

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

Αεροδυναμική Ανάλυση Πτήσης Ελικοπτέρου  
Στον Ομόρρου Ανεμογεννήτριας Με Χρήση  
Στροβιλής Μεθοδολογίας

Τζαβέλλα Κυριακή  
Μεταπτυχιακή Εργασία



Επιβλέπων καθηγητής: Ριζιώτης Βασίλειος

Φεβρουάριος 2019



# Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας την διπλωματική μου εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κύριο Βασίλειο Ριζιώτη, που μου έδωσε την δυνατότητα να ασχοληθώ με την υπολογιστική υλοποίηση προβλημάτων αεροδυναμικής, αλλά και για την συνεχή και ουσιαστική του καθοδήγηση καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα και τον υποψήφιο διδάκτορα Θεολόγο Ανδρόνικο, στον κώδικα του οποίου βασίστηκα για την πραγματοποίηση της διπλωματικής μου, για το ενδιαφέρον, την καθοδήγηση και την βοήθεια του σε όλα τα στάδια της εργασίας μου.

Τέλος, να ευχαριστήσω την οικογένεια και τους φίλους μου για την διαρκή υποστήριξή τους.

# Σύνοψη

Σκοπός της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας είναι η εξέλιξη ενός υπάρχοντος υπολογιστικού εργαλείου, ώστε να έχει τη δυνατότητα να προσομοιώνει αεροδυναμικά την πτήση ελικοπτέρου σε ένα ανομοιόρφο πεδίο ροής, όπως αυτό που δημιουργείται στον ομόρρου μιας ανεμογεννήτριας. Για τους σκοπούς τις εργασίας χρησιμοποιείται το υπολογιστικό εργαλείο GenUVP που έχει αναπτυχθεί στο εργαστήριο αεροδυναμικής της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ.

Αρχικά μοντελοποιείται η λειτουργία της ανεμογεννήτριας NREL 5MW ώστε να καταγραφεί το πεδίο ροής και στη συνέχεια να εισαχθεί στον κώδικα ως εξωτερικό πεδίο ταχυτήτων. Στη συνέχεια προσομοιώνεται η πτήση ελικοπτέρου κατάντι αυτού του πεδίου και υπολογίζονται τα αναπτυσσόμενα στον δρομέα αεροδυναμικά φορτία. Τα σενάρια που εξετάζονται είναι δύο και αναφέρονται σε ευθεία πτήση του ελικοπτέρου με σταθερή ταχύτητα και σταθερή τροχιά, και σε απλή αιώρηση του ελικοπτέρου.

Επόμενο βήμα είναι η εφαρμογή ενός συστήματος ελέγχου για την εξισορρόπηση των αεροδυναμικών φορτίων. Ορίζονται οι επιθυμητές τιμές- στόχοι για τα φορτία και προσδιορίζονται οι παράμετροι των γωνιών βήματος των πτερυγίων (collective pitch, cyclic-cos pitch και cyclic-sin pitch) και οι γωνίες πρόνευσης (pitch) και περιστροφής (roll) του ελικοπτέρου. Ελέγχεται συνεπώς η ασφάλεια πτήσης και υποδεικνύονται οι απαραίτητοι χειρισμοί, καθώς το ελικόπτερο πετάει στον ομόρρου της ανεμογεννήτριας.

## Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή .....	6
1.1 Το Τεχνολογικό Πρόβλημα .....	6
1.2. Σκοπός της εργασίας .....	6
1.3. Βιβλιογραφική επισκόπηση .....	7
2. Θεωρητικό υπόβαθρο .....	8
2.1. Το αεροδυναμικό πρότυπο - Μέθοδος στοιχείων στροβιλότητας .....	8
2.1.1. Διατύπωση του προβλήματος.....	8
2.1.2. Το αριθμητικό μοντέλο .....	14
2.1.3. Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων.....	18
2.2. Θεωρία Γραμμής Άνωσης για Έλικες.....	20
2.3. Η τεχνική Particle Mesh .....	23
2.4. Σύστημα ελέγχου φορτίων (Trim Controller).....	25
3. Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....	28
3.1. Η ανεμογεννήτρια NREL 5 MW .....	28
3.2. Το ελικόπτερο BO-105 .....	30
3.3. Μοντελοποίηση του ομόρρου της ανεμογεννήτριας NREL 5MW .....	32
3.4. Πιστοποίηση αποτελεσμάτων.....	40
3.5. Αλληλεπίδραση ελικοπτερού με τον ομόρρου της ανεμογεννήτριας .....	42
3.5.1. Ευθεία πτήση ελικοπτερού με πλευρικό άνεμο .....	42
3.5.2. Διέλευση του ελικοπτερού από τον ομόρρου της ανεμογεννήτριας.....	45
3.6. Εφαρμογή ελεγκτή για τα φορτία (trim control) .....	48
3.6.1. Εφαρμογή ελεγκτή σε ευθεία πτήση.....	48
3.6.2. Εφαρμογή ελεγκτή σε πτήση αιώρησης.....	54
4. Συμπεράσματα και συστάσεις για μελλοντική έρευνα.....	62
Βιβλιογραφία.....	63

# 1. Εισαγωγή

## 1.1 Το Τεχνολογικό Πρόβλημα

Η αιολική ενέργεια αποτελεί μια ταχέως αναπτυσσόμενη ανανεώσιμη πηγή ενέργειας. Το 2017 η παραγωγή αιολικής ενέργειας αυξήθηκε κατά 17% αγγίζοντας το 4.4% της παγκόσμιας κατανάλωσης ενέργειας και παρέχοντας το 11.6% του ηλεκτρισμού της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Η Δανία αποτελεί τη χώρα με τα μεγαλύτερα ποσοστά αξιοποίησης της αιολικής ενέργειας που έφθασε το 43.4% της συνολικής καταναλωθείσας ηλεκτρικής ενέργειας για το 2017. Σήμερα όλο και περισσότερα αιολικά πάρκα αναπτύσσονται τόσο σε παράκτιες όσο και υπεράκτιες εκτάσεις. Σε ένα αιολικό πάρκο χρησιμοποιούνται συνήθως ανεμογεννήτριες ιδίου τύπου κ τοποθετούνται σε απόσταση επτά διαμέτρων (7D) η μία από την άλλη.

Τα ελικόπτερα αναπτύσσουν άνοση και ώση μέσω των στροφείων που διαθέτουν τα οποία τους επιτρέπουν την κατακόρυφη προσγείωση και απογείωση, την αιώρηση καθώς και την ευθεία και πλευρική κίνηση. Τα χαρακτηριστικά αυτά επιτρέπουν στα ελικόπτερα να μπορούν να μετακινηθούν σε περιοχές όπου αεροσκάφη είναι δύσκολο να έχουν πρόσβαση.

Σήμερα, με την συνεχή ανάπτυξη των αιολικών πάρκων και της διαρκώς αυξανόμενης παραγωγής ενέργειας από αυτά εμφανίζεται η ανάγκη για άμεση και αποτελεσματική πρόσβαση σε αυτά (παραδείγματος χάρη για λόγους συντήρησης ή επισκευής), ώστε να μειώνονται στο ελάχιστο δυνατό οι απώλειες. Συνεπώς, τα ελικοπτερα εξελίσσονται σε αναπόσπαστο κομμάτι της λειτουργίας ενός αιολικού πάρκου, καθώς είναι σε θέση να εκτελούν αποστολές γρήγορα, οικονομικά και με τρόπο φιλικό προς το περιβάλλον.

## 1.2. Σκοπός της εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην εξέλιξη ενός υπολογιστικού εργαλείου, το οποίο θα προσομοιώνει αεροδυναμικά την πτήση ελικοπτέρου σε ένα ανομοιόρφο πεδίο ροής, όπως αυτό που δημιουργείται στον ομόρρου μιας ανεμογεννήτριας.

Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιείται το υπολογιστικό εργαλείο GenUVP, το οποίο έχει αναπτυχθεί στο εργαστήριο του τομέα ρευστών της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ, και επιλύει προβλήματα μη μόνιμης, ασυμπίεστης και μη συνεκτικής ροής γύρω από σώματα διαφόρων γεωμετριών.

Σε πρώτη φάση μοντελοποιείται η λειτουργία της ανεμογεννήτριας και καταγράφονται τα ροϊκά χαρακτηριστικά του πεδίου που αναπτύσσεται λόγω του

ομόρρου. Το συγκεκριμένο πεδίο ροής καταγράφεται και εισάγεται στον κώδικα ως εξωτερικό πεδίο ταχυτήτων. Αυτό αποτελεί τη βάση για την διερεύνηση της αλληλεπίδρασης του ομόρρου με το ελικοπτερό. Η μελέτη που πραγματοποιείται είναι αεροδυναμική, δηλαδή ο δρομέας αντιμετωπίζεται ως σύστημα αποτελούμενο από άκαμπτα σώματα. Κατά αυτόν τον τρόπο θα εντοπισθούν οι συνέπειες του ομόρρου της ανεμογεννήτριας στα αεροδυναμικά φορτία που δέχεται το ελικόπτερο κατά την διέλευσή του από το πεδίο ροής.

Εμφανίζεται συνεπώς η ανάγκη διερεύνησης των απαιτούμενων χειρισμών πτήσης για την εξισορρόπηση των διαταραχών στα φορτία. Για τον σκοπό αυτό εισάγεται στο μοντέλο ένα σύστημα ελέγχου (Trim Controller), το οποίο στοχεύει στην σταθεροποίηση των αεροδυναμικών φορτίων, και το οποίο βασίζεται στην εναλλαγή της γωνίας βήματος των πτερυγίων του δρομέα κατά την περιστροφή, καθώς και την κατάλληλη προσαρμογή των γωνιών pitch και roll του ελικοπτερό.

### **1.3. Βιβλιογραφική επισκόπηση**

Το πεδίο ροής εντός ενός αιολικού πάρκου καθίσταται αρκετά σύνθετο λόγω της αλληλεπίδρασης του ομόρρου των ανεμογεννητριών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση των επιπέδων τύρβης, καθώς και την δημιουργία συγκεντρωμένων στροβίλων. Τα παραπάνω δημιουργούν ένα άκρως μη μόνιμο πεδίο ροής. Η αλληλεπίδραση του παραπάνω πεδίου με τον δρομέα ενός ελικοπτερό δεν έχει μελετηθεί με συνέπεια και η υπάρχουσα βιβλιογραφία είναι περιορισμένη. [1]

Υπάρχει εκτεταμένη έρευνα σχετικά με την επίδραση του ομόρρου ανεμογεννητριών στην γενική αεροπορία, καθώς και για τη συμπεριφορά ελικοπτερόων όταν συναντούν στροβίλους προερχόμενους από αεροσκάφη σταθερής πτέρυγας. Ωστόσο, ελάχιστη έρευνα έχει πραγματοποιηθεί στον τομέα της αλληλεπίδρασης μεταξύ ελικοπτερό και ανεμογεννήτριας.

Οι αρχές ασφαλείας έχουν εντοπίσει αυτό το κενό, υποδεικνύοντας την ανάγκη περαιτέρω έρευνας. Το ερευνητικό πρόγραμμα Garteur, στο οποίο συμμετέχουν ευρωπαϊκά πανεπιστήμια (μεταξύ των οποίων και το ΕΜΠ) και ερευνητικά κέντρα, αναπτύχθηκε με σκοπό να καλύψει το κενό αυτό, διερευνώντας τις συνέπειες της εν λόγω αλληλεπίδρασης στον χειρισμό και την ασφάλεια της πτήσης.

## 2. Θεωρητικό υπόβαθρο

### 2.1. Το αεροδυναμικό πρότυπο - Μέθοδος στοιχείων στροβιλότητας

Στην παρούσα ενότητα θα γίνει παρουσίαση της μεθόδου στοιχείων στροβιλότητας που χρησιμοποιήθηκε για την αεροδυναμική ανάλυση των υπό μελέτη πτερύγων. Το υπολογιστικό πρότυπο που βασίζεται στη μέθοδο αυτή ονομάζεται GenUVP και έχει αναπτυχθεί στον Τομέα Ρευστών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου στο πλαίσιο διπλωματικών και διδακτορικών διατριβών. [2]. Το πρότυπο αυτό έχει αξιολογηθεί εκτενώς σε σχέση με μετρήσεις σε δρομείς Α/Γ, τόσο σε συνθήκες κανονικής λειτουργίας όσο και για τα μεταβατικά ακραία φαινόμενα, στα πλαίσια των παραπάνω εργασιών και άλλων σχετικών δημοσιεύσεων. Αξίζει να σημειωθεί ότι το πρότυπο GenUVP είναι από τα λίγα που χρησιμοποιούν τα στοιχεία στροβιλότητας και χρησιμοποιούνται σήμερα στο χώρο, καθώς είναι ιδιαίτερα αξιόπιστο όσον αφορά στα αποτελέσματα που παράγει, γεγονός που οφείλεται κυρίως στο ότι ακολουθεί τη λογική του ελεύθερου ομόρρου και όχι του παγωμένου ή προδιαγεγραμμένου.

Στις μεθοδολογίες ελεύθερου ομόρρου, επιλύεται το πρόβλημα της ασυμπίεστης μη συνεκτικής ροής γύρω από την πτέρυγα ή τον δρομέα. Το πεδίο ταχύτητας μέσω του θεωρήματος του Helmholtz διαχωρίζεται σε ένα τμήμα προερχόμενο από δυναμικό και, το οποίο αναπαρίσταται μέσω της δεύτερης ταυτότητας του Green, από διανομές ιδιόμορφων σημείων πάνω στην επιφάνεια του πτερυγίου και σε ένα στροβιλό τμήμα το οποίο εκφράζει την ταχύτητα που επάγει ο ομόρρος. Η στροβιλότητα του ομόρρου προσεγγίζεται από ένα πλήθος ελεύθερα κινούμενων στοιχείων στροβιλότητας, η ένταση και η θέση των οποίων προσδιορίζεται από την επίλυση των δυναμικών κινηματικών εξισώσεων για την ελεύθερη στροβιλότητα. Το πτερύγιο στον υπολογισμό εισάγεται είτε ως λεπτή ανωστική επιφάνεια είτε ως πτέρυγα με πάχος.

#### 2.1.1. Διατύπωση του προβλήματος

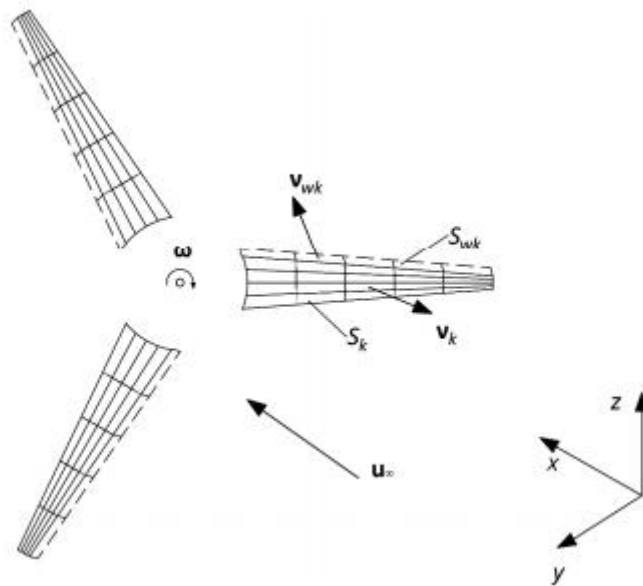
Έστω μία ασταθής ροή ενός ασυμπίεστου, χωρίς ιξώδες, υγρού γύρω από ένα σύνολο  $N_B$  τρισδιάστατων σωμάτων  $B_k$  (πτερύγια) με σύνορα  $S_k$ ,  $k = 1, N_B$  που σχηματίζουν το στροφέιο ενός Ε/Π, όπως φαίνεται στο Σχ. 2.1. Κάθε πτερύγιο του στροφέιου θεωρείται ένα απείρως λεπτό αντωτικό σώμα. Για να περιγράψουμε τη γεωμετρία της ροής, εισάγουμε ένα σταθερό σύστημα συντεταγμένων. Επομένως, όλες οι παράμετροι της ροής περιγράφονται βάσει αυτού του συστήματος.

Έστω  $D$  το ροϊκό πεδίο,  $S$  το σύνορο του πεδίου και  $\mathbf{n}$  το προς τα έξω μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια  $S$ . Η παρουσία των αντωτικών σωμάτων  $N_B$  παράγει ομόρρο. Η επιφάνεια του απορρεύματος θεωρείται ως ένα



ενεργό σύνορο του προβλήματος. Έτσι αν  $S_{wk}$ ,  $k = 1, N_B$  είναι οι επιφάνειες των στρωμάτων των δινών που παράγονται από τα πτερύγια και  $v_{wk}$  τα μοναδιαία κάθετα διανύσματα στις επιφάνειες  $S_{wk}$ , τότε η συνολική επιφάνεια του συνόρου θα είναι:

$$\partial D = S = \bigcup_{k=1}^{N_S} S_k + \bigcup_{k=1}^{N_S} S_{wk} \quad (2.1.1)$$



Σχήμα 2.1. Απεικόνιση των επιφανειών των αντωτικών σωμάτων, του απορρεύματος και των αντίστοιχων κάθετων διανυσμάτων

Σύμφωνα με το Θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz (Helmholtz decomposition), το πεδίο ταχύτητας  $u(x; t)$  παίρνει τη μορφή:

$$u(x; t) = u_\infty(x; t) + \nabla\varphi(x; t), \quad x \in D, \quad t \geq 0 \quad (2.1.2)$$

όπου  $u_\infty(x; t)$  είναι η ταχύτητα του πεδίου ροής στο άπειρο,

$\varphi(x; t)$  ένα δυναμικό διαταραχής

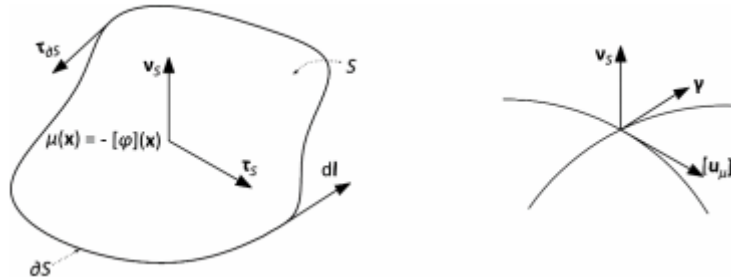
και  $u_\infty(x; t)$  είναι η επαγόμενη ταχύτητα από την ελεύθερη στροβιλότητα του ομόρρου.

Στο πλαίσιο μιας δυναμικής-μη συνεκτικής θεώρησης της ροής, το δυναμικό της ταχύτητας μπορεί να αναπαρασταθεί με διανομές επιφανειακών ιδιομορφιών (surface singularity distributions). Στην περίπτωση των λεπτών πτερυγίων (thin blades), διανομές διπόλων ορίζονται στις στερεές επιφάνειες και στο αντίστοιχο

απόρρευμα. Η διανομή διπόλων  $\mu(x)$ ,  $x \in S$  ορισμένη πάνω σε μία επιφάνεια  $S$ , εισάγει μία ασυνέχεια στο βαθμωτό δυναμικό:

$$\mu(x) = -[\varphi](x), \quad x \in S \quad (2.1.3)$$

όπου  $[\varphi]$  δείχνει το "άλμα" δυναμικού στην επιφάνεια  $S$  (Σχ. 2.2).



Σχήμα 2.2. Ορισμός ενός επιφανειακού διπόλου

Το δυναμικό σε ένα τυχαίο σημείο  $x_0$  του πεδίου  $D$  δίνεται από τον τύπο:

$$\varphi(x_0; t) = - \int_S \frac{\mu(x; t) \cdot v(x) \cdot (x_0 - x)}{4\pi|x_0 - x|^3} dS(x) \quad (2.1.4)$$

Παραγωγίζοντας την τελευταία εξίσωση κι έπειτα από εφαρμογή του θεωρήματος του Stokes, προκύπτει το αντίστοιχο πεδίο  $u_\mu(\cdot; t)$  ως εξής:

$$\begin{aligned} u_\mu(x_0; t) &= \nabla\varphi(x_0; t) \\ &= \int_S \frac{\nabla_S \mu(x; t) \times v(x) \times (x_0 - x)}{4\pi|x_0 - x|^3} dS(x) \\ &+ \oint_{\partial S} \mu(x; t) \frac{dl(x) \times (x_0 - x)}{4\pi|x_0 - x|^3} \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

όπου  $\partial S$  είναι το σύνορο της επιφάνειας  $S$  και  $dl$  το διαφορικό διάνυσμα που εφάπτεται στην επιφάνεια  $S$ .

Ο τελεστής  $\nabla \cdot ()$  σημαίνει παραγωγή ως προς  $x_0$

ενώ το  $\nabla \cdot ()_S$  δηλώνει επιφανειακή παραγωγή.

Καθώς το  $x_0$  προσεγγίζει την επιφάνεια  $S$ , η ταχύτητα γίνεται ασυνεχής. Συγκεκριμένα, εάν  $[u_\mu]$  δηλώνει το "άλμα" της ταχύτητας πάνω στην επιφάνεια  $S$ , τότε ισχύει:

$$\begin{aligned} [u_\mu](x_0; t) \cdot v(x_0) &= 0, & x_0 \in S \\ v(x_0) \times [u_\mu](x_0; t) &= \nabla_S \mu(x_0; t) \times v(x_0) = \gamma, & x_0 \in S \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

όπου  $\gamma(\cdot; t)$  δείχνει την ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας,

$\nabla_S(\cdot) = (\nabla(\cdot) \cdot \tau_S) \cdot \tau_S$  τον τεχνητό διαφορικό τελεστή,  $\tau_S$  το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι εφαπτόμενο στην επιφάνεια  $S$  και έχει διεύθυνση ίδια με αυτήν της επιφανειακής στροβιλότητας  $\gamma$ .

Από τις εξ. (2.1.5) και (2.1.6) προκύπτει ότι αν σε μία επιφάνεια υπάρχουν δίπολα τότε αυτή αντιστοιχεί σε φύλλο στροβιλότητας δηλαδή μία επιφάνεια ασυνέχειας των εφαπτομενικών ταχυτήτων. Εφαρμόζοντας την εξ. (2.1.4) για το χωρίο  $D$  που αποτελεί το πεδίο ροής των  $NB$  σωμάτων, διαπιστώνουμε ότι το δυναμικό της ταχύτητας διαταραχής  $\varphi(\cdot; t)$  μπορεί να διαιρεθεί σε δύο τμήματα, ένα των στερεών σωμάτων κι ένα του απορρεύματος ως εξής:

$$\begin{aligned} \varphi(x_0; t) &= - \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_k} \mu_k(x; t) \frac{v(x) \cdot (x_0 - x)}{4\pi|x_0 - x|^3} dS(x) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_{wk}} \mu_{wk}(x; t) \frac{v_w(x) \cdot (x_0 - x)}{4\pi|x_0 - x|^3} dS_w(x) \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

όπου  $\mu_k(\cdot; t)$  η κατανομή διπόλων της  $k$ - λεπτής αντωτικής επιφάνειας

και  $\mu_{wk}(\cdot; t)$  η κατανομή διπόλων του φύλλου στροβιλότητας που οφείλεται στην  $k$ - επιφάνεια.

Λόγω της αστάθειας της ροής, τα άγνωστα δίπολα  $\mu_k(\cdot; t)$  και  $\mu_{wk}(\cdot; t)$  είναι χρονικά εξαρτώμενα. Εκτός απ' αυτό, όσο τα φύλλα στροβιλότητας  $S_{wk}$  κινούν ελεύθερα τις υλικές επιφάνειες, η γεωμετρία του προβλήματος είναι επίσης χρονικά μεταβαλλόμενη. Συνεπώς το προς επίλυση πρόβλημα αποτελεί ένα πρόβλημα ελεύθερου συνόρου (free boundary problem) με αγνώστους τις επιφανειακές κατανομές  $\mu_k(\cdot; t)$  και  $\mu_{wk}(\cdot; t)$ , καθώς επίσης και τη γεωμετρία των φύλλων στροβιλότητας  $S_{wk}$ . Για να καθορίσουμε τα άγνωστα αυτά πεδία, πρέπει να εισάγουμε δύο διαφορετικές συνθήκες:

α) τις κινηματικές συνθήκες και πιο συγκεκριμένα τη συνθήκη μη εισχώρησης σε όλες τις στερεές επιφάνειες, καθώς και τις συνθήκες που περιγράφουν εξέλιξη των φύλλων στροβιλότητας.

β) τις δυναμικές συνθήκες, δηλαδή την απαίτηση για μηδενικό "άλμα"-ασυνέχεια πίεσης καθόλη την επιφάνεια των φύλλων στροβιλότητας. Έστω ότι  $u_B(\cdot; t)$  συμβολίζει το προφίλ ταχυτήτων πάνω στα πτερύγια που περιλαμβάνει και τις άκαμπτες και τις ελαστικές κίνησης αυτών. Τότε οι εξίσωσεις μη εισχώρησης παίρνουν τη μορφή:

$$\nabla\varphi(x_0; t) \cdot v(x_0; t) = \frac{\partial\varphi}{\partial v}(x_0; t) = (u_{Bk} - u_\infty - u_\omega) \cdot v(x_0; t), \quad (2.1.8)$$

$$x_0 \in S_k, \quad k = 1, N_B$$

Για τον υπολογισμό του πεδίου της ταχύτητας, χρησιμοποιείται η εξ. (2.1.5), η οποία και παίρνει μία πιο εύχρηστη μορφή, εάν θεωρήσουμε μία τμηματικά σταθερή προσέγγιση της κατανομής των διπόλων πάνω στην επιφάνεια των στερεών σωμάτων και των ομόρρων τους. Σε αυτήν την περίπτωση ο 1ος όρος στο δεξί μέλος της εξ. (2.1.8) θα ισούται με μηδέν. Ο όρος που απομένει είναι η συμβολή μιας γραμμής στροβιλότητας πάνω στο σύνορο  $\partial S$  της επιφάνειας  $S$ . Έστω ότι η σχέση:

$$x_w \in S_w : \quad x_w = x_w(\xi_1, \xi_2; t), \quad \xi_1 \in [-0, 1], \quad \xi_2 \geq 0, \quad (2.1.9)$$

$$t \geq 0$$

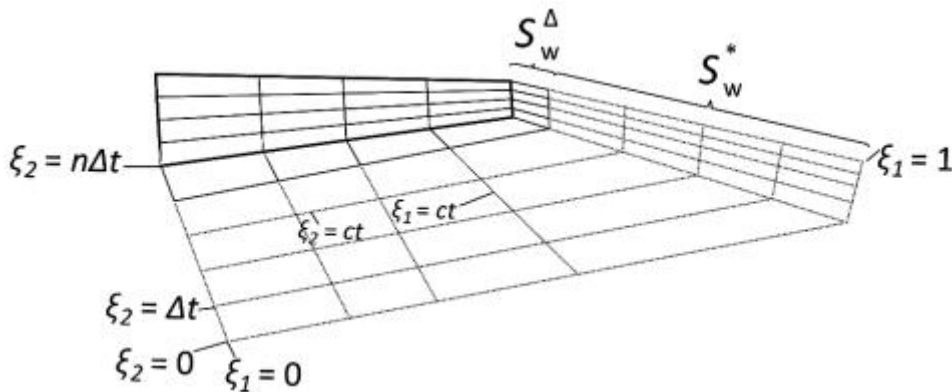
εκφράζει μία παραμετρική αναπαράσταση κάθε φύλλου στροβιλότητας  $S_w$  που ξεκινάει από ένα αντωτικό σώμα κατά μήκος του χείλους εκφυγής (Σχ. 2.3). Η  $S_w$  μπορεί να θεωρηθεί ως μία επιφάνεια που σχηματίζεται από την ακολουθία των υλικών γραμμών ξεκινώντας από τη γραμμή εκπομπής (χείλος εκφυγής, ακροπτερύγιο). Για να ανιχνεύσουμε την ιστορία μιας δίνης, ένα σημείο  $x_w(\xi_1, \xi_2; t)$  αναγνωρίζεται ως η θέση σε χρόνο  $t$  ενός υλικού σημείου που ξεκίνησε σε χρόνο  $\xi_2 \leq t$  από ένα σημείο εκπομπής  $\xi_1$ . Συνεπώς, το  $x_w(\xi_1, t; t)$  αναπαριστά την τρέχουσα θέση της γραμμής εκπομπής. Επιπλέον, οι γραμμές  $\xi_1 = ct$  έχουν σχηματιστεί από υλικά στοιχεία που ξεκίνησαν από το ίδιο σημείο πάνω στην γραμμή εκπομπής.

Η εξέλιξη του ομόρρου  $S_w(t)$  στο χρόνο καθορίζεται μέσω της ακόλουθης κινηματικής εξίσωσης:

$$\frac{dx_w(\xi; t)}{dt} = u_m(x_w; t) = u_\infty(x_w; t) + \nabla\varphi(x_w; t), \quad (2.1.10)$$

$$\xi = [\xi^1, \xi^2]$$

όπου  $u_m(x_w; t)$  είναι η μέση ταχύτητα του φύλλου ομόρρου.



Σχήμα 2.3. Ο ομόρρους μιας αντωτικής επιφάνειας

Εφαρμόζοντας την εξ. Bernoulli στις δύο επιφάνειες των SWk και συνυπολογίζοντας ότι η δυναμική διαφορά πίεσης είναι μηδέν πάνω στον ομόρρο, δηλαδή  $[p](x_w; t) = 0$ , προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t} + u_m(x_w; t) \cdot [u_m](x_w; t) = 0 \quad (2.1.11)$$

όπου  $[u_m](x_w; t)$  είναι το "άλμα" ταχύτητας πάνω στην επιφάνεια του απορεύματος.

Από τις εξ. (2.1.3) και (2.1.6) έπεται ότι:

$$\begin{aligned} \mu_w(\xi; t) &= -[\varphi](\xi; t), \\ [u_\mu](\xi; t) &= \nabla_{Sw} \mu_w(\xi; t) \end{aligned} \quad (2.1.12)$$

Έτσι αν

$$\frac{d_m(\cdot)}{dt} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + (u_\mu \cdot \nabla_{Sw})(\cdot) \quad (2.1.13)$$

είναι η επιφανειακή υλική χρονική παράγωγος, τότε έπεται ότι:

$$\frac{d_m \mu_w(\cdot)}{dt} = 0 \quad (2.1.14)$$

Από την τελευταία εξίσωση, είναι εμφανές ότι η κατανομή διπόλων πάνω σε ένα φύλλο στροβιλότητας διατηρείται υλικά και ότι αυτή η συνθήκη είναι ισοδύναμη με το θεώρημα του Kelvin. Όσον αφορά στην περίπτωση ενός φύλλου στροβιλότητας ερχόμενο από αντωτικό σώμα, η τελευταία εξίσωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί με δύο τρόπους.

Πρώτον, με το ιστορικό του χρόνου ως εξής:

$$\mu_w(x_w(\xi_1, \xi_2; t); t) = \mu_w(x_w(\xi_1, \xi_2; \xi_2); \xi_2) \quad (2.1.15)$$

Η τελευταία εξίσωση απλά υποδηλώνει ότι η πυκνότητα της κατανομής των διπόλων που φέρει το υλικό στοιχείο  $\xi$  είναι η ίδια με αυτή που είχε το στοιχείο προτού ξεκινήσει από την αρχή εκπομπής του στερεού σώματος.

Δεύτερον, η τελευταία συνθήκη μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθοριστεί η πυκνότητα της στροβιλότητας που ξεκινάει από την γραμμή εκπομπής οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Στην περίπτωση μίας τμηματικά σταθερής

προσέγγισης της κατανομής διπόλων, η εξ. (2.1.14) οδηγεί σε ίσες τιμές των  $\mu_k(\cdot; t)$  και  $\mu_{wk}(\cdot; t)$  για δύο σημεία του σώματος και του απορρεύματος γειτονικά στην γραμμή εκπομπής.

Θεωρητικά αποτελέσματα όπως επίσης πειραματικές και αριθμητικές ενδείξεις υποδεικνύουν ότι κατά την πάροδο του χρόνου, ένα ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας χάνει τη λεία γεωμετρική μορφή του εξαιτίας του ιδιάζοντα (singular) χαρακτήρα των ολοκληρωμάτων που περιέχονται στον υπολογισμό του  $\nabla\varphi(x_w; t)$ . Για να παρακάμψουμε αυτή τη δυσκολία εισάγουμε μία γενίκευση της της στροβιλότητας. Βάσει της εξ. (2.1.6), το γενικευμένο πεδίο στροβιλότητας το οποίο συνδέεται με ένα φύλλο στροβιλότητας μπορεί να οριστεί ως εξής:

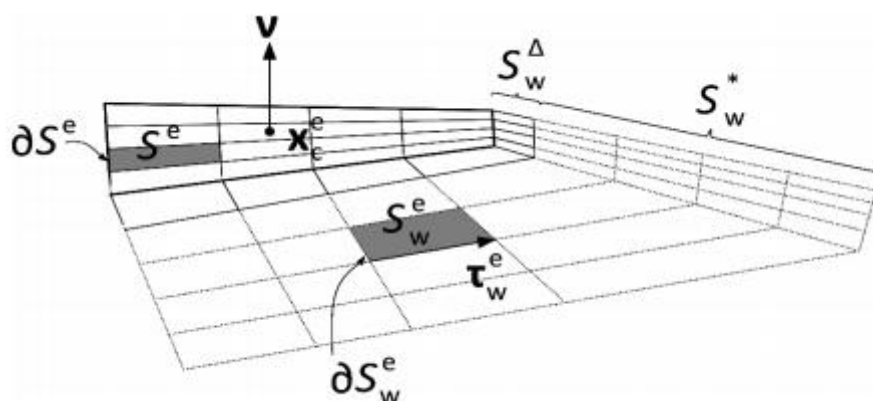
$$\begin{aligned}\omega_{S_w}(x; t) &= \nabla \times u_\mu(x; t) \\ &= \delta_{S_w}(x - x_{S_w}) \cdot [\nabla\mu_w(x_{S_w}; t) \times v(x_{S_w}; t)] \\ &+ \delta_{\partial S_w}(x - x_{\partial S_w}) \cdot \tau(x_{\partial S_w}; t)\mu_w(x_{S_w}; t)\end{aligned}\quad (2.1.16)$$

όπου  $(\cdot)\delta_{S_w}$  και  $\partial(\cdot)\delta_{S_w}$  δείχνουν την επιφανειακή και γραμμική συνάρτηση Dirac ορισμένη στο εσωτερικό και στο σύνορο του  $S_w(t)$  αντίστοιχα, ενώ  $\tau(\cdot; t)$  το μοναδιαίο διάνυσμα εφαπτομενικό στο  $\partial S_w(t)$ . Είναι εμφανές ότι αν η ένταση των δίπολων στον ομόρρου ληφθεί τμηματικά σταθερή, ο επιφανειακός όρος (surface term) της εξ. (2.1.16) απαλείφεται. Η παραπάνω γενικευμένη μορφή επιτρέπει την εφαρμογή στον ομόρρου μιας στοιχειακής προσέγγισης με σημειακά στοιχεία στροβιλότητας.

## 2.1.2. Το αριθμητικό μοντέλο

Σε κάθε σώμα  $S_k$  και στο απόρρευμα του  $S_{wk}$  ορίζεται ένα πλέγμα, το οποίο τα χωρίζει σε ένα αριθμό από τμήματα (panels)  $S_k^e, e = 1, E_k$  και  $S_{wk}^e, e = 1, E_{wk}$ , όπου  $E_k$  και  $E_{wk}$  ο αριθμός των panels στο σώμα και στο απόρρευμα αντίστοιχα, με σύνορα  $\partial S_k^e$  και  $\partial S_{wk}^e$  (Σχ. 2.4). Σε κάθε τμήμα (panel) σώματος και απορρεύματος ορίζεται σταθερή κατανομή διπόλων. Έτσι, η επαγόμενη ταχύτητα από μία αντωτική επιφάνεια προκύπτει ως το άθροισμα των κατανομών των γραμμών στροβιλότητας που αντιστοιχούν στα στοιχεία του πλέγματος των επιφανειών  $S_k$  και  $S_{wk}$ . Σύμφωνα λοιπόν με την παραπάνω παρατήρηση, η κινηματική συνθήκη που εκφράζεται με την εξ. (2.1.8) παίρνει τη μορφή:

$$\begin{aligned}v(x_0; t) &\cdot \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_k} \mu_k^t(t) \oint_{\partial S_k^e} \frac{dI(x) \times (x_0 - x)}{4\pi|x_0 - x|^3} \\ &= -v(x_0; t) \\ &\cdot \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_{wk}} \mu_{wk}^e(t) \oint_{\partial S_{wk}^e} \frac{dI(x) \times (x_0 - x)}{4\pi|x_0 - x|^3} + v(x_0; t) \\ &\cdot (u_{Bk}(x_0; t) - u_\infty(x_0; t) - u_\omega(x_0; t))\end{aligned}\quad (2.1.17)$$



Σχήμα 2.4. Συμβολισμός των στοιχείων του πλέγματος των σωμάτων καθώς και του απορρεύματος αυτών

Η τελευταία συνθήκη προβάλλει τις διακριτές εξισώσεις για τις άγνωστες ποσότητες  $\mu_k^e(\cdot; t)$ . Αυτό επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας την εξ. (2.1.17) στα κέντρα  $x_c^e$  των στοιχείων που σχηματίζουν τα στερεά σύνορα  $S_k$  δηλαδή όταν  $x_0 = x_c^e$ . Οι ποσότητες των διπόλων  $\mu_{Wk}^e(\cdot; t)$  του απορρεύματος υπολογίζονται από τη δυναμική συνθήκη της εξ. (2.1.10), που όπως είδαμε καταλήγει στην εξ. (2.1.15). Δεδομένης της τμηματικά σταθερής προσέγγισης της διανομής διπόλων, η εφαρμογή της εξ. (2.1.15) στα στοιχεία του απορρεύματος  $S_{Wk}^e$  έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση των άγνωστων βαθμών ελευθερίας σε εκείνες μόνο τις ποσότητες διπόλων που έχουν μόλις ξεκινήσει και έχουν κατανεμηθεί κατά μήκος τις γραμμής εκπομπής. Οι τιμές των υπόλοιπων βαθμών ελευθερίας του απορρεύματος θεωρούνται γνωστές από προηγούμενες χρονικές στιγμές. Επιπλέον, όπως έχει ήδη αναφερθεί, η εξ. (2.1.14) ορίζει ίσες τιμές διπόλων  $\mu_k^e$  και  $\mu_{Wk}^e$  για το σώμα και το απόρρευμα που είναι γειτονικά στη γραμμή εκπομπής. Οι παραπάνω παρατηρήσεις ολοκληρώνουν το σύστημα εξισώσεων για τους αγνώστους  $\mu_k^e$  και  $\mu_{Wk}^e$ .

Αφού το πρόβλημα είναι χρονικά μεταβαλλόμενο, ορίζεται ένα χρονικά μεταβαλλόμενο σχήμα. Έστω  $\Delta t$  είναι το χρονικό βήμα του σχήματος. Σύμφωνα με προηγούμενη ανάλυση, όλες οι πληροφορίες που αφορούν τα φύλλα στροβιλότητας της ροής είναι γνωστά από προηγούμενα χρονικά βήματα εκτός από το κομμάτι που δημιουργήθηκε στο τρέχον χρονικό βήμα. Συνεπώς διάφορες προσεγγίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το νέο και το παλιό μέρος των φύλλων στροβιλότητας. Οι διάφορες υποθέσεις αυτές έχουν νόημα μόνο στην περιοχή όπου ξεκινάει το απόρρευμα ενώ από εκεί και πέρα το φύλλο στροβιλότητας μετατρέπεται σε μία χωρικά ελεύθερη στροβιλότητα όπου εφαρμόζεται προσέγγιση σωματιδίων στροβιλότητας.

Έτσι, ορίζουμε  $S_{Wk}^{\Delta}$  και  $S_{Wk}^*$  ως το κοντινό και απόμακρο τμήμα αντίστοιχα του φύλλου στροβιλότητας του k-αντωτικού σώματος. Αντίστοιχα, το δυναμικό του απορρεύματος [2ος όρος της εξ. (2.1.7)] χωρίζεται σε δύο μέρη: το δυναμικό του

κοντινού μέρους  $\varphi_W^\Delta(x; t)$  και το δυναμικό  $\varphi_W^*(x; t)$  απόμακρου μέρους των φύλλων στροβιλότητας. Έτσι το συνολικό επαγόμενο δυναμικό ορίζεται ως:

$$\begin{aligned}\varphi(x; t) &= \varphi_B(x; t) + \varphi_W^\Delta(x; t) + \varphi_W^*(x; t) \\ \varphi_B(x; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Bk}(x; t) \\ \varphi_W^\Delta(x; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Wk}^\Delta(x; t) \\ \varphi_W^*(x; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Wk}^*(x; t)\end{aligned}\tag{2.1.18}$$

όπου  $\varphi_B(x; t)$  είναι τα επαγόμενα από τα σώματα δυναμικά.

Αναφορικά με τον υπολογισμό της ταχύτητας, όπως αυτή εκφράζεται από την εξ. (2.1.2), έπεται ότι το  $\nabla\varphi_W^*(\cdot; t)$  μπορεί να ληφθεί ως το στροβιλό κομμάτι της ροής  $u_\omega(\cdot; t)$  και να περιγραφεί από τη σχέση:

$$u_\omega(x_0; t) = \int_{D_\omega(x; t)} \frac{\omega_\omega(x; t) \times (x_0 - x)}{4\pi|x_0 - x|^3} dD(x)\tag{2.1.19}$$

όπου με  $D_\omega$  συμβολίζουμε το χωρίο διανομής της ελεύθερης στροβιλότητας  $\omega_\omega(\cdot; t)$ , που με βάση την εξίσωση (2.1.16) δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}\omega_w(x; t) &= \nabla \times u_\omega(x; t) \\ &= \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_{Wk}} \delta_{\partial S_{wk}^e}(x - x_{wk}) \cdot \tau_{wk}^e(x_w; t) \cdot \mu_{wk}^e(t)\end{aligned}\tag{2.1.20}$$

Αξιοσημείωτο είναι ότι στην τελευταία σχέση περιλαμβάνονται μόνο οι όροι της γραμμικής στροβιλότητας εξαιτίας της τμηματικά σταθερής προσέγγισης των κατανομών των διπόλων  $\mu_{wk}^e(\cdot; t)$ . Η παραπάνω ερμηνεία του  $\nabla\varphi_W^*(\cdot; t)$  οδηγεί σε κάποιες τροποποιήσεις στις εξ. (2.1.7) και (2.1.17). Η κατανομή του ομόρρου πρέπει να περιορίζεται μόνο από τα κοντινά μέρη  $S_{Wk}^\Delta$ , ενώ πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τα  $\varphi_W^*(\cdot; t)$  και  $u_w(\cdot; t)$ . Στην εξ. (2.1.17) το  $u_w(\cdot; t)$  αντιστοιχεί στην κατανομή του μακρινού ομόρρου και βρίσκεται στο δεξί μέλος της εξίσωσης.



Όσον αφορά στη διακριτή προσέγγιση του  $\omega_w(\cdot; t)$  μέσω στοιχείων στροβιλότητας, ισχύει ότι:

$$\omega_w(x; t) = \sum_{j \in J(t)} \Omega_j(t) \cdot \zeta_\varepsilon(x - Z_j(t)) \quad (2.1.21)$$

όπου τα  $\Omega_j(t)$  και  $Z_j(t)$  συμβολίζουν τις εντάσεις και τις θέσεις των στοιχείων στροβιλότητας και  $J(t)$  ένας δείκτης που υποδηλώνει το πλήθος των στοιχείων στροβιλότητας. Επίσης  $\zeta_\varepsilon(r)$  είναι η συνάρτηση αποκοπής (cut-off), η οποία ορίζεται ως εξής:

$$\zeta_\varepsilon(r_j) = \frac{1}{\varepsilon^3} \exp\left(-\left(\frac{r_j}{\varepsilon}\right)^3\right), \quad r_j = |x - Z_j(t)| \quad (2.1.22)$$

όπου με  $\varepsilon$  συμβολίζουμε το μήκος αποκοπής των στοιχείων.

Από συνδυασμό των εξ. (2.1.19) και (2.1.21), το  $u_\omega(\cdot; t)$  παίρνει τη μορφή:

$$u_\omega(x; t) = \sum_{j \in J(t)} \frac{\Omega_j(t) \times (x - Z_j(t))}{4\pi|x - Z_j|^3} \cdot \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{|x - Z_j|}{\varepsilon}\right)^3\right)\right) \quad (2.1.23)$$

Με αυτόν τον τρόπο, αντί να υπολογίσουμε τη γεωμετρία των φύλλων στροβιλότητας και τις κατανομές των διπολών που αυτά φέρουν, η εξέλιξη των ελεύθερων στοιχείων στροβιλότητας στο χώρο και το χρόνο καθορίζεται από τις ακόλουθες δυναμικές εξισώσεις:

$$\frac{dZ_j(t)}{dt} = u(Z_j; t), \quad j \in J(t) \quad (2.1.24)$$

$$\frac{d\Omega_j(t)}{dt} = (\Omega_j(t) \cdot \nabla) \cdot u(Z_j; t), \quad j \in J(t) \quad (2.1.25)$$

Οι εξ. (2.1.24) και (2.1.25) αφορούν την εξέλιξη των μακρινών μερών του ομόρρου. Όσο τα κοντινά μέρη διατηρούν τη μορφή του φύλλου στροβιλότητας, ο καθορισμός τους είναι διαφορετικός. Έστω  $u_{em}$  δείχνει τη μέση ταχύτητα σε ένα σημείο  $X_{em}$  κατά μήκος της γραμμής εκπομπής της στροβιλότητας ενός αντωτικού σώματος. Η γεωμετρία του κοντινού μέρους του αντίστοιχου απορρευμάτος  $S_W^\Delta$  καθορίζεται κινηματικά από την σχέση:

$$X^\Delta = X_{em} + \Delta t \cdot u_{em}, \quad j \in J(t) \quad (2.1.26)$$

όπου  $X^{\Delta} - X_{em}$  είναι το πλάτος του  $S_{wk}^{\Delta}$  σε διανυσματική μορφή. Τελικά, οι τιμές της κατανομής των διπόλων καθορίζεται από τη εξ. (2.1.14), η οποία όπως έχουμε ήδη αναφέρει αποτελεί συνθήκη ισοδύναμη με το θεώρημα του Kelvin και εκφράζει την παραδοχή ότι οι εντάσεις των δίπολων του κοντινού ομόρρου είναι ίσες με τις εντάσεις των δίπολων των παρακείμενων τμημάτων πάνω στο σώμα και κατά μήκος της γραμμής εκφυγής.

Εξαιτίας του χρονικά εξαρτώμενου (μη-μόνιμου) χαρακτήρα του προβλήματος, τα στοιχεία (σωματίδια) της ελεύθερης στροβιλότητας παράγονται σταδιακά σε κάθε χρονικό βήμα, από την ολοκλήρωση της επιφανειακής στροβιλότητας που φέρουν τα στοιχεία του κοντινού ομόρρου. Για να καθοριστούν αρχικά οι τιμές  $\Omega_j(t)$  κι η θέση  $Z_j(t)$  κάθε νέου σωματιδίου στροβιλότητας, χρησιμοποιούνται οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\Omega_j = \int_{S_{wk}^{\Delta e}} \omega_w dS_w, \quad \Omega_j \times Z_j = \int_{S_{wk}^{\Delta e}} \omega_w \times x dS_w \quad j \in J(t) \quad (2.1.27)$$

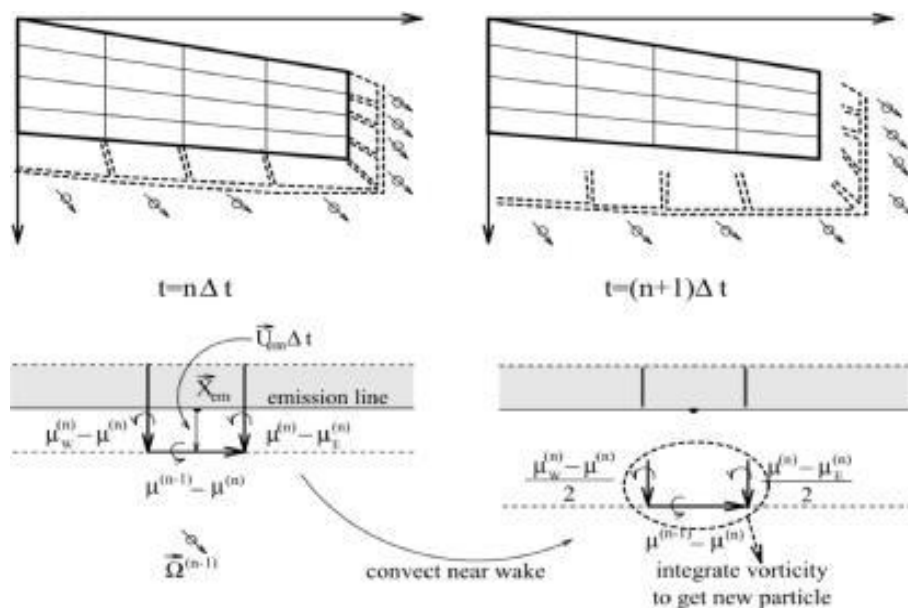
όπου  $S_{wk}^{\Delta e}$ ,  $e = 1, E_{wk}^{\Delta}$  είναι τα τμήματα που αποτελούν το κοντινό απόρρευμα του σώματος. Έτσι, η στροβιλότητα κάθε τμήματος του κοντινού απορρεύματος ολοκληρώνεται για να παραχθεί ένα στοιχείο (σωματίδιο) στροβιλότητας.

### 2.1.3. Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων

Τα αεροδυναμικά φορτία σε κάθε αντωτική επιφάνεια υπολογίζονται κατευθείαν μέσω της εξίσωσης Bernoulli για δύο γειτονικά σημεία της επιφάνειας ενός πτερυγίου, το ένα τοποθετημένο στην πάνω και το άλλο στην κάτω πλευρά του λεπτού πτερυγίου. Σε αυτή την περίπτωση, λαμβάνουμε την ακόλουθη έκφραση για τη διαφορά πίεσης  $[p](\cdot; t)$  ανάμεσα στα δύο σημεία:

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t}(x; t) + u_m(x; t) \cdot [u](x; t) = -\frac{[p]}{\rho} \quad (2.1.28)$$

όπου  $\mu = -[\varphi]$  είναι η κατανομή των διπόλων πάνω στο πτερύγιο, ενώ  $u_m$  και  $[u] = \nabla[\varphi] = -\nabla\mu$  η μέση ταχύτητα κι η διαφορά ταχυτήτων στις δύο πλευρές, αντίστοιχα. Έχοντας εφρμόσει την τμηματικά σταθερή προσέγγιση για τα δίπολα, ο όρος  $\nabla\mu$  υπολογίζεται με ένα μηδενικής τάξης σχήμα πεπερασμένων διαφορών κατά μήκος των διευθύνσεων των δύο επιφανειών.



Σχήμα 2.5. Υβριδικό σχήμα του απορρεύματος

Στο διακριτό πρόβλημα της εξ. (2.1.28) εφαρμόζουμε σημεία ελέγχου στα κέντρα των στοιχείων. Έστω  $[p]_k^e$ ,  $e = 1, E_k$  και  $k = 1, \dots, E_k$  είναι η ασυνέχεια της πίεσης στο e-στοιχείο του k-σώματος, τότε η αεροδύναμη του στοιχείου θα υπολογίζεται από τη σχέση  $F_k^e(t) = v_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e$ . Η ολοκλήρωση των στοιχειωδών δυνάμεων πάνω σε κάθε λωρίδα (strip) του πτερυγίου παρέχει την κατανομή των φορτίων κατά μήκος του εκπετάσματος, δηλαδή:

$$F_k^{Strip}(t) = \sum_e v_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e \quad (2.1.29)$$

Αντίστοιχα, η τοπική ροπή πρόνευσης (pitching) ενός τμήματος (strip) του πτερυγίου ως προς το ένα τέταρτο ( $\frac{1}{4}$ ) της χορδής δίνεται από τη σχέση:

$$M_k^{Strip}(t) = \sum_e (r_0^e \times v_k^e) \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e \quad (2.1.30)$$

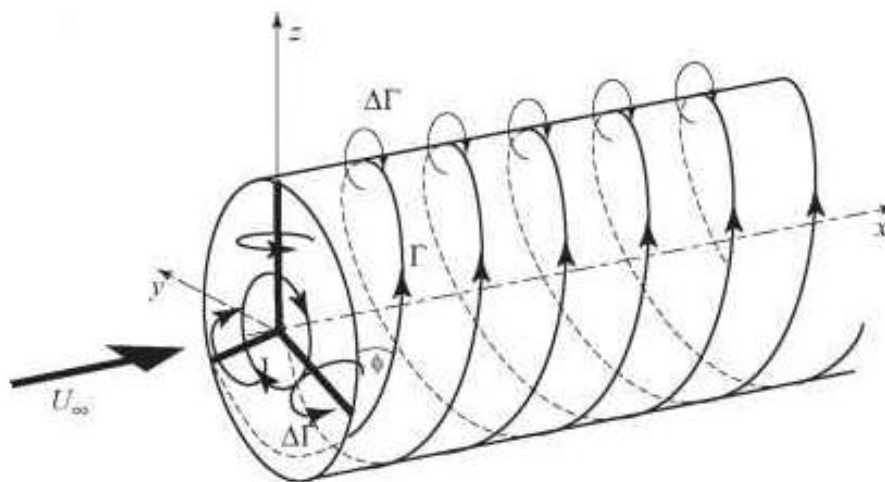
όπου  $r_0^e$  είναι το διάνυσμα θέσης του σημείου ελέγχου του e-στοιχείου σε σχέση με το  $\frac{1}{4}$  της χορδής του πτερυγίου όπου υπολογίζεται κι η ροπή.

Εξαιτίας του εγγενώς μη ιξώδους χαρακτήρα της μεθόδου αυτής, τα υπολογιζόμενα φορτία μέσω της εξίσωσης Bernoulli δεν περιλαμβάνουν τα φαινόμενα λόγω του ιξώδους όπως η τριβή των τοιχωμάτων ή η αποκόλληση της ροής. Ένας τρόπος για να συμπεριλάβουμε αυτά τα φαινόμενα είναι μέσω της εκ των υστέρων εφαρμογής διαφόρων σχημάτων διόρθωσης πάνω στα φορτία, βασισμένα πάνω στους αεροδυναμικούς συντελεστές  $C_L$ ,  $C_D$  και  $C_m$ .

## 2.2. Θεωρία Γραμμής Άνωσης για Έλικες

Στην παρούσα εργασία η θεωρία γραμμής άνωσης [3] χρησιμοποιείται ώστε να μοντελοποιηθεί ο ομόρρους της ανεμογεννήτριας. Θεωρείται μια απλή και λιγότερο ακριβής προσέγγιση και χρησιμοποιείται για την πιστοποίηση της ορθότητας του υπολογισθέντος πεδίου ροής κατάντι της ανεμογεννήτριας.

Για την μοντελοποίηση έλικας με χρήση της θεωρίας γραμμής άνωσης, γίνεται αρχικά η παραδοχή ροής ασυμπίεστου, μη συνεκτικού ρευστού. Κάθε πτερύγιο της έλικας αντικαθίσταται από φέρουσα γραμμή μεταβλητής κυκλοφορίας  $\Gamma(r)$  κατά μήκος της ακτίνας. Για να ικανοποιηθεί η συνέχεια της στροβιλότητας φύλλο ελεύθερης στροβιλότητας ξεκινά από τη φέρουσα γραμμή και σχηματίζει γενική ελικοειδή επιφάνεια πίσω από την έλικα σε σύστημα συντεταγμένων που περιστρέφεται με την έλικα. Η ακολουθούσα στροβιλότητα σε κάθε ακτίνα είναι εφαπτόμενη σε ελικοειδή γραμμή με σταθερό βήμα κατά τη  $x$ . Το βήμα μπορεί να μεταβάλλεται με την ακτίνα. Το βήμα εξαρτάται από τις ταχύτητες πτήσης, περιστροφής και από τις επαγόμενες ταχύτητες της ακολουθούσας στροβιλότητας. Η ακτινική επαγόμενη ταχύτητα θεωρείται αμελητέα. Η προσδεδεμένη κυκλοφορία είναι μηδέν στην πλήμνη και στο ακροπτερύγιο. Η  $W$  εξαρτάται από τις επαγόμενες ταχύτητες του ακολουθούντος φύλλου στροβιλότητας του ομόρρου. Οι επαγόμενες ταχύτητες εξαρτώνται από την ακριβή θέση του ακολουθούντος φύλλου στροβιλότητας του ομόρρου. Η θέση του ομόρρου (βήμα ελικοειδούς γραμμής της ακολουθούσας στροβιλότητας) εξαρτάται από την  $W$ .



Σχήμα 2.6. Σχηματική αναπαράσταση του ομόρρου με χρήση της θεωρίας γραμμής άνωσης.

Οι εξισώσεις γραμμής άνωσης που χρησιμοποιούνται είναι οι ακόλουθες:

Εξίσωση μονοπλάνου:

$$G(\varphi) = \frac{1}{4\pi RU} c(\varphi) \frac{dC_L}{da}(\varphi) W(\varphi) (\theta - \alpha_0 - \beta_t(\varphi)) \quad (2.2.5)$$

Ανάλυση κυκλοφορίας σε σειρά Fourier:

$$r = \frac{1}{2}(R + r_H) - \frac{1}{2}(R - r_H) \cos(\varphi), \quad G(\varphi) = \sum_{j=1}^J a_j \sin(j\varphi) \quad (2.2.6)$$

Οι επαγόμενες ταχύτητες από τον ομόρρου όπως προέκυψαν από την εξίσωση (2.2.4) είναι:

$$\begin{aligned} i_a(\varphi, \varphi_0) &= -4\pi(r - r_0) \cdot U_a^* = \sum_{n=1}^N C_n^a(\varphi) \cos[(n-1)\varphi_0] \\ \rightarrow \frac{u_a(\varphi)}{U} &= \frac{R}{2} \int_{r_H}^R \frac{i_a(r, r_0) \frac{\partial G}{\partial r_0}(r_0) dr_0}{r - r_0} = \frac{1}{1 - x_H} \sum_{j=1}^J j a_j h_j^a(\varphi) \\ i_t(\varphi, \varphi_0) &= 4\pi(r - r_0) \cdot U_t^* = \sum_{n=1}^N C_n^t(\varphi) \cos[(n-1)\varphi_0] \\ \rightarrow \frac{u_t(\varphi)}{U} &= -\frac{R}{2} \int_{r_H}^R \frac{i_t(r, r_0) \frac{\partial G}{\partial r_0}(r_0) dr_0}{r - r_0} = \frac{1}{1 - x_H} \sum_{j=1}^J j a_j h_j^t(\varphi) \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

όπου

$$\begin{aligned} h_j^{\alpha,t}(\varphi) &= \frac{\pi}{2\sin\varphi} \left[ \sum_{n=1}^N C_n^{\alpha,t}(\varphi) \cdot (\sin[(n-1-j)\varphi] + \sigma\nu[j+n+1]\varphi) \right] \\ &\quad + \frac{\pi}{2\sin\varphi} \left[ \sum_{n=j+1}^N C_n^{\alpha,t}(\varphi) \right. \\ &\quad \left. \cdot (\sin[(j-n+1)\varphi] + \sigma\nu[j+n+1]\varphi) \right] \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Η φαινόμενη ταχύτητα και γωνία προσβολής θα είναι:

$$W(\varphi) = \sqrt{(U + u_a(\varphi))^2 + (\Omega r + u_t(\varphi))^2} \quad (2.2.9)$$

$$\begin{aligned} \tan\beta_i(\varphi) &= \frac{U + u_a(\varphi)}{\Omega r + u_t(\varphi)} \\ \rightarrow \sum_{j=1}^J ja_j \left( h_j^a(\varphi) + \tan\beta_i(\varphi) h_j^t(\varphi) \right) &= (1 - x_H) \left( \frac{\tan\beta_i(\varphi)}{\tan\beta(\varphi)} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

Τα βήματα που ακολουθούνται για τον υπολογισμό της έλικας είναι τα ακόλουθα:

1. Υποθέτουμε αρχικές τιμές για τα  $\beta_i(\varphi)$  κατά μήκος του πτερυγίου.
2. Δεδομένης της γεωμετρίας του ομόρρου μπορούμε να υπολογίσουμε τους συντελεστές αλληλεπίδρασης  $i_a$  και  $i_t$  και άρα τα  $C_n^a(\varphi)$ ,  $C_n^t(\varphi)$ .
3. Λύνουμε την εξίσωση (τελευταία) για την επαπτόμενη της γωνίας  $\beta_i(\varphi)$ .
4. Υπολογίζουμε την κατανομή της κυκλοφορίας πάνς στο πτερύγιο  $G(\varphi)$ .
5. Από την εξίσωση μονοπλάνου υπολογίζουμε τις νέες τιμές των γωνιών  $\beta_i(\varphi)$ .
6. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου συγκλίνουν οι γωνίες  $\beta_i(\varphi)$ .

Με τη σύγκλιση της μεθόδου, προκύπτει η γεωμετρία και η ένταση των δινωσωλήνων του ομόρρου. Με χρήση του νόμου Biot Savart υπολογίζεται το επαγόμενο πεδίο.

### 2.3. Η τεχνική Particle Mesh

Η τεχνική Particle Mesh (PM) [4] είναι σε γενικές γραμμές μια διαδικασία μείωσης του υπολογιστικού κόστους κατά την επίλυση Langrangian προσεγγίσεων των εξισώσεων ροής, όπως είναι η μέθοδος VPM (Vortex Particle Method). Κατά την εφαρμογή της μεθόδου VPM το πεδίο ροής είναι διαμορφωμένο με μεγάλο αριθμό σωματιδίων (particles), ο οποίος μάλιστα αυξάνεται προϊόντος του χρόνου (των χρονικών βημάτων επίλυσης). Όταν οι αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων υπολογίζονται απευθείας, το υπολογιστικό κόστος γίνεται απαγορευτικά υψηλό. Η τεχνική PM εφαρμόζεται ακριβώς για την παράκαμψη αυτού του προβλήματος. Υπενθυμίζεται ότι σε Langrangian περιγραφή οι εξισώσεις της ροής επεκτείνονται με βάση το Θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz, σύμφωνα με το οποίο το πεδίο ταχύτητας παίρνει τη μορφή:

$$u = U_\infty + u_\varphi + u \quad (2.3.1)$$

όπου  $u_\varphi = \nabla\varphi$  η αστρόβιλη συνιστώσα της ροής,  $\varphi$  ένα δυναμικό διαταραχής

και  $u_\omega = \nabla \times \psi$  η στροβιλή συνιστώσα της ροής,  $\psi$  η ροϊκή συνάρτηση-stream function (διανυσματικό δυναμικό)

Παίρνοντας:  $\nabla \cdot u = \nabla^2\varphi$  και  $\nabla \times u = -\nabla^2\psi$

Καταλήγουμε στις εξισώσεις Poisson:

$$\nabla^2\varphi = \theta, \quad \nabla^2\psi = -\omega \quad (2.3.2)$$

Η βασική λογική του Particle Mesh είναι η επίλυση των εξισώσεων Poisson σε ένα δομημένο καρτεσιανό πλέγμα, χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς FFT (Fast Fourier Transforms), επιλύτες γνωστοί και ως Fast Poisson solvers.

Στη γενική περίπτωση, για ένα σύνολο σωματιδίων (σε συγκεκριμένο χρονικό βήμα επίλυσης  $n$ ), τα επιμέρους βήματα του αλγορίθμου επίλυσης (χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος James-Lackner) έχουν ως εξής :

Βήμα 1: Προβάλλονται, μέσω σχημάτων παρεμβολής, οι γνωστές (από το προηγούμενο χρονικό βήμα  $n-1$ ) τιμές των ιδιοτήτων των σωματιδίων (θέση  $Z_p^n$ , μάζα  $m_p^n$ , όγκος  $V_p^n$ , στροβιλότητα  $\Omega_p^n$ , διαστολή  $\theta_p^n$ , ενέργεια  $\Pi_p^n$ ) στους κόμβους του Particle Mesh πλέγματος και υπολογίζονται οι αντίστοιχες τιμές πυκνότητας ( $\rho_{i,j}^n, \omega_{i,j}^n, \theta_{i,j}^n, \varepsilon_{i,j}^n$ ).

Για τις τιμές πυκνότητας ισχύουν:

$$\begin{aligned}
 m_p &= \int_{V_p(t)} \rho(x; t) dV_p(t) = \rho_p(t) V_p(t) \\
 \theta_p(t) &= \int_{V_p(t)} \theta(x; t) dV_p(t) = \theta_p(t) V_p(t) = (\nabla \cdot u)_p V_p(t) \\
 \Omega_p(t) &= \int_{V_p(t)} \omega(x; t) dV_p(t) = \omega_p(t) V_p(t) = (\nabla \times u)_p V_p(t) \\
 \Pi_p(t) &= \int_{V_p(t)} \varepsilon(x; t) dV_p(t) = \varepsilon_p(t) V_p(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.3.3}$$

Σημειώνεται ότι στην παρούσα εργασία θεωρείται ότι τα σωματίδια φέρουν μόνο στροβιλότητα, ως εκ τούτου η υπόψη διαδικασία εφαρμόστηκε μόνο για την στροβιλότητα.

Βήμα 2: Επιλύονται οι εξισώσεις (2.3.2) και λαμβάνονται οι τιμές των  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $u$ ,  $\omega$  πάνω στους κόμβους του πλέγματος.

Βήμα 3: Υπολογίζονται οι αντίστοιχοι όροι των εξισώσεων ροής με σχήματα πεπερασμένων διαφορών πάνω στο πλέγμα.

Βήμα 4: Όλα τα δεδομένα που υπολογίστηκαν στο πλέγμα παρεμβάλλονται ξανά στις θέσεις των σωματιδίων.

Βήμα 5: Επικαιροποιούνται όλες οι τιμές των ιδιοτήτων των σωματιδίων, μεταξύ των οποίων και η θέση τους στο χώρο.

Βήμα 6: Κατασκευάζεται νέο πλέγμα (επαναδιάταξη σωματιδίων), εάν απαιτείται.



## 2.4. Σύστημα ελέγχου φορτίων (Trim Controller)

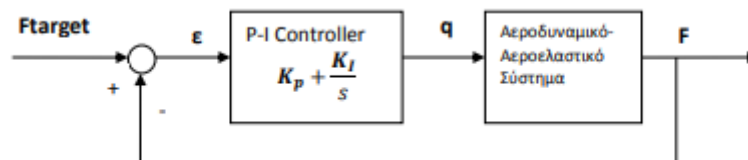
Κατ' αρχάς, ως βασική επιδίωξη για την ανάπτυξη ενός συστήματος ελέγχου τέθηκε η ρύθμιση της λειτουργίας του κυρίου στροφείου του Ε/Π αναφοράς ώστε να διατηρούνται κατά το δυνατόν σταθερά τα παραγόμενα αεροδυναμικά φορτία που επηρεάζουν την κίνηματική του Ε/Π. Η λογική λοιπόν του συστήματος ελέγχου στηρίζεται στην επίδραση της μεταβολής του βήματος (Pitch Angle) των πτερυγίων του στροφείου και των γωνιών βήματος και ρολ του ελικοπτερου στα συνολικά αεροδυναμικά φορτία Ώση[Thrust( $F_z, F_y, F_x$ )], Ροπή Κλίσης[Roll Moment( $M_x$ )], Ροπή Πρόνευσης[Pitch Moment( $M_z$ )], όπως αυτά υπολογίζονται στο κέντρο μάζας του Ε/Π. Ορίζονται συνεπώς οι εξισώσεις του συστήματος ελέγχου:

$$\begin{aligned} F_z &= HeliWeight \\ M_x &= 0 \\ M_y &= 0 \\ F_x &= Drag \\ F_y \cdot L &= M_z \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

Θεωρώντας, Γωνιακή Ταχύτητα( $\Omega$ ), και τις τρεις (3) παραμέτρους μεταβολής του βήματος: συνολική, κυκλική συνημιτονοειδής και κυκλική ημιτονοειδής (Collective Pitch(CON0), Cosine Pitch(CON1), Sine Pitch(CON2)), η γωνία βήματος του πτερυγίου δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi(t) = CON0 + CON1 \cdot \cos(\Omega t + \varphi_0) + CON2 \cdot \sin(\Omega t + \varphi_0) \quad (2.4.1)$$

Υποθέτουμε αρχικά ότι κάθε παραμέτρος μεταβολής του βήματος επιδρά πρακτικά γραμμικά στο αντίστοιχο συνολικό αεροδυναμικό φορτίο. Με βάση την υπόθεση αυτή, θεωρήθηκε δόκιμη η υιοθέτηση ενός συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου, με ανατροφοδότηση δηλαδή, αναλογικού και ολοκληρωτικού τύπου ελέγχου {linear P-I (Proportional-Integral) Controller}. Μια τυπική μορφή της υπόψη διάταξης ελέγχου παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 2.7. Σχηματικό διάγραμμα (Block Diagram) συστήματος ελέγχου (P-I Controller) κλειστού βρόχου

Με βάση το ανωτέρω σχήμα, θεωρούμε:

- $K_p + \frac{K_I}{s}$  τη συνάρτηση μεταφοράς
- $K_p$  το μητρώο των proportional gain parameters (αναλογικό κέρδος)
- $K_I$  το μητρώο των integral gain parameters (ολοκληρωτικό κέρδος)
- $q(t) = [CON0(t) \quad CON1(t) \quad CON2(t) \quad Pitch(t) \quad Roll(t)]$  το διάνυσμα ελέγχου
- $F(t) = [F_z(t) \quad M_x(t) \quad M_y(t) \quad F_x(t) \quad F_y(t)]$  το διάνυσμα κατάστασης
- $F_{target}$  το σταθερό διάνυσμα εισόδου, που περιλαμβάνει τις τιμές βάσης (αναφοράς) για την άνωση ( $F_{z\_base}$ ), Roll Moment ( $M_{x\_base}$ ), Pitch Moment ( $M_{y\_base}$ ),  $F_{x\_base}$ ,  $F_{y\_base}$ .
- Το διάνυσμα του σφάλματος (Error)

$$\varepsilon(t) = F(t) - F_{target} \quad (2.4.2)$$

Οπότε έχουμε:

$$\varepsilon(t) = F - F_{target} = 0 \Leftrightarrow q = K_p \cdot \varepsilon + \frac{K_I}{s} \cdot \varepsilon \Leftrightarrow s \cdot q = K_p \cdot \varepsilon \cdot s + \frac{K_I}{s} \cdot \varepsilon$$

(Αντίστροφος Μετασχηματισμός Laplace)

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \int \dot{q} = \int (K_p \cdot \dot{\varepsilon} + K_I \cdot \varepsilon) \Leftrightarrow \Delta q = K_p \cdot \Delta \varepsilon + K_I \cdot \varepsilon \cdot \Delta t \quad (2.4.3)$$

Η εξ. (2.4.3) αποτελεί τη μαθηματική διατύπωση, στην οποία βασίστηκε η κατασκευή του υπολογιστικού εργαλείου (υπορουτίνας) για την εφαρμογή ελέγχου στο αεροδυναμικό ή αερολαστικό σύστημα, αντίστοιχα. Για τα μητρώα αναλογικού και ολοκληρωτικού κέρδους έχουμε:

$$K_p = \begin{bmatrix} 10^{-7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-7} \end{bmatrix} \cdot TRIMC0 \quad (2.4.4)$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-6} & 10^{-5} & 0 & 0 \\ 10^{-7} & 0 & 0 & 10^{-5} & 0 \\ 10^{-7} & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix} \cdot [TRIMC1 \quad TRIMC2 \quad TRIMC3 \quad TRIMC4 \quad TRIMC5] \quad (2.4.5)$$

Σημειώνεται ότι για τα  $Fz$ ,  $Mx$ ,  $My$ ,  $Fx$ ,  $Fy$  λαμβάνονται για κάθε χρονικό βήμα οι μέσες τιμές για την τρέχουσα περίοδο ( $T=n\cdot\Delta t$ ) περιστροφής του δρομέα, όπου  $\Delta t$  η διάρκεια κάθε χρονικού βήματος υπολογισμού και  $n$  ο αριθμός των χρονικών βημάτων που συμπληρώνουν μία περίοδο ( $T$ ). Ο έλεγχος πραγματοποιείται σε κάθε χρονικό βήμα υπολογίζοντας τις μέσες τιμές των φορτίων για τα προηγούμενα  $n$  βήματα κάθε φορά.

Θεωρητικά, η εφαρμογή ενός αναλογικού ελεγκτή ( $K_p$ ) έχει ως αποτέλεσμα την ελάττωση του χρόνου επαναφοράς και την μείωση, αλλά ποτέ την εξάλειψη, του μόνιμου σφάλματος. Ο ολοκληρωτικός έλεγχος ( $K_I$ ) συντελεί στην εξάλειψη του μόνιμου σφάλματος, αλλά συνήθως επιδεινώνει την μεταβατική απόκριση (αριθμός των ταλαντώσεων μέχρι την τελική ισορροπία του συστήματος). Όσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές των εν λόγω παραμέτρων τόσο γρηγορότερα το σύστημα προσεγγίζει την κατάσταση βάσης. Στην περίπτωση μεγάλου ολοκληρωτικού κέρδους ( $K_I$ ) είναι δυνατή η πρόκληση υπερβολικής διόρθωσης (*overshoot*) και η ταλάντωση του συστήματος γύρω από τις τιμές βάσης. Στην ιδανική περίπτωση (*optimal*) το σύστημα πρέπει να φθάνει ομαλά στις τιμές βάσης.

Επομένως, για την κατά το δυνατόν ιδανική επιλογή των παραγόντων TRIMC0 και TRIMC1, TRIMC2, TRIMC3, TRIMC4, TRIMC5 των μητρώων  $K_p$  και  $K_i$  (βαθμονόμηση), απαιτήθηκε εκτέλεση πληθώρας συγκριτικών δοκιμών, αλλάζοντας την τιμή ενός μόνο παράγοντα κάθε φορά. Κατά τις δοκιμές, διαταρασσόταν η ισορροπία του συστήματος, με επιλογή διαφορετικών αρχικών τιμών των παραμέτρων γωνίας βήματος και στη συνέχεια εξετάζονταν ποιοτικά τα χαρακτηριστικά (χρόνος επαναφοράς, μεταβατική απόκριση, εξάλειψη σφάλματος) της επαναφοράς του συστήματος στην πρότυπη κατάσταση (κατάσταση τιμών βάσης). Επιπλέον, εκτελέστηκαν δοκιμές και επί του πραγματικού πεδίου μελέτης, της διέλευσης δηλ. του δρομέα μέσα από τον ομόρρου ανεμογεννήτριας, όπου οι διαταραχές από την ισορροπία οφείλονται στην επίδραση του πεδίου ταχυτήτων του ομόρρου. Αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο επόμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας.

### 3. Παρουσίαση αποτελεσμάτων

#### 3.1. Η ανεμογεννήτρια NREL 5 MW

Στα πλαίσια υποστήριξης ερευνών για την αξιολόγηση τεχνολογίας υπεράκτιων ανεμογεννητριών το U.S. Department of Energy's (DOE's) National Renewable Energy Laboratory (NREL) ανέπτυξε τα τεχνικά χαρακτηριστικά μιας αντιπροσωπευτικής ανεμογεννήτριας γνωστής πλέον ως "NREL offshore 5-MW baseline wind turbine". Πρόκειται για μια παραδοσιακή τρίπτερη ανεμογεννήτρια μεταβλητής ταχύτητας, μεταβλητού βήματος. Για το σχεδιασμό του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν δημοσιευμένα στοιχεία από κατασκευαστές Α/Γ, με έμφαση στην Α/Γ REpower 5M.

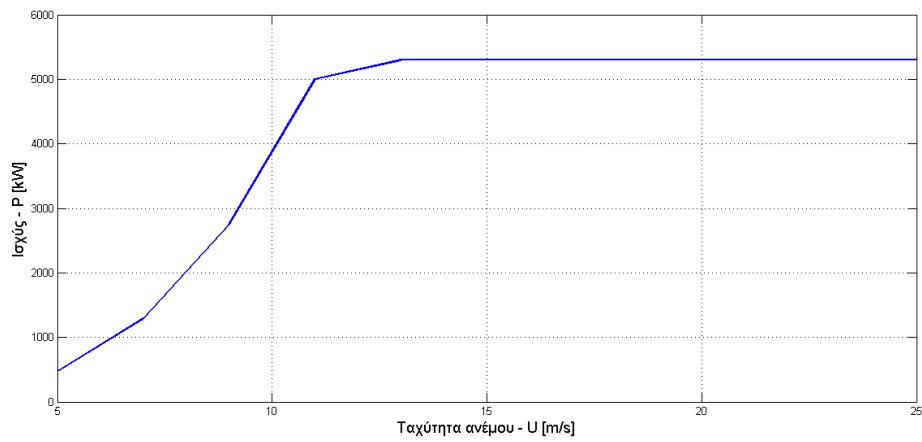
Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά της ανεμογεννήτριας των 5 MW (ανεμογεννήτρια αναφοράς NREL 5MW) που χρησιμοποιείται για τις αναλύσεις που πραγματοποιούνται. Περιγράφονται αναλυτικά στον που ακολουθεί:

Ιδιότητα	Τιμή
Ονομαστική Ισχύς	5MW
Τύπος ανεμογεννήτριας	Ανάντι, τρίπτερη
Σύστημα ελέγχου	Μεταβλητών στροφών, μεταβλητής γωνίας βήματος
Σύστημα μετάδοσης κίνησης	Αύξησης στροφών, κιβώτιο ταχυτήτων πολλαπλών βαθμίδων
Διάμετρος δρομέα/πλήμνης	126 m /3 m
Ύψος πλήμνης	90 m
Ταχύτητα έναρξης λειτουργίας	3 m/s
Ονομαστική ταχύτητα	11.4 m/s
Ταχύτητα αποκοπής	25 m/s
Έναρξη ρύθμισης στροφών	6.9 rpm
Ονομαστική ταχύτητα περιστροφής	12.1 rpm
Μέγιστη ταχύτητα ακροπτερυγίου	80 m/s
Κλίση άξονα/ γωνία κώνου	0° / 0°
Μάζα δρομέα	110000 kg
Μάζα κλωβού	240000 kg
Μάζα πύργου	347460 kg

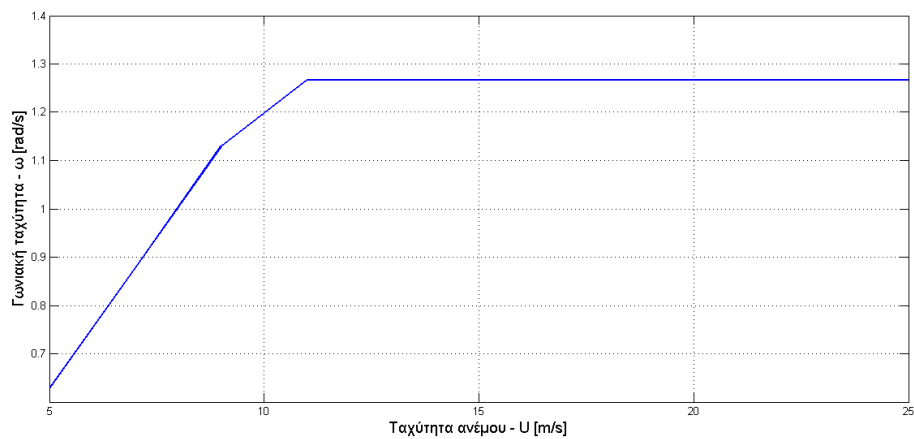
Πίνακας 3.1. Βασικά χαρακτηριστικά της ανεμογεννήτριας NREL - 5MW

Στα διαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζονται οι επιδόσεις τις ανεμογεννήτριας για τις διάφορες ταχύτητες ανέμου, δηλαδή η ισχύς που αποδίδει,

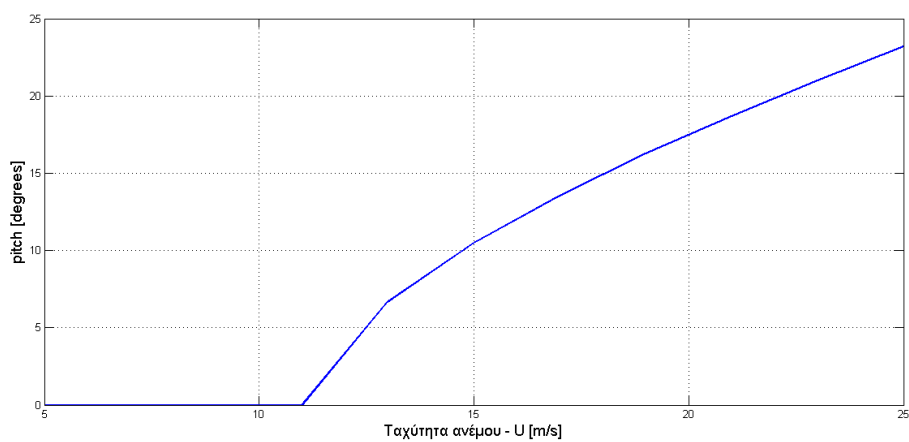
η γωνιακή ταχύτητα αλλά και η μεταβολή του βήματος του πτερυγίου για ταχύτητες ανέμου από 11 m/s και μεγαλύτερες.



Σχήμα 3.1. Ισχύς της ανεμογεννήτριας συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου.



Σχήμα 3.2. Ταχύτητα περιστροφής συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου.



Σχήμα 3.3. Γωνία βήματος του πτερυγίου συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου.

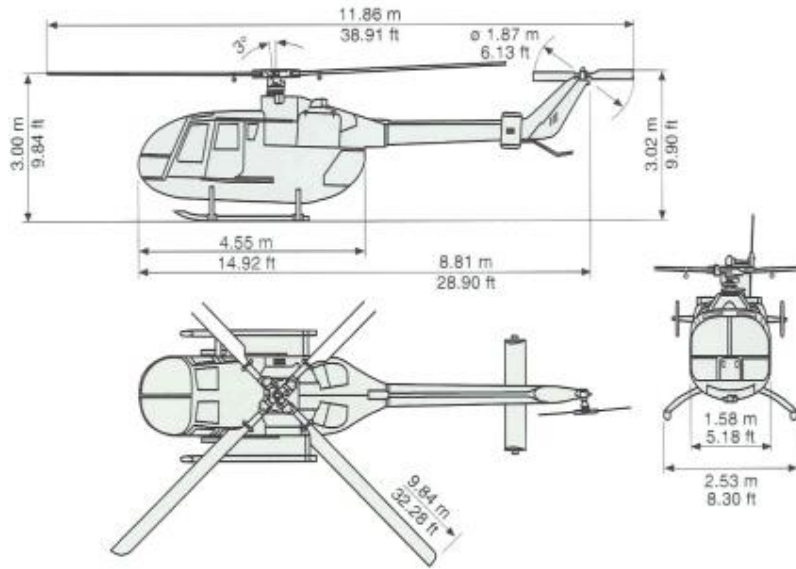
### 3.2. Το ελικόπτερο BO-105

Το BO-105 είναι το ελικόπτερο που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία. Είναι ένα ελαφρύ, δικινητήριο, πολλαπλών χρήσεων ελικόπτερο που αναπτύχθηκε από την εταιρία Bölkow της Γερμανίας. Η παραγωγή και χρήση του ξεκίνησε το 1970 από την Messerschmitt Bolkow-Blohm (MBB). Ήταν το πρώτο τόσο ελαφρύ δικινητήριο ελικόπτερο που φτιάχτηκε στον κόσμο και το πρώτο ελικοφόρο που θα μπορούσε να εκτελεί ακροβατικούς ελιγμούς. Διαθέτει ένα κύριο στροφέιο τεσσάρων πτερυγίων, αεροτομής NACA 23012, δύο οριζόντιους σταθεροποιητές και ουριαίο στροφέιο δύο πτερυγίων. Η μεταβολή γωνίας βήματος των πτερυγίων του κύριου στροφέιου αποτελεί την μόνη σχετική κίνηση που επιτρέπει το σταθερό hub τιτανίου.

Το BO-105 έχει χρησιμοποιηθεί σε πληθώρα εφαρμογών, από τις ένοπλες δυνάμεις, την αστυνομία, για την προστασία των πολιτών αλλά και για αποστολές διάσωσης.

Ιδιότητα	Τιμή
Μήκος ατράκτου	8.56 m
Μήκος	11.86 m
Ύψος	3.02 m
Αριθμός καθισμάτων	5
Βάρος	2.4 tones (max.)
Οφέλιμο φορτίο	640 kg
Κινητήρες	2 Rolls-Royce/Allison 250 -C 20B (at 313 kW each)
Ύψος πτήσης	Μέχρι 5181 m (17000 feet)
Εμβέλεια	500 km
Ταχύτητα	262 km/h (max.)
Χωρητικότητα καυσίμου	456 kg
Μήκος ατράκτου	8.56 m
Μήκος	11.86 m
Ύψος	3.02 m
Αριθμός καθισμάτων	5
Βάρος	2.4 tones (max.)

Πίνακας 3.2. Βασικά τεχνικά χαρακτηριστικά του ελικοπτέρου BO-105.



Σχήμα 3.4. Σχέδιο τριών όψεων του ελικοπτέρου BO-105.

Για την μοντελοποίηση της πτήσης του ελικοπτέρου χρησιμοποιούνται τα ακόλουθα μεγέθη για τις γωνίες βήματος των πτερυγίων (collective, cyclic cos/sin pitch), καθώς και τις γωνίες πρόνευσης (pitch attitude) και περιστροφής (roll attitude) του ελικοπτέρου, όπως έχουν προκύψει από σχετικά πειράματα.

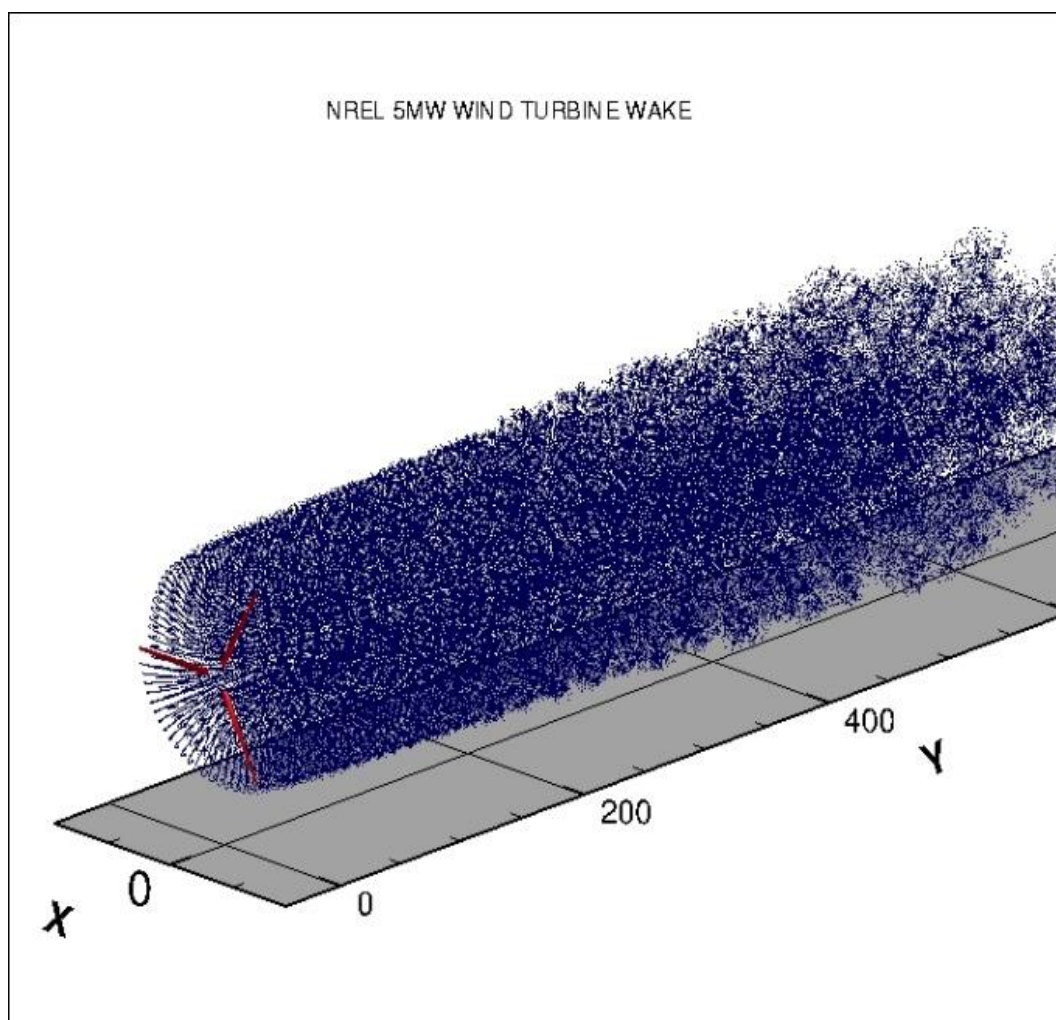
Ιδιότητα	Τιμή
Collective pitch	5.8 deg
Cyclic pitch (sin)	2 deg
Cyclic pitch (cos)	-1 deg
Pitch Attitude	1.6 deg
Roll Attitude	-0.7 deg

Πίνακας 3.3. Γωνίες trim και attitude του ελικοπτέρου BO-105.

### 3.3. Μοντελοποίηση του ομόρρου της ανεμογεννήτριας NREL 5MW

Ο ομόρρος της ανεμογεννήτριας μοντελοποιείται με χρήση του λογισμικού GenUVP. Η πλήμνη της ανεμογεννήτριας είναι τοποθετημένη στη θέση  $(x, y, z) = (0\text{m}, 0\text{m}, 90\text{m})$  του καθολικού συστήματος συντεταγμένων. Για την επίλυση, ορίζεται σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega=1.267\text{ rpm}$  και ταχύτητα ανέμου  $V_{inf}=11.4\text{ m/s}$  στον  $y$  άξονα. Επιλέγεται σταθερό χρονικό βήμα, με 72 βήματα ανά περίοδο, ενώ η λειτουργία της ανεμογεννήτριας προσομοιώνεται για 30 περιόδους. Το παραγόμενο πεδίο ροής υπολογίζεται σε ένα τρισδιάστατο πλέγμα, στους κόμβους του οποίου καταγράφονται οι υπολογισθείσες ταχύτητες, για κάθε χρονικό βήμα.

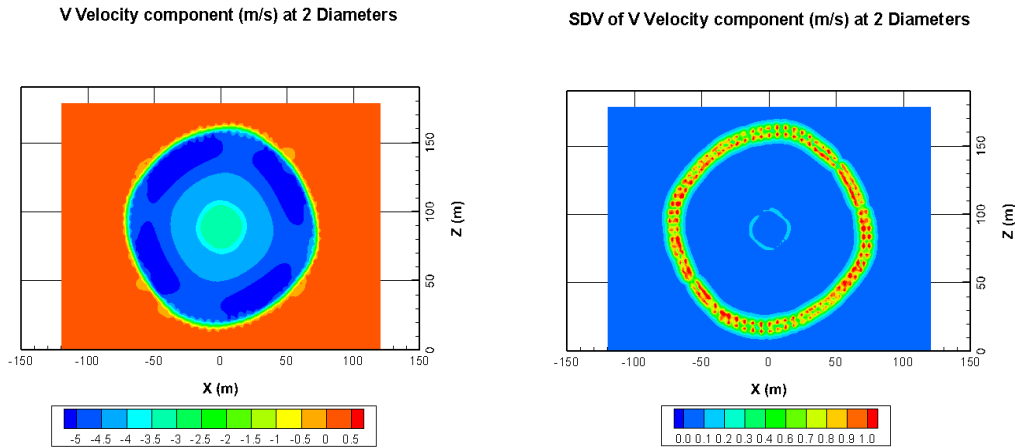
Στο ακόλουθο διάγραμμα παρουσιάζεται η μορφή του ομόρρου της ανεμογεννήτριας, όπως προκύπτει από την μοντελοποίηση που πραγματοποιήθηκε.



Σχήμα 3.5. Τρισδιάστατη απεικόνιση του ομόρρου της ανεμογεννήτριας NREL 5MW.

Στα ακόλουθα σχήματα παρουσιάζεται το πεδίο ροής, όπως διαμορφώνεται σε απόσταση 2D πίσω από την ανεμογεννήτρια.



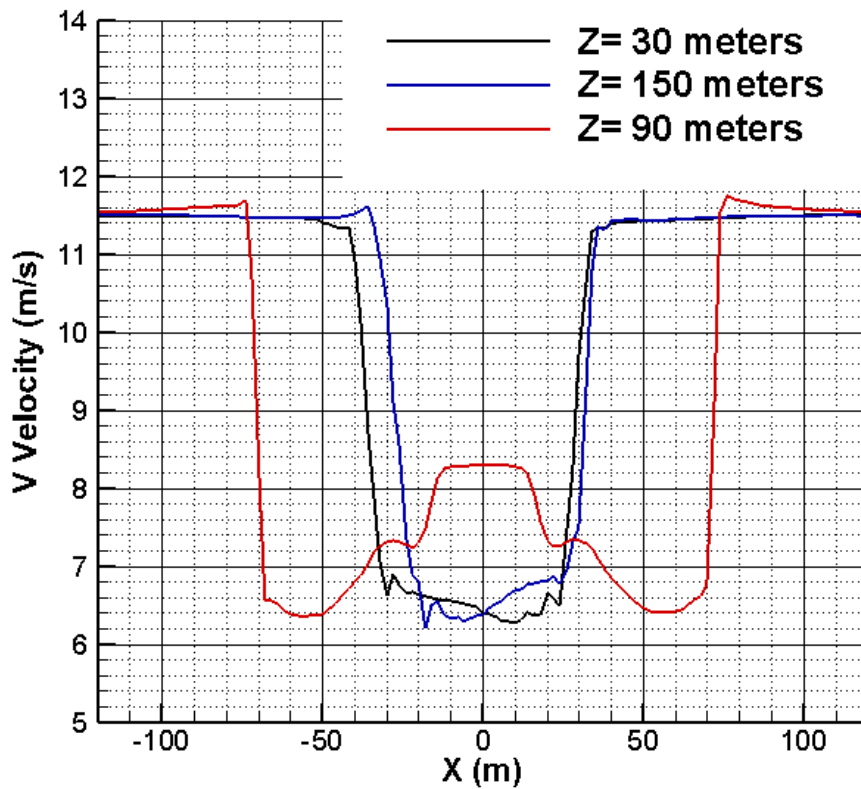


Σχήμα 3.6. Απεικόνιση της  $V$  συνιστώσας της ταχύτητας σε κάθετη τομή του ομόρρου σε απόσταση  $2D$ .

Στα παραπάνω σχήματα αποτυπώνεται η μορφή της  $V$  συνιστώσας της ταχύτητας (δηλαδή στην κατεύθυνση ροής του ανέμου). Για τα διαγράμματα αυτά χρησιμοποιούνται οι μέσες τιμές των ταχυτήτων για κάθε θέση. Για τον υπολογισμό αυτών των μέσων τιμών λαμβάνονται υπόψη οι τελευταίες 13 περίοδοι της ανεμογεννήτριας, δηλαδή για χρονικό διάστημα από 850sec-1500sec. Οι πρώτες περίοδοι δεν συμμετέχουν στον υπολογισμό καθώς απαιτείται κάποιος χρόνος μέχρι να φτάσει ο ομόρρος σε απόσταση δύο διαμέτρων πίσω από την ανεμογεννήτρια και η μορφή του πεδίου να σταθεροποιηθεί. Επιπλέον, στο πρώτο διάγραμμα αποτυπώνεται η διαφορά ταχύτητας από τη σταθερή ταχύτητα ανέμου  $V_{inf} = 11.4$  m/s.

Εκτός του δακτυλίου που ορίζεται από τον δίσκο της ανεμογεννήτριας η ταχύτητα ισούται με την  $V_{inf}$ . Στο εσωτερικό του δίσκου το πεδίο που διαμορφώνεται είναι συμμετρικό. Το μεγαλύτερο έλλειμμα ταχύτητας εντοπίζεται κοντά στην περιφέρεια, όπου η ταχύτητα πέφτει στο 45% της συνολικής ταχύτητας ανέμου. Η ταχύτητα αυξάνει και πάλι πλησιάζοντας προς το κέντρο του δρομέα αγγίζοντας το 60% της αρχικής.

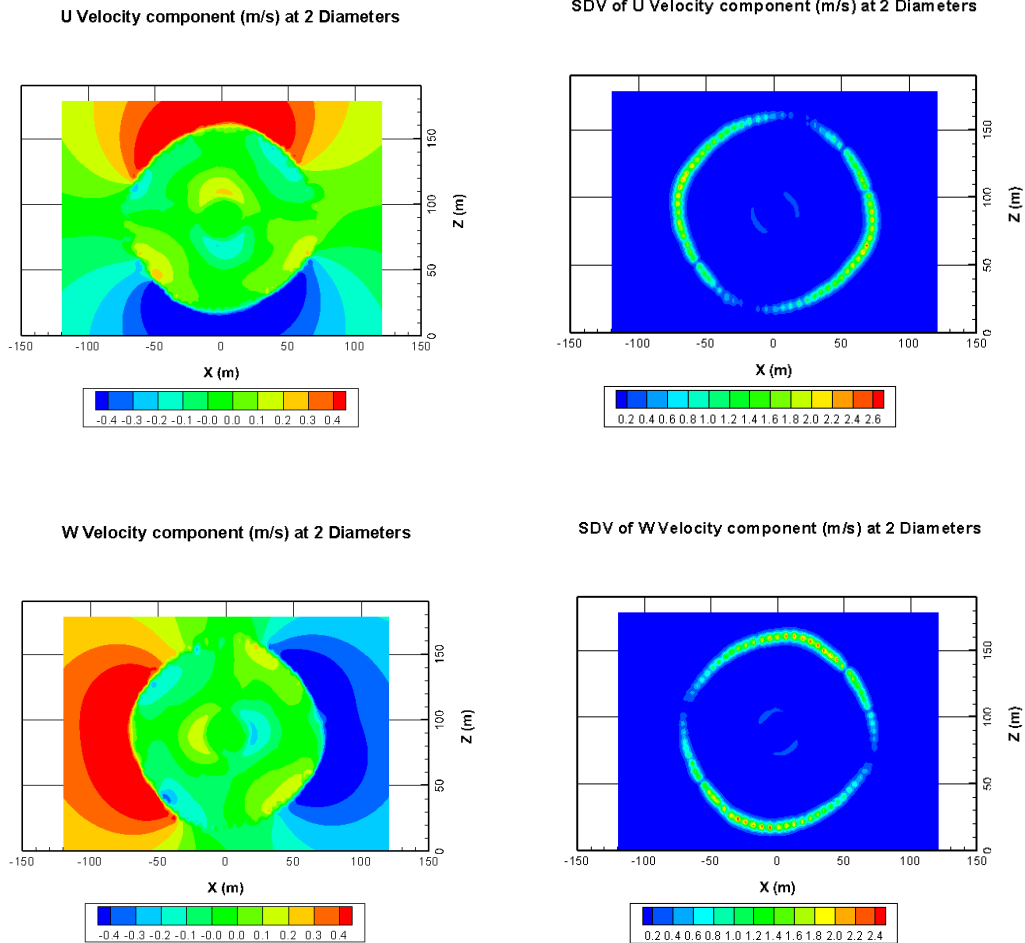
Στο δεύτερο διάγραμμα αποτυπώνεται η τυπική απόκλιση των  $V$  ταχυτήτων στην κάθετη διατομή που εξετάζεται. Τόσο στο εσωτερικό όσο και στο εξωτερικό του δίσκου φαίνεται πως το πεδίο ροής δεν μεταβάλλεται σημαντικά σε σχέση με τη μέση τιμή του. Το ίδιο δεν ισχύει ωστόσο στην περιφέρεια του δίσκου, όπου οι  $V$  ταχύτητες παρουσιάζουν διακυμάνσεις μέχρι 1 m/s, ίσο περίπου με το 10% της ταχύτητας ανέμου.



Σχήμα 3.7. Απεικόνιση της  $V$  συνιστώσας της ταχύτητας σε απόσταση 2D από την ανεμογεννήτρια, για τρία ύψη.

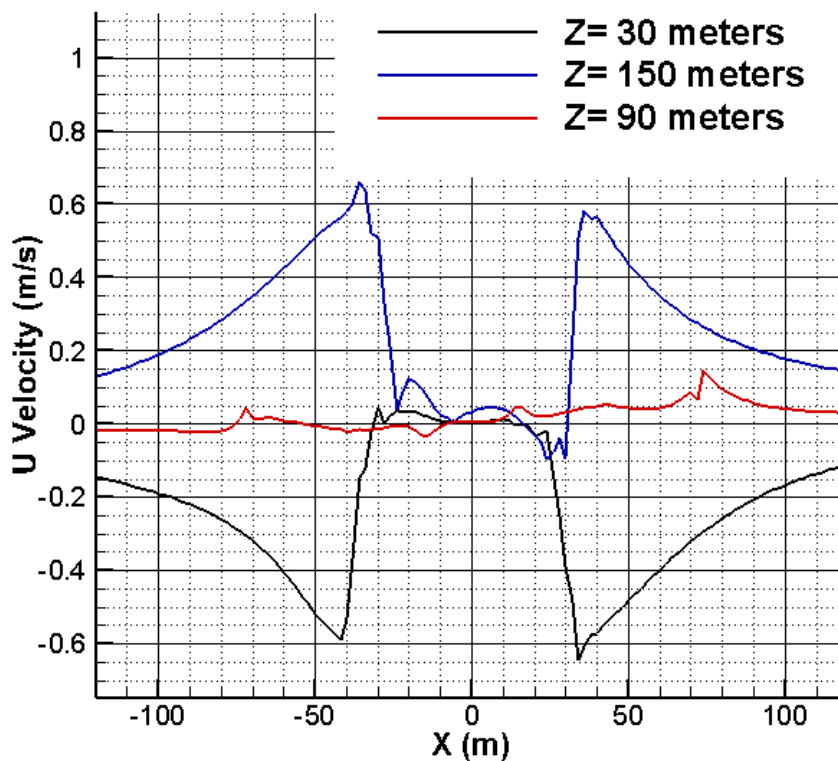
Το παραπάνω διάγραμμα αποτυπώνει τη μορφή του ελείμματος ταχύτητας  $V$  κατά μήκος του  $x$  άξονα, για τρία διαφορετικά ύψη, το ύψος του hub της ανεμογεννήτριας ( $z=90\text{m}$ ), και το άνω και κάτω άκρο του δίσκου, ( $z=30\text{m}$ ,  $z=150\text{m}$  αντίστοιχα).

Όπως φαίνεται και από το σχήμα (3.6) στο ύψος της πλήμνης, το επαγόμενο πεδίο ροής λόγω της ανεμογεννήτριας εμφανίζεται σε ένα εύρος από  $x=-70\text{m}$  μέχρι  $x=70\text{m}$  στον  $x$  άξονα. Στα δύο άλλα ύψη η επίδραση του ομόρρου παρουσιάζεται σε μικρότερο εύρος, ξεκινώντας από τα  $-40\text{m}$  περίπου, όμοια και για τα δύο ύψη λόγω της συμμετρίας που εξηγήθηκε και παραπάνω.



Σχήμα 3.8. Απεικόνιση μέσων τιμών και τυπικών αποκλίσεων των περιφερειακών συνιστωσών της ταχύτητας ( $U, W$ ) σε κάθετη τομή του ομόρρου σε απόσταση  $2D$ .

Στα παραπάνω διαγράμματα παρουσιάζεται η μορφή των περιφερειακών ταχυτήτων  $U$  και  $W$ , ενώ και πάλι χρησιμοποιούνται οι μέσες τιμές των χρονοσειρών των ταχυτήτων (για τις τελευταίες 13 περιόδους λειτουργίας της ανεμογεννήτριας) για κάθε θέση. Στα σχήματα αυτά αποτυπώνεται η επίδραση των στροβίλων που αναπτύσσονται από τη ρίζα και το άκρο των πτερυγίων. Οι ταχύτητες  $U$  και  $W$  είναι συμμετρικές (ως προς τους άξονες  $x$  και  $z$  αντιστοίχως) και αντίθετες. Ο ακραίος στρόβιλος επάγει ταχύτητες εξωτερικά του δίσκου οι οποίες φθίνουν με αναλογία  $1/r^3$ . Στο εσωτερικό του δίσκου οι περιφερειακές ταχύτητες προσεγγίζουν το μηδέν με εξαίρεση το κέντρο, όπου και πάλι εμφανίζονται λόγω της ύπαρξης του στροβίλου της ρίζας των πτερυγίων.

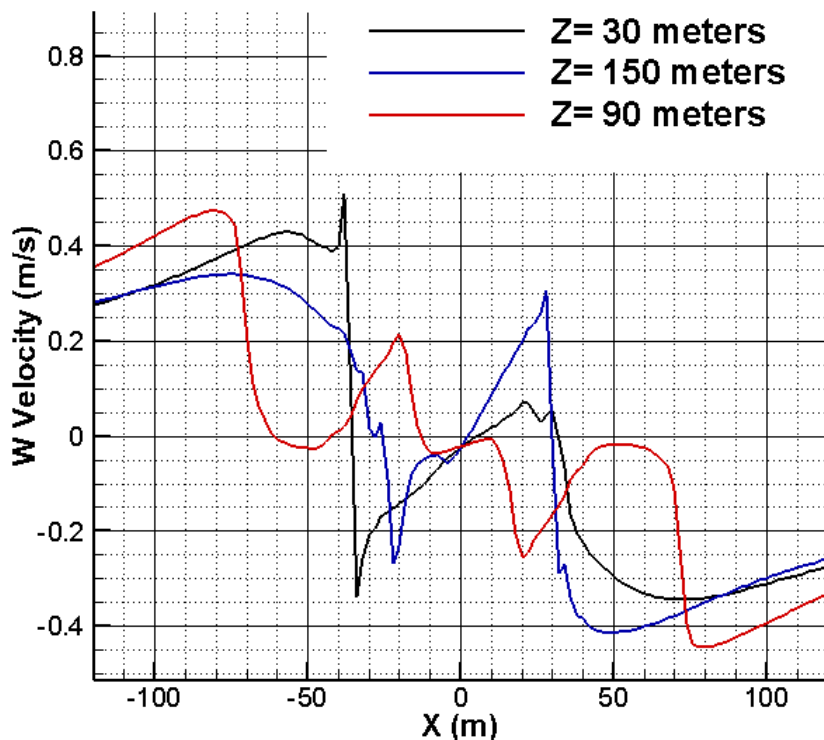


Σχήμα 3.9. Απεικόνιση της  $U$  συνιστώσας της ταχύτητας σε απόσταση 2D από την ανεμογεννήτρια, για τρία ύψη.

Στο ύψος της πλήμνης, κατά μήκος του  $x$  άξονα η  $U$  ταχύτητα είναι σχεδόν μηδενική λόγω συμμετρίας. Στα δύο άλλα ύψη που αντιστοιχούν στο άνω και κάτω άκρο του δίσκου που ορίζει ο δρομέας της ανεμογεννήτριας, εμφανίζονται διαταραχές στην ταχύτητα.

Στην περίπτωση που εξετάζεται το ύψος  $z=30\text{m}$ , πλησιάζοντας τον δίσκο η ταχύτητα αρχίζει να μειώνει λόγω της ύπαρξης του ακραίου στροβίλου (tip vortex). Στο εσωτερικό του δίσκου επιστρέφουν σε σχεδόν μηδενικές τιμές ενώ βγαίνοντας μειώνονται κ πάλι.

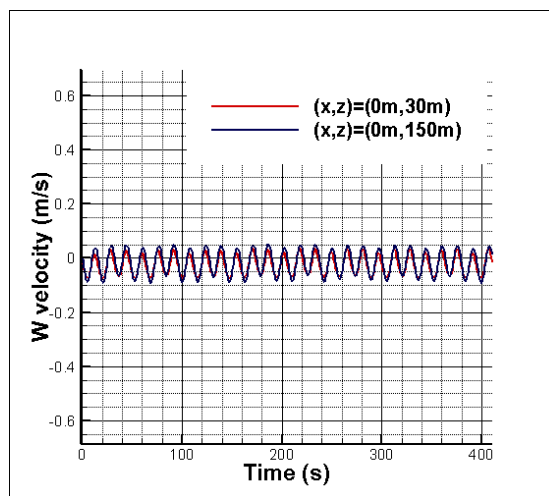
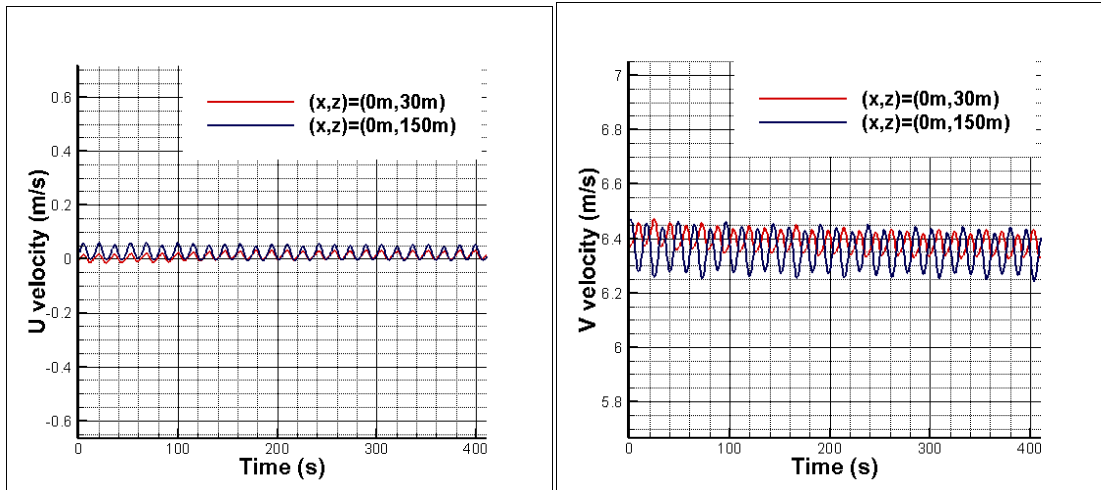
Αντίστροφα, στο ύψος  $z=150\text{m}$  οι ταχύτητες φαίνεται πως αυξάνουν στις αντίστοιχες θέσεις.



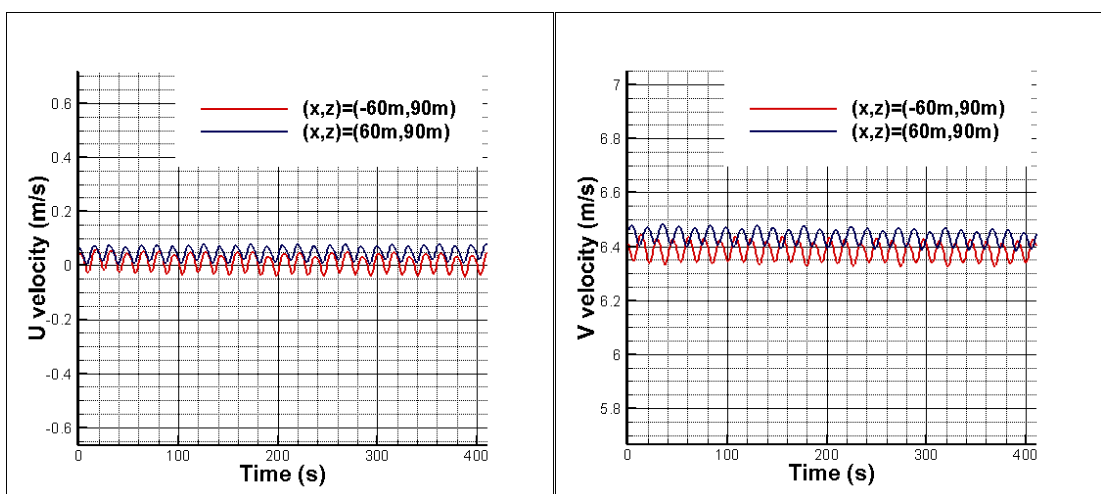
Σχήμα 3.10. Απεικόνιση της  $W$  συνιστώσας της ταχύτητας σε απόσταση 2D από την ανεμογεννήτρια, για τρία ύψη .

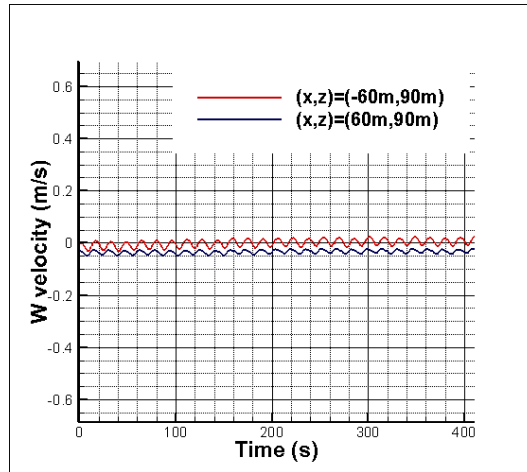
Όσον αφορά στη  $W$  συνιστώσα της ταχύτητας κατά τον άξονα  $x$ , αυτή αυξάνει καθώς πλησιάζει τον εξωτερικό στρόβιλο (tip vortex), προκαλώντας ανώρευμα, ξαναμειώνεται μπαίνοντας στον δίσκο μέχρι να συναντήσει τον εσωτερικό στρόβιλο (root vortex) όπου αυξάνεται και πάλι. Στο κέντρο του δίσκου η ταχύτητα  $W$  μηδενίζεται. Το αντίθετο συμβαίνει καθώς κινούμαστε από το μηδέν προς τα θετικά του άξονα  $x$ .

Παρουσιάζονται επιπλέον και κάποιες χρονοσειρές των ταχυτήτων που καταγράφηκαν σε απόσταση 2 διαμέτρων πίσω από την ανεμογεννήτρια και σε συμμετρικές θέσεις. Συγκεκριμένα εξετάζονται τα τέσσερα σημεία που βρίσκονται στα άνω, κάτω, δεξιά και αριστερά άκρα του δίσκου που ορίζει ο ομόρρους της ανεμογεννήτριας ( $A(x,z)=(0m,30m)$ ,  $B(x,z)=(0m,150m)$ ,  $\Gamma(x,z)=(-60m,90m)$  και  $\Delta(x,z)=(60m,90m)$ ).



Σχήμα 3.11. Διαγράμματα των τριών συνιστωσών της ταχύτητας ( $U, V, W$ ) στο άνω και κάτω άκρο του δίσκου του ομόρρου σε απόσταση 2D πίσω από την ανεμογεννήτρια .



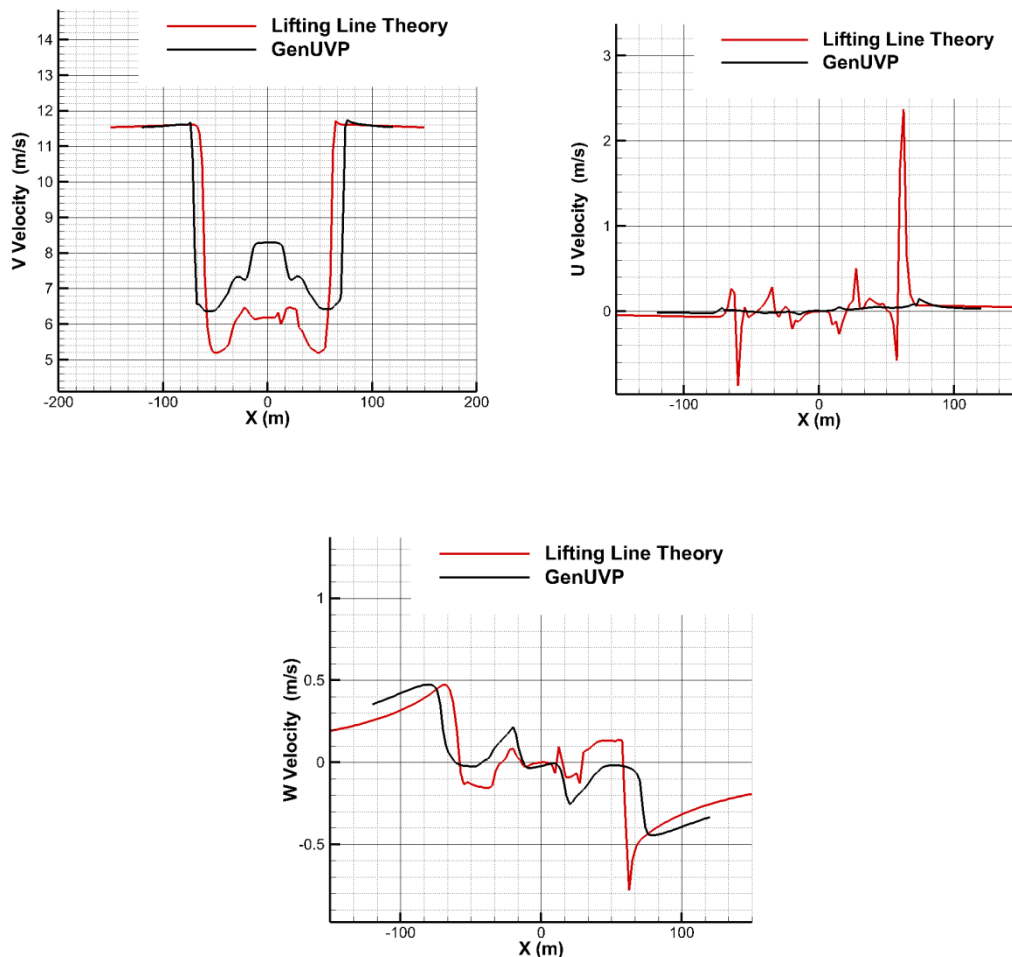


Σχήμα 3.12. Διαγράμματα των τριών συνιστωσών της ταχύτητας ( $U, V, W$ ) στο δεξί και αριστερό άκρο του δίσκου του ομόρρου σε απόσταση 2D πίσω από την ανεμογεννήτρια.

Όπως αποτυπώθηκε και στα διαγράμματα με τις κατανομές των ταχυτήτων σε κάθετες τομές του ομόρρου, τα συμμετρικά αυτά σημεία έχουν ίσες μέσες τιμές για τις τρεις συνιστώσες της ταχύτητας, είναι όμως και τα σημεία που έχουν τις μεγαλύτερες τυπικές αποκλίσεις λόγω της παρουσίας των στροβίλων. Από τις χρονοσειρές επιβεβαιώνεται ότι οι ταχύτητες παρουσιάζουν μια διακύμανση γύρω από τη μέση τιμή τους και αυτός ακριβώς είναι ο λόγος που αναμένουμε και ασυμμετρίες στα φορτία τα οποία θα ασκούνται στο ελικόπτερο καθώς θα διέρχεται από αυτές τις θέσεις.

### 3.4. Πιστοποίηση αποτελεσμάτων

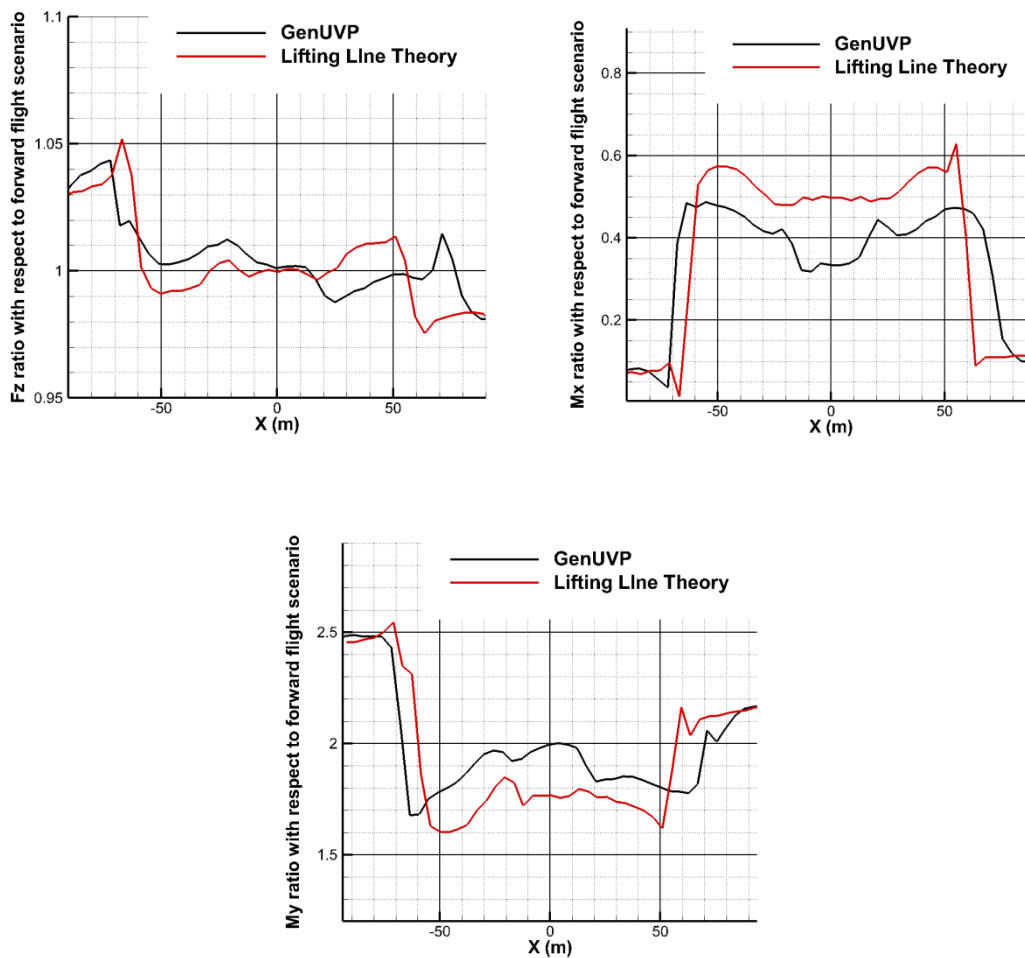
Λόγω έλειψης σχετικών πειραματικών δεδομένων, για να ελεγχθεί η αξιοπιστία του πεδίου ταχύτητας που υπολογίστηκε εφαρμόζεται η θεωρία γραμμής άνωσης και τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων συγκρίνονται ακολούθως.



Σχήμα 3.13. Σύγκριση των τριών συνιστωσών ταχυτήτων του ομόρρου της ανεμογεννήτριας, σε απόσταση 2D, όπως προκύπτουν με χρήση του λογισμικού GenUVP και εφαρμογή της θεωρίας Lifting Line Theory .

Στην περίπτωση της ταχύτητας V η μεγαλύτερη απόκλιση μεταξύ των δύο μεθόδων εμφανίζεται στο hub του δρομέα, το οποίο στην υλοποίηση του GenUVP είναι ένας κενός δίσκος από όπου ο πλευρικός άνεμος ρέει κανονικά.





Σχήμα 3.14. Σύγκριση των αεροδυναμικών φορτίων που ασκούνται στο ελικόπτερο BO-105, σε απόσταση 2D από την ανεμογεννήτρια, με εισαγωγή του πεδίου ταχύτητας που προκύπτει με χρήση του λογισμικού GenUVP και εφαρμογή της θεωρίας Lifting Line Theory .

Τα παραπάνω διαγράμματα δείχνουν ότι οι δύο υλοποιήσεις οδηγούν σε αποτελέσματα που δεν παρουσιάζουν σημαντικές αποκλίσεις. Συμπεραίνουμε επομένως ότι η μοντελοποίηση του πεδίου της ανεμογεννήτριας είναι ακριβής για να χρησιμοποιηθεί το πεδίο στην συνέχεια, για την μοντελοποίηση της πτήσης του ελικοπτερού.

### **3.5. Αλληλεπίδραση ελικοπτέρου με τον ομόρρο του της ανεμογεννήτριας**

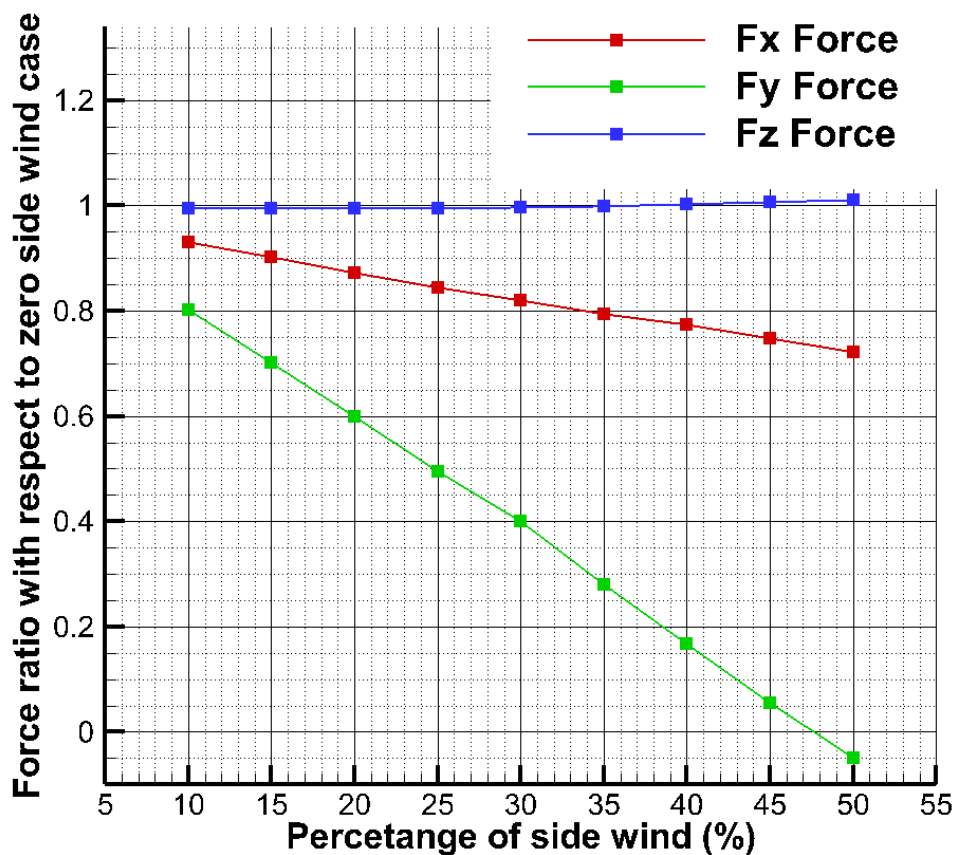
Η μοντελοποίηση της πτήσης ελικοπτέρου κατάντι ανεμογεννήτριας γίνεται με χρήση του λογισμικού GenUVP. Ως κέντρο αναφοράς θεωρείται το κέντρο μάζας του ελικοπτέρου το οποίο κινείται κατά μήκος του άξονα  $x$ , με φορά προς τα αρνητικά. Κατά τη μοντελοποίηση θεωρείται πως το ελικόπτερο κινείται σε ευθεία και σταθερή τροχιά. Το ελικόπτερο τοποθετείται σε απόσταση 2 διαμέτρων κατάντι της ανεμογεννήτριας, ο ομόρρος της οποίας εξελίσσεται στον άξονα  $y$ .

Η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα θεωρείται σταθερή και ίση με  $\omega=43.9823$  rpm. Τα χρονικά βήματα είναι επίσης σταθερά, και ορίζονται σε 90 ανά περίοδο.

Ο ομόρρος της ανεμογεννήτριας ο οποίος έχει καταγραφεί σε τρισδιάστατο πλέγμα όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα εισάγεται στον κώδικα και στη συνέχεια, με χωρική και χρονική παρεμβολή υπολογίζονται οι τρεις συνιστώσες της ταχύτητας στα ενδιάμεσα σημεία.

#### **3.5.1. Ευθεία πτήση ελικοπτέρου με πλευρικό άνεμο**

Στην περίπτωση που εξετάζεται η ευθεία πτήση του ελικοπτέρου, θεωρούμε ότι αυτή πραγματοποιείται με ταχύτητα  $U=29.5$  m/s. Αρχικά εξετάζεται η πτήση του ελικοπτέρου για ένα εύρος τιμών πλευρικής ταχύτητας πλευρικού ανέμου  $V_{inf}$ , οι οποίες εκφράζονται ως ποσοστό της ταχύτητας πτήσης. Σκοπός είναι να καταγραφούν τα αεροδυναμικά φορτία για αυτές τις περιπτώσεις ώστε να συγκριθούν με τα αντίστοιχα καθώς το ελικόπτερο διασχίζει τον ομόρρο της ανεμογεννήτριας και συναντά ταχύτητες που κυμαίνονται σε αυτό το εύρος.

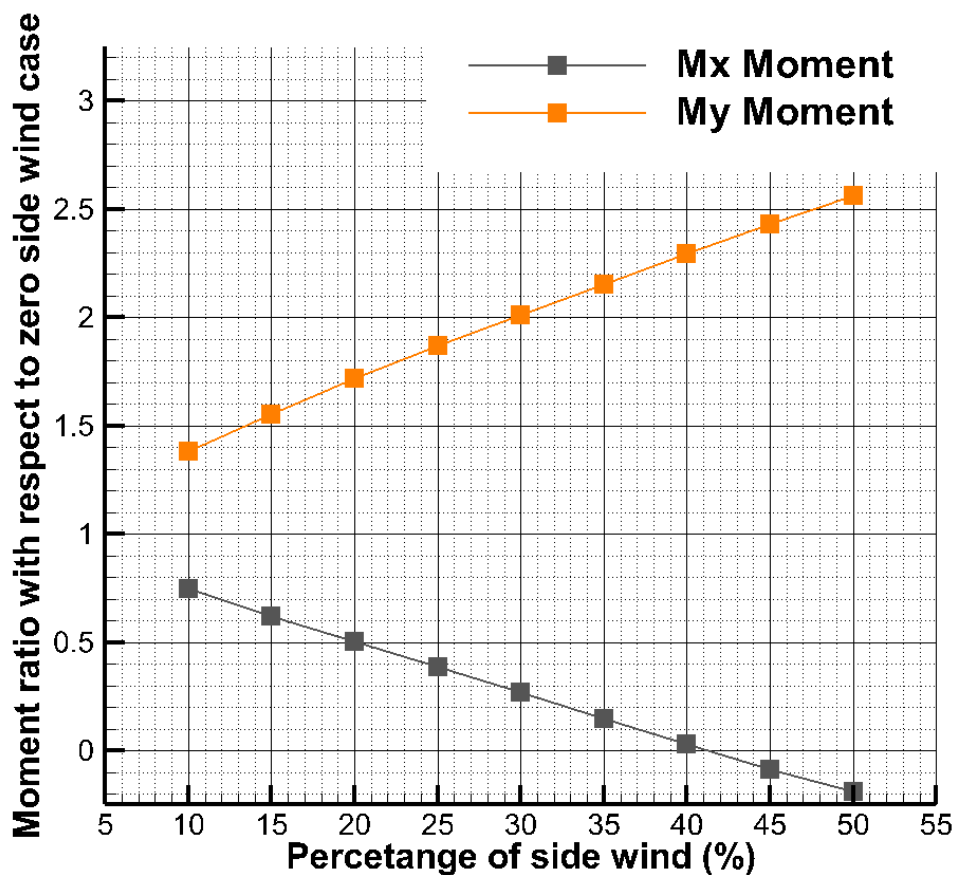


Σχήμα 3.15. Παρουσίαση του λόγου των αεροδυναμικών φορτίων ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ) προς τα αντίστοιχα της απλής ευθείας πτήσης, για πλευρικούς ανέμους που κυμαίνονται σε εύρος ποσοστών της ταχύτητας πτήσης  $U=29.5 \text{ m/s}$ .

Όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα, η μέγιστη τιμή που λαμβάνει η πλευρική ταχύτητα  $V$  είναι η ταχύτητα ανέμου  $V_{inf}=11.4\text{m/s}$  η οποία εμφανίζεται εξωτερικά του ομόρρου. Αντίθετα στο εσωτερικό του δίσκου οι πλευρικές ταχύτητες  $V$  είναι μικρότερες με ελάχιστη τιμή περίπου στα  $6.5\text{m/s}$ . Προκύπτει λοιπόν ότι το εύρος ταχυτήτων που μας ενδιαφέρουν κυμαίνεται μεταξύ 22%-38% της ταχύτητας πτήσης.

Στο παραπάνω διάγραμμα αποτυπώνονται τα αεροδυναμικά φορτία  $F_x$ ,  $F_y$  και  $F_z$  για αυτές τις περιπτώσεις. Ακριβέστερα, παρουσιάζεται ο λόγος των αεροδυναμικών φορτίων με πλευρικό άνεμο, προς τα αντίστοιχα φορτία για ευθεία πτήση ελείψει πλευρικού ανέμου.

Είναι εμφανές ότι η παρουσία του πλευρικού ανέμου δεν επηρεάζει καθόλου την  $F_z$ , και ελάχιστα μόνο την  $F_x$ . Δεν ισχύει το ίδιο για την δύναμη  $F_y$ , δηλαδή στην κατεύθυνση του πλευρικού ανέμου, ο οποίος καθώς αυξάνεται μειώνει την δύναμη  $F_y$  δραστικά.



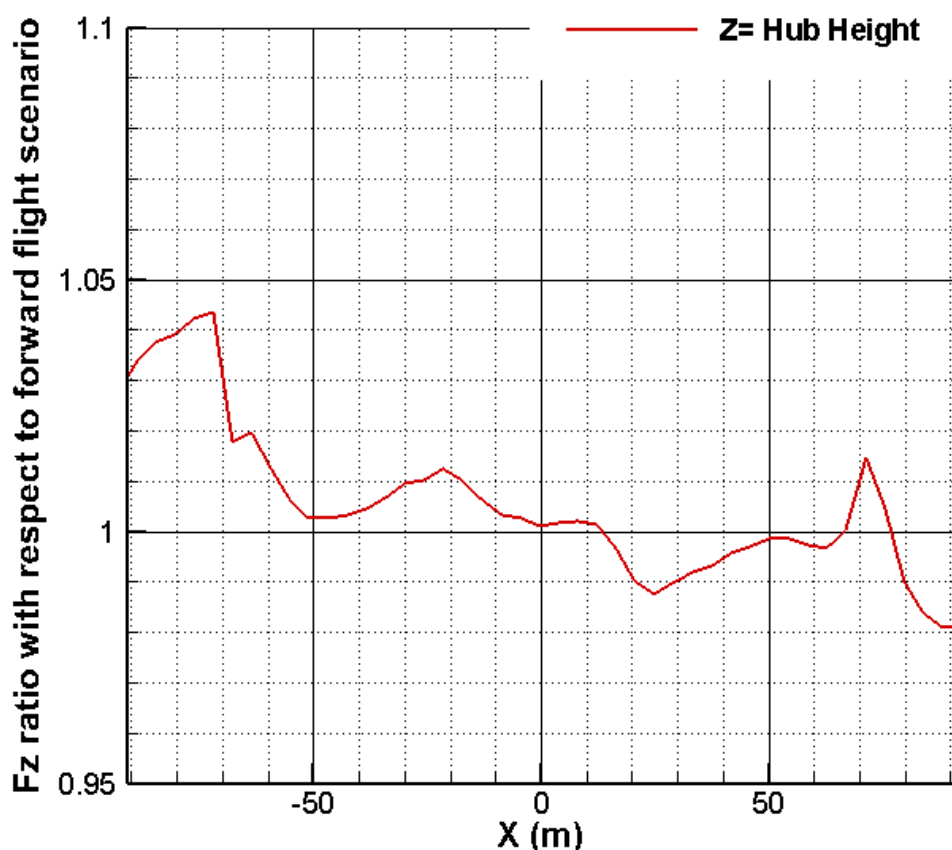
Σχήμα 3.16. Παρουσίαση του λόγου των αεροδυναμικών φορτίων ( $M_x$ ,  $M_y$ ) προς τα αντίστοιχα της απλής ευθείας πτήσης, για πλευρικούς ανέμους που κυμαίνονται σε εύρος ποσοστών της ταχύτητας πτήσης  $U=29.5$  m/s .

Αντίστοιχα με τις δυνάμεις, παρουσιάζεται και η μεταβολή των ροπών, καθώς κυμαίνεται η πλευρική ταχύτητα που συναντά το ελικόπτερο κατά την πτήση του. Βλέπουμε τις ροπές να μεταβάλλονται γραμμικά, χωρίς η επίδραση της μεταβολής του πλευρικού ανέμου να είναι τόσο σημαντική όσο για την περίπτωση της δύναμης  $F_y$ .

Αυτό που μπορεί να παρατηρηθεί συνολικά είναι ότι όσο αυξάνεται το ποσοστό του πλευρικού ανέμου σε σχέση με την ταχύτητα πτήσης, τόσο μεγαλύτερη είναι η επίδραση στα αεροδυναμικά φορτία.

### 3.5.2. Διέλευση του ελικοπτέρου από τον ομόρρου της ανεμογεννήτριας.

Στην συνέχεια το καταγεγραμμένο πεδίο ταχυτήτων εισάγεται στον κώδικα ως εξωτερικό πεδίο και μοντελοποιείται η πτήση του ελικοπτέρου καθώς αυτό διασχίζει τον ομόρρου. Στα ακόλουθα διαγράμματα παρουσιάζονται τα αεροδυναμικά φορτία που ασκούνται στο ελικόπτερο, συγκριτικά και πάλι με τα αντίστοιχα για ευθεία πτήση χωρίς πλευρικό άνεμο.

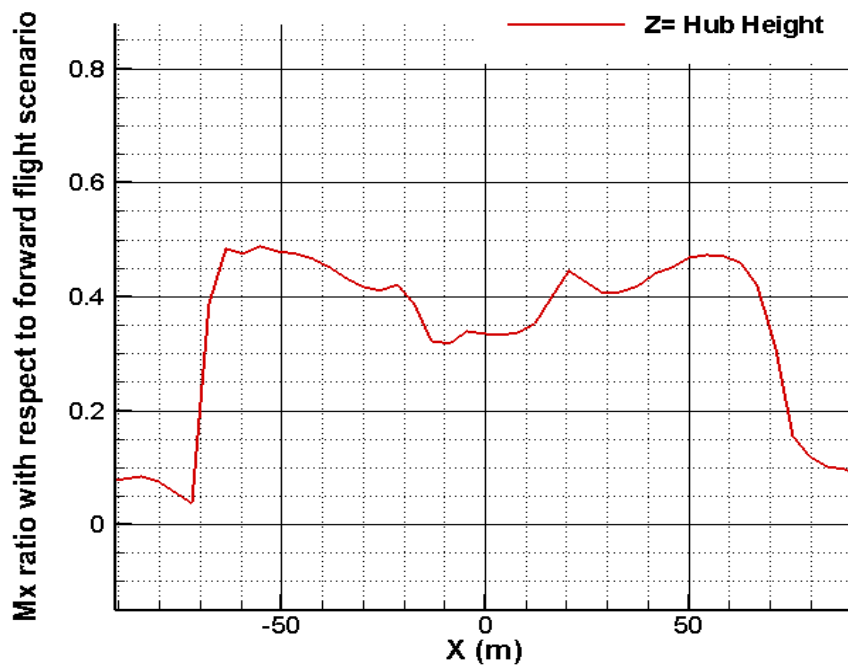


Σχήμα 3.17. Παρουσίαση της δύναμης  $F_z$  προς την αντίστοιχη της απλής ευθείας πτήσης, κατά την διέλευση του ελικοπτέρου από τον ομόρρου της ανεμογεννήτριας σε απόσταση  $2D$  και ύψος  $z=90m$ .

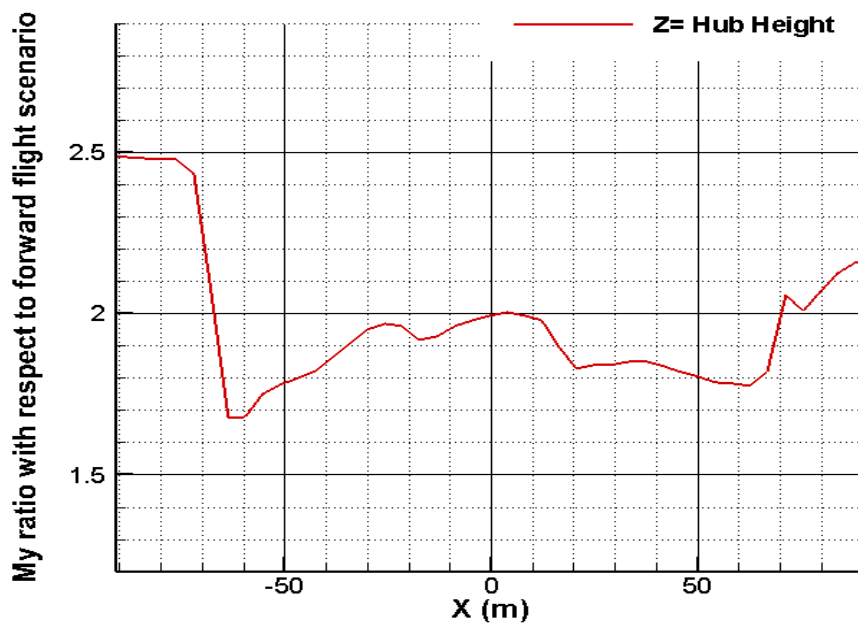
Η κατανομή της δύναμης  $F_z$  κατά μήκος του  $x$  άξονα παρουσιάζει την ίδια μορφή με την  $W$  συνιστώσα της ταχύτητας. Η παρουσία ανωρεύματος και κατωρεύματος στα εκατέρωθεν του μηδενός οδηγούν σε μεγαλύτερη και μικρότερη φαινόμενη  $w$  ταχύτητα, διαφορετική γωνία  $\alpha_{eff}$  και συνεπώς αύξηση και μείωση στην δύναμη  $F_z$ .

Οι ασυμμετρίες που παρατηρούνται στα αποτελέσματα είναι αποτέλεσμα του μη μόνιμου χαρακτήρα της ροής. Το φαινόμενο αυτό δεν παρατηρείται στο

αντίστοιχο διάγραμμα  $W$  ταχυτήτων καθώς όπως αναφέρθηκε χρησιμοποιούνται οι μέσες τιμές των ταχυτήτων που λαμβάνονται από τις χρονοσειρές. Στην περίπτωση όμως που μοντελοποιείται η πτήση του ελικοπτέρου λαμβάνονται οι πραγματικές τιμές της ταχύτητας για την συγκεκριμένη χρονική στιγμή και οι τυχόν αποκλίσεις από τη μέση τιμή ( οι οποίες όπως είδαμε είναι εντονότερες κοντά στον ακραίο στρόβιλο) αποτυπώνονται στα φορτία ως ασυμμετρίες.



Σχήμα 3.18. Παρουσίαση της ροπής  $M_x$  προς την αντίστοιχη της απλής ευθείας πτήσης, κατά την διέλευση του ελικοπτέρου από τον ομόρρο της ανεμογεννήτριας σε απόσταση  $2D$  και ύψος  $z=90m$ .



Σχήμα 3.19. Παρουσίαση της ροπής  $M_y$  προς την αντίστοιχη της απλής ευθείας πτήσης, κατά την διέλευση του ελικοπτερου από τον ομόρρου της ανεμογεννήτριας σε απόσταση 2D και ύψος  $z=90m$ .

Εξετάζοντας τα διαγράμματα των αεροδυναμικών φορτίων  $M_x$  και  $M_y$ , διαπιστώνουμε ότι ο βασικός παράγοντας που τα επηρεάζει είναι η πλευρική ταχύτητα  $U$  που δέχεται το ελικόπτερο.

Σε μικρότερο βαθμό φαίνεται να επηρεάζει τις ροπές η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας ( $W$ ). Η παρατήρηση αυτή αποτυπώνεται στις ασυμμετρίες των φορτίων στις θέσεις που το ελικόπτερο συναντά τους στροβίλους από τη ρίζα και το άκρο των πτερυγίων. Η διαφορά ωστόσο που προκαλούν στα φορτία οι διακυμάνσεις της  $W$  ταχύτητας είναι σχεδόν αμελητέες συγκριτικά με τον τρόπο που ο πλευρικός άνεμος επιδρά στα φορτία.

## 3.6. Εφαρμογή ελεγκτή για τα φορτία (trim control)

### 3.6.1. Εφαρμογή ελεγκτή σε ευθεία πτήση

Έχοντας μοντελοποιήσει την πτήση ελικοπτέρου κατάντι της ανεμογεννήτριας αποτυπώσαμε τα αεροδυναμικά φορτία που ασκούνται στο κέντρο μάζας του ελικοπτέρου καθώς αυτό διέρχεται από τον ομόρρο.

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ελεγκτής προκειμένου να προσδιορισθούν οι απαραίτητοι χειρισμοί πτήσης. Για το σκοπό αυτό εισάγεται ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου για την επίλυση του στατικού προβλήματος πτήσης του ελικοπτέρου σε σταθερή ταχύτητα πλευρικού ανέμου. Πιο συγκεκριμένα, η προσέγγιση που ακολουθείται είναι η εξής. Δεν εξετάζεται η πραγματική διέλευση του ελικοπτέρου διαμέσου του ομόρρου, αλλά πτήση με σταθερό πλευρικό άνεμο στις συνθήκες της εκάστοτε θέσης. Οι τιμές αυτές του πλευρικού ανέμου επιλέγονται για διάφορες θέσεις κατά μήκος του άξονα  $x$ , και σε εύρος από  $x=-120m$  έως  $x=120m$ . Κατά αυτόν τον τρόπο προσδιορίζονται οι επιθυμητές τιμές των παραμέτρων της γωνίας βήματος των πτερυγίων (collective, cyclic cos, cyclic sin) και τις γωνίες πρόνευσης και περιστροφής του ελικοπτέρου, στις διάφορες θέσεις κατά μήκος του ομόρρου.

Εφαρμόζεται ελεγκτής, ο οποίος μεταβάλλει τις παραμέτρους της γωνίας βήματος, την γωνία πρόνευσης και την γωνία περιστροφής του ελικοπτέρου, με σκοπό να επιτευχθεί ο απαιτούμενος έλεγχος στα αεροδυναμικά φορτία. Οι τιμές στόχοι για τα φορτία αυτά ορίζονται ως εξής:

$$F_{z\_target} = 18300N$$

$$M_{x\_target} = 0 Nm$$

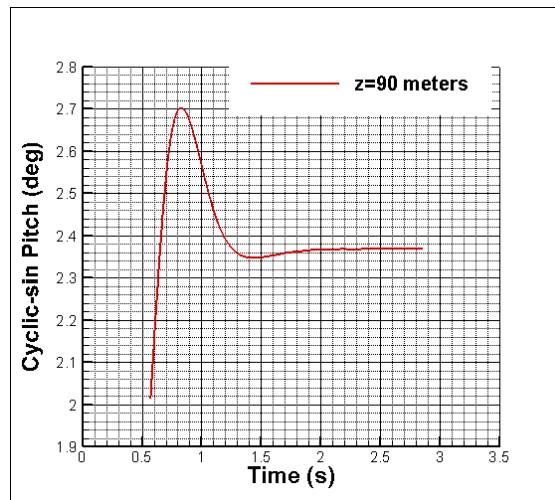
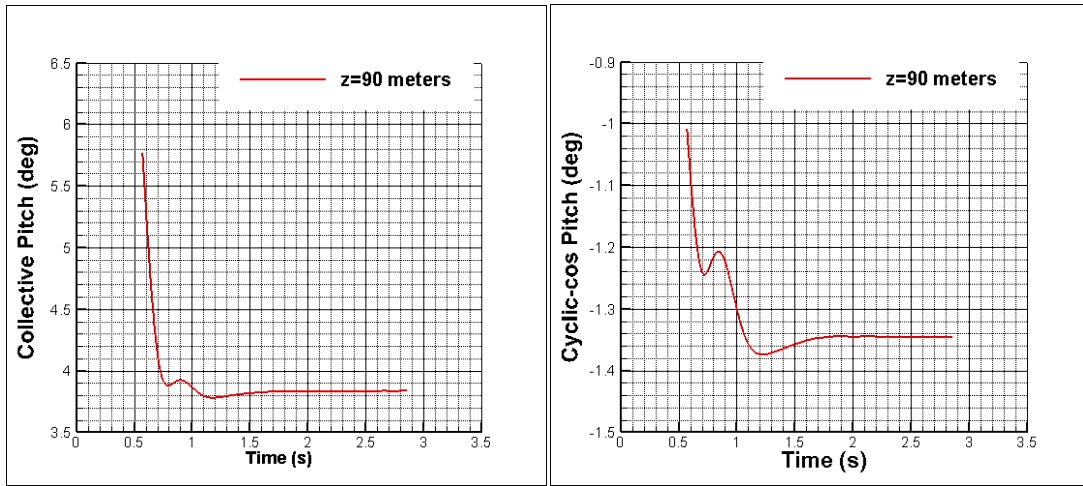
$$M_{y\_target} = 0 Nm$$

$$F_{x\_target} = -700N$$

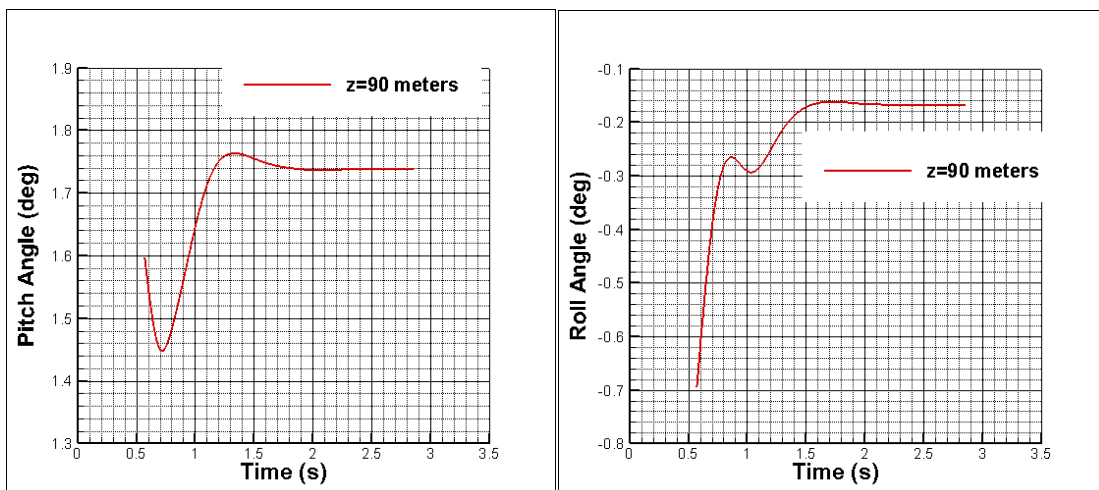
$$F_{y\_target} = 250N$$

Ακολούθως, παρουσιάζονται τα διαγράμματα σύγκλισης των παραπάνω γωνιών και αεροδυναμικών φορτίων στην περίπτωση που πραγματοποιείται πτήση του ελικοπτέρου σε ύψος  $z=90m$ , με ταχύτητα πτήσης  $U=29.5 m/s$  και ταχύτητα πλευρικού ανέμου όσο στο κέντρο της ανεμογεννήτριας ( $V=8.5 m/s$ ).

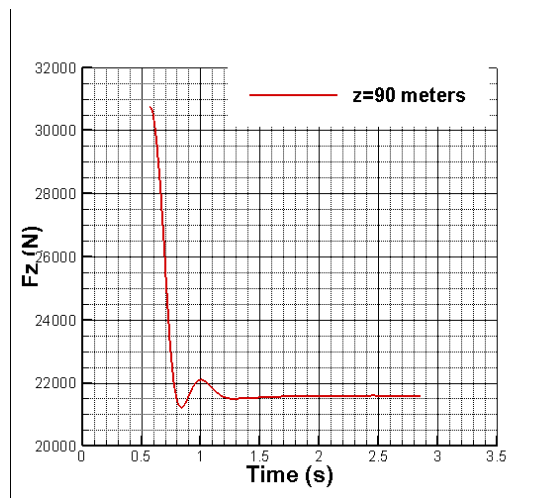
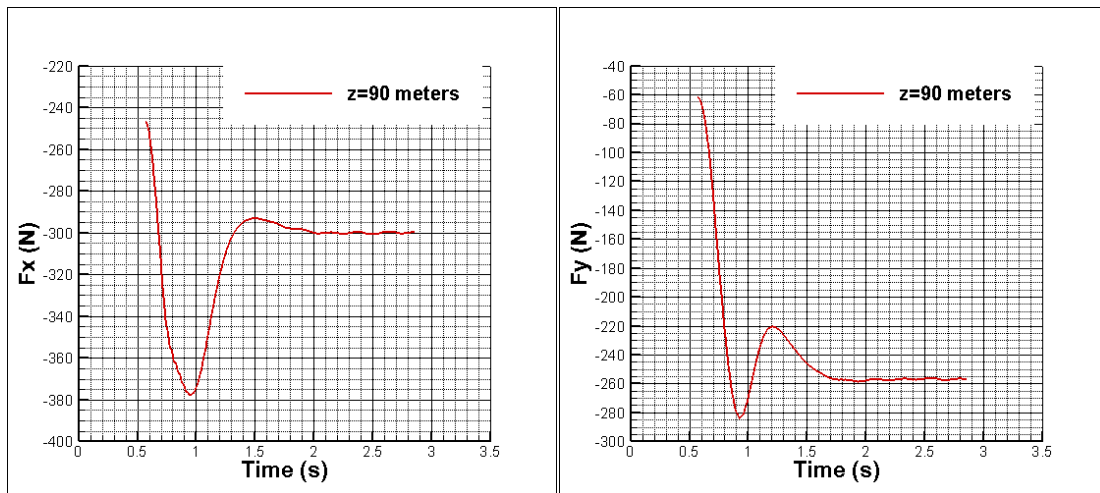




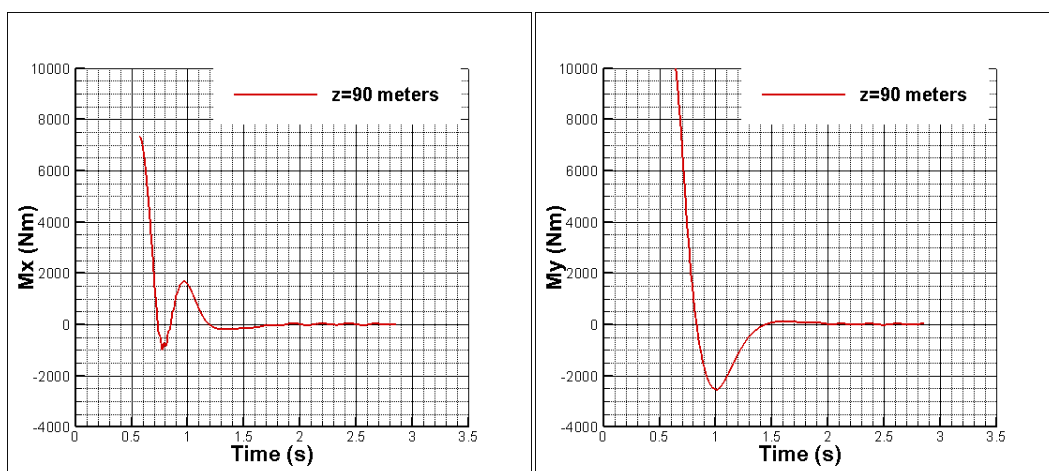
Σχήμα 3.20. Διάγραμμα σύγκλισης των τριών παραμέτρων της γωνίας βήματος (collective pitch, cyclic-cos pitch, cyclic-sin pitch), με trim control .



Σχήμα 3.21. Διάγραμμα σύγκλισης των γωνιών πρόνευσης και περιστροφής του ελικοπτήρου, με trim control.



Σχήμα 3.22. Διάγραμμα σύγκλισης των αεροδυναμικών φορτίων ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ) με trim control.

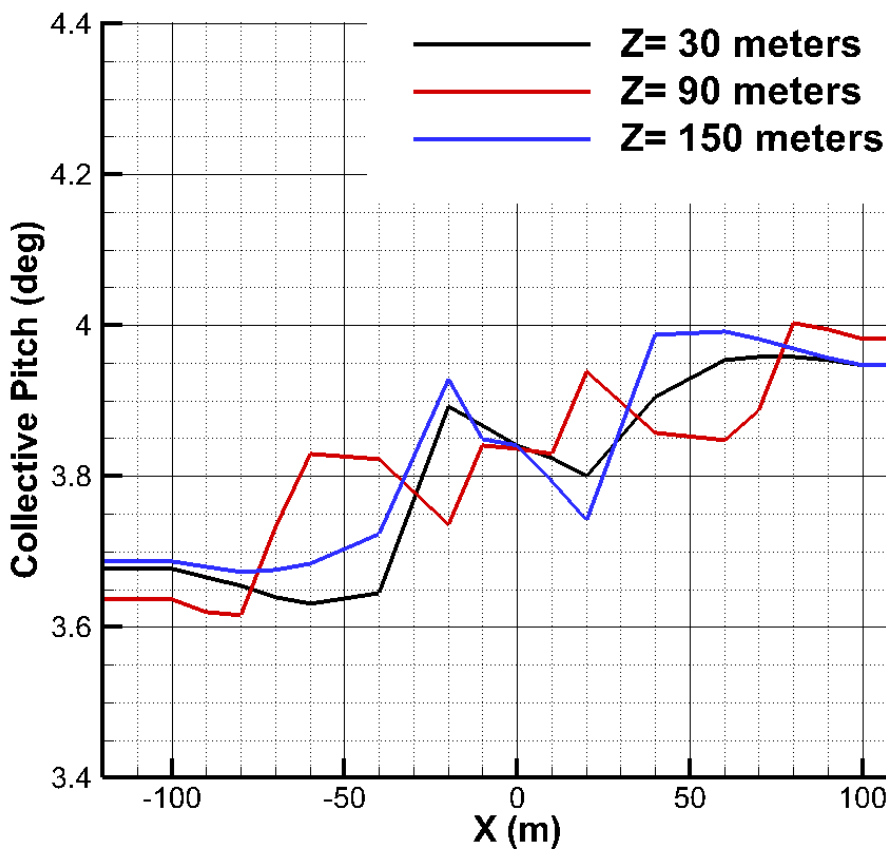


Σχήμα 3.23. Διάγραμμα σύγκλισης των αεροδυναμικών φορτίων ( $M_x$ ,  $M_y$ ) με trim control.

Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι ο ελεγκτής ανταποκρίνεται και καταφέρνει να ισορροπήσει τις γωνίες και τα φορτία σε περίπου 1.5 δευτερόλεπτα.

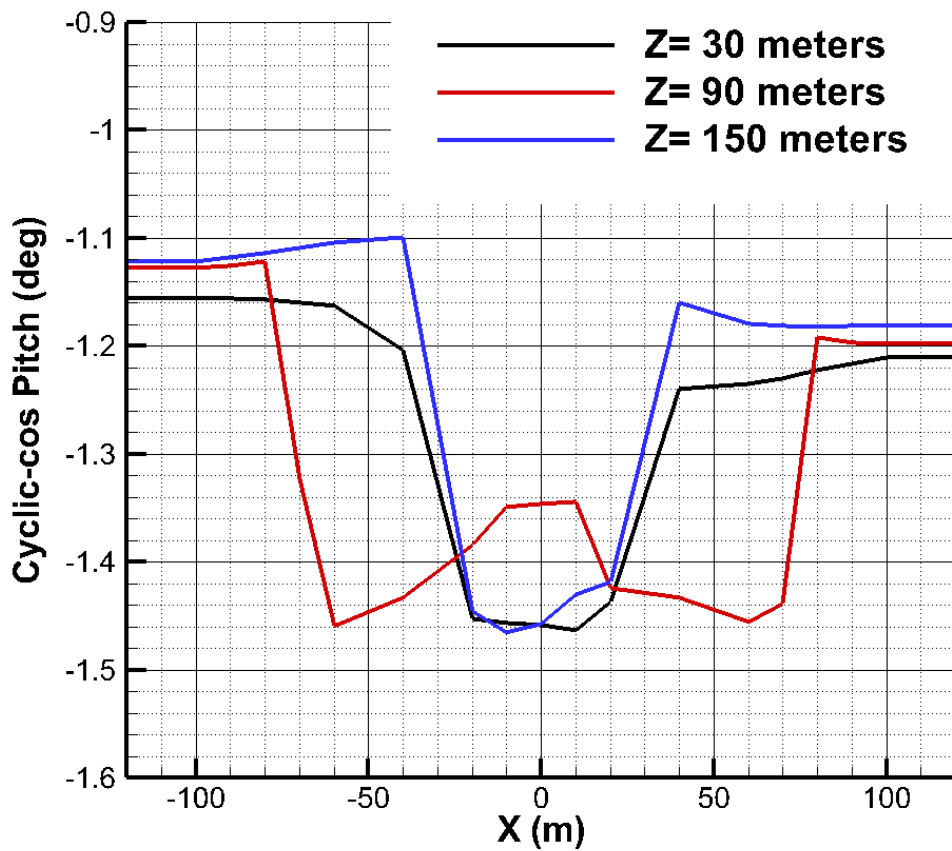
Αντίστοιχα προσομοιώνεται η πτήση του ελικοπτέρου με trim control και για τις υπόλοιπες ταχύτητες πλευρικού ανέμου που συναντά κατά μήκος του x άξονα διερχόμενο από τον ομόρρο.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα μεταβολής των τριών μεταβλητών ελέγχου της γωνίας βήματος των πτερυγίων (collective pitch, cyclic cos pitch και cyclic sin pitch), που υπολογίστηκαν όπως αναφέρθηκε προηγούμενως, για τις διάφορες θέσεις κατά μήκος του x άξονα και για τρία διαφορετικά ύψη ( $z=30\text{m}$ ,  $z=90\text{m}$  και  $z=150\text{m}$ ).



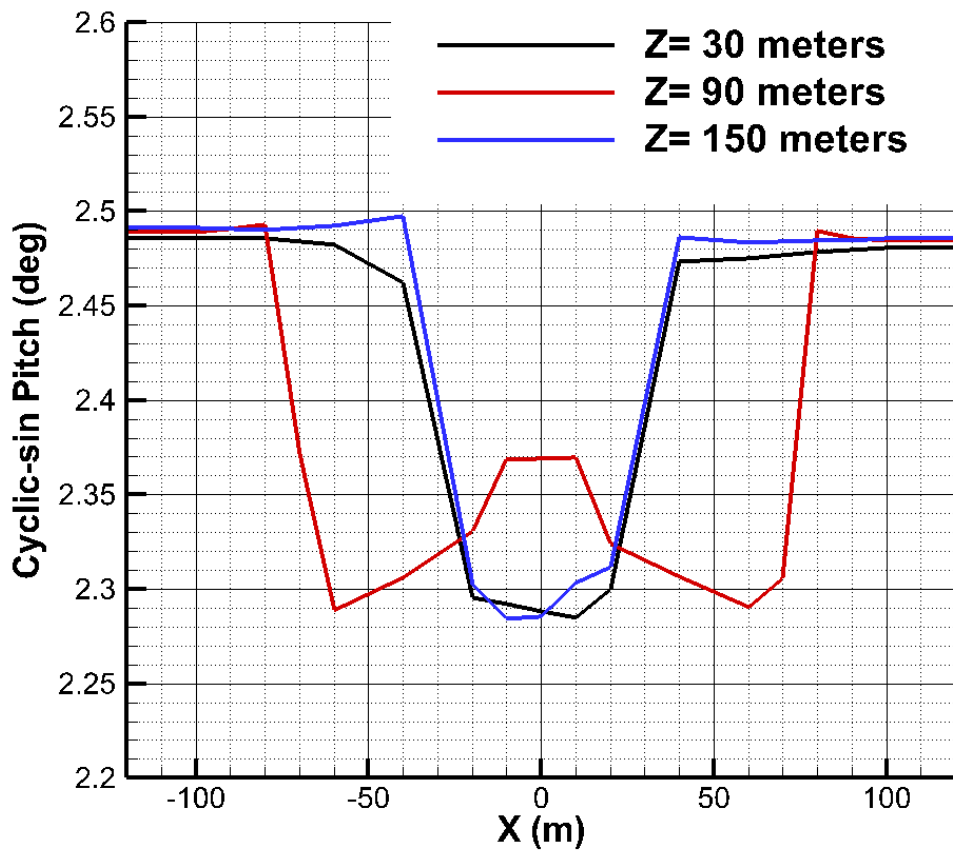
Σχήμα 3.24. Διάγραμμα της Collective Pitch γωνίας κατά μήκος του x άξονα, για ύψη  $z=30\text{m}$ ,  $z=90\text{m}$  και  $z=150\text{m}$ .

Η συνολική παράμετρος ρύθμισης βήματος (collective pitch) σχετίζεται κυρίως με την άνωση του ελικοπτέρου. Αυτό δικαιολογεί και το γεγονός ότι παρουσιάζει αντίστοιχη μορφή με την δύναμη  $F_z$  και την  $W$  ταχύτητα, αυξάνοντας ή μειώνοντας την γωνία πρόσπτωσης  $\alpha_{\text{eff}}$ , καθώς η ταχύτητα  $W$  δημιουργεί κατώρευμα ή ανώρευμα αντίστοιχα.



Σχήμα 3.25. Διάγραμμα της Cyclic-cos Pitch γωνίας κατά μήκος του x άξονα, για ύψη  $z=30m$ ,  $z=90m$  και  $z=150m$ .

Όσον αφορά στην κυκλική συνημιτονοειδή παράμετρο (cyclic-cos pitch), αυτή συνδέεται περισσότερο με την V συνιστώσα της ταχύτητας, αλλά και με την W. Αυτό αποτυπώνεται στην ασυμμετρία που παρατηρείται κατά την είσοδο και την έξοδο του δρομέα από τον ομόρροο και οφείλεται στις έντονες διακυμάνσεις της ταχύτητας W λόγω του ακραίου στροβίλου (tip vortex).



Σχήμα 3.26. Διάγραμμα της Cyclic-sin Pitch γωνίας κατά μήκος του x άξονα, για ύψη  $z=30m$ ,  $z=90m$  και  $z=150m$ .

Η κυκλική ημιτονοειδής γωνία βήματος (cyclic-sin pitch), παρουσιάζει αντίστοιχη μορφή με την συνημιτονοειδή και συνεπώς και με την ταχύτητα  $V$  από την οποία και επηρεάζεται κυρίως.

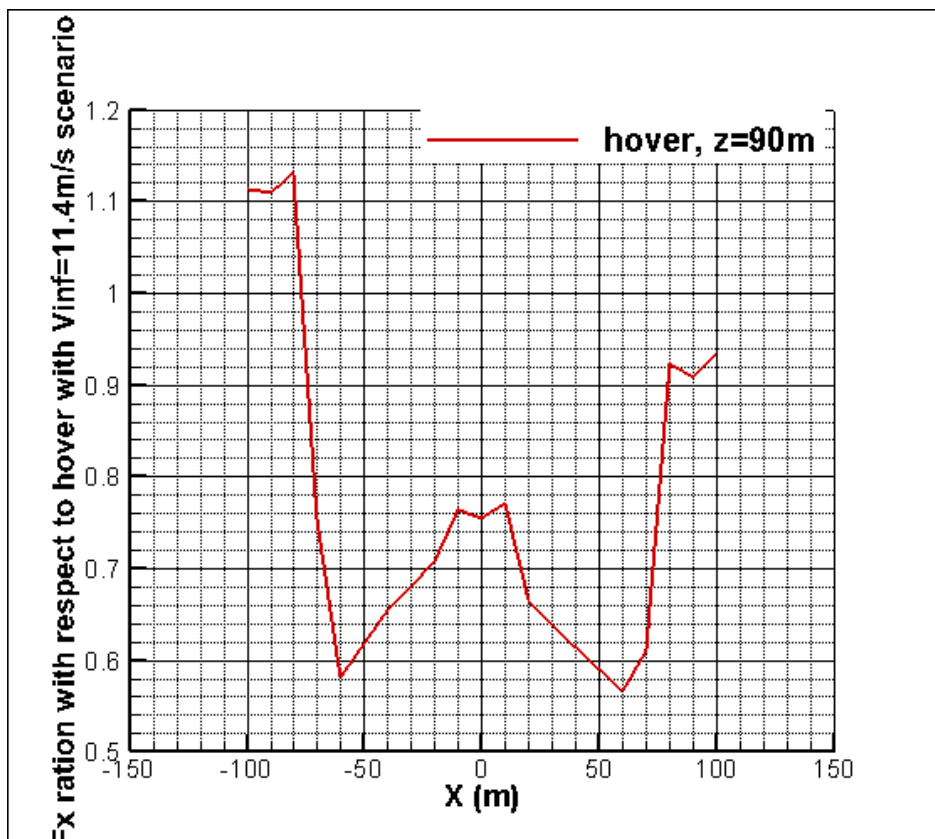
### 3.6.2. Εφαρμογή ελεγκτή σε πτήση αιώρησης

Σε αυτή την ενότητα το ίδιο σύστημα ελέγχου που εφαρμόστηκε για την περίπτωση της ευθείας πτήσης χρησιμοποιείται για την εξισορρόπηση των αεροδυναμικών φορτίων για το σενάριο αιώρησης του ελικοπτέρου.

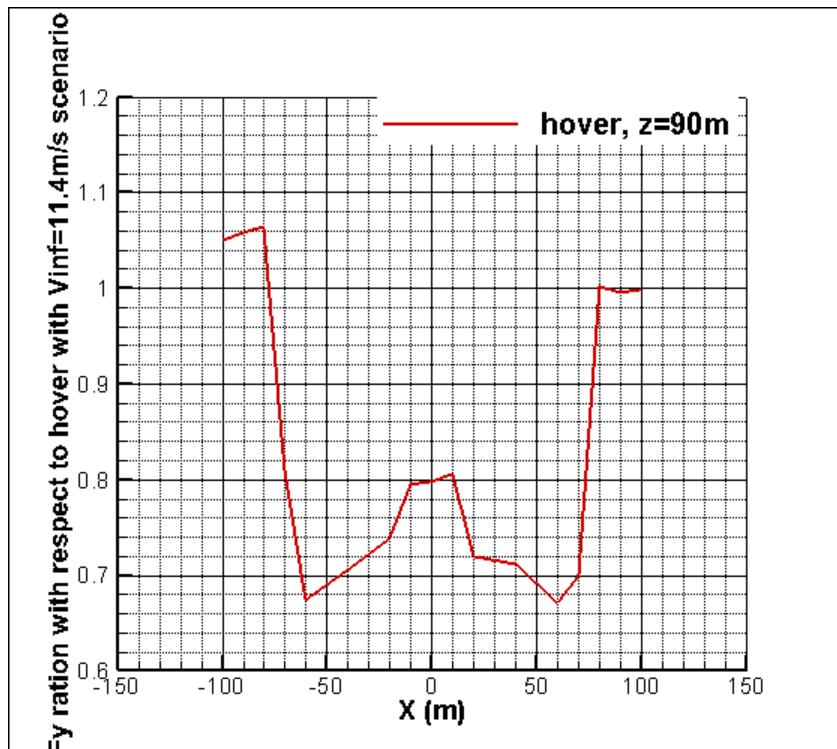
Στην περίπτωση αυτή και πάλι το ελικόπτερο τοποθετείται σε απόσταση  $y=2D$  κατάντι της ανεμογεννήτριας και πραγματοποιεί αιώρηση σε ύψος  $z=90m$ .

Αρχικά, μοντελοποιήθηκε η πτήση ελικοπτέρου για διαφορετικές πλευρικές ταχύτητες ανέμου, οι οποίες αντιστοιχούν σε διαφορετικές θέσεις κατά τον άξονα  $x$  (από  $x=-100m$  έως  $x=100m$ ), όμοια προσέγγιση με αυτή για την περίπτωση της ευθείας πτήσης.

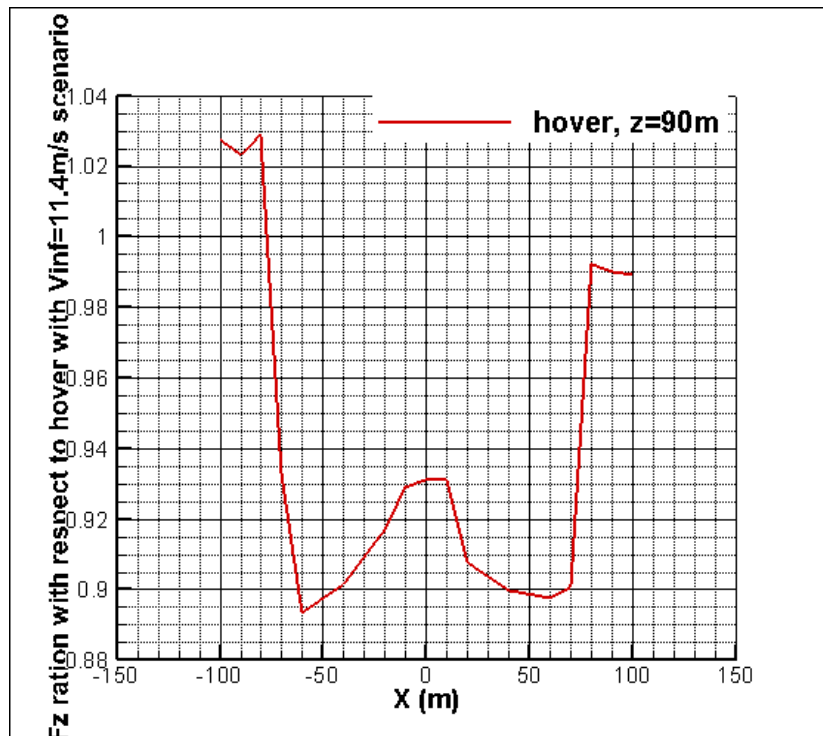
Ακολουθούν τα διαγράμματα των αεροδυναμικών φορτίων που ασκούνται στο ελικόπτερο κατά την αιώρησή του κατά μήκος κάθετης διατομής του ομόρρου. Τα αποτελέσματα αποτυπώνονται και πάλι συγκριτικά με τα αντίστοιχα της αιώρησης για πλευρικό άνεμο με ταχύτητα  $V_{inf}=11.4m/s$ , ίση δηλαδή με την ταχύτητα που έχει εξωτερικά του ομόρρου.



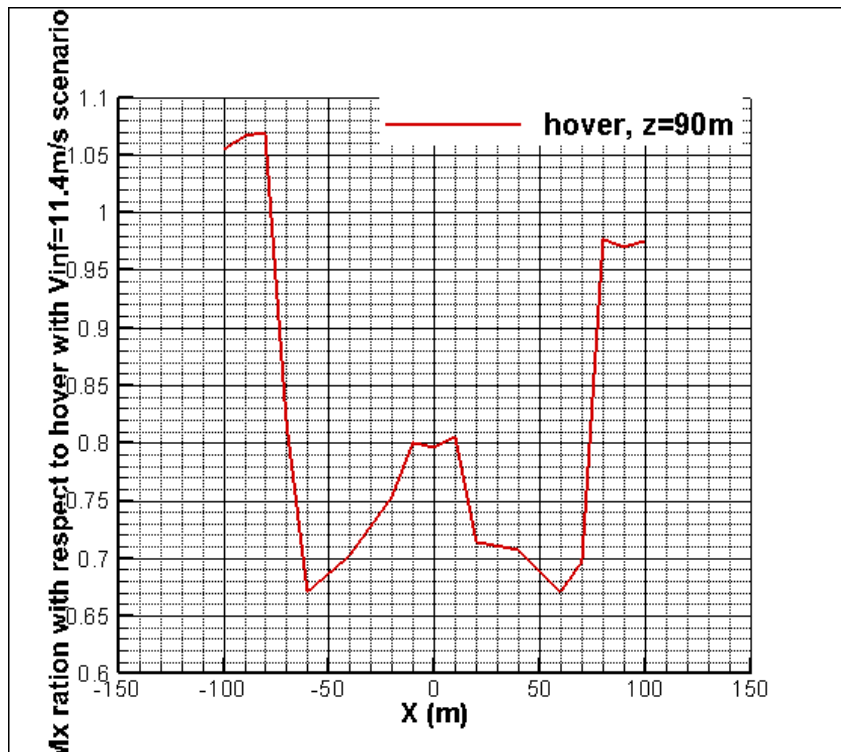
Σχήμα 3.27. Παρουσίαση της δύναμης  $F_x$  προς την αντίστοιχη της απλής αιώρησης με πλευρικό άνεμο  $V_{inf}=11.4m/s$ , κατά μήκος κάθετης τομής του ομόρρου της σε απόσταση  $2D$  και ύψος  $z=90m$ .



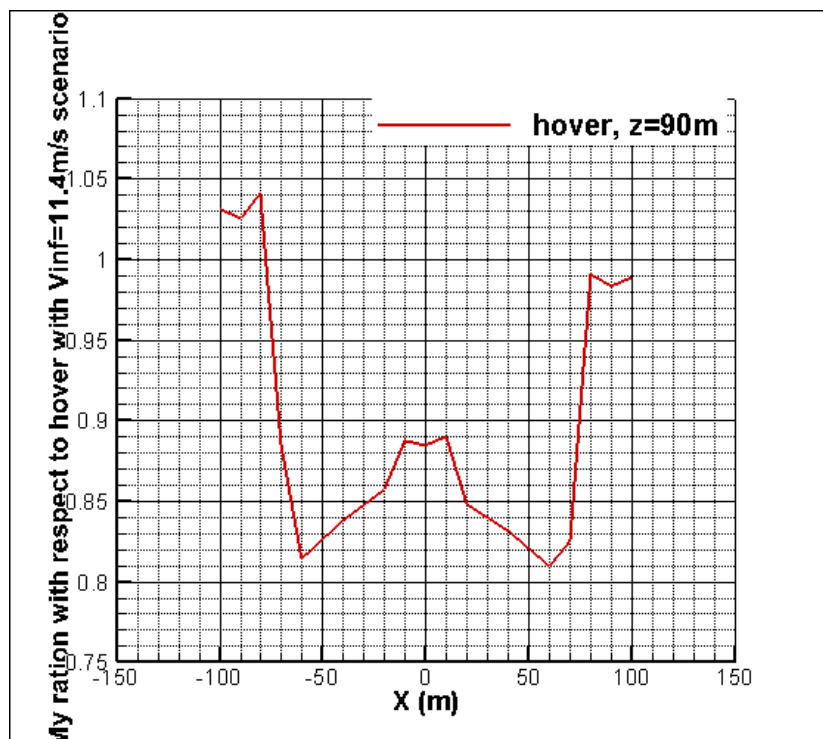
Σχήμα 3.28. Παρουσίαση της δύναμης  $F_y$  προς την αντίστοιχη της απλής αιώρησης με πλευρικό άνεμο  $V_{inf}=11.4m/s$ , κατά μήκος κάθετης τομής του ομόρρου της σε απόσταση 2D και ύψος  $z=90m$  .



Σχήμα 3.29. Παρουσίαση της δύναμης  $F_z$  προς την αντίστοιχη της απλής αιώρησης με πλευρικό άνεμο  $V_{inf}=11.4m/s$ , κατά μήκος κάθετης τομής του ομόρρου της σε απόσταση 2D και ύψος  $z=90m$  .



Σχήμα 3.30. Παρουσίαση της ροπής  $M_x$  προς την αντίστοιχη της απλής αιώρησης με πλευρικό άνεμο  $V_{inf}=11.4m/s$ , κατά μήκος κάθετης τομής του ομόρρου της σε απόσταση 2D και ύψος  $z=90m$ .



Σχήμα 3.31. Παρουσίαση της ροπής  $M_y$  προς την αντίστοιχη της απλής αιώρησης με πλευρικό άνεμο  $V_{inf}=11.4m/s$ , κατά μήκος κάθετης τομής του ομόρρου της σε απόσταση 2D και ύψος  $z=90m$ .



Η μορφή των διαγραμμάτων των φορτίων ακολουθεί αυτή της ταχύτητας  $V$  του πεδίου του ομόρρου και είναι αυτή που φαίνεται να επηρεάζει κατά κύριο λόγο την αεροδυναμική φόρτιση του ελικοπτέρου.

Όπως και στην περίπτωση της ευθείας πτήσης, έτσι και στην πτήση αιώρησης οι δυσμενέστερες συνθήκες εμφανίζονται στις θέσεις με το μεγαλύτερο έλλειμμα ταχύτητας. Η δύναμη  $F_x$  είναι αυτή που επηρεάζεται περισσότερο καθώς παρουσιάζει πτώση σχεδόν 35% εκεί όπου παρατηρείται το μεγαλύτερο έλλειμμα ταχύτητας.

Επιπλέον, σε όλα τα αεροδυναμικά φορτία παρατηρείται έντονη ασυμμετρία στις θέσεις όπου το ελικόπτερο βρίσκεται κοντά στους ακραίους στροβίλους του ομόρρου. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι οι αντίθετες περιφερειακές ταχύτητες που συναντά οι οποίες κ παρουσιάζουν λόγω των στροβίλων τις μεγαλύτερες αποκλίσεις από την μέση τιμή τους.

Στη συνέχεια μοντελοποιήθηκε πτήση αιώρησης στις ίδιες ακριβώς θέσεις και για τις ίδιες ταχύτητες του πεδίου, αυτή τη φορά με εφαρμογή του ελεγκτή, ώστε να εντοπισθούν οι κατάλληλοι χειρισμοί που απαιτούνται για αυτό το σενάριο πτήσης.

Όπως και στην περίπτωση που εξεταζόταν η ευθεία πτήση του ελικοπτέρου, ορίζονται και πάλι οι επιθυμητές τιμές στόχοι για τα αεροδυναμικά φορτία. Στην περίπτωσή μας οι τιμές αυτές θα είναι:

$$F_{z\_target} = 21580N$$

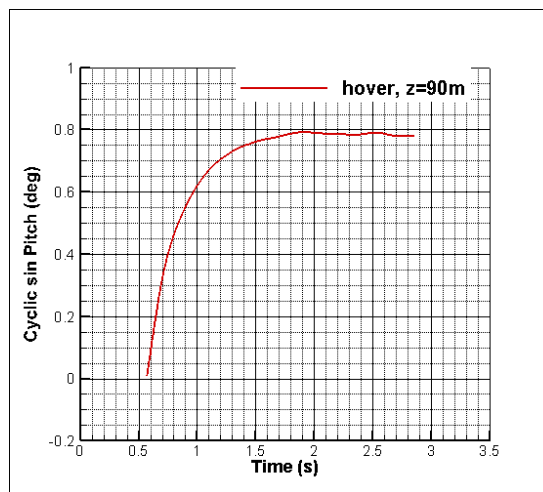
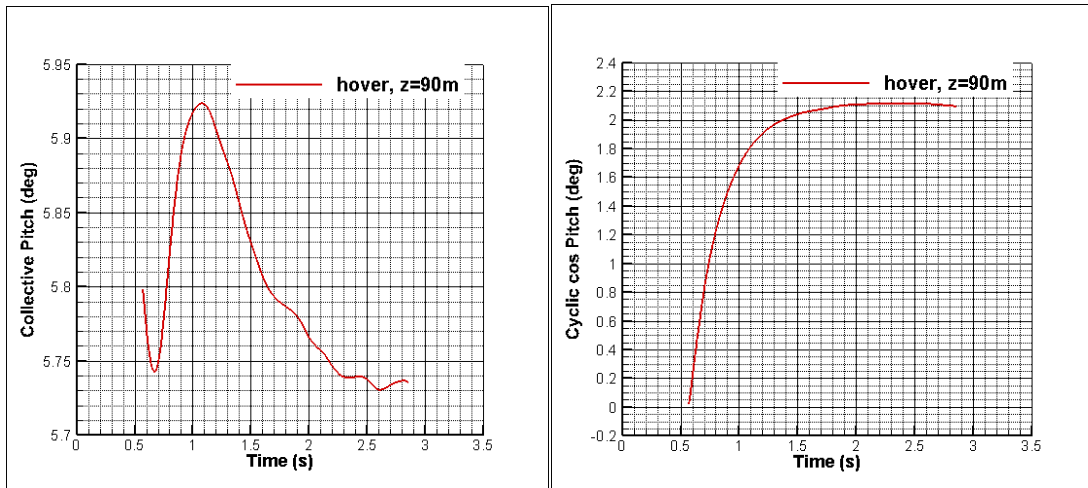
$$M_{x\_target} = 0 Nm$$

$$M_{y\_target} = 0 Nm$$

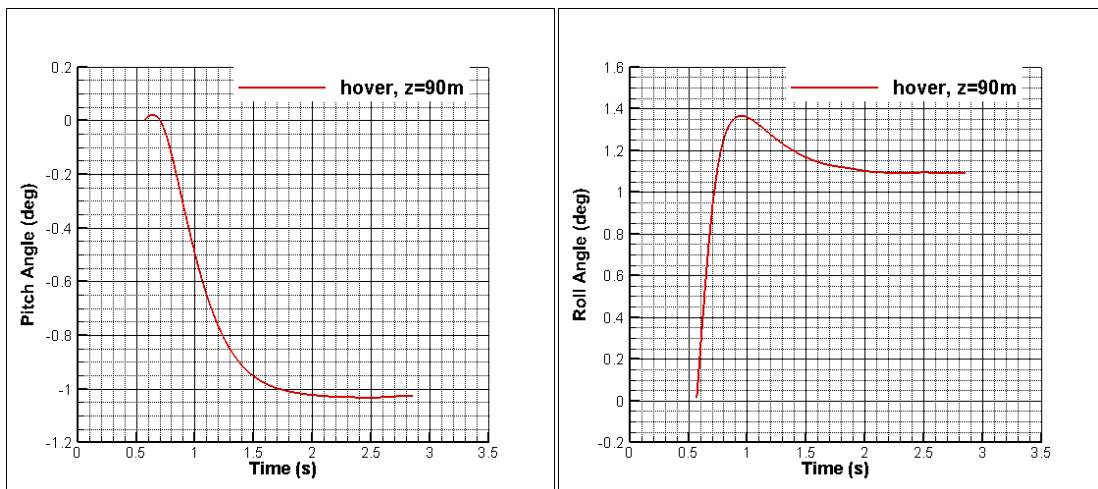
$$F_{x\_target} = 80N$$

$$F_{y\_target} = 450N$$

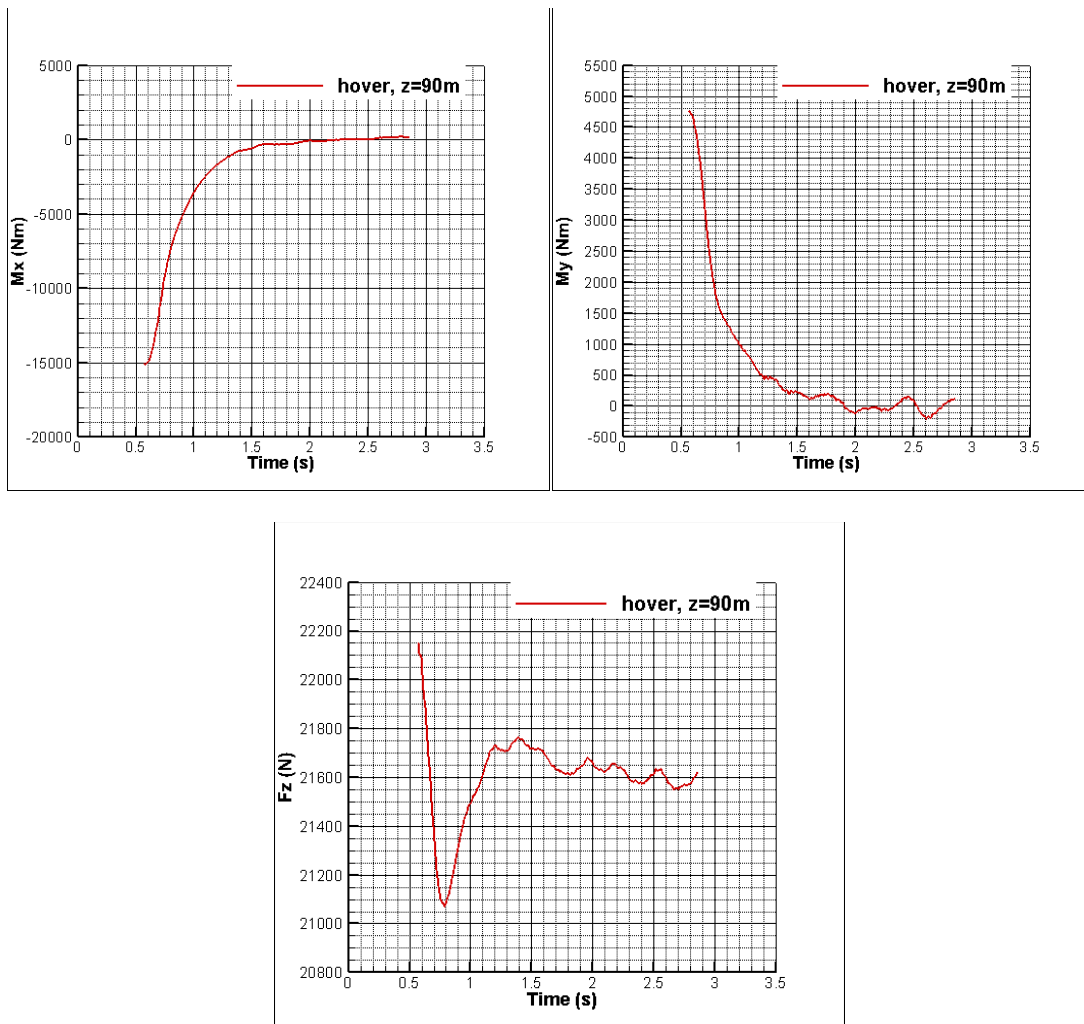
Ακολουθούν τα διαγράμματα σύγκλισης γωνίων και φορτίων για την μοντελοποίηση που πραγματοποιήθηκε για την αιώρηση στο κέντρο της ανεμογεννήτριας, δηλαδή στο ύψος της πλήμνης ( $z=90m$ ) και  $x=0m$ .



Σχήμα 3.32. Διάγραμμα σύγκλισης των τριών παραμέτρων της γωνίας θήματος (*collective pitch, cyclic-cos pitch, cyclic-sin pitch*), με *trim control*, για πτήση αιώρησης .



Σχήμα 3.33. Διάγραμμα σύγκλισης των γωνιών *pitch* και *roll* του ελικοπτήρου, με *trim control*, για πτήση αιώρησης .

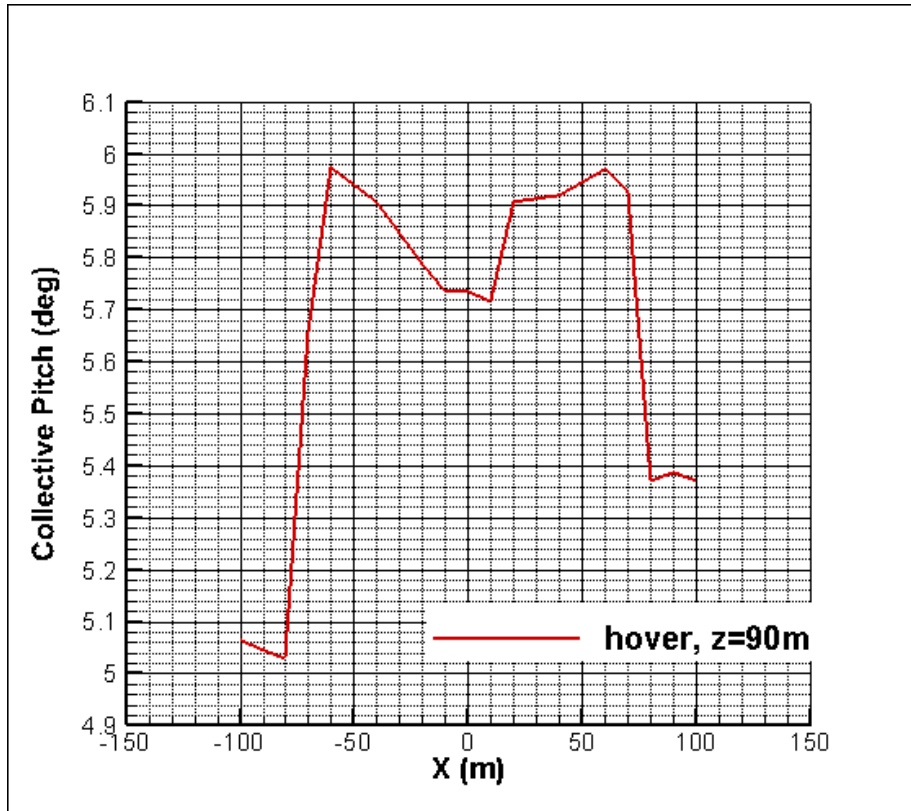


Σχήμα 3.34. Διάγραμμα σύγκλισης των αεροδυναμικών φορτίων ( $M_x$ ,  $M_y$ ,  $F_z$ ) με trim control, για πτήση αιώρησης.

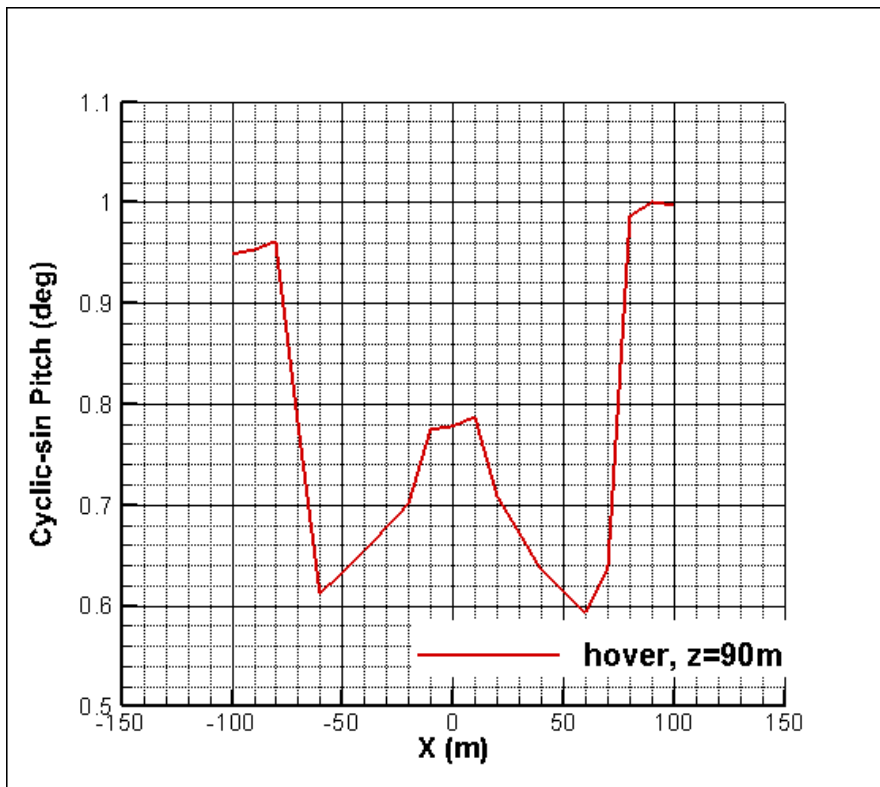
Παρατηρούμε ότι και στην περίπτωση της πτήσης αιώρησης ο ελεγκτής εφαρμόζεται με επιτυχία και επιτυγχάνει την εξισορρόπηση των αεροδυναμικών φορτίων στα επιθυμητά σε μόλις 1.5 δευτερόλεπτα.

Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε και για τις υπόλοιπες θέσεις που εξετάζονται.

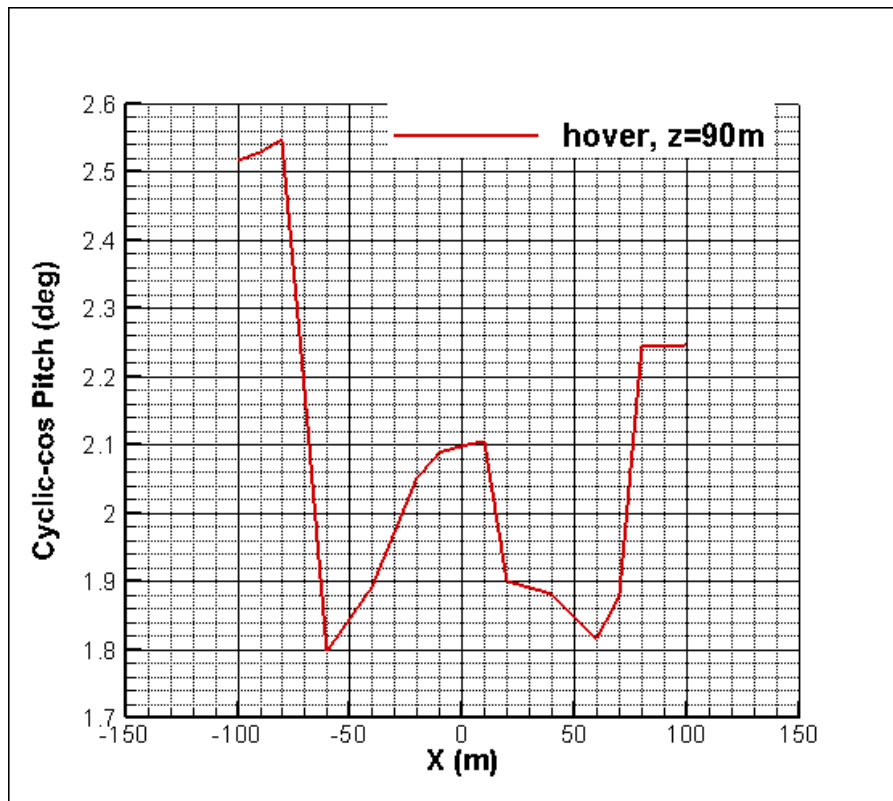
Ακολούθως παρουσιάζονται τα διαγράμματα των παραμέτρων ελέγχου, τα οποία αποτυπώνουν το πως αυτές διαμορφώνονται κατά μήκος του άξονα x.



Σχήμα 3.35. Διάγραμμα της collective pitch γωνίας κατά μήκος του x άξονα, για πτήση αιώρησης σε ύψος  $z=90m$ .



Σχήμα 3.36. Διάγραμμα της cyclic sin pitch γωνίας κατά μήκος του x άξονα, για πτήση αιώρησης σε ύψος  $z=90m$ .



Σχήμα 3.38. Διάγραμμα της cyclic cos pitch γωνίας κατά μήκος του x άξονα, για πτήση αιώρησης σε ύψος  $z=90m$ .

Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι η παράμετρος της γωνίας βήματος με τη μεγαλύτερη ευαισθησία είναι η συνολική γωνία βήματος, για την οποία βλέπουμε πως μείωση της πλευρικής ταχύτητας κατά 45% οδηγεί στην ανάγκη αύξησης της γωνίας κατά μία μοίρα (αύξηση δηλαδή της τάξης του 20%).

Αυτό που παρατηρούμε και για τις τρεις παραμέτρους ελέγχου είναι πως η V συνιστώσα του πεδίου ταχύτητας του ομόρρου είναι αυτή, που κατά κύριο λόγο, τις επηρεάζει. Οι ασυμμετρίες που αποτυπώθηκαν και στα διαγράμματα των αεροδυναμικών φορτίων και οφείλονται στις αντίθετες ταχύτητες W στα δύο άκρα της τομής του ομόρρου, εμφανίζονται και στα διαγράμματα των παραμέτρων ελέγχου.

#### **4. Συμπεράσματα και συστάσεις για μελλοντική έρευνα**

Στην παρούσα εργασία εξετάσθηκε η πτήση ελικοπτερου στο ανομοιόμορφο πεδίο ροής που διαμορφώνεται κατάντι ανεμογεννήτριας. Μοντελοποιήθηκε η λειτουργία της ανεμογεννήτριας NREL 5MW και καταγράφηκε το πεδίο ταχυτήτων στον ομόρρου της.

Στη συνέχεια προσομοιώθηκε ευθεία πτήση ελικοπτερου που διέρχεται μέσα από αυτό το πεδίο, καθώς και πτήση αιώρησης και καταγράφηκαν τα αεροδυναμικά φορτία ώστε να εξετασθεί ο τρόπος με τον οποίο το ελικόπτερο αλληλεπιδρά με τον ομόρρου της ανεμογεννήτριας.

Με βάση αυτά τα αποτελέσματα εισήχθη ελεγκτής για τα φορτία (trim controller), ώστε να εξετασθεί η δυνατότητα πτήσης αλλά και να εντοπισθούν οι χειρισμοί που απαιτούνται για την ασφάλεια πτήσης. Ο ελεγκτής που εφαρμόσθηκε μπορεί να χαρακτηρισθεί πετυχημένος καθώς για κάθε περίπτωση φάνηκε ότι καταφέρνει να ισορροπήσει τα φορτία στους επιθυμητούς στόχους.

Ως επόμενο βήμα θα μπορούσε αρχικά να ληφθεί υπόψη και η παρουσία τύρβης στον άνεμο, προσδίδοντας έτσι μεγαλύτερη ακρίβεια στο μοντέλο και προσομοιώνοντας καλύτερα το πραγματικό πρόβλημα. Επιπλέον, στην παρούσα εργασία η μοντελοποίηση της πτήσης γίνεται θεωρώντας μια σταθερή τροχιά. Θα μπορούσε το πρόβλημα να λυθεί δυναμικά και η πορεία του να επηρεάζεται από τα εκάστοτε ασκούμενα φορτία.

## Βιβλιογραφία

- [1]Van der Wall, B.G., Fischenberg, D., Lehmann, P.H., van der Wall, L.B.: Impact of Wind Energy Rotor Wakes on Fixed-Wing Aircraft and Helicopters, 42nd European Rotorcraft Forum, Lille, France, Sept. 5-8, 2016
- [2]Voutsinas, S., Manual of GenUVP 7, NTUA, Athens, 2011
- [3][http://mycourses.ntua.gr/courses/MECH1072/document/Presentations/12\\_lecture\\_lift\\_line\\_rotor.pdf](http://mycourses.ntua.gr/courses/MECH1072/document/Presentations/12_lecture_lift_line_rotor.pdf)
- [4]Papadakis, G., Development of a hybrid compressible vortex particle method and application to external problems including helicopter flows (Doctoral dissertation, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο (ΕΜΠ). Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών. Τομέας Ρευστών), 2014
- [5]Katz, J, Plotkin, A., Low-speed aerodynamics. New York: McGraw-Hil, 1991
- [6]Definition of a 5-MW Reference Wind Turbine for Offshore System Development
- [7]WIND TURBINE WAKES AND HELICOPTER OPERATIONS AN OVERVIEW OF THE GARTEUR HC-AG23 ACTIVITIES
- [8]Voutsinas, S. G. Vortex methods in aeronautics: how to make things work. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 20(1), 3-18,2006
- [9]Riziotis, V., Voutsinas, S., HeliNOVI-WP2: Validation of vibration excitation sources, NTUA activities, NTUA, Athens, 2006
- [10]Theologos E. Andronikos , Vasilis Riziotis ,AERODYNAMIC ANALYSIS OF HELICOPTER IN INTERACTION WITH WIND TURBINE'S WAKE