ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΛΟΙΟΥ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ

ΑΠΟΔΟΧΗ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΡΙΣΚΟΥ

ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΣΤΗ ΒΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΠΕΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΠΟΣΤΡΟΦΗΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΡΙΣΚΟ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΑΡΓΑΡΩΝΗΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

Επιβλέπων: Νικόλαος Π. Βεντίκος, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2019

(Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα κενή)

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΛΟΙΟΥ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ

ΑΠΟΔΟΧΗ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΡΙΣΚΟΥ

ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΣΤΗ ΒΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΠΕΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΠΟΣΤΡΟΦΗΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΡΙΣΚΟ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΑΡΓΑΡΩΝΗΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

Επιβλέπων: Νικόλαος Π. Βεντίκος, Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 15η Ιουλίου 2019

....	....	....
Γεώργιος Ματσόπουλος	Λάμπρος Καϊκτσής	Νικόλαος Π. Βεντίκος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π	Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2019

……………………………………………

ΜΑΡΓΑΡΩΝΗΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

Διπλωματούχος Ναυπηγός Μηχανολόγος Μηχανικός

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Αναπληρωτή Καθηγητή Ε.Μ.Π. Νικόλαο Π. Βεντίκο, για την ανάθεση της διπλωματικής μου εργασίας και για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα Παναγιώτη Σωτήραλη για τη συνεργασία μας κατά τη διάρκεια συγγραφής της παρούσας εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για όλη τη στήριξη που μου προσφέρανε.

Περίληψη

Στη παρούσα διπλωματική αναπτύσσουμε μεθόδους για τη σύγκριση και αποδοχή εναλλακτικών επιλογών σε ένα στοχαστικό περιβάλλον με σκοπό τη βελτίωση της ασφάλειας (*safety*) ενός εξεταζόμενου τεχνικού συστήματος.

Το σύστημα είναι ο διεθνής στόλος των επιβατηγών/οχηματαγωγών (*RoPax*) πλοίων ως προς τα ατυχήματα που συμβαίνουν κατά τη συνήθη λειτουργία των πλοίων και εξετάζουμε τη λήψη αποφάσεων για τα τεχνικά μέτρα ασφάλειας. Οι μέθοδοι όμως που αναπτύσσονται είναι γενικότερες και μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε τεχνικό σύστημα όπου απαιτείται η λήψη κάποιας απόφασης.

Αρχικά διερευνάται η έννοια της **αποστροφής προς το ρίσκο** (***risk aversion***), σημαντικού παράγοντα στη λήψη αποφάσεων, όπως έχει εμφανιστεί σε πλαίσια διαφορετικά της ασφάλειας. Στη συνέχεια η έννοια αυτή θεμελιώνεται σε ένα αυστηρό πλαίσιο, ώστε να καταστεί χρήσιμη για τον τομέα της ασφάλειας και αποσαφηνίζεται η σύνδεσή της με τους υπάρχοντες ορισμούς σε αυτόν τον τομέα.

Έπειτα παρουσιάζουμε τις ***Stochastic Orders***, εργαλεία που μας επιτρέπουν να προσδιορίσουμε τη βέλτιστη επιλογή, απαιτώντας ελάχιστες πληροφορίες για τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων. Για τις ανάγκες εφαρμογής αυτών των εργαλείων, μοντελοποιούμε το εξεταζόμενο σύστημα βάσει του μοντέλου των ***αθροιστικών στοχαστικών διαδικασιών*** (***cumulative stochastic processes***), κάτι το οποίο θα μας επιτρέψει να εισάγουμε στην ανάλυση πέραν των συνεπειών των ατυχημάτων και των συχνοτήτων με τις οποίες αυτά συμβαίνουν.

Οι αναπτυσσόμενες μέθοδοι εφαρμόζονται στο πραγματικό πρόβλημα λήψης απόφασης για την υιοθέτηση τεχνικών μέτρων ασφάλειας για το διεθνή στόλο των *RoPax* πλοίων από τον Διεθνή Ναυτιλιακό Οργανισμό (*International Maritime Organization-IMO*). Όλα τα απαραίτητα στοιχεία έχουν αντληθεί από την υποβληθείσα, στον IMO, μελέτη *Formal Safety Assessment* (*FSA)-RoPax ships*.

Τέλος θα χρησιμοποιήσουμε τις *Stochastic Orders* για να θεμελιώσουμε τη χρήση των **οριακών γραμμών FN**, που αποτελούν τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα **κριτήρια αποδοχής κοινωνικού ρίσκου**. Ξεκινώντας από τις ασυνέπειες των οριακών γραμμών FN που υποδεικνύει μια ευρέως γνωστή πηγή της διεθνούς βιβλιογραφίας, θα δείξουμε πως η μοντελοποίηση βάσει των *Stochastic Orders* εξηγεί μαθηματικά τις ασυνέπειες αυτές και πως μπορούμε βάσει αυτών των εργαλείων να τις διορθώσουμε. Με αυτήν την ανάλυση, θα δείξουμε πως μπορούμε να επεκτείνουμε την παρούσα χρήση των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου από το επίπεδο του πλοίου στο επίπεδο στόλου.

Λέξεις-κλειδιά: decision making under uncertainty, risk aversion, Stochastic Orders, cumulative stochastic processes, risk acceptance criteria

(Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα κενή)

Abstract

Aim of the present diploma thesis is the development of methods for the comparison and acceptance of alternative choices concerning the improvement of safety of technical systems operating in a stochastic environment.

The examined system is the world fleet of passenger (*RoPax*) vessels and specifically the occurrence of accidents during their operation along with the accident-related, uncertain consequences.

Initially, the concept of ***risk aversion*** is being investigated, which constitutes an important factor in decision making, mainly in fields other than safety. Subsequently, a strict formulation of this concept is being established for the field of safety and is provided a link with other safety-connected definitions from the literature.

Furthermore, ***Stochastic Orders*** are presented, tools which enable us to find the optimal choice of the decision problem and which demand only partial information on the preferences of the decision makers. In order to apply these specific tools, the technical system is being modeled based on ***cumulative stochastic processes***, which enable us to integrate accident frequencies in the analysis.

The aforementioned methods are being applied in a real decision problem, the adoption of safety technical measures by the *International Maritime Organization* (*IMO*) for the world fleet of passenger (*RoPax*) vessels. All necessary data have been retrieved from *Formal Safety Assessment* (*FSA)-RoPax ships*.

Finally, ***Stochastic Orders*** will be used to mathematically model the ***FN criterion lines***, which are the most commonly used **risk acceptance criteria**. ***FN criterion lines*** are known in literature for their inconsistencies as risk acceptance criteria and by using *Stochastic Orders*, it will be provided a mathematical explanation for this fact as well as a way to overcome these inconsistencies. Based on this analysis, it will be presented a way to extend the use of ***FN criterion lines*** from the level of single vessel (which is actually the common practice) to the level of a fleet.

Keywords: decision making under uncertainty, risk aversion, stochastic orders, cumulative stochastic processes, risk acceptance criteria

(Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα κενή)

Περιεχόμενα

Κατάλογος σχημάτων

Κατάλογος πινάκων

Εισαγωγή

Το ζήτημα της ασφάλειας απασχολούσε τις ανθρώπινες κοινωνίες ανέκαθεν. Παλαιότερα οι κύριοι κίνδυνοι προερχόντουσαν από φυσικές καταστροφές, όπως π.χ. πλημμύρες και σεισμούς. Στους νεότερους χρόνους έχουν προστεθεί και οι τεχνολογίες, που ενώ έχουν βελτιώσει σημαντικά τη ζωή των ανθρώπων, συγχρόνως ενέχουν και κινδύνους.

Η ναυτιλία αποτελεί ένα σεβαστό μέρος της παγκόσμιας οικονομίας και η λειτουργία της είναι ένα αναπόσπαστο κομμάτι της οικονομικής ανάπτυξης και της ευημερίας των κοινωνιών. Όμως, όπως πολλές άλλες αναγκαίες ανθρώπινες δραστηριότητες, πραγματοποιείται σε ένα αβέβαιο, μεταβαλλόμενο και επικίνδυνο περιβάλλον, με αποτέλεσμα φορτία και ανθρώπινες ζωές να βρίσκονται συνεχώς σε κίνδυνο, όπως επίσης και τα θαλάσσια οικοσυστήματα σε περίπτωση μόλυνσης λόγω ατυχήματος.

Η απάντηση των κοινωνιών είναι η προσπάθεια της βελτίωσης της ασφάλειας (*safety*) των οικονομοτεχνικών συστημάτων, όπως οι θαλάσσιες μεταφορές, στο βαθμό που επιτρέπει το μέγεθος των διαθέσιμων πόρων. Το γεγονός ότι οι πόροι που διαθέτουμε είναι πεπερασμένοι, είναι ο λόγος για τον οποίο δεν μπορούμε να επενδύουμε συνεχώς προς την αύξηση του βαθμού ασφάλειας αλλά είμαστε αναγκασμένοι να επιλέξουμε ορισμένες ενέργειες μόνο από το σύνολο των διαθέσιμων εναλλακτικών επιλογών. Το ποιες θα είναι αυτές εξαρτάται από τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων σχετικά με τις μεταβλητές του προβλήματος απόφασης, βάσει των οποίων θα προσδιοριστεί η βέλτιστη επιλογή.

Όταν είμαστε αντιμέτωποι με το ζήτημα της βελτίωσης της ασφάλειας σε ένα τεχνικό σύστημα, κύριο στάδιο της διαδικασίας είναι η επιλογή ενός ή περισσότερων μέτρων μεταξύ ενός συνόλου διαθέσιμων τεχνικών μέτρων ασφάλειας. Συνήθως έχει προηγηθεί ένα στάδιο όπου έχουμε προσδιορίσει όλα τα ενδεχόμενα σενάρια τα οποία μπορεί να προκύψουν από την εφαρμογή κάθε ενός από τα εναλλακτικά μέτρα και έχουμε αντιστοιχίσει ένα ζεύγος πιθανότητας-συνέπειας σε κάθε σενάριο. Η συνήθης πρακτική για να συγκρίνουμε την **αποτελεσματικότητα** (***effectiveness***) κάθε μέτρου είναι να υπολογίσουμε για κάθε ένα τη μέση τιμή των συνεπειών και βάσει αυτού του κοινού μέτρου να τα συγκρίνουμε.

Όμως πολλές φορές προκύπτουν περιπτώσεις όπου κάποιο μέτρο επιδρά σε σενάρια, η πιθανότητα των οποίων είναι πολύ μικρή αλλά οι συνέπειές τους εξαιρετικά δυσμενείς, και κάποιο άλλο μέτρο επιδρά σε σενάρια που έχουν μικρότερες συνέπειες αλλά αναμένεται να συμβαίνουν και συχνότερα. Το αποτέλεσμα είναι ότι η μέση τιμή των συνεπειών που αναμένουμε από την εφαρμογή των δύο αυτών μέτρων να είναι ίδια αλλά τα χαρακτηριστικά τους ως προς την κατανομή των πιθανοτήτων στις συνέπειες να είναι εντελώς διαφορετική. Επίσης μια άλλη περίπτωση είναι να προκύψει από την εφαρμογή ενός μέτρου μέση τιμή συνεπειών μικρότερη από ότι στην εφαρμογή ενός δεύτερου μέτρου αλλά συγχρόνως να υπάρχει πιθανότητα για ένα καταστροφικό σενάριο με συνέπειες μεγαλύτερες από οποιαδήποτε πιθανή συνέπεια του δεύτερου μέτρου.

Επομένως προκύπτει η ανάγκη για ένα τρόπο ταξινόμησης των εναλλακτικών επιλογών, βάσει ενός μέτρου αποτελεσματικότητας διαφορετικού από το μέτρο της μέσης τιμής. Ένα τέτοιο μέτρο θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων σχετικά με τη στάθμιση μεταξύ σπάνιων αλλά καταστροφικών σεναρίων και συχνών (αλλά και με μικρότερες συνέπειες) σεναρίων.

Η στάθμιση μεταξύ τέτοιων σεναρίων είναι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των προτιμήσεων κάθε αποφασίζοντα και είναι γνωστό ως **αποστροφή προς το ρίσκο** (***risk aversion***). Η έννοια της *risk aversion* χρησιμοποιήθηκε αρχικά σε άλλα πλαίσια και στον τομέα της ασφάλειας δεν υπήρχε κάποιος αυστηρός ορισμός που να μας επιτρέπει να κάνουμε επιλογές με έναν συστηματικό και συνεπή τρόπο. Στην παρούσα διπλωματική παρουσιάζουμε έναν αυστηρό ορισμό της *risk aversion* και δείχνουμε την ισοδυναμία του τόσο με τους αρχικούς ορισμούς της έννοιας όσο και με τους ορισμούς που έχουν δοθεί στη, σχετική με την ασφάλεια, βιβλιογραφία.

Αυτό που μας έχει επιτρέψει να φτάσουμε σε έναν πιο αυστηρό ορισμό για την έννοια της *risk aversion* είναι το πιθανοθεωρητικό μοντέλο βάσει του οποίου έχουμε μοντελοποιήσει την τυχαία εμφάνιση των ατυχημάτων στην ναυτιλία.

Συνήθως τα χρησιμοποιούμενα μοντέλα (π.χ. τα δέντρα γεγονότων- *event trees*) περιγράφουν το πόσο πιθανά είναι τα διάφορα σενάρια δεδομένου της πραγματοποίησης ενός ατυχήματος, δηλαδή θεωρείται το ατύχημα ως ένα στοχαστικό γεγονός με δειγματικό χώρο το σύνολο των πιθανών συνεπειών. Πρόκειται ουσιαστικά για τη θεώρηση του αριθμού των συνεπειών ως τυχαίας μεταβλητής για την οποία προσδιορίζουμε μια συνάρτηση κατανομής πιθανότητας. Σε μια τέτοια θεώρηση μπορούν να εφαρμοστούν μέθοδοι, όπως οι θεωρίες αποφάσεων (*decision theories*), βάσει των οποίων μπορεί να επιλεγεί η βέλτιστη επιλογή (π.χ. μέτρο ασφάλειας) σύμφωνα με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων. Όμως και ο αριθμός των ατυχημάτων στη μονάδα του χρόνου (π.χ. ένα έτος) είναι τυχαίος, οπότε στην ανάλυση υπεισέρχονται και οι συχνότητες των ατυχημάτων, οι οποίες είναι μεταβλητές με στοχαστικό χαρακτήρα. Επομένως προκύπτει η ανάγκη για μια διαφορετική πιθανοθεωρητική μοντελοποίηση για ατυχήματα και τις συνέπειές τους. Μια τέτοια θεώρηση θα πρέπει να επιτρέπει την εφαρμογή θεωριών απόφασης για την εύρεση της κατάλληλης εναλλακτικής επιλογής στο πρόβλημα απόφασης. Στη παρούσα διπλωματική θα δείξουμε ότι μοντελοποίηση βάσει των **αθροιστικών στοχαστικών διαδικασιών** (***cumulative stochastic processes***) είναι η διαδικασία που θα μας επιτρέψει να εισάγουμε τις συχνότητες των ατυχημάτων στην ανάλυση μας και να εφαρμόσουμε μοντέλα αποφάσεων για την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

Τα μοντέλα για τη λήψη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα (*decision making under uncertainty*) αποτελούν τις μεθόδους που θα εφαρμόσουμε σε ένα πραγματικό πρόβλημα απόφασης στον τομέα της ναυτιλίας: την υιοθέτηση των καταλληλότερων μέτρων ελέγχου του ρίσκου (*Risk Control Options*) από τον Διεθνή Ναυτιλιακό Οργανισμό (*International Maritime Organization-IMO*) για τη βελτίωση του επιπέδου ασφαλείας του παγκόσμιου στόλου των επιβατηγών/οχηματαγωγών (*RoPax*) πλοίων. Οι θεωρίες ανάλυσης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα είναι τα μοντέλα που υποδεικνύουν μέσα σε ένα συστηματικό πλαίσιο, ποια είναι η βέλτιστη λύση σε ένα πρόβλημα απόφασης σύμφωνα με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων. Στην παρούσα διπλωματική εξετάζουμε την εύρεση της βέλτιστης επιλογής σύμφωνα με τις προτιμήσεις ως προς την αποστροφή προς το ρίσκο (*risk aversion*), η οποία όπως αναφέραμε εξετάζεται σε συγκεκριμένο κεφάλαιο.

Θα γίνει μία αναλυτική εισαγωγή στις θεωρίες ανάλυσης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα και στη συνέχεια θα παρουσιαστεί το πιο γνωστό μοντέλο από αυτήν την ομάδα μεθόδων, η **θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας** (***Expected Utility Theory*** – ***EUT***). Απαραίτητη προϋπόθεση για την εφαρμογή της *EUT* είναι η γνώση της συνάρτησης χρησιμότητας του αποφασίζοντα. Η συνάρτηση χρησιμότητας αντιστοιχίζει κάθε πιθανό επακόλουθο σε μια αριθμητική κλίμακα η οποία είναι σύμφωνη με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Όμως επειδή ο προσδιορισμός της συνάρτησης χρησιμότητας είναι κάτι πολύ δύσκολο και επίσης συνήθως έχουμε ομάδα αποφασιζόντων και όχι έναν αποφασίζοντα, η εφαρμογή της *EUT* καθίσταται δύσκολη.

Οι δυσκολίες που προκύπτουν μπορούν να ξεπεραστούν χάρη στις ***Stochastic Orders***, μέθοδοι που είναι άμεσα συνδεδεμένοι με την *EUT*. Οι *Stochastic Orders* είναι εργαλεία που μας επιτρέπουν να πραγματοποιήσουμε αποφάσεις σύμφωνα με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας έχοντας <u>μερική πληροφόρηση</u> για τη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας. Επομένως δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε επακριβώς τη συνάρτηση χρησιμότητας του αποφασίζοντα, παρά μόνο ορισμένα βασικά χαρακτηριστικά. Στην περίπτωση ομάδας αποφασιζόντων, οι επιλογές βάσει των *Stochastic Orders* βασίζονται στις κοινές προτιμήσεις σχετικά με σύνολα πιθανών συνεπειών μαζί με τις αντιστοιχισθείσες πιθανότητες.

Θα παρουσιαστούν τα κύρια σημεία των *Stochastic Orders* και ειδικότερα η εφαρμογή τους όταν η μοντελοποίηση των μεταβλητών του προβλήματος απόφασης έχει γίνει βάσει των αθροιστικών στοχαστικών διαδικασιών.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η αριθμητική εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων στο πρόβλημα επιλογής των μέτρων ελέγχου ρίσκου για τη βελτίωση της ασφάλειας επιβατηγών/οχηματαγωγών (*RoPax*) πλοίων λαμβάνοντας υπόψη την αποστροφή προς το ρίσκο των αποφασιζόντων. Τα απαραίτητα στοιχεία, όπως τα προτεινόμενα μέτρα ελέγχου ρίσκου, τα ενδεχόμενα σενάρια που μπορεί να προκύψουν από την εφαρμογή κάθε μέτρου, η πιθανότητα και οι συνέπειες κάθε σεναρίου έχουν αντληθεί από την, υποβληθείσα στον IMO, μελέτη *FSA RoPax* σχετικά με τη βελτίωση της ασφάλειας των επιβατηγών/οχηματαγωγών πλοίων.

Τέλος θα ασχοληθούμε με ένα επίσης σημαντικό κομμάτι του προβλήματος απόφασης, τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου. Η αποδοχή του ρίσκου συνίσταται ουσιαστικά στη σύγκριση μίας κατάστασης με προκαθορισμένα όρια, τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου. Σκοπός αυτής της σύγκρισης είναι η διατήρηση του βαθμού ασφαλείας σε μια δραστηριότητα μέσα σε αποδεκτά επίπεδα κα η εξασφάλιση ενός ομοιόμορφου βαθμού ασφαλείας για όλα τα εμπλεκόμενα μέρη. Τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου (για το κοινωνικό ρίσκο) που χρησιμοποιούνται στην ναυτιλία είναι της μορφής των **οριακών γραμμών FN**.

Θα ερευνήσουμε τις ασυνέπειες των οριακών γραμμών FN, όπως υποδεικνύονται στη βιβλιογραφία και θα δείξουμε ότι οι *Stochastic Orders* μπορούν να εφαρμοστούν και σε αυτό το πεδίο, καθώς θα τις χρησιμοποιήσουμε για να μοντελοποιήσουμε μαθηματικά τις οριακές γραμμές FN και θα δείξουμε πως μπορούμε να διορθώσουμε αυτές τις ασυνέπειες. Με αυτήν την ανάλυση, θα δείξουμε πως μπορούμε να επεκτείνουμε την παρούσα χρήση των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου από το επίπεδο του πλοίου στο επίπεδο στόλου.

(Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα κενή)

Εισαγωγικά Στοιχεία και Ανασκόπηση της Βιβλιογραφίας

Εισαγωγή στην έννοια του ρίσκου

Ορισμός του ρίσκου

Αντικείμενο της FSA είναι η ανάλυση του ρίσκου και η πρόταση μέτρων για τον έλεγχο του. Όμως πως ορίζεται το ρίσκο;

Το ρίσκο είναι μια έννοια με πολλές αποχρώσεις τόσο στην καθομιλουμένη, όσο και στην επιστημονική έρευνα και στο πρακτικό πεδίο. Ακόμα και η ετυμολογία της λέξης δεν είναι επακριβώς καθορισμένη. Η ετυμολογία της λέξης, που έχει ελληνική προέλευση, είναι η λέξη *ριζικόν* που προέρχεται από τη λέξη *ρίζα* και συνδέεται με την πλεύση κοντά σε ύφαλο ή βράχο (1) και γενικότερα με τους κινδύνους της ναυσιπλοΐας. Υπάρχουν πολλές ρίζες της λέξης που εμφανίζονται κατά τους μεσαιωνικούς χρόνους οι οποίες επίσης συνδέονται με τις θαλάσσιες μεταφορές και αφορούν τους κινδύνους της ναυσιπλοΐας ή τον κίνδυνο απώλειας εμπορευμάτων που μεταφέρονται μέσω θαλάσσης. Αργότερα το ρίσκο άρχισε να έρχεται πιο κοντά στις έννοιες με τις οποίες χρησιμοποιείται και σήμερα και αφορούν τον κίνδυνο ή την πιθανότητα απώλειας. Για μια πλήρη παρουσίαση της ιστορικής εξέλιξης της έννοιας του ρίσκου βλ. (2) *και* (3).

Στην επιστημονική έρευνα υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός ορισμών του ρίσκου ανάλογα με τον οργανισμό ή τον αναλυτή που πραγματοποιεί τη μελέτη ή την έρευνα. Παρακάτω θα αναφερθούν οι σημαντικότεροι ορισμοί.

- Λόγω της σημασίας των διεθνών προτύπων για την έρευνα και παραγωγή είναι φυσικό να αναφερθούμε στην ορολογία των προτύπων ISO 73:2009 για το ρίσκο: ***Ρίσκο είναι το αποτέλεσμα της αβεβαιότητας στους στόχους*** (4).
  Όπως επίσης αναφέρεται στο ISO 73:2009, το ρίσκο συχνά χαρακτηρίζεται από αναφορά σε δυνατά γεγονότα και συνέπειες ή σε συνδυασμό αυτών.
- Μία από τις πιο γνωστές θεωρήσεις του ρίσκου είναι ότι το ρίσκο ορίζεται ως οι απαντήσεις στις παρακάτω 3 ερωτήσεις:
  - Τι μπορεί να πάει στραβά;
  - Πόσο πιθανό είναι;
  - Ποιες είναι οι συνέπειες;

  Σε ένα αυστηρό πλαίσιο οι απαντήσεις στα παραπάνω είναι το σύνολο των τριάδων $\{(S_i, p_i, C_i)\}$ όπου S_iείναι το i σενάριο, p_i είναι η πιθανότητά του και C_i οι συνέπειες (5).
- Στις θαλάσσιες μεταφορές και στην FSA, την κύρια διαδικασία για την ανάλυση και αξιολόγηση του ρίσκου, το ρίσκο ορίζεται ως ο συνδυασμός

της συχνότητας ατυχημάτων και των συνεπειών που προκύπτουν από αυτά. (6)

Στη βιβλιογραφία συναντώνται ακόμα αρκετοί ορισμοί οι οποίοι μπορούν να ταξινομηθούν ως εξής (2):

1) Το ρίσκο είναι η προσδοκώμενη τιμή των απωλειών
2) Το ρίσκο είναι η πιθανότητα ενός ανεπιθύμητου γεγονότος
3) Το ρίσκο είναι η αντικειμενική αβεβαιότητα, που περιγράφεται από μια κατανομή πιθανότητας
4) Το ρίσκο είναι αβεβαιότητα σχετικά με τις απώλειες ή τα κόστη
5) Το ρίσκο είναι η δυνατότητα απώλειας
6) Το ρίσκο είναι ο συνδυασμός πιθανότητας και σεναρίων/ συνεπειών/ σοβαρότητα συνεπειών
7) Το ρίσκο είναι γεγονός ή συνέπειες
8) Το ρίσκο είναι συνέπειες/ σοβαρότητα των συνεπειών και η αβεβαιότητα ως προς αυτές

Πιθανότητα, συχνότητα, συνέπεια, γεγονός

Από τους παραπάνω ορισμούς παρατηρούμε ότι το ρίσκο συνδέεται άμεσα με τις έννοιες της πιθανότητας, της συχνότητας, της συνέπειας και του γεγονότος ή ατυχήματος.

Γεγονός: Ως γεγονός ή ατύχημα μπορεί να οριστεί μια '*απώλεια του ελέγχου της ενέργειας σε ένα σύστημα*' ή ' *το πρώτο γεγονός σε μια ακολουθία γεγονότων, το οποίο αν δεν ελεγχθεί, θα οδηγήσει σε ανεπιθύμητες συνέπειες*'. Λόγω πρακτικών ή/και αναλυτικών περιορισμών, μόνο ένας περιορισμένος αριθμός γεγονότων μπορεί να περιληφθεί στην ανάλυση ρίσκου. Η επιλογή εξαρτάται από τον τύπο του συστήματος, τους κινδύνους που εξετάζονται και τις δυνατές επιπτώσεις. Μια ειδική πρόβλεψη γίνεται για τα ατυχήματα που θεωρείται ότι συμβαίνουν σπάνια αλλά ενδέχεται να έχουν καταστροφικές συνέπειες (7).

Πιθανότητα: Οι πιο σημαντικές χρήσεις της έννοιας της πιθανότητας είναι οι εξής (8), (9):

- Η πιθανότητα ερμηνεύεται ως η σχετική συχνότητα που είναι ο λόγος των πραγματοποιήσεων ενός γεγονότος υπό την προϋπόθεση ότι η κατάσταση που αναλύεται επαναλαμβάνεται 'υποθετικά' για άπειρες φορές.
- Η πιθανότητα P είναι ένα μέτρο της αβεβαιότητας σχετικά με μελλοντικά γεγονότα και συνέπειες και είναι ένα υποκειμενικό μέτρο της αβεβαιότητας, δεδομένου της γνώσης του αναλυτή (έννοια η οποία

συνδέεται με μια Bayesian προοπτική)

Περισσότερα για την πιθανότητα θα αναφερθούν στο κεφάλαιο όπου θα παρουσιάζονται τα στοιχεία της θεωρίας πιθανοτήτων.

Συχνότητα: Συχνότητα είναι ο αριθμός των καταγραφών τις οποίες εμφανίζει ένα συγκεκριμένο γεγονός σε ένα συγκεκριμένο πληθυσμό ή σε ένα συγκεκριμένο διάστημα χρόνου (10).

Όπως παρατηρούμε η πιθανότητα αφορά τις εκτιμήσεις μας ως προς την πραγματοποίηση μελλοντικών γεγονότων, ενώ η συχνότητα είναι ένα μέγεθος που περιγράφει γεγονότα που συνέβησαν στο παρελθόν.

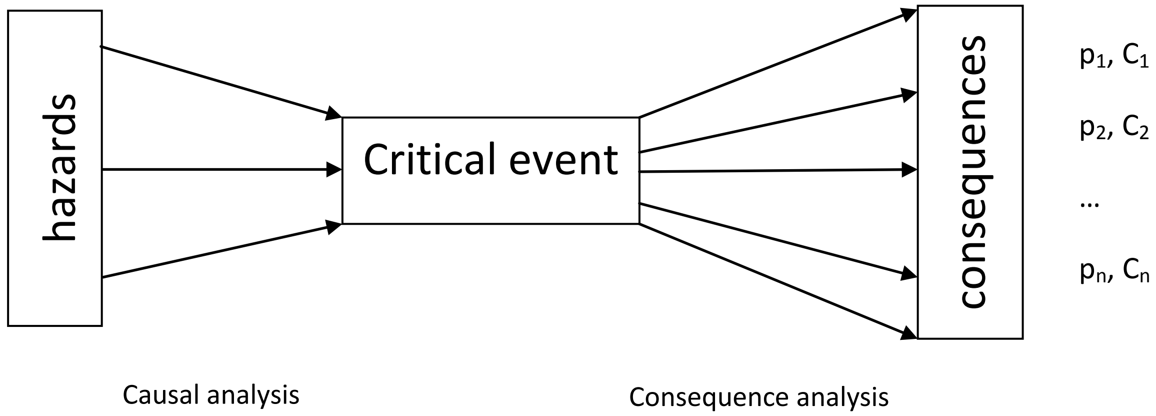
Συνέπειες: Πρόκειται είτε για μονοδιάστατη μεταβλητή είτε για διάνυσμα που αντιπροσωπεύει το αντίκτυπο σε ότι οι άνθρωποι προσδίδουν αξία. Οι μεταβλητές που συνηθέστερα περιλαμβάνονται στις συνέπειες είναι απώλεια ζωής ή τραυματισμός, περιβαλλοντική υποβάθμιση και οικονομικές ζημίες. Ο απολογισμός των συνεπειών μπορεί να αφορά τις άμεσες επιδράσεις του ατυχήματος είτε τις έμμεσες που παρουσιάζονται μετά από κάποιο χρονικό διάστημα.

Δεδομένου της πραγματοποίησης ενός γεγονότος/ ατυχήματος **E** οι συνέπειες **C** είναι αβέβαιες, οπότε μπορούμε να επιλέξουμε να περιγράψουμε το δυνατό *φάσμα συνεπειών (consequence spectrum)* μέσω μιας δεσμευμένης συνάρτησης κατανομής πιθανότητας **p(C|E)**. Μία από τις συνηθέστερες μεθόδους για να υπολογίσουμε την κατανομή πιθανότητας αποτελεί το *δέντρο γεγονότων* (*event tree*). Το δέντρο γεγονότων αποτελεί μια λογική αναπαράσταση των διάφορων γεγονότων που ενδέχεται να ακολουθήσουν ένα αρχικό γεγονός (*initiative event*). Χρησιμοποιεί κλάδους για να δείξει τις διάφορες δυνατότητες σε κάθε βήμα. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων αστοχίας κάθε συμβάλλουσας αιτίας, όπου οι διάφορες αιτίες μπορούν να προκύψουν μόνο εν σειρά στο χρόνο και όχι παράλληλα. Το δέντρο γεγονότων αποτελεί σημαντικότατη μέθοδο στην ανάλυση ρίσκου, έχει χρησιμοποιηθεί σε πολλές FSAs (όπως στις FSA- Container vessels (11), FSA – LNG Carriers (12) και άλλες) και θα παρουσιαστεί εκτενώς σε επόμενο κεφάλαιο.

Διάγραμμα Bow-tie

Το γραφικό μοντέλο στο οποίο οι παραπάνω έννοιες μπορούν να συνδυαστούν για να μελετήσουμε το ρίσκο είναι το διάγραμμα *bow-tie*. Το διάγραμμα bow-tie εστιάζει σε ένα συγκεκριμένο γεγονός (*critical event*), και αποτελείται από ένα σύνολο *διαδρομών αιτιών (paths)* τα οποία οδηγούν στο γεγονός και από ένα φάσμα συνεπειών που προκύπτουν από το γεγονός.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται μια γενική μορφή ενός διαγράμματος bow-tie



σχήμα 1: γενική μορφή bow tie

Παρατηρούμε ότι το διάγραμμα αποτελείται από 3 κύρια μέρη:

- Την ανάλυση αιτιών (*causal analysis*) όπου εκτιμάται η πιθανότητα ενός ατυχήματος
- Το ατύχημα
- Την ανάλυση συνεπειών (*consequence analysis*) όπου εκτιμάται το φάσμα των συνεπειών, όπου εδώ είναι το σύνολο των ζευγών συγκεκριμένης συνέπειας C_i και αντίστοιχης πιθανότητας p_i.

Στα περισσότερα συστήματα ερχόμαστε αντιμέτωποι με περισσότερους από ένα τύπους ατυχημάτων, οπότε το συνολικό ρίσκο περιγράφεται από ένα σύνολο διαγραμμάτων bow-tie.

Όπως θα δούμε αναλυτικότερα σε επόμενο κεφάλαιο, μια ανάλυση ρίσκου πραγματοποιεί την ανάλυση αιτιών και συνεπειών για κάθε τύπο ατυχήματος, για να περιγράψει το ρίσκο για ένα συγκεκριμένο σύστημα.

Η αναφορά του ρίσκου σε μελλοντικά γεγονότα

Όπως είδαμε και από τον ορισμό της πιθανότητας, τα ρίσκο χρησιμοποιείται κυρίως για να περιγράψει γεγονότα που αναμένουμε ότι θα συμβούν στο μέλλον και για τα οποία δεν έχουμε ακριβή στοιχεία από γεγονότα που συνέβησαν στο παρελθόν. Στην ναυτιλία χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι τα ταξίδια με κρουαζιερόπλοια. Ο κλάδος των κρουαζιερόπλοιων παρουσιάζει ελάχιστα περιστατικά. Όμως μηδενική συχνότητα συμβάντων δεν σημαίνει και ότι ένα συγκεκριμένο ατύχημα δεν μπορεί να συμβεί (13). Επομένως προκύπτει η ανάγκη να αναπτυχθεί ένα μοντέλο που να περιγράφει το πώς πιθανώς θα εξελιχθεί μια κατάσταση που συνδέεται με την ασφάλεια σε ένα σύστημα. Βάσει αυτού του μοντέλου θα μπορέσουμε να εκτιμήσουμε το ρίσκο και να πάρουμε τα κατάλληλα μέτρα.

Η παραπάνω προσέγγιση συμπληρώνει τη παραδοσιακή διαδικασία σύνταξης κανονισμών στην ναυτιλία, όπου η μελέτη παλαιότερων ατυχημάτων συνέβαλε στην εξέλιξη των κανονισμών. Η ανάλυση του ρίσκου μέσω μοντέλων και ακόλουθα ο έλεγχος του ρίσκου συμβάλλει στην πρόληψη ατυχημάτων, τα οποία μέχρι εκείνη το χρονικό σημείο δεν είχαν συμβεί. Η προληπτική προσέγγιση στην ασφάλεια υιοθετήθηκε πριν από αρκετό καιρό σε άλλες βιομηχανίες όπως η αεροπορική και η χρήση της έχει επιφέρει σημαντικά αποτελέσματα από τότε όπως φαίνεται και στα αντίστοιχα στατιστικά.

Κατηγορίες ρίσκου

Το ρίσκο μπορεί να κατηγοριοποιηθεί ως εξής, ανάλογα με υο είδος των συνεπειών:

- Ατομικό ρίσκο (*Individual risk*)
    - Εργασιακό ρίσκο (*occupational risk*)
- Κοινωνικό ρίσκο (*societal risk*) ή ομαδικό ρίσκο (*group risk*)
    - Κοινωνικός προβληματισμός (*societal concerns*)
- Οικονομική ζημία
- Περιβαλλοντική υποβάθμιση

Ως **ατομικό ρίσκο** μπορεί να οριστεί το ρίσκο που αντιμετωπίζει ένα πραγματικό ή υποθετικό άτομο λόγω ενός ή πολλαπλών γεγονότων. Υποκατηγορία του ατομικού ρίσκου είναι το εργασιακό ρίσκο που αφορά εργαζομένους που αντιμετωπίζουν κίνδυνο στον χώρο εργασίας. Το ατομικό ρίσκο συνήθως εκφράζει την συχνότητα βλάβης στην υγεία στη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος, π.χ. ενός χρόνου. Στην FSA το ατομικό ρίσκο υπολογίζεται για το άτομο με τη μεγαλύτερη έκθεση στον κίνδυνο (6).

Κοινωνικό ρίσκο είναι η σχέση μεταξύ συχνότητας και αριθμού ατόμων που είναι δυνατόν να υποστούν ένα συγκεκριμένο είδος τραυματισμού σε δεδομένο πληθυσμό από την πραγματοποίηση ενός συγκεκριμένου κίνδυνου (10). Στην περίπτωση της ναυτιλίας αυτό αφορά το ρίσκο για τους επιβάτες και το πλήρωμα του πλοίου.

Ο όρος **κοινωνικός προβληματισμός** αναφέρεται στις έμμεσες επιπτώσεις που έχει ένα σοβαρό ατύχημα και περιλαμβάνει τις αντιδράσεις της κοινωνίας σε ατυχήματα με πολλές απώλειες και τον αντίκτυπο που έχουν στους οργανισμούς που είναι υπεύθυνοι για την ασφάλεια και τη διαχείριση του ρίσκου (14).

Οι **οικονομικές ζημιές** διαδραματίζουν επίσης σημαντικό ρόλο στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Οι **περιβαλλοντικές επιπτώσεις** από τις οικονομικές δραστηριότητες έχουν αποκτήσει τα τελευταία χρόνια μεγαλύτερο βάρος τόσο σε επίπεδο δημόσιας συζήτησης όσο και στις αποφάσεις των εποπτικών αρχών. Στην ναυτιλία οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις που έχουν γίνει αντικείμενο διαβούλευσης και ακόλουθα έχουν εισαχθεί στους κανονισμούς διατάξεις για την αντιμετώπισή τους είναι η μόλυνση από πετρελαιοκηλίδες και η ρύπανση από αέριους ρύπους. Μέθοδοι για την αποτίμηση του ρίσκου τους στο πλαίσιο της FSA έχουν αναπτυχθεί στο (15).

Αποδεκτό ρίσκο και κριτήρια αποδοχής ρίσκου

Το επόμενο βήμα μετά την ανάλυση ρίσκου είναι η εξέταση του εάν το ρίσκο που προκύπτει είναι αποδεκτό ή μη για το συγκεκριμένο σύστημα. Μη αποδεκτό σημαίνει ότι θα πρέπει να εφαρμοστούν μέτρα μείωσης του ρίσκου, ώστε τα επίπεδα ρίσκου του συστήματος να γίνουν αποδεκτά. Η αξιολόγηση ενός συστήματος ως αποδεκτό ή μη γίνεται σύμφωνα με καθορισμένα κριτήρια αποδοχής ρίσκου (*Risk Acceptance Criteria*). Στην ναυτιλία όρια τίθενται τόσο στο ατομικό ρίσκο όσο και στο κοινωνικό.

Γενικά το ρίσκο μπορεί να ανήκει σε μία από τις παρακάτω κατηγορίες:

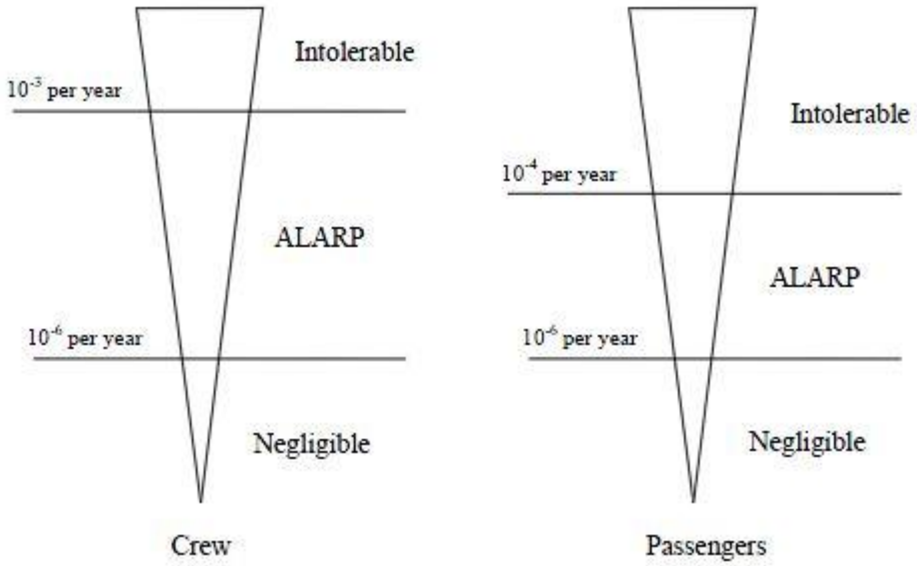
- Μη αποδεκτό (*Intolerable*)
- ALARP (*As Low As Reasonably Practicable*)
- Αμελητέο (*Negligible*)

Στην περιοχή του μη αποδεκτού ρίσκου, απαιτείται να εφαρμοστούν μέτρα μείωσης χωρίς να λαμβάνεται υπόψη το κόστος τους. Στην περιοχή του αμελητέου ρίσκου δεν απαιτείται να ληφθεί κάποιο μέτρο. Η περιοχή ανάμεσα στο μη αποδεκτό ρίσκο και στο αμελητέο είναι η περιοχή εφαρμογής της αρχής ALARP. Σε αυτήν την περιοχή εφαρμόζονται μέτρα ρίσκου με σκοπό το επίπεδο ρίσκου να φτάσει στην περιοχή του αμελητέου ρίσκου, υπό την προϋπόθεση ότι η απαιτούμενη μείωση ρίσκου είναι εφικτή. Στην περίπτωση που το επίπεδο ρίσκου παραμείνει σε αυτήν περιοχή, τότε για να εφαρμοστούν μέτρα μείωσης του θα πρέπει το κόστος των μέτρων να μην είναι δυσανάλογο του οφέλους που προκύπτει από την εφαρμογή των μέτρων. Η αρχή της ALARP καθώς και η ιστορική εξέλιξή της περιγράφονται στα (14) και (16).

Οι κατευθυντήριες οδηγίες του IMO για την FSA δεν ορίζουν ακριβή όρια αποδοχής ρίσκου. Τα όρια ανάμεσα στις παραπάνω περιοχές ρίσκου που χρησιμοποιούνται σε ορισμένες FSA, όπως στις (11), (12), (13), (17), προέρχονται από το UK Health and Safety Executive και παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα και στα ακόλουθα σχήματα.

Κριτήρια αποδοχής ατομικού ρίσκου	
Κριτήριο αποδοχής ατομικού ρίσκου	Τιμή
Μέγιστο αποδεκτό ρίσκο για μέλη πληρώματος	10^{-3}/χρόνο
Μέγιστο αποδεκτό ρίσκο για επιβάτες	10^{-4}/χρόνο
Αμελητέο ρίσκο	10^{-6}/χρόνο

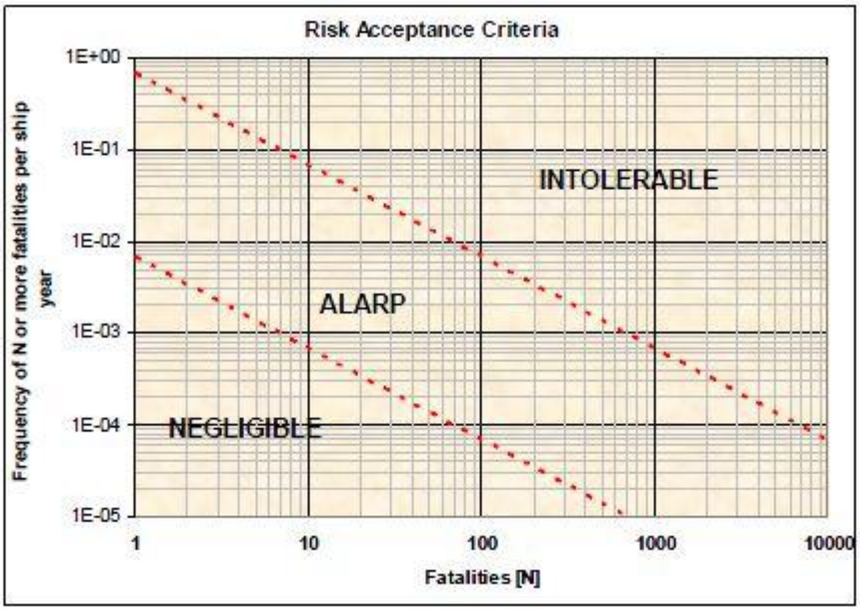
Πίνακας 1: κριτήρια αποδοχής ατομικού ρίσκου



σχήμα 2: περιοχές ατομικού ρίσκου

Όπως παρατηρούμε, υψηλότερο ρίσκο είναι ανεκτό για τα μέλη πληρώματος από ότι για τους επιβάτες. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα μέλη πληρώματος εκτίθενται εθελοντικά στο ρίσκο και αποκομίζουν οικονομικά οφέλη από την λειτουργία του πλοίου. Επομένως το πλήρωμα αποδέχεται το υψηλότερο επίπεδο του ρίσκου. Επιπλέον πρέπει να σημειωθεί ότι τα μέλη πληρώματος έχουν μεγαλύτερη γνώση του εργασιακού ρίσκου και έχουν εκπαιδευτεί να διεκπεραιώνουν τα καθήκοντά τους με ασφάλεια και αποτελεσματικά (13).

Αντίστοιχα οι περιοχές του μη αποδεκτού ρίσκου, ALARP και αμελητέου ρίσκου μπορούν να οριστούν και για το κοινωνικό ρίσκο. Τα κριτήρια αποδοχής κοινωνικού ρίσκου χρησιμοποιούνται για να περιορίσουν το ρίσκο σοβαρών ατυχημάτων που επηρεάζουν πολλούς ανθρώπους στο ίδιο χρονικό διάστημα, καθώς η κοινωνία ενδιαφέρεται για την πρόληψη αυτής της κατηγορίας ατυχημάτων. Τα κριτήρια αποδοχής κοινωνικού ρίσκου βασίζονται στο επονομαζόμενο διάγραμμα FN. Ο κάθετος άξονας ενός διαγράμματος FN εκφράζει την αθροιστική συχνότητα να γίνει ατύχημα με N ή περισσότερες απώλειες, ενώ ο οριζόντιος άξονας εκφράζει τις απώλειες (N). Το διάγραμμα FN χρησιμοποιείται για την απεικόνιση του κοινωνικού ρίσκου καθώς λαμβάνει υπόψη το μέγεθος των ατυχήματα που συνέβησαν. Το στοιχείο αυτό είναι σημαντικό, καθώς η κοινή γνώμη εκδηλώνει μεγαλύτερες αντιδράσεις σε σοβαρά ατυχήματα παρά σε πιο μικρά ατυχήματα τα οποία σωρευτικά μπορεί να έχουν τον ίδιο αριθμό απωλειών στο ίδιο χρονικό διάστημα.



σχήμα 3: περιοχές κοινωνικού ρίσκου (13)

Όπως και για το ατομικό ρίσκο, παρόμοια και το κοινωνικό ρίσκο μπορεί να ανήκει σε μία από τις αντίστοιχες τρεις κατηγορίες. Όπως παρατηρούμε στο παραπάνω σχήμα, οι κατηγορίες του ρίσκου χωρίζονται από δύο καμπύλες (οι οποίες στη συνήθη απεικόνιση log- log ενός διαγράμματος FN είναι ευθείες), οι οποίες χαρακτηρίζονται από:

- Το σημείο αγκύρωσης, το οποίο είναι ένα σημείο από όπου διέρχεται η καμπύλη
- Την κλίση τους

Στις FSA το σημείο αγκύρωσης είναι διαφορετικό για κάθε δραστηριότητα και τομέα της ναυτιλίας και εξαρτάται από την οικονομική αξία της δραστηριότητας και άλλες παραμέτρους. Η κλίση είναι συνήθως -1 (18). Περισσότερα για τις καμπύλες FN και τον τρόπο με τον οποίο απεικονίζουν το κοινωνικό ρίσκο, καθώς και τη σχέση τους με την αποστροφή ως προς τα σοβαρά ατυχήματα θα αναφερθούν σε επόμενο κεφάλαιο.

Ρυθμιστικό πλαίσιο για τις θαλάσσιες μεταφορές

Η ναυτιλία είναι μια διεθνής δραστηριότητα, στην οποία εμπλέκονται πλήθος εταίρων, όπως ναυτιλιακές εταιρείες, κράτη, ναυπηγεία, νηογνώμονες και πολλοί άλλοι. Το καθένα από αυτά τα μέρη έχει τις δικές του απαιτήσεις όσον αφορά την ασφάλεια στην ναυτιλία και την προστασία του περιβάλλοντος. Επομένως υπάρχει η ανάγκη για λήψη αποφάσεων σε ένα διεθνές επίπεδο, όπου θα κατατίθενται οι απόψεις των εμπλεκομένων στην ναυτιλία.

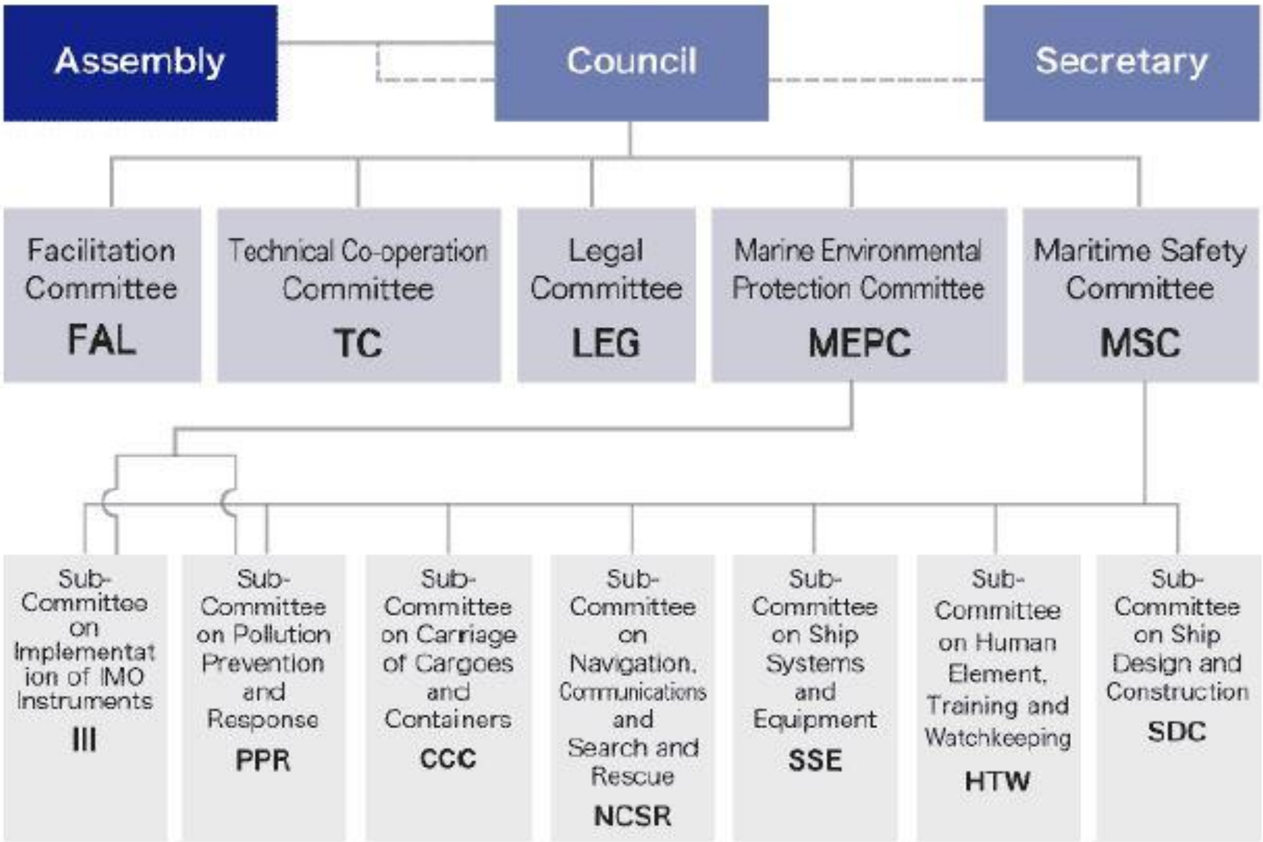
Ο οργανισμός που καλύπτει τις παραπάνω ανάγκες είναι ο Διεθνής Ναυτιλιακός Οργανισμός (International Maritime Organization- IMO). Ο IMO είναι οργανισμός των Ηνωμένων Εθνών με αποστολή τη βελτίωση της ασφάλειας και την προστασία του περιβάλλοντος. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται στην Resolution A.1037(27):

‘ Η αποστολή του Διεθνούς Ναυτιλιακού Οργανισμού ως οργανισμού των Ηνωμένων Εθνών είναι η προαγωγή της ασφαλούς, περιβαλλοντικά φιλικής, αποδοτικής και βιώσιμης ναυτιλίας μέσω της συνεργασίας. Αυτό θα επιτευχθεί υιοθετώντας τα πιο πρακτικώς αυστηρά πρότυπα ναυτιλιακής ασφάλειας, αποδοτικότητας της ναυσιπλοΐας και πρόληψη και έλεγχο της μόλυνσης από πλοία, καθώς και με τη θεώρηση των σχετικών νομικών ζητημάτων και με αποτελεσματική εφαρμογή των εργαλείων του οργανισμού με την προοπτική της καθολικής και ομοιόμορφης εφαρμογής.’

Ο IMO ιδρύθηκε επίσημα το 1948 και έχει την έδρα του στο Λονδίνο. Απαριθμεί 171 κράτη μέλη και 3 συνδεδεμένα μέλη. Επιπλέον, Μη-Κυβερνητικές Οργανώσεις έχουν την δυνατότητα να συμβάλλουν στις εργασίες του IMO. Μέχρι στιγμής 77 διεθνείς Μη-Κυβερνητικές Οργανώσεις έχουν συμβουλευτικό ρόλο στον IMO, όπως η διεθνής ένωση των νηογνωμόνων (IACS), ενώσεις ναυτιλιακών εταιρειών κ.α.. Επίσης συνεργάζονται με τον IMO διακυβερνητικοί οργανισμοί σε ζητήματα κοινού συμφέροντος με σκοπό την καλύτερη συνεργασία.

Τα κύρια όργανα του IMO είναι η Ολομέλεια (Assembly), το Συμβούλιο (Council) και 5 κύριες Επιτροπές: α) Ασφάλειας (*Maritime Safety Committee*), β) Προστασίας Θαλασσίου Περιβάλλοντος (*Marine Environment Protection Committee*), γ) Νομικών Ζητημάτων (*Legal*) , δ) Τεχνικής Συνεργασίας (*Technical Cooperation*), ε) Διευκόλυνσης (*Facilitation*)

Παρακάτω παρατίθεται το διάγραμμα με τη δομή των οργάνων του IMO:



σχήμα 4: Δομή των οργάνων του ΙΜΟ

Η Ολομέλεια είναι το όργανο όπου συμμετέχουν όλα τα κράτη μέλη και συγκαλείται κάθε δύο χρόνια. Εγκρίνει τον προϋπολογισμό της επόμενης διετίας καθώς και τις διάφορες Διακηρύξεις και Συστάσεις που είναι το αποτέλεσμα μελέτης και επεξεργασίας από τις επιτροπές και τις υποεπιτροπές. Το Συμβούλιο εκλέγεται από την Ολομέλεια για διετή θητεία και αποτελείται από 40 χώρες.

Διεθνείς Συμβάσεις

Στο πλαίσιο του ΙΜΟ έχουν συνταχθεί διεθνείς συμβάσεις (IMO Conventions) που περιέχουν κανονισμούς σχετικά με την ασφάλεια της ναυτιλίας και την προστασία του θαλάσσιου περιβάλλοντος. Οι κυριότερες είναι οι παρακάτω:

Ναυτιλιακή ασφάλεια

1. International Convention for the Safety of Life at Sea (SOLAS), 1974
2. International Convention on Load Lines (ILLC), 1966

3. International Convention for Safe Containers (CSC), 1972
4. Convention on the International Regulations for Preventing Collisions at Sea (COLREG), 1972
5. Convention on the International Maritime Satellite Organization (INMARSAT), 1976
6. The Torremolinos International Convention for the Safety of Fishing Vessels (SFV), 1977
7. International Convention on Standards of Training, Certification and Watchkeeping for Seafarers (STCW), 1978
8. International Convention on Standards of Training, Certification and Watchkeeping for Fishing Vessels Personnel (STCW-F), 1995
9. International Convention on Maritime Search and Rescue (SAR), 1979

Θαλάσσια μόλυνση

1. International Convention for the Prevention of Pollution from Ships 1973, as modified by the Protocol of 1978 relating thereto (MARPOL 73/78)
2. International Convention Relating to Intervention on the High Seas in Cases of Oil Pollution Casualties (INTERVENTION), 1969
3. Convention on the Prevention of Marine Pollution by Dumping of Wastes and Other Matter (LDC), 1972
4. International Convention on Oil Pollution Preparedness, Response and Co-operation (OPRC), 1990
5. Protocol on Preparedness, Response and Co-operation to pollution Incidents by Hazardous and Noxious Substances, 2000 (HNS Protocol)
6. International Convention on the Control of Harmful Anti Fouling Systems of Ships (AFS), 2001
7. International Convention for the Control and Management of Ships Ballast Water and Sediments, 2004
8. The International Convention for the Safe and Environmentally Sound Recycling of Ships, 2009 (the Hong Kong Convention)

Οι κυριότερες από αυτές τις συμβάσεις είναι:

- International Load Line Convention (ILLC), 1966: σκοπός της είναι η προτυποποίηση της διαδικασίας για τον ορισμό της γραμμής φόρτωσης στα πλοία και τις προϋποθέσεις για τον ορισμό της, όπως η ευστάθεια στην άθικτη κατάσταση και μετά από βλάβη, η προστασία των ανοιγμάτων στις υδατοστεγείς φρακτές, προστασία του πληρώματος κ.α..

- Convention on the International Regulations for Preventing Collisions at Sea (COLREG), 1972: σκοπεύει στην παροχή κανόνων ναυσιπλοΐας, όπως διατήρηση επιφυλακής, ασφαλή ταχύτητα, φωτισμό, σήματα κ.τ.λ..
- International Convention for the Safety of Life at Sea (SOLAS), 1974: ορίζει απαιτήσεις για θέματα όπως η κατασκευαστική σχεδίαση των πλοίων, η ευστάθεια και η υποδιαίρεση, ο ηλεκτρομηχανολογικός εξοπλισμός των πλοίων, η πυροπροστασία και η πυρόσβεση, ο τηλεπικοινωνιακός εξοπλισμός, θέματα έρευνας και διάσωσης, ασφάλεια ναυσιπλοΐας, παροχή σωστικών μέσων, την ασφαλή μεταφορά επικίνδυνων φορτίων, την ασφαλή λειτουργία και διαχείριση των πλοίων κ.α..
- International Convention for the Prevention of Pollution from Ships 1973, as modified by the Protocol of 1978 relating thereto (MARPOL 73/78): περιέχει κανονισμούς για ρύπανση από πετρελαιοειδή μίγματα και κατάλοιπα, επιβλαβείς υγρές ουσίες χύδην, επικίνδυνα συσκευασμένα φορτία, λύματα, στερεά απορρίμματα και αέριους ρύπους
- International Convention on Standards of Training, Certification and Watchkeeping for Seafarers (STCW), 1978: παρέχει πρότυπα για την εκπαίδευση και πιστοποίηση των ναυτικών

Υιοθέτηση και εφαρμογή κανονισμών

Στο πλαίσιο του IMO υιοθετούνται οι κανονισμοί αλλά η επιβολή τους εναπόκειται στα κράτη μέλη. Όταν ένα κράτος συνυπογράψει κάποια σύμβαση, συμφωνεί να ενσωματώσει το κείμενο της σύμβασης στην εθνική του νομοθεσία και να επιβάλει την εφαρμογή του.

Επιπλέον, κάθε κράτος, δρώντας ως κράτος- σημαία (flag state) μπορεί να επιβάλει πρόσθετες απαιτήσεις, στην περίπτωση όπου αυτό επιτρέπεται από τις συμβάσεις. Οι απαιτήσεις αυτές μπορεί να περιέχονται σε άλλα μη δεσμευτικά κείμενα, πέραν των συμβάσεων, που εκδίδει ο IMO ή να αποτελούν δικές του απαιτήσεις και εφαρμόζονται στα πλοία που είναι εγγεγραμμένα στο νηολόγιό του.

Τα παράκτια κράτη μπορούν επίσης να επιβάλουν απαιτήσεις σε πλοία άλλης σημαίας που διέρχονται από τα χωρικά ύδατά τους.

Κύρια χαρακτηριστικά κανονισμών και εναρμόνιση ρυθμιστικού πλαισίου

Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά των κανονισμών είναι ότι προδιαγράφουν (prescribe) συγκεκριμένες απαιτήσεις σε σχεδιαστικά χαρακτηριστικά των πλοίων και στις διαδικασίες ασφαλούς λειτουργίας τους. Έχουν ως σκοπό την πρόληψη ανεπιθύμητων γεγονότων, όπως απώλεια ευστάθειας, ή τη μείωση των συνεπειών, όπως ανατροπή πλοίου, που προκύπτουν από τα γεγονότα. Αυτές οι απαιτήσεις είναι αποτέλεσμα της εμπειρίας από σοβαρά ατυχήματα, τα οποία συγκλόνιζαν την κοινή γνώμη και είχαν ως επακόλουθο σημαντικές αλλαγές των κανονισμών προς ένα βελτιωμένο επίπεδο ασφάλειας. Η προσέγγιση της ενσωμάτωσης της εμπειρίας από ατυχήματα στις νέες απαιτήσεις των κανονισμών αναφέρεται ως *reactive*.

Όπως ανεφέρθη παραπάνω, οι απαιτήσεις στις οποίες πρέπει να συμμορφωθεί ένας διαχειριστής πλοίου προέρχονται από πολλές πηγές (IMO, σημαία, κανονισμοί νηογνώμονα κ.α.) και πολλές φορές υπάρχουν διαφορετικοί κανονισμοί για το ίδιο ζήτημα ασφάλειας ή προστασίας το περιβάλλοντος. Αν και ο σκοπός των κανονισμών είναι η αύξηση του επιπέδου ασφάλειας, η ύπαρξη υπερκαλύψεων σε ζητήματα κανονισμών δεν είναι αποτελεσματική και ενδέχεται να προκαλεί συγκέντρωση πόρων σε περιοχές όπου δεν είναι αποδοτικοί.

Η λύση που προτείνεται είναι η εκτενέστερη χρήση των μεθόδων της ανάλυσης και διαχείρισης ρίσκου στις θαλάσσιες μεταφορές για τη σύνταξη κανονισμών που ρυθμίζουν τη σχεδίαση των πλοίων και τη λειτουργίας τους. Η χρήση μεθόδων ρίσκου θα συντελούσε στην υιοθέτηση μιας προληπτικής (*proactive*) προσέγγισης στην αντιμετώπιση των ζητημάτων ασφάλειας αντί για την αναμονή ενός σοβαρού ατυχήματος για την αλλαγή των κανονισμών.

Επιπλέον η χρήση μεθόδων ρίσκου από τα εμπλεκόμενα μέρη στην έκδοση και εφαρμογή κανονισμών θα συντελούσε σε μια ομοιόμορφη αντιμετώπιση των ζητημάτων ασφαλείας και θα βοηθούσε στην εναρμόνιση των απαιτήσεων διαφορετικών κανονισμών σε ένα ενιαίο ρυθμιστικό πλαίσιο (19 p. 68).

Η μείωση του ρίσκου είναι το τελικό αποτέλεσμα που επιθυμούν τόσο οι εποπτικές αρχές όσο και οι διαχειριστές. Σε μια ανάλυση ρίσκου προσδιορίζονται οι κίνδυνοι που αντιμετωπίζει το εξεταζόμενο σύστημα και προτείνονται μέτρα για την πρόληψή τους. Αυτό το στοιχείο της ανάλυσης ρίσκου βοηθάει στην αποτελεσματική διαχείριση των πόρων και στη βελτίωση των λειτουργιών, κάτι το οποίο είναι σημαντικό για τους διαχειριστές. Η διεξαγωγή ανάλυσης ρίσκου με σκοπό τη συμμόρφωση με τον κανονισμό θα ωφελούσε πρωτίστως τον διαχειριστή του πλοίου, καθώς θα αποκτούσε καλύτερη αντίληψη των κινδύνων που αντιμετωπίζει και θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει καλύτερα τους πόρους του.

Στο πλαίσιο κανονισμών που βασίζονται σε ανάλυση ρίσκου, το επίπεδο της ασφάλειας δεν θα καθοριζόταν από τη συμμόρφωση με συγκεκριμένες απαιτήσεις του κανονισμού αλλά θα ήταν το αποτέλεσμα ελέγχων βασισμένων στο ρίσκο που θα είναι ενταγμένοι στη επιχειρησιακή λειτουργία του πλοίου (19 σ. 83). Επομένως εάν η αρχή που εκδίδει τον κανονισμό απαιτούσε από τον διαχειριστή να διεξάγει μια ανάλυση ρίσκου, και οι δύο πλευρές θα ωφελούνταν και θα υπήρχε καλύτερη συνεργασία.

Προς αυτήν την κατεύθυνση ο ΙΜΟ προτείνει την εφαρμογή μιας συστηματικής διαδικασίας για την αξιολόγηση ρίσκου που ονομάζεται Τυπική αποτίμηση Ασφάλειας (Formal Safety Assessment – FSA), η οποία θα παρουσιαστεί εκτενέστερα σε επόμενο κεφάλαιο.

Goal Based Standards

Ένα άλλο εργαλείο του ΙΜΟ προς την κατεύθυνση της προληπτικής αντιμετώπισης στο πεδίο της ασφάλειας είναι τα **Goal Based Standards** (GBS). Τα GBS είναι μια προσέγγιση του ΙΜΟ για την καλύτερη δόμηση της σύνταξης κανονισμών χρησιμοποιώντας ένα σύστημα επιπέδων όπου οι στόχοι υψηλού επιπέδου είναι στην κορυφή και οι λειτουργικές απαιτήσεις που είναι απαραίτητες για την επίτευξη των στόχων ακολουθούν.

Η πρώτη εφαρμογή τους αφορούσε τη σχεδίαση και κατασκευή της γάστρας των φορτηγών μεταφοράς φορτίου χύδην (bulk carriers) και των φορτηγών μεταφοράς πετρελαίου (oil tankers) για δύο λόγους: α) ο ΙΜΟ ήθελε να έχει μεγαλύτερη συμμετοχή στους κανονισμούς για την κατασκευή των πλοίων, οι οποίοι παραδοσιακά αφήνονταν στους νηογνώμονες και β) τα tanker και bulk carrier επιλέχτηκαν πρώτα λόγω των αυξημένων κατασκευαστικών ελαττωμάτων τους (20).

Η ιδέα των GBS εισήχθη στον ΙΜΟ στην ογδοηκοστή ένατη συνεδρίαση του Συμβουλίου τον Νοέμβριο του 2002 σε μία πρόταση από τις Μπαχάμες και την Ελλάδα, όπου προτάθηκε ότι ο ΙΜΟ θα έπρεπε να έχει μεγαλύτερο ρόλο στον καθορισμό των προτύπων για την κατασκευή των πλοίων. Η Ολομέλεια του ΙΜΟ στο στρατηγικό πλάνο του οργανισμού για την εξαετία 2004-2010 εξέφρασε την θέση ότι ο ΙΜΟ θα πρέπει να θέσει goal based standards για τη σχεδίαση και κατασκευή των πλοίων (resolution A.944(23)).

Ύστερα από συζητήσεις στις MSC79 και MSC80, επήλθε συμφωνία στις παρακάτω βασικές αρχές για τα GBS:

Τα goal based standards του ΙΜΟ είναι:

- ευρεία πρότυπα ασφάλειας και περιβαλλοντικά πρότυπα τα οποία τα πλοία πρέπει να ακολουθούν κατά τη διάρκεια του κύκλου ζωής τους
- το απαραίτητο επίπεδο που πρέπει να επιτυγχάνεται από τις απαιτήσεις των νηογνωμόνων και των άλλων αναγνωρισμένων οργανισμών, αρχών και του ΙΜΟ

- διαφανή, πιστοποιήσιμα, μακρόπνοα, εφαρμόσιμα και επιτεύξιμα ανεξάρτητα από τη σχεδίαση του πλοίου και την τεχνολογία
- αρκετά συγκεκριμένα ώστε να μην επιδέχονται διφορούμενες ερμηνείες

Ύστερα από πρόταση από τις Μπαχάμες, την Ελλάδα και τον IACS στην MSC 78 συμφωνήθηκε ένα σύστημα πέντε επιπέδων. Τα τρία πρώτα επίπεδα αποτελούν τα goal based standards που θα αναπτυχθούν από τον IMO ενώ τα 4 και 5 περιέχουν λεπτομερείς κανονισμούς που θα αναπτυχθούν από τους νηογνώμονες, άλλους αναγνωρισμένους οργανισμούς και οργανισμούς της βιομηχανίας.

- **Επίπεδο I**: ***Στόχοι***
  Ένα σύνολο στόχων το οποίο πρέπει να επιτευχθεί με σκοπό τη σχεδίαση και λειτουργία ασφαλών και περιβαλλοντικά φιλικών πλοίων

- **Επίπεδο II**: ***Λειτουργικές απαιτήσεις***
  Ένα σύνολο απαιτήσεων σχετικές με τις λειτουργίες των πλωτών κατασκευών προς τις οποίες πρέπει να επέρχεται συμμόρφωση με σκοπό την επίτευξη των προαναφερθέντων στόχων

- **Επίπεδο III**: ***Πιστοποίηση των κριτηρίων συμμόρφωσης***
  Παρέχει τα απαραίτητα εργαλεία για την επίδειξη ότι οι λεπτομερείς απαιτήσεις στο επίπεδο IV (Κανονισμοί) συμμορφώνονται με τους στόχους του Επιπέδου I και τις λειτουργικές απαιτήσεις του Επιπέδου II

- **Επίπεδο IV:** ***οι λεπτομερείς κανονισμοί που εφαρμόζουν τις λειτουργικές απαιτήσεις για την επίτευξη των στόχων***
  Οι λεπτομερείς υποχρεωτικές απαιτήσεις που αναπτύχθηκαν από τον IMO, τις αρχές και/ή τους νηογνώμονες και εφαρμόζονται από τις αρχές και/ή τους νηογνώμονες, οι οποίοι δρουν ως αναγνωρισμένοι οργανισμοί, και αφορούν τη σχεδίαση και κατασκευή ενός πλοίου με σκοπό την επίτευξη των στόχων του Επιπέδου I και τη συμμόρφωση ως προς τις λειτουργικές απαιτήσεις του Επιπέδου II.

- **Επίπεδο V: βιομηχανικά πρότυπα, κατευθυντήριες οδηγίες, προτάσεις, κώδικες πρακτικής και συστήματα ασφάλειας και ποιότητας για τη ναυπήγηση, λειτουργία των πλοίων, συντήρηση, εκπαίδευση των πληρωμάτων, στελέχωση κ.τ.λ..**
  Βιομηχανικά πρότυπα και πρακτικές ναυπηγικής σχεδίασης και κατασκευής που εφαρμόζονται κατά τη σχεδίαση και την κατασκευή ενός πλοίου.

Οι βασικές αρχές των GBS αναπτύχθηκαν ώστε να είναι εφαρμόσιμα σε όλα τα πρότυπα που βασίζονται σε στόχους και όχι μόνο στα πρότυπα κατασκευής πλοίων σε αναγνώριση του ότι στο μέλλον ο IMO ενδέχεται να αναπτύξει πρότυπα βασισμένα σε στόχους για άλλες περιοχές όπως μηχανήματα, εξοπλισμό, λειτουργία, συντήρηση, πυροπροστασία κτλ..

Ένα σημαντικό ζήτημα που έχει ανακύψει είναι οι τρόποι χρήσης της FSA στο πλαίσιο των GBS και πως η χρήση αυτών των δύο εργαλείων προληπτικής προσέγγισης της ασφάλειας θα χρησιμοποιηθεί στη σύνταξη κανονισμών (20).

Ανάλυση και Διαχείριση Ρίσκου

Οι παραγωγικές δραστηριότητες είναι απαραίτητες για την κοινωνία αλλά, όπως και κάθε άλλη ανθρώπινη δραστηριότητα, ενέχουν ρίσκο. Αν και ο στόχος είναι ο περιορισμός του ρίσκου σε αμελητέο επίπεδο, αυτό απαιτεί σημαντικό ύψος πόρων και προσπάθειας, όταν οι πόροι σε μια κοινωνία είναι κατά κανόνα περιορισμένοι. Επομένως οι επιλογές που πρέπει να γίνουν είναι μεταξύ καταστάσεων που έχουν ρίσκο.

Στις σύγχρονες κοινωνίες υπάρχει μια ολοένα αυξανόμενη ανησυχία σχετικά με τους κινδύνους των νέων και υπαρχουσών τεχνολογιών και μεγάλο μέρος της δημόσιας συζήτησης αφορά τον τρόπο με τον οποίο θα μειωθεί το ρίσκο από αυτές τις τεχνολογίες. Οι εποπτικές αρχές είναι οι οργανισμοί που αναλαμβάνουν να ρυθμίσουν τις παραγωγικές δραστηριότητες έτσι ώστε να προκύπτει όφελος για την κοινωνία στο σύνολό της.

Προκύπτει επομένως η ανάγκη να αναλυθούν τα κόστη και τα οφέλη μιας δραστηριότητας μέσω ενός συστηματικού τρόπου. Την ανάγκη αυτή έρχονται να καλύψουν τα γνωστικά αντικείμενα της **ανάλυσης και διαχείρισης ρίσκου** (*risk assessment and management*).

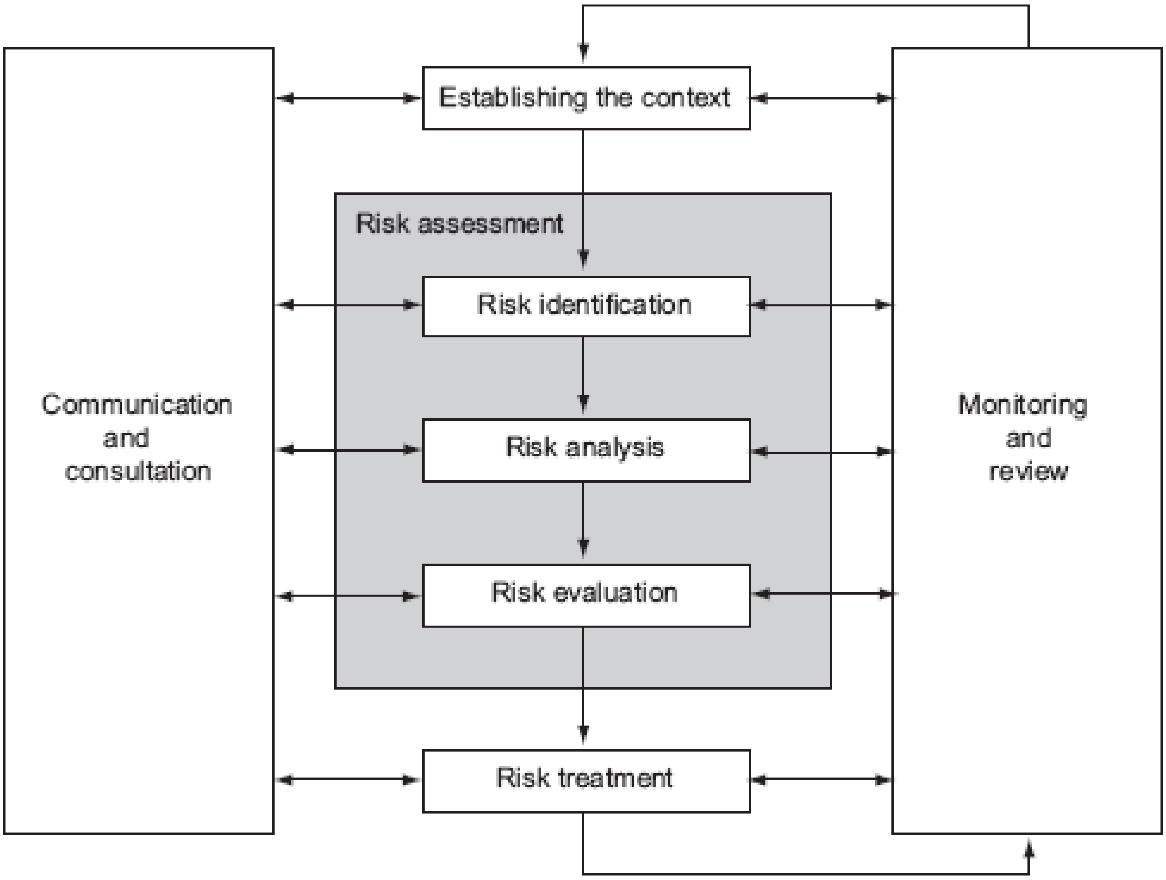
Σύμφωνα με το πρότυπο ISO 31000:2009 η **αξιολόγηση ρίσκου** (*risk assessment*) ορίζεται ως η συνολική διαδικασία της αναγνώρισης, ανάλυσης και εκτίμησης ρίσκου. Στο ISO 73:2009 η **διαχείριση ρίσκου** (*risk management*) ορίζεται ως οι συντονισμένες ενέργειες για την καθοδήγηση και έλεγχο ενός οργανισμού σχετικά με το ρίσκο.

Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο για το ρίσκο, μια αξιολόγηση ρίσκου προσπαθεί να απαντήσει στις ακόλουθες ερωτήσεις:

- Τι μπορεί να πάει στραβά;
- Πόσο πιθανό είναι;
- Ποιες είναι οι συνέπειες;

Σκοπός της αξιολόγησης ρίσκου είναι η παροχή των κατάλληλων πληροφοριών στους αποφασίζοντες ,ώστε να επιλέξουν τις κατάλληλες ενέργειες για τη διαχείριση του ρίσκου (21), (22).

Στο παρακάτω σχήμα από το ISO 31000:2009 παρουσιάζεται ένα γενικό πλαίσιο για την αξιολόγηση ρίσκου:



σχήμα 5: Γενικό πλαίσιο αξιολόγησης ρίσκου σύμφωνα με το ISO 31000:2009

Όπως βλέπουμε και στο παραπάνω σχήμα, ένα σημαντικό μέρος της διαδικασίας είναι και η επικοινωνία και η πληροφόρηση σχετικά με τα αποτελέσματα μιας ανάλυσης ρίσκου, η οποία μπορεί να απευθύνεται στους αποφασίζοντες και τα λοιπά εμπλεκόμενα μέρη που επηρεάζονται από τις αποφάσεις ανάμεσα στα οποία μπορεί να είναι και το κοινό.

Ιστορική αναδρομή

Οι αρχικές προσπάθειες για μια συστηματική αντιμετώπιση του ρίσκου, που αποτέλεσαν και το έναυσμα για την ανάπτυξη των αντικειμένων της αξιολόγησης και διαχείρισης ρίσκου, έγιναν σε τομείς της βιομηχανίας που αντιμετώπιζαν σοβαρούς κινδύνους και όπου τα ενδεχόμενα ατυχήματα θα είχαν σοβαρές συνέπειες.

Στον τομέα της ατομικής ενέργειας οι πρώτες μελέτες ξεκίνησαν στις αρχές του 1970 και από τότε ο συγκεκριμένος τομέας ήταν από τους πρωτοπόρους στην ανάπτυξη της ανάλυσης ρίσκου και της εφαρμογής στον τομέα της ασφάλειας. Επίσης οι τομείς της εξερεύνησης του διαστήματος, της χημικής βιομηχανίας και των αεροπορικών μεταφορών είναι πεδία όπου αναπτύχθηκε πλήθος μεθόδων για τη μελέτη του ρίσκου.

Θαλάσσιες μεταφορές

Στον τομέα των θαλασσίων μεταφορών καθώς και της εξόρυξης σε πλατφόρμες ο κινητήριος μοχλός για αλλαγές στην αντιμετώπιση των ζητημάτων ασφάλειας αποτέλεσαν σοβαρά ατυχήματα με μεγάλη απήχηση στην κοινή γνώμη. Οι αλλαγές στους κανονισμούς ασφαλείας του IMO επέρχονταν συνήθως μετά από κάποιο σοβαρό ατύχημα με χαρακτηριστικότερο παράδειγμα το ατύχημα του *Τιτανικού* που είχε ως αποτέλεσμα τη SOLAS 1913 που τα επόμενα χρόνια ακολούθησαν και άλλες εκδόσεις της. Η καταστροφή στη πλατφόρμα εξόρυξης *Piper Alpha* και η ανατροπή του επιβατηγού *Herald of Free Enterprise* ήταν ο λόγος έκδοσης των *Lord Cullen report* και *Lord Carver report* που ήταν οι πρώτες προτάσεις για μια επιστημονική θεώρηση του ρίσκου.

Το 1993 το Ηνωμένο Βασίλειο κατέθεσε στη MSC 62 την πρόταση για χρήση της μεθόδου της FSA (*Formal Safety Assessment*) όσον αφορά την ασφάλεια και την πρόληψη μόλυνσης και πρότεινε να εξεταστεί η χρήση της και σε ζητήματα που αφορούν τη σχεδίαση και λειτουργία των πλοίων. Η FSA ήταν μια καθοριστική αλλαγή στην νοοτροπία σχετικά με την ασφάλεια, καθώς ήταν από τις πρώτες προσπάθειες να υιοθετηθεί μια προληπτική προσέγγιση. Οι τελικές κατευθυντήριες οδηγίες για την FSA οριστικοποιήθηκαν στην MSC 74 το 2001 και MEPC 47 το 2002 και εκδόθηκαν στο κείμενο: *Guidelines for Formal Safety Assessment (FSA) for use in the IMO Rule-Making Process*.

Τυπική Αποτίμηση Ασφάλειας (Formal Safety Assessment- FSA)

Η **Τυπική Αποτίμηση Ασφάλειας (*FSA*)** εισήχθη από τον Διεθνή Ναυτιλιακό Οργανισμό (IMO) ως μία ορθολογική και συστηματική διαδικασία για την αξιολόγηση του ρίσκου που συνδέεται με την ασφάλεια (*safety*) στις θαλάσσιες μεταφορές και την προστασία του περιβάλλοντος, καθώς και για την εκτίμηση του κόστους και του οφέλους των εναλλακτικών του IMO για τη μείωση αυτών των ρίσκων. Σκοπός της FSA είναι η παροχή προτάσεων στους αποφασίζοντες ως προς τη βελτίωση της ασφάλειας υπό την προϋπόθεση ότι τα προτεινόμενα μέτρα μειώνουν το ρίσκο σε αποδεκτά επίπεδα και είναι οικονομικώς αποδοτικά.

Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων, οι κατευθυντήριες οδηγίες του IMO για την εφαρμογή της FSA προτείνουν μια προσέγγιση πέντε βημάτων:

1. Αναγνώριση των κινδύνων
2. Διερεύνηση των αιτιών και των συνεπειών των πιο σημαντικών κινδύνων
3. Εύρεση επιλογών ελέγχου του ρίσκου (*Risk Control Options – RCO*) και εκτίμηση του αποτελέσματός τους
4. Εκτίμηση του οφέλους αλλά και του κόστους κάθε επιλογής
5. Προτάσεις προς υιοθέτηση από τους αποφασίζοντες

Βήμα 1: Αναγνώριση κινδύνων

Το αντικείμενο του βήματος 1 είναι ο εντοπισμός των πιο σημαντικών κινδύνων και σεναρίων ατυχημάτων για το εξεταζόμενο σύστημα και η ταξινόμηση τους ως προς ένα δείκτη ρίσκου. Οι χρησιμοποιούμενες μέθοδοι είναι τόσο ποιοτικές όσο και αναλυτικές τεχνικές. Οι ποιοτικές τεχνικές αποσκοπούν στο να δώσουν στη διαδικασία μια προληπτική προοπτική και χρησιμοποιούν τη γνώμη ειδικών (*expert opinion*), ενώ οι αναλυτικές τεχνικές διασφαλίζουν ότι η εμπειρία από το παρελθόν θα ληφθεί υπόψη, χρησιμοποιώντας στατιστικές μεθόδους και βάσεις δεδομένων. Οι κυριότερες μέθοδοι παρουσιάζονται παρακάτω.

Τεχνικές για χρήση στο βήμα 1

- **HAZID (Hazard Identification Technique)**
  Αποτελεί γενικό όρο που περιγράφει την αναγνώριση των κινδύνων και των επακόλουθων συνεπειών τους, ξεχωρίζοντας αυτούς που φαίνεται να είναι πιο σημαντικοί. Μπορεί να εφαρμοστεί στο σύνολο ή σε υποσύστημα του πλοίου ή της εγκατάστασης και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση επιχειρησιακών διαδικασιών. Η συνήθης πρακτική που χρησιμοποιείται είναι η διαίρεση του συστήματος σε διαχειρίσιμα μέρη και μια ομάδα ειδικών προσπαθεί να αναγνωρίσει τους πιθανούς κινδύνους (συνήθως με τη χρήση ερωτηματολογίων) και να δώσει προτεραιότητα στους πιο σημαντικούς.
- **What-if Analysis**
  Η What-if Analysis είναι μια προσέγγιση που χρησιμοποιεί δομημένες ερωτήσεις οι οποίες παράγουν ως απαντήσεις ποιοτικές περιγραφές των πιθανών προβλημάτων καθώς και λίστες προτάσεων για την πρόληψη των προβλημάτων. Χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις απλών σεναρίων

αστοχίας και πιο συχνά σε συνδυασμό με μεθόδους όπως τα Checklists.

- **Checklists**
  Τα checklists είναι ένα σύνολο ερωτήσεων σχετικά με μια συγκεκριμένη δομή, ένα σύστημα ή ένα σενάριο. Αποτελεί αξιολόγηση του συστήματος βάσει προκαθορισμένων κριτηρίων που παρέχονται με τη μορφή checklist. Τελικά δημιουργούνται πίνακες συμβατότητας (ή μη) με τα κριτήρια που θέσαμε και με προτεινόμενες ενέργειες, σε περίπτωση που τα κριτήρια δεν πληρούνται.

- **HAZOP (Hazard and Operability Analysis)**
  Μια μελέτη HAZOP είναι μια μέθοδος αναγνώρισης κινδύνων που βασίζεται στη χρήση λέξεων- κλειδιών. Μια ομάδα ειδικών πάνω σε διαφορετικούς τομείς του συστήματος, υπό την καθοδήγηση ενός ανεξάρτητου υπεύθυνου, συστηματικά εξετάζει κάθε υποσύστημα διαδοχικά.
  Μια τυποποιημένη λίστα λέξεων- κλειδιών χρησιμοποιείται για να παροτρύνει τους ειδικούς να προσδιορίσουν αποκλίσεις από την κανονική κατάσταση του συστήματος. Για κάθε δυνατή απόκλιση, οι ειδικοί θεωρούν πιθανές αιτίες και συνέπειες και εάν επιπρόσθετες ασφαλιστικές δικλείδες θα πρέπει να προταθούν.

- **Failure Mode and Effects Analysis**
  Η Failure Mode and Effects Analysis υποθέτει ότι ένας τρόπος αστοχίας συμβαίνει σε ένα σύστημα μέσω ενός μηχανισμού αστοχίας. Έπειτα εκτιμάται η επίπτωση αυτής της αστοχίας σε ένα άλλο σύστημα. Η επίπτωση κάθε τρόπου αστοχίας στην ολική απόδοση του συστήματος μπορεί να ταξινομηθεί ως προς το ρίσκο. Εφαρμογή της μεθόδου σε κανονισμούς του IMO υπάρχει στον High Speed Craft Code.

Βήμα 2- Διερεύνηση αιτιών και συνεπειών

Αντικείμενο του βήματος 2 της FSA είναι η λεπτομερής εξέταση των αιτιών και των συνεπειών που προκύπτουν από τα πιο σημαντικά σενάρια που αναγνωρίστηκαν στο βήμα 1. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω κατάλληλων τεχνικών που μοντελοποιούν το ρίσκο και επιτρέπει την συγκέντρωση της προσοχής στις περιοχές υψηλού ρίσκου και την αναγνώριση και εκτίμηση των παραγόντων που επηρεάζουν το επίπεδο του ρίσκου.

Το βήμα αυτό αποτελείται από την ανάλυση των συχνοτήτων των κυριότερων γεγονότων που αναγνωρίστηκαν στο βήμα 1 και από την ανάλυση των ενδεχόμενων συνεπειών.

Τεχνικές για χρήση στο βήμα 2

- **Ανάλυση Ιστορικών δεδομένων**
  Ένας από τους τρόπους για να αντιστοιχισθεί μια τιμή συχνότητας σε ένα γεγονός είναι η έρευνα σε βάσεις δεδομένων και ο εντοπισμός κατάλληλων ιστορικών δεδομένων που συνδέονται με το συγκεκριμένο γεγονός. Πριν τη χρήση των δεδομένων, είναι απαραίτητο να διερευνηθεί η καταλληλότητα τους για τη συγκεκριμένη εφαρμογή . Θα πρέπει να εξεταστεί η προέλευση των δεδομένων, η στατιστική ποιότητα των στοιχείων (ακρίβεια καταγραφής, μέγεθος δείγματος κ.α.), και η συνάφεια των στοιχείων με το αναλυόμενο γεγονός.
  Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα στατιστικά στοιχεία αντιπροσωπεύουν μόνο το παρελθόν και δεν λαμβάνουν υπόψη πρόσφατες τεχνικές ή επιχειρησιακές εξελίξεις, νέες απαιτήσεις ή συγκεκριμένες διατάξεις του συστήματος που αναλύεται. Από την άλλη πλευρά, η χρήση των μοντέλων ρίσκου γίνεται με μια προληπτική προοπτική και σκοπός είναι ο υπολογισμός συχνοτήτων και συνεπειών μελλοντικών γεγονότων ή η χρήση τους σε πολλές περιπτώσεις όπου τα στατιστικά στοιχεία είναι λιγοστά.
- **Δέντρα σφαλμάτων** (*Fault trees*)
  Αποτελούν μέθοδο για την γραφική ή/και αναλυτική αναπαράσταση των λογικών συνδυασμών που δυνητικά προκαλούν ένα ανεπιθύμητο γεγονός. Η δομή ενός δέντρου σφαλμάτων βασίζεται στη διασύνδεση των διαφόρων επιπέδων των γεγονότων μέσω λογικών πυλών μορφής *ΚΑΙ*, *Η* κ.α.. Βασικά πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι ότι:
  - Βοηθά στην αναγνώριση κινδύνων σε πολύπλοκα συστήματα
  - Προσφέρει μια εποπτική εικόνα για το πώς τα σφάλματα μπορούν να οδηγήσουν σε ανεπιθύμητες συνέπειες
  - Παρέχει ποσοτικά συμπεράσματα πάνω στην πιθανότητα (συχνότητα) μια τοπική αστοχία να οδηγήσει σε γενικευμένη και ακολούθως σε ατύχημα
- **Δέντρα γεγονότων**
  Τα δέντρα γεγονότων είναι μια συστηματική προσέγγιση- διάγραμμα που χρησιμοποιείται για την ανάλυση των επιπτώσεων ενός ατυχήματος, μιας αστοχίας ή γενικότερα ενός ανεπιθύμητου γεγονότος. Παρέχουν ποιοτική περιγραφή των πιθανών συνεπειών που ξεκινούν από ένα

ατύχημα, αστοχία, ανεπιθύμητο γεγονός και δίνουν την πιθανότητα το ατύχημα αυτό να προκαλέσει συνέπειες συγκεκριμένου τύπου. Στηρίζονται στην ύπαρξη ασφαλιστικών δικλείδων που έχουν ως στόχο να μεριάσουν τις συνέπειες από το αρχικό γεγονός και ελέγχουν το αν και κατά πόσο επιτυγχάνουν το στόχο τους. Τελικά, η πιθανότητα υλοποίησης της εκάστοτε προκαθορισμένης συνέπειας προκύπτει ως η πιθανότητα πρόκλησης ατυχήματος (η οποία πιθανότητα μπορεί να προκύπτει ως αποτέλεσμα ενός δέντρου σφαλμάτων) επί την πιθανότητα επιτυχίας ή αποτυχίας των ασφαλιστικών δικλείδων για κάθε αναπτυσσόμενη διαδρομή γεγονότων.

- **Δέντρα συμβολής ρίσκου (Risk Contribution Trees)**
  Τα δέντρα συμβολής ρίσκου χρησιμοποιούνται ως μια τεχνική απεικόνισης διαγραμματικά της κατανομής του ρίσκου ανάμεσα στις διαφορετικές κατηγορίες και υποκατηγορίες ατυχημάτων. Η κατασκευή του δέντρου αρχίζει με τις κατηγορίες ατυχημάτων, οι οποίες μπορούν να υποδιαιρούνται σε υποκατηγορίες στο βαθμό που τα διαθέσιμα δεδομένα επιτρέπουν και η λογική υπαγορεύει. Τα αρχικά δέντρα σφαλμάτων και γεγονότων μπορούν να αναπτυχθούν βάσει των κινδύνων που αναγνωρίστηκαν στο βήμα 1 για να δειχθεί πως οι άμεσες αιτίες εκκινούν και συνδυάζονται για να προκαλέσουν ατυχήματα (χρησιμοποιώντας δέντρα σφαλμάτων) και επίσης πως τα ατυχήματα μπορούν να εξελιχθούν περαιτέρω καταλήγοντας σε διαφορετικά ύψη συνεπειών (χρησιμοποιώντας δέντρα γεγονότων).

Βήμα 3- Εύρεση επιλογών ελέγχου του ρίσκου (Risk Control Options- RCO) και εκτίμηση του αποτελέσματός τους

Ο σκοπός του βήματος 3 είναι η πρόταση αποδοτικών και πρακτικών επιλογών ελέγχου ρίσκου ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

- Εστίαση στις περιοχές ρίσκου όπου απαιτείται έλεγχος
- Αναγνώριση δυνατών μέτρων ελέγχου ρίσκου (Risk Control Measures-RCM)
- Εκτίμηση της αποδοτικότητας των RCM στη μείωση του ρίσκου επανεκτιμώντας το βήμα 2
- Ομαδοποίηση των μέτρων ελέγχου ρίσκου σε πρακτικές επιλογές κανονισμών

<u>Ορισμοί</u>

Μέτρο ελέγχου ρίσκου (*Risk Control Measures- RCM*): μέσο ελέγχου ενός στοιχείου ρίσκου

Επιλογή ελέγχου ρίσκου ((*Risk Control Option- RCO*): συνδυασμός μέτρων ελέγχου ρίσκου

Το βήμα 3 έχει ως στόχο την εύρεση επιλογών ελέγχου ρίσκου οι οποίες αντιμετωπίζουν τόσο το υπάρχον ρίσκο, όσο και το ρίσκο από νέες τεχνολογίες ή νέες μεθόδους λειτουργίας και διαχείρισης.

Αναγνώριση των περιοχών όπου απαιτείται έλεγχος του ρίσκου

Οι επιλογές ελέγχου του ρίσκου θα πρέπει να επικεντρώνονται στις περιοχές όπου:

- το επίπεδο ρίσκου είναι υψηλό, εξετάζοντας τόσο τη συχνότητα εμφάνισης, όσο και τη σοβαρότητα των συνεπειών
- η πιθανότητα εμφάνισης είναι υψηλή, αναγνωρίζοντας τις περιοχές στις οποίες το μοντέλο ρίσκου παρουσιάζει τις υψηλότερες πιθανότητες. Αυτές οι περιοχές θα πρέπει να εξεταστούν ανεξάρτητα από τη σοβαρότητα των συνεπειών.
- το ύψος των συνεπειών είναι σοβαρό αναγνωρίζοντας τις περιοχές του μοντέλου ρίσκου που συμβάλλουν στα ενδεχόμενα με τις σοβαρότερες συνέπειες. Αυτές οι περιοχές θα πρέπει να εξεταστούν ανεξάρτητα από την πιθανότητα τους.
- η αβεβαιότητα του μοντέλου ρίσκου είναι σημαντική

Η αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας των μέτρων ελέγχου ρίσκου ως προς τη μείωση του ρίσκου θα πρέπει να γίνεται χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία του βήματος 2, εξετάζοντας την κατάσταση μετά από την εφαρμογή του μέτρου.

Σύνθεση των επιλογών ελέγχου ρίσκου (RCO)

Η ομαδοποίηση των μέτρων ελέγχου ρίσκου(RCM) σε επιλογές ελέγχου ρίσκου (RCO) μπορεί να γίνει με τους ακόλουθους δύο τρόπους:

- Συνθέτοντας επιλογές από μέτρα τα οποία ελέγχουν την πιθανότητα εκκίνησης των ατυχημάτων και μπορεί να είναι αποτελεσματικά στην πρόληψη αρκετών διαφορετικών ακολουθιών ατυχημάτων
- Συνθέτοντας επιλογές από μέτρα τα οποία ελέγχουν την κλιμάκωση των ατυχημάτων

Βήμα 4- Εκτίμηση του κόστους και του οφέλους κάθε επιλογής ελέγχου του ρίσκου

Ο σκοπός του βήματος 4 είναι η αναγνώριση και η σύγκριση του οφέλους και του κόστους της εφαρμογής κάθε επιλογής ελέγχου ρίσκου (RCO) όπως αναγνωρίστηκε και ορίστηκε στο βήμα 3. Μια ανάλυση κόστους και οφέλους αποτελείται από τα παρακάτω στάδια:

- Θεώρηση του ρίσκου που εκτιμήθηκε στο βήμα 2, τόσο σε όρους συχνότητας όσο και συνεπειών, με σκοπό να οριστεί η αρχική κατάσταση σε όρους ρίσκου
- Ταξινόμηση των επιλογών ελέγχου του ρίσκου με τρόπο ώστε να διευκολύνεται η κατανόηση του κόστους και του οφέλους για κάθε επιλογή
- Εκτίμηση και σύγκριση της αποδοτικότητας κάθε επιλογής σε όρους κόστους ανά μονάδα μείωσης του ρίσκου
- Κατάταξη των επιλογών ελέγχου του ρίσκου από μια προοπτική κόστους-οφέλους με σκοπό τη διευκόλυνση της παροχής προτάσεων στο βήμα 5 (π.χ. να ξεχωριστούν εκείνα που δεν είναι αποδοτικά ή πρακτικά στην εφαρμογή τους)

Τα κόστη θα πρέπει να εκφράζονται σε όρους κόστους κύκλου ζωής και δύνανται να περιλαμβάνουν αρχικά κόστη, κόστη λειτουργίας, εκπαίδευσης, επιθεώρησης, πιστοποίησης κ.α.. Τα οφέλη δύνανται να περιλαμβάνουν τη μείωση απωλειών, τραυματισμών, περιβαλλοντικών επιπτώσεων και περιβαλλοντικής αποκατάστασης, αποζημιώσεις σε τρίτα μέρη κ.α. καθώς και αύξηση της μέσης ζωής των πλοίων.

Υπολογισμός δεικτών αποδοτικότητας ως προς το κόστος

Υπάρχουν διάφοροι δείκτες που εκφράζουν την αποδοτικότητα του κόστους σε σχέση με την ασφάλεια της ζωής όπως το **Ακαθάριστο Κόστος Αποτροπής μιας Απώλειας** (*Gross Cost of Averting a Fatality- GCAF*) και το **Καθαρό Κόστος Αποτροπής μιας Απώλειας** (*Net Cost of Averting a Fatality- NCAF*), τα οποία περιγράφονται παρακάτω. Άλλοι δείκτες βασισμένοι σε καταστροφή περιουσίας ή υποβάθμιση περιβάλλοντος θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για τη σύγκριση της αποδοτικότητας όσον αφορά αυτούς τους τομείς.

Ορισμός GCAF και NCAF

$$GCAF = \frac{\Delta C}{\Delta R}$$

$$NCAF = \frac{\Delta C - \Delta B}{\Delta R}$$

όπου:

- ΔC είναι το κόστος ανά πλοίο της επιλογής ελέγχου του ρίσκου
- ΔΒ είναι το οικονομικό όφελος που προκύπτει από την εφαρμογή της επιλογής ελέγχου του ρίσκου (το οποίο μπορεί να είναι και μόλυνση που απετράπη)
- ΔR είναι η μείωση του ρίσκου ανά πλοίο σε όρους απωλειών που αποτράπηκαν

Υπολογισμός της μείωσης ρίσκου ΔR από την εφαρμογή κάθε RCO

Ένα απαιτούμενο μέγεθος για τον υπολογισμό της μείωσης ρίσκου είναι η **Προσδοκώμενη Απώλεια Ζωής** (*Potential Loss of Life- PLL*).

Ορισμός: Η PLL ορίζεται ως ο αναμενόμενος αριθμός απωλειών από μια δραστηριότητα σε διάστημα ενός χρόνου (23), (10).

Η PLL υπολογίζεται βάσει των αποτελεσμάτων του βήματος 2 και της επαναξιολόγησης αυτού του βήματος για κάθε RCO (για τις ανάγκες του βήματος 3) και αποτελεί ένα μέτρο του ρίσκου της δραστηριότητας. Όπως αναφέρθηκε, στο βήμα 2 η πιθανότητα κάθε ακολουθίας ατυχήματος (που καταλήγει σε μια συγκεκριμένη εκτιμώμενη συνέπεια) εκτιμάται με τη χρήση *event tree* για κάθε κατηγορία ατυχήματος. Τα αποτελέσματα μιας ανάλυσης event tree είναι ζεύγη πιθανοτήτων p (ή συχνοτήτων) και των αντίστοιχων συνεπειών C.

Η PLL υπολογίζεται ως εξής:

$$PLL = p_1 \times C_1 + p_2 \times C_2 + \cdots + p_n \times C_n$$

όπου *n* το σύνολο των ακολουθιών ατυχημάτων που μοντελοποιούνται μέσω του event tree.

Επειδή η μείωση του ρίσκου είναι ανά πλοίο, η PLL έχει μονάδες απώλειες/ ship-year.

Στα προηγούμενα βήματα της FSA εκτιμήθηκε το ρίσκο τόσο στην αρχική κατάσταση σε όρους πιθανότητας και συνέπειας όσο και στην κατάσταση μετά την εφαρμογή του RCO. Σε κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις υπολογίζεται η PLL καθώς και η μείωση του ρίσκου ανά έτος για ένα πλοίο:

$$\Delta PLL = PLL_0 - PLL_1$$

όπου:

- PLL_0: η PLL στην αρχική κατάσταση
- PLL_1: η PLL στην κατάσταση μετά την εφαρμογή του RCO

Η μείωση του ρίσκου που επιφέρει το RCO υπολογίζεται <u>για όλη τη διάρκεια ζωής του πλοίου</u> από τον παρακάτω τύπο (11):

$$\Delta R = \Delta PLL \times T$$

όπου T: η διάρκεια ζωής του πλοίου σε έτη

Βήμα 5- Προτάσεις για τη λήψη αποφάσεων

Ο σκοπός του βήματος 5 είναι ο ορισμός προτάσεων οι οποίες θα πρέπει να παρουσιαστούν στους αποφασίζοντες με τρόπο που να επιτρέπει την αξιολόγησή τους. Οι προτάσεις θα βασίζονται στη σύγκριση και στην κατάταξη όλων των κινδύνων και των αιτών τους, στη σύγκριση και κατάταξη των RCO συναρτήσει του σχετικού κόστους και του οφέλους καθώς και στην αναγνώριση εκείνων των RCO τα οποία περιορίζουν το ρίσκο στην περιοχή ALARP (As Low As Reasonably Practicable).

Επέκταση της μεθοδολογίας του βήματος 4 της FSA με την ενσωμάτωση της αποστροφής ως προς το ρίσκο στον υπολογισμό της μείωσης ρίσκου κάθε RCO

Η μείωση του ρίσκου ΔR είναι ένα μέγεθος του οποίου η τιμή επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό το πώς θα γίνει η σύγκριση και κατάταξη των διάφορων RCO και επομένως ποια RCOs θα προταθούν για εφαρμογή. Επομένως ο υπολογισμός της θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων ως προς τις περιοχές ρίσκου όπου θα επικεντρωθούν τα RCOs.

Όπως σημειώνεται και στη μεθοδολογία του βήματος 3, οι περιοχές ρίσκου που θα πρέπει να ελεγχθούν από τα RCOs χαρακτηρίζονται από:

- Υψηλά επίπεδα ρίσκου, θεωρώντας τόσο τη συχνότητα όσο και τις συνέπειες των διάφορων ακολουθιών ατυχημάτων
- Υψηλή πιθανότητα ατυχήματος ανεξάρτητα από το ύψος των συνεπειών
- Σοβαρότητα συνεπειών, ανεξάρτητα από την πιθανότητα ατυχήματος

Όπως ανεφέρθη και προηγουμένως η μείωση του ρίσκου από την εφαρμογή κάθε RCO υπολογίζεται βάσει του μεγέθους της PLL. Η PLL παρέχει ένα μέτρο του αναμενόμενου αριθμού απωλειών για κάθε κατηγορία ατυχήματος. Επομένως δεν παρέχει κάποια πληροφορία σχετικά με τα χαρακτηριστικά των ατυχημάτων ως προς τις πιθανότητες μόνο ή μόνο ως προς τις συνέπειές τους. Αυτό έχει ως συνέπεια μόνο οι περιοχές ρίσκου που έχουν υψηλά επίπεδα ρίσκου να λαμβάνουν την κατάλληλη προτεραιότητα και όχι οι άλλες δύο περιοχές. Ιδιαίτερα η περιοχή ρίσκου με το σοβαρό ύψος συνεπειών θα μπορούσε να είναι προτεραιότητα για τον IMO, καθώς οι εποπτικές αρχές δίνουν μεγαλύτερο βάρος στη μείωση σπάνιων μεν ατυχημάτων, με σοβαρές συνέπειες δε, ακολουθώντας τις αντιδράσεις της κοινής γνώμης ύστερα από την εκδήλωση ενός τέτοιου ατυχήματος. Αυτή η τάση είναι εμφανής και στα όρια αποδεκτού κοινωνικού ρίσκου.

Όπως θα αναφερθεί και παρακάτω η προτίμηση για αντιμετώπιση σπάνιων αλλά σοβαρών ατυχημάτων έναντι πιο κοινών ατυχημάτων τα οποία όμως παρουσιάζουν τον ίδιο αναμενόμενο αριθμό απωλειών στη μονάδα του χρόνου είναι γνωστή στη βιβλιογραφία με τον όρο *αποστροφή ως προς το ρίσκο*.

Η αντικατάσταση της PLL από μεθόδους που θα λαμβάνουν υπόψη την αποστροφή ως προς το ρίσκο κατά τον υπολογισμό της μείωσης ρίσκου κάθε RCO είναι το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής. Ο σκοπός είναι να μελετηθεί η καταλληλότητα μεθόδων ως προς τη χρήση τους αντί της PLL στο βήμα 4 της FSA που θα αντιμετωπίζουν με συστηματικό τρόπο τις παραπάνω ανάγκες στόχευσης σε συγκεκριμένες περιοχές ρίσκου.

Στοιχεία Θεωρίας πιθανοτήτων

Περιγραφή του ρίσκου μέσω κατανομών πιθανότητας

Όπως είδαμε στο εισαγωγικό κεφάλαιο για την έννοια του ρίσκου, το ρίσκο περιγράφεται ως οι απαντήσεις στις ακόλουθες τρεις ερωτήσεις:

- Τι μπορεί να πάει στραβά;
- Πόσο πιθανό είναι;
- Ποιες είναι οι συνέπειες;

Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο όπου περιγράφεται η ανάλυση ρίσκου και το πώς πραγματοποιείται η ανάλυση ρίσκου στο βήμα 2 της FSA, αναφέρθηκε ότι η ανάλυση ρίσκου συνίσταται στην διαδικασία εύρεσης της απάντησης στις παραπάνω ερωτήσεις. Στο επόμενο βήμα της FSA, αναφέρθηκε ότι πραγματοποιείται ξανά ανάλυση ρίσκου για την κατάσταση μετά από την εφαρμογή κάθε επιλογής ελέγχου ρίσκου (Risk Control Option- RCO). Τα αποτελέσματα σε κάθε βήμα είναι το σύνολο των σεναρίων των ατυχημάτων και οι αντίστοιχες πιθανότητες και συνέπειες που προκύπτουν εάν γίνει μία συγκεκριμένη επιλογή είτε αυτή είναι κάποιο από τα RCO, είτε είναι να παραμείνει το status quo όπως έχει.

Επομένως η επιλογή ανάμεσα στις εναλλακτικές επιλογές εξαρτάται από τον τρόπο με τον ποίο συγκρίνουμε τις πιθανότητες και συνέπειες κάθε σεναρίου με τις αντίστοιχες των υπόλοιπων.

Προκύπτει επομένως η ανάγκη για τη χρήση ενός συστηματικού τρόπου με τον οποίο θα γίνεται αυτή η σύγκριση. Η θεωρίες αποφάσεων (*decision theories*) και τα μέτρα ρίσκου (*risk metrics*) προσφέρουν αυτή τη δυνατότητα. Τα βασικά στοιχεία των θεωριών αποφάσεων και των risk metrics που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο πλαίσιο της FSA θα αναπτυχθούν σε επόμενο κεφάλαιο.

Η χρήση των θεωριών απόφασης και των risk metrics συνδέεται με την χρήση **κατανομών πιθανοτήτων**. Οι κατανομές πιθανότητας δίνουν το μέτρο της πιθανότητας για κάθε ενδεχόμενη συνέπεια ή για κάθε εύρος συνεπειών και είναι ένα από τα αναλυτικά εργαλεία για την περιγραφή του ρίσκου κάθε εναλλακτικής επιλογής (24). Όπως θα δούμε και στο κεφάλαιο για τις θεωρίες απόφασης, το ποια εναλλακτική θα επιλεγεί εξαρτάται από χαρακτηριστικά της αντίστοιχης κατανομής πιθανότητας, όπως το πώς κατανέμεται η πιθανότητα ανάμεσα στα ενδεχόμενα με ακραίες συνέπειες και στα ενδεχόμενα με μικρότερες συνέπειες. Η ανάγκη για διαφορετική αντιμετώπιση των ατυχημάτων με σοβαρές συνέπειες (τα οποία στις θαλάσσιες μεταφορές έχουν μικρή συχνότητα εμφάνισης) έναντι των μικρότερων ατυχημάτων αλλά συγχρόνως και πιο συχνών έχει επισημανθεί και στο πλαίσιο της FSA όπως είδαμε στον επίλογο του κεφαλαίου για την ανάλυση και διαχείριση ρίσκου.

Η χρήση των θεωριών απόφασης συνάδει με τη χρήση οποιαδήποτε από τις δύο ερμηνείες της πιθανότητας που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο για την έννοια του ρίσκου.

Σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθενται οι αναγκαίοι ορισμοί από τη θεωρία πιθανοτήτων για την κατανόηση της έννοιας της κατανομής πιθανότητας, όπως η τυχαία μεταβλητή, η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

Πείραμα τύχης, δειγματικός χώρος, ενδεχόμενο, τυχαία μεταβλητή

Πείραμα τύχης ονομάζεται ένα πείραμα το οποίο εκτελούμενο υπό τις ίδιες συνθήκες μπορεί να δώσει διαφορετικά αποτελέσματα. Είναι προφανές ότι ένα πείραμα τύχης συνεπάγεται αδυναμία πρόβλεψης του αποτελέσματος μιας εκτέλεσης του. Στον τομέα της ασφάλειας μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον παραπλήσιο όρο στοχαστική διαδικασία για μια διαδικασία της οποίας το μελλοντικό αποτέλεσμα είναι αβέβαιο.

Δειγματικός χώρος είναι το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης και συνήθως συμβολίζεται με το γράμμα Ω. Μερικά παραδείγματα δειγματικών χώρων είναι:

- Ένα νόμισμα ρίχνεται μέχρι να εμφανιστεί η πλευρά «Γράμματα». Το πείραμα αυτό μπορεί να θεωρηθεί πείραμα τύχης με δειγματικό χώρο
  Ω={ Γράμματα, Κορώνα-Γράμματα, Κορώνα-Κορώνα-Γράμματα,…}
- Σε ένα σύστημα εξυπηρέτησης η καταγραφή του αριθμού αιτήσεων εξυπηρέτησης στη μονάδα του χρόνου μπορεί να θεωρηθεί πείραμα τύχης με δειγματικό χώρο
  Ω= {0,1,2,…}
- Η καταγραφή της διάρκειας ζωής t ενός εξαρτήματος είναι πείραμα τύχης με δειγματικό χώρο
  Ω= {t>0}
- Η καταγραφή του αριθμού των απωλειών N στο σύνολο του παγκόσμιου στόλου για έναν χρόνο μπορεί να θεωρηθεί πείραμα τύχης εφόσον το αποτέλεσμα είναι αβέβαιο, με δειγματικό χώρο

Ω={0,1,2,3,…}

Ενδεχόμενο ονομάζεται ένα υποσύνολο του δειγματικού χώρου Ω. Ένα ενδεχόμενο Α πραγματοποιείται, όταν ένα αποτέλεσμα ω του πειράματος τύχης ανήκει στο Α. Για το δειγματικό χώρο των απωλειών στον παγκόσμιο στόλο για ένα χρόνο ένα ενδεχόμενο θα μπορούσε να είναι η καταγραφή αριθμού απωλειών από 10 και άνω.

Τυχαία μεταβλητή: Κατά την εκτέλεση ενός πειράματος αυτό που μας ενδιαφέρει συνήθως δεν είναι το αποτέλεσμα του πειράματος αυτό καθεαυτό αλλά ένα ή περισσότερα, αριθμητικά χαρακτηριστικά του αποτελέσματος αυτού. Κατά τον έλεγχο της ποιότητας της παραγωγής μίας μηχανής π.χ. λαμβάνουμε σε τακτά χρονικά διαστήματα δείγματα και εξετάζουμε την ποιότητά τους. Το αν θα συνεχιστεί ή θα διακοπεί η παραγωγή θα εξαρτηθεί από τον αριθμό των ελαττωματικών προϊόντων μεταξύ των n στοιχείων του δείγματος και όχι φυσικά από τη σειρά με την οποία θα εμφανιστούν τα ελαττωματικά στο δείγμα.

Συμβολίζοντας με το γράμμα «ε» την εμφάνιση ελαττωματικού προϊόντος και με το γράμμα «π» την εμφάνιση ποιοτικού προϊόντος, ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι:

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n), όπου\ x_i = «\varepsilon» \text{ ή } «\pi» \}$$

Θεωρούμε τώρα την αντιστοιχία X η οποία σε κάθε στοιχειώδες αποτέλεσμα $\omega = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ που ανήκει στο Ω αντιστοιχεί τον αριθμό εμφανίσεων των «ε» στις συντεταγμένες του. Προφανώς η αντιστοιχία αυτή αποδίδει το ενδιαφέρον μας για τον αριθμό των ελαττωματικών μεταξύ των n προϊόντων και αγνοεί τη σειρά εμφάνισής τους.

Τυχαία μεταβλητή είναι μια ποσότητα (πραγματικός αριθμός) που εξαρτάται από το αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης.

Ο όρος τυχαία χρησιμοποιείται διότι η τιμή της τυχαίας μεταβλητής εξαρτάται από την έκβαση του πειράματος τύχης η οποία πριν την εκτέλεση του πειράματος είναι αβέβαια.

Το σύνολο των δυνατών τιμών που λαμβάνει η τυχαία μεταβλητή αποτελεί ουσιαστικά ένα μετασχηματισμένο δειγματικό χώρο, ο οποίος περιλαμβάνει μόνο αριθμητικές τιμές, εν αντιθέσει με τον αρχικό δειγματικό χώρο που μπορεί να περιλαμβάνει και ποιοτικά χαρακτηριστικά όπως είδαμε παραπάνω.

Παράδειγμα τυχαίων μεταβλητών στις θαλάσσιες μεταφορές

Έστω ότι καταγράφουμε τα ατυχήματα που συμβαίνουν σε τομέα των θαλάσσιων μεταφορών για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα και το μέγεθός τους σε όρους απωλειών.

Μια τυχαία μεταβλητή θα μπορούσε να είναι το σύνολο των απωλειών από όλα τα ατυχήματα στη διάρκεια του χρονικού διαστήματος με δειγματικό χώρο {0,1,2,…}.

Επίσης όμως μια τυχαία μεταβλητή θα μπορούσε να είναι ο αριθμός των ατυχημάτων i_N τα οποία έχουν ακριβώς N απώλειες, για N=0,1,2,3,…, N_{max}, με N_{max}το μέγιστο αριθμό απωλειών που μπορεί να προκύψει από ένα και μόνο ατύχημα και για το σύνηθες εύρος των αναλύσεων ρίσκου στις θαλάσσιες μεταφορές αφορά το μέγιστο αριθμό επιβαινόντων σε ένα πλοίο (ή σε δύο αν εξετάζεται σύγκρουση πλοίων) . Ο δειγματικός χώρος τότε είναι:

$\{ (i_1, i_2, i_3, \dots) \} = \mathbb{R}^N$, όπου i_1 ο αριθμός των ατυχημάτων με μία απώλεια, i_2 ο αριθμός των ατυχημάτων με δύο απώλειες και ούτω καθεξής.

Ενδέχεται να χρησιμοποιήσουμε αυτή την τυχαία μεταβλητή στην περίπτωση που μας ενδιαφέρει η κατανομή του συνολικού αριθμού των απωλειών στα διάφορα μεγέθη ατυχημάτων. Αυτή η προτίμηση είναι βασικό χαρακτηριστικό που διαφοροποιεί την επιλογή ανάμεσα στα εναλλακτικά μέτρα μείωσης του ρίσκου, καθώς στη διαδικασία λήψης απόφασης ένα ενδεχόμενο ατύχημα με π.χ. 10 απώλειες στη μονάδα του χρόνου δεν αντιμετωπίζεται εξίσου με 10 ατυχήματα, στο ίδιο χρονικό διάστημα, έκαστο με μία απώλεια. Αυτή η διακριτή αντιμετώπιση δεν θα λαμβανόταν υπόψη στην ανάλυση εάν χρησιμοποιούσαμε την πρώτη τυχαία μεταβλητή όπου και στις δύο περιπτώσεις το αποτέλεσμα της τυχαίας μεταβλητής θα ήταν 10.

Όπως βλέπουμε από ένα πείραμα τύχης μπορούν να προκύψουν παραπάνω από μία μεταβλητές, ανάλογα με το χαρακτηριστικό του πειράματος που μας ενδιαφέρει.

Βασικές ιδιότητες της πιθανότητας

Η πιθανότητα ενός ενδεχομένου Α πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω ιδιότητες σύμφωνα με τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- Όταν το Α συμπίπτει με τον δειγματικό χώρο Ω, δηλαδή πρόκειται για το βέβαιο ενδεχόμενο, τότε P(A)=1
- Για δύο αμοιβαίως αποκλειόμενα ενδεχόμενα Α και Β P(A ή B)= P(A)+P(B)

Συνάρτηση Κατανομής Πιθανότητας ή Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής Πιθανότητας (Cumulative Distribution Function)

Συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X ονομάζεται η

$$F(x) = P(X \leq x), x \in R$$

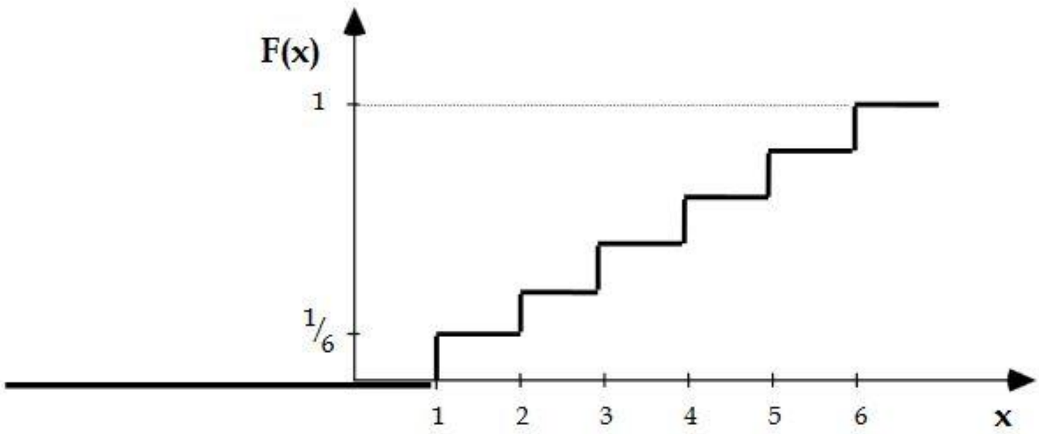
Βασικές ιδιότητες των συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας είναι οι εξής:

- $0 \leq F(x) \leq 1$
- $F(x_1) \leq F(x_2)\ \acute{o}\tau\alpha\nu x_1 \leq x_2$
- η F είναι δεξιά συνεχής, δηλαδή υπάρχει το όριο $\lim_{x \to a^+} F(x)$ για $a \in R$
- $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$ και $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$

Κάθε συνάρτηση κατανομής πιθανότητας ικανοποιεί τις παραπάνω ιδιότητες και αντίστροφα αποδεικνύεται ότι κάθε συνάρτηση που ικανοποιεί τις παραπάνω ιδιότητες είναι συνάρτηση κατανομής πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής.

Παράδειγμα συνάρτησης κατανομής πιθανότητας

Θεωρούμε τη ρίψη ενός ζαριού ως τυχαίο πείραμα με δειγματικό χώρο {1,2,3,4,5,6} όπου τα στοιχεία του χώρου είναι ισοπίθανα με P=1/6 και αμοιβαίως αποκλειόμενα, οπότε η πιθανότητα π.χ. το αποτέλεσμα να είναι μέχρι και 3 είναι P(X<3 ή X=3)= P(1) + P(2) + P(3)= 3* (1/6)= 0,5 . Η γραφική παράσταση της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας F(x)= P(X<x) είναι



σχήμα 6: παράδειγμα συνάρτησης κατανομής πιθανότητας- πηγή: ocw.mit.edu, Engineering Risk-Benefit Analysis

Συνάρτηση Μάζας Πιθανότητας (Probability Mass Function)

Αρχικά παρατίθεται ο ορισμός της διακριτής κατανομής πιθανότητας:

Η τυχαία μεταβλητή X έχει διακριτή κατανομή πιθανότητας, όταν υπάρχει αριθμήσιμο σύνολο C={x_1, x_2, x_3, …} με $P(X \in C) = 1$

Τα στοιχεία x_k, $k = 1,2, \ldots$ αποτελούν και τις δυνατές τιμές της τυχαίας μεταβλητής X με την έννοια ότι έχουν πιθανότητες $p_k = P(X = x_k) > 0$

Η ακολουθία $\{p_k, \ k: φυσικός\ αριθμός\}$ με $p_k = P(X = x_k)$ καλείται συνάρτηση μάζας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X και συνδέεται με τη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας F με τις σχέσεις

$$F(x) = \sum_{\substack{k \\ (x_k \leq x)}} p_k$$

και

$$p_k = F(x_k) - F(x_k^-)$$

όπου ο δεύτερος όρος είναι το όριο της F από τα αριστερά.

Κάθε συνάρτηση μάζας πιθανότητας έχει τις εξής ιδιότητες:

1) $p_k \geq 0 \ \forall \ k \in N$
2) $\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1$

Αντίστροφα αν μία ακολουθία ικανοποιεί τις παραπάνω ιδιότητες τότε αποτελεί συνάρτηση μάζας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής.

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function)

Αρχικά ορίζεται η απολύτως συνεχής κατανομή πιθανότητας:

η τυχαία μεταβλητή X έχει απολύτως συνεχή κατανομή πιθανότητας, όταν υπάρχει πραγματική συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R τέτοια ώστε:

$$f(x) \geq 0, \forall \ x \in R$$

και

$$F(x) = P[X \leq x] \equiv \int_{-\infty}^{x} f(y) \, dy \ \ \forall \ x \in R$$

Η συνάρτηση f καλείται **συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας** της τυχαίας μεταβλητής X.

Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει ότι

$$P[a \leq X \leq \beta] = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) \, dx \, , \alpha, \beta \in R \ (\alpha < \beta)$$

Δηλαδή το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη f για το διάστημα [α, β] δίνει την πιθανότητα να λάβει η τυχαία μεταβλητή X τιμή στο [α, β].

Επίσης ισχύει ότι

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

η οποία σχέση σημαίνει ότι η στοιχειώδης πιθανότητα P(x< X < x+ dx), το διαφορικό δηλαδή της F, δίνεται από το $f(x)\,dx$, από όπου προέρχεται και η ονομασία της f ως πυκνότητας πιθανότητας.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας έχει τις ιδιότητες:

1) $f(x) \geq 0, \forall\, x \in R$
2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$

Αντίστροφα αν μία συνάρτηση f ικανοποιεί τις παραπάνω ιδιότητες τότε αποτελεί συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής.

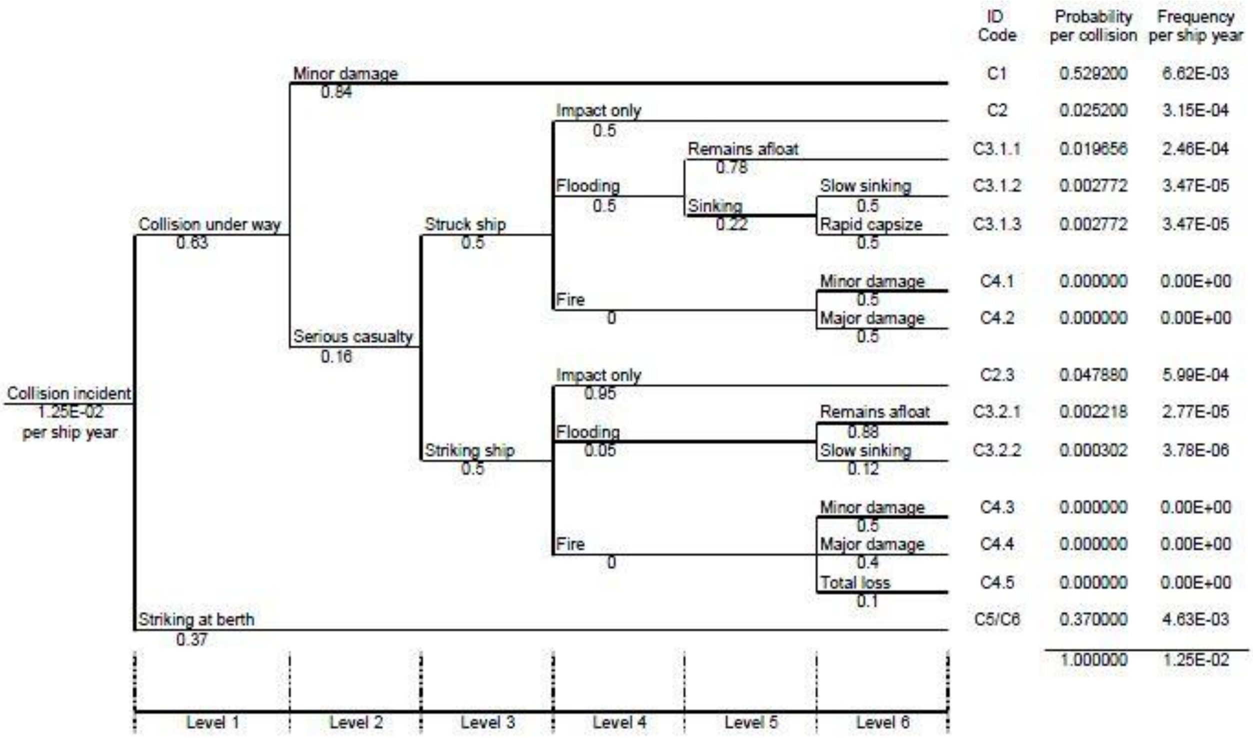
Η περιγραφή των αποτελεσμάτων των δέντρων γεγονότων από μια συνάρτηση μάζας πιθανότητας

Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο για την ανάλυση και διαχείριση του ρίσκου, ένα από τα πιο σημαντικά εργαλεία για τη μοντελοποίηση του ρίσκου είναι τα δέντρα γεγονότων (*event trees*).

Με τα δέντρα γεγονότων αναγνωρίζονται οι διάφοροι συνδυασμοί επιτυχιών και αποτυχιών γεγονότων σε μια σειρά γεγονότων (που απαρτίζουν ένα συγκεκριμένο σενάριο ατυχήματος) ως αποτέλεσμα ενός αρχικού γεγονότος με σκοπό τον καθορισμό όλων των πιθανών σεναρίων. Το τελικό αποτέλεσμα μιας ακολουθίας (*sequence*) γεγονότων αποτελεί την τελική κατάσταση που απορρέει από το σενάριο των γεγονότων. Τα δέντρα γεγονότων χρησιμοποιούνται στις FSA για την εύρεση των συνεπειών που προκύπτουν από τα διάφορα σενάρια ατυχημάτων.

Ένα δέντρο γεγονότων ξεκινά με ένα κύριο γεγονός το οποίο ακολουθείται από μια σειρά άλλων γεγονότων που καταλήγουν σε μια τελική κατάσταση που χαρακτηρίζεται από ένα ύψος συνεπειών. Από ένα κύριο γεγονός ξεκινάνε διάφορες ακολουθίες γεγονότων, το σύνολο των οποίων απαρτίζει τις δυνατές περιπτώσεις ατυχημάτων που έχουν αναγνωριστεί στην ανάλυση. Σε κάθε κλάδο του δέντρου επισυνάπτεται μια πιθανότητα που χαρακτηρίζει το πόσο πιθανό είναι η σειρά γεγονότων να ακολουθήσει αυτόν τον κλάδο. Οι πιθανότητες από όλους τους κλάδους που απαρτίζουν ένα σενάριο, μπορούν να θεωρηθούν ως δεσμευμένες πιθανότητες, δηλαδή κάθε μία είναι η πιθανότητα να συμβεί το γεγονός συγκεκριμένου κλάδου δεδομένου ότι έχει συμβεί το γεγονός του προηγούμενου κλάδου. Για να υπολογιστεί η πιθανότητα ενός συγκεκριμένου σεναρίου πολλαπλασιάζονται οι πιθανότητες των κλάδων του σεναρίου.

Στο ακόλουθο σχήμα παρατίθεται ένα δέντρο γεγονότων που μοντελοποιεί τα ενδεχόμενα σενάρια που προκύπτουν από τη σύγκρουση επιβατηγού/οχηματαγωγού πλοίου (17).



σχήμα 7: δέντρο γεγονότων για σύγκρουση επιβατηγού/οχηματαγωγού πλοίου

Τα αποτελέσματα ενός δέντρου γεγονότων αποτελούνται:

- Από το σύνολο των δυνατών σεναρίων ατυχημάτων
- Από τις πιθανότητες των σεναρίων που υπολογίζονται όπως αναφέρθηκε
- Και από τις τελικές συνέπειες κάθε σεναρίου

Αν θεωρήσουμε την εξέλιξη ενός αρχικού γεγονότος που ενδέχεται να οδηγήσει σε συνέπειες ως πείραμα τύχης, τότε η τυχαία μεταβλητή είναι το ύψος των συνεπειών που εάν πρόκειται για απώλειες, τότε ο δειγματικός χώρος είναι ο {0,1,2,3,…}. Αν θεωρήσουμε ως δεδομένο την πραγματοποίηση του κύριου γεγονότος, τότε το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των σεναρίων ισούται με την μονάδα, εφόσον έχουμε θεωρήσει ότι το κύριο γεγονός θα ακολουθηθεί από ένα τουλάχιστον σενάριο από όλα τα δυνατά που έχουν μοντελοποιηθεί μέσω των κλάδων του δέντρου.

Τότε ισχύει ότι αν p_k η πιθανότητα του σενάριο που οδηγεί σε απώλειες, τότε για k=0,1,2,3,..,N με N το μέγιστο ύψος απωλειών

$p_k > 0$ και $\sum_{k=1}^{N} p_k = 1$

Επομένως η ακολουθία των πιθανοτήτων p_k ικανοποιεί τις ιδιότητες της συνάρτησης μάζα πιθανότητας.

Χαρακτηριστικές κατανομές πιθανότητας με εφαρμογή στην ανάλυση ρίσκου

- **Κατανομή Bernoulli και Διωνυμική κατανομή**

  Θεωρούμε πείραμα τύχης το οποίο έχει μόνο δύο αποτελέσματα: «επιτυχία» ή 1 και «αποτυχία» ή 0 με πιθανότητες p και q αντίστοιχα, όπου p+q=1.

  Τότε η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας είναι η:

  $$F(x) = P(X < x) = \begin{cases} 0\,, όταν\ x < 0 \\ 1 - p, όταν\ 0 \leq x < 1 \\ p, όταν\ 1 \leq x \end{cases}$$

  Το παραπάνω πείραμα τύχης είναι γνωστό και ως δοκιμή Bernoulli και η αντίστοιχη κατανομή πιθανότητας κατανομή Bernoulli.

  Θεωρούμε τώρα μια σειρά N ανεξάρτητων δοκιμών Bernoulli έκαστη με πιθανότητα επιτυχίας p. Έστω η τυχαία μεταβλητή X που είναι ο αριθμός των επιτυχημένων δοκιμών από το σύνολο N δοκιμών. Ο δειγματικός χώρος είναι: {0,1,2,3,…,N}

  Η πιθανότητα να έχουμε <u>ακριβώς</u> k επιτυχίες από το σύνολο N δοκιμών είναι

  $P(X = k) = \binom{N}{k}(1-p)^{N-k}p^k$ η οποία είναι η συνάρτηση μάζας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X.

  Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας είναι η:

  $F(x) = P(X < k) = \sum_{k=0}^{[x]} \binom{N}{k}(1-p)^{N-k}p^k$, όπου [x] το ακέραιο μέρος του x, και είναι γνωστή ως Διωνυμική κατανομή.

  Εφαρμογή

  Θεωρούμε ένα πλήθος N μηχανημάτων ενός πλοίου, όπως π.χ. τα ηλεκτροπαραγωγά ζεύγη. Ενδιαφερόμαστε για τον αριθμό των μηχανημάτων που θα καταφέρουν να εκκινήσουν επιτυχώς. Έστω ότι η εκκίνηση κάθε μηχανήματος μπορεί να θεωρηθεί δοκιμή Bernoulli και ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες, οπότε ο αριθμός των μηχανημάτων που θα ξεκινήσουν επιτυχώς είναι μια τυχαία μεταβλητή που περιγράφεται από τη διωνυμική κατανομή.

- **Κατανομή Poisson**

  Έστω ο αριθμός των «συμβάντων» σε ορισμένο χρονικό διάστημα. Παραδείγματα τέτοιων τυχαίων μεταβλητών είναι:
  - Ο αριθμός των κλήσεων σε ένα τηλεφωνικό κέντρο στο διάστημα π.χ. μίας ώρας
  - Ο αριθμός των διακοπών λειτουργίας μίας μηχανής σε διάστημα μίας ημέρας

  Γενικά ο αριθμός X_t των συμβάντων σε ορισμένο χρονικό διάστημα περιγράφεται από την κατανομή Poisson εάν
  a) Ο ρυθμός, έστω λ, των συμβάντων είναι χρονικά σταθερός και
  b) Οι αριθμοί των συμβάντων σε ξένα διαστήματα αποτελούν ανεξάρτητα ενδεχόμενα

  Η κατανομή Poisson έχει συνάρτηση μάζας πιθανότητας

$$p_k = P(X = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$

  και είναι η πιθανότητα να συμβούν ακριβώς k συμβάντα στο χρονικό διάστημα (0,t)

  Εφαρμογή (25)

  Ο αριθμός X των πλοίων που φθάνουν κάθε ημέρα σε ένα λιμάνι είναι τυχαία μεταβλητή με κατανομή Poisson με παράμετρο λ=5 πλοία/ημέρα. Εάν το λιμάνι μπορεί να δέχεται προς ελλιμενισμό κάθε ημέρα μέχρι 8 το πολύ πετρελαιοφόρα, ποια είναι η πιθανότητα τυχόν πλοίο που φθάνει στο λιμάνι να έχει τη δυνατότητα ελλιμενισμού;

  Η ζητούμενη πιθανότητα είναι

  $P(X \leq 8) = \sum_{k=0}^{8} P(X = k) = \sum_{k=0}^{8} e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$ όπου λ=5

Εφαρμογή της κατανομής Poisson στις θαλάσσιες μεταφορές

Στην ανάλυση ρίσκου στις θαλάσσιες μεταφορές η κατανομή Poisson μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μοντελοποίηση του αριθμού των συμβάντων σε ένα χρόνο που αφορούν ένα κύριο γεγονός (critical event), το οποίο κύριο γεγονός αποτελεί μέρος της ανάλυσης ενός δέντρου γεγονότων, όπως περιγράφηκε και σε προηγούμενη ενότητα. Οι πιο συχνές κατηγορίες κύριων γεγονότων που χρησιμοποιούνται στις FSA είναι η σύγκρουση (collision), προσάραξη (grounding), επαφή με ακίνητο αντικείμενο (contact), φωτιά/ έκρηξη (fire/ explosion). Άλλος τρόπος για την μοντελοποίηση της συχνότητας εμφανίσεων των κύριων γεγονότων είναι τα δέντρα αιτιών (fault trees). Για μια εφαρμογή της κατανομής

Poisson στην ανάλυση ρίσκου βλ. και *An illustration of the use of an approach for treating model uncertainties in risk assessment* (26).

Ακαταλληλότητα του μέτρου της μέσης τιμής για χρήση σε αποφάσεις σχετικές με ασφάλεια

Η παρούσα διπλωματική εστιάζει στο βήμα 3 της FSA, όπου αξιολογείται η επίδραση των εξεταζόμενων RCOs στη μείωση του ρίσκου. Τα βασικά δεδομένα που εισάγονται στο βήμα αυτό είναι το σύνολο των ζευγών πιθανοτήτων- συνεπειών $\{p_i, C_i\}$ που προέκυψαν από το βήμα 2 της FSA, τόσο για την αρχική κατάσταση, όσο και για την κατάσταση μετά από την εφαρμογή κάθε RCO.

Προκειμένου να κατατάξουμε τα RCOs ως προς την αποτελεσματικότητά τους, απαιτείται η σύγκριση των συνόλων $\{p_i, C_i\}$ (ή αλλιώς κατανομές πιθανότητας) που προέκυψαν από την εφαρμογή τους. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί αν κάθε σύνολο $\{p_i, C_i\}$ αντιστοιχισθεί σε έναν πραγματικό αριθμό μέσω κατάλληλης συνάρτησης. Η συνάρτηση αυτή είναι γνωστή και ως **μέτρο ρίσκου (*risk measure ή risk metric*)**[1].

Από τη βιβλιογραφία έχουμε τους ακόλουθους ορισμούς για το μέτρο ρίσκου:

- Το μέτρο ρίσκου ορίζεται ως μια μαθηματική συνάρτηση της πιθανότητας ενός γεγονότος και των συνεπειών αυτού του γεγονότος (23).
- Ένα μέτρο ρίσκου είναι μια αριθμητική σύνοψη του ρίσκου και πρόκειται για πραγματικό αριθμό (24).

Το μέτρο ρίσκου που χρησιμοποιείται στην FSA για την αξιολόγηση των RCOs είναι η μέση ή προσδοκώμενη τιμή των απωλειών (*Potential Loss of Life- PLL*). Η PLL είναι ο μέσος όρος των απωλειών που αναμένουμε να προκύψουν στο εξεταζόμενο σύστημα και από κάθε κατηγορία ατυχημάτων. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε αν τα μέτρα ρίσκου, όπως η PLL, που βασίζονται στο μέτρο της μέσης τιμής είναι κατάλληλα για τη διαδικασία αποφάσεων στον τομέα της ασφάλειας.

Αρχικά θα δούμε σε ένα γενικό παράδειγμα πως χρησιμοποιείται η μέση τιμή. Η παραγωγή ενός εργοστασίου εξαρτάται από τη λειτουργία συγκεκριμένου μηχανήματος. Η πιθανότητα να διακοπεί η λειτουργία του μηχανήματος μέσα στη διάρκεια ενός χρόνου είναι **p** και το επαγόμενο κόστος είναι **100.000** € και αντίστοιχα η πιθανότητα να συνεχιστεί απρόσκοπτα η λειτουργία του μέσα σε αυτό το χρόνο είναι **1-p** και το κόστος **0** €. Αν η επιχείρηση σχεδιάζει να εγκαταστήσει αρκετά τέτοια μηχανήματα για να αυξήσει την παραγωγή, τότε είναι δυνατόν να προβλεφθεί η *μέση* ή *προσδοκώμενη* τιμή του κόστους από τη λειτουργία ενός

[1] Οι όροι *risk measure* και *risk metric* είναι ταυτόσημοι (7 p. 388)

μηχανήματος, παρά το γεγονός ότι δεν είναι δυνατή η πρόβλεψη του κόστους από τη λειτουργία ενός συγκεκριμένου μηχανήματος.

Αναλυτικότερα: το κόστος Κ που προκύπτει από τη λειτουργία συγκεκριμένου μηχανήματος είναι τυχαία μεταβλητή με κατανομή:

$$P\{K = 100.000\} = p$$

$$P\{K = 0\} = 1 - p$$

Η προσδοκώμενη τιμή του κόστους Κ, που συμβολίζεται με Ε(Κ) είναι:

$$E(K) = 100.000 \times p + 0 \times (1 - p) = 100.000 \times p$$

Παρατηρούμε ότι το γινόμενο *(100.000 × p)* δεν εκφράζει κάποιο φυσικό μέγεθος. Το κόστος από τη λειτουργία ενός συγκεκριμένου μηχανήματος θα είναι είτε 100.000 € είτε 0 € και τίποτα άλλο. Μπορούμε όμως να πούμε ότι, αν η επιχείρηση λειτουργήσει Ν μηχανήματα, τότε η προσδοκώμενη τιμή του συνολικού κόστους θα είναι:

$$E(N \times K) = N \times 100.000 \times p$$

Όσο μεγαλύτερο είναι το Ν, τόσο πιο βέβαιο είναι ότι το συνολικό κόστος θα πλησιάζει το *(N × 100.000 × p)*, οπότε το μέσο κόστος ανά μηχάνημα θα είναι *(100.000 × p)*.

Αυτό οφείλεται από θεωρητικής απόψεως στον *νόμο των μεγάλων αριθμών*, σύμφωνα με τον οποίο καθώς αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος, τότε η στατιστική μέση τιμή των παρατηρήσεων θα συγκλίνει στη θεωρητική μέση τιμή Ε(Κ).

Επομένως προκύπτει ότι η μέση τιμή θα πρέπει να χρησιμοποιείται ως μέτρο ρίσκου μόνο σε περιπτώσεις όπου προβλέπονται πολλές επαναλήψεις ενός συγκεκριμένου γεγονότος κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Η μέση τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής μεταφέρει ένα συγκεκριμένο μήνυμα με συγκεκριμένη στατιστική ερμηνεία (27), (28).

Η χρήση της μέσης τιμής στη διαδικασία λήψης αποφάσεων στον τομέα της ασφάλειας είναι συζητήσιμη, ειδικά σε γεγονότα με περιόδους εμφάνισης 200 με 2.000 χρόνια, όπως οι σεισμοί ή αντίστοιχα στις θαλάσσιες μεταφορές γεγονότα με περιόδους 100 χρόνων (π.χ. το centennial wave βάσει του οποίου σχεδιάζονται οι θαλάσσιες κατασκευές (29)).

Η μέση τιμή παρουσιάζει αδυναμία να λάβει υπ’ όψιν τα ελάχιστης πιθανότητας (αλλά καταστροφικά) γεγονότα, όπως τα προαναφερθέντα, τα οποία σε ένα διάγραμμα κατανομών πιθανοτήτων παρουσιάζονται ως παχιές ουρές (*fat tails*).

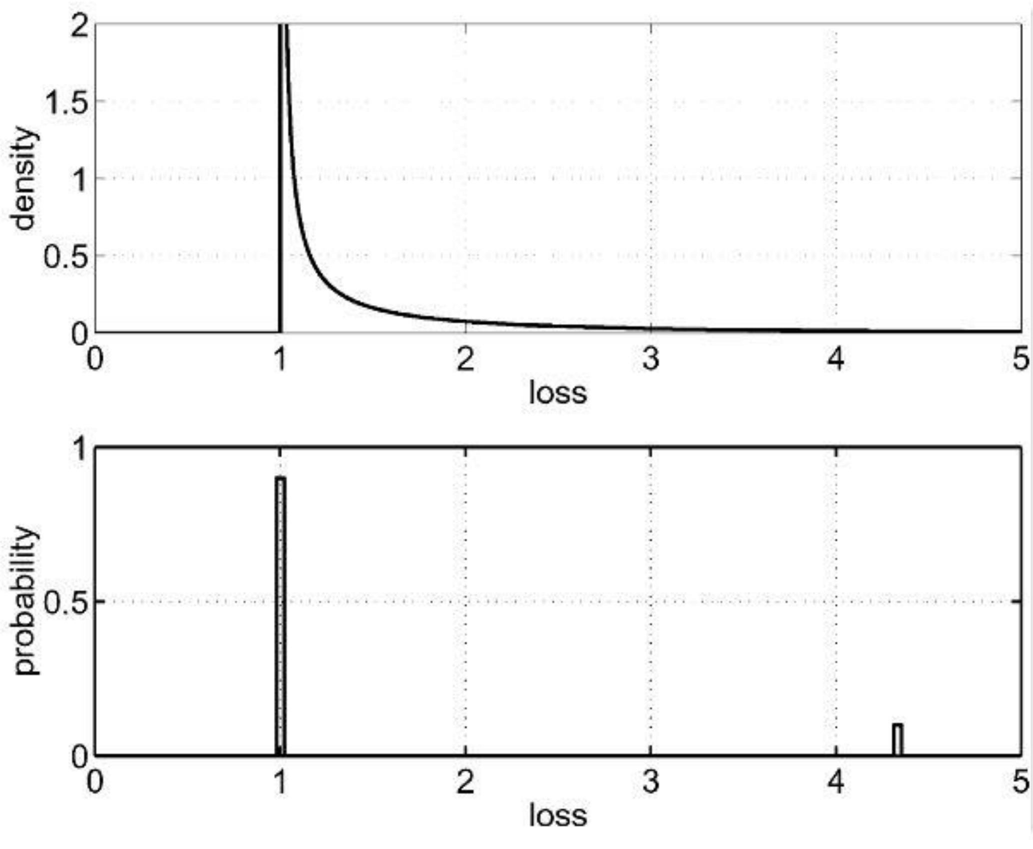
Στο παρακάτω σχήμα από το (30) παρουσιάζονται δύο κατανομές πιθανότητας: στο άνω σχήμα απεικονίζεται μια μετατοπισμένη κατανομή γάμμα με παραμέτρους k =1/9 και α = 1/3

$$P(x) = \frac{(x-1)^{k-1} e^{-a(x-1)} a^k}{\Gamma(\mathrm{k})}, x > 1$$

ενώ στο κάτω σχήμα απεικονίζεται μια διακριτή συνάρτηση μάζας πιθανότητας με

$$P(x = 1) = 0{,}9$$

$$P(x = 13/3) = 0{,}1$$



σχήμα 8- κατανομές πιθανότητας με ίσες μέσες τιμές αλλά διαφορετικά χαρακτηριστικά ως προς τις σοβαρές συνέπειες

Το χαρακτηριστικό κοινό σημείο των δύο αυτών κατανομών είναι οι ίσες μέσες τιμές (*E(X) =4/3*) αλλά η κάτω κατανομή παρουσιάζει μια πιθανότητα ίση με

10% για απώλειες περίπου ίσες με 4,3, σε σύγκριση με την άνω κατανομή όπου η αντίστοιχη πιθανότητα είναι μόλις 1,6%. Εάν ένα μέγεθος απωλειών της τάξης του 4 κρίνεται ως απαγορευτικό, τότε η άνω κατανομή περιγράφει μια προφανώς προτιμότερη κατάσταση παρόλο που και οι δύο έχουν ακριβώς την ίδια μέση τιμή. Επομένως η μέση τιμή δεν αρκεί για να υποδείξει ποια κατανομή προτιμάται περισσότερο από τον αποφασίζοντα. Όπως θα δούμε και σε επόμενο κεφάλαιο, στην περίπτωση κατανομών με την ίδια μέση τιμή αλλά διαφορετικών διασπορών ή άλλων χαρακτηριστικών όπως κυρτότητα (*skewness*) ή αυξημένη πιθανότητα ακραίων συνεπειών (*fat tails- παχιές ουρές*), η προτιμητέα καθορίζεται βάσει μιας σημαντικής προτίμησης του αποφασίζοντα που είναι γνωστή ως *αποστροφή προς το ρίσκο*.

Η χρήση αποκλειστικά της μέσης τιμής συνάδει με αυτό που είναι γνωστό και ως *ουδέτερη στάση προς το ρίσκο*. Ουδέτερη στάση προς το ρίσκο υιοθετούν κυρίως οργανισμοί οικονομικών και παραγωγικών τομέων που διαθέτουν εκτεταμένους πόρους, τους οποίους είτε μπορούν να τους κατανείμουν σε διάφορες επενδύσεις κάνοντας διασπορά του κινδύνου απώλειας κεφαλαίου (π.χ. η πρακτική του διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου) είτε μπορούν να κατανείμουν τον κίνδυνο στα μέλη τους (π.χ. επιχειρήσεις μετοχικού κεφαλαίου, αλληλασφαλιστικοί οργανισμοί κ.α.). Με αυτόν τον τρόπο ακόμα και κίνδυνοι που περιγράφονται από κατανομές με μεγάλη διακύμανση (π.χ. αυξημένη πιθανότητα ακραίων συνεπειών) μπορούν να αναληφθούν, με τις τελικές συνέπειες να προκύπτουν αμβλυμμένες σε περίπτωση που τα αποτελέσματα είναι αρνητικά. Σε αντίθεση με την περίπτωση των οικονομικών αποφάσεων όπως παραπάνω, οι αποφάσεις που αφορούν την ασφάλεια ανθρώπων και την προστασία του περιβάλλοντος δεν μπορούν να χαρακτηρίζονται από τέτοια διακινδύνευση, καθώς οι απώλειες δεν είναι χρηματικές ούτε μπορούν να κατανεμηθούν. Επομένως υπάρχει η απαίτηση για μια διαφορετική στάση προς το ρίσκο, η οποία θα αντικατοπτρίζεται στο βαθμό αποστροφής προς το ρίσκο των αποφασιζόντων, η οποία αποστροφή θα μοντελοποιείται όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο.

Εξετάζοντας ειδικότερα την PLL, ένα επίσης σοβαρό μειονέκτημα που παρουσιάζει είναι η αδυναμία να περιγράψει το πώς κατανέμονται οι προσδοκώμενες απώλειες στα διάφορα ατυχήματα, με την έννοια ότι, δεν γίνεται διάκριση ανάμεσα σε 100 απώλειες που προκλήθηκαν από ένα και μόνο ατύχημα και σε 100 ξεχωριστά ατυχήματα με μία μόνο απώλεια το καθένα. Το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό της κατανομής των απωλειών παίζει ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στη λήψη των αποφάσεων, καθώς η κοινωνία αντιδρά έντονα σε σπάνια μεν αλλά καταστροφικά δε ατυχήματα και ανέχεται σε κάποιο βαθμό τα συχνά αλλά μικρά ατυχήματα (31 p. 228), (32 p. 1885), (33 p. 236).

Η στάση αυτή της κοινωνίας είναι ο κύριος λόγος που στην παρούσα διπλωματική θα επιχειρήσουμε να εισάγουμε εναλλακτικά μέτρα για την αξιολόγηση (στο πλαίσιο του IMO) των μέτρων ελέγχου του ρίσκου (RCO- Risk Control Options), ώστε να ξεπεράσουμε την αδυναμία της PLL να αποτυπώσει αυτήν τη στάση, μειονέκτημα το οποίο έχει αναγνωριστεί και σε υποβληθείσα FSA (FSA Containerships, Annex, p. 31) στον IMO (34).

Επίσης, στην περίπτωση όπου το πρόβλημα απόφασης καθορίζεται από κριτήρια αποδοχής ρίσκου (*risk acceptance criteria*), τότε η PLL ενδέχεται να χρησιμοποιηθεί για τη σύγκριση του ρίσκου μιας εναλλακτικής με μια τιμή κατωφλίου (που αποτελεί το κριτήριο αποδοχής) και συνακόλουθα για την αποδοχή της ή όχι. Π.χ. αν το αποτέλεσμα μιας απόφασης περιγράφεται από μια κανονική κατανομή πιθανότητας με μέση τιμή PLL, τότε αν το κριτήριο αποδοχής ρίσκου είναι Α και PLL < Α, το αποτέλεσμα θα είναι αποδεκτό και θα προωθηθεί προς περαιτέρω διερεύνηση. Όμως η πιθανότητα οι τελικές απώλειες να είναι πράγματι κάτω από Α είναι μόνο 50% (35) . Επομένως η χρήση της PLL παρουσιάζει δυσχέρειες και σε συνδυασμό με κριτήρια αποδοχής ρίσκου.

Εν κατακλείδι, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η μέση τιμή, και συνακόλουθα και η PLL, είναι ένας δείκτης ο οποίος δεν μπορεί να αποτυπώσει όπως απαιτείται την εικόνα σχετικά με το ρίσκο στον τομέα της ασφάλειας, κάτι στο οποίο έχουν καταλήξει σημαντικοί ερευνητές στο χώρο της ανάλυσης ρίσκου όπως οι Kaplan, Garrick (5 p. 13) και Aven (36 p. 42).

Όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται στο (37) υπάρχουν περιπτώσεις όπου:

«ένα αφελές κριτήριο απόφασης (το οποίο λαμβάνει υπόψη μόνο τη μέση τιμή) θα πρότεινε μια πορεία δράσης την οποία κανένα (πραγματικό) ορθολογικό άτομο θα ήταν πρόθυμο να αναλάβει»

Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων

Όπως έχουμε δει, βασικό σημείο του βήματος 3 της FSA είναι η αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας κάθε RCO με σκοπό την επιλογή των καταλληλότερων προς εφαρμογή.

Ο χρησιμοποιούμενος τρόπος αξιολόγησης στην FSA είναι ο υπολογισμός της PLL μετά την εφαρμογή του RCO και σύγκρισή της με τις αντίστοιχες τιμές των υπόλοιπων εναλλακτικών. Όμως όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η PLL δεν είναι το πλέον κατάλληλο μέτρο για το συγκεκριμένο πρόβλημα απόφασης.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τους εναλλακτικούς τρόπους για την αξιολόγηση των RCO. Πρόκειται για μοντέλα που αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο της Θεωρίας Αποφάσεων και κίνητρο για τη χρήση τους είναι η ανάγκη να σταθμίσουμε την επίδραση στο πρόβλημα απόφασης των σπάνιων αλλά καταστροφικών ατυχημάτων σε σχέση με τα πιο συχνά αλλά μικρότερα ατυχήματα σύμφωνα με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων.

Ένα απαραίτητο στοιχείο στη διαδικασία λήψης απόφασης είναι η λογική ανάλυση (η οποία δεν αποκλείεται να είναι και υποκειμενική) των δυνατών εναλλακτικών αποφάσεων και των επακόλουθών τους. Έτσι λοιπόν ένας στόχος της Θεωρίας Αποφάσεων είναι να προσφέρει στον αναλυτή κατάλληλα εργαλεία για προσδιορισμό λογικών και ορθολογικών <u>σταθμίσεων</u> (βαθμών σημαντικότητας) στα επακόλουθα εναλλακτικών πορειών, ώστε να μπορεί να γίνει «αντικειμενική» επιλογή. Ζητούμενο μεγάλης σημασίας στη διαδικασία λήψης απόφασης είναι να υπάρχει ορθολογισμός, δηλαδή αντικειμενικότητα και <u>συνέπεια</u>. Η συνέπεια στη λήψη των αποφάσεων είναι ένα εξαιρετικά επιθυμητό χαρακτηριστικό στα αποτελέσματα των αποφάσεων, ειδικά σε ένα επίπεδο όπως του IMO, όπου υπάρχει πλήθος αποφασιζόντων, καθένας με το δικό του σύστημα αξιών. Σε τέτοιο επίπεδο, οι στόχοι είναι συχνά συγκρουόμενοι και είναι ζητούμενο οι τελικές κοινές θέσεις να είναι συνεπείς ως προς κάποια προσυμφωνηθέντα κριτήρια.

Κάθε αποφασίζων έχει τη δική του προδιάθεση για διακινδύνευση, το δικό του βαθμό αποστροφής προς το ρίσκο (*risk aversion*). Η **Θεωρία Αποφάσεων** συμβάλλει στην αναγνώριση των βαθμών διακινδυνεύσεων αναφορικά με εναλλακτικές αποφάσεις, από τη σκοπιά του αποφασίζοντος, έτσι ώστε οι αποφάσεις του να είναι <u>συνεπείς</u> ως προς τη δική του προδιάθεση για ρίσκο (38).

Η παρούσα διπλωματική επικεντρώνεται ακριβώς σε αυτό το χαρακτηριστικό: τον τρόπο με τον οποίο οι αποφάσεις του IMO σχετικά με την υιοθέτηση RCO για τον παγκόσμιο στόλο θα χαρακτηρίζονται από συνέπεια ως προς τη στάθμιση των επακόλουθων των αποφάσεων, δηλαδή ως προς το βαθμό της risk aversion.

Σε αυτό το σημείο είναι ανάγκη να επισημάνουμε το εξής σημαντικό: η πρόταση ότι η θεωρία αποφάσεων παρέχει λύση στο πρόβλημα απόφασης αποτελεί παρανόηση των σκοπών της. Σκοπός της θεωρίας αποφάσεων είναι να παρέχει γνώση σχετικά με το ποιες εναλλακτικές πορείες θα πρέπει να ακολουθηθούν, ώστε να είναι συνεπείς με τις πληροφορίες σχετικά με το πρόβλημα και το σύστημα αξιών του αποφασίζοντος (μέρος του οποίου είναι και η risk aversion) καθώς και να προάγει τη δημιουργική σκέψη, για να βοηθηθούν οι αποφασίζοντες στο να λαμβάνουν καλύτερες αποφάσεις (39).

Επομένως αν δεχόμαστε (με κάποιο βαθμό βεβαιότητας) τα αποτελέσματα της FSA (δηλαδή τα ζεύγη πιθανοτήτων- συνεπειών από την εφαρμογή των RCO), τότε χρησιμοποιώντας κατάλληλα τα μοντέλα της Θεωρίας Αποφάσεων, δεν θα βρεθεί μονοσήμαντα την καταλληλότερη λύση (καθώς μία και μοναδική λύση ενδέχεται να μην ικανοποιεί ούτε όλους τους σκοπούς ούτε και τα συστήματα αξιών όλων των αποφασιζόντων) αλλά το μοντέλο θα υποδείξει ποια λύση σχετίζεται με τον αντίστοιχο βαθμό στάθμισης των επακόλουθων. Έχοντας αυτήν την πληροφορία, οι αποφασίζοντες θα έχουν καλύτερη γνώση σχετικά με τις επιλογές τους και θα μπορούν να λαμβάνουν αποφάσεις με μεγαλύτερη συνέπεια. Το πλαίσιο αυτό στο οποίο χρησιμοποιείται η Θεωρία Αποφάσεων είναι σύμφωνο και με το πλαίσιο της FSA, όπως υποδηλώνεται και από το σκοπό του τελευταίου βήματος της (βήμα 5) που είναι ο ορισμός προτάσεων οι οποίες θα πρέπει να παρουσιαστούν στους αποφασίζοντες με τρόπο που να επιτρέπει την αξιολόγησή τους και όχι η υπόδειξη μία και μοναδικής λύσης που θα πρέπει να υιοθετηθεί.

Η αντικειμενικότητα και η συνέπεια έχουν μεγάλη σημασία για αποφάσεις δημοσίου συμφέροντος, όπως αυτές που λαμβάνονται στο επίπεδο του IMO, καθώς πρέπει να δίνεται μια εικόνα αξιοπιστίας της διαδικασίας προς το κοινό, όπως επίσης και τα αρμόδια όργανα πρέπει να είναι σε θέση να εξηγήσουν και να δικαιολογήσουν ακριβώς πως λήφθηκε κάθε απόφαση. Με το να κάνουμε πιο διαφανή τη διαδικασία λήψης των αποφάσεων, καθώς επίσης και με το να την ποσοτικοποιούμε (όπως επιτυγχάνεται με τη Θεωρία Αποφάσεων), η διαδικασία δεν έχει πια έναν άτυπο χαρακτήρα αλλά τυποποιείται και επομένως διευκολύνει την επικοινωνία ανάμεσα στα εμπλεκόμενα μέρη και επιτρέπει την αξιολόγηση της διαδικασίας από άλλα επίπεδα ελέγχου (διοικητικά κλιμάκια, εποπτικές αρχές, ανεξάρτητους ειδικούς κ.α.) (39).

Η Θεωρία Αποφάσεων ως αξιωματική θεωρία

Η Θεωρία Αποφάσεων είναι μια θεωρία που στηρίζεται σε ένα σύνολο λογικών αξιωμάτων και αποτελεί μια μεθοδολογία συστηματικών προσεγγίσεων, βασισμένων σε αυτά τα αξιώματα, για την υπεύθυνη ανάλυση των εγγενών πολυπλοκοτήτων στα προβλήματα απόφασης (39).

Όπως παρατηρούμε και από τον παραπάνω ορισμό της Θεωρίας Αποφάσεων, ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της είναι η αξιωματική θεμελίωσή της. Αυτό είναι και το σημείο της που διασφαλίζει την συνέπεια ανάμεσα στις επιλογές, για την οποία επισημάναμε παραπάνω πόσο αναγκαία είναι και ότι αποτελεί έναν από τους κύριους λόγους για τους οποίο επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε τα μοντέλα της Θεωρίας Αποφάσεων.

Για να καταδείξουμε πόσο σημαντική είναι η συνέπεια των αξιωματικών μοντέλων θα παρουσιάσουμε τα ακόλουθα παραδείγματα, όπου κανόνες απόφασης που χρησιμοποιούνται στην πράξη αλλά δεν είναι αξιωματικά θεμελιωμένοι παρουσιάζουν ασυνεπείς επιλογές.

Κανόνας Minimax

Σύμφωνα με τον κανόνα Minimax, επιλέγεται η εναλλακτική απόφαση που ελαχιστοποιεί το μέγιστο κόστος που μπορεί να προκύψει. Το παρακάτω αποτελεί ένα παράδειγμα εφαρμογής του κανόνα Minimax:

Πίνακας 2- πίνακας ενδεχομένων

RCO	Ενδεχόμενες Καταστάσεις (επακόλουθα)			
	E1	*E2*	*E3*	*E4*
A	0	2	10	120
B	10	20	80	90
Γ	40	40	70	85

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται οι απώλειες που θα προκύψουν σε κάθε μία από τις ενδεχόμενες καταστάσεις Ε1 με Ε4 σε κάθε μία από τις περιπτώσεις όπου θα εφαρμοστεί ένα μόνο από τα RCO A,B,Γ. σύμφωνα με τον κανόνα Minimax θα επιλεγεί το Γ, διότι παρουσιάζει το μικρότερο μέγιστο πλήθος απωλειών σε σχέση με τα άλλα δύο RCO.

Ο κανόνας αυτός απόφασης χρησιμοποιείται συνήθως όταν δεν υπάρχουν στοιχεία για τις πιθανότητες των ενδεχομένων (27). Είναι χαρακτηριστικό παράδειγμα κανόνα απόφασης που δίνει διαφορετικές τελικές αποφάσεις σε παρόμοια προβλήματα, όπως επισημαίνεται και στη βιβλιογραφία (40), και ως εκ τούτου δεν διαθέτει τη συνέπεια που χαρακτηρίζει τα αξιωματικά μοντέλα απόφασης και θα πρέπει να αποφεύγεται η χρήση του.

Η διακύμανση (variance) ως μέτρο ρίσκου

Η χρήση της διακύμανσης ως μέτρο ρίσκου σε προβλήματα απόφασης είναι ένα δεύτερο παράδειγμα κανόνα απόφασης που χαρακτηρίζεται από ασυνεπείς επιλογές. Σύμφωνα με αυτόν τον κανόνα αυτό, ανάμεσα σε δύο επακόλουθα που χαρακτηρίζονται από ίδιες μέσες τιμές, το επακόλουθο με τη μικρότερη διακύμανση είναι το προτιμότερο. Όπως έχει αποδειχθεί (41), σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, ένας αποφασίζοντας μπορεί ανάμεσα σε ένα στοίχημα με πιθανότητα p κέρδους ενός θετικού ποσού και πιθανότητα 1- p να μην κερδίσει τίποτα, και στο να μην παίξει το στοίχημα να προτιμήσει να μην παίξει το στοίχημα, επιλογή η οποία είναι προφανώς ασυνεπής και όπως θα δούμε και αργότερα δεν συμφωνεί και με τα αξιώματα των μοντέλων απόφασης.

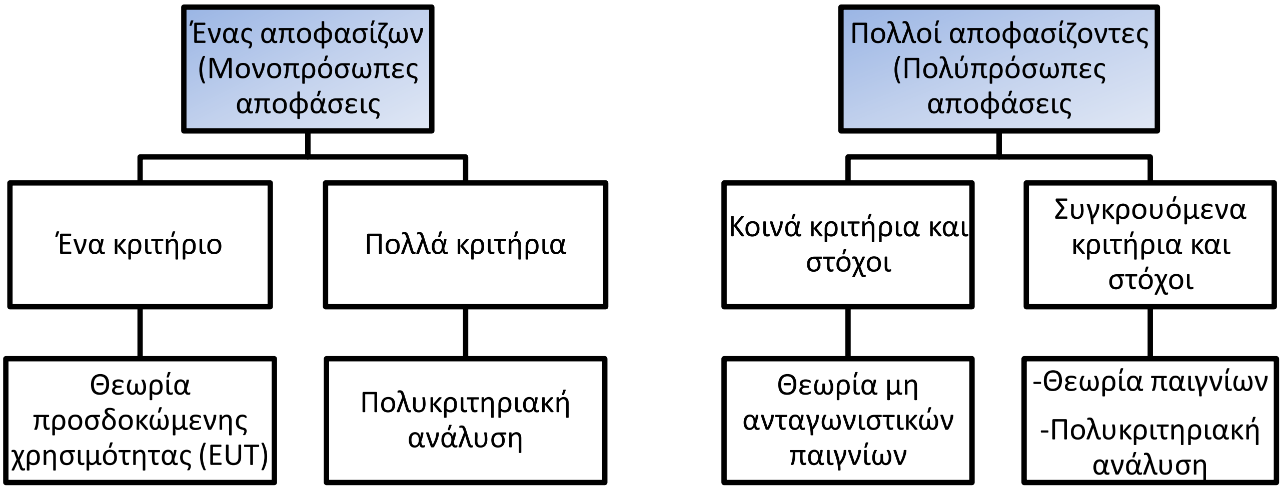
Κατηγοριοποίηση των μοντέλων απόφασης

Τα μοντέλα απόφασης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν βάσει των παρακάτω ιδιοτήτων τους:

- Αν προορίζονται για χρήση σε προβλήματα με έναν ή πολλούς αποφασίζοντες
- Ανάλογα με τα κριτήρια βάσει των οποίων αξιολογούνται τα επακόλουθα
- Ανάλογα με το μοντέλο ορθολογικότητάς τους

Πλήθος αποφασιζόντων

Με βάση το πλήθος των αποφασιζόντων τα μοντέλα απόφασης κατηγοριοποιούνται όπως δείχνεται και στο ακόλουθο σχήμα (27).

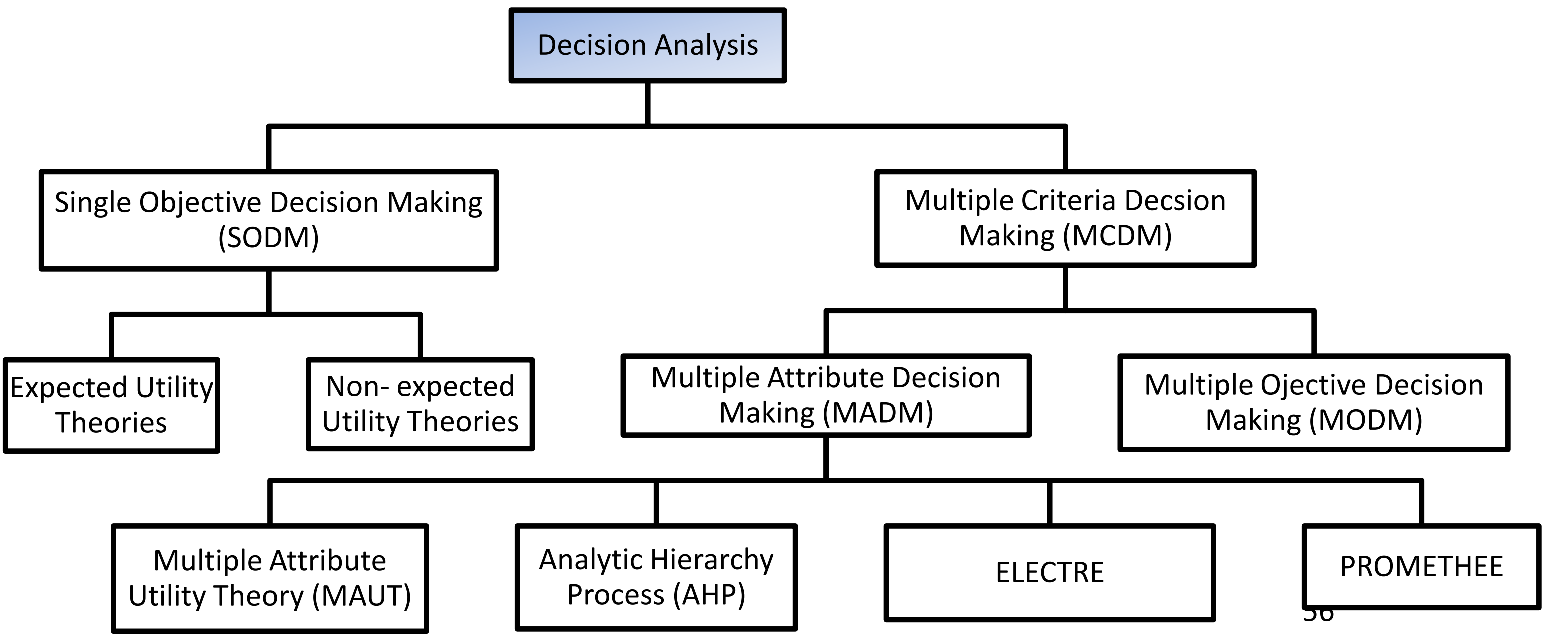


σχήμα 9- Κατηγοριοποίηση των μοντέλων απόφασης βάσει του πλήθους των αποφασιζόντων

Στην περίπτωση πολλών αποφασιζόντων, κάθε άτομο ενδέχεται να έχει το δικό του σύστημα αξιών. Οι πολυπρόσωπες αποφάσεις διαχωρίζονται ανάλογα με το αν υπάρχει *κοινός* στόχος ή *συγκρουόμενοι* στόχοι. Η κατάληξη σε κοινές θέσεις, που κατά κανόνα συνεπάγονται συμβιβασμούς, μπορεί να επιτευχθεί με διάφορους τρόπους. Όταν υπάρχει *κοινός σκοπός*, το ζητούμενο είναι ο καθορισμός αρμοδιοτήτων στα άτομα, η μεταβίβαση πληροφορίας και ο συντονισμός επιμέρους αποφάσεων.

Πλήθος κριτηρίων αξιολόγησης των επακόλουθων

Στο παρακάτω σχήμα από το (42), τα μοντέλα χωρίζονται σε δύο ομάδες: σε μονοκριτηριακές (*Single objective*) και σε πολυκριτηριακές (*Multiple criteria*) μεθόδους.



σχήμα 10- Κατηγοριοποίηση μοντέλων αποφάσεων βάσει αριθμού κριτηρίων

Οι μονοκριτηριακές μέθοδοι αποτελούν μια κλάση μεθόδων για την αξιολόγηση των διαθέσιμων εναλλακτικών, τα οποία έχουν αβέβαια επακόλουθα, βάσει μίας μόνο αντικειμενικής κατάστασης. Πρόκειται για τα μοντέλα που θα χρησιμοποιηθούν κατά κύριο λόγο στην παρούσα διπλωματική (καθώς το μόνο κριτήριο είναι η μείωση των απωλειών) και επομένως θα παρουσιαστούν λεπτομερώς σε επόμενα κεφάλαια.

Οι πολυκριτηριακές μέθοδοι MCDM επιτρέπουν στους αποφασίζοντες να διαλέξουν ή να κατατάξουν τις εναλλακτικές βάσει ενός πλήθους κριτηρίων. Οι αποφάσεις λαμβάνονται βάσει στάθμισης ή συμβιβασμού μεταξύ ενός αριθμού αλληλοσυγκρουόμενων κριτηρίων. Οι δύο κυριότεροι κλάδοι είναι η ανάλυση βάσει πολλαπλών στόχων (*MODM - Multiple objective decision making*) και η ανάλυση πολλαπλών μεταβλητών (*MADM - Multiple attribute decision making*).

Οι πολυκριτηριακές μέθοδοι βρίσκουν χρήση στα προβλήματα απόφασης που αφορούν την ασφάλεια λόγω των πολλαπλών σκοπών που απαιτείται να επιτευχθούν συγχρόνως σε αυτές τις περιπτώσεις. Παραδείγματος χάρη κατά την αξιολόγηση διαδρομών σε υπό σχεδίαση αγωγούς είναι επιθυμητό να ελαχιστοποιηθούν το περιβαλλοντικό κόστος, οι κίνδυνοι στην υγεία και στην ασφάλεια, να μεγιστοποιηθεί το οικονομικό όφελος όπως επίσης και η θετική επίδραση του έργου στην κοινωνία και να ικανοποιηθούν όλοι οι εμπλεκόμενοι πολίτες και όλα αυτά ταυτόχρονα.

Οι μέθοδοι ανάλυσης βάσει πολλαπλών στόχων αποτελούνται από μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού πολλαπλών στόχων στα οποία ένα σύνολο στόχων βελτιστοποιείται, ενώ παράλληλα υπόκειται σε ένα σύνολο συνοριακών συνθηκών. Ο σκοπός είναι η επιλογή του «βέλτιστου» ανάμεσα στις εναλλακτικές. Μια ειδική περίπτωση είναι ο γραμμικός προγραμματισμός όπου οι αντικειμενικές συναρτήσεις είναι γραμμικές.

Οι μέθοδοι ανάλυσης βάσει πολλαπλών μεταβλητών αναφέρονται σε μοντέλα για την αξιολόγηση και κατάταξη των εναλλακτικών τα οποία χαρακτηρίζονται συνήθως από πολλαπλές αλληλοσυγκρουόμενες μεταβλητές. Η MAUT επιτρέπει στους αποφασίζοντες να μοντελοποιήσουν τις προτιμήσεις τους στη μορφή συναρτήσεων χρησιμότητας πολλαπλών μεταβλητών. Μια ειδική μορφή της MAUT είναι η *MAVT* (*Multiple Attribute Value Theory*), όπου δεν υπάρχει αβεβαιότητα στα επακόλουθα των εναλλακτικών. Η *AHP* (*Analytic Hierarchy Process*) μια μεθοδολογία δόμησης, μέτρησης και σύνθεσης των προβλημάτων απόφασης που βοηθά τους αποφασίζοντες να αντεπεξέλθουν σε περίπλοκες καταστάσεις.

Οι μέθοδοι *ELECTRE* (Elimination and Choice Translating Reality), που περιλαμβάνουν τα μοντέλα ELECTRE I, II, III και IV, καθώς και οι μέθοδοι

PROMETHEE (Preference Ranking Organization Methods For Enrichment Evaluation) ανήκουν στην ομάδα μεθόδων *outranking*.

Το σημείο εκκίνησης για τις μεθόδους *outranking* είναι η αναγνώριση ότι οι ατομικές προτιμήσεις δεν είναι ούτε σταθερές ούτε τελείως προσδιορισμένες. Γενικώς τέτοιου είδους προτιμήσεις αναμένονται να μην είναι πλήρως σχηματισμένες όπως επίσης και μεταβλητές ως προς το χρόνο και το πλαίσιο του προβλήματος. Αυτή η υπόθεση προέρχεται από την ερεύνα στο γνωστικό πεδίο της μελέτης της ανθρώπινης συμπεριφοράς. Σύμφωνα με αυτήν αντίληψη οι μέθοδοι *outranking* δεν επιχειρούν να αναπτύξουν ένα μοντέλο που να αντιμετωπίζει φορμαλιστικά όλο το πρόβλημα απόφασης αλλά το κύριο βάρος πέφτει στην καθοδήγηση στη δόμηση των προτιμήσεων του αποφασίζοντος. Σκοπός είναι η κατασκευή ενός νέου, συνεχώς εξελισσόμενου μοντέλου της πραγματικότητας, δηλαδή μίας πραγματικότητας εξαρτώμενης από το πλαίσιο του προβλήματος, η οποία δεν είναι μονάχα μια περιγραφή της υποκείμενων βεβαιοτήτων αλλά το αποτέλεσμα μιας δομημένης προσέγγισης μάθησης, ανεπτυγμένης μέσω της διαδικασίας λύσης ολόκληρου του προβλήματος (43).

Μοντέλο ορθολογικότητας

Το μοντέλο ορθολογικότητας που ακολουθούν οι θεωρίες απόφασης είναι ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά τους και επομένως θα αφιερωθεί αυτό το ξεχωριστό υποκεφάλαιο για την κατηγοριοποίησή τους βάσει αυτού.

Όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, βασικό χαρακτηριστικό της Θεωρίας Αποφάσεων είναι η συνέπεια. Η συνέπεια αποτελεί μέρος μίας ευρύτερης έννοιας που χαρακτηρίζει την επιλογή, της *ορθολογικότητας*, η οποία ορίζεται ως εξής:

Η ορθολογικότητα είναι η ικανοποίηση των προτιμήσεων μέσω των επιλογών.

ή αλλιώς

Ο άνθρωπος είναι ορθολογικός με την εξής έννοια: Θέτει στόχους οι οποίοι έχουν σκοπό να ικανοποιήσουν τις υποκειμενικές προτιμήσεις του και με τις ενέργειες του αυτό προσπαθεί να πετύχει (44).

Πριν συνεχίσουμε θα αναφέρουμε τα τρία στοιχεία που αποτελούν μια επιλογή, τα οποία είναι:

- οι προτιμήσεις (P)
- οι πεποιθήσεις (B)
- και η ίδια η επιλογή (C), δηλαδή η πραγματική συμπεριφορά

και η πορεία προς την τελική επιλογή είναι η εξής:

Ο αποφασίζοντας θέλει να ικανοποιήσει την προτίμηση P. Για να το πετύχει θα πρέπει να διαλέξει μία από τις εναλλακτικές C_1, C_2, C_3,…, C_n. Το ποιες είναι οι εναλλακτικές αυτές το έχει διαπιστώσει βάσει των πεποιθήσεών του. Οι τελευταίες τον βοηθούν επίσης να συνειδητοποιήσει τους περιορισμούς που υπάρχουν στο πρόβλημα απόφασης και ποιες από τις εναλλακτικές είναι πραγματοποιήσιμες. Βάσει των προτιμήσεων και των πεποιθήσεών του, κατατάσσει τις εφικτές επιλογές, ανάλογα με το αποτέλεσμα που μπορούν να επιφέρουν (όπως αυτό αξιολογείται από τον ίδιο). Με βάση αυτήν την υποκειμενική κατάταξη των εφικτών αποτελεσμάτων, πραγματοποιεί τη επιλογή του.

Κανονιστικές, περιγραφικές και αξιολογικές θεωρίες απόφασης

Τα μοντέλα αποφάσεων, δηλαδή οι θεωρίες που μελετούν αυτήν ακριβώς τη διαδικασία, στηρίζονται σε ορισμένες θέσεις ή προτάσεις, οι οποίες διαχωρίζονται ως εξής:

Οι θετικές (*positive*) ή περιγραφικές (*descriptive*) προτάσεις είναι αυτές που αφορούν γεγονότα ή καταστάσεις που μπορούν να επαληθευτούν ή να διαψευστούν, δηλαδή να υποβληθούν σε εμπειρικό έλεγχο, χρησιμοποιώντας λογική και στοιχεία (44), (45). Παραδείγματος χάρη, η πρόταση ‘’ *Η συχνότητα των ατυχημάτων λόγω σύγκρουσης (collision) στα επιβατηγά/οχηματαγωγά άνω των 1.000 GRT για την περίοδο 1994- 2004 είναι 0,0125 ανά πλοίο και έτος (ship-year)*’’ (46 σ. 17)[2] είναι μια περιγραφική πρόταση, γιατί μπορούμε ελέγχοντας τα καταγεγραμμένα στοιχεία να διαπιστώσουμε αν η συγκεκριμένη συχνότητα είναι αυτού του μεγέθους. Επίσης η πρόταση ‘’ *Το 80% των συμμετεχόντων σε συγκεκριμένη έρευνα επέλεξε το στοίχημα Α από το Β*’’, είναι περιγραφική πρόταση επειδή πραγματοποιώντας το πείραμα κάτω από τις ίδιες συνθήκες, το ποσοστό θα είναι περίπου ίδιο.

Οι κανονιστικές (*normative*) προτάσεις αφορούν αξιολογικές κρίσεις για τα γεγονότα ή τις καταστάσεις, οι οποίες κρίσεις είναι πάντοτε υποκειμενικές και δεν υπόκεινται σε εμπειρικό έλεγχο για την ορθότητά τους ή μη. Παραδείγματος χάρη η πρόταση ‘’*Δεν θα πρέπει να εφαρμόζονται μέτρα ελέγχου ρίσκου για τις δραστηριότητες των οποίων η καμπύλη F-N*[3] *βρίσκεται κάτω από την περιοχή ALARP*[4] ‘’ είναι κανονιστική πρόταση.

Ένα τρίτο σύνολο προτάσεων είναι οι ρυθμιστικές προτάσεις. Οι ρυθμιστικές προτάσεις χρησιμοποιούν περιγραφικές προτάσεις για να καθοδηγήσουν μια

---

[2] FSA RoPax Ships- ANNEX I : Risk Analysis

[3] Καμπύλη συχνοτήτων F των ατυχημάτων που υπερβαίνουν απώλειες ύψους N

[4] As Low As Reasonably Practicable

συμπεριφορά ως προς ένα δεδομένο σύνολο αξιών, που συνήθως εμπεριέχει ένα είδος αριστοποίησης.

Η πρόταση ''*Είναι επωφελές για την κοινωνία να εφαρμοστεί η αρχή ALARP για τον έλεγχο του ρίσκου στ τεχνικά συστήματα*'' ή η πρόταση ''*Για να έχουμε λιγότερες απώλειες από συγκεκριμένα ατυχήματα, θα πρέπει να εφαρμόσουμε πολιτικές για αυτού του είδους τα ατυχήματα*'' είναι προτάσεις που η εγκυρότητά τους μπορεί εμπειρικά αλλά έχουν και ένα στοιχείο δέοντος εντός τους.

Ένα σύνολο τέτοιων ρυθμιστικών προτάσεων αποτελεί αυτό που συνήθως ονομάζουμε *αξιολογική θεωρία* (*prescriptive theory*), δηλαδή μια θεωρία που περιλαμβάνει περιγραφικές και κανονιστικές προτάσεις και τις χρησιμοποιεί για να καθοδηγήσει (αλλά όχι για να χειραγωγήσει) την ανθρώπινη συμπεριφορά προς κάποιο σκοπό, δηλαδή τα μοντέλα αυτά περιέχουν περιγραφικά στοιχεία στη μορφή παρατηρούμενων συμπεριφορών ή εκφρασμένων προτιμήσεων και έπειτα προτείνουν την κατάλληλη συμπεριφορά στη βάση απαιτήσεων που αφορούν τη συνέπεια. Εδώ πρέπει να επισημάνουμε ότι ο σκοπός δεν επιλέγεται από τη θεωρία αλλά από το άτομο και η θεωρία απλώς φιλοδοξεί να του προσφέρει τα εργαλεία, για να το κάνει όσο το δυνατόν καλύτερα, δηλαδή το βοηθά να πετύχει τους δικούς του σκοπούς.

Οι **αξιολογικές θεωρίες** βρίσκονται ανάμεσα σε δύο άκρα που αντιπροσωπεύονται από τις κανονιστικές (*normative*) θεωρίες στο ένα άκρο και τις περιγραφικές (*descriptive*) θεωρίες στο άλλο, οι οποίες θεωρίες είναι αντίστοιχες των κανονιστικών προτάσεων οι μεν και των περιγραφικών προτάσεων οι δε.

Οι **κανονιστικές θεωρίες** προτείνουν κάποια ιδανικά πρότυπα και κανόνες συμπεριφοράς για το μοντέλο της ορθολογικότητας, που αν τα ακολουθήσουμε θα καταφέρουμε η επίτευξη των στόχων μας να είναι σύμφωνη με τις προτάσεις (ή αξιώματα) που έχει θέσει το μοντέλο (44), (47). Αυτό που υποδηλώνεται στα κανονιστικά μοντέλα είναι η υπόθεση για όλα τα άτομα ισχύει το ίδιο είδος ''ορθολογικότητας''.

Οι **περιγραφικές θεωρίες** ασχολούνται με την πραγματική συμπεριφορά των ατόμων, με τις εμπειρικές σχέσεις ανάμεσα στις επιλογές, τις προτιμήσεις τους και τις πεποιθήσεις τους και σκοπός τους είναι η όσο το δυνατόν καλύτερη περιγραφή και πρόβλεψη των πραγματικών επιλογών των ατόμων.

Τα πιο χαρακτηριστικά παραδείγματα κανονιστικών θεωριών είναι η **Θεωρία της Προσδοκώμενης Χρησιμότητας** (***Expected Utility Theory-EUT***) (38) και η **Υποκειμενική Θεωρία της Προσδοκώμενης Χρησιμότητας** (***Subjective Expected Utility Theory-SEUT***) (48). Οι θεωρίες αυτές ακολουθούν τη γενική λογική του διαχωρισμού του προβλήματος απόφασης στο κομμάτι που αφορά τις πιθανότητες (*probabilities*) των επακόλουθων και στο κομμάτι που αφορά τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα για τα επακόλουθα ή αλλιώς το κομμάτι που αφορά τη χρησιμότητα (*utility*), μοντελοποιώντας τις προτιμήσεις για τις συνέπειες μέσω συναρτήσεων χρησιμότητας (*utility functions*) και τις γνώσεις των ειδικών (*experts*) μέσω συναρτήσεων κατανομών πιθανοτήτων ως προς τα επακόλουθα. Οι πιθανότητες και η χρησιμότητα συνδυάζονται μέσω του τελεστή της μέσης τιμής. Η διαφορά της SEUT είναι ότι στηρίζεται σε κάποια επιπλέον αξιώματα, πέραν αυτά της EUT, τα οποία επιτρέπουν οι χρησιμοποιούμενες πιθανότητες να εκφράζουν υποκειμενικές αντιλήψεις.

Φορμαλιστικά η παραπάνω διαδικασία μπορεί να γραφεί ως εξής:

Σύμφωνα με τη SEUT αποδεικνύεται ότι υπάρχει συνάρτηση χρησιμότητας *U* που ορίζεται στο πεδίο των συνεπειών ή στο πεδίο των κατανομών πιθανοτήτων και ένα πεπερασμένα αθροιστικά μέτρο πιθανότητας *P* τέτοια ώστε:

Αν τα g, h ανήκουν στο πεδίο ορισμού, τότε το g προτιμάται από το h αν και μόνο αν U(g) > U(h)

Έστω δειγματικός χώρος F. Στην περίπτωση που πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο E του F η συνέπεια θα είναι g, ενώ σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση η συνέπεια θα είναι h. Τότε η πιθανότητα του g είναι *P(E|F)*, ενώ του h είναι *1 - P(E|F)*. Η χρησιμότητα της κατανομής αυτής είναι:

$$U(g, E\ ;\ h, F \backslash E) = U(g)\mathbb{P}(E|F) + U(h)[1 - \mathbb{P}(E|F)]$$

Προϋπόθεση για να είναι οι EUT, SEUT αυστηρά κανονιστικές θεωρίες είναι οι συναρτήσεις χρησιμότητας να είναι γραμμικές, δηλαδή να μην εκφράζουν μια σημαντική προτίμηση του αποφασίζοντα, την αποστροφή προς το ρίσκο (*risk aversion*). Οι EUT, SEUT όπως επίσης και η έννοια της αποστροφής προς το ρίσκο θα παρουσιαστούν εκτενώς σε επόμενα κεφάλαια.

Επίσης υπάρχουν κανονιστικά μοντέλα τα οποία θέτουν κάποια επιπλέον αξιώματα από τις θεωρίες της προσδοκώμενης χρησιμότητας. Κάποια από αυτά έχουν ως σκοπό την καλύτερη αντιμετώπιση προβλημάτων απόφασης όπου κάποιες συνέπειες έχουν πολύ μεγαλύτερο αντίκτυπο από τις υπόλοιπες και μπορεί να θεωρηθούν καταστροφικές. Η θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας έχει θεωρηθεί ότι δεν είναι κατάλληλη για τέτοιου είδους προβλήματα και για το λόγο αυτό αναπτύχθηκαν τα εν λόγω μοντέλα (35), (49).

Οι πιο γνωστές περιγραφικές θεωρίες είναι οι: *Prospect Theory* (50) και η μετεξέλιξή της, η *Cumulative Prospect Theory* (51), η *Rank- Dependent Utility Theory (RDU)* (52), (53) και η *Rank and Sign- Dependent Utility Theory (RSDU)* (54). Σκοπός των θεωριών αυτών είναι να εξηγήσουν τα παρατηρούμενα φαινόμενα στις επιλογές των ατόμων, τα οποία οι θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας αδυνατούν να εξηγήσουν. Για το λόγο αυτό το ρεύμα της έρευνας όπου ανήκει το σύνολο των προαναφερθέντων θεωριών ονομάζεται και *Non- Expected Utility Theories*. Δυο από τα πιο γνωστά παραδείγματα πραγματικών επιλογών που δεν συμφωνούν με τα αποτελέσματα της θεωρίας προσδοκώμενης χρησιμότητας είναι το παράδοξο του Allais (55) και το παράδοξο του Ellsberg (56)

Αξιολογικές θεωρίες οι οποίες χρησιμοποιούν τις προτιμήσεις των ατόμων για να εξάγουν αποτελέσματα συνεπή με αυτές είναι η θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας, όπου όμως η χρησιμοποιούμενη συνάρτηση χρησιμότητας είναι μη γραμμική (λαμβάνοντας υπ’ όψιν την αποστροφή προς το ρίσκο του αποφασίζοντα), και η γενίκευση της θεωρίας χρησιμότητας, η *Multi- Attribute Utility Theory (MAUT)* (57), (58), η οποία ασχολείται με πολυδιάστατα προβλήματα.

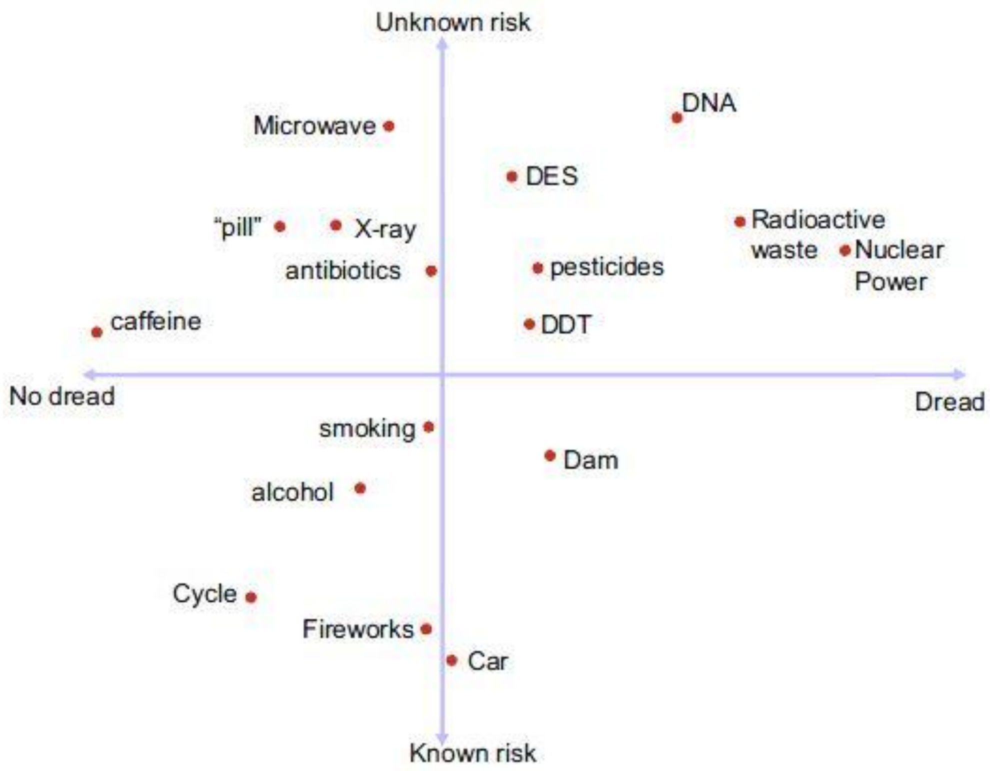
Όμως τι είδους πεποιθήσεις και για ποιες πτυχές των τεχνικών συστημάτων, που αφορούν την ασφάλεια, επηρεάζουν τις αποφάσεις των ατόμων και ποιες από αυτές έχουν ενσωματωθεί ή μπορούν να ενσωματωθούν σε αξιολογικές θεωρίες;

Μια λίστα τέτοιων πεποιθήσεων (47) παρουσιάζεται στη συνέχεια:

- η ακούσια έκθεση στο ρίσκο (όπως η έκθεση σε ρίσκο για τους κατοίκους περιοχών όπου πρόκειται να κατασκευαστεί μια βιομηχανική μονάδα), σε αντίθεση με δραστηριότητες όπως το ταξίδι με αυτοκίνητο ή μια αθλητική δραστηριότητα
- σπάνια αλλά καταστροφικά ατυχήματα (όπως αναφερθήκαμε διεξοδικά στο κεφάλαιο σχετικά με τη μέση τιμή ως μέτρο ρίσκου)
- αβεβαιότητα σχετικά με τις πιθανότητες ατυχήματος ή τις συνέπειες της έκθεσης
- έλλειψη προσωπικού ελέγχου στο αποτέλεσμα της έκθεσης, π.χ. σε περίπτωση κινδύνου, αν οι ικανότητες ή οι ενέργειες του εκτιθέμενου επηρεάζουν τις συνέπειες, όπως για έναν επιβάτη σε αεροπλάνο, εν αντιθέσει με έναν ποδηλάτη
- έλλειψη προσωπικής εμπειρίας της δραστηριότητας που ενέχει ρίσκο
- δυσκολία στη αντίληψη της έκθεσης στο ρίσκο (π.χ. η έκθεση σε ακτινοβολίες δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή με τις αισθήσεις και οφείλονται σε διαδικασίες που δεν είναι πλήρως κατανοητές από το κοινό)
- ετεροχρονισμένες συνέπειες από παρούσα έκθεση στο ρίσκο (έκθεση σε καρκινογόνες ουσίες
- ύπαρξη ομάδων του πληθυσμού που εκτίθενται περισσότερο στο ρίσκο, καθώς ένας κίνδυνος που απειλεί μία μεγαλύτερη ομάδα του

πληθυσμού μπορεί να είναι πιο αποδεκτός από έναν κίνδυνο που περιορίζεται σε μια μικρότερη ομάδα, παρόλο που οι προσδοκώμενες απώλειες μπορεί να είναι οι ίδιες

Στο παρακάτω σχήμα από το (59) αποτυπώνεται η αντίληψη του ρίσκου ορισμένων τεχνολογιών ως προς δύο παράγοντες: το εύρος και ο φόβος που προκαλεί το είδος των συνεπειών (στο σχήμα αναφέρεται ως *dread*) και η εμπειρία (ή οικειότητα) με την πηγή του ρίσκου (*unknown risk*).



σχήμα 11-Αντίληψη ρίσκου ως προς την εμπειρία και το φόβο που προκαλεί η πηγή του ρίσκου

Οι παρακάτω πεποιθήσεις έχουν ενσωματωθεί σε μοντέλα ή γενικότερα σε διαδικασίες για τη λήψη αποφάσεων σχετικές με την ασφάλεια:

- στο (60) περιγράφεται ένα πλαίσιο αποδεκτού ρίσκου όπου το επιτρεπόμενο ρίσκο στο οποίο εκτίθεται ένα άτομο από μία δραστηριότητα είναι ανάλογο του βαθμού εκούσιας ή ακούσιας συμμετοχής στη δραστηριότητα ή έκθεσης στο ρίσκο

- στο (32) μοντελοποιείται το βάρος που έχουν τα ατυχήματα με τις πιο σοβαρές συνέπειες στην τελική επιλογή μέσω της MAUT
- στα (61) και (62) παρουσιάζονται τρόποι με τους οποίους λαμβάνεται υπ' όψιν η αβεβαιότητα σχετικά με τις πιθανότητες και τις συνέπειες στις αναλύσεις ρίσκου
- η κατανομή του ρίσκου στον πληθυσμό και οι τρόποι με τους οποίους μπορεί να γίνει στάθμιση ανάμεσα στον αριθμό των εκτιθέμενων ατόμων και τον αριθμό των προσδοκώμενων απωλειών εξετάζονται στα (63), (64) και (65)

Όπως παρατηρούμε αυτού του είδους τα περιγραφικά στοιχεία χρησιμοποιούνται κυρίως ως κριτήρια για την αξιολόγηση της απόδοσης των εναλλακτικών επιλογών, μέσω αντίστοιχων μεταβλητών ή για τη θέσπιση ανώτατων επιπέδων ρίσκου.

Περιγραφικές θεωρίες απόφασης

Πέραν όμως αυτών των πεποιθήσεων που επηρεάζουν κυρίως τη δόμηση του προβλήματος απόφασης και των στόχων που τίθενται, έχει παρατηρηθεί ότι τα άτομα εφαρμόζουν γνωστικές διαδικασίες για την επεξεργασία των ζευγών πιθανοτήτων και συνεπειών οι οποίες είναι διαφορετικές από αυτές με τις οποίες συνθέτονται αυτά τα ζεύγη σύμφωνα με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας για την εξαγωγή της τελικής κατάταξης των εναλλακτικών. Ο επιστημονικός κλάδος που μελετά τον τρόπο με τον οποίο διαφέρουν οι ατομικές επιλογές σε σχέση με ότι ορίζει η θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας είναι τα **Συμπεριφορικά Οικονομικά (*Behavioral Economics*)**.

Τα Συμπεριφορικά Οικονομικά είναι ο κλάδος των οικονομικών που συνδυάζει τη γνωστική ψυχολογία με τα οικονομικά. Η γνωστική ψυχολογία, και γενικά οι γνωσιακές επιστήμες ασχολούνται με σύγχρονο επιστημονικό τρόπο με τη μελέτη της συμπεριφοράς και των νοητικών διεργασιών. Για τους γνωσιακούς επιστήμονες η συμπεριφορά προκαλείται από τις νοητικές διεργασίες που, όμως αλληλεπιδρούν και με το εξωτερικό περιβάλλον.

Τα εργαλεία της γνωστικής ψυχολογίας για την περιγραφή της συμπεριφοράς τα εκμεταλλεύτηκαν τις τελευταίες δεκαετίες οι συμπεριφορικοί οικονομολόγοι, στην προσπάθειά τους να προσδώσουν μια πιο ρεαλιστική εικόνα του μοντέλου της ανθρώπινης επιλογής. Συγκεκριμένα, χρησιμοποίησαν διάφορες γνωσιακές πειραματικές τεχνικές, θεωρίες και ιδέες για να αναπαράγουν μεγάλο μέγεθος πειραματικών δεδομένων, με τα οποία έδειξαν ότι τα άτομα δεν δρουν πάντα σύμφωνα με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας.

Επίσης η γνωστική ψυχολογία εισήγαγε στη μελέτη της συμπεριφοράς την έννοια των ευρετικών μεθόδων (*heuristics*). Οι ευρετικές μέθοδοι είναι οι απλοί και αυθόρμητοι νοητικοί κανόνες τους οποίους ακολουθούμε όταν καλούμαστε να πάρουμε μια απόφαση ή να επιλύσουμε ένα πρόβλημα. Αυτοί οι διαισθητικοί κανόνες μπορούν άλλοτε να μας βοηθήσουν στην ορθή λήψη αποφάσεων και άλλοτε να μας εμποδίσουν. Διάφοροι μελετητές , όπως θα δούμε στη συνέχεια, εστίασαν την έρευνά τους είτε στην πρώτη λειτουργία είτε στη δεύτερη.

Πρώτος ο Herbert Simon, ένας σπουδαίος γνωσιακός επιστήμονας, ανέπτυξε το 1957 τη θεωρία της «περιορισμένης ορθολογικότητας» (*bounded rationality*), στο πλαίσιο της έρευνάς του στον χώρο της βιομηχανικής οργάνωσης (για την οποία βραβεύτηκε με το Νόμπελ Οικονομικών). Σύμφωνα με τον Simon, οι άνθρωποι δεν ενεργούν σύμφωνα με το μοντέλο ορθολογικότητας της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας. Υπάρχουν σημαντικοί περιορισμοί στη δυνατότητα τους να αντιληφθούν πλήρως τις καταστάσεις, να αναλύσουν τα δεδομένα, να θυμηθούν γεγονότα και να σχεδιάσουν λύσεις στα προβλήματά τους. Προσπαθούν να επιτύχουν την ικανοποίηση τους προτιμήσεών τους, κάνοντας ότι καλύτερο μπορούν, δεδομένων αυτών των γνωστικών περιορισμών της ανθρώπινης φύσης. Η προσοχή τους στην πληροφόρηση, όμως, δεν είναι τέλεια, η σκέψη τους δεν είναι και τόσο ξεκάθαρη και πολλές φορές οι ενέργειες τους είναι ασυνεπείς. Έτσι, αυτό που επιτυγχάνουν στο τέλος είναι όχι η μεγιστοποίηση της συμπεριφοράς τους αλλά η αναζήτηση ικανοποιητικών έως ένα σημείο εναλλακτικών.

Ο Simon και οι συνεργάτες του θεωρούσαν ότι οι άνθρωποι μπορούν να επιλύουν δύσκολα προβλήματα του περιβάλλοντός τους με απλούς νοητικούς τρόπους. Για τον σκοπό αυτό κατασκεύασαν μοντέλα τεχνητής νοημοσύνης, για να δείξουν ποιες ευρετικές μεθόδους, δηλαδή ποιους αλγόριθμους, χρησιμοποιούν συστήματα που έχουν τέτοιες περιορισμένες υπολογιστικές ικανότητες για να επιλύσουν αποτελεσματικά τα διάφορα δύσκολα προβλήματα. Ο Simon, όμως, εκτός από αυτό το κριτήριο της «ικανοποιησιμότητας» (*satisficing*) το οποίο εισήγαγε, έκανε και μια άλλη σημαντική παρατήρηση. Θεωρούσε ότι η λήψη αποφάσεων είναι δυναμική διεργασία, κατά την οποία οι άνθρωποι προσπαθούν διαρκώς να προσαρμόζονται στο περιβάλλον γύρω τους, χρησιμοποιώντας τις διαδικασίες της μάθησης, την εφευρετικότητα και τη συνεχή εξέλιξη της σκέψης τους. Με λίγα λόγια ο Simon πίστευε ότι όταν μελετούμε την ανθρώπινη επιλογή, θα πρέπει πάντα να λαμβάνουμε υπόψη και να μελετούμε παράλληλα τη δομή του περιβάλλοντος της εκάστοτε επιλογής.

Λίγο αργότερα επιστήμονες όπως ο Daniel Kahneman και ο Amos Tversky, που επίσης βραβεύτηκαν με Νόμπελ για την ανάπτυξη του εναλλακτικού μοντέλου λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα, της *Prospect Theory* , αλλά και μαθητές τους όπως ο Richard Thaler, ανέπτυξαν πολύ περισσότερο τον κλάδο των συμπεριφορικών οικονομικών. Διεξάγοντας διάφορα ψυχολογικά πειράματα στα εργαστήριά τους, κατέληξαν σε εμπειρικά ευρήματα τα οποία διαψεύδουν εμπειρικά και ως ένα σημείο το μοντέλο της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας, δείχνοντας ότι τα άτομα χρησιμοποιούν ευρετικές μεθόδους που οδηγούν σε διαφόρων ειδών γνωστικές προκαταλήψεις.

Η ψυχολογική προσέγγιση που υιοθέτησαν οι συμπεριφορικοί οικονομολόγοι όπως ο Kahneman και ο Thaler, είναι αυτή του απλοϊκού μοντέλου των δύο συστημάτων σκέψης. Το Σύστημα 1 ή Αυτόματο Σύστημα είναι το διαισθητικό και γρήγορο και Σύστημα 2 ή Στοχαστικό Σύστημα είναι το συνειδητό και αργό. Οι άνθρωποι χρησιμοποιούν το Σύστημα 1 τον περισσότερο χρόνο της καθημερινής τους ζωής για να παίρνουν γρήγορες αποφάσεις, χωρίς την ανάγκη κατανάλωσης πολλής ενέργειας, προσοχής και υπολογισμού. Αντίθετα το Σύστημα 2 είναι υπεύθυνο για τις αποφάσεις που απαιτούν την προσοχή και τη σκέψη μας, και για αυτό καταναλώνει περισσότερη ενέργεια και χρόνο, και συνήθως οδηγεί σε ορθολογικές επιλογές. Από την άλλη καθώς το Σύστημα 1 αξιοποιεί κάποιες γνωστικές «παρακάμψεις», δηλαδή ευρετικές μεθόδους, για να μας διευκολύνει στο να πάρουμε γρήγορες αποφάσεις, αρκετά συχνά μας οδηγεί σε γνωστικές πλάνες και λανθασμένες επιλογές.

Τα κυριότερα φαινόμενα που παρατηρήθηκαν σχετικά με την ανθρώπινη επιλογή είναι:

- *Η ευρετική της διαθεσιμότητας (availability)*: όταν το άτομο αντιλαμβάνεται τις πιθανότητες ή τις συχνότητες κάποιου γεγονότος ή φαινομένου βάσει άμεσων και μεμονωμένων δεδομένων από την προσωπική του μνήμη και τα βιώματά του ή την εμπειρία του, δηλαδή σε πληροφορίες που είναι πιο εύκολα διαθέσιμες στη μνήμη του, χωρίς όμως να λαμβάνει υπόψη τους σωστούς στατιστικούς παράγοντες που επηρεάζουν την εμφάνιση του συγκεκριμένου γεγονότος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η πιθανότητα την οποία τα άτομα προσδίδουν στην εμφάνιση μιας νόσου ανάλογα με την προβολή που έχουν συγκεκριμένες περιπτώσεις από τα μέσα ενημέρωσης, παρόλο που υπάρχει ενημέρωση σχετικά τη συχνότητα εμφάνισης.
- *Η ευρετική της αντιπροσωπευτικότητας (representativeness):* όταν τα άτομα τείνουν να εκτιμούν την πιθανότητα ή τη συχνότητα ενός γεγονότος βάσει του βαθμού στον οποίο το γεγονός αντιπροσωπεύεται τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή και του βαθμού συνάφειας με τα διαθέσιμα δεδομένα. Επίσης η αντιπροσωπευτικότητα συνδέεται με την τάση των ατόμων να μην συνυπολογίζουν προηγούμενες στατιστικές πληροφορίες, όταν εκτιμούν πιθανότητες, σε αντίθεση με το θεώρημα Bayes.

- *Η επίδραση του πλαισίου (framing effect)*: όταν η λήψη αποφάσεων και ο υπολογισμός πιθανοτήτων επηρεάζονται καταλυτικά από τον τρόπο που πλαισιώνεται η εκάστοτε επιλογή ή το πρόβλημα. Παραδείγματος χάρη η πρόταση « 3 στους 10 οδηγούς που χρησιμοποιούν τη συγκεκριμένη οδική αρτηρία μπορεί να εμπλακούν σε ατύχημα» έχει διαφορετικά επίδραση από την ίδια πρόταση διατυπωμένη ως εξής: « το 70% των οδηγών δεν διατρέχουν κίνδυνο όταν χρησιμοποιούν τη συγκεκριμένη οδική αρτηρία».
- *Ύπαρξη του status quo*: τα άτομα αξιολογούν τις συνέπειες μιας επιλογής ως κέρδη ή ζημίες σε σύγκριση με ένα σημείο αναφοράς· το status quo. Επομένως εν αντιθέσει με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας, όπου σημασία έχει το απόλυτο επίπεδο των συνεπειών και οπότε οι συνέπειες αντιστοιχίζονται σε τιμές στο διάστημα [0,1] με το 0 για τη χειρότερη συνέπεια και 1 για την καλύτερη, οι άνθρωποι τείνουν να αποφασίζουν βάσει διαφορών ως προς το status quo.
- Με τα δύο παραπάνω φαινόμενα συνδέεται η *επίδραση της αγκύρωσης* (*anchoring effect*).
- Αποστροφή προς τη ζημία (*loss aversion*): έχει βρεθεί ότι οι άνθρωποι τείνουν να δίνουν περισσότερο βάρος στην αποφυγή απωλειών παρά στην επιδίωξη κερδών. Επομένως τα άτομα είναι προθυμότερα να αναλάβουν μεγαλύτερο ρίσκο για να αποφύγουν μεγαλύτερες απώλειες, παρά να επαναπαυτούν με σχετικά μικρότερες αλλά βέβαιες απώλειες
- Με την αποστροφή προς τη ζημία συνδέεται η *επίδραση της κτήσης* (*endowment effect*) που περιγράφει την τάση των ατόμων να αξιολογούν κάτι που τους ανήκει περισσότερο από την τιμή που θα προσφέρανε για να το αποκτήσουν εάν δεν τους ανήκε εξαρχής.
- Η *μεροληψία της επιβεβαίωσης* (*confirmation bias*), σύμφωνα με την οποία τα άτομα προσέχουν, αναζητούν, ερμηνεύουν και αξιολογούν τις πληροφορίες επιλεκτικά, ώστε να ταιριάζουν με τις υπάρχουσες πεποιθήσεις τους, τις αντιλήψεις και τις προσδοκίες. Αυτό σημαίνει ότι τα άτομα είναι επιρρεπή στο να αναζητούν αποδείξεις που επιβεβαιώνουν μια αρχική υπόθεση, αλλά να θεωρούν αναξιόπιστα τα στοιχεία που τη διαψεύδουν. Παράδειγμα είναι η υπερβολική αυτοπεποίθηση σε τιμές ενδείξεων, η οποία μας οδηγεί στην υποτίμηση των διαστημάτων εμπιστοσύνης στα οποία οι εκτιμήσεις μας θα ισχυροποιηθούν (π.χ. για να συνδυάσουμε το «καλύτερο» σενάριο με το «πιθανότερο»).

- *Υπεραισιοδοξία* (*over optimism*): όταν το άτομο υπερεκτιμά μελλοντικά αποτελέσματα ως θετικά, με αποτέλεσμα να διακινδυνεύει περισσότερο.
- Η *μεροληψία της εκ των υστέρων γνώσης* (*hindsight bias*), η οποία μας οδηγεί να θεωρήσουμε ότι τα γεγονότα έχουν μεγαλύτερες πιθανότητες να συμβούν, όταν πια έχουν ήδη συμβεί (εκ των υστέρων) και όχι πριν συμβούν (εκ των προτέρων).
- Η *συμπεριφορά της αγέλης* (*herd behavior*): όταν το άτομο τείνει να κάνει αυτό που βλέπει ότι κάνουν οι άλλοι, χωρίς να χρησιμοποιεί τη δική του πληροφόρηση ή κρίση, ή αλλιώς τείνει να παραιτείται της δικής του ευθύνης, όταν βρίσκεται μέσα στο πλήθος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο αδικαιολόγητος (αλλά ανατροφοδοτούμενος) πανικός που παρατηρείται σε ορισμένες αγορές.
- Η *πλάνη του* μη *ανακτήσιμου κόστους* (*sunk cost fallacy*): όταν κάποιος συνεχίζει να κάνει κάτι επιζήμιο (ενώ γνωρίζει ότι έχει και θα τον συνέφερε να σταματήσει), μόνο και μόνο επειδή έχει επενδύσει ήδη χρήμα, προσπάθεια ή χρόνο. Αυτός είναι ο λόγος που τα άτομα εξακολουθούν να στηρίζουν κακές ή αποτυχημένες επιλογές που έχουν κάνει. Το φαινόμενο μπορεί να συνδεθεί και με την αποστροφή προς τη ζημία όπως και με την ύπαρξη του status quo και την αξιολόγηση των συνεπειών ως κέρδη και ζημίες ως προς αυτό (66).
- Η *πλάνη των συνδυασμών (ή του μη συνδυασμού)*, η οποία σημαίνει πως έχουμε την τάση να υπερεκτιμούμε την πιθανότητα ότι π.χ. επτά γεγονότα , που 90% πιθανότητα να συμβούν το καθένα από αυτά, θα συμβούν όλα, ενώ υποτιμούμε την πιθανότητα ότι θα συμβεί *τουλάχιστον ένα* από τα επτά γεγονότα καθένα από τα οποία έχει 10% πιθανότητα να συμβεί.
- Η *επίδραση της μόλυνσης*, σύμφωνα με την οποία επιτρέπουμε σε άσχετες αλλά χρονικά εφαπτόμενες πληροφορίες να επηρεάσουν μια κατάσταση.
- *Υπερβολοειδής προεξόφληση (hyperbolic discounting)*: σε αποφάσεις όπου οι συνέπειες εμφανίζονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, η τάση των ατόμων να αντιδρούν περισσότερο στην μετατόπιση κατά μία χρονική περίοδο των συνεπειών που βρίσκονται πιο κοντά χρονικά από ότι στην ίδια χρονική μετατόπιση συνεπειών που θα συμβούν αργότερα. Αυτού του είδους το φαινόμενο μπορεί να επηρεάσει ένα άτομο όταν πρέπει να επιλέξει μεταξύ εναλλακτικών που περιλαμβάνουν αρχικές επενδύσεις και μελλοντικά κόστη, όπως η επιλογή ανάμεσα στην επένδυση σε πιο ακριβές αλλά πιο

ενεργειακά αποδοτικές συσκευές και σε πιο φθηνές αλλά ενεργοβόρες.

- *Επίδραση της προέλευσης της αβεβαιότητας (source dependence)*: η προτίμηση των ατόμων να στοιχηματίσουν σε ένα αβέβαιο γεγονός δεν εξαρτάται μόνο από το βαθμό της αβεβαιότητας (δηλαδή από την μορφή της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας) αλλά και από την προέλευση της αβεβαιότητας. Π.χ. τα άτομα προτιμούν να στοιχηματίσουν σε ένα δοχείο που περιέχει σε ίσους αριθμούς κόκκινα και πράσινα σφαιρίδια από ότι σε ένα δοχείο που περιέχει κόκκινα και πράσινα σφαιρίδια σε άγνωστες αναλογίες (56). Η περίπτωση αυτή είναι γνωστή και ως *αποστροφή προς την αμφιβολία (ambiguity aversion)*, δηλαδή η προτίμηση για καταστάσεις όπου οι πιθανότητες των ενδεχομένων είναι γνωστές σε σχέση με καταστάσεις όπου είναι άγνωστες ή αβέβαιες. Όμως έχει δειχθεί σε έρευνες (67) ότι οι άνθρωποι συχνά προτιμούν να στοιχηματίσουν σε ένα γεγονός στο τομέα των γνώσεών τους παρά σε ένα γεγονός με γνωστές πιθανότητες, παρά το ότι στο πρώτο οι πιθανότητες είναι ασαφείς και στο δεύτερο γνωστές.

Αναφερθήκαμε στα παραπάνω στοιχεία με την προοπτική να εξετάσουμε ποια από αυτά εκφράζουν πράγματι τις προτιμήσεις των ατόμων και επομένως είναι κατάλληλα για ενσωμάτωση σε μια αξιολογική θεωρία και ποια από αυτά συνιστούν απλώς συστηματικά λάθη και μεροληψίες στην πορεία λήψης μιας απόφασης.

Status quo: σε αρκετές μελέτες κόστους- οφέλους ή ρίσκου- οφέλους (*cost-benefit analysis, risk- benefit analysis*) οι αναλυτές χωρίζουν τις συνέπειες σε θετικές και αρνητικές ή σε βελτιώσεις και ζημίες βάσει ενός σημείου αναφοράς, το οποίο μπορεί να είναι η μια κατάσταση αναφοράς στο παρελθόν ή η παρούσα κατάσταση (68). Σε πολλές μελέτες μπορεί να είναι και δύσκολο να εξαχθεί το όφελος ή το κόστος εκφρασμένα σε απόλυτα επίπεδα. Επομένως το status quo είναι ένα στοιχείο το οποίο έχει ενσωματωθεί ήδη σε μελέτες. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι να είναι σαφώς ορισμένο, καθώς διαφορετικά σημεία αναφοράς μπορεί να επηρεάζουν τη διαμόρφωση της τελικής επιλογής (69). Π.χ. κατά την αξιολόγηση μιας πετρελαιοκηλίδας ή άλλης περιβαλλοντικής καταστροφής, οι άνθρωποι ενδέχεται να θεωρήσουν το περιβάλλον χωρίς την πετρελαιοκηλίδα ως το σημείο αναφοράς και να αποτιμήσουν την πετρελαιοκηλίδα ως ζημία και την αποκατάσταση ως μείωση της ζημίας. Σε αντίθεση, σε ένα αστικό περιβάλλον, όπου η ατμόσφαιρα είναι επιβαρυμένη για πολλά χρόνια, κατά την αξιολόγηση ενός προγράμματος αναβάθμισης της ποιότητας του αέρα, ως σημείο αναφοράς θα μπορούσε να θεωρηθεί από τους πολίτες η παρούσα κατάσταση και όχι η κατάσταση του περιβάλλοντος χωρίς τη μόλυνση, όπως στην πρώτη περίπτωση.

Αποστροφή προς τη ζημία (loss aversion): η αποστροφή προς τη ζημία συνεπάγεται ότι ο αποφασίζοντας μπορεί να επιλέξει ένα αβέβαιο γεγονός με πιθανότητα ενός συγκεκριμένου ύψους απωλειών σε σχέση με ένα γεγονός το οποίο συνεπάγεται μικρότερες απώλειες αλλά με βεβαιότητα. Για να γίνει πιο κατανοητό αυτό παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα από το (45 σ. 209):

Θεωρούμε ένα υποθετικό παράδειγμα όπου πρέπει να επιλεχθεί μία από δύο τεχνολογίες (π.χ. δύο διαφορετικές τεχνολογίες για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας). Η πρώτη με πιθανότητα 0,99 δεν θα προκαλέσει καμία απώλεια και με πιθανότητα 0,01 θα προκαλέσει 10.000 απώλειες. Η δεύτερη είναι βέβαιο ότι θα προκαλέσει 100 απώλειες. Εάν η επιλογή είναι να γίνει μόνο μία φορά, τότε θα πρέπει να σταθμιστεί η μεγάλη πιθανότητα η πρώτη εναλλακτική (η αβέβαιη επιλογή) θα είναι καλύτερη (καθώς θα σωθούν 100 ζωές) έναντι της μικρής πιθανότητας να είναι καταστροφική (να υπάρξουν 900 περισσότερες απώλειες, σε σχέση με τη βέβαιη εναλλακτική).

Ένα μοντέλο με αποστροφή προς τη ζημία θα επιδείκνυε την αβέβαιη επιλογή, κάτι με το οποίο θα συμφωνούσε μεγάλο μέρος της κοινωνίας, καθώς το ενδεχόμενο να υπάρξουν βέβαιες απώλειες είναι σίγουρα αποτρεπτικό. Ένα παρόμοιο πρόβλημα είναι και η επιλογή ανάμεσα στη πρώτη τεχνολογία του προηγούμενου παραδείγματος και σε μια τεχνολογία με επίσης αβέβαιες απώλειες αλλά με μικρότερη μέση τιμή απωλειών και πολύ μικρότερη διακύμανση, κατάσταση η οποία είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα, από ότι επιλογές με βέβαιες απώλειες.

Συνοψίζοντας μπορούμε να πούμε ότι οι επιλογές αποτελούνται από στοιχεία τα οποία είναι σύμφωνα με τις προτιμήσεις των ατόμων και επομένως λειτουργούν προς όφελός τους και από στοιχεία τα οποία συνιστούν λάθη στη διαδικασία επιλογής.

Μια προσέγγιση για να ξεχωρίσουμε ποια από τα παρατηρηθέντα φαινόμενα είναι σύμφωνα με τις προτιμήσεις και θα μπορούσαν να μοντελοποιηθούν σε αξιολογικές θεωρίες και ποια αποτελούν πλάνες ή μεροληψίες είναι να παρουσιάσει ο αναλυτής όσα στοιχεία των επιλογών θεωρεί ότι είναι ασυνεπή στον αποφασίζοντα και να τον ενημερώσει σχετικά με το βαθμό που αποκλίνουν οι αποφάσεις του από τα κανονιστικά μοντέλα. Όσα στοιχεία ο αποφασίζοντας αναγνωρίσει ότι θα ήθελε να τα τροποποιήσει τότε αυτά θα μπορούν να θεωρηθούν ως συστηματικά λάθη (45).

Σε ένα διάσημο παράδειγμα, όταν ο Allais ζήτησε από τον Savage, τον θεμελιωτή της SEUT, να κάνει τις δύο επιλογές του προβλήματος μέσω του οποίου επιδεικνύεται *το παράδοξο του Allais*, ο Savage ακολούθησε το σύνηθες μοτίβο, παραβιάζοντας τα αξιώματα της θεωρίας προσδοκώμενης χρησιμότητας που ο ίδιος είχε θέσει. Όταν ο Allais τον πληροφόρησε σχετικά, ο Savage αποφάσισε ότι είχε κάνει λάθος και άλλαξε τις απαντήσεις του (48), (45).

Θα πρέπει πάντως να επισημάνουμε ότι το γεγονός ότι κάποια από τα στοιχεία της ανθρώπινης συμπεριφοράς δεν συμφωνούν με τα αξιώματα της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας δεν συνεπάγεται ότι συνιστούν οπωσδήποτε στοιχεία ανορθολογικότητας του αποφασίζοντα. Αντιθέτως ενδέχεται να προκύπτουν λόγω ατελειών ή υπεραπλουστεύσεων στα μοντέλα ή στις τεχνικές μέτρησης (68).

Χρήσεις των περιγραφικών θεωριών

Η παραπάνω θεώρηση έγινε από την προοπτική μιας αξιολογικής θεωρίας, η οποία θεωρία έχει σκοπό να υποδείξει την πιο κατάλληλη επιλογή. Όμως σε πολλές περιστάσεις είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε ποια είναι η σωστή επιλογή αλλά πως πράγματι συμπεριφέρονται οι άνθρωποι, δηλαδή να εκμεταλλευτούμε τη δύναμη πρόβλεψης των περιγραφικών θεωριών.

Αυτό συμβαίνει γιατί τα μέτρα ελέγχου ρίσκου εφαρμόζονται σε συστήματα όπου τα άτομα αλληλεπιδρούν με τα τεχνικά υποσυστήματα και επομένως για να προσδιοριστούν με έναν βαθμό ακρίβειας οι συνέπειες από την υιοθέτηση του μέτρου θα πρέπει να προβλεφθεί η συμπεριφορά των ατόμων κάτω από τις συνθήκες που επιβάλλει η εφαρμογή του μέτρου.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το γεγονός ότι η επιβολή τεχνικών βελτιώσεων στα αυτοκίνητα οδήγησε σε μικρότερη μείωση των τραυματισμών από την αναμενόμενη λόγω του ότι οδηγοί ανταποκρίθηκαν με το να οδηγούν πιο απρόσεκτα (70). Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό και ως Συμπεριφορική Προσαρμογή (***Behavioral Adaptation***). Πρόκειται για την τάση των χειριστών τεχνικών συστημάτων, όταν αισθάνονται ότι τα μέτρα ασφαλείας είναι υπεραρκετά και υψηλής αξιοπιστίας να προσαρμόζουν τη συμπεριφοράς τους σε αυτά και να γίνονται λιγότερο προσεκτικοί από ότι σε άλλη περίπτωση. Το φαινόμενο αυτό έχει επισημανθεί σε εξαιρετικά ασφαλή μεταφορικά συστήματα όπως αυτό των σιδηροδρόμων στη Νορβηγία (71).

Συναφές φαινόμενο είναι και αυτό του ***Moral Hazard***, το οποίο στο πεδίο των οικονομικών και της ασφάλισης συνίσταται στην τάση των ατόμων να διακινδυνεύουν περισσότερο όσον αφορά την προσωπική τους ασφάλεια είτε την περιουσία τους αφότου συνάψουν το αντίστοιχο ασφαλιστήριο συμβόλαιο (72).

Ένα άλλο ενδιαφέρον παράδειγμα εφαρμογής περιγραφικής θεωρίας, που σχετίζεται αυτή τη φορά με διαχείριση δικτύων μεταφορών, είναι η πρόβλεψη της ανταπόκρισης των οδηγών στα οδικά δίκτυα στα πληροφορίες που δέχονται σχετικά με την κυκλοφοριακή συμφόρηση από τις ηλεκτρονικές πινακίδες στους δρόμους. Έχει βρεθεί (73) ότι η συμπεριφορά των οδηγών μπορεί να περιγραφεί από θεωρίες όπως η Prospect Theory, κάτι το οποίο μπορεί να βοηθήσει στην καλύτερη διαχείριση του δικτύου. Η εφαρμογή παρόμοιων μεθόδων στις θαλάσσιες μεταφορές θα ήταν ενδιαφέρουσα, με απώτερο σκοπό να προβλεφθούν οι συνθήκες που συμβάλουν στα ατυχήματα, για τα οποία ένας από τους κύριους παράγοντες είναι ο ανθρώπινος, κάτι που θα οδηγήσει στην καλύτερη πρόληψή τους.

Όπως μπορούμε να συμπεράνουμε η εφαρμογή μέτρων ελέγχου ρίσκου δεν έχει πάντοτε τα αναμενόμενα αποτελέσματα και συνέπειες λόγω της μη αναγνώρισης της επίδρασης της ανθρώπινης συμπεριφοράς στο αποτέλεσμα. Αυτό το γεγονός κάνει απαραίτητη τη ακρίβεια πρόβλεψης των περιγραφικών θεωριών, ειδικά σε ένα πεδίο όπως αυτό της επίδρασης του **Ανθρώπινου Παράγοντα**, για την εκτίμηση εκ των προτέρων των συνεπειών, ώστε με την καλύτερη πληροφόρηση να λαμβάνονται οι κατάλληλες αποφάσεις.

Μελέτη της αποτίμησης των συνεπειών με τη βοήθεια περιγραφικών θεωριών

Η λήψης μιας απόφασης σχετικά με την ασφάλεια απαιτεί κάποιες φορές πληροφορίες σχετικά με τις προτιμήσεις των εκτιθέμενων ατόμων ως προς τους πόρους που διατίθενται να ξοδέψουν για τη μείωση του ρίσκου. Για τη διευκόλυνση της σύγκρισης του κόστους καθώς και της κατεύθυνσης και της έντασης των προτιμήσεων, οι αναλυτές αποτιμούν τα οφέλη όπως η υγεία και η βελτίωση του περιβάλλοντος σε χρηματικούς όρους στο εύρος, που αυτό είναι δυνατό, και τα προεξοφλούν ώστε να αντανακλούν τις χρονικές προτιμήσεις. Καθώς, συχνά τέτοια αγαθά δεν αγοράζονται και πωλούνται σε αγορές, οι αναλυτές εκτιμούν την αξία τους βασιζόμενοι σε μελέτες αποκαλυπτόμενων (*revealed-preference*) και δηλωμένων (*stated-preference*) προτιμήσεων. Οι αναλύσεις αυτές βασίζονται στην ατομική συμπεριφορά ή σε δηλώσεις επιλογών στο πλαίσιο ερωτηματολόγιων για την εκτίμηση των χρηματικών αξιών των μη αγοραίων αγαθών. Συγκεκριμένα οι revealed-preference μελέτες χρησιμοποιούν δεδομένα από συναλλαγές ή από παρατηρούμενες συμπεριφορές για να εκτιμήσουν την αξία των σχετικών μη αγοραίων αγαθών. Οι stated-preference μελέτες περιλαμβάνουν συνεντεύξεις στις οποίες οι ερωτώμενοι απαντούν σχετικά με το πώς θα συμπεριφέρονταν σε μια υποθετική αγορά.

Τα δύο κύρια μεγέθη που εξάγονται από αυτές τις μελέτες είναι η *Willingness-to-Pay (WTA)* και η *Willingness-to-Accept (WTA)*. Όσον αφορά πολιτικές βελτίωσης, η WTP αντιπροσωπεύει το μέγιστο χρηματικό ποσό που ένα άτομο είναι διατεθειμένο να δώσει σε αντάλλαγμα για τη βελτίωση (π.χ. για μια μείωση στο ρίσκο από μια ρύθμιση που μειώνει την ατμοσφαιρική ρύπανση). Η WTA αντιπροσωπεύει το ελάχιστο χρηματικό ποσό που ένα άτομο είναι διατεθειμένο να δεχθεί για να απολέσει την ευκαιρία της βελτίωσης. Σε αυτήν την περίπτωση οι WTP, WTA είναι γνωστές και ως *compensating variations*. Στην περίπτωση που το άτομο επιβαρύνεται λόγω μιας συγκεκριμένης πολιτικής, η WTP είναι το μέγιστο χρηματικό ποσό που το άτομο είναι διατεθειμένο να δώσει για να αποφύγει την επιβάρυνση και η WTA το ελάχιστο χρηματικό ποσό που το άτομο απαιτεί για να δεχθεί την επιβάρυνση και σε αυτήν την περίπτωση τα μεγέθη των WTP και WTA είναι γνωστά και ως *equivalent variations* (74).

Σύμφωνα με τις κανονιστικές θεωρίες οι τιμές των WTP και WTA θα πρέπει να είναι περίπου ίδιες εκτός και εάν τα ποσά είναι τόσο μεγάλα ώστε να υπάρχει η επίδραση του εισοδήματος (*income effect*) (δηλαδή καθώς η WTP αυξάνεται, το μέγεθος της γίνεται συγκρίσιμο με την προσωπική περιουσία, οπότε και η χρησιμότητα της κατανάλωσης (consumption) που χάνεται αυξάνεται). Όμως εν αντιθέσει με τα θεωρητικά αποτελέσματα, μελέτες έχουν δείξει ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ WTP και WTA (74). Πρόκειται για στοιχεία που προέρχονται από stated-preference μελέτες και πειράματα καθώς στις revealed-preference μελέτες δεν γίνεται διάκριση μεταξύ WTP και WTA. Αυτό συμβαίνει επειδή τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται στις revealed-preference μελέτες (όπως αυτά που εξετάζουν τη στάθμιση μισθών και ρίσκων για την εκτίμηση των πολιτικών μείωσης του ρίσκου απωλειών) εξάγουν ως αποτελέσματα σημειακές εκτιμήσεις της διαφορικής WTP που βασίζονται σε συνθήκες ισορροπίας (*equilibrium conditions*). Για να ανιχνευθούν αποκλίσεις ανάμεσα σε WTP και WTA απαιτείται πληροφόρηση σχετικά με διακριτές αλλαγές στις τιμές τους (75).

Το φαινόμενο αυτό μπορεί να ερμηνευθεί σύμφωνα με τα ευρήματα των περιγραφικών θεωριών ως εξής: οι κύριοι παράγοντες που το επηρεάζουν είναι η αποστροφή προς τη ζημία (*loss aversion*) και η επίδραση της κτήσης (*endowment effect*). Η αποστροφή προς τη ζημία εξηγεί το ότι τα άτομα θα αποτιμήσουν την αλλαγή περισσότερο όταν αξιολογείται ως ζημία παρά όταν αξιολογείται ως βελτίωση από το επίπεδο αναφοράς. Επομένως όταν το επίπεδο αναφοράς είναι το ισχύον status quo , η WTP για μια βελτίωση θα είναι μικρότερη από την WTA για μία ζημία ίσου μεγέθους (76).

Περαιτέρω διερεύνηση, με τη βοήθεια των ευρημάτων των περιγραφικών θεωριών, των λόγων για τους οποίους οι WTP και WTA αποκλίνουν θα ήταν χρήσιμη, καθώς τα μεγέθη αυτά παίζουν σημαντικό ρόλο στα τελικά αποτελέσματα των Benefit-Cost Analyses. Η έρευνα θα μπορούσε να κατευθυνθεί προς τη διερεύνηση του μεγέθους της διαφοράς των δύο αυτών μεγεθών και για διάφορα είδη συνεπειών. Στο εντωμεταξύ οι αναλυτές θα μπορούσαν να χρησιμοποιούν αναλύσεις ευαισθησίας ως προς τις τιμές των WTP και WTA, για να ελέγχουν την επίδραση στα τελικά αποτελέσματα.

Εποικοδομητικά (*constructive*) μοντέλα αποφάσεων

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε μια ξεχωριστή κατηγορία μοντέλων, γνωστά και ως εποικοδομητικά (*constructive*) μοντέλα αποφάσεων, τα οποία έχουν αναπτυχθεί βάσει της έννοιας της «οικολογικής ορθολογικότητας».

Η έννοια της «οικολογικής ορθολογικότητας»

Τα συμπεριφορικά οικονομικά έχουν δεχθεί κριτική από τη ψυχολογία και τις υπόλοιπες επιστήμες της συμπεριφοράς, οι οποίες εστιάζουν κυρίως στη θετική πλευρά των ευρετικών μεθόδων. Εξετάζουν, δηλαδή, τις περιπτώσεις που ο νους μας χρησιμοποιεί αποτελεσματικά τους διάφορους ευρετικούς μηχανισμούς που διαθέτει, σε συνδυασμό με το περιβάλλον, για να λάβει αποτελεσματικές και ωφέλιμες αποφάσεις.

Σύμφωνα με τους επικριτές των συμπεριφορικών οικονομικών, η αρχική ιδέα του Herbert Simon για τη μελέτη της ανθρώπινης ορθολογικότητας, ότι δηλαδή πρέπει πάντα να εξετάζουμε την επιλογή σε σχέση με το περιβάλλον στο οποίο αυτή λαμβάνεται, αγνοήθηκε από τους συμπεριφορικούς οικονομολόγους, καθώς αυτοί εστίασαν στο να συγκρίνουν τη συμπεριφορά των ατόμων με το μοντέλο της τέλειας ορθολογικότητας των οικονομικών και να δείξουν ότι δεν σκέπτονται και δεν αποφασίζουν σύμφωνα με τους νόμους των πιθανοτήτων μια τη θεωρία της μεγιστοποίησης της χρησιμότητας.

Η ευρύτερη έννοια της «οικολογικής ορθολογικότητας» ποικίλλει και έχει αναπτυχθεί, κάπως ανεξάρτητα, από αρκετούς ερευνητές στον χώρο της λήψης αποφάσεων και της επίλυσης προβλημάτων, όπως τα πειραματικά οικονομικά, οι συμπεριφορικές επιστήμες, η θεωρία παιγνίων, η ψυχολογία, οι γνωσιακές επιστήμες και η τεχνητή νοημοσύνη. Οι προσεγγίσεις αυτές της «οικολογικής ορθολογικότητας» υιοθετούν διάφορες μεταξύ τους υποθέσεις, χρησιμοποιούν ποικίλες ισχυρές πειραματικές μεθοδολογίες και έχουν συνεισφέρει αποτελεσματικά στη συζήτηση της ορθολογικότητας στα οικονομικά και τις υπόλοιπες κοινωνικές επιστήμες, προσφέροντας εναλλακτικές θεωρίες ορθολογικότητας. Το κοινό χαρακτηριστικό που μοιράζονται είναι ότι ασπάζονται τις βασικές αρχές της εξελικτικής θεωρίας και συγκεκριμένα την αντίληψη ότι η συμπεριφορά είναι πάντα σχετική με το περιβάλλον, επομένως η διαδικασία λήψης αποφάσεων προσαρμόζεται στους εκάστοτε περιορισμούς του περιβάλλοντος, είτε ως μηχανισμός που επιλέχθηκε από την εξέλιξη είτε ως ικανότητα που αποκτήθηκε από την μάθηση και την εμπειρία, ή και τα δύο. Το δεύτερο κοινό χαρακτηριστικό αυτών των προσεγγίσεων είναι ότι ασκούν άμεση κριτική στις υποθέσεις και τα ευρήματα των συμπεριφορικών οικονομικών.

Διάφοροι ερευνητές θεωρούν ότι είναι λάθος να μελετάμε την ανθρώπινη συμπεριφορά σε σύγκριση με τα μοντέλα αριστοποίησης, όπως κάνουν τα συμπεριφορικά οικονομικά, ενώ ο απλός εντοπισμός λαθών στη συμπεριφορά δεν βοηθάει αν δεν συνοδεύεται από ολοκληρωμένη γνωσιακή θεωρία, που να εξηγεί γιατί, πότε και πώς εμφανίζονται αυτά τα λάθη. Αντίθετα, θα πρέπει να διαπιστώσουμε πώς οι άνθρωποι επεξεργάζονται τις πληροφορίες από το περιβάλλον τους και πως επιλύουν προβλήματα. Θα πρέπει, δηλαδή, να μελετάμε και να αναλύουμε τη δομή των ευρετικών, τη δομή του περιβάλλοντος και τη μεταξύ τους συσχέτιση. Ο άνθρωπος εξελίχθηκε ώστε να έχει τη δυνατότητα να προσαρμόζει τη συμπεριφορά του στις ανάγκες του περιβάλλοντός του (φυσικού και κοινωνικού)και να μπορεί είτε να αλλάζει τη συμπεριφορά του είτε να αλλάζει το περιβάλλον του αν χρειάζεται.

Σε αυτές τις περιπτώσεις, λοιπόν, οι ευρετικές μέθοδοι μελετώνται ως νοητικοί αλγόριθμοι –γρήγοροι, απλοί και αποτελεσματικοί μηχανισμοί που έχουν τη μορφή «κανόνων», αποτελούν, δηλαδή, εργαλεία εξοικονόμησης ενέργειας, τα οποία λειτουργούν σε περίπλοκα περιβάλλοντα απόφασης με άπειρες εναλλακτικές και σε συνθήκες περιορισμένου χρόνου και ενέργειας. Αυτοί οι απλοί αλγόριθμοι «εκμεταλλεύονται» τις ικανότητες του νου και αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον, βοηθώντας μας στην αποτελεσματικότερη επίλυση προβλημάτων.

Αυτή η ικανότητα έχει ονομαστεί «οικολογική ορθολογικότητα» (*ecological rationality*). Όταν λοιπόν μελετάμε την ορθολογικότητα, είναι χρήσιμο να εξετάζουμε τους εξής παράγοντες:

- τον συγκεκριμένο στόχο του προβλήματος
- τα μέσα που διαθέτουμε για να το επιλύσουμε και
- το πλαίσιο που περιβάλλει το πρόβλημα.

Δεν υπάρχει γενικός «ορθολογικός» τρόπος να λυθούν όλα τα προβλήματα αλλά πάντοτε ο τρόπος είναι «εξελικτικά ορθολογικός», δηλαδή προσαρμοσμένος στο εκάστοτε παρελθοντικό και τωρινό περιβάλλον με το οποίο το άτομο αλληλοεπιδρά.

Είναι πράγματι ο ανθρώπινος νους γεμάτος ανορθολογικότητες και προκαταλήψεις, έτοιμος να προβεί σε συστηματικά λάθη στις περιπτώσεις που πρέπει να κάνει μια επιλογή σε συνθήκες αβεβαιότητας; Πολύ συχνά σε αυτές τις περιπτώσεις αυτό που συμβαίνει είναι ότι τα λάθη δεν βρίσκονται στον ανθρώπινο νου αλλά στο μοντέλο που χρησιμοποιούνε για να τον εξετάσουμε (44), (68). Οι κανόνες της τυπικής λογικής και των μαθηματικών είναι πολύ εκλεπτυσμένα επιτεύγματα της ανθρώπινης διανόησης και ισχυρά εργαλεία για την περαιτέρω προώθηση της επιστημονικής σκέψης. Δεν είναι όμως πάντα κατάλληλα για να ελέγξουμε την εμπειρική συλλογιστική των ατόμων, όταν χρειάζεται να κάνουν καθημερινές και πολλές φορές αυτόματες επιλογές σε συγκεκριμένα περιβάλλοντα.

Outranking μοντέλα

Το σημείο εκκίνησης για τα *outranking* μοντέλα είναι η έκδηλη αναγνώριση ότι οι ατομικές προτιμήσεις δεν είναι ούτε σταθερές ούτε επακριβώς προσδιορισμένες. Γενικώς τέτοιου είδους προτιμήσεις αναμένονται να μην είναι πλήρως σχηματισμένες αλλά επίσης να είναι και μεταβλητές ως προς το χρόνο και το πλαίσιο του προβλήματος. Η βασική αυτή υπόθεση προέρχεται από την ερεύνα στο γνωστικό πεδίο της μελέτης της ανθρώπινης συμπεριφοράς και συγκεκριμένα από την έννοια της περιορισμένης ορθολογικότητας (*bounded rationality*) που προτάθηκε από τον Herbert Simon. Σύμφωνα με αυτήν αντίληψη οι μέθοδοι *outranking* δεν επιχειρούν να αναπτύξουν ένα μοντέλο που να αντιμετωπίζει φορμαλιστικά όλο το πρόβλημα απόφασης αλλά το κύριο βάρος πέφτει στην καθοδήγηση της δόμησης των προτιμήσεων του αποφασίζοντος. Σκοπός είναι η κατασκευή ενός νέου, συνεχώς εξελισσόμενου μοντέλου της πραγματικότητας, δηλαδή μίας πραγματικότητας εξαρτώμενης από το πλαίσιο του προβλήματος, η οποία δεν είναι μονάχα μια περιγραφή της υποκείμενων βεβαιοτήτων αλλά το αποτέλεσμα μιας δομημένης προσέγγισης μάθησης, ανεπτυγμένης μέσω της διαδικασίας λύσης ολόκληρου του προβλήματος (43).

Τα πιο βασικά *outranking* μοντέλα είναι η οικογένεια μεθόδων *ELECTRE* (*Elimination and Choice Translating Reality*), που περιλαμβάνει τα μοντέλα ELECTRE I, II, III και IV (77).

Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά τους είναι ο ορισμός ενός μερικώς αντισταθμιστικού (*partially compensating*) κανόνα απόφασης, όπως υποδεικνύεται από τη συνύπαρξη ενός κανόνα πλειοψηφίας (*majority rule*) και ενός κανόνα μειοψηφίας (*minority rule*).

Η έννοια της αντιστάθμισης (*compensation*) είναι στενά συνδεδεμένη με τη στάθμιση (trade-off) μεταξύ πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων. Η ικανότητα των ατόμων να ζυγίζουν τα υπέρ και τα κατά μιας εναλλακτικής είναι κοινώς αποδεκτή στη θεωρία αποφάσεων. Σε μερικές περιπτώσεις όμως ή και σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές κατά την αξιολόγηση των εναλλακτικών οι αποφασίζοντες μπορεί να δυσκολεύονται να εκφράσουν αυτού του είδους τις σταθμίσεις. Κατά τη σύγκριση μιας εναλλακτικής σε σχέση με μια άλλη, μπορεί να υπάρχουν ένα ή περισσότερα μειονεκτήματα τα οποία να είναι σε τέτοιο βαθμό μη αποδεκτά που οποιαδήποτε άλλα πλεονεκτήματα να θεωρούνται αμελητέα όσο σημαντικά και εάν είναι. Τέτοια μη-αντισταθμιστική συμπεριφορά μπορεί να θεωρηθεί ως πρόληψη ή αποφυγή μιας πολύ σοβαρής απώλειας και θα συνδέεται με μη πλήρως προσδιορισμένες, ανακριβείς και αβέβαιες καταστάσεις όπως επίσης και σε πολυπρόσωπα προβλήματα απόφασης. Στην πρώτη περίπτωση, η μη-αντισταθμιστική έκφραση των προτιμήσεων θα ήταν μια συνετή αλλά προσωρινή στρατηγική ενός ατόμου επηρεασμένου από την περιορισμένη ορθολογικότητα (bounded rationality) στην αρχή της διαδικασίας λήψης της απόφασης.

Η εφαρμογή των κανόνων πλειοψηφίας και μειοψηφίας εκφράζει στα μοντέλα ELECTRE αυτήν τη μερικώς αντισταθμιστική συμπεριφορά ως εξής: σύμφωνα με τον κανόνα πλειοψηφίας (ή αλλιώς συμφωνίας – concordance), η προτίμηση για μία εναλλακτική σε σχέση με μία άλλη εξαρτάται αποκλειστικά από τον (σταθμισμένο) αριθμό των μεταβλητών για τις οποίες υπερισχύει. Το σχετικό μέγεθος των διαφορών μεταξύ έκαστης μεταβλητής, ειδικά για αυτές τις μεταβλητές για τις οποίες η δεύτερη εναλλακτική υπερισχύει, δεν παίζουν κάποιο ρόλο. Αυτό το ακραίο χαρακτηριστικό του κανόνα συμφωνίας τροποποιείται στο ELECTRE με την εισαγωγή του κανόνα της μειοψηφίας (ή ασυμφωνίας). Ο κανόνας μειοψηφίας αποτρέπει μια εναλλακτική, που επιτυγχάνει πολύ χαμηλό σκορ σε μια μεταβλητή, να επικρατήσει μιας άλλης στη μεταξύ τους σύγκριση. Τροποποιεί τον κανόνα πλειοψηφίας είτε απαλείφοντας (ELECTRE I και II) είτε μειώνοντας (ELECTRE III) την αξιοπιστία εκείνων των σχέσεων προτίμησης στις οποίες υπάρχει μια ισχυρή αντίθεση ως αποτέλεσμα μιας απαράδεκτης φτωχής σχετικής απόδοσης σε μία ή περισσότερες μεταβλητές από την εναλλακτική που θα προτιμούνταν σε άλλη περίπτωση. Η ένταση της αντίθεσης αξιολογείται σχετικά με ένα βέτο κατώφλιο (veto threshold). Για την ακρίβεια, ανεξάρτητα από τις επιδόσεις άλλα κριτήρια (δηλαδή από το επίπεδο συμφωνίας) μια ενέργεια που αξιολογείται από μία άλλη κατά ένα ποσό μεγαλύτερο από το βέτο κατώφλιο σε ένα και μόνο κριτήριο δεν υπερισχύει. Επομένως το βέτο κατώφλιο μεταφέρει στη σχέση προτίμησης μια εδραιωμένη θέση του αποφασίζοντα σχετικά με την αποδοχή της μη αντισταθμιστικής συμπεριφοράς.

Ένα επίσης βασικό χαρακτηριστικό των outranking μοντέλων είναι η υιοθέτηση μιας επιπλέον σχέσης προτίμησης σε σχέση με τα κανονιστικά μοντέλα˙ της ασυγκρισιμότητας (*incomparability*).

Ένα από τα βασικά αξιώματα των κανονιστικών μοντέλων είναι το αξίωμα της *πληρότητας*: ανάμεσα σε δύο ενδεχόμενα α και β υπάρχουν μόνο τρεις σχέσεις προτίμησης:

- ο αποφασίζοντας προτιμά το α από το β: $\alpha \succcurlyeq \beta$
- ο αποφασίζοντας προτιμά το β από το α: $\beta \succcurlyeq \alpha$
- ο αποφασίζοντας είναι αδιάφορος μεταξύ των α και β: $\alpha \sim \beta$

Σε μια προσπάθεια να υπάρξει μεγαλύτερη συμφωνία με την έννοια της περιορισμένης ορθολογικότητας, εισήχθησαν δύο επιπλέον σχέσεις προτίμησης: η ασθενής προτίμηση, η οποία σχετίζεται με την αξιολόγηση στο επίπεδο των κριτηρίων όπως επίσης και στο καθολικό επίπεδο των εναλλακτικών, και η ασυγκρισιμότητα που σχετίζεται με το καθολικό επίπεδο.

Τυπικά, μια σχέση ασυγκρισιμότητας προκύπτει όταν δύο εναλλακτικές διαφέρουν ευρέως σε ένα πλήθος κριτηρίων (τουλάχιστον δύο), κάποια από τα δύο ευνοούν το ένα και κάποια το άλλο. Σε αυτές τις περιπτώσεις, μια καθολική (πολυκριτηριακή) αξιολόγηση των εναλλακτικών μπορεί να γίνει πολύ απαιτητική και ενδέχεται ο αποφασίζοντας να μην μπορεί, ή να είναι ανέτοιμος, να εκφράσει κάποιου είδους σχέσης προτίμησης ή αδιαφορίας όταν πρέπει να κάνει μια καθολική αξιολόγηση των δύο εναλλακτικών.

Εφαρμογές της Θεωρίας Αποφάσεων

Η θεωρία αποφάσεων έχει εφαρμοστεί σε πλήθος τομέων και για πολλούς διαφορετικούς σκοπούς. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούμε σε στις πιο ενδεικτικές περιπτώσεις με έμφαση στον τομές της δημόσιας επιλογής (*public choice*) και της εποπτείας (*regulation*) σε θέματα ασφάλειας και περιβάλλοντος.

Οι εφαρμογές της θεωρίας αποφάσεων μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής (78), (79):

- Ενέργεια
  - Επιλογή προϊόντος και έργου
  - Εποπτεία
  - Επιλογή τοποθεσίας
  - Επιλογή τεχνολογίας
- Βιομηχανία και υπηρεσίες
  - Κατανομή προϋπολογισμού
  - Προγραμματισμός προϊόντων
  - Στρατηγική
- Δημόσια επιλογή
  - Επιλογή ορίων και κανονισμών (standard setting)

Ενέργεια

Επιλογή προϊόντος και έργου

Στο (80) διεξάγεται μια ανάλυση απόφασης για λογαριασμό εταιρείας ενέργειας σχετικά με την επιλογή πυλώνα μεταφοράς για μια προτεινόμενη γραμμή μεταφοράς ρεύματος 765 kV. Αρχικά πραγματοποιείται μια ντετερμινιστική ανάλυση και στη συνέχεια μια ανάλυση ευαισθησίας σε αβέβαια στοιχεία υποδεικνύει ότι η αβεβαιότητα μπορεί να επηρεάσει την επιλογή. Επομένως μια πραγματοποιείται μια πλήρη ανάλυση πιθανοτήτων.

Στο (81) περιγράφεται η χρήση μιας ιεραρχικής διαδικασίας για την ανάπτυξη ενός χαρτοφυλακίου ερευνητικών προγραμμάτων περιβάλλοντος και υγείας για μια εγκατάσταση καυσίμων εμπορικής κλίμακας. Τα κριτήρια για τη αξιολόγηση των προγραμμάτων ήταν η κατανόηση του έργου, η συνάφεια και η αποτελεσματικότητα ως προς το κόστος.

Εποπτεία (*regulation*)

Στο (82) εξετάζεται η αλληλεπίδραση μεταξύ κανονισμών για διαφορετικούς περιβαλλοντικούς τομείς. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν κανονισμοί για τη μείωση ενός τύπου μόλυνσης (π.χ. ατμοσφαιρικής) μπορεί να οδηγήσει στην αύξηση άλλων τύπων μόλυνσης (π.χ. υδροφόρων οριζόντων ή του εδάφους). Επομένως πρέπει να γίνει κάποια στάθμιση μεταξύ ανεξάρτητων εκπομπών. Η εφαρμογή της MAUT σε ένα σενάριο παραγωγής ενέργειας από άνθρακα δείχνει ότι ο κύριος παράγοντας είναι η στάθμιση μεταξύ στερεών αποβλήτων και εκπομπών διοξειδίου του θείου. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι μία μόνο τεχνολογία ή ένας μόνο κανονισμός δεν είναι βέλτιστος σε σχέση με όλες τις εκπομπές.

Οι κανονισμοί και ο έλεγχος των χρόνιων εκροών πετρελαίου σε θαλάσσιες πλατφόρμες εξετάζεται στο (83) όπου τρία ξεχωριστά μοντέλα αναπτύχθηκαν για τις θέσεις των κυβερνητικών, περιβαλλοντικών και επιχειρησιακών εταίρων στη διαδικασία διαπραγμάτευσης.

Επιλογή τοποθεσίας

Στο (84) παρουσιάζεται ένα υπόδειγμα του πως μπορεί να εφαρμοστεί η θεωρία αποφάσεων στην επιλογή τοποθεσίας για ένα ανθρακωρυχείο, το οποίο περιλαμβάνει και μια σύγκριση ανάμεσα στη πολυδιάστατη θεωρία αποφάσεων και στην ανάλυση κόστους-όφελους για την αξιολόγηση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων.

Επιλογή τεχνολογίας

Στο (85) συνδυάζονται θεωρία αποφάσεων και μέθοδοι βελτιστοποίησης για την αξιολόγηση προτάσεων έργων ηλιακής ενέργειας. Η τεχνική ποιότητα και δύο συνοριακές συνθήκες, ο προϋπολογισμός και η διαφοροποίηση, χρησιμοποιούνται ως μέτρα αξιολόγησης. Μια συνάρτηση χρησιμότητας είναι η προσέγγιση για την ολική αξιολόγηση της ποιότητας των έργων. Οι συνοριακές συνθήκες χρησιμοποιούνται ως όρια σε ένα πρόβλημα ακέραιου, γραμμικού προγραμματισμού για τον ορισμό του τελικού συνόλου των έργων που θα χρηματοδοτηθούν.

Στο (86) εξετάζεται η επιλογή ανάμεσα στην υπάρχουσα τεχνολογία παραγωγής ενέργειας από άνθρακα και στη δυνατότητα αναμονής για την ανάπτυξη καλύτερης τεχνολογίας.

Βιομηχανία και υπηρεσίες

Κατανομή προϋπολογισμού

Η κατανομή του ετήσιου προϋπολογισμού για την ανάπτυξη προϊόντων ενός εταιρικού τμήματος εξετάζεται στο (87). Λαμβάνονται υπόψη οι περιορισμοί στον προϋπολογισμό του τμήματος, όπως επίσης και το γεγονός ότι, λόγω της έλλειψης μέτρων αξιολόγησης για ορισμένες μεταβλητές, έπρεπε να κατασκευαστούν ειδικές κλίμακες αξιολόγησης. Αναπτύσσεται μια συνάρτηση χρησιμότητας πολλών μεταβλητών και το τελικό πρόβλημα καταλήγει σε ένα μοντέλο μη γραμμικής βελτιστοποίησης.

Στο (88) συνοψίζεται μια εφαρμογή θεωρίας αποφάσεων σχετικά με την επιλογή ενός υπολογιστικού γεωγραφικού συστήματος πληροφοριών από μια εταιρεία συμβούλων. Εφαρμόζεται αρχικά μια διαδικασία ελάττωσης της αρχικής λίστας των 92 συστημάτων σε 5 συστήματα. Μια συνάρτηση χρησιμότητας πολλών μεταβλητών αναπτύσσεται για τη βαθμολόγηση των τελικών πέντε συστημάτων.

Προγραμματισμός προϊόντων

Το (89) εξετάζει την ανάλυση για την μελλοντική απαίτηση πόρων για τις γραμμές παραγωγής δύο μη ανταγωνιστικών μοντέλων ψυγείων μιας εταιρείας ψυκτικών συστημάτων.

Στο (90) παρουσιάζεται μια διαδικασία για την επιλογή ανάμεσα στο να εξακολουθεί να παράγεται ένα ναυτικό προϊόν το οποίο αντιμετωπίζει την πιθανότητα μελλοντικής εμπορικής απαγόρευσης και στο να επανασχεδιαστεί.

Στο (91) εξετάζεται η προοπτική για αυξημένη δυνατότητα παραγωγής για την παραγωγή αναλωσίμων ενός νέου τύπου φωτοτυπικού. Γίνεται χρήση ενός δέντρου απόφασης με διάφορα υπομοντέλα να παρέχουν πληροφορίες στο δέντρο.

Στρατηγική

Στο (92) παρουσιάζεται μια απλοποιημένη ανάλυση στρατηγικών για την επανάκτηση του μεριδίου αγοράς από μία αεροπορική βιομηχανία ύστερα από τη διευθέτηση μιας απεργίας. Πέραν της θεωρίας αποφάσεων, μέθοδοι όπως η θεωρία παιγνίων και τα μοντέλα Markov εξετάζονται για την ανάλυση του προβλήματος.

Στο (93) αναλύονται νέες στρατηγικές για την εμπορία βενζίνης και άλλων προϊόντων. Η ανάλυση οδήγησε σε σημαντική αλλαγή στη στρατηγική προώθησης η οποία είχε μεγάλη επίδραση στις πωλήσεις.

Επιλογή για ζητήματα δημοσίου συμφέροντος (public choice)

Επιλογή ορίων και κανονισμών

Στο (94) αξιολογούνται οι κανονισμοί για την όξινη βροχή. Αναπτύσσεται μια ιεραρχία στόχων που περιλαμβάνει οικονομικούς, περιβαλλοντικούς, κοινωνικοοικονομικούς και άλλους στόχους. Η πρόθεση αυτού του πλαισίου είναι η θεμελίωση διαπραγματεύσεων μεταξύ κρατών για την αναγνώριση συμβιβαστικών κανονισμών για την όξινη βροχή. Στο (95) επεκτείνεται αυτή η εργασία με τη χρήση συναρτήσεων χρησιμότητας πολλών μεταβλητών σε ένα μοντέλο διαπραγμάτευσης Nash.

Στο (96) εξετάζεται αν οι οικιακοί ανιχνευτές καπνού πρέπει να γίνουν υποχρεωτικοί από τον νόμο. Εκτενής ανάλυση ευαισθησίας πραγματοποιείται λόγω των ελλείψεων στα διαθέσιμα δεδομένα.

Στο (97) αναλύεται ο ορισμός ενός κανονισμού για το ατμοσφαιρικό μονοξείδιο του άνθρακα. Ο στόχος είναι η ανάπτυξη ενός κανονισμού τέτοιο ώστε οι πιο ευπαθείς ομάδες (όσοι πάσχουν από καρδιολογικές παθήσεις) να μην έχουν επιπτώσεις στην υγεία τους από το επιτρεπόμενο επίπεδο ατμοσφαιρικής ρύπανσης. Οι αβεβαιότητες σχετικά με τη συγκέντρωση του πληθυσμού, τις υπάρχουσες ατμοσφαιρικές συγκεντρώσεις και οι σχέσεις δόσης/ανταπόκρισης συνυπολογίζονται με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων από την εποπτική αρχή.

Στο (98) μοντελοποιείται η διεθνής κατάσταση στη διαπραγμάτευση των κανονισμών που διέπουν τα πλοία τάνκερ, για την πρόληψη της θαλάσσιας μόλυνσης. Η στάθμιση ανάμεσα σε πολλαπλούς στόχους χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση των θέσεων των διάφορων κρατών πάνω στο θέμα. Οι θέσεις αυτές χρησιμοποιούνται για την εύρεση συμβιβαστικών λύσεων για τους κανονισμούς οι οποίες θα είναι αποδεκτές από τα διάφορα εμπλεκόμενα μέρη.

Στο (99) αναπτύσσεται μια προσέγγιση για την αποδοχή της μεταφοράς ορισμένων τύπων επικίνδυνων υλικών από τα ολλανδικά τούνελ.

Στο (100) αξιοποιείται μια συνάρτηση χρησιμότητας για τη μοντελοποίηση σπάνιων, καταστροφικών γεγονότων. Η συνάρτηση χρησιμότητας εφαρμόζεται στο πρόβλημα επιλογής σχετικά με τις εναλλακτικές αντιμετώπισης καταστροφικών σεισμών, όπως π.χ. την ενίσχυση των κατασκευών ή την ανακατασκευή τους βάσει αυστηρότερων κανονισμών.

Θεωρίες Απόφασης: Από την Οικονομική επιστήμη στην λήψη αποφάσεων για την ασφάλεια

Τελειώνοντας την ανασκόπηση των θεωριών αποφάσεων, θα αναφερθούμε στο γεγονός ότι τα εν λόγω μοντέλα αναπτύχθηκαν εν μέρει στο πλαίσιο εφαρμογών και παρατηρούμενων φαινομένων της οικονομικής επιστήμης. Αυτό συμβαίνει διότι ήδη από την εποχή του Adam Smith, τα οικονομικά ασχολούνται διαχρονικά και συστηματικά με την ανθρώπινη συμπεριφορά εντός και εκτός αγοράς, τα κίνητρα, τη λήψη αποφάσεων και την ευημερία του ανθρώπου (44). Θα μπορούσαμε να ορίσουμε τα οικονομικά ως την επιστήμη που:

«μελετά την κατανομή των πόρων για την εξασφάλιση της επιβίωσης των ατόμων και της κοινωνίας»

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, ο σκοπός της ανάλυσης και διαχείρισης ρίσκου, ειδικά σε επίπεδο διακυβερνητικών οργανισμών όπως ο IMO, δεν περιορίζεται σε στα όρια μιας τεχνικού τύπου ανάλυσης αλλά ανάγεται σε επίπεδο δημόσιας επιλογής ως προς την ασφάλεια και συμπίπτει ακριβώς με τον παραπάνω ορισμό: *είναι η επιλογή του κατάλληλου συνόλου μέτρων ελέγχου ρίσκου ώστε με τους υπάρχοντες πόρους να αυξηθεί το επίπεδο ασφάλειας στην κοινωνία*.

Θεωρία Προσδοκώμενης Χρησιμότητας (*Expected Utility Theory*) και Αποστροφή προς το Ρίσκο (*Risk Aversion*)

Η θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας (*Expected Utility Theory-EUT*) είναι από τα βασικότερες κανονιστικές (*normative*) θεωρίες αποφάσεων υπό αβεβαιότητα (*decision making under uncertainty*). Είναι μέρος ενός ευρύτερου κλάδου, της θεωρίας χρησιμότητας (*Utility theory*).

Θεωρία χρησιμότητας (*Utility theory*)

Η θεωρία χρησιμότητας είναι η συστηματική μελέτη των δομών προτίμησης και των τρόπων ποσοτικής αναπαράστασης των προτιμήσεων (101). Οι προτιμήσεις ορίζονται σε αντικείμενα όπως τα δυνατά ενδεχόμενα μίας απόφασης, εναλλακτικές επιλογές για μία απόφαση, αγαθά ή δέσμες αγαθών, χρονοσειρές καθαρών κερδών, επενδυτικά χαρτοφυλάκια, εναλλακτικές δρομολόγια ή οτιδήποτε άλλο. Οι προτιμήσεις συνήθως εκφράζονται από ένα άτομο αλλά κάποιες φορές αποδίδονται σε ομάδες ή οργανισμούς.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε συνοπτικά με φορμαλιστικό τρόπο τις δομές που χρησιμοποιούνται στη θεωρία χρησιμότητας. Έστω A το σύνολο των αντικειμένων στα οποία ορίζονται οι προτιμήσεις και έστω μία δυαδική σχέση στο A, που συμβολίζεται με $\succcurlyeq$, όπου δυαδική σχέση είναι ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών (x, y) αντικειμένων του A. Όταν το (x, y) ανήκει στην $\succcurlyeq$, είναι σύνηθες να λέμε ότι το x προτιμάται τουλάχιστον όσο το y και να το συμβολίζουμε με $\boldsymbol{x \succcurlyeq y}$.

Ισχύουν επίσης οι παρακάτω σχέσεις προτίμησης:

- *Αυστηρή προτίμηση*: αν ισχύουν $x \succcurlyeq y$ και $όχι\ (y \succcurlyeq x)$, τότε το x προτιμάται αυστηρά (*strictly*) από το y και συμβολίζεται με $x \succ y$.
- *Ισοδύναμη προτίμηση*: αν ισχύουν $x \succcurlyeq y$ και $y \succcurlyeq x$, τότε τα x και y είναι ισοδύναμα ή εξίσου προτιμητέα (*equally preferred* ή *indifferent*) και συμβολίζεται με $x \sim y$.

Όμως είναι δυνατόν να μην ισχύει είτε $x \succcurlyeq y$ είτε $y \succcurlyeq x$, οπότε σε αυτήν την περίπτωση λέμε ότι τα x και y είναι **μη συγκρίσιμα**.

Υπάρχουν αρκετές επιμέρους θεωρίες της χρησιμότητας. Κάθε μία διακρίνεται από τρία χαρακτηριστικά:

1) Τη δομή του συνόλου A
2) Τις υποθέσεις σχετικά με τις ιδιότητες της σχέσης προτίμησης $\succcurlyeq$
3) Την ποσοτική αναπαράσταση που απεικονίζει τη δομή $(A, \succcurlyeq)$ σε μία αριθμητική δομή

Υποθέσεις σχετικά με το χαρακτηριστικό (1) αποτελούν δομικές υποθέσεις και εκείνες σχετικά με το χαρακτηριστικό (2) αποτελούν αξιώματα προτίμησης. Και τα δύο μαζί χρησιμοποιούνται για να συνάγουμε την ποσοτική αναπαράσταση του χαρακτηριστικού (3). Οι αριθμητικές συναρτήσεις αυτής της αναπαράστασης καλούνται συχνά **συναρτήσεις χρησιμότητας** (***utility functions***). Άλλες πραγματικές συναρτήσεις, όπως συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας επίσης εμφανίζονται σε αναπαραστάσεις.

Ένα σημαντικό συμπλήρωμα της αριθμητικής αναπαράστασης μέσω της χρησιμότητας είναι μία περιγραφή της οικογένειας όλων των συναρτήσεων οι οποίες ικανοποιούν την αναπαράσταση. Η περιγραφή αυτή αποτελεί τη δομική μοναδικότητα της αναπαράστασης. Μερικές αναπαραστάσεις έχουν απαιτητικές δομές, ενώ άλλες επιτρέπουν ένα εύρος για τις συναρτήσεις χρησιμότητάς τους.

Τα παρακάτω δύο παραδείγματα απεικονίζουν αυτές τις έννοιες. Ας θεωρήσουμε αρχικά το σύνολο A ως το σύνολο των περιοχών που αποτελούν προτεινόμενες επιλογές για την εγκατάσταση των γραφείων μίας ναυτιλιακής με $A = \{Αθήνα, Θεσσαλονίκη, Πειραιάς\}$. Υποθέτουμε σχετικά με το χαρακτηριστικό (2) ότι η σχέση προτίμησης $\succ$ στο A είναι γραμμική (αυστηρή) ταξινόμηση, κάτι το οποίο σημαίνει ότι για όλα τα x, y και z του A η $\succ$ είναι

- Μη-ανακλαστική (*irreflexive*): $όχι\ (x \succ x)$
- Πλήρης (*complete*): $x \neq y \Longrightarrow (x \succ y$ ή $y \succ x)$, δηλαδή τα x και y είναι συγκρίσιμα
- Μεταβατική (*transitive*) $(x \succ y$ και $y \succ z) \Longrightarrow x \succ z$

Μία πραγματοποίηση της σχέσης προτίμησης $\succ$ στο A θα μπορούσε να είναι $[Πειραιάς \succ Αθήνα \succ Θεσσαλονίκη]$. Αυτή η ταξινόμηση αναπαρίσταται από μια συνάρτηση χρησιμότητας u στο A, η οποία αντιστοιχεί μία αριθμητική τιμή $u(x)$ σε κάθε στοιχείο x του A, έτσι ώστε $[u(Πειραιάς) > u(Αθήνα) > u(Θεσσαλονίκη)]$. Υπάρχει μεγάλη ελευθερία ως προς τη μορφή της u. Κάθε συνάρτηση με πεδίο τιμών το $\mathbb{R}$, η οποία ορίζεται στο A και η οποία παράγει μία ταξινόμηση που συμφωνεί με τη σχέση προτίμησης $\succ$, είναι μία κατάλληλη συνάρτηση χρησιμότητας για τη συγκεκριμένη αναπαράσταση.

Στο δεύτερο παράδειγμα έστω $A = [0, M]^3$, με $0 < M$, το οποίο είναι το σύνολο όλων των τριάδων (x_1, x_2, x_3) με $0 \leq x_i \leq M$ για κάθε $i = 1, 2, 3$. Το x_i μπορεί να θεωρηθεί ως το ετήσιο εισόδημα ενός ατόμου για το έτος i. Μία αναπαράσταση για το χαρακτηριστικό (3) θα μπορούσε να είναι το αθροιστικό μοντέλο

$$(x_1, x_2, x_3) \succcurlyeq (y_1, y_2, y_3) \Rightarrow \sum_{i=1}^{3} u_i(x_i) \geq \sum_{i=1}^{3} u_i(y_i)$$

όπου κάθε u_i είναι μία αύξουσα και συνεχής πραγματική συνάρτηση που ορίζεται στο $[0, M]$.

Για να έχει αυτήν τη μορφή η συνάρτηση χρησιμότητας, οι απαιτήσεις για τη σχέση προτίμησης $\succcurlyeq$ είναι ότι πρέπει να αποτελεί μία *weak order*, δηλαδή για όλα τα x, y και z του A ισχύουν τα ακόλουθα:

- Η σχέση προτίμησης $\succcurlyeq$ είναι ισχυρώς συνδεδεμένη (*strongly connected*):
  $$x \succcurlyeq y \text{ ή } y \succcurlyeq x$$
- Η σχέση προτίμησης $\succcurlyeq$ είναι μεταβατική (*transitive*):
  $$(x \succ y \text{ και } y \succ z) \Longrightarrow x \succ z$$

Υπάρχουν και άλλα αξιώματα που πρέπει να ικανοποιούνται και σχετίζονται με την αναπαράσταση για το μοντέλο χρησιμότητας ως αθροιστικό ως προς τις επιμέρους συναρτήσεις χρησιμότητας u_i όπως επίσης και με τη μονοτονία και τη συνέχεια των u_i ως προς το εισόδημα.

Το παραπάνω μοντέλο έχει μια αρκετά περιορισμένη δομική μοναδικότητα. Συγκεκριμένα, όταν οι συναρτήσεις u_1, u_2 και u_3 ικανοποιούν την αναπαράσταση, τότε οι συναρτήσεις v_1, v_2 και v_3 ικανοποιούν την αναπαράσταση στη θέση των u_1, u_2 και u_3 (δηλαδή παράγουν την ίδια ταξινόμηση με τις u_1, u_2 και u_3) αν και μόνο αν υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί $\alpha > 0$ και β_1, β_2 και β_3 τέτοια ώστε για κάθε m στο $[0, M]$ να ισχύουν

$$v_i = \alpha u_i(\mu) + \beta_i, \qquad i = 1, 2, 3$$

Αυτό σημαίνει ότι κάθε u_i είναι μοναδική μέχρι μίας αλλαγής στο σημείο αναφοράς και στις μονάδες.

Οι επιμέρους θεωρίες χρησιμότητας χωρίζονται στην ακόλουθη κατηγοριοποίηση που βασίζεται στο συνδυασμό του χαρακτηριστικού (1) (δομή του συνόλου A) με κάποιες επιπλέον μαθηματικές ερμηνείες:

- **Βεβαιότητα**: δεν γίνεται χρήση τυχαιότητας ή αβεβαιότητας
- **Τυχαιότητα**: τυχαιότητα στη μορφή αριθμητικών πιθανοτήτων εμφανίζεται στο A αλλά αποκλείεται η εμφάνιση μη ποσοτικοποιημένης αβεβαιότητας
- **Αβεβαιότητα**: τα αποτελέσματα των αποφάσεων εξαρτώνται από αβέβαια γεγονότα με μη ποσοτικοποιημένες (ακόμα) πιθανότητες

Η διαφορά ανάμεσα στην τυχαιότητα και στην αβεβαιότητα αναφέρεται επίσης και ως διαφορά ανάμεσα στο ρίσκο (*risk*) και στην αβεβαιότητα (*uncertainty*) (102). Το ρίσκο ορίζει προβλήματα απόφασης όπως τα στοιχήματα στη ρίψη ενός δίκαιου νομίσματος ή ζαριού ή επίσης στο αποτέλεσμα μίας ρουλέτας. Η αβεβαιότητα ορίζει καταστάσεις όπου οι πιθανότητες είναι υποκειμενικές (π.χ. ο αποφασίζοντας πρέπει να εκτιμήσει ή να συνάγει τις πιθανότητες), όπως π.χ. η επένδυση σε ένα χαρτοφυλάκιο, η αγορά ασφάλειας για την προστασία έναντι σεισμού ή πλημμύρας ή η υιοθέτηση μέτρων ασφάλειας, όπως η τοποθέτηση ενός ανιχνευτή καπνού. Αν και οι πιο σημαντικές αποφάσεις σχετίζονται με την αβεβαιότητα, το ρίσκο αποτελεί σημαντικό στοιχείο των θεωριών απόφασης. Αυτό συμβαίνει διότι το ρίσκο αποτελεί απλούστερη υπόθεση και επειδή υπάρχουν περισσότερες εμπειρικές ενδείξεις πάνω στο ρίσκο από ότι για την αβεβαιότητα. Το σημαντικότερο είναι ότι η κατανόηση για την απλούστερη κατάσταση του ρίσκου επεκτείνεται και στην πιο ρεαλιστική κατάσταση της αβεβαιότητας (103).

Θεωρία της Προσδοκώμενης Χρησιμότητας (*Expected Utility Theory*)

Το κλασικό μοντέλο της θεωρίας χρησιμότητας για τα προβλήματα τυχαιότητας/ρίσκου είναι η θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας (*Expected Utility Theory-EUT*).

Στο πλαίσιο της *EUT*, καθώς θεωρούμε ότι οι πιθανότητες είναι γνωστές, το σύνολο A λαμβάνεται ως ένα σύνολο συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας, οι οποίες ορίζονται σε ένα σύνολο συνεπειών X. Για ορισμένες εφαρμογές ισχύει ότι $X \subseteq \mathbb{R}$.

Μια πιθανή αναπαράσταση θα μπορούσε να είναι μία συνάρτηση που αντιστοιχεί σε κάθε κατανομή πιθανότητας $f \in A$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$, $x \in X$, την μέση τιμή της: $\mathbb{E}_f[x]$. Με βάση αυτήν την αναπαράσταση θα μπορούσε να προκύπτει η ταξινόμηση σύμφωνα με τη σχέση προτίμησης $\succcurlyeq$ για όλα τα στοιχεία $f, g \in A$:

$$\mathbb{E}_f[x] \geq \mathbb{E}_g[x] \Rightarrow f \succcurlyeq g$$

όπου $\mathbb{E}_f[x] = \sum_{i=1}^{n}\{x_i f(x_i)\}$ για $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

Εναλλακτικά θα μπορούσε να ισχύει: $\mathbb{E}_f[x] \leq \mathbb{E}_g[x] \Rightarrow f \succcurlyeq g$, δηλαδή να προτιμώνται οι μικρότερες μέσες τιμές.

Αυτή η αναπαράσταση παρουσιάζει εντούτοις αδυναμίες. Έστω ότι το x αναπαριστά χρηματικό ποσό και ας θεωρήσουμε ένα στοίχημα με απείρως πολλές τιμές κερδών, όπου τα κέρδη μπορούν να είναι απροσδιόριστα μεγάλα, ωστόσο με πολύ μικρές πιθανότητες. Σε αυτήν την περίπτωση η μέση τιμή των κερδών θα είναι άπειρη αλλά η πιθανότητα να κερδίσει κάποιος ένα υπολογίσιμο ποσό θα είναι πολύ μικρή. Προφανώς δεν θα υπήρχε κάποιος που θα ήταν διατεθειμένος να πληρώσει ένα άπειρο ή πολύ μεγάλο ποσό για να συμμετάσχει στο στοίχημα (104).

Ένα τέτοιο στοίχημα είναι το ακόλουθο: έστω ότι ρίχνουμε ένα δίκαιο νόμισμα μέχρι να εμφανιστεί για πρώτη φορά κεφαλή. Το κέρδος είναι σε αυτήν την περίπτωση 2^{x-1} χρηματικές μονάδες, όπου x είναι ο αριθμός των ρίψεων μέχρι την εμφάνιση της πρώτης κεφαλής. Όταν εμφανιστεί για πρώτη φορά κεφαλή, το παιχνίδι τελειώνει. Θεωρητικά, το παιχνίδι μπορεί να διαρκέσει επ' άπειρον. Πόσο θα πλήρωνε κάποιος για να συμμετάσχει σε ένα τέτοιο στοίχημα; Ή, πιο συγκεκριμένα, πιο ποσό στα σίγουρα θα δεχόταν κάποιος για να είναι αδιάφορος μεταξύ του να συμμετάσχει στο στοίχημα δωρεάν και να λάβει αυτό το βέβαιο ποσό; Το σίγουρο αυτό ποσό αποκαλείται το **βέβαιο ισοδύναμο** (***certainty equivalent-CE***) του στοιχήματος.

Ας σημειώσουμε ότι το στοίχημα αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως μια επένδυση που ενέχει ρίσκο. Για παράδειγμα, αν κάποιος πληρώσει 100 χρηματικές μονάδες για να συμμετάσχει στην επένδυση και η πρώτη κεφαλή εμφανιστεί στην πρώτη ρίψη, θα λάβει $2^{1-1} = 1$ χρηματική μονάδα και επομένως θα χάσει 99 χρηματικές μονάδες. Τι ποσό θα ήταν διατεθειμένος κάποιος να πληρώσει για αυτήν την επένδυση; Πειράματα σχετικά με αυτήν την ερώτηση αποκαλύπτουν ότι οι περισσότεροι συμμετέχοντες δηλώνουν ένα πολύ μικρό ποσό (2-3 χρηματικές μονάδες στις περισσότερες περιπτώσεις) (105). Ωστόσο σύμφωνα με την ταξινόμηση βάσει της μέσης τιμής, το βέβαιο ισοδύναμο είναι άπειρο. Επομένως προκύπτει το παράδοξο: οι συμμετάσχοντες είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν ένα πολύ μικρό ποσό για ένα στοίχημα του οποίου η μέση τιμή είναι άπειρη όπως δείχνουμε και στη συνέχεια:

Έστω Υ η τυχαία μεταβλητή που αναπαριστά το κέρδος από το στοίχημα, με δυνατές τιμές 2^{x-1}, όπου ο αριθμός των ρίψεων του δίκαιου νομίσματος μέχρι να εμφανιστεί κεφαλή. Επειδή το νόμισμα είναι δίκαιο, σε κάθε ρίψη η πιθανότητα να εμφανιστεί κεφαλή (Κ) και η πιθανότητα να εμφανιστούν γράμματα (Γ) είναι ίσες με $1 / 2$.

Η πιθανότητα να εμφανιστεί κεφαλή (Κ) στη $x - o\sigma\tau$ή ρίψη, δηλαδή η πιθανότητα του ενδεχομένου $\Gamma, \Gamma, \ldots, \Gamma, K$ (όπου γράμματα (Γ) εμφανίζονται $x - 1$ φορές και στη $x - o\sigma\tau$ή εμφανίζεται κεφαλή (Κ)) είναι $1/_{2^x}$ με $x = 1, 2, \ldots, \infty$.

Η μέση τιμή των κερδών από το στοίχημα είναι:

$$\mathbb{E}[\Upsilon] = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{1}{2^x} 2^{x-1} = \infty$$

Το πρόβλημα αυτό αποτελούσε αντικείμενο συζήτησης τον 18^{o} αιώνα. Ο Daniel Bernoulli το 1738 (106) πρότεινε την ακόλουθη αναπαράσταση για τη λύση αυτού του προβλήματος:

$$f \succcurlyeq g \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} u(x_i) f(x_i) \geq \sum_{i=1}^{n} u(x_i) g(x_i)$$

(όπου $f(x)$, $g(x)$ οι συναρτήσεις μάζας πιθανότητας), δηλαδή το f προτιμάται από το g, αν η προσδοκώμενη τιμή της συνάρτησης χρησιμότητας είναι μεγαλύτερη (η αναπαράσταση έχει αυτήν την μορφή επειδή τα ενδεχόμενα είναι αριθμήσιμα).

Ο Bernoulli υπέθεσε ότι η συνάρτηση χρησιμότητας είναι λογαριθμικής μορφής ($u(x) = \ln(x)$), η οποία θέτει ένα πεπερασμένο όριο στο βέβαιο ισοδύναμο, λύνοντας έτσι το πρόβλημα. Ουσιαστικά ο Bernoulli υπέθεσε ότι οι αποφασίζοντες δεν βασίζουν τις επιλογές τους στη σύγκριση των μέσων τιμών των στοιχημάτων αλλά αν έχουν διαφορετικές πεποιθήσεις και διαφορετικές περιουσίες θα αξιολογήσουν διαφορετικά το ίδιο στοίχημα. Αυτό είναι συνέπεια του ότι για πολλούς αποφασίζοντες η αξία ενός ποσού x δεν ισούται με την ονομαστική τιμή του αλλά με τη χρησιμότητά του (ή «υποκειμενική» αξία – *moral worth*) $u(x)$. Είναι ασαφές αν ο Bernoulli έθεσε αυτήν τη λύση ως ένα κανονιστικό (*normative*) επιχείρημα (δηλαδή ότι βάσει αυτού θα πρέπει να αποφασίζει κάποιος) ή σαν περιγραφικό (*descriptive*) επιχείρημα (δηλαδή πώς αποφασίζει κάποιος στην πραγματικότητα) (103). Όμως αποτέλεσε την αρχή για την επέκταση από την μέση τιμή στην προσδοκώμενη χρησιμότητα.

Αν υπολογίσουμε την προσδοκώμενη χρησιμότητα του παραπάνω στοιχήματος βάσει της λογαριθμικής συνάρτησης χρησιμότητας έχουμε (105):

$$\mathbb{E}[\mathrm{u}(x)] = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)u(x_i) \xRightarrow{\mathrm{u}(x)=\log(x)}$$

$$\mathbb{E}[\log(x)] = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{1}{2^x} \log 2^{x-1} = \log(2) \sum_{x=1}^{\infty} \frac{x-1}{2^x} = \log(2)$$

Το $\log(2)$ μπορεί να θεωρηθεί ως η προσδοκώμενη χρησιμότητα της τιμής $x = 2$ η οποία προκύπτει με πιθανότητα 1, δηλαδή όταν λαμβάνει κάποιος 2 χρηματικές μονάδες με βεβαιότητα. Επομένως οι προσδοκώμενες χρησιμότητες του στοιχήματος και της βέβαιης τιμής είναι ίσες και επομένως ένας αποφασίζοντας του οποίου η σχέση προτίμησης αναπαρίσταται από μία λογαριθμική συνάρτηση χρησιμότητας είναι αδιάφορος ανάμεσα στο να συμμετάσχει στο στοίχημα και στο να λάβει το βέβαιο ποσό $x = 2$. Από το γεγονός αυτό προκύπτει ότι το *βέβαιο ισοδύναμο* του στοιχήματος είναι το ποσό $x = 2$, το οποίο είναι πεπερασμένο, εν αντιθέσει με το αποτέλεσμα που προκύπτει από τη χρήση της μέσης τιμής. Αν ένας αποφασίζοντας είχε να διαλέξει ανάμεσα στο στοίχημα και στη βέβαιη τιμή $x = 3$, θα διάλεγε τη βέβαιη τιμή, καθώς η χρησιμότητά της θα ήταν μεγαλύτερη

$$\log(3) > E[\log(x)] = \log(2)$$

Η αναπαράσταση μέσω της προσδοκώμενης χρησιμότητας και η προτίμηση της επιλογής με τη μέγιστη προσδοκώμενη χρησιμότητα είναι γνωστή και ως υπόθεση της προσδοκώμενης χρησιμότητας (*expected utility hypothesis*) (107).

Αν και ο Bernoulli υπέθεσε την αναπαράσταση μέσω της προσδοκώμενης χρησιμότητας, η θεωρία τέθηκε σε αξιωματικές βάσεις τις δεκαετίες του 1940 και του 1950, όταν οι von Neumann και Morgenstern έθεσαν το αξιωματικό σύστημα με τις συνθήκες που ήταν ικανές και αναγκαίες για να αναπαρίσταται η σχέση προτίμησης κάποιου από την προσδοκώμενη χρησιμότητα (38), (103). Τα αξιώματα έχουν περιγραφικά όπως επίσης και κανονιστικά οφέλη. Αναλύουν μια σύνθετη θεωρία σε μικρότερα και απλούστερα κομμάτια, καθένα από τα οποία μπορεί να επαληθευτεί εμπειρικά ή να εξεταστεί ως κανονιστική αρχή (103).

Αξιώματα της θεωρίας προσδοκώμενης χρησιμότητας

Έστω ότι το σύνολο των βέβαιων ενδεχομένων είναι το $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ στο οποίο μπορεί να οριστεί μία συνάρτηση πιθανότητας.

Τα αξιώματα τα οποία αποτελούν τις ικανές και αναγκαίες συνθήκες για να ισχύει η υπόθεση της προσδοκώμενης χρησιμότητας είναι:

1. **Πληρότητα** ή **συγκρισιμότητα** (**completeness/comparability**): ανάμεσα σε δύο στοιχεία x_i και x_j ένας αποφασίζοντας μπορεί
   - να προτιμάει το x_i από το x_j: $x_i \succcurlyeq x_j$
   - να προτιμάει το x_j από το x_i: $x_j \succcurlyeq x_i$
   - να είναι αδιάφορος ανάμεσα στα x_i από το x_j: $x_i \sim x_j$

   δηλαδή τα ενδεχόμενα πρέπει να είναι συγκρίσιμα, που σημαίνει ότι ένας αποφασίζοντας θα πρέπει να είναι σε θέση να διαλέξει ένα από τα ενδεχόμενα.
2. **Συνέχεια** (**continuity**): αν το x_i προτιμάται από το x_j και αυτό με τη σειρά του από το x_k ($x_i \succcurlyeq x_j \succcurlyeq x_k$), τότε υπάρχει μια τιμή πιθανότητας $p \in (0,1)$ τέτοια ώστε:

   $$[\,p, x_i\,; (1-p), x_k] \sim x_j$$

   δηλαδή ένας αποφασίζοντας θα είναι αδιάφορος ανάμεσα στις εξής δύο επιλογές:
   - να λάβει με βεβαιότητα το x_j
   - να συμμετάσχει στο στοίχημα όπου θα λάβει είτε το x_i με πιθανότητα p είτε το x_k με πιθανότητα $(1-p)$

   Το αξίωμα αυτό ονομάζεται έτσι, γιατί αν επιλέξουμε $p = 1$, τότε προκύπτει: $x_i \succcurlyeq x_j$ (το οποίο ισχύει λόγω της υπόθεσης) και αν επιλέξουμε $p = 0$, τότε προκύπτει: $x_j \succcurlyeq x_k$ (παρόμοια λόγω της υπόθεσης) και επομένως αν αυξάνουμε συνεχώς την τιμή του p από 0 σε 1, θα βρούμε τη συγκεκριμένη τιμή για την οποία ο αποφασίζοντας είναι αδιάφορος ανάμεσα στις δύο επιλογές.

3. **Μεταβατικότητα** (***transitivity***): αν $x_i \succcurlyeq x_j$ και $x_j \succcurlyeq x_k$, τότε ισχύει και $x_i \succcurlyeq x_k$
4. **Μονοτονία** (***monotonicity***): ισχύει $x_i \succcurlyeq x_j$ αν και μόνο αν $\left[\, p, x_i\,; (1-p), x_k\right] \succcurlyeq \left[\, p, x_j\,; (1-p), x_k\right]$, δηλαδή αν το x_j αντικατασταθεί στο στοίχημα $\left[\, p, x_j\,; (1-p), x_k\right]$, από το x_i, τότε ο νέος συνδυασμός $\left[\, p, x_i\,; (1-p), x_k\right]$ θα προτιμάται από τον αρχικό
5. **Ανάλυση σύνθετων στοιχημάτων σε απλά** (***reduction of compound gambles to normal forms***): σύνθετο στοίχημα είναι αυτό που έχει ως αποτελέσματα άλλα στοιχήματα. Απλό στοίχημα είναι αυτό που έχει ως αποτελέσματα βέβαια ενδεχόμενα. Έστω το στοίχημα όπου με πιθανότητα p έχουμε ως αποτέλεσμα το στοίχημα $\left[\, q, x_i\,; (1-q), x_j\right]$ και με πιθανότητα $(1-p)$ το βέβαιο ενδεχόμενο x_j. Τότε ισχύει: αν $\left[\, r, x_i\,; (1-r), x_j\right]$, όπου $r = pq$, τότε
$$\left[p, \left[\, q, x_i\,; (1-q), x_j\right]\,; (1-p), x_j\right] \sim \left[\, r, x_i\,; (1-r), x_j\right]$$

Τα δύο τελευταία αξιώματα μπορούν να συνδυαστούν στο αξίωμα που είναι γνωστό και ως ανεξαρτησία (*independence*).

Θεώρημα της προσδοκώμενης χρησιμότητας

Αν ισχύουν τα παραπάνω αξιώματα, τότε αποδεικνύεται (38) ότι υπάρχει μία συνάρτηση U με $x_i \in X \to U(x_i) \in \mathbb{R}$, τέτοια ώστε για κάθε $x_i, x_j \in X$ να ισχύουν:

$$x_i \succcurlyeq x_j \Longrightarrow U(x_i) > U\left(x_j\right)$$

$$U\left(\left[\, p, x_i\,; (1-p), x_j\right]\right) = pU(x_i) + (1-p)U\left(x_j\right)$$

Πρόκειται για το θεώρημα της μεγιστοποίησης της προσδοκώμενης χρησιμότητας, σύμφωνα με το οποίο ένας αποφασίζοντας, του οποίου οι προτιμήσεις περιγράφονται από συγκεκριμένη *γραμμική* συνάρτηση χρησιμότητας U, επιλέγει την επιλογή με τη μέγιστη προσδοκώμενη χρησιμότητα.

Η συνάρτηση U είναι γνωστή και ως *von Neumann-Morgenstern* συνάρτηση χρησιμότητας. Αν το σύνολο A περιέχει όλες τις κατανομές με αριθμήσιμο πεδίο ορισμού, τότε ορίζεται ότι για την κατανομή p με $p(x) = 1$, (δηλαδή το x είναι βέβαιο ενδεχόμενο) είναι $U(x) = U(p)$ και η γραμμικότητα της U συνεπάγεται τη μορφή της προσδοκώμενης χρησιμότητας:

$$U(p) = \sum_x p(x)U(x)$$

Χρειάζονται κάποια επιπλέον αξιώματα για να φτάσουμε στη μορφή $U(p) = \int_x U(x)dp(x)$ (101).

Η δομική μοναδικότητα της *von Neumann-Morgenstern* συνάρτηση χρησιμότητας είναι παρόμοια με της συνάρτησης που είδαμε προηγουμένως σε αντίστοιχο παράδειγμα: κάθε συνάρτηση $U^*(x)$ που προκύπτει από τη $U(x)$ βάσει ενός θετικού γραμμικού μετασχηματισμού

$$U^*(x) = \alpha U(x) + \beta, \qquad \alpha > 0 \; και \; \beta \; πραγματικές \; σταθερές$$

παράγει την ίδια ταξινόμηση των επιλογών, όπως και η $U(x)$ (101), (107).

Κάνοντας μία ανακεφαλαίωση, η θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας ασχολείται με προβλήματα αποφάσεων, τα οποία αναλύονται σε επιλογές με ενδεχόμενες συνέπειες που αντιστοιχούν σε διαφορετικές εκβάσεις. Σύμφωνα με τη θεωρία, η συνολική χρησιμότητα μίας επιλογής είναι η προσδοκώμενη χρησιμότητα, δηλαδή η σταθμισμένη χρησιμότητα ως προς τις εκβάσεις, με τις συνέπειες να σταθμίζονται σύμφωνα με τις πιθανότητες των εκβάσεων. Η επιλογή που προτιμάται είναι εκείνη με τη μεγαλύτερη προσδοκώμενη χρησιμότητα.

Μη συγκρισιμότητα των von Neumann-Morgenstern συναρτήσεων χρησιμότητας διαφορετικών αποφασιζόντων

Εφόσον για δύο αποφασίζοντες X και Y, οι συναρτήσεις χρησιμότητάς τους προσδιορίζονται μέχρι ενός σημείου αναφοράς (δηλαδή μίας αθροιστικής σταθεράς) και των μονάδων τους (δηλαδή μίας θετικής πολλαπλασιαστικής σταθεράς), το θεώρημα της προσδοκώμενης χρησιμότητας δεν παρέχει κάποιον τρόπο ώστε να συγκριθούν αυτές οι δύο. Επομένως παραστάσεις όπως οι $U_X(x) + U_Y(x)$ ή $U_X(x) - U_Y(x)$ δεν έχουν πραγματικό νόημα όπως και η σύγκριση $U_X(x) < U_Y(x)$.

Πιο γενικά, μπορούμε να πούμε ότι και για τη συνάρτηση χρησιμότητας του ίδιου του αποφασίζοντα, οι τιμές της προσδοκώμενης χρησιμότητας για τις διάφορες επιλογές ή πιο συγκεκριμένα οι διαφορές των τιμών δεν έχουν κάποιο φυσικό νόημα (105 σ. 35). Π.χ. έστω ότι η χρησιμότητα της επιλογής *A* έχει τιμή 100 και της επιλογής *B* έχει τιμή 150 αντίστοιχα. Σε αυτήν την περίπτωση δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η επιλογή *B* είναι 50% καλύτερη από την επιλογή *A*. Ο λόγος είναι ότι μπορούμε να πραγματοποιήσουμε έναν θετικό γραμμικό μετασχηματισμό και να διευρύνουμε ή να συρρικνώσουμε τη διαφορά μεταξύ των τιμών χρησιμότητας των δύο επιλογών. Επίσης αν μία επιλογή έχει αρνητική τιμή χρησιμότητας, δεν σημαίνει ότι δεν είναι προτιμητέα. Το μόνο που έχει σημασία είναι η **ταξινόμηση** που προκύπτει από τη χρήση μίας συνάρτησης χρησιμότητας:

πολύ απλά το μόνο που έχουμε να κάνουμε είναι να ταξινομήσουμε όλες τις επιλογές βάσει της προσδοκώμενης χρησιμότητάς τους και να επιλέξουμε εκείνη με τη μέγιστη τιμή.

Αξίζει επίσης να σημειώσουμε ότι μόνο θετικοί γραμμικοί μετασχηματισμοί της συνάρτησης χρησιμότητας διατηρούν την ταξινόμηση των επιλογών και όχι οποιοσδήποτε θετικός μονότονος μετασχηματισμός (105 σ. 37)

Subjective Expected Utility Theory (SEUT)

Το 1954 ο Savage δημοσίευσε το σημαντικό έργο του *The Foundations of Statistics* (48). Η κύρια συμβολή του ήταν ένα αξιωματικό σύστημα που επέκτεινε τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας από το ρίσκο στην αβεβαιότητα. Σε αβέβαιες καταστάσεις οι πιθανότητες δεν είναι δεδομένες και τα αποτελέσματα εξαρτώνται από ποιο γεγονός θα συμβεί. Έστω μία κατάσταση $[E_1, x_1 ; E_2, x_2 ; \ldots ; E_n, x_n]$ όπου το αποτέλεσμα είναι x_i αν συμβεί το γεγονός E_i. Η υποκειμενική προσδοκώμενη χρησιμότητα (*subjective expected utility*) είναι

$$\sum_i \rho(E_i)U(x_i)$$

όπου U είναι μία συνάρτηση χρησιμότητας όπως στη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας και ρ είναι ένα υποκειμενικό μέτρο πιθανότητας (*subjective probability measure*), το οποίο υπόκειται σε ένα σύνολο αξιωμάτων για πιθανότητες. Επομένως η *SEUT* αποτελεί φυσική προέκταση της *EUT* στο πεδίο της αβεβαιότητας.

Η εφαρμογή της *EUT* και της *SEUT* σε πραγματικές εφαρμογές είναι γνωστή και ως ανάλυση αποφάσεων (*decision analysis*) (101 p. 1596) (108). Η γενική λογική της είναι ο διαχωρισμός της πιθανότητας και της χρησιμότητας, ενσωματώνοντας τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα στη συνάρτηση χρησιμότητας, που ορίζεται στο πεδίο των συνεπειών, και τις εκτιμήσεις των ειδικών (expert judgements) στις κατανομές πιθανότητας. Και τα δύο συνδυάζονται μέσω του τελεστή της προσδοκώμενης τιμής της χρησιμότητας (54). Παραδείγματα εφαρμογής των *EUT* και *SEUT* σε πραγματικά προβλήματα έχουν αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Αποστροφή προς το ρίσκο (*Risk aversion*)

Μία σημαντική έννοια στη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας είναι η αποστροφή προς το ρίσκο (*risk aversion*). Η αποστροφή προς το ρίσκο είναι η στάση που ωθεί τους αποφασίζοντες να αποφεύγουν την αβεβαιότητα, να προστατεύονται από απροσδόκητα γεγονότα ή να επενδύσουν στην ασφάλιση (107). Ενδεικτικά το τελευταίο είναι μια χαρακτηριστική στάση αποστροφής προς το ρίσκο: ένα άτομο, που αντιμετωπίζει μια αβέβαιη κατάσταση, θα δεχόταν κάποιος άλλος να αναλάβει μέρος των συνεπειών της αβέβαιης κατάστασης με αντάλλαγμα την καταβολή ενός βέβαιου ποσού για τη μεταφορά ενός μέρους των συνεπειών. Μάλιστα ο Bernoulli εφάρμοσε την ανάλυσή του στο πεδίο της ναυτικής ασφάλισης (*marine insurance*) (104). Ο ασφαλιστής θα χρεώσει τον ασφαλιζόμενο ένα μεγαλύτερο ποσό από την προσδοκώμενη τιμή των συνεπειών. Γιατί ένας πλοιοκτήτης θα δεχθεί μια τέτοια συμφωνία, όπου η μέση τιμή του κέρδους του θα είναι μικρότερη (εφόσον έχει πληρώσει εξ' αρχής ένα επιπλέον, της μέσης τιμής των συνεπειών, ποσό στον ασφαλιστή); Ο πλοιοκτήτης αντιμετωπίζει ρίσκο εν απουσία της ασφάλισης. Η ασφάλιση μειώνει το ρίσκο και επομένως ο ασφαλιζόμενος πλοιοκτήτης προτιμάει να ανταλλάξει μέρος της προσδοκώμενης τιμής των κερδών του με μία μείωση του ρίσκου, το οποίο το αναλαμβάνει ο ασφαλιστής. Αυτή η στάση του πλοιοκτήτη είναι δείγμα αποστροφής προς το ρίσκο (*risk aversion*) και αποφασίζοντες όπως ο πλοιοκτήτης ονομάζονται *risk-averse* ή *risk-averters*.

Στο πλαίσιο της προσδοκώμενης θεωρίας της χρησιμότητας, η στάση των αποφασιζόντων προς το ρίσκο ερμηνεύεται από τη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας (103). Αυτό φαίνεται και στη συνέχεια όπου παραθέτουμε τους ορισμούς της *risk aversion* από τη βιβλιογραφία (105), (107).

Ορισμοί risk aversion

1. Η συνάρτηση χρησιμότητας είναι αύξουσα (έχει μη αρνητική πρώτη παράγωγο, αν υπάρχει) και είναι κοίλη (έχει μη θετική δεύτερη παράγωγο, αν υπάρχει) και τουλάχιστον σε ένα υποσύνολο του πεδίου ορισμού είναι γνησίως αύξουσα και τουλάχιστον σε ένα υποσύνολο του πεδίου ορισμού είναι αυστηρώς κοίλη.

   Μία συνάρτηση $f: I \to \mathbb{R},\ I \subseteq \mathbb{R}$ είναι **κοίλη** αν για όλα τα $x, y \in I$ και για κάθε $\alpha \in [0,1]$ ισχύει (107 σ. 100):

   $$f[\alpha x + (1-\alpha)y] \geq \alpha f(x) + (1-\alpha) f(y)$$

   Αν η ανισότητα είναι αυστηρή για όλα τα $x \neq y$ και τα $\alpha \in (0,1)$, τότε η f λέγεται αυστηρώς κοίλη.

2. Ένας *risk-averse* αποφασίζοντας προτιμάει ένα βέβαιο ενδεχόμενο με τιμή ίση με $\mathbb{E}[X]$, όπου X είναι μία αβέβαιη κατάσταση ή στοίχημα, από το να συμμετάσχει στο στοίχημα X, ανεξαρτήτως της κατανομής πιθανότητας της X. Η συνάρτηση χρησιμότητας U του αποφασίζοντα ικανοποιεί τότε τη σχέση
$$U(\mathbb{E}[X]) \geq \mathbb{E}[U(X)]$$
Η παραπάνω σχέση ισχύει για κάθε X όταν η συνάρτηση χρησιμότητας U είναι κοίλη, κάτι που προκύπτει και από την ανισότητα του Jensen (*Jensen's inequality*).
3. Το βέβαιο ισοδύναμο ενός στοιχήματος είναι μικρότερο ή ίσο από τη μέση τιμή του στοιχήματος ή αλλιώς η διαφορά της μέσης τιμής από το βέβαιο ισοδύναμο είναι θετική. Η διαφορά της μέσης τιμής από το βέβαιο ισοδύναμο ονομάζεται *risk premium*:
$$risk\ premium = \mathbb{E}[X] - CE$$
Ένας *risk-averse* αποφασίζοντας όταν είναι ανάμεσα στο να αγοράσει ασφάλεια και στο να παραμείνει ως έχει, είναι διατεθειμένος να πληρώσει ένα θετικό *risk premium* στην ασφαλιστική εταιρεία, δηλαδή να πληρώσει ένα πόσο ίσο με τη μέση τιμή της αβέβαιης κατάστασης συν ένα επιπλέον ποσό, το *risk premium*.
Αν η αβέβαιη κατάσταση είναι η X, τότε όπως αναφέραμε ισχύει
$$U(\mathbb{E}[X]) \geq \mathbb{E}[U(X)]$$
Επομένως υπάρχει μια θετική τιμή π, τέτοια ώστε
$$U(\mathbb{E}[X] - \pi) = \mathbb{E}[U(X)] \text{ ή } \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma\ U(CE) = \mathbb{E}[U(X)]$$
(το οποίο ισχύει επειδή η U είναι γνησίως αύξουσα).
Το αριστερό μέλος είναι η χρησιμότητα της επιλογής του να αγοράσει ασφάλεια πληρώνοντας ένα πόσο ίσο με τη μέση τιμή της αβέβαιης κατάστασης συν το *risk premium* και το δεξί μέλος αναπαριστά την προσδοκώμενη χρησιμότητα της επιλογής του να μείνει ανασφάλιστος. Το *risk premium* π είναι η τιμή που κάνει τις δύο επιλογές ισοδύναμες: αν η ασφαλιστική χρεώσει μια τιμή πάνω από το π, ο αποφασίζοντας θα προτιμήσει να μείνει ανασφάλιστος και αν η ασφαλιστική χρεώσει μια τιμή μικρότερη από π, τότε ο αποφασίζοντας θα προτιμήσει να αγοράσει την ασφάλεια, παρόλο που είναι μία επιλογή όπου πρέπει να πληρώσει παραπάνω από τη μέση τιμή της αρχικής αβέβαιης κατάστασης που αντιμετώπιζε. Η κατάσταση αυτή θα μπορούσε να είναι π.χ. μία ενδεχόμενη ζημιά στο σπίτι του από φυσική καταστροφή.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι στον τομέα της ασφάλειας, το *risk premium* αντιστοιχεί στο μέγεθος της ***Willingness-to-pay*** (***WTP***), το οποίο είναι το ποσό που ένας αποφασίζοντας είναι διατεθειμένος να δώσει για να εξαλείψει <u>πλήρως</u> την πιθανότητα απώλειας ζωής (109 p. 17).

Στο παρακάτω σχήμα από το (110) θα δούμε εποπτικά τη σύνδεση των παραπάνω ορισμών με την κοίλη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας. Έστω ότι ένας αποφασίζοντας είναι αντιμέτωπος με το ακόλουθο στοίχημα G: να λάβει m_a με πιθανότητα p ή m_b με πιθανότητα $(1-p)$ και είναι $m_a < m_b$.

$$G \rightarrow [\,p, m_a\,;(1-p), m_b]$$

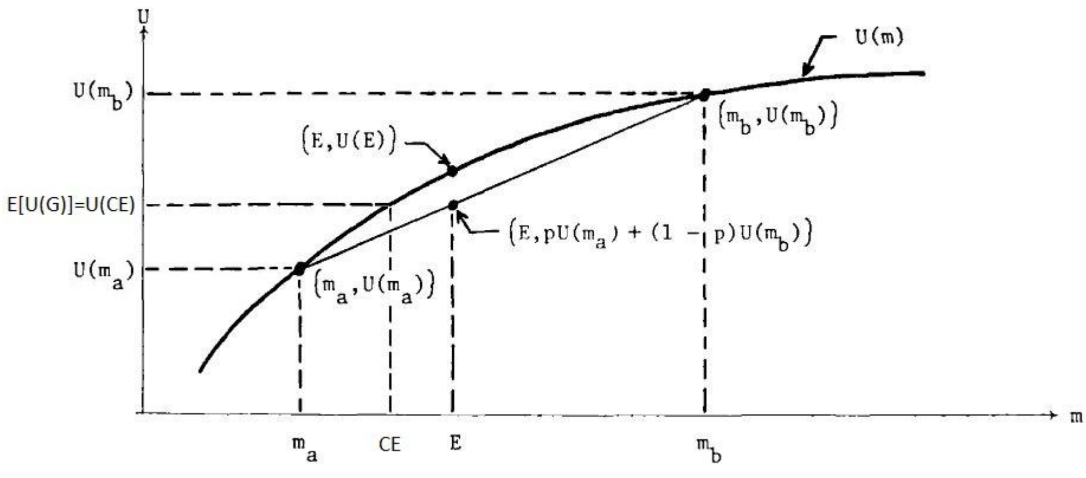
Η μέση τιμή του στοιχήματος G είναι $E = pm_a + (1-p)m_b$. Ο αποφασίζοντας είναι *risk-averse* αν προτιμάει να δεχτεί ένα βέβαιο ποσό ίσο με E από το να συμμετάσχει στο στοίχημα G. Σύμφωνα με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας αυτό σημαίνει

$$\mathbb{E}[U(E)] \geq \mathbb{E}[U(G)] \xRightarrow{E:\, βέβαιο\; ποσό} U(E) \geq \mathbb{E}[U(G)]$$

όπου $\mathbb{E}[U(G)] = pU(m_a) + (1-p)U(m_b)$.

Από το σχήμα φαίνεται πως όταν ισχύει αυτό, η συνάρτηση χρησιμότητας του αποφασίζοντα είναι κοίλη, το οποίο αποδεικνύεται και θεωρητικά όπως αναφέραμε στον ορισμό (2).

Η θέση της τιμής $\mathbb{E}[U(G)] = pU(m_a) + (1-p)U(m_b)$ προκύπτει στον κατακόρυφο άξονα ως κυρτός συνδυασμός των τιμών $U(m_a)$ και $U(m_b)$. Για να βρούμε ποια βέβαιη τιμή είναι ισοδύναμη με το στοίχημα G, θα δούμε ποιο σημείο της καμπύλης της συνάρτησης χρησιμότητας (η οποία αναπαριστά τη χρησιμότητα των βέβαιων συνεπειών) έχει την ίδια κατακόρυφη θέση με την τιμή $\mathbb{E}[U(G)]$ (την προσδοκώμενη χρησιμότητα του G). Η οριζόντια θέση του σημείου αυτού είναι το βέβαιο ισοδύναμο (*Certainty Equivalent-CE*), δηλαδή η τιμή $m = CE$ του οριζόντιου άξονα για την οποία ισχύει $U(CE) = \mathbb{E}[U(G)]$.



σχήμα 12- σχέση της αποστροφής προς το ρίσκο με τη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας

Γενικώς οι αποφασίζοντες (άτομα αλλά και οργανισμοί), με ορισμένες μόνο εξαιρέσεις, θεωρούνται ότι είναι *risk-averse* (103 σ. 400), (110 σ. 36) όταν πρόκειται για ορισμένου είδους συνέπειες.

Οι παραπάνω ορισμοί της *risk aversion* βασίζονται στη σύγκριση μίας κατανομής και ενός βέβαιου ενδεχόμενου (ίσου με τη μέση τιμή μίας κατανομής). Στη συνέχεια θα παραθέσουμε έναν ορισμό της *risk aversion* βασισμένο στη σύγκριση μεταξύ δύο κατανομών (105 σ. 228).

Ορισμός: Έστω η τυχαία μεταβλητή (στοίχημα ή αβέβαιη κατάσταση) X και η τυχαία μεταβλητή Z, ανεξάρτητη από τη X, τέτοια ώστε $\mathbb{E}[Z|X] = 0$.

Κάθε *risk-averse* αποφασίζοντας προτιμάει τη X από την τυχαία μεταβλητή Y που προκύπτει ως το άθροισμα της X και της Z.

Η Z αναφέρεται και ως ανεξάρτητος θόρυβος (*uncorrelated noise*) καθώς προστιθέμενη στη X παράγεται μία τυχαία μεταβλητή με τον ίδιο μέσο όρο ($\mathbb{E}[X] = \mathbb{E}[Y]$) αλλά με μεγαλύτερο «βάρος» πιθανότητας προς τα άκρα της.

Γενικά κάθε διαδικασία, που εφαρμοζόμενη σε μια κατανομή πιθανότητας, μετατοπίζει μάζα πιθανότητας προς τα άκρα (tails), χωρίς να επηρεάζει τη μέση τιμή λέγεται *Mean Preserving Spread* (105). Κάθε αποφασίζοντας είναι *risk-averse*, αν και μόνο αν προτιμάει την αρχική κατανομή από τη μετασχηματισμένη κατά *Mean Preserving Spread* (111 p. 77).

Σύγκριση της risk aversion διαφορετικών αποφασιζόντων

Ένας αποφασίζοντας A μπορεί να χαρακτηριστεί πιο *risk-averse* από τον αποφασίζοντα B βάσει των ακόλουθων τρόπων (111):

- Συγκρίνοντας το μέτρο, κατά Arrow-Pratt, της απόλυτης *risk aversion*:
$$R(x) = -\frac{U''(x)}{U'(x)}$$
Αν ισχύει για κάθε x $R_A(x) \geq R_B(x)$, τότε ο A είναι πιο risk-averse από τον B.
- Αν το *risk-premium* του A είναι μεγαλύτερο από του B για κάθε στοίχημα G, τότε ο A είναι πιο *risk-averse* από τον B.
- Αν η συνάρτηση χρησιμότητας του A, U_A, είναι κοίλος μετασχηματισμός της συνάρτησης χρησιμότητας του B, U_B, δηλαδή υπάρχει συνάρτηση K τέτοια ώστε $U_A = K(U_B)$ με $K' > 0$ και $K'' < 0$, τότε ο A είναι πιο risk-averse από τον B.

Ερμηνείες της risk aversion

Η *risk aversion* ερμηνεύεται με δύο τρόπους:

- Πρώτον, θεωρείται ότι εκφράζει αυτό που αναφέρεται ως φθίνουσα οριακή χρησιμότητα (*diminishing marginal utility*). Πρόκειται για μία στάση προς βέβαια χρηματικά ενδεχόμενα, η οποία αποτυπώνει το γεγονός ότι καθώς αυξάνεται η περιουσία του αποφασίζοντα, κάθε επιπλέον χρηματική μονάδα μετράει λιγότερο στην προτίμησή του.
- Δεύτερον εκφράζει την προτίμηση ενός *risk-averse* αποφασίζοντα για καταστάσεις με λιγότερη αβεβαιότητα ή λιγότερη μεταβλητότητα, όπως εκφράζεται από τον πιο πάνω ορισμό της *risk aversion*.

Στο πλαίσιο της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας, και οι δύο ερμηνείες εκφράζονται μέσω της κοίλης μορφής της συνάρτησης χρησιμότητας (107 σ. 81). Στις εκτεταμένες θεωρίες χρησιμότητας (*non expected-utility theories*) οι δύο αυτές ερμηνείες δεν εξαρτώνται και οι δύο από τη συνάρτηση χρησιμότητας αλλά από διαφορετικά στοιχεία του μοντέλου απόφασης (107).

Στον τομέα της ασφάλειας θα επικεντρωθούμε στη δεύτερη ερμηνεία, καθώς η πρώτη δεν έχει νόημα.

Η έννοια της αποστροφής προς το ρίσκο (risk aversion) στον τομέα της ασφάλειας

Η έννοια της *risk aversion* έχει αναφερθεί στη βιβλιογραφία στο πεδίο της ασφάλειας αλλά δεν έχει τεθεί ακόμα ένας αυστηρός ορισμός, ο οποίος θα αποσαφηνίζει το νόημα του όρου και ο οποίος θα είναι μαθηματικά θεμελιωμένος ώστε να μας επιτρέπει να ενσωματώνουμε τις ανάλογες προτιμήσεις των αποφασιζόντων στα μοντέλα απόφασης.

Θα ξεκινήσουμε παραθέτοντας τους ορισμούς της *risk aversion* από τη σχετική με την ασφάλεια βιβλιογραφία. Στη συνέχεια θα καταδείξουμε την ανάγκη για ένα νέο πλαίσιο, στο οποίο οι ορισμοί της *risk aversion* από το γνωστικό αντικείμενο της θεωρίας αποφάσεων θα μπορέσουν να συσχετιστούν με τους ορισμούς από το πεδίο της ασφάλειας. Το νέο αυτό πλαίσιο είναι αναγκαίο, καθώς θα δείξουμε τον λόγο για τον οποίο δεν μπορεί να γίνει απευθείας συσχέτιση των ερμηνειών της *risk aversion* ανάμεσα στα δύο πεδία. Το πλαίσιο αυτό είναι ένα μοντέλο για τη διαφορετική πιθανοθεωρητική αντιμετώπιση των ατυχημάτων και των σχετιζόμενων συνεπειών τους, το οποίο μοντέλο θα παρουσιαστεί σε επόμενο κεφάλαιο.

Ορισμοί της risk aversion στο πεδίο της ασφάλειας

1. «*Risk aversion means that more severe consequences (with the same frequency) weights heavier in the decision making process than more frequent events (with the same in total consequence)* » (16 p. 95).

   Αποστροφή προς το ρίσκο σημαίνει ότι πιο σοβαρές συνέπειες (με την ίδια συχνότητα) έχουν μεγαλύτερο βάρος στη διαδικασία λήψης απόφασης από ότι πιο συχνά γεγονότα (με τις ίδιες συνολικές συνέπειες).

2. «*Risk aversion refers to the weighting of severe accidents in such a way as to predict a higher social cost for severe accidents than for less severe accidents, even for cases in which the expected loss (frequency × magnitude) is equal (as an example, if one accident in which 100 lives were lost was considered more severe than 100 smaller accidents, each causing one fatality, this would be considered to represent risk aversion*» (112 p. 45)

   Η αποστροφή προς το ρίσκο αναφέρεται στη στάθμιση των σοβαρών ατυχημάτων με τέτοιο τρόπο ώστε να προβλέπεται υψηλότερο κοινωνικό κόστος για σοβαρά ατυχήματα από ότι για λιγότερο σοβαρά, ακόμα και στις περιπτώσεις όπου οι προσδοκώμενες απώλειες (συχνότητα × συνέπειες) είναι ίσες (όπως για παράδειγμα, αν ένα ατύχημα με 100 απώλειες θεωρούνταν πιο σοβαρό από ότι 100 μικρότερα ατυχήματα, έκαστο με μία απώλεια, η στάση αυτή θα θεωρούνταν ότι αντιπροσωπεύει αποστροφή προς το ρίσκο.

3. «*It has been suggested in the literature that society is risk-averse when comparing a single, infrequent large accident with a number of small accidents leading to the same total number of fatalities in the same period*» (113 p. 141)

   Έχει προταθεί στη βιβλιογραφία ότι η κοινωνία αποστρέφεται το ρίσκο όταν συγκρίνεται ένα σπάνιο μεγάλο ατύχημα με έναν αριθμό μικρότερων ατυχημάτων που οδηγούν στον ίδιο συνολικό αριθμό απωλειών στην ίδια χρονική περίοδο.

Αποστροφή προς το ρίσκο: από το πεδίο της θεωρίας αποφάσεων στο πεδίο της ασφάλειας

Όπως βλέπουμε οι παραπάνω ορισμοί είναι καθαρά ποιοτικοί και δεν δίνουν μία αυστηρή διατύπωση της έννοιας της αποστροφής προς το ρίσκο, η οποία να μπορεί να ενσωματωθεί σε ένα μοντέλο απόφασης.

Σκοπός μας είναι να χρησιμοποιήσουμε τους αυστηρούς ορισμούς της αποστροφής προς το ρίσκο από τη θεωρία αποφάσεων για να δώσουμε μία ακριβή ερμηνεία της έννοιας, που να συμφωνεί με την ποιοτική περιγραφή των παραπάνω ορισμών στο πεδίο της ασφάλειας.

Ένας συνδετικός κρίκος ανάμεσα στα δύο πεδία είναι η *μεταβλητότητα* των συνεπειών. Παραπάνω περιγράφονται δύο συγκρινόμενες καταστάσεις: στη μία έχουμε σπάνια ατυχήματα με ακραίες συνέπειες και στην άλλη πιο συχνά ατυχήματα με μικρότερες συνέπειες. Και για τις δύο περιπτώσεις τα αθροίσματα των συνεπειών στην ίδια χρονική περίοδο είναι ίσα. Όμως στην πρώτη περίπτωση οι συνέπειες κατανέμονται σε ένα πολύ μεγάλο εύρος, ενώ στη δεύτερη κατανέμονται γύρω από συγκεκριμένες τιμές.

Αυτό θα μπορούσε να μας οδηγήσει στο να θεωρήσουμε ότι μια κατανομή πιθανότητας που περιγράφει τις απώλειες από ένα σπάνιο αλλά σοβαρό ατύχημα προκύπτει από την εφαρμογή σε μία κατανομή (που περιγράφει τις απώλειες από ένα πιο συχνό ατύχημα) μίας διαδικασίας *Mean Preserving Spread* που μεταφέρει βάρος από το μέσο όρο προς τα άκρα. Όμως οι ορισμοί της *risk aversion* από το πεδίο της θεωρίας αποφάσεων αναφέρονται στη μεταβλητότητα των συνεπειών από μία και μόνο αβέβαιη κατάσταση. Οι ορισμοί της *risk aversion* από το πεδίο της ασφάλειας αναφέρονται σε αθροίσματα συνεπειών από πολλές αβέβαιες καταστάσεις, εν προκειμένω από πολλά ατυχήματα.

Η διαφορά αυτή φαίνεται από το γεγονός ότι στη θεωρία αποφάσεων χρησιμοποιούνται πιθανότητες (για την περιγραφή των συνεπειών από μία και μόνο αβέβαιη κατάσταση), ενώ στον τομέα της ασφάλειας χρησιμοποιούνται συχνότητες. Στο πεδίο της ασφάλειας μας ενδιαφέρει και ο αριθμός των ατυχημάτων (ο οποίος είναι αβέβαιος και ως εκ τούτου αποτελεί τυχαία μεταβλητή) και συγχρόνως οι αβέβαιες συνέπειες από κάθε ατύχημα. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο χρησιμοποιούνται συχνότητες στον τομέα της ασφάλειας. Όπως έχει επισημανθεί και στο (32 σ. 1889) δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε συχνότητες αντί των πιθανοτήτων οι οποίες απαιτούνται στη θεωρία αποφάσεων. Οι συχνότητες των ατυχημάτων είναι τυχαίες μεταβλητές οι οποίες περιγράφονται από συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας και δεν αποτελούν οι ίδιες πιθανότητες.

Επομένως θα πρέπει να θέσουμε έναν ορισμό της *risk aversion* που να λαμβάνει υπόψη σύνολα αβέβαιων καταστάσεων (δηλαδή κατανομών πιθανότητας). Σε επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τον τρόπο με τον οποίο το έχουμε επιτύχει στην παρούσα διπλωματική.

Stochastic Orders

Αν ένας αποφασίζοντας επιλέξει να βασίσει τις επιλογές του στα αξιώματα της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας (*Expected Utility Theory-EUT*) , τότε όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, χρειάζεται να υπολογίσει την προσδοκώμενη χρησιμότητα κάθε εναλλακτικής και να διαλέξει εκείνη με τη μέγιστη τιμή.

Αυτό προϋποθέτει ότι η μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας είναι πλήρως γνωστή. Τότε θα έχουμε μια πλήρη κατάταξη (*complete ordering*) των διαθέσιμων επιλογών από τη λιγότερο προς την περισσότερο επιθυμητή επιλογή. Όμως είναι αρκετά δύσκολο να εξάγουμε με ακρίβεια τη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας, ειδικά σε περιπτώσεις όπου το πρόβλημα απόφασης αφορά εκτεταμένα μέρη της κοινωνίας ή την κοινωνία στο σύνολό της. Επίσης όταν υπάρχουν πάνω από ένας αποφασίζοντες, είναι δύσκολο να εξαχθεί μια συνάρτηση που να εκφράζει τις προτιμήσεις όλων (γεγονός που προκύπτει από το γνωστό θεώρημα του Arrow (114)). Το μόνο που ενδέχεται να γνωρίζουμε είναι κάποια χαρακτηριστικά για τη γενική μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας ή ένα κοινό χαρακτηριστικό των συναρτήσεων όλων των αποφασιζόντων σε μια ομάδα.

Οι στοχαστικές ταξινομήσεις (***Stochastic Orders***) είναι το εργαλείο που μας επιτρέπει να πραγματοποιήσουμε αποφάσεις σύμφωνα με τα αξιώματα της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας έχοντας <u>μερική πληροφόρηση</u> για τη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας.

Οι ***Stochastic Orders*** αποτελούν μερικές κατατάξεις (*partial orders*) μεταξύ τυχαίων μεταβλητών. Πρόκειται για εργαλείο που χρησιμοποιείται στη θεωρία και στη ανάλυση αποφάσεων (*decision theory* και *decision analysis*) σε περιπτώσεις όπου μια κατάσταση ρίσκου (δηλαδή μια κατανομή πιθανότητας ορισμένη στο σύνολο των ενδεχόμενων συνεπειών) μπορεί να χαρακτηριστεί ως προτιμότερη έναντι μιας άλλης κατάστασης για μια κλάση αποφασιζόντων. Επίσης χρησιμοποιούνται σε κλάδους όπως η θεωρία αξιοπιστίας (*reliability theory*), οι αναλογιστικές επιστήμες (*actuarial theory*) και η στατιστική. Πρόκειται για σχέσεις σύγκρισης ανάμεσα σε ζεύγη τυχαίων μεταβλητών και συγκεκριμένα έχει να κάνει με τις σχετικές θέσεις των αθροιστικών συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας (*Cumulative distribution functions- c.d.f.*) των δύο τυχαίων μεταβλητών.

Στην περίπτωση ομάδας αποφασιζόντων βασίζονται στις κοινές προτιμήσεις σχετικά με σύνολα πιθανών συνεπειών μαζί με τις αντιστοιχισθείσες πιθανότητες. Οι επιλογές των αποφασιζόντων ικανοποιούν τα αξιώματα της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας και επομένως οι προτιμήσεις τους μπορούν να εκφραστούν βάσει μιας συνάρτησης χρησιμότητας. Όλες οι συγκρίσεις που πραγματοποιούν βασίζονται στο κριτήριο της μέγιστης προσδοκώμενης χρησιμότητας. Το εργαλείο των *Stochastic Orders* μπορεί να υποδείξει πότε η σύγκριση ανάμεσα σε δύο εναλλακτικές είναι αποδεκτή από όλους τους αποφασίζοντες σε μια ομάδα και συγχρόνως η σύγκριση αυτή να είναι σύμφωνη με τα αξιώματα της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας. Όπως θα δούμε παρακάτω, η έννοια της αποστροφής προς το ρίσκο (*risk aversion*) αποτελεί κύριο παράγοντα μίας από τις *Stochastic Orders*. Υπάρχουν διάφορες σχέσεις των *Stochastic Orders* ανάλογα με τα γενικά χαρακτηριστικά των συναρτήσεων χρησιμότητας μιας κλάσης αποφασιζόντων.

Μερικές κατατάξεις (*partial orders*)

Οι *Stochastic Orders* αποτελούν μερικές κατατάξεις (*partial orders*) υπό την έννοια ότι για κάποια ζεύγη τυχαίων μεταβλητών, καμία από τις δύο δεν είναι ανώτερη της άλλης, καθώς δεν θα υπάρχει ομόφωνη προτίμηση της μίας από την άλλη ανάμεσα στους αποφασίζοντες μιας κλάσης. Το αποτέλεσμα θα είναι ότι δεν θα μπορεί να εξαχθεί μια πλήρης κατάταξη (*complete ordering*) των καταστάσεων από τη λιγότερο προς την περισσότερο επιθυμητή. Το σημαντικό πλεονέκτημα όμως είναι ότι η συγκεκριμένη σχέση των *Stochastic Orders* θα μπορεί να ξεχωρίζει το σύνολο των εξεταζόμενων καταστάσεων σε εκείνες τις οποίες κανένας αποφασίζοντας θα διάλεγε ως βέλτιστη και σε εκείνες οι οποίες επικρατούν των υπολοίπων βάσει των κοινών προτιμήσεων των αποφασιζόντων.

Για λόγους πληρότητας παραθέτουμε και τον μαθηματικό ορισμό μίας μερικής κατάταξης (*partial order*) (107 σ. 105):

Ορισμός: Έστω $\mathcal{Y}$ σύνολο μονοδιάστατων συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας. Η δυαδική σχέση $\preccurlyeq$ είναι μία μερική κατάταξη (*partial order*) αν για οποιαδήποτε στοιχεία F_X, F_Y και F_Z του $\mathcal{Y}$, ισχύουν οι ακόλουθες ιδιότητες:

1. Αν $F_X \preccurlyeq F_Y$ και $F_Y \preccurlyeq F_Z$, τότε ισχύει $F_X \preccurlyeq F_Z$ (μεταβατική ιδιότητα-*transitivity*)
2. $F_X \preccurlyeq F_X$ (ανακλαστική ιδιότητα-*reflexivity*)
3. Αν $F_X \preccurlyeq F_Y$ και $F_Y \preccurlyeq F_X$, τότε $F_X \equiv F_Y$ (αντισυμμετρική ιδιότητα-*antisymmetry*)

Μια σχέση $\preccurlyeq$ αποτελεί πλήρη κατάταξη, αν επιπλέον των παραπάνω, ικανοποιεί την εξής ιδιότητα:

Για οποιαδήποτε στοιχεία F_X και F_Y του $\mathcal{Y}$ ισχύει είτε $F_X \preccurlyeq F_Y$ είτε $F_Y \preccurlyeq F_X$.

Στη συνέχεια θα παραθέσουμε τους ορισμούς για τις σημαντικότερες σχέσεις των *Stochastic Orders*, τη *Stochastic Dominance*, την *Increasing Concave Order* και την *Increasing Convex Order*, και έπειτα τα θεωρήματα που αποδεικνύουν τη σχέση τους με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας.

Stochastic Dominance

Ορισμός της Stochastic Dominance

Η πρώτη σχέση των *Stochastic Orders* ονομάζεται ***Stochastic Dominance***. Είναι επίσης γνωστή στη βιβλιογραφία ως *First Order Stochastic Dominance* (115) ή *Usual Stochastic Orde*r (116). Ο όρος *Stochastic Dominance* συναντάται συχνά και σε εφαρμογές στις αναλογιστικές επιστήμες (107).

Αφορά τη σύγκριση του «μεγέθους» των τυχαίων μεταβλητών και συγκεκριμένα πότε μία τυχαία μεταβλητή είναι «μικρότερη» από μία άλλη κατά μία στοχαστική έννοια (116).

Έστω οι τυχαίες μεταβλητές X και Y που αντιπροσωπεύουν τις επιπτώσεις από τη λειτουργία ενός συστήματος και έχουν πεδίο τιμών το **μη θετικό** μέρος των πραγματικών αριθμών. Οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητάς τους είναι F_X και F_Y αντίστοιχα.

Ορισμός (115): Η X είναι μικρότερη της Y κατά *Stochastic Dominance*, $\boldsymbol{X \preccurlyeq_1 Y}$, ή αλλιώς η X επικρατεί της Y κατά *Stochastic Dominance*, αν και μόνο αν ισχύει

$$\boldsymbol{F_X(x) \leq F_Y(x) \; για \; κάθε \; x}$$

$$και \; με \; την \; αυστηρή \; ανισότητα \; να \; ισχύει \; για \; ένα \; τουλάχιστον \; x$$

Στην περίπτωση όπου οι τυχαίες μεταβλητές περιγράφουν απώλειες ή ζημίες αλλά οι τιμές τους έχουν αλγεβρικό θετικό πρόσημο, η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί ως (116 σ. 3):

$$F_X(x) \geq F_Y(x) \; για \; κάθε \; x \; και \; με \; την \; αυστηρή \; ανισότητα \; για \; ένα \; τουλάχιστον \; x$$

ή αλλιώς

$$\overline{F}_X(x) \leq \overline{F}_Y(x) \; για \; κάθε \; x \; και \; με \; την \; αυστηρή \; ανισότητα \; για \; ένα \; τουλάχιστον \; x$$

όπου $\overline{F}(x) = 1 - F(x)$ είναι η *exceedance*, *complementary*, *survival* ή *tail function* (107) συνάρτηση κατανομής πιθανότητας.

Η τελευταία σχέση οδηγεί και στη διαισθητική ερμηνεία της *Stochastic Dominance*, σύμφωνα με την οποία αν $X \preccurlyeq_1 Y$, τότε είναι λιγότερο πιθανό η X να πάρει «μεγάλες» τιμές συνεπειών από ότι η Y, όπου «μεγάλες» σημαίνει μεγαλύτερες από x, με αυτό να ισχύει για κάθε x.

Στην περίπτωση διακριτών τυχαίων μεταβλητών X και Y οι οποίες έχουν πεδίο τιμών ένα ταξινομημένο σύνολο $\{x_i\}$, με $x_i < x_j$ αν και μόνο αν $i < j$, η σχέση $\boldsymbol{X \preccurlyeq_1 Y}$ γράφεται ως εξής:

για τυχαίες μεταβλητές με <u>αρνητικό</u> αλγεβρικό πρόσημο:

$$F_X(x_i) \leq F_Y(x_i) \text{ [ή } \mathbb{P}(X \leq x_i) \leq \mathbb{P}(Y \leq x_i)]$$

ή χρησιμοποιώντας τις exceedance συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας

$$\overline{F}_X(x_i) \geq \overline{F}_Y(x_i) \text{ [ή } \mathbb{P}(X > x_i) \geq \mathbb{P}(Y > x_i)]$$

και για τυχαίες μεταβλητές με <u>θετικό</u> αλγεβρικό πρόσημο:

$$F_X(x_i) \geq F_Y(x_i)$$

ή αλλιώς

$$\overline{F}_X(x_i) \leq \overline{F}_Y(x_i)$$

Έχουμε παραθέσει δύο ορισμούς για τη σχέση $\boldsymbol{X \preccurlyeq_1 Y}$ της *Stochastic Dominance*, ανάλογα με το πρόσημο των τιμών που λαμβάνουν οι τυχαίες μεταβλητές. Η αντιστοιχία ανάμεσα στους δύο ορισμούς προκύπτει από την παρακάτω σχέση (107 σ. 112):

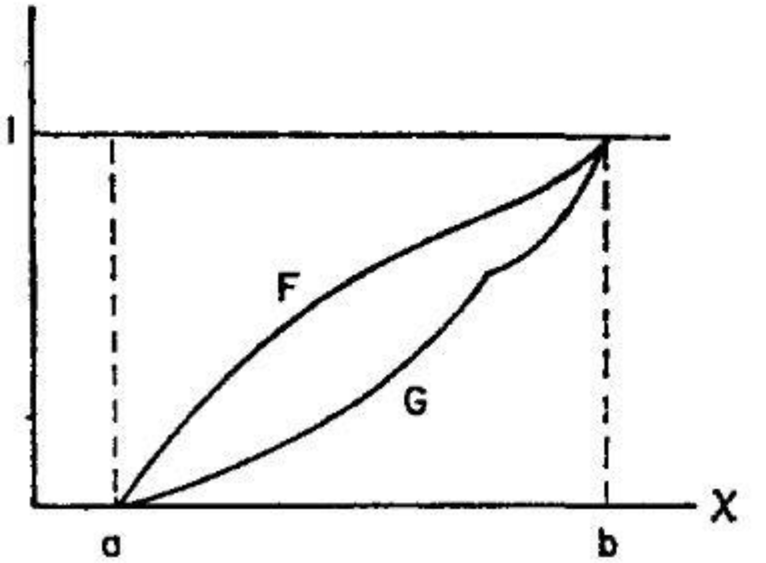
$$X \preccurlyeq_1 Y \Leftrightarrow -Y \preccurlyeq_1 -X$$

δηλαδή, αν τα X και Y αντιπροσωπεύουν απώλειες ή ζημίες τότε, αν λαμβάνουν τιμές με αρνητικό αλγεβρικό πρόσημο, η προτιμητέα επιλογή είναι εκείνη με πιθανότητα μεγαλύτερης αλγεβρικής τιμής. Αν τα X και Y λαμβάνουν τιμές με θετικό αλγεβρικό πρόσημο, τότε η προτιμητέα επιλογή είναι εκείνη με πιθανότητα μικρότερης αλγεβρικής τιμής. Σε κάθε περίπτωση η προτιμητέα επιλογή είναι εκείνη με πιθανότητα μικρότερης απόλυτης τιμής.

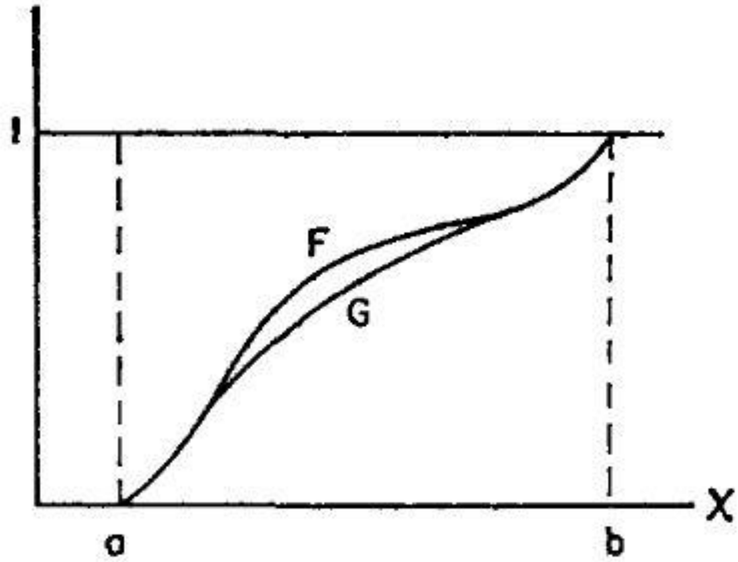
Στη συνέχεια θα θεωρούμε κατά κύριο λόγο ότι οι τιμές των τυχαίων μεταβλητών λαμβάνουν αρνητικές τιμές εκτός και εάν δηλώνεται αλλιώς.

Γραφική επεξήγηση της Stochastic Dominance

Γραφικά, η X είναι μικρότερη της Y κατά *Stochastic Dominance*, αν η καμπύλη της $F_X(x)$ βρίσκεται κάτω από την η καμπύλη της $F_Y(x)$ τουλάχιστον σε ένα υποσύνολο του πεδίου ορισμού τους και ποτέ δεν βρίσκεται από πάνω. Στα παρακάτω σχήματα από το (115) αποτυπώνονται δύο περιπτώσεις όπου η κατανομή G είναι μικρότερη κατά *Stochastic Dominance* της κατανομής F: στο πρώτο σχήμα η G βρίσκεται κάτω από την F σε όλο το πεδίο ορισμού $[a, b]$, ενώ στο δεύτερο σχήμα βρίσκεται κάτω από την F σε ένα υποσύνολο του πεδίου ορισμού και σε όλα τα άλλα σημεία είναι ίσες.



σχήμα 13- αυστηρή ανισότητα ($G(x) < F(x)$) των συναρτήσεων κατανομής σε όλο το πεδίο ορισμού



σχήμα 14- ανισότητα ($G(x) < F(x)$) των συναρτήσεων κατανομής σε ένα υποσύνολο του πεδίου ορισμού

Σύνδεση της Stochastic Dominance με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας (Expected Utility Theory-EUT)

Όταν ένας αποφασίζοντας καλείται να πάρει μια απόφαση σε ένα περιβάλλον στοχαστικής φύσης, το να κάνει μία επιλογή έγκειται στο να διαλέξει μία συνάρτηση κατανομής πιθανότητας από ένα σύνολο διαθέσιμων κατανομών (115). Το σύνολο των διαθέσιμων επιλογών προκύπτει χρησιμοποιώντας κάποιες από τις πολλές διαθέσιμες μεθόδους στατιστικής ή άλλων γνωστικών αντικειμένων. Θεωρώντας δεδομένη την ύπαρξη του διαθέσιμου συνόλου κατανομών, εστιάζουμε στην εφαρμογή των *Stochastic Orders* (και συγκεκριμένα, στο σημείο αυτό, της *Stochastic Dominance*) στο πρόβλημα απόφασης υπό αβεβαιότητα.

Για να δείξουμε ότι μπορεί να γίνει αυτό, θα πρέπει να τεθεί μία σύνδεση ανάμεσα στις *Stochastic Orders* και στη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας, καθώς όπως θεωρήσαμε στην αρχή του κεφαλαίου, σκοπός των αποφασιζόντων είναι η μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης χρησιμότητας.

Όπως αναφέραμε θα ασχοληθούμε με συναρτήσεις χρησιμότητας που δεν είναι πλήρως προσδιορισμένες, δηλαδή έχουμε μερική πληροφόρηση για τη μορφή τους, ή αλλιώς για ομάδες συναρτήσεων χρησιμότητας που έχουν κάποια κοινά χαρακτηριστικά. Παρακάτω ορίζουμε μία από τις πιο ευρείες ομάδες συναρτήσεων.

Ορισμός (115): Έστω $\mathcal{U}_1$ το σύνολο όλων των συναρτήσεων U που είναι γνησίως αύξουσες

$$\mathcal{U}_1 = \{U|U' > 0\}$$

τότε κάθε αποφασίζοντας που προτιμάει το καλύτερο από το χειρότερο ενδεχόμενο έχει συνάρτηση χρησιμότητας που ανήκει στο $\mathcal{U}_1$. Επομένως το $\mathcal{U}_1$ ισοδυναμεί με το σύνολο σχεδόν των αποφασιζόντων.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε μια βασική πρόταση που θεμελιώνει τη σύνδεση ανάμεσα στη *Stochastic Dominance* και στη μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης χρησιμότητας. Η αρχή της μεγιστοποίησης της προσδοκώμενης χρησιμότητας σημαίνει ότι όταν ένας αποφασίζοντας έχει να διαλέξει ανάμεσα σε δύο αβέβαιες καταστάσεις (συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας) F και G, θα προτιμήσει εκείνη με την μεγαλύτερη προσδοκώμενη χρησιμότητα. Για αυτό η έκφραση «η F έχει μεγαλύτερη προσδοκώμενη χρησιμότητα από την G» είναι ισοδύναμη με την έκφραση «η F προτιμάται από την G».

Θεώρημα[5] (115), (105): ***Stochastic Dominance* και *Expected Utility Theory***

Η F επικρατεί της G (ή η F είναι μικρότερη από την G) κατά Stochastic Dominance, $\boldsymbol{F} \preccurlyeq_1 \boldsymbol{G}$, αν και μόνο αν η F προτιμάται από την G για κάθε συνάρτηση χρησιμότητας U που ανήκει στο $\mathcal{U}_1$, δηλαδή αν προτιμάται από κάθε αποφασίζοντα με γνησίως αύξουσα συνάρτηση χρησιμότητας.

Από τη μια μεριά, αν η F επικρατεί της G κατά *Stochastic Dominance*, τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι σχεδόν όλοι οι αποφασίζοντες θα προτιμήσουν την F από την G. Από την άλλη μεριά αν όλοι οι αποφασίζοντες με γνησίως αύξουσα συνάρτηση χρησιμότητας προτιμούν την F από την G, τότε η F επικρατεί της G κατά *Stochastic Dominance*. Επομένως η *Stochastic Dominance* είναι συγχρόνως αναγκαία και ικανή συνθήκη για την εύρεση της βέλτιστης επιλογής στο $\mathcal{U}_1$ (115), (105).

---

[5] Για μία απόδειξη βλ. (105 σ. 47)

Increasing Concave Order

Ορισμός της Increasing Concave Order

Στη συνέχεια θα ορίσουμε μία δεύτερη ομάδα συναρτήσεων, η οποία έχει ένα επιπλέον χαρακτηριστικό πέραν της μονοτονίας: είναι **κοίλες**.

Ορισμός: *Έστω $\mathcal{U}_{2-cv}$ το σύνολο όλων των συναρτήσεων U που είναι γνησίως αύξουσες και κοίλες:*

$$\mathcal{U}_{2-cv} = \{U | U' > 0 \; \kappa\alpha\iota \; U'' < 0\}$$

Ισχύει προφανώς ότι $\mathcal{U}_{2-cv} \subset \mathcal{U}_1$.

Η ερμηνεία του είναι ότι οι αποφασίζοντες της ομάδας αυτής χαρακτηρίζονται από **αποστροφή προς το ρίσκο** (***risk aversion***). Η *risk aversion* σημαίνει ότι ένας αποφασίζοντας λαμβάνει υπόψη του και τη μεταβλητότητα κάθε κατάστασης. Το πιο απλό παράδειγμα είναι το εξής (105 σ. 228):

Έστω οι αβέβαια κατάσταση (τυχαία μεταβλητή) X. Έστω επίσης η τυχαία μεταβλητή Z, η οποία έχει μέσο όρο ίδιο με της X και είναι ανεξάρτητη από αυτήν: $\mathbb{E}[Z|X] = 0$. Αν θεωρήσουμε μία καινούργια μεταβλητή Y τέτοια ώστε

$$Y =_{cdf} X + Z$$

όπου $=_{cdf}$ σημαίνει «ίδια συνάρτηση κατανομής με», τότε κάθε αποφασίζοντας με γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας U ($U \in \mathcal{U}_{2-cv}$) (*risk averse* αποφασίζοντας) προτιμάει το X από το Y. Αυτό προκύπτει διότι το Z μπορεί να χαρακτηριστεί ως «θόρυβος» («noise») (105 σ. 228), δηλαδή σαν ένας παράγοντας που επηρεάζει τη μεταβλητότητα του X αλλά όχι και τη μέση τιμή του. Επομένως κάθε *risk averse* αποφασίζοντας, ο οποίος δίνει αρνητικό βάρος στη μεταβλητότητα, θα προτιμήσει το X έναντι του Y, εφόσον έχει μικρότερη μεταβλητότητα και ίδια μέση τιμή.

Στον τομέα της ασφάλειας ενδέχεται να συναντήσουμε περιπτώσεις καταστάσεων όπως οι A και B, όπου η A έχει χαμηλότερη μέση τιμή συνεπειών από ότι η B αλλά εμπεριέχει ένα καταστροφικό σενάριο με συνέπειες μεγαλύτερες από οποιαδήποτε πιθανή συνέπεια της B. Ένας αποφασίζοντας με γραμμική συνάρτηση χρησιμότητας, ο οποίος αποφασίζει αποκλειστικά βάσει της μέσης τιμής των συνεπειών, θα διάλεγε την κατάσταση A. Όμως ένας *risk averse* αποφασίζοντας θα στάθμιζε από τη μία τη μέση τιμή της A και από την άλλη την πιθανότητα και τις συνέπειες του καταστροφικού σεναρίου της. Η απόφαση που θα πάρει εξαρτάται από το επίπεδο της *risk aversion*. Ορισμένοι *risk averse* αποφασίζοντες θα διάλεγαν την κατάσταση B, παρόλο που έχει υψηλότερη μέση τιμή συνεπειών, γιατί το βάρος που θα προσέδιδαν στο καταστροφικό σενάριο της A θα επιδρούσε καταλυτικά στην απόφασή τους.

Όπως η *Stochastic Dominance* συνδέεται με τους αποφασίζοντες με γνησίως αύξουσες συναρτήσεις, η αντίστοιχη *Stochastic Order* που συνδέεται με τους αποφασίζοντες με γνησίως αύξουσες και κοίλες συναρτήσεις είναι η ***Increasing Concave Order***. Είναι επίσης γνωστή στη βιβλιογραφία ως *Second Order Stochastic Dominance* και συνδέεται με τη *Stop-loss Order* στις αναλογιστικές εφαρμογές (107), (115), (105).

Ενώ η *Stochastic Dominance* αφορούσε τη σύγκριση του «μεγέθους» των τυχαίων μεταβλητών κατά μία στοχαστική έννοια, η *Increasing Concave Order* χρησιμοποιείται για τη σύγκριση δύο τυχαίων μεταβλητών σύμφωνα με το «μέγεθος» τους και τη μεταβλητότητά τους (116 σ. 181), (107 σ. 149). Επίσης βάσει της *Increasing Concave Order* μπορούμε να συγκρίνουμε ζεύγη τυχαίων μεταβλητών με ίσες μέσες τιμές[6], κάτι το οποίο δεν είναι δυνατό βάσει της *Stochastic Dominance* (107 σ. 114), (107 σ. 149).

Ορισμός: Η X είναι μικρότερη της Y κατά *Increasing Concave Order*, $\boldsymbol{X \preccurlyeq_{2-cv} Y}$ (ή αλλιώς η X επικρατεί της Y κατά *Increasing Concave Order*), αν και μόνο αν ισχύει

$$\int_{-\infty}^{x} \boldsymbol{F_X(t)dt} \leq \int_{-\infty}^{x} \boldsymbol{F_Y(t)dt\ \gamma\iota\alpha\ \kappa ά\theta\varepsilon\ x}$$

$$\kappa\alpha\iota\ \mu\varepsilon\ \tau\eta\nu\ \alpha\upsilon\sigma\tau\eta\rho ή\ \alpha\nu\iota\sigma ό\tau\eta\tau\alpha\ \nu\alpha\ \iota\sigma\chi ύ\varepsilon\iota\ \gamma\iota\alpha\ έ\nu\alpha\ \tau o\upsilon\lambda ά\chi\iota\sigma\tau o\nu\ x$$

Ο παραπάνω ορισμός δηλώνει ότι η X είναι μικρότερη της Y κατά *Increasing Concave Order*, αν και μόνο αν το εμβαδόν κάτω από τη συνάρτηση κατανομής της X δεν είναι ποτέ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο εμβαδόν της Y.

Εναλλακτικά η *Increasing Concave Order* μπορεί να οριστεί βάσει των συνεχών από δεξιά, αντίστροφων συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας (116 σ. 183):

$$X \preccurlyeq_{2-cv} Y \Leftrightarrow \int_{p}^{1} F_X^{-1}(t)\,dt \leq \int_{p}^{1} F_Y^{-1}(t)\,dt\ \gamma\iota\alpha\ \kappa ά\theta\varepsilon\ p\ \in [0,1]$$

όπου $F_X^{-1}(t) \equiv sup\{x: F_X(x) \leq t\}, t \in [0,1]$, η συνεχής από δεξιά, αντίστροφη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας.

Η σχέση της *Stochastic Dominance* συνεπάγεται τη σχέση της *Increasing Concave Order*: $X \preccurlyeq_1 Y \Rightarrow X \preccurlyeq_{2-cv} Y$

Αυτό μπορούμε να το συνάγουμε εύκολα και από το γεγονός: $\mathcal{U}_{2-cv} \subset \mathcal{U}_1$

[6] Έχουμε υποθέσει ότι οι τυχαίες μεταβλητές έχουν πεπερασμένες μέσες τιμές

Άμεσες συνέπειες της σχέσης της Increasing Concave Order

Όταν οι μέσες τιμές των τυχαίων μεταβλητών X και Y είναι ίσες, $\mathbb{E}[X] = \mathbb{E}[Y]$, τότε η σχέση $X \preccurlyeq_{2-cv} Y$ συνεπάγεται:

- $\min(|Y|) \leq \min(|X|)$ $\textit{και}$ $\max(|X|) \leq \max(|Y|)$
  που σημαίνει ότι η Y έχει μεγαλύτερο εύρος από ότι η X (107 σ. 149)
- $Var(X) \leq Var(Y)$
  το οποίο ισχύει διότι η *Increasing Concave Order* είναι πιο γενική μέθοδος για τη σύγκριση ως προς τη μεταβλητότητα από ότι η διασπορά (107 σ. 150)

Η σχέση της Increasing Concave Order για τυχαίες μεταβλητές με θετικές τιμές

Έχουμε υποθέσει ότι οι τυχαίες μεταβλητές λαμβάνουν αρνητικές τιμές, εφόσον αναπαριστούν αρνητικές συνέπειες. Όμως σε κάποια πλαίσια, όπως στις αναλογιστικές επιστήμες, οι μεταβλητές που αναπαριστούν απώλειες έχουν θετικές τιμές. Η σχέση της *Increasing Concave Order* για **θετικές τιμές** έχει τότε την ακόλουθη μορφή (107 σ. 149), (116 σ. 182):

$$\boldsymbol{X \preccurlyeq_{2-cv} Y \Leftrightarrow \int_x^{\infty} \overline{F}_X(t)dt \leq \int_x^{\infty} \overline{F}_Y(t)dt \ \textit{για κάθε} \ x}$$

όπου $\overline{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{X}}$ και $\overline{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{Y}}$ είναι οι *exceedance* συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας.

Εναλλακτική ερμηνεία της Increasing Concave Order

Στη συνέχεια θα παραθέσουμε ισοδύναμες σχέσεις για την *Increasing Concave Order* που θα κάνουν πιο κατανοητή τη σημασία της.

Ισοδυναμία της *Increasing Concave Order* με το μέτρο της Lower Partial Moment

Ισχύει ότι (116 σ. 183):

$$X \preccurlyeq_{2-cv} Y \Leftrightarrow \mathbb{E}[(X-\alpha)_+] \leq \mathbb{E}[(Y-\alpha)_+], \qquad \textit{για κάθε } \alpha$$

όπου z_+ είναι το θετικό μέρος του z: $z_+ = \begin{cases} z, \alpha\nu\ z > 0 \\ 0, \alpha\nu\ z \leq 0 \end{cases}$

Ο όρος $(X-\alpha)_+$ αναπαριστά το πόσο υπερβαίνουν οι συνέπειες X ένα καθορισμένο *όριο* (ή *κριτήριο*) α.

Εφόσον η μεταβλητές X και Y είναι τυχαίες, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αρχικά τις μέσες τιμές $\mathbb{E}[(X-\alpha)_+]$ και $\mathbb{E}[(Y-\alpha)_+]$ για να συγκρίνουμε τις $(X-\alpha)_+$, $(Y-\alpha)_+$. Η γενικότερη μορφή του παράγοντα $\mathbb{E}[(X-\alpha)_+]$ λέγεται ***Lower Partial Moment***: $\mathbb{E}\left[(X-\alpha)^p{}_+\right]$, $p \geq 0$ (28 σ. 53), (117), όπου για $p \geq 1$ έχουμε ανώτερες, της μέσης τιμής $\mathbb{E}[(X-\alpha)_+]$, «ροπές».

Άρα η σχέση της Increasing Concave Order $X \preccurlyeq_{2-cv} Y$ *δείχνει αν η τυχαία μεταβλητή* Y *ξεπερνάει περισσότερο ή με μεγαλύτερη πιθανότητα το όριο* α *από ότι η* X *<u>για κάθε τιμή</u> του ορίου* α.

Ισοδυναμία της *Increasing Concave Order* με το μέτρο του *Conditional Value-at-Risk*

Ένας από τους ορισμούς του μέτρου του *Conditional Value-at-Risk* (*CVaR*) είναι ο εξής:

$$CVaR_p(X) = \mathbb{E}[X|\, X \leq F_X^{-1}(p)], \qquad p \in [0,1]$$

Το *CVaR* αντιπροσωπεύει τη μέση τιμή των χειρότερων σεναρίων που ενδέχεται να προκύψουν με πιθανότητα $p\%$ (28). Ουσιαστικά το *CVaR* είναι ένα μέτρο του πόσο «παχιά» είναι η ουρά μίας κατανομής, δηλαδή τι επίπτωση έχουν τα πιο καταστροφικά σενάρια σε σχέση με τα υπόλοιπα.

Το *CVaR* ορίζεται και εναλλακτικά ως: $CVaR_p(X) = \frac{1}{p}\int_0^p F_X^{-1}(t)\, dt$ όπου αναφέρεται και ως Expected Shortfall.

Προκύπτει ότι (117 σ. 15):

$$X \preccurlyeq_{2-cv} Y \Leftrightarrow CVaR_p(X) \leq CVaR_p(X) \;\; για\ κάθε\ \ p \in [0,1]$$

δηλαδή *η σχέση της Increasing Concave Order* $X \preccurlyeq_{2-cv} Y$ *δείχνει αν η κατανομή της* X *έχει λιγότερο «βάρος» προς τα χειρότερα σενάρια από ότι η κατανομή της* Y *για κάθε τιμή της πιθανότητας* $p \in [0,1]$ *με την οποία ενδέχεται να προκύψουν τα εν λόγω σενάρια*.

Σχέση μεταξύ των συνόλων που ταξινομούνται βάσει της Stochastic Dominance και της Increasing Concave Order αντίστοιχα

Η σχέση της *Increasing Concave Order* είναι πιο αδύναμη (*weaker*) από τη σχέση της *Stochastic Dominance* με τη έννοια ότι η *Stochastic Dominance* είναι ικανή συνθήκη για την *Increasing Concave Order* (δηλαδή συνεπάγεται την *Increasing Concave Order*) αλλά όχι και το αντίστροφο (115). Όπως έχουμε αναφέρει, δεν είναι αναγκαίο ότι ισχύει η σχέση κάποιας *Stochastic Order* ανάμεσα σε δύο τυχαίες μεταβλητές, καθώς πρόκειται για σχέσεις που παράγουν μερικές κατατάξεις σε ένα σύνολο συναρτήσεων κατανομής. Προκύπτει όμως ότι: **το σύνολο των κατανομών που μπορεί να ταξινομηθεί σύμφωνα με την *Increasing Concave Order* είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο για τη *Stochastic Dominance*** (115 σ. 368). Αυτό σημαίνει ότι δύο κατανομές που δεν συγκρίνονται βάσει της *Stochastic Dominance* (διότι π.χ. διασταυρώνονται) είναι πιθανό να μπορούν να συγκριθούν βάσει της *Increasing Concave Order*.

Stochastic Orders και κριτήρια αποδοχής

Ας θεωρήσουμε μία συγκεκριμένη τυχαία μεταβλητή Υ ως μία δεδομένη κατάσταση με την οποία θα συγκρίνουμε κάθε τυχαία μεταβλητή X, για να χαρακτηρίσουμε τη X ως αποδεκτή ή όχι. Τότε η Υ θα συνιστά μια οριακή κατάσταση ή αλλιώς *κριτήριο αποδοχής*. Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις των *Stochastic Dominance* και *Increasing Concave Order* για να συγκρίνουμε κάθε κατάσταση X με το κριτήριο αποδοχής. Αν ισχύουν $X \preccurlyeq_1 \Upsilon$ ή $X \preccurlyeq_{2-cv} \Upsilon$, τότε θα λέμε ότι η X ικανοποιεί το κριτήριο αποδοχής κατά την αντίστοιχη σχέση.

Ας θεωρήσουμε το σύνολο όλων των καταστάσεων X που ικανοποιούν ένα συγκεκριμένο κριτήριο αποδοχής Υ κατά *Stochastic Dominance*, το οποίο το συμβολίζουμε με $A_1(\Upsilon)$:

$$A_1(\Upsilon) = \{X : X \preccurlyeq_1 \Upsilon\}$$

Το αντίστοιχο σύνολο κατά *Increasing Concave Order* συμβολίζεται με $A_{2-cv}(\Upsilon)$:

$$A_{2-cv}(\Upsilon) = \{X : X \preccurlyeq_{2-cv} \Upsilon\}$$

Επειδή η σχέση της *Stochastic Dominance* συνεπάγεται τη σχέση της *Increasing Concave Order*, $X \preccurlyeq_1 \Upsilon \Rightarrow X \preccurlyeq_{2-cv} \Upsilon$, προκύπτει ότι (118 p. 112):

$$\boldsymbol{A_1(\Upsilon) \subset A_{2-cv}(\Upsilon)}$$

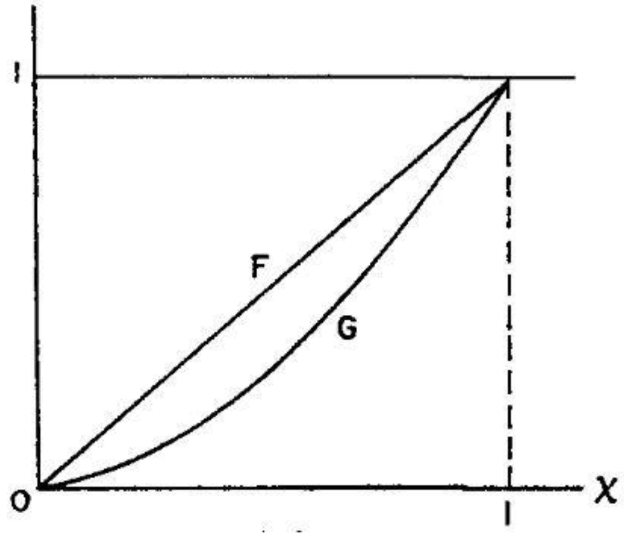
Αυτό σημαίνει ότι περισσότερες καταστάσεις θα είναι αποδεκτές βάσει της *Increasing Concave Order* από ότι βάσει της *Stochastic Dominance*, δηλαδή το πλήθος των κατανομών που προτιμούν όλοι οι *risk averse αποφασίζοντες έναντι του κριτηρίου αποδοχής Υ* είναι μεγαλύτερο από πλήθος των κατανομών που προτιμούν όλοι οι *αποφασίζοντες έναντι του ίδιου κριτηρίου αποδοχής Υ*.

Μία ερμηνεία που θα μπορούσε να δοθεί είναι η εξής: Το σύνολο όλων των αποφασιζόντων (δηλαδή όλοι οι αποφασίζοντες με *γνησίως αύξουσα συνάρτηση χρησιμότητας*) είναι μεγαλύτερο από το σύνολο των *risk averse* αποφασιζόντων (δηλαδή των αποφασιζόντων *με γνησίως αύξουσα* και *κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας*). Τότε και οι προτιμήσεις τους θα είναι και πιο ανομοιόμορφες από ότι οι προτιμήσεις των *risk averse* αποφασιζόντων, οι οποίοι είναι σχετικά πιο ομοιογενές σύνολο, δηλαδή οι προτιμήσεις όλων των αποφασιζόντων θα έχουν λιγότερα κοινά σημεία. Επομένως και οι κατανομές στις οποίες θα συμφωνούν ότι είναι καλύτερες από ότι το κριτήριο αποδοχής Υ θα είναι λιγότερες από αυτές στις οποίες θα συμφωνούν μονάχα οι *risk averse* αποφασίζοντες. Τα παραπάνω φυσικά είναι μία ερμηνεία, η οποία θα πρέπει επίσης να τεθεί και με μαθηματικό τρόπο.

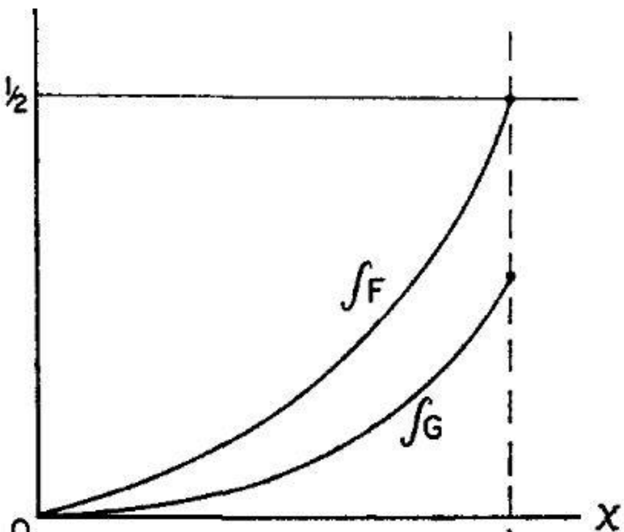
Σε επόμενο κεφάλαιο θα δούμε πως η παραπάνω χρήση των Stochastic Orders θα εφαρμοστεί για τη θεμελίωση των **κριτηρίων αποδοχής ρίσκου**.

Γραφική επεξήγηση της Increasing Concave Order

Αναφέραμε ότι, γραφικά, η X είναι μικρότερη της Y κατά *Increasing Concave Order*, αν και μόνο αν το εμβαδόν κάτω από τη συνάρτηση κατανομής της X δεν είναι ποτέ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο εμβαδόν της Y. Στα επόμενα σχήματα από το (115) φαίνεται και εποπτικά η σχέση της *Increasing Concave Order*. Το σχήμα 15 δείχνει τις συναρτήσεις κατανομής F και G, οι οποίες ορίζονται στο διάστημα $[0,1]$, και με την F να είναι μία τετραγωνική κατανομή. Το σχήμα 16 δείχνει τα ολοκληρώματα των συναρτήσεων κατανομής, δηλαδή τα εμβαδά κάτω από τις συναρτήσεις κατανομής από το σημείο $x = 0$ μέχρι κάθε σημείο στο διάστημα $[0,1]$. Σε αυτό το παράδειγμα η G είναι μικρότερη της F κατά *Stochastic Dominance* (όπως φαίνεται από το σχήμα 15) όσο και κατά *Increasing Concave Order* (σχήμα 16).

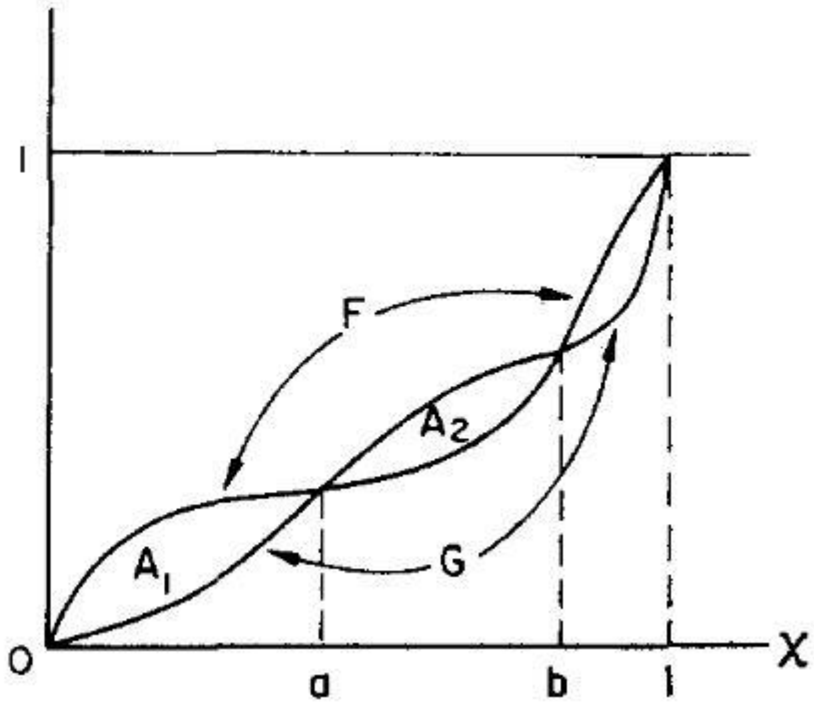


σχήμα 15- επικράτηση της G έναντι της F κατά *Stochastic Dominance*

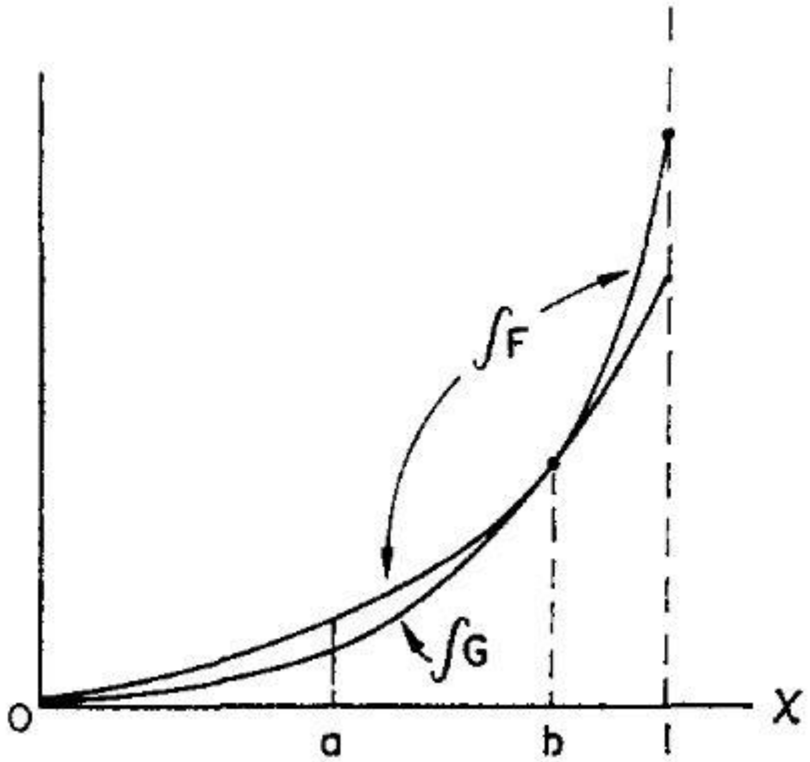


σχήμα 16- επικράτηση της G έναντι της F κατά *Increasing Concave Order*

Στα επόμενα σχήματα όμως βλέπουμε ότι δεν ισχύει η σχέση της *Stochastic Dominance* ανάμεσα στις F και G, εφόσον οι συναρτήσεις κατανομής διασταυρώνονται (σχήμα 17). Εντούτοις το εμβαδόν κάτω από τη G δεν ξεπερνάει σε κανένα σημείο το αντίστοιχο της F (σχήμα 18). Επομένως η G είναι μικρότερη της F κατά *Increasing Concave Order*. Σε αυτό το παράδειγμα υποθέσαμε επίσης ότι τα εμβαδά A_1 και A_2 που περικλείονται ανάμεσα στις καμπύλες των συναρτήσεων είναι ίσα. Από αυτό προκύπτει και το ότι $\int_0^x G(t)dt = \int_0^x F(t)dt$ στο $x = b$. Παρόλο που υπάρχει ισότητα των εμβαδών σε ένα σημείο, επειδή όπως φαίνεται στο σχήμα 18 υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο στο διάστημα $[0,1]$ στο οποίο το εμβαδόν της G είναι μικρότερο από το αντίστοιχο της F και κανένα σημείο στο οποίο να είναι μεγαλύτερο, η G είναι μικρότερη της F κατά *Increasing Concave Order*. Γενικά, όταν οι συναρτήσεις κατανομής διασταυρώνονται σε δύο σημεία (όπως π.χ. στο παρόν παράδειγμα), τότε για ισχύει η σχέση της *Increasing Concave Order*, θα πρέπει να είναι $A_2 \leq A_1$ (115). Γενικώς η σχέση της *Increasing Concave Order* μπορεί να ισχύει ανεξάρτητα από το πλήθος των σημείων τομής των συναρτήσεων κατανομής (105 σ. 71).



σχήμα 17- διασταυρούμενες συναρτήσεις κατα νομής



σχήμα 18- επικράτηση της *G* έναντι της *F* κατά *Increasing Concave Order* στην περίπτωση όπου *G* και *F* διασταυρώνονται

Ας εξετάσουμε πιο γενικά την σχέση της *Increasing Concave Order* γραφικά. Έστω οι κατανομές F και G στα ακόλουθα σχήματα. Όταν εξετάζουμε αν η F επικρατεί της G, θα θεωρούμε ότι το περικλειόμενο εμβαδόν ανάμεσα στις καμπύλες τους είναι θετικό όταν η καμπύλη της F είναι κάτω από την καμπύλη της G. Σε άλλη περίπτωση το περικλειόμενο εμβαδόν θα θεωρείται αρνητικό. Όταν εξετάζουμε αν η G επικρατεί της F, θα θεωρούμε τα αντίθετα πρόσημα για τα εμβαδά. Δηλαδή για το αν ισχύει $F \preccurlyeq_{2-cv} G$ εξετάζουμε αν <u>είναι θετικό</u> το πρόσημο του παράγοντα I_2

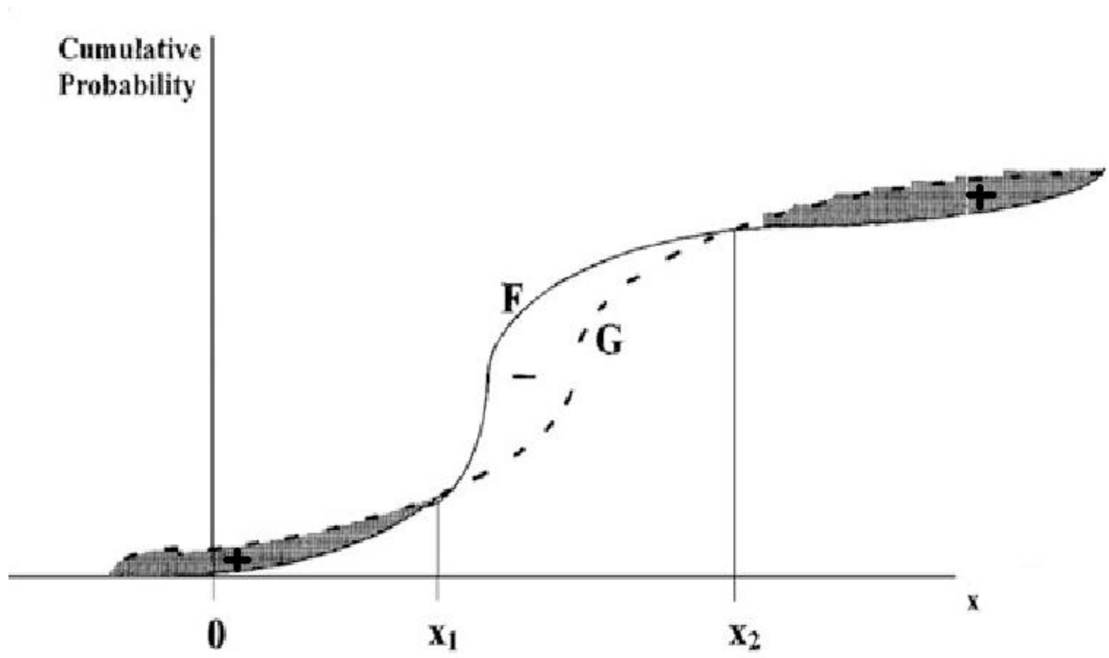
$$I_2 = \int [G(t) - F(t)]dt$$

Για το αν ισχύει $G \preccurlyeq_{2-cv} F$ εξετάζουμε το πρόσημο του παράγοντα:

$$I_2 = \int [F(t) - G(t)]dt$$

Για παράδειγμα εξετάζουμε αν ισχύει $F \preccurlyeq_{2-cv} G$. Τότε τα πρόσημα των περικλειόμενων εμβαδών είναι όπως φαίνονται στο σχήμα 19.

Ας εξετάσουμε αν η G επικρατεί της F στο σχήμα 19. Παρατηρούμε ότι μέχρι το σημείο x_1 το περικλειόμενο εμβαδόν είναι αρνητικό, οπότε δεν ισχύει $G \preccurlyeq_{2-cv} F$.



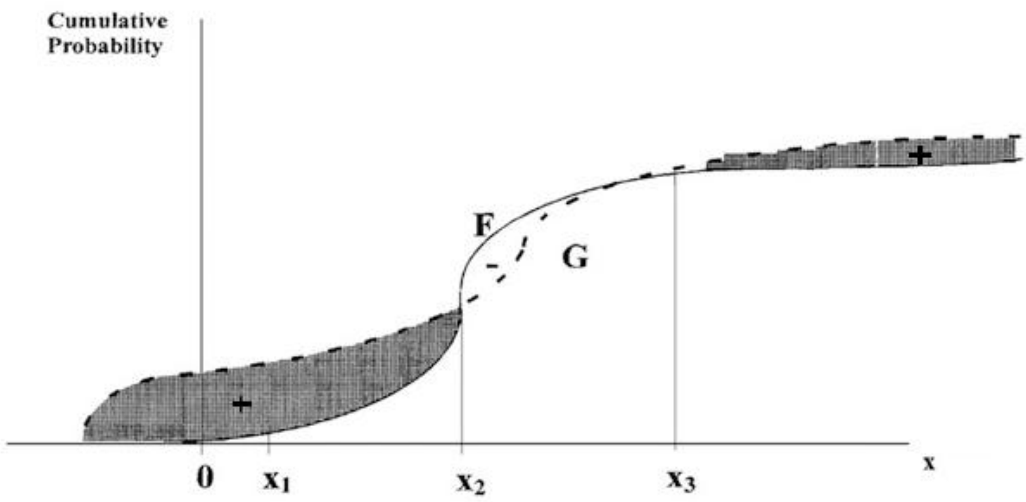
σχήμα 19- Οι F και G είναι μη συγκρίσιμες κατά *Increasing Concave Order*

Αντίστοιχα θα εξετάσουμε αν ισχύει $F \preccurlyeq_{2-cv} G$ δηλαδή θα εξετάσουμε αν το περικλειόμενο εμβαδόν $I_2 = \int [G(t) - F(t)]dt$ είναι θετικό. Παρατηρούμε ότι μέχρι το σημείο x_1 είναι $\int [G(t) - F(t)]dt > 0$, καθώς η F βρίσκεται κάτω από την G, επομένως μια τέτοια σχέση είναι δυνατή. Ωστόσο για να ισχύει $F \preccurlyeq_{2-cv} G$, θα πρέπει να είναι $\int [G(t) - F(t)]dt > 0$ για κάθε x, κάτι το οποίο δεν συμβαίνει διότι μέχρι το σημείο x_2 έχουμε

$$\int_0^{x_1} [G(t) - F(t)]dt + \int_{x_1}^{x_2} [G(t) - F(t)]dt < 0$$

επειδή η πρώτη περικλειόμενη περιοχή (διάστημα $[0, x_1]$) είναι θετική και η δεύτερη αρνητική (διάστημα $[x_1, x_2]$). Για να ισχύει η σχέση $F \preccurlyeq_{2-cv} G$ θα πρέπει η θετική περιοχή να είναι μεγαλύτερη από την αρνητική και επιπλέον να είναι στα αριστερά της. Στο παραπάνω σχήμα η θετική περιοχή είναι μικρότερη από την αρνητική, οπότε δεν ισχύει $F \preccurlyeq_{2-cv} G$. Επομένως έχουμε για τις F και G ότι δεν επικρατεί η μία της άλλης κατά *Increasing Concave Order*, οπότε είναι μη συγκρίσιμες κατά *Increasing Concave Order*.

Στο σχήμα 20 βλέπουμε ότι η F επικρατεί της G κατά *Increasing Concave Order*, καθώς το ολοκλήρωμα $\int_0^x [G(t) - F(t)]dt$ είναι θετικό για κάθε σημείο x.



σχήμα 20- η F επικρατεί της G κατά *Increasing Concave Order*

Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι για κάθε αρνητική περιοχή, π.χ. στο διάστημα $[x_2, x_3]$, υπάρχει μία θετική περιοχή η οποία είναι μεγαλύτερη και βρίσκεται στα αριστερά της, π.χ. η περιοχή στο διάστημα $[x_1, x_2]$. Επομένως η F επικρατεί της G κατά *Increasing Concave Order*.

Οι γενικοί κανόνες για τη γραφική επαλήθευση της *Increasing Concave Order* ανάμεσα σε δύο κατανομές είναι (105):

- Σε κάθε σημείο όπου έχουμε μία αρνητική περιοχή θα πρέπει το άθροισμα των θετικών περιοχών μέχρι εκείνο το σημείο να είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο άθροισμα των αρνητικών περιοχών.
- Ελέγχουμε το πρόσημο του ολοκληρώματος I_2 μόνο στα σημεία τομής των συναρτήσεων κατανομής.

Σύνδεση της Increasing Concave Order με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας (Expected Utility Theory-EUT)

Όπως ακριβώς η *Stochastic Dominance* αποτελεί έναν κανόνα απόφασης, όσον αφορά την επιλογή ανάμεσα σε δύο κατανομές, για όλους τους αποφασίζοντες με συνάρτηση χρησιμότητας στο σύνολο $\mathcal{U}_1$, παρόμοια η *Increasing Concave Order* αποτελεί έναν κανόνα απόφασης για όλους τους αποφασίζοντες με συνάρτηση χρησιμότητας στο σύνολο $\mathcal{U}_{2-cv}$.

Παραθέτουμε το θεώρημα για τη σύνδεση ανάμεσα στην θεωρία προσδοκώμενης χρησιμότητας για τους *risk averse* αποφασίζοντες και την *Increasing Concave Order.*

Θεώρημα[7] (107 σ. 152) (115 σ. 371), (105 σ. 67): ***Increasing Concave Order* και *Expected Utility Theory***

Η F επικρατεί της G (ή η F είναι μικρότερη από την G) κατά Increasing Concave Order, $\boldsymbol{F \preccurlyeq_{2-cv} G}$, αν και μόνο αν η F προτιμάται από την G για κάθε συνάρτηση χρησιμότητας U που ανήκει στο $\mathcal{U}_{2-cv}$δηλαδή αν προτιμάται από κάθε αποφασίζοντα με γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας.

Από τη μια μεριά, αν η F επικρατεί της G κατά *Increasing Concave Order*, τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι όλοι οι *risk averse* αποφασίζοντες θα προτιμήσουν την F από την G. Από την άλλη μεριά αν όλοι οι αποφασίζοντες με γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας (*risk averse* αποφασίζοντες) προτιμούν την F από την G, τότε η F επικρατεί της G κατά *Increasing Concave Order*. Επομένως η *Increasing Concave Order* είναι συγχρόνως αναγκαία και ικανή συνθήκη για την εύρεση της βέλτιστης επιλογής στο $\mathcal{U}_{2-cv}$ (115), (105). Για να το θέσουμε αλλιώς η *Increasing Concave Order* και η Expected Utility Theory παράγουν την ίδια ταξινόμηση ανάμεσα σε δύο κατανομές όταν λαμβάνονται υπόψη οι προτιμήσεις κάθε *risk averse* αποφασίζοντα.

Increasing Convex Order

Ορισμός της Increasing Convex Order

Μέχρι τώρα θεωρήσαμε το σύνολο των γνησίως αυξουσών συναρτήσεων χρησιμότητας $\mathcal{U}_1$ και το σύνολο των γνησίως αυξουσών και κοίλων συναρτήσεων χρησιμότητας $\mathcal{U}_{2-cv}$. Στη συνέχεια θα ορίσουμε το σύνολο των γνησίως αυξουσών και κυρτών συναρτήσεων χρησιμότητας $\mathcal{U}_{2-cx}$, ως εξής:

Ορισμός: *Έστω $\mathcal{U}_{\boldsymbol{2-cx}}$ το σύνολο όλων των συναρτήσεων U που είναι γνησίως αύξουσες και κυρτές:*

$$\mathcal{U}_{\boldsymbol{2-cx}} = \{U|U' > 0 \; \kappa\alpha\iota \; U'' > 0\}$$

Ισχύει προφανώς ότι $\mathcal{U}_{\boldsymbol{2-cx}} \subset \mathcal{U}_1$.

Όπως θα δούμε και σε επόμενο κεφάλαιο, οι αποφασίζοντες με συνάρτηση χρησιμότητας από το σύνολο $\mathcal{U}_{\boldsymbol{2-cx}}$ προτιμούν κατανομές οι οποίες έχουν συγκεντρωμένη μάζα πιθανότητας σε σενάρια με χαμηλές συνέπειες. Ενδέχεται ένας τέτοιος αποφασίζοντας να διαλέξει την κατανομή A με μέση τιμή χαμηλότερη από την κατανομή B ($\mathbb{E}[A] < E[B]$), παρόλο που η A εμπεριέχει ένα καταστροφικό σενάριο με συνέπειες χειρότερες από οποιαδήποτε πιθανή συνέπεια της B.

Η *Stochastic Order* που συνδέεται με το παραπάνω σύνολο είναι η ***Increasing Convex Order***.

[7] Για μία απόδειξη βλ. (105 σ. 68)

Ορισμός: Η X είναι μικρότερη της Y κατά *Increasing Convex Order*, $\boldsymbol{X \preccurlyeq_{2-cx} Y}$ (ή αλλιώς η X επικρατεί της Y κατά *Increasing Convex Order*), αν και μόνο αν ισχύει

$$\int_x^{\infty} \boldsymbol{F_X(t)dt} \leq \int_x^{\infty} \boldsymbol{F_Y(t)dt \ \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ x}$$

$$\kappa\alpha\iota\ \mu\varepsilon\ \tau\eta\nu\ \alpha\upsilon\sigma\tau\eta\rho\acute{\eta}\ \alpha\nu\iota\sigma\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \nu\alpha\ \iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota\ \gamma\iota\alpha\ \acute{\varepsilon}\nu\alpha\ \tau o\upsilon\lambda\acute{\alpha}\chi\iota\sigma\tau o\nu\ x$$

Παρατηρούμε ότι ο κανόνας σύγκρισης μεταξύ της *Increasing Convex Order* και της *Increasing Concave Order* είναι παρόμοιος, μόνο που στην περίπτωση της *Increasing Convex Order* αλλάζουν τα όρια ολοκλήρωσης.

Σύνδεση της Increasing Convex Orderμε τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας (Expected Utility Theory-EUT)

Το θεώρημα που συνδέει την *Increasing Convex Order* με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας για τους αποφασίζοντες με συνάρτηση στο $\mathcal{U}_{2-cx}$ *είναι το εξής:*

Θεώρημα[8] (105 σ. 110): ***Increasing Convex Order* και *Expected Utility Theory***

Η F επικρατεί της G (ή η F είναι μικρότερη από την G) κατά Increasing Convex Order, $\boldsymbol{F \preccurlyeq_{2-cx} G}$*, αν και μόνο αν η F προτιμάται από την G για κάθε συνάρτηση χρησιμότητας U που ανήκει στο $\mathcal{U}_{2-cx}$ δηλαδή αν προτιμάται από κάθε αποφασίζοντα με γνησίως αύξουσα και κυρτή συνάρτηση χρησιμότητας.*

Σχέση της Increasing Convex Order και της Increasing Concave Order

Οι *Increasing Convex Order* και *Increasing Concave Order* συνδέονται με τις παρακάτω σχέσεις (116 σ. 185):

$$\boldsymbol{X \preccurlyeq_{2-cv} Y \Leftrightarrow -Y \preccurlyeq_{2-cx} -X}$$

$$\boldsymbol{X \preccurlyeq_{2-cx} Y \Leftrightarrow -Y \preccurlyeq_{2-cv} -X}$$

Η απόδειξη των σχέσεων αυτών βασίζεται στο γεγονός ότι μία συνάρτηση $\boldsymbol{u(x)}$ είναι αύξουσα και <u>κυρτή</u>, αν και μόνο αν η $\boldsymbol{-u(-x)}$ είναι αύξουσα και <u>κοίλη</u>, ή αντίστοιχα μία συνάρτηση $\boldsymbol{u(x)}$ είναι αύξουσα και <u>κοίλη</u>, αν και μόνο αν η $\boldsymbol{-u(-x)}$ είναι αύξουσα και <u>κυρτή</u> (107 σ. 152).

Η σχέση της Increasing Convex Order για τυχαίες μεταβλητές με θετικές τιμές

Έχουμε υποθέσει ότι οι τυχαίες μεταβλητές λαμβάνουν αρνητικές τιμές, εφόσον αναπαριστούν αρνητικές συνέπειες. Όμως σε κάποια πλαίσια, όπως στις

[8] Για μία απόδειξη βλ. (105 σ. 111)

αναλογιστικές επιστήμες, οι μεταβλητές που αναπαριστούν απώλειες έχουν θετικές τιμές. Η σχέση της *Increasing Convex Order* για **θετικές τιμές** έχει τότε την ακόλουθη μορφή (116 σ. 182)

$$X \preccurlyeq_{2-cx} Y \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{x} F_X(t)dt \geq \int_{-\infty}^{x} F_Y(t)dt \ \ \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ x$$

$$\kappa\alpha\iota\ \mu\varepsilon\ \tau\eta\nu\ \alpha\upsilon\sigma\tau\eta\rho\acute{\eta}\ \alpha\nu\iota\sigma\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \nu\alpha\ \iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota\ \gamma\iota\alpha\ \acute{\varepsilon}\nu\alpha\ \tau o\upsilon\lambda\acute{\alpha}\chi\iota\sigma\tau o\nu\ x$$

Προσοχή χρειάζεται στο γεγονός ότι, ενώ η παραπάνω σχέση μοιάζει με τη σχέση της *Increasing Concave Order*, η φορά της ανισότητας είναι διαφορετική.

Αποδοτικά σύνολα (*Efficient sets*)

Ο πιο προφανής σκοπός των *Stochastic Orders* είναι η ταξινόμηση αβέβαιων καταστάσεων (συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας). Για παράδειγμα, αν ένα σύνολο δυνατών εναλλακτικών μπορεί να ταξινομηθεί πλήρως σύμφωνα με τη *Stochastic Dominance* (δηλαδή για οποιεσδήποτε δύο κατανομές F και G του συνόλου, ισχύει είτε $F \preccurlyeq_1 G$ είτε $G \preccurlyeq_1 F$), τότε η εναλλακτική που επικρατεί όλων των άλλων είναι η καλύτερη επιλογή από το σύνολο των δυνατών λύσεων και είναι αυτή που κάθε αποφασίζοντας θα επέλεγε. Παρόμοια αν ένα σύνολο δυνατών επιλογών μπορούσε να ταξινομηθεί πλήρως σύμφωνα με την *Increasing Concave Order*, τότε η επιλογή που θα επικρατούσε όλων των άλλων θα ήταν αυτή που θα επέλεγε κάθε *risk averse* αποφασίζοντας.

Όμως, συνηθέστερα, ένα δεδομένο σύνολο δεν μπορεί να ταξινομηθεί πλήρως ούτε από τη *Stochastic Dominance* ούτε από την *Increasing Concave Order.* Αυτό σημαίνει ότι για κάποια ζεύγη κατανομών από το σύνολο, ενδέχεται καμία από τις δύο κατανομές να επικρατεί της άλλης κατά *Stochastic Dominance* ή κατά *Increasing Concave Order.* Για παράδειγμα στην περίπτωση της *risk aversion,* αν η σχέση της *Increasing Concave Order* παρήγαγε μία πλήρη ταξινόμηση ενός συνόλου, αυτό θα σήμανε ότι η ταξινόμηση αυτή θα ήταν ίδια για όλους τους *risk averse* αποφασίζοντες. Όμως εφόσον η κυρτότητα δεν είναι το μόνο στοιχείο που χαρακτηρίζει τη μορφή μιας συνάρτησης χρησιμότητας, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι συναρτήσεις χρησιμότητας των risk averse αποφασιζόντων παρουσιάζουν διαφορές, πέραν της κυρτότητας, τέτοιες ώστε οι ταξινομήσεις σύμφωνα με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων να μην ίδιες. Επομένως, όπως έχουμε αναφέρει οι *Stochastic Orders* παράγουν μερικές ταξινομήσεις ή κατατάξεις.

Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε μία από τις σχέσεις των *Stochastic Orders* για να ταξινομήσουμε μερικώς ένα σύνολο κατανομών. Αν αποκλείσουμε από αυτό το σύνολο όλες τις υποδεέστερες εναλλακτικές, δηλαδή όλες αυτές των οποίων τουλάχιστον μία κατανομή είναι μικρότερη, τότε οι απομένουσες κατανομές είναι μη συγκρίσιμες (δεν μπορούν να ταξινομηθούν) βάσει της σχετικής *Stochastic Order.* Αυτές οι μη συγκρίσιμες κατανομές αποτελούν αυτό που είναι γνωστό ως το **αποδοτικό σύνολο** (ως προς συγκεκριμένη *Stochastic Order).*

Η εύρεση ενός αποδοτικού συνόλου είναι ένα εξαιρετικά σημαντικό βήμα στην πορεία προς τη βέλτιστη επιλογή. Ουσιαστικά μειώνει το σύνολο όλων των διαθέσιμων επιλογών σε ένα σύνολο που περιέχει τη βέλτιστη επιλογή. Για παράδειγμα στην περίπτωση της *risk aversion*, το αποδοτικό σύνολο (που έχει προσδιοριστεί βάσει της *Increasing Concave Order*) περιλαμβάνει όλες τις βέλτιστες λύσεις που αντιστοιχούν κάθε μία από αυτές στη βέλτιστη λύση κάθε *risk averse* αποφασίζοντα. Αυτό σημαίνει ότι για κάποιον *risk averse* αποφασίζοντα η πιο προτιμητέα εναλλακτική βρίσκεται στο αποδοτικό σύνολο. Αντίστοιχα στην περίπτωση που έχουμε μία ομάδα αποφασιζόντων που αποφασίζουν από κοινού και όλοι τους είναι *risk averse*, τότε οι εναλλακτικές για τις οποίες θα συμφωνούσαν ότι είναι καλύτερες από τις υπόλοιπες είναι αυτές του αποδοτικού συνόλου. Επομένως περιορίζοντας τις διαθέσιμες εναλλακτικές στο επίπεδο του αποδοτικού συνόλου, διασφαλίζουμε ότι δεν θα επιλεχθεί μία υποδεέστερη λύση για κάποιον από τους αποφασίζοντες. Φυσικά για να βρεθεί η βέλτιστη λύση για κάποιον συγκεκριμένο αποφασίζοντα, θα πρέπει να γνωρίζουμε περισσότερες πληροφορίες, πέραν της κυρτότητας, για τη συνάρτηση χρησιμότητάς του.

Σε επόμενο κεφάλαιο θα αναφερθούμε διεξοδικά στον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόλου για ένα δεδομένο σύνολο διαθέσιμων κατανομών.

Ιστορική αναδρομή και χρήσεις των *Stochastic Orders* σε άλλα γνωστικά αντικείμενα

Η πρώτη εργασία στην οποία χρησιμοποιήθηκε μία συναφής έννοια των *Stochastic Orders* είναι το βιβλίο των Hardy, Littlewood και Polya σχετικά με τις ανισότητες (119). Πρόκειται για την έννοια του *majorization*, που δεν ήταν εκφρασμένη όμως ως *Stochastic Order*. Για την ακρίβεια η *majorization* είναι ένας τρόπος σύγκρισης δύο μη-αρνητικών διανυσμάτων (της ίδιας διάστασης) ως προς την απόσταση των συντεταγμένων τους. Όμως η συνάφεια με τις *Stochastic Orders* είναι άμεση αν αντιστοιχίσουμε σε κάθε διάνυσμα του $\mathbb{R}^n$ τη συνάρτηση μάζας πιθανότητας που αντιστοιχεί μάζα πιθανότητας $\frac{1}{n}$ σε κάθε συντεταγμένη του διανύσματος.

Η εφαρμογή των *Stochastic Orders* στην ανάλυση αποφάσεων (*decision analysis*) ξεκίνησε στις αρχές της δεκαετίας του 60 (120) και άρχισε να αναπτύσσεται αργότερα (121), (122). Από τότε οι *Stochastic Orders* έχουν χρησιμοποιηθεί εκτενώς σε πεδία όπως (105): τα οικονομικά, η γεωργία, η στατιστική, η επιχειρησιακή έρευνα, η ανάλυση αξιοπιστίας (reliability analysis), οι αναλογιστικές επιστήμες (actuarial sciences) (107), όπως επίσης και σε κάποιες εφαρμογές στο πεδίο του medical decision making (123).

Σύγκριση Καταστάσεων Ρίσκου

Θεμελίωση της λήψης αποφάσεων στο χώρο συχνοτήτων – συνεπειών της FSA

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης ρίσκου στο βήμα 2 της FSA αποτυπώνονται σε διαγράμματα συχνότητας ατυχημάτων με *N* ή περισσότερες απώλειες ανά ατύχημα, τα γνωστά *FN διαγράμματα*. Μια FN καμπύλη μας μεταφέρει πληροφορίες σχετικά με τις συχνότητες γεγονότων που έχουν ήδη συμβεί, δηλαδή αποτελεί μια αποτύπωση στατιστικών δεδομένων. Όταν όμως εξετάζουμε τη μελλοντική εφαρμογή RCOs και σκοπός μας είναι η επιλογή του καταλληλότερου βάσει ενός συνόλου προτιμήσεων, τότε πρέπει να καταφύγουμε σε μοντέλα ρίσκου. Τα μοντέλα ρίσκου εξάγουν τις πιθανότητες των εξεταζόμενων σεναρίων, δηλαδή αφορούν το πώς ενδέχεται να εξελιχθούν στο μέλλον τα γεγονότα βάσει των τωρινών μας αποφάσεων. Όμως ενώ ένας από τους σκοπούς πραγματοποίησης μιας μελέτης FSA είναι να διερευνηθεί το αν η εφαρμογή ενός RCO θα αποφέρει τα αναμενόμενα οφέλη στο μέλλον, τα αποτελέσματα της διαδικασίας αποτυπώνονται σε ένα στατιστικό πλαίσιο, όπως είναι ο χώρος συχνοτήτων – συνεπειών ενός διαγράμματος FN.

Επομένως είναι αναγκαίο να βρεθεί ένα μοντέλο που να περιγράφει κατάλληλα τη διαδικασία εμφάνισης ατυχημάτων και των ενδεχόμενων απωλειών (μια καθαρά **δυναμική** διαδικασία) και το οποίο θα μπορεί να προσαρμοστεί ώστε τα αποτελέσματά του να μπορούν να αποτυπωθούν ως καμπύλη FN.

Εφόσον η καμπύλη FN θα αποτελεί πια, βάσει των προηγούμενων, πιθανοθεωρητικό μοντέλο, θα είναι δυνατό όλες οι μέθοδοι που αναπτύσσονται στην παρούσα διπλωματική να αξιοποιηθούν για τη σύγκριση διαφορετικών καμπυλών FN, οι οποίες θα περιγράφουν τα αποτελέσματα της εφαρμογής των εξεταζόμενων RCOs. Αυτός είναι και ο απώτερος σκοπός, να μπορούμε να συγκρίνουμε το ρίσκο που προκύπτει από την εφαρμογή κάθε RCO σε σχέση με τις υπόλοιπες εναλλακτικές και να κατατάξουμε το σύνολο των προτεινόμενων μέτρων βάσει προκαθορισμένων προτιμήσεων σχετικά με το ρίσκο.

Εξίσου σημαντικό είναι η έννοια της αποστροφής προς το ρίσκο (*risk aversion*) όπως αποτυπώνεται στη βιβλιογραφία από το πεδίο της ασφάλειας να αποτυπώνεται με έναν φυσικό και κατανοητό τρόπο αλλά και ταυτόχρονα θεμελιωμένο θεωρητικά, ώστε να μπορούν οι σχετικές προτιμήσεις να ενσωματωθούν στη διαδικασία λήψης αποφάσεων με <u>συνέπεια</u>.

Συνοπτικά ο σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι:

- η μοντελοποίηση της εμφάνισης των ατυχημάτων και των σχετιζόμενων συνεπειών ως στοχαστικό μοντέλο, ώστε

- η σχετική καμπύλη FN να μπορεί να συνδεθεί με μια συνάρτηση κατανομής πιθανότητας του μοντέλου, κάτι το οποίο θα μας επιτρέψει
- να χρησιμοποιήσουμε τις μεθόδους των *Stochastic Orders* για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε το ρίσκο διαφορετικών καμπυλών FN (οι οποίες θα αντιστοιχούν σε προτεινόμενα RCOs), καθώς οι καμπύλες FN είναι το κύριο μέσο αναπαράστασης του ρίσκου στις FSA.

Βασικά στοιχεία στοχαστικής διαδικασίας

Ορισμός στοχαστικής διαδικασίας

Ως στοχαστική διαδικασία ορίζεται ένα σύνολο (ή οικογένεια) τυχαίων μεταβλητών $(X_t, t \in I)$, οι οποίες παίρνουν τιμές σε έναν χώρο *S* (*state space*) και το οποίο σύνολο ταξινομείται βάσει μίας παραμέτρου t, η οποία είναι είτε διακριτή είτε συνεχής και συνήθως αντιπροσωπεύει κάποια έννοια χρόνου (124). Αν η παράμετρος t είναι διακριτή, τότε η στοχαστική διαδικασία αναφέρεται και ως *αλυσίδα* (*chain*). Στις περισσότερες εφαρμογές όπου το t αντιπροσωπεύει χρόνο, η στοχαστική διαδικασία μπορεί να θεωρηθεί ως μια ακολουθία στοχαστικών πειραμάτων, με τη διεξαγωγή ενός πειράματος σε κάθε χρονική στιγμή. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο συμβολισμός X_t δεν συνεπάγεται απαραίτητα κάποιου είδους συναρτησιακή εξάρτηση μεταξύ του X_t και του t. Η στοχαστική διαδικασία είναι το εργαλείο που μας επιτρέπει να μελετήσουμε από μια πιθανοθεωρητική σκοπιά ένα **δυναμικό σύστημα**.

Διαδρομή (path/trajectory) στοχαστικής διαδικασίας

Έστω ότι οι τυχαίες μεταβλητές X_t που απαρτίζουν τη στοχαστική διαδικασία ορίζονται σε ένα δειγματικό χώρο Ω. Σε κάθε χρονική στιγμή t εκτελείται ένα στοχαστικό πείραμα με αποτέλεσμα $\omega \in \Omega$ και η τυχαία μεταβλητή X_t λαμβάνει την τιμή $X_t(\omega)$. Το σύνολο των τιμών $\{X_t(\omega)\}$ όλων των τυχαίων μεταβλητών X_t είναι μια **πραγματοποίηση** της στοχαστικής διαδικασίας και συνήθως ονομάζεται ***διαδρομή*** (*path*/*trajectory*).

Αν η στοχαστική διαδικασία περιγράφει τη χρονική συμπεριφορά ενός συστήματος, τότε η διαδρομή που ακολουθείται από το σύστημα εξαρτάται από το αποτέλεσμα του στοχαστικού πειράματος σε κάθε χρονική στιγμή. Συνεπώς η γνώση της αρχικής κατάστασης x_0 τη στιγμή t_0 δεν αρκεί για να προσδιορίσουμε την κατάσταση του συστήματος σε μια χρονική στιγμή t_1 μετέπειτα. Απεναντίας η διαδρομή και επομένως και η τελική κατάσταση του συστήματος αποκτά μια στοχαστική φύση. Για τον πλήρη προσδιορισμό της τελικής κατάστασης είναι απαραίτητη η γνώση όλων των στοχαστικών πειραμάτων ανάμεσα στη αρχική χρονική στιγμή t_0 και τη τελική χρονική στιγμή t_f. Για την ακρίβεια, κάθε πιθανό σύνολο διαδοχικών αποτελεσμάτων καθορίζει μία πιθανή διαδρομή του συστήματος. Η στοχαστική διαδικασία μπορεί να θεωρηθεί ότι ορίζεται στο σύνολο αυτό όλων των πιθανών διαδρομών.

Ακριβής μοντελοποίηση της έννοιας (από το πεδίο της ασφάλειας) της risk aversion μέσω στοχαστικής διαδικασίας

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, στη, σχετική με την ασφάλεια, βιβλιογραφία, η έννοια της *risk aversion* ορίζεται ως εξής:

It has been suggested in the literature that society is risk averse when comparing a single, infrequent large accident with a number of small accidents leading to the same total number of fatalities in the same period (125)

Η στοχαστική διαδικασία είναι το εργαλείο που θα μας επιτρέψει:

- να μοντελοποιήσουμε επακριβώς την παραπάνω ερμηνεία της risk aversion
- να διαχωρίσουμε τις δύο καταστάσεις που περιγράφονται στην ερμηνεία αυτή (*a single, infrequent large accident - a number of small accidents*), τις οποίες το κριτήριο της PLL (που χρησιμοποιείται στην FSA) αντιμετωπίζει ως ισοδύναμες

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι η επίτευξη του συνδυασμού του μοντέλου της στοχαστικής διαδικασίας και του κύριου εργαλείου που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική, των *stochastic orders*, με τον οποίο συνδυασμό θα καταφέρουμε να **συγκρίνουμε** διαφορετικές καταστάσεις ρίσκου (όπως προκύπτουν από την εφαρμογή προτεινόμενων RCOs) και να επιλέξουμε το/τα καταλληλότερο/α βάσει της risk aversion των αποφασιζόντων.

Μοντελοποίηση της εμφάνισης ατυχημάτων και των σχετιζόμενων συνεπειών ως στοχαστική διαδικασία

Θεωρούμε ένα σύστημα από το οποίο ενδέχεται να προκύψουν απώλειες λόγω της λειτουργίας του. Βασικό χαρακτηριστικό των συστημάτων τα οποία μας ενδιαφέρουν είναι η δυναμική διάστασή τους. Από ένα σύστημα όπως είναι ένα πλοίο ή ένας στόλος πλοίων ενδέχεται να προκύψουν απώλειες σε διάφορες χρονικές στιγμές μέσα σε ένα διάστημα λειτουργίας $[0, t]$. Η χρονική διάσταση του προβλήματος είναι ένα από τα βασικά ζητήματα που αντιμετωπίζονται με τη χρήση στοχαστικών διαδικασιών.

Έστω ότι εξετάζουμε τη λειτουργία του συστήματος στο χρονικό διάστημα $[0, t]$. Έστω ότι ο αριθμός των ατυχημάτων[9] σε αυτό το διάστημα είναι $n(t)$ με $\{N(t)\}$ να συμβολίζει τη στοχαστική διαδικασία που αναπαριστά κάθε πιθανό αριθμό ατυχημάτων στο διάστημα $[0, t]$ και $n(t)$ είναι μία πραγματοποίησή της. Αν συμβεί ατύχημα τη χρονική στιγμή $t_\iota \in [0, t]$, τότε οι ενδεχόμενες απώλειες περιγράφονται από την τυχαία μεταβλητή $X_{t_\iota}, i = 1,2, \dots n(t)$, δηλαδή για κάθε ατύχημα i που συμβαίνει την χρονική στιγμή t_ι οι απώλειες περιγράφονται από την τυχαία μεταβλητή X_{t_ι} και ο συνολικός αριθμός των ατυχημάτων $n(t)$ στο χρονικό διάστημα $[0, t]$ περιγράφεται από τη στοχαστική διαδικασία $N(t)$. Καθώς οι απώλειες που οφείλονται σε ένα ατύχημα δεν εξαρτώνται από τις απώλειες σε άλλο ατύχημα, οι τυχαίες μεταβλητές X_t είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Η μεταβλητή X_t εξαρτάται μόνο από την πραγματοποίηση ατυχήματος στη συγκεκριμένη χρονική στιγμή t.

Ο συνολικός αριθμός των απωλειών στο χρονικό διάστημα $[0, t]$ εκφράζεται από τη στοχαστική διαδικασία

$$\boldsymbol{Z(t)} = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N(t)}} \{\boldsymbol{X_{t_\iota}}\}$$

Η $Z(t)$ είναι στοχαστική ως προς δύο χαρακτηριστικά:

- έχει ένα τυχαίο αριθμό όρων
- κάθε όρος είναι μία τυχαία μεταβλητή

Θεωρούμε μία παρατηρηθείσα διαδρομή $\zeta(t)$ για την στοχαστική διαδικασία $Z(t)$. Η διαδρομή είναι ένα σύνολο $\{(t_\iota, x_{t_\iota}), i = 1,2, \dots n(t)\}$ με $n(t)$ ο αριθμός των ατυχημάτων που καταγράφηκαν στο χρονικό διάστημα $[0, t]$ και αντίστοιχα x_{t_ι} η καταγραφείσα τιμή των απωλειών για κάθε ατύχημα που έγινε τη στιγμή t_ι. Η τιμή της διαδρομής $\zeta(t)$ (δηλαδή η πραγματοποίηση –*realization*- της στοχαστικής διαδικασίας $Z(t)$) είναι

$$\zeta(t) = \sum_{i=1}^{n(t)} \{x_{t_\iota}\}$$

Η διαδικασία $Z(t)$ είναι μία αθροιστική διαδικασία (126). Οι απώλειες συσσωρεύονται και δημιουργούν διαδρομές, όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Σε αυτό απεικονίζονται δύο πιθανές πραγματοποιήσεις της διαδικασίας $Z(t)$, η οποία αναπαριστά το άθροισμα των απωλειών σε ένα σύστημα κατά το χρονικό διάστημα $[0,12]$. Σε κάποιες από τις χρονικές στιγμές $t_\iota \in [0,12]$ συμβαίνει

[9] Ως ατύχημα θεωρείται το γεγονός το οποίο περιλαμβάνει απώλεια, τραυματισμό, απώλεια πλοίου ή ζημιά, άλλη απώλεια περιουσίας ή περιβαλλοντική καταστροφή (6)

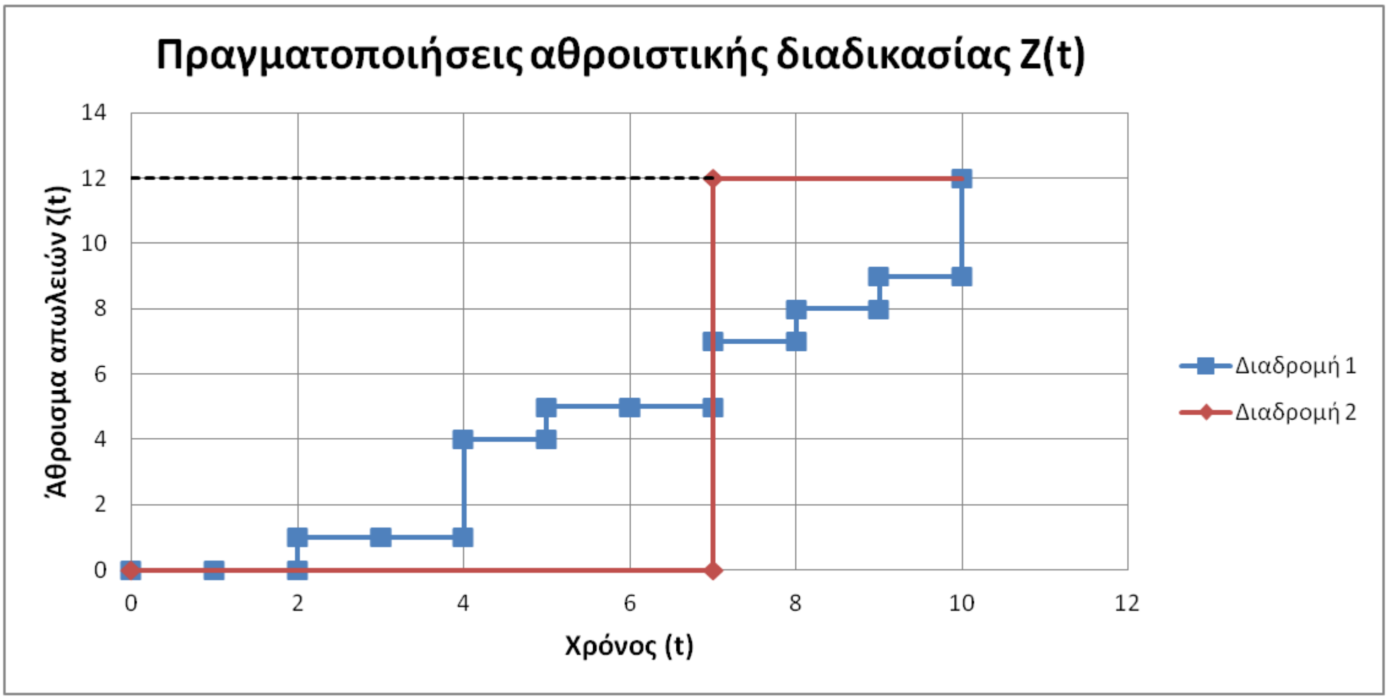
ένα ατύχημα i με απώλειες x_{t_i} οι οποίες αθροίζονται στην τιμή $\zeta(t)$. Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται οι τιμές x_t και $\zeta(t)$ σε κάθε χρονική στιγμή για κάθε διαδρομή, καθώς και οι χρονικές στιγμές t_i των ατυχημάτων i.

Πίνακας 3- τιμές x_t και $\zeta(t)$ για τη διαδρομή 1

	χρόνος	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	t_i			$t_1 = 2$		$t_2 = 4$	$t_3 = 5$		$t_4 = 7$	$t_5 = 8$	$t_6 = 9$	$t_7 = 10$
$\boldsymbol{n(t)}$		0	0	1	1	2	3	3	4	5	6	7
$\boldsymbol{x_t}$		0	0	1	0	3	1	0	2	1	1	3
$\boldsymbol{\zeta(t)}$		0	0	1	1	4	5	5	7	8	9	12

Πίνακας 4- τιμές x_t και $\zeta(t)$ για τη διαδρομή 2

	χρόνος	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	t_i								$t_1 = 7$			
$\boldsymbol{n(t)}$		0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
$\boldsymbol{x_t}$		0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0
$\boldsymbol{\zeta(t)}$		0	0	0	0	0	0	0	12	12	12	12



σχήμα 21- Απεικόνιση δύο διαδρομών της αθροιστικής διαδικασίας Z(t) με το ίδιο τελικό άθροισμα συνεπειών αλλά κατανομή των απωλειών σε διαφορετικά μεγέθη ατυχημάτων

Και για τις δύο πραγματοποιήσεις το τελικό άθροισμα είναι ίσο με $\zeta(t) = 12$ αλλά ο αριθμός των ατυχημάτων και το μέγεθός τους διαφέρουν ανάμεσα στις διαδρομές κάτι το οποίο αποτυπώνεται και στη διαφορετική διαδρομή που ακολουθείται. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά οι διαφορές ανάμεσα στις δύο περιπτώσεις:

Πίνακας 5- διαφορές ανάμεσα στις διαδρομές 1 και 2 ως προς τον αριθμό των ατυχημάτων και την κατανομή των απωλειών ανά ατύχημα

	Διαδρομή 1	Διαδρομή 2
Αριθμός ατυχημάτων $\boldsymbol{n(t)}$	7	1
Μεγέθη απωλειών $\boldsymbol{x_{t_\iota}}$ ανά ατύχημα	1 μέχρι 3	12
Χρονικό διάστημα [0,12]	ίδιος συνολικός αριθμός απωλειών (12 απώλειες)	

Οι δύο αυτές διαδρομές είναι χαρακτηριστικά παραδείγματα των δύο καταστάσεων (*a single, infrequent large accident compared with a number of small accidents leading to the same total number of fatalities in the same period*) οι οποίες, σύμφωνα με τον ορισμό της risk aversion στη σχετική με την ασφάλεια βιβλιογραφία, θα πρέπει να αντιμετωπίζονται ως διαφορετικές. Επομένως η στοχαστική διαδικασία, ως μέσο μοντελοποίησης, μας επέτρεψε να αποτυπώσουμε τη διαφορά ανάμεσα στις δύο καταστάσεις με έναν πιο δομημένο τρόπο.

Εφαρμόζοντας το εργαλείο των *stochastic orders* σε μια αθροιστική δυναμική διαδικασία που αναπαριστά τις απώλειες σε ένα σύστημα μπορούμε να διαφοροποιήσουμε συστήματα, που περιγράφονται από στοχαστικές διαδικασίες με πιο πιθανά ενδεχόμενα όπως η διαδρομή 1 (συχνά αλλά μικρά ατυχήματα) , από συστήματα όπου πιο πιθανά είναι ενδεχόμενα όπως η διαδρομή 2 (σπάνια αλλά καταστροφικά ατυχήματα). Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνουμε μια **αυστηρή θεμελίωση** της έννοιας της *risk aversion* κάτι το οποίο μέχρι τώρα δεν είχε καταστεί δυνατό στη βιβλιογραφία:

Έστω δύο πραγματοποιήσεις μίας αθροιστικής στοχαστικής διαδικασίας $\{(t_\iota{}^1, x_{t_\iota}{}^1),$ $i = 1,2, \dots n(t)\}$ *και* $\left\{\left(t_j{}^2, x_{t_j}{}^2\right),\ j = 1,2, \dots m(t)\right\}$ *με* $\boldsymbol{\zeta_1(t) = \zeta_2(t)}$ *και* $\boldsymbol{n(t)} > k(\boldsymbol{t})$. *Ένας αποφασίζοντας με συνάρτηση χρησιμότητας* U *λέγεται risk-neutral, αν είναι αδιάφορος ανάμεσα στις δύο ακόλουθες στοχαστικές διαδικασίες με συναρτήσεις μάζας πιθανότητας*

$$Z_1(t) = \begin{cases} \zeta_1(t), & p \\ 0, & 1-p \end{cases} \quad \text{και} \quad Z_2(t) = \begin{cases} \zeta_2(t), & p \\ 0, & 1-p \end{cases}$$

δηλαδή $\mathbb{E}\{U[Z_1(t)]\} = \mathbb{E}\{U[Z_2(t)]\}$ *με* $\mathbb{E}\{U[Z(t)]\} = \mathbb{E}[N(t)]\mathbb{E}[X_t]$ (127).

Σε κάθε άλλη περίπτωση λέγεται *risk-averse*. Ο παραπάνω ορισμός γενικεύεται και στην περίπτωση με πεπερασμένο πλήθος πραγματοποιήσεων $\{\zeta_i(t)\}$. Αποδεικνύεται ότι οι αποφασίζοντες για τους οποίους ισχύει

$$\mathbb{E}\{U[Z_1(t)]\} > E\{U[Z_2(t)]\}$$

δηλαδή προτιμούν τις καταστάσεις όπου είναι πιθανό να έχουμε πιο πολλά ($n(t) > k(t)$) αλλά και πιο μικρά ατυχήματα, έχουν <u>κοίλη</u> συνάρτηση χρησιμότητας, ενώ οι αποφασίζοντες που προτιμούν τις καταστάσεις με πιο σπάνια αλλά και μεγαλύτερα ατυχήματα έχουν <u>κυρτή</u> συνάρτηση χρησιμότητας (128 p. 206). Στη βιβλιογραφία από το πεδίο των οικονομικών οι πρώτοι αναφέρονται ως *risk-averse*, ενώ οι δεύτεροι ως *risk-prone*. Καθώς στο πεδίο της ασφάλειας οι τυχαίες μεταβλητές αφορούν απώλειες, η προτίμηση ως προς τον αριθμό των ατυχημάτων δεν συνεπάγεται κάποια πρόθεση διακινδύνευσης και ως εκ τούτου ο όρος *risk-seeker* δεν θεωρείται δόκιμος. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιείται ο όρος *risk-averse* για να δηλώσει έναν αποφασίζοντα ο οποίος δεν είναι γενικά *risk-neutral.* Αν απαιτείται θα δηλώνεται και η μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας για να υπάρχει η αντίστοιχη διαφοροποίηση.

Θεωρητικό πλαίσιο για την εφαρμογή των Stochastic Orders στο χώρο των στοχαστικών διαδικασιών

Στη συνέχεια θα δείξουμε πως μπορούμε να συγκρίνουμε στοχαστικές διαδικασίες που περιγράφουν τον αριθμό ατυχημάτων και των σχετιζόμενων απωλειών χρησιμοποιώντας τις *Stochastic Orders*.

Όπως και για τις τυχαίες μεταβλητές, έτσι και για τις στοχαστικές διαδικασίες απαραίτητο στοιχείο για τη σύγκρισή τους σύμφωνα με τις *Stochastic Orders* είναι η συνάρτηση κατανομής πιθανότητάς τους.

Παρακάτω παρατίθενται ο γενικός ορισμός για τη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας μιας στοχαστικής διαδικασίας, η απόδειξη για τη μορφή της συνάρτησης πιθανότητας μιας αθροιστικής διαδικασίας $\boldsymbol{Z(t)}$ που περιγράφει το σύνολο των απωλειών στο χρόνο t σε ένα σύστημα, καθώς επίσης και το πώς συγκρίνονται στοχαστικές διαδικασίες βάσει των *Stochastic Orders*.

Ορισμός συνάρτησης πιθανότητας στοχαστικής διαδικασίας

Όπως και στην περίπτωση μιας τυχαίας μεταβλητής, προκύπτει η ανάγκη να χαρακτηρίσουμε τις πιθανοθεωρητικές ιδιότητες μιας στοχαστικής διαδικασίας. Από τη στιγμή που μια στοχαστική διαδικασία δεν είναι τίποτα άλλο παρά μια οικογένεια τυχαίων μεταβλητών, τότε θα χαρακτηρίζεται από την από κοινού συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (*joint cumulative distribution function*) F για το σύνολο $\left(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\right)$ με τυχαίο μέγεθος n, όπου

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \mathbb{P}\left\{X_{t_1} \le x_1, \dots, X_{t_n} \le x_n\right\}$$

Η πιο απλή μορφή μιας τέτοιας συνάρτησης είναι η $F(x; t) = \mathbb{P}\{X_t \le x\}$, η οποία περιγράφει την κατανομή της τυχαίας μεταβλητής X_t, για κάποιο συγκεκριμένο t. Ανάλογα, η συνάρτηση $F(x_1, x_2; t_1, t_2) = \mathbb{P}\{X_{t_1} \leq x_1, X_{t_2} \leq x_2\}$ περιγράφει το πώς οι τυχαίες μεταβλητές της στοχαστικής διαδικασίας σε δύο χρονικές στιγμές t_1 και t_2 συσχετίζονται μεταξύ τους και συνεχίζοντας φτάνουμε και στην $F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)$ για ένα τυχαίο n.

Επίσης ορίζονται και οι αντίστοιχες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας της στοχαστικής διαδικασίας (129):

$$f(x,t) = \frac{\partial F(x;t)}{\partial x}$$

$$f(x_1, x_2; t_1, t_2) = \frac{\partial F(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2}$$

$$f(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \frac{\partial F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} \; για\ τυχαίο\ n$$

Η οικογένεια αυτή των συναρτήσεων χαρακτηρίζει πλήρως τη στοχαστική διαδικασία όπως οι από κοινού συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας. Η συνάρτηση $f(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)$ είναι τέτοια ώστε ο όρος $f(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)\, dx_1 \dots dx_n$ να αντιπροσωπεύει την πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή X_{t_1} να παίρνει τιμές στο διάστημα $(x_1, x_1 + dx_1)$ και η τυχαία μεταβλητή X_{t_2} να παίρνει τιμές στο διάστημα $(x_2, x_2 + dx_2)$ κ.ο.κ..

Μορφή της συνάρτησης πιθανότητας της αθροιστικής διαδικασίας $\boldsymbol{Z(t)}$

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, υποθέσαμε ότι ο αριθμός των απωλειών που οφείλονται σε ένα ατύχημα στη χρονική στιγμή t, (όπως περιγράφεται από την τυχαία μεταβλητή X_t) είναι ανεξάρτητος από τον αριθμό των απωλειών λόγω όλων των προηγούμενων ατυχημάτων και εξαρτάται μόνο από τη πραγματοποίηση ενός ατυχήματος στη χρονική στιγμή t. Φορμαλιστικά αυτή η ιδιότητα σημαίνει ότι:

$$Για\ κάθε\ \boldsymbol{n}, η\ X_{t_n}\ είναι\ ανεξάρτητη\ από\ τις\ X_{t_i}\ για\ όλα\ τα\ i = 1,2, \dots n-1$$

και επομένως προκύπτει για τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της στοχαστικής διαδικασίας $Z(t)$ ότι (130)

$$f(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = f(x_1, t_1) f(x_2, t_2) \dots f(x_n, t_n)$$

Αρχικά θα εξετάσουμε την κατανομή $\boldsymbol{N(t)}$ **<u>του αριθμού των ατυχημάτων</u>** μέχρι τη χρονική στιγμή t. Για το λόγο αυτό, θεωρούμε ότι το χρονικό διάστημα ανάμεσα σε δύο ατυχήματα περιγράφεται από την τυχαία μεταβλητή T_κ όπου $\{T_\kappa,\ \kappa = 1,2, \dots\}$ είναι η αντίστοιχη στοχαστική διαδικασία. Θεωρούμε ότι οι τυχαίες μεταβλητές T_κ είναι ισόνομες και ανεξάρτητες μεταξύ τους με αθροιστική συνάρτηση κατανομής $F(t) = \mathbb{P}\{T_\kappa \leq t\}$ και με μέσο όρο $\mathbb{E}[T_\kappa] = \mu$.

Αν θεωρήσουμε ένα σημείο αναφοράς για το χρόνο, τότε η χρονική στιγμή στην οποία ενδέχεται να συμβεί το ατύχημα n περιγράφεται από τη στοχαστική διαδικασία (131)

$$\{S_n, n = 1,2, \dots\}\ \mu\varepsilon\ S_n = \sum_{\kappa=1}^{n} \{T_\kappa\}, \text{οπότε προκύπτει ότι}$$

$$N(t) = \max\{n: S_n \leq t\}$$

Το ενδεχόμενο $\{N(t) = n\}$, δηλαδή να έχουμε ακριβώς n ατυχήματα μέχρι τη στιγμή t, είναι ισοδύναμο με το ενδεχόμενο $\{S_n \leq t < S_{n+1}\}$. Έστω ότι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής της S_n είναι $F_n(t) = \mathbb{P}\{S_n \leq t\}$. Προκύπτει ότι η συνάρτηση μάζας πιθανότητας της διακριτής μεταβλητής $N(t)$ είναι

$$\mathbb{P}\{N(t) = n\} = \mathbb{P}\{S_n \leq t < S_{n+1}\} = \mathbb{P}\{S_n \leq t\} - \mathbb{P}\{t < S_{n+1}\} = F_n(t) - F_{n+1}(t)$$

και για τη μέση τιμή του αριθμού των ατυχημάτων μέχρι τη στιγμή t, $m(t) = \mathbb{E}[N(t)]$, έχουμε

$$m(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{n\mathbb{P}\{N(t) = n\}\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{\mathbb{P}\{N(t) \geq n\}\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{\mathbb{P}\{S_n \leq t\}\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \{F_n(t)\}$$

Επειδή η τυχαία μεταβλητή $S_n = \sum_{\kappa=1}^{n} \{T_\kappa\}$ είναι άθροισμα των ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων μεταβλητών T_κ, η συνάρτηση κατανομής πιθανότητάς της θα είναι η συνέλιξη των συναρτήσεων κατανομής των τυχαίων μεταβλητών T_κ:

$$F_n(t) = F^{(n)}(t)$$

όπου $F^{(n)}(t)$ είναι η συνέλιξη των n συναρτήσεων κατανομής $F(t) = \mathbb{P}\{T_\kappa \leq t\}$, οπότε έχουμε και

$$\mathbb{P}\{N(t) = n\} = F_n(t) - F_{n+1}(t) = F^{(n)}(t) - F^{(n+1)}(t)$$

και

$$m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \{F_n(t)\} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{F^{(n)}(t)\right\}$$

Έχουμε ήδη θεωρήσει ότι οι τυχαίες μεταβλητές X_{t_i} είναι ισόνομες και ανεξάρτητες μεταξύ τους όπως επίσης ανεξάρτητες από τις T_κ για $\kappa \neq i$, δηλαδή εξαρτώνται μόνο από την πραγματοποίηση ενός ατυχήματος i τη χρονική στιγμή t_i και όχι από τις πραγματοποιήσεις ατυχημάτων στις προηγούμενες χρονικές στιγμές. Έστω ότι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας είναι $G(x)$, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι $g(x)$ και η μέση τιμή $\mathbb{E}\left[X_{t_i}\right] = w, \text{για κάθε } i.$

Η πιθανότητα να έχουμε λιγότερες από x συνολικές απώλειες λόγω n ατυχημάτων στο διάστημα $[0, t]$ είναι

$$\mathbb{P}\left\{\left(\sum_{i=1}^{N(t)}\left\{X_{t_i}\right\}\right) \leq x, N(t)=n\right\} = \mathbb{P}\left\{\left(\sum_{i=1}^{n}\left\{X_{t_i}\right\}\right) \leq x | N(t)=n\right\} \mathbb{P}\{N(t)=n\} =$$

$$G^n(x)\left[F^{(n)}(t) - F^{(n+1)}(t)\right]$$

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα της ολικής πιθανότητας έχουμε ότι η **συνάρτηση κατανομής πιθανότητας** της αθροιστικής στοχαστικής διαδικασίας είναι:

$$\mathbb{P}\{\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{t}) \leq \boldsymbol{x}\} = \mathbb{P}\left\{\left(\sum_{i=1}^{N(t)}\left\{X_{t_i}\right\}\right) \leq x\right\}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\left\{\mathbb{P}\left\{\left(\sum_{i=1}^{n}\left\{X_{t_i}\right\}\right) \leq x | N(t)=n\right\} \mathbb{P}\{N(t)=n\}\right\}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\left\{G^{(n)}(x)\left[F^{(n)}(t) - F^{(n+1)}(t)\right]\right\}$$

και η exceedance πιθανότητα είναι (126)

$$\mathbb{P}\{Z(t) > x\} = \sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[G^{(n)}(x) - G^{(n+1)}(x)\right]F^{(n+1)}(t)\right\}$$

Η **μέση τιμή** του αριθμού των συνολικών απωλειών στο διάστημα $[0, t]$ είναι (126):

$$\mathbb{E}[Z(t)] = \int_0^{\infty} xd\, \mathbb{P}\{Z(t) \leq x\}$$

$$= \left(\int_0^{\infty} x\, g(x)\, dx\right) \sum_{n=1}^{\infty}\left\{F^{(n)}(t)\right\}$$

$$= \mathbb{E}[X]\, \mathbb{E}[N(t)] = w \ \times m(t)$$

Η τελευταία σχέση σημαίνει ότι η μέση τιμή των του αριθμού των συνολικών απωλειών στο διάστημα $[0, t]$ προκύπτει ως <u>το γινόμενο της μέσης τιμής των απωλειών **ανά ατύχημα** και του προσδοκώμενου αριθμού ατυχημάτων στο διάστημα $[0, t]$</u>.

Εφαρμογή του μοντέλου της στοχαστικής διαδικασίας στην FSA

Επειδή σε μια τυπική μελέτη FSA τα μεγέθη (συχνότητες, μέση τιμή απωλειών κ.α.) είναι ανηγμένα στη μονάδα του χρόνου (συνήθως ανά έτος), θα δείξουμε στη συνέχεια πως τα σημαντικά μεγέθη στην FSA προκύπτουν από το μοντέλο της αθροιστικής στοχαστικής διαδικασίας.

Θα ακολουθήσουμε την εξής διαδικασία:

- Θα θεωρήσουμε τα ανηγμένα ως προς το χρόνο μεγέθη $\frac{\mathbb{E}[Z(t)]}{t}$ και $\frac{N(t)}{t}$ (τη μέση τιμή των απωλειών ανά μονάδα χρόνου και τον αριθμό των ατυχημάτων ανά μονάδα χρόνου αντίστοιχα)
- Θα χρησιμοποιήσουμε ως εργαλεία τα οριακά θεωρήματα για τις στοχαστικές διαδικασίες
- Θα δείξουμε ότι τα προκύπτοντα μεγέθη είναι η PLL (*Potential Loss of Life- η μέση τιμή των απωλειών ανά έτος*) και η συχνότητα συγκεκριμένης κατηγορίας ατυχήματος
- Τέλος θα δείξουμε πως ο βασικός τρόπος απεικόνισης των αποτελεσμάτων των μοντέλων ρίσκου της FSA, η καμπύλη FN (*FN curve*), μπορεί να αναπαρασταθεί βάσει της αθροιστικής διαδικασίας $\boldsymbol{Z(t)}$, κάτι το οποίο θα μας επιτρέψει
- να **συγκρίνουμε** διαφορετικές καμπύλες FN μεταξύ τους βάσει της **αποστροφής προς το ρίσκο** (***risk aversion***), χρησιμοποιώντας τις *stochastic orders* για στοχαστικές διαδικασίες

Υποθέτουμε ότι η διαδικασία των ατυχημάτων έχει αποκτήσει σταθερά χαρακτηριστικά στο χρόνο, οπότε θεωρώντας το όριο της διαδικασίας για σχετικά μεγάλο χρονικό διάστημα, έχουμε χρησιμοποιώντας τον ισχυρό νόμο των μεγάλων αριθμών (*strong law of large numbers*) ότι (132):

$$\frac{N(t)}{t} \xrightarrow{almost\ surely} \frac{1}{\mu}$$

Το αποτέλεσμα αυτό σημαίνει ότι ο αριθμός των ατυχημάτων ανά μονάδα χρόνου τείνει να σταθεροποιηθεί σε μια σταθερή τιμή η οποία είναι το ανάστροφο της μέσης περιόδου εμφάνισης των ατυχημάτων, δηλαδή είναι **η ανηγμένη στον χρόνο συχνότητα** των ατυχημάτων.

Στην FSA ως ατύχημα θεωρείται το γεγονός το οποίο περιλαμβάνει απώλεια, τραυματισμό, απώλεια πλοίου ή ζημιά, άλλη απώλεια περιουσίας ή περιβαλλοντική καταστροφή, και το οποίο μπορεί να ανήκει σε μια κατηγορία π.χ. σύγκρουση μεταξύ πλοίων (*collision*), προσάραξη (*grounding*), σύγκρουση με ακίνητο αντικείμενο (*contact*) , φωτιά/έκρηξη (*fire/explosion*) κ.α. (6). Βασική παράμετρος είναι η συχνότητά τους ανά έτος, η οποία χρησιμοποιείται μετέπειτα και ως παράμετρος στα μοντέλα ρίσκου της FSA όπως τα *event trees*. Εφόσον η στοχαστική διαδικασία $\boldsymbol{Z(t)}$ περιγράφει τη διαδικασία εμφάνισης των ατυχημάτων, τότε η **συχνότητα $\boldsymbol{f}$του *ατυχήματος*** είναι

$$f = \frac{1}{\mu}$$

Παρόμοια θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε και το ακόλουθο θεώρημα (132):

$$\lim_{t \to \infty} \left\{ \frac{\mathbb{E}[N(t)]}{t} \right\} = \frac{1}{\mu}$$

για καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα.

Χρησιμοποιώντας την ίδια συλλογιστική για τη μέση τιμή, έχουμε ότι (126):

$$\lim_{t \to \infty} \left\{ \frac{\mathbb{E}[Z(t)]}{t} \right\} = \lim_{t \to \infty} \left\{ \frac{\mathbb{E}[X]\ \mathbb{E}[N(t)]}{t} \right\} = \frac{w}{\mu} = f \times w$$

δηλαδή η μέση τιμή των συνολικών απωλειών ανά μονάδα χρόνου τείνει να σταθεροποιηθεί στο γινόμενο της συχνότητας των ατυχημάτων ανά μονάδα χρόνου και της μέσης τιμής $\mathbb{E}[X] = w$ των απωλειών ανά ατύχημα.

Το βασικό μέγεθος για τον προσδιορισμό του ρίσκου είναι η PLL (*Potential Loss of Life- η μέση τιμή των απωλειών ανά έτος*), η οποία υπολογίζεται ως (13):

$$PLL = \sum_{N=1}^{N_{MAX}} \{f(N)N\}$$

όπου

- N είναι η μεταβλητή για τον αριθμό των απωλειών με μέγιστη τιμή τη N_{MAX}
- και $f(N)$ είναι η συχνότητα ενός σεναρίου(***accident scenario***) με ακριβώς N απώλειες

Ως σενάριο ορίζεται μια ακολουθία γεγονότων που ξεκινάνε από ένα εναρκτήριο γεγονός (*initiating event*), οδηγούν σε ατύχημα και καταλήγουν σε ένα τελικό επακόλουθο ή συνέπεια (*consequence*) (6 p. 4).

Το σύνολο των ακολουθιών των γεγονότων που ξεκινάνε από ένα κύριο ατύχημα και καταλήγουν σε ένα τελικό επακόλουθο απεικονίζονται σε ένα δέντρο γεγονότων (*event tree*). Η πιθανότητα $p(N)$ να συμβεί ένα σενάριο με ακριβώς N απώλειες (δεδομένου ότι έχει συμβεί το σχετικό ατύχημα) υπολογίζεται ως το γινόμενο των πιθανοτήτων να συμβούν τα διαδοχικά γεγονότα που το απαρτίζουν.

Η συχνότητα $f(N)$ ενός σεναρίου υπολογίζεται ως το γινόμενο της συχνότητας f του ατυχήματος και της πιθανότητας $p(N)$ του σεναρίου να συμβεί (δεδομένου ότι έχει συμβεί το ατύχημα) (6 σ. 40).

Επομένως, αν για κάθε N αθροίσουμε τις πιθανότητες των αντίστοιχων σεναρίων σε μία συχνότητα p_N, έτσι ώστε $\sum_{N=1}^{N_{MAX}}\{p(N)\} = 1$, τότε η αντίστοιχη συχνότητα $f(N)$ είναι $f(N) = f \times p(N)$ και η PLL μπορεί να γραφεί ως

$$PLL = \sum_{N=1}^{N_{MAX}}\{f(N)N\} = \sum_{N=1}^{N_{MAX}}\{f\,p(N)N\} = f \times \sum_{N=1}^{N_{MAX}}\{p(N)N\} = f \times PLL_{event\ tree}$$

όπου $PLL_{event\ tree}$ είναι η μέση τιμή των απωλειών δεδομένου ότι έχει συμβεί ατύχημα από την αντίστοιχη κατηγορία.

Στην FSA, για κάθε κατηγορία ατυχημάτων η συνήθης πρακτική είναι να αναπτύσσεται το αντίστοιχο *event tree* το οποίο περιγράφει την πιθανότητα να έχουμε ακριβώς N απώλειες δεδομένου ότι έχει συμβεί ατύχημα που ανήκει στη συγκεκριμένη κατηγορία. Θεωρούμε ότι το *event tree* περιγράφει την εξέλιξη κάθε ενδεχόμενου ατυχήματος από την αντίστοιχη κατηγορία και ότι η εξέλιξη του ατυχήματος δεν εξαρτάται από την εξέλιξη οποιουδήποτε άλλου ατυχήματος ή από τον αριθμό των ήδη πραγματοποιηθέντων ατυχημάτων. Επομένως το *event tree* είναι το εργαλείο βάσει του οποίου υπολογίζουμε την κατανομή για κάθε τυχαία μεταβλητή X_{t_i}, καθώς ικανοποιούνται οι δύο κύριες υποθέσεις:

- οι $\{X_{t_i}\}$ είναι ισόνομες
- και ανεξάρτητες τόσο μεταξύ τους όσο και από τις τυχαίες μεταβλητές S_n που περιγράφουν το χρόνο που θα συμβεί το n-οστό ατύχημα.

Επομένως προκύπτει ότι $PLL_{event\ tree} = \mathbb{E}[X] = w$. Έχουμε ήδη δείξει ότι η συχνότητα f ανά έτος για συγκεκριμένη κατηγορία ατυχήματος ισοδυναμεί με το μέγεθος

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\frac{\mathbb{E}[N(t)]}{t}\right\} = \frac{1}{\mu}$$

όπου $\mathbb{E}[N(t)]$ η μέση τιμή του αριθμού των ατυχημάτων στο χρονικό διάστημα $[0, t]$ και μ ο μέσος χρόνος ανάμεσα σε δύο ατυχήματα.

Καταλήγουμε επομένως στο συμπέρασμα ότι:

$$PLL = f \times PLL_{event\ tree} = \frac{1}{\mu} \times w = \lim_{t\to\infty}\left\{\frac{\mathbb{E}[Z(t)]}{t}\right\}$$

δηλαδή η PLL, όπως υπολογίζεται στην FSA, αντιστοιχεί ακριβώς στη μέση τιμή ανά μονάδα χρόνου της στοχαστικής διαδικασίας $\boldsymbol{Z(t)}$ που επιλέξαμε για την περιγραφή της εμφάνισης των ατυχημάτων και των σχετιζόμενων απωλειών.

Το γεγονός ότι αντιστοιχίσαμε σημαντικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται στην FSA με μεγέθη του μοντέλου που προσαρμόσαμε στο μελετώμενο σύστημα του πλοίου αποδεικνύει την αξιοπιστία του μοντέλου, κάτι το οποίο θα φανεί ακόμα πιο διακριτά παρακάτω όπου θα αναπαραστήσουμε τον κύριο τρόπο απεικόνισης των αποτελεσμάτων στην FSA, την καμπύλη FN, βάσει της στοχαστικής διαδικασίας $\boldsymbol{Z(t)}$.

Μια καμπύλη FN είναι το γράφημα της τιμής $F(N)$ ως προς το N, όπου $F(N)$ είναι η *συχνότητα* των ατυχημάτων με N ή περισσότερες απώλειες. Αν θεωρήσουμε ως $f(N)$ τη συχνότητα των ατυχημάτων με ακριβώς N απώλειες, τότε ισχύει:

$$F(N) = \sum_{i=N}^{N_{max}} f(i) \text{ και } f(N) = F(N) - F(N+1)$$

Όπως ανεφέρθη προηγουμένως, ισχύει ότι $f(N) = f \times p_N$, οπότε προκύπτει και

$$F(N) = \sum_{i=N}^{N_{max}} f(i) = \sum_{i=N}^{N_{max}} f \times p(i) = f \times \sum_{i=N}^{N_{max}} p(i) = f \times \left[1 - P_{X_{t_i}}(N)\right]$$

όπου $P_{X_{t_i}}(N)$ είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X_{t_i}. Και τα δύο μεγέθη $\left(f \text{ και } P_{X_{t_i}}(N)\right)$ είναι στοιχεία της στοχαστικής διαδικασίας $\boldsymbol{Z(t)}$.

Σύγκριση και κατάταξη των στοχαστικών διαδικασιών σύμφωνα με τη στάση προς το ρίσκο

Το επόμενο βήμα μετά τη μοντελοποίηση μιας FN καμπύλης βάσει της αθροιστικής στοχαστικής διαδικασίας, είναι η σύγκριση και κατάταξή τους σύμφωνα με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων. Σε αυτό βήμα θα δείξουμε πως μπορούμε να συγκρίνουμε καταστάσεις που προκύπτουν από εφαρμογές RCOs σύμφωνα με στάσεις προς το ρίσκο που δεν είναι απαραίτητα ουδέτερες προς το ρίσκο (*risk-neutral*).

Όπως δείξαμε και στο σχήμα 21 υπάρχουν καταστάσεις όπου είναι πιο πιθανή μια ακολουθία *συχνών*, *μικρών* ατυχημάτων και καταστάσεις όπου είναι πιο πιθανή μια ακολουθία *σπάνιων* και *πιο καταστροφικών* ατυχημάτων. Επειδή και στις δύο περιπτώσεις τα τελικά αθροίσματα των απωλειών μπορεί να είναι ίσα στο ίδιο χρονικό διάστημα, η επιλογή ανάμεσά τους είναι καθαρά θέμα της στάσης του αποφασίζοντα προς το ρίσκο (*risk aversion*). Μια κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας δίνει μεγαλύτερο βάρος (*ποινή*) στα ατυχήματα με μεγαλύτερες συνέπειες, ενώ μια κυρτή συνάρτηση στα συχνά και σχετικά μικρά ατυχήματα.

Στη σχετική με τα οικονομικά βιβλιογραφία, οι κοίλες συναρτήσεις χρησιμότητας συνδέονται με προτιμήσεις που χαρακτηρίζονται από αποστροφή προς το ρίσκο (*risk-averse decision makers*) και οι κυρτές συναρτήσεις από προτιμήσεις με επιδίωξη του ρίσκου (*risk-seeking decision makers*). Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι στις αντίστοιχες εφαρμογές[10], οι αποφασίζοντες με κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας ενδέχεται να προτιμήσουν τυχαίες μεταβλητές με σχετικά μεγαλύτερες μέσες τιμές και μικρότερη μεταβλητότητα (*dispersion*) σε αντίθεση με τους αποφασίζοντες με κυρτή συνάρτηση χρησιμότητας. Στον παρόν πλαίσιο που σχετίζεται με την ασφάλεια, αυτοί οι χαρακτηρισμοί δεν είναι δόκιμοι, καθώς η μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας καθορίζει την προτίμηση σχετικά με την κατανομή του μεγέθους τω ατυχημάτων σε ακολουθίες ατυχημάτων με τις ίδιες απώλειες και επομένως δεν υποδηλώνει κάποια προδιάθεση ως προς την ανάληψη ρίσκου. Για το λόγο αυτό, στη συνέχεια του κειμένου δεν θα χρησιμοποιούνται οι όροι *risk-averse* και *risk-seeking* για να περιγράψουν αποφασίζοντες με την αντίστοιχη συνάρτηση χρησιμότητας και ούτε θα προκρίνεται η μία στάση έναντι της άλλης. Ο όροι *risk-averse* και *risk aversion* θα χρησιμοποιούνται για να υποδηλώσουν μια στάση η οποία δεν είναι *risk-neutral*. Όλες οι αποδείξεις και οι εφαρμογές θα αναφέρονται σε κοίλες συναρτήσεις αλλά θα ισχύουν και για κυρτές συναρτήσεις καθώς η μόνη προϋπόθεση θα είναι να χρησιμοποιηθεί η αντίστοιχη κυρτή σχέση των *Stochastic Orders*.

Θεωρούμε τις απώλειες που προκύπτουν σε συγκεκριμένο διάστημα $[0, t]$, π.χ. σε ένα έτος. Ο αριθμός των ατυχημάτων περιγράφεται τότε από την τυχαία μεταβλητή N (η οποία ανήκει στη στοχαστική διαδικασία $\{N(t)\}$ για συγκεκριμένο t). Ο αριθμός των συνολικών απωλειών περιγράφεται από τη τυχαία μεταβλητή Z με

$$Z = \sum_{i=1}^{N} \left\{X_{t_i}\right\}$$

όπου το Z προκύπτει παρόμοια από τη στοχαστική διαδικασία $\boldsymbol{Z(t)}$**,** όπως η N από τη $N(t)$.

Έστω ότι εφαρμόζουμε RCO στο σύστημα. Ο αριθμός των συνολικών απωλειών σε αυτή την περίπτωση θα περιγράφεται από τη τυχαία μεταβλητή Ψ με

[10] Στην οικονομική βιβλιογραφία οι τυχαίες μεταβλητές περιγράφουν την τελική οικονομική κατάσταση ενός αποφασίζοντα μετά από μία απόφαση ή την ανάληψη ενός οικονομικού κινδύνου

$$\Psi = \sum_{i=1}^{M} \{Y_{t_i}\}$$

με M η τυχαία μεταβλητή του αριθμού των ατυχημάτων.

Ένας αποφασίζοντας θα προτιμάει την τυχαία μεταβλητή Z από την Ψ αν και μόνο αν $E[u(Z)] \geq E[u(\Psi)]$, όπου u είναι η συνάρτηση χρησιμότητάς του. Η συνάρτηση χρησιμότητάς αποτελεί έκφραση των προτιμήσεων ενός ατόμου ή των προτιμήσεων όλων των ατόμων με την ίδια συνάρτηση χρησιμότητας. Αν θεωρήσουμε το πρόβλημα λήψης απόφασης από τη σκοπιά του συνόλου των αποφασιζόντων με παρόμοια στάση προς το ρίσκο, τότε στη μελέτη υπεισέρχονται συναρτήσεις χρησιμότητας με κάποια παρόμοια χαρακτηριστικά ή εναλλακτικά που ανήκουν σε συγκεκριμένη οικογένεια συναρτήσεων. Όπως έχουμε αναφέρει, οι μέθοδοι για να εξετάζουμε τα προβλήματα επιλογής από τη σκοπιά ενός συνόλου αποφασιζόντων με παρόμοια χαρακτηριστικά είναι οι *Stochastic Orders*.

Στη συνέχεια θα δείξουμε πως θα εφαρμόσουμε τις *Stochastic Orders* για το σύνολο των αποφασιζόντων με αποστροφή προς το ρίσκο (*risk-averse decision makers*) στο χώρο των στοχαστικών διαδικασιών.

Το γεγονός ότι το σύνολο των *risk-averse* αποφασιζόντων προτιμάει τη Z από την Ψ σημαίνει ότι ισχύει $E[u(Z)] \geq E[u(\Psi)]$ για κάθε κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας u. Όμως από τον ορισμό της *Increasing Concave Order* έχουμε ότι $\boldsymbol{Z} \precsim_{\boldsymbol{2-CV}} \boldsymbol{\Psi}$. Στη συνέχεια θα δείξουμε πως προκύπτει η σχέση της *Increasing Concave Order* για τις Z και Ψ από χαρακτηριστικά μεγέθη των αθροιστικών στοχαστικών διαδικασιών.

Η σχέση της Increasing Concave Order για αθροιστικές στοχαστικές διαδικασίες

Η *Increasing Concave Order* χαρακτηρίζεται από τις παρακάτω ιδιότητες (107):

1) Σταθερότητα υπό διαμέριση (*Stability under mixture*)
2) Σταθερότητα υπό συνέλιξη (*Stability under convolution*)
3) Σταθερότητα υπό σύγκλιση κατά πιθανότητα (*Stability under*)
4) **Σταθερότητα για σύνθετα αθροίσματα (*Stability under compound sums*)**

Η σταθερότητα υπό διαμέριση σημαίνει ότι αν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y εξαρτώνται κάθε μία από μία τρίτη μεταβλητή Λ, τότε αν ισχύει $X \succsim_{SOSD} \Upsilon$ δεδομένου $\Lambda = \theta$ για κάθε θ (που ανήκει στο πεδίο της Λ), τότε θα ισχύει και $X \succsim_{SOSD} \Upsilon$ ανεξάρτητα από την Λ.

Η σταθερότητα υπό σύγκλιση σημαίνει πως αν για δύο ακολουθίες τυχαίων μεταβλητών $\{X_1, X_2, \dots,\}$ και $\{Y_1, Y_2, \dots,\}$ ισχύει η σύγκλιση $X_i \to X$ και $Y_i \to Y$ κατά πιθανότητα και επίσης $X_i \lesssim_{\mathbf{2-CV}} Y_i$ για κάθε i, τότε θα ισχύει $X \lesssim_{\mathbf{2-CV}} Y$.

Η σταθερότητα υπό συνέλιξη σημαίνει ότι αν για τα σύνολα των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών $\{X_1, X_2, \dots,\}$ και $\{Y_1, Y_2, \dots,\}$ ισχύει $X_i \lesssim_{\mathbf{2-CV}} Y_i$ για κάθε i, τότε θα ισχύει και

$$\sum_{i=1}^{n}\{X_i\} \lesssim_{\mathbf{2-CV}} \sum_{i=1}^{n}\{Y_i\}$$

όπου n ακέραιος.

Η ιδιότητα της σταθερότητας για σύνθετα αθροίσματα είναι η πιο σημαντική και εκφράζεται με το ακόλουθο θεώρημα (107 σ. 121), (116 p. 186):

Έστω $\{X_1, X_2, \dots,\}$ και $\{Y_1, Y_2, \dots,\}$ δύο ακολουθίες ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών και M και N δύο τυχαίες μεταβλητές με πεδίο το σύνολο των φυσικών αριθμών, ανεξάρτητες από τις ακολουθίες. Αν ισχύουν

$$\boldsymbol{N} \lesssim_{\mathbf{2-CV}} \boldsymbol{M} \; \textit{και} \; \boldsymbol{X_i} \lesssim_{\mathbf{2-CV}} \boldsymbol{Y_i} \; \textit{για κάθε} \; i$$

τότε ισχύει:

$$\sum_{i=1}^{\boldsymbol{N}}\{X_i\} \lesssim_{\mathbf{2-CV}} \sum_{i=1}^{\boldsymbol{M}}\{Y_i\}$$

ή αλλιώς

$$\boldsymbol{Z} \lesssim_{\mathbf{2-CV}} \boldsymbol{\Psi}$$

Όταν ισχύει $N \lesssim_{\mathbf{2-CV}} M$ προκύπτει ότι $\mathbb{E}[\boldsymbol{N}] \leq \mathbb{E}[\boldsymbol{M}]$ (107). Επειδή οι τυχαίες μεταβλητές ανήκουν στις στοχαστικές διαδικασίες $M(t)$ και $N(t)$ για συγκεκριμένο t, έχουμε δείξει ότι λόγω του νόμου των μεγάλων αριθμών και των οριακών θεωρημάτων ισχύουν:

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\frac{\mathbb{E}[N(t)]}{t}\right\} = \frac{1}{\mu_N} \; \textit{και} \; \lim_{t\to\infty}\left\{\frac{\mathbb{E}[M(t)]}{t}\right\} = \frac{1}{\mu_M}$$

$$\frac{N(t)}{t} \xrightarrow{\textit{almost surely}} \frac{1}{\mu_N} \; \textit{και} \; \frac{M(t)}{t} \xrightarrow{\textit{almost surely}} \frac{1}{\mu_M}$$

Και επομένως από την ιδιότητα της σταθερότητας υπό σύγκλιση προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{\mu_N} \leq \frac{1}{\mu_M}$$

Εφόσον ισχύουν

- $X_i \lesssim_{\mathbf{2-CV}} Y_i \; \gamma\iota\alpha \; \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon \; i \;\; \Rightarrow \sum_{n=\kappa}^{n_{max}} \{\mathbb{P}\{X_i > n\}\Delta n\} \leq \sum_{n=\kappa}^{n_{max}} \{\mathbb{P}\{Y_i > n\}\Delta n\}$
- και $\frac{1}{\mu_N} \leq \frac{1}{\mu_M}$

από τη σχέση $\boldsymbol{Z} \lesssim_{\mathbf{2-CV}} \boldsymbol{\Psi}$ προκύπτει ότι:

$$\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\mu_N}} \sum_{\boldsymbol{n=\kappa}}^{\boldsymbol{n_{max}}} \{\mathbb{P}\{\boldsymbol{X_i} > \boldsymbol{n}\}\Delta \boldsymbol{n}\} \leq \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\mu_M}} \sum_{\boldsymbol{n=\kappa}}^{\boldsymbol{n_{max}}} \{\mathbb{P}\{\boldsymbol{Y_i} > \boldsymbol{n}\}\Delta \boldsymbol{n}\} \; \boldsymbol{\gamma\iota\alpha \; \kappa}\acute{\alpha}\boldsymbol{\theta\varepsilon \; \kappa} \in [\mathbf{0}, \boldsymbol{n_{max}}]$$

όπου $\Delta n = n_{i+1} - n_i = 1, \; i = 1,2, \ldots$

και όπως αποδείξαμε για τη μοντελοποίηση των FN καμπυλών βάσει των αθροιστικών στοχαστικών διαδικασιών και την αντιστοιχία μεταξύ των βασικών μεγεθών τους, κάθε σημείο της καμπύλης FN έχει **τεταγμένη**:

$$f_N \times \sum_{i=n}^{n_{max}} p_N(n) = \frac{1}{\mu_N} \times \left[1 - P_{X_{t_i}}(n)\right] = \frac{1}{\mu_N} \times \left[\mathbb{P}\left\{X_{t_i} > n\right\}\right]$$

Αντικαθιστώντας τους όρους

$$\frac{1}{\mu_N} \times \left[\mathbb{P}\left\{X_{t_i} > n\right\}\right] = f_N \times \sum_{i=n}^{n_{max}} p_N(n)$$

και

$$\frac{1}{\mu_M} \times \left[\mathbb{P}\left\{Y_{t_i} > n\right\}\right] = f_M \times \sum_{i=n}^{n_{max}} p_M(n)$$

στη σχέση

$$\sum_{n=\kappa}^{n_{max}} \left\{\frac{1}{\mu_N} \mathbb{P}\left\{X_{t_i} > n\right\} \Delta n\right\} \leq \sum_{n=\kappa}^{n_{max}} \left\{\frac{1}{\mu_M} \mathbb{P}\left\{Y_{t_i} > n\right\} \Delta n\right\} \; \gamma\iota\alpha \; \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon \; \kappa \in [0, n_{max}]$$

προκύπτει ότι για να υπερισχύει μια καμπύλη FN

- με συχνότητα f_N (της αντίστοιχης κατηγορίας ατυχημάτων)
- και με σύνολο πιθανοτήτων $\{p_N(n)\}$ (που είναι η συνάρτηση μάζας πιθανότητας κάθε τυχαίας μεταβλητής X_{t_i} η οποία, εφόσον οι X_{t_i} είναι ισόνομες, προκύπτει από το *event tree* αντίστοιχης κατηγορίας ατυχημάτων)

έναντι καμπύλης

- με συχνότητα f_M
- και με σύνολο πιθανοτήτων $\{p_M(n)\}$

κατά ***Increasing Concave Order*** θα πρέπει να ισχύει:

$$f_N \sum_{n=\kappa}^{n_{max}} \left\{ \left[\sum_{i=n}^{n_{max}} p_N(n) \right] \Delta n \right\} \leq f_M \sum_{n=\kappa}^{n_{max}} \left\{ \left[\sum_{i=n}^{n_{max}} p_M(n) \right] \Delta n \right\} \; \text{για κάθε } \kappa \in [0, n_{max}]$$

ή

$$\sum_{n=\kappa}^{n_{max}} \left\{ f_N \left[\sum_{i=n}^{n_{max}} p_N(n) \right] \Delta n \right\} \leq \sum_{n=\kappa}^{n_{max}} \left\{ f_M \left[\sum_{i=n}^{n_{max}} p_M(n) \right] \Delta n \right\} \; \text{για κάθε } \kappa \in [0, n_{max}]$$

δηλαδή για να υπερισχύει η μια καμπύλη επί της άλλης θα πρέπει <u>το εμβαδόν της σε κάθε διάστημα $[\kappa, n_{max}]$ να είναι μικρότερο</u>.

Η παραπάνω σχέση μας επιτρέπει να συγκρίνουμε το ρίσκο δύο καμπυλών FN χρησιμοποιώντας μόνο τη βασική συχνότητα και τη συνάρτηση μάζας πιθανότητας για τις συνέπειες δεδομένου ότι έχει συμβεί ατύχημα (δηλαδή της τυχαίας μεταβλητής X_{t_i} που αποτελεί όρο του αθροίσματος $\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathbf{N}} \{X_{t_i}\}$) χωρίς να χρειάζεται να καταφύγουμε στον υπολογισμό της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας ολόκληρης της στοχαστικής διαδικασίας (δηλαδή του αθροίσματος $\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathbf{N}} \{X_{t_i}\}$).

Εν κατακλείδι, στο παρόν κεφάλαιο:

- Μοντελοποιήσαμε τον αριθμό των ατυχημάτων και τον αριθμό των σχετιζόμενων απωλειών, που αποτελούν μέρος μιας *δυναμικής* διαδικασίας, βάσει του εργαλείου της αθροιστικής στοχαστικής διαδικασίας.
- Διατυπώσαμε την έννοια της αποστροφής προς το ρίσκο (*risk aversion*) στο πεδίο της ασφάλειας (ως τη στάθμιση ανάμεσα σε ενδεχόμενα με πιο συχνά και μικρά ατυχήματα έναντι ενδεχομένων

με πιο σπάνια αλλά καταστροφικά ατυχήματα) με φυσικό και κατανοητό τρόπο χρησιμοποιώντας την παραπάνω μοντελοποίηση.

- Δείξαμε πως κύρια εργαλεία για τη λήψη αποφάσεων στην FSA, όπως η καμπύλη FN και το μέτρο ρίσκου της PLL (που αποτελούσαν τρόπους αναπαράστασης στατιστικών δεδομένων), αντιστοιχούν σε μεγέθη της στοχαστικής διαδικασίας και επομένως θεμελιώνεται και από θεωρητικής απόψεως η χρήση τους σε μοντέλα ρίσκου.
- Φτάνουμε στο κύριο αποτέλεσμα το οποίο είναι ο τρόπος σύγκρισης δύο καμπυλών FN χρησιμοποιώντας τη σχέση της *Increasing Concave Order* στο χώρο των αθροιστικών στοχαστικών διαδικασιών. Με αυτό το αποτέλεσμα λαμβάνουμε υπόψη, πέραν της μέσης τιμής, και της μεταβλητότητας κάθε εξεταζόμενης κατάστασης, κάτι το οποίο δεν ήταν δυνατό με τον ισχύοντα τρόπο εφαρμογής της FSA.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα δείξουμε πως οι *Stochastic Orders* εφαρμόζονται στη διαδικασία λήψης αποφάσεων, δηλαδή θα δείξουμε πως από ένα σύνολο προτεινόμενων RCOs θα εξάγουμε τα πιο κατάλληλα προς εφαρμογή σύμφωνα με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων, τα οποία αποτελούν το λεγόμενο **αποδοτικό σύνολο** (***efficient set***) και θα παρουσιάσουμε την εφαρμογή αυτών των μεθόδων σε στοιχεία από πραγματοποιηθείσες FSA.

Εφαρμογή των *Stochastic Orders* στην επιλογή Μέτρων Ελέγχου Ρίσκου (*Risk Control Options*)

Στο παρόν κεφάλαιο θα δείξουμε τον τρόπο με τον οποίο οι Stochastic Orders μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ελαχιστοποίηση του πλήθους των εναλλακτικών (όπως μέτρα ελέγχου ρίσκου) σε ένα πρόβλημα απόφασης. Η προσέγγιση αυτή συνήθως δεν προσδιορίζει τη βέλτιστη λύση αλλά υποδεικνύει ποιες επιλογές πρέπει να αποκλειστούν από περαιτέρω διερεύνηση. Άλλωστε η πρακτική της χρήσης μεθόδων για την υπόδειξη μίας και μοναδικής λύσης σε ένα πρόβλημα απόφασης έχει επικριθεί στη βιβλιογραφία (36).

Πρόβλημα απόφασης

Το πρόβλημα απόφασης, που αποτελεί το πεδίο εφαρμογής, αποτελείται από τα εξής μέρη:

- Προσδιορισμός του συστήματος, το οποίο είναι ένα τεχνικό σύστημα όπως ένας τύπος πλοίου ή μια λειτουργία που αφορά το πλοίο, όπου αναμένεται να προκύψει ατύχημα.
- Προσδιορισμός των πιθανών σεναρίων ατυχημάτων μαζί με τις σχετιζόμενες πιθανότητες και συνέπειες. Οι συνέπειες αφορούν είτε απώλειες είτε περιβαλλοντική μόλυνση και συνηθέστερα εκροή πετρελαίου.
- Έχοντας καθορίσει το σύνολο των μέτρων ελέγχου ρίσκου (*Risk Control Options-RCO*), τα οποία αποτελούν τις διαθέσιμες εναλλακτικές επιλογές του προβλήματος απόφασης, υπολογίζουμε την **αποτελεσματικότητά** τους (***effectiveness***).

  Αυτό συνίσταται στον επαναϋπολογισμό των πιθανών σεναρίων ατυχημάτων μαζί με τις σχετιζόμενες πιθανότητες και συνέπειες με δεδομένο ότι έχει εφαρμοστεί ένα συγκεκριμένο *RCO*. Το πλήθος των εξεταζόμενων σεναρίων είναι πεπερασμένο και επομένως τα σενάρια δομούνται στη μορφή δέντρων γεγονότων (*event trees*), πρακτική που ακολουθείται επίσης στις FSA. Από τα δέντρα γεγονότων προκύπτουν τα ζεύγη πιθανότητας-συνέπειας (p_i, C_i) για κάθε σενάριο i. Το σύνολο των ζευγών πιθανοτήτων-συνεπειών, δεδομένου της εφαρμογής ενός *RCO*, αποτελούν τη διακριτή τυχαία μεταβλητή η οποία περιγράφει την αλλαγή στο ρίσκο που έχει επιτύχει το *RCO*. Οι τυχαίες αυτές μεταβλητές που αντιστοιχούν στην εφαρμογή των *RCO* θα συγκριθούν βάσει των *Stochastic Orders* ώστε να αποκλειστούν οι μη-αποδοτικές εναλλακτικές.

- Σε ένα πρόβλημα απόφασης όπου υπάρχουν πάνω από ένας αποφασίζοντες μπορούμε να ακολουθήσουμε μία από τις ακόλουθες προσεγγίσεις (133 p. 17):
    - Κάθε αποφασίζοντας στην ομάδα να κατατάξει τις εναλλακτικές από τη χειρότερη στην καλύτερη (συνήθως βάσει μιας συνάρτησης χρησιμότητας)
    - Κάθε αποφασίζοντας μπορεί να χωρίσει το σύνολο των εναλλακτικών σε *αποδοτικά* και *μη- αποδοτικά*
    - ή μπορεί να εκλέξει μία και μόνο εναλλακτική (π.χ. μέσω μιας ψηφοφορίας).

Μια ευρύτερη θεώρηση του παραπάνω προβλήματος περιλαμβάνει και το κόστος εφαρμογής κάθε *RCO*. Για τη μελέτη του προβλήματος από αυτήν την προοπτική επιστρατεύονται μέθοδοι όπως οι *Cost-Effectiveness Analysis* (*CEA*) και *Cost-Benefit Analysis* (*CBA*). Προαπαιτούμενο βήμα για τη χρήση αυτών των μεθόδων είναι ο προσδιορισμός είτε της αποτελεσματικότητας (*effectiveness*) κάθε *RCO* ή του οφέλους (*benefit*) αντίστοιχα. Η παρούσα διπλωματική επικεντρώνεται σε αυτό ακριβώς το βήμα και σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται ο υπολογισμός της αποτελεσματικότητας για προταθέντα μέτρα ελέγχου ρίσκου λαμβάνοντας την αποστροφή προς το ρίσκο του αποφασίζοντα (*risk aversion*).

Ενσωμάτωση των *Stochastic Orders* στο πρόβλημα απόφασης

Η αποστροφή προς το ρίσκο εκφράζεται μέσω της συνάρτησης χρησιμότητας U του αποφασίζοντα, η οποία ορίζεται στο σύνολο των τιμών $\{C_i\}$ των συνεπειών. Αν οι προτιμήσεις του αποφασίζοντα ικανοποιούν τα κριτήρια της θεωρίας χρησιμότητας (*Expected Utility Theory*), τότε αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη εναλλακτική είναι αυτή με τη <u>μέγιστη προσδοκώμενη χρησιμότητα</u> και γενικά ότι το σύνολο των εναλλακτικών μπορεί να ταξινομηθεί βάσει της τιμής της προσδοκώμενης χρησιμότητας κάθε επιλογής. Π.χ. για το RCO_j με σύνολο ζευγών πιθανοτήτων-συνεπειών $\left(p_i{}^j, C_i{}^j\right)$ η προσδοκώμενη χρησιμότητα είναι

$$U\left(RCO_j\right) = \mathbb{E}\left[U\left(C_i{}^j\right)\right] = \sum_{i=1}^{n}\left\{p_i{}^j \times U\left(C_i{}^j\right)\right\}, \text{όπου } n\text{: το πλήθος των σεναρίων}$$

Ωστόσο η διαδικασία αυτή δεν είναι συνήθως δόκιμη, επειδή είναι δύσκολο να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας ενός αποφασίζοντα βάσει των προτιμήσεών του. Αν ο αποφασίζοντας είναι μια εποπτική αρχή, τότε θα έπρεπε να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση χρησιμότητας της «κοινωνίας», εφόσον κάτι τέτοιο μπορούσε να οριστεί αυστηρώς. Γενικά, δεν είναι δυνατό να εξαχθεί μια συνάρτηση που να εκφράζει τις προτιμήσεις μιας ομάδας, η οποία να εξαρτάται από τις συναρτήσεις των μελών της ομάδας (134), (114), επομένως το να εξαχθεί μια σειρά προτίμησης για τις εναλλακτικές, που να αντιπροσωπεύει την ομάδα, βάσει αποκλειστικά και μόνο των σειρών προτιμήσεων των μελών δεν είναι δυνατό. Ακόμα και εάν έχουμε μόνο έναν αποφασίζοντα, η διαδικασία εξαγωγής της συνάρτησης χρησιμότητάς του είναι πολύ δύσκολη.

Κάποιος θα μπορούσε να προτείνει τη σύγκριση των διαθέσιμων επιλογών βάσει της τιμής των προσδοκώμενων απωλειών κάθε *RCO* ή αλλιώς της μέσης τιμής των συνεπειών:

$$\mu_j = \sum_{i=1}^{n} \{p_i{}^j \times C_i{}^j\}$$

Η προσέγγιση αυτή αντιστοιχεί (ύστερα από αλλαγή στην κλίμακα και το σημείο αναφοράς) σε μια γραμμική συνάρτηση χρησιμότητας:

$$U(C_i) = C_i$$

Η υιοθέτηση μιας τέτοιας συνάρτησης χρησιμότητας υποδηλώνει μια ουδέτερη στάση προς το ρίσκο (*risk neutral*). Με αυτή τη στάση προς το ρίσκο, όμως, δεν λαμβάνεται υπόψη η μεταβλητότητα[11] στο αποτέλεσμα κάθε επιλογής. Π.χ. είναι δυνατό μια εναλλακτική με χαμηλότερη μέση τιμή συνεπειών από τις υπόλοιπες να εμπεριέχει σενάριο που να οδηγεί, με πολύ μικρή πιθανότητα μεν, σε καταστροφικά αποτελέσματα δε. Στην περίπτωση που θέλουμε να υπάρχει κάποια στάθμιση μεταξύ των προσδοκώμενων συνεπειών και της μεταβλητότητας του αποτελέσματος κάθε εναλλακτικής, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε μια συνάρτηση χρησιμότητας που να εκφράζει αποστροφή προς το ρίσκο. Δηλαδή, έχοντας υιοθετήσει μια στάση με αποστροφή προς το ρίσκο, θα ήταν δυνατό να επιλέξουμε μια επιλογή με μεγαλύτερες προσδοκώμενες συνέπειες αλλά μικρότερη μεταβλητότητα έναντι μιας επιλογής με μικρότερες προσδοκώμενες συνέπειες αλλά μεγαλύτερη μεταβλητότητα ή αλλιώς να ανταλλάξουμε (trade-off) ένα μέρος των προσδοκώμενων συνεπειών για μια επιλογή με μικρότερη μεταβλητότητα.

Στην περίπτωση που δεν έχουμε πλήρη γνώση της συνάρτησης χρησιμότητας οι *Stochastic orders*, όπως π.χ., η *Stochastic Dominance*, μας επιτρέπουν να αποκλείσουμε ορισμένες εναλλακτικές και συγχρόνως να είμαστε σύμφωνοι με τα αξιώματα της θεωρίας της προσδοκώμενης χρησιμότητας.

Για τη χρήση της *Stochastic Dominance* χρειαζόμαστε ελάχιστες πληροφορίες για τη συνάρτηση χρησιμότητας του αποφασίζοντα. Ας υποθέσουμε αρχικά ότι το μόνο που γνωρίζουμε είναι ότι ο αποφασίζοντας προτιμάει το καλύτερο από το

[11] Χρησιμοποιούμε τον όρο μεταβλητότητα (volatility), που είναι πιο ειδικός, έναντι του όρου αβεβαιότητα (uncertainty), ο οποίος σε άλλα πλαίσια μπορεί να εκφράζει μια έλλειψη γνώσης σχετικά με τις πιθανότητες, τις συνέπειες ή άλλα στοιχεία του προβλήματος

χειρότερο ενδεχόμενο. Αυτό συνεπάγεται για τη συνάρτηση χρησιμότητας U ότι είναι γνησίως αύξουσα: $U' > 0$.

Αν ορίσουμε ως $\mathcal{U}_1$ το σύνολο όλων των συναρτήσεων U που είναι γνησίως αύξουσες

$$\mathcal{U}_1 = \{U|U' > 0\}$$

τότε κάθε αποφασίζοντας που προτιμάει το καλύτερο από το χειρότερο ενδεχόμενο έχει συνάρτηση χρησιμότητας που ανήκει στο $\mathcal{U}_1$.

Αν μια ομάδα ατόμων έχει κληθεί να αποφασίσει σχετικά με την επιλογή μιας ενέργειας ανάμεσα στις εναλλακτικές A και B αλλά το μόνο που ξέρουμε για τις προτιμήσεις τους (*ή το μόνο στο οποίο συμφωνούν όλα τα μέλη της ομάδας*) είναι ότι προτιμάνε τις μικρότερες από τις μεγαλύτερες συνέπειες, τότε αν υπάρχει μια εναλλακτική, έστω η A, στην οποία θα συμφωνούσανε όλοι, τότε για αυτή θα ίσχυε

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(B)] \ \ \text{για κάθε συνάρτηση } U \in \mathcal{U}_1 \text{ και για έστω μία } U \text{ ισχύει } (>)$$

καθώς, εφόσον η συνάρτηση κάθε μέλους της ομάδας ανήκει στο σύνολο $\mathcal{U}_1$, τότε η συνάρτησή του ικανοποιεί την παραπάνω σχέση.

Επικράτηση (*Dominance*), αποδοτικό σύνολο και μη αποδοτικό σύνολο

Η παραπάνω σχέση μας οδηγεί στον ακόλουθο ορισμό:

Stochastic Dominance: Αν για τις εναλλακτικές A και B ισχύει ότι

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(B)] \ \ \text{για κάθε συνάρτηση } U \in \mathcal{U}_1 \text{ και για έστω μία } U \text{ ισχύει } (>)$$

τότε λέμε ότι η επιλογή A επικρατεί της B ή ότι η $\boldsymbol{A}$ **είναι μικρότερη της** $\boldsymbol{B}$ **κατά *Stochastic Dominance***[12] και το γράφουμε ως εξής: $\boldsymbol{A \precsim_1 B}$

Ο ορισμός του «μικρότερου κατά *Stochastic Dominance*» σημαίνει μικρότερες συνέπειες κατά μία στοχαστική έννοια (116 σ. 3). Αν X και Υ είναι οι τυχαίες μεταβλητές που περιγράφουν τις συνέπειες λόγω των επιλογών A και B αντίστοιχα, τότε από τον ισοδύναμο μαθηματικό ορισμό της *Stochastic Dominance* για τυχαίες μεταβλητές έχουμε:

$$\mathbb{P}\{\boldsymbol{X} > \boldsymbol{x}\} \leq \mathbb{P}\{\boldsymbol{\Upsilon} > \boldsymbol{x}\} \ \boldsymbol{\text{για όλα τις δυνατές τιμές } x \text{ των συνεπειών}}$$

Αυτό σημαίνει ότι επιλέγοντας την ενέργεια A, το γεγονός του να προκύψει μεγάλη τιμή συνεπειών είναι λιγότερο πιθανό από ότι αν επιλέξουμε τη B. Με «μεγάλη

[12] Η παραπάνω έννοια της *Stochastic Dominance* είναι γνωστή στη βιβλιογραφία και ως *First Order Stochastic Dominance*

τιμή» εννοούμε μεγαλύτερη από x και με την παραπάνω σχέση να ισχύει για όλες τις τιμές x των συνεπειών.

Η σχέση $\boldsymbol{A} \lesssim_{\mathbf{1}} \boldsymbol{B}$ της *Stochastic Dominance* συνεπάγεται δύο σημαντικές ιδιότητες (105 σ. 61):

- Η μέση τιμή των συνεπειών λόγω της εφαρμογής της A είναι <u>αυστηρά</u> μικρότερη από την αντίστοιχη της B: $\mathbb{E}[A] < E[B]$
- Η χειρότερη τιμή της B έχει μεγαλύτερη απόλυτη τιμή από την αντίστοιχη της A, ή αλλιώς η B έχει πιο «παχιά» ουρά (*thicker tail*)

Είναι απαραίτητο να σημειώσουμε ότι οι παραπάνω δύο συνθήκες είναι **αναγκαίες** (*necessary*) αλλά **όχι ικανές** (*sufficient*), δηλαδή η σχέση $\boldsymbol{A} \lesssim_{\mathbf{1}} \boldsymbol{B}$ συνεπάγεται τις δύο αυτές ιδιότητες αλλά δεν ισχύει το αντίστροφο: αν για δύο επιλογές Γ και Δ ισχύει $\mathbb{E}[\Gamma] < E[\Delta]$, τότε ενδέχεται να <u>μην</u> ισχύει $\Gamma \lesssim_1 \Delta$.

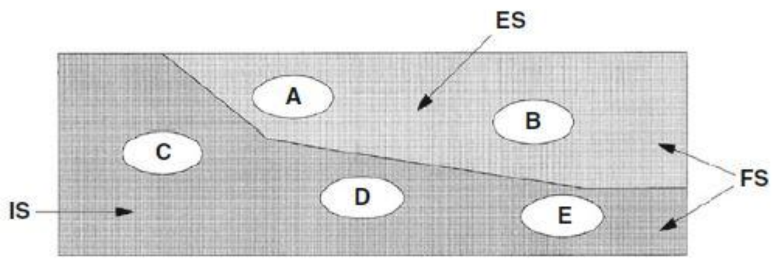
Βάσει του παραπάνω ορισμού μπορούμε να ορίσουμε τα παρακάτω υποσύνολα του συνόλου των διαθέσιμων εναλλακτικών (105):

- **Σύνολο των αποδοτικών λύσεων -*efficient set* στο $\boldsymbol{\mathcal{U}_1}$ $(\boldsymbol{ES_1})$**:
  Μία επιλογή περιλαμβάνεται στο *efficient set* αν δεν υπάρχει άλλη επιλογή που να είναι μικρότερη κατά *Stochastic Dominance* από αυτήν (*ή αλλιώς να μην υπάρχει* άλλη επιλογή *που επικρατεί κατά Stochastic Dominance αυτής*).
- **Σύνολο των μη-αποδοτικών λύσεων -*inefficient set* στο $\boldsymbol{\mathcal{U}_1}$**:
  Μία επιλογή περιλαμβάνεται στο *inefficient set* αν υπάρχει έστω μία άλλη επιλογή από το *efficient set* που να είναι μικρότερη κατά *Stochastic Dominance* από αυτήν.

Το σύνολο όλων των δυνατών επιλογών λέγεται και *εφικτό σύνολο* (*feasible set*). Η σχέση της Stochastic Dominance διαιρεί το εφικτό σύνολο στο αποδοτικό και στο μη- αποδοτικό σύνολο με τα δύο αυτά σύνολα να είναι αμοιβαίως αποκλειόμενα και συμπληρωματικά (*mutual exclusive* and *comprehensive*):

$$(feasible\ set) = (efficient\ set) \cup (inefficient\ set)$$

με αυτό να σημαίνει ότι μία επιλογή θα ανήκει είτε στο αποδοτικό είτε στο μη-αποδοτικό σύνολο. Ας εξετάσουμε το παρακάτω παράδειγμα από το (105 σ. 42)



σχήμα 22- Διαίρεση του εφικτού συνόλου σε αποδοτικό και μη-αποδοτικό στο $\mathcal{U}_1$

Το εφικτό σύνολο αναπαρίσταται από την περιοχή FS και εμπεριέχει μόνο τις επιλογές A,B,C,D και E. Η σχέση της *Stochastic Dominance* χωρίζει το εφικτό σύνολο στις αποδοτικές επιλογές A,B και στις μη αποδοτικές C,D και E.

Όσον αφορά το αποδοτικό σύνολο, ούτε το A αλλά ούτε και το B είναι μικρότερο το ένα από το άλλο κατά *Stochastic Dominance*. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει τουλάχιστον μία συνάρτηση χρησιμότητας $U_I \in \mathcal{U}_1$τέτοια ώστε

$$\mathbb{E}[U_I(A)] \geq \mathbb{E}[U_I(B)]$$

και από την άλλη τουλάχιστον μια $U_{II} \in \mathcal{U}_1$ τέτοια ώστε

$$\mathbb{E}[U_{II}(A)] \leq \mathbb{E}[U_{II}(B)]$$

δηλαδή ούτε το A ούτε το B είναι η καλύτερη λύση για όλους τους αποφασίζοντες με συνάρτηση χρησιμότητας στο $\mathcal{U}_1$. Κάποιοι αποφασίζοντες θα προτιμούν το A και κάποιοι άλλοι το B. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι τα A και B είναι *μη συγκρίσιμα* κατά τη σχέση της *Stochastic Dominance*. Για αυτό τον λόγο η λέγεται ότι *Stochastic Dominance* παράγει μια μερική κατάταξη (*partial ordering*).

Σε μια πλήρη κατάταξη (*complete ordering*) παράγεται μια ταξινόμηση από το χειρότερο μέχρι το καλύτερο. Αυτό συμβαίνει διότι για μια σχέση " $\lesssim$ " που παράγει πλήρη κατάταξη, ανάμεσα σε δύο στοιχεία A και B θα ισχύει μόνο το ένα από τα παρακάτω

- $A \lesssim B$ $(\text{το } A \text{ είναι}$ "μικρότερο" $\text{του } B)$
- $B \lesssim A$ $(\text{το } B \text{ είναι}$ "μικρότερο" $\text{του } A)$
- $A \sim B$ $(\text{τα } A \text{ και } B \text{ είναι ισοδύναμα})$

Όμως στη *Stochastic Dominance* για κάποιες επιλογές δεν συμβαίνει καμία από τις παραπάνω σχέσεις και επομένως δεν μπορούμε να βρούμε μία και μόνο «βέλτιστη» επιλογή μέσω μιας ταξινόμησης από το χειρότερο στο καλύτερο. Αυτό συμβαίνει διότι η πληροφόρηση που έχουμε για τις συναρτήσεις χρησιμότητας είναι μερική (π.χ. το ότι είναι γνησίως αύξουσες, χωρίς να γνωρίζουμε κάτι άλλο για τη μορφή τους).

Το παραπάνω γεγονός δεν αποτελεί μειονέκτημα, καθώς κατά κανόνα δεν έχουμε πλήρη γνώση των προτιμήσεων των αποφασιζόντων αλλά ακόμα και εάν είχαμε, επειδή οι προτιμήσεις τους θα ήταν διαφορετικές δεν θα μπορούσαμε να καταλήξουμε σε μια πλήρη κατάταξη των επιλογών. Η χρησιμότητα της *Stochastic Dominance* έγκειται σε αυτές τις περιπτώσεις, όπου με λίγες πληροφορίες μπορούμε να διακρίνουμε ποιες επιλογές είναι μη-αποδοτικές (δηλαδή τις επιλογές που δεν θα τις διάλεγε οποιοσδήποτε από το σύνολο των αποφασιζόντων) και έτσι να περιορίσουμε ολόκληρο το σύνολο των διαθέσιμων επιλογών μονάχα στις αποδοτικές.

Είναι προφανές από τα παραπάνω ότι το σύνολο των αποδοτικών επιλογών μπορεί να περιέχει παραπάνω από μία επιλογές. Συνήθως, το αποδοτικό σύνολο δεν περιέχει μόνο μία επιλογή (105 σ. 44), (110 σ. 37). Όμως χρησιμοποιώντας τη Stochastic Dominance θα έχουμε επιτύχει τη μείωση του πλήθους των διαθέσιμων εναλλακτικών μόνο στο σύνολο των αποδοτικών επιλογών.

Το *αποδοτικό σύνολο* στο $\mathcal{U}_1$ αποτελείται από τις επιλογές, κάθε μία από τις οποίες είναι βέλτιστη για κάποιο μέλος της ομάδας των αποφασιζόντων οι οποίοι έχουν συνάρτηση χρησιμότητας στο $\mathcal{U}_1$. Αν είχαμε μόνο έναν αποφασίζοντα και επιπλέον γνωρίζαμε τη συνάρτηση χρησιμότητάς του (π.χ. $U(x) = \log x$), τότε θα υπολογίζαμε την προσδοκώμενη χρησιμότητα ($\mathbb{E}[U(x)]$) όλων των επιλογών και θα βρίσκαμε τη βέλτιστη λύση. Όμως συνήθως έχουμε ομάδες αποφασιζόντων, όπου ακόμα και στη σπάνια περίπτωση όπου θα ξέραμε τις συναρτήσεις χρησιμότητάς τους (καθώς όπως αναφέρεται και στο (36) μερικοί αποφασίζοντες μπορεί να είναι διστακτικοί στο να αποκαλύψουν τη συνάρτηση χρησιμότητάς τους κατά τη διάρκεια της διαδικασίας λήψης αποφάσεων), δεν θα συμφωνούσαν όλοι σε μία και μοναδική λύση.

Το *μη-αποδοτικό σύνολο* στο $\mathcal{U}_1$ αποτελείται από τις επιλογές που κανένας μέλος της ομάδας των αποφασιζόντων δεν θα διάλεγε έναντι των επιλογών στο αποδοτικό σύνολο. Ως μη-αποδοτική επιλογή στο $\mathcal{U}_1$ ορίζεται εκείνη από την οποία είναι μικρότερη κατά *Stochastic Dominance* έστω μία αποδοτική επιλογή (ή αλλιώς υπάρχει έστω μία αποδοτική επιλογή που να επικρατεί κατά *Stochastic Dominance* αυτής). Στο σχήμα 22 οι επιλογές C,D και E είναι μη αποδοτικές. Για παράδειγμα θα μπορούσαμε να έχουμε τις παρακάτω σχέσεις:

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(\mathrm{C})] \text{ (ή } A \precsim_1 \mathrm{C})$$

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(\mathrm{D})] \text{(ή } A \precsim_1 \mathrm{D})$$

$$\mathbb{E}[U(B)] \geq \mathbb{E}[U(\mathrm{E})] \text{ (ή } B \precsim_1 \mathrm{E})$$

για κάθε $U \in \mathcal{U}_1$.

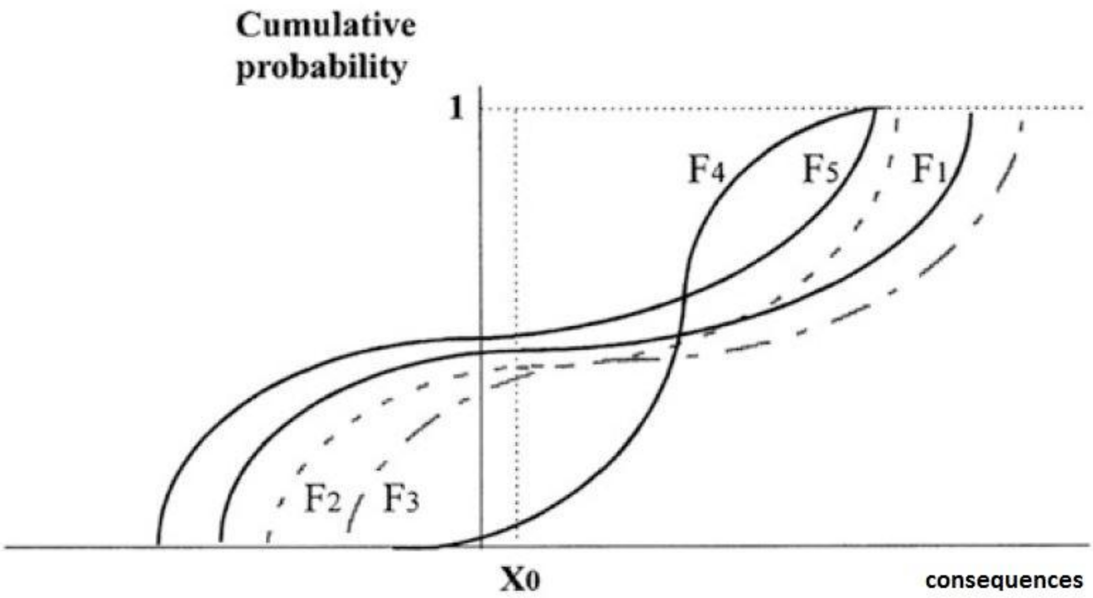
Επομένως η αποδοτική επιλογή A επικρατεί των επιλογών C και D και η αποδοτική επιλογή B επικρατεί της επιλογής E. Δεν είναι αναγκαίο *κάθε* αποδοτική επιλογή να είναι μικρότερη κατά *Stochastic Dominance* από μία συγκεκριμένη επιλογή για να χαρακτηριστεί ως μη-αποδοτική (105). Μία και μόνο σχέση αρκεί ώστε μία επιλογή να χαρακτηριστεί μη-αποδοτική. Π.χ. στο παραπάνω παράδειγμα η A δεν είναι μικρότερη της E. Ωστόσο αν είχαμε επιπλέον

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(\mathrm{E})] \text{ (ή } A \precsim_1 \mathrm{E})$$

αυτό δεν θα προσέθετε κάτι, καθώς η B είναι ήδη μικρότερη της E και συνεπώς η E χαρακτηρίζεται μη-αποδοτική και κανένας αποφασίζοντας δεν θα την επέλεγε.

Προσδιορισμός αποδοτικού και μη αποδοτικού συνόλου κατά *Stochastic Dominance* - Παράδειγμα

Όπως έχουμε αναφέρει, όταν συγκρίνουμε τις αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των διαθέσιμων επιλογών σύμφωνα με τη *Stochastic Dominance*, η απαραίτητη προϋπόθεση για να είναι η μία επιλογή «μικρότερη» από την άλλη, είναι η συνάρτηση κατανομής της να βρίσκεται εξολοκλήρου κάτω από την αντίστοιχη της άλλης επιλογής. Στο σχήμα 23 (από το (105)) βλέπουμε πέντε συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των συνεπειών που προκύπτουν από την εφαρμογή μίας από τις αντίστοιχες επιλογές του εφικτού συνόλου. Προκύπτει πολύ εύκολα ότι το αποδοτικό σύνολο $\boldsymbol{ES_1}$ περιλαμβάνει τις F_3 και F_4 και αντίστοιχα το μη-αποδοτικό σύνολο περιλαμβάνει τις F_1, F_2 και F_5. Τα συμπεράσματα που βγαίνουν από το σχήμα 23 είναι:



σχήμα 23- Σύγκριση συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας σύμφωνα με τη Stochastic Dominance

1. Για να ισχύει η σχέση της *Stochastic Dominance* απαιτείται οι δύο συναρτήσεις κατανομής να μην διασταυρώνονται αλλά είναι δυνατόν να εφάπτονται. Για παράδειγμα η F_3 επικρατεί της F_2 παρά το γεγονός ότι υπάρχει διάστημα όπου $F_3(x) = F_2(x)$. Η F_3 επικρατεί της F_2 λόγω του ότι ισχύουν:
   $F_3(x) \leq F_2(x)$ για όλες τις τιμές και υπάρχει τουλάχιστον μία τιμή x_0 τέτοια ώστε $F_3(x_0) \leq F_2(x_0)$ (βλ. x_0 στο σχήμα 23).
2. Δεν είναι απαραίτητο όλες οι αποδοτικές επιλογές να επικρατούν μίας μη-αποδοτικής επιλογής. Επικράτηση από μόνο μία αποδοτική επιλογή είναι αρκετό. Στο παράδειγμα η F_4 δεν επικρατεί των F_1, F_2

και F_5 (επειδή διασταυρώνονται) αλλά η F_3 επικρατεί όλων αυτών των επιλογών.

3. Στο μη-αποδοτικό σύνολο, μία επιλογή μπορεί να επικρατεί ή να μην επικρατεί μίας άλλης μη-αποδοτικής επιλογής. Για παράδειγμα, $F_1 \lesssim_1 F_5$αλλά $F_1 \not\lesssim_1 F_2$ και $F_2 \not\lesssim_1 F_1$. Ισχύει ότι δεν έχει κάποια σημασία είτε υπάρχει επικράτηση είτε όχι ανάμεσα σε δύο επιλογές του μη-αποδοτικού καθώς όλες οι περιλαμβανόμενες σε αυτό το σύνολο επιλογές είναι υποδεέστερες: κανένας αποφασίζοντας με συνάρτηση $U \in \mathcal{U}_1$ δεν θα επέλεγε κάποια από αυτές. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι η σχέση της Stochastic Dominance είναι μεταβατική (*transitive*). Εφόσον $F_3 \lesssim_1 F_1$, δεν έχει νόημα να συνεχίσουμε να συγκρίνουμε την F_1 με άλλες επιλογές για την περίπτωση όπου θα επικρατεί κάποιας άλλης (όπως π.χ. στην περίπτωση $F_1 \lesssim_1 F_5$), διότι λόγω της ιδιότητας της μεταβατικότητας (*transitivity*) θα έχουμε
$$F_3 \lesssim_1 F_1 \; \kappa\alpha\iota \; F_1 \lesssim_1 F_5 \Rightarrow \; F_3 \lesssim_1 F_5$$
δηλαδή οποιασδήποτε άλλη επιλογή είναι υποδεέστερη της F_1 θα είναι επίσης υποδεέστερη μίας επιλογής του αποδοτικού συνόλου (και συγκεκριμένα της F_3).
4. Μια μη-αποδοτική επιλογή δεν μπορεί να επικρατεί μίας αποδοτικής, διότι εάν συνέβαινε αυτό, η τελευταία δεν θα περιλαμβανόταν στο αποδοτικό σύνολο. Για παράδειγμα, αν η F_2 επικρατούσε της F_3, τότε η F_3 δεν θα ήταν αποδοτική επιλογή.
5. Οι συναρτήσεις κατανομής των επιλογών στο αποδοτικό σύνολο $\boldsymbol{ES_1}$ πρέπει να διασταυρώνονται. Για παράδειγμα οι F_3 και F_4 διασταυρώνονται. Χωρίς μία τέτοια διασταύρωση, η μία κατανομή θα επικρατούσε της άλλης.
   Η διασταύρωση των F_3 και F_4 συνεπάγεται ότι υπάρχει τουλάχιστον μία συνάρτηση χρησιμότητας $U_I \in \mathcal{U}_1$τέτοια ώστε
$$\mathbb{E}_{F_3}[U_I(x)] \geq \mathbb{E}_{F_4}[U_I(x)]$$
   και από την άλλη τουλάχιστον μια $U_{II} \in \mathcal{U}_1$ τέτοια ώστε
$$\mathbb{E}_{F_3}[U_{II}(x)] \leq \mathbb{E}_{F_4}[U_{II}(x)]$$

Δηλαδή, όλοι οι αποφασίζοντες στο σύνολο $U \in \mathcal{U}_1$ θα συμφωνούν στο περιεχόμενο του αποδοτικού συνόλου $\boldsymbol{ES_1}$ και του μη-αποδοτικού συνόλου: κανένας από αυτούς θα επέλεγε τη βέλτιστη επιλογή του από το μη- αποδοτικό σύνολο. Ωστόσο θα διαφωνούσαν στην επιλογή της βέλτιστη λύσης από το αποδοτικό σύνολο: κάποιοι μπορεί να διάλεγαν την F_3 και άλλοι την F_4.

Η διαίρεση του εφικτού συνόλου στο αποδοτικό και στο μη-αποδοτικό σύνολο εξαρτάται από τις διαθέσιμες πληροφορίες για τις συναρτήσεις χρησιμότητας. Αν για παράδειγμα, επιπλέον της πληροφορίας $U' > 0$ υποθέταμε ότι για κάθε U έχουμε $U'' < 0$ ή οποιαδήποτε άλλη σχετική πληροφορία, τότε θα είχαμε μια άλλη διαίρεση του εφικτού συνόλου. Οι ορισμοί του αποδοτικού και μη-αποδοτικού συνόλου όπως και η έννοια του «μικρότερου» κατά *Stochastic Dominance* (ή άλλης Stochastic Order) δεν επηρεάζονται από το διαφορετικό σύνολο των συναρτήσεων χρησιμότητας. Η μόνη διαφορά είναι η αλλαγή του συνόλου $\mathcal{U}_1$ των U σε $\mathcal{U}_i$, το οποίο είναι το σύνολο που αντιστοιχεί στις διαθέσιμες πληροφορίες.

Επικράτηση (Dominance) κατά Increasing Concave Order

Ας υποθέσουμε ότι γνωρίζουμε μία επιπλέον πληροφορία για τις προτιμήσεις όλων των μελών της ομάδας των αποφασιζόντων. Έστω ότι οι αποφασίζοντες δίνουν μεγαλύτερο βάρος στα σπάνια ατυχήματα με μεγαλύτερες συνέπειες (από ότι στα πιο συχνά αλλά και πιο μικρά ατυχήματα) και επομένως προτιμάνε καταστάσεις όπου τα καταστροφικά σενάρια έχουν μικρότερες σχετικά πιθανότητες ή τα χειρότερα σενάρια έχουν μικρότερες συνέπειες από τα αντίστοιχα σενάρια των υπόλοιπων εναλλακτικών. Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η συνάρτηση χρησιμότητας αυτών των αποφασιζόντων πέραν του ότι είναι γνησίως αύξουσα είναι επιπλέον και κοίλη (με την προϋπόθεση ότι οι τυχαίες μεταβλητές που περιγράφουν τις συνέπειες έχουν πεδίο τιμών το μη θετικό μέρος των πραγματικών αριθμών).

Μπορούμε επομένως να ορίσουμε το σύνολο των συναρτήσεων χρησιμότητας της ομάδας αυτής των αποφασιζόντων ως εξής:

$$\mathcal{U}_{2-cv} = \{U | U' > 0 \; \kappa\alpha\iota \; U'' < 0\}$$

Ισχύει ότι $\mathcal{U}_{2-cv} \subset \mathcal{U}_1$. Κατά αντιστοιχία με τη σχέση της *Stochastic Dominance* για το σύνολο $\mathcal{U}_1$, έχουμε για το σύνολο $\mathcal{U}_{2-cv}$ ότι η αντίστοιχη σχέση είναι η *Increasing Concave Order*:

Increasing Concave Order: Αν για τις εναλλακτικές A και B ισχύει ότι

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(B)] \;\; \gamma\iota\alpha \; \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon \; U \in \mathcal{U}_{2-cv} \; \kappa\alpha\iota \; \gamma\iota\alpha \; \acute{\varepsilon}\sigma\tau\omega \; \mu\acute{\iota}\alpha \; U \; \iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota \; (>)$$

τότε λέμε ότι η επιλογή A επικρατεί της B ή ότι η **A είναι μικρότερη της B κατά *Increasing Concave Order*** [13] και το γράφουμε ως εξής:

$$\boldsymbol{A} \lesssim_{2-cv} \boldsymbol{B}$$

Όπως είδαμε ο ορισμός του «μικρότερου κατά *Stochastic Dominance*» σήμαινε μικρότερες συνέπειες κατά μία στοχαστική έννοια. Επειδή οι συναρτήσεις U που ανήκουν στο $\mathcal{U}_{2-cv}$ ανήκουν επίσης και στο $\mathcal{U}_1$ (διότι $\mathcal{U}_{2-cv} \subset \mathcal{U}_1$), η έννοια

[13] Η παραπάνω έννοια της *Increasing Concave Order* είναι γνωστή στη βιβλιογραφία και ως *Second Order Stochastic Dominance*

του «μικρότερου» κατά *Increasing Concave Order* σημαίνει επίσης μικρότερες συνέπειες κατά μία στοχαστική έννοια. Όμως επίσης σημαίνει και **μικρότερη μεταβλητότητα** των συνεπειών (116 σ. 181), (107 σ. 149).

Στη συνέχεια παρατίθενται οι ικανές (*sufficient*) και αναγκαίες (*necessary*) συνθήκες (105) για τη σχέση της *Increasing Concave Order*.

Ικανές συνθήκες

1. Η σχέση της Stochastic Dominance είναι ικανή συνθήκη για τη σχέση της *Increasing Concave Order*, δηλαδή
$$\boldsymbol{A} \lesssim_1 \boldsymbol{B} \Rightarrow \boldsymbol{A} \lesssim_{2-cv} \boldsymbol{B}$$

Αναγκαίες συνθήκες

1. Η απαίτηση η μέση τιμή των συνεπειών λόγω της εφαρμογής της A να είναι μικρότερη ή ίση και από την αντίστοιχη της B ($\mathbb{E}[A] \leq \mathbb{E}[B]$) είναι αναγκαία συνθήκη για τη σχέση $\boldsymbol{A} \lesssim_{2-cv} \boldsymbol{B}$
Η μέση τιμή μπορεί να είναι ίση και όχι αυστηρά μικρότερη όπως στην περίπτωση της *Stochastic Dominance*, καθώς με την *Increasing Concave Order* μπορούμε να συγκρίνουμε επιλογές με ίσες μέσες τιμές κάτι αδύνατο με τη *Stochastic Dominance* (107).
2. Για δύο επιλογές με <u>ίσες</u> μέσες τιμές επικρατεί εκείνη με τη μικρότερη διασπορά
3. Η χειρότερη τιμή της B έχει μεγαλύτερη απόλυτη τιμή από την αντίστοιχη της A, ή αλλιώς η Β έχει πιο «παχιά» ουρά (*thicker tail*)

Χρησιμότητα των αναγκαίων και ικανών συνθηκών

Οι αναγκαίες και ικανές συνθήκες χρησιμοποιούνται για να διευκολυνθούν οι συγκρίσεις ανάμεσα στις επιλογές. Σε κάθε ζεύγος επιλογών που θέλουμε να συγκρίνουμε π.χ. τις Α και Β, πρέπει να ελέγξουμε αν η Α επικρατεί της Β και αν δεν συμβαίνει αυτό πρέπει να ελέγξουμε αν η Β επικρατεί της Α, γιατί ενδέχεται να μην είναι συγκρίσιμες (απόρροια του γεγονότος ότι οι *Stochastic Orders* παράγουν *partial orders*). Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω συνθήκες μπορούμε να αποφύγουμε τη μία από τις δύο συγκρίσεις. Επίσης όταν το πλήθος των επιλογών είναι μεγάλο, οι συγκρίσεις επιταχύνονται χρησιμοποιώντας τις αναγκαίες και ικανές συνθήκες.

Οι συνθήκες αυτές χρησιμοποιούνται με τους παρακάτω δύο γενικούς τρόπους:

- Ελέγχουμε αν ικανοποιούνται οι ικανές συνθήκες, οι οποίες ενίοτε είναι πιο εύχρηστες, για να επιβεβαιώσουμε ευκολότερα τη σχέση της *Increasing Concave Order*

- Ελέγχουμε αν <u>δεν ισχύουν</u> οι αναγκαίες συνθήκες, ώστε να διαπιστώσουμε πρώτα πότε δεν ισχύει η σχέση Stochastic Dominance και έπειτα να ελέγξουμε αν ισχύει ή όχι η σχέση της *Increasing Concave Order*.

Εύρεση του αποδοτικού συνόλου ES_{2-cv} - Ακολουθία ενεργειών

Πιο συγκεκριμένα η ακολουθία ενεργειών για τον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόλου $\boldsymbol{ES_{2-cv}}$ είναι:

1. Πρώτη βοηθητική ταξινόμηση: ταξινομούμε τις επιλογές βάσει των μέσων τιμών τους, διότι μια επιλογή με χαμηλότερη απόλυτη μέση τιμή δεν μπορεί να επικρατεί μιας επιλογής με υψηλότερη απόλυτη μέση τιμή (τα μόνα ενδεχόμενα είναι να είναι είτε υποδεέστερη είτε οι επιλογές να μην είναι συγκρίσιμες).
2. Δεύτερη βοηθητική ταξινόμηση: ελέγχουμε την πιθανότητα και το μέγεθος των χειρότερων σεναρίων κάθε επιλογής για να ελέγξουμε ποια εναλλακτική έχει πιο «παχιά ουρά» (*fat tail*).
3. Ελέγχουμε πρώτα αν ισχύει η Stochastic Dominance (καθώς η σχέση της *Stochastic Dominance* είναι ικανή συνθήκη για σχέση της *Increasing Concave Order*), οπότε και βρίσκουμε το $\boldsymbol{ES_1}$
4. έπειτα ελέγχουμε αν ισχύει η σχέση της *Increasing Concave Order* μόνο για τις επιλογές που περιλαμβάνονται στο $\boldsymbol{ES_1}$ (οι οποίες μεταξύ τους είναι μη συγκρίσιμες βάσει της *Stochastic Dominance*)**,** οι οποίες είναι λιγότερες από ότι οι αρχικές επιλογές και επομένως απαιτούνται λιγότερες συγκρίσεις.

Για το τελευταίο βήμα μπορούμε να αναφέρουμε τι εξής:

Ισχύει ότι όσους περισσότερους περιορισμούς έχουμε για τη μορφή των συναρτήσεων χρησιμότητας ή των συναρτήσεων κατανομής των συνεπειών, τόσο μικρότερο είναι το αποδοτικό σύνολο (105 σ. 43), (110 σ. 37). Αυτό σημαίνει ότι χρησιμοποιώντας «ανώτερες» σχέσεις των *Stochastic Orders* το αποδοτικό σύνολο είναι όλο και μικρότερο:

$$\boldsymbol{ES_{2-cv} \subset ES_1}$$

οπότε τελικά έχουμε ένα ολοένα και μικρότερο σύνολο επιλογών από όπου οι αποφασίζοντες θα μπορούν να διαλέξουν τις επιλογές προς εφαρμογή. Δηλαδή, όταν στο βήμα 3 πιο πάνω φτάσουμε στο προσδιορισμό του αποδοτικού συνόλου $\boldsymbol{ES_1}$, οι περιλαμβανόμενες επιλογές θα είναι μη συγκρίσιμες κατά *Stochastic Dominance*, που σημαίνει ότι για κάθε επιλογή, κάποιοι αποφασίζοντες με γνησίως αύξουσα συνάρτηση χρησιμότητας θα την προτιμάνε, ενώ κάποιοι άλλοι με γνησίως αύξουσα συνάρτηση δεν θα την προτιμάνε. Υποθέτοντας επιπλέον ότι η οι συναρτήσεις χρησιμότητας είναι κοίλες, μπορούμε να περιορίσουμε περαιτέρω τις αποδοτικές επιλογές και να φτάσουμε στο αποδοτικό σύνολο $\boldsymbol{ES_{2-cv}}$ που αποτελείται από τις βέλτιστες επιλογές κάθε αποφασίζοντα με γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση. Αυτό σημαίνει ότι κάθε αποφασίζοντας με αυτά τα χαρακτηριστικά θα επιλέξει ανάμεσα από τα στοιχεία του $\boldsymbol{ES_{2-cv}}$.

Είναι σημαντικό να σημειώσουμε για την παραπάνω ακολουθία, ότι ο έλεγχος των συγκρίσεων κατά *Stochastic Orders*, είτε *Stochastic Dominance* είτε *Increasing Concave Order*, χρειάζεται να πραγματοποιηθεί μόνο στα σημεία όπου οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας παρουσιάζουν ασυνέχειες (110 σ. 38), (135 σ. 439). Τα σημεία αυτά αντιστοιχούν στις τιμές των συνεπειών που έχουν αυστηρά θετική πιθανότητα και για αυτό σε αυτό κείμενο αναφερόμαστε σε αυτά με τη φράση «σε όλες τις δυνατές τιμές των συνεπειών».

Αποδοτικό σύνολο κατά Increasing Convex Order

Η παραπάνω ακολουθία ενεργειών είναι όμοια και στην περίπτωση όπου ζητείται ο προσδιορισμός του συνόλου $\boldsymbol{ES_{2-cx}}$ των αποδοτικών επιλογών κατά *Increasing Convex Order*, το οποίο είναι το σύνολο από το οποίο κάθε αποφασίζοντας με γνησίως αύξουσα και **κυρτή** συνάρτηση θα διάλεγε τη βέλτιστη, για αυτόν, επιλογή. Η μόνη διαφορά είναι ότι αντί για σύγκριση κατά *Increasing Concave Order*, στο αντίστοιχο βήμα θα έχουμε σύγκριση κατά *Increasing Convex Order*. Ο σχετικός κανόνας είναι ο εξής:

Ορίζουμε το σύνολο των συναρτήσεων χρησιμότητας της ομάδας αυτής των αποφασιζόντων ως εξής:

$$\mathcal{U}_{2-\boldsymbol{cx}} = \{U|U' > 0 \; \kappa\alpha\iota \; \boldsymbol{U}'' > 0\}$$

Ισχύει ότι $\mathcal{U}_{2-\boldsymbol{cx}} \subset \mathcal{U}_1$.

Increasing Convex Order: Αν για τις εναλλακτικές A και B ισχύει ότι

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(B)] \;\; \gamma\iota\alpha \; \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon \; U \in \mathcal{U}_{2-\boldsymbol{cx}} \; \kappa\alpha\iota \; \gamma\iota\alpha \; \acute{\varepsilon}\sigma\tau\omega \; \mu\acute{\iota}\alpha \; U \; \iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota \; (>)$$

τότε λέμε ότι η επιλογή A επικρατεί της B ή ότι η $\boldsymbol{A}$ **είναι μικρότερη της** $\boldsymbol{B}$ **κατά *Increasing Convex Order*** και το γράφουμε ως εξής:

$$\boldsymbol{A} \precsim_{2-\boldsymbol{cx}} \boldsymbol{B}$$

Σχέσεις ανάμεσα στις Stochastic Dominance και Increasing Convex Order και Increasing Concave Order

Ισχύει ότι αν $\boldsymbol{A} \precsim_1 \boldsymbol{B}$, τότε ισχύει $\boldsymbol{A} \precsim_{2-cv} \boldsymbol{B}$ και $\boldsymbol{A} \precsim_{2-\boldsymbol{cx}} \boldsymbol{B}$. Αυτό προκύπτει από τον ορισμό της *Stochastic Dominance*:

$$A \precsim_1 B \Leftrightarrow \mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(B)] \;\; \gamma\iota\alpha \; \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon \; U \in \mathcal{U}_1$$

και επειδή τόσο $\mathcal{U}_{2-cv} \subset \mathcal{U}_1$ όσο και $\mathcal{U}_{2-cx} \subset \mathcal{U}_1$έχουμε συνακόλουθα

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(B)] \;\; \text{για κάθε}\; U \in \mathcal{U}_{2-cv} \Leftrightarrow A \lesssim_{2-cv} B \;\text{και}$$

$$\mathbb{E}[U(A)] \geq \mathbb{E}[U(B)] \;\; \text{για κάθε}\; U \in \mathcal{U}_{2-cx} \Leftrightarrow A \lesssim_{2-cx} B$$

Επίσης αν $A \lesssim_{2-cx} B$ τότε δεν ισχύει απαραίτητα $B \lesssim_{2-cv} A$, το οποίο μπορεί να αποδειχθεί με αντιπαράδειγμα (105 σ. 113). Η μόνη περίπτωση που θα μπορούσε να συμβεί αυτό είναι όταν ισχύει $\mathbb{E}[A] = \mathbb{E}[B]$.

Η σχέσεις που ισχύουν για τις *Increasing Convex Order* και *Increasing Concave Order* είναι οι (116 σ. 182):

$$A \lesssim_{2-cx} B \Leftrightarrow -B \lesssim_{2-cv} - A$$

$$A \lesssim_{2-cv} B \Leftrightarrow -B \lesssim_{2-cx} - A$$

Η απόδειξη των σχέσεων αυτών βασίζεται στο γεγονός ότι μία συνάρτηση $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ είναι αύξουσα και <u>κυρτή</u>, αν και μόνο αν η $-\boldsymbol{u}(-\boldsymbol{x})$ είναι αύξουσα και <u>κοίλη</u>.

Αποδοτικές λύσεις για την επιλογή Μέτρων Ελέγχου του Ρίσκου (*Risk Control Options*) στα επιβατηγά/οχηματαγωγά (*RoPax*) πλοία

Προσδιορισμός του προβλήματος απόφασης

Θέτουμε το πρόβλημα απόφασης όπου θα χρησιμοποιήσουμε τις μεθόδους που παραθέσαμε προηγουμένως, όπως ακριβώς περιγράψαμε στην αρχή του παρόντος κεφαλαίου (σελ. 146). Τα στοιχεία προέρχονται από τη μελέτη FSA για τα RoPax πλοία που έχει υποβληθεί στον IMO (17).

- **Προσδιορισμός του συστήματος**: το μελετώμενο σύστημα είναι ο στόλος των RoPax πλοίων χωρητικότητας 1000 GT και άνω και εξετάζεται από τη μεριά της ασφάλειας επιβατών και πληρώματος.
- **Προσδιορισμός των πιθανών σεναρίων ατυχημάτων**: τα ατυχήματα έχουν κατηγοριοποιηθεί στις παρακάτω κατηγορίες (17 σ. 23)
    1. Σύγκρουση με άλλο σκάφος (*Collision*)
    2. Προσάραξη (*Grounding*)
    3. Επαφή (*Impact* ή *Contact*)
    4. Κατάκλυση λόγω άλλης αιτίας (*Other Flooding*)
    5. Φωτιά/έκρηξη (*Fire/explosion*)

Κάθε κατηγορία έχει σχετιστεί με μια βασική ετήσια συχνότητα ανά πλοίο και η εξέλιξή του μέχρι την εμφάνιση συνεπειών έχει δομηθεί σε δέντρο γεγονότων (*event tree*). Σύμφωνα με όσα θέσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο σχετικά με τη μοντελοποίηση της εμφάνισης ατυχημάτων βάσει των αθροιστικών στοχαστικών διαδικασιών, η βασική ετήσια συχνότητα είναι η μέση τιμή της στοχαστικής διαδικασίας που αναπαριστά τον τυχαίο αριθμό των ατυχημάτων σε ένα χρονικό διάστημα (ένα έτος) και η οποία διαδικασία αναφέρεται ως *counting process*. Το δέντρο γεγονότων είναι το μοντέλο από όπου εξάγουμε τη συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής των συνεπειών *δεδομένου* ότι έχει συμβεί ατύχημα. Τα αποτελέσματα αυτού του σταδίου αφορούν την κατάσταση πριν την εφαρμογή οποιασδήποτε ενέργειας και η οποία αναφέρεται ως *status quo*.

- **Καθορισμός των προτεινόμενων μέτρων ελέγχου ρίσκου (RCOs) και υπολογισμός της αποτελεσματικότητά τους (*effectiveness*)**:

Τα RCOs από τη μελέτη FSA RoPax που θα απαρτίσουν το <u>εφικτό σύνολο</u> το οποίο θα εξετάσουμε είναι:

- ❖ RCO 1: Βελτίωση ασφάλειας ναυσιπλοΐας (*Improved navigation safety*)
- ❖ RCO 2b: Βελτίωση επιβίωσης έναντι κατάκλυσης (Improved survivability to flooding)
- ❖ RCO 3.1: Βελτίωση πρόληψης έναρξης πυρκαγιάς (*Improved fire prevention*)
- ❖ RCO 3.2-3.3-3.4: Βελτίωση του περιορισμού πυρκαγιάς στους χώρους μηχανοστασίου, καταστρώματος οχημάτων και χώρων ενδιαίτησης (*Improved fire suppression on machinery spaces, vehicles deck spaces, and accommodation spaces*)

Βάσει των στοιχείων που δίνονται στην FSA RoPax κατασκευάστηκαν τα *events trees* που περιγράφουν την κατάσταση μετά από την εφαρμογή καθενός από τα παραπάνω RCOs. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες στη μορφή συνάρτησης κατανομής.

Πίνακας 6- συχνότητες και συναρτήσεις κατανομής για τα RCO 1 και RCO 2b

RCO 1		RCO 2b	
ολική συχνότητα f [per ship-year]	4.685E-03	ολική συχνότητα f [per ship-year]	1.131E-02
απώλειες	αθροιστική πιθανότητα	απώλειες	αθροιστική πιθανότητα
-825	4.10E-03	-825	1.70E-03
-726	7.45E-03	-726	1.73E-03
-253	7.54E-03	-253	1.74E-03
-132	1.94E-02	-132	5.02E-03
-88	2.73E-02	-88	8.28E-03
-8	3.14E-02	-8	9.98E-03
-2	3.17E-02	-2	1.02E-02
0	1.00E+00	0	1.00E+00

Πίνακας 7-συχνότητες και συναρτήσεις κατανομής για τα RCO 3.1 και RCO 3.2-3.3-3.4

RCO 3.1		**RCO 3.2-3.3-3.4**	
ολική συχνότητα f [per ship-year]	1.028E-02	ολική συχνότητα f [per ship-year]	1.010E-02
απώλειες	αθροιστική πιθανότητα	απώλειες	αθροιστική πιθανότητα
-825	9.35E-04	-825	3.28E-04
-726	6.26E-03	-726	5.74E-03
-253	6.43E-03	-253	5.91E-03
-132	1.55E-02	-132	1.51E-02
-88	1.73E-02	-88	1.59E-02
-8	1.82E-02	-8	1.63E-02
-2	1.87E-02	-2	1.67E-02
0	1.00E+00	0	1.00E+00

Σχετικά με τις τιμές των παραπάνω πινάκων πρέπει να αναφέρουμε τα παρακάτω:

- Η ολική συχνότητα αντιστοιχεί στη συχνότητα εμφάνισης ατυχήματος από οποιαδήποτε κατηγορία ατυχημάτων μετά από την εφαρμογή κάθε RCO και προκύπτει από το άθροισμα των συχνοτήτων όλων των κατηγοριών ατυχημάτων.
- Εφόσον οι συνέπειες αντιπροσωπεύουν απώλειες έχουν αρνητικό πρόσημο. Στην περίπτωση όπου οι τιμές των συνεπειών δεν έχουν αρνητικό πρόσημο, ο κανόνας σύγκρισης σύμφωνα με τις Stochastic Orders τροποποιείται ελάχιστα.

- **Πραγματοποίηση συγκρίσεων σύμφωνα με τις Stochastic Orders**

Όπως αναφέραμε σε προηγούμενο σημείο, η εύρεση του αποδοτικού συνόλου $\boldsymbol{ES_{2-cv}}$, το οποίο περιέχει τις βέλτιστες λύσεις των αποφασιζόντων με γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας, ξεκινάει με τις βοηθητικές ταξινομήσεις και συνακόλουθα με τη σύγκριση κατά *Stochastic Dominance*. Ο σχετικός κανόνας για τη σύγκριση δύο επιλογών A και B είναι

$$A \precsim_1 B \Leftrightarrow f_A \times \mathbb{P}(X_A \le x) \le f_B \times \mathbb{P}(X_B \le x) \; για\ κάθε\ τιμή\ x\ των\ συνεπειών$$

όπου:

- f_A και f_B είναι οι ολικές συχνότητες των επιλογών A και B αντίστοιχα
- X_A και X_B είναι οι τυχαίες μεταβλητές του αριθμού των συνεπειών για τις A και B αντίστοιχα δεδομένου ενός ατυχήματος και οι συναρτήσεις κατανομής προκύπτουν από τα αντίστοιχα δέντρα γεγονότων

τον οποίο κανόνα έχουμε δείξει για διαδικασίες που μοντελοποιούνται βάσει αθροιστικών στοχαστικών διαδικασιών, όπως η εμφάνιση ατυχημάτων μαζί με τις σχετιζόμενες συνέπειες με μέγεθος το οποίο δεν είναι γνωστό εκ των προτέρων με βεβαιότητα.

Αν ισχύει η σύγκριση κατά *Stochastic Dominance*, τότε η μία επιλογή επικρατεί της άλλης και κατά *Increasing Concave Order*. Αν δεν ισχύει η σύγκριση κατά *Stochastic Dominance*, τότε ελέγχουμε αν ισχύει ο κανόνας της *Increasing Concave Order*:

$$A \lesssim_{2-cv} B \Leftrightarrow f_A \times \int_{-\infty}^{x} F_A(z)\,dz \;\le\; f_B \times \int_{-\infty}^{x} F_B(z)\,dz$$

$$\text{για κάθε τιμή } x \text{ των συνεπειών}$$

όπου F_A και F_Bείναι οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των συνεπειών από την εφαρμογή των επιλογών A και B αντίστοιχα με:

$$F_A(x) = \mathbb{P}(X_A \le x) \;και\; F_B(x) = \mathbb{P}(X_B \le x)$$

Βήμα 1: πρώτη βοηθητική ταξινόμηση βάσει των μέσων τιμών

Στον πίνακα 8 παρουσιάζεται η ταξινόμηση βάσει των μέσων τιμών, για να ελέγξουμε αν ισχύει η αντίστοιχη αναγκαία συνθήκη για τη *Stochastic Dominance*.

Πίνακας 8- βοηθητική ταξινόμηση των προτεινόμενων RCOs βάσει της μέσης τιμής των συνεπειών

RCO	Μέση τιμή
RCO 2b	-2.159
RCO 3.2-3.3-3.4	-5.535
RCO 3.1	-6.041
RCO 1	-8.135

Σαν πρώτη ένδειξη έχουμε ότι το RCO 1 δεν μπορεί να επικρατεί του RCO 3.1, παρά μόνο είτε να είναι υποδεέστερο είτε να είναι μη-συγκρίσιμα. Παρόμοια μπορούμε να συμπεράνουμε για το RCO 3.1 έναντι του RCO 3.2-3.3-3.4 και για το RCO 3.2-3.3-3.4 έναντι του RCO 2b, όπως επίσης για τα RCO 1 και RCO 3.1 έναντι όλων των υπόλοιπων RCO με μεγαλύτερη μέση τιμή.

Βήμα 2: δεύτερη βοηθητική ταξινόμηση βάσει των χειρότερων σεναρίων

Στη συνέχεια θα ελέγξουμε την αναγκαία συνθήκη των χειρότερων σεναρίων. Η πιθανότητα για απώλειες ίσες με 825, που είναι το χειρότερο σενάριο για τα RCO 1, 2b, 3.1 και 3.2-3.3-3.4 παρουσιάζεται στον πίνακα 9:

Πίνακας 9- βοηθητική ταξινόμηση των προτεινόμενων RCOs βάσει του χειρότερου σεναρίου («ουράς»)

RCO	Πιθανότητα χειρότερου σεναρίου
RCOs 3.2-3.3-3.4	3.278E-04
RCO 3.1	9.348E-04
RCO 2b	1.698E-03
RCO 1	4.10E-03

Από τα παραπάνω στοιχεία προκύπτει ότι το RCO 2b δεν μπορεί να επικρατεί ούτε του 3.1 ούτε του 3.2-3.3-3.4. Επομένως εφόσον από την πρώτη βοηθητική ταξινόμηση προκύπτει ότι τα 3.1 και 3.2-3.3-3.4 δεν μπορούν να επικρατούν του 2b και από τη δεύτερη βοηθητική ταξινόμηση ότι δεν μπορεί να ισχύει το αντίστροφο, τότε προκύπτει ότι τα 2b και 3.1, όπως επίσης και τα 2b και 3.2-3.3-3.4 είναι μη συγκρίσιμα κατά *Stochastic Dominance*.

Βήμα 3: έλεγχος δυνατών συγκρίσεων βάσει του κανόνα της Stochastic Dominance

Οι συγκρίσεις που απομένουν είναι η επικράτηση του 3.2-3.3-3.4 έναντι του 3.1, η οποία είναι δυνατή λόγω και των δύο βοηθητικών ταξινομήσεων, και το αν επικρατεί έναντι του RCO 1 τουλάχιστον ένα από τα υπόλοιπα 3 RCOs.

Ξεκινάμε συγκρίνοντας κατά *Stochastic Dominance* τα RCO 1 και RCO 2b. Από τα αποτελέσματα των βοηθητικών ταξινομήσεων αναμένουμε είτε το 2b να επικρατεί του 1 είτε να είναι μη συγκρίσιμα κατά *Stochastic Dominance*. Στον πίνακα 10 παρουσιάζεται η σύγκριση των RCOs σε κάθε τιμή x των δυνατών τιμών των συνεπειών. Σε κάθε εν λόγω τιμή συγκρίνονται οι παράγοντες $f_{RCO\ 1} \times \mathbb{P}(X_{RCO\ 1} \leq x)$ και $f_{RCO\ 2b} \times \mathbb{P}(X_{RCO\ 2b} \leq x)$, όπως υποδεικνύεται από τον σχετικό κανόνα, και στην τελευταία στήλη του πίνακα 10 παρουσιάζεται η επιλογή με τον μικρότερο αντίστοιχο παράγοντα, ο οποίος αναφέρεται και ως αθροιστική συχνότητα (*cumulative frequency*). Αν μία και μόνο επιλογή από τις δύο παρουσιάζει μικρότερες ή ίσες τιμές για τον συγκεκριμένο παράγοντα σε κάθε τιμή των συνεπειών, η επιλογή αυτή επικρατεί. Σε άλλη περίπτωση οι επιλογές είναι μη συγκρίσιμες κατά *Stochastic Dominance*.

Πίνακας 10- σύγκριση κατά *Stochastic Dominance* των RCO 1 και RCO 2b

RCO 1		RCO 2b		pointwise comparison
consequences	cumulative **frequencies**	consequences	cumulative **frequencies**	
-825	1.92E-05	-825	1.92E-05	2b
-726	3.49E-05	-726	1.95E-05	2b
-253	3.53E-05	-253	1.97E-05	2b
-132	9.11E-05	-132	5.68E-05	2b
-88	1.28E-04	-88	9.36E-05	2b
-8	1.47E-04	-8	1.13E-04	2b
-2	1.48E-04	-2	1.15E-04	2b
0	4.68E-03	0	1.13E-02	2b

Όπως βλέπουμε, το RCO 2b παρουσιάζει μικρότερες ή ίσες τιμές σε κάθε τιμή των συνεπειών, οπότε επικρατεί του RCO 1. Το RCO 1 πλέον θεωρείται μη αποδοτική επιλογή, σύμφωνα με όσα αναφέραμε σχετικά με τις αποδοτικές και τις μη αποδοτικές επιλογές και δεν θα εξεταστεί η σύγκριση του με οποιαδήποτε άλλη επιλογή, καθώς κανένας αποφασίζοντας με γνησίως αύξουσα συνάρτηση δεν θα το επέλεγε ως βέλτιστη επιλογή με δεδομένη την ύπαρξη των άλλων RCOs.

Η επόμενη σύγκριση που υποδεικνύεται ως δυνατή από τις βοηθητικές ταξινομήσεις είναι η επικράτηση του RCO 3.2-3.3-3.4 έναντι του 3.1, την οποία και εξετάζουμε στον πίνακα 11.

Πίνακας 11- σύγκριση κατά *Stochastic Dominance* των RCO 3.1 και RCO 3.2-3.3-3.4

RCO 3.1		RCO 3.2-3.3-3.4		pointwise comparison
consequences	cumulative **frequencies**	consequences	cumulative **frequencies**	
-825	9.60E-06	-825	3.31E-06	3.2-3.3-3.4
-726	6.43E-05	-726	5.80E-05	3.2-3.3-3.4
-253	6.60E-05	-253	5.97E-05	3.2-3.3-3.4
-132	1.59E-04	-132	1.53E-04	3.2-3.3-3.4
-88	1.78E-04	-88	1.61E-04	3.2-3.3-3.4
-8	1.87E-04	-8	1.64E-04	3.2-3.3-3.4
-2	1.92E-04	-2	1.69E-04	3.2-3.3-3.4
0	1.03E-02	0	1.01E-02	3.2-3.3-3.4

Προκύπτει επομένως ότι το RCO 3.2-3.3-3.4 επικρατεί του RCO 3.1, το οποίο πλέον θεωρείται μη αποδοτική επιλογή και δεν θα εξεταστεί η σύγκριση του με οποιαδήποτε άλλη επιλογή, παρόμοια με το RCO 1.

Με τα RCO 1 και RCO 3.1 να έχουν αποκλειστεί, η μόνη σύγκριση που έμεινε για να δούμε αν θα έχουμε μία και μόνο βέλτιστη επιλογή είναι αυτή των RCO 3.2-3.3-3.4 και RCO 2b. Όμως από τις βοηθητικές ταξινομήσεις έχουμε ότι ούτε το RCO 3.2-3.3-3.4 επικρατεί του RCO 2b αλλά ούτε και το αντίστροφο. Το γεγονός αυτό το επαληθεύουμε και στον πίνακα 12 όπου παρουσιάζεται ο έλεγχος του κανόνα σύγκρισης της *Stochastic Dominance*.

Πίνακας 12- σύγκριση κατά *Stochastic Dominance* των RCO 3.2-3.3-3.4 και RCO 2b

RCO 3.2-3.3-3.4		RCO 2b		pointwise comparison
consequences	cumulative **frequencies**	consequences	cumulative **frequencies**	
-825	3.31E-06	-825	1.92E-05	3.2-3.3-3.4
-726	5.80E-05	-726	1.95E-05	2b
-253	5.97E-05	-253	1.97E-05	2b
-132	1.53E-04	-132	5.68E-05	2b
-88	1.61E-04	-88	9.36E-05	2b
-8	1.64E-04	-8	1.13E-04	2b
-2	1.69E-04	-2	1.15E-04	2b
0	1.01E-02	0	1.13E-02	3.2-3.3-3.4

Παρατηρούμε ότι κανένα RCO από τα δύο δεν παρουσιάζει μικρότερες ή ίσες τιμές από το άλλο σε όλο το εύρος των τιμών των συνεπειών.

Το τελικό συμπέρασμα είναι ότι το αποδοτικό σύνολο κατά *Stochastic Dominance* $\boldsymbol{ES_1}$, δηλαδή το σύνολο από όπου κάθε αποφασίζοντας με γνησίως αύξουσα συνάρτηση χρησιμότητας θα επέλεγε τη βέλτιστη λύση είναι:

$$\boldsymbol{ES_1} = \{\boldsymbol{RCO\ 3.2 - 3.3 - 3.4}, \qquad \boldsymbol{RCO\ 2b}\}$$

Βήμα 4: έλεγχος συγκρίσεων κατά Increasing Concave Order ανάμεσα στις επιλογές του ES_1 για την εύρεση του ES_{2-cv}

Το επόμενο βήμα είναι η εύρεση του αποδοτικού συνόλου $\boldsymbol{ES_{2-cv}}$, το οποίο είναι το σύνολο από όπου κάθε αποφασίζοντας με γνησίως αύξουσα και επιπλέον **κοίλη** συνάρτηση χρησιμότητας θα διάλεγε τη βέλτιστη, για αυτόν, λύση.

Σύμφωνα με την ακολουθία ενεργειών που θέσαμε για την εύρεση του $\boldsymbol{ES_{2-cv}}$, θα συγκρίνουμε κατά *Increasing Concave Order* αποκλειστικά και μόνο τις επιλογές που περιλαμβάνονται στο $\boldsymbol{ES_1}$, δηλαδή τα RCO 3.2-3.3-3.4 και RCO 2b. Η σύγκρισή τους παρουσιάζεται στον πίνακα 13, όπου όμως αυτήν τη φορά ελέγχουμε ποιο RCO έχει τη μικρότερη τιμή του παράγοντα $f \times \int_{-\infty}^{x} F(z)\,dz$ (το οποίο αναφέρεται ως *Integral Cumulative frequency*) για κάθε δυνατή τιμή x του πεδίου των συνεπειών.

Για διακριτές τυχαίες μεταβλητές, όπως στην παρούσα περίπτωση, ο κανόνας σύγκρισης εκφράζεται ως εξής (121 σ. 27):

Η τυχαία μεταβλητή Χ, με αθροιστική συνάρτηση κατανομής F, είναι μικρότερη κατά *Increasing Concave Order* της τυχαίας μεταβλητής Υ, με αθροιστική συνάρτηση κατανομής G, αν και μόνο αν

$$\boxed{f_X \times \sum_{i=1}^{r}\{F(x_i)\Delta x_i\} \leq f_Y \times \sum_{i=1}^{r}\{G(x_i)\Delta x_i\} \; για \; κάθε \; r < n}$$

όπου $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ και x_n είναι η μέγιστη τιμή που λαμβάνουν οι τυχαίες μεταβλητές. Για τις τιμές x_i που λαμβάνουν οι τυχαίες μεταβλητές ισχύει ότι είναι ταξινομημένες κατά αύξουσα σειρά, δηλαδή ισχύει $x_i > x_j$ αν και μόνο αν $i > j$.

Πίνακας 13- σύγκριση κατά *Increasing Concave Order* των RCO 3.2-3.3-3.4και RCO 2b

RCO 3.2-3.3-3.4		RCO 2b		pointwise comparison
consequences	Integral cumulative **frequencies**	consequences	Integral cumulative **frequencies**	
-825	3.28E-04	-825	1.90E-03	3.2-3.3-3.4
-726	2.78E-02	-726	1.11E-02	2b
-253	3.50E-02	-253	1.35E-02	2b
-132	4.17E-02	-132	1.60E-02	2b
-88	5.46E-02	-88	2.35E-02	2b
-8	5.56E-02	-8	2.42E-02	2b
-2	5.59E-02	-2	2.44E-02	2b

Ο παραπάνω πίνακας δεν περιέχει την τιμή $x_n = 0$ των συνεπειών, καθώς στον κανόνα σύγκρισης για διακριτές μεταβλητές δεν υπεισέρχονται οι τιμές $F(x_n)$ και $G(x_n)$, διότι η ανισότητα ελέγχεται για κάθε $r < n$ και όχι και για $r = n$.

Παρατηρούμε ότι κανένα από τα RCO 3.2-3.3-3.4 και RCO 2b δεν επικρατεί το ένα του άλλου. Προκύπτει επομένως ότι το αποδοτικό σύνολο $\boldsymbol{ES_{2-cv}}$, το οποίο περιέχει τις βέλτιστες επιλογές κάθε με γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας είναι το

$$\boldsymbol{ES_{2-cv} = \{RCO\ 3.2-3.3-3.4, \quad RCO\ 2b\}}$$

Συμπεράσματα

Το $\boldsymbol{ES_{2-cv}}$ είναι το σύνολο που περιέχει τις βέλτιστες επιλογές, δεδομένου των υπόλοιπων εφικτών επιλογών, για κάθε αποφασίζοντα με γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας. Οι αποφασίζοντες αυτοί προτιμούν καταστάσεις όπου τα χειρότερα σενάρια έχουν μειωμένες πιθανότητες ή/και συνέπειες. Για το λόγο αυτό προτιμάνε μέτρα ελέγχου ρίσκου που μειώνουν ακριβώς αυτές τις συνιστώσες. Η κατηγορία ατυχημάτων «φωτιά/ έκρηξη» περιλαμβάνει σενάρια που μπορούν να οδηγήσουν σε εκτεταμένες απώλειες ανάμεσα στους επιβάτες και το πλήρωμα. Το RCO 3.2-3.3-3.4, το οποίο συμβάλλει στον περιορισμό της φωτιάς που εκδηλώνεται στους χώρους του μηχανοστασίου, του καταστρώματος οχημάτων και των ενδιαιτήσεων προσφέρει καλύτερη προστασία έναντι αυτών των καταστροφικών σεναρίων και επομένως προτιμάται από αυτή την κλάση αποφασιζόντων. Παρόμοια το RCO 2b (*improved capability to stay afloat longer*) προσφέρει προστασία έναντι του καταστροφικού σεναρίου της ταχείας ανατροπής (*rapid capsize*) που υπάρχει στις κατηγορίες σύγκρουση (*collision*), προσάραξη (*grounding*) και επαφή (*impact*/ *contact*). Για αυτό τον λόγο προτιμάται, όπως και το RCO 3.2-3.3-3.4, από τα RCO 1 και 3.1. Ανάμεσα στους συγκεκριμένους αποφασίζοντες κάποιοι θα προτιμούν το RCO 2b και κάποιοι άλλοι το RCO 3.2-3.3-3.4, επειδή οι δύο αυτές επιλογές έχουν διαφορετικά ποσοτικά χαρακτηριστικά ως προς τη μείωση του ρίσκου.

Αποδοχή Καταστάσεων Ρίσκου

Μαθηματική θεμελίωση των οριακών γραμμών FN (*criterion FN lines*)

Οι οριακές γραμμές FN είναι γνωστές στη βιβλιογραφία (40) για τις ασυνέπειές τους σε περιπτώσεις αποδοχής κοινωνικού ρίσκου.

Στο παρόν κεφάλαιο:

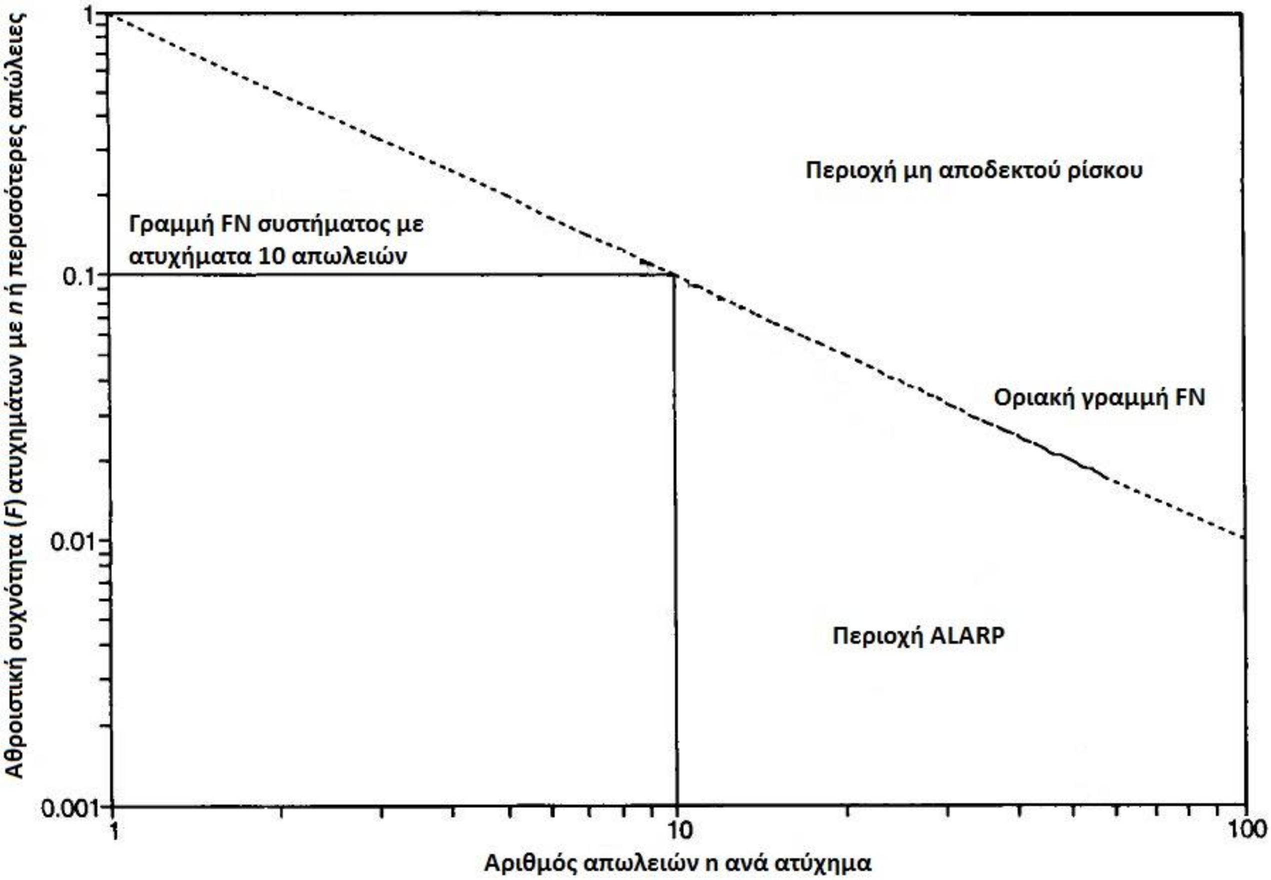
- Θα μοντελοποιήσουμε τις οριακές γραμμές FN βάσει του μαθηματικού εργαλείου των *Stochastic Orders*
- Θα δείξουμε πως αυτή η μοντελοποίηση εξηγεί τις ασυνέπειες που παρουσιάζονται
- Θα προτείνουμε μια διαφορετική χρήση των οριακών γραμμών FN που θα επιλύει αυτό το ζήτημα

Παραδείγματα ασυνέπειας των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε σε ορισμένα παραδείγματα από τη, σχετική με την ασφάλεια, βιβλιογραφία που υποδεικνύουν τις ασυνεπείς επιλογές στις οποίες οδηγεί η χρήση των οριακών γραμμών FN ως κριτήρια αποδοχής κοινωνικού ρίσκου.

Παράδειγμα 1 (40)

Θεωρούμε την παρακάτω οριακή γραμμή FN για το αποδεκτό ρίσκο (*criterion FN-line for tolerable risk*), η οποία έχει κλίση -1 και το σημείο αγκύρωσής της είναι το 1. Θεωρούμε επίσης σύστημα το οποίο περιγράφεται από μια κατανομή Bernoulli η οποία αναπαρίσταται από μία ευθεία γραμμή και η οποία εφάπτεται σε *ένα μόνο σημείο* στην οριακή γραμμή. Σε ένα τέτοιο σύστημα, όλα τα ατυχήματα έχουν μία συγκεκριμένη τιμή συνεπειών, εξ' ου και αναπαρίσταται από ευθεία οριζόντια γραμμή σε διάγραμμα FN. Πιο συγκεκριμένα στο παρακάτω σχήμα θεωρούμε δύο συστήματα: το σύστημα 1 που παρουσιάζει ατυχήματα, στα οποία είτε θα έχουμε 10 απώλειες με συχνότητα 0,1 ή εναλλακτικά καμία, και είναι αυτό που αναπαρίσταται με την ευθεία οριζόντια γραμμή, και το σύστημα 2 του οποίου η γραμμή FN εφάπτεται *σε κάθε σημείο* στη οριακή γραμμή. Όπως παρατηρούμε και τα δύο αυτά συστήματα είναι <u>οριακά αποδεκτά</u>.



σχήμα 24- διάγραμμα FN οριακά αποδεκτών συστημάτων

Εφόσον η γραμμή FN του συστήματος 2 εφάπτεται στην οριακή γραμμή σε κάθε σημείο, μπορούμε να βρούμε την αναλυτική της σχέση ως εξής:

Η γραμμή FN δίνεται από τη σχέση:

$$\log[F(n)] = \log(1) - \log(n), \qquad n \geq 1$$

Επομένως

$$F(n) = \frac{1}{n}$$

και

$$f(n) = F(n) - F(n+1) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$$

όπου f(n) η συχνότητα ατυχημάτων με n ακριβώς απώλειες.

Η μέση τιμή αυτής της κατανομής είναι :

$$m_2 = \sum_{n\geq 1} \{n \times f(n)\} = \sum_{n\geq 1} \left\{\frac{1}{n+1}\right\} = -1 + \sum_{n\geq 1} \left\{\frac{1}{n}\right\}$$

Καθώς το άνω όριο των απωλειών n_{max} αυξάνεται, η μέση τιμή επίσης αυξάνεται με αργό ρυθμό αλλά χωρίς όριο. Αυτός είναι και ο λόγος που τα διαγράμματα FN, όπου η οριακή γραμμή έχει κλίση -1, έχουν ένα μέγιστο όριο απωλειών (136), κάτι που άλλωστε είναι μια ρεαλιστική υπόθεση (137).

Αν υπάρχει άνω όριο, τότε η μέση τιμή υπάρχει και ισχύει

$$f(n) = \begin{cases} \dfrac{1}{n(n+1)}, & n < n_{max} \\ \dfrac{1}{n_{max}}, & n = n_{max} \ (\kappa\alpha\theta\acute{\omega}\varsigma\ F(n_{max}+1) = 0) \end{cases}$$

και προσεγγιστικά ισχύει:

$$m_2 \approx \ln(n_{max}) + 0{,}577$$

Αν για παράδειγμα n_{max} = 1.000, τότε m_2 = 7,485.

Αντίστοιχα η μέση τιμή του συστήματος 1 με συχνότητα p = 0,1 απωλειών ύψους N =10 είναι:

$$m_1 = p \times N = 1$$

Όπως παρατηρούμε το σύστημα 1 έχει μικρότερη μέση τιμή από το σύστημα 2 που εφάπτεται ακριβώς στην οριακή γραμμή, κάτι το οποίο αναμένεται.

Στη συνέχεια θα θεωρήσουμε μια ελαφρώς διαφορετική εκδοχή του συστήματος 1, όπου το ύψος των απωλειών σε περίπτωση ατυχήματος είναι 11 αντί για 10 αλλά η συχνότητα ατυχήματος παραμένει η ίδια (p = 0,1). Αυτή η διαφοροποίηση κάνει τη γραμμή FN του συστήματος 1 να περάσει στην περιοχή μη αποδεκτού ρίσκου και συνακόλουθα το σύστημα να κρίνεται ως μη αποδεκτό. Όμως το σύστημα 2, το οποίο είναι αποδεκτό εφόσον εφάπτεται στην οριακή γραμμή, έχει σχεδόν 7 φορές μεγαλύτερη μέση τιμή απωλειών ανά μονάδα χρόνου. Προφανώς το συμπέρασμα που οδηγούμαστε σε αυτήν την περίπτωση βάσει της οριακής γραμμής FN δεν είναι λογικό.

Παράδειγμα 2 (40)

Υποθέτουμε ότι μια αεροπορική εταιρεία δραστηριοποιείται σε δύο αγορές ίσου μεγέθους, τόσο από άποψης εξυπηρετούμενου πληθυσμού όσο και από άποψης αριθμού επιβατών επί ταξιδιών ανά χρόνο. Η μία αγορά παρουσιάζει μία γεωγραφικώς συγκεντρωμένη ζήτηση και μπορεί να εξυπηρετηθεί αποτελεσματικά από έναν μικρό στόλο **4 αεροπλάνων**, έκαστο χωρητικότητας **100 επιβατών**. Η άλλη αγορά παρουσιάζει γεωγραφικώς διασκορπισμένη ζήτηση και εξυπηρετείται από έναν 10 φορές μεγαλύτερο στόλο αεροπλάνων με το καθένα να έχει το ένα δέκατο της χωρητικότητας, δηλαδή **40 αεροπλάνα** με το καθένα να μεταφέρει **10 επιβάτες**.

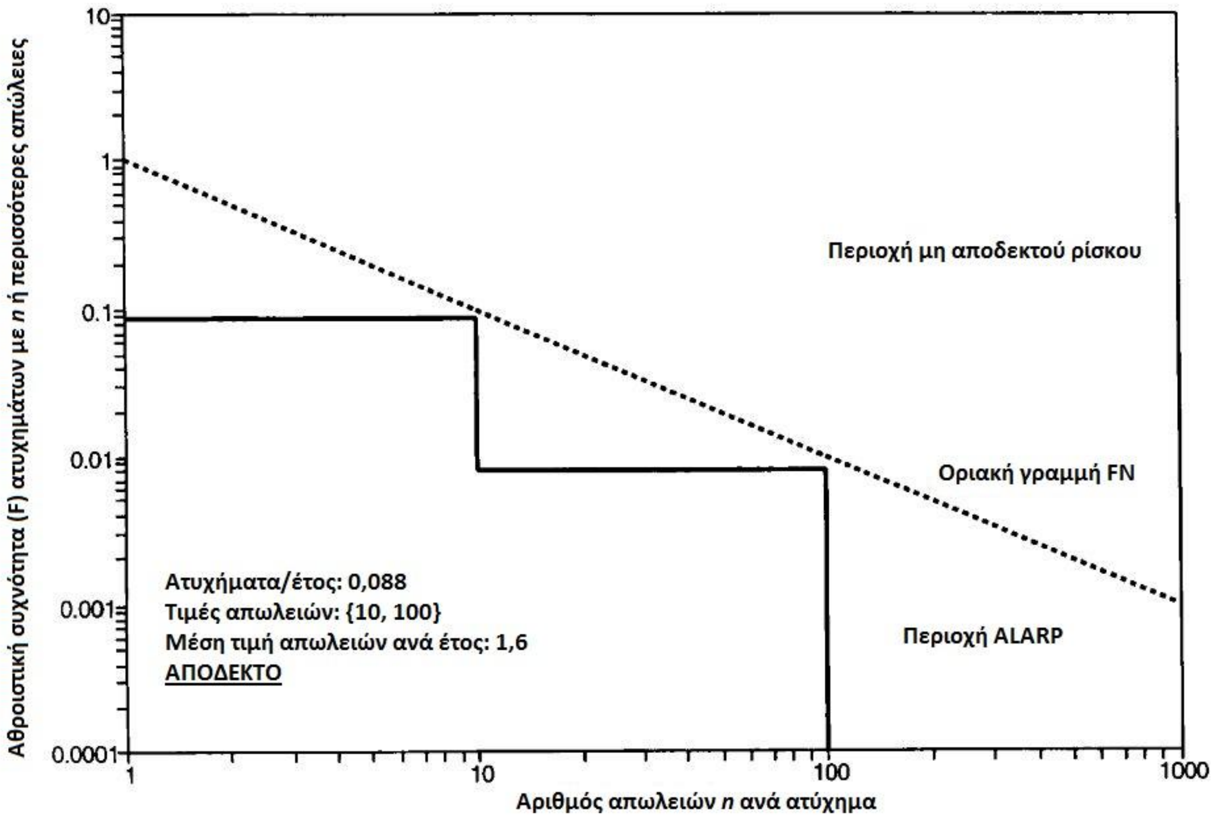
Κάθε τύπος αεροπλάνου πραγματοποιεί τον ίδιο αριθμό πτήσεων ανά έτος, που είναι 2.500 πτήσεις. Κάθε πτήση είναι πάντοτε πλήρης από επιβάτες. Επομένως κάθε στόλος μεταφέρει **1.000.000 επιβάτες** ανά έτος και η εταιρεία συνολικά **2.000.000 επιβάτες** ανά έτος.

Σύμφωνα με ένα αριθμητικό μοντέλο ρίσκου, η πιθανότητα σύγκρουσης ανά πτήση είναι ίδια για κάθε τύπο αεροπλάνου, που είναι 8×10^{-7} ανά πτήση. Αν μία πτήση συντριβεί, τότε όλοι οι επιβαίνοντες χάνονται. Βάσει αυτών των στοιχείων, η ολική συχνότητα ατυχήματος για ολόκληρο το στόλο των μεγαλύτερων αεροπλάνων είναι $4 \times 2.500 \times 8 \times 10^{-7}$ ή **0,008** ανά έτος. Το αντίστοιχο για το στόλο των μικρότερων αεροπλάνων είναι **0,08** ανά έτος. Επομένως η συχνότητα ατυχήματος για ολόκληρη την εταιρεία είναι **0,088** ανά έτος.

Η εποπτική αρχή έχει αποφασίσει (λαμβάνοντας υπόψη την κλίμακα δραστηριοτήτων της εταιρείας και το μέγεθος του εξυπηρετούμενου πληθυσμού) να χρησιμοποιήσει μια οριακή γραμμή FN **κλίσης -1** και με **σημείο αγκύρωσης το 1** για να αποφανθεί περί της αποδοχής του ρίσκου των δραστηριοτήτων της εταιρείας.

Μια δεύτερη εταιρεία δραστηριοποιείται σε ένα διαφορετικό αλλά παρόμοιο ζεύγος αγορών με πανομοιότυπους στόλους αεροπλάνων. Το ρίσκο είναι όμοιο με της πρώτης εταιρείας και κρίνονται βάσει της ίδιας οριακής γραμμής. Προφανώς το ρίσκο είναι αποδεκτό και το ρίσκο *ολόκληρου του συστήματος* των δύο εταιρειών είναι επίσης <u>αποδεκτό</u> (σύμφωνα με τους συγγραφείς του άρθρου).

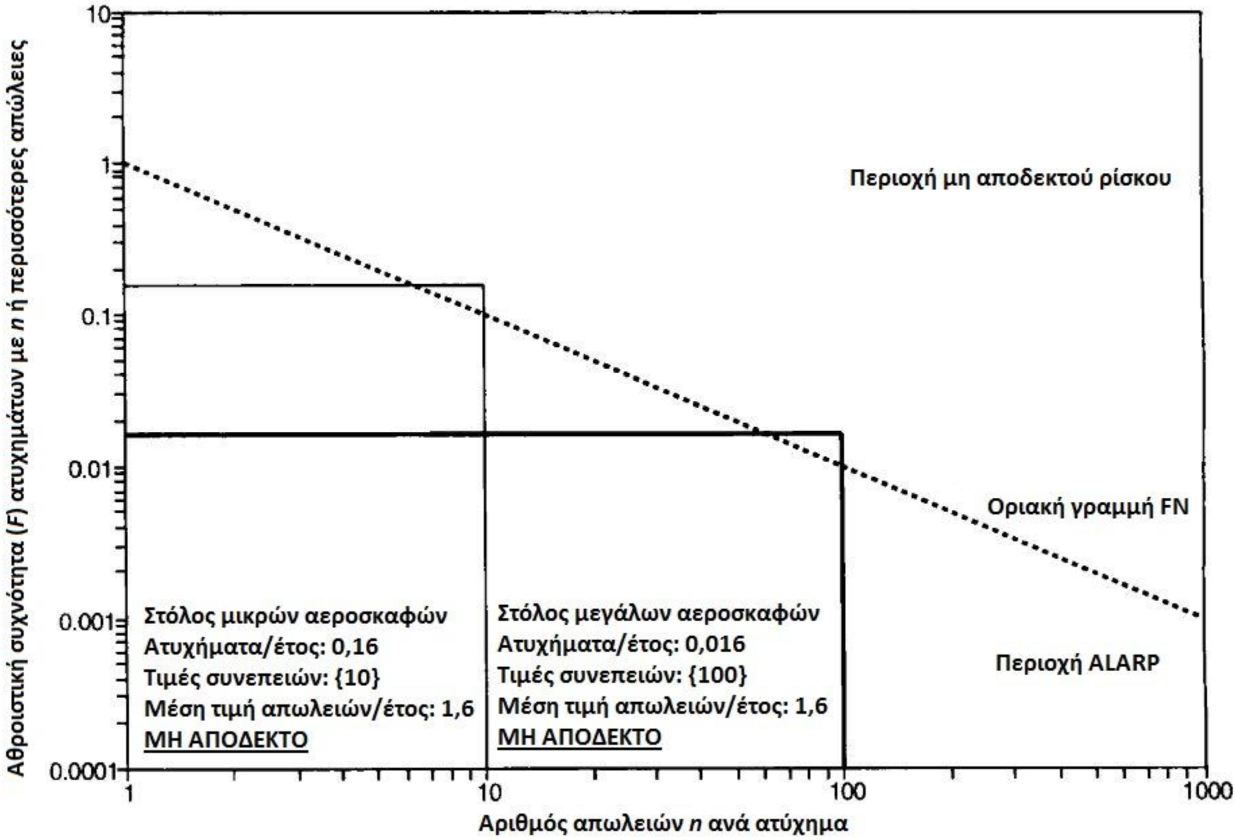
Στο ακόλουθο σχήμα αποτυπώνεται η γραμμή FN, που είναι ίδια για τις δύο εταιρείες και η οριακή γραμμή FN.



σχήμα 25- Καμπύλη FN για αεροπορική εταιρεία με αεροπλάνα δύο μεγεθών

Οι δυο αεροπορικές εταιρείες αποφασίζουν τώρα ότι θα ήταν πιο αποδοτικό αν η μία επικεντρωνόταν στην αγορά που εξυπηρετείται από τον στόλο των μικρών αεροπλάνων και η άλλη στην αντίστοιχη αγορά των μεγάλων αεροπλάνων. Συνεπώς η πρώτη εταιρεία εξαγοράζει το στόλο μικρών αεροπλάνων της δεύτερης εταιρείας και επομένως και την αντίστοιχη αγορά, σε αντάλλαγμα για το δικό της στόλο μεγάλων αεροπλάνων και για το αντίστοιχο μερίδιο αγοράς. Επειδή η ανταλλαγή αφορούσε αγορές ίσου μεγέθους (1.000.000 επιβάτες ανά έτος) δεν υπάρχει αλλαγή στο μέγεθος των αγορών ή του εξυπηρετούμενου πληθυσμού. Μπορεί να υποτεθεί ότι η μεταβίβαση ιδιοκτησίας έλαβε χώρα χωρίς αλλαγές στον τρόπο λειτουργίας. Συγκεκριμένα το ρίσκο σε κάθε περίπτωση είναι το ίδιο και κάθε επιβάτης και μέλος του προσωπικού είναι αντιμέτωπο με το ίδιο προσωπικό ρίσκο όπως και προηγουμένως.

Ωστόσο η εποπτική αρχή απαιτεί από τις δύο εταιρείες να επαναϋπολογίσουν τις καμπύλες FN βάσει του νέου τρόπου δραστηριοποίησης. Η πρώτη έχει μια συχνότητα 0,16 ατυχημάτων ανά έτος με το καθένα να έχει 10 απώλειες και η δεύτερη εταιρεία, συχνότητα 0,016 ατυχημάτων ανά έτος με το καθένα να έχει 100 απώλειες. Εφόσον και οι δύο εταιρείες μεταφέρουν 2 εκατομμύρια επιβάτες κάθε έτος και εξυπηρετούν τον ίδιο πληθυσμό όπως και πριν, η εποπτική αρχή συγκρίνει τις καμπύλες FN τους ως προς την ίδια οριακή γραμμή. Οι αεροπορικές εταιρείες διαπιστώνουν έκπληκτες ότι το ρίσκο και των δυο τους θεωρείται μη αποδεκτό, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα. Εφόσον το ρίσκο και των δύο εταιρειών είναι μη αποδεκτό και το ρίσκο *ολόκληρου του συστήματος* είναι <u>μη αποδεκτό</u>. Το συμπέρασμα αυτό έρχεται σε αντίθεση με το προηγούμενο αποτέλεσμα, αν και το ρίσκο πριν τη μεταβίβαση σε σχέση με το ρίσκο μετά είναι ίδιο.



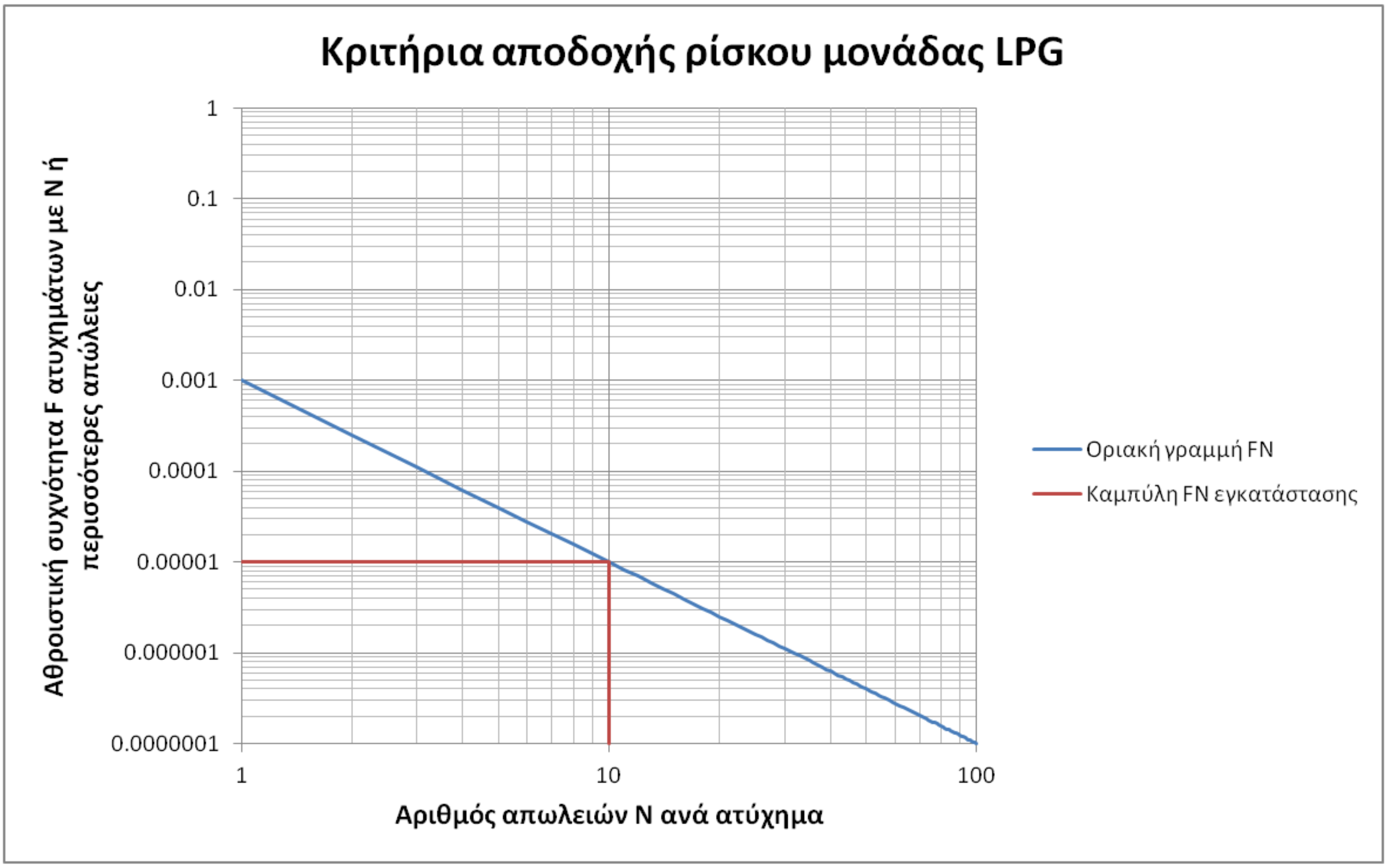
σχήμα 26- Καμπύλες FN για αεροπορικές εταιρείες με αεροσκάφη ενός μεγέθους

Παράδειγμα 3 (60)

Θεωρούμε την εξέταση του ρίσκου που προκύπτει από το σύνολο των εγκαταστάσεων LPG σε μία χώρα. Η εποπτική αρχή έχει επιλέξει να ελέγξει το ρίσκο βάσει μιας οριακής γραμμής FN που εφαρμόζεται <u>ξεχωριστά</u> σε κάθε εγκατάσταση. Η γραμμή αυτή έχει κλίση -2 και σημείο αγκύρωσης το 10^{-3}. Το παράδειγμα αυτό προέρχεται από τα κριτήρια που έχει θέσει το ολλανδικό υπουργείο οικιστικής ανάπτυξης, χωροταξίας και περιβάλλοντος για τους σταθμούς LPG.

Έστω ότι η πιθανότητα ατυχήματος σε μία εγκατάσταση είναι 10^{-5} ανά έτος και στην περίπτωση αυτή οι απώλειες είναι 10. Τότε η καμπύλη FN ακολουθεί μια κατανομή Bernoulli, η οποία ικανοποιεί τις απαιτήσεις του κριτηρίου, όπως φαίνεται και στο ακόλουθο σχήμα. Αν ο αρχικός αριθμός των εγκαταστάσεων είναι

1.000, τότε η μέση τιμή για το σύνολο της χώρας είναι 1.000 × 10^{-5} × 10 = 0,1 απώλειες ανά έτος.



σχήμα 27- Αποδοχή του ρίσκου μίας μονάδας LPG

Έστω ότι ο αριθμός των εγκαταστάσεων αυξάνεται σε 30.000. Τότε χονδρικά κάθε τρία χρόνια θα συμβαίνει κατά μέσο όρο ένα ατύχημα με 10 απώλειες, κάτι το οποίο δεν θα είναι αποδεκτό από την κοινή γνώμη.

Γενικά η μέση τιμή των απωλειών συναρτήσει του αριθμού των εγκαταστάσεων θα είναι:

$$E(N) = N_{install.} \times\ p_{accident} \times N_{per\ accident}$$

Όπως παρατηρούμε ενώ κάθε εγκατάσταση ικανοποιεί το κριτήριο της εποπτικής αρχής και οι απώλειες από την εγκατάσταση είναι φραγμένες από την οριακή γραμμή FN, η μέση τιμή των απωλειών από το σύνολο των εγκαταστάσεων στη χώρα αυξάνεται χωρίς όριο όσο αυξάνεται και ο αριθμός των εγκαταστάσεων με συνέπεια το ρίσκο να οδηγείται σε υψηλότερα επίπεδα.

Συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα από τα παραπάνω παραδείγματα συνοψίζονται ως εξής:

Η χρήση οριακών γραμμών FN οδηγεί:

- στην απόρριψη συστημάτων (π.χ. RCO), τα οποία παρουσιάζουν μέσες τιμές απωλειών κατά πολύ μικρότερες από συστήματα που είναι οριακώς αποδεκτά (Παράδειγμα 1)
- σε διαφορετικές αποφάσεις για την αποδοχή του ρίσκου σε περιπτώσεις όμως, όπου οι συνθήκες που αφορούν το ρίσκο είναι όμοιες (Παράδειγμα 2)
- στην ανικανότητα περιορισμού του ρίσκου στο ευρύτερο σύστημα, όταν το κριτήριο εφαρμόζεται σε κάθε μονάδα (εγκατάσταση, μεταφορικό μέσο κ.τ.λ.) (Παράδειγμα 3)

Ειδικά το τρίτο αποτέλεσμα έχει ιδιαίτερες επιπτώσεις στο **χώρο της ναυτιλίας**, όπου επίσης το κριτήριο της οριακής γραμμής FN εφαρμόζεται σε κάθε πλοίο ξεχωριστά. Επομένως εφαρμόζοντας τη συλλογιστική αυτού του παραδείγματος μπορούμε να δείξουμε ότι σε περίπτωση όπου ο παγκόσμιος στόλος αυξηθεί σημαντικά, τότε η μέση τιμή των απωλειών θα αυξηθεί επίσης σε υψηλά επίπεδα.

Επισήμανση: στο σημείο αυτό να επισημάνουμε μια βασική υπόθεση: το γεγονός ότι η πιθανότητα ενός ατυχήματος σε ένα χρόνο είναι μικρή και η πιθανότητα να συμβούν δύο ατυχήματα μέσα σε έναν χρόνο είναι αμελητέα (60 p. 247) καθώς επίσης και το ότι η πιθανότητα ατυχήματος δεν επηρεάζεται από πόσα άλλα ατυχήματα έχουν συμβεί σε έναν χρόνο (40) μας επιτρέπει θεωρήσουμε ότι ο αριθμός των ατυχημάτων ακολουθεί μία διαδικασία Poisson με μέση συχνότητα f.

Αρχικός ορισμός συνέπειας των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου

Παραπάνω είδαμε παραδείγματα ασυνέπειας από τη χρήση οριακών γραμμών FN ως κριτήρια αποδοχής ρίσκου. Στη συνέχεια θα παραθέσουμε έναν αρχικό ορισμό συνέπειας (40) των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου με τον οποίο μπορούμε να εξετάσουμε αν το κριτήριο αποδοχής οδηγεί σε συνεπείς αποφάσεις.

Θεωρούμε τα δύο τεχνικά συστήματα 1 και 2 των οποίων εξετάζεται η αποδοχή ως προς το ρίσκο και τα οποία ακολουθούν *ανεξάρτητες* κατανομές. Υποθέτουμε ότι τα δύο συστήματα συνδυάζονται σε ένα σύστημα χωρίς καμία αλλαγή στις συνθήκες που αφορούν το ρίσκο. Αν $f_1(n)$ και $f_2(n)$ είναι οι συχνότητες ατυχήματος με n ακριβώς απώλειες σε κάθε σύστημα και $F_1(n)$ και $F_2(n)$ οι αθροιστικές συχνότητες ατυχημάτων με n ή περισσότερες απώλειες, οι αντίστοιχες πιθανότητες για το συνδυασμένο σύστημα είναι:

$$f(n) = f_1(n) + f_2(n) \; \kappa\alpha\iota \; F(n) = F_1(n) + F_2(n)$$

Η **συνέπεια** απαιτεί, ανεξάρτητα από τις τιμές των $f_1(n)$ και $f_2(n)$, αν και τα δύο συστήματα είναι αποδεκτά ξεχωριστά, τότε και το συνδυασμένο σύστημα θα πρέπει να είναι αποδεκτό.

Αν και τα δύο συστήματα είναι μη αποδεκτά ξεχωριστά, τότε και το συνδυασμένο σύστημα θα πρέπει να είναι μη αποδεκτό.

Ένα πρώτο βήμα, για να διαπιστώσουμε αν ένα κριτήριο είναι συνεπές, είναι ότι στην περίπτωση που και τα δύο συστήματα είναι οριακώς αποδεκτά, τότε και το συνδυασμένο σύστημα θα πρέπει να είναι οριακώς αποδεκτό.

Αυτό προκύπτει, διότι εάν δεν ήταν έτσι, θα υπήρχαν συνδυασμοί πιθανοτήτων οι οποίοι θα παραβίαζαν την παραπάνω απαίτηση συνέπειας. Παραδείγματος χάρη, υποθέτουμε ότι τα δύο συστήματα είναι οριακώς αποδεκτά αλλά το συνδυασμένο σύστημα είναι αυστηρά αποδεκτό. Τότε θα υπήρχε ένα σύνολο ελάχιστα μεγαλύτερων πιθανοτήτων $(1+\delta)\times f_1(n)$ και $(1+\delta)\times f_2(n)$, το οποίο θα έκανε τα ξεχωριστά συστήματα, συγχρόνως και τα δύο, αυστηρώς μη αποδεκτά αλλά το συνδυασμένο σύστημα αυστηρά αποδεκτό, παραβιάζοντας έτσι την απαίτηση συνέπειας.

Μαθηματική θεμελίωση του προβλήματος αποδοχής ρίσκου

Στη συνέχεια θα εξηγήσουμε τον λόγο για τον οποίο προκύπτουν αυτές οι ασυνεπείς επιλογές από τη χρήση κριτηρίων αποδοχής ρίσκου και θα παρουσιάσουμε τον τρόπο με τον οποίο η χρήση τους μπορεί να θεμελιωθεί και να γίνει συνεπής.

Όπως θα δείξουμε και παρακάτω, οι οριακές γραμμές FN, ως κριτήρια αποδοχής ρίσκου, δεν ικανοποιούν μια βασική αρχή την οποία ονομάζουμε:

Scale and diversification sensitivity

Η παραπάνω αρχή (ευαισθησία κλίμακας και ανακατανομής) βασίζεται στη μαθηματική έννοια της κυρτότητας (*convexity*)[14], η οποία απλά σημαίνει ότι όταν το ρίσκο ενός συστήματος μετράται με ένα συγκεκριμένο μέτρο ρίσκου (*risk measure/metric*), τότε το άθροισμα του ρίσκου των υποσυστημάτων δεν θα πρέπει να ξεπερνάει το ρίσκο ολόκληρου του συστήματος. Στην περίπτωση των οριακών γραμμών FN, αυτό δεν ισχύει, καθώς για δύο καμπύλες FN που εφάπτονται της ίδιας οριακής γραμμής, ο μέσος όρος τους εφάπτεται μίας διαφορετικής οριακής γραμμής, που μπορεί να είναι πάνω από την αρχική οριακή (32).

Για να καταλήξουμε στο παραπάνω συμπέρασμα η διαδικασία που θα ακολουθήσουμε είναι η εξής:

- Μοντελοποίηση του προβλήματος αποδοχής και διαχείρισης ρίσκου ως ένα πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού
- παρουσίαση του μαθηματικού μοντέλου που προσομοιάζει τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου
- παρουσίαση της έννοιας της κυρτότητας, η μη ικανοποίηση της οποίας εξηγεί την ασυνέπεια των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου
- και τέλος παρουσίαση και εφαρμογή των **λύσεων** που θα μας επιτρέψουν να χειριζόμαστε το πρόβλημα του ρίσκου με συνέπεια.

Μοντελοποίηση ως πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού

Τα μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού είναι τα εργαλεία εκείνα τα οποία συνδυάζουν τις μεθόδους μαθηματικού προγραμματισμού με τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τη διαχείριση της αβεβαιότητας. Τα μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού χρησιμοποιούνται ευρύτατα μαζί με τις θεωρίες αποφάσεων για τη μελέτη των προβλημάτων απόφασης υπό αβεβαιότητα (28).

[14] Η οποία συνδέεται και με τη risk reduction via diversification (μείωση μέσω διαφοροποίησης)

Είναι απαραίτητο να ξεκινήσουμε τη μοντελοποίηση του προβλήματος αρχικά από το ντετερμινιστικό πεδίο, όπου ένα σύνηθες πρόβλημα απόφασης ή σχεδίασης μορφοποιείται ως εξής:

$$\max_{x \in S}\{f(\overline{x})\}, \mu\varepsilon\ \pi\varepsilon\rho\iota o\rho\iota\sigma\mu o\acute{\upsilon}\varsigma\ g_i(\overline{x}) \leq 0, i = 1, \dots, k$$

όπου $\overline{x}$ είναι το διάνυσμα σχεδίασης ή απόφασης από το σύνολο $\mathbb{R}^n$. Η αβεβαιότητα, η οποία περιγράφεται από μία τυχαία μεταβλητή $\overline{\xi}$, οδηγεί σε καταστάσεις όπου αντί απλά να έχουμε $f(\overline{x})$ και $g_i(\overline{x})$, έχουμε $f(\overline{x}, \overline{\xi})$ και $g_i(\overline{x}, \overline{\xi})$ (σημειώνουμε ότι το σύνολο S αναπαριστά τις ντετερμινιστικές απαιτήσεις στο διάνυσμα απόφασης $\overline{x}$, όπως π.χ. απαιτήσεις μη αρνητικότητας κ.α.). Συχνά είναι κατάλληλο να θεωρούμε ότι το $\overline{\xi}$ περιγράφεται από μια κατανομή πιθανότητας η οποία είναι γνωστή ή δύναται να εκτιμηθεί.

Ωστόσο μια σοβαρή δυσκολία είναι ότι η απόφαση $\overline{x}$ πρέπει να επιλεγεί πριν το αποτέλεσμα αυτής της κατανομής γίνει δυνατό να παρατηρηθεί. Τότε δεν είναι δυνατό απλά να αντικαταστήσουμε το $f(\overline{x})$ με το $f(\overline{x}, \overline{\xi})$ στο παραπάνω πρόβλημα, γιατί μία επιλογή του $\overline{x}$ θα παράγει μόνο μία τυχαία μεταβλητή $X = f(\overline{x}, \overline{\xi})$ της οποίας η πραγματοποίηση δεν είναι ακόμα γνωστή και γενικώς είναι δύσκολο να προσδώσουμε έννοια στη ελαχιστοποίηση μιας τυχαίας μεταβλητής με αυτόν τον τρόπο. Παρομοίως τα $g_i(\overline{x})$ δεν μπορούν να αντικατασταθούν από τα $g_i(\overline{x}, \overline{\xi})$, τουλάχιστον όχι χωρίς προσεκτική σκέψη. Στο παρελθόν ένας αριθμός προσεγγίσεων αναπτύχθηκε για την αντιμετώπιση αυτών των ζητημάτων· μια οικεία και συνήθως χρησιμοποιούμενη προσέγγιση είναι η αντικατάσταση των συναρτήσεων $f(\overline{x}, \overline{\xi})$ και $g_i(\overline{x}, \overline{\xi})$ με τις μέσες τιμές, π.χ. $f(\overline{x}, \overline{\xi}) \to E_{\xi}[f(\overline{x}, \overline{\xi})]$.

Ενώ η προσέγγιση αυτή είναι εύληπτη και αριθμητικά αποδοτική, έχει σοβαρά μειονεκτήματα τα οποία έχουν αναφερθεί αναλυτικώς στο αντίστοιχο κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής.

Μια πιο γενική αντιμετώπιση είναι να φέρουμε στο προσκήνιο την έννοια του μέτρου ρίσκου (*risk measure*), το οποίο ευρέως ορίζεται ως μια ποσοτική έκφραση ενός συστήματος προτιμήσεων σχετικά με ένα σύνολο τυχαίων επακόλουθων. Οι δύο κύριες πηγές από όπου προέρχονται οι μέθοδοι που δύνανται να χρησιμοποιηθούν ως μέτρα ρίσκου είναι οι θεωρίες απόφασης, με κυριότερη εκπρόσωπο τη Θεωρία Προσδοκώμενης Χρησιμότητας όπως επίσης οι μετεξελίξεις της, και τα *risk-value* μοντέλα από τα οποία γνωστότερο είναι το *mean-variance* μοντέλο του Markowitz (138).

Αμέσως παρατηρούμε την καταλληλότητα του παραπάνω φορμαλισμού για τη μοντελοποίηση του προβλήματος διαχείρισης του ρίσκου στην ασφάλεια:

- η τυχαία μεταβλητή που μας ενδιαφέρει να ελαχιστοποιήσουμε (όπως π.χ. ο αριθμός απωλειών) αναπαρίσταται από τη συνάρτηση $f(\overline{x}, \overline{\xi})$
- τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου αποτελούν τους περιορισμούς $g_i(\overline{x}, \overline{\xi})$ του προβλήματος απόφασης
- και επειδή η συνήθης αναπαράσταση του ρίσκου μέσω καμπύλων FN δεν επιτρέπει την κατάταξή τους (32), η οποία θα μας επέτρεπε να επιλέξουμε το κατάλληλο σύνολο RCO, χρειαζόμαστε έναν κανόνα απόφασης όπως π.χ. η ελαχιστοποίηση ενός μέτρου ρίσκου

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε μερικές σημάνσεις, οι οποίες είναι απαραίτητες για την ανάπτυξη που θα ακολουθήσει αργότερα. Η τυχαία μεταβλητή $X = X(\overline{x}, \overline{\xi})$, η οποία εξαρτάται από το διάνυσμα απόφασης $\overline{x}$ και το τυχαίο γεγονός $\omega \in \Omega$,με Ω ο δειγματικός χώρος, αναπαριστά ένα μέτρο απόδοσης υπό αβεβαιότητα της απόφασης $\overline{x}$. Σε σχέση με το πρόβλημα βελτιστοποίησης που παρουσιάστηκε στην αρχή δύναται να είναι $X = f\left(\overline{x}, \overline{\xi}(\omega)\right)$, όπου $\overline{\xi}(\omega)$ είναι ένα διάνυσμα αβέβαιων (τυχαίων) παραμέτρων που μπορεί να αφορούν γεγονότα όπως ατυχήματα, φυσικές καταστροφές κ.α.. Γενικά η τυχαία ποσότητα $X(\overline{x}, \omega)$ μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση ζημίας (*loss function*) της οποίας προτιμώνται οι χαμηλότερες τιμές.

Επίσης είναι σύνηθες να υποθέτουμε ότι η συνάρτηση $X(\overline{x}, \omega)$ είναι κοίλη (concave) ως προς το διάνυσμα $\overline{x}$ το οποίο ανήκει σε ένα κυρτό σύνολο δυνατών αποφάσεων, κάτι το οποίο διευκολύνει τη δόμηση κυρτών προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού.

Επίσης μια πιο φορμαλιστική δόμηση είναι να θεωρήσουμε ότι το X είναι το επακόλουθο από κάποιο χώρο πιθανότητας (Ω, F, P), όπου Ω είναι ένα σύνολο τυχαίων γεγονότων, F είναι μία σίγμα-άλγεβρα και P είναι ένα μέτρο πιθανότητας, το οποίο ανήκει σε έναν γραμμικό χώρο Ψ των F-μετρήσιμων συναρτήσεων με $\Psi: \Omega \to \mathbb{R}$. Στις περισσότερες περιπτώσεις αρκεί να θεωρήσουμε ότι $\Psi = \mathcal{L}^{\infty}(\Omega, F, P)$, δηλαδή ως τον χώρο όλων των φραγμένων συναρτήσεων που περιλαμβάνει επίσης σταθερές.

Παραδοσιακά η αβεβαιότητα στο πλαίσιο του στοχαστικού προγραμματισμού μοντελοποιείται με την εισαγωγή ενός πεπερασμένου συνόλου σεναρίων $\{\omega_1, \dots, \omega_N\} \subseteq \Omega$, όπου κάθε απόφαση $\overline{x}$ συνεπάγεται ένα εύρος επακόλουθων $X(\overline{x}, \omega_1), \dots, X(\overline{x}, \omega_N)$ στα οποία αντιστοιχίζονται οι πιθανότητες $p_1, \dots, p_N$ με $p_j = P(\omega_j) \in (0,1)$ και $\sum_{j=1}^{N}\{p_j\} = 1$.

Η μαθηματική ιδιότητα της κυρτότητας (convexity) ως βάση της συνέπειας των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου

Όπως στην περίπτωση των θεωριών απόφασης η αξιωματική θεμελίωση βάσει κάποιων αποδεκτών προτάσεων, των αξιωμάτων, είναι προϋπόθεση για την αποδοχή τους ως συνεπείς θεωρίες, παρόμοια η απαίτηση των μέτρων και των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου να ικανοποιούν κάποιες βασικές ιδιότητες είναι απαραίτητη για να οδηγεί η χρήση τους σε συνεπείς επιλογές και να εφαρμόζονται σε πλήθος περιπτώσεων.

Οι βασικές ιδιότητες, που είναι επιθυμητό να ικανοποιούνται από ένα μέτρο ρίσκου R με όρισμα τυχαίες μεταβλητές X και Y, είναι (139):

(1) monotonicity: για $X \geq 0$ συνεπάγεται $\mathcal{R}(X) \geq 0$ για κάθε X
(2) translation invariance : $\mathcal{R}(X+\alpha) = \mathcal{R}(X) + \alpha$ για κάθε X και κάθε πραγματικό αριθμό α
(3) positive homogeneity: $\mathcal{R}(\lambda X) = \lambda \mathcal{R}(X)$ για κάθε X και κάθε πραγματικό αριθμό λ
(4) convexity: $\mathcal{R}[\lambda X + (1-\lambda)Y] \leq \lambda \mathcal{R}(X) + (1-\lambda)\mathcal{R}(Y)$ για κάθε X,Y και $\lambda \in [0,1]$
(5) Second Order Stochastic Dominance (SSD) Isotonicity:
$$\mathcal{R}(X) \leq \mathcal{R}(Y) \; για \; κάθε \; X, Y: το \; X \; να \; προτιμάται \; από \; το \; Y \; κατά \; SSD$$

Η ιδιότητα (1) της *monotonicity* συνεπάγεται ότι μεγαλύτερες τιμές του X φέρουν μεγαλύτερο ρίσκο. Αν συνδυαστούν οι ιδιότητες (1), (3) και (4), τότε προκύπτει ότι

$$\mathcal{R}(X) \geq \mathcal{R}(Y) \; για \; X \geq Y$$

δηλαδή το μέτρο ρίσκου μπορεί να παράγει μια κατάταξη (ranking) των τυχαίων μεταβλητών που περιγράφουν αβέβαιες καταστάσεις.

Η ιδιότητα (2) της *translation invariance* σημαίνει ότι αν όλες οι συνέπειες αυξηθούν κατά μία σταθερά *α*, τότε το ρίσκο θα αυξηθεί κατά την ίδια σταθερά. Επίσης μια άλλη συνέπεια είναι ότι η αριθμητική διαφορά ανάμεσα στα μέτρα ρίσκου δύο καταστάσεων X και Y μπορεί να εκφραστεί μέσω των μονάδων που χρησιμοποιούνται για τις συνέπειες (24). Π.χ. αν η μέση τιμή των απωλειών χρησιμοποιείται ως μέτρο ρίσκου στην κατάσταση status quo και στην κατάσταση μετά την εφαρμογή ενός RCO έχουμε το δικαίωμα να εκφράσουμε τη διαφορά στο ρίσκο ανάμεσα στις δύο καταστάσεις ως διαφορά απωλειών, διότι η μέση τιμή ικανοποιεί την ιδιότητα (2). Επίσης μπορεί να εκφραστεί ως η ιδιότητα των επιλογών, βάσει του μέτρου ρίσκου, να μην εξαρτώνται από το ύψος του πληθυσμού *Π*, δηλαδή όταν έχουμε τις εναλλακτικές X και Y να ισχύει:

$$R(X) \le R(Y) \Leftrightarrow R(X+\Pi) \le R(Y+\Pi)$$

Η ιδιότητα (3) της *positive homogeneity* διασφαλίζει ότι εάν όλες οι πραγματοποιήσεις της τυχαίας μεταβλητής X πολλαπλασιαστούν με έναν παράγοντα λ, τότε και το αντίστοιχο μέτρο ρίσκου *R* θα πολλαπλασιαστεί ανάλογα. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να πούμε ότι μια κατάσταση, που χαρακτηρίζεται από μια τιμή ίση με 40 μονάδες του μέτρου ρίσκου της , ενέχει διπλάσιο ρίσκο από μια κατάσταση με 20 μονάδες (140).

Η ιδιότητα της **κυρτότητας (*convexity*)** είναι αυτή που θα μας απασχολήσει ιδιαίτερα, διότι αποτελεί τη **μαθηματική βάση** για τον ορισμό της συνέπειας των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου. Η ιδιότητα της κυρτότητας που εκφράζεται ως

$\mathcal{R}[\lambda X + (1-\lambda)Y] \le \lambda\mathcal{R}(X) + (1-\lambda)\mathcal{R}(Y)$ για κάθε X,Y και $\lambda \in [0,1]$

συνδυασμένη με την ιδιότητα της positive homogeneity: $\mathcal{R}(\lambda X) = \lambda\mathcal{R}(X)$ συνεπάγονται την ιδιότητα της **subadditivity**:

$$\mathcal{R}(X+Y) \le \mathcal{R}(X) + \mathcal{R}(Y)$$

που σημαίνει ότι το ρίσκο του συστήματος που προκύπτει από τον συνδυασμό των X και Y έχει ως άνω όριο το άθροισμα των ρίσκων των υποσυστημάτων X,Y.

Ο παραπάνω ορισμός σχετίζεται με τον κανόνα απόφασης του προβλήματος στοχαστικού προγραμματισμού. Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή του υποκεφαλαίου, το πρόβλημα βελτιστοποίησης συνίσταται στην εφαρμογή ενός μέτρου ρίσκου, το οποίο αντιστοιχεί στον κανόνα απόφασης, και το οποίο θα είναι η συνάρτηση που θα βελτιστοποιηθεί δεδομένων των περιορισμών του προβλήματος. Σύμφωνα με την αντιστοίχιση που έγινε, *οι περιορισμοί μοντελοποιούν τα κριτήρια αποδοχής του ρίσκου* και η ιδιότητα της κυρτότητας σε αυτήν την περίπτωση είναι ότι οι συναρτήσεις που αποτελούν τους περιορισμούς του προβλήματος ορίζουν ένα κυρτό σύνολο στο ανήκουν οι εφικτές λύσεις.

Κυρτό σύνολο είναι ένα σύνολο Ψ στο οποίο για κάθε $x, y \in \Psi$, κάθε κυρτός συνδυασμός των x, y: $\lambda x + (1-\lambda)y$, 0 < λ < 1, ανήκει επίσης στο Ψ. Όταν οι περιορισμοί εκφράζονται στη μορφή ανισοτήτων

$$g_i(\overline{x}) \le 0, i = 1, \dots, k$$

όπως στο πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού, τότε η κυρτότητα των περιορισμών συνεπάγεται

$$\text{για κάθε } \overline{x}, \overline{y} \text{ με } g_i(\overline{x}) \le 0, g_i(\overline{y}) \le 0, i = 1, \dots, k \text{ ισχύει}$$

$$g_i[\lambda\overline{x} + (1-\lambda)\overline{y}] \le 0 \ , i = 1, \dots, k$$

δηλαδή και ο κυρτός συνδυασμός τους ικανοποιεί τις ανισότητες.

Είναι αμέσως φανερό ότι εάν τα μέτρα αποδοχής ρίσκου εκφραστούν ως ανισοτικοί περιορισμοί στο πρόβλημα διαχείρισης του ρίσκου στην ασφάλεια, οι οποίοι όμως δεν είναι κυρτοί, τότε αποδεικνύεται αμέσως με μαθηματικό τρόπο γιατί τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου οδηγούν σε μη συνεπείς επιλογές, όπως αυτές που υποδείχθηκαν στα αντίστοιχα παραδείγματα. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι εάν δύο υποσυστήματα ικανοποιούν ένα κριτήριο αποδοχής το οποίο είναι *μη κυρτός περιορισμός*, τότε το σύστημα που θα προκύψει από το συνδυασμό τους δεν θα ικανοποιεί τον περιορισμό και θα βρίσκεται στην περιοχή του μη αποδεκτού ρίσκου.

Στη συνέχεια θα δείξουμε πως τα μαθηματικά μοντέλα που μοντελοποιούν τις οριακές γραμμές FN αποτελούν μη κυρτούς ανισοτικούς περιορισμούς και το ακόμη πιο σημαντικό: πώς μπορούμε να επιλύσουμε αυτό το πρόβλημα διατηρώντας τη μορφή των οριακών γραμμών FN και αλλάζοντας τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η σύγκριση των υπό εξέταση συστημάτων.

Μοντελοποίηση των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου ως *Chance Constraints* και *First Order Stochastic Dominance constraints*

Μοντελοποίηση του τεχνικού συστήματος ως διαδικασία Poisson

Όπως ανεφέρθη και παραπάνω το πρόβλημα θα μοντελοποιηθεί ως πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού, δηλαδή ως πρόβλημα βελτιστοποίησης όπου μία ή περισσότερες μεταβλητές δεν είναι γνωστές με βεβαιότητα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η αβεβαιότητα προκύπτει από των αριθμό των ατυχημάτων κάθε δυνατού μεγέθους που θα συμβούν σε μία περίοδο. Μια κατάλληλη προσέγγιση είναι να θεωρήσουμε την εμφάνιση των ατυχημάτων ως ομογενή διαδικασία Poisson (40) με μέση συχνότητα f ανά μονάδα χρόνου και σε περίπτωση ατυχήματος, η πιθανότητα να έχουμε ακριβώς N απώλειες είναι p(N) για N = 1, 2, …, N_{max}. Η μέση συχνότητα των ατυχημάτων με ακριβώς N απώλειες είναι f(N) = f×p(N). Επομένως οι πιθανότητες που θα χρησιμοποιηθούν στο στοχαστικό πρόβλημα είναι $\boldsymbol{p(N)} = \frac{\boldsymbol{f(N)}}{\boldsymbol{f}}$.

Συνοπτικά μπορούμε να πούμε ότι το πρόβλημα συνίσταται σε ένα στοχαστικό πρόβλημα δύο βαθμίδων (two stage lottery/prospect) όπου στην πρώτη βαθμίδα έχουμε την εμφάνιση του ατυχήματος ως διαδικασία Poisson από όπου εξάγουμε τη μέση τιμή της συχνότητας f και στη δεύτερη βαθμίδα έχουμε την εξέλιξη δεδομένου του ατυχήματος από όπου προκύπτουν οι τελικές συνέπειες N, ο αριθμός των οποίων περιγράφεται από τη συνάρτηση μάζας πιθανότητας $\{p_i(N)\}$.

Έστω ότι υπάρχει σύστημα το οποίο έχει καμπύλη FN που εφάπτεται σε κάθε σημείο με την οριακή γραμμή FN. Θα κάνουμε την παραδοχή ότι για να γίνει αποδεκτό το ρίσκο ενός οποιουδήποτε συστήματος με τη χρήση ενός κανόνα απόφασης, το σύστημα αυτό θα πρέπει να συγκρίνεται με το σύστημα που εφάπτεται με την οριακή γραμμή FN βάσει του κανόνα απόφασης. Επίσης θα θεωρήσουμε ότι το εφαπτόμενο σύστημα στην οριακή γραμμή έχει την ίδια μέση συχνότητα f ατυχημάτων ανά περίοδο με το εξεταζόμενο σύστημα. Με αυτό τον τρόπο, θεωρώντας όμοια την πρώτη βαθμίδα για κάθε σύστημα, αρκεί να συγκρίνουμε μόνο τις απώλειες που προκύπτουν δεδομένου του ατυχήματος, δηλαδή τις τυχαίες μεταβλητές X, Y με συναρτήσεις μάζας πιθανότητας $\{p_i^X(N)\}$ και $\{p_i^Y(N)\}$ αντίστοιχα, με Y να αντιστοιχεί στην οριακή γραμμή FN.

Πιθανοθεωρητικοί περιορισμοί (chance ή probabilistic constraints)

Αρχικά θα εισάγουμε την έννοια των πιθανοθεωρητικών περιορισμών (*probabilistic* ή *chance constraints*). Οι chance constraints χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά στο (141) και έκτοτε έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως σε πεδία όπως η επιχειρησιακή ερεύνα και ο στοχαστικός προγραμματισμός, η θεωρία αξιοπιστίας συστημάτων, το reliability-based design and optimization και άλλα.

Αν η τυχαία μεταβλητή $X = X(\overline{x}, \omega)$ είναι συνάρτηση του διανύσματος απόφασης $\overline{x} \in \mathbb{R}^n$, τότε ένας chance constraint ορίζει ότι το X θα πρέπει να μην ξεπερνάει ένα συγκεκριμένο προκαθορισμένο επίπεδο c με πιθανότητα μικρότερη από $\alpha \in (0,1)$:

$$P\{X(\overline{x}, \omega) \leq c\} \leq a$$

Αν θεωρήσουμε ότι η τυχαία μεταβλητή X αφορά την επιβίωση ενός συγκεκριμένου ατόμου μέσα σε έναν χρόνο, που βρίσκεται κοντά σε μία εγκατάσταση σε περίπτωση ατυχήματος, και παίρνει δύο μόνο τιμές[15], 0 για απώλεια και 1 για επιβίωση: $X = \begin{cases} 1, επιβίωση \\ 0, απώλεια \end{cases}$

τότε ο chance constraint: $\boldsymbol{P\{X < 1\} \leq a}$ εκφράζει το κριτήριο αποδοχής του ατομικού ρίσκου (*Individual Risk*) το οποίο εφαρμόζεται σε αρκετές FSA (13), (17) για α = 10^{-4}.

Επιπλέον οι chance constraints μπορούν να εκφραστούν σε παραμετρική μορφή ως εξής:

$$P\{X \leq n\} \leq \alpha(n) \text{ όπου } n \in \mathbb{N}$$

Αν θεωρήσουμε τον παραμετρικό chance constraint (28) της μορφής:

[15] Τιμές για ενδιάμεσες καταστάσεις, όπως τραυματισμός, συνήθως δεν χρησιμοποιούνται στις FSA

$$P\{X \geq n\} \leq \alpha(n), \mu\varepsilon\ \alpha(n)\ \varphi\theta\acute{\iota}\nu o\upsilon\sigma\alpha\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta\ \tau o\upsilon\ n$$

με Χ τυχαία μεταβλητή που εκφράζει τον αριθμό των απωλειών ανά ατύχημα μέσα ένα έτος για ένα σύστημα, τότε ο περιορισμός αυτός εκφράζει την απαίτηση η πιθανότητα (να έχουμε ατύχημα με πάνω από *n* απώλειες) να είναι κάτω από *α* με το *α* να γίνεται όλο και μικρότερο καθώς το *n* μεγαλώνει.

Η απαίτηση αυτή είναι ακριβώς το **κριτήριο αποδοχής του κοινωνικού ρίσκου** στο οποίο το ρίσκο περιγράφεται από μια καμπύλη FN η οποία είναι η πιθανότητα (*exceedance probability*-$P\{X \geq n\}$) *n* ή περισσότερων απωλειών στο σύστημα και περιορίζεται μέσω της **οριακής γραμμής FN** η οποία είναι φθίνουσα συνάρτηση του αριθμού των απωλειών.

Το σημαντικό χαρακτηριστικό των chance constraints είναι ότι πρόκειται για **μη κυρτούς περιορισμούς** (28) ιδιαίτερα στην περίπτωση όπου ο δειγματικός χώρος Ω είναι διακριτό σύνολο με $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_N\}$, όπως συμβαίνει στον τομέα της ασφάλειας. Επομένως καταλήγουμε στο ζητούμενο, που είναι να αποδείξουμε με μαθηματικό τρόπο γιατί τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου, όπως χρησιμοποιούνται μέχρι τώρα, οδηγούν σε ασυνεπείς επιλογές.

First Order Stochastic Dominance Constraints [16]

Αρχικά θα κάνουμε μια σύντομη ανακεφαλαίωση της έννοιας του *Stochastic Dominance* (που συνδέεται στενά με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας) το οποίο παρουσιάστηκε εκτενώς στο αντίστοιχο κεφάλαιο.

Έστω τα συστήματα 1 και 2 όπου οι απώλειες ανά ατύχημα περιγράφονται από τις τυχαίες μεταβλητές Χ και Υ αντίστοιχα. Η τυχαία μεταβλητή Χ υπερισχύει της Υ κατά *First Order Stochastic Dominance* ή $\boldsymbol{X \preccurlyeq_1 Y}$ αν

$$P\{X \leq t\} \leq P\{Y \leq t\} \text{ ή } F_X(t) \leq F_Y(t)\ \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ t \in \mathbb{R}$$

όπου F_X και F_Y είναι οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας (*cumulative distribution function-c.d.f.*)

Επίσης ισχύει $X \succcurlyeq_1 Y$, αν και μόνο αν κάθε αποφασίζοντας με αύξουσα συνάρτηση χρησιμότητας επιλέγει το Χ έναντι του Υ.

Γενικά ισχύει ότι όταν $X \preccurlyeq_1 Y$ η μέση τιμή του Χ είναι μικρότερη από την τη μέση τιμή του Υ αλλά προσοχή χρειάζεται στο γεγονός ότι δεν ισχύει το αντίθετο, καθώς υπάρχει Χ τέτοιο ώστε να η μέση τιμή E[X] < E[Y] αλλά το Χ να μην υπερισχύει κατά *First Order Stochastic Dominance* του Υ (142), (121). Η επισήμανση

[16] Στο κεφάλαιο αυτό αναφερόμαστε στη Stochastic Dominance ως First Order Stochastic Dominance, επειδή οι αντίστοιχοι περιορισμοί χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία περιλαμβάνοντας αυτόν τον όρο.

αυτή θα αποδειχθεί χρήσιμη κατά την εξέταση των λύσεων για τις ασυνεπείς επιλογές των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου.

Συσχέτιση των οριακών γραμμών FN με τους First Order Stochastic Dominance Constraints

Ας θεωρήσουμε τεχνικό σύστημα το οποίο περιγράφεται από μία καμπύλη FN. Αν θεωρήσουμε ότι ο αριθμός N των συνεπειών δεδομένου ενός ατυχήματος στο σύστημα περιγράφεται από την τυχαία μεταβλητή X, με συνάρτηση κατανομής $F_X(N)$, και η μέση συχνότητα των ατυχημάτων είναι f_1, τότε η καμπύλη FN του συστήματος είναι το σύνολο των σημείων $\{(N, f_1 \times [1 - F_X(N)]\,)\}$.

Το σύστημα κρίνεται αποδεκτό ως προς τα κριτήρια κοινωνικού ρίσκου αν κάθε σημείο της καμπύλης του FN είναι κάτω από την οριακή γραμμή FN. Αν η οριακή γραμμή FN θεωρηθεί ότι αναπαριστά ένα προκαθορισμένο σύστημα με απώλειες Y και συχνότητα ατυχημάτων f_2, το οποίο είναι οριακά αποδεκτό, τότε η αποδοχή ενός συστήματος συνίσταται στη σχέση

$$f_1 \times \left[1 - F_X(N)\right] \leq f_2 \times \left[1 - F_Y(N)\right]$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει όταν το εξεταζόμενο σύστημα είναι **μικρότερο κατά *First Order Stochastic Dominance*** από την οριακή γραμμή FN.

Όταν σε ένα πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού υπάρχει μία κατάσταση αναφοράς Y και θέτουμε τον περιορισμό οι λύσεις X του προβλήματος να ικανοποιούν την απαίτηση $X \preccurlyeq_1 Y$, τότε ο περιορισμός αυτός ονομάζεται **First Order Stochastic Dominance Constraint** (143).

Επομένως υπάρχει **<u>ισοδυναμία</u> ανάμεσα στην αποδοχή του κοινωνικού ρίσκου χρησιμοποιώντας τις οριακές γραμμές FN και τους *First Order Stochastic Dominance Constraints*.**

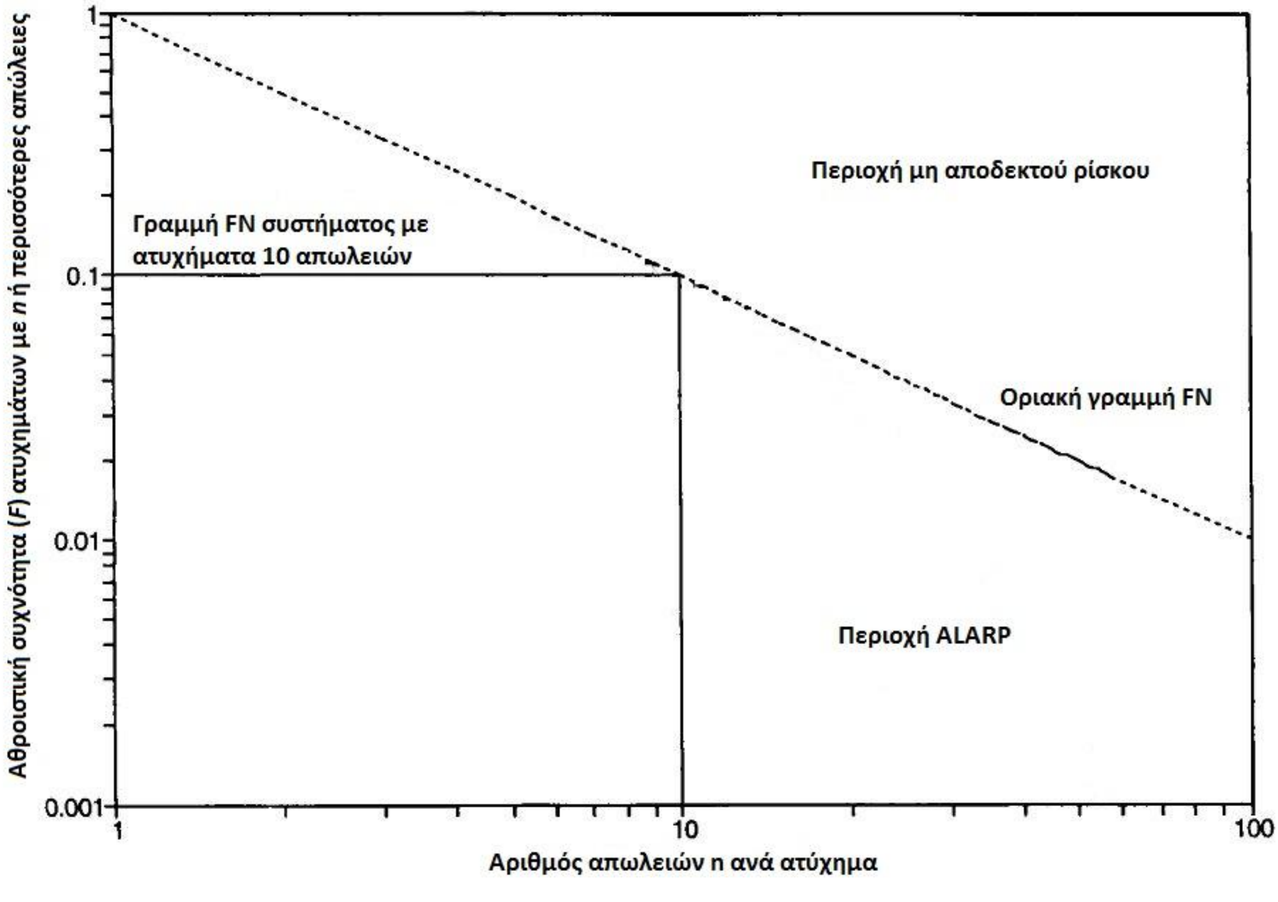
Οι First Order Stochastic Dominance Constraints είναι γενικώς **μη κυρτοί** (28). Επομένως προκύπτει, και από τη μοντελοποίηση με *chance constraints* και από τη μοντελοποίηση με *First Order Stochastic Dominance Constraints*, ο λόγος για τον οποίο τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου οδηγούν σε ασυνεπείς επιλογές.

Υπόδειξη των ασυνεπειών στα παραδείγματα βάσει μαθηματικής ανάλυσης

Παρουσιάζουμε εκ νέου, συνοπτικά όμως, τα παραδείγματα που υποδεικνύουν τις ασυνέπειες των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου και τις εξηγούμε βάσει της μαθηματικής ανάλυσης που προηγήθηκε.

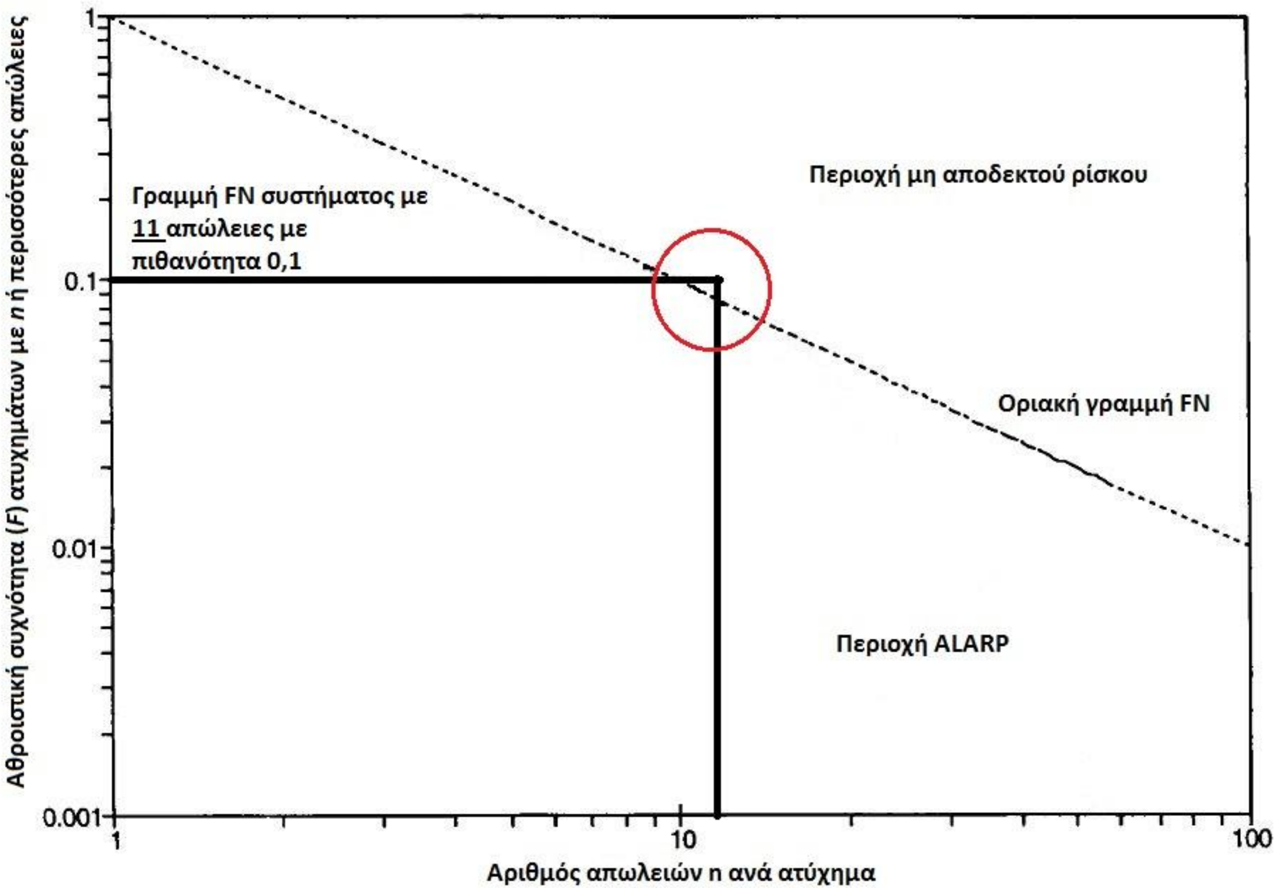
Παράδειγμα 1

Στο παράδειγμα (1) είδαμε ότι το σύστημα 1 με 10 απώλειες που ενδέχεται να προκύψουν με συχνότητα 0,1 είναι οριακά αποδεκτό καθώς εφάπτεται σε ένα σημείο στην οριακή γραμμή, όπως επίσης και το σύστημα 2 που εφάπτεται σε κάθε σημείο στην οριακή γραμμή είναι επίσης οριακά αποδεκτό , όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα που παρατίθεται ξανά:



Οι μέσες τιμές ισούνται με *1* για το σύστημα 1 και *7,485* για το σύστημα 2.

Αν το σύστημα 1 τροποποιηθεί ελαφρώς ώστε οι απώλειες να είναι 11 αντί για 10 αλλά με την ίδια συχνότητα 0,1, τότε η μέση τιμή του θα ισούται με 1,1 απώλειες ανά έτος και η κατάσταση θα είναι ως εξής:



σχήμα 28- Καμπύλη FN του τροποποιημένου συστήματος 1

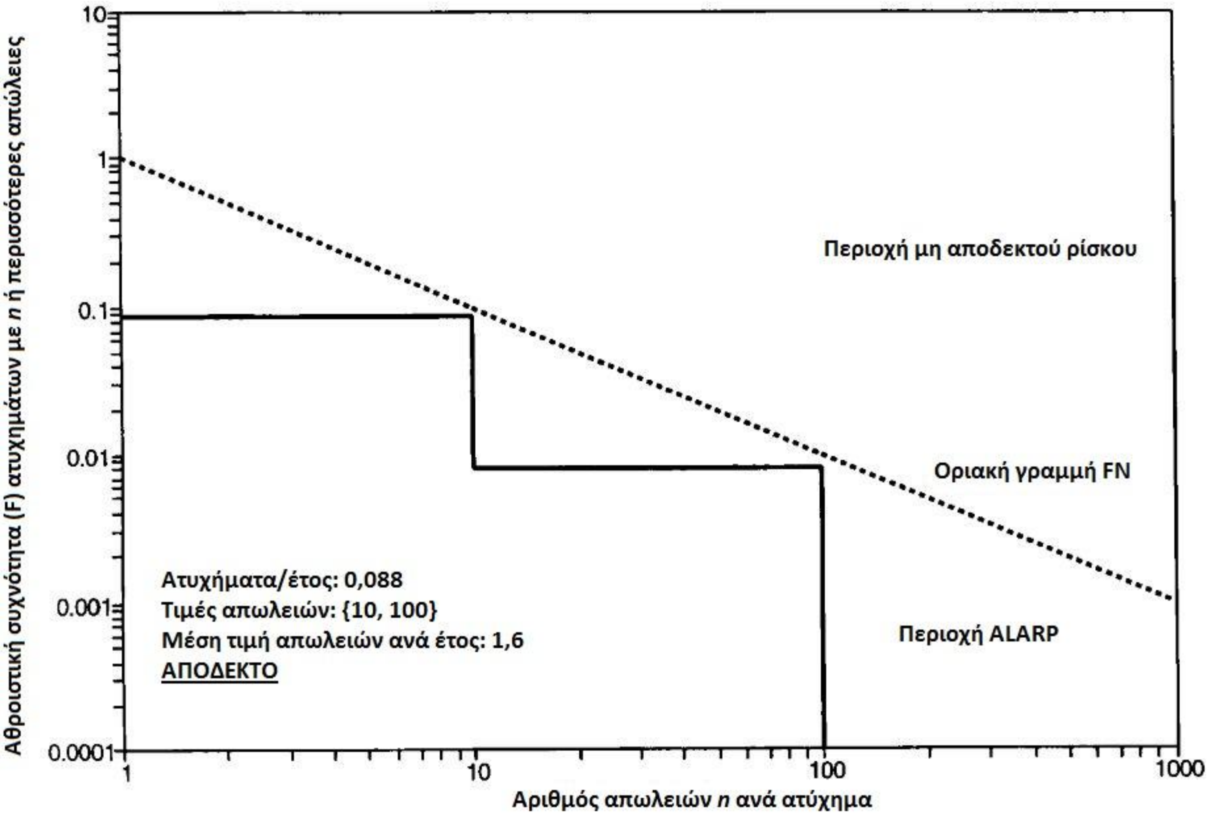
Όπως παρατηρούμε, η καμπύλη FN του συστήματος 1 έχει περάσει την οριακή γραμμή και το σύστημα είναι τώρα μη αποδεκτό, παρόλο που η μέση τιμή του είναι σχεδόν 7 φορές μικρότερη από το σύστημα 2 που είναι αποδεκτό.

Όπως αναφέραμε η συμμόρφωση ως προς την οριακή γραμμή έγκειται στην υπερίσχυση επί της γραμμής αναφοράς σύμφωνα με την *First Order Stochastic Dominance*. Όταν συμβαίνει αυτό, το σύστημα που υπερισχύει της οριακής γραμμής (δηλαδή είναι αποδεκτό) βρίσκεται σε κάθε σημείο κάτω από την οριακή γραμμή και η μέση τιμή του είναι μικρότερη από αυτή ενός συστήματος που εφάπτεται σε κάθε σημείο με την οριακή γραμμή.

Όμως όπως σημειώσαμε το αντίστροφο δεν ισχύει, δηλαδή δεν ισχύει ότι κάθε σύστημα με μικρότερη μέση τιμή από το σύστημα που ταυτίζεται με την οριακή γραμμή, θα υπερισχύει, δηλαδή θα βρίσκεται κάτω από την οριακή γραμμή σε κάθε σημείο. Το παραπάνω παράδειγμα αποτελεί ακριβώς μια τέτοια περίπτωση.

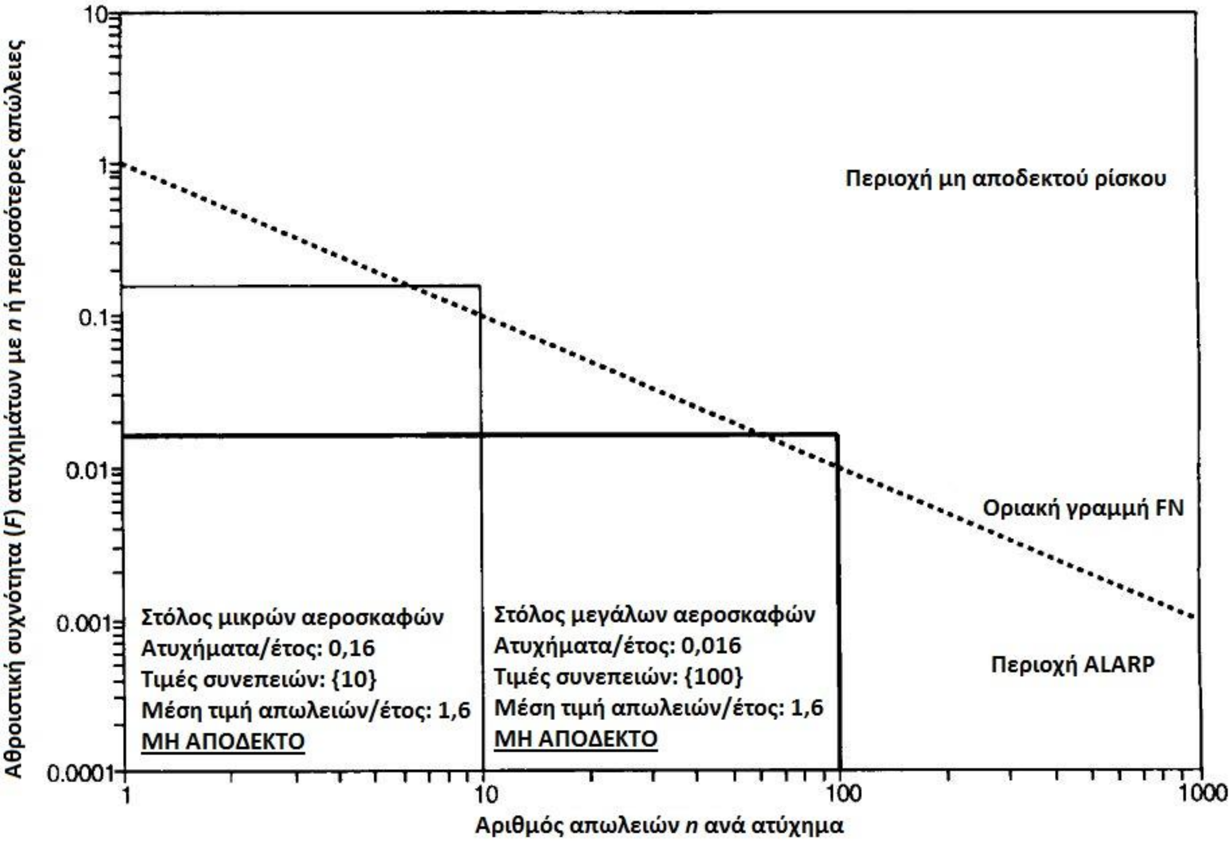
Παράδειγμα 2

Στο παράδειγμα αυτό έχουμε δύο συστήματα: στο σύστημα 1 δύο αεροπορικές εταιρείες έχουν πανομοιότυπους στόλους αεροπλάνων που αποτελούνται έκαστος από δυο τμήματα, ένα τμήμα 4 μεγάλων αεροπλάνων και ένα τμήμα 40 μικρών αεροπλάνων. Κάθε τμήμα μεταφέρει ανά έτος τον ίδιο αριθμό επιβατών. Η καμπύλη FN κάθε εταιρείας παρατίθεται ξανά στο επόμενο σχήμα:



Το ρίσκο για κάθε εταιρεία είναι αποδεκτό, όπως φαίνεται και από το σχήμα.

Στο σύστημα 2 οι δύο εταιρείες αποφασίζουν η μία να συγκεντρώσει τα δύο τμήματα των μεγάλων αεροπλάνων και η άλλη τα δύο τμήματα των μικρών αεροπλάνων. Και σε αυτή την περίπτωση κάθε εταιρεία μεταφέρει τον ίδιο αριθμό επιβατών και καθένα τμήμα από τα τέσσερα μεταφέρει ίσους αριθμούς επιβατών. Η πιθανότητα ατυχήματος παραμένει σταθερή και είναι ίδια για κάθε τύπο αεροπλάνου. Ο εκ νέου υπολογισμός της καμπύλης FN κάθε εταιρείας παρατίθεται ξανά στο επόμενο σχήμα:



Αυτήν την φορά όμως το ρίσκο δεν γίνεται αποδεκτό παρόλο που οι, σχετικές με το ρίσκο, συνθήκες παραμένουν ίδιες.

Η εξήγηση για αυτήν την ασυνέπεια έγκειται στο γεγονός ότι οι οριακές γραμμές FN ως *First Order Stochastic Dominance περιορισμοί* δεν ικανοποιούν την ιδιότητα της κυρτότητας (*convexity*).

Έστω ότι οι απώλειες ανά ατύχημα στο σύστημα 1 για την πρώτη εταιρεία εκφράζονται από την τυχαία μεταβλητή X και αντίστοιχα για την δεύτερη εταιρεία από την τυχαία μεταβλητή Y. Το ρίσκο για κάθε εταιρεία είναι αποδεκτό επομένως τα X και Y υπερισχύουν το καθένα ξεχωριστά της οριακής γραμμής, δηλαδή

$$X \preccurlyeq_1 Z_{\mathrm{FN}} \; \kappa\alpha\iota \; Y \preccurlyeq_1 Z_{\mathrm{FN}}$$

όπου Z_{FN} η τυχαία μεταβλητή για σύστημα με καμπύλη FN που ταυτίζεται με την οριακή γραμμή.

Στο σύστημα 2 κάθε εταιρεία έχει διατηρήσει το μισό της αρχικό στόλο και έχει αγοράσει το μισό στόλο της άλλης εταιρείας, επομένως οι απώλειες ανά ατύχημα εκφράζονται για κάθε εταιρεία από τις τυχαίες μεταβλητές:

X' = 0,5 X + 0,5 Y και **Y' = 0,5 X + 0,5 Y**,

δηλαδή οι νέες μεταβλητές προκύπτουν ως κυρτός συνδυασμός των αρχικών, δηλαδή: $\boldsymbol{\lambda X} + (\mathbf{1} - \boldsymbol{\lambda})\boldsymbol{Y}$ με λ =0,5.

Αν οι *First Order Stochastic Dominance περιορισμοί* ήταν κυρτοί, τότε εφόσον τα X και Y ικανοποιούν τον αρχικό περιορισμό, τότε και ο κυρτός συνδυασμός τους θα έπρεπε να τον ικανοποιεί (δηλαδή $\lambda X + (1 - \lambda)Y \preccurlyeq_1 Z_{\mathrm{FN}}$) , όμως επειδή δεν ισχύει η κυρτότητα, υπάρχουν X και Y τέτοια ώστε να ικανοποιούν έναν αρχικό περιορισμό <u>αλλά ο κυρτός συνδυασμός τους όχι</u>, και το παραπάνω παράδειγμα είναι μια τέτοια περίπτωση.

Επίλυση των προβλημάτων ασυνέπειας των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου

Εισαγωγή

Η χρήση των οριακών γραμμών FN, όπως απεδείχθη στο προηγούμενο κεφάλαιο, οδηγεί σε ασυνεπείς επιλογές, γεγονός το οποίο δεν είναι αποδεκτό για διαδικασίες λήψης αποφάσεων στο επίπεδο διακυβερνητικών οργανισμών όπως ο IMO.

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τις μεθόδους για την επίλυση αυτού του ζητήματος οι οποίες συνίστανται στην αλλαγή χρήσης των κριτηρίων αποδοχής.

Η αλλαγή χρήσης των κριτηρίων αποδοχής αφορά αφενός τη διατήρηση των οριακών γραμμών FN και αφετέρου τη χρήση διαφορετικού κανόνα σύγκρισης του ρίσκου κάθε υπό εξέταση κατάστασης ως προς την οριακή γραμμή. Σημαντικό στοιχείο του νέου κανόνα σύγκρισης ως προς την οριακή γραμμή είναι το ότι δεν είναι υπολογιστικά κοστοβόρος και μπορεί να χρησιμοποιηθεί εύκολα σε διαδικασία απόφασης σε επίπεδο εποπτικού οργανισμού.

Κατηγορίες ασυνεπειών των οριακών γραμμών FN

Όπως υποδείχθηκε και από τα παραδείγματα από τη βιβλιογραφία, οι ασυνέπειες των οριακών γραμμών FN μπορούν να αναχθούν σε τρεις κατηγορίες:

- Απόρριψη εναλλακτικών με μικρότερη μέση τιμή συνεπειών σε σχέση με εναλλακτικές των οποίων οι καμπύλες FN εφάπτονται στο όριο
- Απόρριψη συστημάτων στα οποία έχει γίνει ανακατανομή του πληθυσμού στις εγκαταστάσεις/μεταφορικές μονάδες και τα οποία συστήματα αρχικά ήταν αποδεκτά
- Αδυναμία των οριακών γραμμών FN να περιορίσουν το ρίσκο όταν το πλήθος των εγκαταστάσεων/ μονάδων αυξάνεται

Θα αφιερώσουμε ένα κεφάλαιο στην επίλυση κάθε ενός από τα παραπάνω μειονεκτήματα των οριακών γραμμών FN.

Αλλαγή χρήσης των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου

Στο προηγούμενο κεφάλαιο δείξαμε ότι κύρια αιτία για την ασυνέπεια είναι το γεγονός ότι τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου αποτελούν *First Order Stochastic Constraints* ή ισοδύναμα *Chance Constraints* και επομένως δεν ικανοποιούν τη μαθηματική ιδιότητα της κυρτότητας. Η λύση του ζητήματος έγκειται στη χρήση ανώτερης τάξης περιορισμών οι οποίοι θα είναι κυρτοί.

Second Order Stochastic Dominance[17] *Constraints*

Η έννοια της *First Order Stochastic Dominance* συνδέεται με την προτίμηση μιας τυχαίας μεταβλητής X έναντι της Y από κάθε αποφασίζοντα με αύξουσα συνάρτηση χρησιμότητας, δηλαδή από κάθε αποφασίζοντα που προτιμάει το καλύτερο από το χειρότερο. Η *Second Order Stochastic Dominance (SOSD)* σχετίζεται με την επιλογή της X έναντι της Y από κάθε αποφασίζοντα με αύξουσα και κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας, δηλαδή από κάθε αποφασίζοντα που προτιμάει το καλύτερο από το χειρότερο και επιπλέον είναι ***risk averse***.

Η *Second Order Stochastic Dominance* ορίζεται ως$X \preccurlyeq_{2-cv} \Upsilon$, όπου ισχύει:

$$X \preccurlyeq_{2-cv} \Upsilon \Leftrightarrow \int_x^\infty \overline{F}_X(t)dt \leq \int_x^\infty \overline{F}_Y(t)dt \;\; \gamma\iota\alpha \; \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon \; x$$

όπου $\overline{F}_X$ και $\overline{F}_Y$ είναι οι *exceedance* συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας.

Στην περίπτωση των συστημάτων 1 και 2 με μέσες συχνότητες ατυχημάτων f_1και f_2και συνέπειες δεδομένου ενός ατυχήματος X και Υ, το 1 υπερισχύει του 2 κατά *Second Order Stochastic Dominance*, όταν ισχύει:

$$\int_x^{N_{max}} f_1 \times \overline{F}_X(t)dt \leq \int_x^{N_{max}} f_2 \times \overline{F}_Y(t)dt \;\; \gamma\iota\alpha \; \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon \; x$$

δηλαδή όταν το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη FN του συστήματος 1 είναι μικρότερο από το αντίστοιχο του 2 σε κάθε διάστημα $[x, N_{max}]$ για κάθε $x \in [0, N_{max}]$.

Αν θεωρήσουμε μία εναλλακτική Υ ως σημείο αναφοράς (*benchmark outcome*), τότε η απαίτηση κάθε αποδεκτή εναλλακτική X να είναι μικρότερη από την Υ κατά *SOSD*, $X \preccurlyeq_{2-cv} \Upsilon$, είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως **Second Order Stochastic Dominance Constraint**. Αυτό σημαίνει ότι κάθε X είναι αποδεκτό αν όλοι οι risk averse αποφασίζοντες προτιμούν το X από το Υ.

Αν θέσουμε ως σύστημα αναφοράς ένα σύστημα με καμπύλη FN που να εφάπτεται σε κάθε σημείο στην οριακή γραμμή FN, τότε θα μπορούσαμε να θέσουμε ως κριτήριο αποδοχής ρίσκου την απαίτηση κάθε εναλλακτική X να είναι μικρότερη από την οριακή γραμμή FN κατά *SOSD*. Θα αναπτύξουμε το πώς αυτή η θεώρηση θα συμβάλει στην επίλυση των ασυνεπειών των οριακών γραμμών FN σε κάθε μία από τις παραπάνω κατηγορίες.

---

[17] Χρησιμοποιείται ο όρος *Second Order Stochastic Dominance* αντί του όρου Increasing Concave Order, καθώς οι αντίστοιχοι περιορισμοί είναι γνωστοί στη βιβλιογραφία ως *Second Order Stochastic Dominance Constraints*

Μία εναλλακτική χρήση των οριακών γραμμών FN δεν είναι κάτι καινούργιο σαν ιδέα, όπως φαίνεται και από το παρακάτω απόσπασμα από το (31 σ. 227):

«One way of using a criterion line would be to require that for an installation to be acceptable its F-N curve should be everywhere below the criterion line. Alternatively, it might be sufficient that the F-N curve of the installation be below the criterion line in some integral sense, allowing it to be above the line locally provided it is sufficiently far below the line elsewhere.»

Βλέπουμε ότι σε αυτό το απόσπασμα υπάρχουν ψήγματα της έννοιας της σύγκρισης των εμβαδών των καμπύλων FN αλλά χωρίς να κατονομάζεται ένα συγκεκριμένο μοντέλο που να ενσωματώνει αυτήν την έννοια, ούτε και οι λόγοι που καθιστούν απαραίτητη μία εναλλακτική χρήση των οριακών γραμμών FN.

Επίλυση της 1ης κατηγορίας των ασυνεπειών των οριακών γραμμών FN με τη βοήθεια της Second Order Stochastic Dominance

Ξεκινάμε με την πρώτη κατηγορία ασυνεπειών των οριακών γραμμών FN, όπως έχουν υποδειχθεί από το παράδειγμα 1.

Αρχικά είναι απαραίτητο να προσδιορίσουμε την κατανομή Y των απωλειών ανά ατύχημα που ακολουθεί το, εφαπτόμενο στην οριακή γραμμή FN, σύστημα. Σε συμφωνία και με το (60) θεωρούμε ότι η Y ακολουθεί μια Pareto κατανομή τύπου I με την ακόλουθη συνάρτηση κατανομής exceedance probability:

$$P(Y > N) = 1 - F_Y(N) = \begin{cases} \dfrac{C^{\alpha}}{N^{\alpha}}, & C \le N \\ 1, & N < C \end{cases} \quad \acute{o}\pi o \upsilon\ \alpha > 0, C > 0$$

Όταν η exceedance probability απεικονίζεται σε λογαριθμικούς άξονες, αναπαριστά μια ευθεία, όπου ο όρος $\alpha > 1$ αντιπροσωπεύει το απόλυτο μέγεθος της αρνητικής κλίσης της και ο όρος C^{α} είναι το σημείο τομής με την κατακόρυφη $N = 1$ και είναι η τιμή της πιθανότητας για ατύχημα με πάνω από μία απώλειες.

Για τη σύγκριση κατά *SOSD* απαιτείται ο υπολογισμός του ολοκληρώματος της exceedance probability σε κάθε διάστημα $[N, N_{max}]$, $\mu\varepsilon$ $\mathbf{0} \le \boldsymbol{N} \le \boldsymbol{N_{max}}$:

$$\int_{N}^{N_{max}} [1 - F_Y(x)]\, dx = \begin{cases} \left[-\dfrac{C^{\alpha}}{(\alpha - 1)x^{\alpha-1}}\right]_{N}^{N_{max}}, & C < N \\ \left[-\dfrac{C^{\alpha}}{(\alpha - 1)x^{\alpha-1}}\right]_{C}^{N_{max}} + [x]_{N}^{C}, & N \le C \end{cases}, \qquad \boldsymbol{\gamma\iota\alpha\ \alpha} > 1$$

ή

$$\int_{N}^{N_{max}} [1 - F_Y(x)]\, dx = \begin{cases} -\dfrac{C^{\alpha}}{(\alpha - 1){N_{max}}^{\alpha-1}} - \left[-\dfrac{C^{\alpha}}{(\alpha - 1)x^{\alpha-1}}\right], & C < N \\ \left[-\dfrac{C^{\alpha}}{(\alpha - 1){N_{max}}^{\alpha-1}} + \dfrac{C^{\alpha}}{(\alpha - 1)C^{\alpha-1}}\right] + (C - N), & N \le C \end{cases},$$
$$\boldsymbol{\gamma\iota\alpha\ \alpha} > 1$$

και

$$\int_{N}^{N_{max}} [1 - F_Y(x)]\, dx = \begin{cases} [C \ln x]_{N}^{N_{max}}, & C < N \\ [C \ln x]_{C}^{N_{max}} + [x]_{N}^{C}, & N \le C \end{cases}, \qquad \boldsymbol{\gamma\iota\alpha\ \alpha = 1}$$

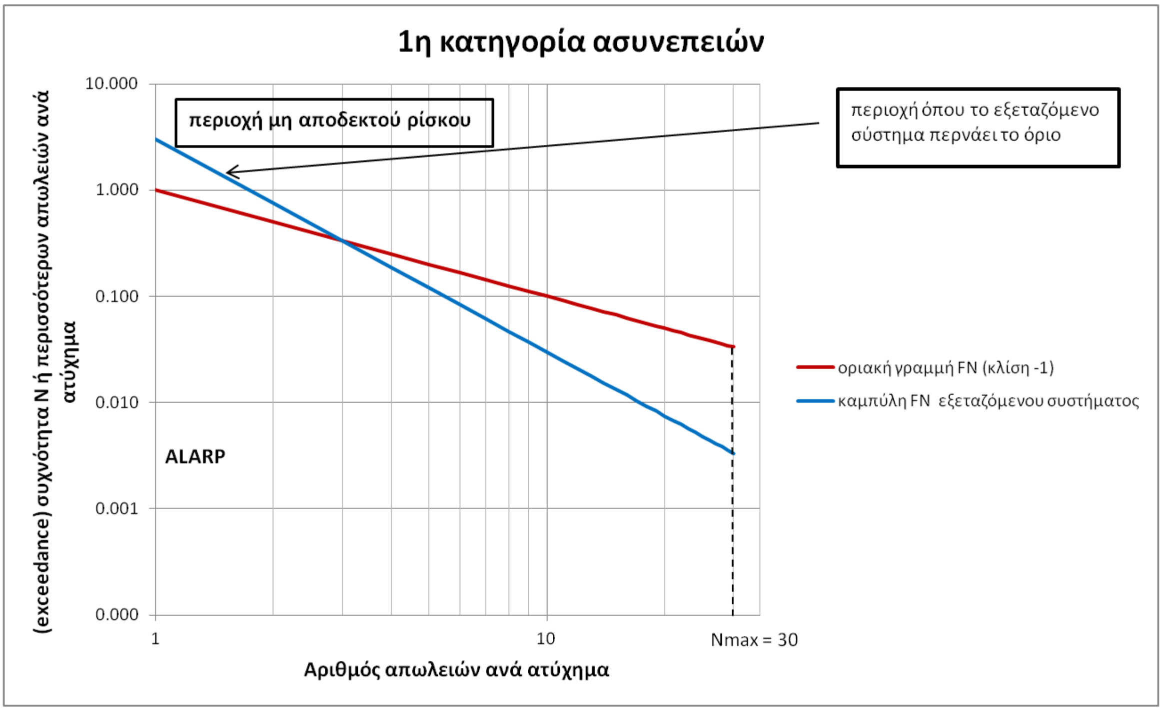
ή

$$\int_{N}^{N_{max}} [1 - F_Y(x)]\, dx = \begin{cases} C(\ln N_{max} - \ln N), & C < N \\ C(\ln N_{max} - \ln C) + (C - N), & N \leq C \end{cases}, \qquad \boldsymbol{\gamma\iota\alpha\ \alpha = 1}$$

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα από την 1η κατηγορία ασυνεπειών, στο οποίο θα δείξουμε τη χρησιμότητα της Second Order Stochastic Dominance ως εναλλακτική χρήση των οριακών γραμμών FN. Σε αυτό το παράδειγμα έχουμε ένα σύστημα του οποίου η καμπύλη FN είναι εφαπτόμενη στην οριακή γραμμή και ένα σύστημα το οποίο εξετάζεται ως προς την αποδοχή του κοινωνικού ρίσκου του και του οποίου η καμπύλη FN ξεπερνάει το όριο σε κάποια σημεία (και ως εκ τούτου είναι μη αποδεκτό με την ισχύουσα χρήση των οριακών γραμμών) αλλά η μέση τιμή των συνεπειών του είναι μικρότερη από του πρώτου συστήματος.

Η μέση τιμή των συνεπειών κάθε συστήματος υπολογίζεται από το εμβαδόν κάτω από την αντίστοιχη καμπύλη FN (23). Παρατηρούμε στο σχήμα ότι ενώ το εξεταζόμενο σύστημα έχει μικρότερη μέση τιμή από ότι ένα οριακά αποδεκτό σύστημα, ωστόσο δεν γίνεται αποδεκτό βάσει της ισχύουσας χρήσης των οριακών γραμμών ,επειδή ξεπερνάει το όριο σε κάποια περιοχή.

Θα δείξουμε ότι χρησιμοποιώντας τη Second Order Stochastic Dominance ως τρόπο χρήσης των οριακών γραμμών, ασυνέπειες όπως αυτή που περιγράφηκε παραπάνω επιλύονται.

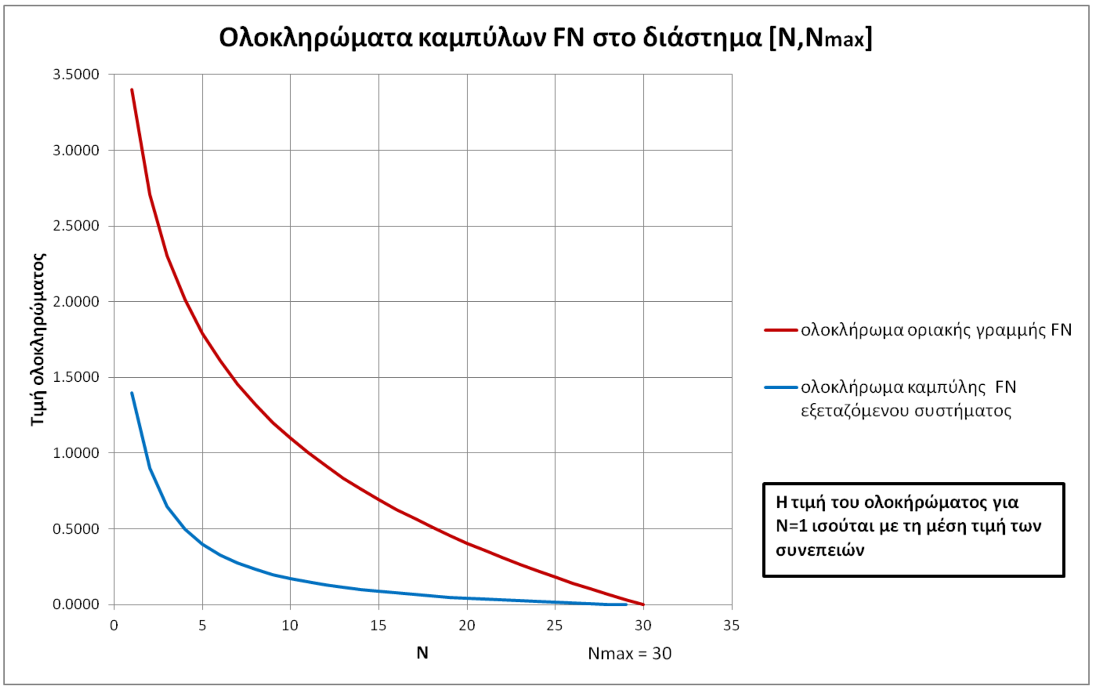


σχήμα 29- εξεταζόμενο σύστημα το οποίο είναι μη αποδεκτό, αν και έχει μικρότερη τιμή συνεπειών από το οριακό σύστημα

Υποθέτουμε, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ότι η κλίση της οριακής γραμμής FN σε λογαριθμικούς άξονες είναι -1 (κάτι το οποίο αντιστοιχεί σε τιμή της παραμέτρου $\alpha = 1$). Το σημείο αγκύρωσής της (σημείο τομής με την κατακόρυφη $N = 1$) είναι το 1 (που αντιστοιχεί σε τιμή $C^a = 1$ ή $C = 1$).

Για την καμπύλη FN του εξεταζόμενου συστήματος υποθέτουμε επίσης ότι έχει τη μορφή μίας κατανομής Pareto, όμως με κλίση -2 (τιμή της παραμέτρου $\alpha = 2$) και σημείο αγκύρωσης το 3.

Ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων $\int_N^{N_{max}} \overline{F}(t)dt = \int_N^{N_{max}} 1 - F(t)dt$ για κάθε τιμή $N \in [0, N_{max}]$ υπολογίζεται από τις σχέσεις που αναφέραμε προηγουμένως και οι τιμές των ολοκληρωμάτων παρουσιάζονται στο ακόλουθο σχήμα.



σχήμα 30- εφαρμογή του κανόνα σύγκρισης της *Second Order Stochastic Dominance* για την οριακή γραμμή και το εξεταζόμενο σύστημα

Αν το ολοκλήρωμα της καμπύλης FN του εξεταζόμενου συστήματος είναι μικρότερο από το ολοκλήρωμα της οριακής γραμμής FN σε κάθε διάστημα $[N, N_{max}]$, τότε η καμπύλη FN του εξεταζόμενου συστήματος είναι μικρότερη από την οριακή γραμμή κατά *Second Order Stochastic Dominance*, δηλαδή κάθε risk-averse αποφασίζοντας προτιμάει από άποψη συνεπειών το εξεταζόμενο σύστημα από ένα σύστημα του οποίου η καμπύλη FN εφάπτεται σε κάθε σημείο στην οριακή γραμμή. Όπως παρατηρούμε στο παραπάνω σχήμα ισχύει ότι το εξεταζόμενο σύστημα είναι μικρότερο από την οριακή γραμμή FN κατά *Second Order Stochastic Dominance*.

Ερμηνεία της χρήσης της Second Order Stochastic Dominance ως τρόπου χρήσης των οριακών γραμμών FN όσον αφορά την 1η κατηγορία ασυνεπειών

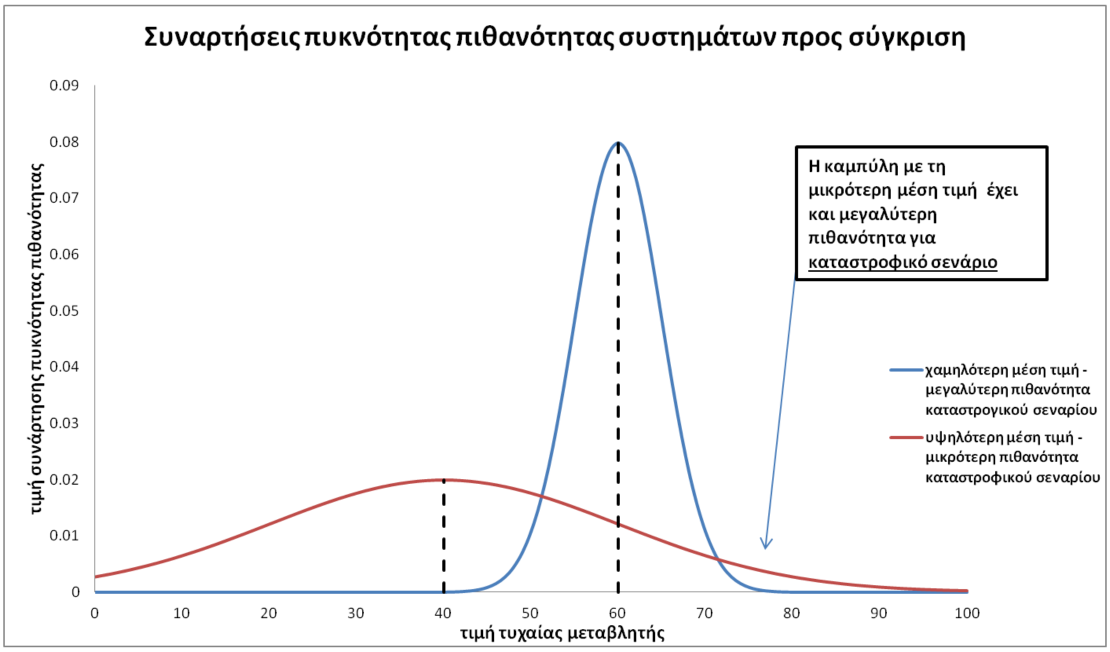
Όπως δείξαμε σε προηγούμενο σημείο, η αποδοχή ενός συστήματος ως προς το κοινωνικό ρίσκο του ισοδυναμεί με σύγκριση της καμπύλης FN του συστήματος με την οριακή γραμμή FN σύμφωνα με τη *First Order Stochastic Dominance*.

Όταν μία καμπύλη FN είναι μικρότερη κατά *First Order Stochastic Dominance* από την οριακή γραμμή σημαίνει ότι όλοι οι αποφασίζοντες, που προτιμάνε το καλύτερο από το χειρότερο, θα επιλέξουν την καμπύλη FN έναντι της οριακής γραμμής. Το σύνολο όλων των αποφασιζόντων περιλαμβάνει και τους *risk-averse* αποφασίζοντες, οι οποίοι δίνουν μεγαλύτερο βάρος στη μείωση των σπάνιων και καταστροφικών ατυχημάτων (και των οποίων όπως δείξαμε η συνάρτηση χρησιμότητας είναι κοίλη), όπως επίσης και τους αποφασίζοντες με κυρτή συνάρτηση χρησιμότητας, οι οποίοι δίνουν μεγαλύτερο βάρος στη μείωση των πιο συχνών και σχετικά μικρότερων ατυχημάτων.

Για να ικανοποιεί ένα σύστημα τις προτιμήσεις όλων αυτών των αποφασιζόντων θα πρέπει να είναι ικανοποιεί ταυτόχρονα τις απαιτήσεις όλων των αποφασιζόντων σχετικά με τις κατηγορίες των ατυχημάτων (σπάνια και καταστροφικά- συχνά και μικρότερα). Επομένως είναι λιγότερα τα συστήματα που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις απαιτήσεις όλων των αποφασιζόντων από ότι ένα σύστημα που ικανοποιεί τις απαιτήσεις μίας μικρότερης ομάδας, όπως οι *risk-averse* αποφασίζοντες.

Όπως αναφέραμε στο κεφάλαιο των Stochastic Orders, για μία δεδομένη οριακή γραμμή FN, το σύνολο των συστημάτων που είναι μικρότερα κατά *First Order Stochastic Dominance* από την οριακή γραμμή είναι μικρότερο σε πλήθος από το σύνολο των συστημάτων που είναι μικρότερα κατά *Second Order Stochastic Dominance* από την οριακή γραμμή, δηλαδή υπάρχουν περισσότερα συστήματα που ικανοποιούν τις προτιμήσεις των *risk-averse* αποφασιζόντων από ότι συστήματα που ικανοποιούν τις προτιμήσεις όλων των αποφασιζόντων ταυτόχρονα.

Συστήματα όπως αυτό που απεικονίζεται στα προηγούμενα σχήματα έχουν μειωμένες συχνότητες καταστροφικών ατυχημάτων αλλά οι αντίστοιχες συχνότητες για τα πιο μικρά ατυχήματα περνάνε το όριο. Όμως η συνολική μέση τιμή των συνεπειών είναι **μικρότερη** από τη μέση τιμή μίας καμπύλης FN που είναι οριακά αποδεκτή και εφάπτεται σε κάθε σημείο στο όριο. Αυτό φαίνεται επίσης παραστατικά στο ακόλουθο σχήμα που παρουσιάζει μία παρόμοια κατάσταση όπως απεικονίζεται από τις **συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας** δύο συστημάτων.



σχήμα 31- συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας συστημάτων με διαφορετικά χαρακτηριστικά ως προς την πιθανότητα των καταστροφικών ατυχημάτων και τη μέση τιμή

Αν θεωρήσουμε ότι η κοινωνία, μέσω των εποπτικών οργανισμών εκφράζει μία πιο *risk-averse* στάση (113), (110), τότε θα μπορούσε να αποδεχτεί συστήματα, όπως αυτό στο σχήμα 29, το οποίο παρόλο που ξεπερνάει το όριο σε μία περιοχή, έχει μικρότερη συχνότητα καταστροφικών ατυχημάτων και μικρότερη συνολική μέση τιμή συνεπειών.

Η *Second Order Stochastic Dominance* παρέχει έναν συστηματικό τρόπο για τη στάθμιση μεταξύ σπάνιων, καταστροφικών ατυχημάτων και συχνών αλλά μικρότερων ατυχημάτων με έμφαση στη μείωση των τρόπων.

Το ποιες είναι οι προτιμήσεις σχετικά με αυτές τις κατηγορίες ατυχημάτων είναι θέμα που πρέπει να διερευνηθεί περαιτέρω και δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι δεοντολογικά είναι καλύτερο για την κοινωνία να δώσει βάρος στη μείωση ατυχημάτων με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά.

Στην παρούσα διπλωματική παρουσιάζουμε και αναπτύσσουμε τις μεθοδολογίες που είναι σύμφωνες με κάθε κατηγορία προτιμήσεων, χωρίς να λαμβάνουμε θέση για το ποιες προτιμήσεις είναι σωστές. Για παράδειγμα, αν οι αποφασίζοντες προτιμούσαν τη μείωση των συχνών αλλά και μικρότερων ατυχημάτων έναντι των σπάνιων και καταστροφικών, ο καταλληλότερος τρόπος σύγκρισης θα ήταν η *Increasing Convex Order* αντί για τη *Second Order Stochastic Dominance* (*Increasing Concave Order*).

Επίλυση της 2ης κατηγορίας των ασυνεπειών των οριακών γραμμών FN με τη βοήθεια της Second Order Stochastic Dominance – Αποδοχή ρίσκου ανακατανομής μεταφορικού έργου

Στο παράδειγμα 2 είδαμε ότι, όταν κατανείμουμε με διαφορετικό τρόπο τις μεταφορικές μονάδες (εν προκειμένω αεροπλάνα) ανάμεσα σε δύο στόλους, τότε το ρίσκο κάθε στόλου από εκεί όπου ήταν αποδεκτό, στη συνέχεια γίνεται μη αποδεκτό ως προς την ίδια οριακή γραμμή FN λόγω της ανακατανομής.

Η περίπτωση αυτή ανήκει στη 2η κατηγορία ασυνεπειών των οριακών γραμμών FN, όπου όταν, γενικά, ανακατανέμουμε έναν σταθερό πληθυσμό σε διάφορες μεταφορικές μονάδες/εγκαταστάσεις, ενώ η αρχική κατανομή ήταν αποδεκτή, η τελική δεν είναι (βλ. επίσης (23 σ. 12).

Θα αποδείξουμε ότι, στην περίπτωση που οι οριακές γραμμές FN εφαρμόζονται σε **σύνολα** μεταφορικών μονάδων, όταν ένα **σταθερό μεταφορικό έργο** (π.χ. επιβάτες/έτος) ανακατανέμεται ανάμεσα στα σύνολα, εάν η αρχική κατανομή είναι αποδεκτή (δηλαδή το κοινωνικό ρίσκο κάθε συνόλου είναι αποδεκτό βάσει της οριακής γραμμής), τότε και η τελική κατανομή θα είναι αποδεκτή.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειώσουμε ότι αν και μέχρι τώρα στη ναυτιλία οι οριακές γραμμές FN εφαρμόζονται σε συνέπειες που προκύπτουν από μία μεταφορική μονάδα (το πλοίο) (11), (13), (17), σε άλλους μεταφορικούς τομείς οι οριακές γραμμές FN εφαρμόζονται στις συνέπειες που προκύπτουν από το σύνολο της δραστηριότητας, π.χ. στις οδικές και αεροπορικές μεταφορές (βλ. σχήματα στα (32 σ. 1885) (136 σ. 230), (144).

Διατύπωση του παραδείγματος 2 ως ανακατανομή μεταφορικού έργου ανάμεσα σε δύο στόλους επιβατικών μέσων

Στη συνέχεια θα διατυπώσουμε με έναν ελάχιστα διαφορετικό τρόπο το παράδειγμα 2 που αναφέρεται στην παρούσα διπλωματική, ώστε να δείξουμε ότι πρόκειται ουσιαστικά για ένα πρόβλημα κατανομής πόρων.

Οι υποθέσεις που γίνονται παρακάτω συμφωνούν με την αρχική διατύπωση του παραδείγματος, όπως παρουσιάστηκε στο (40). Θεωρούμε πως σε μία επιβατική αεροπορική αγορά το απαιτούμενο μεταφορικό έργο είναι **2.000.000** επιβάτες/έτος[18]. Κάνουμε την υπόθεση ότι ο αριθμός των πτήσεων κάθε αεροπλάνου είναι σταθερός και ίσος με **2.500** πτήσεις/έτος. Σε αυτήν την αγορά δραστηριοποιείται εταιρεία με δύο στόλους αεροπλάνων: ο ένας αποτελείται από

[18] Το μεταφορικό έργο εκφράζεται εδώ σε όρους επιβατών/έτος και όχι σε (επιβάτες × km)/έτος όπως σε άλλες εφαρμογές, γιατί η διανυόμενη απόσταση δεν παίζει ρόλο στο παράδειγμα

αεροπλάνα χωρητικότητας **100** επιβατών έκαστο και ο δεύτερος από αεροπλάνα χωρητικότητας **10** επιβατών.

Η εταιρεία μπορεί να κατανείμει το μεταφορικό έργο σε κάθε στόλο, έτσι ώστε όλα τα αεροπλάνα να ταξιδεύουν πλήρη σε κάθε πτήση. Παραδείγματος χάρη μπορεί να μοιράσει το έργο ισομερώς, οπότε σε κάθε στόλο να αντιστοιχεί 1.000.000 επιβάτες/έτος. Κάθε αεροπλάνο εκτελεί 2.500 πτήσεις/έτος, οπότε (αν υποθέσουμε ότι τα αεροπλάνα κάθε στόλου ταξιδεύουν ταυτόχρονα) το σύνολο του ενός στόλου μεταφέρει σε κάθε πτήση $1.000.000/2.500 = 400$ επιβάτες. Στο στόλο των μεγάλης χωρητικότητας αεροπλάνων απαιτούνται n_1 αεροπλάνα με

$$n_1 = \frac{400}{100} = 4\ \alpha\varepsilon\rho o\pi\lambda\acute{\alpha}\nu\alpha$$

ενώ στο στόλο των μικρότερης χωρητικότητας αεροπλάνων απαιτούνται n_2 αεροπλάνα με

$$n_2 = \frac{400}{10} = 40\ \alpha\varepsilon\rho o\pi\lambda\acute{\alpha}\nu\alpha$$

Η εταιρεία έχει τη δυνατότητα να μεταβάλλει το μέγεθος κάθε στόλου ανάλογα με το ποσοστό της κατανομής (50%-50%, 40%-60%, 30%-70% κλπ.), ώστε όπως αναφέραμε και προηγουμένως τα αεροπλάνα να ταξιδεύουν πλήρη. Λόγω του ότι η χωρητικότητα κάθε τύπου αεροπλάνου είναι σταθερή, το ποσοστό ($\Pi[\%]\ \kappa\alpha\iota\ 1 - \Pi[\%]$ για κάθε στόλο αντίστοιχα) της κατανομής μπορεί να λάβει ορισμένες τιμές και συγκεκριμένα τέτοιες ώστε ο αριθμός $2.000.000\ \times \Pi/2.500$ να είναι ακέραιος. Επομένως το ποσοστό Π της κατανομής μεταφορικού καθορίζει και το πλήθος $n_\kappa, \kappa = 1{,}2$, των αεροπλάνων κάθε στόλου.

Θεωρούμε τις εξής κατανομές μεταφορικού έργου:

- κατανομή όλου του μεταφορικού έργου στο στόλο των μεγάλων αεροπλάνων
- κατανομή όλου του μεταφορικού έργου στο στόλο των μικρών αεροπλάνων
- ισομερή κατανομή στους δύο στόλους

Οι δύο πρώτες κατανομές αντιστοιχούν στους τελικούς στόλους των δύο εταιρειών του αρχικού παραδείγματος 2 μετά από την ανταλλαγή των δύο επιβατικών αγορών, ενώ η τρίτη κατανομή στον αρχικό στόλο των δύο εταιρειών πριν την ανταλλαγή των δύο επιβατικών αγορών, με τη διαφορά ότι στην παρούσα περίπτωση δεν έχουμε δύο εταιρείες που ανταλλάσσουν στόλους διαφορετικών τύπων αεροπλάνων, που εκτελούν όμως το ίδιο μεταφορικό έργο, αλλά μία εταιρεία που κατανέμει το έργο ανάμεσα στους δύο στόλους και μεταβάλλει ανάλογα το πλήθος των αεροπλάνων κάθε στόλου.

Είναι προφανές ότι εάν X_1 και X_2 είναι οι τυχαίες μεταβλητές των απωλειών που προκύπτουν από τις δύο πρώτες κατανομές, τότε η τυχαία μεταβλητή X_Π των απωλειών που προκύπτουν από οποιαδήποτε ποσοστό κατανομής Π είναι:

$$X_\Pi = \Pi X_1 + (1 - \Pi) X_2$$

Οι τυχαίες μεταβλητές X_1 και X_2 θα ονομάζονται και *εξειδικευμένες* κατανομές επειδή προκύπτουν για τα ποσοστά κατανομής $\Pi = 1$ και $\Pi = 0$ αντίστοιχα, που αντιπροσωπεύουν τις καταστάσεις όπου το σύνολο του μεταφορικού έργου πραγματοποιείται μόνο από τον έναν από τους δύο στόλους.

Η παρούσα διατύπωση δεν αλλάζει τον χαρακτήρα του παραδείγματος και επιπλέον αποτελεί μια γενίκευση του προβλήματος, καθώς επιτρέπει τη θεώρηση και άλλων κατανομών μεταφορικού έργου (πέραν της ισομερούς που εξετάστηκε στο αρχικό παράδειγμα) ως προς την εξέταση της αποδοχής του ρίσκου τους.

Μαθηματική απόδειξη της συνέπειας των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου βάσει της Second Order Stochastic Dominance

Στο σημείο αυτό θα παραθέσουμε μια πιο τεχνική απόδειξη της συνέπειας των οριακών γραμμών FN (όταν χρησιμοποιούνται βάσει της Second Order Stochastic Dominance-SOSD), η οποία αναπτύχθηκε *στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής*.

Θα βασισθούμε στα θεωρήματα[19] 5 και 8 που αποδείχτηκαν στο (145), για να αποδείξουμε ότι αν οι εξειδικευμένες κατανομές ικανοποιούν τα κριτήρια της ίδιας οριακής γραμμής FN, τότε και οποιαδήποτε κατανομή Π θα ικανοποιεί την ίδια οριακή γραμμή.

Συμβολισμοί (notation)

Θεωρούμε τις τυχαίες μεταβλητές A και B (οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις εξειδικευμένες κατανομές) και την τυχαία μεταβλητή FN, η οποία είναι ανεξάρτητη και από τις δύο μεταβλητές A και B. Η τυχαία μεταβλητή FN αντιπροσωπεύει στόλο με συνάρτηση κατανομής *exceedance* πιθανότητας , η οποία εφάπτεται σε κάθε σημείο στην οριακή γραμμή FN. Θεωρούμε επίσης τον πραγματικό αριθμό $\Pi \; με \; 0 < \Pi < 1$, ο οποίος εκφράζει το ποσοστό κατανομής μεταφορικού έργου ανάμεσα στους δύο στόλους.

[19] Έχει διατηρηθεί η αρίθμηση από την πηγή (145)

Απόδειξη

Παραθέτουμε το θεώρημα 5 (145 σ. 296):

Έστω ότι οι X και Y δηλώνουν δύο τυχαίες μεταβλητές με συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας F και G αντίστοιχα και ας υποθέσουμε ότι η τυχαία μεταβλητή W είναι ανεξάρτητη και από τις δύο μεταβλητές X και Y. Έστω ότι οι συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών

$$aX + bW \; \kappa\alpha\iota \; aY + bW$$

είναι $\hat{F}$ και $\hat{G}$ αντίστοιχα, όπου $a > 0$ και $b \geq 0$. Τότε ισχύει το επόμενο:

Αν η G υπερισχύει της F κατά SOSD ($\boldsymbol{Y} \preccurlyeq_{\boldsymbol{2-CV}} \boldsymbol{X}$), τότε και η $\hat{G}$ υπερισχύει της $\hat{F}$ κατά SOSD:

$$(\boldsymbol{aY} + \boldsymbol{bW}) \preccurlyeq_{\boldsymbol{2-CV}} (\boldsymbol{aX} + \boldsymbol{bW})$$

Όπως έχουμε δείξει για το εύρος των τιμών των τυχαίων μεταβλητών στις εφαρμογές στο χώρο της ασφάλειας, το παραπάνω θεώρημα ισχύει και για τις exceedance κατανομές πιθανότητας.

Οι τυχαίες μεταβλητές A, B και FN ικανοποιούν τις προϋποθέσεις του θεωρήματος 5 για $\Pi \; \mu\varepsilon \; 0 < \Pi < 1$. Επιπλέον θεωρούμε ότι

$$A \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} FN \; \kappa\alpha\iota \; B \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} FN$$

δηλαδή οι A και B ικανοποιούν τις απαιτήσεις της οριακής γραμμής κατά ***SOSD***.

Σύμφωνα με το θεώρημα 5 έχουμε:

$$A \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} FN \xRightarrow{\theta\varepsilon\acute{\omega}\rho\eta\mu\alpha\ 5} \Pi A \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} \Pi FN$$
$$\Rightarrow \Pi A + (1-\Pi)B \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} \Pi FN + (1-\Pi)B$$

ή $\boxed{\Pi\, A + (1-\Pi)B \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} \; \Pi\, FN + (1-\Pi)B}$ σχέση (1)

Έστω FN' τυχαία μεταβλητή, η οποία είναι ισόνομη (identical) και συγχρόνως ανεξάρτητη με την FN. Από τον ορισμό της SOSD έχουμε ότι

$$B \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} FN \Rightarrow B \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} FN'$$

Οι τυχαίες μεταβλητές B, FN και FN' ικανοποιούν τις προϋποθέσεις του θεωρήματος 5 για $\Pi \; \mu\varepsilon \; 0 < \Pi < 1$, οπότε ισχύει:

$$B \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} FN' \xRightarrow{\theta\varepsilon\acute{\omega}\rho\eta\mu\alpha\ 5} (1-\Pi)B \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} \; (1-\Pi)FN' \Rightarrow$$

$$\boxed{(1-\Pi)B + \Pi\, FN \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} \; (1-\Pi)FN' + \Pi\, FN} \; \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ (2)$$

Λόγω της μεταβατικής ιδιότητας (*transitivity*) της σχέσης $\preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}}$ που προκύπτει από τον ορισμό της SOSD, προκύπτει από τις σχέσεις (1) και (2):

$$\boxed{\Pi\ A + (1-\Pi)B \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}}\ (1-\Pi)FN' + \Pi\ FN}\ \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ (3)$$

Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα 8 από το (145 σ. 300), το παρατίθεται παρακάτω:

Αν X_1 και X_2 είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, τότε ένα χαρτοφυλάκιο ορίζεται ως η τυχαία μεταβλητή $kX_1 + (1-k)X_2$, όπου k είναι πραγματικός αριθμός με $0 \leq k \leq 1$. Δεδομένου των X_1 και X_2, η παράμετρος k παράγει μια οικογένεια χαρτοφυλακίων. Ένα μέλος αυτής της οικογένειας συμβολίζεται με $P(k)$ αν και μόνο αν $0 < k < 1$, ενώ τα $P(0)$ και $P(1)$ αναφέρονται ως εξειδικευμένα χαρτοφυλάκια.

Αν $P(k)$ είναι μέλος μιας οικογένειας χαρτοφυλακίων που αποτελούνται από μείγματα δύο ανεξάρτητων και ισόνομων (identical) τυχαίων μεταβλητών, τότε το $P(k)$ υπερισχύει κατά <u>SOSD</u> τόσο του $P(0)$ όσο και του $P(1)$ για $0 < k < 1$.

Δηλαδή ισχύει:

$$kX_1 + (1-k)X_2 \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}}\ X_1\ \kappa\alpha\iota\ kX_1 + (1-k)X_2 \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}}\ X_2, \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ k \in (0{,}1)$$

Οι τυχαίες μεταβλητές FN και FN’ ικανοποιούν τις προϋποθέσεις του θεωρήματος 8 για Π *με* $0 < \Pi < 1$, οπότε έχουμε:

$$\boxed{(1-\Pi)FN' + \Pi FN\ \preccurlyeq_{2-\mathrm{CV}} FN}\ \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ (4)$$

Λόγω της μεταβατικής ιδιότητας της SOSD, από τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε:

$$\boxed{\boldsymbol{\Pi\ A + (1-\Pi)B \preccurlyeq_{2-CV}\ FN}}$$

Αποδείξαμε επομένως ότι:

Αν οι στόλοι (ή σύνολα μεταφορικών μονάδων) A και B ικανοποιούν τις απαιτήσεις μιας οριακής γραμμής FN κατά SOSD, τότε και <u>οποιαδήποτε</u> κατανομή μεταφορικού έργου ανάμεσά τους, ικανοποιεί την απαίτηση της ίδιας οριακής γραμμής (SOSD).

Στο παράδειγμα 2 οι αρχικοί στόλοι των δύο εταιρειών, πριν την ανταλλαγή των επιβατικών αγορών, μπορούν να θεωρηθούν ως οι εξειδικευμένες κατανομές από τις οποίες προκύπτουν με ανακατανομή του μεταφορικού έργου οι στόλοι μετά από την ανταλλαγή των αγορών, δηλαδή οι τελικοί στόλοι μπορούν να θεωρηθούν ως χαρτοφυλάκια των αρχικών στόλων με $\Pi = 0{,}5$. Το αρχικό παράδειγμα υποδείκνυε την εξής ασυνέπειας: ότι ενώ οι αρχικοί στόλοι ήταν αποδεκτοί σύμφωνα με την οριακή γραμμή FN (βάσει του ισχύοντα τρόπου χρήση της) και συγχρόνως το μεταφορικό έργο και ο εξυπηρετούμενος πληθυσμός παρέμεναν σταθερά, οι τελικοί στόλοι (*τα χαρτοφυλάκια των αρχικών*) ήταν μη αποδεκτά.

Η παραπάνω απόδειξη δείχνει ότι αυτή η ασυνέπεια επιλύεται αν τα κριτήρια αποδοχής ρίσκου χρησιμοποιηθούν κατά SOSD.

Επίλυση της 3ης κατηγορίας ασυνεπειών των οριακών γραμμών FN

Στο παράδειγμα 3 υποδείχθηκε το γεγονός ότι όταν ένα κριτήριο αποδοχής ρίσκου ορίζεται σε επίπεδο εγκατάστασης ή μονάδας, τότε αύξηση του αριθμού των εγκαταστάσεων, κάθε μία από τις οποίες είναι αποδεκτή σύμφωνα με το «τοπικό» όριο αποδοχής ρίσκου, μπορεί να οδηγήσει σε μη αποδεκτό επίπεδο ρίσκου σε εθνικό επίπεδο (60) (23 p. 12) ή στο επίπεδο του συνολικού συστήματος (π.χ. παγκόσμιος εμπορικός στόλος πλοίων).

Παρόμοιο πρόβλημα υπάρχει και κατά την ανάλυση των ακολουθιών των γεγονότων (*hazardous event sequences*) και των σεναρίων (*hazard scenarios*) που οδηγούν σε ατύχημα σε μία εγκατάσταση. Η συνήθης πρακτική είναι να τίθενται όρια αποδοχής ρίσκου σε κάθε μία ακολουθία ή σενάριο. Τα όρια αυτά προκύπτουν από την κατανομή του συνολικού ορίου αποδοχής ρίσκου για την εγκατάσταση σε κάθε ακολουθία και σενάριο (146). Όμως όπως αναφέρεται στο (147) είναι δυνατό μία μη αποδεκτή ακολουθία να χωριστεί σε υπο-ακολουθίες κάθε μία από τις οποίες να είναι αποδεκτή.

Κατανομή των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου σε επίπεδο εγκατάστασης- εξέταση των υπαρχουσών λύσεων

Στη βιβλιογραφία η μόνη λύση που δίνεται είναι η εξής, όπως παρουσιάζεται στα (60) και (148):

Θεωρούμε την οριακή γραμμή FN που δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$1 - F(N_i) \leq \frac{C_i}{{N_i}^2} \text{ για } N_i \geq 10$$

Η σχέση αυτή για $C_i = 10^{-3}$ αντιστοιχεί στο επιτρεπόμενο ρίσκο για σταθμούς LPG , όπως ορίζεται από το ολλανδικό υπουργείο στέγασης, χωροταξίας και περιβάλλοντος (60).

Υποθέτοντας την ακόλουθη κατανομή Bernoulli για τον αριθμό των απωλειών N_i σε περίπτωση ατυχήματος στην εγκατάσταση ***i*** :

$$N_i = \begin{cases} 0, & Pr\{N_i = 0\} = 1 - p \\ N, & Pr\{N_i = N\} = \quad p \end{cases}$$

Η απαίτηση για την πιθανότητα ***p*** ατυχήματος (σύμφωνα με την ισχύουσα χρήση των οριακών γραμμών) είναι:

$$p \leq \frac{C_i}{N^2}$$

όπως φαίνεται και από το παρακάτω σχήμα:

σχήμα 32- Αποδεκτό ρίσκο μίας μόνο εγκατάστασης

Στη συνέχεια οι συγγραφείς θεωρούν ότι από αυτήν την σχέση προκύπτουν οι:

$$E(N_i) \leq \frac{C_i}{N} \; \kappa\alpha\iota \; \sigma(N_i) \leq \sqrt{C_i}$$

Το επόμενο βήμα που περιγράφεται είναι η θέσπιση ενός ορίου αποδοχής ρίσκου σε εθνικό επίπεδο. Το κριτήριο ρίσκου που επιλέγουν οι συγγραφείς είναι να θέσουν τον ακόλουθο περιορισμό στο μέτρο ρίσκου του $Total\ Risk = E(N_{total}) + k\ \sigma(N_{total})$ (όπου N_{total} ο αριθμός των απωλειών από το σύνολο των εγκαταστάσεων σε εθνικό επίπεδο και *k* παράμετρος αποστροφής προς το ρίσκο):

$$E(N_{total}) + k\ \sigma(N_{total}) \leq \beta_i \times 100$$

Η παράμετρος *β* αναπαριστά τον βαθμό εθελούσιας ανάληψης του ρίσκου και ο παράγοντας *100* προκύπτει από στατιστικά στοιχεία ατυχημάτων στην Ολλανδία, τα οποία θεωρείται ότι αντιπροσωπεύουν την αποδοχή του ρίσκου από το κοινό.

Στη συνέχεια συνδέουν τα $E[N_i]$, $\sigma[N_i]$ με τα $E[N_{total}]$, $\sigma[N_{total}]$ μέσω των τύπων για τη μέση τιμή και τη διακύμανση της διωνυμικής, η οποία είναι η κατανομή του συνόλου των εγκαταστάσεων, καθώς το άθροισμα των κατανομών Bernoulli των εγκαταστάσεων ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή:

$$E[N_{total}] = n \times E[N_i] = npN$$

$$\kappa\alpha\iota\ \ \sigma^2[N_{total}] = n \times \sigma^2[N_i] = n \times p(1-p)N^2$$

όπου ***n*** ο αριθμός των ανεξάρτητων εγκαταστάσεων.

Αν οι σχέσεις $E(N_i) \leq \frac{C_i}{N_i}$ $\kappa\alpha\iota\ \sigma(N_i) \leq \sqrt{C_i}$ αντικατασταθούν στην σχέση για το *total risk* προκύπτει για την παράμετρο C_i της οριακής γραμμής FN σε επίπεδο εγκατάστασης:

$$C_i = \left[\frac{-k\sqrt{n} + \sqrt{k^2 n + 4(n/N\,)\beta_i \times 100}}{2n/N}\right]^2$$

όπου ***n*** ο αριθμός των εγκαταστάσεων σε εθνικό επίπεδο.

Αν η μέση τιμή $E(N_i)$ είναι αρκετά μικρότερη από τη διακύμανση $\sigma(N_i)$, τότε προκύπτει:

$$C_i = \left[\frac{-\beta_i \times 100}{k\sqrt{n}}\right]^2$$

Σύμφωνα με τους συγγραφείς, αν υποτεθεί ότι ο αριθμός των απωλειών ακολουθεί εκθετική κατανομή, τότε το αποτέλεσμα είναι παρόμοιο.

Συνοπτικά μπορούμε να πούμε ότι η παραπάνω διαδικασία ξεκινάει με την απαίτηση $E(N_{total}) + k\ \sigma(N_{total}) \leq \beta_i \times 100$ σε εθνικό επίπεδο και καταλήγει σε ένα κριτήριο αποδοχής ρίσκου <u>σε επίπεδο εγκατάστασης</u> στη μορφή οριακής γραμμής FN με εξίσωση: $1 - F(N_i) \leq \frac{C_i}{{N_i}^2}$ με C_i που υπολογίζεται από την παραπάνω σχέση και το οποίο είναι αντιστρόφως ανάλογο προς τον αριθμό ***n*** των εγκαταστάσεων.

Κριτική εξέταση του μέτρου του *total risk*

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την προέλευση του μέτρου $E(N_{total}) + k\ \sigma(N_{total})$, για την οποία δεν δίνονται περισσότερες πληροφορίες από τους συγγραφείς και θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τα χαρακτηριστικά και την καταλληλότητα του για το συγκεκριμένο πλαίσιο απόφασης.

Το μέτρο του ***total risk:*** $E(N_{total}) + k\ \sigma(N_{total})$, όπως ονομάζεται από τους συγγραφείς αντιστοιχεί σε μία γενικότερη κατηγορία μοντέλων απόφασης˙ τα *risk-value models*. Ο πυλώνας τους είναι ότι θεωρούν πως μία τυχαία μεταβλητή έχει δύο κύρια χαρακτηριστικά: το ρίσκο (*risk*) που είναι το γνώρισμα της κατανομής που είναι ανεπιθύμητο για τον αποφασίζοντα και την αξία (*value*) που είναι το γνώρισμα που καθιστά την κατανομή προτιμητέα. Ένα από τα πιο γνωστά μοντέλα της κατηγορίας είναι το *mean-variance* μοντέλο του Markowitz που χρησιμοποιείται στη θεωρία χαρτοφυλακίου (138).

Σύμφωνα με το *mean-variance* μοντέλο, το ρίσκο μιας εναλλακτικής αντιπροσωπεύεται από τη διασπορά (*variance*) σ^2 της κατανομής, ενώ η αξία από τη μέση τιμή Ε. Τότε η εναλλακτική $\overline{x}$ επιλέγεται σύμφωνα με τον ακόλουθο κανόνα απόφασης:

$$\min_{\overline{x}\in S}\{\sigma^2[X(\overline{x})] \mid E[X(\overline{x})] \geq r_0\}$$

όπου το διάνυσμα της απόφασης $\overline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ μπορεί π.χ. να αφορά τα ποσοστά x_i τοποθέτησης ενός κεφαλαίου σε έναν αριθμό ***n*** επενδύσεων ή την κατανομή του συνολικού βάρους μιας κατασκευής σε επιμέρους ***n*** δομικά μέλη. Ο κανόνας αυτός υποδεικνύει την επιλογή της απόφασης που ελαχιστοποιεί τη διασπορά της κατανομής πιθανότητας του κέρδους, ενώ ταυτόχρονα η μέση τιμή του παραμένει πάνω από ένα προκαθορισμένο κατώφλι r_0.

Γενικά αν θεωρήσουμε ότι η αξία (*value*) ή ανταμοιβή (*reward*) δίνεται από μια συνάρτηση $V(X)$ επί της τυχαίας μεταβλητής Χ και αντίστοιχα το ρίσκο από τη $R(X)$, τότε το παραπάνω πρόβλημα ανήκει στη γενικότερη κατηγορία προβλημάτων:

$$\min \{ R(X) \mid V(X) \geq v_0 \}$$

ή σε μια εναλλακτική διατύπωση:

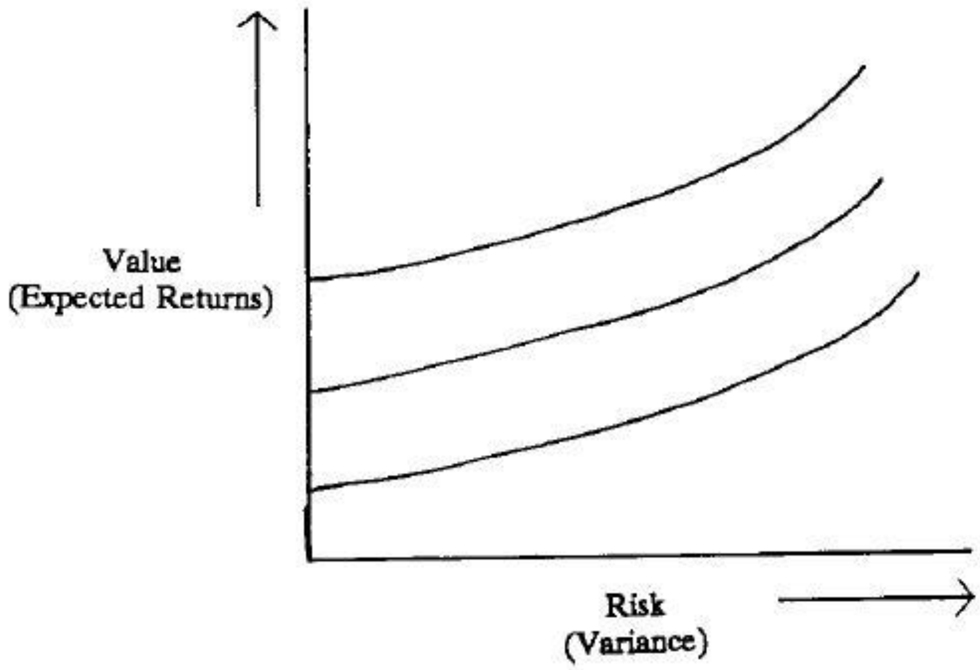
$$\min \{ R(X) - \lambda\, V(X) \mid \lambda \geq 0 \}$$

όπου λ είναι μια παράμετρος που εκφράζει τη στάθμιση που γίνεται ανάμεσα στο μέτρο του ρίσκου και στην αξία (ανταμοιβή) της τυχαίας μεταβλητής.

Στο πλαίσιο της παραπάνω διατύπωσης μπορούμε να πούμε ότι μια κατανομή Χ υπερισχύει της Υ ως προς το risk-value μοντέλο ($X \gtrsim_{(V,R)} Y$), αν

$$R(X) \leq R(Y)\ \kappa\alpha\iota\ V(X) \geq V(Y)\ \textbf{ή}\ V(X) - \lambda R(X) \geq V(Y) - \lambda R(Y), \gamma\iota\alpha\ \lambda > 0$$

ή ακόμα γενικότερα αν για συνάρτηση ***f*** ισχύει: $f[V(X), R(X)] \geq f[V(Y), R(Y)]$, όπου η συνάρτηση ***f*** εκφράζει τη στάθμιση ανάμεσα στο ρίσκο και στην αξία και είναι αύξουσα ως προς τη $V(X)$ και φθίνουσα ως προς το $R(X)$, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα από το (149), όπου παρουσιάζονται οι ισοσταθμικές της f:

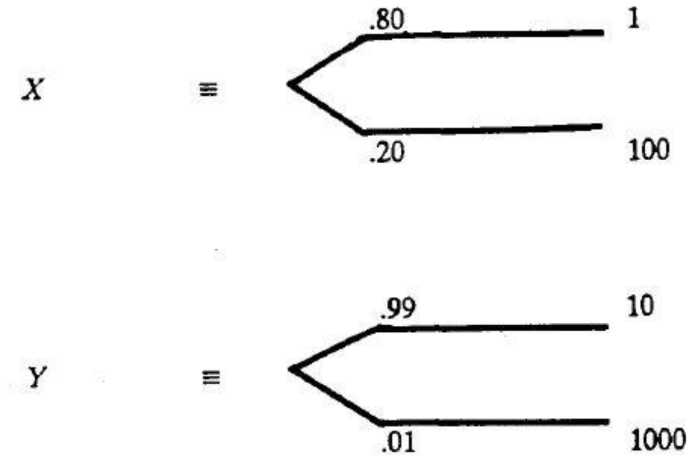


σχήμα 33- στάθμιση μεταξύ ρίσκου και αξίας

Όπως σημειώθηκε και παραπάνω, συνηθισμένη πρακτική είναι να θεωρούμε ότι μέτρο της αξίας είναι η μέση τιμή $E[X]$ και μέτρο του ρίσκου η διασπορά $\sigma^2(X)$ ή αντίστοιχα η διακύμανση $\sigma(X)$. Βάσει αυτού του γεγονότος μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το μέτρο του ***total risk***: $E(N_{total}) + k\ \sigma(N_{total})$ ανήκει σε αυτήν την κατηγορία.

Θέματα που ανακύπτουν από τη χρήση του *total risk*

Τα ζητήματα που προκύπτουν από τη χρήση του *total risk* έχουν σχέση με τη χρήση της διασποράς (ή της διακύμανσης) ως μέτρο ρίσκου. Το κύριο πρόβλημα είναι ότι παράγει **ασυνεπείς επιλογές**, καθώς είναι δυνατό να κατασκευαστούν παραδείγματα όπου μια κατανομή με υψηλότερη μέση τιμή και χαμηλότερο ρίσκο (όπως αυτό μετράται από τη διασπορά) μπορεί να μην προτιμηθεί από έναν risk-averse αποφασίζοντα (149). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα από το (149):



	Return	Risk (Variance)
X	20.8	1468
Y	19.9	9703

σχήμα 34- Παράδειγμα ασυνεπούς επιλογής βάσει της διασποράς ως μέτρο ρίσκου

Σύμφωνα με ένα mean-variance μοντέλο η κατανομή Χ είναι προτιμότερη, καθώς έχει μεγαλύτερη μέση τιμή και μικρότερη διασπορά από τη Υ. Όμως για έναν *risk-averse* αποφασίζοντα με συνάρτηση χρησιμότητας $u(W) = \log W$ είναι $E[u(X)] = 0{,}4$ και $E[u(Y)] = 1{,}02$, οπότε προτιμάει την κατανομή Υ.

Στο (41) δίνεται μια γενική δικαιολόγηση για την ασυνέπεια της διασποράς ως μέτρο ρίσκου, όπου με μια απλή απόδειξη υποδεικνύεται ότι ένα μοντέλο απόφασης βασισμένο στη διασπορά παραβιάζει την αρχή του ότι ένας αποφασίζοντας θα πρέπει να προτιμάει να λάβει ένα σταθερό ποσό με υψηλότερη πιθανότητα αντί για χαμηλότερη, με όλους τους άλλους παράγοντες ίσους. Με απλές υποθέσεις αποδεικνύεται ότι ένας αποφασίζοντας χρησιμοποιώντας ένα *mean-variance* μοντέλο δεν θα προτιμήσει κατανομές με θετική πιθανότητα κέρδους και μηδενική πιθανότητα ζημίας.

Θέτοντας το διαφορετικά, τα *mean-variance* μοντέλα παραβιάζουν την αρχή της *First-Order Stochastic Dominance*, δηλαδή ότι ένας αποφασίζοντας θα πρέπει να προτιμάει μια κατανομή τελικού κέρδους, στην οποία μάζα πιθανότητας έχει μετακινηθεί προς τα δεξιά, σε σχέση με την αρχική κατανομή (150).

Ένα συγκεκριμένο παράδειγμα ασυνέπειας της χρήσης της διακύμανσης (αυτήν τη φορά σε ένα σχεδόν όμοιο μέτρο με το *total risk)* από τον τομέα αξιολόγησης κατασκευαστικών επενδύσεων δίνεται στο (151):

Υποθέτουμε ότι υπάρχουν δύο προτεινόμενα κατασκευαστικά σχέδια φραγμάτων, και τα δύο με τον ίδιο χρονικό ορίζοντα αξιοποίησης *N* ετών. Το φράγμα A με καθαρή αξία $P_A > 0$ πρόκειται να χτιστεί σε γεωλογικά σταθερό έδαφος, ενώ το φράγμα B, με καθαρή αξία $P_B > P_A$ πρόκειται να χτιστεί σε περιοχή με μη μηδενική πιθανότητα σεισμού στα επόμενα *N* έτη. Χωρίς να λάβουμε υπόψη την αβεβαιότητα του προβλήματος η προφανής επιλογή είναι το φράγμα B, ενώ δεδομένου των πιθανών ζημιών από ένα σεισμό, η καθαρή αξία του φράγματος B μπορεί να μοντελοποιηθεί ως τυχαία μεταβλητή και το φράγμα B θα επιλεχθεί μόνο εφόσον $E[P_B] > P_A$. Όμως για ένα έργο υπό πραγματικές συνθήκες με περιορισμένο προϋπολογισμό, η σύγκριση μόνο των μέσων τιμών δεν αρκεί. Πράγματι, ακόμα και εάν $E[P_B] > P_A$, υπάρχει μια μη μηδενική πιθανότητα το P_B να πάρει τιμή κάτω από το P_A ή ακόμα και να φτάσει στο μηδέν. Σε μια τέτοια περίπτωση η αρχή της *safety-first*[20] ορίζει πως πρέπει να επιλεγεί το A ανεξαρτήτως του πόσο μικρή είναι η πιθανότητα του γεγονότος $P_B < P_A$.

Ως μια λιγότερο συντηρητική προσέγγιση για τη σύγκριση εναλλακτικών, η προσδοκώμενη αξία κάθε φράγματος μπορεί να μειωθεί κατά ένα περιθώριο ασφαλείας που ορίζεται ως μία παράμετρος *ρ* επί τη διακύμανση *σ*, έτσι ώστε αν $E[P_B] - \rho\sigma(P_B) > P_A$, να επιλεγεί το φράγμα B. Ωστόσο είναι γνωστό ότι αυτό το μέτρο παραβιάζει το αξίωμα της μονοτονίας των προτιμήσεων (*monotonicity of risk preferences*). Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να υπάρχει πρόταση φράγματος C με καθαρή αξία που ορίζεται από την τυχαία μεταβλητή P_C τέτοια ώστε $P_C > P_B$ με πιθανότητα 1 αλλά $E[P_B] - \rho\sigma(P_B) > E[P_C] - \rho\sigma(P_C)$.

Το μέτρο του *total risk* είναι όμοιο με το παραπάνω μέτρο αλλά απλώς επειδή ορίζεται για απώλειες, το περιθώριο ασφαλείας $k\ \sigma(N_{total})$ προστίθεται στη μέση τιμή $E(N_{total})$, αντί να αφαιρείται. Επομένως και <u>η χρήση του *total risk* ενδέχεται να οδηγήσει σε τέτοιου είδους ασυνέπειες</u>.

Επιπλέον έχει βρεθεί ότι η διασπορά δεν είναι κατάλληλο μέτρο ρίσκου για την περιγραφή γεγονότων μικρής πιθανότητας (28), (117).

Για ορισμένες μορφές συναρτήσεων χρησιμότητας, όπως η εκθετική, υπάρχουν *risk-value* μοντέλα τα οποία δίνουν κατατάξεις (*ranking*) κατανομών που συμφωνούν με τη *EUT* (152). Όμως γενικώς, για μια τυχαία μορφή συνάρτησης χρησιμότητας δεν υπάρχει συμφωνία μεταξύ της *EUT* και των *risk-value* μοντέλων.

[20] Για έναν μαθηματικό ορισμό της *safety-first principle*, βλ. (35). Σημειώνουμε ότι η *safety-first principle* μπορεί να συνδεθεί με τους *chance constraints*

Πιο συγκεκριμένα, για τα *mean-variance* μοντέλα ισχύει ότι τα αποτελέσματά τους δεν είναι συνεπή με τα αποτελέσματα μιας σχέσης προτίμησης όπως η *Second-Order Stochastic Dominance*, δηλαδή **τα *mean-variance* μοντέλα δεν συμφωνούν με τις προτιμήσεις των *risk-averse* αποφασιζόντων** (28), (41), (153) εκτός της ειδικής περίπτωσης όπου οι τυχαίες μεταβλητές ακολουθούν κανονικές (*normal*) ή λογαριθμικές κανονικές (*lognormal*) κατανομές (149).

Η EUT συμφωνεί μόνο με τα *mean-variance* μοντέλα για συγκεκριμένη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας και συγκεκριμένα μόνο για τετραγωνικές (*quadratic*) συναρτήσεις χρησιμότητας, όπως π.χ. της μορφής (149):

$$u(W) = W - \beta W^2, \beta > 0, 0 \leq W < \frac{1}{2}\beta$$

Σε αυτού του είδους τις συναρτήσεις χρησιμότητας η *risk-aversion* αυξάνεται καθώς αυξάνεται το ύψος του W, κάτι το οποίο ίσως να είναι σε αντίθεση με τις παρατηρούμενες συμπεριφορές των αποφασιζόντων (142).

Επομένως το μέτρο του *total risk*, που όπως δείξαμε ανήκει στα *mean-variance* μοντέλα, μπορεί να θεωρηθεί ως *risk-averse* (όπως το θεωρούν γενικώς οι συγγραφείς (60)) μόνο στην περίπτωση όπου οι κατανομές έχουν αυτές τις μορφές ή όπως στο παράδειγμα που χρησιμοποιούν οι συγγραφείς, όταν έχουμε το άθροισμα πολλών κατανομών Bernoulli (καθώς οριακά η διωνυμική κατανομή –το άθροισμα των κατανομών Bernoulli- τείνει στην κανονική για μεγάλο αριθμό ανεξάρτητων δοκιμών, στην προκειμένη περίπτωση, εγκαταστάσεων ή μονάδων).

Το total risk θεωρούμενο ως ειδική περίπτωση του μέτρου Expected Shortfall

Στη συνέχεια θα αναδείξουμε τον τρόπο με τον οποίο το *total risk* μπορεί να επιλύσει το πρόβλημα της ασυνέπειας σε προβλήματα όπως το παράδειγμα 3, παρουσιάζοντας με αυτόν τον τρόπο τη δικαιολόγηση που λείπει από την ανάλυση των συγγραφέων στα (60) και (148). Ο τρόπος που θα γίνει αυτό έγκειται στη θεώρηση του *total risk* ως ειδική περίπτωση του μέτρου ρίσκου *Expected Shortfall* ή αλλιώς *Conditional Value-at-Risk (CVaR)*[21] για μια συγκεκριμένη κατηγορία κατανομών πιθανότητας.

Το *Expected Shortfall (ES)* χρησιμοποιείται ως αντικατάστατο του μέτρου ρίσκου *Value-at-Risk (VaR)*, επομένως θα παρουσιάσουμε πρώτα το *VaR* και στη συνέχεια το *ES*.

[21] Είναι επίσης γνωστό στη βιβλιογραφία ως *Expected Tail Loss, Tail Conditional Expectation, Tail Conditional Value-At-Risk* και *Worst Conditional Expectation*. Η διαφορές τους έγκειντai στο αν οι κατανομές είναι συνεχείς ή διακριτές. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιούνται μόνο οι όροι ***Expected Shortfall (ES)*** και ***Conditional Value-at-Risk (CvaR)***, που χρησιμοποιούνται και στις δύο περιπτώσεις (117).

Value-at-Risk (VaR)

Συχνά η ανάλυση ρίσκου επικεντρώνεται σε καταστροφικά ή σοβαρά γεγονότα. Εάν τέτοιες περιπτώσεις συμβαίνουν σπάνια ή έχουν μικρή πιθανότητα εμφάνισης, μέτρα όπως η διασπορά δεν είναι κατάλληλα σε τέτοιες περιπτώσεις. Πιο χρήσιμα εμφανίζονται να είναι μέτρα που βασίζονται σε *quantiles*. Το *α-quantile* μιας κατανομής είναι η μεγαλύτερη ζημία x_a (αυστηρά μαθηματικά: το *supremum*), τέτοια ώστε το γεγονός οι συνέπειες να είναι χειρότερες από x_a, να έχει πιθανότητα μικρότερη ή ίση με ***α*** (154):

$$sup\{x_a: P(X \leq x_a) \leq a\}$$

Σε ισοδύναμη διατύπωση για την περίπτωση που έχουμε αθροιστική κατανομή πιθανότητας F_X, η οποία είναι γνησίως μονότονη, το *α-quantile* εκφράζεται και ως (28):

$$inf\{x_a: P(X \leq x_a) > a\} = F_X^{-1}(a)$$

Ένα πιο από τα πιο γνωστά μέτρα που βασίζονται σε *quantiles* είναι το *Value-at-Risk (VaR)*. Το VaR μπορεί να οριστεί ως το ποσό που μπορεί να χαθεί από ένα χαρτοφυλάκιο Χ (σε έναν δεδομένο χρονικό ορίζοντα) με πιθανότητα η οποία να μην ξεπερνάει το ***α***:

$$VaR_a(X) = x_a$$

Π.χ. αν για το χαρτοφυλάκιο Χ ισχύει $VaR_{0,05}(X) = 1.000$ σε διάστημα μίας ημέρας, τότε υπάρχει 5% πιθανότητα να χαθούν 1.000 μονάδες μέχρι την επόμενη ημέρα. Μπορούμε να το εκφράσουμε και ως τη μέγιστη ζημιά που μπορεί να συμβεί στις «καλύτερες» 95 ημέρες από τις 100 (επίπεδο εμπιστοσύνης 95%).

Εναλλακτικά το VaR μπορεί να θεωρηθεί και ως το ελάχιστο ποσό κεφαλαίου που πρέπει να προστεθεί σε μια επένδυση, έτσι ώστε η πιθανότητα εμφάνισης ζημίας να μην υπερβαίνει την πιθανότητα ***α***. Θεωρούμε π.χ. έναν επενδυτή με υψηλή μόχλευση, δηλαδή οι επενδύσεις του χρηματοδοτούνται από δάνεια σε μεγάλο ποσοστό. Αν οι επενδύσεις του δεν αποφέρουν αρκετά, τότε ο επενδυτής θα πρέπει να στηριχτεί στο προσωπικό κεφάλαιο που έχει επενδύσει ώστε να μπορέσει να αποπληρώσει τις δανειακές του υποχρεώσεις. Αν αυτό το κεφάλαιο ή απόθεμα εξαντληθεί, τότε οι δανειστές θα υποστούν ζημίες. Επομένως είναι καλό να υπολογιστεί πόσα λεφτά πρέπει να προστεθούν στην επένδυση ως απόθεμα, ώστε να μην υπάρξουν ζημίες με συγκεκριμένη πιθανότητα. Στο παραπάνω παράδειγμα εάν προστεθούν 1.000 μονάδες στο χαρτοφυλάκιο Χ, τότε η πιθανότητα να εμφανίσει ζημίες θα είναι κάτω από 5%. Αυτό έχει χρήση π.χ. σε αναλογιστικές/ασφαλιστικές (*actuarial*) εφαρμογές ή γενικώς στον τομέα των επενδυτικών εταιρειών: εάν μοντελοποιήσουμε τη κατανομή πιθανότητας της ζημίας από μία επένδυση ή αντίστοιχα των ασφαλιστικών αποζημιώσεων , τότε μπορεί να απαιτηθεί από τις εποπτικές αρχές οι εταιρείες να έχουν αρχικό απόθεμα κεφαλαίου ίσο με $VaR_a(X)$, δηλαδή να απαιτείται οι ζημίες των εταιρειών να μην ξεπεράσουν αυτό το απόθεμα με πιθανότητα ***α*** (επίπεδο εμπιστοσύνης ***α***).

Μία από τις πιο γνωστές εφαρμογές του VaR σε επίπεδο εποπτείας είναι η χρήση του για τον ορισμό των απαιτήσεων κεφαλαίου στο πλαίσιο των συμφωνιών της Βασιλείας. Στόχος αυτών των συμφωνιών είναι η δημιουργία ενός διεθνούς προτύπου το οποίο οι ρυθμιστικές αρχές θα μπορούν να χρησιμοποιούν κατά τη δημιουργία κανονισμών σχετικά με το πόσο κεφάλαιο πρέπει να έχουν οι τράπεζες στη διάθεσή τους για την προστασία τους ενάντια στους χρηματοοικονομικούς και λειτουργικούς κινδύνους που αντιμετωπίζουν. Οι απαιτήσεις στην κεφαλαιακή επάρκεια εκφράζονται μέσω περιορισμών στο *VaR*.

Όπως είδαμε προηγουμένως ισχύει $VaR_a(X) = F_X^{-1}(a)$ και επομένως ένας περιορισμός βασισμένος στο *VaR* είναι της μορφής: $VaR_a(X) = F_X^{-1}(a) \leq C$. Αντίστοιχα με αυτούς τους περιορισμούς έχουμε και τους πιθανοθεωρητικούς (*probabilistic/chance*) περιορισμούς:

$$F_X(C) \leq a \Leftrightarrow P\{X \leq C\} \leq a$$

δηλαδή η πιθανότητα οι συνέπειες να είναι χειρότερες από μία συγκεκριμένη τιμή δεν θα πρέπει να ξεπερνάει την τιμή ***α***. Όπως παρατηρούμε, τα δύο είδη περιορισμών είναι ισοδύναμα, δηλαδή μπορούμε από το ένα είδος περιορισμού να συνάγουμε το άλλο και επομένως μοιράζονται κοινές ιδιότητες, όπως το ότι η επιλογή μιας κατανομής βάσει του *VaR* είναι σύμφωνη με τη *First Order Stochastic Dominance* (28):

$$X \preccurlyeq_1 Y \Leftrightarrow VaR_a(X) \leq VaR_a(Y)\ (όταν\ τα\ X, Y\ εκφράζουν\ απώλειες)$$

Τους πιθανοθεωρητικούς περιορισμούς τους ξανασυναντήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο όπου τους χρησιμοποιήσαμε για την μοντελοποίηση των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου. Όμως μπορούμε να τους συναντήσουμε και σε άλλα πεδία που έχουν σχέση με την ασφάλεια, όπως στη αξιοπιστία των κατασκευών (*structural reliability*) όπου έχουν τη μορφή περιορισμού της *πιθανότητας αστοχίας*.

Μηχανολογικές, δομοστατικές, ναυπηγικές και αεροναυπηγικές κατασκευές υπόκεινται σε αβέβαιους παράγοντες όπως: φορτία, περιβαλλοντικές συνθήκες, ιδιότητες υλικών και γεωμετρία. Η θεωρία της αξιοπιστίας των κατασκευών (155) παρέχει ένα αναλυτικό πλαίσιο για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας μιας κατασκευής όπως μετράται από την *πιθανότητα αστοχίας* της. Η πιθανότητα αστοχίας είναι ευρέως διαδεδομένη στους σχεδιαστές και στους συντάκτες των κατασκευαστικών κανονισμών. Ορίζεται σε σχέση με τη συνάρτηση οριακής κατάστασης (*limit state function*) $g(\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{v}})$, όπου $\overline{\boldsymbol{x}} = (x_1, x_2, \dots x_n)$ είναι το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδίασης και $\overline{\boldsymbol{v}} = (v_1, v_2, \dots v_n)$ το διάνυσμα των μεταβλητών που περιγράφουν τα φορτία, τις περιβαλλοντικές συνθήκες, τις ιδιότητες των υλικών και άλλους παράγοντες που είναι πέραν του ελέγχου του σχεδιαστή. Οι ποσότητες $\overline{\boldsymbol{v}}$ υπόκεινται σε αβεβαιότητα και οι τιμές τους δεν είναι γνωστές εκ των προτέρων. Η συνάρτηση οριακής κατάστασης αναπαριστά την απόδοση της κατασκευής ως προς ένα συγκεκριμένο κριτήριο που αναφέρεται ως οριακή κατάσταση *(limit state*). Συνήθης πρακτική είναι να περιγράφονται οι ποσότητες $\overline{\boldsymbol{v}}$ από τυχαίες μεταβλητές $\overline{\boldsymbol{V}} = (V_1, V_2, \dots V_n)$ με από κοινού συνάρτηση πιθανότητας, η οποία είναι γνωστή είτε μπορεί να εκτιμηθεί εμπειρικά.

Κατά σύμβαση, $g(\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{v}}) < 0$ αναπαριστά μη ικανοποιητική απόδοση της κατασκευής ως προς την οριακή κατάσταση και συνεπώς το τυχαίο ενδεχόμενο $\{g(\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{v}}) < 0\}$ είναι το σύνολο των πραγματοποιήσεων που αντιστοιχούν στην «*αστοχία*». Σε μια απλή μορφή του προβλήματος μπορεί να σημαίνει ότι το φορτίο $\left(L(\overline{\boldsymbol{v}})\right)$ ξεπέρασε την αντοχή $\left(R(\overline{\boldsymbol{v}})\right)$ της κατασκευής: $L(\overline{\boldsymbol{v}}) > R(\overline{\boldsymbol{v}})$ για συγκεκριμένες επιλογές και πραγματοποιήσεις των μεταβλητών $\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{v}}$ αντίστοιχα. Η αστοχία δεν είναι απαραίτητο να αναφέρεται σε ολική κατάρρευση της κατασκευής αλλά απλά να σημαίνει την παραβίαση του προκαθορισμένου κατωφλίου για π.χ. μήκος ρωγμής, παραμόρφωση, πλάτος ταλάντωσης κ.α..

Η ισχύουσα προσέγγιση στη θεωρία της αξιοπιστίας των κατασκευών ορίζει την πιθανότητα αστοχίας με συνάρτηση οριακής κατάστασης $g(\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{v}})$ ως την πιθανότητα η κατάσταση της κατασκευής να πάρει αρνητική τιμή:

$$failure\ probability(\overline{\boldsymbol{x}}) = P\{g(\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{v}}) < 0\}$$

και στο πλαίσιο των κατασκευαστικών κανονισμών το κριτήριο ασφάλειας ορίζεται ως ένα όριο ***α*** στην πιθανότητα αστοχίας:

$$P\{g(\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{v}}) < 0\} < \alpha$$

Είναι προφανές πως ένα τέτοιο κριτήριο είναι ***probabilistic (chance) constraint***.

Μία από τις βασικές αρχές για τη διαχείριση του ρίσκου, που βασίζεται σε *probabilistic/chance constraints*, είναι η αρχή της *safety-first*, σκοπός της οποίας είναι η ελαχιστοποίηση της πιθανότητας ενός καταστροφικού γεγονότος (35). Ένας ορισμός της αρχής αυτής δίνεται παρακάτω:

Έστω X,Y τυχαίες μεταβλητές και α(X), α(Y) οι πιθανότητες καταστροφικών γεγονότων που σχετίζονται με τις X,Y αντίστοιχα. Μια σχέση προτίμησης $(\prec)$ *είναι συνεπής με την αρχή της **safety-first**, αν* $X \prec Y$ *(το* X *είναι αποδεκτό ως προς το* Y*) όταν α(X)< α(Y).*

Συνήθως ένα καταστροφικό γεγονός για μια τυχαία μεταβλητή Χ μοντελοποιείται ως το ενδεχόμενο $\{X \geq C\}$ με $C \in \mathbb{R}$. Τότε $\alpha(X) = P\{X \geq C\}$ και σύμφωνα με τον ορισμό της *safety-first* προκύπτει:

$$X \prec Y \text{ όταν } P\{X \geq C\} < P\{Y \geq C\}$$

Το Υ μπορεί να θεωρηθεί μία κατάσταση αναφοράς (*benchmark outcome*) ή ένα σταθερό όριο α, οπότε το Χ είναι αποδεκτό (δηλαδή υπερισχύει της κατάστασης αναφοράς) όταν:

$$P\{X \geq C\} < \alpha$$

Παρατηρούμε αμέσως ότι η αρχή της safety-first είναι μια περίπτωση εφαρμογής *probabilistic/chance constraints*, καθώς αυτή η αρχή, ως κριτήριο απόφασης, βασίζεται εξολοκλήρου στην αξιολόγηση της πιθανότητας ενός γεγονότος.

Αν και τα μέτρα που βασίζονται σε quantiles όπως το value-at-risk, μπορούν να περιγράψουν το ρίσκο σπάνιων αλλά καταστροφικών γεγονότων σε μεγαλύτερο βαθμό από ότι η μέση τιμή ή η διασπορά, δεν λαμβάνουν υπόψη απώλειες που υπερβαίνουν την τιμή του value-at-risk, όπως επίσης και τις απώλειες που είναι λιγότερο σοβαρές (140), κάτι που στον τομέα της ασφάλειας είναι πιο σοβαρό από ότι στον χρηματοοικονομικό τομέα, όπου οι μέτριες απώλειες καλύπτονται από το αποθεματικό κεφάλαιο ενός οργανισμού.

Το πιο σημαντικό μειονέκτημα του value-at-risk είναι η **μη κυρτότητα** του, οι συνέπειες της οποίας έχουν ήδη περιγραφεί σε αναλυτικό βαθμό στο προηγούμενο κεφάλαιο για τους ισοδυνάμους chance/probabilistic constraints.

Expected Shortfall (ES) ή Conditional Value-at-Risk (CVaR)

Με σκοπό την αντιστάθμιση αυτών των μειονεκτημάτων του value-at-risk, αναπτύχθηκε το μέτρο του ***Conditional Value-at-Risk*** που είναι η μέση τιμή των χειρότερων 1-α απωλειών (όπου α είναι ένα επίπεδο εμπιστοσύνης όπως στο value-at-risk) (154):

$$CVaR_a(X) = -E[X|\, X \leq -VaR_a(X)]$$

δηλαδή είναι η μέση τιμή των απωλειών που ξεπερνούν το $VaR_a(X)$.

Στην περίπτωση συνεχούς ή διακριτής κατανομής πιθανότητας έχουμε το ***Expected Shortfall (ES)*** που ορίζεται ως (28):

$$ES_a(X) = \frac{1}{1-\alpha}\int_a^1 VaR_p(X)\,dp$$

Τα δύο μέτρα (***Conditional Value-at-Risk, Expected Shortfall)*** συμπίπτουν για συνεχή κατανομή.

Το *CVaR* αποτυπώνει καλύτερα το μέγεθος των απωλειών σε ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης ***α*** από ότι το *VaR* το οποίο εκφράζει μόνο ένα όριο των απωλειών σε αυτό το επίπεδο.

Η σημαντικότερη ιδιότητα του όμως είναι η <u>κυρτότητα του ως μέτρο ρίσκου</u> (28), το οποίο το κάνει πιο κατάλληλο ως συνεπές μέτρο ρίσκου σε σχέση με το *VaR* και τους συναφείς *probabilistic* και *First-Order Stochastic Dominance constraints* που όπως δείξαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο οδηγούν σε ασυνεπείς αποφάσεις.

Αν θεωρήσουμε την πιθανότητα α να τείνει στα άκρα 1 και 0 αντίστοιχα, προκύπτει:

$$\lim_{a\to 1}\{CVaR_a(X)\} = E[-X]$$

$$\lim_{a\to 0}\{CVaR_a(X)\} = -inf(X)\ (\mu\acute{\varepsilon}\gamma\iota\sigma\tau\eta\ \alpha\pi\acute{\omega}\lambda\varepsilon\iota\alpha)$$

από όπου έχουμε ότι ανάλογα με την επιλογή του επιπέδου εμπιστοσύνης ***α***, το *CVaR* μπορεί να αποτυπώσει ένα εύρος στάσεων προς το ρίσκο, από τις πιο συντηρητικές (α = 0) έως την ουδέτερη στάση προς το ρίσκο (α = 1).

Το *CvaR* έχει χρησιμοποιηθεί σε εφαρμογές όπως βελτιστοποίηση κατασκευών ως προς την αξιοπιστία τους (156), μεταφορά επικίνδυνων υλικών (157) και σε δέντρα αποφάσεων με πολλαπλούς στόχους (*multi-objective decision trees*) (158).

Το *Total Risk* ως *CVaR* για ειδικές περιπτώσεις κατανομών

Όταν ισχύει η ειδική προϋπόθεση όπου οι τυχαίες μεταβλητές κατανέμονται κανονικά, τότε ισχύει (159), (156):

$$CVaR_a(X) = E[X] + \left\{\frac{1}{1-\alpha} \times \varphi[VaR_a(X)]\right\} \times \sigma(X)$$

όπου φ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής με

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι: η προσέγγιση του total risk: $E[N_{total}] + k\sigma[N_{total}] \leq \beta_i \times 100$ είναι ισοδύναμη με *CVaR constraint* <u>μόνο όταν οι κατανομές είναι κανονικές</u>.

Σε αυτό το σημείο θα επισημάνουμε ξανά, συνοπτικά, τα κύρια σημεία της προσέγγισης του *total risk* (60):

Το *total risk* χρησιμοποιείται στην περίπτωση όπου έχουμε πολλές ανεξάρτητες μονάδες ή εγκαταστάσεις, κάθε μία από τις οποίες ικανοποιεί την ίδια οριακή γραμμή FN. Το ζήτημα που ανακύπτει είναι ότι, ενώ κάθε εγκατάσταση είναι αποδεκτή σύμφωνα με το κριτήριο αποδοχής του ρίσκου, ο μέσος όρος των απωλειών στο σύστημα των εγκαταστάσεων δεν είναι φραγμένος και αυξάνεται χωρίς όριο καθώς ο αριθμός των εγκαταστάσεων αυξάνεται.

Οι συγγραφείς προτείνουν να τεθεί ένας περιορισμός της μορφής:

$$\text{total risk} = E[N_{total}] + k\sigma[N_{total}] \leq \beta \times 100$$

όπου N_{total} είναι οι απώλειες στο σύνολο των εγκαταστάσεων.

Στη συνέχεια θεωρώντας ότι κάθε εγκατάσταση ακολουθεί μια κατανομή Bernoulli με μέσο όρο $E[N_i]$ και διακύμανση $\sigma[N_i]$, όπου N_i η τυχαία μεταβλητή του αριθμού των απωλειών σε κάθε εγκατάσταση ***i***, εξάγουν από τη σχέση για την αποδοχή της εγκατάστασης

$$p \leq \frac{C_i}{{N_{accident}}^2}, \qquad όπου\ \frac{C_i}{N^2}\ ειναι\ η\ εξίσωση\ της\ οριακής\ γραμμής\ FN$$

τις σχέσεις:

$$E(N_i) \leq \frac{C_i}{N_{accident}}\ \ και\ \ \sigma(N_i) \leq \sqrt{C_i}$$

με $E[N_i] = pN_{accident}$ και $\sigma[N_i] = \sqrt{p(1-p)N_{accident}^2}$

όπου p η πιθανότητα ατυχήματος και $N_{accident}$ ο αριθμός των απωλειών σε περίπτωση ατυχήματος σε κάθε εγκατάσταση ***i***.

Στη συνέχεια συνδέουν τα $E[N_i]$, $\sigma[N_i]$ με τα $E[N_{total}]$, $\sigma[N_{total}]$ μέσω των τύπων για τη μέση τιμή και τη διακύμανση της διωνυμικής, η οποία είναι η κατανομή του συνόλου των εγκαταστάσεων, καθώς το άθροισμα των κατανομών Bernoulli των εγκαταστάσεων ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή:

$$E[N_{total}] = n \times E[N_i] = npN_{accident}$$

$$\kappa\alpha\iota \;\; \sigma^2[N_{total}] = n \times \sigma^2[N_i] = np(1-p)N_{accident}^2$$

όπου ***n*** ο αριθμός των εγκαταστάσεων.

Αντικαθιστώντας τα $E[N]$ και $\sigma[N]$ στον τύπο του total risk προκύπτει για την παράμετρο C_i της οριακής γραμμής FN σε επίπεδο εγκατάστασης:

$$C_i = \left[\frac{-k\sqrt{n} + \sqrt{k^2 n + 4(n/N_{accident})\beta_i \times 100}}{2n/N_{accident}}\right]^2$$

Αν η μέση τιμή $E(N_i)$ είναι αρκετά μικρότερη από τη διακύμανση $\sigma(N_i)$, τότε προκύπτει:

$$C_i = \left[\frac{-\beta_i \times 100}{k\sqrt{n}}\right]^2$$

Επιγραμματικά οι συγγραφείς ακολουθήσανε την παρακάτω διαδικασία:

- Θέσανε όριο στη μέση τιμή και τη διακύμανση κάθε εγκατάστασης θεωρώντας ότι αυτά προκύπτουν από την αποδοχή μέσω της οριακής γραμμής FN.
- Χρησιμοποιώντας τα όρια για τη μέση τιμή και τη διακύμανση στη σχέση για το συνολικό όριο, εξάγανε την παράμετρο C_i για την οριακή γραμμή, η οποία είναι αντιστρόφως ανάλογη προς τον αριθμό των ανεξάρτητων εγκαταστάσεων

Επομένως η προσέγγιση αυτή ισοδυναμεί με κατανομή του συνολικού ορίου αποδοχής ρίσκου σε κάθε εγκατάσταση.

Ουσιαστικά η προσέγγισή τους είναι ισοδύναμη με την ισχύ (κάτω από κάποιες συγκεκριμένες συνθήκες) ενός *Conditional Value-at-Risk* περιορισμού (η μέση τιμή αποτελεί υποπερίπτωση του *CVaR*) σε κάθε εγκατάσταση και στη συνέχεια, με την παραδοχή της ισχύος ενός άλλου *Conditional Value-at-Risk* περιορισμού για το σύνολο ($E + k\sigma < \beta \times 100$) προκύπτει η παράμετρος C_i.

Εν κατακλείδι τα σημεία που χρήζουν διόρθωσης στην παραπάνω προσέγγιση είναι:

1. Οι συγγραφείς θεωρήσανε ότι η σχέση αποδοχής του ρίσκου σύμφωνα με γραμμή FN συνεπάγεται ότι και η μέση τιμή της εγκατάστασης θα είναι φραγμένη, ενώ όπως έχουμε δείξει στο προηγούμενο κεφάλαιο υπάρχουν κατανομές που δεν ικανοποιούν τη σχέση αποδοχής αλλά παρόλο αυτά έχουν μικρότερη μέση τιμή από ορισμένες άλλες αποδεκτές κατανομές, δηλαδή ισχύει

   $$\text{κατανομή } X \text{ αποδεκτή } \Rightarrow E[X] \text{ φραγμένη}$$

   αλλά δεν ισχύει το αντίστροφο, δηλαδή έχουμε:

   $$\text{κατανομή } X \text{ αποδεκτή} \nLeftarrow E[X] \text{ φραγμένη}$$

2. Επίσης θεωρείται ότι και η διακύμανση θα είναι φραγμένη, το οποίο δεν δικαιολογείται ότι θα συμβαίνει για κάθε κατανομή πέραν της Bernoulli. Στη γενική περίπτωση, δεν αποδεικνύεται ότι η αποδοχή ως προς γραμμή FN συνεπάγεται φραγμένη διακύμανση για τυχαία κατανομή (όπως συμβαίνει με τη μέση τιμή) (117).
3. Το μέτρο του *total risk* ανήκει στα *mean-variance* μοντέλα και ως εκ τούτου
   a. Περιλαμβάνει ως μέτρο ρίσκου τη διακύμανση, η οποία προερχόμενη από τη διασπορά δεν είναι κατάλληλη για γεγονότα χαμηλής πιθανότητας (28), (117).
   b. Παραβιάζει τη *First-Order Stochastic Dominance*, δηλαδή υπάρχουν περιπτώσεις όπου ένας αποφασίζοντας που χρησιμοποιεί ένα *mean-variance* μοντέλο δεν θα προτιμήσει κατανομές με θετική πιθανότητα κέρδους και μηδενική πιθανότητα ζημίας (41), (152).
   c. Επίσης δεν είναι συνεπής με τη *Second-Order Stochastic Dominance*, δηλαδή υπάρχουν risk-averse αποφασίζοντες που οι επιλογές τους δεν συμφωνούν με τις επιλογές που υποδεικνύει ένα *mean-variance* μοντέλο, όπως το *total risk*, και επομένως δεν ισχύει η θέση στο (60) ότι το *total risk* είναι risk-averse.

Για την ακρίβεια το *total risk* είναι σύμφωνο με τη θεωρία της προσδοκώμενης χρησιμότητας (EUT) μόνο όταν οι κατανομές είναι κανονικές (*normal*) ή λογαριθμικές κανονικές (*lognormal*) είτε όταν η συνάρτηση χρησιμότητας είναι τετραγωνική (*quadratic*) (149), που όμως σε αυτή την περίπτωση έχουμε συνάρτηση με αυξανόμενη risk aversion, η περίπτωση της οποίας χρήζει περαιτέρω διερεύνηση για το αν είναι κατάλληλη για εφαρμογές στον τομέα της ασφάλειας (142).

Στα θετικά στοιχεία του *total risk* περιλαμβάνεται το γεγονός ότι ισοδυναμεί με το μέτρο του Conditional Value-at-Risk (CVaR), το οποίο είναι κυρτό μέτρο ρίσκου και επομένως αντιμετωπίζει τις ασυνέπειες των οριακών γραμμών, τις οποίες παρουσιάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Το θέμα είναι όμως ότι αυτή η ισοδυναμία ισχύει μόνο για κανονικές κατανομές (159), (156) και επιπλέον οι συγγραφείς εξακολουθούν να δέχονται την ισχύουσα χρήση οριακών γραμμών FN, όπως επισημάναμε και στο σημείο 1 της παρούσας αρίθμησης.

Η χρήση της Second-Order Stochastic Dominance ως κατάλληλο εργαλείο για την αντιμετώπιση της 3ης κατηγορίας των ασυνεπειών

Έχουμε ήδη δείξει ότι κατάλληλο εργαλείο για την επίλυση των ζητημάτων ασυνέπειας που προκύπτουν από τις οριακές γραμμές FN είναι οι *Second-Order Stochastic Dominance περιορισμοί*. Στο σημείο αυτό θα δείξουμε ότι είναι ισοδύναμοι με *Conditional Value-at-Risk* περιορισμούς και επομένως το *total risk* αποτελεί μια υποπερίπτωσή τους, εφαρμόσιμη μόνο κάτω από ειδικές συνθήκες, ενώ οι *Second-Order Stochastic Dominance περιορισμοί* είναι κατάλληλοι για το σύνολο των περιπτώσεων.

Αρχικά θα παραθέσουμε τον ορισμό της ισοδυναμίας ή συνέπειας (*consistency*) μεταξύ ενός μέτρου ρίσκου και της *Second-Order Stochastic Dominance* (117):

Έστω R μέτρο ρίσκου και $R_X(\pi)$ η τιμή του μέτρου για την τυχαία μεταβλητή X όπου $\pi \in \Pi$ παράμετρος (συνήθως τιμή πιθανότητας ή quantile).

Ορισμός*: το R είναι συνεπές με τη* ***Second-Order Stochastic Dominance,*** *αν για*

$$X \preccurlyeq_{2-CV} Y$$

ισχύει

$$R_X(\pi) \leq R_Y(\pi) \text{ για κάθε } \pi \in \Pi$$

Σκοπός του ορισμού αυτού είναι η χρήση του στην διερεύνηση της ερώτησης: αν το X υπερισχύει του Y κατά SOSD, τότε ένα δεδομένο μέτρο ρίσκου R παρέχει την ίδια κατάταξη;

Αν η απάντηση είναι θετική <u>για κάθε risk-averse αποφασίζοντα</u>, τότε λέμε, σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό, ότι το συγκεκριμένο μέτρο ρίσκου είναι σύμφωνο ή συνεπές (consistent) με την SOSD ή απλά συνεπές.

Στη συνέχεια θα δείξουμε την συνέπεια μεταξύ CVaR και *Second-Order Stochastic Dominance*.

Χρησιμοποιώντας τον ισοδύναμο ορισμό του *Expected Shortfall* (154):

$$ES_X(p) = -\frac{1}{p}\int_0^p F_X^{-1}(z)dz$$

έχουμε από το (160) ότι αν $X \preccurlyeq_{2-CV} Y$, τότε:

$$\int_{-\infty}^{q} F_X(z)\,dz \;\leq\; \int_{-\infty}^{q} F_Y(z)\,dz \;\; \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ q \in \mathbb{R} \;\Leftrightarrow$$

$$\int_0^p F_X^{-1}(z)dz \;\geq \int_0^p F_Y^{-1}(z)dz \;\; \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ p \in (0,1)$$

οπότε από τον ορισμό του ES προκύπτει ότι (βλ. επίσης (117) και (135)):

$$ES_X(p) \leq ES_Y(p)\ \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ p \in (0,1)$$

Στη συνέχεια θα αναπτύξουμε τη μεθοδολογία για τον προσδιορισμό των κριτηρίων αποδοχής ρίσκου σε επίπεδο μεταφορικής μονάδας/εγκατάστασης, έτσι ώστε το ρίσκο στο επίπεδο του συνόλου των μονάδων να παραμένει σταθερό.

Προσδιορισμός κριτηρίων αποδοχής ρίσκου σε επίπεδο μονάδας

Όπως είδαμε στο παράδειγμα 3, υπάρχει η περίπτωση όπου ενώ έχουμε θέσει όρια σε κάθε μονάδα, καθώς το πλήθος των αποδεκτών μονάδων αυξάνεται, ταυτόχρονα αυξάνεται και η μέση τιμή των απωλειών στο σύνολο του συστήματος, χωρίς να υπάρχει κάποιο όριο που να την περιορίζει.

Η προσέγγιση που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής για την αντιμετώπιση του ζητήματος αυτού είναι η εξής:

- Θέτουμε ολικά κριτήρια αποδεκτού ρίσκου στο σύνολο του συστήματος
- Προσδιορίζουμε «τοπικά» κριτήρια για κάθε μονάδα βάσει του υπάρχοντος πλήθους μονάδων
- Κατά την αύξηση των μονάδων στο μέλλον, επαναπροσδιορίζουμε τα κριτήρια για κάθε μονάδα, βάσει του νέου πλήθους των μονάδων

Κατά αυτόν τον τρόπο, οι απώλειες στο σύστημα παραμένουν φραγμένες από το ολικό κριτήριο ρίσκου και σε κάθε αύξηση του πλήθους των μονάδων τα «τοπικά» κριτήρια προσαρμόζονται ανάλογα, ώστε το ολικό κριτήριο να παραμένει σταθερό.

Μεθοδολογία

Υποθέτουμε αρχικά τα εξής:

- Κάθε μονάδα ακολουθεί την ίδια κατανομή πιθανότητας και είναι ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες
- Για κάθε μονάδα ισχύει η ίδια οριακή γραμμή FN

Οι υποθέσεις αυτές σύμφωνες με τις υποθέσεις που ισχύουν για τη μελέτη ρίσκου στις FSA του IMO, όπου η μελέτη πραγματοποιείται για ένα αντιπροσωπευτικό (ολόκληρου του στόλου) πλοίο και για το οποίο ισχύει μία και μόνο οριακή γραμμή FN (βλ. π.χ. την FSA για τα πλοία RoPax (46)).

Η μεθοδολογία που θα αναπτυχθεί παρακάτω μπορεί να επεκταθεί εύκολα, για να λάβει υπόψη και διαφορετικές κατανομές πιθανότητας όπως και διαφορετικά κριτήρια ρίσκου ανά μονάδα.

Το εργαλείο που θα μας επιτρέψει να εφαρμόσουμε την παραπάνω προσέγγιση είναι το μέτρο ρίσκου *Conditional Value-at-Risk* (*CVaR*). Τα κύρια πλεονεκτήματα του *CVaR* έναντι των υπαρχουσών προτάσεων της βιβλιογραφίας έχουν αναπτυχθεί ενδελεχώς σε προηγούμενο σημείο της διπλωματικής, με τα πιο σημαντικά να είναι η συμφωνία/ συνέπειά του (*consistency*) με τη *Second Order Stochastic Dominance* και η *subadditivity* που το καθιστά κατάλληλο για εφαρμογή σε συστήματα μονάδων/εγκαταστάσεων.

Έστω ότι σε σύστημα έχουμε *K* εγκαταστάσεις, όπου σε κάθε εγκατάσταση i οι απώλειες που ενδέχεται να προκύψουν ανάμεσα στον επηρεαζόμενο πληθυσμό λόγω της λειτουργίας της εγκατάστασης είναι X_i. Οι απώλειες στο σύνολο του συστήματος είναι $X = \sum_{i=1}^{K} X_i$.

Παραδείγματος χάρη, σε μια θαλάσσια περιοχή έχουμε *K* πλοία που εκτελούν δρομολόγια και ο επηρεαζόμενος πληθυσμός στον οποίο ενδέχεται να υπάρξουν απώλειες X_i είναι οι επιβάτες και το πλήρωμα του πλοίου i.

Είναι: $CVaR_p(X) = CVaR_p(X_1 + \cdots X_K)$

$και\ λόγω\ της\ subadditivity$: $CVaR_p(X_1 + \cdots X_K) \leq CVaR_p(X_1) + \cdots CVaR_p(X_K)$.

$Επειδή\ υποθέσαμε\ X_1 = X_2 = \cdots = X_K = X_\iota\ έχουμε$:

$CVaR_p(X_1) + \cdots CVaR_p(X_K) = K \times CVaR_p(X_\iota)$

$$και\ επομένως\ CVaR_p(X) = CVaR_p(X_1 + \cdots X_K) \leq K \times CVaR_p(X_\iota)$$

$$Αν\ θέσουμε\colon\ K \times CVaR_p(X_\iota) \leq c, \qquad όπου\ c\ \ θετική\ σταθερά, τότε\ προκύπτει$$

$$CVaR_p(X) \leq c$$

Προκύπτει επομένως ότι οι απώλειες στο σύνολο του συστήματος είναι φραγμένες, ανεξάρτητα από το πλήθος *K* των μονάδων, αν ισχύει:

$$CVaR_p(X_\iota) \leq \frac{c}{K}$$

Επομένως δείξαμε ότι το ολικό κριτήριο αποδοχής ρίσκου είναι στη μορφή ενός <u>σταθερού περιορισμού ως προς το *CVaR*</u> των απωλειών του συστήματος. Το «τοπικό» κριτήριο αποδοχής κάθε μονάδας (το οποίο είναι επίσης περιορισμός ως προς το *CVaR* των απωλειών λόγω της μονάδας i*)* εξαρτάται αντιστρόφως ανάλογα από το πλήθος *K* των μονάδων: c/K.

Η παράμετρος $p \in [0,1]$ εκφράζει το επίπεδο εμπιστοσύνης (*confidence level*) ή αντίστοιχα το επίπεδο της αποστροφής ως προς το ρίσκο (*risk aversion*) (161). Για $p = 1$ το κριτήριο ισοδυναμεί με περιορισμό ως προς τη μέση τιμή των απωλειών και επομένως εκφράζει μια ουδέτερη στάση προς το ρίσκο (*risk neutral*), ενώ για $p = 0$ ισοδυναμεί με περιορισμό του χειρότερου δυνατού σεναρίου και επομένως εκφράζει την πιο ακραία αποστροφή προς το ρίσκο (*risk aversion*) (28).

Προκύπτει επομένως ότι η επιλογή της παραμέτρου p εκφράζει τη <u>στάση των αποφασιζόντων προς το ρίσκο</u>, όσον αφορά το εξεταζόμενο πρόβλημα.

Έκφραση του κριτηρίου για κάθε μονάδα στη μορφή οριακής γραμμής FN κατά SOSD

Στη συνέχεια θα εκφράσουμε το «τοπικό» κριτήριο αποδοχής ρίσκου κάθε μονάδας από τη μορφή CVaR περιορισμού στη μορφή οριακής γραμμής FN κατά **SOSD**.

Θεωρήσουμε ότι το ολικό κριτήριο αποδοχής ρίσκου για το σύνολο του συστήματος είναι στη μορφή CVaR περιορισμού:

$$CVaR_p(X) \leq c$$

όπου η παράμετρος ***p*** έχει επιλεγεί ώστε να εκφράζει την αποστροφή προς το ρίσκο των αποφασιζόντων.

Αν το κριτήριο για κάθε μονάδα είναι σε μορφή οριακής γραμμής FN κατά **SOSD**, τότε ισχύει:

$$X_i \preccurlyeq_{2-CV} FN$$

όπου X_i η τυχαία μεταβλητή των απωλειών στη μονάδα i και η FN η τυχαία μεταβλητή των απωλειών για τη μονάδα με συνάρτηση κατανομής πιθανότητας που εφάπτεται σε κάθε σημείο στην οριακή γραμμή FN.

Το παραπάνω κριτήριο αποδοχής ρίσκου είναι ισοδύναμο με:

$$CVaR_p(X_\iota) \leq CVaR_p(FN) \;\boldsymbol{\gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ p} \in [\mathbf{0}, \mathbf{1}]$$

Η ισοδυναμία αυτή προκύπτει από το γεγονός ότι το $CVaR$ είναι **SOSD-συνεπές** (*SOSD-consistent*) μέτρο ρίσκου, κάτι που έχουμε δείξει σε προηγούμενο σημείο της διπλωματικής.

Επομένως ισχύει

$$CVaR_p(X_\iota) \leq CVaR_p(FN)$$

και για την επιλεγμένη τιμή της παραμέτρου $\boldsymbol{p}$ του εξεταζόμενου προβλήματος.

Για να διατηρείται το ολικό κριτήριο σταθερό ανεξάρτητα από το πλήθος των μονάδων, δείξαμε ότι το τοπικό κριτήριο πρέπει να είναι:

$$CVaR_p(X_\iota) \leq \frac{C}{K}$$

για κάποια συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου $\boldsymbol{p}$.

Εξετάζουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

- $Αν\ \frac{C}{K} \leq CVaR_p(FN)$
  τότε ενδέχεται να υπάρχει X_ι τέτοιο ώστε:
  $$\frac{C}{K} \leq CVaR_p(X_\iota) \leq CVaR_p(FN)$$
  κάτι το οποίο είναι μη επιτρεπτό σύμφωνα με το ολικό κριτήριο αποδοχής ρίσκου.
- $Αν\ CVaR_p(FN) \leq \frac{C}{K}$
  τότε ισχύει:
  $$CVaR_p(X_\iota) \leq CVaR_p(FN) \leq \frac{C}{K}$$
  από το οποίο προκύπτει ότι το τοπικό κριτήριο είναι πιο αυστηρό από ότι χρειάζεται.

Επομένως προκύπτει:

$$\boldsymbol{CVaR_p(FN) = \frac{C}{K}}$$

Ακολούθως θα υπολογίσουμε το $CVaR_p(FN)$ συναρτήσει της παραμέτρου p.

Έχουμε δείξει ότι η FN ακολουθεί μια κατανομή Pareto τύπου I με αθροιστική συνάρτηση κατανομής:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{C_i^{\alpha}}{x^{\alpha}}, & x \geq C_i \\ 0, & x < C_i \end{cases}$$

όπου C_i είναι το σημείο αγκύρωσης της οριακής γραμμής FN και $\alpha > 1$ είναι η κλίση της.

Ο τύπος του $CVaR$ που θα χρησιμοποιήσουμε είναι ο εξής:

$$CVaR_p = -\frac{1}{p}\int_0^p F^{-1}(z)\,dz$$

όπου $F^{-1}(z)$ είναι η αντίστροφη συνάρτηση της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής $F(x)$, η οποία υπάρχει επειδή η $F(x)$ είναι γνησίως αύξουσα για $x \geq C_i$.

Ισχύει ότι για $x \geq C_i$ έχουμε

$$F^{-1}(z) = \frac{C_i}{(1-z)^{\frac{1}{\alpha}}}$$

οπότε είναι

$$CVaR_p(FN) = -\frac{1}{p}\int_0^p F^{-1}(z)\,dz = -\frac{1}{p}\int_0^p \frac{C_i}{(1-z)^{\frac{1}{\alpha}}}dz$$

$$CVaR_p(FN) = -\frac{C_i}{p}\frac{\alpha}{\alpha-1}\left[(1-p)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \quad -1\right]$$

και από τη σχέση $CVaR_p(FN) = \frac{C}{K}$ έχουμε:

$$-\frac{C_i}{p}\frac{\alpha}{\alpha-1}\left[(1-p)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \quad -1\right] = \frac{C}{K} \Rightarrow$$

$$C_i = -\frac{C}{K}\frac{p}{\left\{\frac{\alpha}{\alpha-1}\left[(1-p)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} - 1\right]\right\}}$$

Επομένως καταφέραμε να προσδιορίσουμε τη θέση της οριακής γραμμής FN βάσει του σημείου αγκύρωσής της C_i, το οποίο υπολογίζεται από τον παραπάνω τύπο συναρτήσει του ολικού κριτηρίου C, της παραμέτρου p και της κλίσης α.

Εν κατακλείδι: χρησιμοποιώντας ένα αξιωματικά θεμελιωμένο μέτρο ρίσκου όπως το $CVaR$, αποδείξαμε πως μπορούμε να προσδιορίσουμε το αποδεκτό ρίσκο σε επίπεδο μονάδας, διατηρώντας το ρίσκο στο σύνολο του συστήματος σταθερό στην περίπτωση αύξησης του πλήθους των μονάδων.

Η αναπτυχθείσα προσέγγιση διαφέρει από την αντίστοιχη της βιβλιογραφίας (60), (148) στα εξής σημεία:

- η παρούσα προσέγγιση εκφράζει όλο το εύρος των *risk-averse* στάσεων προς το ρίσκο
- είναι ανεξάρτητη από το είδος της κατανομής που χρησιμοποιείται

Επιπλέον περιλαμβάνει την προσέγγιση της βιβλιογραφίας ως ειδική περίπτωση.

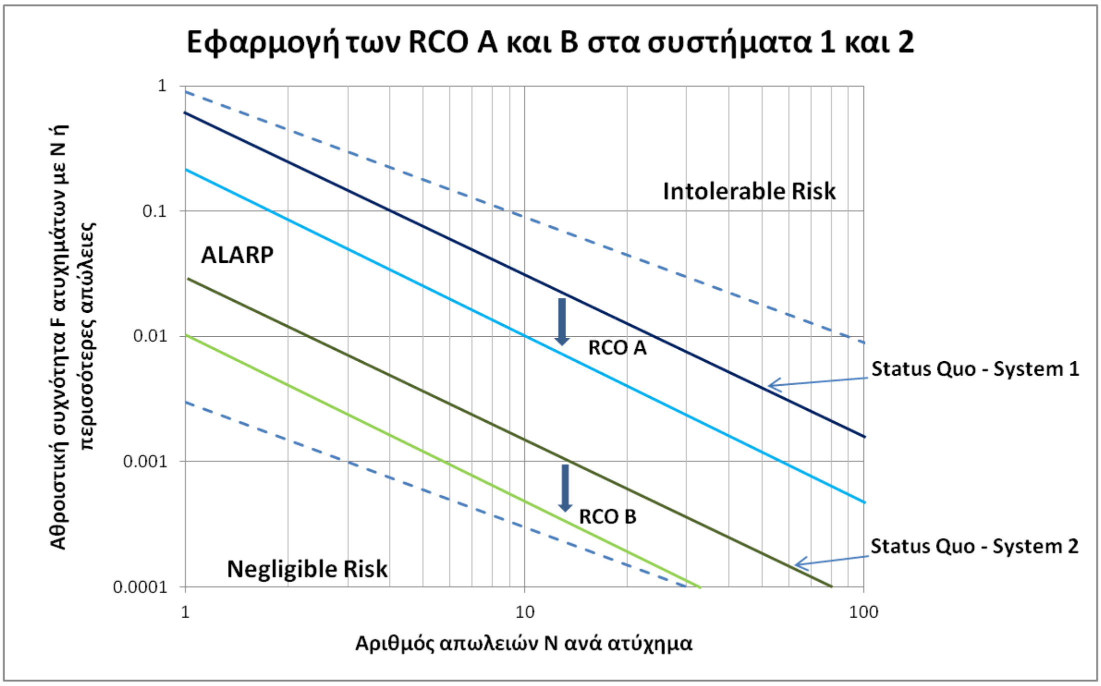
Θέματα για μελλοντική έρευνα

Παρακάτω θα περιγράψουμε πως οι μέθοδοι που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διπλωματική μπορούν να εξελιχθούν περαιτέρω καθώς και άλλα πεδία έρευνας στα οποία υπάρχει η προοπτική για την εφαρμογή τους.

Εφαρμογή των non-Expected Utility Theories στο πεδίο της ασφάλειας

Έστω τα συστήματα 1 και 2, των οποίων οι καμπύλες FN έχουν όμοια μορφή αλλά του συστήματος 2 βρίσκεται μετατοπισμένη προς τα κάτω παράλληλα με την καμπύλη του συστήματος 1. Επομένως σε κάθε καμπύλη έχουμε την ίδια σχέση ανάμεσα σε σπάνια, καταστροφικά ατυχήματα και συχνότερα αλλά μικρότερα ατυχήματα. Η διαφορά είναι ότι στο σύστημα 1 όλες οι κατηγορίες ατυχημάτων συμβαίνουν με αυξημένες συχνότητες σε σχέση με το σύστημα 2.

Έστω επίσης τα RCO A και B, εφαρμοζόμενα στα συστήματα 1 και 2 αντίστοιχα. Κάθε RCO έχει την αποτελεσματικότητα στο σύστημα που εφαρμόζεται σε όρους ΔPLL (διαφοράς PLL πριν και μετά την εφαρμογή του RCO), όπως επίσης και στη σχέση ανάμεσα στις κατηγορίες των ατυχημάτων, δηλαδή η καμπύλες πριν και μετά την εφαρμογή του RCO είναι παράλληλες, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα. Για παράδειγμα τα RCO A και B θα μπορούσαν να είναι preventive RCOs που μειώνουν τη συχνότητα του κύριου γεγονότος, δηλαδή μειώνουν ομοιόμορφα τις συχνότητες όλων των σεναρίων.



σχήμα 35-Εφαρμογή όμοιων RCO σε συστήματα που διαφέρουν αποκλειστικά ως προς τις συχνότητες ατυχημάτων

Αν τα RCO A και B έχουν το ίδιο κόστος, τότε οι αποφασίζοντες θα μπορούσαν να τα κρίνουν ως ισοδύναμα. Όμως το ένα RCO εφαρμόζεται σε σύστημα με υψηλότερες συχνότητες ατυχημάτων και επομένως κάποιοι αποφασίζοντες θα μπορούσαν να προκρίνουν την εφαρμογή του RCO A στο σύστημα 1.

Στο παραπάνω παράδειγμα οι καμπύλες FN είναι αρκετά απλές και η διαφορά τους ως προς τις συχνότητες φαίνεται αμέσως. Όμως σε πιο πολύπλοκες καταστάσεις, όπως στην περίπτωση όπου οι καμπύλες FN διασταυρώνονται, τότε θα πρέπει να είμαστε σε θέση να τις συγκρίνουμε, βάσει των προτιμήσεων που περιγράφηκαν παραπάνω, με έναν συστηματικό τρόπο.

Το χαρακτηριστικό που περιγράφει την παραπάνω προτίμηση είναι η ***probabilistic risk aversion*** (162). Είναι ένα χαρακτηριστικό που συναντάμε στις *non-Expected Utility Theories* όπου οι προτιμήσεις ως προς το μέγεθος των συνεπειών (οι οποίες εκφράζονται από το χαρακτηριστικό της *marginal utility*)είναι διαχωρισμένες από τις προτιμήσεις ως προς τη μεταβλητότητα των συνεπειών, δηλαδή από τις προτιμήσεις που σχετικά με συγκρίσεις ανάμεσα σε κατανομές πιθανότητας. Στις *non-Expected Utility Theories* πέραν του μετασχηματισμού των συνεπειών μέσω της συνάρτησης χρησιμότητας (η μορφή της οποίας εκφράζει τη *marginal utility*) έχουμε και μετασχηματισμό των αθροιστικών πιθανοτήτων μέσω μίας συνάρτηση από τη μορφή της οποίας προκύπτει η *probabilistic risk aversion*.

Η *probabilistic risk aversion* καθώς και κάποια άλλα χαρακτηριστικά των *non-Expected Utility Theories* καθιστούν εξαιρετικά ενδιαφέρουσα τη μελέτη της εφαρμογής των μοντέλων αυτών σε αποφάσεις στο πεδίο της ασφάλειας. Τέτοια χαρακτηριστικά είναι η ενσωμάτωση ενός status quo στο σύνολο των συνεπειών, που τις διαχωρίζει σε αρνητικές και θετικές (χαρακτηριστικό το οποίο υποστηρίζεται ότι είναι σχετικό με τη μεθοδολογία των *Cost-Benefit Analyses* (54)) και το γεγονός ότι το μοντέλο χρησιμοποιεί αθροιστικές (*cumulative* και *exceedance*) πιθανότητες, κάτι που αποτελεί μία συνάφεια με τη μορφή των καμπυλών FN.

Είναι επίσης ενδιαφέρον να συσχετιστούν τα αποτελέσματα των *non-Expected Utility Theories* με το μοντέλο του Bedford (32) για τη σύγκριση καμπύλων FN, το οποίο αν και ανήκει στα μοντέλα της *Multi-Attribute Utility Theory* (*MAUT*), έχει τη δυνατότητα να ενσωματώσει προτιμήσεις όπως αυτές που περιγράφηκαν στο παράδειγμα σχετικά με τις συχνότητες.

Επειδή και στις *non-Expected Utility Theories*, όπως και στο μοντέλο του Bedford, τα χαρακτηριστικά της risk aversion εξαρτώνται από παραμέτρους, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα εργαλεία των Stochastic Orders για να ξεπεράσουμε τα προβλήματα αυτά (105).

Εφαρμογή των Stochastic Orders όταν οι οικονομικές συνέπειες της μόλυνσης δεν είναι γνωστές με βεβαιότητα

Ένα μέρος των συνεπειών των ατυχημάτων αφορά τη μόλυνση του περιβάλλοντος. Για να μπορέσουμε να ελέγξουμε αυτές τις επιπτώσεις θα πρέπει να είμαστε σε θέση να κατανείμουμε τους πόρους μας ανάμεσα στους διάφορους τρόπους πρόληψης και αντιμετώπισης με βέλτιστο τρόπο. Επομένως είναι απαραίτητο να συσχετιστεί το ύψος της μόλυνσης με ένα κόστος. Η διαδικασία αυτή αναφέρεται ως οικονομική αποτίμηση, η οποία είναι η εκτίμηση του κόστους και του οφέλους κάθε μέτρου ελέγχου σε οικονομικούς όρους.

Στη ναυτιλία υπάρχει εκτενής έρευνα σχετικά με την αποτίμηση του κόστους που προκύπτει από τις πετρελαιοκηλίδες και τους αέριους ρύπους (15). Ένας τρόπος είναι η εύρεση μίας συνάρτησης κόστους που συσχετίζει την ποσότητα του πετρελαίου ή των αέριων ρύπων με ένα οικονομικό κόστος.

Αν η μορφή της συνάρτησης αυτής δεν είναι προσδιορισμένη με ακρίβεια αλλά είναι γνωστά μονό κάποια βασικά χαρακτηριστικά της, όπως η μονοτονία και η κυρτότητά της, τότε οι Stochastic Orders θα μας επιτρέψουν να προσδιορίσουμε τα αποδοτικά σύνολα των μέτρων ελέγχου αυτή τη φορά όχι ως προς τη μέγιστη προσδοκώμενη χρησιμότητα αλλά ως προς το προσδοκώμενο κόστος. Όπως στην παρούσα διπλωματική, οι συνέπειες μετασχηματίστηκαν μέσω της συνάρτησης χρησιμότητας, για την οποία είχαμε μερική πληροφόρηση, παρόμοια και στην οικονομική αποτίμηση της μόλυνσης, οι συνέπειες μετασχηματίζονται μέσω της συνάρτησης κόστους, την οποία ενδέχεται να μην γνωρίζουμε πλήρως. Μέσω των Stochastic Orders μπορούμε να προσδιορίσουμε το αποδοτικό σύνολο που περιέχει τα μέτρα ελέγχου που οδηγούν στο μικρότερο κόστος για μία ομάδα συναρτήσεων κόστους με παρόμοια χαρακτηριστικά.

Βιβλιογραφία

1. **Kontovas, Christos Alex.** *Formal Safety Assessment - Critical Review and Future Role.* School of Naval Architecture nad Marine Engineering, National Technical University of Athens. 2005. Diploma Thesis.

2. **Aven, Terje.** The risk concept — historical and recent development trends. *Reliability Engineering and System Safety.* 2012, 99.

3. **CE, Althaus.** A disciplinary perspective on the epistemological status of risk. *Risk Analysis.* 2005, Vol. 25, 3.

4. **ISO.** *ISO Guide 73: 2009.* 2009.

5. **Kaplan, S. and Garrick, B. J.** On the quantitative definition of risk. *Risk Analysis.* 1981, Vol. 1, 1.

6. **IMO.** *Formal Safety Assessment: Consolidated text for the Guidelines for Formal Safety Assessment (FSA) for use int the IMO Rule-making Process. MSC/Circ. 1023- MEPC/Circ 392.* 2002.

7. **Johansen, Inger Lise and Rausand, Marvin.** Foundations and choice of risk metrics. *Safety Science.* 2014, Vol. 62.

8. **Aven, Terje.** *Foundations of Risk Analysis: A knowledge and Decision- Oriented Perspective.* s.l. : Wiley, 2003.

9. **Bedford, Tim and Cooke, Roger.** *Probabilistic Risk Analysis: Foundations and Methods.* Cambridge : Campridge University Press.

10. **Βούρος, Δημήτρης and Βεντίκος, Νικόλαος Π.** *Εκτίμηση και αποδοχή ρίσκου, Τεύχος Α Αποτίμηση ρίσκου με εφαρμογή στον ελληνικό θαλάσσιο χώρο.* Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Αθήνα : s.n., 2007. Διπλωματική εργασία.

11. **IMO.** *FSA - Container vessels, MSC 83/21/2.* 2007.

12. —. *Liquefied Natural Gas (LNG) carriers, MSC 83/21/1.* 2007.

13. —. *FSA - Cruise ships, MSC 85/17/1.* 2008.

14. **Jones-Lee, M. and Aven, T.** ALARP-What does it really mean? *Reliability Eginnering and System Safety.* 2011, 96.

15. **Kontovas, Christos Alex.** *Quantitative Risk Mnanagement Framework for Maritime Safety and Environmental Protection.* School of Naval Architecture and Marine Enginnering, National Technical University of Athens. 2011. PhD Dissertation.

16. **Ale, B.J.M., Hartford, D.N.D. and Slater, D.** ALARP and CBA all in the same game. *Safety Science.* 2015, Vol. 76.

17. **IMO.** *FSA- RoPax ships, MSC 85/17/2.* 2008.

18. —. *Formal Safety Assessment- Decision parameters including risk accceptance criteria, submitted by Norway, MSC 72/16.* 2000.

19. **ABS.** *Guidance Notes on Risk Assessment Applocations for the Marine and Offshore Oil and Gas Industries.* 2000.

20. **Kontovas, Christos A., Psaraftis, Harilaos N. and Zachariadis, Panos.** Two C's of the Risk-Based Approach to Goal Based Standards: Challenges and Caveats.

21. **Aven, T. and Korte, J.** On the use of risk and decision analysis to support decision making. *Reliability Engineering and System Safety.* 2003, Vol. 79, pp. 289-299.

22. **Faber, M.H. and Stewart, M.G.** Risk assessment for civil engineering facilities: critical overview and discussion. *Reliability Engineering and System Safety.* 2003, 80, pp. 173-184.

23. **Jonkman, S.N., van Gelder, P.H.A.J.M. and Vrijling, J.K.** An overview of quantitative risk measures for loss of life and economic damage. *Journal of Hazardous Materials.* 2003, Vol. A99, pp. 1-30.

24. **MacKenzie, Cameron A.** Summarizing Risk Using Risk Measures and Risk Indices. *Risk Analysis.* 2014, Vol. 34, 12.

25. **Κοκολάκης, Γ. and Σπηλιώτης, Ι.** *Εισαγωγή στις πιθανότητες.* Αθήνα : Εκδόσεις Συμεών, 2002.

26. **Bjerga, Torbjorn, Aven, Terje and Zio, Enrico.** An illustration of the use of an approach for treating model uncertainties in risk assessment. *Reliability Enginnering and System Safety.*

27. **Παναγιωτακόπουλος, Δημήτριος Χ.** *Συστημική Μεθοδολογία και Τεχνική Οικονομική.* Β Έκδοση. Θεσσαλονίκη : Εκδόσεις Ζυγός, 2008. ISBN 960-8065-48-8.

28. **Krokhmal, Pavlo, Zabarankin, Michael and Uryasev, Stan.** Modeling and optimization of risk. *Surveys in Operations Research and Management Science.* 2011, 16, pp. 49-66.

29. **Cardone, V.J., et al.** Global distribution and risk to shipping of very extreme sea states (VESS). *International Journal of Climatology.* 2015, 35, pp. 69- 84.

30. **Ditlevsen, Ove.** Decision modeling and acceptance criteria. *Structural Safety.* 2003, 25, pp. 165- 191.

31. **Hirst, I.L. and Carter, D.A.** A "worst case" methodology for obtaining a rough but rapid indication of the societal risk from a major accident hazard installation. *Journal of Hazardous Materials.* 2002, A92, pp. 223- 237.

32. **Bedford, Tim.** Decison Making for Group Risk Reduction: Dealing with Epistemic Unceratainty. *Risk Analysis.* 2013, Vol. 33, 10, pp. 1884-1898.

33. **Ale, Ben, Burnap, Pete and Slater, David.** On the origin of PCDS - (Probability consequence diagrams). *Safety Sxience.* 72, pp. 229-239.

34. **Interational Maritime Organizaton.** *Formal Safety Assessment- container vessels.* submitted by Denmark. 2007.

35. **Grechuk, Bogdan and Zabarankin, Michael.** Risk averse decision making under catastrophic risk. *European Journal of Operational Research.* 2014, 239, pp. 166-176.

36. **Aven, Terje.** The risk concept — historical and recent development trends. *Reliability Engineering and System Safety.* 2012, 99, pp. 33- 44.

37. **Henselwood, Fred and Phillips, K.Gerry.** The Development of Risk Criteria for High Severity Low Frequency Events. *Process Safety Progress.* 2009, Vol. 28, 1, pp. 11-14.

38. **von Neumann, J. and Morgenstern, O.** *Theory of games and economic behaviour.* Princeton : Princeton University Press, 1944.

39. **Keeney, Ralph L.** Decsion Analysis: An Oveview. *Operations Research.* 1982, Vol. 30, 5, pp. 803-838.

40. **Evans, Andrew W. and Verlander, Neville Q.** What Is Wrong with Criterion FN-Lines for Judging the Tolerability of Risk. *Risk Analysis.* 1997, 2, pp. 157-168.

41. **Cox, Louis Anthony (Tony) Jr.** Why RIsk Is Not Variance: An Expository Note. 2008, Vol. 28, 4, pp. 925-928.

42. **Zhou, P., Ang, B.W. and Poh, K.L.** Decision analysis in energy and environmental modeling: An update. *Energy.* 2006, 31, pp. 2604-2622.

43. **Stewart, Theodor J and Losa, Fabio B.** Towards reconciling outranking and value measurement practice. *European Journal of Operational Research.* 2003, 145, pp. 645-659.

44. **Φωκά-Καβαλιεράκη, Γιούλη.** *Οικονομική Ψυχολογία.* Αθήνα : Εκδόσεις Παπαδόπουλος, 2017. 978-960-569-689-4.

45. **Hammitt, James K.** Positive versus Normative Justifications for Benefit-Cost Analysis: Implications for Interpretation and Policy. *Review of Environmental Economics and Policy.* 2013, Vol. 7, 2, pp. 199-218.

46. **IMO, Maritime Safety Comitee, 85th session, Agenda item 17.** *FSA - RoPax ships.* 2008.

47. **H.J. Otway, D. von Winterfeldt.** Beyond Acceptable Risk : On the Social Acceptability of Technologies. *Policy Sciences.* 1982, Vol. 14.

48. **Savage, L.J.** *The foundations of statistics.* New York : Wiley, 1954.

49. **Chichilnisky, Graciela.** The topology of fear. *Journal of Mathematical Economics.* 2009, 45, pp. 807-816.

50. **Kahneman, Daniel and Tversky, Amos.** Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica.* 1979, 47, pp. 263-291.

51. **Tversky, Amos and Kahneman, Daniel.** Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty.* 1992, 5, pp. 297-323.

52. **Quiggin, John.** Risk perception and risk aversion among Australian farmers. *Australian Journal of Agricultural Economics.* 1981, 25, pp. 160-169.

53. **Yaari, M.** A dual theory of choice under risk. *Econometrica.* 1987, 55, pp. 95-115.

54. **Luce, R. Duncan and von Winterfeldt, Detlof.** What Common Ground Exists for Descriptive, Prescriptive, and Normative Utility Theories? *Management Scieince.* 1994, Vol. 40, 2, pp. 263-279.

55. **Allais, M.** Le comportement de l' homme rationel devant le risque: Critique des postulats et axioms de l' ecole Americaine. *Econometrica.* 1953, 21, pp. 503-546.

56. **Ellsberg, D.** Risk, ambiguity, and the Savage axioms. *Quarterly Journal of Economics.* 1961, 75, pp. 643-669.

57. **Keeney, Ralph and Raiffa, H.** *Decisions with Multiple Objectives.* Cambridge : Cambridge University Press, 1993.

58. **Belton, V. and Stewart, T.** *Multiple Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach.* Boston : Kluwer, 2002.

59. **Slovic, P., et al.** How safe is safe enough, a psychometric study of attitudes towards technological risks and benefits. *Policy Science.* 1978, 8, pp. 127-152.

60. **Vrijling, J.K., van Hengel, W. and Houben, R.J.** A framework for risk evaluation. *Journal of Hazardous Materials.* 1995, 43, pp. 245-261.

61. **Pate-Cornell, Elisabeth.** Risk and uncertainty analysis in government safety decisions. *Risk Analysis.* 2002, Vol. 22, 3, pp. 633-646.

62. **Pate-Cornell, M. Elisabeth.** Uncertainties in risk analysis: Six levels of treatment. *Reliability Engineering and System Safety.* 1996, 54, pp. 95-111.

63. **Fishburn, P.C. and Straffin, P.D.** Equity considerations in public risks evaluation. *Operations Research.* 1989, Vol. 37, 2, pp. 229-239.

64. **Keeney, Ralph L. and Winkler, R.L.** Evaluating decision strategies for equity of public risks. *Operations Research.* 1985, Vol. 33, 5, pp. 955-970.

65. **Sarin, R.K.** Measuring equity in public risk. *Operations Research.* 1985, Vol. 33, 1, pp. 210-217.

66. **Edwards, Kimberley D.** Prospect theory: A literature review. *International Review of Financial Analysis.* 1996, Vol. 5, 1, pp. 19-38.

67. **Heath, Chip and Tversky, Amos.** Preference and belief: Ambiguity and competence in choice under uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty.* 1991, 4, pp. 5-28.

68. **Bleichrodt, Han, Pinto, Jose Luis and Wakker, Peter P.** Making Descriptive Use of Prospect Theory to Improve the Prescriptive Use of Expected Utility. *Management Science.* 2001, Vol. 47, 11, pp. 1498-1514.

69. **Gregory, Robin, Lichtenstein, Sarah and MacGregor, Donald.** The role of past states in determining reference points for policy decisions. *Organizational Behavior and Human Decision Processes.* 1993, 55, pp. 195-206.

70. **Peltzman, S.** The effects of automobile safety regulation. *Journal of Political Economy.* 1975, 83, pp. 677-726.

71. **Elvik, Rune and Voll, Nils Gaute.** Challenges of improving safety in very safe transport syste. *Safety Science.* 2014, 63, pp. 115-123.

72. **Arrow, K.J.** Uncertainty and the welfare economics of medical care. *American Economiv Review.* 1963, 53, pp. 941-976.

73. **Zhou, Lizhen, et al.** Prospect theory based estimation of drivers' risk attitudes in route choice behaviors. *Accident Analysis and Prevention.* 2014, 73, pp. 1-11.

74. **Robinson, Lisa A. and Hammitt, James K.** Behavioral economics and regulatory analysis. *Risk Analysis.* 2011, Vol. 31, 9, pp. 1408-1422.

75. **Smith, V. Kerry and Moore, Eric M.** Behavioral economics and benefit cost analysis. *Environmental and Recource Economics.* 2010, Vol. 46, 2, pp. 217-234.

76. **Knetsch, J.L.** Values of gains and losses: Reference states and choices of measure. *Environmental and Resource Economics.* 2010, Vol. 46, 2, pp. 179-188.

77. **Roy, B. and Vincke, Ph.** Multicriteria analysis: survey and new directions. *European Journal of Operational Research.* 1981, 8, pp. 207-18.

78. **Corner, James L. and Kirkwood, Craig W.** Decision analysis applications in the operations research literature, 1970-2989. *Operations Research.* 1991, Vol. 39, 2, pp. 206-219.

79. **Keefer, Donald L., Kirkwood, Craig W. and Corner, James L.** Perspective on decision analysis applications, 1990-2001. *Decision Analysis.* 2004, Vol. 1, 1, pp. 5-24.

80. **Crawford, D.M., Huntzinger, B.C. and Kirkwood, C.W.** Multiobjective decision analysis for transmission conductor selection. *Management Science.* 1978, 24, pp. 1700-1709.

81. **Peerenboom, J.P., Buehring, W.A. and Joseph, T.W.** Selecting a portfolio of environmental programs for a synthetic fuels facility. *Operations Research.* 1989, 37, pp. 689-699.

82. **Lincoln, D.R. and Rubin, E.S.** Cross-media environmental impacts of coal-fired power plants: An approach using multi-attribute utility theory. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.* 1979, SMC-9, pp. 285-289.

83. **von Winterfeldt, D.** Setting standards for offshore oil discharges: A regulatory decision analysis. *Operations Research.* 1982, 30, pp. 867-886.

84. **Allett, E.J.** Environmental impact assessment and decision analysis. *Journal of Operational Research Society.* 1986, 37, pp. 901-910.

85. **Golabi, K., Kirkwood, C.W. and Sicherman, A.** Selecting a portfolio of solar energy projects using multiattribute preference theory. *Management Science.* 1981, 27, pp. 174-189.

86. **Keeney, R.L., Lathrop, J.F. and Sicherman, A.** An analysis of Baltimore Gas and Electric Company's technology choice. *Operations Research.* 1986, 34, pp. 18-39.

87. **Keefer, D.L. and Kirkwood, C.W.** A multiobjective decision analysis: Budget planning for product engineering. *Journal of the Operational Research Society.* 1978, 29, pp. 435-442.

88. **Ozenoy, V.M., Smith, D.R. and Sicherman, A.** Evaluating computerized geographic information systems sing decision analysis. *Interfaces.* 1981, Vol. 11, 5, pp. 92-99.

89. **Longbottom, D.A.** The application of decision analysis to a new product plannig decision. *Operational Research Quarterly.* 1973, 24, pp. 9-17.

90. **Phillips, L.D.** Requisite decision modeling: A case study. *Journal of Operational Research Society.* 1982, 33, pp. 303-311.

91. **Smallwood, R.D. and Morris, P.A.** A task force decision analysis. *Operations Research.* 1980, 28, pp. 60-80.

92. **Digman, L.A.** A decision analysis of the airline coupon strategy. *Interfaces.* 1980, Vol. 10, 2, pp. 97-101.

93. **Dyer, J.S. and Lund, R.N.** Tinker toys and Christmas trees: Opening a new merchandising package for Amoco oil company. *Interfaces.* 1982, Vol. 12, 6, pp. 38-52.

94. **Anandalingam, G.** A multiple criteria decision analytic approach for evaluating acid rain policy choices. *European Journal of Operational Research.* 1987, 29, pp. 336-352.

95. —. A multiagent multiattribute approach for coflict resolution in aid rain impact mitigation. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics.* 1989, 19, pp. 1142-1153.

96. **Jensen, D.D., Tome, A.E. and Darby, W.P.** Applying decision analysis to determine the effect of smoke detector laws on fire loss in the United States. *Risk Analysis.* 1989, 9, pp. 79-89.

97. **Keeney, R.L. and Ozenoy, V.M.** An illustrative analysis of ambient carbon monoxide standards. *Journal of Operational Research Society.* 1982, 33, pp. 365-375.

98. **Ulvila, J.W. and Snider, W.D.** Negotiation of international oil tanker standards:An application of multiattribute value theory. *Operations Research.* 1980, 28, pp. 81-96.

99. **van Steen, J.F.J.** A methodology for aiding hazardous materials transportation decisions. *European Journal of Operational Research.* 1987, 32, pp. 231-244.

100. **Tamura, Hiroyuki, et al.** Modeling and analysis of decision making problem for mitigating natural disaster risks. *European Journal Of Operational Research.* 122, pp. 461-468.

101. **Fishburn, Peter.** Utility Theory. [ed.] S.I. Gass and M.C. Fu. *Encyclopedia of Operations Research and Management Science.* New York : Springer Science and Business Media, 2013.

102. **Knight, F. H.** *Risk, Uncertainty, and Profit.* New York : Houghton Mifflin, 1921.

103. **Wu, George, Zhang, Jiao and Gonzalez, Richard.** Decision Under Risk. [ed.] Derek J. Koehler and Nigel Harvey. *Blackwell Handbook of Judgement and Decision Making.* s.l. : Blackwell Publishing Ltd, 2004.

104. **Arrow, Kenneth J.** The Theory of Risk-Bearing: Small and Great Risks. *Journal of Risk and Uncertainty.* 1996, 12, pp. 103-111.

105. **Levy, Haim.** *Stochastic Dominance, Investment Decision Making under Uncertainty.* Third Edition. s.l. : Springer, 2016.

106. **Bernoulli, D.** Specimen theoriae novae de mensura sortis. 1738. Translated by L. Sommer as New Expositions of on the measurement of risk, Econometrica 22.

107. **Denuit, M., et al.** *Actuarial Theory for Dependent Risks: Measures, Orders and Models.* s.l. : John Wiley & Sons, Ltd, 2005. 0-470-01492-X.

108. **Raiffa, H.** *Decision analysis: Introductory lectures on choice under uncertainty.* Reading MA : Addison-Wesley, 1968.

109. **Eeckhoudt, Louis R. and Hammitt, James K.** Does risk aversion increase the value of mortality risk? *Journal of Environmental Economics and Management.* 2004, 47, pp. 13-29.

110. **Buckley, James J.** Stochastic dominance: an approach to decision making under risk. *Risk Analysis.* 1986, Vol. 6, 1, pp. 35-41.

111. **Cohen, Michele D.** Risk-Aversion Concepts in Expected- and Non-Expected-Utility Models. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory.* 1995, 20, pp. 73-91.

112. **Wu-Chien, J.S. and Apostolakis, G.** On Risk Aversion in Risk Acceptance Criteria. *Reliability Engineering.* 1981, 2, pp. 45-52.

113. **Okrent, D.** Industrial risks. *Proceedings of the Royal Society of London.* 1981, Vol. Series A, 376, pp. 133-149.

114. **Arrow, K.J.** *Social Choice and Individual Values.* New York : Wiley, 1951.

115. **Hadar, Josef and Russell, William R.** Decision Making with Stochastic Dominance: An Expository Review. *Omega.* 1974, Vol. 2, 3, pp. 365-377.

116. **Shaked, Moshe and Shanthikumar, J. George.** *Stochastic Orders.* s.l. : Springer, 2007.

117. **Danielsson, Jon, et al.** Consistent Measures of Risk. *working paper.* May 25, 2006.

118. **Shapiro, Alexander, Dentcheva, Darinka and Ruszczynski, Andrzej.** *Lectures on Stochastic Programming: Modeling and Theory.* 2009.

119. **Littlewood, J.E., Hardy, G.H. and Polya, G.** *Inequalities.* Cambridge, MA : University Press, 1959.

120. **Fishburn, P.C.** *Decision and Values Theory.* NY : Wiley, 1964.

121. **Hadar, J. and Russell, W. R.** Rules for Ordering Uncertain Prospects. *American Economic Review.* 1969, 49, pp. 25-34.

122. **Hanoch, G. and Levy, H.** The efficiency analysis of choices involving risk. *Review of Economic Studies.* 1969, 36, pp. 25-34.

123. **Leshno, M. and Levy, H.** Stochastic Dominance and Medical Decision Making. *Health Care Management Science.* 2004, 7, pp. 207-215.

124. Stochastic Process. [ed.] S. I. Gass and M.C. Fu. *Encyclopedia of Operations Research and Management Science.* Boston : Springer, 2013.

125. **Okrent, D.** Industrial Risks. *Proceedings of the Royal Society of London.* 1981, Vol. A376, pp. 133-149.

126. **Nakagawa, T.** *Stochastic Processes.* s.l. : Springer-Verlag, 2011.

127. **MacLean, Leonard C. and Richman, Alex.** Aggregate risk measures for dynamic systems from operational data. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering.* 2012, Vol. 19, 4.

128. **Ramsberg, J.** Comments on Bohnenblust and Slovic, and Vrijling, van Hengel and Houben. *Reliability Engineering and System Safety.* 2000, 67, pp. 205-209.

129. **Li, Jie and Chen, Jianbing.** *Stochastic Dynamics of Structures.* s.l. : John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2009. 978-0-470-82424-5.

130. **Toral, Raul and Pere, Colet.** *Stochastic Numerical Methods: An Introduction for Students and Scientists.* First Edition. s.l. : Wiley-VCH Verlag, 2014.

131. **Olofsson, Peter and Andersson, Mikael.** *Probability, statistics, and stochastic processes.* s.l. : John Wiley & Sons, Inc., 2012. 9780470889749.

132. **Iosifescu, Marius, Limnios, Nikolaos and Oprisan, Gheorghe.** *Introduction to stochastic models.* s.l. : John Wiley & Sons, Inc., 2010.

133. **Vincke, Philippe.** Aggregation of preferences: a review. *European Journal of Operational Research.* 1982, 9, pp. 17-22.

134. **Raiffa, H.** *Decision analysis.* Massachusetts : Addison-Wesley, 1968.

135. **Dentcheva, Darinka and Ruszczynski, Andrzej.** Portfolio optimization with stochastic dominance constraints. *Journal of Banking and Finance.* 2006, 30, pp. 433-451.

136. **Ale, Ben, Burnap, Pete and Slater, David.** On the origin of PCDS - (Probability consequence diagrams). *Safety Science.* 72, pp. 229-239.

137. **Hirst, I. L.** Risk assessment A note on F-N curves, expected numbers of fatalities, and weighted indicators of risk. *Journal of Hazardous Materials.* 1998, Vol. 57, pp. 169-157.

138. **Markowitz, H.M.** Portfolio selection. *Journal of Finance.* 1952, 7, pp. 77-91.

139. **Artzner, P., et al.** Coherent measures of risk. *Mathematical Finance.* 1999, 9, pp. 203-228.

140. **MacKenzie, Cameron A.** Summarizing Risk Using Risk Measures and Risk Indices. *Risk Analysis.* 2014, Vol. 34, 12.

141. **Cooper, A.C.W.W. and Symonds, G.H.** Cost horizons and certainty equivalents: an approach to stochastic programming of heating oil. *Management Science.* 1958, 4, pp. 235-263.

142. **Buckley, James J.** Stochastic dominance: an approach to decision making under risk. *Risk Analysis.* 1986, Vol. 6.

143. **Dentcheva, D. and Ruszczynski, A.** Semi-infinite probabilistic optimization: first order stochastic dominance constraints. *Optimization.* 2004, 53, pp. 583-601.

144. **Vrijling, J.K., van Gelder, P.H.A.J.M. and Ouwerkerk, S.J.** Criteria for acceptable risk in the Netherlands. *Working paper.*

145. **Hadar, Josef and Russell, William R.** Stochatic dominance and diversification. *Journal of Economic Theory.* 1971, 3, pp. 288-305.

146. **Baybutt, Paul.** Allocation of Risk Tolerance Criteria. *Process Safety Progress.* 2014, Vol. 33, 3, pp. 227-230.

147. **J.S. Wu-Chien, G.Apostolakis.** On Risk Aversion in Risk Acceptance Criteria. *Reliability Engineering.* 1981, 2, pp. 45-52.

148. **Vrijling, J.K., van Hengel, W. and Houben, R.J.** Acceptable risk as a basis for design. *Reliability Engineering and System Safety.* 1998, 59, pp. 141-150.

149. **Weber, Martin.** Risk-value models. *European Journal of Operational Reserch.* 1993, 70, pp. 135-149.

150. **Borch, K.** A note on uncertainty and indifference curves. *Review of Economic Studies.* 1969, 36, pp. 1-4.

151. **Grechuk, Bogdan, Molyboha, Anton and Zabarankin, Michael.** Mean-Deviation Analysis in the Theory of Choice. *Risk Analysis.* 2012, Vol. 32, 8, pp. 1277-1292.

152. **Mitchell, Douglas W. and Gelles, Gregory M.** Risk-value models: Restrictions and applications. *European Journal of Operational Research.* 2003, 145, pp. 109-120.

153. **Ogryczak, W. and Ruszczynski, A.** From stochastic dominance to mean-risk models: Semideviations as risk measures. *European Journal of Operational Research.* 1999, 116, pp. 33-50.

154. **Acerbi, C. and Tasche, D.** Expected Shortfall: A natural coherent alternative to value at risk. 2002, Vol. 31, 2, pp. 379-388.

155. **Ditlevsen, O. and Madsen, H.O.** *Stuctural reliabilty methods.* New York : Wiley, 1996.

156. **Rockafellar, R.T. and Royset, J.O.** On buffered failure probability in design and optimization of structures. *Reliability Enginnering and System Safety.* 2010, 95, pp. 499-510.

157. **Toumazis, I., Kwon, C. and Batta, R.** Value-at-Risk and conditional value-at-risk minimization for hazardous materials routing. [ed.] R. Batta and C. Kwon. *Handbook of OR/MS Models in Hazardous Materials Transportation.* New York : Springer, 2013, pp. 127-154.

158. **Frohwein, Hendrik I. and Lambert, James H.** Risk of extreme events in multiobjective decision trees Part I. Severe events. *Risk Analysis.* 2000, Vol. 20, 1, pp. 113-123.

159. **Frohwein, H.I., Lambert, J.H. and Haimes, Y.Y.** Alternative measures of risk of extreme events in decision trees. *Reliabilty Engineering and System Safety.* 1999, 66, pp. 69-84.

160. **Levy, H.** *Stochastic Dominance.* s.l. : Kluwer Academic, 1998.

161. **Danielsson, Jon, et al.** Consistent Measures of Risk. *working paper.* May 25, 2006.

162. **Wakker, Peter.** Separating Marginal Utility and Probabilistic Risk Aversion. *Theory and Decision.* 1994, 36, pp. 1-44.