



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Θαλάσσιων Κατασκευών

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία»

**Υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις συστοιχίας κατακόρυφων αξονοσυμμετρικών
σωμάτων μπροστά από τοίχο για εφαρμογές ανάκτησης κυματικής ενέργειας**

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

Ειρήνη Ιωάννη Αναστασίου AM 08117804
Επιβλέπων Καθηγητής Ιωάννης Κ. Χατζηγεωργίου

Αθήνα 2019

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

Υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις συστοιχίας κατακόρυφων αξονοσυμμετρικών σωμάτων μπροστά από τοίχο για εφαρμογές ανάκτησης κυματικής ενέργειας

Ειρήνη Ιωάννη Αναστασίου AM 08117804

Εξεταστική Επιτροπή

Επιβλέπων Καθηγητής Ιωάννης Χατζηγεωργίου,
Καθηγητής, Σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, ΕΜΠ

Εξεταστής Βασιλική Κατσαρδή
Επίκουρη καθηγήτρια, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, ΠΘ

Εξεταστής Κωνσταντίνος Μπελιμπασάκης
Καθηγητής, Σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, ΕΜΠ

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου τον κ. Ιωάννη Χατζηγεωργίου για την συνεχή και πολύτιμη καθοδήγηση και βοήθεια που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια της διπλωματικής μου εργασίας, αλλά και για την εμπιστοσύνη που μου δείχνει καθώς συνεχίζει να είναι επιβλέπων καθηγητής μου στην εκπόνηση της διατριβής μου. Οφείλω επίσης να ευχαριστήσω τους καθηγητές Βασιλική Κατσαρδή και Κωνσταντίνο Μπελιμπασάκη που με τίμησαν με την παρουσία τους στην Τριμελή εξεταστική επιτροπή της μεταπτυχιακής διπλωματικής μου εργασίας. Τέλος, το μεγαλύτερο ευχαριστώ το οφείλω στους γονείς μου Ελένη Τσεπέλη και Ιωάννη Αναστασίου, καθώς και στον αδερφό μου Ευάγγελο- Ανδρέα Αναστασίου για την αγάπη τους και την συνεχή στήριξη που μου προσφέρουν.

Hydrodynamic interactions by arrays of vertical axisymmetric bodies in front of a wall for wave energy converter applications

Abstract: The purpose of this study is to investigate the interactions of sea waves by arrays of vertical axisymmetric bodies, in front of a vertical wall. The circular (truncated) cylinders are conceived as wave energy converter for exploiting, through heave force, the wave energy transmitted to the solids. The wall is placed purposely to technically induce wave reflection aiming to amplify the wave potential that influences the solids yielding thus larger heaving motions. The main goal is to study possible alterations in the transfer functions of heaving motions and desirably the magnification of the productive interval of wave frequencies. The formulation of the problem is performed analytically using the matched eigenfunction expansion technique. The wall is formulated as an elliptical cylinder with zero semi-minor axis. The task is to develop an efficient, robust and fast solution methodology. The approach is correct and complete in the sense that it does not account for oppositely propagating waves which is typically used by the method of image bodies and assumes univocally that the wall is infinite. The obtained results show that indeed, the existence of the wall amplifies the magnitudes of the heave forces, while in the correct approach, does not double the values for zero frequency as for instance is done by the method of image bodies which by default assumes pure reflection of the waves by the infinite wall.

Keywords: hydrodynamics, vertical axisymmetric bodies, circular and elliptical cylinders, wave energy converters, addition theorems

Υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις συστοιχίας κατακόρυφων αξονοσυμμετρικών σωμάτων μπροστά από τοίχο για εφαρμογές ανάκτησης κυματικής ενέργειας

Περίληψη: Η παρούσα έρευνα έχει σκοπό να μελετήσει τις αλληλεπιδράσεις των θαλάσσιων κυματισμών για συστοιχίες κατακόρυφων αξονοσυμμετρικών σωμάτων μπροστά από έναν κατακόρυφο τοίχο. Οι κυκλικοί κύλινδροι εξετάζονται ως μετατροπείς κυματικής ενέργειας, όπου διαμέσου της κατακόρυφης δύναμης η κυματική ενέργεια μεταφέρεται στα στοιχεία. Ο τοίχος έχει τοποθετηθεί σκόπιμα για να προκαλέσει τεχνητά ανάκλαση των κυματισμών, στοχεύοντας στην ενίσχυση του δυναμικού το οποίο επηρεάζει την απόδοση των στοιχείων, εμφανίζοντας έτσι μεγαλύτερες κατακόρυφες κινήσεις. Κύριο στόχο αποτελεί η μελέτη των πιθανών μεταβολών της συνάρτησης μεταφοράς της κατακόρυφης κίνησης. Η προσέγγιση του προβλήματος πραγματοποιείται αναλυτικά κάνοντας χρήση της μεθόδου σύζευξης των ιδιοσυναρτήσεων. Ο τοίχος προσομοιώνεται ως ένας ελλειπτικός κύλινδρος με μηδενικό μικρό άξονα. Το ζήτημα αφορά στην ανάπτυξη μιας αποτελεσματικής και ταχείας μεθόδου επίλυσης του προβλήματος. Η προσέγγιση είναι ορθή και ολοκληρωμένη, υπό την έννοια ότι δε λαμβάνει υπόψη τα αντίθετα διαδιδόμενα κύματα, τα οποία σκοπίμως υποβάλλονται όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος των κατοπτρικών σωμάτων. Τα εξαγόμενα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν ότι η ύπαρξη του τοίχου ενισχύει την αύξηση των κατακόρυφων δυνάμεων, ενώ κατά την σωστή προσέγγιση δε διπλασιάζονται οι τιμές για μηδενική συχνότητα, όπως συμβαίνει με τη μέθοδο των κατοπτρικών σωμάτων, η οποία εκ φύσεως προϋποθέτει πλήρη ανάκλαση των κυματισμών από τον απείρου μήκους τοίχο.

Λέξεις κλειδιά: υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις, κατακόρυφα αξονοσυμμετρικά σώματα, κυκλικοί και ελλειπτικοί κύλινδροι, μετατροπείς κυματικής ενέργειας, προσθετικά θεωρήματα

Περιεχόμενα

Πίνακας Εικόνων	7
Εισαγωγή.....	10
1. Βιβλιογραφική ανασκόπηση	13
2. Κυματική ενέργεια.....	14
3. Το φαινόμενο της περίθλασης	16
4. Κατασκευές ανάκτησης κυματικής ενέργειας	20
1.1. Ιστορική αναδρομή	20
1.2. Κατηγορίες κατασκευών ανάκτησης κυματικής ενέργειας.....	20
5. Περιγραφή του προβλήματος και Μεθοδολογία επίλυσης	30
5.1. Πρόβλημα οριακών τιμών	31
5.2. Προσδιορισμός του δυναμικού στο άπειρο πεδίο (A) σε ελλειπτικές συντεταγμένες. 35	
5.3. Προσδιορισμός του δυναμικού στο άπειρο πεδίο (A) σε πολικές συντεταγμένες.....	40
5.4. Προσδιορισμός του δυναμικού στο πεδίο κάτω από τον κύλινδρο (B).....	42
5.5. Μέθοδος σύζευξης.....	43
6. Υδροδυναμικές φορτίσεις	46
7. Μοντέλα μελέτης	47
8. Αποτελέσματα	48
9. Συμπεράσματα – Προτάσεις για έρευνα	63
5.6. Συμπεράσματα.....	63
5.7. Προτάσεις για έρευνα.....	64
10. Παράρτημα	65
11. Βιβλιογραφία	77

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1 Χαρακτηριστικά κύματος.....	15
Εικόνα 2 Περίθλαση σώματος.....	16
Εικόνα 3 Περίθλαση από ένα άκρο ημι-άπειρου εμποδίου.....	17
Εικόνα 4 Περίθλαση από τα άκρα πεπερασμένου εμποδίου.....	17
Εικόνα 5 Περίθλαση από άκρα δυο ημι-άπειρων εμποδίων (π.χ. είσοδος λιμενολεκάνης).....	18
Εικόνα 6 Περίθλαση (α) μικρό (β) μεγάλο άνοιγμα ημι-άπειρων εμποδίων.....	18
Εικόνα 7 Περίθλαση λιμενολεκάνης.....	19
Εικόνα 8 Περίθλαση λόγω ύπαρξης κυματοθραύστη.....	19
Εικόνα 9 Προσανατολισμός κατασκευών.....	21
Εικόνα 10 Κινήσεις που μπορούν να δεσμευτούν.....	21
Εικόνα 11 Διάκριση κατασκευών ανάκτησης της κυματικής ενέργειας ανάλογα με την τοποθεσία τους.....	22
Εικόνα 12 Εξασθενητής κυμάτων.....	23
Εικόνα 13 Σημειακός Απορροφητήρας.....	24
Εικόνα 14 Κατασκευή οριζόντιας κυματικής παλινδρόμησης.....	25
Εικόνα 15 Κατασκευή παλλόμενης υδάτινης στήλης.....	26
Εικόνα 16 Κατασκευή υπερχειλίσσης.....	27
Εικόνα 17 Κατασκευή βυθιζόμενης διαφορικής πίεσης.....	28
Εικόνα 18 Πρόβλημα μελέτης.....	30
Εικόνα 19 Κάτοψη διάταξης.....	32
Εικόνα 20 Τομή διάταξης.....	33
Εικόνα 21 Διάταξη μελέτης.....	47
Εικόνα 22 Γωνίες πρόσπτωσης του κυματισμού.....	48
Εικόνα 23 Οι αδιαστοποιημένες δυνάμεις στον άξονα y για τα βυθίσματα (α) $h_1/h=0.8$, (β) $h_1/h=0.5$, (γ) $h_1/h=0.25$	49
Εικόνα 24 Οι αδιαστοποιημένες δυνάμεις στον άξονα z για τα βυθίσματα (α) $h_1/h=0.8$, (β) $h_1/h=0.5$, (γ) $h_1/h=0.25$	50
Εικόνα 25 Οι αδιαστοποιημένες δυνάμεις στον άξονα y για τα βυθίσματα (α) $h_1/h=0.8$, (β) $h_1/h=0.5$, (γ) $h_1/h=0.25$	51
Εικόνα 26 Οι αδιαστοποιημένες δυνάμεις στον άξονα z για τα βυθίσματα (α) $h_1/h=0.8$, (β) $h_1/h=0.5$, (γ) $h_1/h=0.25$	52
Εικόνα 27 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη.....	53
Εικόνα 28 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη.....	53
Εικόνα 29 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη.....	54
Εικόνα 30 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη.....	54

Εικόνα 31 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη.....	55
Εικόνα 32 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη	55
Εικόνα 33 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	56
Εικόνα 34 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	57
Εικόνα 35 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	58
Εικόνα 36 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	58
Εικόνα 37 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	59
Εικόνα 38 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	59
Εικόνα 39 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	60
Εικόνα 40 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	60
Εικόνα 41 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	61
Εικόνα 42 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	61
Εικόνα 43 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	62
Εικόνα 44 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b	62
Εικόνα 45 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	65
Εικόνα 46 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	65
Εικόνα 47 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	66
Εικόνα 48 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	66
Εικόνα 49 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	67
Εικόνα 50 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	67
Εικόνα 51 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	68
Εικόνα 52 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	68
Εικόνα 53 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	69
Εικόνα 54 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	69
Εικόνα 55 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	70
Εικόνα 56 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	70

Εικόνα 57 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	71
Εικόνα 58 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	71
Εικόνα 59 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	72
Εικόνα 60 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	72
Εικόνα 61 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	73
Εικόνα 62 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	73
Εικόνα 63 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	74
Εικόνα 64 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	74
Εικόνα 65 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	75
Εικόνα 66 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z	75
Εικόνα 67 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	76
Εικόνα 68 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y	76

Εισαγωγή

Είναι ευρέως γνωστό ότι η μελέτη των υδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων που εμφανίζονται μεταξύ των κατασκευών παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Στην θάλασσα έχουν δημιουργηθεί είτε μεμονωμένες κατασκευές είτε κατασκευές οι οποίες αποτελούνται από διάφορες συστοιχίες σωμάτων. Στην περίπτωση όπου υπάρχουν συστοιχίες σωμάτων οι υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις που εμφανίζονται είναι πολύ πιο έντονες λόγω της συνεχούς διαταραχής του πεδίου. Οι κατασκευές που δημιουργούνται στην θάλασσα μπορούν να είναι είτε πλωτές είτε εδρασμένες στον πυθμένα. Στην παρούσα έρευνα έχει επιλεγεί να μελετηθούν οι υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις που αναπτύσσονται σε συστοιχίες σωμάτων από πλωτούς κυκλικούς κυλίνδρους οι οποίοι είναι τοποθετημένοι μπροστά από έναν τοίχο.

Σκοπός της έρευνας είναι να μελετηθούν οι διεγέρσεις που προκαλούνται από το φαινόμενο της περίθλασης των κυμάτων σε συστοιχίες κυκλικών κυλίνδρων μπροστά από ένα κατακόρυφο τοίχο. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι κυκλικοί κύλινδροι μπορούν να θεωρηθούν ως διατάξεις εκμετάλλευσης της κυματικής ενέργειας, πιο συγκεκριμένα ως σημειακοί απορροφητήρες της κυματικής ενέργειας.

Για την μελέτη των υδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων που αναπτύσσονται στις κατασκευές έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι που προσδιορίζουν τις τιμές των δυνάμεων. Τέτοιες μέθοδοι είναι η μέθοδος οριακών στοιχείων (BEM), αναλυτικές μέθοδοι, μοντέλα Boussinesq κλπ. Στην παρούσα έρευνα θα γίνει χρήση μιας αναλυτικής μεθόδου για να προσδιοριστούν οι υδροδυναμικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στα σώματα των κυλίνδρων.

Μπροστά από τα σώματα των κυλίνδρων τοποθετείται σκόπιμα ένας κατακόρυφος τοίχος, ο οποίος λειτουργεί ως ένα «εμπόδιο» για το διαδιδόμενο κύμα. Χωρίς την παρουσία του τοίχου το συνολικό πεδίο αποτελείται από τον διαδιδόμενο κυματισμό και από το άθροισμα των κυματισμών που περιθλώνται από το κάθε σώμα. Η εισαγωγή όμως του τοίχου προσθέτει στο πρόβλημα μας ένα ακόμα πεδίο, το οποίο ενισχύει και αυξάνει τις υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις που εμφανίζονται μεταξύ των σωμάτων. Οπότε μετά την εισαγωγή του τοίχου το συνολικό πεδίο ορίζεται ως:

- Το δυναμικό του προσπίπτοντος κυματισμού
- Το άθροισμα των συνιστωσών της περίθλασης εξαιτίας των κυλίνδρων
- Την συνιστώσα της περίθλασης εξαιτίας του τοίχου.

Ο τοίχος προσομοιώνεται με έναν ελλειπτικό κύλινδρο όπου ο δευτερεύον ημι- άξονας είναι ίσος με μηδέν ενώ ο πρωτεύον άξονας είναι ίσος με μια σταθερή τιμή. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι η συγκεκριμένη μέθοδος επιτρέπει την θεώρηση ενός τοίχου

πεπερασμένου μήκους σε αντίθεση με άλλες μεθοδολογίες που έχουν εφαρμοστεί όπως η μέθοδος των κατοπτρικών σωμάτων όπου ο τοίχος λαμβάνεται ως ένας τοίχος άπειρου μήκους.

Το πρόβλημα μας διαθέτει δυο διαφορετικές γεωμετρίες όποτε για την περιγραφή τους χρησιμοποιούνται δυο διαφορετικά συστήματα συντεταγμένων. Έτσι, το δυναμικό της ταχύτητας για τον τοίχο εκφράζεται σε ελλειπτικές συντεταγμένες, ενώ το δυναμικό της ταχύτητας των κυκλικών κυλίνδρων εκφράζεται σε πολικές συντεταγμένες. Όταν προσδιορίζεται το δυναμικό της ταχύτητας στο αντίστοιχο τοπικό σύστημα είναι εφικτή η απευθείας εφαρμογή της συνθήκης Neumann. Συνδυάζοντας στην συνέχεια τα δυναμικά των ταχυτήτων στα αντίστοιχα συστήματα συντεταγμένων πολικών και ελλειπτικών με την μέθοδο σύζευξης και την συνθήκη Neumann μπορεί να προσδιοριστεί το συνολικό δυναμικό της ταχύτητας.

Ύστερα από τον προσδιορισμό των δυναμικών ταχύτητας στα δυο συστήματα είναι εφικτός ο προσδιορισμός των διεγέρσεων που αναπτύσσονται στους κυκλικούς κυλίνδρους αλλά και στον τοίχο. Τέλος, μελετώνται οι παράγοντες που επηρεάζουν τις τιμές των διεγέρσεων που εμφανίζονται στους κυλίνδρους, για αυτό μελετάται πως επηρεάζει:

- η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων
- η απόσταση των κυλίνδρων από τον τοίχο
- το βύθισμα των κυλίνδρων

τις τιμές των διεγέρσεων.

Η παρούσα εργασία χωρίζεται ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 1 πραγματοποιείται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση. Στο 2 μελετάται η έννοια του κύματος και της κυματικής ενέργειας. Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται αναλυτικά το πρόβλημα της περίθλασης δίνοντας διάφορα παραδείγματα για την κατανόηση του φαινομένου. Στο κεφάλαιο 4 περιγράφονται διάφορες κατασκευές που έχουν χρησιμοποιηθεί μέχρι στιγμής για εκμετάλλευση της κυματικής ενέργειας. Στο κεφάλαιο 5 προσδιορίζεται ο τρόπος με τον οποίον μοντελοποιείται το πρόβλημα και η μεθοδολογία που έχει εφαρμοστεί για την επίλυση του προβλήματος. Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθενται αναλυτικά το πρόβλημα οριακών τιμών που πρέπει να επιλυθεί, γίνεται εξαγωγή των δυναμικών ταχυτήτων τόσο σε ελλειπτικές όσο και σε πολικές συντεταγμένες και αναλύεται ο τρόπος με τον οποίον εφαρμόζεται η μέθοδος σύζευξης. Στο κεφάλαιο 6 μελετάται η εξαγωγή των υδροδυναμικών φορτιών που εφαρμόζεται στους κυλίνδρους. Στο κεφάλαιο 7 παρουσιάζονται οι διατάξεις σωμάτων που έχουν επιλεγεί για την εφαρμογή της μεθοδολογίας αναλύοντας όλες τις παραμέτρους που εξετάζονται. Στο κεφάλαιο 8 δίνονται όλα τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την μελέτη των διατάξεων για όλες τις παραμέτρους που εξετάστηκαν. Τέλος, στο Κεφάλαιο

9 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας και προτείνονται μελλοντικά θέματα για περαιτέρω διερεύνηση.

1. Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Είναι ευρέως γνωστό ότι οι αλληλεπιδράσεις οι οποίες εμφανίζονται μεταξύ κυλινδρικών σωμάτων έχουν αποτελέσει αντικείμενο έρευνας εδώ και πολλά χρόνια. Πολλές μελέτες όπως Siddorn και Eatock Taylor (2008), Chatjigeorgiou (2018b) και Chatjigeorgiou (2019) έχουν μελετήσει τις υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις που εμφανίζονται σε διάφορες διατάξεις κυκλικών κυλινδρικών σωμάτων, με τα σώματα να είναι είτε πλωτά είτε εδρασμένα στον πυθμένα. Στις συγκεκριμένες όμως μελέτες δεν υφίσταται τοίχος.

Οι Teng και Ning (2003) και Teng (2004) έχουν μελετήσει το πρόβλημα της περίθλασης και της ακτινοβολίας αντίστοιχα, ενός κυλίνδρου ο οποίος εδράζεται μπροστά από έναν τοίχο. Στις δυο αυτές μελέτες γίνεται η παραδοχή ότι ο κύλινδρος δεν είναι πλωτός αλλά εδρασμένος στον πυθμένα γεγονός το οποίο επιφέρει πρόσθετες απλοποιήσεις στο πρόβλημα. Η προσομοίωση του τοίχου πραγματοποιείται μέσω της μεθόδου των κατοπτρικών σωμάτων και την παραδοχή της πλήρους ανάκλασης των κυμάτων. Ο τοίχος λαμβάνεται δηλαδή υπόψιν κάνοντας χρήση των κατοπτρικών των σωμάτων που βρίσκονται μπροστά από τον τοίχο. Η συγκεκριμένη μέθοδος θεωρεί ότι ο τοίχος έχει άπειρο μήκος, είναι εδρασμένος στον πυθμένα και εκτείνεται πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια.

Το πρόβλημα της υδροδυναμικής περίθλασης σε συστοιχίες πολλαπλών ελλειπτικών κυλίνδρων έχει επιλυθεί αναλυτικά από Chatjigeorgiou & Mavrakos (2010), Chatjigeorgiou (2011), Chatjigeorgiou & Molin (2013) και Chatjigeorgiou & Katsardi (2018) οι οποίοι μελέτησαν τις διαφοροποιήσεις που εμφανίζονται στο κυματικό πεδίο όταν εισάγονται στο πρόβλημα αλληλεπιδράσεις τρίτης τάξης, αξίζει να σημειωθεί ότι σε όλες αυτές τις περιπτώσεις τα σώματα είναι εδρασμένα στον πυθμένα.

Ο Chatjigeorgiou (2019) αναπτύσσει την μεθοδολογία που μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία με την διαφορά όμως ότι η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται σε διαφορετικές διατάξεις κυκλικών κυλινδρικών σωμάτων. Στην προαναφερθείσα έρευνα έχει μελετηθεί μια διάταξη κυλίνδρων παράλληλη προς τον τοίχο και μια διάταξη κυλίνδρων σε τετραγωνική μορφή τοποθετημένη μπροστά από τον τοίχο.

2. Κυματική ενέργεια

Η κυματική ενέργεια είναι το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας των μορίων του ρευστού. Η δυναμική ενέργεια είναι απόρροια της θέσης των σωματιδίων του ρευστού ενώ η κινηματική ενέργεια προκύπτει από την κίνηση των σωματιδίων του ρευστού.

Η κυματική ενέργεια προκύπτει από τους κυματισμούς που δημιουργούνται. Είναι γνωστό ότι το κύμα ορίζεται ως μια διαταραχή, μια διαταραχή που μεταφέρει ενέργεια. Όσο πιο έντονος είναι δηλαδή ο κυματισμός τόσο πιο έντονη θα είναι και η ενέργεια η οποία μεταφέρεται.

Οι κυματισμοί δημιουργούνται από την μεταφορά ενέργειας από τον άνεμο που πνέει πάνω από τις υδάτινες μάζες και διαταράσσει την επιφάνεια δημιουργώντας κορυφές και κοιλάδες που διαδίδονται κατά την διεύθυνση πνοής του. Για την εύρεση λοιπόν της ενέργειας που μεταφέρεται από τους κυματισμούς απαιτείται η κατανόηση των χαρακτηριστικών των κυμάτων.

Τα χαρακτηριστικά τα οποία απαιτούνται για να περιγράψει πλήρως ένας κυματισμός είναι:

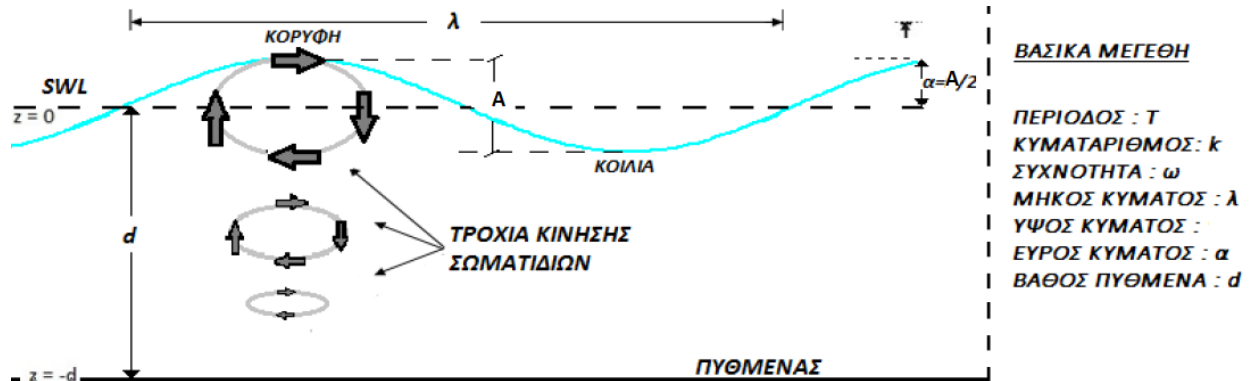
- κορυφή κύματος: το υψηλότερο σημείο του κύματος
- κοίλο κύματος: το χαμηλότερο σημείο του κύματος
- μήκος κύματος (λ): η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κοίλων ή κορυφών
- ύψος κύματος (H): η κάθετη απόσταση μεταξύ της κορυφής και του κοίλου του κύματος
- περίοδος κύματος (T): ο χρόνος που απαιτείται για να διέλθει ο κυματισμός μεταξύ δυο διαδοχικών κοίλων ή κορυφών
- συχνότητα κύματος (f): ο αριθμός των μηκών κύματος που διέρχονται από ένα συγκεκριμένο σημείο στην μονάδα του χρόνου

Έχοντας δεδομένα τα μεγέθη που αναφέρθηκαν είναι δυνατόν να προσδιοριστούν τα ακόλουθα μεγέθη:

- ο αριθμός των κυμάτων $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- το πλάτος κύματος $a = \frac{H}{2}$

- ο η κυκλική συχνότητα $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- ο η ταχύτητα κύματος $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$

Για καλύτερη κατανόηση τα προαναφερθέντα στοιχεία περιγράφονται στην Εικόνα 1.



Εικόνα 1 Χαρακτηριστικά κύματος

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται μονοχρωματικοί κυματισμοί. Στην ομάδα αυτήν ανήκουν κυματισμοί, οι οποίοι τόσο η μορφή τους, όσο και τα χαρακτηριστικά τους παραμένουν αναλλοίωτα στο πέρασμα του χρόνου. Για να καθοριστεί πλήρως ένας μονοχρωματικός κυματισμό απαιτείται η γνώση του πλάτος, του μήκος κύματος και της περιόδου του. Ο κυματισμός ο οποίος μελετάται εδώ έχει πλάτος A , γωνιακή συχνότητα ω και μήκος κύματος λ .

3. Το φαινόμενο της περίθλασης

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στα σώματα εξαιτίας του φαινομένου της περίθλασης. Τι είναι όμως το φαινόμενο της περίθλασης και γιατί παρουσιάζει τόσο μεγάλο ενδιαφέρον.

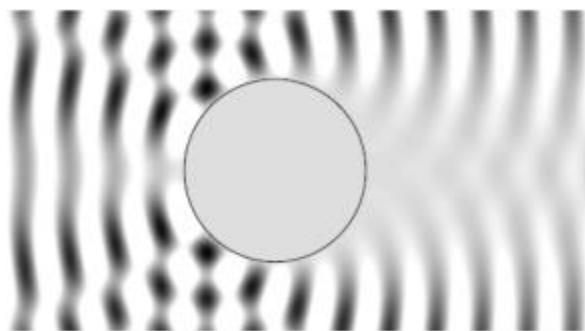
Θεωρώ αρχικά ότι στο πρόβλημα μου παρουσιάζεται ένα ρευστό διαμέσου του οποίου διαδίδεται ένας απλός, αρμονικός και προοδευτικός κυματισμός. Το πεδίο δηλαδή αποτελείται μόνο από έναν διαδιδόμενο κυματισμό. Εάν στην συνέχεια μέσα στο πεδίο τοποθετηθεί ένα σώμα το οποίο παραμένει σε μια σταθερή θέση χωρίς να κινείται τότε προκαλείται μια παραμόρφωση του πεδίου. Το φαινόμενο αυτό αποτελεί το φαινόμενο της περίθλασης. Οι διαδιδόμενοι κυματισμοί προσκρούουν στο σώμα και συνεχίζουν να μεταδίδονται στην πίσω πλευρά του σώματος υπό μορφή ομόκεντρων κυκλικών τόξων, των οποίων το ύψος μειώνεται συνεχώς.

Το σώμα το οποίο εισήχθη μέσα στο πεδίο μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα εμπόδιο. Στην πραγματικότητα το εμπόδιο αυτό μπορεί να είναι είτε τεχνητό είτε φυσικό όπως κυματοθραύστες, λιμενολεκάνες, πλατφόρμες πετρελαίου, κατασκευές ανάκτησης κυματικής ενέργειας κλπ.

Για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της περίθλασης στην συνέχεια παρατίθενται διάφορες περιπτώσεις όπου εμφανίζεται το συγκεκριμένο φαινόμενο.

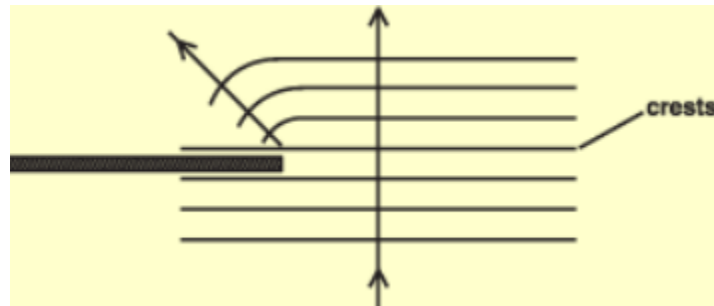
1^η περίπτωση: στο πεδίο εμφανίζεται ένα σώμα πεπερασμένου μεγέθους

Σε αυτή την περίπτωση είναι εμφανές ότι ο διαδιδόμενος κυματισμός προσκρούει στο σώμα και συνεχίζει να διαδίδεται στην πίσω πλευρά του σώματος μέσω ομόκεντρων κύκλων. Όσο ο κυματισμός απομακρύνεται από το σώμα τόσο μειώνεται το ύψος των κυκλικών τόξων (Εικόνα 2).



Εικόνα 2 Περίθλαση σώματος

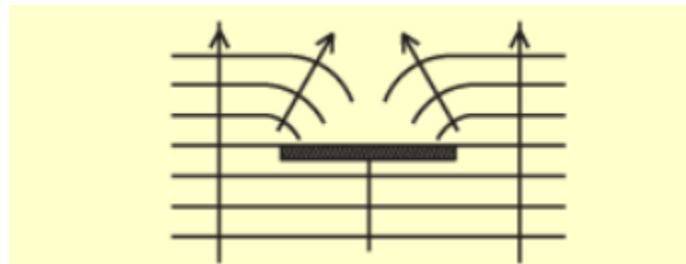
2^η περίπτωση: στο πεδίο εμφανίζεται ένα ημι- άπειρο άκρο εμποδίου



Εικόνα 3 Περίθλαση από ένα άκρο ημι-άπειρου εμποδίου

3^η περίπτωση: στο πεδίο εμφανίζεται πεπερασμένο άκρο εμποδίου.

Εδώ παρατηρείται η ίδια συμπεριφορά όπως στην πρώτη περίπτωση με την μόνη διαφορά ότι αλλάζει η γεωμετρία του σώματος.



Εικόνα 4 Περίθλαση από τα άκρα πεπερασμένου εμποδίου

4^η περίπτωση: όπου στο πεδίο εμφανίζονται δυο άκρο ημι- άπειρων εμποδίων.

Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5 όταν στο πεδίο υπάρχει ένα εμπόδιο δυο ημι- άπειρων άκρων τότε ο κυματισμός εισέρχεται μέσω του ανοίγματος που υφίσταται και συνεχίζει να διαδίδεται πίσω από αυτό με την μορφή ομόκεντρων κύκλων, οι οποίοι μειώνονται όσο απομακρύνονται από το σώμα.



Εικόνα 5 Περίθλαση από άκρα δυο ημι-άπειρων εμποδίων (π.χ. είσοδος λιμενολεκάνης)

Με βάση την Εικόνα 5 αξίζει να σημειωθεί ότι το άνοιγμα μεταξύ των δυο ημι-άπειρων εμποδίων παίζει σημαντικό ρόλο για τον τρόπο με τον οποίον θα εμφανιστεί το φαινόμενο της περίθλασης. Καθώς

- όσο πιο μικρό είναι το άνοιγμα τόσο πιο έντονο είναι το φαινόμενο της περίθλασης και αργεί να μειωθεί το μήκος των κυκλικών τόξων
- όσο πιο μεγάλο είναι το άνοιγμα τόσο πιο εύκολα μειώνεται το μήκος και δεν εμφανίζεται σε μεγάλο βαθμό το φαινόμενο.



Εικόνα 6 Περίθλαση (α) μικρό (β) μεγάλο άνοιγμα ημι-άπειρων εμποδίων



Εικόνα 7 Περίθλαση λιμενολεκάνης



Εικόνα 8 Περίθλαση λόγω ύπαρξης κυματοθραύστη

4. Κατασκευές ανάκτησης κυματικής ενέργειας

Οι κατασκευές ανάκτησης της κυματικής ενέργειας αποτελούν κατασκευές οι οποίες έχουν την δυνατότητα να εκμεταλλευτούν την ενέργεια που παράγεται από τους κυματισμούς και να την μετατρέψουν σε μια χρήσιμη μορφή ενέργειας, όπως είναι για παράδειγμα η ηλεκτρική ενέργεια.

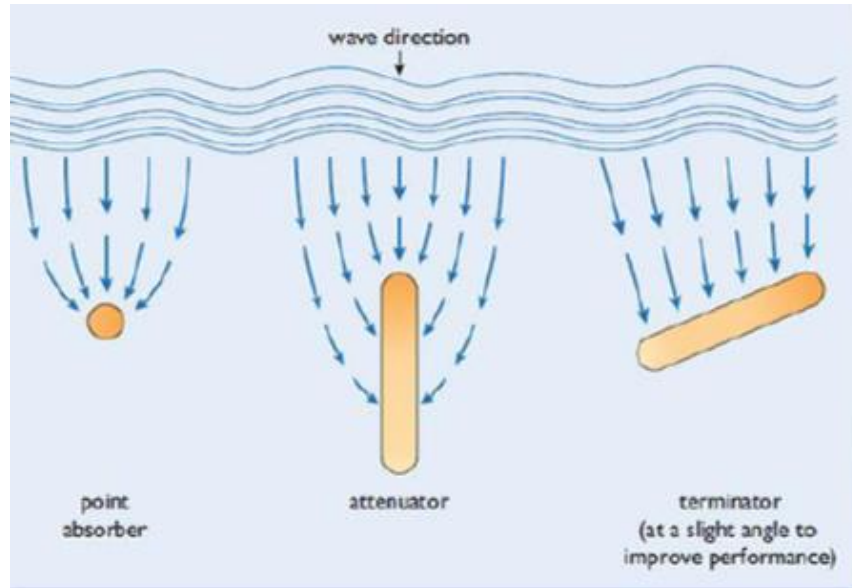
4.1. Ιστορική αναδρομή

Αρκετοί επιστήμονες έχουν εστιάσει την προσοχή τους στην δημιουργία κατασκευών, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον σκοπό αυτόν. Η τάση αυτή είχε ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη μιας πληθώρας από κατασκευές που χρησιμοποιούνται για τον σκοπό αυτόν. Η μελέτη και ανάπτυξη κατασκευών ανάκτησης κυματικής ενέργειας εμφανίζεται για πρώτη φορά το 1977. Στην συνέχεια κατά την περίοδο 1856- 1973 αναπτύσσονται στο Ηνωμένο Βασίλειο 340 είδη ευρεσιτεχνίες για τον σκοπό αυτό. Το έτος 1973 παρατηρείται μια σημαντική ανάπτυξη στην μελέτη και επένδυση των συγκεκριμένων κατασκευών λόγω της κρίσης του πετρελαίου που εμφανίστηκε. Τα έτη 1973- 1984 επιτυγχάνεται να αναπτυχθούν κατασκευές ισχύος 2GW. Το έτος όμως 1984 η κρίση του πετρελαίου λαμβάνει «τέλος» και αρχίζει να εμφανίζεται αισθητή μείωση στην ανάπτυξη και επένδυση των κατασκευών οπότε μέχρι το 2000 δεν εμφανίζεται κάποια σπουδαία εφεύρεση παρά μόνο κάποιες κατασκευές μικρής ισχύος. Το 2000 αρχίζει να γίνεται όλο πιο έντονο το φαινόμενο της υπερθέρμανσης του πλανήτη γεγονός το οποίο μέχρι και σήμερα οδήγησε στην πιο έντονη μελέτη και ανάπτυξη κατασκευών ανάκτησης κυματικής ενέργειας.

4.2. Κατηγορίες κατασκευών ανάκτησης κυματικής ενέργειας

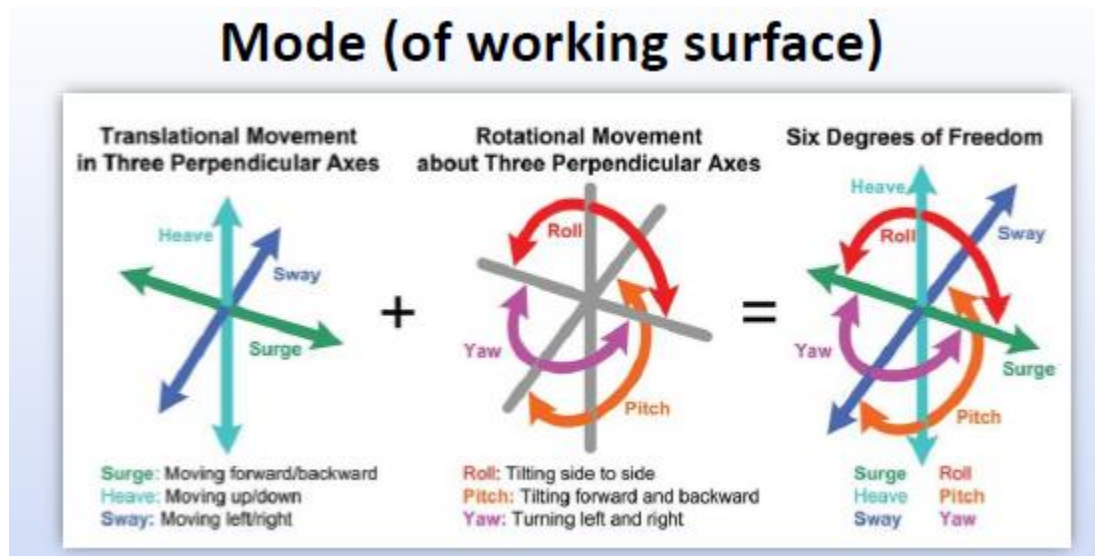
Για να είναι εφικτή η ταξινόμηση των κατασκευών αυτών θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη

- Η τοποθεσία εγκατάστασης τους
- Ο τρόπος με τον οποίον προσανατολίζονται οι κατασκευές



Εικόνα 9 Προσανατολισμός κατασκευών

- ο Τις κινήσεις τις οποίες μπορούν να δεσμεύουν οι κατασκευές για την ανάκτηση κυματικής ενέργειας



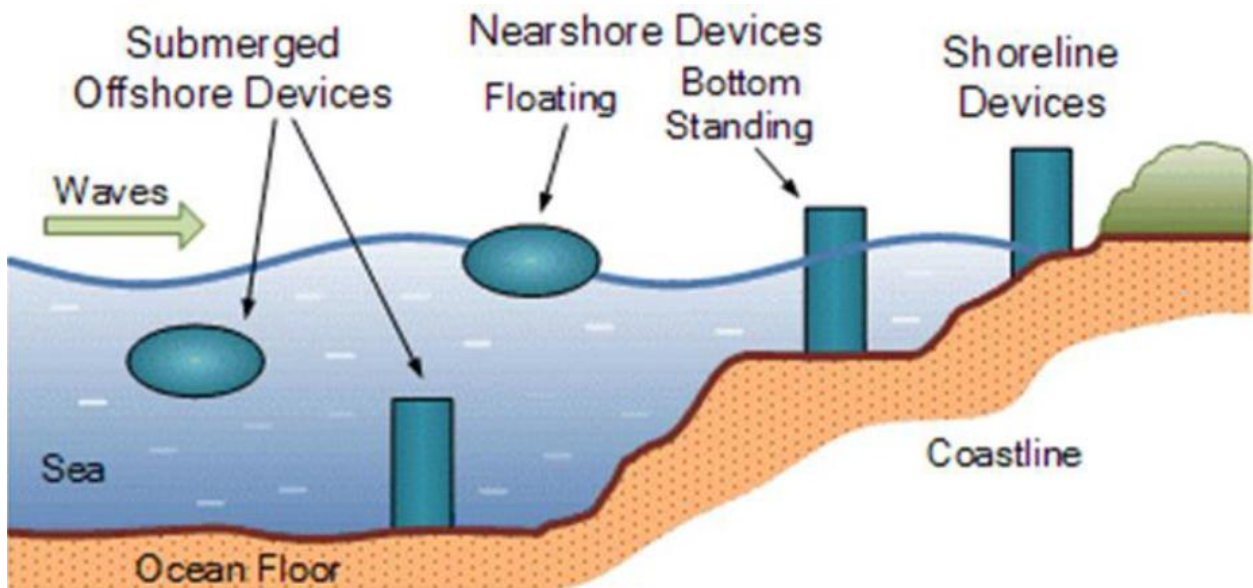
Εικόνα 10 Κινήσεις που μπορούν να δεσμευτούν

- ο Τον τρόπο στήριξης τους
- ο Την απόδοση της ισχύος δηλαδή το σύστημα που χρησιμοποιείται πχ. υδραυλικά υψηλής πίεσης, γραμμική γεννήτρια κλπ

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι πιο σημαντικές κατασκευές που έχουν αναπτυχθεί στον συγκεκριμένο τομέα και ο τρόπος με τον οποίον κατηγοριοποιούνται.

Οι κατασκευές ανάκτησης κυματικής ενέργειας με βάση την τοποθεσία εγκατάστασής τους μπορούν να χωριστούν σε:

- Υπεράκτιες κατασκευές (offshore): τοποθετούνται σε βάθη νερών μεγαλύτερο από 40 μέτρα διαθέτοντας με αυτόν τον τρόπο την δυνατότητα να εκμεταλλεύονται πιο ισχυρά κυματικά επίπεδα
- Παράκτιες κατασκευές (near shore): τοποθετούνται σε βάθη νερών από 20 έως 30 μέτρα
- Επάκτιες κατασκευές (shoreline): τοποθετούνται σε βάθη νερών έως 10 μέτρων

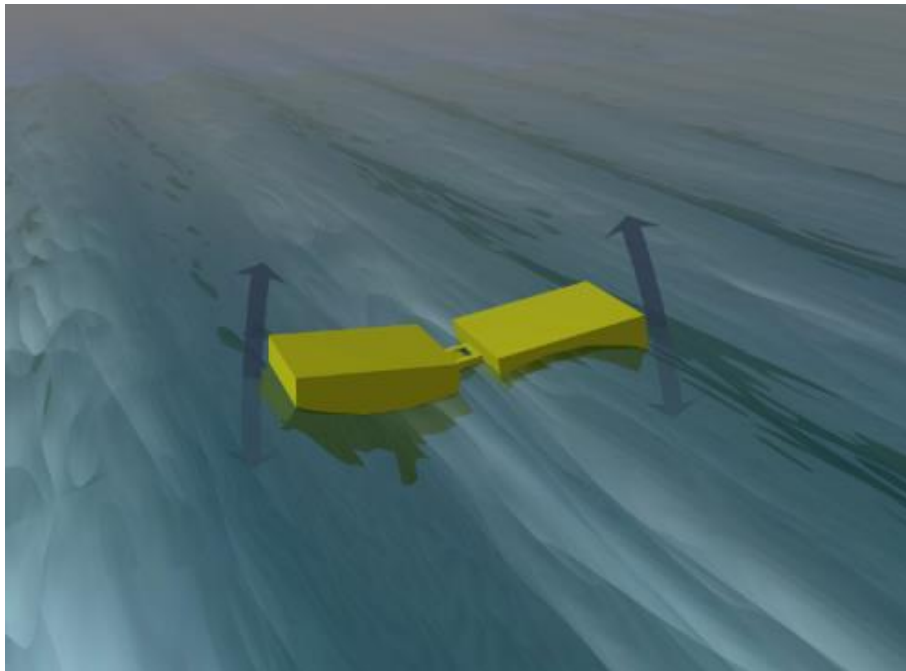


Εικόνα 11 Διάκριση κατασκευών ανάκτησης της κυματικής ενέργειας ανάλογα με την τοποθεσία τους

Μπορούν επίσης να ταξινομηθούν με βάση την αρχή λειτουργίας ως:

- Εξασθενητές (attenuators)

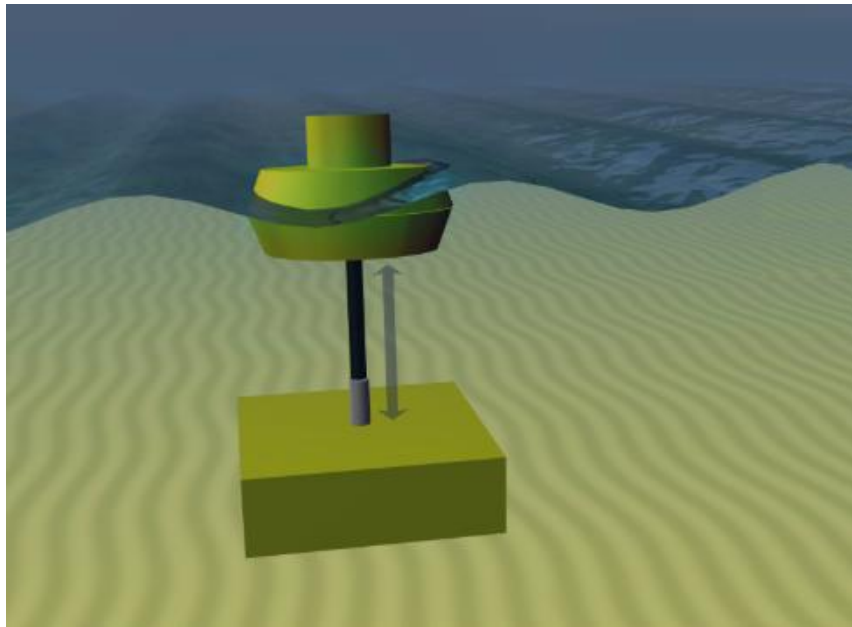
Συνήθως σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν πλωτές κατασκευές οι οποίες είναι μακρόστενες και τοποθετούνται κάθετα προς το μέτωπο του κύματος. Αποτελούνται από έναν αριθμό τμημάτων τα οποία συνδέονται μεταξύ τους μέσω αρθρώσεων. Τα τμήματα αυτής της κατασκευής έχουν την τάση να κάμπτονται και να στρέφονται από τα κύματα αποσπώντας με αυτόν τον τρόπο την ενέργεια των κυμάτων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιων κατασκευών αποτελούν οι κατασκευές Pelamis.



Εικόνα 12 Εξασθενητής κυμάτων

- ο Σημειακοί απορροφητές (Point absorbers)

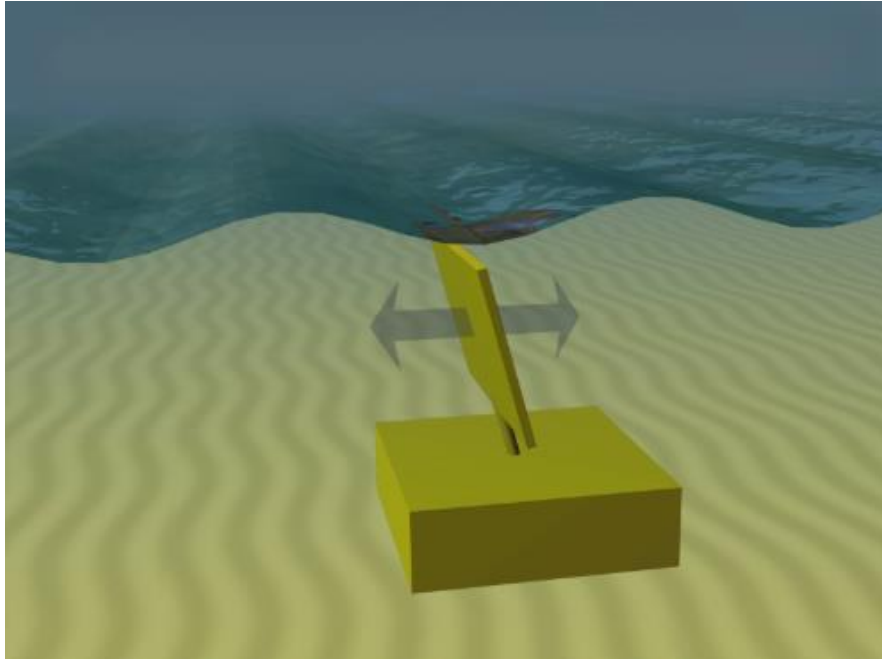
Πρόκειται συνήθως για αξονοσυμμετρικές κατασκευές οι οποίες έχουν την δυνατότητα απορρόφησης - εκμετάλλευσης της κυματικής ενέργειας από κάθε διεύθυνση μέσω των κινήσεων τους. Οι διαστάσεις της κατασκευής είναι μικρές σε σχέση με το τυπικό μήκος κύματος. Η εγκατάσταση τους είναι εφικτή στην ακτή, κοντά στην στεριά και τέλος στην ανοιχτή θάλασσα χρησιμοποιώντας για την έδραση τους είτε συστήματα αγκύρωσης είτε το ίδιο βάρος τους είτε εδράζονται στον πυθμένα αν βρίσκονται στο κατάλληλο βάθος νερού. Τυπικές κατασκευές που έχουν αναπτυχθεί είναι Power buoy και Aqua buoy.



Εικόνα 13 Σημειακός Απορροφητήρας

- Κατασκευές οριζόντιας κυματικής παλινδρόμησης (Oscillating Wave Surge Converter)

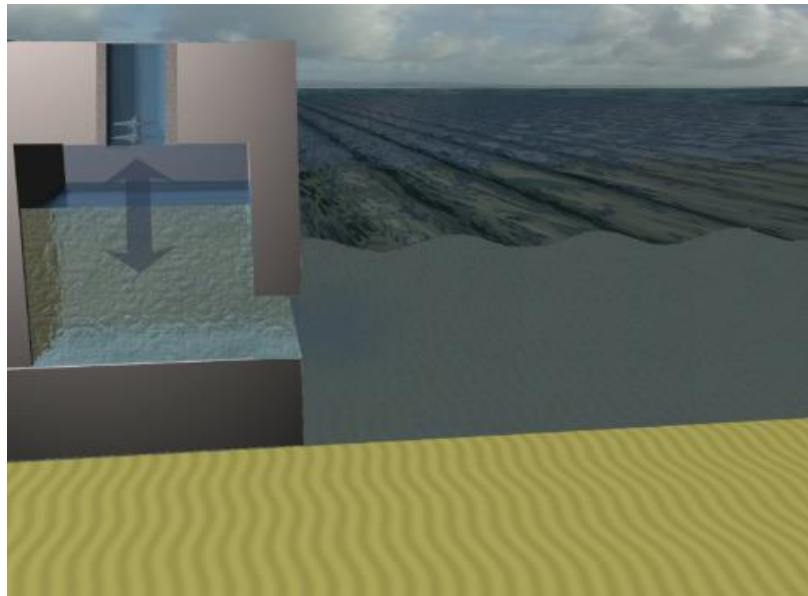
Αυτού του είδους οι κατασκευές αποτελούνται από έναν περιστρεφόμενο βραχίονα ο οποίος είναι αγκυρωμένος κοντά στον πυθμένα. Η κατασκευή εκμεταλλεύεται την οριζόντια ταχύτητα των μορίων του νερού της θάλασσας καθώς ο βραχίονας της ταλαντώνεται ως ένα ανάστροφο εκκρεμές εξαιτίας της κίνησης των σωματιδίων του νερού των κυμάτων. Μπορούν να είναι είτε παράκτιες είτε υπεράκτιες κατασκευές. Γνωστές κατασκευές αυτού του είδους αποτελούν οι Wave roller και Oyster.



Εικόνα 14 Κατασκευή οριζόντιας κυματικής παλινδρόμησης

- Παλλόμενη υδάτινη στήλη (Oscillating Water Column)

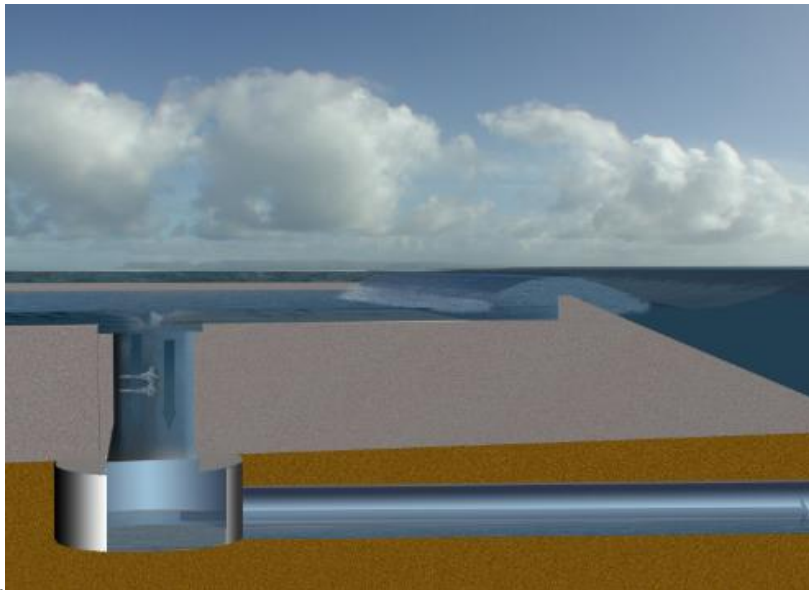
Είναι μια ημι-βυθισμένη κατασκευή η οποία διαθέτει ένα άνοιγμα στη θάλασσα κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας ώστε να εγκλωβίζει τον αέρα πάνω από την υδάτινη στήλη. Τα κύματα προκαλούν το ανεβοκατέβασμα της στήλης, προσφέροντας έτσι την δυνατότητα να ενεργεί ως έμβολο που συμπιέζει και αποσυμπιέζει τον αέρα. Ο αέρας διέρχεται μέσα από έναν αεροστρόβιλο για την παραγωγή ενέργειας. Συνήθως είναι επάκτιες κατασκευές που κατασκευάζονται επί της ακτής υπάρχει όμως η δυνατότητα ενσωμάτωσης τους σε ήδη υπάρχοντες κυματοθραύστες. Οι πιο γνωστές κατασκευές αυτού του είδους είναι η Sper boy και η MRC.



Εικόνα 15 Κατασκευή παλλόμενης υδάτινης στήλης

- Κατασκευή υπερχειλίσσης (Overtopping device)

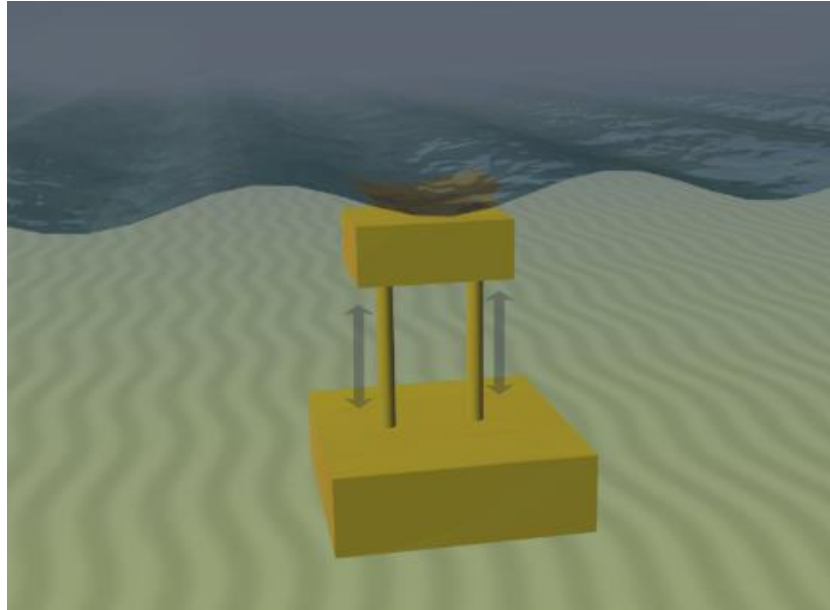
Τα βασικά μέρη τα οποία συνιστούν την κατασκευή είναι ένα τοίχωμα και μια δεξαμενή. Το τοίχωμα χρησιμοποιείται για να προσκρούουν τα κύματα ενώ η δεξαμενή λειτουργεί ως αποθηκευτικός χώρος για την συλλογή του νερού. Τα κύματα τα οποία προσκρούουν δημιουργούν ένα ύψος πτώσης το οποίο ελευθερώνεται πίσω στη θάλασσα μέσω στροβίλων χαμηλής πίεσης που είναι εγκατεστημένοι στον πυθμένα της δεξαμενής. Η κατασκευή υπερακόντισης μπορεί να κάνει χρήση συλλεκτών για την συγκέντρωση της κυματικής ενέργειας. Οι συγκεκριμένες κατασκευές έχουν αρκετά μεγάλο μέγεθος λόγω της δεξαμενής που διαθέτουν. Αυτού του είδους οι κατασκευές μπορεί να είναι είτε πλωτές, όπως η Wave Dragon είτε σταθερές στη στεριά όπως η SSG (η οποία είναι ενσωματωμένη σε έναν κυματοθραύστη).



Εικόνα 16 Κατασκευή υπερχειλίσσης

- Κατασκευή βυθιζόμενης διαφορικής πίεσης (Overtopping device)

Η κατασκευή αυτή είναι βυθισμένη, συνήθως τοποθετείται κοντά στην ακτή και εδράζεται στον πυθμένα. Η κίνηση των κυμάτων έχει ως αποτέλεσμα την άνοδο και την πτώση της στάθμης της θάλασσας πάνω από τη συσκευή, το οποίο οδηγεί στην δημιουργία μιας διαφοράς πίεσης η οποία αναγκάζει την κατασκευή να ανεβοκατεβαίνει με τα κύματα. Οι πιο γνωστές κατασκευές του συγκεκριμένου είδους είναι η Archimedes Wave Swing και η Waverotor.



Εικόνα 17 Κατασκευή βυθιζόμενης διαφορικής πίεσης

Στην παρούσα έρευνα όπως έχει ήδη αναφερθεί μελετώνται κυκλικοί κύλινδροι, οι οποίοι μπορούν να θεωρηθούν ως σημειακοί απορροφητήρες. Είναι προφανές από τα προαναφερθέντα ότι οι κατασκευές αυτές παρουσιάζουν κάποια προτερήματα έναντι των υπόλοιπων κατασκευών όπως

- Διαθέτουν την ικανότητα να αντλούν την κυματική ενέργεια από οποιαδήποτε κατεύθυνση προσπίπτει ο κυματισμός στις κατασκευές
- Δεν καταλαμβάνουν ιδιαίτερο όγκο οπότε δεν προκαλούν οπτική όχληση
- Μπορούν να τοποθετηθούν σε διάφορα βάθη νερών

Η χρησιμοποίηση κατασκευών που χρησιμοποιούνται για την ανάκτηση της κυματική ενέργειας παρουσιάζουν μια πληθώρα από πλεονεκτήματα όπως:

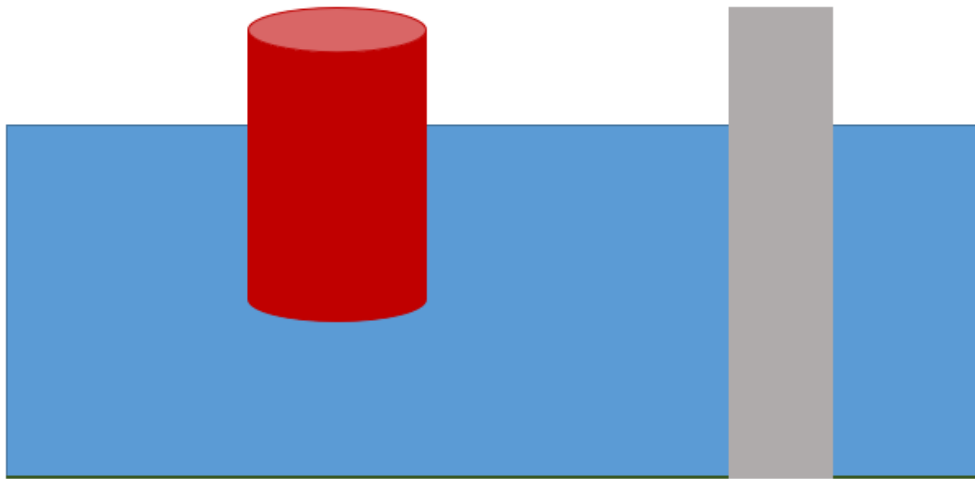
- Κάνουν χρήση της κυματικής ενέργειας, η οποία αποτελεί ένα είδος ανανεώσιμης πηγής ενέργειας άρα δεν εξαντλείται
- Για την ανάκτηση της δεν χρησιμοποιείται κανένα είδος καύσιμης ύλης είναι δηλαδή ιδιαίτερα φιλικές προς το περιβάλλον
- Οι κατασκευές αξιοποιούν την λιγότερη διαλείπουσα μορφή ενέργειας καθώς ακόμα και αν σταματήσει να υφίσταται άνεμος συνεχίζουν να υπάρχουν κάποιοι κυματισμοί (αποθάλασσες) οπότε μπορούν να συνεχίσουν την λειτουργία τους σε χαμηλότερα όμως επίπεδα απόδοσης
- Εάν σχεδιαστούν με τον σωστό τρόπο μπορούν λειτουργήσουν και ως έργα προστασίας των ακτών
- Με τον κατάλληλο σχεδιασμό μπορούν να λειτουργήσουν και σαν τεχνητοί ύφαλοι

Τα μειονεκτήματα όμως που παρουσιάζουν είναι:

- Η δημιουργία κατασκευών που να μπορούν να εκμεταλλευτούν την κυματική ενέργεια έχουν υψηλό κατασκευαστικό και λειτουργικό κόστος
- Είναι δύσκολο να επιτευχθεί μέγιστη απόδοση μιας κατασκευής σε όλο το εύρος των συχνοτήτων διέγερσης από τους θαλάσσιους κυματισμούς

5. Περιγραφή του προβλήματος και Μεθοδολογία επίλυσης

Στην παρούσα διπλωματική εργασία το πρόβλημα το οποίο μελετάται αποτελείται από έναν κατακόρυφο τοίχο και από κυκλικούς κυλίνδρους, οι οποίοι είναι τοποθετημένοι μπροστά από τον τοίχο.



Εικόνα 18 Πρόβλημα μελέτης

Οι κυκλικοί κύλινδροι όπως φαίνεται και στην Εικόνα 18 είναι ημιβυθισμένα πλωτά σώματα. Το γεγονός αυτό είναι πολύ σημαντικό για εμάς, καθώς μας δίνεται η δυνατότητα να εκμεταλλευτούμε την κίνηση τους σε κάθε διεύθυνση. Αντίθετα με τους κυλίνδρους ο τοίχος είναι εδρασμένος στον πυθμένα εκτείνεται όμως και εκείνος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας.

Κύριο στόχο της έρευνας αποτελεί ο υπολογισμός των υδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων που αναπτύσσονται πάνω στους κυλίνδρους. Για τον υπολογισμό τους θα χρησιμοποιηθεί μια ημι-αναλυτική μέθοδος μέσω της οποίας θα βρεθεί το δυναμικό της ταχύτητας. Εφόσον γίνει ο προσδιορισμός του δυναμικού της ταχύτητας θα είναι δυνατόν να εξαχθούν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στους κυλίνδρους και στην συνέχεια να εξεταστούν παράγοντες που επηρεάζουν το μέγεθος των δυνάμεων όπως η διάταξη των κυλίνδρων, το βύθισμα, η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων και η απόσταση των στοιχείων από τον τοίχο. Απώτερο στόχο αποτελεί η εξαγωγή των μέγιστων δυνάμεων λαμβάνοντας υπόψιν όλους τους προαναφερθέντες παράγοντες.

5.1. Πρόβλημα οριακών τιμών

Ο τοίχος προσομοιώνεται με έναν ελλειπτικό κύλινδρο, για τον οποίον ισχύει ότι ο πρωτεύον άξονας είναι ίσος με a ενώ ο δευτερεύον άξονας είναι b . Η μελέτη του τοίχου πραγματοποιείται με την χρήση ενός συστήματος ελλειπτικών συντεταγμένων, ο οποίος είναι τοποθετημένος στο κέντρο της έλλειψης. Ο μετασχηματισμός από ελλειπτικές σε καρτεσιανές συντεταγμένες πραγματοποιείται μέσω των σχέσεων:

$$x = c \cosh u \cos v, \quad (5.1)$$

$$y = c \sinh u \sin v, \quad (5.2)$$

Όπου

u, v είναι σταθερά,

$c = \sqrt{a^2 - b^2} = ae$ η ημι- απόσταση των εστιών,

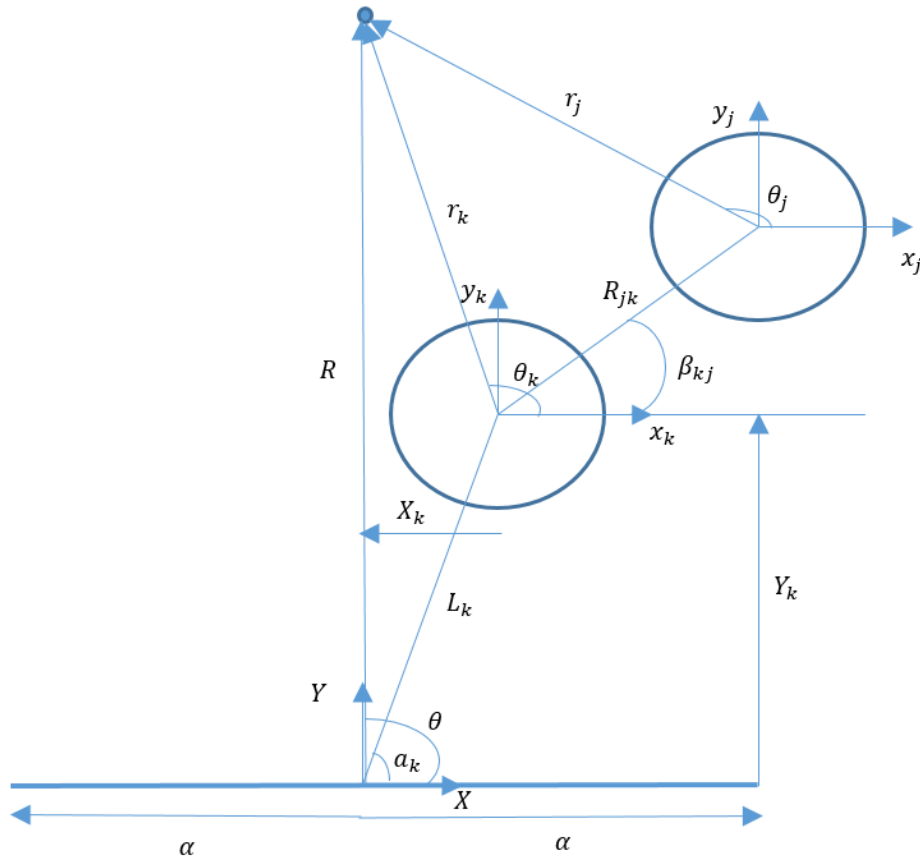
$e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$ συμβολίζεται η ελλειπτική εκκεντρότητα.

Στο παρών όμως πρόβλημα για την προσομοίωση του τοίχου ο δευτερεύον ημι-άξονας είναι ίσος με μηδέν $b \rightarrow 0$, η ημι - απόσταση των εστιών τείνει να είναι ίση με τον πρωτεύον άξονα $c \rightarrow a$ και η εκκεντρότητα είναι ίση με την μονάδα $e \rightarrow 1$.

Έστω ότι μελετώνται N κύλινδροι ($k=1,2,3...N$). Σε κάθε κύλινδρο τοποθετείται ένα τοπικό πολικό σύστημα συντεταγμένων, του οποίου το κέντρο του καθενός συμπίπτει με το κέντρο του κυλίνδρου. Ο μετασχηματισμός από πολικές σε καρτεσιανές συντεταγμένες πραγματοποιείται μέσω των σχέσεων

$$x_k = r_k \cos \theta_k, \quad (5.3)$$

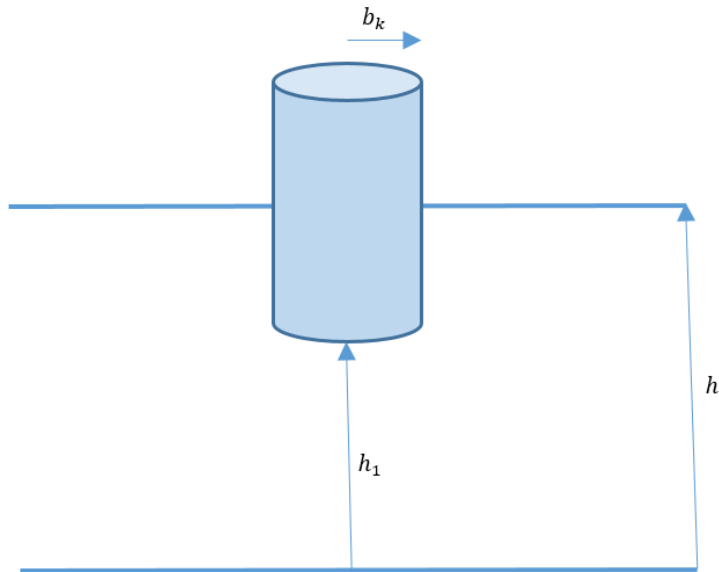
$$y_k = r_k \sin \theta_k, \quad (5.4)$$



Εικόνα 19 Κάτοψη διάταξης

Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 19 τα βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά τα οποία πρέπει να ληφθούν υπόψιν για την μελέτη του προβλήματος είναι:

- L_k η απόσταση μεταξύ του κέντρου του τοίχου και το κέντρο του κάθε κυλίνδρου
- α_k η γωνία που σχηματίζεται με το μήκος L_k και τον οριζόντιο άξονα
- $R_{jk} = R_{kj}$ η απόσταση των κέντρων δυο κυλίνδρων
- β_{kj} ή $\beta_{jk} + \pi$ η γωνία που σχηματίζεται με το μήκος $R_{jk} = R_{kj}$ και του οριζόντιου άξονα
- h_{1k} η απόσταση του πυθμένα ως την κάτω επιφάνεια του κυλίνδρου
- h η απόσταση από τον πυθμένα ως την ελεύθερη επιφάνεια
- b_k η ακτίνα κάθε κυλίνδρου.



Εικόνα 20 Τομή διάταξης

Για την μελέτη του προβλήματος χρησιμοποιείται ένα καθολικό σύστημα συντεταγμένων (X, Y) , το οποίο είναι τοποθετημένο στο κέντρο του ελλειπτικού κυλίνδρου. Ως X_k, Y_k συμβολίζονται οι συντεταγμένες κάθε κυλίνδρου ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων.

Για τα δυο αυτά συστήματα ο άξονας z είναι κοινός και τοποθετημένος στον πυθμένα με θετική φορά προς τα πάνω.

Για την επίλυση του προβλήματος της περίθλασης γίνεται η υπόθεση ότι το ρευστό είναι ιδανικό, ασυμπίεστο και η ροή είναι αστρόβιλη, οπότε επιτρέπεται η χρήση της γραμμικής θεωρίας του δυναμικού. Επίσης υποθέτουμε έναν μονοχρωματικό κυματισμό πλάτους A και γωνιακής συχνότητας ω . Το κύμα προσκρούει στην διάταξη και διαταράσσει το πεδίο της ταχύτητας και των πιέσεων εξαιτίας του φαινομένου της περίθλασης. Τα δύο αυτά πεδία μπορούν να περιγράψουν μέσα από την συνάρτηση του δυναμικού η οποία παίρνει την μορφή:

$$\Phi(x, y, z, t) = \text{Re}[\varphi(x, y, z)e^{-i\omega t}], \quad (5.5)$$

Όπου Re υποδηλώνει το πραγματικό μέρος της συνάρτησης εντός της αγκύλης ενώ $\varphi(x, y, z)$ είναι η χωρική συνάρτηση του δυναμικού. Η εξαγωγή του δυναμικού απαιτεί την επίλυση του προβλήματος των οριακών τιμών που περιγράφεται αναλυτικά στην συνέχεια.

Το δυναμικό θα πρέπει να ικανοποιεί την εξίσωση Laplace σε κάθε σημείο του ρευστού

$$\nabla^2 \varphi = 0, \text{ στο } \Omega, \text{ (5.6)}$$

Την γραμμικοποιημένη συνοριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια

$$-K\varphi + \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad z=h \text{ στο } S_F, \text{ (5.7)}$$

Την συνθήκη μηδενικής ταχύτητας στον πυθμένα

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad z=0 \text{ στο } \Omega, \text{ (5.8)}$$

Την συνθήκη μηδενικής ταχύτητας στον πυθμένα κάθε κυλίνδρου

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad z=h_{1k}, \quad 0 \leq \theta_k \leq 2\pi, \quad 0 \leq r_k \leq b_k, \text{ (5.9)}$$

Την συνθήκη Neumann στην βρεχόμενη επιφάνεια κάθε κυλίνδρου

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r_k} = 0, \quad r_k=b_k, \quad 0 \leq \theta_k \leq 2\pi, \quad h_{1k} \leq z \leq h \text{ (5.10)}$$

Την συνθήκη Neumann στην βρεχόμενη επιφάνεια του τοίχου

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = 0, \quad u \rightarrow 0, \quad 0 \leq z \leq h \text{ (5.11)}$$

Όπου $K=\omega^2/g$, Ω είναι το πεδίο ροής, ως S_F συμβολίζεται η αδιατάρακτη ελεύθερη επιφάνεια.

Όπως παρατηρείται οι δυο τελευταίες εξισώσεις (Εξ. 5.10 & 5.11) είναι εκφρασμένες στο αντίστοιχο σύστημα συντεταγμένων.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι το δυναμικό πρέπει να ικανοποιεί την κατάλληλη συνθήκη ακτινοβολίας για κυματισμούς που εξέρχονται στο άπειρο, η συνθήκη αυτή είναι γνωστή ως συνθήκη *Sommerfeld*.

Το συνολικό δυναμικό το οποίο εκτείνεται στο άπειρο συμβολίζεται ως A και προσδιορίζεται ως:

$$\varphi_A = \varphi_I + \sum_{k=1}^N \varphi_D^{(k)} + \varphi_D^{(e)}, \text{ (5.12)}$$

Όπου,

- φ_I είναι το δυναμικό του προσπίπτων κυματισμού,
- $\varphi_D^{(k)}$ είναι η συνιστώσα της περίθλασης εξαιτίας των κυλίνδρων
- $\varphi_D^{(e)}$ είναι η συνιστώσα της περίθλασης εξαιτίας του τοίχου.

5.2. Προσδιορισμός του δυναμικού στο άπειρο πεδίο (A) σε ελλειπτικές συντεταγμένες

Το δυναμικό της ταχύτητας για τον προσπίπτον κυματισμό εκφρασμένο σε ελλειπτικές συντεταγμένες δίνεται από την σχέση (Chatjigeorgiou & Mavrakos, 2010):

$$\varphi_I = \frac{Z_0(z)}{Z_0(h)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(m) i^m M_m^{(1)}(u, q_0) m e_m(v, q_0) m e_m(\beta, q_0), \quad (5.13)$$

Όπου $q_0 = (k_0 c/2)^2 = (k_0 a\varepsilon/2)^2 \sim (k_0 a/2)^2$,

k_0 είναι ο αριθμός κυμάτων ο οποίος δίνεται από την εξίσωση διασποράς $k_0 \tanh(k_0 h) = K$ και $Z_0 = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sinh(2k_0 h)}{2k_0 h} \right] \right\}^2 \cosh(k_0 z)$ οι κατακόρυφες ιδιοσυναρτήσεις.

Στην εξίσωση 5.13 οι όροι $m e_m$ και $M_m^{(1)}$ αντιπροσωπεύουν τις περιοδικές και τροποποιημένες συναρτήσεις Mathieu αντίστοιχα πρώτου είδους, οι οποίες μπορούν να χωριστούν στα άρτια και περιττά μέρη τους ως

$$c e_m(v, q) = 2^{-\frac{1}{2}} m e_m(v, q), \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (5.14)$$

$$s e_m(v, q) = i 2^{-\frac{1}{2}} m e_{-m}(v, q), \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (5.15)$$

$$M_m^{(j)}(u, q) = M c_m^{(j)}(u, q), \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (5.16)$$

$$(-1)^m M_{-m}^{(j)}(u, q) = M s_m^{(j)}(u, q), \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (5.17)$$

Λαμβάνοντας τις προαναφερθείσες εξισώσεις υπόψιν το δυναμικό της ταχύτητας για τον προσπίπτον κυματισμό μπορεί να γραφτεί στον μορφή:

$$\varphi_I = 2 \frac{Z_0(z)}{Z_0(h)} \sum_{m=0}^{\infty} i^m M c_m^{(1)}(u, q_0) c e_m(v, q_0) c e_m(\beta, q_0) + 2 \frac{Z_0(z)}{Z_0(h)} \sum_{m=1}^{\infty} i^m M s_m^{(1)}(u, q_0) s e_m(v, q_0) s e_m(\beta, q_0) \quad (5.18)$$

Όπου $c e_m$ και $s e_m$ είναι οι άρτιοι και περιττοί όροι των περιοδικών συναρτήσεων Mathieu, $M c_m^{(j)}$ και $M s_m^{(j)}$ είναι οι άρτιοι και περιττοί όροι των τροποποιημένων συναρτήσεων Mathieu τάξης $j=1,2,3,4$.

Το δυναμικό της ταχύτητας το οποίο προέρχεται από τον ελλειπτικό τοίχο ορίζεται ως

$$\varphi_D^{(e)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} A_{mp} M_m^{(3)}(u, q_p) m e_m(v, q_p) \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)}, \quad (5.19)$$

Όπου ο όρος $M_m^{(3)}$ είναι οι τροποποιημένες συναρτήσεις Mathieu τρίτης τάξης και A_{mp} είναι ο άγνωστος συντελεστής. Οι όροι σ_p υπολογίζονται από τις σχέσεις $K + \sigma_p \tan(\sigma_p h) = 0$ για $p = 1,2,3 \dots$. Σε αυτή την περίπτωση οι κατακόρυφες ιδιοσυναρτήσεις δίνονται από την σχέση $Z_p = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sin(2\sigma_p h)}{2\sigma_p h} \right]^2 \cos(\sigma_p z) \right\}$, $p = 1,2,3 \dots$. Οι ιδιοσυναρτήσεις Z_p είναι ορθογώνιες για $z \in [0, h]$.

Για τις ιδιοτιμές σ_p, k_0 ισχύει ότι $\lambda_0 = k_0$ και $\lambda_p = i\sigma_p$. Οπότε οι παράμετροι Mathieu ορίζονται ως $q_p = (\lambda_p c/2)^2 = -(\sigma_p a e/2)^2 \sim (\sigma_p a/2)^2$ για $p = 1,2,3 \dots$ είναι προφανής ότι οι παράμετροι είναι αρνητικοί γεγονός το οποίο θα επιφέρει μια επιπρόσθετη δυσκολία στους υπολογισμούς του προβλήματος. Η εξίσωση 5.19 ικανοποιεί την εξίσωση Laplace, την συνθήκη της ελεύθερης επιφάνειας και την συνθήκη του πυθμένα, θα πρέπει όμως να ικανοποιεί και την συνθήκη ακτινοβολίας. Η συγκεκριμένη συνθήκη σε ελλειπτικές συντεταγμένες μπορεί να γραφτεί ως (Chatjigeorgiou & Mavrakos 2010; Chatjigeorgiou 2011)

$$\lim_{u \rightarrow \infty} (c \cosh u)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{c \sinh u} \frac{\partial}{\partial u} - i k_0 \right) \varphi_D^{(e)} = 0, \quad (5.20)$$

Η ίδια σχέση σε πολικές συντεταγμένες γράφεται:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (k_0 r)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial}{\partial r} - i k_0 \right) \varphi_D^{(e)} = 0, \quad (5.21)$$

Η σχέση αυτή ισχύει με την προϋπόθεση ότι το δυναμικό $\varphi_D^{(e)}$ έχει γραφτεί στο αντίστοιχο σύστημα συντεταγμένων κάθε φορά.

Ο μόνος όρος οποίος πρέπει ακόμα να υπολογιστεί είναι το άθροισμα των δυναμικών περίθλασης που δημιουργούνται από κάθε κύλινδρο. Η σχέση η οποία μπορεί να περιγράψει το συγκεκριμένο δυναμικό της περίθλασης είναι εκφρασμένη σε πολικές συντεταγμένες και είναι η (Chatjigeorgiou 2018b):

$$\sum_{k=1}^{\infty} \varphi_D^{(k)} = \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m C_{mp}^{(k)} B_{mp}^{(k)} K_m(\sigma_p, r_k) \frac{Z_p(z)}{Z_h(z)} e^{im\theta_k}, \quad (5.22)$$

Όπου $C_{mp}^{(k)}$ είναι οι άγνωστοι όροι, $B_{mp}^{(k)} = I'_m(\sigma_p, b_k)/B'_m(\sigma_p, r_k)$, I'_m και B'_m είναι η πρώτη παράγωγος του πρώτου και του δευτέρου είδους των τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel.

Η εξίσωση όμως είναι σε πολικές συντεταγμένες και πρέπει να μετατραπεί σε ελλειπτικές συντεταγμένες το οποίο θα επιτευχθεί με την χρήση κατάλληλου προσθετικού θεωρήματος. Το θεώρημα το οποίο έχει αυτή την δυνατότητα (Chatjigeorgiou 2011) είναι:

$$H_m(k_0, r_k) e^{im\theta_k} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} S_{m,r,0}^{(k)} M_r^{(1)}(u, q_0) m e_r(v, q_0), \quad (5.23)$$

Ενώ

$$S_{m,r,0}^{(k)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-m} H_{m-n}(k_0 L_k) e^{i(m-n)a_k} d'_{r-n,n}(q_0), \quad (5.24)$$

Αντικαθιστώντας τον όρο k_0 με τον όρο $i\sigma_p$ με σκοπό να προσδιοριστεί το προσθετικό θεώρημα κάνοντας επίσης χρήση των σχέσεων μετατροπής μεταξύ της τροποποιημένης συνάρτησης Bessel δευτέρου είδους και της συνάρτησης Hankel πρώτου είδους συνεπάγεται ότι:

$$K_m(\sigma_p r_k) e^{im\theta_k} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} S_{m,r,p}^{(k)} M_r^{(1)}(u, q_p) m e_r(v, q_p), \quad p = 1, 2, 3 \dots \quad (5.25)$$

Ενώ

$$S_{m,r,p}^{(k)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-m} e^{\frac{in\pi}{2}} K_{m-n}(\sigma_p L_k) e^{i(m-n)a_k} d'_{r-n,n}(q_p), \quad p = 1, 2, 3 \dots \quad (5.25)$$

Η εξίσωση 5.23 ισχύει με την προϋπόθεση ότι $L_k > u$ και $u \geq 0$.

Ο συντελεστής $d'_{r-n,n}(q_p)$ κάνοντας χρήση του συντελεστή C_{2l}^n , ο οποίος είναι ο συντελεστής των περιοδικών συναρτήσεων Mathieu μπορεί να γραφτεί ως:

$$d'_{2l,n}(q_p) = (-1)^l C_{-2l}^{n+2l}(q_p), \quad d'_{2l+1,n}(q_p) = 0 \quad (5.26)$$

Ο όρος $d'_{r-n,n}$ μπορεί να εκφραστεί επίσης σε άρτιους και περιττούς όρους των περιοδικών συναρτήσεων Mathieu.

$$d'_{r-n,n}(q_p) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^{\frac{r-n}{2}} A_n^r(q_p), \quad r = 0,1,2 \dots \quad (5.27)$$

$$d'_{-r-n,n}(q_p) = -\frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^{\frac{-r-n}{2}} B_n^r(q_p), \quad r = 1,2 \dots \quad (5.28)$$

$$d'_{2r,0}(q_p) = \sqrt{2} (-1)^r A_0^{2r}(q_p), \quad r = 0,1,2 \dots \quad (5.29)$$

Συνεπώς το συνολικό δυναμικό στο άπειρο πεδίο εκφρασμένο σε ελλειπτικές συντεταγμένες είναι:

$$\begin{aligned} \varphi_A &= \frac{Z_0(z)}{Z_0(h)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(m) i^m M_m^{(1)}(u, q_0) \operatorname{me}_m(v, q_0) \operatorname{me}_m(\beta, q_0) \\ &+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} A_{mp} M_m^{(3)}(u, q_p) \operatorname{me}_m(v, q_p) \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)} \\ &+ \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m C_{mp}^{(k)} B_{mp}^{(k)} \frac{Z_p(z)}{Z_h(z)} e^{im\theta_k} \sum_{r=-\infty}^{\infty} S_{m,r,p}^{(k)} M_r^{(1)}(u, q_p) \operatorname{me}_r(v, q_p), \quad (5.30) \end{aligned}$$

Η εξίσωση 5.30 μπορεί να γραφτεί χωρίζοντας την στους άρτιους και περιττούς της όρους και να πάρει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned}
\varphi_A &= 2 \frac{Z_0(z)}{Z_0(h)} \sum_{m=0}^{\infty} i^m M c_m^{(1)}(u, q_0) c e_m(v, q_0) c e_m(\beta, q_0) \\
&+ 2 \frac{Z_0(z)}{Z_0(h)} \sum_{m=1}^{\infty} i^m M s_m^{(1)}(u, q_0) s e_m(v, q_0) s e_m(\beta, q_0) \\
&+ 2^{\frac{1}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} A_{mp} M c_m^{(3)}(u, q_p) c e_m(v, q_p) \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)} \\
&- i 2^{\frac{1}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} D_{mp} (-1)^m M s_m^{(3)}(u, q_p) s e_m(v, q_p) \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)} \\
&+ 2^{\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m C_{mp}^{(k)} B_{mp}^{(k)} \frac{Z_p(z)}{Z_h(z)} \sum_{r=0}^{\infty} S_{m,r,p}^{(k)} M c_r^{(1)}(u, q_p) c e_r(v, q_p) \\
&- i 2^{\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} i^m C_{mp}^{(k)} B_{mp}^{(k)} \frac{Z_p(z)}{Z_h(z)} \sum_{r=1}^{\infty} S_{m,-r,p}^{(k)} (-1)^r M s_r^{(1)}(u, q_p) s e_r(v, q_p), \quad (5.31)
\end{aligned}$$

Υποθέτοντας ότι $A_{-mp} = D_{mp}$.

Έχοντας πλέον εκφράσει το συνολικό δυναμικό ταχύτητας στο άπειρο πεδίο A, στο τοπικό ελλειπτικό σύστημα συντεταγμένων του τοίχου, είναι εφικτή η άμεση χρησιμοποίηση της συνθήκης Neumann (Εξ. 5.11) εκφρασμένη σε ελλειπτικές συντεταγμένες. Οπότε, αξιοποιώντας τις σχέσεις ορθογωνιότητας των ιδιοτήτων $Z_p(z)$, των σχετικών σχέσεων των άρτιων και περιττών περιόδων συναρτήσεων Mathieu και την συνθήκη Neuman καταλήγουμε στο σύστημα:

$$A_{lt} + \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m C_{mt}^{(k)} B_{mt}^{(k)} S_{m,l,t}^{(k)} \frac{M c_l^{(1)'}(0, q_t)}{M c_l^{(3)'}(0, q_t)} = -2^{\frac{1}{2}} \delta_{0t} c e_l(\beta, q_0) \frac{M c_l^{(1)'}(0, q_t)}{M c_l^{(3)'}(0, q_t)}, \quad (5.32)$$

Για $l = 0, 1, 2, \dots$ και $t = 0, 1, 2, \dots$

$$\begin{aligned}
D_{lt} + \sum_{k=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m C_{mt}^{(k)} B_{mt}^{(k)} S_{m,-l,t}^{(k)} \frac{M s_l^{(1)'}(0, q_t)}{M s_l^{(3)'}(0, q_t)} \\
= -2^{\frac{1}{2}} (-1)^l i^{l+t} \delta_{0t} s e_l(\beta, q_0) \frac{M s_l^{(1)'}(0, q_t)}{M s_l^{(3)'}(0, q_t)}, \quad (5.33)
\end{aligned}$$

Για $l = 1, 2, \dots$ και $t = 0, 1, 2, \dots$

Από Chatjigeorgiou (2019) έχει προκύψει ότι $A_{lt} = 0$. Άρα οι μόνοι συντελεστές οι οποίοι πρέπει να υπολογιστούν είναι οι $C_{mt}^{(k)}, D_{lt}$. Οι επιπρόσθετες σχέσεις που απαιτούνται για τον υπολογισμό των συντελεστών $C_{mt}^{(k)}, D_{lt}$ είναι η συνθήκη Neumann στην βρεχόμενη επιφάνεια των κυλίνδρων σε συνδυασμό με την εξίσωση συνέχειας που θα πρέπει να ισχύει στο σύνορο $b_k = r_k$.

5.3. Προσδιορισμός του δυναμικού στο άπειρο πεδίο (A) σε πολικές συντεταγμένες

Έστω ότι στην διαμόρφωση μας δεν υφίσταται τοίχος, τότε το συνολικό δυναμικό ταχύτητας ενός τυχαίου κυλίνδρου k της συστοιχίας θα πρέπει να εκφραστεί στο αντίστοιχο σύστημα συντεταγμένων, στην προκειμένη περίπτωση πολικό. Οπότε το συνολικό δυναμικό θα δίνεται ως το δυναμικό του κύματος που προσπίπτει, το δυναμικό περίθλασης που προκαλείται από τον κύλινδρο k και όλα τα δυναμικά περίθλασης που προκαλούνται από τους κυλίνδρους $j \neq k$. Η σχέση η οποία συνδέει όλους τους προαναφερθέντες όρους και αφορά πλωτούς κυλίνδρους έχει δοθεί από Chatjigeorgiou (2018b) και Chatjigeorgiou *et al.* (2019) και ορίζεται ως

$$\begin{aligned} & \varphi_A \\ = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} C_{mp}^{(k)} e^{\frac{im\pi}{2}} B_{mp}^{(k)} K_m(\sigma_p r_k) \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)} e^{im\theta_k} \\ + & \sum_{j \neq k}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} e^{im\pi + \frac{is\pi}{2}} C_{sp}^{(j)} B_{sp}^{(j)} K_{s-m}(\sigma_p R_{jk}) I_m(\sigma_p r_k) e^{i(s-m)\beta_k} \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)} e^{im\theta_k} \\ + & \frac{Z_0(z)}{Z_0(h)} \Lambda_k \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\frac{\pi}{2} - \beta)} J_m(k_0 r_k) e^{im\theta_k}, \quad (5.34) \end{aligned}$$

Όπου $\Lambda_k = e^{ik_0(X_k \cos\beta + Y_k \sin\beta)}$

Όμως το συνολικό δυναμικό ταχύτητας δεν έχει εκφραστεί ακόμα πλήρως, για να εκφραστεί θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν ο όρος της περίθλασης που προκαλείται εξαιτίας της παρουσίας του τοίχου. Ο όρος αυτός έχει δοθεί στην εξίσωση 5.19 όμως είναι εκφρασμένος σε ελλειπτικές συντεταγμένες, θα πρέπει λοιπόν να μετατραπεί σε πολικές συντεταγμένες. Η μετατροπή αυτή θα πραγματοποιηθεί μέσω της χρήσης κατάλληλου προσθετικού θεωρήματος. Το προσθετικό θεώρημα (Chatjigeorgiou, 2011) το οποίο είναι ικανό να πραγματοποιήσει την μετατροπή αυτή είναι

$$M_m^{(3)}(u, q_p) m e_m(v, q_p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{n-m,m}(q_p) \sum_{s=-\infty}^{\infty} H_{n-s}(\lambda_p L_k) J_s(\lambda_p r_k) e^{i(n-s)a_k} e^{is\theta_k},$$

$$p = 1, 2, 3, \dots, \quad (5.35)$$

Σημειώνεται ότι $\lambda_0 = k_0$ και $\lambda_p = i\sigma_p$ όπου $p = 1, 2, 3, \dots$

Συνεπώς για $p = 0$ το λ_p αντικαθίσταται με k_0 ενώ για όλες τις υπόλοιπες τιμές η εξίσωση 5.35 παίρνει την μορφή:

$$M_m^{(3)}(u, q_p) m e_m(v, q_p)$$

$$= -\frac{i2}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{n\pi i}{2}} d_{n-m,m}(q_p) \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^s K_{n-s}(\sigma_p L_k) I_s(\sigma_p r_k) e^{i(n-s)a_k} e^{is\theta_k}, \quad (5.36)$$

Η σχέση 5.35 ισχύει μόνο όταν $R > c, L_k > r_k$.

Ο όρος $d_{n-m,m}(q_p), p = 0, 1, 2$ της εξίσωσης ... κάνοντας χρήση του C_{2l}^n συντελεστή των περιοδικών συναρτήσεων Mathieu μπορεί να γραφτεί ως

$$d_{2l,n}(q_p) = (-1)^l C_{2l}^n(q_p), \quad (5.37)$$

Επιπρόσθετα ο όρος $d_{n-m,m}$ μπορεί να εκφραστεί σε άρτιους και περιττούς όρους της συνάρτησης Mathieu

$$d_{n-m,m}(q_p) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^{\frac{n-m}{2}} A_n^m(q_p), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.38)$$

$$d_{n+m,-m}(q_p) = -\frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^{\frac{n+m}{2}} B_n^m(q_p), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.39)$$

$$d_{-2m,2m}(q_p) = \sqrt{2} (-1)^{-m} A_0^{2m}(q_p), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.40)$$

Εισάγοντας πλέον τον όρο του δυναμικού της περίθλασης εξαιτίας της παρουσίας του τοίχου το συνολικό δυναμικό παίρνει την μορφή:

$$\begin{aligned}
& \varphi_A \\
= & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} C_{mp}^{(k)} e^{\frac{im\pi}{2}} B_{mp}^{(k)} K_m(\sigma_p r_k) \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)} e^{im\theta_k} \\
& + \sum_{j \neq k}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} e^{im\pi + \frac{is\pi}{2}} C_{sp}^{(j)} B_{sp}^{(j)} K_{s-m}(\sigma_p R_{jk}) I_m(\sigma_p r_k) e^{i(s-m)\beta_k} \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)} e^{im\theta_k} \\
& + \frac{Z_0(z)}{Z_0(h)} \Lambda_k \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\frac{\pi}{2}-\beta)} J_m(k_0 r_k) e^{im\theta_k} \\
& + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} D_{sp} \frac{Z_p(z)}{Z_p(h)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{n+s,-s}(q_p) \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(\lambda_p L_k) J_m(\lambda_p r_k) e^{i(n-m)a_k} e^{im\theta_k}, \quad (5.41)
\end{aligned}$$

Η εξαγωγή του συνολικού δυναμικού σε πολικές συντεταγμένες μας επιτρέπει την εφαρμογή της συνθήκης Neumann πάνω στην βρεχόμενη επιφάνεια σε όλους τους κυλίνδρους. Ωστόσο, όλη η διαδικασία θα πρέπει να λαμβάνει υπόψιν και την περιοχή του υγρού που βρίσκεται κάτω από κάθε κύλινδρο, βρίσκεται δηλαδή εντός της περιοχής $0 \leq r_k \leq b_k$, $0 \leq \theta_k \leq 2\pi$. Ως εκ τούτου ορίζεται ένα δυναμικό ταχύτητας στην κατώτερη περιοχή του κάθε κυλίνδρου k η οποία αναφέρεται ως B .

5.4. Προσδιορισμός του δυναμικού στο πεδίο κάτω από τον κύλινδρο (B)

Στον παρόν πεδίο ο προσδιορισμός του δυναμικού πραγματοποιείται μέσω μιας έκφρασης η οποία ενσωματώνει τους προσπίπτον όρους και τους περιθλώμενους όρους του κυματισμού σε μια έκφραση. Η έκφραση αυτή του δυναμικού οφείλει να ικανοποιεί την εξίσωση Laplace (Εξ. 5.6), την συνθήκη του πυθμένα (Εξ. 5.7) και την συνθήκη μη εισχώρησης στην κάτω επιφάνεια κάθε κυλίνδρου (Εξ. 5.9). Η κατάλληλη έκφραση για το συγκεκριμένο πρόβλημα οριακών τιμών που έχει τεθεί είναι:

$$\varphi_B = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n F_{mn}^{(k)} \frac{I_m\left(\frac{n\pi r_k}{h_{1k}}\right)}{I_m\left(\frac{n\pi b_k}{h_{1k}}\right)} \cos\left(\frac{n\pi z}{h_{1k}}\right) e^{im\theta_k}, \quad (5.42)$$

Όπου ε_n , είναι το σύμβολο Neumann και λαμβάνει την τιμή μηδέν για $n=0$ ενώ λαμβάνει τιμή 2 για όλες τις υπόλοιπες τιμές του $n=1,2,3,\dots$ και $F_{mn}^{(k)}$ είναι οι άγνωστοι συντελεστές που πρέπει να υπολογιστούν. Η έκφραση αυτή του δυναμικού ικανοποιεί την εξίσωση του Laplace (Εξ. 5.6)

ενώ ο όρος $\cos\left(\frac{n\pi z}{h_{1k}}\right)$ εξασφαλίζει την ικανοποίηση των συνθηκών μη εισχώρησης τόσο στον πυθμένα (Εξ. 5.7) όσο και στο κάτω όριο του κυλίνδρου (Εξ. 5.9).

Πλέον έχει προσδιοριστεί το δυναμικό που αφορά το άπειρο πεδίο (A) καθώς και το δυναμικό κάτω από το πεδίο του κυλίνδρου (B). Τα δύο δυναμικά έχουν προσδιοριστεί σε πολικές συντεταγμένες. Ως επόμενος στόχος τίθεται η εύρεση των άγνωστων συντελεστών $D_{lt}^{(k)}$, $F_{mp}^{(k)}$ και $F_{mn}^{(k)}$ που περιλαμβάνονται στις εκφράσεις των δυναμικών ταχυτήτων. Ο στόχος αυτός επιτυγχάνεται κάνοντας χρήση της μεθόδου σύζευξης, η μέθοδος παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα.

5.5. Μέθοδος σύζευξης

Η μέθοδος σύζευξης αποτελεί μια ευρέως γνωστή μέθοδος καθώς εφαρμόζεται συχνά σε προβλήματα, όπου το κυματικό πεδίο χωρίζεται σε διάφορες υπό περιοχές και περιγράφεται με διαφορετικές αναπαραστάσεις δυναμικών. Η μέθοδος βασίζεται στην σύζευξη των διαφορετικών αναπαραστάσεων για την επίτευξη της συνέχειας του κυματικού πεδίου για αυτό και ονομάζεται μέθοδος σύζευξης. Στην διαχωριστική επιφάνεια θα πρέπει το κυματικό πεδίο και η κάθετη παράγωγος να είναι συνεχής.

Η συνέχεια στην διαχωριστική επιφάνεια στο παρόν πρόβλημα εξασφαλίζεται μέσω των εξισώσεων:

$$\frac{\partial \varphi_A}{\partial r_k} = \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_k}, \quad r_k = b_k, \quad 0 \leq \theta_k \leq 2\pi, \quad 0 \leq z \leq h_{1k} \quad (5.43)$$

$$\varphi_A = \varphi_B, \quad r_k = b_k, \quad 0 \leq \theta_k \leq 2\pi, \quad 0 \leq z \leq h_{1k} \quad (5.44)$$

Η πρώτη εξίσωση συνέχειας (Εξ. 5.43) θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν παράλληλα με την συνθήκη 5.10 αντικαθιστώντας τις εκφράσεις των δυναμικών που έχουν εξαχθεί για τις δυο περιοχές στις προηγούμενες ενότητες και κάνοντας χρήση της συνθήκης *Neumann* (Εξ. 5.10). Ενώ η εξίσωση 5.43 επιτρέπει την απευθείας εφαρμογή των ορθογώνιων σχέσεων μέσω των ιδιόμορφων $e^{im\theta_k}$. Ύστερα από την εκμετάλλευση της ορθογωνιότητας της ιδιόμορφης $e^{im\theta_k}$, οι εξισώσεις 5.43 και 5.10 πολλαπλασιάζονται με τον όρο $Z_t(z)$, $t = 0,1,2,3 \dots$. Οι εξαγόμενες εξισώσεις ολοκληρώνονται για $z \in [h_{1k}, h]$ και $z \in [0, h_{1k}]$ αντίστοιχα. Το άθροισμα των δυο εκφράσεων αποδίδουν ορθογώνιους όρους και περιγράφονται μέσω των ακόλουθων σχέσεων:

$$\begin{aligned}
& i^m C_{mp}^{(k)} B_{mp}^{(k)} K'_m(\sigma_p b_k) \frac{\sigma_p h}{Z_p(h)} \\
& + \sum_{j \neq k}^N \sum_{s=-\infty}^{\infty} e^{im\pi + \frac{is\pi}{2}} C_{sp}^{(j)} B_{sp}^{(j)} K_{s-m}(\sigma_p R_{jk}) I'_m(\sigma_p b_k) \frac{\sigma_p h}{Z_p(h)} e^{i(s-m)\beta_{jk}} \\
& + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{sp} d_{n+s,-s}(q_p) H_{n-m}(\lambda_p L_k) J'_m(\lambda_p b_k) \frac{\lambda_p h}{Z_p(h)} e^{i(n-m)a_k} \\
& = -\frac{k_0 h}{Z_0(h)} \delta_{0p} \Lambda_k e^{im(\frac{\pi}{2}-\beta)} J'_m(k_0 b_k) + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n F_{mn}^{(k)} \left[\frac{I'_m\left(\frac{n\pi}{h_{1k}} b_k\right)}{I_m\left(\frac{n\pi}{h_{1k}} b_k\right)} \right] V_{np}^{(k)}, \quad (5.45)
\end{aligned}$$

Όπου

$$V_{np}^{(k)} = \frac{1}{h_{1k}} \int_0^{h_{1k}} \cos\left(\frac{n\pi z}{h_{1k}}\right) = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sin(2\sigma_p h)}{2\sigma_p h} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \frac{(-1)^n \sigma_p h_{1k} \sin(\sigma_p h_{1k})}{(\sigma_p h_{1k})^2 - (n\pi)^2}, \quad (5.46)$$

Λαμβάνοντας στην συνέχεια την δεύτερη εξίσωση συνέχειας (Εξ. 5.44) σε αυτή την περίπτωση οι ιδιόμορφες είναι $\cos\left(\frac{n\pi z}{h_{1k}}\right)$, οι οποίες είναι ορθογώνιες για $z \in [0, h_{1k}]$. Κάνοντας παρόμοια διαδικασία όπως προηγουμένως δηλαδή πολλαπλασιάζοντας κάθε όρο με $\cos\left(\frac{t\pi z}{h_{1k}}\right)$ και ολοκληρώνοντας στο διάστημα $\theta \in [0, 2\pi]$ η σχέση η οποία εξάγεται αυτή την φορά είναι:

$$\begin{aligned}
F_{mt}^{(k)} & = \sum_{p=0}^{\infty} i^m C_{mp}^{(k)} B_{mp}^{(k)} K_m(\sigma_p, b_k) \frac{V_{tp}^{(k)}}{Z_p(h)} \\
& + \sum_{j \neq k}^N \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} e^{im\pi + \frac{is\pi}{2}} C_{sp}^{(j)} B_{sp}^{(j)} K_{s-m}(\sigma_p R_{jk}) I_m(\sigma_p b_k) \frac{V_{tp}^{(k)}}{Z_p(h)} e^{i(s-m)\beta_{jk}} \\
& + \frac{V_{t0}^{(k)}}{Z_0(h)} \Lambda_k e^{im(\frac{\pi}{2}-\beta)} J_m(k_0 b_k) \\
& + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{sp} d_{n+s,-s}(q_p) H_{n-m}(\lambda_p L_k) J_m(\lambda_p b_k) \frac{V_{tp}^{(p)}}{Z_p(h)} e^{i(n-m)a_k}, \quad (5.47)
\end{aligned}$$

Η εξίσωση 5.47 ολοκληρώνει την διαδικασία σύζευξης των διαφορετικών εκφράσεων για κάθε πεδίο. Το τελικό σύστημα το οποίο πρέπει να ληφθεί υπόψιν και να επιλυθεί συντίθεται από τις εξισώσεις 5.33, 5.45 και 5.47, οι οποίες δημιουργούν ένα περίπλοκο σύστημα επίλυσης των αγνώστων. Με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις είναι δυνατόν να καταλήξουμε στην επίλυση

ενός περίπλοκου γραμμικού συστήματος σε όρους ενός συντελεστή $C_{mp}^{(k)}$. Οι υπόλοιποι άγνωστοι αποκτούνται από τις εξισώσεις 5.47 και 5.33.

6. Υδροδυναμικές φορτίσεις

Ύστερα από την εξαγωγή των δυναμικών ταχύτητας στο μακρινό πεδίο, άπειρο, αλλά και του δυναμικού που βρίσκεται κάτω από την περιοχή κάθε κυκλικού κυλίνδρου, είναι πλέον εφικτός ο υπολογισμός των υδροδυναμικών δυνάμεων που ασκούνται πάνω στους κυλίνδρους. Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί ότι δεν υπολογίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στον τοίχο παρά μόνο η συνεισφορά του τοίχου στις δυνάμεις που ασκούνται στους κυλίνδρους. Ο υπολογισμός των υδροδυναμικών δυνάμεων γίνεται μέσω της απευθείας ολοκλήρωσης της πίεσης που ασκείται στην βρεχόμενη επιφάνεια των κυλίνδρων.

Η πίεση υπολογίζεται ως:

$$P = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \text{ άρα } F = - \int_{S_B} P n dS, \quad (6.1)$$

Όπου n , το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στην εξεταζόμενη κάθε φορά επιφάνεια.

Η δύναμη στην διεύθυνση του άξονα x δίνεται από την σχέση:

$$F_x^{(k)} = -\rho g A b_k \int_{h_{1k}}^h \int_0^{2\pi} \varphi_A(b_k, \theta_k, z) \cos \theta_k d\theta_k dz, \quad (6.2)$$

Η δύναμη στην διεύθυνση του άξονα y δίνεται από την σχέση:

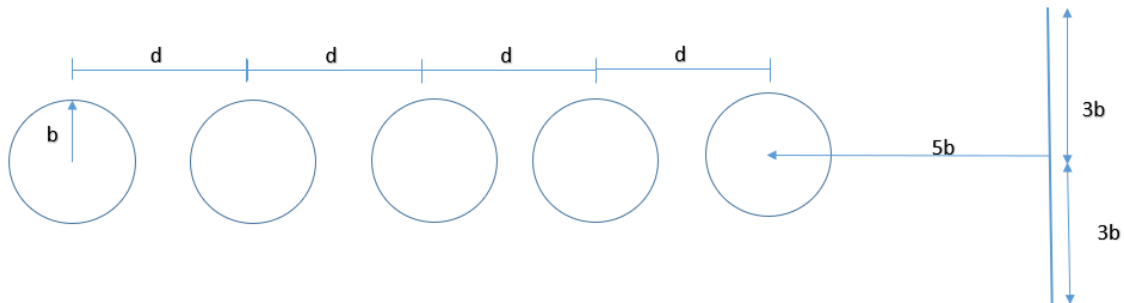
$$F_y^{(k)} = -\rho g A b_k \int_{h_{1k}}^h \int_0^{2\pi} \varphi_A(b_k, \theta_k, z) \sin \theta_k d\theta_k dz, \quad (6.3)$$

Η δύναμη στην διεύθυνση του άξονα z δίνεται από την σχέση:

$$F_z^{(k)} = \rho g A \int_0^{b_k} \int_0^{2\pi} \varphi_B(r_k, \theta_k, h_{1k}) r_k d\theta_k dr_k, \quad (6.4)$$

7. Μοντέλα μελέτης

Η προαναφερθείσα μέθοδος έχει εφαρμοστεί για την διάταξη των κυλίνδρων που απεικονίζεται στην ακόλουθη Εικόνα 21.



Εικόνα 21 Διάταξη μελέτης

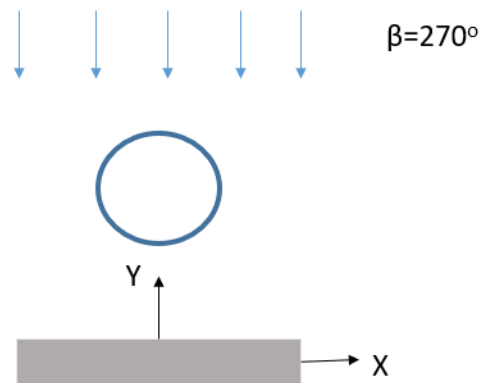
Η διάταξη αποτελείται από πέντε πανομοιότυπους κυκλικούς κυλίνδρους ακτίνας b , οι οποίοι είναι διατεταγμένοι στην ίδια ευθεία και τοποθετημένοι κάθετα μπροστά από τον κατακόρυφο τοίχο. Ο κατακόρυφος τοίχος, έχει προσομοιωθεί με έναν ελλειπτικό κύλινδρο διαθέτει μηδενικό δευτερεύων άξονα ενώ ο πρωτεύων άξονας είναι ίσος με $3b$. Η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων συμβολίζεται με d . Η διάταξη μελετάται όταν η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων d είναι ίση με $5b$ και $3b$ και ονομάζονται πρώτη και δεύτερη διάταξη μελέτης αντίστοιχα. Οι διατάξεις ελέγχονται επίσης για το πως επηρεάζει το βύθισμα τις υδροδυναμικές δυνάμεις. Το βύθισμα εξετάζεται μέσω του λόγου h_{1k}/h , το οποίο παίρνει τις ακόλουθες τιμές $h_{1k}/h = 0.8, 0.5$ και 0.25 για κάθε διάταξη. Σε κάθε περίπτωση η απόσταση μεταξύ του κατακόρυφου τοίχου και του κυλίνδρου λαμβάνεται αρχικά ίση με $5b$ ενώ στην συνέχεια η απόσταση αυτή αλλάζει και λαμβάνεται ίση με $3b$.

Θα εξεταστεί δηλαδή αναλυτικά πως επηρεάζονται οι υδροδυναμικές φορτίσεις της διάταξης από:

- Τον λόγο του βυθίσματος προς το βάθος
- Την απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων
- Την απόσταση του τοίχου

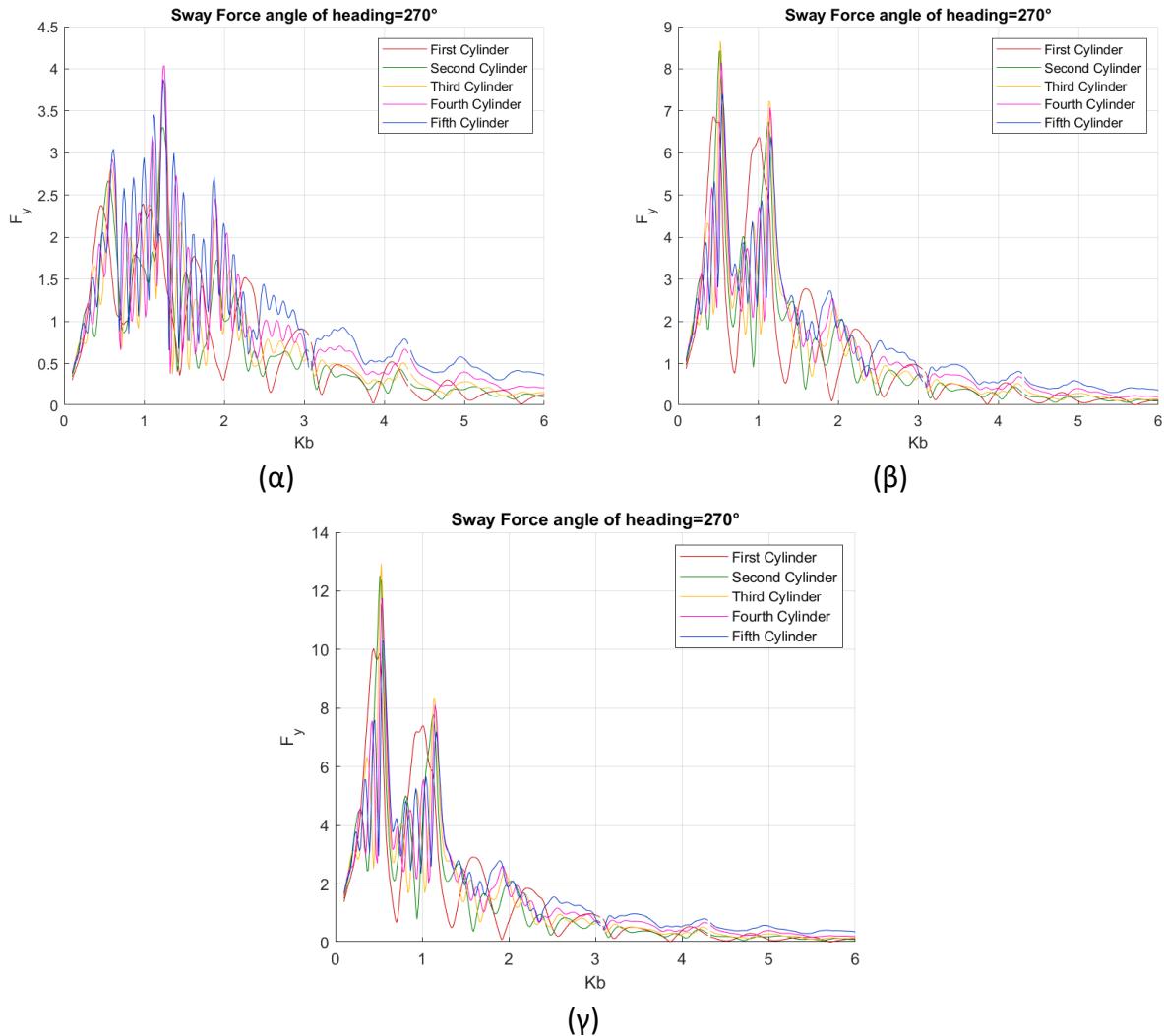
8. Αποτελέσματα

Στο παρόν κεφάλαιο εμφανίζονται τα αποτελέσματα που εξήχθησαν για την πρώτη και δεύτερη διάταξη μελέτης. Για κάθε διάταξη θα εξεταστεί πως επηρεάζει το βύθισμα τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω στους κυλίνδρους, η αλλαγή της απόστασης μεταξύ των κυλίνδρων και τέλος πως επηρεάζεται η διάταξη από την αλλαγή της απόστασης μεταξύ του τοίχου και των κυλίνδρων. Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων ως προσπίπτων κυματισμός θεωρείται ένας μονοχρωματικός κυματισμός πλάτους A , γωνιακής συχνότητας ω ενώ η γωνία πρόσπτωσης συμβολίζεται με β και είναι ίση με 270° (Εικόνα 22). Όλες οι δυνάμεις οι οποίες παρουσιάζονται στην συνέχεια στα διαγράμματα είναι κανονικοποιημένες με τον όρο $\rho g A b^2$. Σε κάθε διάγραμμα που παρουσιάζεται στην συνέχεια στον κατακόρυφο άξονα έχουν τοποθετηθεί οι δυνάμεις ενώ στον οριζόντιο άξονα έχουν τοποθετηθεί οι συχνότητες.



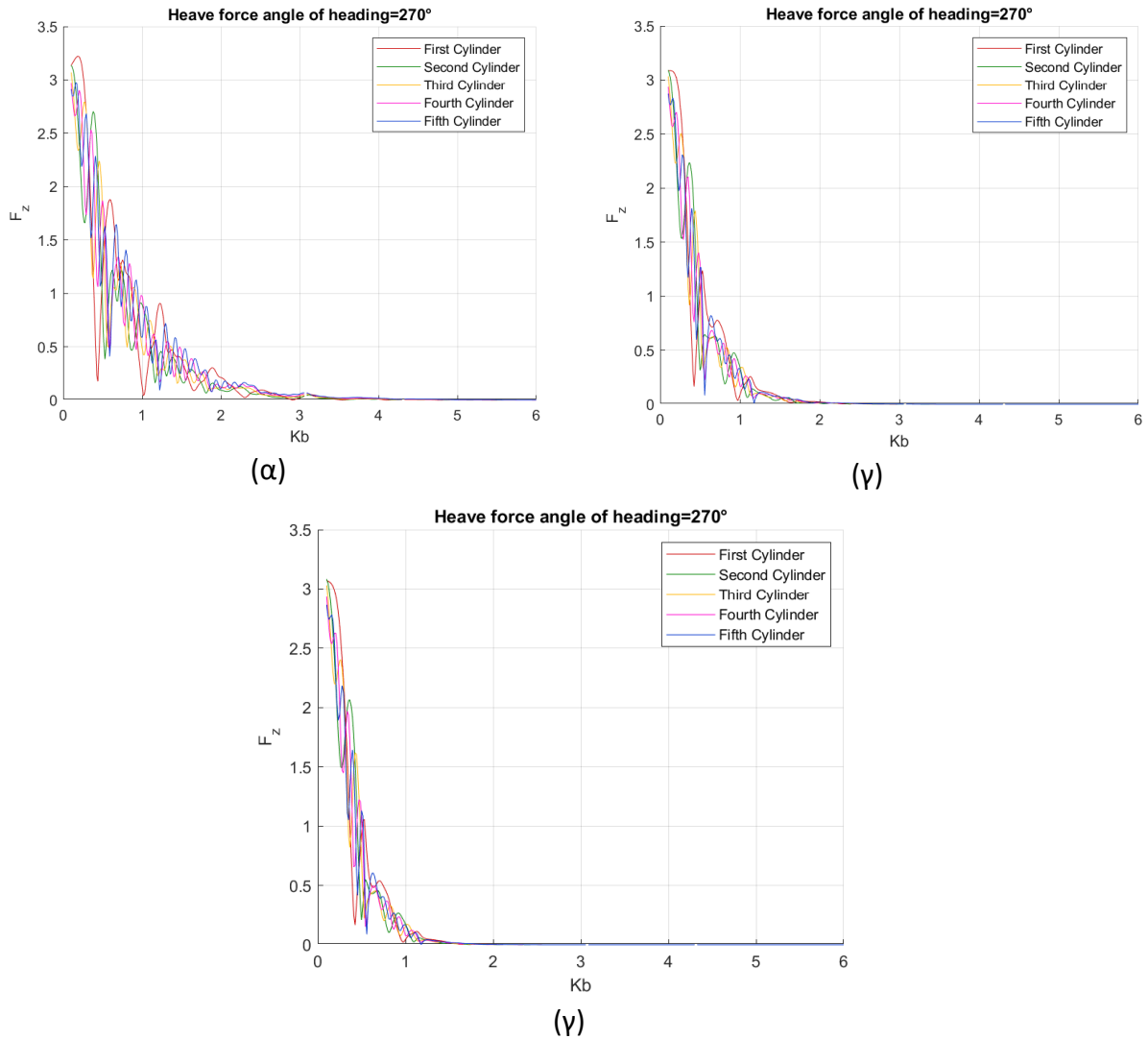
Εικόνα 22 Γωνίες πρόσπτωσης του κυματισμού

Αρχικά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αφορούν την πρώτη διάταξη όπου η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων είναι ίση με $5b$ για διαφορετικά βυθίσματα.



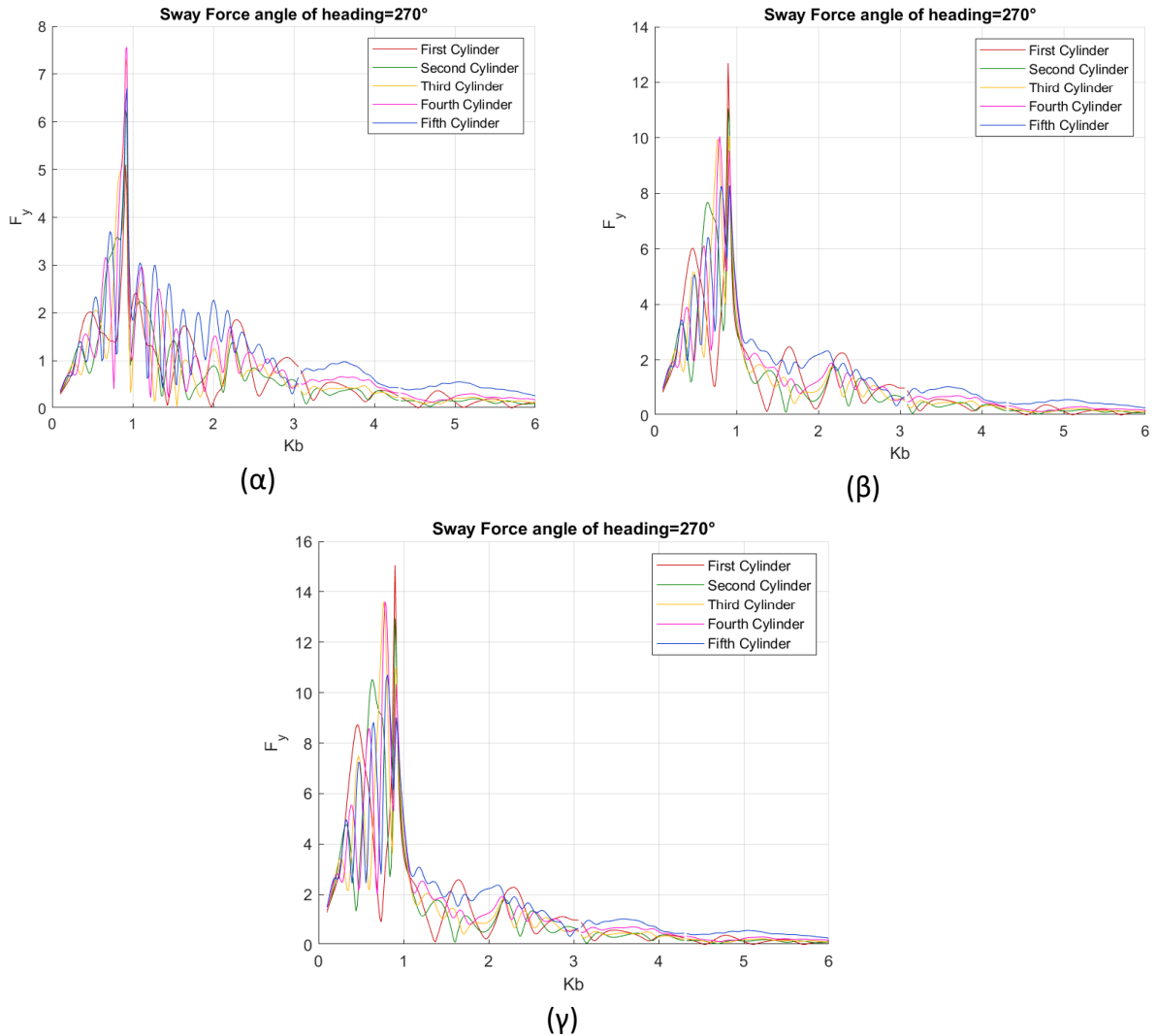
Εικόνα 23 Οι αδιαστοποιημένες δυνάμεις στον άξονα y για τα βυθίσματα (α) $h_1/h=0.8$, (β) $h_1/h=0.5$, (γ) $h_1/h=0.25$

Εξετάζοντας σε πρώτο στάδιο τις δυνάμεις κατά τον άξονα y παρατηρείται ότι η αδιαστοποιημένη δύναμη είναι ίση με 4 μονάδες (Εικόνα 23α) όταν το βύθισμα είναι μεγάλο ενώ αντίθετα όσο μειώνεται το βύθισμα πλησιάζουμε δηλαδή σε μικρότερα βυθίσματα η μέγιστη τιμή της δύναμης είναι ίση με περίπου 13 μονάδες (Εικόνα 23γ). Οπότε από τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τα διαγράμματα (Εικόνα 23) είναι δυνατόν να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι όσο το βύθισμα μειώνεται τόσο αυξάνονται οι δυνάμεις. Μελετώντας στην συνέχεια την ίδια διάταξη αλλά τις δυνάμεις που ασκούνται στον κατακόρυφο άξονα z (Εικόνα 24) παρατηρείται ότι η μεταβολή του βυθίσματος δεν επηρεάζει τις τιμές των δυνάμεων. Αντίθετα όλες ξεκινούν από το ίδιο σημείο το οποίο τυγχάνει να ισοδυναμεί με την τιμή $\pi=3.14$.



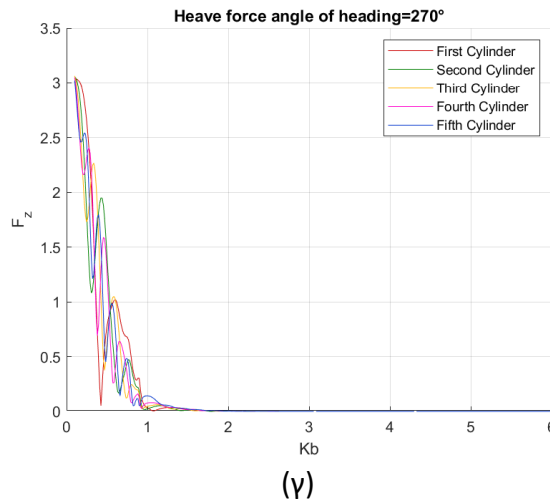
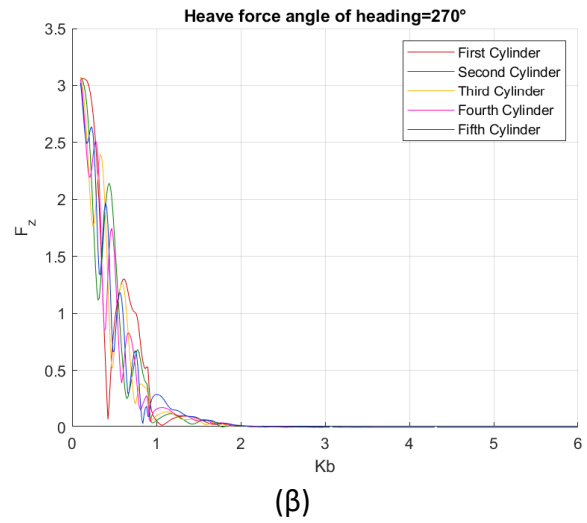
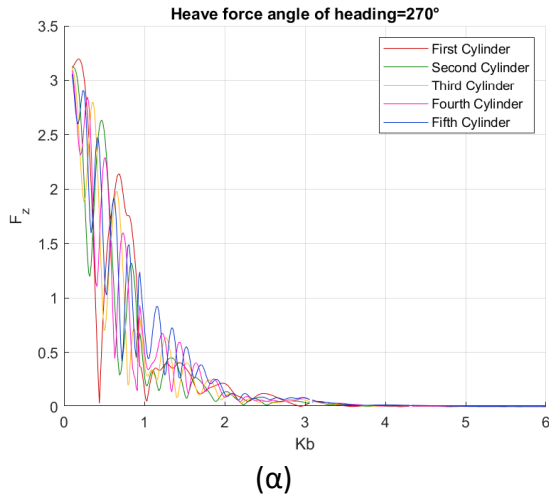
Εικόνα 24 Οι διασποποιημένες δυνάμεις στον άξονα z για τα βυθίσματα (α) $h1/h=0.8$, (β) $h1/h=0.5$, (γ) $h1/h=0.25$

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αφορούν την δεύτερη διάταξη όπου η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων έχει πλέον μειωθεί και είναι ίση με $3b$ για διαφορετικά βυθίσματα.



Εικόνα 25 Οι αδιαστοποιημένες δυνάμεις στον άξονα y για τα βυθίσματα (α) $h_1/h=0.8$, (β) $h_1/h=0.5$, (γ) $h_1/h=0.25$

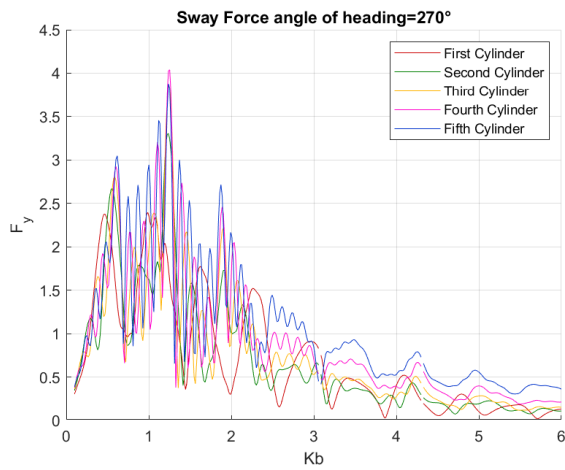
Στην παρούσα περίπτωση (Εικόνα 25) έχει μειωθεί η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων όμως παρά το γεγονός αυτό εμφανίζεται όπως και στην πρώτη διάταξη η ίδια συμπεριφορά. Δηλαδή όσο μειώνεται το βύθισμα τόσο αυξάνονται οι δυνάμεις κατά μήκος της διεύθυνσης y . Για μεγάλα βυθίσματα η μέγιστη τιμή είναι ίση με περίπου 7.5 μονάδες ενώ σε μικρό βύθισμα η μέγιστη τιμή έχει σχεδόν διπλασιαστεί φτάνοντας περίπου τις 15 μονάδες. Στην κατακόρυφη διεύθυνση z (Εικόνα 26) όπως και στην προηγούμενη διάταξη εμφανίζεται η ίδια συμπεριφορά, η αλλαγή του βυθίσματος δεν επηρέασε καθόλου τις δυνάμεις και όλες είναι ίδιες μεταξύ τους.



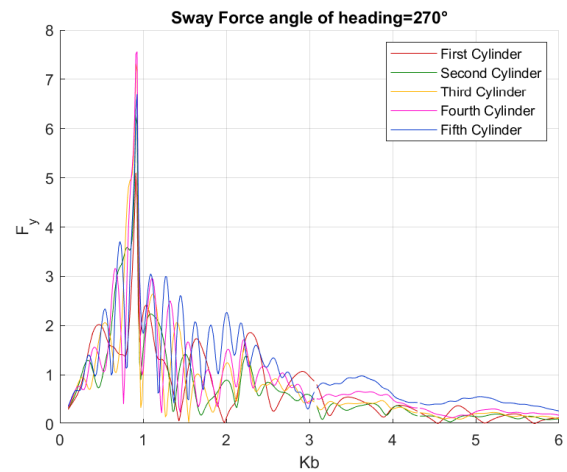
Εικόνα 26 Οι αδιαστοποιημένες δυνάμεις στον άξονα z για τα βυθίσματα (α) $h1/h=0.8$, (β) $h1/h=0.5$, (γ) $h1/h=0.25$

Ύστερα από την μελέτη των αποτελεσμάτων για διαφορετικά βυθίσματα, για κάθε διάταξη, ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των δυο διατάξεων, διότι η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων μειώνεται. Η σύγκριση θα πραγματοποιηθεί ξεκινώντας από μεγάλα βυθίσματα καταλήγοντας σε μικρά. Σε αυτή την περίπτωση κύριο στόχο αποτελεί να εξεταστεί σε βάθος κατά πόσο επηρεάζονται οι δυνάμεις από την απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων.

Πρώτη περίπτωση όπου βρισκόμαστε σε μεγάλα βυθίσματα δηλαδή $h_1/h=0.8$:

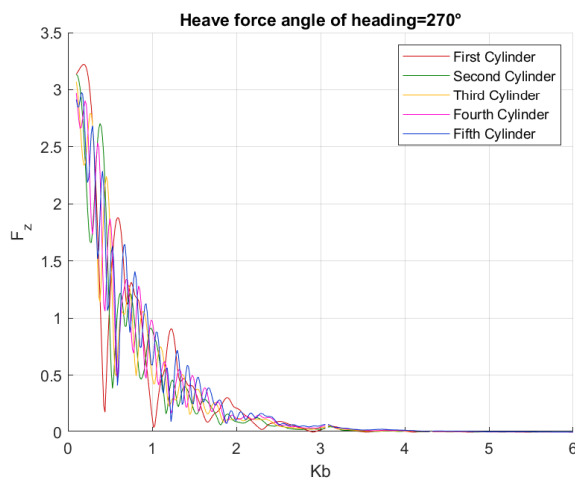


(α)

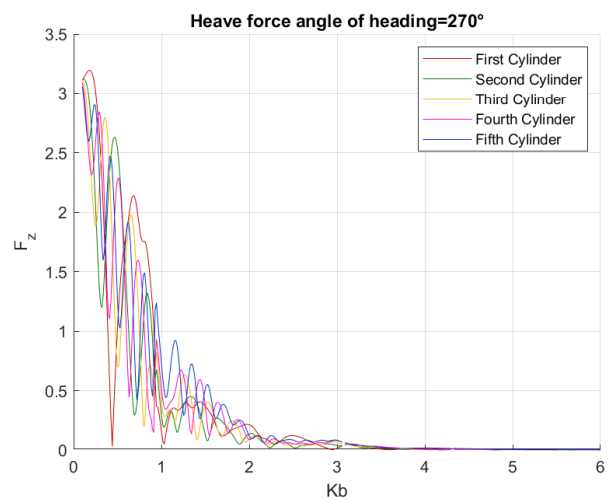


(β)

Εικόνα 27 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη



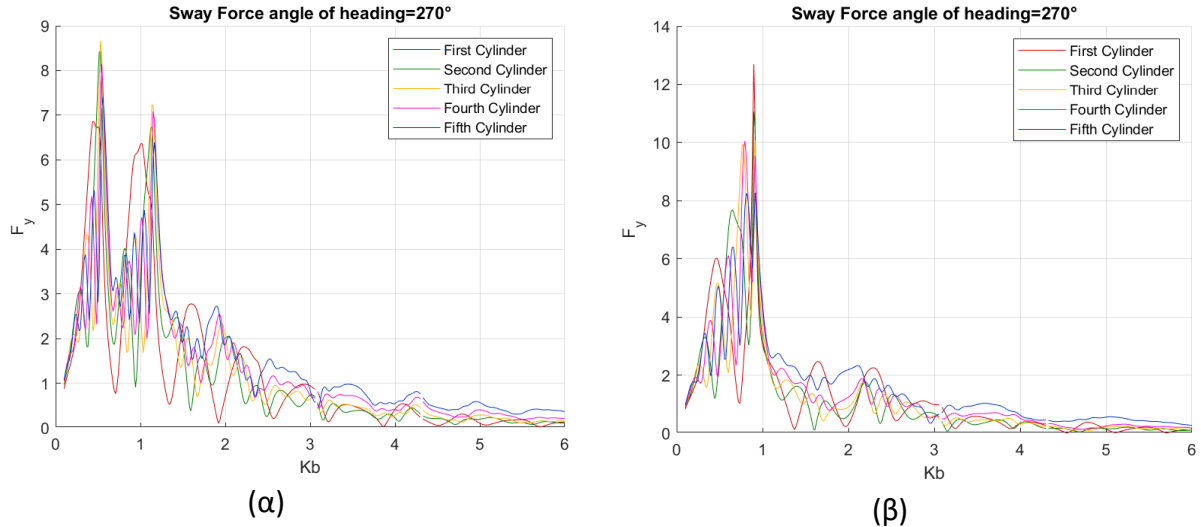
(α)



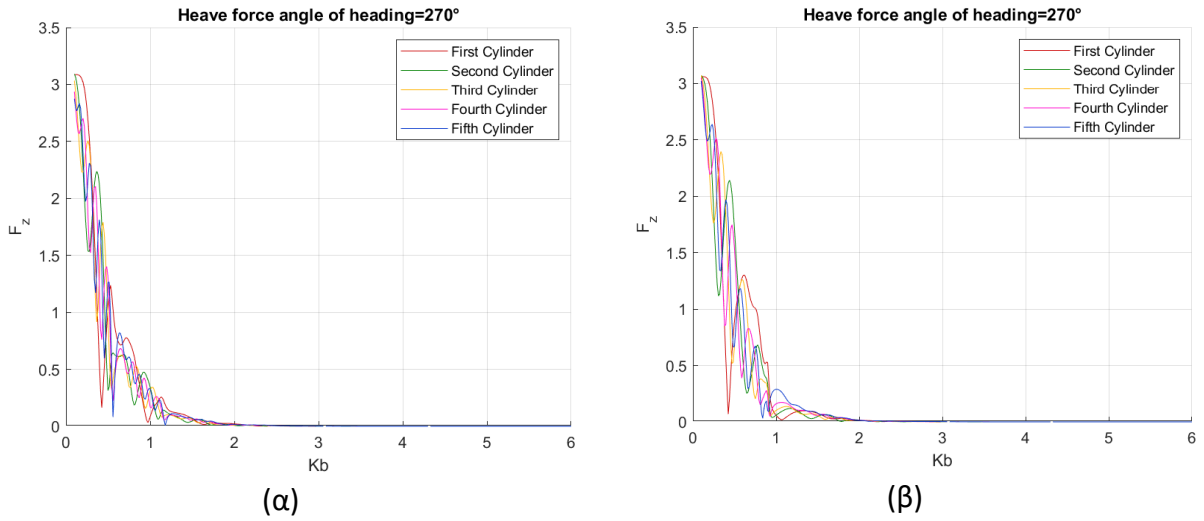
(β)

Εικόνα 28 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη

Δεύτερη περίπτωση όπου ο λόγος h_1/h είναι ίσος με 0.5 δηλαδή βρισκόμαστε σε ενδιάμεσο βύθισμα:

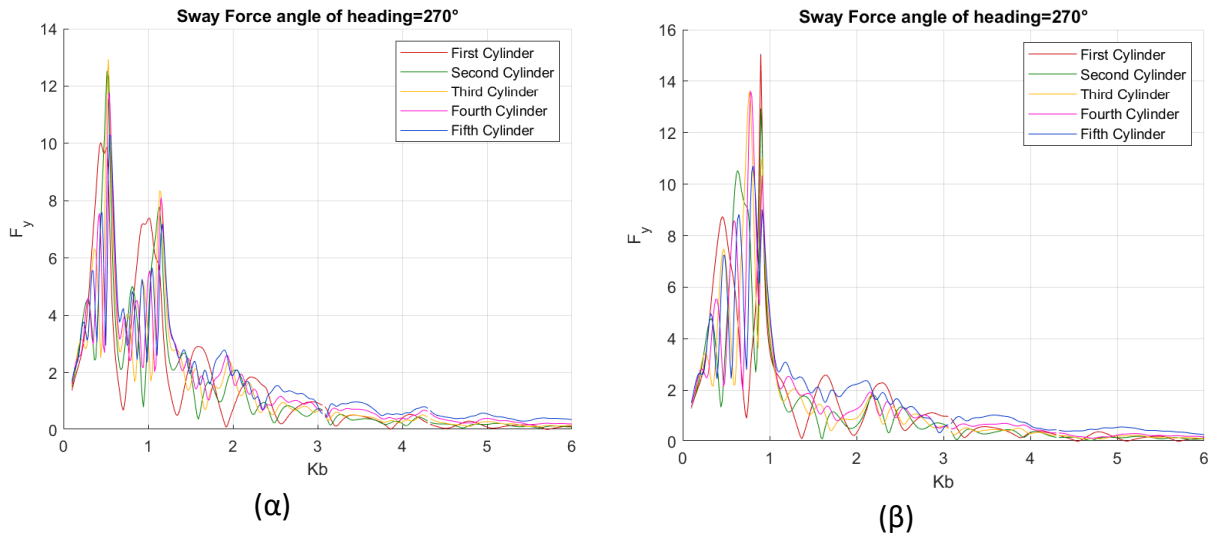


Εικόνα 29 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη

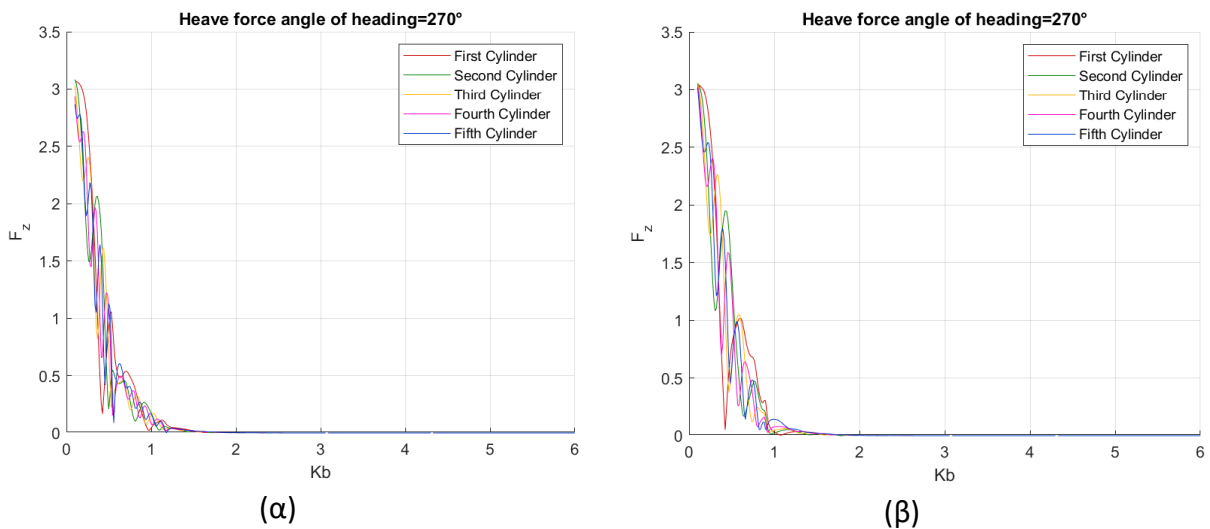


Εικόνα 30 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη

Τρίτη περίπτωση όπου βρισκόμαστε σε μικρό βύθισμα δηλαδή $h_1/h=0.25$:



Εικόνα 31 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη



Εικόνα 32 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z (α) πρώτη διάταξη, (β) δεύτερη διάταξη

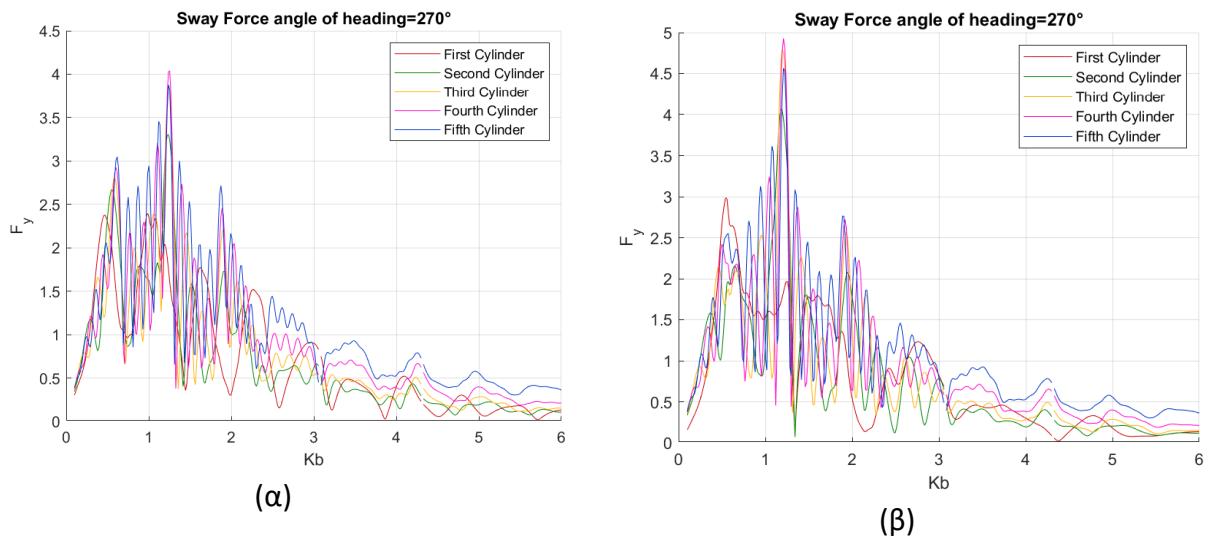
Ύστερα από την σύγκριση των αποτελεσμάτων (Εικόνα 27, Εικόνα 29, Εικόνα 31) είναι προφανές ότι η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό τις τιμές των δυνάμεων. Εξετάζοντας αρχικά την Εικόνα 27 όπου οι δυο διατάξεις βρίσκονται σε μεγάλα βυθίσματα προκύπτει ότι στην πρώτη διάταξη η μέγιστη δύναμη είναι ίση με 4 ενώ στην δεύτερη η τιμή της είναι περίπου 7.5, για ενδιάμεσα βυθίσματα νερών (Εικόνα 29) η μέγιστη τιμή είναι 9 και 13 για την πρώτη και δεύτερη διάταξη αντίστοιχα, ενώ για μικρό βύθισμα (Εικόνα 31) η μέγιστη τιμή είναι ίση με 12 στην πρώτη διάταξη καθώς στην δεύτερη είναι ίση με 15. Με βάση τα προαναφερθέντα αποτελέσματα θα μπορούσαμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι, όσο

μικρότερη είναι η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων τόσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές των δυνάμεων στην κατεύθυνση y . Το ίδιο όμως συμπέρασμα όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα (Εικόνα 28, Εικόνα 30, Εικόνα 32) δεν ισχύει για τις κατακόρυφες δυνάμεις, όπου παρατηρείται πάλι οι δυνάμεις να μην επηρεάζονται από την απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων, διότι παραμένουν συνεχώς σταθερές.

Μέχρι στιγμής έχει εξεταστεί πως επηρεάζει το βύθισμα και η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων τις διεγέρσεις ενώ στην συνέχεια εξετάζεται πως επηρεάζονται οι διεγέρσεις από την μείωση της απόστασης μεταξύ του τοίχου και των κυλίνδρων.

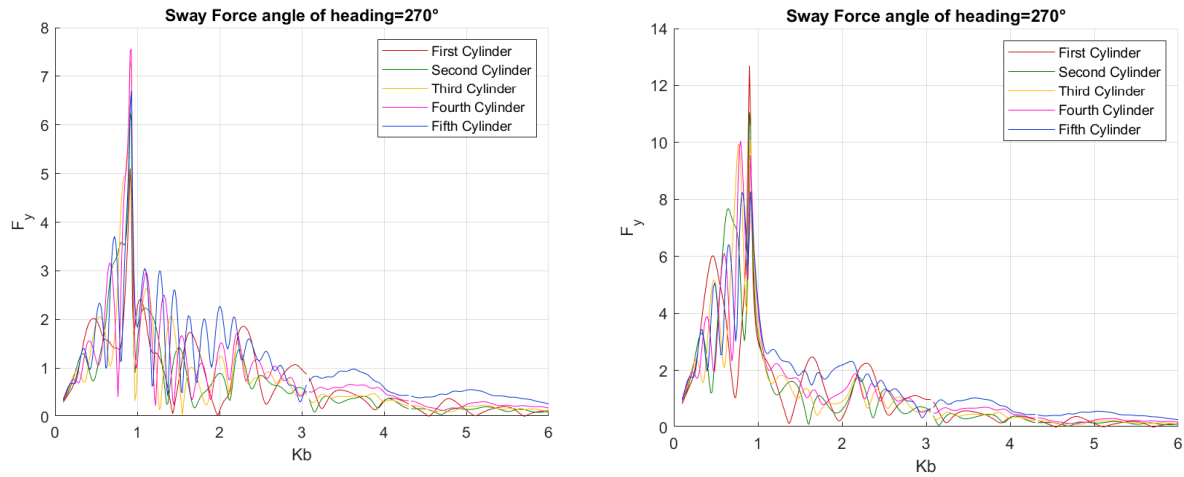
Πρώτη περίπτωση όπου βρισκόμαστε σε μεγάλο βύθισμα:

Πρώτη διάταξη



Εικόνα 33 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) $5b$, (β) $3b$

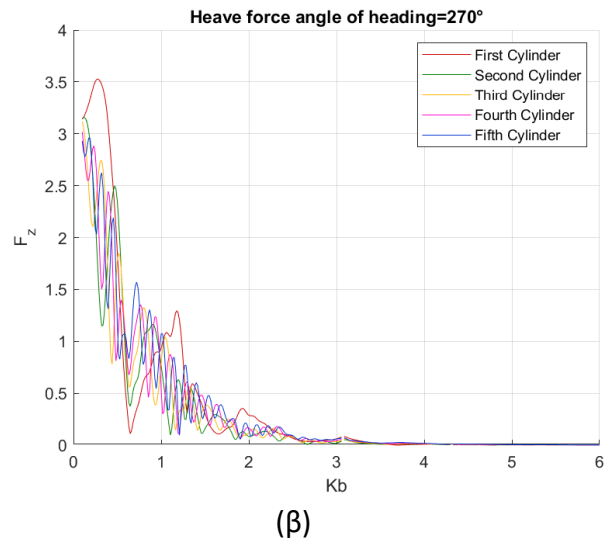
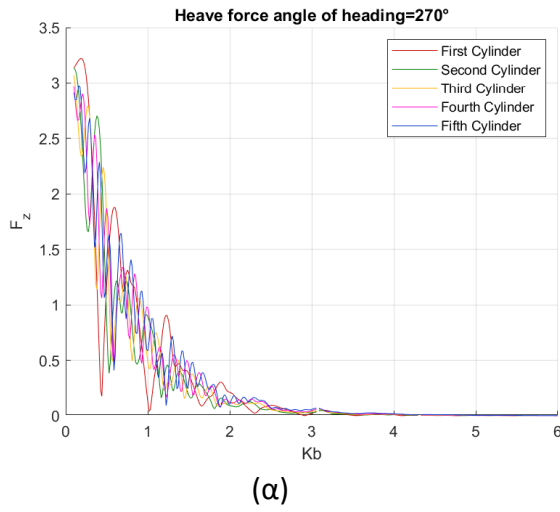
Δεύτερη διάταξη



Εικόνα 34 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) $5b$, (β) $3b$

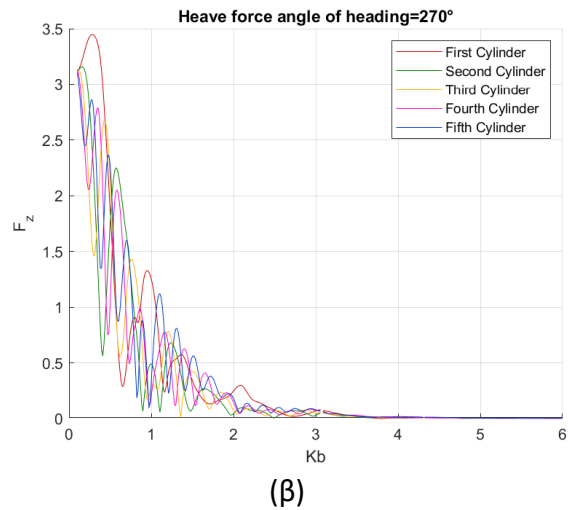
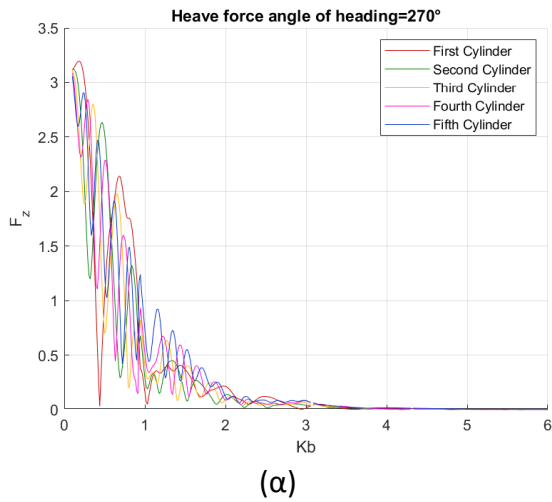
Μελετώντας τα αποτελέσματα που εξήχθησαν για τις δυνάμεις στον άξονα y αρχικά για την πρώτη διάταξη (Εικόνα 33) είναι εμφανές πως η μείωση της απόστασης μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου έχει επιφέρει μια μικρή αύξηση των δυνάμεων. Λόγω των αποτελεσμάτων που έχουν προκύψει από τους προηγούμενους παράγοντες μελέτης η μικρή αυτή αύξηση των αποτελεσμάτων δεν προκαλεί ένα μη αναμενόμενο γεγονός, εφόσον μέχρι στιγμής έχει προκύψει ότι σε μεγαλύτερα βυθίσματα παρουσιάζονται συνεχώς ελάχιστες μεταβολές των αποτελεσμάτων. Εξετάζοντας στην συνέχεια τις δυνάμεις στον κατακόρυφο άξονα z στις δύο διατάξεις (Εικόνα 35 & Εικόνα 36) ενώ προκύπτει μια μικρή αύξηση της δύναμης στον πρώτο κύλινδρο, όμως για μια ακόμα φορά όλες οι υπόλοιπες παραμένουν σταθερές.

Πρώτη διάταξη



Εικόνα 35 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b

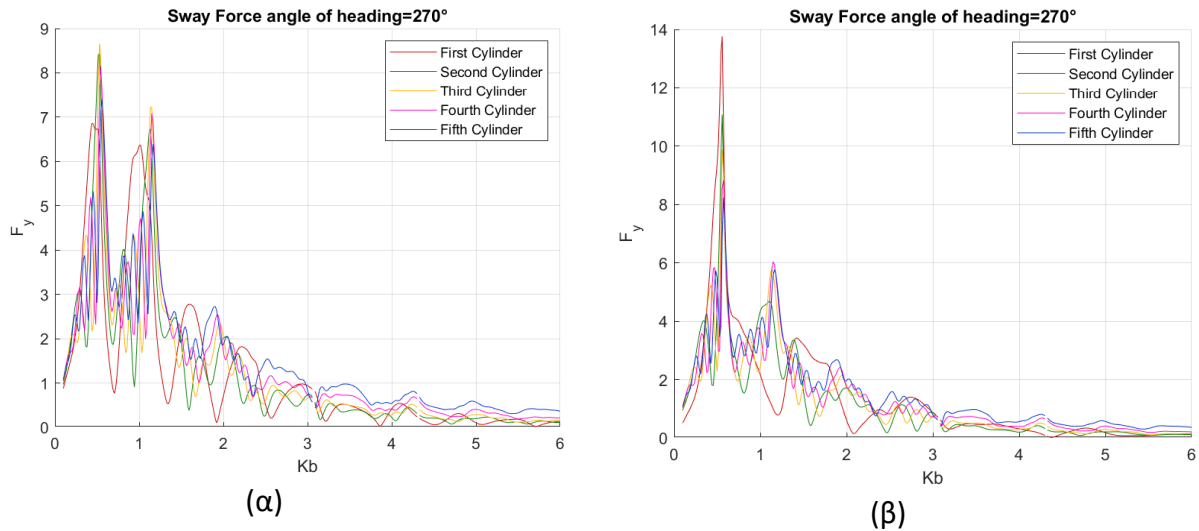
Δεύτερη διάταξη



Εικόνα 36 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b

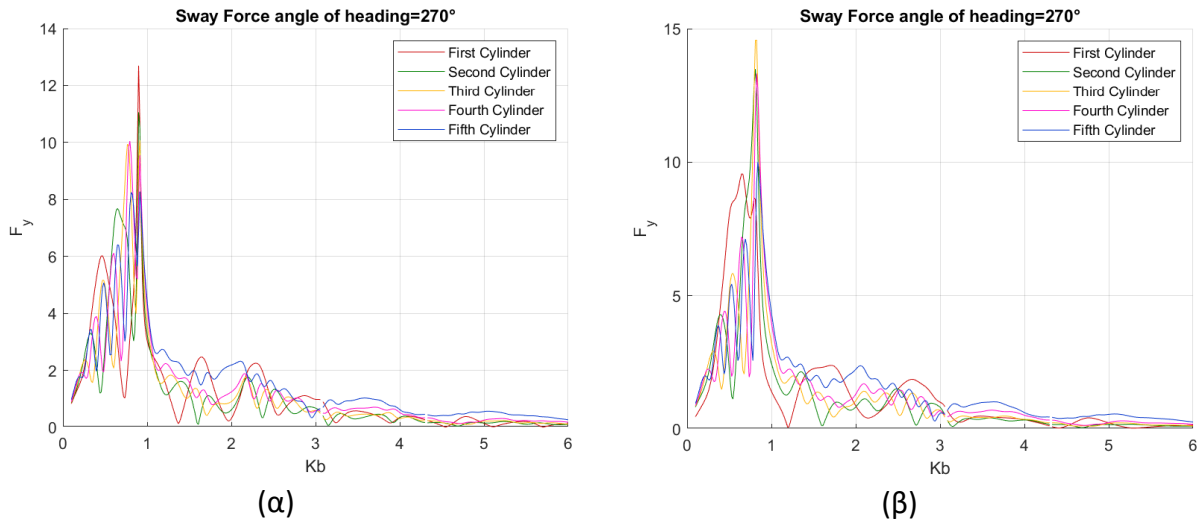
Δεύτερη περίπτωση ενδιάμεσο βύθισμα:

Πρώτη διάταξη



Εικόνα 37 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) $5b$, (β) $3b$

Δεύτερη διάταξη

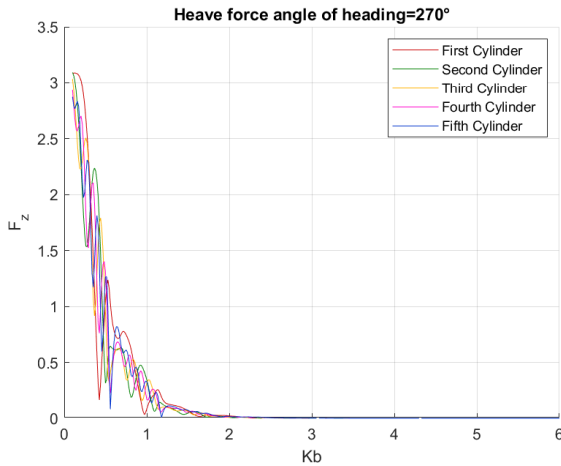


Εικόνα 38 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) $5b$, (β) $3b$

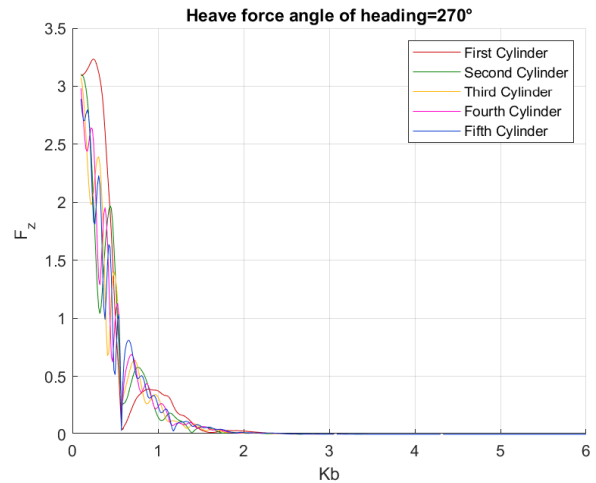
Εξετάζοντας τα αποτελέσματα των δυο διατάξεων όταν βρίσκονται σε ενδιάμεσο βύθισμα και τις δυνάμεις στον άξονα y (Εικόνα 37, Εικόνα 38) προκύπτει ότι, για την πρώτη διάταξη η μείωση της απόστασης μεταξύ του τοίχου επιφέρει μια αύξηση της δύναμης της τάξης 35% ενώ για την δεύτερη διάταξη το ποσοστό αύξησης της δύναμης είναι περίπου 14%. Σε αντίθεση όμως με τις

δυνάμεις στον κατακόρυφο άξονα z (Εικόνα 39, Εικόνα 40), οι οποίες παραμένουν σταθερές και στις δύο διατάξεις μελέτης, εμφανίζεται μόνο μια ελάχιστη αύξηση της δύναμης στον πρώτο κύλινδρο, ο οποίος βρίσκεται ακριβώς μπροστά από τον τοίχο.

Πρώτη διάταξη



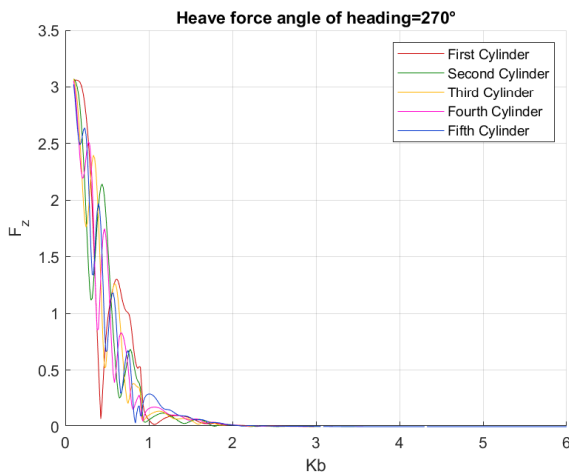
(α)



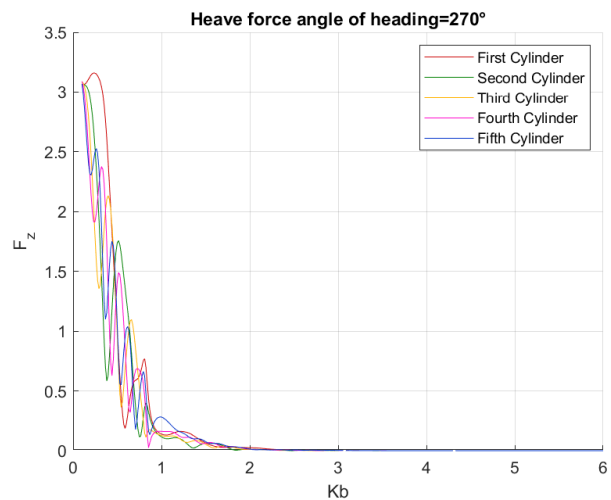
(β)

Εικόνα 39 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b

Δεύτερη διάταξη



(α)

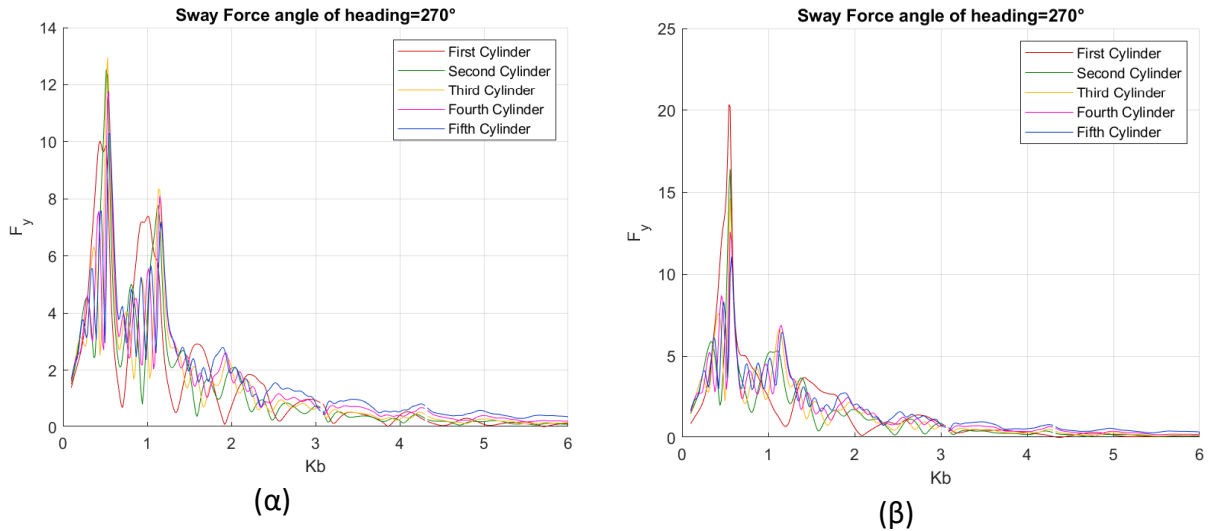


(β)

Εικόνα 40 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) 5b, (β) 3b

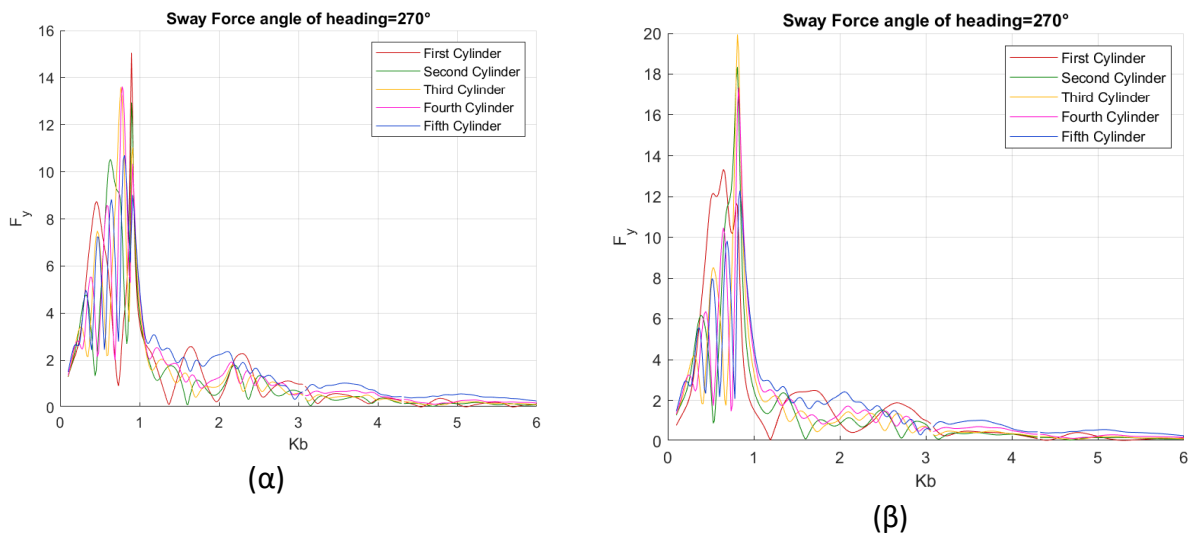
Τρίτη περίπτωση όπου πλέον η διάταξη βρίσκεται σε μικρό βύθισμα

Πρώτη διάταξη



Εικόνα 41 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) $5b$, (β) $3b$

Δεύτερη διάταξη

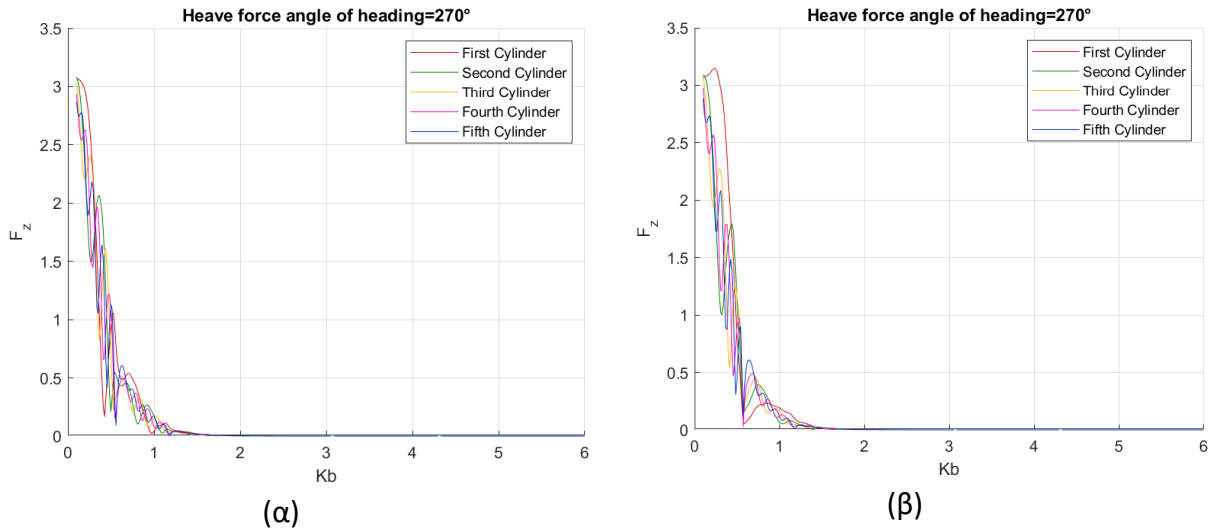


Εικόνα 42 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση y όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) $5b$, (β) $3b$

Για μικρό βύθισμα όπως ήταν αναμενόμενο από τα αποτελέσματα που έχουν εξαχθεί μέχρι στιγμής οι διατάξεις παρουσιάζουν ιδιαίτερα έντονες μεταβολές στις τιμές τους. Πιο

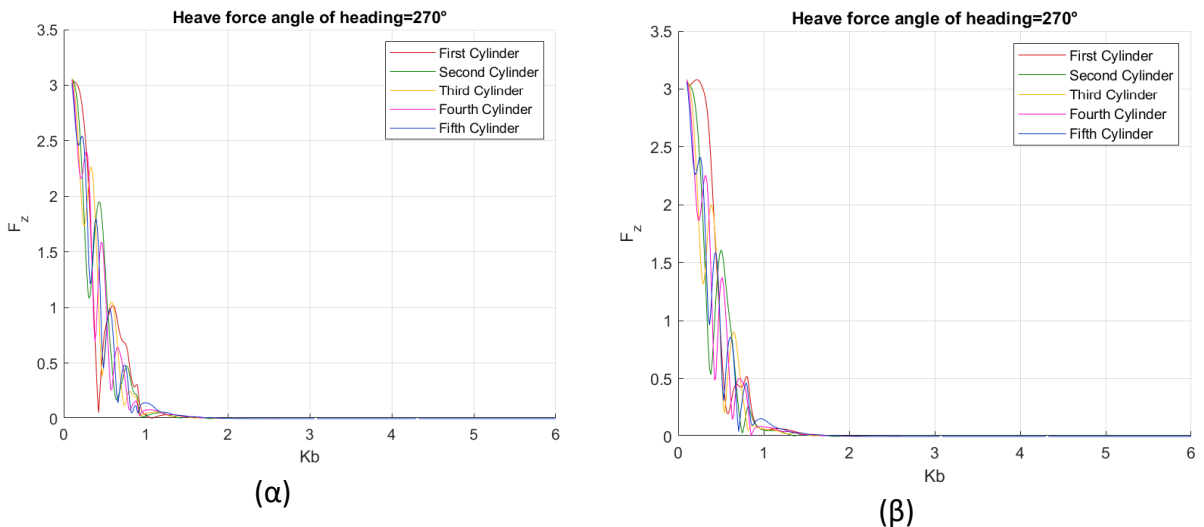
συγκεκριμένα, για τις δυνάμεις στον άξονα y , η πρώτη διάταξη παρουσιάζει μια αύξηση της τάξης σχεδόν 50% (Εικόνα 41) ενώ η δεύτερη διάταξη εμφανίζει μια αύξηση περίπου ίση με 40% (Εικόνα 42). Οι δυνάμεις στην κατακόρυφη διεύθυνση z και σε αυτή την περίπτωση δεν εμφανίζουν κάποια σημαντική διαφορά στις τιμές (Εικόνα 43&Εικόνα 44), η μόνη αλλαγή η οποία θα μπορούσε να φανεί αξιοσημείωτη είναι μια μικρή αύξηση της δύναμης στον πρώτο κύλινδρο όπως συνέβη και στις προηγούμενες περιπτώσεις.

Πρώτη διάταξη



Εικόνα 43 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) $5b$, (β) $3b$

Δεύτερη διάταξη



Εικόνα 44 Αδιαστοποιημένες δυνάμεις στην διεύθυνση z όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και του κυλίνδρου είναι (α) $5b$, (β) $3b$

9. Συμπεράσματα – Προτάσεις για έρευνα

9.1. Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται οι δυνάμεις διέγερσης μέσω του προβλήματος της περίθλασης, που αναπτύσσονται σε μια διάταξη πλωτών κυλίνδρων, η οποία είναι τοποθετημένη μπροστά από έναν τοίχο. Ο τοίχος προσομοιώνεται με έναν ελλειπτικό κύλινδρο όπου ο ημι- δευτερεύον άξονας είναι ίσος με μηδέν ενώ ο ημι- πρωτεύον άξονας είναι ίσος με μια τιμή. Η μέθοδος μας επιτρέπει να θεωρήσουμε έναν τοίχο πεπερασμένου μήκους. Το δυναμικό της ταχύτητας για τον τοίχο εκφράζεται σε ελλειπτικές συντεταγμένες, ενώ το δυναμικό της ταχύτητας των κυκλικών κυλίνδρων εκφράζεται σε πολικές συντεταγμένες. Οι κυκλικοί κύλινδροι μπορούν να θεωρηθούν ως διατάξεις εκμετάλλευσης της κυματικής ενέργειας, πιο συγκεκριμένα μπορούν να θεωρηθούν ως σημειακοί απορροφητές της κυματικής ενέργειας. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται περιγράφει με ομαλότητα το πεδίο κύματος σε σχέση με το τοπικό σύστημα πολικών συντεταγμένων ενός τυχαίου κυκλικού κυλίνδρου στη συστοιχία και το τοπικό ελλειπτικό σύστημα συντεταγμένων του τοίχου. Γεγονός το οποίο μας επιτρέπει να εφαρμόσουμε ξεχωριστά την συνθήκη Neumann στις βρεχώμενες επιφάνειες των σωμάτων. Το πεδίο κύματος αποτελείται από τις συνεχής ανακλάσεις των κυμάτων, την υπέρθεση των περιθλώμενων πεδίων κυμάτων εξαιτίας των κυλίνδρων με τα εισερχόμενα κύματα και τέλος την συμβολή του τοίχου. Η παρούσα ημι-αναλυτική βασίζεται στην απόδοση των δυναμικών ταχύτητας σε πολικές και ελλειπτικές συντεταγμένες σε συνδυασμό με την μέθοδο σύζευξης. Ο πλήρης προσδιορισμός των δυναμικών ταχύτητας μας επιτρέπει τον προσδιορισμό των υδροδυναμικών δυνάμεων στους κυκλικούς κυλίνδρους αλλά και στον τοίχο. Στόχο όμως αποτελεί η διεύρυνση του παραγόντων που αυξάνουν τις τιμές των υδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων πάνω στους κυλίνδρους. Ύστερα από την εξαγωγή των αποτελεσμάτων της προηγούμενης ενότητας τα συμπεράσματα τα οποία θα μπορούσαν να εξαχθούν αρκετά ενδιαφέροντα συμπεράσματα.

Η σύγκριση αρχικά των δύο διατάξεων όταν η απόσταση μεταξύ του τοίχου και μεταξύ των κυλίνδρων παραμένει σταθερή όμως το βύθισμα αλλάζει παρατηρήθηκε ότι η μείωση του βυθίσματος επιφέρει αύξηση των δυνάμεων κατά την διεύθυνση y , ενώ στον κατακόρυφο άξονα οι δυνάμεις δεν παρουσιάζουν κάποιες αλλαγές.

Στην περίπτωση όπου η απόσταση μεταξύ του τοίχου και το βύθισμα παραμένει σταθερό, αλλάζοντας την απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων εμφανίσθηκε ότι η μείωση της απόστασης μεταξύ των κυλίνδρων έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση των δυνάμεων στην διεύθυνση y , ενώ στον κατακόρυφο άξονα οι δυνάμεις δεν εμφάνισαν μεταβολές.

Στην τελευταία περίπτωση όπου εξετάστηκε η επίδραση της απόστασης του τοίχου προέκυψε ότι, η μείωση της απόστασης του τοίχου διατηρώντας σταθερή την απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων και το βύθισμα έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση των δυνάμεων στον y διεύθυνση, ενώ στην κατακόρυφη διεύθυνση δεν παρατηρείται κάποια αλλαγή για μια ακόμα φορά.

9.2. Προτάσεις για έρευνα

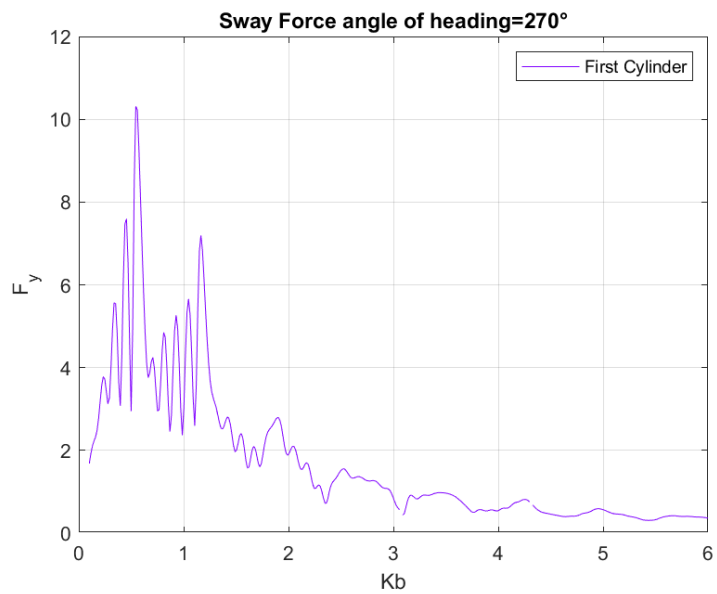
Πέρα όμως από τα θέματα που διερευνήθηκαν στην παρούσα διπλωματική θα μπορούσαν να διευρυνθούν επιπρόσθετα τα ακόλουθα πεδία

1. Μελέτη περισσότερων διατάξεων κυλίνδρων μπροστά από τον τοίχο μέχρις ότου να βρεθεί η βέλτιστη διάταξη κυλίνδρων που θα μεγιστοποιεί τις διεγέρσεις πάνω στους κυλίνδρους
2. Μελέτη του προβλήματος λαμβάνοντας υπόψη και το φαινόμενο της ακτινοβολίας
3. Τέλος εύλογη θα ήταν η μελέτη του τρόπου στήριξης των διατάξεων, δηλαδή αν θα αποδίδουν καλύτερα αν είναι πλωτές μπροστά από τον κύλινδρο εδραζόμενες αποκλειστικά με το ίδιο βάρος τους ή αν θα πρέπει να ενώνονται με τον τοίχο ή αν θα μπορούν να στηρίζονται με κάποιο σύστημα αγκύρωσης.

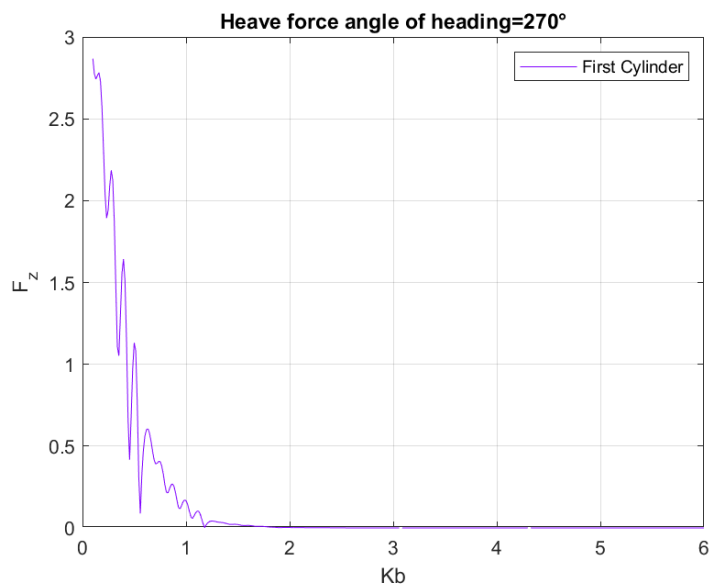
10. Παράρτημα

1^η περίπτωση

Βύθισμα	0.25
Απόσταση από τον τοίχο	5
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	5



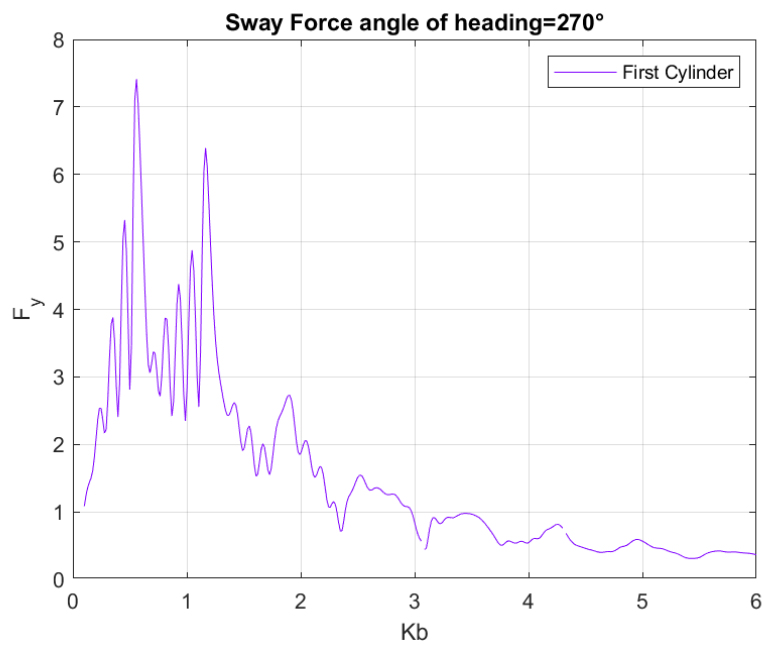
Εικόνα 45 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



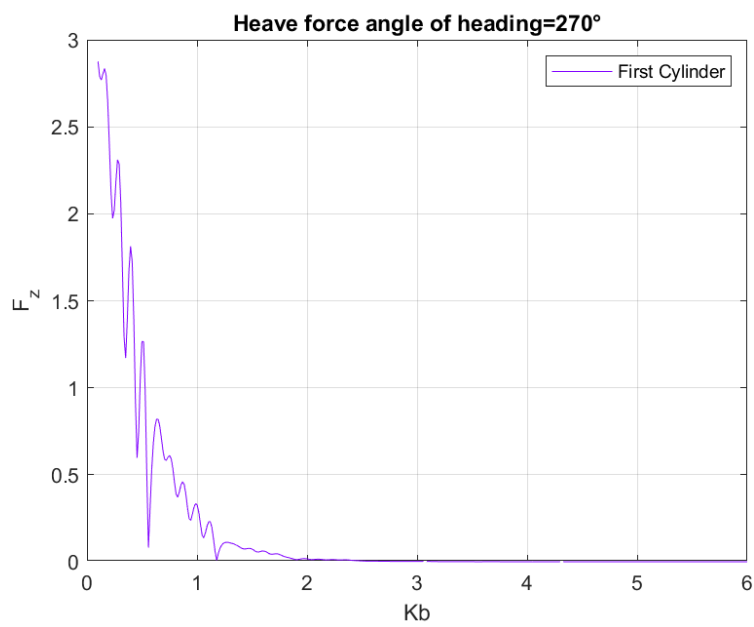
Εικόνα 46 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

2^η περίπτωση

Βύθισμα	0.5
Απόσταση από τον τοίχο	5
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	5



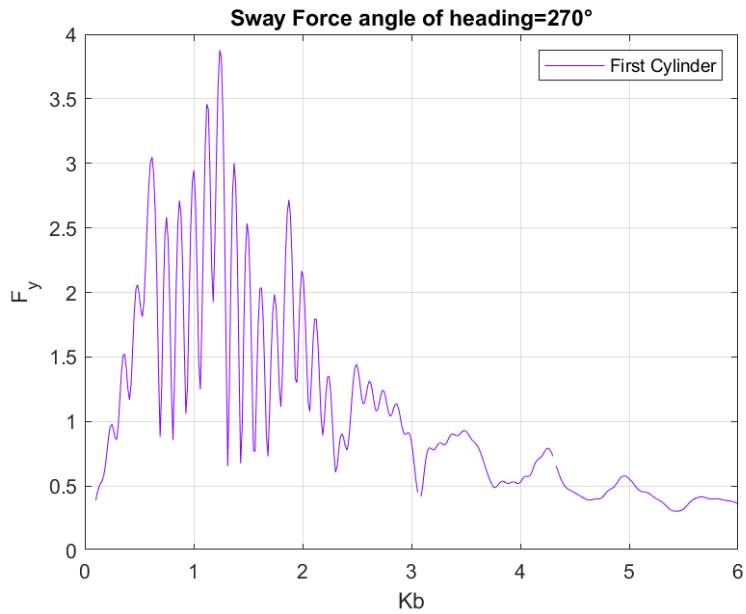
Εικόνα 47 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



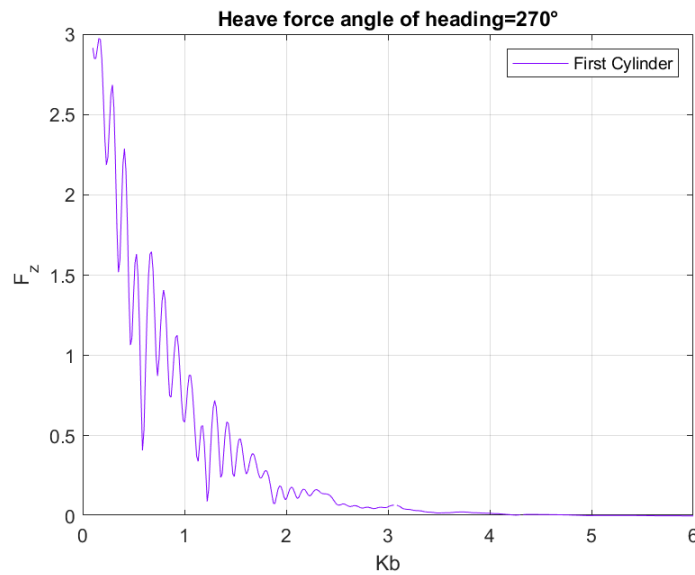
Εικόνα 48 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

3^η περίπτωση

Βύθισμα	0.8
Απόσταση από τον τοίχο	5
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	5



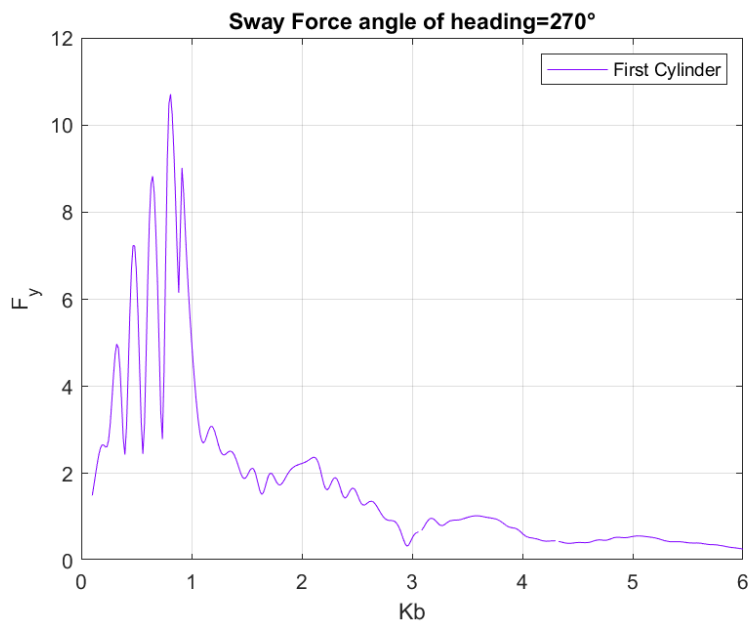
Εικόνα 49 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



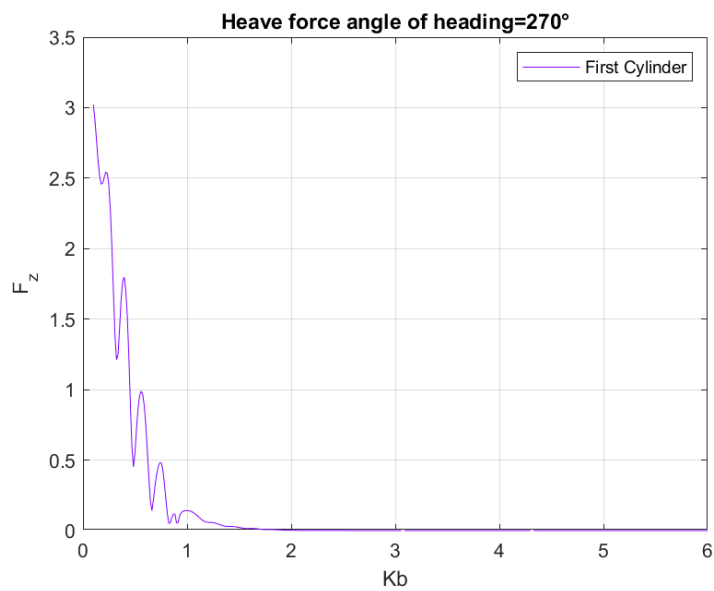
Εικόνα 50 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

4^η περίπτωση

Βύθισμα	0.25
Απόσταση από τον τοίχο	5
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	3



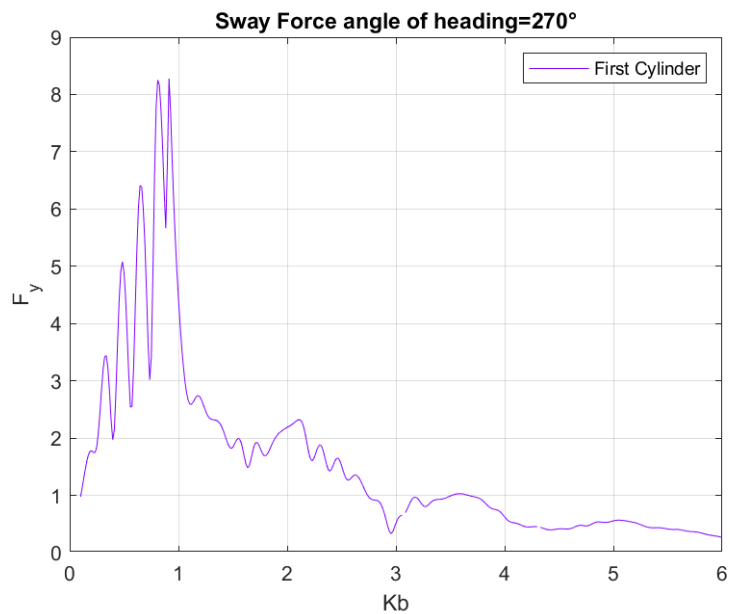
Εικόνα 51 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



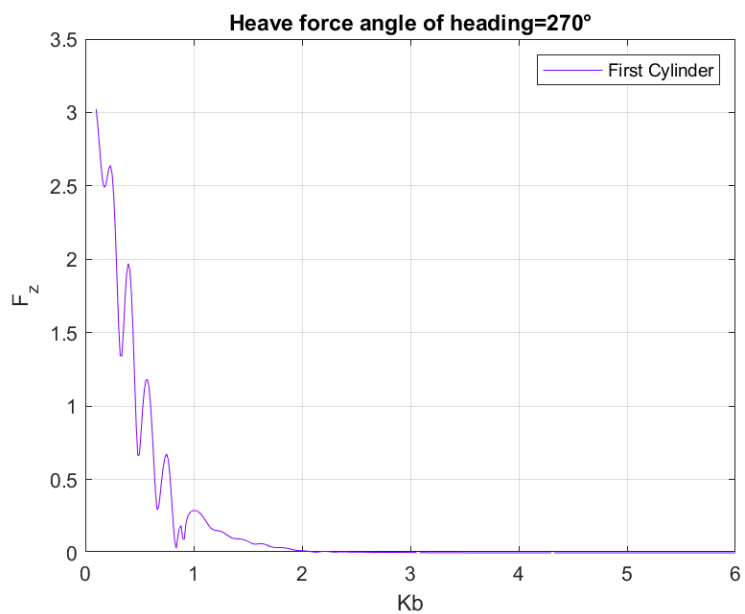
Εικόνα 52 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

5^η περίπτωση

Βύθισμα	0.5
Απόσταση από τον τοίχο	5
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	3



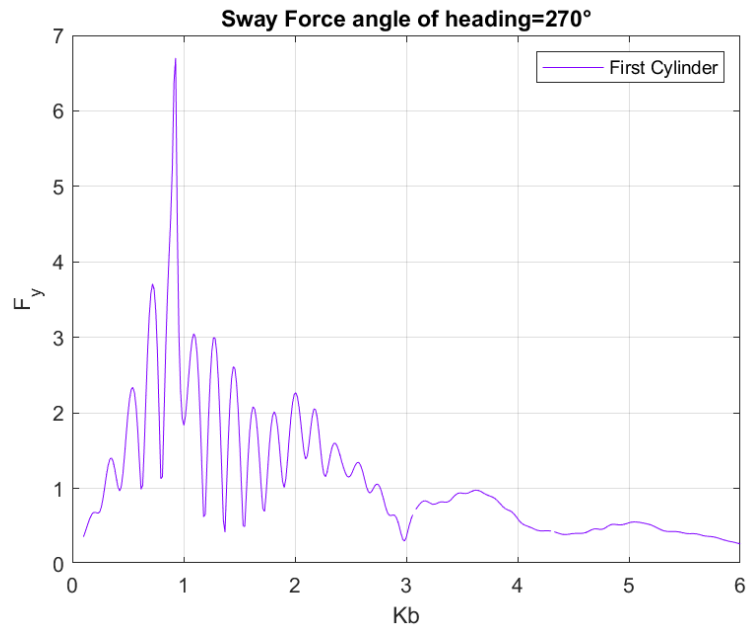
Εικόνα 53 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



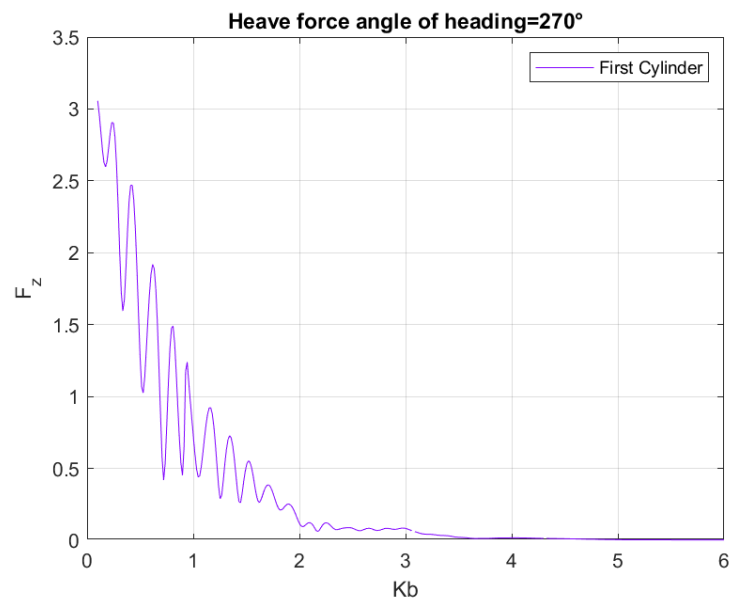
Εικόνα 54 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

6^η περίπτωση

Βύθισμα	0.8
Απόσταση από τον τοίχο	5
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	3



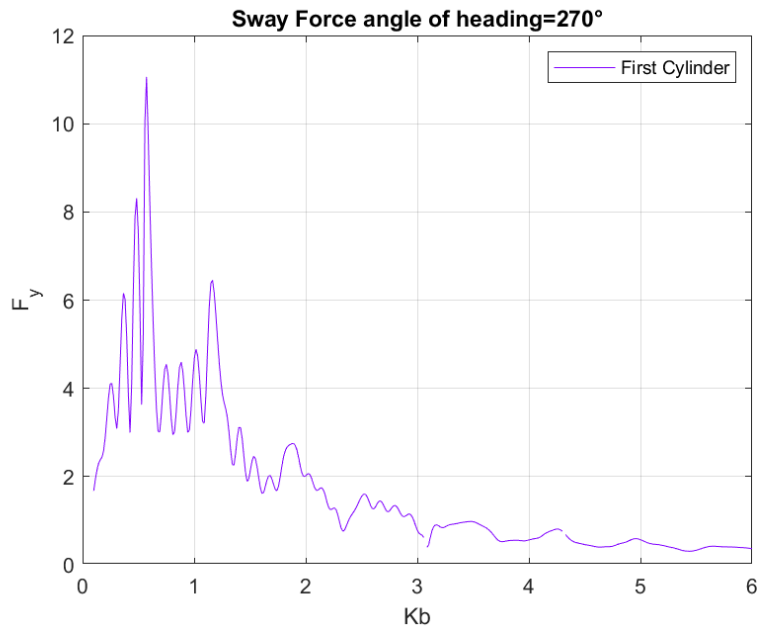
Εικόνα 55 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



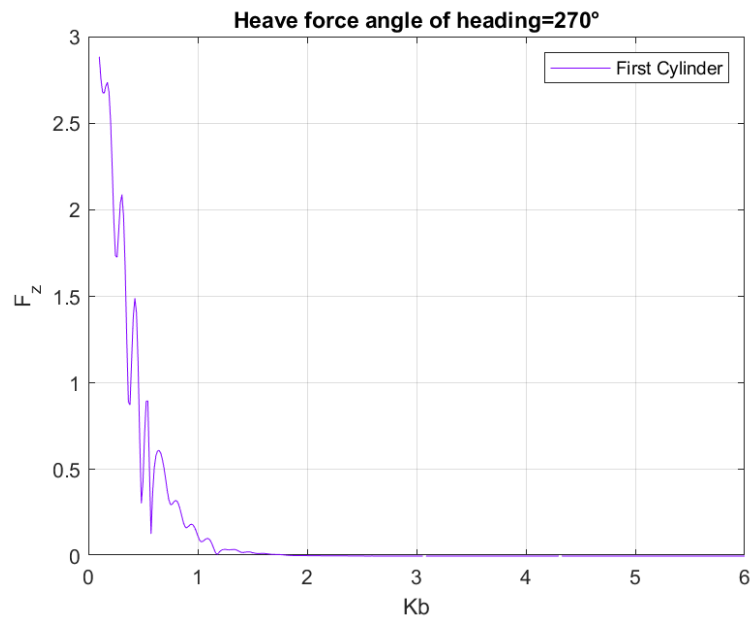
Εικόνα 56 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

7^η περίπτωση

Βύθισμα	0.25
Απόσταση από τον τοίχο	3
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	5



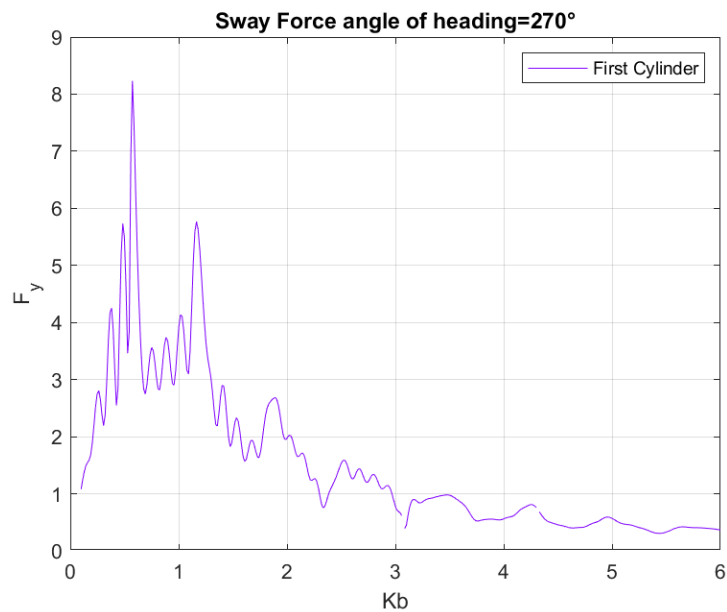
Εικόνα 57 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



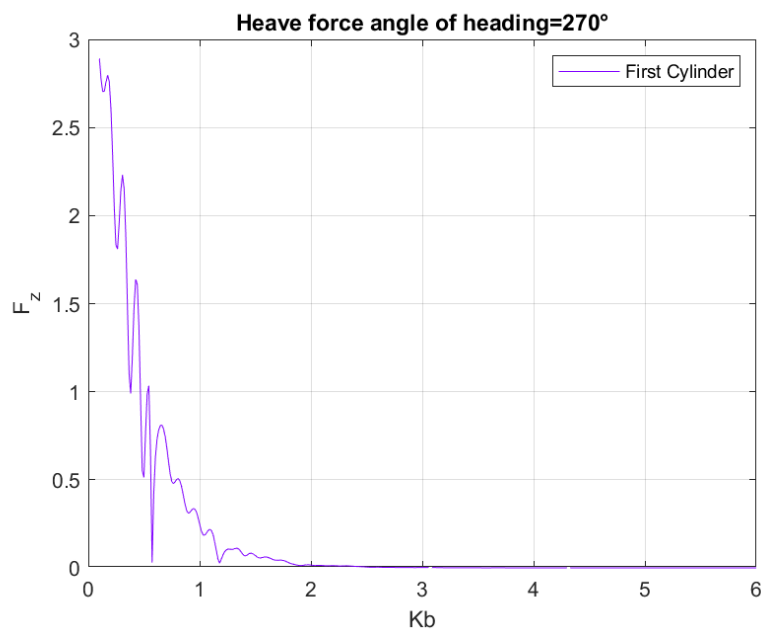
Εικόνα 58 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

8^η περίπτωση

Βύθισμα	0.5
Απόσταση από τον τοίχο	3
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	5



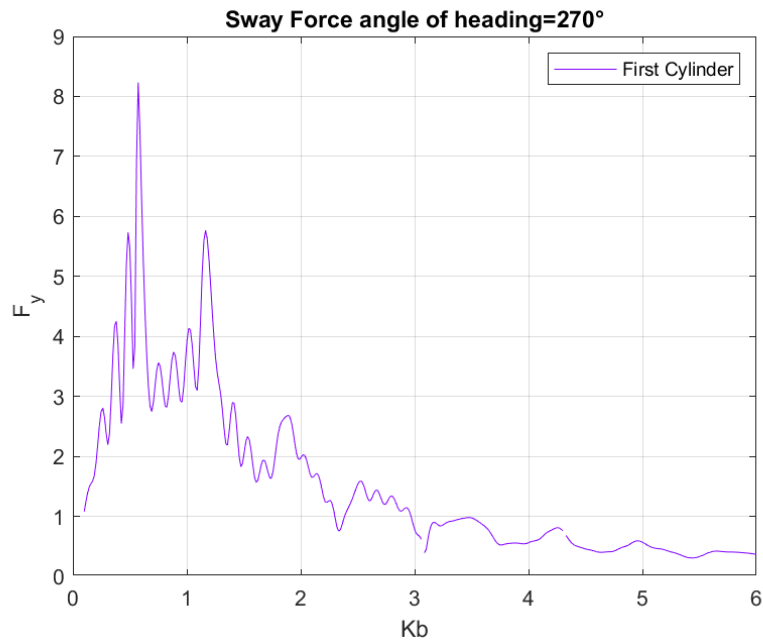
Εικόνα 59 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



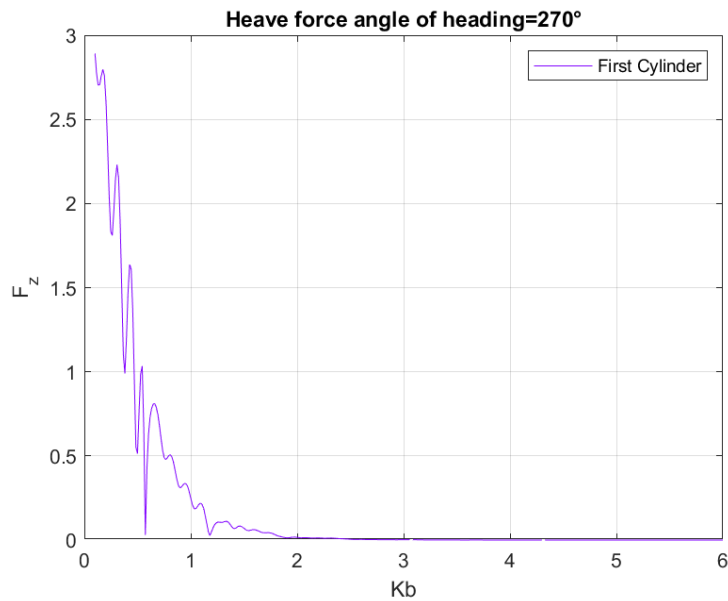
Εικόνα 60 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

9^η περίπτωση

Βύθισμα	0.8
Απόσταση από τον τοίχο	3
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	5



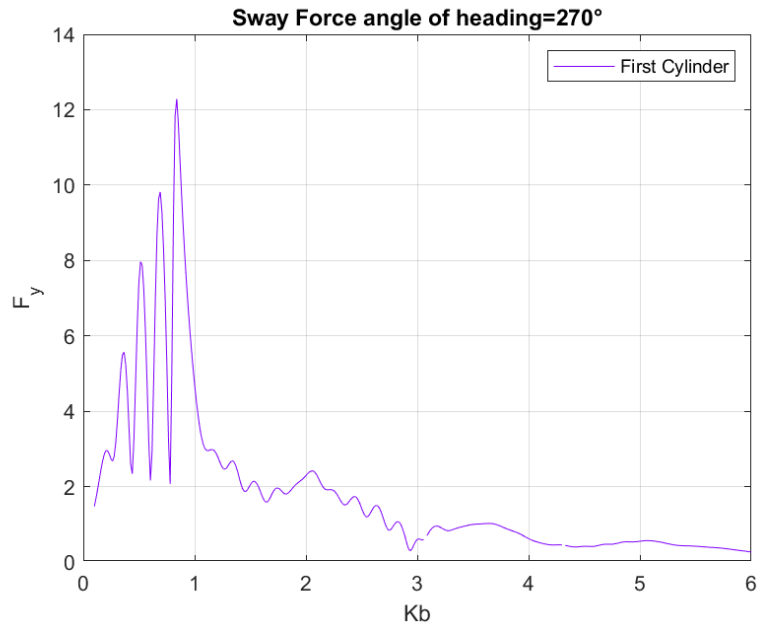
Εικόνα 61 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



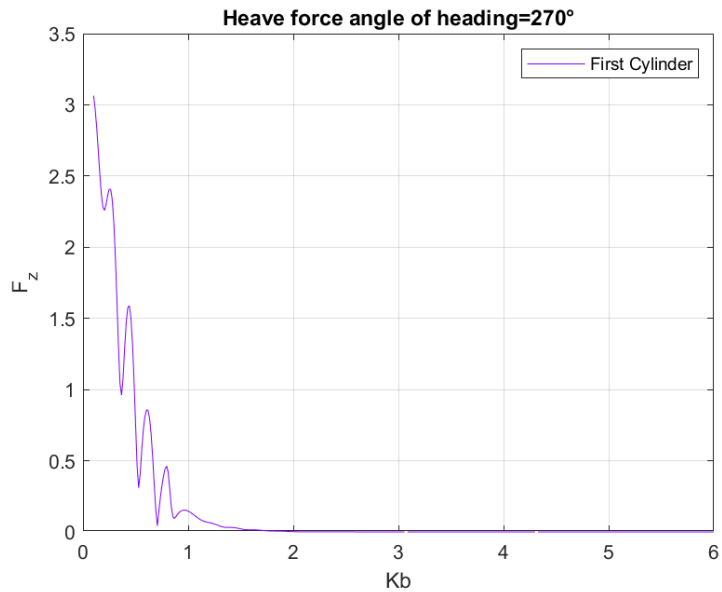
Εικόνα 62 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

10^η περίπτωση

Βύθισμα	0.25
Απόσταση από τον τοίχο	3
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	3



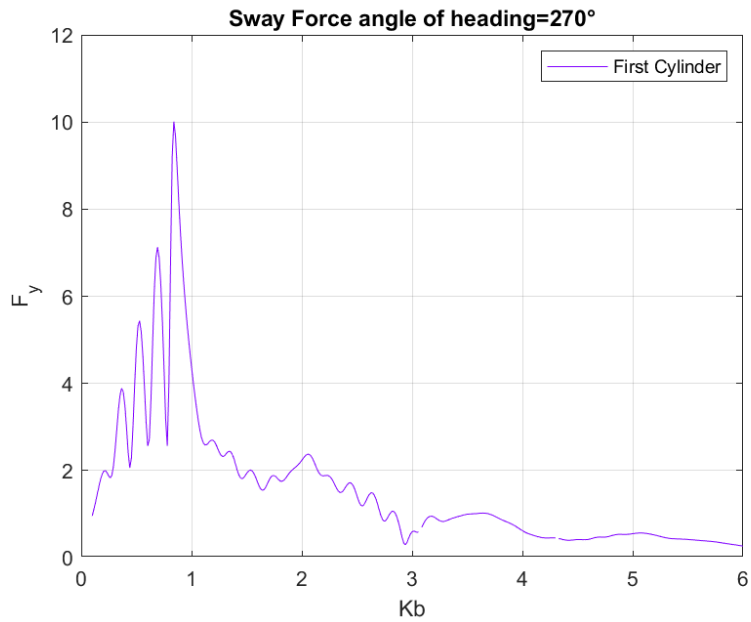
Εικόνα 63 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



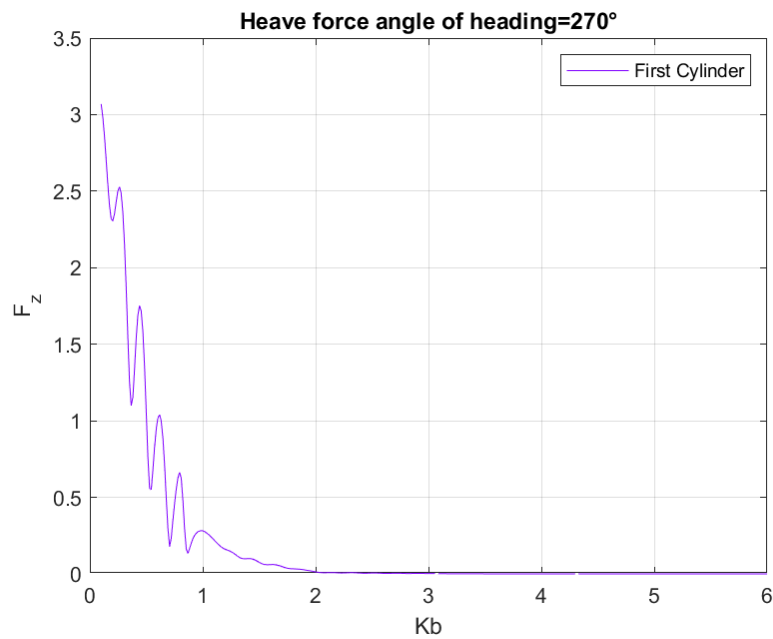
Εικόνα 64 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

11^η περίπτωση

Βύθισμα	0.5
Απόσταση από τον τοίχο	3
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	3



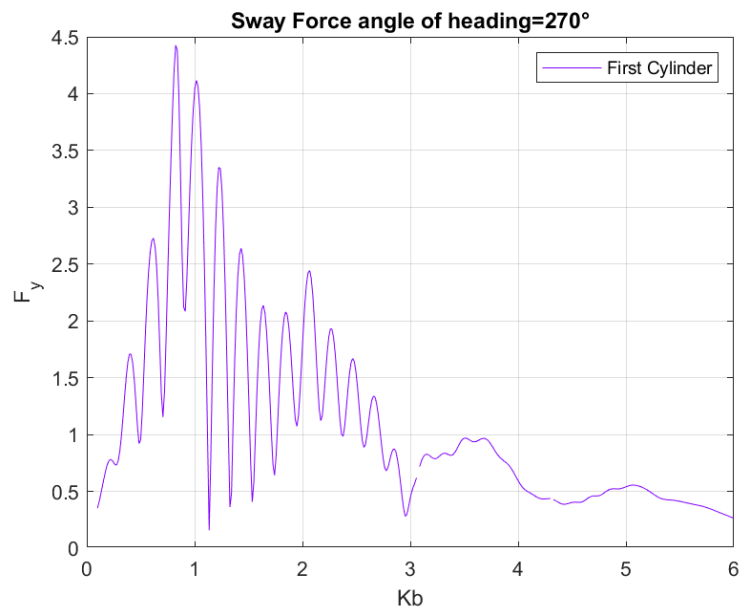
Εικόνα 65 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



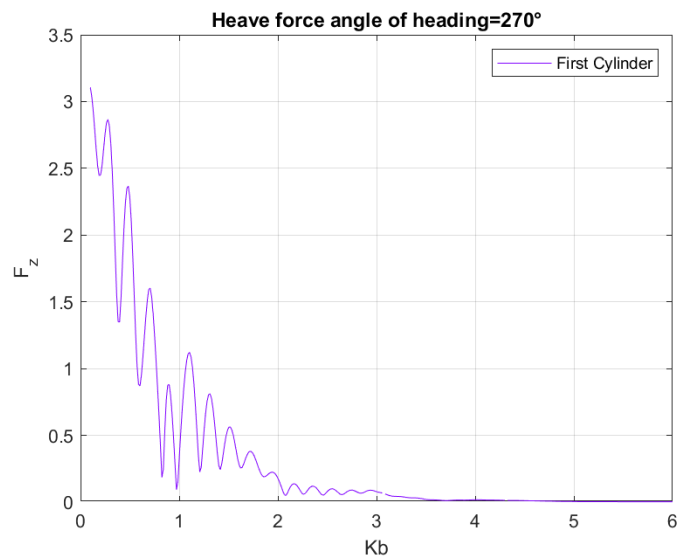
Εικόνα 66 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση z

12^η περίπτωση

Βύθισμα	0.8
Απόσταση από τον τοίχο	3
Απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων	3



Εικόνα 67 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y



Εικόνα 68 Αδιαστοποιημένη δύναμη στην διεύθυνση y

11. Βιβλιογραφία

- Chatjigeorgiou IK (2019) Semi-analytical solution for the water wave diffraction by arrays of truncated circular cylinders in front of a vertical wall, *Applied Ocean Research* 88, p 147-159
- Chatjigeorgiou IK, Chatziioannou K and Mazarakos T (2019) Near trapped-modes in a long array of truncated circular cylinders, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 145, 01018035
- Chatjigeorgiou IK (2018a) *Analytical Methods in Marine Hydrodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge
- Chatjigeorgiou IK (2018b) Water wave trapping in a long array of bottomless circular cylinders, *Wave Motion* 83, p 25-48
- Chatjigeorgiou IK and Katsardi V (2018) Hydrodynamics and near trapping effect in arrays of multiple elliptical cylinders in waves, *Ocean Engineering* 157, p 121-139
- Chatjigeorgiou IK and Molin B (2013) Third- order interactions, wave un-up and hydrodynamic loading on a vertical plate in an infinite wave field, *Applied Ocean Research* 41, p 57-64
- Chatjigeorgiou IK (2011) Three-dimensional wave scattering by arrays of elliptical and circular cylinders, *Ocean Engineering* 38, p 1480-1494
- Chatjigeorgiou IK and Mavrakos SA (2010) An analytical approach for the solution of the hydrodynamic diffraction by arrays of elliptical cylinders, *Applied Ocean Research* 32, p 242-251
- Siddorn P and Eatock Taylor R (2008) Diffraction and independent radiation by an array of floating cylinders, *Applied Ocean Research* 35, p 1289-1303
- Mavrakos SA, Katsaounis GM, Nielsen K and Lemonis G (2004) Numerical performance investigation of an array of heaving power converters in front of a vertical breakwater, *Proceedings of the 14th International Offshore and Polar Engineering Conference*, Toulon, France, May 23-28
- Teng B, Ning DZ and Zhang XT (2004) Wave radiation by a uniform cylinder in front of a vertical wall, *Ocean Engineering* 31, p 201-224
- Teng B and Ning DZ (2003) Wave diffraction from a uniform cylinder in front of a vertical wall, *Ocean Engineering* 21, p 48-52