



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Ρευστών  
Εργαστήριο Αεροδυναμικής

Διπλωματική Εργασία

Βελτιστοποίηση σχεδιασμού υπεραντωτικών  
διατάξεων και μεταπτερυγίων καμπυλότητας για  
εφαρμογή σε μηχανική μορφοποίηση της ακμής  
πρόσπτωσης και ακμής εκφυγής αεροπορικής  
πτέρυγας

Χαράλαμπος Θεμιστοκλέους

Επιβλέπων: Β. Ριζιώτης, Επίκουρος Καθηγητής  
Συνεπιβλέπων: Ι. Προσπαθόπουλος, Δρ., Ε.ΔΙ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2019



# Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα επίκουρο καθηγητή, κ. Βασίλειο Ριζιώτη, που συνέβαλε στην αντιμετώπιση των προβλημάτων και μου έδωσε σημαντικές συμβουλές ώστε να εκπονηθεί η παρούσα διπλωματική εργασία.

Ιδιαίτερος, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον συνεπιβλέποντα Δρ. Ε.ΔΙ.Π., κ. Ιωάννη Προσπαθόπουλο για την συνεχή καθοδήγηση, επίβλεψη και επιστημονική βοήθεια που μου προσέφερε. Του είμαι ευγνώμων για τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσε για την αντιμετώπιση των δυσκολιών και την περάτωση της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, να ευχαριστήσω τους φίλους και τους συμφοιτητές μου που ήταν εκεί όποτε χρειαζόμουν ένα διάλειμμα, καθώς και την οικογένειά μου για όλη την υποστήριξη κατά την διάρκεια των σπουδών μου.



# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1	Τεχνολογικό Πρόβλημα . . . . .	1
1.2	Μηχανισμοί Υψηλής Άνωσης . . . . .	1
1.2.1	Υπεραντωτικές Διατάξεις . . . . .	2
1.2.2	Διατάξεις Κεκλιμένης Ακμής Πρόσπτωσης - Droop Nose . . . . .	3
1.2.3	Μεταπτερύγια Καμπυλότητας . . . . .	4
1.3	Βιβλιογραφική Επισκόπηση . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Διαδικασία Βελτιστοποίησης</b>	<b>10</b>
2.1	Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης . . . . .	11
2.1.1	Γενετικός Αλγόριθμος (Genetic Algorithm, GA) . . . . .	12
2.1.2	Particle Swarm Optimization (PSO) . . . . .	13
2.1.3	Εξελικτικές Στρατηγικές (Evolution Strategies, ES) . . . . .	14
2.2	Μέθοδοι Υπολογισμού του Πεδίου Ροής . . . . .	16
2.2.1	Foil2w . . . . .	16
2.2.2	MaPFlow . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Αποτελέσματα</b>	<b>30</b>
3.1	Επιλογή Παραμέτρων και Περιορισμών . . . . .	31
3.1.1	Μεταβλητές Σχεδιασμού . . . . .	31
3.1.2	Παράμετροι Αλγόριθμων . . . . .	37
3.1.3	Περιορισμοί . . . . .	38
3.2	Παρουσίαση Αποτελεσμάτων . . . . .	38
3.3	Πιστοποίηση Αποτελεσμάτων μέσω Κώδικα Υψηλής Αξιοπιστίας . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Συμπεράσματα</b>	<b>60</b>
4.1	Αποτίμηση . . . . .	60
4.2	Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα . . . . .	60
	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>62</b>



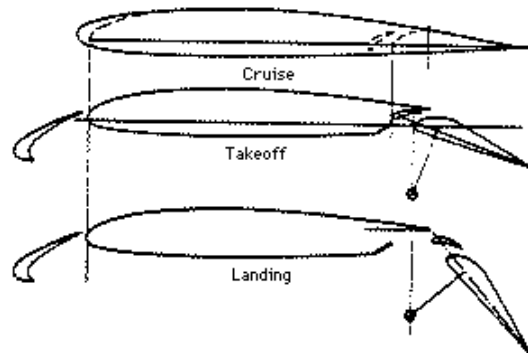
# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Τεχνολογικό Πρόβλημα

Η πτητική ικανότητα των αεροσκαφών οφείλεται στην παραγωγή αεροδυναμικής άνωσης κατά την ροή του αέρα γύρω από τις πτέρυγες. Στη σχεδίαση των πτερύγων επιδιώκεται η μέγιστη δυνατή αεροδυναμική απόδοση κατά την πλεύση, η οποία καταναλώνει το μεγαλύτερο μέρος του χρόνου πτήσης. Ωστόσο, κατά τις διαδικασίες της απογείωσης και της προσγείωσης, όπου επικρατούν πολύ χαμηλότερες ταχύτητες, οι τιμές τόσο της άνωσης όσο και της οπισθέλκουσας μειώνονται σημαντικά.

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό εγκαταστάθηκαν στις πτέρυγες πρόσθετα μέρη, τα οποία έχουν την δυνατότητα να ανασύρονται και να αποσύρονται, ανάλογα με τις απαιτήσεις της φάσης πτήσης, και ονομάζονται μηχανισμοί υψηλής άνωσης (high-lift devices). Όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.1, κατά την απογείωση τα κινητά ακροπτερύγια παίρνουν ελαφρά κλίση προς τα κάτω, αφού επιδιώκεται αύξηση της άνωσης, ενώ στην προσγείωση το ακροπτερύγιο της ακμής εκφυγής παίρνει ακόμα μεγαλύτερη κλίση, μιας και απαιτείται αύξηση τόσο της άνωσης όσο και της αντίστασης.



Σχήμα 1.1: Μηχανισμοί υψηλής άνωσης

Στις πρώτες γενιές εμπορικών αεροσκαφών η χρήση τέτοιων διατάξεων δεν ήταν αναγκαία γιατί οι απαιτούμενες αεροδυναμικές δυνάμεις ήταν σχετικά μικρές. Ωστόσο, η εφαρμογή τους έδινε τη δυνατότητα καλύτερου ελέγχου του αεροσκάφους. Στα σύγχρονα όμως αεροσκάφη, οι απαιτούμενες δυνάμεις είναι πολύ μεγαλύτερες γεγονός που καθιστά επιτακτική τη χρήση μηχανισμών υψηλής άνωσης κατά τις διαδικασίες απογείωσης/προσγείωσης.

### 1.2 Μηχανισμοί Υψηλής Άνωσης

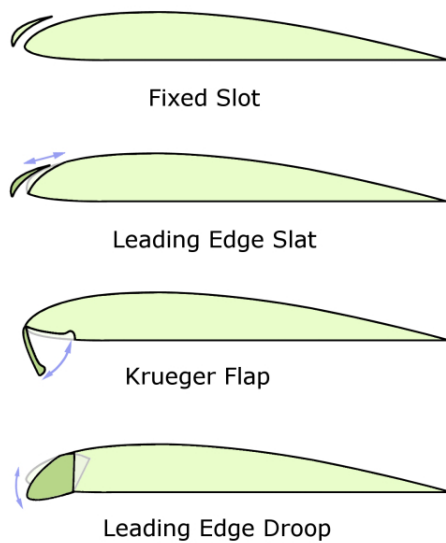
Μία διάταξη υψηλής άνωσης είναι ένα εξάρτημα ή ένας μηχανισμός που αυξάνει την επιφάνεια της πτέρυγας του αεροπλάνου, άρα και την δύναμη άνωσης που παράγει. Μπορεί να είναι σταθερό εξάρτημα ή κινητός μηχανισμός ή συνδυασμός τους. Η πιο συχνή κατηγοριοποίηση τους γίνεται βάσει του αν εφαρμόζονται στην ακμή προσβολής ή εκφυγής της αεροτομής. Έχουμε λοιπόν τις υπεραντωτικές διατάξεις

που τοποθετούνται στην ακμή προσβολής και τα μεταπτερύγια καμπυλότητας, που συναντώνται στην ακμή εκφυγής.

### 1.2.1 Υπεραντωτικές Διατάξεις

Οι υπεραντωτικές διατάξεις είναι αεροδυναμικές επιφάνειες που εφαρμόζονται στην ακμή πρόσπτωσης της πτέρυγας του αεροσκάφους. Η χορδή τους είναι ένα μικρό ποσοστό της συνολικής χορδής του φτερού, και επιτρέπουν τη λειτουργία σε μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης, καθυστερώντας την αποκόλληση της ροής. Έτσι, επιτυγχάνεται μεγαλύτερος συντελεστής άνωσης, επιτρέποντας στο αεροπλάνο να πετά με χαμηλότερες ταχύτητες και να απογειώνεται/προσγειώνεται σε μικρότερες αποστάσεις, ενώ επιπρόσθετα βελτιώνει την πλευρική σταθερότητα και τον έλεγχο του αεροπλάνου. Οι πιο πιθανοί μηχανισμοί υψηλής άνωσης για εφαρμογή στην ακμή προσβολής αεροτομής περιλαμβάνουν:

- Αρθρωτή ακμή εκφυγής (Hinged leading edge)
- Ακμή εκφυγής μεταβλητής κυρτότητας (Variable-camber (VC) leading edge)
- Σταθερή σχισμή (fixed slot)
- Απλό μεταπτερύγιο καμπυλότητας Krueger (Simple Krueger flap)
- Αναδιπλούμενο μεταπτερύγιο καμπυλότητας Krueger (Folding, bull-nose Krueger flap)
- Μεταπτερύγιο καμπυλότητας μεταβλητής κυρτότητας Krueger (VC Krueger flap)
- Υπεραντωτική διάταξη δύο θέσεων (two-position slat, Handley Page)
- Υπεραντωτική διάταξη τριών θέσεων (three-position slat)



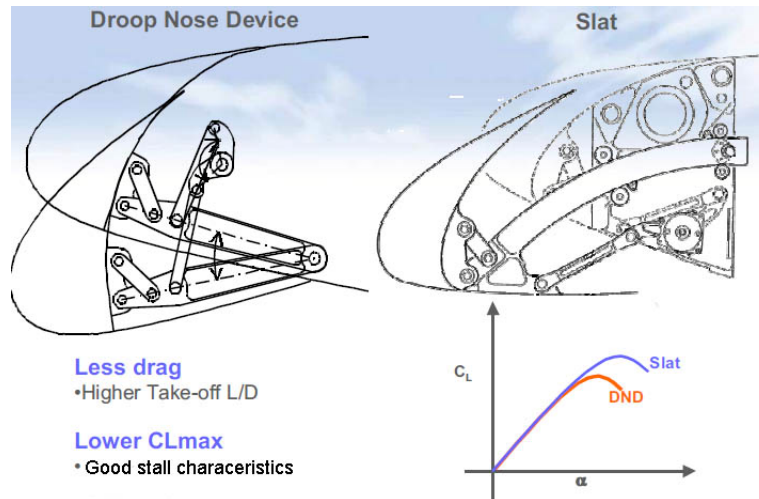
Σχήμα 1.2: Διάφορα είδη υπεραντωτικών διατάξεων

Οι πιο διαδεδομένοι τύποι υπεραντωτικών διατάξεων είναι η σταθερή σχισμή και η υπεραντωτική διάταξη τριών θέσεων. Η σταθερή σχισμή είναι διάταξη που βρίσκεται μονίμως σε έκταση και έχει χρησιμοποιηθεί επιτυχώς σε αεροσκάφη μικρής εμβέλειας που πετούν με χαμηλές ταχύτητες. Ωστόσο, η αύξηση που προκαλεί στον συντελεστή αντίστασης την έχει καταστήσει απαγορευτική για υψηλής απόδοσης αεροπλάνα. Η υπεραντωτική διάταξη τριών θέσεων είναι η συνηθέστερη συσκευή υψηλής άνωσης για την ακμή πρόσπτωσης αεροτομής. Πρόκειται για κινητό μηχανισμό που χρησιμοποιείται κατά κόρον στα σύγχρονα αεροσκάφη λόγω των πολλών διαφορετικών θέσεων στις οποίες μπορεί να εφαρμοστεί. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να καλύπτει μεγάλο εύρος γωνιών, γεγονός που την καθιστά τη δημοφιλέστερη υπεραντωτική διάταξη.



## 1.2.2 Διατάξεις Κεκλιμένης Ακμής Πρόσπτωσης - Droop Nose

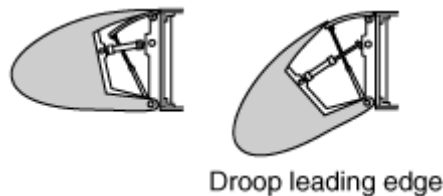
Ένας εναλλακτικός μηχανισμός υψηλής άνωσης είναι η διάταξη κεκλιμένης ακμής πρόσπτωσης (droop nose). Σε αυτή τη διάταξη η ακμή πρόσπτωσης στρέφεται αυτούσια προς τα κάτω, με τη βοήθεια ειδικού μηχανισμού ή με παραμόρφωση, χωρίς αποσπώμενο τμήμα να προεκτείνεται μπροστά από την πτέρυγα. Επιπλέον, μπορεί η αύξηση που επιτυγχάνεται στον μέγιστο συντελεστή άνωσης να μην είναι μεγαλύτερη από αυτή των slats (σχήμα 1.3, διάγραμμα συντελεστή άνωσης-γωνίας πρόσπτωσης), παρόλα αυτά έχει υψηλό αεροδυναμικό βαθμό απόδοσης και καλή συμπεριφορά σε συνθήκες απώλειας στήριξης (stall).



Σχήμα 1.3: Διαφορές droop nose - slat

Ο μηχανισμός αυτός δίνει την δυνατότητα στην αεροτομή να λειτουργεί σε μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης, αφού το σημείο ανακοπής εμφανίζεται ακριβώς στην ακμή προσβολής λόγω της κλίσης της 'μύτης' προς τα κάτω. Συνέπεια αυτού είναι η καθυστέρηση της αποκόλλησης της ροής, άρα και η αύξηση του μέγιστου συντελεστή άνωσης. Το βασικό πλεονέκτημα, όμως, του droop nose είναι η αποφυγή των διαταραχών της ροής που προκαλούνται από τη σχισμή που υπάρχει στις υπόλοιπες υπερανωτικές διατάξεις, και αποτελούν σημαντική πηγή θορύβου κατά την απογείωση και την προσγείωση.

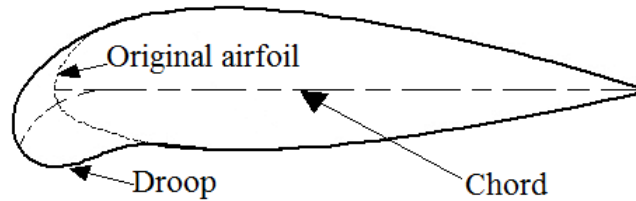
Η εφαρμογή του droop nose στην πτέρυγα του αεροσκάφους μπορεί να γίνει είτε μέσω ειδικού μηχανισμού, είτε με χρήση παραμορφώσιμου υλικού. Ο μηχανισμός βρίσκεται εσωτερικά της αεροτομής, όπως μπορεί να φανεί και από το σχήμα 1.4. Δεν είναι προτιμητέος, διότι αφενώς αυξάνει το βάρος της πτέρυγας, κάτι που πάντα αποφεύγεται σε αεροπορικές εφαρμογές, και αφετέρου δεν είναι απόλυτα ασφαλής, αφού πάντα υπάρχει μια πιθανότητα αστοχίας ενός επιμέρους εξαρτήματος σε μια πολύπλοκη κατασκευή όπως αυτή. Επιπλέον, σε αυτή την περίπτωση, δεν έχουμε παραμόρφωση της ακμής πρόσπτωσης, αλλά μόνο στροφή της προς τα κάτω.



Σχήμα 1.4: Droop nose με μηχανισμό

Από την άλλη, τα παραμορφώσιμα υλικά έχουν την δυνατότητα να μεταβάλλουν την γεωμετρία της αεροτομής, αλλάζοντας έτσι το σχήμα της ακμής προσβολής της. Αυτό συνεπάγεται αύξηση του μήκους και της κυρτότητάς της, παραμένοντας ωστόσο ενιαίο σώμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.5. Επίσης, τα «έξυπνα» υλικά μπορούν να εφαρμοστούν στην διάταξη του droop nose. Με τον όρο «έξυπνο» υλικό αναφερόμαστε σε υλικό που δύναται να μεταβάλλει μία ή περισσότερες από τις ιδιότητές του, λόγω αλλαγών των εξωτερικών

παραγόντων, όπως πχ η πίεση, η πυκνότητα, η ταχύτητα του αέρα. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό ότι τέτοιου είδους υλικά μπορούν να αξιοποιηθούν πλήρως σε μηχανισμούς droop nose, μεταβάλλοντας ομαλά το σχήμα της αεροτομής χωρίς παρεμβάσεις από πρόσθετα μέρη, πετυχαίνοντας έτσι καλύτερη αεροδυναμική απόδοση.



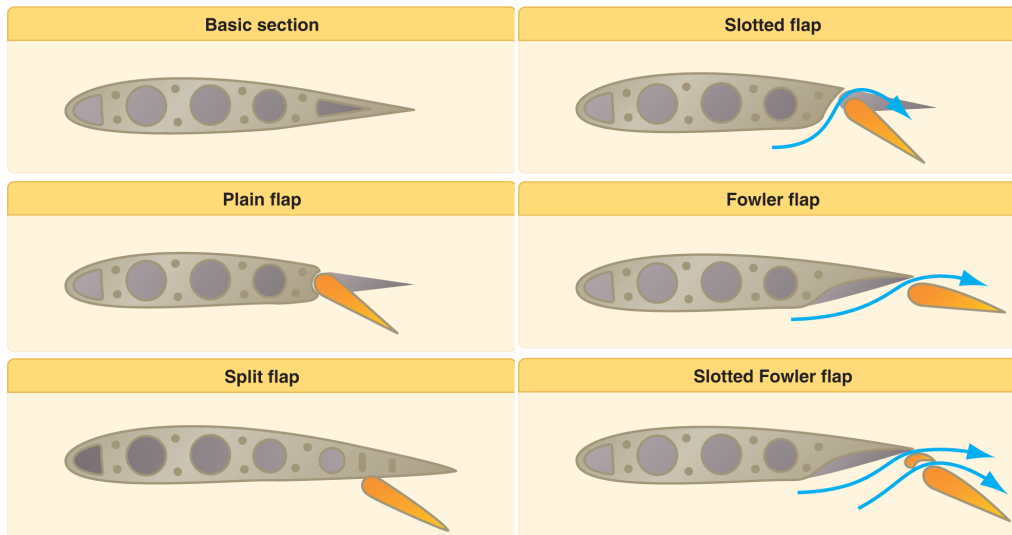
Σχήμα 1.5: Droop nose με παραμόρφωση

Ένα είδος droop nose χρησιμοποιήθηκε παλαιότερα στο Hawker Siddeley Trident, ένα βρετανικό αεροσκάφος μικρής εμβέλειας καθώς και σε κάποια στρατιωτικά αεροσκάφη. Μια πρόσφατη εφαρμογή του συναντάται στο Airbus A380, όπου οι σχεδιαστές του ανακάλυψαν ότι υπήρχε προγενέστερη αποκόλληση της ροής στο κομμάτι της πτέρυγας μεταξύ των κινητήρων του, σε σχέση με το αντίστοιχο κομμάτι μεταξύ κινητήρα και ατράκτου. Για να ξεπεράσουν αυτό το πρόβλημα, σχεδίασαν ένα αρκετά καινοτόμο μηχανισμό κεκλιμένης ακμής πρόσπτωσης, ενώ άλλαξαν και τα σχέδια της κύριας πτέρυγας, προκειμένου να μπορεί να ενσωματωθεί σε αυτή [1].

### 1.2.3 Μεταπτερύγια Καμπυλότητας

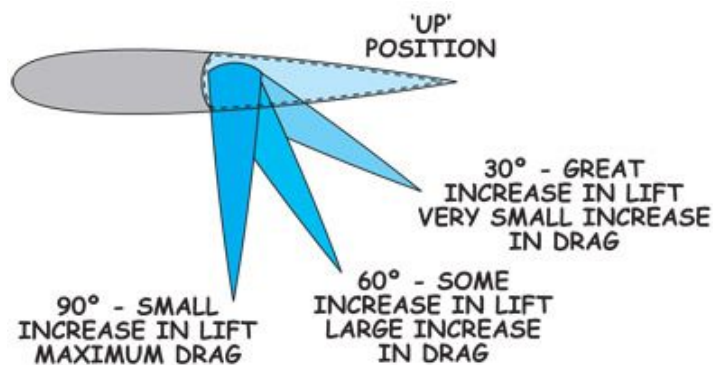
Τα μεταπτερύγια καμπυλότητας (flaps) αποτελούν διατάξεις υψηλής άνωσης που εφαρμόζονται στην ακμή εκφυγής της πτέρυγας του αεροσκάφους προκειμένου να παράξουν μεγαλύτερη άνωση, αυξάνοντας την καμπυλότητα του φτερού. Επίσης, ανάλογα με την θέση τους, προκαλούν αύξηση στην δύναμη αντίστασης, για αυτό και αποσσύρονται όταν δεν χρειάζονται. Χρησιμοποιούνται σχεδόν σε όλες τις φάσεις πτήσης, γεγονός που αποδεικνύει τον ζωτικό ρόλο που παίζουν στα σύγχρονα αεροσκάφη. Υπάρχουν πολλά είδη μεταπτερυγίων καμπυλότητας, τα οποία αναφέρονται επιγραμματικά, δεν λειτουργούν όμως με τον ίδιο τρόπο. Τα πιο συνηθισμένα διακρίνονται στο σχήμα 1.6.

- Χωρισμένο μεταπτερύγιο (Split flap)
- Απλό μεταπτερύγιο (Plain flap)
- Απλό μεταπτερύγιο με σχισμή (Simple slotted flap)
- Μεταπτερύγιο με μονή σχισμή τύπου Fowler (Single-slotted Fowler flap)
- Σταθερό μεταπτερύγιο με διπλή σχισμή (Fixed vane/main double-slotted flap)
- Αρθρωτό μεταπτερύγιο με διπλή σχισμή (Articulating vane/main double-slotted flap)
- Μεταπτερύγιο με διπλή σχισμή (Main/aft double-slotted flap)
- Μεταπτερύγιο με τριπλή σχισμή (Triple-slotted flap)



**Σχήμα 1.6:** Διάφορα είδη μεταπτερυγίων καμπυλότητας

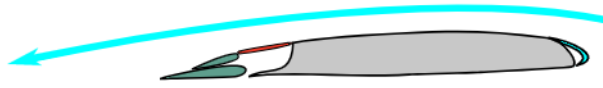
Τα αποτελέσματα που προκύπτουν ανάλογα με την θέση που τοποθετούνται φαίνονται στο σχήμα 1.7. Συγκεκριμένα, όταν κατεβαίνουν πάνω από 10-15 μοίρες αυξάνουν σημαντικά την άνωση της αεροτομής, ενώ αν περάσουν το όριο των 20-25 μοιρών λειτουργούν ως αερόφρενα, λόγω της μεγάλης οπισθέλκουσας που παράγουν [2]. Αυτός είναι και ο λόγος που χρησιμοποιούνται σχεδόν σε κάθε διαφορετική κατάσταση εν ώρα πτήσης.



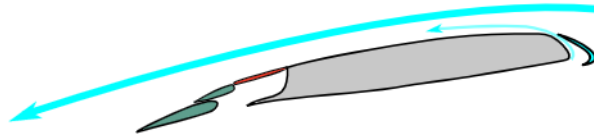
**Σχήμα 1.7:** Θέσεις και επιπτώσεις

Από τα παραπάνω γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η χρήση των μεταπτερυγίων καμπυλότητας έχει συμβάλει στην βελτίωση της αποδοτικότητας της πτήσης και κυριώτερα των φάσεων απογείωσης, ανόδου, προσέγγισης και προσγείωσης. Η καλύτερη ρύθμιση και η πορεία της ροής στις διάφορες φάσεις πτήσης φαίνεται στο σχήμα 1.8.

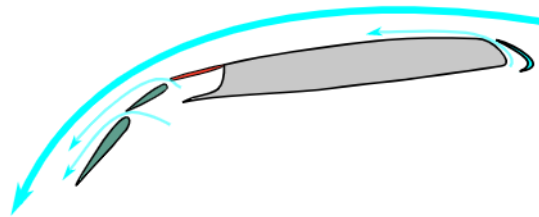
Best efficiency – for climbing, cruising, descent



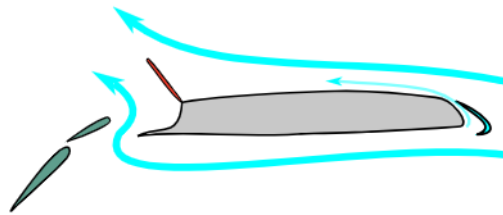
Increased wing area – for take-off and initial climb



Maximum lift and high drag – approach to landing



Maximum drag and reduced lift – for braking on runway



Σχήμα 1.8: Βέλτιστη ρύθμιση για κάθε φάση πτήσης

### 1.3 Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Το 1941 οι Clarence L. Gillis και John W. McKee [3] μελέτησαν σε αεροσήραγγα την αεροτομή 23012 της NACA με διατάξεις υψηλής άνωσης στην ακμή πρόσπτωσης (leading-edge slat) και στην ακμή εκφυγής της (slotted και split flap). Σκοπός της μελέτης ήταν να βρεθεί το βέλτιστο μήκος κενού για την υπεραντωτική διάταξη και η αεροδυναμική συμπεριφορά της πτέρυγας για διάφορες θέσεις εκτροπής των δύο τύπων μεταπτερυγίου καμπυλότητας. Για να συμβεί αυτό, διεξήχθησαν διάφορα πειράματα με υπεραντωτική διάταξη χωρίς μεταπτερύγιο καμπυλότητας, αλλά και με τον συνδυασμό των δύο. Αποδείχθηκε ότι υπήρχε αύξηση στον μέγιστο συντελεστή άνωσης και στην γωνία πρόσπτωσης, με την τιμή να ποικίλει ανάλογα με τον συνδυασμό των μηχανισμών και τις θέσεις εκτροπής τους, ενώ βρέθηκε η τιμή του βέλτιστου μήκους κενού που δίνει μέγιστο συντελεστή άνωσης στις περισσότερες διαφορετικές θέσεις των μεταπτερυγίων καμπυλότητας. Το 1954 ο John A. Axelson με τον George L. Stevens [4] διερεύνησαν την αεροδυναμική συμπεριφορά της αεροτομής NACA 64A010 με χρήση υπεραντωτικής διάταξης σε ένα ευρύ πεδίο αριθμών Mach και Reynolds. Αναλυτικότερα, χρησιμοποιήθηκαν δύο τύποι υπεραντωτικής διάταξης: ο πρώτος την περιελάμβανε προεκτεινόμενη εμπρός και πάνω στην ευθεία της χορδής, ενώ ο δεύτερος εμπρός και κάτω από αυτήν, σε μια προσπάθεια να βρεθεί η βέλτιστη θέση της και να αναλυθούν τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά που προσδίδονται στην πτέρυγα. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι σε χαμηλούς αριθμούς Mach, η προεκτεινόμενη διάταξη κάτω από την ευθεία της χορδής έδινε καλύτερη αεροδυναμική απόδοση και υψηλό συντελεστή άνωσης, σε αντίθεση με τους υψηλότερους αριθμούς Mach, όπου η αύξηση της οπισθέλκουσας ήταν σημαντική, οπότε σε αυτές τις συνθήκες τα καλύτερα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά λήφθηκαν από

την υπεραντωτική διάταξη προεκτεινόμενη πάνω στην ευθεία της χορδής. Από τότε μέχρι και τις αρχές του 1990 διεξήχθησαν πολλές έρευνες με στόχο την εύρεση των βέλτιστων θέσεων για κάθε διαφορετικό τύπο υπεραντωτικής διάταξης και μεταπτερυγίου καμπυλότητας. Οι έρευνες περιελάμβαναν πολλά διαφορετικά πειράματα με αεροτομές που είχαν είτε την μία είτε την άλλη συσκευή υψηλής άνωσης, είτε και τις δύο μαζί. Επιπλέον, αναλύθηκε η αεροδυναμική τους επίδραση σε διαφορετικές καταστάσεις πτήσης, ταχύτητες, και υψόμετρα. Το 1996 ο Peter K. C. Rudolph [5] έκανε μια εκτενή μελέτη πάνω στους μηχανισμούς υψηλής άνωσης που χρησιμοποιούνταν από τα περισσότερο δημοφιλή αεροσκάφη που πετούσαν τότε. Ασχολήθηκε με όλα τα είδη των διατάξεων, από πολύ απλές μέχρι αρκετά πολύπλοκες, αναλύοντας την λειτουργία τους. Συμπέρανε πως η ανάπτυξη των μηχανισμών αυτών δεν έχει φτάσει ακόμα στο τέλος της και ότι υπάρχουν πολλά περιθώρια βελτίωσής τους σε ότι αφορά το βάρος, τα κόστη και την αεροδυναμική συμπεριφορά τους. Επίσης, θεώρησε πως η εξέλιξή τους θα πρέπει να κατευθυνθεί προς τη μείωση της πολυπλοκότητας και την αύξηση της αξιοπιστίας. Το 2009 αναπτύχθηκε η ιδέα μιας «έξυπνης» υπεραντωτικής διάταξης χωρίς σχισμή, ως εναλλακτική της συμβατικής κεκλιμένης ακμής πρόσπτωσης (droop nose) που χρησιμοποιείται στο αεροσκάφος A380 [6]. Στόχος ήταν η μείωση των γεωμετρικών περιορισμών που επιβάλλονται από διακριτούς συνδέσμους και στοιχεία. Η προσέγγιση κάνει χρήση εύκαμπτων φύλλων στην άνω και κάτω επιφάνεια της διάταξης ώστε να δημιουργήσει μια συνεχή κατανομή καμπυλότητας κατά μήκος της χορδής της. Το βασικό συμπέρασμα ήταν ότι μια δομή σαν αυτή είναι εφικτή και υπογράμμισαν την ανάγκη για ανάπτυξη υλικών με βελτιωμένη αντοχή σε εφαρμογές μορφοποίησης. Το 2013 οι M. Burnazzi και R. Radespiel [7] εκτίμησαν τη προοπτική ανάπτυξης των διατάξεων κεκλιμένης ακμής προσβολής χωρίς σχισμή (gap-less droop nose), ενώ πραγματοποίησαν και συγκρίσεις με τυπική υπεραντωτική διάταξη. Οι προσομοιώσεις έδειξαν ορισμένα πλεονεκτήματα των πρώτων, ωστόσο θα πρέπει να επανεκτιμηθούν και να επαληθευτούν με πειραματικά αποτελέσματα. Παρόμοια έρευνα έγινε το 2015, όταν οι Wenhui Wang, Peiqing Liu, Yun Tian και Qiulin Qu [8] χρησιμοποίησαν έναν εμπορικό κώδικα προκειμένου να μελετήσουν την βρετανική αεροτομή NHLP 2-D L1T2 με εφαρμογή δύο διαφορετικών διατάξεων στην ακμή προσβολής της και με μεταπτερύγιο καμπυλότητας τύπου fowler στην ακμή εκφυγής της. Η πρώτη περίπτωση ήταν μία διάταξη κεκλιμένης ακμής πρόσπτωσης, ενιαίας με το κυρίως σώμα της (άρα αεροτομή δύο στοιχείων, two-element airfoil), ενώ η δεύτερη περίπτωση μία τυπικά αποσπώμενη υπεραντωτική διάταξη, (άρα αεροτομή τριών στοιχείων, three-element airfoil). Η αριθμητική διερεύνηση έδειξε, μεταξύ άλλων, ότι με χρήση της υπεραντωτικής διάταξης η αεροτομή έδινε μεγαλύτερο συντελεστή άνωσης, ωστόσο με τον μηχανισμό κεκλιμένης ακμής προσβολής υπήρχε καλύτερη αεροδυναμική απόδοση. Τέλος, το 2016 συστήθηκε από τους Weishuang LU, Yun TIAN και Peiqing LIU [9] ένα εύκαμπτο μεταβλητό μεταπτερύγιο καμπυλότητας και ο μηχανισμός του, ο οποίος είναι ικανός να αλλάζει ομαλά το σχήμα του. Με πιο απλά λόγια, μία διάταξη κεκλιμένης ακμής πρόσπτωσης εφαρμοζόμενη στην αποσπώμενη ακμή εκφυγής ενός μεταπτερυγίου καμπυλότητας. Τα αριθμητικά αποτελέσματα έδειξαν αύξηση του συντελεστή άνωσης και της αεροδυναμικής απόδοσης στην απογείωση, την προσγείωση και την πλεύση, σε σχέση με την εφαρμογή ενός παραδοσιακού μεταπτερυγίου καμπυλότητας.

Όπως μπορεί να γίνει αντιληπτό, οι μηχανισμοί υψηλής άνωσης αποτελούν αντικείμενο μελέτης εδώ και αρκετές δεκαετίες. Η ανάπτυξή τους συνεχίζει να απασχολεί πολλούς επιστήμονες, αφού έχει αποδειχθεί ότι υπάρχουν περιθώρια για περαιτέρω βελτίωσή τους. Η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας και της επιστήμης σε συνδυασμό με την ανάπτυξη των λεγόμενων «έξυπνων» υλικών μπορεί να συμβάλει σε αυτήν την κατεύθυνση, ούτως ώστε να έχουμε τη δυνατότητα να κατασκευάσουμε παραμορφώσιμες διατάξεις (deformable), που θα αντικαταστήσουν τις καθιερωμένες που χρησιμοποιούν αρθρώσεις (articulated), οι οποίες είναι πιο επιρρεπείς σε μηχανικές αστοχίες. Το πιο σημαντικό πλεονέκτημα, ωστόσο, που θα επιτευχθεί, είναι η κατακόρυφη μείωση του υψίσυχνου θορύβου, που προκαλείται από τις σχισμές που υπάρχουν στις συνηθισμένες διατάξεις υψηλής άνωσης.

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας διερευνάται η αύξηση του συντελεστή άνωσης μιας πτέρυγας μέσω μορφοποίησης της ακμής πρόσπτωσης και της ακμής εκφυγής της. Η μέθοδος που ακολουθείται βασίζεται σε μεταβολή της γεωμετρίας της ίδιας της αεροτομής, χάρη στις ιδιότητες των «έξυπνων» υλικών, που μπορούν να μεταβάλλουν το μήκος, τον όγκο και την πυκνοτήτά τους ανάλογα με τις εξωτερικές συνθήκες. Ως αρχική αεροτομή επιλέχθηκε η NACA 64A010 που είναι συνήθης επιλογή αεροπορικών εφαρμογών. Η αρχική γεωμετρία παραμορφώνεται στην ακμή πρόσβολής της και στην ακμή εκφυγής της μέσω γενικευμένων καμπυλών παρεμβολής Bezier (B-spline), οι οποίες προκύπτουν από διαφορετικούς συνδυασμούς σημείων ελέγχου. Έτσι, παράγονται πολλές διαφορετικές τροποποιημένες αεροτομές, για τις οποίες επιλύονται οι εξισώσεις του πεδίου ροής με τη βοήθεια ενός κώδικα συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης χαμηλού υπολογιστικού κόστους. Από αυτές αποθηκεύονται όσες πληρούν το κριτήριο της μεγιστοποίησης του συντελεστή άνωσης της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Οι τελικές γεωμετρίες που επιλέγονται αναλύονται περαιτέρω και με έναν κώδικα υψηλής αξιοπιστίας που επιλύει τις πλήρεις εξισώσεις Navier-Stokes για συμπιεστό πεδίο ροής ώστε να επιβεβαιωθεί το αεροδυναμικό όφελος και να είναι δυνατή η καλύτερη φυσική ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Στο κεφάλαιο 2 περιγράφονται οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν για την βελτιστοποίηση της αεροτομής και την επίλυση των εξισώσεων του πεδίου ροής. Στο κεφάλαιο 3 γίνεται η εφαρμογή των μεθοδολογιών αυτών, η παρουσίαση και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων που προέκυψαν, και τέλος στο κεφάλαιο 4 καταγράφονται τα συμπεράσματα και οι προτάσεις για μελλοντική έρευνα.



## Κεφάλαιο 2

# Διαδικασία Βελτιστοποίησης

Για να οριστεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης απαιτείται ο καθορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης (objective function), των μεταβλητών σχεδιασμού (design variables), ενώ θα τεθούν και κατάλληλοι περιορισμοί προκειμένου να εξοικονομήσουμε υπολογιστικό χρόνο και να διασφαλίσουμε ότι η διαδικασία θα οδηγήσει σε μία φυσικά αποδεκτή λύση. Ο στόχος του προβλήματος είναι η μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή του μέγιστου συντελεστή άνωσης  $C_{Lmax}$  που εμφανίζει μια πτέρυγα σε δεδομένες συνθήκες επί άπειρου ροής. Αφετηρία για την εύρεση της βέλτιστης λύσης αποτελεί μία υπάρχουσα αεροτομή με δεδομένη γεωμετρία, η οποία μορφοποιείται στην ακμή πρόσπτωσης και στην ακμή εκφυγής της ώστε να επιτευχθεί το ζητούμενο αποτέλεσμα. Τα μέρη που υφίστανται παραμόρφωση είναι το 25% της ολικής αεροτομής, μετρούμενο από την αρχή της (ακμή προσβολής), και το 20% της ολικής αεροτομής, μετρούμενο από το τέλος της (ακμή εκφυγής). Οι γεωμετρικές των μορφοποιημένων τμημάτων της πτέρυγας σχηματίζονται από τμηματικά συνεχή πολυώνυμα (B-spline) μέσω κατάλληλων σημείων ελέγχου (control points), τα οποία αποτελούν τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος.

Η βασική ιδέα της διαδικασίας βελτιστοποίησης και η σειρά με την οποία υλοποιήθηκε φαίνεται στο διάγραμμα ροής του σχήματος 2.1. Αναλυτικότερα, τυχαίοι συνδυασμοί των σημείων ελέγχου παράγουν πολλές διαφορετικές καμπύλες παρεμβολής B-spline για την ακμή προσβολής και την ακμή εκφυγής της αεροτομής. Ως αποτέλεσμα, δημιουργείται ένας αρχικός πληθυσμός υποψήφιων λύσεων (γεωμετριών), οι οποίες αξιολογούνται με τη χρήση ενός γρήγορου υπολογιστικού εργαλείου, του κώδικα συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης *Foil2w*. Για κάθε αεροτομή που ελέγχεται, ο κώδικας δημιουργεί το πολικό της διάγραμμα ( $C_L - AoA$ ) και έπειτα αποθηκεύει τις μεταβλητές σχεδιασμού και την γεωμετρία της, εφόσον το  $C_{Lmax}$  είναι μεγαλύτερο από το  $C_{Lmax}$  της προηγούμενης αεροτομής (ως αρχικό  $C_{Lmax}$  ορίζεται αυτό της αρχικής αεροτομής). Έπειτα, με βάση τις καλύτερες λύσεις του προηγούμενου πληθυσμού παράγεται νέος, μέσω καινούριων συνδυασμών των σημείων ελέγχου και ακολουθείται ξανά η ίδια διαδικασία.

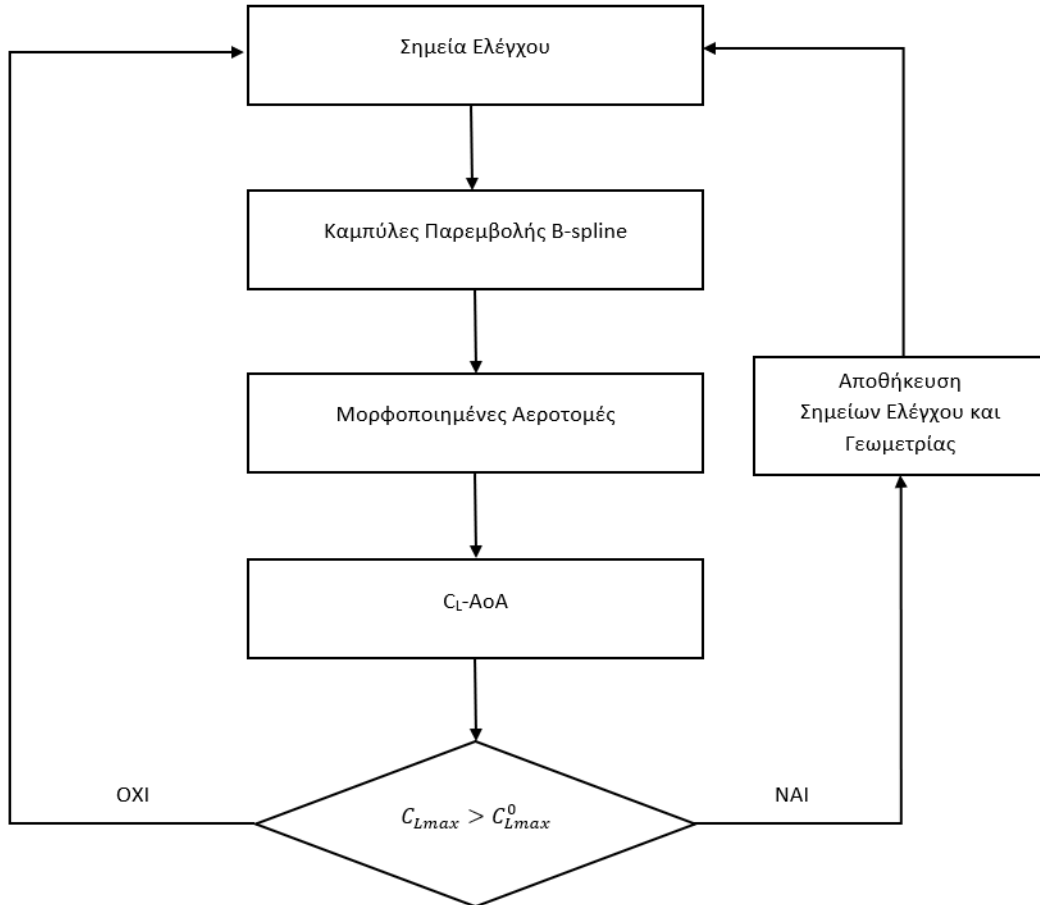
Για τις αεροτομές που τελικά επιλέγονται, η προσομοίωση του πεδίου ροής και ο υπολογισμός των πολικών  $C_L - AoA$  πραγματοποιούνται εκ νέου, με έναν εξελιγμένο επιλυτή των πλήρων συμπιεστών εξισώσεων Navier-Stokes, τον κώδικα *MaPFlow*. Για να πραγματοποιηθεί η διαδικασία της βελτιστοποίησης χρησιμοποιήθηκε κατάλληλος κώδικας γραμμένος σε γλώσσα Python (Optimizer).

Για τη δημιουργία ομαλής γεωμετρίας χωρίς αφύσικες μεταβολές επιβάλλονται ορισμένοι περιορισμοί/έλεγχοι:

- Έλεγχοι που διασφαλίζουν ομαλή γεωμετρία στα μορφοποιημένα τμήματα. Εξατάζεται αν αλλάζει το πρόσημο της πρώτης παραγώγου και αν η μέγιστη καμπυλότητα υπερβαίνει ένα όριο στην περιοχή κοντά στην ακμή προσβολής όπου η μορφοποίηση είναι μεγαλύτερη.
- Έλεγχοι που καθορίζουν τους βαθμούς ελευθερίας της μετακίνησης των σημείων ελέγχου. Σύμφωνα με τη λογική των παραμορφώσιμων (και όχι αρθρωτών) μηχανισμών υψηλής άνωσης επιτρέπεται μόνο η κατακόρυφη μετατόπιση των σημείων ελέγχου. Συνεπώς οι τετμημένες διατηρούνται σταθερές και επιβάλλονται διαστήματα επιτρεπόμενων μεταβολών για τις τεταγμένες, τα οποία είναι μεγαλύτερα όσο πλησιάζουμε τις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής, και μικρότερα όσο απομακρυνόμαστε απ' αυτές, αφού όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η μορφοποίηση είναι μεγαλύτερη σε αυτά τα τμήματα της αεροτομής.

Το λογισμικό του βελτιστοποιητή δίνει δυνατότητα επιλογής μεταξύ τριών διαφορετικών *στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης*, οι οποίες θα αναλυθούν στην επόμενη ενότητα, ενώ θα περιγραφούν αναλυτικά και οι επιλυτές ροής που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση των αεροτομών.





Σχήμα 2.1: Διάγραμμα ροής

## 2.1 Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης

Η φύση αποτελεί τεράστια πηγή έμπνευσης για την επίλυση σύνθετων υπολογιστικών προβλημάτων. Για τον λόγο αυτό αναπτύχθηκαν μέθοδοι που μιμούνται τους μηχανισμούς της, προκειμένου να λύσουν προβλήματα βελτιστοποίησης [10]. Μία από τις βασικότερες μεθόδους αυτές είναι οι *εξελικτικοί αλγόριθμοι* (evolutionary algorithms, EA).

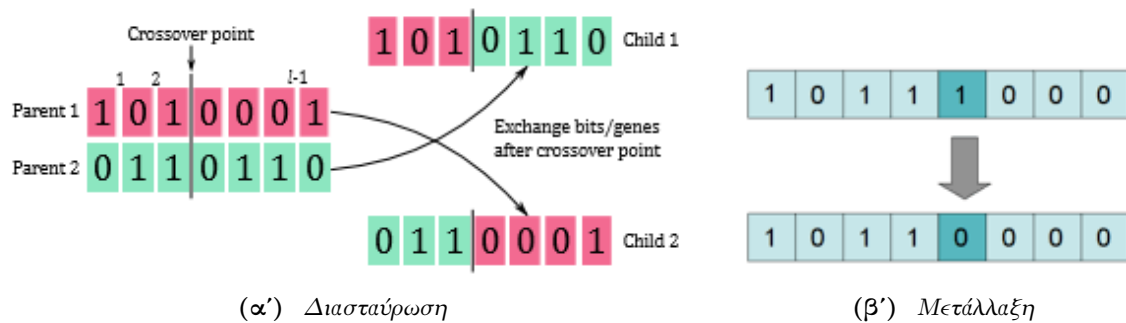
Από την δεκαετία του 1990 και έπειτα, η γεωμετρική αύξηση της υπολογιστικής ισχύος και το προσιτό κόστος των μεγάλων και γρήγορων υπολογιστών συντέλεσαν στην ευρεία αποδοχή και χρήση στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης με έναν από τους βασικότερους εκπροσώπους τους να είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης [11]. Βασικό γνώρισμα των EA είναι ότι χειρίζονται πληθυσμούς υποψήφιων λύσεων (population-based methods) και όχι μια μεμονωμένη λύση σε κάθε επανάληψη, όπως άλλες στοχαστικές μέθοδοι. Επιπλέον στοιχείο που οδήγησε στην ευρεία επικράτησή τους ήταν το ενδιαφέρον, μη-μαθηματικό υπόβαθρό τους και η ευκολία με την οποία προσαρμόζονται σε κάθε νέο πρόβλημα. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημά τους είναι ότι η χρήση τους σε κάθε νέο πρόβλημα είναι άμεση, χωρίς τις παρεμβάσεις που απαιτούν οι αιτιοκρατικές μέθοδοι στην διαδικασία βελτιστοποίησης. Παρόλα αυτά, σημαντικό τους μειονέκτημα είναι ότι ο εντοπισμός της βέλτιστης λύσης απαιτεί συνήθως μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων. Οι EA, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων. Κατά την εξέλιξη, που είναι η βασική διαδικασία αναζήτησης της βέλτιστης λύσης, ένας πληθυσμός  $\mu$  υποψήφιων λύσεων (γονείς) εξελίσσεται στον πληθυσμό  $\lambda$  (απόγονοι). Οι απόγονοι είναι νέες λύσεις που προκύπτουν από τους γονείς, έχοντας ενδεχομένως καλύτερα χαρακτηριστικά. Από τον πληθυσμό  $\lambda$ , με κριτήριο την καταλληλότητα, επιλέγονται οι  $\mu$  γονείς της επόμενης γενιάς. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την ικανοποίηση ενός ή περισσότερων κριτηρίων σύγκλισης, όπως πχ η μη περαιτέρω βελτίωση της λύσης για έναν αριθμό αξιολογήσεων ή γενεών, η ομογενοποίηση του πληθυσμού και η ανάλωση του διαθέσιμου υπολογιστικού χρόνου.

Αν και κάθε κατηγορία έχει τα δικά της διακριτά γνωρίσματα, είναι σύνηθες οι σύγχρονοι EA να αλληλοδανείζονται στοιχεία ανάλογα με την καταλληλότητά τους στο εκάστοτε πρόβλημα. Αυτός είναι και ο

λόγος που δεν υπάρχει αυστηρή ταξινόμησή τους. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν δύο εξελικτικοί αλγόριθμοι για την βελτιστοποίηση, ο *Γενετικός Αλγόριθμος* και οι *Εξελικτικές Στρατηγικές*. Εκτός όμως από αυτές τις μεθόδους χρησιμοποιήθηκε και ένας τρίτος αλγόριθμος, ο οποίος στη βιβλιογραφία είτε κατατάσσεται στους εξελιγμένους ΕΑ, είτε αντιμετωπίζεται ως ξεχωριστή κατηγορία (Swarm based, βασίζεται στη λογική του "σμήνους"), ο *Particle Swarm Optimizer*. Και οι τρεις παραπάνω μέθοδοι παρέχονται έτοιμοι από την βιβλιοθήκη *inspyred* της Python [12].

### 2.1.1 Γενετικός Αλγόριθμος (Genetic Algorithm, GA)

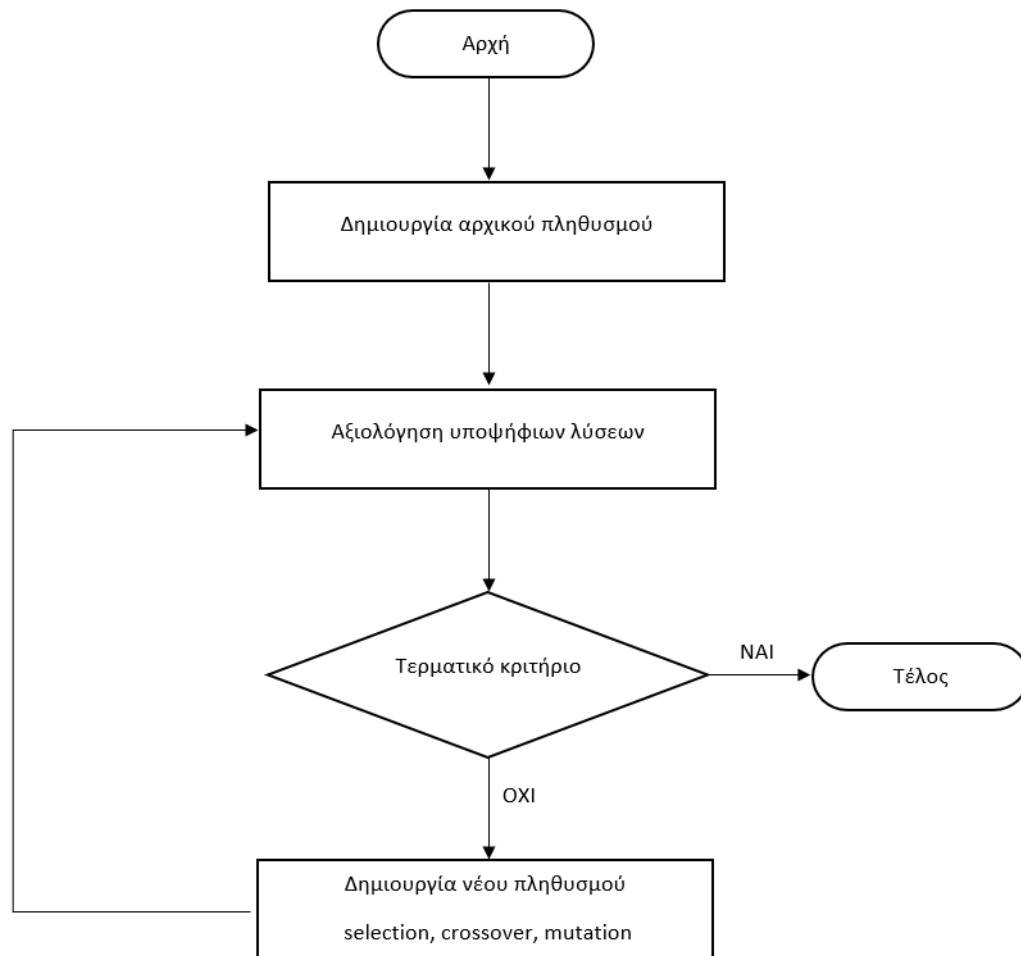
Οι γενετικοί αλγόριθμοι (GA) είναι η πιο διαδεδομένη κατηγορία εξελικτικών αλγόριθμων, ιδίως στην περιοχή της αεροδυναμικής και των στροβιλομηχανών. Η βασική ιδέα ενός GA βασίζεται στον μηχανισμό της φυσικής επιλογής και της επιβίωσης του ισχυρότερου [13]. Οι πληθυσμοί των λύσεων στους αλγόριθμους αυτούς αντιπροσωπεύονται από χρωμοσώματα. Κάθε χρωμοσώμα αξιολογείται και κατατάσσεται με βάση μια τιμή καταλληλότητας, προκύπτουσας από την ορισμένη αντικειμενική συνάρτηση. Η διαδικασία της δημιουργίας νέων λύσεων μιμείται την ιδέα της εξέλιξης του Δαρβίνου [14], δηλαδή κατά την μετάβαση από γενιά σε γενιά πρέπει να υπάρχει κληρονομικότητα χαρακτηριστικών, από την παλιά στην νέα, αλλά και στοχαστική εμφάνιση νέων χαρακτηριστικών. Για να συμβεί αυτό χρησιμοποιούνται τρεις τελεστές εξέλιξης: ο τελεστής επιλογής (selection), ο τελεστής διασταύρωσης (crossover) και ο τελεστής μετάλλαξης (mutation). Αρχικά, τα καλύτερα χρωμοσώματα (τελεστής επιλογής) χρησιμοποιούνται ως γονείς που θα παράξουν νέα χρωμοσώματα (παιδιά). Για να προσομοιωθεί η επικράτηση του ισχυρού, οι ισχυρότερες λύσεις της αρχικής γενιάς επιλέγονται με μεγαλύτερη πιθανότητα από τις υπόλοιπες, βάσει της κατάταξής τους. Αφού επιλεχθούν, παρεμβαίνει ο τελεστής διασταύρωσης που συνδυάζει τα χρωμοσώματα των ισχυρότερων γονέων για να προκύψουν εξίσου ισχυρά παιδιά (σχήμα 2.2α). Όμως, αυτό μπορεί να οδηγήσει σε μία κατάσταση όπου οι νέες λύσεις θα είναι αρκετά παρόμοιες με τις παλιές, με το πέρασμα πολλών διαδοχικών γενεών. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιείται ο τελεστής μετάλλαξης (σχήμα 2.2β), ώστε να υπάρχει μία διαφορετικότητα ανάμεσα στις γενιές που δημιουργούνται και να αποφευχθεί η στασιμότητα στις λύσεις. Μετά από αρκετές γενιές, ο αλγόριθμος συγκλίνει στο καλύτερο χρωμοσώμα, το οποίο λογικά αντιπροσωπεύει την βέλτιστη λύση του προβλήματος. Ένας τυπικός γενετικός αλγόριθμος ακολουθεί κατά προσέγγιση την διαδικασία που φαίνεται στο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.2: Τελεστές εξέλιξης

Οι παράμετροι που καθορίζονται στον συγκεκριμένο αλγόριθμο του βελτιστοποιητή είναι:

- **num\_selected** - ο αριθμός των ατόμων προς επιλογή
- **crossover\_rate** - ο ρυθμός με τον οποίον εφαρμόζεται ο τελεστής διασταύρωσης
- **num\_crossover\_points** - ο αριθμός των σημείων που χρησιμοποιούνται για διασταύρωση
- **mutation\_rate** - ο ρυθμός με τον οποίον εφαρμόζεται ο τελεστής μετάλλαξης
- **num\_elites** - ο αριθμός των βέλτιστων (elites) χρωμοσωμάτων προς εξέταση



Σχήμα 2.3: Διάγραμμα ροής τυπικού γενετικού αλγόριθμου

### 2.1.2 Particle Swarm Optimization (PSO)

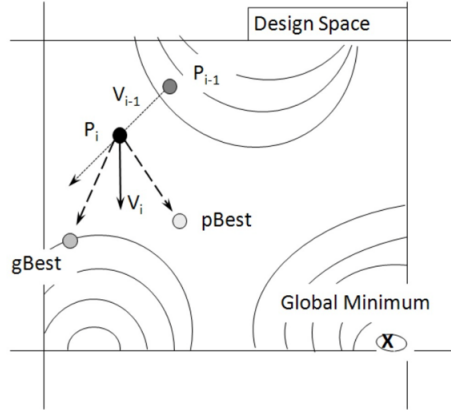
Στον PSO, η λογική που ακολουθείται είναι εμπνευσμένη από την διαδικασία με την οποία ένα σμήνος πτηνών συνεργάζεται και ψάχνει τροφή. Η λύση αντιπροσωπεύεται ως ένα σωματίδιο (particle), ενώ ο πληθυσμός των λύσεων καλείται σμήνος σωματιδίων (swarm). Κάθε σωματίδιο έχει δύο κύρια χαρακτηριστικά: μία θέση στον χώρο και μία ταχύτητα. Τα σωματίδια αρχικοποιούνται με μία τυχαία θέση και ταχύτητα στον χώρο των λύσεων και στην συνέχεια αξιολογούνται. Από την αξιολόγηση προκύπτει μία βέλτιστη θέση για κάθε σωματίδιο ατομικά αλλά και για όλο το σμήνος. Τα σωματίδια μετακινούνται χρησιμοποιώντας την ταχύτητά τους, και όταν φτάσουν σε μία νέα θέση, γίνεται πάλι αξιολόγηση, ώστε να ανανεωθούν οι καλύτερες θέσεις σωματιδίου (personal best, pbest) και σμήνους (global best, gbest). Οι προηγούμενες βέλτιστες θέσεις και η παλιά ταχύτητα κάθε λύσης χρησιμοποιούνται για την ανανέωση, όπως διακρίνεται και στο σχήμα 2.4, ούτως ώστε το σμήνος να πηγαίνει προς την κατεύθυνση της βέλτιστης λύσης. Όσο δεν ικανοποιείται κάποιο τερματικό κριτήριο, η μετακίνηση συνεχίζεται μέχρις ότου βρεθεί η θέση που αντιστοιχεί στην μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Οι πιο σημαντικές διαδικασίες του αλγόριθμου αυτού είναι η ανανέωση της θέσης και της ταχύτητας, αφού συμβάλλουν καθοριστικά στην αναζήτηση και εύρεση της βέλτιστης λύσης. Οι διεργασίες αυτές διενεργούνται με τη βοήθεια των εξισώσεων (2.1) και (2.2), οι οποίες παράγουν τις νέες τιμές της θέσης και της ταχύτητας των σωματιδίων [15].

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = w\mathbf{v}_i^t + c_1r_1(p_{b,i}^t - x_i^t) + c_2r_2(p_g^t - x_i^t) \quad (2.1)$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \quad (2.2)$$

Σύμφωνα με την πρώτη εξίσωση, η ταχύτητα ενός σωματιδίου στην (t+1) επανάληψη είναι το σταθμισμένο διανυσματικό άθροισμα της ταχύτητάς του στην (t) επανάληψη και των επιρροών του από το



Σχήμα 2.4: Σχηματική απεικόνιση παραγόντων που επηρεάζουν την κίνηση των σωματιδίων

pbest και το gbest. Στην εξίσωση περιλαμβάνονται τρεις συντελεστές ( $w, c_1, c_2$ ), οι οποίοι επηρεάζουν σημαντικά την απόδοση του PSO. Επίσης, οι υπόλοιποι συντελεστές ( $r_1, r_2$ ) αποτελούν τυχαίους αριθμούς στο διάστημα  $[0,1]$ , και αποδίδουν στοχαστικά την επιρροή των θέσεων pbest και gbest στη νέα ταχύτητα. Ένα σημαντικό πρόβλημα που παρουσιάζεται είναι ότι η εξίσωση της ταχύτητας συχνά αναγκάζει τα σωματίδια να βγουν από τον χώρο λύσεων. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού, προτείνεται η χρήση ενός περιοριστικού παράγοντα ( $\chi$ ). Με την παρουσία του  $\chi$ , η εξίσωση της ταχύτητας (2.1) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = \chi(\mathbf{v}_i^t + c_1 r_1 (p_{b,i}^t - x_i^t) + c_2 r_2 (p_g^t - x_i^t)) \quad (2.3)$$

Η (2.3) αντιπροσωπεύει την πιο δημοφιλή εκδοχή για την εξίσωση ανανέωσης της ταχύτητας στους PSO. Στο σχήμα 2.5 παρουσιάζεται ένα προσεγγιστικό διάγραμμα ροής, όπου γίνονται διακριτά τα βήματα που ακολουθεί ο αλγόριθμος για την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

Στον PSO της βιβλιοθήκης της rython εισάγονται ορισμένα στοιχεία εξελικτικού αλγόριθμου, με στόχο να γίνει πολύ πιο αποτελεσματικός, χωρίς να χάσει την διαφορετικότητά του. Οι παράμετροι που μεταβάλλονται στον αλγόριθμο είναι:

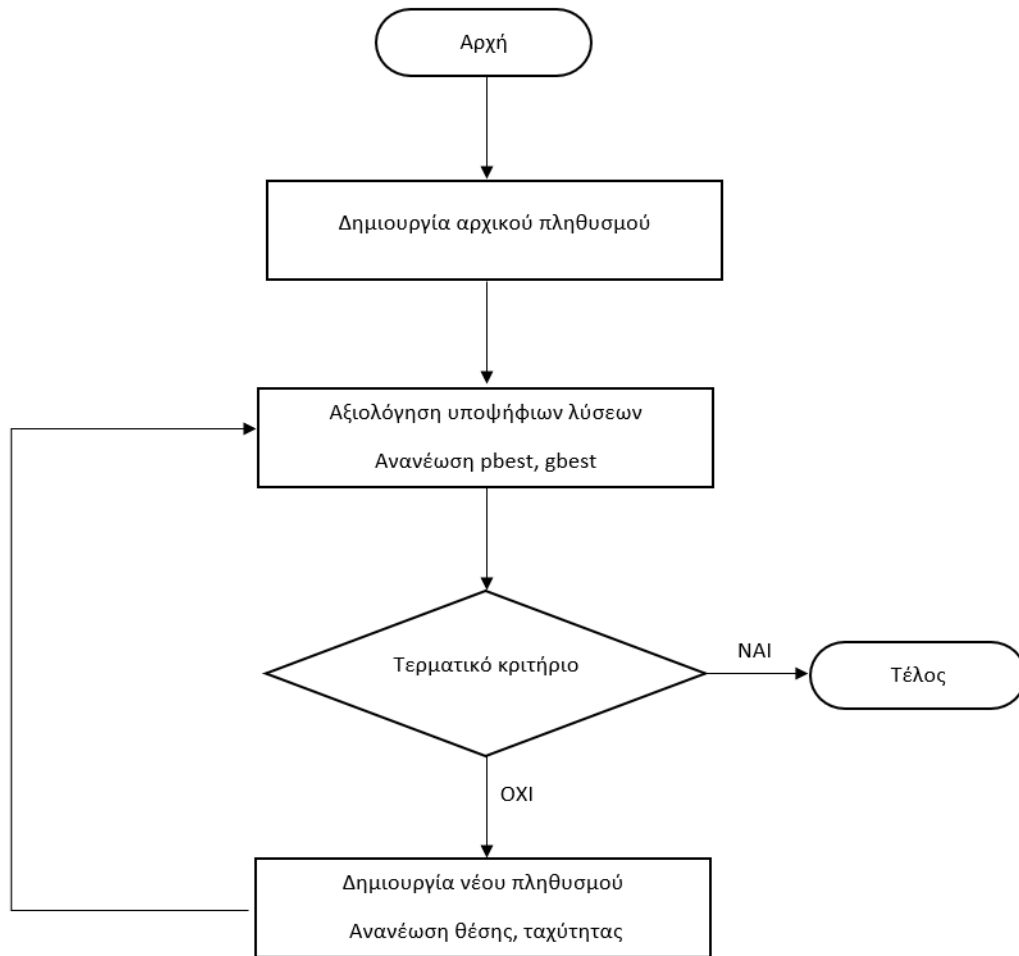
- **inertia** - ο συντελεστής  $w$  που χρησιμοποιείται για την ανανέωση της ταχύτητας των σωματιδίων
- **cognitive\_rate** - ο ρυθμός με τον οποίον η τωρινή θέση του σωματιδίου επηρεάζει την κίνησή του
- **social\_rate** - ο ρυθμός με τον οποίον τα γειτονικά σωματίδια επηρεάζουν την κίνησή ενός σωματιδίου

### 2.1.3 Εξελικτικές Στρατηγικές (Evolution Strategies, ES)

Οι εξελικτικές στρατηγικές βασίζονται στην θεωρία της προσαρμογής και της εξέλιξης μέσω φυσικής επιλογής. Συγκεκριμένα, η τεχνική είναι εμπνευσμένη από την θεωρία της εξέλιξης σε επίπεδο ειδών, σε αντίθεση με τον γενετικό αλγόριθμο που εστιάζει σε μικρογονιδιωματικό επίπεδο (γονίδια, χρωμοσώματα). Ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό των ES είναι οι διαδικασίες μετάλλαξης (mutation) και επανασυνδυασμού (recombination) που εφαρμόζονται για την διεργασία της εξέλιξης. Ωστόσο, η ιδιαιτερότητα της μεθόδου είναι η εφαρμογή των τελεστών αυτών, όχι μόνο στις μεταβλητές σχεδιασμού, αλλά και σε ενδογενείς στρατηγικές παραμέτρους, οι οποίες σχετίζονται κυρίως με την ρύθμιση της μετάλλαξης. Ο βαθμός μετάλλαξης  $\sigma$  (mutation strength), είναι μία από αυτές, και εμφανίζεται ως η τυπική απόκλιση στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του προϊόντος της μετάλλαξης και ανανεώνεται μέσω της σχέσης:

$$\begin{aligned} \sigma'_i &= \sigma_i + e^{\tau \cdot N(0,1) + \tau' \cdot N(0,1)} \\ \sigma'_i &= \max(\sigma'_i, \epsilon) \end{aligned} \quad (2.4)$$

όπου  $\tau, \tau'$  είναι σταθερές και  $N(0,1)$  μια τυπική κανονική κατανομή. Επίσης, στους ES χρησιμοποιείται κυρίως πραγματική κωδικοποίηση των μεταβλητών, σε σχέση με τους κλασικούς γενετικούς όπου χαρακτηρίζονται από δυαδική κωδικοποίηση.

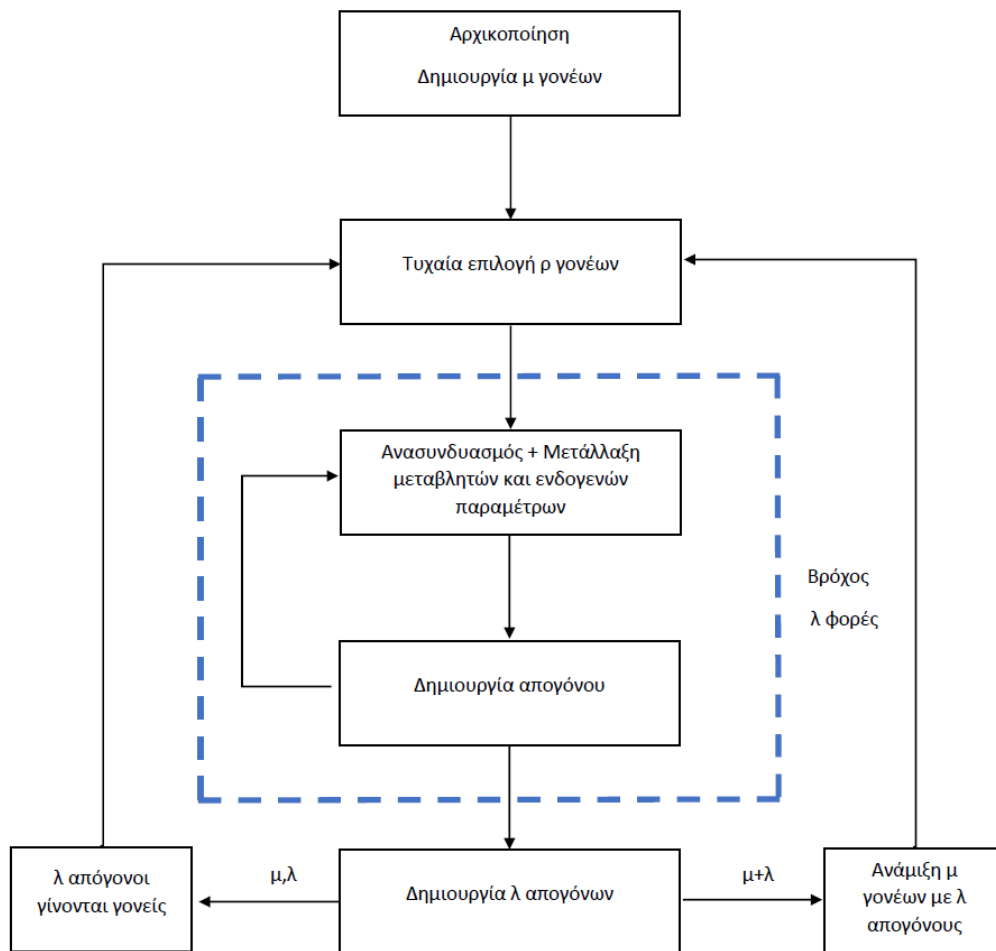


Σχήμα 2.5: Διάγραμμα ροής τυπικού PSO αλγόριθμου

Η βασική ιδέα του  $(\mu/\rho, \lambda) - ES$  αλγόριθμου, τυπικό διάγραμμα ροής του οποίου φαίνεται στο σχήμα 2.6, εστιάζει στην εύρεση της βέλτιστης λύσης μέσω της ακόλουθης διαδικασίας [16]: Από τον αρχικό πληθυσμό των  $\mu$  γονέων, επιλέγεται ένας αριθμός  $\rho$  γονέων που θα συνδυαστούν για να δώσουν  $\lambda$  απογόνους. Να σημειωθεί ότι οι  $\rho$  γονείς δίνουν έναν απόγονο κάθε φορά, οπότε η διαδικασία επαναλαμβάνεται  $\lambda$  φορές. Για  $\rho=1$  έχουμε κλωνοποίηση (ο απόγονος είναι μία αντιγραφή του γονέα), οπότε δεν γίνεται επανασυνδυασμός, ενώ σε κάθε άλλη περίπτωση ( $\rho > 1$ ) έχουμε επανασυνδυασμό. Οι  $\mu, \lambda$  και  $\rho$  ονομάζονται εξωγενείς στρατηγικές παράμετροι και η τιμή τους μένει σταθερή καθ' όλη την διαδικασία της εξέλιξης. Σε αυτό το σημείο εφαρμόζεται και η μετάλλαξη, ώστε να περάσουν τα χαρακτηριστικά των γονέων στα παιδιά. Στο τέλος αυτού του βήματος, θα έχουμε έναν νέο πληθυσμό, ο οποίος μπορεί είτε να περιέχει τους  $\mu$  γονείς  $(\mu + \lambda) - ES$ , είτε όχι  $(\mu, \lambda) - ES$ . Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου να εκπληρωθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού που θα αφορά το κομμάτι των διαθέσιμων πόρων (μέγιστος αριθμός αξιολογήσεων, υπολογιστικός χρόνος), ή το κομμάτι της σύγκλισης (χώρος παραμέτρων). Στο σχήμα 2.6 φαίνεται ένα γενικευμένο διάγραμμα ροής για τους ES.

Οι παράμετροι που καθορίζονται στον αλγόριθμο του λογισμικού είναι (βλ. εξίσωση (2.4)):

- **tau** - η σταθερά  $\tau$
- **tau\_prime** - η σταθερά  $\tau'$
- **epsilon** - η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή του βαθμού μετάλλαξης  $\sigma$



Σχήμα 2.6: Διάγραμμα ροής τυπικού ES αλγόριθμου

## 2.2 Μέθοδοι Υπολογισμού του Πεδίου Ροής

### 2.2.1 Foil2w

Ο κώδικας Foil2w [17],[18] επιλύει τη μη μόνιμη-μη συνεκτική ροή χρησιμοποιώντας μια μεθοδολογία ελεύθερου ομόρρου, στην οποία το πεδίο ταχύτητας αναπαριστάται μέσω επιφανειακών διανομών πηγών και στροβιλότητας κατά μήκος της αεροτομής και στον ομόρρο. Η στροβιλότητα του ομόρρου προσεγγίζεται από δίνες που κινούνται ελεύθερα με την ταχύτητα του πεδίου ροής. Σε ό,τι αφορά τη συνεκτική ροή επιλύονται οι μη-μόνιμες εξισώσεις οριακού στρώματος σε ολοκληρωματική μορφή. Η αλληλεπίδραση των εξισώσεων της συνεκτικής ροής με αυτές της μη συνεκτικής επιτυγχάνεται μέσω μιας διανομής κάθετης ταχύτητας στο σύνορο της αεροτομής και στον ομόρρο, η οποία αναπαριστά το έλλειμμα μάζας της συνεκτικής ροής σε σχέση με τη μη συνεκτική, στο πάχος του οριακού στρώματος. Οι συζευγμένες μη γραμμικές εξισώσεις του προβλήματος λύνονται ταυτόχρονα, γεγονός που καθιστά την διαδικασία αλληλεπίδρασής τους πιο ισχυρή και επιτρέπει τη σύγκλιση σε περιπτώσεις ροών με ισχυρή αποκόλληση.

### Οι εξισώσεις του οριακού στρώματος

Στις μεθοδολογίες συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης η βασική ιδέα είναι ο ορισμός μιας ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής, η οποία ενσωματώνει τις συνεισφορές του αμιγώς μη συνεκτικού και του συνεκτικού πεδίου, όπως φαίνεται στην εξίσωση (2.5):

$$\vec{u}_e(\vec{x}, t) = \vec{u}(\vec{x}, t) + \vec{u}^*(\vec{x}, t), \quad \vec{x} \in D \quad (2.5)$$

όπου ο δείκτης e υποδηλώνει το ισοδύναμο μη συνεκτικό πεδίο, ενώ ο εκθέτης \* την συνεκτική διόρθωση.

Οι τρεις ολοκληρωματικές εξισώσεις του οριακού στρώματος, στη μορφή που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της μη μόνιμης ροής γύρω από την αεροτομή, γράφονται ως προς το πεδίο της ισοδύναμης

μη συνεκτικής ροής ως εξής:

$$(\rho_e \mathbf{v}_e)_{wall} = \frac{d}{ds}(\rho_e u_e \delta^*) \quad (\text{εξίσωση συνέχειας}) \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{\rho_e u_e^2} \frac{d}{dt}(\rho_e u_e \delta^*) + \frac{d\theta}{ds} + (2+H) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} + \frac{\theta}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{ds} = \frac{C_f}{2} \quad (\text{εξίσωση ορμής}) \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_e u_e^3} \frac{d}{dt}(\rho_e u_e^2 \theta) + \frac{1}{\rho_e u_e} \frac{d}{dt}(\rho_e \delta^*) + \frac{2}{u_e^2} \frac{du_e}{dt} H^{**} \theta - \frac{H^*}{\rho_e u_e^2} \frac{d}{dt}(\rho_e u_e \delta^*) + \theta \frac{dH^*}{ds} + (2H^{**} + H^*(1-H)) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} \\ - \frac{4\Omega}{u_e} \Theta_n = 2C_D + \frac{2a}{u_e^2} \delta^* - H^* \frac{C_f}{2} \quad (\text{εξίσωση κινητικής ενέργειας}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

όπου:

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} \quad (\text{συντελεστής σχήματος οριακού στρώματος}) \quad (2.9)$$

$$C_f = \frac{2\tau_{wall}}{\rho_e u_e^2} \quad (\text{συντελεστής τριβής}) \quad (2.10)$$

$$\theta^* = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \left(\frac{u}{u_e}\right)^2\right) dn \quad (\text{πάχος ενέργειας}) \quad (2.11)$$

$$C_D = \frac{1}{\rho_e u_e^3} \int_0^{\delta} \tau \frac{\partial u}{\partial n} dn \quad (\text{συντελεστής διάχυσης}) \quad (2.12)$$

$$\Theta_n = \frac{1}{\rho_e u_e^2} \int_0^{\delta} (\rho_e u_e \mathbf{v}_e - \rho u \mathbf{v}) dn \quad (2.13)$$

$$\delta^{*i} = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dn \quad (\text{πάχος μετατόπισης ασυμπίεστης ροής}) \quad (2.14)$$

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(\frac{\rho_e}{\rho} - 1\right) dn = \delta^* - \delta^{*i} \quad (\text{πάχος πυκνότητας}) \quad (2.15)$$

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dn \quad (\text{πάχος ορμής}) \quad (2.16)$$

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) dn \quad (\text{πάχος μετατόπισης οριακού στρώματος}) \quad (2.17)$$

$$H^* = \frac{\theta^*}{\theta} \quad (\text{συντελεστής σχήματος κινητικής ενέργειας}) \quad (2.18)$$

$$H^{**} = \frac{\delta^{**}}{\theta} \quad (\text{συντελεστής σχήματος πυκνότητας}) \quad (2.19)$$

Η εξίσωση (2.6) χρησιμοποιείται ως συνοριακή συνθήκη για τον υπολογισμό της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής. Με επίλυση των (2.7) και (2.8) προσδιορίζουμε τα χαρακτηριστικά μεγέθη του οριακού στρώματος. Οι παραπάνω εξισώσεις πλαισιώνονται από κάποιες εμπειρικές σχέσεις που δίνουν τα υπόλοιπα άγνωστα μεγέθη, συναρτήσει των βασικών αγνώστων, για την στρωτή και την τυρβώδη ροή χωριστά. Επίσης, προστίθεται και μια εξίσωση για τον προσδιορισμό του σημείου μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη και άλλη μια που προσδιορίζει τις τυρβώδεις τάσεις στο οριακό στρώμα.

### Το μοντέλο τύρβης

Σε τυρβώδη ροή, ο συντελεστής διάχυσης εκφράζεται ως ένα σταθμισμένο άθροισμα των διατμητικών τάσεων που ασκούνται στο ρευστό από το τοίχωμα (συντελεστής  $C_f$ ) και των τυρβωδών τάσεων Reynolds:

$$C_D = \frac{C_f}{2} \cdot U_S + C_\tau (1 - U_S) \quad (2.20)$$

όπου

$$U_S = \frac{H^*}{2} \left( 1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{H_k - 1}{H} \right) \quad (2.21)$$

Ο συντελεστής διατμητικής τάσης  $C_\tau$  που εμφανίζεται στην εξίσωση (2.20), επειδή οι τάσεις Reynolds εμφανίζουν σχετικά αργή απόκριση στην αλλαγή των εξωτερικών συνθηκών, δεν είναι δυνατό να γραφτεί ως απ' ευθείας συνάρτηση των τοπικών συνθηκών στη θέση υπολογισμού του. Η υστέρηση στην απόκρισή του προσομοιώνεται μέσω της διαφορικής εξίσωσης (2.22):

$$\frac{\delta}{C_\tau} \frac{dC_\tau}{ds} = 5.6 \left( C_{\tau,eq}^{1/2} - C_\tau^{1/2} \right) + 2\delta \left\{ \frac{4}{3\delta^*} \left[ \frac{C_f}{2} - \left( \frac{H_k - 1}{6.7H_k} \right)^2 \right] - \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{ds} \right\} \quad (2.22)$$

με:

$$\delta = \theta \left( 3.15 + \frac{1.72}{H_k - 1} \right) + \delta^* \quad (2.23)$$

$$C_{\tau,eq} = H^* \frac{0.015}{1 - U_S} \cdot \frac{(H_k - 1)^3}{H_k^2 H} \quad (2.24)$$

### Οι εξισώσεις της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής

Η εξίσωση που περιγράφει την ισοδύναμη μη συνεκτική ροή είναι η εξής:

$$\vec{u}_e(\vec{x}, t) = \vec{U}_\infty(t) + \nabla\phi(\vec{x}, t) + \nabla \times (\psi(\vec{x}, t)\vec{k}) + \vec{u}^*(\vec{x}, t) = \vec{u}(\vec{x}, t) + \vec{u}^*(\vec{x}, t), \quad \vec{x} \in D \quad (2.25)$$

όπου  $D$  το πεδίο ροής,  $\vec{U}_\infty(t)$  η επί άπειρο ταχύτητα,  $\phi(\vec{x}, t)$  και  $\psi(\vec{x}, t)$  το δυναμικό και η ροϊκή συνάρτηση διαταραχής του πεδίου ροής,  $\vec{k}$  το κάθετο διάνυσμα στο διδιάστατο επίπεδο,  $\vec{u}(\vec{x}, t)$  το πεδίο ταχύτητας της καθαρά μη συνεκτικής ροής, και τέλος  $\vec{u}^*(\vec{x}, t)$  το πεδίο διαταραχής που οφείλεται στη συνεκτικότητα. Το πεδίο ταχύτητας της καθαρά μη συνεκτικής ροής δίνεται από την ολοκληρωματική αναπαράσταση του δυναμικού (εξίσωση (2.26)) και της ροϊκής συνάρτησης διαταραχής (εξίσωση (2.27)) στην τυχαία θέση  $\vec{x}_0$  του πεδίου ροής  $D$ , που προκύπτουν από εφαρμογή της δεύτερης ταυτότητας Green:

$$\nabla_0\phi(\vec{x}_0, t) = \int_S \sigma(\vec{x}, t) \cdot \nabla_0 \left( \frac{1}{2\pi} \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}| \right) dS(\vec{x}) = \int_S \sigma(\vec{x}, t) \frac{|\vec{x}_0 - \vec{x}|}{2\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS(\vec{x}) \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \nabla_0 \times \psi(\vec{x}_0, t) &= \int_S \gamma(\vec{x}, t) \cdot \nabla_0 \times \left( \frac{1}{2\pi} \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}| \right) dS(\vec{x}) + \int_{S_w} \gamma_w(\vec{x}, t) \cdot \nabla_0 \times \left( \frac{1}{2\pi} \ln|\vec{x}_0 - \vec{x}| \right) dS_w(\vec{x}) \\ &= \int_S \gamma(\vec{x}, t) \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x}) \times \vec{k}}{2\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS(\vec{x}) + \int_{S_w} \gamma_w(\vec{x}, t) \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x}) \times \vec{k}}{2\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS_w(\vec{x}) \end{aligned} \quad (2.27)$$

όπου  $\sigma(\vec{x}, t)$  είναι η διανομή πηγών και  $\gamma(\vec{x}, t)$ ,  $\gamma_w(\vec{x}, t)$  είναι οι διανομές στροβιλότητας στις επιφάνειες της αεροτομής και του ομόρρου,  $S$  και  $S_w$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.7.

Θέτοντας τις εξισώσεις (2.26) και (2.27) στη συνθήκη μη εισχώρησης παίρνουμε την ολοκληρωματική συνθήκη για το τυχαίο σημείο  $\vec{x}_0 \in S$ :

$$\begin{aligned} \int_S \sigma(\vec{x}, t) \vec{v}_0 \frac{\vec{x}_0 - \vec{x}}{2\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS(\vec{x}) + \int_S \gamma(\vec{x}, t) \vec{v}_0 \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x}) \times \vec{k}}{2\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS(\vec{x}) + \\ \int_{S_w} \gamma_w(\vec{x}, t) \vec{v}_0 \frac{(\vec{x}_0 - \vec{x}) \times \vec{k}}{2\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^2} dS_w(\vec{x}) = (\vec{U}_b(\vec{x}_0, t) - \vec{U}_\infty(t)) \vec{v}_0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

όπου  $\vec{v}_0$  το κάθετο διάνυσμα στη θέση  $\vec{x}_0$  της επιφάνειας της αεροτομής.

Η εξίσωση (2.28), που ισχύει για την καθαρά μη συνεκτική ροή, έχει ως αγνώστους τη διανομή πηγών  $\sigma(\vec{x}, t)$  πάνω στην αεροτομή και τις διανομές στροβιλότητας  $\gamma(\vec{x}, t)$  και  $\gamma_w(\vec{x}, t)$  πάνω στην αεροτομή και τον ομόρρου αντίστοιχα. Η ταχύτητα συνεκτικής διόρθωσης  $\vec{u}^*(\vec{x}, t)$  λαμβάνεται από την ικανοποίηση των συνοριακών συνθηκών, όπου η κάθετη ταχύτητα στο σύνορο της αεροτομής (εξίσωση (2.29)) παρέχεται από την εξίσωση συνέχειας του οριακού στρώματος για την ισοδύναμη μη συνεκτική ροή:





$\vec{x}_{cpk}^{i_k}$ , με  $i_k = 1, 2, \dots, N_k$ ,  $k = w$  (σημείο ελέγχου) και το κάθετο και εφαπτομενικό διάνυσμα  $\vec{v}_k^{i_k}$ ,  $\vec{\tau}_k^{i_k}$ , με  $k = w$  αντίστοιχα.

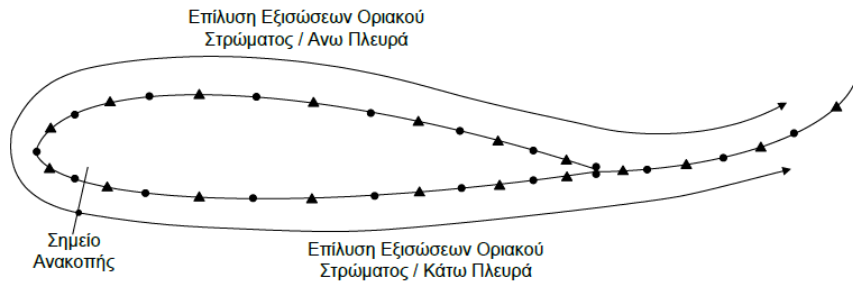
Πάνω στην αεροτομή ορίζεται μία παράμετρος μήκους  $S$ . Η τιμή της για τους κόμβους δίνεται από την σχέση (2.31) και για τα σημεία ελέγχου από την σχέση (2.32).

$$S_g^I = \sum_{m=1}^{I-1} DS^m = \sum_{m=1}^{I-1} \sqrt{(y_g^{m+1} - y_g^m)^2 + (x_g^{m+1} - x_g^m)^2}, \quad I = 1, 2, \dots, N+1 \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} S_{cp}^i &= \sum_{m=1}^{i-1} DS^m + \frac{\Delta S^i}{2} \\ &= \sum_{m=1}^{i-1} \sqrt{(y_g^{m+1} - y_g^m)^2 + (x_g^{m+1} - x_g^m)^2} + \sqrt{(y_{cp}^i - y_g^i)^2 + (x_{cp}^i - x_g^i)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2.32)$$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζεται η παράμετρος μήκους για τους κόμβους  $S_{gk}^{I_k}$ , με  $I_k = 1, 2, \dots, N_k + 1$ ,  $k = w$  και τα σημεία ελέγχου  $S_{cpk}^{i_k}$ , με  $i_k = 1, 2, \dots, N_k$ ,  $k = w$  στον ομόρρου.

Η διακριτοποίηση των εξισώσεων του οριακού στρώματος γίνεται με την χρήση πεπερασμένων διαφορών στην επιφάνεια της αεροτομής και στον ομόρρου. Η επίλυση οδεύει ξεχωριστά στο πάνω και στο κάτω μέρος της αεροτομής και ξεκινάει από το σημείο ανακοπής, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.9. Στην περίπτωση που εξετάζεται το πρόβλημα του απλού ομόρρου, οι εξισώσεις λύνονται μέχρι την ακμή εκφυγής, και για τις δύο πλευρές της αεροτομής, και στη συνέχεια στην πάνω και την κάτω πλευρά του φύλλου στροβιλότητας. Το διάστημα στο οποίο εμφανίζεται το σημείο μετάβασης το χειρίζομαστε διαφορετικά. Το χωρίζουμε σε δύο τμήματα και στο ένα κάνουμε τους υπολογισμούς με στρωτή ροή ενώ στο άλλο με τυρβώδη.



Σχήμα 2.9: Περιοχές επίλυσης εξισώσεων οριακού στρώματος

Η αριθμητική επίλυση γίνεται με βηματική ολοκλήρωση στο χρόνο. Η διαδικασία ξεκινάει για  $t = 0$  και επιλύει τη μόνιμη, ασυμπίεστη και μη συνεκτική ροή με σκοπό τον προσδιορισμό της αρχικής κυκλοφορίας γύρω από την αεροτομή, η οποία αποτελεί αρχική συνθήκη του προβλήματος. Εν συνεχεία, σε κάθε χρονικό βήμα, οι εξισώσεις του οριακού στρώματος και οι μη γραμμικές εξισώσεις της ισοδύναμης μη συνεκτικής ροής επιλύονται ταυτόχρονα. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των δυο οικογενειών εξισώσεων επιτυγχάνεται μέσω της εξάρτησης των βαθμών ελευθερίας της μη συνεκτικής ροής από την παράμετρο  $m$ , όπου  $m = \bar{u}_e \cdot \delta^*$  οι βαθμοί ελευθερίας των εξισώσεων του οριακού στρώματος. Συνεπώς, καταλήγουμε στη σχέση (2.33) που εκφράζει τον νόμο αλληλεπίδρασης μεταξύ συνεκτικής και μη συνεκτικής ροής:

$$\bar{u}_e = D \cdot m + F \quad (2.33)$$

## 2.2.2 MaPFlow

Ο κώδικας MaPFlow [19] επιλύει τις μη μόνιμες συμπιεστές Reynolds-Averaged εξισώσεις Navier-Stokes (URANS) πάνω σε μη δομημένα πλέγματα σύμφωνα με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων. Τα σχήματα διακριτοποίησης είναι 2ης τάξης στο χώρο και το χρόνο και ο υπολογισμός των όρων συναγωγής

γίνεται επιλύοντας το πρόβλημα Riemann με την προσέγγιση του Roe. Η ευστάθεια της μεθόδου σε χαμηλούς αριθμούς Mach διασφαλίζεται με τη μέθοδο της προσαρμογής (preconditioning). Στο πλαίσιο της διπλωματικής η μοντελοποίηση της τύρβης γίνεται με το πρότυπο δύο εξισώσεων  $k - \omega SST$ , ενώ η μοντελοποίηση της μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή γίνεται με το πρότυπο  $e^N$ . Ο κώδικας έχει προγραμματιστεί σε περιβάλλον παράλληλης επεξεργασίας χρησιμοποιώντας το πρωτόκολλο MPI.

## Εξισώσεις Navier-Stokes

Το σύστημα εξισώσεων ολοκληρωμένο σε όγκο  $D$  με σύνορο  $\partial D$  έχει τη μορφή:

$$\int_D \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} dD + \oint_{\partial D} (\vec{F}_c dS - \vec{F}_v) dS = \int_D \vec{Q} dD \quad (2.34)$$

όπου  $\vec{U}$  είναι το διάνυσμα των συντηρητικών μεταβλητών,

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

$\rho$  είναι η πυκνότητα,  $(u, v, w)$  οι συνιστώσες της ταχύτητας και  $E$  η ολική ενέργεια.  $\vec{F}_c$  είναι το διάνυσμα των συντηρητικών γενικευμένων παροχών (Convective fluxes) και  $\vec{F}_v$  το διάνυσμα των συνεχτικών παροχών (Viscous fluxes) αντίστοιχα,

$$\vec{F}_c = \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho u V + n_x p \\ \rho v V + n_y p \\ \rho w V + n_z p \\ \rho \left( E + \frac{p}{\rho} \right) V \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$$\vec{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y + n_z \Theta_z \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

όπου  $V = \vec{u} \cdot \vec{n}$  και

$$\Theta_x = u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + w \tau_{xz} + k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.38)$$

$$\Theta_y = u \tau_{yx} + v \tau_{yy} + w \tau_{yz} + k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.39)$$

$$\Theta_z = u \tau_{zx} + v \tau_{zy} + w \tau_{zz} + k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.40)$$

όπου με  $\tau$  συμβολίζονται οι διατμητικές τάσεις. Το σύστημα των εξισώσεων κλείνει με την καταστατική εξίσωση για ιδανικό αέριο:

$$p = (\gamma - 1) \rho \left[ E - \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right] \quad (2.41)$$

## Μέθοδος χαρακτηριστικών για τον υπολογισμό των όρων συναγωγής

Για τον υπολογισμό των όρων συναγωγής ακολουθείται η μέθοδος των χαρακτηριστικών, σύμφωνα με την οποία, ξεκινώντας από την διαφορική μορφή των εξισώσεων Navier-Stokes,

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}_c}{\partial \vec{x}} - \frac{\partial \vec{F}_v}{\partial \vec{x}} = \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \vec{x}} \quad (2.42)$$

απαλείφοντας τους συνεχτικούς όρους και χρησιμοποιώντας τον κανόνα της αλυσίδας, μετατρέπεται στην ακόλουθη μορφή:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + A_c \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{x}} = \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \vec{x}} \quad (2.43)$$

όπου  $A_c = \partial \vec{F}_c / \partial \vec{U}$  είναι η Ιακωβιανή των συντηρητικών γενικευμένων παροχών. Διαγωνοποίηση του μητρώου  $A_c = L^{-1} \Lambda L$ , όπου  $\Lambda$  και  $L$  είναι τα μητρώα ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων αντίστοιχα, μας επιτρέπει να μετατρέψουμε το σύστημα (2.43) στην ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + L^{-1} \Lambda L \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{x}} &= \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \vec{x}} \\ L \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \Lambda L \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{x}} &= L \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \vec{x}} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Ορίζοντας  $M_{ch} \equiv \partial \vec{U} / \partial \vec{V}_{ch} = L$ , καταλήγουμε στο σύστημα για τις χαρακτηριστικές μεταβλητές:

$$\frac{\partial \vec{V}_{ch}}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial \vec{V}_{ch}}{\partial \vec{x}} = \frac{\partial \vec{Q}_{ch}}{\partial \vec{x}} \quad (2.45)$$

με

$$\Lambda = \begin{bmatrix} V & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V + c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V - c \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

### Μέθοδος προσταθεροποίησης για χαμηλούς αριθμούς Mach

Σε κάποιες περιπτώσεις ο τοπικός αριθμός Mach τείνει στο μηδέν με αποτέλεσμα να υπάρχει μεγάλη διαφορά στις ταχύτητες διάδοσης των κυμάτων. Η ταχύτητα του ήχου ( $c$ ) γίνεται πολύ μεγάλη σε σχέση με την ταχύτητα της ροής ( $V$ ) και δυσχεραίνει την ευστάθεια και τις ιδιότητες σύγκλισης του συστήματος. Σύμφωνα με τη μέθοδο της προσταθεροποίησης το σύστημα των εξισώσεων (2.43) πολλαπλασιάζεται με κατάλληλο μητρώο  $\Gamma$ , οπότε παίρνει την ακόλουθη γενική μορφή:

$$\begin{aligned} \Gamma^{-1} \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + A_c \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{x}} &= \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \vec{x}} \Rightarrow \\ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \Gamma A_c \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{x}} &= \Gamma \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \vec{x}} \Rightarrow \\ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + A_\Gamma \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{x}} &= \Gamma \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \vec{x}} \end{aligned} \quad (2.47)$$

και ουσιαστικά τροποποιεί την ταχύτητα του ήχου ώστε να μπορεί να είναι συγκρίσιμη με την ταχύτητα της ροής. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν τροποποιημένες τιμές για τα μητρώα των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων. Για το μητρώο προ-ρύθμισης  $\Gamma$  έχουν προταθεί πολλές μορφές, εδώ χρησιμοποιείται το μητρώο προσταθεροποίησης του Eriksson,

$$\Gamma_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

όπου  $\alpha = \min(1, M_{local}^2, \kappa_p M_\infty^2)$  και  $\beta = (1 - \alpha)/c^2$ . Η ποσότητα προσταθεροποίησης ελέγχεται από την παράμετρο  $\alpha$ . Η παράμετρος  $\kappa_p$  παίρνει τιμές μεταξύ 3-5 και ο ρόλος της είναι αφενός να αποτρέπει το  $\alpha$  από το να πλησιάζει το 0 και αφετέρου να το διατηρεί σταθερό μέσα στο οριακό στρώμα.

## Χωρική διακριτοποίηση

Η επίλυση των εξισώσεων γίνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων. Τα κελιά ορίζονται από τους κόμβους του πλέγματος και οι μεταβλητές της ροής υπολογίζονται στα κέντρα των κελιών. Θεωρώντας ότι ο όγκος των κελιών δεν μεταβάλλεται με τον χρόνο έχουμε:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_D \vec{U} dD = D \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \quad (2.49)$$

Συνεπώς η εξίσωση (2.34) γίνεται:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\frac{1}{D} \left[ \oint_{\partial D} (\vec{F}_c - \vec{F}_v) dS - \int_{\Omega} \vec{Q} dD \right] \quad (2.50)$$

Το επιφανειακό ολοκλήρωμα στην παραπάνω εξίσωση προσεγγίζεται από το άθροισμα των παροχών στις επιφάνειες που περιγράφουν το εκάστοτε κελί. Συνήθως θεωρείται ότι η παροχή παραμένει σταθερή πάνω σε μία επιφάνεια και υπολογίζεται στο κέντρο της. Για ένα κελί  $I$  η εξίσωση (2.50) γράφεται

$$\frac{d\vec{U}_I}{dt} = -\frac{1}{D_I} \left[ \underbrace{\sum_{m=1}^{N_f} (\vec{F}_c - \vec{F}_v)_m \Delta S_m}_{R_I} - (\vec{Q}D)_I \right] = -\frac{1}{D_I} \vec{R}_I \quad (2.51)$$

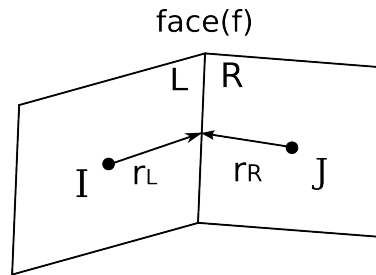
όπου  $N_f$  είναι ο αριθμός των επιφανειών που περιγράφουν το κελί και  $DS_m$  είναι η επιφάνεια της πλευράς "m". Ο όρος  $R_I$  ονομάζεται υπόλοιπο (residual) με αποτέλεσμα η τελική διακριτοποιημένη εξίσωση να γράφεται:

$$\frac{d\vec{U}_I}{dt} = -\frac{1}{D_I} \vec{R}_I \quad (2.52)$$

## Ανακατασκευή των μεταβλητών

Προκειμένου να υπολογίσουμε τις παροχές που εμφανίζονται στην δεξιά πλευρά της εξίσωσης (2.51) χρειαζόμαστε τις τιμές όλων των μεταβλητών της ροής στο κέντρο της επιφάνειας (face) των κελιών. Μέχρι στιγμής όμως έχουμε μόνο τις τιμές τους στο κέντρο του κάθε κελιού. Για να μεταφέρουμε την πληροφορία αυτή από τα κέντρα των κελιών στα σύνορά τους χρησιμοποιούμε μια τεχνική που ονομάζεται ανακατασκευή των μεταβλητών (reconstruction).

Ας θεωρήσουμε δυο κελιά,  $I$  και  $J$ , που έχουν μια κοινή πλευρά (επιφάνεια), όπως διακρίνεται και στο σχήμα 2.10. Η ανακατασκευή των μεταβλητών στην κοινή επιφάνεια ξεκινάει είτε από το κέντρο του κελιού  $I$  είτε από το κέντρο του κελιού  $J$ . Για να υπολογιστεί η τιμή στις επιφάνειες των κελιών χρησιμοποιούνται τα λεγόμενα left και right states. Η χρήση αυτών έγκειται στο γεγονός ότι η παρεμβολή των μεταβλητών πάνω σε μία συγκεκριμένη επιφάνεια του κελιού γίνεται 2 φορές: μία από τα αριστερά και μία από τα δεξιά της επιφάνειας και στη συνέχεια υπολογίζεται η παροχή διαμέσου της επιφάνειας.



**Σχήμα 2.10:** Ανακατασκευή των μεταβλητών στην κοινή επιφάνεια των κελιών

Στη μέθοδο αυτή γίνεται η υπόθεση ότι η λύση είναι τμηματικά, γραμμικά κατανομημένη στον πεπερασμένο όγκο. Τα left και right states υπολογίζονται ως εξής:

$$\vec{V}_L = \vec{V}_I + \Psi_I (\nabla \vec{V}_I \cdot \vec{r}_L) \quad (2.53)$$

$$\vec{V}_R = \vec{V}_J - \Psi_J (\nabla \vec{V}_J \cdot \vec{r}_R) \quad (2.54)$$

όπου  $\vec{V}$  είναι το διάνυσμα των πρωτογενών μεταβλητών:

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} \rho \\ u \\ v \\ w \\ p \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

και  $\vec{r}_L, \vec{r}_R$  είναι οι αποστάσεις των κέντρων των κελιών από το κέντρο της κοινής επιφάνειας.

Σημαντικός παράγοντας στο παραπάνω σχήμα είναι ο υπολογισμός του  $\nabla \vec{V}$  στις εξισώσεις (2.53) και (2.54). Ο υπολογισμός της παραγώγου γίνεται με την προσέγγιση Green-Gauss. Η παράγωγος προσεγγίζεται από ένα επιφανειακό ολοκλήρωμα:

$$\nabla \vec{V} \approx \frac{1}{D} \int_{\partial D} \vec{V} \vec{n} dS \quad (2.56)$$

το οποίο διακριτοποιείται ως εξής:

$$\nabla \vec{V}_I \approx \frac{1}{D} \sum_{J=1}^{N_f} \frac{1}{2} (\vec{V}_I + \vec{V}_J) \vec{n}_{IJ} \Delta S_{IJ} \quad (2.57)$$

Η συνάρτηση  $\Psi$  είναι μια συνάρτηση που αποτρέπει τις μεταβλητές να πάρουν ακραίες τιμές εκεί που εμφανίζονται ασυνέχειες. Αυτές οι συναρτήσεις ονομάζονται περιοριστές (limiters). Στη συγκεκριμένη περίπτωση εφαρμόστηκε ο περιοριστής του Venkatakrishnan, ο οποίος εφαρμόζεται στο  $\nabla \vec{V}$  και υλοποιείται ως εξής:

$$\Psi_i = \min_j \begin{cases} \frac{1}{\Delta_2} \left[ \frac{\Delta_{1,max}^2 + \epsilon^2}{\Delta_{1,max}^2 + 2\Delta_2^2 + \Delta_{1,max}\Delta_2 + \epsilon^2} \right] \Delta_2 + 2\Delta_2^2 \Delta_{1,max} & \text{αν } \Delta_2 > 0 \\ \frac{1}{\Delta_2} \left[ \frac{\Delta_{1,min}^2 + \epsilon^2}{\Delta_{1,min}^2 + 2\Delta_2^2 + \Delta_{1,min}\Delta_2 + \epsilon^2} \right] \Delta_2 + 2\Delta_2^2 \Delta_{1,min} & \text{αν } \Delta_2 < 0 \\ 1 & \text{αν } \Delta_2 = 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

όπου

$$\Delta_2 = \nabla \vec{V}_i \cdot \vec{r}_i \quad (2.59)$$

$$\Delta_{1,max} = \vec{V}_{max} - \vec{V}_i \quad (2.60)$$

$$\Delta_{1,min} = \vec{V}_{min} - \vec{V}_i \quad (2.61)$$

$\vec{V}_{max}, \vec{V}_{min}$  αναφέρονται στην μέγιστη και ελάχιστη ταχύτητα των γειτονικών κελιών. Η παράμετρος  $\epsilon^2$  έχει στόχο να καθορίσει την αυστηρότητα του περιοριστή. Στην περίπτωση που τεθεί 0, ο περιοριστής γίνεται πολύ αυστηρός, ενώ αν πάρει μεγάλες τιμές, ο περιοριστής επιστρέφει τιμές κοντά στη μονάδα (οπότε και δεν αλλάζει πολύ την τιμή των μεταβλητών).

### Υπολογισμός των συντηρητικών παροχών

Ο υπολογισμός των συντηρητικών παροχών γίνεται σύμφωνα με το σχήμα του Roe:

$$(\vec{F}_c)_{I+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [\vec{F}_c(\vec{V}_R) + \vec{F}_c(\vec{V}_L) - |A_{Roe}|_{I+\frac{1}{2}} (\vec{V}_R - \vec{V}_L)] \quad (2.62)$$

όπου τα  $(\vec{V}_L, \vec{V}_R)$  υπολογίζονται σύμφωνα με τις εξισώσεις (2.53) και (2.54) και το μητρώο  $A_{Roe}$  δίνεται από τη σχέση:

$$|A_{Roe}| = R^{-1} |\Lambda| R \quad (2.63)$$

### Υπολογισμός των συνεκτικών παροχών

Για τον υπολογισμό των συνεκτικών παροχών απαιτείται ο υπολογισμός των τιμών των μεταβλητών και των κλίσεων. Για την κοινή επιφάνεια των κελιών  $I$  και  $J$ , οι τιμές των μεταβλητών προκύπτουν από μια απλή εφαρμογή μέσης τιμής:

$$\vec{V}_{IJ} = \frac{1}{2} (\vec{V}_I + \vec{V}_J) \quad (2.64)$$

ενώ για τις κλίσεις εφαρμόζεται το θεώρημα Green-Gauss που χρησιμοποιεί τις μέσες τιμές των μεταβλητών της κοινής επιφάνειας  $\vec{V}_{IJ}$  όπως ορίστηκαν από την εξίσωση (2.64), αλλά συμπληρωμένες με μία παράγωγο κατεύθυνσης:

$$\nabla \vec{V}_{IJ} = \overline{\nabla \vec{V}_{IJ}} - \left[ \overline{\nabla \vec{V}_{IJ}} \cdot \vec{t}_{IJ} - \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right)_{IJ} \right] \cdot \vec{t}_{IJ} \quad (2.65)$$

όπου

$$\overline{\nabla \vec{V}_{IJ}} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{V}_I + \nabla \vec{V}_J) \quad (2.66)$$

είναι η μέση κλίση, και

$$\left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right)_{IJ} \approx \frac{\vec{V}_J - \vec{V}_I}{l_{IJ}} \quad (2.67)$$

$l_{IJ}$  είναι η απόσταση μεταξύ του κέντρου των κελιών  $I$  και  $J$  και  $\vec{t}_{IJ}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα που δείχνει από το ένα κέντρο του κελιού ( $I$ ) στο άλλο ( $J$ ).

### Χρονική διακριτοποίηση των εξισώσεων

Για τη χρονική διακριτοποίηση εφαρμόζουμε τη μέθοδο των γραμμών (method of lines). Αυτό σημαίνει ότι ξεχωρίζουμε τη χωρική από τη χρονική διακριτοποίηση οπότε καταλήγουμε σε ένα σύστημα πεπλεγμένων διαφορικών εξισώσεων στο χρόνο για κάθε κελί:

$$\frac{d(D_I \vec{U}_I)}{dt} = -R_I \quad (2.68)$$

Το παραπάνω σύστημα διαφορικών εξισώσεων πρέπει να ολοκληρωθεί στο χρόνο είτε για να πάρουμε τη λύση (στα μόνιμα προβλήματα), είτε για να αναπαράξουμε τη χρονική ιστορία στα μή μόνιμα προβλήματα.

Η χρονική διακριτοποίηση μπορεί να είναι ρητή ή άρρητη. Οι ρητές μέθοδοι χρησιμοποιούν την γνωστή λύση  $\vec{U}^n$  και προχωρούν στον χρόνο με χρήση του αντίστοιχου υπολοίπου  $\vec{R}^n$  για να δοθεί η λύση στο επόμενο χρονικό βήμα ( $t + \Delta t$ ). Από την άλλη, τα άρρητα σχήματα χρησιμοποιούν τη σχέση  $R(\vec{U}^{n+1}) = \vec{R}^{n+1}$  για να παράξουν την νέα λύση και προτιμώνται διότι επιτρέπουν μεγαλύτερα χρονικά βήματα. Αφού το  $\vec{R}^{n+1}$  είναι άγνωστο, ακολουθείται η γραμμική προσέγγιση που περιγράφεται στην εξίσωση (2.69):

$$\vec{R}^{n+1} \approx \vec{R}^n + \left( \frac{\partial \vec{R}}{\partial \vec{U}} \right)_n \cdot \Delta \vec{U}^n, \quad \Delta \vec{U}^n = \vec{U}^{n+1} - \vec{U}^n \quad (2.69)$$

Στον MaPFlow χρησιμοποιείται ένα πεπλεγμένο σχήμα πίσω διαφορών για την παράγωγο του χρόνου, το οποίο ορίζεται με κατάλληλη επιλογή του  $\phi_n$  στην εξίσωση (2.70):

$$\frac{1}{\Delta t} \left[ \phi_{n+1} (D\vec{U})^{n+1} + \phi_n (D\vec{U})^n + \phi_{n-1} (D\vec{U})^{n-1} + \phi_{n-2} (D\vec{U})^{n-2} + \dots \right] = -R^{n+1} \quad (2.70)$$

Σε περιπτώσεις μόνιμης ροής (Steady State) χρησιμοποιείται μια τεχνική ψευδο-χρόνου, στην οποία το τοπικό χρονικό βήμα για κάθε κελί ορίζεται ως εξής:

$$\Delta t = CFL \frac{D_I}{(\hat{\Lambda}_c + C\hat{\Lambda}_v)_I} \quad (2.71)$$

όπου CFL είναι το κριτήριο ευστάειας και  $\hat{\Lambda}_c, \hat{\Lambda}_v$  είναι το άθροισμα των συναγωγικών και συνεκτικών ιδιοτιμών πάνω στις πλευρές όλων των κελιών. Αντίθετα, σε περιπτώσεις μη-μόνιμων ροών (Time True) πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί, διότι τα αριθμητικά σφάλματα διαδίδονται ως διαταραχές μέσα στο πεδίο ροής. Για να τα ελαχιστοποιήσουμε, χρησιμοποιείται η τεχνική του διπλού χρονικού βήματος (Dual Time-Stepping).

Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, προστίθεται μια παράγωγος στην εξίσωση μεταφοράς, η οποία αναφέρεται σε μια διαφορετική «χρονική» μεταβλητή  $\tau$ , η οποία καλείται «ψευδοχρόνος». Σε κάθε χρονικό βήμα του πραγματικού χρόνου, το πρόβλημα επιλύεται ως μόνιμο, εκτελώντας επιμέρους επαναλήψεις στο πεδίο του ψευδοχρόνου. Έτσι, ελαχιστοποιούνται τα χρονικά σφάλματα και διευκολύνεται η σύγκλιση του κώδικα.

### Μοντέλο τύρβης $k - \omega$ SST

Το μοντέλο τύρβης  $k - \omega$  *Shear Stress Transport (SST)* του Menter αποτελεί μια τροποποίηση του μοντέλου δύο εξισώσεων του Wilcox, ορισμένο για την τυρβώδη κινητική ενέργεια  $K$  και τον ρυθμό καταστροφής της τύρβης  $\omega$ . Οι εξισώσεις μεταφοράς για τα  $K$  και  $\omega$  είναι:

$$\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho K u_j) = P - \beta^* \rho \omega K + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_K \mu_T) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \omega u_j) &= \frac{\gamma}{\nu_T} P - \beta^* \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] \\ &+ 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2.73)$$

όπου

$$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad \tau_{ij} = \mu_T \left( 2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \rho K \delta_{ij} \quad (2.74)$$

$S_{ij}$  είναι ο τανυστής των τάσεων,

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.75)$$

και  $\nu_T = \mu_T / \rho$ . Η τυρβώδης συνεκτικότητα  $\mu_T$  δίνεται από την σχέση:

$$\mu_T = \frac{\rho \alpha_1 K}{\max(\alpha_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (2.76)$$

Οι σταθερές για το συγκεκριμένο μοντέλο είναι ένας συνδυασμός εσωτερικών και εξωτερικών σταθερών, που περιγράφονται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (2.77)$$

όπου τα  $F_1, F_2$  ορίζονται ως:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad \arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{K}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} K}{CD_{K\omega} d^2} \right] \quad (2.78)$$

$$CD_{K\omega} = \max \left( 2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (2.79)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2), \quad \arg_2 = \max \left( 2 \frac{\sqrt{K}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right) \quad (2.80)$$

Οι εσωτερικές σταθερές είναι:

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, \quad (2.81)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{k1} &= 0.85, & \sigma_{\omega 1} &= 0.5, & \beta_1 &= 0.075 \\ \beta^* &= 0.09, & \kappa &= 0.41, & \alpha_1 &= 0.31 \end{aligned}$$

ενώ οι εξωτερικές:



$$\gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} k^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad (2.82)$$

$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828$$

Για τον όρο παραγωγής στην εξίσωση του  $K$  προτείνεται ένας περιοριστής, οπότε ο όρος αυτός γράφεται:

$$P = \min(P, 20\beta^* \rho K \omega) \quad (2.83)$$

Για τις οριακές συνθήκες ισχύουν:

$$\frac{U_\infty}{L} < \omega_\infty < 10 \frac{U_\infty}{L}, \quad \frac{10^{-5} U_\infty^2}{Re_L} < K_\infty < \frac{10^{-1} U_\infty^2}{Re_L} \quad (2.84)$$

$$\omega_{wall} = \frac{6\nu}{\beta_1 d_1^2}, \quad K_{wall} = 0 \quad (2.85)$$

όπου  $L$  είναι το προσεγγιστικό μήκος του υπολογιστικού χωρίου και  $d_1$  η απόσταση από το σημείο του πλέγματος που βρίσκεται κοντύτερα στο στερεό τόιχωμα.

### Μοντέλο μετάβασης $e^N$

Σύμφωνα με το μοντέλο  $e^N$ , το σημείο μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή τοποθετείται εκεί που το πλάτος του πιο ασταθούς κύματος μέσα στο οριακό στρώμα ξεπερνάει την αρχική τιμή του κατά τον παράγοντα  $e^N$ . Ο παράγοντας  $N$  δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$N = \int_0^s \alpha_i(H, Re, \theta, \omega) ds \quad (2.86)$$

όπου  $\alpha_i$  είναι ο ρυθμός ενίσχυσης,  $s$  η απόσταση από το σημείο ανακοπής και  $\theta$  το πάχος ορμής. Επιπλέον,

$$\omega = \frac{2\pi f\theta}{U_e} \quad (2.87)$$

με  $U_e$  την ταχύτητα στο πέρας του οριακού στρώματος και  $f$  την συχνότητα του κύματος. Το σημείο μετάβασης τότε ορίζεται σε μια απόσταση  $S_{tr}$  όπου το μέγιστο  $N$  ξεπερνάει μια καθορισμένη τιμή  $N_{crit}$ . Η τιμή αυτή ορίζεται ως:

$$N_{crit} = -8.43 - 2.4 \ln(Tu_\infty) \quad (2.88)$$

όπου  $Tu_\infty$  είναι η ένταση της τύρβης της ελεύθερης ροής. Η ταχύτητα  $U_e$  προκύπτει από τη σύζευξη των εξισώσεων του οριακού στρώματος με την εξωτερική μη συνεκτική ροή, υποθέτοντας μηδενική κλίση πίεσης κατά την κάθετη στο τοίχωμα κατεύθυνση. Αυτό, μας οδηγεί στην σύνδεση της οριακής ταχύτητας  $U_e$  με την επιφανειακή πίεση μέσω της εξίσωσης Bernoulli.

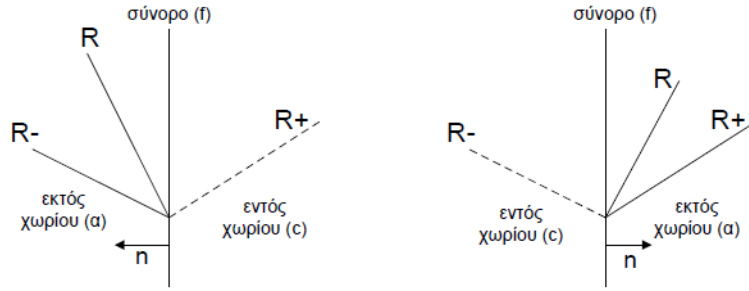
$$\frac{U_e}{U_\infty}(S) = \sqrt{1 + \frac{1 - \left(1 + \left[\frac{\gamma}{2} M \alpha_\infty^2\right] c_p(S)\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\frac{\gamma-1}{2} M \alpha_\infty^2}} \quad (2.89)$$

Τα χαρακτηριστικά του οριακού στρώματος μπορούν είτε να εκτιμηθούν από μονοπαραμετρικές (Polhausen) ή διπαραμετρικές (Falkner-Skan) οικογένειες κατανομών ταχύτητας, είτε να υπολογιστούν από τις αριθμητικές προλέξεις του πεδίου ταχύτητας στο τρέχον χρονικό βήμα.

### Συνοριακές Συνθήκες

Στο πρόβλημα της ροής γύρω από αεροτομή διακρίνονται δύο σύνορα στο υπολογιστικό χωρίο, το μακρινό σύνορο (farfield) και η επιφάνεια της αεροτομής (wall). Το μακρινό σύνορο συνήθως έχει σχήμα C (C-type) ή O (O-type), ανάλογα με τον τύπο του υπολογιστικού πλέγματος και τοποθετείται σε απόσταση αρκετών χορδών μακριά από την αεροτομή. Οι συνοριακές συνθήκες στο μακρινό σύνορο είναι συνθήκες εισόδου/εξόδου της ροής ανάλογα με την κατεύθυνση των χαρακτηριστικών. Για υποηχητική είσοδο, οι δύο

χαρακτηριστικές διαδίδουν πληροφορία από το εξωτερικό προς το εσωτερικό του χωρίου, ενώ η τρίτη προς την αντίθετη κατεύθυνση. Η κατάσταση αντιστρέφεται στην περίπτωση της υποηχητικής εξόδου, όπου οι δύο χαρακτηριστικές μεταφέρουν πληροφορία από το εσωτερικό προς το εξωτερικό του χωρίου, ενώ η τρίτη το αντίθετο, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.11.



Σχήμα 2.11: Αναλλοίωτες Riemann σε μακρινό σύνορο για υποηχητική ροή

Δεδομένου ότι οι αναλλοίωτες του Riemann, που σχετίζονται με τις ιδιοτιμές, ορίζονται ως προς την κάθετη στο σύνορο κατεύθυνση, για υποηχητική είσοδο, όπου το κάθετο διάνυσμα δείχνει προς τα έξω ισχύει  $u - c < 0$ ,  $u < 0$ ,  $u + c > 0$ , ενώ για την έξοδο, όπου το κάθετο διάνυσμα δείχνει προς τα μέσα  $u - c < 0$ ,  $u > 0$ ,  $u + c > 0$ . Επομένως προκύπτουν οι συνοριακές συνθήκες για υποηχητική είσοδο:

$$\begin{aligned}
 \frac{p_f}{\rho_f^{\frac{1}{\gamma}}} &= \frac{p_a}{\rho_a^{\frac{1}{\gamma}}} && \text{κατά μήκος της} && \lambda_1 = u, (R) \\
 p_f - p_c + \frac{1}{\rho_a c_a} (u_f - u_c) &= 0 && \text{κατά μήκος της} && \lambda_2 = u + c, (R+) \\
 p_f - p_a - \frac{1}{\rho_a c_a} (u_f - u_a) &= 0 && \text{κατά μήκος της} && \lambda_3 = u - c, (R-)
 \end{aligned} \tag{2.90}$$

Η πίεση και η ταχύτητα στο σύνορο καθορίζονται συνδυάζοντας τις αναλλοίωτες  $R^+$  και  $R^-$ . Η πυκνότητα προσδιορίζεται από την ισητροπική σχέση, ενώ ως κατάσταση αναφοράς θεωρείται αυτή της εξωτερικής περιοχής. Παρόμοια λαβάνονται και οι συνοριακές συνθήκες για υποηχητική έξοδο:

$$\begin{aligned}
 \frac{p_f}{\rho_f^{\frac{1}{\gamma}}} &= \frac{p_c}{\rho_c^{\frac{1}{\gamma}}} && \text{κατά μήκος της} && \lambda_1 = u, (R) \\
 p_f - p_c + \frac{1}{\rho_c c_c} (u_f - u_c) &= 0 && \text{κατά μήκος της} && \lambda_2 = u + c, (R+) \\
 p_f - p_a - \frac{1}{\rho_c c_c} (u_f - u_a) &= 0 && \text{κατά μήκος της} && \lambda_3 = u - c, (R-)
 \end{aligned} \tag{2.91}$$

όπου η κατάσταση αναφοράς ορίζεται από το εσωτερικό του υπολογιστικού χωρίου.

Στην επιφάνεια της αεροτομής εφαρμόζεται η συνθήκη μη-ολίσθησης για την ταχύτητα  $\vec{u} = 0$ , ενώ οι τιμές της πυκνότητας και της πίεσης τίθενται ίσες με τις τιμές του κέντρου του κελιού που συνορεύει με το τοίχωμα. Οι όροι συναγωγής αποκτούν την μορφή:

$$\vec{F}_{cwall} = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x p_w \\ n_y p_w \\ n_z p_w \\ \rho_w V_g \end{pmatrix} \tag{2.92}$$

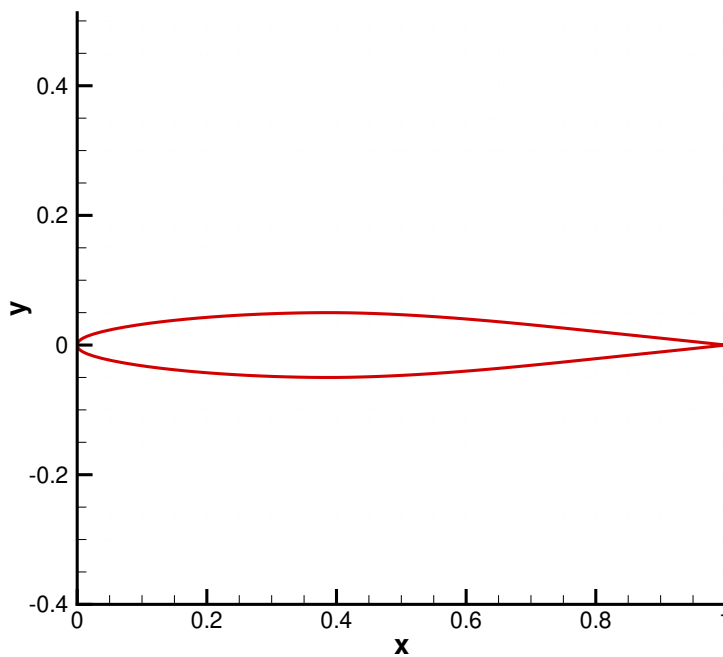
όπου  $V_g = \vec{u}_g \cdot \vec{n}$ .



## Κεφάλαιο 3

# Αποτελέσματα

Η αεροτομή που επιλέχθηκε για την βελτιστοποίηση είναι η NACA 64A010. Ο λόγος είναι ότι η συγκεκριμένη πτέρυγα χρησιμοποιείται ευρέως σε αεροπορικές εφαρμογές, οπότε έχει μελετηθεί εκτενώς τα τελευταία χρόνια. Η γεωμετρία της αποτυπώνεται στο σχήμα 3.1. Για την μελέτη της επιλέχθηκε αριθμός Mach  $M = 0.23$ , και αριθμός Reynolds  $Re = 5.6 \cdot 10^6$ , καθώς αυτές οι τιμές προσομοιάζουν κατάλληλα τις συνθήκες που επικρατούν στην φάση της απογείωσης και της προσγείωσης ενός τυπικού αεροσκάφους μεσέων αποστάσεων, με ταχύτητες μεταξύ  $66.88 - 82.31m/s$  και μήκος χορδής  $\approx 3m$  (μεταξύ  $C_{root} \approx 6m$  και  $C_{tip} \approx 1.5m$ ).



Σχήμα 3.1: NACA 64A010

Για την διακριτοποίηση της αεροτομής στον κώδικα *Foil2w* χρησιμοποιήθηκαν συνολικά 183 σημεία, εκ των οποίων 24 αντιστοιχούν στο απαράμορφωτο τμήμα μεταξύ  $x/c = 0.25$  και  $x/c = 0.8$  (12 για την πάνω πλευρά, 12 για την κάτω), όπου  $x$  η τετμημένη και  $c$  το μήκος της χορδής. Οι καμπύλες παρεμβολής για την προσομοίωση της κεκλιμένης ακμής πρόπτωσης και εκφυγής διακριτοποιήθηκαν με 79 και 80 σημεία αντιστοίχως.

## 3.1 Επιλογή Παραμέτρων και Περιορισμών

### 3.1.1 Μεταβλητές Σχεδιασμού

Για τη δημιουργία των καμπυλών παρεμβολής χρησιμοποιήθηκαν συνολικά 20 σημεία ελέγχου, 11 για την περιοχή της ακμής πρόσπτωσης και 9 για την περιοχή της ακμής εκφυγής. Από αυτά, τα 4 σημεία (2 για κάθε περιοχή) αντιστοιχούν στις ενώσεις μεταξύ της μορφοποιημένης και της απαραμόρφωτης γεωμετρίας και είναι σταθερά ( $x_{le} = 0.25$  και  $x_{te} = 0.8$ , όπου  $le$ =leading-edge, ακμή προσβολής και  $te$ =trailing-edge, ακμή εκφυγής). Για την επίτευξη της επιθυμητής μορφοποίησης, θεωρήθηκε ότι τα υπόλοιπα 16 σημεία ελέγχου (9 για την περιοχή της ακμής προσβολής και 7 για την ακμή εκφυγής) μπορούν να μετακινήθούν μόνο κατακόρυφα, δηλαδή έχουν σταθερή τετμημένη και μεταβαλλόμενη τεταγμένη. Στην περιοχή της ακμής προσβολής, η οποία εμφανίζει μεγαλύτερη καμπυλότητα χρησιμοποιήθηκαν 2 επιπλέον σημεία (7+2) ώστε να διασφαλιστεί η ομαλότητα της γεωμετρίας.

Οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι οι τεταγμένες των 14 σημείων (εκτός των 2 επιπρόσθετων) που μεταβάλλονται εντός προκαθορισμένου εύρους, ώστε να προκύψει ο βέλτιστος συνδυασμός που θα αντιστοιχεί στην αεροτομή με το μέγιστο  $C_{Lmax}$ . Οι τεταγμένες των 2 επιπρόσθετων σημείων στην ακμή εκφυγής δε συγκαταλέγονται στις μεταβλητές σχεδιασμού, αλλά προκύπτουν με γραμμική προεκβολή από τα δύο γειτονικά σημεία. Σύμφωνα με τα παραπάνω ακολουθείται η εξής διαδικασία:

#### Προσδιορισμός Τετμημένων για όλα τα Σημεία Ελέγχου

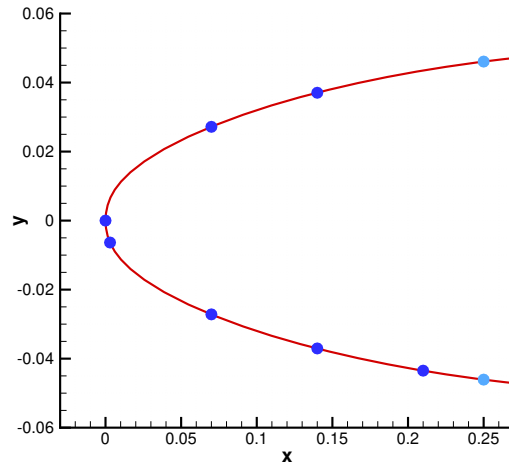
- **Για την ακμή πρόσπτωσης:** Εφόσον το τμήμα που υφίσταται τις μεγαλύτερες παραμορφώσεις είναι η ακμή προσβολής, εκεί θα υπάρχει μεγαλύτερη πύκνωση των σημείων ελέγχου, σε σχέση με τα υπόλοιπα τμήματα. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται δύο πολύ κοντινά σημεία (CP5 με  $x_{cp5} = 0$  και CP4 με  $x_{cp4} = 0.003$ ) στην «μύτη» της αεροτομής, βάσει των οποίων προκύπτουν τα δύο επιπρόσθετα σημεία ελέγχου. Επιπλέον, τοποθετείται ένα σημείο ελέγχου (CP1 με  $x_{cp1} = 0.21$ ) στην κάτω πλευρά, κοντά στην ένωση με το τμήμα της απαραμόρφωτης γεωμετρίας, για να εξασφαλιστεί όσο το δυνατόν καλύτερα η συνέχεια και να αποφευχθεί απότομη αλλαγή κλίσης. Δύο ακόμη σημεία ελέγχου CP2,CP3 εφαρμόζονται στην κάτω πλευρά της ακμής πρόσπτωσης, σε ίσες αποστάσεις μεταξύ των CP1 και CP5. Τέλος, τα σημεία CP6 και CP7 της άνω πλευράς είναι συμμετρικά των CP2,CP3 αντίστοιχα ως προς τη χορδή της απαραμόρφωτης αεροτομής, επομένως έχουν τις ίδιες τετμημένες. Αν  $dx_{cpf}$  είναι η απόσταση μεταξύ διαδοχικών σημείων στον άξονα x οι τετμημένες των CP2,CP3,CP6,CP7 δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} dx_{cpf} &= \frac{x_{cp1}}{3} = 0.07 \\ x_{cp2} &= x_{cp7} = x_{cp5} + 2 \cdot dx_{cpf} = 0.14 \\ x_{cp3} &= x_{cp6} = x_{cp5} + dx_{cpf} = 0.07 \end{aligned}$$

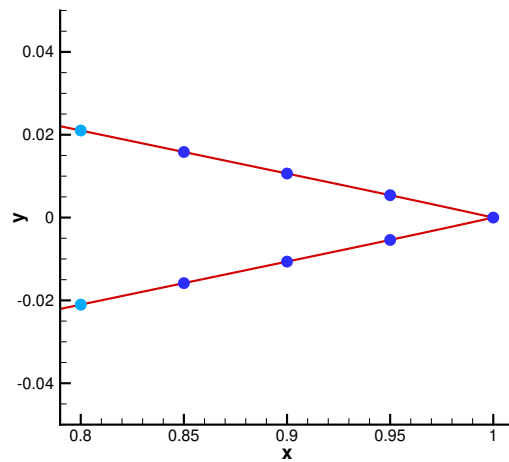
- **Για την ακμή εκφυγής:** Σε αυτήν την περιοχή οι παραμορφώσεις είναι μικρότερες οπότε και η κατανομή των σημείων γίνεται ευκολότερα. Πιο αναλυτικά, υπάρχει το βασικότερο σημείο ελέγχου αυτού του τμήματος (CP11), το οποίο καθορίζει την ολική παραμόρφωση της πίσω ακμής. Επιπλέον, χρησιμοποιούνται τρία συμμετρικά σημεία σε κάθε πλευρά (CP8,CP9,CP10 και CP14,CP13,CP12 στην άνω και κάτω πλευρά αντίστοιχα), ισαπέχοντα μεταξύ τους, για την κατάλληλη μορφοποίηση της ακμής εκφυγής και την αποφυγή γεωμετρικών ανωμαλιών. Αν  $dx_{cpb}$  είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων στον άξονα x, οι τετμημένες των σημείων αυτών προκύπτουν από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} dx_{cpb} &= \frac{1 - x_{te}}{4} = 0.05 \\ x_{cp8} &= x_{cp14} = 1 - 3 \cdot dx_{cpb} = 0.85 \\ x_{cp9} &= x_{cp13} = 1 - 2 \cdot dx_{cpb} = 0.9 \\ x_{cp10} &= x_{cp12} = 1 - dx_{cpb} = 0.95 \end{aligned}$$

Στο σχήμα 3.4 φαίνονται οι τελικές θέσεις των τετμημένων των σημείων ελέγχου, όπως προέκυψαν από την παραπάνω διαδικασία.



**Σχήμα 3.2:** Σημεία ελέγχου στην ακμή πρόσπτωσης. Δεν συμπεριλαμβάνονται τα επιπρόσθετα σημεία ελέγχου, διότι αλλάζουν σε κάθε διαφορετική αεροτομή/λύση που προκύπτει

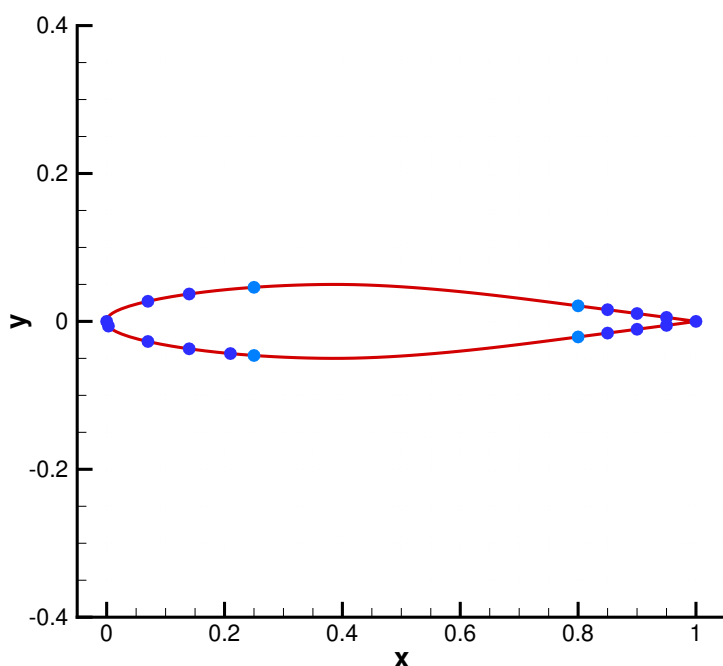


**Σχήμα 3.3:** Σημεία ελέγχου στην ακμή εκφυγής

### Προσδιορισμός των δύο Επιπρόσθετων Σημείων Ελέγχου στην περιοχή της Ακμής Πρόσπτωσης

Οι συντεταγμένες των επιπρόσθετων σημείων  $CP_{extra1}$  και  $CP_{extra2}$  προκύπτουν με γραμμική προεκβολή των συντεταγμένων των σημείων  $CP4$  και  $CP5$ :

$$\begin{aligned}
 n_{cp}^{up} \cdot [x_{cp}^{extra1} - x_{cp5}] &= n_{cp}^{down} \cdot [x_{cp5} - x_{cp4}] \\
 \Rightarrow x_{cp}^{extra1} &= \frac{n_{cp}^{down}}{n_{cp}^{up}} \cdot [x_{cp5} - x_{cp4}] + x_{cp5} \\
 n_{cp}^{up}(n_{cp}^{up} - 1) [x_{cp}^{extra2} - 2x_{cp}^{extra1} + x_{cp5}] &= n_{cp}^{down}(n_{cp}^{down} - 1) [x_{cp5} - 2x_{cp4} + x_{cp3}] \\
 \Rightarrow x_{cp}^{extra2} &= \frac{n_{cp}^{down}(n_{cp}^{down} - 1)}{n_{cp}^{up}(n_{cp}^{up} - 1)} \cdot [x_{cp5} - 2x_{cp4} + x_{cp3}] + 2x_{cp}^{extra1} - x_{cp5}
 \end{aligned}$$



**Σχήμα 3.4:** Σημεία ελέγχου πάνω στην αρχική αεροτομή. Με γαλάζιο χρώμα είναι τα σταθερά σημεία των ενώσεων με το απαραιμόρφωτο τμήμα της αεροτομής, ενώ δεν συμπεριλαμβάνονται τα επιπρόσθετα σημεία ελέγχου

$$\begin{aligned}
 n_{cp}^{up} \cdot [y_{cp}^{extra1} - y_{cp5}] &= n_{cp}^{down} \cdot [y_{cp5} - y_{cp4}] \\
 \Rightarrow y_{cp}^{extra1} &= \frac{n_{cp}^{down}}{n_{cp}^{up}} \cdot [y_{cp5} - y_{cp4}] + y_{cp5} \\
 n_{cp}^{up}(n_{cp}^{up} - 1) [y_{cp}^{extra2} - 2y_{cp}^{extra1} + y_{cp5}] &= n_{cp}^{down}(n_{cp}^{down} - 1) [y_{cp5} - 2y_{cp4} + y_{cp3}] \\
 \Rightarrow y_{cp}^{extra2} &= \frac{n_{cp}^{down}(n_{cp}^{down} - 1)}{n_{cp}^{up}(n_{cp}^{up} - 1)} \cdot [y_{cp5} - 2y_{cp4} + y_{cp3}] + 2y_{cp}^{extra1} - y_{cp5}
 \end{aligned}$$

Όπου  $n_{cp}^{down}$  και  $n_{cp}^{up}$  ο αριθμός των σημείων ελέγχου για την κάτω και πάνω πλευρά αντίστοιχα. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται ούτως ώστε να έχουμε την επιθυμητή μορφή και καμπυλότητα στην ακμή πρόσπτωσης. Σημειώνεται ότι ο παραπάνω υπολογισμός λαμβάνει χώρα, μετά τον ορισμό των τιμών των μεταβλητών σχεδιασμού, γι' αυτό και τα σημεία αυτά δεν απεικονίζονται στα σχήματα 3.2 και 3.4.

### Προσδιορισμός Εύρους Τεταγμένων που αποτελούν τις Μεταβλητές Σχεδιασμού

Οι τεταγμένες μπορούν να μεταβάλλονται σε ένα εύρος που δημιουργείται σύμφωνα με μία πρώτη παραμόρφωση της αρχικής γεωμετρίας. Η παραμόρφωση αυτή καθορίζεται μέσω γωνιών που εκφράζουν την κλίση των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής της αεροτομής ( $\phi = 12^\circ$  για την ακμή πρόσπτωσης,  $\theta = 14^\circ$  για την ακμή εκφυγής). Ωστόσο, τα παραμορφώσιμα υλικά έχουν ένα μέγιστο όριο παραμόρφωσης, οπότε οι γωνίες αυτές δεν πρέπει να λάβουν μεγάλη τιμή. Από την άλλη, μικρή τιμή δεν δίνει αρκετά υψηλό μέγιστο συντελεστή άνωσης. Συνεπώς, εφαρμόζονται όρια για τις τιμές που μπορούν να επιλεγθούν, τα οποία επιδέχονται αλλαγές ανάλογα με την φύση του προβλήματος ( $9^\circ - 12,5^\circ$  για την ακμή προσβολής,  $\pm 3\%$  απόκλιση για την ακμή εκφυγής). Έπειτα, με εφαρμογή των παρακάτω σχέσεων, επιτυγχάνεται η αρχική παραμόρφωση, που φαίνεται στο σχήμα 3.5.

$$\xi = \frac{x_{le} - x}{x_{le}}$$

$$\Delta y = x_{le} \tan \phi$$

$$\eta = \Delta y \cdot \xi^2 \left( \frac{3 - \xi}{2} \right)$$

$$y_{new} = y + \eta$$

Όταν  $x < x_{le}$ , και:

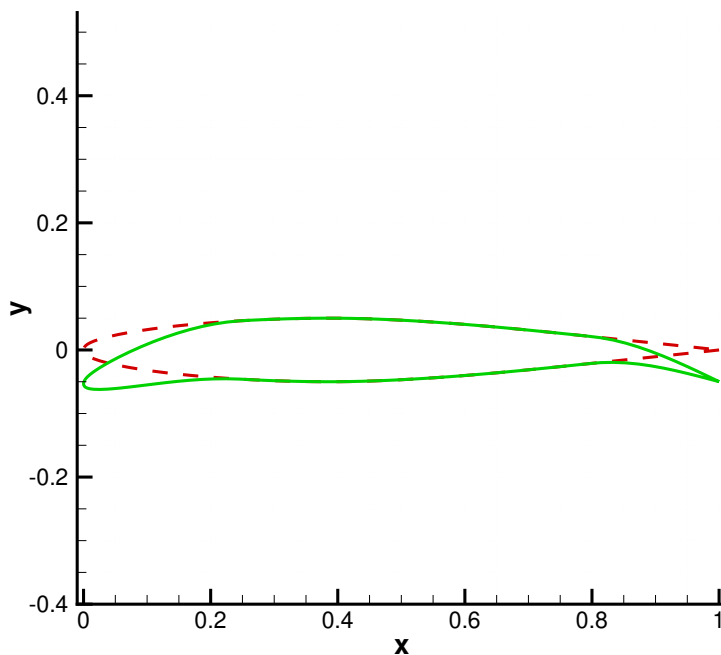
$$\xi = \frac{x - x_{te}}{1 - x_{te}}$$

$$\Delta y = (1 - x_{te}) \tan \theta$$

$$\eta = \Delta y \cdot \xi^2 \left( \frac{3 - \xi}{2} \right)$$

$$y_{new} = y + \eta$$

όταν  $x > x_{te}$ .



**Σχήμα 3.5:** Αρχικά παραμορφωμένη γεωμετρία (πράσινο χρώμα) μαζί με την απαραμόρφωτη (κόκκινο χρώμα, διακεκομμένη γραμμή)

Τα διαστήματα μεταβολής των τεταγμένων είναι μεγαλύτερα για τα σημεία κοντά στις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής, και μικρότερα όσο απομακρυνόμαστε από αυτές, αφού χρειάζεται μεγάλο εύρος μεταβολής στα τμήματα με τις μεγαλύτερες παραμορφώσεις. Η λογική που υιοθετήθηκε για την εύρεσή τους είναι η εξής: Έχοντας την αρχική αεροτομή και την γεωμετρία που προέκυψε από την πρώτη παραμόρφωση, υπολογίζονται οι διαφορές των τεταγμένων στα σημεία ελέγχου. Στη συνέχεια, εφαρμόζονται ορισμένοι περιοριστικοί συντελεστές, ούτως ώστε τα διαστήματα να αυξομειώνουν το μέγεθός τους ανάλογα με την θέση των σημείων (μεγάλα κοντά στις ακμές πρόσβολής και εκφυγής, μικρότερα όσο απομακρύνονται από αυτές), αλλά και να τα διατηρούν σε τέτοια απόσταση, ώστε να μην έρχονται σε «επαφή», προκειμένου η παρεμβολή να γίνει σωστά (αν τα διαστήματα κοντινών σημείων έχουν εύρος με κοινές τεταγμένες, μπορεί



κάποιο σημείο ελέγχου να προκύψει σε ψηλότερη τεταγμένη από το επόμενο του, γεγονός που οδηγεί σε ανεπιθύμητη γεωμετρική ανωμαλία). Οι εξισώσεις που περιγράφουν την προαναφερθείσα διαδικασία φαίνονται παρακάτω:

- Για τα σημεία ελέγχου 1 έως 3

$$\Delta y_{cp} = |y_{dfrm}| - |y_{org}|$$

- Για τα σημεία ελέγχου 6 έως 9

$$\Delta y_{cp} = y_{org} - y_{dfrm}$$

- Για τα σημεία ελέγχου 4 και 5

$$\Delta y_{cp} = x_0^{le} \tan(\phi_{max} - \phi_{min})$$

- Για το σημείο ελέγχου 11

$$y_{cp}^{max} = (1 - x_{te}) \tan(-\theta_{max})$$

$$y_{cp}^{min} = (1 - x_{te}) \tan(-\theta_{min})$$

$$\Delta y_{cp} = |y_{cp}^{max}| - |y_{cp}^{min}|$$

(3.1)

- Και για τα σημεία ελέγχου 13 και 14

$$\Delta y_{cp} = |y_{dfrm}| - |y_{org}|$$

(3.2)

Όπου με τον δείκτη *dfrm* συμβολίζεται ό,τι αντιστοιχεί στην αρχικά παραμορφωμένη αεροτομή, με τον δείκτη *org* συμβολίζεται ό,τι αντιστοιχεί στην αρχική απαραμόρφωτη γεωμετρία και με *cp* συμβολίζονται τα σημεία ελέγχου. Οπότε για τα όρια των μεταβλητών σχεδιασμού ισχύει:

- Για τα σημεία 1 έως 4

$$y_{cp}^{min} = y_{dfrm} - |\Delta y_{cp}|$$

$$y_{cp}^{max} = y_{dfrm}$$

(3.3)

- Για το σημείο 5

$$y_{cp5}^{min} = x_{le} \tan \phi_{max}$$

$$y_{cp5}^{max} = x_{le} \tan \phi_{min}$$

(3.4)

- Για τα σημεία 6 και 7

$$y_{cp}^{min} = y_{dfrm}$$

$$y_{cp}^{max} = y_{dfrm} + \Delta y_{cp}$$

(3.5)

- Για τα σημεία 8,9,13 και 14

$$y_{cp}^{min} = y_{dfrm} - \frac{|\Delta y_{cp}|}{2}$$

$$y_{cp}^{max} = y_{dfrm} + \frac{|\Delta y_{cp}|}{2}$$
(3.6)

- Και τέλος για τα σημεία 10 και 12

$$y_{cp}^{min} = y_{dfrm} - 1.5 \cdot |\Delta y_{cp11}|$$

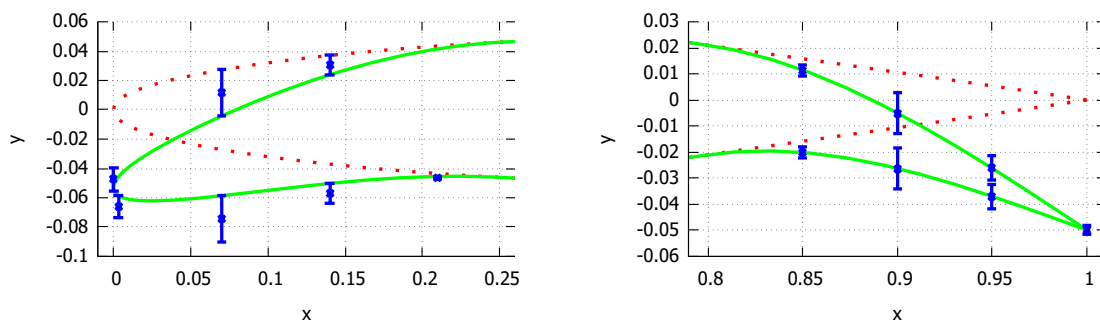
$$y_{cp}^{max} = y_{dfrm} + 1.5 \cdot |\Delta y_{cp11}|$$
(3.7)

Όπου  $y_{cp}^{min}$ ,  $y_{cp}^{max}$  συμβολίζονται τα όρια των τεταγμένων των σημείων ελέγχου. Στον πίνακα 3.1 διακρίνονται οι τετμημένες των σημείων ελέγχου/μεταβλητών σχεδιασμού του προβλήματος βελτιστοποίησης, τα εύρη τους και οι τιμές των ορίων τους, όπως προέκυψαν για τα προαναφερθέντα δεδομένα.

CP	$x_{cp}$	$\Delta y_{cp}$	$y_{cp,min}$	$y_{cp,max}$
1	0.21	0,002	-0,047	-0,045
2	0.14	0,013	-0,064	-0,050
3	0.07	0,031	-0,090	-0,059
4	0.003	0,015	-0,074	-0,059
5	0.000	0,016	-0,055	-0,040
6	0.07	0,070	-0,042	0,027
7	0.14	0,013	0,024	0,037
8	0.85	0,079	0,093	0,014
9	0.90	0,041	-0,013	0,028
10	0.95	0,009	-0,031	-0,021
11	1	0,003	-0,051	-0,048
12	0.95	0,009	-0,042	-0,032
13	0.9	0,016	-0,034	-0,018
14	0.85	0,004	-0,022	-0,018

**Πίνακας 3.1:** Τετμημένες, εύρη και όρια μεταβλητών σχεδιασμού του προβλήματος βελτιστοποίησης

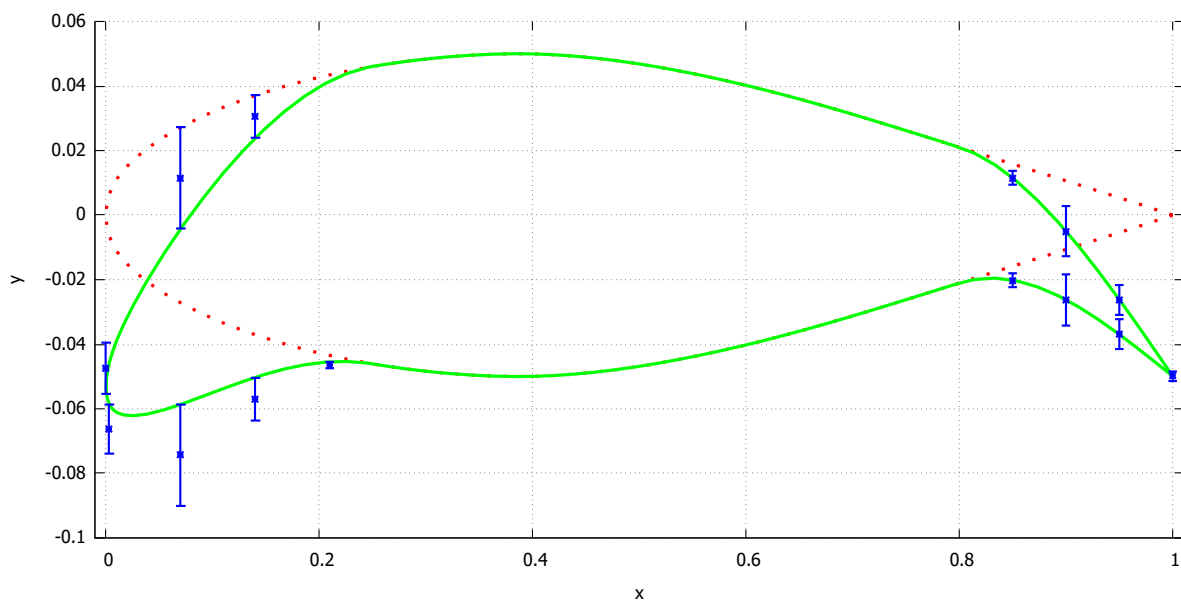
Στα σχήματα 3.6α' και 3.6β' απεικονίζονται τα εύρη των μεταβλητών σχεδιασμού στις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής αντίστοιχα, ενώ στο σχήμα 3.7 φαίνονται όλα τα εύρη συνολικά, με τις μέσες τιμές τους.



(α') Διαστήματα μεταβολής των μεταβλητών σχεδιασμού στην ακμή πρόσπτωσης

(β') Διαστήματα μεταβολής των μεταβλητών σχεδιασμού στην ακμή εκφυγής

**Σχήμα 3.6:** Διαστήματα μεταβολής των μεταβλητών σχεδιασμού στις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής



Σχήμα 3.7: Διαστήματα μεταβολής των μεταβλητών σχεδιασμού

### 3.1.2 Παράμετροι Αλγόριθμων

Σε ότι αφορά το κομμάτι των αλγόριθμων, ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν τον πληθυσμό είναι 112 (*pop\_size*), ανεξαρτήτως αλγόριθμου. Για τον GA επιλέγονται οι εξής τιμές για τις παραμέτρους του, όπως αυτές παρουσιάστηκαν στην ενότητα 2.1:

- *num\_selected* = 112 (ο αριθμός των ατόμων προς επιλογή)
- *crossover\_rate* = 1.0 (ο ρυθμός με τον οποίον εφαρμόζεται ο τελεστής διασταύρωσης)
- *num\_crossover\_points* = 1 (ο αριθμός των σημείων που χρησιμοποιούνται για διασταύρωση)
- *mutation\_rate* = 0.25 (ο ρυθμός με τον οποίον εφαρμόζεται ο τελεστής μετάλλαξης)
- *num\_elites* = 0 (ο αριθμός των βέλτιστων (*elites*) χρωμοσωμάτων προς εξέταση)

Αντίστοιχα, για τον PSO:

- *inertia* = 0.5 (ο συντελεστής *w* που χρησιμοποιείται για την ανανέωση της ταχύτητας των σωματιδίων)
- *cognitive\_rate* = 2.1 (ο ρυθμός με τον οποίον η τωρινή θέση του σωματιδίου επηρεάζει την κίνησή του)
- *social\_rate* = 2.1 (ο ρυθμός με τον οποίον τα γειτονικά σωματίδια επηρεάζουν την κίνησή ενός σωματιδίου)

Και, τέλος, για τον ES:

- $\tau = 1/\sqrt{2 \cdot \sqrt{n}}$  (η σταθερά  $\tau$  της εξίσωσης 2.4)
- $\tau' = 1/\sqrt{2 \cdot n}$  (η σταθερά  $\tau'$  της εξίσωσης 2.4)
- *epsilon* = 0.00001 (η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή του βαθμού μετάλλαξης  $\sigma$ , εξίσωση 2.4)

όπου *n* είναι ο αριθμός των μεταβλητών σχεδιασμού (*n* = 14).

Ο αριθμός των μέγιστων αξιολογήσεων (*max\_evals*) είναι η σημαντικότερη παράμετρος που ρυθμίζεται σε κάθε αλγόριθμο. Ουσιαστικά αποτελεί το τεμαχικό κριτήριο κάθε μεθόδου και ανάλογα με την επιλογή της τιμής της παρατηρείται διαφορετικότητα στις τελικές λύσεις. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίον έγινε πρώτα μία παραμετρική μελέτη της παραμέτρου (για κάθε αλγόριθμο), και έπειτα επιλέχθηκαν δύο από τις λύσεις, με διαφορετικά χαρακτηριστικά η κάθε μία.

### 3.1.3 Περιορισμοί

Όταν ολοκληρωθεί η διαδικασία της παρεμβολής των σημείων ελέγχου και αφού σχηματιστεί μία υποψήφια γεωμετρία/λύση του προβλήματος, έπειτα υπόκειται σε ορισμένους ελέγχους. Αρχικά, εφαρμόζονται περιορισμοί σε ότι αφορά την κλίση των καμπυλών παρεμβολής, αφού δεν είναι θεμιτό να έχουμε απότομες αλλαγές και ύπαρξη γωνιών, αλλά όσο το δυνατόν πιο ομαλή γεωμετρία. Ειδικότερα, ελέγχεται το γινόμενο της κλίσης (πρώτη παράγωγος) κάθε διαστήματος των B-spline, έτσι ώστε να μην παίρνει μεγάλες αρνητικές τιμές, ενώ αν συμβεί αυτό η γεωμετρία απορρίπτεται. Οι τιμές που χρησιμοποιούνται ως κριτήριο σε κάθε κομμάτι της αεροτομής/λύσης είναι:  $-0.001$  για τα τμήματα της ακμής πρόσπτωσης (πάνω και κάτω) και το κάτω τμήμα της ακμής εκφυγής και  $0$  για το πάνω τμήμα της ακμής εκφυγής.

Επιπλέον, εκτός από τις κλίσεις, ελέγχεται και η καμπυλότητα στα μέρη όπου έχουμε μεγάλες τροποποιήσεις, όπως στην μύτη της αεροτομής, εκατέρωθεν αυτής, αλλά και στην πάνω πλευρά της ακμής προσβολής μέχρι την ένωση με το απαραμόρφωτο τμήμα. Για να υπολογιστεί η καμπυλότητα ( $\kappa$ ) εφαρμόζεται ο τύπος:

$$\kappa = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left(1 + \frac{dy}{dx}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.8)$$

όπου η πρώτη και δεύτερη παράγωγος  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$  υπολογίζονται με κεντρικές διαφορές, ως εξής:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad (3.9)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y_{i+1} \frac{2}{\Delta x_f(\Delta x_f + \Delta x_b)} + y_i \frac{-2}{\Delta x_f \cdot \Delta x_b} + y_{i-1} \frac{2}{\Delta x_b(\Delta x_f + \Delta x_b)} \quad (3.10)$$

όπου  $\Delta x_f = x_{i+1} - x_i$  και  $\Delta x_b = x_i - x_{i-1}$ . Η απαίτηση που ελέγχεται για κάθε τμήμα είναι: Για το τμήμα ακριβώς πριν την «μύτη» της αεροτομής  $x < 0.01$  (κάτω πλευρά) τίθεται ο περιορισμός  $\kappa < 150$ , για την «μύτη» της ακμής πρόσπτωσης τίθεται  $|\kappa| \leq 50$ , και τέλος, για τα τμήματα  $x < 0.01$ ,  $0.01 < x < 0.05$  και  $0.05 < x < 0.25$  (πάνω πλευρά) μετά την «μύτη» τίθενται οι περιορισμοί  $\kappa > -100$ ,  $\kappa > -20$  και  $\kappa \leq 0$  αντίστοιχα. Όταν κάποιος από τους περιορισμούς αυτούς δεν ικανοποιείται, τότε η ελεγχόμενη γεωμετρία απορρίπτεται και συνεχίζεται η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης, γεγονός που εξοικονομεί υπολογιστικό χρόνο.

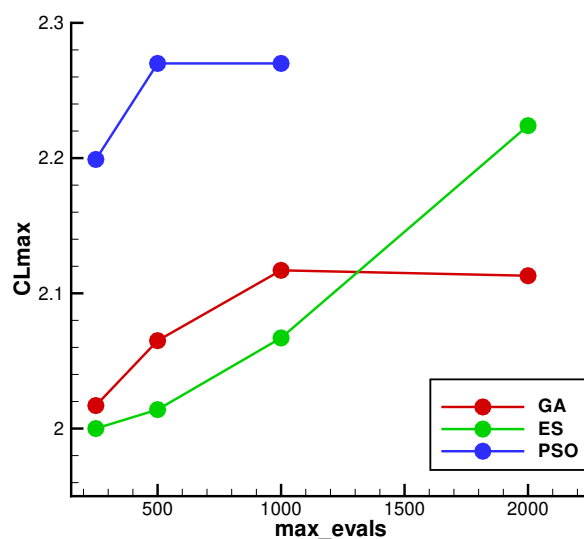
## 3.2 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, η αναζήτηση της καλύτερης δυνατής λύσης μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας διαφορετικούς αλγόριθμους, οι οποίοι απαιτούν διαφορετικό αριθμό αξιολογήσεων. Το επιθυμητό αποτέλεσμα θα πρέπει να συνδυάζει την βέλτιστη λύση με το ελάχιστο υπολογιστικό κόστος. Στον πίνακα 3.2 παρουσιάζονται οι μέγιστοι συντελεστές άνωσης των αεροτομών που προκύπτουν κατά την παραμετρική μελέτη του αριθμού αξιολογήσεων *max\_evals* για κάθε αλγόριθμο, ενώ αποτυπώνονται και σε μορφή καμπυλών στο σχήμα 3.8. Στους υπολογισμούς αυτούς συνδυάζεται η παραμόρφωση και των δύο ακμών, πρόσπτωσης και εκφυγής.

	250	500	1000	2000
GA	2,017	2,065	2,117	2,113
PSO	2,199	<b>2,27</b>	2,27	-
ES	2	2,014	<b>2,067</b>	2,224

**Πίνακας 3.2:** Προκύπτουσες λύσεις για διάφορες τιμές της παραμέτρου μέγιστων αξιολογήσεων με τους τρεις αλγόριθμους βελτιστοποίησης

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα, συμπεραίνουμε ότι ο PSO παράγει τις αεροτομές με το υψηλότερο  $C_{Lmax}$ , για κάθε διαφορετικό αριθμό αξιολογήσεων σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους, ενώ επιπλέον παράγει τη βέλτιστη αεροτομή με το μικρότερο αριθμό αξιολογήσεων. Επίσης, ο ES πετυχαίνει τη βέλτιστη λύση για υψηλό αριθμό αξιολογήσεων (2000), ωστόσο για μικρότερο αριθμό (από 250 έως 1000), οι λύσεις του παρουσιάζουν σταθερά χαμηλότερο  $C_{Lmax}$  σε σχέση με αυτές των GA και PSO. Μελετώντας τις αεροτομές που εμφανίζονται στο πίνακα 3.2, διακρίνονται δύο κατηγορίες λύσεων: Η μία περιλαμβάνει γεωμετρίες με



Σχήμα 3.8: Παραμετρική μελέτη αριθμού αξιολογήσεων

υψηλό  $C_{Lmax}$  και μεγάλο ποσοστό παραμόρφωσης (σε σχέση με την αρχική γεωμετρία), όπως η λύση που προκύπτει με τον PSO για 500 αξιολογήσεις και με τον ES για 2000 αξιολογήσεις. Η δεύτερη περιλαμβάνει αεροτομές με χαμηλότερο  $C_{Lmax}$ , αλλά με μικρότερο ποσοστό παραμόρφωσης, όπως είναι η προκύπτουσα λύση του GA ή του ES για 1000 αξιολογήσεις. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά παραμόρφωσης για την λύση PSO(500) που ανήκει στην πρώτη κατηγορία και για τις λύσεις GA(1000) και ES(1000) που ανήκουν στην δεύτερη.

Αεροτομή	Ακμή Πρόσπτωσης	Ακμή Εκφυγής	Συνολικά
PSO(500)	5,96%	3,60%	4,93%
GA(1000)	4,50%	3,38%	4,01%
ES(1000)	4,43%	3,53%	4,03%

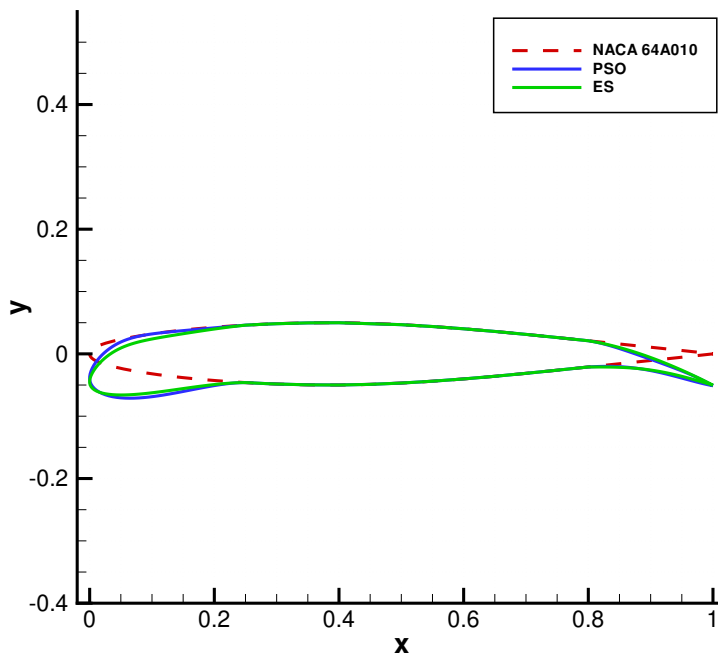
Πίνακας 3.3: Ποσοστά παραμόρφωσης (αύξησης μήκους) σε σύγκριση με την αρχική γεωμετρία (αναφορά) για κάθε ξεχωριστό τμήμα των αεροτομών, αλλά και συνολικά

Από τις τελικές γεωμετρίες που φαίνονται στον πίνακα 3.2, επιλέγονται δύο, μία από κάθε κατηγορία, για τις οποίες θα παρουσιαστούν τα αεροδυναμικά αποτελέσματα. Αυτές είναι η PSO(500) και η ES(1000) (τονισμένες με μαύρο χρώμα στον πίνακα 3.2), οι οποίες αποτυπώνονται στο σχήμα 3.9 και σε μεγέθυνση στο σχήμα 3.10.

Για να αξιολογηθεί η συνδυασμένη επίδραση της μορφοποίησης της ακμής πρόσπτωσης και της ακμής εκφυγής, οι πολικές του συντελεστή άνωσης συγκρίνονται τόσο με αυτές της αρχικής γεωμετρίας, όσο και με αυτές που προκύπτουν όταν εφαρμοστεί ξεχωριστά ο κάθε μηχανισμός. Οι μεταβολές  $C_L - AoA$  για την αρχική και τις τροποποιημένες γεωμετρίες διακρίνονται στα σχήματα 3.11,3.12. Οι υπολογισμοί περιορίζονται στις θετικές γωνίες πρόσπτωσης που έχουν πρακτικό ενδιαφέρον στη συγκεκριμένη εφαρμογή και πραγματοποιούνται με χρήση του κώδικα συνεκτικής-μη συνεκτικής αλληλεπίδρασης *Foil2w*, που χρησιμοποιεί μοντέλο μετάβασης  $e^N$  με  $N = 9$ . Επίσης, και στις τρεις περιπτώσεις (μορφοποίηση ακμής πρόσπτωσης, μορφοποίηση ακμής εκφυγής, συνδυασμένη μορφοποίηση) χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιες παράμετροι των αλγορίθμων βελτιστοποίησης (αριθμός αξιολογήσεων, αλγόριθμος βελτιστοποίησης).

Από τα σχήματα αυτά (3.11,3.12) συμπεραίνουμε τα ακόλουθα:

- **Με μορφοποίηση της ακμής πρόσπτωσης:** Η ροή αργεί να αποκόλληθει πολύ περισσότερο συγκριτικά με την αρχική γεωμετρία. Η αποκόλληση γίνεται στο σημείο όπου η καμπύλη  $C_L - AoA$  αλλάζει κλίση σε σχέση με αυτή της γραμμικής περιοχής. Η απαραμόρφωτη αεροτομή εμφανίζει αποκόλληση στις  $10^\circ$ , ενώ η τροποποιημένη στις  $18^\circ$  για τον PSO και στις  $15^\circ$  για τον ES. Επιπλέον, παρατηρείται ότι η κλίση της γραμμικής περιοχής δεν αλλάζει αισθητά, οπότε και η γωνία μηδενικής άνωσης παραμένει η ίδια (περίπου  $0^\circ$ ). Τέλος, διακρίνεται η αύξηση που επιτυγχάνεται στον μέγιστο συ-



Σχήμα 3.9: Τελικές γεωμετρίες μαζί με την αρχική τους

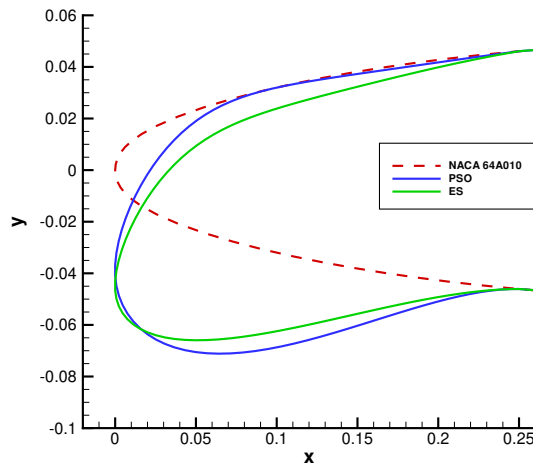
ντελεστή άνωσης, αφού από  $C_{Lmax} \approx 1.1$  της απαραμόρφωτης φτάνει σε  $C_{Lmax} \approx 2$  και  $C_{Lmax} \approx 1.8$  για τον PSO και τον ES αντίστοιχα.

- **Με μορφοποίηση της ακμής εκφυγής:** Σε αυτήν την περίπτωση, αυξάνεται η φαινόμενη γωνία πρόσπτωσης της αεροτομής, με αποτέλεσμα τη συνολική μετατόπιση της καμπύλης σε μεγαλύτερα  $C_L$ , άρα και την αύξηση του  $C_{Lmax}$  ( $\approx 1.6$  και για τους δύο αλγόριθμους). Η αύξηση αυτή περιορίζεται ως ένα βαθμό (όχι όμως σημαντικά) από την αλλαγή της καμπυλότητας, η οποία έχει ως αποτέλεσμα την ταχύτερη αποκόλληση σε σχέση με την αρχική γεωμετρία ( $6^\circ$  και για τους δύο αλγόριθμους) και τη μείωση της κλίσης στη γραμμική περιοχή.
- **Με ταυτόχρονη μορφοποίηση των δύο ακμών:** Αυτή η καμπύλη παρουσιάζει την συνδυασμένη επίδραση της μορφοποίησης της ακμής πρόσπτωσης και εκφυγής της απαραμόρφωτης γεωμετρίας. Πιο συγκεκριμένα, η χρήση της υπεραντωτικής διάταξης οδηγεί τη ροή σε αποκόλληση σε μεγάλη γωνία πρόσπτωσης ( $16^\circ$  για τον PSO, και  $12^\circ$  για τον ES). Παράλληλα, η κλίση της γραμμικής περιοχής αλλάζει συγκριτικά με την αρχική αεροτομή, γεγονός που οφείλεται στην παρουσία του μεταπτερυγίου καμπυλότητας. Η ταυτόχρονη εφαρμογή των μηχανισμών υψηλής άνωσης μεγιστοποιεί την αύξηση του μέγιστου συντελεστή άνωσης, με τη γεωμετρία του PSO να πετυχαίνει  $C_{Lmax} \approx 2.3$  και την αντίστοιχη του ES  $C_{Lmax} \approx 2.1$ .

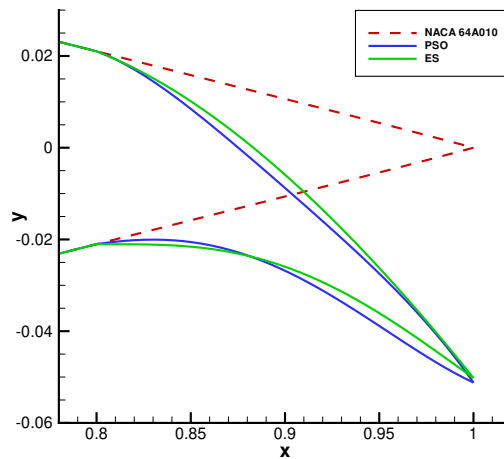
Τα ποσοστά αύξησης του  $C_{Lmax}$  συνοψίζονται στον πίνακα 3.4, όπου παρατηρείται ότι τροποποιώντας ταυτόχρονα τις ακμές προσβολής και εκφυγής της αρχικής αεροτομής επιτυγχάνεται έως και 106% αύξηση του μέγιστου συντελεστή άνωσης με χρήση του PSO, ενώ με τον ES το αντίστοιχο ποσοστό φτάνει το 88%. Τα ποσοστά είναι μικρότερα όταν έχουμε μορφοποίηση μόνο μίας εκ των δύο ακμών της γεωμετρίας.

Επιπλέον, παρατίθεται και το σχήμα 3.13, που περιλαμβάνει τις πολικές  $C_L - AoA$  για τις δύο τελικές γεωμετρίες κάθε αλγόριθμου μαζί με την αντίστοιχη της αρχικής γεωμετρίας.

Στο σχήμα 3.14 φαίνεται η μεταβολή του συντελεστή πίεσης ( $C_p$ ) κατά μήκος των γεωμετριών που προκύπτουν με χρήση του αλγόριθμου PSO. Το πάνω μέρος της καμπύλης αντιστοιχεί στην πλευρά υπερπίεσης, ενώ το κάτω μέρος στην πλευρά υποπίεσης. Παρατηρείται ότι το εμβαδόν που περικλείεται από τις καμπύλες  $C_p(x)$  για την τελική αεροτομή είναι μεγαλύτερο από τα αντίστοιχα των υπόλοιπων αεροτομών, γεγονός που συνάδει με την υψηλότερη τιμή του  $C_{Lmax}$ . Στα σημεία ένωσης με το απαραμόρφωτο τμήμα ( $x=0.25, x=0.8$ , connection points), φαίνεται ότι οι μεταβολές των συντελεστών πίεσης δεν παρουσιάζουν σημαντικές ανωμαλίες, άρα δεν έχουμε και ασυνέχειες στις αντίστοιχες γεωμετρίες. Αυτό συνεπάγεται ότι



(α') Μεγέθυνση στην ακμή πρόσπτωσης



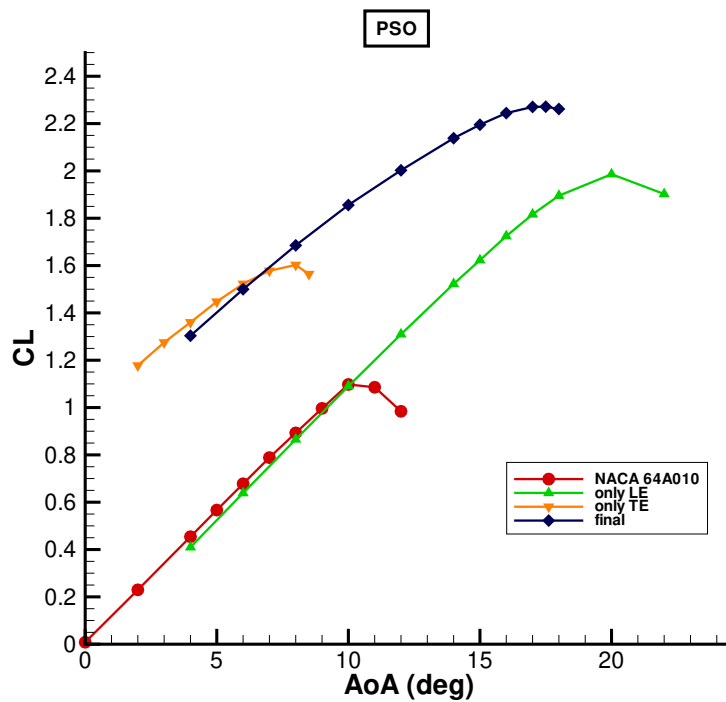
(β') Μεγέθυνση στην ακμή εκφυγής

Σχήμα 3.10: Μεγέθυνση στις ακμές των γεωμετριών

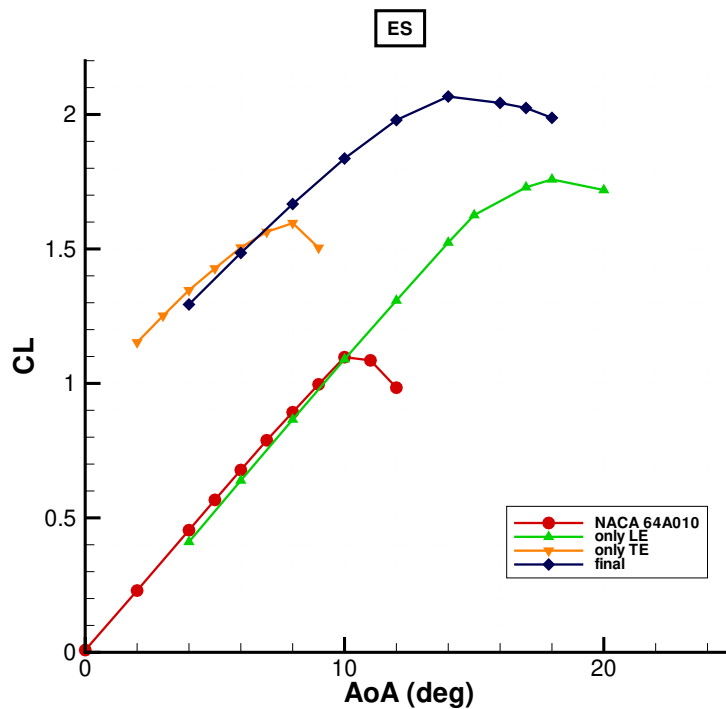
οι περιορισμοί καμπυλότητας και κλίσης που τίθενται στα τμήματα αυτά είναι σωστοί και εμποδίζουν την δημιουργία μη αποδεκτών γεωμετριών. Επιπλέον, στο σχήμα είναι διακριτή η περιοχή μετάβασης, στην οποία η ροή από στρωτή (laminar) γίνεται τυρβώδης (turbulent). Το σημείο μετάβασης (transition point) της πλευράς υποπίεσης για την τελική γεωμετρία του συγκεκριμένου αλγόριθμου βρίσκεται στο  $x=0.044$ . Επίσης, είναι διακριτή και η περιοχή της αποκόλλησης. Στην περιοχή αυτή, ο συντελεστής πίεσης παρουσιάζει σταθερή τιμή, δηλαδή η καμπύλη γίνεται παράλληλη με τον άξονα  $x$ . Για την τελική γεωμετρία, το  $C_p$  παίρνει σταθερή τιμή όταν  $x \approx 0.82$  (πλευρά υποπίεσης), άρα εκεί η ροή αποκολλάται.

Αντίστοιχα, στο σχήμα 3.15 παρουσιάζεται η μεταβολή του συντελεστή πίεσης κατά μήκος των γεωμετριών που προκύπτουν με χρήση του αλγόριθμου ES. Και εδώ, το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη  $C_p(x)$  της τελικής γεωμετρίας είναι μεγαλύτερο από τα υπόλοιπα, γεγονός που αντικατοπτρίζεται και στους μέγιστους συντελεστές άνωσης. Στα σημεία ένωσης με το απαραμόρφωτο τμήμα της αρχικής γεωμετρίας (connection points), οι μεταβολές του  $C_p$  δεν είναι απολύτως ομαλές (ιδιαίτερα στην πλευρά υποπίεσης), επομένως και οι αντίστοιχες γεωμετρίες έχουν μικρές ασυνέχειες. Το σημείο μετάβασης για την τελική γεωμετρία βρίσκεται στο  $x=0.031$ , ενώ αποκόλληση έχουμε για  $x \approx 0.88$  (πλευρά υποπίεσης).

Στο σχήμα 3.16 συγκρίνονται οι μεταβολές  $C_p$ - $x$  για τις τελικές γεωμετρίες κάθε αλγόριθμου (ταυτόχρονη παραμόρφωση ακμών). Εφόσον η λύση του PSO έχει μεγαλύτερο  $C_{Lmax}$  από την λύση του ES, αναμένεται το εμβαδόν που περικλείει η καμπύλη του συντελεστή πίεσης της πρώτης να είναι μεγαλύτερο σε σχέση με το εμβαδόν της δεύτερης, γεγονός που αποτυπώνεται στο σχήμα. Επίσης, όπως αναφέρεται και



Σχήμα 3.11: Μεταβολή  $C_L$  – AoA για τις γεωμετρίες που προκύπτουν από τον αλγόριθμο PSO



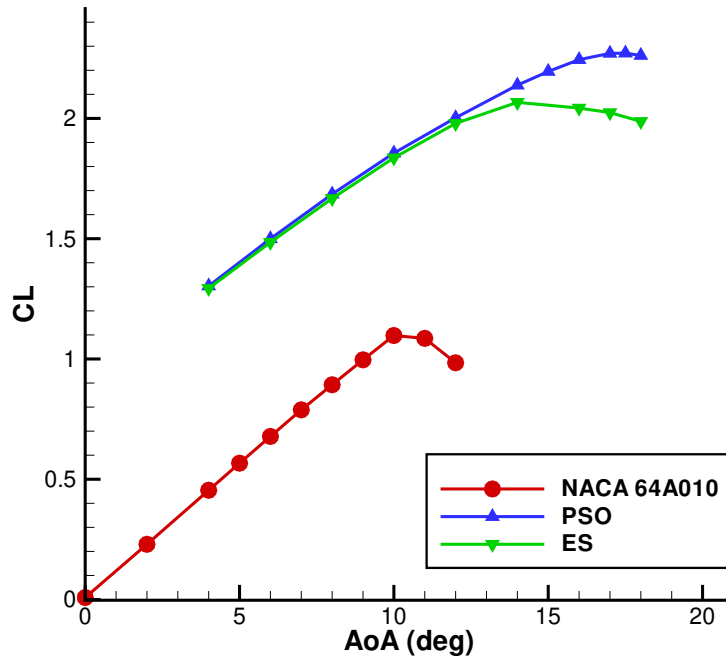
Σχήμα 3.12: Μεταβολή  $C_L$  – AoA για τις γεωμετρίες που προκύπτουν από τον αλγόριθμο ES

προηγουμένως, η γεωμετρία του PSO έχει υψηλότερα ποσοστά παραμόρφωσης από την αντίστοιχη του ES (πίνακας 3.3). Ωστόσο, η μεταβολή του  $C_p$ , για τη πτέρυγα του ES, παρουσιάζει περισσότερες ανωμαλίες (κυρίως στην πλευρά υποπίεσης) συγκριτικά με αυτήν του PSO, γεγονός που καταδεικνύει ότι η αεροτομή του PSO είναι περισσότερο ομαλή, παρά τον υψηλότερο βαθμό μορφοποίησής της. Τέλος, μολονότι οι καμπύλες



	$C_{Lmax}$			% Διαφορά με $C_{Lmax}$ αρχικής		
	LE	TE	FINAL	LE	TE	FINAL
NACA 64A010	1,098			-		
ES	1,759	1,596	2,067	60,22	45,44	88,31
PSO	1,986	1,603	2,271	80,96	46,02	106,96

**Πίνακας 3.4:** Ποσοστά αύξησης του μέγιστου συντελεστή άνωσης για τις υπό μελέτη γεωμετρίες, που υπολογίζονται με χρήση του *Foil2w*



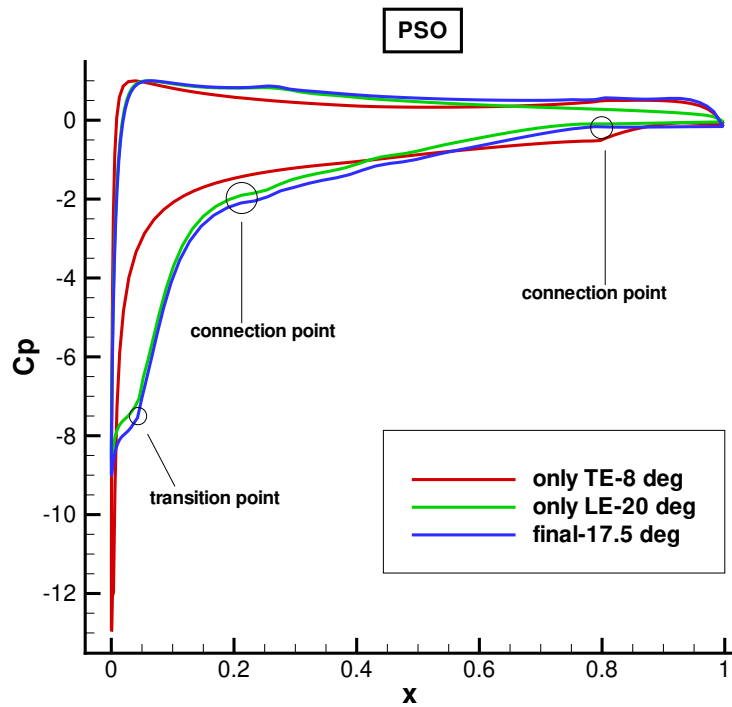
**Σχήμα 3.13:** Μεταβολή  $C_L - AoA$  για τις τελικές γεωμετρίες των δύο αλγορίθμων και την αρχική τους με χρήση του *Foil2w*

των δύο γεωμετριών αντιστοιχούν σε διαφορετική γωνία ροής, είναι εμφανές ότι η διαφοροποίηση που οδηγεί στο υψηλότερο  $C_L$  εντοπίζεται στην περιοχή της ακμής πρόσπτωσης. Όπως φαίνεται και στα σχήματα 3.9 και 3.10, ο αλγόριθμος PSO επιβάλλει μεγαλύτερες παραμορφώσεις στην περιοχή αυτή, καθυστερώντας περισσότερο την αποκόλληση της ροής.

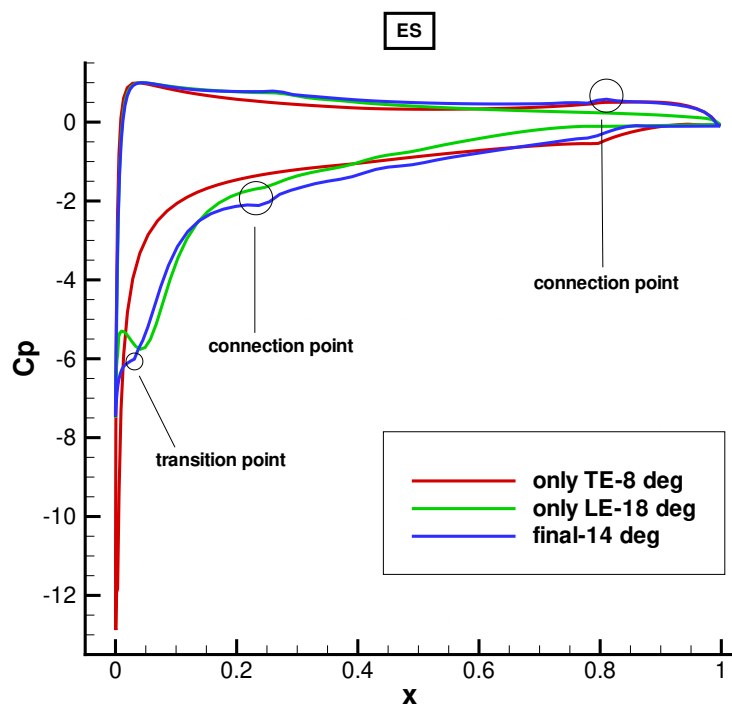
### 3.3 Πιστοποίηση Αποτελεσμάτων μέσω Κώδικα Υψηλής Αξιοπιστίας

Για να γίνει πιστοποίηση των αποτελεσμάτων που εξάγονται από τον *Foil2w*, οι γεωμετρίες αναλύονται και με μία πιο αξιόπιστη μέθοδο επίλυσης του πεδίου ροής, τον κώδικα *MaPFlow*, που επιλύει τις πλήρεις εξισώσεις Navire-Stokes. Η προσομοίωση αναφέρεται σε ίδιες συνθήκες ροής σε σχέση με τον κώδικα συνεχτικής-μη συνεχτικής αλληλεπίδρασης, δηλαδή ίδιοι αριθμοί Mach και Reynolds. Επίσης, χρησιμοποιείται το ίδιο μοντέλο μετάβασης της ροής,  $e^N$  με  $N = 9$ .

Πρωτίστως, για την μελέτη των αεροτομών που επιλέγονται, για κάθε γεωμετρία δημιουργείται κατάλληλο υπολογιστικό πλέγμα τύπου C μέσω του προγράμματος ICEM της ANSYS [20]. Στα σχήματα 3.17 και 3.18 φαίνονται τα πλέγματα που χρησιμοποιούνται στην κάθε περίπτωση, τα οποία πυκνώνουν αρκετά στην περιοχή του οριακού στρώματος κοντά στην αεροτομή, καθώς επίσης και στις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής. Αυτό συμβαίνει διότι, σε αυτές τις περιοχές, οι μεταβολές του πεδίου ροής είναι εντονότερες και απαιτείται πυκνότερη διακριτοποίηση, για την ακριβή προσομοίωσή τους.

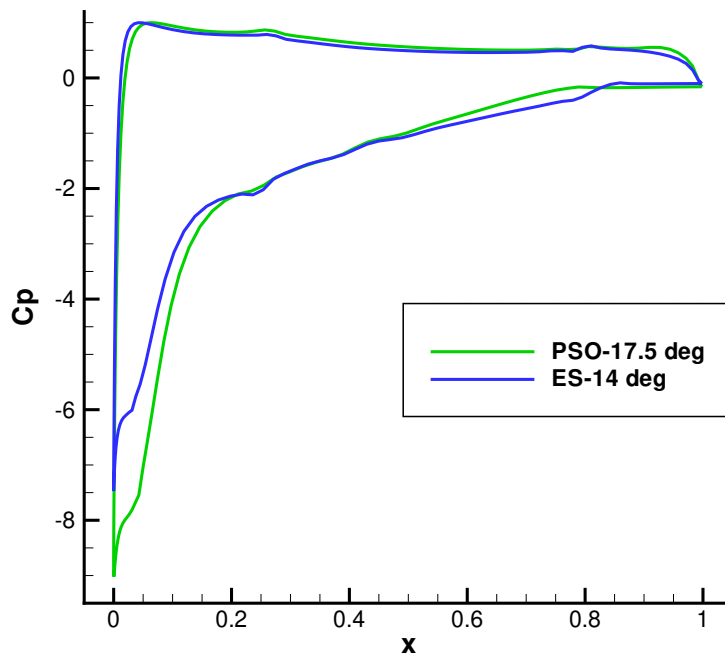


Σχήμα 3.14: Μεταβολή  $C_p$ - $x$  για την γεωμετρία του PSO

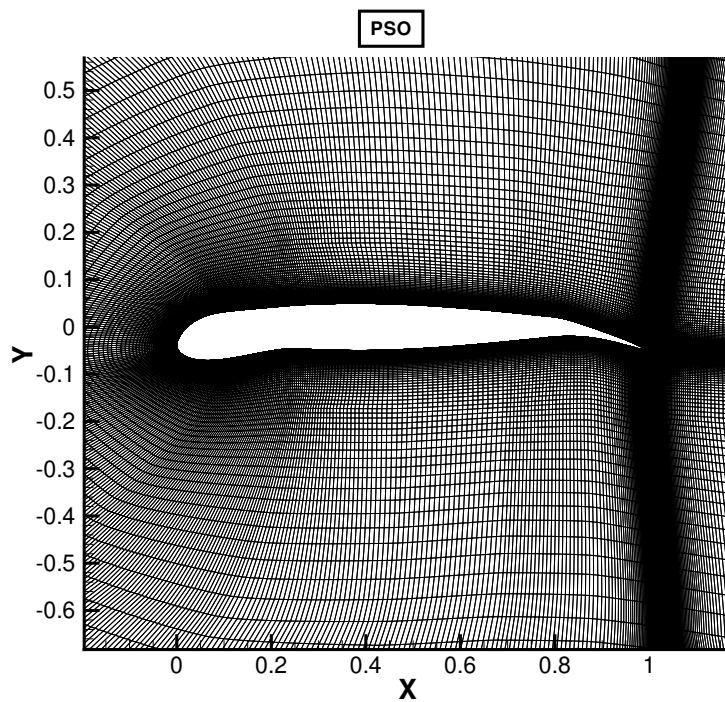


Σχήμα 3.15: Μεταβολή  $C_p$ - $x$  για την γεωμετρία του ES

Οι πολικές  $C_L - AoA$  των γεωμετριών κάθε αλγόριθμου, που προκύπτουν από τον CFD επιλύτη για μεταβατική ροή, φαίνονται στο σχήμα 3.19. Παρατηρείται ότι οι συντελεστές άνωσης κυμαίνονται σε πολύ υψηλότερες τιμές σε σχέση με την αρχική αεροτομή, ενώ και η αποκόλληση της ροής εμφανίζεται σε σημαντικά μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης. Από

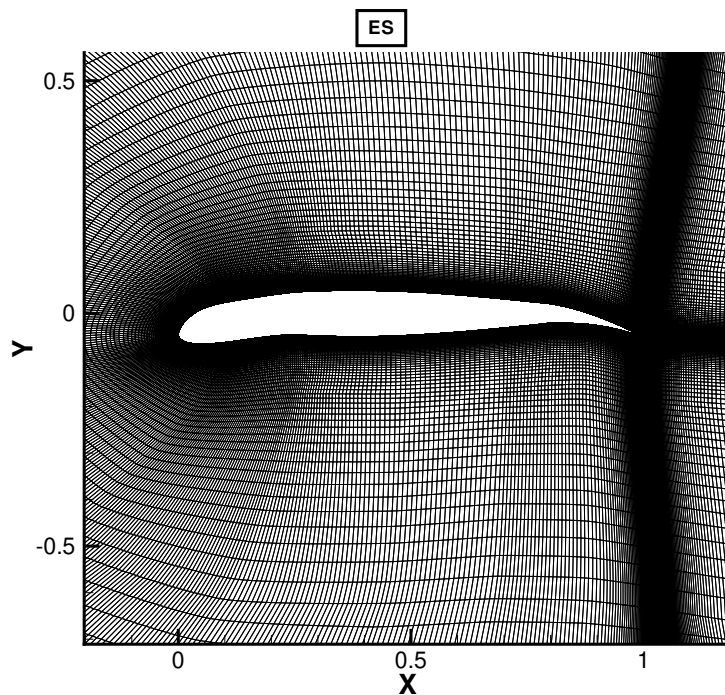


Σχήμα 3.16: Μεταβολή του συντελεστή πίεσης κατά μήκος των τελικών γεωμετριών κάθε αλγόριθμου

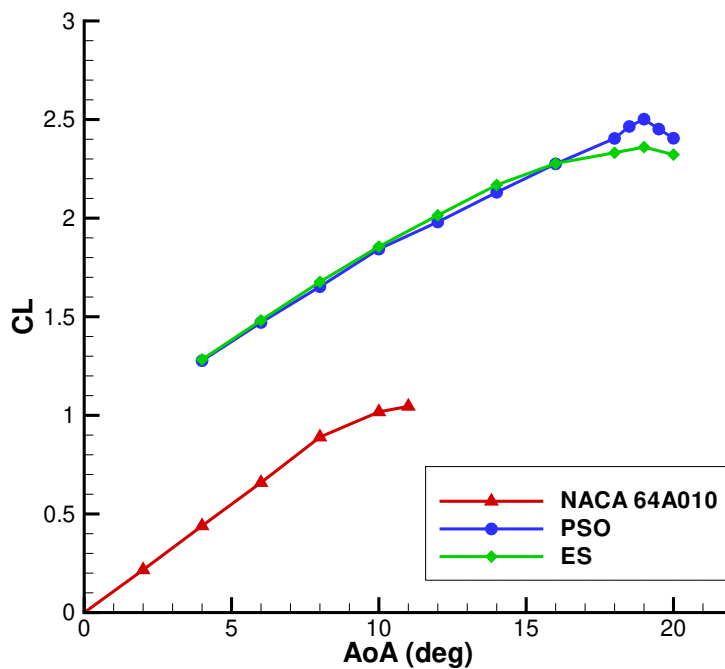


Σχήμα 3.17: Υπολογιστικό πλέγμα για την προκύπτουσα γεωμετρία του PSO

την σύγκριση των πολικών  $C_L - AoA$  που παράγονται από τους επιλυτές *Foil2w* και *MaPFlow* (σχήματα 3.20,3.21) συμπεραίνεται ότι ο CFD κώδικας προλέγει ακόμη μεγαλύτερες τιμές του  $C_{Lmax}$  και αποκόλληση σε υψηλότερες γωνίες προσβολής. Ειδικότερα, για την αεροτομή που παράγεται από τον αλγόριθμο PSO, ο κώδικας *Foil2w* προλέγει τιμή  $C_{Lmax} = 2.27$ , ενώ ο *MaPFlow*  $C_{Lmax} \approx 2.5$ . Επιπλέον, παρατηρείται



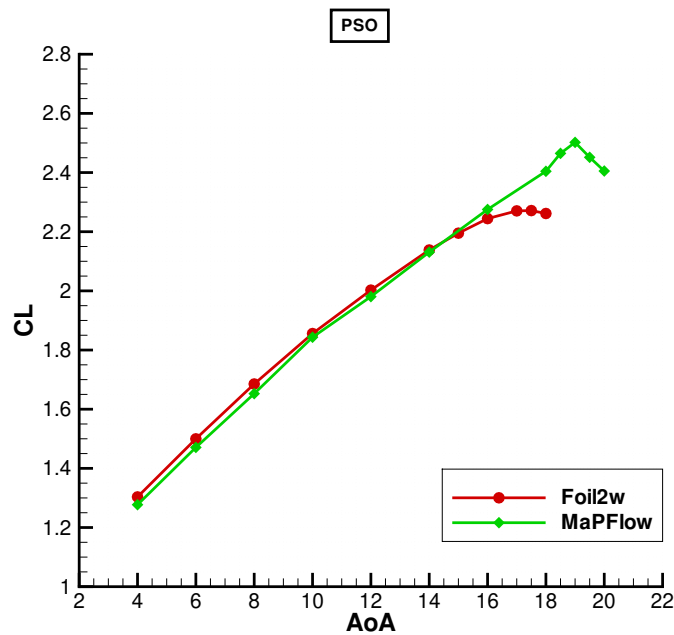
Σχήμα 3.18: Υπολογιστικό πλέγμα για την προκύπτουσα γεωμετρία του *ES*



Σχήμα 3.19: Μεταβολή  $C_L - \text{AoA}$  για τις τελικές γεωμετρίες των δύο αλγόριθμων και την αρχική τους με χρήση του *MaPFlow*

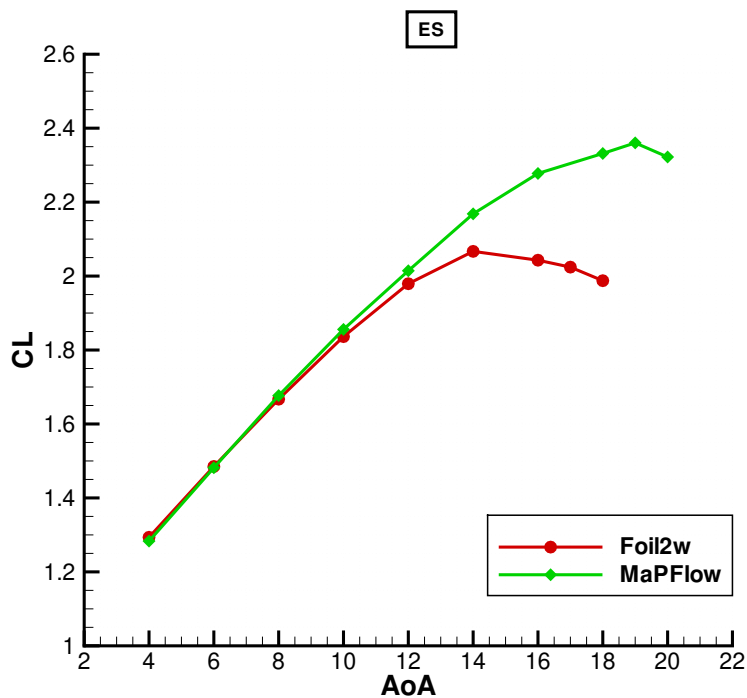
αύξηση της γωνίας αποκόλλησης της ροής σε  $18^\circ$ , αντί για  $16^\circ$  που εκτιμάται από τον *Foil2w*.

Αντίστοιχα, για την γεωμετρία του αλγόριθμου *ES*, ο κώδικας *MaPFlow* προλέγει μεγαλύτερη τιμή του  $C_{Lmax}$  ( $\approx 2.3$ ) σε σχέση με αυτήν που προκύπτει από τον *Foil2w* ( $\approx 2.07$ ). Επίσης, η ροή αποκολλάται



Σχήμα 3.20: Σύγκριση μεταβολών  $C_L - AoA$  για την αεροτομή του PSO

σε μεγαλύτερη γωνία πρόσπτωσης, δηλαδή στις  $14^\circ$  αντί για  $12^\circ$ .



Σχήμα 3.21: Σύγκριση μεταβολών  $C_L - AoA$  για την αεροτομή του ES

Οι μέγιστοι συντελεστές που υπολογίζονται, μαζί με τα ποσοστά αύξησής τους, σε σχέση με την αρχική γεωμετρία, για συνθήκες μεταβατικής ροής, παρουσιάζονται εκτενώς στον πίνακα 3.5. Από τον παραπάνω πίνακα γίνεται κατανοητό ότι με χρήση του *MaPFlow* λαμβάνονται υψηλότερα ποσοστά αύξησης του μέγιστου συντελεστή άνωσης, με το ποσοστό του PSO να αγγίζει το 140%, ενώ το αντίστοιχο

Μέθοδος	$C_{Lmax}$			% Διαφορά με $C_{Lmax}$ αρχικής	
	NACA 64A010	PSO	ES	PSO	ES
Foil2w	1,098	2,271	2,067	106,96	88,31
MaPFlow	1,046	2,502	2,360	139,28	125,72

**Πίνακας 3.5:** Ποσοστά αύξησης του μέγιστου συντελεστή άνωσης για τις υπό μελέτη γεωμετρίες, που υπολογίζονται με τον κώδικα MaPFlow και σύγκρισή τους με τα αντίστοιχα του Foil2w. Οι υπολογισμοί αφορούν μεταβατική ροή

του ES να φτάνει το 125%. Με βάση και τα προηγούμενα, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο κώδικας MaPFlow επιβεβαιώνει μια σημαντική αύξηση του  $C_{Lmax}$  της τάξης του 100% και άνω, προλέγοντας ακόμη υψηλότερα ποσοστά από τα αντίστοιχα του Foil2w. Δηλαδή, οι εκτιμήσεις του Foil2w είναι περισσότερο συντηρητικές και συνεπώς ασφαλείς από σχεδιαστική άποψη.

Στα σχήματα 3.22,3.23,3.24 διακρίνονται τα συνολικά πεδία ροής των ταχυτήτων, για την αρχική και τις τροποποιημένες αεροτομές, τα οποία αποτυπώνονται στις γωνίες όπου εμφανίζεται ο μέγιστος συντελεστής άνωσης, δηλαδή στις  $11^\circ$  για την αρχική και στις  $19^\circ$  για τις τροποποιημένες. Σύμφωνα με αυτά, στην πλευρά υποπίεσης των μορφοποιημένων αεροτομών παρατηρείται μια περισσότερο εκτεταμένη περιοχή επιτάχυνσης της ροής κοντά στην ακμή πρόσπτωσης, αλλά και μια μεγαλύτερη έκταση της ανακυκλοφορίας στην ακμή εκφυγής.

Στα σχήματα 3.25,3.26,3.27 φαίνονται τα περιγράμματα των ταχυτήτων των 3 αεροτομών, εστιασμένα στην ακμή πρόσπτωσής τους. Παρατηρείται ότι το σημείο ανακοπής στις βελτιωμένες γεωμετρίες μετατοπίζεται προς τα κάτω σε σχέση με την αρχική. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ομαλότερη μεταβολή πίεσης και καθυστέρηση της αποκόλλησης της ροής, η οποία διανύει μεγαλύτερη διαδρομή στην άνω πλευρά. Επιπλέον, είναι εμφανής η επιτάχυνση της ροής στην πλευρά υποπίεσης, ενώ στις περιοχές των ενώσεων με το απαραμόρφωτο τμήμα δεν εντοπίζονται σημαντικές μεταβολές της ταχύτητας της ροής, γεγονός που σημαίνει ότι η γεωμετρία σε αυτά τα τμήματα επιτυγχάνεται αρκετά ομαλή, χάρη στους περιορισμούς που τίθενται.

Στα σχήματα 3.28,3.29,3.30 απεικονίζονται οι ισοταχείς της  $u$  συνιστώσας της ταχύτητας γύρω από την ακμή εκφυγής της αρχικής και των τροποποιημένων γεωμετριών. Διακρίνεται ότι η αποκόλληση της ροής εμφανίζεται με καθυστέρηση στις παραμορφωμένες γεωμετρίες έναντι της αρχικής, όπως προλέγεται και από τα διαγράμματα  $C_L - \text{AoA}$ . Επίσης, στις βελτιωμένες αεροτομές εντοπίζεται ανακυκλοφορία λίγο πριν την ένωση με το σταθερό τμήμα της πλευράς υπερπίεσης (σχήματα 3.31,3.32), η οποία είναι πολύ περιορισμένης έκτασης, λόγω των περιορισμών που εφαρμόζονται. Αντίθετα, στην πλευρά υποπίεσης δεν διακρίνεται ιδιαίτερη μεταβολή της ταχύτητας, άρα οι γεωμετρίες σε αυτά τα τμήματα δεν παρουσιάζουν ασυνέχειες.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι καμπύλες μεταβολής του συντελεστή πίεσης κατά μήκος των βελτιωμένων γεωμετριών, στις γωνίες που εμφανίζεται το  $C_{Lmax}$ , (σχήματα 3.33,3.34). Παρατηρείται ότι τα εμβαδά που περικλείουν οι καμπύλες  $C_p(x)$ , όταν αυτές αποτυπώνονται με βάση τα αποτελέσματα που προκύπτουν με τον MaPFlow, είναι μεγαλύτερα συγκριτικά με τα αντίστοιχα εμβαδά μέσω του Foil2w, κάτι που αναμένεται, γνωρίζοντας τις τιμές των μέγιστων συντελεστών άνωσης. Επίσης, οι μικρές ανωμαλίες της πίεσης, που εντοπίζονται στα σημεία ένωσης με την απαραμόρφωτη γεωμετρία (connection points), αποτυπώνονται με παρόμοιο τρόπο από τους δύο κώδικες, καθώς επίσης και η περιοχή στην οποία εμφανίζεται αποκόλληση της ροής (πλευρά υποπίεσης, ακμή εκφυγής).

Στο σχήμα 3.35 διακρίνονται οι καμπύλες  $C_p(x)$  των δύο γεωμετριών, PSO και ES, σε γωνία πρόσπτωσης  $19^\circ$ . Όπως προλέγεται και από τον Foil2w, επιβεβαιώνεται μέσω του σχήματος ότι η αεροτομή του PSO είναι περισσότερο ομαλή σε σχέση με αυτήν του ES, αφού στην μεταβολή  $C_p-x$  της δεύτερης γεωμετρίας παρατηρούνται ανωμαλίες του συντελεστή πίεσης, κυρίως στις ενώσεις των ακμών με το απαραμόρφωτο τμήμα, οι οποίες είναι εντονότερες συγκριτικά με την αντίστοιχη μεταβολή της πρώτης γεωμετρίας. Επιπλέον, φαίνεται ότι η κύρια διαφοροποίηση, που οδηγεί σε μεγαλύτερο μέγιστο συντελεστή άνωσης (άρα μεγαλύτερο εμβαδό καμπύλης  $C_p(x)$ ) και καθυστέρηση της αποκόλλησης της ροής, εντοπίζεται στην ακμή πρόσπτωσης, όπως ακριβώς παρατηρείται και με χρήση του Foil2w, (σχήμα 3.16).

Συνολικά μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι δύο κώδικες έχουν μικρές διαφορές ως προς την πρόλεξη του πεδίου ροής και αναπαράγουν με παρόμοιο τρόπο τα χαρακτηριστικά του, όπως την εμφάνιση της αποκόλλησης.

Στα σχήματα 3.36,3.37 αποτυπώνονται οι μεταβολές  $C_f - x$  για τις γεωμετρίες των αλγόριθμων PSO και ES, για γωνία πρόσπτωσης  $19^\circ$ . Με τις καμπύλες των  $C_f$  προσδιορίζεται ακριβώς η θέση στην οποία εμφανίζεται αποκόλληση, δηλαδή όταν  $C_f < 0$ . Για τον PSO, επιβεβαιώνεται η ανακυκλοφορία που εμφανίζεται λίγο πριν το σημείο ένωσης της απαραμόρφωτης γεωμετρίας με την ακμή εκφυγής στην πλευρά υπερπίεσης, στο  $x \approx 0.78$  και η αποκόλληση της ροής στην πλευρά υποπίεσης στο  $x \approx 0.82$ . Όμοια για

τον ES, πιστοποιείται η ανακυκλοφορία που σημειώνεται στη πλευρά υπερπίεσης και η αποκόλληση της ροής στην πλευρά υποπίεσης, στις ίδιες περίπου θέσεις με την πρώτη γεωμετρία.

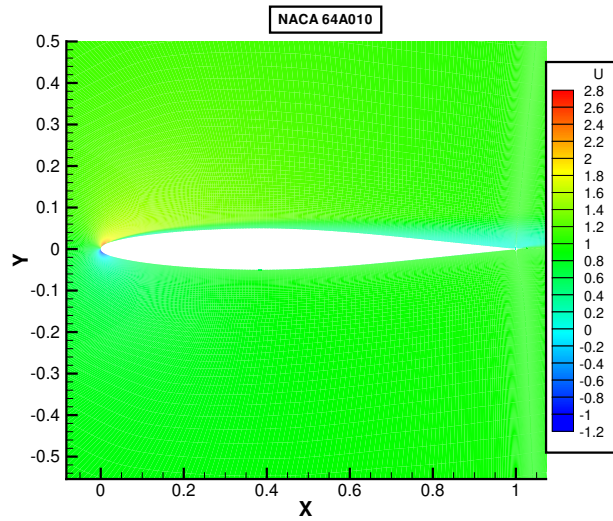
Στα σχήματα 3.38,3.39,3.40 παρουσιάζονται προλέξεις των πολικών  $C_L - AoA$  για πλήρως τυρβώδη ροή (fully turbulent) και συγκρίνονται με αυτές της μεταβατικής ροής (transitional). Η προσομοίωση της πλήρως τυρβώδους ροής αποτελεί συνήθως μια πιο συντηρητική προσέγγιση ως προς τον υπολογισμό του συντελεστή άνωσης και της αεροδυναμικής απόδοσης, εξαιτίας της αύξησης της αντίστασης λόγω τριβών. Σε πραγματικές συνθήκες, η αύξηση της τραχύτητας στην επιφάνεια της αεροπορικής πτέρυγας μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την εξαναγκασμένη μετάβαση σε συνθήκες πλήρως τυρβώδους ροής. Όπως φαίνεται στα σχήματα, οι διαφορές μεταξύ πλήρως τυρβώδους και μεταβατικής ροής είναι σχετικά μικρές για την αρχική αεροτομή, αλλά γίνονται σημαντικές για τις μορφοποιημένες γεωμετρίες που προκύπτουν από τη βελτιστοποίηση. Η προσομοίωση της πλήρως τυρβώδους ροής έχει ως αποτέλεσμα την πρόλεξη της αποκόλλησης σε μικρότερη γωνία πρόσπτωσης και την υποεκτίμηση του  $C_{Lmax}$ .

Οι μέγιστοι συντελεστές άνωσης των εξεταζόμενων γεωμετριών, όπως προκύπτουν για μεταβατική και πλήρως τυρβώδη ροή με χρήση του *MaPFlow*, συγκεντρώνονται και καταγράφονται στον πίνακα 3.6. Σύμφωνα με αυτόν, επιβεβαιώνεται ότι τα  $C_{Lmax}$  υποεκτιμούνται με προσομοίωση πλήρως τυρβώδους ροής για κάθε γεωμετρία, με την αρχική να έχει πολύ μικρή διαφορά (1,044 για τυρβώδη, 1,046 για μεταβατική).

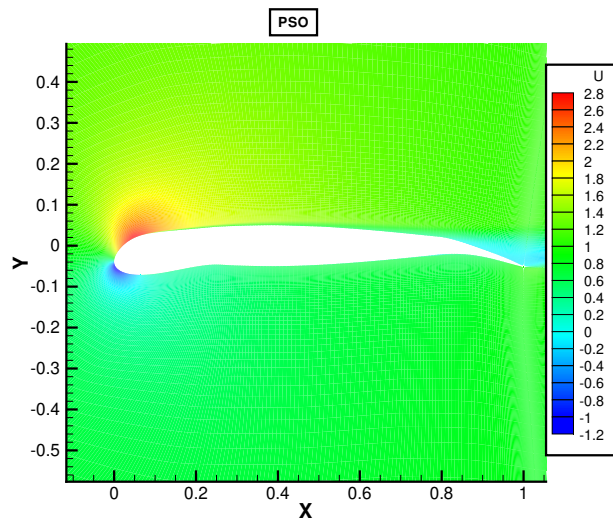
Μοντέλο Ροής	$C_{Lmax}$			% Διαφορά με $C_{Lmax}$ αρχικής	
	NACA 64A010	PSO	ES	PSO	ES
Πλήρως τυρβώδης	1,044	2,276	2,277	118,01	118,06
Μεταβατική	1,046	2,502	2,360	139,28	125,72

**Πίνακας 3.6:** Σύγκριση μέγιστων συντελεστών άνωσης για πλήρως τυρβώδη και μεταβατική ροή, με χρήση του κώδικα *MaPFlow*

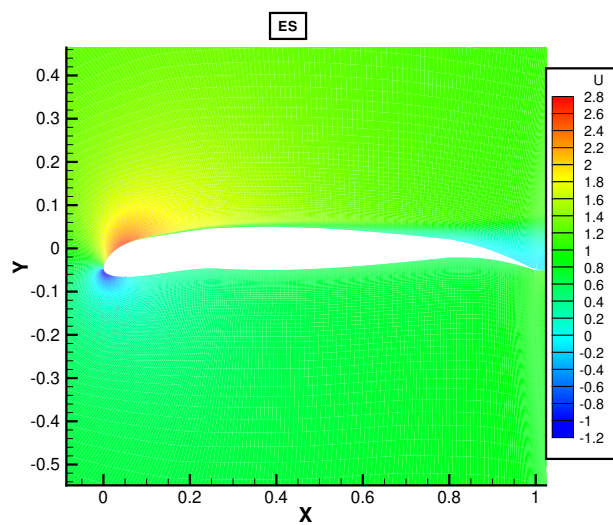
Αν και βασικός στόχος της βελτιστοποίησης είναι η μεγιστοποίηση του  $C_{Lmax}$  σε σχέση με την αντίστοιχη τιμή της αρχικής αεροτομής, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μελέτη της αεροδυναμικής απόδοσης των επιλεγμένων γεωμετριών. Σύμφωνα με το σχήμα 3.41, ενώ η απαραμόρφωτη πτέρυγα παρουσιάζει μέγιστη αεροδυναμική απόδοση ( $C_L/C_D$ ) μεγαλύτερη από 80 σε  $C_L \approx 0.67$ , οι τροποποιημένες εμφανίζουν υψηλότερη απόδοση (> 90) στο εύρος 1.3-1.8 του  $C_L$ , καθώς και σε μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή άνωσης.



Σχήμα 3.22: Περίγραμμα ταχυτήτων της αρχικής γεωμετρίας σε γωνία πρόσπτωσης  $11^\circ$

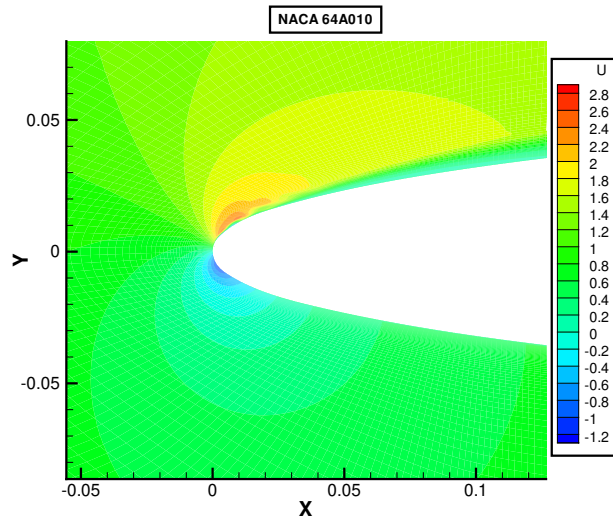


Σχήμα 3.23: Περίγραμμα ταχυτήτων της γεωμετρίας PSO σε γωνία πρόσπτωσης  $19^\circ$

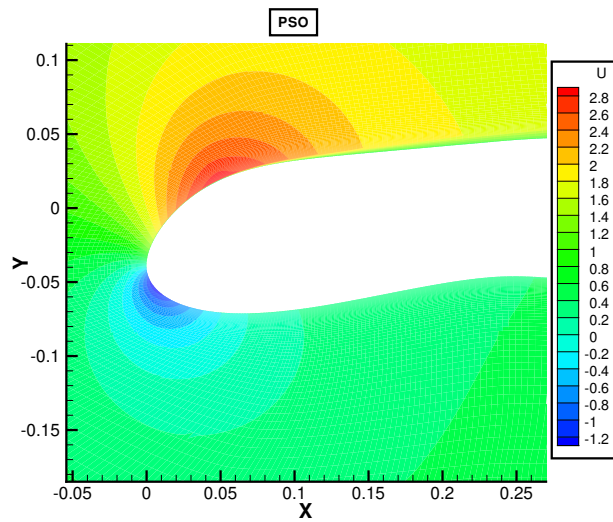


Σχήμα 3.24: Περίγραμμα ταχυτήτων της γεωμετρίας ES σε γωνία πρόσπτωσης  $19^\circ$

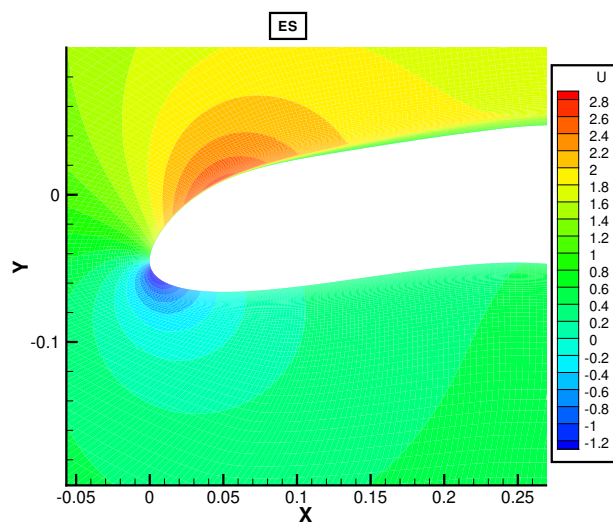




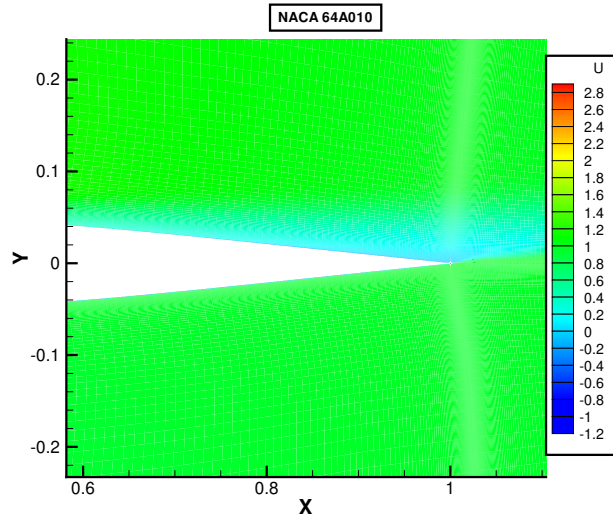
Σχήμα 3.25: Ισοταχείς  $u$  συνιστώσας για την αρχική γεωμετρία, εστίαση στην ακμή προσβολής



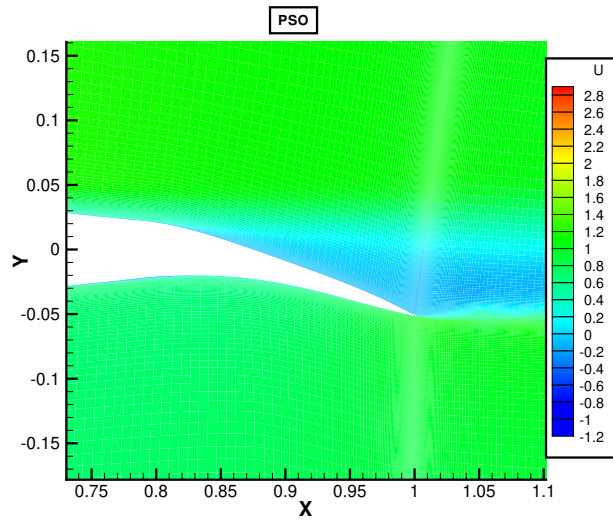
Σχήμα 3.26: Ισοταχείς  $u$  συνιστώσας για την γεωμετρία PSO, εστίαση στην ακμή προσβολής



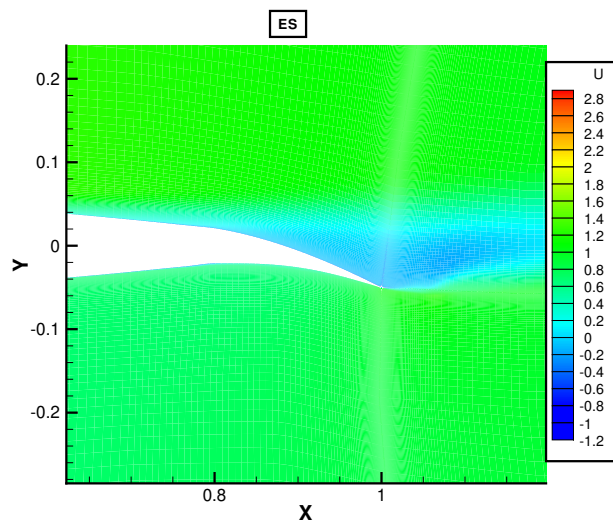
Σχήμα 3.27: Ισοταχείς  $u$  συνιστώσας για την γεωμετρία ES, εστίαση στην ακμή προσβολής



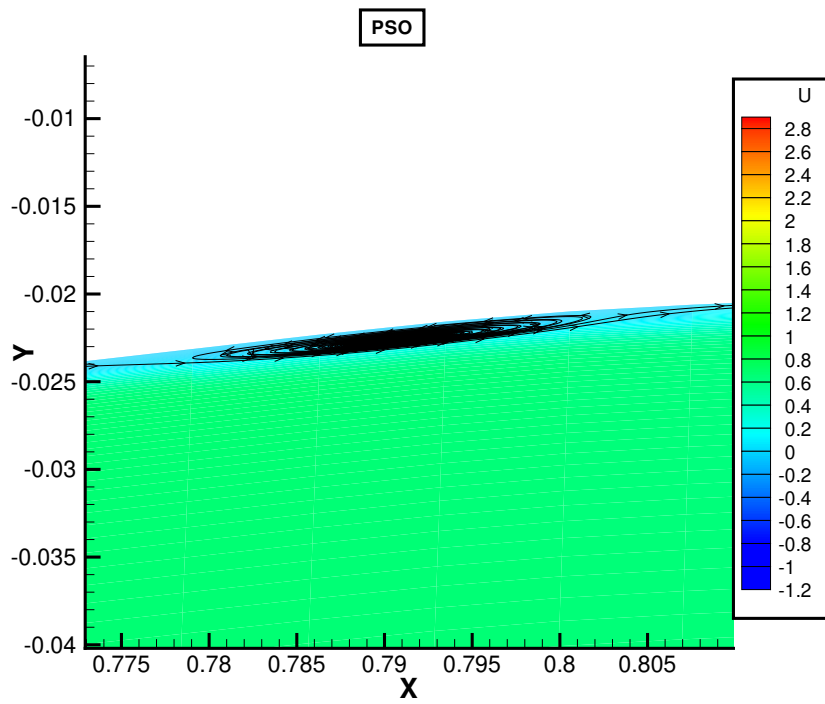
Σχήμα 3.28: Ισοταχείς  $u$  συνιστώσας για την αρχική γεωμετρία, εστίαση στην ακμή εκφυγής



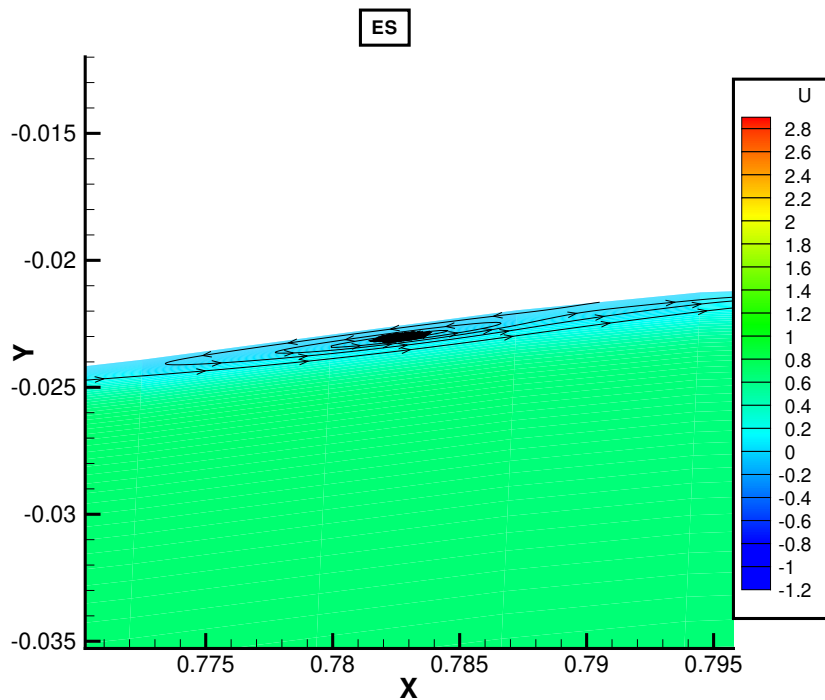
Σχήμα 3.29: Ισοταχείς  $u$  συνιστώσας για την γεωμετρία PSO, εστίαση στην ακμή εκφυγής



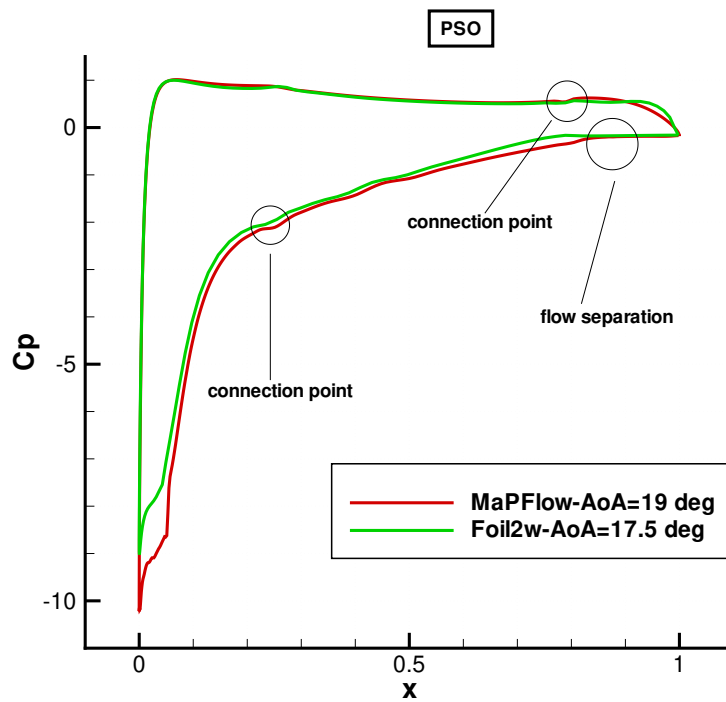
Σχήμα 3.30: Ισοταχείς  $u$  συνιστώσας για την γεωμετρία ES, εστίαση στην ακμή εκφυγής



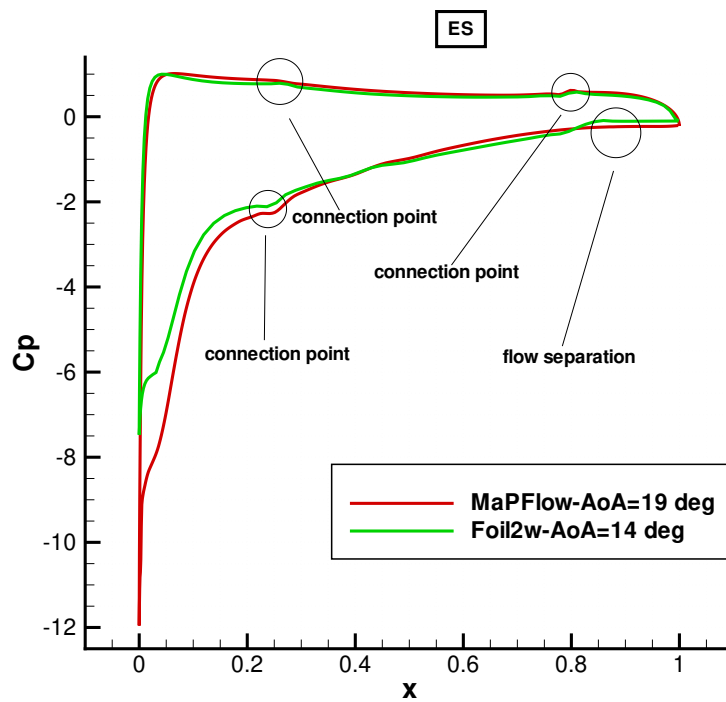
Σχήμα 3.31: Ανακυκλοφορία ροής στην πλευρά υπερπίεσης της γεωμετρίας PSO



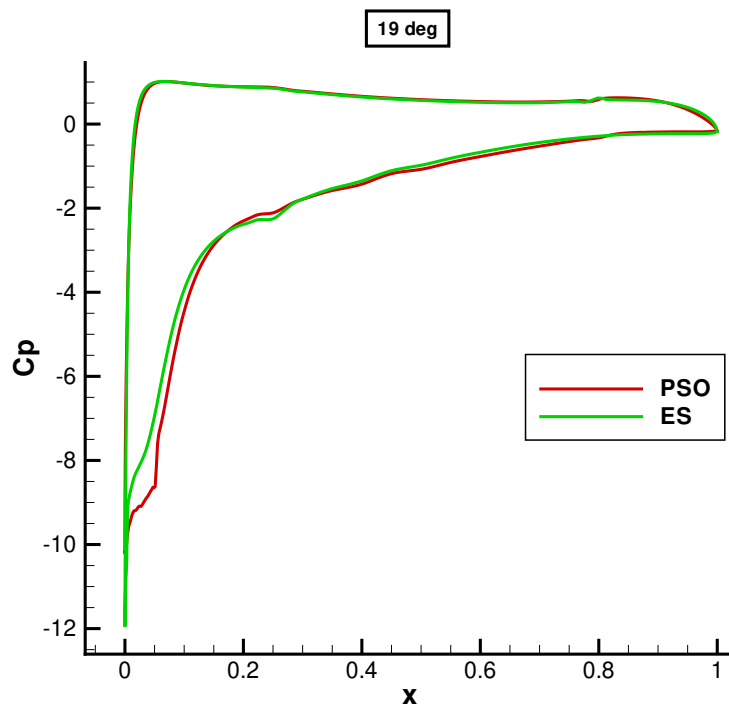
Σχήμα 3.32: Ανακυκλοφορία ροής στην πλευρά υπερπίεσης της γεωμετρίας ES



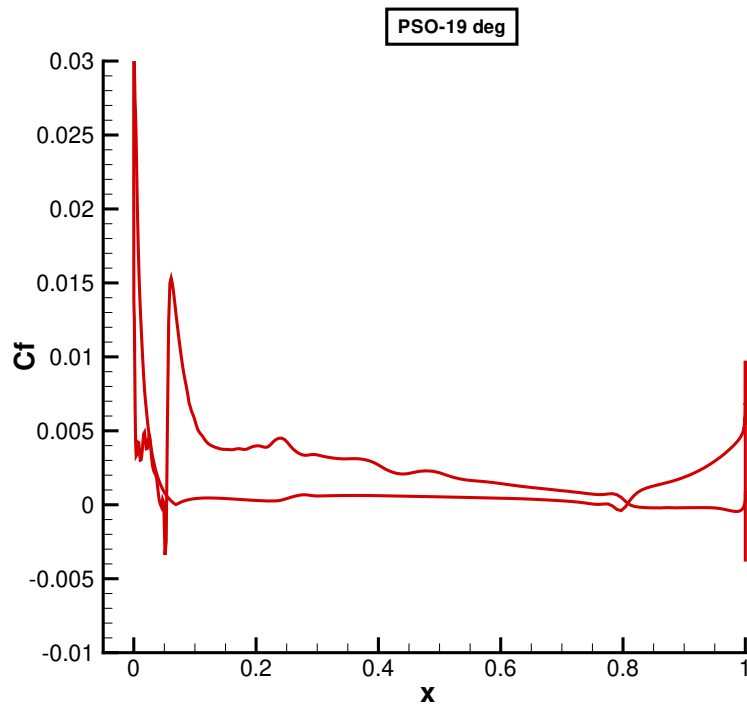
Σχήμα 3.33: Σύγκριση μεταβολών  $C_p$ - $x$  που προκύπτουν από τους διαφορετικούς κώδικες για την γεωμετρία PSO



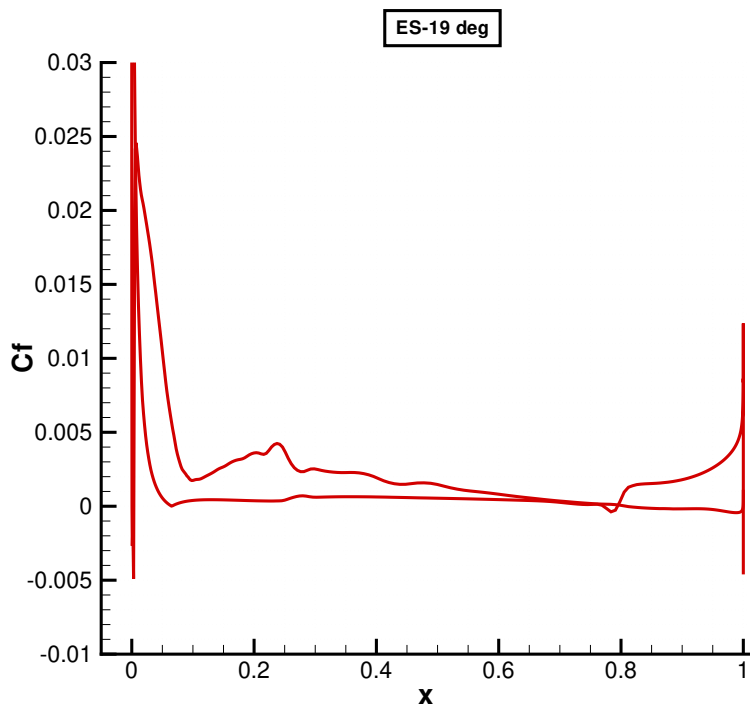
Σχήμα 3.34: Σύγκριση μεταβολών  $C_p$ - $x$  που προκύπτουν από τους διαφορετικούς κώδικες για την γεωμετρία ES



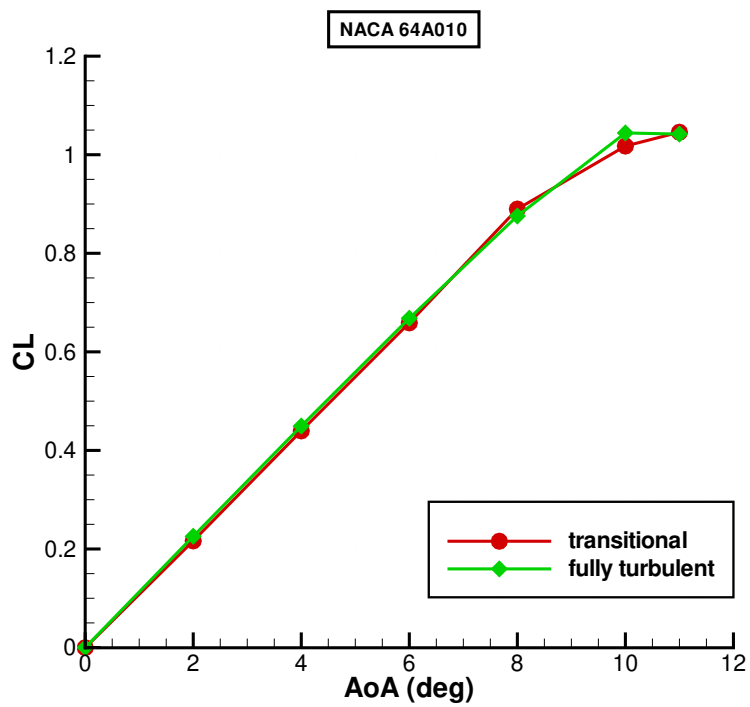
Σχήμα 3.35: Σύγκριση μεταβολών  $C_p$ - $x$  για τις γεωμετρίες PSO και ES, σε γωνία πρόσπτωσης  $19^\circ$ , όπως προύπτουν από τον κώδικα MaPFlow



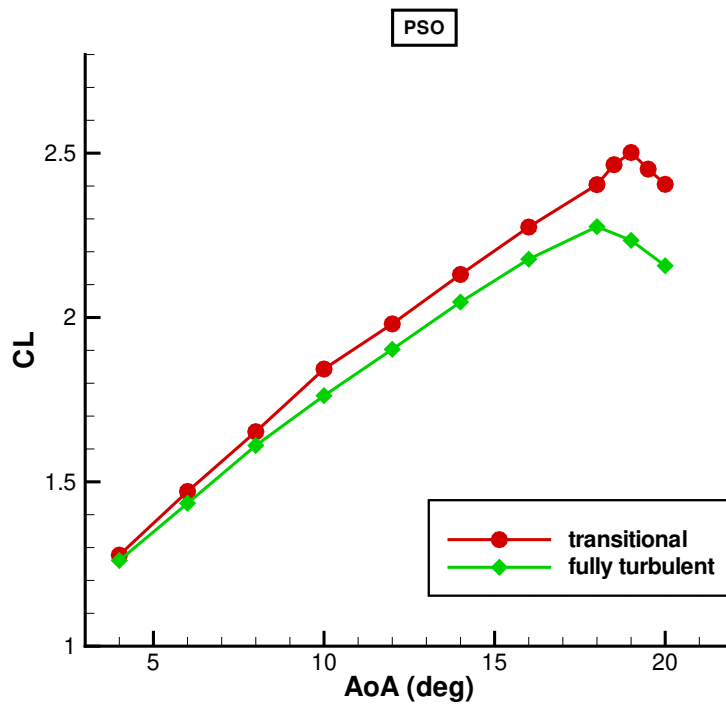
Σχήμα 3.36: Μεταβολή  $C_f - x$  για την γεωμετρία PSO



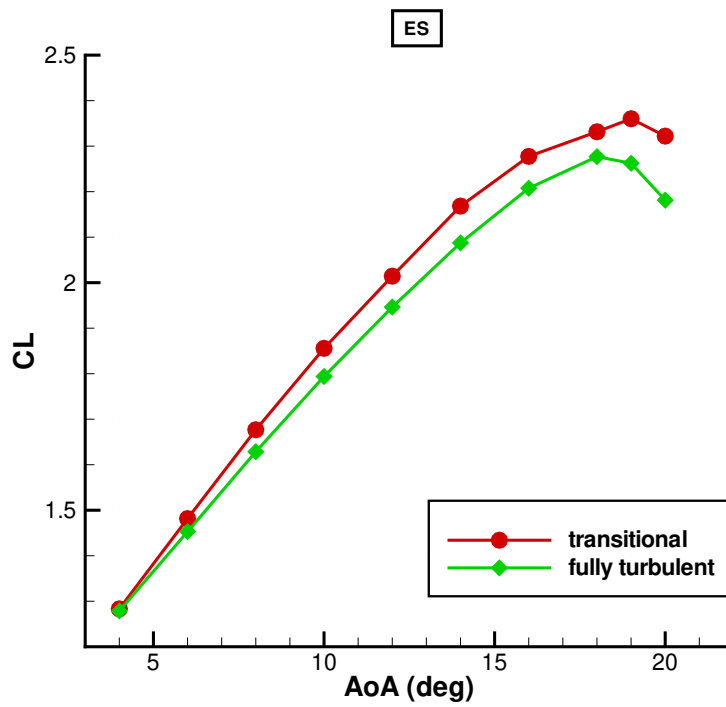
Σχήμα 3.37: Μεταβολή  $C_f$ - $x$  για την γεωμετρία ES



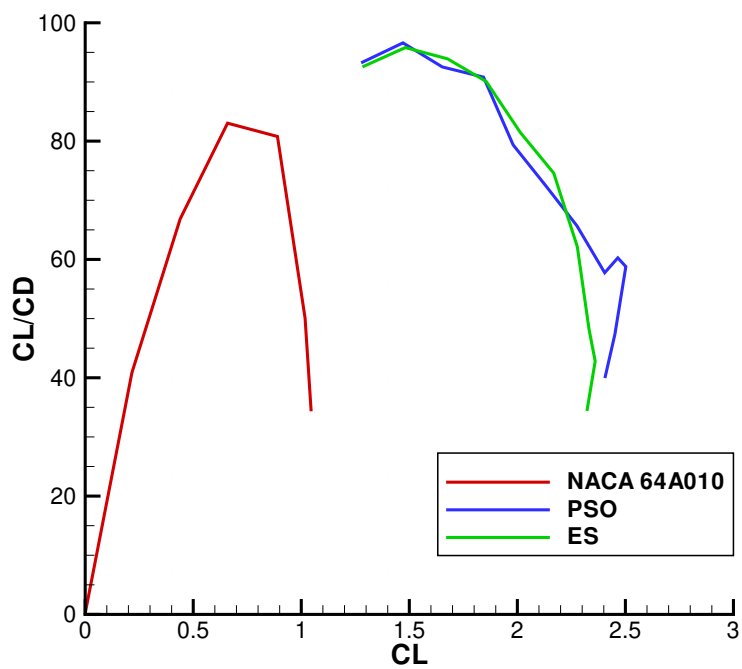
Σχήμα 3.38: Σύγκριση πολικών  $C_L$  -  $AoA$  της αρχικής γεωμετρίας για μεταβατική και πλήρως τυρβώδη ροή



Σχήμα 3.39: Σύγκριση πολικών  $C_L$  - AoA της γεωμετρίας PSO για μεταβατική και πλήρως τυρβώδη ροή



Σχήμα 3.40: Σύγκριση πολικών  $C_L$  - AoA της γεωμετρίας ES για μεταβατική και πλήρως τυρβώδη ροή



Σχήμα 3.41: Σύγκριση αεροδυναμικής απόδοσης αρχικής και βελτιωμένων γεωμετριών





# Κεφάλαιο 4

## Συμπεράσματα

### 4.1 Αποτίμηση

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε μια μεθοδολογία σχεδιασμού διατάξεων υψηλής άνωσης συνδυάζοντας υπεραντωτικές διατάξεις στην ακμή πρόσπτωσης και μεταπτερύγια καμπυλότητας στην ακμή εκφυγής. Οι βελτιωμένες αεροτομές προκύπτουν μέσω μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης, η οποία περιλαμβάνει μορφοποίηση της ακμής προσβολής και της ακμής εκφυγής με ομαλές πολυωνυμικές καμπύλες, προσομοιώνοντας τις μεταβολές της γεωμετρίας που μπορούν να προκύψουν με τη χρήση των λεγόμενων «έξυπνων» υλικών.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι είναι δυνατή η αύξηση του μέγιστου συντελεστή άνωσης και η επιβράδυνση της αποκόλλησης της ροής σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης. Πιο συγκεκριμένα, προσδιορίζονται 2 γεωμετρίες που παρουσιάζουν σημαντική αύξηση του  $C_{Lmax}$  σε σχέση με την αρχική, κατά 139% και 125%. Οι προλέξεις δείχνουν ότι ενώ στην απαραμόρφωτη γεωμετρία η αποκόλληση εμφανίζεται στις 10°, στις τροποποιημένες εμφαζίζεται στις 18° και 14° αντίστοιχα. Επίσης, μελετάται ξεχωριστά η επίδραση της μορφοποίησης στην ακμή πρόσπτωσης και στην ακμή εκφυγής της αρχικής αεροτομής, ώστε να φανεί σταδιακά η βελτίωση των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών. Από την μελέτη αυτή προκύπτει ότι η εφαρμογή κεκλιμένης ακμής πρόσπτωσης καθυστερεί την αποκόλληση, αυξάνοντας έτσι τον συντελεστή άνωσης και επιτρέποντας στην αεροτομή να λειτουργεί σε μεγαλύτερες γωνίες προσβολής. Αντίθετα, με την μορφοποίηση στην ακμή εκφυγής, μπορεί να συμβαίνει αποκόλληση της ροής νωρίτερα σχετικά με πριν, ωστόσο αυξάνεται η φαινόμενη γωνία πρόσπτωσης με αποτέλεσμα σε μικρές γωνίες προσβολής να εμφανίζονται υψηλότερες τιμές του  $C_L$ .

Τα παραπάνω συμπεράσματα επιβεβαιώνονται με μία προηγμένη μεθοδολογία επίλυσης των πλήρων εξισώσεων Navier-Stokes για συμπιεστό ρευστό. Οι προσομοιώσεις γίνονται τόσο για συνθήκες πλήρως τυρβώδους ροής (fully turbulent), όσο και για μεταβατική ροή (transitional). Οι προλέξεις δείχνουν ότι οι υπολογισμοί για πλήρως τυρβώδη ροή υποεκτιμούν τις τιμές των  $C_{Lmax}$  για τις επιλεγμένες γεωμετρίες, οπότε αποτελούν μια πιο συντηρητική προσέγγιση για τον υπολογισμό του συντελεστή άνωσης. Επιπλέον, αξιολογούνται τα πεδία ροής των βελτιωμένων γεωμετριών, σύμφωνα με τα οποία εντοπίζονται πολύ περιορισμένης έκτασης ανακυκλοφορίες, άρα οι γεωμετρίες είναι αρκετά ομαλές και δεν παρουσιάζουν ασυνέχειες. Συγκριτικά με την αρχική, οι περιοχές επιτάχυνσης της ροής στην ακμή πρόσπτωσης και αποκόλλησης της ροής στην ακμή εκφυγής, είναι περισσότερο εκτεταμένες. Τέλος, οι μορφοποιημένες αεροτομές μελετώνται και αποδεικνύονται βελτιωμένες, ως προς την αεροδυναμική απόδοση που επιτυγχάνουν σε σχέση με την αρχική, λειτουργώντας σε μεγαλύτερα εύρη  $C_L$  με υψηλότερες τιμές  $C_L/C_D$ .

### 4.2 Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Η συγκεκριμένη εργασία μπορεί να αποτελέσει βάση για περαιτέρω έρευνα. Το επόμενο βήμα θα ήταν η διερεύνηση της συμπεριφοράς συγκεκριμένων παραμορφώσιμων (έξυπνων) υλικών, ώστε να εξεταστεί η πρακτική εφαρμογή της παρούσας θεωρητικής ανάλυσης. Επιπλέον, ενδιαφέρον παρουσιάζει η εφαρμογή της μεθοδολογίας σε πτερύγια ανεμογεννητριών. Στην περίπτωση αυτή, ο βασικός στόχος είναι η αύξηση της αεροδυναμικής απόδοσης, η οποία είναι εφικτή, όπως διαπιστώθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Τέλος, ιδιαίτερη πρακτική σημασία έχει η διερεύνηση της ακουστικής συμπεριφοράς των μορφοποιημένων αεροτομών, καθώς ο θόρυβος είναι ένα από τις σημαντικότερες επιπτώσεις στις περιπτώσεις αεροπορικών εφαρμογών



# Βιβλιογραφία

- [1] G. Norris and M. Wagner. *Airbus A380: Superjumbo of the 21st Century*. Zenith Press, 2005, p. 67. ISBN: 9780760322185. URL: <https://books.google.gr/books?id=KcaYjPhRnWUC>.
- [2] Katsoulis Dimitrios. *Flaps, the most effective control surfaces*. <https://rckavalaacroteam.com/flaps-effective-control-surfaces/>. October 2017.
- [3] Clarence L. Gillis and John W. McKee. *Wind-tunnel investigation of an NACA 23012 airfoil with an 18.0 percent-chord Maxwell slat and with trailing-edge flaps*. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Langley Field, Virginia, October 1941.
- [4] John A. Axelson and George L. Stevens. *Investigation of a slat in several different positions on an NACA 64A010 airfoil for a wide range of subsonic Mach numbers*. Technical note 3129. Ames Aeronautical Laboratory, Moffett Field, California, March 1954.
- [5] Peter K. C. Rudolph. *High-Lift Systems on Commercial Subsonic Airliners*. NASA Constructor Report 4746. Ames Research Center, September 1996.
- [6] T. Lorkowski H. P. Monner M. Kintscher and S. Storm, eds. *Design of a Smart Droop Nose as Leading Edge High Lift System for Transportation Aircrafts*. 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Palm Springs, California, 4-7 May 2009.
- [7] M. Burnazzi and R. Radespiel. *Assessment of leading-edge devices for stall delay on an airfoil with active circulation control*. Institute of Fluid Mechanics, Technical University, Braunschweig, 17 July 2013.
- [8] Yun Tian Wenhui Wang Peiqing Liu and Qiulin Qu. “Numerical study of the aerodynamic characteristics of high-lift droop nose with the deflection of fowler flap and spoiler”. In: *Aerospace Science and Technology* (2015).
- [9] Yun TIAN Weishuang LU and Peiqing LIU. “Aerodynamic optimization and mechanism design of flexible variable camber trailing-edge flap”. In: *Chinese Journal of Aeronautics* (2016).
- [10] Binitha S and S Siva Sathya. “A Survey of Bio inspired Optimization Algorithms”. In: *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)* (May 2012).
- [11] K. X. Γιαννάκογλου. *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. 4η Έκδοση (Με Ασκήσεις). Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Αθήνα, 2006.
- [12] *Inspyred Library Reference*. URL: <https://aarongarrett.github.io/inspyred/reference.html>.
- [13] Voratas Kachitvichyanukul. *Comparison of Three Evolutionary Algorithms: GA, PSO, and DE*. Industrial and Manufacturing Engineering, Asian Institute of Technology, Thailand, 2012.
- [14] Mitsuo Gen and Runwei Cheng. “Foundations of Genetic Algorithms”. In: *Genetic Algorithms and Engineering Design*. 6 December 1996.
- [15] Kalyanmoy Deb and Nikhil Padhye, eds. *Development of Efficient Particle Swarm Optimizers by Using Concepts from Evolutionary Algorithms*. Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO 2010. Portland, Oregon, USA, 2010.
- [16] Hans-Georg Beyer and Hans-Paul Schwefel. “Evolution strategies”. In: *Natural Computing 1* (2002).
- [17] Βασίλης Α. Ριζιώτης. “Διερεύνηση της δυνατότητας προσομοίωσης της απώλειας στήριξης με στροβιλές μεθοδολογίες”. Διπλωματική εργασία. Τομέας Ρευστών, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 1994.
- [18] Vasilis A. Riziotis and Spyros G. Voutsinas. “Dynamic stall modelling on airfoils based on strong viscous–inviscid interaction coupling”. In: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 56 (2 2008), pp. 185–208.

- [19] Giorgos Papadakis. “Development of a hybrid compressible vortex particle method and application to external problems including helicopter flows”. Ph.D. Thesis. Aerodynamics Laboratory, National Technical University of Athens, December 2014.
- [20] ANSYS. URL: <https://www.ansys.com/>.

