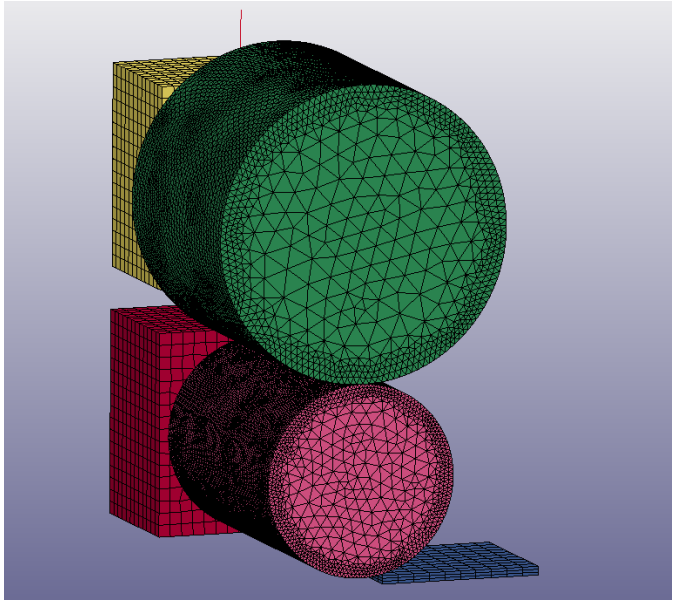
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΕΙΩΝ – ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΙΑΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΟΓΝΩΣΙΑΣ

Θερμομηχανική προσομοίωση έλασης αλουμινίου 5754 με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Διπλωματική Εργασία

Γεωργάρας Χαράλαμπος



Επιβλέπων: Dr. – Ing. Σπύρος Παπαευθυμίου, Επίκουρος Καθηγητής

Αθήνα, Μάρτιος 2019

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες ... 4
Εισαγωγή ... 5
Σκοπός ... 6
Κίνητρο μελέτης ... 6
Περίληψη ... 7
Abstract ... 9
Μέρος Πρώτο ... 10
Κεφάλαιο Ι - Θεωρητικό υπόβαθρο ... 10
Ι.1. Θεωρία της πλαστικότητας ... 10
Ι.2. Πραγματική τάση-Πραγματική παραμόρφωση ... 12
Ι.3. Βασικές αρχές της αντοχής υλικών ... 15
Ι.3.1. Ο τανυστής των τάσεων ... 15
Ι.3.2. Ο τανυστής των παραμορφώσεων ... 18
Ι.3.3. Κύριες διατμητικές τάσεις ... 21
Ι.4.1. Διατύπωση των κριτηρίων Tresca και Von Mises ... 22
Ι.5.1. Ισοδύναμη τάση – Ισοδύναμη παραμόρφωση ... 36
Ι.5.2. Σχέσεις τάσης – παραμόρφωσης στην πλαστική περιοχή ... 36
Κεφάλαιο ΙΙ: Μοντελοποίηση ... 40
ΙΙ.1. Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων ... 40
ΙΙ.2. Στατική Ανάλυση ... 42
ΙΙ.3. Δυναμική Ανάλυση ... 45
ΙΙ.4. Διαδικασία επίλυσης ... 47
ΙΙ.4.1. Implicit λύση ... 47
ΙΙ.4.2. Explicit λύση ... 50
ΙΙ.4.3. Σύγκριση των τρόπων επίλυσης ... 53
Κεφάλαιο ΙΙΙ: Βιβλιογραφική ανασκόπηση ... 54
ΙΙΙ.1. Έλαση ... 56
ΙΙΙ.1.1. Ορισμός – Βασικές έννοιες ... 56
ΙΙΙ.1.2. Ανάλυση επίπεδης έλασης ... 59
ΙΙΙ.1.3. Εργαλειομηχανές έλασης ... 64
ΙΙΙ.2. Μορφοποίηση Αλουμινίου ... 68

III.2.1. Επίδραση της θερμοκρασίας στη μορφοποίηση μετάλλων 68
III.2.2 Τριβή και Λίπανση 73
III.2.3 Αλουμίνιο σειράς 5XXX..... 76
III.2.4 Επιδεκτικότητα διαμόρφωσης κραμάτων Αλουμινίου 78
III.2.5 Θερμή έλαση Αλουμινίου..... 79
Μέρος Δεύτερο 81
Κεφάλαιο IV: Πειραματικό 81
IV.1. Διατύπωση του μοντέλου 81
IV.1.1. Συζευγμένη ανάλυση 81
IV.1.2. Πειραματική διαδικασία 83
IV.2.Διακριτοποίηση του μοντέλου..... 84
IV.2.1.Προσδιορισμός γεωμετρίας 84
IV.2.2.Δημιουργία πλέγματος..... 85
IV.2.3.Οριακές Συνθήκες 88
Μέρος Τρίτο 99
Κεφάλαιο V: Αποτελέσματα..... 99
V.1. Καμπύλες Δύναμης Έλασης..... 101
V.2. Καμπύλες Θερμοκρασίας 111
V.3. Προφίλ Πλάκας Αλουμινίου 5754..... 121
Μέρος Τέταρτο..... 127
Κεφάλαιο VI: Συζήτηση επί των αποτελεσμάτων..... 127
Κεφάλαιο VII: Συμπεράσματα 130
Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα 132
VIII. Βιβλιογραφία..... 133

Ευχαριστίες

Θα ήθελα μέσα από την καρδιά μου να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου, που βρίσκονται παρόντες στην κάθε μου προσπάθεια και με υποστηρίζουν με κάθε δυνατό τρόπο.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Dr. – Ing. Σπύρο Παπαευθυμίου, Επίκουρο Καθηγητή Ε.Μ.Π., για τη γνώση και τον τρόπο σκέψης που μου μετέφερε τόσο κατά την εκπόνηση της εργασίας όσο και κατά την διδασκαλία των προπτυχιακών μαθημάτων που με έκαναν να αγαπήσω το αντικείμενο της Μηχανικής, αλλά και γιατί μου εμπιστεύτηκε ένα τόσο σύγχρονο και ενδιαφέρον θέμα διπλωματικής εργασίας. Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης τον κ. Γαβαλά Ευάγγελο, για την διαρκή επιστημονική καθοδήγηση του, τη συμπαράσταση, και την αμέριστη υποστήριξή του σε κάθε επίπεδο και βήμα μέχρι την περαίωση της προσπάθειάς μου ως και την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, κυρίους Φούρλαρη Γ. και Πάνια Δ. για τη μελέτη και αξιολόγηση της εργασίας μου.

Εισαγωγή

Η διαδικασία της έλασης είναι μία από τις πιο δημοφιλείς διαδικασίες στις μεταποιητικές βιομηχανίες, καθώς σχεδόν το 80% του μεταλλικού εξοπλισμού έχει υποβληθεί σε αυτή, τουλάχιστον μία φορά κατά την περίοδο παραγωγής τους. Μεταξύ των διάφορων τύπων έλασης, η επίπεδη έλαση είναι η πιο πρακτική. Στις βιομηχανικές χώρες, περίπου 40-60% των προϊόντων έλασης παράγονται με αυτόν τον τρόπο.

Στη σύγχρονη βιομηχανία, οι ανοχές στις διαστάσεις και στις μηχανικές-μεταλλουργικές ιδιότητες των παραγόμενων προϊόντων καθίστανται όλο και πιο αυστηρές. Επομένως, ο έλεγχος της διαδικασίας της έλασης πρέπει να είναι σε θέση να εγγυάται ότι πληρούνται οι απαιτούμενες ιδιότητες του προϊόντος με τη λιγότερη δυνατή απώλεια υλικού.

Σήμερα, οι βιομηχανίες μεταποίησης αλουμινίου επικεντρώνονται στην ανίχνευση σφαλμάτων, με στόχο την εξάλειψη αυτών, κατά τη διαδικασία της έλασης. Για να επιτευχθεί αυτό, απαιτούνται ταχύτερες και πιο οικονομικές μέθοδοι πρόβλεψης της συμπεριφοράς του υπό διαμόρφωση υλικού.

Η πιο δημοφιλής μέθοδος μοντελοποίησης τα τελευταία χρόνια είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Αυτό οφείλεται κυρίως στην ικανότητα της μεθόδου να χειρίζεται μη γραμμικά, χρονικά εξαρτώμενα προβλήματα που συνεπάγονται μεγάλες καταπονήσεις και παραμορφώσεις, όπως η επίπεδη έλαση. Άλλοι παράγοντες, όπως η εμπορική διαθεσιμότητα των επιλυτών πεπερασμένων στοιχείων, η προσαρμοστικότητα της μεθόδου για την ανάλυση διαφορετικών χαρακτηριστικών της έλασης, και η αυξημένη διαθεσιμότητα μεγάλης υπολογιστικής ισχύος, συμβάλλουν στη χρήση της. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων διαχωρίζει τα πεδία του χώρου και του χρόνου σε μικρά κομμάτια και επιλύει ταυτόχρονα συστήματα εξισώσεων για να πάρει τιμές για τη μετατόπιση, την ταχύτητα, την επιτάχυνση και την θερμοκρασία του κάθε στοιχείου που διακριτοποιεί το μοντέλο μας. Η μέθοδος αυτή, έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως, ειδικά για την έλαση, χρησιμοποιώντας εμπορικά διαθέσιμα πακέτα όπως το LS-DYNA. Σταθερά και δυναμικά μοντέλα έχουν χρησιμοποιηθεί για την εύρεση λύσεων (Implicit/Explicit).

Το πιο δύσκολο κομμάτι στη μοντελοποίηση της έλασης είναι η δημιουργία ενός κατάλληλα καθορισμένου μαθηματικού μοντέλου, που περιέχει όλες τις πολύπλοκες σχέσεις μεταξύ των διαφόρων παραγόντων που επηρεάζουν την διαδικασία, η πρόβλεψη αποτελεσμάτων

που είναι σύμφωνα με την πραγματική διαδικασία, και παράλληλα να είναι εφικτό να επιλυθεί.

Σκοπός

Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε μια απόπειρα δημιουργίας ενός μοντέλου της διαδικασίας της θερμής έλασης αλουμινίου 5754 με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Στόχος μας ήταν η ανάπτυξη ενός τριδιάστατου, θερμομηχανικού μοντέλου με τη χρήση του λογισμικού LS-DYNA και μετέπειτα η σύγκριση των αποτελεσμάτων του με μετρήσεις που συλλέχθηκαν από ένα πρόγραμμα έλασης της βιομηχανίας. Με αυτό τον τρόπο επιδιώκουμε να επιβεβαιωθεί ότι τα μοντέλα μας είναι βιώσιμα ως προς το χρόνο επίλυσης, αλλά παράλληλα μπορούν να ποσοτικοποιήσουν με επαρκή ακρίβεια μερικές από τις μεταβλητές που διέπουν την διαδικασία της θερμής έλασης.

Κίνητρο μελέτης

Το διαρκές ζητούμενο σε κάθε επιστήμη είναι η κατανόηση του αγνώστου και επακόλουθο είναι η περιγραφή του. Μέσω της γνωστής συλλογιστικής και εκτελεστικής πορείας υπόθεση - πείραμα - συμπέρασμα ολοκληρώνεται η προσέγγιση του προς μελέτη θέματος. Τελικώς, κίνητρο της μελέτης αυτής ήταν να συμβάλλουμε στην εφαρμογή μη καταστροφικών μεθόδων, όπως αυτή της ΜΠΕ, για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του υπό διαμόρφωση υλικού, με σκοπό την ικανοποίηση της αυξανόμενης απαίτησης να καταστεί η διαδικασία της έλασης πιο γρήγορη, ευέλικτη και ενεργειακά αποδοτική.

Περίληψη

Οι σχεδιαστές διεργασιών, όπως αυτή της θερμής έλασης, πρέπει να παρουσιάσουν ταχείες και οικονομικά αποδοτικές λύσεις για να βοηθήσουν στη λήψη αποφάσεων και στην βελτιστοποίηση της διαδικασίας. Στη παρούσα διπλωματική εργασία κύριο μέλημα μας ήταν η σύζευξη των μεταβατικών θερμοκρασιακών και των πεδίων τάσεων, μέσω της δημιουργίας ενός μοντέλου με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, και η συσχέτιση τους με ένα πρόγραμμα έλασης της βιομηχανίας.

Το μοντέλο που δημιουργήθηκε για την ανάλυση της θερμής έλασης αλουμινίου 5754, διατυπώθηκε κατά Lagrange και πραγματοποιεί μια τριδιάστατη (3D), παροδική (transient), συζευγμένη (coupled), explicit ανάλυση, λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες στην διεπαφή ράουλου εργασίας – πλάκας, καθώς και την μεταφορά θερμότητας στο ράουλο και την πλάκα αντίστοιχα, με τη χρήση του προγράμματος LS-DYNA.

Επτά πανομοιότυπα μοντέλα δημιουργήθηκαν που αντιστοιχούν σε επτά βιομηχανικά πάσα. Σχεδιάστηκε μια διάταξη τεσσάρων ράουλων (4-High Mill) με τα κουζινέτα τους και μια πλάκα αλουμινίου 5754. Με σκοπό τη μείωση του υπολογιστικού χρόνου της προσομοίωσης, εφαρμόστηκαν δύο επίπεδα συμμετρίας στο μοντέλο ενώ οι αρχικές συνθήκες και τα δεδομένα εισόδου της πλάκας λήφθηκαν από το πασολόγιο. Η ταχύτητα περιστροφής του ράουλου εργασίας διατηρήθηκε σταθερή και για τα επτά μοντέλα και ίση με 34,4 RPM. Το μοντέλο υλικού που χρησιμοποιήθηκε για την περιγραφή της συμπεριφοράς της πλάκας αλουμινίου 5754 ήταν το Modified Johnson – Cook, οι παραμέτροι του οποίου λήφθηκαν από την βιβλιογραφία. Για τα ράουλα εργασίας και αντιστήριξης χρησιμοποιήθηκε το ελαστικό μοντέλο καθώς τα ράουλα δεν παραμορφώνονται πλαστικά κατά τη διαδικασία της θερμής έλασης, ενώ τα κουζινέτα θεωρήθηκαν απαραμόρφωτα υλικά. Για τη δημιουργία του πλέγματος χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία συνεχούς τάσης και τριγωνικά τετραεδρικά στοιχεία για έλεγχο του hourglass. Οι συνθήκες επαφής μεταξύ ράουλου και πλάκας προσομοιώθηκαν με τη βοήθεια ενός penalty – based αλγόριθμου, ενώ η μεταξύ τους τριβή προσομοιώθηκε με τη χρήση του μοντέλου Coulomb. Ο συντελεστής τριβής διατηρήθηκε σταθερός σε όλα τα μοντέλα και ίσος με 0,4. Τέλος, για την ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ ράουλου εργασίας και πλάκας χρησιμοποιήθηκε ένας συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας, του οποίου η τιμή μεταβάλλεται ανάλογα με την απόσταση μεταξύ των δύο επιφανειών.

Οι τιμές που προβλέπονται από το μοντέλο μας για την δύναμη έλασης παρουσίασαν μικρές αποκλίσεις από τις πραγματικές μετρήσεις της βιομηχανίας. Επίσης, μελετήθηκαν τα θερμοκρασιακά προφίλ της πλάκας για κάθε πάσο που προσομοιώθηκε με ικανοποιητικά και φυσικά αποτελέσματα συναρτήσει του χρόνου της προσομοίωσης. Τέλος, ποσοτικοποιήθηκε το ποσοστό του crown σε κάθε πάσο και επιβεβαιώθηκε πως το μοντέλο μας μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την ανάλυση αστοχιών κατά την διαδικασία της έλασης.

Abstract

Process designers must present fast and cost-efficient solutions in order to improve decision-making and optimize the rolling process. Objective of this thesis is the coupling of the stress and temperature fields with use of a FEM model, and comparison of its results with the ones of an industrial rolling schedule.

The model created for the analysis of hot rolling of an aluminum 5754 plate, is a three dimensional (3D),explicit, thermo-mechanical model using a Lagrangian formulation with respect to the contact conditions, as well as the heat transfer at the plate-roll interface. The model is developed using the commercial finite element software ANSYS LS-DYNA.

Seven identical models were developed that correspond to seven industrial passes. A 4-High Mill configuration was established and two symmetry planes were applied to the model to reduce computational time. Input data and initial conditons were taken from the rolling schedule. Work roll's rotational speed remained constant in all models and equal to 34,4 RPM. The material model used to describe the behavior of the aluminum plate is the Modified Johnson-Cook, the parameters of which were taken from the literature. For the work roll and the back-up roll the elastic model was used, since the rolls do not deform plastically in a single pass. Housings of the rolls were considered as rigid materials. In the model both constant stress brick elements and Selective/Reduced integration quadratic tetrahedron elements , for hourglass control, were employed. The contact conditions were simulated with the use of a ''penalty-based''contact algorithm, while friction was simulated with the Coulomb model. Friction coefficient remained constantand equal to 0,4. For modelling the conduction of heat between the work roll and the plate, a thermal contact conductance coefficient for closed gaps was used, that its value depends on the distance between the work roll and the plate at the interface.

Values of the rolling force that were predicted from our model are in good agreement with those measured by the industry. Additionally, the temperature profiles of the aluminum plate were studied, showing satisfying results with regard to simulation time. Lastly, crown percentage for each pass was calculated and it was verified that our model can be used for adequate calculation of rolling defects.

Μέρος Πρώτο

Κεφάλαιο Ι - Θεωρητικό υπόβαθρο

Ι.1. Θεωρία της πλαστικότητας

Η θεωρία της πλαστικότητας είναι ο κλάδος της μηχανικής που ασχολείται με τον υπολογισμό τάσεων και παραμορφώσεων σε ένα όλκιμο υλικό που παραμορφώνεται μόνιμα υπό την επιβολή φορτίων. Η παραπάνω θεωρία βασίζεται σε πειραματικές παρατηρήσεις της μακροσκοπικής συμπεριφοράς των μεταλλικών υλικών σε συνθήκες ομοιόμορφης επιβολής τάσεων [1]. Τα αποτελέσματα των παρατηρήσεων αυτών συσχετίζονται με τη χρήση μαθηματικών σχέσεων, οι οποίες στη συνέχεια χρησιμοποιούνται για τη διερεύνηση και κατανόηση των μηχανισμών της «ροής» των μεταλλικών υλικών κατά τη μορφοποίηση τους, της μεταβολής της θερμοκρασίας τους συνδυαστικά με τη μεταφορά θερμότητας, καθώς και για τον υπολογισμό της ενέργειας και του ποσοστού παραμόρφωσης σε οριακές συνθήκες. Σε αντίθεση με τα ελαστικά στερεά, στα οποία η παραμόρφωση εξαρτάται αποκλειστικά από την τελική εντατική κατάσταση του ,η παραμόρφωση στα πλαστικά στερεά καθορίζεται από το «μονοπάτι» της φόρτισης. Το πρόβλημα της πλαστικότητας είναι λοιπόν αθροιστικό καθώς η τελική παραμόρφωση του στερεού υπολογίζεται από το άθροισμα των παραμορφώσεων κατά την φόρτιση του.

Η πλαστική παραμόρφωση σε έναν μόνοκρύσταλλο γενικά παράγεται με ολίσθηση των παρακείμενων ‘’μπλοκ’’ του κρυστάλλου κατά μήκος ορισμένων κρυσταλλογραφικών επιπέδων, που ονομάζονται επίπεδα ολίσθησης. Η οριακή γραμμή που διαχωρίζει την ολισθαίνουσα περιοχή ενός κρυστάλλου από την γειτονική μη ολισθημένη περιοχή ονομάζεται διαταραχή. Η κίνηση της διαταραχής, η οποία είναι υπεύθυνη για την ολίσθηση, ξεκινά από ένα ελάττωμα γραμμής στο πλέγμα το κρυστάλλου που προκαλεί τοπική συγκέντρωση τάσης. Η ολίσθηση συμβαίνει συνήθως σε εκείνα τα επίπεδα τα οποία είναι πιο πυκνά σε άτομα. Το μέγεθος και η κατεύθυνση της σχετικής κίνησης κατά την ολίσθηση καθορίζεται από ένα διάνυσμα, γνωστό ως διάνυσμα Burgers[2].

Σε ένα πολυκρυσταλλικό υλικό,όπως είναι τα μέταλλα, ο κρυσταλλογραφικός προσανατολισμός των κόκκων μεταβάλλεται στα όριά τους. Έτσι, τα όρια των κόκκων

λειτουργούν σαν εμπόδιο στην κίνηση των διαταραχών με αποτέλεσμα τη συσσωρευση τους. Όταν η εφαρμοζόμενη τάση ξεπεράσει μια κρίσιμη τιμή, η διατμητική τάση που αναπτύσσεται στο σημείο συσσώρευσης των διαταραχών οδηγεί στην μετακίνηση τους πέρα από το όριο. Αυτή η συσσώρευση των διαταραχών στα όρια των κόκκων είναι και η αιτία σκλήρυνσης του υλικού στα αρχικά στάδια της πλαστικής παραμόρφωσης καθώς εμποδίζεται η κίνησή τους. Η αλληλεπίδραση των διαταραχών είναι σημαντική για την τάση διαρροής του μετάλλου στα τελευταία στάδια της παραμόρφωσης.

Μερικές σημαντικές παραδοχές στην αντοχή των υλικών είναι ότι τα σώματα που αναλύονται είναι συνεχή, ομογενή και ισότροπα. Συνεχές θεωρείται ένα σώμα όταν δεν περιέχει κενά και ομογενές όταν έχει πανομοιότυπες ιδιότητες σε όλα τα σημεία του. Ένα σώμα θεωρείται ισότροπο ως προς μία ιδιότητα του όταν αυτή δεν μεταβάλλεται εξαιτίας της κατεύθυνσης ή του προσανατολισμού των κόκκων του. Τα μεταλλικά υλικά αποτελούνται από ένα σύνολο κρυσταλλικών κόκκων που έχουν διαφορετικές ιδιότητες σε διαφορετικές κρυσταλλογραφικές διευθύνσεις. Το μέγεθος των κόκκων όμως είναι τόσο μικρό, με αποτέλεσμα σε μακροσκοπικό επίπεδο τα υλικά να θεωρούνται ομογενή και ισότροπα. Τα κρυσταλλογραφικά επίπεδα των κόκκων, από τους οποίους αποτελείται ενα μεταλλικό υλικό, έχουν τυχαίο προσανατολισμό και οι ιδιότητές τους θεωρούνται ίδιες σε όλες τις διευθύνσεις. Κατά την πλαστική παραμόρφωση του υλικού ο προσανατολισμός των κόκκων αλλάζει και η νέα διεύθυνση είναι πλέον εκείνη της «ροής» του υλικού. Με αυτόν τον τρόπο το υλικά γίνονται ανισότροπα, δηλαδή οι μηχανικές τους ιδιότητες ποικίλουν ανάλογα με τον προσανατολισμό των κόκκων. Η περιγραφή του φαινομένου της ανισοτροπίας και της ενδοτράχυνσης του υλικού βάσει μαθηματικών μοντέλων είναι εξαιρετικά περίπλοκη και για αυτό το λόγο δεν λαμβάνονται υπόψιν, εκτός από συγκεκριμένες προσεγγίσεις, στην περίπτωση μορφοποίησης κοινών μετάλλων.

Επιπλέον, κάποιες υποθέσεις γίνονται αποδεκτές, ώστε να γίνει ακριβέστερη η περιγραφή της διαδικασίας παραμόρφωσης [3]. Αυτές είναι οι εξής:

α) το υλικό που παραμορφώνεται θεωρείται συνεχές

β) το φαινόμενο «Bauschinger», η ανελαστική παραμόρφωση και η υστέρηση του υλικού κατά την φόρτιση και αποφόρτιση του, δεν λαμβάνεται υπόψιν

γ) ισχύει η αρχή της ασυμπιεστότητας των μετάλλων, δηλαδή ο όγκος παραμένει σταθερός ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$)

δ) η τριβή εκφράζεται με απλουστευμένες μαθηματικές σχέσεις

Ι.2. Πραγματική τάση-Πραγματική παραμόρφωση

Η πραγματική τάση ορίζεται ως το φορτίο διαιρούμενο με τη στιγμιαία περιοχή διατομής του δείγματος και μπορεί να είναι σημαντικά διαφορετική από την ονομαστική τάση, η οποία εκφράζεται ως το φορτίο διαιρούμενο με την κανονική διατομή.

$$\sigma = \frac{F}{A} \qquad \text{Εξίσωση 1.1}$$

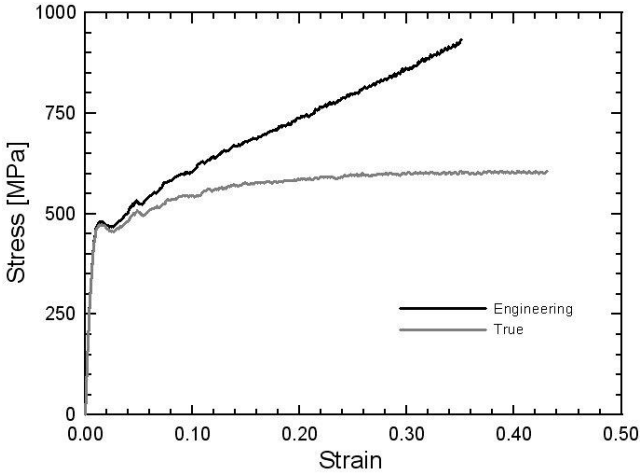
Η πραγματική παραμόρφωση, όπως προτάθηκε από τον Ludwik, είναι ο φυσικός λογάριθμος του πηλίκου της αύξησης του μήκους λόγω μίας μικρής αύξησης της τάσης, προς το αρχικό μήκος . Επομένως, αν το αρχικό μήκος είναι L_0 και το τελικό μήκος είναι L, τότε η πραγματική παραμόρφωση είναι :

$$\varepsilon = ln\frac{L}{L_o} \qquad \text{Εξίσωση 1.2}$$

Τα πλεονεκτήματα της πραγματικής παραμόρφωσης είναι ότι :

1) Λαμβάνονται απόλυτα ισοδύναμες αριθμητικές τιμές στην περίπτωση τόσο του εφελκυσμού,όσο και της θλίψης για την ίδια παραμόρφωση
2) η ολική πραγματική παραμόρφωση ισούται με το άθροισμα των επιμέρους παραμορφώσεων.

Η πραγματική παραμόρφωση παρέχει την σωστή μέτρηση της τελικής παραμόρφωσης του συνεχούς μέσου όταν η παραμόρφωση πραγματοποιείται αθροιστικά, λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση που έχει στο υλικό το «μονοπάτι» της φόρτισης. (Σχήμα 1.1) [4].



Σχήμα 1.1: Διάγραμμα μηχανικής και πραγματικής τάσης-παραμόρφωσης AA2024-T351

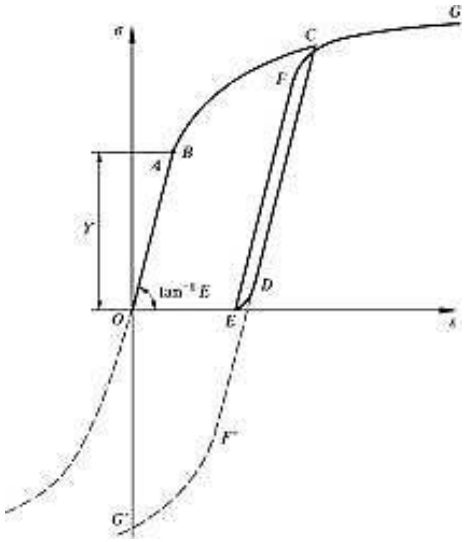
Ι.2.1. Καμπύλη πραγματικής τάσης – παραμόρφωσης

Στο Σχήμα 1.2 απεικονίζεται η πραγματική καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης ενός μετάλλου κατά τον εφελκυσμό του. Είναι γνωστό ότι τα μεταλλικά υλικά παραμορφώνονται όταν υποστούν εξωτερικά φορτία [2]. Μέχρι μια οριακή τιμή φόρτισης, ένα μεταλλικό στερεό θα επανέλθει στις αρχικές του διαστάσεις όταν τα φορτία παύουν να ασκούνται (όριο ελαστικότητας). Η συμπεριφορά αυτή του υλικού ονομάζεται ελαστική συμπεριφορά (καμπύλη ΟΑ). Για τα περισσότερα υλικά στην ελαστική περιοχή ισχύει ο νόμος του Hooke σύμφωνα με τον οποίο η σχέση μεταξύ τάσης (σ) και παραμόρφωσης (ε) ειναι γραμμική με παράγοντα αναλογικότητας, δηλαδή κλίση της καμπύλης της ελαστικής περιοχής, το μέτρο ελαστικότητας Ε του υλικού (Young's modulus).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \qquad \text{Εξίσωση 1.3}$$

Οι ελαστικές παραμορφώσεις στα μέταλλα είναι σχετικά μικρές. Στη περίπτωση μεγάλων και μόνιμων παραμορφώσεων, όπως στην περίπτωση της έλασης του αλουμινίου που θα εξεταστεί στην παρούσα διπλωματική εργασία, παύει να ισχύει ο νόμος του Hooke και η συμπεριφορά του υλικού χαρακτηρίζεται από την θεωρία της πλαστικότητας. Η θεωρία της πλαστικότητας αναφέρεται στην ιδιότητα των υλικών να παραμορφώνονται μόνιμα κάτω από την επιβολή σύνθετου φορτίου, όταν το φορτίο ξεπεράσει μία δεδομένη τιμή η οποία ονομάζεται τάση διαρροής (Υ). Μέχρι το όριο διαρροής (Β), τα υλικά παραμορφώνονται ελαστικά. Μόλις ξεπεραστεί το όριο διαρροής τοτε το υλικό διαρρέει και υπεισέρχεται στην πλαστική περιοχή όπου η παραμόρφωση πλέον είναι μόνιμη.Τα περισσότερα μέταλλα ενδοτραχύνονται σε αυτή τη περιοχή, με αποτέλεσμα για μεγαλύτερες παραμορφώσεις να απαιτείται μεγαλύτερη τάση από την τάση διαρροής και η νέα κλίση της καμπύλης ορίζεται ως ο βαθμός σκλήρυνσης του υλικου.Εάν το μέταλλο παραμορφωθεί μέχρι το σημείο (C) και παύουν να ασκούνται τα φορτία τότε θα υποστεί ελαστική επαναφορά ακολουθώντας την ευθεία (CD) κλίσης $\tan^{-1} E$. Ένα μέρος της παραμόρφωσης του μετάλλου χάνεται, λόγω της ανελαστικής συμπεριφοράς του, με αποτέλεσμα η μόνιμη παραμόρφωση του να είναι ίση με (ΟΕ). Όταν το φορτίο αρχίσει να ασκείται και πάλι στο υλικό, αυτό παραμορφώνεται ελαστικά μέχρι το νέο ,αυτή τη φορά, σημείο διαρροής (F). Αν η φόρτιση συνεχιστεί, τότε το υλικό παραμορφώνεται πλαστικά, όπως δείχνει η καμπύλη (FG), η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως η εικονική συνέχεια της καμπύλης (BC). Αν το υλικό έχει ήδη παραμορφωθεί κατά το ποσό (ΟΕ), τότε η πραγματική καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης του είναι η (EFG). Όσο μεγαλύτερη η αρχική παραμόρφωση, τόσο υψηλότερο το νέο σημείο

διαρροής και πιο επίπεδη η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης [6]. Εάν στο ήδη παραμορφωμένο υλικό ασκηθούν αντίρροπα συμπιεστικά φορτία, τότε επιτυγχάνεται συνήθως ένα χαμηλότερο σημείο διαρροής, το οποίο έχει ως αποτέλεσμα το υλικό να διαρρέει πλαστικά όταν εφαρμοστεί χαμηλότερη τάση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται «Bauschinger» και η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης είναι η F'G' [5]. Η χαμηλότερη τάση διαρροής (ή σημείο διαρροής) προκύπτει λόγω των παραμένουσων τάσεων στο υλικό. Κάτα γενική ομολογία, το φαινόμενο «Bauschinger», εκτός από κάποιες πολύ συγκεκριμένες προσεγγίσεις, δεν λαμβάνεται υπόψη στη θεωρία παραμόρφωσης των υλικών, τα οποία θεωρείται ότι έχουν πανομοιότυπα σημεία διαρροής ανεξαρτήτως της ιστορίας τους.



Σχήμα 1.2: Πραγματική καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης

Η πλαστική παραμόρφωση είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη μέχρι μια οριακή τιμή, όπου από εκεί και έπειτα παύει να είναι ομοιόμορφη. Το σημείο αυτό της συγκέντρωσης πλαστικής παραμόρφωσης συνοδεύεται από τη δημιουργία λαιμού στο υλικό και χαρακτηρίζεται από την μέγιστη εφελκυστική τάση σ_U .

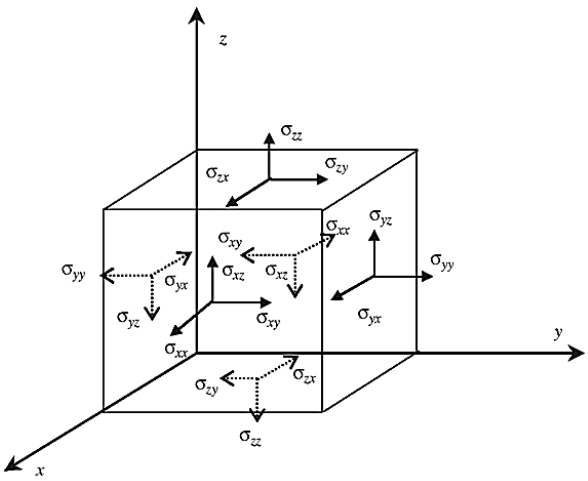
Ι.3. Βασικές αρχές της αντοχής υλικών

Ι.3.1. Ο τανυστής των τάσεων

Η διαμόρφωση ενός μετάλλου με πλαστική παραμόρφωση επιτυγχάνεται με την επιβολή εξωτερικών δυνάμεων στην επιφάνειά του ενώ στο εσωτερικό του αναπτύσσονται τάσεις έτσι ώστε να παραμένει σε στατική ισορροπία. Οι προκαλούμενες παραμορφώσεις σχετίζονται άμεσα με την ένταση, τη διεύθυνση και την φορά των τάσεων αυτών. Επομένως είναι αναγκαίος, ανάλογα με την εξωτερική φόρτιση, ο υπολογισμός των τάσεων αυτών σε οποιοδήποτε σημείο του μετάλλου. Σε κάθε στοιχειώδες κομμάτι του συνεχούς αναπτύσσονται τάσεις, οι οποίες περιγράφουν την εντατική κατάσταση στη συγκεκριμένη θέση. Οι τάσεις μετράνε τη δύναμη ανά επιφάνεια και περιγράφουν τόσο αξονική (συνθλιπτική ή εφελκυστική), όσο και διατμητική καταπόνηση.

$$\sigma_n = \frac{F}{A} \qquad \text{Εξίσωση 1.4}$$

Όταν σ' ένα στοιχείο ασκούνται τρεις διαφορετικές δυνάμεις F_1,F_2,F_3 τότε η κάθεμια μπορεί να αναλυθεί σε τρεις συνιστώσες τάσεων,μια ορθή και δύο διατμητικές. Κατά μήκος του συστήματος συντεταγμένων (Σχήμα 1.3), υπάρχουν τρεις κύριες τάσεις σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{zz} και έξι διατμητικές τάσεις σ_{xy}, σ_{xz}, σ_{yx}, σ_{zx}, σ_{yz}, σ_{zy} [7].



Σχήμα 1.3: Ανάλυση τάσεων στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

Οι τάσεις εκφράζονται από τον τανυστή δευτέρας τάξης **σ** του οποίου η τιμή σε καθορισμένο ορθογώνιο σύστημα αναφοράς περιγράφεται από τον πίνακα με τα εννέα στοιχεία:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{x} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{y} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{z} \end{bmatrix}$$

Ο τανυστής των τάσεων έχει εννιά συνιστώσες. Σύμφωνα όμως με τις απαιτήσεις της στατικής ισορροπίας, όπου οι ροπές κατά τους τρεις άξονες του συστήματος συντεταγμένων είναι μηδέν, τότε ισχύει:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}\,,\ \tau_{xz} = \tau_{zx}\,,\ \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Οι εννιά συνιστώσες γίνονται έξι και ο τανυστης γίνεται συμμετρικός. Γνωρίζοντας τον τανυστή των τάσεων σε ένα σημείο είναι δυνατός ο υπολογισμός της τάσης για οποιοδήποτε επίπεδο περνάει από το σημείο αυτο.

$$\sigma_i = \sigma_{ji} \cdot \alpha_j \quad (i, j = x, y, z) \qquad \text{Εξίσωση 1.5}$$

Όπου α_j είναι τα συνημίτονα διεύθυνσης του επιπέδου. Υπάρχουν ορισμένες συντεταγμένες κατά μήκος των οποίων οι διατμητικές τάσεις παύουν να υπάρχουν και οι μόνες τάσεις που ασκούνται στο επίπεδο ειναι οι ορθές. Σε αυτό το σύστημα, οι τάσεις αυτές ονομάζονται κύριες και συμβολίζονται ως σ_1, σ_2, σ_3, όπου συμβατικά η σ_1 είναι η αλγεβρικά μεγαλύτερη και σ_3 η μικρότερη.

Σε μια γενικευμένη τριδιάστατη εντατική κατάσταση (Σχήμα 1.7) σύμφωνα με τις εξισώσεις ισορροπίας κατά τους άξονες Ox, Oy, Oz η χαρακτηριστική εξίσωση υπολογισμού των τάσεων ειναι [8]:

$$\sigma_i^3 - I_1\sigma_i^2 - I_2\sigma_i - I_3 = 0 \qquad \text{Εξίσωση 1.6}$$

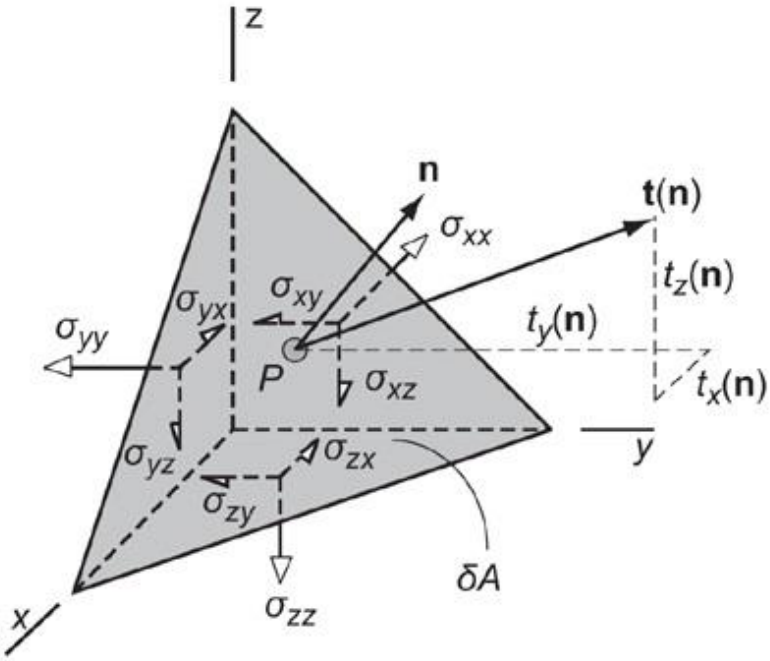
Όπου,

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_{\kappa\kappa} \qquad \text{Εξίσωση 1.6(a)}$$

$$I_2 = -\sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_z - \sigma_z\sigma_x + \tau_{xy}{}^2 + \tau_{yz}{}^2 + \tau_{xy}{}^2 = -(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \qquad \text{Εξίσωση 1.6(b)}$$

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{yx} - \sigma_x\tau_{yz}{}^2 - \sigma_y\tau_{zx}{}^2 - \tau_{zx}\tau_{xy}{}^2 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \qquad \text{Εξίσωση 1.6(c)}$$

Οι ρίζες της εξίσωσης 1.6, είναι οι κύριες τάσεις, ενώ οι διευθύνσεις στις οποίες ασκούνται ονομάζονται κύριες διευθύνσεις και είναι κάθετες μεταξύ τους.Οι τιμές των I_1 ,I_2 ,I_3 δεν μεταβάλλονται με αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων για αυτο και ονομάζονται αμετάβλητες των τάσεων. Οι τιμές των κύριων τάσεων είναι σημαντικές καθώς χρησιμοποιούνται στα κριτήρια αστοχίας των υλικών.



Σχήμα 1.4: Ανάλυση τάσεων σε μια γενικευμένη τριδιάστατη εντατική κατάσταση

Ο τανυστής των τάσεων μπορεί να αναλυθεί στο άθροισμα του σφαιρικού τανυστή και του τανυστή απόκλισης:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11} - \sigma_m & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \sigma_m & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \sigma_m \end{bmatrix}$$

Stress Tensor — Isotrope Component (Mean Stress) — Deviatoric

Ο σφαιρικός τανυστής σ_m, αντιπροσωπεύει μια εντατική κατασταση με χαρακτήρα υδροστατικής πίεσης (σ_1=σ_2=σ_3) και προκαλεί μόνο ελαστικές αλλαγές στον όγκο του συνεχούς χωρίς να προκαλεί πλαστική παραμόρφωση.

$$\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 = I_1/3 \qquad \text{Εξίσωση 1.7}$$

Αντίθετα ο τανυστής απόκλισης περιέχει τις διατμητικές τασεις και είναι αυτός που ευθύνεται για την πλαστική παραμόρφωση του συνεχούς. Η πλαστική παραμόρφωση είναι αποτέλεσμα της ολίσθησης ατομικών επιπέδων λόγω διατμητικών τάσεων (τάσεις απόκλισης). Οι κύριες διευθύνσεις του τανυστή απόκλισης συμπίπτουν με εκείνες του τανυστή των τάσεων. Η χαρακτηριστική εξίσωση για τον υπολογισμό των τάσεων καθώς και των αμετάβλητων του τανυστή απόκλισης είναι:

$$J_1 = s_x + s_y + s_z = s_1 + s_2 + s_3 = 0 \qquad \text{Εξίσωση 1.8}$$

Όπου s_1, s_2, s_3 είναι οι κύριες τάσεις απόκλισης και ρίζες της εξίσωσης:

$$s^3 - J_2 s - J_3 = 0 \qquad \text{Εξίσωση 1.9}$$

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau^2_{xy} + \tau^2_{yz} + \tau^2_{zx} \qquad \text{Εξίσωση 1.9(a)}$$

$$J_3 = s_1 s_2 s_3 = \frac{1}{3}(s^3_1 + s^3_2 + s^3_3) \qquad \text{Εξίσωση 1.9(b)}$$

Ο τανυστής απόκλισης έχει εξέχουσα σημασία στα κριτήρια διαρροής των υλικών που θα εξεταστούν στην συνέχεια.

Ι.3.2. Ο τανυστής των παραμορφώσεων

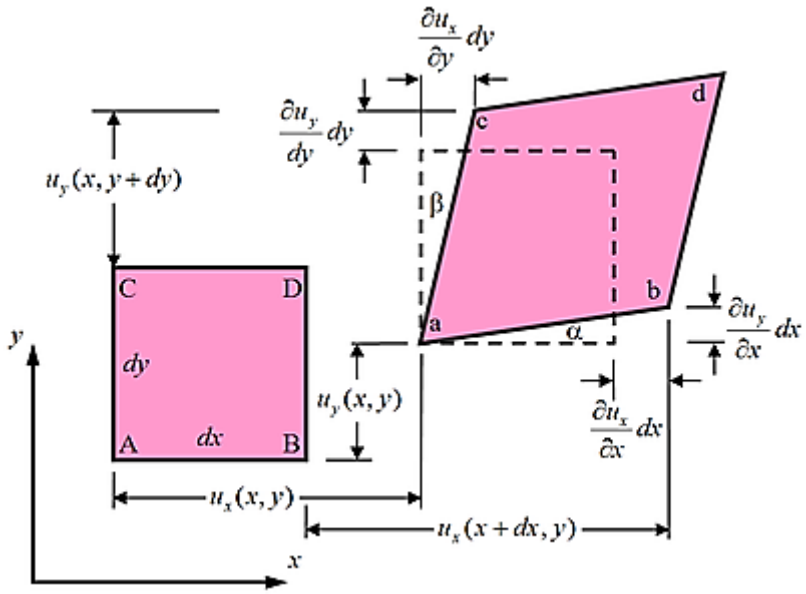
Στον φυσικό κόσμο κάθε σώμα που υπόκειται σε τυχαίες καταστάσεις φόρτισης, αποκρίνεται εν γένει είτε με αλλαγή της θέσης του στον χώρο, είτε του σχήματος και του μεγέθους του [2]. Κάθε σώμα λοιπόν, αποκρίνεται στην επίδραση εξωτερικών φορτίων μέσω της αναδιάταξης των στοιχείων του εσωτερικού του σε διαφορετικές θέσεις, δηλαδη με την παραμόρφωσή του. Η παραμορφωσιακή κατάσταση σε τυχαίο σημείο ενός σώματος καθορίζεται από τις αξονικές παραμορφώσεις του, δηλαδή την μεταβολή του μήκους του κατά μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος παράλληλου κάθε φορά σε έναν από τους άξονες x, y, z αλλά και από τις διατμητικές παραμορφώσεις του. Οι τελευταίες οφείλονται στην παρατηρούμενη στρέβλωση του σώματος.

Η παραμορφωσιακή κατάσταση σε ένα σημείο περιγράφεται με τον τανυστή των παραμορφώσεων, όπως ακριβώς συμβαίνει και στην περίπτωση του τανυστή των τάσεων.

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

Τα στοιχεία της διαγωνίου είναι οι αξονικές ή ορθές παραμορφώσεις, και προκαλούν την αλλαγή του όγκου του στοιχείου, ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία είναι οι διατμητικές παραμορφώσεις και προκαλούν αλλαγή του σχήματος του στοιχείου.

Υπό την επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων, τα στοιχεία του σώματος αναδιατάσσονται και επομένως είναι απαραίτητη μια συνάρτηση που θα περιγράφει την μεταβολή της θέσης των στοιχείων στον χώρο ($U_i = f(x_i)$) , δηλαδή, μια συνάρτηση που να μας μεταφέρει από την αρχική απαραμόρφωτη κατάσταση στην παραμορφωμένη. Η παραπάνω συνάρτηση λέγεται συνάρτηση του πεδίου μετατοπίσεων, και στην περίπτωση του απλούστερου επίπεδου προβλήματος που εξετάζουμε, μπορεί να εκφραστεί ως $[U(x,y)] = [u_x\,(x,y)\,, u_y\,(x,y)]$.



Σχήμα 1.5: Στοιχείο πριν και μετά την παραμόρφωση στο επίπεδο x-y

Επομένως, με την βοήθεια του σχήματος 1.5 προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις [9]:

$$AB = dx \text{ και } A'B' = \sqrt{(dx + u_{x,B} - u_{x,A})^2 + (\frac{\partial u_y}{\partial x} dx)^2} \qquad \text{Εξίσωση 1.10}$$

Όμως,

$$u_{x,A} = u_{\,x}(x,y), u_{x,B} = u_x\,(x+dx,y) = u_{x,A} + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx \qquad \text{Εξίσωση 1.10(a)}$$

Άρα

$$A'B' = \sqrt{(dx + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx)^2 + (\frac{\partial u_y}{\partial x}dx)^2} \qquad \text{Εξίσωση 1.10(b)}$$

Αμελώντας τις υψηλότερης τάξης συνιστώσες τότε :

$$A'B' \approx dx + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx \qquad \text{Εξίσωση 1.10(c)}$$

Επομένως,

$$\varepsilon xx = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \qquad \text{Εξίσωση 1.11}$$

Ομοίως έχουμε :

$$\varepsilon yy = \frac{\partial u_y}{\partial y}\ , \qquad \varepsilon zz = \frac{\partial u_z}{\partial z} \qquad \text{Εξίσωση 1.11(a, b)}$$

Σε μικρές παραμορφώσεις, οι αλλαγές της γωνίας είναι μικρές και ως εκ τούτου αμελητέες. Οι γωνίες είναι περίπου ίσες με τις εφαπτομένες τους. Επομένως :

$$\alpha \approx tan(\alpha) = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}} \approx \frac{\partial u_y}{\partial x} \qquad \text{Εξίσωση 1.12(a)}$$

$$\beta \approx tan(\beta) = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial y}}{1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}} \approx \frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad \text{Εξίσωση 1.12(b)}$$

Άρα

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} = \gamma_{yx} \qquad \text{Εξίσωση 1.13}$$

Επομένως έχουμε,

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{\gamma_{xy}}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) \qquad \text{Εξίσωση 1.14}$$

Ομοίως για τα επίπεδα y-z και x-z :

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right), \qquad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) \qquad \text{Εξίσωση } 1.14(\mathrm{a,b})$$

I.3.3. Κύριες διατμητικές τάσεις

Η πλαστική παραμόρφωση ενός συνεχούς εξαρτάται άμεσα από τις διατμητικές τάσεις που του ασκούνται. Με χρήση των κύριων τάσεων ως σύστηματος αναφοράς αποδεικνύεται ότι οι κύριες διατμητικές τάσεις ασκούνται στα επίπεδα που σχηματίζουν γωνία 45° με δύο κύρια επίπεδα, είναι παράλληλα ως προς το τρίτο και υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$\tau_1 = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3)\,,\ \tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\,,\ \tau_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \qquad \text{Εξίσωση } 1.15(\mathrm{a,b,c})$$

Όπου τ_2 είναι η αλγεβρικά μεγαλύτερη. Για κάθε ζευγάρι κύριων τάσεων υπάρχουν δύο επίπεδα κύριων διατμητικών τάσεων.

Τα επίπεδα που κόβουν τους τρεις κύριους άξονες υπό ίσες γωνίες ονομάζονται οκταεδρικά επίπεδα (Σχήμα 1.6) . Οι τάσεις που ασκούνται πανω σε αυτά ονομάζονται οκταεδρικές και δίνονται απο τους τύπους :

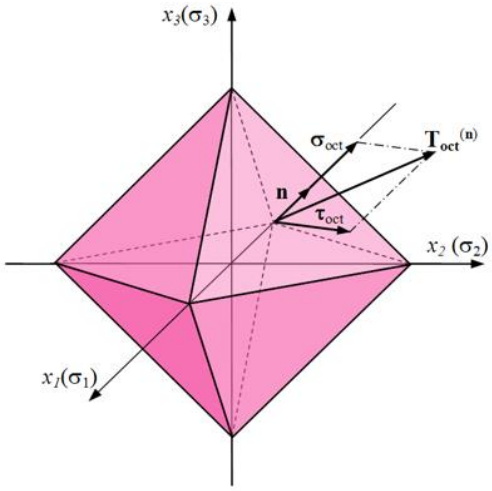
$$\sigma_{\text{οκτ}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \sigma_m \qquad \text{Εξίσωση } 1.16$$

$$\tau_{\text{οκτ}} = \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} \qquad \text{Εξίσωση } 1.17$$

Η τάση που ασκείται στα οκταεδρικά επίπεδα αναλύεται σε μια ορθή και μια διατμητική οκταεδρική τάση. Εφόσον η ορθή τάση είναι υδροστατικού χαρακτήρα δεν μπορεί να προκαλέσει πλαστική παραμόρφωση στο στερεό. Επομένως, η οκταεδρική διατμητική τάση είναι αντίστοιχη του τανυστή απόκλισης και υπεύθυνη για την διαρροή του στερεού [10]. Οι οκταεδρικές γραμμικές και γωνιακές παραμορφώσεις δίνονται από τους εξής τύπους :

$$\varepsilon_{\text{οκτ}} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 + \varepsilon_3}{3} \qquad \text{Εξίσωση } 1.18$$

$$\gamma_{\text{οκτ}} = \frac{2}{3}[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]^{1/2} \qquad \text{Εξίσωση } 1.19$$



Σχήμα 1.6: Τάσεις που ασκούνται σε οκταεδρικά επίπεδα

Ι.4. Κριτήρια διαρροής

Ι.4.1. Διατύπωση των κριτηρίων Tresca και Von Mises

Η αρχική παραμόρφωση ενός στοιχείου είναι εντελώς ελαστική μέχρι η εντατική κατάσταση του να φτάσει σε μια κρίσιμη τιμή, όπου και ξεκινάει να παραμορφώνεται πλαστικά. Τα κριτήρια διαρροής είναι εμπειρικές σχέσεις που καθορίζουν το όριο της ελαστικής συμπεριφοράς του υλικού υπό την επίδραση οποιουδήποτε συνδυασμού τάσεων. Για την προσομοίωση της συμπεριφοράς των υλικών στην πλαστική περιοχή απαραίτητη προϋπόθεση είναι η χρήση ενός κριτηρίου διαρροής, μέσω του οποίου είναι δυνατόν να υπολογιστεί η τάση εκείνη μετά από την οποία αρχίζει η πλαστική παραμόρφωση τους. Είναι προφανές ότι στην γενικευμένη περίπτωση, η διαρροή ενός σημείου ενός σώματος υπό σύνθετη καταπόνηση δεν περιλαμβάνει ως παράμετρο μια τάση, αλλά και τις 6 ανεξάρτητες συνιστώσες του τανυστή των τάσεων. Εξαιτίας της πολυπλοκότητας που παρουσιάζει η περίπτωση της σύνθετης καταπόνησης, επιδιώκεται ο συσχετισμός της με τις απλούστερες δυνατές καταπονήσεις, όπως ο απλός μονοαξονικός εφελκυσμός. Τα κριτήρια αστοχίας εκκινούν από την παραπάνω αρχή και ανάγοντας την σύνθετη καταπόνηση σε ισοδύναμη μονοαξονική, η οποία είναι υπολογιστικά εύκολη, μπορούν να αντιπαραβάλουν τα αναλυτικά αποτελέσματα με τα αντίστοιχα πειραματικά.

Υπάρχουν αρκετά κριτήρια διαρροής, τα οποία είναι λιγότερο ή περισσότερο αξιόπιστα ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του υλικού. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας θα εστιάσουμε

στο κριτήριο διαρροής του Von Mises (1913) ή κριτήριο μέγιστης παραμορφωσιακής ενέργειας στρέβλωσης και στο κριτήριο του Tresca ή κριτήριο μέγιστων διατμητικών τάσεων. Κατά την ανάπτυξη των δύο αυτων κριτηρίων διαρροής είναι απαραίτητο να προσδιορισθούν μερικές παραδοχές [2,11] :

1. Οι συνθήκες φόρτισης είναι τέτοιες που όλες οι επιπτώσεις του ρυθμού παραμόρφωσης και της θερμοκρασίας μπορούν να παραμεληθούν.
2. Δεν λαμβάνεται υπόψη το φαινόμενο Bauschinger και ο βρόγχος υστέρησης, που προκύπτουν από την ανομοιομορφία του υλικού στο μικροσκοπικό επίπεδο.
3. Το υλικό θεωρείται ισότροπο, έτσι ώστε οι ιδιότητές του σε κάθε σημείο να είναι ίδιες προς όλες τις κατευθύνσεις.
4. Υπάρχει μια χρήσιμη και άμεση απλοποίηση, που προκύπτει από πειραματικά δεδομένα, ότι η διαρροή του υλικού είναι πρακτικά ανεπηρέαστη από την ομοιόμορφη υδροστατική πίεση.

Σύμφωνα με το κριτήριο του Von Mises το υλικό θα αρχίσει να διαρρέει όταν η δεύτερη αναλλοίωτη του τανυστή απόκλισης J_2 υπερβεί μια κρίσιμη τιμή k [12].

$$J_2 = k^2 \qquad \text{Εξίσωση 1.20}$$

Όπου J_2,

$$J_2 = \frac{1}{6}\left[\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + \left(\sigma_z - \sigma_x\right)^2\right] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \qquad \text{Εξίσωση 1.20(a)}$$

Ή

$$J_2 = \frac{1}{6}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right] \qquad \text{Εξίσωση 1.20(b)}$$

Για τον υπολογισμό της σταθεράς k και τον συσχετισμό της με την τάση διαρροής στη μονοαξονική δοκιμή εφελκυσμού :

$$\sigma_1 = \sigma_0 , \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \qquad \text{Εξίσωση 1.21}$$

Άρα

$$\sigma_0 = \sqrt{3}k \qquad \text{Εξίσωση 1.22}$$

Επομένως, η τελική μορφή του κριτηρίου του Von Mises είναι :

$$\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]^{1/2} \qquad \text{Εξίσωση 1.23}$$

Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό η διαρροή του υλικού δεν εξαρτάται από οποιαδήποτε κύρια ή διατμητική τάση, αντιθέτως σχετίζεται με τη δράση και των τριών κύριων διατμητικών τάσεων. Επιπλέον, λόγω των τετραγωνικών όρων που εμπεριέχονται στο κριτήριο του Von Mises το αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητο από το πρόσημο των τάσεων και για αυτό δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε την μέγιστη και την ελάχιστη κύρια τάση για την εφαρμογή του.

Ο Hencky το 1924 θέλοντας να δώσει φυσική σημασία στο κριτήριο του Von Mises το συσχέτισε με την ενέργεια στρέβλωσης. Η ολική ενέργεια παραμόρφωσης ανά μονάδα όγκου διαμερίζεται σε δύο μέρη: την ενέργεια στρέβλωσης (distortional), που προκαλεί παραμορφώσεις στο σχήμα, και την ενέργεια αλλαγής όγκου (volumetric). Επομένως η διαρροή του υλικου, με ενεργειακούς όρους, θα ξεκινήσει όταν η ελαστική ενέργεια που αποθηκεύεται με την αλλαγή σχήματος (δηλαδή το έργο των διατμητικών τάσεων) μέχρι τη στιγμή που αρχίζει η πλαστική παραμόρφωση, φτάσει μια κρίσιμη τιμή.

Σύμφωνα με τον Tresca, και τα πειράματα που πραγματοποίησε στην διέλαση μετάλλων, η πλαστική παραμόρφωση αρχίζει όταν η μέγιστη διατμητική τάση υπερβεί μια κρίσιμη τιμή. Η μέγιστη διατμητική τάση δίνεται από τύπο:

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \qquad \text{Εξίσωση 1.24}$$

Όπου σ_1 και σ_3 είναι η αλγεβρικά μεγαλύτερη και η μικρότερη κύρια τάση. Αντίστοιχα με το κριτήριο του Von Mises για την περίπτωση του μονοαξονικού εφελκυσμού :

$$\tau_{max} = \tau_0 = \frac{\sigma_0}{2} \qquad \text{Εξίσωση 1.25}$$

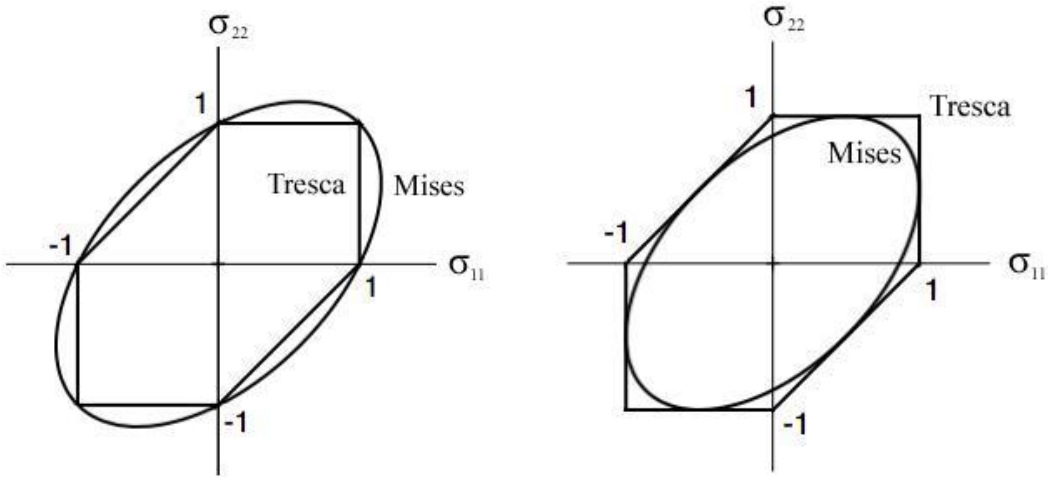
Η γενική μορφή του κριτηρίου είναι :

$$\sigma_0 = \sigma_1 - \sigma_3 \qquad \text{Εξίσωση 1.26}$$

Το κριτήριο του Tresca είναι μερικώς γραμμικό όταν εκφράζεται με βάση τις κύριες τάσεις. Σε ορισμένα προβλήματα που απαιτούν μεγάλο βαθμό συμμετρίας οι διευθύνσεις των κύριων τάσεων είναι γνωστές και οι σχετικές τιμές τους υποδεικνύονται από το είδος της φόρτισης . Σε αυτές τις περιπτώσεις η εφαρμογή του κριτηρίου του Tresca οδηγεί σε σαφώς απλουστευμένες μαθηματικές σχέσεις, παρόλαυτα δεν λαμβάνει υπόψη στους υπολογισμούς την ενδιάμεση κύρια τάση.

Ι.4.2. Σύγκριση των κριτηρίων Tresca και Von Mises

Συνήθως τα κριτήρια Von Mises και Tresca παρουσιάζονται από κοινού με ελάχιστες διακρίσεις μεταξύ τους, έτσι ώστε να δημιουργείται η εντύπωση ότι τα δύο αυτά κριτήρια καλύπτουν όλα ή σχεδόν όλα τα υλικά και δεν έχει μεγάλη σημασία το ποιο χρησιμοποιείται. Και τα δύο αυτά κριτήρια μπορούν να βαθμονομηθούν είτε ως προς τον εφελκυσμό (Tension) είτε ως προς την διάτμηση (Shear). Για όλα τα μεταλλικά πολυκρυσταλλικά υλικά ισχύει ότι η τάση διαρροής στον εφελκυσμό είναι ίση με αυτή στην συμπίεση (T=C).



Σχήμα 1.7 : Γεωμετρική απεικόνιση των κριτηρίων Tresca-Von Mises στο δυσδιάστατο χώρο των τάσεων με βαθμονόμηση ως προς τον εφελκυσμό (T) και την διάτμηση (S) αντίστοιχα

Η μέγιστη διαφορά μεταξύ των δυο κριτηρίων παρατηρείται όταν $\sigma_1 = -\sigma_2$ ή $\sigma_2 = -\sigma_1$, δηλαδή σε πλήρως διατμησιακές καταστάσεις και είναι 14,4%. Οι βασικές διαφορές μεταξύ των δύο είναι οι γωνίες που εμφανίζονται στη γεωμετρική απεικόνιση του κριτηρίου του Tresca και η πλήρης απουσία τους σε αυτή του Von Mises. Η βαθμονόμηση ως προς την διάτμηση μπορεί να φανεί λογικότερη επειδή η διαρροή του υλικού οφείλεται σε διαστρεβλωμένες και όχι σε διαστολικές καταστάσεις σε όλκιμα υλικά, ενώ και η παραμόρφωση συνδέεται ευκολότερα με τις διατμητικές τάσεις και όχι με την μονοαξονική τάση εφελκυσμού (ή θλίψης). Ωστόσο, η διατμητική τάση περιλαμβάνει μόνο μία παράμετρο και δεν μπορεί να γενικευτεί φυσικά σε μια μορφή δύο παραμέτρων που είναι

απαραίτητη για μη τέλεια όλκιμα υλικά. Αντίθετα, στην περίπτωση της βαθμονόμησης ως προς T, η συνθήκη T = C γενικεύει φυσικά και αυτόματα σε T και C (για T ≠ C) στις πιο γενικές περιπτώσεις. Έτσι T και C, όχι S, είναι ο φυσικός συνδυασμός που συγκλίνει σε T = C για μορφή μιας παραμέτρου. Συνεπώς, απορρίπτεται η υπόθεση βαθμονόμησης ως προς S.

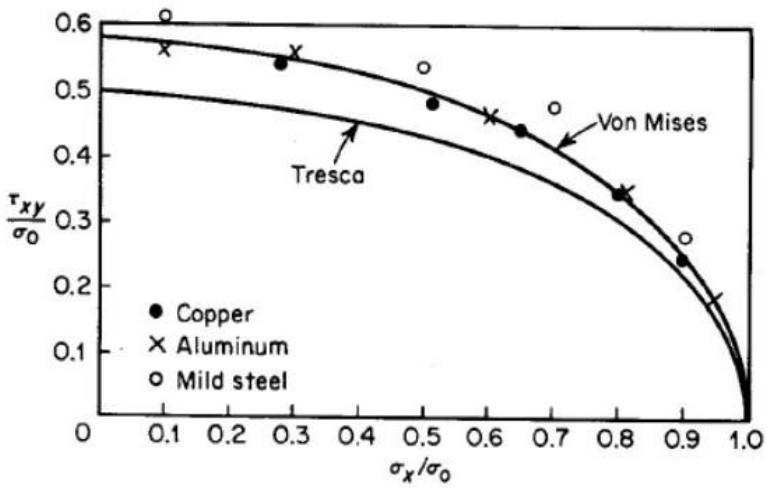
Η επιφάνεια διαρροής του Mises είναι ομαλή ενώ του Tresca έχει γωνίες. Στο κρυσταλλικό επίπεδο, η διαρροή του υλικού σχετίζεται με την κίνηση των διαταραχών στα διάφορα επίπεδα ολίσθησης λόγω διατμητικής τάσης. Η κατάσταση της ισοτροπίας όμως εφαρμόζεται σε πολυκρυσταλλικά υλικά, των οποίων οι μεμονωμένοι κρύσταλλοι λαμβάνουν όλους τους δυνατούς προσανατολισμούς. Η πλαστική ροή που προκαλείται από τις διαταραχές εμφανίζεται σε πολλά συστήματα ολίσθησης, ενώ η συσσώρευση διαταραχών εμφανίζεται στα όρια των κόκκων. Επιπλέον, και οι τρείς κύριες τάσεις επηρεάζουν την παραμόρφωση του πλέγματος και συνεισφέρουν στο μέγεθος των διατμητικών τάσεων που αναπτύσσονται στα επίπεδα ολίσθησης.

Αυτή η πολύπλοκη συμπεριφορά στο μακροσκοπικό επίπεδο σε σύγκριση με το κρυσταλλικό πρέπει να περιλαμβάνει μια μεσοορική προσέγγιση για μια μεγάλη ποικιλία φυσικών συνθηκών και επιδράσεων. Αυτό έχει ένα εξομαλυντικό αποτέλεσμα που υποστηρίζεται πολύ περισσότερο από τον ομαλό γεωμετρικό τόπο διαρροής του κριτηρίου του Von Mises συγκριτικά με τον μη ομαλό του Tresca. Η μη ομαλή συμπεριφορά που προκύπτει από το κριτήριο του Tresca συσχετίζεται με τον ανταγωνισμό των τρόπων αστοχίας, δηλαδή την περίπτωση της πλαστικής ροής για όλκιμα υλικά και της ψαθυρής θραύσης του. Στην περίπτωση δισδιάστατης απεικόνισης, διαπιστώνεται ότι το κριτήριο Tresca και το κριτήριο Von Mises είναι πανομοιότυπα. Και τα δύο δίνουν ομαλή συμπεριφορά με συνεχείς πρώτες παραγώγους. Στη περίπτωση όμως τριδιάστατης απεικόνισης ο γεωμετρικός τόπος διαρροής του Von Mises εξακολουθεί να έχει ομαλή συμπεριφορά ενώ του Tresca εμφανίζει γωνίες. Αυτό συμβαίνει επειδή αγνοεί τα αποτελέσματα που εμφανίζονται σε μικρότερη κλίμακα στα πολυκρυσταλλικά υλικά και τον μέσο όρο που απαιτείται για την ακριβέστερη επίτευξη της μακροσκοπικής συμπεριφοράς.

Παρόλο που η μέγιστη διαφορά μεταξύ των κριτηρίων Mises και Tresca είναι μόλις 14,4%, η διαφορά αυτή αντιπροσωπεύει ένα συστηματικό σφάλμα (απόκλιση) από το κριτήριο Tresca και δεν πρέπει να χρησιμοποιείται για ισοτροπικά υλικά, ακόμη και για όλκιμα μέταλλα.

Το κριτήριο διαρροής του Von Mises έχει αποδειχθεί ότι βρίσκεται σε συμφωνία με πειραματικές μετρήσεις για όλκιμα μέταλλα, όπως για παράδειγμα ο χαλκός,το νικέλιο, το αλουμίνιο,ο σίδηρος και ο χάλυβας. Την επίδραση της ενδιάμεσης κύριας τάσης στην διαρροή του υλικού έδειξε πρώτος ο Lode (1925). Στα πειράματα που πραγματοποίησε επέβαλλε συνδυαστικά φορτία σε σωλήνες σιδήρου, χαλκού και νικελίου ασκώντας εφελκυστικές τάσεις και εσωτερική πίεση. Η ακρίβεια του νόμου του Von Mises επιβεβαιώθηκε πειραματικά και αργότερα από τους Taylor και Quinney (1931), Lessells και MacGregor (1940) και τον Davis (1945)[13].

Οι Taylor και Quinney χρησιμοποίησαν συνδυαστικά την τάση-στρέψη σωλήνων χαλκού, αλουμινίου και νικελίου με λεπτό τοίχωμα για να δημιουργήσουν διαγράμματα κύριας σ_{11} έναντι διατμητικής τάσης σ_{12} .



Σχήμα 1.8: Έλλειψη των Tresca – Mises στο (σ,τ) επίπεδο μαζί με τα πειραματικά αποτελέσματα των Taylor και Quinney για όλκιμα μέταλλα (T/C=1)[13]

Ι.4.3. Γεωμετρική απεικόνιση της επιφάνειας διαρροής

Στην περίπτωση διαξονικής επίπεδης φόρτισης (σ_2 = 0) το κριτήριο του Von Mises παίρνει την μορφή:

$$\sigma_1{}^2 + \sigma_3{}^2 - \sigma_1\sigma_3 = \sigma_0{}^2 \qquad \text{Εξίσωση 1.27}$$

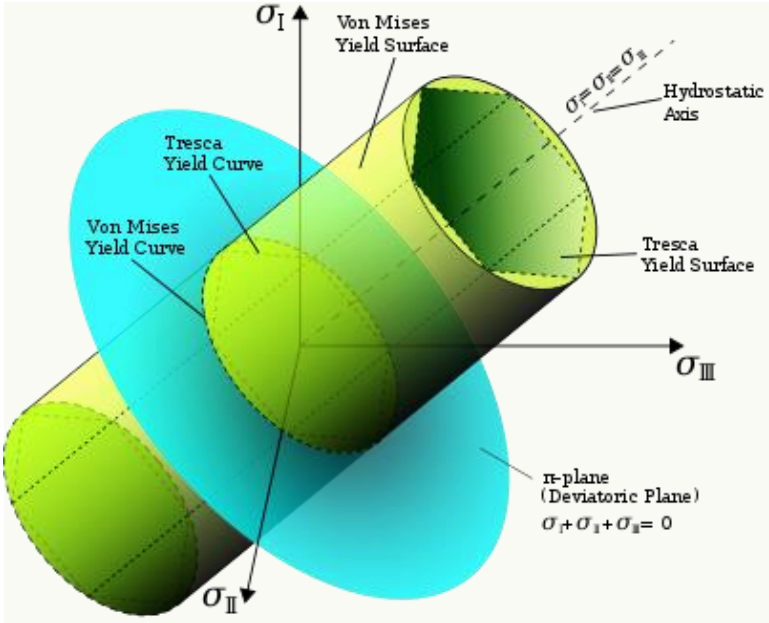
Όπως φαίνεται στο σχημα 1.9, αυτή είναι η εξίσωση μιάς έλλειψης με τους άξονες υπό κλίση 45° ως προς τους κύριους άξονες. Ο μεγάλος άξονας είναι ίσος με $\sqrt{2}\sigma_0$ και ο μικρός ίσος με $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_0$. Ο γεωμετρικός τόπος διαρροής του Tresca είναι ένα εξάγωνο.

Οποιαδήποτε εντατική κατάσταση μπορεί να σχεδιαστεί στον χώρο των τάσεων με τις τρεις κύριες τάσεις ως άξονες. Ο γεωμετρικός τόπος του κριτηρίου διαρροής του Von-Mises είναι ένας κύλινδρος, με ακτίνα $\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ και με τον άξονα παράλληλο προς τη γραμμή $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

Η γραμμή $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ έχει ίσες γωνίες και με τους τρείς κύριους άξονες. Σημεία κατα μήκος αυτης της γραμμής αντιστοιχούν σε υδροστατικές εντατικές καταστάσεις και συνεπώς δεν επηρεάζουν την διαρροή του υλικού. Η συμπεριφορά του υλικού επομένως καθορίζεται από ένα τόπο διαρροής σε ένα επίπεδο κάθετο προς τη διαγώνιο $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ και η επιφάνεια διαρροής παράγεται με ολίσθηση αυτού του τόπου πάνω και κάτω από τη διαγώνιο. Το επίπεδο αυτό ονομάζεται επίπεδο-π ή αποκλίνων επίπεδο και η εξίσωσή του είναι :

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0 \qquad \text{Εξίσωση 1.28}$$

Στο επίπεδο-π βρίσκονται οι συνιστώσες του αποκλίνοντα τανυστή. Γι' αυτό τον λόγο μελετάται η διαρροή στον γεωμετρικό εκείνο τόπο που ορίζεται από τα σημεία τομής της επιφάνειας του Von Mises με το επίπεδο-π. Η τομή του κυλίνδρου με το επίπεδο-π είναι κύκλος με ακτίνα $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_0$ και δηλώνει ότι το μέτρο του διανύσματος των αποκλίνουσων κύριων τάσεων είναι σταθερό.



Σχήμα 1.9: Τριδιάστατη απεικόνιση του γεωμετρικού τοπου διαρροής [14]

Εάν η εντατική κατάσταση εμπίπτει εντός του κυλίνδρου, το υλικό δεν διαρρέει και ανταποκρίνεται ελαστικά. Αντίθετα, εαν η εντατική κατάσταση βρίσκεται στην επιφάνεια του κυλίνδρου, το υλικό διαρρέει και παραμορφώνεται πλαστικά. Εάν η πλαστική παραμόρφωση προκαλεί σκλήρυνση του υλικού, αυξάνεται η ακτίνα του κυλίνδρου. Η εντατική κατάσταση του υλικού δεν μπορεί να βρίσκεται έξω από τον κύλινδρο καθώς αυτό θα οδηγούσε σε άπειρη πλαστική παραμόρφωση.

Ι.4.4. Επίδραση της ενδοτράχυνσης στην επιφάνεια διαρροής

Κατά την πλαστική παραμόρφωση ένα υλικό ενδοτραχύνεται, δηλαδή η τάση διαρροής του αυξάνεται με την πλαστική παραμόρφωση. Υπάρχουν δύο τρόποι υπολογισμού της σκλήρυνσης του υλικού [14] :

1. Η ισοτροπική σκλήρυνση, στην οποία η τάση διαρροής αυξάνεται ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις. Στην περίπτωση της ισοτροπικής σκλήρυνσης, η επιφάνεια διαρροής διατηρεί το σχήμα της, αλλά με την εξέλιξη των πλαστικών παραμορφώσεων το μέγεθός της, δηλαδη η ακτίνα του κυλίνδρου, αυξάνεται. Σε αυτή την περίπτωση, η μορφή της συνάρτησης διαρροής είναι η παρακάτω :

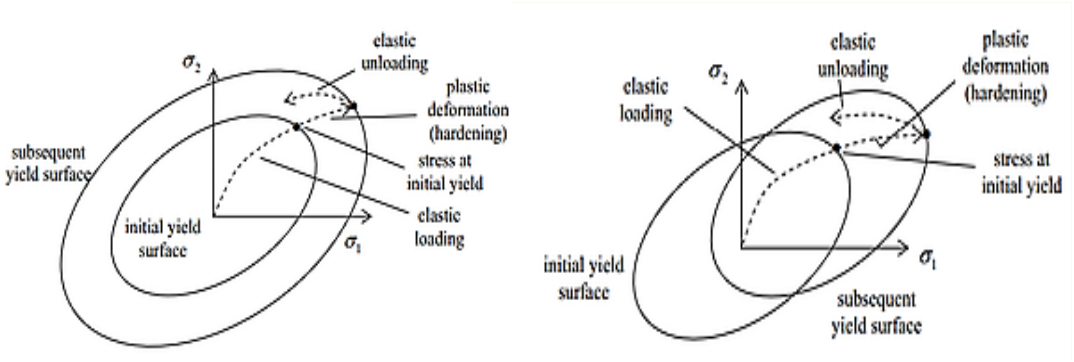
$$f\left(\sigma_{ij}, K(\alpha)\right) = \sigma_{VM} - \left(\sigma_y + K(\alpha)\right) = 0 \qquad \text{Εξίσωση 1.29}$$

Η σχέση αυτή δείχνει την αύξηση της ακτίνας του κυλίνδρου από $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_y$ σε $\sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_y + K(\alpha))$, όπως απεικονίζεται και στο σχήμα 1.10. Η παράμετρος Κ(α) είναι συνάρτηση της ιστορίας των πλαστικών παραμορφώσεων.

2. Ο άλλος τρόπος είναι η κινηματική σκλήρυνση, στην οποία η τάση διαρροής δεν παρουσιάζει καμία αύξηση. Αντίθετα, ο γεωμετρικός τόπος διαρροής μετατοπίζεται προς την κατεύθυνση της παραμόρφωσης. Η συνάρτηση διαρροής παίρνει τώρα την παρακάτω μορφή :

$$f(\sigma_{ij}, a_{ij}) = f(\sigma_{ij} - a_{ij}) = 0 \qquad \text{Εξίσωση 1.30}$$

όπου α_{ij} είναι οι λεγόμενες back-stresses ή τάσεις μετατόπισης και αυτό διότι μετατοπίζουν την επιφάνεια διαρροής σε σχέση με τον χώρο των τάσεων κατά α_{ij}. Σε μοντέλα υλικών που λαμβάνεται υπόψη το φαινόμενο της ενδοτράχυνσης, συνήθως υπολογίζεται η ισοτροπική σκλύρυνση του υλικού.



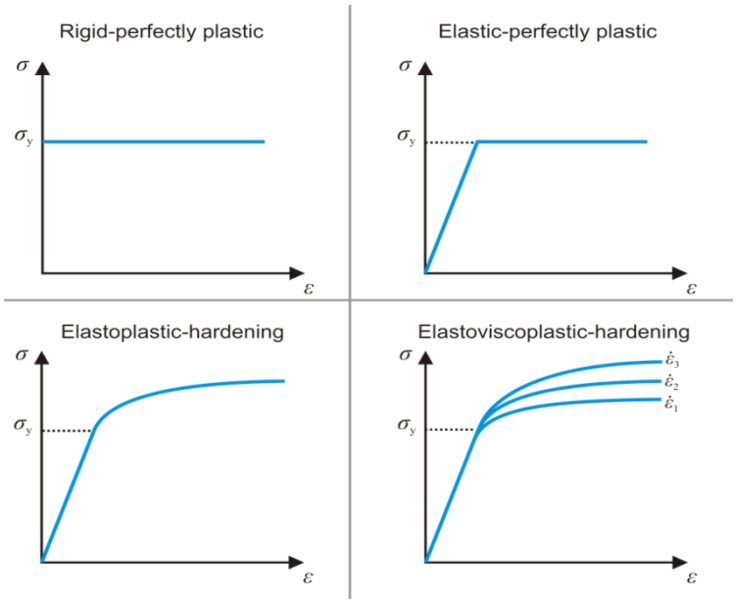
Σχήμα 1.10 : α) Ισοτροπική και β) Κινηματική σκλήρυνση

Ι.5. Ροή των υλικών

Η συμπεριφορά των μεταλλικών υλικών υπό την εφαρμογή μηχανικών φορτίων έχει μελετηθεί εκτενώς τον περασμένο αιώνα σε όλους σχεδόν τους κλάδους της μηχανικής. Ένα υλικό μπορεί να κατηγοριοποιηθεί ανάλογα με τη μηχανική συμπεριφορά του ως: άκαμπτο, ελαστικό, πλαστικό και ιξώδες. Το υλικό μπορεί να υποτεθεί ότι παρουσιάζει ένα ή

οποιοδήποτε συνδυασμό αυτών των ιδιοτήτων. Η συμπεριφορά του υλικού που πρόκειται να προσομοιωθεί μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια παραδοχή που εξαρτάται από την εφαρμοσμένη μηχανική και την απαραίτητη απλοποίηση για την προσομοίωση.

Τα άκαμπτα υλικά δεν υποβάλλονται σε παραμόρφωση υπό εφαρμοζόμενα φορτία. Τα εργαλεία μορφοποίησης θεωρούνται άκαμπτα στις περισσότερες αναλύσεις για υπολογιστική αποτελεσματικότητα. Μια λογική, αν και όχι τόσο ρεαλιστική υπόθεση.Τα ελαστικά υλικά υφίστανται αναστρέψιμη παραμόρφωση υπό εφαρμοζόμενα φορτία. Τα πλαστικά υλικά υφίστανται μόνιμη παραμόρφωση που παραμένει μετά την παύση επιβολής του φορτίου. Σε όλες τις διεργασίες μορφοποίησης, αυτή η συμπεριφορά είναι επιθυμητή. Η συμπεριφορά των ιξώδων υλικών εξαρτάται από το ρυθμό παραμόρφωσης. Μερικοί ευρέως χρησιμοποιούμενοι συνδυασμοί δίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 1.11:Ιδανικές καμπύλες ροής υλικών:α)Άκαμπτο-τέλεια πλαστικό,β)Ελαστοπλαστικό, γ)Ελαστοπλαστικό με ενδοτράχυνση, δ) Ελαστο-ιξωδοπλαστικό με ενδοτράχυνση

- Τα άκαμπτα-τέλεια πλαστικά υλικά δεν θα παραμορφωθούν μέχρι να εφαρμοστεί η τάση διαρροής. Μετά από αυτό το σημείο, η πλαστική παραμόρφωση λαμβάνει χώρα χωρίς μεταβολή της τάσης.

- Τα ελαστικά-απόλυτα πλαστικά υλικά παρουσιάζουν ελαστική συμπεριφορά μέχρι να εφαρμοστεί η τάση διαρροής. Μετά από αυτό το σημείο, η συμπεριφορά του υλικού είναι απόλυτα πλαστική χωρίς μεταβολή στη τάση.
- Τα υλικά ελαστοπλαστικής σκλήρυνσης υφίστανται επίσης ελαστική παραμόρφωση μέχρι το σημείο διαρροής. Πέρα από το σημείο αυτό, οι ελαστικές και πλαστικές παραμορφώσεις συμβαίνουν ταυτόχρονα. Η τιμή της τάσης που απαιτείται για περαιτέρω πλαστική παραμόρφωση μεταβάλλεται καθώς το υλικό παραμορφώνεται και σκληραίνει.
- Τα υλικά ελαστο-ιξωδοπλαστικής σκλήρυνσης εμφανίζουν παρόμοια συμπεριφορά εξαρτώμενη όμως από τον ρυθμό παραμόρφωσης στην πλαστική περιοχή.

Οι μαθηματικές σχέσεις που καθορίζουν την σχέση μεταξύ των τάσεων που αναπτύσσονται σε ένα σώμα, και των χαρακτηριστικών εκείνων τα οποία μπορούν να υπολογισθούν και να καταγραφούν πρακτικά ονομάζονται καταστατικές εξισώσεις [15]. Οι σχέσεις αυτές εφαρμόζονται σε οποιοδήποτε υλικό, είτε αυτό είναι ελαστικό (Νόμος του Hook), πλαστικό ή ελαστο-πλαστικό. Σαν αποτέλεσμα αυτής της σύνθετης συμπεριφοράς του υλικού έχουν προταθεί πολλές εμπειρικές σχέσεις έτσι ώστε να ποσοτικοποιηθεί η σχέση μεταξύ τάσης και παραμόρφωσης στην πλαστική περιοχή.

Η καμπύλη πραγματικής τάσης-παραμόρφωσης είναι γνωστή σαν καμπύλη ροής, καθώς παρέχει τις τιμές της τάσης (σ) που απαιτούνται για να προκληθεί πλαστική ροή του υλικού σε οποιαδήποτε τιμή παραμόρφωσης (ε). Στην βιβλιογραφία υπάρχουν πολλές διαφορετικές εκφράσεις για την καμπύλη ροής. Η πιο κοινή έκφραση της καμπύλης ροής ενός υλικού δίνεται από την εξίσωση των Hollomon-Ludwig:

$$\sigma = K \cdot \varepsilon^n \qquad \text{Εξίσωση } 1.31$$

Όπου K είναι ο συντελεστής ακαμψίας του υλικού, και ισούται με την τιμή της πραγματικής τάσης για πραγματική παραμόρφωση $\varepsilon = 1$, και n ο συντελεστής ενδοτράχυνσης του υλικού. Ο συνελεστής ενδοτράχυνσης παίρνει τιμές μεταξύ $n = 0$,αν το στερεό θεωρείται πλαστικό, και $n = 1$ αν θεωρείται ελαστικό. Για τα περισσότερα μέταλλα ο συντελεστής n έχει τιμές μεταξύ 0,10 και 0,50. Η καμπύλη ροής αυτής της μορφής αποτυπώνει κατάλληλα την συμπεριφορά του υλικού κατά την κατεργασία του εν ψυχρώ, καθώς αυξάνεται η αντοχή του λόγω του φαινομένου της ενδοτράχυνσης. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του n, τόσο πιο έντονο είναι το φαινόμενο της ενδοτράχυνσης του υλικού (Σχήμα 1.11).

Παρεκκλίσεις από την εξίσωση των Hollomon-Ludwig έχουν παρατηρηθεί κυρίως για μικρές ($\varepsilon<10^{-3}$) και μεγάλες ($\varepsilon>>1,0$) παραμορφώσεις. Σύμφωνα με τον Datsko μια διαφορετική έκφραση της καμπύλης ροής είναι:

$$\sigma = K \cdot (\varepsilon_o + \varepsilon)^n \qquad \text{Εξίσωση 1.32}$$

Όπου ε_o είναι η παραμόρφωση που έχει υποστεί το υλικό πριν από την δοκιμή εφελκυσμού. Σύμφωνα με τον Ludwig :

$$\sigma = \sigma_o + K \cdot \varepsilon^n \qquad \text{Εξίσωση 1.33}$$

Όπου σ_o είναι η τάση διαρροής του υλικού. Αύτη η έκφραση του νόμου ροής είναι πιο ικανοποιητική από αυτή των Hollomon-Ludwig, καθώς υποδεικνύει ότι ακόμα και στην περίπτωση της μηδενικής παραμόρφωσης η τάση στο υλικό δεν είναι μηδενική.

Η στιγμιαία τιμή της τάσης που απαιτείται για να συνεχιστεί η πλαστική παραμόρφωση του υλικού ονομάζεται τάση ροής σ_f. Η τάση ροής, όμως, εξαρτάται και από άλλους παράγοντες εκτός του συντελεστή ενδοτράχυνσης όπως είναι η θερμοκρασία,ο ρυθμός παραμόρφωσης, η μικροδομή, η ''ιστορία'' της φόρτισης (ε_h),οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού (c_i) και ο χρόνος (t).

$$\sigma_f = f(T, \dot{\varepsilon}, \mu\iota\kappa\rho o\delta o\mu\acute{\eta}, \varepsilon_h, c_i, t)$$

Για κάθε μεταλλικό υλικό, οι τιμές του συντελεστή ακαμψίας και του συντελεστή ενδοτράχυνσης εξαρτώνται από την θερμοκρασία. Με την αύξηση της θερμοκρασίας αυξάνεται η ολκιμότητα του μετάλλου και οι δύο συντελεστές έχουν μικρότερες τιμές με αποτέλεσμα μια οποιαδήποτε διαδικασία μορφοποίησης να επιτυγχάνεται σε υψηλότερες θερμοκρασίες με μικρότερα φορτία και λιγότερη ισχύ. Παρ'όλα αυτα, αλλαγές στην μικροδομή του υλικού μέσω θερμικά ενεργοποιήσιμων φαινομένων όπως η κατακρήμνιση, η γήρανση και η ανακρυστάλλωση, μπορούν να λειτουργήσουν ανασταλτικά. Στην περίπτωση μετάλλων με εδροκεντρωμένη κυβική δομή (fcc metals), όπως στην περίπτωση του αλουμινίου, η τάση ροής τους δεν εξαρτάται τόσο από την θερμοκρασία. Η μείωση όμως του συντελεστή ενδοτράχυνσης του υλικού με αύξηση της θερμοκρασίας έχει σαν αποτέλεσμα η καμπύλη ροής να γίνεται πιο επίπεδη (Σχήμα 1.12).

Κατά την εν θερμώ μορφοποίηση το μέταλλο θεωρητικά συμπεριφέρεται σαν ένα τέλειο πλαστικό υλικό με συντελεστή ενδοτράχυνσης n=0. Το μέταλλο δηλαδή, θα αρχίσει να ρέει μόλις η τιμή της τάσης γίνει ίση με την τάση ροής και θα συνεχίσει να ρέει υπό την επίδραση αυτής .Ειδικά όμως στην περίπτωση των υψηλών θερμοκρασιών που εξετάζονται,

η συμπεριφορά των μετάλλων εξαρτάται από τον ρυθμό παραμόρφωσης. Ο ρυθμός με τον οποίο παραμορφώνεται ένα μέταλλο σχετίζεται άμεσα με την ταχύτητα της διαδικασίας παραμόρφωσης v. Επομένως:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v}{h} \qquad \text{Εξίσωση 1.34}$$

Όπου $\dot{\varepsilon}$ είναι ο ρυθμός πραγματικής παραμόρφωσης (sec^{-1}) και h το στιγμιαίο ύψος του υπό παραμόρφωση υλικού. Όσο αυξάνεται ο ρυθμός παραμόρφωσης τόσο αυξάνεται και η αντίσταση του υλικού στην παραμόρφωση.

Η εξάρτηση της τάσης ροής από την θερμοκρασία για σταθερή παραμόρφωση και σταθερό ρυθμό παραμόρφωσης μπορεί να εκφραστεί από την παρακάτω εξίσωση:

$$\sigma = K_2 e^{Q/RT} \qquad \text{Εξίσωση 1.35}$$

Όπου Q η ενέργεια ενεργοποίησης για πλαστική ροή ($J \cdot mol^{-1}$), R η παγκόσμια σταθερά των αερίων και T η θερμοκρασία.

Σχήμα 1.12: Διαγράμματα πραγματικής τάσης-παραμόρφωσης AA7075 για διαφορετικές τιμές θερμοκρασίας και ρυθμού παραμόρφωσης [18]

Μια άλλη έκφραση της εξίσωσης ,που περιγράφει την συμπεριφορά του υλικού στην πλαστική περιοχή,όπου εξέχοντα ρόλο έχει ο ρυθμός παραμόρφωσης είναι:

$$\sigma = C \cdot \dot{\varepsilon}^{\,m} \qquad \text{Εξίσωση 1.36}$$

Όπου C είναι το μητρώο ακαμψίας (παρόμοιο με το K αλλά όχι ίδιο) και m είναι ο δείκτης ευαισθησίας στον ρυθμό παραμόρφωσης. Για $m = 0$ η τάση είναι ανεξάρτητη του ρυθμού παραμόρφωσης. Για τα περισσότερα μέταλλα ισχύει $m = 0{,}2$, για $m = 0{,}4 - 0{,}9$ το υλικό παρουσιάζει υπερπλαστική συμπεριφορά (η ικανότητα του υλικού να υπόκειται σε μεγάλα ποσοστα πλαστικής παραμόρφωσης χωρίς την εμφάνιση λαιμού), ενώ για m=1 το υλικό συμπεριφέρεται σαν ιξώδες υγρό. Η σταθερά C με αυξηση της θερμοκρασίας μειώνεται ενώ ο δείκτης ευαισθησίας του υλικού (κλίση της καμπύλης) αυξάνεται (Σχήμα 1.13).

Η απλούστερη σχέση θερμοκρασίας και ρυθμού παραμόρφωσης, με την τάση είναι εκείνη των «Zener» και «Hollomon» (Blazynski, 1976), οι οποίοι θεώρησαν την πλαστική

παραμόρφωση ως μία θερμικά ενεργοποιούμενη διαδικασία. Έτσι, κατέληξαν στην εξής σχέση :

$$\sigma = f(Z) = f\left(\dot{\varepsilon} e^{\frac{\Delta H}{RT}}\right) \qquad \text{Εξίσωση 1.37}$$

Όπου Z είναι η παράμετρος Zener-Hollomon, γνωστή και σαν μια θερμοκρασιακά διορθωμένη έκφραση του ρυθμού παραμόρφωσης, και δίνεται από τον τύπο:

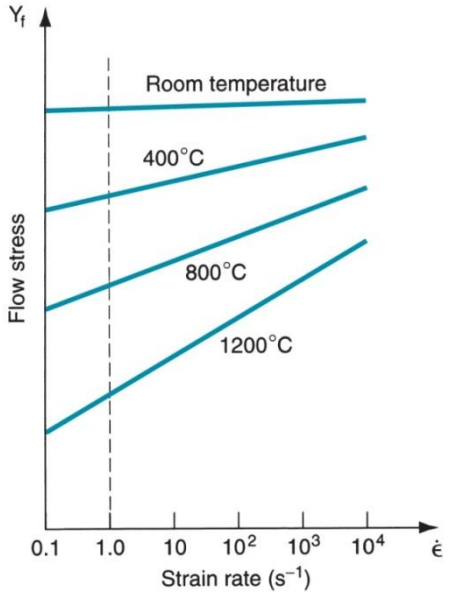
$$Z = \dot{\varepsilon} exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \qquad \text{Εξίσωση 1.38}$$

Όπου Q είναι η ενέργεια ενεργοποίησης που απαιτείται να δοθεί στο υλικό υπό την μορφή θερμότητας για την παραμόρφωση του, και υπολογίζεται μέσω της σχέσης:

$$Q = m \cdot \Delta H \qquad \text{Εξίσωση 1.39}$$

Στη βιβλιογραφία έχουν αναπτυχθεί πολλά εμπειρικά μοντέλα για την πρόβλεψη της μικροδομής του μετάλλου. Μία γενική έκφραση για την τάση ροής, που συμπεριλαμβάνει τη θερμοκρασία, τη παραμόρφωση, την ταχύτητα παραμόρφωσης και την διαδικασία της ανακρυστάλλωσης είναι:

$$\sigma = \frac{2}{\sqrt{3}(1-m)} K \varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \exp(-\beta T) \qquad \text{Εξίσωση 1.40}$$



Σχήμα 1.13: Επίδραση της θερμοκρασίας στην καμπύλη $\sigma = C \cdot \dot{\varepsilon}^{\,m}$

I.5.1. Ισοδύναμη τάση – Ισοδύναμη παραμόρφωση

Προκειμένου να προσομοιώσουμε την πλαστική συμπεριφορά στην γενικότερη περίπτωση ενός κρατυνόμενου υλικού, ορίζουμε δύο βοηθητικά βαθμωτά μεγέθη: την ισοδύναμη τάση σ_{eff} και την ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση $\varepsilon^p{}_{eff}$, οι οποίες είναι συναρτήσεις των τάσεων και των πλαστικών παραμορφώσεων αντίστοιχα. Αυτό γίνεται για να συσχετίσουμε την πολυαξονική εντατική κατάσταση με την μονοαξονική όπως έγινε και στην διατύπωση του κριτηρίου διαρροής.

Η ισοδύναμη τάση και η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση ορίζονται από τις παρακάτω σχέσεις :

$$\sigma_{eff} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]^{1/2} \qquad \text{Εξίσωση 1.41}$$

$$d\varepsilon^p{}_{eff} = \frac{\sqrt{2}}{3}[(d\varepsilon_1-d\varepsilon_2)^2+(d\varepsilon_2-d\varepsilon_3)^2+(d\varepsilon_3-d\varepsilon_1)^2]^{1/2} \qquad \text{Εξίσωση 1.42}$$

Ή

$$d\varepsilon^p{}_{eff} = \left[\frac{2}{3}\left(d\varepsilon_1{}^2+d\varepsilon_2{}^2+d\varepsilon_3{}^2\right)\right]^{1/2} \qquad \text{Εξίσωση 1.43}$$

Οι παραμορφώσεις στις παραπάνω εξισώσεις αντιστοιχούν στις πλαστικές παράμορφώσεις και όχι στις ολικές.

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \qquad \text{Εξίσωση 1.44}$$

I.5.2. Σχέσεις τάσης – παραμόρφωσης στην πλαστική περιοχή

Στην ελαστική περιοχή οι παραμορφώσεις υπολογίζονται κατευθείαν από τις τάσεις με την βοήθεια του νόμου του Hooke. Στην πλαστική περιοχή όμως, οι παραμορφώσεις εξαρτώνται από το ‘’μονοπάτι’’ της φόρτισης. Είναι αναγκαίος λοιπόν, ο προσδιορισμός όλων των βημάτων αύξησης (increments) της πλαστικής παραμόρφωσης κατά την διάρκεια της φόρτισης και στη συνέχεια ο υπολογισμός της ολικής παραμόρφωσης μέσω ολοκλήρωσης. Υπάρχουν δύο κατηγορίες σχέσεων μεταξύ τάσης-παραμόρφωσης στην πλαστική περιοχή [2]:

a) Οι σταδιακές ή αλλιώς θεωρίες ροής, που συνδέουν τις τάσεις με τα βήματα αύξησης της πλαστικής παραμόρφωσης

b) Οι θεωρίες ολικής παραμόρφωσης, που συνδέουν τις τάσεις με την ολική πλαστική παραμόρφωση (Hencky's total strain theory)

Γενικά οι θεωρίες ολικής παραμόρφωσης παρέχουν απλοποιημένους υπολογισμούς, όμως οι πλαστικές παραμορφώσεις δεν μπορουν να θεωρηθούν ανεξάρτητες του ''μονοπατιού'' της φόρτισης. Για την περίπτωση ενός ελαστο-πλαστικού μοντέλου, είναι απαραίτητο να ληφθούν υπόψη τόσο οι ελαστικές όσο και οι πλαστικές παραμόρφώσεις. Αυτό είναι εφικτό μέσω των εξισώσεων που πρότειναν οι Prandtl και Reuss (1930). Το συνολικό βήμα αύξησης της παραμόρφωσης ισούται με το άθροισμα των βημάτων αύξησης του ελαστικού και του πλαστικού μέρους της παραμόρφωσης :

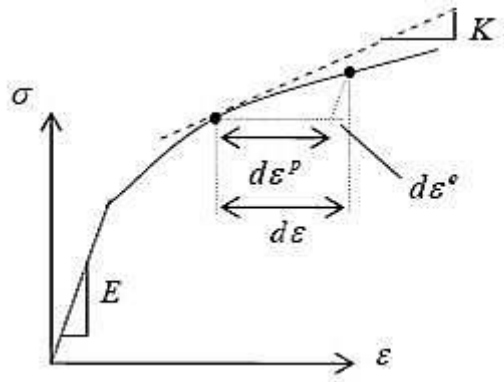
$$d\varepsilon_{ij} = de_{ij}{}^{el} + d\varepsilon_{ij}{}^{pl} \qquad \text{Εξίσωση 1.45}$$

Το πλαστικό μέρος υπολογίζεται με την βοήθεια των εξισώσεων των Levy και Mises :

$$d\varepsilon_{ij}{}^{pl} = \frac{3}{2}\frac{d\varepsilon_{eff}}{\sigma_{eff}} s_{ij} \qquad \text{Εξίσωση 1.46}$$

Και το ελαστικό μέρος ισούται με :

$$de_{ij}{}^{el} = \frac{1+\nu}{E} ds_{ij} + \frac{1-2\nu}{E}\frac{d\sigma_{kk}}{3}\delta_{ij} \qquad \text{Εξίσωση 1.47}$$



Σχήμα 1.14 : Καμπύλη σ-ε και διαμέριση της προσαυξητικής παραμόρφωσης

Η καμπύλη ισοδύναμης τάσης-ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης είναι ίδια με την καμπύλη τάσης-πλαστικής παραμόρφωσης στην περίπτωση μονοαξονικής φόρτισης. Πριν την διαρροή ισχύει :

$$\sigma = \sigma_{el} = E \cdot \varepsilon \qquad \text{Εξίσωση 1.48}$$

ενώ σε κάθε σημείο της καμπύλης η σχέση μεταξύ της προσαύξησης των τάσεων και της προσαύξησης των παραμορφώσεων είναι:

$$d\sigma = \mathrm{K} \cdot d\varepsilon \qquad \text{Εξίσωση 1.49}$$

όπου K η εφαπτομενική κλίση σε κάθε σημείο της καμπύλης. Μετά την διαρροή, τα βήματα αύξησης της παραμόρφωσης αποτελούνται από δύο μέρη, το ελαστικό και το πλαστικό (Σχήμα 1.14) [16].

$$d\varepsilon = d\varepsilon_{el} + d\varepsilon_{pl} \qquad \text{Εξίσωση 1.50}$$

όπου είναι προφανές ότι:

$$d\sigma = E d\varepsilon_{el} \qquad \text{Εξίσωση 1.51}$$

Ενώ το βήμα αύξησης της τάσης σχετίζεται με το βήμα αύξησης της πλαστικής παραμόρφωσης μέσω της πλαστικής παραμέτρου H :

$$d\sigma = H d\varepsilon_{pl} \qquad \text{Εξίσωση 1.52(a)}$$

Η πλαστική παράμετρος είναι στην ουσία η κλίση της καμπύλης ροής αγνοώντας τις ελαστικές παραμορφώσεις :

$$H = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^{pl}} \qquad \text{Εξίσωση 1.52(b)}$$

Αύξηση της τάσης κατά $d\sigma$ επιφέρει αύξηση της ελαστικής παραμόρφωσης κατά $\frac{d\sigma}{E}$ και της πλαστικής παραμόρφωσης κατά $\frac{d\sigma}{H}$, ενώ η προσαύξηση της ολικής παραμόρφωσης ισούται με $\frac{d\sigma}{K}$. Ισχύει επομένως η σχεση :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{E} + \frac{1}{H} \qquad \text{Εξίσωση 1.53}$$

Γενικότερα στα προβλήματα πλαστικότητας , στόχος είναι ο υπολογισμός του επόμενου βήματος αύξησης της πλαστικής παραμόρφωσης για την εντατική κατάσταση που προκύπτει όταν τα φορτία αυξάνονται αθροιστικά. Γνωρίζοντας τις προσαυξήσεις των παραμορφώσεων, η ολική παραμόρφωση υπολογίζεται αθροιστικά. Για την επίτευξη της λύσης του προβλήματος χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις των Prandtl και Reuss, το κριτήριο διαρροής, και η σχέση που περιγράφει την καμπύλη ροής του υλικού ως προς σ_{eff} - ε_{eff}.

Επιπρόσθετα, πρέπει να ικανοποιούνται οι εξισώσεις ισορροπίας, οι σχέσεις μεταξυ μετατοπίσεων-παραμορφώσεων και οι οριακές συνθήκες.

Κεφάλαιο ΙΙ: Μοντελοποίηση

ΙΙ.1. Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων

Η έλαση είναι μία από τις πιο δημοφιλείς διαδικασίες στις μεταποιητικές βιομηχανίες, έτσι ώστε σχεδόν το 80% του μεταλλικού εξοπλισμού να έχει ελασθεί τουλάχιστον μία φορά κατά την περίοδο παραγωγής τους. Ως εκ τούτου, πολλοί επιστήμονες προσπάθησαν να βελτιώσουν την ποιότητα και την ποσότητα των προϊόντων βελτιστοποιώντας αυτή τη διαδικασία και προσδιορίζοντας τις παραμέτρους που την επηρεάζουν, προκειμένου να ικανοποιήσουν τους πελάτες τους [17]. Καθ 'όλη τη διάρκεια αυτού του αιώνα, η έλαση αναλύθηκε με διάφορες αναλυτικές και αριθμητικές μεθόδους όπως η μέθοδος του λόφου τριβής, η μέθοδος των γραμμών ολίσθησης, η μέθοδος άνω ορίου, και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων [2].

Η εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (FEM) στη βιομηχανία διαμόρφωσης μετάλλων υπήρξε αντικείμενο διεθνούς ερευνητικής εστίασης τα τελευταία χρόνια. Ο λόγος μπορεί να αποδοθεί στα χαρακτηριστικά των διεργασιών μορφοποίησης: μεγάλες παραμορφώσεις, θερμομηχανικά συζευγμένες, μη γραμμικές οριακές συνθήκες και μη γραμμική συμπεριφορά υλικού. Επί του παρόντος, δεν υπάρχει μέθοδος που θα μπορούσε να αντιμετωπίσει ικανοποιητικά όλα αυτά τα προβλήματα εκτός από την FEM. Οι εφαρμογές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων στη μεταλλουργία άρχισαν στα τέλη της δεκαετίας του '70. Έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως τόσο στον κλάδο όσο και στον ακαδημαϊκό χώρο από τις αρχές της δεκαετίας του '90, λόγω των τεχνολογικών αλμάτων που έχουν επιτευχθεί στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Τα κύρια πλεονεκτήματα της FEM, σε σύγκριση με άλλες αριθμητικές μεθόδους και αναλυτικές τεχνικές, είναι τα εξής [18]:

- Αποφεύγετε η ανάγκη για υπόθεση ομοιογενής παραμόρφωσης
- Παρέχει λεπτομερείς πληροφορίες κατά την διαδικασία, όπως η τάση, η παραμόρφωση, η θερμοκρασία και η ταχύτητα
- Λάμβάνει υπόψη τις σύνθετες αλληλεπιδράσεις μεταξύ παραμόρφωσης, ρυθμού παραμόρφωσης, θερμοκρασίας, μικροδομής και τάσης ροής
- Χρησιμοποιεί πολύ ρεαλιστικά μοντέλα για να αναπαραστήσει μια πραγματική διαδικασία, λαμβάνοντας υπόψη παραμέτρους ,όπως ο συντελεστής τριβής, και φαινόμενα, όπως η μεταφορά θερμότητας κλπ.

- Οπτικοποιεί την διαδικασία παραμόρφωσης
- Αντικαθιστά την πειραματική φάση μερικώς ή πλήρως

Η FEM χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων στη μηχανική, τη ρευστομηχανική, τη μετάδοση θερμότητας κ.α. Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων εφαρμόζεται για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν τις διαδικασίες μορφοποίησης. Στηρίζεται στη δημιουργία πλέγματος στους όγκους του μοντέλου, αποτελούμενου από πεπερασμένο αριθμό στοιχείων (elements). Κάθε στοιχείο έχει ένα σύνολο από διακεκριμένα σημεία τα οποία αποκαλούνται κομβικά σημεία ή απλά κόμβοι (nodes), και είναι συνήθως τοποθετημένοι στις γωνίες ή στα ακραία σημεία των στοιχείων. Οι κόμβοι χρησιμεύουν για δύο λόγους:

1. Ορισμός γεωμετρίας και

2. Ορισμός βαθμών ελευθερίας

Κάνοντας χρήση των νόμων της μηχανικής όπως η ισορροπία δυνάμεων, ροπών, η διατήρηση της μάζας, της ορμής, και της ενέργειας, και λαμβάνοντας υπόψη τις οριακές συνθήκες του συστήματος, επιλύει συστήματα με αγνώστους τις μετατοπίσεις των κόμβων ενώ οι καταστατικές εξισώσεις και οι εξισώσεις συμβιβαστότητας (οι εξισώσεις που συσχετίζουν δηλαδή τις μετατοπίσεις των στοιχείων με τις μετατοπίσεις του συστήματος) ικανοποιούνται πλήρως. Με γνωστές τις μετατοπίσεις υπολογίζονται στη συνέχεια όλα τα υπόλοιπα μεγέθη [19].

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια προσεγγιστική μέθοδος. Άρα τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τη χρήση της μεθόδου σε μια κατασκευή περιέχουν ένα σφάλμα. Το σφάλμα αυτό γίνεται μικρότερο όσο ο αριθμός των στοιχείων που χρησιμοποιούμε στην κατασκευή αυξάνεται. Όμως η αύξηση του αριθμού των στοιχείων προκαλεί και αύξηση του αριθμού των κομβικών παραμέτρων που πρέπει να προσδιοριστούν, με αποτέλεσμα την αύξηση του υπολογιστικού χρόνου. Στο σημείο αυτό, συνεπώς, πρέπει να βρεθεί μια συμβιβαστική λύση. Συνήθως, πραγματοποιείται μια συμπύκνωση των στοιχείων στις περιοχές ενδιαφέροντος όπου αναμένεται ότι θα υπάρχουν ραγδαίες μεταβολές τάσεων.

Με την ανάπτυξη της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, γίνεται εφικτός ο ακριβέστερος προσδιορισμός των μεταβλητών που διέπουν τη ροή μετάλλων στις διεργασίες

μορφοποίησης, και περιλαμβάνουν γεωμετρικές οριοθετήσεις, σύνθετες συνθήκες τριβής και ρεαλιστικά ελαστο-πλαστικά μοντέλα τάσης-παραμόρφωσης.

Σύμφωνα με τους Galantucci and Triccarito (1999), τα μοντέλα που αναπτύσσονται με τη FEM διαφέρουν ως προς [20]:

- Τον τύπο της ανάλυσης (στατική,σχεδον-στατική,δυναμική)
- Το είδος διατύπωσης του προβλήματος (incremental, variational, flow)
- Την τεχνική επίλυσης του προβλήματος (Lagrangian,Eulerian, Aribitrary Lagrange-Euler)
- Τους καταστατικούς νόμους που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της συμπεριφοράς του υλικού (ελαστοπλαστικό,ελαστο-ιξωδοπλαστικό,τελείως πλαστικό, κ.α.)
- Το είδος της διακριτοποίησης (1-D,2-D,3-D)
- Το είδος της ανάλυσης (μηχανική,θερμική ή θερμομηχανική συζευγμένη)

II.2. Στατική Ανάλυση

Οι διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας που διέπουν τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μπορούν να προκύψουν απευθείας από τις συνθήκες ισορροπίας στα διακριτά στοιχεία του σώματος. Μια ισοδύναμη προσέγγιση για την έκφραση της ισορροπίας του σώματος είναι η χρήση της αρχής των εικονικών μετατοπίσεων. Αυτή η αρχή δηλώνει ότι η ισορροπία του σώματος απαιτεί ότι για οποιεσδήποτε συμβατές, μικρές εικονικές μετατοπίσεις που ικανοποιούν τις οριακές συνθήκες που επιβάλλονται στο σώμα, το συνολικό εικονικό έργο των εσωτερικών δυνάμεων ισούται με το συνολικό εικονικό έργο των εξωτερικών δυνάμεων. Δηλαδή, για την γενική περίπτωση ενός τριδιάστατου σώματος με σωματικές δυνάμεις f^B (δυνάμεις ανά μονάδα όγκου), επιφανειακές δυνάμεις f^S (δυνάμεις ανά μονάδα επιφάνειας) και συγκεντρωμένα φορτία F^i (όπου i το σημείο εφαρμογής του φορτίου) με αποτέλεσμα εικονικές μετατοπίσεις U, εικονική παραμόρφωση ε και τάση τ, ισχύει [21] :

$$\int_V \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\tau\} dV = \int_V \{\bar{U}\}^T f^B dV + \int_S \{\bar{U}^S\}^T \{f^S\} dS + \sum_i \{\bar{U}^i\}^T F^i \qquad \text{Εξίσωση 2.1}$$

Όπου,

$\{\bar{\varepsilon}\}^T = \left[\bar{\varepsilon}_{xx}, \bar{\varepsilon}_{yy}, \bar{\varepsilon}_{zz}, \bar{\gamma}_{xy}, \bar{\gamma}_{yz}, \bar{\gamma}_{zx}\right]$

$\{\tau\} = [\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]$

$\{\overline{U}\}^T = [\overline{U}, \overline{V}, \overline{W}]$, Όπου $\overline{U}, \overline{V}, \overline{W}$ είναι οι μετατοπίσεις στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων X, Y, Z αντίστοιχα.

$\{f^B\}^T = [f_x^B, f_y^B, f_z^B]$

$\{f^S\}^T = [f_x^S, f_y^S, f_z^S]$

$F^i = [F_x^i, F_y^i, F_z^i]$

Το εικονικό συνολικό έργο των εσωτερικών δυνάμεων αντιστοιχεί στο αριστερό σκέλος της εξίσωσης, ενώ αυτό των εξωτερικών δυνάμεων στο δεξί σκέλος της εξίσωσης [22]. Σύμφωνα με την εξίσωση 2.1, οι τάσεις στο εσωτερικό του υλικού βρίσκονται σε ισορροπία με τα εφαρμοζόμενα φορτία και οι εικονικές παραμορφώσεις αντιστοιχούν σε εικονικές μετατοπίσεις. Στην παραπάνω εξίσωση, οι εξεταζόμενες μετατοπίσεις θα πρέπει να είναι συνεχείς και συμβατές και να ικανοποιούν τις οριακές συνθήκες μετατόπισης. Από τις μετατοπίσεις υπολογίζονται οι παραμορφώσεις, και από τις παραμορφώσεις υπολογίζονται οι τάσεις χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες καταστατικές σχέσεις. Αν και η εξίσωση 2.1 γράφεται στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων X, Y, Z του σώματος, είναι εξίσου έγκυρη σε οποιοδήποτε άλλο σύστημα συντεταγμένων. Στην ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων το προβλήμα προσεγγίζεται ως μια συνάθροιση διακεκριμένων πεπερασμένων στοιχείων με τα στοιχεία να αλληλοσυνδέονται σε κόμβους στα όρια των στοιχείων. Οι μετατοπίσεις που μετρούνται σε ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων x, y, z μέσα σε κάθε στοιχείο σχετίζονται με τις μετατοπίσεις στους N κόμβους των πεπερασμένων στοιχείων. Επομένως, για ένα στοιχείο m:

$$u^{(m)}(x, y, z) = H^{(m)}(x, y, z)\widehat{U} \qquad \text{Εξίσωση 2.2}$$

Όπου, $H^{(m)}$ είναι το μητρώο παρεμβολής των μετατοπίσεων και $\widehat{U}$ είναι ένα διάνυσμα που αποτελείται από τρεις συνιστώσες, U_I, V_I, W_I που αντιστοιχούν στις μετατοπίσεις ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων για όλους τους κόμβους. Οι αντίστοιχες παραμορφώσεις λοιπόν, μπορούν να προσδιοριστούν ως:

$$\varepsilon^{(m)}(x, y, z) = B^{(m)}(x, y, z)\widehat{U} \qquad \text{Εξίσωση 2.3}$$

Όπου $B^{(m)}$ είναι το μητρώο παραμορφώσεων-μετατοπίσεων που παράγεται με την παραγώγιση των μετατοπίσεων. Η τάση σε ένα πεπερασμένο στοιχείο σχετίζεται με τις παραμορφώσεις και τις αρχικές τάσεις του στοιχείου μέσω της σχέσης :

$$\tau^{(m)} = C^{(m)}\varepsilon^{(m)} + \tau^{I(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.4}$$

Όπου $C^{(m)}$ είναι το μητρώο που σχετίζει τις παραμορφώσεις με τις τάσεις ενός στοιχείου m μέσω του νόμου που διέπει τη συμπεριφορά του υλικού, και $\tau^{I(m)}$είναι οι αρχικές τάσεις του στοιχείου. Χρησιμοποιώντας την υπόθεση για τις μετατοπίσεις εντός κάθε πεπερασμένου στοιχείου, όπως εκφράζεται στην εξίσωση 2.2, μπορούν να παραχθούν εξισώσεις ισορροπίας που αντιστοιχούν στις κομβικές μετατοπίσεις του συνόλου των πεπερασμένων στοιχείων. Η εξίσωση 2.1 μπορεί να ξαναγραφεί ως άθροισμα των ολοκληρωμάτων σε όλο τον όγκο και την επιφάνεια όλων των πεπερασμένων στοιχείων.

$$\sum_m \int_{V(m)} \{\bar{\varepsilon}\}^{(m)T} \{\tau\}^{(m)} dV^{(m)} = \sum_m \int_{V(m)} \{\bar{U}\}^{(m)T} f^{(m)B} dV^{(m)} + \sum_m \int_{S(m)} \left\{\bar{U}^{S(m)}\right\}^T \left\{f^{S(m)}\right\} dS^m$$

$$+ \sum_i \left\{\bar{U}^i\right\}^T F^i \qquad \text{Εξίσωση 2.5}$$

Όπου m=1,2,3..k αριθμός στοιχείων. Οι παραπάνω εξισώσεις αντιστοιχούν σε πραγματικές παραμορφώσεις και μετατοπίσεις των στοιχείων. Κάνοντας την ίδια υπόθεση για τις εικονικές παραμορφώσεις και μετατοπίσεις των στοιχείων και αντικαθιστώντας τις παραπάνω εξισώσεις στην 2.1 :

$$\bar{\hat{U}}^T \left[\sum_m \int_{V(m)} B^{(m)T} C^{(m)} B^{(m)} dV^{(m)}\right] \hat{U} = \bar{\hat{U}}^T \left[\begin{array}{c} \left\{\sum_m \int_{V(m)} H^{(m)T} f^{B(m)} dV^{(m)}\right\} \\ + \left\{\sum_m \int_{S_{i(m)}} H^{S(m)T} f^{S(m)} dS^{(m)}\right\} \\ - \left\{\sum_m \int_{V(m)} B^{(m)T} \tau^{I(m)} dV^{(m)}\right\} + F \end{array}\right]$$

Εξίσωση 2.6

Όπου $H^{S(m)}$ είναι τα μητρώα παρεμβολής των μετατοπίσεων και παράγονται από το $H^{(m)}$ αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες της επιφάνειας των στοιχείων και F είναι ένα διάνυσμα των εξωτερικά εφαρμοζόμενων φορτίων στους κόμβους του συνόλου των στοιχείων. Για να ληφθούν οι εξισώσεις για τις άγνωστες κομβικές μετατοπίσεις, εφαρμόζεται το θεώρημα των εικονικών μετατοπίσεων, με την επιβολή μοναδιαίων εικονικών μετατοπίσεων με τη σειρά τους για όλα τα στοιχεία του $\bar{\hat{U}}$. Επομένως, η εξίσωση ισορροπίας του συνόλου των στοιχείων που αντιστοιχεί στις κομβικές μετατοπίσεις είναι :

$$K \cdot U = R \qquad \text{Εξίσωση 2.7}$$

Όπου K το μητρώο ακαμψίας του συνόλου των στοιχείων :

$$K = \sum_{m} \int_{V^{(m)}} B^{(m)T} C^{(m)} B^{(m)} dV^{(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.8}$$

Και όπου R το διάνυσμα του συνολικού φορτίου που περιέχει την επίδραση των σωματικών και επιφανειακών δυνάμεων (R_B, R_S), την επίδραση των αρχικών τάσεων των στοιχείων (R_I) και των συγκεντρωμένων φορτίων (R_C).

$$R = R_B + R_S - R_I + R_C \qquad \text{Εξίσωση 2.9}$$

$$R_B = \sum_{m} \int_{V^{(m)}} H^{(m)T} f^{B(m)} dV^{(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.10}$$

$$R_S = \sum_{m} \int_{S_{i(m)}} H^{S(m)T} f^{S(m)} dS^{(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.11}$$

$$R_I = \sum_{m} \int_{V^{(m)}} B^{(m)T} \tau^{I(m)} dV^{(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.12}$$

$$R_C = F \qquad \text{Εξίσωση 2.13}$$

Το άθροισμα στην εξίσωση 2.8 εκφράζει την συνάθροιση των μητρώων ακαμψίας του κάθε στοιχείου για την δημιουργία ενός μητρώου ακαμψίας για το σύνολο των στοιχείων του πλέγματος. Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και για τα φορτία. Η μέθοδος αυτή αναφέρεται ως μέθοδος άμεσης δυσκαμψίας (direct stiffness method). Η εξίσωση 2.9 δηλώνει την στατική ισορροπία του συνόλου των στοιχείων.

II.3. Δυναμική Ανάλυση

Σε αυτές τις εκτιμήσεις ισορροπίας, οι εφαρμοζόμενες δυνάμεις μπορεί να διαφέρουν με το χρόνο, οπότε και οι μετατοπίσεις ποικίλλουν με το χρόνο και άρα η 2.9 είναι μια συνθήκη ισορροπίας για οποιαδήποτε χρονική στιγμή (static analysis). Ωστόσο, εάν στην πραγματικότητα τα φορτία εφαρμόζονται ταχέως, πρέπει να ληφθούν υπόψη οι δυνάμεις αδρανείας. Χρησιμοποιώντας την αρχή του d' Alembert, οι δυνάμεις αδράνειας των στοιχείων μπορούν απλά να συμπεριληφθούν ως μέρος των σωματικών δυνάμεων [16].

Υποθέτοντας ότι οι επιταχύνσεις των στοιχείων προσεγγίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως οι μετατοπίσεις (Εξίσωση 2.2), η συνεισφορά των συνολικών σωματικών δυνάμεων στο διάνυσμα φορτίου R είναι :

$$R_B = \sum_m \int_{V^{(m)}} H^{(m)T}\left[f^{B(m)} - \rho^{(m)} H^{(m)} \ddot{U}\right] dV^{(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.14}$$

Όπου $f^{B(m)}$ δεν περιλαμβάνει τις δυνάμεις αδράνειας, $\ddot{U}$ είναι οι επιταχύνσεις των κόμβων των στοιχείων (δηλαδή η δεύτερη παράγωγος των μετατοπίσεων),και $\rho^{(m)}$ είναι η πυκνότητα μάζας του στοιχείου m. Στην περίπτωση αυτή, οι εξισώσεις ισορροπίας έχουν την μορφή:

$$M\ddot{U} + KU = R \qquad \text{Εξίσωση 2.15}$$

Όπου U και R εξαρτώνται από τον χρόνο, και M είναι το μητρώο μάζας της κατασκευής :

$$M = \sum_m \int_{V(m)} \rho^{(m)} H^{(m)T} H^{(m)} dV^{(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.16}$$

Στην πραγματικώς μετρηθείσα δυναμική απόκριση κατασκευών παρατηρείται ότι η ενέργεια διασκορπίζεται κατά τη διάρκεια της δόνησης, η οποία στην ανάλυση κραδασμών λαμβάνεται συνήθως υπόψη με την εισαγωγή δυνάμεων απόσβεσης που εξαρτώνται από την ταχύτητα. Οι δυνάμεις απόσβεσης παρουσιάζονται ως πρόσθετες συνεισφορές στις δυνάμεις του σώματος όπως οι δυνάμεις αδράνειας :

$$R_B = \sum_m \int_{V^{(m)}} H^{(m)T}\left[f^{B(m)} - \rho^{(m)} H^{(m)} \ddot{U} - \kappa^{(m)} H^{(m)} \dot{U}\right] dV^{(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.17}$$

Όπου $\kappa^{(m)}$ η παράμετρος της ιδιότητας απόσβεσης του στοιχείου m, και $\dot{U}$ το διάνυσμα των ταχυτήτων των κόμβων. Έτσι οι εξισώσεις ισοοροπίας σε μια πλήρης δυναμική ανάλυση είναι :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = R \qquad \text{Εξίσωση 2.18}$$

Όπου C το μητρώο απόσβεσης της κατασκευής :

$$C = \sum_m \int_{V(m)} \kappa^{(m)} H^{(m)T} H^{(m)} dV^{(m)} \qquad \text{Εξίσωση 2.19}$$

Σε μια στατική ανάλυση η επιτάχυνση είναι μηδενική και η επίλυση πραγματοποιείται σε συνθήκες στατικής ισορροπίας $(KU = R)$ [22]. Σε μια σχεδόν-στατική (quasi-static) ανάλυση, σε μια δεδομένη χρονική στιγμή μπορούμε να υποθέσουμε ότι το πρόβλημα είναι στατικό. Κατά τη διάρκεια μιας σχεδόν-στατικής διαδικασίας, το σύστημα είναι πάντοτε κοντά στην κατάσταση ισορροπίας. Σε μια σχεδόν-στατική φόρτιση, το φορτίο εφαρμόζεται τόσο αργά (πολύ χαμηλή συχνότητα σε σύγκριση με εκείνη της κατασκευής) ώστε η κατασκευή να παραμορφώνεται επίσης πολύ αργά (πολύ χαμηλός ρυθμός παραμόρφωσης) και ως εκ τούτου οι δυνάμεις αδράνειας μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Ένα δυναμικό φορτίο, από την άλλη πλευρά, προκαλεί δονήσεις στην κατασκευή και οι δυνάμεις αδρανείας είναι αρκετά μεγάλες και πρέπει να ληφθούν υπόψη $(M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = R)$. Για στατικές και σχεδόν-στατικές αναλύσεις χρησιμοποείται κυρίως η implicit μέθοδος ενώ για δυναμικές αναλύσεις χρησιμοποιείται η explicit μεθοδος. Παρ'όλα αυτά, η explicit μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση σχεδόν-στατικών διαδικασιών,όπως η μορφοποίηση μετάλλων, κυρίως λόγω της ικανότητας της μεθόδου να αντιμετωπίσει τη μη-γραμμική φύση του προβλήματος. Επομένως, μια δυναμική ανάλυση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση των διαδικασιών μορφοποίησης, και η επίλυση πραγματοποιείται θεωρώντας μια κατάσταση δυναμικής ισορροπίας $(M\ddot{U} = R - F)$. Αυτό είναι εφικτό εάν η κινητική ενέργεια του παραμορφώσιμου μετάλλου κατά τη διάρκεια της διαδικασίας δεν γίνει υψηλότερη σε σύγκριση με την εσωτερική του ενέργεια (<5%).

II.4. Διαδικασία επίλυσης

II.4.1. Implicit λύση

Η διαδικασία επίλύσης για τα μη γραμμικά προβλήματα αποτελεί μέρος της πλήρους διαδικασίας μοντελοποίησης. Το βασικό πρόβλημα σε μια γενική μη γραμμική ανάλυση είναι η εξεύρεση της κατάστασης ισορροπίας ενός σώματος που αντιστοιχεί στα εφαρμοζόμενα φορτία. Υποθέτοντας ότι τα εξωτερικά εφαρμοζόμενα φορτία περιγράφονται ως συνάρτηση του χρόνου, οι συνθήκες ισορροπίας ενός πεπερασμένου στοιχείου που αντιπροσωπεύουν την υπό εξέταση φόρτιση μπορούν να εκφράζονται ως :

$$R^t - F^t = 0 \qquad \text{Εξίσωση 2.20}$$

Όπου R^t εμπεριέχει τις εξωτερικά εφαρμοζόμενες δυνάμεις στους κόμβους κατα τον χρόνο t και F^t εμπεριέχει τις δυνάμεις που ασκούνται στους κόμβους και αντιστοιχούν στις τάσεις στο εσωτερικό του στοιχείου στον ίδιο χρόνο. Η εξίσωση 2.20 πρέπει να ικανοποιείται καθ'όλη τη διάρκεια του ιστορικού της φόρτισης. Τρεις βασικές επιλογές πρέπει να γίνουν για τη λύση προβλημάτων μεγάλων παραμορφώσεων [21] :

1. Ο τύπος του πλέγματος
2. Η περιγραφή της κινηματικής, δηλαδή πως μετράται η παραμόρφωση
3. Η κινητική περιγραφή, δηλαδή πώς μετρώνται οι τάσεις

Κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης της έλασης, που συνεπάγεται μεγάλες ή πολύ μεγάλες παραμορφώσεις, ορισμένα στοιχεία σύντομα παραμορφώνονται και δεν είναι κατάλληλα για περαιτέρω υπολογισμό. Είναι πολύ συχνά, λοιπόν, απαραίτητη η αναδημιουργία του πλέγματος και η παρεμβολή των δεδομένων από το παλιό πλέγμα στο νέο για να ολοκληρωθεί η προσομοίωση. Αυτό το γεγονός καθιστά απαραίτητη την αυτόματη αναμόρφωση του κώδικα προσομοίωσης. Επομένως, δύο βασικά ζητήματα θα πρέπει να επιλυθούν: (1) προσδιορισμός της βέλτιστης κατανομής πυκνότητας πλέγματος που να είναι συμβατή με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και την πολυπλοκότητα του τμήματος, (2) δημιουργία του νέου πλέγματος σύμφωνα με την παραμόρφωση που επιτυγχάνεται μέχρι το σημείο αυτό [23].

Υπάρχουν τρεις βασικές τεχνικές που ασχολούνται με την κίνηση του κόμβου στη ΜΠΕ. Στην τεχνική κατά Euler, το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων είναι στερεωμένο στο χώρο, και θεωρείται ότι το υλικό περνά μέσα από αυτό. Το κύριο μειονέκτημα είναι ότι δεν μπορεί να προβλέψει το ιστορικό της παραμόρφωσης με το χρόνο. Ισχύει μόνο για παραμόρφωση σε σταθερή κατάσταση. Η διόρθωση του πλέγματος αποφεύγεται, οπότε ο χρόνος υπολογισμού μειώνεται σημαντικά. Στην τεχνική του Lagrange, το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων παραμορφώνεται σταδιακά με την πάροδο του χρόνου με το υλικό. Αυτές οι τεχνικές χρησιμοποιούνται συνήθως από τα μεγάλα εμπορικά προγράμματα FEM [24]. Ένα μειονέκτημα είναι ότι συχνά απαιτείται διόρθωση του πλέγματος.

Η τεχνική Lagrange-Euler (Aribitrary Lagrange-Euler (ALE)) αποδείχθηκε αποτελεσματική στη μορφοποίηση μετάλλων για να αποφευχθεί η διόρθωση του πλέγματος. Η βασική ιδέα είναι να ορίσουμε μια ταχύτητα πλέγματος, η οποία είναι διαφορετική από την ταχύτητα κίνησης, αλλά διατηρεί την εξέλιξη της ελεύθερης επιφάνειας. Η ταχύτητα του πλέγματος επιβάλλεται έτσι ώστε, κατά τη διάρκεια της διαδικασίας παραμόρφωσης, η παραμόρφωση του πλέγματος να παραμένει στο ελάχιστο [25].

Μόλις πραγματοποιηθούν αυτές οι επιλογές, η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος εκτελείται χρησιμοποιώντας μια βήμα προς βήμα ανάλυση. Η βασική προσέγγιση σε μια βαθμιάια, βήμα προς βήμα λύση είναι να υποθέσουμε ότι η λύση για το διακριτό χρόνο t είναι γνωστή και ότι απαιτείται η λύση για το διακριτό χρόνο t + Δt, όπου Δt είναι ένα κατάλληλα επιλεγμένο χρονικό βήμα [18]. Επομένως, κατά το χρόνο t + Δt η εξίσωση 2.20 μπορεί να ξαναγραφεί ως :

$$R^{t+\Delta t} - F^{t+\Delta t} = 0 \qquad \text{Εξίσωση 2.21}$$

Εφόσον η λύση είναι γνωστή σε χρόνο t ισχύει ότι :

$$F^{t+\Delta t} = F^{t} + F \qquad \text{Εξίσωση 2.22}$$

Με F να είναι η αύξηση των δυνάμεων στους κόμβους που αντιστοιχούν στην αύξηση των στοιχειακών μετατοπίσεων και τάσεων από χρόνο t σε χρόνο (t + Δt). Το διάνυσμα αυτό, μπορεί να προσεγγιστεί χρησιμοποιώντας ένα μητρώο ακαμψίας , K^t, που αντιστοιχεί στην κατάσταση της γεωμετρίας του προβλήματος και του υλικού σε χρόνο t:

$$F \cong K^t \cdot U \qquad \text{Εξίσωση 2.23}$$

Όπου U είναι το διάνυσμα των επαυξημένων κομβικών μετατοπίσεων. Η εξίσωση 2.21 θα μετατραπει σε :

$$R^{t+\Delta t} - F^{t} = K^t U \qquad \text{Εξίσωση 2.24}$$

Λύνωντας ως προς U, μπορεί να υπολογιστεί μια προσέγγιση των μετατοπίσεων σε χρόνο t+Δt:

$$U^{t+\Delta t} \cong U^{t} + U \qquad \text{Εξίσωση 2.25}$$

Έχοντας αξιολογήσει μια προσέγγιση στις μετατοπίσεις που αντιστοιχούν στον χρόνο t + Δt, μπορεί να ληφθεί μια προσέγγιση για τις τάσεις και τις αντίστοιχες κομβικές δυνάμεις στον χρόνο t + Δt και στην συνέχεια μπορούν να γίνουν οι υπολογισμοί για το επόμενο χρονικό βήμα. Ωστόσο, λόγω του ότι η λύση είναι προσεγγιστική, μπορεί να υπόκειται σε πολύ σημαντικά σφάλματα και, ανάλογα με το μέγεθος του χρονικού βήματος ή του βήματος του φορτίου που χρησιμοποιείται, μπορεί πράγματι να είναι ασταθής. Στην πράξη, είναι επομένως συχνά αναγκαίο να επαναληφθεί η διαδικασία μέχρι την επίτευξη λύσης με επαρκή ακρίβεια. Ανάλογα με το είδος του προβλήματος, υιοθετείται διαφορετική διαδικασία επίλυσης για την εξίσωση 2.24. Για στατικά και σχεδόν-στατικά (quasi-static) μη γραμμικά προβλήματα χρησιμοποιούνται επαναληπτικές διαδικασίες Newton-Raphson μαζί

με τη μέθοδο απαλοιφής του Gauss ή άλλης κατάλληλης μεθόδου για τη λύση του συστήματος εξισώσεων [26]. Στόχος της επαναληπτικής αυτής διαδικασίας είναι η ελαχιστοποίηση του εκτός ισορροπίας, υπολειπόμενου διανύσματος που προκύπτει όταν οι εξωτερικές και οι εσωτερικές δυνάμεις του σώματος δεν βρίσκονται σε ισορροπία. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για την εύρεση μιας implicit λύσης του προβλήματος, δηλαδή ο υπολογισμός των τρεχουσων ποσοτήτων σε ένα χρονικό βήμα βασίζεται στις ποσότητες που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο χρονικό βήμα. Η τεχνική αυτή στηρίζεται στην ολοκλήρωση κατά Euler, και ακόμα και αν ληφθούν μεγάλα χρονικά βήματα, η λύση παραμένει σταθερή. Επομένως, η μέθοδος αυτή είναι σταθερή ανεξαρτήτως των συνθηκών που διέπουν το πρόβλημα ως προς το μέγεθος του χρονικού βήματος (unconditionally stable) [28]. Υπάρχει όμως ένα μειονέκτημα, και αυτό είναι ότι αυτός ο αλγόριθμος απαιτεί τον υπολογισμό του αντιστρόφου μητρώου δυσκαμψίας , διότι σε αυτή τη μέθοδο λύνουμε άμεσα για το διάνυσμα των μετατοπίσεων. Ο υπολογισμός αυτού του μητρώου είναι ένα βήμα υψηλού υπολογιστικού κόστους, λόγω των μη-γραμμικών χαρακτηριστικών της γεωμετρίας και του υλικού (το μητρώο [K] εξαρτάται από τον κύριο άγνωστο που είναι οι μετατοπίσεις), ενώ σε πολύπλοκες αναλύσεις μπορεί να οδηγηθούμε σε προβλήματα σύγκλισης της λύσης.

II.4.2. Explicit λύση

Σε μια explicit ανάλυση, αντί να λύσουμε για το διάνυσμα των μετατοπίσεων, λύνουμε κατ'ευθείαν για τις επιταχύνσεις. Έτσι, παρακάμπτουμε την αντιστροφή του μητρώου [K] και απλά πρέπει να αντιστραφεί το μητρώο μάζας [M]. Σε μια explicit ανάλυση, το μητρώο μάζας είναι διαγωνοποιημένο, επομένως η αντιστροφή του είναι μια εύκολη και γρήγορη διαδικασία . Για μη-γραμμικά δυναμικά προβλήματα χρησιμοποιείται επίσης η ίδια βήμα προς βήμα, αθροιστική διατύπωση και η ίδια διαδικασία επαναληπτικής λύσης μαζί με μια explicit ή implicit μέθοδο ολοκλήρωσης. Σε αυτή την εργασία χρησιμοποιήθηκε η explicit μέθοδος ολοκλήρωσης και είναι αυτή που περιγράφεται συνοπτικά παρακάτω.

Η ισορροπία του συστήματος των πεπερασμένων στοιχείων θεωρείται κατά το χρόνο t προκειμένου να υπολογιστούν οι μετατοπίσεις κατά το χρόνο t + Δt. Ζητείται λύση για κάθε διακριτό βήμα χρόνου για την εξίσωση ισορροπίας, αγνοώντας την επίδραση της απόσβεσης που μπορεί να εκφραστεί ως [21]:

$$M\ddot{U}^t = R^t - F^t \qquad \text{Εξίσωση 2.26}$$

Όπου το διάνυσμα των δυνάμεων στους κόμβους , F^t, αξιολογείται με βάση τον τρόπο με τον οποίο έχει καθοριστεί ότι διαμορφώνονται το υλικό και η γεωμετρία του προβλήματος. Αυτό περιλαμβάνει την επιλογή του κατάλληλου τύπου στοιχείου, της κινηματικής και των κινητικών περιγραφών που εξαρτώνται από το πρόβλημα. Για τη διαμόρφωση ενός explicit αλγόριθμου η εξίσωση 2.26 μετατρέπεται σε :

$$M\ddot{U}^t = R^t - F^{t-\Delta t} \qquad \text{Εξίσωση 2.27}$$

Όπου τα στοιχεία του διανύσματος F βασίζονται στις ήδη γνωστές τάσεις για τον χρόνο t-Δt. Για τον διαχωρισμό των επιταχύνσεων στους κόμβους (και επομένως και των ταχυτήτων και μετατοπίσεων), η κατανεμημένη μάζα σε ένα στοιχείο συγκεντρώνεται στους κόμβους του, έτσι ώστε να αντικαταστήσει το σταθερό (συζευγμένο) μήτρώο μάζας M με ένα διαγώνοποιημένο μητρώο μάζας M_L :

$$M_L = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & m_n \end{bmatrix}$$

Από τις προκύπτουσες n εξισώσεις, η επιτάχυνση οποιουδήποτε κόμβου μπορεί να προσδιοριστεί:

$$\ddot{U}_i^t = \frac{1}{m_i}\left[R_i^t - F_i^{t-\Delta t}\right] \qquad \text{Εξίσωση 2.28}$$

Όπου i αντιστοιχεί στο –ιοστό στοιχείο του διανύσματος των κομβικών μετατοπίσεων,U. Η λύση για τις μετατοπίσεις των κόμβων στον χρόνο t + Δt, λαμβάνεται με ολοκλήρωση των μεταβλητών των κόμβων με την μέθοδο της «Κεντρικής Διαφοράς», σύμφωνα με την οποία:

$$\dot{U_i}^{t+0,5\Delta t} = \dot{U_i}^{t-0,5\Delta t} + \Delta t\ddot{U}_i^t \qquad \text{Εξίσωση 2.29}$$

Και

$$U_i^{t+\Delta t} = U_i^{\,t} + \Delta t^{t+0,5\Delta t}\dot{U}_i \qquad \text{Εξίσωση 2.30}$$

όπου το Δt είναι το κατάλληλο μέγεθος του χρονικού βήματος που απαιτείται για την αριθμητική ολοκλήρωση. Επομένως η μετατόπιση του i-οστού κόμβου την επόμενη χρονική στιγμή t+Δt είναι:

$$U_i^{t+\Delta t} = \frac{(\Delta t)^2}{m_i}\left[R_i^t - F_i^{t-\Delta t}\right] - 2U_i^{\,t} - U_i^{\,t-\Delta t} \qquad \text{Εξίσωση 2.31}$$

Όταν οι επιταχύνσεις είναι γνωστές στον χρόνο t, οι ταχύτητες υπολογίζονται στον χρόνο t+1/2 και οι μετατοπίσεις στο χρόνο t+1. Από τις μετατοπίσεις υπολογίζεται η παραμόρφωση. Από την παραμόρφωση υπολογίζεται η τάση και ο κύκλος επαναλαμβάνεται. Η ως άνω αναφερόμενη μέθοδος ολοκλήρωσης αποκαλείται “explicit” μέθοδος ολοκλήρωσης. Οι τεχνικές explicit λύσης έχουν ορισμένα πλεονεκτήματα όταν αναλύουν μεγάλα τριδιάστατα προβλήματα επαφής που τα καθιστούν κατάλληλα στην προσομοίωση διαδικασιών μορφοποίησης μετάλλων. Για μια explicit λύση το κόστος CPU ανά προσαύξηση είναι περίπου ανάλογο με το μέγεθος του μοντέλου. Δεν υπάρχει δραματική αύξηση της μνήμης ή του χρόνου επεξεργασίας καθώς αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος, όπως σε μια implicit λύση [27]. Το μέγεθος του χρονικού βήματος εξαρτάται μόνο από τις διαστάσεις του στοιχείου και τις ιδιότητες του υλικού, όχι από την πολυπλοκότητα της ανάλυσης. Για τον λόγο αυτό, ο χρόνος της λύσης γενικά δεν επηρεάζεται από πολύπλοκες συνθήκες επαφής. Το χρονικό βήμα σε μια explicit ανάλυση πρέπει να είναι μικρότερο από το χρονικό βήμα Courant (χρόνος που χρειάζεται ένα ηχητικό κύμα για να ταξιδέψει σε ένα στοιχείο) έτσι ώστε η μέθοδος να παραμένει σταθερή και να μην οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα [16]:

$$\Delta t \leq \frac{l}{c} \qquad \text{Εξίσωση 2.32}$$

Όπου l είναι το χαρακτηριστικό μήκος του μικρότερου στοιχείου και c είναι η ταχύτητα μετάδοσης ενός ηχητικού κύματος μέσω του υλικού του στοιχείου. Για λόγους σταθερότητας χρησιμοποιείται ένας συντελεστής 0,9 για τη μείωση του χρονικού βήματος σε:

$$\Delta t = 0{,}9\frac{l}{c} \qquad \text{Εξίσωση 2.33}$$

Για διαφορετικά στοιχεία, οι τιμές l και c υπολογίζονται διαφορετικά. Για στερεά στοιχεία (solid elements) l είναι η μικρότερη απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών κόμβων του μικρότερου στοιχείου του μοντέλου και c :

$$c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \qquad \text{Εξίσωση 2.34}$$

II.4.3. Σύγκριση των τρόπων επίλυσης

Σε μια implicit ανάλυση δεν υπάρχει σαφές όριο στο μέγεθος του χρονικού βήματος και ως εκ τούτου, είναι γενικά μερικές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερα από ότι στην explicit ανάλυση. Από τα παραπάνω εύκολα προκύπτει ότι μια explicit μέθοδος είναι η πλέον κατάλληλη για την αντιμετώπιση προβλημάτων μικρής διάρκειας και μη γραμμικής φύσεως που απαιτούν μικρά χρονικά βήματα για λόγους ακρίβειας. Είναι συχνά ανέφικτη η εκτέλεση μιας σχεδόν-στατικής (quasi-static) ανάλυσης χρησιμοποιώντας την πραγματική χρονική της κλίμακα, καθώς ο χρόνος εκτέλεσης είναι πολύ μεγάλος. Ορισμένες μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την τεχνητή μείωση του χρόνου εκτέλεσης της προσομοίωσης. Η πρώτη αφορά απλώς την αλλαγή του ρυθμού επιβολής της φόρτισης, μέσω μιας τεχνητής αύξησης της ταχύτητας του εργαλείου συγκριτικά με την πραγματική ταχύτητα μορφοποίησης (load factoring). Η δεύτερη αφορά την κλιμάκωση της πυκνότητας του υλικού στο μοντέλο,με αποτέλεσμα να μειώνεται η ταχύτητα μετάδοσης του ηχητικού κύματος μέσω του υλικού του στοιχείου (mass scaling)[27].

Όσον αφορά την ευκολία χρήσης, η explicit μέθοδος συχνά συνεχίζει να παράγει αποτελέσματα μετά από μια δυσκολία στην ανάλυση, διευκολύνοντας τον προσδιορισμό της αιτίας του προβλήματος. Οι συνεχείς αλλαγές των συνθηκών επαφής στην explicit λύση θεωρούνται ως κινηματικοί περιορισμοί, έτσι ώστε όταν ολοκληρωθεί ένα χρονικό βήμα, οι μετατοπίσεις και οι ταχύτητες των κόμβων που εμπλέκονται στην επαφή ρυθμίζονται ώστε να είναι κινηματικά σωστές. Αντίθετα, σε μια implicit λύση ο επιλυτής πρέπει να πραγματοποιήσει έναν αριθμό επαναλήψεων μέχρι να ικανοποιηθούν οι συνθήκες επαφής, οδηγώντας σε μείωση του χρονικού βήματος εάν δεν μπορούν να ικανοποιηθούν σε έναν λογικό αριθμό επαναλήψεων [27]. Με τον όρο implicit αναφέρεται η μέθοδος με την οποία ενημερώνεται η κατάσταση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων από το χρόνο t στο t+Δt. Σε μια implicit μέθοδο, η κατάσταση στο χρόνο t+Δt προσδιορίζεται με βάση τις πληροφορίες στο χρόνο t+Δt, ενώ σε μια explicit μέθοδο επιλύονται οι εξισώσεις ισορροπίας για t+Δt με βάση τις πληροφορίες κατά το χρόνο t. Η ανάλυση προχωρά με την παραδοχή σταθερών τιμών για τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις σε διαστήματα t+1/2. Οι επιταχύνσεις υπολογίζονται στην αρχή του βήματος. Δεδομένου ότι οι τάσεις υπολογίζονται σε κάθε στοιχείο ξεχωριστά από τις αντίστοιχες μετατοπίσεις και ταχύτητες των κόμβων, κάθε χρονικό βήμα προσομοιώνει την επίδραση των φορτίων στη μία πλευρά του στοιχείου

σε βάρος των αντίθετων πλευρών, αντιπροσωπεύοντας έτσι την διάδοση ενός κύματος τάσης διαμέσου του στοιχείου.

Κεφάλαιο ΙΙΙ: Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Η διαδικασία της έλασης είναι μία από τις πιο δημοφιλείς διαδικασίες στις μεταποιητικές βιομηχανίες, έτσι ώστε σχεδόν το 80% του μεταλλικού εξοπλισμού να έχει υποβληθεί σε αυτή τουλάχιστον μία φορά κατά την περίοδο παραγωγής τους. Μεταξύ όλων των ειδών έλασης, η επίπεδη έλαση είναι η πιο κοινή. Στις βιομηχανικές χώρες, περίπου 40-60% των προϊόντων έλασης παράγονται με αυτόν τον τύπο έλασης [66]. Ως εκ τούτου, πολλοί επιστήμονες προσπάθησαν να βελτιώσουν την ποιότητα και την ποσότητα των προϊόντων βελτιστοποιώντας αυτή τη διαδικασία και εντοπίζοντας τις παραμέτρους που την επηρεάζουν, προκειμένου να ικανοποιήσουν τους πελάτες τους. Η πρώτη προσέγγιση της λύσης του προβλήματος της έλασης είχε να κάνει με τον προσδιορισμό της απαιτούμενης δύναμης και ροπής για να επιτευχθεί πλαστική παραμόρφωση του υπό διαμόρφωση μετάλλου. Το πρόβλημα αυτό εξετάστηκε διεξοδικά από τη δεκαετία του 1940 [67]. Πρόκειται για ένα ελαστικό-πλαστικό πρόβλημα που περιλαμβάνει το μέταλλο, τα ράουλα εργασίας και το λιπαντικό διεπιφάνειας. Καθ 'όλη τη διάρκεια αυτού του αιώνα, η διαδικασία της έλασης έχει αναλυθεί με διάφορες αναλυτικές και αριθμητικές μεθόδους όπως είναι η μέθοδος του λόφου τριβής (slab method) από τους Von Karman και Nadai [68], η μέθοδος άνω ορίου (upper bound method) από τον Komori και η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (finite element method). Πολλοί ερευνητές βοήθησαν να εξελιχθούν ή τροποποίησαν τις παραπάνω θεωρίες, συμβάλλοντας έτσι στη βελτίωση των αποτελεσμάτων για ποικίλα είδη έλασης. Ο Orowan ανέπτυξε μια περιεκτική θεωρία βασισμένη σε επέκταση της μεθόδου του λόφου τριβής με την εισαγωγή της ανομοιογένειας της πλαστικής παραμόρφωσης του ελάσματος. Ο Alexander βοήθησε στην εξέλιξη του μαθηματικου μοντέλου του Orowan, όμως η επίλυσή του απαιτούσε μεγάλη υπολογιστική δύναμη. Κατανοώντας την πολυπλοκότητα της ανάλυσης του Orowan, οι Bland και Ford απλοποιήσανε τις εξισώσεις του. Οι απλουστεύσεις και οι παραδοχές γενικά αφορούσαν τη μορφή του τόξου επαφής, το μοντέλο τριβής, το κριτήριο διαρροής και τον τύπο της παραμόρφωσης (ομοιογενης ή μη ομοιογενης)[70,71,72]. Ο Hitchcock αναγνώρισε πρώτος την εμφάνιση ελαστικής παραμόρφωσης των ράουλων εργασίας και ανέπτυξε μια ευρέως χρησιμοποιούμενη σχέση για να εκτιμήσει το μέγεθος μίας μεγαλύτερης

αποτελεσματικής διαμέτρου[69]. Ο Mori ανάπτυξε ένα μοντέλο με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας τις παραδοχές του άκαμπτου,πλαστικού και ελαφρώς συμπιεστού υλικού για την πρόβλεψη του πεδίου ταχύτητας κατά τη διάρκεια ισόθερμων, σταθερών και ασταθών συνθηκών, όσον αφορά την επίπεδη καταπόνηση, στην επίπεδη έλαση [73]. Οι Hwu και Lenard χρησιμοποίησαν τη FEM για να εκτιμήσουν τις επιδράσεις της παραμόρφωσης των ρολών εργασίας και των διαφόρων συνθηκών τριβής στο πεδίο των παραμορφώσεων κατά την επίπεδη έλαση [74]. Ο Yarita ανέλυσε την επίπεδη έλαση χρησιμοποιώντας ένα ελαστο-πλαστικό μοντέλο υλικού [75]. Και οι δύο προσπάθησαν να υπολογίσουν την κατανομή των τάσεων και των παραμορφώσεων εντός της ζώνης παραμόρφωσης. Ο Hwnag ασχολήθηκε με την θερμή έλαση. Στην μελέτη που πραγματοποίησε καθορίστηκε η κατανομή της θερμοκρασίας στο μεταλλικό έλασμα και στο ράουλο εργασίας [76,77]. Υπάρχουν επίσης πολλές μελέτες που επικεντρώνονται στην αξιολόγηση της θερμοκρασίας κατά την διάρκεια της διαδικασίας θερμής έλασης [72]. Οι Devadas και Samarasekara εξέτασαν την επίδραση των παραμέτρων της διαδικασίας της έλασης στο θερμοκρασιακό πεδίο [78]. Οι μεταβολές της θερμοκρασίας στα ράουλα εργασίας εξετάστηκαν σε μερικές μελέτες. Ο Sluzalec [79] χρησιμοποίησε ένα 2-D μοντέλο για την πρόβλεψη της κατανομής της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια της θερμής έλασης και ο Teseng [80] προσπάθησε να υπολογίσει τις μεταβολές της θερμοκρασίας στο ράουλο εργασίας, προκειμένου να εκτιμηθεί η θερμική καταπόνηση του. Οι Duan και Sheppard [81] διερεύνησαν την επίδραση των καταστατικών εξισώσεων, σε μοντέλα που δημιουργήθηκαν με τη FEM, για την θερμή έλαση κραμάτων αλουμινίου. Θερμομηχανικά μοντέλα έχουν επίσης αναπτυχθεί για τη διερεύνηση της συμπεριφοράς των μετάλλων, όπου διάφορες απλουστεύσεις και παραδοχές αγνοούν τη μεταφορά θερμότητας ως προς μια ή δύο διαστάσεις καθώς και τις επιδράσεις της θερμοκρασίας στις μηχανικές ιδιότητες του υλικού [82,83,84]. Σε μερικά άλλα δημοσιευμένα άρθρα, οι μεταλλουργικές πτυχές της θερμής έλασης ελήφθησαν κυρίως υπόψη, ενώ οι μεταβολές της θερμοκρασίας και το πεδίο των παραμορφώσεων αντιμετωπίστηκαν με την υπόθεση ομοιογενούς παραμόρφωσης στο υπό διαμόρφωση μέταλλο [85]. Η απόψυξη του μετάλλου μετά την έλαση και η εμφάνιση μεταλλουργικών μετασχηματισμών, όπως η στατική ανακρυστάλλωση, επίσης έχουν ληφθεί υπόψη [86]. Μια ακόμα περιοχή εστιασμένου ενδιαφέροντος αποτέλεσε η μελέτη της ανομοιόμορφης εκτροπής των επιμέρους εξαρτημάτων των ελάστρων, όπως είναι τα κουζινέτα και τα ράουλα εργασίας και αντιστήριξης. Το φαινόμενο αυτό οδηγεί σε ανομοιομορφία στη μείωση του πάχους του υπο διαμόρφωση μετάλλου και είναι η αιτία παραγωγής ελασμάτων που δεν πληρούν τις κατάλληλες προδιαγραφές [67,87]. Τα δύο

αυτά γενικά προβλήματα αλληλοεξαρτώνται, παρ'όλα αυτά η πλειονότητα των μελετών έχει διαχωρίσει τους δύο τομείς λόγω της πολυπλοκότητας και του χρόνου υπολογισμού που απαιτείται για μια συνδυαστική λύση. Τέλος, πολλοί ερευνητές προσπάθησαν να πραγματοποιήσουν μελέτες παραμέτρων για να προσδιορίσουν με μεγαλύτερη ακρίβεια μερικές από τις παραμέτρους που κατέχουν εξέχοντα ρόλο στη διαδικασία της έλασης, όπως ο συντελεστής τριβής [88] και ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας [89].

III.1. Έλαση

III.1.1. Ορισμός – Βασικές έννοιες

Η έλαση είναι η διαδικασία μείωσης του πάχους ή αλλαγής της διατομής ενός τεμαχίου προς κατεργασία με την εφαρμογή δυνάμεων συμπίεσης διαμέσου ενός συνόλου ράουλων. Το τεμάχιο υπό τη μορφή ράβδου ή πλάκας υφίσταται πλαστική παραμόρφωση διερχόμενο μέσα από το άνοιγμα μεταξύ δύο αντίθετα περιστρεφόμενων ραούλων (τυμπάνων). Η έλαση είναι μια διαδικασία που χρησιμοποιείται για το 90% όλων των μετάλλων που παράγονται από μεταλλουργικές διεργασίες, και αναπτύχθηκε για πρώτη φορά στα τέλη της δεκαετίας του 1500. Διακρίνεται σε [29]:

I. Έλαση μπιγέτας, όπου σημειώνεται μεταβολή και στο πλάτος του παραγόμενου προϊόντος, γνωστό και ως πλευρική διόγκωση (spreading)
II. Έλαση πλάκας, κατά την οποία δεν παρατηρείται μεταβολή στο πλάτος του παραγόμενου προϊόντος.

Η βασική διεργασία είναι η επίπεδη έλαση, όπου τα προϊόντα της είναι επίπεδες πλάκες και φύλλα. Η εκτελεστική πορεία της έλασης αποτελείται από διακριτές φάσεις, τις καλούμενες στη βιομηχανία ως πάσα. Αρχικά, το προϊόν της χύτευσης, δηλαδή το πρωτογενές υλικό, έχει τη μορφή πλινθώματος (ingot), σε αντίθεση με τα προϊόντα των επόμενων πάσων, τα οποία διακρίνονται σε επιμήκη όπως ράβδους, μπιγέτες, μορφοδοκούς και σε πλατιά προϊόντα, δηλαδή πλάκες, ελάσματα και ταινίες (Σχήμα 3.1). Ανάλογα με τη φάση της έλασης και τη μορφή του προϊόντος, ακολουθείται η εξής τυποποίηση:

α. Ημικατεργασμένα προϊόντα (semi-finished products)

- Μπιγέτα πρώτης έλασης (bloom) τετραγωνικής διατομής με εμβαδόν $A \geq 15x15\ cm^2$

Περαιτέρω μείωση του πάχους μπορεί να οδηγήσει σε:

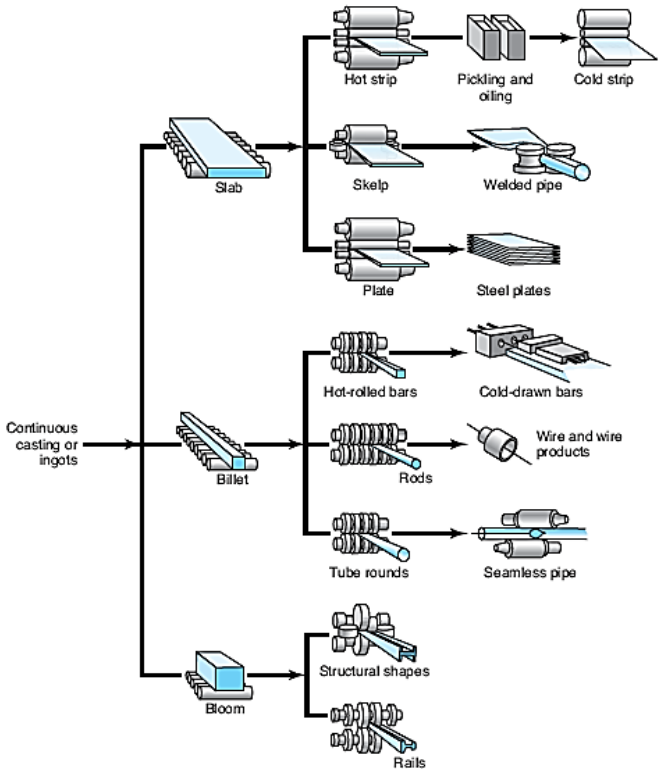
1. Μπιγέτα (billet) τετραγωνικής διατομής με μικρότερο εμβαδόν ($A \geq 4x4\ cm^2$)
2. Πλάκα (slab) ορθογωνικής διατομής με εμβαδόν $A \geq 100\ cm^2$ και πλάτος τουλάχιστον διπλάσιο του πάχους της.

β. Τελικά προϊόντα (finished products). Περαιτέρω διαμόρφωση των ημι-κατεργασμένων προϊόντων οδηγεί σε:

- Επιμήκη προϊόντα μορφής που προέρχονται από την έλαση μπιγετών (μορφοδοκοί, ήλοι με σπείρωμα, δακτύλιοι κλπ.) με ειδικές μεθόδους έλασης.
- Πλατιά προϊόντα που προέρχονται από την έλαση πλακών και διακρίνονται ανάλογα με το πάχος και το πλάτος τους σε:
    1. Ελάσματα (plates) με πάχος ≥ 6 mm.
    2. Λεπτά ελάσματα (sheets) με πάχος < 6 mm και πλάτος ≥ 600 mm
    3. Λεπτές λωρίδες (strips) με πάχος < 6 mm και πλάτος < 600 mm.

Οι πλάκες, οι οποίες γενικά θεωρούνται ότι έχουν πάχος μεγαλύτερο από 6 mm, χρησιμοποιούνται για δομικές εφαρμογές όπως κύτη πλοίων, λέβητες, γέφυρες και δοκοί.

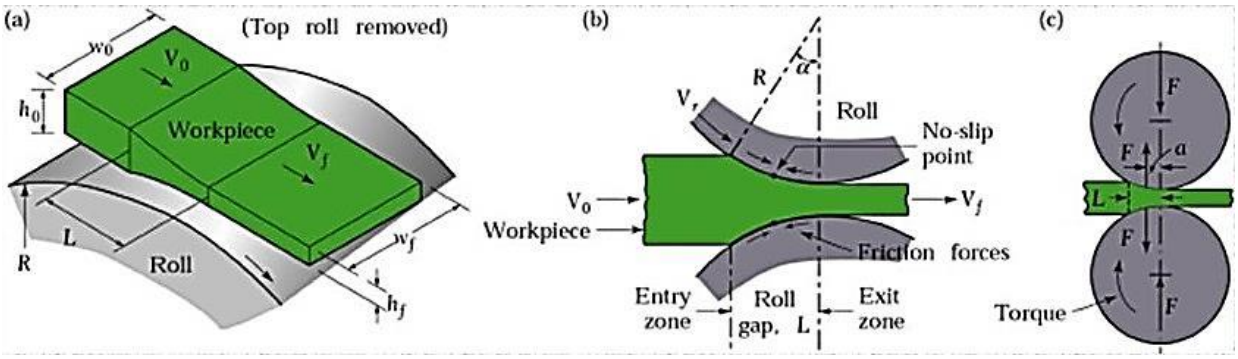
Οι πλάκες μπορούν να φτάσουν σε πάχος τα 0,3 m για υποστηρίγματα σε μεγάλους λέβητες, 150 mm για δοχεία αντιδραστήρων και 100-125 mm για θωρηκτά πλοία και δεξαμενές. Τα φύλλα είναι γενικά μικρότερα από 6 mm και χρησιμοποιούνται για αμαξώματα αυτοκινήτων, συσκευές, δοχεία για φαγητά και ποτά, καθώς και εξοπλισμό κουζίνας και γραφείου. Οι ατράκτοι εμπορικών αεροσκαφών συνήθως κατασκευάζονται από φύλλο κράματος αλουμινίου πάχους τουλάχιστον 1 mm. Τα κουτάκια αλουμινίου κατασκευάζονται από φύλλα με πάχος 0,28 mm, με το τελικό πάχος του τοιχώματος να φτάνει το 0,1 mm, ενώ το φύλλο αλουμινίου που χρησιμοποιείται για την περιτύλιξη γλυκών έχει πάχος 0,008 mm. Τα φύλλα αλουμινίου παρέχονται στις μονάδες παραγωγής ως επίπεδα κομμάτια ή σαν ταινίες σε κουλούρες για περαιτέρω επεξεργασία σε προϊόντα.



Σχημα 3.1 : Σχηματική περιγραφή των διαφόρων διαδικασιών έλασης και κατηγορίες παραγόμενων προϊόντων

Η σχηματική απεικόνιση της διαδικασίας της έλασης φαίνεται στο Σχημα 3.2(a). Μια λωρίδα πάχους h_o εισέρχεται στο διάκενο μεταξύ των κυλίνδρων, και έχει το πάχος της να μειώνεται σε h_f από ένα ζεύγος αντίρροπα περιστρεφόμενων κυλίνδρων. Τα ράουλα αυτά τροφοδοτούνται μέσω του άξονα τους από ηλεκτροκινητήρες. Η επιφανειακή ταχύτητα του κυλίνδρου είναι V_r. Η ταχύτητα του ελάσματος αυξάνεται από την αρχική τιμή του V_o καθώς κινείται διαμέσου του διακένου των ράουλων εργασίας, ακριβώς όπως το ρευστό ρέει γρηγορότερα καθώς κινείται μέσω ενός συγκλίνοντος καναλιού. Η ταχύτητα του ελάσματος είναι υψηλότερη στην έξοδο του διακένου και ορίζεται ως V_f. Δεδομένου ότι η επιφανειακή ταχύτητα του ράουλου είναι σταθερή, υπάρχει σχετική ολίσθηση μεταξύ του ράουλου και του ελάσματος κατά μήκος του τόξου επαφής στο διάκενο L. Σε ένα σημείο κατά μήκος του τόξου επαφής, η ταχύτητα του ελάσματος είναι ίδια με αυτή του ράουλου. Αυτό το σημείο κατα την διεργασία ονομάζεται ουδέτερο. Στα αριστερά του σημείου αυτού το ράουλο κινείται γρηγορότερα από την πλάκα,ενώ στα δεξιά αυτού του σημείου η πλάκα κινείται γρηγορότερα από το ράουλο. Εξ ου και οι δυνάμεις τριβής, οι οποίες αντιτίθενται στην κίνηση, δρουν στο έλασμα όπως φαινεται στο Σχημα 3.2(b). Τα ράουλα τραβούν το υλικό στο διάκενο μέσω της τριβής που αναπτύσσεται στην διεπιφάνεια υλικού-ράουλων εργασιας. Κατά συνέπεια η δύναμη τριβής στα αριστερά του ουδέτερου σημείου πρέπει να

είναι μεγαλύτερη από τη δύναμη στα δεξιά. Επομένως, η τριβή είναι αναγκαία για την έλαση των υλικών. Παρ΄όλα αυτά, ένα μέρος της ενέργειας που απαιτείται για την έλαση χάνεται στην υπερνίκηση της τριβής, οπότε η αυξανόμενη τριβή σημαίνει αύξηση των δυνάμεων και της κατανάλωσης ενέργειας. Επιπλέον, η υψηλή τριβή θα μπορούσε να προκαλέσει ζημιά στην επιφάνεια του προϊόντος.



Σχημα 3.2: (a) Σχηματική απεικόνιση της έλασης,(b) Επίδραση των δυνάμεων τριβής στην επιφάνεια του έλασματος,(c) Κάθετη δύναμη και ροπή του ράουλου εργασίας

III.1.2. Ανάλυση επίπεδης έλασης

Η επίπεδη έλαση περιλαμβάνει την έλαση πλακών, λωρίδων και φύλλων, τεμαχίων εργασίας δηλαδή με ορθογώνια εγκάρσια διατομή, στα οποία το πλάτος είναι μεγαλύτερο από το πάχος. Στην επίπεδη έλαση, το μέταλλο συμπιέζεται μεταξύ δύο κυλίνδρων έτσι ώστε το πάχος του να μειωθεί κατά μια ποσότητα:

$$d = h_0 - h_f \qquad \text{Εξίσωση 3.1}$$

Όπου h_0= αρχικό πάχος σε mm, και h_f= τελικό πάχος σε mm. Η ελάττωση του πάχους του τεμαχίου εργασίας μερικές φορές εκφράζεται ως ένα κλάσμα του αρχικού πάχους του, που ονομάζεται υποβιβασμός:

$$r = \frac{d}{h_0} \qquad \text{Εξίσωση 3.2}$$

Όπου r είναι ο υποβιβασμός. Όταν χρησιμοποιείται μια σειρά πάσσων, ο υποβιβασμός λαμβάνεται ως το άθροισμα των διαδοχικών μειώσεων του πάχους του τεμαχίου διαιρούμενο με το αρχικό πάχος. Εκτός από τη μείωση του πάχους, η έλαση συνήθως αυξάνει το πλάτος εργασίας (Σχημα 3.2(a)). Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται εξάπλωση

(spreading) και τείνει να είναι πιο έντονο με χαμηλές αναλογίες πλάτους προς πάχος και χαμηλούς συντελεστές τριβής. Ο όγκος του υλικού διατηρείται, οπότε ο όγκος που εξέρχεται από τα ράουλα εργασίας ισούται με τον όγκο που εισέρχεται:

$$h_0 w_0 L_0 = h_f w_f L_f \qquad \text{Εξίσωση 3.3}$$

Όπου w_0 και w_f είναι το πλάτος του υλικού σε mm, L_0 και L_f είναι το μήκος του σε mm, πριν και μετά την έλαση αντίστοιχα. Ομοίως, ο ρυθμός της ροής υλικού πριν και μετά την έλαση πρέπει να είναι ίδιος, έτσι ώστε οι ταχύτητες πριν και μετά να μπορούν να συσχετίζονται:

$$h_0 w_0 v_0 = h_f w_f v_f \qquad \text{Εξίσωση 3.4}$$

Όπου v_0(mm/s) είναι η ταχύτητα με την οποία εισέρχεται η πλάκα στο διάκενο μεταξύ των ράουλων εργασίας και v_f(mm/s) η ταχύτητα με την οποία εξέρχεται.

Τα ράουλα έρχονται σε επαφή με το προς έλαση τεμάχιο κατά μήκος ενός τόξου επαφής που ορίζεται από τη γωνία α. Κάθε ράουλο έχει ακτίνα R, και η ταχύτητα περιστροφής του δίνει μια επιφανειακή ταχύτητα v_r. Αυτή η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του τεμαχίου εργασίας v_0 και μικρότερη από την v_f. Δεδομένου ότι η ροή του μετάλλου είναι συνεχής, παρατηρείται μια σταδιακή μεταβολή της ταχύτητας της πλάκας μεταξύ των ράουλων. Ωστόσο, υπάρχει ένα σημείο κατά μήκος του τόξου επαφής όπου η ταχύτητα της πλάκας ισούται με την ταχύτητα των ράουλων. Αυτό ονομάζεται σημείο μη ολίσθησης, γνωστό και ως ουδέτερο σημείο. Σε κάθε πλευρά του σημείου αυτού, εμφανίζεται ολίσθηση και τριβή μεταξύ των ράουλων και του τεμαχίου εργασίας. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί στο συμπέρασμα ότι μέσα στην πλαστική ζώνη θα υφίσταται ροή του υλικού προς την είσοδο (ροή αριστερά του ουδετέρου επιπέδου) και προς την έξοδο (ροή δεξιά του ουδετέρου επιπέδου), αντίστοιχα.

Η ποσότητα ολίσθησης μπορεί να μετρηθεί μέσω της εμπρόσθιας ολίσθησης, ενός όρου που χρησιμοποιείται στην έλαση και δίνεται από τον τύπο :

$$s = \frac{v_f - v_r}{v_r} \qquad \text{Εξίσωση 3.5}$$

Η πραγματική παραμόρφωση σχετίζεται με την διαφορά στο πάχος του τεμαχίου πριν και μετά την διαδικασία της έλασης και σε μορφή εξίσωσης είναι ίση με:

$$\varepsilon = \ln \frac{h_0}{h_f} \qquad \text{Εξίσωση 3.6}$$

Η πραγματική παραμόρφωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της μέσης τάσης ροής που εφαρμόζεται στο τεμάχιο εργασίας κατά την επίπεδη έλαση. Η μέση τάση ροής σ_{avg} είναι η μέση τιμή της τάσης επί της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης από την αρχική εώς την τελική (μέγιστη) τιμή που λαμβάνει η παραμόρφωση. Η μέση τάση ροής προσδιορίζεται με την ολοκλήρωση της εξίσωσης της καμπύλης ροής, μεταξύ του μηδενός και της τελικής τιμής παραμόρφωσης που ορίζει την περιοχή ενδιαφέροντος, και χρησιμοποιείται στις εξισώσεις για τον υπολογισμό των εκτιμήσεων της δύναμης και της ισχύος στην έλαση.

Οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο υλικό σε τυχαίο σημείο μέσα στην πλαστική ζώνη είναι το ακτινικό φορτίο έλασης P (rolling load, separating load) και η τριβή F που αντιτίθεται στη ροή του υλικού και συνδέονται με τη σχέση:

$$F = \mu \cdot P \qquad \text{Εξίσωση 3.7}$$

Η τριβή στην έλαση λαμβάνει χώρα με έναν ορισμένο συντελεστή τριβής (μ). Η δύναμη συμπίεσης των ράουλων πολλαπλασιασμένη με αυτόν τον συντελεστή τριβής, έχει ως αποτέλεσμα μια δύναμη τριβής στη διεπιφάνεια. Κατά την είσοδο, η δύναμη τριβής έχει κατεύθυνση προς το διάκενο ενώ στην έξοδο έχει αντίθετη κατεύθυνση. Ωστόσο, οι δύο δυνάμεις δεν είναι ίσες. Η δύναμη τριβής στην πλευρά εισόδου είναι μεγαλύτερη, έτσι ώστε να ‘‘τραβήξει’’ την πλάκα μέσα από τα ράουλα. Εάν δεν συνέβαινε αυτό, η έλαση δεν θα ήταν δυνατή. Το τόξο επαφής αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία α (angle of bite) μετρούμενη στο ράουλο. Για να επιτευχθεί η είσοδος του κατεργαζόμενου μετάλλου μέσα στο διάκενο μεταξύ ραούλων θα πρέπει η συνολική οριζόντια συνιστώσα στην είσοδο να είναι θετική, δηλαδή η συνθήκη έναρξης της έλασης είναι :

$$F \cdot \cos a - P_r \cdot \sin a \geq 0 \text{ ή } \mu \geq \tan \alpha \qquad \text{Εξίσωση 3.8}$$

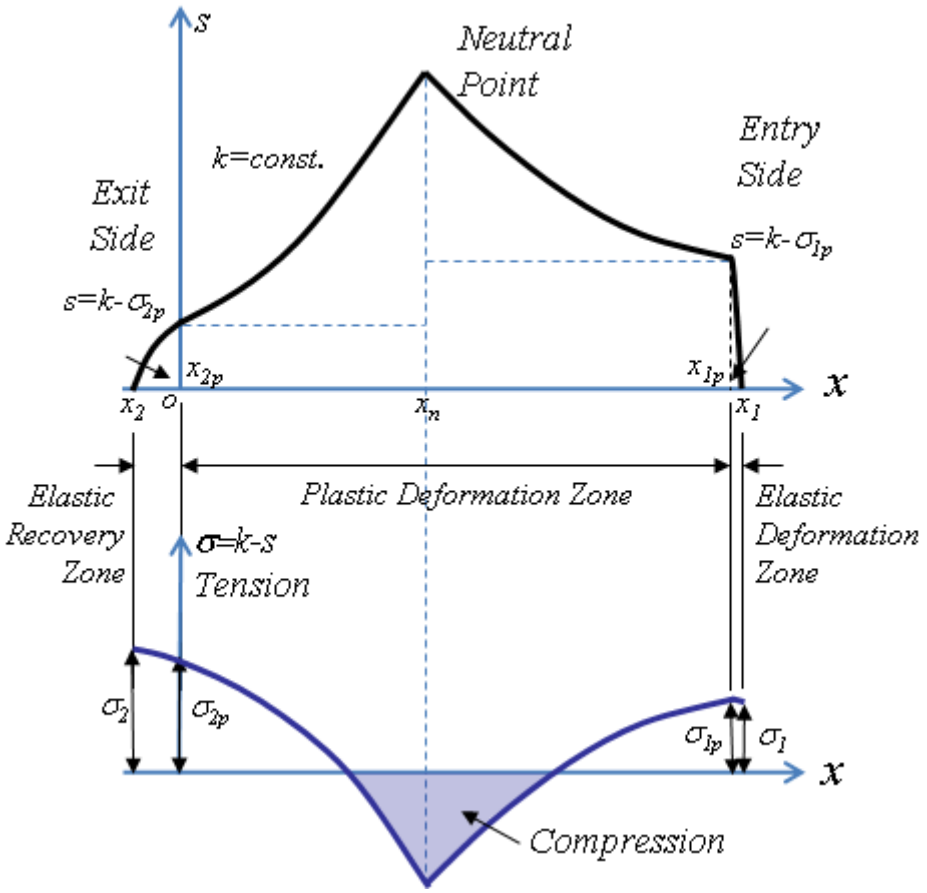
Υπάρχει ένα όριο στη μέγιστη δυνατή μείωση πάχους που μπορεί να επιτευχθεί στην επίπεδη έλαση σε ένα πάσο και με δεδομένο συντελεστή τριβής, που δίνεται από:

$$d_{max} = \mu^2 R \qquad \text{Εξίσωση 3.9}$$

Η διεπιφάνεια τεμαχίου εργασίας/ραούλου εκτείνεται κατά μήκος του τόξου επαφής , το οποίο έχει προβεβλημένο μήκος L_p κατά τον άξονα του τεμαχίου ίσο με :

$$L_p = \left[R \cdot \left(h_0 - h_f\right) - \frac{\left(h_0 - h_f\right)^2}{4}\right]^{1/2} \approx \left[R \cdot \left(h_0 - h_f\right)\right]^{1/2} = \left(R \cdot \Delta h\right)^{1/2} \qquad \text{Εξίσωση 3.10}$$

Η κατανομή της πίεσης P των ραούλων φαίνεται στο Σχήμα 3.3. Αρχικά σημειώνεται αύξηση της πίεσης μέχρι μια μέγιστη τιμή που αντιστοιχεί στη θέση του ουδετέρου επιπέδου και στη συνέχεια μειώνεται εκ νέου. Διακρίνονται δύο χαρακτηριστικές περιοχές, η περιοχή κάτω από την διακεκομμένη γραμμή που αντιπροσωπεύει το πλαστικό έργο που απαιτείται για την ομογενή παραμόρφωση του τεμαχίου και η σκιαγραφημένη περιοχή που αντιστοιχεί στο πρόσθετο έργο για την υπερνίκηση των τριβών. Η μορφή της καμπύλης κατανομής της πίεσης ραούλων είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, δεδομένου ότι εξασφαλίζει τον προσδιορισμό του σημείου εφαρμογής της συνισταμένης δύναμης έλασης και διευκολύνει έτσι τον προσδιορισμό της απαιτούμενης ροπής στρέψης και της ισχύος κατεργασίας.



Σχήμα 3.3 : Κατανομή της πίεσης στην πλαστική ζώνη (λόφος τριβής)

Λόγω των ισχυρών φορτίων έλασης, το ράουλο υφίσταται τοπικά στο τόξο επαφής ελαστική παραμόρφωση, που έχει ως συνέπεια τοπικά την πλάτυνση (μείωση της καμπυλότητας) του. Αποτέλεσμα αυτής της ελαστικής παραμόρφωσης είναι το τόξο επαφής να ανήκει σε κύκλο ακτίνας R΄>R, η οποία προσδιορίζεται από την ημι-εμπειρική σχέση του Hitchcock :

$$R' = R \cdot \left(1 + \frac{C \cdot P'}{b \cdot \Delta h}\right) \qquad \text{Εξίσωση 3.11}$$

Όπου η σταθερά $C = \frac{16(1-\nu^2)}{\pi \cdot E}$, χαρακτηρίζει το υλικό του ραούλου και για χάλυβα λαμβάνει την τιμή C=2,16 · 10^{-11} Pa^{-1}, ν ο λόγος Poisson και E το μέτρο ελαστικότητας του υλικού του ραούλου, b το πλάτος της μπιγέτας, R η ακτίνα του απαραμόρφωτου ραούλου και P΄ το φορτίο έλασης βασισμένο όμως στην ακτίνα R΄ του παραμορφωμένου ραούλου.

Υπολογισμός φορτίου έλασης

Ο τρόπος υπολογισμού του φορτίου της έλασης μεταβάλλεται ανάλογα με το είδος της παραμόρφωσης στην οποία υπόκειται το προς κατεργασία υλικό:

(α) Ομοιογενής παραμόρφωση

Το φορτίο P προκύπτει από τη μέση πίεση του ράουλου εργασίας πολλαπλασιασμένη με την προβεβλημένη επιφάνεια επαφής, δηλαδή

$$P = p \cdot b \cdot L_p = \sigma'_0 \cdot b \cdot \sqrt{R \cdot \Delta h} \qquad \text{Εξίσωση 3.12}$$

όπου η τάση διαρροής σ'_0 ισούται με το όριο διαρροής Y σε μονοαξονικό εφελκυσμό στην έλαση ορθογωνικής μπιγέτας και με $\frac{2}{\sqrt{3}}Y$ στην περίπτωση έλασης πλάκας (επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση).

(β) Ανομοιογενής παραμόρφωση

Θεωρώντας το πρόβλημα ως σφυρηλάτηση ορθογωνικής μπιγέτας με μέσο πάχος $\bar{h} = \frac{(h_0+h_f)}{2}$, προκύπτει ο προσεγγιστικός τύπος :

$$P = \frac{2}{\sqrt{3}}\bar{\sigma}_0\left[\frac{1}{Q}(e^Q - 1) \cdot b \cdot \sqrt{R \cdot \Delta h}\right] \qquad \text{Εξίσωση 3.13}$$

Όπου,

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{Y_o + Y_F}{2}, Q = \frac{\mu \cdot L_p}{\bar{h}} \qquad \text{Εξίσωση 3.14 , 3.15}$$

Υπολογισμός ροπής στρέψης ελάστρων και ισχύος κατεργασίας

Ροπή στρέψης ελάστρων: $T = 2 \cdot P \cdot (\lambda \cdot L_p)$ Εξίσωση 3.16

όπου ο συντελεστής λ ισούται με 0.5 για θερμή έλαση ή 0.45 για ψυχρή έλαση.

Απαιτούμενο έργο κατεργασίας:

$$W = 2 \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L_p\right) \cdot P \qquad \text{Εξίσωση 3.17}$$

Ισχύς κατεργασίας:

$$\dot{W} = 4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L_p \cdot P \cdot N \qquad \text{Εξίσωση 3.18}$$

όπου N η συχνότητα περιστροφής των ελάστρων.

III.1.3. Εργαλειομηχανές έλασης

Η εργαλειομηχανή της έλασης ονομάζεται έλαστρο (mill) [29]. Τα δομικά μέρη ενός ελάστρου φαίνονται στο Σχήμα 1.20. Αποτελείται από τα ράουλα (rolls), οι άξονες των οποίων στρέφονται μέσα σε κουζινέτα (bearings), ενώ όλα μαζί είναι εγκατεστημένα σε ειδικό κέλυφος (housing), και τα εφεδρικά ράουλα (back-up rolls), των οποίων η λειτουργία είναι η στήριξη των ράουλων εργασίας από υπερβολική κάμψη και δόνηση. Τα ράουλα είναι χαλύβδινα κυλινδρικά τύμπανα με ομοιόμορφη διατομή ή έχουν διαμορφωθεί κατάλληλα (ράουλα μορφής) ώστε να αποδίδουν το αντίστοιχο γεωμετρικό σχήμα στο τελικό προϊόν. Τα ράουλα που επιτελούν την πλαστική παραμόρφωση τοποθετούνται με οριζόντιους άξονες το ένα πάνω στο άλλο, ενώ κατακόρυφα ράουλα χρησιμοποιούνται βοηθητικά για τον έλεγχο του πλάτους του τελικού προϊόντος. Τα έλαστρα, ανάλογα με την εργασία που έχουν να επιτελέσουν και τα φορτία που δέχονται κατασκευάζονται σε ανάλογες διατάξεις. Οι διάφορες μορφές ελάστρων είναι οι ακόλουθες:

• Έλαστρο δυο ραούλων (2-high mill), Σχήμα 3.4-Α: Πρόκειται για την απλούστερη κατασκευή ελάστρου.

• Έλαστρο δυο ράουλων με αναστρεφόμενη κίνηση (2-high reversing mill), Σχήμα 3.4-Β: Εξασφαλίζει περαιτέρω μείωση του πάχους με αναστροφή της περιστροφής των ραούλων, αποφεύγοντας έτσι τη μεταφορά του τεμαχίου σε άλλη θέση (εξοικονόμηση χρόνου κατεργασίας).

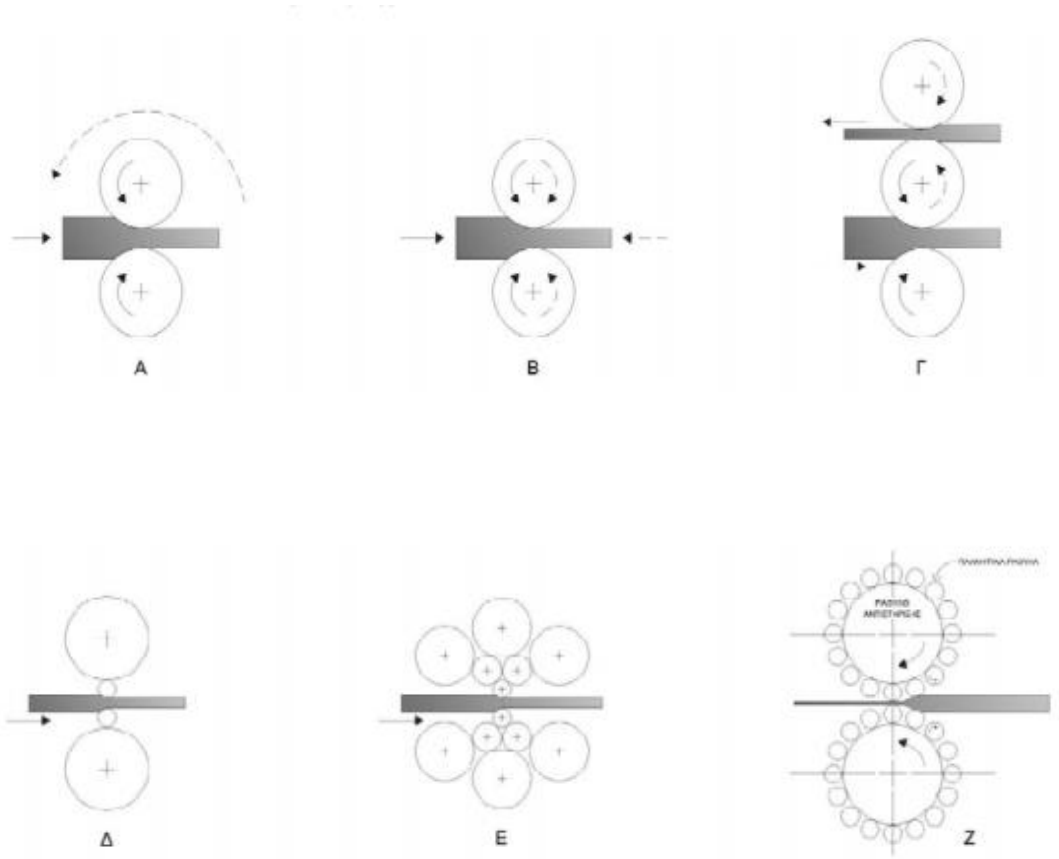
• Έλαστρο τριών ραούλων (3-high mill), Σχήμα 3.4-Γ: Στρέφονται τα άνω και κάτω ράουλα ενώ το μεσαίο στρέφεται μέσω της αναπτυσσόμενης τριβής. Πρόκειται για εναλλακτική λύση της προηγούμενης μορφής.

• Έλαστρο τεσσάρων ραούλων (4-high mill), Σχήμα 3.4-Δ: Τα ενεργά ράουλα είναι μικρότερης διαμέτρου και στηρίζονται σε δυο ράουλα αντιστήριξης μεγαλύτερης διαμέτρου

για να αποφευχθεί ο κίνδυνος κάμψης τους από τα φορτία έλασης. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μεγάλη εξοικονόμηση ενέργειας και μεγαλύτερη μείωση πάχους ανά πάσο.

• Έλαστρο τύπου Cluster (cluster mill), Σχήμα 3.4-Ε: Κάθε ενεργό ράουλο στηρίζεται από δυο ράουλα αντιστήριξης και κάθε ράουλο αντιστήριξης από δυο άλλα μεγαλύτερης διαμέτρου. Παραλλαγή του τύπου αυτού είναι το έλαστρο Sendzimir. Τα έλαστρα αυτά χρησιμοποιούνται για την κατεργασία πολύ λεπτών ελασμάτων (foils) .

• Έλαστρο με πλανητικά ράουλα (planetary mill), Σχήμα 3.4-Ζ: Αποτελείται από δύο ράουλα αντιστήριξης μεγάλης διαμέτρου που περιβάλλονται από μεγάλο αριθμό μικρών περιφερειακών (πλανητικών) ραούλων. Ο κύριος ρόλος των πλανητικών ραούλων είναι η απευθείας μείωση (εν θερμώ) του πάχους ελάσματος σε ένα πάσο. Καθένα από αυτά εξασφαλίζει σχεδόν ομοιόμορφη μείωση πάχους και είναι διατεταγμένα έτσι ώστε, μόλις παύει την επενέργειά του ένα ζεύγος πλανητικών ραούλων, να αναλαμβάνει δράση το επόμενο ζεύγος.



Σχήμα 3.4: Τυπικές διατάξεις ελάστρων

Τα ράουλα εργασίας πρέπει να είναι ένας σχεδόν τέλειος κύλινδρος με μια ομαλή αλλά σκληρή επιφάνεια. Πρέπει επίσης να είναι αρκετά άκαμπτα ώστε να μπορούν να αντέξουν τη δύναμη που απαιτείται για την έλαση ενός πλινθώματος ή πλάκας κράματος αλουμινίου.

Το προϊόν αλουμινίου λαμβάνει την καθορισμένη επιφάνεια του απ 'ευθείας από την επαφή με τα ράουλα εργασίας, τα οποία πρέπει επομένως να έχουν τον προβλεπόμενο τύπο επιφάνειας. Ταυτόχρονα, ο βαθμός τραχύτητας του κυλίνδρου καθορίζει σε μεγάλο βαθμό πόσο αποτελεσματικά μπορεί να "δαγκώσει" στο αλουμίνιο και, με τη βοήθεια της τριβής, να το ωθήσει μέσα από το διάκενο. Ένα πιο τραχύ ράουλο οδηγεί σε ισχυρότερες δυνάμεις τριβής, και επομένως σε ισχυρότερο ‘‘δάγκωμα’’ από ένα ράουλο με ομαλή επιφάνεια. Σαν αποτέλεσμα, το πιο τραχύ ράουλο μπορεί να εφαρμόσει μεγαλύτερη μείωση πάχους ανά πάσο. Για να εξασφαλιστεί επαρκής τριβή χρησιμοποιώντας ράουλα με λεία επιφάνεια μπορεί να χρειαστεί να μειωθεί η εφαρμογή ψυκτικού/λιπαντικού, κάτι που με τη σειρά του μειώνει το ρυθμό απομάκρυνσης της θερμότητας και απαιτεί την προσαρμογή του σχεδίου έλασης. Η ελεγχόμενη εφαρμογή του ψυκτικού/λιπαντικού βελτιώνει τον έλεγχο της θερμοκρασίας και του σχήματος του τελικού προϊόντος.

Κατά την έλαση εν θερμώ, πρέπει να αποφεύγονται ακόμη και οι μικρότερες ατέλειες στα ράουλα εργασίας, για να αποφευχθεί η επιφανειακή προσκόλληση αλουμινίου και η δημιουργία επιφανειακών ατελειών στο προϊόν που έχει ελασθεί. Τα ράουλα σε συνθήκες θερμής εργασίας συχνά συλλέγουν μικροσκοπικές ποσότητες οξειδίου του αλουμινίου ή ακόμα και μεταλλικού αλουμινίου, ένα φαινόμενο γνωστό ως "roll coating". Εντός ορίων, αυτό μπορεί να είναι επωφελές επειδή τείνει να αυξήσει την τριβή και να κάνει τα ράουλα πιο αποτελεσματικά. Πρέπει να ληφθεί μέριμνα όμως, ώστε να αποφευχθεί η υπερβολική συσσώρευση, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε ελαττώματα στην επιφάνεια του προϊόντος μέσω αποτύπωσης ή αποκόλλησης οξειδίου.

Η διάμετρος και η ακαμψία του ρολού είναι δύο από τους σημαντικότερους παράγοντες στην διαδικασία της έλασης. Η μείωση του πάχους του προϊόντος εξαρτάται από τη διάμετρο του ρολού εργασίας. Τα ράουλα εργασίας με σχετικά μικρή διάμετρο μπορούν να οδηγήσουν σε μεγαλύτερους υποβιβασμούς από τα ράουλα με μεγαλύτερη διάμετρο. Η επιφάνεια του προϊόντος εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη δυσκαμψία του ρολού, η οποία με τη σειρά της, εξαρτάται τόσο από τη διάμετρο του ρολού όσο και από τον χάλυβα από τον οποίο κατασκευάζεται. Τα ράουλα μικρότερης διαμέτρου κάμπτονται πιο εύκολα από εκείνα με μεγαλύτερες διαμέτρους, καθιστώντας πιο δύσκολο να διατηρηθεί η ομοιόμορφη και επίπεδη επιφάνεια του προϊόντος. Η κάμψη του κυλίνδρου μπορεί να

εξουδετερωθεί σε κάποιο βαθμό μέσω του ‘‘crowning’’, δηλαδή κάνοντας το ράουλο ελαφρώς μεγαλύτερο σε διάμετρο (δέκατα του χιλιοστού) στη μέση παρά στα άκρα. Επειδή η στεφάνη του ράουλου είναι μια σταθερή διάσταση, μπορεί να αντισταθμίσει με ακρίβεια την κάμψη του σε συγκεκριμένα σχέδια έλασης. Εναλλακτικά, σε ορισμένες περιπτώσεις τα ράουλα μπορούν να είναι "κοίλα",να έχουν δηλαδή μικρότερη διάμετρο στο κέντρο από ότι στα άκρα, για να αντισταθμίσουν την αναμενόμενη θερμική διαστολή τους η οποία διαφορετικά θα προκαλούσε ανεπιθύμητο ‘‘crowning’’. Λόγω της μεγαλύτερης μάζας τους, οι μεγαλύτεροι ρολλοί εργασίας μπορούν να απορροφήσουν ή να μεταδόσουν μια δεδομένη ποσότητα θερμότητας με μικρότερη συνολική μεταβολή της θερμοκρασίας. Έτσι, τα ράουλα μεγαλύτερης διαμέτρου έχουν μεγαλύτερη θερμική σταθερότητα. Οι μεγαλύτεροι ρολλοί εργασίας έχουν επίσης περισσότερη αδράνεια, δηλαδή μεγαλύτερη αντίσταση στις αλλαγές της κίνησης. Επομένως, χρειάζεται περισσότερη ενέργεια για να επιταχυνθεί και να επιβραδυνθεί η περιστροφή τους, κάτι που μπορεί να επηρεάσει σημαντικά το σχεδιασμό της διαδικασίας.

Γενικά, απαιτούνται μόνο δύο ράουλα εργασίας για τη μείωση του αλουμινίου σε οποιοδήποτε επιθυμητό πάχος. Ωστόσο, τα ράουλα εργασίας υποστηρίζονται συνήθως από ράουλα αντιστήριξης, που πιέζουν κατά των κυλίνδρων εργασίας και γυρίζουν μαζί τους αλλά ποτέ δεν αγγίζουν το προϊόν. Η πιο κοινή διάταξη είναι αυτή του έλαστρου τεσσάρων ράουλων (4-high mill), και είναι αυτή που θα χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση. Σε αυτή τη διαμόρφωση, ο κύριος σκοπός των ράουλων αντιστήριξης είναι να διατηρούν την ακρίβεια και την ομοιόμορφια της επιφάνειας του προϊόντος εμποδίζοντας την υπερβολική κάμψη των ράουλων εργασίας. Η κύρια απαίτηση για ένα ράουλο αντιστήριξης, που επιτυγχάνεται με επαρκή διάμετρο, είναι να αντέχει τη δύναμη διαχωρισμού που ασκείται από την αντίσταση του αλουμινίου στην παραμόρφωση. Ένα ράουλο αντιστήριξης μεγάλης διαμέτρου μπορεί να επιτρέψει τη χρήση ενός ρολού εργασίας μικρότερης διαμέτρου και ταυτόχρονα να αυξήσει τη θερμική σταθερότητα της μονάδας ενεργώντας σαν ψύκτης ή πηγή θερμότητας για το ρολό εργασίας [30].

III.2. Μορφοποίηση Αλουμινίου

III.2.1. Επίδραση της θερμοκρασίας στη μορφοποίηση μετάλλων

Η παραγωγή θερμότητας στην έλαση είναι ένα φαινόμενο που έχει καθοριστικό ρόλο αφενός στην διαδικασία αυτή καθ' αυτή, καθώς η αύξηση της θερμοκρασίας οδηγεί σε μικρότερες τάσεις ροής και επομένως σε μικρότερες δυνάμεις έλασης, αφετέρου επηρεάζοντας άλλες παραμέτρους του συστήματος όπως οι συνθήκες λίπανσης, η ζωή του μηχανικού εξοπλισμού, αλλά και τη μικροδομή του υπό διαμόρφωση υλικού και ως εκ τούτου τις μακροσκοπικές και μικροσκοπικές μηχανικές ιδιότητες του. Μεγάλο μέρος του μηχανικού έργου της έλασης μετατρέπεται σε θερμότητα, λόγω της πλαστικής παραμόρφωσης και της τριβής και μεταφέρεται τόσο στη μηχανή έλασης όσο και στο υπό κατεργασία υλικό και μεταφράζεται σε αύξηση της θερμοκρασίας τους. Η παραγωγή θερμότητας τόσο στο έλαστρο όσο και στο υλικό μπορεί να υπολογιστεί με προσομοίωση πεπερασμένων στοιχείων [31,1].

Σύμφωνα με τον Altan η μέση στιγμιαία θερμοκρασία, T_A , εκτιμάται ως:

$$T_A = T_W + T_D + T_F - T_T - T_R - T_C \qquad \text{Εξίσωση 3.19}$$

όπου T_W είναι η αρχική θερμοκρασία του υπό διαμόρφωση υλικού, T_D είναι η αύξηση της θερμοκρασίας εξαιτίας της πλαστικής παραμόρφωσης, T_F είναι η αύξηση θερμοκρασίας λόγω της τριβής στην διεπιφάνεια, T_T είναι η μείωση της θερμοκρασίας λόγω της μεταφοράς θερμότητας στα ράουλα, T_R είναι η μείωση της θερμοκρασίας λόγω της ακτινοβολίας της θερμότητας στο χώρο και T_C είναι η πτώση της θερμοκρασίας λόγω της επαγωγής προς το περιβάλλον. Κατά την ιδανική παραμόρφωση ενός μετάλλου χωρίς την επίδραση της τριβής, η μέγιστη αύξηση της θερμοκρασίας ισούται με:

$$T_D = \frac{U_p}{\rho c} = \frac{\bar{\sigma}\bar{\varepsilon}\beta}{\rho c} \qquad \text{Εξίσωση 3.20}$$

Όπου U_p= η ενέργεια που απαιτείται για την πλαστική παραμόρφωση ανά μονάδα όγκου

ρ = η πυκνότητα του υλικού

c = η ειδική θερμότητα του υπο διαμόρφωση υλικού

β = είναι το κλάσμα παραμόρφωσης, που μετατρέπεται σε θερμότητα και είναι συνήθως ίσο με 0,95. Το υπόλοιπο ποσοστό αποθηκεύεται στο υλικό σαν ενέργεια σχετιζόμενη με τις ατέλειες της μικροδομής.

Η αύξηση της θερμοκρασίας λόγω της τριβής δίνεται από την εξίσωση :

$$T_f = \frac{\mu p v A\, \Delta t}{\rho c V} \qquad \text{Εξίσωση 3.21}$$

Όπου μ = ο συντελεστής τριβής στην διεπιφάνεια υλικού/εργαλείου

p = η τάση που είναι κάθετη στην διεπιφάνεια

v = η ταχύτητα στην διεπιφάνεια υλικού/εργαλείου

A = η διεπιφάνεια

Δt = το χρονικό διάστημα που εξετάζεται

V = ο όγκος που υποβάλλεται σε αύξηση της θερμοκρασίας

Συνήθως η θερμοκρασία λαμβάνει την μέγιστη τιμή της στην διεπιφάνεια υλικού/εργαλείου, όπου η τριβή παράγει θερμότητα, και μειώνεται πρός το εσωτερικό του μετάλλου και του ράουλου [2,32]. Απλοποιώντας το πρόβλημα της μεταφοράς θερμότητας μεταξύ υλικού/εργαλείου, οι διαβαθμίσεις αυτές τις θερμοκρασίας μπορει να θεωρηθούν αμελητέες και το προς παραμόρφωση υλικό μπορεί να θεωρηθεί ως μια λεπτή πλάκα σε θερμοκρασία T_0 μεταξύ καλουπιών σε θερμοκρασία T_1. Τότε η μέση στιγμιαία θερμοκρασία του παραμορφώσιμου υλικού δινεται από την σχέση [2] :

$$T = T_1 + (T_0 - T_1) exp\left(\frac{-ht}{\rho c \delta}\right) \qquad \text{Εξίσωση 3.22}$$

Όπου h = ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας μεταξύ υλικού και καλουπιών

δ = το πάχος του υλικού μεταξύ των καλουπιών

Η παραπάνω εξίσωση περιγράφει την μεταβολή της μέσης θερμοκρασίας του υλικού κατά την ψύξη του. Επομένως, η τελική μέση θερμοκρασία του υλικού σε χρόνο t ειναι :

$$T_m = T_d + T_f + T \qquad \text{Εξίσωση 3.23}$$

Η καμπύλη ροής είναι μια έγκυρη αναπαράσταση της συμπεριφοράς ενός μετάλλου κατά τη διάρκεια της πλαστικής παραμόρφωσης, ιδιαίτερα για τις διεργασίες που

πραγματοποιούνται εν ψυχρώ. Για κάθε μέταλλο, οι τιμές των συντελεστών ακαμψίας (K) και ενδοτράχυνσης (n) μειώνονται με αύξηση της θερμοκρασίας [33]. Επιπλέον, η ολκιμότητα αυξάνεται σε υψηλότερες θερμοκρασίες. Αυτές οι αλλαγές είναι σημαντικές επειδή οποιαδήποτε διεργασία παραμόρφωσης μπορεί να επιτευχθεί με χαμηλότερες δυνάμεις και ισχύ σε ανυψωμένη θερμοκρασία. Υπάρχουν τρεις θερμοκρασιακές περιοχές όπου πραγματοποιούνται οι διεργασίες μορφοποίησης [34]:

- **Cold working :** Η μορφοποίηση ενός μετάλλου εν ψυχρώ εκτελείται σε θερμοκρασία δωματίου ή ελαφρώς υψηλότερη. Σημαντικά πλεονεκτήματα της διαμόρφωσης εν ψυχρώ σε σχέση με την κατεργασία εν θερμώ είναι : (1) η καλύτερη ακρίβεια, που σημαίνει μεγαλύτερη ανοχή, (2) καλύτερο φινίρισμα, (3) το φαινόμενο της ενδοτράχυνσης αυξάνει την αντοχή και τη σκληρότητα του μετάλλου (4) η ροή των κόκκων κατά τη διάρκεια της παραμόρφωσης παρέχει την δυνατότητα για την επίτευξη των επιθυμητών κατευθυντικών ιδιοτήτων στο προκύπτον προϊόν και (5) δεν απαιτείται θέρμανση, το οποίο εξοικονομεί κόστος όσον αφορά τον κλίβανο και τα καύσιμα, και επιτρέπει υψηλότερα ποσοστά παραγωγής. Λόγω αυτού του συνδυασμού πλεονεκτημάτων, πολλές διαδικασίες διαμόρφωσης εν ψυχρώ έχουν εξελιχθεί σε σημαντικές εργασίες μαζικής παραγωγής. Παρέχουν στενές ανοχές και καλές επιφάνειες, ελαχιστοποιώντας την απαιτούμενη μηχανική κατεργασία και επιτρέποντας αυτές τις λειτουργίες να ταξινομούνται ως διαδικασίες καθαρού σχήματος ή σχεδόν καθαρού σχήματος. Υπάρχουν ορισμένα μειονεκτήματα ή περιορισμοί που σχετίζονται με τις εργασίες μορφοποίησης εν ψυχρώ: (1) απαιτούνται υψηλότερες δυνάμεις και ισχύς για την εκτέλεση της διεργασίας, (2) πρέπει να ληφθεί μέριμνα ώστε οι επιφάνειες του τεμαχίου κατά την έναρξη της κατεργασίας να είναι απαλλαγμένες από ακαθαρσίες και να μην έχουν οξειδωθεί, (3) η ολκιμότητα και η σκλήρυνση του μετάλλου περιορίζουν το εύρος της μορφοποίησης που μπορεί να γίνει στο υλικό. Σε μερικές περιπτώσεις, το μέταλλο πρέπει να βρίσκεται σε ανοπτημένη κατάσταση για να επιτραπεί η περαιτέρω παραμόρφωση. Σε άλλες περιπτώσεις, το μέταλλο απλώς δεν είναι αρκετά όλκιμο για να επεξεργαστεί εν ψυχρώ. Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα της ενδοτράχυνσης του μετάλλου και να μειωθούν οι απαιτήσεις δύναμης και ισχύος, πολλές λειτουργίες σχηματισμού πραγματοποιούνται σε υψηλές θερμοκρασίες.
- **Warm working :** Επειδή η πλαστική παραμόρφωση ενισχύεται με την αύξηση της θερμοκρασίας του μετάλλου, οι διαδικασίες μορφοποίησης μερικές φορές

εκτελούνται σε θερμοκρασίες υψηλότερες από τη θερμοκρασία δωματίου αλλά κάτω από τη θερμοκρασία ανακρυστάλλωσης. Ο όρος warm working εφαρμόζεται σε αυτό το δεύτερο εύρος θερμοκρασιών. Η διαχωριστική γραμμή μεταξύ ψυχρής και θερμής εργασίας εκφράζεται συχνά ως προς το σημείο τήξης του μετάλλου και θεωρείται συνήθως ίση με 30% του Tm, όπου Tm είναι η θερμοκρασία του σημείου τήξης (απόλυτη θερμοκρασία) για το συγκεκριμένο μέταλλο. Η χαμηλότερη αντοχή και σκλήρυνση του μετάλλου, καθώς και η υψηλότερη ολκιμότητα του μετάλλου στις ενδιάμεσες αυτές θερμοκρασίες, παρέχουν τα ακόλουθα πλεονεκτήματα έναντι της μορφοποίησης εν ψυχρώ: (1) χαμηλότερες δυνάμεις και ισχύ, (2) επιτυγχάνονται πιο πολύπλοκες γεωμετρίες και (3) η ανάγκη για ανόπτηση του μετάλλου μπορεί να μειωθεί ή να εξαλειφθεί.

- **Hot working :** Η μορφοποίηση εν θερμώ περιλαμβάνει παραμόρφωση σε θερμοκρασίες πάνω από τη θερμοκρασία ανακρυστάλλωσης. Η θερμοκρασία ανακρυστάλλωσης για ένα δεδομένο μέταλλο είναι περίπου το ήμισυ του σημείου τήξης του στην απόλυτη κλίμακα. Στην πράξη, συνήθως οι διεργασίες μορφοποίησης εν θερμώ διεξάγονται σε θερμοκρασίες κάπως υψηλότερες από 50% του Tm. Το μέταλλο συνεχίζει να μαλακώνει όσο η θερμοκρασία αυξάνεται πέρα από τα 50% του Tm, ενισχύοντας έτσι το πλεονέκτημα της θερμής εργασίας πάνω από αυτό το επίπεδο. Ωστόσο, η ίδια η διαδικασία παραμόρφωσης παράγει θερμότητα, η οποία αυξάνει τις θερμοκρασίες σε τοπικές περιοχές του μετάλλου. Αυτό μπορεί να προκαλέσει τήξη σε αυτές τις περιοχές, κάτι που είναι εξαιρετικά ανεπιθύμητο. Επίσης, η οξείδωση των επιφανειών επιταχύνεται στις υψηλές θερμοκρασίες. Κατά συνέπεια, οι θερμοκρασίες συνήθως διατηρούνται εντός του εύρους 50%-75% του Tm. Το πιο σημαντικό πλεονέκτημα της θερμής εργασίας είναι η ικανότητα να δημιουργεί σημαντική πλαστική παραμόρφωση του μετάλλου - πολύ περισσότερο από ότι είναι δυνατό με τις διεργασίες που περιγράφτηκαν παραπάνω. Ο κύριος λόγος για αυτό είναι ότι η καμπύλη ροής του θερμαινόμενου μετάλλου έχει συντελεστή ακαμψίας (K) που είναι σημαντικά μικρότερος από αυτόν σε θερμοκρασία δωματίου. Ο εκθέτης (n) που χαρακτηρίζει το ποσοστό ενδοτράχυνσης του μετάλλου είναι μηδέν (τουλάχιστον θεωρητικά) και η ολκιμότητα του μετάλλου αυξάνεται σημαντικά. Όλα αυτά έχουν ως αποτέλεσμα τα ακόλουθα πλεονεκτήματα σχετικά με την μορφοποίηση εν ψυχρώ: (1) το σχήμα του μετάλλου μπορεί να μεταβληθεί σημαντικά, (2) απαιτούνται χαμηλότερες δυνάμεις και ισχύς για την παραμόρφωση του μετάλλου, (3) τα μέταλλα που

συνήθως θραύονται κατά την μορφοποίηση τους σε χαμηλες θερμοκρασίες μπορούν να σχηματιστούν εν θερμώ, (4) οι ιδιότητες αντοχής του μετάλλου είναι γενικά ισοτροπικές λόγω της απουσίας της δομής προσανατολισμένων κόκκων που συνήθως δημιουργείται στις ψυχρές μεθόδους μορφοποίησης,(5) η διάχυση ατόμων του μετάλλου στις υψηλές αυτες θερμοκρασίες μειώνει το φαινόμενο του μικροδιαφορισμού των χημικών στοιχείων που εμφανίζεται στα χυτά. Η χαμηλότερη θερμοκρασία για την μορφοποίηση εν θερμώ είναι αυτή κατά την οποία ο ρυθμός ανακρυστάλλωσης είναι αρκετά μεγάλος, έτσι ώστε να εξαλειφθεί το φαινόμενο της ενδοτράχυνσης για το χρόνο που το μέταλλο βρίσκεται σε αυτή τη θερμοκρασία [2]. Το γεγονός ότι το μέταλλο σε υψηλές θερμοκρασίες δεν ενδοτραχύνεται μπορεί να αποτελέσει και μειονέκτημα, δεδομένου ότι η αύξηση της αντοχής του μετάλλου συχνά θεωρείται επιθυμητή. Ωστόσο, υπάρχουν εφαρμογές στις οποίες δεν είναι επιθυμητό το φαινόμενο της ενδοτράχυνσης του μετάλλου καθώς μειώνει την ολκιμότητα του,όπως για παράδειγμα, αν το τμήμα πρόκειται να υποβληθεί αργότερα σε μορφοποίηση εν ψυχρώ. Τα μειονεκτήματα της θερμής εργασίας περιλαμβάνουν χαμηλότερη ακρίβεια διαστάσεων, υψηλότερη συνολική απαιτούμενη ενέργεια (λόγω της θερμικής ενέργειας για θέρμανση του τεμαχίου εργασίας), οξείδωση της επιφάνειας εργασίας, φτωχότερο φινίρισμα επιφάνειας και μικρότερη διάρκεια ζωής εργαλείων. Ένα ακόμα μειονέκτημα κατά την μορφοποίηση εν θερμώ είναι το γεγονός ότι η μικροδομή, και κατ’ επέκταση οι ιδιότητες του υλικού, μετά το πέρας της διαδικασίας δεν είναι τόσο ομοιόμορφη. Αυτό συμβαίνει επειδή η παραμόρφωση είναι πάντα μεγαλύτερη στην επιφάνεια του υλικού, με αποτέλεσμα η δομή του να αποτελείται από λεπτομερής ανακρυσταλλωμένους κόκκους. Αντίθετα, λόγω της αργής απόψυξης στο εσωτερικό του, η θερμοκρασία παραμένει σε υψηλές τιμές για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα με αποτέλεσμα την αύξηση του μεγέθους των κόκκων. Η ανακρυστάλλωση του μετάλλου σε διεργασίες εν θερμώ περιλαμβάνει τη διάχυση ατόμων, η οποία είναι μία διαδικασία που εξαρτάται από το χρόνο. Οι εργασίες μορφοποίησης των μετάλλων συχνά εκτελούνται σε υψηλές ταχύτητες που δεν επιτρέπουν επαρκή χρόνο για πλήρη ανακρυστάλλωση της μικροδομής κατά τη διάρκεια του ίδιου κύκλου παραμόρφωσης. Ωστόσο, λόγω των υψηλών θερμοκρασιών, συμβαίνει τελικά η ανακρυστάλλωση. Μπορεί να συμβεί αμέσως μετά τη διαδικασία διαμόρφωσης ή αργότερα, καθώς το κομμάτι εργασίας ψύχεται. Ακόμα και αν η ανακρυστάλλωση εμφανιστεί μετά την πραγματική

παραμόρφωση, η τελική εμφάνιση της, μαζί με το σημαντικό ‘‘μαλάκωμα’’ του μετάλλου σε υψηλές θερμοκρασίες, διακρίνει τη θερμή κατεργασία από τη ζεστή και την κατεργασία εν ψυχρώ.

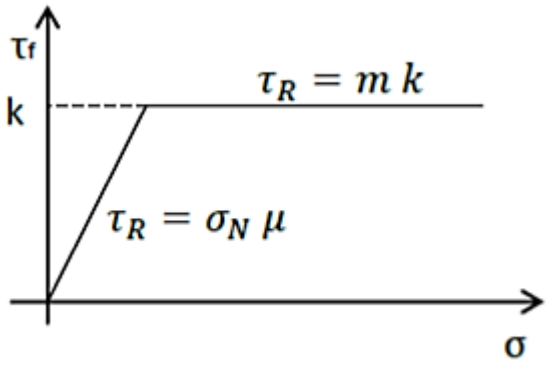
III.2.2 Τριβή και Λίπανση

Προκειμένου να εκτιμηθούν οι επιδόσεις διαφόρων λιπαντικών για διάφορες συνθήκες διεργασιών και διαφορετικά υλικά, καθώς και για να είναι δυνατή η εκτίμηση των πιέσεων που απαιτούνται για την μορφοποίηση του εκάστοτε υλικού, είναι απαραίτητο να εκφραστεί ποσοτικά η τριβή στην διεπιφάνεια τεμαχίου εργασίας/εργαλείου. Υπάρχουν δύο νόμοι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το σκοπό αυτό. Και οι δύο αυτοί νόμοι ποσοτικοποιούν την τριβή με τη συγκέντρωση όλων των φαινομένων διεπαφής σε έναν συντελεστή ή παράγοντα. Ο νόμος τριβής του Coulomb χρησιμοποιεί έναν συντελεστή τριβής, μ, για την ποσοτικοποίηση της τριβής διεπαφής. Η εξίσωση 3.24 δείχνει ότι ο συντελεστής είναι απλά ο λόγος της διατμητικής τάσης τριβής, τ , και της ορθής τάσης (πίεσης) p [2].

$$\mu = \frac{\tau}{p} \qquad \text{Εξίσωση 3.24}$$

Η γραμμική σχέση που ορίζεται από τον νόμο του Coulomb δεν ισχύει για όλες τις τιμές που μπορεί να λάβει η πίεση σε μια διαδικασία μορφοποίησης, καθώς η διατμητική τάση τ δεν μπορεί να υπερβεί την αντοχή του υλικού σε διάτμηση k (Σχήμα 3.5). Έτσι, αναπτύχθηκε ένας δεύτερος νόμος που ονομάζεται νόμος τριβής διεπαφής. Ο νόμος τριβής διεπαφής χρησιμοποιεί ένα παράγοντα τριβής, f, ή ένα διατμητικό παράγοντα, m, για να ποσοτικοποιήσει την τριβή διεπαφής. [35]. Η εξίσωση 3.25 δείχνει ότι η διατμητική τάση τριβής, τ, εξαρτάται από την τάση ροής του παραμορφώσιμου υλικού $\bar{\sigma}$ και τον παράγοντα τριβής f ή τον παράγοντα διάτμησης m. Ο παράγοντας m παίρνει τιμές από μηδέν εώς ένα ($0 \leq m \leq 1$), μηδέν σε καταστάσεις χωρίς τριβή και ένα σε καταστάσεις στατικής τριβής, όπου δεν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ τεμαχίου εργασίας και εργαλείου.

$$\tau = f \cdot \bar{\sigma} = \frac{m}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} = m \cdot k \qquad \text{Εξίσωση 3.25}$$



Σχήμα 3.5: Τριβή σε υψηλές τιμές κάθετης τάσης

Για διάφορες συνθήκες μορφοποίησης, οι τιμές του διατμητικού παράγοντα διαφέρουν ακολούθως [9] :

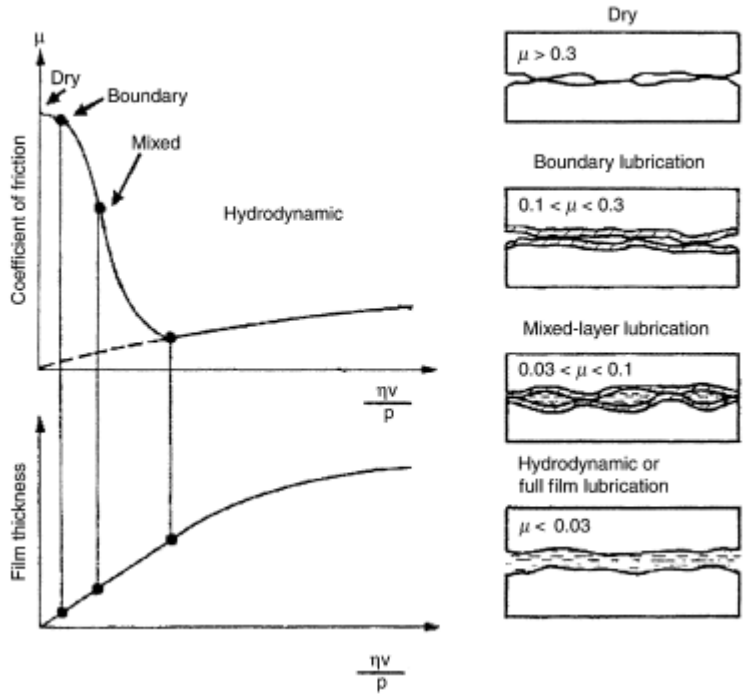
- m=0.05-0.15 κατά την μορφοποίηση χαλύβων,κραμμάτων αλουμινίου και χαλκού εν ψυχρώ,χρησιμοποιώντας συμβατικά λιπαντικά ή λάδια.
- m=0.2-0.4 κατά την μορφοποίηση χαλύβων,κραμμάτων αλουμινίου και χαλκού εν θερμώ με λιπαντικά με βάση τον γραφίτη (graphite-water ή graphite-oil).
- m=0.1-0.3 για την μορφοποίηση κραμάτων σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες (όπως τα κράματα τιτανίου) με λιπαντικά γυαλιού.
- m=0.7-1.0 όταν δεν χρησιμοποιείται λιπαντικό κατά την διαδικασία μορφοποίησης.

Υπάρχουν τέσσερις βασικοί τύποι λίπανσης που διέπουν τις συνθήκες τριβής στις διαδικασίες μορφοποίησης μετάλλων [35,36]. Η καμπύλη Stribeck που φαίνεται στο Σχήμα 3.6 απεικονίζει τους διάφορους τύπους λίπανσης ως συνάρτηση του ιξώδους του λιπαντικού, η, της ταχύτητας ολίσθησης, v και της πίεσης,p. Οι διάφοροι τύποι λίπανσης, λοιπόν, διαχωρίζονται ως εξής σε:

1. Ξηρές συνθήκες, όπου δεν υπάρχει λιπαντικό στη διεπαφή και μόνο τα στρώματα οξειδίων που σχηματίζονται λειτουργούν ως ένα "διαχωριστικό" στρώμα μεταξύ μετάλλου-εργαλείου. Όπως είναι φυσικό, σε αυτές τις συνθήκες η τριβή παίρνει μεγάλες τιμές.
2. Συνθήκες οριακής λίπανσης, κατά τις οποίες η διεργασία ελέγχεται από λεπτά φιλμ λιπαντικών (τυπικά οργανικά) που προσροφώνται φυσικά ή προσκολλώνται χημικά στην μεταλλική επιφάνεια. Αυτά τα φιλμ παρέχουν μια διαχωριστική επιφάνεια ανάμεσα στις δύο μεταλλικές επιφάνειες που έρχονται σε επαφή, όταν το λιπαντικό

μέσο ακόμα και σε μεγάλες ποσότητες δεν έχει καμία επίδραση. Όπως συμβαίνει με τις ξηρές συνθήκες, η τριβή είναι υψηλή.

3. Υδροδυναμικές συνθήκες, όταν υπάρχει παχύ στρώμα υγρού λιπαντικού μεταξύ τεμαχίου εργασίας και εργαλείου. Στην περίπτωση αυτή, οι συνθήκες τριβής διέπονται από το ιξώδες του λιπαντικού και από τη σχετική ταχύτητα μεταξύ εργαλείου και κατεργαζόμενου τεμαχίου. Τα ιξώδη των περισσότερων λιπαντικών μειώνονται γρήγορα με την αύξηση της θερμοκρασίας. Κατά συνέπεια, στις διαδικασίες μορφοποίησης υψηλών ταχυτήτων οι υδροδυναμικές συνθήκες υφίστανται μόνο μέσα σε ένα συγκεκριμένο εύρος ταχυτήτων, όπου οι θερμοκρασίες στην διεπιφάνεια είναι σχετικά χαμηλές. Όπως δείχνει η καμπύλη Stribeck, η τριβή είναι σχετικά χαμηλή.
4. Λίπανση μεικτού στρώματος, η οποία είναι η πιο συνήθης κατάσταση που συναντάται στη διαμόρφωση μετάλλων. Λόγω των υψηλών πιέσεων και των χαμηλών ταχυτήτων ολίσθησης που συναντώνται στις περισσότερες εργασίες μορφοποίησης μετάλλου, οι υδροδυναμικές συνθήκες δεν μπορούν να διατηρηθούν. Οι πραγματικές επιφάνειες των μετάλλων είναι τραχιές και αποτελούνται από κορυφές και κοιλότητες. Όταν δυο μέταλλα,λοιπόν, έρχονται σε επαφή συναντώνται στις κορυφές των επιφανειών τους [37].Σε αυτή την περίπτωση, οι κορυφές της επιφάνειας του μετάλλου βρίσκονται σε συνθήκες οριακής λίπανσης, ενώ οι κοιλότητες της μεταλλικής επιφάνειας γεμίζουν με το υγρό λιπαντικό. Έτσι, πολλά υγρά λιπαντικά περιέχουν οργανικά που προσροφούνται ή αντιδρούν χημικά με την μεταλλική επιφάνεια για να βοηθήσουν στην παροχή ενός φράγματος που λειτουργεί ανασταλτικά ως προς την επαφή μετάλλου προς μέταλλο. Εάν υπάρχει αρκετό λιπαντικό, το λιπαντικό στις κοιλάδες της μεταλλικής επιφάνειας μπορεί να λειτουργήσει ως υδροστατικό μέσο. Σε αυτή την περίπτωση, η τριβή και η φθορά του εργαλείου μειώνεται.



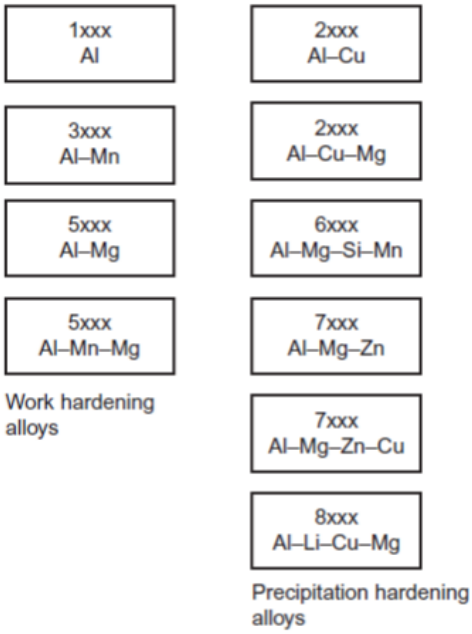
Σχήμα 3.6 : Καμπύλη Stribeck και απεικόνιση των διαφόρων τύπων λίπανσης

III.2.3 Αλουμίνιο σειράς 5XXX

Τα κράματα αλουμινίου διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: στα χυτά και στα κράματα διαμόρφωσης. Μια περαιτέρω διαφοροποίηση για κάθε κατηγορία βασίζεται στον κύριο μηχανισμό ανάπτυξης ιδιοτήτων. Μερικά κράματα σκληραίνουν όταν υποβάλλονται σε θερμικές κατεργασίες όπως η βαφή, η κατακρήμνιση και η γήρανση. Είτε για χυτά είτε για κράματα διαμόρφωσης, αυτά τα κράματα περιγράφονται ως θερμικά κατεργάσιμα. Ένας μεγάλος αριθμός των κραμάτων διαμόρφωσης στηρίζονται στη σκλήρυνση μέσω του φαινομένου της ενδοτράχυνσης, συνήθως σε συνδυασμό με διάφορες διαδικασίες ανόπτησης. Αυτά τα κράματα αναφέρονται ως εργοσκληρυνόμενα. Τα κράματα αλουμινίου είναι ελκυστικά επειδή είναι ελαφριά, έχουν καλή αντοχή στη διάβρωση, καθώς και θερμική και ηλεκτρική αγωγιμότητα.

Το Διεθνές Σύστημα Ονομασίας Κραμάτων είναι το πιο ευρέως αποδεκτό σύστημα ονομασίας, σύμφωνα με το οποίο, ορίζεται ένας τετραψήφιος αριθμός σε κάθε κράμα, όπου το πρώτο ψηφίο δείχνει το κύριο κραματικό στοιχείο. Το κύριο κραματικό στοιχείο της σειράς 5xxx είναι το μαγνήσιο. Όταν χρησιμοποιείται ως κύριο κραματικό στοιχείο ή σε

συνδυασμό με το μαγγάνιο, το αποτέλεσμα είναι ένα μέτριας έως υψηλής αντοχής εργοσκληρηνόμενο κράμα. Το μαγνήσιο είναι πολύ πιο αποτελεσματικό από το μαγγάνιο ως μέσο σκλήρηνσης, καθώς περίπου 0,8% Mg είναι ίσο με 1,25% Mn και μπορεί να προστεθεί σε σημαντικά μεγαλύτερες ποσότητες λόγω της διαλυτότητάς του.Τα χαρακτηριστικά των κραμάτων αυτών είναι η πολύ καλή επιδεκτικότητα συγκόλλησης, η καλή συμπεριφορά σε χαμηλές θερμοκρασίες και η πολύ καλή αντιδιαβρωτική συμπεριφορά στο θαλάσσιο περιβάλλον.



Σχήμα 3.7: Κατηγοριοποίηση των κραμάτων αλουμινίου σύμφωνα με τον τρόπο σκλήρωσης τους: a) Σκλήρυνση με ενδοτράχυνση,b) Σκλήρυνση με κατακρήμνιση

Ωστόσο, πρέπει να επιβληθούν ορισμένοι περιορισμοί όσον αφορά το ποσοστό της ψυχρής εργασίας στην οποία υποβάλλεται το κράμα, καθώς και στο εύρος των θερμοκρασιών της διαδικασίας μορφοποίησης ειδικότερα για τα κράματα με υψηλότερο ποσοστό μαγνησίου (πάνω από 3,5% Mg για θερμοκρασίες λειτουργίας άνω των 65 °C). Η μέγιστη διαλυτότητα του μαγνησίου στο αλουμίνιο είναι 17,4%, αλλά η περιεκτικότητα σε μαγνήσιο στα τρέχοντα κράματα δεν υπερβαίνει το 5,5%. Το μαγνήσιο κατακρημνίζεται κατά προτίμηση στα όρια των κόκκων ως μια άκρως ανοδική φάση (Mg_5Al_3 ή Mg_5Al_8), η οποία αυξάνει την ευαισθησία του κράματος στην διακρυσταλλική ρωγμάτωση και στη διάβρωση. Η προσθήκη μαγνησίου αυξάνει σημαντικά την αντοχή του αλουμινίου χωρίς να μειώνει την ολκιμότητα. Στα κράματα της σειράς 5xxx περιέχονται συνήθως και άλλα στοιχεία, σε πολύ μικρότερα ποσοστά, όπως το χρώμιο ή το μαγγάνιο και το ζιρκόνιο με σκοπό τον έλεγχο του

μεγέθους των κόκκων, καθώς και ακαθαρσίες όπως ο σίδηρος και το πυρίτιο που εμφανίζονται με την μορφή ενδομεταλλικών ενώσεων [38].

Στοιχεία	Al	Si	Cu	Mn	Mg	Fe	Cr	Zn	Ti
%	93.6 - 97.3	0.4 max	0.1 max	0.5 max	2.6 – 3.6	0.4 max	0.3 max	0.25 max	0.15 max

Πίνακας 3.1: Τυπική σύσταση αλουμινίου 5754-Ο κατά βάρος

III.2.4 Επιδεκτικότητα διαμόρφωσης κραμάτων Αλουμινίου

Τα κράματα αλουμινίου είναι οικονομικά σε πολλές εφαρμογές. Χρησιμοποιούνται στην αυτοκινητοβιομηχανία, στον κλάδο της αεροδιαστημικής, στην κατασκευή μηχανημάτων, συσκευών και κτιρίων, σαν μαγειρικά σκεύη, σαν δοχεία πίεσης για κρυογονικές εφαρμογές, στην ναυπηγική και σε αμέτρητους άλλους τομείς. Μία από τις σημαντικότερες προκλήσεις για την αυτοκινητοβιομηχανία κατά τα προσεχή έτη είναι η ικανοποίηση της απαίτησης για μείωση της κατανάλωσης καυσίμου με ταυτόχρονη αύξηση της ασφαλείας. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί κυρίως με τη μείωση του βάρους των οχημάτων με αντικατάσταση των χαλύβων από κράματα αλουμινίου [39]. Σύμφωνα με τον Ungureanu (2007) 1kg αλουμινίου, που αντικαθιστά 2kg χάλυβα, μπορεί να οδηγήσει σε μείωση μέχρι και 10% σε εκπομπές CO_2 στη μέση διάρκεια ζωής ενός οχήματος.Τα κράματα αλουμινίου μπορούν να διαμορφωθούν σε μέρη με μια ποικιλία διαδικασιών παρόμοιων με εκείνες που χρησιμοποιούνται για τους χάλυβες [40]. Ωστόσο, η επιδεκτικότητα διαμόρφωσης των κραμάτων αλουμινίου είναι, υπό κανονικές συνθήκες επεξεργασίας, χαμηλότερη από εκείνη για ένα τυπικό μαλακό χάλυβα. Αυτό σημαίνει ότι η μέγιστη εφικτή παραμόρφωση σε ένα στάδιο διεργασίας είναι μικρότερη από εκείνη του μαλακού χάλυβα. Η επιδεκτικότητα διαμόρφωσης των κραμάτων αλουμινίου σε θερμοκρασία δωματίου είναι γενικά χαμηλότερη από ότι σε κρυογονικές ή υψηλές θερμοκρασίες. Ωστόσο, η χρήση μεθόδων μορφοποίησης σε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες δεν είναι εφικτή στην βιομηχανία.

Προκειμένου να ξεπεραστούν τέτοια προβλήματα, η θερμοκρασία ανυψώνεται σε μία ενδιάμεση θερμοκρασία, κάτω από τη θερμοκρασία ανακρυστάλλωσης [41]. Το σημείο τήξης των κραμάτων της σειράς 5xxx είναι της τάξης των 640 ^{o}C. Ερευνητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι μπορεί να επιτευχθεί αύξηση της επιδεκτικότητας διαμόρφωσης από 200-300% για τα κράματα αλουμινίου που μορφοποιούνται μεταξύ 200 και 350°C [42,43,44,45].

Η επιδεκτικότητα διαμόρφωσης σε αυτές τις συνθήκες εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη σύσταση του κράματος αλουμινίου. Τα κράματα της σειράς 5xxx (Al-Mg) δείχνουν καλύτερη απόκριση στις εν θερμώ διαδικασίες μορφοποίησης από τα κράματα της σειράς 6xxx (Al-Mg-Si), όταν παραμορφώνονται στις θερμοκρασίες των 200-350◦C [46]. Σε θερμοκρασία δωματίου, η συμπεριφορά των κραμάτων της σειράς 5xxx είναι σχεδόν ανεξάρτητη από τον ρυθμό παραμόρφωσης. Με την αύξηση της θερμοκρασίας ο ρυθμός σκλήρυνσης του υλικού μειώνεται, με αποτέλεσμα για θερμοκρασίες μεγαλύτερες των 100◦C, η αντοχή σε εφελκυσμό να μειώνεται. Η αρχική τάση διαρροής, ωστόσο, δεν μεταβάλλεται ιδιαίτερα μέχρι την θερμοκρασία των 175 °C. Πάνω από τους 175 °C, η αρχική τάση διαρροής μειώνεται [47] ενώ για θερμοκρασίες μεγαλύτερες των 225 ^{o}C αυξάνεται η εξάρτηση της τάσης ροής από τον ρυθμό παραμόρφωσης [39]. Η μορφοποίηση κραμάτων αλουμινίου-μαγνησίου εν θερμώ παρέχει δύο επιπλέον οφέλη. Πρώτον, οι γραμμές Portevin-Le Chatelier που αναπτύσσονται όταν τα κράματα Al-Mg παραμορφώνονται σε θερμοκρασία δωματίου εξαφανίζονται σε υψηλές θερμοκρασίες [48]. Αυτό το μειονέκτημα περιορίζει τις εφαρμογές των κραμάτων Al-Mg σε εσωτερικά μέρη του αυτοκινήτου, ενώ τα κράματα της σειράς 6xxx χρησιμοποιούνται για εξωτερικά μέρη. Αυτό οδηγεί σε ζητήματα ανακύκλωσης, δεδομένου ότι τα κράματα αλουμινίου πρέπει να διαχωρίζονται κατά κραματική σειρά,έτσι ώστε να παράγουν ανακυκλωμένο κράμα καλύτερης ποιότητας. Συνεπώς, η εξάλειψη της εμφάνισης των γραμμών Portevin-Le Chatelier στο αλουμίνιο Al-Mg μπορεί να οδηγήσει στη χρήση τους σε εξωτερικά μέρη του αυτοκινήτου και να βελτιώσει την ανακυκλωσιμότητά τους [41]. Το δεύτερο πλεονέκτημα στην διαμόρφωση εν θερμώ των κραμάτων αλουμινίου είναι ότι οι υψηλές θερμοκρασίες μεταβάλλουν την εντατική κατάσταση των διαμορφώμενων τεμαχίων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ελάττωση ενός φαινομένου που είναι ένα από τα βασικά μειονεκτήματα των ελασμάτων αλουμινίου, το λεγόμενο springback [48]. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται όταν ένα μέταλλο κάμπτεται και στη συνέχεια προσπαθεί να επιστρέψει στο αρχικό του σχήμα.

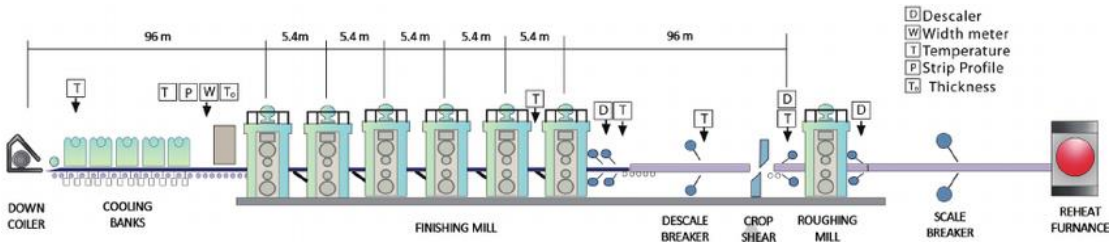
III.2.5 Θερμή έλαση Αλουμινίου

Τα προϊόντα της θερμής έλασης, είτε ημικατεργασμένα, είτε τελικά, πρέπει να πληρούν συγκεκριμένες προδιαγραφές διαστάσεων σε συνδυασμό με χαρακτηριστική ποιότητα επιφάνειας καθώς και συγκεκριμένες ιδιότητες (τάση διαρροής, μέγεθος κόκκων, τραχύτητα)[49]. Επιπλέον, αν το υλικό προορίζεται για περαιτέρω κατεργασία ψυχρής έλασης, τότε πρέπει να προσεχθεί ιδιαίτερα η μικροδομή του μιας και είναι ένας από τους

σημαντικότερους παράγοντες για τη συμπεριφορά που θα έχει κατά τη διάρκεια της κατεργασίας.

Μετά τη χύτευση και τη στερεοποίηση του αλουμινίου, που λαμβάνει χώρα σε καλούπια, η πλάκα ή η μπιγιέτα πριν κατευθυνθεί στην μηχανή θερμής έλασης ακολουθεί μία συγκεκριμένη προετοιμασία. Κατά τη διάρκεια της προετοιμασίας αποκόπτονται τα άκρα της πλάκας και αφαιρείται ένα λεπτό στρώμα υλικού από την επιφάνεια με σκοπό να εκμηδενιστεί η ύπαρξη οξειδίων ή άλλων επιφανειακών σφαλμάτων λόγω της στερεοποίησης. Μετέπειτα συνήθως ακολουθεί μία θερμική διεργασία που καλείται ομογενοποίηση. Κάτα την ομογενοποίηση, το υλικό παραμένει σε θερμοκρασία συχνά υψηλότερη από εκείνη στην οποία τελείται η θερμή έλαση και μπορεί να διαρκέσει για αρκετές ώρες. Στη διάρκεια αυτών των ωρών η χημική σύσταση του υλικού γίνεται πιο ομοιογενής, με αποτέλεσμα το σχήμα και η σύσταση των ενδομεταλλικών ενώσεων και των κατακρημνισμάτων που έχουν σχηματιστεί να αλλάζει. Όλα τα παραπάνω εξαρτώνται τόσο από την θερμική προϊστορία του υλικού, όσο και από την αρχική του χημική σύσταση [50].

Η ομογενοποιημένη μικροδομή του υλικού κατέχει εξέχοντα ρόλο ως προς την ανακρυστάλλωση του μετάλλου πριν, κατά και μετά από την έλαση, την υφή των προϊόντων και τη μετακίνηση των γραμμικών διαταραχών στα όρια των κόκκων του υλικού [50].



Σχήμα 3.8: Σχηματική απεικόνιση θερμής έλασης

Parameter	Range
Temperature (°C)	300-500
Strain	0.6/pass
Strain Rate (s^{-1})	1-80

Σχήμα 3.9: Τυπικές συνθήκες θερμής έλασης αλουμινίου σειράς 5xxx

Μέρος Δεύτερο

Κεφάλαιο IV: Πειραματικό

IV.1. Διατύπωση του μοντέλου

IV.1.1. Συζευγμένη ανάλυση

Η θερμή έλαση είναι μια θερμομηχανική διαδικασία πλαστικής παραμόρφωσης ενός μετάλλου σε επιθυμητές διαστάσεις και μηχανικές ιδιότητες. Έτσι, η κατάλληλη επιλογή των μεταβλητών της διεργασίας, (δηλαδή θερμοκρασία, ρυθμός θέρμανσης/ψύξης, παραμόρφωση και ρυθμός παραμόρφωσης) κατά τη διάρκεια της θερμής έλασης είναι κρίσιμη για την επίτευξη των βέλτιστων φυσικών ιδιοτήτων. Στη διαμόρφωση ενός μοντέλου έλασης, είναι απαραίτητο να εξεταστεί η αλληλεπίδραση των θερμικών και μηχανικών φαινομένων (συζευγμένη ανάλυση) [20]. Ο καταστατικός νόμος για τη συμπεριφορά του υλικού στην πραγματικότητα συνδέεται με τη θερμοκρασία έλασης, ενώ συγχρόνως η τριβή και το έργο της πλαστικής παραμόρφωσης προκαλούν αύξηση της θερμοκρασίας της έλασης. Η διαδικασία για μια ανάλυση με την FEM θα μπορούσε να διατυπωθεί με έμμεσο ή άμεσο τρόπο. Στην έμμεση ή μη συζευγμένη προσέγγιση [51], τα μηχανικά και τα θερμικά φαινόμενα συσχετίζονται διαδοχικά, εφαρμόζοντας τα αποτελέσματα του θερμικού μοντέλου ως οριακή συνθήκη για το μηχανικό μοντέλο [52]. Στην άμεση προσέγγιση, η κατανομή της θερμοκρασίας λαμβάνεται ταυτόχρονα με τη λύση του πεδίου ταχύτητας [53,54]. Το μοντέλο που προτείνεται σε αυτή την εργασία ακολουθεί αυτή την προσέγγιση. Συνδέει τα διανύσματα του φορτίου {F} και του θερμικού φορτίου {Q}, σύμφωνα με την μητρωική εξίσωση [55]:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [C^{\mathrm{t}}] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{T}\} \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} [K] & 0 \\ 0 & [K^{\mathrm{t}}] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{T\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix}$$

Εξίσωση 4.1

Όπου {T} είναι ο φορέας των θερμοκρασιών, {Q} είναι ο φορέας της συνολικής ροής θερμότητας (που δίνεται από το άθροισμα των συνεισφορών λόγω της μεταφοράς

θερμότητας, των επιφανειακών φορτίων και της εσωτερικής παραγωγής θερμότητας), {u} είναι ο φορέας των μετατοπίσεων, [K] είναι το μητρώο δυσκαμψίας και [K^t] και [C^t] είναι τα μητρώα ολικής αγωγιμότητας και ειδικής θερμότητας, αντίστοιχα. Κατά τη διάρκεια της έλασης, η κατανομή της θερμοκρασίας στην πλάκα και στο ράουλο εργασίας μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τη μερική διαφορική εξίσωση [56,57]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{Q}=\rho c\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \text{Εξίσωση 4.2}$$

Όπου ρ είναι η πυκνότητα, c η ειδική θερμότητα και k η θερμική αγωγιμότητα του μετάλλου και το $\dot{Q}$ αντιπροσωπεύει τον ογκομετρικό ρυθμό παραγωγής θερμότητας που προκύπτει από την παραμόρφωση. Ο όρος παραγωγής θερμότητας, $\dot{Q}$ υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την εξίσωση :

$$\dot{Q}=\eta\bar{\sigma}\dot{\bar{\varepsilon}} \qquad \text{Εξίσωση 4.3}$$

Όπου $\bar{\sigma}$ (MPa) είναι η ισοδύναμη τάση ροής, $\dot{\bar{\varepsilon}}$ (s^{-1}) είναι ο ισοδύναμός ρυθμός παραμόρφωσης και η είναι η απόδοση μετατροπής της ενέργειας παραμόρφωσης σε θερμότητα (για κράματα αλουμινίου, $\eta = 0{,}95$). Μία κατανεμημένη στην επιφάνεια ροή θερμότητας, q_{fric}, παράγεται επίσης από την τριβή ολίσθησης και αυξάνεται γρήγορα κοντά στις περιοχές εισόδου και εξόδου κατά μήκος του τόξου επαφής, προκαλώντας μια δραματική αλλαγή στη σχετική ολίσθηση. Η συνολική συμβολή του στη θερμική ισορροπία στη διαδικασία θερμής έλασης είναι χαμηλή, αλλά αν ληφθεί υπόψη, η τιμή του προσδιορίζεται ως εξής [17]:

$$q_{fric}=|\tau v| \qquad \text{Εξίσωση 4.4}$$

όπου τ (MPa) είναι η διατμητική τάση, και v (mm/s^{-1}) είναι η ταχύτητα ολίσθησης. Καθώς η θερμότητα που χάνεται από την πλάκα κερδίζεται από το ράουλο εργασίας, απαιτείται ταυτόχρονη λύση των εξισώσεων τόσο της πλάκας όσο και του ράουλου εργασίας. Για να γίνει αυτό, η μεταφορά θερμότητας στο ράουλο εργασίας μπορεί να γραφτεί ως [59] :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(k_r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_r\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\dot{Q}=\rho_r c_r\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \text{Εξίσωση 4.5}$$

Όπου ρ_r είναι η πυκνότητα, c_r η ειδική θερμότητα και k_r η θερμική αγωγιμότητα του ράουλου.

IV.1.2. Πειραματική διαδικασία

Το μοντέλο που δημιουργήθηκε για την ανάλυση της θερμής έλασης αλουμινίου 5754, διατυπώθηκε κατά Lagrange και πραγματοποιεί μια τριδιάστατη, παροδική (transient), συζευγμένη (coupled) ανάλυση, λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες στην διεπαφή ράουλου εργασίας – πλάκας, καθώς και την μεταφορά θερμότητας στο ράουλο και την πλάκα αντίστοιχα.

Για την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα LS-Dyna. Πρόκειται για ένα λογισμικό που χρησιμοποιεί explicit κώδικα και ειδικεύεται στην ανάλυση μη γραμμικών δυναμικών τριδιάστατων προβλημάτων, όπως είναι τα προβλήματα πλαστικής παραμόρφωσης. Γενικά, η διαδικασία σχεδιασμού και επίλυσης του προβλήματος της έλασης με την βοήθεια Η/Υ σε σύστημα CAE (Computer Aided Engineering), όπως είναι το LS-Dyna, περιέχει τρία στάδια[60]:

1. Προεπεξεργασία (Pre-Processing): Είναι το πρώτο στάδιο της ανάλυσης αλλά ίσως και το σημαντικότερο. Σε αυτό το στάδιο διατυπώνεται και διακριτοποιείται το μοντέλο, δηλαδή καθορίζονται από τον χρήστη όλες εκείνες οι παράμετροι που πρέπει να προσδιοριστούν, έτσι ώστε να επιλυθεί (keyword file).
2. Επίλυση (Solution): Η επίλυση αναφέρεται στη μεθοδολογία/διαδικασία που περιγράφει η θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση των προβλημάτων.
3. Μετεπεξεργασία (Post-Processing): Αφού γίνει η επίλυση, ακολουθεί η μετεπεξεργασία, που στην ουσία είναι η αξιοποίηση των αποτελεσμάτων της επίλυσης. Αρχικά γίνονται υπολογισμοί παράγωγων μεγεθών. Έπειτα το πρόγραμμα μπορεί να εξάγει τα αποτελέσματα με τη μορφή αρχείου (deplot file). Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων στον χρήστη με μορφή γραφημάτων για τις δυνάμεις και τάσεις, αλλά και τα ίδια τα animation, για την ακριβή προσομοίωση της κατεργασίας.

Απώτερος σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η σύγκριση των προβλεπόμενων, από την ανάλυση, τιμών, με τις πραγματικές τιμές που μετρήθηκαν κατά την εφαρμογή ενός σχεδίου έλασης της βιομηχανίας. Έτσι, αποφασίστηκε να αναπαραστηθούν 7 βιομηχανικά πάσα και μέσω της σύγκρισης αυτής να αναδειχθεί η ακρίβεια του μοντέλου στην πρόβλεψη των αποτελεσμάτων και συνακολούθως, η ευρύτερη χρήση του για τον προσδιορισμό της επίδρασης και άλλων παραμέτρων στην διαδικασία.

Η πειραματική διαδικασία που ακολουθήθηκε είχε ως γνώμονα το πραγματικό σχέδιο έλασης και στηρίχθηκε στην δημιουργία ενός μοντέλου που να είναι όσο το δυνατόν πιο λεπτομερές στην προσομοίωση των πραγματικών συνθηκών και ακριβές στα αποτελέσματα του, αλλά παράλληλα και υπολογιστικά βιώσιμο. Η δημιουργία του τελικού μοντέλου επιτεύχθηκε στηριζόμενοι στην δοκιμή και στο σφάλμα, καθώς και στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων για την βελτιστοποίηση του (debugging). Πραγματοποιώντας πολλές δοκιμές (όσον αφορά τον καθορισμό των διάφορων παραμέτρων), και διορθώνοντας τα σφαλμάτα καταλήξαμε σε ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα. Μετά τον καθορισμό του τελικού μοντέλου, δημιουργήθηκαν άλλα 6 πανομοιότυπα μοντέλα με μοναδικές διαφορές ως προς την πλάκα αλουμινίου:

- το πάχος
- τον υποβιβασμό
- την αρχική θερμοκρασία

έτσι ώστε το κάθε μοντέλο να αντιστοιχεί σε ένα πραγματικό πάσο του σχεδίου έλασης. Η ταχύτητα περιστροφής του ράουλου εργασίας διατηρήθηκε σταθερή και ίση με 34,4 RPM (Rounds Per Minute) σε όλα τα πάσα που προσομοιώθηκαν. Η ταχύτητα με την οποία εισέρχεται η πλάκα αλουμινίου στο διάκενο εξισώθηκε με αυτή του ράουλου εργασίας και διατηρήθηκε και αυτή σταθερή και ίση με 1710 mm/s.

IV.2.Διακριτοποίηση του μοντέλου

IV.2.1.Προσδιορισμός γεωμετρίας

Στο στάδιο αυτό καθορίζονται οι γεωμετρικές παράμετροι του μοντέλου. Για την παρούσα εργασία, δημιουργήθηκε μια διάταξη τεσσάρων ράουλων (4-High Mill) με τα κουζινέτα τους και μιας πλάκας αλουμινίου 5754. Σκοπός της εργασίας είναι η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προβλέπονται από το μοντέλο, με τις πραγματικές μετρήσεις ενός πασολογίου της βιομηχανίας. Επομένως, δημιουργήθηκαν 7 μοντέλα, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε ένα πάσο ενός πραγματικού σχεδίου έλασης της βιομηχανίας. Είναι προφανές, λοιπόν, ότι τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της πλάκας, όσον αφορά το πάχος της, θα μεταβάλλονται ανάλογα με το πάσο της βιομηχανίας που προσομοιώνεται. Οι

διαστάσεις της πλάκας αλουμινίου όσον αφορά το μήκος και το πλάτος της, καθώς και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ράουλων εργασίας και αντιστήριξης με τα κουζινέτα τους, παραμένουν σταθερά (Πίνακες 4.1,4.2,4.3).

Πλάκα Αλουμινίου (mm)	
Μήκος	Πλάτος
800	695

Πίνακας 4.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά πλάκας

	Μήκος (mm)	Διάμετρος (mm)
Ράουλο Εργασίας	2187	950
Ράουλο αντιστήριξης	2187	1470

Πίνακας 4.2: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ραούλων

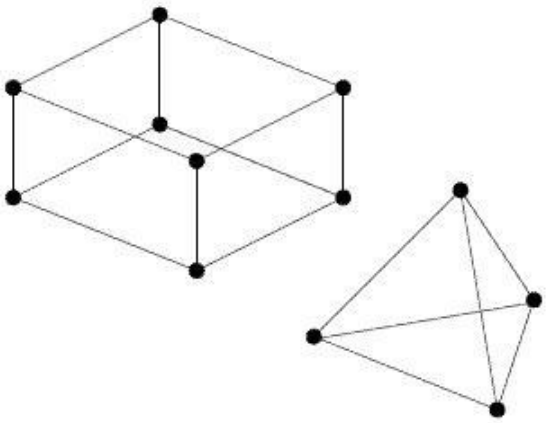
	Μήκος (mm)	Ύψος (mm)	Πλάτος (mm)
Κουζινέτο ράουλου εργασίας	1000	1000	700
Κουζινέτο ράουλου αντιστήριξης	1000	1000	700

Πίνακας 4.3: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά κουζινέτων

IV.2.2.Δημιουργία πλέγματος

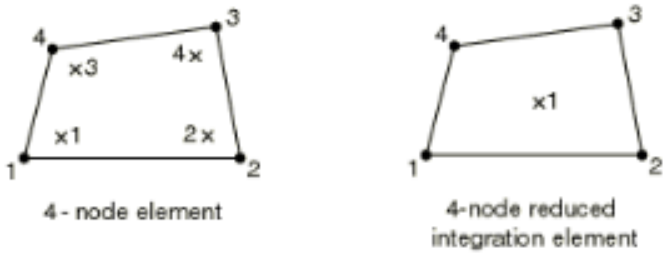
Το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για την διακριτοποίηση της κατασκευής αποτελείται από δύο ειδών στοιχεία:

1. Στοιχεία συνεχούς τάσης (constant stress solid elements), τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την διακριτοποίηση της πλάκας αλουμινίου, των κουζινέτων και του μοτέρ.
2. Τετραγωνικής μορφής τετραεδρικά στοιχεία, στα οποία επιτρέπεται η περιστροφή των κόμβων (Selective/Reduced integration quadratic tetrahedron elements), τα οποία και χρησιμοποιήθηκαν για την διακριτοποίηση του ράουλου εργασίας και αντιστήριξης.



Σχήμα 4.1 : Στοιχεία συνεχούς τάσης και τετραεδρικά στοιχεια αντίστοιχα

Ένα ορθογωνικό στοιχείο τεσσάρων κόμβων, όπως αυτό του σχήματος 4.1, μπορεί να έχει έναν οποιονδήποτε αριθμό σημείων ολοκλήρωσης ο οποίος εξαρτάται από το είδος του στοιχείου που χρησιμοποιείται (Fully or Reduced integration solid elements)[61].

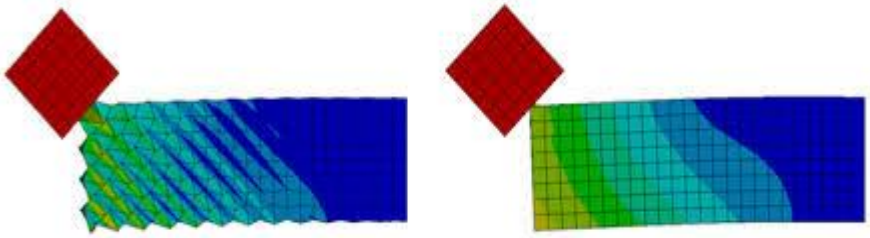


Σχήμα 4.2 : Ορθογωνικό σημείο τεσσάρων κόμβων με α) τέσσερα σημεία ολοκλήρωσης (Fully integrated solid element) και β) ένα σημείο ολοκλήρωσης (Reduced integration solid element)

Οι τάσεις και οι παραμορφώσεις του συνόλου της κατασκευής υπολογίζονται αθροιστικά, μέσω ολοκλήρωσης των τιμών που παίρνουν στα σημεία αυτα. Όσο πιο κοντά στο σημείο ολοκλήρωσης, τόσο πιο ακριβής είναι η τιμή της μεταβλητής που υπολογίζεται.

Με την χρήση explicit λογισμικών, όπως το LS-Dyna, μπορούν να προσομοιωθούν με εξαιρετικά αποτελέσματα δυναμικά προβλήματα υψηλής ενέργειας καθώς και πολύ δύσκολα, ως προς την επίλυση τους, στατικά προβλήματα. Μία από τις σημαντικότερες προκλήσεις, όσον αφορά την επίλυση του προβλήματος με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, είναι η κατάλληλη επίλογή των στοιχείων του πλέγματος. Τα στοιχεία που επιλέγονται για μια explicit ανάλυση πρέπει να είναι κατάλληλα έτσι ώστε οι υπολογισμοί,

σε κάθε χρονικό βήμα, να είναι γρήγοροι και ακριβείς. Στην πλειοψηφία των explicit προσομοιώσεων, χρησιμοποιούνται στοιχεία με μειωμένα σημεία ολοκλήρωσης (Reduced integration points) καθώς οδηγούν σε ταχύτερους υπολογισμούς και είναι σταθερότερα σε συνθήκες μεγάλης παραμόρφωσης. Παρ'όλα αυτά, τα στοιχεία αυτά, έχουν και ένα μειονέκτημα το οποίο είναι η επιδεκτικότητα που παρουσιάζουν στην εμφάνιση ενός φαινομένου, σύνηθες σε προσομοιώσεις ΜΠΕ, που ονομάζεται hourglassing. Με τον όρο hourglass αναφερόμαστε σε σημεία μηδενικής ενέργειας που δεν παράγουν τάσεις και παραμορφώσεις, αλλά επηρεάζουν την απόκριση της κατασκευής και οδηγούν σε μη ακριβή λύση. Τα στοιχεία του πλέγματος, όταν εμφανίζεται αυτό το φαινόμενο, έχουν ένα χαρακτηριστικό σχήμα κλεψύδρας που πολλές φορές είναι ορατό μετά την παραμόρφωση του(Σχήμα 4.3) [62].



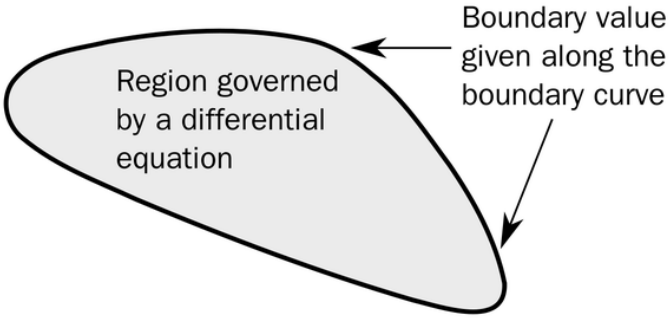
Σχήμα 4.3 : Επίδραση του φαινόμενου hourglass στο πλέγμα μιας κατασκευής που σχεδιάστηκε με τη ΜΠΕ

Η πλάκα αλουμινίου για τα πρώτα πέντε πάσα, αποτελείται από 10 στοιχεία στον άξονα Z (δηλαδή στην διάσταση του μήκους), 10 στον άξονα X (δηλαδή στη διάσταση του πλάτους) και 4 στον άξονα Y (δηλαδή στη διάσταση του ύψους). Επομένως, η πλάκα αλουμινίου αποτελείται συνολικά από $10 \cdot 10 \cdot 4 = 400$ στοιχεία. Λόγω της συνεχής μείωσης του πάχους της πλάκας, παρατηρήθηκε ότι ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου μετά και το πέμπτο πάσο αυξάνεται δραματικά (σχεδόν διπλασιάζεται). Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό ήταν αναγκαίος ένας συμβιβασμός, χωρίς αυτό να έχει αρνητική επίδραση στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Για το λόγο αυτό, μετά το πέμπτο πάσο, τα στοιχεία της πλακας μειώθηκαν σε 3 καθ΄ύψος. Επιπροσθέτως, για την ακριβή προσομοίωση των πολύπλοκων συνθηκών που επικρατούν στην διεπιφάνεια ράουλου αντιστήριξης - ράουλου εργασίας - πλακας αλουμινίου, και για την επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων, επιλέχθηκε λεπτομερέστερο πλέγμα στην περιφέρεια των ραούλων σε σχέση με αυτό στο εσωτερικό του. Αυξάνοντας την πυκνότητα του πλέγματος επιτυγχάνουμε μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματά μας. Παράλληλα όμως αυξάνεται και ο χρόνος που χρειάζεται ο κώδικας για να πραγματοποιήσει την προσομοίωση. Για την βελτίωση του υπολογιστικού

χρόνου λοιπόν, το πλέγμα στα υπόλοιπα μέρη του μοντέλου (κουζινέτα, λαιμός) είναι πιο αραιό, χώρις βέβαια να μειώνεται η ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

IV.2.3.Οριακές Συνθήκες

Οι οριακές συνθήκες (boundary conditions) είναι περιορισμοί που απαιτούνται για τη λύση ενός προβλήματος οριακής τιμής. Ένα πρόβλημα οριακής τιμής είναι μια διαφορική εξίσωση ή ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων, που πρέπει να λυθεί σε έναν τομέα, στο όριο του οποίου είναι γνωστό ένα σύνολο συνθηκών (Σχήμα 4.4) [63].



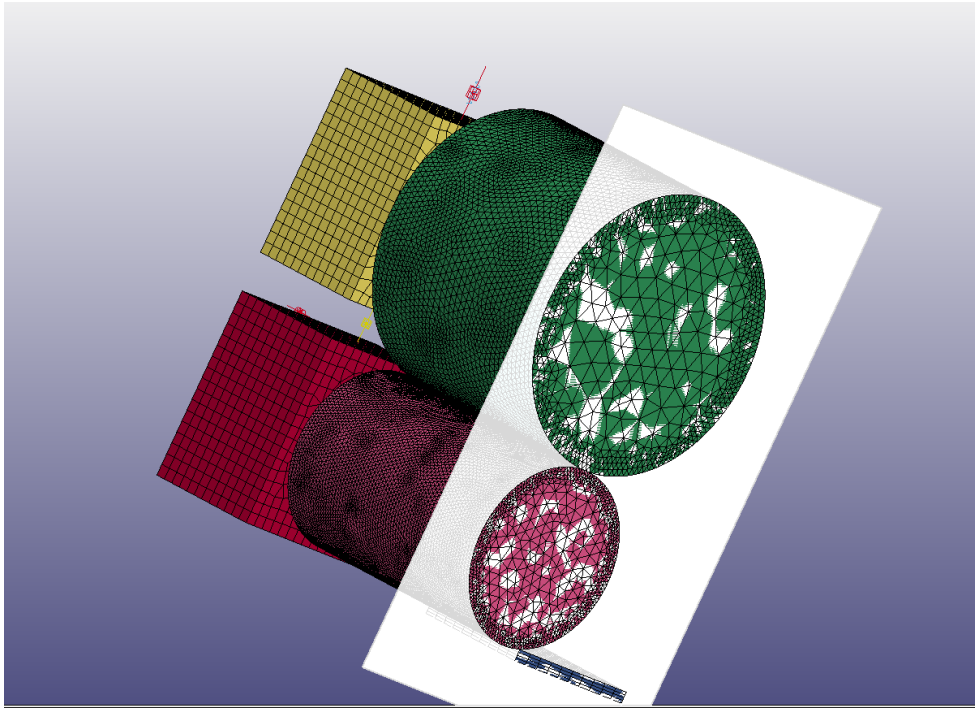
Σχήμα 4.4 : Προβήμα οριακής τιμής

Τα προβλήματα οριακής τιμής είναι εξαιρετικά σημαντικά, καθώς βοηθούν στην περιγραφή ενός τεράστιου αριθμού φαινομένων και εφαρμογών, από τη στερεή μηχανική έως τη μεταφορά θερμότητας, από τη μηχανική των ρευστών έως την ακουστική διάχυση. Μια λύση σε ένα πρόβλημα οριακής τιμής είναι μια λύση στη διαφορική εξίσωση που ικανοποιεί επίσης τις οριακές συνθήκες. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι ουσιαστικά μια αριθμητική μέθοδος για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων. Οι κύριοι τύποι φόρτισης που διατίθενται σε ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων περιλαμβάνουν τη δύναμη, την πίεση και τη θερμοκρασία, και μπορούν να εφαρμοστούν σε σημεία, επιφάνειες, άκρα, κόμβους και στοιχεία. Ο τρόπος με τον οποίο καθορίζονται οι οριακές συνθήκες σε ένα μοντέλο μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τα αποτελέσματα και απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή. Οι περιορισμοί που εφαρμόζονται λόγω συμμετρίας του προβλήματος είναι χρήσιμοι για τη σταθεροποίηση των μοντέλων και τη μείωση του μεγέθους τους.

Με σκοπό τη μείωση των στοιχείων του πλέγματος, λοιπόν, και κατά συνέπεια του υπολογιστικού χρόνου της προσομοίωσης, εφαρμόζονται δύο επίπεδα συμμετρίας. Τα δύο

επίπεδα συμμετρίας αφορούν την πλάκα αλουμινίου και τα ράουλα εργασίας και αντιστήριξης, και εφαρμόζονται στα επίπεδα X-Y και X-Z. Στο επίπεδο συμμετρίας X-Z, το οποίο αφορά μόνο την πλάκα αλουμινίου, περιορίστηκαν οι βαθμοί ελευθερίας στον άξονα Y καθώς και οι περιστροφικοί βαθμοί ελευθερίας στους άξονες X και Z, έτσι ώστε να επιτρέπεται η κίνηση σε αυτό το επίπεδο της πλάκας, μόνο στους άξονες X και Z. Με την χρήση αυτής της οριακής συνθήκης, δηλαδή της μηδενικής μετατόπισης κατά το πάχος, εξασφαλίζεται και διατηρείται η συμμετρία στην παραμόρφωση της πλάκας.

Το δεύτερο επίπεδο συμμετρίας ορίστηκε ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων και αφορά την πλάκα αλουμινίου, καθώς και τα ράουλα εργασίας και αντιστήριξης αντίστοιχα. Ορίστηκε, λοιπόν, ένα επίπεδο συμμετρίας κάθετο ως προς τον άξονα των X και παράλληλο στο επίπεδο Y-Z, στο οποίο περιορίστηκαν όλοι οι βαθμοί ελευθερίας που αφορούν την μετακίνηση των σωμάτων ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων XYZ. Αντίθετα, επιτρέπονται όλοι οι περιστροφικοί βαθμοί ελευθερίας καθώς οποιοσδήποτε περιορισμός τους θα εμπόδιζε την περιστροφική κίνηση των ραούλων (Σχήμα 4.5). Εκτός των οριακών συνθηκών λόγω της γεωμετρίας και της συμμετρίας του μοντέλου, είναι απαραίτητος και ο προσδιορισμός των μηχανικών και θερμικών οριακών συνθηκών του προβλήματος.



Σχήμα 4.5: Επίπεδο συμμετρίας

A. Μηχανικές οριακές συνθήκες

Για την περιγραφή της αλληλεπίδρασης μεταξύ πλάκας αλουμινίου και ράουλου εργασίας κατά μήκος της διεπαφής, επιβλήθηκε μια οριακή συνθήκη επαφής. Η διεπιφανειακή τριβή είναι ανάλογη της κάθετης δύναμης, όπως φαίνεται στην παρακάτω εξίσωση 4.6.

$$\tau_{crit} = \mu \cdot P \qquad \text{Εξίσωση 4.6}$$

Όπου τ_{crit} είναι η κρίσιμη διατμητική τάση, μ είναι ο συντελεστής τριβής και P είναι η πίεση. Στο βασικό μοντέλο τριβής του Coulomb, δύο επιφάνειες σε επαφή μπορούν να φέρουν διατμητικές τάσεις έως ένα ορισμένο μέγεθος (τ_{crit}), κατά μήκος της διεπαφής τους, προτού αρχίσει η ολίσθηση της μιας σε σχέση με την άλλη. Η κατάσταση είναι γνωστή ως ''κολλώδης'' επαφή. Μόλις η ισοδύναμη διατμητική τάση υπερβεί την τ_{crit}, οι επιφάνειες επαφής θα αρχίσουν να ολισθαίνουν. Αυτή η κατάσταση είναι γνωστή ως ολίσθηση.

Στο LS-Dyna χρησιμοποιείται το μοντέλο τριβής του Coulomb για την περιγραφή των συνθηκών διεπαφής, όπου σε κάθε βήμα μετατόπισης των κόμβων της πλάκας αλουμινίου ελέγχεται αν η διατμητική τάση τριβής, που προκαλείται από την κάθετη δύναμη και την ολίσθηση μεταξύ των δύο επιφανειών, υπερβαίνει το όριο διαρροής του υλικού σε διάτμηση και προσαρμόζεται αναλόγως [61]. Μια εκθετική συνάρτηση παρεμβολής εξομαλύνει τη μετάβαση μεταξύ του στατικού (μ_s) και δυναμικού (μ_d) συντελεστή τριβής αντίστοιχα :

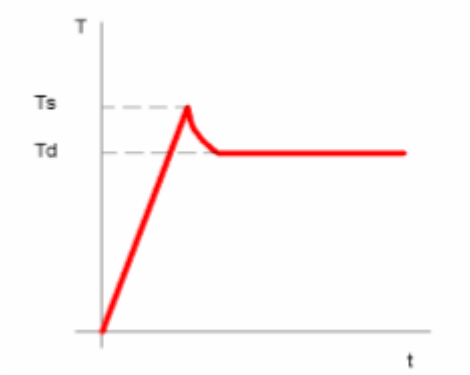
$$\mu = \mu_d + (\mu_s - \mu_d)e^{-C|v|} \qquad \text{Εξίσωση 4.7}$$

Όπου v είναι η σχετική ταχύτητα μεταξύ των επιφανειών που ολισθαίνουν και είναι ίση με :

$$v = \frac{\Delta e}{\Delta t} \qquad \text{Εξίσωση 4.8}$$

Όπου Δe η μετατόπιση των κόμβων της πλάκας αλουμινίου και Δt το χρονικό βήμα της προσομοίωσης.

Ο συντελεστής μ_s ονομάζεται συντελεστής στατικής τριβής και αντιστοιχεί στη μέγιστη δυνατή δύναμη τριβής που εμφανίζεται. Αφού αρχίσει η ολίσθηση, η δύναμη τριβής που αναπτύσσεται είναι πάντοτε μικρότερη από τη δύναμη στατικής τριβής, ομοίως και ο συντελεστής μ_d.



Σχήμα 4.6 : Διάγραμμα δύναμης στατικής τριβής – τριβής ολίσθησης

Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται μερικές προσεγγιστικές τιμές του συντελεστή τριβής ανάλογα με το υλικό από το οποίο αποτελούνται οι τριβόμενες επιφάνειες, καθώς και από την ύπαρξη και το είδος της λίπανσης μετάξυ τους. Στο δικό μας μοντέλο και ο στατικός και ο δυναμικός συντελεστής τριβής παραμένει σταθερός και ίσος με 0,4.

Material	Approx friction coefficient
Clean metals in air	0.8-2
Clean metals in wet air	0.5-1.5
Steel on soft metal (lead, bronze, etc)	0.1-0.5
Steel on ceramics (sapphire, diamond, ice)	0.1-0.5
Ceramics on ceramics (eg carbides on carbides)	0.05-0.5
Polymers on polymers	0.05-1.0
Metals and ceramics on polymers (PE, PTFE, PVC)	0.04-0.5
Boundary lubricated metals (thin layer of grease)	0.05-0.2
High temperature lubricants (eg graphite)	0.05-0.2
Hydrodynamically lubricated surfaces (full oil film)	0.0001-0.0005

Πίνακας 4.4 : Πίνακας προσεγγιστικών τιμών συντελεστών τριβής για διάφορους συνδυασμούς υλικών [60]

B. Θερμικές οριακές συνθήκες

Εκτός από τις μηχανικές οριακές συνθήκες, πρέπει να καθοριστούν και οι θερμικές για την περιγραφή των συνθηκών μεταφοράς θερμότητας στο μοντέλο. Οι θερμικες οριακές συνθήκες παριστάνονται από την εξίσωση [16]:

$$k_x \frac{\partial \theta}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial \theta}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial \theta}{\partial z} n_z = \gamma - \beta\theta = \dot{q}'' \qquad \text{Εξίσωση 4.9}$$

Στο μοντέλο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εφαρμόζονται δύο θερμικές οριακές συνθήκες που αφορούν:

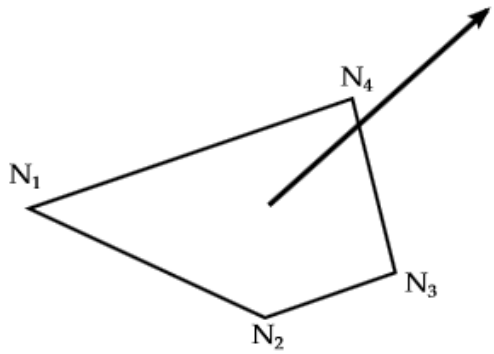
- Την μεταφορά θερμότητας από την πλάκα στο περιβάλλον και
- Την ροή θερμότητας

Στην πρώτη περίπτωση η οριακή συνθήκη μεταφοράς θερμότητας υπολογίζεται από τον τύπο :

$$\dot{q}'' = h\left(T_{surface} - T_{\infty}\right) \qquad \text{Εξίσωση 4.10}$$

Όπου h είναι ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας που διατηρείται σταθερός κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης και, $\left(T_{surface} - T_{\infty}\right)$, είναι η δυνητική θερμοκρασία.

Στην δεύτερη περίπτωση μια συνεχής ροή θερμότητας εφαρμόζεται στον κάθε κόμβο της πλάκας αλουμινίου. Κατά συνθήκη, η ροή θερμότητας είναι θετική στην κατεύθυνση του προς τα έξω, κάθετου στην επιφάνεια διανύσματος. Ο ορισμός της επιφάνειας είναι σύμφωνος με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Το προς τα έξω,κάθετο διάνυσμα δείχνει προς τα δεξιά καθώς προχωράει από τον κόμβο N1 στον N2,στον N3 και τελικά στον N4 (Σχήμα 4.7).



Σχήμα 4.7: Ορισμός του προς τα έξω κάθετου στην επιφάνεια διανύσματος

Στο μοντέλο μας, λάβαμε υπόψη τις συνθήκες επαφής μεταξύ του ράουλου εργασίας και της πλάκας αλουμινίου για τον υπολογισμό της θερμότητας που ανταλλάσεται στη διεπιφάνεια τους μέσω της σχέσης :

$$\dot{q} = h_{contact} A (T_{master} - T_{slave}) \qquad \text{Εξίσωση 4.11}$$

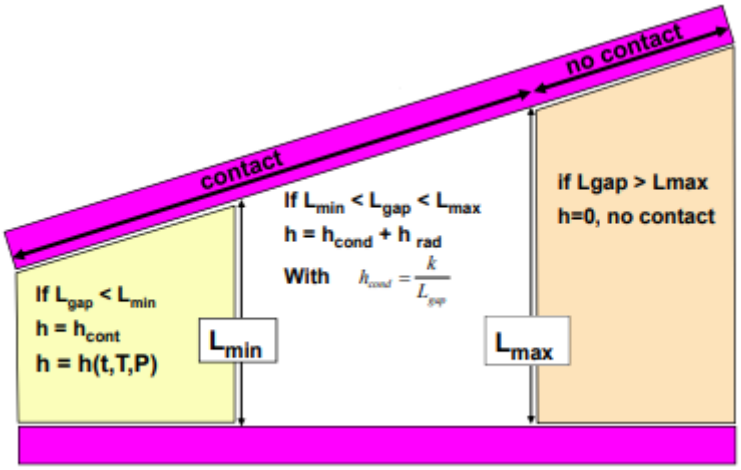
‘Οπου A είναι το τμήμα μεταξύ ράουλου εργασίας και πλάκας που έρχεται σε επαφή και $h_{contact}$ είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας, του οποίου η τιμή εξαρτάται από την απόσταση και το είδος επαφής μεταξύ των δύο επιφανειών, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα(Σχήμα 4.8).

Για $0 < L_{gap} < 0{,}2\ mm$ τότε $h_{contact} = 100\ \frac{w}{mm^2K}$

Για $L_{gap} > 1\ mm$ τότε $h_{contact} = 0$

Για $0{,}2\ mm < L_{gap} < 1\ mm$ τότε $h = \frac{k}{L_{gap}}$

Όπου k είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του λιπαντικού μέσου και ισούται με $0{,}4\frac{w}{mm^2K}$. Οι απώλειες θερμότητας λόγω ακτινοβολίας θεωρήθηκαν αμελητέες.



Σχήμα 4.8: Διαφοροποίηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας ανάλογα με την απόσταση μεταξύ των δύο επιφανειών

Για καταστάσεις όπου είναι επιθυμητός ο προσδιορισμός αδιαβατικών συνθηκών ($\dot{q}'' = 0$), όπως σε μια μονωμένη επιφάνεια ή σε μια γραμμή συμμετρίας, δεν χρειάζεται να προσδιοριστεί οριακή κατάσταση. Αυτή είναι η προεπιλεγμένη οριακή συνθήκη στο LS-DYNA. Στο μοντέλο που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία δεν εφαρμόστηκαν οριακές συνθήκες όσον αφορα την απώλεια θερμότητας από το έλασμα στο περιβάλλον μέσω ακτινοβολίας, καθώς θεωρήθηκε αμελητέα.

IV.2.4.Συνθήκες επαφής

Εξέχοντα ρόλο στην δημιουργία ενός μοντέλου που μπορεί να προσομοιώσει με ακρίβεια μια τόσο πολύπλοκη διαδικασία όπως αυτή της θερμής έλασης, κατέχει ο καθορισμός των συνθηκών επαφής. Η επακριβής προσομοίωση της ολίσθησης μεταξύ δύο διεπιφανειών, στην προκειμένη περίπτωση της πλάκας αλουμινίου και του ράουλου εργασίας, επιτυγχάνεται με την χρήση ενός ''penalty-based'' αλγόριθμου επαφής [16]. Η μια πλευρά

της διεπιφάνειας, η οποία και θα καθορίσει την σχετική ολίσθηση των δύο επιφανειών, ονομάζεται ‘’master’’, ενώ η άλλη πλευρά ονομάζεται ‘’slave’’. Στην παρούσα εργασία ως master ορίστηκε η επιφάνεια του ράουλου εργασίας και ως slave η επιφάνεια της πλάκας αλουμινίου, έτσι ώστε οι κόμβοι της επιφάνειας της πλάκας να ολισθαίνουν στην επιφάνεια του ράουλου εργασίας. Με την χρήση ενός ‘’penalty-based’’ αλγόριθμου επαφής πραγματοποιείται μια αναζήτηση για πιθανές διεισδύσεις κόμβων της ‘’slave’’ επιφάνειας στην ‘’master’’, σε κάθε χρονικό βήμα. Όταν βρεθεί η διείσδυση, εφαρμόζεται δύναμη ανάλογη με το βάθος διείσδυσης για να αντισταθεί και τελικά να εξαλείψει τη διείσδυση. Με την χρήση τέτοιων αλγόριθμων, περιορίζεται το φαινόμενο hourglass, διατηρείται η ορμή ενώ επιτρέπεται και η μετάδοση συμπιεστικών και εφαπτομενικών φορτίων (πίεση και τριβή αντίστοιχα). Εάν η πίεση στη διεπαφή πάρει πολύ μεγάλες τιμές, μπορεί να εμφανιστεί μη αποδεκτή διείσδυση. Πάρ’όλα αυτά, είναι εφικτό να λυθούν τέτοια προβλήματα με την χρήση αυτών των αυτόματων αλγορίθμων. Αυτό επιτυγχάνεται με την αύξηση του συντελεστή ακαμψίας των εκάστοτε στοιχείων και την μείωση του μεγέθους του χρονικού βήματος.

IV.2.5.Χαρακτηρισμός των υλικών

Για την ακριβή εξεύρεση λύσεων σε μία προσομοίωση με τη χρήση της ΜΠΕ, είναι απαραίτητη η χρήση κατάλληλων μοντέλων και πειραματικών δεδομένων που χαρακτηρίζουν την συμπεριφορά του υλικού στις συνθήκες που υπόκειται κατά την διαδικασία μορφοποίησης. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, χρησιμοποιήθηκαν τρία διαφορετικά μοντέλα υλικών. Πρώτα απ’ όλα, για τον χαρακτηρισμό της συμπεριφοράς της πλάκας αλουμινίου 5754 χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των Johnson-Cook (MAT-107 Modified Johnson-Cook). Το μοντέλο αυτό, χρησιμοποιεί το κριτήριο του Von Mises και επιλέχθηκε διότι δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα όταν το υλικό υπόκειται σε μεγάλες παραμορφώσεις, υψηλούς ρυθμούς παραμόρφωσης και υψηλές θερμοκρασίες [64]. Οι Johnson και Cook, εξέφρασαν την τάση ροής ως [65] :

$$\sigma_y = (A + B\bar{\varepsilon}^{p^n})(1 + Cln\dot{\varepsilon}^*)(1 - T^{*m}) \qquad \text{Εξίσωση 4.12}$$

Όπου:

σ_y : Η τάση ροής του υλικού

A, B, C, n, m : Συντελεστές του μοντέλου Johnson-Cook

$\bar{\varepsilon}^p$: Η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση

$\dot{\varepsilon}^*$: Ο ισοδύναμος ρυθμός πλαστικής παραμόρφωσης για $\dot{\varepsilon}_0$, $\dot{\varepsilon}^* = \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0}$

T^*: Η ομόλογη θερμοκρασία, $T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}}$

Εξ' αιτίας της μη-γραμμικής σχέσης μεταξύ της τάσης ροής και του ρυθμού πλαστικής παραμόρφωσης, μία ακριβής τιμή της τάσης ροής του υλικού χρειάζεται επαναληπτικές διαδικασίες για κάθε βήμα αύξησης της πλαστικής παραμόρφωσης. Παρ'όλα αυτά, χρησιμοποιώντας την ανάπτυξη των σειρών Taylor με γραμικοποίηση ως προς τον χρόνο μπορεί να βρεθεί μια επαρκής ακρίβειας λύση για την τάση ροής σ_y, αποφεύγοντας έτσι τις επαναληπτικές αυτές διαδικασίες και μειώνοντας το υπολογιστικό κόστος.

Όταν η τάση ξεπεράσει το όριο διαρροής, τότε λαμβάνει χώρα πλαστική παραμόρφωση. Η συνολική αύξηση της παραμόρφωσης σε κάθε βήμα, αποτελείται από τρία μέρη [16] : την ελαστική παραμόρφωση $\{d\varepsilon^e\}$, την πλαστική παραμόρφωση $\{d\varepsilon^p\}$, και την θερμική παραμόρφωση $\{d\varepsilon^T\}$, που προκαλείται φυσικά με την μεταβολή της θερμοκρασίας. Επομένως :

$$\{d\varepsilon^{tot}\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} + \{d\varepsilon^T\} \qquad \text{Εξίσωση 4.13}$$

Επομένως, στην περίπτωση του τροποποιημένου μοντέλου των Johnson-Cook ο τανυστής του ρυθμού παραμόρφωσης d έχει αθροιστικό χαρακτήρα και ισούται με:

$$d = d^e + d^p + d^t \qquad \text{Εξίσωση 4.14}$$

Όπου d^e το ελαστικό κομμάτι,d^p το πλαστικό και d^t το θερμικό. Ο ελαστικός ρυθμός παραμόρφωσης d^e υπολογίζεται μέσω της γραμμικής υπο-ελαστικής σχέσης :

$$\tilde{\sigma}^{\nabla J} = \left(K - \frac{2}{3}G\right) tr(d^e) I + 2G d^e \qquad \text{Εξίσωση 4.15}$$

Όπου I, ο μοναδιαίος τανυστής, K και G τα μέτρα ελαστικότητας και διατμησης αντίστοιχα. Ο τανυστής ισοδύναμης τάσης $\tilde{\sigma}$ ορίζεται από τον τύπο:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - \beta D} \qquad \text{Εξίσωση 4.16}$$

Όπου σ ο τανυστής Cauchy. Στο μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία η παράμετρος β, που καθορίζει εάν θα υπάρξει σύζευξη μεταξύ όλκιμης αστοχίας και καταστατικής σχέσης, είναι ίση με μηδέν. Επομένως ο τανυστής ισοδύναμης τάσης $\tilde{\sigma}$ είναι ίσος με τον τανυστή Cauchy σ.

Ο θερμικός ρυθμός παραμόρφωσης d^t ορίζεται από την σχέση:

$$d^t = a\dot{T}I \qquad \text{Εξίσωση 4.17}$$

Όπου a, η τιμή του συντελεστή θερμικής διαστολής του υλικού. Η αδιαβατική θέρμανση του υλικού, $\dot{T}$, υπολογίζεται από την σχέση:

$$\dot{T} = \chi \frac{\tilde{\sigma}_{eq}\dot{r}}{\rho C_p} \qquad \text{Εξίσωση 4.18}$$

Όπου ρ, η πυκνότητα του υλικού, C_p η ειδική θερμότητα και χ, η παράμετρος των Taylor-Quinney, που καθορίζει το ποσοστό του παραγώμενου έργου, κατά την πλαστική παραμόρφωση του υλικού, που μετατρέπεται σε θερμότητα και συνήθως λαμβάνει την τιμή 0,9.

Ο ρυθμός πλαστικής παραμόρφωσης ορίζεται από τον σχετικό κανόνα ροής ως :

$$d^p = \dot{r}\frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{3}{2}\frac{\dot{r}}{1-\beta D}\frac{\tilde{\sigma}'}{\tilde{\sigma}_{eq}} \qquad \text{Εξίσωση 4.19}$$

Όπου r η ισοδύναμη με αστοχία πλαστική παραμόρφωση, ενώ με (‘) αναφερόμαστε στο κομμάτι των αποκλίνουσων τάσεων του τανυστή. Όπου f είναι η παράμετρος που καθορίζει το πότε το υλικό μας θα διαρρεύσει και ισούται με :

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}\tilde{\sigma}':\tilde{\sigma}'} - \sigma_Y(r,\dot{r},T) \leq 0, \qquad \dot{r} \geq 0, \qquad \dot{r}f = 0 \qquad \text{Εξίσωση 4.20}$$

Ο όρος $\tilde{\sigma}_{eq}$ αντιστοιχεί στην ισοδύναμη με αστοχία τάση και ισούται με:

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\tilde{\sigma}':\tilde{\sigma}'} \qquad \text{Εξίσωση 4.21}$$

Επομένως, η αντοχή του υλικού, σ_Y, ορίζεται απο την καταστατική εξίσωση του τροποποιημένου μοντέλου των Johnson-Cook ως [64]:

$$\sigma_Y = \left\{A + Br^n + \sum_{i=1}^{2} Q_i[1 - exp(-C_i r)]\right\}(1 + \dot{r}^*)^C(1 - T^{*m}) \qquad \text{Εξίσωση 4.22}$$

Όπου

$A =$ Η τάση ροής του υλικού

$B, n =$ Οι παράμετροι που καθορίζουν την σκλήρυνση του υλικού

$C =$ Η παράμετρος που καθορίζει κατά πόσο θα επηρεαστεί το υλικό από τον ρυθμό παραμόρφωσης

$m =$ Η παράμετρος που καθορίζει κατά πόσο θα μαλακώσει το υλικό λόγω της αύξησης της θερμοκρασίας

$$\dot{r}^* = \frac{\dot{r}}{\dot{\varepsilon}_0}$$

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}}$$

Το συγκεκριμένο μοντέλο υλικού χρησιμοποιήθηκε για τον χαρακτηρισμό της συμπεριφοράς της πλάκας αλουμινίου 5754 σε όλα τα πάσα του σχεδίου έλασης που προσομοιώθηκαν. Οι παράμετροι Johnson-Cook για το αλουμίνιο 5754 που εισήχθησαν στο μοντέλο, λήφθηκαν από την βιβλιογραφία και παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα [66].

A (MPa)	B (MPa)	n	C	m
103	297	0.433	-0.003	1.23

Πίνακας 4.5: Παράμετροι Johnson-Cook για το αλουμίνιο 5754

Επιπλέον, είναι αναγκαίος ο καθορισμός των μηχανικών και θερμικών ιδιοτήτων του υλικού, οι τιμές των οποίων δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

ρ (gr/cm^3)	E (MPa)	$Poisson's\ ratio$	T_{room} (K)	T_{melt} (K)	Ειδική θερμότητα (J/gr · K)	Θερμική αγωγιμότητα (W/m·K)
2.7	68.000	0.3	300	880	0.9	140

Πίνακας 4.6: Μηχανικές και θερμικές ιδιότητες αλουμινίου 5754

Τα ράουλα εργασίας και αντιστήριξης, που χρησιμοποιούνται κατά την διαδικασία της θερμής έλασης είναι φτιαγμένα, συνήθως, από κάποιον εργαλειοχάλυβα. Τα κράματα αυτά χρησιμοποιούνται κατά κόρον στις κατεργασίες εν θερμώ, λόγω:

- της εξαιρετικής αντοχής που επιδεικνύουν σε υψηλές θερμοκρασίες
- την ικανότητα να διατηρούν υψηλές τιμές σκληρότητας σε υψηλές θερμοκρασίες
- της αντοχής τους στην φθορά,στην θερμική κόπωση και στην διάβρωση
- της καλής αντίστασης τους στα θερμικά ''σοκ''

Το μοντέλο υλικού που χρησιμοποιήθηκε για την περιγραφή της συμπεριφοράς των ράουλων εργασίας και αντιστήριξης, είναι το ελαστικό καθώς στην έλαση τα ράουλα δεν παραμορφώνονται πλαστικά σε ένα πάσο. Οι τιμές που εισήχθησαν στο μοντέλο για τον χαρακτηρισμό τους αναγράφονται στον παρακάτω πίνακα.

ρ (gr/cm^3)	E (MPa)	$Poisson's\ ratio$
7,8	190000	0,3

Πίνακας 4.7: Μηχανικές ιδιότητες ράουλων εργασίας και αντιστήριξης

Στοιχέια	Fe	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	V
%	Balance	0.35-0.42	0.8-1.2	0.25-0.5	0.03 max	0.02 max	4.8-5.5	1.2-1.5	0.85-1.15

Πίνακας 4.8: Τυπική σύσταση εργαλειοχάλυβα H-13

Τέλος, τα κουζινέτα των ράουλων εργασίας και αντιστήριξης, χαρακτηρίστηκαν ως άκαμπτα, απαραμόρφωτα υλικά. Η προσέγγιση ενός παραμορφώσιμου σώματος ως άκαμπτο, είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται κατά κόρον στην προσομοίωση μεθόδων μορφοποίησης, και έχει ως στόχο την μείωση του υπολογιστικού κόστους, καθώς τα στοιχεία που έχουν χαρακτηριστεί ως άκαμπτα δεν λαμβάνονται υπόψη κατά την επίλυση του συστήματος. Τα αδρανειακά χαρακτηριστικά ενός άκαμπτου υλικού υπολογίζονται αυτόματα από το LS-Dyna με βάση την τιμή της πυκνότητας που ορίζεται και της γεωμετρίας των στοιχείων που το αποτελούν [16]. Επιπλεόν, είναι δυνατόν σε αυτό το μοντέλο υλικού να οριστούν περιορισμοί στην κίνηση αυτων των σωμάτων ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Λόγω της δυναμικής φύσης του προβλήματος της έλασης, προκαλούνται δονήσεις στην κατασκευή που έχουν καταστροφικές συνέπειες στην ακρίβεια της λύσης. Για το λόγο αυτό, περιορίστηκαν όλες οι μετατοπίσεις στους άξονες X και Z, καθώς και όλες οι περιστροφές ως προς τους άξονες X και Y.

Μέρος Τρίτο

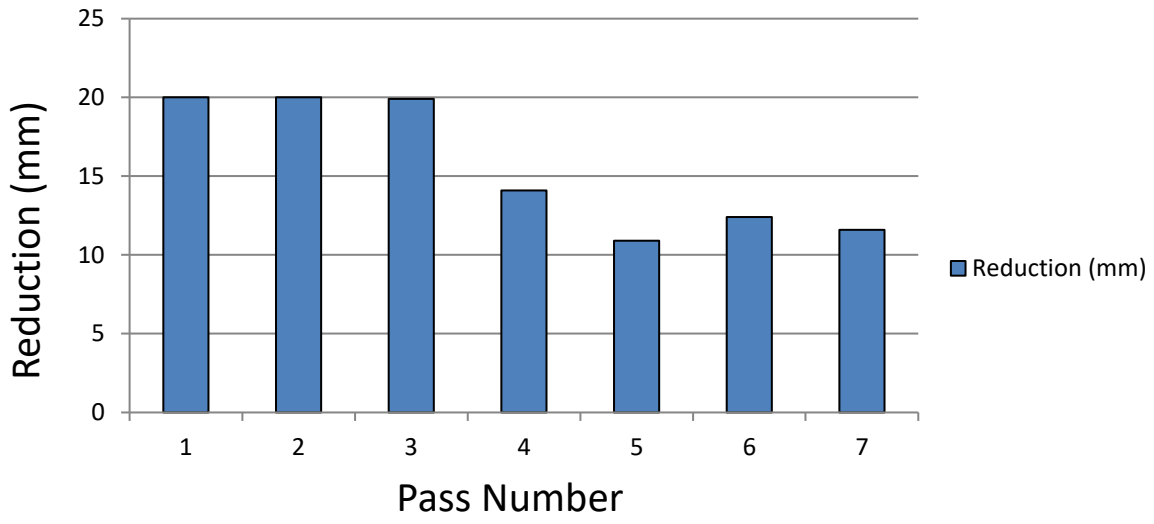
Κεφάλαιο V: Αποτελέσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία δημιουργήθηκαν 7 μοντέλα με σκοπό να προσομοιωθούν 7 πάσα της βιομηχανίας. Στόχος μας ήταν η σύγκριση των αποτελεσμάτων των μοντέλων με τα πραγματικά, μετρημένα αποτελέσματα, έτσι ώστε να επιβεβαιωθεί ότι τα μοντέλα μας είναι βιώσιμα και μπορούν να προσομοιώσουν με επαρκή ακρίβεια την βιομηχανική διαδικασία. Το πάχος εισόδου της πλάκας αλουμινίου, ο υποβιβασμός της, καθώς και η θερμοκρασία της είναι σύμφωνα με το σχέδιο έλασης.

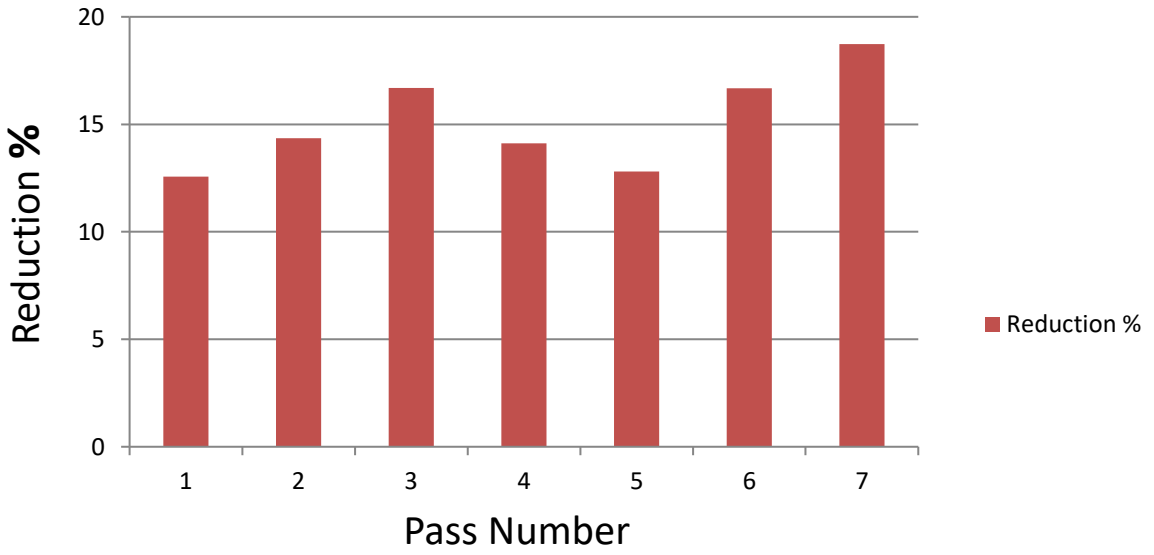
Αριθμός Πάσου	Πάχος Εισόδου (mm)	Πάχος Εξόδου (mm)	Υποβιβασμός (mm)	Θερμοκρασία (K)	Ταχύτητα Πλάκας Αλουμινίου (mm/s)	Ταχύτητα Περιστροφής Ράουλου Εργασίας (rpm)
1	159.2	139.2	20	743	1710	34.4
2	139.2	119.2	20	743	1710	34.4
3	119.2	99.3	19.9	745	1710	34.4
4	99.3	85.2	14.1	743.5	1710	34.4
5	85.2	74.3	10.9	738	1710	34.4
6	74.3	61.9	12.4	723	1710	34.4
7	61.9	50.3	11.6	723	1710	34.4

Πίνακας 5.1: Δεδομένα για τα πάσα που προσομοιώθηκαν

Στα παρακάτω διαγράμματα 5.1-5.2, και για αρχικό πάχος $t_{initial} = 159.2\ mm$ φαίνονται ο υποβιβασμός καθώς και το ποσοστό επί τις 100 του υποβιβασμού της πλάκας για κάθε πάσο.



Διάγραμμα 5.1 : Υποβιβασμός ανά πάσο

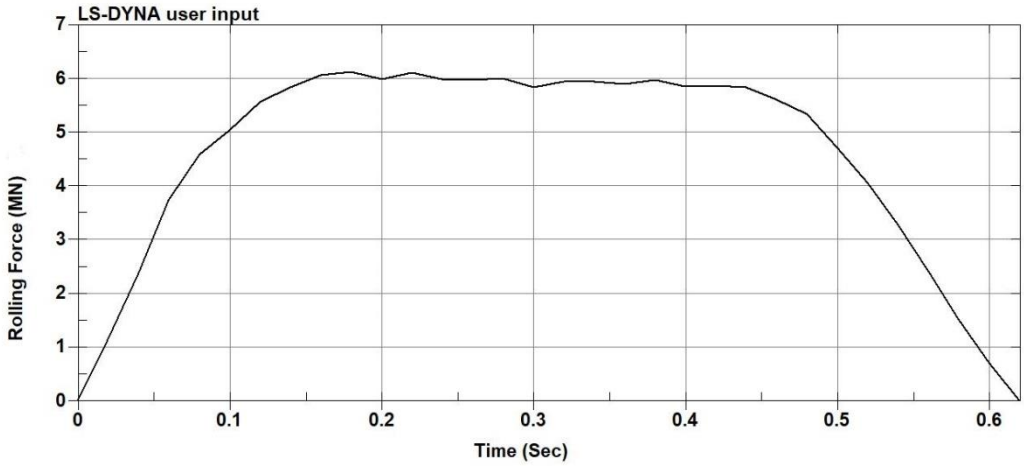


Διάγραμμα 5.2 : Ποσοστό υποβιβασμού ανά πάσο

Χρησιμοποιώντας, λοιπόν, τα δεδομένα από το πασολόγιο της βιομηχανίας αλουμινίου, πρωταρχικός μας στόχος ήταν η σύγκριση των τιμών της προβλεπόμενης από το μοντέλο δύναμης έλασης με την μετρηθείσα.

V.1. Καμπύλες Δύναμης Έλασης

Τα αποτελέσματα για τη δύναμη έλασης που υπολογίστηκαν από το μοντέλο στο LS-DYNA συναρτήσει του χρόνου που χρειάστηκε για το κάθε πάσο παρατίθενται παρακάτω.



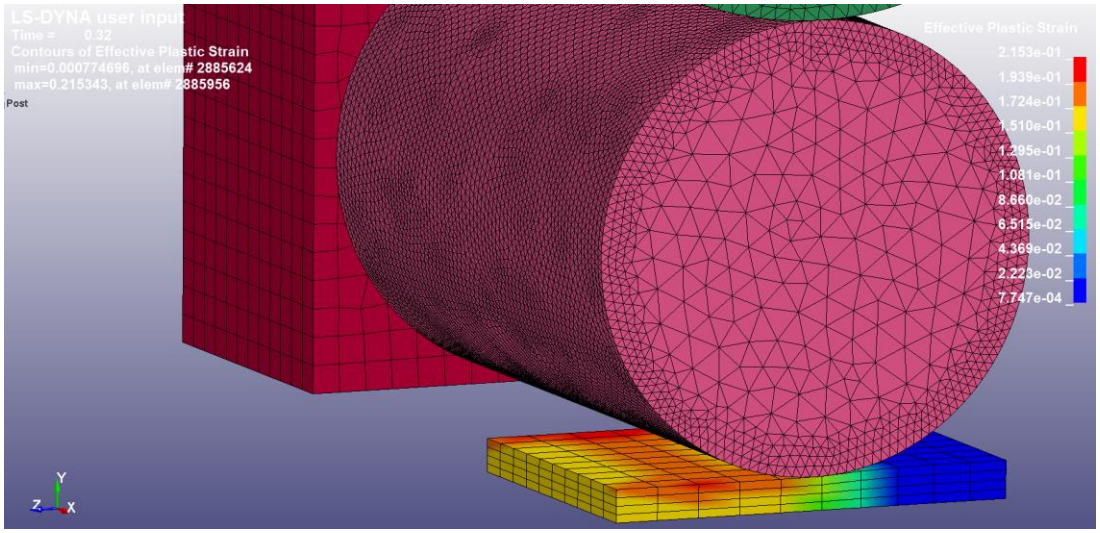
Διάγραμμα 5.3: Καμπύλη δύναμης έλασης για το πάσο 1

Η μετρηθείσα δύναμη έλασης για το πρώτο πάσο, μετά την σταθεροποίηση της διαδικασίας είναι 5,1 MN. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνει είναι 6,1 MN και ειναι τη στιγμή που εισέρχεται η πλάκα στο διάκενο μεταξύ των ραούλων. Η μέση ισοδύναμη παραμόρφωση για το πάσο 1 υπολογίζεται από τον τύπο :

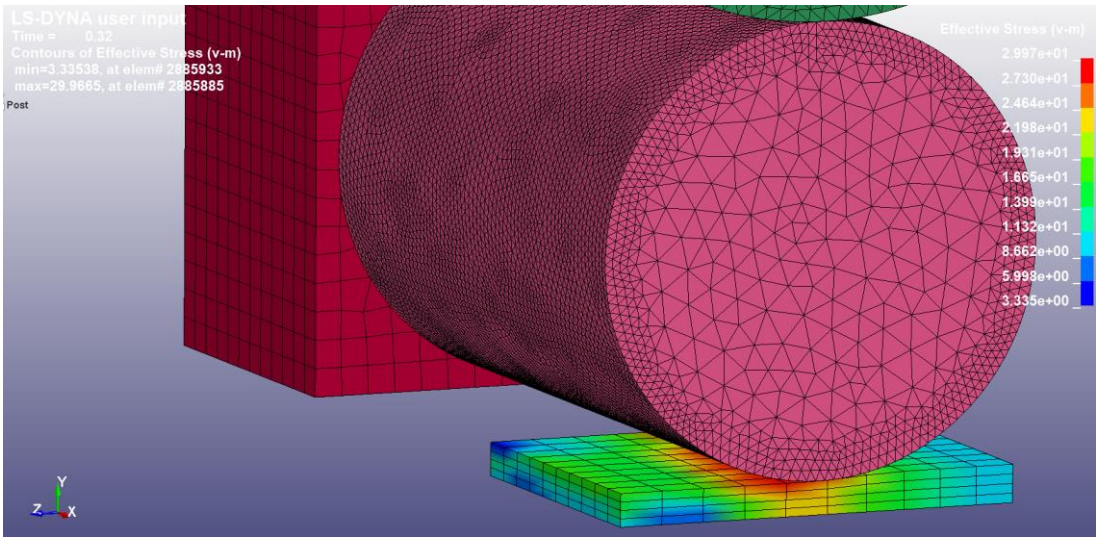
$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} ln\left(\frac{H_{in}}{H_{out}}\right) = 0{,}232$$

Ο μέσος ρυθμός ισοδύναμης παραμόρφωσης για το πάσο 1 υπολογίζεται από τον τύπο:

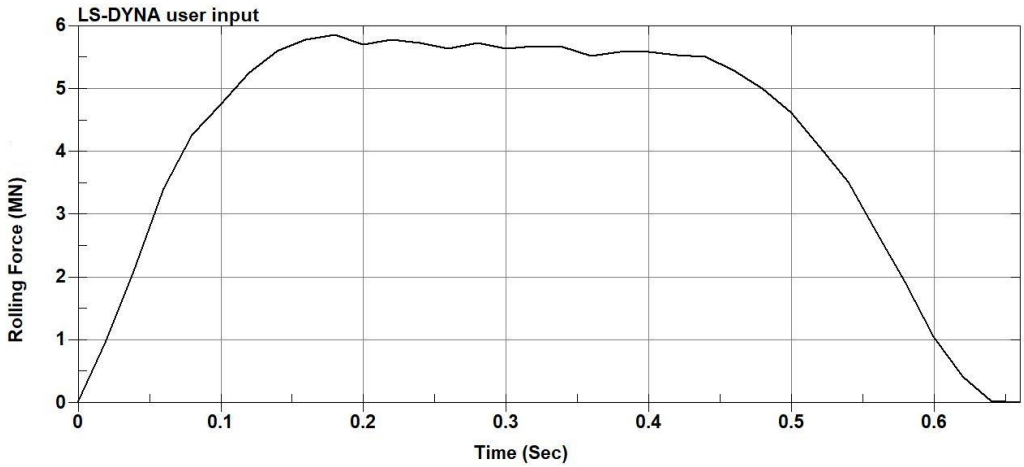
$$\bar{\dot{\varepsilon}} = \frac{2\pi N}{60}\sqrt{\frac{R}{\Delta H}} ln\left(\frac{H_{in}}{H_{out}}\right) = 3{,}32 s^{-1}$$



Σχήμα 5.1: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση στη μέση του 1^{ου} πάσου



Σχήμα 5.2: Τάσεις κατά Von Mises στη μέση του 1^{ου} πάσου



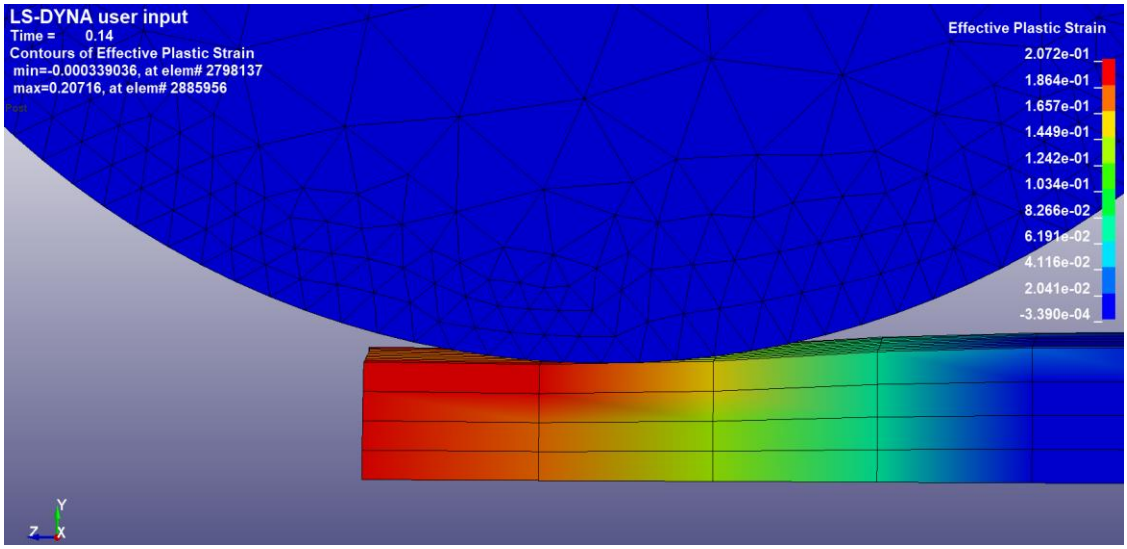
Διάγραμμα 5.4: Καμπύλη δύναμης έλασης για το πάσο 2

Η μετρηθείσα δύναμη έλασης για το δεύτερο πάσο, μετά την σταθεροποίηση της διαδικασίας είναι 5,63 MN. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνει είναι 5,86 MN και ειναι τη στιγμή που εισέρχεται η πλάκα στο διάκενο μεταξύ των ραούλων. Η μέση ισοδύναμη παραμόρφωση για το πάσο 2 είναι ίση με:

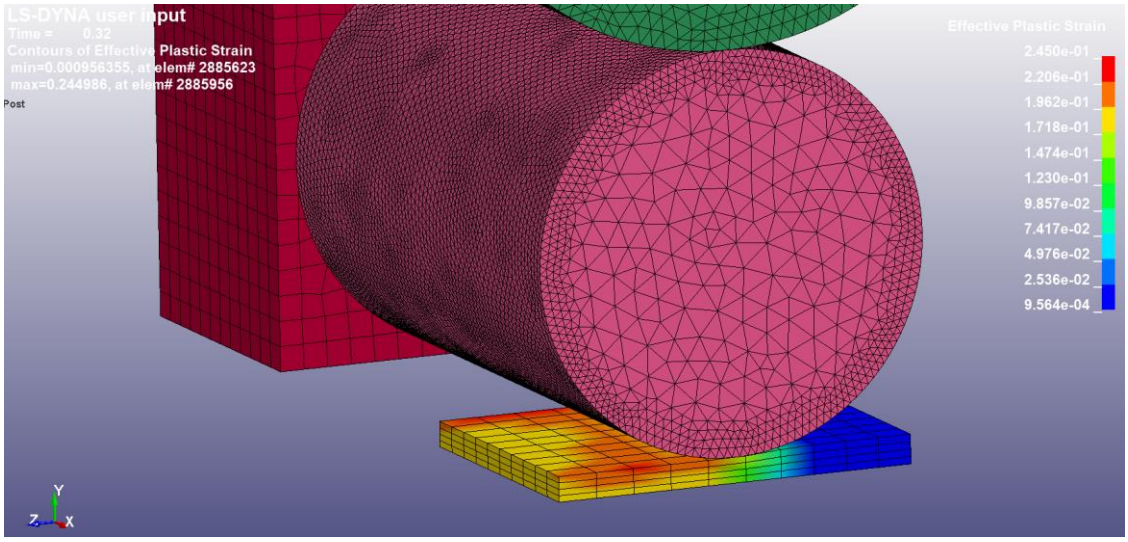
$$\bar{\varepsilon} = 0{,}268$$

Ο μέσος ρυθμός ισοδύναμης παραμόρφωσης για το πάσο 2 είναι :

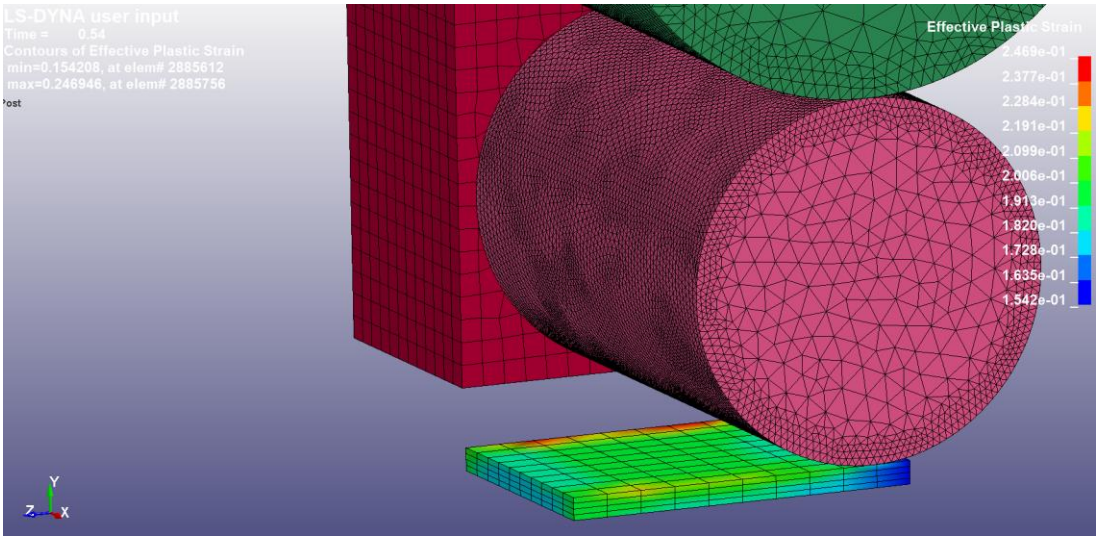
$$\bar{\dot{\varepsilon}} = 3{,}84 s^{-1}$$



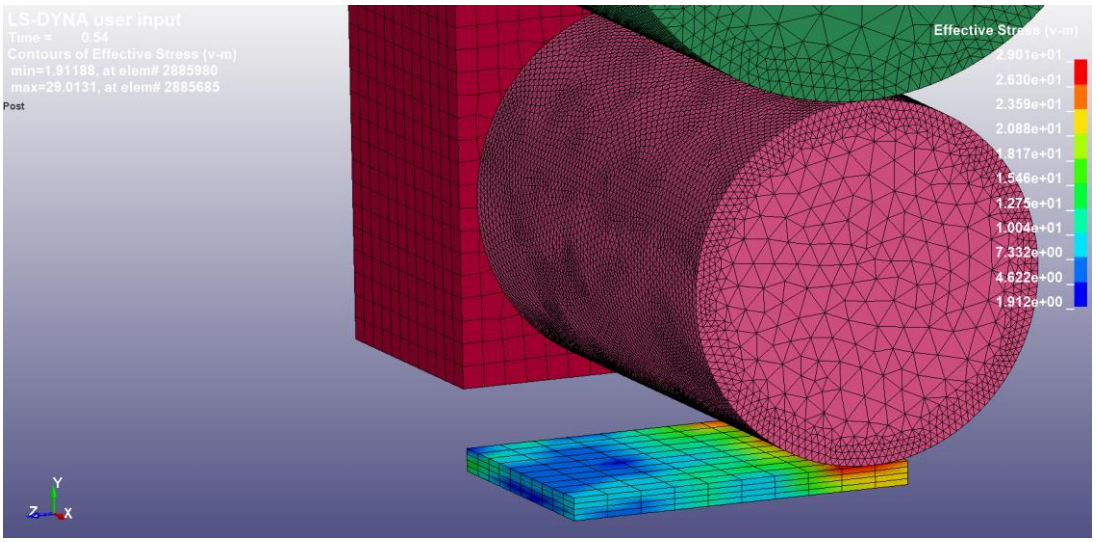
Σχήμα 5.3: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση με την έναρξη του 2ου πάσου



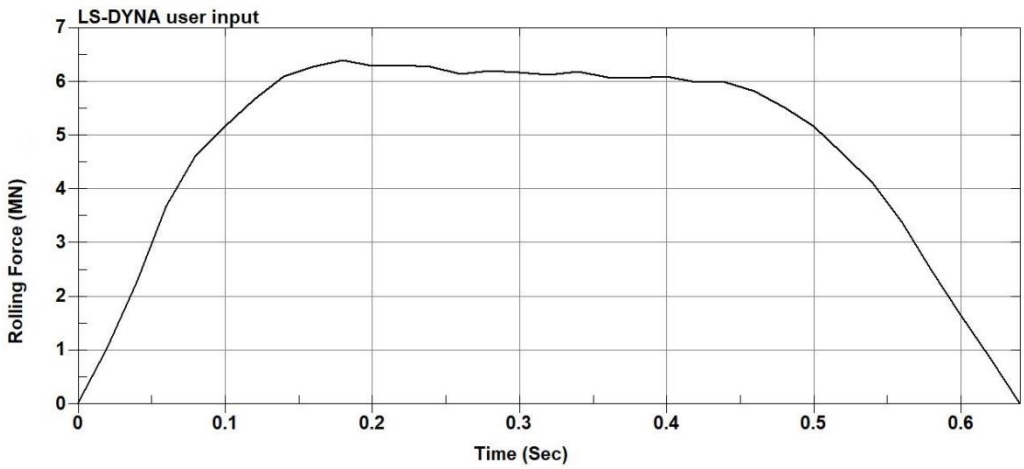
Σχήμα 5.4: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση στη μέση του 2^{ου} πάσου



Σχήμα 5.5: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση προς το τέλος του 2ου πάσου



Σχήμα 5.6: Τάσεις κατά Von Mises προς το τέλος του 2ου πάσου



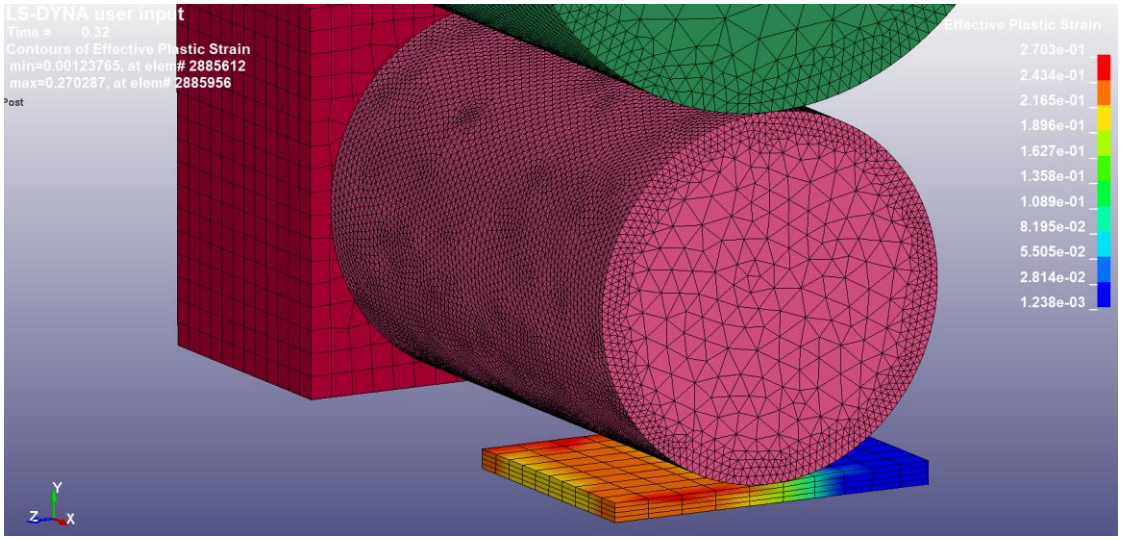
Διάγραμμα 5.5: Καμπύλη δύναμης έλασης για το πάσο 3

Η μετρηθείσα δύναμη έλασης για το τρίτο πάσο, μετά την σταθεροποίηση της διαδικασίας είναι 6,12 MN. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνει είναι 6,39 MN και ειναι τη στιγμή που εισέρχεται η πλάκα στο διάκενο μεταξύ των ραούλων. Η μέση ισοδύναμη παραμόρφωση για το πάσο 3 είναι ίση με:

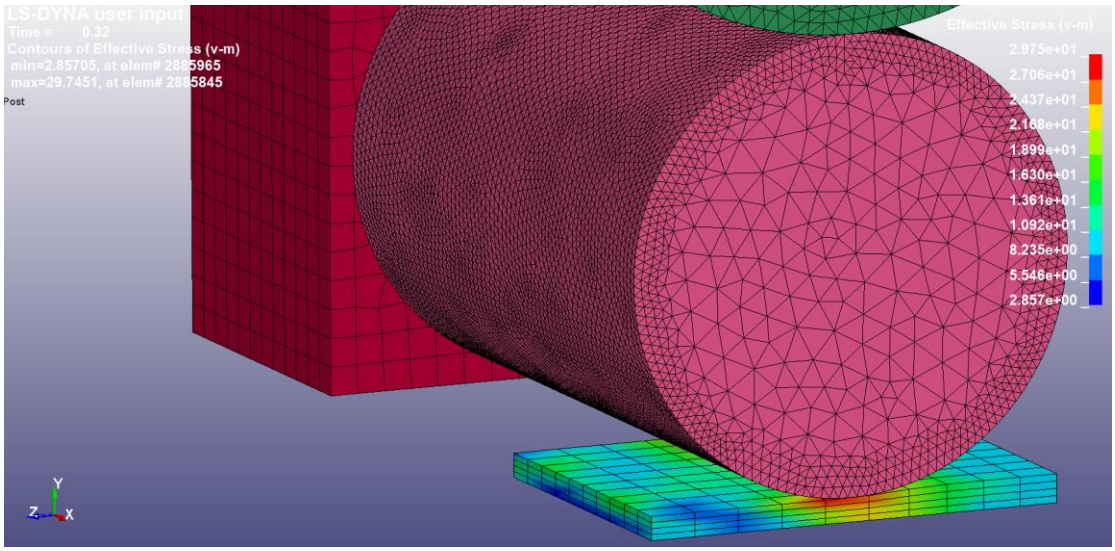
$$\bar{\varepsilon} = 0{,}315$$

Ο μέσος ρυθμός ισοδύναμης παραμόρφωσης για το πάσο 3 είναι :

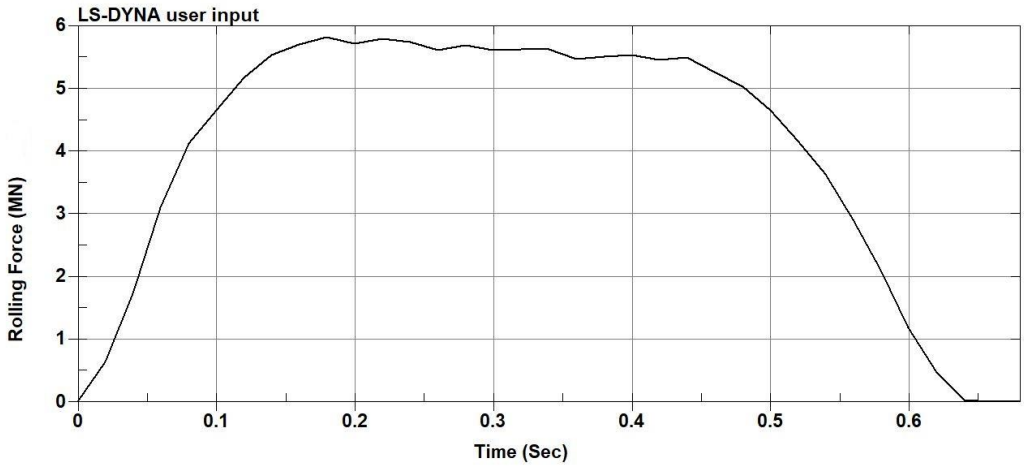
$$\dot{\bar{\varepsilon}} = 4{,}51 s^{-1}$$



Σχήμα 5.7: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση στη μέση του 3^{ου} πάσου



Σχήμα 5.8: Τάσεις κατά Von Mises στη μέση του 3^{ου} πάσου



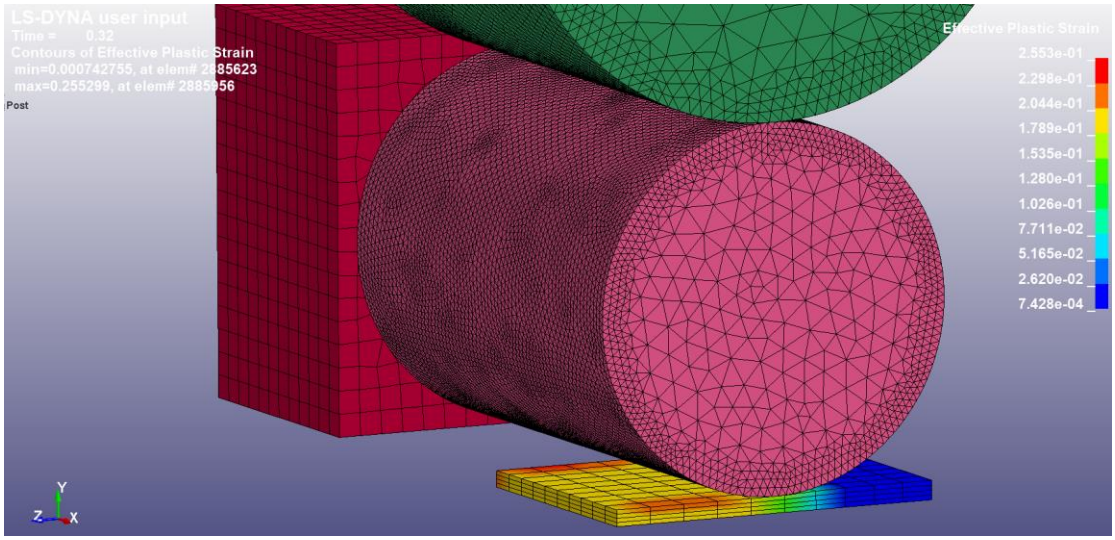
Διάγραμμα 5.6: Καμπύλη δύναμης έλασης για το πάσο 4

Η μετρηθείσα δύναμη έλασης για το τέταρτο πάσο, μετά την σταθεροποίηση της διαδικασίας είναι 5,61 MN. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνει είναι 5,82 MN και ειναι τη στιγμή που εισέρχεται η πλάκα στο διάκενο μεταξύ των ραούλων. Η μέση ισοδύναμη παραμόρφωση για το πάσο 4 είναι ίση με:

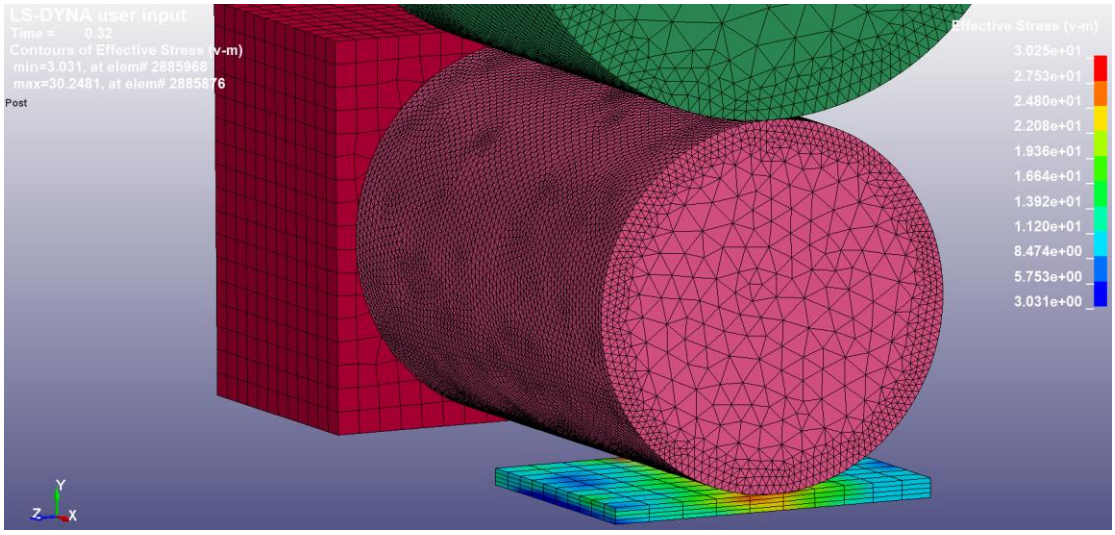
$$\bar{\varepsilon} = 0{,}264$$

Ο μέσος ρυθμός ισοδύναμης παραμόρφωσης για το πάσο 4 είναι :

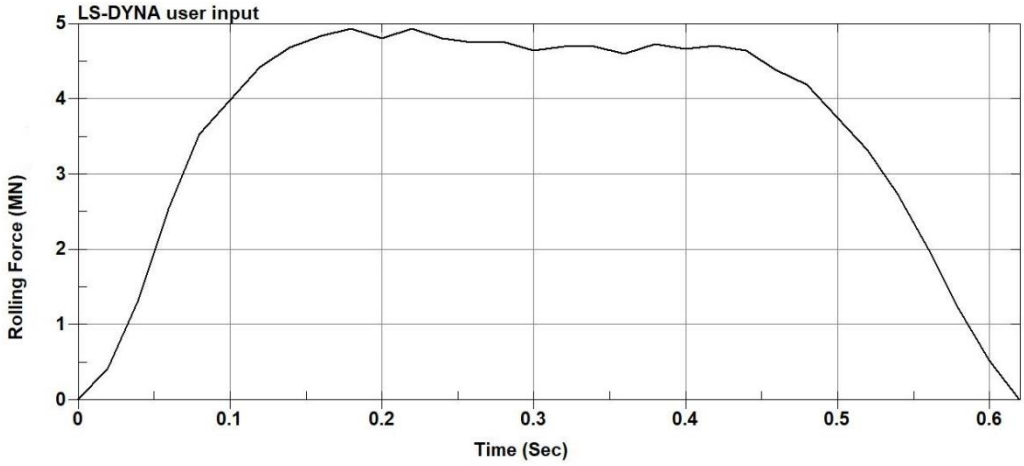
$$\dot{\bar{\varepsilon}} = 4{,}52 s^{-1}$$



Σχήμα 5.9: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση στη μέση του 4^{ου} πάσου



Σχήμα 5.10: Τάσεις κατά Von Mises στη μέση του 4ου πάσου



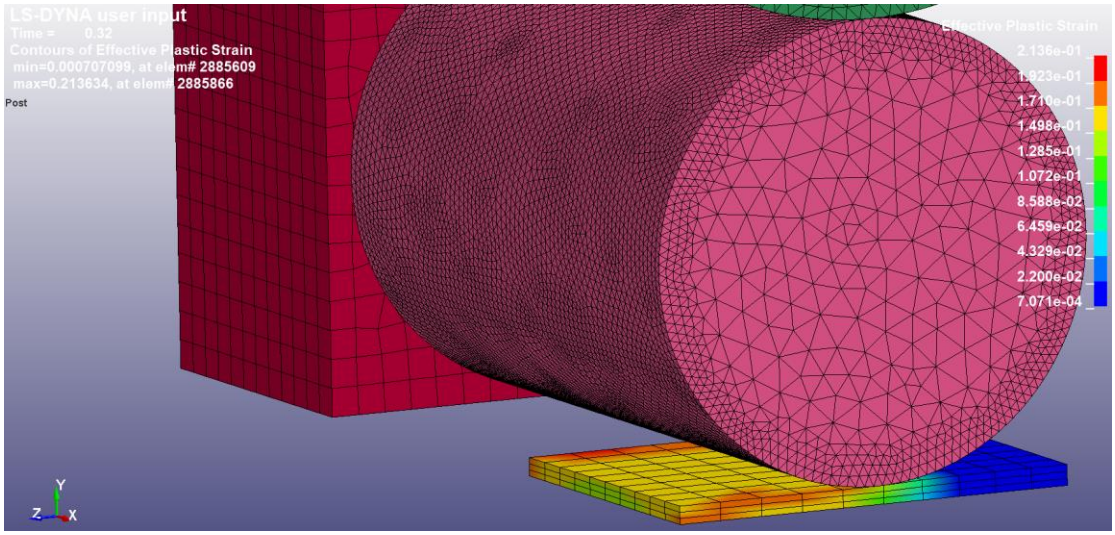
Διάγραμμα 5.7: Καμπύλη δύναμης έλασης για το πάσο 5

Η μετρηθείσα δύναμη έλασης για το πέμπτο πάσο, μετά την σταθεροποίηση της διαδικασίας είναι 4,64 MN. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνει είναι 4,93 MN και ειναι τη στιγμή που εισέρχεται η πλάκα στο διάκενο μεταξύ των ραούλων. Η μέση ισοδύναμη παραμόρφωση για το πάσο 5 έιναι ίση με:

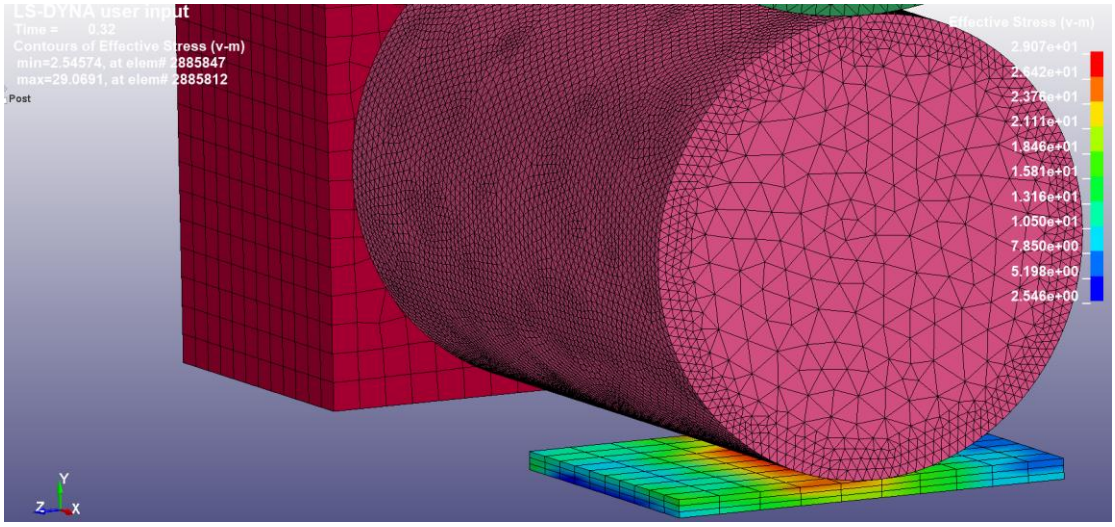
$$\bar{\varepsilon} = 0{,}235$$

Ο μέσος ρυθμός ισοδύναμης παραμόρφωσης για το πάσο 5 είναι :

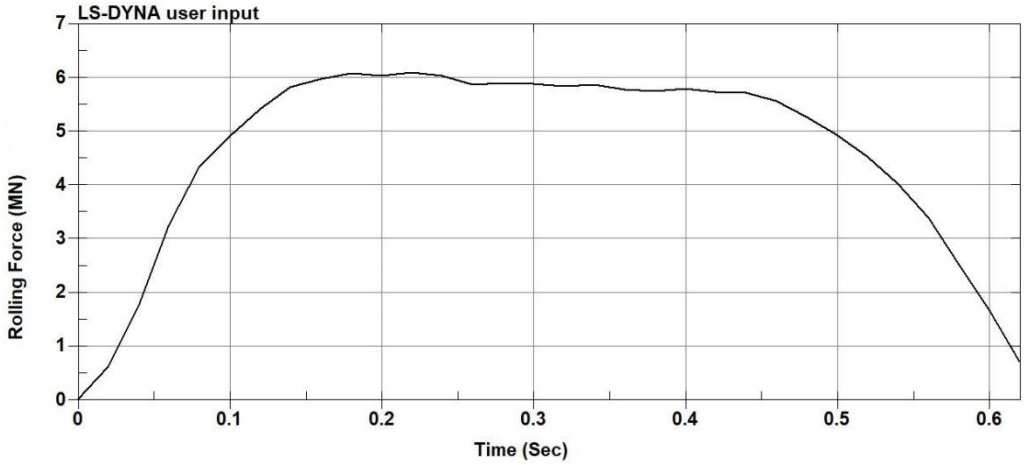
$$\dot{\bar{\varepsilon}} = 4{,}57 s^{-1}$$



Σχήμα 5.11: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση στη μέση του 5^{ου} πάσου



Σχήμα 5.12: Τάσεις κατά Von Mises στη μέση του 5^{ου} πάσου



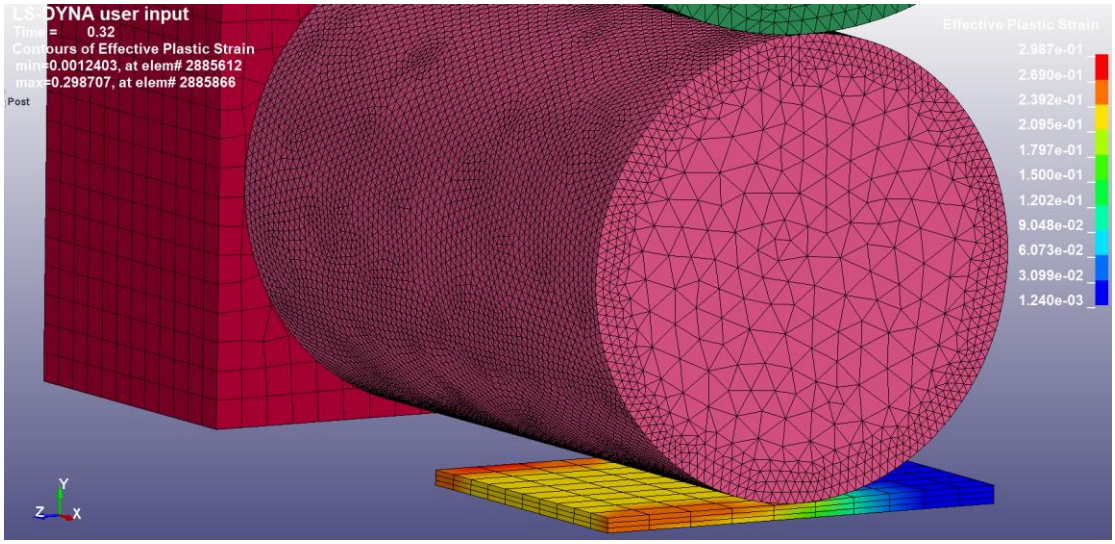
Διάγραμμα 5.8: Καμπύλη δύναμης έλασης για το πάσο 6

Η μετρηθείσα δύναμη έλασης για το έκτο πάσο, μετά την σταθεροποίηση της διαδικασίας είναι 5,88 MN. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνει είναι 6,07 MN και ειναι τη στιγμή που εισέρχεται η πλάκα στο διάκενο μεταξύ των ραούλων. Η μέση ισοδύναμη παραμόρφωση για το πάσο 6 έιναι ίση με:

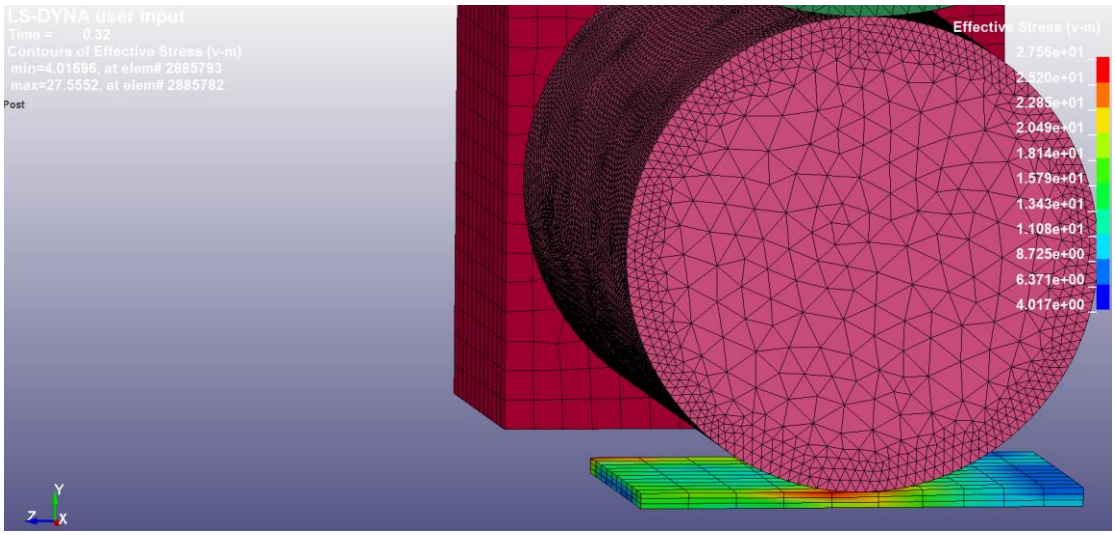
$$\bar{\varepsilon} = 0{,}315$$

Ο μέσος ρυθμός ισοδύναμης παραμόρφωσης για το πάσο 6 είναι :

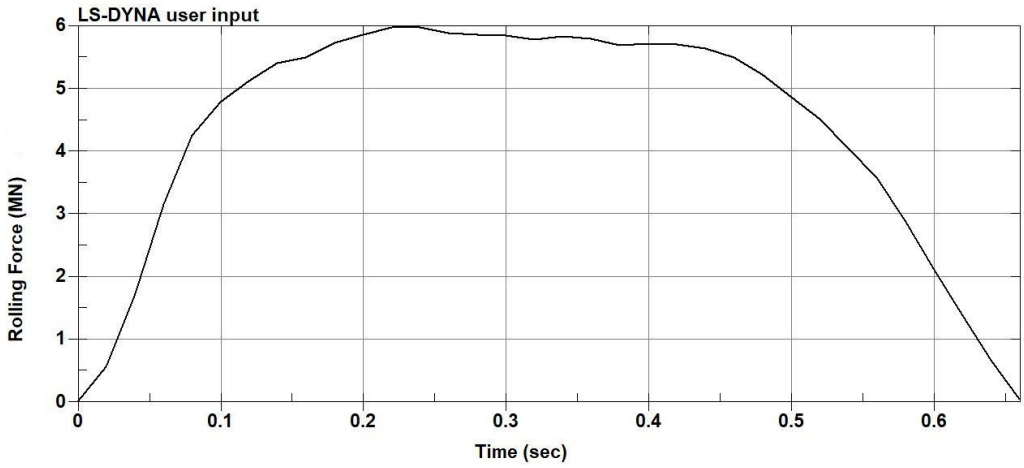
$$\dot{\bar{\varepsilon}} = 5{,}73 s^{-1}$$



Σχήμα 5.13: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση στη μέση του 6ου πάσου



Σχήμα 5.14: Τάσεις κατά Von Mises στη μέση του 6ου πάσου



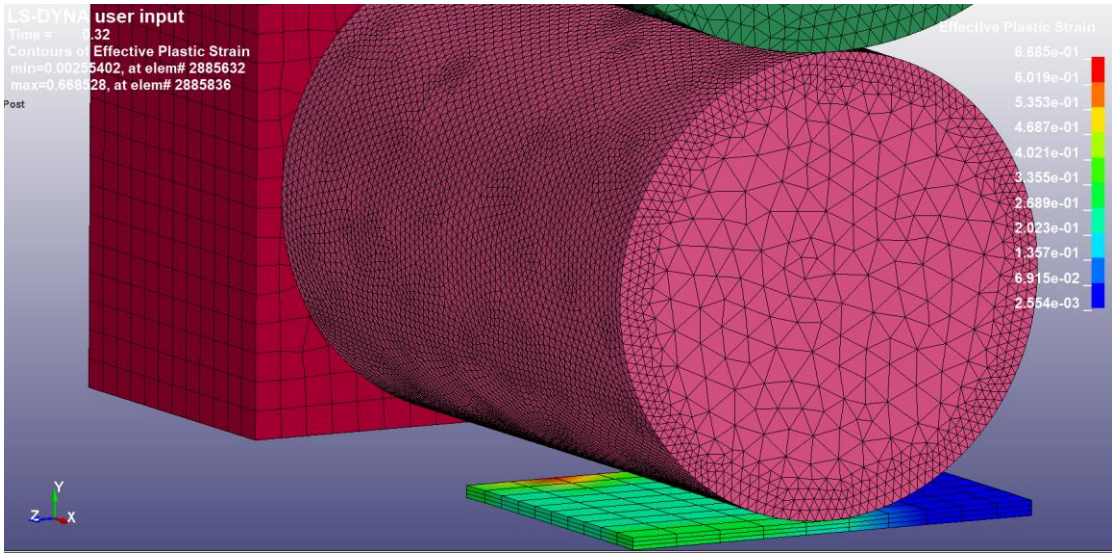
Διάγραμμα 5.9: Καμπύλη δύναμης έλασης για το πάσο 7

Η μετρηθείσα δύναμη έλασης για το έβδομο πάσο, μετά την σταθεροποίηση της διαδικασίας είναι 5,78 MN. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνει είναι 5,97 MN και ειναι τη στιγμή που εισέρχεται η πλάκα στο διάκενο μεταξύ των ραούλων. Η μέση ισοδύναμη παραμόρφωση για το πάσο 7 έιναι ίση με:

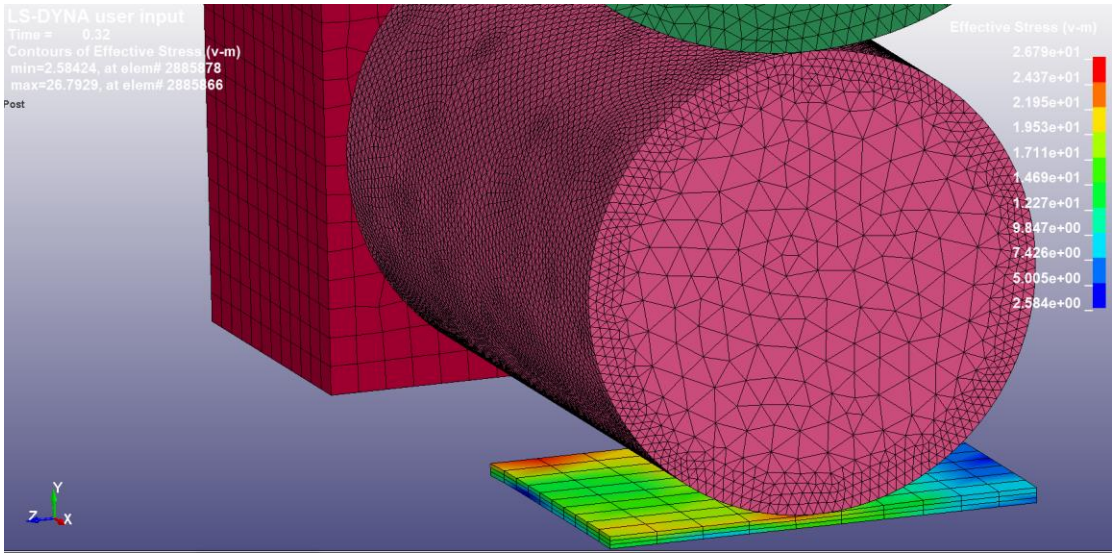
$$\bar{\varepsilon} = 0{,}318$$

Ο μέσος ρυθμός ισοδύναμης παραμόρφωσης για το πάσο 7 είναι :

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = 6{,}74 s^{-1}$$



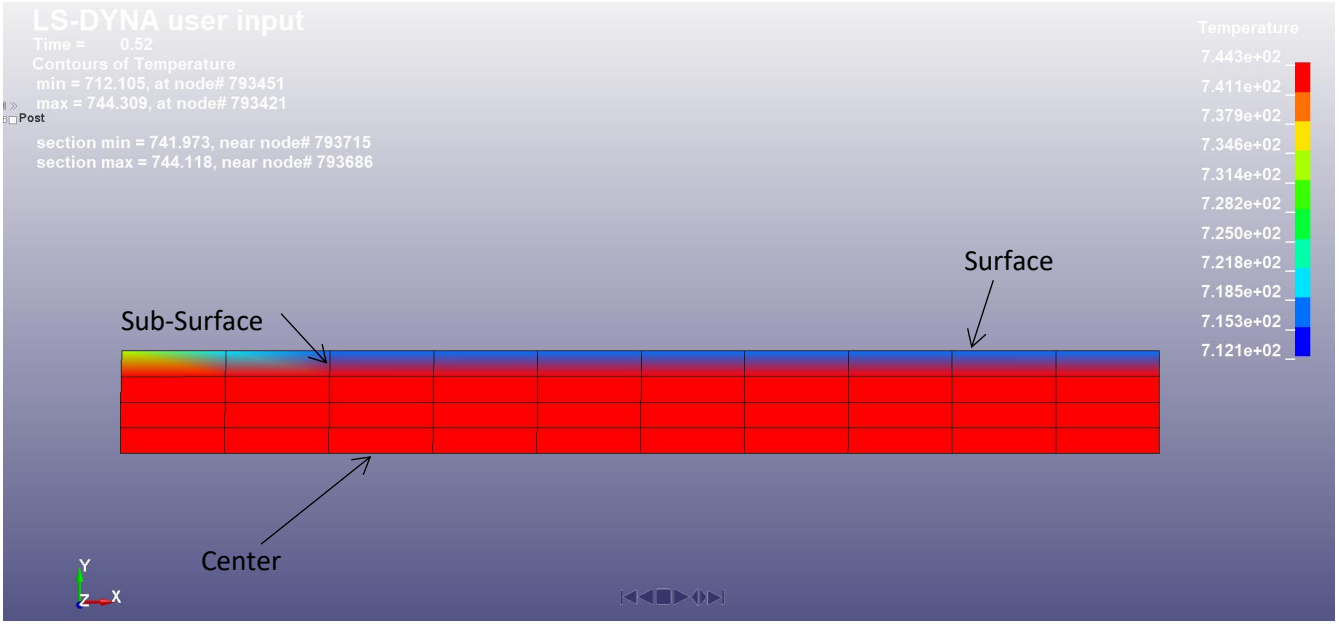
Σχήμα 5.15: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση στη μέση του 7^{ου} πάσου



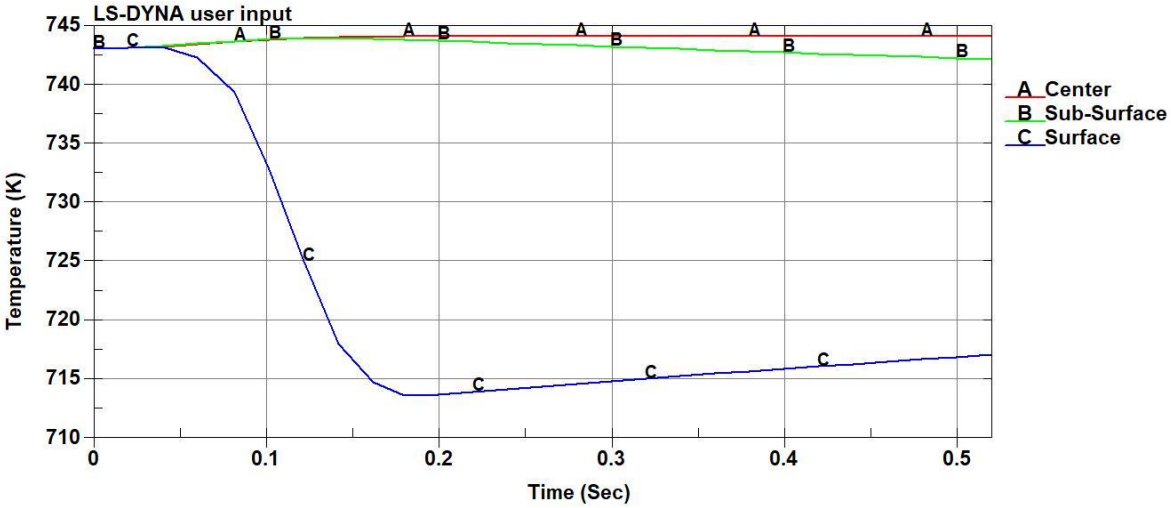
Σχήμα 5.16: Τάσεις κατά Von Mises στη μέση του 7^{ου} πάσου

V.2. Καμπύλες Θερμοκρασίας

Σε μια διαδικασία μορφοποίησης η θερμοκρασία κατέχει εξέχοντα ρόλο καθώς μπορεί να επηρεάσει άμεσα τόσο το ίδιο το υλικό, ως προς τις ιδιότητες και την μικροδομή του κατά την διάρκεια της διαδικασίας και μετά το πέρας της, όσο και τις παραμέτρους εκείνες που διέπουν την διαδικασία αυτή καθ'αυτή (τριβή, συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας, συντελεστής θερμικής διαστολής, κ.α.). Επομένως, είναι αναγκαίο να μελετηθεί το θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου με σκοπό την βελτιστοποίηση της διαδικασίας της θερμής έλασης. Στα διαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζεται το θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου για κάθε πάσο που προσομοιώθηκε. Οι εικόνες που παρατίθενται δημιουργήθηκαν πραγματοποιώντας μια τομή κάθετη ως προς το μήκος της πλάκας, δηλαδή τον άξονα Z, και το προφίλ που απεικονίζεται είναι στη διάσταση του πλάτους της, δηλαδή το επίπεδο που σχηματίζεται από τους άξονες X-Y. Τα διαγράμματα παρέχουν πληροφορίες για την θερμοκρασία που αναπτύχθηκε στην επιφάνεια, κάτω από την επιφάνεια και στο κέντρο της.

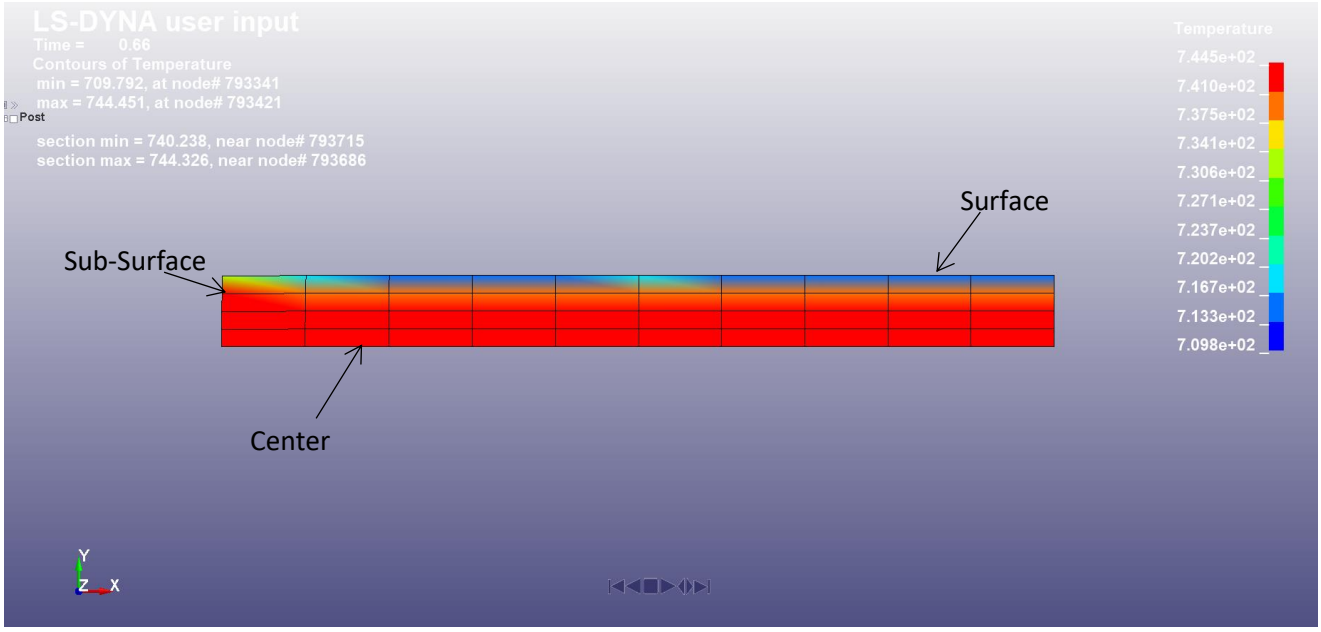


Σχήμα 5.17: Θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 1

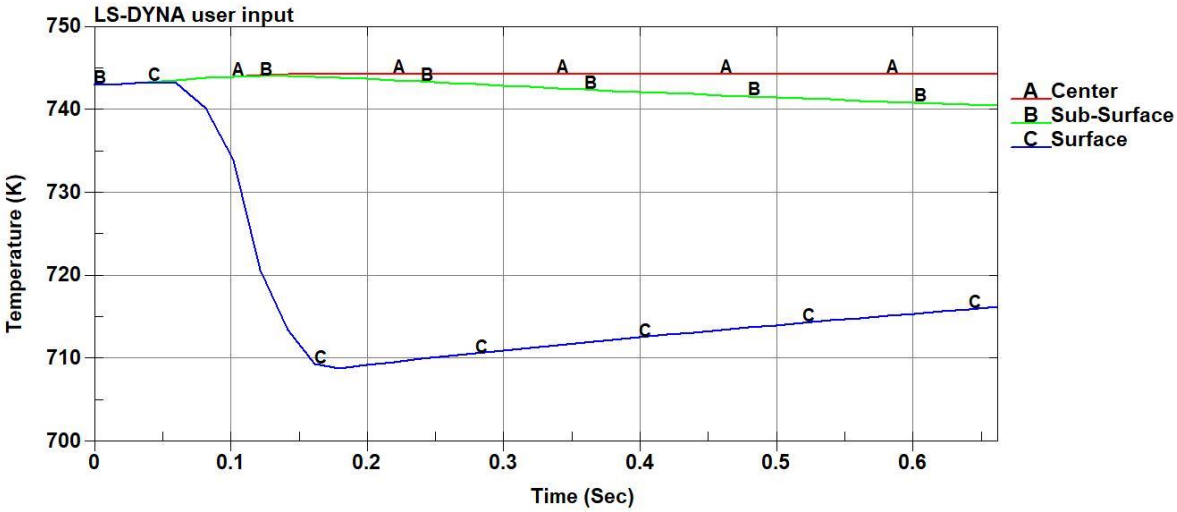


Διάγραμμα 5.10:Διάγραμμα θερμοκρασίας– χρόνου της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 1

Μετά το πέρας του πρώτου πάσου παρατηρείται μια πτώση της τάξεως των 30 K στην επιφάνεια της πλάκας αλουμινίου, και συγκεκριμένα από τους 743 K που ήταν και η αρχική θερμοκρασία στους 713 K. Μετά από χρόνο 0,15 sec, αρχίζει να ανεβαίνει η θερμοκρασία της και φτάνει μέχρι τους 717 K με το τέλος της προσομοίωσης. Αντίθετα, η θερμοκρασία στο κέντρο της πλάκας αυξάνεται κατά 1 K και παραμένει σταθερη στους 744 K, ενώ στο στρώμα κάτω από την επιφάνεια η θερμοκρασία αυξήθηκε κατα 1 K και πρόλαβε να μειωθεί μόνο κατά 2 K μέχρι το πέρας της προσομοίωσης.

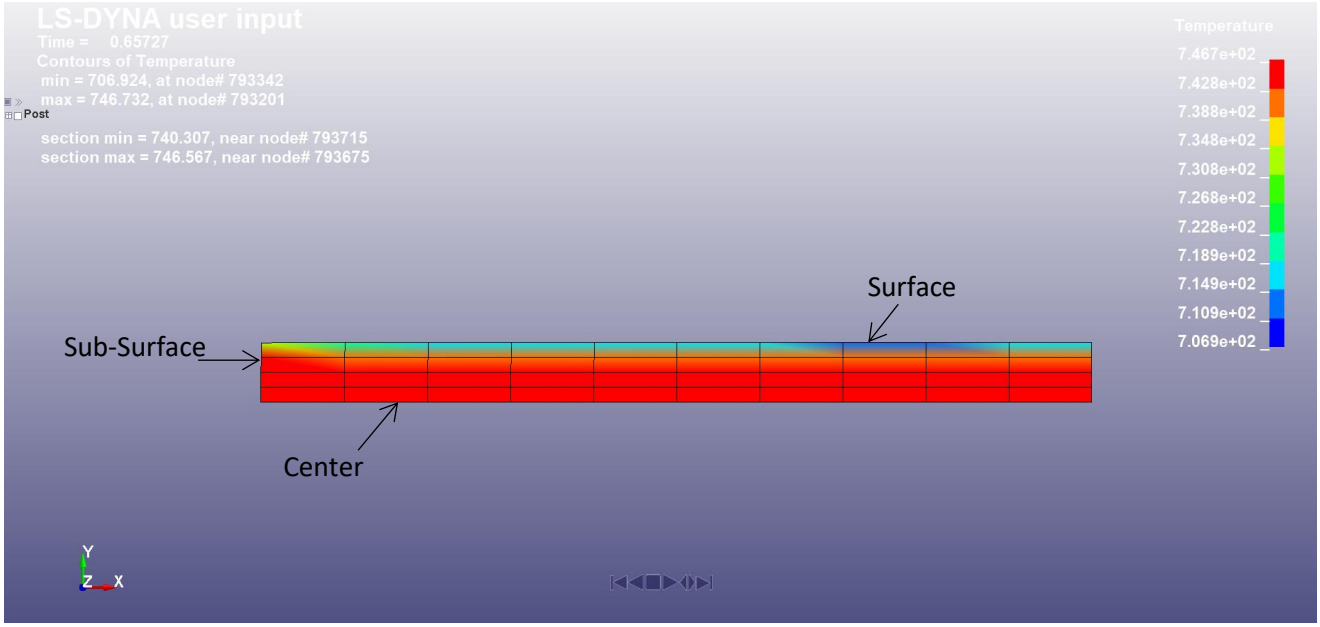


Σχήμα 5.18: Θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 2

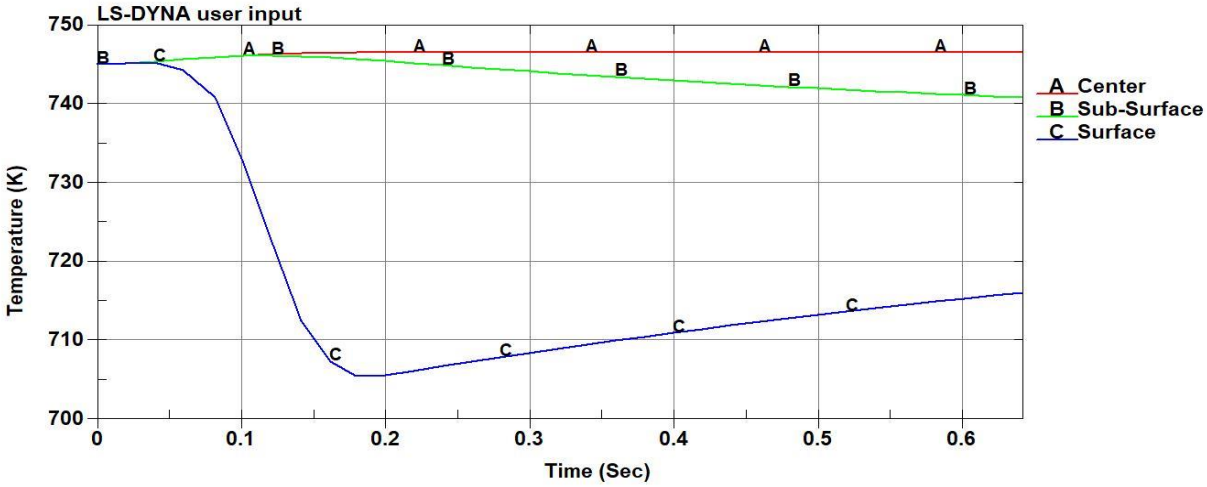


Διάγραμμα 5.11:Διάγραμμα θερμοκρασίας– χρόνου της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 2

Μετά το πέρας του δεύτερου πάσου παρατηρείται μια πτώση της τάξεως των 34 K στην επιφάνεια της πλάκας αλουμινίου, και συγκεκριμένα από τους 743 K που ήταν και η αρχική θερμοκρασία στους 709 K. Μετά από χρόνο 0,15 sec, αρχίζει να ανεβαίνει η θερμοκρασία της και φτάνει μέχρι τους 716 K με το τέλος της προσομοίωσης. Αντίθετα, η θερμοκρασία στο κέντρο της πλάκας αυξάνεται κατά 1 K και παραμένει σταθερη στους 744 K, ενώ στο στρώμα κάτω από την επιφάνεια η θερμοκρασία αυξήθηκε κατα 1 K και πρόλαβε να μειωθεί μόνο κατά 3 K μέχρι το πέρας της προσομοίωσης.

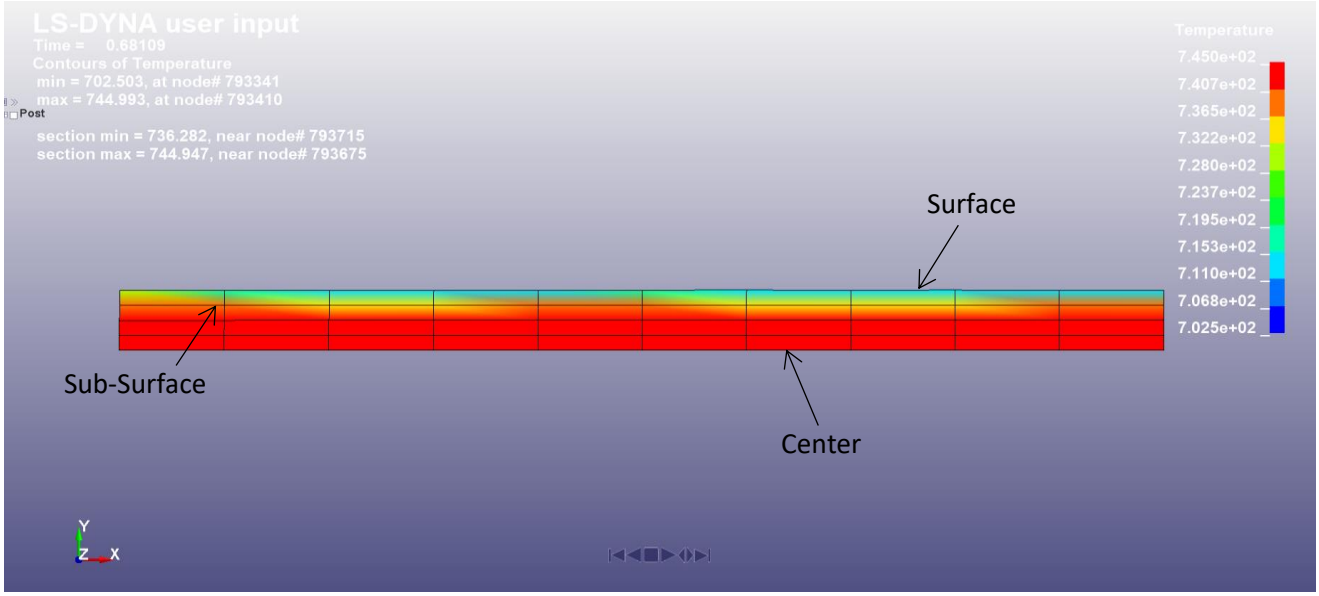


Σχήμα 5.19: Θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 3

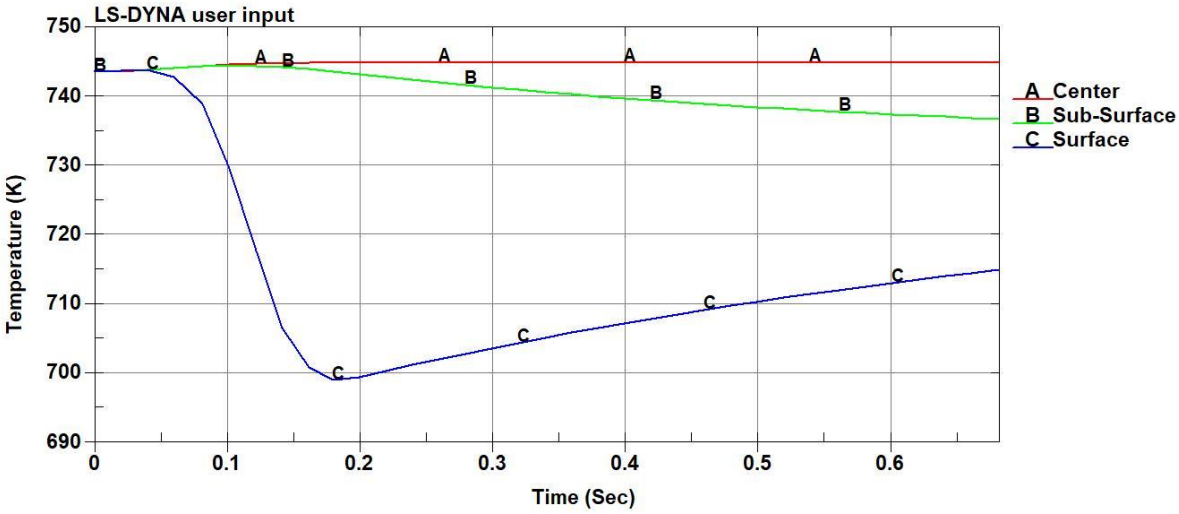


Διάγραμμα 5.12:Διάγραμμα θερμοκρασίας –χρόνου της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 3

Μετά το πέρας του τρίτου πάσου παρατηρείται μια πτώση της τάξεως των 40 K στην επιφάνεια της πλάκας αλουμινίου, και συγκεκριμένα από τους 745 K που ήταν και η αρχική θερμοκρασία στους 705 K. Μετά από χρόνο 0,15 sec, αρχίζει να ανεβαίνει η θερμοκρασία της και φτάνει μέχρι τους 716 K με το τέλος της προσομοίωσης. Αντίθετα, η θερμοκρασία στο κέντρο της πλάκας αυξάνεται κατα 2 K και παραμένει σταθερή, ενώ στο στρώμα κάτω από την επιφάνεια η θερμοκρασία αυξήθηκε κατά 2 K και πρόλαβε να μειωθεί κατά 6 K μέχρι το πέρας της προσομοίωσης.

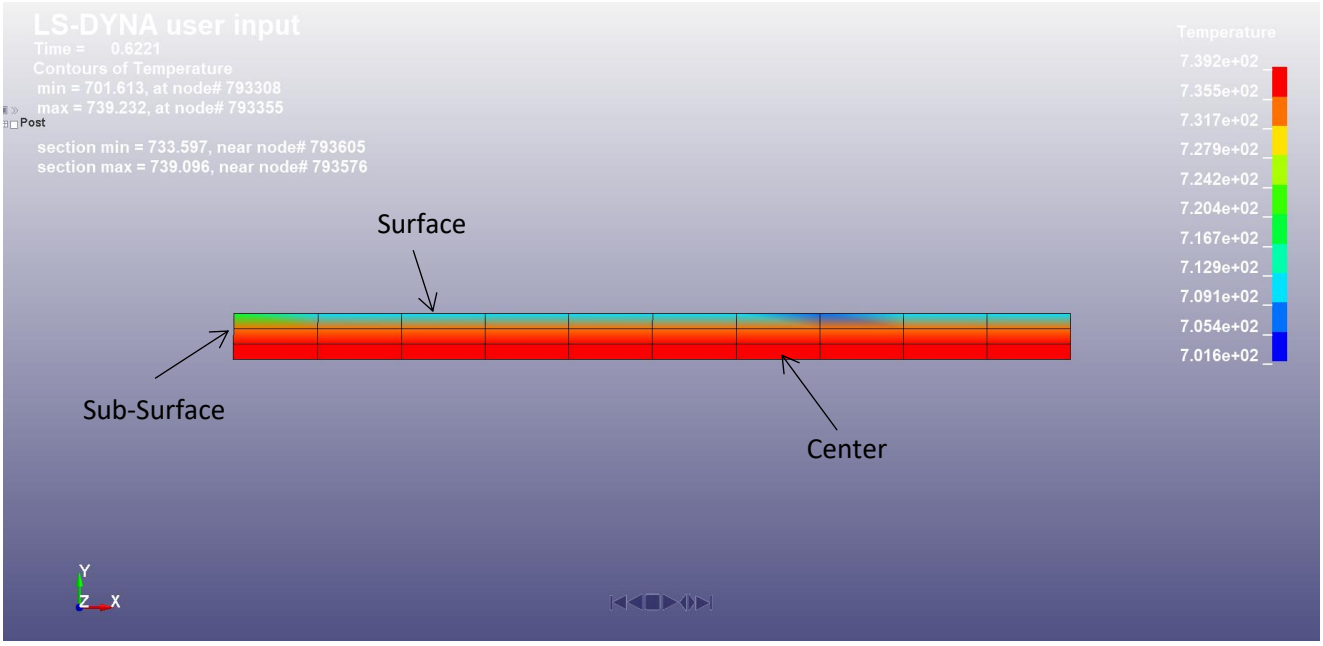


Σχήμα 5.20: Θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 4

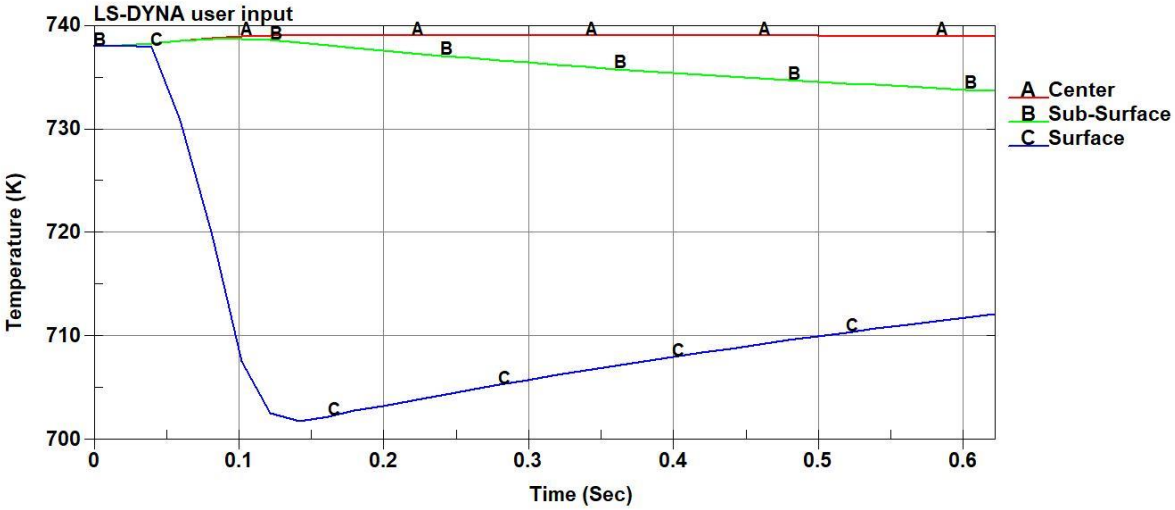


Διάγραμμα 5.13:Διάγραμμα θερμοκρασίας –χρόνου της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 4

Μετά το πέρας του τέταρτου πάσου παρατηρείται μια πτώση της τάξεως των 44,5 K στην επιφάνεια της πλάκας αλουμινίου, και συγκεκριμένα από τους 743,5 K που ήταν και η αρχική θερμοκρασία στους 699 K. Μετά από χρόνο 0,15 sec, αρχίζει να ανεβαίνει η θερμοκρασία της και φτάνει μέχρι τους 714 K με το τέλος της προσομοίωσης. Αντίθετα, η θερμοκρασία στο κέντρο της πλάκας αυξάνεται κατα 1,5 K και παραμένει σταθερή, ενώ στο στρώμα κάτω από την επιφάνεια η θερμοκρασία αυξήθηκε κατά 1,5 K και πρόλαβε να μειωθεί κατά 8 K μέχρι το πέρας της προσομοίωσης.

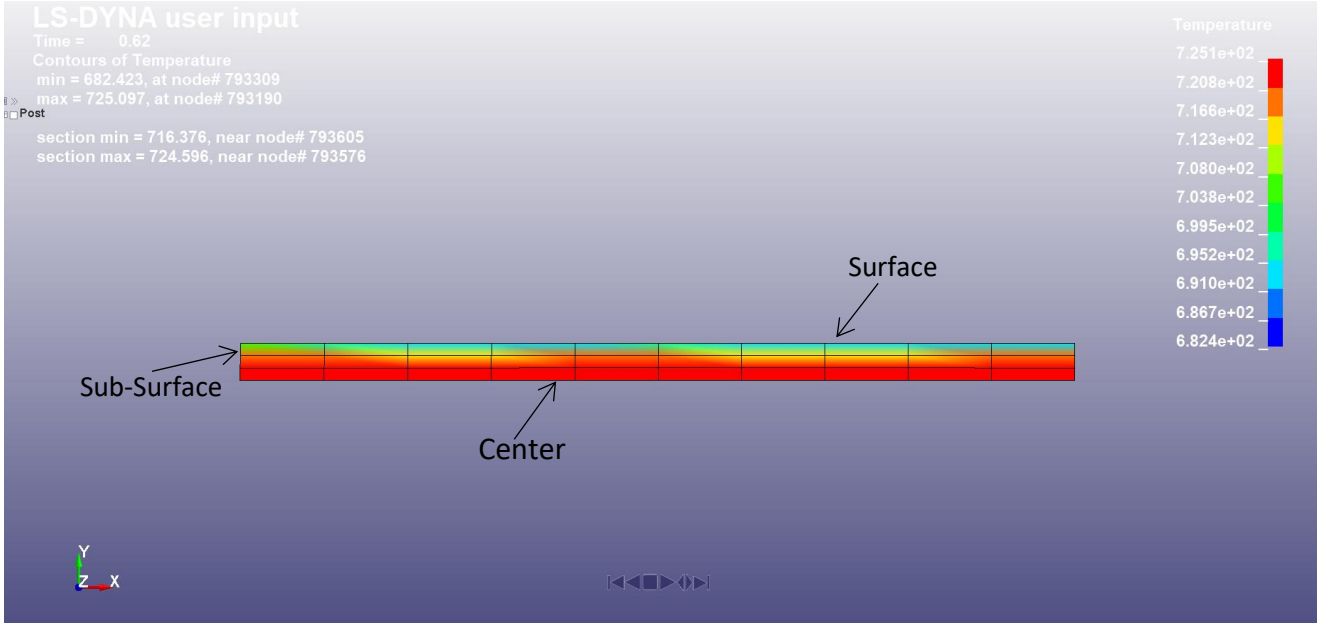


Σχήμα 5.21: Θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 5

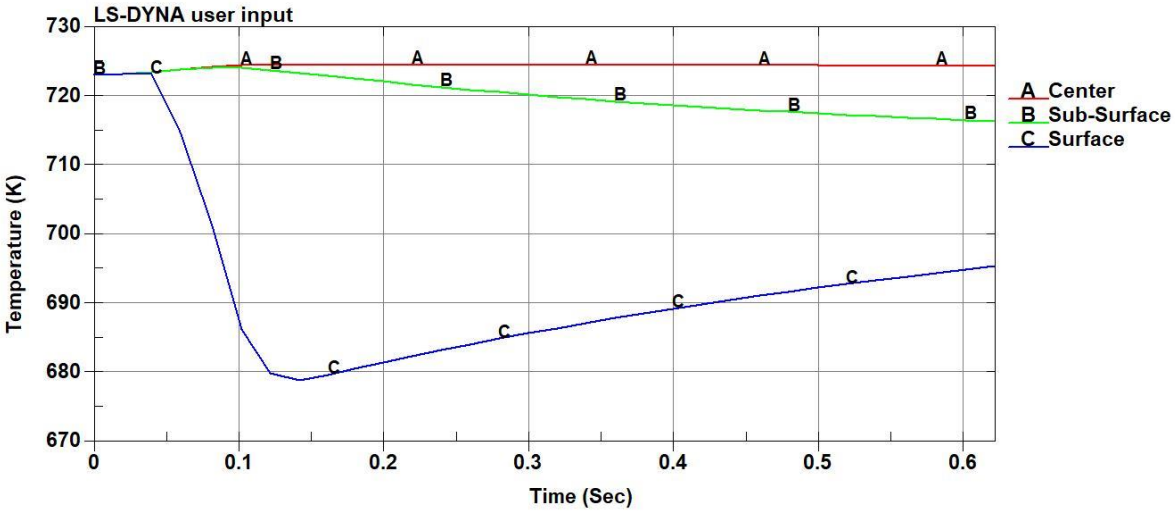


Διάγραμμα 5.14:Διάγραμμα θερμοκρασίας–χρόνου της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 5

Μετά το πέρας του πέμπτου πάσου παρατηρείται μια πτώση της τάξεως των 36 K στην επιφάνεια της πλάκας αλουμινίου, και συγκεκριμένα από τους 738 K που ήταν και η αρχική θερμοκρασία στους 702 K. Μετά από χρόνο 0,14 sec, αρχίζει να ανεβαίνει η θερμοκρασία της και φτάνει μέχρι τους 712 K με το τέλος της προσομοίωσης. Αντίθετα, η θερμοκρασία στο κέντρο της πλάκας αυξάνεται κατα 1 K και παραμένει σταθερή, ενώ στο στρώμα κάτω από την επιφάνεια η θερμοκρασία αυξήθηκε κατά 1 K και πρόλαβε να μειωθεί κατά 5 K μέχρι το πέρας της προσομοίωσης.

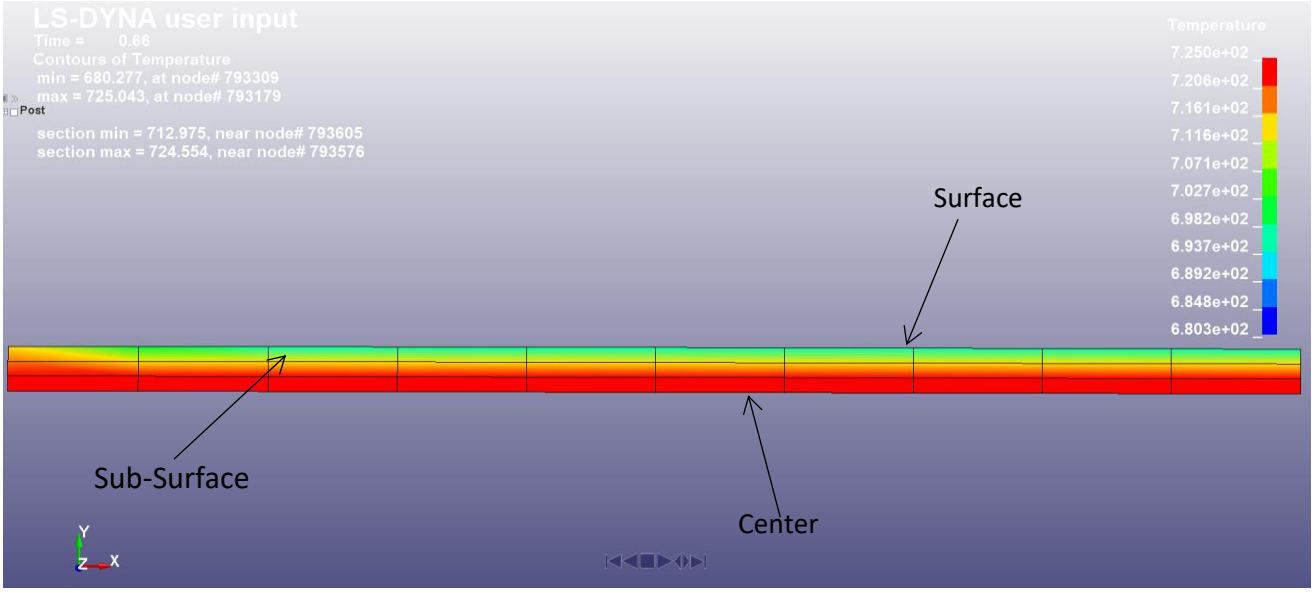


Σχήμα 5.22: Θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 6

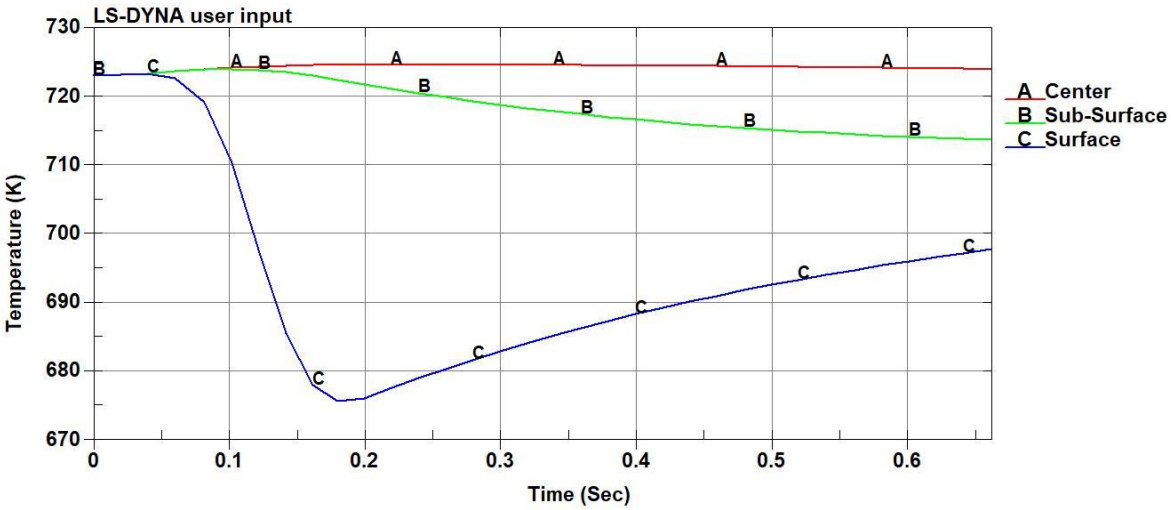


Διάγραμμα 5.15:Διάγραμμα θερμοκρασίας –χρόνου της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 6

Μετά το πέρας του έκτου πάσου παρατηρείται μια πτώση της τάξεως των 44 K στην επιφάνεια της πλάκας αλουμινίου, και συγκεκριμένα από τους 723 K που ήταν και η αρχική θερμοκρασία στους 679 K. Μετά από χρόνο 0,14 sec, αρχίζει να ανεβαίνει η θερμοκρασία της και φτάνει μέχρι τους 695 K με το τέλος της προσομοίωσης. Αντίθετα, η θερμοκρασία στο κέντρο της πλάκας αυξάνεται κατα 1 K και παραμένει σταθερή, ενώ στο στρώμα κάτω από την επιφάνεια η θερμοκρασία αυξήθηκε κατά 1 K και πρόλαβε να μειωθεί κατά 7 K μέχρι το πέρας της προσομοίωσης.

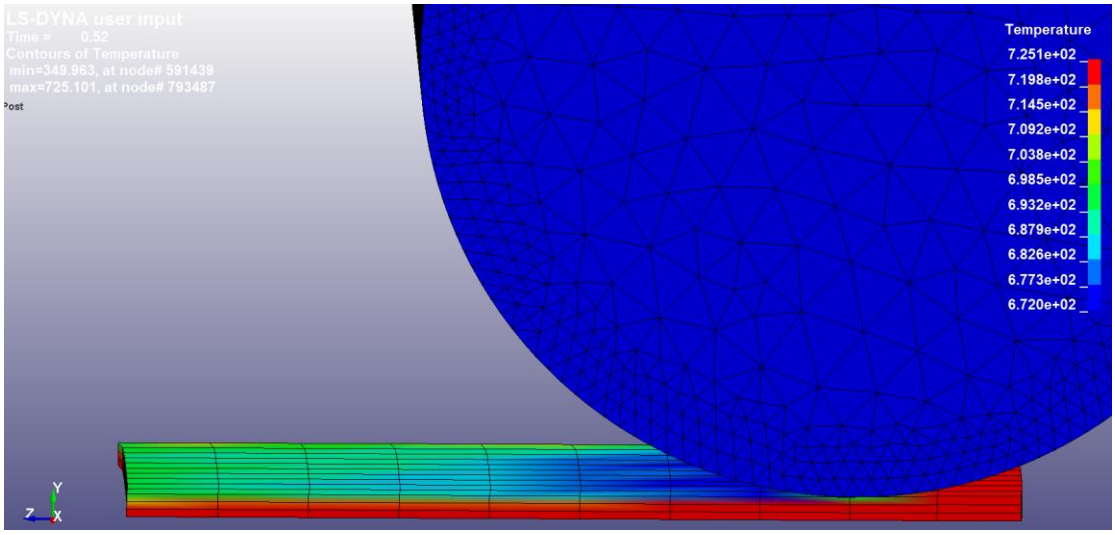


Σχήμα 5.23: Θερμοκρασιακό προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 7

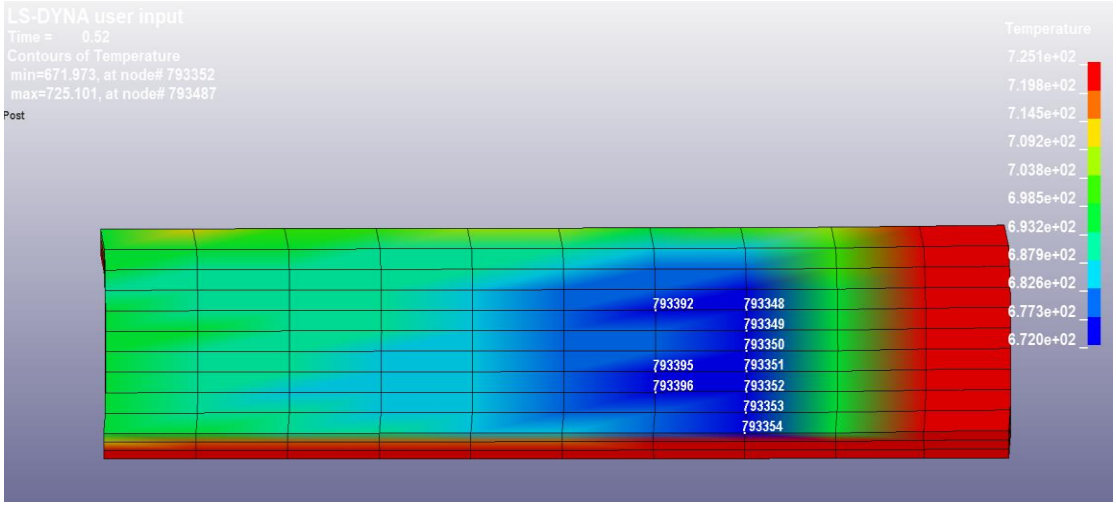


Διάγραμμα 5.16:Διάγραμμα θερμοκρασίας –χρόνου της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 7

Μετά το πέρας του έβδομου πάσου παρατηρείται μια πτώση της τάξεως των 48 K στην επιφάνεια της πλάκας αλουμινίου, και συγκεκριμένα από τους 723 K που ήταν και η αρχική θερμοκρασία στους 675 K. Μετά από χρόνο 0,17 sec, αρχίζει να ανεβαίνει η θερμοκρασία της και φτάνει μέχρι τους 698 K με το τέλος της προσομοίωσης. Αντίθετα, η θερμοκρασία στο κέντρο της πλάκας αυξάνεται κατα 1 K και παραμένει σταθερή, ενώ στο στρώμα κάτω από την επιφάνεια η θερμοκρασία αυξήθηκε κατά 1 K και πρόλαβε να μειωθεί κατά 11 K μέχρι το πέρας της προσομοίωσης.

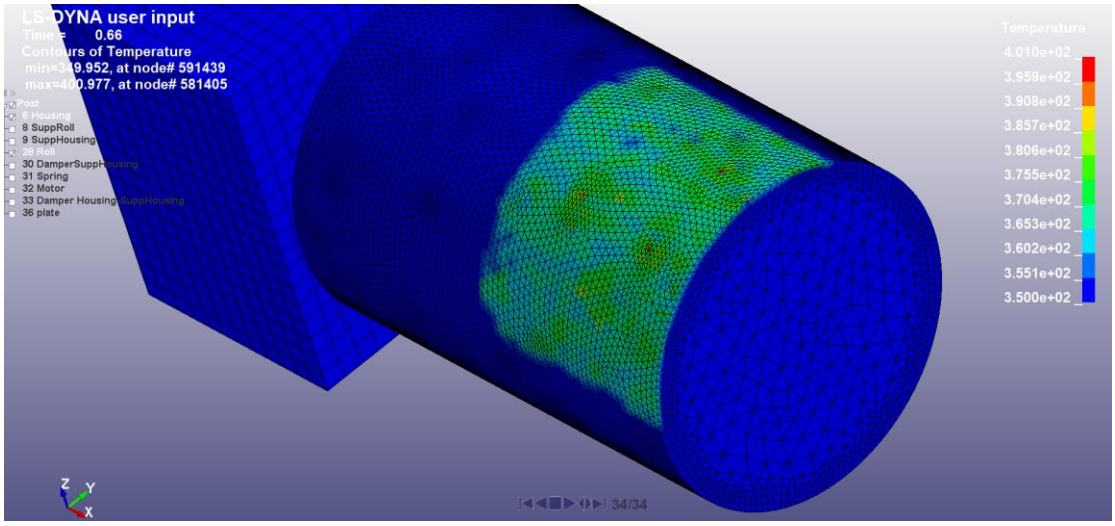


Σχήμα 5.24: Θερμοκρασία πλάκας αλουμινίου 5754 προς το τέλος του 7ου πάσου

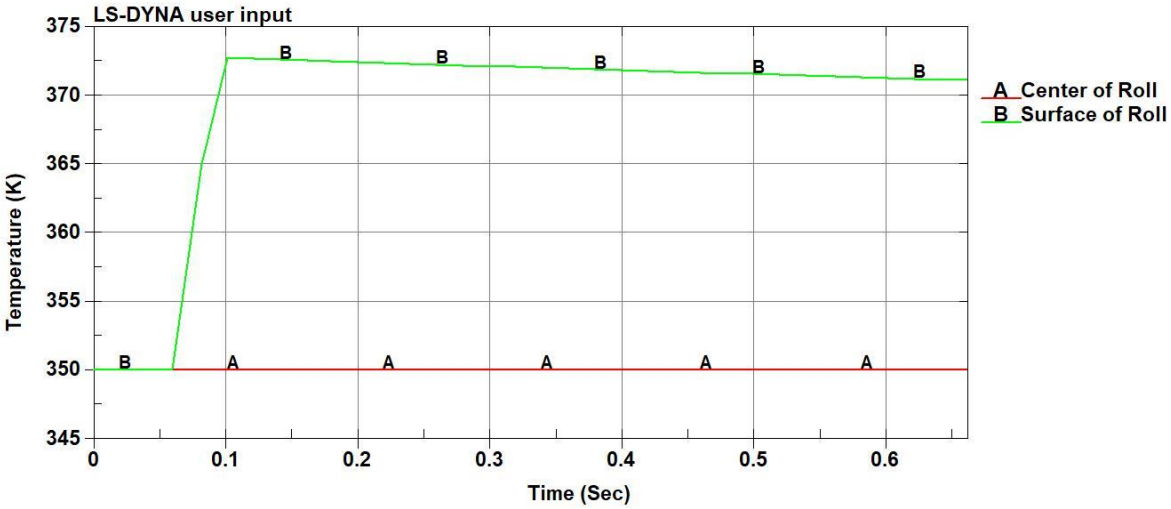


Σχήμα 5.25: Κόμβοι στην επιφάνεια της πλακας αλουμινίου 5754 με τη χαμηλότερη θερμοκρασία προς το τέλος του 7ου πάσου

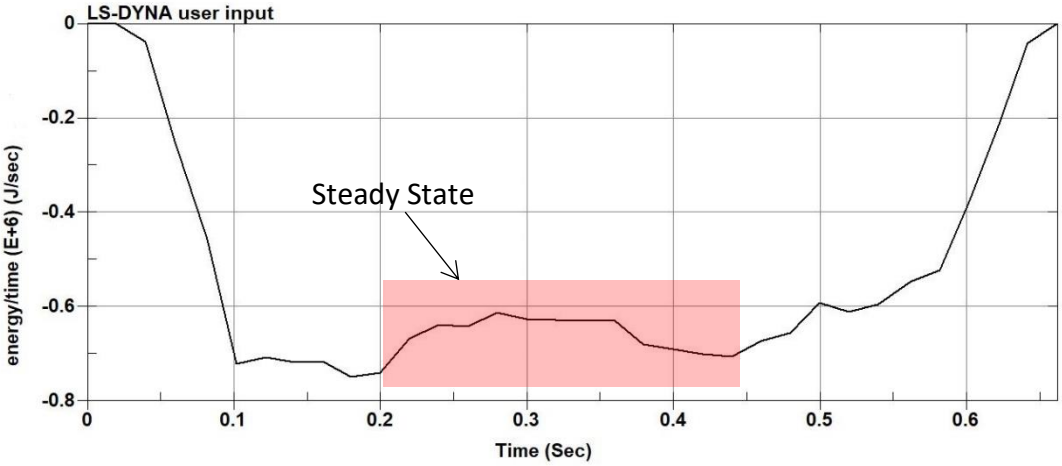
Σε ένα ολοκληρωμένο σχέδιο έλασης είναι εξέχοντας σημασίας και η θερμοκρασιακή μελέτη του ράουλου πέρα από αυτή της πλάκας, καθώς και να ποσοτικοποιηθεί η θερμότητα που ανταλλάσεται μεταξύ των δύο επιφανειών, έτσι ώστε να ληφθούν τα κατάλληλα μετρα για την βελτιστοποίηση της διαδικασίας. Ενδεικτικά και για τα υπόλοιπα πάσα, επισυνάπτεται ένα διάγραμμα θερμοκρασίας - χρόνου για το ράουλο εργασίας, καθώς και ένα διάγραμμα που ποσοτικοποιεί την ενέργεια που ανταλλάσεται στο σύστημα ράουλου εργασίας – πλάκας αλουμινίου.



Σχήμα 5.26: Θερμοκρασία στην επιφάνεια του ράουλου εργασίας



Διάγραμμα 5.17: Διάγραμμα θερμοκρασίας - χρόνου για το ράουλο εργασίας



Διάγραμμα 5.18: Διάγραμμα μεταφοράς ενέργειας στην διεπιφάνεια ράουλου εργασίας-πλάκας αλουμινίου

V.3. Προφίλ Πλάκας Αλουμινίου 5754

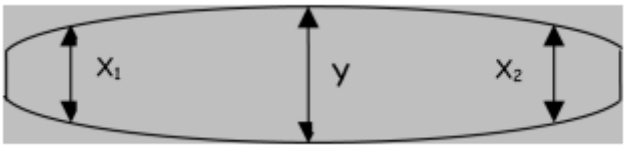
Ταυτόχρονα με την ελαστο-πλαστική παραμόρφωση της πλάκας αλουμινίου, τα επιμέρους στοιχεία των ελάστρων εκτρέπονται, λόγω του μεγάλου μεγέθους των εφαρμοζόμενων δυνάμεων που είναι απαραίτητες για να επιτευχθεί μείωση του πάχους της πλάκας κατά την διαδικασία της θερμής έλασης. Ως άμεση συνέπεια, προκύπτουν δύο σημαντικά κριτήρια διαστασιακής ποιότητας της υπό διαμόρφωσης πλάκας :

1) το προφίλ του πάχους και

2) η επιπεδότητα (flatness)

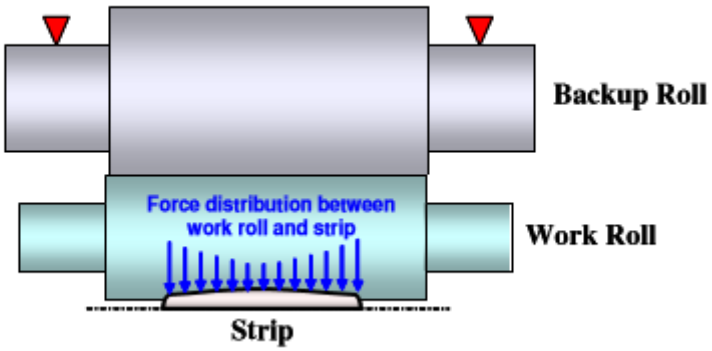
Αυτά τα κριτήρια διαστασιακής ποιότητας συνδέονται άμεσα με το προφίλ παραμόρφωσης που προκύπει από την διεπαφή μεταξύ ράουλου εργασίας και πλάκας. Αυτό το προφίλ είναι τυπικά μη ομοιόμορφο στην κατεύθυνση εγκάρσια προς την έλαση λόγω της γεωμετρίας του ελάστρου. Ελλείψει διορθωτικών μέτρων, η μη ομοιόμορφη φυσική εκτροπή του ράουλου εργασίας, προκαλεί μία ανομοιογενή μείωση του πάχους της ταινίας. Ως εκ τούτου, μια πλάκα με αρχικά ορθογώνιο προφίλ εγκάρσιας διατομής θα έχει τυπικά ένα μη ορθογώνιο προφίλ πάχους μετά την έλαση. Ένα σύστημα μέτρησης που χρησιμοποιείται ευρέως στην βιομηχανία για την μέτρηση του προφίλ πάχους μιας πλάκας είναι το ''crown'', το οποίο ορίζεται ως η διαφορά του πάχους στο κέντρο της πλάκας σε σχέση με τα σημεία κοντά στις άκρες της. Το crown (C) σύμφωνα με το σχήμα 5.27 ορίζεται ως :

$$(C) = Y - \frac{(X_1 + X_2)}{2} \qquad \text{Εξίσωση 5.1}$$

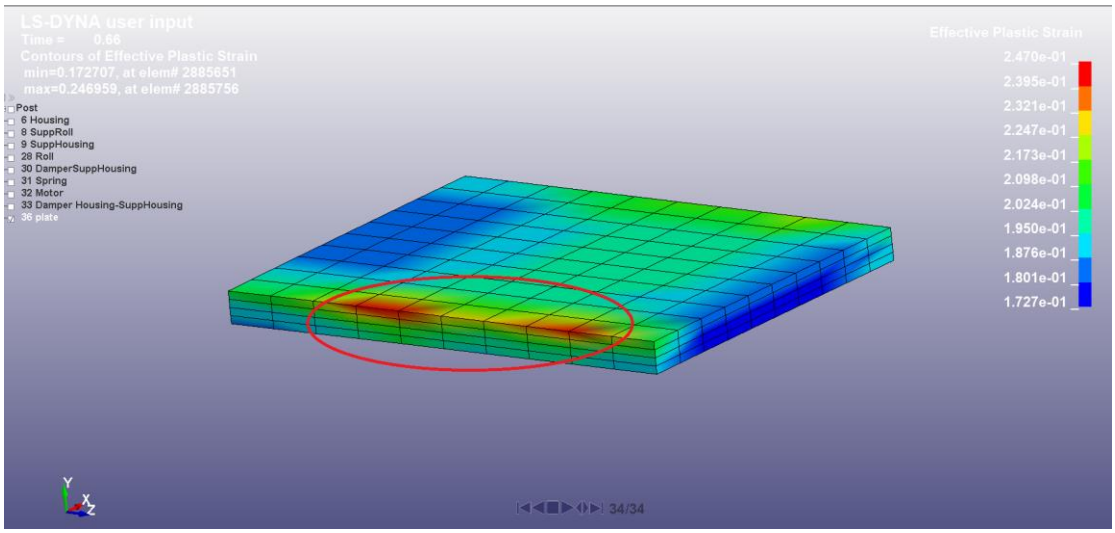


Σχήμα 5.27: Ορισμός του crown

Έχοντας, αρχικά, ένα ορθογώνιο προφίλ πλάκας και ελλείψει μηχανισμών ελέγχου του crown, το προφίλ που προκύπτει φυσικά μετά την έλαση είναι συνήθως κυρτό επειδή η κατανομή της δύναμης έλασης είναι μεγαλύτερη στις άκρες της πλάκας.

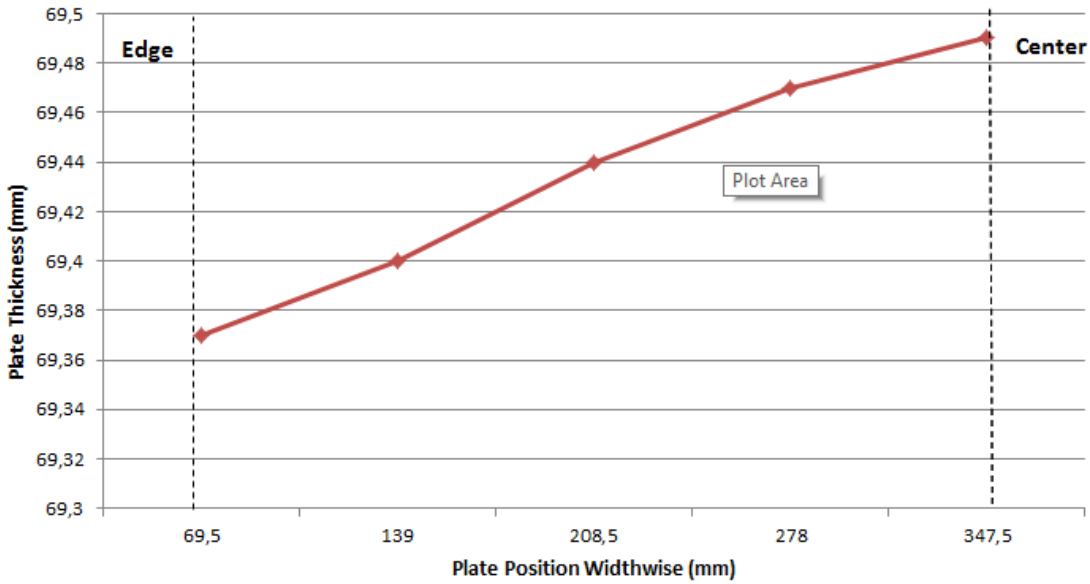


Σχήμα 5.28: Κατανομή της δύναμης έλασης



Σχήμα 5.29: Πλαστική παραμόρφωση της πλάκας αλουμινίου στο πάσο 2

Όπως συμπεραίνεται από την παραπάνω εικόνα, η οποία παρατίθεται ενδεικτικά για όλα τα πάσα που προσομοιώθηκαν, η τιμή της πλαστικής παραμόρφωσης της πλάκας στις άκρες της είναι αισθητά μεγαλύτερη από οτι στο κέντρο της. Για το λόγο αυτό, κατά την διάρκεια των υπολογισμών για το crown της πλάκας αλουμινίου, οι τιμές για το πάχος της πλάκας λήφθηκαν 69,5 mm μακρία από την άκρη για να αποφευχθεί μια λανθασμένη εκτίμηση λόγω του flattening.

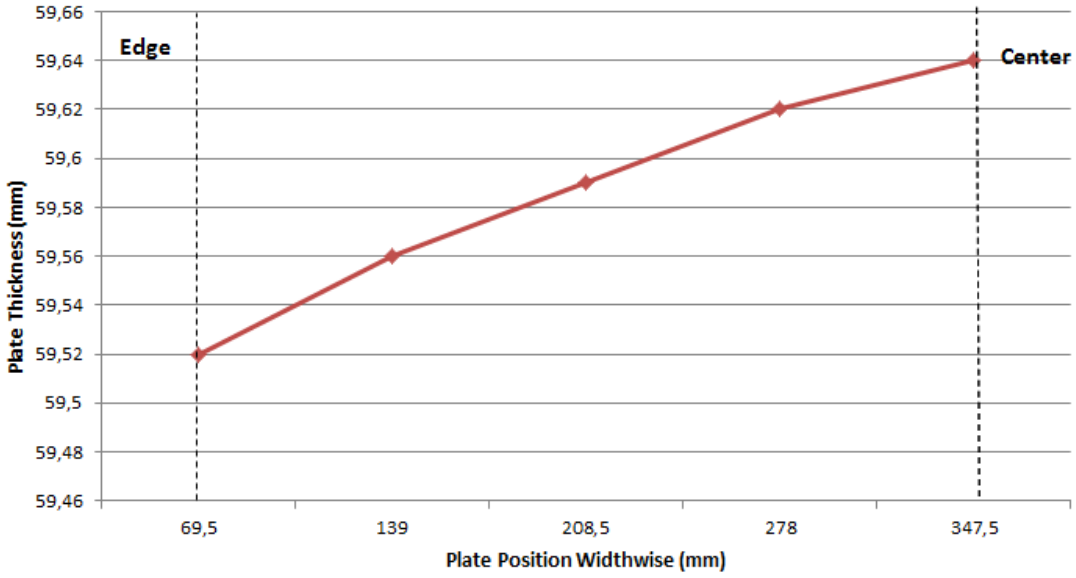


Διάγραμμα 5.19: Προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 1 για τον υπολογισμό του crown

Ο τύπος για τον υπολογισμό του ποσοστού του crown σε κάθε πάσο είναι ο εξής :

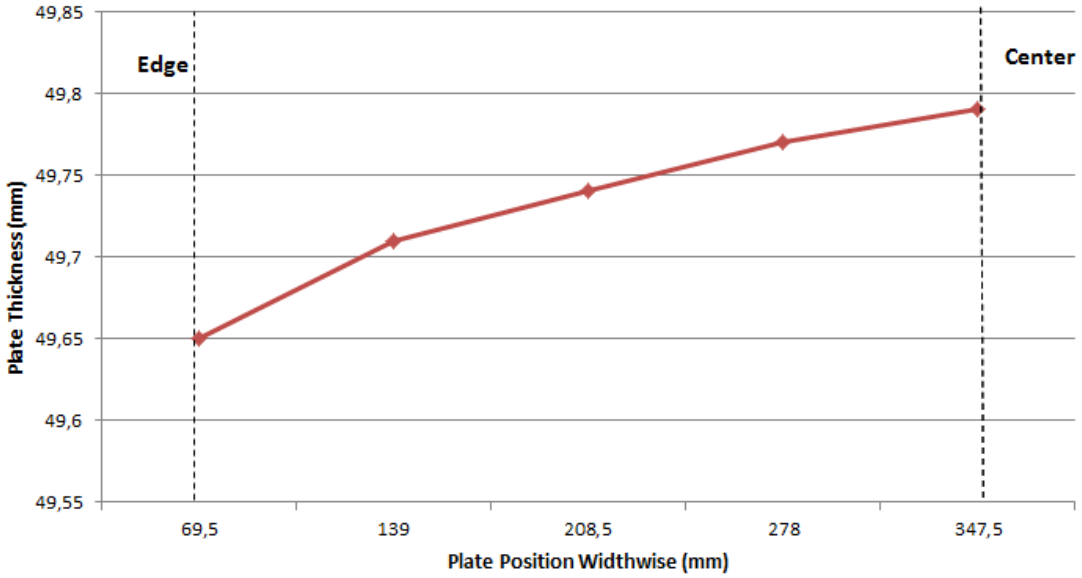
$$Crown = \frac{t_{center} - t_{edge}}{t_{center}} \times 100 \qquad \text{Εξίσωση 5.2}$$

Επομένως, για το 1ο πάσο : $Crown = 0.17\ \%$



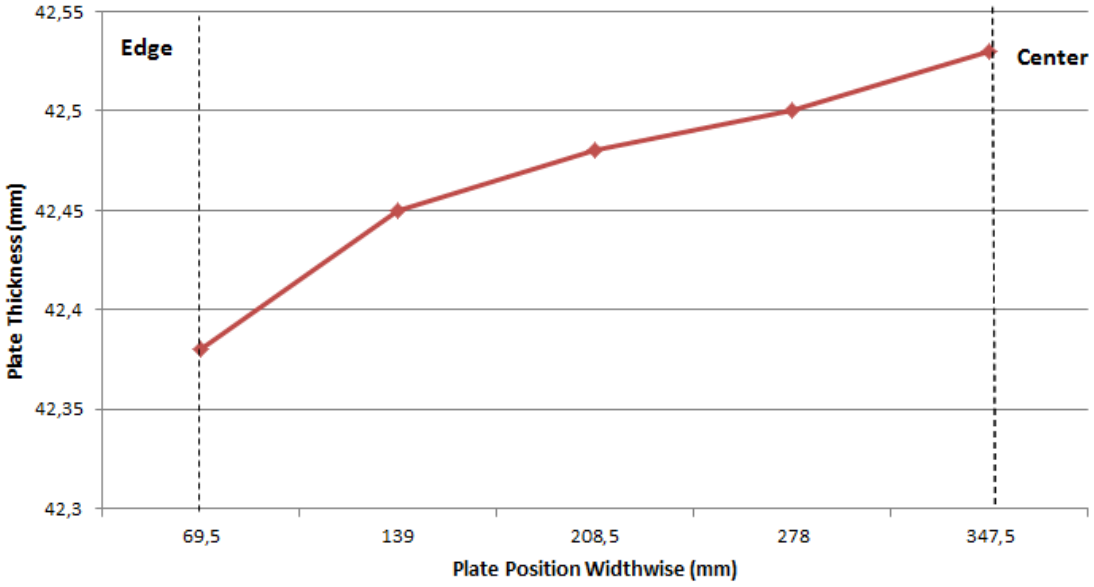
Διάγραμμα 5.20: Προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 2 για τον υπολογισμό του crown

Για το 2ο πάσο : $Crown = 0.2\ \%$



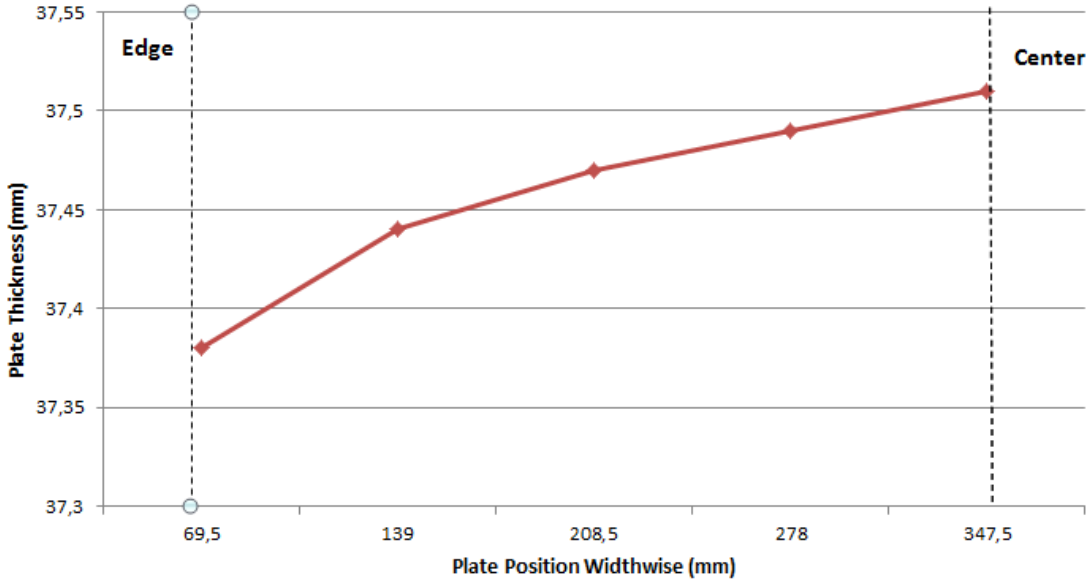
Διάγραμμα 5.21: Προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 3 για τον υπολογισμό του crown

Για το 3ο πάσο : $Crown = 0.3\ \%$



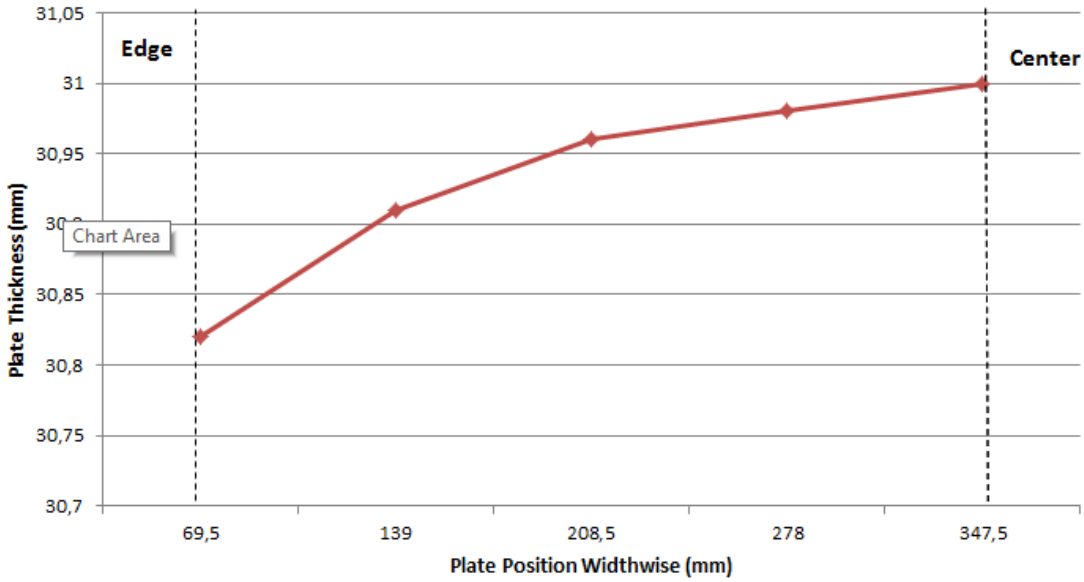
Διάγραμμα 5.22: Προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 4 για τον υπολογισμό του crown

Για το 4ο πάσο : $Crown = 0.35\ \%$



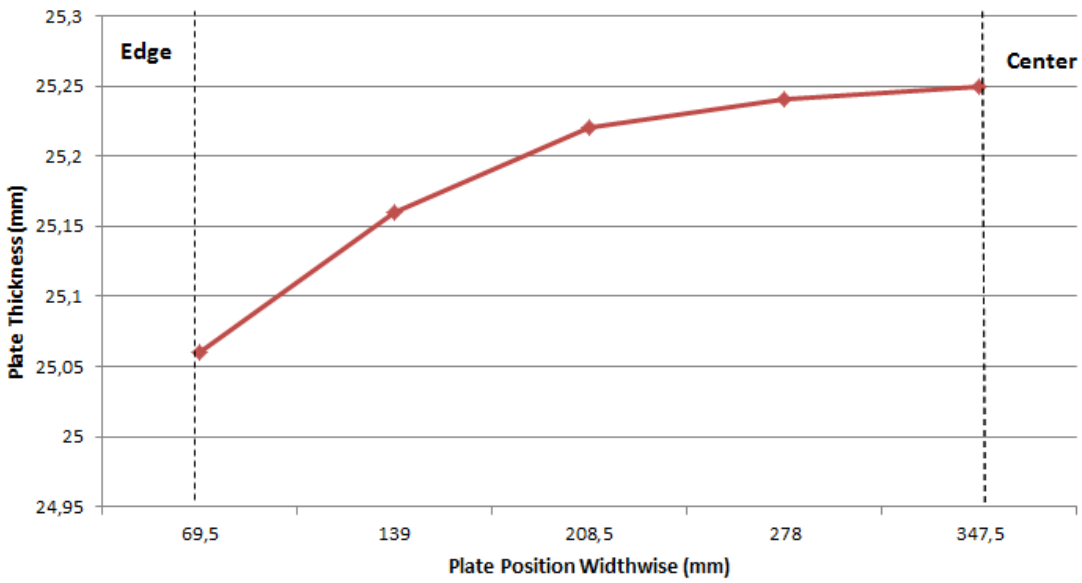
Διάγραμμα 5.23: Προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 5 για τον υπολογισμό του crown

Για το 5ο πάσο : $Crown = 0.34\ \%$



Διάγραμμα 5.24: Προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 6 για τον υπολογισμό του crown

Για το 6ο πάσο : $Crown = 0.58\ \%$



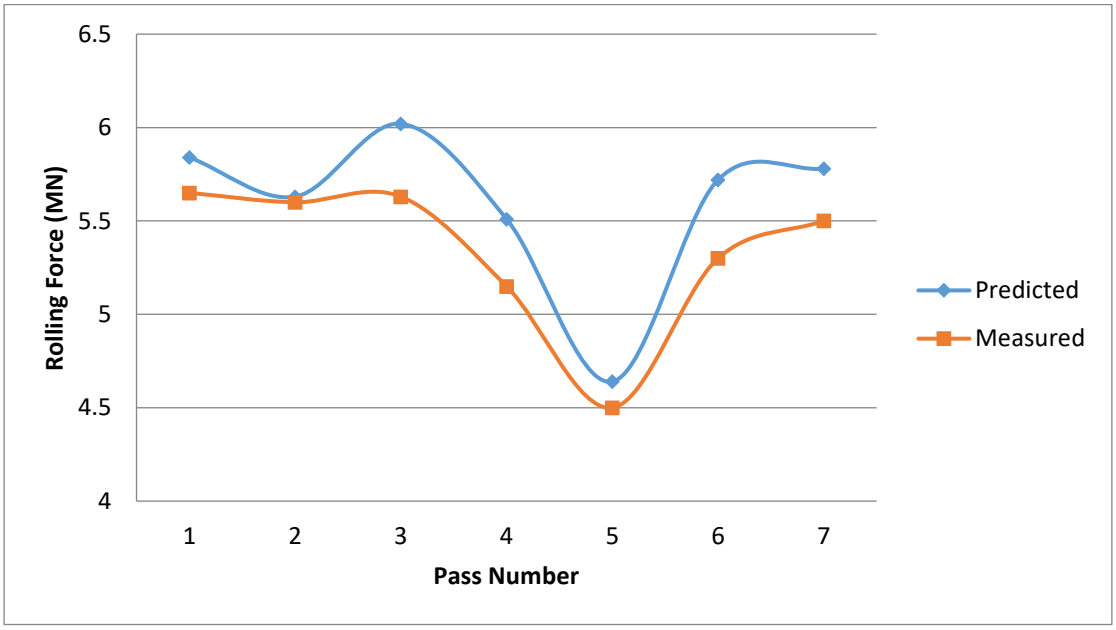
Διάγραμμα 5.25: Προφίλ της πλάκας αλουμινίου μετά το πάσο 7 για τον υπολογισμό του crown

Για το 7ο πάσο : $Crown = 0.75\ \%$

Μέρος Τέταρτο

Κεφάλαιο VI: Συζήτηση επί των αποτελεσμάτων

Ο πρώτος τομέας ενδιαφέροντος ως προς την αξιολόγηση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε, ήταν αυτός της δύναμης έλασης. Στα διαγράμματα που επισυνάπτονται για κάθε πάσο η δύναμη έλασης αυξάνεται συνεχώς στα πρώτα χρονικά βήματα μέχρι μια μέγιστη τιμή. Για χρόνο 0,25 sec – 0,45 sec φτάνει σε μια σταθερή κατάσταση και στη συνέχεια ακολουθεί μια πτωτική πορεία, μέχρι να εξέλθει η πλάκα από το διάκενο μεταξύ των ραούλων και να μηδενιστεί. Οι τιμές που προβλέπονται από το μοντέλο μας για την δύναμη έλασης ήταν αρκετά ικανοποιητικές, συγκριτικά με τις πραγματικές μετρήσεις, όπως φαίνεται και από το παρακάτω διάγραμμα.



Διάγραμμα 6.1: Σύγκριση μεταξύ προβλεπόμενων και μετρηθείσων τιμών

Οι τιμές της δύναμης έλασης που χρησιμοποιήθηκαν τόσο από το μοντέλο, όσο και από την βιομηχανία, για την σύγκριση των αποτελεσμάτων λήφθηκαν σε χρόνο 0,3 sec και αφού έχουμε φτάσει σε μια σταθερή κατάσταση.

Αναλυτικά οι τιμές για την δύναμη έλασης :

Αριθμός Πάσου	Προβλεπόμενη Δύναμη Έλασης (MN)	Μετρηθείσα Δύναμη Έλασης (MN)
1	5,84	5,65
2	5,63	5,6
3	6,02	5,63
4	5,51	5,15
5	4,64	4,5
6	5,72	5,3
7	5,78	5,5

Πίνακας 6.1: Προβλεπόμενες και μετρηθείσες τιμές για την δύναμη έλασης ανά υποβιβασμό

Στα πάσα 1,2,5 και 7 παρατηρήθηκε απόκλιση από την μετρηθείσα τιμή μικρότερη του 5%, ενώ στα πάσα 3,4 παρατηρήθηκε απόκλιση της τάξης του 7% και στο πάσο 6 απόκλιση της τάξης του 8%.

Στη συνέχεια μελετήθηκαν τα θερμοκρασιακά προφίλ της πλάκας αλουμινίου 5754, όπως και η θερμική αλληλεπίδραση μεταξύ ράουλου εργασίας και πλάκας. Είναι εμφανές ότι υπάρχει μια διαστρωμάτωση της θερμοκρασίας ως προς το πάχος της πλάκας. Κοινό χαρακτηριστικό των αποτελεσμάτων είναι το γεγονός ότι η θερμοκρασία της πλάκας στο κέντρο της παραμένει αμετάβλητη, καθώς λόγω της μικρής χρονικής διάρκειας της προσομοίωσης δεν προλαβαίνει να κρυώσει.

Αντίθετα, η επιφάνεια της πλάκας με το που έρχεται σε επαφή με το ράουλο εργασίας χάνει ένα μεγάλο ποσό θερμότητας λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ τους. Εξ' αιτίας της αδιαβατικής θέρμανσης της πλάκας και μετά από 0,2 sec αρχίζει να αυξάνεται και πάλι η θερμοκρασία της επιφάνειας μέχρι να σταθεροποιηθεί σε μια θερμοκρασία χαμηλότερη, όμως, της αρχικής.

Στο στρώμα ακριβώς κάτω από την επιφάνεια της πλάκας παρατηρείται μια ενδιάμεση κατάσταση. Αρχικά, παρατηρείται μια μικρή αύξηση της θερμοκρασίας λόγω της παραμόρφωσης της πλάκας, και στην συνέχεια μια πτώση της, λόγω της ταχείας απόψυξης της επιφάνειας, μέχρι να εξισωθεί με την τελική θερμοκρασία της πλάκας.

Με τη βοήθεια του προγράμματος μπορούμε να ποσοτικοποιήσουμε το ποσό αυτό θερμότητας που ανταλλάσεται στη διεπιφάνεια, κάτι που είναι εξέχουσας σημασίας για τον αποτελεσματικό και ακριβή σχεδιασμό ενός σχεδίου έλασης, τόσο ως προς τον έλεγχο των

μηχανικών ιδιοτήτων του υπό διαμόρφωση υλικού και των διαστασιακών κριτηρίων, όσο και ως προς την διάρκεια ζωής του ράουλου εργασίας. Το ποσό της ενέργειας που υπολογίστηκε είναι περίπου ίσο με 700.000 J/sec, και σε αυτό συμπεριλαμβάνεται και η θερμότητα που παράγεται λόγω της τριβής και της παραμόρφωσης των δύο επιφανειών.

Ταυτόχρονα με την λύση των εξισώσεων για την εύρεση του μεταβατικού πεδίου θερμοκρασίας της πλάκας αλουμινίου, πραγματοποιείται και η επίλυση για εκείνο του ράουλου εργασίας. Στο τμήμα εκείνο της επιφάνειας του ράουλου που έρχεται σε επαφή με την πλάκα παρατηρείται αύξηση της θερμοκρασίας μέχρι και 22 K, σε αντίθεση με τον υπολοιπό όγκο του, του οποίου η θερμοκρασία παραμένει σταθερή και ίση με 350 K.

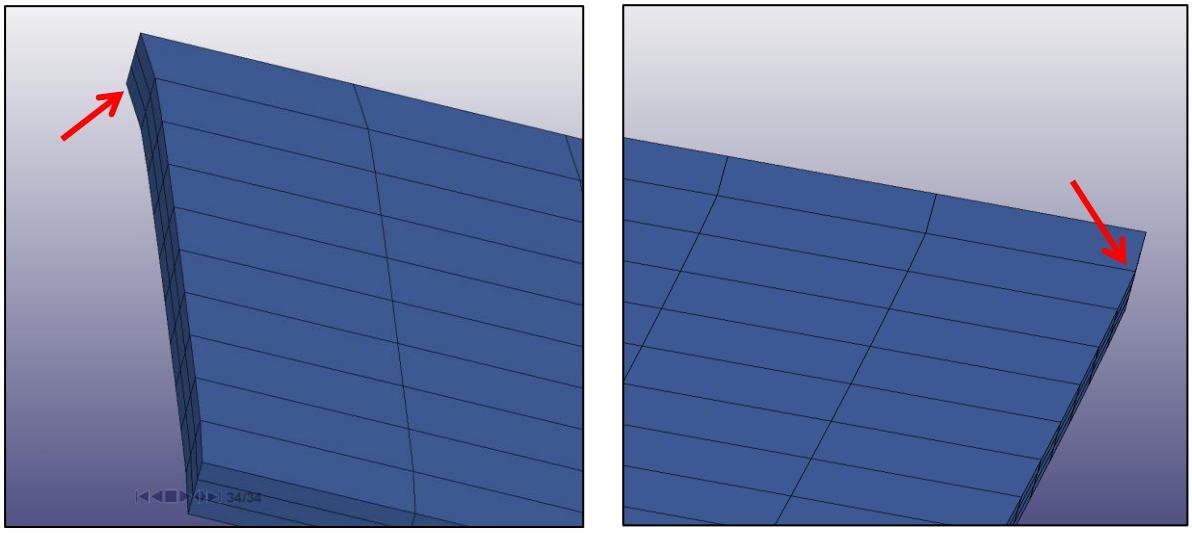
Δεδομένου ότι τα προϊόντα έλασης χρησιμοποιούνται σε πολλές εφαρμογές που απαιτούν αυστηρή τήρηση ανοχών ως προς τις διαστάσεις τους, όπως στις βιομηχανίες της αεροδιαστημικής και της αυτοκινητοβιομηχανίας, οι κατασκευαστές μετάλλων πρέπει να ενσωματώνουν αποτελεσματικά συστήματα ελέγχου του προφίλ και της επιπεδότητας τους στις συνήθεις διαδικασίες λειτουργίας τους. Επομένως, η ικανότητα πρόβλεψης και ελέγχου του προφίλ πάχους και της αντίστοιχης επιπεδότητας σε οποιοδήποτε στάδιο της διαδικασίας θερμής ή ψυχρής έλασης είναι πολύ σημαντική στην κατασκευή προϊόντων έλασης υψηλής ποιότητας. Ορμώμενοι από αυτό το γεγονός, ποσοτικοποιήθηκε το ποσοστό του crown σε όλα τα πάσα που προσομοιώθηκαν και παρατηρήθηκε ότι όσο μικρότερο είναι το αρχικό πάχος της πλάκας τόσο το ποσόστο του crown αυξάνεται.

Το δεύτερο σημαντικό κριτήριο διαστασιακής ποιότητας που σχετίζεται άμεσα με το προφίλ του πάχους της πλάκας, έχει να κάνει με την επιπεδότητα της πλάκας και ονομάζεται ‘’flatness’’. Ενώ το crown αναφέρεται στην εγκάρσια ανομοιομορφία της παραμόρφωσης στο πάχος της λωρίδας, με τον όρο flatness αναφερόμαστε στην εγκάρσια ανομοιομορφία της παραμόρφωσης κατά μήκος της πλάκας. Τα δύο αυτά φαινόμενα σχετίζονται άμεσα μεταξύ τους επειδή η πλαστική παραμόρφωση της πλάκας είναι μια ασυμπίεστη διαδικασία και εμφανίζεται μικρή ή αμελητέα παραμόρφωση ως προς το πλάτος της πλάκας. Ως αποτέλεσμα, οι περιοχές κατά μήκος του πλάτους της πλάκας που υφίστανται μεγαλύτερη παραμόρφωση ως προς το πάχος τους θα υποστούν αντίστοιχα μεγαλύτερη διαμήκη πλαστική παραμόρφωση κατά μήκος της πλάκας.

Στο τελευταίο πάσο που προσομοιώθηκε, το οποίο είναι και αυτό με το μικρότερο αρχικό πάχος ($t_{initial}$ = 61,9 mm), παρατηρήθηκε πιο έντονα από οτι στα υπόλοιπα αυτό το φαινόμενο. Το κυρτό προφίλ πάχους της πλάκας που προκύπτει φυσικά μετά την έλαση λόγω της εκτροπής του ράουλου εργασίας (positive crown), παρά την ύπαρξη του ράουλου

αντιστήριξης, αυξάνεται με τη μείωση του πάχους της πλάκας και οφείλεται στην αυξημένη πλαστική παραμόρφωση της πλάκας στις άκρες.

Το μεγαλύτερο αυτό ποσό παραμόρφωσης έχει άμεση επίδραση και στην θερμοκρασία της επιφάνειας της πλάκας στις άκρες. Επιπρόσθετα, η ελαστική παραμόρφωση των ραούλων έχει ως αποτέλεσμα οι προεξοχές της πλάκας να επιμηκύνονται περισσότερο από το κέντρο της. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι στο κέντρο της υφίσταται εφελκυστικές τάσεις, ενώ στις άκρες συνθλιπτικές. Αυτό οδηγεί στη δημιουργία κυματισμών κατά μήκος των άκρων της πλάκας (wavy edges), όπως φαίνεται και στην τελευταία εικόνα (Σχήμα 5.13). Η ατέλεια αυτή προκύπτει επειδή η μεγαλύτερη σχετική παραμόρφωση ως προς το πάχος στις άκρες δημιουργεί αντίστοιχα μεγαλύτερη διαμήκη παραμόρφωση στις ίδιες περιοχές.



Σχήμα 6.1: Wavy edges στην αρχή και στο τέλος της πλάκας μετά το 7ο πάσο

Κεφάλαιο VII: Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία δημιουργήθηκε ένα τριδιάστατο, θερμομηχανικό μοντέλο για την explicit ανάλυση της θερμής έλασης μιας πλάκας αλουμινίου 5754, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων εξάγονται τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Το μοντέλο που αναπτύχθηκε μπορεί να χρησιμοποιηθεί με επαρκή ακρίβεια για την βελτιστοποίηση της διαδικασίας της θερμής έλασης, αφού τα αποτελέσματα

του παρουσίασαν μικρές αποκλίσεις από αυτά της βιομηχανίας. Συγκεκριμένα Στα πάσα 1,2,5 και 7 παρατηρήθηκε απόκλιση από την μετρηθείσα τιμή μικρότερη του 5%, ενώ στα πάσα 3,4 παρατηρήθηκε απόκλιση της τάξης του 7% και στο πάσο 6 απόκλιση της τάξης του 8%.

- Το μοντέλο των Johnson-Cook που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της συμπεριφοράς του υλικου, χρησιμοποιεί το κριτήριο διαρροής του Von Mises και συντέλεσε στην λήψη ρεαλιστικών αποτελεσμάτων λόγω της εξάρτησης της τάσης ροής με την θερμοκρασία, την παραμόρφωση και τον ρυθμό παραμόρφωσης.
- Τα θερμοκρασιακά προφίλ της πλάκας, που μελετήθηκαν για κάθε πάσο που προσομοιώθηκε έδειξαν ικανοποιητικά και φυσικά αποτελέσματα. Η μεταφορά θερμότητας από την πλάκα στο ράουλο θα μειωθεί εάν η μέση θερμοκρασία του ράουλου εργασίας είναι υψηλότερη. Επιπλέον, η ροή θερμότητας μέσα στην πλάκα θα μειωθεί επίσης, διατηρώντας τη θερμοκρασία του πιο σταθερή σε κάθε πάσο.
- Η διατήρηση ενός ομοιόμορφου διάκενου μεταξύ των ραούλων είναι δύσκολη λόγω της εκτροπής τους υπό την επίδραση μεγάλων φορτίων, όπως αυτά που αναπτύσσονται κατά την διαδικασία της έλασης. Επομένως, είναι απαραίτητη η λήψη μέτρων για την επίτευξη ομοιόμορφης πλαστικής παραμόρφωσης της πλάκας ως προς το πάχος της. Το φαινόμενο αυτό γίνεται πιο έντονο όσο μειώνεται το αρχικό της πάχος.
- Για την μείωση του φαινομένου της καμπυλότητας της πλάκας ως προς το πάχος της (crown) και για να εξασφαλιστεί μια επίπεδη επιφάνεια στην πλάκα πρέπει να μειωθεί η δύναμη έλασης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί είτε με την μείωση της τριβής, είτε με τη χρήση ράουλων εργασίας μικρότερης διαμέτρου για να μειωθεί η επιφάνεια επαφής, είτε εφαρμόζοντας ροπές στα ράουλα έτσι ώστε να καμφθούν και να μειώσουνν την εμφάνιση του crown.
- Για το έβδομο πάσο, στο οποίο έγιναν εμφανείς οι κυματισμοί στις άκρες της πλάκας και παρουσίασε και τις μεγαλύτερες ατέλειες ως προς την καμπυλότητα και την επιπεδότητα της, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί μικρότερος υποβιβασμός για να περιοριστεί ο ρυθμός και το ποσό παραμόρφωσης έτσι ώστε να πληροί τα διαστασιακά κριτήρια.

Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Το μοντέλο που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία μπορεί να αποτελέσει έναυσμα για περαιτέρω ανάλυση της διαδικασίας. Αρχικά, η διεξαγωγή δοκιμών για τον ακριβή προσδιορισμό των ιδιοτήτων του υλικού και η χρήση τους στο μοντέλο που παρουσιαστηκέ, μπορεί να οδηγήσει σε ακόμη καλύτερα αποτελέσματα. Ακόμα, πιο ακριβή αποτελέσματα όσον αφορά τη θερμοκρασία θα μπορούσαν να επιτευχθούν εάν ο χρόνος της προσομοίωσης ήταν μεγαλύτερος, έτσι ώστε να μπορούσε να αποψυχθεί όλος ο όγκος της πλάκας.

Τεράστιο ενδιαφέρον παρουσιάζει η πραγματοποίηση προσομοιώσεων μεταβάλλοντας τις παραμέτρους που διέπουν την διαδικασία της έλασης και να διαπιστωθεί η επίδρασή τους σε αυτή. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι αυτό του συντελεστή τριβής και του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, όπου θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί μια μελέτη παραμέτρων για να διαπιστωθεί η εξάρτηση τους από την πίεση και την θερμοκρασία.

Αντικείμενο ενδιαφέροντος μπορεί να αποτελέσει η προσομοίωση της έλασης με τον ακριβή τρόπο εναλλαγής των θερμοκρασιών του ράουλου εργασίας, δηλαδή χρησιμοποιώντας μια μονάδα ψύξης, έτσι ώστε να ελεγχθεί τι αντίκτυπο θα έχει στην διαδικασία της θερμής έλασης. Υπολογίζοντας τη θερμότητα που ανταλλάσεται μεταξύ των επιφανειών μπορούν να διεξαχθούν μελέτες σχετικά με τη διάρκεια ζωής των ράουλων και την θερμική διαστολή τους.

Ακόμα, είναι εφικτό να πραγματοποιηθούν μελέτες με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων σχετικά με την μικροδομή που προκύπτει στο υπό διαμόρφωση υλικό μετά την έλαση, όπως για παράδειγμα ο υπολογισμός του ποσοστού ανακρυστάλλωσης.

Τέλος, θα πρέπει να εξεταστεί πιο διεξοδικά το φαινόμενο της επιπεδότητας της πλάκας, και αν είναι δυνατό να ποσοτικοποιηθεί, πραγματοποιώντας τα επιμέρους πάσα συνεχόμενα, έτσι ώστε να υπολογιστεί η καμπυλότητα πριν και μετά από κάθε πάσο, και στη συνέχεια να υπολογιστεί και η επιπεδότητα της πλάκας.

VIII. Βιβλιογραφία

[1]. Chakrabarty, J. (2006). Theory Of Plasticity . Elsevier Butterworth-Heinemann.

[2]. G. E. Dieter, Mechanical Metallurgy, Third Edition, McGraw-Hill, New York, 1986.

[3]. Matsumoto, R., Osumi, Y., Utsunomiya, H. (2014). Reduction of friction of steel covered with oxide scale in hot forging. Elsevier B.V.

[4]. Rees, David (2006). Basic Engineering Plasticity: An Introduction with Engineering and Manufacturing Applications. Butterworth-Heinemann.

[5]. Bauschinger, J. (1886). Mitt. Mech. Tech. Lab. Munchen.

[6]. Gavalas, E. (2015). Analysis of the performance of laser treated forging dies. Aachen.

[7]. Hosford, W. (2010). Solid Mechanics. Cambridge University Press.

[8]. Altan, T., Ngaile, G., Shen, G. (2005). Cold and Hot Forgings: Fundamentals and Applications. ASM International.

[9]. Altan, T., Oh, S.-I., Gegel, H.L. (1983). Metal Forming Fundamentals and Applications. ASM International.

[10]. H. Liebowitz, (2014). Engineering Fundamentals and Environmental Effects.

[11]. Backofen, W. (1972). Deformation Processing . Addison-Wesley.

[12]. Material Science Prof. Satish V. Kailas. Dept. of Mechanical Engineering, Indian Institute of Science, Bangalore – 560012 India, Chapter 4. Mechanical Properties of Metals.

[13]. Rodney Hill , (1998). The Mathematical Theory of Plasticity.

[14]. Λυριτσάκης Χαρίλαος,(2014). Ελαστοπλαστική Ανάλυση Δισδιάστατων Κατασκευών.

[15]. Material Science Prof. Satish V. Kailas. Dept. of Mechanical Engineering, Indian Institute of Science, Bangalore – 560012 India, Chapter 4. Mechanical Properties of Metals

[16]. LS-DYNA Theory Manual, LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION (LSTC)

[17]. Shaheni, A.R. , Setayeshi, S. , Nadamaie, S. A., Asadi, M.A., Rezaie, S. 2009 prediction of influence parameters on the hot rolling process using

finite element method and neural network. J. Mater process. Technol. 209, (1920-1935)

[18]. Xinjian Duan,(2001), Some Problems In Hot Rolling Of Al-Alloys Solved By The Finite Element Method

[19]. Vreede P.T., A finite element method for simulations of 3-dimensional sheet metal forming, PhD-thesis, University of Twente, 1992

[20]. Galantucci, L.M. and Tricarico, L. Thermo- mechanical simulation of a rolling process with an FEM approach, J. Material Processing Technology, 92-93, pp. 494-501 (1999).

[21]. Mahiuddin Ahmed, B Sc Eng, M Eng 1997, Finite Element Modelling and Simulation of Metal Flow in Bulge Forming,

[22]. Klaus-Jürgen Bathe, Finite Element Procedures, Second Edition

[23]. M. Tisza, Numerical modelling and simulation in sheet metal forming, Journal of Materials Processing Technology 151 (2004) 58–62

[24]. J. Huetink and J. Van der Lugt, Proc. AGARD 426 conf. "Aerospace Materials Process modelling" (Cesme, Turkey, 1987). Agard, Neuilly-sur-Seine, France, 1988.

[25]. Wagoner, R. H. , Chenot, 1996, In: Fundamentals of Metal Forming. Wiley, New York, pp. 10-31.

[26]. F.J. Harewood, P.E. McHugh, Comparison of the implicit and explicit Finite Element Methods using crystal plasticity, Computational Material Science 39 (2007) 481-494

[27]. Hibbitt, Karlsson & Sorensen (UK) Ltd, Applications of Implicit and Explicit Finite Element Techniques to Metal Forming, J. Mater. Process. Technol. 45 (1994) 649-656

[28]. J.S. Sun, K.H. Lee, H.P. Lee, Comparison of implicit and explicit ®nite element methods for dynamic problems, Journal of Materials Processing Technology 105 (2000) 110-118

[29]. Ι. Κεχαγίας, «Έλαση», Σημειώσεις μαθήματος Εισαγωγή στις μηχανικές κατεργασίες, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών. Λήψη από: http://www.mie.uth.gr/ekp_yliko/06-Rolling.pdf

[30]. Association, T. A. (1990, June). Ανάκτηση από www.aluminum.org: http://www.aluminum.org/sites/default/files/Rolling_Aluminum_From_The_Mine_ Through_The_Mill.pdf

[31]. Farren,W.S., Taylor, G.I. (1925). Ser.A, Vol 107. Στο The Heat Developed During Plastic Extrusion of Metals (σσ. 422-451). Proc. R. Soc.

[32]. Ράπτης Δημήτριος, Προσομοίωση της θερμής και ψυχρής έλασης κράματος αλουμινίου με χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

[33]. Mahtab, F. U., Johnson,Slater, W. (1965). R.A.C. Proc. Inst. Mech. Eng.

[34]. Gangshu Shen ,Cold and Hot Forging Fundamentals and Applications,CHAPTER 6,Temperature and Heat Transfer.

[35]. Schey JA. Tribology in metalworking: friction, lubrication and wear. ASM, Metals Park, Ohio 44073, USA, 1983.

[36]. Altan, T., Gerds, A.F. (1970). Temperature Effects in Closed-Die Forging. ASM Technical Report No. C70-30.1.

[37]. Bowden and Tabor,''The frictional lubrication of solids''

[38]. ASM Metal Handbook, 1988, Volume 2, Properties and Selection: Non-Ferrous Alloys and Special-Purpose Materials.

[39]. Serkan Toros, Fahrettin Ozturk, Ilyas Kacar, Review of warm forming of aluminum–magnesium alloys, Department of Mechanical Engineering, Nigde University, 51245 Nigde, Turkey

[40]. Ungureanu, C.A., Das, S., Jawahir, I.S., 2007. Life-cycle Cost Analysis: Aluminum versus Steel in Passenger Cars. TMS, 11–24.

[41]. Tebbe, P.A., Kridli, G.T., 2004. Warm forming of aluminum alloys: an overview and future directions. Int. J. Mater. Prod. Technol. 21, 24–40.

[42]. F. Shehata, M. J. Painter, and R. Pearce, “Warm forming of aluminium/magnesium alloy sheet,” Journal of Mechanical Working Technology, vol. 2, no. 3, pp. 279–290, 1978.

[43]. Y.H.Moon,S.S.Kang,J.R.Cho,andT.G.Kim,“Effect of tool temperature on the reduction of the springback of aluminum sheets,”JournalofMaterials ProcessingTechnology,vol.132,no. 1–3, pp. 365–368, 2003.

[44]. H. S. Kim, M. Koc¸, J. Ni, and A. Ghosh, “Finite element modeling and analysis of warm forming of aluminum alloys - validation through comparisons with experiments and determination of a failure criterion, Journal of Manufacturing Science and Engineering, vol. 128, no. 3, pp. 613–621, 2006.

[45]. H. S. Kim and M. Koc¸, “Numerical investigations on springback characteristics of aluminum sheet metal alloys in warm forming conditions,” Journal of Materials Processing Technology, vol. 204, no. 1–3, pp. 370–383, 2008.

[46]. D. Li and A. Ghosh, “Tensile deformation behavior of aluminum alloys at warm forming temperatures,” Materials Science and Engineering A, vol.352, no.1-2,pp.279–286,2003.

[47]. A. van den Boogaard, Thermally enhanced forming of aluminum sheet-modeling and experiments, Ph.D. thesis,Twente University, Enschede, The Netherlands, 2002.

[48]. H.Laurent, J.Coer, R.Greze, P.Y.Manach, A.Andrade-Campos, M.C.Oliveira, and L.F.Menezes, Mechanical Behaviour and Springback Study of an Aluminium Alloy in Warm Forming Conditions, ISRN Mechanical Engineering Volume 2011

[49]. M. A. Wells, D. M. Maijer, S. Jupp, G. Lockhart and M. R. van der Winden, Mathematical model of deformation and microstructural evolution during hot rolling of aluminium alloy 5083

[50]. Lenard, J. G. (2014). Primer on Flat Rolling. Waterloo, Ontario, Canada: Elsevier Butterworth- Heinemann.

[51]. O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, The Finite Element Method, McGraw-Hill, New York, 1989.

[52]. S.M. Hwang, M.S. Joun, Y.H. Kang, Finite element analysis of temperatures, metal flow, and roll pressure in hot strip rolling, ASME J. Eng. Industry 115 (1993) 290±298

[53]. O.C. Zienkiewicz, E. Onate, J.C. Heinrich, A general formulation for coupled thermal flow of metals using finite elements, Int. J. Numerical Methods Eng. 17 (1981) 1497±1514.

[54]. P. Montmitonnet, J.L. Chenot, C. Bertrand-Corsini, C. David, T. Iung, P. Buesslre, A coupled thermo-mechanical approach for hot rolling by a 3D finite element method, ASME J. Eng. Industry 114 (1992) 336±344.

[55]. A.A. Tseng, A.S. Gunderia, D.S. Ni, Thermal behavior of roll and strip in steel rolling with non-conventional roll design, in: R.K. Shah, H.Md. Roshan, V.M.K. Sastri, K.A. Padmanabhan (Eds.), Thermo- mechanical Aspects of Manufacturing and Materials Processing, An advanced study institute book, 1992. Hemisphere Publishing Corporation, New York.

[56]. Mahdi Bagheripoor, Hosein Bisadi Effects of rolling parameters on temperature distribution in the hot rolling of aluminum strips

[57]. Incropera F, Dewitt D, Bergman T and Lavine A. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 2007:71- 72

[58]. S. Serajzadeha, A.K. Taheri, F. Mucciardi, Unsteady state work-roll temperature distribution during continuous hot slab rolling, International Journal of Mechanical Sciences 44 (2002) 2447-2462

[59]. Μαργαρίτα Στ. Μπέη, Πειραματική και Αριθμητική Προσομοίωση της Κατεργασίας Διέλασης Διμεταλλικών Σωλήνων, 2008

[60]. LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION (LSTC), LS-DYNA, KEYWORD USER'S MANUAL, VOLUME I

[61]. Ανάκτηση από: https://caeai.com/blog/why-worry-about-hourglassing-explicit-dynamics-part-ii

[62]. Ανάκτηση από: https://www.simscale.com/docs/content/simwiki/numerics/what-are-boundary-conditions.html

[63]. Johnson, G. R., and Cook, W. H., 1983, "A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Temperatures," Proc. Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, Hague,The Netherlands, pp. 541-547.

[64]. LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION (LSTC), LS-DYNA, KEYWORD USER'S MANUAL, VOLUME II, Material Models

[65]. Doğan Acara, Mevlüt Türközb, Hasan Gediklia, Hüseyin Selçuk Halkacıb, Ömer Necati Coraa, Warm Hydromechanical Deep Drawing of AA 5754-O and Optimization of Process Parameters, Department of Mechanical Engineering, Karadeniz Technical University

[66]. A.R. Shahani1, S.A. Nodamaie and I. Salehinia, Parametric Study of Hot Rolling Process by the Finite Element Method, Transaction B: Mechanical Engineering Vol. 16, No. 2, pp. 130-139

[67]. ARIF SULTAN MALIK, ROLLING MILL OPTIMIZATION USING AN ACCURATE AND RAPID NEW MODEL FOR MILL DEFLECTION AND STRIP THICKNESS PROFILE, M.S.E., Wright State University, 2001

[68]. Nadai, A., Plasticity, McGraw-Hill, New York and London, 1931.

[69]. Hitchcock, J. H., “Roll Neck Bearings,” Report of ASME Res. Committee, 1935, pp. 33-41.

[70]. Bland, D. R. and Ford, H., “The calculation of roll force and torque in cold strip rolling with tensions,” Proc. Inst. Mech. Eng., 1948, Vol. 159, pp. 144-153.

[71]. Underwood, L. R., The rolling of metals – theory and experiment, Vol. I., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950.

[72]. Sims, R. B., “The calculation of roll force and torque in cold rolling by graphical and experimental methods,” Research on the Rolling of Strip, BISRA, London, 1959.

[73]. Mori, K., Osakada, Simulation of plane-strain rolling by the rigid-plastic finite element method", Int. J. Mech. Sci., 24, pp. 519-527 (1982).

[74]. Hwu, Y. and Lenard, “A finite element study of flat rolling”, Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol., 110, pp. 22-26 (1988).

[75]. Yarita, I., Mallett, R.L. and Lee, Stress and deformation analysis of plane strain rolling process, Steel Res., 56, pp. 231-255 (1988).

[76]. Hwnag, S.M. and Joun, Analysis of hot-strip rolling by a penalty rigid-viscoplastic finite element method, Int. J. Mech. Sci., 34, pp. 979-984 (1992).

[77]. Hwnag, S.M., Joun, M.S. and Kang, Y.H. Finite element analysis of temperatures, metal-flow, and roll pressure in hot strip rolling, Trans. ASME Ind., 115, pp. 290-298 (1993).

[78]. Devadas, C. and Samarasekara, Heat transfer during hot rolling of steel strip, Ironmak. Steelmak., 13, pp. 311-321 (1986).

[79]. Sluzalec, A preliminary analysis of temperature within roll forging dies, using a finite element method, Int. J. Mach. Tool Des. Res., 24, p. 171 (1984).

[80]. Teseng, A.A., Lin, F.H., Gunderia, A.S.Roll cooling and its relationship to roll life, Metallurgical and Materials Trans. A, 20, pp. 2305- 2320 (1990).

[81]. Duan, X. and Sheppard, T. The influence of the constitutive equation on the simulation of a hot rolling process", J. Material Processing Technology, 150, pp. 100-106 (2004)

[82]. Karagiozis AN, Lenard JG. Temperature distribution in a slab duringhot rolling. Trans J Eng Mater Tech 1988;110:17–21.

[83]. Pietrzyk M, Lenard JG. The effect of the temperature of the roll on the simulation of the flat rolling. J Mater Proc Tech 1990;22:177–90.

[84]. Li Y, Sellars CM. Evaluation of interface heat transfer and itseffects on hot forming processes. Ironmak Steelmak 1996;23:58–61.

[85]. Serajzadeh S. Prediction of temperature distribution and phase transformation on the run-out table in the process of hot strip rolling. Appl Math Model 2003;27:861–75.

[86]. Sheppard T, Duan X. Modelling of static recrystallization by combining FEM with empirical models. J Mater Proc Tech2002;130:250–3.

[87]. Miguel A. Cavaliere, Marcela B. Goldschmit, Eduardo N. Dvorkin, Finite element analysis of steel rolling processes, Computers and Structures 79 (2001) 2075±2089

[88]. Xincai Tana, Xiu-Tian Yana, Neal P. Justera, Srinivasan Raghunathanb, Jian Wang, Dynamic friction model and its application in flat rolling, Journal of materials processing technology 207, (2008), 222-234

[89]. Z. Malinowski 1, J.G. Lenard and M.E. Davies, A study of the heat-transfer coefficient as a function of temperature and pressure, Journal of Materials Processing Technology 41, (1994), 125-142