



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΙΣΟΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΟΥ ΚΑΙ ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΟΥ
ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ
ΠΟΛΥΒΑΘΜΙΟΥ ΚΡΥΟΨΥΚΤΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΓΙΑ
ΤΡΙΒΑΘΜΙΟ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΟΥ
ΚΩΣΤΟΛΙΑ ΖΑΧΑΡΙΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: **ΡΟΓΔΑΚΗΣ ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ**

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

ΜΑΡΤΙΟΣ 2019

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κύριο Εμμανουήλ Ρογδάκη για την βοήθεια του και τις πολύτιμες συμβουλές του.

Ύστερα τον κύριο Αντωνάκο Γεώργιο που ανήκει στο Εργαστηριακό Διδακτικό Προσωπικό του Ε.Μ.Π. , ο οποίος με τις γνώσεις του συνέβαλλε στην διεκπεραίωση αυτής της εργασίας.

Την οικογένεια και τους φίλους μου για την στήριξη τους καθόλη την διάρκεια των σπουδών μου.

Τέλος τον συμφοιτητή μου Καριοφυλλάκη Αλέξανδρο για την εξαιρετική συνεργασία στην ανάπτυξη ορισμένου τμήματος του υπολογιστικού κώδικα.

Περίληψη

Αντικείμενο αυτής της διπλωματικής εργασίας αποτελεί η θερμοδυναμική μελέτη των πολυβάθμιων κρουψυκτών Stirling. Αρχικά πραγματοποιείται ανάλυση του ισοθερμοκρασιακού μοντέλου και εκτιμάται η αποτελεσματικότητά του. Στην συνέχεια μελετάται το αδιαβατικό μοντέλο το οποίο είναι και η βάση για το ημιστατικό μοντέλο. Το ημιστατικό είναι το πιο εξελιγμένο μοντέλο της μηχανής, καθώς λαμβάνει υπόψιν τις διάφορες απώλειες θερμότητας και πίεσης. Επιπλέον γίνεται μια διεξοδική ανάλυση των αναγεννητών, ώστε να προκύψουν όλα τα χαρακτηριστικά τους.

Ο υπολογιστικός κώδικας αναπτύσσεται στο λογισμικό PTC Mathcad το οποίο είναι ιδιαίτερα φιλικό για τον χρήστη, ώστε να αποτελεί ένα εργαλείο για τους αναγνώστες στην μελέτη των κρουψυκτών Stirling. Ο χρήστης του κώδικα έχει την ευχέρεια να αλλάζει τις βασικές μεταβλητές της μηχανής, όπως η πίεση λειτουργίας, το εργαζόμενο μέσο, η συχνότητα περιστροφής, τα υλικά του αναγεννητή, οι θερμοκρασίες κάθε βαθμίδας, τα γεωμετρικά της μεγέθη και ο αριθμός των βαθμίδων.

Ύστερα εξετάζεται, μέσω του υπολογιστικού κώδικα, η λειτουργία ενός κρουψυκτού Stirling με τρεις βαθμίδες εκτόνωσης. Το αποτέλεσμα είναι τα πλήρη θερμοδυναμικά του χαρακτηριστικά στην διάρκεια ενός κύκλου λειτουργίας. Τέλος πραγματοποιείται παραμετρική ανάλυση της μηχανής αυτής. Οι βασικές παράμετροι που μεταβάλλονται είναι οι θερμοκρασίες των βαθμίδων, η πίεση λειτουργίας, η συχνότητα περιστροφής και ορισμένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, ώστε να διαπιστώθει ποιος συνδυασμός είναι αυτός που δίνει την μεγαλύτερη ψυκτική ισχύ και τον βέλτιστο συντελεστή συμπεριφοράς (COP). Επιπλέον παρατηρούνται τα όρια λειτουργίας της μηχανής όπως προκύπτουν μέσα από τις φυσικές αρχές.

Abstract

The subject of this diploma thesis is the thermodynamic study of multistage Stirling cryocoolers. Initial analysis of the isothermal model is performed, and its effectiveness is assessed. Then the adiabatic model, which is the base for the semi-static model, is studied. Semi-static is the most sophisticated machine model, as it takes into account the various losses of heat and pressure. In addition, a comprehensive analysis of the regenerators is made, in order to calculate all their characteristics.

The computational code is developed in PTC Mathcad software, which is particularly user-friendly, in order to be a tool for studying Stirling cryocoolers. The user of the code has the ability to change the machine's basic variables, such as operating pressure, working medium, rotation frequency, regenerator materials, temperature of each stage, its geometry, and the number of the stages.

It is then examined, via the computational code, the operation of a Stirling cryocooler with three expansion stages. The result is its full thermodynamic characteristics during an operating cycle. Finally, a parametric analysis of this machine is performed. The basic parameters changing are the temperatures of the stages, the operating pressure, the rotation frequency and some geometric characteristics, to determine which combination is the one that gives the highest cooling power and the best coefficient of performance (COP). In addition, the limits of the machine's operation are observed, as they arise through physical principles.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	3
Περίληψη	5
Abstract	6
Περιεχόμενα	7
Ονοματολογία.....	9
1 Εισαγωγή.....	11
1.1 Σκοπός της εργασίας.....	11
1.2 Γενικά για την εργασία	11
1.3 Περιγραφή των κεφαλαίων	12
2 Ιστορική αναδρομή και πεδίο εφαρμογών	14
2.1 Ιστορική αναδρομή	14
2.2 Εφαρμογές	16
3 Κρυοψύκτες Stirling και λουπές ψυκτικές μηχανές	18
3.1 Ορισμός κρυοψύκτη	18
3.2 Κρυοψύκτης Stirling.....	20
3.3 Πολυβάθμιος κρυοψύκτης Stirling	22
3.4 Άλλες διατάξεις κρυοψύκτη Stirling	23
3.5 Αναφορά σε άλλους Κρυοψύκτες.....	26
4 Θερμοδυναμικά Μοντέλα.....	32
4.1 Μοντελοποίηση	32
4.2 Ισοθερμοκρασιακή ανάλυση	35
4.3 Αδιαβατική ανάλυση	38
5 Ημιστατική ανάλυση.....	45
5.1 Ανάλυση αναγεννητών	45
5.2 Εναλλάκτες θερμότητας	55
5.3 Figure of merit	56
5.4 Πτώση πίεσης.....	56
6 Υπολογιστικός κώδικας.....	58
6.1 Χαρακτηριστικά μηχανής.....	58
6.2 Ανάλυση κατά Schmidt	59
6.3 Υλοποίηση αδιαβατικής ανάλυσης	60
6.4 Υλοποίηση ημιστατικής ανάλυσης	61
7 Παράθεση αποτελεσμάτων	62
8 Παραμετρική μελέτη.....	70

8.1 Παράμετρος 1:Πίεση Λειτουργίας.....	70
8.2 Παράμετρος 2:Ταχύτητα περιστροφής	72
8.3 Παράμετρος 3:Θερμοκρασία βαθμίδων	74
8.4 Παράμετρος 4:Διάμετρος Μηχανής	80
9 Συμπεράσματα και πεδία μελλοντικής έρευνας	83
9.1 Συμπεράσματα εργασίας.....	83
9.2 Πεδία μελλοντικής έρευνας.....	84
10 Βιβλιογραφία	85
Παράρτημα	86

Ονοματολογία

Λατινικοί χαρακτήρες:

d: διαφορικό

Δείκτες: c, e, k, r και h υποδηλώνουν χώρο συμπίεσης, χώρο εκτόνωσης, ψύκτη (cooler), αναγεννητή και καταψύκτη (freezer) αντίστοιχα.

Οι δείκτες: 1, 2, 3 και 4, δηλώνουν την 1η, 2η, 3η ή 4η βαθμίδα αντίστοιχα

Δείκτης ideal: υποδηλώνει τα ποσά στην αδιαβατική μεταβολή που θεωρούνται ιδανικά, δηλαδή χωρίς απώλειες

t: χρόνος (s)

V: όγκος. (m^3)

D: διάμετρος (m)

T: θερμοκρασία (K)

Q: θερμότητα (J)

Q_{ref} : ψυκτικό έργο (W)

W: έργο (J)

FREQ: συχνότητα (Hz)

m: μάζα εργαζόμενου αερίου (kg)

p: πίεση εργαζόμενου αερίου (MPa)

A: ελεύθερη επιφάνεια (m^2)

R: σταθερά αερίου. ($J / (kg K)$)

T_{wh} , T_{wk} : Θερμοκρασία τοιχώματος καταψύκτη και ψύκτη (K)

A_{wgh} , A_{wgk} , A_{wgr} : βρεχόμενη επιφάνεια καταψύκτη, ψύκτη και αναγεννητή (m^2)

A_w : βρεχόμενη επιφάνεια τοιχώματος (m^2)

Re: Αριθμός Reynolds

Pe: Αριθμός Peclet

St: Αριθμός Stanton

Pr: Αριθμός Prandtl

NTU: Αριθμός μονάδων μεταφοράς

Ht: συντελεστής μεταφοράς θερμότητας ($w / (m^2 K)$)

fr: συντελεστής τριβής

d: υδραυλική διάμετρος (m)

Cp, Cv: ειδική θερμοχωρητικότητα εργαζόμενου αερίου υπό σταθερή πίεση και υπό σταθερό όγκο αντιστοίχως (J / (kg K))

COP: συντελεστής συμπεριφοράς

Ελληνικοί χαρακτήρες:

γ: Cp / Cv

K: θερμική αγωγιμότητα αερίου (w / (s K))

g: ροή μάζας αερίου (kg / (m² s))

ω: γωνιακή συχνότητα (rad / s)

ψ: πορώδες

μ: δυναμική συνεκτικότητα (kg / (m s))

θ: γωνία κύκλου (rad)

ρ: πυκνότητα (kg / m³)

η: αποδοτικότητα του αναγεννητή

σ: λόγος θερμοχωρητικότητας, υλικού προς αερίου εντός του αναγεννητή

Γ: λόγος μαζών, υλικού προς αερίου εντός του αναγεννητή

1 Εισαγωγή

1.1 Σκοπός της εργασίας

Η Εργασία αυτή έχει σαν στόχο την ανάπτυξη ενός εύχρηστου λογισμικού για την μελέτη ενός πολυβάθμιου κρουοψύκτη Stirling. Το λογισμικό μελετά τόσο την περίπτωση που κάποιες διεργασίες είναι ισοθερμοκρασιακές, όσο και την περίπτωση που οι διεργασίες αυτές είναι αδιαβατικές. Όπως θα διαπιστωθεί αργότερα η αδιαβατική μελέτη προσεγγίζει με καλύτερη ακρίβεια την πραγματική λειτουργία των κρουοψυκτών. Στην συνέχεια έγινε επέκταση του λογισμικού, βασισμένο στην διπλωματική εργασία του Καριοφυλλάκη Αλέξανδρου, που αφορά την ημιστατική μελέτη των μηχανών και βασίζεται στο αδιαβατικό μοντέλο. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ένας υπολογιστικός κώδικας που λαμβάνει υπόψιν τόσο τις απώλειες θερμότητας στα διάφορα σημεία της μηχανής όσο και τις απώλειες λόγω πτώσης πιέσεων. Τα διάφορα θερμοδυναμικά μεγέθη επαναυπολογίζονται με βάση αυτές τις απώλειες και γίνεται μια εμβριθής ανάλυση των αναγεννητών.

Ένας ακόμη σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η εμβάθυνση στην λειτουργία των πολυβάθμιων ψυκτικών μηχανών Stirling, για αυτόν τον λόγο πραγματοποιείται, με την χρήση του λογισμικού, μια πλήρη ανάλυση σε μία υπάρχουσα τριβάθμια μηχανή. Ύστερα χάρις την ευελιξία που μας παρέχει το λογισμικό, η ανάλυση αυτή γίνεται παραμετρικά με διάφορα μεγέθη της μηχανής να μεταβάλλονται και να εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα όσον αφορά την λειτουργία της μηχανής υπό διαφορετικές συνθήκες.

Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε είναι το υπολογιστικό λογισμικό PTC Mathcad, το οποίο είναι εύκολο στην εκμάθηση καθώς και ιδιαίτερα εύχρηστο. Η χρήση του συγκεκριμένου λογισμικού ήταν πολύ σημαντική για την εργασία μας καθώς είναι στόχος της εργασίας ο υπολογιστικός κώδικας να αποτελεί ένα εργαλείο, για τους χρήστες, στην θερμοδυναμική ανάλυση των πολυβάθμιων ψυκτικών μηχανών Stirling, αλλά και μια βάση πάνω στην οποία θα πατήσουν ώστε να διευρύνουν την ανάλυση τους για να προσεγγίσουν όσο το δυνατόν καλύτερα την λειτουργία των συγκεκριμένων μηχανών.

1.2 Γενικά για την εργασία

Όπως περιγράφηκε και πιο πάνω η εργασία έχει ως αντικείμενο την ανάπτυξη ενός λογισμικού το οποίο θα εκτελεί την ισοθερμοκρασιακή και αδιαβατική μελέτη πολυβάθμιων κρουοψυκτών Stirling. Στην συνέχεια προστίθενται τα κομμάτια του κώδικα τα οποία αφορούν κυρίως τις απώλειες και την λειτουργία των αναγεννητών, οι οποίοι αναγεννητές είναι και από σημαντικότερα μέρη μιας μηχανής Stirling καθώς επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό την λειτουργία της.

Η εργασία βασίζεται κατά ένα μεγάλο βαθμό στην διπλωματική εργασία του Tang Kuo-Chiang με τίτλο 'Development Of Computer Simulation Package For A Stirling Cryocooler With Multiple Expansion Stages' (1992). Η εργασία αυτή αφορούσε την κατασκευή υπολογιστικού κώδικα, σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran, για την αδιαβατική και ημιστατική μελέτη πολυβάθμιων κρουοψυκτών Stirling. Ήταν πολύ καινοτόμα για την εποχή της καθώς μπορούσε να εκτελέσει ανάλυση των μηχανών παραμετρικά ως προς τον βαθμό των βαθμίδων.

Η παρούσα εργασία έχει ως άξονα την εργασία του Tang Kuo-Chiang, ώστε να μεταφερθεί η παραμετρική αυτή ανάλυση στο λογισμικό Mathcad, το οποίο είναι πιο φιλικό για τον χρήστη και δίνει περισσότερες δυνατότητες.

Η ιδιαιτερότητα της εργασίας είναι ότι η ανάλυση έχει γίνει παραμετρικά ως προς τα σημαντικά μεγέθη της μηχανής. Πιο συγκεκριμένα ο χρήστης μπορεί να μεταβάλλει κατά το δοκούν την πίεση λειτουργίας, τις θερμοκρασίες λειτουργίας ανά βαθμίδα, την συχνότητα περιστροφής ακόμα και τα σημαντικότερα γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Επιπλέον είναι ανοικτός να επιλέξει ανάμεσα σε δύο μέσα λειτουργίας, αλλά και σε διάφορους τύπους εναλλακτών.

Τα εργαζόμενα μέσα λειτουργίας σε μηχανές Stirling είναι συνήθως το ήλιο(He) και το υδρογόνο (H₂) λόγω των εξαιρετικά χαμηλών θερμοκρασιών τήξης τους, αν και σε πολυβάθμιες μηχανές που επιτυγχάνουν πτώση θερμοκρασίας ακόμα και κάτω από 10 K προτιμάται το ήλιο.

Επιπλέον πραγματοποιείται εμβριθής ανάλυση όσον αφορά την λειτουργία των αναγεννητών. Όπως θα παρατηρηθεί σε επόμενα κεφάλαια οι αναγεννητές και πιο συγκεκριμένα ο βαθμός απόδοσης τους μπορούν να επηρεάσουν την λειτουργία μιας μηχανής Stirling, επομένως μια πλήρης ανάλυση είναι αναγκαία ώστε να προσεγγιστεί όσο το δυνατόν καλύτερα η απόδοση μιας πραγματικής μηχανής.

Επομένως το αποτέλεσμα είναι μια εργασία που βασίζεται τόσο σε σύγχρονα δεδομένα όσο και σε παλιές αναλύσεις που αφορούν τις μηχανές Stirling και επιτυγχάνει μια πλήρη θερμοδυναμική ανάλυση τους, ταυτόχρονα όμως, λόγω της διάρθρωσης της, είναι εύκολη στην ανάγνωση και την κατανόηση της ώστε να χρησιμοποιηθεί σαν εργαλείο τόσο για ερευνητικούς σκοπούς, όσο και την μελέτη μηχανών σε βιομηχανικό επίπεδο.

Να τονισθεί εδώ ότι ήταν ζητούμενο να γίνει μια σύγκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα του κώδικα για την λειτουργία μια πραγματικής μηχανής και στην στα αποτελέσματα που δίνει κανονικά κατά την λειτουργία της, ώστε να διαπιστωθεί σε ποιο βαθμό το λογισμικό πετυχαίνει τον σκοπό του, δηλαδή την προσομοίωση της λειτουργίας μηχανών Stirling. Δυστυχώς όμως εξαιτίας της άρνησης των εταιριών να δώσουν αναλυτικά δεδομένα όσον αφορά τα χαρακτηριστικά των κρουοψυκτών τους αυτό δεν έγινε εφικτό.

1.3 Περιγραφή των κεφαλαίων

Η εργασία χωρίζεται σε εννιά βασικά κεφάλαια, το καθένα από αυτά επιτελεί ξεχωριστό σκοπό. Εδώ γίνεται μια σύντομη περιγραφή του κάθε ενός με σκοπό την διευκόλυνση του αναγνώστη.

Κεφάλαιο 1: αποτελεί επί της ουσίας την εισαγωγή όπου καθορίζεται ο σκοπός της εργασίας, οι ιδιαιτερότητες, οι καινοτομίες της και περιγράφεται συνοπτικά η διάρθρωση της.

Κεφάλαιο 2: εδώ γίνεται αρχικά μια ιστορική αναδρομή πάνω στις μηχανές Stirling τόσο θερμικές όσο και ψυκτικές, και καθορίζονται τα πεδία εφαρμογής των κρουοψυκτών και η χρησιμότητά τους στην παρούσα εποχή.

Κεφάλαιο 3: γίνεται μια εμβάθυνση στις μηχανές Stirling, τα κομμάτια που τις απαρτίζουν και εξηγείται αναλυτικά ο τρόπος λειτουργίας τους. Εδώ θα γίνει κατανοητός ο λόγος ύπαρξης κάθε τμήματος χωριστά, αλλά και οι θερμοδυναμικές αρχές που βασίζεται. Επιπλέον παρουσιάζονται εν συντομία κάποιες βασικές κατηγορίες κρουοψυκτών και αναλύεται ο τρόπος λειτουργίας τους.

Κεφάλαιο 4: πραγματοποιείται ανάλυση του υπολογιστικού κώδικα, θα γίνει πλήρης αναφορά τόσο στο ισοθερμοκρασιακό μοντέλο, όσο και στο αδιαβατικό. Εδώ εξηγείται γιατί το αδιαβατικό μοντέλο δίνει πιο ικανοποιητικό αποτέλεσμα σε σχέση με το ισοθερμοκρασιακό.

Κεφάλαιο 5: σε αυτό το κεφάλαιο θα υλοποιηθεί η ημιστατική ανάλυση η οποία περιλαμβάνει τις απώλειες θερμότητας στα διάφορα σημεία της μηχανής εξαιτίας της μεταφοράς θερμότητας, τις απώλειες ισχύος λόγω πτώσης πιέσεων και τον επαναυπολογισμό των θερμοδυναμικών χαρακτηριστικών. Επιπλέον γίνεται ανάλυση των αναγεννητών σύμφωνα με την ανάλυση του Klein(2001) ώστε να προκύψουν τα χαρακτηριστικά τους.

Κεφάλαιο 6: εισάγονται τα βασικά δεδομένα της μηχανής μας και υπολογίζονται μερικά βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Ύστερα γίνεται σύντομη περιγραφή του υπολογιστικού κώδικα.

Κεφάλαιο 7: παρουσιάζονται οι πίνακες και τα διαγράμματα των αποτελέσματα με τα σημαντικότερα θερμοδυναμικά χαρακτηριστικά για τα διάφορα θερμοδυναμικά μοντέλα.

Κεφάλαιο 8: αποτελεί το σημείο όπου γίνεται η παραμετρική ανάλυση. Εδώ θα μεταβάλλονται τα κύρια μεγέθη της μηχανής όπως η πίεση, η συχνότητα περιστροφής, η θερμοκρασία κάθε βαθμίδας και οι διαστάσεις τους, έτσι θα προκύψουν διαγράμματα και πίνακες με βασικά αποτελέσματα (βαθμός συμπεριφοράς, καταναλισκόμενη ισχύ, ωφέλιμη ισχύ ανά μαθμίδα). Ύστερα γίνεται μια προσπάθεια να εξηγηθεί η συμπεριφορά της μηχανής στις διάφορες περιπτώσεις.

Κεφάλαιο 9: εξάγονται τα κυριότερα συμπεράσματα από την ανάλυση που προηγήθηκε και τονίζονται τα σημεία πάνω στα οποία θα μπορούν να εμβαθύνουν μελλοντικοί ερευνητές των πολυβάθμιων κρουψυκτών ούτως ώστε το λογισμικό να εκτελεί καλύτερη και ακριβέστερη ανάλυση ώστε να προσεγγίζει την πραγματική λειτουργία των κρουψυκτών.

2 Ιστορική αναδρομή και πεδίο εφαρμογών

2.1 Ιστορική αναδρομή

Οι μηχανές Stirling έχουν μακρά ιστορία καθώς επινοήθηκαν σαν ιδέα περίπου από το 1600, αλλά άρχισαν να κατασκευάζονται σε μεγάλο βαθμό περίπου το 1800. Προφανώς αυτή η πρώιμη μορφή τους δεν έχει καμία σχέση με αυτό που σήμερα γνωρίζουμε σήμερα σαν μηχανή Stirling καθώς δεν είχε ακόμα επινοηθεί ο αναγεννητής. Η χρήση εκείνων των μηχανών ήταν καθαρά για κάθε είδους άντληση και άρχισε ο κόσμος να τις προτιμά σε σχέση με τις ατμομηχανές της εποχής για λόγους ασφαλείας, καθώς οι ατμομηχανές είχαν την κακή συνήθεια να εκρήγνυνται.

Ο Robert Stirling (1790-1878), στον οποίο οι μηχανές οφείλουν το όνομα τους, ήταν για πολλά χρόνια επίσκοπος της Εκκλησίας της Σκωτίας. Το 1815 συνέλαβε την ιδέα του θερμικού αναγεννητή και οτι αυτός ο αναγεννητής θα μπορούσε να ενσωματωθεί στις υπάρχουσες, εκείνη την εποχή, θερμικές μηχανές Stirling. Ο Robert Stirling άρχισε να δουλεύει πάνω στην ιδέα του αυτή μαζί με τον αδερφό του James, ο οποίος ήταν μηχανικός, και συνέβαλαν μαζί στην ανάπτυξη της τεχνολογίας αυτών των μηχανών μέχρι το 1845 περίπου. Παρ' όλα αυτά δεν θέλησαν ποτέ να εμπλακούν στην εμπορική εφαρμογή τους.

Ο 19^{ος} αιώνας ήταν μια εποχή γεμάτη με καινοτομίες όσον αφορά τις θερμικές μηχανές. Πολλές μηχανές εφευρέθηκαν και άρχισαν να εξαπλώνονται σε όλο τον κόσμο και να αποκτούν ευρεία εμπορική χρήση. Τα μέσα του 1800 είναι η εποχή που ανακαλύφθηκαν και οι μηχανές εσωτερικής καύσεως, οι οποίες ήρθαν να αντικαταστήσουν τις ατμομηχανές και τις μηχανές Stirling. Έτσι άρχισε να μειώνεται η ζήτηση και η εξέλιξη των θερμικών μηχανών Stirling. Όλα αυτά μέχρι το 1938 όταν η εταιρία Philips άρχισε ένα νέο ερευνητικό πρόγραμμα πάνω στις μηχανές αυτές και τις καθιέρωσε στην αγορά για πάνω από 40 χρόνια. Ο λόγος ήταν η οικονομική κρίση της εποχής που προξένησε ραγδαία αύξηση στα ορυκτά καύσιμα, άρα και πιο ακριβή την λειτουργία των μηχανών εσωτερικής καύσης. Από την άλλη οι μηχανές Stirling είναι ικανές να χρησιμοποιήσουν κάθε είδους πηγή θερμότητας ακόμα και κάρβουνο. Οι μηχανές Stirling επομένως γνώρισαν ευρεία εφαρμογή την περίοδο (1938-1980) στην θαλάσσια πρόωση και σε μεγάλα οχήματα που προορίζονταν για εξορύξεις, υλοτομία και γενικότερα “βαριές” εφαρμογές.

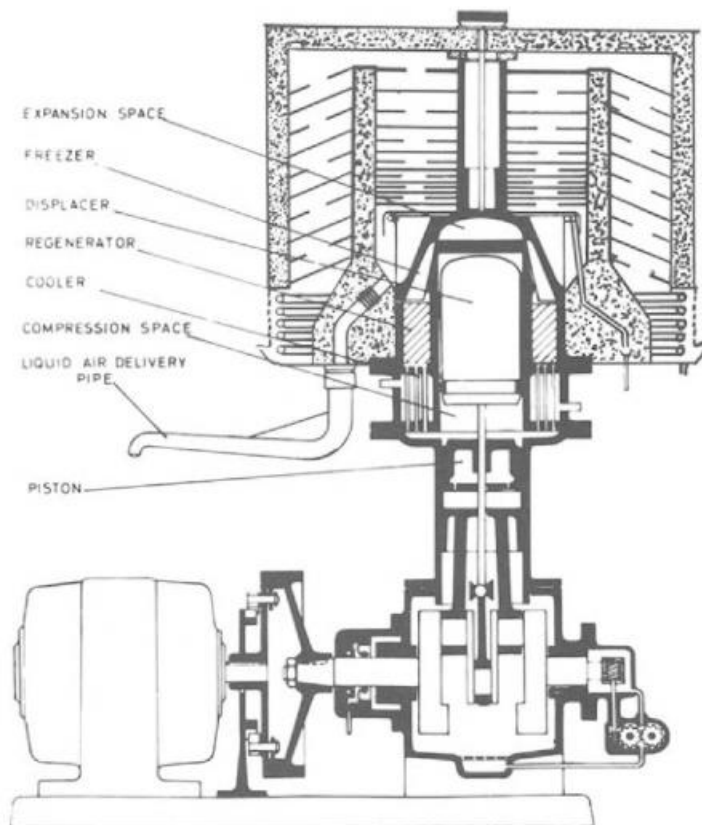
Όλα αυτά όσον αφορά τις μηχανές Stirling σαν θερμικές μηχανές, δηλαδή μηχανές που αποσκοπούν στην παραγωγή έργου αξιοποιώντας μια πηγή θερμότητας. Σαν ψυκτική μηχανή η ιστορία πάει πίσω στο 1834 όταν ο John Herschel σκέφτηκε την ιδέα του κλειστού αναγεννητικού ψυκτικού κύκλου με σκοπό την παραγωγή πάγου. Η πρώτη ψυκτική μηχανή Stirling δημιουργήθηκε το 1874 από τον Alexander Kirk, έναν Σκωτσέζο μηχανικό, που δούλεψε σε πετρελαιοπηγές στην πόλη Bathcaddie της Σκωτίας. Ο Kirk άρχισε να κατασκευάζει ψυκτικές μηχανές για μια πληθώρα εφαρμογών τόσο στην Μεγάλη Βρετανία όσο και στον υπόλοιπο κόσμο. Αν και το εγχείρημα του Kirk φαινόταν πολύ ελπιδοφόρο οι μηχανές δεν κατάφεραν ποτέ να παραχθούν μαζικά ή να επιτύχουν κρυογονικές θερμοκρασίες (<120 K).

Το επόμενο σημαντικό βήμα για την τεχνολογία των ψυκτικών μηχανών Stirling συνέβη το 1946 όταν η εταιρία Philips ξεκίνησε ένα ερευνητικό πρόγραμμα για την παραγωγή μικρού μεγέθους κρυοψυκτών. Το πρόγραμμα αυτό έτρεχε παράλληλα με αυτό για την παραγωγή θερμικών μηχανών Stirling από την Philips παρ' όλα αυτά οι ερευνητικές ομάδες ήταν διαφορετικές. Τα δύο προγράμματα στεγαζόνταν στο ίδιο κτίριο και είχαν καλή συνεργασία με κάποια μέλη να είναι κοινά

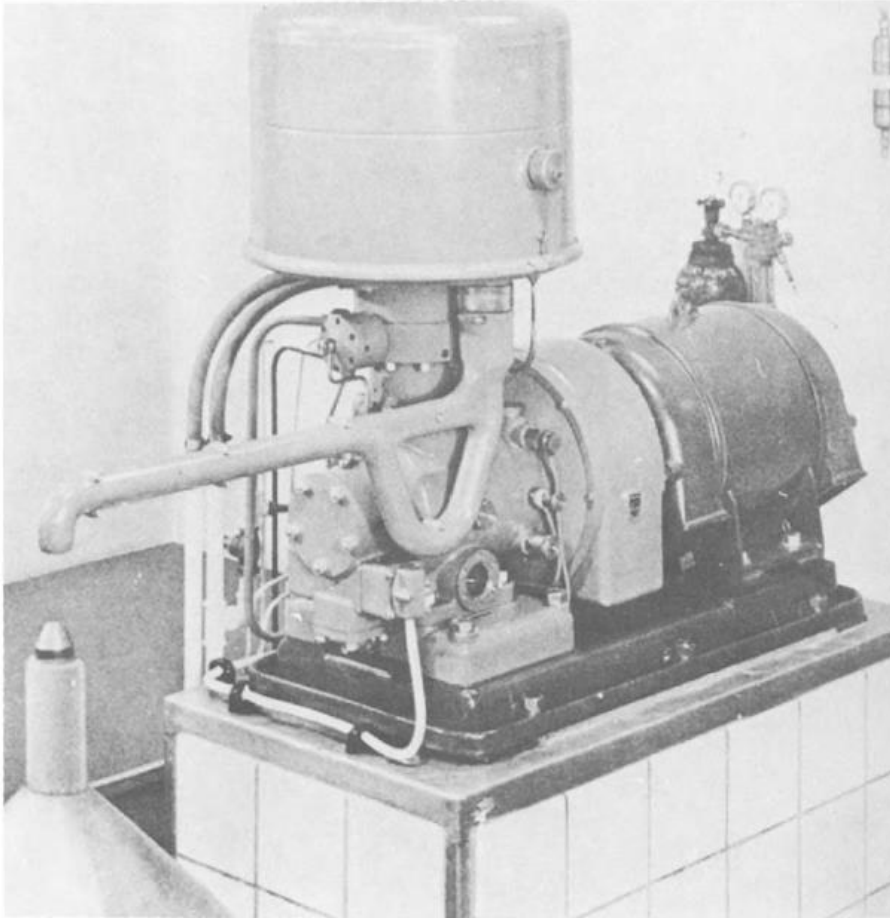
Τα πρώτα αποτελέσματα δεν άργησαν να έρθουν και η ερευνητική ομάδα με επικεφαλή τον Kohler παρουσίασε την πρώτη εμπορική εφαρμογή κρουψύκτη Stirling το 1953. Η παραγωγή τους αποδείχθηκε ιδιαίτερα κερδοφόρα για την Philips. Αυτή η Ψυκτική μηχανή ήταν επί της ουσίας ένας υγροποιητής αέρα με δυνατότητα να παράγει 5 με 6 λίτρα την ώρα ύστερα από 15 λεπτά από την εκκίνηση του. Τα πλεονεκτήματα του ήταν ότι δεν απαιτούσε κάποια εξειδικευμένη γνώση για την λειτουργία και την συντήρησή του, ήταν μικρός, αποδοτικός και σχετικά φθηνός οπότε και έγινε δημοφιλής σε πολλά πανεπιστήμια και ερευνητικά εργαστήρια. Διατίθεται μάλιστα και με στήλη για τον διαχωρισμό του οξυγόνου με σκοπό την παραγωγή υγρού αζώτου.

Η ίδια ομάδα τα επόμενα χρόνια κατάφερε να δημιουργήσει και διβάθμιο κρουψύκτη Stirling ο οποίος μπορούσε να πλησιάσει την θερμοκρασία των 20 K, ενώ αργότερα ασχολήθηκε και με νέες τεχνολογίες κρουψυκτών που βασίζονταν στις μηχανές Stirling όπως είναι οι μηχανές free piston και οι split-Stirling.

Παράλληλα και άλλες εταιρίες ασχολήθηκαν με αυτόν τον τομέα όπως οι: Malaker Corporation, Hughes Aircraft Co., Martin-Marietta Corp., Texas Instrument. Co, καθώς επίσης και διάφορες ερευνητικές ομάδες από την Ρωσία και την Ιαπωνία.



Σχήμα 2.1 Πρώμος υγροποιητής αέρα Stirling της Siemens. Πηγή 3



Εικόνα 2.2 Πρώμος υγροποιητής αέρα Stirling της Siemens. Πηγή 3

2.2 Εφαρμογές

Οι κρυοψύκτες Stirling έχουν ιδιαίτερα ευρή πεδίο εφαρμογών το οποίο διευρύνεται με την πάροδο των ετών. Όπως προαναφέρθηκε η πρώτη χρήση τους έγινε με σκοπό την παραγωγή πάγου, αν και σε αυτές τις υψηλές θερμοκρασίες δεν μιλάμε για κρυογονική μηχανή . Η πρώτη κρυογονική εφαρμογή τους ήταν η υγροποίηση του αέρα με σκοπό την παραγωγή υγρού αζώτου.

Η αεροδιαστημική είναι ένας τομέας όπου χρησιμοποιούνται οι μηχανές Stirling. Όπως γνωρίζουμε οι θερμοκρασίες που επικρατούν στο διάστημα είναι εξαιρετικά χαμηλές οπότε η NASA ή οποιοδήποτε άλλη αεροδιαστημική εταιρία πρέπει να ελέγξει την συμπεριφορά των διάφορων υλικών και του εξοπλισμού της σε αυτές τις συνθήκες.

Στην ναυτιλία κατά την μεταφορά υγροποιημένου καυσίμου(LNG) παρατηρείται το φαινόμενο να δημιουργούνται σημεία όπου το καύσιμο αποκτά πτητική μορφή και προκαλεί αύξηση της πίεσης στα δοχεία αποθήκευσης, ώστε να απαιτείται απελευθέρωση του στην ατμόσφαιρα με συνέπεια τόσο την οικολογική καταστροφή όσο και τις οικονομικές απώλειες της εταιρίας. Με την χρήση ενός κρυοψύκτη το καύσιμο αυτό μπορεί να ψυχθεί εκ νέου και να αποθηκευθεί σε υγρή μορφή στα δοχεία αποθήκευσης.

Επιπλέον η ανάγκη χρήσης φιλικότερων καυσίμων για το περιβάλλον αυξάνει τις απαιτήσεις σε βιοαέριο και φυσικό αέριο που προέρχονται από εναλλακτικές πηγές. Οι κρυοψύκτες είναι μια αξιόπιστη λύση για την υγροποίηση τους σε θερμοκρασία της τάξεως των 110 K , με σκοπό την αποθήκευσή τους.

Στον κλάδο των τροφίμων για να πραγματοποιηθεί κατάψυξη ορισμένων εξ αυτών χρησιμοποιείται υγρό άζωτο το οποίο δημιουργείται σε θερμοκρασία περίπου 80 K.

Τα νοσοκομεία και ο χώρος της υγείας είναι ένας τομέας που οι κρυοψύκτες Stirling έχουν σημαντική συμβολή. Η παραγωγή καθαρού οξυγόνου είναι απαραίτητη για ασθενείς με αναπνευστικά προβλήματα οπότε και απαιτείται υγροποίηση του αέρα, αλλά και η ψύξη των μαγνητικών τομογράφων γίνεται σε κρυογονικές θερμοκρασίες. Όσον αφορά τους ερευνητές στον τομέα της υγείας και της βιοιατρικής η αποθήκευση πολλών ιών ή δειγμάτων απαιτεί κρυογονικές θερμοκρασίες, επομένως και μια εύχρηστη μονάδα παραγωγής υγρού αζώτου.

Οι εφαρμογές είναι πολλές ακόμα σε όλο το φάσμα της βιομηχανίας , ενδεικτικά αναφέρονται επιπλέον οι εξής:

- αποθήκευση μέσων που χρησιμοποιούνται για την κατάσβεση μίας φωτιάς
- λειτουργία των υπεραγωγών απαιτεί κρυογονικές θερμοκρασίες
- αυτοκινητοβιομηχανία με σκοπό την σκλήρυνση ορισμένων μετάλλων
- αναπνευστικός εξοπλισμός για πιλότους , ανθρακωρύχους, πυροσβέστες
- τομέα του θεάματος για τα ειδικά εφέ στις ταινίες

Τέλος να τονιστεί ότι η κρυογονική είναι ένα πεδίο έρευνας που γνωρίζει άνθηση, οπότε οι κρυοψύκτες είναι ένα χρησιμο εργαλείο για τους σπουδαστές και ερευνητές ανά τον κόσμο.

3 Κρυοψύκτες Stirling και λοιπές ψυκτικές μηχανές

3.1 Ορισμός κρυοψύκτη

Ως κρυοψύκτης ορίζεται κάθε μηχανή που έχει την δυνατότητα να παράξει ψυκτική ισχύ σε κρυογονικές θερμοκρασίες, δηλαδή σε θερμοκρασίες μικρότερες των 120 K. Οι κρυοψύκτες παράγουν ψυκτική ισχύ σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες και το τίμημα είναι οι ιδιαίτερα χαμηλοί συντελεστές συμπεριφοράς που παρουσιάζουν. Συγκεκριμένα ο συντελεστής συμπεριφοράς ενός κρυοψύκτη (COP) μπορεί να είναι από μερικές δεκάδες μέχρι μερικές εκατοντάδες φορές μικρότερος σε σχέση με τον αντιστοιχο του Carnot και αυτό εξαρτάται από το είδος της μηχανής και τις θερμοκρασίες λειτουργίας.

Υπενθυμίζεται ότι εάν η ψυκτική μας μηχανή λειτουργεί σε χαμηλή θερμοκρασία T_C και αποβάλλει θερμότητα στην υψηλή θερμοκρασία T_H , τότε ο COP του Carnot είναι:

$$\text{COP}_{\text{Carnot}} = \frac{T_C}{T_H - T_C} \quad (3.1)$$

Οι κρυοψύκτες χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με τα διάφορα χαρακτηριστικά τους όπως:

- την θερμοκρασία στην οποία παράγουν ψυκτική ισχύ. Διακρίνονται οι παρακάτω κατηγορίες:

1. 60-120 K
2. 20-60 K
3. 10-20 K
4. 4-10 K
5. 1-4 K
6. <1 K

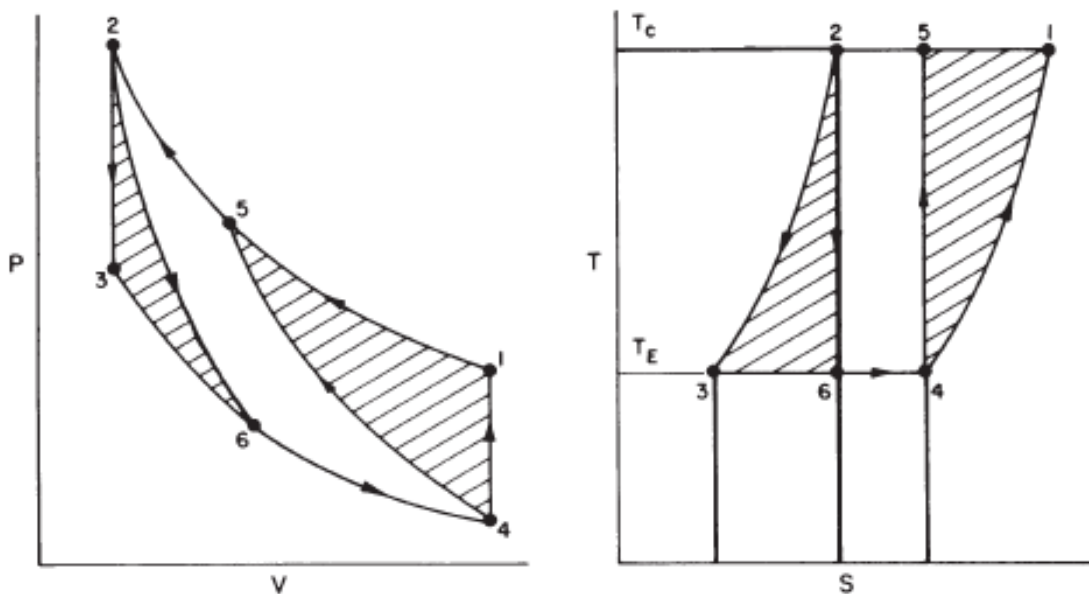
Θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι πολυβάθμιοι κρυοψύκτες Stirling ανήκουν στις πρώτες τρεις κατηγορίες αν και στην περίπτωση τετραβάθμιας μηχανής μπορούν να επιτευχθούν θερμοκρασίες έως και 8 K.

- Την παραγόμενη ψυκτική ισχύ με τις μηχανές να χωρίζονται στις εξείς κατηγορίες:
 1. Μικρομινιατούρες με αποκλειστική χρήση σε ηλεκτρονικές εγγραφές
 2. Μινιατούρες με χρήση σε ηλεκτρονικά συστήματα και εργαλεία
 3. Μικρές με σκοπό την εμπορική και εργαστηριακή χρήση

4. Μεσαίες για μικρής κλίμακας υγροποίηση καυσίμων και εφαρμογή σε υπεραγωγούς
 5. Μεγάλες με κύρια χρήση την υγροποίηση καυσίμων (LNG)
- Τον τρόπο κίνησης τους οπότε έχουμε:
 1. Περιτροφικές μηχανές, οι οποίες χαρακτηρίζονται από μικρό μέγεθος και βάρος, υψηλές ταχύτητες περιστροφής, μεγάλη αξιοπιστία, αλλά και δυσκολία να λειτουργήσουν σε σημεία πέρα από το καθορισμένο σημείο λειτουργίας.
 2. Παλινδρομικές μηχανές που δεν επηρεάζονται τα χαρακτηριστικά τους ιδιαίτερα από το μέγεθος τους, έχουν μεγάλο μέγεθος, πολλά κινούμενα μέρη και είναι πιο ασταθείς, παρ' όλα αυτά παρουσιάζουν μεγάλη ευελιξία ως προς το σημείο λειτουργίας τους. Οι κρουσικές Stirling είναι παλινδρομικές μηχανές.
 3. Μικτού τύπου, αυτές οι μηχανές μπορούν να έχουν ορισμένα μέλη τα οποία περιστρέφονται ενώ κάποια άλλα παλινδρομούνται. Για παράδειγμα υπάρχουν κρουσικές με παλινδρομικό συμπιεστή, αλλά περιστροφικό εκτόνωτή. Αυτός ο συνδυασμός είναι πολύ χρήσιμος καθώς η εκτόνωση σε μία τουρμπίνα γίνεται ευκολότερα και ένας παλινδρομικός συμπιεστής επιτυγχάνει μεγαλύτερους λόγους πιέσεων.
 4. Μεγάλου τύπου περιστροφικές μηχανές ώστε να εκμεταλλεύονται το μειωμένο μέγεθος και βάρος τους. Έχει πραγματοποιηθεί ιδιαίτερα σημαντική έρευνα πάνω στην ανάπτυξη περιστροφικών συμπιεστών.
 5. Μικρού τύπου παλινδρομικές μηχανές για την κρουσική εφαρμογή στην αεροναυπηγία και αεροναυτική.
 - Τον τύπο του εναλλάκτη θερμότητας, εδώ διακρίνονται:
 1. Τους αναγεννητές (regenerators) τους οποίους χρησιμοποιούν οι κρουσικές Stirling και όπου η ροή του κρύου και θερμού ρεύματος δεν συμβαίνει ταυτόχρονα αλλά ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα. Οι αναγεννητές συνήθως αποτελούνται από ένα πορώδες μέσο που λειτουργεί σαν σφουγγάρι και απορροφά η προσδίδει την θερμότητα στην εκάστοτε ροή.
 2. Τους ανακτητές (recuperators) όπου η ροή των δύο ρευμάτων μπορεί να συμβαίνει ταυτόχρονα η περιοδικά και η συναλλαγή θερμότητας γίνεται μέσω αγωγής του τοιχώματος που χωρίζει τις δύο ροές.
 - Και τέλος τον τρόπο ροής του εργαζόμενου μέσου. Τα δύο διαφορετικά μοντέλα που υπάρχουν εδώ είναι τα εξής:
 1. Οι μηχανές Stirling, στις οποίες η ροή του εργαζόμενου μέσου ελέγχεται μέσω της μεταβολής των όγκων ορισμένων μερών, όπως θα διαπιστωθεί και αργότερα στην ανάλυση τους
 2. Τις μηχανές Ericson όπου ο έλεγχος της ροής γίνεται μέσω βαλβίδων

3.2 Κρυοψύκτης Stirling

Όπως παρατηρείται στο σχήμα (3.1), το οποίο παρουσιάζει στα ίδια διαγράμματα P-V και T-S τους κύκλους Carnot(5->2->6->4->5) και Stirling(1->2->3->4->1), οι δύο κύκλοι μοιάζουν αρκετά με την διαφορά ότι ο κύκλος Stirling έχει αντικαταστήσει τις δύο ισεντροπικές μεταβολές με δύο ισόογκες έτσι ώστε το εμβαδόν του διαγράμματος P-V να είναι μεγαλύτερο και επομένως η ωφέλιμη ισχύς να είναι σημαντικά μεγαλύτερη. Ο κύκλος Stirling είναι η βάση πάνω στην οποία πατάνε τόσο οι θερμικές όσο και οι ψυκτικές μηχανές για να δημιουργηθούν.

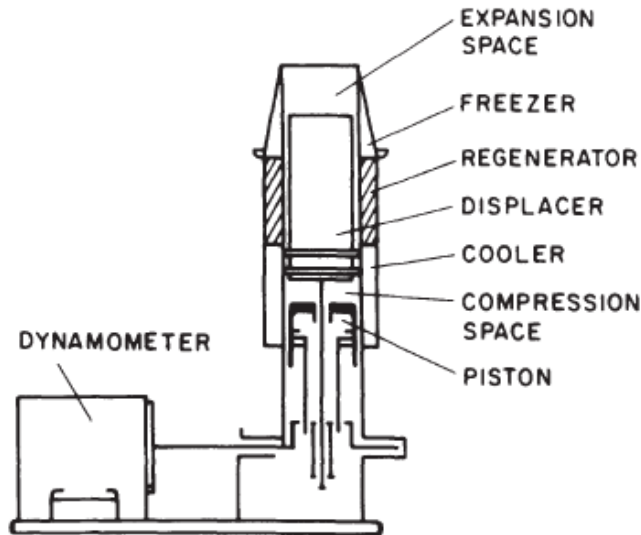


Σχήμα 3.1 Κύκλοι Carnot και Stirling σε διαγράμματα P-V και T-S, για κοινές θερμοκρασίες πιέσεις και όγκους. Το σκιαγραφημένο κομμάτι στο διάγραμμα P-V υποδεικνύει το επιπλέον έργο που παράγεται σε έναν κύκλο Stirling. Πηγή 3

Στο σχήμα (3.2) φαίνεται η κλασική διάταξη μιας ψυκτικής μηχανής Stirling που είναι και η βάση της ανάλυσης μας. Τα βασικά μέρη που την απαρτίζουν είναι:

- το πιστόνι που εκτελεί μια παλινδρομική κίνηση
- ο χώρος συμπίεσης που μεταβάλλεται ανάλογα με την κίνηση του πιστονιού
- το ψυγείο (cooler), ένας εναλλάκτης θερμότητας ο οποίος αποβάλλει θερμότητα στο περιβάλλον
- ο αναγεννητής που είναι ένας εναλλάκτης θερμότητας ο οποίος λειτουργεί σαν σφουγγάρι θερμότητας. Αυτό που κάνει επί της ουσίας είναι να απορροφά την θερμότητα όταν περνά το θερμό ρεύμα και να την επιστρέφει ύστερα πίσω κατά την διέλευση του ψυχρού ρεύματος
- ο καταψύκτης (freezer), ένας εναλλάκτης που απορροφά θερμότητα από το περιβάλλον, η οποία είναι και η ωφέλιμη ψυκτική ισχύς
- ο χώρος εκτόνωσης που μεταβάλλεται σύμφωνα με την κίνηση του εκτοπιστή

- και τέλος ο εκτοπιστής που εκτελεί παλινδρομική κίνηση και βρίσκεται σε διαφορά φάσης από το πιστόνι



Σχλημα 3.2 Τυπική απεικόνιση μιας μηχανής Stirling όπως παρουσιάστηκε από την εταιρία Philips. Πηγή 3

Ας δούμε όμως αναλυτικά τι συμβαίνει κατά την εκτέλεση ενός πλήρους κύκλου λειτουργίας μιας μηχανής Stirling σαν κρουψύκτης.

Αρχικά το πιστόνι βρίσκεται στο κάτω νεκρό σημείο το ίδιο και ο εκτοπιστής, άρα κοντά στην έξοδο του αναγεννητή, και όλο το εργαζόμενο μέσο βρίσκεται στο χώρο συμπίεσης. Προσδίδεται μηχανικό έργο από τον κινητήρα στο πιστόνι και αυτό αρχίζει να κινείται προς το άνω νεκρό σημείο συμπιέζοντας το εργαζόμενο μέσο, βέβαια η θερμοκρασία του δεν αυξάνεται γιατί η θερμότητα αποβάλλεται όλη στο περιβάλλον μέσω του ψύκτη (cooler).

Πριν φτάσει το πιστόνι στο άνω νεκρό σημείο αρχίζει και η κίνηση του εκτοπιστή προς τα πάνω ώστε ο συνολικός όγκος να παραμένει σταθερός και το εργαζόμενο μέσο να περάσει μέσω του αναγεννητή και να αφήσει την θερμότητα του, εκεί υπόκειται σε πτώση πίεσης.

Όταν το πιστόνι φτάσει στο άνω νεκρό σημείο ο εκτοπιστής συνεχίζει να κινείται απελευθερώνοντας χώρο ώστε να συμβεί η εκτόνωση του αερίου. Αυτή η εκτόνωση θα έπρεπε να επιφέρει μείωση της θερμοκρασίας του, αλλά απορροφάτε θερμότητα από το περιβάλλον από τον καταψύκτη (freezer), ώστε η θερμοκρασία να παραμείνει σταθερή.

Πλέον τόσο το πιστόνι όσο και ο εκτοπιστής βρίσκονται στο άνω νεκρό σημείο, οπότε και αρχίζει η ταυτόχρονη κίνηση τους προς το κάτω νεκρό σημείο και το εργαζόμενο περνά μέσα από τον αναγεννητή, για να απορροφήσει την θερμότητα που είχε αφήσει και να αυξηθεί η θερμοκρασία του. Αυτή η πρόσδοση θερμότητας υπό σταθερό όγκο αυξάνει την πίεση του και την επαναφέρει στα αρχικά δεδομένα.

Οπότε βρίσκεται στο ίδιο αρχικό σημείο, αφού έγινε δαπάνη μηχανικού έργου για την κίνηση του πιστονιού και του εκτοπιστή. Το ωφέλιμο έργο είναι το ποσό θερμότητας που απορρόφησε ο καταψύκτης (freezer) από το περιβάλλον.

Έως τώρα έγινε αναφορά μόνο σε ισοθερμοκρασιακές μεταβολές ακολουθώντας τον κλασικό κύκλο Stirling. Όμως θα γίνει και αδιαβατική ανάλυση των μηχανών πάνω στην οποία θα πραγματοποιηθεί η μελέτη της μηχανής. Ο Finkelstein (1960) ήταν αυτός που πρότεινε για πρώτη φορά οι διαδικασίες της συμπίεσης και εκτόνωσης να θεωρηθούν αδιαβατικές, δηλαδή να μην ανταλλάσσεται ποσό θερμότητας ανάμεσα στα τοιχώματα των χώρων συμπίεσης και εκτόνωσης με το περιβάλλον.

Ο Israel Urieli πρότεινε ένα πλήρες υπολογιστικό σύστημα σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran για τον υπολογισμό των θερμοδυναμικών χαρακτηριστικών των ψυκτικών μηχανών Stirling, μάλιστα ήταν και ο επιβλέπων καθηγητής στην διπλωματική εργασία του Tang Kuo-Ching στην οποία βασίστηκε μεγάλο μέρος της έρευνας μας.

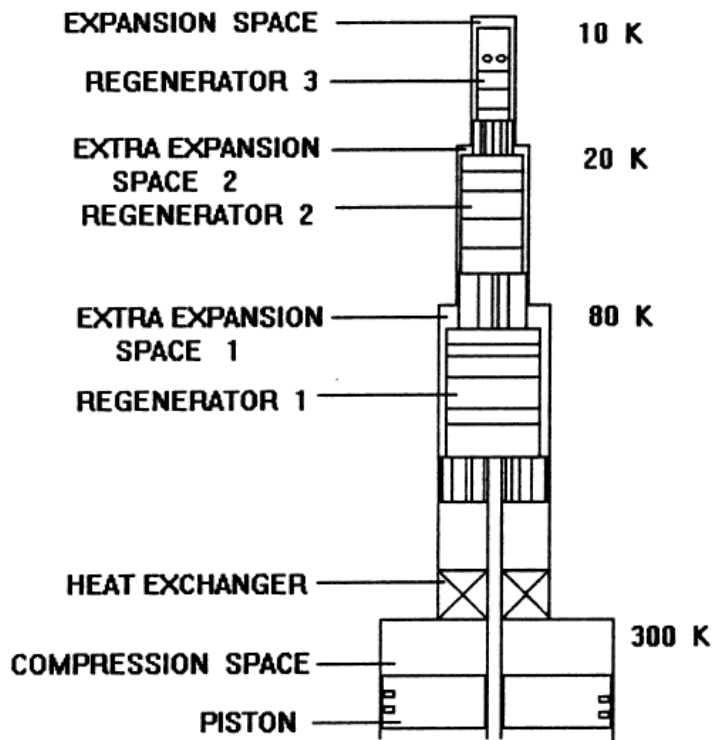
3.3 Πολυβάθμιος κρουψύκτης Stirling

Η αναγκαιότητα των πολυβάθμιων μηχανών έγκειται στην απαίτηση για επίτευξη όλο και χαμηλότερων θερμοκρασιών. Οι μηχανές αυτές που συχνά χαρακτηρίζονται και ως μηχανές πολλαπλής εκτόνωσης, καθώς διαθέτουν ένα χώρο όπου γίνεται η συμπίεση του εργαζόμενου μέσου, ενώ η εκτόνωση του πραγματοποιείται ταυτόχρονα σε πολλούς χώρους οι οποίοι βρίσκονται σε διαφορετικά θερμοκρασιακά επίπεδα.

Η επίτευξη χαμηλής θερμοκρασίας πραγματοποιείται με μικρότερες σε διαστάσεις μηχανές με τους πολυβάθμιους κρουψύκτες σε σχέση με αυτούς που διαθέτουν μία ή λιγότερες βαθμίδες. Η ενδιάμεση βαθμίδα στην ουσία επιτυγχάνει την θερμική μόνωση της επόμενης βαθμίδας και ένα πιο ψυχρό ξεκίνημα ώστε να προσεγγιστεί η επιθυμητή θερμοκρασία. Επιπλέον ο σχεδιασμός των αναγεννητών είναι πολύ πιο εύκολος καθώς σε πολυβάθμιες μηχανές δεν χρειάζεται ένας αναγεννητής να απορροφά τόσο μεγάλο ποσό θερμότητας και να υπόκειται σε ακραίες θερμοκρασιακές μεταβολές που ενδέχεται να έχουν σαν αποτέλεσμα την μείωση της απόδοσης του. Ακόμα μας δίνεται η δυνατότητα για την επιλογή του κατάλληλου υλικού για την δημιουργία του πλέγματος του αναγεννητή σε κάθε βαθμίδα, ώστε να παρουσιάζει την βέλτιστη απόδοση. Αυτό συμβαίνει διότι για πολλά υλικά οι ιδιότητες τους μεταβάλλονται πολύ με την πτώση της θερμοκρασίας σε κρουγονικά επίπεδα, για παράδειγμα η θερμοχωρητικότητα τους μειώνεται σημαντικά. Η θερμοχωρητικότητα αποτελεί ένα μέγεθος που επιθυμούμε να είναι αρκετά υψηλό ώστε να έχουμε μεγάλες αποδόσεις του αναγεννητή.

Παρ' όλα αυτά η προσθήκη επιπλέον βαθμίδων σε έναν κρουψύκτη αυξάνει τόσο την πολυπλοκότητα κατασκευής του όσο και το κόστος του με ό,τι συνεπάγεται αυτό.

Στο σχήμα (3.3) φαίνεται μια τυπική διάταξη ενός τριβάθμιου κρουψύκτη Stirling. Η μηχανή αυτή διαθέτει τρεις χώρους εκτόνωσης και παράγει ψυκτική ισχύ σε τρία θερμοκρασιακά επίπεδα 80, 20 και 10 K. Η απαγωγή θερμότητας γίνεται σε θερμοκρασία περιβάλλοντος 300 K από τον ψύκτη (cooler), που εδώ αναγράφεται ως εναλλάκτης θερμότητας (heat exchanger). Η εκτόνωση του εργαζόμενου μέσου στους ανάλογους χώρους συμβαίνει ταυτόχρονα καθώς ο όγκος τους μεταβάλλεται με τον ίδιο τρόπο, αφού καθορίζεται από τον κοινό εκτοπιστή, ο οποίος δεν διακρίνεται στο συγκεκριμένο σχήμα.

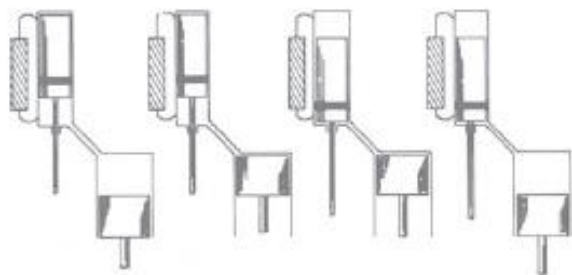


Σχήμα 3.3 Τριβάθμιος κρυοψύκτης Stirling. Πηγή 18

3.4 Άλλες διατάξεις κρυοψύκτη Stirling

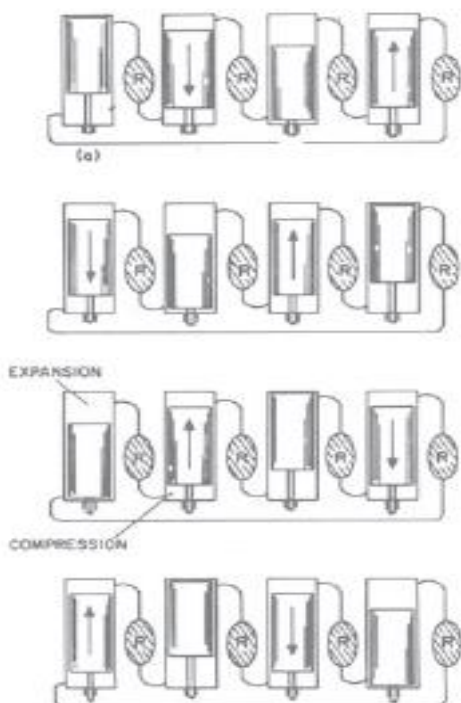
Ενδεικτικά θα αναφερθούν μερικές ιδιαίτερες διατάξεις κρυοψυκτών Stirling

- Οι μηχανές που μελετούνται έχουν ως κινούμενα μέρη ένα πιστόνι και έναν εκτοπιστή και χαρακτηρίζονται ως integral Stirling. Υπάρχουν βέβαια και μηχανές οι οποίες αντί για εκτοπιστή διαθέτουν πιστόνι και ονομάζονται μηχανές διπλού πιστονιού. Η κύρια διαφορά τους είναι ότι οι μηχανές με πιστόνι αντί εκτοπιστή έχουν πιο ομοιόμορφη κατανομή θερμοκρασιών στον χώρο εκτόνωσης, ενώ οι μηχανές με εκτοπιστή αντί πιστονιού πιο ομοιόμορφη κατανομή πιέσεων για αυτό και είναι αντικείμενο μελέτης αυτής της εργασίας.
- Μια άλλη διάταξη είναι αυτή κατά την οποία το πιστόνι και ο εκτοπιστής βρίσκονται σε δύο διαφορετικούς κυλίνδρους. Στο σχήμα (3.4) βλέπουμε μια τυπική τέτοια διάταξη με τις 4 διεργασίες του κύκλου. Το αρνητικό αυτής της διάταξης είναι ότι υπάρχουν πολλά παλινδρομούμενα μέρη.



Σχήμα 3.4 Διεργασίες μιας μηχανής Stirling όπου το πιστόνι και ο εκτοπιστής βρίσκονται σε ξεχωριστό κύλινδρο, γνωστή και ως Split Stirling. Πηγή 3

- Οι κλασικές μηχανές Stirling χαρακτηρίζονται ως single-acting μηχανές με την έννοια ότι κάθε ένα από τα κινούμενα μέρη χρησιμοποιείται για μία μόνο διεργασία για παράδειγμα το πιστόνι εκτελεί την συμπίεση ενώ ο εκτοπιστής την εκτόνωση. Υπάρχουν όμως και οι double-acting μηχανές οι οποίες αποτελούνται από πιστόνια που το κάθε ένα χρησιμοποιείται για περισσότερες από μία διεργασίες. Στο σχήμα (3.5) διακρίνεται μία double-acting μηχανή Stirling με 4 κυλίνδρους και 4 πιστόνια , όπου το κάθε πιστόνι λειτουργεί ταυτόχρονα σαν χώρος συμπίεσης αλλά και εκτόνωσης. Το κύριο πλεονέκτημα μιάς τέτοιας διάταξης είναι ότι τα κινούμενα μέρη είναι ακριβώς τα μισά από όσα θα χρησιμοποιούνταν για μία αντίστοιχη single-acting μηχανή πολλαπλής διάταξης. Σαν μειονέκτημα διακρίνεται η δυσκολία στον σχεδιασμό και η ελλιπής ευελιξία στην λειτουργία τέτοιου τύπου μηχανών.

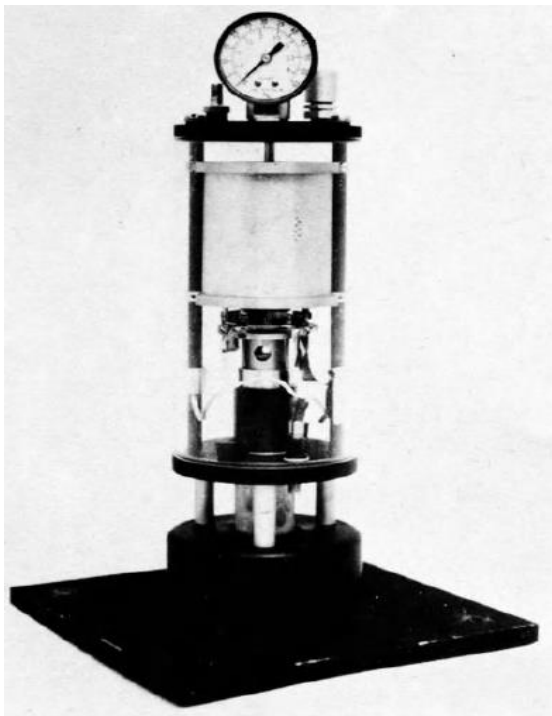


Σχήμα 3.5 Διεργασίες μηχανής Stirling διπλής δράσης τεσσάρων κυλίνδρων. Πηγή 3

Μια σημαντική κατηγορία κρουψυκτών Stirling είναι οι μηχανές που χαρακτηρίζονται ως free piston και αποτελούν ένα ευρύ φάσμα έρευνας όσον αφορά τους κρουψύκτες τύπου Stirling.

Οι μηχανές Free-Piston αν και ονομάζονται έτσι διαθέτουν τόσο πιστόνι όσο και εκτοπιστή. Το χαρακτηριστικό τους είναι ότι αυτά τα κινούμενα μέρη δεν συνδέονται με κάποιο οδηγό κίνησης όπως κάποιο στρόφαλο, αλλά η κίνηση τους εξαρτάται αποκλειστικά από τις δυνάμεις των ρευστών που δρουν πάνω τους.

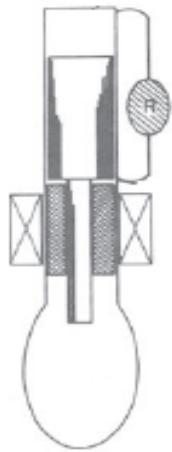
Η πιο γνωστή διάταξη μηχανής free-piston Stirling είναι η μηχανή Beale όπως απεικονίζεται στο σχήμα (3.1).



Εικόνα 3.1 Beale Free-Piston μηχανή Stirling. Πηγή 4

Η μηχανή Beale αποτελείται απλά από ένα βαρύ έμβολο και έναν ελαφρύ εκτοπιστή και λειτουργεί σε έναν κύλινδρο κλειστό και στα δύο άκρα. Το αέριο στον κάτω χώρο από το έμβολο (που ονομάζεται χώρος αναπήδησης) λειτουργεί ως πνευματικό ελατήριο. Το αέριο μπορεί να αντικατασταθεί από ένα μηχανικό ελατήριο. Και στις δύο περιπτώσεις το ελατήριο επιτρέπει στο έμβολο να ταλαντώνεται στον κύλινδρο σε μία χαρακτηριστική συχνότητα που ονομάζεται «φυσική συχνότητα» με τον ίδιο τρόπο που ένας φελλός ταλαντώνεται πάνω και κάτω στο νερό. Η κίνηση του εκτοπιστή μπορεί να είναι τόσο ημιτονοειδής, όσο και να ακολουθεί και άλλες μορφές.

Εδώ να τονίσουμε ότι οι μηχανές free-piston έχουν ευρύτερη εφαρμογή σαν θερμικές μηχανές παρά σαν κρουψύκτες. Για να λειτουργήσει μια τέτοια μηχανή σαν κρουψύκτης, όπως φαίνεται και στο σχήμα (3.6), πρέπει να υπάρχει ένας άξονας μεγάλης διαμέτρου που να συνδέει τον εκτοπιστή με το πιστόνι και να καταλήγει στον χώρο αναπήδησης όπου βρίσκεται το πεπιεσμένο αέριο. Η μεταβολή της πίεσης του αερίου είναι αυτή που θα προκαλεί την κίνηση του πιστονιού και του εκτοπιστή, ενώ το έργο που θα καταναλώνουμε είναι αυτό για την μεταβολή της πίεσης του αερίου.



Σχήμα 3.6 Αναπαράσταση μιας Beale Free-Piston μηχανής Stirling. Πηγή 3

Μια τέτοια διάταξη έχει πολλά πλεονεκτήματα. Εφόσον δεν υπάρχει κινηματικός μηχανισμός υπάρχει απουσία κραδασμών, η οποία είναι πολύ σημαντική για ορισμένες εφαρμογές. Επιπλέον η απουσία κινηματικού μηχανισμού έχει σαν αποτέλεσμα τις μικρές απαιτήσεις σε λιπαντικό, άρα και τον μικρότερο κίνδυνο μόλυνσης του εργαζόμενου μέσου από κάποια διαρροή. Τέλος τονίζεται η ευκολότερη εκκίνηση μιας μηχανής free-piston εξαιτίας της μικρότερης αδράνειας.

3.5 Αναφορά σε άλλους Κρυοψύκτες

Pulse tube cryocooler

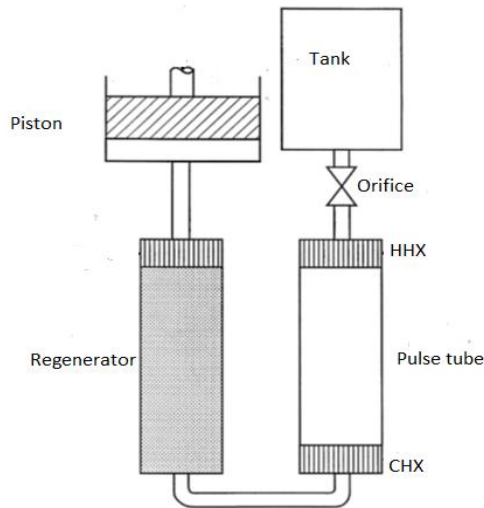
Οι κρυοψύκτες παλμικού τύπου είναι από τις πιο σύγχρονες τεχνολογίες καθώς η μελέτη τους άρχισε περίπου το 1980 και βασίζονται στο πεδίο της θερμοακουστικής. Η κύρια διαφορά τους με τους υπόλοιπους κρυοψύκτες είναι ότι δεν απαιτείται η χρήση κινούμενων μερών στο ψυχρό κομμάτι της μηχανής κάνοντας τους έτσι κατάλληλους για ένα ευρύ πεδίο εφαρμογών.

Οι κρυοψύκτες παλμικού τύπου έχουν βιομηχανική χρήση για την παραγωγή ημιαγωγών. Χρησιμοποιούνται επίσης για την ψύξη υπέρυθρων αισθητήρων σε στρατιωτικό εξοπλισμό. Σε ερευνητικό επίπεδο βρίσκουν εφαρμογή στην ψύξη των κρυογονικών ρευστών που υπάρχουν στα σύγχρονα τηλεσκόπια. Είναι προφανές ότι αυτοί οι κρυοψύκτες αποτελούν την αιχμή του δόρατος όσον αφορά την σύγχρονη τεχνολογία κρυοψυκτών.

Παρατηρώντας το σχήμα (3.7) θα εξηγηθούν οι βασικές αρχές λειτουργίας ενός τέτοιου κρυοψύκτη. Στην αρχή το εργαζόμενο μέσο βρίσκεται τόσο στον χώρο συμπίεσης όσο και στον σωλήνα. Στην συνέχεια το πιστόνι αρχίζει να συμπιέζει αποβάλλοντας θερμότητα στον cooler. Το εργαζόμενο μέσο περνάει μέσα από τον αναγεννητή αποθέτοντας την θερμότητα του, οπότε συγκεντρώνεται όλο στον σωλήνα. Στο θερμό πάνω άκρο του η πίεση και η θερμοκρασία γίνονται υψηλές, οπότε μέσω του

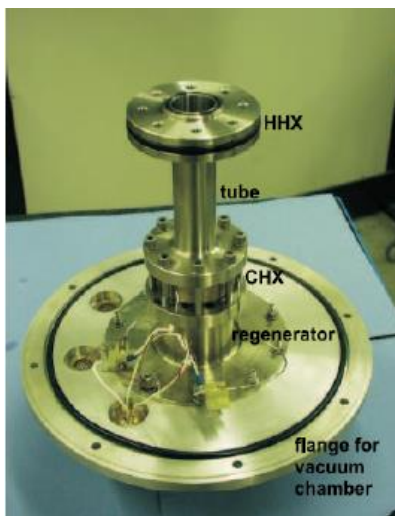
εναλλάκτη (ΗΗΧ) αποβάλλετε θερμότητα στο περιβάλλον. Στην κάτω άκρο του σωλήνα επικρατούν πιο χαμηλές πιέσεις και θερμοκρασίες, οπότε όταν το πιστόνι αρχίζει την αντίθετη πορεία το εργαζόμενο μέσο αρχίζει και εκτονώνεται απορροφώντας θερμότητα από το περιβάλλον, καθώς ακολουθεί εκ νέου την πορεία προς το πιστόνι. Στην συνέχεια απορροφά την θερμότητα που είχε αποθέσει στον αναγεννητή και επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση.

Το orifice αποτελεί στην ουσία μια βαλβίδα που επιτρέπει την παροχή εργαζόμενου μέσου στο σύστημα από το δοχείο αποθήκευσης.



Σχήμα 3.7 Διάταξη ενός κρουψύκτη παλμικού σωλήνα(Pulse Tube). Πηγή 9

Όπως διακρίνεται και από την εικόνα 3.2 ένας κρουψύκτης παλμικού σωλήνα έχει σχετικά μικρό μέγεθος και απλή γεωμετρία , συνεπώς διατίθεται σε μικρό κόστος.Επιπλέον το γεγονός ότι δεν χρειάζεται κινούμενο μέρος για την λειτουργία της εκτόνωσης τον καθιστά εξαιρετικά χρήσιμο για εφαρμογές όπου η απουσία κραδασμών είναι σημαντική.



Εικόνα 3.2 Κρουψύκτης παλμικού σωλήνα από την 'Stirling Cryogenics and Refrigeration B.V.'. Πηγή 9

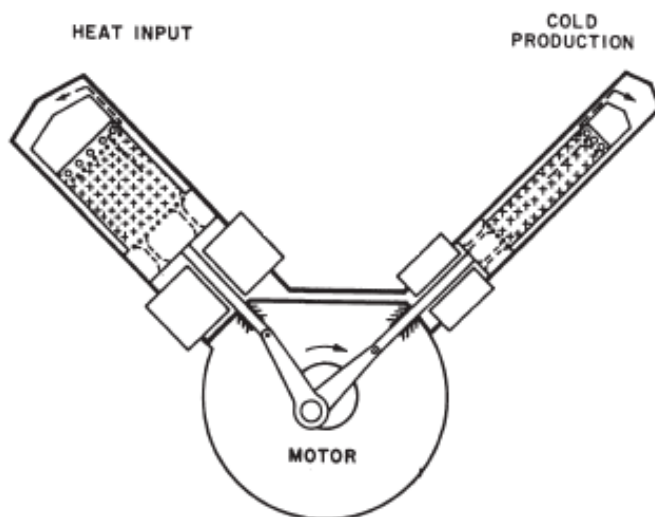
Vuilleumier Cryocoolers

Ένας κρυοψύκτης Vuilleumier όπως φαίνεται και στο σχήμα (3.8) χρησιμοποιεί θερμότητα υψηλής θερμοκρασίας ώστε να παράξει περιοδικές μεταβολές της πίεσης, οι οποίες στην συνέχεια θα χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή ψυκτικής ισχύος σε χαμηλή θερμοκρασία.

Οι μεταβολές της πίεσης δημιουργούνται κατά την περιοδική μετακίνηση αερίου από την θερμοκρασία περιβάλλοντος στην περιοχή υψηλών θερμοκρασιών μέσω ενός εκτοπιστή που υπάρχει στο θερμό τμήμα της μηχανής. Υπάρχει ακόμα ένα εκτοπιστής στην ψυχρή περιοχή. Οι δύο εκτοπιστές συνδέονται σε ένα κινηματικό μηχανισμό για την διατήρηση της διαφοράς φάσης μεταξύ τους.

Στον κινηματικό μηχανισμό υπάρχει ένας κινητήρας που προσδίδει ένα μικρό έργο για την υπερνίκηση των τριβών στα στεγανά και τα έδρανα. Βέβαια υπάρχουν ορισμένα συστήματα που χρησιμοποιούν μέρος της θερμότητας για την κίνηση των εκτοπιστών, οπότε δεν απαιτείται κινητήρας.

Ο κρυοψύκτης Vuilleumier θα μπορούσαμε να πούμε ότι μοιάζει με έναν αντίστοιχο Stirling με την διαφορά ότι χρησιμοποιεί θερμικό συμπίεστή αντί για αντίστοιχο μηχανικό. Όμως δεν πρέπει να τον συγχέουμε, όπως συμβαίνει πολύ συχνά, με ένα διπλό σύστημα Stirling. Το σύστημα Stirling-Stirling επί της ουσίας χρησιμοποιεί μια θερμική μηχανή για την παραγωγή μηχανικής ισχύος η οποία στην συνέχεια χρησιμοποιείται για την παραγωγή ψυκτικής ισχύος σε ένα κρυοψύκτη.



Σχήμα 3.8 Βασικά μέρη ενός κρυοψύκτη Vuilleumier των Pitcher και Du Pre (1970). Πηγή 3

Οι κρυοψύκτες Vuilleumier παρουσιάζουν αρκετά πλεονεκτήματα ώστε η μελέτη τους να αποδεικνύεται ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα. Το βασικό τους πλεονέκτημα σε σχέση με μία μηχανή Stirling είναι η μεγαλύτερη διάρκεια ζωής, αυτό οφείλεται στους μικρότερους λόγους πιέσεων που αναπτύσσονται σε μία μηχανή Vuilleumier ως αποτέλεσμα της μεταβολής της θερμοκρασίας και όχι ταυτόχρονα της μεταβολής της θερμοκρασίας μαζί με τις ακραίες μεταβολές των όγκων που συμβαίνουν σε μία μηχανή Stirling.

Επίσης η δυνατότητα τους να παράγουν ψύξη με την χρήση μίας πηγής θερμότητας τις καθιστά πολύ χρήσιμες σε περιπτώσεις που τροφοδοτούνται με θερμότητα από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, όπως ηλιακούς συλλέκτες, ραδιοϊσότοπα , καύση αποβλήτων ακόμα και από την απορριπτόμενη θερμότητα σε βιομηχανικά εργοστάσια.

Η NASA μελετά τις μηχανές Vuilleumier εξαιτίας της υψηλής διάρκειας ζωής τους με την προοπτική να χρησιμοποιηθούν σε μελλοντικές αποστολές, καθώς αυτό τους το χαρακτηριστικό επιζητείται πολύ έντονα σε διατημικές εφαρμογές.

Παρ' όλα αυτά σήμερα συνεχίζουν να επιλέγονται οι μηχανές Stirling- Stirling για τέτοιου είδους εφαρμογές καθώς παρουσιάζουν καλύτερη απόδοση και απαιτούν μηδενική μηχανική ενέργεια.

Gifford-McMahon and Solvay Cryocoolers

Οι κρυοψύκτες Gifford-McMahon και Solvay μοιάζουν αρκετά με την κύρια διαφορά τους να είναι ότι οι Gifford-McMahon διαθέτουν εκτοπιστή για την διαδικασία της εκτόνωσης και η παραγωγή της ψυκτικής ισχύος δεν συμβαίνει κατά την εκτόνωση. Από την άλλη οι Solvay έχουν πιστόνι για την εκτόνωση, όπου παράγεται και το ψυκτικό έργο.

Στο σχήμα (3.10) παρουσιάζεται η τυπική διάταξη μια μηχανής Solvay που αποτελείται από τον συμπιεστή, τις βαλβίδες εισαγωγής και εξαγωγής, τον αναγεννητή και το πιστόνι που συνδέεται με έναν κινητήρα.

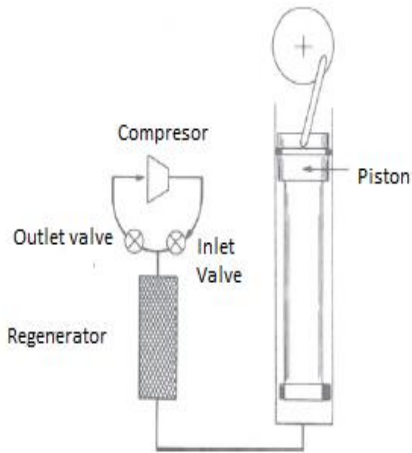
Στην αρχή υποθέτουμε ότι το πιστόνι βρίσκεται στο κάτω νεκρό σημείο. Τότε ανοίγει η βαλβίδα εισαγωγής και αέριο υψηλής πίεσης βγαίνει συμπιέζοντας το ήδη υπάρχον αέριο.

Με την βαλβίδα εισαγωγής ανοικτή το πιστόνι αρχίζει και ανεβαίνει. Το αέριο περνά μέσα από τον αναγεννητή όπου αποθέτει την θερμότητα του άρα και υπόκειται σε πτώση πίεσης με αποτέλεσμα περισσότερο αέριο να παρέχεται από την βαλβίδα εισαγωγής.

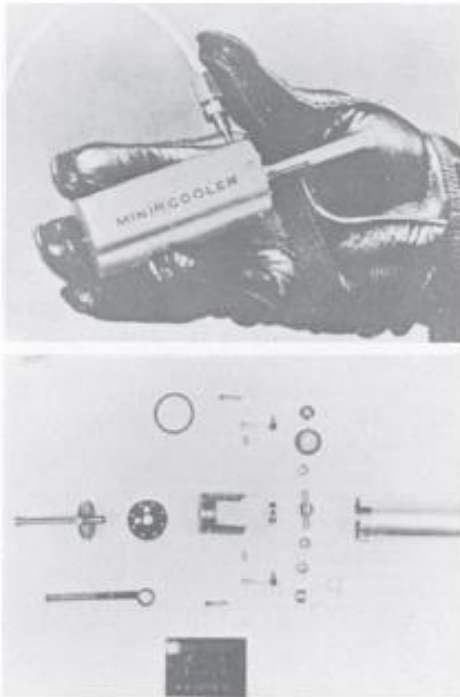
Ύστερα κλείνει η βαλβίδα εισαγωγής, ενώ το πιστόνι συνεχίζει να κινείται προς τα πάνω προκαλώντας μία εκτόνωση του αερίου στον κύλινδρο, επομένως και πτώση της θερμοκρασίας του. Η εκτόνωση συνεχίζεται έως ότου το πιστόνι φτάσει στο ανώτερο σημείο. Σε αυτή την διαδικασία είναι που παράγεται η ψυκτική ισχύς.

Όταν το πιστόνι φτάσει στο ανώτερο σημείο η βαλβίδα εξαγωγής ανοίγει και το πιστόνι αρχίζει την πορεία προς τα κάτω ωθώντας το αέριο προς τον αναγεννητή όπου ανακτά την θερμότητα που είχε αποθέσει. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου να φτάσει το πιστόνι στην κατώτερη θέση οπότε και κλείνει η βαλβίδα εξαγωγής. Έτσι ολοκληρώνεται ένας κύκλος.

Το πλεονέκτημα των κρυοψυκτών Solvay είναι η πολύ απλή διάταξη τους που οδηγεί στην εύκολη και ελαφριά κατασκευή. Όπως διακρίνεται και στην εικόνα (3.3) μινιατούρες τέτοιων κρυοψυκτών έχουν κατασκευαστεί με πολύ χαμηλό κόστος. Το μικρό τους μέγεθος τους δίνει την δυνατότητα για χρήση σε πολλές εφαρμογές, όπως σε ηλεκτρονικές συσκευές.



Σχήμα 3.10 Διάταξη ενός κρυοψύκτη Solvay. Πηγή 3



Εικόνα 3.3 Πειραματική μινιατούρα κρυοψύκτη Solvay του Gifford (1960). Πηγή 3

Στο σχήμα (3.11) βρίσκεται μία τυπική διάταξη κρυοψύκτη Gifford-McMahon. Τα μέρη που τον αποτελούν είναι ένας συμπιεστής, μια βαλβίδα εισόδου, μια εξόδου, ένας αναγεννητής , ένας εκτοπιστής που συνδέεται με έναν κινητήρα και δύο βασικοί χώροι.

Οι δύο χώροι συνδέονται μέσω του αναγεννητή, ενώ το σύστημα παροχής αερίου βασίζεται στις βαλβίδες εισαγωγής και εξαγωγής. Επίσης στους χώρους πάνω και κάτω από τον εκτοπιστή υπάρχει σχεδόν κοινή πίεση αν δεν λάβουμε υπόψιν την μικρή πτώση πίεσης που συμβαίνει λόγω του αναγεννητή.

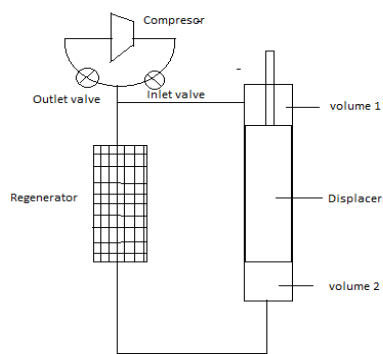
Ακολουθεί η ανάλυση του κύκλου των κρυοψυκτών Gifford-McMahon.

Αρχικά ο εκτοπιστής βρίσκεται στο κάτω μέρος του κιλίνδρου. Τότε ανοίγει η βαλβίδα εισαγωγής, αυξάνεται η πίεση του συστήματος και αέριο γεμίζει τόσο τον αναγεννητή όσο και τον χώρο 1.

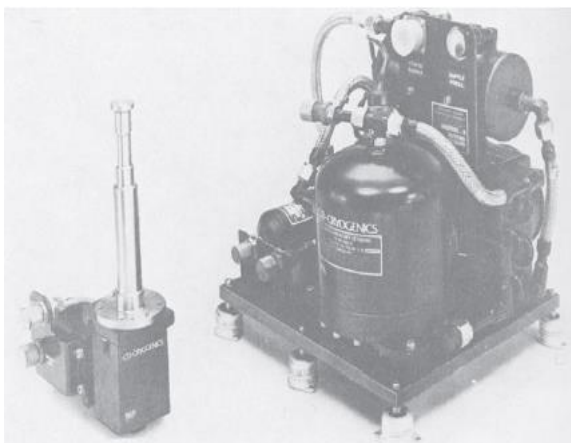
Ύστερα ο εκτοπιστής κινείται προς τα πάνω σπρώχνοντας το πιεσμένο αέριο από τον χώρο 1 στον χώρο 2 μέσω του αναγεννητή. Το αέριο αποθέτει την θερμότητα του στον αναγεννητή, οπότε μειώνεται τόσο η θερμοκρασία του όσο και η πίεση του με αποτέλεσμα όλο και περισσότερο αέριο να εισέρχεται στο σύστημα μέσω της ανοιχτής βαλβίδας εισαγωγής.

Όταν ο εκτοπιστής φτάσει στο ανώτερο σημείο κλείνει η βαλβίδα εισαγωγής και ανοίγει η βαλβίδα εξαγωγής. Το αέριο αρχίζει και εξέρχεται και η πίεση του πέφτει, επομένως και η θερμοκρασία του. Έτσι το αέριο στον χώρο 2 αρχίζει και απάγει θερμότητα από τα τοιχώματα. Αυτή η θερμότητα είναι η ψυκτική ισχύς του κρυοψύκτη.

Με την βαλβίδα εξαγωγής ανοικτή ο εκτοπιστής αρχίζει και κατεβαίνει προς τα κάτω εκτοπίζοντας το αέριο από το χώρο 2. Καθώς το αέριο κινείται προς την έξοδο περνάει μέσα από τον αναγεννητή προσλαμβάνοντας πίσω την θερμότητα που είχε αποθέσει. Όταν ο εκτοπιστής φτάσει στο κατώτερο σημείο η βαλβίδα εξαγωγής κλείνει. Έτσι ολοκληρώνεται ένας κύκλος της μηχανής.



Σχλημα 3.11 Διάταξη ενός κρυοψύκτη Gifford-McMahon



Εικόνα 3.4 Κρυοψύκτης Gifford-McMahon, μοντέλο No 0120 (Courtesy Cryogenic Technology Inc.). Πηγή 3

4 Θερμοδυναμικά Μοντέλα

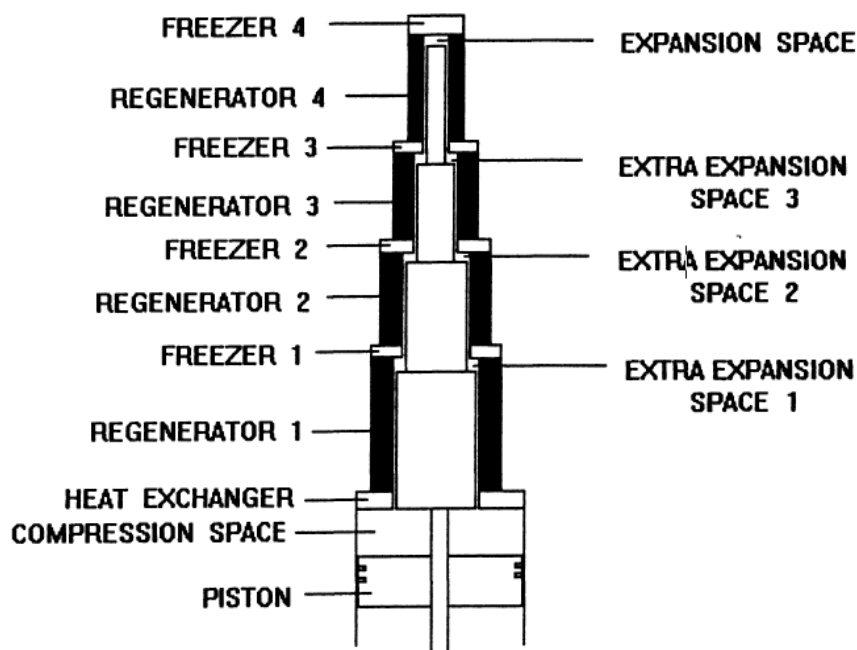
4.1 Μοντελοποίηση

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο η ανάλυση του κρουσώκτη είναι παραμετρική ως προς τον αριθμό των βαθμίδων. Ο χρήστης είναι αυτός που επιλέγει από 1 μέχρι 4 βαθμίδες. Οπότε η μοντελοποίηση που θα κάνουμε αφορά μια τετραβάθμια μηχανή όπως αυτή του σχήματος (4.1) και στην συνέχεια οι εξισώσεις που θα προκύψουν θα γραφούν παραμετρικά.

Όπως διακρίνεται στο σχήμα οι βασικοί χώροι της μηχανής είναι οι εξείς:

- Χώρος συμπίεσης (Compression space) , θα συμβολίζεται με c
- Ψύκτης (cooler ή heat rejector) , θα συμβολίζεται με k
- 4 χώροι εκτόνωσης (expansion spaces) , θα συμβολίζονται με $e1,e2,e3,e4$
- 4 αναγεννητές (regenerators) , θα συμβολίζονται με $r1,r2,r3,r4$
- 4 καταψύκτες (freezers) , θα συμβολίζονται με $h1,h2,h3,h4$

Προφανώς οι δείκτες 1,2,3,4 αναφέρονται στην πρώτη,δεύτερη,τρίτη και τέταρτη βαθμίδα της μηχανής αντίστοιχα.



Σχήμα 4.1 Αναπαράσταση τετραβάθμιου κρουσώκτη Stirling. Πηγή 14

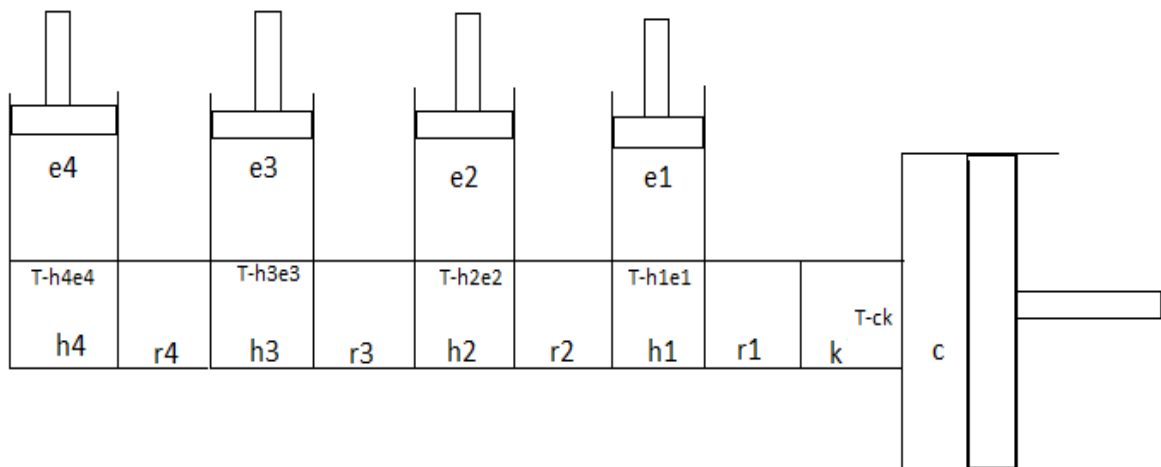
Για να γίνει κατασκευή ενός απλοποιημένου μοντέλου της μηχανής πρέπει να κατανοηθεί πρώτα πως γίνεται η ροή του εργαζόμενου μέσου εντός της.

Το εργαζόμενο μέσο ξεκινά από τον συμπιεστή και συνεχίζει στον ψύκτη, στη συνέχεια περνά μέσα από τον αναγεννητή 1. Από εκεί προχωρά στον καταψύκτη 1, ύστερα ένα μέρος εκτονώνεται στον χώρο εκτόνωσης 1, ενώ το υπόλοιπο συνεχίζει στον αναγεννητή 2. Έπειτα περνά στον καταψύκτη 2 από όπου παρομοίως ένα μέρος εκτονώνεται στον χώρο εκτόνωσης 2 και το υπόλοιπο διασχίζει τον αναγεννητή 3. Στη συνέχεια πηγαίνει στον καταψύκτη 3 όπου με την ίδια λογική ένα κομμάτι προχωρά στον αναγεννητή 4 καθώς το υπόλοιπο εκτονώνεται στον χώρο εκτόνωσης 3. Τελικά από τον αναγεννητή 4 το εργαζόμενο μέσο πηγαίνει στον καταψύκτη 4 και από εκεί εκτονώνεται όλο πλέον στον χώρο εκτόνωσης 4.

Από τη ανάλυση αυτή προκύπτει το απλοποιημένο μοντέλο όπως φαίνεται στο σχήμα (4.2). Το μοντέλο αυτό που δημιουργήσε ο Walker το 1990 περιγράφει την μηχανή σαν ένα σύστημα με 5 κυλίνδρους, αφού κάθε ένας από τους χώρους εκτόνωσης διαθέτει το δικό του πιστόνι. Τα πιστόνια των χώρων εκτόνωσης βρίσκονται σε κοινή φάση και έχουν διαφορά φάσης από εκείνο του χώρου συμπίεσης.

Αυτό το απλοποιημένο μοντέλο είναι χρήσιμο για να δημιουργηθούν οι εξισώσεις που θα συνθέσουν τον υπολογιστικό κώδικα.

Το σύστημα θεωρείται κλειστό, επομένως η συνολική μάζα διατηρείται σταθερή. Οι θερμοκρασίες T_{ck} , T_{h1e1} , T_{h2e2} , T_{h3e3} , T_{h4e4} περιγράφουν τις θερμοκρασίες στις αντίστοιχες διεπιφάνειες.



Σχήμα 4.2 Αναλυτικό μοντέλο κρουοψύκτη Stirling με τέσσερις χώρους εκτόνωσης

Η συνολική μάζα του εργαζόμενου αερίου m είναι

$$m = m_c + m_k + m_{r1} + m_{e1} + m_{h1} + m_{r2} + m_{e2} + m_{h2} + m_{r3} + m_{e3} + m_{h3} + m_{r4} + m_{e4} + m_{h4} \quad (4.1)$$

Το εργαζόμενο μέσο που είναι το ήλιο είναι τέλειο αέριο, οπότε υπακούει στην καταστατική εξίσωση.

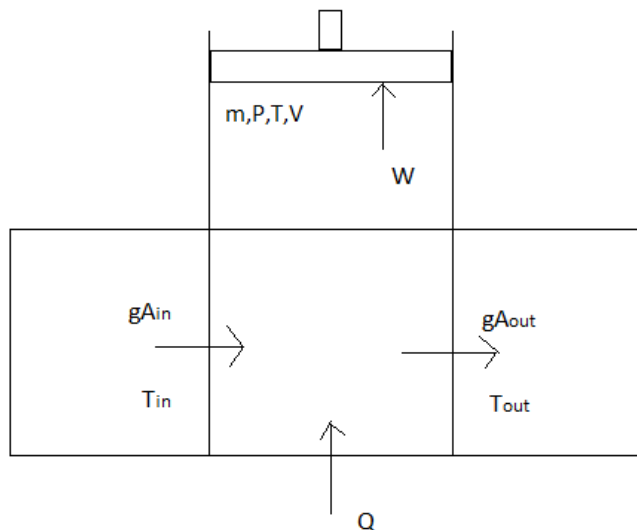
$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad (4.2)$$

Όπου R η σταθερά αερίου του εργαζόμενου μέσου

Λογαριθμώντας την εξίσωση (4,2) και βάζοντας διαφορικά προκύπτει

$$\frac{Dp}{p} + \frac{DV}{V} = \frac{Dm}{m} + \frac{DT}{T} \quad (4.3)$$

Τώρα θα κατασκευαστεί η εξίσωση ενέργειας, για αυτό μοντελοποιείται πως συμβαίνει η συναλλαγή ενέργειας σε ένα τυχαίο χώρο της μηχανής όπως φαίνεται στο σχήμα (4.3). Η ενθαλπία εισέρχεται στον χώρο από την ροή μάζας επί την αντίστοιχη επιφάνεια gA_{in} και την θερμοκρασία T_{in} και εξέρχεται από τα αντίστοιχα μεγέθη gA_{out} και T_{out} .



Σχήμα 4.3 Αναπαράσταση ενός χώρου του κρυσφύκτη Stirling

Η ενεργειακή εξίσωση που προκύπτει για τον χώρο είναι η εξής

$$DQ + C_p \cdot (T_{in} \cdot gA_{in} - T_{out} \cdot gA_{out}) = DW + C_v \cdot D(m \cdot T) \quad (4.4)$$

Ο όρος DQ αναφέρεται στην θερμότητα που μεταφέρθηκε στον χώρο

Ο όρος $C_p \cdot (T_{in} \cdot gA_{in} - T_{out} \cdot gA_{out})$ στην καθαρή ενθαλπία που μπήκε

Ο όρος DW στο έργο που παράχθηκε

Και ο όρος $C_v D(mT)$ στην αύξηση της εσωτερικής ενέργειας

Για να βρεθεί η μεταβολή της μάζας κάθε χώρου χρησιμοποιείται η εξίσωση

$$Dm = gA_{in} - gA_{out} \quad (4.5)$$

Η συνολική ισχύ που παράγεται από τους χώρους συμπίεσης και εκτόνωσης είναι

$$Dw = p \cdot DV_c + p \cdot DV_e \quad (4.6)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (4.6) στην εξίσωση (4.4) προκύπτει

$$DQ = C_p \cdot (T_{in} \cdot gA_{in} - T_{out} \cdot gA_{out}) + \frac{C_p \cdot p \cdot (DV) + C_v \cdot V \cdot (Dp)}{R} \quad (4.7)$$

Όπου $R = C_p - C_v$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (4.6) και (4.7) σε κάθε χώρο προκύπτουν οι τελικές διαφορικές εξισώσεις όπως θα αναλύσουμε παρακάτω για κάθε θερμοδυναμικό μοντέλο.

4.2 Ισοθερμοκρασιακή ανάλυση

Όπως αναφέρθηκε, στις διαδικασίες της συμπίεσης και εκτόνωσης η θερμοκρασία του εργαζόμενου μέσου σε αυτούς τους χώρους παραμένει σταθερή. Το σχήμα (4.4) παρουσιάζει το ισοθερμοκρασιακό μοντέλο. Βλέπουμε ότι θερμοκρασίες στον χώρο συμπίεσης αλλά και στους χώρους εκτόνωσης είναι σταθερές και ίσες με τις αντίστοιχες θερμοκρασίες των εναλλακτών θερμότητας.

Δηλαδή

$$T_c = T_k, \quad T_{e1} = T_{h1}, \quad T_{e2} = T_{h2}, \quad T_{e3} = T_{h3}, \quad T_{e4} = T_{h4}$$

Οι υποθέσεις που έγιναν είναι οι εξής:

- Η μηχανή έχει περάσει την μεταβατική και βρίσκεται στην μόνιμη κατάσταση
- Το εργαζόμενο μέσο είναι τέλειο αέριο, άρα υπακούει στην καταστατική εξίσωση των τελείων αερίων
- Η μάζα του συστήματος παραμένει σταθερή
- Οι χώροι εκτόνωσης βρίσκονται στην ίδια φάση
- Κάθε στιγμή όλη η μηχανή έχει την ίδια πίεση
- Η ταχύτητα περιστροφής της μηχανής παραμένει σταθερή
- Οι απώλειες στον κινηματικό μηχανισμό αμελούνται

Η συνολική μάζα του αερίου είναι

$$m = m_c + m_k + m_{r1} + m_{e1} + m_{h1} + m_{r2} + m_{e2} + m_{h2} + m_{r3} + m_{e3} + m_{h3} + m_{r4} + m_{e4} + m_{h4} \quad (4.8)$$

Από την καταστατική εξίσωση προκύπτει

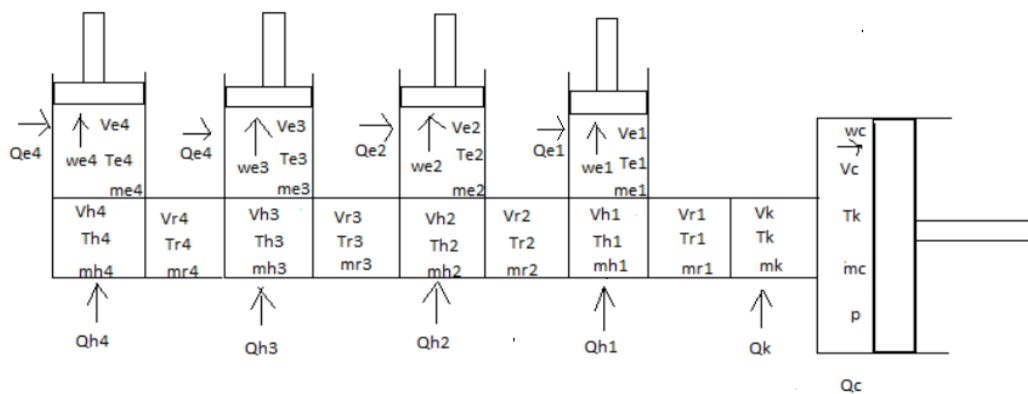
$$m = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} \quad (4.9)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (4,9) στην (4.8) για κάθε όρο προκύπτει

$$m = \frac{p \cdot \left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{r1}}{T_{r1}} + \frac{V_{h1}}{T_{h1}} + \frac{V_{e1}}{T_{e1}} + \frac{V_{r2}}{T_{r2}} + \frac{V_{h2}}{T_{h2}} + \frac{V_{e2}}{T_{e2}} + \frac{V_{r3}}{T_{r3}} + \frac{V_{h3}}{T_{h3}} + \frac{V_{e3}}{T_{e3}} + \frac{V_{r4}}{T_{r4}} + \frac{V_{h4}}{T_{h4}} + \frac{V_{e4}}{T_{e4}} \right)}{R} \quad (4.10)$$

ή αλλιώς

$$p = m \cdot R \cdot \left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{r1}}{T_{r1}} + \frac{V_{h1}}{T_{h1}} + \frac{V_{e1}}{T_{e1}} + \frac{V_{r2}}{T_{r2}} + \frac{V_{h2}}{T_{h2}} + \frac{V_{e2}}{T_{e2}} + \frac{V_{r3}}{T_{r3}} + \frac{V_{h3}}{T_{h3}} + \frac{V_{e3}}{T_{e3}} + \frac{V_{r4}}{T_{r4}} + \frac{V_{h4}}{T_{h4}} + \frac{V_{e4}}{T_{e4}} \right)^{-1} \quad (4.11)$$



Σχήμα 4.4 Ισοθερμοκρασιακό μοντέλο τετραβάθμιου κρουσψύκτη Stirling

Το συνολικό έργο που παράγεται από τον χώρο συμπίεσης και τους χώρους εκτόνωσης είναι

$$W = W_c + W_{e1} + W_{e2} + W_{e3} + W_{e4} = \int p dV_c + \int p dV_{e1} + \int p dV_{e2} + \int p dV_{e3} + \int p dV_4 \quad (4.12)$$

Οπότε

$$W = \int p \left(\frac{dV_c}{d\theta} + \frac{dV_{e1}}{d\theta} + \frac{dV_{e2}}{d\theta} + \frac{dV_{e3}}{d\theta} + \frac{dV_{e4}}{d\theta} \right) d\theta \quad (4.13)$$

Όπου θ η γωνία στροφάλου

Υπενθυμίζεται από πριν η εξίσωση (4.4) που είναι η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την ενέργεια του κάθε χώρου

$$DQ + C_p \cdot (T_{in} \cdot gA_{in} - T_{out} \cdot gA_{out}) = DW + C_v \cdot D(m \cdot T) \quad (4.14)$$

Κατά την ισουθερμοκρασιακή μεταβολή είναι γνωστό για τους χώρους συμπίεσης και εκτόνωσης αλλά και για τους εναλλάκτες ότι $T_{in} = T_{out} = T$, οπότε η εξίσωση (4.14) γίνεται

$$DQ = C_p \cdot T \cdot (gA_{out} - gA_{in}) + C_v \cdot T \cdot (Dm) + DW \quad (4.15)$$

Όπου Dm είναι ο ρυθμός μεταβολής της μάζας και ισούται με

$$Dm = (gA_{in} - gA_{out}) \quad (4.16)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (4.16) στην (4.15) προκύπτει

$$DQ = (C_p - C_v) \cdot T \cdot Dm + DW \quad (4.17)$$

Για τα ιδανικά αέρια ξέρουμε ότι $R = C_p - C_v$, άρα η (4.17) γίνεται

$$DQ = R \cdot T \cdot Dm + DW \quad (4.18)$$

Στην μόνιμη κατάσταση που μελετάται η μεταβολή της μάζας κάθε χώρου είναι μηδενική $Dm = 0$, οπότε η τελική εξίσωση είναι η εξής

$$DQ = DW \quad (4.19)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (4.19) για κάθε ισόθερμο χώρο έχουμε:

$$DQ_c = DW_c \quad (4.20)$$

$$DQ_{e1} = DW_{e1} \quad (4.21)$$

$$DQ_{e2} = DW_{e2} \quad (4.22)$$

$$DQ_{e3} = DW_{e3} \quad (4.23)$$

$$DQ_{e4} = DW_{e4} \quad (4.24)$$

Όσον αφορά τους εναλλάκτες θερμότητας, που δεν παράγουν έργο, προκύπτει ότι το ποσό ενέργειας που συναλλάσσουν με το περιβάλλον είναι 0. Αυτό όμως δεν συμβαίνει σε πραγματικές μηχανές, επομένως μπορούμε να πούμε ότι η ισουθερμοκρασιακή θεώρηση δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα, γι' αυτό και πιο κάτω πραγματοποιείται η αδιαβατική ανάλυση της μηχανής.

4.3 Αδιαβατική ανάλυση

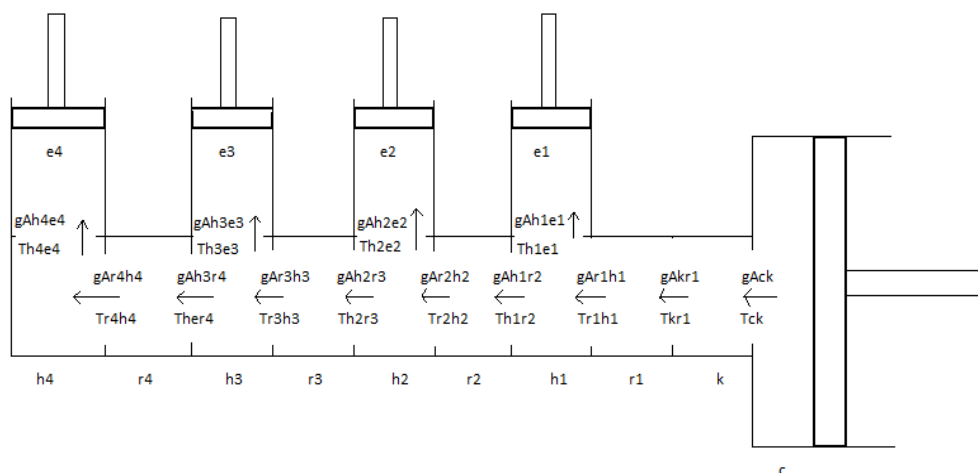
Η αδιαβατική ανάλυση βασίζεται στο ότι κατά τις διαδικασίες της συμπίεσης και των εκτονώσεων δεν συναλλάσσετε θερμότητα μεταξύ του εργαζόμενου μέσου και των τοιχωμάτων της μηχανής, ενώ οι εναλλάκτες θερμότητας θεωρούνται ισοθερμοκρασιακοί. Η αδιαβατική ανάλυση της μηχανής είναι πιο περίπλοκη από την ισοθερμοκρασιακή καθώς οι τελικές διαφορικές εξισώσεις που θα προκύψουν δεν επιδέχονται αναλυτική λύση, αλλά απαιτούν αριθμητική λύση την οποία θα μας δώσει τον λογισμικό που θα χρησιμοποιηθεί.

Η διάταξη της μηχανής κατά την αδιαβατική ανάλυση φαίνεται στο σχήμα (4.5)

Οι θεωρήσεις που έγιναν είναι οι παρακάτω:

- Οι διαδικασίες εκτόνωσης και συμπίεσης είναι αδιαβατικές
- Το αέριο στο ψύκτη και στους καταψύκτες βρίσκεται σε ισοθερμοκρασιακές συνθήκες
- Το αέριο μέσα στον αναγεννητή έχει γραμμική μεταβολή
- Η συνολική μάζα του αερίου παραμένει σταθερή
- Η πίεση σε κάθε σημείο της μηχανής είναι ίδια κάθε χρονική στιγμή, επιπλέον δεν υπάρχουν πτώσεις πιέσεων
- Το αέριο έχει στην διεπιφάνεια ψύκτη/αναγεννητή την θερμοκρασία του αναγεννητή T_k ενώ στις διεπιφάνειες κρουψύκτη/αναγεννητή την θερμοκρασία του εκάστοτε κρουψύκτη T_h

Στην περίπτωση της ισοθερμοκρασιακής ανάλυσης δεν υπήρχε πρόβλημα με τις θερμοκρασίες στις διεπιφάνειες, καθώς ήταν προφανείς οι τιμές τους. Στην περίπτωση της αδιαβατικής ανάλυσης τα πράγματα είναι πιο θολά. Για να υπολογιστούν οι θερμοκρασίες στις διεπιφάνειες χρησιμοποιείται το σχήμα (4.5). Θα θεωρηθούν θετικές οι ροές μάζας που πηγαινούν προς τα αριστερά και προς τα πάνω όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σχήμα 4.5 Αδιαβατικό μοντέλο τετραβάθμιου κρουψύκτη Stirling

- Εάν $g_{Ack} > 0$ τότε $T_{ck} = T_c$, αλλιώς $T_{ck} = T_k$
- Εάν $g_{Ah1e1} > 0$ τότε $T_{h1e1} = T_{h1}$, αλλιώς $T_{h1e1} = T_{e1}$
- Εάν $g_{Ah2e2} > 0$ τότε $T_{h2e2} = T_{h2}$, αλλιώς $T_{h2e2} = T_{e2}$
- Εάν $g_{Ah3e3} > 0$ τότε $T_{h3e3} = T_{h3}$, αλλιώς $T_{h3e3} = T_{e3}$
- Εάν $g_{Ah4e4} > 0$ τότε $T_{h4e4} = T_{h4}$, αλλιώς $T_{h4e4} = T_{e4}$

Επαναλαμβάνεται η εξίσωση (4.14) από το κεφάλαιο 4.2 που αφορά την ενέργεια ενός χώρου

$$DQ + C_p \cdot (T_{in} \cdot g_{A_{in}} - T_{out} \cdot g_{A_{out}}) = DW + C_v \cdot D(m \cdot T) \quad (4.25)$$

Για τα ιδανικά αέρια έχουμε

$$R = C_p - C_v \quad (4.26)$$

Και

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (4.27)$$

Λογαριθμώντας την εξίσωση (4.2) και βάζοντας διαφορικά έχουμε

$$\frac{Dp}{p} + \frac{DV}{V} = \frac{Dm}{m} + \frac{DT}{T} \quad (4.28)$$

Η συνολική μάζα του εργαζόμενου αερίου στην μηχανή είναι

$$m = m_c + m_k + m_{r1} + m_{e1} + m_{h1} + m_{r2} + m_{e2} + m_{h2} + m_{r3} + m_{e3} + m_{h3} + m_{r4} + m_{e4} + m_{h4} \quad (4.29)$$

Διαφορίζοντας την εξίσωση (4.29) έχουμε

$$0 = Dm_c + Dm_k + \sum_{i=1}^4 (Dm_{ri} + Dm_{ei} + Dm_{hi}) \quad (4.30)$$

Έφόσον σε όλους τους εναλλάκτες τόσο η θερμοκρασία όσο και ο όγκος παραμένει σταθερός η εξίσωση (4.28) καταλήγει στην

$$\frac{Dp}{p} = \frac{Dm}{m} \quad (4.31)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (4.31) στους 9 χώρους εναλλακτών θερμότητας

$$Dm_k = m_k \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.32)$$

$$Dm_{r1} = m_{r1} \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.33)$$

$$Dm_{h1} = m_{h1} \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.34)$$

$$Dm_{r2} = m_{r2} \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.35)$$

$$Dm_{h2} = m_{h2} \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.36)$$

$$Dm_{r3} = m_{r3} \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.37)$$

$$Dm_{h3} = m_{h3} \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.38)$$

$$Dm_{r4} = m_{r4} \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.39)$$

$$Dm_{h4} = m_{h4} \cdot \left(\frac{Dp}{p} \right) \quad (4.40)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (4.25) στον χώρο συμπίεσης προκύπτει

$$DQ_c - C_p \cdot T_{ck} \cdot g_{Ack} = C_v \cdot D(m \cdot T_c) + DW_c \quad (4.41)$$

Από την στιγμή που η συμπίεση γίνεται αδιαβατικά:

$$DQ_c = 0 \quad (4.42)$$

Για την μάζα έχουμε

$$Dm_c = -g_{Ack} \quad (4.43)$$

Οπότε η (4.41) γίνεται

$$C_p \cdot T_{ck} \cdot Dm_c = C_v \cdot D(m_c \cdot T_c) + P \cdot DV_c \quad (4.44)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (4.2) , (4.26) και (4.27) στην (4.44) προκύπτει

$$Dm_c = \frac{p \cdot DV_c + \frac{V_c \cdot Dp}{\gamma}}{R \cdot T_{ck}} \quad (4.45)$$

Παρομοίως για κάθε ένα από τους χώρους εκτόνωσης

$$Dm_{e1} = \frac{p \cdot DV_{e1} + \frac{V_{e1} \cdot Dp}{\gamma}}{R \cdot T_{h1e1}} \quad (4.46)$$

$$Dm_{e2} = \frac{p \cdot DV_{e2} + \frac{V_{e2} \cdot Dp}{\gamma}}{R \cdot T_{h2e2}} \quad (4.47)$$

$$Dm_{e3} = \frac{p \cdot DV_{e3} + \frac{V_{e3} \cdot Dp}{\gamma}}{R \cdot T_{h3e3}} \quad (4.48)$$

$$Dm_{e4} = \frac{p \cdot DV_{e4} + \frac{V_{e4} \cdot Dp}{\gamma}}{R \cdot T_{h4e4}} \quad (4.49)$$

Αντικαθιστώντας και τα 14 διαφορεικά μάζας στην εξίσωση (4.29) και επιλύοντας ως προς dp προκύπτει

$$dp = \frac{-p \cdot \left(\frac{DV_c}{T_{ck}} + \frac{DV_{e1}}{T_{h1e1}} + \frac{DV_{e2}}{T_{h2e2}} + \frac{DV_{e3}}{T_{h3e3}} + \frac{DV_{e4}}{T_{h4e4}} \right)}{\frac{V_c}{T_{ck}} + \frac{V_{e1}}{T_{h1e1}} + \frac{V_{e2}}{T_{h2e2}} + \frac{V_{e3}}{T_{h3e3}} + \frac{V_{e4}}{T_{h4e4}} + \sum \frac{V_j}{T_j}} \quad (4.50)$$

Όπου

$$\sum \frac{V_j}{T_j} = \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{r1}}{T_{r1}} + \frac{V_{h1}}{T_{h1}} + \frac{V_{r2}}{T_{r2}} + \frac{V_{h2}}{T_{h2}} + \frac{V_{r3}}{T_{r3}} + \frac{V_{h3}}{T_{h3}} + \frac{V_{r4}}{T_{r4}} + \frac{V_{h4}}{T_{h4}}$$

Η εξίσωση συνέχειας είναι

$$Dm = (gA_{in} - gA_{out}) \quad (4.51)$$

Εφαρμόζοντας την (4.51) για κάθε χώρο προκύπτουν

$$g_{A_c k} = D m_c \quad (4.52)$$

$$g_{A_{kr1}} = g_{A_c k} - D m_k \quad (4.53)$$

$$g_{A_{r1h1}} = g_{A_{kr1}} - D m_{r1} \quad (4.54)$$

$$g_{A_{h1e1}} = g_{A_{r1h1}} - D m_{h1} \quad (4.55)$$

$$g_{A_{h1r2}} = g_{A_{h1e1}} - D m_{e1} \quad (4.56)$$

$$g_{A_{r2h2}} = g_{A_{h1r2}} - D m_{r2} \quad (4.57)$$

$$g_{A_{h2e2}} = g_{A_{r2h2}} - D m_{h2} \quad (4.58)$$

$$g_{A_{h2r3}} = g_{A_{h2e2}} - D m_{e2} \quad (4.59)$$

$$g_{A_{r3h3}} = g_{A_{h2r3}} - D m_{r3} \quad (4.60)$$

$$g_{A_{h3e3}} = g_{A_{r3h3}} - D m_{h3} \quad (4.61)$$

$$g_{A_{h3r4}} = g_{A_{h3e3}} - D m_{e3} \quad (4.62)$$

$$g_{A_{r4h4}} = g_{A_{h3r4}} - D m_{r4} \quad (4.63)$$

$$g_{A_{h4e4}} = g_{A_{r4h4}} - D m_{h4} \quad (4.64)$$

Η διαθέσιμη Ενέργεια του χώρου συμπίεσης και των χώρων εκτόνωσης είναι

$$DW_c = p \cdot DV_c \quad (4.65)$$

$$DW_{e1} = p \cdot DV_{e1} \quad (4.66)$$

$$DW_{e2} = p \cdot DV_{e2} \quad (4.67)$$

$$DW_{e3} = p \cdot DV_{e3} \quad (4.68)$$

$$DW_{e4} = p \cdot DV_{e4} \quad (4.69)$$

$$DW = DW_c + DW_{e1} + DW_{e2} + DW_{e3} + DW_{e4} \quad (4.70)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (4.26) , (4.27) στην (4.25) προκύπτει

$$DQ = C_p \cdot (g_{A_{out}} \cdot T_{out} - g_{A_{in}} \cdot T_{in}) + \frac{C_p \cdot p \cdot DV + C_v \cdot V \cdot Dp}{R} \quad (4.71)$$

Από την στιγμή που ο όγκος των εναλλακτών δεν μεταβάλλεται ($DV = 0$) η εξίσωση (4.71) απλοποιείται και έχουμε

$$DQ = C_p \cdot (g_{A_{out}} \cdot T_{out} - g_{A_{in}} \cdot T_{in}) + C_v \cdot V \cdot \frac{Dp}{R} \quad (4.72)$$

Εφαρμόζοντας την (4.72) σε κάθε εναλλάκτη

$$DQ_k = V_k \cdot Dp \cdot \frac{C_v}{R} - C_p \cdot (g_{A_{ck}} \cdot T_{ck} - g_{A_{kr1}} \cdot T_{kr1}) \quad (4.73)$$

$$DQ_{r1} = V_{r1} \cdot Dp \cdot \frac{C_v}{R} - C_p \cdot (g_{A_{kr1}} \cdot T_{kr1} - g_{A_{r1h1}} \cdot T_{r1h1}) \quad (4.74)$$

$$DQ_{h1} = V_{h1} \cdot Dp \cdot \frac{C_v}{R} - C_p \cdot (g_{A_{r1h1}} \cdot T_{r1h1} - g_{A_{h1e1}} \cdot T_{h1e1} - g_{A_{h1r2}} \cdot T_{h1r2}) \quad (4.75)$$

$$DQ_{r2} = V_{r2} \cdot Dp \cdot \frac{C_v}{R} - C_p \cdot (g_{A_{h1r2}} \cdot T_{h1r2} - g_{A_{r2h2}} \cdot T_{r2h2}) \quad (4.76)$$

$$DQ_{h2} = V_{h2} \cdot Dp \cdot \frac{C_v}{R} - C_p \cdot (g_{A_{r2h2}} \cdot T_{r2h2} - g_{A_{h2e2}} \cdot T_{h2e2} - g_{A_{h2r3}} \cdot T_{h2r3}) \quad (4.77)$$

$$DQ_{r3} = V_{r3} \cdot Dp \cdot \frac{C_v}{R} - C_p \cdot (g_{A_{h2r3}} \cdot T_{h2r3} - g_{A_{r3h3}} \cdot T_{r3h3}) \quad (4.78)$$

$$DQ_{h3} = V_{h3} \cdot Dp \cdot \frac{C_v}{R} - C_p \cdot (g_{A_{r3h3}} \cdot T_{r3h3} - g_{A_{h3e3}} \cdot T_{h3e3} - g_{A_{h3r4}} \cdot T_{h3r4}) \quad (4.79)$$

$$DQ_{r4} = V_{r4} \cdot Dp \cdot \frac{C_v}{R} - C_p \cdot (g_{A_{h3r4}} \cdot T_{h3r4} - g_{A_{r4h4}} \cdot T_{r4h4}) \quad (4.80)$$

Επειδή οι αναγεννητές θεωρούνται τέλει η συνολική θερμότητα που συναλλάσσεται στους αναγεννητές είναι 0. Επιπλέον δεν υπάρχει συναλλαγή θερμότητας με τα τοιχώματα για τις ενδιάμεσες βαθμίδες, συνεπώς με την ολοκλήρωση του κύκλου η θερμότητα που μεταφέρθηκε στους εναλλάκτες DQ_{h1} , DQ_{h2} , DQ_{h3} , DQ_{h4} είναι ίση με το έργο του κάθε χώρου εκτόνωσης DW_1 , DW_2 , DW_3 , DW_4 αντίστοιχα.

Μέσω της καταστατικής εξίσωσης έχουμε

$$m_c = \frac{p \cdot V_c}{R \cdot T_c} \quad (4.81)$$

$$m_{e1} = \frac{p \cdot V_{e1}}{R \cdot T_{e1}} \quad (4.82)$$

$$m_{e2} = \frac{p \cdot V_{e2}}{R \cdot T_{e2}} \quad (4.83)$$

$$m_{e3} = \frac{p \cdot V_{e3}}{R \cdot T_{e3}} \quad (4.84)$$

$$m_{e4} = \frac{p \cdot V_{e4}}{R \cdot T_{e4}} \quad (4.85)$$

Η εξίσωση (4.28) μπορεί να γραφεί και στην ακόλουθη μορφή

$$DT = T \cdot \left(\frac{Dp}{p} + \frac{DV}{V} - \frac{Dm}{m} \right) \quad (4.86)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (4.86) για κάθε χώρο που υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις

$$DT_c = T_c \cdot \left(\frac{Dp}{p} + \frac{DV_c}{V_c} - \frac{Dm_c}{m_c} \right) \quad (4.87)$$

$$DT_{e1} = T_{e1} \cdot \left(\frac{Dp}{p} + \frac{DV_{e1}}{V_{e1}} - \frac{Dm_{e1}}{m_{e1}} \right) \quad (4.88)$$

$$DT_{e2} = T_{e2} \cdot \left(\frac{Dp}{p} + \frac{DV_{e2}}{V_{e2}} - \frac{Dm_{e2}}{m_{e2}} \right) \quad (4.89)$$

$$DT_{e3} = T_{e3} \cdot \left(\frac{Dp}{p} + \frac{DV_{e3}}{V_{e3}} - \frac{Dm_{e3}}{m_{e3}} \right) \quad (4.90)$$

$$DT_{e4} = T_{e4} \cdot \left(\frac{Dp}{p} + \frac{DV_{e4}}{V_{e4}} - \frac{Dm_{e4}}{m_{e4}} \right) \quad (4.91)$$

Έτσι προκύπτουν όλες οι διαφορικές και αλγεβρικές εξισώσεις για να περιγράψουν το αδιαβατικό μοντέλο μιας τετραβάθμιας μηχανής Stirling. Για την επίλυση των εξισώσεων αυτών χρησιμοποιείται αριθμητική μέθοδος Runge Kutta 4^{ης} τάξης, η οποία εφαρμόζεται κατά την ανάπτυξη του υπολογιστικού κώδικα

5 Ημιστατική ανάλυση

Η ημιστατική ανάλυση είναι αποτέλεσμα κυρίως της έρευνας του συναδέλφου Αλέξανδρου Καριοφυλλάκη, οπότε και η ανάλυση που θα γίνει εδώ δεν θα είναι τόσο εκτενής. Μόνο η μελέτη των αναγεννητών έγινε από κοινού και γι' αυτό θα γίνει πλήρης αναφορά στην μεθοδολογία που ακολουθήθηκε.

5.1 Ανάλυση αναγεννητών

Παρουσιάζεται η αναλυτική μέθοδος που χρησιμοποιείται τόσο για τον υπολογισμό των θερμοκρασιών του εργαζόμενου μέσου και του υλικού του αναγεννητή, όσο και για τον υπολογισμό του βαθμού απόδοσης του αναγεννητή. Ο βαθμός απόδοσης είναι ένα πολύ σημαντικό μέγεθος το οποίο επηρεάζει έντονα την απόδοση της μηχανής μας όπως θα διαπιστώσουμε και αργότερα.

Η ανάλυση μας βασίζεται στην ανάλυση του Klein(2001), η οποία δεν αφορά τις μηχανές Stirling αλλά όπως έχει διαπιστωθεί από διάφορες εφαρμογές, με μικρές μετατροπές, μας δίνει εξαιρετικά αποτελέσματα και για τους αναγεννητές και των μηχανών Stirling.

Η ροή του εργαζόμενου μέσου σε έναν αναγεννητή θεωρείται ότι γίνεται προς μία κατεύθυνση και μπορούν να αγνοηθούν οι θερμοκρασιακές διαφορές κάθετα προς αυτήν την κατεύθυνση. Όπως φαίνεται και στο σχήμα (5.1) ο κενός χώρος που καταλαμβάνει το αέριο ονομάζεται πορώδες και συμβολίζεται με ψ . Το υπόλοιπο $1-\psi$ καταλαμβάνει το υλικό. Οι εξισώσεις ενέργειας για το εργαζόμενο μέσο και το υλικό είναι οι εξείς

$$\psi \cdot \rho \cdot C_p \cdot \frac{dT_g}{dt} = -G_z \cdot C_p \cdot \frac{dT_g}{dz} + \frac{K_s}{AR} \cdot (T_s - T_g) \quad (5.1)$$

$$(1 - \psi) \cdot \rho_s \cdot C_s \cdot \frac{dT_s}{dt} = K_s \cdot \frac{d^2 T}{dz^2} - \frac{K_s}{AR} \cdot (T_s - T_g) \quad (5.2)$$

Όπου K_s είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του υλικού, ρ_s και ρ_g η πυκνότητα του υλικού και του αερίου αντίστοιχα και G_z η παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας του εναλλάκτη.

Ο όρος $-G_z$ όπως φαίνεται και στο σχήμα (5.2) αφορά την ροή προς τις δύο κατευθύνσεις του εργαζόμενου μέσου. Θεωρείται ότι την μισή περίοδο ($0 < t < \Delta t$) το αέριο κινείται προς τα αριστερά, ενώ την υπόλοιπη μισή ($\Delta t < t < 2 \Delta t$) το αέριο πηγαίνει προς τα δεξιά.

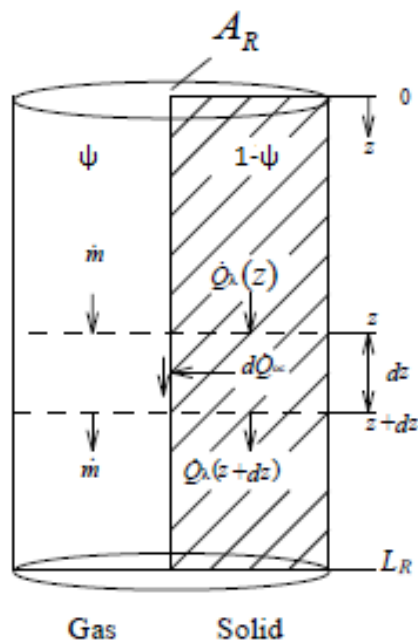
Ο βαθμός απόδοσης του αναγεννητή ορίζεται ως

$$\eta = \frac{Q_r}{Q_{r, ideal}} = \frac{T_{1in} - T_{1out}}{T_{1in} - T_{2in}} = \frac{T_{2out} - T_{2in}}{T_{1in} - T_{2in}} \quad (5.3)$$

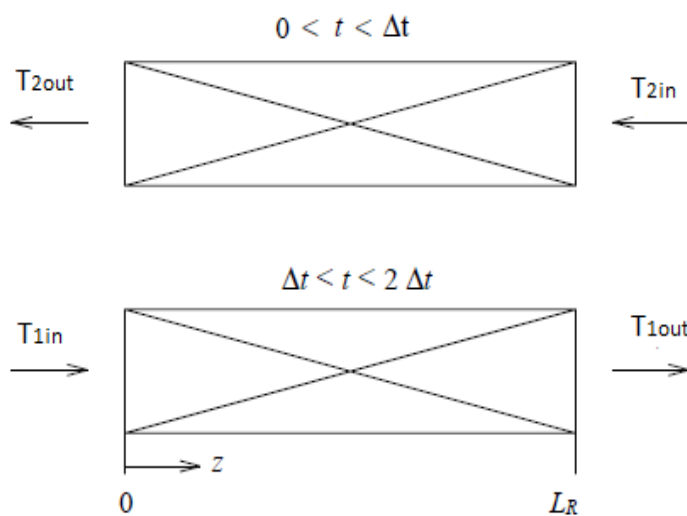
Στην συνέχεια εισάγονται οι αδιάστατες μεταβλητές χρόνου και χώρου

$$\tau = \frac{t}{2 \cdot \Delta t} \quad (5.4)$$

$$\zeta = \frac{z}{L_R} \quad (5.5)$$



Σχήμα 5.1 Μοντέλο ετερογενούς αναγεννητή δύο φάσεων. Πηγή 10



Σχήμα 5.2 Αναγεννητής με περιοδική αλλαγή της κατεύθυνσης της ροής. Πηγή 10

Οπότε και οι εξισώσεις ενέργειας γίνονται για την πρώτη μισή περίοδο ($0 < \tau < 0,5$)

$$\frac{dT_{g2}}{d\zeta} = 2 \cdot NTU \cdot (T_s - T_{g2}) \quad (5.6)$$

$$\sigma \cdot \Gamma \cdot \frac{dT_s}{d\tau} = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{d^2 T_s}{d\zeta^2} - 2 \cdot NTU \cdot (T_s - T_{g2}) \quad (5.7)$$

$$T_{g2}(\zeta = 1) = T_{2in} \quad (5.8)$$

$$\frac{dT_s}{d\zeta}(\zeta = 0) = 0 \quad (5.9)$$

$$\frac{dT_s}{d\zeta}(\zeta = 1) = 0 \quad (5.10)$$

Για την δεύτερη περίοδο ($0,5 < \tau < 1$)

$$-\frac{dT_{g1}}{d\zeta} = 2 \cdot NTU \cdot (T_s - T_{g1}) \quad (5.11)$$

$$\sigma \cdot \Gamma \cdot \frac{dT_s}{d\tau} = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{d^2 T_s}{d\zeta^2} - 2 \cdot NTU \cdot (T_s - T_{g1}) \quad (5.12)$$

$$T_{g1}(\zeta = 0) = T_{1in} \quad (5.13)$$

$$\frac{dT_s}{d\zeta}(\zeta = 0) = 0 \quad (5.14)$$

$$\frac{dT_s}{d\zeta}(\zeta = 1) = 0 \quad (5.15)$$

Το NTU ονομάζεται και αριθμός μονάδων μεταφοράς και εκφράζει κατά κάποιο τρόπο την ποιότητα της μεταφοράς ενέργειας ανάμεσα στο αέριο και το υλικό του εναλλάκτη

$$NTU = \frac{K_s \cdot L_R}{2 \cdot A_R \cdot G_Z \cdot C_p} \quad (5.16)$$

Το Pe είναι ο αριθμός Peclet που εκφράζει το ποσό ενέργειας που μεταφέρεται με συναγωγή σε σχέση με το ποσό που μεταφέρεται δια αγωγής

$$Pe = \frac{G_z \cdot C_p \cdot L_R}{K_s} \quad (5.17)$$

Επίσης

$$\sigma = \frac{C_s}{C_p} \quad (5.18) \quad \Gamma = \frac{(1 - \psi) \cdot \rho_s \cdot L_R}{2 \cdot \Delta t \cdot G_z} \quad (5.19)$$

Το γινόμενο $\sigma\Gamma$ εκφράζει τον λόγο του ρυθμού αποθήκευσης θερμότητας του υλικού του αναγεννητή σε σχέση με τον αντίστοιχο του εργαζόμενου μέσου στην διάρκεια μιας περιόδου.

Ολοκληρώνοντας τις εξισώσεις (5.7) και (5.12) στην διάρκεια ενός κύκλου έχουμε

$$\sigma \cdot \Gamma \cdot \int_0^1 \frac{dT_s}{d\tau} d\tau = \sigma \cdot \Gamma [T_s(\tau = 1) - T_s(\tau = 0)] = \frac{1}{Pe} \cdot \int_0^1 \frac{d^2 T_s}{d\zeta^2} d\zeta - 2 \cdot NTU \cdot \int_0^{0.5} (T_s - T_{g2}) d\tau - 2 \cdot NTU \cdot \int_0^{0.5} (T_s - T_{g1}) d\tau \quad (5.20)$$

Στην μόνιμη κατάσταση όμως η θερμοκρασία του υλικού στο πέρας ενός κύκλου είναι ίδια

$$T_s(\tau = 1) = T_s(\tau = 0) \quad (5.21)$$

Επομένως η (5.20) γίνεται

$$0 = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{d^2}{d\zeta^2} \int_0^1 T_s d\tau - 2 \cdot NTU \cdot \int_0^{0.5} (T_s - T_{g2}) d\tau - 2 \cdot NTU \cdot \int_0^{0.5} (T_s - T_{g1}) d\tau \quad (5.22)$$

Για την T_s θα χρησιμοποιηθεί σειρά Taylor

$$T_s(\tau) = T_s(\tau = 0) + \frac{dT_s}{d\tau}(\tau = 0) \cdot \tau + O(\tau^2) \quad (5.23)$$

Έτσι η εξίσωση ενέργειας για το υλικό του αναγεννητή γίνεται

$$\frac{dT_s}{d\tau} = \frac{1}{Pe \cdot \sigma \cdot \Gamma} \cdot \frac{d^2 T_s}{d\zeta^2} - \frac{2 \cdot NTU}{\sigma \cdot \Gamma} \cdot (T_s - T_g) \quad (5.24)$$

Για την περίπτωση που $\sigma\Gamma \rightarrow \infty$

$$\lim_{\sigma \cdot \Gamma \rightarrow \infty} \frac{dT_s}{d\tau} = 0 \quad (5.25)$$

Επομένως τόσο η θερμοκρασία του υλικού, όσο και οι θερμοκρασίες των δύο ρευμάτων παύουν να είναι συνάρτηση του χρόνου

$$T_s(\tau) = T_s(\tau = 0) \neq f(\tau) \quad (5.26)$$

$$T_{g1}(\tau) = T_{g1}(\tau = 0) \neq f(\tau) \quad (5.27)$$

$$T_{g2}(\tau) = T_{g2}(\tau = 0) \neq f(\tau) \quad (5.28)$$

Άρα η εξίσωση (5.22) γράφεται

$$0 = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{d^2 T_s}{d\zeta^2} - NTU \cdot (T_s - T_{g2}) - NTU \cdot (T_s - T_{g1}) \quad (5.29)$$

Οι εξισώσεις των θερμοκρασιών είναι

$$\frac{1}{Pe} \cdot \frac{d^2 T_s}{d\zeta^2} = NTU \cdot (T_s - T_{g2}) + NTU \cdot (T_s - T_{g1}) \quad (5.30)$$

$$\frac{dT_{g1}}{d\zeta} = 2 \cdot NTU \cdot (T_s - T_{g1}) \quad (5.31)$$

$$-\frac{dT_{g2}}{d\zeta} = 2 \cdot NTU \cdot (T_s - T_{g2}) \quad (5.32)$$

Με τις εξείς οριακές συνθήκες

$$T_{g1}(\zeta = 0) = T_{1in} \quad (5.33)$$

$$T_{g2}(\zeta = 1) = T_{2in} \quad (5.34)$$

$$\frac{dT_s}{d\zeta}(\zeta = 0) = 0 \quad (5.35)$$

$$\frac{dT_s}{d\zeta}(\zeta = 1) = 0 \quad (5.36)$$

Οι αναλυτικές εξισώσεις των θερμοκρασιών με την θεώρηση $\sigma\Gamma \rightarrow \infty$ θα ονομαστούν μηδενικής τάξης και θα συμβολίζονται με ένα μηδενικό(0) για δείκτη.

$$T_{s(\zeta)}^0 = \frac{(T_{1in} + T_{2in}) \cdot \left(\frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1} \cdot k_2 + 1 + \frac{Pe}{2 \cdot NTU} \right) + T_{1in} \cdot Pe}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} + \frac{(T_{2in} - T_{1in}) \cdot \left[Pe \cdot \zeta + \frac{Pe}{2 \cdot NTU} \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} - e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} \right]}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} \quad (5.40)$$

$$T_{gl(\zeta)}^0 = \frac{(T_{1in} + T_{2in}) \cdot \left(\frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1} \cdot k_2 + 1 \right) + Pe \cdot \left(T_{1in} + \frac{T_{1in}}{NTU} \right)}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} + \frac{(T_{2in} - T_{1in}) \cdot \left[Pe \cdot \zeta + \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} + e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} - k_2 \cdot \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} - e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} \right]}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} \quad (5.41)$$

$$T_{g2(\zeta)}^0 = \frac{(T_{1in} + T_{2in}) \cdot \left(\frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1} \cdot k_2 + 1 \right) + Pe \cdot \left(T_{1in} + \frac{T_{2in}}{NTU} \right)}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} + \frac{(T_{2in} - T_{1in}) \cdot \left[Pe \cdot \zeta + \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} + e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} - k_2 \cdot \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} - e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} \right]}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} \quad (5.42)$$

Όπου

$$k_1 = \sqrt{2 \cdot NTU} \cdot \sqrt{2 \cdot NTU + Pe} \quad (5.43)$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{2 \cdot NTU}}{\sqrt{2 \cdot NTU + Pe}} \quad (5.44)$$

Η απόδοση του αναγεννητή για τις λύσεις μηδενικής τάξης είναι

$$\eta^0 = \frac{Pe + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} \quad (5.45)$$

Έτσι προκύπτει μια πρώτη εκτίμηση για την λειτουργία του αναγεννητή, αλλά με την υπόθεση ότι το γινόμενο $\sigma\Gamma$ τείνει στο άπειρο. Μια πιο γενική και ακριβής λύση για τα χαρακτηριστικά του αναγεννητή θα δοθεί παρακάτω και θα ονομαστεί λύση πρώτης τάξης.

Οι εξισώσεις (5.7) και (5.12) για την ενέργεια του υλικού μπορούν να γραφούν ως

$$\frac{dT_s}{d\tau} = \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \frac{d^2 T_s}{d\zeta^2} - 2 \cdot NTU \cdot \mu_2 \cdot (T_s - T_g) \quad (5.46)$$

Όπου

$$\mu_1 = \frac{1}{Pe} \quad \mu_2 = \frac{1}{\sigma \cdot \Gamma}$$

Οι λύσεις μηδενικής τάξης προέκυψαν για $\mu_2 = 0$, για να βρεθούν οι λύσεις πρώτης τάξης πρέπει να δημιουργηθεί η σειρά Taylor του T_s με τον επιπλέον όρο μ_2 .

$$T_s^1 = T_s^0 + \frac{dT_s}{d\mu_2}(\mu_1 = 0, \mu_2 = 0) \cdot \mu_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 T_s}{(d\mu_2)^2}(\mu_1 = 0, \mu_2 = 0) \cdot (\mu_2)^2 \quad (5.47)$$

Θεωρώντας

$$\lambda = \frac{dT_s}{d\mu_2}(\mu_1 = 0, \mu_2 = 0) + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 T_s}{(d\mu_2)^2}(\mu_1 = 0, \mu_2 = 0) \cdot \mu_2 \quad (5.48)$$

$$T_s^1 = T_s^0 + \mu_2 \cdot \lambda \quad (5.49)$$

Εφόσον η T_s^0 είναι λύση ανεξάρτητη από τον χρόνο, εάν παραγωγίσουμε ως προς τον χρόνο την (5.49) έχουμε

$$\frac{dT_s^1}{d\tau} = \mu_2 \cdot \frac{d\lambda}{d\tau} \quad (5.50)$$

Η εξίσωση ενέργειας (5.46) για $\mu_1 = 0$ γράφεται

$$\frac{dT_s}{d\tau} = -2 \cdot NTU \cdot \mu_2 \cdot (T_s - T_g) = -2 \cdot NTU \cdot \mu_2 \cdot [T_s^0(\mu_1 = 0) - T_g^0(\mu_1 = 0)] \quad (5.51)$$

Από τις εξισώσεις (5.50) και (5.51) προκύπτει

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = -2 \cdot NTU \cdot [T_s^0(\mu_1 = 0) - T_g^0(\mu_1 = 0)] \quad (5.52)$$

Επιλύουμε την διαφορική εξίσωση (5.52) πρώτα για $0 < \tau < 0,5$

$$\lambda = -2 \cdot NTU \cdot [T_s^0(\mu_1 = 0) - T_g^0(\mu_1 = 0)] \cdot \tau + C_1 \quad (5.53)$$

Υστερα για $0,5 < \tau < 1$

$$\lambda = -2 \cdot \text{NTU} \cdot [T_s^0(\mu_1 = 0) - T_g^0(\mu_1 = 0)] \cdot \tau + C_2 \quad (5.54)$$

Για $\mu_1 = 0$ οι εξισώσεις (5.40) έως (5.42) γίνονται

$$T_s^0(\mu_1 = 0) = \frac{\text{NTU}}{\text{NTU} + 1} \cdot \left[\frac{T_{1in} + T_{2in}}{2 \cdot \text{NTU}} + T_{1in} \cdot (1 - \zeta) + T_{2in} \cdot \zeta \right] \quad (5.55)$$

$$T_{g1}^0(\mu_1 = 0) = T_{1in} - \frac{\text{NTU}}{\text{NTU} + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \zeta \quad (5.56)$$

$$T_{g2}^0(\mu_1 = 0) = T_{2in} + \frac{\text{NTU}}{\text{NTU} + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot (\zeta - 1) \quad (5.57)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (5.53) έως (5.57) στην εξίσωση (5.49) τελικά προκύπτουν

Για $0 < \tau < 0,5$

$$T_s^1 = T_s^0 - \frac{\text{NTU}}{\text{NTU} + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \frac{\tau - 0,25}{\sigma \cdot \Gamma} \quad (5.58)$$

Για $0,5 < \tau < 1$

$$T_s^1 = T_s^0 - \frac{\text{NTU}}{\text{NTU} + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \frac{0,75 - \tau}{\sigma \cdot \Gamma} \quad (5.59)$$

Για να βρεθούν οι σταθερές C_1 και C_2 υποθέσαμε ότι στα μέσα κάθε περιόδου ($\tau = 0,25$ και $\tau = 0,75$) ήταν ίσες με αυτές της μηδενικής τάξης.

Παρομοίως για την θερμοκρασία του εργαζόμενου μέσου έχουμε

Για $0 < \tau < 0,5$

$$T_g^1 = T_g^0 - \frac{\text{NTU}}{\text{NTU} + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \frac{\tau - 0,25}{\sigma \cdot \Gamma} \quad (5.60)$$

Για $0,5 < \tau < 1$

$$T_g^1 = T_g^0 - \frac{\text{NTU}}{\text{NTU} + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \frac{0,75 - \tau}{\sigma \cdot \Gamma} \quad (5.61)$$

Για να υπολογιστεί ο βαθμός απόδοσης του αναγεννητή θα χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις (5.3) και μία εκ των (5.60) και (5.61). Τυχαία επιλέγεται η πρώτη μισή περίοδος, όπου η κρύα ροή εισέρχεται από την θέση $\zeta = 1$

$$T^1_{g2}(\zeta = 0) = T^0_{g2}(\zeta = 0) - \frac{NTU}{NTU + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \frac{\tau - 0.25}{\sigma \cdot \Gamma} \quad (5.62)$$

Έστω ότι υπάρχει κάποια στιγμή τ_s που η θερμοκρασία στην έξοδο της ροής 2 γίνεται ίση με την είσοδο της ροής 1

$$T^1_{g2}(\zeta = 0) = T_{1in} \quad (5.63)$$

Τότε από την εξίσωση (5.62) έχουμε

$$T^0_{g2}(\zeta = 0) = \frac{NTU}{NTU + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \frac{\tau_s - 0.25}{\sigma \cdot \Gamma} \quad (5.64)$$

Επιλύοντας ως προς τ_s

$$\tau_s = \max \left[0, 0.25 - \frac{T_{1in} - T^0_{g2}(\zeta = 0)}{T_{1in} - T_{2in}} \cdot \frac{NTU + 1}{NTU} \cdot \sigma \cdot \Gamma \right] \quad (5.65)$$

Επομένως η θερμοκρασία στην έξοδο είναι

Για $\tau < \tau_s$

$$T^1_{g2}(\zeta = 0) = T_{1in} \quad (5.66)$$

Για $\tau > \tau_s$

$$T^1_{g2}(\zeta = 0) = T^0_{g2}(\zeta = 0) - \frac{NTU}{NTU + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \frac{\tau - 0.25}{\sigma \cdot \Gamma} \quad (5.67)$$

Έτσι διαμορφώνεται το προφίλ της θερμοκρασίας της ροής 2 στην έξοδο της. Πριν από την κρίσιμη χρονική στιγμή τ_s η θερμοκρασία έχει μόνιμα στην έξοδο την τιμή T_{1in} , που είναι και η υψηλή θερμοκρασία εισόδου της ροής 1, και ύστερα κυμαίνεται σύμφωνα με την εξίσωση (5.67).

Η μέση θερμοκρασία εξόδου από τη ροή 2 είναι

$$T^1_{g2, \mu}(\zeta = 0) = \frac{1}{0.5} \cdot \int_0^{0.5} T^1_{g2}(\zeta = 0) d\tau = \int_0^{\tau_s} T_{1in} d\tau + \int_{\tau_s}^{0.5} \left[T^0_{g2}(\zeta = 0) - \frac{NTU}{NTU + 1} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \cdot \frac{\tau - 0.25}{\sigma \cdot \Gamma} \right] d\tau \quad (5.68)$$

Επιλύοντας το ολοκλήρωμα προκύπτει η μέση θερμοκρασία

$$T_{g2,\mu}^1(\zeta = 0) = T_{g2}^0(\zeta = 0) + \tau_s \left[2 \cdot T_{1in} - 2 \cdot T_{g2}^0(\zeta = 0) + \frac{NTU}{NTU + 1} \cdot \frac{\tau_s - 0.25}{\sigma \cdot \Gamma} \cdot (T_{1in} - T_{2in}) \right] \quad (5.69)$$

Εφαρμόζοντας την (5.69) στην εξίσωση (5.3) προκύπτει ο βαθμός απόδοσης του αναγεννητή για τις λύσεις πρώτης τάξης

$$\eta^1 = \eta^0 - \tau_s \cdot \left(\frac{NTU}{NTU + 1} \cdot \frac{0.5 - \tau_s}{\sigma \cdot \Gamma} - 2 \frac{T_{1in} - T_{g2}^0(\zeta = 0)}{T_{1in} - T_{2in}} \right) \quad (5.70)$$

Ο βαθμός απόδοσης του αναγεννητή είναι και αυτός που καθορίζει τις απώλειες του σε θερμότητα η οποία ρέει προς τους εναλλάκτες και δυσχεραίνει την απόδοση της μηχανής.

Εάν ονομάσουμε $Q_{r,ideal}$ την ενέργεια που μεταφέρεται σε έναν αδιαβατικό κύκλο στον αναγεννητή, τότε οι απώλειες που προκύπτουν λόγω των αναγεννητών είναι

$$Q_{r,loss} = Q_{r,ideal} \cdot (1 - \eta) \quad (5.71)$$

Στον ψύκτη (heat rejector) το εργαζόμενο μέσο καταλήγει με μικρότερη θερμοκρασία από αυτήν που έχει με αποτέλεσμα να μην μπορεί να αποβάλλει το ίδιο ποσό θερμότητας στο περιβάλλον

Εάν $Q_{k,ideal}$ το ποσό που αποβάλλει σε ένα αδιαβατικό κύκλο, τότε λόγω του αναγεννητή 1

$$Q_k = Q_{k,ideal} - [-Q_{r1,ideal} \cdot (1 - \eta_1)] = Q_{k,ideal} + Q_{r1,ideal} \cdot (1 - \eta_1) \quad (5.72)$$

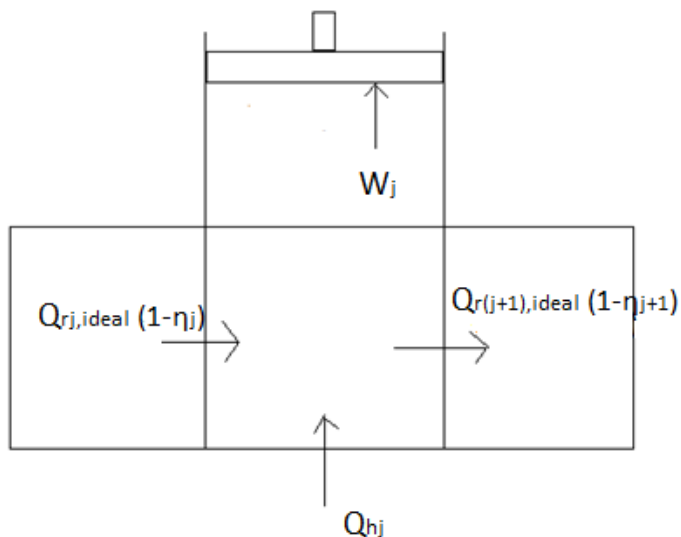
Για τον καταψύκτη (freezer) μιας ενδιάμεσης βαθμίδας όπως φαίνεται και από το σχήμα (5.3) ο αναγεννητής από αριστερά προσδίδει ρευστό σε μεγαλύτερη θερμοκρασία, οπότε δεν του επιτρέπει να απορροφήσει μεγάλο ποσό θερμότητας από τα τοιχώματα. Αντίθετα ο αναγεννητής από δεξιά βοηθά τον καταψύκτη να παράξει περισσότερη ψυκτική ισχύ.

$$Q_{hj} = Q_{hj,ideal} - Q_{rj,ideal} \cdot (1 - \eta_j) + Q_{r(j+1),ideal} \cdot (1 - \eta_{j+1}) \quad (5.73)$$

Τέλος για μία τετραβάθμια μηχανή ο τελευταίος καταψύκτης έχει μόνο από αριστερά αναγεννητή οπότε

$$Q_{h4} = Q_{h4,ideal} - Q_{r4,ideal} \cdot (1 - \eta_4) \quad (5.74)$$

Με μια πρώτη ματιά φαίνεται πόσο σημαντική επίδραση έχει ο βαθμός απόδοσης κάθε αναγεννητή στην λειτουργία της μηχανής μας, καθώς το ζητούμενο αποτέλεσμα που είναι η ψυκτική ισχύς σε κάθε θερμοκρασιακό επίπεδο εξαρτάται άμεσα από τον βαθμό απόδοσης του εκάστοτε αναγεννητή.



Σχήμα 5.3 Όγκος ελέγχου ενδιάμεσης βαθμίδα ενός πολυβάθμιου κρουψύκτη Stirling

5.2 Εναλλάκτες θερμότητας

Οι εναλλάκτες θερμότητας δεν είναι ιδανικοί και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να υπάρχει θερμοκρασιακή διαφορά ανάμεσα στο αέριο που κυκλοφορεί σε έναν καταψύκτη (freezer) και στα τοιχώματα αυτού του καταψύκτη. Το ίδιο ισχύει και για τον ψύκτη της μηχανής.

Εάν θεωρηθούν σταθερές οι θερμοκρασίες όλων των τοιχωμάτων των εναλλακτών, τότε αυτό που μεταβάλλεται είναι η θερμοκρασία του εργαζόμενου μέσου μέσα σε αυτούς.

Οι εξισώσεις μεταφοράς θερμότητας μέσω συναγωγής στους εναλλάκτες είναι οι εξείς

$$Q_k = h_k \cdot A_{wgk} \cdot (T_{wk} - T_k) \quad (5.75)$$

$$Q_{hj} = h_{hj} \cdot A_{wghj} \cdot (T_{whj} - T_{hj}) \quad (5.76)$$

Εφόσον θεωρούνται σταθερές οι θερμοκρασίες στα τοιχώματα η θερμοκρασία του εργαζόμενου μέσου προκύπτει από τις παρακάτω εξισώσεις

$$T_k = T_{wk} - \frac{Q_k}{h_k \cdot A_{wgk}} \quad (5.77)$$

$$T_{hj} = T_{whj} - \frac{Q_{hj}}{h_{hj} \cdot A_{wghj}} \quad (5.78)$$

Όπου A_{wgk} και A_{wghj} είναι οι επιφάνειες συναλλαγής θερμότητας στους εναλλάκτες

5.3 Figure of merit

Όπως αποδείχθηκε στο κεφάλαιο 5.2 και σύμφωνα με το σχήμα (5.3) για οποιαδήποτε ενδιάμεση βαθμίδα η εξίσωση ενέργειας γράφεται

$$W_{ej} = Q_{hj, ideal} + Q_{rj, ideal}(1 - \eta_j) - Q_{r(j+1), ideal}(1 - \eta_{j+1}) \quad (5.79)$$

Ως figure of merit ορίζεται ο όρος

$$FOM_j = \frac{W_{ej}}{[Q_{rj, ideal}(1 - \eta_j) - Q_{r(j+1), ideal}(1 - \eta_{j+1})]} \quad (5.80)$$

Αποτελεί στην ουσία έναν δείκτη για το εάν η βαθμίδα έχει την δυνατότητα να λειτουργήσει στην θερμοκρασία που της έχει ζητηθεί

Αυτό που είναι ζητούμενο από κάθε βαθμίδα είναι $FOM > 1$ ώστε η ενέργεια που παράγεται από την εκτόνωση να καλύψει τις απώλειες του αναγεννητή. Είναι μια αναγκαία συνθήκη που θα ελέγχεται κάθε φορά για να διαπιστωθεί εάν έγινε σωστή επιλογή θερμοκρασίας και χαρακτηριστικών της μηχανής μας.

5.4 Πτώση πίεσης

Το ρευστό κινείται μέσα στην μηχανή αναπτύσσοντας τριβή με τα τοιχώματα των διάφορων χώρων. Αυτό έχει ως συνέπεια να επέρχεται πτώση της πίεσης του. Για να καταφέρει να διατηρηθεί στο επιθυμητό επίπεδο η πίεση, αυτές τις απώλειες τις πληρώνουμε σαν μηχανικό έργο από τον κινητήρα, καθώς αυξάνεται η καταναλισκόμενη ενέργεια που σπαταλούν τα πιστόνια που εκτελούν την συμπίεση και τις εκτονώσεις.

Η πτώση πίεσης κάθε χώρου δίνεται από τον τύπο

$$\Delta p = \frac{2 \cdot Fr \cdot g \cdot \mu \cdot L \cdot V}{m \cdot d^2} \quad (5.81)$$

Όπου

Fr , ο συντελεστής τριβής

g , η παροχή μάζας

μ , η δυναμική συνεκτικότητα

d , η υδραυλική διάμετρος

Εάν Δp_1 , Δp_2 , Δp_3 , και Δp_4 οι πτώσεις πίεσης στους χώρους της πρώτης, δεύτερης, τρίτης και τέταρτης βαθμίδας αντίστοιχα.

$$W_c = \int_0^{2\pi} p dV_c \quad (5.82)$$

$$W_{e1} = \int_0^{2\pi} (p + \Delta p_1) dV_{e1} = \int_0^{2\pi} p dV_{e1} + \int_0^{2\pi} \Delta p_1 dV_{e1} = W_{e1,ideal} + \Delta W_{e1} \quad (5.83)$$

$$W_{e2} = \int_0^{2\pi} \left(p + \sum_{i=1}^2 \Delta p_i \right) dV_{e2} = \int_0^{2\pi} p dV_{e2} + \int_0^{2\pi} \left(\sum_{i=1}^2 \Delta p_i \right) dV_{e2} = W_{e2,ideal} + \Delta W_{e2} \quad (5.84)$$

$$W_{e3} = \int_0^{2\pi} \left(p + \sum_{i=1}^3 \Delta p_i \right) dV_{e3} = \int_0^{2\pi} p dV_{e3} + \int_0^{2\pi} \left(\sum_{i=1}^3 \Delta p_i \right) dV_{e3} = W_{e3,ideal} + \Delta W_{e3} \quad (5.85)$$

$$W_{e4} = \int_0^{2\pi} \left(p + \sum_{i=1}^4 \Delta p_i \right) dV_{e4} = \int_0^{2\pi} p dV_{e4} + \int_0^{2\pi} \left(\sum_{i=1}^4 \Delta p_i \right) dV_{e4} = W_{e4,ideal} + \Delta W_{e4} \quad (5.86)$$

Όπου $W_{ej,ideal}$ το έργο κάθε πιστονιού εκτόνωσης κατά την αδιαβατική μεταβολή

Όπως φαίνεται από τις εξισώσεις (5.82) έως (5.86) η πτώση πίεσης λειτουργεί αθροιστικά για τις επόμενες βαθμίδες. Για παράδειγμα η βαθμίδα 4 εκτός από την πτώση πίεσης στους χώρους έχει να υπερνικήσει και την πτώση πίεσης στους χώρους των βαθμίδων 1,2 και 3. Το συνολικό καταναλισκόμενο έργο είναι

$$W = W_c + W_{e1} + W_{e2} + W_{e3} + W_{e4} = W_{ideal} + \Delta W_{e1} + \Delta W_{e2} + \Delta W_{e3} + \Delta W_{e4} \quad (5.87)$$

6 Υπολογιστικός κώδικας

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει μια σύντομη περιγραφή του υπολογιστικού κώδικα. Η αναφορά που γίνεται αφορά την ισοθερμοκρασιακή, αδιαβατική και ημιστατική ανάλυση της μηχανής, αν και η μελέτη της εργασίας αυτής αφορούσε μόνο τα δύο πρώτα κομμάτια και την ανάλυση των αναγεννητών. Παρ'όλα αυτά η ημιστατική είναι πιο ευρεία μελέτη που βασίζεται στην αδιαβατική ανάλυση και προφανώς δίνει αποτελέσματα που προσεγγίζουν καλύτερα την πραγματική λειτουργία της μηχανής

6.1 Χαρακτηριστικά μηχανής

Ταχύτητα περιστροφής = 640 rpm

Μέση πίεση λειτουργίας = 0.62 MPa = 6.2 bar

Διαφορά φάσης = 60°

Εργαζόμενο μέσο Ήλιο

Για τους χώρους συμπίεσης και εκτόνωσης

	Χώρος συμπίεσης	Χώρος εκτόνωσης 1	Χώρος εκτόνωσης 2	Χώρος εκτόνωσης 3
Διάμετρος (mm)	63.5	39.9	20.0	15.1
Διαδρομή (mm)	32	12	12	12

Πίνακας 6.1 Χαρακτηριστικά μεγέθη χώρων συμπίεσης και εκτόνωσης

Για τους αναγεννητές

	Βαθμίδα 1	Βαθμίδα 2	Βαθμίδα 3
Τύπος	Σωλήνα	Σωλήνα	Σωλήνα
Εξωτερική διάμετρος-Dout (mm)	39.4	20.0	15.1
Εσωτερική διάμετρος-Din (mm)	35.2	16.0	13.1
Μήκος-Lr (mm)	39.4	29.4	24.5
Πορώδες ψ	0.6	0.6	0.6
Διάμετρος σύρματος-Dwire (mm)	0.005	0.005	0.004
Υλικό συρματος	Χαλκός	Χαλκός	Μόλυβδος
Αριθμός σωλήνων-Nr	1	1	1

Πίνακας 6.2 Χαρακτηριστικά μεγέθη αναγεννητών

Για τους εναλλάκτες θερμότητας

	Cooler	Freezer 1	Freezer 2	Freezer 3
Τύπος	Θυρίδα	Σωλήνα	Σωλήνα	Κύλινδρος
Μήκος-Lk ή Lh (mm)	15	10	10	6.5
Αριθμός θυρίδων-Ns	60	-	-	-
Πλάτος-πλ(mm)	13.6	-	-	-
Βάθος (mm)	1	-	-	-
Αριθμός σωλήνων-Nt	-	250	90	-
Εσωτερική διάμετρος-Din (mm)	-	1	1	-
Εξωτερική διάμετρος-Dout (mm)	-	-	-	15.1
Εσωτερική διάμετρος-Din (mm)	-	-	-	13.1
Θερμοκρασία-Tk ή Th (K)	300	120	60	20

Πίνακας 6.3 Χαρακτηριστικά εναλλακτών ενέργειας

Αφού γίνει εισαγωγή των βασικών χαρακτηριστικών της μηχανής στο υποπρόγραμμα 'Read Data' υπολογίζονται ορισμένα βασικά γεωμετρικά μεγέθη. Αυτά είναι οι όγκοι των εναλλακτών ,των αναγεννητών και των χώρων συμπίεσης και εκτόνωσης. Επιπλέον για τους αναγεννητές και τους εναλλάκτες υπολογίζονται οι επιφάνειες ελευθερης ροής, οι βρεχούμενες επιφάνειες και η υδραυλική διάμετρος. Για τους αναγεννητές ιδιαίτερα χρήσιμα αποτελεί και η βρεχούμενη επιφάνεια των τοιχωμάτων, οπότε και λαμβάνεται υπόψιν.

6.2 Ανάλυση κατά Schmidt

Αυτή η ανάλυση έγινε από τον Γερμανό μηχανικό Gustav Schmid (1871) και αποτελεί επί της ουσίας την αναλυτική λύση των διαφορικών εξισώσεων της ισοθερμοκρασιακής ανάλυσης μιας πολυβάθμιας μηχανής Stirling

Στο υποπρόγραμμα 'Schmid Analysis' εισάγονται ως δεδομένα η μέση πίεση λειτουργίας , οι θερμοκρασίες των εναλλακτών και των αναγεννητών καθώς και όλοι οι όγκοι των χώρων της μηχανής και προκύπτει η συνολική μάζα του εργαζόμενου μέσου, η παραγώμενη ψυκτική ισχύς κάθε βαθμίδας και η καταναλισκόμενη ισχύς από την μηχανή.

Στην συνέχεια διαιρώντας την ψυκτική ισχύ με την καταναλισκόμενη ενέργεια προκύπτει ο συντελεστής θερμικής συμπεριφοράς (COP) κάθε βαθμίδας για την ισοθερμοκρασιακή ανάλυση.

Αν και τα αποτελέσματα της δεν είναι τόσο ακριβή, είναι ιδιαίτερα χρήσιμη αυτή η ανάλυση καθώς γνωρίζοντας την μέση πίεση λειτουργίας μπορεί να υπολογιστεί η συνολική μάζα του εργαζόμενου μέσου. Η συνολική μάζα θα χρησιμοποιηθεί για την αδιαβατική ανάλυση.

6.3 Υλοποίηση αδιαβατικής ανάλυσης

Για να πραγματοποιηθεί η αδιαβατική ανάλυση της μηχανής, με τα χαρακτηριστικά του κεφαλαίου 6.1, γίνεται χρήση αρκετών υποπρογραμμάτων.

Ας αρχίσουμε πρώτα από το κύριο πρόγραμμα 'Adiab'. Πρώτα γίνεται αρχικοποίηση των θερμοκρασιών στις διεπιφάνειες και ξεκινά η επαναληπτική διαδικασία, που διαθέτει κάποιο κριτήριο σύγκλισης. Στην αρχή μηδενίζονται τα έργα και οι ισχύες, ώστε να μην αθροίζονται μετά το πέρας ενός κύκλου. Η γωνία στροφάλου πέρνει την τιμή 0 και το πρώτο υποπρόγραμμα που καλείτε είναι το 'RK4'.

Το υποπρόγραμμα 'RK4' υλοποιεί την αριθμητική μέθοδο Runge Kutta 4^{ης} τάξης. Δηλαδή βρίσκει τις ζητούμενες τιμές σε τέσσερα διαφορετικά σημεία και στην συνέχεια χρησιμοποιώντας κατάλληλους συντελεστές βαρύτητας βρίσκει μια αρκετά ακριβή λύση. Σε αυτήν την περίπτωση αυτό θα γίνει για ένα πλήθος θερμοδυναμικών μεγεθών. Αρχικά το 'RK4' έχει στην διάθεση του τις πρώτες τιμές για την γωνία θ και τα άλλα θερμοδυναμικά μεγέθη, όπως έχουν αρχικοποιηθεί, και καλεί το υποπρόγραμμα 'Dadiab'.

Το υποπρόγραμμα 'Dadiab' λύνει τις διαφορικές εξισώσεις όπως περιγράψαμε στο κεφάλαιο 4.3. Στην αρχή καλεί το υποπρόγραμμα 'Volumes', ώστε να βρεθούν οι όγκοι των χώρων συμπίεσης και εκτόνωσης καθώς και τα διαφορικά τους. Στην συνέχεια υπολογίζει διαδοχικά την πίεση και το διαφορικό της, όλες τις επιμέρους μάζες και τα διαφορικά τους, τις ροές μάζας, τις θερμοκρασίες στις διεπιφάνειες και τέλος τα διαφορικά των θερμοκρασιών και όλων των ενεργειών και τα επιστρέφει πίσω στο 'RK4'.

Το 'RK4' έχοντας πλέον τα διαφορικά υπολογίζει τις τιμές των ενεργειών και των θερμοκρασιών και αλλάζοντας την γωνία θ επιστρέφει αυτές τις τιμές στο 'Dadiab' ώστε να επαναυπολογιστούν ακόμα τρεις φορές με τον ίδιο τρόπο. Όταν πλέον έχει και τις τέσσερις τιμές των χαρακτηριστικών εκτελεί την προσέγγιση με τους συντελεστές βαρύτητας και επιστρέφει την τελική τιμή πίσω στο 'Adiab'.

Στο 'Adiab' πλέον έχει επιστραφεί ένας πίνακας με όλα τα θερμοδυναμικά χαρακτηριστικά και τα διαφορικά τους υπολογισμένα σε μία γωνία θ . Έπειτα η γωνία αυτή θ αυξάνεται κατά ένα ποσό $\Delta\theta$ που καθορίζεται από τον χρήστη και επαναλαμβάνεται η προηγούμενη διαδικασία για να προκύψει ο νέος πίνακας.

Όταν ολοκληρωθεί ένας κύκλος της μηχανής, δηλαδή η γωνία γίνει $\theta=360^\circ$ υπάρχει το κριτήριο σύγκλισης όπου ελέγχεται εάν οι θερμοκρασίες του προηγούμενου κύκλου έχουν συγκλίνει, στον επιθυμητό βαθμό, με τις θερμοκρασίες του καινούριου. Εάν δεν υπάρχει σύγκλιση η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να υπάρξει ή να ξεπεραστεί ένας συγκεκριμένος αριθμός κύκλων.

Εάν υπάρξει σύγκλιση η διαδικασία τρέχει ακόμα μία φορά ώστε να αποθηκευθούν στον πίνακα VAR όλες οι θερμοδυναμικές μεταβλητές στην διάρκεια ενός κύκλου.

Το βήμα της γωνίας $\Delta\theta$ επιλέγεται από τον χρήστη και εξαρτάται από το πόσο αναλυτικά επιθυμεί να είναι τα αποτελέσματα στην διάρκεια ενός κύκλου. Σε σύγχρονους υπολογιστές, οι οποίοι έχουν υψηλή επεξεργαστική ικανότητα, το βήμα αυτό επιλέγεται να είναι 1 μοίρα (1°) ώστε τα θερμοδυναμικά χαρακτηριστικά να προκύπτουν για κάθε γωνία στροφάλου.

Η σύγκλιση του προγράμματος 'Adiab' γίνεται συνήθως σε έξι με επτά κύκλους λειτουργίας, εκτός των περιπτώσεων που η σύγκλιση είναι αδύνατη λόγω των χαρακτηριστικών της δοθείσας μηχανής.

6.4 Υλοποίηση ημιστατικής ανάλυσης

Η ημιστατική ανάλυση βασίζεται στην αδιαβατική, καθώς αποτελεί ένα πιο εξελιγμένο μοντέλο για την μελέτη των κρουψυκτών.

Κύριο πρόγραμμα σε αυτήν την περίπτωση είναι το 'Simple'. Πρώτα αρχικοποιούμε τις τιμές στα τοιχώματα του ψύκτη(cooler) και των καταψυκτών(freezers) οι οποίες και δεν μεταβάλλονται. Ύστερα εκτελείται το υποπρόγραμμα πλέον 'Adiab' για να δωθούν οι λύσεις του αδιαβατικού μοντέλου και στην συνέχεια με τα δεδομένα που προέκυψαν καλείται το 'REGSIM'.

Το υποπρόγραμμα 'REGSIM' θα εκτελέσει την ανάλυση των αναγεννητών. Αρχικά καλεί τα υποπρογράμματα 'Ks' και 'Cs' για τον υπολογισμό της συναγωγής και της ογκομετρικής θερμοχωρητικότητας. Στη συνέχεια καλεί τα 'Reynolds' και 'Stanton' που υπολογίζουν τους αριθμούς Reynolds και Stanton, ώστε μέσω των εξισώσεων που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 5.1 να βρεθεί ο βαθμός απόδοσης κάθε αναγεννητή και τα προφίλ των θερμοκρασιών του. Έτσι προκύπτουν οι απώλειες των αναγεννητών και επιστρέφονται στο πρόγραμμα 'Simple'.

Το 'Simple' έχοντας πλέον και τα στοιχεία από το 'Adiab' και το 'REGSIM' καλεί τα υποπρογράμματα 'KOLSIM' και 'HOTSIM' τα οποία βασίζονται στην θεωρία του κεφαλαίου 5.2. Έτσι υπολογίζονται, με την θεώρηση ότι οι θερμοκρασίες στα τοιχώματα των εναλλακτών είναι σταθερές, οι νέες θερμοκρασίες των εναλλακτών θερμότητας.

Οι νέες θερμοκρασίες συγκρίνονται με τις προηγούμενες που είχαν αποθηκευθεί μέσω ενός κριτηρίου σύγκλισης. Εάν δεν υπάρξει σύγκλιση ξαναρχίζει η ίδια διαδικασία με νέες μεταβλητές εισόδου τις καινούριες θερμοκρασίες μέχρις ότου να υπάρξει σύγκλιση ή να ξεπεραστεί ορισμένος αριθμός κύκλων.

Εάν υπάρξει σύγκλιση έχουν προκύψει οι τελικές θερμοκρασίες των εναλλακτών. Με βάση αυτές υπολογίζονται μια τελική φορά τα χαρακτηριστικά των αναγεννητών. Ύστερα υπολογίζονται οι απώλειες λόγω αγωγής και τέλος καλούνται τα υποπρογράμματα 'Fom' και 'WORKSIM'.

Το 'Fom' υπολογίζει το figure of merit των ενδιάμεσων βαθμίδων ώστε να διαπιστωθεί εάν είναι εφικτή η επίτευξη των θερμοκρασιών που προτείνονται.

Το 'WORKSIM' καλεί με την σειρά του τα αντίστοιχα υποπρογράμματα για κάθε χώρο της μηχανής για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής. Από τους διάφορους συντελεστές τριβής όπως μελετήσαμε στο κεφάλαιο 5.4 προκύπτουν οι πτώσεις πίεσης για κάθε βαθμίδα και το επιπλέον έργο που πρέπει να καταναλωθεί ώστε να διατηρηθεί η πίεση της μηχανής σταθερή σε όλους τους χώρους της μια δεδομένη χρονική στιγμή.

Όλα τα αποτελέσματα επιστρέφουν στο κυριο πρόγραμμα 'Simple' που έχει εκτελέσει πλήρη ημιστατική ανάλυση.

Να τονιστεί ότι η υπολογιστική διαδικασία εντός του 'Simple' για τον υπολογισμό των θερμοκρασιών των εναλλακτών συγκλίνει συνήθως σε τρεις με τέσσερις κύκλους.

Τέλος για την ανάγκη της παραμετρικής μελέτης δημιουργήθηκε ένα επιπλέον πρόγραμμα 'main' το οποίο ουσιαστικά μεταβάλλει τα βασικά χαρακτηριστικά της μηχανής και τα εισάγει σαν παραμέτρους στο 'Simple'. Έτσι επιτυγχάνεται η ημιστατική μελέτη παραμετρικά ως προς τα κυριότερα μεγέθη του κρουψύκτη.

7 Παράθεση αποτελεσμάτων

Για αρχή διευκρινίζεται ότι όπου αναγράφεται COP γίνεται αναφορά στον συντελεστή συμπεριφοράς της τρίτης βαθμίδας η οποία παράγει ψυκτική ισχύ στην χαμηλή θερμοκρασία.

Για την μηχανή με τα χαρακτηριστικά του κεφαλαίου 6.1

	Ισοθερμοκρασιακό	Αδιαβατικό	Ημιστατικό
W_{input} (W)	-146.508	-221.127	-287.875
Q_{lift1} (W)	30.811	31.386	12.84
Q_{lift2} (W)	4.446	4.529	1.303
Q_{lift3} (W)	5.894	6.003	2.473
COP	0.04	0.027	0.0086

Πίνακας 7.1 Παράθεση αποτελεσμάτων της ψυκτικής και καταναλισκόμενης ισχύος, καθώς και του συντελεστή συμπεριφοράς για το ισοθερμοκρασιακό, αδιαβατικό και ημιστατικό μοντέλο

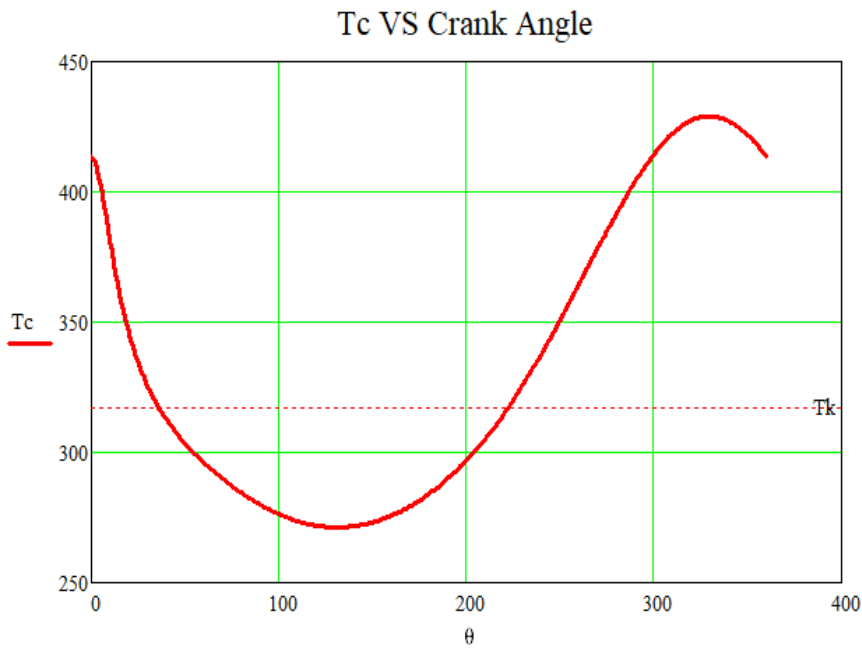
Όπως φαίνεται από τον πίνακα (7.1) τον μεγαλύτερο βαθμό συμπεριφοράς παρουσιάζει το ισοθερμοκρασιακό μοντέλο αν και το αδιαβατικό έχει ελαφρώς μεγαλύτερες ψυκτικές ισχύες σε όλες τις βαθμίδες. Το ημιστατικό μοντέλο λόγω των απωλειών θερμότητας και ισχύος έχει τόσο μεγαλύτερη απαίτηση σε ισχύ από τον κινητήρα, όσο και μικρότερο ψυκτικό έργο. Παρ' όλα αυτά είναι το πιο αναλυτικό μοντέλο και εκείνο το οποίο θα μελετηθεί παρακάτω.

	T_k (K)	T_r (K)	T_h (K)	Q_{rloss} (W)	Q_{rleak} (W)	FOM	DP_{loss} (W)	η
Βαθμίδα 1	318.56	199.56	114.68	11.31	9.54	4.09	27.75	0.981
Βαθμίδα 2	-	81.78	55.87	4.02	1.74	3.48	7.6	0.956
Βαθμίδα 3	-	33.75	18.42	2.78	0.42		11.39	0.932

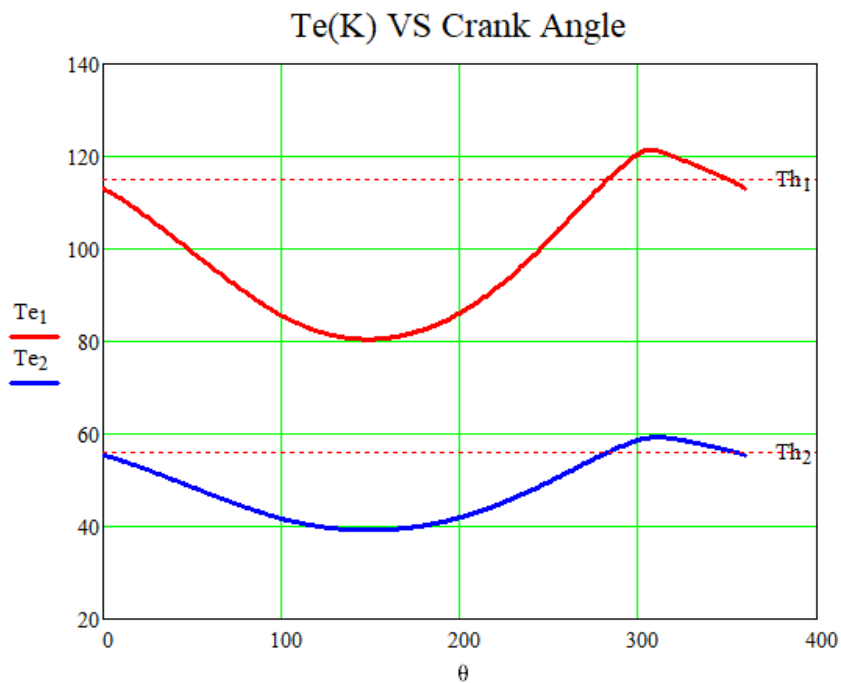
Πίνακας 7.2 Αποτελέσματα για τις θερμοκρασίες, τις διάφορες απώλειες και τις αποδόσεις των αναγεννητών στις τρεις βαθμίδες της μηχανής μας

Στον πίνακα (7.2) παρατηρούνται τα αποτελέσματα της ημιστατικής ανάλυσης της μηχανής. Οι θερμοκρασίες του ψύκτη και των κρουψυκτών επαναυπολογίζονται σύμφωνα με τις εξισώσεις του κεφαλαίου 5.2, οπότε και προκύπτει μικρότερη θερμοκρασία για το εργαζόμενο μέσο από τα τοιχώματα στην περίπτωση των κρουψυκτών (freezers) και μεγαλύτερη από τα τοιχώματα για τον ψύκτη (cooler). Οι απώλειες στους αναγεννητές και ο βαθμός απόδοσης τους περιγράφηκαν αναλυτικά στο κεφάλαιο 5.1 και όσον αφορά την πτώση πίεσης στο κεφάλαιο 5.4. Οι δείκτες FOM που είναι μεγαλύτεροι της μονάδας επιβεβαιώνουν την λειτουργικότητα της μηχανής.

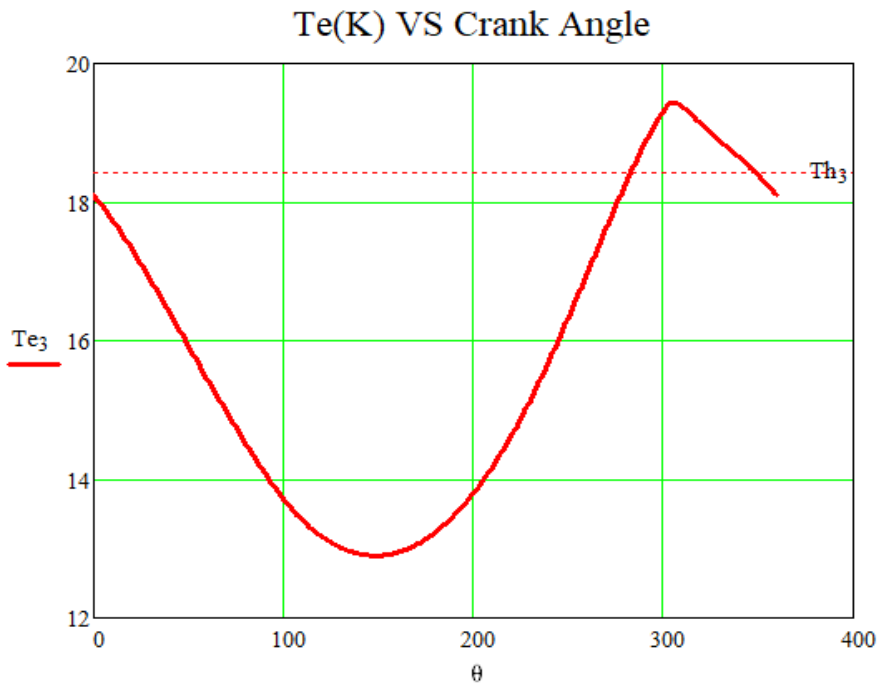
Εδώ θα μελετηθεί η μεταβολή ορισμένων θερμοδυναμικών μεγεθών συναρτήσει της γωνίας στροφάλου.



Διάγραμμα 7.1 Μεταβολή της θερμοκρασίας του χώρου συμπίεσης συναρτήσει της γωνίας στροφάλου

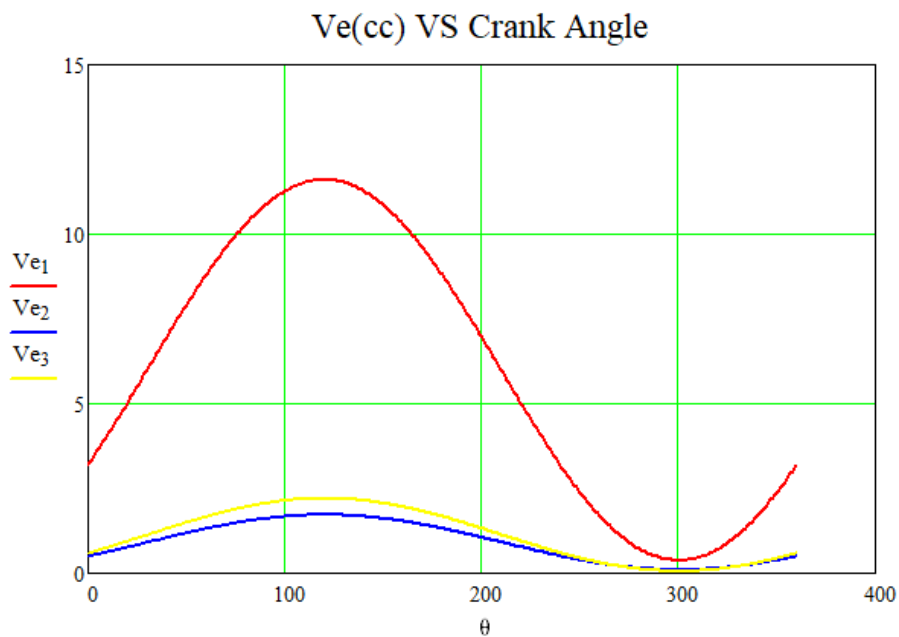


Διάγραμμα 7.2 Μεταβολή της θερμοκρασίας των χώρων εκτόνωσης 1 και 2 συναρτήσει της γωνίας στροφάλου

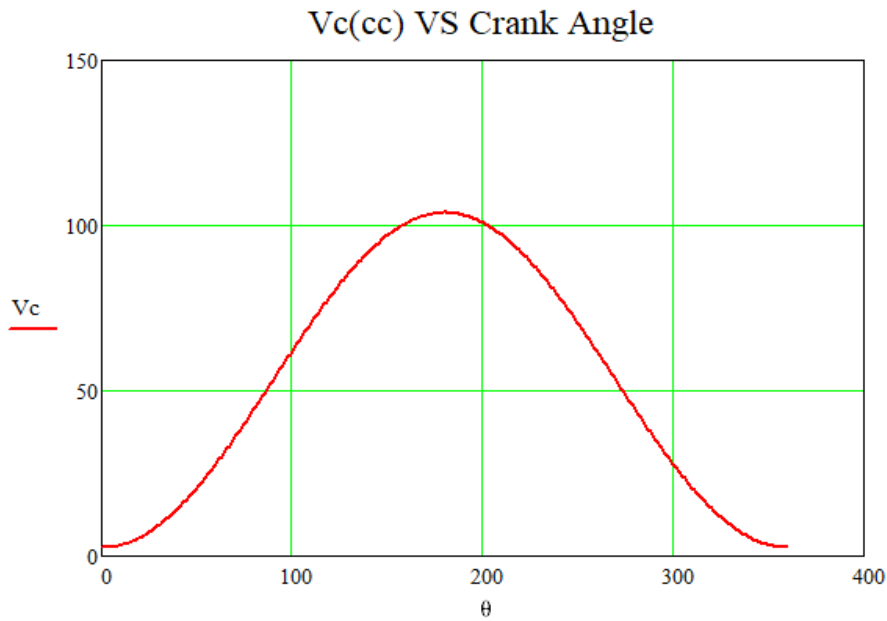


Διάγραμμα 7.3 Μεταβολή της θερμοκρασίας του χώρου εκτόνωσης 3 συναρτήσει της γωνίας στροφάλου

Όπως παρατηρείται οι καμπύλες της θερμοκρασίας του χώρου συμπίεσης και των χώρων εκτόνωσης προσεγγίζουν την ημιτονοειδή μορφή, καθώς η μεταβολή του όγκου τους είναι ημιτονοειδής. Επιπλέον η θερμοκρασία του εκάστοτε εναλλάκτη θερμότητας που έχουν επαφή είναι ανάμεσα στο ανώτερο και το κατώτερο όριο της μεταβολής τους.

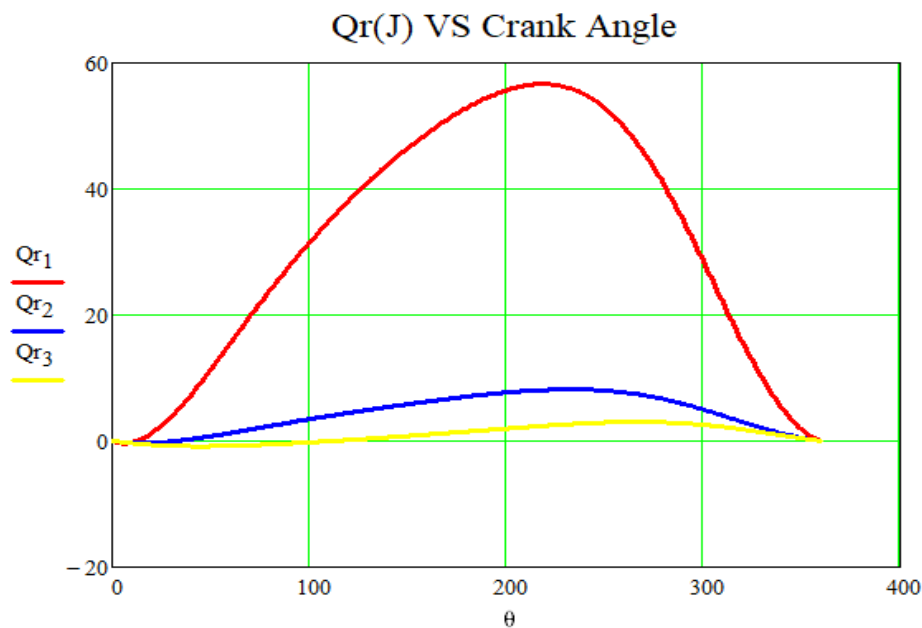


Διάγραμμα 7.4 Μεταβολή του όγκου των χώρων εκτόνωσης συναρτήσει της γωνίας στροφάλου

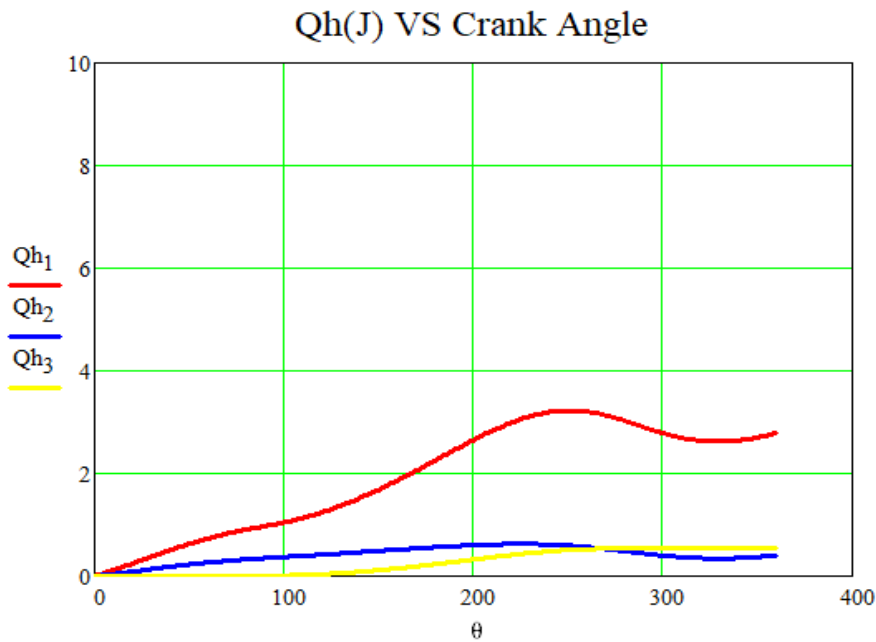


Διάγραμμα 7.5 Μεταβολή του όγκου του χώρου συμπίεσης συναρτήσει της γωνίας στροφάλου

Από τα διαγράμματα των όγκων διαπιστώνεται άμεσα η διαφορά φάσης μεταξύ της συμπίεσης και των εκτονώσεων. Επίσης διακρίνεται ότι όγκος της τρίτης βαθμίδας εκτόνωσης είναι λίγο μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο της δεύτερης, γεγονός που επηρεάζει την ψυκτική ισχύ της κάθε βαθμίδας με την ψυκτική ισχύ της τρίτης να είναι μεγαλύτερη από της δεύτερης. Αυτό εξηγείται από τον μεγαλύτερο όγκο της καμπύλης P-V που διαθέτει η τρίτη βαθμίδα.

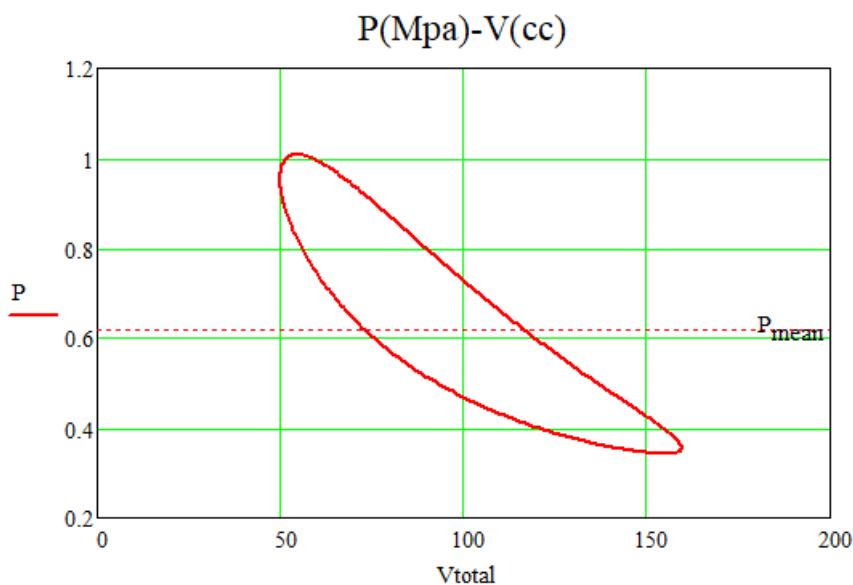


Διάγραμμα 7.6 Μεταβολή της απορροφόμενης θερμότητας των αναγεννητών συναρτήσει της γωνίας στροφάλου

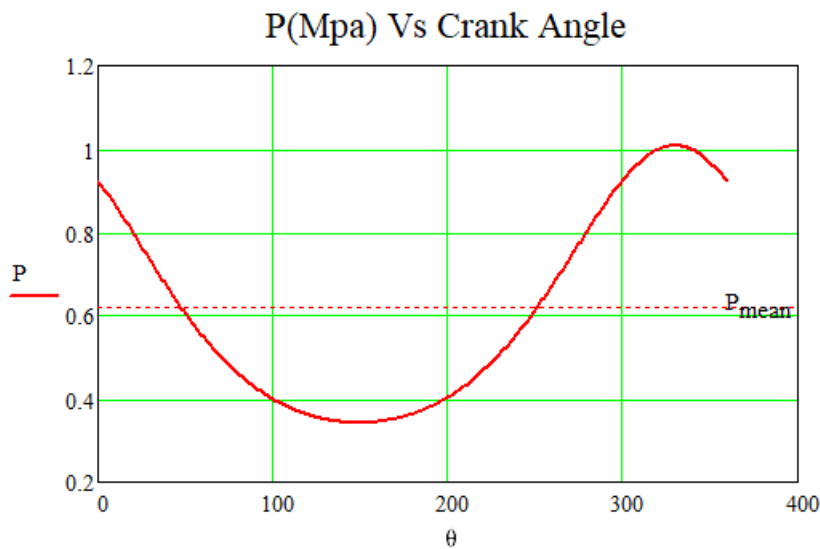


Διάγραμμα 7.7 Μεταβολή της απορροφόμενης θερμότητας των καταψυκτών συναρτήσει της γωνίας στροφάλου

Όσον αφορά το διάγραμμα των καμπυλών της θερμότητας των αναγεννητών είναι γεγονός ότι στο πέρας ενός κύκλου η συνολική θερμότητα που έχουν ανταλλάξει με το εργαζόμενο μέσο είναι μηδεν. Η θερμότητα που απορροφάται από το περιβάλλον μέσω των κρουοψυκτών παρουσιάζεται στο διάγραμμα (7.7). Διακρίνεται ότι η θερμότητα που απορρόφησε η τρίτη βαθμίδα είναι μεγαλύτερη από την δεύτερη όπως προαναφέρθηκε. Εάν η θερμότητα στο τέλος του κύκλου πολλαπλασιαστεί με την συχνότητα και αφαιρεθούν οι απώλειες των αναγεννητών και αγωγής τότε το αποτέλεσμα είναι η ψυκτική ισχύς κάθε βαθμίδας.



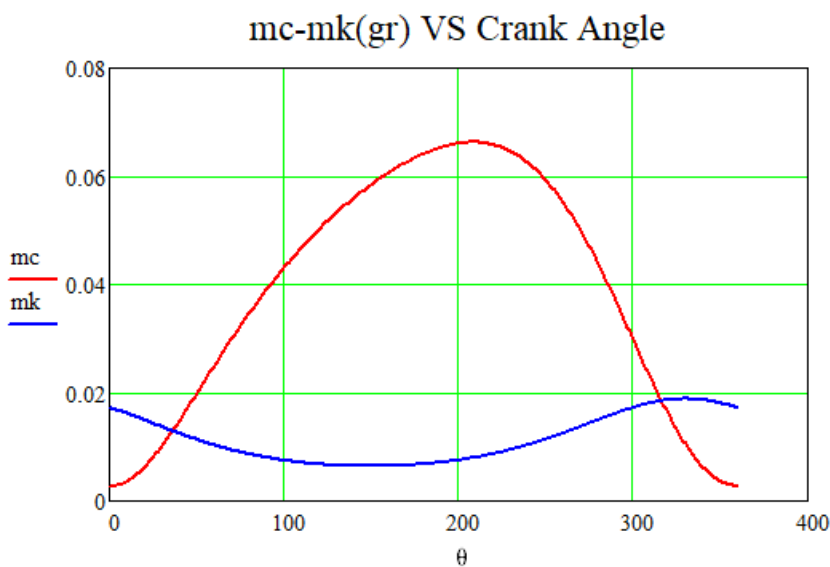
Διάγραμμα 7.8 Μεταβολή της πίεσης συναρτήσει του συνολικού όγκου της μηχανής



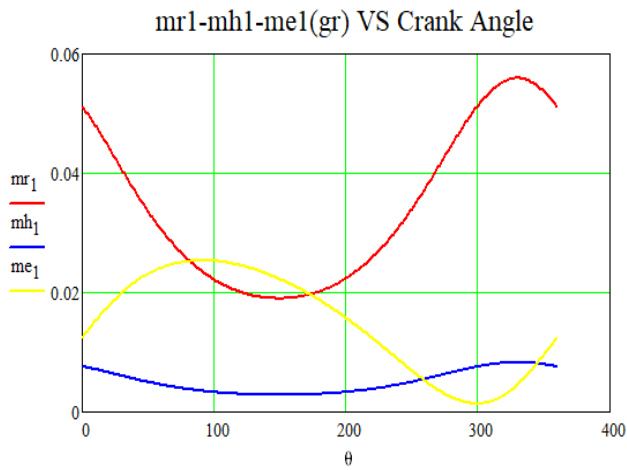
Διάγραμμα 7.9 Μεταβολή της πίεσης συναρτήσει της γωνίας στροφάλου

Η πίεση έχει ημιτονοειδή μορφή και κινείται γύρω από την μέση πίεση λειτουργίας, η οποία εισήχθη ως βασική παράμετρος της μηχανής μας και καθορίζει την συνολική μάζα του εργαζόμενου μέσου.

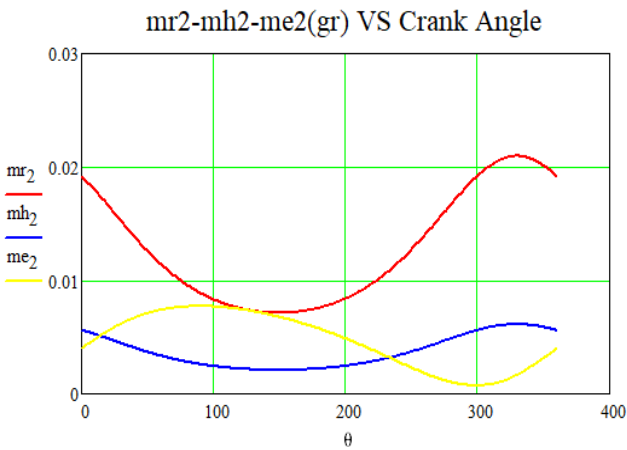
Στο διάγραμμα (7.8) διακρίνεται το P-V της μηχανής κατά την λειτουργία της. Παρατηρείται πως διαφέρει αρκετά από αυτό που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 3.2. που αφορούσε τον κύκλο λειτουργίας μιας μηχανής Stirling. Να τονιστεί ότι η φορά του είναι αντίθετη από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού καθώς υλοποιεί ψυκτικό κύκλο.



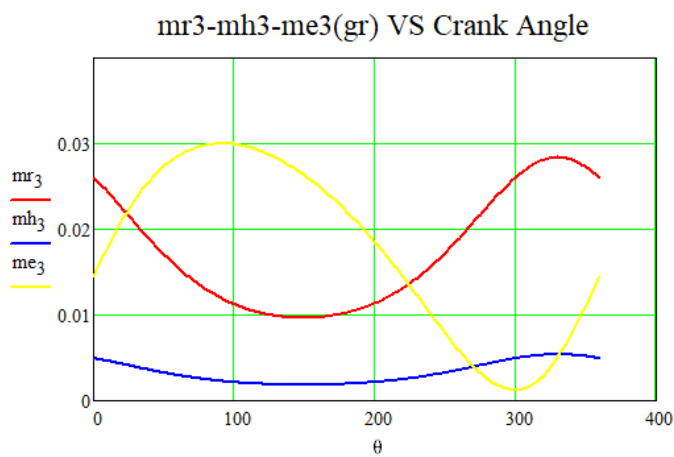
Διάγραμμα 7.10 Μεταβολή της μάζας του κρουσηκτήη και του χώρου συμπίεσης συναρτήσει της γωνίας στροφάλου



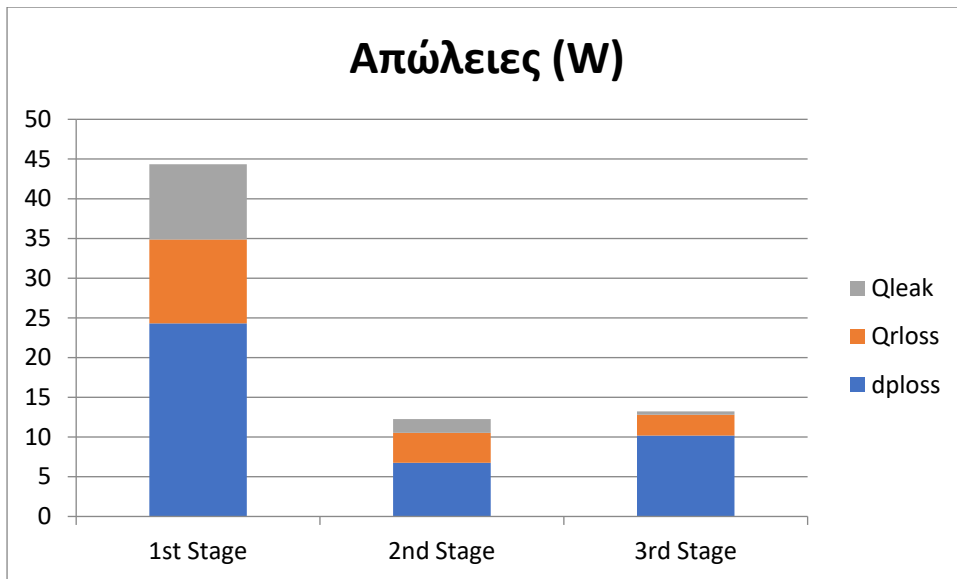
Διάγραμμα 7.11 Μεταβολή της μάζας του αναγεννητή, του χώρου εκτόνωσης και του καταψύκτη της βαθμίδας 1 συναρτήσει της γωνίας στροφάλου



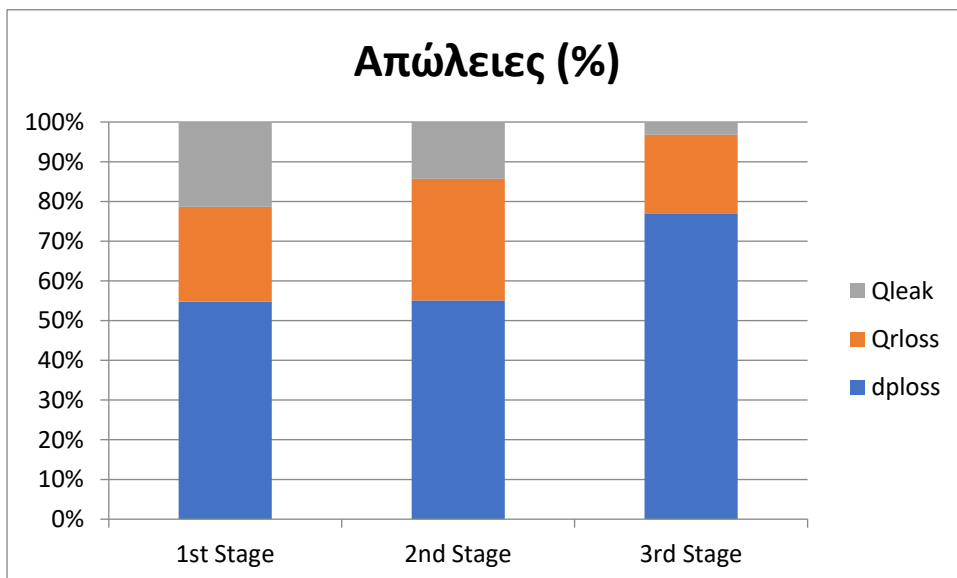
Διάγραμμα 7.12 Μεταβολή της μάζας του αναγεννητή, του χώρου εκτόνωσης και του καταψύκτη της βαθμίδας 2 συναρτήσει της γωνίας στροφάλου



Διάγραμμα 7.13 Μεταβολή της μάζας του αναγεννητή, του χώρου εκτόνωσης και του καταψύκτη της βαθμίδας 3 συναρτήσει της γωνίας στροφάλου



Διάγραμμα 7.14 Ανάλυση σε ραβδόγραμμα των απωλειών κάθε βαθμίδας λόγω αγωγής, αναγεννητηών και πτώσης πίεσης



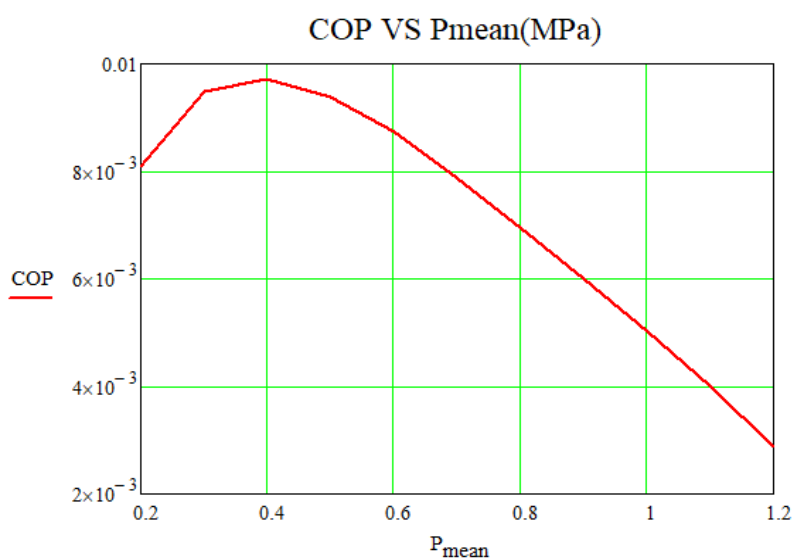
Διάγραμμα 7.15 Ποσοστιαία απεικόνιση των απωλειών κάθε βαθμίδας

Στα διαγράμματα (7.14) και (7.15) διακρίνονται οι απώλειες της μηχανής για κάθε βαθμίδα όπως υπολογίστηκαν από το ημιστατικό μοντέλο. Οι απώλειες λόγω πτώσης πιέσεων είναι σημαντικά μεγαλύτερες σε σχέση με αυτές της αγωγής και των εναλλακτών καθώς υπερβαίνουν σε κάθε βαθμίδα το 50% των συνολικών απωλειών. Παρ' όλα αυτά καλύπτονται από τον κινητήρα ως επιπλέον ισχύ που πρέπει να καταναλωθεί ώστε να λειτουργήσει η μηχανή. Αντίθετα οι απώλειες αγωγής και εναλλακτών αφαιρούνται από την ωφέλιμη ψυκτική ισχύ για κάθε βαθμίδα, οπότε και έχουν πιο σημαντική επιρροή στην συνολική λειτουργία της μηχανής.

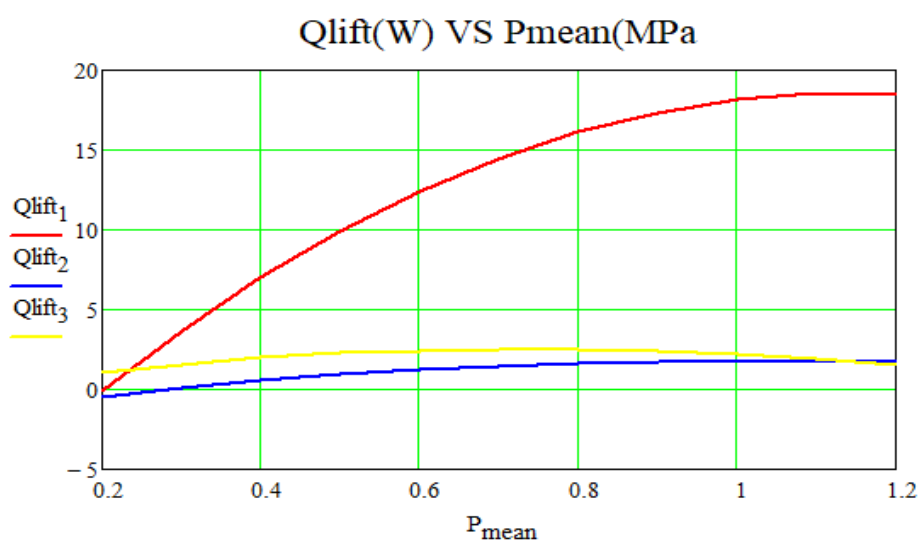
8 Παραμετρική μελέτη

8.1 Παράμετρος 1: Πίεση Λειτουργίας

Για την μηχανή μας η μέση πίεση λειτουργίας είναι 0,62 MPa=6,2 bar. Ύστερα από δοκιμές αποφασίστηκε η μέση πίεση λειτουργίας να μεταβάλλεται από 0.2 έως 1.2 MPa με βήμα 0.1. Παρακάτω δίνονται τα αποτελέσματα σε διαγράμματα και πίνακες



Διάγραμμα 8.1 Μεταβολή του συντελεστή συμπεριφοράς συναρτήσει της μέσης πίεσης λειτουργίας



Διάγραμμα 8.2 Μεταβολή του ψυκτικής ισχύος κάθε βαθμίδας συναρτήσει της μέσης πίεσης λειτουργίας

P_{mean} (MPa)	W_{input} (W)	Q_{lift1} (W)	Q_{lift2} (W)	Q_{lift3} (W)	COP_1	COP_2	COP_3	FOM_1	FOM_2
0.20	-129.6	-0.08	-0.51	1.05	-0.0006	-0.0039	0.0081	9.05	13.71
0.30	-166.7	3.66	0.07	1.58	0.0219	0.0004	0.0095	7.50	8.93
0.40	-204.0	6.98	0.55	1.98	0.0342	0.0027	0.0097	6.08	6.17
0.50	-241.7	9.90	0.95	2.27	0.0410	0.0039	0.0094	5.02	4.61
0.60	-280.1	12.39	1.25	2.45	0.0442	0.0045	0.0087	4.22	3.63
0.70	-319.2	14.46	1.49	2.52	0.0453	0.0047	0.0079	3.62	3.02
0.80	-358.7	16.11	1.63	2.50	0.0449	0.0046	0.0070	3.16	2.58
0.90	-398.1	17.33	1.72	2.39	0.0435	0.0043	0.0060	2.79	2.26
1.00	-438.0	18.15	1.72	2.20	0.0414	0.0039	0.0050	2.49	2.01
1.10	-478.3	18.52	1.71	1.91	0.0387	0.0036	0.0040	2.25	1.84
1.20	-518.8	18.49	1.72	1.50	0.0356	0.0033	0.0029	2.05	1.72

Πίνακας 8.1 Μεταβολή της καταναλισκόμενης ισχύος, ψυκτική ισχύος, συντελεστή συμπεριφοράς και figure of merit συναρτήσει της μέσης πίεσης λειτουργίας

P_{mean} (MPa)	T_k (K)	T_{h1} (K)	T_{h2} (K)	T_{h3} (K)	η_1	η_2	η_3	$DP_{1,\text{loss}}$ (W)	$DP_{2,\text{loss}}$ (W)	$DP_{3,\text{loss}}$ (W)
0.20	306.2	118.0	58.3	17.7	0.99	0.98	0.98	28.55	9.08	15.63
0.30	309.3	117.1	57.6	17.9	0.99	0.98	0.97	28.37	8.83	14.35
0.40	312.2	116.2	56.9	18.1	0.99	0.97	0.95	28.09	8.49	13.21
0.50	315.1	115.5	56.4	18.2	0.98	0.96	0.94	27.91	8.03	12.22
0.60	318.0	114.8	55.9	18.4	0.98	0.96	0.93	27.77	7.66	11.51
0.70	320.8	114.2	55.6	18.6	0.98	0.95	0.92	27.75	7.40	11.02
0.80	323.6	113.8	55.4	18.7	0.98	0.94	0.91	27.72	7.15	10.59
0.90	326.2	113.4	55.3	18.9	0.97	0.94	0.90	27.71	6.79	10.04
1.00	328.9	113.2	55.3	19.1	0.97	0.93	0.90	27.73	6.49	9.60
1.10	331.5	113.1	55.3	19.2	0.97	0.92	0.89	27.78	6.26	9.25
1.20	334.0	113.0	55.3	19.4	0.97	0.92	0.88	27.92	6.09	9.00

Πίνακας 8.2 Μεταβολή των θερμοκρασιών freezers και cooler, των βαθμών απόδοσης των αναγεννητών και των απωλειών λόγω πτώσης πίεσης συναρτήσει της μέσης πίεσης λειτουργίας

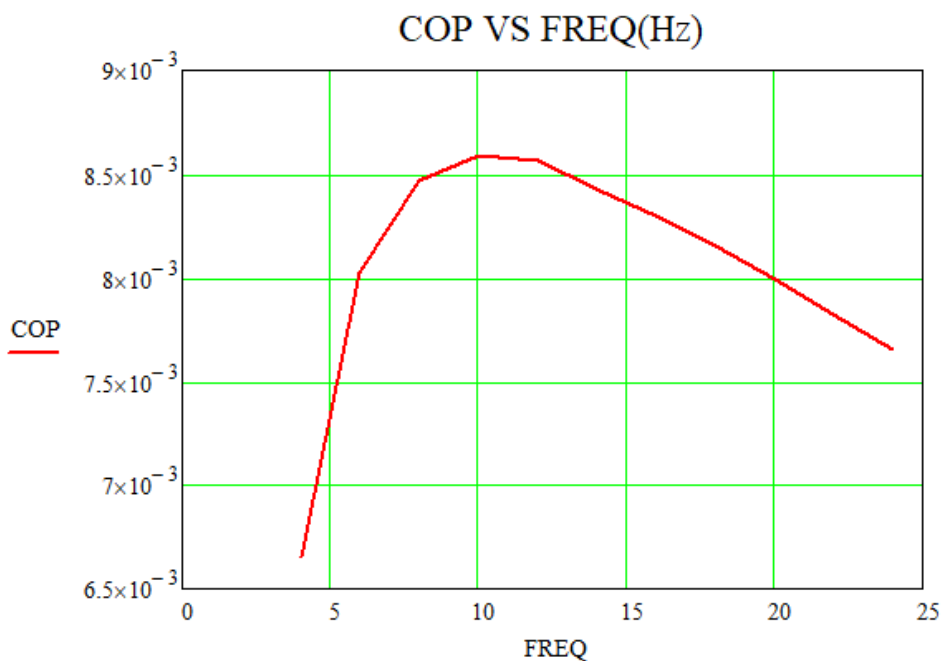
Παρατηρώντας τα διαγράμματα (8.1) και (8.2), καθώς και τους πίνακες (8.1) και (8.2) γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι για την πίεση 0.2 MPa δεν δύναται να λειτουργήσει η μηχανή γιατί η ψυκτική ισχύς της πρώτης και δεύτερης βαθμίδας είναι αρνητική.

Ο συντελεστής συμπεριφοράς γίνεται βέλτιστος για μέση πίεση λειτουργίας 0.4 MPa ,ενώ η ψυκτική ισχύς της τρίτης βαθμίδας παρουσιάζει ανώτατο για μέση πίεση λειτουργίας 0.7 MPa. Επομένως εξαρτάται από την εφαρμογή σε πιο σημείο θα λειτουργήσει η μηχανή ώστε να έχουμε είτε την βέλτιστη απόδοση,είτε την μεγαλύτερη ψυκτική ισχύ στην χαμηλή θερμοκρασία.

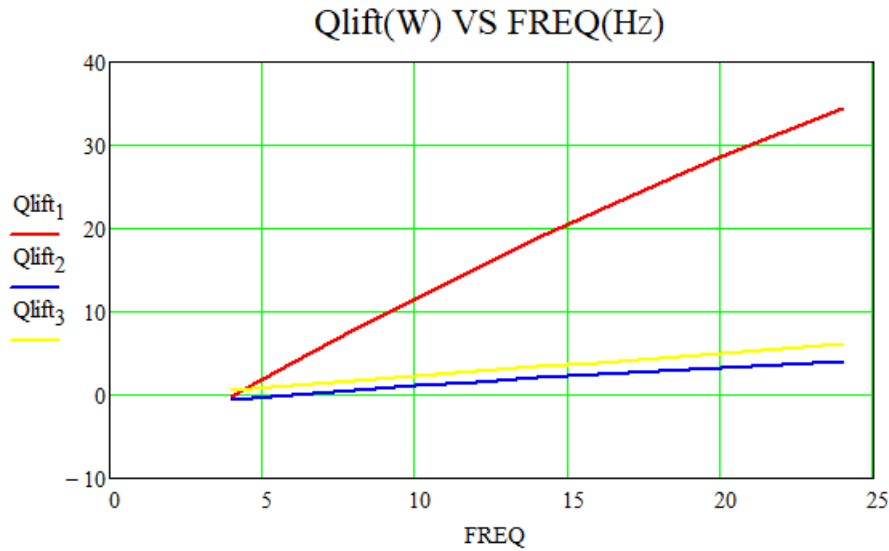
Θεωρητικά όσο μεγαλύτερη είναι η πίεση λειτουργίας τόσο μεγαλύτερη και η μάζα του εργαζόμενου αερίου επομένως και η ψυκτική ισχύς. Όμως αυτό συμβαίνει κυρίως για την πρώτη βαθμίδα όπου ο βαθμός απόδοσης του αναγεννητή έχει σταθερή τιμή με την μεταβολή της πίεσης. Στην δεύτερη και τρίτη βαθμίδα που ο βαθμός απόδοσης παρουσιάζει σημαντική μείωση παρατηρείται καμπή στις καμπύλες εξαιτίας των αυξημένων απωλειών του αναγεννητή.

8.2 Παράμετρος 2:Ταχύτητα περιστροφής

Για την μηχανή μας η ταχύτητα περιστροφής είναι 640 rpm. Τα 640 rpm αντιστοιχούν σε συχνότητα $640/60 = 10.667$ Hz .Έτσι αποφασίστηκε η συχνότητα περιστροφής να μεταβάλλεται από 4 Hz έως 24 Hz με βήμα 2.



Διάγραμμα 8.3 Μεταβολή του συντελεστή συμπεριφοράς συναρτήσει της συχνότητας



Διάγραμμα 8.4 Μεταβολή του ψυκτικής ισχύος κάθε βαθμίδας συναρτήσει της συχνότητας

Freq(Hz)	$W_{input}(W)$	$Q_{lift1}(W)$	$Q_{lift2}(W)$	$Q_{lift3}(W)$	COP_1	COP_2	COP_3	FOM_1	FOM_2
4	-94.4	-0.16	-0.55	0.63	-0.002	-0.006	-0.006	4.1	4.3
6	-147.9	3.90	0.05	1.19	0.026	0.000	0.000	4.2	4.0
8	-205.4	7.82	0.61	1.74	0.038	0.003	0.003	4.2	3.8
10	-266.6	11.61	1.14	2.29	0.044	0.004	0.004	4.1	3.6
12	-331.8	15.26	1.63	2.84	0.046	0.005	0.005	4.0	3.4
14	-400.6	18.78	2.10	3.38	0.047	0.005	0.005	4.0	3.2
16	-472.4	22.17	2.53	3.92	0.047	0.005	0.005	3.9	3.0
18	-548.0	25.43	2.93	4.47	0.046	0.005	0.005	3.8	2.9
20	-627.4	28.57	3.30	5.01	0.046	0.005	0.005	3.7	2.8
22	-710.9	31.59	3.65	5.56	0.044	0.005	0.005	3.6	2.7
24	-798.3	34.50	3.97	6.11	0.043	0.005	0.005	3.6	2.6

Πίνακας 8.3 Μεταβολή της καταναλισκόμενης ισχύος, ψυκτική ισχύος, συντελεστή συμπεριφοράς και figure of merit συναρτήσει της συχνότητας

Freq(Hz)	T _k (K)	T _{h1} (K)	T _{h2} (K)	T _{h3} (K)	η ₁	η ₂	η ₃	DP _{1,loss} (W)	DP _{2,loss} (W)	DP _{3,loss} (W)
4	307.0	118.0	58.4	18.5	0.980	0.957	0.934	3.77	1.20	2.08
6	310.4	117.0	57.6	18.5	0.981	0.957	0.933	8.56	2.65	4.26
8	313.9	116.0	56.8	18.4	0.981	0.956	0.933	15.39	4.53	6.97
10	317.4	115.0	56.1	18.4	0.981	0.956	0.932	24.30	6.76	10.19
12	320.9	114.0	55.4	18.4	0.982	0.955	0.932	35.35	9.41	13.98
14	324.3	113.1	54.7	18.4	0.982	0.955	0.931	48.73	12.30	18.13
16	327.8	112.2	54.1	18.4	0.982	0.954	0.931	64.28	15.12	22.22
18	331.3	111.3	53.5	18.4	0.982	0.954	0.930	82.17	18.20	26.69
20	334.7	110.4	52.9	18.4	0.982	0.953	0.930	102.44	21.60	31.60
22	338.1	109.5	52.3	18.4	0.982	0.953	0.930	125.13	25.34	37.00
24	341.6	108.6	51.8	18.3	0.982	0.953	0.929	150.21	29.41	42.86

Πίνακας 8.4 Μεταβολή των θερμοκρασιών freezers και cooler, των βαθμών απόδοσης των αναγεννητών και των απωλειών λόγω πτώσης πίεσης συναρτήσει της συχνότητας

Μελετώντας τα διαγράμματα (8.3) , (8.4) και τους πίνακες (8.3) , (8.4) εξάγονται πολλά χρήσιμα συμπεράσματα. Πρώτα από όλα η μηχανή δεν μπορεί να δουλέψει για συχνότητα 4 HZ=240 rpm καθώς όλες οι ψυκτικές ισχύες είναι αρνητικές, οπότε η λειτουργία ξεκινάει από τα 6 HZ.

Η πορεία όλων την ψυκτικών ισχύων είναι ανοδική με την αύξηση της συχνότητας, όμως στην πρώτη βαθμίδα η αύξηση αυτή είναι πιο έντονη σε σχέση με τις άλλες δύο. Επιπλέον εξαιτίας της αύξησης των τριβών οι απώλειες λόγω πτώσης πιέσεων γίνονται όλο και μεγαλύτερες, με αποτέλεσμα η ισχύς που απαιτείται από τον κινητήρα να γίνεται ολοένα και μεγαλύτερη. Οπότε προκύπτει ότι ο βέλτιστος συντελεστής συμπεριφοράς να συναντάται στα 10 Hz.

Εκ νέου το βάρος της απόφασης πέφτει στον χρήστη της μηχανής που καλείτε να επιλέξει ανάμεσα στην βέλτιστη συμπεριφορά της μηχανής ή την ολοένα και μεγαλύτερη ψυκτική ισχύ που προσφέρει η αύξηση της συχνότητας δηλαδή η αύξηση της ταχύτητας περιστροφής.

8.3 Παράμετρος 3:Θερμοκρασία βαθμίδων

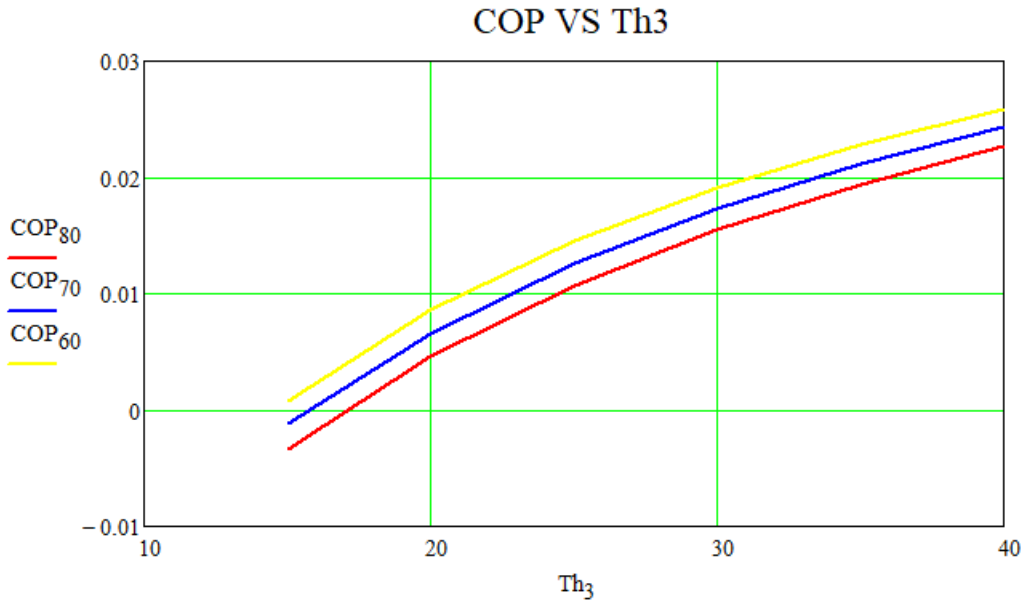
Η τελευταία βαθμίδα της μηχανής λειτουργεί στα 20 K. Με δοκιμές που έγιναν στα 10 K η μηχανή δεν μπορεί να λειτουργήσει οπότε η μελέτη θα ξεκινήσει από τα 15 K μέχρι τα 40 K με βήμα 5. Παραπάνω από 40 K δεν υπάρχει νόημα να μελετηθεί η τρίτη βαθμίδα διότι είναι ήδη αρκετά υψηλή θερμοκρασία για τριβάθμια μηχανή.

Στην μελέτη αυτή διακρίνονται δύο περιπτώσεις. Μία που η θερμοκρασία της πρώτης βαθμίδας παραμένει σταθερή και μία που παραμένει της δεύτερης. Αυτές παρουσιάζονται αναλυτικά παρακάτω

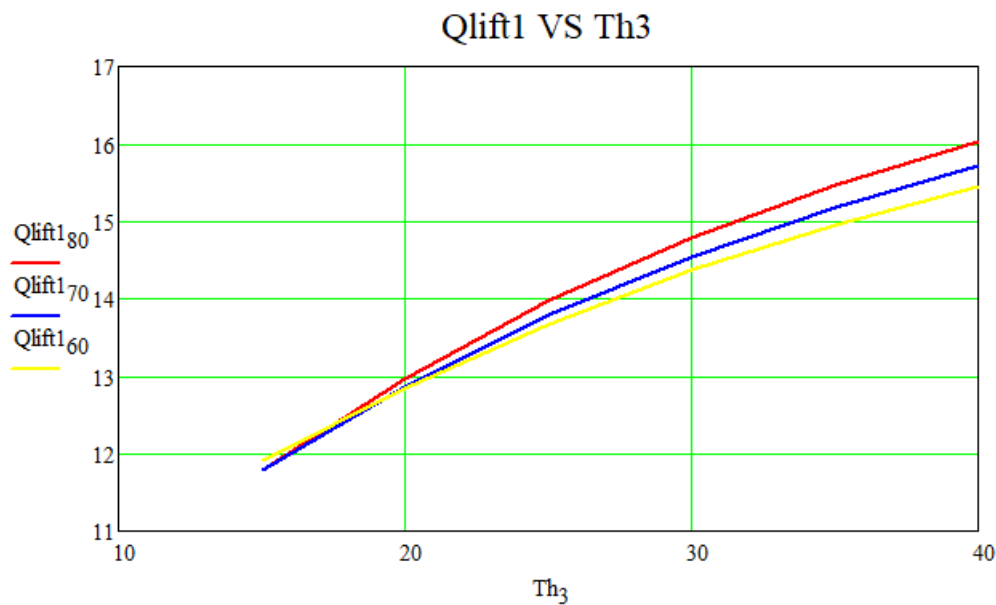
- $T_{h1}=120\text{ K}$

Σε αυτήν την περίπτωση δοκιμασθηκε η λειτουργία της μηχανής για θερμοκρασία της δεύτερης βαθμίδας μικρότερη από 60 K, δηλαδή 50 K, αλλά η μηχανή δεν μπορούσε να επιτύχει την πτώση από 120 K σε 50K, οπότε μελετάται για θερμοκρασίες δεύτερης βαθμίδας 60 K,70 K,80 K

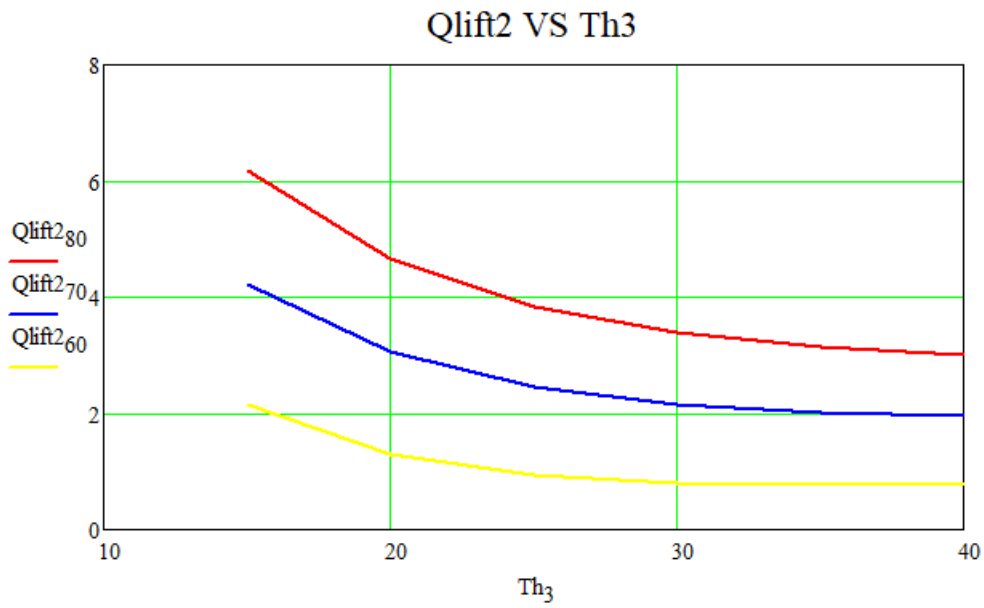
Τα αποτελέσματα είναι τα εξείς



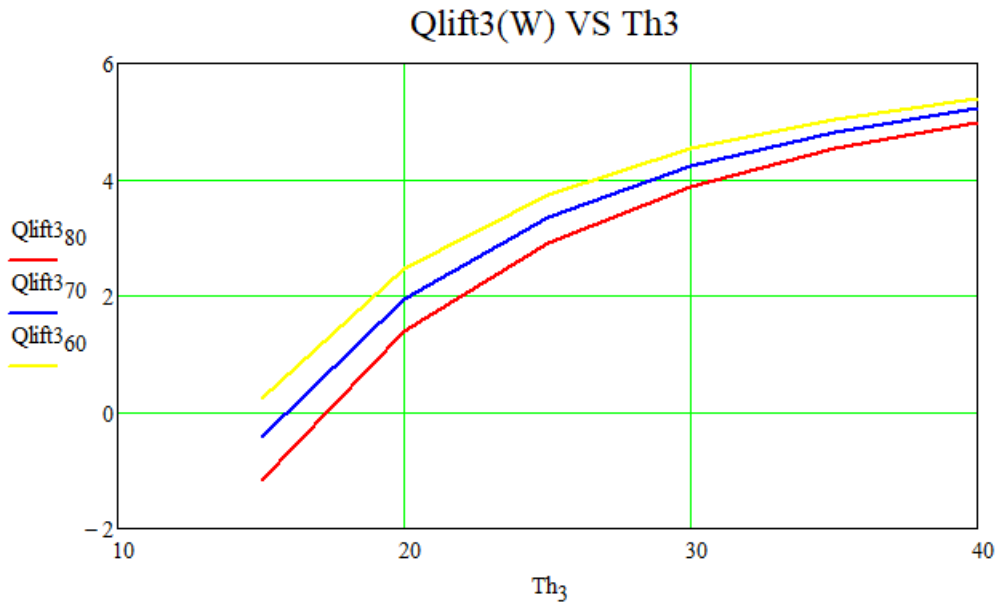
Διάγραμμα 8.5 Μεταβολή του συντελεστή συμπεροφοράς για θερμοκρασίες δεύτερης βαθμίδας 80,70 και 60 K συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας



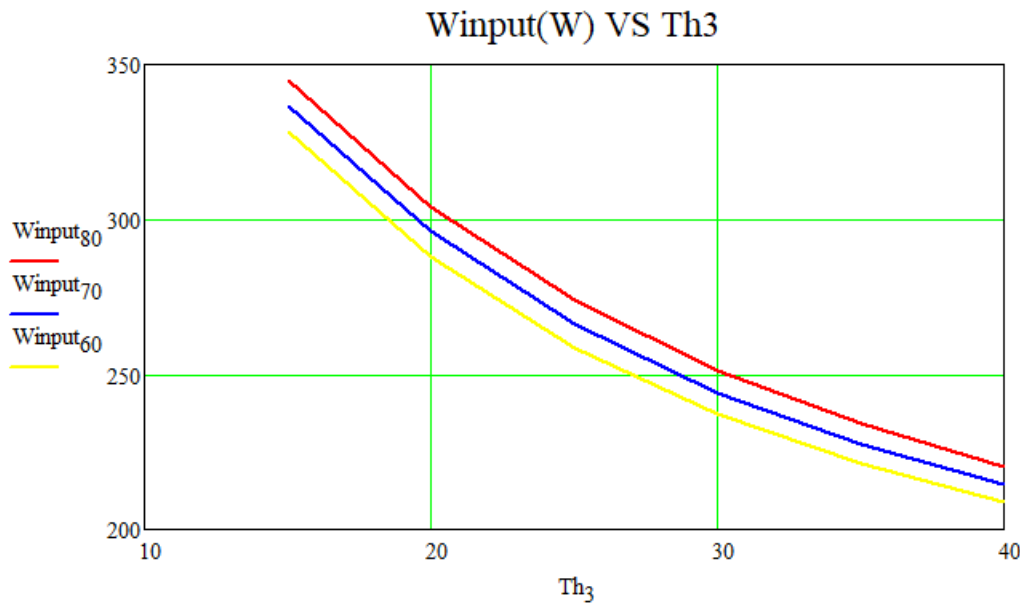
Διάγραμμα 8.6 Μεταβολή της ψυκτικής ισχύος της πρώτης βαθμίδας για θερμοκρασίες δεύτερης βαθμίδας 80,70 και 60 K συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας



Διάγραμμα 8.7 Μεταβολή της ψυκτικής ισχύος της δεύτερης βαθμίδας για θερμοκρασίες δεύτερης βαθμίδας 80,70 και 60 Κ συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας



Διάγραμμα 8.8 Μεταβολή της ψυκτικής ισχύος της τρίτης βαθμίδας για θερμοκρασίες δεύτερης βαθμίδας 80,70 και 60 Κ συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας



Διάγραμμα 8.9 Μεταβολή της καταναλισκόμενης ισχύος για θερμοκρασίες δεύτερης βαθμίδας 80,70 και 60 K συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας

Όπως δείχνουν και τα διαγράμματα (8.5) έως (8.9) τα αποτελέσματα είναι ιδιαίτερα ενδιαφέροντα. Πιο συγκεκριμένα παρατηρείται ότι μόνο με την θερμοκρασία της δεύτερης βαθμίδας στα 60 K μπορεί να επιτευχθεί θερμοκρασία 15 K στην τρίτη βαθμίδα.

Επίσης με την χαμηλότερη δυνατή θερμοκρασία στην βαθμίδα 2 επιτυγχάνονται μεγαλύτερες ψυκτικές ισχύες τόσο στην βαθμίδα 1, όσο και στην βαθμίδα 3 και μικρότερη ισχύ κατανάλωσης.

Επομένως τον καλύτερο συντελεστή συμπεριφοράς τον δίνει η θερμοκρασία δεύτερης βαθμίδας 60 K και ο οποίος προφανώς βελτιώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας στην βαθμίδα 2.

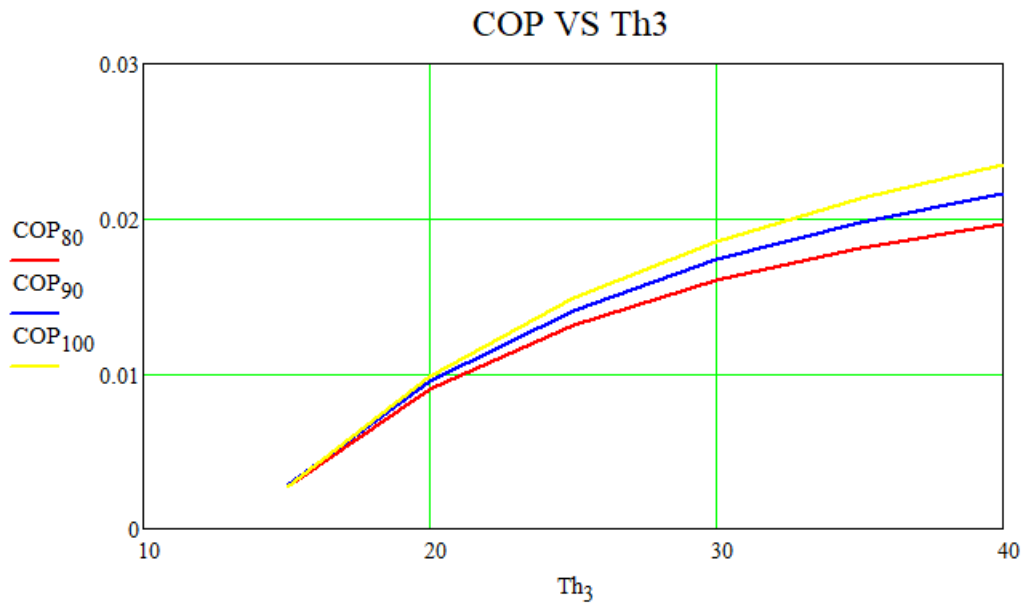
Η μόνη τιμή που έχει αντίθετη συμπεριφορά είναι είναι η ψυκτική ισχύς της δεύτερης βαθμίδας η οποία προφανώς μειώνεται ,όσο μειώνεται και η θερμοκρασία στην δεύτερη βαθμίδα , αλλά έχει την τάση να μειώνεται όταν αυξάνεται η θερμοκρασία στην τρίτη βαθμίδα. Αυτό ίσως συμβαίνει επειδή πλησιάζουν οι θερμοκρασίες τους και χάνει την χρησιμότητα της.

Με σιγουριά μπορεί να ειπωθεί ότι για σταθερή θερμοκρασία της πρώτης βαθμίδας στα 120 K η επιλογή της θερμοκρασίας της δεύτερης στα 60 K είναι η βέλτιστη

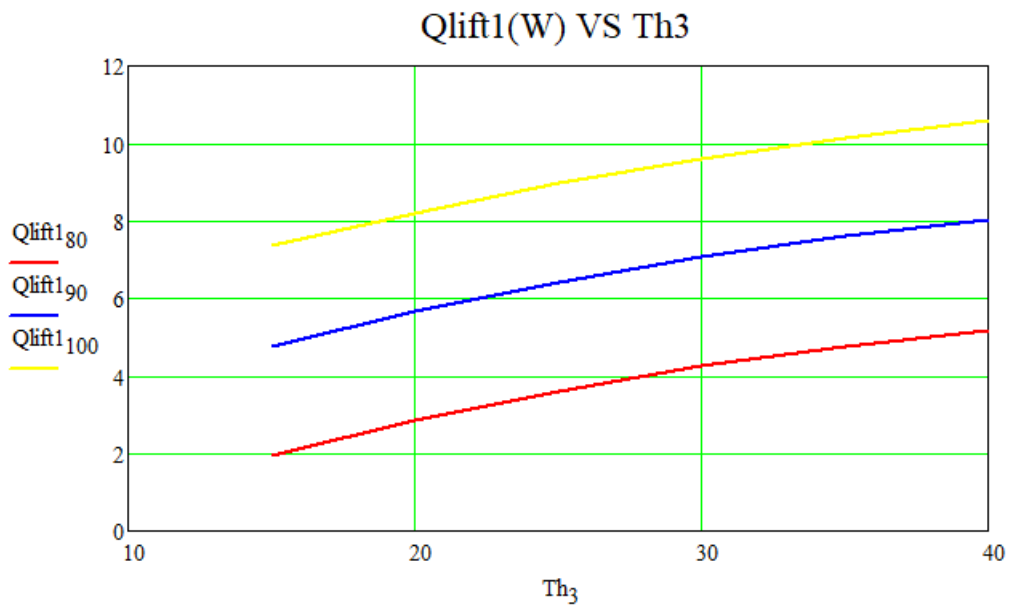
- Th₂ = 50 K

Γα να επιτευχθεί πτώση της θερμοκρασίας δεύτερης βαθμίδας στα 50 K πρέπει να γίνει πτώση την θερμοκρασίας της πρώτης κάτω από 120 K. Μελετήθηκαν οι τιμές 100 K, 90 K, 80 K , σε θερμοκρασία κάτω από 80 K η μηχανή δεν δύναται να επιτύχει πτώση από το περιβάλλον (300 K)σε τόσο χαμηλή θερμοκρασία από την πρώτη βαθμίδα για αυτό απορρίπτονται χαμηλότερες θερμοκρασίες από 80 K

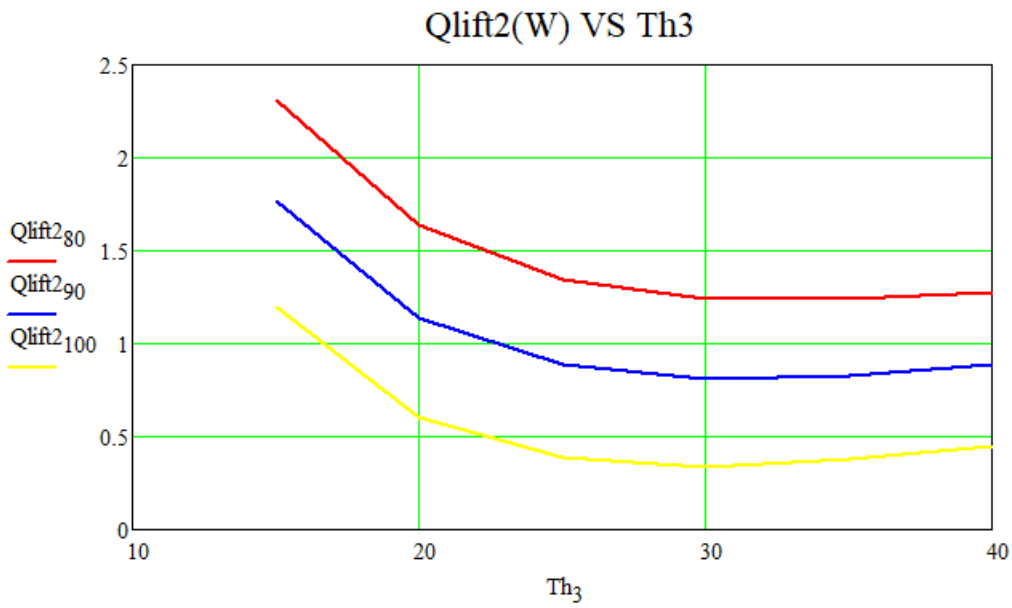
Τα αποτελέσματα είναι τα εξής



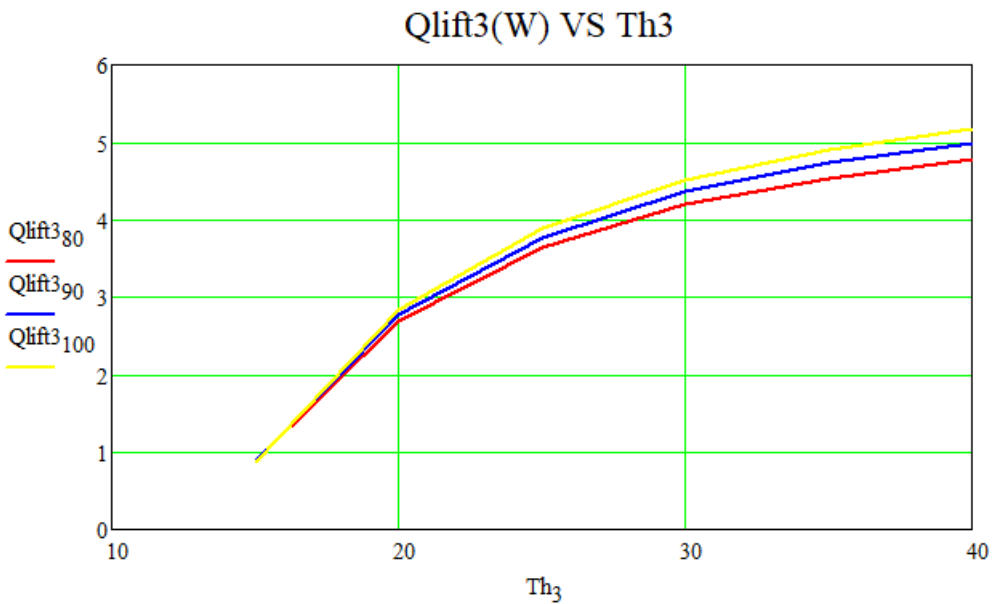
Διάγραμμα 8.10 Μεταβολή του συντελεστή συμπεριφοράς για θερμοκρασίες πρώτης βαθμίδας 80,90 και 100 K συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας



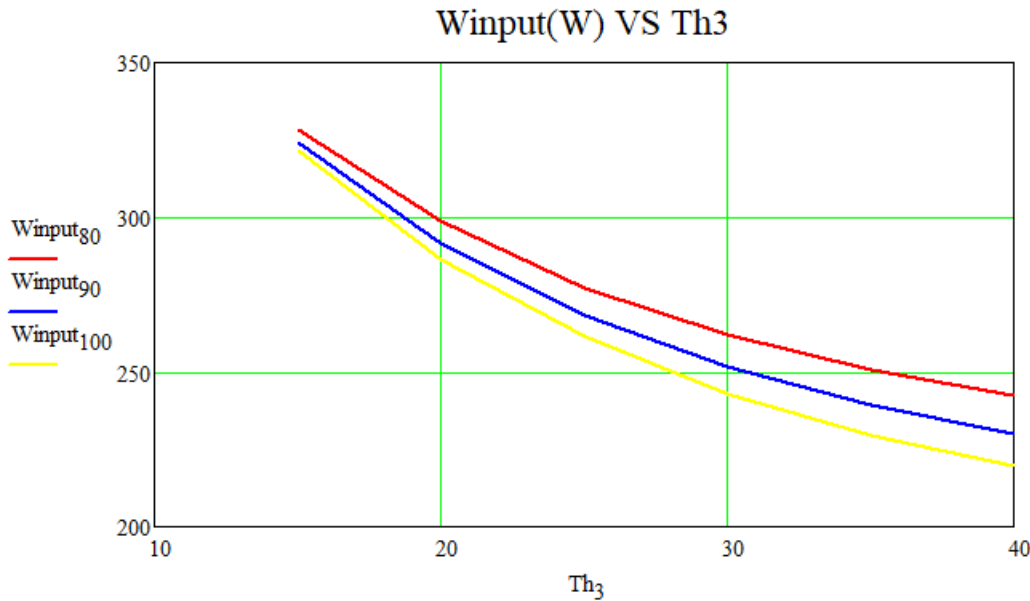
Διάγραμμα 8.11 Μεταβολή της ψυκτικής ισχύος της πρώτης βαθμίδας για θερμοκρασίες πρώτης βαθμίδας 80,90 και 100 K συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας



Διάγραμμα 8.12 Μεταβολή της ψυκτικής ισχύος της δεύτερης βαθμίδας για θερμοκρασίες πρώτης βαθμίδας 80,90 και 100 Κ συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας



Διάγραμμα 8.13 Μεταβολή της ψυκτικής ισχύος της τρίτης βαθμίδας για θερμοκρασίες πρώτης βαθμίδας 80,90 και 100 Κ συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας



Διάγραμμα 8.14 Μεταβολή της καταναλισκόμενης ισχύος για θερμοκρασίες πρώτης βαθμίδας 80,90 και 100 K συναρτήσει της θερμοκρασίας της τρίτης βαθμίδας

Από αυτά τα διαγράμματα διαπιστώνεται ότι η επίτευξη της χαμηλής θερμοκρασίας $Th_3 = 15$ K είναι εφικτή στην περίπτωση που η θερμοκρασία της βαθμίδας 2 είναι 50 K και μάλιστα και από τις τρεις υψηλές θερμοκρασίες.

Ο συντελεστής συμπεριφοράς και η ψυκτική ισχύς της τελευταίας βαθμίδας δεν μεταβάλλονται ιδιαίτερα με την αλλαγή της υψηλής θερμοκρασίας παρά μόνο στις πιο μεγάλες Th_3

Το βασικό κριτήριο για την επιλογή μεταξύ της υψηλής θερμοκρασίας είναι η ψυκτική ισχύς στην πρώτη και δεύτερη βαθμίδα.

Στην περίπτωση που επιθυμείται μεγάλη ψυκτική ισχύς στην δεύτερη βαθμίδα επιλέγονται οι 80 K για θερμοκρασία πρώτης βαθμίδας.

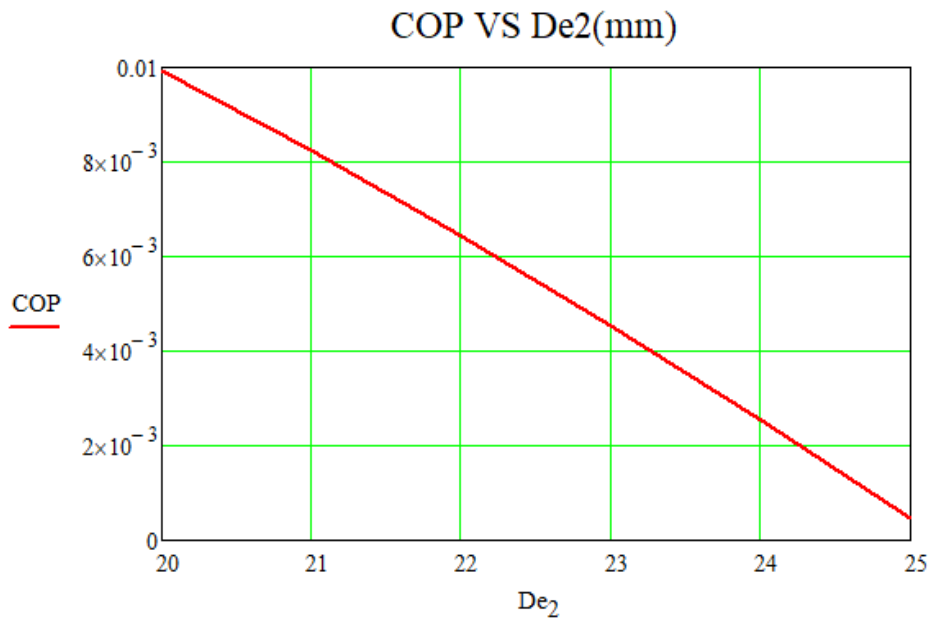
Από την άλλη εαν ζητείται μεγάλη ψυκτική ισχύς στην πρώτη βαθμίδα και δεν υπάρχουν απαιτήσεις για την δεύτερη θα επιλεγούν οι 100 K για υψηλή θερμοκρασία.

Οπότε μια καλή επιλογή για θερμοκρασία της δεύτερης βαθμίδας είναι 50 K.

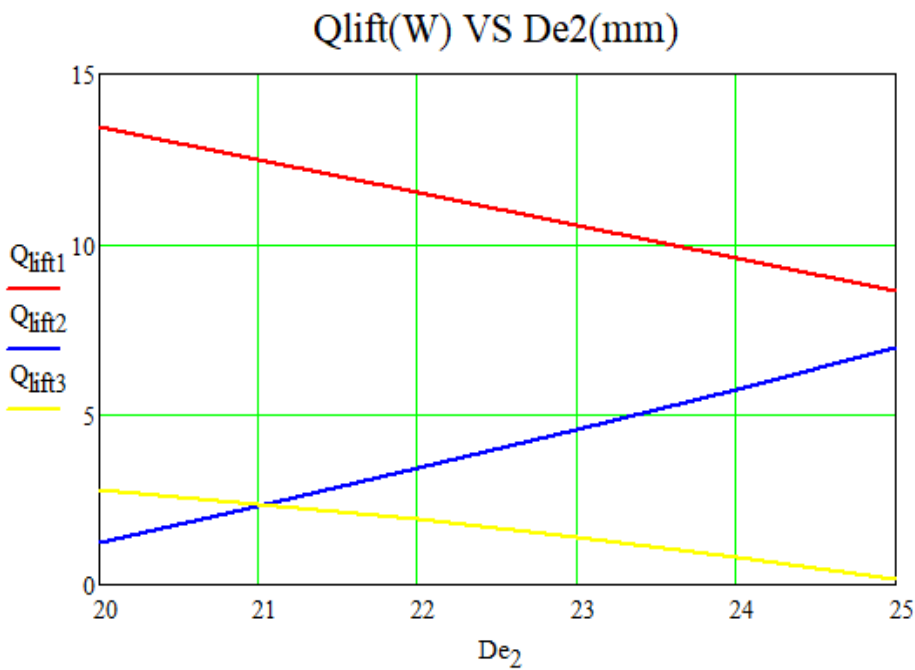
8.4 Παράμετρος 4: Διάμετρος Μηχανής

Όπως παρατηρήθηκε στα αποτελέσματα ο όγκος της τρίτης βαθμίδας είναι μεγαλύτερος από της δεύτερης. Αυτό οδηγεί σε μικρές ψυκτικές ισχύες στην δεύτερη βαθμίδα. Εδώ θα μελετηθεί η αύξηση της διαμέτρου της δεύτερης βαθμίδας από 20 mm σε 25 mm με βήμα 1

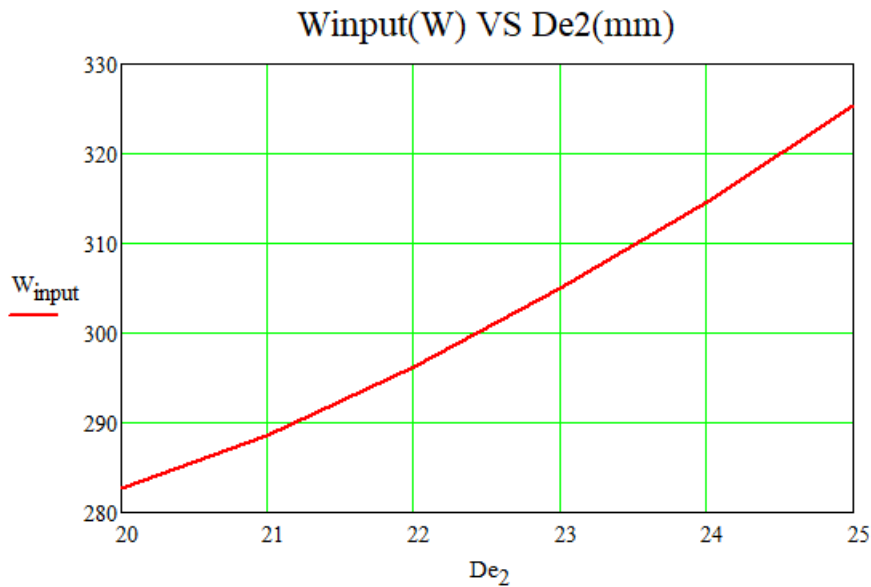
Τα αποτελέσματα είναι τα εξής



Διάγραμμα 8.15 Μεταβολή του συντελεστή συμπεριφοράς συναρτήσει της διαμέτρου της δεύτερης βαθμίδας



Διάγραμμα 8.16 Μεταβολή της ψυκτικής ισχύος κάθε βαθμίδας συναρτήσει της διαμέτρου της δεύτερης βαθμίδας



Διάγραμμα 8.17 Μεταβολή της καταναλισκόμενης ισχύος συναρτήσει της διαμέτρου της δεύτερης βαθμίδας

Όπως προκύπτει από τα διαγράμματα η αύξηση αυτή δεν είχε κανένα θετικό αποτέλεσμα στην λειτουργία της μηχανής παρά μόνο την αύξηση της ψυκτικής ισχύος στην δεύτερη βαθμίδα, το οποίο ήταν και αναμενόμενο.

Άρα σωστά επιλέχθηκε η συγκεκριμένη διάμετρος στην δεύτερη βαθμίδα

Τα περιθώρια για μεταβολή της διαμέτρου της βαθμίδας 3 από 15.1 mm είναι στενά αφού η διάμετρος του εκτοπιστή είναι 13.1 mm.

Παρ' όλα αυτά μελετήθηκαν τα χαρακτηριστικά για διάμετρο της τρίτης βαθμίδας 14 mm και τα αποτελέσματα είναι

$W_{input}(W)$	$Q_{lift1}(W)$	$Q_{lift2}(W)$	$Q_{lift3}(W)$	COP
-262.313	2.764	1.537	13.4	0.011

Πράγματι όλες οι ψυκτικές ισχύες είναι αυξημένες σε σχέση με πριν το ίδιο και ο συντελεστής συμπεριφοράς.

Οπότε είναι προφανές ότι η μείωση της διαμέτρου της τρίτης βαθμίδας στα 14 mm είναι ωφέλιμη για την λειτουργία της μηχανής.

9 Συμπεράσματα και πεδία μελλοντικής έρευνας

9.1 Συμπεράσματα εργασίας

Η εργασία αποτελεί μια πλήρη έρευνα πάνω στο κομμάτι της μελέτης των πολυβάθμιων κρουσικών Stirling. Βασίστηκε στις φυσικές αρχές που διέπουν αυτές τις μηχανές. Στην συνέχεια τις διαχειρίστηκε για την δημιουργία των μοντέλων ανάλυσης που μελετήθηκαν. Τα μοντέλα αυτά αποτέλεσαν την βάση του υπολογιστικού κώδικα που αναπτύχθηκε με σκοπό να γίνουν αναλυτικοί υπολογισμοί όσον αφορά τον τρόπο λειτουργία των μηχανών που εξετάζονται. Μέσα από τον κώδικα προέκυψαν τα αποτελέσματα της μηχανής που μελετήθηκε και τέλος έγινε η παραμετρική μελέτη της.

Στην παραμετρική μελέτη προέκυψαν πολύ χρήσιμα συμπεράσματα όσον αφορά το εύρος λειτουργία της μηχανής. Πραγματικά μια μηχανή Stirling έχει την δυνατότητα να λειτουργήσει σε ένα τεράστιο εύρος λειτουργίας, καθώς όταν αλλάζει ένα χαρακτηριστικό της μεταβάλλονται παραμετρικά όλα τα αποτελέσματα της. Αυτή η ευελιξία τόσο στην λειτουργία όσο και στον σχεδιασμό της την καθιστούν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για βιομηχανική αλλά και επιστημονική χρήση.

Όσον αφορά την παραμετρική μελέτη ως προς την μέση πίεση λειτουργίας και την ταχύτητα περιστροφής της, τα οποία είναι πολύ εύκολο να ρυθμιστούν κατά την λειτουργία της, διαπιστώθηκε ότι τα σημεία που παρουσιάζει τον βέλτιστο συντελεστή συμπεριφοράς δεν συμπίπτουν με τα σημεία όπου η ψυκτική ισχύ κάθε βαθμίδας είναι μέγιστη. Αυτό βέβαια ισχύει και για το σημείο κάθε βαθμίδας ξεχωριστά καθώς κάθε βαθμίδα παρουσιάζει την μέγιστη ψυκτική ισχύ σε διαφορετικό σημείο λειτουργίας.

Επιπλέον στην μελέτη της μηχανής με παράμετρο την θερμοκρασία κάθε βαθμίδας κατανοήθηκαν οι δυνατότητες και τα όρια της. Ο κατάλληλος συνδυασμός θερμοκρασιών είναι αυτός που θα δώσει την ψυκτική ισχύ που είναι επιθυμητή. Έτσι με μια τριβάθμια Stirling μόλις μερικών χιλιοστών μπορούν να επιτευχθούν θερμοκρασίες έως και 15 K με παραγόμενη ψυκτική ισχύ 1 Watt . Επομένως ένας ερευνητής ή εργαζόμενος μπορεί να επιλέξει το ποσό της ψυκτικής ισχύος που επιθυμεί στην κατάλληλη θερμοκρασία για την λειτουργία της.

Τέλος στην παραμετρική μελέτη ως προς την διάμετρο γίνεται αντιληπτή η πληθώρα διαφορετικών μηχανών που μπορούν να δημιουργηθούν. Αλλάζοντας απλά ένα γεωμετρικό χαρακτηριστικό μιας υπάρχουσας μηχανής δημιουργείται μια εντελώς καινούρια μηχανή με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Αυτή η δυνατότητα των πολυβάθμιων Stirling να μεταβάλλουν τα χαρακτηριστικά τους χάρις το μεγάλο εύρος λειτουργίας τους τις καθιστά ένα ενδιαφέρον θέμα για ερευνητική εργασία.

9.2 Πεδία μελλοντικής έρευνας

Η μελέτη που έγινε σε αυτήν την εργασία αποτελεί ένα μικρό κομμάτι των μελετών που πρέπει να γίνουν με σκοπό την πλήρη κατανόηση και την ακριβή πρόβλεψη της λειτουργίας των πολυβάθμιων κρυοψυκτών Stirling.

Στην σύγχρονη εποχή υπάρχουν πολλά προγράμματα όπως το Solidworks ή το TRNSYS που εκτελούν προσομείωση της λειτουργίας της μηχανής μέσω Cfd. Τα αποτελέσματα ένα τέτοιου προγράμματος είναι σίγουρο πιο αξιόπιστα και πιο αναλυτικά. Θα είχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον μια τέτοια προσομείωση.

Επιπλέον τα υλικά εξελίσσονται με την πάροδο του χρόνου. Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να βελτιώνουμε την λειτουργία των αναγεννητών κυρίως, αλλά και άλλων κομματιών της μηχανής. Οπότε και η μελέτη των υλικών είναι ένας τομέας για μελλοντική έρευνα που αφορά τις μηχανές Stirling.

Τέλος χρήσιμο θα ήταν να εκτελεστούν αναλύσεις μέσω κάποιου προγράμματος κατά την διάρκεια της μεταβατικής περιόδου της μηχανής πριν μπει στην μόνιμη κατάσταση λειτουργίας, αλλά και να μελετηθεί και η δυναμική συμπεριφορά μιας πολυβάθμιας μηχανής Stirling μιας και πραγματοποιήθηκε αποκλειστικά μελέτη μόνο των θερμοδυναμικών φαινομένων.

10 Βιβλιογραφία

1. Κωνσταντίνος Γ. Πασπαλάς, Μετάδοση Θερμότητας, Θεσσαλονίκη Ιούλιος 2017
2. William Z. Black, James G. Hartley, Εφαρμοσμένη Θερμοδυναμική, 2010
3. Graham Walker, Cryocoolers, New York 1983
4. Graham Walker, REFRIGERATORS & CRYOCOOLERS, 1997
5. https://en.wikipedia.org/wiki/Stirling_cycle
6. https://en.wikipedia.org/wiki/Pulse_tube_refrigerator
7. https://www.engineeringtoolbox.com/metal-alloys-densities-d_50.html
8. <https://www.ohio.edu/mechanical/stirling/>
9. <http://large.stanford.edu/courses/2007/ph210/bert2/>
10. H. Klein, G. Eigenberger, Approximate solutions for metallic regenerative heat exchangers, International Journal of Heat and Mass Transfer 44 (2001) 3553-3563
11. D.j. Shendage, S.B. Kedare, S.L. Bapat, Cyclic analysis and optimization of design parameters for Beta-configuration Stirling engine using rhombic drive, Applied Thermal Engineering, Volume 124, September 2017, Pages 595-615
12. Chin-Hsiang Cheng , Chu-Yin Huang , Hang-Suin Yang , Development of a 90-K Beta Type Stirling Cooler with Rhombic Drive Mechanism, International Journal of Refrigeration (2018), doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2018.11.027>
13. Paul CJ, Engeda A, Modeling a complete Stirling engine, Energy (2014)
14. Tang Kuo-Ching, Development of Computer Simulation Package for a Stirling Cryocooler with Multiple Expansion Stages, Ohio University November 1992
15. Urieli I., G. Walker, An ideal adiabatic analysis of a Stirling cryocooler with multiple expansion stages, Southampton England UK. 1990, Low Temperature Engineering and Cryogenics Conference
16. Urieli I., Berchowicz D.M., Stirling cycle engine analysis, Bristol Adam Hilger Ltd 1984
17. Walker G., Miniature refrigerators for cryogenics sensors and cold electronics. Oxford, Clarendon Press 1989
18. Daniels A., F.K. du Pre., Triple-expansion Stirling-cycle refrigerator, Advances in Cryogenic Engineering, 1970, 16, 178-184
19. Walker G., Cycle analysis for Stirling refrigerator with multiple expansion space perfect regeneration and isothermal processes, Canada, University of Calgary, Alberta 1988.

Παράρτημα

Ακολουθεί ο υπολογιστικός κώδικας όπως δημιουργήθηκε στο λογισμικό PTC Mathcad.

ORIGIN ≡ 1

Ανάπτυξη κώδικα θερμοδυναμικής ανάλυσης πολυβάθμιας Stirling Cryocooler

Simple Analysis: Εξελιγμένο Αδιαβατικό Μοντέλο με αξολόγηση αποδοτικότητας εναλλακτών, πτώσης πίεσης και απωλειών θερμότητας#

Επιλογή Αριθμού βαθμίδων (από 1 έως 4):

$n := 4$

$i := 1 \dots n$

Read Data

Εισαγωγή από τον χρήστη βασικών μεγεθών της μηχανής στα σκιαγραφημένα πλαίσια

Διάμετρος συμπίεστή: $DP := 63.5$ mm

Πλάτος ταλάντωσης πιστονιού συμπίεστή: $XPA := 16$ mm

επιζήμιος όγκος συμπίεστή (clearance volume): $VCLC := \frac{0.8 \cdot \pi \cdot DP^2}{4}$ mm³

Πλάτος ταλάντωσης displacer: $XDA := 6$ mm

Διάμετρος displacer κάθε βαθμίδας: $DE_1 := 39.9$ $DE_2 := 20$ $DE_3 := 15.1$ $DE_4 := 2$ mm

$$DE_i := \begin{cases} a \leftarrow DE_1 & \text{if } i = 1 \\ a \leftarrow DE_2 & \text{if } i = 2 \\ a \leftarrow DE_3 & \text{if } i = 3 \\ a \leftarrow DE_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

επιζήμιος όγκος βαθμίδων:

$$VCLE_1 := \frac{0.3 \cdot \pi \cdot DE_1^2}{4}$$

$$VCLE_2 := \frac{0.3 \cdot \pi \cdot DE_2^2}{4}$$

$$VCLE_3 := \frac{0.3 \cdot \pi \cdot DE_3^2}{4}$$

$$VCLE_4 := \frac{0.02 \cdot \pi \cdot DE_4^2}{4}$$

mm³

$$VCLE_i := \begin{cases} a \leftarrow VCLE_1 & \text{if } i = 1 \\ a \leftarrow VCLE_2 & \text{if } i = 2 \\ a \leftarrow VCLE_3 & \text{if } i = 3 \\ a \leftarrow VCLE_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

Επιφάνεια πιστονιού: $AP := \frac{\pi \cdot DP^2}{4}$ mm²

Όγκος από την θέση ισορροπίας μέχρι την ακραία θέση του πιστονιού: $VPA := AP \cdot XPA$

Μέσος όγκος συμπίεσης: $VC0 := VCLC + VPA$

Όγκος όλης της διαδρομής του πιστονιού (swept volume): $VSWC := 2 \cdot VPA$

Όγκος που καταλαμβάνει το ρευστό λόγω ύπαρξης κοινού displacer:

$$AE_i := \begin{cases} b \leftarrow \frac{\pi \cdot [(DE_i)^2 - (DE_{i+1})^2]}{4} & \text{if } i < n \\ b \leftarrow \frac{\pi \cdot (DE_i)^2}{4} & \text{if } i = n \end{cases}$$

$$VEA_i := AE_i \cdot XDA$$

Μέσος όγκος $VE0_i := VCLE_i + VEA_i$

Swept volume $VSWE_i := 2 \cdot VEA_i$

Διαφορά φάσης σε μοίρες μεταξύ πιστονιού και displacer

DEG := 60

Διαφορά φάσης σε ακτίνια: $ALPHA := \frac{DEG \cdot \pi}{180}$

Επιλογή αερίου λειτουργίας (He ή H2):

MYGAS := "He"

$\gamma := \begin{cases} 1.67 & \text{if MYGAS = "He"} \\ 1.4 & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases}$

$RGAS := \begin{cases} 2078.6 & \text{if MYGAS = "He"} \\ 4157.2 & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases} \quad \frac{J}{kg \cdot K}$

$PRANDLT := \begin{cases} 0.72 & \text{if MYGAS = "He"} \\ 0.72 & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases}$

$\mu_0 := \begin{cases} 18.85 \cdot 10^{-6} & \text{if MYGAS = "He"} \\ 8.35 \cdot 10^{-6} & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Δυναμική συνεκτικότητα} \\ Pa \cdot s \end{array}$

$TSU := \begin{cases} 80 & \text{if MYGAS = "He"} \\ 84.4 & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases} \quad \text{Σταθερά Sutherland}$

T0 := 273

$C_v := \frac{RGAS}{\gamma - 1}$

$C_p := \gamma \cdot C_v$

Επιλογή μέσης πίεσης λειτουργίας σε MPa:

$P_{mean} := 0.62 \quad MPa$

Επιλογή Θερμοκρασιών Rejector και Freezers σε K:

$$T_k := 300 \quad \text{K}$$

$$Th_1 := 120$$

$$Th_2 := 60$$

$$Th_3 := 20$$

$$Th_4 := 10$$

K

$$Th_i := \begin{cases} Th_1 & \text{if } i = 1 \\ Th_2 & \text{if } i = 2 \\ Th_3 & \text{if } i = 3 \\ Th_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

Θερμοκρασία στους Freezers

$$Tr_i := \begin{cases} \frac{Th_1 - T_k}{\ln\left(\frac{Th_1}{T_k}\right)} & \text{if } i = 1 \\ \frac{Th_i - Th_{i-1}}{\ln\left(\frac{Th_i}{Th_{i-1}}\right)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Θερμοκρασία στους Regenerators

$$FREQ := 10.667 \quad \text{Hz} \quad \text{συχνότητα περιστροφής μηχανής}$$

Εισαγωγή όγκων των heat exchangers:

$$V_k := 13.6 \cdot 15.1 \cdot 60 \quad \text{mm}^3$$

$$V_{h1} := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$V_{h2} := 10 \cdot 90 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$V_{h3} := 6.5 \cdot \frac{(14 - 13.1)^2 \cdot \pi}{4}$$

$$V_{h4} := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

mm³

$$V_{h_i} := \begin{cases} V_{h1} & \text{if } i = 1 \\ V_{h2} & \text{if } i = 2 \\ V_{h3} & \text{if } i = 3 \\ V_{h4} & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

Εισαγωγή όγκων των regenerators:

$$V_{r1} := \frac{\pi \cdot 35.2^2}{4} \cdot 39.4 \cdot 0.6$$

$$V_{r2} := \frac{\pi \cdot 16^2}{4} \cdot 29.4 \cdot 0.6$$

mm³

$$V_{r3} := \frac{\pi \cdot 13.1^2}{4} \cdot 24.5 \cdot 0.6$$

$$V_{r4} := \frac{\pi \cdot 16^2}{4} \cdot 29.4 \cdot 0.6$$

$$V_{ri} := \begin{cases} V_{r1} & \text{if } i = 1 \\ V_{r2} & \text{if } i = 2 \\ V_{r3} & \text{if } i = 3 \\ V_{r4} & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$A_k := 60 \cdot 13.6$$

επιφάνεια ελεύθερης ροής heat rejector (free flow area)

mm²

$$A_{wgk} := (13.6 \cdot 15.2 + 15.1) \cdot 60$$

βρεχόμενη επιφάνεια heat rejector (wetted area)

mm²

$$D_k := \frac{4 \cdot A_k}{(2 + 2 \cdot 13.6) \cdot 60}$$

υδραυλική διάμετρος

mm

$$L_k := 15$$

μήκος Heat rejector

mm

$$K_{type} := "S"$$

τύπος heat rejector ('S'=slot)

$$F_{ak} := \begin{cases} \frac{63.5}{63.5 + 2 \cdot 13.6} & \text{if } K_{type} = "S" \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Λόγος μικρής προς μεγάλης διαμέτρου σε περίπτωση που ο εναλλάκτης μας είναι slot

επιφάνεια ελεύθερης ροής στους freezers (free flow area)

mm²

$$A_{h1} := 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_{h2} := 90 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_{h3} := \frac{(15.1 - 13.1)^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_{h4} := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Ah_i := \begin{cases} Ah_1 & \text{if } i = 1 \\ Ah_2 & \text{if } i = 2 \\ Ah_3 & \text{if } i = 3 \\ Ah_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

βρεχόμενη επιφάνεια των freezers (wetted area) mm^2

$$Awgh_1 := 10 \cdot 250 \cdot \pi \cdot 1$$

$$Awgh_2 := 10 \cdot 90 \cdot \pi \cdot 1$$

$$Awgh_3 := 6.5 \cdot \pi \cdot 14 + \frac{(15.1 - 13.1)^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Awgh_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Awgh_i := \begin{cases} Awgh_1 & \text{if } i = 1 \\ Awgh_2 & \text{if } i = 2 \\ Awgh_3 & \text{if } i = 3 \\ Awgh_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

υδραυλική διάμετρος mm

$$Dh_1 := 4 \cdot \frac{Ah_1}{\pi \cdot 1 \cdot 250} = 1$$

$$Dh_2 := \frac{4 \cdot Ah_2}{\pi \cdot 1 \cdot 90}$$

$$Dh_3 := \frac{4 \cdot Ah_3}{\pi \cdot (15.1 + 13.1)}$$

$$Dh_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Dh_i := \begin{cases} Dh_1 & \text{if } i = 1 \\ Dh_2 & \text{if } i = 2 \\ Dh_3 & \text{if } i = 3 \\ Dh_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$Lh_1 := 10$$

$$Lh_2 := 10$$

$$Lh_3 := 6.5$$

$$Lh_4 := 3$$

μήκος freezers mm

$$Lh_i := \begin{cases} Lh_1 & \text{if } i = 1 \\ Lh_2 & \text{if } i = 2 \\ Lh_3 & \text{if } i = 3 \\ Lh_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

ο τύπος του κάθε freezer ('T'=tube, 'C'=cylinder, 'S'=slot)

$$H_{type_i} := \begin{cases} "T" & \text{if } i = 1 \\ "T" & \text{if } i = 2 \\ "C" & \text{if } i = 3 \\ "T" & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$Fah_1 := 1$$

$$Fah_2 := 2$$

$$Fah_3 := 3$$

$$Fah_4 := 4$$

λόγος μικρής προς μεγάλης
διαμέτρου

$$Fah_i := \begin{cases} Fah_{,1} & \text{if } H_{type_1} = "S" \wedge i = 1 \\ 0 & \text{if } i = 1 \wedge H_{type_1} \neq "S" \\ Fah_{,2} & \text{if } H_{type_i} = "S" \wedge i = 2 \\ 0 & \text{if } i = 2 \wedge H_{type_i} \neq "S" \\ Fah_3 & \text{if } H_{type_i} = "S" \wedge i = 3 \\ 0 & \text{if } i = 3 \wedge H_{type_i} \neq "S" \\ Fah_{,4} & \text{if } H_{type_i} = "S" \wedge i = 4 \\ 0 & \text{if } i = 4 \wedge H_{type_i} \neq "S" \end{cases}$$

ο τύπος του κάθε αναγεννητή ('T'=tube, 'C'=cylinder, 'S'=slot)

$$R_{type_i} := \begin{cases} "T" & \text{if } i = 1 \\ "T" & \text{if } i = 2 \\ "T" & \text{if } i = 3 \\ "S" & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

υλικό του αναγεννητή κάθε βαθμίδας:

$$\text{MaterialR}_1 := \text{"Cu"}$$

$$\text{MaterialR}_2 := \text{"Cu"}$$

$$\text{MaterialR}_3 := \text{"Pb"}$$

$$\text{MaterialR}_4 := \text{"Cu"}$$

$$\text{MaterialR}_i := \begin{cases} \text{MaterialR}_1 & \text{if } i = 1 \\ \text{MaterialR}_2 & \text{if } i = 2 \\ \text{MaterialR}_3 & \text{if } i = 3 \\ \text{MaterialR}_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$\rho_{\text{Cu}} := 8940$$

$$\rho_{\text{Pb}} := 11340$$

$$\rho_{\text{St}} := 7800$$

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_{s_i} := \begin{cases} \rho_{\text{Cu}} & \text{if } i = 1 \\ \rho_{\text{Cu}} & \text{if } i = 2 \\ \rho_{\text{Pb}} & \text{if } i = 3 \\ \rho_{\text{Cu}} & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

βρεχόμενη επιφάνεια των rejectors (wetted area) mm^2

$$\text{Awgr}_1 := \frac{4 \cdot (1 - 0.6) \cdot V_{r1}}{0.005}$$

$$\text{Awgr}_2 := \frac{4 \cdot (1 - 0.6) \cdot V_{r2}}{0.005}$$

$$\text{Awgr}_3 := \frac{4 \cdot (1 - 0.6) \cdot V_{r3}}{0.004}$$

$$\text{Awgr}_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\text{Awgr}_i := \begin{cases} \text{Awgr}_1 & \text{if } i = 1 \\ \text{Awgr}_2 & \text{if } i = 2 \\ \text{Awgr}_3 & \text{if } i = 3 \\ \text{Awgr}_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

free flow area του regenerator mm^2

$$Ar_1 := \frac{\pi \cdot 35.2^2}{4} \cdot 0.6$$

$$Ar_2 := \frac{\pi \cdot 16^2}{4} \cdot 0.6$$

$$Ar_3 := \frac{\pi \cdot 13.1^2}{4} \cdot 0.6 = 80.869$$

$$Ar_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Ar_i := \begin{cases} Ar_1 & \text{if } i = 1 \\ Ar_2 & \text{if } i = 2 \\ Ar_3 & \text{if } i = 3 \\ Ar_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

Υδραυλική διάμετρος mm

$$Dr_1 := 0.005 \cdot \frac{0.6}{1 - 0.6}$$

$$Dr_2 := 0.005 \cdot \frac{0.6}{1 - 0.6}$$

$$Dr_3 := 0.004 \cdot \frac{0.6}{1 - 0.6}$$

$$Dr_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Dr_i := \begin{cases} Dr_1 & \text{if } i = 1 \\ Dr_2 & \text{if } i = 2 \\ Dr_3 & \text{if } i = 3 \\ Dr_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$Lr_1 := 39.4$$

$$Lr_2 := 29.4$$

$$Lr_3 := 24.5$$

$$Lr_4 := 18$$

μήκος κάθε regenerator mm

$$Lr_i := \begin{cases} Lr_1 & \text{if } i = 1 \\ Lr_2 & \text{if } i = 2 \\ Lr_3 & \text{if } i = 3 \\ Lr_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$\text{PSIr}_1 := 0.6$$

$$\text{PSIr}_2 := 0.6$$

$$\text{PSIr}_3 := 0.6$$

$$\text{PSIr}_4 := 0.6$$

(ψ : το πορώδες του κάθε αναγεννητή)

$$\text{PSIr}_i := \begin{cases} \text{PSIr}_1 & \text{if } i = 1 \\ \text{PSIr}_2 & \text{if } i = 2 \\ \text{PSIr}_3 & \text{if } i = 3 \\ \text{PSIr}_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

βρεχόμενη επιφάνεια του τοιχώματος κάθε αναγεννητή mm^2

$$\text{Awr}_1 := 39.4 \cdot \pi \cdot 15.2$$

$$\text{Awr}_2 := \pi \cdot 16 \cdot 29.4$$

$$\text{Awr}_3 := \pi \cdot 13.1 \cdot 24.5$$

$$\text{Awr}_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\text{Awr}_i := \begin{cases} \text{Awr}_1 & \text{if } i = 1 \\ \text{Awr}_2 & \text{if } i = 2 \\ \text{Awr}_3 & \text{if } i = 3 \\ \text{Awr}_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

► Metal Conductivity & Specific Heat

☑ Schmid Analysis

Πραγματοποιείται Ανάλυση Schmid για μία πρώτη εκτίμηση της λειτουργίας της μηχανής:

$$C_{\omega\omega}(\text{Th}) := \sqrt{\left(\frac{\text{VSWC}}{\text{Tk}}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\text{VSWC}}{\text{Tk}} \cdot \left(\sum_{i=1}^n \frac{\text{VSWE}_i}{\text{Th}_i}\right) \cdot \cos(\text{ALPHA}) + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\text{VSWE}_i}{\text{Th}_i}\right)^2}$$

$$S_{\omega\omega}(\text{Tr}, \text{Th}) := \frac{\text{VCLC} + \text{Vk} + \frac{\text{VSWC}}{2}}{\text{Tk}} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\left(\text{VCLC}_i + \text{Vh}_i + \frac{\text{VSWE}_i}{2}\right)}{\text{Th}_i} + \frac{\text{Vr}_i}{\text{Tr}_i} \right]$$

$$\beta(\text{Th}) := \text{atan} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{\text{VSWE}_i}{\text{Th}_i} \cdot \sin(\text{ALPHA})}{\sum_{i=1}^n \frac{\text{VSWE}_i}{\text{Th}_i} \cdot \cos(\text{ALPHA}) + \frac{\text{VSWC}}{\text{Tk}}} \right)$$

$$B(\text{Tr}, \text{Th}) := \frac{C(\text{Th})}{2 \cdot S(\text{Tr}, \text{Th})}$$

$$M_{\text{gas}}(P_{\text{mean}}, \text{Tr}, \text{Th}) := \frac{P_{\text{mean}} \cdot S(\text{Tr}, \text{Th}) \cdot \sqrt{1 - B(\text{Tr}, \text{Th})^2}}{\text{RGAS}}$$

gr (η συνολική μάζα του αερίου)

$$\text{BF}(\text{Tr}, \text{Th}) := \frac{\sqrt{1 - B(\text{Tr}, \text{Th})^2} - 1}{B(\text{Tr}, \text{Th})}$$

$$\text{We}_{\text{Schmid}} := \pi \cdot \text{VSWC} \cdot P_{\text{mean}} \cdot \sin(\beta(\text{Th})) \cdot \text{BF}(\text{Tr}, \text{Th})$$

$$Q_{eSchmid_i} := \pi \cdot VSWE_i \cdot P_{mean} \cdot \sin(\beta(Th) - ALPHA) \cdot BF(Tr, Th)$$

$$W_{Schmid} := W_{eSchmid} + \sum_{i=1}^n (Q_{eSchmid_i})$$

$$COP_{Schmid} := \frac{-Q_{eSchmid_n}}{W_{Schmid}}$$

▣ Schmid Analysis

▣ Volumes

Υπολογισμός των όγκων και των διαφορικών τους στους χώρους συμπίεσης και εκτόνωσης συναρτήσει της γωνίας στροφάλου:

```

Volume(θ) :=
  XP ← XPA·cos(θ)
  XD ← XDA·cos(θ + ALPHA)
  DXP ← -XPA·sin(θ)
  DXD ← -XDA·sin(θ + ALPHA)
  VC ← VC0 - XP·AP
  DVC ← -DXP·AP
  VE ← VE0 - XD·AE
  DVE ← -DXD·AE
  temp(1) ← VC
  temp(2) ← DVC
  temp(3) ← VE
  temp(4) ← DVE
  temp

```

▣ Volumes

Υπολογισμός των θερμοδυναμικών μεγεθών και των διαφορικών τους ξεχωριστά σε κάθε συνάρτηση:

Πίεση:

$$P(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) := \left\{ \begin{array}{l} \text{VOT} \leftarrow \frac{V_k}{T_k} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{V_{r_i}}{T_{r_i}} + \frac{V_{h_i}}{T_{h_i}} \right) \\ \text{AA} \leftarrow \text{RGAS} \cdot M_{\text{gas}}(P_{\text{mean}}, T_r, T_h) \\ \text{VolumeA} \leftarrow \text{Volume}(\theta) \\ \text{BB} \leftarrow \frac{\text{VolumeA}_{1,1}}{T_c} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{VolumeA}_{i,3}}{T_{e_i}} \\ \text{GG} \leftarrow \text{BB} + \text{VOT} \\ P \leftarrow \frac{\text{AA}}{\text{GG}} \\ P \end{array} \right.$$

Διαφορικό πίεσης:

$$D_p(P_{\text{mean}}, \theta, T_{ck}, T_{he}, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) := \left\{ \begin{array}{l} \text{VOT} \leftarrow \frac{V_k}{T_k} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{V_{r_i}}{T_{r_i}} + \frac{V_{h_i}}{T_{h_i}} \right) \\ \text{VolumeA} \leftarrow \text{Volume}(\theta) \\ \text{CC} \leftarrow \frac{\text{VolumeA}_{1,2}}{T_{ck}} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{VolumeA}_{i,4}}{T_{he_i}} \\ \text{DD} \leftarrow \frac{\text{VolumeA}_{1,1}}{T_{ck} \cdot \gamma} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{VolumeA}_{i,3}}{T_{he_i} \cdot \gamma} \\ \text{HH} \leftarrow \text{DD} + \text{VOT} \\ D_p \leftarrow -P(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \cdot \frac{\text{CC}}{\text{HH}} \\ D_p \end{array} \right.$$

Μάζα :

```
Mass(Pmean, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th) := PA ← P(Pmean, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
VolumeA ← Volume(θ)
Mc ←  $\frac{PA \cdot VolumeA_{1,1}}{RGAS \cdot T_c}$ 
Mk ←  $\frac{PA \cdot V_k}{RGAS \cdot T_k}$ 
for i ∈ 1..n
  Mri ←  $\frac{PA \cdot V_{r_i}}{RGAS \cdot T_{r_i}}$ 
  Mhi ←  $\frac{PA \cdot V_{h_i}}{RGAS \cdot T_{h_i}}$ 
  Mei ←  $\frac{PA \cdot VolumeA_{i,3}}{RGAS \cdot T_{e_i}}$ 
  temp⟨1⟩ ← Mc
  temp⟨2⟩ ← Mk
  temp⟨3⟩ ← Mr
  temp⟨4⟩ ← Mh
  temp⟨5⟩ ← Me
temp
```

Διαφορικό μάζας:

$$\text{DMass}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) := \begin{array}{l} PA \leftarrow P(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \\ DpA \leftarrow Dp(P_{\text{mean}}, \theta, T_{ck}, T_{he}, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \\ \text{VolumeA} \leftarrow \text{Volume}(\theta) \\ \text{MassA} \leftarrow \text{Mass}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \\ \text{DMc} \leftarrow \frac{PA \cdot \text{VolumeA}_{1,2} + \frac{\text{VolumeA}_{1,1} \cdot DpA}{\gamma}}{RGAS \cdot T_{ck}} \\ \text{DPOP} \leftarrow \frac{DpA}{PA} \\ \text{DMk} \leftarrow \text{MassA}_{1,2} \cdot \text{DPOP} \\ \text{DMr} \leftarrow \text{MassA}^{(3)} \cdot \text{DPOP} \\ \text{DMh} \leftarrow \text{MassA}^{(4)} \cdot \text{DPOP} \\ \text{for } i \in 1..n \\ \text{DMe}_i \leftarrow \frac{PA \cdot \text{VolumeA}_{i,4} + \frac{\text{VolumeA}_{i,3} \cdot DpA}{\gamma}}{RGAS \cdot T_{he}_i} \\ \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{DMc} \\ \text{temp}^{(2)} \leftarrow \text{DMk} \\ \text{temp}^{(3)} \leftarrow \text{DMr} \\ \text{temp}^{(4)} \leftarrow \text{DMh} \\ \text{temp}^{(5)} \leftarrow \text{DMe} \\ \text{temp} \end{array}$$

Ροές μάζας

```

Flows( $P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h$ ) :=
  DMassA  $\leftarrow$  DMass( $P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h$ )
  GAck  $\leftarrow$  -DMassA1,1
  GAhe  $\leftarrow$  DMassA(5)
  for i  $\in$  1 .. n
    GAhri  $\leftarrow$  GAck - DMassA1,2 if i = 1
    GARhi  $\leftarrow$  GAhri - DMassA1,3 if i = 1
    GAhri  $\leftarrow$  GARhi-1 - GAhei-1 - DMassAi-1,4 if i = 2
    GARhi  $\leftarrow$  GAhri - DMassA1,3 if i = 2
    GAhri  $\leftarrow$  GARhi-1 - GAhei-1 - DMassAi-1,4 if i = 3
    GARhi  $\leftarrow$  GAhri - DMassA1,3 if i = 3
    GAhri  $\leftarrow$  GARhi-1 - GAhei-1 - DMassAi-1,4 if i = 4
    GARhi  $\leftarrow$  GAhri - DMassA1,3 if i = 4
  temp(1)  $\leftarrow$  GAck
  temp(2)  $\leftarrow$  GAhr
  temp(3)  $\leftarrow$  GARh
  temp(4)  $\leftarrow$  GAhe
  temp

```

Συνοριακές θερμοκρασίες:

$$\text{Contemp}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) := \left\{ \begin{array}{l} \text{FlowsA} \leftarrow \text{Flows}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) \\ T_{ck} \leftarrow T_k \\ T_{ck} \leftarrow T_c \text{ if } \text{FlowsA}_{1,1} \geq 0 \\ T_{he} \leftarrow T_e \\ \text{for } i \in 1 \dots n \\ \quad T_{he}_i \leftarrow T_{hi} \text{ if } \text{FlowsA}_{i,4} \geq 0 \\ \text{temp}^{\langle 1 \rangle} \leftarrow T_{ck} \\ \text{temp}^{\langle 2 \rangle} \leftarrow T_{he} \\ \text{temp} \end{array} \right.$$

Διαφορικά θερμοκρασιών:

$$\text{Dtemp}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) := \left\{ \begin{array}{l} \text{DPOP} \leftarrow \frac{\text{Dp}(P_{\text{mean}}, \theta, T_{ck}, T_{he}, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h)}{\text{P}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h)} \\ \text{VolumeA} \leftarrow \text{Volume}(\theta) \\ \text{MassA} \leftarrow \text{Mass}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \\ \text{DMassA} \leftarrow \text{DMass}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) \\ \text{DTc} \leftarrow T_c \cdot \left(\text{DPOP} + \frac{\text{VolumeA}_{1,2}}{\text{VolumeA}_{1,1}} - \frac{\text{DMassA}_{1,1}}{\text{MassA}_{1,1}} \right) \\ \text{for } i \in 1 \dots 4 \\ \quad \text{DTe}_i \leftarrow T_{e_i} \cdot \left(\text{DPOP} + \frac{\text{VolumeA}_{i,4}}{\text{VolumeA}_{i,3}} - \frac{\text{DMassA}_{i,5}}{\text{MassA}_{i,5}} \right) \\ \text{temp}^{\langle 1 \rangle} \leftarrow \text{DTc} \\ \text{temp}^{\langle 2 \rangle} \leftarrow \text{DTe} \\ \text{temp} \end{array} \right.$$

Υπολογισμός έργων, θερμότητων και των διαφορικών τους:

```

Energy(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, T) :=
  VolumeA ← Volume(θ)
  PA ← P(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
  DpA ← Dp(Pm, θ, Tck, The, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
  Cont ← Contemp(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)
  F ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)
  DQk ←  $\frac{V_k \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot (Cont_{1,1} \cdot F_{1,1} - Tk \cdot F_{1,2})$ 
  for i ∈ 1..n
    DQri ←  $\frac{V_{r,i} \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot (Tk \cdot F_{i,2} - Th_i \cdot F_{i,3})$  if i = 1
    DQri ←  $\frac{V_{r,i} \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot (Th_{i-1} \cdot F_{i,2} - Th_i \cdot F_{i,3})$  otherwise
  for i ∈ 1..n
    DQhi ←  $\frac{V_{h,i} \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot (Th_i \cdot F_{i,3} - Cont_{i,2} \cdot F_{i,4})$  if i = n
    DQhi ←  $\frac{V_{h,i} \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot [Th_i \cdot (F_{i,3} - F_{i+1,2}) - Cont_{i,2} \cdot F_{i,4}]$  otherwise
  DWc ← PA · VolumeA1,2
  DWe ← PA · VolumeA(4)
  temp(1) ← DQk
  temp(2) ← DQr
  temp(3) ← DQh
  temp(4) ← DWc
  temp(5) ← DWe
  temp

```


$$\text{Dadiab}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) :=$$

$$\text{VOT} \leftarrow \frac{V_k}{T_k} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{V_{r_i}}{T_{r_i}} + \frac{V_{h_i}}{T_{h_i}} \right)$$

$$\text{AA} \leftarrow \text{RGAS} \cdot M_{\text{gas}}(P_{\text{mean}}, T_r, T_h)$$

$$\text{BB} \leftarrow \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,1}}{T_c} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,3}}{T_{e_i}}$$

$$\text{GG} \leftarrow \text{BB} + \text{VOT}$$

$$P \leftarrow \frac{\text{AA}}{\text{GG}}$$

$$\text{CC} \leftarrow \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,2}}{T_{ck}} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,4}}{T_{he_i}}$$

$$\text{DD} \leftarrow \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,1}}{T_{ck} \cdot \gamma} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,3}}{T_{he_i} \cdot \gamma}$$

$$\text{HH} \leftarrow \text{DD} + \text{VOT}$$

$$D_p \leftarrow -P \cdot \frac{\text{CC}}{\text{HH}}$$

$$\text{DPOP} \leftarrow \frac{D_p}{P}$$

$$M_c \leftarrow \frac{P \cdot \text{Volume}(\theta)_{1,1}}{\text{RGAS} \cdot T_c}$$

$$M_k \leftarrow \frac{P \cdot V_k}{\text{RGAS} \cdot T_k}$$

for $i \in 1 \dots n$

$$M_{r_i} \leftarrow \frac{P \cdot V_{r_i}}{\text{RGAS} \cdot T_{r_i}}$$

$$M_{h_i} \leftarrow \frac{P \cdot V_{h_i}}{\text{RGAS} \cdot T_{h_i}}$$

$$M_{e_i} \leftarrow \frac{P \cdot \text{Volume}(\theta)_{i,3}}{\text{RGAS} \cdot T_{e_i}}$$

$$\text{DMc} \leftarrow \frac{P \cdot \text{Volume}(\theta)_{1,2} + \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,1} \cdot D_p}{\gamma}}{\text{RGAS} \cdot T_{ck}}$$

$$\text{DMk} \leftarrow M_k \cdot \text{DPOP}$$

$$\text{DMr} \leftarrow M_{r_i} \cdot \text{DPOP}$$

$$\text{DMh} \leftarrow M_{h_i} \cdot \text{DPOP}$$

for $i \in 1 \dots n$

$$\text{DMe}_i \leftarrow \frac{P \cdot \text{Volume}(\theta)_{i,4} + \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,3} \cdot D_p}{\gamma}}{\text{RGAS} \cdot T_{he_i}}$$

$$\text{GAck} \leftarrow -\text{DMc}$$

$$\text{GAhe} \leftarrow \text{DMe}$$

for $i \in 1 \dots n$

```

GAhri ← GAck - DMk if i = 1
GARhi ← GAhri - DMri if i = 1
GAhri ← GARhi-1 - GAhei-1 - DMhi-1 if i = 2
GARhi ← GAhri - DMri if i = 2
GAhri ← GARhi-1 - GAhei-1 - DMhi-1 if i = 3
GARhi ← GAhri - DMri if i = 3
GAhri ← GARhi-1 - GAhei-1 - DMhi-1 if i = 4
GARhi ← GAhri - DMri if i = 4

Tck ← Tk
Tck ← Tc if GAck ≥ 0
The ← Te
for i ∈ 1 .. n
  Thei ← Thi if GAhei ≥ 0
DTc ← Tc ·  $\left( \text{DPOP} + \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,2}}{\text{Volume}(\theta)_{1,1}} - \frac{\text{DMc}}{\text{Mc}} \right)$ 
for i ∈ 1 .. n
  DTci ← Tci ·  $\left( \text{DPOP} + \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,4}}{\text{Volume}(\theta)_{i,3}} - \frac{\text{DMe}_i}{\text{Me}_i} \right)$ 
DQk ←  $\frac{\text{Vk} \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot (\text{Tck} \cdot \text{GAck} - \text{Tk} \cdot \text{GAhr}_1)$ 
for i ∈ 1 .. n
  DQri ←  $\frac{\text{Vr}_i \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot (\text{Tk} \cdot \text{GAhr}_i - \text{Th}_i \cdot \text{GARh}_i)$  if i = 1
  DQri ←  $\frac{\text{Vr}_i \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot (\text{Th}_{i-1} \cdot \text{GAhr}_i - \text{Th}_i \cdot \text{GARh}_i)$  otherwise
for i ∈ 1 .. n
  DQhi ←  $\frac{\text{Vh}_i \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot (\text{Th}_i \cdot \text{GARh}_i - \text{The}_i \cdot \text{GAhe}_i)$  if i = n
  DQhi ←  $\frac{\text{Vh}_i \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot [\text{Th}_i \cdot (\text{GARh}_i - \text{GAhr}_{i+1}) - \text{The}_i \cdot \text{GAhe}_i]$  otherwise
DWc ← P · Volume(θ)1,2
DWe ← P · Volume(θ)(4)
temp(1) ← P
temp(2) ← Dp
temp(3) ← Mc
temp(4) ← Mk
temp(5) ← Mr
temp(6) ← Mh
temp(7) ← Me

```

temp^{<8>} ← DMc
temp^{<9>} ← DMk
temp^{<10>} ← DMr
temp^{<11>} ← DMh
temp^{<12>} ← DMe
temp^{<13>} ← GAck
temp^{<14>} ← GAhr
temp^{<15>} ← GARh
temp^{<16>} ← GAhe
temp^{<17>} ← Tck
temp^{<18>} ← The
temp^{<19>} ← DTc
temp^{<20>} ← DTe
temp^{<21>} ← DQk
temp^{<22>} ← DQr
temp^{<23>} ← DQh
temp^{<24>} ← DWc
temp^{<25>} ← DWe
temp

▣ Rk 4

Η συνάρτηση αυτή πραγματοποιεί αριθμητική μέθοδο Runge Kutta 4ης τάξης για να υπολογίσει με ικανοποιητική ακρίβεια τα θερμοδυναμικά που μεγέθη που δεν έχουν αναλυτική λύση, αλλά γνωρίζουμε μόνο την διαφορική τους εξίσωση:

$$NN := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad MM := \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

```

Rk4(Pm, θ, Δθ, Tc, Te, Qk, Qr, Qh, Wc, We, W, Tck, The, Tk, Tr, Th) :=
    θ0 ← θ
    Tc0 ← Tc
    Wc0 ← Wc
    Qk0 ← Qk
    for i ∈ 1..n
        Te0i ← Tei
        Qr0i ← Qri
        Qh0i ← Qhi
        We0i ← Wei
    for j ∈ 1..4
        Deriv ← Dadiab(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)
        θ ← θ0 + NNj · Δθ
        FTcj ← Deriv1,19
        FQkj ← Deriv1,21
        FWcj ← Deriv1,24
        for i ∈ 1..n
            FTej,i ← Derivi,20
            FQrj,i ← Derivi,22
            FQhj,i ← Derivi,23
            FWej,i ← Derivi,25
        DTc ← 0
        DQk ← 0
        DWc ← 0
        for i ∈ 1..n
            DTei ← 0

```

```

DQri ← 0
DQhi ← 0
DWei ← 0
for k ∈ 1 .. j
    DTc ← DTc + MMj,k · FTck
    DQk ← DQk + MMj,k · FQkk
    DWc ← DWc + MMj,k · FWck
    for i ∈ 1 .. n
        DTei ← DTei + MMj,k · FTek,i
        DQri ← DQri + MMj,k · FQrk,i
        DQhi ← DQhi + MMj,k · FQhk,i
        DWei ← DWei + MMj,k · FWek,i
Tc ← Tc0 + DTc · Δθ
Qk ← Qk0 + DQk · Δθ
Wc ← Wc0 + DWc · Δθ
Te ← Te0 + DTe · Δθ
Qr ← Qr0 + DQr · Δθ
Qh ← Qh0 + DQh · Δθ
We ← We0 + DWe · Δθ
W ← Wc + ∑i=1n Wei
temp⟨1⟩ ← Tc
temp⟨2⟩ ← Te
temp⟨3⟩ ← Qk
temp⟨4⟩ ← Qr
temp⟨5⟩ ← Qh
temp⟨6⟩ ← Wc
temp⟨7⟩ ← We
temp⟨8⟩ ← DTc
temp⟨9⟩ ← DTe
temp⟨10⟩ ← DQk
temp⟨11⟩ ← DQr
temp⟨12⟩ ← DQh
temp⟨13⟩ ← DWc
temp⟨14⟩ ← DWe
temp⟨15⟩ ← W
temp

```

Καλώντας τις παραπάνω συναρτήσεις πραγματοποιεί αδιαβατική ανάλυση ενός κύκλου. Αρχικά, εκτελεί επαναληπτική διαδικασία μέχρις ότου να συγκλίνουν δύο διαδοχικοί κύκλοι ελέγχοντας τις θερμοκρασίες στο τέλος αυτών. Μετά την σύγκλιση, γίνεται εκ νέου ανάλυση του θερμοδυναμικού κύκλου, ούτως ώστε να καταχωρηθούν όλα τα θερμοδυναμικά μεγέθη συναρτήσει της γωνίας στροφάλου.

Μέγιστος αριθμός κύκλων για σύγκλιση του προβλήματος

MAXCYC := 30

Κριτήριο σύγκλισης

$\epsilon_{\omega} := 0.1$

Αριθμός επαναλήψεων σε κάθε κύκλο

NINC := 360

Βήμα μεταβολής γωνίας:

$\Delta\theta := \frac{2 \cdot \pi}{NINC}$

Αρχικοποίηση μεταβλητών:

CYCLE := 0

Terror := 5

```

Adiab( $P_m, T_k, T_r, T_h$ ) :=
  Tc0 ← Tc
  Tc ← Tc
  for i ∈ 1..n
    Thei ← Thi
    Tei ← Thi
  while Error > ε ∧ CYCLE < MAXCYC
    Tc0 ← Tc
    Te0 ← Te
    Qk ← 0
    Wc ← 0
    for i ∈ 1..n
      Qri ← 0
      Qhi ← 0
      Wei ← 0
    W ← 0
    CYCLE ← CYCLE + 1
    θ ← 0
    for j ∈ 1..NINC
      RES ← Rk4( $P_m, \theta, \Delta\theta, T_c, T_e, Q_k, Q_r, Q_h, W_c, W_e, W, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h$ )
      θ ← θ + Δθ
      Tc ← RES1,1
      Te ← RES(2)
      Qk ← RES1,3
      Qr ← RES(4)
      Qh ← RES(5)
      Wc ← RES1,6
      We ← RES(7)
      W ← RES1,15
      Tck ← Contemp( $P_m, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h$ )1,1
      The ← Contemp( $P_m, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h$ )(2)
      Error ← |Tc0 - Tc| +  $\sum_{i=1}^n |Te0_i - Te_i|$ 
    θ ← 0
    Qk ← 0
    Wc ← 0
    for i ∈ 1..n
      Qri ← 0
      Qhi ← 0
      Wei ← 0
    W ← 0

```

```

VAR1,1 ← Tc
for i ∈ 1..n
  VARi+1,1 ← Tei
VARn+2,1 ← Qk·10-3
for i ∈ 1..n
  VARn+2+i,1 ← Qri·10-3
  VAR2n+2+i,1 ← Qhi·10-3
VAR3·n+3,1 ← Wc·10-3
for i ∈ 1..n
  VAR3n+3+i,1 ← Wei·10-3
VAR4·n+4,1 ← W·10-3
VAR4n+5,1 ← P(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
VAR4n+6,1 ← Volume(θ)1,1
for i ∈ 1..n
  VAR4n+6+i,1 ← Volume(θ)i,3
VAR5n+7,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)1,1
VAR5n+8,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)1,2
for i ∈ 1..n
  VAR5n+8+i,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,3
  VAR6n+8+i,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,4
  VAR7n+8+i,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,5
VAR8n+9,1 ← Tck
for i ∈ 1..n
  VAR8n+9+i,1 ← Thei
VAR9n+10,1 ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)1,1
for i ∈ 1..n
  VAR9n+10+i,1 ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,2
  VAR10n+10+i,1 ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,3
  VAR11n+10+i,1 ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,4
  VAR12·n+10+i,1 ← Volume(θ)i,4
for j ∈ 2..NINC + 1
  RES ← Rk4(Pm, θ, Δθ, Tc, Te, Qk, Qr, Qh, Wc, We, W, Tck, The, Tk, Tr, Th)
  θ ← θ + Δθ
  Tc ← RES1,1
  Te ← RES(2)
  Qk ← RES1,3

```



```

Qr ← RES(4)
Qh ← RES(5)
Wc ← RES1,6
We ← RES(7)
W ← RES1,15
Tck ← Contemp(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)1,1
The ← Contemp(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)(2)
VAR1,j ← Tc
for i ∈ 1..n
  VARi+1,j ← Tci
VARn+2,j ← Qk·10-3
for i ∈ 1..n
  VARn+2+i,j ← Qri·10-3
  VAR2n+2+i,j ← Qhi·10-3
VAR3·n+3,j ← Wc·10-3
for i ∈ 1..n
  VAR3n+3+i,j ← Wei·10-3
VAR4·n+4,j ← W·10-3
VAR4n+5,j ← P(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
VAR4n+6,j ← Volume(θ)1,1
for i ∈ 1..n
  VAR4n+6+i,j ← Volume(θ)i,3
VAR5n+7,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)1,1
VAR5n+8,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)1,2
for i ∈ 1..n
  VAR5n+8+i,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,3
  VAR6n+8+i,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,4
  VAR7n+8+i,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,5
VAR8n+9,j ← Tck
for i ∈ 1..n
  VAR8n+9+i,j ← Thei
VAR9n+10,j ← Flows(Pmean, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)1,1
for i ∈ 1..n
  VAR9n+10+i,j ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,2
  VAR10n+10+i,j ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,3
  VAR11n+10+i,j ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,3

```

$$\begin{array}{l} \text{VAR}_{12 \cdot n+10+i,j} \leftarrow \text{Volume}(\theta)_{i,4} \\ \text{VAR}_{13 \cdot n+12,j} \leftarrow \frac{\theta}{\text{deg}} \\ \text{VAR}_{13 \cdot n+11,1} \leftarrow \text{CYCLE} \\ \text{VAR} \end{array}$$

▣ Adiab

▣ Reynolds

Υπολογισμός του αριθμού Reynolds

$$\text{Reynolds}(G, T, D) := \begin{array}{l} \mu \leftarrow \mu_0 \cdot \frac{(T_0 + \text{TSU})}{T + \text{TSU}} \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.5} \\ k_{\text{gas}} \leftarrow \frac{C_p \cdot \mu}{\text{PRANDLT}} \\ \text{Re} \leftarrow \frac{|G \cdot D|}{\mu} \\ \text{Re} \leftarrow 1 \quad \text{if } \text{Re} < 1 \\ \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{Re} \\ \text{temp}^{(2)} \leftarrow \mu \\ \text{temp} \end{array}$$

▣ Reynolds

▣ Heat Transfer Evaluation

Υπολογισμός του συντελεστή μεταφοράς θερμότητας και του συντελεστή τριβής στην περίπτωση που ο εναλλάκτης είναι τύπου slot:

$$\begin{aligned}
 \text{SLOTFR}(D, \mu, \text{AvgRe}, \text{Fa}) := & \left\{ \begin{array}{l}
 B \leftarrow 1.47 - 1.48 \cdot \text{Fa} + 0.92 \cdot \text{Fa}^2 \\
 \text{Fr} \leftarrow 16 \cdot B \text{ if } \text{AvgRe} < 2000 \\
 \text{Fr} \leftarrow \left[0.008 \cdot B \cdot \frac{(\text{AvgRe} - 4000)}{-2000} + 0.001 \cdot \frac{(\text{AvgRe} - 2000)}{2000} \right] \cdot \text{AvgRe} \text{ if } 2000 \leq \text{AvgRe} < 4000 \\
 \text{Fr} \leftarrow 0.0791 \cdot \text{AvgRe}^{0.75} \text{ if } \text{AvgRe} \geq 4000 \\
 \text{Ht} \leftarrow \frac{\text{Fr} \cdot \mu \cdot C_p}{2 \cdot D \cdot \text{PRANDLT}} \\
 \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{Ht} \\
 \text{temp}^{(2)} \leftarrow \text{Fr} \\
 \text{temp}
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Υπολογισμός του συντελεστή μεταφοράς θερμότητας και του συντελεστή τριβής στην περίπτωση που ο εναλλάκτης είναι τύπου pipe:

$$\begin{aligned}
 \text{PIPF}(D, \mu, \text{AvgRe}) := & \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Fr} \leftarrow 16 \text{ if } \text{AvgRe} < 2000 \\
 \text{Fr} \leftarrow \left[0.008 \cdot \frac{(\text{AvgRe} - 4000)}{-2000} + 0.001 \cdot \frac{(\text{AvgRe} - 2000)}{2000} \right] \cdot \text{AvgRe} \text{ if } 2000 \leq \text{AvgRe} < 4000 \\
 \text{Fr} \leftarrow 0.0791 \cdot \text{AvgRe}^{0.75} \text{ if } \text{AvgRe} \geq 4000 \\
 \text{Ht} \leftarrow \frac{\text{Fr} \cdot \mu \cdot C_p}{2 \cdot D \cdot \text{PRANDLT}} \\
 \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{Ht} \\
 \text{temp}^{(2)} \leftarrow \text{Fr} \\
 \text{temp}
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Υπολογισμός του συντελεστή τριβής για το πλέγμα του αναγεννητή:

$$\begin{aligned}
 \text{MATFR}(\text{Re}, \text{PSI}) := & \left\{ \begin{array}{l}
 \text{ALPHA} \leftarrow (1.27 \cdot \text{PSI} - 0.27)^2 \\
 \text{A} \leftarrow \frac{1.33}{\text{PSI}^2} \cdot \left(\frac{1 - \text{PSI}}{\text{ALPHA}} \right)^{-0.33} \\
 \text{B} \leftarrow 10^{\frac{-0.54}{\text{PSI}}} \cdot \frac{\text{PSI}^3}{2 \cdot (1 - \text{PSI}) \cdot \text{ALPHA}^2} \\
 \text{C} \leftarrow \text{B} \cdot 10^{\text{A}} \\
 \text{D} \leftarrow \text{A} \cdot \text{Re}^{-0.33} \\
 \text{Fr} \leftarrow \text{Re} \cdot (0.25 \cdot \text{B} \cdot 10^{\text{D}}) \text{ if } \text{Re} > 1 \\
 \text{Fr} \leftarrow 0.25 \cdot \text{C} \text{ otherwise} \\
 \text{Fr}
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Υπολογισμός του συντελεστή μεταφοράς θερμότητας και του συντελεστή τριβής στην περίπτωση που ο εναλλάκτης είναι τύπου cylinder:

$$\begin{aligned}
 \text{CYLFR}(\text{P}_{\text{mean}}, \text{D}, \text{Re}, \mu, \text{T}, \text{FREQ}) := & \left\{ \begin{array}{l}
 \omega \leftarrow 2\pi \text{FREQ} \\
 \text{Density} \leftarrow \frac{\text{P}_{\text{mean}}}{\text{R}_{\text{GAS}} \cdot \text{T}} \\
 \text{VA} \leftarrow \frac{(\text{Density} \cdot \omega \cdot \text{D}^2)}{4 \cdot \mu} \\
 \text{AA} \leftarrow \sqrt{2 \cdot \text{VA} \cdot \text{PRANDLT}} \\
 \text{BB} \leftarrow 13.3 \text{AA} \\
 \text{KC} \leftarrow \frac{\text{C}_p \cdot \mu}{\text{PRANDLT}} \\
 \text{Fr} \leftarrow 0 \\
 \text{Nu} \leftarrow 2 \cdot \text{AA} \text{ if } \text{Re} \leq \text{BB} \\
 \text{Nu} \leftarrow \frac{0.15 \cdot \text{Re}}{\ln\left(\frac{0.2 \text{Re}}{\text{AA}}\right)} \text{ otherwise} \\
 \text{Ht} \leftarrow \frac{\text{Nu} \cdot \text{KC}}{\text{D}} \\
 \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{Ht} \\
 \text{temp}^{(2)} \leftarrow \text{Fr} \\
 \text{temp}
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τους νόμους μεταφοράς θερμότητας υπολογίζεται η μεταβολή της θερμοκρασίας του αερίου στον heat rejector (KOLSIM) και στους freezers (HOTSIM) θεωρώντας την θερμοκρασία των τοιχωμάτων τους σταθερή.

```

KOLSIM(VAR, Tk, Twk, Qrloss, FREQ) :=
  f ← FREQ
  for j ∈ 1 .. NINC + 1
    GAkj ← (VAR9n+10,j + VAR9n+11,j) ·  $\frac{f}{2}$ 
    Gk ←  $\frac{GAk_j}{Ak}$ 
    Rej ← Reynolds(Gk, Tk, Dk)1,1
  SumRe ← 0
  MaxRe ← Re1
  for j ∈ 1 .. NINC
    SumRe ← SumRe + Rej
    MaxRe ← Rej if Rej > MaxRe
  AvgRe ←  $\frac{SumRe}{NINC}$ 
  μ ← Reynolds(Gk, Tk, Dk)1,2
  Ht ← SLOTFR(Dk, μ, AvgRe, Fak)1,1 if Ktype = "S"
  Ht ← PIPFR(Dk, μ, AvgRe)1,1 otherwise
  Tgk ← Twk -  $\frac{(VAR_{n+2, NINC+1} + Qr_{loss,1}) \cdot FREQ \cdot 1000}{Ht \cdot Awgk}$ 
  Tgk
  
```

```

HOTSIM(Pm, VAR, Th, Twh, Qr1, F) :=
  f ← F
  for i ∈ 1 .. n
    for j ∈ 1 .. NINC + 1
      GAhi,j ← (VAR10n+10+i,j + VAR11n+10+i,j) ·  $\frac{f}{2}$  if i = n
      GAhi,j ← (VAR9n+11+i,j + VAR10n+10+i,j + VAR11n+10+i,j) ·  $\frac{f}{2}$  otherwise
      Ghi ←  $\frac{GAh_{i,j}}{Ah_i}$ 
      Rei,j ← Reynolds(Ghi, Thi, Dhi)1,1
    for i ∈ 1 .. n
      SumRei ← 0
      MaxRei ← Rei,1
    for i ∈ 1 .. n
      for j ∈ 1 .. NINC
        SumRei ← SumRei + Rei,j
        MaxRei ← Rei,j if Rei,j > MaxRei
      AvgRei ←  $\frac{SumRe_i}{NINC}$ 
      μi ← Reynolds(Ghi, Thi, Dhi)1,2
      Hti ← SLOTFR(Dhi, μi, AvgRei, Fahi)1,1 if Htypei = "S"
      Hti ← PIPFR(Dhi, μi, AvgRei)1,1 if Htypei = "T"
      Hti ← CYLFR(Pm, Dhi, AvgRei, μi, Thi, F)1,1 otherwise
      Tghi ← Twhi -  $\frac{(VAR_{2n+2+i, NINC+1} - Qr_{1_i}) \cdot F \cdot 1000}{Ht_i \cdot Awgh_i}$  if i = n
      Tghi ← Twhi -  $\frac{(VAR_{2n+2+i, NINC+1} - Qr_{1_i} + Qr_{1_{i+1}}) \cdot F \cdot 1000}{Ht_i \cdot Awgh_i}$  otherwise
    temp(1) ← Tgh
    temp(2) ← Ht
  temp

```

Kol-Hot Simulation

Reg- Simulation

Υπολογισμός του αριθμού Stanton:

$$\text{Stanton}(Re, \text{PSI}) := \begin{cases} M \leftarrow 0.43 \cdot \text{PSI} + 0.15 \\ P \leftarrow 0.537 \cdot \text{PSI} \text{ if } \text{PSI} < 0.39 \\ P \leftarrow 1.54 - 6.36 \cdot \text{PSI} + 7.56 \cdot \text{PSI}^2 \text{ otherwise} \\ \text{St} \leftarrow \frac{P \cdot \text{Re}^{-M}}{\text{PRANDLT}} \\ \text{St} \end{cases}$$

Με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κάθε αναγεννητή υπολογίζεται ο βαθμός απόδοσης του καθώς και αντίστοιχες απώλειες θερμότητας:

$$\text{REGSIM}(\text{VAR}, \text{Tk}, \text{Tr}, \text{Th}, \text{FREQ}) := \begin{cases} f \leftarrow \text{FREQ} \\ \lambda \leftarrow K_s(\text{Tr}, \text{Awr}, \text{Lr})^{(2)} \\ \text{Cs} \leftarrow \text{Cs}(\text{Tr}, \text{MaterialR}, \text{PSIr}, \text{Vr})^{(1)} \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{GAhw}_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{GAcw}_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{chw}_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{ccw}_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{for } j \in 1..NINC \\ \quad \quad \text{GAR}_{i,j} \leftarrow \frac{\text{VAR}_{9n+10+i,j} + \text{VAR}_{10n+10+i,j}}{2} \\ \quad \quad \text{GAhw}_i \leftarrow \text{GAhw}_i + \text{GAR}_{i,j} \text{ if } \text{GAR}_{i,j} \geq 0 \\ \quad \quad \text{chw}_i \leftarrow \text{chw}_i + 1 \text{ if } \text{GAR}_{i,j} \geq 0 \\ \quad \quad \text{GAcw}_i \leftarrow \text{GAcw}_i + \text{GAR}_{i,j} \text{ if } \text{GAR}_{i,j} < 0 \\ \quad \quad \text{ccw}_i \leftarrow \text{ccw}_i + 1 \text{ if } \text{GAR}_{i,j} < 0 \\ \quad \text{GAhw}_i \leftarrow \frac{\text{GAhw}_i}{\text{chw}_i} \cdot 360 \cdot f \\ \quad \text{GAcw}_i \leftarrow \frac{\text{GAcw}_i}{\text{ccw}_i} \cdot 360 \cdot f \\ \quad \text{GAR}_i \leftarrow \frac{|\text{GAhw}_i| + |\text{GAcw}_i|}{2} \\ \quad \text{Ghw} \leftarrow \frac{|\text{GAhw}_i|}{\text{Ar}_i} \\ \quad \text{Gew} \leftarrow \frac{|\text{GAcw}_i|}{\text{Ar}_i} \end{cases}$$

1

$$\text{Rehw}_i \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Ghw}, \text{Tr}_i, \text{Dr}_i) 1, 1$$

$$\text{Recw}_i \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gew}, \text{Tr}_i, \text{Dr}_i) 1, 1$$

$$\text{St}_h \leftarrow \text{Stanton}(\text{Rehw}_i, \text{PSIr}_i)$$

$$\text{St}_c \leftarrow \text{Stanton}(\text{Recw}_i, \text{PSIr}_i)$$

$$\text{NTU}_h \leftarrow \text{St}_h \cdot \frac{\text{Awgr}_i}{2 \cdot \text{Ar}_i}$$

$$\text{NTU}_c \leftarrow \text{St}_c \cdot \frac{\text{Awgr}_i}{2 \cdot \text{Ar}_i}$$

$$\text{Pec}_h \leftarrow \frac{\frac{|\text{GAhw}_i|}{\text{Ar}_i} \cdot \text{Cp} \cdot \text{Lr}_i}{\lambda_i}$$

$$\text{Pec}_c \leftarrow \frac{\frac{|\text{GAcw}_i|}{\text{Ar}_i} \cdot \text{Cp} \cdot \text{Lr}_i}{\lambda_i}$$

$$\Gamma_c \leftarrow \frac{\frac{(1 - \text{PSIr}_i)}{\text{PSIr}_i} \cdot \rho_{s_i} \cdot \text{Lr}_i}{\frac{|\text{GAcw}_i|}{\text{Ar}_i} \cdot \frac{\text{ccw}_i}{360} \cdot \frac{1}{f}} \cdot 10^{-6}$$

$$\Gamma_h \leftarrow \frac{\frac{(1 - \text{PSIr}_i)}{\text{PSIr}_i} \cdot \rho_{s_i} \cdot \text{Lr}_i}{\frac{|\text{GAhw}_i|}{\text{Ar}_i} \cdot \frac{\text{chw}_i}{360} \cdot \frac{1}{f}} \cdot 10^{-6}$$

$$\Gamma_i \leftarrow \frac{\Gamma_h + \Gamma_c}{2}$$

$$\sigma_i \leftarrow \frac{\text{Cs}_i}{\text{Cp} \cdot \rho_{s_i}}$$

$$\text{NTU}_i \leftarrow \frac{\text{NTU}_h + \text{NTU}_c}{2}$$

$$\text{Pec}_i \leftarrow \frac{\text{Pec}_h + \text{Pec}_c}{2}$$

$$\sigma \Gamma_i \leftarrow \sigma_i \cdot \frac{(\Gamma_c + \Gamma_h)}{2}$$

$$\text{Tf} \leftarrow \frac{1}{\text{FREQ}}$$

$$k1 \leftarrow \sqrt{2 \text{NTU}_i} \cdot \sqrt{2 \text{NTU}_i + \text{Pec}_i}$$

$$k2 \leftarrow \frac{\sqrt{2 \text{NTU}_i}}{\sqrt{2 \text{NTU}_i + \text{Pec}_i}}$$

$$\zeta \leftarrow 0$$


```

T1_in ← Tk if i = 1
T1_in ← Th_{i-1} otherwise
T2_in ← Th_i
Tg2(ζ) ← 
$$\frac{(T1_{in} + T2_{in}) \cdot (k2 + 1) + Pe_i \cdot \left( T1_{in} + \frac{T2_{in}}{NTU_i} \right)}{2 + Pe_i + \frac{Pe_i}{NTU_i} + 2 \cdot k2} + \frac{(T2_{in} - T1_{in}) \cdot (Pe_i \cdot \zeta - k2)}{2 + Pe_i + \frac{Pe_i}{NTU_i} + 2 \cdot k2}$$

τ_i ← max 
$$\left( 0, 0.25 - \frac{T1_{in} - Tg2(\zeta)}{T1_{in} - T2_{in}} \cdot \frac{1 + NTU_i}{NTU_i} \cdot \sigma \Gamma_i \right)$$

Effect_i ← 
$$\frac{Pe_i + 2 \cdot k2}{2 + Pe_i + \frac{Pe_i}{NTU_i} + 2 \cdot k2} - \tau_i \left( \frac{NTU_i}{NTU_i + 1} \cdot \frac{0.5 - \tau_i}{\sigma \Gamma_i} - 2 \cdot \frac{T1_{in} - Tg2(\zeta)}{T1_{in} - T2_{in}} \right)$$

for i ∈ 1..n
  for j ∈ 1..NINC
    Qreg_j ← VAR_{n+2+i,j}
    Qr_max ← max(Qreg)
    Qr_min ← min(Qreg)
    Qr_loss_i ← (1 - Effect_i) · (Qr_max - Qr_min)
  temp^{(1)} ← Qr_loss
  temp^{(2)} ← Effect
  temp^{(3)} ← NTU
  temp^{(4)} ← Pe
  temp^{(5)} ← σΓ
  temp^{(6)} ← τ
  temp^{(7)} ← σ
  temp^{(8)} ← Γ
  temp

```

▣ Reg- Simulation

▣ Fomsim-Worksim

Υπολογισμός του figure-of-merit που προτείνεται ως δείκτης της ικανότητας μιας βαθμίδας να επιτύχει την πτώση θερμοκρασίας για την οποία σχεδιάστηκε:

$$\text{Fom}(\text{VAR}, \text{Qr}_{\text{loss}}) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 2..n \\ \left| \begin{array}{l} \text{We} \leftarrow \text{VAR}_{3n+3+i-1, \text{NINC}+1} \\ \text{Fom}_i \leftarrow \frac{\text{We}}{(\text{Qr}_{\text{loss}_{i-1}} - \text{Qr}_{\text{loss}_i})} \end{array} \right. \\ \text{Fom} \end{array} \right.$$

Υπολογισμός σε κάθε βαθμίδα των απωλειών ενέργειας που οφείλεται σε πτώση πίεσης λόγω των τριβών συνεκτικότητας που αναπτύσσονται:

$$\text{WORKSIM}(P_m, \text{VAR}, \text{Tk}, \text{Tr}, \text{Th}, \text{FREQ}) := \left| \begin{array}{l} f \leftarrow \text{FREQ} \\ \text{for } j \in 1.. \text{NINC} \\ \left| \begin{array}{l} \text{Mk}_j \leftarrow \text{VAR}_{5 \cdot n+8, j} \\ \text{for } i \in 1..n \\ \left| \begin{array}{l} \text{Mr}_{i, j} \leftarrow \text{VAR}_{5 \cdot n+8+i, j} \\ \text{Mh}_{i, j} \leftarrow \text{VAR}_{6 \cdot n+8+i, j} \\ \text{DVe}_{i, j} \leftarrow \text{VAR}_{12 \cdot n+10+i, j} \end{array} \right. \\ \text{for } j \in 1.. \text{NINC} \\ \left| \begin{array}{l} \text{GAK}_j \leftarrow (\text{VAR}_{9n+10, j} + \text{VAR}_{9n+11, j}) \cdot \frac{f}{2} \\ \text{Gk} \leftarrow \frac{\text{GAK}_j}{\text{Ak}} \\ \text{Re}_j \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gk}, \text{Tk}, \text{Dk})_{1, 1} \\ \mu \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gk}, \text{Tk}, \text{Dk})_{1, 2} \\ \text{Fr} \leftarrow \text{SLOTFR}(\text{Dk}, \mu, \text{Re}_j, \text{Fak})_{1, 2} \text{ if } K_{\text{type}} = \text{"S"} \\ \text{Fr} \leftarrow \text{PIPFR}(\text{Dk}, \mu, \text{Re}_j)_{1, 2} \text{ otherwise} \\ \text{DELPk}_j \leftarrow \frac{2 \cdot \text{Fr} \cdot \mu \cdot \text{Vk} \cdot \text{Gk} \cdot \text{Lk}}{\text{Mk}_j \cdot \text{Dk}^2} \end{array} \right. \\ \text{for } i \in 1..n \\ \text{for } j \in 1.. \text{NINC} \\ \left| \begin{array}{l} \text{GAR}_{i, j} \leftarrow (\text{VAR}_{9n+10+i, j} + \text{VAR}_{10n+10+i, j}) \cdot \frac{f}{2} \\ \text{Gr}_i \leftarrow \frac{\text{GAR}_{i, j}}{\text{Ar}_i} \\ \text{Re}_{i, j} \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gr}_i, \text{Tr}_i, \text{Dr}_i)_{1, 1} \\ \mu_{i, j} \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gr}_i, \text{Tr}_i, \text{Dr}_i)_{1, 2} \\ \text{Fr} \leftarrow \text{MATFR}(\text{Re}_{i, j}, \text{PSIr}_i) \\ \text{DELP}_{i, j} \leftarrow \frac{2 \cdot \text{Fr} \cdot \mu_{i, j} \cdot \text{Vr}_i \cdot \text{Gr}_i \cdot \text{Lr}_i}{\text{Mr}_{i, j} \cdot \text{Dk}_i^2} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\mu_{i,j}^{r_i} \cdot (L_{r_i}^i)$$

$$GAh_{i,j} \leftarrow \left(VAR_{10n+10+i,j} + VAR_{11n+10+i,j} \right) \cdot \frac{f}{2} \text{ if } i = n$$

$$GAh_{i,j} \leftarrow \left(VAR_{9n+11+i,j} + VAR_{10n+10+i,j} + VAR_{11n+10+i,j} \right) \cdot \frac{f}{2} \text{ otherwise}$$

$$Gh_i \leftarrow \frac{GAh_{i,j}}{Ah_i}$$

$$Re_{i,j} \leftarrow Reynolds(Gh_i, Th_i, Dh_i)_{1,1}$$

$$\mu_{i,j} \leftarrow Reynolds(Gh_i, Th_i, Dh_i)_{1,2}$$

$$Fr \leftarrow SLOTFR(Dh_i, \mu_{i,j}, Re_{i,j}, Fah_i)_{1,2} \text{ if } H_{type_i} = "S"$$

$$Ht_i \leftarrow PIPFR(Dh_i, \mu_{i,j}, Re_{i,j})_{1,2} \text{ if } H_{type_i} = "T"$$

$$Ht_i \leftarrow CYLFR(P_{mean}, Dh_i, Re_{i,j}, \mu_{i,j}, Th_i, FREQ)_{1,2} \text{ otherwise}$$

$$DELPh_{i,j} \leftarrow \frac{2 \cdot Fr \cdot \mu_{i,j} \cdot Vh_i \cdot Gh_i \cdot Lh_i}{Mh_{i,j} \cdot (Dh_i)^2}$$

for $i \in 1 .. n$
 $Dwork_i \leftarrow 0$

for $i \in 1 .. n$
for $j \in 1 .. NINC$

$$DP_{i,j} \leftarrow DELPk_j + DELPr_{i,j} + DELPh_{i,j} \text{ if } i = 1$$


$$DP_{i,j} \leftarrow DP_{1,j} + DELPr_{i,j} + DELPh_{i,j} \text{ if } i = 2$$

$$DP_{i,j} \leftarrow DP_{2,j} + DELPr_{i,j} + DELPh_{i,j} \text{ if } i = 3$$

$$DP_{i,j} \leftarrow DP_{3,j} + DELPr_{i,j} + DELPh_{i,j} \text{ if } i = 4$$

$$Dwork_i \leftarrow Dwork_i + \Delta\theta \cdot DP_{i,j} \cdot DVe_{i,j} \cdot 10^{-9}$$

Dwork

 Fomsim-Worksim

Simple Analysis

Λύνει το αδιαβατικό πρόβλημα και στη συνέχεια επανυπολογίζει καλώντας τις συναρτήσεις Hotsim-Kolsim, τις θερμοκρασίες Tk (heat rejector), Tr (regenerators), Th (freezers) του αερίου, οι οποίες πλέον αποτελούν είσοδο στην αδιαβατική ανάλυση. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου οι θερμοκρασίες αυτές συγκλίνουν. Στη συνέχεια, υπολογίζει, καλώντας τις αντίστοιχες συναρτήσεις, την αποδοτικότητα και τις απώλειες των εναλλακτών, τις απώλειες λόγω πτώσης πίεσης και τις απώλειες λόγω μεταφοράς θερμότητας από τις θερμότερες βαθμίδες στις ψυχρότερες καθώς και το figure of merit.

$\sigma := 0.1$

κριτήριο σύγκλισης

$cyc := 0$

$Terr := 5$

$Twk := Tk$

Simple($P_{mean}, Th, FREQ$) :=

$$Tr_1 \leftarrow \frac{Th_1 - Tk}{\ln\left(\frac{Th_1}{Tk}\right)}$$

for $i \in 2..n$

$$Tr_i \leftarrow \frac{Th_i - Th_{i-1}}{\ln\left(\frac{Th_i}{Th_{i-1}}\right)}$$

$Twh \leftarrow Th$

while $Terr > \sigma \wedge cyc < 27$

$VAR \leftarrow \text{Adiab}(P_{mean}, Tk, Tr, Th)$

$Qr_{loss} \leftarrow \text{REGSIM}(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)^{\langle 1 \rangle}$

$Tgk \leftarrow \text{KOLSIM}(VAR, Tk, Twk, Qr_{loss}, FREQ)$

$Tgh \leftarrow \text{HOTSIM}(P_{mean}, VAR, Th, Twh, Qr_{loss}, FREQ)^{\langle 1 \rangle}$

$$Terr \leftarrow |Tk - Tgk| + \sum_{i=1}^n |Tgh_i - Th_i|$$

$Tk \leftarrow Tgk$

$Th \leftarrow Tgh$

 for $i \in 1..n$

$$Tr_i \leftarrow \begin{cases} \frac{Th_1 - Tk}{\ln\left(\frac{Th_1}{Tk}\right)} & \text{if } i = 1 \\ \frac{Th_i - Th_{i-1}}{\ln\left(\frac{Th_i}{Th_{i-1}}\right)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$cyc \leftarrow cyc + 1$

$Qr_{loss} \leftarrow \text{REGSIM}(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)^{\langle 1 \rangle}$

$Effect \leftarrow \text{REGSIM}(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)^{\langle 2 \rangle}$

$CQwr \leftarrow Ks(Tr, Awr, Lr)^{\langle 1 \rangle}$

 for $i \in 1..n$

$$Qwr_i \leftarrow \begin{cases} CQwr_1 \cdot (Tk - Th_1) & \text{if } i = 1 \\ CQwr_i \cdot (Th_{i-1} - Th_i) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$Fom \leftarrow \text{Fom}(VAR, Qr_{loss})$

```

Dwork ← WORKSIM(Pmean, VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)
temp(1) ← Tk
temp(2) ← Tr
temp(3) ← Th
temp(4) ← Qrloss·FREQ
temp(5) ←  $\frac{Q_{wrl}}{1000}$ 
temp(6) ← Fom
temp(7) ← Dwork·FREQ
temp1,8 ← cyc
temp(9) ← Effect
temp(10) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(3)
temp(11) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(4)
temp(12) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(5)
temp(13) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(6)
temp(14) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(7)
temp(15) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(8)
temp(16) ← HOTSIM(Pmean, VAR, Th, Twh, Qrloss, FREQ)(2)
temp

```

▣ Simple Analysis

▣ n-Stage Results

▣ Parametric

```

Main := Pmean ← 0.62
        FREQ ← 10.667
        Th1 ← 100
        Th2 ← 50
        Th3 ← 15
        for i ∈ 1..6
            S ← Simple(Pmean, Th, FREQ)
            Adiabl ← Adiabl(Pmean, S1,1, S(2), S(3))
            Winputi ← Adiabl4n+4, NINC+1 · FREQ -  $\left( \sum_{i=1}^n S_{i,7} \right)$ 
            Qlift3i ← Adiabl3n+2, NINC+1 · FREQ - Sn,4 - Sn,5
            Qlift2i ← Adiabl3n+1, NINC+1 · FREQ - Sn-1,4 + Sn,4 - Sn-1,5
            Qlift1i ← Adiabl3n, NINC+1 · FREQ - Sn-2,4 + Sn-1,4 - Sn-2,5
            Fom2i ← S2,6
            Fom3i ← S3,6
            η1i ← S1,9
            η2i ← S2,9
            η3i ← S3,9
            DPloss1i ← S1,7
            DPloss2i ← S2,7
            DPloss3i ← S3,7
            Tki ← S1,1
            Th1i ← S1,3
            Th2i ← S2,3
            Th3i ← S3,3
            cyci ← S1,8
            kki ← Th3
            Th3 ← Th3 + 5
            temp(1) ← Winput
            temp(2) ← Qlift1
            temp(3) ← Qlift2
            temp(4) ← Qlift3
            temp(5) ← Fom2
            temp(6) ← Fom3
            temp(7) ← η1
            temp(8) ← n?

```

```
temp <9> ← η3  
temp <10> ← DPloss1  
temp <11> ← DPloss2  
temp <12> ← DPloss3  
temp <13> ← Tk  
temp <14> ← Th1  
temp <15> ← Th2  
temp <16> ← Th3  
temp <17> ← kk  
temp <18> ← cyc  
temp
```

Parametric
