



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής

Εργαστήριο Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

Θεωρία Παιγνίων & Βελτιστοποίησης για Μελέτη Ενεργειακών Αγορών και Υποστήριξη Αποφάσεων

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

του

Νικόλαου Χ. Χρυσανθόπουλου

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2019

Αυτή η σελίδα παραμένει σκοπίμως κενή.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής
Εργαστήριο Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

Θεωρία Παιγνίων & Βελτιστοποίησης για Μελέτη Ενεργειακών Αγορών και Υποστήριξη Αποφάσεων

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

του

Νικόλαου Χ. Χρυσανθόπουλου

Συμβουλευτική Επιτροπή: Γεώργιος Π. Παπαβασιλόπουλος (Επιβλέπων)

Πέτρος Μαραγκός

Ιωάννης Ψαρράς

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την 29^η Οκτωβρίου 2019.

.....
Π. Μαραγκός
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ι. Ψαρράς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Χ. Δούκας
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Γ. Χαλικιάς
Καθηγητής City U.o.L.

.....
Κ. Γάτσιος
Καθηγητής Ο.Π.Α

.....
Δ. Ασκούνης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Γ. Μέντζας
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2019

.....
Νικόλαος Χρυσανθόπουλος

Διδάκτωρ Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Μ.Δ.Ε. Οικονομικής Επιστήμης (Οικονομική Θεωρία) Ο.Π.Α

© Νικόλαος Χρυσανθόπουλος, 2019.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η θεωρία παιγνίων προσφέρει πλειάδα εργαλείων για την περιγραφή και τη μελέτη της αλληλεπίδρασης των οικονομικών οντοτήτων που συμμετέχουν στις αγορές, επιδιώκοντας την εξυπηρέτηση, συνήθως, διαφορετικών συμφερόντων. Η διαθέσιμη πληροφόρηση, ο αριθμός και το μέγεθος των συμμετεχόντων, οι εξωτερικότητες που σχετίζονται με τα δίκτυα μεταφοράς είναι μερικοί μόνο από τους παράγοντες που επηρεάζουν το επίπεδο ανταγωνισμού μιας αγοράς.

Η ατελής πληροφόρηση αποτελεί και βασικό στοιχείο του πρώτου υποδείγματος που εξετάζεται, το οποίο βασίζεται στον ανταγωνισμό μέσω της επιλογής ποσοτήτων. Σε ένα πλαίσιο επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης, οι επιχειρήσεις επιλέγουν τις ποσότητες που παράγουν ή/και διοχετεύουν στην αγορά χωρίς να έχουν γνώση σχετικά με την επιλογή του αντιπάλου. Στην προσπάθεια εκτίμησης αυτής, ένας κανόνας προσαρμογής που εξασφαλίζει τη σύγκλιση στην ισορροπία υιοθετείται συμμετρικά με τις μυωπικές βέλτιστες αποκρίσεις να οδηγούν στο σταθερό σημείο. Λόγω της μη κοινά γνωστής παραμέτρου, του οριακού κόστους, που παραμένει ιδιωτική καθ' όλη τη διάρκεια του παιγνίου, οι παίχτες μπορούν να επιλέξουν αν θα συμπεριφερθούν βάση του πραγματικού κόστους τους ή αν θα αποκρίνονται σαν να είχαν διαφορετική τιμή της ιδιωτικής παραμέτρου με στόχο την προς όφελος τους μετατόπιση της ισορροπίας. Η συμπεριφορική προσποίηση αποτελεί κυρίαρχη στρατηγική, γεγονός που ενισχύεται περαιτέρω στα πλαίσια μια αγοράς που συνδέει στοχαστικά την εξέλιξη του κόστους των επιχειρήσεων με την κερδοφορία τους.

Η κύρια δυσκολία που συναντάται κατά τη γενίκευση των αποτελεσμάτων αυτών, σε πιο ανταγωνιστικές αγορές, έγκειται στο γεγονός ότι η υιοθετηθείσα διαδικασία αναπροσαρμογής είναι ευσταθής μόνο στα πλαίσια του δυοπωλίου. Αντί της χρήσης λογικών όπως εκείνων της «ταχύτητας αναπροσαρμογής», προτείνονται κανόνες προερχόμενοι από την οικογένεια των Κινούμενων Μέσων, γνωστοί για τις εξαιρετικές ιδιότητες εξομάλυνσης που κατέχουν. Χρησιμοποιώντας τον κανόνα σταθερού μεγέθους μνήμης με ομοιόμορφη στάθμιση, προσδιορίζεται ο ακριβής αριθμός υστερήσεων, βάση του αριθμού των παιχτών, ώστε το παίγνιο να συγκλίνει. Ο άλλος κύριος κανόνας που προτείνεται, είναι εκείνος του συνεχώς αυξανόμενου μεγέθους μνήμης, ο οποίος ταυτίζεται με το *fictitious play*. Μαζί με ορισμένους υβριδικούς κανόνες που προκύπτουν από το συνδυασμό των βασικών, όλοι οι κανόνες αναλύονται και συγκρίνονται ως προς την ευστάθεια που δύναται να παρέχουν και την καταλληλότητά τους στα πλαίσια αγρών σταθερού ή αυξανόμενου ανταγωνισμού, καλύπτοντας την απόσταση μεταξύ των δύο προαναφερθέντων προσεγγίσεων της βιβλιογραφίας.

Σε ένα πιο εφαρμοσμένο πλαίσιο, η εκμάθηση βέλτιστων στρατηγικών σε περιπτώσεις δια-

φορετικών επιπέδων πληροφόρησης είναι ένα από τα ζητήματα που πραγματεύεται το μοντέλο στοχαστικού παίγνιου για αγορά ισχύος επόμενης ημέρας. Η ενισχυτική εκμάθηση τύπου R-Learning, μία off-policy μέθοδος, υιοθετείται από τους παίχτες με σκοπό την εξερεύνηση και εκμετάλλευση του συστήματος μέσω της ανάδειξης βέλτιστων πλάνων δράσης. Με την εισαγωγή μιας τεχνικής μετασχηματισμού του χώρου κατάστασης, το μοντέλο μπορεί να προσαρμοστεί σε περιπτώσεις που οι παίχτες προσλαμβάνουν διαφορετικά το διάνυσμα κατάστασης. Το μοντέλο, όπως και ο προτεινόμενος αλγόριθμος, εφαρμόζονται σε περιπτώσεις που διαφοροποιούνται ως προς την τοπολογία του δικτύου ή τον αριθμό των επιχειρήσεων που εκμεταλλεύονται τις μονάδες παραγωγής και σε σενάρια αξιοποίησης διαφορετικών συνόλων πληροφορίας. Μέσω παραλλαγών ζήτησης, προϊόν επεξεργασίας πραγματικών δεδομένων εξετάζονται οι επιπτώσεις που διάφοροι κρίσιμοι παράγοντες επιφέρουν στα οικονομικά αποτελέσματα και στην αποδοτικότητα της αγοράς.

Τέλος, το σύνολο της ανάλυσης καταδεικνύει διάφορες εξαιρετικά σημαντικές πτυχές της σχέσης μεταξύ ατελούς πληροφόρησης, εξωγενών παραγόντων και του επιπέδου ανταγωνισμού, αποδίδοντας, ταυτόχρονα, έμφαση στα ποιοτικά χαρακτηριστικά που πρέπει να διασφαλίζονται κατά τον αποδοτικό σχεδιασμό τέτοιων αγορών.

Λέξεις Κλειδιά: Ολιγοπώλιο Cournot, Ατελής πληροφόρηση, Επαναλαμβανόμενο παίγνιο, Διακριτός χρόνος, Περιορισμένη ορθολογικότητα, Ισορροπία Nash, Προσποίηση, Επίπεδα ανταγωνισμού, Προσαρμοστικός κανόνας, Κινητός μέσος, Fictitious play, Σύγκλιση, Στοχαστικό παίγνιο, Ενισχυτική εκμάθηση, Αγορά ισχύος, Αγορά ενέργειας.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

School of Electrical and Computer Engineering

Signals, Control and Robotics Division

Control and Decision Theory Laboratory

Game Theory & Optimisation
for Studying Energy Markets and Supporting Decision Making

Ph.D. THESIS

by

Nikolaos C. Chrysanthopoulos

Advisory Board: George P. Papavassilopoulos (Supervisor)
Petros Maragos
John Psarras

Approved by the examination committee on October 29th, 2019.

.....
P. Maragos
Professor, N.T.U.A.

.....
J. Psarras
Professor, N.T.U.A.

.....
H. Doukas
Assoc. Prof., N.T.U.A.

.....
G. Halikias
Professor, City U.o.L.

.....
K. Gatsios
Professor, A.U.E.B.

.....
D. Askounis
Professor, N.T.U.A.

.....
G. Mentzas
Professor, N.T.U.A.

Athens, September 2019

.....

Nikolaos Chrysanthopoulos

Ph.D., Electrical and Computer Engineer N.T.U.A.

M.Sc. Economic Theory A.U.E.B.

© Nikolaos Chrysanthopoulos, 2019.

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, distributed, or transmitted in any form or by any means for commercial purposes. Photocopying, digital saving and distribution of this publication is permitted only for non-profit, educational or research use and is subject to normal conditions of acknowledgement . For commercial use permission requests, inquiries should be addressed to the writer.

The opinions and the results included in this publication express the writer and are not officially adopted by the National Technical University of Athens.

Abstract

Game theory offers a variety of tools for the description and study of the interaction of market participants, which usually seek to serve different interests. The information available, the number and size of firms, the externalities associated with the transmission networks are just some of the factors that influence the level of competition of a market.

Incomplete information has been an important element of the first model considered, which is based on competition over quantities. In a framework of repeated interaction, firms select their production level without knowing about their rival's choice. In an effort to estimate their rival's output, an adaptive rule that ensures convergence is adopted symmetrically and the myopic best responses lead firms to the fixed point. Due to the private parameter, the marginal cost, which remains unknown throughout the game, players are allowed to choose whether to behave on the basis of their actual cost or as if they had a different value of the private parameter, aiming to shift the equilibrium on their benefit. Behavioural pretending is shown to be a dominant strategy, a fact that is further enhanced in the context of a market, where evolution of the actual marginal costs is linked to firm's past profitability.

The main difficulty in extending such a model in more competitive oligopolies is due to the adaptive rule adopted by firms. As it is well known in the related literature, the so called Cournot adjustment process, fails to result convergence in more competitive structures than that of a duopoly. Instead of following the "speed of adjustment" approach, where the intense of adaptation is controlled through a parameter, we introduce rules based on the family of Moving Averages, which are well known for their smoothing properties. By considering a rule of fixed memory window, under a uniform weighting scheme, we identify the exact number of past observations required for the game to converge, based on the number of players. The other main rule examined extensively, is a rule of constantly increasing memory window, which is also known as fictitious play in the literature. Along with some hybrid versions resulted by their combination, all rules are examined for their convergent properties and their suitability in markets of fixed or increasing competition, with the analysis to be filling the gap between those two distinct approaches found in the literature.

In a more application driven framework, a stochastic game model for a day-ahead power market is also considered along with the capability of learning in the identification of the optimal strategies under different levels of information. R-Learning, an off-policy, reinforcement learning method, is adopted by the players to explore and exploit the system,

for the formation of optimal action plans. The incomplete information is incorporated to the model through a state space transformation, a technique utilised for the model's adjustment in cases where the players perceive differently the state vector. This model, as well as the proposed algorithm, are applied mostly in cases where the network's topology and the number of firms operating the production units vary or in scenarios of exploiting different sets of information, with main goal the identification of market power. Several versions of demand, which have been developed by tackling real data, are used for the identification of the qualitative effects that some of the most critical factors may have in the market's outcome and in its efficiency.

Finally, all the analysis aims to highlight the strong connections that exist between incomplete information, externalities and the competition level, while at the same time emphasises on the qualitative characteristics that the efficient market design should possess.

Keywords: Cournot oligopoly, Incomplete information, Repeated game, Discrete time, Bounded rationality, Nash equilibrium, Pretending, Competition level, Adaptive rule, Moving average, Fictitious play, Convergence, Stochastic game, Reinforcement learning, Power market, Energy market.

Πρόλογος

Με την ολοκλήρωση της συγγραφής της παρούσας διατριβής, μια πολύχρονη διαδικασία οδεύει προς το τέλος της. Αν και ιδιαίτερα επίπονη, γεμάτη από ανάμεικτα συναισθήματα και χαρακτηριζόμενη από αντικρουόμενες σκέψεις, η διαδρομή αυτή αφήνει ένα ιδιαίτερα θετικό αποτύπωμα μαζί με την γνώση της ύπαρξης όλων αυτών που δεν γνωρίζω. Πέρα από την ακαδημαϊκή εξέλιξη, που η εμπάθυνση της γνώσης σε ορισμένους τομείς, η αλληλεπίδραση με την υπόλοιπη κοινότητα και ερευνητική πορεία συνεπάγονται, καίριας σημασίας αποτέλεσμα είναι η προσωπική εξέλιξη που εμπεριέχεται στην καθημερινότητα αυτής της διαδρομής. Κάθε άνθρωπος που βρέθηκε στην πορεία αυτή και κοντοστάθηκε, έχει συμβάλει σε κάποιο βαθμό τόσο σε αυτή καθ' αυτή την ερευνητική εργασία όσο στη δική μου προσωπική διαμόρφωση, οπότε δεν μπορώ παρά να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου γι' αυτό.

Για την ευκαιρία να αποκτήσω αυτά τα βιώματα, ευχαριστώ, έναν ιδιαίτερα χαρισματικό άνθρωπο, τον Καθηγητή μου, κ. Γεώργιο Π. Παπαβασιλόπουλο, που πέρα από την επιστημονική καθοδήγηση και την ανθρώπινη υποστήριξη, μου έδωσε απεριόριστη ελευθερία επιλογών, μου επέτρεψε να κάνω λάθη, με βοήθησε να βελτιωθώ και με προέτρεψε να εξελιχθώ, υποστηρίζοντας με σε κάθε στάδιο. Οι συμβουλές του, των οποίων την αξία αρκετές φορές αντιλαμβάνομαι μακροπρόθεσμα, αποτέλεσαν για μένα εναύσματα στοχασμού και συντέλεσαν ουσιαστικά στην διαμόρφωση της έρευνας μου. Επιπρόσθετα, τον ευχαριστώ για την οικονομική υποστήριξη που μου παρείχε, μέσω της συμμετοχής μου σε ερευνητικά προγράμματα και μέσω υποτροφιών, όπως και για την δυνατότητα συνεργασίας μου με το Ερευνητικό Κέντρο Αυτομάτου Ελέγχου του City, University of London που πρότεινε και υποστήριξε. Επίσης ευχαριστώ τους Καθηγητές της Σχολής, κ. Πέτρο Μαραγκό και κ. Ιωάννη Ψαρρά, μέλη της Συμβουλευτικής Επιτροπής για την άψογη συνεργασία, τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Χάρη Δούκα για τις πολύτιμες παρατηρήσεις και την υποστήριξη, όπως και τα υπόλοιπα μέλη των επιτροπών για τα εύστοχα σχόλια και τις παρατηρήσεις τους σχετικά με την έρευνα μου.

Θα ήθελα να εκφράσω, επίσης, τις θερμές μου ευχαριστίες προς τους Καθηγητές του City, University of London, κ. Νικόλαο Καρχανιά και κ. Γεώργιο Χαλικιά, για την αμέριστη εμπιστοσύνη που έδειξαν στο πρόσωπο μου, επιτρέποντας μου να συμμετέχω ενεργά στο ερευνητικό και διδακτικό έργο του Κέντρου και της ομάδας, και εν γένει για τη συνεισφορά τους, όλα αυτά τα χρόνια, στην ακαδημαϊκή μου εξέλιξη.

Ιδιαίτερα σημαίνοντα ρόλο, διαδραμάτισαν και οι συνάδελφοι μου στο Εργαστήριο Συστημάτων Αυτόματου Ελέγχου του Ε.Μ.Π., με τους οποίους μοιράστηκα διαχρονικά όχι μόνο τους προβληματισμούς μου, επιστημονικούς και προσωπικούς, αλλά και μία όμορφη και πα-

ραγωγική καθημερινότητα. Συγκεκριμένα, ευχαριστώ τον Δρ. Ιωάννη Κορδώνη και τον Αθανάσιο Λαγό, δύο εξαιρετους επιστήμονες που είχα την χαρά να γνωρίσω, για τις πολύτιμες συζητήσεις που είχαμε σε θέματα κοινού ενδιαφέροντος και για την προθυμία τους να μοιραστούν τις γνώσεις τους και τις απόψεις τους. Ευχαριστώ ακόμη τον φίλο και συνάδελφο Δρ. Παναγιώτη Κοντογιώργο για την συνεργασία που είχαμε, για την παρέα του σε καθημερινή βάση επί σειρά ετών και για την εποικοδομητική ανταλλαγή προβληματισμών, όπως και τον φίλο Δρ. Νικόλαο Κακογιάννη για τις ευκαιρίες ενασχόλησης μου με ορισμένα έργα ερευνητικού ενδιαφέροντος. Ευχαριστώ επίσης τον Δρ. Ευστάθιο Μυλωνίδη, τους φίλους και συναδέλφους μου στο CG41 του City, University of London Δρ. Μαρία Λιβαδά, Dr. Milan Cvjetković, Ελευθέριο Βλαχάκη, Olga Limantseva και ορισμένους από τους προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές που συνέβαλαν στην βελτίωση της καθημερινότητάς μου και στην περαιτέρω εξέλιξη μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τους στενούς μου φίλους, ιδιαίτερα τον Ιωάννη-Μάριο Κωστάκη, και τους δικούς μου ανθρώπους για τις συζητήσεις μας, την ψυχολογική υποστήριξη και την υπομονή που επέδειξαν όλα αυτά τα χρόνια όπως και τους συγκατοίκους μου στο Λονδίνο και φίλους μου, Σοφία Τόλια και Δρ. Ανδριανό Λιάβα, για τα πολύ όμορφα χρόνια που περάσαμε στο Flat 5 και για την βοήθεια τους στην προσαρμογή μου στην Αγγλία.

Τέλος, ευχαριστώ τους γονείς μου, Ευγενία και Χρήστο, για την διαχρονική υποστήριξη των επιλογών μου, για την υλική και άυλη υποστήριξη όλα τα χρόνια των σπουδών μου, για τις αξίες και την ηθική που μου μεταλαμπάδευσαν, για την παιδεία που μου προσέφεραν και για την εκπαίδευση που μου εξασφάλισαν. Χωρίς αυτούς, τίποτα δεν θα ήταν ίδιο.

Χρυσανθόπουλος Νίκος

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
2	Ολιγοπώλιο με Στρατηγικές Προσποίησης	7
2.1	Εισαγωγή	7
2.2	Μοντελοποίηση Ενεργειακών Αγορών	8
2.2.1	Υπόδειγμα Ανταγωνισμού Τιμών (Bertrand)	10
2.2.2	Υπόδειγμα Ανταγωνισμού Ποσοτήτων (Cournot)	11
2.2.3	Υπόδειγμα Ισορροπίας Συναρτήσεων Προσφοράς	11
2.2.4	Λοιπά Υποδείγματα	13
2.3	Δυοπώλιο Cournot Ατελούς Πληροφόρησης	14
2.3.1	Δυναμικό Παίγνιο με Χρήση Κανόνα Προσαρμογής	15
2.4	Στρατηγικές Συμπεριφορικής Προσποίησης	17
2.4.1	Στρατηγικές Βέλτιστης Προσποίησης	17
2.4.2	Περίπτωση Προσποίησης Μίας Επιχείρησης	20
2.4.3	Περίπτωση Προσποίησης Δύο Επιχειρήσεων	22
2.5	Επαναλαμβανόμενο Παίγνιο με Δυνατότητα Προσποίησης	24
2.6	Αγορά με Κόστη Επηρεαζόμενα από Κερδοφορία (Εφαρμογή)	26
2.7	Συμπεράσματα	31
3	Προσαρμοστικοί Κανόνες σε Ολιγοπώλια Αυξανόμενου Ανταγωνισμού	33
3.1	Εισαγωγή	33
3.2	Διατύπωση παιγνίου Cournot n παιχτών	36
3.3	Προσαρμοστικοί κανόνες	38
3.3.1	Κανόνας Απλού Κινούμενου Μέσου (SMA)	39
3.3.2	Κανόνας Σωρευτικού Κινούμενου Μέσου (CMA)	40
3.3.3	Υβριδικός Κανόνας Σωρευτικού-Απλού Κινητού Μέσου (CSMA)	41
3.4	Σύγκλιση των Προσαρμοστικών Κανόνων	41
3.4.1	Απλός Κινούμενος Μέσος (SMA)	44
3.4.2	Σωρευτικός Κινούμενος Μέσος (CMA)	49
3.5	Συγκριτική Ανάλυση	54

3.5.1	Αγορές σταθερού αριθμού παιχτών	54
3.5.2	Αγορές αυξανόμενου επιπέδου ανταγωνισμού	57
3.6	Συμπεράσματα	60
4	Στοχαστικό Παιγνίο σε Αγορά Επόμενης Ημέρας	63
4.1	Εισαγωγή	63
4.2	Αγορά Ηλεκτρικής Ενέργειας	64
4.2.1	Συμμετέχοντα Μέρη	65
4.2.2	Σχεδιασμός αγοράς	67
4.3	Βραχυχρόνιες Αγορές (Επόμενης Ημέρας - Πραγματικού Χρόνου)	68
4.3.1	Μεταφορά και Συμφόρηση Δικτύου	68
4.3.2	Καθορισμός Τιμών και Διακανονισμοί	69
4.4	Περιπτώσεις Μοντελοποίησης με Χρήση Παιγνίων	70
4.5	Μοντέλο Στοχαστικού Παιγνίου	72
4.5.1	Μοντελοποίηση Αγοράς	74
4.5.2	Ατελής Πληροφόρηση και Εκμάθηση	77
4.6	Προσομοίωση σε Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)	80
4.6.1	Ζήτηση	82
4.6.2	Προσφορά	83
4.6.3	Λειτουργία Αγοράς	84
4.7	Εφαρμογές σε Συμμετρική Αγορά	85
4.7.1	Περίπτωση Τοπικών Μονοπωλίων - Αποκοπή Συνδέσεων	85
4.7.2	Περίπτωση Ανταγωνισμού I - Περίπτωση Αναφοράς	88
4.8	Εφαρμογές σε Αγορά με Ασυμμετρίες	92
4.8.1	Περίπτωση Ανταγωνισμού II - Συμφόρηση Δικτύου	92
4.8.2	Περίπτωση Ανταγωνισμού III - Μέγεθος Επιχειρήσεων	94
4.9	Ανάλυση Αγορών Πραγματικών Χαρακτηριστικών	98
4.9.1	Ρεαλιστικά Σενάρια Ζήτησης	98
4.9.2	Αριθμός και Μέγεθος Επιχειρήσεων	102
4.9.3	Δύναμη Αγοράς και Οικονομικά Αποτελέσματα	103
4.10	Συμπεράσματα	108
5	Συμπεράσματα - Επεκτάσεις	111
	Βιβλιογραφία	115
	Δημοσιεύσεις	129

Εισαγωγή

Οι ενεργειακές αγορές, τα τελευταία χρόνια, έχουν βρεθεί στο επίκεντρο κυρίως λόγω της ανάγκης βελτίωσης της αποδοτικότητας τους και μεγιστοποίησης του κοινωνικού οφέλους. Η εξέλιξη της τεχνολογίας συνέδραμε ουσιαστικά στην κάμψη εμποδίων που παλαιότερα καθιστούσαν αγορές τέτοιων προϊόντων φυσικά μονοπώλια και επέτρεψε, σε συνδυασμό με την ωρίμανση σύγχρονων χρηματοοικονομικών εργαλείων, στην απελευθέρωση τους και στην αύξηση των επιπέδων ανταγωνισμού. Ακόμη και σήμερα η ραγδαία τεχνολογική πρόοδος σε τομείς που δεν περιορίζονται αυστηρά στα πλαίσια παραγωγής και διανομής αποτελεί παράγοντα μόχλευσης και κινητήρια δύναμη για την εξέλιξη των ενεργειακών συστημάτων. Ένας από τους πλέον βασικούς άξονες, της σχετικής με τις αγορές ενεργειακών προϊόντων, έρευνας, είναι εκείνος που ασχολείται με την μοντελοποίηση τέτοιων αγορών και ως απώτερο σκοπό έχει την υποβοήθηση του σχεδιασμού και κυρίως του επανασχεδιασμού αυτών, μέσω της μελέτης των υφιστάμενων δομών και την καλύτερη κατανόηση των δυναμικών φαινομένων που εντοπίζονται στο εσωτερικό τους.

Η μελέτη αγορών τέτοιου τύπου, αποτελεί και το κύριο αντικείμενο ενδιαφέροντος της παρούσας εργασίας, όπου με χρήση οικονομοτεχνικών υποδειγμάτων, βασιζόμενων στη θεωρία παιγνίων [64], δίνεται έμφαση στις στρατηγικές επιλογές των συμμετεχόντων σε αυτές, στο επίπεδο ανταγωνισμού που μπορεί να επιτευχθεί κάτω από διαφορετικές δομές καθώς και στους παράγοντες που δύναται να το επηρεάσουν. Η θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων έχει αποτελέσει ίσως το σημαντικότερο εργαλείο της οικονομικής θεωρίας καθώς μπορεί να ερμηνεύσει όλες εκείνες τις περιπτώσεις αλληλεπίδρασης των ανεξάρτητων συμμετεχόντων στις αγορές, δηλαδή τους καταναλωτές, τους διανομείς, τους παραγωγούς καθώς και τις οντότητες που είναι υπεύθυνες για τη λειτουργία και την εποπτεία τους. Το γεγονός τούτο, αποτελεί φυσική απόρροια της λειτουργίας των οικονομικών οντοτήτων, τουλάχιστον στα πλαίσια που έχουν διαμορφωθεί στις σύγχρονες κοινωνίες, αφού η μεγιστοποίηση του οφέλους σε καθαρά οικονομικούς όρους αποτέλεσε και αποτελεί πρώτη προτεραιότητα. Έτσι η αλληλεπίδραση των οικονομικών οντοτήτων στα πλαίσια των αγορών χαρακτηρίζεται από διαφορετικά κίνητρα, συγκρουόμενα συμφέροντα και αμοιβαία αποκλειόμενες προθέσεις. Η

δυναμική αλληλεπίδραση, μπορεί να αποτυπωθεί μέσα από ένα παίγνιο, στο οποίο οι παίχτες ανταγωνίζονται μεταξύ τους, μέσω της προσπάθειας τους να βελτιστοποιήσουν διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις πεπλεγμένων μεταβλητών. Υπό το πρίσμα αυτό, η αναφορά στις στρατηγικές επιλογές ή στη στρατηγική αλληλεπίδραση των παιχτών συνεπάγεται πάντα την λήψη αποφάσεων βάση της εξυπηρέτησης μίας ή περισσότερων στοχεύσεων, συνυπολογίζοντας πάντα την αντίδραση των υπολοίπων συμμετεχόντων. Το φάσμα υποδειγμάτων που συναντάται στη βιβλιογραφία είναι τέτοιο που είναι αδύνατο να αποτυπωθεί στα πλαίσια της εργασίας αυτής, παρόλα αυτά έχει γίνει προσπάθεια να αποτυπωθούν χαρακτηριστικές περιπτώσεις που τυγχάνουν ευρείας αποδοχής στις συγκεκριμένες αγορές και σχετίζονται με τα υποδείγματα ενδιαφέροντος.

Έμφαση, επίσης, έχει δοθεί και στα επίπεδα πληροφόρησης που είναι διαθέσιμα στα πλαίσια του εκάστοτε παιγνίου, κυρίως αναφορικά με το πως μπορεί να επηρεάσουν την στρατηγική αλληλεπίδραση των παιχτών και το τελικό αποτέλεσμα, την ισορροπία, που επιτυγχάνεται. Τόσο η ποσότητα όσο και η ποιότητα, της προς αξιοποίηση πληροφορίας, διαδραματίζει καίριο ρόλο, με εξαιρετικά σημαντικό παράγοντα σε τούτο να αποτελεί το πλαίσιο στο οποίο δομείται και βασίζεται η αλληλεπίδραση των παιχτών καθώς και ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η διαχείριση της. Ο συγκεκριμένος παράγοντας μπορεί να εξεταστεί και να προσεγγιστεί με ποικίλους τρόπους, ο καθένας εκ' των οποίων εξυπηρετεί και διαφορετικούς σκοπούς. Χαρακτηριστικές είναι οι περιπτώσεις όπου η αποκάλυψη ή όχι πληροφοριών αποτελεί δράση των συμμετεχόντων στο παίγνιο και όπου η ατελής πληροφόρηση αποτελεί δεδομένο και οι συμμετέχοντες καλούνται να εκτιμήσουν τις αβέβαιες παραμέτρους αποδίδοντας στατιστικές κατανομές στους πιθανούς τύπους αντιπάλων. Σε αντίθεση με τις προσεγγίσεις αυτές, στην παρούσα εργασία, τα ζητήματα που σχετίζονται με το επίπεδο πληροφορίας επιτρέπουν, όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια, την εισαγωγή στρατηγικών προσποίησης σε περιπτώσεις που δεν προβλέπεται μηχανισμός για την αποκάλυψη ορισμένων παραμέτρων και την ανάδειξη περιπτώσεων όπου ο εμπλουτισμός των συνόλων πληροφορίας δεν συνεπάγεται καλύτερα αποτελέσματα καθότι επιφέρει μεγαλύτερη πολυπλοκότητα χωρίς να προσδίδει αξιοσημείωτα αντισταθμιστικά οφέλη.

Πιο συγκεκριμένα, το Κεφάλαιο 2 πραγματεύεται μια από τις πιο απλές δομές αγοράς, που αν και πηγάζει από αρκετές παραδοχές που την απομακρύνουν από πραγματικότητα εξακολουθεί να αποτελεί ένα πολύ βασικό υπόδειγμα που μπορεί να αντιστοιχιστεί σε ενεργειακές αγορές. Αυτό, βέβαια, προκύπτει από το γεγονός ότι ο ανταγωνισμός ποσοτήτων, δηλαδή η υπόθεση του υποδείγματος περί ανταγωνισμού των επιχειρήσεων μέσω της διαμόρφωσης στρατηγικών απαρτιζόμενων απ' τις ποσότητες που παράγουν και διοχετεύουν στην αγορά, αποτελεί ένα θεμελιώδη τρόπο λειτουργίας αγορών διαφόρων ενεργειακών προϊόντων με ελαστική ζήτηση. Με αφετηρία την πλέον απλουστευμένη εκδοχή ενός δυοπωλίου Cournot,

δομείται ένα μοντέλο στο οποίο οι συμμετέχοντες δεν έχουν, ούτε μπορούν να αποκτήσουν, γνώση για το πραγματικό οριακό κόστος των ανταγωνιστών τους και καθώς εμπλέκονται σε επαναλαμβανόμενη αλληλεπίδραση στα πλαίσια της αγοράς αναγκάζονται εκτιμήσουν τις συμπεριφορές αυτές (myopic best response). Η σύγκλιση στην ισορροπία μέσω ενός απλού προσαρμοστικού κανόνα, όπως αυτός που προκρίνεται, αν και δεν αποδεικνύεται βέλτιστος για ορισμένα διαδοχικά υποπαίγνια μέσα από την διάψευση των προσδοκιών των παιχτών, υιοθετείται ως ένας απλοϊκός κανόνας εκμάθησης δεδομένης της έλλειψης γνώσης αναφορικά με τη βέλτιστη απόκριση των λοιπών επιχειρήσεων. Δεδομένης της δομής αυτής, εγείρεται η περίπτωση της χειραγώγησης, δηλαδή της καθοδήγησης της διαδικασίας προσαρμογής των αντίπαλων παιχτών προς κάποια πιο συμφέρουσα κατεύθυνση. Στη λογική αυτή, δομείται και η τελική εκδοχή του υποδείγματος με την συμπερίληψη ενός πρώτου σταδίου επιλογής του τρόπου με τον οποίο θα διαδραματιστεί η αλληλεπίδραση σε επίπεδο ποσοτήτων στη συνέχεια. Επεκτείνουμε τον χρονικό ορίζοντα στον οποίο μελετάται η αγορά, μέσω της επανάληψης αυτού του παιγνίου πεπερασμένων διαδοχικών αλληλεπιδράσεων, και το εξετάζουμε στην περίπτωση αγοράς όπου η εξέλιξη του οριακού κόστους κάθε επιχείρησης είναι συνδεδεμένη με σημειωθέντα κέρδη μέσω μιας στοχαστικής διαδικασίας.

Χρήσιμοι για την επέκταση του ανωτέρου υποδείγματος σε πιο ανταγωνιστικά oligopώλια, είναι οι προσαρμοστικοί κανόνες που παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 3. Αντί της χρήσης μιας παραμέτρου ελέγχου της έντασης αναπροσαρμογής, γνωστής στη βιβλιογραφία πιο ανταγωνιστικών από του δυοπωλίου δομών ως «ταχύτητα προσαρμογής», προτείνονται κανόνες προερχόμενοι από την οικογένεια των Κινούμενων Μέσων. Με τους προσαρμοστικούς κανόνες να βασίζονται σε απλές αρχές, ευρέως διαδεδομένες στους τομείς της επιχειρηματικής ευφυΐας, της τεχνικής ανάλυσης και της λήψης αποφάσεων, δεν εξασφαλίζεται απλά η ορθολογικότητα της επιλογής τους αλλά εκ του αποτελέσματος επιτυγχάνεται ο νοητός εμπλουτισμός του διαστήματος μεταξύ της περιορισμένης ορθολογικότητας, της ταχύτητας προσαρμογής και του πλασματικού παιξίματος (fictitious play) στη σχετική βιβλιογραφία. Έτσι, περιγράφονται παίγνια κατά τα οποία, οι παίχτες αξιοποιούν μερικώς ή συνολικά την ιστορία του παιγνίου κατά τη διαδικασία λήψης αποφάσεων, στα πλαίσια της επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης τους. Οι υπό διερεύνηση κανόνες, μελετώνται ως προς την ευστάθεια τους ενώ ταυτόχρονα αξιολογούνται συγκριτικά ως προς την καταλληλότητα τους στα πλαίσια αγορών σταθερών και αυξανόμενων επιπέδων ανταγωνισμού. Η άμεση σχέση που υφίσταται μεταξύ του αριθμού των παιχτών και του μήκους παραθύρου μνήμης που εξασφαλίζει την ευστάθεια αποτελεί ένα ιδιαίτερα σημαντικό χαρακτηριστικό που συνεισφέρει ουσιαστικά στην ενίσχυση της χρηστικότητας τέτοιων υποδειγμάτων στην μοντελοποίηση αγορών αβέβαιοι ή μεταβλητού ανταγωνισμού. Στη λογική αυτή κινείται τόσο η θεωρητική μελέτη των κανόνων και των ιδιοτήτων σύγκλισης τους όσο και συγκριτική ανάλυση της μεταβατικής και της

ασυμπτωτικής συμπεριφοράς τους μέσω προσομοιώσεων. Επιπρόσθετα, μέσω της συγκριτικής ανάλυσης των κανόνων αυτών επιχειρείται η ανάδειξη της αντισταθμιστικής σχέσης που υφίσταται μεταξύ της ευστάθειας και της ομαλότητας της μεταβατικής απόκρισης ακόμα και σε περιπτώσεις που χαρακτηρίζονται από ελλιπή πληροφόρηση αναφορικά με τον αριθμό των παιχτών.

Το Κεφάλαιο 4, επικεντρώνεται στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας και συγκεκριμένα στην αγορά επόμενης ημέρας, όπου οι επιχειρήσεις παραγωγής ενέργειας ανταγωνίζονται σε ημερήσια βάση μέσω της υποβολής ωριαίων προσφορών. Ο διαχειριστής του συστήματος στην περίπτωση αυτή διαδραματίζει σημαντικό ρόλο καθώς αποτελεί την οντότητα που επιβάλλει τον μηχανισμό λειτουργίας της αγοράς. Εν προκειμένω, επιθυμώντας το μοντέλο να αποκτήσει ρεαλιστικότερα χαρακτηριστικά, στο μοντέλο που υλοποιείται η εκκαθάριση της αγοράς γίνεται μέσω της επίλυσης του προβλήματος ροής φορτίου δεδομένου του υφιστάμενου ΣΗΕ, της στοχαστικής και ανελαστικής ζήτησης που εξωγενώς εισάγεται στο μοντέλο και των συναρτήσεων προσφοράς που οι παραγωγοί έχουν στρατηγικά επιλέξει. Για την μεταξύ τους αλληλεπίδραση στα πλαίσια του στοχαστικού παιγνίου που δομείται, οι παίχτες υιοθετούν μια εκτός πολιτικής μέθοδο εκμάθησης μέσω της οποίας εξερευνούν, αρχικά περισσότερο, και ταυτόχρονα συμπεριφέρονται πλεονεκτικά εκμεταλλευόμενοι τις δυνατότητες που έχουν αναγνωρίσει στην αγορά. Επιπρόσθετα, εισάγεται μια τεχνική μετασχηματισμού του χώρου κατάστασης ευέλικτη αρκετά ώστε να μπορεί να αναπαραστήσει γραμμικές και μη απεικονίσεις ώστε να επιτρέπει την προσαρμογή του μοντέλου σε διάφορα σενάρια πληροφόρησης με την αξιοποίηση του συνολικού, μέρος αυτού ή και του επεξεργασμένου πίνακα κατάστασης. Το μοντέλο επιδεικνύεται μέσα από μια σειρά προσομοιώσεων βασιζόμενων σε χαρακτηριστικές παραλλαγές ενός ΣΗΕ μικρής κλίμακας που αναπαριστά μια έντονα ανταγωνιστική ολιγοπωλιακή αγορά. Οι παραλλαγές είναι τέτοιες ώστε να αναδειχθούν οι εξωτερικότητες και οι ασυμμετρίες που προκύπτουν από τη συμφόρηση του δικτύου και τη συγχώνευση επιχειρήσεων παραγωγής μέσα από την απόκτηση δύναμης αγοράς. Εξαιρετικά σημαντικό θεωρείται το γεγονός της προσαρμογής των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων στις αναμενόμενες τάσεις μιας και έτσι καθίσταται σαφής η εφαρμοσιμότητα του και η δυνατότητα συνεισφοράς του στο σχεδιασμό και την ανάλυση παρεμφερών αγορών. Στο τελευταίο Κεφάλαιο χρησιμοποιούνται παραλλαγές προφίλ ζήτησης προερχόμενα από πραγματικά δεδομένα που αναπαριστούν πιθανές εκφάνσεις της κατανάλωσης που δύναται να διαμορφωθεί εξαιτίας της ευρείας υιοθέτησης νέων τεχνολογιών. Με βάση αυτά τα προφίλ, εξετάζονται διαφορετικές πολυπαραγοντικές περιπτώσεις σε ένα αρκετά μεγαλύτερο ΣΗΕ. Μέσω προσομοιώσεων προκύπτουν εξαιρετικά ενδιαφέροντα συμπεράσματα αναφορικά με τη δύναμη αγοράς, το επίπεδο τιμών και ανταγωνισμού της αγοράς.

Τέλος, εξάγονται συνολικά συμπεράσματα και δίνονται μερικές κατευθύνσεις μελλοντικής

έρευνας όπου παρουσιάζονται διαφορετικές πτυχές εφαρμογής και αξιοποίησης της θεωρίας παιγνίων και των αρχών βελτιστοποίησης για την υποστήριξη αποφάσεων, τον σχεδιασμό στρατηγικών και πολιτικών σε περιβάλλοντα ενεργειακών αγορών.

Αυτή η σελίδα παραμένει σκοπίμως κενή.

Ολιγοπώλιο με Στρατηγικές Προσποίησης

2.1 Εισαγωγή

Στα πλαίσια της μοντελοποίησης χονδρεμπορικών αγορών διαφόρων ενεργειακών προϊόντων συναντάται συχνά ο ανταγωνισμός των επιχειρήσεων να αφορά τις ποσότητες παραγωγής που διαθέτουν προς πώληση. Καθώς η προσέγγιση που προκρίνεται στον παρόν Κεφάλαιο και βασίζεται σε τέτοιου τύπου δόμηση των αγορών, συνοδευόμενη από τις κατάλληλες παραδοχές, μπορεί να βρει εφαρμογή σε πλειάδα προϊόντων, γίνεται αρχικά σύντομη παρουσίαση και άλλων υποδειγμάτων [111] που συναντώνται στη σχετική βιβλιογραφία.

Καθώς το ολιγοπώλιο με στρατηγικές προσποίησης βασίζεται στις υποθέσεις της απλής εκδοχής του δυοπωλίου θυρνου, μετά την παρουσίαση τους, παρουσιάζεται η περίπτωση ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου όπου οι παίχτες, οι επιχειρήσεις δηλαδή, λαμβάνουν αποφάσεις για την ποσότητα σε κάθε περίοδο. Για την επιλογή των δράσεων τους, οι παίχτες, επιβάλλεται να προβούν σε εκτίμηση της δράσης του ανταγωνιστή τους, η οποία βασίζεται στην ιστορία του παιγνίου, δηλαδή σε δράσεις που έχουν παρατηρηθεί στο παρελθόν. Στην περίπτωση δύο επιχειρήσεων, μνήμη μίας περιόδου είναι αρκετή για να εξασφαλίσει τη σύγκλιση ενώ η υιοθέτηση ενός τέτοιου κανόνα προσαρμογής [126, 127] αποτελεί μια απλή διαδικασία εκμάθησης, όπου διαδοχικά λόγω της σύγκλισης μειώνεται και το σφάλμα εκτίμησης. Σε συνδυασμό με τη μη γνώση των χαρακτηριστικών του αντιπάλου, την συμμετρική ατελή πληροφόρηση εγείρεται το ζήτημα της χειραγώγησης του αντιπάλου [101, 103, 174]. Έτσι το παίγνιο που δομείται στα πλαίσια του υποδείγματος, αποτελεί ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο επιλογής ποσοτήτων στο οποίο πριν ξεκινήσουν οι παίχτες την αλληλεπίδραση επιλέγουν αν θα προβούν σε αυτή με το πραγματικό ή κάποιο εικονικό κόστος συμπεριφορικής προσποίησης [101]. Μετά τον καθορισμό του βέλτιστου συμπεριφορικού κόστους προσποίησης και την μεμονωμένη εξέταση των δυνατών περιπτώσεων, παρουσιάζεται η ισορροπία του παιγνίου αυτού και συγχροτείται ένα ακόμη πιο μακροχρόνιο παίγνιο μέσω της επανάληψης του πρωτύτερα ορισμένου παιγνίου. Αξίζει να σημειωθεί πως στον ανταγωνισμό ως προς τις ποσότητες, η αποκάλυψη πληροφοριών αποτελεί κυρίαρχη στρατηγική στην περίπτωση που

η άγνωστη παράμετρος είναι ιδιωτική [165], όπως για παράδειγμα το οριακό κόστος της κάθε επιχείρησης, ενώ δεν προσφέρονται κίνητρα για διαμοιρασμό πληροφοριών όταν η μη γνωστή παράμετρος είναι κοινή για τους συμμετέχοντες [67], όπως οι παράμετροι της συνάρτησης ζήτησης.

Τέλος, το υπόδειγμα του μακροχρόνιου παιγνίου εφαρμόζεται στα πλαίσια μια αγοράς όπου οι επιχειρήσεις δύνανται να διαφοροποιήσουν το πραγματικό οριακό τους κόστος μεσοπρόθεσμα. Τέτοιες περιπτώσεις συναντώνται στην πράξη καθώς ένα κύριο μέλημα της εκάστοτε διοίκησης αποτελεί η επίτευξη ανταγωνιστικών πλεονεκτημάτων για την εξασφάλιση της βιωσιμότητας και της κερδοφορίας, ένα εκ' των οποίων είναι επίτευξη χαμηλότερου οριακού κόστους. Στα πλαίσια του μοντέλου προσομοίωσης αυτό καθίσταται εφικτό με την θετική συσχέτιση μέσω μιας στοχαστικής διαδικασίας των επιπέδων κερδοφορίας με την πιθανότητα μείωσης του κόστους στις επόμενες περιόδους.

2.2 Μοντελοποίηση Ενεργειακών Αγορών

Η δημιουργία ανταγωνιστικού περιβάλλοντος εντός των αγορών με κύριο μέλημα την αύξηση του κοινωνικού πλεονάσματος διαχρονικά, αποτελούσε το ζητούμενο των μεταρρυθμίσεων των αγορών ενέργειας και της μετάβασης από μονοπωλιακά καθεστώτα σε αγορές απελευθερωμένης μορφής. Μέσα από τον αποδοτικό σχεδιασμό της εκάστοτε αγοράς (Market Design) και τον περιορισμό της δυνατότητας άσκησης δύναμης αγοράς (Market Power) από τους συμμετέχοντες, στόχο αποτελούσε η μείωση του επιπέδου των τιμών ενώ ταυτόχρονα έμφαση δινόταν στην προσέλκυση επενδύσεων. Ο περιορισμός της δύναμης αγοράς στις αγορές ενέργειας δεν αποτελεί απλή περίπτωση, λόγω των φυσικών ιδιοτήτων της ενέργειας, των οικονομικών χαρακτηριστικών της προσφοράς και της ζήτησης και του σχεδιασμού της αγοράς καθώς παράγοντες που σαν και αυτούς σε αρκετές περιπτώσεις αποτελούν γενεσιουργές αιτίες άσκησής της. Στην προσπάθεια για τη μελέτη και την αξιολόγηση της δομής των αγορών ενέργειας συναντώνται διάφορες προσεγγίσεις, όπως εμπειρικές αναλύσεις [129], πειραματικές εφαρμογές [26, 88], μελέτες προσομοιώσεις [128, 130] και προσπάθειες μοντελοποίησης [50], με τις τελευταίες να επιτρέπουν ευκολότερα τη γενίκευση και την ανάλυση της ευαισθησίας των παραμέτρων.

Στα μοντέλα, που επικεντρώνονται στον ανταγωνιστικό χαρακτήρα της αγοράς, πρέπει να συμπεριλαμβάνεται η στρατηγική αλληλεπίδραση μεταξύ των διάφορων συμμετεχόντων, δηλαδή το πως διαμορφώνεται η συμπεριφορά μιας μεμονωμένης οντότητας έναντι της συμπεριφοράς των ανταγωνιστών της και πως αντιδρά στις στρατηγικές συμπεριφορές αυτών. Στην ανάλυση αυτή, εφαρμογή βρίσκει η θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων [17, 72, 123], μέσω της οποίας μπορούν να προσεγγισθούν διάφορα σχέδια αγοράς που συνδυάζουν τις στρατηγικές από την πλευρά των συμμετεχόντων θέτοντας κανόνες λειτουργίας. Οι στρατηγικές αυτές,

μερικές φορές μπορεί να είναι απροσδόκητες και να οδηγούν συγκεκριμένα σχέδια αγοράς σε μη βέλτιστα αποτελέσματα, υπό την έννοια της εκμετάλλευσης των κανόνων αυτών από ορισμένους εκ των συμμετεχόντων. Οι πιο διαδεδομένες προσεγγίσεις στην οικονομική θεωρία για την μοντελοποίηση της στρατηγικής συμπεριφοράς των συμμετεχόντων σε ανταγωνιστικές αγορές βασίζονται στην ισορροπία Nash (Nash Equilibrium), δεδομένου ότι ο στόχος των επιχειρήσεων είναι η μεγιστοποίηση των κερδών profit maximization. Όπως γίνεται ξεκάθαρο από τον ορισμό της ισορροπίας, επικερδές για μια επιχείρηση είναι να προσφέρει βάση της ισορροπίας Nash δεδομένου ότι οι άλλες επιχειρήσεις προσφέρουν βάση αυτής και παράλληλα χαρακτηρίζεται από ευστάθεια (σταθερού σημείου) [120], καθώς όποια επιχείρηση επιλέξει να διαφοροποιηθεί από την ισορροπία αυτομάτως αποκτά κίνητρο να επανέλθει σε αυτή.

Τα βασικά μοντέλα που συναντώνται στη βιβλιογραφία και έχουν εφαρμοστεί για τον προσδιορισμό ισορροπίας σε ενεργειακές αγορές, είναι παραλλαγές των μοντέλων ατελούς ανταγωνισμού Cournot, Bertrand [9, 13, 82] και μοντέλων ισορροπίας συναρτήσεων προσφοράς (Supply Function Equilibrium, SFE) [14]. Το κοινό στοιχείο όλων αυτών, είναι η αρχική υπόθεση πως κάθε μεμονωμένη επιχείρηση επιδιώκει να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της δεδομένων των συνθηκών της ζήτησης, των χαρακτηριστικών του κόστους, άλλων συνθηκών που μπορεί να επικρατούν στην αγορά καθώς και δεδομένης της αντίδρασης των ανταγωνιστών της στις αποφάσεις που πρόκειται να λάβει. Η ουσιαστική διαφοροποίηση προκύπτει αναφορικά με το πως κάθε επιχείρηση αντιλαμβάνεται την αντίδραση των υπολοίπων στις δικές της αποφάσεις ως προς την ποσότητα, την τιμή και την καμπύλη προσφοράς αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα, στο μοντέλο Cournot κάθε μεμονωμένος παίχτης υποθέτει ότι η ποσότητα παραγωγής του επηρεάζει την τιμή αλλά η απόφαση του δεν επηρεάζει τις ποσότητες παραγωγής των υπόλοιπων παιχτών ενώ στο μοντέλο Bertrand οι παίχτες λειτουργούν υπό την πεποίθηση ότι οι ανταγωνιστές δεν θα μεταβάλλουν την τιμή τους. Επιπρόσθετα, στο μοντέλο SFE υποτίθεται ότι οι παραγωγοί καταθέτουν ολόκληρη συνάρτηση παραγωγής και τα σημεία ισορροπίας που παράγονται βρίσκονται ανάμεσα στις τιμές ισορροπίας που προκύπτουν από τα μοντέλα Cournot και Bertrand. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα βασικά αυτά μοντέλα και οι προεκτάσεις τους στις αγορές ενέργειας, όπου η τιμή και η ποσότητα της επιχείρησης i θα συμβολίζεται με p_i, q_i αντίστοιχα ενώ των ανταγωνιστών της με p_{-i}, q_{-i} . Επιπρόσθετα, η συνάρτηση κέρδους της επιχείρησης i , την οποία και επιθυμεί να μεγιστοποιήσει, είναι $U_i = q_i p_i - C_i(q_i)$, όπου $C_i(q_i)$ το κόστος της για ποσότητα q_i , ενώ η ζήτηση συναρτήσει της τιμής είναι $D(p)$.

2.2.1 Υπόδειγμα Ανταγωνισμού Τιμών (Bertrand)

Το μοντέλο Bertrand αναφέρεται στο παίγνιο ανταγωνισμού σε επίπεδο τιμών, στο οποίο οι επιχειρήσεις επιλέγουν στρατηγικά τις τιμές τους. Κάθε επιχείρηση υποτίθεται πως είναι σε θέση να προβλέπει τις επιλογές των ανταγωνιστών της και έτσι επιλέγει την τιμή στην οποία θα προσφέρει μεγιστοποιώντας τα κέρδη της με δεδομένη τη μορφή της ζήτησης. Υποτίθεται, επίσης, ότι η προσφορά καλύπτει τη ζήτηση και οι καταναλωτές λειτουργούν ορθολογικά (rationally), προκρίνοντας την οικονομικότερη προσφορά ή επιλέγοντας αναλογικά την κατανάλωση τους στην περίπτωση ταυτόσημων τιμών. Στην κλασική του μορφή, για την περίπτωση δύο επιχειρήσεων η ποσότητα που προσφέρει η επιχείρηση i ή αντίστοιχα το μέρος της ζήτησης που καλύπτει, έχει τη μορφή:

$$q_i(p_i, p_{-i}) = \begin{cases} D(p_i) & p_i < p_{-i} \\ \frac{1}{2}D(p_i) & p_i = p_{-i} \\ 0 & p_i > p_{-i} \end{cases}$$

και η συνάρτηση κέρδους είναι $U_i(p_i, p_{-i}) = q_i(p_i, p_{-i})p_i - C_i(q_i(p_i, p_{-i}))$. Ο χαρακτηρισμός της ισορροπίας Nash προκύπτει άμεσα από τον ορισμό ως:

$$U_i(p_i^*, p_{-i}^*) \geq U_i(p_i, p_{-i}^*)$$

Αναλυτικότερα, η επιχείρηση i επιλέγει την τιμή εκείνη που μεγιστοποιεί το κέρδος της, θεωρώντας ότι η ανταγωνιστική επιχείρηση προσφέρει στην τιμή ισορροπίας, επιλύοντας το πρόβλημα μεγιστοποίησης

$$\max_{p_i} U_i(p_i, p_{-i}^*) = q_i(p_i, p_{-i}^*)p_i - C_i(q_i(p_i, p_{-i}^*)).$$

Για τον προσδιορισμό της τιμής ισορροπίας, τίθενται οι συνθήκες πρώτης τάξης των συναρτήσεων κέρδους ίσες με το μηδέν, με την υπόθεση ότι οι τιμές των ανταγωνιστών είναι ανεξάρτητες και παραμένουν σταθερές, δηλαδή, $\frac{dp_{-i}}{dp_i} = 0$. Η συνθήκη πρώτης τάξης έχει τη μορφή:

$$\frac{dU_i(p_i, p_{-i}^*)}{dp_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{dq_i(p_i, p_{-i}^*)}{dp_i} p_i + q_i(p_i, p_{-i}^*) - \frac{dC_i(q_i(p_i, p_{-i}^*))}{dp_i} = 0$$

Η τιμή ισορροπίας ικανοποιεί τις συνθήκες πρώτης τάξης κάθε επιχείρησης και αποτελεί το σημείο ισορροπίας της αγοράς όπου η ποσότητα ζήτησης είναι ίση με την ποσότητα προσφοράς. Στην περίπτωση που οι επιχειρήσεις έχουν ίδιες συναρτήσεις κόστους προκύπτει

η τιμή ισορροπίας να είναι ίση με το οριακό κόστος παραγωγής γεγονός που σημαίνει πως υπάρχει τέλειος ανταγωνισμός και για καμία από τις επιχειρήσεις δεν προκύπτει η δυνατότητα οικονομικής κερδοφορίας. Αξίζει να σημειωθεί πως στην περίπτωση δύο επιχειρήσεων με ίδια συνάρτηση κόστους προκύπτουν αποτελέσματα συνθηκών τέλειου ανταγωνισμού καθώς η τιμή είναι ίση με το οριακό κόστος των επιχειρήσεων αυτών.

2.2.2 Υπόδειγμα Ανταγωνισμού Ποσοτήτων (Cournot)

Στην κλασική εκδοχή του μοντέλου που παρουσίασε ο Antoine Augustin Cournot (Recherches, 1838), δύο επιχειρήσεις ανταγωνίζονται μεταξύ τους χρησιμοποιώντας την επιλογή ποσότητας ως στρατηγική επιλογή. Έτσι κάθε επιχείρηση προβλέποντας την ποσότητα του ανταγωνιστή της, επιλέγει να παράξει στην ισορροπία την ποσότητα εκείνη που μεγιστοποιεί το κέρδος της, δεδομένης της ποσότητας του ανταγωνιστή της. Η τιμή προκύπτει από την αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης, που δίνεται συναρτήσει της συνολικής παραγόμενης ποσότητας ως $p = P(q_i + q_{-i})$ και η συνάρτηση κέρδους της επιχείρησης i είναι $U_i(q_i, q_{-i}) = P(q_i + q_{-i})q_i - C_i(q_i)$. Η ισορροπία Nash είναι οι στρατηγικές (q_i^*, q_{-i}^*) για τις οποίες ισχύει για όλες τις επιχειρήσεις

$$U_i(q_i^*, q_{-i}^*) \geq U_i(q_i, q_{-i}^*)$$

Για τον υπολογισμό της βέλτιστης στρατηγικής, κάθε επιχείρηση επιλύει το πρόβλημα μεγιστοποίησης της συνάρτησης κέρδους, κάνοντας την υπόθεση πως οι ανταγωνιστές επιλέγουν την αντίστοιχη βέλτιστη στρατηγική και η επιλογή τους αυτή είναι ανεξάρτητη, δηλαδή $\frac{dq_{-i}}{dq_i} = 0$. Έτσι η συνθήκη πρώτης τάξης διαμορφώνεται ως

$$\frac{dU_i(q_i, q_{-i})}{dq_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{dP(q_i + q_{-i})}{dq_i} q_i + P(q_i + q_{-i}) - \frac{C_i(q_i)}{dq_i} = 0$$

Στην βιβλιογραφία συναντώνται αρκετά απλά παραδείγματα εφαρμογής του παιχνιδιού Cournot σε αγορές ενέργειας χωρίς περιορισμούς ενώ δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις που πλαισιώνεται από λοιπά χαρακτηριστικά της αγοράς σχηματίζοντας έτσι μια πιο ρεαλιστική προσέγγιση [173].

2.2.3 Υπόδειγμα Ισορροπίας Συναρτήσεων Προσφοράς

Για την ανάλυση συνθηκών ανταγωνισμού εφαρμόζεται ευρέως και το μοντέλο ισορροπίας συναρτήσεων προσφοράς όπου οι παραγωγοί ανταγωνίζονται επιλέγοντας στρατηγικές μέσα από ένα χώρο που περιλαμβάνει ολόκληρες συναρτήσεις προσφοράς. Σε σύγκριση με τα μοντέλα που έχουν αναφερθεί ήδη, τα οποία περιορίζουν τις στρατηγικές επιλογές των επιχειρήσεων στον καθορισμό βέλτιστης τιμής ή ποσότητας, παρουσιάζεται τουλάχιστον διαι-

σθητικά πιο ελκυστικό. Η βασική υπόθεση για την εκκαθάριση στην περίπτωση αυτή απαιτεί την εξίσωση της συνολικής προσφερόμενης ποσότητας με εκείνη της ζήτησης στην οριακή τιμή της αγοράς για κάθε χρονική στιγμή λειτουργίας, δηλαδή $D(p) = \sum q_i(p)$. Αντίστοιχα με τα προηγούμενα, σε μια πρωτόλεια ανάλυση, η συνάρτηση κέρδους του παραγωγού είναι $U_i = pq_i - C_i(q_i)$ η οποία μπορεί να εκφραστεί ως προς την τιμή εκκαθάρισης για ορισμένη συνάρτηση ζήτησης $D(\cdot)$ ως

$$U_i(p) = p \left(D(p) - \sum_{j \neq i} q_j(p) \right) - C_i \left(D(p) - \sum_{j \neq i} q_j(p) \right)$$

Παίρνοντας την συνθήκη πρώτης τάξης ως προς την τιμή και εξισώνοντας την με το μηδέν για τη μεγιστοποίηση του κέρδους της επιχείρησης i έχουμε

$$\frac{dU_i(p)}{dp} = D(p) - \sum_{j \neq i} q_j(p) + \left(p - C'_i(q_i(p)) \right) \left(\frac{dD(p)}{dp} - \sum_{j \neq i} \frac{dq_j(p)}{dp} \right)$$

και αντίστοιχα

$$\frac{dU_i(p)}{dp} = 0 \Leftrightarrow q_i(p) = \left(p - C'_i(q_i(p)) \right) \left(-\frac{dD(p)}{dp} + \sum_{j \neq i} \frac{dq_j(p)}{dp} \right)$$

Η γενική αυτή συνθήκη είναι αυτή που περιγράφει την ισορροπία συναρτήσεων προσφοράς και κάθε λύση του συστήματος διαφορικών εξισώσεων που ορίζεται για μη φθίνουσες συναρτήσεις παραγωγής και καλά ορισμένες συναρτήσεις κόστους και ζήτησης αποτελεί σημείο ισορροπίας.

Έτσι το μοντέλο ισορροπίας συναρτήσεων παραγωγής αποτελεί μια πιο ρεαλιστική προσέγγιση της συμπεριφοράς παραγωγών που ανταγωνίζονται στα πλαίσια της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας [97] και συγκεκριμένα στη λογική αγοράς συγκεντρωτικού τύπου που ο διαχειριστής απαιτεί την κατάθεση συναρτήσεων προσφοράς από κάθε συμμετέχοντα [16]. Οι ακραίες περιπτώσεις οριζόντιων και κάθετων συναρτήσεων προσφοράς, που μπορούν να αντιστοιχιστούν στα μοντέλα Bertrand και Cournot αντίστοιχα, αποτελούν ακραία σημεία ισορροπίας του μοντέλου συναρτήσεων προσφοράς. Περιπτώσεις επίσης όπου οι συναρτήσεις προσφοράς είναι κυρτής τετραγωνικής μορφής αναμένεται να οδηγούν σε αποτελέσματα αρκετά κοντά σε εκείνα του Cournot ενώ αρκετά ενδιαφέροντα αποτελέσματα που έχουν παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία, σχετικά με το μοντέλο αυτού του τύπου, συνδέονται άμεσα με τις υποθέσεις για τις συναρτήσεις κόστους.

Σοβαρό μειονέκτημα του μοντέλου αυτού, στην εφαρμογή του στην πράξη, αποτελεί η δυσκολία των υπολογισμών. Αποτέλεσμα αυτού, είναι είτε να εξετάζονται απλοποιημένες

περιπτώσεις δικτύου, είτε είναι απαραίτητο να γίνονται υποθέσεις ως προς τη μορφή των συναρτήσεων προσφοράς. Σε ορισμένες περιπτώσεις όπου το δίκτυο μεταφοράς είναι σύνθετο και στο σύστημα συμμετέχουν αρκετοί παραγωγοί με περιορισμούς δυναμικότητας, το πρόβλημα βελτιστοποίησης συχνά δεν είναι κυρτό και μπορεί να οδηγήσει σε πολλαπλά τοπικά βέλτιστα. Πολλαπλά σημεία ισορροπίας παρατηρούνται ακόμη στην περίπτωση που οι παραγωγοί δεν έχουν κανένα περιορισμό στην επιλογή των παραμέτρων της συνάρτησης και μπορούν να τις μεταβάλλουν αυθαίρετα μεταξύ περιόδων.

2.2.4 Λοιπά Υποδείγματα

Άλλα μοντέλα που έχουν ή μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση της στρατηγικής διάδρασης συμμετεχόντων στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας έκτος αυτών που ήδη έχουν αναλυθεί είναι το μοντέλο Stackelberg, το μοντέλο συμπαιγνίας, το μοντέλο γενικών υποθετικών μεταβολών και το μοντέλο υποθετικών συναρτήσεων προσφοράς.

Το μοντέλο Stackelberg ορίζει έναν «αρχηγό», του οποίου οι αποφάσεις λαμβάνουν υπόψη τις αντιδράσεις των υπόλοιπων παιχτών. Οι υπόλοιποι παίχτες, οι «ακόλουθοι», δεν αναγνωρίζουν πως η δική τους αντίδραση επηρεάζει την απόφαση του Stackelberg αρχηγού ή των άλλων ακολούθων κατά το στάδιο της βελτιστοποίησης. Για παράδειγμα, έστω η επιχείρηση i στη θέση του αρχηγού και οι υπόλοιποι παραγωγοί στη θέση των ακολούθων, τότε η συνάρτηση κέρδους της επιχείρησης i είναι της μορφής $U_i = p(q_i + q_{-i}^{true}(p))q_i - C_i(q_i)$, όπου $q_{-i}^{true}(p)$ η σωστά προβλεπόμενη αντίδραση στην τιμή των επιχειρήσεων που ακολουθούν. Άλλες εκδοχές του μοντέλου μπορούν να σχηματιστούν με την επιχείρηση i ως αρχηγό και ακολούθους τους τελικούς καταναλωτές ή τους προμηθευτές αυτής, ενώ σε μερικές περιπτώσεις η αντίδραση των ακολούθων μπορεί να μην είναι στρωτή καθώς ενδέχεται να προέρχεται από την επίλυση συνθηκών ισορροπίας.

Αντίστοιχα στο μοντέλο γενικών υποθετικών μεταβολών βασίζεται στη λογική ότι η ποσότητα των ανταγωνιστών κάθε επιχείρησης i είναι συνάρτηση της ποσότητας αυτής, δηλαδή είναι της μορφής $q_{-i}(q_i)$. Έτσι η συνάρτηση κέρδους διαμορφώνεται ως $U_i = p(q_i + q_{-i}(q_i))q_i - C_i(q_i)$, όπου $p(q_i + q_{-i}(q_i))q_i$ το έσοδο της επιχείρησης i συναρτήσει της ποσότητας της. Το οριακό έσοδο ((marginal revenue) της προκύπτει ως

$$MR = \frac{\partial (p(q_i + q_{-i}(q_i))q_i)}{\partial q_i} = p + \left(\frac{\partial p}{\partial q} \right) \left(1 + \frac{\partial q_{-i}}{\partial q_i} \right) q_i$$

Ο λόγος $\partial q_{-i} / \partial q_i = \theta$ είναι η σταθερή υποθετική μεταβολή ενώ στις ειδικές περιπτώσεις όπου α) $\theta = 0$ προκύπτει το μοντέλο Cournot, β) $\theta = -1$ προκύπτει η περίπτωση του τέλει ανταγωνισμού και γ) $\theta = N$ προκύπτει η περίπτωση της συμπαιγνίας με $N + 1$ όμοιους παραγωγούς. Μόνο στην περίπτωση που το θ ισούται τοπικά με την πραγματική αντίδραση των

ανταγωνιστών μπορεί το μοντέλο αυτό να θεωρηθεί συνεπές ενώ, εκτός από την περίπτωση του μοντέλου Cournot με υποθετικές μεταβολές, απαιτεί ιδιόμορφες υποθέσεις σχετικές με την πληροφόρηση. Αυτός είναι ο κύριος λόγος που έχει υποστεί αρκετή θεωρητική κριτική στη βιβλιογραφία της βιομηχανικής οργάνωσης καθώς παρουσιάζει θεωρητικές δυσκολίες στην εκτίμηση της υποθετικής μεταβολής ειδικά όταν δεν υπάρχουν δεδομένα για το οριακό κόστος. Βέβαια αν μπορούν να βρεθούν αξιόπιστα δεδομένα για το οριακό κόστος, γεγονός που συγκεκριμένα για τον κλάδο της παραγωγής ενέργειας δεν είναι απίθανο, η υποθετική μεταβολή μπορεί να εκτιμηθεί. Ένας ακόμη παράγοντας για τον οποίον έχει δεχτεί κριτική είναι η χρήση του ως στατικό παίγνιο για την κατά περίπτωση ανάλυση δυναμικών και επαναλαμβανόμενων παιγνίων αν και έχει δείχθει ότι μερικά τέτοια μοντέλα αποτελούν συμπυκνόμενη μορφή στρατηγικών ισορροπίας επαναλαμβανόμενων παιγνίων όπως οι ημερήσιες δημοπρασίες που εφαρμόζονται στις αγορές ηλεκτρικής ενέργειας [25, 55, 138].

Μια παραπλήσια εκδοχή των υποθετικών μεταβολών, που συνδυάζει το μοντέλο ισορροπίας συναρτήσεων προσφοράς, αποτελεί το μοντέλο των υποθετικών συναρτήσεων προσφοράς. Στην περίπτωση αυτή, οι ποσότητες των ανταγωνιστών της επιχείρησης i υποτίθεται, ενδεχομένως και εσφαλμένα, ότι αντιδρούν συναρτήσει της τιμής σε αντίθεση με την αντίδραση στην ποσότητα που υποτίθεται στο μοντέλο υποθετικών μεταβολών. Έτσι η συνάρτηση κέρδους έχει τη μορφή $U_i = p(q_i + q_{-i}(p))q_i - C_i(q_i)$ και το μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί ως γενίκευση του Stackelberg, όπου η υπόθεση της αντίδρασης ενδέχεται να διαφέρει από την πραγματική αντίδραση $q_{-i}^{true}(p)$ του μοντέλου Stackelberg.

2.3 Δυσώπλιο Cournot Ατελούς Πληροφόρησης

Για τις ανάγκες ανάπτυξης και ανάλυσης του μοντέλου που ακολουθεί, θεωρούμε μια δυοπωλιακή αγορά όπου ένα ομογενές ενεργειακό προϊόν πωλείται από δύο παρόμοιες επιχειρήσεις. Η λήψη αποφάσεων λαμβάνει χώρα σε διακριτά χρονικά σημεία, στα οποία οι συμμετέχοντες δηλώνουν τις ποσότητες που διοχετεύουν στην αγορά, ενώ η μελέτη της αγοράς γίνεται τόσο σε βραχυχρόνια όσο και μακροχρόνια βάση. Σε κάθε στάδιο απόφασης η επιχείρηση $i = 1, 2$ διαλέγει το επίπεδο παραγωγής της q_i ανεξάρτητα και ταυτόχρονα με τον ανταγωνιστή της ενώ η τιμή διαμορφώνεται μέσω της καμπύλη ζήτησης. Η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης είναι $p = f(Q)$ όπου $Q = q_1 + q_2$ είναι η συνολική ποσότητα που διοχετεύεται στην αγορά και p η μοναδική τιμή εκκαθάρισης της αγοράς που προκύπτει από την εξίσωση προσφοράς και ζήτησης [47].

Η επιχείρηση $i = 1, 2$ λειτουργεί βάση μιας συνάρτησης κόστους $C_i(q_i)$, η οποία θεωρείται πως είναι συνεχής, παραγωγίσιμη και αυστηρά αύξουσα με θετικό οριακό κόστος για κάθε $q_i \in [q_i, \bar{q}_i]$ όπου q_i, \bar{q}_i είναι τα κατώτερα και ανώτερα όρια δυναμικότητας παραγωγής, αντίστοιχα. Κάθε επιχείρηση, σε κάθε στάδιο, θεωρούμε πως επιλέγει το επίπεδο παραγωγ-

γής q_i έτσι ώστε να μεγιστοποιεί τη δική της συνάρτηση κέρδους $\pi_i(q) = p(q)q_i - C_i(q_i)$, όπου $q = (q_1, q_2)$ το διάνυσμα ποσοτήτων της αγοράς. Επιπρόσθετα, έχοντας απομονώσει την αλληλεπίδραση των επιχειρήσεων σε ένα μόνο στάδιο και παράλληλα υποθέτοντας πλήρη πληροφόρηση, δηλαδή ότι η συνάρτηση ζήτησης είναι γνωστή από κοινού και ότι η κάθε επιχείρηση γνωρίζει τη συνάρτηση κόστους του ανταγωνιστή της, τότε μπορούμε να μιλήσουμε για στατικό δυοπώλιο Cournot όπου υπάρχει ένα μοναδικό Cournot-Nash σημείο ισορροπίας $q^* = (q_1^*, q_2^*)$. Η ισορροπία αυτή προκύπτει ως λύση του παρακάτω συστήματος εξισώσεων.

$$\frac{\partial \pi_i(q)}{\partial q_i} = 0, \quad i = 1, 2 \quad (2.1)$$

Καθώς στην αγορά οι επιχειρήσεις δραστηριοποιούνται τουλάχιστον για πεπερασμένο χρονικό διάστημα, επαρκώς μεγάλο, το σύνηθες παίγνιο ενός σταδίου επαναλαμβάνεται με το χρόνο. Καθώς οι επιχειρήσεις αλληλεπιδρούν με την πάροδο του χρόνου, οι στρατηγικές ισορροπίας (q_1^*, q_2^*) του στατικού παιγνίου αποτελούν και τις μη-συνεργατικές στρατηγικές ισορροπίας του υπερπαιγνίου (supergame).

2.3.1 Δυναμικό Παίγνιο με Χρήση Κανόνα Προσαρμογής

Στο σημείο αυτό, εισάγουμε ένα πιο εύλογο και ρεαλιστικό σκεπτικό αναφορικά με το τι γνωρίζουν οι παίχτες προ της λήψης των αποφάσεων τους. Συγκεκριμένα, θεωρούμε πως κάθε επιχείρηση δεν γνωρίζει τίποτα σχετικά με τα κόστη που αντιμετωπίζει ο ανταγωνιστής της και το καλύτερο που μπορεί να κάνει είναι να προβεί σε κάποια εκτίμηση αυτών. Δεδομένου ότι η ζήτηση παραμένει από κοινού γνωστή στους συμμετέχοντες στην αγορά, θεωρούμε ένα υπερπαίγνιο πεπερασμένης διάρκειας, έστω T ο χρονικός αυτός ορίζοντας, όπου σε κάθε περίοδο $t \in T$ οι επιχειρήσεις λαμβάνουν αποφάσεις σχετικά με την ποσότητα που διοχετεύουν στην αγορά. Έτσι, οι εξισώσεις που ήδη έχουν διατυπωθεί στα πλαίσια του στατικού παιγνίου επαναδιατυπώνονται για την περίοδο $t \in T$. Η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης είναι $p(q_t) = A - B(q_{1,t} + q_{2,t})$ και για την επιχείρηση $i = 1, 2$ η συνάρτηση κόστους διαμορφώνεται ως $C_i(q_{i,t}) = c_i q_{i,t}$, όπου c_i είναι το οριακό κόστος της επιχείρησης, το οποίο θεωρείται σταθερό. Σε κάθε περίοδο, οι επιχειρήσεις επιλέγουν να παράξουν την ποσότητα που αναμένουν να μεγιστοποιήσει τις τρέχουσες απολαβές τους (payoffs). Η βέλτιστη απόκριση της πρώτης επιχείρησης δίνεται από τη σχέση (2.2), όπου $\hat{q}_{2,t}$ είναι η εκτιμώμενη τιμή για τη μεταβλητή της ποσότητας της ανταγωνίστριας επιχείρησης μιας και η ακριβής τιμή δεν είναι διαθέσιμη [62].

$$q_{1,t} = \frac{A - c_1}{2B} - \frac{1}{2}\hat{q}_{2,t} \quad (2.2)$$

Υποθέτοντας τώρα ότι η πρώτη επιχείρηση αναμένει πως η δεύτερη θα επιλέξει για την περίοδο t το ίδιο επίπεδο παραγωγής με την προηγούμενη περίοδο, όπου η εκτιμώμενη ποσότητα είναι $\hat{q}_{2,t} = q_{2,t-1}$.

Επιπρόσθετα σε αυτό, θεωρούμε πως η επιχείρηση εμμένει στην προσδοκία της αυτή, διαχρονικά, ακόμα και αν κατά την ακολουθία των περιόδων οι προσδοκίες αυτές διαφεύδονται. Με παρόμοιες υποθέσεις να ισχύουν και για την δεύτερη επιχείρηση, οι συναρτήσεις βέλτιστης απόκρισης δεδομένων των ληφθέντων αποφάσεων της προηγούμενης περιόδου δίνονται από τις σχέσεις (2.3) και (2.4) για την πρώτη και τη δεύτερη επιχείρηση, αντίστοιχα.

$$q_{1,t} = \frac{A - c_1}{2B} - \frac{1}{2}q_{2,t-1} \quad (2.3)$$

$$q_{2,t} = \frac{A - c_2}{2B} - \frac{1}{2}q_{1,t-1} \quad (2.4)$$

Εργαζόμενοι με το σύστημα εξισώσεων και διαχωρίζοντας τις (2.3) και (2.4) οδηγούμαστε σε δύο ανεξάρτητες γραμμικές διαφορικές εξισώσεις δευτέρου βαθμού [168].

$$q_{1,t} - \frac{1}{4}q_{1,t-2} = \frac{A - 2c_1 + c_2}{4B} \quad (2.5)$$

Για κάθε δεδομένες αρχικές συνθήκες q_0, q_1 οι γενική λύση της (2.5) για την πρώτη επιχείρηση δίνεται από την (2.6), όπου K_1^1, K_1^2 είναι σταθερές. Αντίστοιχα για την δεύτερη επιχείρηση, η γενική λύση δίνεται από την (2.7), όπου K_2^1, K_2^2 είναι σταθερές.

$$q_{1,t} = q_{1,t}^h + \frac{A - 2c_1 + c_2}{3B} \quad (2.6)$$

$$q_{2,t} = q_{2,t}^h + \frac{A - 2c_2 + c_1}{3B} \quad (2.7)$$

Το μέρος της γενικής λύσης που αντιστοιχεί στη λύση της ομογενούς για την επιχείρηση $i = 1, 2$ είναι όπως ακολουθεί. Οι ιδιοτιμές προκύπτουν μικρότερες της μονάδας, εξαιτίας της δομής του μοντέλου, οπότε η ακολουθία που αντιστοιχεί σε αυτό το μέρος της λύσης συγκλίνει ασυμπτωτικά στο μηδέν.

$$q_{i,t}^h = K_i^1 (\alpha_i)^t + K_i^2 (\beta_i)^t \quad (2.8)$$

όπου,

$$a_i = 0.5, \quad \beta_i = -0.5 \quad (2.9)$$

και

$$K_i^1 = \frac{q_{i,1} - \beta q_{i,0} - (1-\beta)q_i^p}{(\alpha-\beta)} \quad (2.10)$$

$$K_i^2 = \frac{q_{i,1} - \alpha q_{i,0} - (1-\alpha)q_i^p}{(\beta-\alpha)}$$

Το διάνυσμα των ποσοτήτων, $q_t = (q_{1,t}, q_{2,t})$, ασυμπτωτικά συγκλίνει στις ευσταθείς τιμές ισορροπίας $q^c = (q_1^c, q_2^c)$, όπου q^c είναι το Cournot-Nash σημείο ισορροπίας του αντίστοιχου παιγνίου πλήρους πληροφόρησης.

$$q_t \rightarrow \left(\frac{A - 2c_1 + c_2}{3B}, \frac{A - 2c_2 + c_1}{3B} \right) \quad (2.11)$$

Στα πλαίσια του παιγνίου, τα κέρδη κάθε επιχείρησης θεωρούνται και οι απολαβές της. Το επίπεδο κερδών που εντοπίζεται στο Cournot-Nash σημείο ισορροπίας είναι η τιμή ισορροπίας στην οποία το π_t συγκλίνει και δίνεται από τις σχέσεις (2.12).

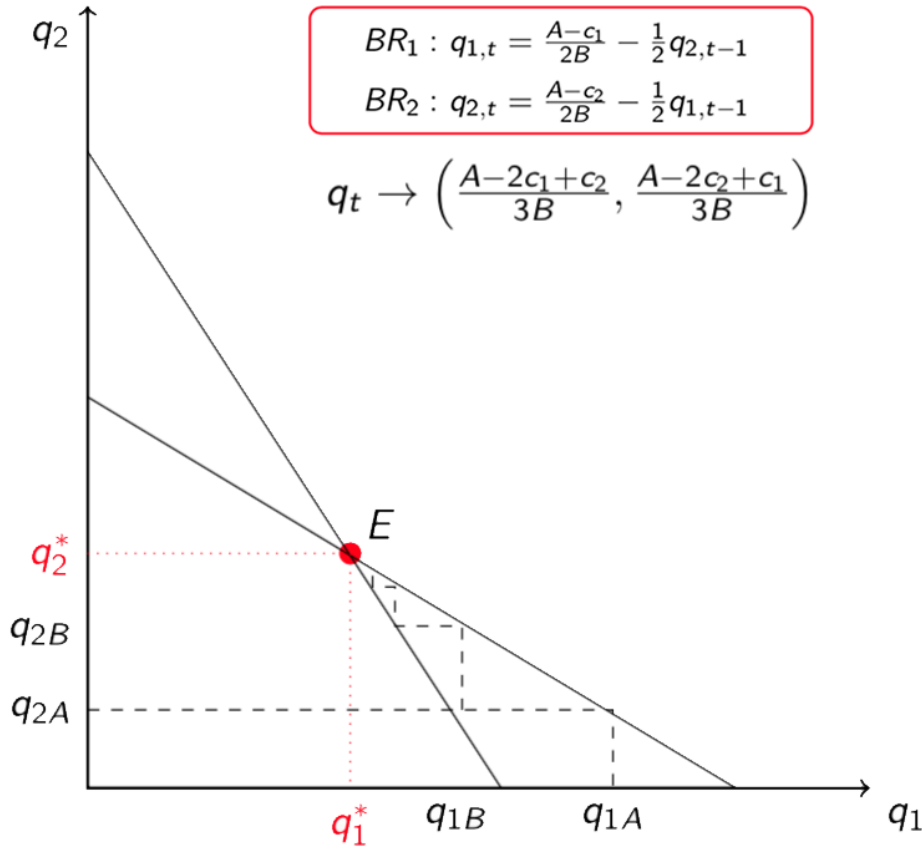
$$\pi_t \rightarrow \left(\frac{(A - 2c_1 + c_2)^2}{9B}, \frac{(A - 2c_2 + c_1)^2}{9B} \right) \quad (2.12)$$

2.4 Στρατηγικές Συμπεριφορικής Προσποίησης

Έχοντας υποθέσει ένα πλαίσιο ατελούς πληροφόρησης [10], είναι φυσικό κάποιος να εξετάσει αν μία επιχείρηση έχει τη δυνατότητα να εκμεταλλευτεί αυτή την κατάσταση προς όφελός της, μέσω της βελτίωσης του αποτελέσματος που μπορεί να επιτύχει. Υποθέτουμε πως η επιχείρηση $i = 1, 2$ υιοθετεί ένα διαφορετικό κόστος σε συμπεριφορικό επίπεδο, με άλλα λόγια παρότι το πραγματικό κόστος δεν μεταβάλλεται, η επιχείρηση i επιλέγει να συμπεριφερθεί σαν να είχε διαφορετικό κόστος [99]. Για την περίπτωση του Υποκεφαλαίου 2.3.1, όπου η συνάρτηση κόστους είναι γραμμική [68], ορίζουμε ως κόστος συμπεριφοράς προσποίησης το $c_i^{pr} \neq c_i$ και εξετάζουμε τις επιπτώσεις που αυτό μπορεί να επιφέρει στην ισορροπία του παιγνίου.

2.4.1 Στρατηγικές Βέλτιστης Προσποίησης

Στο παρόν Υποκεφάλαιο θεωρούμε πως η επιχείρηση υιοθετεί ως κόστος συμπεριφοράς προσποίησης το c_1^{pr} και επαναδιατυπώνουμε την συνάρτηση κέρδους, από όπου προκύπτει το νέο



Σχήμα 2.1: Συναρτήσεις βέλτιστης απόκρισης (Περίπτωση Μη Προσποίησης)

σημείο Cournot-Nash ισορροπίας, το οποίο ονομάζουμε 1-P σημείο ισορροπίας. Το σημείο αυτό προκύπτει με την εισαγωγή του κόστους συμπεριφοράς προσποίησης c_1^{pr} κατά τον καθορισμό της ισορροπίας ενώ παράλληλα τα οριακά κόστη των επιχειρήσεων στις συναρτήσεις κόστους παραμένουν τα πραγματικά. Το 1-P σημείο ισορροπίας $q^{1P} = (q_1^{1P}, q_2^{1P})$ είναι πράγματι το σημείο ισορροπίας του παιχνιδιού πλήρους πληροφόρησης όπου η πρώτη επιχείρηση έχει ως οριακό κόστος το c_1^{pr} και η δεύτερη το c_2 .

$$q^{1P} = \left(\frac{A - 2c_1^{pr} + c_2}{3B}, \frac{A - 2c_2 + c_1^{pr}}{3B} \right) \quad (2.13)$$

$$\pi_1(q_1^e, q_2^e) = p(q_1^e, q_2^e)q_1^e - c_1q_1^e \quad (2.14)$$

Η πρώτη επιχείρηση επιλέγει ως κόστος συμπεριφοράς προσποίησης το c_1^{pr} έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει το κέρδος της δεδομένου του πραγματικού οριακού της κόστους καθώς και του οριακού κόστους της ανταγωνίστριας επιχείρησης όπως αυτό προκύπτει από την κατά σημείο σύγκλιση στην ασυμπτωτική εξέταση του σημείου ισορροπίας. Η βέλτιστη τιμή του κόστους συμπεριφοράς προσποίησης δίνεται από την εξίσωση (2.16), όπου πρόκειται για μέγιστο καθώς η συνάρτηση είναι κοίλη ως προς το c_1^{pr} .

$$\pi_1(c_1^{pr}, c) = \frac{(A + c_1^{pr} + c_2 - 3c_1)(A - 2c_1^{pr} + c_2)}{9B} \quad (2.15)$$

$$c_1^{pr*} = \arg \max_{c_1^{pr}} \pi_1(c_1^{pr}, c_1, c_2) = \frac{6c_1 - A - c_2}{4} \quad (2.16)$$

Αντικαθιστώντας, στην 1-P ισορροπία, το βέλτιστο κόστος στρατηγικής προσποίησης c_1^{pr*} που έχει προκύψει από την (2.16), το σημείο ισορροπίας, όπως διατυπώνεται στην (2.17), καταλήγει να εξαρτάται από το πραγματικό οριακό κόστος της πρώτης επιχείρησης και από το οριακό κόστος της δεύτερης. Καθώς η πρώτη επιχείρηση, αυτή που επιλέγει να προσποιηθεί, δεν έχει κανένα λόγο να επιλέξει κάποιο διαφορετικό επίπεδο κόστους συμπεριφορικής προσποίησης πέρα από το βέλτιστο c_1^{pr*} , στη συνέχεια όποτε αναφερόμαστε στο 1-P σημείο ισορροπίας θα αναφερόμαστε στο διατυπωμένο στην (2.17) σημείο.

$$q^{1P} = \left(\frac{A - 2c_1 + c_2}{2B}, \frac{A - 3c_2 + 2c_1}{4B} \right) \quad (2.17)$$

Επιπρόσθετα, σημαντικό θεωρείται να αναφερθεί πως το 1-P σημείο ισορροπίας της (2.17) συμπίπτει με το σημείο ισορροπίας Stackelberg του αντίστοιχου Stackelberg παιγνίου όπου ο παίχτης στη θέση αρχηγού έχει οριακό κόστος c_1 και ο παίχτης στη θέση του ακολούθου έχει c_2 . Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να χαρακτηριστεί ως αναμενόμενο καθώς από τη διαδικασία εξαγωγής του, η πρώτη επιχείρηση επιθυμεί να βελτιώσει τις απολαβές της μέσω της μετατόπισης του σημείου ισορροπίας σε ένα δεύτερο στάδιο βελτιστοποίησης [20, 59, 131], υπό την έννοια της εσωτερικοποίησης της συνάρτησης βέλτιστης απόκρισης του ανταγωνιστή της κατά τη βελτιστοποίηση στην οποία προβαίνει [115].

Προσεγγίζοντας το από μια άλλη οπτική, το αποτέλεσμα αυτό μπορεί ξανά να χαρακτηριστεί ως λογικό, καθώς δεδομένων των πραγματικών τιμών οριακού κόστους των επιχειρήσεων το καλύτερο εφικτό αποτέλεσμα που μπορούν να αποκομίσουν είναι εκείνο του σημείου ισορροπίας του Stackelberg παιγνίου για τον παίχτη αρχηγό.

Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να ορίσουμε το 2-P σημείο ισορροπίας, όπου η δεύτερη επιχείρηση επιλέγει να υιοθετήσει ένα διαφορετικό συμπεριφορικό κόστος. Επιπρόσθετα, υποθέτουμε πως η δεύτερη επιχείρηση ακολουθεί παρόμοια διαδικασία καθορισμού του βέλτιστου επιπέδου κόστους συμπεριφοράς προσποίησης c_2^{pr*} . Το βέλτιστο κόστος προσποίησης της δεύτερης επιχείρησης όπως και το σημείο ισορροπίας που αντιστοιχεί στην περίπτωση αυτή δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις (2.18) και (2.19).

$$c_2^{pr*} = \arg \max_{c_2^{pr}} \pi_2(c_1, c_2^{pr}, c_2) = \frac{6c_2 - A - c_1}{4} \quad (2.18)$$

$$q^{2P} = \left(\frac{A - 3c_1 + 2c_2}{4B}, \frac{A - 2c_2 + c_1}{2B} \right) \quad (2.19)$$

2.4.2 Περίπτωση Προσποίησης Μίας Επιχείρησης

Στην περίπτωση αυτή, ακολουθείται το σκεπτικό που αναπτύχθηκε στο Υποκεφάλαιο 2.3.1, με τη διαφορά πως εδώ η πρώτη επιχείρηση υποθέτουμε πως υιοθετεί μια συμπεριφορά που βασίζεται σε οριακό κόστος κοντά στο c_1^{pr*} , υπό την έννοια πως αντί για το πραγματικό κόστος της ανταγωνίστριας επιχείρησης, θα χρησιμοποιηθεί τελικά μια εκτίμηση. Η εξίσωση (2.2) μετασχηματίζεται σε εκείνη της σχέσης (2.20) και βάση της υπόθεσης πως κάθε επιχείρηση αναμένει η ανταγωνίστρια επιχείρηση να επιλέξει την ίδια ποσότητα παραγωγής με αυτή που είχε επιλέξει στην προηγούμενη περίοδο, δηλαδή για την επιχείρηση $i = 1, 2$ η εκτίμηση είναι $\hat{q}_{i,t} = q_{i,t-1}$, το σύστημα διακριτού χρόνου που εξετάζουμε ορίζεται από τις ακόλουθες εξισώσεις (2.21) και (2.22).

$$q_{1,t} = \frac{A - c_1^{pr}(\hat{c}_2)}{2B} - \frac{1}{2}\hat{q}_{2,t} \quad (2.20)$$

$$q_{1,t} = \frac{5A - 6c_1 + \hat{c}_2}{8B} - \frac{1}{2}q_{2,t-1} \quad (2.21)$$

$$q_{2,t} = \frac{A - c_2}{2B} - \frac{1}{2}q_{1,t-1} \quad (2.22)$$

Η εκτίμηση του κόστους της δεύτερης επιχείρησης μπορεί να εξαχθεί παρατηρώντας την ποσότητα παραγωγής της προηγούμενης περιόδου, η οποία περιγράφεται επίσης από την εξίσωση (2.22). Η τελική μορφή της συνάρτησης απόκρισης της πρώτης επιχείρησης που περιγράφεται στην (2.24) προκύπτει αντικαθιστώντας την εξίσωση (2.23) στην εξίσωση (2.21).

$$\hat{c}_2 = A - 2B \left(q_{2,t-1} + \frac{1}{2}q_{1,t-2} \right) \quad (2.23)$$

$$q_{1,t} = \frac{6A - 6c_1}{8B} - \frac{3}{4}q_{2,t-1} - \frac{1}{8}q_{1,t-2} \quad (2.24)$$

Από τις εξισώσεις (2.25) και (2.26) προκύπτει η γενική λύση του συστήματος, η οποία

ορίζεται από την (2.24) και (2.22).

$$q_{1,t} = q_{1,t}^h + \frac{A-2c_1+c_2}{2B} \quad (2.25)$$

$$q_{2,t} = q_{2,t}^h + \frac{A-3c_2+2c_1}{4B} \quad (2.26)$$

Η λύση της ομογενούς εξίσωσης διαφορών, καθώς η απόλυτη τιμή των ιδιοτιμών είναι μικρότερη της μονάδας, τείνει στο μηδέν γεγονός που είναι ανεξάρτητο των αρχικών επιλογών των επιχειρήσεων, δηλαδή των διανυσμάτων q_0, q_1 . Η λύση της ομογενούς $q_{i,t}^h$, οι ιδιοτιμές όπως και οι σταθερές που προκύπτουν K_i^1, K_i^2 , παρουσιάζονται παρακάτω.

Η λύση της ομογενούς εξίσωσης διαφορών είναι

$$q_{i,t}^h = K_i^1 (\alpha_i)^t + K_i^2 (\beta_i)^t \quad (2.27)$$

με τις ιδιοτιμές

$$\alpha_i = 0.5, \quad \beta_i = -0.5 \quad (2.28)$$

και τις τιμές των σταθερών να δίνονται από τις παραστάσεις

$$K_i^1 = \frac{q_{i,1} - \beta q_{i,0} - (1-\beta)q_i^p}{(\alpha-\beta)} \quad (2.29)$$

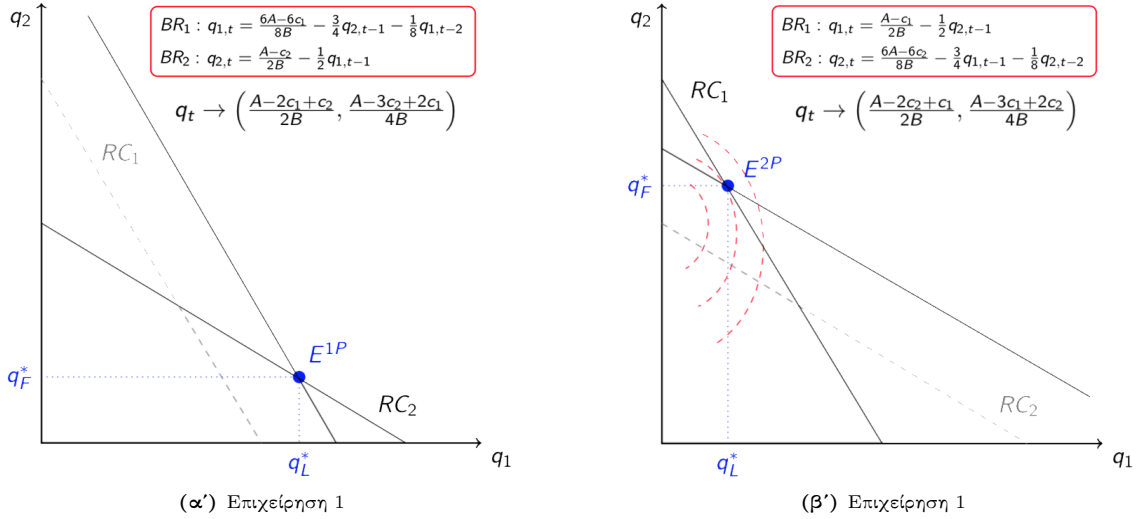
$$K_i^2 = \frac{q_{i,1} - \alpha q_{i,0} - (1-\alpha)q_i^p}{(\beta-\alpha)}$$

όπου q_i^p είναι η μερική λύση και K_i^1, K_i^2, K_i^3 σταθερές της γενικής λύσης.

Εξαιτίας των ευσταθών χαρακτηριστικών τα αποτελέσματα του δυοπωλίου σταδιακά θα συγκλίνουν στο 1-P σημείο ισορροπίας, το οποίο αποτελεί την ισορροπία του Stackelberg παιγνίου με τους παίχτες να λαμβάνουν την απόφαση τους βάση του πραγματικού οριακού κόστους τους ή την Cournot-Nash ισορροπία του παιγνίου με οριακά κόστη c_1^{pr*} και c_2 για την πρώτη και τη δεύτερη επιχείρηση αντίστοιχα.

$$q_t \rightarrow \left(\frac{A-2c_1+c_2}{2B}, \frac{A-3c_2+2c_1}{4B} \right) \quad (2.30)$$

$$\pi_t \rightarrow \left(\frac{(A-2c_1+c_2)^2}{8B}, \frac{(A-3c_2+2c_1)^2}{16B} \right) \quad (2.31)$$



Σχήμα 2.2: Συναρτήσεις βέλτιστης απόκρισης (Προσποίηση Μίας Επιχείρησης)

Αντίστοιχα, για την περίπτωση όπου η δεύτερη επιχείρηση επιλέγει την δράση της προσποίησης, συμπεριφέρεται προσποιούμενη ότι έχει οριακό κόστος c_2^{pp*} ενώ η πρώτη που λαμβάνει τις αποφάσεις της αναφορικά με την ποσότητα βάση του πραγματικού οριακού κόστους της c_1 , έχουμε το 2-P σημείο ισορροπίας. Όμοια με πριν το διάνυσμα αποκρίσεων q_t συγκλίνει στο q^{2P} .

2.4.3 Περίπτωση Προσποίησης Δύο Επιχειρήσεων

Ακολουθώντας παρόμοια λογική με προηγούμενα, εξετάζουμε τώρα την περίπτωση όπου και οι δύο επιχειρήσεις επιλέγουν να προσποιηθούν και να λάβουν τις αποφάσεις αναφορικά με την ποσότητα που θα διοχετεύσουν στην αγορά. Έτσι, κάθε επιχείρηση i επιλέγει να συμπεριφερθεί σαν να είχε οριακό κόστος c_i^{pp*} και συνεπώς οι στρατηγικές απόκρισης των δύο επιχειρήσεων περιγράφονται από τις συναρτήσεις (2.32) και (2.33).

$$q_{1,t} = \frac{6A - 6c_1}{8B} - \frac{3}{4}q_{2,t-1} - \frac{1}{8}q_{1,t-2} \quad (2.32)$$

$$q_{2,t} = \frac{6A - 6c_2}{8B} - \frac{3}{4}q_{1,t-1} - \frac{1}{8}q_{2,t-2} \quad (2.33)$$

Οι εξισώσεις (2.34) και (2.35) αποτελούν τη λύση του συστήματος εξισώσεων διαφοράς [157] που ορίζεται από τις (2.32) και (2.33) και περιγράφουν την εξέλιξη των ποσοτήτων παραγωγής και διοχέτευσης στην αγορά με την πάροδο του χρόνου.

$$q_{1,t} = q_{1,t}^h + \frac{2}{5} \frac{A - 3c_1 + 2c_2}{B} \quad (2.34)$$

$$q_{2,t} = q_{2,t}^h + \frac{2}{5} \frac{A - 3c_2 + 2c_1}{B} \quad (2.35)$$

Στις εξισώσεις (2.34) και (2.35), το μέρος της λύσης της ομογενούς εξίσωσης διαφορών $q_{i,t}^h$ δίνεται από τις εξισώσεις που ακολουθούν. Δεδομένης της δομής της αγοράς και των υποθέσεων που έχουν γίνει, η απόλυτη τιμή των ιδιοτιμών είναι μικρότερη της μονάδος οπότε η εξέλιξη αυτού του μεγέθους φθίνει με τον χρόνο μέχρι να μηδενιστεί ανεξάρτητων των αρχικών συνθηκών, δηλαδή του διανύσματος ποσοτήτων q_0, q_1, q_2 που επιλέγουν αρχικά οι επιχειρήσεις.

$$q_{i,t}^h = K_i^1 (\alpha_i)^t + K_i^2 (\beta_i)^t + K_i^3 (\gamma_i)^t \quad (2.36)$$

με

$$a_i \approx 0.0504, \quad \beta_i \approx 0.5321, \quad \gamma_i \approx -0.5825 \quad (2.37)$$

και

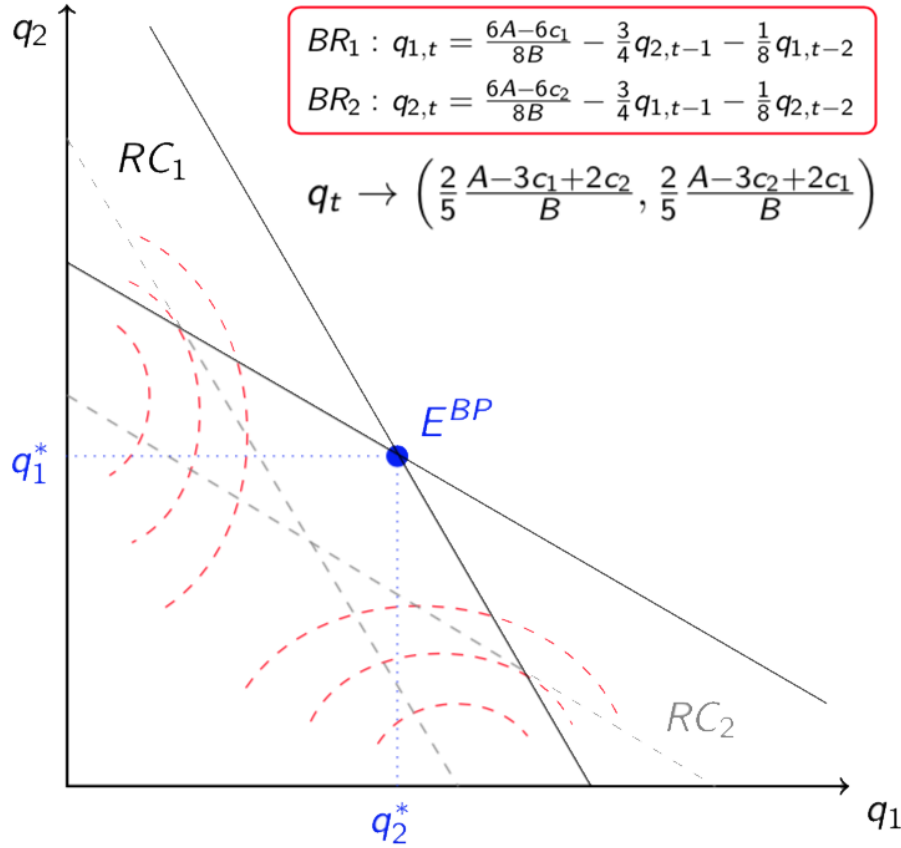
$$\begin{aligned} K_i^1 &= \frac{q_{i,0}\beta\gamma - q_{i,1}(\beta+\gamma) + q_{i,2} - (1-\beta)(1-\gamma)q_i^p}{(\alpha-\beta)(\alpha-\gamma)} \\ K_i^2 &= \frac{q_{i,0}\alpha\gamma - q_{i,1}(\alpha+\gamma) + q_{i,2} - (1-\alpha)(1-\gamma)q_i^p}{(\alpha-\beta)(\gamma-\beta)} \\ K_i^3 &= \frac{q_{i,0}\alpha\beta - q_{i,1}(\alpha+\beta) + q_{i,2} - (1-\alpha)(1-\beta)q_i^p}{(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)} \end{aligned} \quad (2.38)$$

όπου q_i^p είναι η μερική λύση της μη ομογενούς ενώ οι σταθερές K_i^1, K_i^2, K_i^3 αναφέρονται στη γενική λύση.

Έτσι με την πάροδο του χρόνου το δυοπώλιο θα καταλήξει στο σημείο ισορροπίας του παιγνίου όπου οι δύο επιχειρήσεις έχουν οριακά κόστη c_1^{pr*} και c_2^{pr*} αντίστοιχα. Εναλλακτικά, η ποσότητα κάθε παίχτη είναι εκείνη του αρχηγού ενός Stackelberg παιγνίου με τα πραγματικά οριακά κόστη, με την περίπτωση που εξετάζεται να διαφοροποιείται αρκετά σε λογική. Τέλος, την ισορροπία αυτή την ονομάζουμε B-P ισορροπία καθώς και οι δύο επιχειρήσεις έχουν επιλέξει την δράση προσποίησης προτού εμπλακούν στη επαναλαμβανόμενη διαδικασία επιλογής ποσοτήτων.

$$q_t \rightarrow \left(\frac{2}{5} \frac{A - 3c_1 + 2c_2}{B}, \frac{2}{5} \frac{A - 3c_2 + 2c_1}{B} \right) \quad (2.39)$$

$$\pi_t \rightarrow \left(\frac{(A - 3c_1 + 2c_2)^2}{25B}, \frac{(A - 3c_2 + 2c_1)^2}{25B} \right) \quad (2.40)$$



Σχήμα 2.3: Συναρτήσεις Βέλτιστης Απόκρισης (Προσποίηση Δύο Επιχειρήσεων)

2.5 Επαναλαμβανόμενο Παιγνίο με Δυνατότητα Προσποίησης

Βασιζόμενοι στις υποθέσεις που έχουν αναπτυχθεί προηγουμένως σχετικά με την δομή και τη λειτουργία της αγοράς καθώς και σχετικά με την πληροφόρηση στην οποία έχουν πρόσβαση οι συμμετέχοντες οδηγούμαστε στον καθορισμό του παιγνίου επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης των επιχειρήσεων που σκοπό έχει την περιγραφή της λειτουργίας της αγοράς για χρονικό ορίζοντα T . Ο χρονικός αυτός ορίζοντας αποτελεί τον αριθμό των σταδίων κατά τα οποία οι επιχειρήσεις λαμβάνουν αποφάσεις σχετικά με την ποσότητα που παράγουν και διοχετεύουν στην αγορά και είναι η μέγιστη τιμή του συνόλου $1, 2, \dots, T$ από το οποίο η διακριτή μεταβλητή t λαμβάνει τιμές. Ο κάθε παίχτης κατά τα στάδια αυτά επιλέγει την ποσότητα q_i^t την οποία παράγει και διοχετεύει στην αγορά με το συνεχές σύνολο δράσεων να είναι το $A_2 = [Q_m, Q_M]$. Τα Q_m και Q_M είναι αντίστοιχα το κάτω και το άνω φράγμα του συνόλου δράσεων των παιχτών, τα φράγματα αυτά να λαμβάνουν τιμές ώστε να εξασφαλίζονται μη αρνητικές τιμές του κέρδους των επιχειρήσεων, χωρίς ο ακριβής προσδιορισμός τους να θεω-

ρείται αναγκαίως. Χωρίς να υπάρχει γνώση του κόστους της ανταγωνίστριας επιχείρησης, η επιλογή δράσης γίνεται βάση της στρατηγικής μεγιστοποίησης της συνάρτησης κέρδους δεδομένης της συνάρτησης ζήτησης. Κάτω από την υπόθεση για την εκτίμηση της δράσης της ανταγωνίστριας επιχείρησης για την περίοδο απόφασης που έχει διατυπωθεί προηγουμένως διατηρούμε την διαδικασία επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης των επιχειρήσεων κατά τις T περιόδους του χρονικού ορίζοντα. Υποθέτοντας την σύγκλιση του αποτελέσματος q_t της περιόδου t του παιγνίου στο διάνυσμα της εκάστοτε ισορροπίας μπορούμε να θεωρήσουμε πως η μέση απόδοση κάθε σταδίου είναι ίση με αυτή του που εντοπίζεται στην ισορροπία. Έτσι, χωρίς να αποτιμώνται διαφορετικά οι αποδόσεις των περιόδων, για επαρκώς μεγάλο χρονικό ορίζοντα T η συνολική απόδοση του επαναλαμβανόμενου παιγνίου είναι σχεδόν ίση με την συνολική απόδοση του επαναλαμβανόμενου παιγνίου ίδιας διάρκειας που σε κάθε περίοδο λαμβάνεται ως απόδοση των παιχτών η μέση.

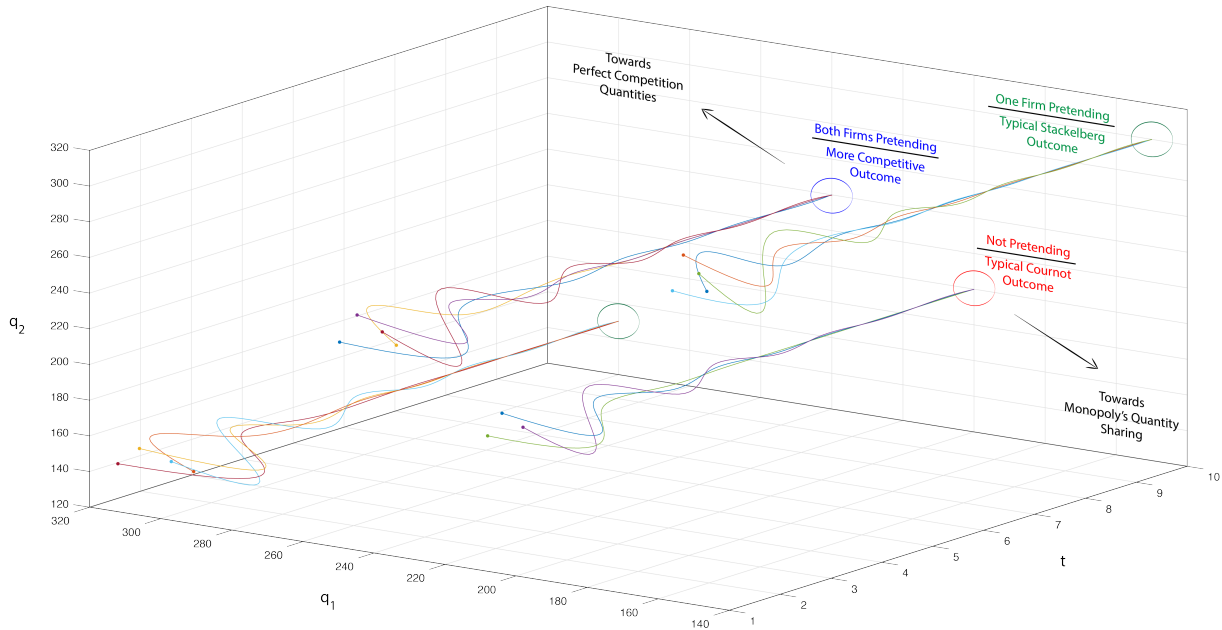
Επιπρόσθετα, προτού οι επιχειρήσεις εμπλακούν στην επαναλαμβανόμενη αλληλεπίδραση επιλογής ποσοτήτων, εντοπίζουμε το στάδιο κατά το οποίο οι παίχτες καλούνται να επιλέξουν το οριακό κόστος με το οποίο θα συμπεριφερθούν σε όλα τα επόμενα στάδια, δηλαδή στις περιόδους επιλογής ποσοτήτων που ακολουθούν. Στο στάδιο αυτό θεωρούμε πως ο κάθε παίχτης αποφασίζει αν θα συμπεριφερθεί στρατηγικά βάση του πραγματικού οριακού κόστους που προκύπτει από τη συνάρτησης κόστους που περιγράφει τη λειτουργία του ή κάποιας άλλης εικονικής τιμής αυτής της παραμέτρου, προσποιούμενος ότι λειτουργεί και κατ' επέκταση λαμβάνει τις αποφάσεις του αναφορικά με τις ποσότητες παραγωγής βάση αυτής. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η εικονική τιμή του οριακού κόστους που θα επέλεγε μια επιχείρηση υπό την υπόθεση της μεγιστοποίησης του κέρδους της είναι το βέλτιστο κόστος συμπεριφορικής προσποίησης του Υποκεφαλαίου 2.4.1. Ορίζουμε, έτσι, το σύνολο δράσεων του πρώτου σταδίου ως το σύνολο $A_1 = \{“Not Pretend”, “Pretend”\}$.

Για χρονικό ορίζοντα T επαρκώς μεγάλο, το παίγνιο που επαναλαμβάνεται καταλήγει στο ευσταθές σημείο ισορροπίας και η συνολική απόδοση που λαμβάνουν οι επιχειρήσεις, προσεγγίζει εκείνη του παιγνίου κατά το οποίο οι αρχικές συνθήκες ταυτιζόντουσαν με τις στρατηγικές ισορροπίας. Με άλλα λόγια το επαναλαμβανόμενο παίγνιο που προκύπτει από την επανάληψη του στατικού μονοσταδιακού παιγνίου τύπου Cournot μπορεί να θεωρηθεί στρατηγικά ισοδύναμο με το δυναμικό παίγνιο δύο παιχτών που έχει περιγραφεί [17, 79, 104]. Ακολουθώντας την λογική της προς τα πίσω επαγωγής καταλήγουμε στο πρώτο στάδιο όπου το παίγνιο μπορεί να αναπαρασταθεί σε μορφή πίνακα με τις μέσες αποδόσεις των παιχτών που συναντώνται σε κάθε επόμενο στάδιο.

Από τον Πίνακα 2.1 του υποπαιγνίου, που προκύπτει από την προς τα πίσω επαγωγή, φαίνεται καθαρά πως η δράση “Pretend” κυριαρχεί επί της “Not Pretend” για τους παίχτες-επιχειρήσεις $i = 1, 2$ καθώς ισχύουν οι παρακάτω ανισότητες (2.41). Ορίζουμε τη στρα-

	<i>Not Pretend</i>	<i>Pretend</i>
<i>Not Pretend</i>	$\left(\frac{(A-2c_1+c_2)^2}{9B}, \frac{(A-2c_2+c_1)^2}{9B} \right)$	$\left(\frac{(A-3c_1+2c_2)^2}{16B}, \frac{(A-2c_2+c_1)^2}{8B} \right)$
<i>Pretend</i>	$\left(\frac{(A-2c_1+c_2)^2}{8B}, \frac{(A-3c_2+2c_1)^2}{16B} \right)$	$\left(\frac{(A-3c_1+2c_2)^2}{12.5B}, \frac{(A-3c_2+2c_1)^2}{12.5B} \right)$

Πίνακας 2.1: Αναπαράσταση υποπαιγνίου πρώτου σταδίου με μέσες αποδόσεις



Σχήμα 2.4: Εξέλιξη διανύσματος ποσοτήτων για τα πιθανά ζεύγη στρατηγικών ($T = 20$).

τηγική $S_i^* = (\text{"Pretend"}, q_i^{BP}, \dots, q_i^{BP})$ καθώς το ζεύγος (S_1^*, S_2^*) αποτελεί το τέλει κατά υποπαιγνιο Nash σημείο ισορροπίας.

Στο Σχήμα 2.4 παρουσιάζεται η εξέλιξη του παιγνίου για όλα τα πιθανά ζεύγη στρατηγικών του πρώτου υποπαιγνίου για $T = 20$ και αυθαίρετες αρχικές συνθήκες. Το διατεταγμένο ζεύγος ποσοτήτων, το διάνυσμα q , καταλήγει στα σημεία ισορροπίας που έχουν περιγραφεί ήδη ενώ στο διάγραμμα εμφανίζονται κατευθύνσεις όπου μπορούν να εντοπιστούν ακραία σημεία ισορροπίας άλλων περιπτώσεων ανταγωνισμού, όπως αυτά της συνεργασίας δύο ανταγωνιστικών επιχειρήσεων και του τέλει ανταγωνισμού.

$$\pi_i(q^{-iP}) < \pi_i(q^{BP}) \quad \text{and} \quad \pi_i(q^{NP}) < \pi_i(q^{iP}) \quad (2.41)$$

2.6 Αγορά με Κόστη Επηρεαζόμενα από Κερδοφορία (Εφαρμογή)

Η διαθεσιμότητα της πληροφόρησης διαδραματίζει σημαντικό ρόλο σε δομές αγορών ολιγοπωλιακού ανταγωνισμού [22] καθώς επηρεάζεται άμεσα η στρατηγική συμπεριφορά των

συμμετεχόντων σε αυτές και κατ' επέκταση το ίδιο το οικονομικό αποτέλεσμα αυτών. Από την βιβλιογραφία που πραγματεύεται την ανταλλαγή πληροφόρησης, είναι γνωστό πως σε ολιγοπωλιακές αγορές που διακρίνονται από χαρακτηριστικά όπως αυτά που έχουν υιοθετηθεί προηγουμένως (γραμμική συνάρτηση ζήτησης, ανταγωνισμός μέσω της επιλογής ποσοτήτων) δεν προάγεται η ανταλλαγή πληροφόρησης σχετικά με κοινές παραμέτρους όπως αυτές που σχετίζονται με την καμπύλη ζήτησης. Αντίθετα, όταν η αβεβαιότητα αφορά όχι κοινές παραμέτρους, όπως όταν τα οριακά κόστη των συμμετεχόντων δεν είναι κοινώς γνωστά, το περιβάλλον ανταγωνισμού βάσει ποσοτήτων προωθεί την αποκάλυψη των πραγματικών τιμών τέτοιων παραμέτρων. Πράγματι, σε τέτοιου τύπου μοντέλα, παρέχονται κίνητρα για την μετάδοση και ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ των επιχειρήσεων, με την πλήρη αποκάλυψη να αποτελεί κυρίαρχη στρατηγική.

Στην εφαρμογή που ακολουθεί, χωρίς να επιτρέπεται η ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ των συμμετεχόντων, εξετάζουμε πως σε ένα περιβάλλον ατελούς πληροφόρησης μπορεί να επηρεαστεί η στρατηγική αλληλεπίδραση των επιχειρήσεων ενός δυοπωλίου τύπου Cournot καθώς και το αποτέλεσμα της αγοράς σε έναν πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα υπό την ύπαρξη μιας στρατηγικής προσποίησης [35]. Συνθήκες σαν αυτές που αντιμετωπίζονται στην εφαρμογή μπορεί να πει κανείς ότι συναντώνται σε ενεργειακές αγορές, κυρίως στην χονδρεμπορική πλευρά όπου υπάρχει ελαστικότητα ζήτησης, εφόσον οι συμμετέχοντες δεν έχουν ακριβή γνώση του κόστους των ανταγωνιστών τους. Προφανώς, στην πράξη οι μηχανισμοί είναι πιο σύνθετοι ενώ οι υποθέσεις που γίνονται στην εφαρμογή για λόγους απλοποίησης της πολυπλοκότητας της αφαιρούν στοιχεία ρεαλισμού χωρίς αυτό να σημαίνει πως τα συμπεράσματα και οι γενικότερες τάσεις που μπορούν να παρατηρηθούν στερούνται σημαντικότητας.

Ακολουθώντας το μοντέλο που έχει αναπτυχθεί προηγουμένως, θεωρούμε σε ένα πολυ-περιοδικό πλαίσιο τη λειτουργία μιας αγοράς δύο επιχειρήσεων, ένα δυοπώλιο δηλαδή, όπου οι επιχειρήσεις ($i = 1, 2$) επιλέγουν ταυτόχρονα την ποσότητα που παράγουν ($q_{i,t}$) και διοχετεύουν στην αγορά χωρίς να έχουν καμία πληροφόρηση για το κόστος του ανταγωνιστή τους. Με την υπόθεση της μη ύπαρξης κάποιου μηχανισμού ανταλλαγής έγκυρης και αληθούς πληροφόρησης μεταξύ των επιχειρήσεων ή κάποιας διαδικασίας ανταλλαγής σημάτων, κάθε επιχείρηση προβαίνει στην αντικατάσταση της προσδοκίας που έχει για την ποσότητα του ανταγωνιστή της, εκτιμώντας ότι η δράση της τρέχουσας περιόδου θα είναι ίδια με αυτή της προηγούμενης ($\hat{q}_{-i,t} = q_{-i,t-1}$). Όποια μέθοδο εκτίμησης που κάνει χρήση της ιστορίας, των δράσεων δηλαδή που έχουν προκριθεί από τους συμμετέχοντες κατά τις προηγούμενες περιόδους, και εάν έχουν υιοθετήσει οι παίχτες μπορεί να θεωρηθεί ισοδύναμη εφόσον προσφέρει χαρακτηριστικά σύγκλισης στο σύστημα. Δεδομένου ότι το προϊόν που οι επιχειρήσεις παράγουν με σταθερό οριακό κόστος είναι ομογενές και η ζήτηση του γραμμική ($p = a - bQ$), το σύστημα διακριτού χρόνου που περιγράφει τη δυναμική αλληλεπίδραση των

επιχειρήσεων και προκύπτει από τις συναρτήσεις βέλτιστης απόκρισης των παιχτών δίνεται από τις (2.42).

$$q_{i,t} = \frac{a - c_{i,t}}{2b} - \frac{1}{2}\hat{q}_{-i,t}, \quad i = 1, 2 \quad (2.42)$$

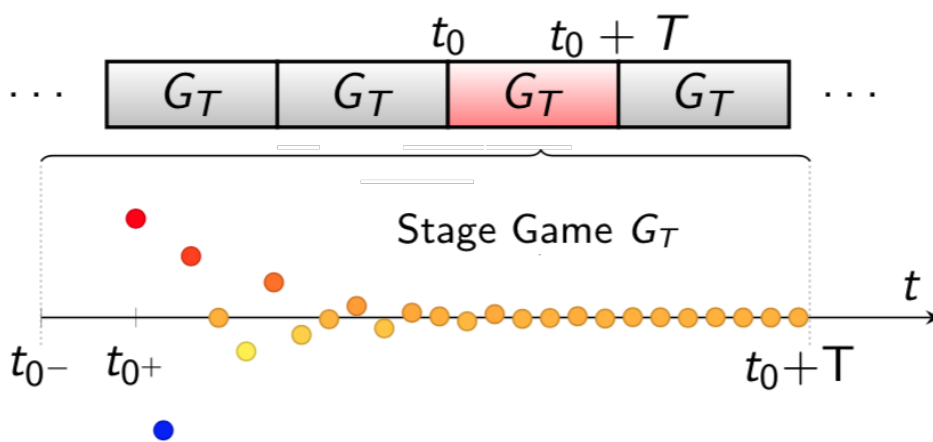
Το γεγονός ότι το πραγματικό κόστος κάθε επιχείρησης δεν αποκαλύπτεται στον ανταγωνιστή της προσφέρει τη δυνατότητα στους ίδιους τους παίχτες να επιτύχουν ένα καλύτερο αποτέλεσμα στην σταθερή κατάσταση. Επιτρέποντας στους συμμετέχοντες να επιλέγουν τον τύπο τους πριν την εμπλοκή τους στην επαναλαμβανόμενη αλληλεπίδραση μέσω της επιλογής ποσοτήτων, κάθε ένας από αυτούς έχει τη δυνατότητα να επιλέξει να συμπεριφερθεί με κάποιο εικονικό-συμπεριφορικό κόστος, ενδεχομένως διαφορετικό από το πραγματικό του. Με άλλα λόγια, οι επιχειρήσεις μπορούν να επιλέγουν την ποσότητα παραγωγής τους σαν να είχαν διαφορετικό οριακό κόστος μέσω διαφοροποιημένων συναρτήσεων βέλτιστης απόκρισης και ενώ το πραγματικό κόστος παραγωγής παραμένει αναλλοίωτο. Ορίζουμε έτσι τις δράσεις προσποίησης, ως τις δράσεις που αναφέρονται στην υιοθέτηση ενός βέλτιστου συμπεριφορικού κόστους (c_i^{pr*}) και στην προσήλωση συνεπούς συμμετοχής στην περαιτέρω αλληλεπίδραση βάση αυτού. Όπως έχει ήδη παρουσιαστεί, δεδομένου του κέρδους στη σταθερή κατάσταση (2.44) η βέλτιστη τιμή του κόστους συμπεριφορικής προσποίησης προκύπτει ως λύση της (2.43). Αξίζει να σημειωθεί ότι όταν μόνο μία από τις δύο επιχειρήσεις επιλέγει να προσποιηθεί, να προβεί δηλαδή στις στρατηγικές επιλογές της σαν να είχε διαφορετικό κόστος από αυτό με το οποίο πραγματικά λειτουργεί, το αποτέλεσμα του παιγνίου σε βάθος χρόνου καταλήγει να είναι εκείνο ενός Stackelberg παιγνίου χωρίς επιλογές προσποίησης όπου όλοι οι συμμετέχοντες συμπεριφέρονται βάση του πραγματικού κόστους τους και αρχηγός είναι η επιχείρηση που στην περίπτωση μας προσποιείται. Η άλλη δράση που πέρα εκείνη της επωνομαζόμενης ως “*Pretend*” που περιλαμβάνεται στο σύνολο δράσεων του σταδίου πριν το υποπαίγνιο επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης είναι η “*Not Pretend*” όπου κάθε επιχείρηση δεσμεύεται να συμπεριφερθεί βάση του πραγματικού κόστους που αντιμετωπίζει καθ’ όλη την υπολοιπόμενη διάρκεια του παιγνίου, ακολουθώντας δηλαδή την (1).

$$c_i^{pr*} = \arg \max_{c_i^{pr}} \{ \pi_i^{ss}(c_i^{pr}, c_i, c_{-i}) \} = \frac{6c_i - a - c_{-i}}{4} \quad (2.43)$$

$$\pi_i^{ss}(c_i^{pr}, c_i, c_{-i}) = \frac{(a + c_i^{pr} + c_{-i} - 3c_i)(a - 2c_i^{pr} + c_{-i})}{9b} \quad (2.44)$$

Στο σημείο αυτό, θεωρούμε το πολυπεριοδικό παίγνιο G_T στο οποίο έχουμε ήδη αναφερθεί, όπου οι επιχειρήσεις αφού επιλέξουν τη σχετική με το συμπεριφορικό κόστος δράση εμπλέκο-

νται στην επαναλαμβανόμενη διαδικασία αλληλεπίδρασης για πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα T . Για επαρκώς μεγάλο χρονικό ορίζοντα και καθώς υφίστανται ιδιότητες σύγκλισης, οι μέσες αποδόσεις του παιγνίου καταλήγουν να είναι προσεγγιστικά ισοδύναμες με τις αποδόσεις που παρατηρούνται στην σταθερή κατάσταση. Έτσι οι επιχειρήσεις στο σημείο όπου καλούνται να λάβουν στρατηγικές αποφάσεις στα πλαίσια του παιγνίου και συγκεκριμένα όταν επιλέγουν το εάν θα προσποιηθούν λαμβάνουν υπόψη τους τις τιμές των αποδόσεων στην ισορροπία, στην σταθερή δηλαδή κατάσταση. Καθότι η δράση “*Pretend*” είναι κυρίαρχη, το παίγνιο G_T έχει μοναδικό σημείο ισορροπίας Nash που απαρτίζεται από τις στρατηγικές προσποίησης και εν συνεχεία από την επιλογή ποσοτήτων βάση ενός χαμηλότερου, εικονικού, οριακού κόστους με αποτέλεσμα την παραγωγή μεγαλύτερων ποσοτήτων.



Σχήμα 2.5: Σχηματική αναπαράσταση σχέσης υπερπαιγνίου και υποπαιγνίων

Θεωρώντας το G_T υποπαίγνιο ενός υπερπαιγνίου με χρονικό ορίζοντα πολλαπλάσιο του χρονικού διαστήματος T και ίσο με mT , όπου το G_T επαναλαμβάνεται m φορές, μπορούμε να πούμε πως το υπερπαίγνιο G_{mT} περιγράφει την αγορά μακροχρόνια. Στην παρούσα εφαρμογή και στα πλαίσια που το υπερπαίγνιο G_{mT} ορίζει, εξετάζουμε ένα πιο ρεαλιστικό σενάριο όπου οι επιχειρήσεις μεταξύ των περιόδων δύνανται να μεταβάλουν το πραγματικό οριακό κόστος με το οποίο παράγουν κάθε επιπλέον μονάδα. Στην πράξη αυτό μπορεί να συνδεθεί με την αξιοποίηση αποτελεσμάτων από την έρευνα και ανάπτυξη, με τον εκσυγχρονισμό διαδικασιών ακολουθώντας την εξέλιξη της τεχνολογίας και προβαίνοντας στην αντικατάσταση κοστοβόρων στοιχείων της παραγωγικής διαδικασίας, με την εφαρμογή σύγχρονων πρακτικών διοίκησης και εξορθολογισμού του κόστους λειτουργίας καθώς ακόμα και με την μείωση του κόστους κεφαλαίου [60, 119]. Οι περιπτώσεις αυτές δεν είναι και οι μονές που μπορούν να προκαλέσουν μείωση στο κόστος παραγωγής αλλά σίγουρα είναι ενδεικτικές και έχουν ως κοινό σημείο την προϋπόθεση επένδυσης αρχικού κεφαλαίου ώστε να υλοποιηθούν [163]. Για τον λόγο αυτό, στην εφαρμογή που παρουσιάζεται παρακάτω συνδέουμε την εξέλιξη του οριακού κόστους των επιχειρήσεων μεταξύ των περιόδων T με την κερδοφορία που έχει

επιτευχθεί στην πλέον πρόσφατη περίοδο. Στη λογική αυτή όποια επιχείρηση εμφανίζει μεγαλύτερη κερδοφορία έναντι του ανταγωνισμού είναι πιο πιθανό σε επόμενη περίοδο να επιτύχει μείωση του κόστους καθότι είχε την ευκαιρία να προβεί σε μεγαλύτερης έντασης επενδύσεις προς την κατεύθυνση αυτή. Στη στοχαστική διαδικασία που ορίζουμε, όπου $x \sim U[0, 1]$ και οι X_0, K, ε αποτελούν εξωγενείς σταθερές, ο κανόνας ανανέωσης του οριακού κόστους κάθε επιχείρησης, η εξίσωση (2.45) δηλαδή, επιβάλλει μείωση της τιμής του με πιθανότητα θετικά συσχετισμένη [41] με τα σημειωθέντα κέρδη.

$$c_{i,nT} = c_{i,(n-1)T} (1_{\{x \leq X_n\}} \delta_n + 1_{\{x > X_n\}}) \quad (2.45)$$

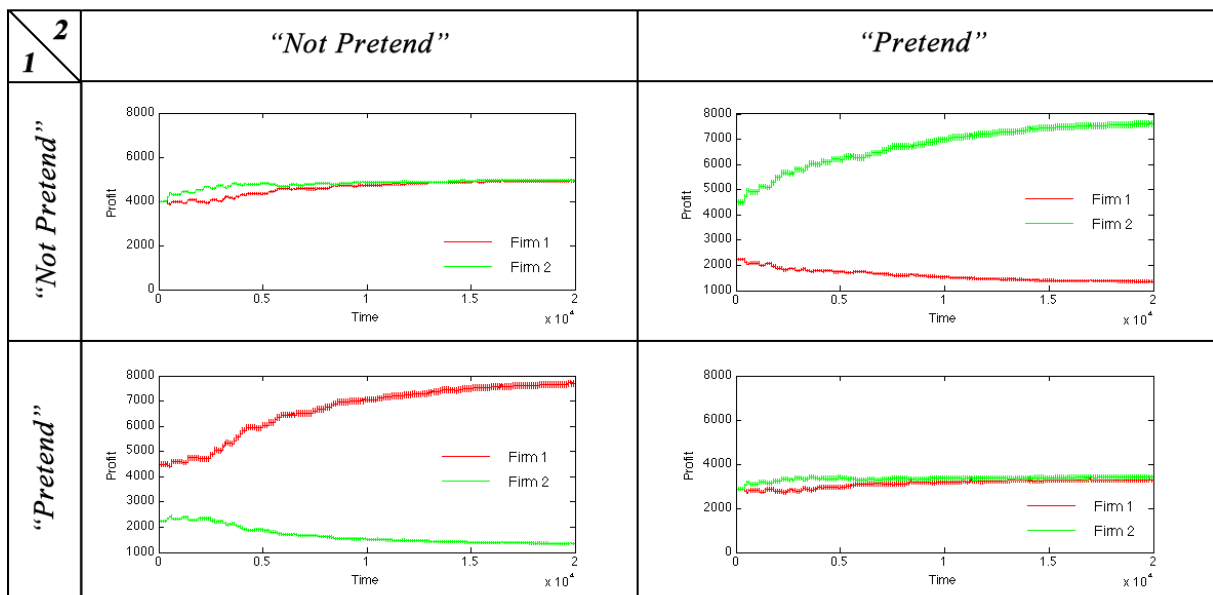
Επιπρόσθετα η πιθανότητα να υπάρξει μείωση του κόστους αυξάνεται εφόσον σε προηγούμενη περίοδο το κόστος δεν είχε μεταβληθεί ώστε να αναπαρασταθεί η μεγαλύτερη αποτελεσματικότητα μακροχρόνιων επενδύσεων που λαμβάνουν χώρα σε διαδοχικές περιόδους.

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1} + K \left(\sum_{t=(n-1)T}^{nT-1} \frac{\pi_{i,t}}{\pi_{i,t} + \pi_{-i,t}} \right), & c_{i,(n-1)T} = c_{i,(n-2)T} \\ X_0, & c_{i,(n-1)T} \neq c_{i,(n-2)T} \end{cases} \quad (2.46)$$

Σε επίπεδο προσομοιώσεων, υποθέτουμε δύο αρχικά όμοιες επιχειρήσεις που αλληλεπιδρούν σε μακροχρόνιο ορίζοντα σε αγορά που συνδέει την απόκτηση ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος μέσω της μείωσης του οριακού κόστους με τα επίπεδα κερδοφορίας. Αυτό επιτυγχάνεται με την αξιοποίηση του μηχανισμού που προκύπτει από την στοχαστική διαδικασία που περιγράψαμε, όπου η επιχείρηση που επιτυγχάνει καλύτερα οικονομικά αποτελέσματα ευνοείται ως προς την επίτευξη χαμηλότερου κόστους παραγωγής. Πριν την έναρξη κάθε βραχυχρόνιας περιόδου, το πραγματικό οριακό κόστος κάθε επιχείρησης καθορίζεται από τη φύση, χωρίς οι παίχτες να το λαμβάνουν υπόψη τους κατά τις στρατηγικές τους επιλογές, ακολουθεί την (2.45) όπου ο συντελεστής μείωσης δ_n δίνεται από την (2.47) ως συνάρτηση του αθροίσματος των απολαβών που έχουν επιτευχθεί στην προηγούμενη βραχυχρόνια περίοδο. Η πιθανότητα για το οριακό κόστος τελικά να μειωθεί, αυξάνει αν το κόστος έχει παραμείνει σταθερό στην προηγούμενη περίοδο ή επιστρέφει σε μία αρχική τιμή (εξωγενή) εφόσον στην προηγούμενη περίοδο είχε λάβει χώρα μείωση του κόστους, όπως προκύπτει από την εξίσωση (2.46).

$$\delta_n = 1 - \varepsilon \frac{\sum_{t=(n-1)T}^{nT-1} \pi_{i,t}}{\max_{i,t \in [(n-1)T, nT-1]} \pi_{i,t}} \quad (2.47)$$

Η εξέλιξη των απολαβών των επιχειρήσεων μακροχρόνια, δηλαδή τα επίπεδα κερδοφορίας κατά το χρονικό διάστημα που εξελίσσεται το υπερπαίγνιο παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.5 για τις περιπτώσεις όπου οι παίχτες παραμένουν συνεπείς μέσω της προσκόλλησης στην ίδια στρατηγική σε κάθε υποπαίγνιο. Από τα διαγράμματα, μπορεί να παρατηρηθεί την αποκλίνουσα πορεία των κερδών κατά τις περιπτώσεις ασύμμετρων στρατηγικών, όπου τελικά μέσω της μονομερούς προσποίησης αποκτάται πράγματι ανταγωνιστικό πλεονέκτημα το οποίο με την πορεία του χρόνου συμβάλει ουσιαστικά στην απόκτηση κυρίαρχης θέσης στην αγορά και εκτόπιση του ανταγωνισμού (Σχήμα 2.6).



Σχήμα 2.6: Εξέλιξη των απολαβών με τη μείωση του κόστους θετικά συσχετισμένη με τα επίπεδα κερδοφορίας

2.7 Συμπεράσματα

Η εξέταση του ανταγωνισμού των επιχειρήσεων μέσω της στρατηγικής επιλογής των ποσοτήτων παραγωγής στα πλαίσια ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου υπό την απουσία μηχανισμών αποκάλυψης του ιδιωτικού κόστους κάθε επιχείρησης επέτρεψε την εισαγωγή της συμπεριφοράς προσποίησης. Αυτό αποτελεί και την βασική διαφοροποίηση της παρούσας προσέγγισης καθώς πραγματεύεται την αβεβαιότητα που εμπεριέχεται στο παίγνιο ατελούς πληροφόρησης όπου το οριακό κόστος κάθε επιχείρησης δεν είναι κοινώς γνωστό. Υπό το πρίσμα αυτό και δεδομένου του γεγονότος ότι η συμπεριφορική επιλογή δεν είναι παρατηρήσιμη σε κανένα στάδιο του παιγνίου, καθίσταται αδύνατο στους συμμετέχοντες να αντιληφθούν τις πραγματικές συνθήκες κάτω από τις οποίες εξελίσσεται το παίγνιο. Κατ' επέκταση αποκλείονται δυνατότητες συνεργασίας μεταξύ των επιχειρήσεων, μιας και πάντα ελοχεύει ο κίνδυνος η επιχείρηση να βρεθεί στη θέση του αχολούθου αν δεν επιλέξει να συμπεριφερθεί στρατηγικά σαν να ήταν πιο ανταγωνιστική απ' ό τι είναι στην πράξη.

Έτσι, η ισορροπία του ολιγοπωλίου τύπου Cournot και συγκεκριμένα του δυοπωλίου με την εισαγωγή των στρατηγικών προσποίησης παρουσιάζει τάσεις μετακίνησης προς εκείνη του τέλειου ανταγωνισμού. Αύξηση της συνολικής ποσότητας που διοχετεύεται στην αγορά, μείωση του επιπέδου των τιμών, αύξηση του κοινωνικού πλεονάσματος και μείωση της κερδοφορίας αποτελούν άμεσες συνέπειες της προσέγγισης αυτής. Ο ορισμός του μακροχρόνιου παιγνίου και η ένταξη του στα πλαίσια της αγοράς που διακρίνεται από τη στοχαστική διαδικασία σύνδεσης της ανταγωνιστικότητας με τα επίπεδα κερδοφορίας καταδεικνύει την αξία της προσέγγισης αυτής ως προς τη μακροχρόνια στρατηγική τοποθέτηση των επιχειρήσεων στην αγορά και αποτελεί ακόμα έναν καινοτόμο παράγοντα της παρούσας προσέγγισης.

Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζει η γενίκευση του υποδείγματος για τη γενική περίπτωση ολιγοπωλίου με αυθαίρετο αριθμό παιχτών και η εξέταση της μεταβολής του σημείου κορεσμού της αγοράς, το οποίο αναμένεται να αντιστοιχεί σε μικρότερο αριθμό επιχειρήσεων συγκριτικά με την κλασσική περίπτωση.

Προσαρμοστικοί Κανόνες σε Ολιγοπώλια Αυξανόμενου Ανταγωνισμού

3.1 Εισαγωγή

Σε αγορές ανταγωνισμού ποσοτήτων με ατελή πληροφόρηση, όπως οι ενεργειακές αγορές [52, 113, 173], η απλούστερη εκδοχή του ολιγοπωλίου Cournot αδυνατεί να εξασφαλίσει τη σύγκλιση στο σημείο ισορροπίας στις περιπτώσεις που εξετάζονται αγορές ανταγωνιστικότερες του δυοπωλίου [161]. Ο προσαρμοστικός κανόνας που συναντάται στην αιτιολόγηση του Cournot-Nash σημείου ισορροπίας στα πλαίσια παιγνίων μερικής πληροφόρησης, γνωστός και ως Διαδικασία Προσαρμογής Cournot, αποτελεί και τη γενεσιουργό αιτία αστάθειας [112]. Τούτος, ο εξαιρετικά απλός κανόνας, που αντικατοπτρίζει τη διαμόρφωση των προσδοκιών των παιχτών βάση των πλέον πρόσφατων παρατηρήσεων, αν και αποτυγχάνει ως προς την εξασφάλιση της σύγκλισης αποτελεί μια πρώιμη εισαγωγή στη θεωρία παιγνίων λογικών, όπως εκείνων της δυναμικής και της αναπροσαρμογής [28, 122]. Επιπρόσθετα, μέσω τούτης της αστοχίας διαφαίνεται ο δεσμός που υφίσταται μεταξύ του αριθμού των παιχτών και των ιδιοτήτων σύγκλισης σε τέτοιου είδους παίγνια [167] ενώ αναδεικνύεται η σημαντικότητα του ρόλου που η εκάστοτε προσαρμοστική διαδικασία διαδραματίζει. Παρότι η αναπροσαρμογή θεωρείται μια διαδικασία εκμάθησης, στην περίπτωση του ολιγοπωλίου Cournot η υιοθέτηση της τεκμαίρεται και μέσω των προσαρμοζόμενων προσδοκιών [121], με τη διέπουσα λογική να τυγχάνει και πειραματικής κατοχύρωσης [89, 137]. Αξίζει να σημειωθεί, ότι όπως και σε άλλα μοντέλα που η εκμάθηση λαμβάνει πιο σύνθετη μορφή [33] έτσι και εδώ, οι προσαρμοστικοί κανόνες δημιουργούν πρόσφορο έδαφος για την εμφάνιση πρακτικών χειραγώγησης και κατ' επέκταση την ανάδειξη εναλλακτικών σημείων ισορροπίας [35, 100] ενώ υποβοηθούν την έγερση στρατηγικών συνεργασίας και τη συγκρότηση ομάδων κοινών επιδιώξεων [90, 151]. Παρά την ευαισθησία που προστίθεται από την υιοθέτηση διαδικασιών προσαρμογής, έμμεσα επηρεάζεται η μεγιστοποίηση του κοινωνικού πλεονάσματος και η διασφάλιση της βιωσιμότητας της αγοράς [66, 105] ειδικά λόγω της μεταβατικής απόκρισης και των χαρακτηριστικών της σύγκλισης των δυναμικών παιγνίων [17].

Η ευστάθεια της ισορροπίας του ολιγοπωλίου Cournot έχει μελετηθεί εκτενώς, ενώ είναι αρκετοί οι ερευνητές που έχουν εστιάσει στη διαδικασία προσαρμογής και έχουν προτείνει παραλλαγές που συμβάλλουν στη βελτιωμένη δυναμική συμπεριφορά του παιγνίου. Πιο συγκεκριμένα, η ταχύτητα αναπροσαρμογής έχει προταθεί ως παράμετρος ικανή να καταστήσει ευσταθή παίγνια περισσότερων των δύο παιχτών [112], τόσο για τις περιπτώσεις συνεχών όσο και διακριτών διαδικασιών, ενώ έχει καθοριστεί και επαρκής συνθήκη που συνδέει την ταχύτητα με τον αριθμό των παιχτών [58]. Δεδομένης της διαδικασίας αναπροσαρμογής με έλεγχο ταχύτητας, συνθήκες γενικής ευστάθειας έχουν εξαχθεί καλύπτοντας διάφορες περιπτώσεις συναρτήσεων ζήτησης και κόστους [78], για τις περιπτώσεις συνεχών και διακριτών διαδικασιών προσαρμογής [3]. Μέσω τις εισαγωγής περιορισμών για μη αρνητικές τιμές και ποσότητες, δηλαδή με τον καθορισμό περιοχής εφικτών τιμών, έχει μελετηθεί η ευστάθεια τοπικών και οριακών σημείων ισορροπίας [65]. Επεκτάσεις, πραγματεύονται τα χαρακτηριστικά της σύγκλισης σε περιπτώσεις που ο αριθμός των παιχτών αυξάνεται [1, 132, 133] ενώ άλλες προσεγγίσεις αξιοποιούν τα παραπάνω αποτελέσματα προς διαφορετικές κατευθύνσεις [8]. Τα υποδείγματα με μεταβλητό αριθμό παιχτών, που αναπαριστούν πραγματικές δομές αγορών με μεγαλύτερη ακρίβεια, αποτελούν εξαιρετικό περιβάλλον για την ενσωμάτωση διαδικασιών προσαρμογής των παιχτών [18, 102]. Παράλληλα, η ιδέα της αναγνώρισης κατάλληλων προσαρμοστικών κανόνων [126, 127], ικανών να εξασφαλίσουν σύγκλιση των παιγνίων συναντάται ευρέως στη θεωρία παιγνίων. Οι προοπτικές που δημιουργούν τέτοιου είδους υποδείγματα σε συνδυασμό με το υψηλό επίπεδο εφαρμοσιμότητάς τους σε προβλήματα λήψης αποφάσεων υπό καθεστώς ατελούς πληροφόρησης [141], που συναντώνται συχνά στο σχεδιασμό ενεργειακών αγορών [51, 146], έχουν αποτελέσει κίνητρο για την περαιτέρω μελέτη των προσαρμοστικών κανόνων.

Στο πλαίσιο αυτό, εξετάζεται μια συγκεκριμένη κατηγορία προσαρμοστικών κανόνων που προέρχεται από τη στατιστική [41, 73] και εκτιμητική θεωρία [73], ενώ η ανάλυση επικεντρώνεται στην εφαρμογή τους σε παίγνια τύπου Cournot n επιχειρήσεων σε περιβάλλον ατελούς πληροφόρησης. Συγκεκριμένα, οι υπό εξέταση κανόνες ανήκουν στην οικογένεια των Κινητών Μέσων (Moving Averages), η χρήση των οποίων εντοπίζεται σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών που μπορεί να οριοθετηθεί από τις οικονομικές επιστήμες μέχρι και την επεξεργασία εικόνας, καθώς, δεδομένης της απλότητας χαρακτηρίζονται από ιδιότητες εξομάλυνσης.

Στην περίπτωση παιγνίου τύπου Cournot, επιτρέποντας στους παίχτες τη χρήση της αρχής του Απλού Κινητού Μέσου (Simple Moving Average) και του Σωρευτικού Κινητού Μέσου (Cumulative Moving Average) κατά το σημείο στο οποίο καλούνται να εκτιμήσουν τις δράσεις των αντίπαλων παιχτών, ανακύπτουν δύο διαφορετικοί προσαρμοστικοί κανόνες. Βάση αυτών των δύο κανόνων και του τρίτου που ανακύπτει φυσικά από τον συνδυασμό τους, τρία παίγνια παρουσιάζονται, στα οποία ο αριθμός των προηγούμενων στιγμιτύπων

του διανύσματος κατάστασης είναι και ο αριθμός των προηγούμενων δεδομένων που χρησιμοποιούνται στον ισοσταθμισμένο μέσο. Ταυτόχρονα, εξ' αιτίας των υποθέσεων που αφορούν το υπόδειγμα του ολιγοπωλίου, τα προκύπτοντα παίγνια περιγράφονται ως γραμμικά συστήματα διακριτού χρόνου [68, 69] σταθερής ή χρονικά μεταβαλλόμενης δομής.

Κύριος στόχος της ανάλυσης που ακολουθεί είναι η μελέτη της επάρκειας ως προς την ευστάθεια του συστήματος, του μήκους του παραθύρου των προσαρμοστικών κανόνων συναρτήσει του αριθμού των συμμετεχόντων στην αγορά [39]. Επιπρόσθετα, μέσω της συγκριτικής ανάλυσης των κανόνων αυτών επιχειρείται η ανάδειξη της αντισταθμιστικής σχέσης που υφίσταται μεταξύ της ευστάθειας και της ομαλότητας της μεταβατικής απόκρισης ακόμα και σε περιπτώσεις που χαρακτηρίζονται από ελλιπή πληροφόρηση αναφορικά με τον αριθμό των παιχτών. Τα βασικά σημεία του Κεφαλαίου συνοψίζονται παρακάτω:

- (i) Ο καθορισμός προσαρμοστικών κανόνων που χαρακτηρίζονται από τον αριθμό των υστερήσεων [61] και βασίζονται σε απλές αρχές, ευρέως διαδεδομένες στους τομείς της επιχειρηματικής ευφυΐας και της τεχνικής ανάλυσης αλλά και στη λήψη αποφάσεων στα πλαίσια αυτά,
- (ii) Ο αναλυτικός προσδιορισμός του ελάχιστου αριθμού υστερήσεων που απαιτείται για την εξασφάλιση σύγκλισης του παιγνίου Cournot n παιχτών σε συνδυασμό με την ενδεδειγμένη μελέτη των ιδιοτήτων σύγκλισης κατά την περίπτωση πλασματικού παιζιμάτος (fictitious play),
- (iii) Η ανάπτυξη ενός πλαισίου συγκριτικής ανάλυσης, απαραίτητου για την αξιολόγηση των προτεινομένων κανόνων ως προς την κατά περίπτωση καταλληλότητα τους.

Πιο συγκεκριμένα, για το εξεταζόμενο υπόδειγμα διακριτού χρόνου, ο κανόνας σταθερού αριθμού υστερήσεων που βασίζεται στον Απλό Κινητό Μέσο (SMA) χρησιμοποιείται αρχικά για την εξαγωγή της συνθήκης που εξασφαλίζει την ευστάθεια. Μέσω μια πρωτότυπης αποδεικτικής διαδικασίας [126], προκύπτει ότι για την ευστάθεια του παιγνίου απαιτούνται περισσότερες υστερήσεις από το μισό του αριθμού των αντιπάλων κάθε παίχτη. Επιπρόσθετα, για τον κανόνα Σωρευτικού Κινητού Μέσου (CMA) η μεταβατική συμπεριφορά του παιγνίου έχει συσχετιστεί με τις αρχικές επιλογές των παιχτών και έχουν καθοριστεί σχετικά φράγματα, ενώ η σύγκλιση χαρακτηρίζεται ως υπογραμμική (sublinear) [11]. Ο CMA κανόνας, η καθολική εφαρμογή του οποίου είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως πλασματικό παίξιμο (fictitious play), καθιστά το παίγνιο χρονικά μεταβαλλόμενο με αποτέλεσμα να μεταβαίνει από συνθήκες αστάθειας σε συνθήκες ευστάθειας. Αν και το παίγνιο, ανεξάρτητα από τον αριθμό των παιχτών δεδομένου του ολιγοπωλιακού χαρακτήρα της αγοράς, συγκλίνει ασυμπτωτικά, αυτή καθαυτή η εξέλιξη του κανόνα σε κάθε στάδιο του παιγνίου απαντά σε κάποιο βαθμό στην κριτική που έχει ασκηθεί στην φραγμένη ορθολογικότητα (bounded rational-

ity) και στην ιδέα των μυωπικών βέλτιστων αποκρίσεων (myopic best responses). Κατά κάπως διαφορετικό τρόπο, η κριτική αυτή αντισταθμίζεται και μέσω υποδειγμάτων όπου επιβάλλεται στρατηγική συμπεριφορά των παιχτών και κατά την επιλογή των κανόνων [85] με αποτέλεσμα να επιτρέπονται εναλλαγές βάσης του όρου της αποδοτικότητας. Ο υβριδικός κανόνας, τέλος, που προκύπτει μέσω του συνδυασμού των δύο κύριων κανόνων, επιτρέπει τη μετάβαση από μεταβλητό σε σταθερό αριθμό υστερήσεων, ενώ καταδεικνύοντας ως εφικτό τον συνδυασμό των επιμέρους χαρακτηριστικών αποτελεί τη βάση ανάπτυξης πιο περίτεχνων μικτών στρατηγικών.

Στη συνέχεια του Κεφαλαίου παρουσιάζεται μια γενική διατύπωση του παιγνίου Cournot n παιχτών διακριτού χρόνου για την περίπτωση γραμμικής συνάρτησης ζήτησης και σταθερά οριακά κόστη, γνωστά μόνο στην επιχείρηση, μαζί με τους απαραίτητους ορισμούς αναφορικά με την παρατηρούμενη ιστορία του παιγνίου. Στο Υποκεφάλαιο 3.3, ακολουθεί η εισαγωγή των προσαρμοστικών κανόνων, προερχόμενων από την οικογένεια των κινητών μέσων και η περιγραφή των σχετικών παιγνίων. Η συνθήκη για την εξασφάλιση της ευστάθειας του SMA παιγνίου, που συνδέει τον αριθμό των υστερήσεων με τον αριθμό των παιχτών, μαζί με τη μελέτη των ιδιοτήτων ευστάθειας των κανόνων περιέχονται στη συνέχεια. Στο Υποκεφάλαιο 3.4, επίσης, φράσσεται ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης από το σημείο ισοροπίας και δείχνεται η υπογραμμική σύγκλιση για την περίπτωση του CMA παιγνίου. Για την υποβοήθηση της σύγκρισης των κανόνων, στο αρχικό μέρος του Υποκεφαλαίου 3.5 παρουσιάζονται προσομοιώσεις ενός παραδείγματος αγοράς για παίγνια διαφορετικού αριθμού παιχτών και υστερήσεων. Στο δεύτερο μέρος, η αύξηση του ανταγωνισμού εντάσσεται ως ενδογενής παράμετρος στην αγορά και οι βασικοί κανόνες μαζί με την δυναμική εκδοχή του υβριδικού κανόνα συγκρίνονται βάσει της δυνατότητας προσαρμογής τους. Τέλος, το Κεφάλαιο καταλήγει με τη σύνοψη και την συζήτηση των αποτελεσμάτων.

3.2 Διατύπωση παιγνίου Cournot n παιχτών

Στα πλαίσια μιας αγοράς ενός ομογενούς προϊόντος όπου n επιχειρήσεις ανταγωνίζονται ως προς τις ποσότητες, σε κάθε στάδιο $t \in \{1, 2, \dots, T\}$, η επιχείρηση $i \in \{1, 2, \dots, n\} \equiv \mathcal{N}$ επιλέγει ταυτόχρονα με τους ανταγωνιστές της το επίπεδο παραγωγής της $x_{i,t} \in \mathcal{X}_i \subseteq \mathbb{R}_+$, που συνδέεται με μία γνησίως αύξουσα συνάρτηση κόστους $C_i(x_{i,t})$. Έστω $\mathbf{x}_t = [x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{n,t}]^T$ το διάνυσμα κατάστασης που περιγράφει την αγορά και αποτελείται από τα επίπεδα παραγωγής όλων των επιχειρήσεων στο στάδιο t , και $P(\mathbf{x}_t) : \mathcal{X} \subset \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2 \times \dots \times \mathcal{X}_n \rightarrow \mathcal{P} \subseteq \mathbb{R}_+$ η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης, που ως μηχανισμός εκκαθάρισης προσδιορίζει την τιμή p_t στην αγορά. Υποθέτοντας, (α) γραμμική ζήτηση και (β) σταθερά οριακά κόστη παραγωγής, οπότε η συνάρτηση κόστους της επιχείρησης i έχει τη μορφή $C_i(x_{i,t}) = c_i^0 + c_i x_{i,t}$ και η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης είναι $p_t \equiv P(\mathbf{x}_t) = a - b \sum_{i \in \mathcal{N}} x_{i,t}$.

Οι γραμμική μορφή των συναρτήσεων όπως και οι παράμετροι $a, b > 0$ θεωρούνται κοινώς γνωστά για τις επιχειρήσεις, σε αντίθεση με τις παραμέτρους κόστους $c_i^0, c_i > 0, i \in \mathcal{N}$ που θεωρούνται ιδιωτικής πληροφόρησης [47].

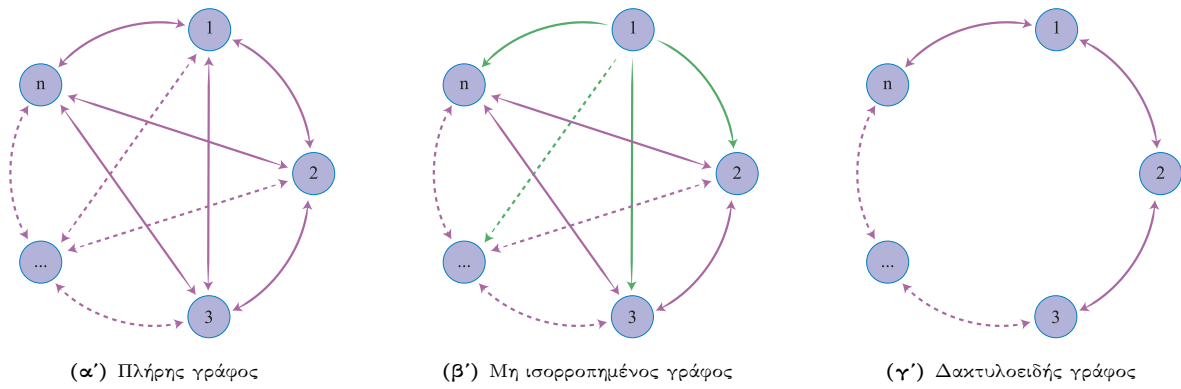
Θεωρώντας την πλήρη ιστορία του παιχνιδιού $h^t = \{\mathbf{x}_k\}_{k=1}^t$ διαθέσιμη στο στάδιο t και την συντομότερης διάρκειας έκδοση της $h_m^t = \{\mathbf{x}_k\}_{k=\max(1,t-m)}^t$, την υποακολουθία δηλαδή της πλήρους ιστορίας h^t που αποτελείται από τα $m+1$ πλέον πρόσφατα διανύσματα κατάστασης. Οι δύο αυτές ακολουθίες ταυτίζονται για $m = T-1$, όπου η σύντομη ιστορία καθίσταται ίδια με την πλήρη ιστορία του παιχνιδιού. Τα σύνολα όλων των δυνατών ιστοριών του παιχνιδιού, πλήρους και σύντομης διάρκειας, στο στάδιο t τα \mathcal{H}^t και \mathcal{H}_m^t , αντίστοιχα. Οι επιχειρήσεις επιλέγουν τις δράσεις τους, προσπαθώντας να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη κάθε περιόδου. Έτσι, στην περίπτωση όπου η πλήρης ιστορία είναι διαθέσιμη στους συμμετέχοντες, η επιχείρηση i μεγιστοποιεί την αυστηρά κοίλη συνάρτηση $\pi_i(\mathbf{x}_t) = \mathbb{E}[P(\mathbf{x}_t) | h_m^{t-1}] x_{i,t} - C_i(x_{i,t})$ μέσω της επιλογής της $x_{i,t} \in \mathcal{X}_i$ ποσότητας. Η συνθήκη πρώτης τάξης οδηγεί στην επιχείρησης i την βέλτιστη απόκριση, η οποία εξάγει το βέλτιστο επίπεδο παραγωγής δεδομένων των προσδοκιών της για τα επίπεδα παραγωγής των ανταγωνιστών της. Οι απεικονίσεις $\xi_{i,t}^m(\cdot) : \mathcal{H}_m^{t-1} \rightarrow \mathcal{X}_i, \forall i \in \mathcal{N}$ συνδέουν το επίπεδο παραγωγής τη χρονική στιγμή t με την παρατηρηθείσα ιστορία h_m^{t-1} και αποτελούν τις στρατηγικές των παιχτών.

Το διακριτού χρόνου παίγνιο που προκύπτει από μια συγκεκριμένη εκδοχή του τελεστή προσδοκιών αντιστοιχεί στο σύστημα εξισώσεων (3.1), όπου \mathbf{A}_G είναι ο πίνακας γειτνίασης του πλήρους κατευθυνόμενου γράφου G με n κορυφές, του Σχήματος 3.1(α').

$$\mathbf{x}_t = -\frac{1}{2}\mathbf{A}_G \mathbb{E}[\mathbf{x}_t | h_m^{t-1}] + \mathbf{B} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{A}_G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{a-c_1}{2b} \\ \frac{a-c_2}{2b} \\ \vdots \\ \frac{a-c_n}{2b} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Αναφορικά με τον πλήρη κατευθυνόμενο γράφο G , αξίζει να σημειωθεί ότι η φασματική ακτίνα του πίνακα γειτνίασης του \mathbf{A}_G είναι ίση με την τιμή της κυρίαρχης ιδιοτιμής του $\lambda_{max}^{\mathbf{A}_G}$ και, όπως το Περρον—Φροβενιους θεώρημα συνεπάγεται, κάθε άλλη ιδιοτιμή είναι αυστηρά μικρότερη σε απόλυτη τιμή [106]. Επιπρόσθετα, η κυρίαρχη ιδιοτιμή κάθε αμείωτου, μη αρνητικού τετραγωνικού πίνακα επαληθεύει τις ανισότητες (3.3), όπου το a_{ij} αντιστοιχεί στο στοιχείο της i γραμμής και της j στήλης, αντίστοιχα [142]. Έτσι, για τον πλήρη κατευθυνόμενο γράφο G ισχύει ότι η κυρίαρχη ιδιοτιμή $\lambda_{max}^{\mathbf{A}_G}$ του πίνακα γειτνίασης \mathbf{A}_G είναι ίση με



Σχήμα 3.1: Κατευθυνόμενοι γράφοι που αναπαριστούν παίγνια n παιχτών

$n - 1$, αριθμός που αποτελεί και τον βαθμό του γράφου. Καθώς ένας πλήρης γράφος έχει τον μεγαλύτερο βαθμό ανάμεσα σε όλους τους απλούς γράφους συγκεκριμένου αριθμού κορυφών (Σχήμα 3.1), η φασματική του ακτίνα είναι επίσης μεγαλύτερη από αυτή κάθε άλλου γράφου. Συνεπώς, το παίγνιο που αντιστοιχεί στον πλήρη γράφο G μπορεί να θεωρηθεί και το πλέον απαιτητικό ως προς την ευστάθεια ενώ τα αποτελέσματα που εξάγονται στη συνέχεια είναι ικανά να καλύψουν και τις υπόλοιπες περιπτώσεις.

$$\min_i \sum_j a_{ij} \leq \lambda_{max}^{A_G} \leq \max_i \sum_j a_{ij} \quad (3.3)$$

3.3 Προσαρμοστικοί κανόνες

Στην περίπτωση που η εκτίμηση είναι αμερόληπτη, για παράδειγμα στην περίπτωση πλήρους πληροφόρησης, οι προσδοκίες της επιχείρησης i για το επίπεδο παραγωγής των ανταγωνιστών της μπορεί να αντικατασταθεί με αυτό καθ' αυτό το διάνυσμα κατάστασης στο στάδιο t , δηλαδή $E[\mathbf{x}_t] = \mathbf{x}_t$. Τούτο οδηγεί απευθείας τις επιχειρήσεις στην υιοθέτηση του διανύσματος ισορροπίας $\mathbf{x}^* = (\mathbf{I} + \frac{1}{2}\mathbf{A}_G)^{-1}\mathbf{B}$ για τα επίπεδα παραγωγής τους. Σε κάθε άλλη περίπτωση, η προσδοκίες τους οφείλουν να αντικατασταθούν με την εκτίμηση του επιπέδου παραγωγής των ανταγωνιστών λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες καταστάσεις που είναι διαθέσιμες. Το παράδειγμα που βασίζεται στην σύντομη ιστορία h_1^{t-1} είναι γνωστό ως Cournot διαδικασία προσαρμογής και αποτελεί τον προσαρμοστικό κανόνα όπου οι προσδοκίες $E[\mathbf{x}_t | h_1^{t-1}]$ αντικαθίστανται από τις εκτιμήσεις $\hat{\mathbf{x}}_t = \mathbf{x}_{t-1}$. Ο κανόνας αυτός λειτουργεί ικανοποιητικά στην περίπτωση του δυοπωλίου καθώς οι επιχειρήσεις μέσω της υιοθέτησης τούτης της, αν και μυωπικής, βέλτιστης στρατηγικής επιτυγχάνουν την προσέγγιση του σημείου ισορροπίας ενώ αποτυγχάνει να επιφέρει τη σύγκλιση στην περίπτωση όπου $n \geq 3$ ¹. Η υιοθέτηση, με συνέπεια, του εκάστοτε κανόνα καθ' όλη τη διάρκεια του παιγνίου αποτελεί μια

¹Τροποποιήσεις της διαδικασίας αναπροσαρμογής, συνεχούς ή διακριτής μορφής, που βασίζονται στην προσέγγιση ελέγχου της ταχύτητας προσαρμογής [58], είναι ικανές να εξασφαλίσουν σύγκλιση στο σημείο ισορροπίας [121, 159].

αμφιλεγόμενη υπόθεση κυρίως λόγω της στρατηγικής συμπεριφοράς των παιχτών, οι οποίοι δυνητικά μπορούν να προβούν σε αναθεωρητικές δράσεις βελτίωσης του κανόνα μετά την παρατήρηση κάποιας μεροληψίας. Μέσω της υπόθεσης της μη στρατηγικής συμπεριφοράς κατά τη φάση μεταβατικής απόκρισης και δεδομένης της καθολικής υιοθέτησης της υπόθεσης αλλά και της πεπερασμένης διάρκειας της φάσης, δηλαδή της εξασφαλισμένης σύγκλισης του κανόνα, καλύπτεται σε ικανοποιητικό βαθμό η εξασφάλιση ορθολογικότητας στο υπόδειγμα.

Κάθε προσαρμοστικός κανόνας δύναται να προκύψει είτε ως αποτέλεσμα κάποιας διαδικασίας εκμάθησης είτε, πρωτόλεια, από την ανάγκη εκτίμησης αγνώστων παραμέτρων. Οι κανόνες, βασικό αντικείμενο ενδιαφέροντος του παρόντος Υποκεφαλαίου, προέρχονται από την οικογένεια των κινούμενων μέσων, και ανακύπτουν από την ανάγκη των παιχτών για άμεση και πρακτική εκτίμηση του επιπέδου παραγωγής των ανταγωνιστών τους. Με άλλα λόγια, οι παίχτες πριν επιλέξουν το επίπεδο παραγωγής τους επιθυμούν να ποσοτικοποιήσουν τις προσδοκίες τους χρησιμοποιώντας κάποια εκτιμητική μέθοδο όπως αυτή των ροπών και συγκεκριμένα της πρώτης [73, 76], στην οποία αντιστοιχεί η κλάση των υπό εξέταση κανόνων. Επιπρόσθετα, εξαιτίας της φύσης του μηχανισμού ανανέωσης της πληροφόρησης, οι παίχτες εκλαμβάνουν τη διαδικασία εμπλουτισμού της ιστορίας ως πρόσληψη δεδομένων μέσω μιας διατεταγμένης ροής και καταλήγουν να παρατηρούν τα επίπεδα παραγωγής των ανταγωνιστών τους στη μορφή χρονοσειρών [108]. Στο πλαίσιο αυτό, ο απλός κινούμενος μέσος SMA, ο σωρευτικός κινούμενος μέσος CMA και ο σωρευτικός-απλός κινούμενος μέσος CSMA αποτελούν χρήσιμα εργαλεία στην αξιοποίηση τέτοιας μορφής δεδομένων για σκοπούς φιλτραρίσματος και εκτίμησης μέσω της δημιουργίας σειρών μέσων σε διαφορετικά σύνολα δεδομένων. Έτσι, τρεις παραλλαγές του ολιγοπωλίου Cournot διακριτού χρόνου παρουσιάζονται στη συνέχεια, κάθε μια από τις οποίες προέρχεται από μία από τους προαναφερθείσες εκδοχές κινούμενων μέσων.

3.3.1 Κανόνας Απλού Κινούμενου Μέσου (SMA)

Δεδομένου ότι το παίγνιο βρίσκεται στο στάδιο t , ακριβώς πριν το σημείο όπου οι επιχειρήσεις προβαίνουν στην λήψη αποφάσεων αναφορικά με τα επίπεδα παραγωγής, η πλήρης ιστορία του παιγνίου είναι h^{t-1} . Οι επιχειρήσεις έχουν πρόσβαση (ηθελημένα ή μη) στην περιορισμένη εκδοχή της ιστορίας h_m^{t-1} . Η επιχείρηση i εκτιμά τη δράση της επιχείρησης j χρησιμοποιώντας τον αστάθμιστο αριθμητικό μέσο των m προηγούμενων επιπέδων παραγωγής της, που είναι διαθέσιμα στην σύντομη εκδοχή της ιστορίας. Η υιοθέτηση του Απλού Κινητού Μέσου (SMA) ως εκτιμητή για όλους τους ανταγωνιστές της επιτρέπει την αντικατάσταση των προσδοκιών της $E_i[x_{j,t}|h_m^{t-1}]$ με την παράσταση (3.4). Ο τρόπος με τον οποίον η διαδικασία SMA ανανεώνει την εκτίμηση είναι μέσω της ενσωμάτωσης της σταθμισμένης διαφοράς μεταξύ του νέου επιπέδου παραγωγής και εκείνου που αφαιρείται από την μνήμη.

Τούτο φαίνεται από την αναδρομική έκφραση της (3.5), η οποία δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα από τους παίχτες εξαιτίας της, επιβεβλημένης από το παίγνιο, δομής της ιστορίας.

$$\hat{x}_{j,t}^{SMA_m} = \frac{x_{j,t-1} + x_{j,t-2} + \dots + x_{j,t-m}}{m}, \forall j \in \mathcal{N} \setminus \{i\} \quad (3.4)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_t^{SMA_m} = \hat{\mathbf{x}}_{t-1}^{SMA_m} + \frac{1}{m} (\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-m-1}) \quad (3.5)$$

Υποθέτοντας τη συμμετρική συμπεριφορά των n επιχειρήσεων, η δυναμική του παίγνιο μπορεί να περιγραφεί από το δυναμικό σύστημα διακριτού χρόνου m υστερήσεων που δίνεται από την (3.6).

$$\mathbf{x}_t = -\frac{1}{2} \mathbf{A}_G \frac{1}{m} (\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{x}_{t-2} + \dots + \mathbf{x}_{t-m}) + \mathbf{B} \quad (3.6)$$

3.3.2 Κανόνας Σωρευτικού Κινούμενου Μέσου (CMA)

Στην περίπτωση του Σωρευτικού Κινούμενου Μέσου (CMA), οι επιχειρήσεις θεωρείται πως έχουν πρόσβαση στην πλήρη ιστορία του παιγνίου. Συγκριτικά με την SMA εκδοχή, η εκτίμηση της επιχείρησης i αν και πάλι είναι ίση με τον αστάθμιστο αριθμητικό μέσο των προηγούμενων επιπέδων παραγωγής, αυτή τη φορά η διάσταση των συνόλων δεδομένων επαυξάνεται σε κάθε στάδιο. Όσο περνάει ο χρόνος, η ιστορία h^{t-1} γίνεται όλο και πλουσιότερη ενώ οι νέες πληροφορίες χρησιμοποιούνται από τους παίχτες για την ανανέωση της εκτίμησης τους. Η προσδοκία $E_i [x_{j,t} | h^{t-1}]$ αντικαθίσταται, λοιπόν, από έναν εκτιμητή του οποίου ο αριθμός των όρων αυξάνεται σταθερά (3.7), με τον αντίστοιχο αναδρομικό κανόνα (3.8) να αξιοποιεί σταθμισμένα τη παρατηρηθείσα μεροληψία στον επαναπροσδιορισμό της εκτίμησης.

$$\hat{x}_{j,t}^{CMA} = \frac{x_{j,t-1} + x_{j,t-2} + \dots + x_{j,0}}{t}, \forall j \in \mathcal{N} \setminus \{i\} \quad (3.7)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_t^{CMA} = \frac{t-1}{t} \hat{\mathbf{x}}_{t-1}^{CMA} + \frac{1}{t} \mathbf{x}_{t-1} = \hat{\mathbf{x}}_{t-1}^{CMA} + \frac{1}{t} \mathbf{bias}_{t-1}^{CMA} \quad (3.8)$$

Οι βέλτιστες αποκρίσεις όλων των n επιχειρήσεων, με τη χρήση των CMA εκτιμητών για την αντικατάσταση των προσδοκιών, συγχροτούν το CMA παίγνιο, το οποίο λαμβάνει τη μορφή του χρονικά μεταβαλλόμενου δυναμικού συστήματος διακριτού χρόνου της (3.9) και αντιστοιχεί στο παίγνιο Cournot για την περίπτωση πλασματικού παιζίματος (fictitious play).

$$\mathbf{x}_t = -\frac{1}{2} \mathbf{A}_G \frac{1}{t} (\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{x}_{t-2} + \dots + \mathbf{x}_0) + \mathbf{B} \quad (3.9)$$

3.3.3 Υβριδικός Κανόνας Σωρευτικού-Απλού Κινητού Μέσου (CSMA)

Η σύνθεση των δύο βασικών κανόνων που παρουσιάστηκαν παραπάνω οδηγούν στη δημιουργία ενός υβριδικού κανόνα, ο οποίος συνδυάζει ιδιότητες των κληροδοτών του. Ο CSMA κανόνας που παρουσιάζεται εδώ, εμπεριέχει μόνο μία εναλλαγή μεταξύ των γεννητόρων οπότε, λόγω της έλλειψης αρχικών δεδομένων, κατά την εκκίνηση της αλληλεπίδρασης των παιχτών υιοθετείται ο CMA κανόνας και όταν ο αριθμός των υστερήσεων λάβει την επιθυμητή τιμή τότε λαμβάνει χώρα η μετάβαση στον SMA κανόνα, όπου και το μέγεθος παραθύρου σταθεροποιείται. Ο αριθμός των υστερήσεων d_t που χρησιμοποιούνται κατά την εκτίμηση των προσδοκιών για τα επίπεδα παραγωγής των ανταγωνιστών κάθε επιχείρησης παρουσιάζεται στην (3.10) για την στατική εκδοχή του κανόνα. Υποθέτοντας ότι όλες οι επιχειρήσεις που συμμετέχουν στην αγορά υιοθετούν τον CSMA κανόνα κατά συμμετρικό τρόπο, η δυναμική του συστήματος περιγράφεται από το σύστημα της (3.11).

$$d_t = \begin{cases} t & \text{for } t < m \\ m & \text{for } t \geq m \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{x}_t = -\frac{1}{2}\mathbf{A}_G \frac{1}{d_t} (\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{x}_{t-2} + \dots + \mathbf{x}_{t-d_t}) + \mathbf{B} \quad (3.11)$$

3.4 Σύγκλιση των Προσαρμοστικών Κανόνων

Για την μελέτη της ευστάθειας [96] των παιγνίων ορισμένου αριθμού υστερήσεων, παρουσιάζεται αρχικά ένα γενικό πλαίσιο που αποτελεί και τη βάση για την περαιτέρω ανάλυση καθώς εισαγάγει στοιχεία και έννοιες που διαδραματίζουν καίριο ρόλο στη συνέχεια. Όπως έχει ήδη αναφερθεί τα m τελευταία επίπεδα παραγωγής που έχουν παρατηρηθεί, χρησιμοποιούνται σταθμισμένα από τις επιχειρήσεις κατά το στάδιο ποσοτικοποίησης των προσδοκιών τους (κοινή συνάρτηση στάθμισης), δηλαδή $w_\ell^i = w_\ell, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Τα βάρη χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία ενός εσωτερικού γραμμικού συνδυασμού των m προηγούμενων επιπέδων παραγωγής για την εκτίμηση των προσδοκιών της προκειμένης παραγωγής. Καθώς $w_\ell \in (0, 1)$ και $\sum_{\ell=1}^m w_\ell = 1$, τα βάρη μπορούν να εκληφθούν και ως οι πιθανότητες με τις οποίες οι παίχτες έχουν συνδέσει την επανεμφάνιση κάθε προηγούμενης κατάστασης. Για αυθέρετες τιμές των βαρών, το παίγνιο λαμβάνει την μορφή του δυναμικού συστήματος διακριτού χρόνου με m υστερήσεων όπως φαίνεται στην (3.12), το οποίο στην περίπτωση που $w_\ell = \bar{w}, \forall \ell \in \{1, 2, \dots, m\}$ καταλήγει στη μορφή που παρουσιάστηκε στο Υποκεφάλαιο 3.3.1 καθώς $\bar{w} = 1/m$.

$$\mathbf{x}_t = -\frac{1}{2}\mathbf{A}_G (w_1\mathbf{x}_{t-1} + w_2\mathbf{x}_{t-2} + \dots + w_m\mathbf{x}_{t-m}) + \mathbf{B} \quad (3.12)$$

Δεδομένου του ομογενούς συστήματος και του αντίστοιχου μετασχηματισμού Z [93], το σύστημα διακριτού χρόνου της (3.12) για να είναι ευσταθές, απαιτείται όλες οι ρίζες ως προς τη μεταβλητή Z του (3.13) να κείτονται αυστηρά εντός του μοναδιαίου κύκλου [114].

$$\mathbf{X}(Z) = -\frac{1}{2}\mathbf{A}_G \left(w_1 \frac{\mathbf{X}(Z)}{Z} + w_2 \frac{\mathbf{X}(Z)}{Z^2} + \dots + w_m \frac{\mathbf{X}(Z)}{Z^m} \right) \quad (3.13)$$

$$\left(\frac{1}{w_1 Z^{-1} + w_2 Z^{-2} + \dots + w_m Z^{-m}} \mathbf{I} - \mathbf{A} \right) \mathbf{X}(Z) = \mathbf{0} \quad (3.14)$$

Οι ιδιοτιμές λ_i , $i \in \mathcal{N}$ του πίνακα υπό εξέταση $\mathbf{A} = -1/2\mathbf{A}_G$ ορίζει n πολυώνυμα βαθμού m ως προς τη μεταβλητή Z . Οι ρίζες των πολυωνύμων της (3.15) πρέπει να βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου. Θεωρώντας $\tilde{\lambda}_i = \lambda_i^{-1}$ ως τις αντίστροφες ιδιοτιμές λ_i και $\tilde{Z} = Z^{-1} = \frac{1}{r}e^{-j\varphi}$ (j συμβολίζει τη φανταστική μονάδα) την αντίστροφη της Z μεταβλητής, στην (3.16) επαναδιατυπώνονται τα πολυώνυμα αυτά σε αντίστροφους όρους. Για ευστάθεια [6], βάση της πλέον πρόσφατης διατύπωσης, απαιτείται όλες οι nm ρίζες να βρίσκονται αυστηρά εντός του μοναδιαίου κύκλου, δηλαδή $\|\tilde{Z}_R\| > 1$, $\forall R \in \{1, 2, \dots, nm\}$ όπου \tilde{Z}_R είναι οι ρίζες των πολυωνύμων της (3.16). Το θεώρημα που ακολουθεί συνδέει τους συντελεστές ενός πολυωνύμου με την θέση των ριζών [139] και κρίνεται χρήσιμο καθώς προσφέρει επαρκείς συνθήκες για την ευστάθεια [94].

$$\frac{1}{w_1 Z^{-1} + w_2 Z^{-2} + \dots + w_m Z^{-m}} = \lambda_i \quad (3.15)$$

$$w_1 \tilde{Z}^1 + w_2 \tilde{Z}^2 + \dots + w_m \tilde{Z}^m = \tilde{\lambda}_i \quad (3.16)$$

Θεώρημα 3.4.1 (Kakeya). Αν $f(\tilde{Z}) = w_0 + w_1 \tilde{Z} + w_2 \tilde{Z}^2 + \dots + w_m \tilde{Z}^m$ είναι πολυώνυμα βαθμού m με πραγματικούς και θετικούς συντελεστές τότε όλες οι ρίζες του f βρίσκονται εντός του κυκλικού δακτυλίου $\underline{R} \leq \|\tilde{Z}_R\| \leq \bar{R}$, όπου $\underline{R} = \min_{1 \leq \ell \leq m} \frac{w_{\ell-1}}{w_\ell}$ και $\bar{R} = \max_{1 \leq \ell \leq m} \frac{w_{\ell-1}}{w_\ell}$.

Μια εναλλακτική προσέγγιση για τη μελέτη της ευστάθειας ξεκινά χωρίς την ανάγκη πρότερου συνυπολογισμού της δεδομένης τοπολογίας. Ζητούμενο αποτελεί το που χρειάζεται να βρίσκονται οι ιδιοτιμές λ_i , $i \in \mathcal{N}$ του πίνακα \mathbf{A} ώστε το δυναμικό σύστημα να χαρακτηρίζεται ως ευσταθές. Προς εξέταση τούτου, ορίζονται τα σύνολα \mathbb{S}_m και $\mathbb{S}_m^{\mathbf{B}}$, υποσύνολα του χώρου \mathbb{C} , που περιλαμβάνουν τις ιδιοτιμές λ_i του \mathbf{A} που εξασφαλίζουν την ασυμπτωτική και οριακή ευστάθεια του συστήματος, αντίστοιχα. Η περιγραφή του \mathbb{S}_m δίνεται

στην (3.17) ενώ του \mathbb{S}_m^B στην (3.18).

$$\mathbb{S}_m = \left\{ \frac{1}{w_1 Z^{-1} + w_2 Z^{-2} + \dots + w_m Z^{-m}} : Z = r e^{j\varphi}, r < 1, \varphi \in [0, 2\pi) \right\} \quad (3.17)$$

$$\mathbb{S}_m^B = \left\{ \frac{1}{w_1 Z^{-1} + w_2 Z^{-2} + \dots + w_m Z^{-m}} : Z = r e^{j\varphi}, r = 1, \varphi \in [0, 2\pi) \right\} \quad (3.18)$$

Πρόταση 3.4.1. Το ομογενές γραμμικό σύστημα διακριτού χρόνου της (3.13) είναι ευσταθές αν όλες οι ιδιοτιμές λ_i του \mathbf{A} ανήκουν στο σύνολο \mathbb{S}_m και μη εκθετικά ασταθείς αν όλες ανήκουν στο σύνολο $\mathbb{S}_m \cup \mathbb{S}_m^B$.

Θεωρώντας πως $\tilde{\lambda}_i = \lambda_i^{-1}$ είναι η αντίστροφη ιδιοτιμή της λ_i και $\tilde{Z} = Z^{-1} = \frac{1}{r} e^{-j\varphi}$ η αντίστροφη μεταβλητή Z προσδιορίζονται τα σύνολα $\tilde{\mathbb{S}}_m$ και $\tilde{\mathbb{S}}_m^B$ ως προς αυτές τις αντίστροφες ποσότητες.

$$\tilde{\mathbb{S}}_m = \left\{ w_1 \tilde{Z}^1 + w_2 \tilde{Z}^2 + \dots + w_m \tilde{Z}^m : \tilde{Z} = \frac{1}{r} e^{-j\varphi}, r > 1, \varphi \in [0, 2\pi) \right\} \quad (3.19)$$

$$\tilde{\mathbb{S}}_m^B = \left\{ w_1 \tilde{Z}^1 + w_2 \tilde{Z}^2 + \dots + w_m \tilde{Z}^m : \tilde{Z} = \frac{1}{r} e^{-j\varphi}, r = 1, \varphi \in [0, 2\pi) \right\} \quad (3.20)$$

Πρόταση 3.4.2. Το ομογενές γραμμικό σύστημα διακριτού χρόνου της (3.13) ευσταθές αν καμία από τις αντίστροφες ιδιοτιμές $\tilde{\lambda}_i$ ανήκει στο σύνολο $\tilde{\mathbb{S}}_m \cup \tilde{\mathbb{S}}_m^B$ και όχι εκθετικά ασταθής αν καμία δεν ανήκει στο σύνολο $\tilde{\mathbb{S}}_m$.

Λήμμα 3.4.1. Το σύνολο $\tilde{\mathbb{S}}_m^B$ φράσσει το σύνολο $\tilde{\mathbb{S}}_m$ καθώς για κάθε $C_1 \in \tilde{\mathbb{S}}_m$ υπάρχει $C_2 \in \tilde{\mathbb{S}}_m^B$ τέτοιο ώστε $\angle C_2 = \angle C_1$ και $\|C_2\| > \|C_1\|$.

Απόδειξη. Πράγματι, εφόσον $C_1 = \sum_{\ell=1}^m w_\ell \left(\frac{1}{r_1}\right)^\ell e^{-j\ell\varphi_1}$, όπου $r_1 > 1$ και $\varphi_1 \in [0, 2\pi)$. Για την παρακάτω οριακή περίπτωση, ισχύει:

$$\lim_{r \rightarrow 1^+} \sum_{\ell=1}^m w_\ell \left(\frac{1}{r}\right)^\ell e^{-j\ell\varphi_1} = \sum_{\ell=1}^m w_\ell e^{-j\ell\varphi_1} = C_2$$

Παρατηρώντας ότι $C_2 \in \tilde{\mathbb{S}}_m^B$, $C_2 \notin \tilde{\mathbb{S}}_m$ και συγκρίνοντας έναν παρά έναν τους αντίστοιχους m όρους του αθροίσματος προκύπτει ότι $\|C_2\| > \|C_1\|$ για κάθε κοινό $\varphi \in [0, 2\pi)$ και συνεπώς $\partial \tilde{\mathbb{S}}_m = \tilde{\mathbb{S}}_m^B$.

$$\frac{C_{1,\ell}}{C_{2,\ell}} = \frac{w_\ell e^{-j\ell\varphi_1}}{w_\ell \left(\frac{1}{r}\right)^\ell e^{-j\ell\varphi_1}} = r > 1, \forall \ell \in \{1, 2, \dots, m\}$$

□

3.4.1 Απλός Κινούμενος Μέσος (SMA)

Τα βάρη στην SMA περίπτωση είναι $w_\ell = \bar{w} = 1/m, \forall \ell \in \{1, 2, \dots, m\}$. Η ανάλυση που ακολουθεί επεκτείνει το γενικό πλαίσιο που αναπτύχθηκε αρχικά ενώ καταλήγει στο τέλος του παρόντος Υποκεφαλαίου με το Θεώρημα 3.4.2, με το όριο του παραθύρου μνήμης [4] που εξασφαλίζει την ευστάθεια να εκφράζεται βάση του αριθμού των παιχτών.

Με το ενδιαφέρον επικεντρωμένο στο συνοριακό σύνολο (3.20), χρησιμοποιώντας το Λήμμα 3.4.2 προκύπτει η έκφραση (3.21) για το συνοριακό σύνολο $\tilde{\mathbb{S}}_m^B$.

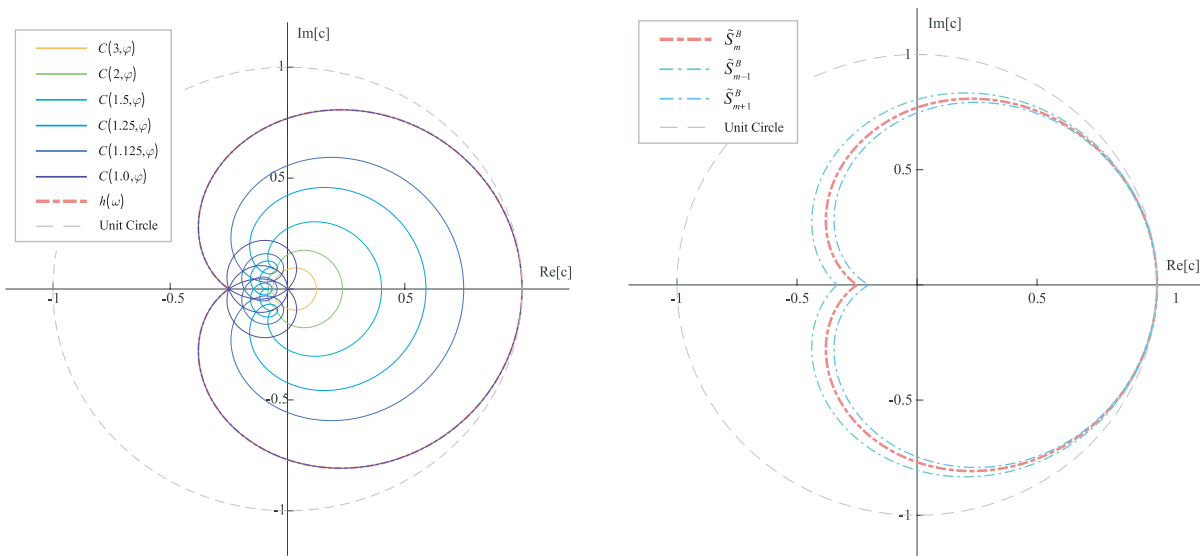
Λήμμα 3.4.2. Αν $\tilde{Z} = e^{-j\varphi}$, $\varphi \in [0, 2\pi)$ τότε ο μιγαδικός αριθμός μπορεί να εκφραστεί ως $\sum_{\ell=1}^m \tilde{Z}^\ell = \rho(\omega)e^{-j\omega}$ όπου $\rho(\omega) = \frac{\sin(\frac{m}{m+1}\omega)}{\sin(\frac{1}{m+1}\omega)}$ και $\omega \in [0, (m+1)\pi)$.

Απόδειξη. Έστω $\tilde{Z} \in \mathbb{C}$ και $C(r, \varphi) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ όπου $C(r, \varphi) = \sum_{\ell=1}^m \tilde{Z}^\ell$, $\tilde{Z} = \frac{1}{r}e^{-j\varphi}$ και m είναι ένας θετικός αριθμός. Για κάθε $\tilde{Z} \neq 1$, ο μιγαδικός αριθμός $C(r, \varphi)$, εκδοχές του οποίου απεικονίζονται στο Σχήμα 3.2(α'), μπορεί να εκφραστεί ως γεωμετρικό άθροισμα, το οποίο συγκροτεί την εναλλακτική έκφραση $C_a(r, \varphi)$.

$$C(r, \varphi) = \tilde{Z}^1 + \tilde{Z}^2 + \dots + \tilde{Z}^m = \frac{(1 - \tilde{Z}^m) \tilde{Z}}{1 - \tilde{Z}} \triangleq C_a(r, \varphi)$$

Για $\tilde{Z} = e^{-j\varphi}$, $\varphi \neq 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ συναντάται για την $C_a(1, \varphi)$ μια πιο απλοποιημένη έκφραση.

$$C_a(1, \varphi) = \frac{(1 - e^{-jm\varphi})e^{-j\varphi}}{1 - e^{-j\varphi}} = \frac{e^{+j\frac{m\varphi}{2}} - e^{-j\frac{m\varphi}{2}}}{e^{+j\frac{\varphi}{2}} - e^{-j\frac{\varphi}{2}}} \frac{e^{-j\frac{m\varphi}{2}}}{e^{-j\frac{\varphi}{2}}} e^{-j\varphi}$$



(α') Η καμπύλη $h(\omega)$, μαζί με εκδοχές της $C(r, \varphi)$ για $\|\tilde{Z}\| = 1/r \leq 1$.

(β') Το συνοριακό σύνολο $\tilde{\mathbb{S}}_m^B$, το οποίο συρρικνώνεται καθώς ο αριθμός των υστερήσεων αυξάνεται ($m = 4$).

Σχήμα 3.2: Η καμπύλη $C(r, \varphi)$ για μειούμενες τιμές της $\|\tilde{Z}\|$ και το συνοριακό σύνολο $\tilde{\mathbb{S}}_m^B$, που συρρικνώνεται όσο το πλήθος των υστερήσεων αυξάνεται.

$$C_a(1, \varphi) = \frac{\sin\left(\frac{m\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} e^{-j\frac{m+1}{2}\varphi}$$

Για $\tilde{Z} = e^{-j\varphi}$, $\varphi = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, ισχύει για τον μιγαδικό αριθμό ότι $C(1, 2k\pi) = \sum_{\ell=1}^m 1 = m$. Για κάθε $k \in \mathbb{Z}$, το παρακάτω όριο του $C_a(1, \varphi)$ υπάρχει, καθώς τα πλευρικά όρια υπάρχουν και είναι ίσα, και η τιμή τους ταυτίζεται με αυτή της $C(1, 2k\pi)$.

$$\lim_{\varphi \rightarrow 2k\pi} C_a(1, \varphi) = \lim_{\varphi \rightarrow 2k\pi} \frac{\sin\left(\frac{m\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} e^{-j\frac{m+1}{2}\varphi} = m$$

Έτσι, $C(1, \varphi) \equiv C_a(1, \varphi) \forall \varphi \in \mathbb{R}$. Θέτοντας $\varphi = \frac{2\omega}{m+1}$ στην ισοδύναμη εναλλακτική έκφραση, προκύπτει:

$$C\left(1, \frac{2\omega}{m+1}\right) = \frac{\sin\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)}{\sin\left(\frac{1}{m+1}\omega\right)} e^{-j\omega}, \forall \omega \in \mathbb{R}$$

□

Το σύνολο $\tilde{\mathbb{S}}_m^{\mathbb{B}}$ περιέχει τους μιγαδικούς αριθμούς $\rho(\omega)e^{-j\omega}$ για $\omega \in \left[0, \frac{(m+1)\pi}{2}\right)$ μαζί με τους συζυγείς τους για $\omega \in \left[\frac{(m+1)\pi}{2}, (m+1)\pi\right)$.

$$\tilde{\mathbb{S}}_m^{\mathbb{B}} = \left\{ \frac{1}{m} \frac{\sin\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)}{\sin\left(\frac{1}{m+1}\omega\right)} e^{-j\omega} : \omega \in \left[0, (m+1)\pi\right) \right\} \quad (3.21)$$

Βάση της ανωτέρω διατύπωσης του συνριακού συνόλου, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην καμπύλη $h_m(\omega) = \frac{1}{m} \frac{\sin\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)}{\sin\left(\frac{1}{m+1}\omega\right)} e^{-j\omega}$, $\omega \in \left[0, \frac{(m+1)\pi}{2}\right)$ και στη συμμετρική αυτής ως προς τον άξονα x , δηλαδή για γωνίες $\omega \in \left[\frac{(m+1)\pi}{2}, (m+1)\pi\right)$.

Λήμμα 3.4.3. Έστω $h_m(\omega) = \frac{1}{m} \frac{\sin\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)}{\sin\left(\frac{1}{m+1}\omega\right)} e^{-j\omega}$, όπου $m \in \mathbb{N}^+$. Για $\omega \in [0, \pi]$ ισχύει ότι $\|h_m(\omega)\| \geq \|h_m(k\pi + \omega)\|$ για $k \in \mathbb{N}^+$, $k < \frac{m+1}{2}$.

Απόδειξη. Δεδομένου ότι $\omega \in (0, \pi]$ εξετάζεται ο παρακάτω λόγος για $k \in \mathbb{N}^+$, $k < \frac{m+1}{2}$.

$$\begin{aligned} \frac{\|h_m(k\pi + \omega)\|}{\|h_m(\omega)\|} &= \left\| \frac{\sin\left(\frac{m}{m+1}k\pi\right) \cot\left(\frac{m}{m+1}\omega\right) + \cos\left(\frac{m}{m+1}k\pi\right)}{\sin\left(\frac{1}{m+1}k\pi\right) \cot\left(\frac{1}{m+1}\omega\right) + \cos\left(\frac{1}{m+1}k\pi\right)} \right\| \\ \frac{\|h_m(k\pi + \omega)\|}{\|h_m(\omega)\|} &= \left\| \frac{\sin\left(k\pi - \frac{1}{m+1}k\pi\right) \cot\left(\frac{m}{m+1}\omega\right) + \cos\left(k\pi - \frac{1}{m+1}k\pi\right)}{\sin\left(\frac{1}{m+1}k\pi\right) \cot\left(\frac{1}{m+1}\omega\right) + \cos\left(\frac{1}{m+1}k\pi\right)} \right\| \\ \frac{\|h_m(k\pi + \omega)\|}{\|h_m(\omega)\|} &= \frac{\left\| \sin\left(\frac{1}{m+1}k\pi\right) \cot\left(\omega - \frac{1}{m+1}\omega\right) - \cos\left(\frac{1}{m+1}k\pi\right) \right\|}{\left\| \sin\left(\frac{1}{m+1}k\pi\right) \cot\left(\frac{1}{m+1}\omega\right) + \cos\left(\frac{1}{m+1}k\pi\right) \right\|} \end{aligned}$$

- Για $\omega \in (0, \pi)$, καθώς $\|\cot(\theta)\|$ είναι συμμετρικό γύρω από τη $\theta = \pi/2$, οι ανεξάρτητοι από τη γωνία ω όροι είναι θετικοί και $\|\cot(\omega - \frac{1}{m+1}\omega)\| < \|\cot(\frac{1}{m+1}\omega)\|$. Έτσι, ο λόγος είναι μικρότερος της μονάδας και συνεπώς $\|h_m(\omega)\| > \|h_m(k\pi + \omega)\|$.
- Για $\omega = \pi$, ισχύει ότι $\cot(\frac{m}{m+1}\pi) = \cot(\frac{1}{m+1}\pi)$ και συνεπώς $\|h_m(\pi)\| = \|h_m((k+1)\pi)\| = \frac{1}{m}$ καθώς $\sin(\frac{m}{m+1}\pi) = \sin(\frac{1}{m+1}\pi)$.
- Για $\omega = 0$, ισχύει ότι $\|h_m(0)\| = 1$ και $\|h_m(\pi)\| = \frac{1}{m}$, οπότε $\|h_m(0)\| > \|h_m(k\pi)\|$.

□

Συνδυάζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα, λαμβάνεται η τελική περιγραφή του συνόλου $\tilde{\mathfrak{S}}_m \cup \tilde{\mathfrak{S}}_m^{\mathbf{B}}$, στο οποίο, υπενθυμίζεται ότι, οι αντίστροφες ιδιοτιμές του \mathbf{A} δεν πρέπει να ανήκουν ώστε το παίγνιο να συγκλίνει στο σημείο ισορροπίας. Η τελική αυτή περιγραφή δίνεται από την (3.22).

$$\tilde{\mathfrak{S}}_m \cup \tilde{\mathfrak{S}}_m^{\mathbf{B}} = \left\{ \|c\| e^{j\omega} \in \mathbb{C} : \|c\| \leq \frac{1 \sin(\frac{m}{m+1}\omega)}{m \sin(\frac{1}{m+1}\omega)}, \omega \in (-\pi, \pi] \right\} \quad (3.22)$$

Λήμμα 3.4.4. Οι ακολουθία συνόλων $\tilde{\mathfrak{S}}_m \cup \tilde{\mathfrak{S}}_m^{\mathbf{B}}$, $m \in \mathbb{N}^+$ είναι γνησίως φθίνουσα, δηλαδή $\tilde{\mathfrak{S}}_m \cup \tilde{\mathfrak{S}}_m^{\mathbf{B}} \supset \tilde{\mathfrak{S}}_{m+1} \cup \tilde{\mathfrak{S}}_{m+1}^{\mathbf{B}}$.

Απόδειξη. Η καμπύλη $h_m(\omega)$, $\omega \in (-\pi, \pi]$ είναι το σύνορο του συνόλου $\tilde{\mathfrak{S}}_m \cup \tilde{\mathfrak{S}}_m^{\mathbf{B}}$. Η παράγωγος της $\|h_m(\omega)\|$ ως προς τον αριθμό των υστερήσεων m είναι αρνητική για $\omega \in (-\pi, \pi)$ ως άθροισμα αρνητικών όρων.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dm} \left(\frac{1 \sin(\frac{m}{m+1}\omega)}{m \sin(\frac{1}{m+1}\omega)} \right) = \\ & = \frac{\cos(\frac{m}{m+1}\omega) m \sin(\frac{1}{m+1}\omega) \frac{1}{(m+1)^2} \omega - \sin(\frac{m}{m+1}\omega) \left(\sin(\frac{1}{m+1}\omega) + m \cos(\frac{1}{m+1}\omega) \frac{1}{(m+1)^2} \omega \right)}{\left(m \sin(\frac{1}{m+1}\omega) \right)^2} = \\ & = -\frac{\sin(\frac{m}{m+1}\omega)}{m^2 \sin(\frac{1}{m+1}\omega)} + \frac{m}{(m+1)^2} \omega \frac{\cos(\frac{m}{m+1}\omega) \sin(\frac{1}{m+1}\omega) - \cos(\frac{1}{m+1}\omega) \sin(\frac{m}{m+1}\omega)}{\left(m \sin(\frac{1}{m+1}\omega) \right)^2} = \\ & = -\frac{\sin(\frac{m}{m+1}\omega)}{m^2 \sin(\frac{1}{m+1}\omega)} + \frac{m}{(m+1)^2} \omega \frac{\sin(\frac{1}{m+1}\omega - \frac{m}{m+1}\omega)}{\left(m \sin(\frac{1}{m+1}\omega) \right)^2} = \\ & = -\frac{\sin(\frac{m}{m+1}\omega)}{m^2 \sin(\frac{1}{m+1}\omega)} - \frac{m}{(m+1)^2} \omega \frac{\sin(\frac{m-1}{m+1}\omega)}{\left(m \sin(\frac{1}{m+1}\omega) \right)^2} \end{aligned}$$

Κατά συνέπεια, η καμπύλη $h_m(\omega)$, $\omega \in (-\pi, \pi]$ συρρικνώνεται καθώς ο αριθμός m αυξάνεται. Τούτο μπορεί να παρατηρηθεί και στο Σχήμα 3.2(β') και συνεπώς το σύνολο $\tilde{\mathfrak{S}}_{m+1} \cup \tilde{\mathfrak{S}}_{m+1}^{\mathbf{B}}$ αποτελεί γνήσιο υποσύνολο του $\tilde{\mathfrak{S}}_m \cup \tilde{\mathfrak{S}}_m^{\mathbf{B}}$ για κάθε $m \in \mathbb{N}^+$. □

Το σύνολο $\tilde{\mathfrak{S}}_m \cup \tilde{\mathfrak{S}}_m^{\mathbf{B}}$, όπου οι αντίστροφες ιδιοτιμές $\tilde{\lambda}_i$ του πίνακα \mathbf{A} δεν πρέπει να ανήκουν, απεικονίζεται στο Σχήμα 3.3. Το σύνολο που περιλαμβάνει όλα τα αντίστροφα στοιχεία του

$\tilde{\mathcal{S}}_m \cup \tilde{\mathcal{S}}_m^B$ είναι το σύνολο στο οποίο οι ιδιοτιμές λ_i του πίνακα \mathbf{A} δεν πρέπει να ανήκουν. Αυτό είναι το $\mathbb{C} \setminus \mathcal{S}_m$ δίνεται από την (3.23).

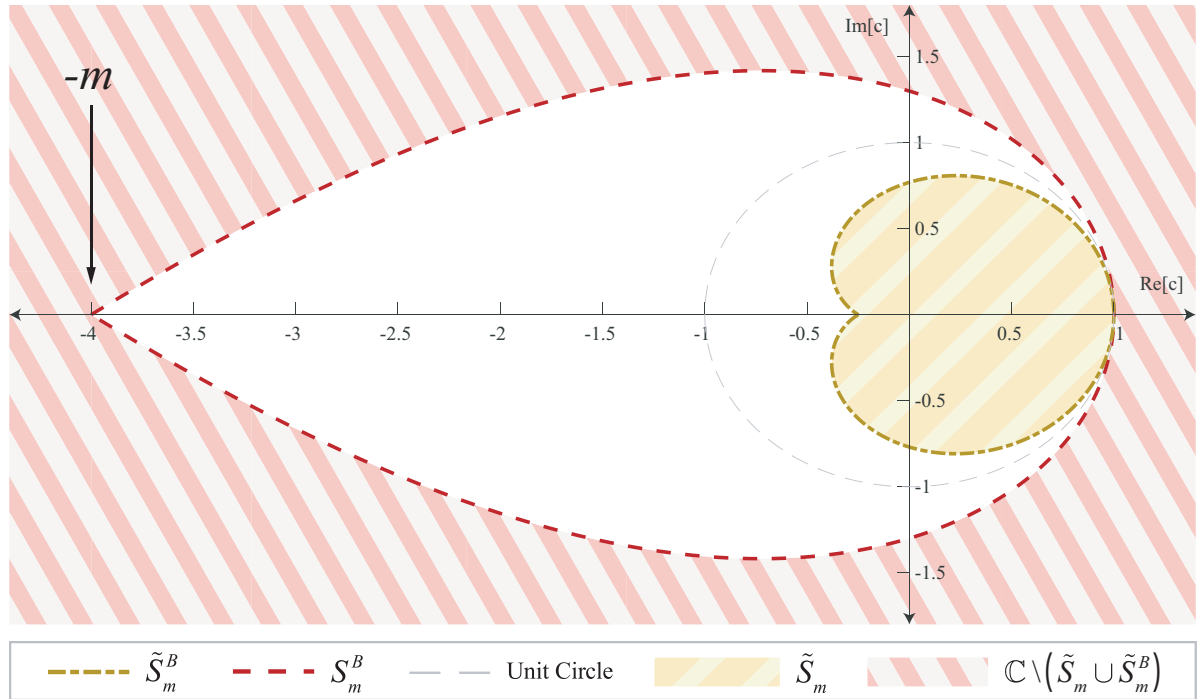
$$\mathbb{C} \setminus \mathcal{S}_m = \left\{ \|c\| e^{j\omega} \in \mathbb{C} : \|c\| \geq m \frac{\sin\left(\frac{1}{m+1}\omega\right)}{\sin\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)}, \omega \in (-\pi, \pi] \right\} \quad (3.23)$$

Ιδιαίτερου ενδιαφέροντος είναι το σύνολο \mathcal{S}_m , καθώς αυτό είναι που περιλαμβάνει όλες τις δυνατές ιδιοτιμές που εξασφαλίζουν την ευστάθεια του δυναμικού συστήματος και συνεπώς τη σύγκλιση του παιγνίου στο σημείο ισορροπίας.

$$\mathcal{S}_m = \left\{ \|c\| e^{j\omega} \in \mathbb{C} : \|c\| < m \frac{\sin\left(\frac{1}{m+1}\omega\right)}{\sin\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)}, \omega \in (-\pi, \pi] \right\} \quad (3.24)$$

Λήμμα 3.4.5. Για $\omega \in (-\pi, \pi]$, το $Re(1/h_m(\omega))$ παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή του για $\omega = 0$ και την ελάχιστη για $\omega = \pi$, σο $-m \leq Re(1/h_m(\omega)) \leq 1$.

Απόδειξη. Έστω ότι $f(\omega) = Re(1/h_m(\omega))$, $\omega \in (-\pi, \pi]$. Για $\omega \in (-\pi, \pi)$, η f είναι παραγω-

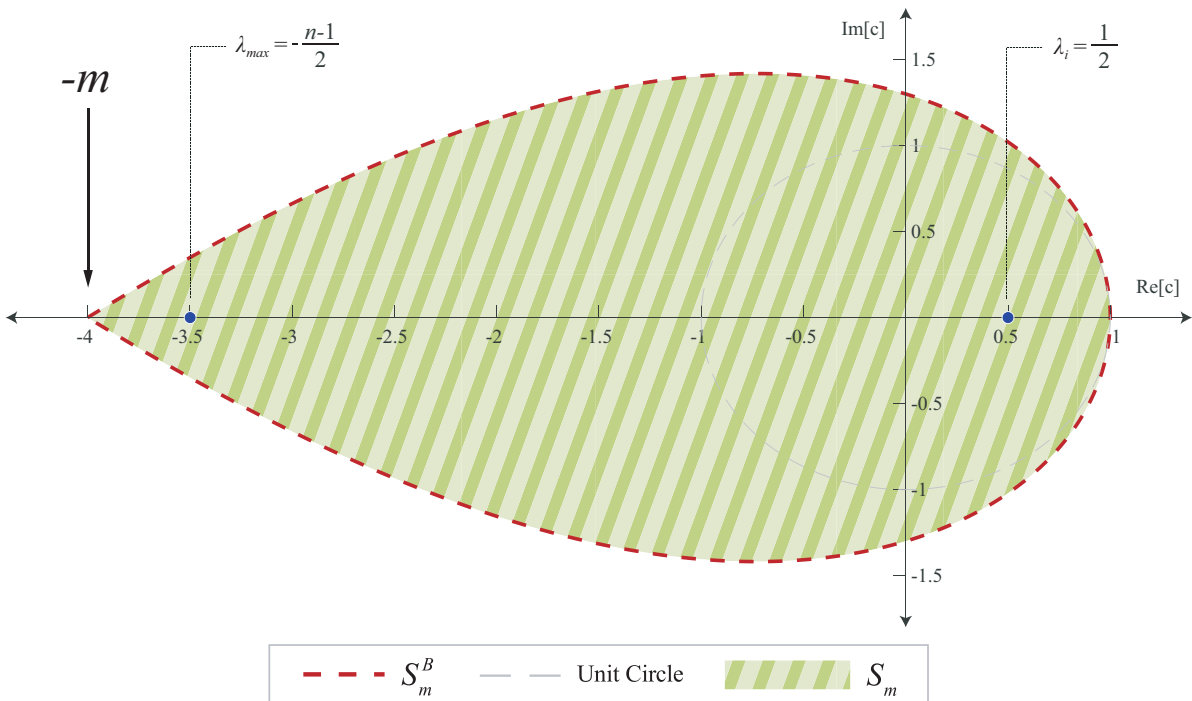


Σχήμα 3.3: Τα σύνολα $\tilde{\mathcal{S}}_m \cup \tilde{\mathcal{S}}_m^B$ και $\mathbb{C} \setminus \mathcal{S}_m$, στα οποία οι $\tilde{\lambda}_i$ και λ_i δεν πρέπει να ανήκουν για λόγους ευστάθειας, αντίστοιχα. Τα παραδείγματα αναφέρονται σε $m = 4$.

γίσιμη και παρουσιάζει εσωτερικό κρίσιμο σημείο για $\omega = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} (f(\omega)) &= \frac{d}{d\omega} \left(\operatorname{Re} \left(\frac{1}{h_m(\omega)} \right) \right) = \frac{d}{d\omega} \left(m \frac{\sin\left(\frac{1}{m+1}\omega\right)}{\sin\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)} \cos(\omega) \right) = \dots = \\ &= m \left(\frac{\frac{1}{m+1} \sin\left(\frac{1}{m+1}\omega + \frac{m}{m+1}\omega\right) \cos(\omega) - \cos\left(\omega - \frac{m}{m+1}\omega\right) \sin\left(\frac{1}{m+1}\omega\right)}{\sin^2\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)} \right) = \\ &= \frac{m}{2} \left(\frac{\frac{1}{m+1} \sin(2\omega) - \sin\left(\frac{1}{m+1}2\omega\right)}{\sin^2\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)} \right) = \frac{m}{2} \left(\frac{E(\omega)}{\sin^2\left(\frac{m}{m+1}\omega\right)} \right) \end{aligned}$$

Για $\omega \in (-\pi, 0)$, η f είναι αύξουσα καθώς $E(\omega) > 0$ ενώ για $\omega \in (0, \pi)$, η f είναι φθίνουσα καθώς $E(\omega) < 0$. Συνεπώς, για $\omega = 0$ η f λαμβάνει την ολικά μέγιστη τιμή της, η οποία είναι $f(0) = 1$. Στο τελικό σημείο του πεδίου ορισμού, δηλαδή για $(\omega = \pi)$, εντοπίζεται το ολικό ελάχιστο της f . Τούτο είναι $f(\pi) = -m$. Κατ' επέκταση, $-m \leq \operatorname{Re}(1/h_m(\omega)) \leq 1$. \square



Σχήμα 3.4: Το σύνολο S_m όπου όλες οι ιδιοτιμές λ_i πρέπει να ανήκουν για το σύστημα να είναι ευσταθές. Το παράδειγμα αναφέρεται σε $m = 4$ υστερήσεις και $n = 8$ παίχτες.

Θεώρημα 3.4.2. Το ομογενές γραμμικό σύστημα διακριτού χρόνου της (3.13) που αντιστοιχεί στην SMA περίπτωση με βάρη $w_\ell = \bar{w} = 1/m, \forall \ell \in \{1, 2, \dots, m\}$ είναι ευσταθές αν $m > \frac{n-1}{2}$, δηλαδή εφόσον ο αριθμός των υστερήσεων είναι μεγαλύτερος από το μισό του αριθμού των ανταγωνιστών κάθε επιχείρησης..

Απόδειξη. Βάση της Πρότασης 3.4.1, οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{A} ($-\frac{n-1}{2}$ και $\frac{1}{2}$) πρέπει να ανήκουν στο S_m ώστε το αντίστοιχο σύστημα να είναι ευσταθές και κατ' επέκταση το SMA παίγνιο να συγκλίνει στο σημείο ισορροπίας. Με βάση την περιγραφή του S_m που έχει παρουσιαστεί στην (3.24), καθώς για κάθε $c \in S_m$ ισχύει ότι $-m < \operatorname{Re}(c) < 1$ (Λήμμα

3.4.5) και δεδομένου ότι η ακολουθία συνόλων \mathcal{S}_m , $m \in \mathbb{N}^+$ είναι γνησίως αύξουσα (Λήμμα 3.4.4), όλες οι ιδιοτιμές του \mathbf{A} ανήκουν στο \mathcal{S}_m εφόσον $m > \frac{n-1}{2}$. \square

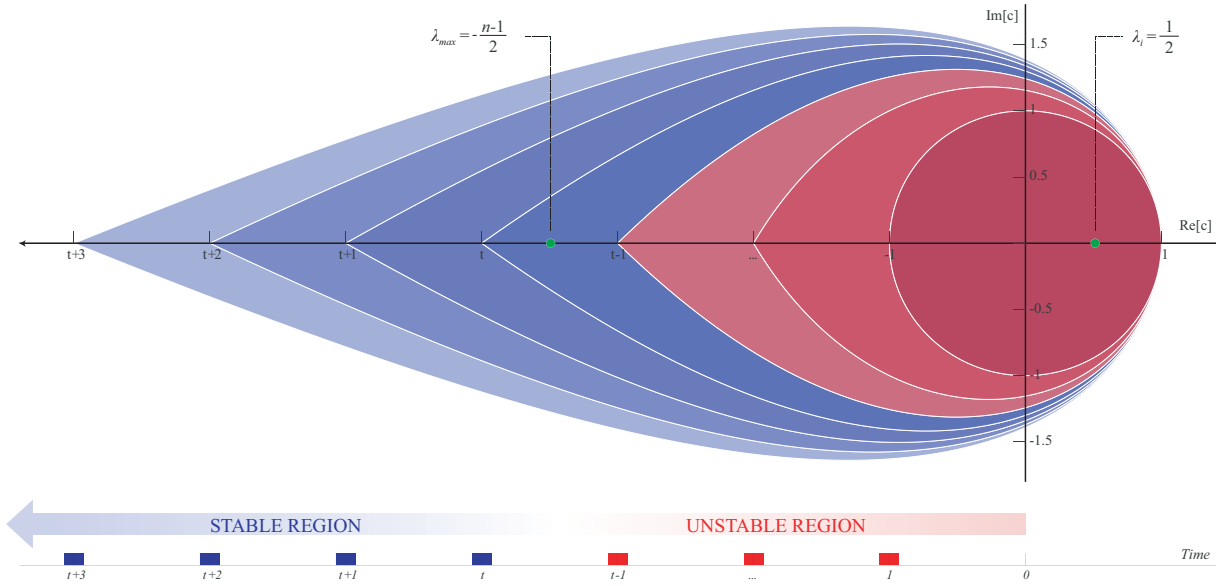
Στο Σχήμα 3.4 παρουσιάζεται το σύνολο \mathcal{S}_m , μαζί με τις ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{A} για μια περίπτωση που η σύγκλιση είναι εξασφαλισμένη. Το Θεώρημα 3.4.2 σχετίζει τον αριθμό παιχτών με τον αριθμό των υστερήσεων για την εξασφάλιση της σύγκλισης του παιγνίου. Έτσι, κάθε παίγνιο της μορφής (3.1), όπου n παίκτες υιοθετούν τον SMA κανόνα με m υστερήσεις (περισσότερες από το μισό των ανταγωνιστών), συγκλίνει στο σημείο ισορροπίας. Το αποτέλεσμα αυτό είναι συνεπές και με την επαρκή συνθήκη που απορρέει από το Θεώρημα 3.4.1. Η πιο κρίσιμη ιδιοτιμή, ως προς την ευστάθεια του συστήματος, είναι η κυρίαρχη ιδιοτιμή $\lambda_{max}^{\mathbf{A}} = -\frac{n-1}{2}$. Έτσι, εστιάζοντας στους λόγους των διαδοχικών συντελεστών του πολυωνύμου (3.16), μπορεί να παρατηρηθεί ότι $\frac{w_{\ell-1}}{w_{\ell}} = 1$ για $2 \leq \ell \leq m$ και $\frac{w_0}{w_1} = \frac{2m}{n-1}$. Με την άμεση εφαρμογή του θεωρήματος του Kakeya η επαρκής συνθήκη για να βρίσκονται οι αντίστροφες ιδιοτιμές εκτός μοναδιαίου κύκλου, δηλαδή για $\|\tilde{Z}_r\| > 1$, $\forall i \in \{1, 2, \dots, nm\}$, είναι $m > \frac{n-1}{2}$.

3.4.2 Σωρευτικός Κινούμενος Μέσος (CMA)

Στην περίπτωση του κανόνα CMA, τα βάρη των υστερήσεων αλλάζουν ομοιόμορφα σε κάθε στάδιο καθώς οι νέες παρατηρήσεις που εμπλουτίζουν την ιστορία του παιγνίου, ενσωματώνονται στην διαδικασία προσαρμογής. Οι τιμές των βαρών εξαρτώνται από το στάδιο του παιγνίου και συνεπώς στον αριθμό των καταστάσεων (επιπέδων παραγωγής) που είναι διαθέσιμες στην πλήρη ιστορία, δηλαδή $w_{t,\ell} = \bar{w}_t = 1/t$, $\forall \ell \in \{1, 2, \dots, t\}$. Το CMA παίγνιο της (3.9) αποτελεί ένα Διακριτό Γραμμικό Χρονικά Μεταβαλλόμενο (Discrete Linear Time-Varying) σύστημα και μπορεί να εκφραστεί στην μορφή της (3.25). Η ιδιότητα της χρονικής μεταβλητότητας μπορεί να εντοπιστεί άμεσα από την παρατήρηση του πίνακα $\mathbf{A}_n(t-1)$, ο οποίος έχει ιδιοτιμές τις $\lambda_n(t-1) = \frac{2t-1-n}{2t}$ και $\lambda_c(t-1) = \frac{2t-1}{2t}$, πολλαπλότητας 1 και $n-1$, αντίστοιχα. Το μόνο στάσιμο σημείο του συστήματος [158] είναι το Cournot-Nash σημείο ισορροπίας $\mathbf{x}^* = (\mathbf{I} + \frac{1}{2}\mathbf{A}_G)^{-1}\mathbf{B}$.

$$\mathbf{x}_t = \left(\mathbf{I} - \left(\frac{1}{2}\mathbf{A}_G + \mathbf{I} \right) \frac{1}{t} \right) \mathbf{x}_{t-1} + \frac{1}{t}\mathbf{B} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{A}_n(t-1) = \mathbf{I} - \left(\frac{1}{2}\mathbf{A}_G + \mathbf{I} \right) \frac{1}{t} = \begin{bmatrix} \frac{t-1}{t} & -\frac{1}{2t} & \cdots & -\frac{1}{2t} \\ -\frac{1}{2t} & \frac{t-1}{t} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\frac{1}{2t} \\ -\frac{1}{2t} & \cdots & -\frac{1}{2t} & \frac{t-1}{t} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (3.26)$$



Σχήμα 3.5: Σχετική θέση των ιδιοτιμών λ_i του πίνακα \mathbf{A} και της γνησίως αύξουσας ακολουθίας συνόλων \mathcal{S}_t , $t \in \mathbb{N}^+$ Μετά από έναν επαρκώς μεγάλο αριθμό σταδίων το παίγνιο μεταβαίνει στην ευσταθή περιοχή και ακολουθεί συγκλίνουσα πορεία προς το σημείο ισορροπίας.

Τα αποτελέσματα που έχουν ήδη εξαχθεί για την SMA περίπτωση μπορούν να φανούν χρήσιμα και κατά την ανάλυση της ευστάθειας του CMA παίγνιου, ακόμα και αν πρόκειται για ένα DLTV σύστημα. Σε αυτή την περίπτωση, το σύνολο \mathcal{S}_t βρίσκεται στο επίκεντρο, με την ακολουθία των συνόλων \mathcal{S}_t , $t \in \mathbb{N}^+$ να είναι γνησίως αύξουσα καθώς $\mathcal{S}_t \subset \mathcal{S}_{t+1}$ για κάθε $t \in \mathbb{N}^+$. Βάση του Θεωρήματος 3.4.2 υπάρχει κάποιο στάδιο $t_0 = \min \{t \in \mathbb{N}^+ : t > \frac{n-1}{2}\}$ μετά το οποίο όλες οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{A} περιέχονται εντός του \mathcal{S}_t . Ακριβώς κατά το t_0 το CMA παίγνιο είναι ταυτόσημο με το SMA παίγνιο των t_0 υστερήσεων και λόγω της ευστάθειας αυτού η (3.27) ισχύει $\tau \geq t_0$. Συνεπώς, για κάθε επόμενο στάδιο $t > t_0$ του CMA παίγνιου, υπάρχει ένα αντίστοιχο SMA παίγνιο με $m = t$ υστερήσεις και ως ιστορία αρχικοποίησης $h_t^{\tau-1}$, την ιστορία h^{t-1} του CMA παίγνιου, το οποίο είναι ευσταθές για $\tau \geq t$. Θεωρώντας μόνο το πρώτο στάδιο όλων αυτών των SMA παιγνίων του ίδιου, κοινού σημείου ισορροπίας σε συνδυασμό με την κατά στάδιο ακολουθιακή μετάβαση, η (3.27) καταλήγει να ισχύει για $t > t_0$. Έτσι, αφού το \mathbf{x}^* είναι το σταθερό σημείο (fixed point), για κάθε $t > \frac{n-1}{2}$ το CMA παίγνιο παρουσιάζει ασυμπτωτικά ευσταθή συμπεριφορά ακολουθώντας συγκλίνουσες τροχιές προς το σημείο ισορροπίας \mathbf{x}^* .

$$\|\mathbf{x}_t - \mathbf{x}^*\| \leq \|\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}^*\| \quad (3.27)$$

Εναλλακτικά, ένας καταλληλότερος τρόπος για τη μελέτη της ευστάθειας αποτελεί η θεωρία της εξέλιξης της διαφοράς του διανύσματος κατάστασης από το στάσιμο σημείο \mathbf{x}^* . Αφαιρώντας το \mathbf{x}^* και από τις δύο πλευρές της (3.25) προκύπτει η περιγραφή ενός αυτόνομου ομογενούς συστήματος, δηλαδή $\mathbf{x}_t - \mathbf{x}^* = \mathbf{A}_n(t-1)(\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}^*)$. Η εφαρμογή της Ευκλε-

ίδειας νόρμας έχει ως αποτέλεσμα την ανισότητα (3.28) που οδηγεί με τη σειρά της στο Θεώρημα 3.4.3, το οποίο φράσσει την απόσταση από το σημείο ισορροπίας, με την εξέλιξη αυτού του άνω φράγματος να παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.6 σε λογαριθμική-γραμμική κλίμακα. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ασυμπτωτική ευστάθεια του CMA παίγνιου είναι συνεπής με τα προηγούμενα ευρήματα και επιπρόσθετα επιβεβαιώνει τη σχετική, με υποδείγματα διακριτού χρόνου, βιβλιογραφία [49, 162].

$$\|\mathbf{x}_t - \mathbf{x}^*\| \leq \|\mathbf{A}_n(t-1)\| \|\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}^*\|, \forall t \in \mathbb{N}^+ \quad (3.28)$$

Θεώρημα 3.4.3. Για $t \in \{t \in \mathbb{N}^+ : t > \frac{1}{4}(n+1)\}$, το CMA παίγνιο, το προκύπτων δηλαδή παίγνιο Cournot στην περίπτωση πλασματικού παιξίματος (fictitious play), παρουσιάζει συγκλίνουσα συμπεριφορά με $\|\mathbf{x}_t - \mathbf{x}^*\| \leq \|\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}^*\|$, καθώς ο αριθμός των παιχτών είναι πεπερασμένος, και το CMA παίγνιο να είναι ασυμπτωτικά ευσταθές.

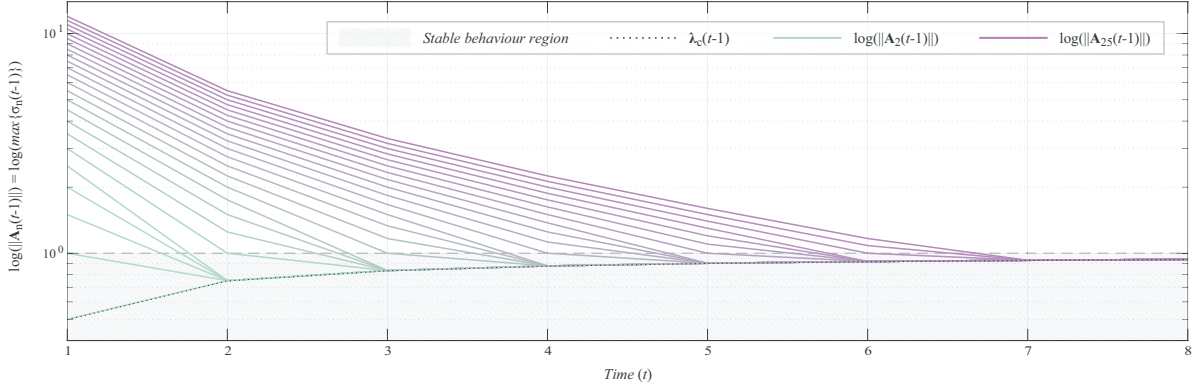
Απόδειξη. Για να ισχύει η (3.27), η απόσταση από το σημείο ισορροπίας πρέπει να φθίνει με το πέρασμα του χρόνου ή αντίστοιχα η δεύτερη νόρμα $\|\mathbf{A}_n(t-1)\|$ πρέπει να είναι μικρότερη της μονάδας. Η φασματική νόρμα $\|\mathbf{A}_n(t-1)\|$ είναι ίση με τη μεγαλύτερη ιδιάζουσα τιμή (singular value) του $\mathbf{A}_n(t-1)$, που είναι η τετραγωνική ρίζα της μεγαλύτερης ιδιοτιμής του $\mathbf{A}_n(t-1)\mathbf{A}_n(t-1)$, δηλαδή $\|\mathbf{A}_n(t-1)\| = \sigma_{\max}(\mathbf{A}_n(t-1)) = \sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{A}_n(t-1)\mathbf{A}_n(t-1))}$ [86]. Καθώς οι πίνακες έχουν κληρονομήσει τη δομή του πίνακα \mathbf{A}_G , οι ιδιάζουσες τιμές (singular value) του $\mathbf{A}_n(t-1)$ μπορούν να προσδιοριστούν αναλυτικά ίσες με την απόλυτη τιμή των ιδιοτιμών του, με τη μεγαλύτερη να δίνεται από την (3.29). Έτσι, με τη σχέση (3.27) να ισχύει και λαμβάνοντας υπόψη το ασυμπτωτικό όριο της (3.25), προκύπτει η σύγκλιση.

$$\|\mathbf{A}_n(t-1)\| = \sigma_{\max}(\mathbf{A}_n(t-1)) = \max \left\{ \left\| \frac{2t-1-n}{2t} \right\|, \left\| \frac{2t-1}{2t} \right\| \right\} \quad (3.29)$$

□

Για την καλύτερη κατανόηση της δυναμικής του CMA παίγνιου, ο λόγος των νορμών της διαφοράς δυο διαδοχικών κατάστασης από το σταθερό σημείο \mathbf{x}^* αξίζει να αναλυθεί περαιτέρω. Το Θεώρημα που ακολουθεί, σε συνδυασμό με το Σχήμα 3.6, εξυπηρετεί αυτό το σκοπό ενώ τα σχόλια που ολοκληρώνουν το παρόν Υποκεφάλαιο αναδεικνύουν ορισμένες ενδιαφέρουσες πτυχές του CMA κανόνα.

Θεώρημα 3.4.4. Για κάθε $t \in \mathbb{N}^+$, ο λόγος των νορμών δύο διαδοχικών διανυσμάτων κατάστασης του DLTV ομογενούς συστήματος $\mathbf{x}_t - \mathbf{x}^* = \mathbf{A}_n(t-1)(\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}^*)$ που περιγράφει την δυναμική του CMA παίγνιου, είναι φραγμένος από την ελάχιστη και μέγιστη ιδιάζουσα τιμή του $\mathbf{A}_n(t-1)$ το παίγνιο συγκλίνει υπογραμμικά στο σταθερό σημείο \mathbf{x}^* .



Σχήμα 3.6: Εξέλιξη της φασματική νόρμας του $\mathbf{A}_n(t-1)$, που αποτελεί άνω φράγμα της ταχύτητας σύγκλισης του CMA παίγνιου (fictitious play). Περιπτώσεις από 2 μέχρι 25 παίχτες.

Απόδειξη. Θέτοντας $\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_n(t-1)\mathbf{y}_{t-1}$ και $\mathbf{A}_n(t-1) = \frac{2t-1}{2t}\mathbf{I}_n - \frac{1}{2t}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T$, θεωρούμε το CMA παίγνιο στη μορφή (3.30), όπου \mathbf{I}_n είναι ο ταυτοτικός (μοναδιαίος) $n \times n$ πίνακας και $\mathbf{1}_n$ το διάστασης $n \times 1$ διάνυσμα. Όπως μπορεί να εξαχθεί από την (3.30), η ακολουθία διανυσμάτων \mathbf{y}_t ανήκει σε ένα καθορισμένο επίπεδο, $\mathbf{y}_t \in \text{span}\{\mathbf{y}_0, \mathbf{1}_n\}$, $\forall t \in \mathbb{N}^+$. Τα μοναδιαία διανύσματα $\mathbf{i}_{1_n} = \mathbf{1}_n/\sqrt{n}$ και \mathbf{i}_\perp τέτοια ώστε $\langle \mathbf{i}_\perp, \mathbf{i}_{1_n} \rangle = 0$ και $\text{span}\{\mathbf{i}_\perp, \mathbf{i}_{1_n}\} = \text{span}\{\mathbf{y}_0, \mathbf{1}_n\}$, αποτελούν τη φυσική βάση του συγκεκριμένου υποχώρου. Δεδομένου ότι η γωνία μεταξύ του \mathbf{y}_{t-1} και του $\mathbf{1}_n$ είναι η φ_{t-1} , προκύπτει η έκφραση (3.31) για το διάνυσμα \mathbf{y}_{t-1} .

$$\mathbf{y}_t = \left(\frac{2t-1}{2t}\mathbf{I}_n - \frac{1}{2t}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T \right) \mathbf{y}_{t-1} = \frac{2t-1}{2t}\mathbf{y}_{t-1} - \frac{n}{2t} \frac{\mathbf{1}_n}{\sqrt{n}} \left\langle \frac{\mathbf{1}_n^T}{\sqrt{n}}, \mathbf{y}_{t-1} \right\rangle \quad (3.30)$$

$$\mathbf{y}_t = \|\mathbf{y}_{t-1}\| \left(\frac{2t-1-n}{2t} \cos(\varphi_{t-1})\mathbf{i}_{1_n} + \frac{2t-1}{2t} \sin(\varphi_{t-1})\mathbf{i}_\perp \right) \quad (3.31)$$

ο λόγος των νορμών δύο διαδοχικών διανυσμάτων κατάστασης του DLTV ομογενούς συστήματος δίνεται από την (3.32). Τα κρίσιμα σημεία της παράστασης αυτής με ανεξάρτητη μεταβλητή τη γωνία φ είναι $\varphi = k\pi$ ή $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, με το ελάχιστο και το μέγιστο που παρατηρούνται να είναι ίσα με την ελάχιστη και τη μέγιστη ιδιάζουσα τιμή του πίνακα $\mathbf{A}_n(t-1)$, αντίστοιχα. Η έκφραση που φράσσει τον λόγο ακολουθεί, ενώ η υπογραμμική σύγκλιση προκύπτει λόγω της εύρεσης του ασυμπτωτικού ορίου της (3.32) ίσου με ένα.

$$\frac{\|\mathbf{y}_t\|}{\|\mathbf{y}_{t-1}\|} = \sqrt{\lambda_n^2(t-1) \cos^2(\varphi_{t-1}) + \lambda_c^2(t-1) \sin^2(\varphi_{t-1})} \quad (3.32)$$

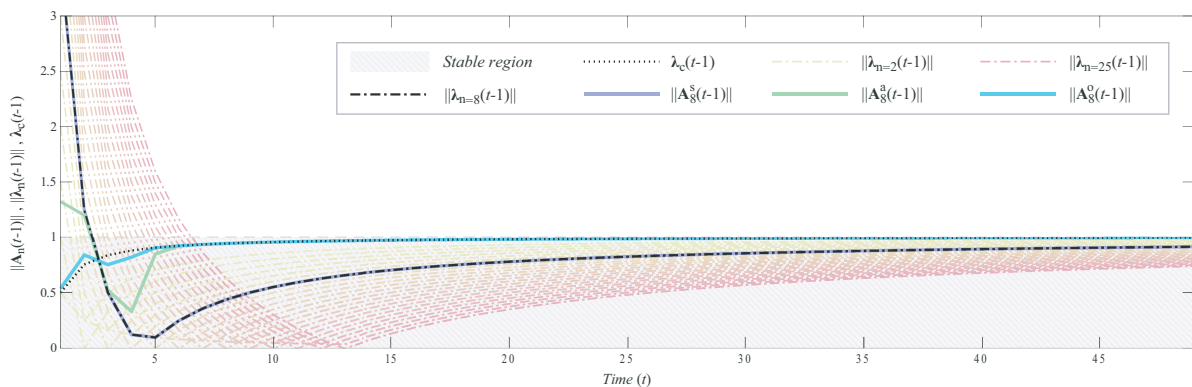
$$\min \left\{ \left\| \frac{2t-1-n}{2t} \right\|, \left\| \frac{2t-1}{2t} \right\| \right\} \leq \frac{\|\mathbf{y}_t\|}{\|\mathbf{y}_{t-1}\|} \leq \max \left\{ \left\| \frac{2t-1-n}{2t} \right\|, \left\| \frac{2t-1}{2t} \right\| \right\}, \forall t \in \mathbb{N}^+$$

□

Στο Σχήμα 3.7, παρουσιάζεται η εξέλιξη των ιδιζουσών τιμών (singular values) με το πέρασμα του χρόνου για αυξανόμενο αριθμό παιχτών (από δύο μέχρι εικοσιπέντε παίχτες). Παραδείγματα της ταχύτητας σύγκλισης ως συνάρτηση του χρόνου για την περίπτωση ο-χτώ παιχτών μέσω της επιλογής τριών χαρακτηριστικών εκδοχών για τις αρχικές συνθήκες. Μεταξύ αυτών βρίσκεται η εκδοχή συμμετρικής διαφοράς (όλοι οι παίχτες ισαπέχουν από το σημείο ισορροπίας), η εκδοχή μίας απόκλισης (ένας παίχτης απέχει από το σημείο ισορροπίας) και μία τρίτη όπου το διάνυσμα αρχικών συνθηκών βρίσκεται πολύ κοντά στο χώρο που δημιουργούν τα ιδιοδιανύσματα της $\lambda_c(t-1)$.

Παρατήρηση 1. Στην περίπτωση όπου οι αρχικές συνθήκες του CMA παιγνίου (fictitious play) \mathbf{y}_0 είναι γραμμικά εξαρτημένες από ένα ιδιοδιάνυσμα, ο λόγος είναι ίσος με την απόλυτη τιμή της αντίστοιχης ιδιοτιμής. Τυπικό παράδειγμα αποτελεί η συμμετρική περίπτωση, όπου όλοι οι παίχτες εκκινούν από σημεία που ισαπέχουν από το σημείο ισορροπίας, κατά την οποία τα \mathbf{y}_t και το $\mathbf{1}_n$ παραμένουν πάντα γραμμικά εξαρτημένα και ο λόγος, η ταχύτητα σύγκλισης δηλαδή, είναι ίση με $\|\lambda_n(t-1)\|$. Όταν το διάνυσμα αρχικών συνθηκών \mathbf{y}_0 ανήκει σε υπόχωρο που βασίζεται στα $n-1$ ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στην πολλαπλή ιδιοτιμή, ο λόγος είναι ίσος με $\|\lambda_c(t-1)\|$ και το παίγνιο δεν εμφανίζει αποκλίνουσα συμπεριφορά χρονική στιγμή [43].

Παρατήρηση 2. Ο λόγος, με την πάροδο του χρόνου, βρίσκεται εντός μιας λωρίδας μειούμενου πλάτους (Σχήμα 3.7), η οποία βρίσκεται πολύ κοντά στη μονάδα. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα, κάθε μετάβαση σε διαφορετικό σημείο ισορροπίας από το αρχικό σε περασμένη χρονική στιγμή (π.χ. λόγω αλλαγής παραμέτρων ή είσοδο/έξοδο παιχτών) να είναι εξαιρετικά δύσκολη καθώς η ταχύτητα προσαρμογής θα είναι ιδιαίτερα χαμηλή. Από μια διαφορετική οπτική, η δυσκολία τούτη επισημαίνεται και στη συνέχεια (Υποκεφάλαιο 3.5.2) ως ένα σοβαρό μειονέκτημα του CMA κανόνα και του πλασματικού παιζίματος (fictitious play), εν γένει, ως στρατηγικής εκμάθησης.



Σχήμα 3.7: Ιδιζουσες τιμές του πίνακα $\mathbf{A}_n(t-1)$, οι οποίες φράσσουν την ταχύτητα σύγκλισης του CMA παιγνίου (fictitious play) για περιπτώσεις από 2 μέχρι 25 παίχτες και η εξέλιξη της ταχύτητας σύγκλισης για τρεις εκδοχές αρχικών συνθηκών για $n = 8$.

3.5 Συγκριτική Ανάλυση

Στη συνέχεια, μέσω προσομοιώσεων, επιβεβαιώνονται τα θεωρητικά αποτελέσματα που έχουν προκύψει αναφορικά με τη σύγκλιση των παιγνίων που παρουσιάστηκαν ενώ εξετάζονται τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των προτεινόμενων κανόνων ώστε να αναγνωρισθεί η καταλληλότητα τους σε επίπεδο εφαρμογών. Με βάση ένα συγκεκριμένο παράδειγμα αγοράς, διακρίνοντας δύο σενάρια σταθερής και αυξανόμενης έντασης ανταγωνισμού, δημιουργείται ένα κατάλληλο περιβάλλον προτυποποίησης για τη μελέτη του ρόλου διαφόρων παραμέτρων στην δυναμική αλληλεπίδραση των παιχτών.

Συγκεκριμένα, το παράδειγμα αγοράς συγκροτείται από n όμοιες επιχειρήσεις, κάθε μια από τις οποίες έχει οριακό κόστος $c_i = 40$. Οι παράμετροι της γραμμικής συνάρτησης ζήτησης λαμβάνονται ίσες με $a = 100$ και $b = 0.1$. Προτού αναλυθούν περαιτέρω τα δύο βασικά σενάρια και τα αντίστοιχα αποτελέσματα, παρουσιάζεται η Ευκλείδεια απόσταση από το σημείο ισορροπίας στον χώρο διάστασης n , το οποίο και χρησιμοποιείται στη συνέχεια ως μέτρο σύγκλισης. Το μέτρο αυτό αναμένεται να διευκολύνει τη σύγκριση, σε όρους σύγκλισης, αποτελεσμάτων που αφορούν αγορές διαφορετικού αριθμού παιχτών. Επιπρόσθετα, η χρήση του κατά τη διαδικασία επιλογής αρχικών συνθηκών, προσβλέπει στην εξασφάλιση στοιχείων ομοιομορφίας και συγκρισιμότητας, μέσω της λήψης αρχικών συνθηκών από την n -διάστατη υπερσφαίρα ακτίνας $\rho_{n,t}$ και κέντρου το σημείο ισορροπίας.

$$\rho_{n,t} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^* - x_{i,t})^2} \quad (3.33)$$

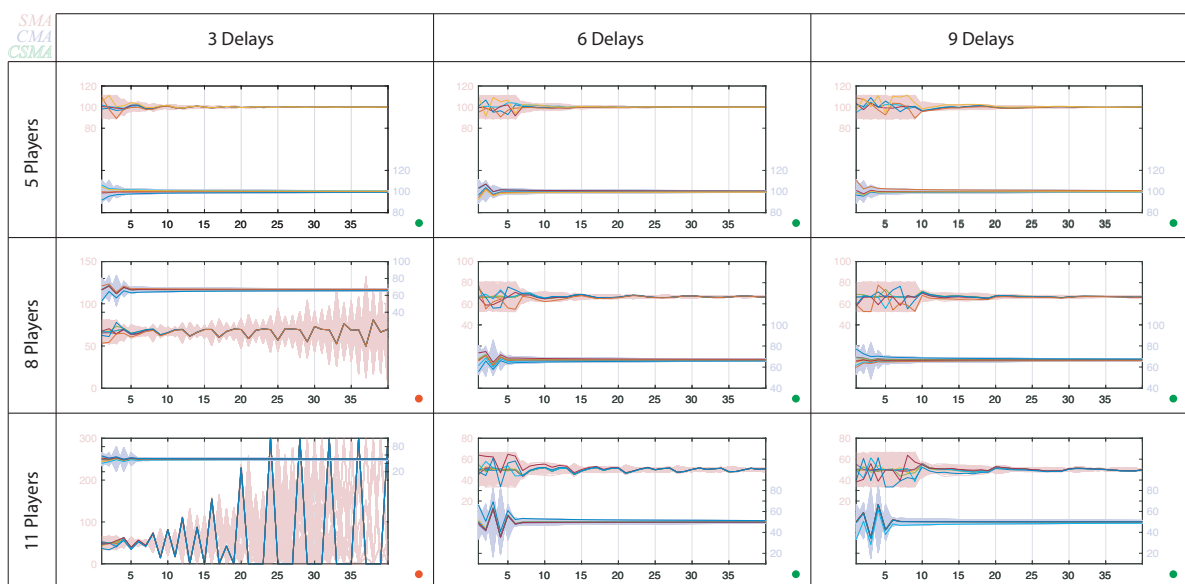
3.5.1 Αγορές σταθερού αριθμού παιχτών

Για το σενάριο σταθερού επιπέδου ανταγωνισμού, γίνεται η υπόθεση ότι κάθε μία από τις αγορές έχει διαφορετικό αλλά σταθερό αριθμό παιχτών. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη συνέχεια αναφέρονται σε σύνολα, αποτελούμενα από 100 παίγνια, διαφορετικών αρχικών συνθηκών. Στα παίγνια όπου υιοθετείται ο SMA κανόνας, m διανύσματα κατάστασης απαιτούνται για την ορθή αρχικοποίηση του κάθε παιγνίου. Αντίθετα, για τους κανόνες CMA και CSMA μόνο ένα αρχικό διάνυσμα κατάστασης είναι αρκετό για την εκκίνηση της αλληλεπίδρασης. Εξαιτίας της επιπρόσθετης απόκλισης από το σημείο ισορροπίας που επιφέρει η συμμετοχή κάθε παίχτη στην αγορά, η ακτίνα $\rho_{n,t}$ της n -διάστατης υπερσφαίρας λαμβάνεται αυξανόμενη κατά σταθερή απόκλιση ανά παίχτη. Παρότι τα παίγνια διαφορετικού αριθμού παιχτών αρχικοποιούνται μακρύτερα από το αντίστοιχο σημείο ισορροπίας, οι διαφορετικοί κανόνες μπορούν να συγκριθούν σε κοινή βάση, καθώς κατά περίπτωση έχει επιβληθεί όμοια απόσταση πριν την εκκίνηση της όποιας αλληλεπίδρασης.

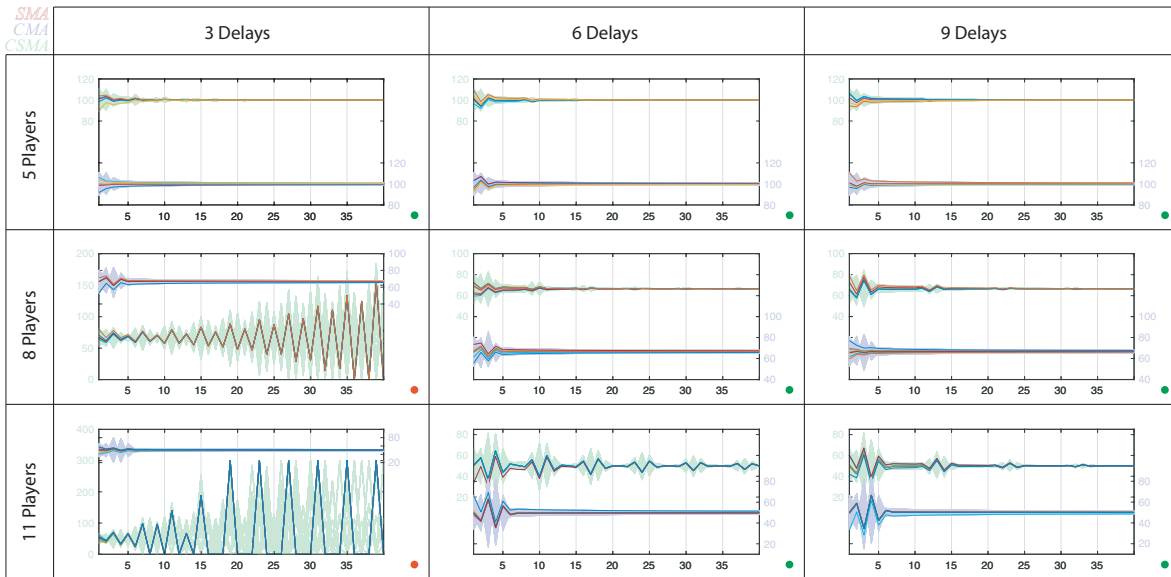
Τα σύνολα των παιγνίων έχουν χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό των περιοχών που συν-

θέτουν οι πιθανές τροχιές, εξυπηρετώντας έτσι την ανάγκη κατάδειξης των χαρακτηριστικών που συνοδεύουν τις τροχιές τόσο αναφορικά με τη χρονική εξέλιξη τους όσο και σχετικά με τα επίπεδα παραγωγής που περιγράφουν. Οι περιοχές αυτές, παρουσιάζονται στα Σχήματα που ακολουθούν μαζί με μία εκ των τροχιών, όπου τα επίπεδα παραγωγής κάθε επιχείρησης μπορούν να διακριθούν. Αγορές διαφορετικών επιπέδων ανταγωνισμού παρουσιάζονται για τρεις περιπτώσεις υστερήσεων. Παίγνια όπου συμμετέχουν 5, 8 και 11 παίκτες (n) προσομοιώνονται για τους τρεις κανόνες προσαρμογής που έχουν παρουσιαστεί. Προς διευκόλυνση της διάκρισης μεταξύ των παιγνίων αυτών, εισάγεται ο συμβολισμός του παιγνίου ως $G_{n,m}^R$, που αναφέρεται στο παίγνιο με n παίκτες, οι οποίοι υιοθετούν τον κανόνα R με αξιοποίηση m υστερήσεων. Κυρίως για λόγους συγκρισιμότητας, τα παίγνια κανόνων SMA και CMA παρουσιάζονται μαζί στο Σχήμα 3.8, ενώ στο Σχήμα 3.9 παρουσιάζονται μαζί των κανόνων CMA και CSMA.

Στο Σχήμα 3.8, για τα παίγνια $G_{5,m}^{SMA}$, $m \in \{3, 6, 9\}$, τα οποία συγκλίνουν για όλες τις περιπτώσεις υστερήσεων που παρουσιάζονται, η καθυστερημένη σύγκλιση λόγω των περισσότερων αρχικών συνθηκών από τις απαιτούμενες μπορεί να παρατηρηθεί. Συγκρίνοντας την αλληλεπίδραση από το στάδιο κατά το οποίο ο SMA κανόνας ενεργοποιείται και έπειτα, η αύξηση του αριθμού των υστερήσεων δεν συνεπάγεται συντομότερη σύγκλιση αλλά σύγκλιση με λιγότερη διακύμανση. Αντίστοιχα, για τα παίγνια του CMA κανόνα ($G_{5,m}^{CMA}$), η είσοδος της δυναμικής στην ευσταθή περιοχή, άμεσα, μπορεί να αναγνωριστεί, και η διάρκεια της αλληλεπίδρασης κατά την οποία ακολουθούνται αποκλίνουσες τροχιές μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Καθώς ο αριθμός των παιχτών αυξάνεται, η μη καταλληλότητα του SMA κανόνα στο παίγνιο $G_{11,3}^{SMA}$ και στο παίγνιο $G_{8,3}^{SMA}$, λόγω της αποκλίνουσας από το σημείο ισορρο-



Σχήμα 3.8: Τροχιές των παιγνίων με 5, 8 και 11 παίκτες με υιοθέτηση των SMA και CMA κανόνων. Τα SMA παίγνια παρουσιάζονται για τις περιπτώσεις 3, 6 και 9 υστερήσεων.

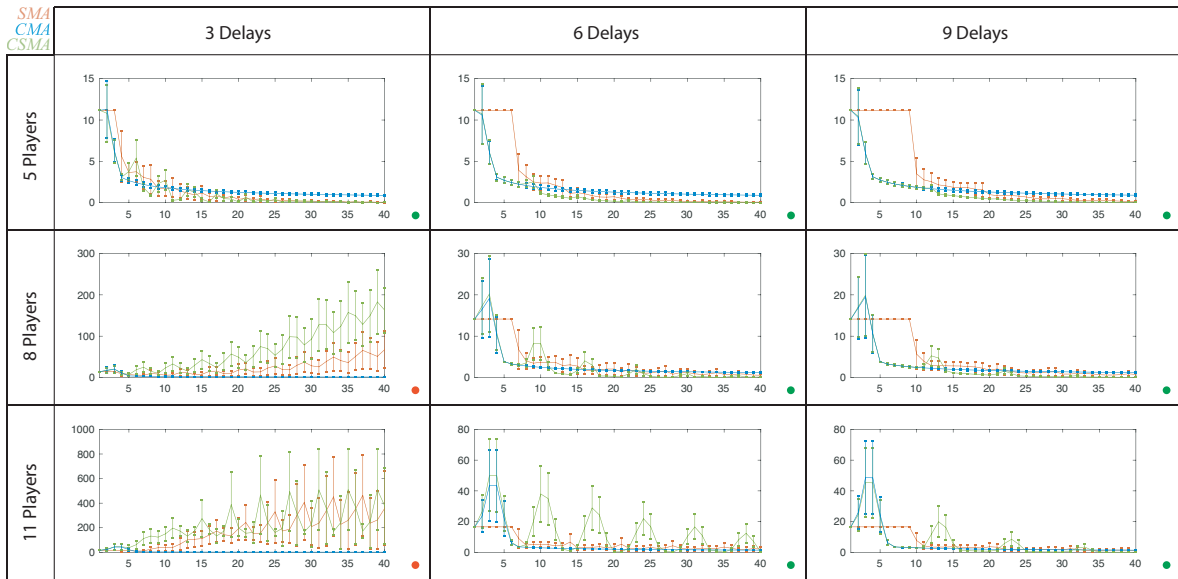


Σχήμα 3.9: Τροχιές των παιγνίων με 5, 8 και 11 παίκτες με υιοθέτηση των CSMA και CMA κανόνων. Τα CSMA παίγνια παρουσιάζονται για τις περιπτώσεις 3, 6 και 9 υστερήσεων.

πίας συμπεριφοράς, καθίσταται προφανής ². Η μεγαλύτερης διάρκειας παραμονή στη ζώνη αστάθειας, οδηγεί στην εμφάνιση προσωρινών αποκλινοσών τάσεων, που με τη σειρά τους επηρεάζουν την τιμή της αγοράς και κατ' επέκταση τα κέρδη των επιχειρήσεων, επιφέροντας έτσι αρνητικές επιπτώσεις. Με την ενσωμάτωση πλουσιότερων συνόλων πληροφορίας, η δυναμική των παιγνίων αυτών καθίσταται ευσταθής και οι τροχιές των επιπέδων παραγωγής εισέρχονται σε συγχλίνοντα προς το σημείο ισορροπίας μονοπάτια.

Ο υβριδικός κανόνας CSMA, που προέρχεται από τον συνδυασμό των δύο βασικών κανόνων, κληρονομεί χαρακτηριστικά παρόντα στους SMA και CMA κανόνες. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.9, η αστάθεια που εμφανίζεται στο $G_{11,3}^{SMA}$ και στο $G_{8,3}^{SMA}$ παίγνιο διατηρείται, όπως είναι πολύ λογικό, και από τον CSMA κανόνα. Στο Σχήμα αυτό, που συγκρίνονται άμεσα οι δύο κανόνες, η αποκλίνουσα πορεία των επιπέδων παραγωγής, όπως αυτή καταγράφεται στα CMA παίγνια, κατά τα πρώτα στάδια αλληλεπίδρασης των επιχειρήσεων, μπορούν να αναγνωριστούν ως ένα ακόμα προβληματικό στοιχείο που έχει κληροδοτηθεί στον CSMA κανόνα. Από την άλλη πλευρά, η αναπροσαρμογή βάση του CSMA κανόνα εκμεταλλεύεται τις πενιχρές απαιτήσεις αναφορικά με τις αρχικές συνθήκες και την ίδια στιγμή είναι απαλλαγμένη από το ελάττωμα του CMA κανόνα που αφορά την αργή σύγκλιση στο σημείο ισορροπίας. Πιο συγκεκριμένα, τούτο μπορεί να προσληφθεί καλύτερα από την ακτίνα $\rho_{n,t}$, της οποίας ο μέσος και η τυπική απόκλιση για το κάθε σύνολο των 100 παιγνίων παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.10. Στο σχήμα αυτό, καταδεικνύεται η μη ικανότητα άμεσης σύγκλισης του CMA κανόνα, λόγω της μη αποβολής μέρους της μνήμης των παιχτών. Αξίζει να σημειωθεί ότι καλύτερη επίδοση σε όρους ελαχιστοποίησης της απόστασης από το σημείο ισορροπίας

² Τα επίπεδα παραγωγής των επιχειρήσεων μπορούν να λάβουν μη αρνητικές τιμές, συνθήκη που έχει επιβληθεί στις προσομοιώσεις: οι μη γραμμικότητες που δύναται να παρουσιαστούν [27] στην περίπτωση φραγμένων συνόλων δράσεων και δεδομένης της ύπαρξης σημείου ισορροπίας, θεωρούνται εκτός του ενδιαφέροντος της παρούσας ανάλυσης.



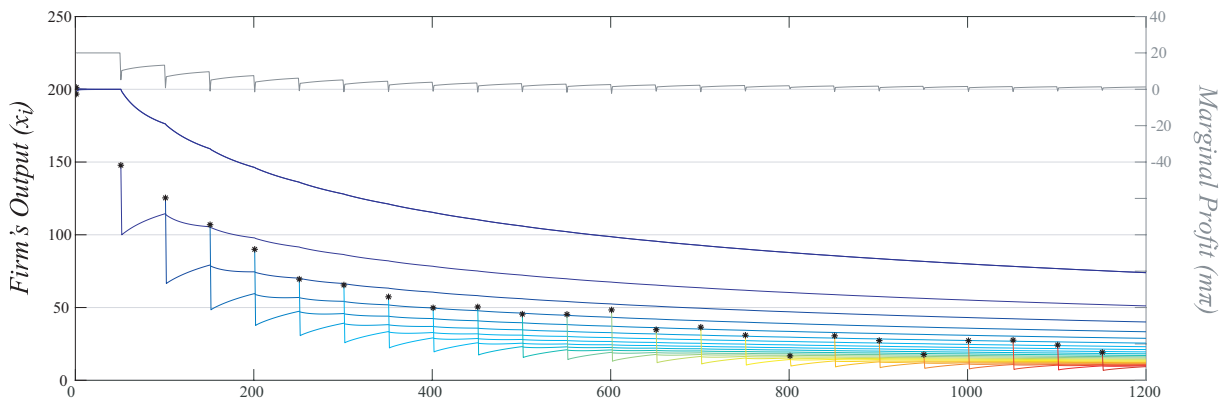
Σχήμα 3.10: Σύγκριση συμπεριφορών σύγκλισης παιγνίων βασιζόμενων στους SMA, CMA και CSMA κανόνες. Μέση τιμή και τυπική απόκλιση της απόστασης $\rho_{n,t}$ από το σημείο ισορροπίας για σύνολα 100 παιγνίων με 5, 8 και 11 παίχτες.

παρουσιάζει η CSMA αναπροσαρμογή. Επιπρόσθετα, φαίνεται η περιοδική επανενεργοποίηση της διακύμανσης της απόκρισης φθίνοντας πλάτους να επανατοποθετεί τα επίπεδα παραγωγής κοντύτερα στο σημείο ισορροπίας. Τούτο συμβαίνει εξαιτίας της αντικατάστασης μιας εκ των ροπών που προέρχονται από τη ζώνη αστάθειας με ροπή από τη ζώνη ευστάθειας και έτσι σε κάθε γύρω επανατοποθέτησης, η απόκριση κεντράρεται σε ένα επίπεδο βελτιωμένο ως προς την απόσταση από την ισορροπία.

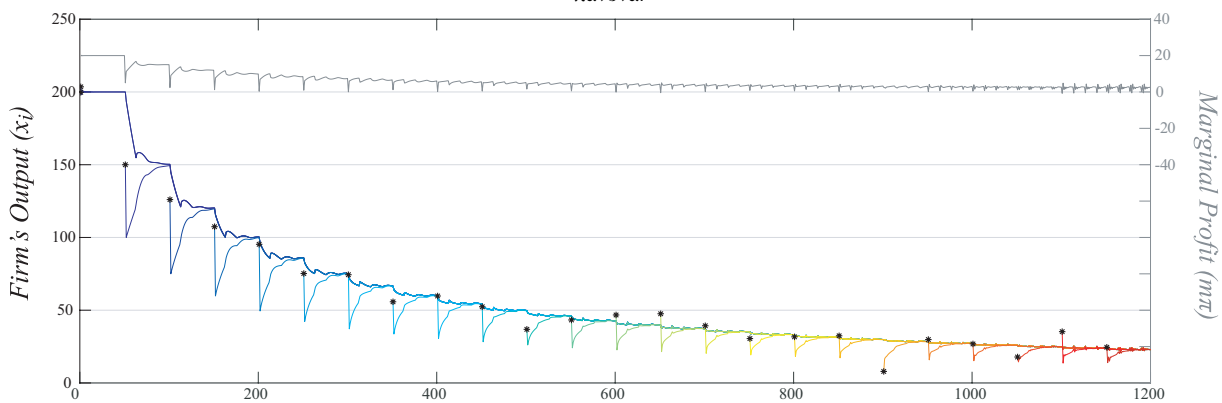
Τα βασικά στατιστικά στοιχεία της ακτίνας $\rho_{n,t}$, παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.10, όπου φαίνεται ότι πέρα από τις ιδιότητες σύγκλισης που ένας κανόνας είναι επιθυμητό να εξασφαλίζει, εξαιρετικά σημαντική είναι και η μεταβατική απόκριση που ο κανόνας επιφέρει. Στα πλαίσια τούτα, δεν είναι η δυνατή η ανάδειξη κάποιου κανόνα ως βέλτιστου, καθώς η εκάστοτε καταλληλότητα εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τα χαρακτηριστικά της αγοράς και της εφαρμογής για την οποία προορίζεται. Η αβεβαιότητα αναφορικά με τον αριθμό των παιχτών, που μπορεί να συνοδεύει πλειάδα εφαρμογών και η μη ανεκτικότητα τυχόν ζημιών που εντοπίζεται σε εξαιρετικά ανταγωνιστικές δομές, αποτελούν παραδείγματα των χαρακτηριστικών που δύναται να καταστήσουν κάποιο κανόνα καταλληλότερο άλλου. Επιπρόσθετα, η υιοθέτηση διαφορετικών κανόνων από πλευράς των παιχτών μπορεί να αντισταθμίσει τα βασικά μειονεκτήματα κάθε περίπτωσης, όπως αυτά παρατηρήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας ανάλυσης και να ενισχύσουν συνολικά την αποδοτικότητα των επιδόσεων.

3.5.2 Αγορές αυξανόμενου επιπέδου ανταγωνισμού

Στο σενάριο αγορών αυξανόμενου ανταγωνισμού, όπου ο αριθμός των επιχειρήσεων αυξάνεται, εξετάζεται το πως η υιοθέτηση των κανόνων CMA, CSMA και μίας νέας εκδοχής



(α') Επίπεδα παραγωγής και οριακά κέρδη των επιχειρήσεων σε ένα παράδειγμα αγοράς, όπου οι παίχτες υιοθετούν τον CMA κανόνα.

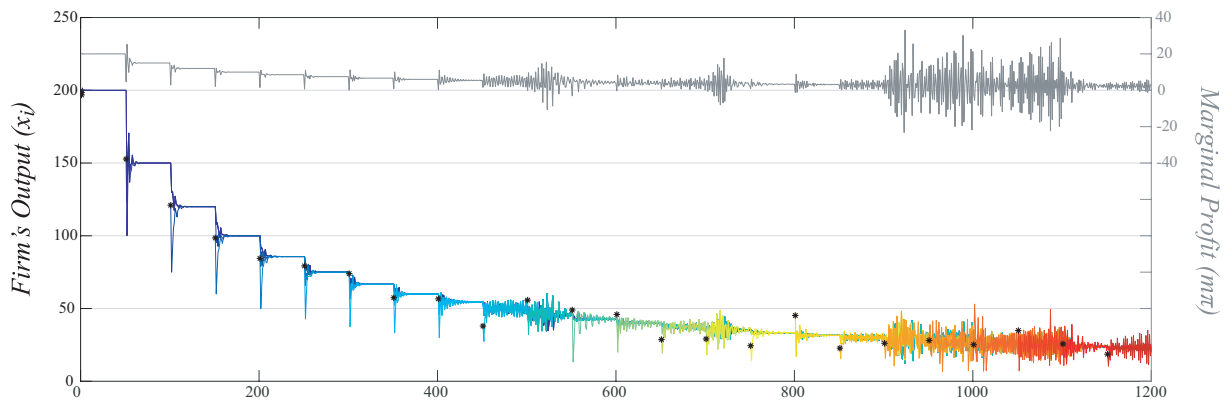


(β') Επίπεδα παραγωγής και οριακά κέρδη των επιχειρήσεων σε ένα παράδειγμα αγοράς, όπου οι παίχτες υιοθετούν τον CSMA κανόνα με μέγιστο τις $m = 12$ υστερήσεις

Σχήμα 3.11: Επίπεδα παραγωγής και οριακά κέρδη για τα CMA και CSMA παίγνια σε αγορές αυξανόμενου ανταγωνισμού.

του τελευταίου, ο Dynamic-CSMA κανόνας, επηρεάζουν το αποτέλεσμα των αντίστοιχων παιγνίων. Σε όλες τις περιπτώσεις, το παίγνιο ξεκινά ως δυοπώλιο και παρουσιάζεται η ακολουθιακή είσοδος νέων παιχτών μέχρι οι παίχτες να γίνουν $n_f = 25$. Οι επιχειρήσεις εισέρχονται στην αγορά σε σταθερά διαστήματα αποτελούμενα από $\Delta t = 50$ στάδια, έχοντας μόνο μια εσφαλμένη παρατήρηση του διανύσματος κατάστασης η οποία χρησιμοποιείται ως αρχική συνθήκη. Οι ασυμμετρίες που εντοπίζονται, οφείλονται σε μεγάλο βαθμό στη διαφορετική ιστορία h^{t-1} που έχουν στην διάθεση τους οι παίχτες που έχουν εισέλθει στην αγορά σε διαφορετικά χρονικά σημεία. Αν και όλη η ανάλυση που έχει γίνει μέχρι και το σημείο αυτό, αφορά συμμετρικές περιπτώσεις όπου οι επιχειρήσεις εκκινούν τη συμμετοχή τους στην αγορά ταυτόχρονα, η ιδέα των νεοεισερχομένων επιχειρήσεων συνεπάγεται τη μη σύγχρονη αναπροσαρμογή. Έτσι, το παράδειγμα αγοράς που αναπτύσσεται στη συνέχεια αξιοποιεί τα αποτελέσματα που έχουν παρουσιαστεί για παίγνια όπου οι παίχτες του, σε κάθε στάδιο, έχουν πρόσβαση στην ίδια ιστορία και υιοθετούν τους ίδιους κανόνες, προσφέροντας έτσι μια επιπρόσθετη βάση σύγκρισης.

Στο Σχήμα 3.11, παρουσιάζονται τα επίπεδα παραγωγής όλων των επιχειρήσεων, καθώς ο αριθμός τους αυξάνεται για τους κανόνες CMA και CSMA. Η εξέλιξη του οριακού κέρδους, δηλαδή της διαφοράς μεταξύ της τιμής της αγοράς και του οριακού κόστους, επίσης, παρουσι-



Σχήμα 3.12: Επίπεδα παραγωγής και οριακά κέρδη για το παράδειγμα παιγνίου αγοράς αυξανόμενου ανταγωνισμού όπου οι παίχτες υιοθετούν τον Dynamic-CMA κανόνα.

άζεται. Η μη καταλληλότητα του CMA κανόνα, προκύπτει, όπως και προηγουμένως, εξαιτίας της ιδιότητας του να μην δύναται να ξεχάσει που ευθύνεται για την πολύ αργή σύγκλιση. Η ασυμπτωτική σύγκλιση χαρακτηρίζεται από την εξαιρετικά καθυστερημένη προσέγγιση του σημείου ισορροπίας Nash, γεγονός που στα πλαίσια ενός παιγνίου μεταβλητού αριθμού παιχτών δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο. Και αυτό γιατί η υιοθέτηση ενός προσαρμοστικού κανόνα προϋποθέτει τη μη ανάδειξη, μη αποδοτικών αποτελεσμάτων, ώστε να αποφεύγεται η αμφισβήτηση της επιλογής του κανόνα. Η έλλειψη συμμετρίας ως προς την ιστορία που έχουν παίχτες διαφορετικής άφιξης στη διάθεση τους, παρουσιάζεται καθ' όλη τη διάρκεια του παιγνίου, με τις αρχικές επιχειρήσεις να αποκλίνουν περισσότερο από τα επόμενα σημεία ισορροπίας καθώς αδυνατούν να αποβάλουν μέρος της μνήμης που αφορά προηγούμενες συνθήκες. Παρόλα αυτά, τα κέρδη των επιχειρήσεων αυτών είναι υψηλότερα συγκριτικά με των νεοεισερχόμενων, γεγονός που δεν συνάδει με τα συμμετρικά κόστη που χαρακτηρίζουν τη λειτουργία των επιχειρήσεων.

Από την άλλη πλευρά, ο CSMA κανόνας των $m = 12$ υστερήσεων, παρουσιάζεται ιδανικός για το παίγνιο αυτό. Στην αρχή, οι δύο επιχειρήσεις προσεγγίζουν ταυτόχρονα το σημείο ισορροπίας του δυοπωλίου, ενώ στη συνέχεια, με την είσοδο νέων επιχειρήσεων, προσαρμόζονται άμεσα στα νέα επίπεδα παραγωγής. Οι νεοεισερχόμενες επιχειρήσεις, εκκινούν την αλληλεπίδραση τους βασισμένη σε μια εσφαλμένη παρατήρηση των επιπέδων παραγωγής των ανταγωνιστών τους και αυξάνουν τη διάσταση της ιστορίας τους μέχρις ότου μεταβούν στο SMA μέρος του υβριδικού κανόνα. Έτσι, υπάρχουν ορισμένα διαστήματα που η συμμετρία αποκαθίσταται, με τα επίπεδα παραγωγής και τα κέρδη να μοιράζονται ομοιόμορφα. Με μία επιχείρηση να εισέρχεται στην αγορά κάθε φορά και κάθε άλλη επιχείρηση να βρίσκεται στο SMA μέρος του υβριδικού κανόνα, η μεταβατική απόκριση καθίσταται ακόμη ομαλότερη και δεν εμφανίζονται φαινόμενα «αρμονικών».

Όμοια, με τον CSMA κανόνα ορισμένου αριθμού υστερήσεων, είναι και τα αποτελέσματα που εμφανίζονται με την υιοθέτηση του Dynamic-CSMA κανόνα. Η διαφορά μεταξύ αυτών

των δύο περιπτώσεων είναι ότι στην πλέον πρόσφατη, ο μέγιστος αριθμός υστερήσεων που διατηρείται από κάθε επιχείρηση, καθορίζεται δυναμικά βάσει κάποιας ορισμένης στρατηγικής. Η στρατηγική χρειάζεται να βασίζεται στην τάση που παρουσιάζεται στα επίπεδα παραγωγής κάθε επιχείρησης και, για λόγους αποδοτικότητας, η επιμήκυνση του παραθύρου της ιστορίας πρέπει να γίνεται συντηρητικά. Λογική συνέπεια αποτελεί το γεγονός ότι οι παίχτες καταλήγουν να χρησιμοποιούν ελαφρός διαφορετικούς προσαρμοστικούς κανόνες, μια ασυμμετρία που δεν έχει εξεταστεί στην προηγούμενη ανάλυση. Ο δυναμικός καθορισμός των απαιτούμενων υστερήσεων αναμένεται να επιτρέψει την αύξηση του αριθμού των υστερήσεων για τη διατήρηση της σύγκλισης καθώς ο αριθμός των παιχτών αυξάνεται. Παράλληλα, χρειάζεται να διατηρείται ο αριθμός τους σε σχετικά χαμηλά επίπεδα ώστε η ταχύτητα αναπροσαρμογής να διατηρείται στα επιθυμητά υψηλά επίπεδα. Στη λογική αυτή, η προτεινόμενη στρατηγική ελέγχου, όπου δυνατό, συνυπολογίζει τόσο τον ρυθμό αλλαγής όσο και την μεταβλητότητα των επιπέδων παραγωγής. Η στρατηγική περιγράφεται από την (3.34), όπου d_t^i είναι το μήκος του παραθύρου ιστορίας που χρησιμοποιεί ο παίχτης i κατά τη λήψη αποφάσεων, σ_{01}^i και σ_{12}^i είναι οι τυπικές αποκλίσεις των πλέον πρόσφατων ζευγών των επιπέδων παραγωγής, Δx_i ο τελευταίος ρυθμός μεταβολή και ρ_0 η αρχική απόκλιση από το σημείο ισορροπίας.

$$d_{t+1}^i = \begin{cases} d_t^i + 1 & \text{if } (\sigma_{01}^i > \sigma_{12}^i) \wedge (\Delta x_i > \rho_0) \\ d_t^i & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.34)$$

Τα επίπεδα παραγωγής και τα οριακά κέρδη των επιχειρήσεων, στην περίπτωση υιοθέτησης του Dynamic-CSMA κανόνα, παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.12. Η διακύμανση που παρατηρείται, στα επίπεδα παραγωγής αλλά και στα οριακά κέρδη, μπορεί να ερμηνευθεί ως αποτέλεσμα της διατήρησης μικρού αριθμού υστερήσεων κατά τη δυναμική επιλογή αυτού από τους παίχτες. Πέρα τούτου, τα επίπεδα παραγωγής μπορούν να συγκριθούν με εκείνα του πλέον αποδοτικού CSMA κανόνα, όπου οι παίχτες γνώριζαν εκ των προτέρων τον μέγιστο αριθμό των επιχειρήσεων. Φυσικά, δύναται να υπάρχουν και πιο αποτελεσματικές και αποδοτικές στρατηγικές για την έλεγχο του μήκους της ιστορίας που επιλέγουν οι παίχτες να αξιοποιούν, που ενδεχομένως αξίζει να ερευνηθούν.

3.6 Συμπεράσματα

Βασικό στόχο του παρόντος Κεφαλαίου, αποτέλεσε η μελέτη ενός παιγνίου διακριτού χρόνου τύπου Cournot σε συνδυασμό με προσαρμοστικούς κανόνες, εμπνευσμένους από μεθόδους επιχειρησιακής ευφυΐας, ως προς τις ιδιότητες σύγκλισης. Δεδομένης της ελλιπούς πληροφορόρησης σε ένα δυναμικό περιβάλλον, επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης, η χρήση συγκεκριμένων κανόνων καθίσταται αναγκαία για την ανανέωση της βέλτιστης απόκρισης των

παιχτών [17, 79, 104]. Η δομή του παιγνίου έχει εμπλουτιστεί και με την περιγραφή της περιοχής εφικτών λύσεων, ικανής να θέσει τα όρια προκειμένου να αποφεύγονται μη λογικές ως προς το υπόδειγμα τροχιές. Καθώς οι προτεινόμενοι κανόνες προβλέπεται να χρησιμοποιούν τα επίπεδα παραγωγής που έχουν παρατηρηθεί σε προηγούμενα στάδια, η ιστορία του παιγνίου καθορίζεται σε δύο διακριτές εκδοχές, την πλήρη ιστορία και μια περιορισμένη διάρκεια.

Η σειριακή ροή δεδομένων με παράθυρο ορισμένου μήκους αντιστοιχεί στην περιορισμένη εκδοχή της ιστορίας και χρησιμοποιείται από τον προσαρμοστικό κανόνα που βασίζεται στον Απλό Κινούμενο Μέσο (SMA). Ο ελάχιστος αριθμός υστερήσεων, δηλαδή το ελάχιστο μήκος παραθύρου, που εξασφαλίζει τη σύγκλιση του παιγνίου εξαρτάται από τον αριθμό των παιχτών που συμμετέχουν σε αυτό και έχει καθοριστεί αναλυτικά. Το αποτέλεσμα αυτό είναι ιδιαίτερα συμβατό και τις ήδη γνωστές ιδιότητες εξομάλυνσης που χαρακτηρίζουν τις διαδικασίες κινούμενου μέσου αλλά και τη χαμηλότερη ταχύτητα προσαρμογής που απαιτείται από τέτοια παίγνια ώστε να είναι ευσταθή παρά την αύξηση των παιχτών. Αναφορικά με τον CMA κανόνα, ο οποίος από ένα σημείο και έπειτα συνεπάγεται ομαλότερη από την απαιτούμενη αναπροσαρμογή, η μεταβατική αλλά και η ασυμπτωτική συμπεριφορά του αντίστοιχου παιγνίου έχει μελετηθεί διεξοδικά.

Τα παραπάνω αποτέλεσαν τη βάση για τη θεώρηση καταλληλότερων κανόνων, εμπνευσμένων πάλι από την οικογένεια των κινούμενων μέσων, για παίγνιο όπου ο αριθμός των παιχτών είναι μεταβαλλόμενος ή αβέβαιος. Ακόμα και αν ο CMA κανόνας είναι ικανός να εξασφαλίσει τη σύγκλιση, ορισμένα εκ των δομικών χαρακτηριστικών του, όπως εκείνο της μη αποβολής μέρους της ιστορίας, τον καθιστούν μη αποδοτικό σε αρκετές περιπτώσεις. Έτσι, ο υβριδικός κανόνας CSMA που αποτελεί μια συνδυαστική πρόταση, επιτυγχάνει τη συνύπαρξη της σταδιακής αύξησης του αριθμού των υστερήσεων όσο το παίγνιο βρίσκεται στην περιοχή αστάθειας και του καθορισμένου μήκους παραθύρου μετά τη μετάβαση του στην ευσταθή. Ο στατικός αυτός κανόνας εξετάστηκε μεμονωμένα αλλά και συγκριτικά με τους υπόλοιπους κανόνες στα πλαίσια παιγνίων σταθερού αριθμού παιχτών. Η δυναμική εκδοχή που προτάθηκε, συνοδευόταν, όπως είναι φυσικό, από την παρακολούθηση ενός επιπρόσθετου μεγέθους για την αναγνώριση της τάσης πίσω από τη μεταβλητότητα αλλά και την αξιοποίηση ενός συγκεκριμένου ορίου, υπεύθυνου για την ενεργοποίηση της εναλλαγής μεταξύ των κανόνων. Η μετατροπή του αριθμού των υστερήσεων σε μία στρατηγική παράμετρο, αν και δεν αποτέλεσε κύριο σημείο της παρούσας ανάλυσης, εκτιμάται ότι μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την αναγνώριση πιο περίτεχνων και αποδοτικών στρατηγικών που να επιτρέπουν την εξασφάλιση της σύγκλισης, σε συνδυασμό με την αποφυγή μειονεκτημάτων των στατικών κανόνων

Συνοψίζοντας, οι προτεινόμενοι προσαρμοστικοί κανόνες βρέθηκαν κατάλληλοι για τα πα-

ίγνια που παρουσιάστηκαν καθώς στην επαρκή τους μορφή διασφάλισαν την απαιτούμενη ευστάθεια. Σημαντικό πλεονέκτημα των κανόνων, πέρα από την απλότητα που τους διέπει, αποτελεί το γεγονός ότι οι τεχνικές στις οποίες βασίζονται βρίσκουν ήδη εφαρμογή σε τμήματα επιχειρήσεων. Έτσι, η υπόθεση σχετικά με την καθολική τους υιοθέτηση από τις συμμετέχουσες επιχειρήσεις ενισχύεται ως προς την ορθολογικότητα της. Γεγονός είναι ότι τα παίγνια τύπου Cournot έχουν μελετηθεί εκτενώς από ποικίλες προσεγγίσεις, με τα αποτελέσματα της παρούσας ανάλυσης να βρίσκονται σε πλήρη σύμπνοια και επεκτείνουν εκείνα που συναντώνται στην βιβλιογραφία της Θεωρίας Ολιγοπωλίου [22] για τις συνεχείς αλλά και τις αντίστοιχες διακριτές διαδικασίες αναπροσαρμογής. Έτσι, όσο περισσότερες είναι οι υστερήσεις, τόσο πιο περιορισμένη είναι η επίδραση κάθε μίας στη διαδικασία αναπροσαρμογής οπότε και συγχρατείται η δυναμική του συστήματος με το παίγνιο να ενισχύεται ως προς την ευστάθεια του. Τέλος, η συνθήκη που καθορίστηκε για τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό υστερήσεων σε δεδομένα επίπεδα ανταγωνισμού, ο τρόπος με τον οποίον προέκυψε, όπως και η σε βάθος ανάλυση των λοιπών κανόνων συνιστούν πρωτότυπα αποτελέσματα και δημιουργούν προοπτικές για μελλοντική έρευνα.

Στοχαστικό Παίγνιο σε Αγορά Επόμενης Ημέρας

4.1 Εισαγωγή

Το ενδιαφέρον, στο Κεφάλαιο αυτό, επικεντρώνεται στην στρατηγική συμπεριφορά των συμμετεχόντων στην χονδρεμπορική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας, εξετάζοντάς την μέσα από ένα πολυπρακτορικό μοντέλο προσομοίωσης [160, 169] με αρκετά ρεαλιστικά χαρακτηριστικά. Παρουσιάζεται μια συγκεκριμένη προσέγγιση, όπου η αγορά μοντελοποιείται ως ανταγωνιστική Μαρκοβιανή διαδικασία αποφάσεων (στοχαστικό παίγνιο) και επιλύεται με χρήση ενός αλγορίθμου ενισχυτικής εκμάθησης (R-learning). Ειδικότερα, λαμβάνεται υπ' όψη η αβεβαιότητα της ζήτησης και η επίδραση των τεχνικών περιορισμών που σχετίζονται με τις τεχνολογίες παραγωγής και το ηλεκτρικό δίκτυο [77], ενώ το πρόβλημα του διαχειριστή επιλύεται αναλυτικά για κάθε στιγμή της αγοράς ως δημοπρασία ομοιόμορφης τιμής που συμπεριλαμβάνει εξωγενείς παράγοντες (βέλτιστη ροής φορτίου). Με τη ζήτηση ανελαστική και τις πιθανότητες μετάβασης άγνωστες, οι παραγωγοί μαθαίνουν τις βέλτιστες στρατηγικές εξερευνώντας το σύστημα τις οποίες στην πορεία εκμεταλλεύονται με τη μεταβολή των παραμέτρων εκμάθησης.

Η τεχνική μετασχηματισμού του χώρου κατάστασης [44] που εισάγεται προσφέρει στο μοντέλο την δυνατότητα προσαρμογής σε διάφορα σενάρια πληροφόρησης. Περιπτώσεις περιορισμένης πρόσβασης στην πλήρη πληροφορία όπως και επιλεκτικής πρόσληψης-επεξεργασίας της αποτελούν παραδείγματα που συναντώνται στην πράξη οπότε με την αξιοποίηση του συνολικού, μέρος αυτού ή και του επεξεργασμένου πίνακα κατάστασης επιτυγχάνεται η αναπαράσταση αυτών των περιπτώσεων.

Μέσα από τη διεξαγωγή προσομοιώσεων βασισμένων σε αυτό το μοντέλο, υλοποιημένων σε περιβάλλον MATLAB, εξετάζονται συμμετρικές περιπτώσεις αγορών (Τοπικά Μονοπώλιο, Ολιγοπωλιακός Ανταγωνισμός) καθώς και περιπτώσεις που παρουσιάζουν εξωτερικότητες και ασυμμετρίες (Συμφόρηση Δικτύου, Ιδιοκτησιακό Καθεστώς) οι οποίες καταδεικνύουν τη στρατηγική συμπεριφορά των παραγωγών, τα αποτελέσματα του συστήματος καθώς και την επίδραση εξωτερικοτήτων σε αυτά. Εξαιρετικά σημαντικό θεωρείται το γε-

γονός της προσαρμογής των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων στις αναμενόμενες τάσεις μιας και έτσι καθίσταται σαφής η εφαρμοσιμότητα του και η δυνατότητα συνεισφοράς του στο σχεδιασμό και την ανάλυση παρεμφερών αγορών.

4.2 Αγορά Ηλεκτρικής Ενέργειας

Η αγορά ηλεκτρικής ενέργειας αποτελεί μια εξαιρετικά ειδική περίπτωση καθώς χαρακτηρίζεται από συγκεκριμένες ιδιομορφίες που οφείλονται κυρίως στη φύση της ηλεκτρικής ενέργειας. Ένα ειδικό χαρακτηριστικό, που την διαφοροποιεί από τις υπόλοιπες ενεργειακές αγορές, δεδομένου ότι δεν υπάρχει δυνατότητα αποθήκευσης, είναι η ανάγκη κάλυψη της ζήτησης στιγμιαία από την παραγωγή δεδομένης της ύπαρξης δικτύου. Ταυτόχρονα, ενώ υπάρχουν διαφορετικές μέθοδοι παραγωγής στον καταναλωτή καταλήγει μια τελική μορφή καθώς στο δίκτυο παρέχεται ηλεκτρική ενέργεια σύμμορφη με τα τεχνικά χαρακτηριστικά αυτού. Παράλληλα καθώς η χρήση της είναι εξαιρετικά ευρεία, είναι εξαιρετικά σημαντική η αδιάλειπτη κάλυψη της ζήτησης η οποία με τη σειρά της δεν μπορεί να προσαρμοστεί με ακρίβεια, παρά μόνο να προβλεφθεί. Έτσι λόγω των βασικών αυτών χαρακτηριστικών η επικρατούσα δομή της αγοράς αποτελείται από τα βασικά μέρη που την απαρτίζουν δηλαδή την παραγωγή, την μεταφορά μέσω του δικτύου και τη ζήτηση.

Στην πλευρά της παραγωγής συγκαταλέγονται διαφορετικές τεχνολογίες οι οποίες μπορούν να ομαδοποιηθούν σε ένα βαθμό από τα κεντρικά τους χαρακτηριστικά. Συγκεκριμένα, κεντρικό ρόλο διαδραματίζει η θερμική παραγωγή στην οποία συγκαταλέγονται λιγνιτικές μονάδες και μονάδες φυσικού αερίου και ουσιαστικά αποτελούν μονάδες βάσης καθώς η εκκίνηση τους αποτελεί χρονοβόρα και κοστοβόρα διαδικασία. Η εγκατεστημένη ισχύς, το λειτουργικό κόστος, η δυνατότητα απόκρισης σε μεταβολές καθώς και οι χρόνοι εκκίνησης διαφέρουν μεταξύ των μονάδων και σχετίζονται κυρίως με τον τύπο τους και τα τεχνικά χαρακτηριστικά. Επιπρόσθετα υπάρχει η δυνατότητα συμπαραγωγής που μπορεί να συνδυαστεί με τη λειτουργία μεγάλων βιομηχανικών μονάδων όπου γίνεται εκμετάλλευση των θερμικών απωλειών της βιομηχανικής παραγωγής. Εναλλακτικά, χωρίς ιδιαίτερο περιβαλλοντικό αντίκτυπο υπάρχει η υδροηλεκτρική παραγωγή που αφορά την εκμετάλλευση ρεόντων υδάτων μέσω τεχνικών φραγμάτων που αν εξαιρεθεί ο περιορισμός της επιθυμητής ροής υδάτων αποτελεί πλήρως ελεγχόμενη μέθοδο παραγωγής. Τέλος, κυρίως λόγω της προσπάθειας μείωσης των εκπομπών των αερίων του θερμοκηπίου, τα τελευταία χρόνια, έχουν διεισδύσει στην ηλεκτροπαραγωγή μονάδες ΑΠΕ, όπως τα φωτοβολταϊκά και αιολικά πάρκα που χαρακτηρίζονται από υψηλό κόστος εγκατάστασης και αβεβαιότητα ως προς την παραγωγή καθώς έχουν άμεση εξάρτηση από φυσικά φαινόμενα. Συμπερασματικά, κάθε τεχνολογία διαφέρει από οικονομική, περιβαλλοντική και τεχνική άποψη ενώ ανάλογα τις συνθήκες που επικρατούν σε τοπικό επίπεδο μπορεί να προκρίνονται διάφορες άλλες τεχνολογίες ως περισσότερο

αρμόζουσες (γεωθερμία, πυρηνική ενέργεια).

Στην πλευρά του δικτύου εναποτίθενται προς αντιμετώπιση όλα τα λειτουργικά προβλήματα που ανακύπτουν από την ζεύξη της προσφοράς και της ζήτησης δεδομένου της μη δυνατότητας αποθήκευσης ισχύος. Θεωρώντας ως δεδομένο ότι τόσο η παραγωγή όσο και η κατανάλωση είναι διεσπαρμένες [110] και ότι οι μεγάλες μονάδες βρίσκονται μακριά από μεγάλα αστικά κέντρα, η διασύνδεση γίνεται μέσω του δικτύου μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας το οποίο αποτελείται από ζυγούς (κόμβους) και γραμμές μεταφοράς και διανομής. Από τα τεχνικά ζητήματα που ανακύπτουν, χωρίς να οριοθετείται το δίκτυο αυστηρά στη φυσική του υπόσταση, τα κυριότερα αφορούν αυτά του συντονισμού της παραγωγής υπό το πρίσμα της διαρκούς κάλυψης της ζήτησης και της ασφαλούς μεταφοράς της ενέργειας μέσω των διασυνδέσεων. Επιπρόσθετα, άμεσα συνδεδεμένες είναι οι διαδικασίες πρόβλεψης της ζήτησης και εξασφάλισης ορισμένης ευελιξίας του συστήματος σε στοχαστικές διαταραχές (απρόβλεπτη απώλεια μονάδας, στιγμιαία μεταβολή ζήτησης) λαμβάνοντας υπ' όψη τους περιορισμούς που η τοπολογία του δικτύου επιφέρει.

Η ζήτηση, η οποία σχηματίζεται ανθρωπιστικά από οικιακούς καταναλωτές, δημόσια κτίρια, επιχειρήσεις, βιομηχανίες, και άλλες παραγωγικές δραστηριότητες, δεν είναι σταθερή αλλά μπορεί να προβλεφθεί. Η πλήρης κάλυψή της θεωρείτο μέχρι πρότινος αναγκαία ενώ αποτελούσε ένα από τα κριτήρια ποιότητας μαζί με τον συντελεστή ισχύος και την ομαλότητα τάσης-ρεύματος. Η ζήτηση αν και διεσπαρμένη συγκεντρώνεται τοπικά σε κόμβους (κέντρα διανομής) ενώ ανάλογα τη χρήση για την οποία προβλέπεται καθορίζεται το επίπεδο τάσης και ισχύς παροχής. Η διακύμανσή της είναι αρκετά μεγάλη, γίνεται σε ημερήσιο επίπεδο και ταυτόχρονα εξαρτάται και από εποχιακούς παράγοντες. Ειδική σημασίας είναι το επίπεδο και η διάρκεια αιχμής φορτίου αφού αποτελεί ακραίο σημείο λειτουργίας του συστήματος. Προσπάθειες προσαρμογής [109], μετακύλισης [125], της ζήτησης έχουν γίνει στο παρελθόν με την εισαγωγή ειδικών τιμολογίων (νυχτερινό, διακοπτόμενο), που αφορούν τις ώρες χαμηλής ζήτησης, ώστε να αποσυμφορηθούν οι ακραίες στιγμές του συστήματος. Σε πανομοιότυπη λογική στηρίζονται και νέες προσπάθειες εξομάλυνσης της ζήτησης με την χρήση νέων τεχνολογιών και την δημιουργία έξυπνων δικτύων και συσκευών. Η τάση αυτή είναι εξαιρετικής σημασίας καθώς οι περιοδικές υψηλές τιμές ζήτησης είναι ένα από τα βασικά δομικά προβλήματα της αγοράς αφού για την κάλυψη τους απαιτούν επενδύσεις με υψηλό κόστος σε επίπεδο παραγωγής και δικτύου.

4.2.1 Συμμετέχοντα Μέρη

Στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας συμμετέχουν διαφορετικές οντότητες και αλληλεπιδρούν στο επίπεδο τεσσάρων διακριτών τομέων που απαρτίζουν την διαδικασία λειτουργίας από το στάδιο της παραγωγής μέχρι την κατανάλωση της ηλεκτρικής ενέργειας. Η διάκριση αυτή

περιλαμβάνει την παραγωγή, την μεταφορά, τη διανομή και την κατανάλωση ενώ προήλθε από την αποδόμηση της κάθετα ολοκληρωμένης μονοπωλιακής αγοράς που λειτουργούσε στο παρελθόν.

Στην παραγωγή εντάσσονται οι φυσικές οντότητες που παράγουν ενέργεια από θερμικές, υδροηλεκτρικές, πυρηνικές ή άλλης μεταποιητικής τεχνολογίας μονάδες. Οι παραγωγοί ως ιδιοκτήτες μονάδων συμμετέχουν στην αγορά με σκοπό την μεγιστοποίηση των κερδών τους από την πώληση της παραγόμενης ενέργειας. Στη μεταφορά συγκαταλέγεται το δίκτυο υψηλής τάσης μέσω του οποίου μεταφέρεται η ενέργεια από τα σημεία παραγωγής στα σημεία κατανάλωσης και πάνω σε αυτό είναι συνδεδεμένοι τόσο οι παραγωγοί όσο και μερικοί βιομηχανικοί καταναλωτές. Η διανομή απαρτίζεται από το σύνολο του δικτύου μέσης και χαμηλής τάσης μέσω του οποίου τροφοδοτούνται οι τελικοί καταναλωτές στο σύνολο τους και τα αντίστοιχα κέντρα μετασχηματισμού. Στην πλευρά της κατανάλωσης συγκαταλέγονται οι τελικοί χρήστες οι οποίοι αγοράζουν την ενέργεια είτε απευθείας, αν πρόκειται για βιομηχανικούς καταναλωτές, είτε από μια οντότητα που την εμπορεύεται. Οι εταιρίες εμπορίας, με τη σειρά τους, προμηθεύονται ενέργεια από την χονδρεμπορική αγορά στη χαμηλότερη δυνατή τιμή και τη μεταπωλούν σε μικρούς τελικούς καταναλωτές με στόχο τη μεγιστοποίηση του κέρδους τους.

Την ευθύνη για την οργάνωση και τη λειτουργία της αγοράς και του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας φέρουν ανεξάρτητοι, μη κερδοσκοπικοί φορείς όπως ο διαχειριστής της αγοράς (market operator), ο ανεξάρτητος διαχειριστής τους συστήματος (independent system operator) και ο ρυθμιστικός φορέας της αγοράς (market regulator) [42, 154]. Ο διαχειριστής του συστήματος [140] αποτελεί έναν μη κερδοσκοπικό οργανισμό που φέρει την ευθύνη της οικονομικής διαχείρισης της αγοράς στο σύνολο της. Επιβλέπει την αγορά, διαχειρίζεται τους κανόνες λειτουργίας και σε κάποιες περιπτώσεις καθορίζει τις τιμές της ενέργειας που εμπορεύεται. Σε ορισμένες περιπτώσεις συναντάται και ως κερδοσκοπικός φορέας που τελεί υπό την επιτήρηση της ρυθμιστικής αρχής. Ο ανεξάρτητος διαχειριστής συστήματος είναι ο μη κερδοσκοπικός χαρακτήρα φορέας που επιφορτίζεται με την τεχνική διαχείριση του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας συμπεριλαμβανομένου του συστήματος μεταφοράς και διανομής [145]. Ο διαχειριστής συστήματος πρέπει να παρέχει ελεύθερη και ισότιμη πρόσβαση στο δίκτυο σε όλους τους συμμετέχοντες, δηλαδή σε καταναλωτές, εταιρίες εμπορίας και παραγωγούς, διευκολύνοντας την εμπορία ηλεκτρικής ενέργειας. Τέλος διαχειρίζεται λοιπές αγορές όπως την αγορά εφεδρειών, αγορές δικαιωμάτων και λειτουργεί βοηθητικά προς τον διαχειριστή της αγοράς για την εκκαθάριση της επικουρικής αγοράς πραγματικού χρόνου. Ο ρυθμιστικός φορέας, τέλος, αποτελεί μια ανεξάρτητη αρχή που σκοπό της έχει την επιτήρηση της αγοράς ώστε να εξασφαλίζεται η ανταγωνιστική και αδιαλόγιστη λειτουργία της και είναι υπεύθυνος για το κανονιστικό πλαίσιο αυτής. Αν και η διάκριση των λειτουργιών αυτών

είναι εξαιρετικά σημαντική για τον ορθότερο συντονισμό και την αξιόπιστη λειτουργία της αγοράς, από εδώ και πέρα θεωρούμε τους φορείς αυτούς ως μια οντότητα καλούμενη εφεξής διαχειριστής.

4.2.2 Σχεδιασμός αγοράς

Στην λογική της απελευθέρωσης, κατά κύριο λόγο, έχουν προταθεί και υιοθετηθεί δύο τύποι σχεδιασμού της αγοράς που λειτουργούν επιτυχημένα σε διάφορες χώρες για τη βασική λειτουργία της αγοράς, μεμονωμένα ή συνδυαστικά. Η κύρια διαφορά τους εντοπίζεται στο επίπεδο ρύθμισης [92] και έτσι διακρίνεται το συγκεντρωτικό και το αποκεντρωμένο σύστημα [170].

Στις αγορές συγκεντρωτικού τύπου οι παραγωγοί και οι εταιρίες εμπορίας απευθύνονται στον διαχειριστή για να παράξουν ή να καταναλώσουν ενέργεια αντίστοιχα. Ο διαχειριστής εκκαθαρίζει την αγορά λύνοντας ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης [18], λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς του δικτύου οπότε και προσδιορίζει τις ποσότητες και τις τιμές που αφορούν κάθε συμμετέχοντα. Έτσι δεσμεύει τον κάθε συμμετέχοντα σε συγκεκριμένο επίπεδο παραγωγής, μεσολαβεί στην διαδικασία πληρωμής και έχει την αποκλειστική ευθύνη για την εξασφάλιση της ροής του φορτίου από την παραγωγή στην κατανάλωση. Οι παραγωγοί στην περίπτωση αυτή μπορεί να καταθέτουν στον διαχειριστή σύνθετες καμπύλες προσφοράς που ενσωματώνουν αρκετές από τις παραμέτρους λειτουργίας των μονάδων. Ο διαχειριστής επιφορτίζεται με την ανάπτυξη, τη λειτουργία, τη συντήρηση του δικτύου μεταφοράς και διαχειρίζεται την όποια συμφόρηση συμβαίνει σε αυτό. Σε αντίθεση στο αποκεντρωμένο σύστημα ο διαχειριστής δημιουργεί δικαιώματα μεταφοράς και οι παραγωγοί δεν επιλέγουν μόνο σχετικά με την παραγωγή τους αλλά και σε ποιες περιοχές θα πουλήσουν την παραγόμενη ενέργεια μέσω της εξασφάλισης δικαιωμάτων μεταφοράς από την αντίστοιχη αγορά. Αντίστοιχα οι εταιρίες εμπορίας μπορούν να μεταφέρουν την προς πώληση ενέργεια σε διαφορετικές περιοχές αρκεί να έχουν εξασφαλίσει τα απαραίτητα δικαιώματα. Έτσι οι εταιρίες εμπορίας εξασφαλίζουν την ζητούμενη ενέργεια από τους παραγωγούς βάση διμερούς συναλλαγής η οποία απλώς κοινοποιείται στον διαχειριστή του οποίου ο ρόλος καταλήγει να είναι καθαρά επιτηρητικός και διαχειριστικός ως προς τη λειτουργία του δικτύου. Στο πλαίσιο αυτό μπορεί να λειτουργούν δημόσιες ή ιδιωτικές αγορές συναλλαγών (exchange markets) για την συνένωση της προσφοράς και της ζήτησης που αφορούν, κυρίως, μακρόπνοες συμβάσεις (long-term contracts) [42, 140]. Σε τέτοιου τύπου λειτουργία οι προσφορές των παραγωγών δεν περιέχουν στοιχεία της λειτουργίας τους και ο διαχειριστής μπορεί να αναλαμβάνει τη διεξαγωγή δημοπρασιών στην κλασική της μορφή αφού η δέσμευση μονάδων και η ροή του φορτίου επιφορτίζει τους συμμετέχοντες.

Οι περισσότερες αγορές λειτουργούν συνδυάζοντας τις παραπάνω ακραίες περιπτώσεις

και σχηματίζουν παράλληλες αγορές, μερικές ανεξάρτητες μεταξύ τους. Για παράδειγμα, στην αγορά Πενσιλβανία-Τζέρσι-Μέριλαντ (PJM) λειτουργούν οι βασικοί μηχανισμοί, η αγορά επόμενης ημέρας που συμμετέχουν οι παραγωγοί και η αγορά πραγματικού χρόνου που αναφέρεται στον υπολογισμό των τιμών σε διαστήματα των πέντε λεπτών υπό πραγματικές συνθήκες. Έτσι οι παραγωγοί, συμμετέχοντας στις δυο αυτές αγορές, δημιουργούν έναν συνδυασμό πωλήσεων με στόχο τη μεγιστοποίηση του κέρδους και τον περιορισμό του ρίσκου. Ταυτόχρονα λειτουργούν και παράλληλες αγορές όπως η αγορά εφεδρειών, η αγορά εγκατεστημένης παραγωγής, η αγορά επικουρικής λειτουργίας, η αγορά δικαιωμάτων μεταφοράς και η αγορά δικαιωμάτων εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου. Έτσι οι συμμετέχοντες σκοπό έχουν τη μεγιστοποίηση του συνδυαστικού κέρδους τους από τη συμμετοχή τους στις αγορές αυτές, οι οποίες είναι σύνθετες και ανεξάρτητες μεταξύ τους [140].

4.3 Βραχυχρόνιες Αγορές (Επόμενης Ημέρας - Πραγματικού Χρόνου)

Οι διάφοροι συμμετέχοντες στην αγορά εμπορεύονται ενέργεια τόσο στην αγορά παραγωγών όσο και στην αγορά πραγματικού χρόνου, όπου οι διμερείς συμβάσεις και οι συναλλαγές της αγοράς επόμενης ημέρας συγκαταλέγονται στην πρώτη περίπτωση ενώ οι συναλλαγές που αφορούν την πραγματική λειτουργία συμβαίνουν στη δεύτερη [42, 140]. Στις διμερείς συμβάσεις οι παραγωγοί με τους καταναλωτές έρχονται σε απευθείας συμφωνία χωρίς να απαιτείται η έγκριση του διαχειριστή, ενώ στην αγορά επόμενης ημέρας ο διαχειριστής δέχεται προσφορές, καθορίζει την τιμή ισορροπίας της αγοράς και αναλαμβάνει τον διακανονισμό των πληρωμών βάση ενός ημερήσιου προγραμματισμού βασισμένου στην πρόβλεψη για τη ζήτηση [147]. Έτσι, βάση του προγραμματισμού, εξάγονται δεσμεύσεις αναφορικά με την παραγωγή, τη μεταφορά και τη διανομή ενέργειας, οι οποίες όμως διαφέρουν με την υλοποίηση που προκύπτει σε πραγματικό χρόνο. Ο διαχειριστής επομένως μέσω της αγοράς πραγματικού χρόνου πραγματοποιεί διακανονισμούς ώστε να καλυφθεί το θετικό ή αρνητικό υπόλοιπο που προκύπτει από τη διαφορά του προγραμματισμού με την πραγματική λειτουργία. Αξίζει να σημειωθεί ότι η αγορά παραγωγών αποτελεί χρηματοοικονομική αγορά και έτσι η μόνη υποχρέωση του παραγωγού είναι οικονομική καθιστώντας έτσι προαιρετική την προμήθεια της συμφωνημένης ενέργειας. Έτσι ενέργεια από την αγορά παραγωγών που δεν παραδίδεται τελικώς μπορεί να πωληθεί στην αγορά πραγματικού χρόνου στην τότε τρέχουσα τιμή.

4.3.1 Μεταφορά και Συμφόρηση Δικτύου

Μέσα από την απελευθέρωση, αυξάνεται το επίπεδο ανταγωνισμού μεταξύ παραγωγών αναφορικά με την αποδοτικότερη αξιοποίηση του δικτύου μεταφοράς το οποίο αποτελεί τη μοναδική δίοδο φυσικής ζεύξης παραγωγής και ζήτησης [23]. Από τεχνικής άποψης, κάθε ζυγός και κάθε γραμμή μεταφοράς χαρακτηρίζεται από ένα όριο ασφαλούς λειτουργίας το

οποίο αναφέρεται στην τάση λειτουργίας και στην ισχύ που δύναται να υποστηρίξει ενώ ορισμένες υπερφορτίσεις μπορούν να αντιμετωπιστούν για βραχύ χρονικό διάστημα. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά του δικτύου, μαζί με την τοπολογία του, υπεισέρχονται στη λειτουργία της αγοράς ως επιβαλλόμενοι περιορισμοί.

Στην περίπτωση που μια γραμμή μεταφοράς που συνδέει μια μονάδα παραγωγής χαμηλού κόστους με έναν ζυγό υψηλής ζήτησης και το όριο της γραμμής δεν επιτρέπει την μεταφορά της απαραίτητης ενέργειας τότε κάποια άλλη μονάδα παραγωγής με υψηλότερο κόστος που βρίσκεται κοντά στο φορτίο μπορεί να απαιτηθεί για την κάλυψη της ζήτησης. Έτσι το κόστος για την κάλυψη της ζήτησης στον συγκεκριμένο ζυγό αυξάνεται και διαμορφώνεται η τοπική οριακή τιμή του ζυγού [117], αυξημένη σε σχέση με την τιμή που θα παρατηρείτο στην περίπτωση που δεν υπήρχαν οι περιορισμοί. Η διαφορά μεταξύ των τοπικών οριακών τιμών δύο τοποθεσιών ορίζει το κόστος της συμφόρησης στη μεταφορά και αναφέρεται στην ανάγκη απορρόφησης ενέργειας από μονάδες παραγωγής με υψηλότερη τιμή [172].

Το σύστημα τοπικών οριακών τιμών πολλές φορές συνοδεύεται από ένα οικονομικό σύστημα που μεταχειρίζεται τη δυνατότητα μεταφοράς μέσα από παραχώρηση αντίστοιχων δικαιωμάτων. Τέτοιες συμβάσεις μπορεί να είναι της μορφής των σταθερών δικαιωμάτων μεταφοράς ή των συμβάσεων συμφόρησης και οι συμμετέχοντες στην αγορά αποκτώντας τα δικαιώματα αυτά εξασφαλίζουν μειωμένο ρίσκο στις τιμές μεταφοράς. Αντίστοιχα κατά τη διαδικασία εκκαθάρισης της αγοράς, μετά το πέρας της λειτουργίας, ο διαχειριστής συλλέγει τα κόστη συμφόρησης χρεώνοντας τους χρήστες του συστήματος σχετικά με τη μεταφορά και αποδίδει τα αντίστοιχα ποσά στους κατόχους των δικαιωμάτων.

Συνοψίζοντας οι τοπικές οριακές τιμές στα συστήματα που εφαρμόζονται αποτελούν τις τιμές εκκαθάρισης της αγοράς και προκύπτουν από τις προσφορές που κατατίθενται, από τις απαιτήσεις και από τους περιορισμούς του δικτύου. Έτσι οι οριακές τιμές ανά τοποθεσία συνοψίζουν το οριακό κόστος παραγωγής, το κόστος συμφόρησης του δικτύου που εντοπίζεται στη μεταφορά και το κόστος που οφείλεται στις οριακές απώλειες.

4.3.2 Καθορισμός Τιμών και Διακανονισμοί

Οι τιμές αποτελούν σημαντικότατο παράγοντα της ανταγωνιστικότητας της αγοράς καθώς επηρεάζουν άρδην τα επίπεδα παραγωγής και κατανάλωσης, όπως επίσης τα επίπεδα της κατά τόπους ανάπτυξης της παραγωγής και του δικτύου [166]. Υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις για τον τρόπο καθορισμού των τιμών και διακρίνονται από την περιοχή του δικτύου που λαμβάνουν υπόψη. Η μια αναφέρεται στον προσδιορισμό τιμής για κάθε έναν ζυγό του συστήματος (nodal pricing) όπου σε περιπτώσεις συμφόρησης η τιμή εκκαθάρισης μπορεί να είναι διαφορετική σε κάθε κόμβο ενώ η άλλη διακρίνει περιοχές σε ολόκληρη την έκταση του δικτύου μεταφοράς στις οποίες αποδίδει ξεχωριστές τιμές (zonal pricing) [53]. Η

περίπτωση των τιμών ζώνης είναι αρκετά απλούστερη από την οπτική του πεπερασμένου αριθμού τμημάτων που διακρίνονται στο δίκτυο, ταυτόχρονα όμως, ανακύπτει το ζήτημα του προσδιορισμού των ζωνών συμφόρησης. Καθώς το σύστημα των τοπικών οριακών τιμών ανά ζυγό έχει φανεί να είναι αποτελεσματικό και δεν διακρίνεται η ανάγκη για απλούστευση της διαδικασίας υπολογισμού, εμφανίζεται τάση υιοθέτησης αυτού έναντι εκείνου των ζωνών.

Στις περισσότερες αγορές, επίσης, παρατηρείται ένα σύστημα δύο διακανονισμών, της χρηματοοικονομικής και φυσικής λειτουργίας και αντίθετα με αγορές άλλων κλάδων, οι διμερές συμβάσεις, οι προσφορές επόμενης μέρας και τα δικαιώματα μεταφοράς αποτελούν χρηματοοικονομικές λειτουργίες που διακρίνονται από τη φυσική, πραγματική, λειτουργία του συστήματος. Έτσι οι λειτουργίες αυτές αφορούν αποκλειστικά τη ροή οικονομικών μονάδων αφού η πραγματική ροή ισχύος πραγματοποιείται ανεξάρτητα στην λειτουργία πραγματικού χρόνου. Πιο συγκεκριμένα στην πραγματική λειτουργία όταν ενεργοποιούνται οι περιορισμοί του δικτύου μεταφοράς λόγω του κόστους συμφόρησης οι τιμές σε διάφορα σημεία του δικτύου μεταβάλλονται. Το γεγονός αυτό δεν συλλαμβάνεται από την λειτουργία της αγοράς παραγωγών αφού βασίζεται σε εκτιμήσεις που πολλές φορές εμφανίζεται να αποκλίνουν σημαντικά. Οι τιμές που διαμορφώνονται από την αγορά πραγματικού χρόνου, σε περιβάλλον πλήρους ανταγωνισμού, έπρεπε να αντιστοιχούν στα πραγματικά οριακά κόστη, παρουσιάζουν, όμως, έντονες διακυμάνσεις που εμπεριέχουν ρίσκο για όλους τους συμμετέχοντες. Στα πλαίσια αυτά, οι αγορές παραγωγών [117], στην προσπάθεια μετρίασης και καταμερισμού του ρίσκου παρέχουν μέσα από συμβάσεις διαφοράς (contracts for differences) τη δυνατότητα απομόνωσης των διμερών συμβάσεων από τις διακυμάνσεις της τιμής πραγματικού χρόνου επιτρέποντας, εφόσον απαιτείται, τη διόρθωση της τιμής του παραγωγού, βάση της πραγματικής τιμής.

4.4 Περιπτώσεις Μοντελοποίησης με Χρήση Παιγνίων

Ο Hobbs (1986) είναι από τους πρώτους που εισάγουν το μοντέλο Bertrand στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας [80], επικαλούμενος το φυσικό χαρακτηριστικό της μη δυνατότητας αποθήκευσης της ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα, υπό το πρίσμα αυτό, υποθέτει πως σε βραχύ χρονικό διάστημα ο ανταγωνισμός στις τιμές είναι εξαιρετικά έντονος καθώς όσο η τιμή υπερβαίνει το οριακό κόστος και οι παραγωγοί διαθέτουν επαρκή παραγωγική δυνατότητα για την κάλυψη της ζήτησης θα περικόπτουν τις τιμές τους για να κερδίσουν μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς. Με την εισαγωγή περιορισμών στο σύστημα ως προς τη παραγωγή και τη μεταφορά ενέργειας και συνυπολογίζοντας το σχετικό κόστος προκαλείται χωρική ετερογένεια στο κόστος παραγωγής. Έτσι οι παραγωγοί πωλούν την ενέργεια σε τιμή ίση με το οριακό κόστος παραγωγής και μεταφοράς των γειτονικών ανταγωνιστικών μονάδων, τιμή που μπορεί να υπερβαίνει το δικό τους οριακό κόστος, οπότε παρατηρείται η άσκηση δύναμης αγοράς

λόγω τοπολογίας και χωροταξικής κατανομής του δικτύου.

Πράγματι, αν το κόστος παραγωγής των επιχειρήσεων είναι σχετικά ομοιογενές και υπάρχει πλεονάζουσα εγκατεστημένη ισχύς, η στρατηγική συμπεριφορά των επιχειρήσεων μπορεί να παρασταθεί από το μοντέλο Bertrand-Nash. Στην πράξη όμως οι παραγωγοί ηλεκτρικής ενέργειας αντιμετωπίζουν σύντομες περιόδους αιχμής όπου οι περιορισμοί εγκατεστημένης ισχύος και δικτύου ενεργοποιούνται και διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στον προσδιορισμό της τιμής, οπότε η βασική υπόθεση του έντονου ανταγωνισμού παύει να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα [81].

Ενδεικτικά, ο Hobbs (1998) μέσω δύο μοντέλων Cournot και συνδυαστικά με μια μέθοδο κοστολόγησης της συμφοράς του δικτύου και κατανομής φορτίου αναπαριστά την αγορά συμβάσεων στην ηλεκτρική ενέργεια [81]. Αντίστοιχα ο Smeers (1997) στην περίπτωση ενεργειακής αγοράς που λειτουργεί με μακροχρόνιες συμβάσεις θεωρεί ότι ο ανταγωνισμός γίνεται βάση ποσοτήτων και εφαρμόζει το μοντέλο αυτό [150].

Γενικότερα στην περίπτωση του Cournot, ο καθορισμός της τιμής γίνεται με την εξίσωση της ποσότητας προσφοράς και ζήτησης οπότε στην πράξη εντοπίζεται μια σχετική δυσκολία ως προς τον καθορισμό της καμπύλης ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας και καθώς, βραχυχρόνια, η ζήτηση δεν είναι ιδιαίτερα ελαστική τα αποτελέσματα του μοντέλου αυτού δεν χαρακτηρίζονται ιδιαίτερα αξιόπιστα. Προκρίνεται βέβαια έναντι του μοντέλου Bertrand στις περιπτώσεις που το σύστημα μεταφοράς λαμβάνεται υπόψη, απαιτεί όμως υποθέσεις για τις ιδιότητες της ζήτησης. Ο Stoft (1999) εφαρμόζει το μοντέλο αυτό θεωρώντας ότι οι παραγωγοί αντιμετωπίζουν καμπύλη ζήτησης που περιορίζεται από τα όρια μεταφοράς, συμπεριλαμβάνοντας κόστος σχετικά με τη συμφορά του δικτύου και εστιάζει στη δύναμη αγοράς που μπορούν να ασκήσουν οι παραγωγοί [97, 152]. Μια παραλλαγή αυτού, χαλαρώνοντας την υπόθεση της μη εξάρτησης της ποσότητας του ανταγωνιστή από την ποσότητα επιλογής της επιχείρησης (υποθετική μεταβολή), έχει εφαρμοστεί για τη μελέτη συστήματος διπλού διακανονισμού λαμβάνοντας υπόψη αβεβαιότητα στο δίκτυο και δύναμη αγοράς. Άλλες εκδοχές, όπως αυτή του Metzler (2003) που μελετά δίκτυο γραμμή [113] και όπως αυτή του Cunningham (2002) στην οποία χρησιμοποιείται το μοντέλο Cournot για την περίπτωση τριών παιχτών με μεταβλητό οριακό κόστος παραγωγής και περιορισμούς δυναμικότητας και μεταφοράς [45], έχουν εξετασθεί.

Οι Green και Newbery (1992) χρησιμοποίησαν τέτοια μοντελοποίηση για την περιγραφή της αγοράς της Βρετανίας και της Ουαλίας, επιτρέποντας στις επιχειρήσεις την κατάθεση συναρτήσεων προσφοράς και αναθέτοντας στον διαχειριστή τον προσδιορισμό της τιμής εκκαθάρισης της αγοράς για την κάλυψη της ζήτησης και τον προσδιορισμό της συμμετοχής κάθε παραγωγού [75].

Στην εφαρμογή του ο Green (1996) εστιάζει στην μοναδική γραμμική λύση στην περίπτωση

που οι επιχειρήσεις έχουν συναρτήσεις κόστους τετραγωνικής μορφής [74], ώστε το οριακό κόστος να είναι της μορφής $C'_i(q_i) = c_i q_i$ όπου c_i σταθερά, και συναρτήσεις προσφοράς της μορφής $q_i = \beta_i p$ οπότε $dq_i/dp = \beta_i$. Έτσι στόχος κάθε επιχείρησης είναι ο προσδιορισμός του β που μεγιστοποιεί τα κέρδη και μπορεί να διατυπωθεί ως η λύση του προβλήματος $\max_{\beta_i} U_i$ που ισοδυναμεί με την επίλυση του συστήματος διαφορικών εξισώσεων. Επέκταση της γραμμικής αυτής εκδοχής παρέχεται από τους Ross Baldick, Grant και Kahn (2000) που εξετάζουν παραγωγούς με διαφορετικά αλλά συσχετισμένα κόστη παραγωγής και προτείνουν μια μέθοδο για τον συνυπολογισμό των περιορισμών του δικτύου [15].

Σε σχετική εφαρμογή μαθηματικού προγραμματισμού με περιορισμούς στην ισορροπία, ο Hobbs (2000) επιτρέπει τη μεταβολή μόνο του σταθερού όρου της συνάρτησης κόστους και όχι της κλήσης που αντιστοιχεί στο οριακό κόστος για ορισμένες διαδοχικές στιγμές της αγοράς [83]. Παραλλαγή του μοντέλου αυτού, με εφικτή την εφαρμογή του σε μεγάλα συστήματα, αποτελεί η προσέγγιση των υποθετικών συναρτήσεων προσφοράς (Conjectured Supply Function) που έχει εφαρμόσει ο Day και ο Hobbs (2002) [48] αλλά πάσχει θεωρητικά όπως και τα μοντέλα υποθετικών μεταβολών (Conjectural Variations).

Οι διάφοροι παράγοντες που παρουσιάστηκαν, συντελούν, μεμονωμένα ή αθροιστικά, στην μερική κατά περιπτώσεις ανεπάρκεια αρκετών θεσπισμένων μοντέλων λειτουργίας και αποτελούν ουσιαστικές ιδιαιτερότητες που επιβάλλεται να ληφθούν υπ' όψη κατά τον σχεδιασμό μιας αγοράς, με τα μη ντετερμινιστικά μοντέλα [148, 149]. Οι μέθοδοι εκμάθησης χρησιμοποιούνται επίσης, άλλοτε αποσκοπώντας στην ανανέωση των κανόνων προσαρμογής και άλλοτε για την προσαρμογή των στρατηγικών των παιχτών [91], ειδικά στις περιπτώσεις των πολυπρακτορικών μοντέλων προσομοίωσης [12, 143, 144].

Οι Ragupathi και Das (2004) προτείνουν ένα σύνθετο μοντέλο που ενσωματώνει αρκετά από τα χαρακτηριστικά των σύγχρονων αγορών [134]. Πιο συγκεκριμένα, ακολουθώντας παρόμοιες εργασίες σχετικές με το αντικείμενο [135], παρουσιάζουν μια μεθοδολογία για την ανάλυση στρατηγικών συμπεριφορών των παραγωγών στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας βασισμένη σε δύο κύριους άξονες. Αρχικά ένα στοχαστικό παίγνιο μη μηδενικού αθροίσματος πολλών παιχτών που αντιπροσωπεύει την κατάθεση προσφορών από τους παραγωγούς και στη συνέχεια ένα πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού από την πλευρά του διαχειριστή για τον καθορισμό των ποσοτήτων που θα εκχύσει κάθε παραγωγός στο δίκτυο λύνοντας το πρόβλημα βέλτιστης ροής φορτίου [5, 116].

4.5 Μοντέλο Στοχαστικού Παιγνίου

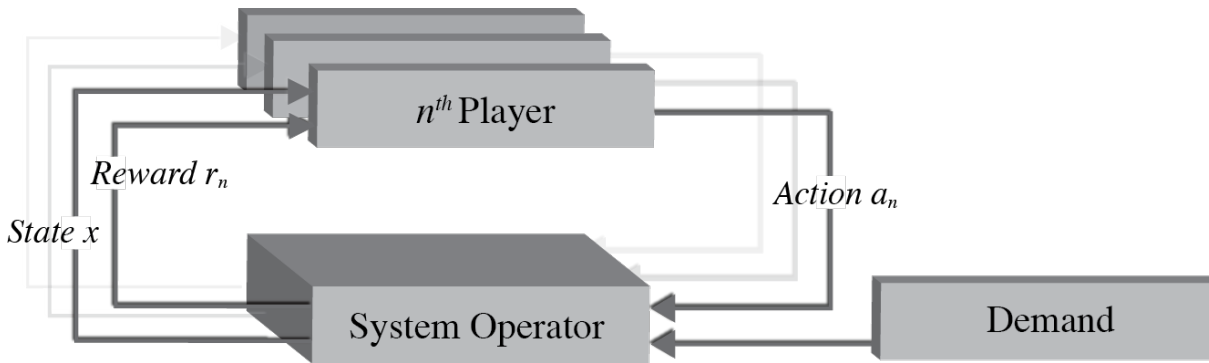
Η γενική ιδέα της παρούσας προσέγγισης έγκειται στη δυνατότητα αλληλεπίδρασης των παραγωγών που συμμετέχουν στην αγορά, με τη λειτουργία αυτής να εναπόκεινται στον διαχειριστή του συστήματος. Η ενσωμάτωση των τεχνικών χαρακτηριστικών, μέσω της α-

ναλυτικής επίλυσης της αγοράς με πανομοιότυπο, με την πράξη, τρόπο και ο συνυπολογισμός της στοχαστικότητας της ζήτησης φέρνει το μοντέλο ακόμη πιο κοντά στην πραγματικότητα και το διαφοροποιεί αισθητά από άλλες προσεγγίσεις ανάλυσης τόσο ιδιαίτερων αγορών. Η επίλυση με την εφαρμογή της ενισχυτικής εκμάθησης ουσιαστικά στοχεύει στην εύρεση της βέλτιστης δυνατής στρατηγικής, με τρόπο πρακτικό που μπορεί να αντιστοιχιστεί με την συμπεριφορά των παραγωγών στην πράξη [87, 118].

Πρακτικά το μοντέλο αποτελείται από δύο κύρια στοιχεία, το στοχαστικό παίγνιο που περικλείει την οικονομική λειτουργία της αγοράς και δομείται μέσω μιας ανταγωνιστικής Μαρκοβιανής διαδικασίας αποφάσεων [57] και ένα σύστημα μη γραμμικού προγραμματισμού που ενσωματώνει τους τεχνικούς περιορισμούς της αγοράς και αντιπροσωπεύει τη λειτουργία εκκαθάρισης. Καθώς το ουσιαστικό ζητούμενο του μοντέλου, είναι ο προσδιορισμός των βέλτιστων εκείνων στρατηγικών των παραγωγών που συγκροτούν την ισορροπία της αγοράς, στα πλαίσια της σύνθετης λειτουργίας της, ως μέθοδος επίλυσης προτείνεται η παραδοχή της υιοθέτησης από πλευράς τους μιας διαδικασίας εκμάθησης [63, 156]. Η διαδικασία εκμάθησης, δηλαδή ένας αλγόριθμος σταδιακής εξερεύνησης του συστήματος από τους παίχτες [46], αποτελεί μια σχετικά ρεαλιστική υπόθεση και μέσω της οποίας, με το πέρασμα του χρόνου, το σύστημα καταλήγει σε ισορροπία.

Στη συνέχεια, εξετάζεται μια αγορά επόμενης μέρας (day-ahead market) όπου οι παραγωγοί ανταγωνίζονται σε επίπεδο ωριαίων προσφορών, δεδομένης της ζήτησης που προβλέπει ο διαχειριστής. Ο διαχειριστής που είναι ο δέκτης των προσφορών, βρίσκει τις βέλτιστες τιμές και ποσότητες ελαχιστοποιώντας το κόστος για την κάλυψη της προβλεπόμενης ζήτησης υπό τους περιορισμούς του δικτύου. Οι τιμές και οι αντίστοιχες ποσότητες δημοσιοποιούνται στους παραγωγούς οι οποίοι με τη σειρά τους τις χρησιμοποιούν για τις προβλέψεις των φορτίων και των τιμών τις επόμενης μέρας. Στη συνέχεια οι παραγωγοί αποφασίζουν τις παραμέτρους της καμπύλης προσφοράς που καταθέτουν στη δημοπρασία βάση των οποίων γίνεται ο ημερήσιος προγραμματισμός παραγωγής.

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.1 δεδομένης της ζήτησης, η οποία εισάγεται εξωγενώς στο σύστημα μιμούμενη την πραγματικότητα, και της δράσης κάθε παίχτη, που αντιστοιχεί στην προσφορά του, ο διαχειριστής επιλύει το πρόβλημα βέλτιστης ροής φορτίου επιθυμώντας την ελαχιστοποίηση του κόστους του συστήματος. Έτσι το σύστημα μεταβαίνει στην νέα κατάσταση s' , η οποία εμπεριέχει την εξωγενώς προσδιορισθείσα ζήτηση και τα αποτελέσματα που προέρχονται από την επίλυση του προβλήματος του διαχειριστή, δηλαδή την ισχύ (ποσότητα) για την οποία δεσμεύεται κάθε παραγωγός στην τιμή που έχει προκύψει για τον συγκεκριμένο ζυγό. Όπως συνηθίζεται στα στοχαστικά παίγνια η μετάβαση σε μία νέα κατάσταση συνοδεύεται και με την αντίστοιχη άμεση επιβράβευση, η οποία στην περίπτωση αυτή αντιστοιχεί στο κέρδος κάθε παραγωγού, δηλαδή στη διαφορά μεταξύ εσόδων



Σχήμα 4.1: Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου

και εξόδων. Στη συνέχεια κάθε παίχτης επιλέγει την δράση του για την επόμενη στιγμή της αγοράς λαμβάνοντας υπόψη του την πρόβλεψη κατάστασης, η οποία αντιστοιχεί στις προηγούμενης ημέρας γνωστή του κατάσταση για την αντίστοιχη στιγμή. Ο τρόπος με τον οποίο προκύπτει η ζήτηση, επιλέγονται οι δράσεις των παιχτών και επιλύεται το πρόβλημα του διαχειριστή περιγράφονται στη συνέχεια ξεχωριστά για κάθε υποδιαδικασία.

4.5.1 Μοντελοποίηση Αγοράς

Υποθέτουμε ότι υπάρχουν N ανεξάρτητες μονάδες παραγωγής που συμμετέχουν στην Αγορά Επόμενης Ημέρας και για το λόγο αυτό ορίζουμε το σύνολο $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ που περιλαμβάνει τους παίχτες, οι οποίοι επανειλημμένα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους στην χονδρεμπορική αγορά. Σε κάθε περίοδο απόφασης, $t = 0, 1, 2, \dots$, ο παίχτης n , με $n \in \mathcal{N}$, σχηματίζει το διάνυσμα δράσης $\mathbf{a}_{n,t} = [a_{n,t}^1, \dots, a_{n,t}^{24}]$ που αναφέρεται στην περίοδο απόφασης t , επιλέγοντας τις δράσεις για όλες τις ώρες της ημέρας από το σύνολο των διαθέσιμων δράσεων $A_n = \{\mathbf{a}_{n,m} : m \in \{1, \dots, M_n\}\}$ όπου M_n είναι ο αριθμός των δράσεων που είναι διαθέσιμες για τον παίχτη (παραγωγό) n . Το σύνολο με τις διαθέσιμες δράσεις, ουσιαστικά, περιλαμβάνει τις συναρτήσεις προσφοράς που υποδεικνύουν την τιμή στην οποία ο κάθε παραγωγός προτίθεται να διαθέσει προς πώληση την παραγωγή που μπορεί να υποστηρίξει δεδομένης της δυναμικότητας της μονάδας του, με τις συναρτήσεις αυτές να δύναται να διαφέρουν μεταξύ τους. Λαμβάνοντας ως δεδομένη τη δομή του δικτύου, θεωρούμε ότι το Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ) αποτελείται από K ζυγούς, είτε παραγωγής είτε κατανάλωσης, και ορίζουμε το σύνολο $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ που αναπαριστά τους κόμβους του δικτύου, οι οποίοι στο πλήθος είναι περισσότεροι από τις μονάδες παραγωγής, δηλαδή $K > N$. Ο πίνακας κατάστασης του συστήματος είναι το $X = [x_1, \dots, x_K]$ όπου σε κάθε κόμβο $k \in \mathcal{K}$ αντιστοιχεί ένας πίνακας απαρτιζόμενος από τα διανύσματα ποσότητας και τιμής $x_k = (q_k, p_k)$ που αναφέρονται στο φορτίο που αντιστοιχεί στο ζυγό και στην οριακή τιμή αυτού. Τα διανύσματα $q_k = [q_k^1, \dots, q_k^{24}]$ και $p_k = [p_k^1, \dots, p_k^{24}]$ περιέχουν τις τιμές φορτίου και τιμής του ζυγού k για όλες τις ώρες της ημέρας ενώ λαμβάνουν τιμές από τα πεπερασμένα σύνολα \mathbf{Q} και \mathbf{P} ,

αντίστοιχα.

Η μετάβαση του συστήματος στην επόμενη κατάσταση έρχεται ως αποτέλεσμα της εκκαθάρισης της αγοράς, διαδικασία που διενεργείται από τον διαχειριστή του συστήματος (ISO). Η βέλτιστη ροή φορτίου, το πρόβλημα που επιλύει ο διαχειριστής, μπορεί να προσδιοριστεί ως το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του ωριαίου κόστους του συστήματος δεδομένων των υποβληθέντων προσφορών των παραγωγών και υπό τους περιορισμούς που επιβάλλονται από το δίκτυο μεταφοράς, πάντοτε ικανοποιώντας την ζήτηση φορτίου. Το πρόβλημα βέλτιστης ροής φορτίου (DC), για την ώρα $h \in \{1, \dots, 24\}$ διατυπώνεται ως

$$\min_{q, \theta} \sum_{k \in \mathcal{N}} p_k^h q_k^h \quad (4.1)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$q_k^h = \sum_{j \in \mathcal{K}} F_{k,j}, \quad \forall j \in \mathcal{K} \quad (4.2)$$

$$F_{i,j} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}, \quad \forall i, j \in \mathcal{K} : i \neq j \quad (4.3)$$

$$F_{i,j} \leq F_{i,j}^{\max}, \quad \forall i, j \in \mathcal{K} : i \neq j \quad (4.4)$$

$$q_k^{\min} \leq q_k^h \leq q_k^{\max}, \quad \forall k \in \mathcal{N} \quad (4.5)$$

$$q_k^h = d_k, \quad \forall k \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{N} \quad (4.6)$$

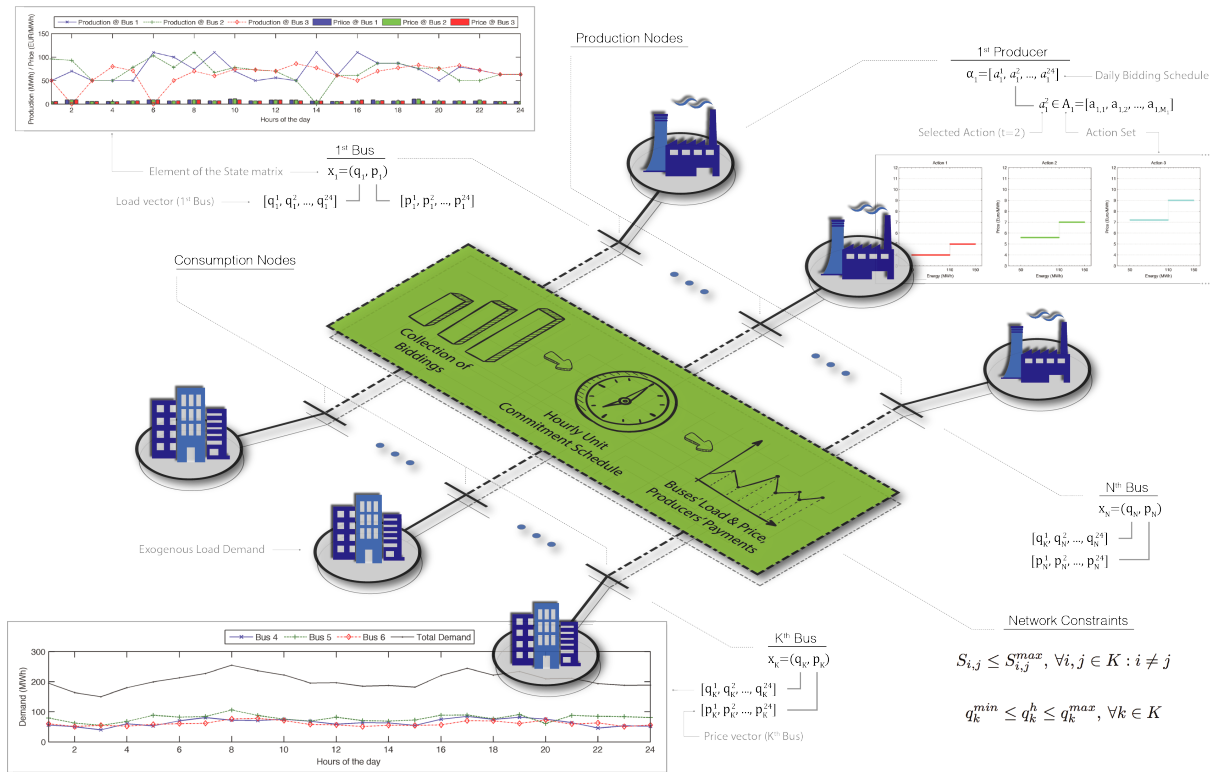
όπου η οριακή τιμή κόμβου p_k^h αντιπροσωπεύει το κόστος παροχής μίας επιπρόσθετης MWh στον ζυγό k , ο ισοτικός περιορισμός (4.2) εξασφαλίζει την ισορροπία μεταξύ φορτίων και ροών ενώ ο περιορισμός (4.3) συνδέει τις ροές φορτίου με τις γωνίες της τάσης των ζυγών και την αγωγιμότητα των γραμμών μεταφοράς σε ανά μονάδα όρους. Ο ανισοτικός περιορισμός (4.4) επιβάλλει μέγιστα όρια στις γραμμές μεταφοράς, ο (4.5) θέτει ελάχιστα και μέγιστα όρια ισχύος στους ζυγούς παραγωγής που προκύπτουν από τις δυναμικότητες των μονάδων ενώ οι τιμές των φορτίων των ζυγών ζήτησης λαμβάνουν τις τιμές τους εξωγενώς (4.6). Στην περίπτωση που οι ανισοτικοί περιορισμοί δεν είναι δεσμευτικοί οι τιμές των κόμβων προκύπτουν από ομοιόμορφη δημοπρασία και δεν παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφοροποίηση. Έτσι, υπό

την απουσία συμφόρησης του δικτύου, η τιμή με την οποία αμείβεται ο κάθε παραγωγός είναι κοινή και ίση με την τελευταία δεκτή προσφορά (δημοπρασία τύπου LAO), δηλαδή ίση με τιμή με την οποία αμείβεται η μονάδα παραγωγής που η προσφορά της γίνεται δεκτή τελευταία για την κάλυψη της ζήτησης. Από την άλλη πλευρά, εφόσον υπάρξει συμφόρηση στο δίκτυο μεταφοράς, γεγονός που σημαίνει πως έχουμε περιορισμούς που λειτουργούν δεσμευτικά, η τιμή παύει να είναι είναι ομοιόμορφη και η διαφοροποίηση που πλέον παρατηρείται μεταξύ των τιμών εκφράζει σε χρηματικές μονάδες το κόστος μεταφοράς ισχύος μεταξύ των ζυγών του δικτύου.

Καθώς η αγορά έχει υποτεθεί πως λειτουργεί σε ημερήσια βάση, οι περίοδοι αποφάσεων που έχουμε διακρίνει $t = 0, 1, 2, \dots$ αναφέρονται σε ημέρες και αποτελούν τα διακριτά σημεία στα οποία παρατηρούμε την στοχαστική διαδικασία Γ με πίνακα κατάστασης τον X_t , βάση του οποίου λαμβάνονται οι αποφάσεις των παιχτών. Οι παίχτες επιλέγουν τις δράσεις τους σχηματίζοντας τον πίνακα $a = (a_n : n \in N)$ και μέσω αυτών των αποφάσεων τους ελέγχουν την διαδικασία, η οποία μεταβαίνει στοχαστικά από την τρέχουσα κατάσταση $x = X_t$ στην επόμενη $x' = X_{t+1}$ εξαιτίας της στοχαστικότητας της ζήτησης. Για κάθε δυνατή τιμή της τρέχουσας κατάστασης x , της επόμενης κατάστασης x' και του πίνακα δράσεων a οι πιθανότητες μετάβασης (4.7) στην επόμενη κατάσταση είναι ανεξάρτητες του χρονικού σημείου στο οποίο βρίσκεται η διαδικασία και της ιστορίας αυτής [19], καθώς οι αποφάσεις λαμβάνονται μόνο με γνώση της τρέχουσας κατάστασης. Στα πλαίσια της λειτουργίας της αγοράς, θεωρούμε πως η εκτίμηση για τη ζήτηση της επόμενης ημέρας που παρέχεται από τον διαχειριστή στους παραγωγούς ταυτίζεται με την τρέχουσα κατάσταση και έτσι οι όποιες αποφάσεις λαμβάνονται βάση αυτής.

$$p(x|x, a) = \Pr\{X_{t+1} = x' | X_t = x, A_t = a\} \quad (4.7)$$

Επιπρόσθετα, θεωρούμε το άμεσο αποτέλεσμα $r(x, a)$ που λαμβάνουν οι παίχτες από τη λειτουργία της αγοράς να αποτελείται από την επιβράβευση $r_n(x, a)$, η οποία είναι ίση με το κέρδος του κάθε παραγωγού. Οι παίχτες λαμβάνουν τις αποφάσεις τους ταυτόχρονα και ανεξάρτητα, επιθυμώντας να μεγιστοποιήσουν την ακολουθία αυτών των επιβραβεύσεων. Έτσι η στρατηγική f_n^h του παίχτη n αποτελείται από τις πιθανότητα επιλογής της δράσης a_n^h κάθε φορά που επισκέπτεται την κατάσταση x^h και μπορεί να αναπαρασταθεί ως $f_n^h(x^h, a_n^h)$. Η μη συνεργατική συμπεριφορά των παιχτών σε συνδυασμό με την αβεβαιότητα της ζήτησης και την στάσιμη Μαρκοβιανή ιδιότητα μετάβασης της διαδικασίας [175] καθιστούν την διαδικασία $\{\Gamma\}_t$ μια Ανταγωνιστική Μαρκοβιανή Διαδικασία Απόφασης (CMDP) και εν τέλει το μοντέλο ένα ανταγωνιστικό στοχαστικό παίγνιο, στο οποίο παίχτες είναι οι παραγωγοί.



Σχήμα 4.2: Σχηματική αναπαράσταση οντοτήτων και στοιχείων του συστήματος

4.5.2 Ατελής Πληροφόρηση και Εκμάθηση

Για την πρόσδοση πιο ρεαλιστικών χαρακτηριστικών στο μοντέλο, επικεντρωνόμαστε στα σύνολα πληροφορίας που έχουν οι παίχτες κατά τη λήψη των στρατηγικών τους αποφάσεων, με άλλα λόγια στα δεδομένα που είναι διαθέσιμα εκείνη τη στιγμή, επιθυμώντας να προσθέσουμε τη δυνατότητα προσαρμογής του σε σενάρια ατελούς πληροφόρησης [10]. Τη χρονική στιγμή t , το σύνολο πληροφορίας αποτελείται από τον πίνακα κατάστασης $X_t = [x_{1,t}, \dots, x_{K,t}]$, όπου $x_{k,t} = (q_{k,t}, p_{k,t})$ είναι ο υποπίνακας κατάστασης που περιέχει τα διανύσματα με τις ωριαίες τιμές του φορτίου και της τιμής αυτού για τον ζυγό k . Στο σημείο αυτό, θεωρούμε ότι κάθε παίχτης μπορεί να έχει τη δική του αντίληψη αναφορικά με την κατάσταση του συστήματος και για το λόγο αυτό ορίζουμε τον πίνακα \tilde{X}_t^n ως τον μετασχηματισμό του πίνακα κατάστασης X_t που ο παίχτης n χρησιμοποιεί ως σύνολο πληροφορίας κατά τη λήψη των στρατηγικών του αποφάσεων. Ο μετασχηματισμός $\varphi_n : X \rightarrow \tilde{X}$ προσφέρει στον μοντέλο τη δυνατότητα αναπαράστασης διαφόρων περιπτώσεων που συναντώνται συχνά στην πράξη, όπως αυτό της περιορισμένης πρόσβασης στην πληροφορία ή εκείνο της επιλεκτικής πρόσληψης και επεξεργασίας των διαθέσιμων δεδομένων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα γραμμικού μετασχηματισμού του χώρου κατάστασης έχουν τη μορφή $\tilde{X}_t^n = X_t A_n$, όπου ο πίνακας A_n μπορεί να είναι από ταυτοτικός μέχρι προβολικός πίνακας αναπαριστώντας περιπτώσεις όπου ο αρχικός χώρος κατάστασης ή μέρος αυτού αξιοποιούνται από τον παίχτη n . Περιπτώσεις μη γραμμικών μετασχηματισμών μπορούν να χρησιμοποιηθο-

ύν για την αναπαράσταση επεξεργασίας των αρχικών δεδομένων από πλευράς των παιχτών για την εξαγωγή χρήσιμων στοιχείων αναφοράς, με την περίπτωση όπου η μέγιστη τιμή συμπεριλαμβάνεται στον πίνακα κατάστασης να θεωρείται τυπική.

Η υιοθέτηση της εκμάθησης αποτελεί ουσιαστικά μια υπόθεση για την συμπεριφορά των παιχτών όταν έρχονται αντιμέτωποι με ένα πρόβλημα σύνθετο όσο αυτό, στο οποίο καλούνται να σχηματίσουν το καλύτερο δυνατό πλάνο δράσεων σε μακροχρόνια βάση, δεδομένης της πληροφορίας που είναι διαθέσιμη. Ο τρόπος με τον οποίο το μοντέλο είναι δομημένο συνεπάγεται ότι οι πιθανότητες μετάβασης επηρεάζονται έμμεσα από τα χαρακτηριστικά των στατιστικών κατανομών που περιγράφουν τη ζήτηση φορτίων όπως επίσης και από τις δράσεις όλων των παραγωγών. Εξαιτίας της μη πρότερης γνώσης των πιθανοτήτων μετάβασης, των διαστάσεων του χώρου καταστάσεων-δράσεων και του αριθμού των παιχτών προκρίνεται η υιοθέτηση μίας μεθόδου εκμάθησης των παιχτών (agent-learning method). Συγκεκριμένα, η ενισχυτική εκμάθηση τύπου R-Learning που επιτυγχάνεται με μια μέθοδο ελέγχου προσωρινών διαφορών (temporal difference control method) και βασίζεται σε μια πολιτική γενικευμένων επαναλήψεων εκτός πολιτικής (off-policy generalized policy iterations) επιλέγεται προς αξιοποίηση από τους παίχτες. Το μέγεθος της μέσης επιβράβευσης αξιοποιείται ως ένα μέτρο αξιολόγησης της άμεσης επιβράβευσης που προσλαμβάνεται σε κάθε χρονική περίοδο και καθόρισμού των κατάστασης-δράσης αξιών. Καθώς η εκμάθηση τύπου R-Learning αποτελεί μια εκτός πολιτικής μέθοδο, διακρίνονται δύο πολιτικές, μια που υλοποιείται και μια που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των αξιών των δράσεων. Η μέση επιβράβευση χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς για την αξιολόγηση της άμεσης επιβράβευσης και για την αναγνώριση των αξιών κατάστασης-δράσης.

Η συνάρτηση αξίας δράσης $Q_n(\tilde{x}_n, a_m)$ είναι μια συνάρτηση της κατάστασης και της δράσης που αποσκοπεί στη μέτρηση σε όρους κόστους-οφέλους της αξίας της υιοθέτησης της δράσης αυτής δεδομένης της κατάστασης. Η εκτίμηση της συνάρτησης αξίας δράσης καθιστά εφικτή την αξιολόγηση κάθε πολιτικής και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό μιας κατά προσέγγιση βέλτιστης πολιτικής. Μια γενικευμένη μορφή του κανόνα ανανέωσης των τιμών της συνάρτησης αξίας δράσης δίνεται στη σχέση (4.8) όπου λ είναι η παράμετρος που ελέγχει την ένταση της ανανέωσης της αξίας και \bar{r}_n είναι η μέση επιβράβευση.

$$Q_n(\tilde{x}_n, a_m) \leftarrow Q_n(\tilde{x}_n, a_m) + \lambda \left[r_n(x, a, x') - \bar{r}_n + \max_b Q_n(\tilde{x}_n, b) - Q_n(\tilde{x}_n, a_m) \right] \quad (4.8)$$

Από τον κανόνα αυτό φαίνεται και ο ρόλος που διαδραματίζει η μέση επιβράβευση καθώς μπορεί και ελέγχει την επίδραση της άμεσης επιβράβευσης στην αξία της δράσης μέσω της

σύγκρισης της με την άμεσα προσλαμβάνουσα επιβράβευση. Αξίζει να σημειωθεί πως όταν αναφερόμαστε στην μέση επιβράβευση \bar{r}_π μιας πολιτικής π , ουσιαστικά μιλάμε για τη μέση τιμή των άμεσων επιβραβεύσεων που λαμβάνονται κατά την πιστή ακολούθηση της πολιτικής αυτής και καθώς για επαρκώς μεγάλο χρονικό ορίζοντα η τιμή της \bar{r}_π συγκλίνει στην ασυμπτωτική μέση επιβράβευση λόγω της εργοδικότητας της διαδικασίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον χαρακτηρισμό κάθε άμεσης επιβράβευσης ως καλύτερης ή χειρότερης από τη μέση. Η δεύτερη προσωρινή διαφορά που εντοπίζεται στον κανόνα ανανέωσης εισάγει τον παράγοντα που σχετίζεται με την προσδοκώμενη αξία που μελλοντικά θα μπορούσε να επιτευχθεί ακολουθώντας μια βέλτιστη πολιτική μετά τη μετάβαση του συστήματος στην επόμενη κατάσταση x' .

Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει σε μεθόδους εκμάθησης όπως αυτή του R-Learning έχει να κάνει με την αναλογία μεταξύ της εξερεύνησης exploration και εκμετάλλευσης (exploitation) του συστήματος. Προαπαιτούμενο για τον εντοπισμό της βέλτιστης πολιτικής μέσω της ορθής εκτίμησης των τιμών της συνάρτησης αξίας δράσης $Q_n(\tilde{x}_n, a_m)$ αποτελεί η απείρως συχνή επιλογή των δράσεων και η απείρως συχνή επίσκεψη όλων των εφικτών καταστάσεων του χώρου, καθώς όμως η εξερεύνηση του συστήματος συνοδεύεται και από το αντίστοιχο κόστος η πολιτική του υιοθετείται από τους παίχτες προσπαθεί να εξισορροπήσει τις δύο αυτές λειτουργίες. Έτσι, στην προτεινόμενη αλγοριθμική επίλυση μια εξωγενώς ρυθμιζόμενη παράμετρος αναλαμβάνει την προσαρμογή των πολιτικών κατά τρόπο τέτοιο ώστε οι παίχτες να ενστερνίζονται ένα λιγότερο εξερευνητικό προφίλ με την πάροδο του χρόνου.

Αλγόριθμος 4.1 Τροποποιημένος αλγόριθμος εκμάθησης μεθόδου R-Learning (Παίχτης n)

Αρχικοποίηση των παραμέτρων εκμάθησης λ_t και γ_t
 Αρχικοποίηση της συνάρτησης αξίας κατάστασης $Q_n(\tilde{x}_n, a_m)$
 Αρχικοποίηση Μέσης Επιβράβευσης \bar{r}_n
 Επανάλαβε καθ' όλη τη διάρκεια της εκμάθησης:

$\tilde{x}_n \leftarrow$ linear transformation of the current state
 Ο παίχτης επιλέγει την στρατηγική a_m βάση μιας πολιτικής
 Το σύστημα μεταβαίνει στη νεά κατάσταση x'
 Η άμεση επιβράβευση $r(x, a_m, x')$ λαμβάνεται
 $D \leftarrow r_n(x, a_m, x') - \bar{r}_n + \max_b Q_n(\tilde{x}'_n, b) - Q_n(\tilde{x}_n, a_m)$
 $Q_n(\tilde{x}_n, a_m) \leftarrow Q_n(\tilde{x}_n, a_m) + \lambda_t \cdot D$
 $\bar{r}_n \leftarrow \bar{r}_n + \gamma_t \cdot [r_n(x, a_m, x') - \bar{r}_n]$

Ο αλγόριθμος αυτός αποτελεί μια διαφοροποιημένη εκδοχή εκμάθησης ενός μεμονωμένου παίχτη της μεθόδου P-Λεαρνινγκ, όπου λ και γ είναι παράμετροι που ελέγχουν την επίδραση κάθε βήματος. Επιπρόσθετα, συνδυάζοντας την ταυτόχρονη εκμάθηση των παιχτών που συμμετέχουν στο παίγνιο στη βάση κοινής πολιτικής εκμάθησης, οι καλύτερες δράσεις αναδει-

κνύονται και οι παίχτες υιοθετούν ένα προτιμότερο πλάνο δράσεων. Η πολιτική εκμάθησης που υλοποιείται στην περίπτωση του παρόντος μοντέλου ορίζεται ως μια ακολουθία πιθανοτήτων (4.9) για την επιλογή μιας τυχαίας δράσης ανάμεσα σε εκείνες που ανήκουν στο σύνολο των διαθέσιμων δράσεων και δεν θεωρούνται προτιμητέες τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

$$c_t^n = \Pr \left\{ a_n \neq \arg \max_b Q_n(x', b) \right\} \quad (4.9)$$

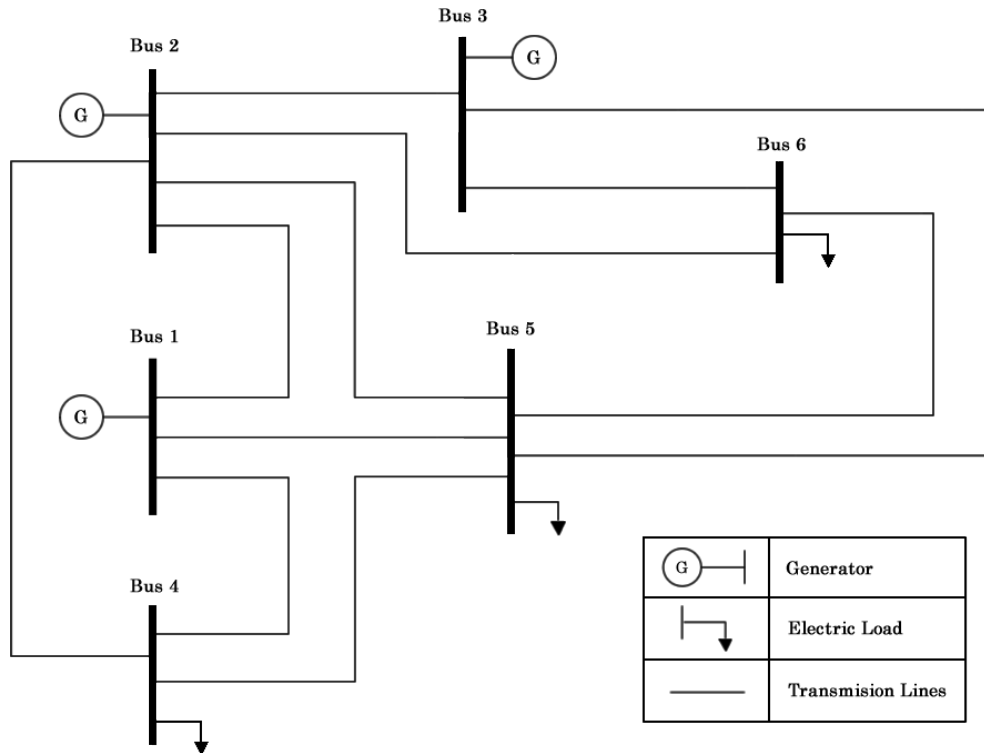
$$c_t^n := \left\{ \mathcal{F}(t) : \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{F}(t) = L \right\} \quad (4.10)$$

Στην ακολουθία αυτή προσδίδουμε ακόμη και την ιδιότητα της σύγκλισης σε μια πεπερασμένη τιμή που αναπαριστά τον εξασθενημένο ρυθμό εξερεύνησης του συστήματος που εμφανίζεται μετά το πέρας της κύριας εκμάθησης. Το αποτέλεσμα της περαιτέρω εκμετάλλευσης των ευρημάτων της εκμάθησης εξαρτάται επίσης από τις παραμέτρους μεγέθους βήματος $\lambda_t, \gamma_t \in [0, 1]$ που ελέγχουν την επίδραση των ευρημάτων στην ανανέωση των τιμών της συνάρτησης και της μέσης επιβράβευσης κατά την εξέλιξη της διαδικασίας, ακολουθώντας και αυτές φθίνουσα πορεία.

4.6 Προσομοίωση σε Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Για την υλοποίηση της εφαρμογής απαιτείται ο ακριβής καθορισμός του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, δηλαδή ο προσδιορισμός των τεχνικών προδιαγραφών των ζυγών, των γραμμών μεταφοράς, των μονάδων παραγωγής και των φορτίων. Στο Σχήμα 4.3 φαίνεται η τοπολογία ενός παραδείγματος ΣΗΕ [171], έξι ζυγών εκ' των οποίων οι τρεις εξυπηρετούν φορτία του συστήματος και οι άλλοι τρεις συνδέουν μονάδες παραγωγής. Η διάκριση των ζυγών μεταξύ παραγωγής (1-3) και κατανάλωσης (4-6) δεν είναι υποχρεωτική απλώς στα πλαίσια του παραδείγματος λειτουργεί βοηθητικά στην ανάλυση τόσο τεχνικά όσο και οικονομικά. Παρακάτω αναφέρονται περιγραφικά οι βασικές αρχές των επιμέρους στοιχείων τέτοιων συστημάτων ενώ αναλύονται επί του πρακτέου στα Υποκεφάλαια που ακολουθούν.

Οι γραμμές μεταφοράς εξασφαλίζουν τη διασύνδεση μεταξύ των ζυγών επιτρέποντας τη ροή φορτίου (ρεύματος) μεταξύ σημείων του δικτύου. Κατά κύριο λόγο οι γραμμές χαρακτηρίζονται από τη σύνθετη αντίστασή τους, με το πραγματικό μέρος να αντιστοιχεί στην ωμική και το φανταστικό μέρος στην επαγωγική (πηνίο) ή χωρική (πυκνωτής) συνιστώσα της και τα όρια ισχύος. Τα όρια αυτά προκύπτουν από τη θερμική αντοχή του υλικού και διακρίνονται ανάλογα με τη χρονική διάρκεια εφαρμογής τους, δηλαδή υπάρχει το μακροχρόνιο όριο, το βραχυχρόνιο και εκείνο των έκτακτων καταστάσεων. Επίσης ανάλογα με το



Σχήμα 4.3: ΣΗΕ έξι ζυγών, παράδειγμα των Wood και Wollenberg (1996)

μήκος κάθε γραμμής, τη διατομή και το υλικό, τις καθοριστικές παραμέτρους της αντίστασης, προκύπτει μια διαφορά φάσης μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης έχοντας ως άμεσο αποτέλεσμα στα χαρακτηριστικά στοιχεία λειτουργίας των ζυγών. Στην περίπτωση που μελετάται ο αριθμός των συνδέσεων είναι σύμφωνος με την εφαρμοζόμενη πρακτική καθώς προσφέρει πολλαπλότητα και συνεπώς αξιοπιστία αλλά δεν ενδείκνυται για τον προσδιορισμό των αδυναμιών που προκαλεί το δίκτυο στην αγορά.

Οι ζυγοί επιπρόσθετα χαρακτηρίζονται από ένα εύρος λειτουργίας που αφορά την τάση λειτουργίας και την φάση του ρεύματος ώστε να εξασφαλίζονται τα χαρακτηριστικά ποιότητας και ασφάλειας στο δίκτυο. Τα άνω και κάτω όρια ουσιαστικά προσδίδουν ένα επίπεδο τυποποίησης ώστε να εξασφαλίζεται η σχετική ομοιομορφία ενώ είναι δυνατή η όποια συμμόρφωση μέσω αντίστοιχων παρεμβάσεων στο δίκτυο. Στους ζυγούς του δικτύου συνδέονται, θεωρητικά απευθείας, φορτία ορισμένης ενεργού και άεργου ισχύος που αντιστοιχούν στους καταναλωτές συμπεριλαμβανομένου του δικτύου διανομής και μονάδες παραγωγής με συγκεκριμένες τεχνικές δυνατότητες.

Οι μονάδες παραγωγής, από την τεχνική σκοπιά, διακρίνονται από περιορισμούς όπως η ονομαστική ισχύς λειτουργίας, τα μέγιστα και ελάχιστα όρια ισχύος, το εύρος διακύμανσης της τάσης καθώς και πολλές άλλες παραμέτρους που σχετίζονται με τις εφεδρείες και την απόκριση στις μεταβολές της άεργου ισχύος και την επιτρεπτή αναλογία μεταξύ ενεργού και άεργου ισχύος. Στην περίπτωση που παρουσιάζεται, πολλές από αυτές τις παραμέτρους δεν λαμβάνονται υπόψη στην προσπάθεια απλούστευσης, χωρίς βλάβη της γενικότητας. Παράλ-

ληλα, τα φορτία του συστήματος διακρίνονται κυρίως από την ενεργή και άεργο ισχύ τους και υποτίθεται ότι η πλήρης κάλυψη τους θεωρείται αναγκαία. Ως φορτίο μπορεί να αναπαρασταθεί σημειακά ένα ολόκληρο υποσύστημα δικτύου διανομής και τελικών καταναλωτών, προβλεβλημένο στο σημείο σύνδεσης με το κυρίως δίκτυο.

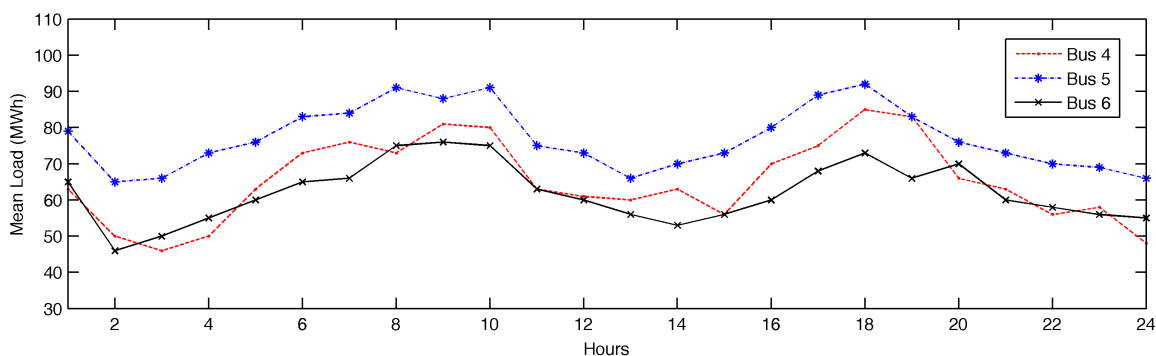
4.6.1 Ζήτηση

Η ζήτηση προσδιορίζεται για κάθε ζυγό φορτίου (4-6) ξεχωριστά και για τις ανάγκες της προσομοίωσης δημιουργείται, τυχαία, μέσω μιας γεννήτριας. Ακολουθώντας εν μέρει την παραδοχή των Ragupathi και Das (2004) δημιουργούνται 24 διαφορετικές κατανομές για κάθε ζυγό, με κοινή διακύμανση αλλά διαφορετική μέση τιμή φορτίου για κάθε ώρα της ημέρας. Οι μέσες τιμές που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.4 και ανταποκρίνονται στην πραγματική μεταβολή του φορτίου εντός της ημέρας ενώ η τυπική απόκλιση των ζυγών (MWh) είναι $\sigma_4 = 10$, $\sigma_5 = 15$ και $\sigma_6 = 5$. Στη συνέχεια οι κατανομές αυτές μετασχηματίζονται έτσι ώστε να περιορίζουν το χώρο καταστάσεων αλλά και να ανταποκρίνονται περισσότερο στην πραγματικότητα.

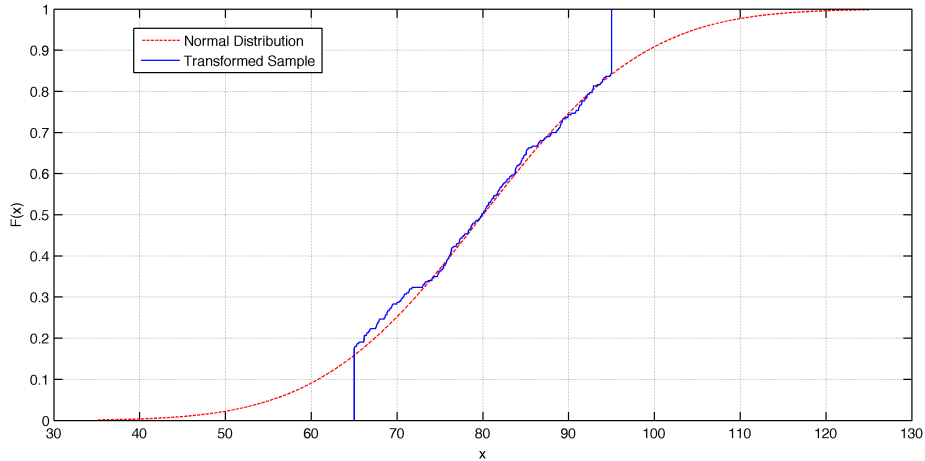
Καθώς το δείγμα που ακολουθεί την κανονική κατανομή περιέχει, με μικρή πιθανότητα μεν, αρκετά ακραίες τιμές θεωρήθηκε σκόπιμο να μετασχηματιστεί ο δειγματικός χώρος μέσω της συνάρτησης (4.11) και έτσι η νέα κατανομή να έχει κάτω όριο την τιμή $\mu - \sigma$ και άνω την $\mu + \sigma$. Έτσι προκύπτουν οι νέες κατανομές, βάση των οποίων η ζήτηση κάθε ζυγού βρίσκεται, με πιθανότητα 68%, στο διάστημα $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ και με πιθανότητα 32% λαμβάνει τις ακραίες τιμές [19].

$$\varphi(x) = \begin{cases} \mu - \sigma & \text{if } x < \mu - \sigma \\ x & \text{if } \mu - \sigma \geq x \geq \mu + \sigma \\ \mu + \sigma & \text{if } x > \mu + \sigma \end{cases} \quad (4.11)$$

Στο Σχήμα 4.5 παρουσιάζονται οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής της κανονικής με



Σχήμα 4.4: Μέσες τιμές ζητούμενων φορτίων



Σχήμα 4.5: Αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής

	Q_1 (MW)	P_1 (€/MWh)	Q_2 (MW)	P_2 (€/MWh)
Δράση 1	70	4	110	5
Δράση 2	70	5.6	110	7
Δράση 3	70	7.2	110	9
Δράση 4	70	8.8	110	11

Πίνακας 4.1: Δράσεις παιχτών

$\mu = 80$ και $\sigma = 15$ και ενός μετασχηματισμένου δείγματος ($n = 300$) που έχει παραχθεί από αυτή. Η ίδια διαδικασία μετασχηματισμού εφαρμόζεται για κάθε δείγμα βάση των αντίστοιχων χαρακτηριστικών του, δηλαδή της μέσης τιμής και της διακύμανσης.

4.6.2 Προσφορά

Οι τρεις παραγωγοί που συμμετέχουν στο παράδειγμα περιορίζονται από τις παραγωγικές τους δυνατότητες, θεωρούνται όμως πανομοιότυποι. Έχουν ίδιο εύρος παραγωγής, ίδιο κόστος και ίδιο χώρο δράσης, με τις επιτρεπόμενες δράσεις να είναι τέσσερις και να προκύπτουν αυξάνοντας ποσοστιαία το συνολικό κόστος χωρίς διαφοροποίηση στην ποσότητα που αλλάζει η τιμή.

Ενδεικτικά για την περίπτωση πανομοιότυπων παραγωγών, κάθε ένας μπορεί να παράγει από $Q_{min} = 50$ MW μέχρι $Q_{max} = 150$ MW ενώ το οριακό κόστος παραγωγής λαμβάνεται σταθερό και ίσο με $MC = 4$ €/MWh. Οι διαθέσιμες δράσεις κάθε παραγωγού παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1 και από αυτές επιλέγει την προσφορά που θα υποβάλει στον διαχειριστή του συστήματος.

Κάθε παραγωγός αποτελεί έναν πράκτορα εκμάθησης με τη διαδικασία εξερεύνησης του συστήματος, εύρεσης της βέλτιστης στρατηγικής και υιοθέτησης της να είναι άμεσα συνδεδεμένη με την επιλογή των δράσεων. Έτσι οι παίχτες, κατά την εκμάθηση, επιλέγουν αρχικά τυχαία τις δράσεις τους και αξιολογούν τα αποτελέσματα στα οποία οδηγούνται. Στην πορεία μειώνουν την πιθανότητα της τυχαίας επιλογής και ξεκινούν να προτιμούν περισσότερο την,

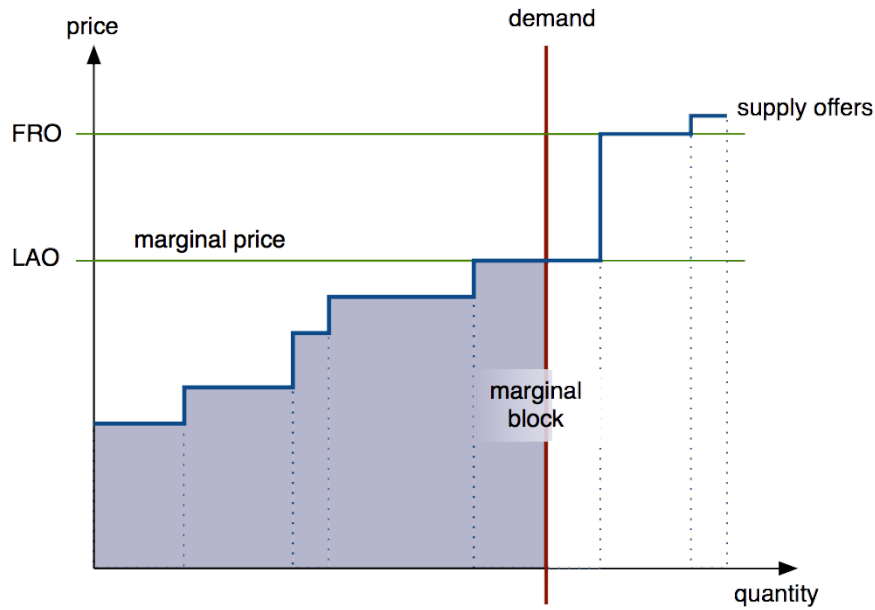
κάθε φορά, επικρατούσα δράση. Μετά από αρκετές ημέρες, εν προκειμένω 300, καταλήγουν να έχουν επαρκή γνώση σχετικά με την καλύτερη δυνατή στρατηγική που μπορούν να διαμορφώσουν, δεδομένων των καταστάσεων και των πιθανοτήτων μετάβασης. Η διαδικασία της εκμάθησης που ακολουθείται είναι αυτή που περιγράφεται αλγοριθμικά στο Υποκεφάλαιο [4.5.2](#).

4.6.3 Λειτουργία Αγοράς

Ο συντονισμός και η λειτουργία της αγοράς αποτελεί ευθύνη του διαχειριστή του συστήματος, ο οποίος δεδομένης της ζήτησης εκτελεί επαναλαμβανόμενες μονόπλευρες δημοπρασίες επιλύοντας ταυτόχρονα το πρόβλημα ροής του φορτίου. Η δημοπρασία καλείται μονόπλευρη ώστε να διακρίνεται από αμφίπλευρη όπου η ζήτηση είναι ελαστική και κατατίθενται προσφορές τόσο από την πλευρά της προσφοράς όσο και από της ζήτησης. Όπως ήδη έχει αναφερθεί εξετάζεται αποκλειστικά η περίπτωση ομοιόμορφης τιμής όπου οι προσφορές ταξινομούνται με αύξουσα σειρά και γίνονται αποδεκτές οι πιο οικονομικές μέχρι το σημείο που καλύπτεται η ζήτηση. Έτσι η ομοιόμορφη τιμή τίθεται ίση με την τιμή της τελευταίας προσφοράς που γίνεται αποδεκτή (LAO) ή με την τιμή της πρώτης προσφοράς που απορρίπτεται (FRO). Όταν οι προσφορές είναι τμηματικές, πέρα από την ειδική περίπτωση όπου η εξίσωση της ζήτησης με την προσφορά συμπίπτει με το όριο κάποιου τμήματος, υπάρχει ένα οριακό τμήμα που γίνεται μερικώς αποδεκτό όπως φαίνεται στο Σχήμα [4.6](#). Αυτό το τμήμα αποτελεί το τελευταία αποδεκτό και η τιμή του αντιστοιχεί στο οριακό κόστος της επιπρόσθετης ζήτησης. Έτσι, αν η ομοιόμορφη τιμή υπολογίζεται βάση της LAO τότε η οριακή τιμή του συστήματος είναι η τιμή του οριακού τμήματος ή αν υπολογίζεται βάση της FRO τότε η τιμή του πρώτου πλήρως απορριπτόμενου τμήματος θεωρείται ομοιόμορφη τιμή.

Η λογική της ομοιόμορφης τιμής μπορεί να γενικευθεί σε δημοπρασίες που λαμβάνουν υπόψη εξωγενείς παράγοντες κατά την επίλυση τους, όπως στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η βέλτιστη ροή φορτίου για την επίλυση της αγοράς υπό τους περιορισμούς του δικτύου. Έτσι, στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η DC βέλτιστη ροή φορτίου για την εκκαθάριση της αγοράς ενεργού ισχύος, προκύπτει ένα σύνολο από τιμές για τους κόμβους (ζυγούς) του συστήματος. Οι τιμές αυτές αποτελούν το κόστος για την παροχή οριακά επιπρόσθετης ενέργειας σε κάθε ζυγό ενώ στην περίπτωση που δεν υπάρχει συμφόρηση στο δίκτυο είναι ίσες μεταξύ τους καθώς ο οριακός παραγωγός έχει «πρόσβαση» σε κάθε σημείο του δικτύου. Στην περίπτωση, όμως, που υπάρχει συμφόρηση στο δίκτυο οι τιμές δεν είναι ίσες αλλά διαφέρουν βάση της τοποθεσίας και η διαφοροποίηση αυτή αντιστοιχεί στο κόστος μεταφοράς μεταξύ των διάφορων σημείων του δικτύου.

Έτσι, το πρόβλημα βέλτιστης ροής φορτίου (DC) ακολουθεί τη μαθηματική διατύπωση του Υποκεφαλαίου [4.5.1](#). Η αντικειμενική συνάρτηση αναφέρεται στην ελαχιστοποίηση του συνολικού



Σχήμα 4.6: Μονόπλευρη δημοπρασία παραγωγών (ομοιόμορφης τιμής)

λικού κόστους του συστήματος ενώ οι ιστορικές εξισώσεις εξασφαλίζουν την ακριβή κάλυψη της ζήτησης σε επίπεδο ενεργού ισχύος. Για την αλγοριθμική επίλυση του προβλήματος εκκαθάρισης της αγοράς χρησιμοποιείται το MATPOWER, σε λειτουργία DC ανάλυσης [176].

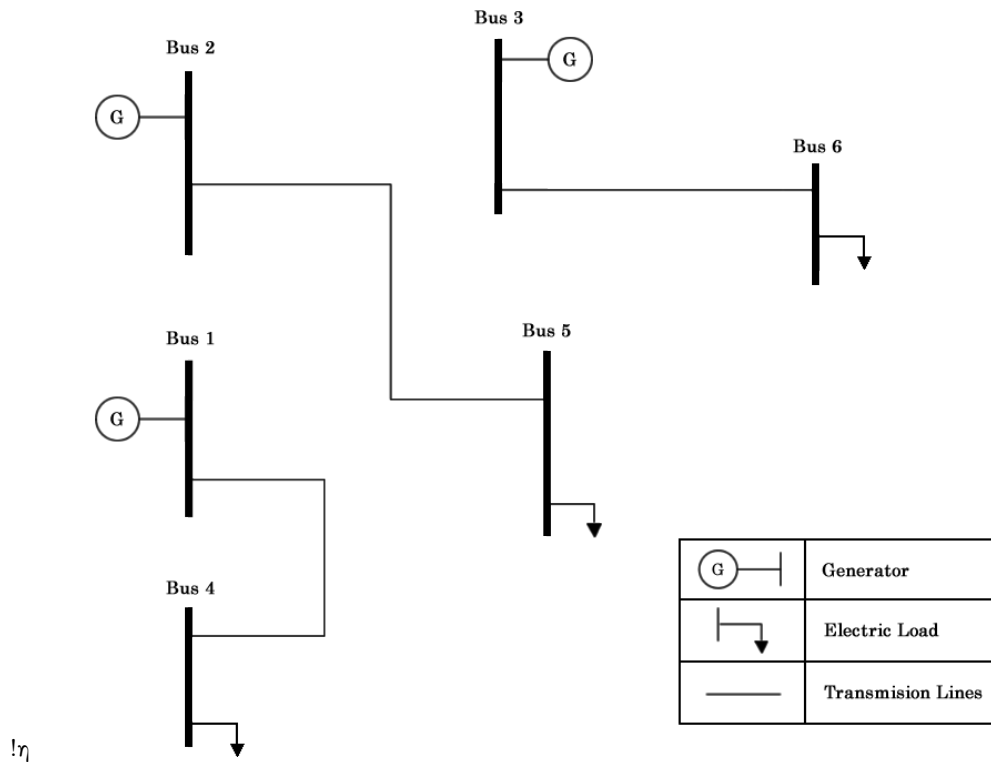
4.7 Εφαρμογές σε Συμμετρική Αγορά

Στις εφαρμογές αυτού του Υποκεφαλαίου εξετάζουμε τις δύο πιο ακραίες περιπτώσεις, εκείνη των τοπικών μονοπωλίων και του ανταγωνισμού πανομοιότυπων επιχειρήσεων χωρίς εξωτερικότητες. Αν και η πρώτη κατασκευάζεται με την αποκοπή συνδέσεων έτσι ώστε κάθε ζυγός ζήτησης να εξυπηρετείται από μόνο μία μονάδα παραγωγής επιλέγουμε να μην την εξετάσουμε ως περίπτωση ανταγωνισμού με ακραία ασυμμετρία ως προς δύναμη αγοράς [136] που αποκτάται μέσω της υπερβολικά περιορισμένης συνδεσιμότητας αλλά ως περίπτωση τριών παρόμοιων μονοπωλίων [32]. Η δεύτερη περίπτωση αποτελεί και την περίπτωση αναφοράς με βάση την οποία συγκρίνονται όλες οι άλλες περιπτώσεις, παρόλα αυτά, στη συνέχεια επιλέγουμε να παρουσιάσουμε πρώτη την περίπτωση των μονοπωλίων καθώς προηγείται σε όρους ιστορικότητας. Για το λόγο αυτό η σύγκριση των μονοπωλίων με την περίπτωση αναφοράς γίνεται στην παρουσίαση της δεύτερης.

4.7.1 Περίπτωση Τοπικών Μονοπωλίων - Αποκοπή Συνδέσεων

Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται μια τελείως διαφορετική εκδοχή του δικτύου μεταφοράς όπου, μέσω την ζεύξης κάθε παραγωγού με μόνο ένα φορτίο, δημιουργούνται τρεις ξεχωριστές μονοπωλιακές αγορές.

Η εκδοχή αυτή, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.7, καλείται ειδική περίπτωση καθώς μεταβάλλει πλήρως τη δομή του μοντέλου, το οποίο δεν μπορεί να περιγραφεί ως ανταγωνι-



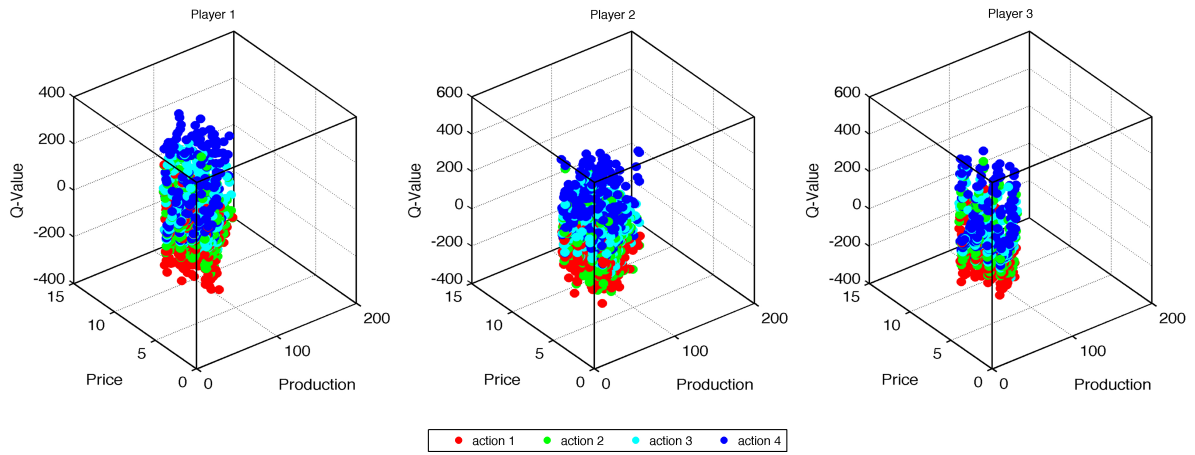
Σχήμα 4.7: Μονοπωλιακή εκδοχή

στή Μαρκοβιανή διαδικασία αποφάσεων. Καθώς οι παραγωγοί είναι αποκομμένοι από τους υπόλοιπους ζυγούς δεν υπάρχει καμία μεταξύ τους διάδραση, οπότε η ζήτηση που αντιμετωπίζουν είναι πλήρως ανελαστική και κατά την έννοια της αποκλειστικής εξυπηρέτησης.

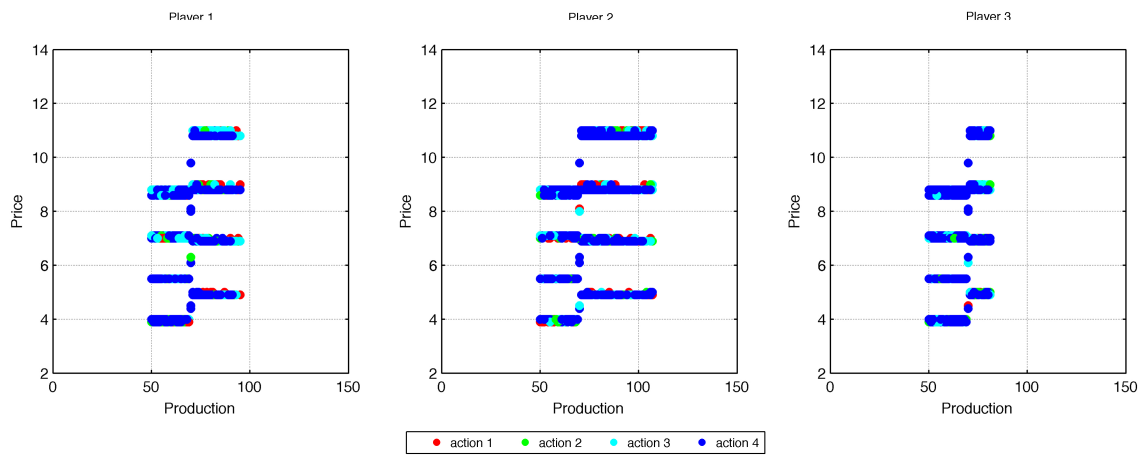
Μπορεί η μονοπωλιακή αυτή εκδοχή να μετατρέπει το πρόβλημα σε τετριμμένο και μη ρεαλιστικό παράδειγμα αλλά παρουσιάζεται για δύο βασικούς λόγους. Αρχικά, καταδεικνύει με τον πλέον ξεκάθαρο τρόπο τη σημαντικότητα του δικτύου μεταφοράς και την άμεση συσχέτιση του με το επίπεδο ανταγωνισμού. Επιπρόσθετα, καθώς αποτελεί τετριμμένη περίπτωση, δείχνει ότι οι παίχτες αντιλαμβάνονται την έλλειψη ανταγωνισμού και μαθαίνουν ως βέλτιστη στρατηγική την υιοθέτηση της υψηλότερης τιμής ανεξάρτητα της τρέχουσας κατάστασης σχετικά γρήγορα.

Η πολλαπλότητα των επισκέψεων κάθε ζεύγους κατάστασης και η αξιολόγηση των δράσεων από τους πράκτορες εκμάθησης φαίνεται στο Σχήμα 4.8 που παρουσιάζει τις Q αξίες κάθε δράσης στον χώρο κατάστασης. Η κατάταξη αυτών μέσω της εκμάθησης ακολουθεί σε ένα βαθμό την σειρά της άμεσης σύγκρισης ως προς την τιμή, όντας όμως επηρεαζόμενη από το стоχαστικό χαρακτήρα της ζήτησης.

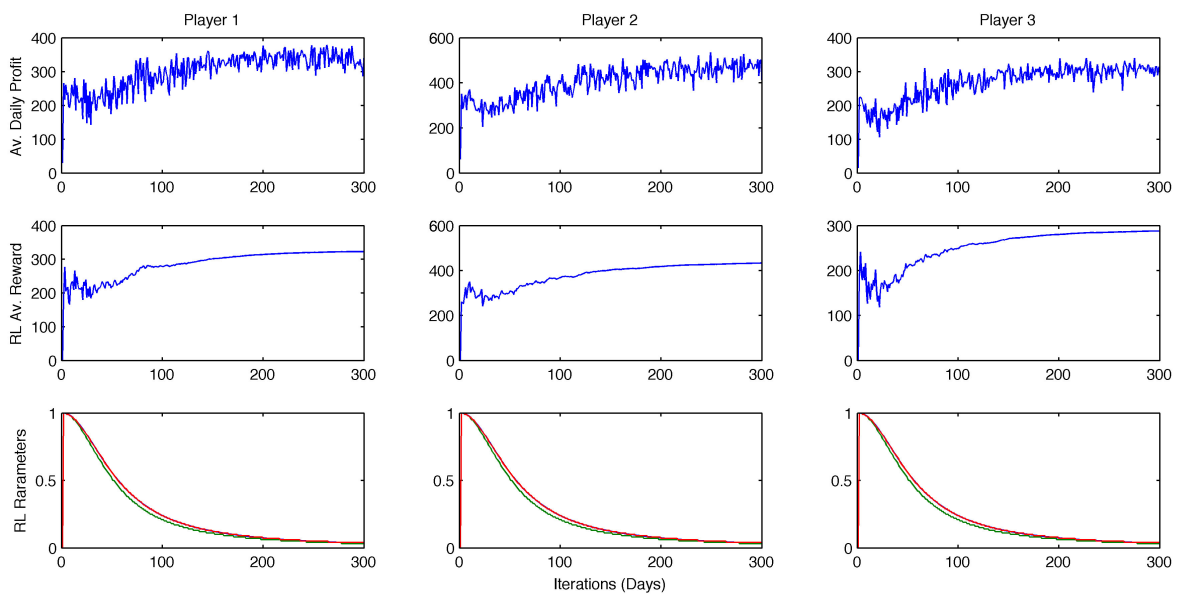
Η επιλογή των δράσεων έγινε έτσι ώστε να ικανοποιούνται αυστηρές ανισότητες προτίμησης περιορίζοντας εν μέρει τις επιδράσεις της τυχαιότητας της ισχύος που ζητείται και δεν επηρεάζεται από τις δράσεις του παίχτη. Σε κάθε περίπτωση, όσο δεν ισχύει $p_1 q_{max} < p_2 q_{min}$, όπου p_1, p_2 οι τιμές προσφοράς δύο διαδοχικών δράσεων, η εκμάθηση θα αξιολογεί εσφαλμένα ορισμένες δράσεις οπότε απαιτούνται πολύ περισσότερες επαναλήψεις και διαφορετική



Σχήμα 4.8: Τιμές εκμάθησης στον χώρο καταστάσεων (Μονοπώλιο)



Σχήμα 4.9: Επικρατούσες δράσεις (κάτοψη) στον χώρο καταστάσεων (Μονοπώλιο)



Σχήμα 4.10: Αποτελέσματα και παράμετροι εκμάθησης (Μονοπώλιο)

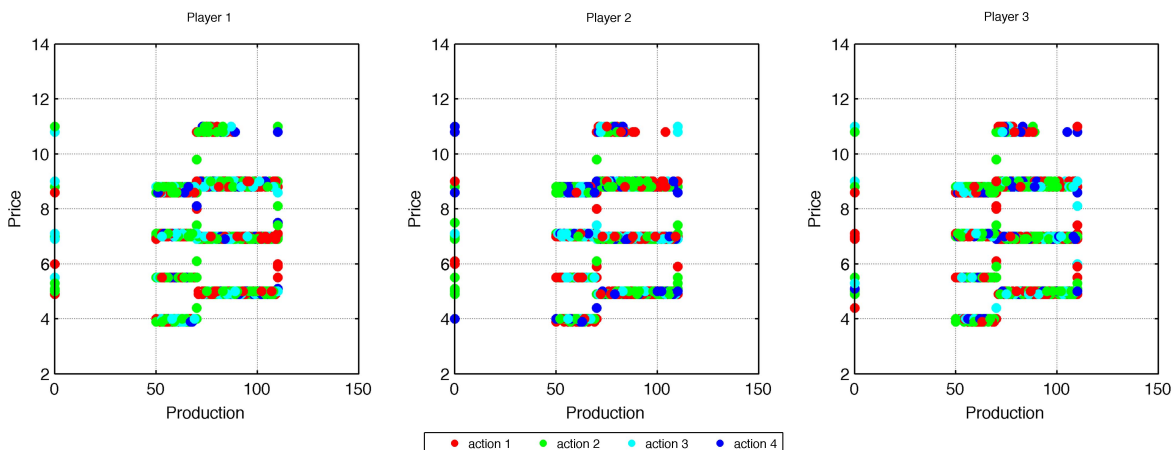
μεταχείριση των παραμέτρων ώστε να καταλήξει στη βέλτιστη στρατηγική.

Στο Σχήμα 4.9 παρουσιάζονται οι επικρατούσες δράσεις στο χώρο κατάστασης, όπου φαίνεται πως στην πλειοψηφία των καταστάσεων η επικρατούσα δράση έχει αναδειχθεί ενώ για ορισμένες καταστάσεις έχουν αναδειχθεί ως καλύτερες, οι σχεδόν βέλτιστες. Επίσης από το Σχήμα 4.9 γίνεται φανερό το σύνολο των εφικτών σημείων του χώρου καταστάσεων και η εξάρτηση του στην περίπτωση του μονοπωλίου από τις δράσεις του ίδιου του παίχτη και τη ζήτηση. Τέλος, στο Σχήμα 4.10 παρουσιάζονται για κάθε παίχτη τα μέσα, ανά ημέρα, κέρδη του, η μέση επιβράβευση της εκμάθησης καθώς και η εξέλιξη των παραμέτρων κατά την πορεία εκμάθησης.

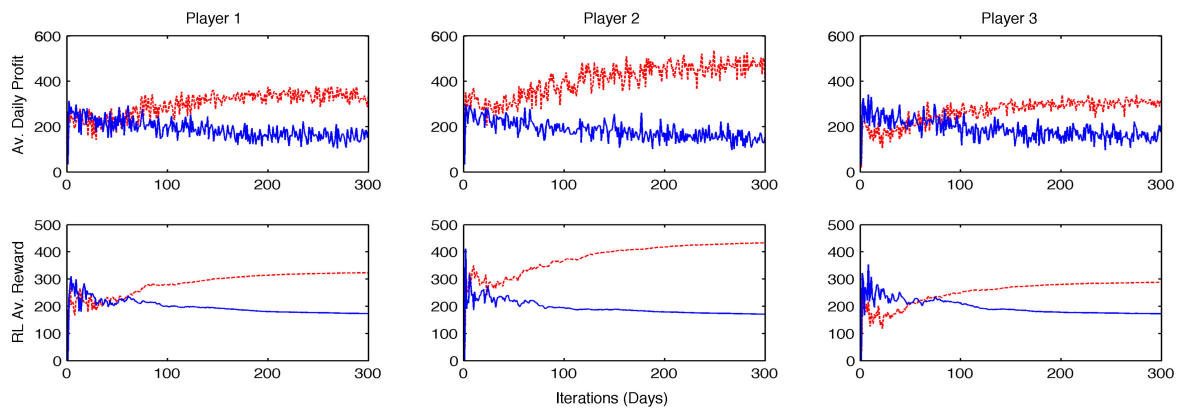
4.7.2 Περίπτωση Ανταγωνισμού I - Περίπτωση Αναφοράς

Εξετάζεται η περίπτωση όμοιων παραγωγών για δεδομένη ζήτηση με το δίκτυο στην πλήρη εκδοχή του όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.3. Όσο δεν υπάρχει συμφόρηση σε κάποια γραμμή του δικτύου μπορεί από κάθε ζυγό παραγωγού να μεταφερθεί ισχύς σε κάθε σημείο του δικτύου. Έτσι, καθώς η περίπτωση αυτή ανταποκρίνεται πλήρως στο θεωρητικό πλαίσιο που έχει περιγραφεί οι παραγωγοί ανταγωνίζονται τόσο σε επίπεδο τιμής όσο και σε ισχύος.

Από το Σχήμα 4.11, φαίνεται πως στην περίπτωση του ανταγωνισμού ενισχύονται οι δράσεις που είναι πιο κοντά στο κόστος, δηλαδή οι πιο οικονομικές θεωρούνται επικρατούσες και συγκροτούν τη στρατηγική κάθε παίχτη. Έτσι στην πλειονότητα μπορεί να πει κανείς πως προκρίνεται η δράση 2 ενώ με μεγάλη προτίμηση συναντάται και η δράση 1. Ενδεχομένως πολύ μεγαλύτερος αριθμός επαναλήψεων ή περαιτέρω περιορισμός του χώρου καταστάσεων να ξεκαθάριζαν περισσότερο τις βέλτιστες δράσεις και να μπορούσε να εξαχθεί με ασφάλεια κάποιο συμπέρασμα σχετικά με τον τρόπο επιλογής. Επίσης, φαίνεται πως ενεργοποιείται και ο ανταγωνισμός σε επίπεδο ποσότητας καθώς στα εφικτά σημεία του χώρου καταστάσεων προστίθεται και εκείνο που οι παίχτες δεν παράγουν.



Σχήμα 4.11: Επικρατούσες δράσεις στον χώρο καταστάσεων (Χωρίς Συμφόρηση)

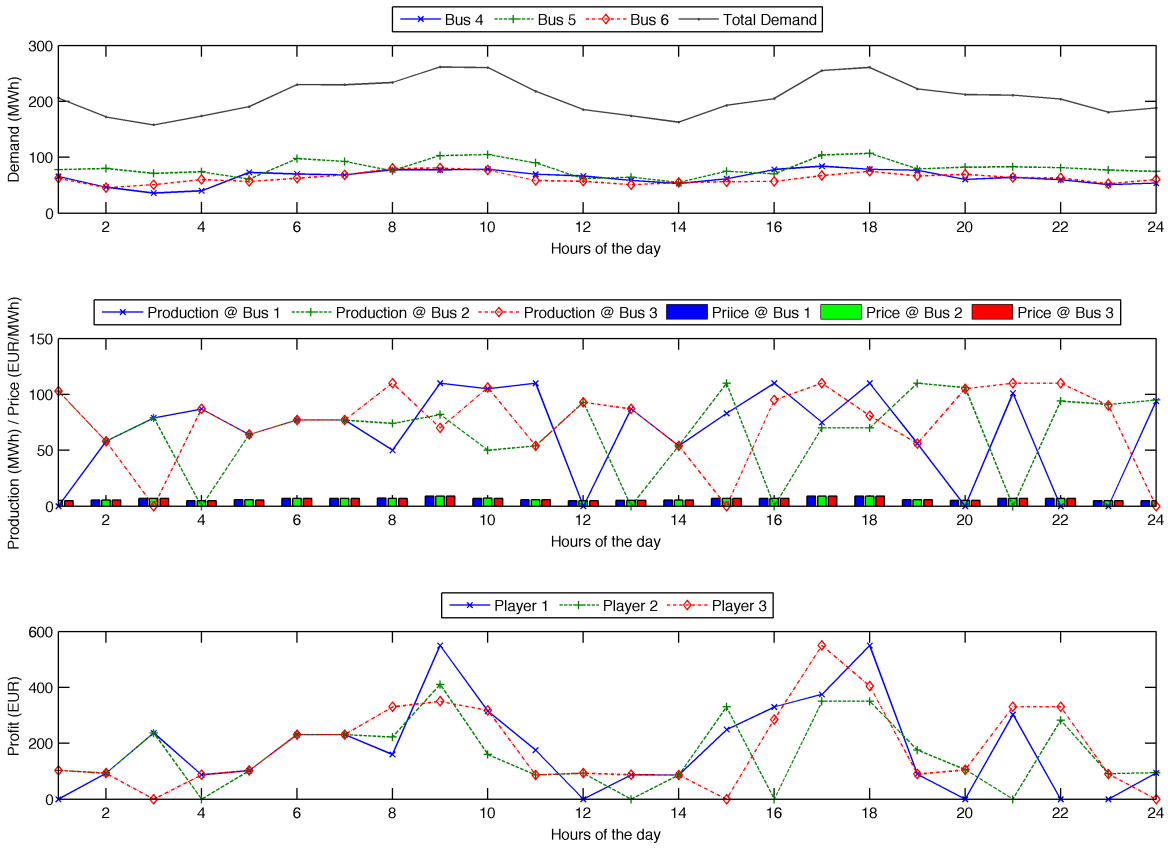


Σχήμα 4.12: Συγκριτικά αποτελέσματα και παράμετροι εκμάθησης (Μονοπώλιο, Χωρίς Συμφόρηση)

Στο Σχήμα 4.12 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τα μέσα ημερήσια κέρδη και τις μέσες επιβραβεύσεις της εκμάθησης και αντιπαραβάλλονται με τα αποτελέσματα που προέκυψαν στην μονοπωλιακή περίπτωση. Οι παράμετροι της εκμάθησης κρατήθηκαν ίδιοι και στις δύο περιπτώσεις ενώ η ζήτηση διαφέρει μόνο σε επίπεδο δείγματος. Από τα διαγράμματα φαίνεται πως τα κέρδη των παραγωγών περιορίζονται σημαντικά και καθώς οι παίχτες οδηγούνται στην υιοθέτηση της σχεδόν βέλτιστης στρατηγικής τα κέρδη κινούνται στα ίδια επίπεδα. Επίσης σημαντικό είναι πως η μέση επιβράβευση κάθε παίχτη, δηλαδή, η αναμενόμενη επιβράβευση που περιμένει κάθε παίχτης είναι η ίδια αφού πρόκειται για όμοιους παραγωγούς με κοινό χώρο δράσεων.

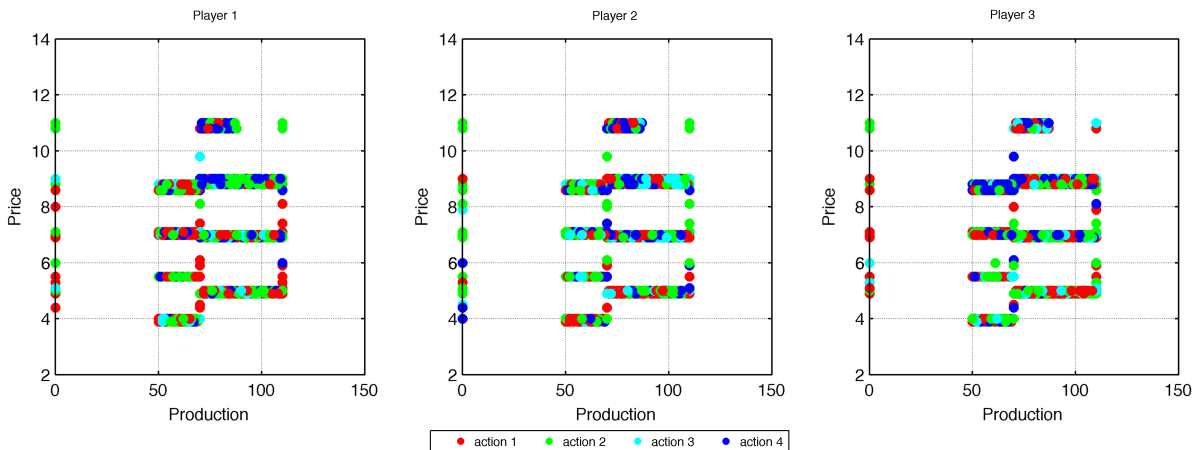
Ο έμμεσος ανταγωνισμός σε επίπεδο ποσοτήτων γίνεται περισσότερο εμφανής από τα αποτελέσματα της αγοράς την τελευταία ημέρα προσομοίωσης (Σχήμα 4.13) όπου φαίνεται η διαφοροποίηση των παραγωγών στην ισχύ που παρέχουν. Επίσης, σε μερικά σημεία κάποιος παραγωγός μένει εκτός όπου και λαμβάνει μηδενικά έσοδα από τη λειτουργία της αγοράς. Οι τιμές τις διάφορες ώρες της ημέρας μπορεί να μεταβάλλονται αλλά παραμένουν κοινές για όλους τους παίχτες στις περισσότερες περιπτώσεις, δηλαδή, η τιμή είναι ομοιόμορφη. Το γεγονός αυτό συμβαδίζει πλήρως με τη δομή του προβλήματος καθώς δεν υπάρχουν αυστηροί περιορισμοί στο δίκτυο μεταφοράς ώστε να είναι πιθανό να ενεργοποιηθούν στην περίπτωση όμοιων παραγωγών. Επίσης, αρκετά σημαντική είναι η αύξηση της τιμής που παρατηρείται τις ώρες αυξημένης ζήτησης και βρίσκεται σε πλήρη αντιστοιχία με τη θεωρία του μοντέλου, καθώς η ζήτηση είναι ανελαστική και οι όμοιοι παραγωγοί προσφέρουν σε υψηλότερη τιμή τη μεγαλύτερη ποσότητα.

Για την περίπτωση αυτή, η εκμάθηση επαναλαμβάνεται για διπλάσιο αριθμό ημερών, οπότε στιγμές εκκαθάρισης της αγοράς από 7200 γίνονται 14400 με τις παραμέτρους εκμάθησης να έχουν, ποιοτικά, την ίδια μορφή. Οι νέες στρατηγικές που συγκροτούνται από τις επικρατούσες δράσεις, έχουν το ίδιο κοινό χαρακτηριστικό δηλαδή αυτό της προτίμησης των δράσεων 1 και 2 αλλά δεν είναι ίδιες. Συγκρίνοντας κανείς το Σχήμα 4.14 με εκείνο των 300 ημερών

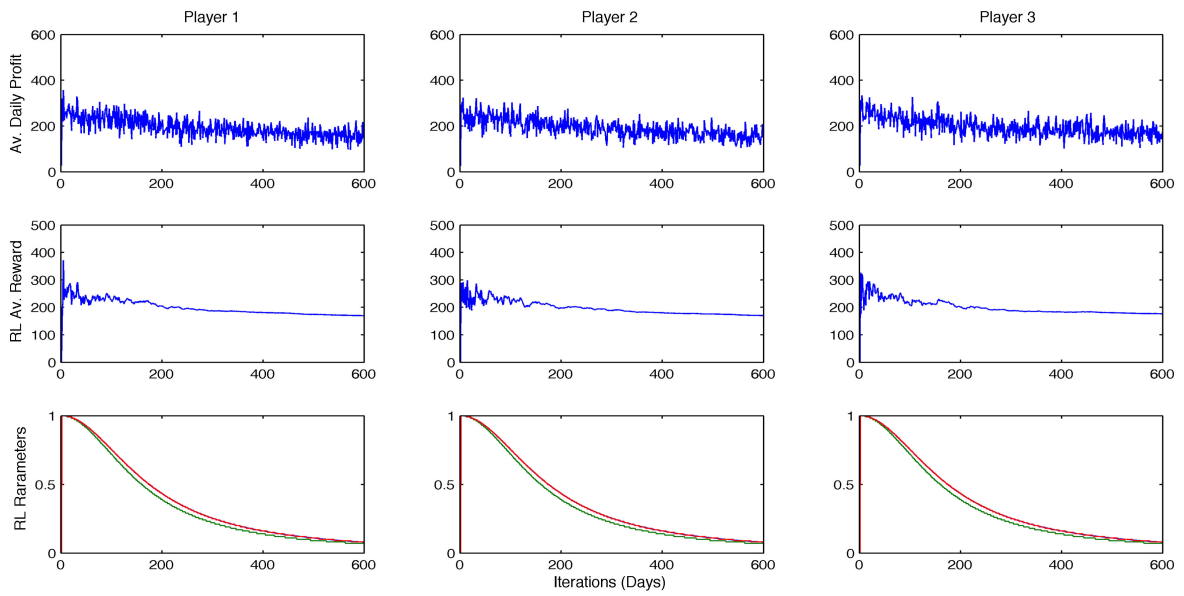


Σχήμα 4.13: Στοιχεία λειτουργίας αγοράς 300ης ημέρας (Χωρίς Συμφόρηση)

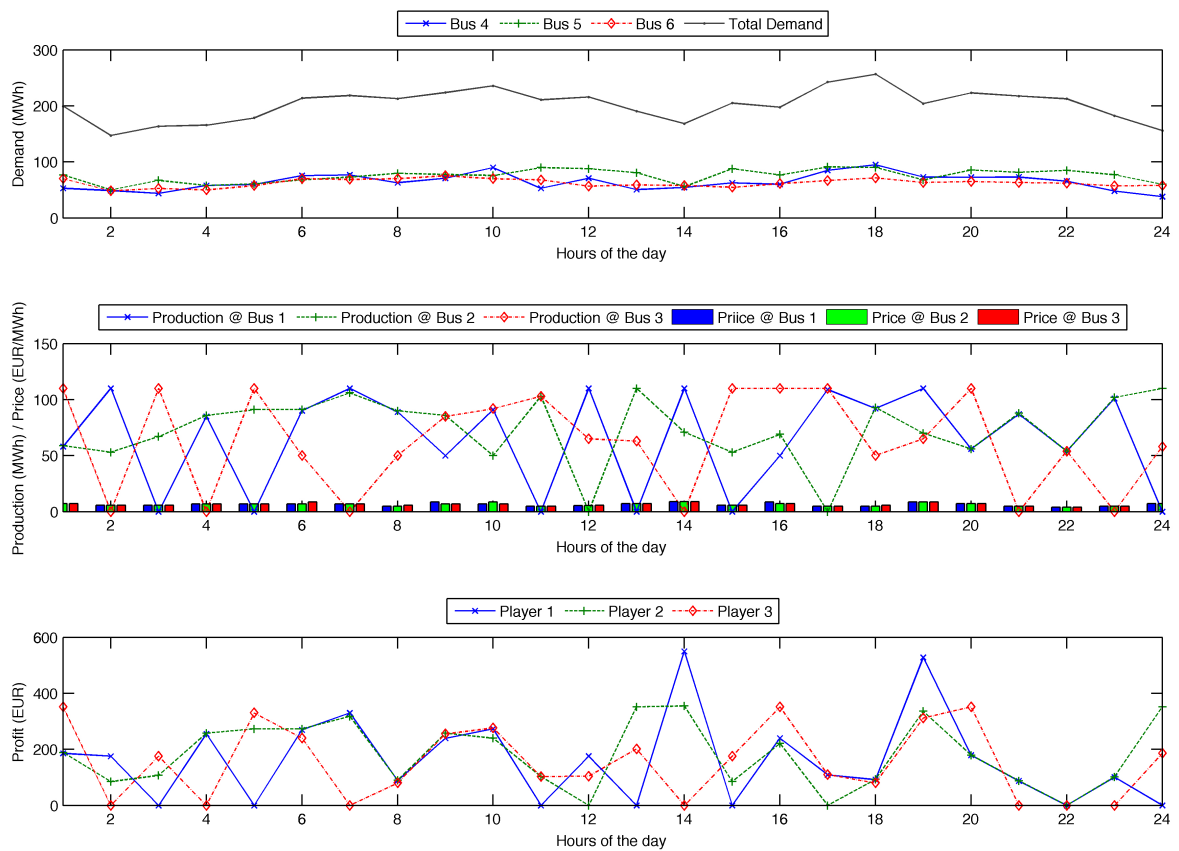
(Σχήμα 4.11), μπορεί να διακρίνει όμοια στοιχεία όπως αυτό που ήδη αναφέρθηκε αλλά ταυτόχρονα μπορεί να εντοπίσει διαφοροποιήσεις όπως την πιο εμφανή ανάδειξη της δράσης 4 στον χώρο όπου η τιμή είναι μεγαλύτερη του 8. Το σημαντικότερο ίσως όλων εντοπίζεται στο Σχήμα 4.15 όπου φαίνεται πως παρά τις διαφορετικές στρατηγικές των παιχτών η μέση επιβράβευση των παιχτών, δηλαδή το τι αναμένουν να λαμβάνουν δεδομένου του συστήματος, είναι στα ίδια επίπεδα με πριν και τα μέσα ανά ημέρα κέρδη κάθε παίχτη ακολουθούν



Σχήμα 4.14: Επικρατούσες δράσεις στον χώρο καταστάσεων (600 ημέρες, Χωρίς Συμφόρηση)



Σχήμα 4.15: Αποτελέσματα και παράμετροι εκμάθησης (600 ημέρες, Χωρίς Συμφόρηση)



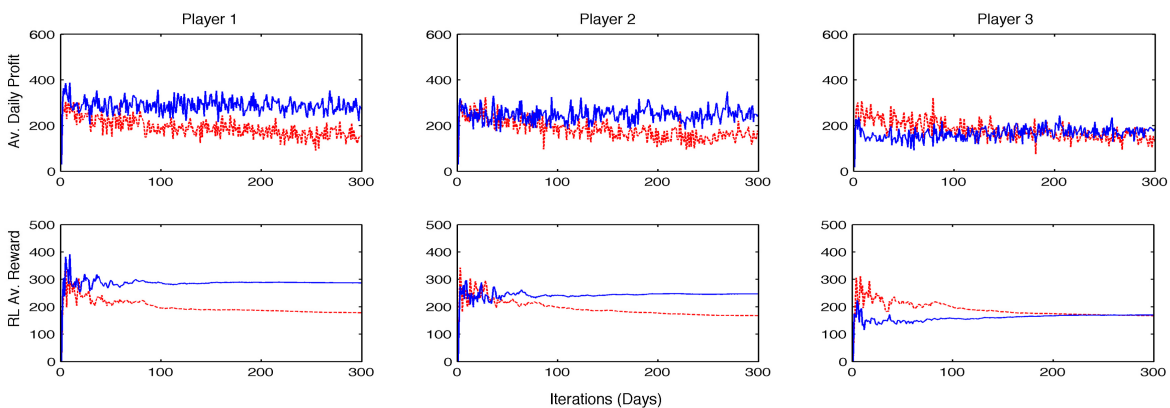
Σχήμα 4.16: Στοιχεία λειτουργίας αγοράς 600ης ημέρας (Χωρίς Συμφόρηση)

όμοια πορεία και καταλήγουν στο ίδιο επίπεδο. Το γεγονός αυτό και σε συνδυασμό με τη διατήρηση της συμμετρικής λύσης καταδεικνύουν αρκετά για τη δυναμική του συστήματος κατά την έννοια της ισορροπίας καθώς με επιλογή διαφορετικών στρατηγικών καταλήγουν στο ίδιο καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα. Τέλος τα αποτελέσματα της αγοράς την τελευταία ημέρα λειτουργίας παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.16 χωρίς να παρατηρούνται διαφορές σε σχέση τα αποτελέσματα από την προσομοίωση λιγότερων ημερών.

4.8 Εφαρμογές σε Αγορά με Ασυμμετρίες

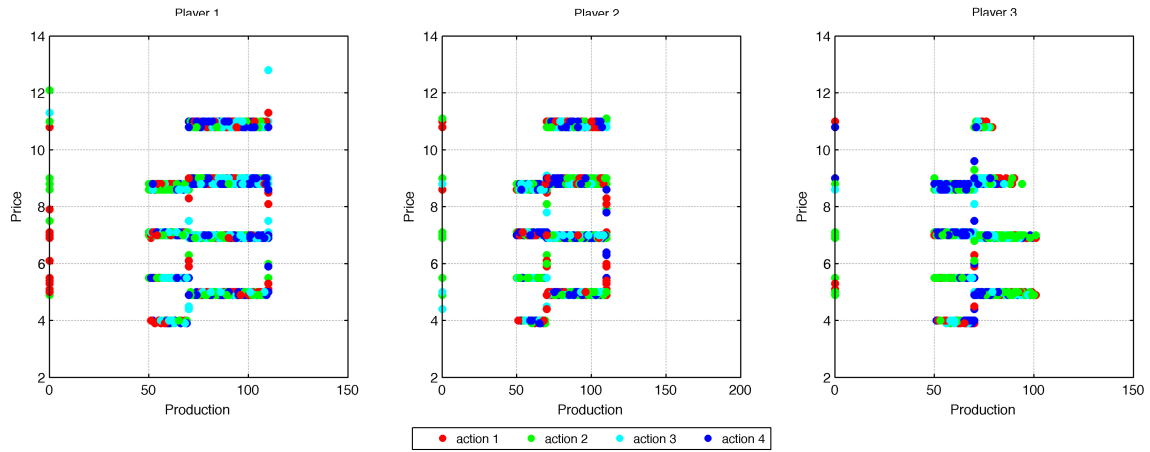
4.8.1 Περίπτωση Ανταγωνισμού II - Συμφόρηση Δικτύου

Για την δημιουργία της περίπτωσης αυτής μειώθηκαν τα θερμικά όρια των γραμμών μεταφοράς ώστε να αυξηθεί η πιθανότητα ενεργοποίησης κάποιου περιορισμού και εμφάνισης συμφόρησης στο δίκτυο. Έτσι, στο παράδειγμα δικτύου (Σχήμα 4.3), η μέγιστη ισχύς κάθε γραμμής περιορίστηκε στα $50MW$ ενώ όλες οι υπόλοιποι παράμετροι παρέμειναν ίδιες όπως στην περίπτωση του ανταγωνισμού. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.17 όπου αντιπαραβάλλονται με εκείνα της περίπτωσης του ανταγωνισμού για τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων (κόκκινο χρώμα).

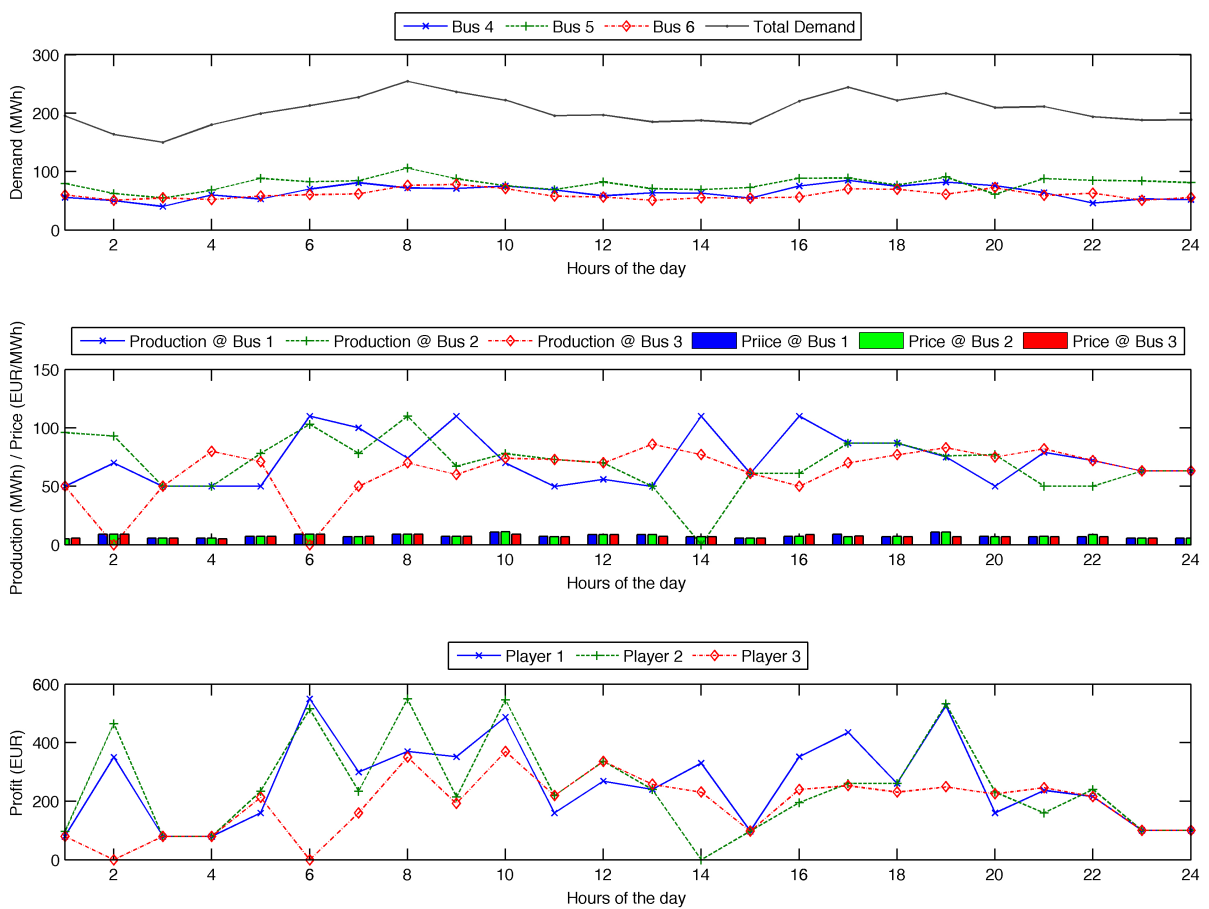


Σχήμα 4.17: Συγκριτικά αποτελέσματα και παράμετροι εκμάθησης (Χωρίς Συμφόρηση, Συμφόρηση)

Από την άμεση διαφοροποίηση της μέσης επιβράβευσης εκμάθησης των παιχτών 1 και 3 μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι κατέστη εφικτή η αναγνώριση της δύναμης αγοράς που απορρέει από την τοπολογία του δικτύου και η εκμετάλλευσή της [153]. Συγκεκριμένα, ο παίχτης 1 αυξάνει σημαντικά τόσο τα μέσα ημερήσια κέρδη του όσο και τη μέση επιβράβευση που μαθαίνει, ο παίχτης 2 λιγότερο ενώ ο παίχτης 3 προσεγγίζει τα επίπεδα της προηγούμενης περίπτωσης ευρισκόμενος στη χειρότερη θέση εκ των τριών. Από την αναπαράσταση του δικτύου μπορεί να παρατηρήσει κανείς ότι ο παραγωγός 2 είναι εκείνος με την καλύτερη διασύνδεση καθώς συνδέεται απευθείας με όλους τους ζυγούς έχοντας στον ζυγό του πέντε αναχωρήσεις. Αντίθετα οι παραγωγοί 1 και 3 επικοινωνούν άμεσα με τον παραγωγό 2 και



Σχήμα 4.18: Επικρατούσες δράσεις στον χώρο καταστάσεων (Συμφόρηση)



Σχήμα 4.19: Στοιχεία λειτουργίας αγοράς (Συμφόρηση)

συνδέονται απευθείας με δύο ζυγούς φορτίου έχοντας ως κοινό εκείνο του ζυγού 5. Ο απευθείας σύνδεσης, διαφορετικός, ζυγός φορτίου για τον παραγωγό 1 είναι ο 4 ο οποίος έχει ελαφρώς υψηλότερες μέσες τιμές και διπλάσια τυπική απόκλιση από το ζυγό φορτίου 6. Η διαφοροποίηση αυτή σίγουρα δεν είναι η μόνη που συντελεί στη δυναμική αυτή της αγοράς αλλά σίγουρα αποτελεί μια δομική διαφοροποίηση που επιτρέπει την άσκηση δύναμης αγοράς [2, 95] από τους δύο παίκτες.

Οι επικρατούσες δράσεις των παιχτών παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.18 όπου μπορεί να παρατηρηθεί η συχνότερη εμφάνιση υψηλών δράσεων στις στρατηγικές του παίχτη 1 και 2. Επιπρόσθετα, ο παίχτης 3 φαίνεται να προτιμά την δράση 2 όταν βρίσκεται σε καταστάσεις όπου η ισχύς βρίσκεται σε υψηλά επίπεδα και την δράση 4 για μικρότερα επίπεδα ισχύος και υψηλής τιμής. Τα στοιχεία της τελευταίας ημέρας για την περίπτωση της συμφόρησης παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.19. Μερικές ώρες της ημέρας φαίνεται να εμφανίζεται διαφοροποίηση στις τιμές μεταξύ των παραγωγών, που σημαίνει ότι ενεργοποιούνται οι περιορισμοί του δικτύου και κατ'επέκταση παρουσιάζονται τοπικές οριακές τιμές. Η εμφάνιση της συμφόρησης συνδέεται άμεσα με τη ζήτηση φορτίου και με τις προσφορές των παραγωγών καθώς αυτές είναι οι δύο βασικοί παράμετροι που αλλάζουν την λύση της βέλτιστης ροής φορτίου. Καθώς η ζήτηση είναι εξωγενής οι παίχτες μόνο μέσω της στρατηγικής τους μπορούν να εκμεταλλευτούν της δυνατότητες που προκύπτουν από τη δομή του δικτύου.

4.8.2 Περίπτωση Ανταγωνισμού III - Μέγεθος Επιχειρήσεων

Διακρίνουμε δύο παραλλαγές της περίπτωσης αναφοράς με τη διαφοροποίηση να έγκειται στην ιδιοκτησία των μονάδων παραγωγής με αποτέλεσμα τη διάκριση και μελέτη δύο περιπτώσεων διαφορετικού ιδιοκτησιακού καθεστώτος [34]. Στην πρώτη περίπτωση, Περίπτωση Α', τρεις ανεξάρτητες και πανομοιότυπες μονάδες ηλεκτροπαραγωγής ανήκουν σε τρεις ανεξάρτητες και ανταγωνιστικές επιχειρήσεις, με κάθε επιχείρηση να λειτουργεί και να διαχειρίζεται μία μονάδα παραγωγής. Καθώς οι τρεις παίχτες έχουν επίσης ίδια σύνολα δράσεων και δεν υπεισέρχονται τυχόν εξωτερικότητες (π.χ. συμφόρηση δικτύου) η περίπτωση αυτή μπορεί να θεωρηθεί συμμετρική και ως τέτοια, εκείνη με τα υψηλότερα επίπεδα ανταγωνισμού. Στην δεύτερη περίπτωση, Περίπτωση Β', η αγορά αποτελείται από μόνο δύο επιχειρήσεις με τα μερίδια ως προς τη δυναμικότητα παραγωγής να μην είναι πλέον συμμετρικά. Έτσι, μια από τις επιχειρήσεις έχει στην κυριότητα της και διαχειρίζεται δύο ίδιες μονάδες παραγωγής, επιθυμώντας τη μεγιστοποίηση του αθροίσματος των κερδών κάτω από μία κοινή βέλτιστη πολιτική, με την εκμάθηση παρόλα αυτά να γίνεται ανεξάρτητα για κάθε μια από τις μονάδες. Στην περίπτωση αυτή το σύνολο δράσεων της επιχείρησης αυτής είναι το Καρτεσιανό γινόμενο των αρχικών συνόλων των μονάδων, η εκμάθηση λαμβάνει χώρα ξεχωριστά και μεμονωμένα για κάθε μονάδα ενώ η επιλογή των επικρατούντων δράσεων γίνεται με γνώμονα την μεγιστοποίηση του αθροίσματος των τιμών των συναρτήσεων αξίας δράσης.

Σενάρια Διαφορετικής Πληροφόρησης

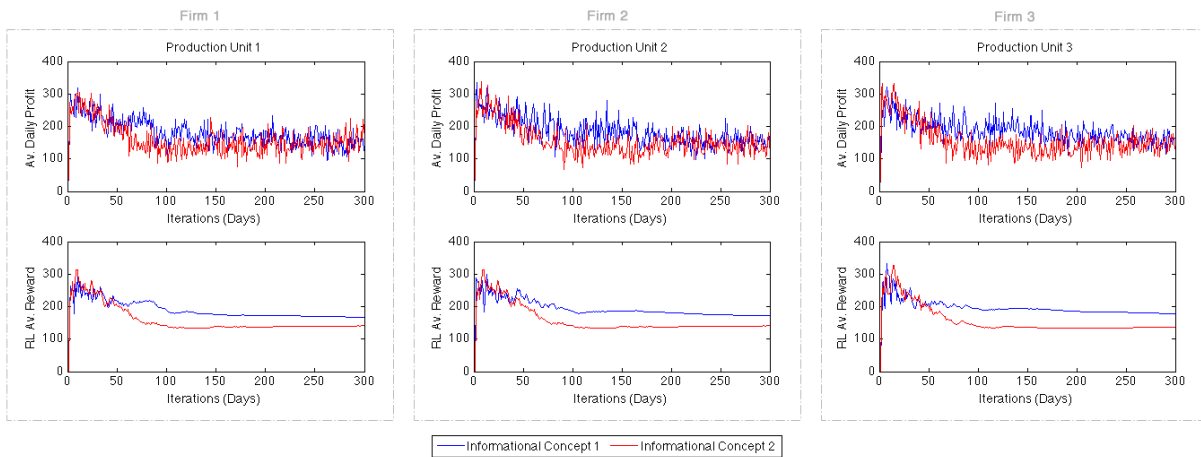
Οι δύο αυτές περιπτώσεις μελετούνται και ως προς δύο διαφορετικά σενάρια πληροφορίας κατά τα οποία οι παίχτες αξιοποιούν σύνολα δεδομένων διαφορετικών διαστάσεων. Υπό το Σενάρια Πληροφορίας 1, οι παίχτες αντιλαμβάνονται ως κατάσταση του συστήματος μόνο

το μέρος του πίνακα κατάστασης που αντιστοιχεί στον ζυγό που είναι εγκατεστημένη η μονάδα παραγωγής που διαχειρίζονται, δηλαδή $\tilde{X}_t^n = [q_n, p_n]$. Υπό το Σενάριο Πληροφορίας 2, οι παίχτες εμπλουτίζουν το σύνολο πληροφορίας πέραν της τιμής και της ποσότητας του ζυγού τις μονάδες, προσθέτοντας του τη συνολική παραγωγή και την μέγιστη τιμή συστήματος, όπου ο πίνακας κατάστασης που αντιμετωπίζουν οι παίχτες διαμορφώνεται ως $\tilde{X}_t^n = [q_n, p_n, q_{\text{τοταλ}}, p_{\text{max}}]$.

Οι προσομοιώσεις βασίζονται στην περίπτωση αναφοράς που αποτελείται από τρεις όμοιες και ανεξάρτητες μονάδες παραγωγής, οι οποίες αλληλεπιδρούν σε ένα ΣΗΕ έξι ζυγών (Σχήμα 4.3) για την εξυπηρέτηση τριών στοχαστικών φορτίων για χρονική περίοδο τριακοσίων ημερών ($T = 300$). Η τοπολογία αυτή που χρησιμοποιείται είναι παρόμοια με μία που συναντάται στο σύγγραμμα των A. J. Wood και B. F. Wollenberg [171] και αν και συνεπάγεται ότι ορισμένοι ζυγοί παραγωγής συνδέονται μόνο έμμεσα με ορισμένους ζυγούς φορτίων, λόγω της μη ύπαρξης περιορισμών στις δυναμικότητα των γραμμών μεταφοράς εξασφαλίζεται η προσβασιμότητα όλων των παραγωγών σε όλα τα φορτία.

Η συνολική εγκατεστημένη ισχύς των μονάδων παραγωγής επαρκή για την πλήρη κάλυψη και των πιο ακραίων τιμών ωριαίας ζήτησης φορτίου σε σημείο τέτοιο που είναι λίγες οι φορές που η συνολική ζήτηση ξεπερνά την εγκατεστημένη ισχύ δύο εκ των τριών μονάδων. Το σύνολο δράσεων από το οποίο οι παραγωγοί επιλέγουν τις δράσεις τους αποτελείται από τέσσερις κατά τμήματα γραμμικές συναρτήσεις προσφοράς με εκείνη του χαμηλότερου επιπέδου τιμών να δημιουργεί μηδενικό κόστος για τους παραγωγούς και τις υπόλοιπες να διακρίνονται από διαδοχικά μεγαλύτερες οριακές τιμές. Οι προσομοιώσεις έχουν διεξαχθεί με χρήση του Matlab και του πακέτου προσομοίωσης ΣΗΕ MatPower [176] που αξιοποιείται στον εφαρμογή για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστης ροής φορτίου [24].

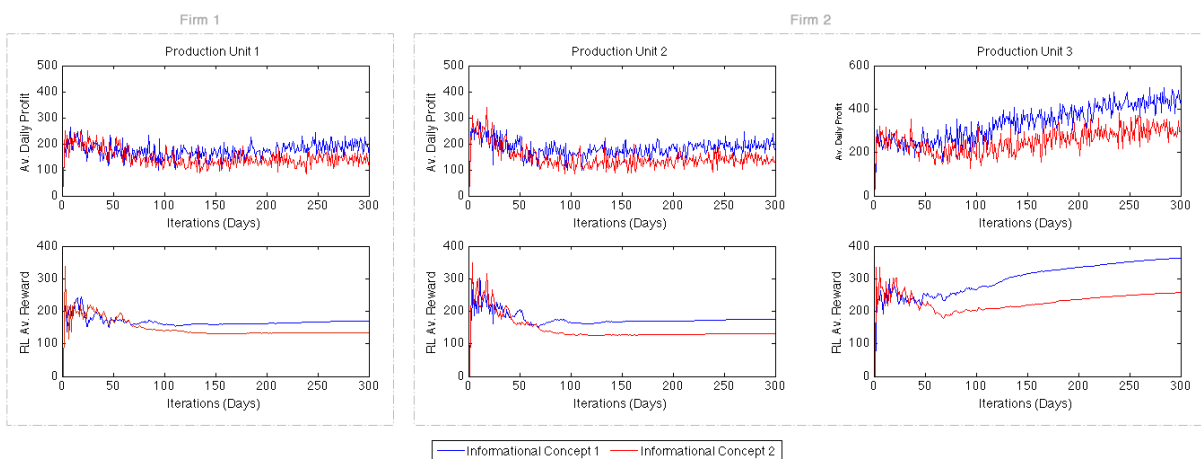
Το μέσο ημερήσιο κέρδος κάθε επιχείρησης και η μέση ανταμοιβή της που προκύπτουν από την ενισχυτική εκμάθηση τύπου (R-Learning) για την περίπτωση A απεικονίζονται στο Σχήμα 4.20 και για τα δύο πληροφοριακά σενάρια. Μπορούμε να δούμε ότι το αποτέλεσμα της αγοράς είναι συμμετρικό, γεγονός που συνδέεται άμεσα με τη συμμετρία του παιχνιδιού και την παραδοχή ταυτόσημης και ταυτόχρονης ενισχυτικής εκμάθησης. Το γεγονός ότι η μέση ανταμοιβή του πληροφοριακού σεναρίου με τον απλούστερο χώρο κατάστασης (state space) είναι υψηλότερη από ό,τι στο πιο σύνθετο πληροφοριακό σενάριο δείχνει ότι η αποτελεσματικότητα της εκμάθησης εξαρτάται από τις διαστάσεις του αντιλαμβανόμενου χώρου κατάστασης (state space). Ως εκ τούτου, όταν υιοθετηθεί το απλούστερο πληροφοριακό σενάριο, βελτιώνονται τα μέσα ημερήσια κέρδη για όλους τους παίχτες κατά τη διάρκεια της περιόδου ενισχυτικής εκμάθησης. Στο τέλος, και τα δύο σενάρια φαίνεται να καταλήγουν σε ένα παρόμοιο επίπεδο μέσου ημερήσιου κέρδους, γεγονός που δείχνει ότι τα πλεονεκτικά σχέδια δράσης που σχηματίζονται είναι ισοδύναμα κέρδους.



Σχήμα 4.20: Εξέλιξη μέσου ημερήσιου κέρδους και μέσης ανταμοιβής μάθησης για δύο διαφορετικά πληροφοριακά σενάρια για την περίπτωση που τρεις ανταγωνιστικές επιχειρήσεις κατέχουν τρεις πανομοιότυπες μονάδες παραγωγής - Περίπτωση Α.

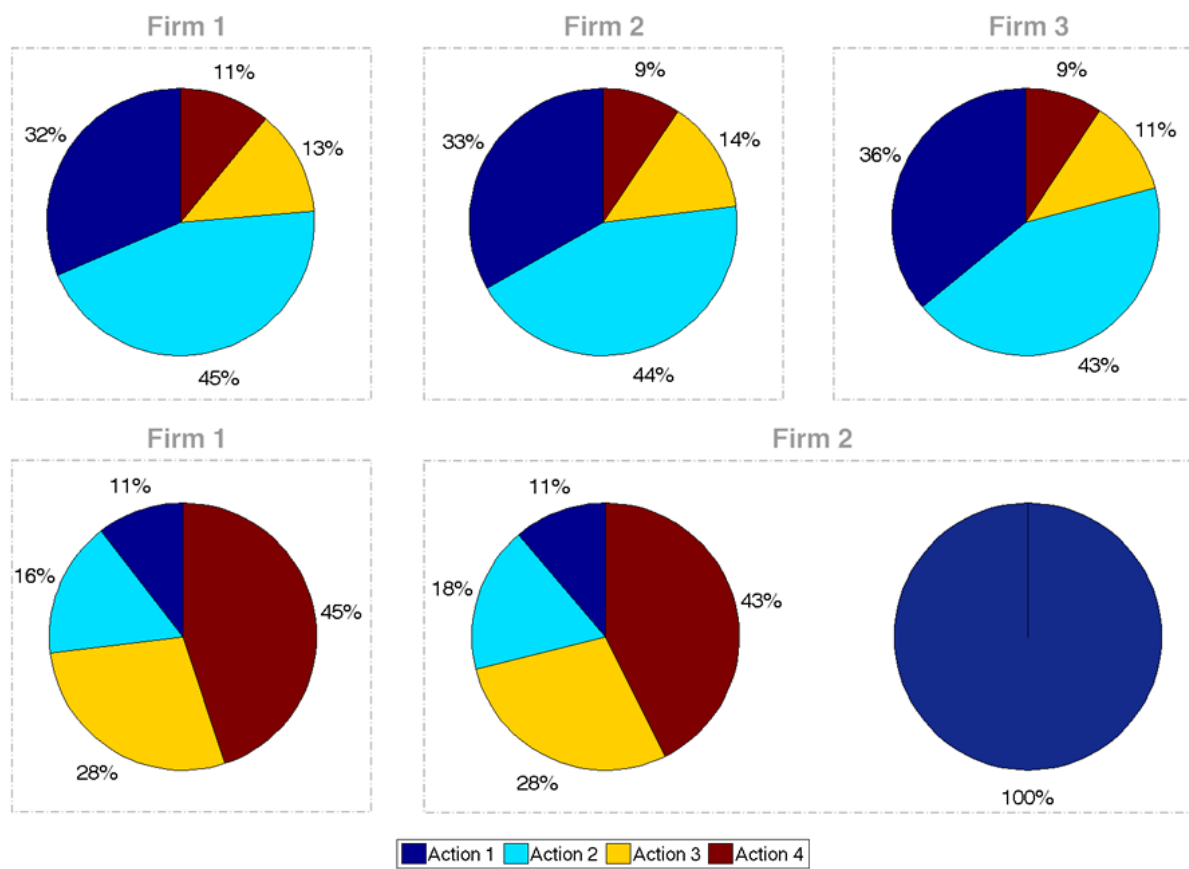
Στην περίπτωση Β (Σχήμα 4.21), το πληροφοριακό σενάριο 1 αποδίδει βελτιωμένο μέσο ημερήσιο κέρδος και για τις δύο επιχειρήσεις, ενώ η επιχείρηση που κατέχει δύο από τις μονάδες παραγωγής, που προέκυψαν από τη συγχώνευση, παρουσιάζει βελτιωμένο από κοινού αποτέλεσμα [164]. Αυτό επιτυγχάνεται λόγω των πλεονεκτικών σχεδίων δράσης που δημιουργούνται και για τις δύο μονάδες όταν η επιχείρηση (επιχείρηση 2) επιχειρεί να μεγιστοποιήσει το σωρευτικό κέρδος.

Συνολικά, το απλούστερο πληροφοριακό σενάριο φαίνεται να είναι πιο αποτελεσματικό και στις δύο περιπτώσεις, προσφέροντας ελαφρώς υψηλότερα κέρδη κατά τη διάρκεια της περιόδου ενισχυτικής εκμάθησης. Όπως ήταν επίσης αναμενόμενο, η από κοινού στρατηγική λειτουργία των δύο ίδιων μονάδων παραγωγής προκάλεσε στρέβλωση του ανταγωνισμού της αγοράς. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.22, η δομή των πλεονεκτικών σχεδίων δράσης διαφέρει μεταξύ των περιπτώσεων. Στην περίπτωση Β, οι δράσεις υψηλότερης τιμής συμμετέχουν περισσότερο



Σχήμα 4.21: Εξέλιξη μέσου ημερήσιου κέρδους και μέσης ανταμοιβής μάθησης σύμφωνα με δύο διαφορετικά πληροφοριακά σενάρια στην περίπτωση που δύο ανταγωνίστριες επιχειρήσεις κατέχουν τρεις ταυτόσημες μονάδες παραγωγής - Περίπτωση Β.

ρο στα πλεονεκτικά σχέδια δράσης μονάδων παραγωγής, οι οποίες ανταγωνίζονται για την υπολειπόμενη ζήτηση. Αυτό αποτελεί τυπικό παράδειγμα της μεγάλης επιχείρησης που ασκεί δύναμη αγοράς [84], δεδομένου ότι προσφέροντας την παραγωγή της μιας μονάδας της σε υψηλότερη τιμή, μεταβάλλει κερδοφόρα τις τιμές μακριά από τα ανταγωνιστικά επίπεδα, ενώ ταυτόχρονα εξασφαλίζει την συμμετοχή της άλλης μονάδας της στο πρόγραμμα παραγωγής. Επιπλέον, η μικρότερη επιχείρηση φαίνεται να ακολουθεί τη στρατηγική που υιοθέτησε η μεγαλύτερη επιχείρηση, προσδιορίζοντας ένα παρόμοιο πλεονεκτικό σχέδιο δράσης. Ακόμη και αν στην περίπτωση Β θεωρείται πως δύο επιχειρήσεις κατέχουν τις τρεις μονάδες παραγωγής, παρόμοια αποτελέσματα προκύπτουν και στην περίπτωση που οι επιχειρήσεις είναι τρεις αλλά οι δύο από αυτές επιλέξουν να συνεργαστούν με γνώμονα τη μεγιστοποίηση τους κέρδους τους έναντι της τρίτης επιχείρησης. Σε τέτοιες περιπτώσεις, οι δύο συνεργαζόμενες επιχειρήσεις θα ήταν σκόπιμο να εναλλάσσουν τα πλεονεκτικά σχέδια δράσης ούτως ώστε να εξασφαλίζεται εξισορρόπηση στον καταμερισμό των κερδών.



Σχήμα 4.22: Συμβολή δράσεων στα πλεονεκτικά σχέδια δράσης (Αντίστοιχο μίκτων στρατηγικών)

4.9 Ανάλυση Αγορών Πραγματικών Χαρακτηριστικών

4.9.1 Ρεαλιστικά Σενάρια Ζήτησης

Το συνολικό φορτίο που ζητείται στο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας και συγκεκριμένα τα χαρακτηριστικά του, επηρεάζουν ουσιαστικά το οικονομικό αποτέλεσμα της αγοράς. Για την αναγνώριση των χαρακτηριστικών αυτών, αναλύονται τα δεδομένα ζήτησης της ελληνικής αγοράς επόμενης ημέρας. Τα διαθέσιμα δεδομένα, πηγή των οποίων είναι ο ΑΔΜΗΕ, αφορούν τη συνολική ωριαία ζήτηση για χρονικό διάστημα 3,5 χρόνων, με έναρξη από 01/01/2016. Όπως ήταν και αναμενόμενο, τόσο από τεχνικής όσο και από οικονομικής άποψης, η απεικόνιση τους ως προς το χρόνο αποκάλυψε τέσσερα κυρίαρχα πρότυπα. Χρησιμοποιώντας ορολογία χρονοσειρών [76, 108], διακρίνονται η τάση, μια εποχική συνιστώσα λόγω εποχών, μια εποχική συνιστώσα λόγω ενδοημερήσιων διακυμάνσεων και μια τυχαία συνιστώσα λόγω της στοχαστικότητας της ζήτησης. Εναλλακτικά, η ζήτηση θα μπορούσε να εκφραστεί ως σύνθεση τριών ανεξάρτητων εποχικών συνιστωσών (εποχής, ημέρας, ώρας), της τάσης και της τυχαίας συνιστώσας. Καθώς το ενδιαφέρον σχετικά με την αποσύνθεση της ζήτησης, περιορίζεται αποκλειστικά και μόνο στη σύνθεση νέων προφίλ φορτίου, η πρώτη εκδοχή προτιμάται έναντι της δεύτερης, η οποία φαίνεται αρκετά υποσχόμενη σε περιπτώσεις σχεδιασμού μοντέλων πρόβλεψης. Έτσι, στα πλαίσια της εργασίας, η όχι και τόσο αμελητέα διαφορά που μπορεί να παρατηρηθεί μεταξύ εργασιμων ημερών και εκείνων του Σαββατοκύριακου, συλλαμβάνεται από τη δημιουργία ενός νέου δείγματος που προκύπτει από την αφαίρεση αυτών των ημερών.

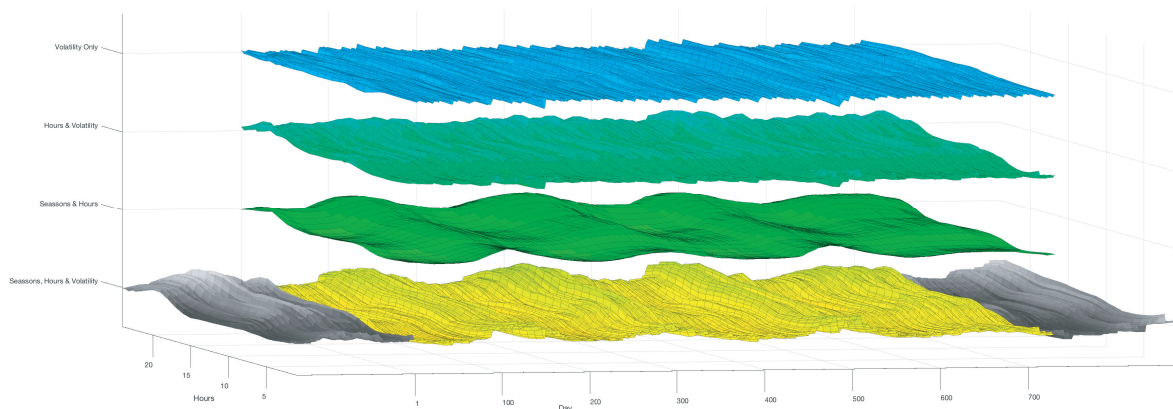
Για την αποσύνθεση των χρονοσειρών [73, 76], αρχικά λαμβάνονται τα πραγματικά δεδομένα ως συλλογή των ωριαίων υποσειρών, έτσι ώστε το διάνυσμα ζήτησης της ημέρας d να είναι $\mathbf{Y}_d = [Y_d^1, Y_d^2, \dots, Y_d^{24}]^T$. Το διάνυσμα \mathbf{Y}_d μπορεί να εκφραστεί προσθετικά, ως μια συνάρτηση της τάσης (\mathbf{T}_d), της ωριαίας συνιστώσας (\mathbf{H}_d), της εποχικής συνιστώσας (\mathbf{S}_d) και της τυχαίας συνιστώσας (\mathbf{E}_d), όπως παρουσιάζεται στην (4.12). Με τη χρήση δύο κινούμενων μέσων, διαφορετικού μήκους παραθύρου, (ετήσιου και μηνιαίου), λαμβάνονται οι χρονοσειρές $\mathbf{T}_d + \mathbf{H}_d$, \mathbf{S}_d και \mathbf{E}_d . Η ωριαία συνιστώσα \mathbf{H}_d βρίσκεται από την αφαίρεση της $\mathbf{T}_d + \mathbf{H}_d$ από τη μέση τιμή της, η οποία είναι η \mathbf{T}_d .

$$\mathbf{Y}_d = \mathbf{T}_d + \mathbf{H}_d + \mathbf{S}_d + \mathbf{E}_d \quad (4.12)$$

Βάση της αποσύνθεσης που περιγράφηκε, χρησιμοποιώντας τις διαχωρισμένες συνιστώσες ζήτησης για τη διετία (730 ημέρες) που βρίσκεται κεντραρισμένη στο μέσο του χρονικού διαστήματος, κατασκευάζονται τέσσερα διαφορετικά προφίλ φορτίου. Όλα τα προφίλ κανονικοποιούνται βάση της τάσης \mathbf{T}_d , η οποία βρέθηκε να παραμένει σταθερή λόγω της μη

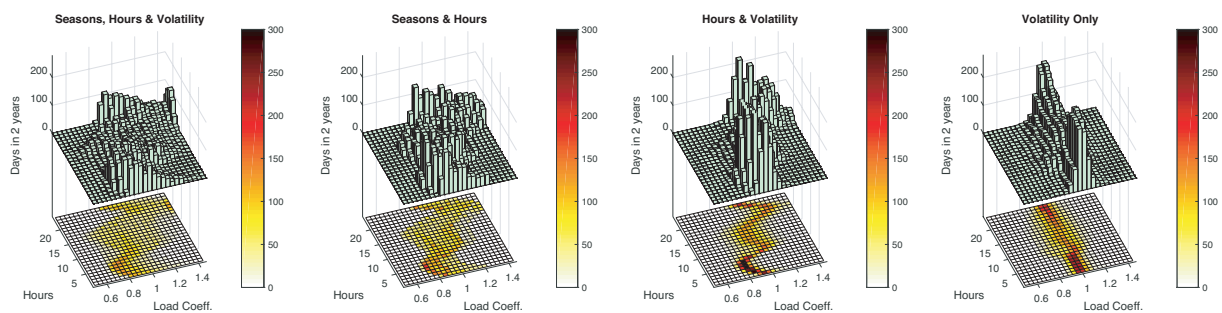
ύπαρξης ουσιαστικής μακροχρόνιας διαφοροποίησης. Συνεπώς, ο συντελεστής φορτίου που προκύπτει με τον τρόπο αυτό, επιτρέπει την εφαρμογή των προφίλ ζήτησης σε διαφορετικά συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, δεδομένης της τάσης ή ακόμη και της μέσης τιμής της ζήτησης που παρουσιάζεται σε αυτά. Τα διαφορετικά προφίλ ζήτησης που δημιουργούνται στα πλαίσια της αγοράς επόμενης ημέρας, τα οποία απεικονίζονται στο Σχήμα 4.23, συνδέονται βάση των ιδιοτήτων τους, με τους μετασχηματισμούς του ενεργειακού τομέα που αναμένονται στο προσεχές μέλλον και παρουσιάζονται παρακάτω.

1. Εποχές, Ώρες & Μεταβλητότητα (\mathbf{Y}_d): Το υφιστάμενο ζητούμενο φορτίο, όπου τα φορτία θέρμανσης και ψύξης καλύπτονται μερικώς από την αγορά και δεν υπάρχει ουσιαστική μετακύλιση φορτίων ούτε τοπική αποθήκευση ενέργειας για την εξομάλυνση της ζήτησης.
2. Εποχές & Ώρες ($\mathbf{T}_d + \mathbf{H}_d + \mathbf{S}_d$): Τοπική αποθήκευση ενέργειας καλύπτει τη βραχυχρόνια στοχαστικότητα της ζήτησης, ενώ η ανάγκη κάλυψης και θερμικών φορτίων σε συνδυασμό με την έλλειψη μετακύλισης φορτίων συντηρούν την εποχική και την ωριαία συνιστώσα, αντίστοιχα.
3. Ώρες & Μεταβλητότητα ($\mathbf{T}_d + \mathbf{H}_d + \mathbf{E}_d$): Εναλλακτική κάλυψη των θερμικών και ψυκτικών αναγκών περιορίζει την εποχική συνιστώσα, ενώ η έλλειψη στρατηγικών μετακύλισης φορτίου [50, 124, 125] και η μη ύπαρξη τοπικών μέσων αποθήκευσης συντηρούν τα ωριαία και στοχαστικά χαρακτηριστικά.
4. Μόνο Μεταβλητότητα ($\mathbf{T}_d + \mathbf{E}_d$): Η ύπαρξη στρατηγικών μετακύλισης φορτίου εξομαλύνουν την ενδοημερήσια διακύμανση και η εναλλακτική τροφοδοσία θερμικών και ψυκτικών συστημάτων περιορίζει την εποχική συνιστώσα ενώ η έλλειψη μέσων τοπικής αποθήκευσης επιτρέπει την διατήρηση της στοχαστικότητας.



Σχήμα 4.23: Τέσσερα διαφορετικά προφίλ ζήτησης φορτίου (συντελεστής φορτίου) που έχουν κατασκευαστεί από τις διακριθείσες συνιστώσες της ζήτησης της ελληνικής αγοράς επόμενης ημέρας.

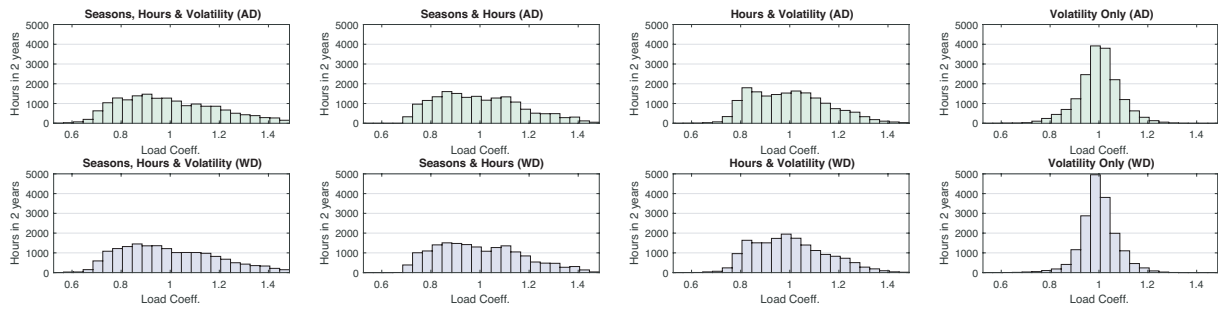
Καλύτερη αίσθηση, αναφορικά με τις στατιστικές ιδιότητες των τεσσάρων αυτών προφίλ φορτίου που σε πιθανούς μετασχηματισμούς του ενεργειακού τομέα, μπορεί να αποκτηθεί μέσα από την παρατήρηση των ωριαίων ιστογραμμάτων που παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.24. Από τα ωριαία ιστογράμματα φαίνεται ότι οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας εξαρτώνται από τις ώρες και επηρεάζονται από τις συνιστώσες που κάθε προφίλ ενσωματώνει. Επιπρόσθετα, συγκρίνοντας ένα προς ένα τα προφίλ, μπορεί να αναγνωρισθεί η επίδραση κάθε μίας εκ' των συνιστωσών στις συνολικές στατιστικές ιδιότητες των δεδομένων ενώ μέσω της έγχρωμης προβολής των ιστογραμμάτων σε ένα επίπεδο μπορούν να αναδειχθούν τα επιμέρους πρότυπα.



Σχήμα 4.24: Ωριαία ιστογράμματα των τεσσάρων προφίλ ζήτησης φορτίου (συντελεστής φορτίου) και η προβολή τους με χρήση μιας διάστασης χρώματος. Περίπτωση όλων των ημερών.

Πέρα από τις πιθανές εξελίξεις στον ενεργειακό τομέα που συλλαμβάνονται από αυτά τα σενάρια (προφίλ) ζήτησης, μία ακόμη σημαντική παράμετρος είναι εκείνη της έντασης της ημερήσιας οικονομικής δραστηριότητας καθώς επιφέρει άμεσες συνέπειες στις ενεργειακές καταναλώσεις. Το κύριο δομικό της μέρος σχετίζεται με τις εργάσιμες ημέρες και ώρες, οι οποίες, για τον ενεργειακό τομέα, μπορούν να εκληφθούν ως εξωγενείς παράμετροι αν και μακροπρόθεσμα πολιτικές στρατηγικής ανάπτυξης δύναται να επηρεάσουν τη μορφή της ζήτησης. Από την άλλη πλευρά, η ένταση της ζήτησης εξαρτάται από την οικονομική ανάπτυξη αλλά και την ενεργειακή αποδοτικότητα των βιομηχανικών, εμπορικών και δημόσιας χρήσης εγκαταστάσεων. Έτσι, παρατηρώντας τα δεδομένα, η ουσιαστική διαφοροποίηση που εντοπίζεται μεταξύ της ζήτησης των εργάσιμων και μη ημερών, μπορεί να αποδοθεί ξεκάθαρα στη διαφορετική οικονομική δραστηριότητα που συνοδεύει αυτές τις ημέρες. Για το λόγο αυτό, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, δημιουργείται ένα σύνολο διαφορετικών προφίλ φορτίων από ένα δείγμα όπου η καθημερινή οικονομική δραστηριότητα εμφανίζεται και κατά τις ημέρες του Σαββατοκύριακου, έτσι ώστε η συνολική ζήτηση να παραμένει αναλλοίωτη και οι διαφοροποιήσεις μεταξύ των ημερών της εβδομάδας να εξαλείφονται.

Από τεχνικής άποψης, το άνευ Σαββατοκύριακου δείγμα, δημιουργείται αφαιρώντας τις αντίστοιχες ημέρες από το αρχικό σύνολο δεδομένων \mathbf{Y}_d , αποσυνθέτοντας τις χρονοσειρές και ανασυστήνοντας τα τέσσερα διαφορετικά προφίλ φορτίου στην μορφή συντελεστών φορτίου. Η διαδικασία αυτές, είναι ακριβώς ίδιες με τις αντίστοιχες που περιγράφηκαν αναλυτικά

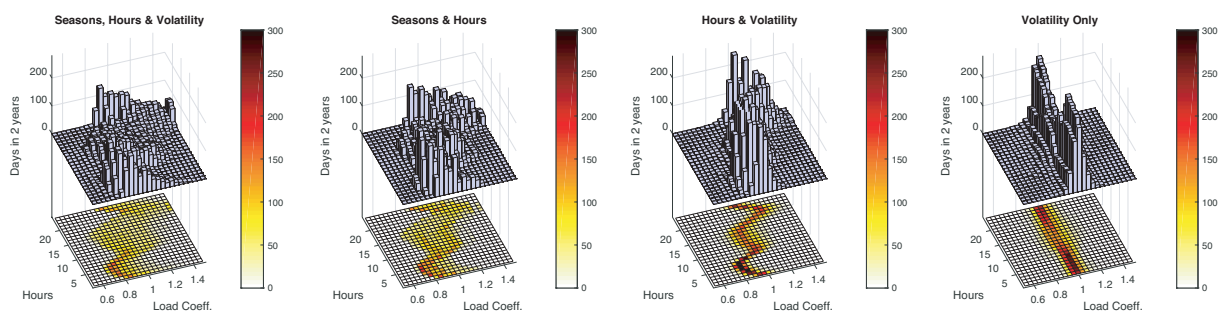


Σχήμα 4.25: Συνολικά ιστογράμματα των τεσσάρων προφίλ ζήτησης φορτίου (συντελεστής φορτίου) για την περίπτωση όλων των ημερών και των εργάσιμων.

προηγουμένως, όπως ίδιας διάρκειας (730 ημέρες) είναι και το δείγμα που λαμβάνεται, ακόμη μια φορά κεντραρισμένο χρονικά στη μέση του συνόλου των δεδομένων. Έτσι, οι καθημερινές που περιλαμβάνονταν αρχικώς, εξακολουθούν να εμπεριέχονται στα νέα προφίλ συντελεστών, ενώ οι 208 επιπλέον ημέρες που εμπλουτίζουν το νεοδημιουργηθέν δείγμα προστίθενται ισομοιρασμένα στην αρχή και στο τέλος του δείγματος με αποτέλεσμα την αντιστάθμιση των χαρακτηριστικών εποχικότητας. Έστω και αν ο προτεινόμενος τρόπος εμπλουτισμού αλλάζει τη συχνότητα της εποχικής συνιστώσας S_d , το αποτέλεσμα είναι σχεδόν αντίστοιχο με εκείνο της μιας προς μία αντικατάστασης ημερών. Προς υποστήριξη τούτου, σημειώνεται ότι η διάρκεια του δείγματος παραμένει η ίδια ενώ ταυτόχρονα εξασφαλίζεται η συμμετρία της εποχικότητας ως προς τη μέση του δείγματος και η συμμετρία του δείγματος ως προς τη μέση του συνόλου των δεδομένων.

Για τη διευκόλυνση της διάκρισης μεταξύ των δύο συλλογών προφίλ φορτίου, από το σημείο αυτό και στη συνέχεια, τα αρχικά τέσσερα προφίλ (βασιζόμενα στο αρχικό δείγμα) θα αναφέρονται ως προφίλ «πλήρους-ημερών» (AD), ενώ τα πρόσφατα δημιουργηθέντα (άνευ Σαββατοκύριακων) θα αποκαλούνται προφίλ «καθημερινών» (AD).

Τέλος, για λόγους συγκρισιμότητας, στο Σχήμα 4.25 παρουσιάζονται τα συνολικά ιστογράμματα των (WD) προφίλ που εισήχθησαν τελευταία σε αντιδιαστολή με τα αντίστοιχα των (AD) προφίλ. Τα ωριαία ιστογράμματα των (WD) προφίλ παρουσιάζονται παρακάτω (Σχήμα 4.26), όπου η μορφή των ωριαίων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας και τα πρότυπα που εμπεριέχονται μπορούν να παρατηρηθούν.



Σχήμα 4.26: Ωριαία ιστογράμματα των τεσσάρων προφίλ ζήτησης φορτίου (συντελεστής φορτίου) και η προβολή τους με χρήση μιας διάστασης χρώματος. Περίπτωση μόνο εργάσιμων ημερών.

4.9.2 Αριθμός και Μέγεθος Επιχειρήσεων

Ο αριθμός των επιχειρήσεων (N) που συμμετέχουν σε μία αγορά, αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους παράγοντες που επηρεάζουν το επίπεδο ανταγωνισμού, ενώ στα πλαίσια του παρόντος υποδείγματος περιορίζεται από τον αριθμό των μονάδων παραγωγής (K), υποθέτοντας ότι κάθε επιχείρηση που συμμετέχει στη αγορά κατέχει τουλάχιστον μία μονάδα. Ειδικότερα στις χονδρεμπορικές αγορές ισχύος, εξαιτίας του μηχανισμού εκκαθάρισης που βασίζεται σε δημοπρασίες και δεδομένης χωροθέτησης των μονάδων παραγωγής στο δίκτυο, ο επηρεασμός του οικονομικού αποτελέσματος της αγοράς σχετίζεται ισχυρά με την εγκατεστημένη ισχύ που κάθε επιχείρηση έχει υπό τη διαχείριση της.

Το μέγεθος της επιχείρησης, το οποίο μπορεί να ποσοτικοποιηθεί μέσω της ισχύος που ελέγχει που περιορίζει ουσιαστικά τον κύκλο εργασιών. Η εγκατεστημένη ισχύς, μαζί με τα υπόλοιπα τεχνικά χαρακτηριστικά των μονάδων, ενδέχεται να έχουν σοβαρό αντίκτυπο στο εύρος ανταγωνιστικότητας που δύναται να επιτευχθεί. Ο δείκτης Herfindahl-Hirschman Index (HHI) χρησιμοποιείται ευρέως για την περιγραφή του επιπέδου ανταγωνισμού, ενσωματώνοντας ταυτόχρονα τον αριθμό των επιχειρήσεων και τις τυχόν ασυμμετρίες που παρουσιάζουν τα εκάστοτε μερίδια. Αν και ο δείκτης αρχικά είχε προταθεί για τη μέτρηση των οικονομικών μεγεθών, στις αγορές ενέργειας, συνήθως είναι η χρήση του για την αξιολόγηση της εγκατεστημένης ισχύος. Έτσι, ο δείκτης, υπολογιζόμενος για τα μερίδια αγοράς, λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του ($H = 1$) στην περίπτωση του μονοπωλίου ενώ τείνει προς την ελάχιστη του τιμή στον τέλει ανταγωνισμό. Στις αγορές ενέργειας, όπου ο υπολογισμός και των δύο εκδοχών είναι εφικτός και αποτελεί κοινή πρακτική, οι πληροφορίες που δύναται να εξαχθούν αφορούν την αποδοτικότητα του σχεδιασμού της αγοράς και το επίπεδο του ανταγωνισμού, δεδομένου του βαθμού αλλοίωσης που τα μερίδια εγκατεστημένης ισχύος επιφέρουν.

Στις περιπτώσεις ρυθμιζόμενων (εποπτευόμενων) αγορών, όπως για παράδειγμα η αγοράς ηλεκτρικής ισχύος, οι επενδύσεις που σχετίζονται με την εγκατάσταση νέων μονάδων παραγωγής και την επέκταση της δυναμικότητας των υφιστάμενων μονάδων απαιτούν μακροχρόνιο σχεδιασμό καθώς υπόκεινται σε διαδικασίες αδειοδότησης και συνεπώς η δομή της αγοράς μπορεί να θεωρηθεί σταθερή βραχυχρόνια. Δεδομένης μια συγκεκριμένης εκδοχής του δικτύου, εισάγονται δύο εναλλακτικά μέτρα βασισόμενα στη λογική του δείκτη Herfindahl-Hirschman Index, για τα μερίδια της αγοράς και της δυναμικότητας παραγωγής αντίστοιχα. Θεωρώντας ότι ο αριθμός των μονάδων παραγωγής περιορίζει τον αριθμό των επιχειρήσεων και ότι η ελάχιστη ασυμμετρία των μεριδίων δυναμικότητας είναι δεδομένη, οι δύο εναλλακτικοί δείκτες κανονικοποιούνται έτσι ώστε η πιο ανταγωνιστική περίπτωση να αντιστοιχίζεται στο μηδέν. Έτσι, αν ο αριθμός των επιχειρήσεων είναι ίσος με τον αριθμό των μονάδων, στη συμμετρική περίπτωση, ο δείκτης H_c που σχετίζεται τα μερίδια δυναμικότητας είναι ίσος με μηδέν. Δεδομένου ότι $H_c = 0$, ο δείκτης H_s , που σχετίζεται με τον καταμερι-

σμό των μεριδίων αγοράς είναι ίσος με μηδέν αν και εφόσον απουσιάζουν άλλοι παράγοντες στρέβλωσης.

Τα σύνολα $\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, N\}$ και $\mathcal{K} = \{1, 2, \dots, K\}$ είναι τα σύνολα των επιχειρήσεων και των μονάδων παραγωγής που συμμετέχουν στην αγορά. Καθώς $N \leq K$, ισχύει ότι $\mathcal{N} \subseteq \mathcal{K}$. Υποθέτοντας ότι στην επιχείρηση $n \in \mathcal{N}$ ανήκουν και διαχειρίζεται τις μονάδες του υποσυνόλου \mathcal{O}_n των μονάδων παραγωγής, ισχύει ότι $\mathcal{O}_n \subseteq \mathcal{K}$ και $\bigcup_{n \in \mathcal{N}} \mathcal{O}_n = \mathcal{K}$. Δεδομένου ότι κάθε μονάδα παραγωγής $k \in \mathcal{K}$ χαρακτηρίζεται από τη δυναμικότητά της, την ονομαστική τιμή της εγκατεστημένης ισχύς δηλαδή, Q_k^{max} και ως ποσοστό της συνολικής δυναμικότητας παραγωγής του ΣΗΕ $Q_T^{max} = \sum_{k \in \mathcal{K}} Q_k^{max}$, δηλαδή $q_k = Q_k^{max}/Q_T^{max}$, ο δείκτης δυναμικότητας $H_{q^{max}}$ περιγράφεται από την (4.13). Παρόμοια, η (4.14) περιγράφει τον δείκτη μεριδίων αγοράς H_s , όπου s_n είναι το μερίδιο της επιχείρησης n ως προς το συνολικό κύκλο εργασιών της αγοράς για κάποια προκαθορισμένη περίοδο.

$$H_{q^{max}} = \frac{\sum_{n \in \mathcal{N}} \left(\sum_{k \in \mathcal{O}_n} q_k^{max} \right)^2 - \frac{1}{K}}{1 - \frac{1}{K}} \quad (4.13)$$

$$H_s = \frac{\sum_{n \in \mathcal{N}} (s_n)^2 - \frac{1}{K}}{1 - \frac{1}{K}} \quad (4.14)$$

4.9.3 Δύναμη Αγοράς και Οικονομικά Αποτελέσματα

Βάση της υπό εξέταση περίπτωσης, αποτελεί ένα πιο σύνθετο ΣΗΕ, συγκριτικά με εκείνο που έχει ήδη παρουσιαστεί. Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο στοχαστικού παιγνίου με στοιχεία ενισχυτικής εκμάθησης έχει εφαρμοστεί στα πλαίσια μιας εκδοχής του IEEE 30-Bus συστήματος όπου συμμετέχουν έξι μονάδες παραγωγής (Σχήμα 4.27). Καθώς το παρόν Υποκεφάλαιο, αποσκοπεί αποκλειστικά στην ανάδειξη των δυνατοτήτων της προτεινόμενης μοντελοποίησης στα πλαίσια ρεαλιστικών εφαρμογών, αρκετά από τα τεχνικά στοιχεία της περίπτωσης έχουν παραληφθεί ενώ δεδομένα και αποτελέσματα των προσομοιώσεων παρουσιάζονται σε όχι απόλυτα νούμερα.

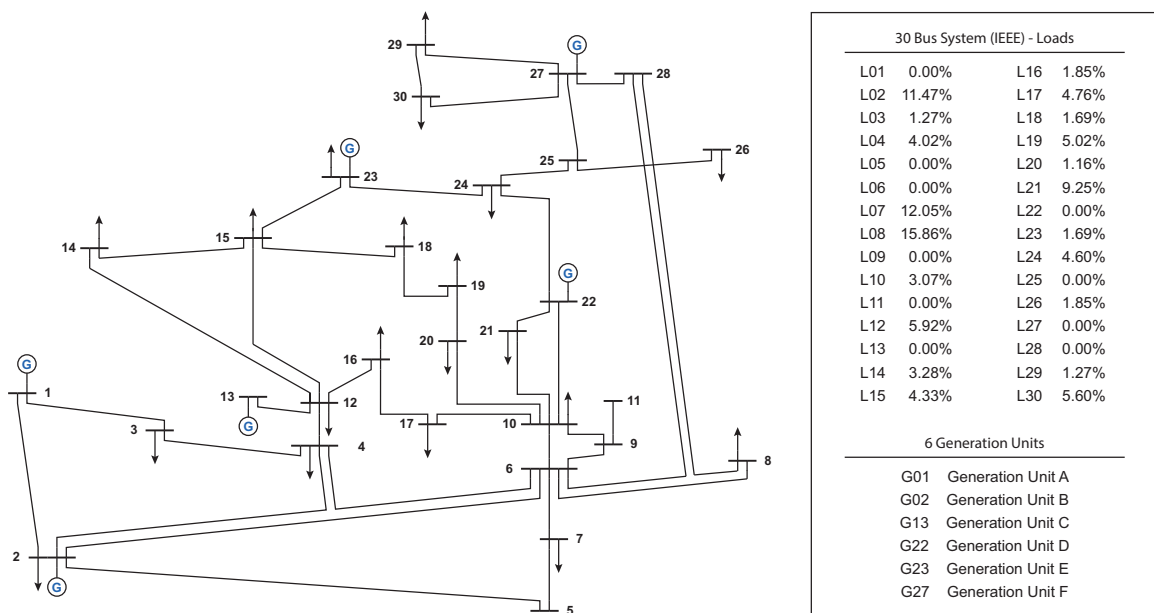
Σε συνέχεια τούτου, σημειώνεται ότι τα ωριαία φορτία έχουν ληφθεί βάση του σταθερού καταμερισμού τους στο δίκτυο, ενός μέσου επιπέδου ζήτησης \bar{D} και του συντελεστή φορτίου που περιλαμβάνεται στα προφίλ ζήτησης. Αντίστοιχα, η δυναμικότητα παραγωγής των μονάδων, έχει ληφθεί σε τρία διαφορετικά επίπεδα, ώστε ο συντελεστής χρησιμοποίησης της δυναμικότητας (4.15) να λαμβάνει τρεις τιμές (χαμηλή, μέτρια, υψηλή). Έτσι, με το μέσο επίπεδο ζήτησης \bar{D} να παραμένει σταθερό, ο παρονομαστής του συντελεστή Q_T^{max} , η συνολική δυναμικότητα παραγωγής του συστήματος δηλαδή, αλλάζει επιτρέποντας την εξέταση

της επίδρασης του λόγου ζήτησης-δυναμικότητας στο επίπεδο του ανταγωνισμού. Αν και η περίπτωση που εξετάζεται δεν είναι ιδιαίτερα συμμετρική καθώς οι μονάδες παραγωγής είναι όμοιες, έχει γίνει προσπάθεια τα κόστη να διατηρηθούν σε ίδια επίπεδα, οπότε μπορεί να θεωρηθεί ότι οι μονάδες είναι της ίδιας τεχνολογίας.

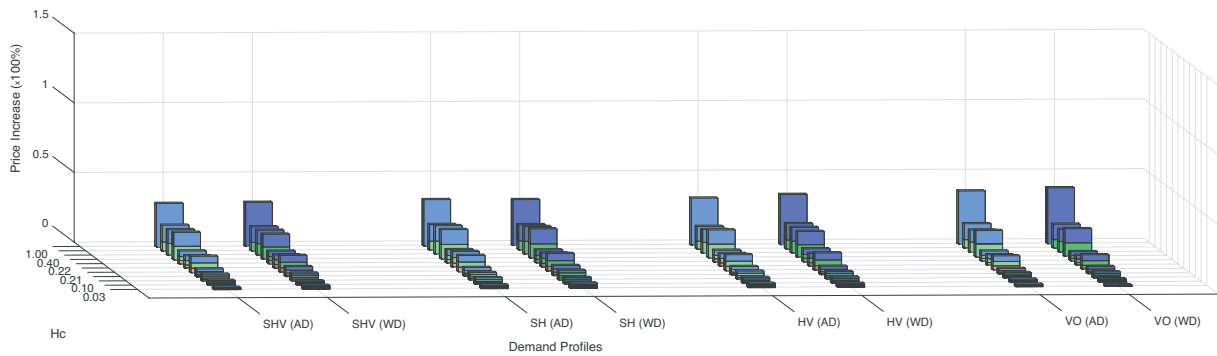
$$U = \frac{\bar{D}}{Q_T^{max}} \quad (4.15)$$

Οι περιπτώσεις που παρουσιάζονται στη συνέχεια, πέρα των όσων έχουν ήδη αναφερθεί, διαφοροποιούνται και ως προς το επίπεδο των ορίων μεταφοράς των γραμμών. Έτσι έχουν εξεταστεί εκδοχές, με τα όρια των γραμμών μεταφοράς να βρίσκονται σε χαμηλό, μέτριο και υψηλό επίπεδο, αντίστοιχα. Τέλος, έχει ληφθεί υπόψη και τρόπος διακριτοποίησης των υποβαλλόμενων προσφορών, ως προς τον αριθμό των διαστημάτων που απαιτούνται από τον ρυθμιστή (τρία, πέντε, επτά, εννιά).

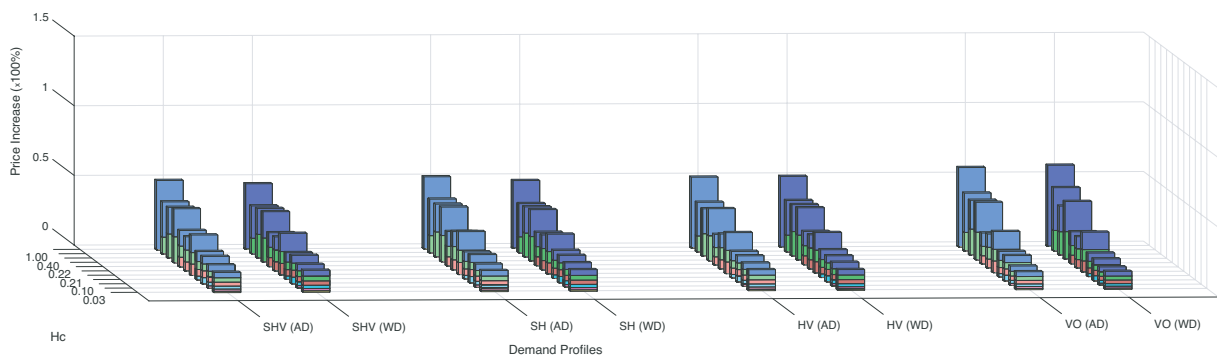
Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τέσσερις ακραίες περιπτώσεις για δεδομένη διακριτοποίηση προσφορών εννέα σημείων. Συγκεκριμένα, οι τέσσερις αυτές περιπτώσεις προκύπτουν ως συνδυασμός των σεναρίων χαμηλών/υψηλών ορίων των γραμμών μεταφοράς και χαμηλού/υψηλού συντελεστή χρησιμοποίησης της δυναμικότητας. Τα τέσσερα διαγράμματα παρουσιάζουν την ποσοστιαία αύξηση της μέσης τιμής στην αγορά, για κάθε πιθανή σύνθεση της αγοράς (από μία μέχρι έξι επιχειρήσεις) και για κάθε ένα από τα οκτώ προφίλ ζήτησης που έχουν παρουσιαστεί. Ταυτόχρονα, με το χρωματικό κατακερματισμό της εκάστοτε μπάρας, είναι δυνατό να παρατηρηθεί η αναλογία των μεριδίων αγοράς. Η κλίμακα έχει διατηρηθεί



Σχήμα 4.27: Διάγραμμα ΣΗΕ τριάντα ζυγών με έξι μονάδες παραγωγής, βασισμένο στο IEEE 30-Bus, με ποσοστιαίος καταμερισμός φορτίων βάση της συνολικής ζήτησης.



Σχήμα 4.28: Ποσοστιαία αύξηση της μέσης τιμής και καταμερισμός των μεριδίων αγοράς στην περίπτωση υψηλών ορίων των γραμμών μεταφοράς και μειωμένης χρησιμοποίησης της δυναμικότητας.

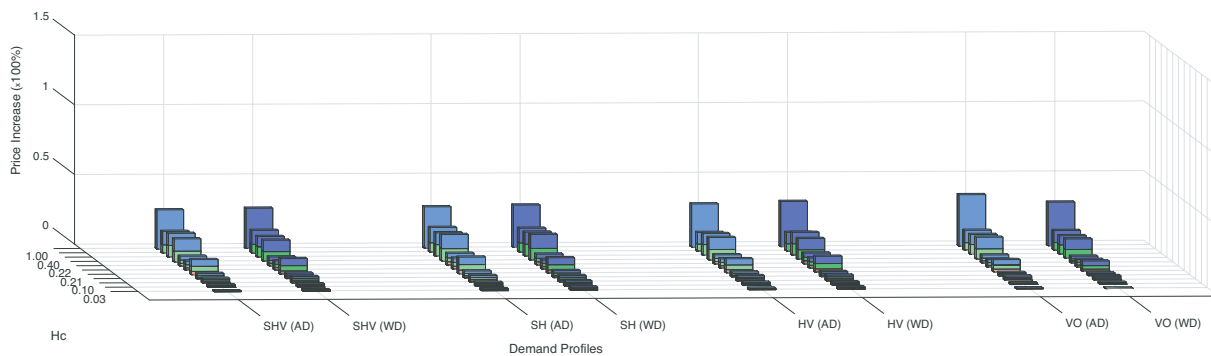


Σχήμα 4.29: Ποσοστιαία αύξηση της μέσης τιμής και καταμερισμός των μεριδίων αγοράς στην περίπτωση υψηλών ορίων των γραμμών μεταφοράς και αυξημένης χρησιμοποίησης της δυναμικότητας.

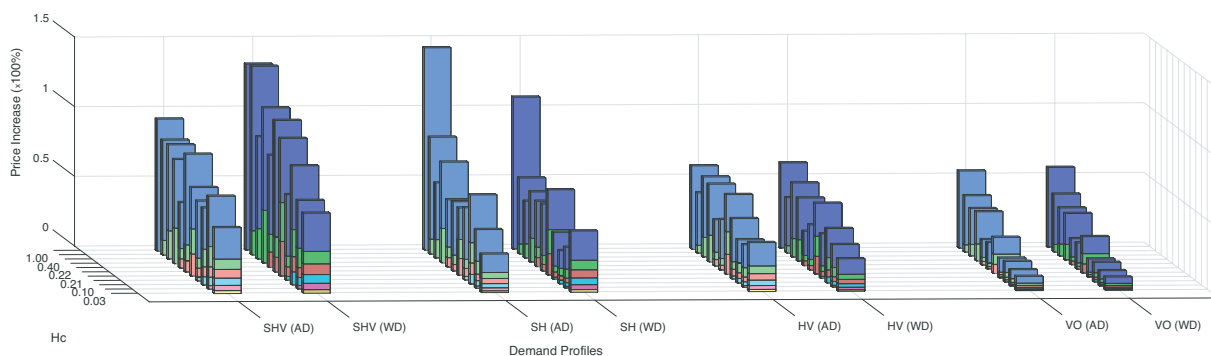
κοινή και στα τέσσερα διαγράμματα για τη διευκόλυνση της σύγκρισης.

Όπως ήταν αναμενόμενο, ως κοινό σημείο μεταξύ όλων των δυνατών συνδυασμών, μπορεί να αναγνωριστεί η αντίστροφη σχέση που υπάρχει μεταξύ αριθμού επιχειρήσεων και επιπέδου τιμών, αφού, αν σε διαφορετικό βαθμό σε κάθε περίπτωση, η αύξηση του αριθμού των επιχειρήσεων συνεπάγεται μείωση των τιμών και περιορισμό της δύναμης αγοράς που ανεξάρτητοι παίχτες δύναται να ασκήσουν. Στις περιπτώσεις υψηλών ορίων μεταφοράς, η συμφόρηση του δικτύου δεν παρουσιάζεται σε υψηλή συχνότητα και αντίστοιχα περιορίζεται η εμφάνιση τοπικών οριακών τιμών. Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση «Υψηλά όρια μεταφοράς - Μειωμένη χρησιμοποίηση δυναμικότητας» (Σχήμα 4.28) παρατηρείται μια ελαφριά διευκόλυνση της αύξησης των τιμών όσο αφαιρούνται εποχικές/ενδοημερήσιες διακυμάνσεις και συνάμα ενισχυόμενη υπό την έλλειψη οικονομικά ανενεργών ημερών. Αντίστοιχα, η περίπτωση «Υψηλά όρια μεταφοράς - Υψηλή χρησιμοποίηση δυναμικότητας» (Σχήμα 4.29) καταδεικνύει τον ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο που διαδραματίζει η σχέση μεταξύ εγκατεστημένης ισχύος και ζήτησης, ενώ για ακόμη μια φορά η έλλειψη εποχικών συνιστωσών φαίνεται να ενισχύει τη χειραγώγηση των αποτελεσμάτων στις πιο περιορισμένης ανταγωνιστικότητας εκφάνσεις της αγοράς.

Στις υπόλοιπες δύο περιπτώσεις, όπου τα όρια μεταφοράς είναι χαμηλά, δηλαδή η συμφόρηση του δικτύου είναι πιο πιθανή, η εμφάνιση τοπικών οριακών τιμών μπορεί να προκαλέσει



Σχήμα 4.30: Ποσοστιαία αύξηση της μέσης τιμής και καταμερισμός των μεριδίων αγοράς στην περίπτωση χαμηλών ορίων των γραμμών μεταφοράς και μειωμένης χρησιμοποίησης της δυναμικότητας.

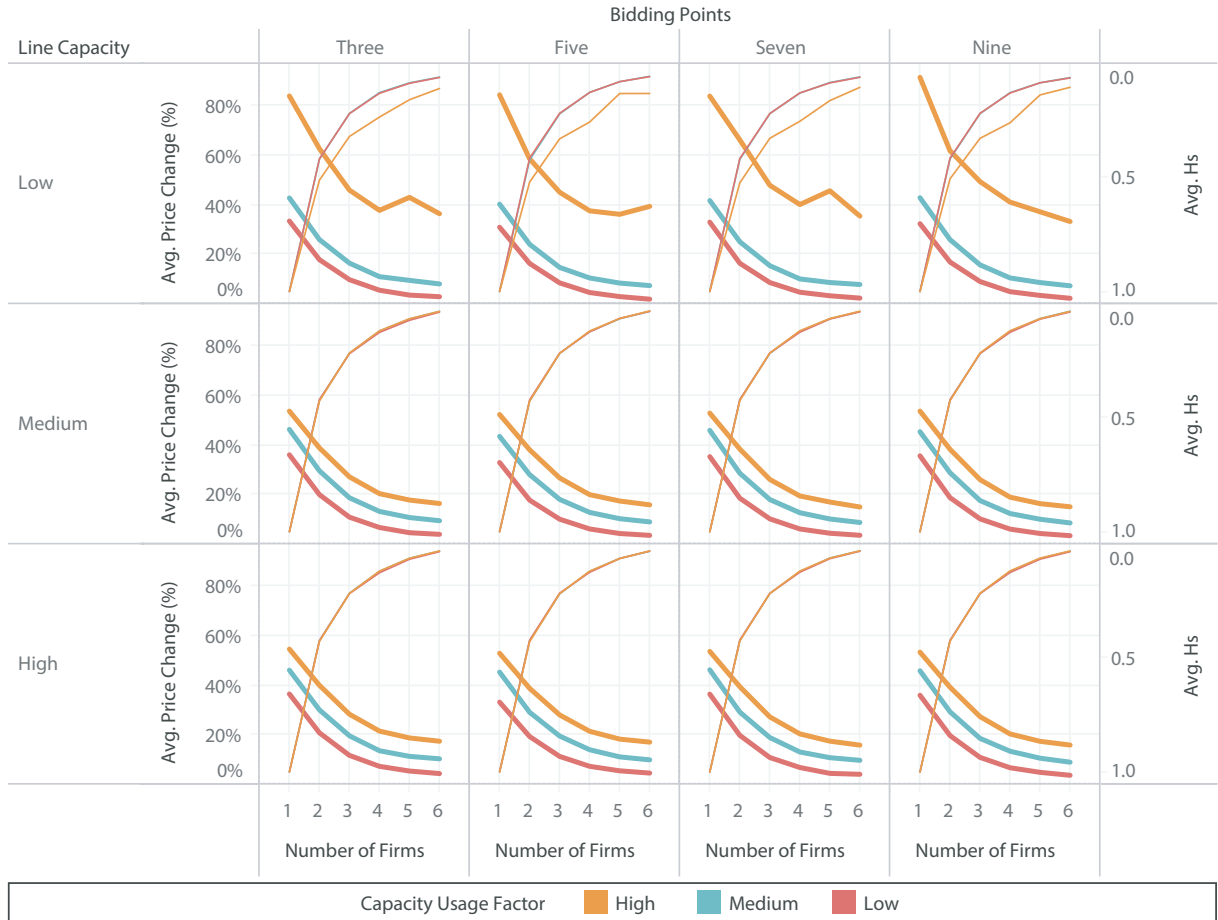


Σχήμα 4.31: Ποσοστιαία αύξηση της μέσης τιμής και καταμερισμός των μεριδίων αγοράς στην περίπτωση χαμηλών ορίων των γραμμών μεταφοράς και αυξημένης χρησιμοποίησης της δυναμικότητας.

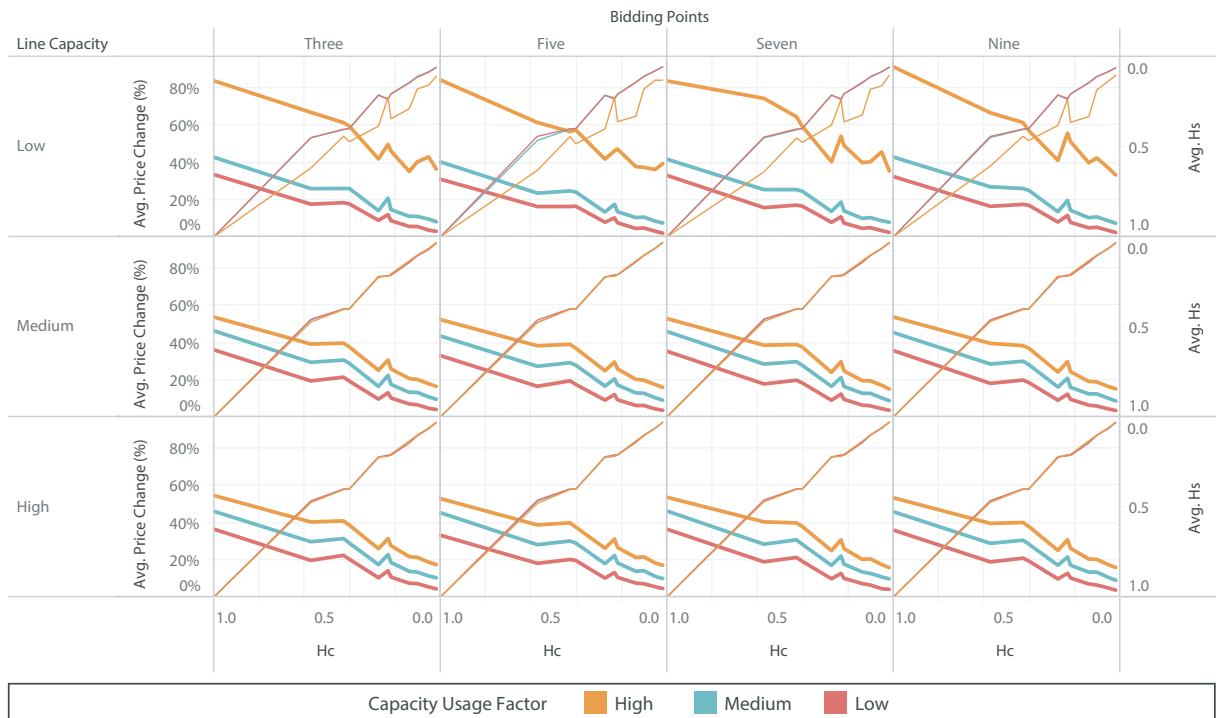
ουσιαστική αύξηση των τιμών. Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση «Χαμηλά όρια μεταφοράς - Μειωμένη χρησιμοποίηση δυναμικότητας» (Σχήμα 4.30), η αυξημένη εγκατεστημένη ισχύ φαίνεται να αντισταθμίζει πλήρως τους πιο αυστηρούς περιορισμούς, καθώς τα αποτελέσματα είναι παραπλήσια με εκείνα της «Υψηλά όρια μεταφοράς - Μειωμένη χρησιμοποίηση δυναμικότητας» περίπτωσης. Το γεγονός αυτό, μπορεί να εξηγηθεί από την προσπάθεια των παραγωγών που είναι λιγότερο διασυνδεδεμένοι να συμμετέχουν στον ημερήσιο προγραμματισμό μέσω χαμηλών προσφορών και ταυτόχρονα στερώντας από τους άλλους τη δυνατότητα να αυξήσουν τις τιμές. Αντίθετα, η περίπτωση «Χαμηλά όρια μεταφοράς - Υψηλή χρησιμοποίηση δυναμικότητας» (Σχήμα 4.31), που αντιστοιχεί σε χαμηλότερη εγκατεστημένη ισχύ στο δίκτυο, υπό τους αυστηρότερους περιορισμούς δημιουργεί το ιδανικό περιβάλλον για άσκηση δύναμης αγοράς και εκτόξευση των τιμών.

Στα δύο γραφικά¹ που προκύπτουν κατά την ομαδοποίηση των αποτελεσμάτων, παρουσιάζεται η μέση μεταβολή του επιπέδου τιμών και η μέση εξέλιξη του δείκτη Herfindahl-Hirschman Index (HHI) μεριδίων αγοράς H_s , για όλους τους συνδυασμούς επιπέδων ορίων γραμμών μεταφοράς, επιπέδων συντελεστή χρησιμοποίησης δυναμικότητας και αριθμού σημείων διακριτοποίησης προσφορών. Στο Σχήμα 4.32 η ομαδοποίηση γίνεται βάση του αριθμού των επιχειρήσεων ενώ στο Σχήμα 4.33 βάση της τιμής του δείκτη Herfindahl-Hirschman

¹ Τα γραφικά των Σχημάτων 4.32, 4.33 και 4.34 έχουν παραχθεί με χρήση του λογισμικού Tableau Desktop (Version 2019.2.2) με ομαδοποίηση 3602 προσομοιώσεων από τις οποίες έχει αξιοποιηθεί ο δεύτερος χρόνος των αποτελεσμάτων.



Σχήμα 4.32: Ομαδοποιημένα αποτελέσματα μεταβολής της μέσης τιμής και του δείκτη HHI μεριδίων αγοράς για διαφορετικά επίπεδα των παραγόντων ως προς τον αριθμό των επιχειρήσεων.



Σχήμα 4.33: Ομαδοποιημένα αποτελέσματα μεταβολής της μέσης τιμής και του δείκτη HHI μεριδίων αγοράς ως προς τον δείκτη HHI μεριδίων δυναμικότητας για διαφορετικά επίπεδα των παραγόντων.

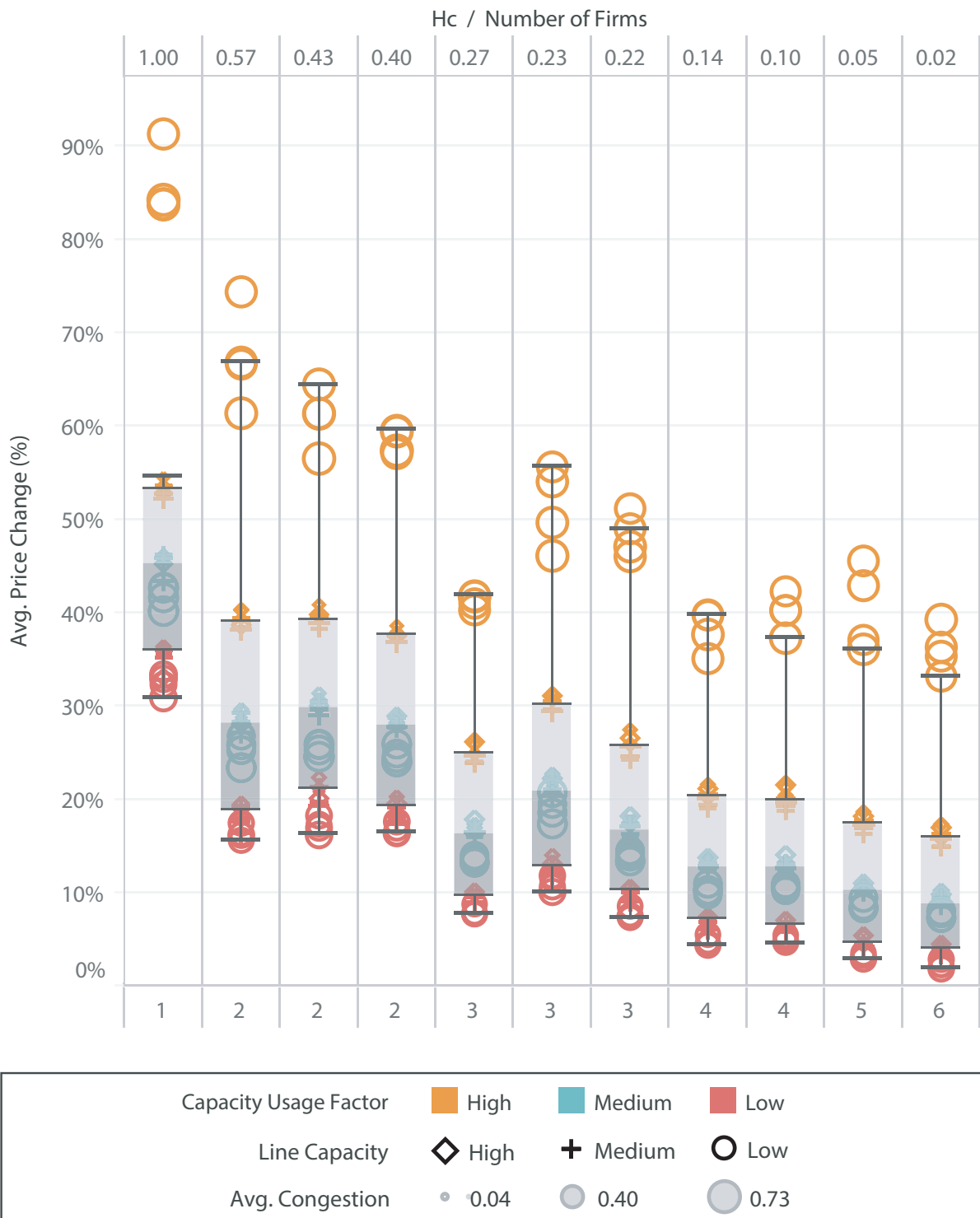
Index (HHI) μεριδίων δυναμικότητας H_c . Αξίζει να σημειωθεί ότι σε κάθε περίπτωση ισοσταθμίζονται διάφορες άλλες εκδοχές όπως εκείνες των διαφορετικών προφίλ ζήτησης που παρουσιάστηκαν νωρίτερα.

Τέλος, με επίκεντρο την εξέλιξη του επιπέδου τιμών, από το Σχήμα 4.34 μπορεί να παρατηρηθεί η αντίστοιχη επίδραση της κάθε μίας εκ των παραμέτρων στην δυνατότητα άσκησης δύναμης αγοράς. Κάθε παράγοντας, σε διαφορετικά βαθμό και δεδομένων των γενικότερων συνθηκών δύναται να επηρεάσει το επίπεδο ανταγωνισμού και κατ' επέκταση να επιτρέψει την άνοδο των τιμών. Ιδιαίτερα σημαντική κρίνεται η αναγνώριση των συνεργιών, καθώς η συνύπαρξη ορισμένων συνθηκών φαίνεται να αποδίδει έναν πολλαπλασιαστικό χαρακτήρα και να λειτουργεί κρίσιμα στη διαμόρφωση του οικονομικού αποτελέσματος της αγοράς. Φανερό γίνεται επίσης, η αξία του μοντέλου που παρουσιάστηκε καθώς μπορεί να αποτελέσει πέρα από εργαλείο αξιολόγησης και ανάδειξης βέλτιστων στρατηγικών, ένα σημαντικό βοήθημα στην ανάλυση και των σχεδιασμό αγορών.

4.10 Συμπεράσματα

Η λειτουργία της Αγορά Επόμενης Μέρας (DA market) περιγράφεται ως στοχαστικό παίγνιο ατελούς πληροφόρησης όπου οι παραγωγοί ηλεκτρικής ενέργειας επιτρέπεται να έχουν τη δική τους αντίληψη για τον πίνακα καταστάσεων μέσω ενός μετασχηματισμού του συνόλου πληροφοριών. Στο πλαίσιο αυτό, οι παραγωγοί ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούν έναν τροποποιημένο αλγόριθμο R-learning για τον εντοπισμό και την υιοθέτηση βέλτιστων σχεδίων δράσης. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ενισχυτικής εκμάθησης R-Learning, καθίσταται εφικτή η εξερεύνηση του συστήματος και η αξιολόγηση των διατεταγμένων ζευγών κατάστασης - δράσης, έτσι ώστε να επιτευχθεί η διάκριση των πλεονεκτικών δράσεων, με απώτερο στόχο τον σχηματισμό πλεονεκτικών πολιτικών.

Σ' ένα πλαίσιο αξιολόγησης επίδοσης (benchmarking setting) ενός ΣΗΕ έξι ζυγών, ο προτεινόμενος αλγόριθμος αξιολογήθηκε θετικά και βρέθηκε να είναι αποτελεσματικός και αποδοτικός, αφού μετά από μια σύντομη περίοδο εξερεύνησης, οι παίχτες προσαρμόσαν τα σχέδια δράσης τους έτσι ώστε να αντλήσουν το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα. Στην συμμετρική περίπτωση, όλοι οι παίχτες πέτυχαν σχεδόν συμμετρικά κέρδη και αξιολόγησαν παρόμοια το σύστημα. Η μεταβολές της δομής του δικτύου και της διασύνδεσης των ζυγών ανέδειξαν τη δύναμη αγοράς που μπορεί να αναγνωρισθεί και να ασκηθεί από τους παίχτες, με την περίπτωση των τοπικών μονοπωλίων να αποτελεί την ακραία περίπτωση [29]. Παράλληλα, στην περίπτωση ύπαρξης μίας μεγάλης επιχείρησης που μπορεί να προκύψει από την συγχώνευση μικρότερων επιχειρήσεων, αναγνωρίστηκε η πλεονεκτική θέση και η δυνατότητα χειραγώγησης της αγοράς, μέσω του περιορισμού του ανταγωνισμού μόνο στην υπολειπόμενη ζήτηση. Αυτό καθίσταται εφικτό με την υιοθέτηση στρατηγικής τέτοιας που



Σχήμα 4.34: Ομαδοποιημένα αποτελέσματα μεταβολής της μέσης τιμής για συνδυασμούς διαφορετικών επιπέδων των παραγόντων ως προς τον δείκτη ΗΗΙ μεριδίων δυναμικότητας και τον αριθμό των επιχειρήσεων.

να εξασφαλίζει τη συμμετοχή της μίας εκ' των μονάδων στον ημερήσιο προγραμματισμό παραγωγής. Αξίζει να σημειωθεί πως η τάση αυτή οφείλει την ύπαρξή της στην δεδομένη δομή της υπό εξέταση αγοράς που προκαλεί αύξηση της δύναμης αγοράς, καθώς και ότι σε περιβάλλον ρυθμιζόμενου ανταγωνισμού [70], οι συγχωνεύσεις μπορεί να λειτουργήσουν ευεργετικά για τους καταναλωτές [71].

Τα διαφορετικά πληροφοριακά σενάρια που εξετάστηκαν μέσα από την εφαρμογή της τεχνικής μετασχηματισμού του χώρου κατάστασης, υποδεικνύουν ότι σε ένα πλαίσιο εκμάθησης [174], η επιπλέον ποσότητα πληροφοριών δεν βελτιώνει απαραίτητως το συνολικό αποτέλεσμα που λαμβάνεται μακροχρόνια. Δεδομένου ότι η επιπρόσθετη πληροφορία προσδίδει μεγαλύτερη πολυπλοκότητα, αν δεν προστεθεί κάτι αρκετά σημαντικό, από άποψη ποιότητας της πληροφορίας, ενδέχεται να καταστήσει το αποτέλεσμα χειρότερο συγκριτικά με εκείνο που παράγεται από τα μικρότερα σύνολα. Στις δύο περιπτώσεις που εξετάστηκαν, τα δύο πληροφοριακά σενάρια διαφοροποιούνται εξαιτίας της επέκτασης των συνόλων με πληροφορία σχετιζόμενη με την μέγιστη τιμή και το συνολικό φορτίο, προσθήκη η οποία κρίνεται περιττή. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι η ομοιόμορφη δημοπρασία, σε περιπτώσεις μη συμφόρησης δικτύου, οδηγεί σε κοινή τιμή με αποτέλεσμα ο τελεστής μεγιστοποίησης να προκαλεί μόνο περισσότερη πολυπλοκότητα [54].

Το επίπεδο ανταγωνισμού, που συνοψίζεται από το επίπεδο των τιμών και τον καταμερισμό του κύκλου εργασιών μεταξύ των συμμετεχόντων, εξαρτάται σε διαφορετικό βαθμό από ένα σύνολο παραγόντων. Εξετάζοντας αρκετούς από αυτούς στα πλαίσια ενός μεγάλου όγκου και αξιοσημείωτης κλίμακας προσομοιώσεων, κατέστη δυνατή η συγκριτική ανάλυση των επιδράσεων τους στα οικονομικά αποτελέσματα της αγοράς.

Συμπεράσματα - Επεκτάσεις

Η μελέτη αγορών διαφορετικών επιπέδων πληροφόρησης αποτελεί μια σύγχρονη προτεραιότητα, όχι μόνο λόγω του ακαδημαϊκού ενδιαφέροντος που συνεπάγεται αλλά κυρίως λόγω των τεχνοκρατικής φύσεως αναγκών που παρουσιάζονται κατά το σχεδιασμό πιο αποδοτικών μηχανισμών στα πλαίσια των απελευθερωμένων αγορών ενεργειακών προϊόντων. Έτσι, μέσω της χρήση οικονομοτεχνικών υποδειγμάτων, βασιζόμενων στη θεωρία παιγνίων [17, 72], μελετήθηκαν δομές ατελούς πληροφόρησης, κατάλληλες για την ανάλυση και μοντελοποίηση ενεργειακών αγορών [21].

Ειδική μνεία δόθηκε σε απλές και σύνθετες τεχνικές εκμάθησης, όπου εξετάστηκαν τα αποτελέσματα της υιοθέτηση τους από τους συμμετέχοντες σε συνδυασμό με τις δυνατότητες χειραγώγησης της αλληλεπίδρασης που δυνητικά επιφέρουν. Με τις στρατηγικές επιλογές των παιχτών, να επιδρούν άμεσα στα επίπεδα ανταγωνισμού, η θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων αποτέλεσε το βασικό εργαλείο της παρούσας μελέτης, καθώς κατέστη ικανό να ερμηνεύσει όλες εκείνες τις περιπτώσεις αλληλεπίδρασης των ανεξάρτητων συμμετεχόντων στις αγορές. Υπό το πρίσμα αυτό, η αναφορά στις στρατηγικές επιλογές ή στη στρατηγική αλληλεπίδραση των παιχτών συνεπάγεται πάντα την λήψη αποφάσεων βάση της εξυπηρέτησης μίας ή περισσότερων στοχεύσεων, συνυπολογίζοντας πάντα την αντίδραση των υπολοίπων συμμετεχόντων [84].

Η εξέταση του ανταγωνισμού δύο επιχειρήσεων μέσω της στρατηγικής επιλογής των ποσοτήτων παραγωγής στα πλαίσια ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου, υπό την απουσία μηχανισμών αποκάλυψης του ιδιωτικού κόστους κάθε επιχείρησης επέτρεψε την εισαγωγή της συμπεριφοράς προσποίησης. Αυτό αποτέλεσε και την βασική διαφοροποίηση της παρούσας προσέγγισης, καθώς πραγματεύεται, με έναν εναλλακτικό τρόπο, την αβεβαιότητα που εμπειρεύεται στο παίγνιο ατελούς πληροφόρησης όπου το οριακό κόστος κάθε επιχείρησης δεν είναι κοινώς γνωστό. Έτσι, δεδομένου του γεγονότος ότι η συμπεριφορική προσποίηση, ως επιλογή, δεν είναι παρατηρήσιμη σε κανένα στάδιο του παιγνίου, καθίσταται αδύνατο στους συμμετέχοντες να αντιληφθούν τις πραγματικές συνθήκες κάτω από τις οποίες εξελίσσεται το παίγνιο. Κατ' επέκταση αποκλείονται δυνατότητες συνεργασίας μεταξύ των επιχειρήσεων,

μιας και πάντα ελοχεύει ο κίνδυνος η επιχείρηση να βρεθεί στη θέση του ακολούθου αν δεν επιλέξει να συμπεριφερθεί στρατηγικά σαν να ήταν πιο ανταγωνιστική απ' ό,τι είναι στην πράξη.

Το παίγνιο με το, προ της επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης, στάδιο, που επιτρέπει τη συμπεριφορική προσποίηση ή μη των παιχτών, εμφανίζει ένα διαφορετικό σημείο ισορροπίας. Στην προσπάθεια τους οι επιχειρήσεις να αποκτήσουν αρχηγική θέση στην αγορά, καταλήγουν να παράγουν μεγαλύτερες ποσότητες και κατ' επέκταση να αποκομίζουν μικρότερα κέρδη. Το αποτέλεσμα αυτό αποτελεί ένα πολύ χαρακτηριστικό παράδειγμα λογικών χειραγώγησης που εμπεριέχονται σε περιβάλλοντα εκμάθησης, όπου καταλήγει να είναι δυσδιάκριτη η λειτουργία της εκμάθησης από εκείνη της διδασκαλίας. Ο σημαίνοντας ρόλος που η φήμη των συμμετεχόντων σε συνδυασμό με αποτελεσματικούς μηχανισμούς εξακρίβωσης, δύναται να διαδραματίσουν, γίνεται, επίσης, ξεκάθαρος. Υπό την έλλειψη στοιχείων σαν και αυτών, το παίγνιο καταλήγει να υποστηρίζει έντονα ανταγωνιστικές τάσεις, με αποτέλεσμα τον αποκλεισμό κάθε περίπτωσης αγαστής συνύπαρξης και ειλικρινούς συνεργασίας. Ιδιαίτερης αξίας λόγω του ρεαλισμού που εμπεριέχει, είναι το παράδειγμα πολλαπλών περιόδων που συλλαμβάνει την εξέλιξη του πραγματικού κόστους συναρτήσει των πραγματοποιηθέντων αποτελεσμάτων. Η λειτουργία αυτή μαζί, βέβαια, με πολλούς άλλους παράγοντες μπορεί να εξηγήσει τα αρκετά παραδείγματα επιχειρήσεων που αν και έχουν κοινή αφετηρία καταλήγουν σε τελείως διαφορετικά μερίδια αγοράς, με το πέρασμα του χρόνου.

Η γενίκευση του υποδείγματος της συμπεριφορικής προσποίησης, ως βασική προϋπόθεση έχει την ευστάθεια του παιγνίου. Οι κανόνες που παρουσιάστηκαν στον αντίποδα της διαδικασίας προσαρμογής Cournot, βρέθηκαν ικανοί να εξασφαλίσουν την απαιτούμενη σύγκλιση χωρίς να επιβάλλουν ιδιαίτερες απαιτήσεις. Η ευθεία συσχέτιση της ευστάθειας με τον αριθμό των υστερήσεων και τον αριθμό των παιχτών, ανέδειξε μια ιδιαίτερη πτυχή των δυναμικών συστημάτων διακριτού χρόνου [107]. Παράλληλα, λειτούργησε πληρωτικά καθώς αποτέλεσε μια διαφορετική προσέγγιση σε σχέση με την κλασική βιβλιογραφία, όπου κάτω από μια κοινή περιγραφή κατάφερε να γεφυρώσει δύο διακριτές έννοιες, εκείνη της ταχύτητας προσαρμογής (speed of adjustment) και εκείνη του πλασματικού παιζίματος (fictitious play). Η πρώτη αποτελεί την κοινώς αποδεκτή τεχνική κάτω από την οποία αποκαθίσταται η ευστάθεια στα παίγνια Cournot ενώ η δεύτερη αποτελεί από μόνη της μια τεχνική εκμάθησης, όπου οι παίχτες αντιδρούν στις μέσες επιλογές των αντιπάλων τους. Ιδιαίτερη αξία έχει η προοπτική που δημιουργείται μέσω της περιγραφής των προσαρμοστικών κανόνων, καθώς δημιουργείται το κατάλληλο περιβάλλον για τη μελέτη παιγνίων ατελούς πληροφόρησης διακριτού χρόνου [38]. Με το συνδυασμό των παραπάνω καθίσταται εφικτή και η εξέταση του αριθμού των επιχειρήσεων που οδηγούν στον κορεσμό της αγοράς, στην περίπτωση των στρατηγικών προσποίησης.

Δίνοντας έμφαση στο τεχνικό μέρος, η χρήση κατάλληλων μετασχηματισμών, όπως αυτών που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό της απαιτούμενης συνθήκης για την ευστάθεια, καταδεικνύει τον σημαντικό ρόλο που δύναται να διαδραματίσουν στη μελέτη προβλημάτων. Πολλές φορές, προβλήματα που είναι ιδιαίτερα δύσκολο να επιλυθούν αναλυτικά στο χώρο που διατυπώνονται, μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών είναι πιθανό να μπορούν να περιγραφούν σε άλλους χώρους όπου τα χαρακτηριστικά τους αποτυπώνονται καλύτερα. Έτσι η διακριτή αναπαράσταση της επίδρασης του αριθμού των υστερήσεων και του αριθμού των παιχτών, υποστήριξε την καλύτερη κατανόηση της δυναμικής του παιγνίου και τον προσδιορισμό της απαιτούμενης συνθήκης. Αν και η μελέτη άλλων κανόνων, διαφορετικής στάθμισης, δεν φαίνεται να μπορεί να βασιστεί στην απεικόνιση συνόλων, σίγουρα ο μετασχηματισμός του προβλήματος και η μελέτη του στο μιγαδικό επίπεδο θα διευκολύνει την ανάλυση. Οι κανόνες διαφορετικής στάθμισης, σε διεξαχθείσες προσομοιώσεις που δεν έχουν συμπεριληφθεί, παρουσιάζουν αυξημένες δυνατότητες υποστήριξης της σύγκλισης. Με άλλα λόγια, το ίδιο μήκος παραθύρου μνήμης επιτρέπει τη σύγκλιση παιγνίων μεγαλύτερου αριθμού παιχτών στην περίπτωση διαφορετικής, από την ομοιόμορφη, στάθμισης. Η συγκεκριμένη παρατήρηση, μπορεί να αποτελέσει αφετηρία για την ανάλυση τέτοιων περιπτώσεων και ενδεχομένως των εντοπισμό βέλτιστων, ως προς τη στάθμιση, κανόνων [40].

Όσον αφορά το στοχαστικό παίγνιο που χρησιμοποιείται κατά τη μοντελοποίηση της αγοράς ισχύος επόμενης ημέρας, το σύστημα που προκύπτει καταλήγει να είναι εξαιρετικά πολύπλοκο ακόμη και στην εφαρμογή του σε μικρή κλίμακα, όπως στα παραδείγματα που χρησιμοποιούνται στις προσομοιώσεις. Η πολυπλοκότητα εντοπίζεται κυρίως στις διαστάσεις του χώρου καταστάσεων και δράσεων που είναι σε άμεση εξάρτηση με τον αριθμό των παραγωγών και το μέγεθος του δικτύου. Η επίλυση του προβλήματος, λόγω της πολυπλοκότητας του και της μη γνώσης των πιθανοτήτων μετάβασης δεν μπορούσε να γίνει με τρόπο διαφορετικό από αυτόν της υιοθέτησης κάποιας λογικής εκμάθησης [63]. Η ενισχυτική εκμάθηση βασίζεται στη λογική της εξερεύνησης του συστήματος μέσω της δοκιμής και μιμείται μια ορθολογική πρακτική που μπορεί να συναντηθεί σε συστήματα δύσκολα ως προς την ανάλυση. Έτσι η βασική υπόθεση που γίνεται για την επίλυση του συστήματος, δηλαδή η υιοθέτηση της στρατηγικής της εκμάθησης από το σύνολο των συμμετεχόντων θεωρείται βάσιμη αλλά απαιτεί χρόνο και σίγουρα επιφέρει κάποιο κόστος.

Στην υλοποίηση της εφαρμογής καίρια σημασία έχει η επιλογή των βημάτων διακριτοποίησης των μεταβλητών κατάστασης, δηλαδή της τιμής και της ισχύος των ζυγών, καθώς διαμορφώνει το μέγεθος του χώρου καταστάσεων. Σίγουρα δεν θα είναι όλα τα σημεία εφικτές λύσεις του προβλήματος, αλλά όσα είναι θα πρέπει οι πράκτορες εκμάθησης να τα επισκέπτονται απείρως συχνά, ώστε η εκμάθηση να είναι αντικειμενική, δηλαδή να μαθαίνεται η πραγματική αξία κάθε κατάστασης. Το γεγονός τούτο εμπλέκει άμεσα και τις δράσεις

καθώς επιβάλει την πολλαπλή δοκιμή όλων των δράσεων, σε κάθε κατάσταση, για την ανάδειξη της πραγματικά επικρατούσας. Η πολλαπλή δοκιμή είναι και η βασική υπόθεση της ενισχυτικής εκμάθησης για την εύρεση κάποιας ισορροπίας, στο αφηρημένο πλαίσιο που βέλτιστου εφικτού. Το πλαίσιο χαρακτηρίζεται έτσι καθώς η προσπάθεια μείωσης των χώρων, για την ικανοποίηση της συνθήκης, έχει επιπτώσεις στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων και συνεπώς μπορεί να οδηγήσει σε μυωπικές προσεγγίσεις του προβλήματος. Παρόλα αυτά η προσομοίωση που έχει πραγματοποιηθεί θεωρείται ότι έχει γίνει ορθολογική διαχείριση των διαστάσεων του χώρου καταστάσεων ενώ έχουν περιοριστεί σημαντικά οι δράσεις στις καθαρά αντιπροσωπευτικές.

Η εξέταση ακόμη πιο ρεαλιστικών περιπτώσεων, με καλύτερη οργάνωση των χώρων καταστάσεων και δράσεων, θα μπορούσε να οδηγήσει σε πιο συγκεκριμένα αποτελέσματα και ίσως στη δόμηση συγκεκριμένης λογικής αναφορικά με τις βέλτιστες στρατηγικές [56]. Η υιοθέτηση πραγματικών τιμών οριακού κόστους σε συνδυασμό με πιο σύνθετες δράσεις και περισσότερους παίχτες θα προσέδιδαν στο πρόβλημα περισσότερο ενδιαφέρον. Επίσης η κατάτμηση του χώρου καταστάσεων και η ανάδειξη δράσεων όχι σημειακά αλλά επικρατούντων σε τμήματα θα μπορούσε να εξετασθεί ως προς τη διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων καθώς θα απλοποιούσε αρκετά το σκέλος αναγνώρισης και μεταχείρισης των καταστάσεων.

Τέλος, ο όγκος και η κλίμακα των προσομοιώσεων του τελευταίου Υποκεφαλαίου, σε συνδυασμό με τα ρεαλιστικά χαρακτηριστικά της ζήτησης φορτίου καταδεικνύουν με τον καλύτερο τρόπο τις δυνατότητες και τις προοπτικές του μοντέλου. Η πολυπαραγοντική εξέταση του συστήματος προσέφερε σημαντικά ποιοτικά αποτελέσματα σχετικά με τη σχέση μεταξύ ζήτησης, εγκατεστημένης ισχύος, περιορισμών του δικτύου, σημείων διακριτοποίησης των προσφορών, του αριθμού των παιχτών και οικονομικών αποτελεσμάτων της αγοράς.

Βιβλιογραφία

- [1] Ahmed, E. and Agiza, H. (1998). Dynamics of a cournot game with n-competitors. *Chaos, Solitons & Fractals*, 9(9):1513–1517.
- [2] Ahmed, S., Fathima, F., Karthikeyan, S. P., Sahoo, S. K., Rangarajan, S. S., and Kothari, D. (2015). Application of cubic spline interpolation in estimating market power under deregulated electricity market. In *TENCON 2015-2015 IEEE Region 10 Conference*, pages 1–6. IEEE.
- [3] al Nowaihi, A. and Levine, P. (1985). The stability of the cournot oligopoly model: a reassessment. *Journal of Economic Theory*, 35(2):307–321.
- [4] Alós-Ferrer, C. (2004). Cournot versus walras in dynamic oligopolies with memory. *International Journal of Industrial Organization*, 22(2):193–217.
- [5] Alsac, O. and Stott, B. (1974). Optimal load flow with steady-state security. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, (3):745–751.
- [6] Antsaklis, P. J. and Michel, A. N. (2006). *Linear systems*. Springer Science & Business Media.
- [7] Aravossis, K., Nikoloudis, C., Chrysanthopoulos, N., and Strantzali, E. (2016). A multicriteria decision support system for evaluating urban development proposals: The case of athens’ hellinikon airport. 5th International Symposium and 27th National Conference on Operation Research, Athens.
- [8] Askar, S. S. (2018). Duopolistic stackelberg game: investigation of complex dynamics and chaos control. *Oper Res Int J*.
- [9] Atkins, K., Chen, J., Kumar, A., V. S. Macauley, M., and Marathe, A. (2009). Locational market power in network constrained markets. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 70(1):416–430.
- [10] Aumann, R. J., Maschler, M., and Stearns, R. E. (1995). *Repeated games with incomplete information*. MIT press.

- [11] Axelsson, O. and Kaporin, I. (2000). On the sublinear and superlinear rate of convergence of conjugate gradient methods. *Numerical Algorithms*, 25:1–22.
- [12] Bach, T., Yao, J., Wang, J., and Shengjie, Y. (2012). Research and application of the q-learning for wholesale power markets. *Consumer Electronics, Communications and Networks (CECNet), IEEE*, 2:1192–1197.
- [13] Baldick, R. (2006). Computing the electricity market equilibrium: Uses of market equilibrium models. In *2006 IEEE PES Power Systems Conference and Exposition*, pages 66–73.
- [14] Baldick, R., Grant, R., and Kahn, E. (2004). Theory and application of linear supply function equilibrium in electricity markets. *Journal of Regulatory Economics*, 25(2):143–167.
- [15] Baldick, R., Grant, R., and Kahn, E. P. (2000). *Linear supply function equilibrium: generalizations, application, and limitations*. University of California Energy Institute, Berkeley, CA.
- [16] Baldick, R. and Hogan, W. W. (2001). Capacity constrained supply function equilibrium models of electricity markets: Stability, nondecreasing constraints, and function space iterations. In *University of California Energy Institute*.
- [17] Basar, T. and Olsder, G. J. (1999). *Dynamic noncooperative game theory*, volume 23. Siam.
- [18] Bernhard, P. and Deschamps, M. (2017). On dynamic games with randomly arriving players. *Dynamic Games and Applications*, 7(3):360–385.
- [19] Bertsekas, D. P. and Tsitsiklis, J. N. (2002). *Introduction to probability*, volume 1. Athena Scientific Belmont, MA.
- [20] Bhurjee, A. K. and Panda, G. (2014). Multi-objective optimization problem with bounded parameters. *RAIRO-Operations Research*, 48(4):545–558.
- [21] Biggar, D. R. and Hesamzadeh, M. R. (2014). *The economics of electricity markets*. John Wiley & Sons.
- [22] Bischi, G.-I., Chiarella, C., Kopel, M., and Szidarovszky, F. (2010). *Nonlinear oligopolies*. Springer.
- [23] Borenstein, S., Bushnell, J., and Stoft, S. (2000). The competitive effects of transmission capacity in a deregulated electricity industry. *RAND Journal of Economics*, 31:294–325.

- [24] Boucekara, H., Chaib, A., Abido, M., and El-Sehiemy, R. (2016). Optimal power flow using an improved colliding bodies optimization algorithm. *Applied Soft Computing*, 42:119–131.
- [25] Bower, J. and Bunn, D. (2001). Experimental analysis of the efficiency of uniform-price versus discriminatory auctions in the England and Wales electricity market. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25(3-4):561–592.
- [26] Camerer, C. F. (2011). *Behavioral game theory: Experiments in strategic interaction*. Princeton University Press.
- [27] Cánovas, J. S., Puu, T., and Ruíz, M. (2008). The cournot-theocharis problem reconsidered. *Chaos, Solitons & Fractals*, 37(4):1025–1039.
- [28] Caputo, M. R. and Caputo, M. R. (2005). *Foundations of dynamic economic analysis: optimal control theory and applications*. Cambridge University Press.
- [29] Cardell, J. B., H. C. C. and Hogan, W. W. (1997). Market power and strategic interaction in electricity networks. *Resource and Energy Economics*, 19(1):109–137.
- [30] Chrysanthopoulos, N. and Karcianas, N. (2017). Optimal levels of micro-generation and distributed thermal storage capacity for efficient 4th generation dh systems. 18th European Roundtable for Sustainable Consumption and Production (ERSCP).
- [31] Chrysanthopoulos, N., Kontogiorgos, P., Skiadopoulos, G., and Kakogiannis, N. (2017). Optimal energy saving actions in a restructuring game for a domestic buildings energy market. The Eleventh International Conference On Game Theory And Management, St. Petersburg.
- [32] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2016a). Assessing market power in an electricity market using an agent based simulation model. 5th International Symposium and 27th National Conference on Operational Research of HELORS, Athens.
- [33] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2016b). Learning optimal strategies in a stochastic game with partial information applied to electricity markets. In *Mediterranean Conference on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion (MedPower 2016)*, pages 1–6. IET.
- [34] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2016c). Learning optimal strategies in a stochastic game with partial information applied to electricity markets. 10th Mediterranean Conference on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion, Belgrade.

- [35] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2016d). A step closer to competition: A different concept of cournot duopoly under incomplete information. In *10th International Conference On Game Theory And Management*, St. Petersburg, Russia. SPbSU-ISDG.
- [36] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2016e). A step closer to competition: A different concept of cournot duopoly under incomplete information. The Tenth International Conference On Game Theory And Management, St. Petersburg.
- [37] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2017). Evolution of domestic buildings energy markets via personalized pricing schemes towards energy efficiency. 18th European Roundtable for Sustainable Consumption and Production (ERSCP).
- [38] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2018). Adaptive rule suitability in cournot repeated games based on the market's competition level. In *10th Workshop in Dynamic Games in Management Science*, Rabat, Morocco. ESSEC-ISDG.
- [39] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2019a). Adaptive rules for discrete-time cournot games of high competition level markets. *Oper Res Int J*.
- [40] Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2019b). Adaptive rules for discrete time nash games based on markets competition level. In *Power systems and Control Workshop*, London, United Kingdom. CITY, University of London.
- [41] Chung, K. L. (2001). *A course in probability theory*. Academic press.
- [42] Conejo, A. J., Carrión, M., and Morales, J. M. (2010). *Decision making under uncertainty in electricity markets*, volume 153. Springer.
- [43] Corbae, D., Stinchcombe, M. B., and Zeman, J. (2009). *An introduction to mathematical analysis for economic theory and econometrics*. Princeton University Press.
- [44] Cullen, C. G. (2012). *Matrices and linear transformations*. Courier Corporation.
- [45] Cunningham, L. B., Baldick, R., and Baughman, M. L. (2002). An empirical study of applied game theory: Transmission constrained cournot behavior. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(1):166–172.
- [46] Darken, C., Chang, J., and Moody, J. (1992). Learning rate schedules for faster stochastic gradient search. In *Neural Networks for Signal Processing II Proceedings of the 1992 IEEE Workshop*, pages 3–12.
- [47] Daughety, A. F. (2005). *Cournot oligopoly: characterization and applications*. Cambridge university press.

- [48] Day, C. J., Hobbs, B. F., and Pang, J. S. (2002). Oligopolistic competition in power networks: a conjectured supply function approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(3):597–607.
- [49] Deschamps, R. (1975). An algorithm of game theory applied to the duopoly problem. *European Economic Review*, 6(2):187 – 194.
- [50] Di Giorgio, A. and Liberati, F. (2014). Near real time load shifting control for residential electricity prosumers under designed and market indexed pricing models. *Applied Energy*, 128:119–132.
- [51] Doukas, H. (2013). Linguistic multicriteria decision making for energy systems: building the re2s framework. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Energy and Environment*, 2(5):571–585.
- [52] Doukas, H., Patlitzianas, K. D., Kagiannas, A. G., and Psarras, J. (2008). Energy policy making: An old concept or a modern challenge? *Energy Sources, Part B: Economics, Planning, and Policy*, 3(4):362–371.
- [53] Ehrenmann, A. (2004). *Equilibrium problems with equilibrium constraints and their application to electricity markets*. Judge Institute of Management, University of Cambridge, Cambridge, UK.
- [54] Fabra, N. (2003). Tacit collusion in repeated auctions: uniform versus discriminatory. *The Journal of Industrial Economics*, 51(3):271–293.
- [55] Fabra, N., Fehr, N. H., and Harbord, D. (2006). Designing electricity auctions. *The RAND Journal of Economics*, 37(1):23–46.
- [56] Ferrero, R., Shahidehpour, M., and Ramesh, V. (1997). Transaction analysis in deregulated power systems using game theory - discussion. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 12(3):1340 – 1347.
- [57] Filar, J. and Vrieze, K. (1996). *Competitive Markov decision processes*. Springer-Verlag New York, Inc.
- [58] Fisher, F. M. (1961). The stability of the cournot oligopoly solution: The effects of speeds of adjustment and increasing marginal costs. *The Review of Economic Studies*, 28(2):125–135.
- [59] Floudas, C. A. and Pardalos, P. M. (2001). *Encyclopedia of optimization*, volume 1. Springer Science & Business Media.
- [60] Fouque, J.-P., Papanicolaou, G., Sircar, R., and Sølna, K. (2011). *Multiscale stochastic volatility for equity, interest rate, and credit derivatives*. Cambridge University Press.

- [61] Fridman, E. (2014). *Introduction to time-delay systems: Analysis and control*. Springer.
- [62] Friedman, J. (1983). *Oligopoly theory*. Cambridge surveys of economic literature. Cambridge university press.
- [63] Fudenberg, D. and Levine, D. K. (1998). *The Theory of Learning in Games*. MIT Press Books.
- [64] Fudenberg, D. and Tirole, J. (1991). *Game Theory*. MIT Press, Cambridge, MA. Translated into Chinese by Renin University Press, Beijing: China.
- [65] Furth, D. (1986). Stability and instability in oligopoly. *Journal of Economic Theory*, 40(2):197–228.
- [66] Gabszewicz, J. J. and Vial, J.-P. (1972). Oligopoly “a la cournot” in a general equilibrium analysis. *Journal of economic theory*, 4(3):381–400.
- [67] Gal-Or, E. (1986). Information transmission—cournot and bertrand equilibria. *The Review of Economic Studies*, 53(1):85–92.
- [68] Gale, D. (1989). *The theory of linear economic models*. University of Chicago press.
- [69] Gandolfo, G. (1997). *Economic dynamics: study edition*. Springer Science & Business Media.
- [70] Gatsios, K. and Holmes, P. (1998). Regulatory competition. In Newman, P., editor, *The New Palgrave Dictionary of Economics and the Law*, volume 3 (P-Z, pages 271–275. Macmillan.
- [71] Gatsios, K. and Karp, L. (1992). How anti-merger laws can reduce investment, help producers, and hurt consumers. *The Journal of Industrial Economics*, 40(3):339–348.
- [72] Gibbons, R. (1992). *A primer in game theory*.
- [73] Goldberger, A. S. (1991). *A course in econometrics*. Harvard University Press.
- [74] Green, R. (1996). Increasing competition in the british electricity spot market. *The journal of Industrial economics*, pages 205–216.
- [75] Green, R. J. and Newbery, D. M. (1992). Competition in the british electricity spot market. *Journal of political economy*, pages 929–953.
- [76] Greene, W. H. (2003). *Econometric analysis*. Pearson Education India.

- [77] Guerci, E., Rastegar, M. A., Cincotti, S., Delfino, F., Procopio, R., and Ruga, M. . (2008). Supply-side gaming on electricity markets with physical constrained transmission network. pages 1–6. 5th International Conference on the European Electricity Market, IEEE.
- [78] Hahn, F. H. (1962). The stability of the cournot oligopoly solution. *The Review of Economic Studies*, 29(4):329–331.
- [79] Haurie, A., Krawczyk, J. B., Zaccour, G., et al. (2012). *Games and dynamic games*, volume 1. World Scientific.
- [80] Hobbs, B. F. (1986). Network models of spatial oligopoly with an application to deregulation of electricity generation. *Operations Research*, 34(3):395–409.
- [81] Hobbs, B. F. (1999). Lcp models of nash-cournot competition in bilateral and poolco-based power markets. *Power Engineering Society 1999 Winter Meeting, IEEE*, 1:303–308.
- [82] Hobbs, B. F., Drayton, G., Fisher, E. B., and Lise, W. (2008). Improved transmission representations in oligopolistic market models: quadratic losses, phase shifters, and dc lines. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(3):1018–1029.
- [83] Hobbs, B. F., Metzler, C. B., and Pang, J. S. (2000). Strategic gaming analysis for electric power systems: An mpec approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(2):638–645.
- [84] Hogan, W. W. (1997). A market power model with strategic interaction in electricity networks. *The Energy Journal*, pages 107–141.
- [85] Hommes, C. H., Ochea, M. I., and Tuinstra, J. (2018). Evolutionary competition between adjustment processes in cournot oligopoly: Instability and complex dynamics. *Dynamic Games and Applications*, 8(4):822–843.
- [86] Horn, R. A. and Johnson, C. R. (2012). *Matrix analysis*. Cambridge university press.
- [87] Hu, J. and Wellman, M. P. (2003). Nash q-learning for general-sum stochastic games. *The Journal of Machine Learning Research*, 4:1039–1069.
- [88] Huck, S., Normann, H.-T., and Oechssler, J. (1999). Learning in cournot oligopoly—an experiment. *The Economic Journal*, 109(454):80–95.
- [89] Huck, S., Normann, H.-T., and Oechssler, J. (2002). Stability of the cournot process—experimental evidence. *International Journal of Game Theory*, 31(1):123–136.

- [90] Huck, S., Normann, H.-T., and Oechssler, J. (2004). Through trial and error to collusion. *International Economic Review*, 45(1):205–224.
- [91] Ji, Y., Wang, J., Xu, J., Fang, X., and Zhang, H. (2019). Real-time energy management of a microgrid using deep reinforcement learning. *Energies*, 12(12):2291.
- [92] Joskow, P. L. and Rose, N. L. (1989). The effects of economic regulation. *Handbook of industrial organization*, 2:1449–1506.
- [93] Jury, E. I. (1973). *Theory and application of the z-transform method*. Krieger Pub Co.
- [94] Kakeya, S. (1912). On the limits of the roots of an algebraic equation with positive coefficients. *Tohoku Mathematical Journal, First Series*, 2:140–142.
- [95] Karthikeyan, S. P., Raglend, I. J., and Kothari, D. P. (2013). A review on market power in deregulated electricity market. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 48:139–147.
- [96] Khalil, H. (2002). *Nonlinear Systems*. Pearson Education. Prentice Hall.
- [97] Kirschen, D. S. and Strbac, G. (2018). *Fundamentals of power system economics*. John Wiley & Sons.
- [98] Kontogiorgos, P., Chrysanthopoulos, N., and Papavassilopoulos, G. P. (2018). A mixed-integer programming model for assessing energy-saving investments in domestic buildings under uncertainty. *Energies*, 11(4).
- [99] Kordonis, I., Charalampidis, A. C., and Papavassilopoulos, G. P. (2017). Pretending in dynamic games, alternative outcomes and application to electricity markets. *Dynamic Games and Applications*.
- [100] Kordonis, I., Charalampidis, A. C., and Papavassilopoulos, G. P. (2018). Pretending in dynamic games, alternative outcomes and application to electricity markets. *Dynamic Games and Applications*, pages 1–30.
- [101] Kordonis, I. and Papavassilopoulos, G. P. (2014). Cheating in adaptive games motivated by electricity markets. In *Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP), 2014 6th International Symposium on*, pages 194–197. IEEE.
- [102] Kordonis, I. and Papavassilopoulos, G. P. (2015). Lq nash games with random entrance: an infinite horizon major player and minor players of finite horizons. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 60(6):1486–1500.

- [103] Kordonis, I. and Papavassilopoulos, G. P. (2016). Games on large networks: Information and complexity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(7):3178–3192.
- [104] Krawczyk, J. B. and Petkov, V. (2018). Multistage games. *Handbook of Dynamic Game Theory*, pages 157–213.
- [105] Lévêque, F. (2007). *Competitive electricity markets and sustainability*. Edward Elgar Publishing.
- [106] MacCluer, C. R. (2000). The many proofs and applications of perron’s theorem. *Siam Review*, 42(3):487–498.
- [107] Machado, J. T., Galhano, A. M., Lopes, A. M., and Valrio, D. (2016). *Solved Problems in Dynamical Systems and Control*. Institution of Engineering and Technology.
- [108] Makridakis, S., Wheelwright, S. C., and Hyndman, R. J. (2008). *Forecasting methods and applications*. John wiley & sons.
- [109] Malhamé, R. (1990). A jump-driven markovian electric load model. *Advances in Applied Probability*, 22(3):564–586.
- [110] Marzband, M., Ardeshiri, R. R., Moafi, M., and Uppal, H. (2017). Distributed generation for economic benefit maximization through coalition formation–based game theory concept. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 27(6):e2313.
- [111] Mas-Colell, A., Whinston, M. D., Green, J. R., et al. (1995). *Microeconomic theory*, volume 1. Oxford university press New York.
- [112] McManus, M. and Quandt, R. E. (1961). Comments on the stability of the cournot oligopoly model. *The Review of Economic Studies*, 28(2):136–139.
- [113] Metzler, C., Hobbs, B. F., and Pang, J. S. (2003). Nash-cournot equilibria in power markets on a linearized dc network with arbitrage: Formulations and properties. *Networks and Spatial Economics*, 3(2):123–150.
- [114] Mickens, R. (1991). *Difference Equations, Second Edition*. Taylor & Francis.
- [115] Minoux, M. (2014). Two-stage robust optimization, state-space representable uncertainty and applications. *RAIRO-Operations Research*, 48(4):455–475.
- [116] Molzahn, D. K., Holzer, J. T., Lesieutre, B. C., and DeMarco, C. L. (2013). Implementation of a large-scale optimal power flow solver based on semidefinite programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(4):3987–3998.
- [117] Momoh, J. and Mili, L. E. (2009). *Economic market design and planning for electric power systems*, volume 52. Wiley John and Sons.

- [118] Nanduri, V. and Das, T. K. (2009). A reinforcement learning algorithm for obtaining the Nash equilibrium of multi-player matrix games. *IIE Transactions*, 41(2):158–167.
- [119] Neftci, S. N. (2008). *Principles of financial engineering*. Academic Press.
- [120] Ok, E. A. (2007). *Real analysis with economic applications*, volume 10. Princeton University Press.
- [121] Okuguchi, K. (1970). Adaptive expectations in an oligopoly model. *The Review of Economic Studies*, 37(2):233–237.
- [122] Okuguchi, K. (1976). *Expectations and stability in oligopoly models*, volume 138. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [123] Osborne, M. J. and Rubinstein, A. (1994). *A course in game theory*. MIT press.
- [124] Papadaskalopoulos, D., Moreira, R., Strbac, G., Pudjianto, D., Djapic, P., Teng, F., and Papapetrou, M. (2018). Quantifying the potential economic benefits of flexible industrial demand in the european power system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 14(11):5123–5132.
- [125] Papadaskalopoulos, D., Ye, Y., and Strbac, G. (2017). Exploring the role of demand shifting in oligopolistic electricity markets. In *2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pages 1–5. IEEE.
- [126] Papavassilopoulos, G. P. (1986). Iterative techniques for the nash solution in quadratic games with unknown parameters. *SIAM journal on control and optimization*, 24(4):821–834.
- [127] Papavassilopoulos, G. P. (1988). Adaptive games. In et al., S. A., editor, *Stochastic Processes in Physics and Engineering*, 42, pages 223–236. Springer Netherlands, 1 edition.
- [128] Patrone, F., García-Jurado, I., and Tijs, S. (2012). *Game practice: contributions from applied game theory*, volume 23. Springer Science & Business Media.
- [129] Pazó, M. and Jaumandreu, J. (1999). An empirical oligopoly model of a regulated market. *International Journal of Industrial Organization*, 17(1):25–57.
- [130] Petrosjan, L. and Mazalov, V. V. (2007). *Game theory and applications*, volume 11. Nova Publishers.
- [131] Polyak, B. T. (1987). Introduction to optimization. *Optimization Software, Inc, New York*.

- [132] Puu, T. (2008). On the stability of cournot equilibrium when the number of competitors increases. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 66(3-4):445–456.
- [133] Puu, T. and Sushko, I. (2002). *Oligopoly dynamics: Models and tools*. Springer Science & Business Media.
- [134] Ragupathi, R. and Das, T. K. (2004). A stochastic game approach for modeling wholesale energy bidding in deregulated power markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(2):849–856.
- [135] Rahimi-Kian, A., Sadeghi, B., and Thomas, R. J. (2005). Q-learning based supplier-agents for electricity markets. *Power Engineering Society General Meeting, IEEE*, pages 420–427.
- [136] Rahimi-Kian, A., Thomas, R., Zimmerman, R., Lesieutre, B., and Mount, T. (2004). Identifying the potential for market power in electric power systems in real-time. page 7 pp.
- [137] Rassenti, S., Reynolds, S. S., Smith, V. L., and Szidarovszky, F. (2000). Adaptation and convergence of behavior in repeated experimental cournot games. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 41(2):117–146.
- [138] Rassenti, S. J., Smith, V. L., and Wilson, B. J. (2003). Discriminatory price auctions in electricity markets: low volatility at the expense of high price levels. *Journal of Regulatory Economics*, 23(2):109–123.
- [139] Rather, N. and Shah, M. A. (2014). On the location of zeros of a polynomial with restricted coefficients. *Acta et commentationes universitatis tartuensis de mathematica*, 18(2):189–195.
- [140] Rebennack, S., Pardalos, P. M., Iliadis, N. A., and Pereira, M. V., editors (2012). *Handbook of Networks in Power Systems I (Vol. 1)*. Springer.
- [141] Roy, B. (2013). *Multicriteria methodology for decision aiding*, volume 12. Springer Science & Business Media.
- [142] Rumchev, V. and James, D. (1990). The role of non-negative matrices in discrete-time mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 21(2):169–182.
- [143] Salehizadeh, M. R. and Soltaniyan, S. (2016). Application of fuzzy q-learning for electricity market modeling by considering renewable power penetration. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 56:1172 – 1181.

- [144] Shafie-khah, M. and Catalão, J. P. S. (2015). A stochastic multi-layer agent-based model to study electricity market participants behavior. *IEEE Transactions on Power Systems*, 30:867–881.
- [145] Shahidehpour, M. and Wang, Y. (2004). *Communication and control in electric power systems: applications of parallel and distributed processing*. John Wiley & Sons.
- [146] Siksnyte, I., Zavadskas, E. K., Streimikiene, D., and Sharma, D. (2018). An overview of multi-criteria decision-making methods in dealing with sustainable energy development issues. *Energies*, 11(10):2754.
- [147] Simoglou, C. K., Biskas, P. N., and Bakirtzis, A. G. (2010). Optimal self-scheduling of a thermal producer in short-term electricity markets by milp. *IEEE Transactions on Power Systems*, 25(4):1965–1977.
- [148] Skoulidas, C., Vournas, C., and Papavassilopoulos, G. (2010). An adaptive learning game model for interacting electric power markets. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 48:261–266.
- [149] Skoulidas, C. C., Vournas, C. D., and Papavassilopoulos, G. P. (2002). An adaptive game for pay-as-bid and uniform pricing power pools comparison. *3rd MedPower Conference*, pages 1–6.
- [150] Smeers, Y. (1997). Computable equilibrium models and the restructuring of the european electricity and gas markets. *The Energy Journal*, pages 1–31.
- [151] Stamtzis, G. and Doukas, H. (2018). Cooperation or localization in european capacity markets? a coalitional game over graph approach. *Energies*, 11(6).
- [152] Stoft, S. (1999a). Financial transmission rights meet cournot: how tccs curb market power. *The Energy Journal*, pages 1–23.
- [153] Stoft, S. (1999b). Using game theory to study market power in simple networks. *Tutorial on Game Theory in Electric Power Markets, IEEE*, pages 33–40.
- [154] Stoft, S. (2002). *Power System Economics: Designing Markets for Electricity*. Wiley-IEEE Press.
- [155] Strantzali, E., Aravossis, K., Livanos, G. A., and Chrysanthopoulos, N. (2018). A novel multicriteria evaluation of small-scale lng supply alternatives: The case of greece. *Energies*, 11(4).
- [156] Sutton, R. S. and Barto, A. G. (1998). *Introduction to reinforcement learning*. MIT Press.

- [157] Sydsæter, K., Hammond, P., Seierstad, A., and Strom, A. (2008). *Further mathematics for economic analysis*. Pearson education.
- [158] Sydsæter, K. and Hammond, P. J. (2008). *Essential mathematics for economic analysis*. Pearson Education.
- [159] Szidarovszky, F. and Okuguchi, K. (1988). A linear oligopoly model with adaptive expectations: stability reconsidered. *Journal of Economics*, 48(1):79–82.
- [160] Tellidou, A. C. and Bakirtzis, A. G. . (2006). Multi-agent reinforcement learning for strategic bidding in power markets. pages 408–413. 3rd International IEEE Conference on Intelligent Systems.
- [161] Theocharis, R. D. (1960). On the stability of the cournot solution on the oligopoly problem. *The Review of Economic Studies*, 27(2):133–134.
- [162] Thorlund-Petersen, L. (1988). Iterative computation of cournot equilibrium. *Games and Economic Behavior*, 2:61–75.
- [163] Tirole, J. (1988). *The theory of industrial organization*. MIT press.
- [164] Valinejad, J., Marzband, M., Akorede, M. F., Barforoshi, T., and Jovanović, M. (2017). Generation expansion planning in electricity market considering uncertainty in load demand and presence of strategic gencos. *Electric Power Systems Research*, 152:92–104.
- [165] Vives, X. (1984). Duopoly information equilibrium: Cournot and bertrand. *Journal of economic theory*, 34(1):71–94.
- [166] Von der Fehr, N. H. M. and Harbord, D. (1993). Spot market competition in the uk electricity industry. *The Economic Journal*, pages 531–546.
- [167] von Mouche, P. and Quartieri, F. (2016). *Equilibrium theory for Cournot oligopolies and related games*. Springer.
- [168] Wainwright, K. et al. (2005). *Fundamental methods of mathematical economics*. McGraw-Hill.
- [169] Weidlich, A. and Veit, D. (2008). A critical survey of agent-based wholesale electricity market models. *Energy Economics*, 30(4):1728–1759.
- [170] Willems, B. (2004). *Electricity networks and generation market power*. Department of Economics, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium.
- [171] Wood, A. J. and Wollenberg, B. F. (1996). *Power generation and control*. John Wiley and Sons, New York.

- [172] Xu, R., Liu, Z., and Yu, Z. (2019). Exploring the profitability and efficiency of variable renewable energy in spot electricity market: Uncovering the locational price disadvantages. *Energies*, 12(14):2820.
- [173] Yao, J. (2006). *Cournot Equilibrium in Two-settlement Electricity Markets: Formulation and Computation*. PhD thesis, University of California, Berkeley.
- [174] Young, H. P. (2004). *Strategic learning and its limits*. OUP Oxford.
- [175] Yu, W. and Sheblé, G. B. (2006). Modeling electricity markets with hidden Markov model. *Electric power systems research*, 76(6):445–451.
- [176] Zimmerman, R. D., Murillo-Sánchez, C. E., and Thomas, R. J. (2011). Matpower: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(1):12–19.

Λίστα Δημοσιεύσεων

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται επιγραμματικά οι δημοσιεύσεις που έγιναν δεχτές σε επιστημονικά περιοδικά και συνέδρια.

Επιστημονικά Περιοδικά

- Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2019a). Adaptive rules for discrete-time cournot games of high competition level markets. *Oper Res Int J*
- Kontogiorgos, P., Chrysanthopoulos, N., and Papavassilopoulos, G. P. (2018). A mixed-integer programming model for assessing energy-saving investments in domestic buildings under uncertainty. *Energies*, 11(4)
- Strantzali, E., Aravossis, K., Livanos, G. A., and Chrysanthopoulos, N. (2018). A novel multicriteria evaluation of small-scale lng supply alternatives: The case of greece. *Energies*, 11(4)

Επιστημονικά Συνέδρια

- Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2019b). Adaptive rules for discrete time nash games based on markets competition level. In *Power systems and Control Workshop*, London, United Kingdom. CITY, University of London
- Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2018). Adaptive rule suitability in cournot repeated games based on the market's competition level. In *10th Workshop in Dynamic Games in Management Science*, Rabat, Morocco. ESSEC-ISDG
- Chrysanthopoulos, N. and Karcianas, N. (2017). Optimal levels of micro-generation and distributed thermal storage capacity for efficient 4th generation dh systems. 18th European Roundtable for Sustainable Consumption and Production (ERSCP)
- Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2017). Evolution of domestic buildings energy markets via personalized pricing schemes towards energy efficiency. 18th European Roundtable for Sustainable Consumption and Production (ERSCP)
- Chrysanthopoulos, N., Kontogiorgos, P., Skiadopoulou, G., and Kakogiannis, N. (2017). Optimal energy saving actions in a restructuring game for a domestic buildings energy

market. The Eleventh International Conference On Game Theory And Management, St. Petersburg

- Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2016c). Learning optimal strategies in a stochastic game with partial information applied to electricity markets. 10th Mediterranean Conference on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion, Belgrade
- Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2016e). A step closer to competition: A different concept of cournot duopoly under incomplete information. The Tenth International Conference On Game Theory And Management, St. Petersburg
- Chrysanthopoulos, N. and Papavassilopoulos, G. P. (2016a). Assessing market power in an electricity market using an agent based simulation model. 5th International Symposium and 27th National Conference on Operational Research of HELORS, Athens
- Aravossis, K., Nikoloudis, C., Chrysanthopoulos, N., and Strantzali, E. (2016). A multicriteria decision support system for evaluating urban development proposals: The case of athens' hellinikon airport. 5th International Symposium and 27th National Conference on Operation Research, Athens