



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

Διπλωματική Εργασία

**«ΗΜΙΣΤΑΤΙΚΗ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ
ΠΟΛΥΒΑΘΜΙΟΥ ΚΡΥΟΨΥΚΤΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΓΙΑ
ΔΙΒΑΘΜΙΟ»**

Καριοφυλλάκης Αλέξανδρος

Επιβλέπων Καθηγητής: Ρογδάκης Εμμανουήλ

Αθήνα, Φεβρουάριος 2019

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους που συνέβαλαν στην ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Αρχικά, ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κύριο Ρογδάκη Εμμανουήλ για την παράθεση του θέματος, καθώς και για την πολύτιμη καθοδήγηση, τα εύστοχα σχόλια και τις προτάσεις του.

Επίσης ευχαριστώ πολύ τον δεύτερο επιβλέποντα, μέλος του διδακτικού προσωπικού, κύριο Αντωνάκο Γεώργιο για τις σημαντικές παρατηρήσεις και επισημάνσεις του.

Ακόμα, ευχαριστώ την οικογένειά μου για την υποστήριξή της σε όλη τη διάρκεια της ακαδημαϊκής μου πορείας.

Τέλος, ευχαριστώ τον συμφοιτητή και συνάδελφό μου Κωστολιά Ζαχαρία για την εποικοδομητική συνεργασία που είχαμε.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο τη θερμοδυναμική ανάλυση και προσομοίωση πολυβάθμιου κρυοψύκτη με τη χρήση ημιστατικού μοντέλου. Συγκεκριμένα, πραγματεύεται μηχανές Stirling πολλών βαθμίδων που λειτουργούν για την παραγωγή ψυκτικής ισχύος σε θερμοκρασίες μερικών δεκάδων Kelvin. Για τον σκοπό της μελέτης αναπτύσσεται κώδικας που προσομοιώνει τη συμπεριφορά των μηχανών αυτών και υπολογίζει σε κάθε κύκλο λειτουργίας τους τα διάφορα θερμοδυναμικά μεγέθη, την ψυκτική ισχύ και τον συντελεστή συμπεριφοράς. Τα αποτελέσματα που εξάγονται θεωρούνται πιο κοντά στην πραγματική λειτουργία μιας μηχανής από ένα ιδανικό μοντέλο, καθώς η ημιστατική ανάλυση που χρησιμοποιείται αποτελεί ένα εξελιγμένο αδιαβατικό μοντέλο που λαμβάνει υπόψη τις αποδοτικότητες των εναλλακτών, τις πτώσεις πιέσεων και τις απώλειες θερμότητας. Ο κώδικας, ο οποίος αναπτύσσεται σε Mathcad, επιτρέπει την εύκολη αλληλεπίδραση με τον χρήστη και την αλλαγή των παραμέτρων που αυτός επιθυμεί, όπως θερμοκρασίες λειτουργίας, γεωμετρικά χαρακτηριστικά κάθε βαθμίδας, συχνότητα περιστροφής της μηχανής, εργαζόμενο μέσο κ.ά. Στο τέλος κάθε προσομοίωσης γίνεται αξιολόγηση από το πρόγραμμα και προτάσεις βελτίωσης των διαφόρων παραμέτρων με σκοπό τη λειτουργία με μέγιστη ψυκτική ισχύ ή βέλτιστο συντελεστή συμπεριφοράς. Τέλος, για την εφαρμογή του κώδικα και τον έλεγχο του σχεδιασμού και των υπολογισμών, πραγματοποιείται αναλυτική προσομοίωση για έναν διβάθμιο κρυοψύκτη και παρουσίαση των αποτελεσμάτων του για διάφορες παραμέτρους και συνθήκες λειτουργίας.

Λέξεις-κλειδιά: Κρυοψύκτες, Πολυβάθμιες ψυκτικές Stirling, Ημιστατικό μοντέλο, Παραμετρική θερμοδυναμική ανάλυση κρυοψύκτη, Διβάθμιος κρυοψύκτης, Αξιολόγηση

Abstract

The purpose of this diploma thesis is the thermodynamic analysis and simulation of a multistage cryocooler using a quasi-steady model. In particular, the thesis deals with multi-stage Stirling machines that operate to produce cooling power at temperatures of a few tens of Kelvin. For this purpose, a program on Mathcad is developed that simulates the behavior of these machines and calculates the different thermodynamic values, cooling power and coefficient of performance in each cycle of operation. Exported results are considered to be closer to the actual operation of a machine compared to an ideal model, since the quasi-steady analysis is a sophisticated adiabatic model that takes into account regenerators' efficiencies, pressure drops and heat losses. The Mathcad program allows for an easy interaction with the user and the alteration of various parameters, such as operating temperatures, geometric characteristics of each stage, operating frequency, working gas characteristics etc. At the end of each simulation, an evaluation is made by the program as well as suggestions for improving the various parameters of the machine in order for it to operate at a maximum cooling power or with an optimal coefficient of performance. Finally, for the implementation of the program and the confirmation of the design and calculations, a detailed simulation is performed for a two-staged cryocooler and the results are provided for different parameters and operating conditions.

Key-words: Cryocoolers, Multi-stage Stirling cryocoolers, Quasi-steady model analysis, Parametric thermodynamic analysis, Two-staged cryocooler evaluation

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη	5 -
Abstract	6 -
Ονοματολογία	9 -
1. Εισαγωγή	12 -
1.1 Το αντικείμενο της διπλωματικής.....	12 -
1.2 Η διάρθρωση της εργασίας	13 -
1.3 Η σημασία εκπόνησης της εργασίας.....	13 -
2. Ανασκόπηση των ψυκτικών μηχανών Stirling	15 -
2.1 Εννοιολογική οριοθέτηση της μηχανής	15 -
2.2 Σύντομη Ιστορική Αναδρομή.....	17 -
2.3 Η σημασία των πολυβάθμιων κρυοψυκτών Stirling.....	20 -
3. Θερμοδυναμικά μοντέλα	22 -
3.1 Η μοντελοποίηση της διβάθμιας μηχανής	22 -
3.2 Αδιαβατικό και ισοθερμοκρασιακό μοντέλο	24 -
4. Εξελιγμένη ημιστατική ανάλυση	29 -
4.1 Εισαγωγή.....	29 -
4.2 Ανάλυση αναγεννητών.....	30 -
4.3 Ανάλυση εναλλακτών θερμότητας	40 -
4.4 Συσχετιστικές παράμετροι	41 -
4.5 Ανάλυση ρευστομηχανικών τριβών και πτώσης πίεσης.....	45 -
5. Προσομοίωση του διβάθμιου κρυοψύκτη	50 -
5.1 Αλγοριθμική προσέγγιση	50 -
5.2 Δεδομένα που εισάγονται στη προσομοίωση	54 -
6. Αποτελέσματα	57 -
6.1 Αποτελέσματα προσομοίωσης διβάθμιου κρυοψύκτη	57 -
6.2 Παραμετρικά αποτελέσματα.....	65 -
6.2.1 Ανάλυση μέσης πίεσης λειτουργίας	65 -
6.2.2 Ανάλυση συχνότητας περιστροφής της μηχανής	68 -

6.2.3 Ανάλυση θερμοκρασιών λειτουργίας	- 70 -
7. Συζήτηση	- 74 -
7.1 Συμπεράσματα	- 74 -
7.2 Προτάσεις βελτίωσης.....	- 76 -
Βιβλιογραφία.....	- 78 -
Παράρτημα.....	- 81 -

Ονοματολογία

Λατινικοί χαρακτήρες:

d: διαφορικό

Υποσημειώσεις: c, e, k, r και h υποδηλώνουν χώρο συμπίεσης, χώρο εκτόνωσης, εναλλάκτη θερμότητας, αναγεννητή και ψύκτη αντίστοιχα

Οι υποσημειώσεις: 1, 2, 3 και 4, δηλώνουν την 1^η, 2^η, 3^η ή 4^η βαθμίδα αντίστοιχα

V_k, V_r, V_h: όγκος εναλλάκτη θερμότητας, αναγεννητή και ψύκτη. (m³)

T_c, T_e: θερμοκρασία χώρου συμπίεσης και εκτόνωσης (K)

T_k, T_r, T_h: θερμοκρασία αερίου σε εναλλάκτη θερμότητας, αναγεννητή, ψύκτη (K)

Q: θερμότητα (J)

Q_{loss}: απώλεια ενθαλπίας λόγω μη τέλει αναγεννητή (J)

W: έργο (J)

m: μάζα εργαζόμενου αερίου (kg)

p: πίεση εργαζόμενου αερίου (Pa)

A: περιοχή (m²)

R: σταθερά αερίου. (J / kg / K)

T_{wh}, T_{wk}: Θερμοκρασία τοιχώματος εναλλάκτη θερμότητας και ψύκτη (K)

A_{wgh}, A_{wgk}, A_{wgr}: βρεχόμενη επιφάνεια ψύκτη, εναλλάκτη θερμότητας και αναγεννητή (m²)

Re: Αριθμός Reynolds

St: Αριθμός Stanton

Pr: Αριθμός Prandtl

Va: Αριθμός Valensi

Ht: συντελεστής μεταφοράς θερμότητας (w / m² / K)

f_r: συντελεστής τριβής

d: υδραυλική διάμετρος (m)

C_p, C_v: ειδική θερμοχωρητικότητα εργαζόμενου αερίου υπό σταθερή πίεση σε σταθερή πίεση και σταθερό όγκο αντίστοιχως (J / kg / K)

Ελληνικοί χαρακτήρες:

γ : C_p / C_v

K : θερμική αγωγιμότητα αερίου ($W / s / K$)

g : ροή μάζας αερίου ($kg / m^2 / s$)

ω : γωνιακή συχνότητα (rad / s)

ψ : πορώδες

μ : δυναμική συνεκτικότητα ($kg / m / s$)

θ : γωνία κύκλου (rad)

ρ : πυκνότητα (kg / m^3)

ϵ : αποδοτικότητα του αναγεννητή

1. Εισαγωγή

1.1 Το αντικείμενο της διπλωματικής

Η παρούσα διπλωματική εργασία βασίζεται αρχικά στη βιβλιογραφική έρευνα των έργων των Dr. G.Walker-Cryocoolers (1983), Refrigerators & Cryocoolers (1997) και της εργασίας αναφοράς του Tang KuoChiang-Development Of Computer Simulation Package For A Stirling Cryocooler With Multiple Expansion Stages (1992). Συγκεκριμένα, επιχειρείται η σύνθεση και περαιτέρω διερεύνηση έργων από τη διεθνή βιβλιογραφία με στόχο, σε πρώτη ανάλυση, να οριοθετηθούν εννοιολογικά και θερμοδυναμικά οι βασικές αρχές και εξισώσεις που διέπουν τη λειτουργία των ψυκτικών πολυβάθμιων μηχανών Stirling. Επόμενο βήμα είναι η επιλογή ενός ημιστατικού μοντέλου ανάλυσης του κύκλου λειτουργίας μιας τέτοιας μηχανής που προκύπτει από τη σύνθεση του κλασσικού αδιαβατικού μοντέλου μηχανών Stirling και μελετών που προέρχονται από τη βιβλιογραφική έρευνα. Οι μελέτες αυτές σχετίζονται με την ανάλυση της αποδοτικότητας και των απωλειών των αναγεννητών της μηχανής, την πτώση πίεσης που οφείλεται στην κίνηση του εργαζόμενου μέσου μέσα στην μηχανή και των γενικότερων απωλειών θερμότητας διαμέσου των τοιχωμάτων. Το μοντέλο αυτό στη συνέχεια περιγράφεται και αναλύεται σε κώδικα που συντάσσεται στο πρόγραμμα Mathcad. Παράλληλα, δίνεται ιδιαίτερη σημασία ο κώδικας αυτός να είναι παραμετρικός ως προς τις περισσότερες παραμέτρους και υπολογισμούς που υπεισέρχονται και φιλικός ως προς τον κάθε χρήστη που θα χρειαστεί στο μέλλον να ελέγξει βασικά στοιχεία λειτουργίας μιας μηχανής με χαρακτηριστικά επιλογής του. Για τον σκοπό της παρουσίασης και εφαρμογής του κώδικα υπολογίζεται μία υποθετική αλλά ρεαλιστική διβάθμια μηχανή και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα λειτουργίας της για ένα εύρος μέσων πιέσεων, θερμοκρασιών παραλαβής θερμότητας και συχνοτήτων περιστροφής. Με αυτόν τον τρόπο αναδεικνύεται η δυνατότητα του κώδικα να υποδείξει στον χρήστη τα σημεία βέλτιστης απόδοσης αναφορικά με τον μέγιστο συντελεστή συμπεριφοράς και τη μέγιστη ψυκτική ικανότητα.

1.2 Η διάρθρωση της εργασίας

Σύμφωνα με την παραπάνω παρουσίαση των βασικών στοιχείων της διπλωματικής, η εργασία διαρθρώνεται σε έξι κεφάλαια. Το πρώτο κεφάλαιο ασχολείται με τον εννοιολογικό προσδιορισμό των μηχανών Stirling, παρουσιάζονται τα γενικά χαρακτηριστικά τους, ενώ παράλληλα γίνεται ιστορική αναδρομή και παρουσίαση της σημερινής κατάστασης για τη συγκεκριμένη τεχνολογία. Στο δεύτερο κεφάλαιο πραγματοποιείται μία σύντομη αναφορά στα βασικά θερμοδυναμικά μοντέλα που περιγράφουν τη λειτουργία των μηχανών Stirling, του ισοθερμοκρασιακού και του αδιαβατικού. Το τρίτο κεφάλαιο ασχολείται με την κύρια ημιστατική ανάλυση όπου διατυπώνονται οι μέθοδοι για την αξιολόγηση των αναγεννητών, της πτώσης πίεσης και των απωλειών. Το τέταρτο κεφάλαιο εισάγει τον χρήστη στο πρόγραμμα που αναπτύχθηκε, επεξηγεί τις διάφορες υπορουτίνες και το σκεπτικό σύμφωνα με το οποίο συντάχθηκαν. Αποτελεί επομένως ένα εγχειρίδιο χρήσης για όποιον θελήσει να χρησιμοποιήσει το πρόγραμμα ως εργαλείο. Στο τέλος του κεφαλαίου αναφέρονται τα δεδομένα που εισάγονται για τη μελέτη της διβάθμιας μηχανής η οποία χρησιμοποιείται για την παρουσίαση αποτελεσμάτων. Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την ανάλυση της μηχανής και παρατίθενται τα σχετικά διαγράμματα και πίνακες. Στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο ακολουθεί η ανάλυση και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν, γίνεται η συζήτησή τους και προκύπτουν τα συμπεράσματα. Τέλος, παρουσιάζονται προτάσεις για την περαιτέρω διερεύνηση του θέματος της παρούσας μελέτης και συζητούνται οι πρακτικές της προέκτασεις.

1.3 Η σημασία εκπόνησης της εργασίας

Κύριος άξονας και εφελτήριο της εργασίας ήταν η ανάγκη απόδοσης του έργου του Tang KuoChiang - Development Of Computer Simulation Package For A Stirling Cryocooler With Multiple Expansion Stages (1992) σε έναν κώδικα με

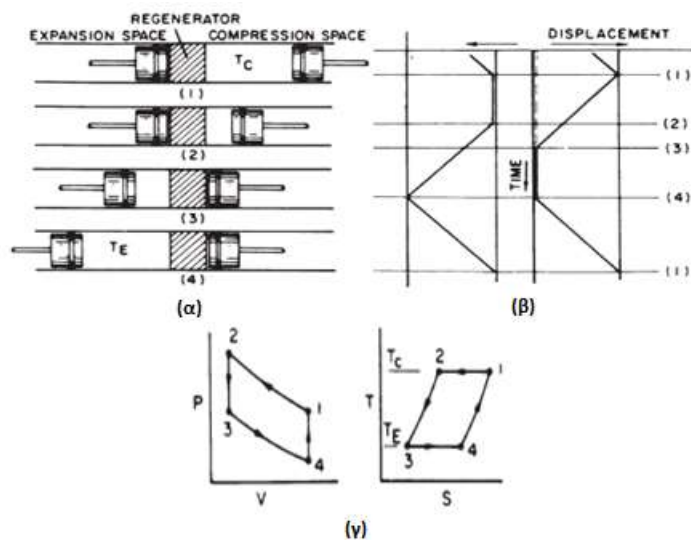
χρήση του Mathcad και προφανώς η προσαρμογή του με βάση τις σύγχρονες δυνατότητες και εργαλεία που προσφέρει το πρόγραμμα. Ένα καινοτόμο στοιχείο που υπεισέρχεται εδώ είναι ότι ανάλυση πραγματοποιείται παραμετρικά, έτσι ώστε να επιλέγει ο χρήστης τον αριθμό των βαθμίδων του Stirling Crycooler που εξετάζει και επιπλέον να μπορεί εύκολα να μεταβάλλει τα ποικίλα χαρακτηριστικά που επηρεάζουν τη λειτουργία της μηχανής. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε σύνθεση μελετών που περιγράφουν τις διάφορες απώλειες που υπεισέρχονται και ταιριάζουν καλύτερα στη συγκεκριμένη ανάλυση κρυοψύκτη. Με αυτόν τον τρόπο το πρόγραμμα προσομοιώνει καλύτερα μια πολυβάθμια ψυκτική μηχανή Stirling. και θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο μέλλον από το εργαστήριο του Τομέα Θερμότητας της σχολής για να ελεγχθούν οι δυνατότητες και οι απαιτήσεις για επίτευξη κρυογονικών θερμοκρασιών. Ακόμα, βασικό ζητούμενο της εργασίας είναι η παραμετρική ανάλυση ενός διβάθμιου κρυοψύκτη, ο έλεγχος της ισχύος και της απόδοσής του σε διάφορα σημεία λειτουργίας του και συνεπώς η διερεύνηση της σκοπιμότητας κατασκευής του για ερευνητική ή βιομηχανική χρήση.

2. Ανασκόπηση των ψυκτικών μηχανών Stirling

2.1 Εννοιολογική οριοθέτηση της μηχανής

Η μηχανή Stirling είναι μία μηχανή που λειτουργεί στη βάση ενός κλειστού θερμοδυναμικού κύκλου με κυκλική συμπίεση και εκτόνωση του εργαζόμενου ρευστού σε διαφορετικά επίπεδα θερμοκρασίας. Η ροή του εργαζόμενου ρευστού ελέγχεται μόνο από τις μεταβολές εσωτερικού όγκου, δεν υπάρχουν δηλαδή βαλβίδες και, συνολικά, υπάρχει καθαρή μετατροπή της θερμότητας σε έργο και το αντίστροφο. Αυτός ο γενικευμένος ορισμός περιλαμβάνει μια μεγάλη οικογένεια μηχανών με διαφορετικές λειτουργίες και χαρακτηριστικά. Καλύπτει μηχανές ικανές να λειτουργούν ως συστήματα ισχύος που χρησιμοποιούν τη θερμότητα που τους παρέχεται σε υψηλή θερμοκρασία, για παραγωγή έργου. Επίσης, καλύπτει μηχανές που καταναλώνουν έργο και χρησιμοποιούνται ως ψυκτικά συστήματα και αντλίες θερμότητας. Οι συγκεκριμένες, που θα μας απασχολήσουν στην παρούσα εργασία, αντλούν θερμότητα από πηγή χαμηλής θερμοκρασίας και την αποβάλλουν, μαζί με το θερμικό ισοδύναμο του έργου που καταναλώνεται, σε περιβάλλον υψηλότερης θερμοκρασίας (Walker, 1985).

Ο ιδανικός κύκλος Stirling είναι ένας θερμοδυναμικός κύκλος αποτελούμενος από δύο ισόθερμες και δύο ισόογκες μεταβολές. Για να κατανοηθεί η ακολουθία των διεργασιών, υποθέτουμε έναν κύλινδρο που περιέχει δύο αντιτιθέμενα έμβολα (ένα σε χώρο συμπίεσης και ένα σε εκτόνωσης) με αναγεννητή μεταξύ τους. Ο αναγεννητής μπορεί να θεωρηθεί ως θερμοδυναμικό σφουγγάρι που απελευθερώνει και απορροφά θερμότητα. Στην αρχή του κύκλου το έμβολο του χώρου συμπίεσης βρίσκεται στο εξωτερικό νεκρό σημείο του και το έμβολο εκτόνωσης στο εσωτερικό νεκρό σημείο, κοντά στην επιφάνεια του αναγεννητή. Όλο το εργαζόμενο ρευστό βρίσκεται στον ψυχρό χώρο συμπίεσης και ο όγκος του είναι στη μέγιστη τιμή, ενώ η πίεση και η θερμοκρασία είναι στις ελάχιστες (Εικ. 2-1).



Εικόνα 2-1: Ο κύκλος Stirling ιδεατής μηχανής. (α) Διάταξη πιστονιών στις ακραίες θέσεις του κύκλου

(β) Διάγραμμα μετατόπισης-χρόνου, (γ) Διαγράμματα P-V και T-S (Πηγή [3])

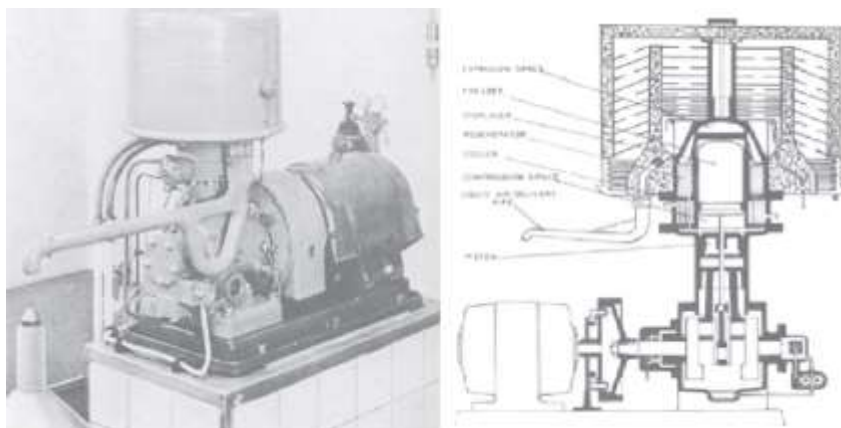
Αρχικά, το έμβολο συμπίεσης κινείται προς το εσωτερικό νεκρό σημείο, ενώ το έμβολο του χώρου εκτόνωσης παραμένει ακίνητο (2). Το ρευστό συμπιέζεται και η πίεση αυξάνεται, αλλά η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή επειδή η θερμότητα Q_C απορροφάται από το περιβάλλον του ψυχρού χώρου συμπίεσης. Στη συνέχεια τα δύο έμβολα κινούνται ταυτόχρονα, το έμβολο συμπίεσης προς (και το έμβολο διαστολής μακριά) από τον αναγεννητή, έτσι ώστε ο όγκος μεταξύ τους να παραμένει σταθερός (3). Συνεπώς, το εργαζόμενο μέσο μεταφέρεται μέσω του αναγεννητή, από τον χώρο συμπίεσης στον χώρο εκτόνωσης. Κατά τη διέλευσή του αυτή θερμαίνεται από την T_{\min} (T_E) στην T_{\max} (T_C) απορροφώντας θερμότητα αποθηκευμένη στον αναγεννητή. Στη συνέχεια το έμβολο εκτόνωσης συνεχίζει να απομακρύνεται από τον αναγεννητή προς το εξωτερικό του σημείο, ενώ το έμβολο συμπίεσης παραμένει ακίνητο στο εσωτερικό νεκρό σημείο, δίπλα στον αναγεννητή (4). Καθώς προχωρά η εκτόνωση, μειώνεται η πίεση, ενώ ο όγκος αυξάνεται. Η θερμοκρασία παραμένει σταθερή λόγω της θερμότητας Q_E που προστίθεται στο σύστημα από μια εξωτερική πηγή (π.χ. θάλαμος καύσης). Τέλος, τα δύο έμβολα κινούνται ταυτόχρονα στις αρχικές τους θέσεις και μεταφέρουν το εργαζόμενο ρευστό πίσω στον χώρο συμπίεσης και σε θερμοκρασία T_{\min} , καθώς η

παραπάνω θερμότητα απορροφάται από τον αναγεννητή. Ο ίδιος κύκλος Stirling, που μετατρέπει τη θερμότητα σε έργο, μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ως ψυκτικός κύκλος. Η μόνη διαφορά είναι ότι η θερμοκρασία παροχής θερμότητας κατά τη διάρκεια της εκτόνωσης είναι μικρότερη από την τιμή της θερμοκρασίας στην οποία απορρίπτεται θερμότητα από το εργαζόμενο ρευστό κατά τη συμπίεση. Η συγκεκριμένη ανάλυση είναι μεν υπεραπλουστευμένη, αλλά χρησιμεύει στην κατανόηση των βασικών αρχών του κύκλου.

2.2 Σύντομη Ιστορική Αναδρομή

Οι μηχανές Stirling έχουν μία μακρά ιστορία που ξεκινά από το 1817 με την εφεύρεση της πρώτης αναγεννητικής μηχανής από τον Reverend Robert Stirling. Το 1834 ο John Herschel είχε την ιδέα να χρησιμοποιήσει την κλειστού θερμοδυναμικού και αναγεννητικού κύκλου μηχανή Stirling για ψύξη και δημιουργία πάγου. Περίπου 30 χρόνια αργότερα, το 1861, κατασκευάστηκε η πρώτη ψυκτική μηχανή Stirling από τον Alexander Kirt. Παρ' όλα αυτά η μηχανή δεν είχε πρακτικά ποτέ εμπορική χρήση, σε αντίθεση με τον κινητήρα Stirling που χρησιμοποιήθηκε ευρέως κατά τη διάρκεια του 19ου και στις αρχές του 20ου αιώνα. Σταδιακά βέβαια, οι μηχανές εσωτερικής καύσης αντικατέστησαν τη θερμική Stirling, της οποίας η μέγιστη απόδοση περιοριζόταν από τα όρια των υλικών και την τεχνολογία της εποχής. (Walker, 1983). Η αρχή για την ανάπτυξη της ψυκτικής Stirling έγινε με τις έρευνες της Philips περί το 1946. Έτσι η κατασκευή μηχανής Stirling της εταιρίας Philips με σκοπό την υγροποίηση αέρα ξεκίνησε το 1948 υπό την ηγεσία του Jan Kohler και μια εμπορική έκδοσή της (Εικ. 2-2) εισήχθη στην αγορά το 1954 (Walker, 1989). Η παραγωγή κρυοψυκτών Stirling ήταν κερδοφόρα για την εταιρεία. Ο υγροποιητής αέρα ήταν ικανός να παράγει μία παροχή 5 ή 6 λίτρων την ώρα εντός 15 λεπτών από την αρχή της λειτουργίας του. Δεν χρειαζόταν ειδική γνώση και εμπειρία για την εγκατάσταση και συντήρησή του, ήταν μικρός και με λογική τιμή για να αποτελεί μέρος του εξοπλισμού οποιουδήποτε πανεπιστημίου ή εργαστηρίου. Μερικά μοντέλα μάλιστα διέθεταν στήλη

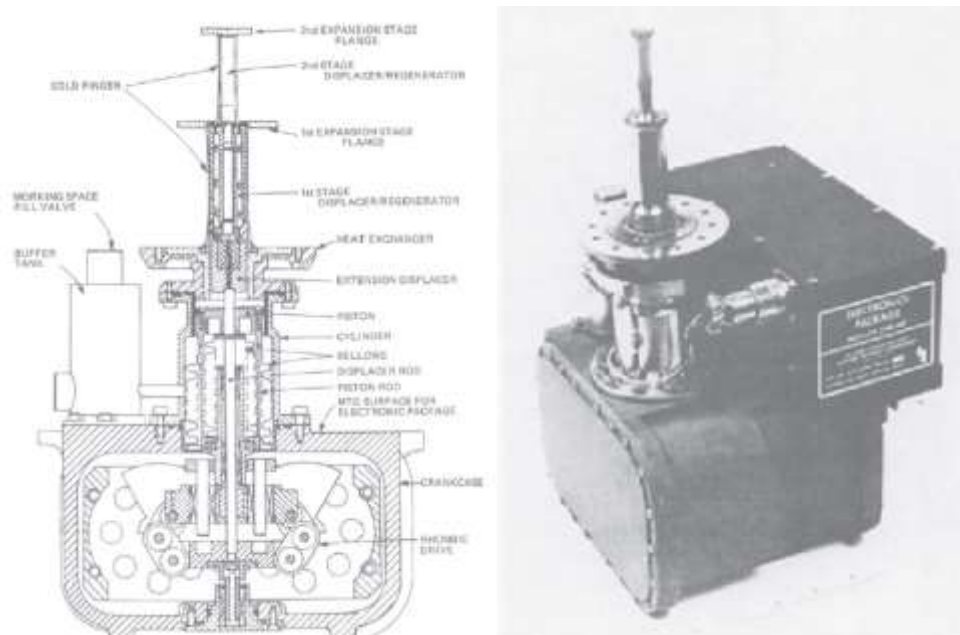
κλασματοποίησης για τον διαχωρισμό του οξυγόνου από τον υγρό αέρα και την παραγωγή καθαρού υγρού αζώτου, πράγμα που έκανε τη λειτουργία του πιο ασφαλή.



Εικόνα 2-2: Πρώιμος υδροποιητής αέρα Stirling της Philips (Πηγή [3])

Παράλληλα με την παραπάνω, και μία διβάθμια έκδοση αναπτύχθηκε, ικανή να επιτύχει θερμοκρασίες μέχρι και 20K με στόχο να χρησιμοποιηθεί στην έρευνα και στην υδροποίηση H, Ne και He. Εκτός από τον βασικό αυτό κρυοψύκτη Stirling, έρευνα έγινε και για κρυοψύκτες μέσου μεγέθους που βρήκαν εφαρμογή αργότερα στη μεταφορά και αποθήκευση φυσικού αερίου (LNG). Ακόμα, περί το 1960, στρατιωτικό κυρίως ενδιαφέρον, οδήγησε σε έρευνες επικεντρωμένες σε κρυοψυκτικές μηχανές μικρών διαστάσεων (μινιατούρες). Αυτές χρησιμεύουν συνήθως στην υπέρυθρη και θερμική απεικόνιση για νυχτερινή όραση και για καθοδήγηση πυραύλων ή βλημάτων που ακολουθούν στόχους εντοπίζοντας τη θερμότητά τους. Επίσης, χρησιμεύουν για την ψύξη φακών τηλεσκοπίων, που βρίσκονται τόσο στη γη όσο και το διάστημα, και σε άλλες εφαρμογές που χρησιμοποιούν υπεραγώγιμα ηλεκτρονικά συστήματα και απαιτούν κρυογονικές θερμοκρασίες για τη λειτουργία τους. Στην επόμενη εικόνα (Εικ. 2-3) δίνεται φωτογραφία και σχέδιο σε τομή ενός κρυοψύκτη-μινιατούρα δύο βαθμίδων, με ρομβικό μηχανισμό

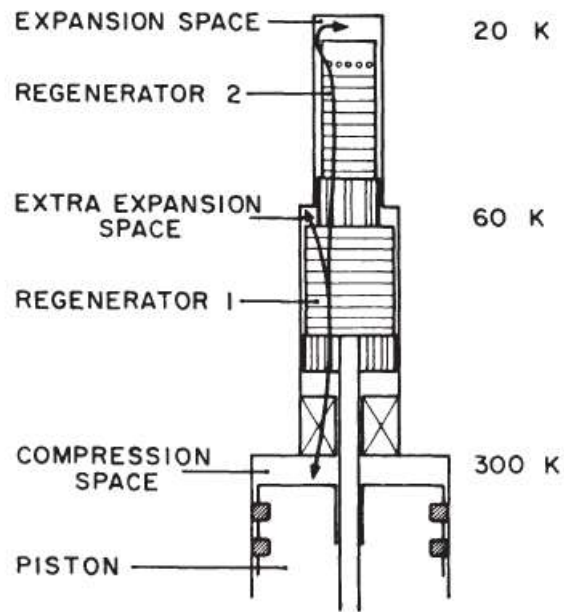
οδήγησης από την αναφορά του Lindale (1978), στην οποία συνοψίζεται η δουλειά που είχε γίνει στις μηχανές τέτοιου τύπου την εποχή εκείνη.



Εικόνα 2-3: Φωτογραφία και σχέδιο σε τομή διβάθμια κρυοψύκτη με ρομβικό μηχανισμό οδήγησης (Lindale, 1978) [3]

2.3 Η σημασία των πολυβάθμιων κρυοψυκτών Stirling

Με τον κύκλο Stirling, το πρόβλημα της επίτευξης όλο και χαμηλότερης θερμοκρασίας έγγυται κυρίως στις απώλειες που εμφανίζονται στον αναγεννητή. Όταν η θερμότητα δεν απορροφάται τέλεια από τον αναγεννητή, τότε μεταφέρεται μαζί με το εργαζόμενο αέριο στον ψυχρό χώρο εκτόνωσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το αέριο που εκτονώνεται στη συνέχεια να παράγει λιγότερη ψύξη. Υποθέτοντας εξαιρετικά υλικά και ιδιότητες η χαμηλότερη θερμοκρασία που μπορεί να επιτευχθεί με έναν μόνο αναγεννητή είναι περιορισμένη. Επιπλέον η πυκνότητα ενός τελείου αερίου είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του. Έτσι απαιτείται μείωση του όγκου μέχρι και δεκαπέντε φορές για να διατηρείται η μάζα στον χώρο εκτόνωσης ίδια με τον χώρο συμπίεσης για πολύ χαμηλές θερμοκρασίες εκτόνωσης (π.χ. 20K). Επομένως, θερμοκρασίες 20K ή χαμηλότερες σε ένα κύκλο μονής εκτόνωσης όταν ξεκινάμε από τη θερμοκρασία δωματίου είναι πιο πιθανό να επιτευχθούν όταν χρησιμοποιείται μέθοδος πολλών βαθμίδων. Στη μέθοδο αυτή μέρος του αερίου εκτονώνεται για να παράγει ψύξη σε μια ενδιάμεση θερμοκρασία, παρέχοντας έτσι ένα καλύτερο σημείο εκκίνησης για την επόμενη βαθμίδα. Ένα παράδειγμα αποτελεί η μηχανή που παρουσιάστηκε προηγουμένως (Εικ. 3) και παρουσιάζεται σχηματικά με τα θερμοκρασιακά επίπεδα (Εικ. 4). Σε αυτήν η εκτόνωση συμβαίνει ταυτόχρονα σε όλους τους χώρους εκτόνωσης στην ίδια πίεση και θα μπορούσε κανείς να τη χαρακτηρίσει 'παράλληλη εκτόνωση' σε όρους ηλεκτρονικής συνδεσμολογίας. Όταν λειτουργεί η μηχανή, παράγει ψύξη σε δύο θερμοκρασιακά επίπεδα (όπως φαίνεται στην Εικ.4) 60K στον ενδιάμεσο χώρο εκτόνωσης και 20K στον άνω χώρο εκτόνωσης. Η παραγωγή ψύξης στην ενδιάμεση βαθμίδα δημιουργεί μία "θερμική ασπίδα" και περιορίζει τις διαρροές θερμότητας από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος, προστατεύοντας έτσι την ψύξη που παράγεται στην τελευταία βαθμίδα. Επιπλέον, ένα πλεονέκτημα της πολλαπλής εκτόνωσης είναι ότι το υλικό του αναγεννητή μπορεί να επιλεγεί, ώστε να ταιριάζει καλύτερα στο θερμοκρασιακό εύρος της κάθε βαθμίδας αυξάνοντας έτσι την αποτελεσματικότητά του.

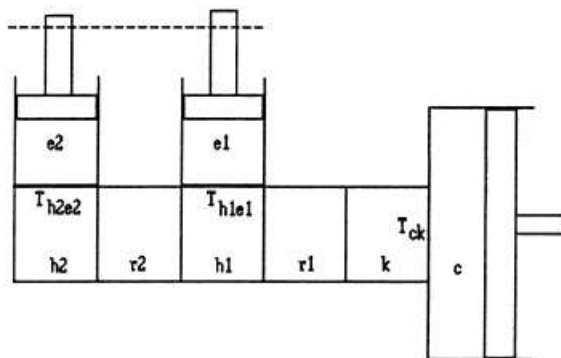


Εικόνα 2-4: Σχηματική αναπαράσταση διβάθμιου κρυψύκτη κατά Lindale (1978) [13]

3. Θερμοδυναμικά μοντέλα

3.1 Η μοντελοποίηση της διβάθμιας μηχανής

Η ανάλυση ενός κρυοψύκτη Stirling με πολλαπλές βαθμίδες εκτόνωσης που αναπτύχθηκε από τους Urieli και Walker το 1990 θεωρείται ότι παρουσιάζει μια λογική προσέγγιση της πραγματικής μηχανής. Οι βασικές παραδοχές του μοντέλου περιλαμβάνουν ιδανικούς ισοθερμικούς εναλλάκτες και αναγεννητές, ενώ οι χώροι συμπίεσης και εκτόνωσης θεωρούνται αδιαβατικοί. Στο παρακάτω διάγραμμα ορίζεται η ονοματολογία του ιδανικού μοντέλου που θα τηρηθεί καθ' όλη τη διάρκεια της παρούσας εργασίας. Συγκεκριμένα έχουμε ένα επίθημα που αντιπροσωπεύει τον κάθε όγκο αναφοράς: c (compressor) για τον συμπιεστή, k (cooler) για τον εναλλάκτη, r (regenerator) για τον εκάστοτε αναγεννητή και h (freezer) για τον εκάστοτε ψύκτη της κάθε βαθμίδας. Αντίστοιχα για τις διεπιφάνειες μεταξύ των όγκων αναφοράς απ' όπου γίνονται οι συναλλαγές μάζας και θερμότητας χρησιμοποιούνται τα επιθήματα ck, kr, rh και he.

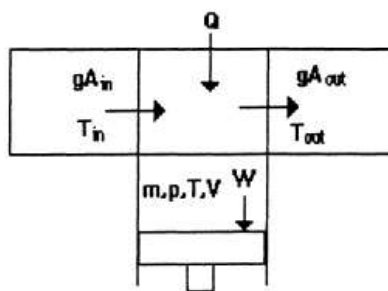


Εικόνα 3-1: Αναπαράσταση και ονοματολογία του μοντέλου ανάλυσης διβάθμιου κρυοψύκτη

Σε αυτό το μοντέλο δεν υπάρχει διαρροή από και εισροή προς το σύστημα εργαζόμενου αερίου και συνεπώς η συνολική μάζα παραμένει σταθερή. Για τον προσδιορισμό της στην επίλυση προβλημάτων στα πλαίσια του κώδικα πραγματοποιείται η κλασική ανάλυση για μηχανές Stirling του Schmidt. Επίσης επειδή το μοντέλο είναι ιδανικό δεν υπάρχει πτώση πίεσης και συνεπώς

η μέση πίεση P_{mean} είναι ίδια στιγμιαία σε ολόκληρο το σύστημα. Το έργο W αποδίδεται στα τοιχώματα λόγω μεταβολών όγκων στους χώρους συμπίεσης και εκτόνωσης dV_c και dV_e και οι συναλλαγές θερμότητας γίνονται μέσω του εναλλάκτη (Q_k) και του ψύκτη $Q(h)$ κάθε βαθμίδας μεταξύ των θερμοκρασιών περιβάλλοντος και του εκάστοτε όγκου αναφοράς. Οι αναγεννητές είναι εξωτερικά αδιαβατικοί ενώ συναλλάσσουν θερμότητα Q_f εσωτερικά με το αέριο που ρέει διαμέσου του κενού όγκου τους V_r (Urieli, 1990).

Γενική προσέγγιση για τη δημιουργία των συνολικών εξισώσεων που περιγράφουν το πρόβλημα είναι η εφαρμογή των εξισώσεων της ενέργειας και της διατήρησης σε κάθε έναν από τους όγκους αναφοράς. Οι προκύπτουσες εξισώσεις συνδέονται εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας σε ολόκληρο το σύστημα. Είτε ο όγκος αναφοράς που εξετάζουμε είναι χώρος συναλλαγής θερμότητας είτε είναι χώρος συναλλαγής έργου, η εξίσωση ενέργειας που εφαρμόζεται είναι αντίστοιχη. Στον γενικευμένο όγκο αναφοράς, σύμφωνα με το μοντέλο που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, η ενθαλπία περνά μέσα στον χώρο με ροή μάζας gA_{in} και θερμοκρασία T_{in} , ενώ στην έξοδο έχουμε ροή μάζας gA_{out} και θερμοκρασίας T_{out} . Το σύμβολο gA αντιπροσωπεύει τη ροή μάζας g πολλαπλασιασμένη με την περιοχή ελεύθερης ροής A .



Εικόνα 3-2: Ο γενικευμένος όγκος αναφοράς [15]

Στη συνέχεια, η κλασσική εξίσωση ενέργειας για ημιστατική ροή έργαζόμενου αερίου εφαρμόζεται όπου αμελούνται οι όροι κινηματικής και δυναμικής του αερίου. Ο δείκτης παραγώγου συμβολίζεται με d , οπότε για παράδειγμα το dm αναφέρεται στο παράγωγο μάζας $dm / d\theta$, όπου θ είναι η

γωνία του κύκλου (π.χ. γωνία στροφάλου της ατράκτου μετάδοσης κίνησης της μηχανής).

$$dQ + c_p(T_{in}gA_{in} - T_{out}gA_{out}) = dW + c_v d(mT) \quad 3.1$$

Όπου c_p και c_v οι ειδικές θερμοχωρητικότητες του αερίου υπό σταθερό όγκο και πίεση αντιστοίχως. Η παραπάνω μαθηματική εξίσωση μπορεί να εκφραστεί και με λόγια για αποσαφήνιση του κάθε όρου της [9]:



3.2 Αδιαβατικό και ισοθερμοκρασιακό μοντέλο

Οι κύριες παραδοχές της ανάλυσης Schmidt του 1871 ήταν ότι οι διαδικασίες συμπίεσης και εκτόνωσης ήταν ισόθερμες και ο αναγεννητής ήταν τέλειος. Σε συνέχεια του μοντέλου Schmidt, ο Kohler ανέπτυξε ένα εξιδανικευμένο θεωρητικό μοντέλο της ψυκτικής Stirling που επέκτεινε ο Walker για κρυψύκτες Stirling με πολλαπλά στάδια εκτόνωσης. Κύριες παραδοχές αυτού του μοντέλου είναι οι ακόλουθες:

- Κάθε ένας από τους χώρους στους οποίους μοντελοποιείται ο κρυψύκτης είναι ισόθερμος.
- Το εργαζόμενο ρευστό είναι τέλειο αέριο και η καταστατική εξίσωση $pV=mRT$ ισχύει σε κάθε περίπτωση.
- Η μάζα του εργαζόμενου ρευστού είναι σταθερή.
- Οι χώροι εκτόνωσης βρίσκονται στην ίδια φάση.
- Η στιγμιαία τιμή της πίεσης είναι σταθερή σε όλο το σύστημα.
- Μόνιμες συνθήκες συνολικά για τη λειτουργία της μηχανής.

- Οι κινηματικές και δυναμικές παράμετροι του εργαζόμενου αερίου αμελούνται.
- Οι στροφές της μηχανής είναι σταθερές.

Αν και η ισοθερμική ανάλυση είναι ακόμα και σήμερα χρήσιμη ως θεωρητικό εργαλείο, παρουσιάζοντας μια βασική ερμηνεία των διαφορών παραμέτρων σχεδιασμού και λειτουργίας, δεν περιγράφει σωστά μία πραγματική μηχανή Stirling λόγω των παραδοχών. Ωστόσο, επειδή η ισοθερμική ανάλυση έχει γραμμικές μαθηματικές λύσεις για τις εξισώσεις της, που επιτρέπουν σχετικά εύκολη και γρήγορη προσομοίωση και υπολογισμό, παραμένει ένα χρήσιμο εργαλείο, ακόμα και για πολυβάθμιους κρουψύκτες σε βασικό επίπεδο.

Η ιδανική αδιαβατική ανάλυση αποτελεί τη βάση της προσομοίωσης που αναπτύχθηκε σε αυτήν την εργασία. Οι βασικές παραδοχές της ανάλυσης αυτής που χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση είναι οι ακόλουθες (Urieli, 1990):

- Ο χώρος συμπίεσης και οι χώροι εκτόνωσης είναι αδιαβατικοί.
- Το εργαζόμενο αέριο στους χώρους του εναλλάκτη και στους ψύκτες κάθε βαθμίδας παραμένει σε ισοθερμοκρασιακές συνθήκες.
- Το αέριο και οι μήτρες των αναγεννητών έχουν γραμμική κατανομή θερμοκρασιών.
- Η μάζα του εργαζόμενου ρευστού είναι σταθερή.
- Η στιγμιαία τιμή της πίεσης είναι σταθερή σε όλο το σύστημα.
- Το αέριο ρέει στη διεπιφάνεια αναγεννητή-εναλλάκτη στη θερμοκρασία του εναλλάκτη T_k και στη διεπιφάνεια αναγεννητή-ψύκτη στην θερμοκρασία του ψύκτη της εκάστοτε βαθμίδας T_{h_i} .

Τελικά προκύπτουν από την ιδανική αδιαβατική ανάλυση οι εξισώσεις που θα χρειαστούν στη συνέχεια για τον υπολογισμό των εκάστοτε θερμοδυναμικών μεγεθών που αναφέρονται παρακάτω [15].

Για την πίεση είναι:

$$dp = \frac{-\gamma p \left(\frac{dVc}{Tck} + \frac{dVe_1}{The_1} + \frac{dVe_2}{The_2} \right)}{\left[\frac{Vc}{Tck} + \frac{Ve_1}{The_1} + \frac{Ve_2}{The_2} + \sum \frac{V_i}{T_i} \right] \gamma} \quad 3.2$$

Όπου $\sum \frac{V_i}{T_i} = \frac{Vk}{Tk} + \frac{Vr_1}{Tr_1} + \frac{Vh_1}{Th_1} + \frac{Vr_2}{Tr_2} + \frac{Vh_2}{Th_2}$ και $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

Για τις μάζες είναι:

$$mc = \frac{pVc}{RTc} \quad 3.3$$

$$mk = \frac{pVk}{RTk} \quad 3.4$$

$$mr_i = \frac{pVr_i}{RTr_i} \quad 3.5$$

$$mh_i = \frac{pVh_i}{RTh_i} \quad 3.6$$

$$me_i = \frac{pVe_i}{RTe_i} \quad 3.7$$

Όπου $i = 1, 2$, ανάλογα αν πρόκειται για την πρώτη ή τη δεύτερη βαθμίδα.

Για τις συσσωρεύσεις μαζών στους όγκους αναφοράς είναι:

$$dmc = \frac{pdVc + \frac{Vc \cdot dp}{\gamma}}{RTck} \quad 3.8$$

$$dme_i = \frac{pdVe_i + \frac{Ve_i \cdot dp}{\gamma}}{RThe_i} \quad 3.9$$

$$dmk = \frac{mk \cdot dp}{p} \quad 3.10$$

$$dmr_i = \frac{mr_i \cdot dp}{p} \quad 3.11$$

$$dmh_i = \frac{mh_i \cdot dp}{p} \quad 3.12$$

Για τις ροές μάζας είναι:

$$gA_{ck} = dmc \quad 3.13$$

$$gAkr_1 = gA_{ck} - dm_k \quad 3.14$$

$$gArh_1 = gAkr_1 - dmr_1 \quad 3.15$$

$$gAhe_i = gArh_i - dmh_i \quad 3.16$$

$$gAh_1r_2 = gAhe_1 - dme_1 \quad 3.17$$

$$gAr_2h_2 = gAh_1r_2 - dmr_2 \quad 3.18$$

Για τις θερμοκρασίες είναι:

$$dT_c = T_c \left(\frac{dp}{p} \cdot \frac{1 - T_c}{\gamma T_{ck}} \right) - \frac{dV_c}{V_c} \cdot \frac{1 - T_c}{T_{ck}} \quad 3.19$$

$$dT_{e_i} = T_{e_i} \left(\frac{dp}{p} \cdot \frac{1 - T_{e_i}}{\gamma T_{he_i}} \right) - \frac{dV_{e_i}}{V_{e_i}} \cdot \frac{1 - T_{e_i}}{T_{he_i}} \quad 3.20$$

Ενώ τέλος για τις θερμότητες και τα έργα είναι:

$$dW = pdV_c + pdV_{e_1} + pdV_{e_2} \quad 3.21$$

$$dQ_k = V_k \cdot dp \cdot \frac{c_v}{R} - c_p (gA_{ck} \cdot T_{ck} - gAkr_1 \cdot Tkr_1) \quad 3.22$$

$$dQ_{r_i} = Vr_i \cdot dp \cdot \frac{c_v}{R} - c_p (gAkr_i \cdot Tkr_i - gArh_i \cdot Trh_i) \quad 3.23$$

$$dQ_{h_1} = Vh_1 \cdot dp \cdot \frac{c_v}{R} - c_p (gArh_1 \cdot Trh_1 - gAhe_1 \cdot The_1 - gAh_1r_2 \cdot Th_1r_2) \quad 3.24$$

$$dQ_{h_2} = Vh_2 \cdot dp \cdot \frac{c_v}{R} - c_p (gAr_2h_2 \cdot Trh_2 - gAhe_2 \cdot The_2) \quad 3.25$$

Στο παραπάνω σύστημα διαφορικών εξισώσεων η γεωμετρία και οι ρυθμίσεις της μηχανής δίνουν τους όγκους σε κάθε χώρο και τα διαφορικά τους, ενώ η επιλογή του εργαζόμενου αερίου τα p , c_p , c_v και γ . Οι συνθήκες λειτουργίας καθορίζουν τις θερμοκρασίες T_k και T_h , επομένως και τη μέση ενεργό θερμοκρασία των αναγεννητών T_r . Η συνολική μάζα όπως αναφέρθηκε νωρίτερα υπολογίζεται θεωρώντας τη μέση πίεση λειτουργίας και εφαρμόζοντας την κλασσική ανάλυση κατά Schmidt. Το σύστημα αυτό αντιμετωπίζεται ως σύστημα ημιστατικής ροής, δηλαδή σε κάθε ένα από τα διαστήματα ολοκλήρωσης οι ροές μάζας παραμένουν σταθερές. Τελικά, εφαρμόζεται η αριθμητική μέθοδος Runge-Kutta 4^{ης} τάξης προκειμένου να επιλυθεί το σύστημα των συνήθων διαφορικών εξισώσεων.

Στην παρούσα εργασία το αδιαβατικό μοντέλο, αν και δεν έχει αναλυτική λύση, επιλέχθηκε έναντι του ισοθερμοκρασιακού καθώς θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει καλύτερα το πρόβλημά μας. Είναι πιο εξελιγμένο και σύνθετο, ενώ παράλληλα συνάδει με τις συχνότητες περιστροφής της μηχανής που μελετάται. Αυτό συμβαίνει γιατί από τη θεωρία είναι γνωστό πως σε χαμηλές συχνότητες το ισοθερμοκρασιακό μοντέλο αντιπροσωπεύει καλύτερα την πραγματική κατάσταση, ενώ αντίθετα στις υψηλότερες συχνότητες ισχύει το αδιαβατικό.

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο έγινε απλώς μία σύντομη παρουσίαση του συστήματος των εξισώσεων για τον διβάθμιο κρυοψύκτη που χρειάζεται για τους υπολογισμούς του. Αν ο αναγνώστης θέλει να μελετήσει αναλυτικά τον τρόπο που προέκυψαν, καθώς και τη γενική μορφή των εξισώσεων για περισσότερες βαθμίδες παραπέμπεται στην εργασία ‘Ανάπτυξη ισοθερμοκρασιακού και αδιαβατικού λογισμικού συμπεριφοράς πολυβάθμιου κρυοψύκτη και εφαρμογή για τριβάθμιο’ του κ. Κωστολιά Ζαχαρία, σε συνεργασία με τον οποίο συντάχθηκε και ο κώδικας προσομοίωσης.

4. Εξελιγμένη ημιστατική ανάλυση

4.1 Εισαγωγή

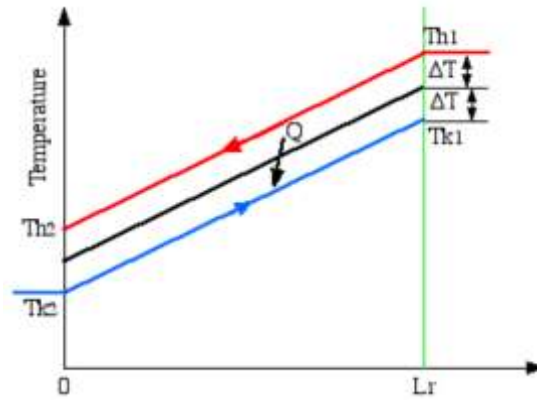
Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε η παρουσίαση του ιδανικού αδιαβατικού μοντέλου για ψυκτικό κύκλο Stirling, το οποίο υποθέτει αδιαβατικούς χώρους συμπίεσης και εκτόνωσης. Θέτει επίσης, ως προϋπόθεση ισόθερμους εναλλάκτες και τέλειους αναγεννητές. Ωστόσο, όσο το εργαζόμενο αέριο μετακινείται μέσα στους χώρους συμπίεσης και εκτόνωσης σε πραγματικές μηχανές Stirling, υπάρχει πάντα μία πεπερασμένη διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ του τοιχώματος του εναλλάκτη θερμότητας και του αερίου που περιέχεται σε αυτόν η οποία οφείλεται στη μεταφορά θερμότητας μέσω συναγωγής. Επιπλέον, παρουσιάζονται κάποια φαινόμενα ρευστομηχανικής τριβής τα οποία ενισχύουν περαιτέρω τη μη ιδανική μεταφορά θερμότητας στους αναγεννητές ή τους εναλλάκτες θερμότητας, με αποτέλεσμα να μειώνεται η ψυκτική ικανότητα. Επειδή οι αναγεννητές και οι εναλλάκτες θερμότητας είναι βαρύνουσας σημασίας στους κρυοψύκτες, είναι απαραίτητο να αξιολογηθεί η επίδραση που έχουν φαινόμενα μεταφοράς θερμότητας και τριβής ροής στα μέρη αυτά της μηχανής. Η μελέτη που εφαρμόζεται είναι μια απλοποιημένη προσέγγιση στην οποία οι ροές μάζας του αερίου στους εναλλάκτες θερμότητας λαμβάνονται από το ιδανικό αδιαβατικό μοντέλο και οι εξισώσεις μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας από τη μεταφορά θερμότητας και τη μηχανική ρευστών για την ανάλυση του εκάστοτε εναλλάκτη ή αναγεννητή. Έτσι αποφεύγουμε την πολυπλοκότητα του να υπεισέρχεται μία τέτοια ανάλυση στο σύστημα των θεμελιωδών διαφορικών εξισώσεων που χρησιμοποιούνται [8].

Μετά την πραγματοποίηση εκτενούς βιβλιογραφικής έρευνας, οι δύο βασικές μελέτες που επιλέχθηκαν να συμπεριληφθούν σε αυτήν την ανάλυση είναι η ‘Απλή Ανάλυση’ (Simple Analysis) του Urieli (1990) και η ‘Προσεγγιστικές λύσεις για μεταλλικούς αναγεννητικούς εναλλάκτες θερμότητας’ (Approximate Solutions for regenerative heat exchangers) των Klein & Eisenberg (2000). Έτσι αξιολογείται η αποτελεσματικότητα των εναλλακτών

και ο τρόπος που επιδρούν στη συνολική απόδοση της μηχανής. Επιπλέον ένα μέγεθος 'ζ' ορίζεται, με βάση το ενεργειακό ισοζύγιο, το οποίο χρησιμεύει στην αξιολόγηση της σκοπιμότητας να υπάρχουν ενδιάμεσες βαθμίδες και τη γενικότερη επίδραση που έχουν αυτές [9]. Τέλος, λαμβάνονται υπόψη οι ιδιότητες των υλικών από τα οποία κατασκευάζονται οι αναγεννητές, ώστε να αξιολογηθεί η σημασία τους για τη λειτουργία της μηχανής.

4.2 Ανάλυση αναγεννητών

Σε έναν κρυοψύκτη το εργαζόμενο αέριο ρέει μεταξύ του ζεστού χώρου συμπίεσης και του ψυχρού χώρου εκτόνωσης μέσω ενός αναγεννητή. Αν η αναγέννηση ήταν τέλεια, το ζεστό συμπιεσμένο αέριο θα περνούσε από τον αναγεννητή, ο οποίος θα του αφαιρούσε θερμότητα και θα έβγαινε στη θερμοκρασία του ψυχρού χώρου. Αντίστροφα, γυρνώντας από τον ψυχρό χώρο το αέριο θα απορροφούσε θερμότητα από τον αναγεννητή και θα έπαιρνε τη θερμοκρασία του ζεστού χώρου επιστρέφοντας σε αυτόν. Σε έναν μη ιδανικό αναγεννητή όμως η θερμοκρασία δεν φτάνει τη θεωρητική της τιμή όπως περιγράφηκε, κάτι που αποτελεί επιπλέον φορτίο για τους εναλλάκτες θερμότητας που πρέπει να καλύψουν τη θερμοκρασιακή αυτή διαφορά. Στο σχήμα που απεικονίζεται στην εικ. 4-1 παρουσιάζεται η θερμοκρασιακή κατανομή ενός εναλλάκτη θερμότητας αντιρροής για τις μηχανές Stirling. Η ροή μάζας είναι ίση και στις δύο κατευθύνσεις, ενώ το ζεστό και το κρύο ρεύμα έχουν ίδιες θερμικές ιδιότητες. Συνεπώς, οι διαφορές θερμοκρασίας ΔT στο ψυχρό και το ζεστό άκρο είναι ίσες.



Εικόνα 4-1: Θερμοκρασιακή κατανομή σε μη ιδανικό αναγεννητή [15]

Η αποτελεσματικότητα ε του αναγεννητή δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{T_{h2} - T_{h1}}{T_{h2} - T_{c1}} \quad 4.1$$

Και επίσης είναι:

$$2\Delta T = T_{h1} - T_{c1} \quad 4.2$$

Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις παίρνουμε:

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{2\Delta T}{(T_{h1} - T_{h2})}} \quad 4.3$$

Τώρα από την άποψη του ενεργειακού ισοζυγίου του θερμού ρεύματος, η αλλαγή στην ενθαλπία του θερμού ρεύματος είναι ίση με τη μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρεύμα προς τη μήτρα του αναγεννητή και στη συνέχεια από τη μήτρα στο ψυχρό ρεύμα. Έτσι:

$$dQ = c_p \cdot g \cdot A \cdot (T_{h2} - T_{h1}) = 2H_t \cdot A_{wg} \cdot T \quad 4.4$$

Όπου:

H_t : ο συνολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας

A_{wg} : η βρεχόμενη επιφάνεια

A: το εμβαδόν ελεύθερης ροής

Αντικαθιστώντας λοιπόν στη σχέση αποτελεσματικότητας του αναγεννητή παίρνουμε:

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{c_p \cdot g \cdot A}{H_t \cdot Awg}} \quad 4.5$$

Εισάγουμε το μέγεθος NTU (Number of Transfer Units) που είναι ένα διαδομένο μέγεθος στον ορισμό της αποδοτικότητας ενός εναλλάκτη και ορίζεται ως:

$$NTU = \frac{H_t \cdot Awg}{c_p \cdot g \cdot A} \quad 4.6$$

Οπότε είναι τελικά:

$$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad 4.7$$

Το μέγεθος NTU μπορεί επίσης να εκφραστεί μέσω του αριθμού Stanton (St) ως:

$$NTU = \frac{St \cdot Awg}{2 \cdot A} \quad 4.8$$

Ο παράγοντας '2' στον παρονομαστή προκύπτει επειδή αν και ο αριθμός Stanton (St) ορίζεται για μεταφορά θερμότητας από το ρεύμα του ρευστού στη μήτρα του αναγεννητή, σε αυτήν την μελέτη το NTU χρησιμοποιείται για τη συνολική μεταφορά θερμότητας από το ζεστό ρεύμα στη μήτρα και στη συνέχεια στο ψυχρό ρεύμα [10].

Ο Urieli το 1984 πρότεινε τον ορισμό την αποδοτικότητας των αναγεννητών σε μία μηχανή Stirling που δίνεται περιγραφικά ως:

$$\varepsilon = \frac{\text{ποσό θερμότητας που μεταφέρεται στο εργαζόμενο αέριο από τον αναγεννητή κατά την διάρκεια ενός κύκλου}}{\text{αντίστοιχο ποσό θερμότητας που μεταφέρεται στον αναγεννητή του Ιδανικού Αδιαβατικού μοντέλου}}$$

Με βάση αυτόν τον ορισμό οι ενθαλπικές απώλειες λόγω ύπαρξης μη τέλειων αναγεννητών $Q_{r\text{loss}}$ θα είναι:

$$Q_{r\text{loss}} = Q_{r_i}(1 - \varepsilon) \quad 4.9$$

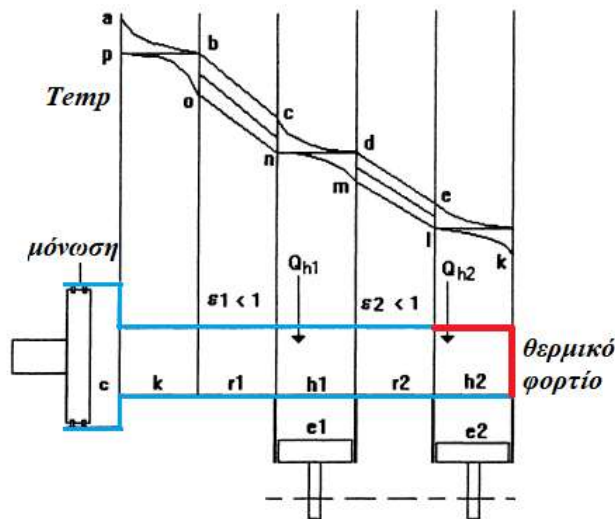
Όπου Q_{r_i} είναι το ιδανικό ποσό θερμότητας που διακινείται στον αναγεννητή σε κάθε κύκλο από την αδιαβατική ανάλυση. Οπότε το 'ε' βρίσκεται μεταξύ 1, για τέλεια αναγεννητική ικανότητα και 0 για καθόλου αναγέννηση.

Ο συντελεστής συμπεριφοράς (COP) για το ιδανικό μοντέλο μίας πολυβάθμιας μηχανής δίνεται από τη σχέση:

$$\text{COP} = \frac{Q_{h_i}}{W_{\text{input}}} \quad 4.10$$

Όπου Q_{h_i} είναι η θερμότητα που 'απορροφάται' στη τελευταία βαθμίδα, και W_{input} το έργο που προσδίδουμε στη μηχανή κατά το Ιδανικό Αδιαβατικό μοντέλο.

Η θερμοκρασιακή κατανομή για έναν διαβάθμιο κρυοψύκτη δίνεται στο παρακάτω σχήμα (Εικ. 4-2), όπου υπάρχει η υπόθεση ότι όλα τα τοιχώματα των εναλλακτών και των εργαζόμενων χώρων είναι μονωμένα με εξαίρεση τον ψύκτη της τελευταίας βαθμίδας.



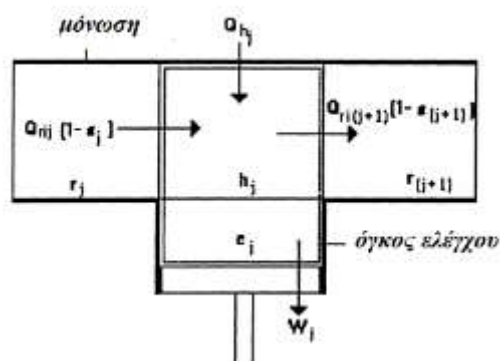
Εικόνα 4-2: Θερμοκρασιακή κατανομή διβάθμιου κρυοψύκτη [15]

Για μη ιδανικούς αναγεννητές το αέριο ρέει από τον ψύκτη της πρώτης βαθμίδας μέσω του αναγεννητή προς τον εναλλάκτη θερμότητας έχοντας χαμηλότερη θερμοκρασία από αυτόν. Έτσι ο εναλλάκτης συναλλάσσει λιγότερη θερμότητα που προκύπτει από τη σχέση:

$$Q_k = Q_{k_i} - (Q_{r_{i1}}(1 - \varepsilon_1)) = Q_{k_1} + Q_{r_{i1}}(1 - \varepsilon_1) \quad 4.11$$

Όπου ο δείκτης i υποδηλώνει το ιδανικό (ideal) μέγεθος.

Ας θεωρήσουμε τώρα μία ενδιάμεση βαθμίδα j , που στον διβάθμιο κρυοψύκτη είναι η βαθμίδα 1. Στο παρακάτω σχήμα (Εικ. 4-3) φαίνεται η μοντελοποίησή της με έναν όγκο ελέγχου.



Εικόνα 4-3: Μοντελοποίηση ενδιάμεσης βαθμίδας πολυβάθμιου κρυοψύκτη [8]

Το διαθέσιμο έργο από την εκτόνωση είναι:

$$W_{e_j} = p \cdot dV_{e_j} \quad 4.12$$

Οπότε σε έναν πλήρη κύκλο:

$$W_{e_j} = \int_0^{2\pi} p \, dV_{e_j} \quad 4.13$$

Αν οι αναγεννητές ήταν τέλειοι τότε το έργο αυτό που καταναλώνεται (4.13) θα χρησιμοποιε για να αντισταθμίσει τη θερμότητα Q_{h_j} και να διατηρήσει σταθερή τη θερμοκρασία της ενδιάμεσης αυτής βαθμίδας. Τώρα όμως, το αέριο που εισέρχεται στον όγκο ελέγχου προερχόμενο από τον προηγούμενο αναγεννητή έχει θερμοκρασία μεγαλύτερη από αυτή του ψύκτη της τρέχουσας βαθμίδας. Άρα ένα επιπλέον έργο πρέπει να δαπανηθεί, ώστε να αντισταθμιστεί αυτή η θερμοκρασιακή διαφορά. Έτσι λοιπόν εκφράζεται ο ενεργειακός ισολογισμός της ενδιάμεσης βαθμίδας ως εξής:

$$W_{e_1} = Q_{h_1} + Q_{r_{11}} \cdot (1 - \varepsilon_1) - Q_{r_{12}} \cdot (1 - \varepsilon_2) \quad 4.14$$

Ο ενεργειακός αυτός ισολογισμός οδηγεί στην εισαγωγή του μεγέθους 'ζ' από τον Urieli (1990) που ονομάζεται *Figure-of-merit* και για μια ενδιάμεση βαθμίδα j ορίζεται ως [9]:

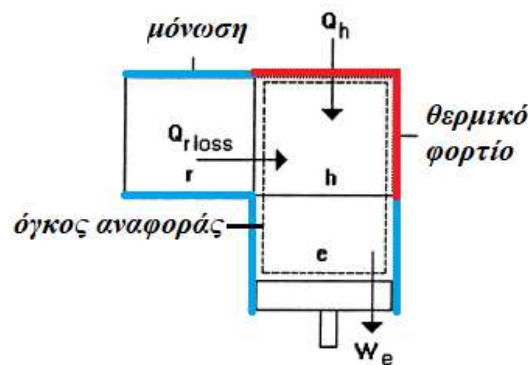
$$\zeta_j = \frac{W_{e_j}}{Q_{r_{ij}} \cdot (1 - \varepsilon_j) - Q_{r_{i(j+1)}} \cdot [1 - \varepsilon_{(j+1)}]} \quad 4.15$$

Το μέγεθος αυτό θεωρείται μεγάλης σημασίας για την ανάλυση της βαθμίδας και μπορεί να ερμηνευθεί ως εξής:

- I. Αν $\zeta > 1$ η ενδιάμεση βαθμίδα, είναι ικανή να φθάσει την επιθυμητή θερμοκρασία και η διαθέσιμη ενέργεια από την εκτόνωση επαρκεί για να αντισταθμίσει τις απώλειες του αναγεννητή.

- II. Αν $0 < \zeta < 1$ η ενδιάμεση βαθμίδα, δεν είναι ικανή να φτάσει την απαιτούμενη θερμοκρασία γιατί δεν μπορεί να καλύψει επαρκώς τις απώλειες από τον αναγεννητή. Αυτό υποδεικνύει ότι η ελάχιστη θερμοκρασία που μπορεί να φτάσει η δεδομένη βαθμίδα της μηχανής είναι υψηλότερη.
- III. Αν $\zeta \leq 0$, τότε η συγκεκριμένη βαθμίδα δεν είναι φυσικά βιώσιμη και πρέπει να επανεκτιμηθεί ο σχεδιασμός της μηχανής και η διαδοχική μείωση του όγκου σε κάθε βαθμίδα.

Τέλος, όσον αφορά στην τελευταία βαθμίδα αυτή έχει έναν προσκείμενο αναγεννητή και σχηματικά αναπαριστάται στο ακόλουθο σχήμα (Εικ. 4-4):



Εικόνα 4-4 Μοντελοποίηση τελευταίας βαθμίδας ενδιάμεσου κρουσώκτη [8]

Επομένως ο ενεργειακός ισολογισμός της γράφεται:

$$W_{e3} = Q_{r3\text{loss}} + Q_{h3} \quad 4.16$$

Και ο συντελεστής συμπεριφοράς μη ιδανικού διβάθμιου κρουσώκτη υπολογίζεται από τη σχέση:

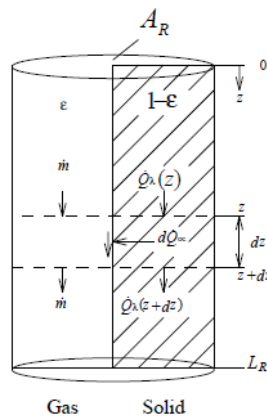
$$\text{COP} = \frac{Q_{h2}}{W_{\text{input}}} = \frac{Q_{h2} - Q_{r_{i2}} \cdot (1 - \varepsilon_2)}{W_{\text{input}}} \quad 4.17$$

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, εκτός από την παραπάνω ανάλυση χρησιμοποιήθηκε μία ακόμα μελέτη για τους αναγεννητές και συγκεκριμένα η Approximate Solutions for regenerative heat exchangers των Klein & Eisenberg (2000), η οποία συμπεριλήφθηκε στον κώδικα της προσομοίωσης. Σύμφωνα με αυτή θεωρείται ροή εργαζόμενου μέσου σε έναν αναγεννητή προς μία διεύθυνση και αγνοούνται θερμοκρασιακές διαφορές κάθετα προς αυτήν (Εικ. 4-5). Έτσι λύνονται για το υλικό του αναγεννητή και το εργαζόμενο μέσο οι εξής εξισώσεις [5]:

$$\psi \cdot \rho \cdot C_p \cdot \frac{dT_g}{dt} = -G_z \cdot C_p \cdot \frac{dT_g}{dz} + \frac{K_s}{A_R} \cdot (T_s - T_g) \quad 4.18$$

$$(1 - \psi) \cdot \rho_s \cdot C_s \cdot \frac{dT_s}{dt} = K_s \cdot \frac{dT_s^2}{dz^2} - \frac{K_s}{A_R} \cdot (T_s - T_g) \quad 4.19$$

Όπου K_s είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του υλικού, ψ είναι το πορώδες του αναγεννητή, ρ_s και ρ_g η πυκνότητα του υλικού και του αερίου αντίστοιχα, c_p και c_s οι θερμοχωρητικότητες αερίου και υλικού αντίστοιχα και G_z η παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας του εναλλάκτη.



Εικόνα 4-5: Μοντελοποίηση του αναγεννητή κατά τη μελέτη των Klein & Eisenberg (2000) [5]

Από την αδιαστατοποίηση του μήκους του αναγεννητή και του χρόνου παίρνουμε:

$$\zeta = \frac{z}{L_R} \quad 4.20$$

$$\tau = \frac{t}{2 \cdot \Delta t} \quad 4.21$$

Όπου L_R είναι το συνολικό μήκος του αναγεννητή και Δt είναι ο χρόνος μισής περιόδου. Θεωρείται ότι τη μισή περίοδο ($0 < t < \Delta t$) το αέριο κινείται προς τη μία κατεύθυνση, ενώ την υπόλοιπη μισή ($\Delta t < t < 2 \Delta t$) το αέριο κινείται προς την αντίθετη.

Στο σημείο αυτό γίνεται η χρήση του αδιάστατου αριθμού Peclet, που εκφράζει το ποσό της θερμότητας που μεταφέρεται με συναγωγή σε σχέση με το ποσό που μεταφέρεται με αγωγή.

$$Pe = \frac{G_Z \cdot c_p \cdot L_R}{K_S} \quad 4.22$$

Και των μεγεθών:

$$\sigma = \frac{c_S}{c_p} \quad 4.23$$

$$\Gamma = \frac{(1 - \psi) \cdot \rho_S \cdot L_R}{2 \cdot \Delta t \cdot G_Z} \quad 4.24$$

Όπου το γινόμενο τους εκφράζει τον λόγο του ρυθμού αποθήκευσης θερμότητας του υλικού του αναγεννητή σε σχέση με τον αντίστοιχο του εργαζόμενου μέσου στη διάρκεια μιας περιόδου.

Οι αναλυτικές λύσεις των εξισώσεων των θερμοκρασιών με τη θεώρηση $\sigma \Gamma \rightarrow \infty$ ονομάζονται λύσεις μηδενικής τάξης δείκτης (0) και είναι:

$$T_{s(\zeta)}^0 = \frac{(T_{1in} + T_{2in}) \left(\frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1} \cdot k_2 + 1 + \frac{Pe}{2 \cdot NTU} \right) + T_{1in} \cdot Pe}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} + \frac{(T_{2in} - T_{1in}) \cdot \left[Pe \cdot \zeta + \frac{Pe}{2 \cdot NTU} \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} - e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} \right]}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} \quad 4.25$$

$$T_{g1(\zeta)}^0 = \frac{(T_{1in} + T_{2in}) \left(\frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1} \cdot k_2 + 1 \right) + Pe \cdot \left(T_{1in} + \frac{T_{1in}}{NTU} \right)}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} + \frac{(T_{2in} - T_{1in}) \cdot \left[Pe \cdot \zeta + \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} + e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} - k_2 \cdot \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} - e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} \right]}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} \quad 4.26$$

$$T_{g2(\zeta)}^0 = \frac{(T_{1in} + T_{2in}) \left(\frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1} \cdot k_2 + 1 \right) + Pe \cdot \left(T_{1in} + \frac{T_{2in}}{NTU} \right)}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} + \frac{(T_{2in} - T_{1in}) \cdot \left[Pe \cdot \zeta + \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} + e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} - k_2 \cdot \frac{e^{k_1 \cdot (1-\zeta)} - e^{k_1 \cdot \zeta}}{e^{k_1} + 1} \right]}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} \quad 4.27$$

Όπου:

$$k_1 = \sqrt{2 \cdot NTU} \cdot \sqrt{2 \cdot NTU + Pe}$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{2 \cdot NTU}}{\sqrt{2 \cdot NTU + Pe}}$$

Για τις λύσεις αυτές η απόδοση του αναγεννητή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\eta^0 = \frac{Pe + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}}{2 + Pe + \frac{Pe}{NTU} + 2 \cdot k_2 \cdot \frac{e^{k_1} - 1}{e^{k_1} + 1}} \quad 4.28$$

Στη γενικότερη περίπτωση που το γινόμενο $\sigma\Gamma$ δεν τείνει στο άπειρο, ως σχέση του βαθμού απόδοσης χρησιμοποιείται η εξής:

$$\eta^1 = \eta^0 - \tau_s \cdot \left(\frac{NTU}{NTU + 1} \cdot \frac{0.5 - \tau_s}{\sigma \cdot \Gamma} - 2 \frac{T_{1in} - T_{1in}^0}{T_{1in} - T_{2in}} \right) \quad 4.29$$

Όπου:

$$\tau_s = \max \left[0, 0.25 - \frac{T_{1in} - T_{1in}^0}{T_{1in} - T_{2in}} \cdot \frac{NTU + 1}{NTU} \cdot \sigma \cdot \Gamma \right] \quad 4.30$$

Έχοντας, λοιπόν, υπολογίσει τις αποδοτικότητες των εναλλακτών κατά αυτόν τον τρόπο η συνέχεια είναι ακριβώς όμοια με αυτή που προαναφέρθηκε για τον υπολογισμό των Q_{floss} και δεν επέρχεται καμία επιπλέον αλλαγή στην υπόλοιπη ανάλυση.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η συγκεκριμένη ανάλυση των Klein & Eisenberg (2000) δεν έχει σχεδιαστεί συγκεκριμένα για εφαρμογή σε αναγεννητές ψυκτικών μηχανών Stirling. Παρ' όλα αυτά, έχει διαπιστωθεί από τη χρήση τους ότι εξάγουν ικανοποιητικά αποτελέσματα, γι' αυτό και επιλέχθηκαν στην παρούσα έρευνα, σε σύγκριση πάντα με την ανάλυση του Urieli (1990). Ακόμα, επισημαίνεται πως στο παρόν κεφάλαιο γίνεται απλά η παρουσίαση των βασικών εξισώσεων της συγκεκριμένης ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση. Αν ο αναγνώστης επιθυμεί να γνωρίσει την αναλυτική διαδικασία και τον τρόπο που προέκυψαν παραπέμπεται στην εργασία 'Ανάπτυξη ισοθερμοκρασιακού και αδιαβατικού λογισμικού συμπεριφοράς πολυβάθμιου κρυοψύκτη και εφαρμογή για τριβάθμιο' του κ. Κωστολιά Ζαχαρία, οποίος ερεύνησε λεπτομερώς αυτό το κομμάτι κατά τη διάρκεια ανάπτυξης της προσομοίωσης.

4.3 Ανάλυση εναλλακτών θερμότητας

Σε μία μη ιδανική μηχανή, η μέση ενεργός θερμοκρασία του εργαζόμενου αερίου στον χώρο του ψύκτη είναι υψηλότερη από αυτή των τοιχωμάτων του ψύκτη. Αντίστοιχα, στον χώρο του εναλλάκτη η θερμοκρασία του αερίου είναι χαμηλότερη από αυτή των τοιχωμάτων του εναλλάκτη. Αυτό οδηγεί σε μείωση της ψυκτικής ικανότητας της μηχανής γι' αυτό οι μέσες ενεργές θερμοκρασίες του κάθε ψύκτη T_{hi} και η θερμοκρασία του εναλλάκτη T_k πρέπει να αξιολογηθούν κατά τη διάρκεια κάθε κύκλου λειτουργίας. Έτσι έχουμε τις εξισώσεις συναγωγής θερμότητας για τα δύο αυτά μέρη της μηχανής ως εξής [15]:

$$Q_k = h_k \cdot A_{wgk} \cdot (T_{wk} - T_k) \quad 4.31$$

$$Q_{hj} = h_{hj} \cdot A_{wghj} \cdot (T_{whj} - T_{hj}) \quad 4.32$$

Όπου:

- Q_{hj} η θερμότητα που μεταδίδεται στο αέριο στον ψύκτη βαθμίδας j.
- Q_k η θερμότητα που μεταδίδεται στο αέριο στον εναλλάκτη.
- h_j, h_{hj} ο συντελεστής συναγωγής θερμότητας στους ψύκτες και τον εναλλάκτη.
- T_{whj}, T_{wk} οι αντίστοιχες θερμοκρασίες των τοιχωμάτων.

Οι μέσες ενεργές θερμοκρασίες εφράζονται σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις ως:

$$T_k = T_{wk} - \frac{Q_k}{h_{kmean} \cdot A_{wgk}} \quad 4.33$$

$$T_{hj} = T_{whj} - \frac{Q_{hj}}{h_{hjmean} \cdot A_{wghj}} \quad 4.34$$

Όπου h_{kmean} και h_{hjmean} οι μέσοι συντελεστές συναγωγής θερμότητας για τον εναλλάκτη και τον ψύκτη j αντίστοιχα.

4.4 Συσχετιστικές παράμετροι

Οι θερμοκρασίες των τοιχωμάτων τίθενται αρχικά στις τιμές T_{hj} και T_k και ανανεώνονται επαναληπτικά μέσω των δύο παραπάνω εξισώσεων. Σε κάθε επανάληψη χρησιμοποιείται η Ιδανική Αδιαβατική ανάλυση με τις εκάστοτε τιμές των T_{hj} και T_k μέχρις ότου συγκλίνουν. Οι τιμές των ροών μάζας που προκύπτουν χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του αριθμού Reynolds σε κάθε κύκλο. Ο αδιάστατος αυτός αριθμός υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Re = \left| \frac{G_T \cdot d_T}{\mu} \right|$$

Όπου:

- G_T η ροή μάζας του εργαζόμενου αερίου στον εκάστοτε αναγεννητή,
- D_T η υδραυλική διάμετρος και
- μ η δυναμική συνεκτικότητα του εργαζόμενου αερίου.

Ο αριθμός Reynolds προσδιορίζει αν η ροή στο εκάστοτε εξεταζόμενο σημείο της μηχανής είναι στρωτή ή τυρβώδης. Τόσο ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας, όσο και ο συντελεστής ρευστομηχανικής τριβής εξαρτώνται και επηρεάζονται σημαντικά από το είδος της ροής. Σε αυτήν την ανάλυση τα όρια θεωρούνται ως εξής:

- Για $Re \leq 2000$ η ροή θεωρείται στρωτή,
- Για $2000 < Re < 4000$ θεωρούμε ότι βρισκόμαστε στην μεταβατική περιοχή και
- Για $Re \geq 4000$ θεωρείται τυρβώδης ροή.

Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό ενός αναγεννητή είναι το υλικό και η γεωμετρία της μήτρας του. Οι σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των μεγεθών του αριθμού Stanton και του συντελεστή τριβής σε έναν αναγεννητή για κάθε κύκλο λειτουργίας βρίσκονται στο εγχειρίδιο GLIMPS User's Manual (1987) [8]. Έτσι λοιπόν είναι:

Για τον αριθμό Stanton (St):

Οι γεωμετρικές παράμετροι m και p ορίζονται ως:

$$m = 0.43\psi + 0.15$$

$$p = \begin{cases} 0.537\psi, & \psi < 0,39 \\ 1.54\psi - 6.36\psi + 7.56\psi^2, & \psi \geq 0.39 \end{cases}$$

Όπου ψ είναι το πορώδες.

Οπότε τελικά ο αριθμός Stanton είναι:

$$St = p(Re)^{-m}(Pr)^{-1} \quad 4.36$$

Όπου Pr είναι ο αριθμός Prandlt:

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad 4.37$$

Και k ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας.

Για τον αριθμό Nusselt (Nu) για κύλινδρο:

$$Nu = \begin{cases} 2(2 \cdot Va \cdot Pr)^{1/2}, & Re \leq 13.3 \cdot (2 \cdot Va \cdot Pr)^{1/2} \\ \frac{0.15Re}{\ln\left(\frac{0.2Re}{(2 \cdot Va \cdot Pr)^{1/2}}\right)}, & Re > 13.3 \cdot (2 \cdot Va \cdot Pr)^{1/2} \end{cases} \quad 4.38$$

Όπου Va ο αριθμός Valensi ($\frac{\rho d^2 \omega}{4\mu}$)

Οι αριθμοί Nusselt και Stanton συσχετίζονται με τον λόγο της θερμότητας που μεταφέρεται λόγω συναγωγής και της θερμικής χωρητικότητας του αερίου. Ο αριθμός Prandlt για τις θερμοκρασίες που εξετάζουμε μπορεί να θεωρηθεί περίπου σταθερός στην τιμή 0.72.

Για τον συντελεστή τριβής (Fr):

Οι γεωμετρικές παράμετροι a,b και c ορίζονται ως εξής:

$$a = \frac{1.33}{\psi^2} \cdot \left(\frac{1-\psi}{\gamma}\right)^{-0.33}$$

$$b = 10 \left(\frac{-0.54}{\psi}\right) \cdot \left(\frac{\psi^3}{2(1-\psi)\gamma^2}\right)$$

$$c = b \cdot 10^a$$

$$\text{Όπου } \gamma = (1.27\psi - 0,27)^2$$

Τελικά έχουμε:

$$Fr = \begin{cases} 0.25b \cdot 10^{aRe^{-0.33}}, & Re > 1 \\ \frac{0.25c}{Re}, & Re < 1 \end{cases} \quad 4.39$$

Στην παρούσα μελέτη χρησιμοποιήθηκαν, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι συσχετίσεις που βρίσκονται στο εγχειρίδιο GLIMPS User's Manual (1987) [8]. Σύμφωνα με αυτές ο συντελεστής τριβής έχει ως εξής:

Για σωλήνες:

Για περίπτωση στρωτής ροής:

$$Fr = \frac{16}{Re}$$

Για περίπτωση μεταβατικής ροής:

$$Fr = 0.008 \cdot \frac{(Re - 4000)}{-2000} + 0.001 \cdot \frac{(Re - 2000)}{2000}$$

Για περίπτωση τυρβώδους ροής:

$$Fr = 0.0791 \cdot Re^{-0.25}$$

Για ορθογωνικές διατομές:

Θεωρείται α ο λόγος της μικρής πλευράς προς τη μεγάλη. Συναρτήσει του α η παράμετρος β ορίζεται ως: $\beta = 1.47 - 1.48\alpha + 0.92\alpha^2$. Οπότε είναι:

Για σωλήνες:

Για περίπτωση στρωτής ροής:

$$Fr = \beta \frac{16}{Re}$$

Για περίπτωση μεταβατικής ροής:

$$Fr = 0.008 \cdot \beta \cdot \frac{(Re - 4000)}{-2000} + 0.001 \cdot \frac{(Re - 2000)}{2000}$$

Για περίπτωση τυρβώδους ροής:

$$Fr = 0.0791 \cdot Re^{-0.25}$$

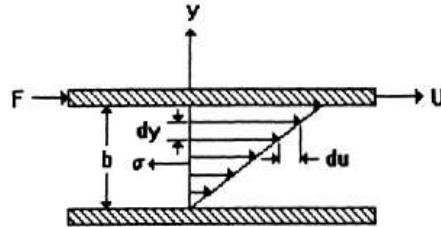
4.5 Ανάλυση ρευστομηχανικών τριβών και πτώσης πίεσης

Καθ' όλη την ανάλυση υποθέσαμε ότι η στιγμιαία πίεση είναι σταθερή σε όλο το σύστημα. Ωστόσο, διαπιστώνουμε ότι οι υψηλές ροές θερμότητας που απαιτούνται στους εναλλάκτες θερμότητας απαιτούν με τη σειρά τους μία μεγάλη βρεχόμενη περιοχή Awg. Αυτή η απαίτηση μαζί με την αντικρουόμενη απαίτηση μικρών νεκρών όγκων οδηγούν σε σχεδίαση εναλλακτών θερμότητας με πολλές στενές διόδους μικρής υδραυλικής διαμέτρου. Η τριβή που αναπτύσσεται καθώς το ρευστό ρέει μέσα στον εναλλάκτη θερμότητας έχει ως αποτέλεσμα πτώση πίεσης σε όλους τους εναλλάκτες και κατ' επέκταση αύξηση των αναγκών σε ισχύ ώστε να διατηρηθεί η επιθυμητή ψυκτική ικανότητα. Αυτή η πτώση πίεσης αναλύεται σε αυτό το υποκεφάλαιο και επιχειρείται να ποσοτικοποιηθεί η αντίστοιχη απώλεια ισχύος.

Η συνεκτικότητα ενός ρευστού είναι ουσιαστικά το μέτρο της αντίστασης τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ των στοιχειωδών του όγκων. Στο παρακάτω σχήμα (Εικ. 4-6), στον χώρο μεταξύ των δύο οριζοντίων πλακών επιφάνειας A βρίσκεται συνεκτικό ρευστό. Στην πάνω πλάκα ασκείται εφαπτομενική δύναμη ώστε να κινείται με σταθερή ταχύτητα U παράλληλα με την κάτω πλάκα. Αν αγνοήσουμε δυνάμεις βαρύτητας και την κλίση πίεσης, ο λόγος U/b είναι ανάλογος της εφαπτομενικής δύναμης ανά μονάδα επιφάνειας F/A. Δηλαδή:

$$\frac{F}{A} = \mu \cdot \frac{U}{b} \quad 4.40$$

Όπου μ είναι η δυναμική συνεκτικότητα του ρευστού.



Εικόνα 4-6: Μοντελοποίηση για τον ορισμό της συνεκτικότητας σε ένα πραγματικό ρευστό κατά Νεύτωνα [15]

Για μονοδιάστατη ροή είναι:

$$\frac{F}{A} = -\sigma \quad 4.41$$

Όπου το σ έχει την έννοια της ορθής τάσης σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου ροής, και

$$\frac{U}{b} = \frac{d}{dy} u \quad 4.42$$

Όπου ο όρος δεξιά από το ίσον είναι η κλίση του γραμμικού προφίλ της ταχύτητας κατά y .

$$\sigma = -\mu \cdot \frac{d}{dy} u \quad 4.43$$

Αυτή η σχέση είναι γνωστή ως πρώτος νόμος του Νεύτωνα για τη συνεκτικότητα.

Επίσης από το σχήμα, η δύναμη αντίστασης τριβής ορίζεται ως:

$$F_d = \sigma \cdot A = \frac{4 \cdot \sigma \cdot V}{d} \quad 4.44$$

Όπου το d είναι η υδραυλική διάμετρος. Ο συντελεστής τριβής ορίζεται κατά τους Kays & London (1964):

$$Fr = \frac{\sigma}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2} \quad 4.45$$

Όπου ρ η πυκνότητα του ρευστού, ενώ σε όρους ροής μάζας που χρησιμοποιούνται στους κρουσύτες και στην ανάλυσή μας είναι:

$$Fr = \frac{\sigma \cdot \rho}{g^2} \quad 4.46$$

Όπου g η εκάστοτε ροή μάζας.

Από την εξίσωση (4.46) σε συνδυασμό με την (4.44) παίρνουμε για τη δύναμη αντίστασης τριβής:

$$F_d = \frac{2 \cdot Fr \cdot g^2 \cdot V}{d \cdot \rho} \quad 4.47$$

Η πτώση της πίεσης Δp είναι ίση και αντίθετη της δύναμης αντίστασης. Άρα:

$$F_d + \Delta p \cdot A = 0 \quad 4.48$$

και αντικαθιστώντάς την (4.47) παίρνουμε:

$$\Delta p + \frac{2 \cdot Fr \cdot g^2 \cdot V \cdot A}{d \cdot \rho} = 0 \quad 4.49$$

Στην εξίσωση αυτή ο δεύτερος όρος είναι πάντοτε θετικός, ενώ ο πρώτος (Δp) μπορεί να είναι είτε θετικός είτε αρνητικός ανάλογα με την κατεύθυνση της ροής. Αυτό δημιουργεί πρόβλημα σε περίπτωση αντιστροφής της ροής, καθώς θα παραβιάζεται η αρχή της συνέχειας. Για τον λόγο αυτό ο Urieli (1990) προτείνει την παρακάτω αντικατάσταση για τον συντελεστή τριβής

πολλαπλασιάζοντάς τον με τον αριθμό Reynolds (Reynolds Friction Coefficient) [15]:

$$Fr \leftarrow Fr \cdot Re$$

Αντικαθιστώντας στην (4.49) έχουμε:

$$\Delta p + \frac{2 \cdot Fr \cdot g \cdot \mu \cdot V}{d^2 \cdot A \cdot \rho} = 0 \quad 4.50$$

και καθώς $\rho = m/V$

$$\Delta p = -\frac{2 \cdot Fr \cdot g \cdot \mu \cdot L \cdot V}{d^2 \cdot m} \quad 4.51$$

Η τελευταία σχέση ικανοποιεί την εξίσωση συνέχειας για ροή και προς την κατά συνθήκη θετική και την αρνητική κατεύθυνση.

Το συνολικό διαθέσιμο έργο στον χώρο συμπίεσης και στους χώρους εκτόνωσης γράφεται:

$$W_c = \int_0^{2\pi} p \, dV_c \quad 4.52$$

$$W_{e1} = \int_0^{2\pi} (p + \Delta p_1) \, dV_{e1} = \int_0^{2\pi} p \, dV_{e1} + \int_0^{2\pi} \Delta p_1 \, dV_{e1} = W_{e1,ideal} + \Delta W_{e1} \quad 4.53$$

$$W_{e2} = \int_0^{2\pi} \left(p + \sum_{i=1}^2 \Delta p_i \right) \, dV_{e2} = \int_0^{2\pi} p \, dV_{e2} + \int_0^{2\pi} \left(\sum_{i=1}^2 \Delta p_i \right) \, dV_{e2} = W_{e2,ideal} + \Delta W_{e2} \quad 4.54$$

και όμοια για τις υπόλοιπες βαθμίδες αν υπάρχουν. Αυτό που φαίνεται από τις παραπάνω εξισώσεις είναι ότι η πτώση πίεσης λειτουργεί αθροιστικά, δηλαδή, σε κάθε βαθμίδα λαμβάνεται υπόψη η πτώση πίεσης των προηγούμενων.

Το συνολικό έργο που καταναλώνεται είναι το άθροισμα όλων των επιμέρους, συνεπώς:

$$W_{\text{input}} = W_{\text{ideal}} + \Delta W_{e1} + \dots + \Delta W_{en} \quad 4.55$$

Όπου n ο συνολικός αριθμός των βαθμίδων.

5. Προσομοίωση του διβάθμιου κρυοψύκτη

5.1 Αλγοριθμική προσέγγιση

Το παρόν κεφάλαιο περιλαμβάνει μια σύντομη περίληψη του κώδικα που αναπτύχθηκε σε συνεργασία με τον συνάδελφο κ. Κωστολιά Ζαχαρία στο PTC Mathcad για τη θερμοδυναμική ανάλυση πολυβάθμιας κρυοψυκτικής μηχανής Stirling, έχοντας ως βάση τη δεύτερης τάξης προσομοίωση που αναπτύχθηκε από τον Urieli το 1990. Είναι μια προσομοίωση του σημείου σχεδίασης μίας μηχανής την οποία ένας μελετητής θέλει να προσομοιώσει εισάγοντας ορισμένα χαρακτηριστικά εισόδου. Στο τέλος λαμβάνει τόσο αριθμητικά αποτελέσματα όσο και διαγράμματα του κύκλου λειτουργίας, όπως επίσης και τη συμπεριφορά της μηχανής για ένα εύρος πιέσεων, συχνοτήτων και θερμοκρασιών γύρω από τις εισαγόμενες τιμές.

Η εργασία αποτελείται από δύο αρχεία. Το πρώτο “Adiabatic” υλοποιεί αδιαβατική ανάλυση του θερμοδυναμικού κύκλου της μηχανής. Το δεύτερο “Quasi-Steady” χρησιμοποιεί ως βάση τα αποτελέσματα της αδιαβατικής ανάλυσης και τα βελτιώνει λαμβάνοντας υπόψη, όπως έχει ήδη αναφερθεί, απώλειες συναλλαγής θερμότητας, μη τέλειους αναγεννητές και πτώσεις πιέσεων, ώστε να προσεγγίσει καλύτερα μία πραγματική μηχανή. Στη συνέχεια παρουσιάζεται μία σύντομη περιγραφή της σκοπιμότητας και των λειτουργιών των διαφόρων υπορουτίνων-περιοχών (areas στην ορολογία του Mathcad) που βλέπει κανείς ανοίγοντας τα δύο αρχεία.

Adiabatic

Στην αρχή του φύλλου ο χρήστης επιλέγει τον αριθμό των βαθμίδων από 1 (κλασσική μονοβάθμια μηχανή) έως και 4. (Για τη διβάθμια μηχανή που παρουσιάζεται εδώ επιλέγεται $n=2$).

Read data: Διαβάζει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μηχανής (διάμετροι, διαδρομές εμβόλου-displacer, επιζήμιους όγκους), χαρακτηριστικά του αερίου

(He ή H₂), διαφορά φάσης, μέση πίεση λειτουργίας, θερμοκρασίες heat rejector & freezers. Επίσης, υπολογίζει όποια χαρακτηριστικά προκύπτουν από τα παραπάνω.

Schmidt analysis: Πραγματοποιεί ανάλυση κατά Schmidt. Βασικός σκοπός είναι να εκτιμηθεί η μάζα του αερίου, αλλά και να έχουμε μία πρώτη προσέγγιση για το έργο του κύκλου και τον συντελεστή συμπεριφοράς COP.

Volumes: Η συνάρτηση που υπολογίζει τους όγκους των χώρων συμπίεσης-εκτόνωσης ανάλογα με τη γωνία του στροφάλου που του δίνουμε. Χρησιμοποιείται απλή ημιτονοειδής μεταβολή χάριν παρουσίασης.

Dadiab: Περιλαμβάνει συναρτήσεις Mathcad με τις διαφορικές εξισώσεις αδιαβατικής ανάλυσης που υπολογίζουν τα μεγέθη του κύκλου (όπως πίεση, θερμοκρασίες, ροές μάζας, θερμότητες), καθώς και τα αντίστοιχα διαφορικά τους ανάλογα πάλι με τη γωνία στροφάλου.

Rk4: Είναι η συνάρτηση που καλεί το τελικό πρόγραμμα και χρησιμοποιεί αριθμητική μέθοδο Runge-Kutta 4^{ης} τάξης για να λύσει με ικανοποιητική ακρίβεια τις παραπάνω μη γραμμικές εξισώσεις και να υπολογίσει τα αντίστοιχα μεγέθη.

Adiab: Το κυρίως πρόγραμμα που καλεί ουσιαστικά όλα τα παραπάνω. Αρχικά εκτελεί κύκλους υπολογίζοντας τις θερμοκρασίες στην αρχή και στο τέλος του κάθε κύκλου μέχρις ότου να συγκλίνουν. Μόλις γίνει αυτό υπολογίζει όλα τα μεγέθη του κύκλου για διάφορες γωνίες στροφάλου ανάλογα με το βήμα που έχει δώσει ο χρήστης. Έτσι έχουμε μια πλήρη εικόνα για τη λειτουργία της μηχανής.

Simple

Αρχικά όπως στο “Adiabatic” ο χρήστης επιλέγει τον αριθμό των βαθμίδων.

Read data: Όπως το αντίστοιχο στο “Adiabatic”, συν ότι τώρα ο χρήστης δίνει επιπλέον στοιχεία για τους εναλλάκτες και τους αναγεννητές (πχ βρεχόμενες επιφάνειες, υλικά)

Metal conductivity & specific heat: Συναρτήσεις που, ανάλογα με το αν τα υλικά που επιλέχθηκαν παραπάνω είναι χαλκός, μόλυβδος ή Stainless Steel, υπολογίζουν την αγωγιμότητα και τη θερμοχωρητικότητα για την εκάστοτε θερμοκρασία.

Schmidt: Όμοια όπως στο “Adiabatic”, μόνο που οι συναρτήσεις είναι παραμετρικές ως προς την πίεση, τη συχνότητα και τις θερμοκρασίες λειτουργίας.

Volumes: Όμοια όπως στο “Adiabatic”.

Dadiab: Όμοια όπως στο “Adiabatic” με τη διαφορά ότι οι συναρτήσεις είναι παραμετρικές ως προς την πίεση, τη συχνότητα και τις θερμοκρασίες λειτουργίας.

Rk4: Όμοια όπως στο “Adiabatic” με τη διαφορά ότι τώρα οι συναρτήσεις είναι παραμετρικές ως προς την πίεση, τη συχνότητα και τις θερμοκρασίες λειτουργίας.

Adiab: Όμοια όπως στο “Adiabatic” με τη διαφορά ότι τώρα οι θερμοκρασίες (rejector, freezer, regenerator) μεταβάλλονται και δίνονται ως όρισμα. Επίσης οι συναρτήσεις είναι παραμετρικές ως προς την πίεση, τη συχνότητα και τις θερμοκρασίες λειτουργίας.

Reynolds: Υπολογίζει τον εκάστοτε αριθμό Reynolds και την εκάστοτε συνεκτικότητα στους εναλλάκτες.

Heat transfer evaluation: Ανάλογα με τη γεωμετρία του εναλλάκτη slot, tube ή cylinder (ορθογωνικός, σωληνοειδής ή κυλινδρικός) υπολογίζει τον συντελεστή συναγωγής θερμότητας και τον συντελεστή τριβής.

Kolsim-hotstim: Επαναπροσδιορίζει τις θερμοκρασίες των heat rejector και freezers θεωρώντας ως δεδομένο ότι οι θερμοκρασίες στα τοιχώματα των εναλλακτών είναι σταθερές και γνωρίζοντας το ποσό μεταφοράς θερμότητας και τον συντελεστή μεταφοράς.

Regsim: Πραγματοποιεί ανάλυση των αναγεννητών και υπολογίζει τους βαθμούς απόδοσης και επομένως τις απώλειες θερμότητας που προκύπτουν από αυτούς και με τις δύο προσεγγίσεις που παρουσιάστηκαν.

Fomsim-Worksim: Υπολογίζει το μέγεθος ‘ζ’ ή “figure of merit” όπως ορίστηκε και τις απώλειες λόγω πτώσης πίεσης στους εναλλάκτες,

Simple: Εκτελεί επαναληπτική διαδικασία μέχρις ότου να συγκλίνουν οι θερμοκρασίες στον εναλλάκτη (Heat Rejector) και τους ψύκτες (Freezers). Σε κάθε επανάληψη εκτελεί αδιαβατική ανάλυση και καλεί τις συναρτήσεις kolsim-hotstim για να υπολογίσει τις θερμοκρασίες του heat rejector και των freezers. Μετά τη σύγκλιση καλεί τις αντίστοιχες υπορουτίνες για να προσδιορίσει τις απώλειες μη τέλειων εναλλακτών (Regsim), τις απώλειες πτώσης πίεσης (Workisim) και τις απώλειες λόγω διαρροής θερμότητας από τα τοιχώματα.

2-Stage Results: Αποτελεί την περιοχή που γίνεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε πίνακες, δίνεται το τελικό καταναλισκόμενο έργο και η θερμότητα που ‘απορροφά’ κάθε βαθμίδα, ο συντελεστής συμπεριφοράς και όλα τα αντίστοιχα διαγράμματα.

Parametric: Εδώ ο μελετητής μπορεί να ελέγξει τη μηχανή του για το πώς συμπεριφέρεται σε ένα εύρος πιέσεων, συχνοτήτων και θερμοκρασιών γύρω από το σημείο σχεδίασης. Ουσιαστικά το πρόγραμμα τρέχει πολλές φορές μεταβάλλοντας σταδιακά αυτές τις παραμέτρους και εξάγει τα αποτελέσματα.

5.2 Δεδομένα που εισάγονται στη προσομοίωση

Για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων και τον έλεγχο της προσομοίωσης επιλέχθηκε να υπολογισθεί μία διβάθμια μηχανή που προσεγγίζει τη διβάθμια κατά τον Lindale (1978). Προφανώς πολλά χαρακτηριστικά από αυτά που απαιτούνται δεν παρέχονται στα σχέδια και πρέπει να υποτεθούν. Τα βασικά δεδομένα που χρειάζονται υπόθεση είναι αυτά που αφορούν στις διαστάσεις των εναλλακτών και των αναγεννητών. Η συγκεκριμένη μηχανή χρησιμοποιείται για όλα τα μοντέλα και την παραμετρική προσομοίωση που θα αναπτυχθεί παρακάτω. Στους ακόλουθους πίνακες παρουσιάζονται τα γεωμετρικά και λοιπά χαρακτηριστικά που εισάγονται στην αρχή της προσομοίωσης στην περιοχή Read_data.

Αρχικά για τα βασικά χαρακτηριστικά της μηχανής:

Ταχύτητα περιστροφής: $\omega=640\text{rpm}$

Μέση πίεση λειτουργίας: $P_{\text{mean}}=0.62\text{MPa}$

Διαφορά φάσης: 60°

Εργαζόμενο αέριο: Ήλιο

Για τους εργαζόμενους χώρους οι διαστάσεις παρουσιάζονται ακολούθως:

Πίνακας 5-1: Διαστάσεις εργαζόμενων χώρων

	Χώρος συμπίεσης c	Χώρος εκτόνωσης e1	Χώρος εκτόνωσης e2
Διάμετρος (mm)	63.5	39.9	15
Διαδρομή (mm)	32	12	12

Για τους αναγεννητές τα δεδομένα έχουν ως εξής:

Πίνακας 5-2: Διαστάσεις και χαρακτηριστικά αναγεννητών

	Βαθμίδα 1 ^η	Βαθμίδα 2 ^η
Τύπος αναγεννητή	Σωληνοειδής	Σωληνοειδής
Εξωτερική διάμετρος (mm)	39.4	20
Εσωτερική διάμετρος (mm)	35.2	16
Μήκος (mm)	39.4	29.4
Πορώδες (ψ)	0.6	0.6
Διάμετρος σύρματος μήτρας (mm)	0.005	0.005
Υλικό	Χαλκός (Cu)	Χαλκός (Cu)
Αριθμός σωλήνων	1	1

Για τους εναλλάκτες θερμότητας-ψύκτες:

Πίνακας 5-3: Διαστάσεις και χαρακτηριστικά εναλλακτών θερμότητας

	Cooler	Freezer 1	Freezer 2
Τύπος	Ορθογωνικός	Σωληνοειδής	Σωληνοειδής
Αριθμός θυρίδων	60	-	-
Αριθμός σωλήνων	-	250	90
Μήκος (mm)	15	10	10

Πλάτος (mm)	13.6	-	-
Βάθος (mm)	1	-	-
Εσωτερική διάμετρος (mm)	-	1	1
Θερμοκρασία (K)	300	120	60

Από τις διαστάσεις αυτές υπολογίζονται οι όγκοι των αναγεννητών, των εναλλακτών και των εργαζόμενων χώρων. Για τους τελευταίους υποτίθεται ημιτονοειδής μεταβολή, ενώ όλοι οι χώροι εκτόνωσης βρίσκονται σε φάση. Για τους δύο πρώτους υπολογίζονται επίσης από το πρόγραμμα η υδραυλική διάμετρος, οι επιφάνειες ελεύθερης ροής και οι βρεχόμενες επιφάνειες.

6. Αποτελέσματα

6.1 Αποτελέσματα προσομοίωσης διβάθμιου κρουσούκτη

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων του διβάθμιου κρουσούκτη που παρουσιάστηκε στο 5^ο κεφάλαιο για τον έλεγχο της προσομοίωσης. Για τη λύση των εξισώσεων που παρατίθενται στο 4^ο κεφάλαιο υποτίθεται αρχικά για τις θερμοκρασίες των τοιχωμάτων $T_{wk} \leftarrow T_k$ και $T_{wh_i} \leftarrow T_{h_i}$ και στη συνέχεια καλείται η Ιδανική Αδιαβατική ανάλυση. Η κυκλική σύγκλιση του ημιστατικού μοντέλου είναι πολύ ικανοποιητική και επέρχεται σε μονοψήφιο αριθμό κύκλων (3) για το αρχικό σημείο σχεδίασης. Στον παρακάτω πίνακα (6-1) φαίνονται τα κύρια αποτελέσματα για τα μεγέθη τις ημιαστατικής ανάλυσης, με προσέγγιση των αναγεννητών κατά τους Klein & Eisenberg (2000) όπως ορίστηκαν στο κεφάλαιο 4.

Πίνακας 6-1: Αποτελέσματα ημιστατικής ανάλυσης με μοντέλο αναγεννητών κατά Klein & Eisenberg (2000)

	Tk	Tr	Th	Qr _{loss}	Q _{wrl}	ζ	Dp _{loss}	Κύκλος σύγκλισης	ε (effect) Αναγεννητή	NTU	Peclet	σΓ
1 ^η βαθμίδα	314.27	196.10	112.08	8.767	9.373	5.255	15.236	3	0.984	871.96	1.671e3	4.203
2 ^η βαθμίδα	-	78.11	51.81	1.067	1.725	-	2.824	-	0.98	419.362	2.74e3	3.37

Αρχικά πέρα από τον μικρό αριθμό κύκλων σύγκλισης παρατηρείται ότι το μέγεθος 'ζ'- Figure of merit είναι θετικό για την ενδιάμεση βαθμίδα και μεγαλύτερο της μονάδας. Άρα υπάρχει σκοπιμότητα και ικανότητα της ενδιάμεσης βαθμίδας να πετύχει την ενδιάμεση ψύξη στη θερμοκρασία σχεδιασμού. Ακόμα οι αποδοτικότητες των εναλλακτών είναι εξαιρετικές, κάτι που είναι ιδιαίτερος επιθυμητό. Οι θερμοκρασίες μεταβάλλονται όπως ήταν αναμενόμενο, ενώ οι απώλειες Q_{rloss}, Q_{leak} και Dp_{loss} παρουσιάζονται και σχολιάζονται στη συνέχεια με τα διαγράμματά τους.

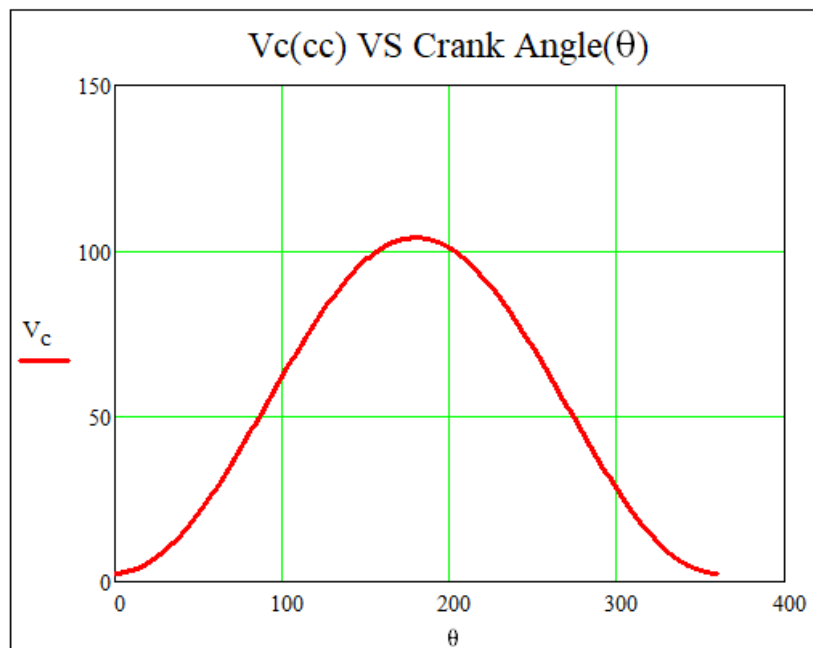
Με βάση τα αποτελέσματα αυτά υπολογίζονται τα βασικά μεγέθη της μηχανής στο σημείο λειτουργίας που εξετάζεται και για σύγκριση παρατίθενται τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την ανάλυση του Schmidt.

Πίνακας 6-2: Πίνακας σύγκρισης αποτελεσμάτων με ανάλυση Schmidt

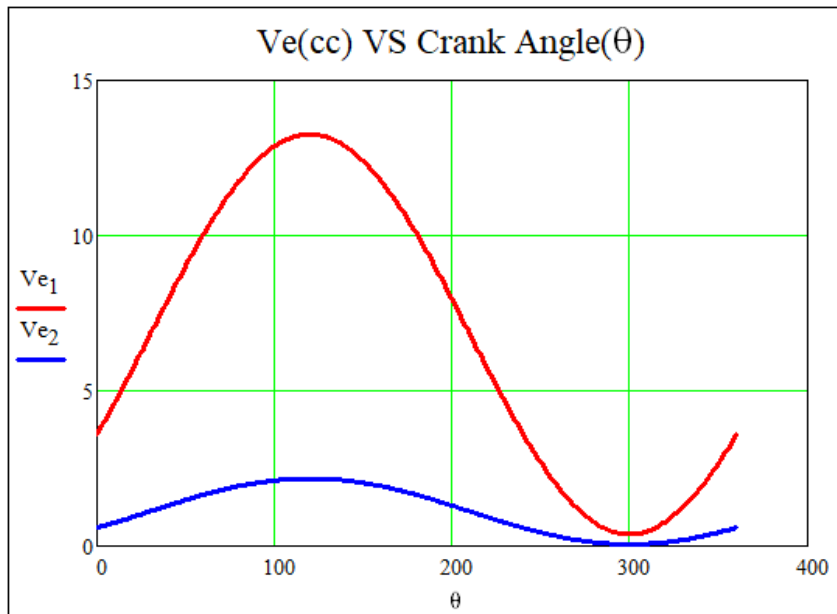
	$W_{Schmidt}$ (W)	$Q_{Schmidt}$ (W)	$Cop_{Schmidt}$ (W)	W_{input} (W)	Q_{lift} (w)	Cop
1^η βαθμίδα	92.9	43.04	0.46	195.68	25.94	0.133
2^η βαθμίδα		7.08	0.076		4.29	0.022

Συνεπώς φαίνονται οι σημαντικές διαφορές σε όλα τα μεγέθη της ιδανικής ανάλυσης του Schmidt, συγκριτικά με τα αποτελέσματα της ημιστατικής ανάλυσης. Στη συνέχεια παρουσιάζονται αναλυτικά τα διαγράμματα για τα επιμέρους θερμοδυναμικά μεγέθη του κύκλου.

Αρχικά παρουσιάζονται οι όγκοι για τους εργαζόμενους χώρους, δηλαδή τον χώρο συμπίεσης και τους δύο χώρους εκτόνωσης.

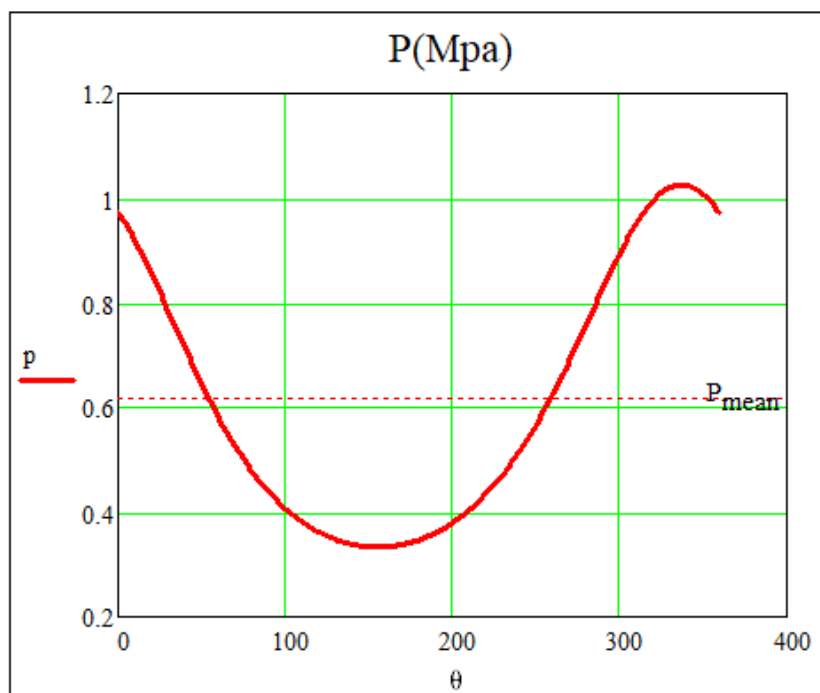


Διάγραμμα 6-1: Μεταβολή όγκου χώρου συμπίεσης συναρτήσει της γωνίας του κύκλου



Διάγραμμα 6-2: Μεταβολή όγκων των χώρων εκτόνωσης συναρτήσει της γωνίας του κύκλου

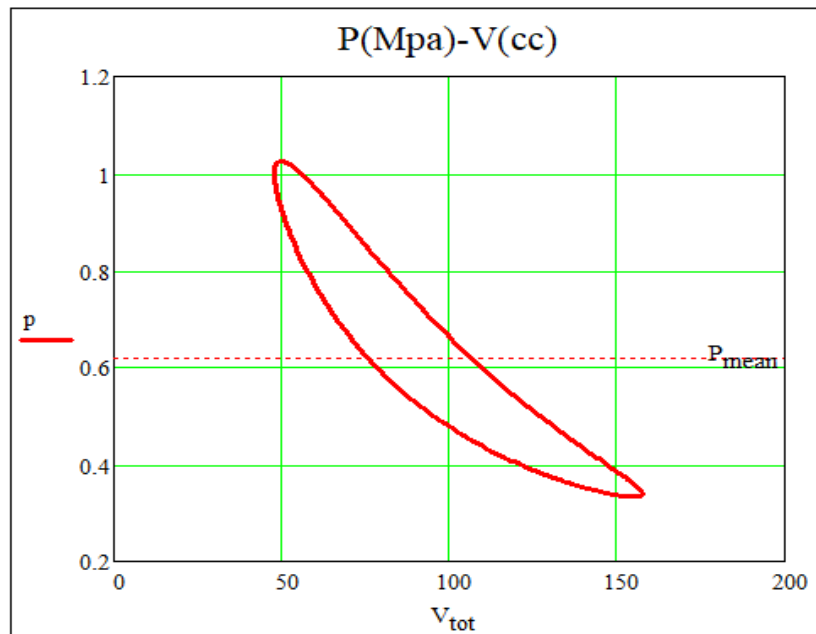
Ακολουθεί η πίεση για την οποία υπενθυμίζεται ότι η στιγμιαία τιμή της είναι σταθερή για όλο το σύστημα.



Διάγραμμα 6-3 Μεταβολή της πίεσης συναρτήσει της γωνίας του κύκλου

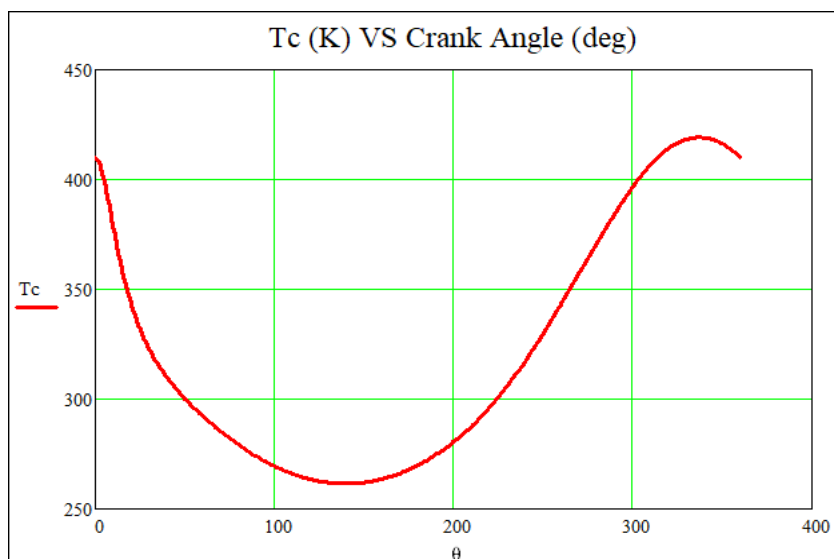
Το διάγραμμα P-V όπου V είναι το άθροισμα όλων των εργαζόμενων όγκων, των όγκων εναλλακτών, ψυκτών και των νεκρών όγκων. Παρατηρείται

σημαντική διαφορά σε σχέση με το ιδανικό διάγραμμα P-V που παρουσιάστηκε στο δεύτερο κεφάλαιο.

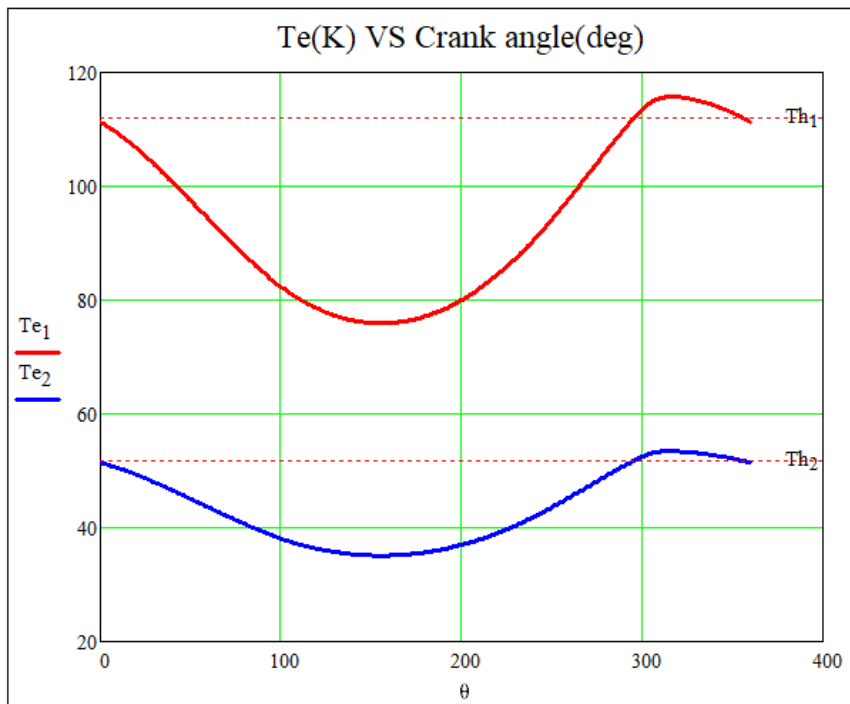


Διάγραμμα 6-4: Πίεσης-Συνολικού όγκου του εξεταζόμενου θερμοδυναμικού κύκλου.

Ακολουθούν τα διαγράμματα με τις θερμοκρασίες στους εργαζόμενους χώρους.

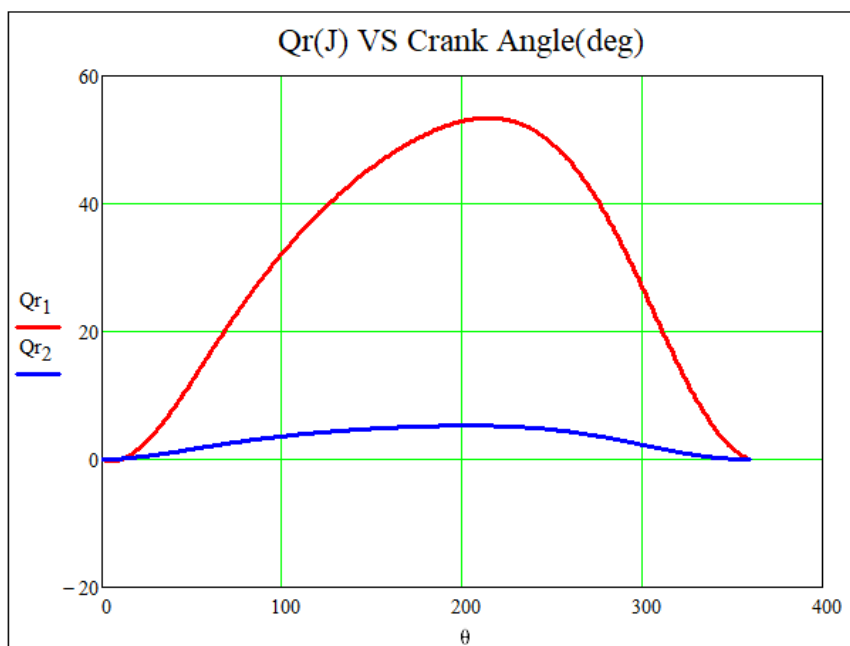


Διάγραμμα 6-5: Θερμοκρασία χώρου συμπίεσης συναρτήσει της γωνίας του κύκλου.



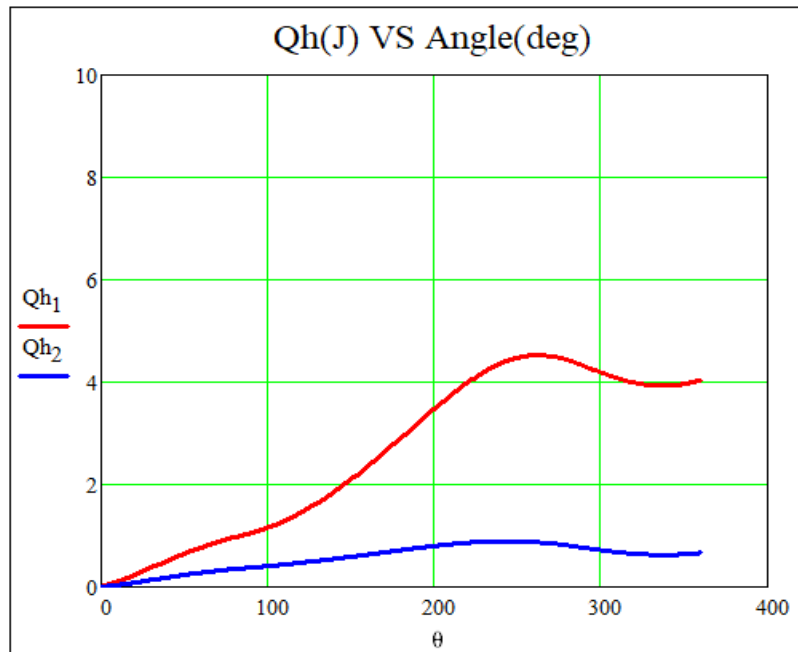
Διάγραμμα 6-6: Θερμοκρασίες χώρων εκτόνωσης συναρτήσει της γωνίας του κύκλου.

Στα διαγράμματα αυτά διακρίνονται και οι τιμές των θερμοκρασιών στους ψύκτες. Ακολουθούν οι θερμότητες των αναγεννητών, όπου παρατηρείται πως ξεκινούν και καταλήγουν ουσιαστικά στο μηδέν στην αρχή και το τέλος κάθε κύκλου.



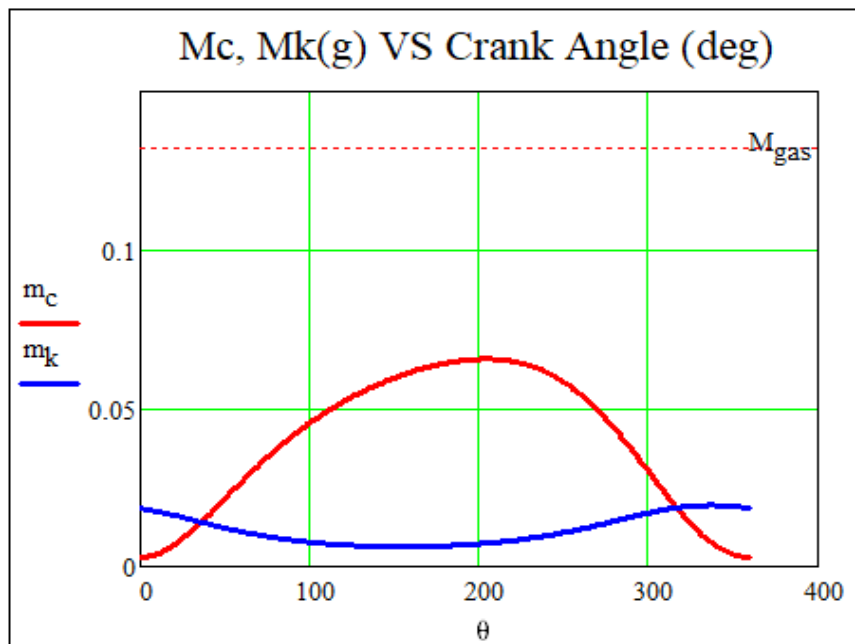
Διάγραμμα 6-7: Θερμότητες αναγεννητών συναρτήσει της γωνίας του κύκλου.

Για τις θερμότητες στους ψύκτες που δύνανται να ‘απορροφηθούν’ από το περιβάλλον.



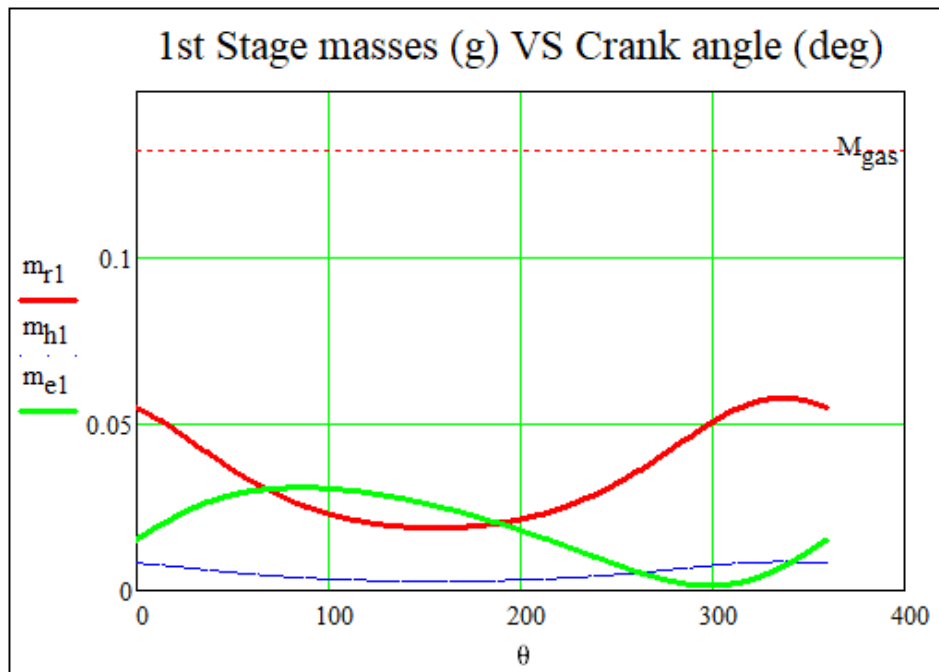
Διάγραμμα 6-8: Θερμότητες στους ψύκτες συναρτήσει της γωνίας του κύκλου.

Ακολουθούν οι μεταβολές της μάζας στους χώρους συμπίεσης και στον εναλλάκτη. Παράλληλα, φαίνεται και η συνολική μάζα του συστήματος που ως παραδοχή τέθηκε ότι είναι σταθερή.

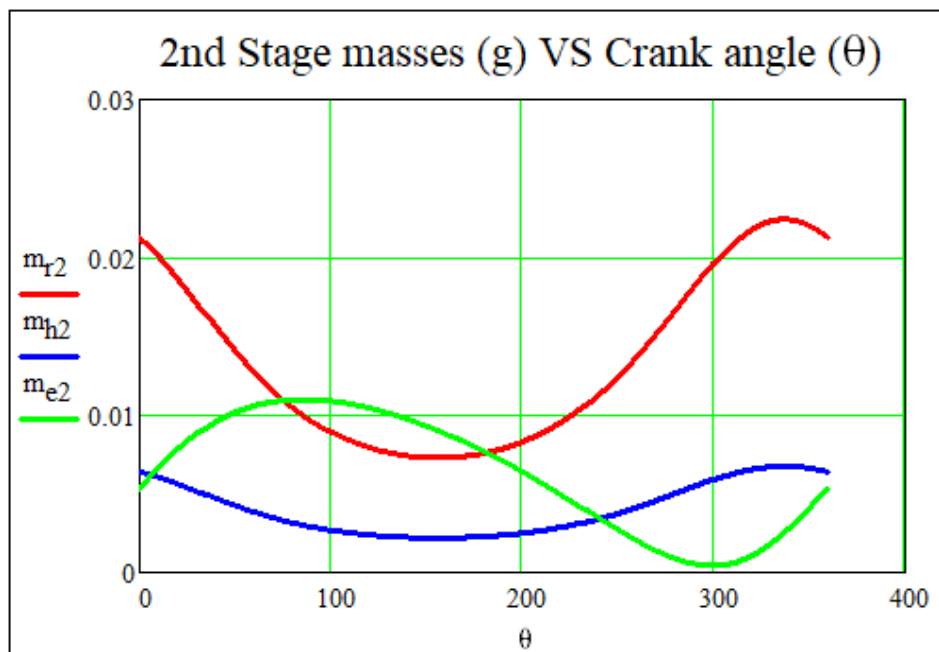


Διάγραμμα 6-9: Μεταβολές μάζας m_c , m_k συναρτήσει της γωνίας του κύκλου.

Αντίστοιχα δίνονται και οι μεταβολές της μάζας για τις δύο βαθμίδες εκτόνωσης.

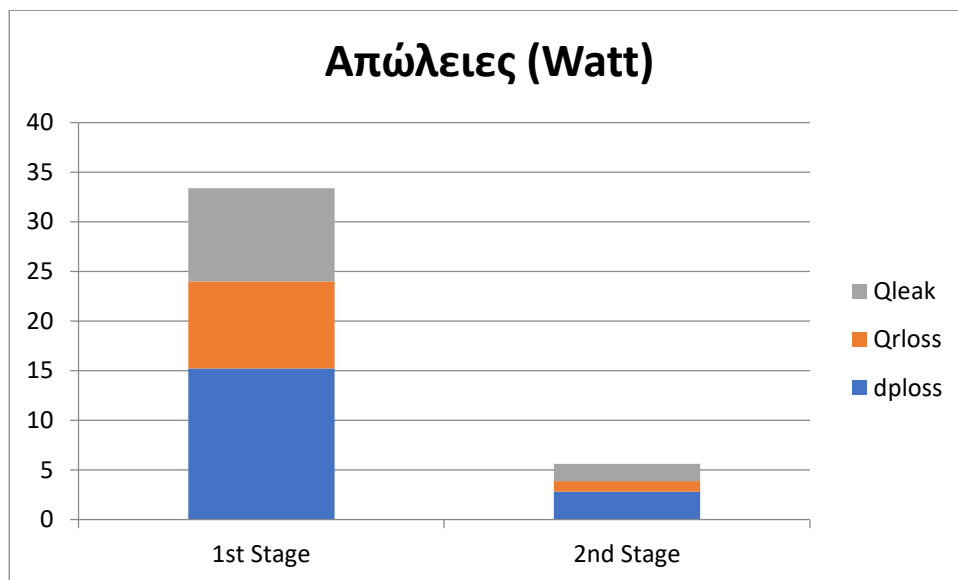


Διάγραμμα 6-10: Μεταβολές μάζας m_r , m_h , m_e για την 1η βαθμίδα συναρτήσει της γωνίας του κύκλου

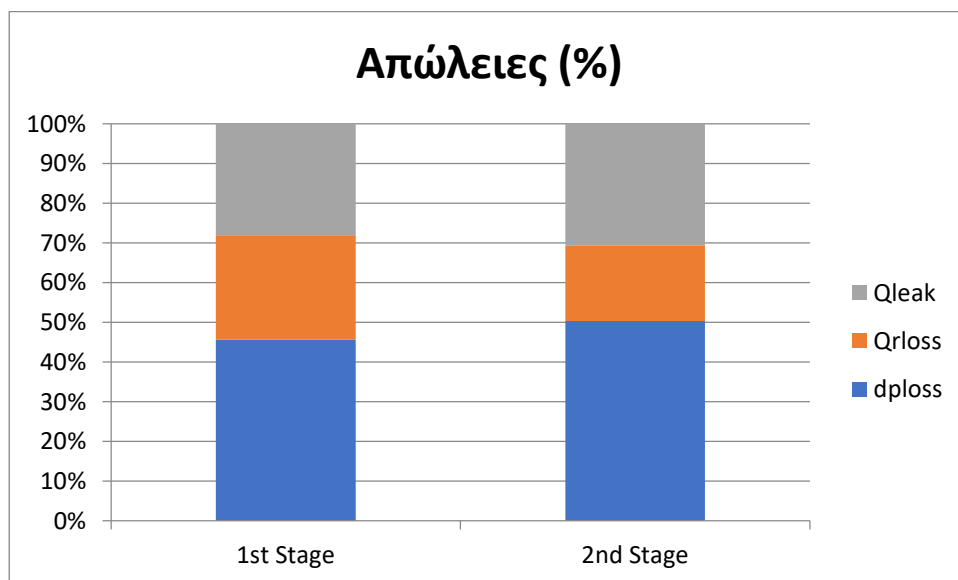


Διάγραμμα 6-11: Μεταβολές μάζας m_r , m_h , m_e για την 2η βαθμίδα συναρτήσει της γωνίας του κύκλου

Στο σημείο αυτό επιλέχθηκε να γίνει η παρουσίαση των απωλειών που υπεισέρχονται σε κάθε βαθμίδα με τη χρήση ραβδογράμματος. Παρουσιάζονται τόσο ως τιμές όσο και ως ποσοστά επί των συνολικών απωλειών.



Διάγραμμα 6-12: Απώλειες μετάδοσης θερμότητας, αναγεννητών και πτώσης πίεσης



Διάγραμμα 6-13: Ποσοστά (%) απωλειών μετάδοσης θερμότητας, αναγεννητών και πτώσης πίεσης

Από τα ραβδογράμματα αυτά παρατηρούμε ότι το μεγαλύτερο ποσοστό -γύρω στο 50%- καταλαμβάνουν οι απώλειες πτώσης πίεσης. Το δεύτερο μεγαλύτερο -γύρω στο 30%- είναι οι απώλειες μετάδοσης (διαρροής θερμότητας) από τα

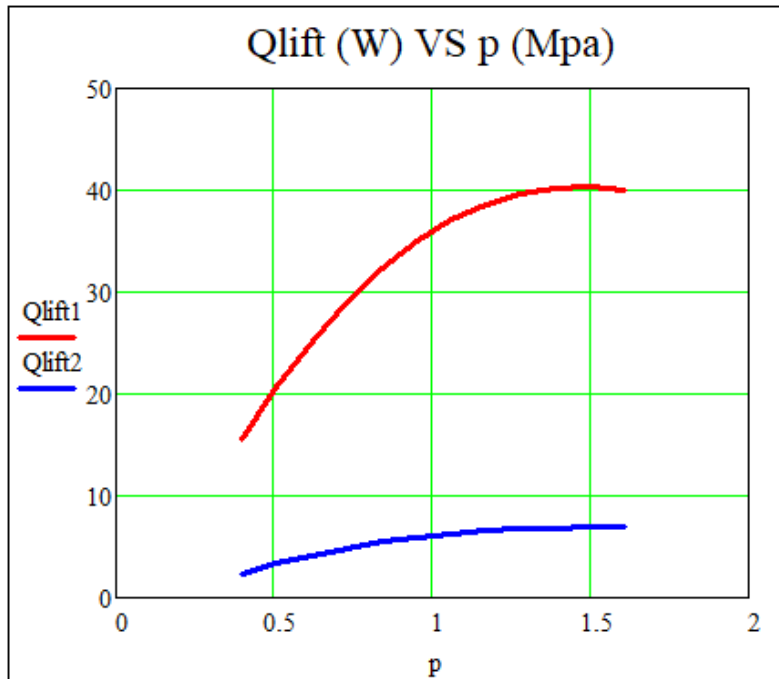
θερμότερα στοιχεία της μηχανής στα ψυχρότερα, οι οποίες είναι έντονες λόγω των μεγάλων θερμοκρασιακών διαφορών. Τέλος, ακολουθούν με μικρή διαφορά οι απώλειες των αναγεννητών. Ένας σημαντικός λόγος που ακολουθείται αυτή η κατανομή είναι ότι η σχεδίαση της μηχανής έγινε με βασικό μέλημα πολύ καλή συμπεριφορά αναγεννητών και εναλλακτών. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα μεγάλες βρεχόμενες επιφάνειες και γεωμετρίες με μικρές υδραυλικές διαμέτρους, γεγονός που οδηγεί σε σημαντικές απώλειες ρευστομηχανικής τριβής και πτώση πίεσης.

6.2 Παραμετρικά αποτελέσματα

Στο υποκεφάλαιο αυτό παρατίθενται τα αποτελέσματα της παραμετρικής ανάλυσης της μηχανής που εξετάζεται σε ένα εύρος πιέσεων, συχνοτήτων περιστροφής και θερμοκρασιών. Επιχειρείται έτσι να δειχθεί πού βρίσκεται το βέλτιστο σημείο λειτουργίας, ανάλογα με τις παραμέτρους που ζητούνται, όπως μέγιστη ψυκτική ισχύς ή συντελεστής συμπεριφοράς. Ακόμα παρουσιάζεται η γενικότερη επίδραση της μεταβολής των μεγεθών αυτών στη λειτουργία της μηχανής.

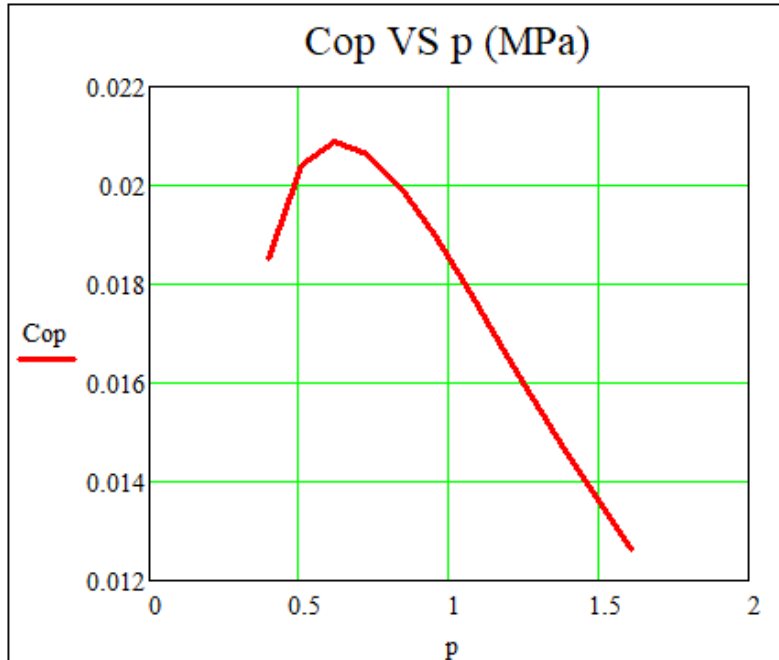
6.2.1 Ανάλυση μέσης πίεσης λειτουργίας

Όσον αφορά τη μέση πίεση λειτουργίας επιλέχθηκε να μεταβάλλεται από 0,4 MPa έως 1.61 MPa. Στο ακόλουθο διάγραμμα φαίνεται η επίδραση που έχει η μέση πίεση στην ψυκτική ισχύ των δύο βαθμίδων.



Διάγραμμα 6-14: Ψυκτική ισχύς κάθε βαθμίδας συναρτήσει της μέσης πίεσης.

Και αντίστοιχα για τον συντελεστή συμπεριφοράς.



Διάγραμμα 6-15: Μεταβολή συντελεστή συμπεριφοράς τελευταίας βαθμίδας συναρτήσει της μέσης πίεσης.

Επίσης παρατίθεται ο πίνακας με περισσότερα αποτελέσματα της ανάλυσης για να δοθεί μία γενικότερη εικόνα της συμπεριφοράς της μηχανής.

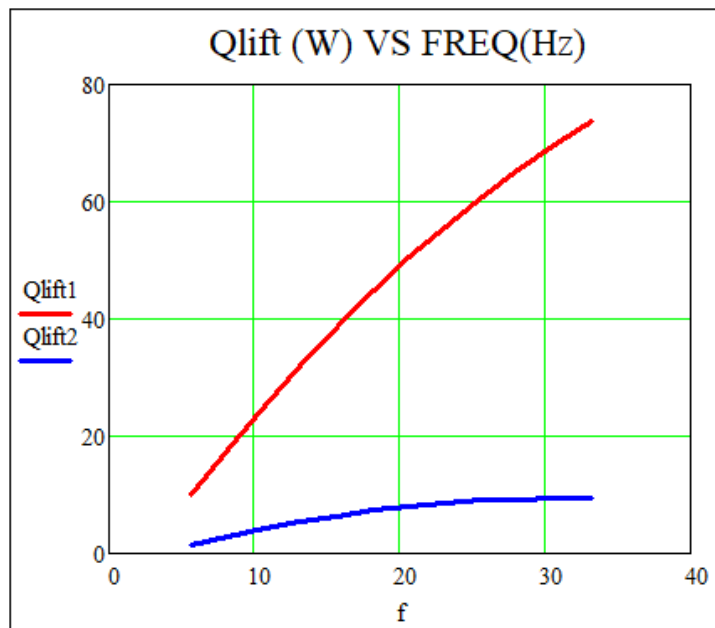
Πίνακας 6-1: Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης συναρτήσει της μεταβολή της πίεσης

P (MPa)	Winput (W)	Qlift2 (W)	Qlift1 (W)	COP	ζ	ε ₁	ε ₂	Dploss ₁ (W)	Dploss ₂ (W)
0,40	-129,93	2,41	15,47	0,019	7,80	0,99	0,99	15,98	2,97
0,51	-164,37	3,35	20,64	0,020	6,30	0,99	0,98	16,84	3,12
0,62	-199,91	4,18	25,17	0,021	5,22	0,98	0,98	17,66	3,27
0,73	-236,44	4,88	29,06	0,021	4,43	0,98	0,98	18,43	3,42
0,84	-273,81	5,46	32,32	0,020	3,82	0,98	0,97	19,16	3,54
0,95	-311,84	5,93	34,98	0,019	3,35	0,98	0,97	19,85	3,62
1,06	-350,39	6,29	37,07	0,018	2,98	0,97	0,96	20,47	3,70
1,17	-389,29	6,55	38,63	0,017	2,69	0,97	0,96	21,02	3,76
1,28	-428,42	6,73	39,66	0,016	2,44	0,97	0,95	21,52	3,83
1,39	-467,68	6,84	40,22	0,015	2,24	0,97	0,95	21,97	3,91
1,50	-506,99	6,90	40,31	0,014	2,07	0,96	0,95	22,35	4,04
1,61	-546,20	6,91	39,96	0,013	1,92	0,96	0,94	22,70	4,16

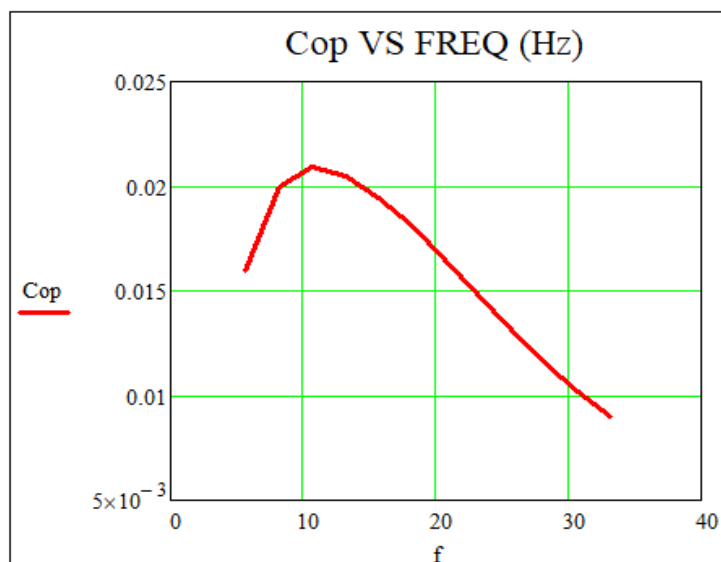
Ο μέγιστος συντελεστής συμπεριφοράς παρουσιάζεται για τις πιέσεις 0.62-0.73 MPa, ενώ οι ψυκτικές ισχύες συνεχίζουν να αυξάνονται μέχρι την πίεση των 1.5 MPa, όπου αυτή της δεύτερης βαθμίδας σταθεροποιείται και αυτή της πρώτης εμφανίζει καμπή. Οι απώλειες πίεσης αυξάνονται σταδιακά με σταθερό ρυθμό, ενώ οι αποδοτικότητες των αναγεννητών πέφτουν σταδιακά. Παρατηρείται ότι η μηχανή δουλεύει στον μέγιστο συντελεστή συμπεριφοράς σε αυτή την πίεση, αλλά βέλτιστο σημείο είναι αυτό στα 0.73 MPa με τον ίδιο COP και καλύτερη ψυκτική ισχύ, αν ο χρήστης προτίθεται να πληρώσει την παραπάνω ισχύ στον κινητήρα.

6.2.2 Ανάλυση συχνότητας περιστροφής της μηχανής

Όσον αφορά τη συχνότητα περιστροφής της μηχανής μελετήθηκε να μεταβάλλεται από 5.67 Hz έως 33.67 Hz. Στο ακόλουθο διάγραμμα φαίνεται η επίδραση που έχει η συχνότητα στην ψυκτική ισχύ των δύο βαθμίδων.



Διάγραμμα 6-16: Ψυκτική ισχύες της μηχανής συναρτήσει της συχνότητας περιστροφής της.



Διάγραμμα 6-17: Συντελεστής συμπεριφοράς τελευταίας βαθμίδας συναρτήσει της συχνότητας περιστροφής

Ακολουθεί ο πίνακας με περισσότερα αποτελέσματα της ανάλυσης για να δοθεί μία γενικότερη εικόνα της συμπεριφοράς της μηχανής.

Πίνακας 6-2: Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης συναρτήσει της μεταβολή της συχνότητας περιστροφής

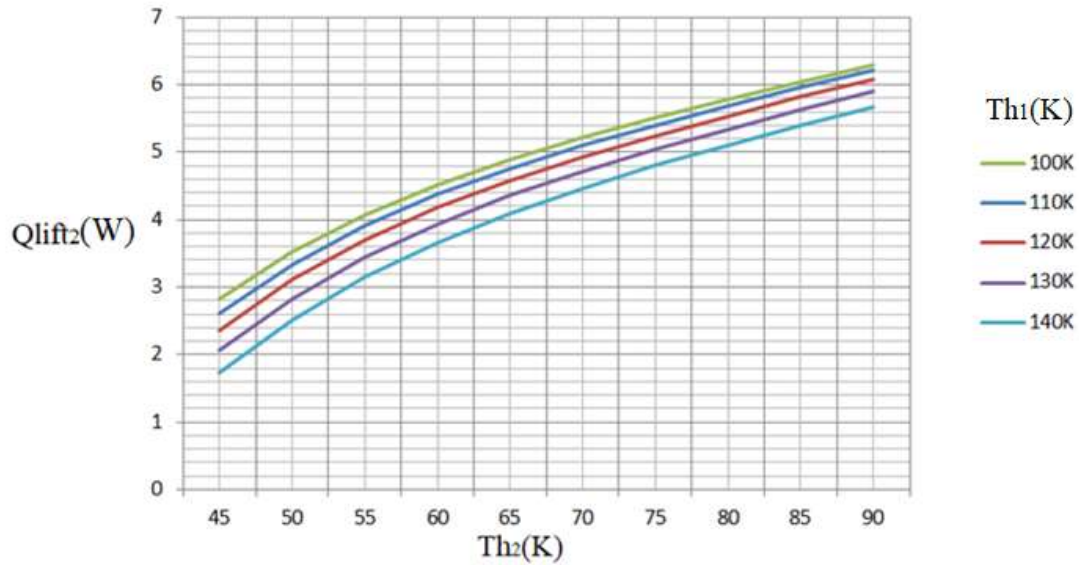
f (Hz)	Winput (W)	Qlift2 (W)	Qlift1 (W)	COP	ζ	ε_1	ε_2	Dploss ₁ (W)	Dploss ₂ (W)
5,67	-94,95	1,51	10,10	0,016	5,38	0,983	0,98	4,31	0,80
8,17	-144,62	2,89	17,82	0,020	5,34	0,984	0,98	9,64	1,79
10,67	-199,91	4,18	25,17	0,021	5,22	0,984	0,98	17,66	3,27
13,17	-261,46	5,36	32,12	0,020	5,08	0,984	0,98	28,78	5,34
15,67	-329,86	6,42	38,66	0,019	4,93	0,984	0,98	43,44	7,97
18,17	-405,81	7,34	44,78	0,018	4,78	0,984	0,98	62,12	11,24
20,67	-490,03	8,09	50,49	0,017	4,64	0,984	0,97	85,30	15,33
23,17	-583,82	8,65	55,81	0,015	4,52	0,984	0,97	113,47	20,94
25,67	-686,87	9,05	60,75	0,013	4,39	0,983	0,97	147,12	27,42
28,17	-798,94	9,28	65,36	0,012	4,28	0,983	0,97	186,62	34,36
30,67	-920,19	9,39	69,70	0,010	4,17	0,983	0,96	232,22	42,06
33,17	-1050,86	9,43	73,78	0,009	4,06	0,983	0,96	284,25	50,71

Ο μέγιστος συντελεστής συμπεριφοράς παρουσιάζεται για συχνότητα περιστροφής του σημείου σχεδίασης 10.67 Hz, ενώ οι ψυκτικές ισχύες αυξάνονται σταθερά με μειούμενο ρυθμό μέχρι την πίεση των 33.17 Hz, όπου αυτή της δεύτερης βαθμίδας σταθεροποιείται. Οι απώλειες πίεσης αυξάνονται ραγδαία, πολύ πιο απότομα από την αύξηση της πίεσης στην προηγούμενη ανάλυση. Προκύπτει δηλαδή ότι η αύξηση της ταχύτητας περιστροφής άρα και

παλινδρόμησης του αερίου αποτελεί καταλυτικό παράγοντα αύξησης των απωλειών. Κάτι τέτοιο ήταν αναμενόμενο, αφού μεγαλύτερες ταχύτητες κίνησης του ρευστού συνεπάγονται μεγαλύτερα Reynolds και τυρβώδη ροή. Η τύρβη όμως σημαίνει και μεγαλύτερους συντελεστές συναγωγής θερμότητας. Παρατηρούμε ότι οι αποδοτικότητες των αναγεννητών πέφτουν ανεπαίσθητα. Μικρή σταδιακή πτώση έχει και το *Figure of merit*-‘ζ’. Δεν προτείνεται σε κάποιον που λειτουργεί αυτή τη μηχανή να αυξήσει τη συχνότητα περιστροφής για να αποκτήσει μεγαλύτερη ισχύ, καθώς το κόστος είναι δυσανάλογο. Η αύξηση της πίεσης στο σύστημα είναι ένας πιο αποδοτικός τρόπος για να επιτευχθεί αυτό.

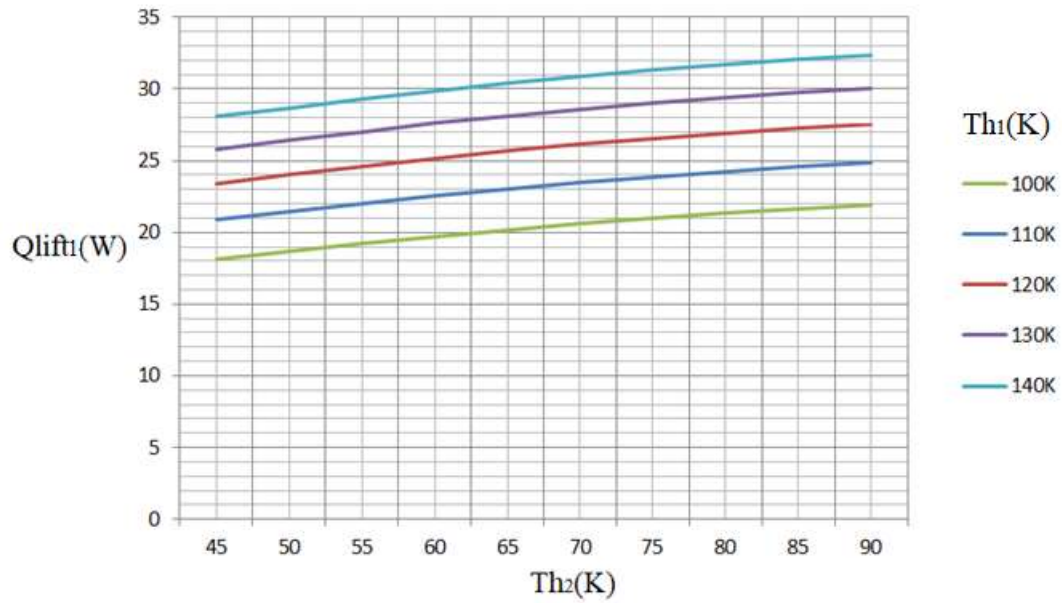
6.2.3 Ανάλυση θερμοκρασιών λειτουργίας

Στο παρόν υποκεφάλαιο γίνεται η παρουσίαση της συμπεριφοράς της μηχανής σε διάφορα θερμοκρασιακά επίπεδα, τόσο για τη δεύτερη όσο και για την πρώτη βαθμίδα. Τα συγκεκριμένα διαγράμματα είναι ιδιαίτερα σημαντικά και θα ήταν αυτά που πρέπει να παρουσιαστούν σε κάποιον χρήστη αν η μηχανή αποκτούσε εμπορική χρήση. Είναι βασικά γιατί παρουσιάζουν τη συμπεριφορά της μηχανής σε έναν υποψήφιο αγοραστή ο οποίος επιθυμεί να τη χρησιμοποιήσει σε διαφορετικά θερμοκρασιακά επίπεδα, και τονίζουν την αποτελεσματικότητά της για υγροποίηση αζώτου, οξυγόνου ή φυσικού αερίου. Η πρώτη βαθμίδα (υψηλό θερμοκρασιακό επίπεδο παραγωγής ψύξης) μελετάται να κυμαίνεται από τους 100 έως τους 140 Kelvin, ενώ η δεύτερη (παραγωγή ψύξης σε χαμηλό θερμοκρασιακό επίπεδο) μελετάται από τους 45 έως τους 90 Kelvin. Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνεται η ψυκτική ισχύς της δεύτερης και της πρώτης βαθμίδας, ο συντελεστής συμπεριφοράς και το καταναλισκόμενο έργο σε ένα πεδίο συνδυασμών θερμοκρασιών των δύο βαθμίδων.



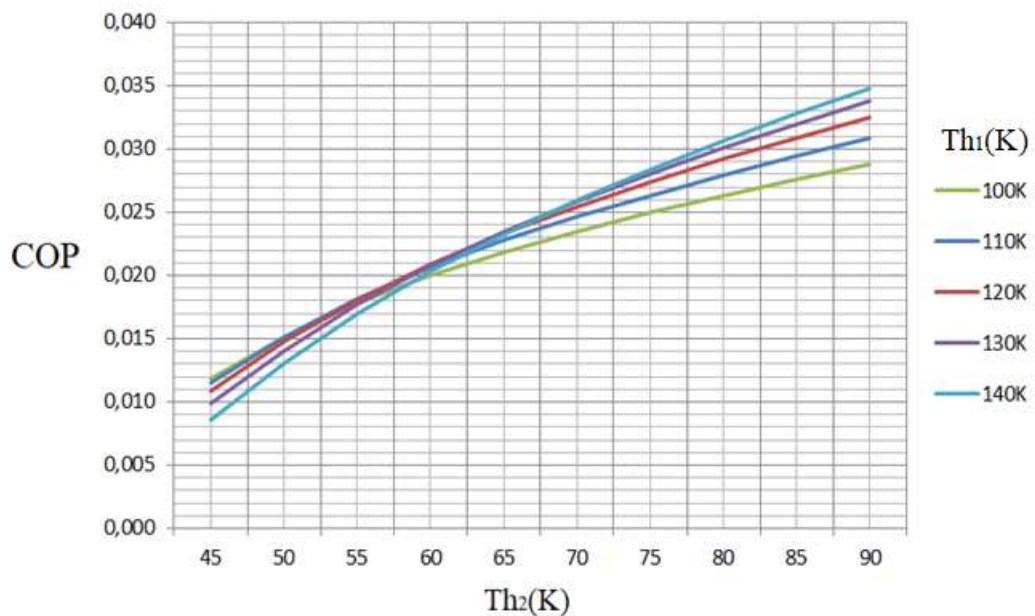
Διάγραμμα 6-18: Ψυκτική ισχύς δεύτερης βαθμίδας για συνδυασμούς θερμοκρασιών λειτουργίας

Η γενικότερη εικόνα είναι, όπως αναμενόταν, ότι η ψυκτική ισχύς αυξάνεται σε υψηλότερες και μειώνεται σε χαμηλότερες θερμοκρασίες. Παρατηρείται ότι η ψυκτική ισχύς της δεύτερης βαθμίδας αυξάνεται όσο υποβοηθείται από την πρώτη βαθμίδα, δηλαδή όσο μειώνεται η θερμοκρασιακή διαφορά τους. Η αύξηση αυτή συμβαίνει με μειούμενο ρυθμό όσο η δεύτερη βαθμίδα πλησιάζει θερμοκρασιακά την πρώτη.



Διάγραμμα 6-19: Ψυκτική ισχύς πρώτης βαθμίδας για συνδυασμούς θερμοκρασιών λειτουργίας

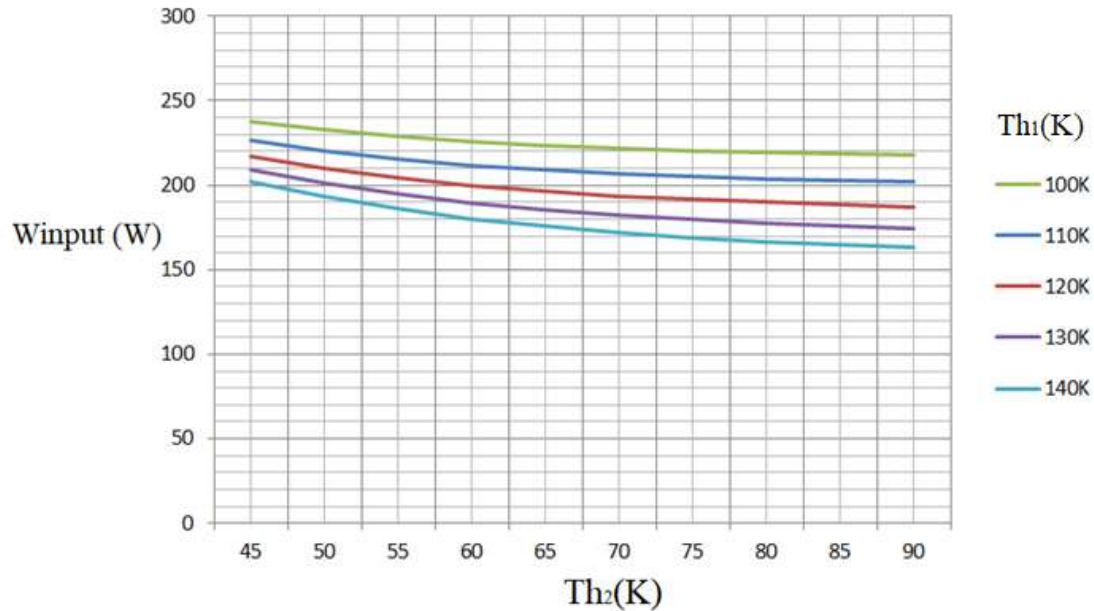
Αντίθετη κατεύθυνση παρουσιάζεται εδώ όσον αφορά στη συνεργασία των δύο βαθμίδων. Συνεπώς, όσο η πρώτη κατεβαίνει θερμοκρασιακά για να υποβοηθήσει τη δεύτερη μειώνεται η δική της ψυκτική ισχύς.



Διάγραμμα 6-20: Συντελεστής συμπεριφοράς για συνδυασμούς θερμοκρασιών λειτουργίας

Η μεταβολή του συντελεστή συμπεριφοράς είναι πιο περίπλοκη, καθώς πρέπει να ληφθεί υπόψη το καταναλισκόμενο έργο. Γενικά φαίνεται να υπάρχει μία σύγκλιση κοντά στους 60 K θερμοκρασία της δεύτερης βαθμίδας.

0



Διάγραμμα 6-21: Καταναλισκόμενο έργο για συνδυασμούς θερμοκρασιών λειτουργίας

Το καταναλισκόμενο έργο αυξάνεται ελαφρά όσο οι θερμοκρασίες μειώνονται και στις δύο βαθμίδες. Αυτό δικαιολογεί και την περίπλοκη συμπεριφορά του συντελεστή συμπεριφοράς που διαπιστώθηκε παραπάνω.

7. Συζήτηση

7.1 Συμπεράσματα

Η παρούσα μελέτη αποτελεί μία προέκταση του αδιαβατικού μοντέλου ανάλυσης πολυβάθμιου κρουψύκτη. Περιλαμβάνει μελέτες για το πώς μπορεί να προσεγγιστούν μη τέλει εναλλάκτες, απώλειες θερμότητας και η πτώση πίεσης σε μία πραγματική ψυκτική μηχανή Stirling. Ακόμα γίνεται αξιολόγηση της λειτουργίας των ενδιάμεσων βαθμίδων μίας τέτοιας μηχανής. Σε αυτή την κατεύθυνση προτείνεται και προσομοιώνεται ένας διβάθμιος κρουψύκτης, εξάγονται συμπεράσματα για τη λειτουργία του με ποικίλες παραμέτρους να μεταβάλλονται. Έτσι προκύπτουν τα συμπεράσματα για τη βελτιστοποίησή του. Η προσομοίωση τρέχει σε πρόγραμμα PTC Mathcad και είναι κατάλληλη για χρήση σε προσωπικό υπολογιστή.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο κώδικας είναι ικανός να μας παρέχει αποτελέσματα του μοντέλου που συζητήθηκε. Το βασικό του πλεονέκτημα είναι ότι μπορεί να χρησιμεύσει ως εργαλείο σχεδίασης, καθώς παρέχει αναλυτικά τις απώλειες που υπεισέρχονται, το μέγεθος 'ζ'-Figure of merit για τη σκοπιμότητα και τη δυνατότητα λειτουργίας μίας ενδιάμεσης βαθμίδας. Επίσης, πολύ σημαντική είναι η παραμετρική ανάλυση, η όποια δίνει στον χρήστη μία κατεύθυνση για το προς τα πού πρέπει κινηθεί όσον αφορά στις παραμέτρους της μηχανής του ώστε να βελτιώσει τη λειτουργία της. Οι αδυναμίες του κώδικα έγγουνται στην αστάθεια της λύσης όταν δεν παρέχονται σωστά δεδομένα από τον χρήστη και κατ' επέκταση αυξημένο χρόνο εκτέλεσης. Στη γενικότερη περίπτωση που υπάρχει σύντομη σύγκλιση, η συνολική προσομοίωση δεν θα πρέπει να τρέχει σε έναν σύγχρονο προσωπικό υπολογιστή για περισσότερο από λίγα λεπτά.

Επιπλέον, η μελέτη αναδεικνύει την τεράστια σημασία που έχουν οι αναγεννητές για τους κρουψύκτες, καθώς εξετάζει τις απώλειες που υπεισέρχονται σε αυτούς. Επειδή σημαντικά ποσά θερμότητας διακινούνται

στους αναγεννητές κατά τη διάρκεια ενός κύκλου, η αποδοτικότητα τους πρέπει να είναι πολύ υψηλή για να αποφευχθούν όσο το δυνατόν αυτές οι απώλειες. Συγκεκριμένα, για να μπορέσουν να διατηρηθούν πολύ χαμηλές θερμοκρασίες σχεδιασμού (των μερικών δεκάδων Kelvin) οι αποδοτικότητες θα πρέπει να είναι της τάξης του 90% τουλάχιστον.

Παραμένοντας στο θέμα των αναγεννητών, ένα από τα πλεονεκτήματα των πολυβάθμιων μηχανών είναι η δυνατότητα ακριβέστερης επιλογής υλικών για τις εκάστοτε βαθμίδες. Κάθε βαθμίδα λειτουργεί θεωρητικά σε ένα μικρότερο εύρος θερμοκρασιακών επιπέδων από μία μονοβάθμια. Συνεπώς επιλέγονται υλικά με ιδιότητες που ταιριάζουν καλύτερα σε αυτό το μικρότερο εύρος. Ιδιαίτερη προσοχή δίνεται σε αυτό το σημείο, καθώς τα στερεά παρουσιάζουν απότομες μεταβολές στη θερμική τους αγωγιμότητα και την ειδική θερμοχωρητικότητα όσο πλησιάζουμε σε κρυογονικές θερμοκρασίες.

Όσον αφορά στη διβάθμια μηχανή που παρουσιάστηκε, η λειτουργία της δίνεται στα διαγράμματα του προηγούμενου κεφαλαίου. Σε γενικές γραμμές η λειτουργία της κρίνεται ιδιαίτερα ικανοποιητική και σταθερή κοντά στο βέλτιστο σημείο λειτουργίας. Συνοπτικά, όπως επισημάνθηκε, δόθηκε ιδιαίτερη σημασία στη μείωση των απωλειών στους αναγεννητές με κόστος την αυξημένη πτώση πίεσης (50% των απωλειών). Τυρβώδης ροή, μεγάλες βρεχόμενες επιφάνειες, μικρές υδραυλικές διαμέτροι διευκολύνουν τη μετάδοση θερμότητας, αλλά αυξάνουν και τη ρευστομηχανική τριβή. Για τον λόγο αυτό και για την αυξομείωση της ισχύος ενδύκνεται η χρήση ενός συστήματος προσθαφαίρεσης εργαζόμενου μέσου στη μηχανή ώστε να μεταβάλλεται η πίεση. Τέλος, στην παρούσα εργασία χαρτογραφήθηκε η λειτουργία της μηχανής για τους συνδυασμούς θερμοκρασιών των δύο βαθμίδων και συνεπώς η αποτελεσματικότητά της για χρήση σε εμπορικό ή ερευνητικό επίπεδο και την υγροποίηση οξυγόνου, αζώτου και φυσικού αερίου.

7.2 Προτάσεις βελτίωσης

Επειδή κάποιες απώλειες που δεν μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία μπορεί να υπεισέρχονται, προτείνεται να πραγματοποιηθούν περαιτέρω μελέτες ώστε αυτές να συμπεριληφθούν. Έτσι λαμβάνονται αποτελέσματα πιο κοντά στην πραγματική μηχανή και καλύτερες προβλέψεις για τη λειτουργία της. Επιπλέον πολύ σημαντικό είναι το κομμάτι των αναγεννητών και συγκεκριμένα των υλικών τους. Υλικά με ικανοποιητικές ιδιότητες όπως πυκνότητα, θερμική αγωγιμότητα και ειδική θερμοχωρητικότητα, με δυνατότητα να τις διατηρούν όσο το δυνατόν καλύτερα σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες, θα ήταν πολύ ωφέλιμα για τους κρυοψύκτες.

Επιπρόσθετα, μια δυναμική και κινηματική ανάλυση της διβάθμιας μηχανής θα συντελούσε σε μία πιο ολοκληρωμένη μελέτη για να εξεταστούν όλες οι οπτικές της. Σε αυτή τη βάση χρήσιμη θα ήταν και μία υπολογιστική προσομοίωση ώστε να υπάρχει μία πιο λεπτομερής εικόνα, ειδικά των ρευστομηχανικών μεγεθών. Τέλος, η βελτιστοποίηση και η κατασκευή μιας μηχανής όπως αυτή που προτάθηκε, θα είναι πολύ σημαντική γι' αυτές τις μελέτες και θα δώσει τη δυνατότητα για την εξαγωγή πειραματικών αποτελεσμάτων.

Αν και η προσομοίωση πολυβάθμιου κρυοψύκτη που παρουσιάζεται στην παρούσα μελέτη έχει περιθώρια βελτίωσης, βρίσκεται σε αρκετά ικανοποιητικό επίπεδο και αξίζει να εξελιχθεί. Θεωρείται ότι υπάρχουν πολλές πιθανές διαμορφώσεις, γεωμετρίες και υλικά που μπορούν να βελτιώσουν την ψυκτική ικανότητα του κρυοψύκτη, καθώς και πιο σύνθετα μοντέλα ανάλυσης για την προσομοίωση του. Η παρούσα μελέτη αποτελεί το πρώτο βήμα για την ανάπτυξη όλων αυτών των προτάσεων.

Βιβλιογραφία

- [1] Πασπαλάς, Κ. (2017). *Μετάδοση Θερμότητας*. Θεσσαλονίκη: Σύλλογος Μηχανολόγων Ηλεκτρολόγων Β. Ελλάδος.
- [2] William, Z., Black, J., & Hartley, G. (2010). *Εφαρμοσμένη Θερμοδυναμική*.
- [3] Walker, G. (1983). *Cryocoolers*. New York: Plenum Press.
- [4] Walker, G. (1997). *Refrigerators & Cryocoolers*. 8th International Stirling Engine Conference and Exhibition
- [5] Klein, H., & Eigenberger, G. (2001). Approximate solutions for metallic regenerative heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, (44), 3553-3563.
- [6] Shendage, D.J., Kedare, S.B., & Bapat, S.L. (2017). *Cyclic analysis and optimization of design parameters for Beta-configuration Stirling engine using rhombic drive*, *Applied Thermal Engineering*, (124), 595-615.
- [7] Chin-Hsiang Cheng, Chu-Yin Huang, Hang-Suin Yang (2018). *Development of a 90-K Beta Type Stirling Cooler with Rhombic Drive Mechanism*, *International Journal of refrigeration*. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig>.
- [8] Kuo-Chiang, T. (1992). *Development of Computer Simulation Package For A Stirling Cryocooler With Multiple Expansion Stages*, Ohio University.

- [9] Urieli I., & Walker, G. (1990). *An ideal adiabatic analysis of a Stirling cryocooler with multiple expansion stages*, Southampton England UK: Low Temperature Engineering and Cryogenics Conference
- [10] Urieli I., & Berchowitz D.M. (1984). *Stirling cycle engine analysis*, Bristol: Adam Hilger Ltd
- [11] Walker, G. (1989). *Miniature refrigerators for cryogenics sensors and cold electronics*. Oxford: Clarendon Press.
- [12] Walker, G. (1988). *Cycle analysis for Stirling refrigerator with multiple expansion space perfect regeneration and isothermal processes*, Canada: University of Calgary, Alberta.
- [13] Keung, C. S., & Lindale, E. (1984). *Effects of leakage through clearance seals on the performance of a 10 K stirling-cycle refrigerator*, NBS SP- (698), 127-134.
- [14] The engineering Toolbox. Retrieved from:
https://www.engineeringtoolbox.com/metal-alloys-densities-d_50.html
- [15] Urieli, I. (2018) *Stirling Cycle Machine Analysis*, Retrieved from:
<https://www.ohio.edu/mechanical/stirling/>
- [16] Bert, J. (2007). *Pulse Tube Cryocoolers: A Cryogen-Free Path to 2K*. Retrieved from: <http://large.stanford.edu/courses/2007/ph210/bert2/>

Παράρτημα

Ανάπτυξη κώδικα θερμοδυναμικής ανάλυσης πολυβάθμιας Stirling Cryocooler

Simple Analysis: Εξελιγμένο Αδιαβατικό Μοντέλο με αξολόγηση αποδοτικότητας εναλλακτών, πτώσης πίεσης και απωλειών θερμότητας#

Επιλογή Αριθμού βαθμίδων (από 1 έως 4):

n := 4

i := 1..n

Read Data

Εισαγωγή από τον χρήστη βασικών μεγεθών της μηχανής στα σκιαγραφημένα πλαίσια

Διάμετρος συμπίεστή: **DP := 63.5** mm

Πλάτος ταλάντωσης πιστονιού συμπίεστή: **XPA := 16** mm

επιζήμιος όγκος συμπίεστή (clearence volume): $VCLC := \frac{0.8 \cdot \pi \cdot DP^2}{4}$ mm³

Πλάτος ταλάντωσης displacer: **XDA := 6** mm

Διάμετρος displacer κάθε βαθμίδας: **DE₁ := 39.9** **DE₂ := 20** **DE₃ := 15.1** **DE₄ := 2** mm

$$DE_i := \begin{cases} a \leftarrow DE_1 & \text{if } i = 1 \\ a \leftarrow DE_2 & \text{if } i = 2 \\ a \leftarrow DE_3 & \text{if } i = 3 \\ a \leftarrow DE_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

επιζήμιος όγκος βαθμίδων:

$$VCLE_1 := \frac{0.3 \cdot \pi \cdot DE_1^2}{4}$$

$$VCLE_2 := \frac{0.3 \cdot \pi \cdot DE_2^2}{4}$$

$$VCLE_3 := \frac{0.3 \cdot \pi \cdot DE_3^2}{4}$$

$$VCLE_4 := \frac{0.02 \cdot \pi \cdot DE_4^2}{4}$$

mm³

$$VCLE_i := \begin{cases} a \leftarrow VCLE_1 & \text{if } i = 1 \\ a \leftarrow VCLE_2 & \text{if } i = 2 \\ a \leftarrow VCLE_3 & \text{if } i = 3 \\ a \leftarrow VCLE_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

Επιφάνεια πιστονιού: $AP := \frac{\pi \cdot DP^2}{4}$ mm²

Όγκος από την θέση ισορροπίας μέχρι την ακραία θέση του πιστονιού: $VPA := AP \cdot XPA$

Μέσος όγκος συμπίεσης: $VC0 := VCLC + VPA$

Όγκος όλης της διαδρομής του πιστονιού (swept volume): $VSWC := 2 \cdot VPA$

Όγκος που καταλαμβάνει το ρευστό λόγω ύπαρξης κοινού displacer:

$$AE_i := \begin{cases} b \leftarrow \frac{\pi \cdot [(DE_i)^2 - (DE_{i+1})^2]}{4} & \text{if } i < n \\ b \leftarrow \frac{\pi \cdot (DE_i)^2}{4} & \text{if } i = n \end{cases}$$

$$VEA_i := AE_i \cdot XDA$$

Μέσος όγκος $VE0_i := VCLE_i + VEA_i$

Swept volume $VSWE_i := 2 \cdot VEA_i$

Διαφορά φάσης σε μοίρες μεταξύ πιστονιού και displacer

DEG := 60

Διαφορά φάσης σε ακτίνια: $ALPHA := \frac{DEG \cdot \pi}{180}$

Επιλογή αερίου λειτουργίας (He ή H2):

MYGAS := "He"

$\gamma := \begin{cases} 1.67 & \text{if MYGAS = "He"} \\ 1.4 & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases}$

$RGAS := \begin{cases} 2078.6 & \text{if MYGAS = "He"} \\ 4157.2 & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases} \quad \frac{J}{kg \cdot K}$

$PRANDLT := \begin{cases} 0.72 & \text{if MYGAS = "He"} \\ 0.72 & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases}$

$\mu_0 := \begin{cases} 18.85 \cdot 10^{-6} & \text{if MYGAS = "He"} \\ 8.35 \cdot 10^{-6} & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Δυναμική συνεκτικότητα} \\ Pa \cdot s \end{array}$

$TSU := \begin{cases} 80 & \text{if MYGAS = "He"} \\ 84.4 & \text{if MYGAS = "H2"} \end{cases} \quad \text{Σταθερά Sutherland}$

T0 := 273

$C_v := \frac{RGAS}{\gamma - 1}$

$C_p := \gamma \cdot C_v$

Επιλογή μέσης πίεσης λειτουργίας σε MPa:

$P_{mean} := 0.62 \quad MPa$

Επιλογή Θερμοκρασιών Rejector και Freezers σε K:

$$T_k := 300 \quad \text{K}$$

$$Th_1 := 120$$

$$Th_2 := 60$$

$$Th_3 := 20$$

$$Th_4 := 10$$

K

$$Th_i := \begin{cases} Th_1 & \text{if } i = 1 \\ Th_2 & \text{if } i = 2 \\ Th_3 & \text{if } i = 3 \\ Th_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

Θερμοκρασία στους Freezers

$$Tr_i := \begin{cases} \frac{Th_1 - T_k}{\ln\left(\frac{Th_1}{T_k}\right)} & \text{if } i = 1 \\ \frac{Th_i - Th_{i-1}}{\ln\left(\frac{Th_i}{Th_{i-1}}\right)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Θερμοκρασία στους Regenerators

$$FREQ := 10.667 \quad \text{Hz} \quad \text{συχνότητα περιστροφής μηχανής}$$

Εισαγωγή όγκων των heat exchangers:

$$V_k := 13.6 \cdot 15.1 \cdot 60 \quad \text{mm}^3$$

$$V_{h1} := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$V_{h2} := 10 \cdot 90 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$V_{h3} := 6.5 \cdot \frac{(14 - 13.1)^2 \cdot \pi}{4}$$

$$V_{h4} := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

mm³

$$V_{h_i} := \begin{cases} V_{h1} & \text{if } i = 1 \\ V_{h2} & \text{if } i = 2 \\ V_{h3} & \text{if } i = 3 \\ V_{h4} & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

Εισαγωγή όγκων των regenerators:

$$V_{r1} := \frac{\pi \cdot 35.2^2}{4} \cdot 39.4 \cdot 0.6$$

$$V_{r2} := \frac{\pi \cdot 16^2}{4} \cdot 29.4 \cdot 0.6$$

mm³

$$V_{r3} := \frac{\pi \cdot 13.1^2}{4} \cdot 24.5 \cdot 0.6$$

$$V_{r4} := \frac{\pi \cdot 16^2}{4} \cdot 29.4 \cdot 0.6$$

$$V_{ri} := \begin{cases} V_{r1} & \text{if } i = 1 \\ V_{r2} & \text{if } i = 2 \\ V_{r3} & \text{if } i = 3 \\ V_{r4} & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$A_k := 60 \cdot 13.6$$

επιφάνεια ελεύθερης ροής heat rejector (free flow area)

mm²

$$A_{wgk} := (13.6 \cdot 15.2 + 15.1) \cdot 60$$

βρεχόμενη επιφάνεια heat rejector (wetted area)

mm²

$$D_k := \frac{4 \cdot A_k}{(2 + 2 \cdot 13.6) \cdot 60}$$

υδραυλική διάμετρος

mm

$$L_k := 15$$

μήκος Heat rejector

mm

$$K_{type} := "S"$$

τύπος heat rejector ('S'=slot)

$$F_{ak} := \begin{cases} \frac{63.5}{63.5 + 2 \cdot 13.6} & \text{if } K_{type} = "S" \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Λόγος μικρής προςμεγάλης διαμέτρου σε περίπτωση που ο εναλλάκτης μας είναι slot

επιφάνεια ελεύθερης ροής στους freezers (free flow area)

mm²

$$A_{h1} := 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_{h2} := 90 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_{h3} := \frac{(15.1 - 13.1)^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_{h4} := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Ah_i := \begin{cases} Ah_1 & \text{if } i = 1 \\ Ah_2 & \text{if } i = 2 \\ Ah_3 & \text{if } i = 3 \\ Ah_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

βρεχόμενη επιφάνεια των freezers (wetted area) mm^2

$$Awgh_1 := 10 \cdot 250 \cdot \pi \cdot 1$$

$$Awgh_2 := 10 \cdot 90 \cdot \pi \cdot 1$$

$$Awgh_3 := 6.5 \cdot \pi \cdot 14 + \frac{(15.1 - 13.1)^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Awgh_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Awgh_i := \begin{cases} Awgh_1 & \text{if } i = 1 \\ Awgh_2 & \text{if } i = 2 \\ Awgh_3 & \text{if } i = 3 \\ Awgh_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

υδραυλική διάμετρος mm

$$Dh_1 := 4 \cdot \frac{Ah_1}{\pi \cdot 1 \cdot 250} = 1$$

$$Dh_2 := \frac{4 \cdot Ah_2}{\pi \cdot 1 \cdot 90}$$

$$Dh_3 := \frac{4 \cdot Ah_3}{\pi \cdot (15.1 + 13.1)}$$

$$Dh_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Dh_i := \begin{cases} Dh_1 & \text{if } i = 1 \\ Dh_2 & \text{if } i = 2 \\ Dh_3 & \text{if } i = 3 \\ Dh_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$Lh_1 := 10$$

$$Lh_2 := 10$$

$$Lh_3 := 6.5$$

$$Lh_4 := 3$$

μήκος freezers mm

$$Lh_i := \begin{cases} Lh_1 & \text{if } i = 1 \\ Lh_2 & \text{if } i = 2 \\ Lh_3 & \text{if } i = 3 \\ Lh_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

ο τύπος του κάθε freezer ('T'=tube, 'C'=cylinder, 'S'=slot)

$$H_{type_i} := \begin{cases} "T" & \text{if } i = 1 \\ "T" & \text{if } i = 2 \\ "C" & \text{if } i = 3 \\ "T" & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$Fah_1 := 1$$

$$Fah_2 := 2$$

$$Fah_3 := 3$$

$$Fah_4 := 4$$

λόγος μικρής προς μεγάλης
διαμέτρου

$$Fah_i := \begin{cases} Fah_{,1} & \text{if } H_{type_1} = "S" \wedge i = 1 \\ 0 & \text{if } i = 1 \wedge H_{type_1} \neq "S" \\ Fah_{,2} & \text{if } H_{type_i} = "S" \wedge i = 2 \\ 0 & \text{if } i = 2 \wedge H_{type_i} \neq "S" \\ Fah_3 & \text{if } H_{type_i} = "S" \wedge i = 3 \\ 0 & \text{if } i = 3 \wedge H_{type_i} \neq "S" \\ Fah_{,4} & \text{if } H_{type_i} = "S" \wedge i = 4 \\ 0 & \text{if } i = 4 \wedge H_{type_i} \neq "S" \end{cases}$$

ο τύπος του κάθε αναγεννητή ('T'=tube, 'C'=cylinder, 'S'=slot)

$$R_{type_i} := \begin{cases} "T" & \text{if } i = 1 \\ "T" & \text{if } i = 2 \\ "T" & \text{if } i = 3 \\ "S" & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

υλικό του αναγεννητή κάθε βαθμίδας:

$$\text{MaterialR}_1 := \text{"Cu"}$$

$$\text{MaterialR}_2 := \text{"Cu"}$$

$$\text{MaterialR}_3 := \text{"Pb"}$$

$$\text{MaterialR}_4 := \text{"Cu"}$$

$$\text{MaterialR}_i := \begin{cases} \text{MaterialR}_1 & \text{if } i = 1 \\ \text{MaterialR}_2 & \text{if } i = 2 \\ \text{MaterialR}_3 & \text{if } i = 3 \\ \text{MaterialR}_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$\rho_{\text{Cu}} := 8940$$

$$\rho_{\text{Pb}} := 11340$$

$$\rho_{\text{St}} := 7800$$

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_{s_i} := \begin{cases} \rho_{\text{Cu}} & \text{if } i = 1 \\ \rho_{\text{Cu}} & \text{if } i = 2 \\ \rho_{\text{Pb}} & \text{if } i = 3 \\ \rho_{\text{Cu}} & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

βρεχόμενη επιφάνεια των rejectors (wetted area) mm^2

$$\text{Awgr}_1 := \frac{4 \cdot (1 - 0.6) \cdot \text{Vr}_1}{0.005}$$

$$\text{Awgr}_2 := \frac{4 \cdot (1 - 0.6) \cdot \text{Vr}_2}{0.005}$$

$$\text{Awgr}_3 := \frac{4 \cdot (1 - 0.6) \cdot \text{Vr}_3}{0.004}$$

$$\text{Awgr}_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\text{Awgr}_i := \begin{cases} \text{Awgr}_1 & \text{if } i = 1 \\ \text{Awgr}_2 & \text{if } i = 2 \\ \text{Awgr}_3 & \text{if } i = 3 \\ \text{Awgr}_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

free flow area του regenerator mm^2

$$Ar_1 := \frac{\pi \cdot 35.2^2}{4} \cdot 0.6$$

$$Ar_2 := \frac{\pi \cdot 16^2}{4} \cdot 0.6$$

$$Ar_3 := \frac{\pi \cdot 13.1^2}{4} \cdot 0.6 = 80.869$$

$$Ar_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Ar_i := \begin{cases} Ar_1 & \text{if } i = 1 \\ Ar_2 & \text{if } i = 2 \\ Ar_3 & \text{if } i = 3 \\ Ar_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

Υδραυλική διάμετρος mm

$$Dr_1 := 0.005 \cdot \frac{0.6}{1 - 0.6}$$

$$Dr_2 := 0.005 \cdot \frac{0.6}{1 - 0.6}$$

$$Dr_3 := 0.004 \cdot \frac{0.6}{1 - 0.6}$$

$$Dr_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Dr_i := \begin{cases} Dr_1 & \text{if } i = 1 \\ Dr_2 & \text{if } i = 2 \\ Dr_3 & \text{if } i = 3 \\ Dr_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$Lr_1 := 39.4$$

$$Lr_2 := 29.4$$

$$Lr_3 := 24.5$$

$$Lr_4 := 18$$

μήκος κάθε regenerator mm

$$Lr_i := \begin{cases} Lr_1 & \text{if } i = 1 \\ Lr_2 & \text{if } i = 2 \\ Lr_3 & \text{if } i = 3 \\ Lr_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

$$\text{PSIr}_1 := 0.6$$

$$\text{PSIr}_2 := 0.6$$

$$\text{PSIr}_3 := 0.6$$

$$\text{PSIr}_4 := 0.6$$

(ψ : το πορώδες του κάθε αναγεννητή)

$$\text{PSIr}_i := \begin{cases} \text{PSIr}_1 & \text{if } i = 1 \\ \text{PSIr}_2 & \text{if } i = 2 \\ \text{PSIr}_3 & \text{if } i = 3 \\ \text{PSIr}_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

βρεχόμενη επιφάνεια του τοιχώματος κάθε αναγεννητή mm^2


$$\text{Awr}_1 := 39.4 \cdot \pi \cdot 15.2$$

$$\text{Awr}_2 := \pi \cdot 16 \cdot 29.4$$

$$\text{Awr}_3 := \pi \cdot 13.1 \cdot 24.5$$

$$\text{Awr}_4 := 10 \cdot 250 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\text{Awr}_i := \begin{cases} \text{Awr}_1 & \text{if } i = 1 \\ \text{Awr}_2 & \text{if } i = 2 \\ \text{Awr}_3 & \text{if } i = 3 \\ \text{Awr}_4 & \text{if } i = 4 \end{cases}$$

 Read Data

► Metal Conductivity & Specific Heat

☑ Schmid Analysis

Πραγματοποιείται Ανάλυση Schmid για μία πρώτη εκτίμηση της λειτουργίας της μηχανής:

$$C_{\omega\omega}(\text{Th}) := \sqrt{\left(\frac{\text{VSWC}}{\text{Tk}}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\text{VSWC}}{\text{Tk}} \cdot \left(\sum_{i=1}^n \frac{\text{VSWE}_i}{\text{Th}_i}\right) \cdot \cos(\text{ALPHA}) + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\text{VSWE}_i}{\text{Th}_i}\right)^2}$$

$$S_{\omega\omega}(\text{Tr}, \text{Th}) := \frac{\text{VCLC} + \text{Vk} + \frac{\text{VSWC}}{2}}{\text{Tk}} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\left(\text{VCLE}_i + \text{Vh}_i + \frac{\text{VSWE}_i}{2}\right)}{\text{Th}_i} + \frac{\text{Vr}_i}{\text{Tr}_i} \right]$$

$$\beta(\text{Th}) := \text{atan} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{\text{VSWE}_i}{\text{Th}_i} \cdot \sin(\text{ALPHA})}{\sum_{i=1}^n \frac{\text{VSWE}_i}{\text{Th}_i} \cdot \cos(\text{ALPHA}) + \frac{\text{VSWC}}{\text{Tk}}} \right)$$

$$B(\text{Tr}, \text{Th}) := \frac{C(\text{Th})}{2 \cdot S(\text{Tr}, \text{Th})}$$

$$M_{\text{gas}}(P_{\text{mean}}, \text{Tr}, \text{Th}) := \frac{P_{\text{mean}} \cdot S(\text{Tr}, \text{Th}) \cdot \sqrt{1 - B(\text{Tr}, \text{Th})^2}}{\text{RGAS}}$$

gr (η συνολική μάζα του αερίου)

$$\text{BF}(\text{Tr}, \text{Th}) := \frac{\sqrt{1 - B(\text{Tr}, \text{Th})^2} - 1}{B(\text{Tr}, \text{Th})}$$

$$\text{We}_{\text{Schmid}} := \pi \cdot \text{VSWC} \cdot P_{\text{mean}} \cdot \sin(\beta(\text{Th})) \cdot \text{BF}(\text{Tr}, \text{Th})$$

$$Q_{eSchmid_i} := \pi \cdot VSWE_i \cdot P_{mean} \cdot \sin(\beta(Th) - ALPHA) \cdot BF(Tr, Th)$$

$$W_{Schmid} := W_{eSchmid} + \sum_{i=1}^n (Q_{eSchmid_i})$$

$$COP_{Schmid} := \frac{-Q_{eSchmid_n}}{W_{Schmid}}$$

▣ Schmid Analysis

▣ Volumes

Υπολογισμός των όγκων και των διαφορικών τους στους χώρους συμπίεσης και εκτόνωσης συναρτήσει της γωνίας στροφάλου:

```

Volume(θ) :=
  XP ← XPA·cos(θ)
  XD ← XDA·cos(θ + ALPHA)
  DXP ← -XPA·sin(θ)
  DXD ← -XDA·sin(θ + ALPHA)
  VC ← VC0 - XP·AP
  DVC ← -DXP·AP
  VE ← VE0 - XD·AE
  DVE ← -DXD·AE
  temp(1) ← VC
  temp(2) ← DVC
  temp(3) ← VE
  temp(4) ← DVE
  temp

```

▣ Volumes

Υπολογισμός των θερμοδυναμικών μεγεθών και των διαφορικών τους ξεχωριστά σε κάθε συνάρτηση:

Πίεση:

$$P(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) := \left\{ \begin{array}{l} \text{VOT} \leftarrow \frac{V_k}{T_k} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{V_{r_i}}{T_{r_i}} + \frac{V_{h_i}}{T_{h_i}} \right) \\ \text{AA} \leftarrow \text{RGAS} \cdot M_{\text{gas}}(P_{\text{mean}}, T_r, T_h) \\ \text{VolumeA} \leftarrow \text{Volume}(\theta) \\ \text{BB} \leftarrow \frac{\text{VolumeA}_{1,1}}{T_c} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{VolumeA}_{i,3}}{T_{e_i}} \\ \text{GG} \leftarrow \text{BB} + \text{VOT} \\ P \leftarrow \frac{\text{AA}}{\text{GG}} \\ P \end{array} \right.$$

Διαφορικό πίεσης:

$$D_p(P_{\text{mean}}, \theta, T_{ck}, T_{he}, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) := \left\{ \begin{array}{l} \text{VOT} \leftarrow \frac{V_k}{T_k} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{V_{r_i}}{T_{r_i}} + \frac{V_{h_i}}{T_{h_i}} \right) \\ \text{VolumeA} \leftarrow \text{Volume}(\theta) \\ \text{CC} \leftarrow \frac{\text{VolumeA}_{1,2}}{T_{ck}} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{VolumeA}_{i,4}}{T_{he_i}} \\ \text{DD} \leftarrow \frac{\text{VolumeA}_{1,1}}{T_{ck} \cdot \gamma} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{VolumeA}_{i,3}}{T_{he_i} \cdot \gamma} \\ \text{HH} \leftarrow \text{DD} + \text{VOT} \\ D_p \leftarrow -P(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \cdot \frac{\text{CC}}{\text{HH}} \\ D_p \end{array} \right.$$

Μάζα :

```
Mass(Pmean, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th) := PA ← P(Pmean, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
VolumeA ← Volume(θ)
Mc ←  $\frac{PA \cdot VolumeA_{1,1}}{RGAS \cdot T_c}$ 
Mk ←  $\frac{PA \cdot V_k}{RGAS \cdot T_k}$ 
for i ∈ 1..n
  Mri ←  $\frac{PA \cdot V_{r_i}}{RGAS \cdot T_{r_i}}$ 
  Mhi ←  $\frac{PA \cdot V_{h_i}}{RGAS \cdot T_{h_i}}$ 
  Mei ←  $\frac{PA \cdot VolumeA_{i,3}}{RGAS \cdot T_{e_i}}$ 
  temp⟨1⟩ ← Mc
  temp⟨2⟩ ← Mk
  temp⟨3⟩ ← Mr
  temp⟨4⟩ ← Mh
  temp⟨5⟩ ← Me
temp
```

Διαφορικό μάζας:

$$\begin{aligned}
 \text{DMass}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) := & \text{PA} \leftarrow P(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \\
 & \text{DpA} \leftarrow \text{Dp}(P_{\text{mean}}, \theta, T_{ck}, T_{he}, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \\
 & \text{VolumeA} \leftarrow \text{Volume}(\theta) \\
 & \text{MassA} \leftarrow \text{Mass}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \\
 & \text{DMc} \leftarrow \frac{\text{PA} \cdot \text{VolumeA}_{1,2} + \frac{\text{VolumeA}_{1,1} \cdot \text{DpA}}{\gamma}}{\text{RGAS} \cdot T_{ck}} \\
 & \text{DPOP} \leftarrow \frac{\text{DpA}}{\text{PA}} \\
 & \text{DMk} \leftarrow \text{MassA}_{1,2} \cdot \text{DPOP} \\
 & \text{DMr} \leftarrow \text{MassA}^{(3)} \cdot \text{DPOP} \\
 & \text{DMh} \leftarrow \text{MassA}^{(4)} \cdot \text{DPOP} \\
 & \text{for } i \in 1..n \\
 & \quad \text{DMe}_i \leftarrow \frac{\text{PA} \cdot \text{VolumeA}_{i,4} + \frac{\text{VolumeA}_{i,3} \cdot \text{DpA}}{\gamma}}{\text{RGAS} \cdot T_{he}_i} \\
 & \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{DMc} \\
 & \text{temp}^{(2)} \leftarrow \text{DMk} \\
 & \text{temp}^{(3)} \leftarrow \text{DMr} \\
 & \text{temp}^{(4)} \leftarrow \text{DMh} \\
 & \text{temp}^{(5)} \leftarrow \text{DMe} \\
 & \text{temp}
 \end{aligned}$$

Ροές μάζας

```

Flows( $P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h$ ) :=
  DMassA  $\leftarrow$  DMass( $P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h$ )
  GAck  $\leftarrow$  -DMassA1,1
  GAhe  $\leftarrow$  DMassA(5)
  for i  $\in$  1 .. n
    GAhri  $\leftarrow$  GAck - DMassA1,2 if i = 1
    GARhi  $\leftarrow$  GAhri - DMassA1,3 if i = 1
    GAhri  $\leftarrow$  GARhi-1 - GAhei-1 - DMassAi-1,4 if i = 2
    GARhi  $\leftarrow$  GAhri - DMassA1,3 if i = 2
    GAhri  $\leftarrow$  GARhi-1 - GAhei-1 - DMassAi-1,4 if i = 3
    GARhi  $\leftarrow$  GAhri - DMassA1,3 if i = 3
    GAhri  $\leftarrow$  GARhi-1 - GAhei-1 - DMassAi-1,4 if i = 4
    GARhi  $\leftarrow$  GAhri - DMassA1,3 if i = 4
  temp(1)  $\leftarrow$  GAck
  temp(2)  $\leftarrow$  GAhr
  temp(3)  $\leftarrow$  GARh
  temp(4)  $\leftarrow$  GAhe
  temp

```

Συνοριακές θερμοκρασίες:

$$\text{Contemp}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) := \left\{ \begin{array}{l} \text{FlowsA} \leftarrow \text{Flows}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) \\ T_{ck} \leftarrow T_k \\ T_{ck} \leftarrow T_c \text{ if } \text{FlowsA}_{1,1} \geq 0 \\ T_{he} \leftarrow T_e \\ \text{for } i \in 1 \dots n \\ \quad T_{he}_i \leftarrow T_h_i \text{ if } \text{FlowsA}_{i,4} \geq 0 \\ \text{temp}^{\langle 1 \rangle} \leftarrow T_{ck} \\ \text{temp}^{\langle 2 \rangle} \leftarrow T_{he} \\ \text{temp} \end{array} \right.$$

Διαφορικά θερμοκρασιών:

$$\text{Dtemp}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) := \left\{ \begin{array}{l} \text{DPOP} \leftarrow \frac{\text{Dp}(P_{\text{mean}}, \theta, T_{ck}, T_{he}, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h)}{P(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h)} \\ \text{VolumeA} \leftarrow \text{Volume}(\theta) \\ \text{MassA} \leftarrow \text{Mass}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_k, T_r, T_h) \\ \text{DMassA} \leftarrow \text{DMass}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) \\ \text{DTc} \leftarrow T_c \cdot \left(\text{DPOP} + \frac{\text{VolumeA}_{1,2}}{\text{VolumeA}_{1,1}} - \frac{\text{DMassA}_{1,1}}{\text{MassA}_{1,1}} \right) \\ \text{for } i \in 1 \dots 4 \\ \quad \text{DTe}_i \leftarrow T_{e_i} \cdot \left(\text{DPOP} + \frac{\text{VolumeA}_{i,4}}{\text{VolumeA}_{i,3}} - \frac{\text{DMassA}_{i,5}}{\text{MassA}_{i,5}} \right) \\ \text{temp}^{\langle 1 \rangle} \leftarrow \text{DTc} \\ \text{temp}^{\langle 2 \rangle} \leftarrow \text{DTe} \\ \text{temp} \end{array} \right.$$

Υπολογισμός έργων, θερμότητων και των διαφορικών τους:

```

Energy(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, T) :=
  VolumeA ← Volume(θ)
  PA ← P(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
  DpA ← Dp(Pm, θ, Tck, The, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
  Cont ← Contemp(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)
  F ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)
  DQk ←  $\frac{V_k \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot (Cont_{1,1} \cdot F_{1,1} - Tk \cdot F_{1,2})$ 
  for i ∈ 1..n
    DQri ←  $\frac{V_{r_i} \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot (Tk \cdot F_{i,2} - Th_i \cdot F_{i,3})$  if i = 1
    DQri ←  $\frac{V_{r_i} \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot (Th_{i-1} \cdot F_{i,2} - Th_i \cdot F_{i,3})$  otherwise
  for i ∈ 1..n
    DQhi ←  $\frac{V_{h_i} \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot (Th_i \cdot F_{i,3} - Cont_{i,2} \cdot F_{i,4})$  if i = n
    DQhi ←  $\frac{V_{h_i} \cdot DpA \cdot C_v}{RGAS} - C_p \cdot [Th_i \cdot (F_{i,3} - F_{i+1,2}) - Cont_{i,2} \cdot F_{i,4}]$  otherwise
  DWc ← PA · VolumeA1,2
  DWe ← PA · VolumeA(4)
  temp(1) ← DQk
  temp(2) ← DQr
  temp(3) ← DQh
  temp(4) ← DWc
  temp(5) ← DWe
  temp

```


$$\text{Dadiab}(P_{\text{mean}}, \theta, T_c, T_e, T_{ck}, T_{he}, T_k, T_r, T_h) :=$$

$$\text{VOT} \leftarrow \frac{V_k}{T_k} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{V_{r_i}}{T_{r_i}} + \frac{V_{h_i}}{T_{h_i}} \right)$$

$$\text{AA} \leftarrow \text{RGAS} \cdot M_{\text{gas}}(P_{\text{mean}}, T_r, T_h)$$

$$\text{BB} \leftarrow \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,1}}{T_c} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,3}}{T_{e_i}}$$

$$\text{GG} \leftarrow \text{BB} + \text{VOT}$$

$$P \leftarrow \frac{\text{AA}}{\text{GG}}$$

$$\text{CC} \leftarrow \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,2}}{T_{ck}} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,4}}{T_{he_i}}$$

$$\text{DD} \leftarrow \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,1}}{T_{ck} \cdot \gamma} + \sum_{i=1}^n \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,3}}{T_{he_i} \cdot \gamma}$$

$$\text{HH} \leftarrow \text{DD} + \text{VOT}$$

$$D_p \leftarrow -P \cdot \frac{\text{CC}}{\text{HH}}$$

$$\text{DPOP} \leftarrow \frac{D_p}{P}$$

$$M_c \leftarrow \frac{P \cdot \text{Volume}(\theta)_{1,1}}{\text{RGAS} \cdot T_c}$$

$$M_k \leftarrow \frac{P \cdot V_k}{\text{RGAS} \cdot T_k}$$

for $i \in 1..n$

$$M_{r_i} \leftarrow \frac{P \cdot V_{r_i}}{\text{RGAS} \cdot T_{r_i}}$$

$$M_{h_i} \leftarrow \frac{P \cdot V_{h_i}}{\text{RGAS} \cdot T_{h_i}}$$

$$M_{e_i} \leftarrow \frac{P \cdot \text{Volume}(\theta)_{i,3}}{\text{RGAS} \cdot T_{e_i}}$$

$$\text{DMc} \leftarrow \frac{P \cdot \text{Volume}(\theta)_{1,2} + \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,1} \cdot D_p}{\gamma}}{\text{RGAS} \cdot T_{ck}}$$

$$\text{DMk} \leftarrow M_k \cdot \text{DPOP}$$

$$\text{DMr} \leftarrow M_{r_i} \cdot \text{DPOP}$$

$$\text{DMh} \leftarrow M_{h_i} \cdot \text{DPOP}$$

for $i \in 1..n$

$$\text{DMe}_i \leftarrow \frac{P \cdot \text{Volume}(\theta)_{i,4} + \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,3} \cdot D_p}{\gamma}}{\text{RGAS} \cdot T_{he_i}}$$

$$\text{GAck} \leftarrow -\text{DMc}$$

$$\text{GAhe} \leftarrow \text{DMe}$$

for $i \in 1..n$

```

GAhri ← GAck - DMk if i = 1
GARhi ← GAhri - DMri if i = 1
GAhri ← GARhi-1 - GAhei-1 - DMhi-1 if i = 2
GARhi ← GAhri - DMri if i = 2
GAhri ← GARhi-1 - GAhei-1 - DMhi-1 if i = 3
GARhi ← GAhri - DMri if i = 3
GAhri ← GARhi-1 - GAhei-1 - DMhi-1 if i = 4
GARhi ← GAhri - DMri if i = 4

Tck ← Tk
Tck ← Tc if GAck ≥ 0
The ← Te
for i ∈ 1 .. n
  Thei ← Thi if GAhei ≥ 0
DTc ← Tc ·  $\left( \text{DPOP} + \frac{\text{Volume}(\theta)_{1,2}}{\text{Volume}(\theta)_{1,1}} - \frac{\text{DMc}}{\text{Mc}} \right)$ 
for i ∈ 1 .. n
  DTei ← Tei ·  $\left( \text{DPOP} + \frac{\text{Volume}(\theta)_{i,4}}{\text{Volume}(\theta)_{i,3}} - \frac{\text{DMe}_i}{\text{Me}_i} \right)$ 
DQk ←  $\frac{\text{Vk} \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot (\text{Tck} \cdot \text{GAck} - \text{Tk} \cdot \text{GAhr}_1)$ 
for i ∈ 1 .. n
  DQri ←  $\frac{\text{Vr}_i \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot (\text{Tk} \cdot \text{GAhr}_i - \text{Th}_i \cdot \text{GARh}_i)$  if i = 1
  DQri ←  $\frac{\text{Vr}_i \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot (\text{Th}_{i-1} \cdot \text{GAhr}_i - \text{Th}_i \cdot \text{GARh}_i)$  otherwise
for i ∈ 1 .. n
  DQhi ←  $\frac{\text{Vh}_i \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot (\text{Th}_i \cdot \text{GARh}_i - \text{The}_i \cdot \text{GAhe}_i)$  if i = n
  DQhi ←  $\frac{\text{Vh}_i \cdot \text{Dp} \cdot \text{C}_v}{\text{RGAS}} - \text{C}_p \cdot [\text{Th}_i \cdot (\text{GARh}_i - \text{GAhr}_{i+1}) - \text{The}_i \cdot \text{GAhe}_i]$  otherwise
DWc ← P · Volume(θ)1,2
DWe ← P · Volume(θ)(4)
temp(1) ← P
temp(2) ← Dp
temp(3) ← Mc
temp(4) ← Mk
temp(5) ← Mr
temp(6) ← Mh
temp(7) ← Me

```

temp^{<8>} ← DMc
temp^{<9>} ← DMk
temp^{<10>} ← DMr
temp^{<11>} ← DMh
temp^{<12>} ← DMe
temp^{<13>} ← GAck
temp^{<14>} ← GAhr
temp^{<15>} ← GARh
temp^{<16>} ← GAhe
temp^{<17>} ← Tck
temp^{<18>} ← The
temp^{<19>} ← DTc
temp^{<20>} ← DTe
temp^{<21>} ← DQk
temp^{<22>} ← DQr
temp^{<23>} ← DQh
temp^{<24>} ← DWc
temp^{<25>} ← DWe
temp

▣ Rk 4

Η συνάρτηση αυτή πραγματοποιεί αριθμητική μέθοδο Runge Kutta 4ης τάξης για να υπολογίσει με ικανοποιητική ακρίβεια τα θερμοδυναμικά που μεγέθη που δεν έχουν αναλυτική λύση, αλλά γνωρίζουμε μόνο την διαφορική τους εξίσωση:

$$NN := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad MM := \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

```
Rk4(Pm, θ, Δθ, Tc, Te, Qk, Qr, Qh, Wc, We, W, Tck, The, Tk, Tr, Th) :=
    θ0 ← θ
    Tc0 ← Tc
    Wc0 ← Wc
    Qk0 ← Qk
    for i ∈ 1..n
        Te0i ← Tei
        Qr0i ← Qri
        Qh0i ← Qhi
        We0i ← Wei
    for j ∈ 1..4
        Deriv ← Dadiab(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)
        θ ← θ0 + NNj · Δθ
        FTcj ← Deriv1,19
        FQkj ← Deriv1,21
        FWcj ← Deriv1,24
        for i ∈ 1..n
            FTej,i ← Derivi,20
            FQrj,i ← Derivi,22
            FQhj,i ← Derivi,23
            FWej,i ← Derivi,25
        DTc ← 0
        DQk ← 0
        DWc ← 0
        for i ∈ 1..n
            DTei ← 0
```

```

DQri ← 0
DQhi ← 0
DWei ← 0
for k ∈ 1 .. j
  DTc ← DTc + MMj,k · FTck
  DQk ← DQk + MMj,k · FQkk
  DWc ← DWc + MMj,k · FWck
  for i ∈ 1 .. n
    DTei ← DTei + MMj,k · FTek,i
    DQri ← DQri + MMj,k · FQrk,i
    DQhi ← DQhi + MMj,k · FQhk,i
    DWei ← DWei + MMj,k · FWek,i
Tc ← Tc0 + DTc · Δθ
Qk ← Qk0 + DQk · Δθ
Wc ← Wc0 + DWc · Δθ
Te ← Te0 + DTe · Δθ
Qr ← Qr0 + DQr · Δθ
Qh ← Qh0 + DQh · Δθ
We ← We0 + DWe · Δθ
W ← Wc + ∑i=1n Wei
temp⟨1⟩ ← Tc
temp⟨2⟩ ← Te
temp⟨3⟩ ← Qk
temp⟨4⟩ ← Qr
temp⟨5⟩ ← Qh
temp⟨6⟩ ← Wc
temp⟨7⟩ ← We
temp⟨8⟩ ← DTc
temp⟨9⟩ ← DTe
temp⟨10⟩ ← DQk
temp⟨11⟩ ← DQr
temp⟨12⟩ ← DQh
temp⟨13⟩ ← DWc
temp⟨14⟩ ← DWe
temp⟨15⟩ ← W
temp

```

Καλώντας τις παραπάνω συναρτήσεις πραγματοποιεί αδιαβατική ανάλυση ενός κύκλου. Αρχικά, εκτελεί επαναληπτική διαδικασία μέχρις ότου να συγκλίνουν δύο διαδοχικοί κύκλοι ελέγχοντας τις θερμοκρασίες στο τέλος αυτών. Μετά την σύγκλιση, γίνεται εκ νέου ανάλυση του θερμοδυναμικού κύκλου, ούτως ώστε να καταχωρηθούν όλα τα θερμοδυναμικά μεγέθη συναρτήσει της γωνίας στροφάλου.

Μέγιστος αριθμός κύκλων για σύγκλιση του προβλήματος

MAXCYC := 30

Κριτήριο σύγκλισης

$\epsilon_{\omega} := 0.1$

Αριθμός επαναλήψεων σε κάθε κύκλο

NINC := 360

Βήμα μεταβολής γωνίας:

$$\Delta\theta := \frac{2 \cdot \pi}{NINC}$$

Αρχικοποίηση μεταβλητών:

CYCLE := 0

Terror := 5

```

Adiab(Pm, Tk, Tr, Th) :=
  Tck ← Tk
  Tc ← Tk
  for i ∈ 1..n
    Thei ← Thi
    Tei ← Thi
  while Error > ε ∧ CYCLE < MAXCYC
    Tc0 ← Tc
    Te0 ← Te
    Qk ← 0
    Wc ← 0
    for i ∈ 1..n
      Qri ← 0
      Qhi ← 0
      Wei ← 0
    W ← 0
    CYCLE ← CYCLE + 1
    θ ← 0
    for j ∈ 1..NINC
      RES ← Rk4(Pm, θ, Δθ, Tc, Te, Qk, Qr, Qh, Wc, We, W, Tck, The, Tk, Tr, Th)
      θ ← θ + Δθ
      Tc ← RES1,1
      Te ← RES(2)
      Qk ← RES1,3
      Qr ← RES(4)
      Qh ← RES(5)
      Wc ← RES1,6
      We ← RES(7)
      W ← RES1,15
      Tck ← Contemp(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)1,1
      The ← Contemp(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)(2)
      Error ← |Tc0 - Tc| + ∑i=1n |Te0i - Tei|
    θ ← 0
    Qk ← 0
    Wc ← 0
    for i ∈ 1..n
      Qri ← 0
      Qhi ← 0
      Wei ← 0
    W ← 0

```

```

VAR1,1 ← Tc
for i ∈ 1..n
  VARi+1,1 ← Tei
VARn+2,1 ← Qk·10-3
for i ∈ 1..n
  VARn+2+i,1 ← Qri·10-3
  VAR2n+2+i,1 ← Qhi·10-3
VAR3·n+3,1 ← Wc·10-3
for i ∈ 1..n
  VAR3n+3+i,1 ← Wei·10-3
VAR4·n+4,1 ← W·10-3
VAR4n+5,1 ← P(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
VAR4n+6,1 ← Volume(θ)1,1
for i ∈ 1..n
  VAR4n+6+i,1 ← Volume(θ)i,3
VAR5n+7,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)1,1
VAR5n+8,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)1,2
for i ∈ 1..n
  VAR5n+8+i,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,3
  VAR6n+8+i,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,4
  VAR7n+8+i,1 ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,5
VAR8n+9,1 ← Tck
for i ∈ 1..n
  VAR8n+9+i,1 ← Thei
VAR9n+10,1 ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)1,1
for i ∈ 1..n
  VAR9n+10+i,1 ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,2
  VAR10n+10+i,1 ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,3
  VAR11n+10+i,1 ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,4
  VAR12·n+10+i,1 ← Volume(θ)i,4
for j ∈ 2..NINC + 1
  RES ← Rk4(Pm, θ, Δθ, Tc, Te, Qk, Qr, Qh, Wc, We, W, Tck, The, Tk, Tr, Th)
  θ ← θ + Δθ
  Tc ← RES1,1
  Te ← RES(2)
  Qk ← RES1,3

```



```

Qr ← RES(4)
Qh ← RES(5)
Wc ← RES1,6
We ← RES(7)
W ← RES1,15
Tck ← Contemp(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)1,1
The ← Contemp(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)(2)
VAR1,j ← Tc
for i ∈ 1..n
  VARi+1,j ← Tci
VARn+2,j ← Qk·10-3
for i ∈ 1..n
  VARn+2+i,j ← Qri·10-3
  VAR2n+2+i,j ← Qhi·10-3
VAR3·n+3,j ← Wc·10-3
for i ∈ 1..n
  VAR3n+3+i,j ← Wei·10-3
VAR4·n+4,j ← W·10-3
VAR4n+5,j ← P(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)
VAR4n+6,j ← Volume(θ)1,1
for i ∈ 1..n
  VAR4n+6+i,j ← Volume(θ)i,3
VAR5n+7,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)1,1
VAR5n+8,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)1,2
for i ∈ 1..n
  VAR5n+8+i,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,3
  VAR6n+8+i,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,4
  VAR7n+8+i,j ← Mass(Pm, θ, Tc, Te, Tk, Tr, Th)i,5
VAR8n+9,j ← Tck
for i ∈ 1..n
  VAR8n+9+i,j ← Thei
VAR9n+10,j ← Flows(Pmean, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)1,1
for i ∈ 1..n
  VAR9n+10+i,j ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,2
  VAR10n+10+i,j ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,3
  VAR11n+10+i,j ← Flows(Pm, θ, Tc, Te, Tck, The, Tk, Tr, Th)i,3

```

$$\begin{array}{l} \text{VAR}_{12 \cdot n + 10 + i, j} \leftarrow \text{Volume}(\theta)_{i, 4} \\ \text{VAR}_{13 \cdot n + 12, j} \leftarrow \frac{\theta}{\text{deg}} \\ \text{VAR}_{13 \cdot n + 11, 1} \leftarrow \text{CYCLE} \\ \text{VAR} \end{array}$$

▣ Adiab

▣ Reynolds

Υπολογισμός του αριθμού Reynolds

$$\text{Reynolds}(G, T, D) := \begin{array}{l} \mu \leftarrow \mu_0 \cdot \frac{(T_0 + \text{TSU})}{T + \text{TSU}} \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.5} \\ k_{\text{gas}} \leftarrow \frac{C_p \cdot \mu}{\text{PRANDLT}} \\ \text{Re} \leftarrow \frac{|G \cdot D|}{\mu} \\ \text{Re} \leftarrow 1 \quad \text{if } \text{Re} < 1 \\ \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{Re} \\ \text{temp}^{(2)} \leftarrow \mu \\ \text{temp} \end{array}$$

▣ Reynolds

▣ Heat Transfer Evaluation

Υπολογισμός του συντελεστή μεταφοράς θερμότητας και του συντελεστή τριβής στην περίπτωση που ο εναλλάκτης είναι τύπου slot:

$$\begin{array}{l}
 \text{SLOTFR}(D, \mu, \text{AvgRe}, \text{Fa}) := \left\{ \begin{array}{l}
 B \leftarrow 1.47 - 1.48 \cdot \text{Fa} + 0.92 \cdot \text{Fa}^2 \\
 \text{Fr} \leftarrow 16 \cdot B \text{ if } \text{AvgRe} < 2000 \\
 \text{Fr} \leftarrow \left[0.008 \cdot B \cdot \frac{(\text{AvgRe} - 4000)}{-2000} + 0.001 \cdot \frac{(\text{AvgRe} - 2000)}{2000} \right] \cdot \text{AvgRe} \text{ if } 2000 \leq \text{AvgRe} < 4000 \\
 \text{Fr} \leftarrow 0.0791 \cdot \text{AvgRe}^{0.75} \text{ if } \text{AvgRe} \geq 4000 \\
 \text{Ht} \leftarrow \frac{\text{Fr} \cdot \mu \cdot C_p}{2 \cdot D \cdot \text{PRANDLT}} \\
 \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{Ht} \\
 \text{temp}^{(2)} \leftarrow \text{Fr} \\
 \text{temp}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Υπολογισμός του συντελεστή μεταφοράς θερμότητας και του συντελεστή τριβής στην περίπτωση που ο εναλλάκτης είναι τύπου pipe:

$$\begin{array}{l}
 \text{PIPF}(D, \mu, \text{AvgRe}) := \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Fr} \leftarrow 16 \text{ if } \text{AvgRe} < 2000 \\
 \text{Fr} \leftarrow \left[0.008 \cdot \frac{(\text{AvgRe} - 4000)}{-2000} + 0.001 \cdot \frac{(\text{AvgRe} - 2000)}{2000} \right] \cdot \text{AvgRe} \text{ if } 2000 \leq \text{AvgRe} < 4000 \\
 \text{Fr} \leftarrow 0.0791 \cdot \text{AvgRe}^{0.75} \text{ if } \text{AvgRe} \geq 4000 \\
 \text{Ht} \leftarrow \frac{\text{Fr} \cdot \mu \cdot C_p}{2 \cdot D \cdot \text{PRANDLT}} \\
 \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{Ht} \\
 \text{temp}^{(2)} \leftarrow \text{Fr} \\
 \text{temp}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Υπολογισμός του συντελεστή τριβής για το πλέγμα του αναγεννητή:

$$\begin{aligned}
 \text{MATFR}(\text{Re}, \text{PSI}) := & \left\{ \begin{array}{l}
 \text{ALPHA} \leftarrow (1.27 \cdot \text{PSI} - 0.27)^2 \\
 \text{A} \leftarrow \frac{1.33}{\text{PSI}^2} \cdot \left(\frac{1 - \text{PSI}}{\text{ALPHA}} \right)^{-0.33} \\
 \text{B} \leftarrow 10^{\frac{-0.54}{\text{PSI}}} \cdot \frac{\text{PSI}^3}{2 \cdot (1 - \text{PSI}) \cdot \text{ALPHA}^2} \\
 \text{C} \leftarrow \text{B} \cdot 10^{\text{A}} \\
 \text{D} \leftarrow \text{A} \cdot \text{Re}^{-0.33} \\
 \text{Fr} \leftarrow \text{Re} \cdot (0.25 \cdot \text{B} \cdot 10^{\text{D}}) \text{ if } \text{Re} > 1 \\
 \text{Fr} \leftarrow 0.25 \cdot \text{C} \text{ otherwise} \\
 \text{Fr}
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Υπολογισμός του συντελεστή μεταφοράς θερμότητας και του συντελεστή τριβής στην περίπτωση που ο εναλλάκτης είναι τύπου cylinder:

$$\begin{aligned}
 \text{CYLFR}(\text{P}_{\text{mean}}, \text{D}, \text{Re}, \mu, \text{T}, \text{FREQ}) := & \left\{ \begin{array}{l}
 \omega \leftarrow 2\pi \text{FREQ} \\
 \text{Density} \leftarrow \frac{\text{P}_{\text{mean}}}{\text{R}_{\text{GAS}} \cdot \text{T}} \\
 \text{VA} \leftarrow \frac{(\text{Density} \cdot \omega \cdot \text{D}^2)}{4 \cdot \mu} \\
 \text{AA} \leftarrow \sqrt{2 \cdot \text{VA} \cdot \text{PRANDLT}} \\
 \text{BB} \leftarrow 13.3 \text{AA} \\
 \text{KC} \leftarrow \frac{\text{C}_p \cdot \mu}{\text{PRANDLT}} \\
 \text{Fr} \leftarrow 0 \\
 \text{Nu} \leftarrow 2 \cdot \text{AA} \text{ if } \text{Re} \leq \text{BB} \\
 \text{Nu} \leftarrow \frac{0.15 \cdot \text{Re}}{\ln\left(\frac{0.2 \text{Re}}{\text{AA}}\right)} \text{ otherwise} \\
 \text{Ht} \leftarrow \frac{\text{Nu} \cdot \text{KC}}{\text{D}} \\
 \text{temp}^{(1)} \leftarrow \text{Ht} \\
 \text{temp}^{(2)} \leftarrow \text{Fr} \\
 \text{temp}
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τους νόμους μεταφοράς θερμότητας υπολογίζεται η μεταβολή της θερμοκρασίας του αερίου στον heat rejector (KOLSIM) και στους freezers (HOTSIM) θεωρώντας την θερμοκρασία των τοιχωμάτων τους σταθερή.

$$\begin{aligned}
 \text{KOLSIM}(\text{VAR}, \text{Tk}, \text{Twk}, \text{Qr}_{\text{loss}}, \text{FREQ}) := & \left\{ \begin{array}{l}
 f \leftarrow \text{FREQ} \\
 \text{for } j \in 1 \dots \text{NINC} + 1 \\
 \quad \left| \begin{array}{l}
 \text{GAK}_j \leftarrow (\text{VAR}_{9_{n+10,j}} + \text{VAR}_{9_{n+11,j}}) \cdot \frac{f}{2} \\
 \text{Gk} \leftarrow \frac{\text{GAK}_j}{\text{Ak}} \\
 \text{Re}_j \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gk}, \text{Tk}, \text{Dk})_{1,1}
 \end{array} \right. \\
 \text{SumRe} \leftarrow 0 \\
 \text{MaxRe} \leftarrow \text{Re}_1 \\
 \text{for } j \in 1 \dots \text{NINC} \\
 \quad \left| \begin{array}{l}
 \text{SumRe} \leftarrow \text{SumRe} + \text{Re}_j \\
 \text{MaxRe} \leftarrow \text{Re}_j \text{ if } \text{Re}_j > \text{MaxRe}
 \end{array} \right. \\
 \text{AvgRe} \leftarrow \frac{\text{SumRe}}{\text{NINC}} \\
 \mu \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gk}, \text{Tk}, \text{Dk})_{1,2} \\
 \text{Ht} \leftarrow \text{SLOTFR}(\text{Dk}, \mu, \text{AvgRe}, \text{Fak})_{1,1} \text{ if } \text{K}_{\text{type}} = \text{"S"} \\
 \text{Ht} \leftarrow \text{PIPFR}(\text{Dk}, \mu, \text{AvgRe})_{1,1} \text{ otherwise} \\
 \text{Tgk} \leftarrow \text{Twk} - \frac{(\text{VAR}_{n+2, \text{NINC}+1} + \text{Qr}_{\text{loss}1}) \cdot \text{FREQ} \cdot 1000}{\text{Ht} \cdot \text{Awgk}} \\
 \text{Tgk}
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

```

HOTSIM(Pm, VAR, Th, Twh, Qr1, F) :=
  f ← F
  for i ∈ 1 .. n
    for j ∈ 1 .. NINC + 1
      GAhi,j ← (VAR10n+10+i,j + VAR11n+10+i,j) ·  $\frac{f}{2}$  if i = n
      GAhi,j ← (VAR9n+11+i,j + VAR10n+10+i,j + VAR11n+10+i,j) ·  $\frac{f}{2}$  otherwise
      Ghi ←  $\frac{GAh_{i,j}}{Ah_i}$ 
      Rei,j ← Reynolds(Ghi, Thi, Dhi)1,1
    for i ∈ 1 .. n
      SumRei ← 0
      MaxRei ← Rei,1
    for i ∈ 1 .. n
      for j ∈ 1 .. NINC
        SumRei ← SumRei + Rei,j
        MaxRei ← Rei,j if Rei,j > MaxRei
      AvgRei ←  $\frac{SumRe_i}{NINC}$ 
      μi ← Reynolds(Ghi, Thi, Dhi)1,2
      Hti ← SLOTFR(Dhi, μi, AvgRei, Fahi)1,1 if Htypei = "S"
      Hti ← PIPFR(Dhi, μi, AvgRei)1,1 if Htypei = "T"
      Hti ← CYLFR(Pm, Dhi, AvgRei, μi, Thi, F)1,1 otherwise
      Tghi ← Twhi -  $\frac{(VAR_{2n+2+i, NINC+1} - Qr_{1_i}) \cdot F \cdot 1000}{Ht_i \cdot Awgh_i}$  if i = n
      Tghi ← Twhi -  $\frac{(VAR_{2n+2+i, NINC+1} - Qr_{1_i} + Qr_{1_{i+1}}) \cdot F \cdot 1000}{Ht_i \cdot Awgh_i}$  otherwise
    temp(1) ← Tgh
    temp(2) ← Ht
  temp

```

Kol-Hot Simulation

Reg- Simulation

Υπολογισμός του αριθμού Stanton:

$$\text{Stanton}(Re, \text{PSI}) := \begin{cases} M \leftarrow 0.43 \cdot \text{PSI} + 0.15 \\ P \leftarrow 0.537 \cdot \text{PSI} \text{ if } \text{PSI} < 0.39 \\ P \leftarrow 1.54 - 6.36 \cdot \text{PSI} + 7.56 \cdot \text{PSI}^2 \text{ otherwise} \\ \text{St} \leftarrow \frac{P \cdot \text{Re}^{-M}}{\text{PRANDLT}} \\ \text{St} \end{cases}$$

Με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κάθε αναγεννητή υπολογίζεται ο βαθμός απόδοσης του καθώς και αντίστοιχες απώλειες θερμότητας:

$$\text{REGSIM}(\text{VAR}, \text{Tk}, \text{Tr}, \text{Th}, \text{FREQ}) := \begin{cases} f \leftarrow \text{FREQ} \\ \lambda \leftarrow K_s(\text{Tr}, \text{Awr}, \text{Lr})^{(2)} \\ \text{Cs} \leftarrow \text{Cs}(\text{Tr}, \text{MaterialR}, \text{PSIr}, \text{Vr})^{(1)} \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{GAhw}_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{GAcw}_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{chw}_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{ccw}_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{for } j \in 1..NINC \\ \quad \quad \text{GAR}_{i,j} \leftarrow \frac{\text{VAR}_{9n+10+i,j} + \text{VAR}_{10n+10+i,j}}{2} \\ \quad \quad \text{GAhw}_i \leftarrow \text{GAhw}_i + \text{GAR}_{i,j} \text{ if } \text{GAR}_{i,j} \geq 0 \\ \quad \quad \text{chw}_i \leftarrow \text{chw}_i + 1 \text{ if } \text{GAR}_{i,j} \geq 0 \\ \quad \quad \text{GAcw}_i \leftarrow \text{GAcw}_i + \text{GAR}_{i,j} \text{ if } \text{GAR}_{i,j} < 0 \\ \quad \quad \text{ccw}_i \leftarrow \text{ccw}_i + 1 \text{ if } \text{GAR}_{i,j} < 0 \\ \quad \text{GAhw}_i \leftarrow \frac{\text{GAhw}_i}{\text{chw}_i} \cdot 360 \cdot f \\ \quad \text{GAcw}_i \leftarrow \frac{\text{GAcw}_i}{\text{ccw}_i} \cdot 360 \cdot f \\ \quad \text{GAR}_i \leftarrow \frac{|\text{GAhw}_i| + |\text{GAcw}_i|}{2} \\ \quad \text{Ghw} \leftarrow \frac{|\text{GAhw}_i|}{\text{Ar}_i} \\ \quad \text{Gew} \leftarrow \frac{|\text{GAcw}_i|}{\text{Ar}_i} \end{cases}$$

1

$$\text{Rehw}_i \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Ghw}, \text{Tr}_i, \text{Dr}_i) 1, 1$$

$$\text{Recw}_i \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gew}, \text{Tr}_i, \text{Dr}_i) 1, 1$$

$$\text{St}_h \leftarrow \text{Stanton}(\text{Rehw}_i, \text{PSIr}_i)$$

$$\text{St}_c \leftarrow \text{Stanton}(\text{Recw}_i, \text{PSIr}_i)$$

$$\text{NTU}_h \leftarrow \text{St}_h \cdot \frac{\text{Awgr}_i}{2 \cdot \text{Ar}_i}$$

$$\text{NTU}_c \leftarrow \text{St}_c \cdot \frac{\text{Awgr}_i}{2 \cdot \text{Ar}_i}$$

$$\text{Pec}_h \leftarrow \frac{\frac{|\text{GAhw}_i|}{\text{Ar}_i} \cdot \text{Cp} \cdot \text{Lr}_i}{\lambda_i}$$

$$\text{Pec}_c \leftarrow \frac{\frac{|\text{GAcw}_i|}{\text{Ar}_i} \cdot \text{Cp} \cdot \text{Lr}_i}{\lambda_i}$$

$$\Gamma_c \leftarrow \frac{\frac{(1 - \text{PSIr}_i)}{\text{PSIr}_i} \cdot \rho_{s_i} \cdot \text{Lr}_i}{\frac{|\text{GAcw}_i|}{\text{Ar}_i} \cdot \frac{\text{ccw}_i}{360} \cdot \frac{1}{f}} \cdot 10^{-6}$$

$$\Gamma_h \leftarrow \frac{\frac{(1 - \text{PSIr}_i)}{\text{PSIr}_i} \cdot \rho_{s_i} \cdot \text{Lr}_i}{\frac{|\text{GAhw}_i|}{\text{Ar}_i} \cdot \frac{\text{chw}_i}{360} \cdot \frac{1}{f}} \cdot 10^{-6}$$

$$\Gamma_i \leftarrow \frac{\Gamma_h + \Gamma_c}{2}$$

$$\sigma_i \leftarrow \frac{\text{Cs}_i}{\text{Cp} \cdot \rho_{s_i}}$$

$$\text{NTU}_i \leftarrow \frac{\text{NTU}_h + \text{NTU}_c}{2}$$

$$\text{Pec}_i \leftarrow \frac{\text{Pec}_h + \text{Pec}_c}{2}$$

$$\sigma \Gamma_i \leftarrow \sigma_i \cdot \frac{(\Gamma_c + \Gamma_h)}{2}$$

$$\text{Tf} \leftarrow \frac{1}{\text{FREQ}}$$

$$k1 \leftarrow \sqrt{2 \text{NTU}_i} \cdot \sqrt{2 \text{NTU}_i + \text{Pec}_i}$$

$$k2 \leftarrow \frac{\sqrt{2 \text{NTU}_i}}{\sqrt{2 \text{NTU}_i + \text{Pec}_i}}$$

$$\zeta \leftarrow 0$$


```

T1_in ← Tk if i = 1
T1_in ← Th_{i-1} otherwise
T2_in ← Th_i
Tg2(ζ) ← 
$$\frac{(T1_{in} + T2_{in}) \cdot (k2 + 1) + Pe_i \cdot \left( T1_{in} + \frac{T2_{in}}{NTU_i} \right)}{2 + Pe_i + \frac{Pe_i}{NTU_i} + 2 \cdot k2} + \frac{(T2_{in} - T1_{in}) \cdot (Pe_i \cdot \zeta - k2)}{2 + Pe_i + \frac{Pe_i}{NTU_i} + 2 \cdot k2}$$

τ_i ← max 
$$\left( 0, 0.25 - \frac{T1_{in} - Tg2(\zeta)}{T1_{in} - T2_{in}} \cdot \frac{1 + NTU_i}{NTU_i} \cdot \sigma \Gamma_i \right)$$

Effect_i ← 
$$\frac{Pe_i + 2 \cdot k2}{2 + Pe_i + \frac{Pe_i}{NTU_i} + 2 \cdot k2} - \tau_i \left( \frac{NTU_i}{NTU_i + 1} \cdot \frac{0.5 - \tau_i}{\sigma \Gamma_i} - 2 \cdot \frac{T1_{in} - Tg2(\zeta)}{T1_{in} - T2_{in}} \right)$$

for i ∈ 1..n
  for j ∈ 1..NINC
    Qreg_j ← VAR_{n+2+i,j}
    Qr_max ← max(Qreg)
    Qr_min ← min(Qreg)
    Qr_loss_i ← (1 - Effect_i) · (Qr_max - Qr_min)
  temp^{(1)} ← Qr_loss
  temp^{(2)} ← Effect
  temp^{(3)} ← NTU
  temp^{(4)} ← Pe
  temp^{(5)} ← σΓ
  temp^{(6)} ← τ
  temp^{(7)} ← σ
  temp^{(8)} ← Γ
  temp

```

▣ Reg- Simulation

▣ Fomsim-Worksim

Υπολογισμός του figure-of-merit που προτείνεται ως δείκτης της ικανότητας μιας βαθμίδας να επιτύχει την πτώση θερμοκρασίας για την οποία σχεδιάστηκε:

$$\text{Fom}(\text{VAR}, \text{Qr}_{\text{loss}}) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 2..n \\ \left| \begin{array}{l} \text{We} \leftarrow \text{VAR}_{3n+3+i-1, \text{NINC}+1} \\ \text{Fom}_i \leftarrow \frac{\text{We}}{(\text{Qr}_{\text{loss}_{i-1}} - \text{Qr}_{\text{loss}_i})} \end{array} \right. \\ \text{Fom} \end{array} \right.$$

Υπολογισμός σε κάθε βαθμίδα των απωλειών ενέργειας που οφείλεται σε πτώση πίεσης λόγω των τριβών συνεκτικότητας που αναπτύσσονται:

$$\text{WORKSIM}(P_m, \text{VAR}, \text{Tk}, \text{Tr}, \text{Th}, \text{FREQ}) := \left| \begin{array}{l} f \leftarrow \text{FREQ} \\ \text{for } j \in 1.. \text{NINC} \\ \left| \begin{array}{l} \text{Mk}_j \leftarrow \text{VAR}_{5 \cdot n+8, j} \\ \text{for } i \in 1..n \\ \left| \begin{array}{l} \text{Mr}_{i, j} \leftarrow \text{VAR}_{5 \cdot n+8+i, j} \\ \text{Mh}_{i, j} \leftarrow \text{VAR}_{6 \cdot n+8+i, j} \\ \text{DVe}_{i, j} \leftarrow \text{VAR}_{12 \cdot n+10+i, j} \end{array} \right. \\ \text{for } j \in 1.. \text{NINC} \\ \left| \begin{array}{l} \text{GAK}_j \leftarrow (\text{VAR}_{9n+10, j} + \text{VAR}_{9n+11, j}) \cdot \frac{f}{2} \\ \text{Gk} \leftarrow \frac{\text{GAK}_j}{\text{Ak}} \\ \text{Re}_j \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gk}, \text{Tk}, \text{Dk})_{1, 1} \\ \mu \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gk}, \text{Tk}, \text{Dk})_{1, 2} \\ \text{Fr} \leftarrow \text{SLOTFR}(\text{Dk}, \mu, \text{Re}_j, \text{Fak})_{1, 2} \text{ if } K_{\text{type}} = \text{"S"} \\ \text{Fr} \leftarrow \text{PIEFR}(\text{Dk}, \mu, \text{Re}_j)_{1, 2} \text{ otherwise} \\ \text{DELPk}_j \leftarrow \frac{2 \cdot \text{Fr} \cdot \mu \cdot \text{Vk} \cdot \text{Gk} \cdot \text{Lk}}{\text{Mk}_j \cdot \text{Dk}^2} \end{array} \right. \\ \text{for } i \in 1..n \\ \text{for } j \in 1.. \text{NINC} \\ \left| \begin{array}{l} \text{GAR}_{i, j} \leftarrow (\text{VAR}_{9n+10+i, j} + \text{VAR}_{10n+10+i, j}) \cdot \frac{f}{2} \\ \text{Gr}_i \leftarrow \frac{\text{GAR}_{i, j}}{\text{Ar}_i} \\ \text{Re}_{i, j} \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gr}_i, \text{Tr}_i, \text{Dr}_i)_{1, 1} \\ \mu_{i, j} \leftarrow \text{Reynolds}(\text{Gr}_i, \text{Tr}_i, \text{Dr}_i)_{1, 2} \\ \text{Fr} \leftarrow \text{MATFR}(\text{Re}_{i, j}, \text{PSIr}_i) \\ \text{DELP}_{i, j} \leftarrow \frac{2 \cdot \text{Fr} \cdot \mu_{i, j} \cdot \text{Vr}_i \cdot \text{Gr}_i \cdot \text{Lr}_i}{\text{Mr}_{i, j} \cdot \text{Dk}_i^2} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\mu_{i,j}^{r_i} \cdot (L_{r_i}^i)$$

$$GAh_{i,j} \leftarrow \left(\text{VAR}_{10n+10+i,j} + \text{VAR}_{11n+10+i,j} \right) \cdot \frac{f}{2} \text{ if } i = n$$

$$GAh_{i,j} \leftarrow \left(\text{VAR}_{9n+11+i,j} + \text{VAR}_{10n+10+i,j} + \text{VAR}_{11n+10+i,j} \right) \cdot \frac{f}{2} \text{ otherwise}$$

$$Gh_i \leftarrow \frac{GAh_{i,j}}{Ah_i}$$

$$Re_{i,j} \leftarrow \text{Reynolds}(Gh_i, Th_i, Dh_i)_{1,1}$$

$$\mu_{i,j} \leftarrow \text{Reynolds}(Gh_i, Th_i, Dh_i)_{1,2}$$

$$Fr \leftarrow \text{SLOTFR}(Dh_i, \mu_{i,j}, Re_{i,j}, Fah_i)_{1,2} \text{ if } H_{type_i} = "S"$$

$$Ht_i \leftarrow \text{PIPFR}(Dh_i, \mu_{i,j}, Re_{i,j})_{1,2} \text{ if } H_{type_i} = "T"$$

$$Ht_i \leftarrow \text{CYLFR}(P_{mean}, Dh_i, Re_{i,j}, \mu_{i,j}, Th_i, \text{FREQ})_{1,2} \text{ otherwise}$$

$$DELPh_{i,j} \leftarrow \frac{2 \cdot Fr \cdot \mu_{i,j} \cdot Vh_i \cdot Gh_i \cdot Lh_i}{Mh_{i,j} \cdot (Dh_i)^2}$$

for $i \in 1 .. n$
 $Dwork_i \leftarrow 0$

for $i \in 1 .. n$
for $j \in 1 .. NINC$

$$DP_{i,j} \leftarrow DELPk_j + DELPr_{i,j} + DELPh_{i,j} \text{ if } i = 1$$

$$DP_{i,j} \leftarrow DP_{1,j} + DELPr_{i,j} + DELPh_{i,j} \text{ if } i = 2$$

$$DP_{i,j} \leftarrow DP_{2,j} + DELPr_{i,j} + DELPh_{i,j} \text{ if } i = 3$$

$$DP_{i,j} \leftarrow DP_{3,j} + DELPr_{i,j} + DELPh_{i,j} \text{ if } i = 4$$

$$Dwork_i \leftarrow Dwork_i + \Delta\theta \cdot DP_{i,j} \cdot DVe_{i,j} \cdot 10^{-9}$$

Dwork

 Fomsim-Worksim

Simple Analysis

Λύνει το αδιαβατικό πρόβλημα και στη συνέχεια επανυπολογίζει καλώντας τις συναρτήσεις Hotsim-Kolsim, τις θερμοκρασίες Tk (heat rejector), Tr (regenerators), Th (freezers) του αερίου, οι οποίες πλέον αποτελούν είσοδο στην αδιαβατική ανάλυση. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου οι θερμοκρασίες αυτές συγκλίνουν. Στη συνέχεια, υπολογίζει, καλώντας τις αντίστοιχες συναρτήσεις, την αποδοτικότητα και τις απώλειες των εναλλακτών, τις απώλειες λόγω πτώσης πίεσης και τις απώλειες λόγω μεταφοράς θερμότητας από τις θερμότερες βαθμίδες στις ψυχρότερες καθώς και το figure of merit.

$\sigma := 0.1$

κριτήριο σύγκλισης

$cyc := 0$

$Terr := 5$

$Twk := Tk$

Simple($P_{mean}, Th, FREQ$) :=

$$Tr_1 \leftarrow \frac{Th_1 - Tk}{\ln\left(\frac{Th_1}{Tk}\right)}$$

for $i \in 2..n$

$$Tr_i \leftarrow \frac{Th_i - Th_{i-1}}{\ln\left(\frac{Th_i}{Th_{i-1}}\right)}$$

$Twh \leftarrow Th$

while $Terr > \sigma \wedge cyc < 27$

$$VAR \leftarrow \text{Adiab}(P_{mean}, Tk, Tr, Th)$$
$$Qr_{loss} \leftarrow \text{REGSIM}(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)^{\langle 1 \rangle}$$
$$Tgk \leftarrow \text{KOLSIM}(VAR, Tk, Twk, Qr_{loss}, FREQ)$$
$$Tgh \leftarrow \text{HOTSIM}(P_{mean}, VAR, Th, Twh, Qr_{loss}, FREQ)^{\langle 1 \rangle}$$
$$Terr \leftarrow |Tk - Tgk| + \sum_{i=1}^n |Tgh_i - Th_i|$$

$Tk \leftarrow Tgk$

$Th \leftarrow Tgh$

for $i \in 1..n$

$$Tr_i \leftarrow \begin{cases} \frac{Th_1 - Tk}{\ln\left(\frac{Th_1}{Tk}\right)} & \text{if } i = 1 \\ \frac{Th_i - Th_{i-1}}{\ln\left(\frac{Th_i}{Th_{i-1}}\right)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$cyc \leftarrow cyc + 1$

$$Qr_{loss} \leftarrow \text{REGSIM}(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)^{\langle 1 \rangle}$$
$$\text{Effect} \leftarrow \text{REGSIM}(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)^{\langle 2 \rangle}$$
$$CQwr \leftarrow Ks(Tr, Awr, Lr)^{\langle 1 \rangle}$$

for $i \in 1..n$

$$Qwr_i \leftarrow \begin{cases} CQwr_1 \cdot (Tk - Th_1) & \text{if } i = 1 \\ CQwr_i \cdot (Th_{i-1} - Th_i) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$Fom \leftarrow \text{Fom}(VAR, Qr_{loss})$

```

Dwork ← WORKSIM(Pmean, VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)
temp(1) ← Tk
temp(2) ← Tr
temp(3) ← Th
temp(4) ← Qrloss·FREQ
temp(5) ←  $\frac{Q_{wrl}}{1000}$ 
temp(6) ← Fom
temp(7) ← Dwork·FREQ
temp1,8 ← cyc
temp(9) ← Effect
temp(10) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(3)
temp(11) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(4)
temp(12) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(5)
temp(13) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(6)
temp(14) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(7)
temp(15) ← REGSIM(VAR, Tk, Tr, Th, FREQ)(8)
temp(16) ← HOTSIM(Pmean, VAR, Th, Twh, Qrloss, FREQ)(2)
temp

```

▣ Simple Analysis

▣ n-Stage Results

▣ Parametric

```

Main := Pmean ← 0.62
        FREQ ← 10.667
        Th1 ← 100
        Th2 ← 50
        Th3 ← 15
        for i ∈ 1..6
            S ← Simple(Pmean, Th, FREQ)
            Adiab1 ← Adiab(Pmean, S1,1, S(2), S(3))
            Winputi ← Adiab14n+4, NINC+1 · FREQ -  $\left( \sum_{i=1}^n S_{i,7} \right)$ 
            Qlift3i ← Adiab13n+2, NINC+1 · FREQ - Sn,4 - Sn,5
            Qlift2i ← Adiab13n+1, NINC+1 · FREQ - Sn-1,4 + Sn,4 - Sn-1,5
            Qlift1i ← Adiab13n, NINC+1 · FREQ - Sn-2,4 + Sn-1,4 - Sn-2,5
            Fom2i ← S2,6
            Fom3i ← S3,6
            η1i ← S1,9
            η2i ← S2,9
            η3i ← S3,9
            DPloss1i ← S1,7
            DPloss2i ← S2,7
            DPloss3i ← S3,7
            Tki ← S1,1
            Th1i ← S1,3
            Th2i ← S2,3
            Th3i ← S3,3
            cyci ← S1,8
            kki ← Th3
            Th3 ← Th3 + 5
            temp(1) ← Winput
            temp(2) ← Qlift1
            temp(3) ← Qlift2
            temp(4) ← Qlift3
            temp(5) ← Fom2
            temp(6) ← Fom3
            temp(7) ← η1
            temp(8) ← n?

```

```
temp <9> ← η3  
temp <10> ← DPloss1  
temp <11> ← DPloss2  
temp <12> ← DPloss3  
temp <13> ← Tk  
temp <14> ← Th1  
temp <15> ← Th2  
temp <16> ← Th3  
temp <17> ← kk  
temp <18> ← cyc  
temp
```

Parametric
