινώδη υλικά εκφράζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\frac{(r_f + \Delta r)^2}{r_f^2} - 1 = \frac{\mu U_f}{1 - U_f} \quad (6.3)$$

Όπου  $\Delta r$  εκφράζει το πάχος της ενδιάμεσης φάσης και η παράμετρος  $\mu$  δίνεται βάσει της αναφοράς από τον τύπο:

$$\mu = 1 - \frac{\Delta C_p^f}{\Delta C_p^0} \quad (6.4)$$

Όπου  $\Delta C_p^f$  είναι η απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας για την πολυμερική μήτρα με έγκλεισμα, ενώ  $\Delta C_p^0$  είναι η απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας για την πολυμερική μήτρα «σκέτη», χωρίς έγκλεισμα, στις αντίστοιχες υαλώδεις μεταβατικές θερμοκρασίες τους.

Η σχέση (6.3), αφού  $r_f + \Delta r$  ισούται ουσιαστικά με  $r_i$ , με την βοήθεια των σχέσεων(6.1), μπορεί να γραφτεί και σαν:

$$\frac{U_i}{U_f} = \frac{\mu U_f}{1 - U_f} \quad (6.5)$$

Η σχέση (6.5) μαζί με την (6.1) και την (6.2) εξάγουν την εξής σχέση:

$$constant = \frac{r_f^2}{r_i^2} = \frac{U_f}{U_f + U_i} = \frac{1 - U_f}{1 - U_f(1 - \mu)} \quad (6.6)$$

Τέλος υπολογίζοντας με την βοήθεια των DSC(differential scanning calorimetry) μετρήσεων, τα άλματα της ειδικής θερμότητας  $\Delta C_p$  στην υαλώδη μετάβαση ενός ινώδους σύνθετου υλικού και του αντίστοιχου πολυμερούς του, από το οποίο είναι αποκλειστικά φτιαγμένη η μήτρα του σύνθετου υλικού, μπορούμε να εκτιμήσουμε τον

παράγοντα  $\mu$  και άρα και το πάχος της ενδιάμεσης φάσης αφού μας είναι γνωστή η κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος. [4]

### 6.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΑΧΟΥΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤ'ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών του ΕΜΠ έχουν γίνει συστηματικές μετρήσεις θερμοχωρητικότητας επί δοκιμίων εποξειδικής ρητίνης και ινών γυαλιού. Παρακάτω θα περιγράψουμε μία από τις πειραματικές έρευνες που έγιναν για την μέτρηση του πάχους και της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης. Στην συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιήθηκαν ινώδη σύνθετα υλικά μονής κατεύθυνσης αποτελούμενα από μία εποξειδική μήτρα (Permaglass XE5/1, Permali Ltd., U.K) ενισχυμένη με συνεχείς ίνες γυαλιού τύπου-E. Το υλικό της μήτρας βασίσθηκε σε διγλυκιδυλαιθέρα της δισφαινόλης A, συνδυασμένο με σκληρυντή από αρωματική αμίνη (Araldite My 750/HT972, Ciba-Geigy, U.K). Οι ίνες γυαλιού είχαν διάμετρο  $1,2 \times 10^{-5} \text{m}$  και η κατ' όγκο περιεκτικότητά τους ήταν 0.65.

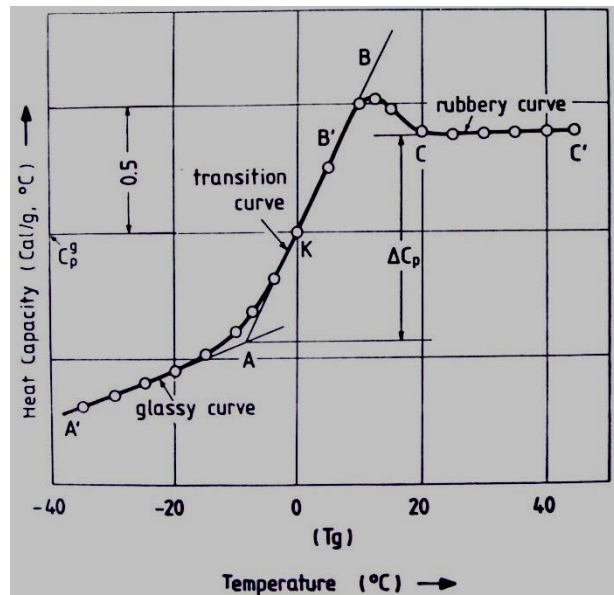
Η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών γυαλιού προσδιορίστηκε με το συνήθη τρόπο, δηλαδή καίγοντας δείγματα του ινώδους σύνθετου υλικού και ζυγίζοντας το υπόλοιπο. Έτσι η κατά μάζα περιεκτικότητα του γυαλιού υπολογίστηκε 79.6% (+/- 0.28%). Με την χρήση του αποτελέσματος αυτού και των τιμών των ειδικών πυκνοτήτων του γυαλιού ( $\rho_g=2.55 \text{gr/cm}^3$ ) και της εποξειδικής μήτρας ( $\rho_e=1.20 \text{gr/cm}^3$ ), και κάνοντας και κάποιους εύκολους υπολογισμούς, οι οποίοι αναφέρονται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο υπολογίζεται ότι η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών γυαλιού του πειράματος μας είναι 0.65.

Από την άλλη μεριά, δοκίμια με διάμετρο 0.004m και πάχους που ποικίλει από 0.001m μέχρι 0.0015m, φτιαγμένα είτε από ινώδες σύνθετο υλικό σε διάφορες κατ' όγκο περιεκτικότητες είτε φτιαγμένα από το υλικό της μήτρας υποβλήθηκαν σε δοκιμές DSC, με θερμικό αναλυτή στην περιοχή της ινώδους μεταβατικής θερμοκρασίας τους, έτσι ώστε να προσδιορισθούν οι τιμές της ειδικής θερμότητάς τους.

Οι τιμές του παράγοντα  $\mu$  (σχέση 6.4) εξήχθησαν από τις τιμές των αλμάτων των ειδικών θερμότητων της μήτρας ενισχυμένης με ίνες γυαλιού και της μη ενισχυμένης μήτρας, δηλαδή των  $\Delta C_p^f$  και  $\Delta C_p^0$  αντίστοιχα, που υπολογίσθηκαν από τα  $\Delta C_p = f(T)$  διαγράμματα σύμφωνα με το διάγραμμα της Εικόνας 19. Οι τιμές του  $\mu$  που προσδιορίστηκαν από τα DSC τεστ, επέτρεψαν και την εκτίμηση του πάχους της ενδιάμεσης φάσης για κάθε σύνθετο υλικό (για κάθε διαφορετική κατ' όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσμα). Έχει δειχθεί ότι για της μιας κατεύθυνσης ινώδη σύνθετα υλικά, υπάρχει μια παραβολική σχέση ανάμεσα στην κατ' όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης και στην κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος. Αυτή η σχέση είναι η εξής:

$$U_i = C U_f^2 \quad (6.7)$$

Όπου με  $U_i$  και  $U_f$  συμβολίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης και του εγκλείσματος αντίστοιχα. Η σταθερά  $C$  στην περίπτωση μας είναι ίση με 0.123.

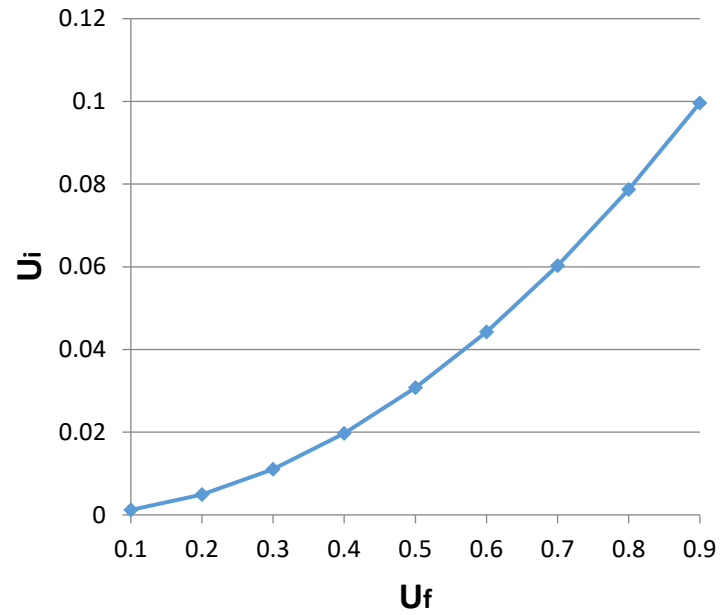


Εικόνα.19.

Να σημειώσουμε εδώ ότι ύστερα από τον υπολογισμό της σχέσης (6.7) και με την βοήθεια της σχέσης (6.3) εξάγεται ο παρακάτω πίνακας τιμών για το τριφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση και παρατηρούμε από το ακόλουθο διάγραμμα ότι η μεταβολή της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης συναρτήσε της κατ' όγκο περιεκτικότητας του εγκλείσματος είναι περίπου παραβολική [9]:

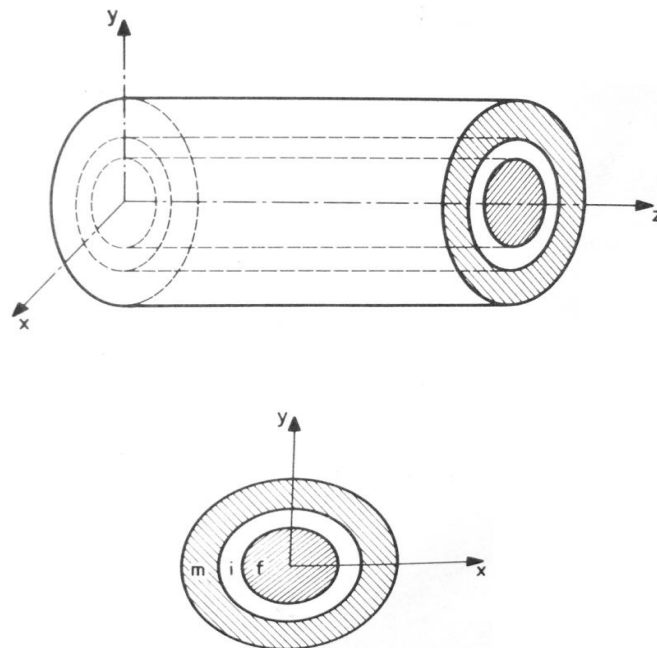
Πίνακας 6.1:

$U_f$	$U_i$	$r_i(\mu m)$
0.10	0.0012	6.036
0.20	0.00492	6.073
0.30	0.01107	6.110
0.40	0.01968	6.146
0.50	0.03075	6.182
0.60	0.04428	6.217
0.65	0.052	6.235
0.70	0.06027	6.254
0.80	0.07872	6.288
0.90	0.09963	6.323



#### 6.4. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΛΟΓΩΝ POISSON ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Όπως έχουμε δει μέχρι τώρα, κατά την παραγωγή του σύνθετου υλικού, λόγω της αλληλεπίδρασης του εγκλείσματος με την μήτρα, δημιουργείται η ενδιάμεση φάση η οποία και παίζει σημαντικό ρόλο στην γενική θερμομηχανική συμπεριφορά του σύνθετου. Στην παρακάτω μελέτη θεωρούμε το τριφασικό κυλινδρικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση:



**Εικόνα.20.** Τριφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση

Με  $i, m, f$  θα συμβολίζουμε την ενδιάμεση φάση, την μήτρα και το έγκλεισμα αντίστοιχα.

Γενικά θεωρούμε ότι οι μηχανικές ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης είναι μεταβλητές, μέσα στην περιοχή εμφάνισής της στο σύνθετο υλικό. Στο κυλινδρικό τριφασικό μοντέλο η μεταβλητότητα των μηχανικών ιδιοτήτων της ενδιάμεσης φάσης εξαρτάται κυρίως από την ακτίνα της. Έτσι λοιπόν και οι ελαστικές σταθερές και οι λόγοι Poisson της ενδιάμεσης φάσης σε ένα σύνθετο υλικό μπορούν να εκφραστούν με ένα πολυώνυμο  $n$ -βαθμού με μεταβλητή την ακτίνα  $r$ . Άρα θα έχουμε ότι:

$$E_i(r) = Ar^n + Br^{n-1} + Cr^{n-2} + \dots$$

$$v_i(r) = A'r^n + B'r^{n-1} + C'r^{n-2} + \dots$$

Όπου  $r_f \leq r \leq r_i$

Στην παρούσα μελέτη θα διερευνήσουμε την παραβολική μεταβολή των ελαστικών σταθερών και των λόγων Poisson της ενδιάμεσης φάσης καθώς αυτή η μεταβολή έχει παρατηρηθεί ότι είναι η καταλληλότερη για την βελτιστοποίηση του δικού μας τριφασικού κυλινδρικού μοντέλου με ενδιάμεση φάση.

Θεωρούμε ότι  $M_m \leq M_i(r) \leq M_f$ , όταν  $r_f \leq r \leq r_i$  και όταν το  $M$  συμβολίζει το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας  $E_L$ , το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας  $E_T$  και το διάμηκες μέτρο διατμήσεως  $G_{LT}$ . Ενώ θεωρούμε ότι  $M_f \leq M_i(r) \leq M_m$  όταν  $r_f \leq r \leq r_i$  και όταν το  $M$  συμβολίζει τον διαμήκη λόγο Poisson  $\nu_{LT}$  και τον εγκάρσιο λόγο Poisson  $\nu_{TT}$ . Να σημειώσουμε εδώ ότι η μελέτη της συνάρτησης  $M_i(r)$  είναι πλήρως αντιπροσωπευτική της μελέτης της παραβολικής συνάρτησης των ελαστικών σταθερών και των λόγων Poisson που θέλουμε να προσδιορίσουμε στην περιοχή της ενδιάμεσης φάσης. Οι οριακές συνθήκες οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν θα είναι:

$$\begin{aligned} \text{Για } r = r_f : M_i(r) &= nM_f \\ \text{Για } r = r_i : M_i(r) &= M_m \end{aligned} \tag{6.8}$$

Δεχόμαστε δηλαδή ότι στο όριο με την μήτρα η ενδιάμεση φάση συμπεριφέρεται μηχανικά ακριβώς το ίδιο με την μήτρα. Αυτό σημαίνει ότι η επίδραση της μήτρας στην ενδιάμεση φάση είναι η μέγιστη, που είναι και λογικό αν αναλογιστεί κάποιος ότι η ενδιάμεση φάση θεωρείται αλλοιωμένη μήτρα. Από την άλλη μεριά, στο όριο με το έγκλεισμα, υπάρχει και εκεί αλληλεπίδραση ανάμεσα στην ενδιάμεση φάση και το έγκλεισμα. Το μέγεθος αυτής της αλληλεπίδρασης καθορίζεται από τον συντελεστή  $n$ . Όσο μεγαλύτερη η αλληλεπίδραση τόσο μεγαλύτερος και ο συντελεστής. Για την μέγιστη αλληλεπίδραση ανάμεσα στο έγκλεισμα και την ενδιάμεση φάση θα πρέπει ο συντελεστής να παίρνει την τιμή 1 και άρα  $M_i(r) = M_f$  για  $r = r_f$ . Στο τριφασικό κυλινδρικό μοντέλο στο επόμενο κεφάλαιο θα θεωρήσουμε σε πολλές περιπτώσεις την μέγιστη αλληλεπίδραση και στις δύο οριακές θέσεις, δηλαδή ότι  $n=1$ . Τέλος, ανάμεσα στα όρια αυτά, δηλαδή ανάμεσα στο έγκλεισμα και στη μήτρα, η  $M_i(r)$  μεταβάλλεται σύμφωνα με την παραβολική μεταβολή. οι υπολογισμοί για την παρακάτω υποενότητα έγιναν με βάση τις τιμές της μελέτης για το τριφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση και παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.1:

Πίνακας 6.2

Υλικό	Μέτρο Ελαστικότητας E(GPa)	Λόγος Poisson $\nu$	Μέτρο διατμήσεως G(GPa)
Εποξ. Ρητίνη	3.5	0.35	1.29
Ύαλος	72	0.20	30

### 6.5. ΜΕΛΕΤΗ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ

Σύμφωνα με αυτή την μεταβολή η  $M_i(r)$  μεταβάλλεται ως εξής:

$$M_i(r) = Ar^2 + Br + C \quad \text{με} \quad r_f \leq r \leq r_i$$

Για τον υπολογισμό των  $A, B, C$  εκτός από τις προαναφερθείσες οριακές συνθήκες (6.8) θα θεωρήσουμε ότι η  $M_i(r)$  για  $r=r_i$  θα παρουσιάζει:

a) *Ελάχιστο* όταν θα συμβολίζει το διάμηκες και το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας καθώς και το διάμηκες μέτρο διατμήσεως.

b) *Μέγιστο* όταν θα συμβολίζει τον διαμήκη και εγκάρσιο λόγο Poisson.

Και άρα:

Για  $r = r_i$  :

$$\text{a): } \frac{dM_i(r)}{dr} = 0 \quad \text{με} \quad \frac{d^2M_i(r)}{dr^2} > 0$$

$$\text{b): } \frac{dM_i(r)}{dr} = 0 \quad \text{με} \quad \frac{d^2M_i(r)}{dr^2} < 0$$

Έτσι βρίσκουμε ότι:

$$A = \frac{nM_f - M_m}{(r_i - r_f)^2}$$

$$B = -\frac{(nM_f - M_m)2r_i}{(r_i - r_f)^2}$$

$$C = M_m + \frac{nM_f - M_m}{(r_i - r_f)^2} r_i^2$$



Για τον υπολογισμό της μέσης τιμής της συνάρτησης  $M_i(r)$  στην ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \bar{M}_i &= \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} M_i(r) dV_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} (Ar^2 + Br + C) 2\pi h r dr \\ &= \frac{1}{\pi h (r_i^2 - r_f^2)} 2\pi h \left[ \frac{A}{4} (r_i^4 - r_f^4) + \frac{B}{3} (r_i^3 - r_f^3) + \frac{C}{2} (r_i^2 - r_f^2) \right] \end{aligned}$$

Και άρα:

$$\bar{M}_i = \frac{2}{(r_i^2 - r_f^2)} \left[ \frac{A}{4} (r_i^4 - r_f^4) + \frac{B}{3} (r_i^3 - r_f^3) + \frac{C}{2} (r_i^2 - r_f^2) \right]$$

Παρακάτω παρουσιάζουμε σε μορφή πινάκων τους μέσους όρους των ελαστικών σταθερών και των λόγων Poisson για την ενδιάμεση φάση στο τριφασικό μοντέλο στην **παραβολική μεταβολή** για διάφορα  $n$  και με τις τιμές των δύο σταθερών φάσεων που δίνονται στον Πίνακα 6.2.

Πίνακας 6.3

Μέτρο Ελαστικότητας E ενδιάμεσης φάσης					
n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
	7.128	11.921	16.714	21.506	26.299
	7.122	11.908	16.693	21.479	26.264
	7.117	11.895	16.673	21.452	26.230
	7.112	11.883	16.654	21.425	26.196
	7.106	11.870	16.635	21.399	26.163
	7.101	11.858	16.616	21.373	26.130
	7.098	11.852	16.606	21.360	26.114
	7.096	11.846	16.597	21.347	26.098
	7.091	11.834	16.578	21.322	26.066
	7.086	11.823	16.560	21.297	26.034

Πίνακας 6.4

Μέτρο διατμήσεως G ενδιάμεσης φάσης					
n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
	2.858	4.855	6.852	8.849	10.846
	2.855	4.849	6.843	8.837	10.831
	2.853	4.844	6.835	8.826	10.817
	2.851	4.839	6.827	8.815	10.803
	2.848	4.833	6.818	8.804	10.789
	2.846	4.828	6.810	8.793	10.775
	2.845	4.826	6.806	8.787	10.768
	2.844	4.823	6.803	8.782	10.761
	2.842	4.818	6.795	8.771	10.748
	2.839	4.813	6.787	8.761	10.734

Πίνακας 6.5

Λόγος Poisson ν ενδιάμεσης φάσης					
n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
	0.2468	0.2601	0.2734	0.2868	0.3001
	0.2470	0.2603	0.2736	0.2869	0.3002
	0.2471	0.2604	0.2737	0.2870	0.3002
	0.2473	0.2605	0.2738	0.2870	0.3003
	0.2474	0.2607	0.2739	0.2871	0.3004
	0.2476	0.2608	0.2740	0.2872	0.3004
	0.2477	0.2609	0.2741	0.2873	0.3005
	0.2477	0.2609	0.2741	0.2873	0.3005
	0.2479	0.2611	0.2742	0.2874	0.3006
	0.2480	0.2612	0.2743	0.2875	0.3007

### 6.6. ΜΕΛΕΤΗ ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Ο τύπος που προκύπτει από την Υπερβολική κατανομή είναι:

$$E_i(r) = \frac{E_m r_i - E_f r_f}{r_i - r_f} + \frac{(E_f - E_m) r_i r_f}{(r_i - r_f) r}$$

Για την οποία γνωρίζουμε ότι:

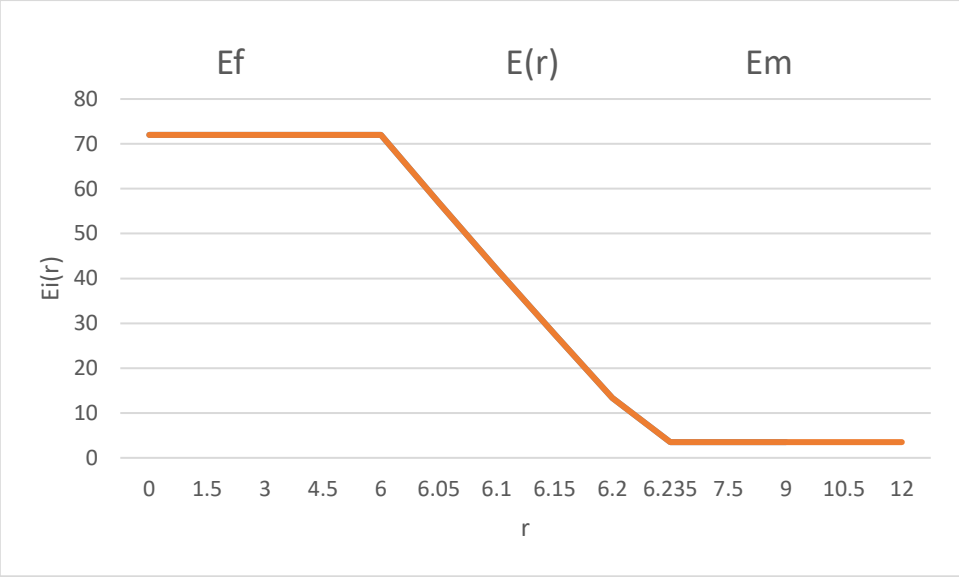
$$E_f = 72 \text{ GPa}$$

$$E_m = 3.5 \text{ GPa}$$

Ενώ προκύπτει:

r	E(r)
0	72
1.5	72
3	72
4.5	72
6	72
6.05	56.89287
6.1	42.143
6.15	27.63297
6.2	13.35697
6.235	3.5
7.5	3.5
9	3.5

Τελικά,





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

### 7.1. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ

Η εφαρμογή του μοντέλου και των θεωρητικών σχέσεων έγινε για ένα ινώδες σύνθετο υλικό αποτελούμενο από εποξειδική ρητίνη ενισχυμένη με ίνες γυαλιού. Συγκεκριμένα το υλικό το οποίο χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα είναι ένα σύνθετο υλικό (Permaglass XE5/1, Permali Ltd U.K.), το οποίο αποτελείται από μήτρα εποξειδικής ρητίνης (diglycidyl ether of bisphenol A), με σκληρυντή αμίνης (Araldite MY 750/HT 972, CibaGeigy U.K.) και με συνεχείς ίνες υάλου (glass fibres) διαμέτρου  $d = 1,2 \times 10^{-5}m$  με χαρακτηριστικά στοιχεία όπως δίνονται από τον προμηθευτή. Από μετρήσεις που έγιναν, η περιεκτικότητα σε ίνες υάλου βρέθηκε περίπου 80% κατά βάρος και 65% κατ' όγκο και 60% κατά βάρος και 40% κατ' όγκο. Ο προσδιορισμός της περιεκτικότητας των ινών έγινε με την μέθοδο της καύσεως (burn off test) σύμφωνα με την προδιαγραφή BS 2782. Ένα ορθογωνικό τεμάχιο κόπτεται από κάθε δοκίμιο και αφού ζυγισθεί τοποθετείται σε κλίβανο σε θερμοκρασία  $620 \pm 20^\circ C$  για να καεί η ρητίνη. Από το βάρος του υπολείμματος το οποίο θεωρείται ότι είναι ίνες υαλού υπολογίζεται η κατά βάρος περιεκτικότητα. Ο προσδιορισμός της κατ' όγκο περιεκτικότητας γίνεται από την σχέση:

$$U_f = \frac{1}{1 + \frac{M_m \rho_f}{M_f \rho_m}}$$

Όπου,

$M_f$  = η περιεκτικότητα κατά βάρος των ινών

$M_m$  = η περιεκτικότητα κατά βάρος της ρητίνης

$\rho_f$  = η πυκνότητα των ινών

$\rho_m$  = η πυκνότητα της ρητίνης

Η κατά βάρος περιεκτικότητα του υλικού σε ίνες υάλου ( $79,6 \pm 0,28\%$ ), ( $59,6 \pm 0,28\%$ ) με δεδομένο τις πυκνότητες  $\rho_f = 2,55 \text{ gr/cm}^3$  και  $\rho_m = 1,20 \text{ gr/cm}^3$ , οι οποίες δίνονταν από τους προμηθευτές του υλικού.

Για να επαληθευθούν οι θεωρητικές τιμές του μοντέλου, δοκίμια από το ίδιο υλικό δοκιμάστηκαν και οι δυναμικές ελαστικές σταθερές τους προσδιορίστηκαν σε ένα εύρος θερμοκρασιών. Η συσκευή μέτρησης δυναμικών ελαστικών σταθερών (viscoelastometer) εφάρμοζε ημιτονοειδή εφελκυστική παραμόρφωση σε συνεχή συχνότητα στο ένα άκρο του δοκιμίου και η απόκριση της τάσεως μετριόταν στο άλλο άκρο. Οι τιμές των  $E'$  και  $E''$  λαμβάνονταν απευθείας με την χρήση δύο μετατροπών. Δυναμικές μετρήσεις έγιναν σε συχνότητα  $f=110\text{Hz}$  με το εύρος των παραμορφώσεων να είναι από 0,4% έως 0,6%. Κατά την διάρκεια των πειραμάτων τα δοκίμια θερμάνθηκαν με ρυθμό  $1^\circ C/\text{min}$ . Οι διαστάσεις των δοκιμίων ήταν  $100 \times 12 \times 3,5\text{mm}$ .

## 7.2. ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΚΑΙ ΤΟΥΣ ΛΟΓΟΥΣ POISSON ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Παρακάτω παραθέτουμε θεωρητικές σχέσεις που κατά καιρούς έχουν εκφράσει διάφοροι ερευνητές για τον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας  $E_L$ , του διαμήκους λόγου Poisson  $\nu_{LT}$  και του διαμήκους μέτρου διάτμησης  $G_{LT}$ . Να αναφέρουμε κατά τα γνωστά πως ο δείκτης  $f$  δηλώνει το έγκλεισμα (filler) ενώ ο δείκτης  $m$  δηλώνει την μήτρα (matrix).

### Τύποι διαμήκους μέτρου ελαστικότητας $E_L$

#### Εξίσωση Θεοχάρη-Σιδερίδη-Παπανικολάου:

Οι παραπάνω ερευνητές θεώρησαν την ύπαρξη μιας ενδιάμεσης φάσης η οποία δημιουργείται ανάμεσα στην μήτρα και στο έγκλεισμα. Το μοντέλο τους είναι κυλινδρικό τριφασικό και η κατανομή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης στον παρακάτω τύπο επιλέχθηκε να είναι παραβολική.

$$\begin{aligned}
 E_L = E_f U_f + E_m U_m + & \frac{3(E_f + E_m)(1 - U_m)^{3/2} + U_f^{1/2}(1 - U_m) + U_f(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{3/2}}{6[(1 - U_m)^{1/2} - U_f^{1/2}]} \\
 & + \frac{8(E_f - E_m)(1 - U_m)^{1/2} \{1 - U_m + U_f + [U_f(1 - U_m)]^{1/2}\}}{6[(1 - U_m)^{1/2} - U_f^{1/2}]} \\
 & + \frac{6 \{E_f(1 - U_m) + E_m U_f - 2E_m [U_f(1 - U_m)]^{1/2} [(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{1/2}]\}}{[(1 - U_m)^{1/2} - U_f^{1/2}]}
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

Όπου εδώ λόγω της ενδιάμεσης φάσης:  $U_m = 1 - U_f - U_i$

#### Εξίσωση Ekvall: [22]

$$\begin{aligned}
 E_L &= E_f U_f + E_{m'} U_m \\
 \Rightarrow E'_L + iE''_L &= (E'_f + iE''_f) U_f + (E'_{m'} + iE''_{m'}) U_m \\
 \Rightarrow E'_L &= E'_f U_f + E'_{m'} U_m \\
 \Rightarrow E''_L &= E''_f U_f + E''_{m'} U_m
 \end{aligned} \tag{7.2a,b}$$

Όπου,

$$E_{m'} = \frac{E_m}{(1 - 2\nu_m)^2} \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} E'_{m'} + iE''_{m'} &= \frac{E'_m + iE''_m}{(1 - 2\nu_m)^2} \\ \Rightarrow (E'_{m'} + iE''_{m'}) &= \frac{(E'_m + iE''_m)}{(1 - 2(\nu'_m + i\nu''_m))^2} \\ &= \frac{(E'_m + iE''_m)}{(1 - 2\nu'_m - 2i\nu''_m)^2} = \frac{(E'_m + iE''_m)}{(1 - 2\nu'_m)^2 + 4(1 - 2\nu'_m)i\nu''_m - 4\nu''_m{}^2} \\ &= \frac{(E'_m + iE''_m) \left\{ [(1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2] - [4(1 - 2\nu'_m)\nu''_m i] \right\}}{[(1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2\nu'_m)\nu''_m]^2} \\ &= \frac{(E'_m + iE''_m) \left\{ [(1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2] - [4(1 - 2\nu'_m)\nu''_m i] \right\}}{[(1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2\nu'_m)\nu''_m]^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{E'_{m'} + iE''_{m'}}{=} = \frac{E'_m \left[ (1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2 \right] + 4E''_m \nu''_m (1 - 2\nu'_m) + \left[ E''_m \left[ (1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2 \right] - 4E'_m \nu''_m (1 - 2\nu'_m) \right] i}{[(1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2\nu'_m)\nu''_m]^2} \quad (7.4) \end{aligned}$$

Δηλαδή,

$$E'_{m'} = \frac{E'_m \left[ (1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2 \right] + 4E''_m \nu''_m (1 - 2\nu'_m)}{[(1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2\nu'_m)\nu''_m]^2} \quad (7.5)$$

$$E''_{m'} = \frac{\left[ E''_m \left[ (1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2 \right] - 4E'_m \nu''_m (1 - 2\nu'_m) \right]}{[(1 - 2\nu'_m)^2 - 4\nu''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2\nu'_m)\nu''_m]^2} \quad (7.6)$$

**Τύποι διαμήκους λόγου Poisson ν<sub>LT</sub>:**

### Εξίσωση Θεοχάρη-Σιδερίδη-Παπανικολάου:

Θεωρώντας και πάλι το κυλινδρικό τριφασικό μοντέλο με την ενδιάμεση φάση και χρησιμοποιώντας την παραβολική μεταβολή, οι παραπάνω ερευνητές έδειξαν ότι ισχύει η εξής σχέση [17]:

$$\begin{aligned} v_{LT} &= v_f U_f + v_m U_m \\ &+ \frac{3(v_f + v_m)(1 - U_m)^{3/2} + U_f^{1/2}(1 - U_m) + U_f(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{3/2}}{6[(1 - U_m)^{1/2} - U_f^{1/2}]} \\ &+ \frac{8(v_f + v_m)(1 - U_m)^{1/2}\{1 - U_m + U_f + [U_f(1 - U_m)]^{1/2}\}}{6[(1 - U_m)^{1/2} - U_f^{1/2}]} \\ &+ \frac{6\{v_f(1 - U_m) + v_m U_f - 2v_m[U_f(1 - U_m)]^{1/2}[(1 - U_m)^{1/2} + U_f^{1/2}]\}}{[(1 - U_m)^{1/2} - U_f^{1/2}]} \end{aligned} \quad (7.7)$$

Όπου εδώ λόγω της ενδιάμεσης φάσης:  $U_m = 1 - U_f - U_i$

### Εξίσωση Rosen: [23]

$$v_{LT} = \frac{U_f E_f L_1 + U_m E_m L_2 v_m}{U_f E_f L_3 + U_m E_m L_2} \quad (7.8)$$

Όπου,

$$\begin{aligned} L_1 &= 2v_f(1 - v_m^2)U_f + v_m(1 + v_m)U_m \\ L_2 &= U_f(1 - v_f - 2v_f^2)U_f + (1 + v_m)U_m \\ L_3 &= 2(1 - v_m^2)U_f + (1 + v_m)U_m \end{aligned} \quad (7.9a,b,c)$$

### Τύποι εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας $E_T$ :

#### Εξίσωση Paul: [24]

Η εξίσωση Paul αποτελεί ένα κατώτατο όριο για το  $E_T$  και είναι η εξής:

$$\frac{1}{E_T} = \frac{U_f}{E_f} + \frac{U_m}{E_m} \quad (7.10)$$

Άρα:



$$\frac{1}{E'_T + iE''_T} = \frac{U_f}{E'_f + iE''_f} + \frac{U_m}{E'_f + iE''_f} \Rightarrow$$

$$\frac{E'_T - iE''_T}{E'^2_T + E''^2_T} = \frac{U_f(E'_f - iE''_f)}{E'^2_f + E''^2_f} + \frac{U_m(E'_f - iE''_f)}{E'^2_f + E''^2_f} \quad (7.11a,b)$$

**Εξίσωση Whitney-Riley: [12]**

$$E_T = \frac{2K_C(1 - \nu_T)E_L}{E_L + 4K_C\nu_L^2} \quad (7.12)$$

Άρα:

$$E'_T + iE''_T = \frac{2(K'_C + iK''_C)(1 - \nu_T)(E'_L + iE''_L)}{(E'_L + iE''_L) + 4(K'_C + iK''_C)\nu_L^2} \quad (7.13)$$

Όπου  $K_C$  το μέτρο διογκώσεως του σύνθετου υλικού και ισχύει η σχέση:

$$K_C = \frac{(k_f + G_m)k_m - (k_f - k_m)G_m U_f}{(k_f + G_m) - (k_f - k_m)U_f} \quad (7.14)$$

$$\text{Με } k_f = \frac{E_f}{(1 - \nu_f - 2\nu_f^2)} \text{ και } k_m = \frac{E_m}{(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)} \quad (7.15)$$

**Εξίσωση Ekvall: [25]**

$$E_T = \frac{E_f E_{m'}}{U_f E_{m'} + U_m E_f (1 - \nu_m^2)} \quad (7.16)$$

$$(E'_T + iE''_T) = \frac{(E'_f + iE''_f)(E'_{m'} + iE''_{m'})}{U_f(E'_{m'} + iE''_{m'}) + U_m(E'_f + iE''_f)(1 - (\nu'_m + i\nu''_m)^2)}$$

$$= \frac{(E'_f + iE''_f)(E'_{m'} + iE''_{m'})}{U_f(E'_{m'} + iE''_{m'}) + U_m(E'_f + iE''_f)(1 - \nu'^2_m - 2\nu'_m\nu''_m i + \nu''^2_m)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(E'_f + iE''_f)(E'_{m'} + iE''_{m'})}{U_f E'_{m'} + U_f E''_{m'} i + (U_m E'_f + U_m E''_f i) \left( (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' i \right)} \\
&= \frac{E'_f E'_{m'} + E'_f E''_{m'} i + E''_f E'_{m'} i - E''_f E''_{m'}}{U_f E'_{m'} + U_f E''_{m'} i + (U_m E'_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' U_m E'_f i + U_m E''_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) i + 2U_m E''_f v_m' v_m'')} \\
&= \frac{(E'_f E'_{m'} - E''_f E''_{m'}) + (E'_f E''_{m'} + E''_f E'_{m'}) i}{\left[ U_f E'_{m'} + U_m E'_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) + 2U_m E''_f v_m' v_m'' \right] + \left[ U_f E''_{m'} + U_m E''_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' U_m E'_f \right] i} \\
&= \frac{[(E'_f E'_{m'} - E''_f E''_{m'}) + (E'_f E''_{m'} + E''_f E'_{m'}) i] \left\{ \left[ U_f E'_{m'} + U_m E'_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) + 2U_m E''_f v_m' v_m'' \right] - \left[ U_f E''_{m'} + U_m E''_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' U_m E'_f \right] i \right\}}{\left[ U_f E'_{m'} + U_m E'_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) + 2U_m E''_f v_m' v_m'' \right]^2 + \left[ U_f E''_{m'} + U_m E''_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' U_m E'_f \right]^2}
\end{aligned} \tag{7.17}$$

$$\begin{aligned}
&E'_T \\
&= \frac{(E'_f E'_{m'} - E''_f E''_{m'}) \left[ U_f E'_{m'} + U_m E'_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) + 2U_m E''_f v_m' v_m'' \right] + (E'_f E''_{m'} + E''_f E'_{m'}) \left[ U_f E''_{m'} + U_m E''_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' U_m E'_f \right]}{\left[ U_f E'_{m'} + U_m E'_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) + 2U_m E''_f v_m' v_m'' \right]^2 + \left[ U_f E''_{m'} + U_m E''_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' U_m E'_f \right]^2}
\end{aligned} \tag{7.18}$$

$$\begin{aligned}
&E''_T \\
&= \frac{(E'_f E'_{m'} - E''_f E''_{m'}) \left[ U_f E''_{m'} + U_m E''_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' U_m E'_f \right] + (E'_f E''_{m'} + E''_f E'_{m'}) \left[ U_f E'_{m'} + U_m E'_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) + 2U_m E''_f v_m' v_m'' \right]}{\left[ U_f E'_{m'} + U_m E'_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) + 2U_m E''_f v_m' v_m'' \right]^2 + \left[ U_f E''_{m'} + U_m E''_f (1 - v_m'^2 + v_m''^2) - 2v_m' v_m'' U_m E'_f \right]^2}
\end{aligned} \tag{7.19}$$

Όπου:

$$E_{m'} = \frac{E_m}{(1 - 2v_m)^2} \tag{7.20}$$

$$\Rightarrow (E'_{m'} + iE''_{m'}) = \frac{(E'_m + iE''_m)}{(1 - 2(v'_m + iv''_m))^2} \tag{7.21}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{(E'_m + iE''_m)}{(1 - 2v'_m - 2iv''_m)^2} = \frac{(E'_m + iE''_m)}{(1 - 2v'_m)^2 + 4(1 - 2v'_m)iv''_m - 4v''_m{}^2} \\
&= \frac{(E'_m + iE''_m) \left\{ [(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2] - [4(1 - 2v'_m)v''_m i] \right\}}{[(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2v'_m)v''_m]^2} \\
&= \frac{(E'_m + iE''_m) \left\{ [(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2] - [4(1 - 2v'_m)v''_m i] \right\}}{[(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2v'_m)v''_m]^2} \\
&= \frac{E'_m [(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2] + 4E''_m v''_m (1 - 2v'_m) + [E''_m [(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2] - 4E'_m v''_m (1 - 2v'_m)] i}{[(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2v'_m)v''_m]^2} \quad (7.22)
\end{aligned}$$

Δηλαδή,

$$E'_{m'} = \frac{E'_m [(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2] + 4E''_m v''_m (1 - 2v'_m)}{[(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2v'_m)v''_m]^2} \quad (7.23)$$

$$E''_{m'} = \frac{[E''_m [(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2] - 4E'_m v''_m (1 - 2v'_m)]}{[(1 - 2v'_m)^2 - 4v''_m{}^2]^2 + [4(1 - 2v'_m)v''_m]^2} \quad (7.24)$$

**Εξίσωση Tsai-Hahn: [14]**

$$\frac{1}{E_T} = \frac{1}{U_f + n_2 U_m} \left[ \frac{U_f}{E_f} + \frac{n_2 U_m}{E_m} \right] \quad (7.25)$$

Όπου,

$$\Rightarrow \frac{1}{E'_T + iE''_T} = \frac{1}{U_f + n_2 U_m} \left[ \frac{U_f}{(E'_f + iE''_f)} + \frac{n_2 U_m}{(E'_m + iE''_m)} \right] \quad (7.26)$$

### Εξίσωση Halpin-Tsai: [5]

$$E_T = E_m \left( \frac{1 + \xi n U_f}{1 - n U_f} \right) \quad (7.27)$$

Έτσι,

$$E'_T + iE''_T = (E'_m + iE''_m) \left( \frac{1 + \xi(n' + in'')U_f}{1 - (n' + in'')U_f} \right) \quad (7.28)$$

Όπου,

$$n = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} - \xi} \quad (7.29)$$

Οπότε,

$$n' + in'' = \frac{(E'_f + iE''_f) - (E'_m + iE''_m)}{(E'_f + iE''_f) - \xi(E'_m + iE''_m)} \quad (7.30)$$

### Τύποι διαμήκους μέτρου διατμήσεως $G_{LT}$ :

#### Εξίσωση Σιδερίδη:

Θεωρείται από τον ερευνητή το τριφασικό μοντέλο με την ενδιάμεση φάση, όπου με  $G_i(r)$  συμβολίζεται το διάμηκες μέτρο διατμήσεως της ενδιάμεσης φάσης το οποίο περιγράφεται με παραβολική μεταβολή. Το διάμηκες μέτρο διατμήσεως  $G_{LT}$  θα είναι:

$$G_{LT}\gamma_0 = G_f(A + \gamma_0)^2 U_f + \frac{2U_f}{a^2} \int_a^b G_i(r) (D + \gamma_0)^2 r dr + G_m \left[ (K + \gamma_0)^2 + \frac{K_2}{1 - U_m} \right] U_m$$

$$\text{Όπου } A = D = \frac{(G_m - G_i)(c^2 - b^2)}{(G_m - G_i)b^2 - (G_i - G_m)b^2} \gamma_0, \quad K = \frac{(G_i - G_m)b^2}{(G_m - G_i)b^2 - (G_i - G_m)b^2} \gamma_0 \quad (7.31)$$

$$\text{Και } Y = U_m = 1 - U_f - U_i$$

Όπου  $\gamma_0$  η επιβληθείσα παραμόρφωση

### Εξίσωση Hashin-Rosen: [6]

Οι Hashin και Rosen έδωσαν μια έκφραση η οποία αποτελεί ένα κάτω όριο για  $G_{LT}$  και είναι η εξής:

$$G_{LT} = G_m \frac{(1 + U_f)G_f + G_m U_m}{(1 + U_f)G_m + G_f U_m} \quad (7.32)$$

### Εξίσωση Hashin: [16]

Ο Hashin έδωσε επίσης μια έκφραση που αποτελεί ένα άνω όριο για το  $G_{LT}$  και είναι η εξής:

$$G_{LT} = G_f \frac{(1 + U_m)G_m + G_f U_f}{(1 + U_m)G_f + G_m U_f} \quad (7.33)$$

### Εξίσωση Ekvall-Greszczuk: [13]

$$G_{LT} = \frac{G_m G_f}{G_f U_m + G_m U_f} \quad (7.34)$$

### Εξίσωση Tsai-Hahn: [19]

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{U_f + n_2 U_m} \left[ \frac{U_f}{G_f} + \frac{n_2 U_m}{G_m} \right] \quad \text{όπου } n_2 = 0.50 \quad (7.35)$$

### Εξίσωση Halpin-Tsai: [5]

$$G_{LT} = G_m \left( \frac{1 + \xi n U_f}{1 - n U_f} \right) \quad \text{όπου } n = \frac{\frac{G_f}{G_m} - 1}{\frac{G_f}{G_m} + \xi} \quad \text{και } \xi = 2$$

$$G'_{LT} + iG''_{LT} = (G'_m + iG''_m) \left( \frac{1 + \xi(n' + in'')U_f}{1 - (n' + in'')U_f} \right) \quad (7.36)$$

Έτσι,

$$\begin{aligned} n' + in'' &= \frac{G'_f + iG''_f - (G'_m + iG''_m)}{G'_f + iG''_f + \xi(G'_m + iG''_m)} = \frac{(G'_f - G'_m) + i(G''_f - G''_m)}{(G'_f + \xi G'_m) + i(G''_f + \xi G''_m)} \\ &= \frac{[(G'_f - G'_m) + (G''_f - G''_m)][(G'_f + \xi G'_m) - i(G''_f + \xi G''_m)]}{[(G'_f + \xi G'_m) + i(G''_f + \xi G''_m)][(G'_f + \xi G'_m) - i(G''_f + \xi G''_m)]} \end{aligned} \quad (7.37)$$

### 7.3. ΠΙΝΑΚΕΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΣΤΗ ΜΗΤΡΑ

Uf=0.65 , f=110Hz		
T(°C)	E'm(GPa)	E''m(GPa)
20	3.9	0.0405
30	3.75	0.042
40	3.55	0.0435
50	3.4	0.0435
60	3.25	0.0435
70	3.1	0.0435
80	2.97	0.0435
90	2.85	0.045
100	2.7	0.046
110	2.55	0.049

T(°C)	E <sub>L</sub> '(GPa)	Πείραμα	T(°C)	E <sub>L</sub> ''(GPa)	Πείραμα
20	49.90154	53.6	20	0.01314	0,0108
30	49.85286		30	0.01363	
40	49.78796	52.6	40	0.01412	0,0114
50	49.73929		50	0.01412	
60	49.69061	52.1	60	0.01412	0,0116
70	49.64194		70	0.01412	
80	49.59975	51.6	80	0.01412	0,0119
90	49.56081		90	0.01460	
100	49.51214	51	100	0.01493	0,0122
110	49.46346		110	0.01590	

T(°C)	$v_{LT}'$
20	0.244823
30	0.244789
40	0.244744
50	0.24471
60	0.244676
70	0.244642
80	0.244612
90	0.244585
100	0.244551
110	0.244517

T(°C)	$v_{TT}'$
20	0.246377
30	0.246377
40	0.246377
50	0.246377
60	0.246377
70	0.246377
80	0.246377
90	0.246377
100	0.246377
110	0.246377

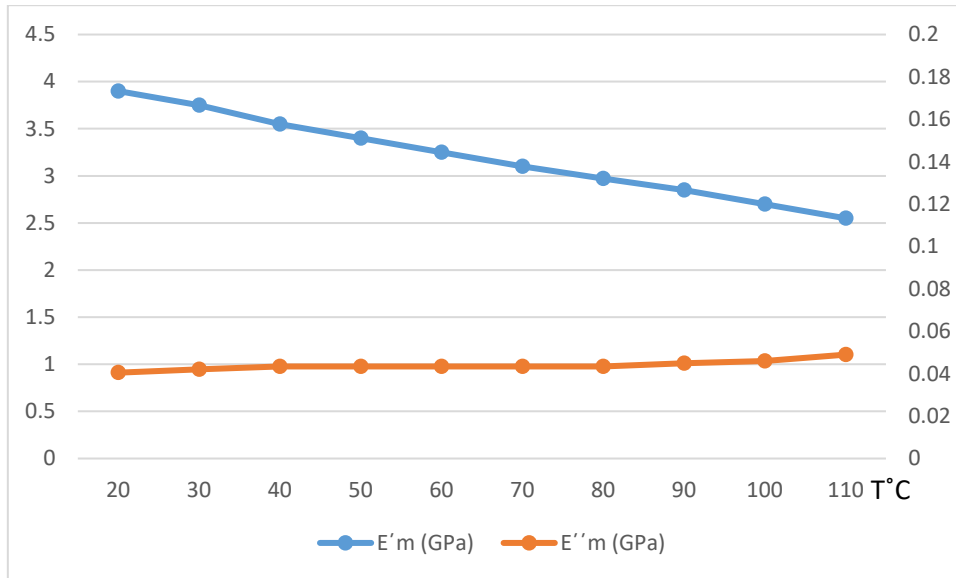
T(°C)	$E_T'$ (GPa)	Πείραμα
20	16.86718	19.45
30	16.44213	
40	15.92955	18.92
50	15.38554	
60	14.83303	18.1
70	14.27181	
80	13.69273	16.75
90	13.01637	
100	12.43074	15.14
110	11.83529	

T(°C)	$E_T''$ (GPa)	Πείραμα
20	0.14071	0.189
30	0.151136	
40	0.156571	0.195
50	0.158996	
60	0.161479	0.2
70	0.164024	
80	0.165755	0.203
90	0.17121	
100	0.180951	0.21
110	0.195882	

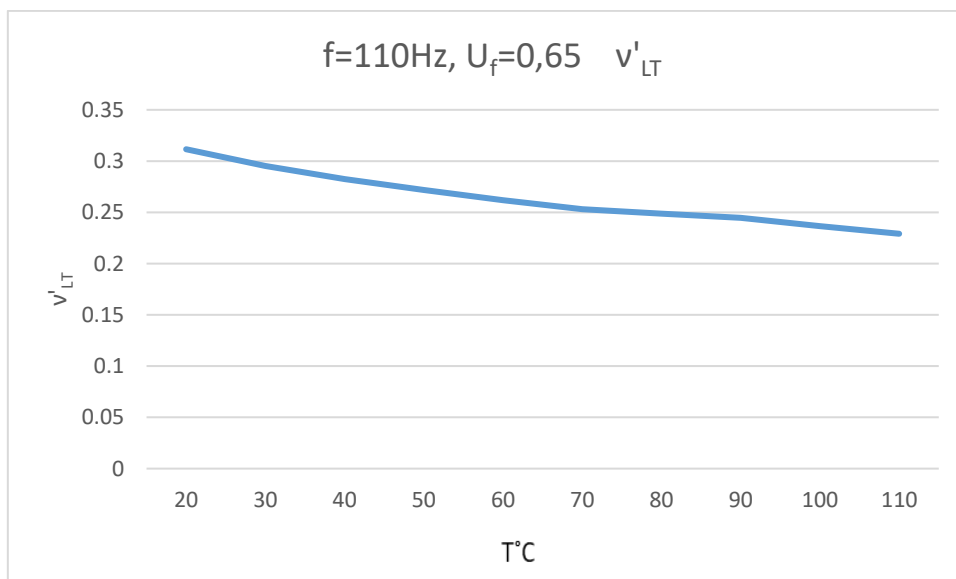
T(°C)	$GLT'$ (GPa)
20	5.606574
30	5.427468
40	5.204893
50	5.010063
60	4.827692
70	4.647725
80	4.484608
90	4.30019
100	4.103013
110	3.903031

T(°C)	$GLT''$ (GPa)
20	0.048039
30	0.051487
40	0.053238
50	0.053967
60	0.054712
70	0.055473
80	0.05599
90	0.057739
100	0.060899
110	0.065802

#### 7.4. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

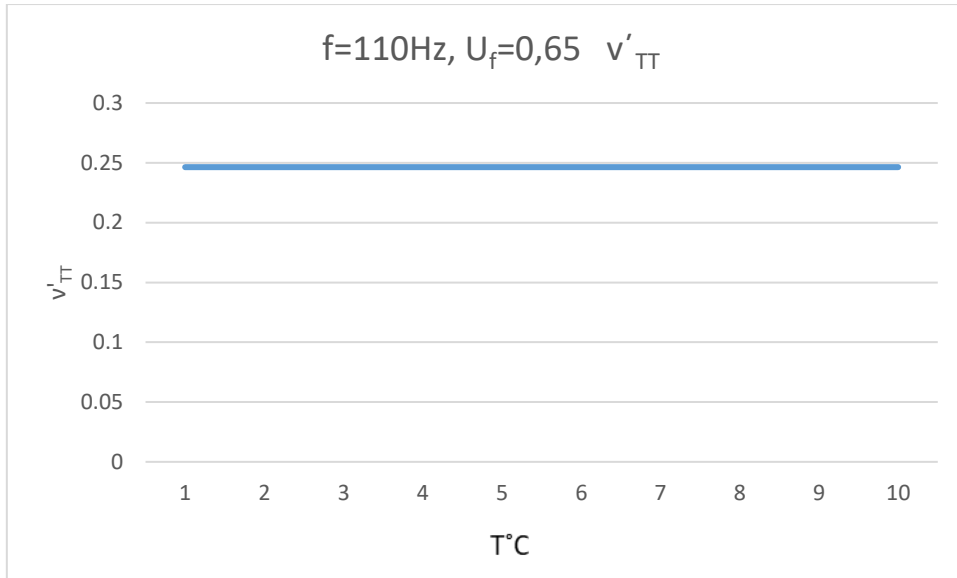


Διάγραμμα 1.

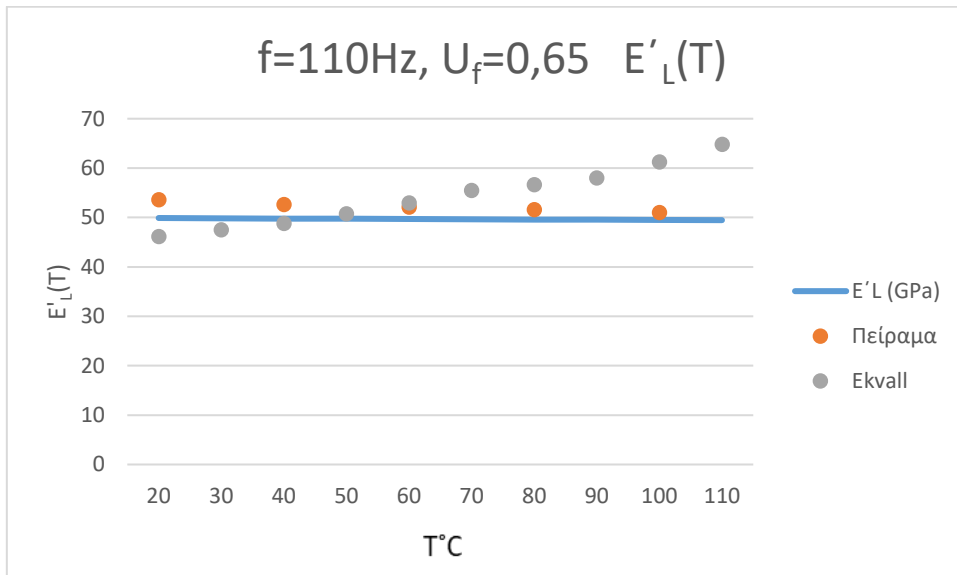


Διάγραμμα 2.

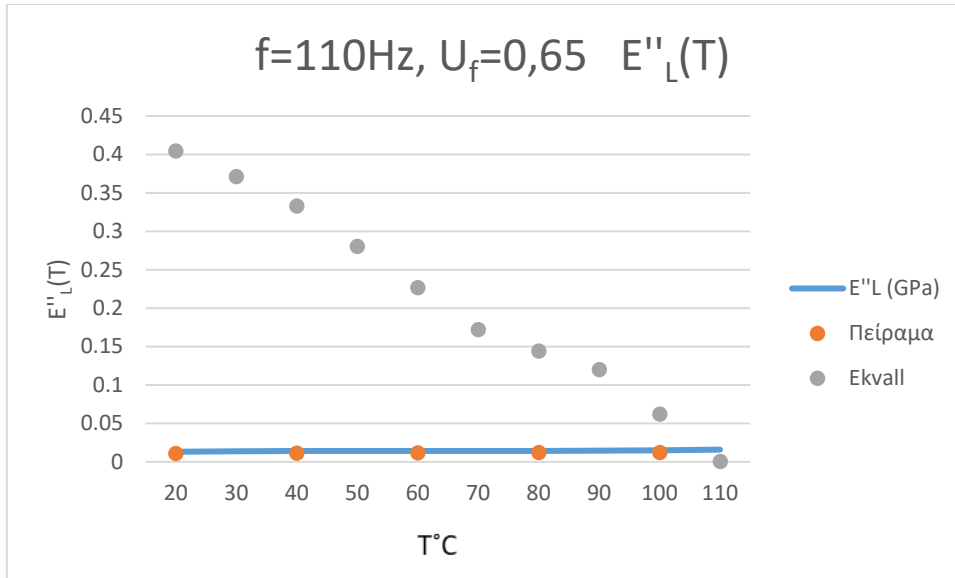




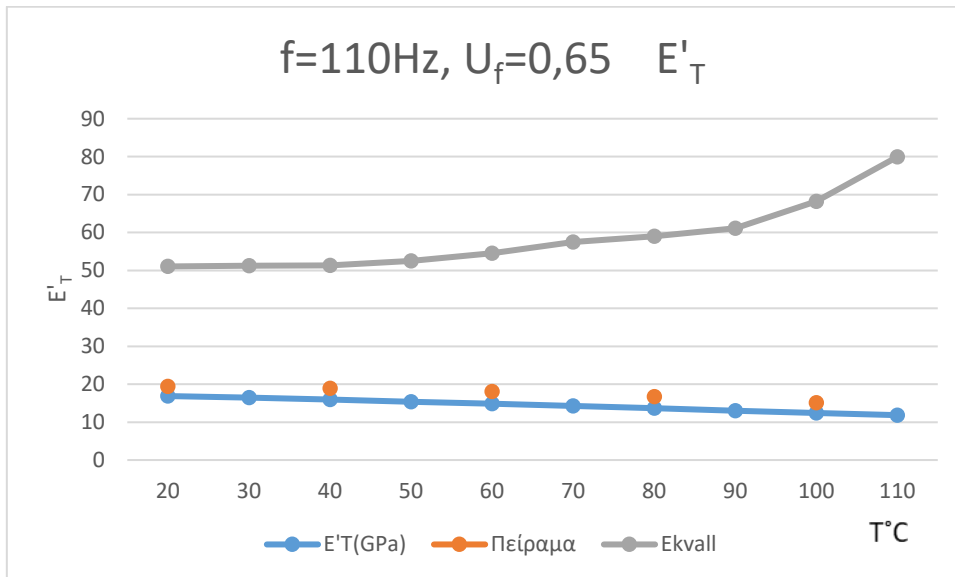
Διάγραμμα 3.



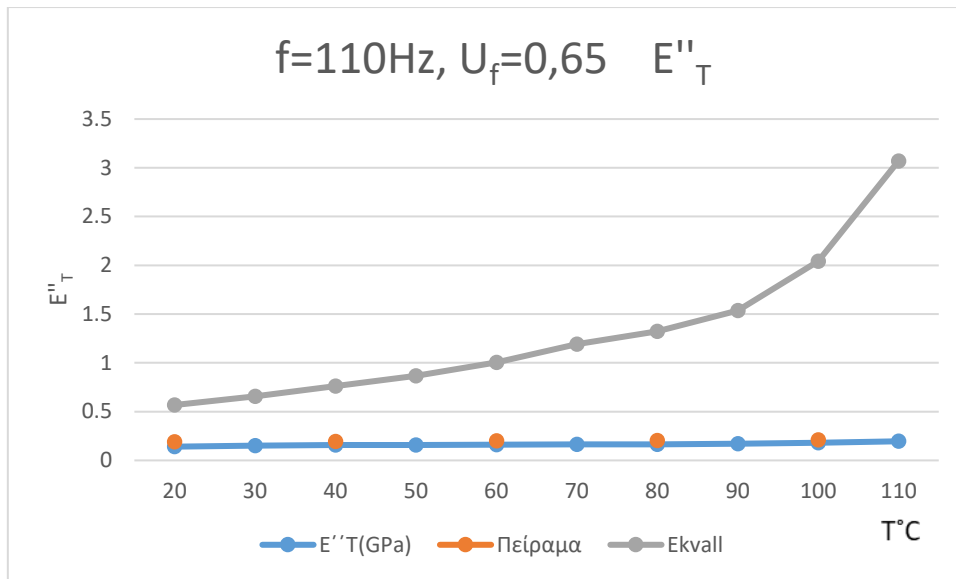
Διάγραμμα 4.



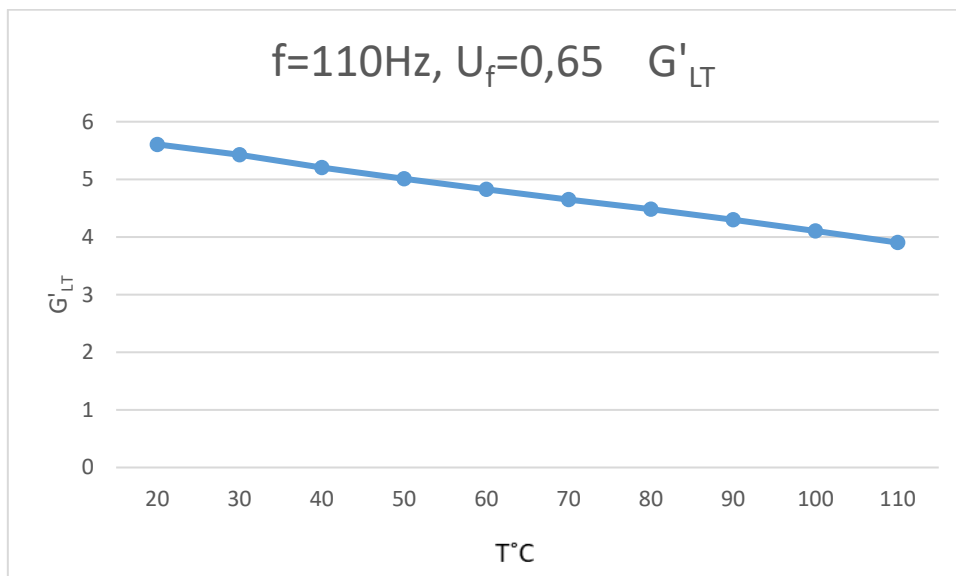
Διάγραμμα 5.



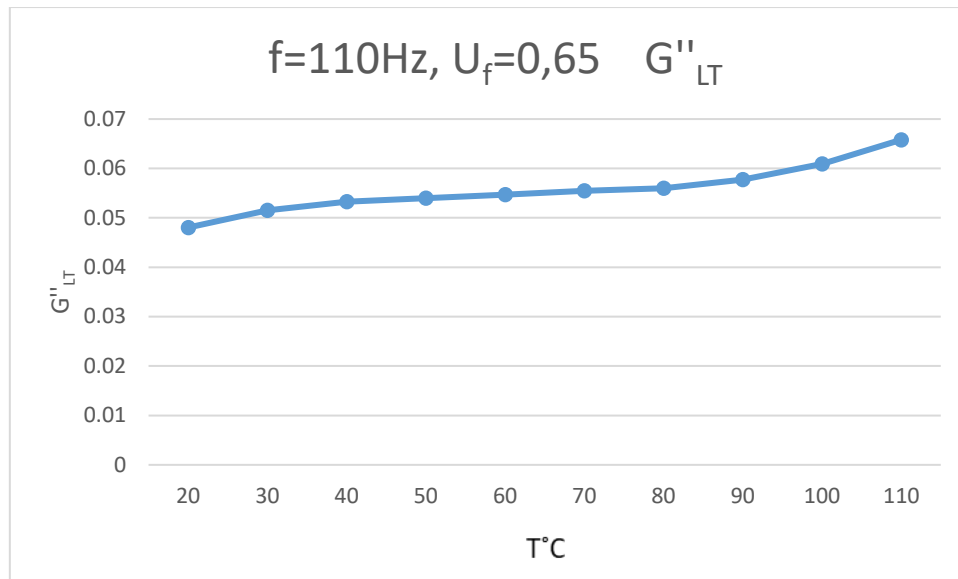
Διάγραμμα 6.



Διάγραμμα 7.



Διάγραμμα 8.



Διάγραμμα 9.

## 7.5. ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ- ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### **$E_m'$ & $E_m''$**

Παρατηρώντας το μέτρο αποθηκεύσεως  $E_m'$  της μήτρας συναρτήσει της θερμοκρασίας στο διάγραμμα 1 διαπιστώνουμε ότι οι τιμές του φθίνουν καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία. Αντίθετα, το μέτρο απωλειών  $E_m''$  αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.

### **Δυναμικός Διαμήκης Λόγος Poisson $\nu_{LT}'$**

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη του μοντέλου μας για τον υπολογισμό του  $\nu_{LT}'$  και φαίνονται και στο διάγραμμα 2 δείχνουν μια ασθενή πτωτική εξάρτηση του  $\nu_{LT}'$  από την θερμοκρασία.

### **Δυναμικός Εγκάρσιος Λόγος Poisson $\nu_{TT}'$**

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη του μοντέλου μας για τον υπολογισμό του  $\nu_{TT}'$  και φαίνονται και στο διάγραμμα 3 δείχνουν ότι ο δυναμικός εγκάρσιος λόγος Poisson είναι σχεδόν ανεξάρτητος της θερμοκρασίας.

### **Διάμηκες Μέτρο Αποθηκεύσεως $E_L'$**

Από το διάγραμμα 4 διαπιστώνουμε ότι το  $E_L'$  εμφανίζει μια ασθενή πτωτική εξάρτηση από την θερμοκρασία, γεγονός που επιβεβαιώνουν και τα πειραματικά δεδομένα. Τα αποτελέσματα που δίνει το μοντέλο μας για το  $E_L'$  μπορούν να χαρακτηρισθούν ικανοποιητικά αφού τα πειραματικά σημεία προσεγγίζονται σε καλό βαθμό σε όλο το εύρος των θερμοκρασιών, οι τιμές που προβλέπει όμως είναι σταθερά μικρότερες από τις τιμές του πειράματος.

### **Διάμηκες Μέτρο Απωλειών $E_L''$**

Από το διάγραμμα 5 διαπιστώνουμε ότι το  $E_L''$  αυξάνεται όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, γεγονός που επιβεβαιώνουν και τα πειραματικά δεδομένα. Ο ρυθμός της αύξησης του  $E_L''$  βλέπουμε ότι επιταχύνεται για  $T > 80^\circ\text{C}$ , καθώς πλησιάζουμε τις θερμοκρασίες υαλώδους μετάβασης για το σύνθετο. Τα αποτελέσματα που δίνει το μοντέλο μας για το  $E_L''$  μπορούν να χαρακτηρισθούν ικανοποιητικά αφού τα πειραματικά σημεία προσεγγίζονται σε καλό βαθμό σε όλο το εύρος των θερμοκρασιών, οι τιμές που προβλέπει όμως είναι σταθερά μεγαλύτερες από τις τιμές του πειράματος.

### **Εγκάρσιο Μέτρο Αποθηκείσεως $E_T'$**

Παρόμοια είναι τα συμπεράσματα που προκύπτουν και για το εγκάρσιο μέτρο αποθηκείσεως. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα 6, το  $E_T'$  εμφανίζει πτωτική εξάρτηση από την θερμοκρασία, γεγονός που επιβεβαιώνουν και τα πειραματικά δεδομένα. Το μοντέλο μας δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα αφού τα πειραματικά σημεία προσεγγίζονται σε καλό βαθμό σε όλο το εύρος των θερμοκρασιών, οι τιμές που προβλέπει όμως είναι σταθερά μικρότερες από τις τιμές του πειράματος.

### **Εγκάρσιο Μέτρο Απωλειών $E_T''$**

Παρόμοια σε όσα διαπιστώσαμε για το διάμηκες μέτρο απωλειών ισχύουν και για το εγκάρσιο. Από το διάγραμμα 7 διαπιστώνουμε ότι το  $E_T''$  αυξάνεται όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, γεγονός που επιβεβαιώνουν και τα πειραματικά δεδομένα. Ο ρυθμός της αύξησης του  $E_T''$  βλέπουμε ότι επιταχύνεται για  $T > 80^\circ\text{C}$ , καθώς πλησιάζουμε τις θερμοκρασίες υαλώδους μετάβασης για το σύνθετο. Τα αποτελέσματα που δίνει το μοντέλο μας για το  $E_T''$  μπορούν να χαρακτηρισθούν ικανοποιητικά αφού τα πειραματικά σημεία προσεγγίζονται σε καλό βαθμό σε όλο το εύρος των θερμοκρασιών, οι τιμές που προβλέπει όμως είναι σταθερά μικρότερες από τις τιμές του πειράματος.

### **Δυναμικό Διάμηκες Μέτρο Διάτμησης $G_{LT}'$**

Στο διάγραμμα 8 βλέπουμε πως το  $G_{LT}'$  μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα σε σχέση με την θερμοκρασία.

### **Δυναμικό Διάμηκες Μέτρο Διάτμησης $G_{LT}''$**

Στο διάγραμμα 9 βλέπουμε πως το  $G_{LT}''$  ακολουθεί όμοιο νόμο μεταβολής με τα δυναμικά μέτρα απωλειών, πράγμα λογικό αφού αποτελεί το δυναμικό μέτρο απωλειών σε διάτμηση. Το  $G_{LT}''$  αυξάνεται όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, ενώ ο ρυθμός της αύξησης του βλέπουμε ότι επιταχύνεται για  $T > 80^\circ\text{C}$ , καθώς πλησιάζουμε τις θερμοκρασίες υαλώδους μετάβασης για το σύνθετο.

Συνοψίζοντας, η απόκλιση των τιμών των ελαστικών σταθερών αλλά και των λόγων Poisson, που εξήχθησαν από το διφασικό κυλινδρικό μοντέλο μας, σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα είναι αναμενόμενη κυρίως για τους εξής λόγους:

1. Η κατανομή των ινών μέσα στη ρητίνη θεωρείται ομοιόμορφη όπως έχουμε υποθέσει, αλλά στην πραγματικότητα δεν είναι τελείως.

2. Ύπαρξη ατελειών στη μήτρα (φυσαλίδες, ατελείς δεσμοί κλπ.)
3. Ύπαρξη ασυνέχειας μεταξύ εγκλείσματος και μήτρας, δηλαδή όχι καλή συνοχή του υλικού.
4. Το θεωρητικό μοντέλο μας προβλέπει τέλεια γεωμετρικά σχήματα (κυλινδρικές ίνες) ενώ στην πραγματικότητα δύναται να υπάρχουν μικρές ατέλειες στην επιφάνεια και ολίγον διαφορετικό μέγεθος ινών.
5. Η ευθυγράμμιση των ινών που είναι πολύ δύσκολο να επιτευχθεί κατά την διάρκεια του υλικού των δοκιμίων.
6. Τα πειραματικά δεδομένα εμπεριέχουν και αυτά σφάλμα, το σφάλμα της μέτρησης.

Κατά τα άλλα παρατηρούμε ότι σε γενικά πλαίσια το μοντέλο μας ανταποκρίνεται αρκετά καλά στην πραγματικότητα και οι τιμές που εξήχθησαν από αυτό, προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τα πειραματικά δεδομένα στις περισσότερες των περιπτώσεων. Ως μελλοντική εργασία προτείνεται η βελτίωση του μοντέλου θεωρώντας την επίδραση της ενδιάμεσης φάσης και των γειτονικών ινών.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

Εύρεση Τιμών Κατ' όγκο περιεκτικότητας:

Πίνακας 6.3

Uf	Ui	Um	ri	rm	rf
0.1	0.0012	0.8988	6.036	18.974	6.0001
0.2	0.00492	0.7951	6.073	13.416	5.9997
0.3	0.01107	0.6889	6.11	10.955	6.0003
0.4	0.01968	0.5803	6.146	9.487	6.0002
0.5	0.03075	0.4693	6.182	8.486	6.0002
0.6	0.04428	0.3557	6.217	7.745	5.9996
0.65	0.052	0.2980	6.235	7.442	5.9996
0.7	0.06027	0.2397	6.254	7.173	6.0010
0.8	0.07872	0.1213	6.288	6.708	5.9997
0.9	0.09963	0.0004	6.323	6.324	5.9996

Εύρεση τιμών των σταθερών A,B και C για την εξαγωγή του Μέτρου Ελαστικότητας:

Πίνακας 6.4

A					
n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
	8460.581	19637.86	30815.14	41992.42	53169.7
	2026.083	4702.744	7379.404	10056.06	12732.72
	905.7165	2102.259	3298.802	4495.345	5691.888
	512.5323	1189.639	1866.746	2543.853	3220.96
	329.9552	765.8592	1201.763	1637.667	2073.571
	230.5339	535.0924	839.6509	1144.209	1448.768
	196.7569	456.6926	716.6284	976.5641	1236.5
	170.2763	395.2286	620.1808	845.133	1070.085
	131.175	304.4704	477.7658	651.0613	824.3567
	104.2412	241.9542	379.6673	517.3804	655.0935

Πίνακας 6.5

B				
0.2	0.4	0.6	0.8	1
-102136.13	-237068.26	-372000.40	-506932.53	-641864.66
-24608.81	-57119.52	-89630.24	-122140.96	-154651.67
-11067.86	-25689.61	-40311.36	-54933.12	-69554.87
-6300.05	-14623.04	-22946.04	-31269.04	-39592.04
-4079.57	-9469.08	-14858.60	-20248.12	-25637.64
-2866.46	-6653.34	-10440.22	-14227.10	-18013.98
-2453.56	-5694.96	-8936.36	-12177.75	-15419.15
-2129.82	-4943.52	-7757.22	-10570.92	-13384.63
-1649.66	-3829.02	-6008.38	-8187.75	-10367.11
-1318.23	-3059.75	-4801.27	-6542.79	-8284.31

Πίνακας 6.6

C				
0.2	0.4	0.6	0.8	1
308250.34	715475.51	1122700.69	1529925.87	1937151.05
74728.14	173446.93	272165.72	370884.51	469603.30
33815.80	78485.26	123154.72	167824.18	212493.64
19363.54	44940.11	70516.68	96093.25	121669.82
12613.44	29272.44	45931.44	62590.44	79249.44
8913.89	20685.40	32456.92	44228.44	55999.96
7652.47	17757.53	27862.59	37967.65	48072.71
6663.44	15461.88	24260.33	33058.78	41857.23
5190.02	12041.94	18893.86	25745.77	32597.69
4171.10	9676.91	15182.72	20688.54	26194.35

Εύρεση τιμών των σταθερών A,B και C για την εξαγωγή του Μέτρου Διατμήσεως:

A					
n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
	3655.902	8313.103	12970.3	17627.5	22284.7
	875.491	1990.766	3106.041	4221.316	5336.592
	391.3692	889.9288	1388.488	1887.048	2385.607
	221.4704	503.5982	785.7261	1067.854	1349.982
	142.577	324.2037	505.8304	687.4571	869.0838
	99.61601	226.5154	353.4148	480.3141	607.2135
	85.02065	193.3272	301.6338	409.9403	518.2469
	73.57812	167.3082	261.0383	354.7684	448.4985
	56.68204	128.8885	201.0949	273.3013	345.5077
	45.04365	102.4241	159.8046	217.185	274.5655

B				
0.2	0.4	0.6	0.8	1
-44134.05	-100355.77	-156577.50	-212799.22	-269020.94
-10633.71	-24179.85	-37725.98	-51272.11	-64818.24
-4782.53	-10874.93	-16967.33	-23059.73	-29152.12
-2722.31	-6190.23	-9658.14	-13126.06	-16593.98
-1762.82	-4008.45	-6254.09	-8499.72	-10745.35
-1238.63	-2816.49	-4394.36	-5972.23	-7550.09
-1060.21	-2410.79	-3761.37	-5111.96	-6462.54
-920.32	-2092.69	-3265.07	-4437.44	-5609.82
-712.83	-1620.90	-2528.97	-3437.04	-4345.11
-569.62	-1295.26	-2020.89	-2746.52	-3472.15



C				
0.2	0.4	0.6	0.8	1
133197.86	302875.02	472552.17	642229.33	811906.49
32290.56	73423.39	114556.22	155689.05	196821.88
14611.93	33224.20	51836.48	70448.75	89061.03
8366.96	19023.86	29680.77	40337.67	50994.58
5450.17	12391.42	19332.67	26273.92	33215.17
3851.56	8756.36	13661.16	18565.95	23470.75
3306.49	7516.93	11727.37	15937.81	20148.25
2879.12	6545.14	10211.16	13877.18	17543.19
2242.44	5097.40	7952.37	10807.34	13662.30
1802.15	4096.24	6390.33	8684.42	10978.51

Εύρεση τιμών των σταθερών A,B και C για την εξαγωγή του Λόγου Poisson:

A					
n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
	-240.622	-209.574	-178.526	-147.478	-116.43
	-57.6225	-50.1874	-42.7522	-35.317	-27.8819
	-25.7589	-22.4352	-19.1114	-15.7877	-12.464
	-14.5766	-12.6958	-10.8149	-8.93405	-7.0532
	-9.38405	-8.1732	-6.96236	-5.75151	-4.54067
	-6.55647	-5.71047	-4.86448	-4.01848	-3.17248
	-5.59584	-4.8738	-4.15175	-3.42971	-2.70766
	-4.84272	-4.21785	-3.59299	-2.96812	-2.34325
	-3.73067	-3.24929	-2.76791	-2.28654	-1.80516
	-2.96466	-2.58212	-2.19958	-1.81705	-1.43451

B				
0.2	0.4	0.6	0.8	1
2904.79	2529.98	2155.17	1780.35	1405.54
699.88	609.58	519.27	428.96	338.65
314.77	274.16	233.54	192.93	152.31
179.18	156.06	132.94	109.82	86.70
116.02	101.05	86.08	71.11	56.14
81.52	71.00	60.48	49.97	39.45
69.78	60.78	51.77	42.77	33.76
60.57	52.76	44.94	37.13	29.31
46.92	40.86	34.81	28.76	22.70
37.49	32.65	27.82	22.98	18.14

C				
0.2	0.4	0.6	0.8	1
-8766.30	-7635.12	-6503.94	-5372.76	-4241.58
-2124.85	-1850.63	-1576.41	-1302.19	-1027.97
-961.28	-837.20	-713.12	-589.04	-464.96
-550.26	-479.21	-408.16	-337.12	-266.07
-358.28	-312.01	-265.73	-219.46	-173.18
-253.06	-220.37	-187.67	-154.97	-122.27
-217.19	-189.12	-161.05	-132.98	-104.91
-189.06	-164.62	-140.18	-115.74	-91.30
-147.16	-128.12	-109.09	-90.06	-71.02
-118.18	-102.88	-87.59	-72.30	-57.00

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

1ος όρος του R	2ος όρος του R	3ος όρος του R	4ος όρος του R	R
0.65	0.03094	0.003889662	-9.94369626	-9.258864
0.65	0.03218	0.003497325	1245.237992	1245.923669
0.65	0.03399	0.003206997	1311.402647	1312.089846
0.65	0.03549	0.002967346	1365.716186	1366.404645
0.65	0.03713	0.002760674	1424.571048	1425.260937
0.65	0.03892	0.0025774	1488.570194	1489.261696
0.65	0.04063	0.002493531	1548.708354	1549.401475
0.65	0.04234	0.002413457	1608.515357	1609.210108
0.65	0.04469	0.002261944	1689.841977	1690.538926
0.65	0.04731	0.002122033	1752.125129	1752.824563

## ΕΚΒΑΛ ΓΙΑ ΕΛ

Ekval EL''			
E' m'	E'' m'	EL'	EL''
43.33333	0.45	46.148	0.40446
41.66667	0.466667	47.52833	0.371037
39.44444	0.483333	48.77446	0.332983
37.77778	0.483333	50.7232	0.280488
36.11111	0.483333	52.94514	0.226804
34.44444	0.483333	55.45258	0.171931
33	0.483333	56.634	0.144033
31.66667	0.5	57.99145	0.119865
30	0.511111	61.2384	0.061988
28.33333	0.544444	64.81048	0.000201

**EKVALL GIA E<sub>T</sub>**

E'm(GPa)	E''m(GPa)	E'm'(Gpa)	E''m'(Gpa)	E'T(Gpa)	E''T(Gpa)
3.9	0.0405	43.33333	0.45	51.04789	0.567693
3.75	0.042	41.66667	0.466667	51.22462	0.655339
3.55	0.0435	39.44444	0.483333	51.30194	0.762981
3.4	0.0435	37.77778	0.483333	52.53605	0.868295
3.25	0.0435	36.11111	0.483333	54.50647	1.005641
3.1	0.0435	34.44444	0.483333	57.48867	1.193084
2.9700	0.0435	33	0.483333	58.9937	1.324131
2.85	0.045	31.66667	0.5	61.1087	1.537991
2.7	0.046	30	0.511111	68.2232	2.043246
2.55	0.049	28.33333	0.544444	79.92676	3.070287

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Yu.S. Lipatov, Physical Chemistry of filled Polymers, Translated from the Russian by R.I. Moseley, International Polymer Science and Technology, Monograph No2, Originally Published "Khimiya", Moscow, 1977.
2. Γ.Τσαμασφύρος , Γ.Καντεράκης " Ειδικά Κεφάλαια Συνθέτων Υλικών" Εθνικό Μετσόβιο πολυτεχνείο, Μάρτιος 2004.
3. Α. Καμπούρογλου, "Μελέτη των Δυναμικών Ελαστικών Σύνθετων Ινώδων Υλικών διά της θεωρήσεως της Αρχής της Αντιστοιχίας", Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα (2017)
4. Ν. Ραυτοπούλου, "Μελέτη των Ελαστικών Σταθερών Ινώδους Σύνθετου υλικού με την χρήση του πενταφασικού μοντέλου με ενδιάμεση φάση.", Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα (2017)
5. J.C. Halpin and S.W. Tsai, Effects of Environmental Factors on Composite Materials, AFML-TR-67-423, June 1969.
6. Z. Hashin and B.W. Rosen, J. Appl. Mech., Trans. Asme, 86 (1964), 223.
7. Robert M. Jones "Mechanics of composite materials"
8. G. A. Papadopoulos, E. Sideridis, Study of Orthotropic materials: The Interphase Model and the Crack Initiation., Archive of Applied Mechanics 66 (1995) 111-125
9. Theocaris P.S., "The Unfolding Model for the Representation of the Interphase Layer in Composites", Proc. Nat. Acad. Athens, Vol.59, No. II, pp.87-100 (1984)
10. Sih G.C., Hilton P.D., Badalian R., Schenberger P.S and Villareal G., "Fractured Mechanics for Fibrous Composites, ASTM STP 521, pp. 98-132 (1973).
11. Clements L.L and Moore R.L., Composites, 1, p.93 (1978).
12. Whitney J.M. and Riley M.B., AIAA Journal, 4(9), p.1537 (1966).
13. L.B. Gteszczuk, "Theoretical and Experimental Studies on Properties and Behaviour of Filamentary Composites", SPI 21st Conference, Chicago, IL, Sect. 5-B (1966).
14. S.W. Tsai, NASA CR-71 (1964)
15. R.M. Orgrkiewicz and A.A.M. Sayigh, J. Strain Analysis, 6 (1971), 226.
16. Z. Hashin, Int. J. Solids Structures, 6 (1970), 797.
17. P.S. Theocaris, E.P. Sideridis, G.C Papanicolaou, "The Elastic Longitudinal Modulus and Poisson's Ratio of Fiber Composites" Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 4, (October 1985).
18. E. Sideridis, "The Transverse Elastic Modulus of Fiber-Reinforced Composites as Defined by the Concept of Interphase" Journal of Applied Polymer Science, Vol. 48, 243-255 (1993)
19. S.W. Tsai and H.T. Hahn, "Introduction to composite materials", Technomic, Lancaster, Pa (1985)
20. Z. Hashin, J. Mech. Phys. Solids, 12 (1965), 119.
21. Hashin, Z. (1972b). Vibrations of Viscoelastic Bodies with Small Loss Tangents: Correspondence Principle and Application to Composites. MED Rep. 37.
22. Ekvall J.C., "ASME" (1961).
23. Rosen B.W., "Composites" (1974).
24. Paul, Trans. Metallurgical Soc. AIME, 21. 8, 36 (1960)

25. J.C Ekvall, "Structural Behaviour of Monofilament Composites", Proc. AIAA 6th Structures and Materials Conf., AIAA, New York (1965)
26. E. Sideridis, "The In-Plane Shear Modulus of Fiber Reinforced Composites as Defined by the Concept of Interphase" Composites Science and Technology 31(1988) 35-53.
27. J.C. Ekvall, ASME Paper No.63-WA-223 (1963)
28. L.B Greszczuk, "Membrane Analysis Methods for Composites Structures", Douglas Aircraft Co. Inc., SM-41543 (1962)