



st

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ  
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΒΛΑΒΩΝ ΑΞΟΝΙΚΩΝ  
ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ  
ΛΕΥΤΕΡΗΣ ΠΛΩΜΑΡΙΤΗΣ**

**Επίβλεψη:  
Λέκτορας Ν. Αρετάκης**

**ΑΘΗΝΑ  
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2011**



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το παρόν κείμενο αποτελεί την διπλωματική μου εργασία στα πλαίσια των σπουδών μου στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ υπό την επίβλεψη του Λέκτορα του Τομέα Ρευστών κ. Νίκου Αρετάκη. Από τη θέση αυτή θα ήθελα να του εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες για την ανάθεση της εργασίας και την συνεχή καθοδήγηση και συνεργασία του, χωρίς τις οποίες δεν θα ήταν δυνατή η ολοκλήρωση της. Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης θερμά τον κ. Γιάννη Ρουμελιώτη, όπως και όλα τα παιδιά του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών για την υποστήριξη και έμπρακτη βοήθεια τους καθ' όλη τη διάρκεια της διπλωματικής.







**ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

<b>ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ .....</b>	<b>v</b>
<b>1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>1.1</b>
1.1 Εισαγωγή .....	1.1
1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση.....	1.2
1.3 Η Διπλωματική Εργασία.....	1.3
1.3.1 Σκοπός διπλωματικής εργασίας. ....	1.3
1.3.2 Δομή της διπλωματικής εργασίας. ....	1.4
<b>2 ΑΞΟΝΙΚΟΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΣ.....</b>	<b>2.1</b>
2.1 Ο αξονικός στρόβιλος.....	2.1
2.1.1 Εισαγωγή στον αξονικό στρόβιλο.....	2.1
2.1.2 Η πτερύγωση του στρόβιλου.....	2.3
2.2 Μονοδιάστατη ανάλυση ροής.....	2.10
2.2.1 Εισαγωγή στην μονοδιάστατη ανάλυση ροής.....	2.10
2.2.2 Δεδομένα εισόδου και γεωμετρικά μεγέθη.....	2.11
2.2.3 Ανάλυση μέσης γραμμής.....	2.12
<b>3 ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ .....</b>	<b>3.1</b>
3.1 Συνιστώσες και συντελεστές απωλειών .....	3.1
3.2 Προέλευση των απωλειών .....	3.2
3.2.1 Παραγωγή εντροπίας στα οριακά στρώματα.....	3.3
3.2.2 Παραγωγή εντροπίας λόγω ανάμειξης.....	3.5
3.2.3 Παραγωγή εντροπίας λόγω κρουστικών κυμάτων .....	3.6
<b>4 ΜΕΘΟΔΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ .....</b>	<b>4.1</b>
4.1 Η μέθοδος των Ainley-Mathieson .....	4.1
4.1.1 Εισαγωγή .....	4.1
4.1.2 Υπολογισμός γωνίας εξόδου αερίου .....	4.2
4.1.3 Υπολογισμός απωλειών πίεσης.....	4.5
4.1.4 Επίδραση του πάχους ακμής διαφυγής .....	4.10
4.1.5 Παρατηρήσεις σχετικά με την εφαρμογή της μεθόδου .....	4.11

4.1.6	Επίδραση αριθμού Reynolds.....	4.11
<b>4.2</b>	<b>Η μέθοδος Dunham-Came.....</b>	<b>4.12</b>
4.2.1	Εισαγωγή.....	4.12
4.2.2	Διόρθωση συντελεστή απωλειών πτερύγωσης.....	4.12
4.2.3	Διόρθωση συντελεστή δευτερευουσών απωλειών.....	4.13
4.2.4	Διόρθωση συντελεστή απωλειών διακένου.....	4.13
<b>4.3</b>	<b>Η μέθοδος Kacker-Okaruu.....</b>	<b>4.14</b>
4.3.1	Εισαγωγή.....	4.14
4.3.2	Διόρθωση συντελεστή απωλειών πτερύγωσης.....	4.14
4.3.3	Διόρθωση επίδρασης αριθμού Reynolds.....	4.17
4.3.4	Διόρθωση συντελεστή δευτερευουσών απωλειών.....	4.18
4.3.5	Συντελεστής απωλειών ακμής διαφυγής.....	4.19
4.3.6	Διόρθωση συντελεστή απωλειών διακένου.....	4.20
<b>4.4</b>	<b>Η μέθοδος Zhu-Sjolander.....</b>	<b>4.20</b>
4.4.1	Εισαγωγή.....	4.20
4.4.2	Διόρθωση συντελεστή απωλειών πτερύγωσης.....	4.21
4.4.3	Διόρθωση γωνίας εξόδου ροής.....	4.21
<b>4.5</b>	<b>Μέθοδος Benner-Moustapha-Tremblay.....</b>	<b>4.22</b>
4.5.1	Εισαγωγή.....	4.22
4.5.2	Νέο σχήμα κατανομής απωλειών.....	4.23
4.5.3	Υπολογισμός βάθους διείσδυσης.....	4.24
4.5.4	Υπολογισμός συντελεστή δευτερευουσών απωλειών.....	4.25
<b>4.6</b>	<b>Μέθοδος Moustapha-Kacker-Tremblay.....</b>	<b>4.26</b>
4.6.1	Εισαγωγή.....	4.26
4.6.2	Υπολογισμός απωλειών πρόσπτωσης της πτερύγωσης.....	4.26
4.6.3	Απώλειες πρόσπτωσης των τοιχωμάτων.....	4.28
<b>4.7</b>	<b>Βιβλιογραφική σύγκριση μεθόδων.....</b>	<b>4.28</b>
<b>5</b>	<b>ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ.....</b>	<b>5.1</b>
<b>5.1</b>	<b>Εισαγωγή.....</b>	<b>5.1</b>
<b>5.2</b>	<b>Παραμετρική μελέτη απωλειών στροβίλου.....</b>	<b>5.2</b>
5.2.1	Επίδραση γωνίας πρόσπτωσης στις απώλειες.....	5.2
5.2.2	Επίδραση διακένου στις απώλειες.....	5.5
5.2.3	Επίδραση λόγου ύψους/χορδής στις απώλειες.....	5.6
5.2.4	Επίδραση πάχους ακμής διαφυγής στις απώλειες.....	5.8



5.2.5	Επίδραση στερεότητας στις απώλειες.....	5.8
<b>5.3</b>	<b>Μελέτη χαρακτηριστικών στροβίλου.....</b>	<b>5.9</b>
<b>6</b>	<b>ΒΛΑΒΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ .....</b>	<b>6.1</b>
<b>6.1</b>	<b>Συνηθέστερες βλάβες στροβίλων .....</b>	<b>6.1</b>
<b>6.2</b>	<b>Μοντελοποίηση βλαβών στροβίλου.....</b>	<b>6.4</b>
6.2.1	Μοντελοποίηση των επικαθήσεων (fouling) .....	6.5
6.2.2	Μοντελοποίηση της μηχανικής διάβρωσης (erosion).....	6.14
<b>6.3</b>	<b>Διάγνωση γεωμετρικών μεταβολών λόγω βλάβης.....</b>	<b>6.22</b>
6.3.1	Μεθοδολογία συντελεστών ευαισθησίας.....	6.22
6.3.2	Αριθμητική εφαρμογή της μεθοδολογίας .....	6.25
<b>7</b>	<b>ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ .....</b>	<b>7.1</b>
<b>7.1</b>	<b>Ανακεφαλαίωση.....</b>	<b>7.1</b>
<b>7.2</b>	<b>Συμπεράσματα .....</b>	<b>7.2</b>
<b>7.3</b>	<b>Προτάσεις .....</b>	<b>7.3</b>
<b>8</b>	<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>8.1</b>
<b>Π1</b>	<b>ΚΩΔΙΚΑΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....</b>	<b>1</b>
<b>Π1.1</b>	<b>Δομή TBLADE.....</b>	<b>1</b>
<b>Π1.2</b>	<b>Υπορουτίνες TBLADE.for .....</b>	<b>2</b>
Π1.2.1	Υπορουτίνα TurbCascadeLoss.....	2
Π1.2.2	Υπορουτίνα StatPressReynolds.....	6
<b>Π2</b>	<b>Εφαρμογή εκτίμησης σημείου λειτουργίας στροβίλου .....</b>	<b>1</b>
<b>Π2.1</b>	<b>Δεδομένα εισόδου αριθμητικής εφαρμογής.....</b>	<b>1</b>
<b>Π2.2</b>	<b>Προσδιορισμός μεγεθών στον στάτορα.....</b>	<b>2</b>
Π2.2.1	Εκτίμηση γωνίας εξόδου $\alpha_2$ .....	2
Π2.2.2	Υπολογισμός απωλειών στάτορα.....	2
Π2.2.3	Μεγέθη ροής στην έξοδο του στάτορα .....	5
<b>Π2.3</b>	<b>Προσδιορισμός μεγεθών στον ρότορα .....</b>	<b>6</b>

---

Π2.3.1	Σχετικά μεγέθη ροής στην είσοδο του ρότορα .....	6
Π2.3.2	Εκτίμηση σχετικής γωνίας εξόδου $\beta_3$ .....	7
Π2.3.3	Υπολογισμός απωλειών ρότορα.....	8
Π2.3.4	Σχετικά μεγέθη ροής στην έξοδο του ρότορα.....	12
Π2.3.5	Απόλυτα μεγέθη ροής στην έξοδο του ρότορα.....	12

## ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

<b>A</b>	Επιφάνεια ροής αερίου κατά την διεύθυνση της ροής (m <sup>2</sup> )
<b>A<sub>n</sub></b>	Επιφάνεια ροής κάθετη στην αξονική διεύθυνση (m <sup>2</sup> )
<b>A<sub>t</sub></b>	Εμβαδό «λαιμού» πτερυγίων (m <sup>2</sup> )
<b>b</b>	Μέγιστο βέλος κάμψης (m)
<b>c</b>	Χορδή πτερυγίου (m)
<b>C<sub>x</sub></b>	Αξονική χορδή πτερυγίου (m)
<b>C<sub>d</sub></b>	Συντελεστής διάχυσης
<b>C<sub>Dk</sub></b>	Συντελεστής οπισθέλκουσας πτερυγίων, προκύπτων από απώλειες πίεσης διακένου
<b>C<sub>Ds</sub></b>	Συντελεστής οπισθέλκουσας πτερυγίων, προκύπτων από δευτερεύουσες απώλειες πίεσης
<b>C<sub>L</sub></b>	Συντελεστής άνωσης
<b>C<sub>p</sub></b>	Ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση (J/kg C°)
<b>CFM</b>	Πολλαπλασιαστής υπερηχητικής αύξησης οπισθέλκουσας
<b>C.R.</b>	Λόγος σύγκλισης (Convergence ratio)
<b>D<sub>h</sub></b>	Εσωτερική διάμετρος πτερύγωσης (m)
<b>D<sub>t</sub></b>	Εξωτερική διάμετρος πτερυγίου (m)
<b>e</b>	Μέση ακτίνα καμπυλότητας της κυρτής επιφάνειας ενός πτερυγίου, ανάμεσα στο λαιμό και την ακμή διαφυγής (m)
<b>f<sub>(Re)</sub></b>	Ο συντελεστής διόρθωσης αριθμού Reynolds
<b>F<sub>t</sub></b>	Εφαπτομενική παράμετρος φόρτισης
<b>g</b>	Επιτάχυνση της βαρύτητας (m/sec <sup>2</sup> )

$h$	Στατική ενθαλπία αερίου (J/kg)
$h_t$	Ολική ενθαλπία αερίου (J/kg)
$h_{tr}$	Περιστρεφόμενη ολική ενθαλπία αερίου (J/kg)
$h_{tR}$	Σχετική ολική ενθαλπία αερίου (J/kg)
$h_{blade}$	Ύψος πτερυγίου (m)
$i$	Γωνία πρόσπτωσης πτερυγίου ( $^\circ$ )
$i_{des}$	Γωνία πρόσπτωσης σχεδίασης πτερυγίου ( $^\circ$ )
$i_{eff}$	Πραγματική γωνία πρόσπτωσης ( $^\circ$ )
$i_s$	Γωνία πρόσπτωσης “stalling”
$k$	Ακτινικό διάκενο (m)
$K$	Διορθωτικός παράγων για τον αριθμό Mach (1,2,3)
$M$	Αριθμός Mach
$M_r$	Σχετικός αριθμός Mach
$M_u$	Περιστροφικός αριθμός Mach
$\dot{m}$	Παροχή μάζας (kg/sec)
$N$	Ταχύτητα περιστροφής στροβίλου (RPM)
$o$	Άνοιγμα πτερυγίων ή λαιμός (m)
$p$	Στατική πίεση (pa)
$p_p$	Στατική πίεση πλευράς υπερπίεσης (pa)
$p_s$	Στατική πίεση πλευράς υποπίεσης (pa)
$p_t$	Ολική πίεση (pa)

Q	Αδιάστατη παράμετρος παροχής μάζας $\left( \frac{\dot{m}\sqrt{T_t}}{P_t} \right)$
R	Βαθμός αντίδρασης
R <sub>gas</sub>	Σταθερά αερίων (J/kgK)
R <sub>h</sub>	Ακτίνα ποδός πτερυγίου (m)
R <sub>m</sub>	Μέση ακτίνα πτερυγίου (m)
R <sub>t</sub>	Ακτίνα ακροπτερυγίου (m)
Re	Αριθμός Reynolds
s	Βήμα περύγωσης (m)
$\dot{S}$	Ρυθμός παραγωγής εντροπίας (J/ K)
t	Μέγιστο πάχος πτερυγίου (m)
t <sub>e</sub>	πάχος ακμής διαφυγής (m)
T	Στατική θερμοκρασία αερίου (K)
T <sub>tr</sub>	Περιστροφική ολική θερμοκρασία αερίου (K)
T <sub>tR</sub>	Σχετική ολική θερμοκρασία αερίου (K)
T <sub>t</sub>	Ολική θερμοκρασία αερίου (K)
ΔT	Πτώση ολικής θερμοκρασίας αερίου σε ολόκληρο το στρόβιλο (K)
ΔT <sub>isen</sub>	Ισεντροπική πτώση ολικής θερμοκρασίας αερίου σε ολόκληρο το στρόβιλο (K)
U	Περιφερειακή ταχύτητα πτερυγίου στην διάμετρο αναφοράς (m/sec)
V	Ταχύτητα αερίου (m/sec)
V <sub>a</sub>	Αξονική συνιστώσα της ταχύτητας αερίου (m/sec)

$V_u$	Περιφερειακή συνιστώσα της ταχύτητας αερίου (m/sec)
$W$	Σχετική ταχύτητα αερίου (m/sec)
$x_t$	Σημείο εμφάνισης μέγιστους πάχους πτερυγίου (m)
$\Upsilon$	Συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης
$\bar{Y}_a$	Μέσος συντελεστής απωλειών ανά μονάδα επιφάνειας πτερύγωσης
$Y_{mid}$	Συντελεστής απωλειών μέσης γραμμής ανά μονάδα επιφάνειας πλευράς υποπίεσης
$Y_p$	Συντελεστής απωλειών πτερύγωσης
$Y_s$	Συντελεστής δευτερευουσών απωλειών ή απωλειών τοιχωμάτων
$Y_k$	Συντελεστής απωλειών διακένου
$Y_{SHOCK}$	Συντελεστής απωλειών κρουστικών κυμάτων
$Y_t$	Συντελεστής ολικών απωλειών
$Y_{TET}$	Συντελεστής απωλειών ακμής διαφυγής
$Z$	Παράμετρος φόρτισης Ainley-Mathieson
$Z_{TE}$	Βάθος διείδυσης
$\alpha$	Απόλυτη γωνία ροής του αερίου (°)
$\beta$	Σχετική γωνία ροής του αερίου (°)
$\beta'$	Γωνία μετάλλου (°)
$Y_{angle}$	Γωνία κλίσης πτερυγίου (°)
$\gamma$	Συντελεστής ισεντροπικής μεταβολής
$\delta^*$	Πάχος οριακού στρώματος (m)
$\delta$	Γωνία παρέκκλισης πτερυγίου (°)

$\zeta$	Συντελεστής απωλειών ενθαλπίας
$\eta_{is}$	ισεντροπικός βαθμός απόδοσης (ολικές προς ολικές συνθήκες)
$\eta_0$	Βαθμός απόδοσης για μηδενικό διάκενο
H	Παράγοντας μορφής πτερυγίου
$\theta$	Γωνία απόκλισης πτερυγίου (°)
$\mu$	ιξώδες αερίου
$\pi_T$	Λόγος πίεσης στροβίλου
$\rho$	Πυκνότητα αερίου (kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_i$	Ολική πυκνότητα αερίου (kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	Στερεότητα πτερυγίου
$\sigma_x$	Αξονική στερεότητα πτερυγίου
$\phi$	Γωνία κυρτότητας πτερυγίου (°)
$\Phi$	Συντελεστής παροχής
$\Psi$	Συντελεστής φόρτισης
$\Psi_z$	Συντελεστής φόρτισης Zweifel
$\bar{\omega}$	μέση απώλεια ολικής πίεσης (pa)







# 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 Εισαγωγή

Οι αεριοστρόβιλοι είναι αναμφίβολα από τις σημαντικότερες εφευρέσεις του 20ου αιώνα. Η ανάπτυξη τους ξεκίνησε λίγο πριν τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο, ωστόσο οι πρώτες σημαντικές εφαρμογές τους ήταν προς το τέλος του ΔΠΠ με την χρησιμοποίησή τους σε πολεμικά αεροσκάφη. Μέχρι τις αρχές του 1970, η συνεχιζόμενη ανάπτυξη τους επέτρεψε την μαζική παραγωγή οικονομικών και αποδοτικών αεροπορικών κινητήρων και έδωσε το έναυσμα για την δημιουργία τεράστιου δικτύου πολιτικών αερομεταφορών, όπως το γνωρίζουμε σήμερα.

Ωστόσο, αυτή δεν είναι η μοναδική εφαρμογή του αεριοστρόβιλου. Εξίσου σημαντική υπήρξε η αξιοποίηση του στον τομέα της παραγωγής ενέργειας, παρότι χρειάστηκε αρκετά μεγαλύτερο χρονικό διάστημα για να επιτευχθεί. Μέχρι το τέλος όμως του 20ου αιώνα, ήταν πλέον ευρύτερη η χρήση αεριοστρόβιλων ισχύος ως και 300 MW με θερμική απόδοση περίπου 40%. Ένα σημαντικό πεδίο εφαρμογής τους που προέκυψε το 1960 ήταν η μεταφορά φυσικού αερίου μέσω δικτύων σωληνώσεων σε μεγάλες αποστάσεις. Η τροφοδότηση μάλιστα των στρόβιλων γινόταν με απαγωγή αερίου από το δίκτυο σωληνώσεων.

Για κάθε μια από τις παραπάνω εφαρμογές επινοήθηκαν κατάλληλες κατασκευαστικές δομές που να επιτρέπουν με βέλτιστο τρόπο την χρήση του αεριοστρόβιλου στις εκάστοτε συνθήκες και απαιτήσεις λειτουργίας. Η αρχή λειτουργίας τους όμως είναι ενιαία. Η παραγωγή ενέργειας γίνεται με την εκτόνωση του εργαζόμενου μέσου, γεγονός που προαπαιτεί την προγενέστερη συμπίεση του. Δεδομένου μάλιστα και του γεγονότος πως οι υψηλές θερμοκρασίες προ εκτόνωσης συμβάλλουν στην παραγωγή περισσότερης ενέργειας, καταλήξαμε στην σύνθεση συμπιεστή-θαλάμου καύσης-στρόβιλου. Στην πράξη, τόσο στον συμπιεστή, όσο και στον στρόβιλο προκύπτουν απώλειες ενέργειας που αυξάνουν τις ενεργειακές απαιτήσεις του συμπιεστή και μειώνουν την παραγόμενη ενέργεια στον στρόβιλο.

Το φαινόμενο αυτό έγινε αντικείμενο ευρύτερης μελέτης από την επιστημονική κοινότητα και σύντομα βγήκε το συμπέρασμα πως η απόδοση ενός αεριοστρόβιλου εξαρτάται πρωτίστως από τον λόγο πίεσης του συμπιεστή, την θερμοκρασία εισόδου στον στρόβιλο και την απόδοση των επιμέρους στοιχείων της μηχανής (βιβλ. αναφορά [1]). Η απόδοση αυτή εξαρτάται άμεσα από τον ικανό σχεδιασμό και κατασκευή των εξαρτημάτων από τα οποία αποτελούνται.

Αν περιορίσουμε τη μελέτη στο σύστημα του στρόβιλου, τότε η αναζήτηση υψηλών αποδόσεων και άρα ελαχίστων απωλειών έγκειται αποκλειστικά και μόνο στην

βέλτιστη δυνατή σχεδίαση και κατασκευή του στροβίλου. Γίνεται λοιπόν εύκολα αντιληπτή η σημασία της μελέτης της επίδρασης της γεωμετρίας του στροβίλου άμεσα στην δημιουργία απωλειών και έμμεσα στην απόδοση του.

## 1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση.

Η επιτακτική ανάγκη μελέτης των απωλειών του στροβίλου οδήγησε στην δημιουργία αρκετών συστημάτων εκτίμησης των απωλειών ήδη από τα μέσα του 20ου αιώνα. Από τα πρώτα αυτά συστήματα που εμφανίστηκαν, τα πιο γνωστά είναι των Traupel, Craig-Cox, και Steward.

Η μέθοδος του Traupel εφαρμόζεται μόνο σε πτερυγώσεις στροβίλου βέλτιστης στερεότητας και υπολογίζει τον βαθμό απόδοσης στο σημείο σχεδίασης (βιβλ. αναφορά [2]). Δεν περιλαμβάνει κάποιου είδους διόρθωση για διαφορετικές στερεότητες, αλλά καλύπτει ρεαλιστικά φαινόμενα πτερυγώσεων, όπως η επικάλυψη μέρους του πτερυγίου.

Η μέθοδος Craig-Cox αποτελεί ένα ακόμα πληρέστατο σύστημα και βασίζεται σε δοκιμές πτερυγώσεων και στροβίλων. Εκτιμά την απόδοση πραγματικών μηχανών για ένα μεγάλο εύρος αριθμών Reynolds, αριθμών Mach, λόγων ύψους πτερυγίου/χορδής και άλλων παραμέτρων με καλή ακρίβεια (βιβλ. αναφορά [3]).

Όσον αφορά την μέθοδο Steward, αυτή αποτελεί μια μέθοδο υπολογισμού απόδοσης της βαθμίδας μιας οικογένειας στροβίλων για μηδενικό διάκενο. Εφαρμόζεται μόνο σε στροβίλους χαμηλής πίεσης (βιβλ. αναφορά [2]).

Το πιο γνωστό ίσως σύστημα απωλειών για αξονικούς στροβίλους είναι αυτό των Ainley-Mathieson (βιβλ. αναφορά [4]). Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει σχέσεις υπολογισμού όλων των συνιστωσών των απωλειών τόσο για το σημείο σχεδίασης, όσο και εκτός αυτού, αλλά και για την γωνία παρέκκλισης. Οι σχέσεις αυτές βασίζονται σε γεωμετρικές παραμέτρους, όπως το εμβαδό του λαιμού, την ακτίνα καμπυλότητας, την στερεότητα κτλ.

Η αξιοπιστία της μεθόδου αυτής καταδεικνύεται από το γεγονός ότι αποτέλεσε θεμέλιο λίθο για την δημιουργία αριθμού νέων μεθόδων-βελτιώσεων της, όπως η μέθοδος Dunham-Came και η μέθοδος Kacker-Okaruu .

Η μέθοδος Dunham-Came (βιβλ. αναφορά [5]) εξετάζει τις αδυναμίες της μεθόδου Ainley-Mathieson κυρίως σε στροβίλους χαμηλού λόγου ύψους πτερυγίου/χορδής και παραμετροποιεί τις απώλειες ως προς αυτόν τον λόγο. Συν τοις άλλοις, διατηρεί την δυνατότητα της μεθόδου Ainley-Mathieson να εκτιμά τις απώλειες στο σημείο σχεδίασης και εκτός αυτού.

Την δυνατότητα αυτή δεν έχει η μέθοδος Kacker-Okaruu (βιβλ. αναφορά [6]) που εκτιμά τις απώλειες μόνο στο σημείο σχεδίασης. Ωστόσο, μοντελοποίησε την επίδραση σημαντικών φαινομένων, όπως η συμπίεστικότητα της ροής και τα κρουστικά κύματα και εκσυγχρόνισε τις παλαιότερες μεθόδους με τα δεδομένα νεότερων μηχανών.

Προκειμένου να αξιοποιηθεί η παραπάνω μέθοδος και εκτός του σημείου σχεδίασης, οι Moustapha-Kacker-Tremblay (βιβλ. αναφορά [7]) ανέπτυξαν κατάλληλη μεθοδολογία υπολογισμού των απωλειών εκτός σημείου σχεδίασης που βασίζεται στην μέθοδο Kacker-Okaruu και συνδυάζεται με αυτήν.

Οι Zhu-Sjolander-Moustapha (βιβλ. αναφορά [8]) επεξεργάστηκαν επίσης την μέθοδο Kacker-Okaruu και εισήγαγαν διορθώσεις στον υπολογισμό των απωλειών περύγωσης.

Τέλος, οι Benner-Sjolander-Moustapha (βιβλ. αναφορά [9], [10] και [11]) επεξεργάστηκαν τις μεθόδους των Kacker-Okaruu και των Moustapha-Kacker-Tremblay, προκειμένου να συνυπολογισθεί η επίδραση της γεωμετρίας της ακμής πρόσπτωσης στον υπολογισμό των απωλειών στο σημείο σχεδίασης και εκτός αυτού και πρότειναν ένα νέο σχήμα κατανομής των απωλειών.

### **1.3 Η Διπλωματική Εργασία.**

#### **1.3.1 Σκοπός διπλωματικής εργασίας.**

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως σκοπό την αναβάθμιση του λογισμικού TBLADE του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών. Το εν λόγω λογισμικό παράγει χάρτες χαρακτηριστικών αξονικών στροβίλων χρησιμοποιώντας μονοδιάστατη ανάλυση ροής και τη εμπειρική μέθοδο Ainley-Mathieson για την εκτίμηση των απωλειών. Η μέθοδος αυτή, παρότι ευρέως χρησιμοποιούμενη, διαπιστώθηκε στην βιβλιογραφία πως στερείται ακρίβειας για μηχανές σύγχρονης σχεδίασης.

Για το σκοπό αυτό, αναζητήθηκαν βιβλιογραφικά και συγκεντρώθηκαν νέες μέθοδοι εκτίμησης των απωλειών. Όσες από αυτές κρίθηκαν κατάλληλες, συνδυάστηκαν προκειμένου να καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις λειτουργίας ενός στροβίλου.

Το αποτέλεσμα ήταν να προκύψουν 4 νέα συστήματα εκτίμησης απωλειών αξονικών στροβίλων τα οποία προγραμματίστηκαν σε υπολογιστικό κώδικα Fortran. Συγκεκριμένα αναπτύχθηκε ενιαία υπορουτίνα για όλα τα συστήματα παραμετροποιώντας την επιλογή του τρόπου εκτίμησης των απωλειών με κατάλληλη μεταβλητή.

Η υπορουτίνα αυτή αντικατέστησε την ήδη υπάρχουσα η οποία περιελάμβανε μόνο την μέθοδο Ainley-Mathieson και ενσωματώθηκε στο πρόγραμμα TBLADE. Έγινε έτσι πλέον εφικτός ο προσδιορισμός μιας χαρακτηριστικής με οποιαδήποτε μέθοδο επιλογής του χρήστη.

Με την βοήθεια του πλέον ανανεωμένου κώδικα, έγινε παραμετρική ανάλυση των απωλειών στον στροβίλο ως προς τα βασικά στοιχεία της γεωμετρίας του. Η μελέτη των αποτελεσμάτων που προέκυψαν, σε συνδυασμό με την υπάρχουσα βιβλιογραφία,

παρέχει αρκετές πληροφορίες όσον αφορά την επίδραση που έχει η επιλογή της γεωμετρίας στο στάδιο του σχεδιασμού πάνω στις απώλειες του στροβίλου.

Προς αυτή την κατεύθυνση, υπολογίστηκαν οι χαρακτηριστικές λειτουργίες για ένα μεγάλο εύρος στροφών για ένα στρόβιλο υψηλής πίεσης και ένα στρόβιλο ισχύος. Η μελέτη των αποτελεσμάτων που προέκυψαν επιτρέπει εφόσον υπάρχουν διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα να επιλεγεί το σύστημα απωλειών που προσομοιώνει καλύτερα την λειτουργία του στροβίλου.

Ακόμη καταγράφεται αναλυτικά μέσα από σειρά περιπτώσεων μελέτης η μεταβολή του χάρτη του στροβίλου για δεδομένες μεταβολές γεωμετρίας και αναλύεται η ευαισθησία του σε αυτές. Η παραπάνω ανάλυση γίνεται στα πλαίσια της μοντελοποίησης διάφορων βλαβών του στροβίλου. Τα στοιχεία που προκύπτουν μπορούν να αποτελέσουν χρήσιμο οδηγό στα πρώτα στάδια σχεδίασης όσον αφορά την προσεκτική επιλογή γεωμετρικών παραμέτρων σχεδίασης, όπως επίσης να χρησιμοποιηθούν και για τη διάγνωση των βλαβών αυτών.

Η διπλωματική ολοκληρώνεται με την ανάπτυξη και παρουσίαση μιας πρωτότυπης μεθοδολογίας εκτίμησης-διάγνωσης γεωμετρικών μεταβολών λόγω βλάβης που βασίζεται στην ευαισθησία των μεταβολών της γεωμετρίας στις χαρακτηριστικές λειτουργίες του στροβίλου.

### **1.3.2 Δομή της διπλωματικής εργασίας.**

Μετά από την παρουσίαση του σκοπού της παρούσας διπλωματικής ακολουθεί συνοπτική παρουσίαση των περιεχομένων των κεφαλαίων 2-7.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα διάφορα στοιχεία της γεωμετρίας του στροβίλου και γίνεται μελέτη του μοντέλου της μονοδιάστατης ανάλυσης της ροής.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρία των απωλειών με ιδιαίτερη έμφαση στα φαινόμενα που τις προκαλούν.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι διάφορες εμπειρικές μέθοδοι εκτίμησης των απωλειών, ενώ στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται σύγκριση των μεθόδων με βάση στοιχεία από τη βιβλιογραφία.

Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται παραμετρική ανάλυση της επίδραση της γεωμετρίας στις απώλειες του στροβίλου και ταυτόχρονη σύγκριση των αποτελεσμάτων που παρήγαγε η κάθε μέθοδος εκτίμησης απωλειών. Επίσης γίνεται εφαρμογή των μεθόδων για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών λειτουργίας σε 2 στροβίλους.

Στο έκτο κεφάλαιο γίνεται μοντελοποίηση διάφορων βλαβών στροβίλου και μελέτη της επίδρασης τους στους χάρτες χαρακτηριστικών του στροβίλου. Επίσης παρουσιάζεται μια μεθοδολογία εκτίμησης-διάγνωσης των γεωμετρικών μεταβολών λόγω βλάβης σε αξονικό στρόβιλο που προέκυψε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Σφάλμα! Χρησιμοποιήστε την καρτέλα "Κεντρική σελίδα", για να εφαρμόσετε το Heading 2 στο κείμενο που θέλετε να εμφανίζεται εδώ. **1.5**

Στο έβδομο κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη ανακεφαλαίωση της παρούσας εργασίας, ενώ παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν καθώς και προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση.

Στο τέλος της διπλωματικής εργασίας παρατίθενται σε δύο παραρτήματα η παρουσίαση του κώδικα TBLADE και των υπορουτίνων του και μια αριθμητική εφαρμογή εκτίμησης των απωλειών και προσδιορισμού του σημείου λειτουργίας ενός μονοβάθμιου στροβίλου.



# 2

## ΑΞΟΝΙΚΟΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΣ

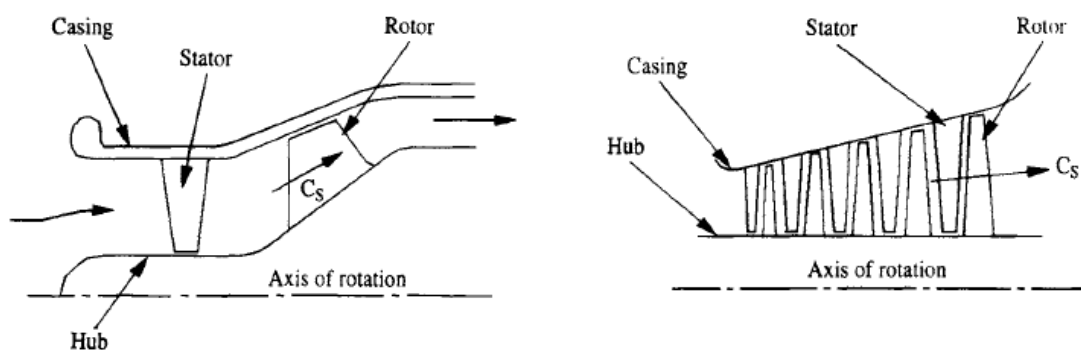
Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται αρχικά μια σύντομη παρουσίαση του στροβίλου και των τμημάτων που τον απαρτίζουν προς εξοικείωση με τον συμβολισμό και τον σχεδιασμό του. Ακολουθεί εκτενέστερη αναφορά στην γεωμετρία της πτερύγωσης του στροβίλου αφού αυτή θα αποτελέσει βάση εφαρμογής της μελέτης των απωλειών στα επόμενα κεφάλαια.

### 2.1 Ο αξονικός στρόβιλος

#### 2.1.1 Εισαγωγή στον αξονικό στρόβιλο

Ο στρόβιλος (turbine) αποτελεί βασική συνιστώσα κάθε θερμικής στροβιλομηχανής και σκοπός του είναι η απαγωγή ενέργειας από το εργαζόμενο μέσο και η μεταφορά της ως κινητική ενέργεια στον άξονα της μηχανής.

Οι δυο βασικές κατηγορίες στροβίλου είναι οι αξονικοί (axial turbines) και οι ακτινικοί στρόβιλοι (radial turbines). Στον αξονικό στρόβιλο, η κατεύθυνση της ροής είναι ως επί το πλείστον παράλληλη με τον άξονα της μηχανής, ενώ στον ακτινικό μεγάλο τμήμα της ροής κινείται ακτινικά, κάθετα στον άξονα της μηχανής.

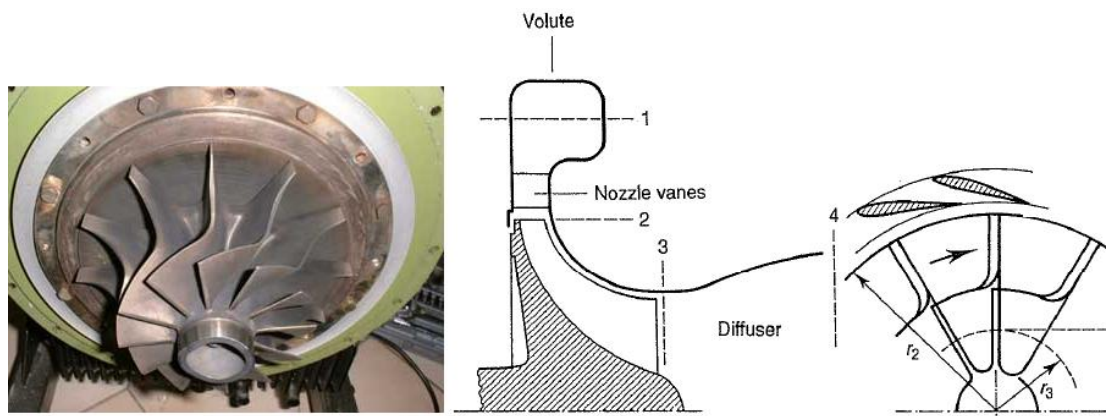


Σχήμα 2.1: Τομή μονοβάθμιου και πολυβάθμιου αξονικού στροβίλου

Χαρακτηριστικό των αξονικών στροβίλων είναι ότι δεν μεταβάλλεται ουσιαστικά η μέση ακτίνα της ροής και συνεπώς είναι κατάλληλοι για τη διαχείριση υψηλών παροχών μάζας. Ωστόσο ο λόγος πίεσης τους είναι χαμηλός με συνέπεια να καθίσταται



αναγκαία η τοποθέτηση πολλών βαθμίδων στη σειρά για να επιτευχθούν υψηλοί λόγοι πίεσης (βιβλ. αναφορά [18]).

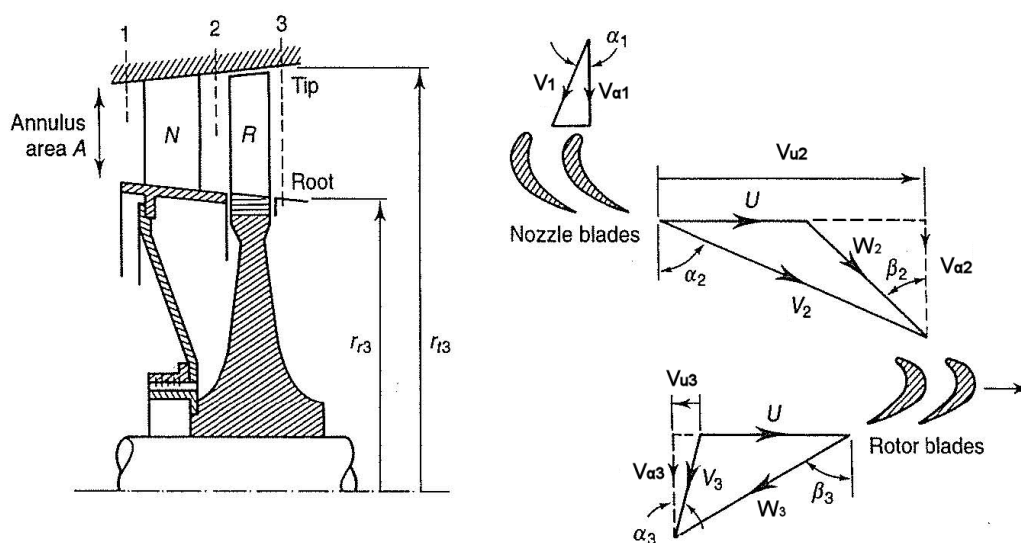


Σχήμα 2.2: Ακτινικός στρόβιλος και τομή μονοβάθμιου ακτινικού στροβίλου

Με κριτήριο λοιπόν τον αριθμό των βαθμίδων του, ο αξονικός στρόβιλος διακρίνεται σε μονοβάθμιο (single-stage axial turbine), διβάθμιο (two-stage axial turbine) ή πολυβάθμιο στρόβιλο (multistage axial turbine).

Ως τυπική βαθμίδα αξονικού στροβίλου ορίζεται ο συνδυασμός μιας σταθερής πτερύγωσης, συχνά αποκαλούμενης και ακροφύσιου (nozzle blade row), που προηγείται μιας περιστρεφόμενης πτερύγωσης (rotor blade row).

Ορίζουμε την είσοδο ακροφύσιου ως θέση 1, την έξοδο από το ακροφύσιο και την είσοδο στο ρότορα ως θέση 2 και την έξοδο από αυτόν ως θέση 3 (βλέπε Σχήμα 2.3). Στο Σχήμα 2.3 φαίνονται και οι τομές των πτερυγίων του στάτορα και του ρότορα και τα αντίστοιχα τρίγωνα ταχυτήτων.



Σχήμα 2.3: Βαθμίδα αξονικού στροβίλου και τρίγωνα ταχυτήτων

### 2.1.2 Η πτερύγωση του στροβίλου

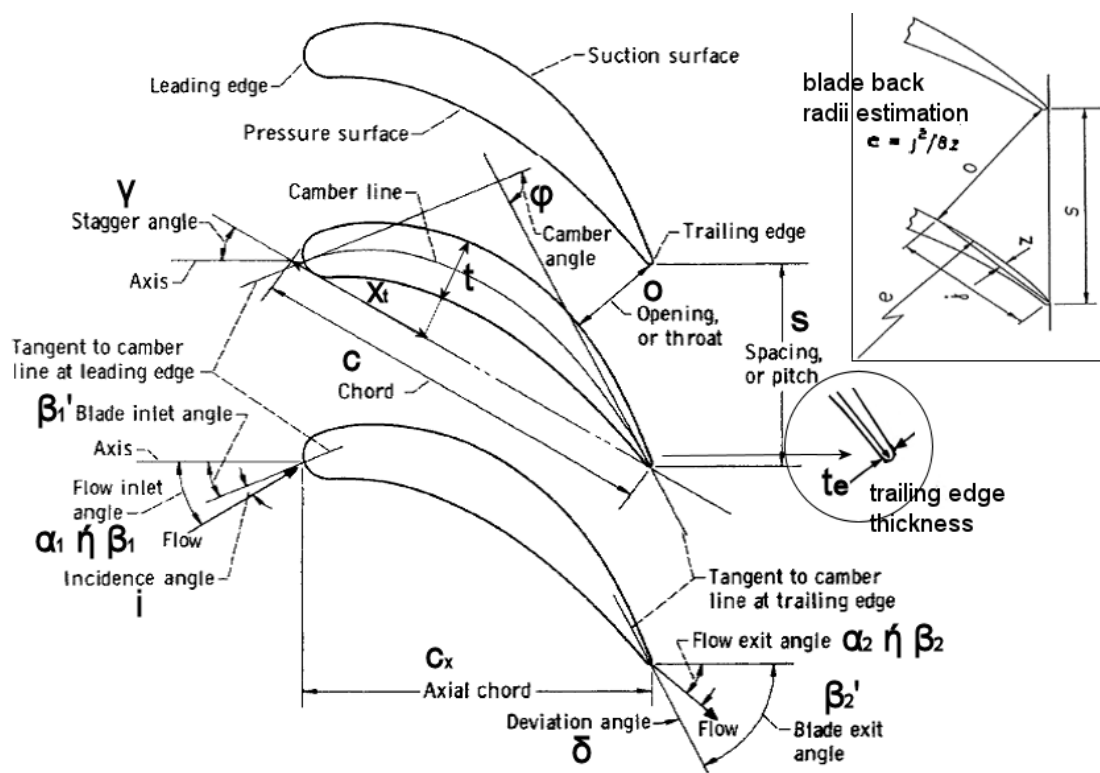
Στο Σχήμα 2.4 παρουσιάζεται μια τυπική πτερύγωση στροβίλου και τα διάφορα χαρακτηριστικά μεγέθη τα οποία την ορίζουν.

Τα δύο χαρακτηριστικά σημεία ενός πτερυγίου είναι το σημείο πρόσπτωσης ή προσβολής (leading edge) και το σημείο εκφυγής ή διαφυγής (trailing edge), τα σημεία δηλαδή που η ροή "συναντά" και "εγκαταλείπει" το πτερύγιο αντίστοιχα.

Αν στα σημεία αυτά φέρουμε παράλληλα επίπεδα, τότε προκύπτουν τα μέτωπα πρόσπτωσης ή προσβολής και εκφυγής και κάθετη σε αυτά τα επίπεδα ορίζεται η αξονική κατεύθυνση. Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα 2 σημεία ονομάζεται χορδή (chord)  $c$  και η προβολή του στην αξονική κατεύθυνση αξονική χορδή (axial chord)  $c_a$ .

Η χορδή επιλέγεται όσο το δυνατόν μικρότερη μέσα στα όρια των μηχανικών και κατασκευαστικών περιορισμών στα πλαίσια ασφαλούς λειτουργίας.

Το πτερύγιο αποτελείται από τη σύνθεση 2 γραμμών: της μέσης γραμμής κυρτότητας (mean camber line) και της κατανομής του πάχους (thickness distribution). Όταν η κατανομή πάχους διαταχθεί εκατέρωθεν της γραμμής κυρτότητας, προκύπτουν οι επιφάνειες υπερπίεσης (pressure surface) και υποπίεσης (suction surface) σχηματίζοντας την τελική μορφή του πτερυγίου.



Σχήμα 2.4 Πτερύγωση στροβίλου και χαρακτηριστικά μεγέθη

Η κατασκευή της μέσης γραμμής κυρτότητας αποτελεί ένα πρόβλημα οριακών τιμών με δεδομένα το μέγιστο βέλος κάμψης (maximum camber)  $b$  και την απόσταση του  $a$  από το σημείο πρόσπτωσης, την χορδή και το γεγονός ότι το βέλος κάμψης είναι μηδενικό στο σημείο πρόσπτωσης και διαφυγής.

Ορίζονται επίσης οι εφαπτόμενες ευθείες της γραμμής κυρτότητας στα σημεία πρόσπτωσης και διαφυγής προκειμένου να οριστούν οι χαρακτηριστικές γωνίες της περύγωσης.

Παρόμοια είναι η διαδικασία κατασκευή της κατανομής του πάχους με δεδομένα το μέγιστο πάχος (max thickness)  $t$  του περυγίου και το σημείο  $x_t$  στο οποίο αυτό εμφανίζεται. Οριακές συνθήκες αποτελούν τώρα το πάχος στο σημείο πρόσπτωσης (leading edge thickness) και διαφυγής  $t_e$  (trailing edge thickness), μεγέθη εξαιρετικά σημαντικά για την μελέτη των απωλειών της περύγωσης.

### ➤ Γωνίες περυγίου

Στο περύγιο ορίζονται οι εξής γωνίες (βιβλ. αναφορά [21]):

- 1) **γωνία μετάλλου εισόδου  $\beta'_1$  και εξόδου  $\beta'_2$  (blade inlet and outlet angle):** η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της εφαπτόμενης στη γραμμή κυρτότητας και της αξονικής κατεύθυνσης στα σημεία πρόσπτωσης και διαφυγής αντίστοιχα
- 2) **γωνία κυρτότητας  $\phi$  (camber angle):** η αλγεβρική διαφορά των γωνιών μετάλλου  $\beta'_1 - \beta'_2$
- 3) **γωνία ροής εισόδου  $\alpha_1$  ή  $\beta_1$  και εξόδου  $\alpha_2$  ή  $\beta_2$  (flow inlet and outlet angle):** η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της διεύθυνσης της ροής και της αξονικής κατεύθυνσης στα σημεία πρόσπτωσης και διαφυγής αντίστοιχα
- 4) **γωνία κλίσης  $\gamma_{\text{angle}}$  (stagger angle):** η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της χορδής και της αξονικής κατεύθυνσης
- 5) **γωνία απόκλισης  $\theta$  (deflection angle):** η ολική γωνία στροφής της ροής που ορίζεται με τη διαφορά  $(\alpha_1 - \alpha_2)$  ή  $(\beta_1 - \beta_2)$
- 6) **γωνία πρόσπτωσης  $i$  (incidence angle):** η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της ταχύτητας της ροής και της εφαπτόμενης στη γραμμή κυρτότητας στο σημείο πρόσπτωσης-ορίζεται επίσης ως η διαφορά της γωνίας ροής και της γωνίας μετάλλου στο σημείο πρόσπτωσης  $(\alpha_1 - \beta'_1)$

- 7) **γωνία παρέκκλισης  $\delta_{\text{angle}}$  (deviation angle):** η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της ταχύτητας της ροής και της εφαπτόμενης στη γραμμή κυρτότητας στο σημείο διαφυγής-ορίζεται επίσης ως η διαφορά της γωνίας ροής και της γωνίας μετάλλου στο σημείο διαφυγής ( $\alpha_2 - \beta'_2$ ).

Άλλα μεγέθη της πτερύγωσης τα οποία επίσης επηρεάζουν τις απώλειες στο στρόβιλο είναι τα παρακάτω:

- 1) **βήμα της πτερύγωσης  $s$  (pitch or spacing):** η απόσταση δυο αντίστοιχων σημείων γειτονικών πτερυγίων κατά την κατεύθυνση περιστροφής
- 2) **στερεότητα  $\sigma$  (solidity):** ο λόγος χορδής/βήματος  $c/s$
- 3) **αξονική στερεότητα  $\sigma_x$  (axial solidity):** ο λόγος της προβολής της χορδής στην αξονική κατεύθυνση προς το βήμα  $c_x/s$
- 4) **ύψος πτερυγίου  $h_{\text{blade}}$  (blade height):** η διαφορά της ακτίνας ακροπτερυγίου μείον την ακτίνα ποδός-καθορίζεται από τις απαιτήσεις παροχής, ταχύτητας περιστροφής, συνθηκών εισόδου και από το διάγραμμα ταχυτήτων
- 5) **βαθμός αντίδρασης  $R$  (reaction):** ο λόγος  $\frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3}$
- 6) **λόγος ύψους/χορδής:** ο λόγος ύψους πτερυγίου/χορδής  $h_{\text{blade}}/c$

Παρακάτω αναλύονται κάποια από τα παραπάνω μεγέθη, ώστε να γίνει κατανοητή η σύνδεσή τους με τα συστήματα υπολογισμού απωλειών που θα εξεταστούν στα επόμενα κεφάλαια.

### ➤ **Βαθμός αντίδρασης βαθμίδας και πτερύγωσης**

Ο βαθμός αντίδρασης της βαθμίδας (stage reaction) ορίζεται ως το πηλίκο της μεταβολής της στατικής ενθαλπίας στον ρότορα προς τη μεταβολή της στατικής ενθαλπίας σε ολόκληρη τη βαθμίδα και μπορεί να πάρει αρνητικές και θετικές τιμές όσο και τη μηδενική.

Αν ο βαθμός αντίδρασης  $R_{\text{stage}}$  της βαθμίδας ισούται με μηδέν, τότε η βαθμίδα ονομάζεται βαθμίδα δράσης (impulse stage), ενώ αν ισούται με 100%, τότε ονομάζεται βαθμίδα αντίδρασης (reaction stage).

Ομοίως ορίζεται ο βαθμός αντίδρασης της πτερύγωσης  $R_{\text{blade}}$  (blade-row reaction). Ο βαθμός αυτός ορίζεται ως το πηλίκο της μεταβολής της κινητικής ενέργειας στην πτερύγωση προς την κινητική ενέργεια στην έξοδο της πτερύγωσης.

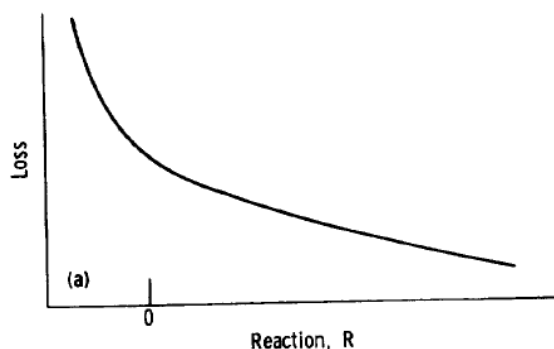
Στον στάτορα ισχύει συνεπώς:

$$R_s = \frac{V_2^2 - V_1^2}{V_2^2} = 1 - \frac{V_1^2}{V_2^2} \quad (2.1)$$

ενώ στο ρότορα:

$$R_r = \frac{W_3^2 - W_2^2}{W_3^2} = 1 - \frac{W_2^2}{W_3^2} \quad (2.2)$$

Αποδεικνύεται (βιβλ. αναφορά [12]) πως οι απώλειες σε μια περύγωση συνδέονται ποιοτικά με τον βαθμό αντίδρασης της περύγωσης όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.5:



Σχήμα 2.5 Συσχέτιση απωλειών περύγωσης- βαθμού αντίδρασης

Από το Σχήμα 2.5 γίνεται φανερό πως η μείωση του βαθμού αντίδρασης οδηγεί σε σταδιακή αύξηση των απωλειών της περύγωσης. Περαιτέρω μείωση του βαθμού αντίδρασης σε αρνητικές τιμές προκαλεί κατακόρυφη αύξηση των απωλειών. Η αύξηση αυτή οφείλεται στην αλλαγή των χαρακτηριστικών του οριακού στρώματος της περύγωσης καθώς η ροή μεταβάλλεται από επιταχυνόμενη σε επιβραδυνόμενη (βιβλ. αναφορά [14]).

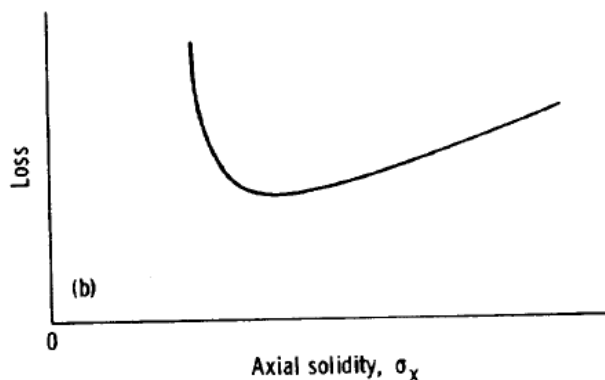
Παρότι συχνά από πολλές εφαρμογές απαιτούνται περυσώσεις αρνητικού βαθμού αντίδρασης, αυτές αποφεύγονται λόγω των υψηλών απωλειών που αναπτύσσονται σε περυσία συμβατικού σχεδιασμού.

### ➤ Στερεότητα

Η στερεότητα σ ορίστηκε ως ο λόγος της χορδής του περυσίου προς το βήμα της περύγωσης. Συνήθως επιδιώκεται ελαχιστοποίηση της στερεότητας αφού αυτό συνεπάγεται μείωση βάρους, κόστους και απαιτήσεων ψύξης. Αυτό είναι εφικτό, είτε με ελάττωση της χορδής, είτε με αύξηση του βήματος (βιβλ. αναφορά [12]).

Ωστόσο υπερβολική ελάττωση της χορδής δεν είναι εφικτή λόγω μηχανικών περιορισμών, ενώ μεγάλη αύξηση του βήματος οδηγεί σε πτώση της απόδοσης λόγω αποκολλήσεων της ροής.

Η στερεότητα αποτελεί επίσης σημαντική παράμετρο απωλειών περύγωσης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.6:



Σχήμα 2.6 Συσχέτιση απωλειών περύγωσης- στερεότητας

Σύμφωνα με την παραπάνω καμπύλη, οι απώλειες στην περύγωση ελαχιστοποιούνται στην λεγόμενη βέλτιστη στερεότητα (optimum solidity). Όταν η στερεότητα αυξάνεται, τότε αυξάνεται και το εμβαδό της τριβόμενης επιφάνειας και κατά συνέπεια και οι απώλειες λόγω τριβής. Αντίθετα, όταν η στερεότητα ελαττώνεται, αυξάνεται η απαιτούμενη επιβράδυνση ανά μονάδα επιφάνειας, άρα και οι απώλειες περύγωσης (βιβλ. αναφορά [14]).

Ο Zweifel υποστήριξε ότι η ελαχιστοποίηση των απωλειών περύγωσης προκύπτει όταν ο συντελεστής φόρτισης Zweifel  $\psi_z$  (Zweifel loading coefficient), που δίνεται από την παρακάτω σχέση, ισούται με 0,8:

$$\begin{aligned} \psi_z &= \frac{\int_0^1 p_p - p_s \, d\left(\frac{x}{c_x}\right)}{P_{t,in} - P_{out}} = \\ &= 2 \cdot \left(\frac{s}{c_x}\right) \cdot \cos^2 a_m \cdot (\tan a_{in} - \tan a_{out}) \cdot \left(\frac{\cos^2 a_{out}}{\cos^2 a_m}\right) \quad (2.3) \\ a_m &= \arctan\left(\frac{\tan a_{in} + \tan a_{out}}{2}\right) \end{aligned}$$

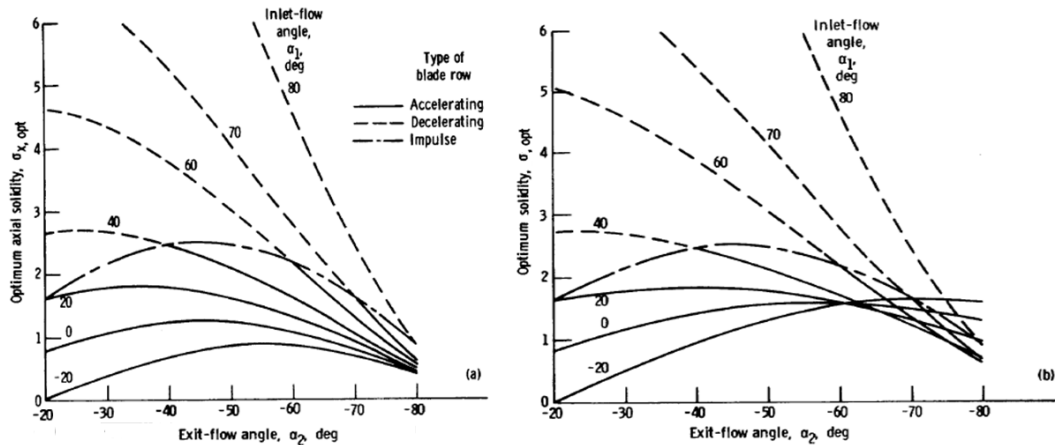
Δεδομένου ότι η αξονική στερεότητα μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$\sigma_x = \frac{2}{\psi_z} \cdot \frac{\cos a_{out}}{\cos a_{in}} \cdot \sin a_{in} - a_{out} \quad (2.4)$$

η βέλτιστη αξονική στερεότητα μπορεί να απεικονιστεί συναρτήσει των γωνιών εισόδου και εξόδου της ροής όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7α. ενώ για την στερεότητα που ισχύει προσεγγιστικά η σχέση:

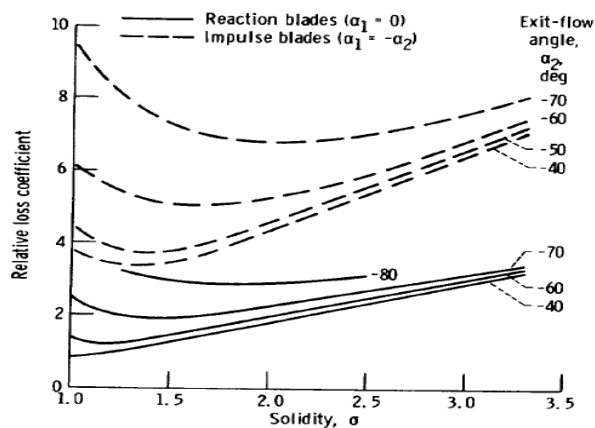
$$\sigma = \frac{\sigma_x}{\cos \gamma} \quad (2.5)$$

προκύπτει η παράσταση της βέλτιστης στερεότητας όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7β.



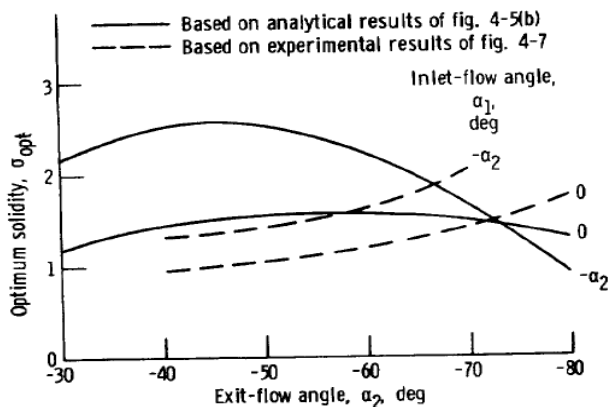
Σχήμα 2.7 Επίδραση των γωνιών της ροής στη βέλτιστη αξονική στερεότητα και τη στερεότητα για  $\psi_x=0,8$

Στο Σχήμα 2.8 απεικονίζεται η κατανομή του συντελεστή απωλειών της πτερύγωσης συναρτήσει της στερεότητας για διάφορες γωνίες εξόδου. Από το σχήμα φαίνεται πως για μεγάλες κατ' απόλυτη τιμή γωνίες εξόδου, η περιοχή γύρω από τη βέλτιστη στερεότητα είναι σχετικά επίπεδη και κατά συνέπεια, ακόμα και με σημαντική απόκλιση από αυτή δεν έχουμε σημαντική αύξηση των απωλειών. Αντίθετα για μικρότερες τιμές της γωνίας εξόδου, οι απώλειες αυξάνονται απότομα ακόμη και με μικρή διαφοροποίηση από την βέλτιστη στερεότητα.



Σχήμα 2.8 Κατανομή απωλειών πτερύγωσης συναρτήσει της στερεότητας (πειραματικά)

Στο Σχήμα 2.9 παρουσιάζεται μια σύγκριση μεταξύ πειραματικών δεδομένων και αναλυτικών αποτελεσμάτων σχετικά με την κατανομή της βέλτιστης στερεότητας με την γωνία εξόδου της ροής, από την οποία φαίνεται ότι έχουν σημαντική διαφορά μεταξύ τους.



Σχήμα 2.9 Συσχέτιση πειραματικών και αναλυτικών αποτελεσμάτων βέλτιστης στερεότητας

Επίσης ο προτεινόμενος συντελεστής Zweifel λαμβάνεται συχνά 0,9 έως 1 και όχι 0,8 όπως προτείνει ο Zweifel. Αυτός είναι ο λόγος που στα επόμενα κεφάλαια θα δούμε να αναθεωρούνται οι σχέσεις των συντελεστών απωλειών που περικλείουν τα παραπάνω μεγέθη.

### ➤ Λόγος ύψους/χορδής (aspect ratio)

Η επίδραση του λόγου του ύψους του πτερυγίου προς τη χορδή του, δεν είναι ξεκάθαρη, ωστόσο μικρές τιμές του λόγου αυτού μπορούν να προκαλέσουν επέκταση των δευτερευουσών ροών (secondary flows) και φαινομένων διακένου (tip clearance effects) σε μεγάλο τμήμα του ύψους του πτερυγίου (βιβλ. αναφορά [12]). Κάτι τέτοιο έχει συνέπεια την αύξηση των δευτερευουσών απωλειών στο στάτορα και του αθροίσματος των δευτερευουσών απωλειών και των απωλειών διακένου στο ρότορα.

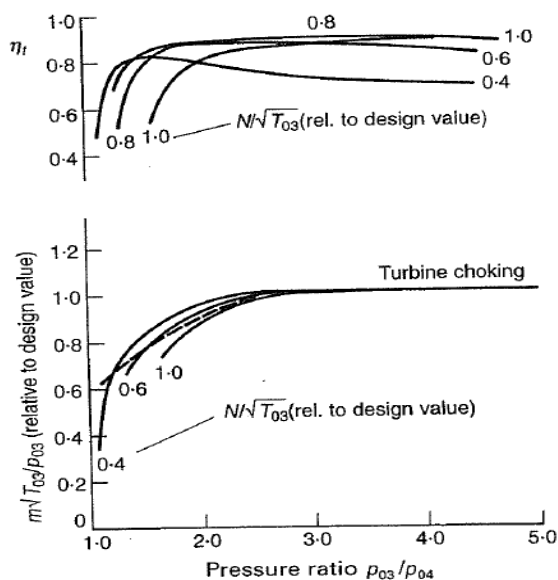
Από την άλλη μεριά, υψηλές τιμές του λόγου ύψους/χορδής προφανέστατα θα προκαλέσουν προβλήματα δονήσεων στα πτερύγια και πιθανή αστοχία τους. Συνηθισμένες τιμές του λόγου ύψους/χορδής είναι μεταξύ 3 και 4, ενώ πρέπει να αποφεύγονται τιμές μικρότερες της μονάδας (βιβλ. αναφορά [14]).



## 2.2 Μονοδιάστατη ανάλυση ροής

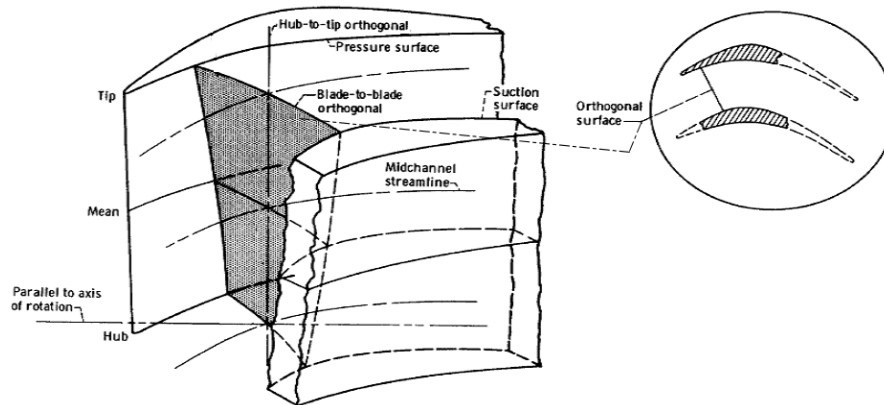
### 2.2.1 Εισαγωγή στην μονοδιάστατη ανάλυση ροής

Ένα τυπικό πεδίο χαρακτηριστικών ενός αξονικού στροβίλου απεικονίζει την εξάρτηση μεγεθών, όπως ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης  $\eta_{is}$  του στροβίλου και η ανηγμένη παροχή  $\frac{m\sqrt{T_{t,exit}}}{P_{t,exit}}$  από τον λόγο πίεσης  $\pi_T$ , παραμετρικά ως προς τις ανηγμένες στροφές  $N\sqrt{T_{t,inlet}}$ . Το Σχήμα 2.10 απεικονίζει τυπικές χαρακτηριστικές στροβίλου, με παράμετρο το λόγο των ανηγμένων στροφών προς το αντίστοιχο στο σημείο σχεδίασης.



Σχήμα 2.10 Χαρακτηριστικές στροβίλου

Για να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε το πεδίο χαρακτηριστικών ενός στροβίλου χρειαζόμαστε ένα μοντέλο μέσω του οποίου θα υπολογίσουμε τα κινηματικά και θερμοδυναμικά μεγέθη, τόσο στην είσοδο όσο και στην έξοδο κάθε βαθμίδας ξεχωριστά. Ένα τέτοιο μοντέλο το οποίο είναι γρήγορο, εύκολο και αρκετά αξιόπιστο για την μελέτη με την οποία ασχολείται η παρούσα εργασία είναι το μοντέλο μονοδιάστατης ροής. Τα φαινόμενα της ροής σε ολόκληρο τον τρισδιάστατο χώρο του στροβίλου θεωρείται ότι μπορούν να αντιπροσωπευθούν κατά μήκος μιας «μέσης γραμμής», γενέτειρας μιας αντιπροσωπευτικής επιφάνειας. Η απόσταση της γραμμής αυτής από τον άξονα της μηχανής ορίζεται μέσα από την διάμετρο αναφοράς όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.11.



Σχήμα 2.11 Διάμετρος αναφοράς και μέση γραμμή

Η διάμετρος αναφοράς σε κάθε βαθμίδα ορίζεται ως ο αριθμητικός μέσος όρος της εσωτερικής και εξωτερικής διαμέτρου της σταθερής και κινητής περυγώσης. Πάνω σε αυτή τη διάμετρο θα γίνει ο προσδιορισμός θερμοδυναμικών/ κινηματικών μεγεθών και ο σχεδιασμός των τριγώνων ταχυτήτων, πριν και μετά από κάθε περυγώση.

## 2.2.2 Δεδομένα εισόδου και γεωμετρικά μεγέθη

Προκειμένου να μελετηθεί η ροή από την είσοδο του στροβίλου έως την έξοδο του απαιτούνται τα παρακάτω δεδομένα:

Πίνακας 2-1 Δεδομένα Εισόδου Ανάλυσης Ροής

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΙΣΟΔΟΥ	
Χαρακτηριστικά ροής	Χαρακτηριστικά περυγώσης
Ολική πίεση εισόδου $P_{t1}$ (N/m <sup>2</sup> )	Ακτίνα ποδός στην είσοδο του περυγίου $R_{h1}$ (m)
Ολική θερμοκρασία εισόδου $T_{t1}$ (K)	Ακτίνα ακροπερυγίου στην είσοδο του περυγίου $R_{t1}$ (m)
Παροχή μάζας $\dot{m}$ (kgr/sec)	Ακτίνα ποδός περυγίου στην έξοδο του περυγίου $R_{h2}$ (m)
Γωνία εισόδου ροής $\alpha_1$ (μοίρες)	Ακτίνα ακροπερυγίου στην έξοδο του περυγίου $R_{t2}$ (m)
Απόλυτη ταχύτητα εισόδου $V_1$ (m/s)	Ταχύτητα περιστροφής $N$ (RPM)
<b>Εργαζόμενο μέσο</b>	
Σταθερά αερίου $R_{gas}$ [J/(kg K)]	
Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση $C_p$ [J/(kg K)]	
Συντελεστής ισεντροπικής μεταβολής $\gamma$	

Ο Πίνακας 2-1 δεν συμπεριλαμβάνει τα απαραίτητα δεδομένα για τον υπολογισμό των απωλειών στον στάτορα και τον ρότορα (όπως οι γωνίες μετάλλου) διότι στην ανάλυση που θα ακολουθήσει οι απώλειες αυτές, θα θεωρηθούν γνωστές.

Μετά την καταγραφή των απαραίτητων δεδομένων εισόδου, ακολουθεί ανάλυση των σχέσεων των γεωμετρικών μεγεθών που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση της ροής.

Η εσωτερική διάμετρος της περύγωσης δίνεται από τη σχέση:

$$D_h = R_{h1} + R_{h2} \quad (2.6)$$

όπου  $i=1$  για την είσοδο της περύγωσης και  $2$  για την έξοδο, ενώ η εξωτερική διάμετρος από τη σχέση:

$$D_t = R_{t1} + R_{t2} \quad (2.7)$$

Με βάση τα παραπάνω, το ύψος του περυσίου θα είναι:

$$h = \frac{D_t - D_h}{2} \quad (2.8)$$

Η μέση ακτίνα πάνω στην οποία θα γίνει η μονοδιάστατη ανάλυση της ροής δίνεται από τη σχέση:

$$R_{m,i} = \frac{R_{h,i} + R_{t,i}}{2} \quad (2.9)$$

Τέλος, η κάθετη επιφάνεια ροής δίνεται από τη σχέση:

$$A_n = \frac{\pi \cdot D_t^2 - D_h^2}{4} \quad (2.10)$$

### **2.2.3 Ανάλυση μέσης γραμμής**

Ας θεωρήσουμε την τυπική διάταξη βαθμίδας στροβίλου που αποτελείται από μια περύγωση στάτορα και μια ρότορα. Η είσοδος του στάτορα θα είναι η θέση 1, η έξοδος του ρότορα θα είναι η θέση 3, ενώ η θέση 2 θα αντιπροσωπεύει την έξοδο του στάτορα και την είσοδο του ρότορα ταυτόχρονα.

### **I. ΘΕΣΗ 1 – ΕΙΣΟΔΟΣ ΣΤΑΤΟΡΑ**

Στη θέση 1 είναι γνωστά τα ολικά μεγέθη  $T_{t1}$  και  $p_{t1}$ . Άρα υπολογίζεται η ολική πυκνότητα από τη σχέση:

$$\rho_{t1} = \frac{p_{t1}}{R_{gas} \cdot T_{t1}} \quad (2.11)$$

και η ολική ενθαλπία (αν θεωρήσουμε σταθερό  $C_p$ ) από τη σχέση:

$$h_{t1} = C_p \cdot T_{t1} \quad (2.12)$$

Η παροχή μάζας (δεδομένη) δίνεται από τον τύπο:

$$\dot{m} = A_1 \cdot p_{t1} \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{R \cdot T_{t1}}} \cdot \cos \alpha_1 \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_1^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot M_1 \quad (2.13)$$

Στην παραπάνω σχέση, μοναδικός άγνωστος είναι ο αριθμός Mach  $M_1$ , ωστόσο η εύρεσή του απαιτεί επαναληπτική διαδικασία, αφού η σχέση έχει πεπλεγμένη μορφή.

Χρησιμοποιώντας τις βοηθητικές ποσότητες:

$$F_1 = \frac{\dot{m}}{A_1 \cdot p_{t1}} \cdot \sqrt{\frac{R \cdot T_{t1}}{\gamma}} \cdot \frac{1}{\cos \alpha_1} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} \quad (2.15)$$

η σχέση (2.13) παίρνει τη μορφή:

$$M_1 = F_1 \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_1^2\right)^\varepsilon \quad (2.16)$$

που επιλύεται με αλγόριθμο σταθερού σημείου.

Αφού βρούμε με επαναλήψεις τον αριθμό  $M_1$ , τα στατικά μεγέθη θα βρεθούν αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$\frac{T_{t1}}{T_1} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_1^2 \Rightarrow T_1 = T_{t1} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{-1} \quad (2.17)$$

$$\frac{p_{t1}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow p_1 = p_{t1} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.18)$$

$$h_1 = C_p \cdot T_1 \quad (2.19)$$

$$\frac{\rho_{t1}}{\rho_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow \rho_1 = \rho_{t1} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{-\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.20)$$

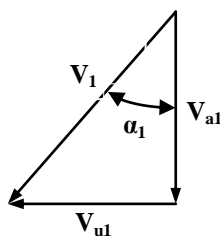
ή πιο απλά:

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R \cdot T_1} \quad (2.21)$$

Από τον ορισμό του αριθμού Mach προσδιορίζεται η απόλυτη ταχύτητα  $V_1$ :

$$M_1 = \frac{V_1}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_1}} \Rightarrow V_1 = M_1 \cdot \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_1} \quad (2.22)$$

Στο Σχήμα 2.12 παρουσιάζεται το τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση 1.



Σχήμα 2.12 Τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση 1

Με δεδομένη την ταχύτητα  $V_1$  και την γωνία  $\alpha_1$ , υπολογίζονται από το τρίγωνο ταχυτήτων η αξονική ταχύτητα  $V_{a1}$  και η περιφερειακή  $V_{u1}$ :

$$V_{a1} = V_1 \cdot \cos \alpha_1 \quad (2.23)$$

$$V_{u1} = V_1 \cdot \sin \alpha_1 \quad (2.24)$$



$$W_{a2} = V_{a2} \quad (2.28)$$

$$U_2 = \frac{2\pi N \cdot R_{m2}}{60} \quad (2.29)$$

Η σχετική γωνία ροής  $\beta_2$  στην είσοδο του ρότορα θα είναι:

$$U_2 = V_{a2} \cdot \tan \alpha_2 - \tan \beta_2 \Rightarrow \tan \beta_2 = \tan \alpha_2 - \frac{U_2}{V_{a2}} \Rightarrow$$

$$\beta_2 = \arctan \left( \tan \alpha_2 - \frac{U}{V_{a2}} \right) \quad (2.30)$$

Η σχετική ταχύτητα  $W_2$  και η συνιστώσα της  $W_{u2}$  δίνονται από τις σχέσεις:

$$W_{u2} = W_{a2} \cdot \tan \beta_2 \quad (2.31)$$

$$W_2 = \frac{W_{a2}}{\cos \beta_2} \quad (2.32)$$

Με γνωστή την σχετική ταχύτητα  $W_2$ , υπολογίζονται τα σχετικά και περιστροφόμενα ολικά μεγέθη:

$$h_{tR2} = h_2 + \frac{W_2^2 - U_2^2}{2} \quad (2.33)$$

$$h_{tR2} = h_2 + \frac{W_2^2}{2} \quad (2.34)$$

$$T_{tR2} = \frac{h_{tR2}}{C_p} \quad (2.35)$$

$$T_{tR2} = \frac{h_{tR2}}{C_p} \quad (2.36)$$

$$p_{tR2} = p_2 \left( \frac{T_{tR2}}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.37)$$

Ο σχετικός και περιστροφικός αριθμός Mach θα είναι:

Σφάλμα! Χρησιμοποιήστε την καρτέλα "Κεντρική σελίδα", για να εφαρμόσετε το Heading 2 στο κείμενο που θέλετε να εμφανίζεται εδώ.

**2.17**

$$M_{r2} = \frac{W_2}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_2}} \quad (2.38)$$

$$M_{u2} = \frac{U_2}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_{t2}}} \quad (2.39)$$

### **III. ΘΕΣΗ 3 – ΕΞΟΔΟΣ ΡΟΤΟΡΑ**

Μέσα στο ρότορα διατηρείται η σχετική ολική ενθαλπία, οπότε έχουμε:

$$h_{tR3} = h_{tR2} \quad (2.40)$$

$$T_{tR3} = T_{tR2} \quad (2.41)$$

Η περιστρεφόμενη ολική ενθαλπία και η αντίστοιχη θερμοκρασία υπολογίζονται ως εξής:

$$U_3 = \frac{2\pi N \cdot R_{m3}}{60} \quad (2.42)$$

$$h_{tR3} = h_{tR3} + \frac{U_3^2}{2} \quad (2.43)$$

$$T_{tR3} = \frac{h_{tR3}}{C_p} \quad (2.44)$$

Στην περίπτωση του ρότορα, οι απώλειες πίεσης ισοδυναμούν με πτώση της περιστρεφόμενης ολικής πίεσης, οπότε η περιστρεφόμενη ολική πίεση στη θέση 3 υπολογίζεται ως εξής:

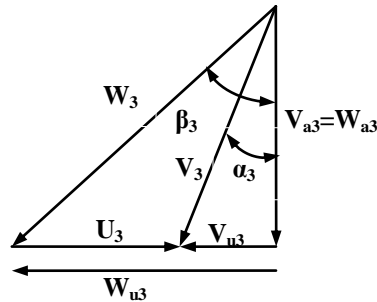
$$P_{tr3} = P_{tr2} - \bar{\omega}_r \quad (2.45)$$

Όπως και στη θέση 2 με χρήση κάποιας εμπειρικής μεθόδου εκτίμησης απωλειών μπορούμε να υπολογίσουμε τις απώλειες  $\omega_r$  καθώς και την γωνία εξόδου από την πτερύγωση που για την περίπτωση αυτή θα είναι η  $\beta_3$ . Ο σχετικός αριθμός Mach  $M_{t3}$  θα υπολογιστεί από τη σχέση (2.13) με δεδομένα την παροχή, τις περιστρεφόμενες ολικές συνθήκες στη θέση 3 και την σχετική γωνία εξόδου. Τα στατικά μεγέθη στη θέση 3 υπολογίζονται από τις περιστρεφόμενες ολικές συνθήκες και το  $M_{t3}$  με χρήση των



ισεντροπικών σχέσεων (2.17)-(2.21). Η σχετική ταχύτητα  $W_3$  υπολογίζεται από τον σχετικό αριθμό Mach  $M_{r3}$  σύμφωνα με τη σχέση (2.22).

Το τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση 3 παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.14.



Σχήμα 2.14 Τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση

Από το τρίγωνο ταχυτήτων υπολογίζονται τα παρακάτω μεγέθη:

$$W_{a3} = W_3 \cdot \cos \beta_3 \quad (2.46)$$

$$W_{u3} = W_3 \cdot \sin \beta_3 \quad (2.47)$$

$$V_{a3} = W_{a3} \quad (2.48)$$

$$U_3 = \frac{2\pi N \cdot R_{m3}}{60} \quad (2.49)$$

$$U_3 = V_{a3} \cdot \tan \alpha_3 - \tan \beta_3 \Rightarrow \tan \alpha_3 = \frac{U_3}{V_{a3}} + \tan \beta_3 \quad (2.50)$$

$$V_3 = \frac{V_{a3}}{\cos \alpha_3} \quad (2.51)$$

$$V_{u3} = V_{a3} \cdot \tan \alpha_3 \quad (2.52)$$

$$M_3 = \frac{V_3}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_3}} \quad (2.53)$$

Τα απόλυτα ολικά μεγέθη υπολογίζονται από τα στατικά μεγέθη και το απόλυτο αριθμό Mach  $M_3$  με χρήση των ισεντροπικών σχέσεων (2.17)-(2.21).

#### **IV. ΣΗΜΕΙΟ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ**

Το σημείο λειτουργίας του στροβίλου για την χάραξη της χαρακτηριστικής υπολογίζεται ως εξής:

Η ανηγμένη παροχή του στροβίλου

$$q = m \sqrt{\frac{T_{t1}}{P_{t1}}} \quad (2.54)$$

Ο λόγος πίεσης  $\pi_T$  του στροβίλου

$$\pi_T = \frac{P_{t3}}{P_{t1}} \quad (2.55)$$

Ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης (ολικές προς ολικές συνθήκες):

$$\eta_{is,t-t} = \frac{1 - \frac{T_{t3}}{T_{t1}}}{1 - \pi_T^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (2.56)$$

Ο υπολογισμός πολλών σημείων λειτουργίας υπό σταθερή ταχύτητα περιστροφής παράγει τη ζητούμενη χαρακτηριστική. Μεταβάλλοντας τις στροφές λειτουργίας και επαναλαμβάνοντας την παραπάνω διαδικασία, κατασκευάζεται πλέον ένα πλήρες πεδίο χαρακτηριστικών του στροβίλου.



# 3

## ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Εδώ και πολλά χρόνια καταβάλλεται μεγάλη προσπάθεια αύξησης της απόδοσης όλων των ειδών των στροβιλομηχανών. Τα παρόντα επίπεδα απόδοσης επετεύχθησαν με καλύτερη κατανόηση των αρχών της αεροδυναμικής και της ρευστομηχανικής μέσω ανανεωμένων θεωρητικών και πειραματικών μεθόδων. Σημαντικό ρόλο έπαιξε η ανάπτυξη μεθόδων εκτίμησης των απωλειών, βασισμένες σε πειραματικά δεδομένα από δοκιμές πτερυγώσεων ή και ολόκληρων μηχανών. Οι μέθοδοι αυτές υπήρξαν πολύ αποτελεσματικές, προβλέποντας την απόδοση των μηχανών με μεγάλη ακρίβεια. Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η κατανόηση των μηχανισμών ανάπτυξης των απωλειών η οποία είναι απαραίτητη για τη σωστή και αποτελεσματική χρήση των μεθόδων.

### 3.1 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΚΑΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Οι απώλειες συνήθως κατηγοριοποιούνται σε απώλειες πτερύγωσης (profile losses), απώλειες τοιχωμάτων (end-wall losses) και απώλειες διαρροής (leakage losses), παρότι οι μηχανισμοί των απωλειών δεν είναι πλήρως ανεξάρτητοι.

Οι απώλειες πτερύγωσης περιλαμβάνουν τις απώλειες που παράγονται στα οριακά στρώματα των πτερυγίων (blade boundary layers), αρκετά μακριά από τα τοιχώματα του κελύφους (casing or annulus). Οι απώλειες του σημείου διαφυγής (trailing edge losses) ενσωματώνονται επίσης στις απώλειες πτερύγωσης.

Οι απώλειες τοιχωμάτων αναφέρονται συχνά και ως δευτερεύουσες απώλειες διότι προκύπτουν εν μέρει από τις δευτερεύουσες ροές που δημιουργούνται όταν τα οριακά στρώματα του κελύφους περνούν μέσα από μια πτερύγωση.

Ωστόσο θα ξεκαθαριστεί παρακάτω ότι οι απώλειες δεν προκύπτουν απευθείας από τις δευτερεύουσες ροές, αλλά είναι αποτέλεσμα συνδυασμού πολλών παραγόντων. Είναι συχνά δύσκολο να διαχωριστούν οι απώλειες τοιχωμάτων από τις απώλειες πτερύγωσης και διαρροής και ο όρος δευτερεύουσες απώλειες χρησιμοποιείται συχνά για να συμπεριλάβει όλες τις απώλειες που δεν μπορούν διαφορετικά να εκτιμηθούν.

Οι απώλειες διαρροής, γνωστές και ως απώλειες διακένου (tip clearance losses), προκύπτουν από την διαρροή πάνω από τα ακροπτερύγια του ρότορα (blade tips) και το διάκενο του στάτορα. Οι ακριβείς μηχανισμοί απωλειών εξαρτώνται εξολοκλήρου από το αν τα πτερύγια είναι καλυμμένα (shrouded) ή μη καλυμμένα (unshrouded). Η επίδραση των απωλειών διαρροής στις απώλειες τοιχωμάτων μπορεί να είναι πολύ

ισχυρή για μη καλυμμένα πτερύγια, γι' αυτό αρκετές μέθοδοι υπολογισμού απωλειών δεν διαφοροποιούν τις απώλειες διαρροής από τις απώλειες τοιχωμάτων.

Υπάρχουν αρκετοί ορισμοί συντελεστών που εκφράζουν τις παραπάνω απώλειες. Ο πιο συνηθισμένος είναι συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης (stagnation point coefficient), ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$Y = \frac{P_{t1} - P_{t2}}{P_{t2} - P_2} \quad (3.1)$$

Ο συντελεστής αυτός χρησιμοποιείται εκτενέστατα διότι είναι εύκολο να προσδιορισθεί από πειραματικά δεδομένα πτερυγώσεων, παρότι δεν είναι ο καταλληλότερος προς χρήση κατά τη φάση σχεδιασμού.

Ένας πιο χρήσιμος συντελεστής απωλειών για σχεδιαστικούς σκοπούς είναι ο συντελεστής απωλειών ενθαλπίας, ο οποίος ορίζεται ως:

$$\zeta = \frac{h_{t2} - h_{2,is}}{h_{t2} - h_2} \quad (3.2)$$

όπου  $h_{2,is}$  είναι η στατική ενθαλπία που θα παίρναμε αν εκτονώναμε ισεντροπικά το αέριο μέχρι την πραγματική στατική πίεση  $p_2$ .

Ας σημειωθεί ότι υπάρχουν πολλοί άλλοι συντελεστές απωλειών οι οποίοι σε χαμηλές ταχύτητες προσεγγίζουν την ίδια τιμή και διαφοροποιούνται για αριθμούς Mach μεγαλύτερους του 0.3.

Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί ο συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης  $Y$ .

### 3.2 Προέλευση των απωλειών

Το κριτήριο ταξινόμησης των απωλειών όπως είδαμε είναι ο χώρος στον οποίο εμφανίζονται (πτερύγιο, τοιχώματα κελύφους και ακροπτερύγια αντίστοιχα).

Πριν απομονώσουμε κάθε κατηγορία απωλειών προκειμένου να την μελετήσουμε, κρίνεται σκόπιμο να διερευνηθούν τα φαινόμενα που οδηγούν στη δημιουργία των απωλειών.

Τα βασικότερα από αυτά είναι:

- 1) η τριβή στα οριακά στρώματα ή στα ελευθέρως διάτμησης στρώματα
- 2) οι διαδικασίες ανάμειξης (mixing processes)
- 3) η μεταφορά θερμότητας λόγω πεπερασμένων θερμοκρασιακών διαφορών, π.χ. από την κύρια ροή στη ροή ψυκτικού μέσου
- 4) καταστάσεις αστάθειας που προκύπτουν από ταχεία εκτόνωση ή κρουστικά κύματα (shock waves)

Πριν μελετήσουμε κάθε φαινόμενο ξεχωριστά, σημειώνεται πως μέτρο των απωλειών στις επόμενες παραγράφους θα αποτελέσει η αύξηση της εντροπίας και όχι η πτώση πίεσης.

### **3.2.1 Παραγωγή εντροπίας στα οριακά στρώματα**

Η παραγωγή εντροπίας στα οριακά στρώματα είναι αποτέλεσμα των διατμητικών τάσεων που εμφανίζονται μεταξύ ρευστού και τοιχωμάτων (βιβλ. αναφορά [13]). Ο ρυθμός αύξησης της εντροπίας ανά μονάδα επιφάνειας σε ένα δισδιάστατο οριακό στρώμα δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{S}_a = \int_{\delta} \frac{1}{T_{\delta}} \cdot \tau_{xy} dV_y \quad (3.3)$$

όπου  $\delta$  το πάχος του οριακού στρώματος και  $\tau_{xy}$  η διατμητική τάση στο επίπεδο  $xy$ .

Ο ρυθμός αυτός ισοδυναμεί απλούστερα με τον ρυθμό με τον οποίο το έργο της διατμητικής τάσης μετατρέπεται σε θερμότητα στην θερμοκρασία  $T$ .

Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι στα περισσότερα οριακά στρώματα, η ταχύτητα μεταβάλλεται ταχύτερα κοντά στο τοίχωμα και άρα η αύξηση της εντροπίας συγκεντρώνεται στο εσωτερικό τμήμα του οριακού στρώματος. Ο Dawes έδειξε μάλιστα ότι το 90% της παραγωγής εντροπίας συμβαίνει στο εσωτερικό τμήμα.

Για πρακτικούς λόγους εισάγεται στη θέση του ρυθμού παραγωγής εντροπίας ο αδιάστατος συντελεστής διάχυσης  $C_d$  (dissipation coefficient):

$$C_d = \frac{T_{\delta} \cdot \dot{S}_a}{\rho \cdot V_{\delta}^3} \quad (3.4)$$

όπου  $\rho$  η πυκνότητα του ρευστού και  $V_{\delta}$  η ταχύτητα του στην άκρη του οριακού στρώματος (σε απόσταση δηλαδή όσο το πάχος του οριακού στρώματος από την επιφάνεια του τοιχώματος).

Μολονότι ο προσδιορισμός του συντελεστή  $C_d$  απαιτεί γνώση της κατάστασης του οριακού στρώματος, χρησιμοποιούνται κατάλληλες εμπειρικές σχέσεις που έχουν προκύψει μετά από πειραματικές μελέτες.

Στα τυρβώδη οριακά στρώματα, ο συντελεστής  $C_d$  εξαρτάται ελάχιστα από το πάχος του οριακού στρώματος και ισχύει η εμπειρική σχέση του Schlichting (1966) για  $1,2 < H < 2$  και  $10^3 < Re_{\theta} < 10^5$ :

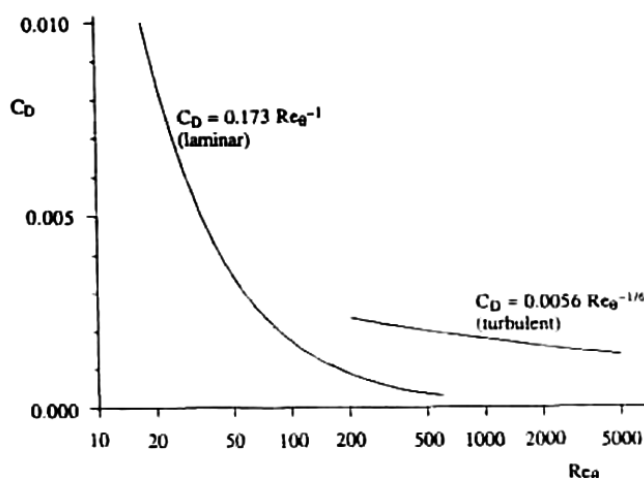
$$C_d = 0,0056 \cdot Re_{\theta}^{-1/6} \quad (3.5)$$

όπου  $Re_\theta$  είναι ο αριθμός Reynolds βασισμένος στο πάχος ορμής.

Στα στρωτά οριακά στρώματα, ο συντελεστής  $C_d$  εξαρτάται περισσότερο από το πάχος του οριακού στρώματος και ισχύει η σχέση του Truckenbrodt (1952):

$$C_d \approx 0,17 \cdot Re_\theta^{-1} \quad (3.6)$$

Οι παραπάνω σχέσεις απεικονίζονται στο Σχήμα 3.1. Είναι αξιοσημείωτο ότι στην περιοχή που θα μπορούσαν να συνυπάρχουν τόσο στρωτά όσο και τυρβώδη οριακά στρώματα (δηλαδή για  $300 < Re_\theta < 1000$ ), ο συντελεστής  $C_d$  του στρωτού οριακού στρώματος είναι 2 έως 5 φορές μικρότερος του αντίστοιχου για τυρβώδεις.



Σχήμα 3.1 Συντελεστής  $C_d$  για στρωτά και τυρβώδη οριακά στρώματα

Αυτό το γεγονός επισημαίνει την σημασία πρόβλεψης της μεταβατικής περιοχής των οριακών στρωμάτων στα πτερύγια των στροβίλων.

Όσον αφορά την επίδραση του αριθμού Mach στον συντελεστή  $C_d$ , αυτή θεωρείται μικρή στο εύρος λειτουργίας των στροβιλομηχανών, άρα μικρή είναι και η επίδραση του στον ρυθμό παραγωγής εντροπίας.

Εντέλει, η ολική παραγόμενη εντροπία, δηλαδή οι απώλειες που θα προκύψουν πάνω σε ένα πτερύγιο, μέχρι ένα σημείο  $x$  του πτερυγίου θα δίνονται από τη σχέση:

$$\dot{S} = \int_b^x \frac{\rho \cdot V_\delta^3 \cdot C_d}{T_\delta} dx \quad (3.7)$$

και προφανώς οι απώλειες σε όλο το πτερύγιο (δηλαδή ως το σημείο διαφυγής, σε απόσταση ίση με την αξονική χορδή από το σημείο πρόσπτωσης):

$$\dot{S} = \int_b^{c_x} \frac{\rho \cdot V_\delta^3 \cdot C_d}{T_\delta} dx \quad (3.8)$$

### **3.2.2 Παραγωγή εντροπίας λόγω ανάμειξης**

Η δεύτερη κατηγορία πηγών απωλειών είναι οι απώλειες που προκύπτουν λόγω ανάμειξης ροών. Το φαινόμενο αυτό συναντάται (βιβλ. αναφορά [13]):

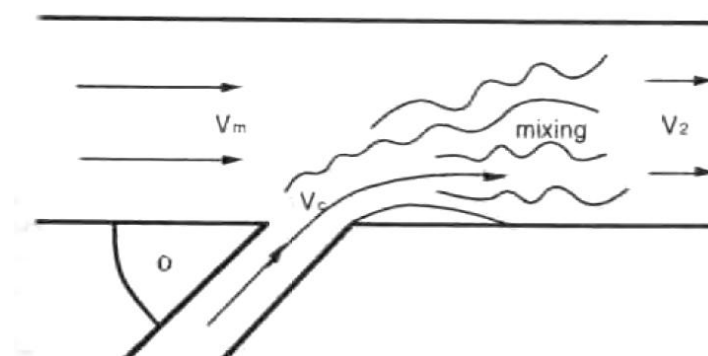
1. στα οριακά στρώματα των πτερυγίων και του κελύφους στα οποία αναμειγνύονται στρώματα ροής διαφορετικών ταχυτήτων και επιταχύνσεων.
2. εκτός των οριακών στρωμάτων στην ακμή διαφυγής των πτερυγίων.
3. στα σημεία ανακοπής στα οποία είναι δυνατόν να αναμειχθούν ακόμα και ροές με αντίθετες κατευθύνσεις.
4. στα σημεία επανασύνδεσης της κύριας ροής με τις ροές των διακένων και στις περιοχές ανάμειξης της ροής του εργαζόμενου μέσου και του ψυκτικού μέσου.

Τα φαινόμενα αυτά είναι εξαιρετικά περίπλοκα και η παραγωγή εντροπίας σε αυτά μπορεί να ποσοτικοποιηθεί μόνο με αρκετές απλουστευτικές παραδοχές και εφαρμογή μεθόδων υπολογιστικής ρευστομηχανικής.

Μια απλουστευτική προσέγγιση του φαινομένου, όπως αυτό συναντάται κατά την ανάμειξη της ροής του εργαζόμενου μέσου με αυτή του ψυκτικού ή με τις διαρροές των διακένων, παρουσιάστηκε από τον Shapiro (1953) για την περίπτωση μικρής εγχυόμενης ροής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.2. Η αύξηση εντροπίας δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta S = C_p \cdot \frac{m_c}{m_m} \left[ \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_m^2 \right) \cdot \frac{T_{tc} - T_{tm}}{T_{tm}} + (\gamma - 1) \cdot M_m^2 \cdot \left( 1 - \frac{V_c \cos \theta}{V_m} \right) \right] \quad (3.9)$$

όπου ο δείκτης m αναφέρεται στην κύρια ροή και ο δείκτης c στην μικρή εγχυόμενη ροή.



Σχήμα 3.2 Ανάμειξη κύριας και εγχυόμενης ροής

Ανάμειξη ροών συναντάμε και στις ακμές διαφυγής των πτερυγίων όπου αναμειγνύονται τα οριακά στρώματα των πτερυγίων με την ροή εκτός αυτών. Ο συντελεστής ολικών απωλειών πίεσης δίνεται από τη σχέση:

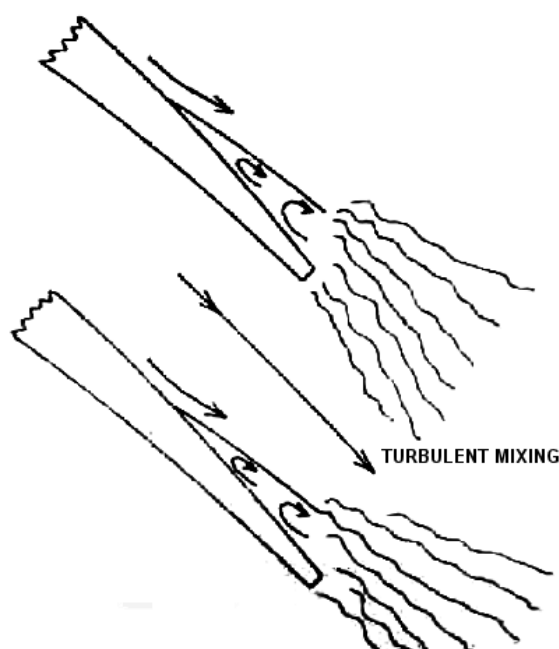


$$Y = -\frac{C_{pb} \cdot t_{te}}{o} + \frac{2\theta}{o} + \left( \frac{\delta^* + t_{te}}{o} \right)^2 \quad (3.10)$$

όπου  $C_{pb}$  ένας συντελεστής πίεσης βάσης που εξαρτάται από το οριακό στρώμα και την ακμή διαφυγής και παίρνει τυπικές τιμές από -0,1 έως -0,2.

Εάν μάλιστα τα οριακά στρώματα αποκολλούνται στην ακμή διαφυγής, όπως στο Σχήμα 3.3, τότε παράγονται επιπλέον απώλειες, ίσες με :

$$Y_{sep} = \frac{\delta^{*2} + t_{te} \cdot \delta^*}{o^2} \quad (3.11)$$



Σχήμα 3.3 Ακμή διαφυγής με αποκολλημένο οριακό στρώμα

### 3.2.3 Παραγωγή εντροπίας λόγω κρουστικών κυμάτων

Η παραγωγή εντροπίας λόγω κρουστικών κυμάτων οφείλεται στην μεταφορά θερμότητας και των υψηλών κάθετων τάσεων εντός αυτών (βιβλ. αναφορά [13]). Η πίεση του ρευστού αυξάνεται κατά μήκος του κρουστικού κύματος και ενδεικτικά, η αύξηση της εντροπίας σε ένα αδύναμο κρουστικό κύμα δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta S \approx R \cdot \frac{\gamma+1}{12\gamma^2} \cdot \left( \frac{\Delta p}{p_{in}} \right)^3 + O \left( \frac{\Delta p}{p_{in}} \right)^4 \quad (3.12)$$

Η συμπίεση που παρατηρείται στα κρουστικά κύματα είναι σπάνια επιθυμητή στους στρόβιλους, ωστόσο διηχητικοί στρόβιλοι χρησιμοποιούνται συχνά για την επίτευξη υψηλών λόγων πίεσης και κατά συνέπεια προκύπτουν κρουστικά κύματα σε αυτούς.

Τα κρουστικά αυτά κύματα στα περάσματα της ροής δεν παράγουν ουσιαστικές απώλειες, αυτό όμως δεν ισχύει για τα κρουστικά κύματα στις ακμές διαφυγής. Γύρω από τα σημεία διαφυγής, η ροή εκτονώνεται σε μια χαμηλή πίεση και έπειτα επανασυμπίεζεται από ένα ισχυρό κρουστικό κύμα στο σημείο που οι ροές των πλευρών υποπίεσης και υπερπίεσης συναντώνται. Η παραγωγή απωλειών προέρχεται από την διάχυση αμέσως μετά την ακμή διαφυγής και από το ισχυρό κρουστικό κύμα που σχηματίζεται πλησίον αυτής της περιοχής.

Μάλιστα για ψυχόμενα πτερύγια στρόβιλου με λεπτές ακμές διαφυγής, το παραπάνω φαινόμενο μπορεί να αποτελέσει την μεγαλύτερη πηγή απωλειών.

Υπάρχουν και έμμεσες πηγές απωλειών που συσχετίζονται με τα κρουστικά κύματα στον στρόβιλο λόγω της αλληλεπίδρασης του κρουστικού κύματος με το οριακό στρώμα. Συχνά σχηματίζεται φουσαλίδα αποκόλλησης του οριακού στρώματος στην βάση ενός αδύναμου κρουστικού κύματος και προκύπτει επιπλέον διάχυση μέσα και κατάντη της φουσαλίδας. Αν μάλιστα το κρουστικό κύμα είναι ισχυρό, μπορεί να προκαλέσει πλήρη αποκόλληση του οριακού στρώματος.



# 4

## ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε αναφορά στους μηχανισμούς ανάπτυξης των απωλειών, ωστόσο αγνοήθηκε ο τρόπος υπολογισμού τους. Ο υπολογισμός αυτός μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους, άλλους απλούς όπως η εφαρμογή εμπειρικών σχέσεων και μονοδιάστατης ανάλυσης και άλλους πιο σύνθετους (αλλά και ακριβείς) όπως η μελέτη των οριακών στρωμάτων και η εφαρμογή μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων.

Παρότι στερούνται ακριβείας σε σχέση με τις τελευταίες, οι εμπειρικές σχέσεις, εξακολουθούν να αποτελούν ακόμα και σήμερα πολύ σημαντικό εργαλείο, ειδικά στα πρώτα στάδια σχεδιασμού των στροβίλων.

Έτσι διαμορφώθηκαν συστήματα υπολογισμού των απωλειών με γνωστότερα αυτά των Craig και Cox, Traupel και Ainley-Mathieson. Το πλέον ευρέως χρησιμοποιούμενο εμπειρικό σύστημα απωλειών αξονικών στροβίλων είναι αυτό των Ainley-Mathieson το οποίο θα παρουσιαστεί στο κεφάλαιο αυτό μαζί με νεότερες μεθόδους που εισήγαγαν διορθωτικές σχέσεις σε αυτό .

### 4.1 Η μέθοδος των Ainley-Mathieson

#### 4.1.1 Εισαγωγή

Η μέθοδος Ainley-Mathieson (βιβλ. αναφορά [4]) αποτελεί ένα ολοκληρωμένο σύστημα πρόβλεψης όλων των απωλειών, τόσο στο σημείο σχεδίασης (design point), όσο και εκτός σημείου σχεδίασης (off-design), που υπολογίζει την απόδοση συμβατικών αξονικών στροβίλων.

Χρησιμοποιεί δεδομένα από την ανάλυση ενός μεγάλου αριθμού πειραμάτων σε στροβίλους και επιτρέπει τον υπολογισμό του βαθμού απόδοσης ενός στροβίλου σε ένα μεγάλο εύρος λειτουργίας του με ακρίβεια κοντά στο  $\pm 3\%$  . Δεδομένου ότι τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν σε πτερυγώσεις συμβατικής σχεδίασης, η ακρίβεια αυτή δεν μπορεί να εξασφαλισθεί για νεότερους στροβίλους με πτερυγώσεις σύγχρονης σχεδίασης.

➤ Παραδοχές της μεθόδου

Εκτός από την θεώρηση της μονοδιάστατης ανάλυσης της ροής, δυο ακόμα παραδοχές υιοθετούνται στην υπολογιστική διαδικασία οι οποίες είναι οι εξής:

- 1) Οι συντελεστές απωλειών σε κάθε περύγωση δεν επηρεάζονται από τους αριθμούς Mach του αερίου.
- 2) Οι γωνίες εξόδου της ροής από την περύγωση δεν επηρεάζονται από την γωνία πρόσπτωσης.

Η πρώτη παραδοχή είναι απίθανο να οδηγήσει σε σημαντικό λάθος, εκτός αν τα περύγια έχουν μεγάλη κλίση στην άνω επιφάνεια κοντά στην ακμή διαφυγής. Ωστόσο, εφόσον αυτά τα περύγια έχουν υψηλές απώλειες όταν ο αριθμός Mach στην έξοδο του περυγίου πλησιάζει τη μονάδα, είναι απίθανο πρακτικά να χρησιμοποιηθούν σε υψηλούς αριθμούς Mach.

Η δεύτερη παραδοχή δεν ανταποκρίνεται ακριβώς στην πραγματικότητα, αλλά οδηγεί σε πολύ μικρό λάθος στην εκτίμηση της συνολικής συμπεριφοράς του στροβίλου.

#### 4.1.2 Υπολογισμός γωνίας εξόδου αερίου

Για τον υπολογισμό της γωνίας εξόδου του αερίου από μια περύγωση στροβίλου διακρίνουμε δύο περιπτώσεις με κριτήρια:

- A) την ύπαρξη ή όχι διακένου
- B) τον αριθμό Mach εξόδου  $M_{out}$  της ροής.

➤ Για μηδενικό διάκενο και:

- 1) **Για αριθμό Mach στο διάστημα  $0 < M_{out} < 0.5$ :**

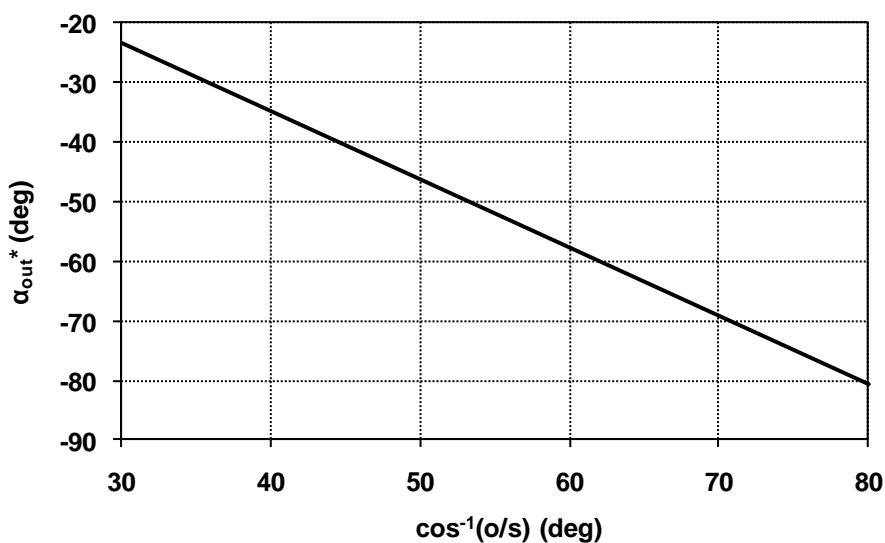
Η γωνία εξόδου αερίου από την περύγωση στην περίπτωση αυτή παραμένει σταθερή και ίση με:

$$\alpha_{out} = \alpha_{out}^* - 4 \cdot \left( \frac{s}{e} \right) \quad (4.1)$$

όπου  $s$  το βήμα περυγίου,  $e$  η μέση ακτίνα καμπυλότητας της κυρτής επιφάνειας του περυγίου, ανάμεσα στο λαιμό και την ακμή διαφυγής και  $\alpha_{out}^*$  είναι συνάρτηση του λόγου εμβαδού λαιμού προς το βήμα ( $o/s$ ). Δηλαδή ισχύει

$$\alpha_{out}^* = f \left[ \cos^{-1} \left( \frac{o}{s} \right) \right] \quad (4.2)$$

Η συνάρτηση αυτή δίνεται στο Σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1: Σχέση γωνίας εξόδου και  $\cos^{-1}(o/s)$  για μικρούς αριθμούς Mach

## 2) Για αριθμό Mach $M_{out}=1$ :

Η γωνία εξόδου αερίου στην περίπτωση αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_{out} = -\cos^{-1}\left(\frac{A_t}{A_{n,out}}\right) \quad (4.3)$$

όπου  $A_t$  εμβαδό λαιμού και  $A_{n,out}$  εμβαδό κάθετο στην κατεύθυνση ροής στην έξοδο της πετρύγωσης. Το εμβαδό του λαιμού μπορεί προσεγγιστικά να εκφραστεί από τον εμπειρικό τύπο:

$$A_t = \left(\frac{o}{s}\right) \cdot \left(\frac{5A_{n,out} + A_{n,in}}{6}\right) \quad (4.4)$$

όπου  $A_{n,in}$ : εμβαδό στεφάνης σε επίπεδο αναφοράς ανάντη της πετρύγωσης

$A_{n,out}$ : εμβαδό στεφάνης σε επίπεδο αναφοράς κατάντη της πετρύγωσης

## 3) Για αριθμό Mach $0.5 < M_{out} < 1$ :

Στην περίπτωση αυτή η γωνία εξόδου θεωρείται ότι ακολουθεί γραμμική σχέση μεταξύ της τιμής για Mach 0.5 και Mach 1.

Η παραπάνω ανάλυση εφαρμόζεται σε πτερύγια που έχουν μηδενικό διάκενο. Σε περίπτωση που υπάρχει διάκενο, τότε ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

➤ **Για μη μηδενικό διάκενο και:**

**1) Για αριθμό Mach στο διάστημα  $0 < M_{out} < 0.5$ :**

Αν  $\alpha_{out}$  είναι η μέση γωνία εξόδου από μια πτερύγωση με μικρό διάκενο και  $\alpha_{out(k=0)}$  η γωνία εξόδου για μηδενικό διάκενο, τότε ισχύει :

$$\alpha_{out} = \tan^{-1} \left[ \tan \alpha_{out(k=0)} + X \cdot \left( \frac{k}{h} \right) \cdot \left( \frac{\cos \beta'_{in}}{\cos \alpha_{out(k=0)}} \right) \tan \beta'_{in} - \tan \alpha_{out(k=0)} \right] \quad (4.5)$$

όπου  $X = 1.35$  για ακτινικό διάκενο ή  $0.7$  για απλό καλυμμένο πτερύγιο,  $\beta'_{in}$  η γωνία μετάλλου στην είσοδο της πτερύγωσης,  $k$  το ακτινικό διάκενο και  $h$  το ύψος πτερυγίου.

**2) Για αριθμό Mach  $M_{out}=1$ :**

Για  $M_{out}=1$ , η γωνία  $\alpha_{out}$  δίνεται από την σχέση (4.3) βάζοντας μέσα στον υπολογισμό του εμβαδού του λαιμού το εμβαδό του διακένου. Έτσι, αν  $A_{t(k=0)}$  είναι το εμβαδό του λαιμού όταν το διάκενο είναι μηδέν, τότε:

$$A_t = A_{t(k=0)} \cdot \left( 1 - \frac{k}{h} \right) + A_k \quad (4.6)$$

όπου  $A_k$  το εμβαδό της ροής στην περιογή του διακένου, δηλαδή αν η διάμετρος ακροπτερυγίου είναι  $D_t$  και το ακτινικό διάκενο  $k$ , τότε:

$$A_k = \pi \cdot D_t \cdot k \quad (4.7)$$

Αν η πτερύγωση είναι καλυμμένη, τότε το εμβαδό λαιμού θα είναι:

$$A_t = A_{t(k=0)} + A_k \quad (4.8)$$

**3) Για αριθμό Mach  $0.5 < M_{out} < 1$ :**

Στην περίπτωση αυτή η γωνία εξόδου θεωρείται ότι ακολουθεί γραμμική σχέση μεταξύ της τιμής για Mach 0.5 και Mach 1.

### **4.1.3 Υπολογισμός απωλειών πίεσης**

Όπως περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι απώλειες πίεσης διαιρούνται σε 3 κατηγορίες: τις απώλειες πτερύγωσης, τις δευτερεύουσες απώλειες ή απώλειες τοιχωμάτων και τις απώλειες διακένου.

#### **➤ Απώλειες πτερύγωσης**

Η μέθοδος Ainley-Mathieson υπολογίζει τις απώλειες πτερύγωσης τόσο στο σημείο σχεδίασης όσο και εκτός αυτού. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής:

#### **Υπολογισμός απωλειών πτερύγωσης στο σημείο σχεδίασης**

• Υπολογίζεται ο συντελεστής απωλειών πτερύγωσης στο σημείο σχεδίασης, δηλαδή για μηδενική γωνία πρόσπτωσης.

Ο συντελεστής απωλειών προφίλ για μηδενική γωνία πρόσπτωσης δίνεται από τη σχέση:

$$Y_{p(i=0)} = \left\{ Y_{p(\beta'_{in}=0)} + \left( \frac{\beta'_{in}}{\alpha_{out}} \right)^2 \cdot [Y_{p(\beta'_{in}=-\alpha_{out})} - Y_{p(\beta'_{in}=0)}] \right\} \cdot \left( \frac{t/c}{0.2} \right)^{\frac{\beta'_{in}}{\alpha_{out}}} \quad (4.9)$$

Όπου

$Y_{p(\beta'_{in}=0)}$ : συντελεστής απωλειών προφίλ πτερυγίου με  $\beta'_{in}=0$  και  $\alpha_{out}$  και s/c ίδια με αυτά του πραγματικού πτερυγίου (λαμβάνεται από το Σχήμα 4.2)

$Y_{p(\beta'_{in}=-\alpha_{out})}$ : συντελεστής απωλειών προφίλ πτερυγίου με  $\beta'_{in}=-\alpha_{out}$  και  $\alpha_{out}$  και s/c ίδια με αυτά του πραγματικού πτερυγίου (λαμβάνεται από το Σχήμα 4.3)

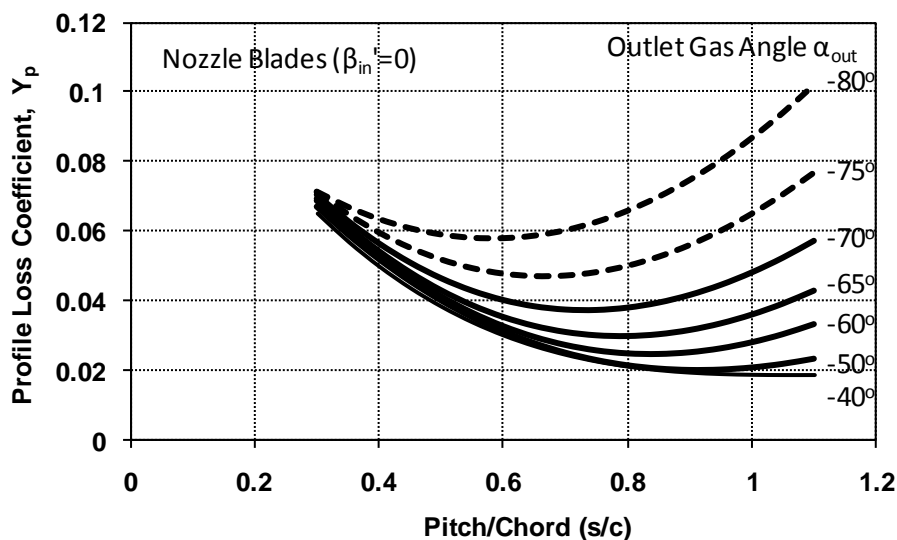
Η γωνία ροής  $\alpha_{out}$  στην έξοδο της πτερύγωσης δεν είναι γνωστή άρα πρέπει να γίνει μια αρχική εκτίμηση του αριθμού Mach  $M_{out}$ . Σε πτερυγώσεις δράσης η χρήση της σχέσης (4.9) πρέπει να περιοριστεί στη περιοχή όπου  $0.15 < t/c < 0.25$ . Αν το πραγματικό πτερύγιο έχει μεγαλύτερο ή μικρότερο λόγο t/c από αυτά τα όρια, τότε ο συντελεστής απωλειών λαμβάνεται ίσος με αυτόν πτερυγίου λόγου t/c 0.25 ή 0.15 αντίστοιχα.

#### **➤ Υπολογισμός απωλειών πτερύγωσης εκτός σημείου σχεδίασης**

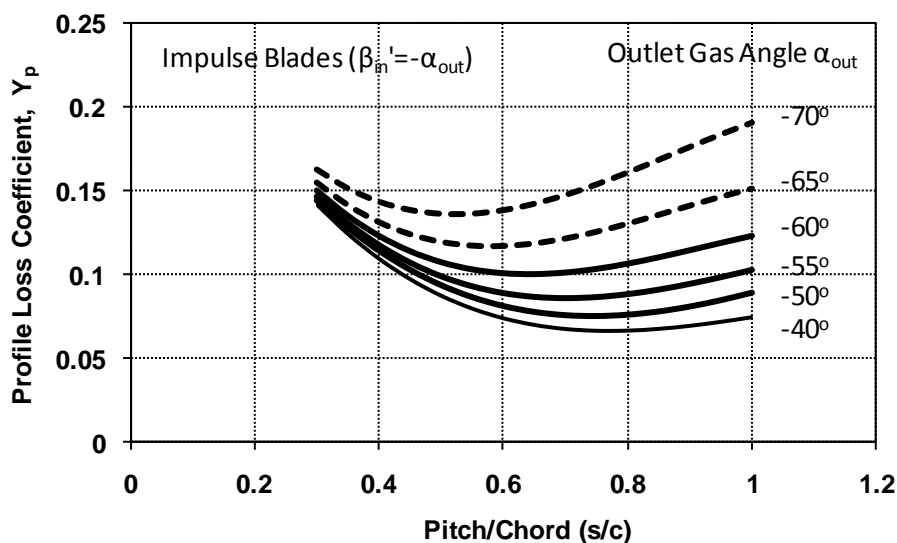
Εάν βρισκόμαστε εκτός σημείου σχεδίασης, οι απώλειες πτερύγωσης για μη μηδενικές γωνίες πρόσπτωσης υπολογίζονται με την υπόθεση ότι ο λόγος των απωλειών πτερύγωσης για οποιαδήποτε γωνία πρόσπτωσης προς τις αντίστοιχες για μηδενική γωνία πρόσπτωσης είναι συνάρτηση του λόγου της γωνία πρόσπτωσης προς την γωνία



πρόσπτωσης απώλειας στήριξης. Τότε είναι απαραίτητο να γίνουν επιπροσθέτως και τα επόμενα βήματα:



Σχήμα 4.2: Συντελεστής απωλειών προφίλ πτερυγίου συναρτήσεως του λόγου βήματος/χορδής και της γωνίας εξόδου της ροής για πτερύγια με αξονική είσοδο.

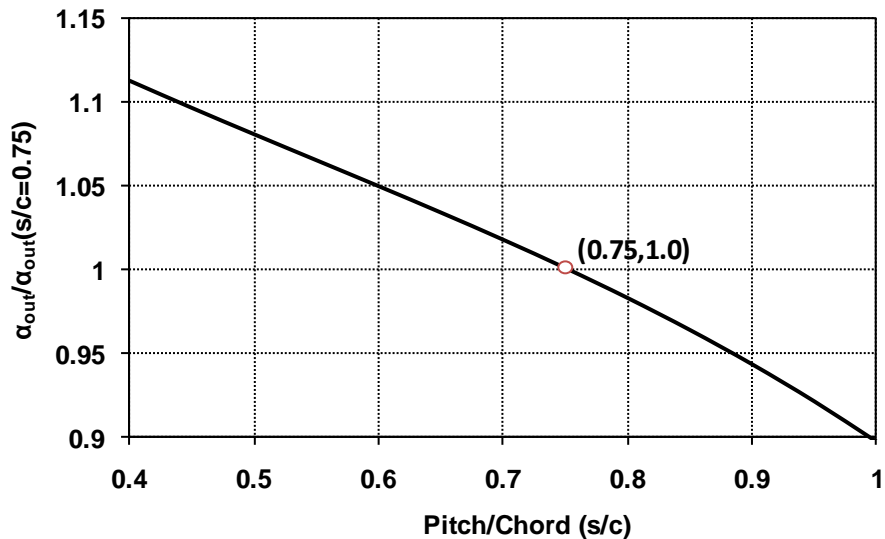


Σχήμα 4.3: Συντελεστής απωλειών προφίλ πτερυγίου συναρτήσεως του λόγου βήματος/χορδής και της γωνίας εξόδου της ροής για πτερύγια δράσεως.

- Αρχικά υπολογίζεται η γωνία πρόσπτωσης απώλειας στήριξης  $i_s$  (stalling incidence) της πτερύγωσης.

Η γωνία αυτή ορίζεται ως η γωνία πρόσπτωσης στην οποία οι απώλειες πτερύγωσης είναι διπλάσιες από αυτές για μηδενική γωνία πρόσπτωσης και είναι συνάρτηση των  $\alpha_{out}$ ,  $\beta_{in}/\alpha_{out}$  και  $s/c$ .

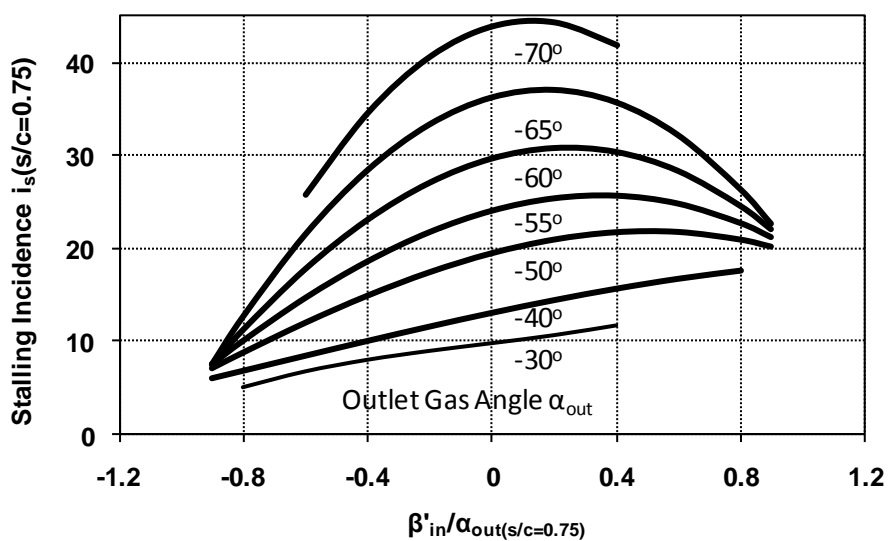
Η διαδικασία για τον καθορισμό της  $i_s$  για δεδομένο περύγιο είναι η εξής: Από το Σχήμα 4.4, υπολογίζεται ο λόγος  $\alpha_{out} / \alpha_{out(s/c=0.75)}$  για τη δεδομένη τιμή  $s/c$  και επομένως και η  $\alpha_{out(s/c=0.75)}$ .



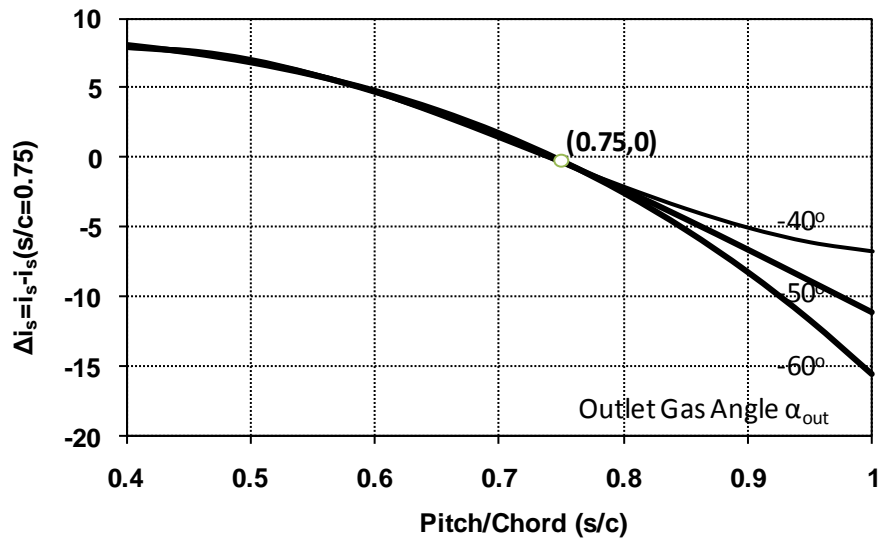
Σχήμα 4.4: Μεταβολή της γωνίας εξόδου με τον λόγο βήματος/χορδή

Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο λόγος  $\beta'_{in} / \alpha_{out(s/c=0.75)}$  και από το Σχήμα 4.5 η γωνία πρόσπτωσης απώλειας στήριξης  $i_{s(s/c=0.75)}$ . Από το Σχήμα 4.6 υπολογίζεται η διαφορά  $\Delta i_s$  για την πραγματική τιμή  $s/c$  και επομένως και η πραγματική γωνία πρόσπτωσης από τη σχέση:

$$i_s = i_{s(s/c=0.75)} + \Delta i_s \quad (4.10)$$

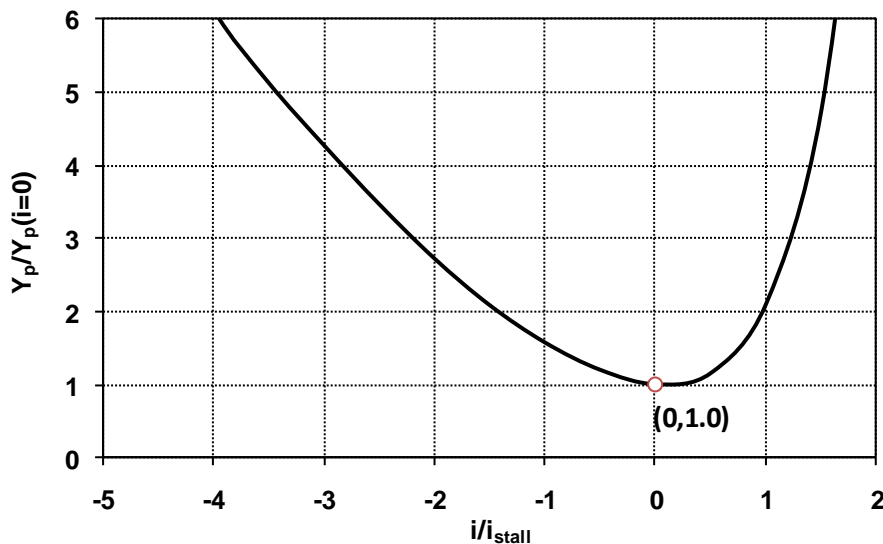


Σχήμα 4.5: Γωνία πρόσπτωσης απώλειας στήριξης  $i_{s(s/c=0.75)}$  συναρτήσει του λόγου  $\beta'_{in} / \alpha_{out(s/c=0.75)}$  και της γωνίας εξόδου



Σχήμα 4.6: Μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης απώλειας στήριξης  $i_s$  με το λόγο βήματος/χορδής και της γωνίας εξόδου.

Από το Σχήμα 4.7 και με δεδομένο τον συντελεστή απωλειών για μηδενική γωνία πρόσπτωσης  $Y_{p(i=0)}$  και την γωνία  $i_s$ , υπολογίζονται οι πραγματικές απώλειες εκτός σημείου σχεδίασης  $Y_p$ .



Σχήμα 4.7: Μεταβολή των απωλειών προφίλ πτερυγίων με την γωνία πρόσπτωσης για τυπική πτερύγωση στροβίλου.

#### ➤ Δευτερεύουσες απώλειες και απώλειες διακένου

Οι δευτερεύουσες απώλειες μπορούν να εκφραστούν από τη σχέση:

$$Y_s = \lambda \cdot Z$$

$$Z = \left( \frac{C_L}{s/c} \right)^2 \cdot \left( \frac{\cos^2 a_{out}}{\cos^3 a_m} \right) \quad (4.11)$$

όπου  $Z$  συντελεστής φόρτισης πτερυγίων,  $C_L$  συντελεστής άνωσης και  $\lambda$  συντελεστής που εξαρτάται κυρίως από το βαθμό της επιτάχυνσης του αερίου κατά τη διέλευση του από τη πτερύγωση και αποτελεί συνάρτηση της μορφής:

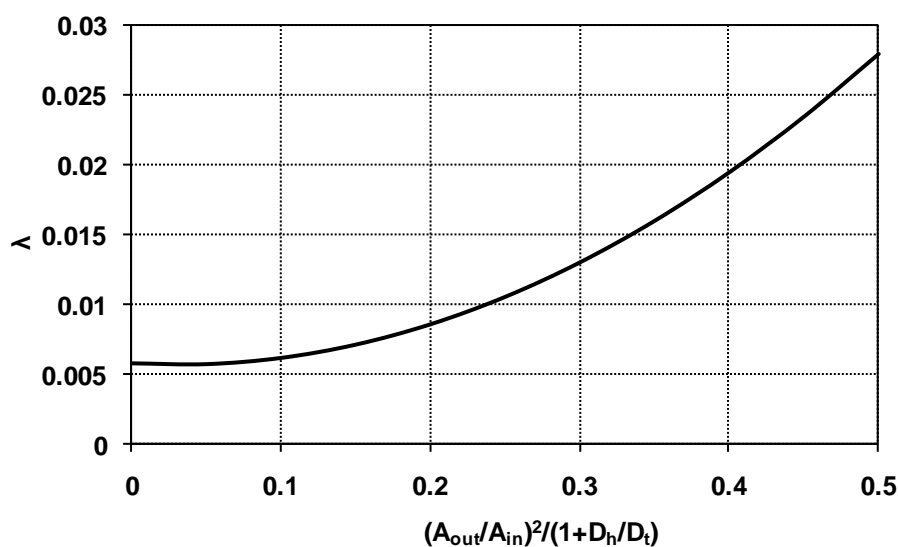
$$\lambda = f \left[ \frac{\left( \frac{A_{out}}{A_{in}} \right)^2}{1 + \left( \frac{D_h}{D_t} \right)} \right] \quad (4.12)$$

$$A_{in} = A_{n,in} \cdot \cos \beta'_{in} \quad (4.13)$$

$$A_{out} = A_{n,out} \cdot \cos \alpha_{out(k=0)} \quad (4.14)$$

όπου  $D_h$ : εσωτερική διάμετρος της στεφάνης του στροβίλου και  $D_t$ : εξωτερική διάμετρος της στεφάνης του στροβίλου.

Ο συντελεστής  $\lambda$  δίνεται στο Σχήμα 4.8.



Σχήμα 4.8: Μεταβολή του συντελεστή  $\lambda$  με το λόγο  $(A_{out}/A_{in})^2 / (1 + D_h/D_t)$

Ομοίως οι απώλειες διακένου μπορούν να εκφραστούν από τη σχέση:

$$Y_k = B \cdot \left( \frac{k}{h} \right) \cdot Z \quad (4.15)$$

όπου B σταθερά, ίση με 0.5 για περύγωση με ακτινικό διάκενο ή 0.25 για καλυμμένη περύγωση.

Και για τις δυο σχέσεις ισχύει:

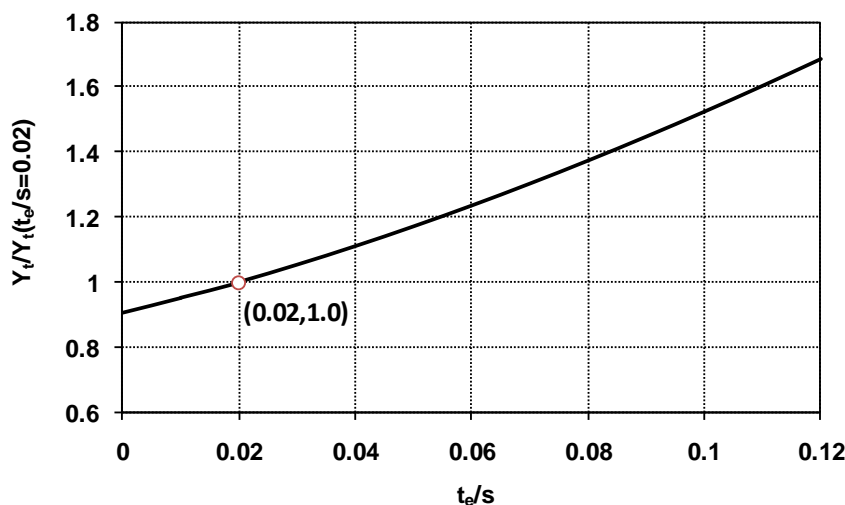
$$C_L = 2 \cdot \left( \frac{s}{c} \right) \cdot (\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out}) \cdot \cos \alpha_m \quad (4.16)$$

$$\alpha_m = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \alpha_{in} + \tan \alpha_{out}}{2} \right) \quad (4.17)$$

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση των δευτερευουσών απωλειών και απωλειών διακένου για ένα μεγάλο εύρος γωνιών εισόδου όπου ισχύει  $-1.5 \leq i/i_s \leq 1$ . Για τιμές εκτός του διαστήματος αυτού οι απώλειες θεωρούνται σταθερές και ίσες με τις αντίστοιχες των ακραίων τιμών.

#### 4.1.4 Επίδραση του πάχους ακμής διαφυγής

Οι προαναφερθέντες συντελεστές απωλειών πίεσης εφαρμόζονται σε συμβατικά περύγια με πάχος ακμής διαφυγής  $t_e$  περίπου ίσο με το 2% του βήματος περυγίων. Αν ο λόγος  $t_e/s$  είναι διαφορετικός από 0.02 (2%), τότε οι συντελεστές όλων των απωλειών που αναφέρθηκαν παραπάνω πρέπει να διορθωθούν με έναν συντελεστή πολλαπλασιασμού  $Y_{TEF}$  ο οποίος παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.9 συναρτήσει του λόγου  $t_e/s$ .



Σχήμα 4.9: Επίδραση του πάχους ακμής διαφυγής στους συντελεστές απωλειών

#### **4.1.5 Παρατηρήσεις σχετικά με την εφαρμογή της μεθόδου**

Για να εφαρμόσουμε την μέθοδο στην περίπτωση του στάτορα χρησιμοποιούμε την απόλυτη γωνία εισόδου, την απόλυτη γωνία εξόδου και τον απόλυτο αριθμό Mach, ενώ για τον ρότορα τα αντίστοιχα σχετικά μεγέθη.

Όπως είδαμε κατά την ανάλυση της μεθόδου, τόσο ο συντελεστής απωλειών πίεσης όσο και η γωνία εξόδου του αερίου από την περύγωση εξαρτώνται από τις συνθήκες εξόδου από την περύγωση, οι οποίες είναι άγνωστες. Προκειμένου λοιπόν να προσδιοριστούν τα μεγέθη στην έξοδο της περύγωσης εφαρμόζεται η παρακάτω διαδικασία:

- 1) Εκτιμάται μια αρχική τιμή του αριθμού Mach εξόδου. Κατόπιν υπολογίζεται από την τιμή αυτή η γωνία εξόδου της ροής και ο συντελεστής ολικών απωλειών.
- 2) Με γνωστό πλέον τον συντελεστή απωλειών και την ισεντροπική σχέση ολικών στατικών μεγεθών υπολογίζεται η ολική πίεση (για τον στάτορα) ή η περιστρεφόμενη ολική πίεση (για τον ρότορα) στην έξοδο.
- 3) Με βάσει τις ολικές συνθήκες, την γωνία εξόδου και την εξίσωση συνέχειας υπολογίζεται ο αριθμός Mach εξόδου. Αν η τιμή αυτή είναι πολύ διαφορετική από την αρχικά εκτιμώμενη τότε επαναλαμβάνονται τα βήματα 1-3 με νέα εκτίμηση του αριθμού Mach.

Η μέθοδος όπως αναπτύχθηκε έχει μια συγκεκριμένη θεώρηση στο πρόσημο των γωνιών η οποία είναι διαφορετική από αυτή που έχουμε συνηθίσει, δηλαδή οι γωνίες να είναι θετικές αν είναι προς την ίδια φορά με το διάνυσμα της ταχύτητας περιστροφής του ρότορα. Προκειμένου να επιλυθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα, στην είσοδο της μεθόδου μόνο για την περίπτωση του στάτορα αλλάζουμε τόσο το πρόσημο της γωνίας εισόδου της ροής που δέχεται σαν είσοδο η μέθοδος όσο και την γωνία εξόδου που υπολογίζεται από την μέθοδο για να συνεχίσουμε τους υπολογισμούς στα πλαίσια της μονοδιάστατης ανάλυσης.

#### **4.1.6 Επίδραση αριθμού Reynolds**

Το μεγαλύτερο μέρος των πειραματικών δεδομένων από τα οποία προέκυψαν οι σχέσεις υπολογισμού των συντελεστών απωλειών και των γωνιών ροής έχουν εξαχθεί για αριθμούς Reynolds στο εύρος  $10^5$ - $3 \times 10^5$ . Έτσι τα αποτελέσματα της παρούσας μεθόδου θεωρείται ότι αντιστοιχούν σε ένα μέσο αριθμό Reynolds της τάξης του  $2 \times 10^5$ . Για αριθμό Reynolds πολύ διαφορετικό, προτείνεται η παρακάτω διόρθωση στον βαθμό απόδοσης:

$$\eta_{corrected} = (1 - \eta) \cdot \left( \frac{Re}{2 \cdot 10^5} \right) \quad (4.18)$$

Πιστεύεται ότι η διόρθωση αυτή μπορεί να εφαρμοστεί για αριθμούς Reynolds μέχρι  $5 \times 10^4$ . Για χαμηλότερους αριθμούς Reynolds, αναμένεται ο βαθμός απόδοσης να μειωθεί ακόμη ταχύτερα του αναμενόμενου από την εξίσωση (4.18).

Η προτεινόμενη τιμή του αριθμού Reynolds για τη παραπάνω διόρθωση είναι ο αριθμητικός μέσος των αριθμών Reynolds της πτερύγωσης του πρώτου ακροφυσίου και του τελευταίου ρότορα.

## 4.2 Η μέθοδος Dunham-Came

### 4.2.1 Εισαγωγή

Καθώς η σχεδίαση των στροβιλομηχανών βελτιώνονταν με το χρόνο και η υπολογιστική ικανότητα αυξάνονταν σημαντικά ήταν απαραίτητο να προκύψουν νέες μέθοδοι εκτίμησης απωλειών που να ανταποκρίνονται στις νέες απαιτήσεις.

Δεδομένου της αποτελεσματικότητας και της εγκυρότητας της μεθόδου AM, η μέθοδος αυτή αποτέλεσε τη βάση για σειρά διαδοχικών βελτιωτικών μεθόδων, σημαντικότερη εκ των οποίων είναι η μέθοδος Dunham-Came (DC ή AMDC).

Η μέθοδος AMDC (βιβλ. αναφορά [5]), βασίστηκε σε αναλυτικές συγκρίσεις μεταξύ εκτιμώμενων και μετρούμενων επιδόσεων 25 στροβίλων. Ως αποτέλεσμα των παραπάνω συγκρίσεων, κρίθηκε απαραίτητη η αλλαγή των εμπειρικών σχέσεων των απωλειών της μεθόδου AM. Η μέθοδος AMDC πλεονεκτεί της μεθόδου AM κυρίως όταν εφαρμόζεται σε μικρούς στροβίλους.

### 4.2.2 Διόρθωση συντελεστή απωλειών πτερύγωσης

Σύμφωνα με την AM, ο συντελεστής απωλειών πτερύγωσης  $Y_p$  εξαρτάται κυρίως από τη γωνία μετάλλου στην είσοδο της πτερύγωσης, τις γωνίες ροής εισόδου και εξόδου και το λόγο βήματος/χορδής, καθώς επίσης και από τους λόγους μέγιστου πάχους πτερύγωσης/χορδής και πάχους ακμής διαφυγής/χορδής.

Η μέθοδος AMDC λαμβάνει υπόψη πλέον και τις απώλειες κρουστικών κυμάτων που αναπτύσσονται όταν η ροή στραγγαλίζεται με την εισαγωγή ενός διορθωτικού συντελεστή CFM, ο οποίος εφαρμόζεται μόνο όταν  $M_{out} > 1$  και θεωρείται ανεξάρτητος της γωνίας μετάλλου στην έξοδο, παραδοχή που αποτελεί το μεγαλύτερο μειονέκτημα της διόρθωσης αυτής.

Ενώ η μέθοδος AM προτείνει τη σχέση (4.18) για τη διόρθωση με τον αριθμό Reynolds, στη μέθοδο AMDC έχει εφαρμοστεί μια διόρθωση απευθείας στους συντελεστές απωλειών, χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο προς τη πτερύγωση αριθμό Reynolds.

Έτσι η τελική έκφραση του συντελεστή απωλειών  $Y_p$  είναι:

$$\begin{aligned} Y_{p,AMDC} &= Y_{p,AM} \cdot CFM \cdot f_{(Re),AMDC} \\ CFM &= 1 + 60 \cdot (M_{out} - 1)^2 \\ f_{(Re),AMDC} &= \left( \frac{Re_{out}}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0.2} \end{aligned} \quad (4.19)$$

όπου  $Y_{p,AM}$  είναι ο συντελεστής απωλειών της μεθόδου AM.

#### **4.2.3 Διόρθωση συντελεστή δευτερευουσών απωλειών**

Η μέθοδος AMDC λαμβάνοντας υπόψη δεδομένα της εποχής της για τα οριακά στρώματα, αντικαθιστά την εξίσωση (4.11) με την παρακάτω σχέση:

$$Y_{s,AMDC} = 0.0334 \cdot \left( \frac{c}{h} \right) \cdot Z \cdot \frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \beta'_{in}} \cdot f_{(Re),AMDC} \quad (4.20)$$

#### **4.2.4 Διόρθωση συντελεστή απωλειών διακένου**

Η εξέταση των πειραματικών δεδομένων επιβεβαίωσε ότι η παράμετρος φόρτισης πτερυγίου  $Z$  της μεθόδου AM καλύπτει ικανοποιητικά την επίδραση της φόρτισης του πτερυγίου και επομένως δεν αλλάχτηκε. Ωστόσο η γραμμική σχέση εξάρτησης των απωλειών από το ύψος του διάκενου της μεθόδου AM, σχέση (4.15), αντικαταστάθηκε από την παρακάτω:

$$Y_{k,AMDC} = B \cdot \frac{c}{h} \cdot \left( \frac{k}{c} \right)^{0.78} \cdot Z \quad (4.21)$$

όπου  $B=0.47$  για απλό διάκενο και  $0.37$  για καλυμμένα πτερύγια.

Συνοψίζοντας όλες τις παραπάνω διορθώσεις, ο συντελεστής ολικών απωλειών, λαμβάνοντας υπόψη και την επίδραση του πάχους ακμής διαφυγής κατά AM, δίνεται από τη σχέση:

$$Y_{t,AMDC} = (Y_{p,AMDC} + Y_{s,AMDC} + Y_{k,AMDC}) \cdot Y_{TET,AM} \quad (4.22)$$



### 4.3 Η μέθοδος Kacker-Okarui

#### 4.3.1 Εισαγωγή

Τα συστήματα απωλειών που μελετήσαμε έως τώρα παρείχαν σχέσεις υπολογισμού όλων των συνιστωσών των απωλειών, τόσο για λειτουργία του στροβίλου στο σημείο σχεδιασμού, όσο και εκτός αυτού.

Η μέθοδος Kacker-Okarui (ΚΟ) (βιβλ. αναφορά [6]) περιλαμβάνει ένα σύνολο τροποποιήσεων στο σύστημα απωλειών AMDC που σκοπό έχει την πρόβλεψη των απωλειών ενός στροβίλου κατά τη λειτουργία του στο σημείο σχεδίασης.

Η μέθοδος ΚΟ υιοθετεί την κλασσική διάκριση των απωλειών πίεσης σε απώλειες περύγωσης (οι οποίες διορθώνονται για αριθμούς Reynolds  $Re \# 2 \cdot 10^5$ , δευτερεύουσες απώλειες, απώλειες σημείου διαφυγής και απώλειες διακένου, ενώ οι συνολικές απώλειες ορίζονται ως:

$$Y_{t,KO} = \underbrace{f_{(Re),KO} \cdot Y_{p,KO} + Y_{TET,KO}}_{Y_{p,KO,total}} + Y_{s,KO} + Y_{k,KO} \quad (4.23)$$

όπου  $f_{(Re),KO}$  ο συντελεστής διόρθωσης αριθμού Reynolds

$Y_{TET,KO}$  ο συντελεστής απωλειών σημείου διαφυγής

Η σχέση αυτή διαφέρει από την αντίστοιχη σχέση (4.22) του συστήματος AMDC αφού ο αριθμός Reynolds της περύγωσης θεωρείται ότι επιδρά μόνο στο συντελεστή απωλειών περύγωσης και ο συντελεστής απωλειών σημείου διαφυγής εισάγεται αθροιστικά και όχι πολλαπλασιαστικά.

Η μέθοδος ΚΟ παρουσιάστηκε ικανή να προβλέψει με περιθώριο λάθους  $\pm 1,5\%$  τον βαθμό απόδοσης συμβατικών στροβίλων της εποχής της. Σε αυτό συνετέλεσαν η εισαγωγή στο σύστημα των απωλειών των φαινομένων συμπίεστότητας και των απωλειών κρουστικών κυμάτων στον υπολογισμό των απωλειών περύγωσης και των δευτερευουσών απωλειών.

Μεγάλη προσοχή πρέπει να δοθεί στο γεγονός ότι η μέθοδος ΚΟ βασίζεται σε δεδομένα δοκιμών σε μηχανές και είναι απαραίτητη η εισαγωγή ενός διορθωτικού συντελεστή προκειμένου να εφαρμοστεί για γραμμικές περυγώσεις. Προφανώς σε μια μηχανή υπάρχουν πρόσθετες πηγές απωλειών που δεν είναι παρούσες σε μια περύγωση και πρέπει να αμεληθούν όταν εξετάζεται μεμονωμένα αυτή.

#### 4.3.2 Διόρθωση συντελεστή απωλειών περύγωσης

Ο υπολογισμός του συντελεστή απωλειών περύγωσης ακολουθεί τη μεθοδολογία του συστήματος AMDC. Συγκεκριμένα:

$$Y_{p,design} = \left\{ Y_{p(\beta'_{in}=0)} + \left| \frac{\beta'_{in}}{\alpha_{out}} \right| \cdot \left( \frac{\beta'_{in}}{\alpha_{out}} \right) \cdot [Y_{p(\beta'_{in}=\alpha_{out})} - Y_{p(\beta'_{in}=0)}] \right\} \cdot \left( \frac{t/c}{0.2} \right)^{\frac{k_m \cdot \beta'_{in}}{\alpha_{out}}} \cdot Y_{TET} \quad (4.24)$$

Το πρόσημο της γωνίας  $\alpha_{out}$  θεωρείται πλέον θετικό, ενώ ο όρος μέσα στο απόλυτο μπήκε για να επιτρέψει την εισαγωγή αρνητικών γωνιών εισόδου. Επίσης στον εκθέτη του λόγου  $(t/c/0.2)$  προστέθηκε ο συντελεστής  $k_m$  ο οποίος αν και στην παρούσα μέθοδο είναι μονάδα θα χρησιμοποιηθεί στην μέθοδο Zhu και Sjolander που θα παρουσιαστεί παρακάτω.

Στην παραπάνω σχέση εφαρμόζεται επίσης ένας πολλαπλασιαστικός παράγοντας  $2/3$  λόγω της βελτίωσης της σχεδίασης από την εποχή της μεθόδου AM που είχε ως συνέπεια τη μείωση των απωλειών.

### ➤ Υποηχητική διόρθωση συντελεστή απωλειών περυγώσης

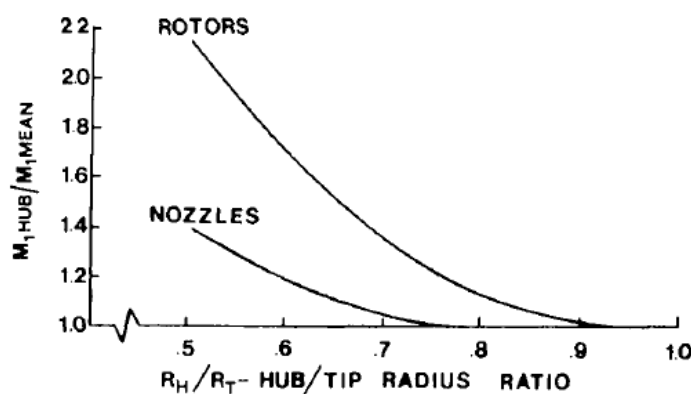
Την εποχή της μεθόδου ΚΟ ανακαλύφτηκε ότι ο συντελεστής απωλειών περυγώσης  $Y_p$  δεν είναι ανεξάρτητος του αριθμού Mach, ακόμα και για υποηχητική ροή. Η συμπίεστικότητα του ρευστού μπορεί να επηρεάσει τον συντελεστή  $Y_p$  με δυο τρόπους:

- προκαλώντας κραδασμούς στις ακμές πρόσπτωσης των πτερυγίων και
- επηρεάζοντας την επιτάχυνση της ροής διαμέσου των πτερυγίων.

#### 1. Απώλειες κρουστικών κυμάτων

Κραδασμοί στις ακμές πρόσπτωσης των πτερυγίων μπορούν να προκύψουν σε σχετικά χαμηλούς αριθμούς Mach εισόδου, εξαιτίας της τοπικής επιτάχυνσης της ροής στις έντονα καμπυλωμένες ακμές πρόσπτωσης. Οι αριθμοί Mach πρόσπτωσης είναι πάντα υψηλότεροι στη βάση παρά στο μέσο του πτερυγίου.

Στο Σχήμα 4.10 εκτιμάται ο αριθμός Mach πρόσπτωσης στη βάση των πτερυγίων, όταν ο αριθμός Mach στο μέσο και ο λόγος ακτινών  $R_{hub}/R_{tip}$  είναι γνωστοί.



Σχήμα 4.10 Λόγος αριθμών Mach  $M_{1,HUB}/M_{1,MEAN}$

Οι απώλειες κρουστικών κυμάτων στο τοίχωμα της βάσης ενός πτερυγίου στην είσοδο περυγώσεως μπορούν να βρεθούν από τη σχέση:

$$Y_{shock,hubin} = 0.75 \cdot (M_{in,HUB} - 0.4)^{1.75} \quad (4.25)$$

Ωστόσο, αφού το φαινόμενο αυτό είναι τοπικό, θα ήταν λάθος να επιβαρυνθεί ολόκληρο το περύγιο με αυτή τη ποσότητα. Έτσι, οι απώλειες κρουστικών κυμάτων στη μέση γραμμή απωλειών ισούνται με:

$$Y_{SHOCK,in} = \left( \frac{R_h}{R_t} \right) \cdot Y_{shock,hubin} \quad (4.26)$$

Τελικά, ο υποηχητικός συντελεστής απωλειών κρουστικών κυμάτων μπορεί να εκφραστεί σε όρους εξόδου:

$$Y_{SHOCK} = Y_{SHOCK,out} = Y_{SHOCK,in} \cdot \left( \frac{p_{in}}{p_{out}} \right) \cdot \left[ \frac{1 - \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{in}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{1 - \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \right] \quad (4.27)$$

## 2. Επιτάχυνση ροής

Οι συντελεστές απωλειών προφίλ στο Σχήμα 4.2 και το Σχήμα 4.3 προέρχονται από πειραματικές δοκιμές σε χαμηλές υποηχητικές ταχύτητες και είναι επομένως μη αντιπροσωπευτικοί όταν εφαρμόζονται σε στροβίλους υψηλών αριθμών Mach. Από τον συνδυασμό των διορθώσεων προκύπτει:

$$K_p = 1 - K_2 \cdot (1 - K_1) \quad (4.28)$$

$$K_1 = \begin{cases} 1 & \text{για } M_{out} \leq 0.2 \\ 1 - 1.25 \cdot M_{out} - 0.2 & \text{για } M_{out} > 0.2 \end{cases} \quad (4.29)$$

$$K_2 = \left( \frac{M_{in}}{M_{out}} \right)^2 \quad (4.30)$$

### ➤ Επίδραση πάχους ακμής διαφυγής

Τα αποτελέσματα από το Σχήμα 4.2 και το Σχήμα 4.3 είναι έγκυρα για περύγια με λόγο πάχους ακμής διαφυγής/βήματος  $t_e/s=0.02$ . Στο σύστημα AMDC, ο συντελεστής  $Y_p$  πολλαπλασιάζεται με τον  $Y_{ΤΕΤ}$  για οποιοδήποτε άλλο λόγο  $t_e/s$ .

Στη παρούσα μέθοδο, αφού ο συντελεστής  $Y_{TET,KO}$  είναι ξεχωριστός αθροιστικός παράγοντας, η τιμή των απωλειών πολλαπλασιάζεται με 0.914 (δηλαδή την τιμή του  $Y_{TET}$  για λόγο  $t_e/s=0$  κατά AMDC) ώστε να προκύψει ο συντελεστής απωλειών πτερύγωσης για μηδενικό πάχος ακμής διαφυγής.

Συνοψίζοντας, στην υποηχητική περιοχή λειτουργίας μιας πτερύγωσης, ο συντελεστής απωλειών προφίλ ισούται με:

$$Y_{p,KO} = 0.914 \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{Y_{p,AM}}{Y_{TET,AM}} \cdot K_p + Y_{SHOCK} \right) \quad (4.31)$$

### ➤ Υπερηχητική διόρθωση συντελεστή απωλειών πτερύγωσης

Στην περιοχή των υπερηχητικών ταχυτήτων εξόδου προκύπτουν επιπρόσθετες απώλειες πίεσης λόγω των κρουστικών κυμάτων που προέρχονται από την ακμή διαφυγής. Είδαμε πως το σύστημα AMDC υιοθετεί τον συντελεστή CFM, οποίος εφαρμόζεται στον συντελεστή  $Y_p$ , όταν ο αριθμός Mach της εξόδου υπερβαίνει τη μονάδα. Τον πολλαπλασιαστή αυτό εφαρμόζει και η μέθοδος KO και μάλιστα αμετάβλητο.

### 4.3.3 Διόρθωση επίδρασης αριθμού Reynolds

Ο διορθωτικός συντελεστής αριθμού Reynolds  $f_{(Re),KO}$  στη μέθοδο KO δίνεται από τις σχέσεις:

$$f_{(Re),KO} = \begin{cases} \left( \frac{Re}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0.4} & \text{για } Re \leq 2 \cdot 10^5 \\ 1 & \text{για } 2 \cdot 10^5 \leq Re \leq 10^6 \\ \left( \frac{Re}{10^6} \right)^{-0.2} & \text{για } Re \geq 10^6 \end{cases} \quad (4.32)$$

Όπως προαναφέρθηκε, ο διορθωτικός συντελεστής εφαρμόζεται σε αυτή τη μέθοδο μόνο στον συντελεστή  $Y_p$ .

Η τελική έκφραση του συντελεστή απωλειών πτερύγωσης θα είναι:

$$Y_{p,KO,total} = \begin{cases} f_{(Re),KO} \cdot \left[ 0.914 \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{Y_{p,AM}}{Y_{TET,AM}} \cdot K_p + Y_{SHOCK} \right) \right] + Y_{TET,KO}, M_{out} \leq 1 \\ f_{(Re),KO} \cdot \left[ CFM \cdot 0.914 \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{Y_{p,AM}}{Y_{TET,AM}} \cdot K_p + Y_{SHOCK} \right) \right] + Y_{TET,KO}, M_{out} > 1 \end{cases} \quad (4.33)$$

#### 4.3.4 Διόρθωση συντελεστή δευτερευουσών απωλειών

Η μέθοδος υπολογισμού του συντελεστή δευτερευουσών απωλειών είναι ίδια με αυτή της μεθόδου AMDC, με εξαίρεση την εξάρτηση του από το λόγο ύψους/χορδής του πτερυγίου. Στη μέθοδο AMDC ο συντελεστής απωλειών θεωρείται ότι μεταβάλλεται με τον ίδιο τρόπο σε ολόκληρο το εύρος των λόγων ύψους/χορδής. Ωστόσο, πειραματικά παρατηρήθηκε μικρότερη αύξηση των απωλειών λόγω μείωσης του λόγου ύψους/χορδής από αυτή της AMDC, για λόγους ύψους/χορδής μικρότερους του 2, κάτι το οποίο έλαβε η μέθοδος ΚΟ υπόψη.

Συγκεκριμένα, ο συντελεστής δευτερευουσών απωλειών κατά ΚΟ δίνεται από την σχέση:

$$Y_s = 0.0334 \cdot f_{(AR)} \cdot Z \cdot \left( \frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \beta'_{in}} \right) \quad (4.34)$$

$$f_{(AR)} = \begin{cases} \frac{1 - 0,25 \cdot \sqrt{2 - h/c}}{h/c} & \text{για } h/c \leq 2 \\ \frac{1}{h/c} & \text{για } h/c > 2 \end{cases} \quad (4.35)$$

Στη μέθοδο AMDC, ο συντελεστής  $Y_s$  (βλέπε σχέση (4.22)) πολλαπλασιάζεται με τον συντελεστή  $Y_{TET}$ . Στη παρούσα μέθοδος, όπως προαναφέρθηκε, οι δευτερεύουσες απώλειες και οι απώλειες ακμής διαφυγής δεν συνδέονται.

Συνεπώς, είναι απαραίτητο ο συντελεστής  $Y_s$ , όπως δίνεται από τη σχέση (4.34), να τροποποιηθεί κατάλληλα προτού χρησιμοποιηθεί στη μέθοδο αυτή. Αυτό επιτυγχάνεται πολλαπλασιάζοντας τον συντελεστή  $Y_s$  της σχέσης (4.34) με τον παράγοντα 1.2. Η εκτίμηση της τιμής αυτής βασίστηκε στην υπόθεση ότι η AMDC αναπτύχθηκε για στροβίλους με τυπική τιμή  $t/o=0.1$  και γωνία εξόδου ίση με 60 μοίρες. Αυτό υποδείκνυε λόγο  $t/s=0.05$  που στη μέθοδο AMDC δίνει  $Y_{TET}=1.2$ .

#### ➤ Υποηχητική διόρθωση συντελεστή δευτερευουσών απωλειών

Όπως με τις απώλειες πτερυγώσεως, η συμπίεστικότητα επιδρά στην επιτάχυνση της ροής δίπλα στα τοιχώματα και επομένως στις απώλειες των τοιχωμάτων.

Για να ληφθούν τα παραπάνω υπόψη, ο υποηχητικός συντελεστής διόρθωσης αριθμού Mach για δευτερεύουσες απώλειες ορίζεται συναρτήσει του αντίστοιχου συντελεστή  $K_p$  για τις απώλειες προφίλ ως:

$$K_s = 1 - K_3 \cdot (1 - K_p) \quad (4.36)$$

$$K_3 = \left( \frac{1}{h/c_a} \right)^2 = \left( \frac{c \cdot \cos \gamma}{h} \right)^2 \quad (4.37)$$

όπου ο συντελεστής  $K_p$  έχει οριστεί από τη σχέση (4.28).

Κραδασμοί στην ακμή διαφυγής για υψηλούς υποηχητικούς αριθμούς Mach είναι επίσης πιθανό να επηρεάσουν τις δευτερεύουσες απώλειες. Η αλλαγή στις απώλειες αυτές έχει περιληφθεί στον όρο  $Y_{SHOCK}$ , όπως ορίστηκε στη σχέση (4.27) και δεν λαμβάνονται ξεχωριστά υπόψη.

Στην υπερηχητική περιοχή, δεν εφαρμόζεται κάποια διόρθωση στον συντελεστή  $Y_S$  που παραμένει σταθερά ίσος με την τιμή που αντιστοιχεί για αριθμό Mach εξόδου ίσο με τη μονάδα.

Τελικά, ο συντελεστής δευτερευουσών απωλειών κατά ΚΟ δίνεται από τη σχέση:

$$Y_{S,KO} = 1.2 \cdot K_s \cdot 0.0334 \cdot f_{(AR)} \cdot Z \cdot \frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \beta'_{in}} \quad (4.38)$$

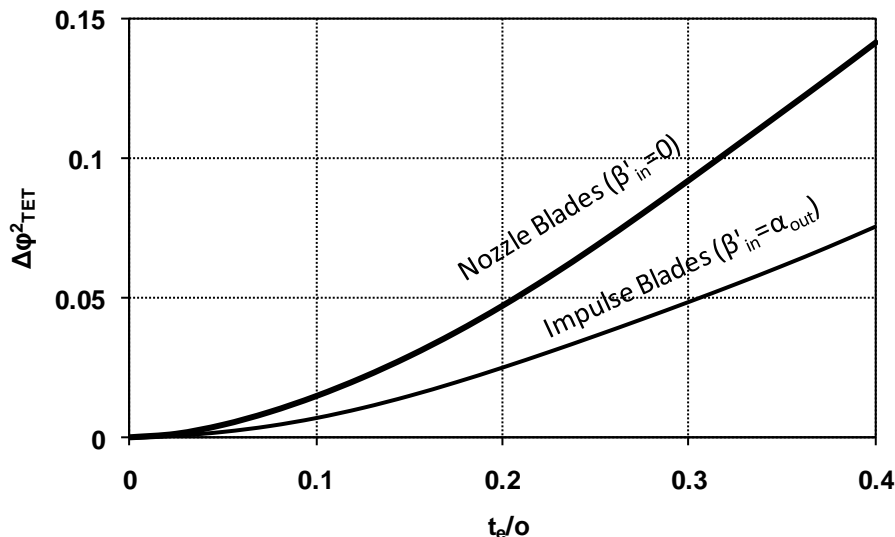
#### **4.3.5 Συντελεστής απωλειών ακμής διαφυγής**

Η μέθοδος ΚΟ όπως αναφέρθηκε χρησιμοποιεί ένα ξεχωριστό συντελεστή για να εκφράσει τις απώλειες ακμής διαφυγής που δίνεται από τη σχέση:

$$Y_{TET,KO} = \frac{\left[ 1 - \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \cdot \left( \frac{1}{1 - \Delta \varphi_{TET}^2} - 1 \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{1 - \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad (4.39)$$

Όπου  $\Delta \varphi_{TET}^2$  είναι συντελεστής ο οποίος παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.11 συναρτήσει του λόγου πάχους ακμής διαφυγής προς τον λαιμό για πτερυγώσεις αξονικής εισόδου και για πτερυγώσεις δράσης.

Οι απώλειες της ακμής διαφυγής θεωρούνται συνιστώσα των απωλειών περύγωσης. Για υπερηχητικές ταχύτητες εξόδου, η υπερηχητική αύξηση οπισθέλκουσας, όπως περιγράφηκε για τις απώλειες περύγωσης, θεωρείται ότι περικλείει τις απώλειες ακμής διαφυγής.



Σχήμα 4.11 Μεταβολή συντελεστή  $\Delta\phi^2_{TET}$  για τον υπολογισμό της επίδρασης της ακμής διαφυγής συναρτήσει του λόγου πάχους ακμής διαφυγής/λαιμό ( $t_e/o$ ) για πτερύγια αξονικής εισόδου και πτερύγια δράσεως.

#### 4.3.6 Διόρθωση συντελεστή απωλειών διακένου

Στην περίπτωση καλυμμένων πτερυγίων, η μέθοδος ΚΟ ακολουθεί τη μέθοδο AMDC και επομένως:

$$Y_{k,KO} = 0.37 \cdot \frac{c}{h} \cdot \left(\frac{k}{c}\right)^{0.78} \cdot Z \cdot \frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \beta'_{in}} \quad (4.40)$$

Στην περίπτωση μη καλυμμένων πτερυγίων, δεν ακολουθείται η μέθοδος AMDC καθώς οι απώλειες διακένου είναι υπερεκτιμημένες για την περίπτωση στροβίλων σύγχρονης σχεδίασης.

### 4.4 Η μέθοδος Zhu-Sjolander

#### 4.4.1 Εισαγωγή

Η πρόσφατη ανάπτυξη του σχεδιασμού στροβιλομηχανών και ειδικά στροβίλων χαμηλής πίεσης που λειτουργούν σε υψηλό φορτίο επέκτεινε το σχεδιασμό πέρα από το

εύρος των γεωμετρικών και αεροδυναμικών παραμέτρων πάνω στις οποίες βασίστηκαν οι μέθοδοι που έχουμε αναλύσει ως τώρα.

Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκε μια βελτιωμένη έκδοση της μεθόδου υπολογισμού μόνο των απωλειών πτερύγωσης κατά Kacker-Okaruu από τους Zhu και Sjolander (βιβλ. αναφορά [8]) που προβλέπει πολύ καλύτερα τις απώλειες σε πτερυγώσεις τελευταίας σχεδίασης.

Οι ίδιοι επίσης ανέπτυξαν μια νέα μέθοδο εκτίμησης της γωνίας παρέκκλισης (βελτίωση της αντίστοιχης των Islam και Sjolander) που μπορεί να αντικαταστήσει την αντίστοιχη μεθοδολογία του συστήματος AM (ενότητα 4.1.2).

#### **4.4.2 Διόρθωση συντελεστή απωλειών πτερύγωσης**

Η σχέση (4.33) υπολογισμού των απωλειών πτερύγωσης κατά ΚΟ αντικαθίσταται από το παρακάτω σύνολο σχέσεων:

$$Y_{p,ZS} = \begin{cases} f_{(Re),ZS} \cdot \left[ \frac{0.914 \cdot k_{in} \cdot Y_{p,AM} \cdot K_p + Y_{SHOCK}}{Y_{TET,AM}} \right] + Y_{TET,KO}, M_{out} \leq 1 \\ f_{(Re),ZS} \cdot \left[ \frac{0.914 \cdot CFM \cdot k_{in} \cdot Y_{p,AM} \cdot K_p + Y_{SHOCK}}{Y_{TET,AM}} \right] + Y_{TET,KO}, M_{out} > 1 \end{cases} \quad (4.41)$$

$$k_{in} = \begin{cases} 2/3, \text{ πτερυγώσεις αντίδρασης} \\ 0.825, \text{ πτερυγώσεις ακροφύσιων} \end{cases} \quad (4.42)$$

$$k_m \text{ (βλέπε σχέση 4.24)} = \begin{cases} 1, t/c \leq 0.2 \\ -1, t/c > 0.2 \end{cases} \quad (4.43)$$

$$f_{(Re),ZS} = \begin{cases} \left( \frac{Re}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0.575} & \text{για } Re \leq 2 \cdot 10^5 \\ 1 & \text{για } 2 \cdot 10^5 \leq Re \leq 10^6 \\ \left( \frac{Re}{10^6} \right)^{-0.2} & \text{για } Re \geq 10^6 \end{cases} \quad (4.44)$$

#### **4.4.3 Διόρθωση γωνίας εξόδου ροής**

Σε όλες τις μεθόδους που αναφέραμε ως τώρα, είναι απαραίτητο σαν πρώτο βήμα να υπολογισθεί η γωνία εξόδου της ροής από την πτερύγωση. Έως τώρα χρησιμοποιήθηκε η μεθοδολογία των Ainley-Mathieson. Παρακάτω παρουσιάζεται μια μεταγενέστερη μέθοδος των Zhu-Sjolander .



Η γωνία παρέκκλισης σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$\delta = 17.3 \cdot \frac{\left(\frac{\gamma}{c}\right)^{0.05} \cdot a_{in} + \beta'_{out}{}^{0.63} \cdot \cos^2 \gamma \cdot \left(\frac{t}{c}\right)^{0.29}}{(30 + 0.01\beta'_{in}{}^{2.07}) \cdot \tanh^{0.2} \left(\frac{Re_{out}}{2 \cdot 10^5}\right)} \quad (4.45)$$

Ο αριθμός Reynolds  $Re_{out}$  δεν είναι εκ των προτέρων γνωστός, οπότε είναι απαραίτητη και σε αυτή την περίπτωση μια επαναληπτική διαδικασία, παρόμοια αυτής της μεθόδου AM.

Αφού προσδιορισθεί η γωνία παρέκκλισης  $\delta$ , είναι εφικτός και ο προσδιορισμός της γωνίας εξόδου της ροής  $\alpha_{out}$  από την πτερύγωση αφού:

$$\alpha_{out} = \beta'_{out} + \delta \quad (4.46)$$

Ο Πίνακας 4.1 παρουσιάζει τα εύρη τιμών που μπορούν να πάρουν οι παράμετροι της σχέσης (4.45).

Πίνακας 4.1 Εύρος τιμών παραμέτρων της σχέσης που δίνει την γωνία παρέκκλισης κατά Zhu-Sjolander.

Παράμετρος Πτερύγωσης	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
Γωνία κλίσης ( $\zeta$ )	18.8	62.10
Λόγος μέγιστου πάχους πτερυγίου/χορδής ( $t_m/c$ )	0.09	0.375
Λόγος βήματος/χορδής ( $s/c$ )	0.564	1.05
Γωνία μετάλλου εισόδου ( $\beta_1$ )	0	63
Γωνία μετάλλου εξόδου ( $\beta_2$ )	49	76
Αριθμός Reynolds εξόδου ( $Re_2$ )	41953	850000
Γωνία παρέκκλισης ( $\delta$ )	1.0	5.2

## 4.5 Μέθοδος Benner-Moustapha-Tremblay

### 4.5.1 Εισαγωγή

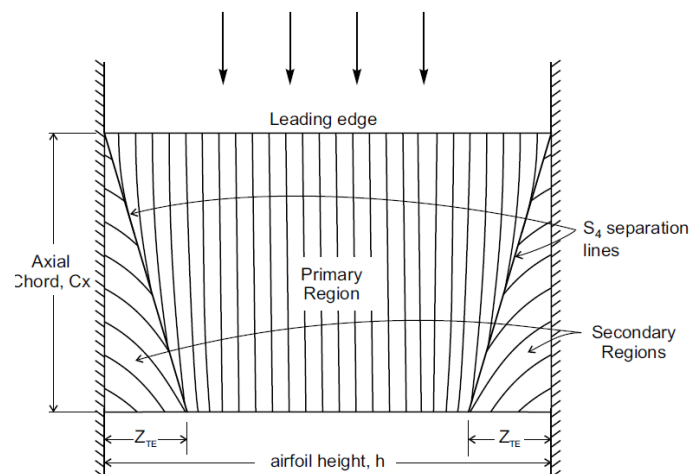
Παρακάτω θα παρουσιαστεί η πιο πρόσφατη μέθοδος εκτίμησης των απωλειών, αυτή των Benner-Moustapha-Tremblay (βιβλ. αναφορά [10] και [11]). Η μέθοδος αυτή εισάγει έναν νέο τρόπο διαχωρισμού των απωλειών και μια νέα μεθοδολογία υπολογισμού των δευτερευουσών απωλειών.

Απαραίτητη για το σκοπό αυτό είναι η κατάρτιση μεθοδολογίας για το λεγόμενο βάθος διείσδυσης της διαχωριστικής γραμμής στην ακμή διαφυγής (span wise penetration depth of the passage vortex separation line at the trailing edge).

#### **4.5.2 Νέο σχήμα κατανομής απωλειών**

Το νέο σχήμα κατανομής απωλειών ακολουθεί την κατανομή των ολικών απωλειών σε απώλειες πτερύγωσης, δευτερεύουσες απώλειες ή απώλειες τοιχωμάτων και απώλειες διακένου (βλ. σχέση (4.23)).

Οι Benner, Sjolander και Moustapha ανίχνευσαν δυο περιοχές στην επιφάνεια υποπίεσης, όπου οι απώλειες που παράγονται στα οριακά στρώματα είναι αρκετά διαφορετικές. Οι περιοχές αυτές φαίνονται στο Σχήμα 4.12 και ονομάζονται πρωτεύουσες και δευτερεύουσες περιοχές (primary and secondary regions).



**Σχήμα 4.12 Πρωτεύουσες και δευτερεύουσες περιοχές στην πλευρά υποπίεσης**

Στην πρωτεύουσα περιοχή, οι απώλειες εξαρτώνται από την ακτινική κατανομή πιέσεων και τον αριθμό Reynolds. Αντίθετα, στις δευτερεύουσες περιοχές η παραγωγή απωλειών εξαρτώνται κυρίως από την ένταση της δίνης στο πέρασμα της ροής και σε μικρότερο βαθμό από την κατανομή πιέσεων κατά μήκος της χορδής. Συνεπώς, δεν είναι δυνατό να υποθεθεί ότι οι απώλειες θα είναι ίδιες στις δυο περιοχές, ακόμα και στο σημείο σχεδίασης.

Στο νέο σχήμα απωλειών, οι απώλειες πτερύγωσης ορίζονται ως οι απώλειες που παράγονται στα οριακά στρώματα της πρωτεύουσας περιοχής τα οποία δεν επηρεάζονται από τις δευτερεύουσες ροές και δίνονται από τη σχέση:

$$Y_p = Y_{mid} \cdot \left(1 - \frac{Z_{TE}}{h}\right) \quad (4.47)$$

όπου  $Y_{mid}$  είναι ο συντελεστής απωλειών μέσης γραμμής ανά μονάδα επιφάνειας πλευράς υποπίεσης και  $Z_{TE}$  είναι το βάθος διείσδυσης της διαχωριστικής γραμμής από την ακμή πρόσπτωσης έως την ακμή διαφυγής.

Με βάση τον παραπάνω ορισμό, οι δευτερεύουσες απώλειες πλέον δεν περιλαμβάνουν μόνο τις απώλειες των τοιχωμάτων, αλλά και τις απώλειες των οριακών στρωμάτων της περύγωσης στις δευτερεύουσες περιοχές, άρα αναμένονται μεγαλύτερες.

Οι ολικές απώλειες με το νέο σχήμα θα είναι ίσες με:

$$Y_t = Y_{mid} \cdot \left(1 - \frac{Z_{TE}}{h}\right) + Y_s + Y_k \quad (4.48)$$

Αν αγνοήσουμε προσωρινά την ύπαρξη διακένου, άρα και των αντίστοιχων απωλειών  $Y_k$ , ο υπολογισμός των συνολικών απωλειών με τη σχέση (4.48) απαιτεί τη γνώση των μεγεθών  $Y_{mid}$ ,  $Z_{TE}/h$  και  $Y_s$ .

Ο συντελεστής  $Y_{mid}$  μπορεί να αντικατασταθεί από τον συντελεστή απωλειών περύγωσης  $Y_p$  κατά Kacker-Okaruu ή Zhu-Sjolander.

Το ίδιο δεν μπορεί να γίνει για τον συντελεστή δευτερευουσών απωλειών  $Y_s$ , αφού εμπεριέχει τις απώλειες των δευτερευουσών περιοχών, κάτι το οποίο δεν προβλέπεται στις προηγούμενες μεθόδους. Άρα, είναι απαραίτητο να βρεθούν νέες σχέσεις για τον συντελεστή  $Y_s$  και το βάθος διείσδυσης  $Z_{TE}/h$ .

### 4.5.3 Υπολογισμός βάθους διείσδυσης

Το βάθος διείσδυσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{Z_{TE}}{h} = \frac{0,1 \cdot F_t^{0.79}}{\sqrt{CR} \cdot \left(\frac{h}{c}\right)^{0.55}} + 32,7 \cdot \left(\frac{\delta^*}{h}\right)^2 \quad (4.49)$$

όπου:

- ✓  $F_t$  είναι η εφαπτομενική παράμετρος φόρτισης (tangential loading parameter) που μπορεί να εκφραστεί με γνωστούς μας όρους ως:

$$F_t = 2 \cdot \left(\frac{s}{c_a}\right) \cdot \cos^2 a_m \cdot \tan a_{in} - \tan a_{out} \quad (4.50)$$

$$a_m = \tan^{-1} \left( \frac{\tan a_{in} + \tan a_{out}}{2} \right) \quad (4.51)$$

- ✓ CR είναι ο λόγος σύγκλισης (convergence ratio), ίσος με:

$$CR = \frac{\cos a_{in}}{\cos a_{out}} \quad (4.52)$$

- ✓  $\delta^*$  είναι το πάχος μετατόπισης το οποίο προσεγγιστικά δίνεται συναρτήσει του αριθμού Reynolds (και της πυκνότητας, ταχύτητας και κινηματικής συνεκτικότητας εξόδου  $\rho_{out}$ ,  $V_{out}$  και  $\mu_{out}$  αντίστοιχα) από τις σχέσεις:

$$\frac{\delta^*}{c_a} \approx \begin{cases} \frac{1.72}{\text{Re}_{out}^{1/2}}, & \text{Re}_{out} < 10^5 \\ \frac{0.02}{\text{Re}_{out}^{1/7}}, & 10^5 < \text{Re}_{out} < 3 \cdot 10^6 \\ \frac{0.048}{\text{Re}_{out}^{1/5}}, & \text{Re}_{out} > 3 \cdot 10^6 \end{cases} \quad (4.53)$$

$$\text{Re}_{out} = \frac{\rho_{out} \cdot c \cdot V_{out}}{\mu_{out}} \quad (4.54)$$

$$\mu = 1.711 \cdot 10^{-5} \cdot \left( \frac{T}{273.15} \right)^{1.5} \cdot \frac{383.15}{T + 110} \quad (4.55)$$

#### **4.5.4 Υπολογισμός συντελεστή δευτερευουσών απωλειών**

Η προτεινόμενη σχέση υπολογισμού των δευτερευουσών απωλειών, όπως προέκυψε από διαδοχικές βελτιώσεις, είναι η εξής:

$$Y_s = \begin{cases} \frac{0.038 + 0.41 \cdot \tanh(1.2\delta^* / h)}{\sqrt{\cos \gamma} \cdot CR \cdot h / c^{0.55} \cdot \left( \frac{c \cdot \cos a_{out}}{c_a} \right)^{0.55}}, & h/c \leq 2 \\ \frac{0.052 + 0.56 \cdot \tanh(1.2\delta^* / h)}{\sqrt{\cos \gamma} \cdot CR \cdot h / c \cdot \left( \frac{c \cdot \cos a_{out}}{c_a} \right)^{0.55}}, & h/c > 2 \end{cases} \quad (4.56)$$

Ο υπολογισμός του συντελεστή δευτερευουσών απωλειών από τη σχέση (4.56) προϋποθέτει τη γνώση του πάχους μετατόπισης  $\delta^*$ , που με τη σειρά του απαιτεί τον προσδιορισμό του αριθμού Reynolds στην έξοδο της πτερύγωσης (σχέση (4.54)).

## 4.6 Μέθοδος Moustapha-Kacker-Tremblay

### 4.6.1 Εισαγωγή

Οι περισσότεροι στρόβιλοι χρειάζεται να λειτουργούν σε συνθήκες μακριά από το σημείο σχεδίασης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι γωνίες ροής να μην συμπίπτουν με τις γωνίες μετάλλου, δημιουργώντας επιπρόσθετες απώλειες, γνωστές ως απώλειες πρόσπτωσης (incidence losses). Οι απώλειες πρόσπτωσης πτερύγωσης και τοιχωμάτων δίνονται από τις σχέσεις:

$$\Delta Y_p = Y_{p,i} - Y_{p,des} \quad (4.57)$$

$$\Delta Y_s = Y_{s,i} - Y_{s,des} \quad (4.58)$$

Η μεταβολή των απωλειών πίεσης για γωνίες πρόσπτωσης διάφορες του μηδενός, αναλύθηκε αρχικά με τη μέθοδο AM. Η μέθοδος AMDC δεν άλλαξε τίποτα στον τρόπο προσέγγισης αυτού του ζητήματος, ενώ η μέθοδος KO και οι βελτιώσεις της αφορούν το σημείο σχεδίασης του στρόβιλου. Παρακάτω παρουσιάζεται μια βελτιωμένη έκδοση της μεθόδου AM από τους Moustapha-Kacker-Tremblay (MKT) (βιβλ. αναφορά [7]), ειδικά για τις απώλειες πρόσπτωσης και γενικά τις απώλειες εκτός σημείου σχεδίασης.

### 4.6.2 Υπολογισμός απωλειών πρόσπτωσης της πτερύγωσης

Καταρχάς πρέπει να ξεκαθαριστούν οι περιπτώσεις του όρου «γωνία πρόσπτωσης» που θα συναντήσουμε παρακάτω.

- ❖ Η γωνία πρόσπτωσης σχεδίασης (design incidence), συχνά αποκαλούμενη και βέλτιστη ή ελάχιστη γωνία πρόσπτωσης (optimum or minimum incidence), ορίζεται ως η διαφορά της γωνίας εισόδου της ροής στο σημείο σχεδίασης και της γωνίας μετάλλου στην είσοδο.

$$i_{des} = a_{in,des} - \beta'_{in} \quad (4.59)$$

- ❖ Η (ολική) γωνία πρόσπτωσης έχει ήδη οριστεί στο κεφάλαιο 2 ως η διαφορά της γωνίας εισόδου της ροής και της γωνίας μετάλλου:

$$i = \alpha_{in} - \beta'_{in} \quad (4.60)$$

- ❖ Η πραγματική γωνία πρόσπτωσης (effective incidence) ορίζεται ως η διαφορά της πραγματικής γωνίας εισόδου της ροής και της γωνίας εισόδου της ροής στο σημείο σχεδίασης:

$$i_{eff} = \alpha_{in} - \alpha_{in,des} \quad (4.61)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, ακολουθείται η εξής μεθοδολογία:

i. Υπολογίζεται ο συντελεστής απωλειών περύγωσης  $Y_{p,des}$  για το σημείο σχεδίασης από τη σχέση (4.33), όπως περιγράφηκε στη μέθοδο ΚΟ.

Σημείωση: για να καλυφθούν και οι περιπτώσεις περυγώσεων στις οποίες ελαχιστοποίηση των απωλειών προκύπτει για μη μηδενική γωνία πρόσπτωσης, είναι απαραίτητο στη σχέση (4.24) να αντικατασταθεί η τιμή της γωνίας  $\beta'_{in}$  με αυτή της  $\alpha_{in,des}$ .

ii. Υπολογίζονται οι απώλειες πρόσπτωσης της περύγωσης, εκφρασμένες ως απώλειες κινητικής ενέργειας από τις σχέσεις:

$$\chi' = \left(\frac{d}{s}\right)^{-1.6} \cdot \left(\frac{\cos \beta'_{in}}{\cos \beta'_{out}}\right)^{-2} \cdot \underbrace{\alpha_{in} - \alpha_{in,des}}_{i_{eff}} \quad (4.62)$$

$$\Delta\phi_p^2 = \begin{cases} 0.778 \cdot 10^{-5} \cdot \chi' + 0.56 \cdot 10^{-7} \cdot \chi'^2 + 0.4 \cdot 10^{-10} \cdot \chi'^3 + \\ + 2.054 \cdot 10^{-19} \cdot \chi'^6, & 0 < \chi' < 800 \\ -5.1734 \cdot 10^{-6} \cdot \chi' + 7.6902 \cdot 10^{-9} \cdot \chi'^2, & -800 < \chi' < 0 \end{cases} \quad (4.63)$$

iii. Μετατρέπεται ο συντελεστής απωλειών περύγωσης στο σημείο σχεδίασης σε συντελεστή απωλειών κινητικής ενέργειας λύνοντας την παρακάτω σχέση ως προς  $\Delta\phi_p^2$ :

$$Y_p = \frac{\left[1 - \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \cdot \left(\frac{1}{\Delta\phi_p^2} - 1\right)\right]^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} - 1}{1 - \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}} \quad (4.64)$$

και υπολογίζεται ο συντελεστής απωλειών κινητικής ενέργειας εκτός σημείου σχεδίασης από τη σχέση:

$$\Delta\phi_{p,off}^2 = \Delta\phi_{p,des}^2 - \Delta\phi_p^2 \quad (4.65)$$

iv. Οι απώλειες περρύγωσης για την πραγματική γωνία πρόσπτωσης  $i_{eff}$  θα δίνεται τελικά από τη σχέση (4.64) για  $\Delta\phi_{p,off}^2$ .

### 4.6.3 Απώλειες πρόσπτωσης των τοιχωμάτων

Η νέα βελτιωμένη μέθοδος λαμβάνει υπόψη το λόγο της διαμέτρου της ακμής πρόσπτωσης προς τη χορδή και περιλαμβάνει την ακόλουθη διαδικασία:

I. Υπολογίζεται ο συντελεστής απωλειών περρύγωσης  $Y_{s,des}$  για το σημείο σχεδίασης από την σχέση (4.38), όπως περιγράφηκε στη μέθοδο ΚΟ.

II. Ο συντελεστής απωλειών τοιχωμάτων ή δευτερευουσών απωλειών υπό γωνία πρόσπτωσης υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$\chi'' = \frac{\alpha_{in} - \beta'_{in}}{180 - (\beta'_{in} + \beta'_{out})} \cdot \left( \frac{\cos \beta'_{in}}{\cos \beta'_{out}} \right)^{-1.5} \cdot \left( \frac{d}{c} \right)^{-0.3} \quad (4.66)$$

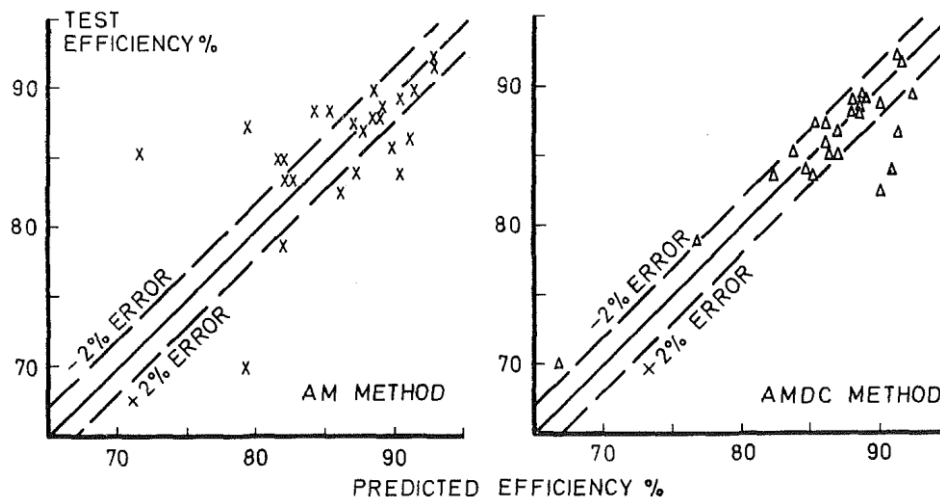
$$\frac{Y_s}{Y_{s,des}} = \begin{cases} e^{0.9\chi''} + 13\chi''^2 + 400\chi''^4, & 0 < \chi'' < 0.3 \\ e^{0.9\chi''}, & -0.4 < \chi'' < 0 \end{cases} \quad (4.67)$$

## 4.7 Βιβλιογραφική σύγκριση μεθόδων

Οι Ainley-Mathieson (βιβλ. αναφορά [4]) μελέτησαν δεδομένα πλήθους μηχανών της εποχής τους (1951) και κατέληξαν πως η μέθοδος τους μπορεί να εκτιμήσει την παροχή ενός στροβίλου και τον βαθμό απόδοσης του με ακρίβεια  $\pm 3\%$ .

Την ακρίβεια αυτή κατάφεραν να βελτιώσουν στο  $\pm 2\%$  οι Dunham-Came (βιβλ. αναφορά [5]) με την διεξαγωγή πειραμάτων σε 25 μονοβάθμιους στροβίλους και την διόρθωση της μεθόδου AM.

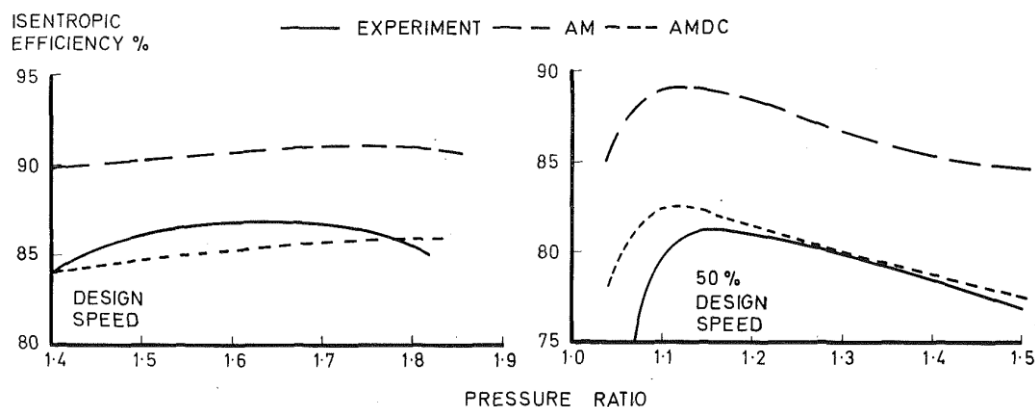
Στο Σχήμα 4.13 συγκρίνεται ο πειραματικός βαθμός απόδοσης στο σημείο σχεδίασης (design point) και των 25 στροβίλων με τις αντίστοιχες εκτιμήσεις των μεθόδων AM και AMDC.



Σχήμα 4.13 Σύγκριση προβλέψεων μεθόδου AM και AMDC με πειραματικά δεδομένα

Η βελτίωση της ακρίβειας οφείλεται στην καλύτερη εκτίμηση των δευτερευουσών απωλειών και γίνεται φανερή κυρίως σε στρόβιλους χαμηλού λόγου ύψους/χορδής (μικροί στρόβιλοι) και στρόβιλους μικρής αντίδρασης.

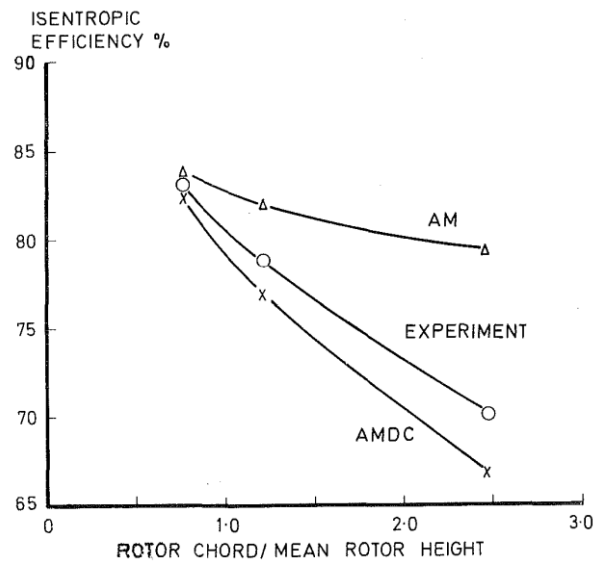
Στο Σχήμα 4.14 απεικονίζονται δυο χαρακτηριστικές στρόβιλου με μέσο λόγο ύψους/χορδής κοντά στη μονάδα. Η μέθοδος AMDC είναι πολύ αποτελεσματικότερη και στις δυο ταχύτητες, ενώ η μέθοδος AM φαίνεται να υποτιμά σημαντικά τις απώλειες.



Σχήμα 4.14 Σύγκριση μεθόδων AM και AMDC σε στρόβιλο χαμηλού λόγου ύψους/χορδής

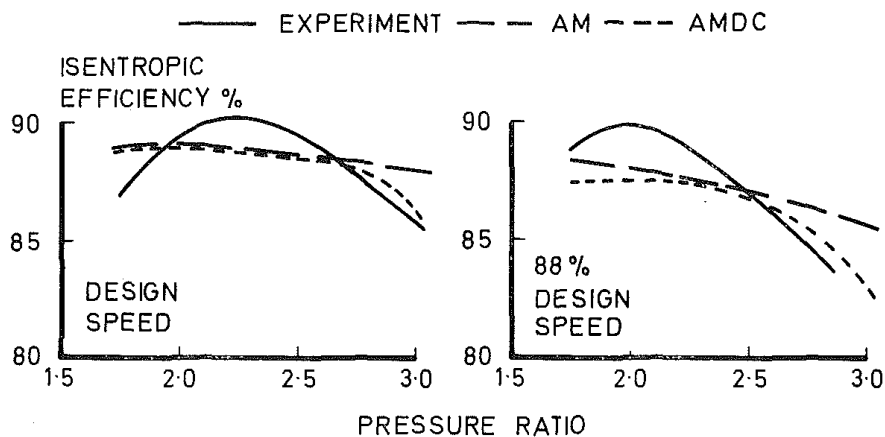
Το Σχήμα 4.15 δείχνει την κατανομή του βαθμού απόδοσης σε σχέση με το αντίστροφο του λόγου ύψους/χορδής. Φαίνεται και εδώ ότι η μέθοδος AMDC προβλέπει ικανοποιητικά τα πειραματικά αποτελέσματα, σε αντίθεση με τη μέθοδο AM που υποτιμά τις δευτερεύουσες απώλειες για μεγάλους λόγους χορδής/ύψους (άρα μικρούς λόγους ύψους/χορδής).





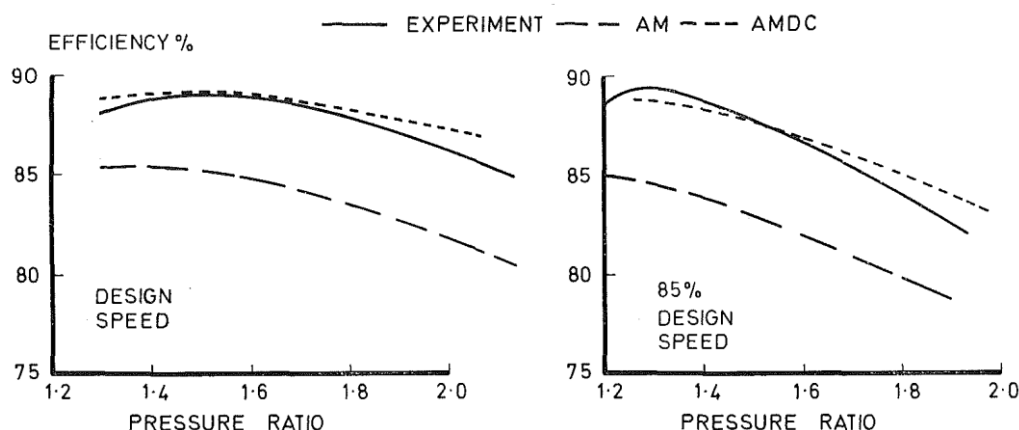
Σχήμα 4.15 Επίδραση λόγου ύψους/χορδής στον β.α. και σύγκριση των μεθόδων AM και AMDC με πειραματικά δεδομένα.

Σημαντικά καλύτερη παρουσιάζεται και η εκτίμηση της μεθόδου AMDC στην περιοχή στραγγαλισμού της ροής. Στο Σχήμα 4.16 φαίνονται δύο χαρακτηριστικές ενός στροβίλου αεροπορικού κινητήρα. Οι μέθοδοι AM και AMDC δίνουν ίδιες εκτιμήσεις και αποκλίνουν μόνο στην περιοχή στραγγαλισμού, όπου η μέθοδος AM δεν προσεγγίζει την πειραματική απόδοση, σε αντίθεση με τη μέθοδο AMDC που την προέβλεψε ικανοποιητικά.



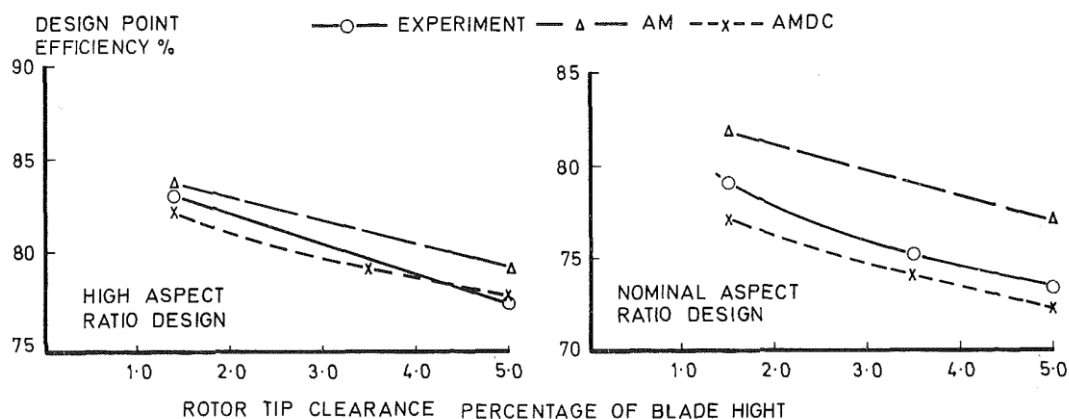
Σχήμα 4.16 Σύγκριση αποτελεσμάτων μεθόδων AM και AMDC στο σημείο σχεδίασης και εκτός αυτού.

Το Σχήμα 4.17 δείχνει τη προβλεπόμενη και πειραματική απόδοση ενός στροβίλου υψηλού λόγου ύψους/χορδής και αντίδρασης ~25%. Στη μέθοδο AM, η τιμή της παραμέτρου  $(A_{out}/A_{in})^2/(1+R_h/R_t)$  ξεπέρασε το υπολογίσιμο εύρος με αποτέλεσμα να υπερεκτιμηθούν οι δευτερεύουσες απώλειες. Αντίθετα, η μέθοδος AMDC που δεν χρησιμοποιεί αυτή τη μεθοδολογία είναι πολύ πιο ακριβής.



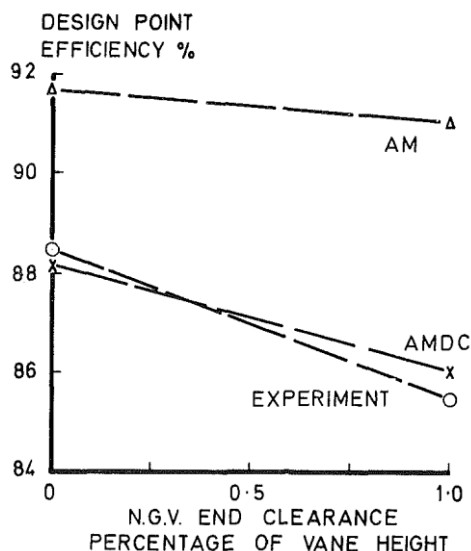
Σχήμα 4.17 Σύγκριση μεθόδων AM και AMDC σε στρόβιλο χαμηλής αντίδρασης

Τέλος, στο Σχήμα 4.18 και Σχήμα 4.19 φαίνεται η σύγκριση των μεθόδων AM και AMDC συναρτήσει του ακτινικού διάκενου για 2 μικρούς στρόβιλους. Ειδικά στην δεύτερη περίπτωση, η απόκλιση της μεθόδου AM από τα πειραματικά δεδομένα είναι σημαντική.



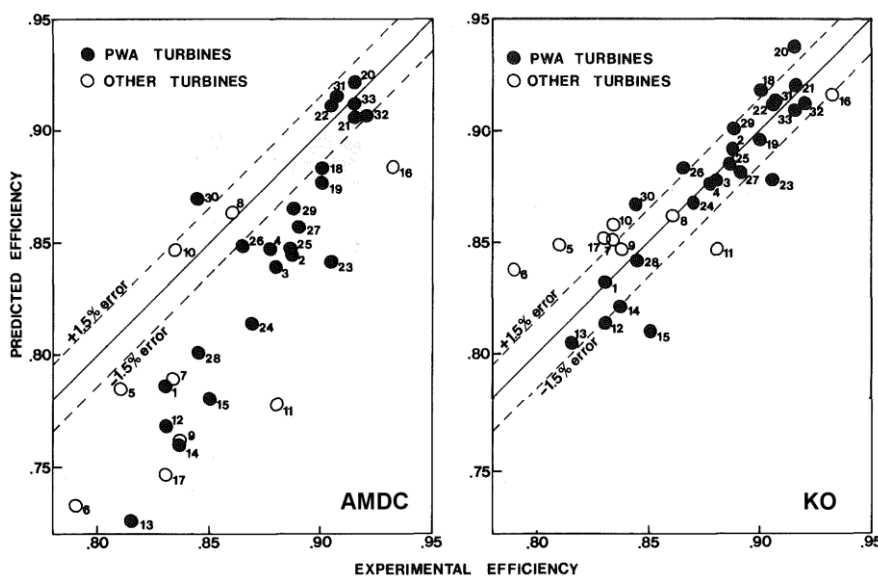
Σχήμα 4.18 Σύγκριση αποτελεσμάτων μεθόδων AM και AMDC στον βαθμό απόδοσης συναρτήσει της επίδρασης του διακένου του ρότορα

Οι Kacker-Okaruu (βιβλ. αναφορά [6]) με τη σειρά τους μελέτησαν την λειτουργία 33 στρόβιλων στο σημείο σχεδίασης και με τις κατάλληλες διορθώσεις πέτυχαν ακρίβεια της τάξης του  $\pm 1.5\%$ , ενώ ταυτόχρονα διαπίστωσαν σημαντική αστοχία της μεθόδου AMDC.



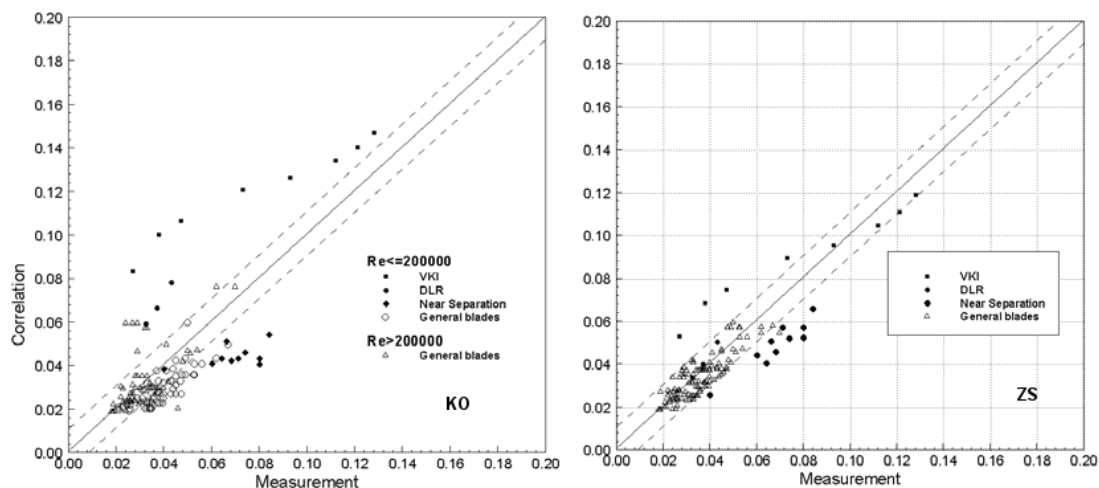
Σχήμα 4.19 Σύγκριση αποτελεσμάτων μεθόδων AM και AMDC στο βαθμό απόδοσης συναρτήσει της επίδρασης του διακένου του στάτορα

Στο Σχήμα 4.20 φαίνεται η σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων και των εκτιμήσεων των μεθόδων AMDC και KO.



Σχήμα 4.20 Σύγκριση προβλέψεων μεθόδου AMDC και KO με πειραματικά αποτελέσματα εποχής μεθόδου KO

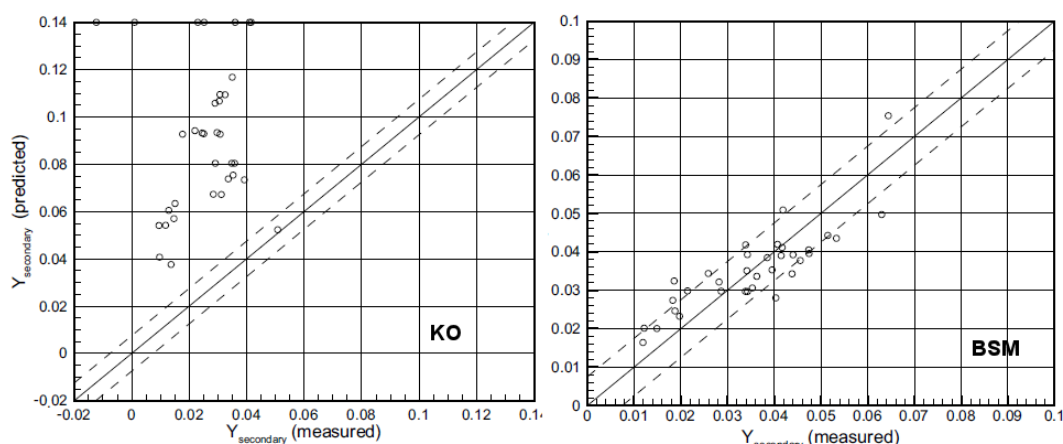
Με την χρήση γενετικών αλγορίθμων, οι Zhu-Sjolander (βιβλ. αναφορά [8]) αξιοποίησαν μια μεγάλη βάση δεδομένων κυρίως από στροβίλους ισχύος και κατάφεραν να εισάγουν τις εκτιμήσεις των απωλειών περύγωσης στο εύρος ακρίβειας  $\pm 1.5\%$  για την πλειοψηφία των περιπτώσεων. Η βελτίωση σε σχέση με τις εκτιμήσεις της μεθόδου KO είναι αισθητή και απεικονίζεται στο Σχήμα 4.21.



Σχήμα 4.21 Σύγκριση εκτιμήσεων απωλειών πτερυγώσεως κατά KO και ZS με πειραματικά δεδομένα

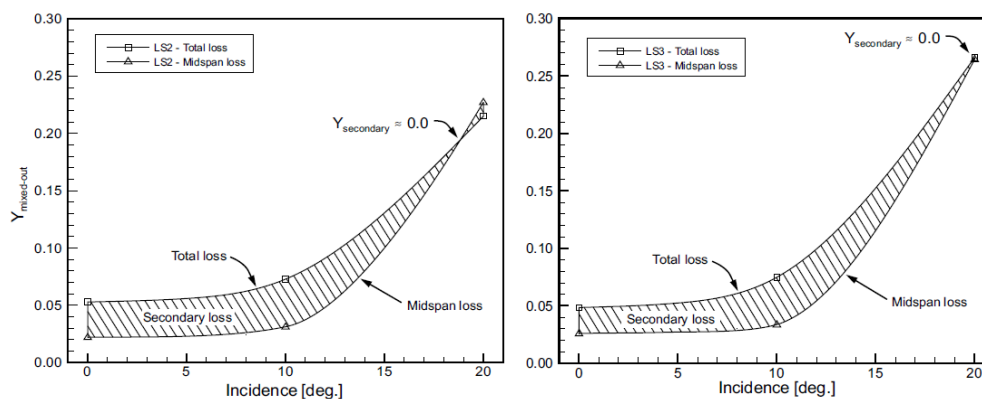
Παρατηρώντας το παραπάνω σχήμα, φαίνεται πως η μέθοδος KO υποεκτιμά τις απώλειες πτερυγώσεως για χαμηλούς αριθμούς Reynolds, ειδικά στις περιπτώσεις σχεδόν πλήρως αποκολλημένων πτερυγώσεων. Αντίθετα υπερεκτιμούνται οι απώλειες πτερυγώσεως στις πτερυγώσεις μικρή στερεότητας (VKI) και στην περίπτωση των πτερυγώσεων υψηλού λόγου t/c (DLR).

Προκειμένου να εκτιμήσουν καλύτερα την κατανομή των απωλειών στον στρόβιλο, οι Benner-Sjolander-Moustapha (βιβλ. αναφορά [10] και [11]) χρησιμοποίησαν δεδομένα από τη βιβλιογραφία και πειράματα του Benner σε πτερυγώσεις στροβίλων και κατόρθωσαν να βελτιώσουν σημαντικά την εκτίμηση των δευτερευουσών απωλειών. Στο Σχήμα 4.22 συγκρίνονται οι εκτιμώμενες δευτερεύουσες απώλειες της μεθόδου KO και της BSM με τις πειραματικά μετρούμενες. Η πλειοψηφία των περιπτώσεων εμπίπτει εντός της ζώνης ακριβείας  $\pm 0.75\%$ . Αυτό δεν ισχύει για τις προβλέψεις της μεθόδου KO οι οποίες παρουσιάζουν μεγάλη απόκλιση από τη παραπάνω ακρίβεια.



Σχήμα 4.22 Σύγκριση πειραματικών αποτελεσμάτων και προβλέψεων μεθόδου KO και BSM για τις δευτερεύουσες Απώλειες.

Στο Σχήμα 4.23 φαίνονται τα πειραματικά αποτελέσματα της επίδρασης της γωνίας πρόσπτωσης στον ολικό συντελεστή απωλειών  $Y_t$ , στον συντελεστή μέσης γραμμής  $Y_{mid}$  (συντελεστής απωλειών περυγώσεως) και στον συντελεστή δευτερευουσών απωλειών  $Y_s$  από δυο περυγώσεις. Η κατανομή των απωλειών έχει γίνει σύμφωνα με το παλαιό σχήμα.



Σχήμα 4.23 Κατανομή απωλειών για δύο περυγώσεις με βάση το παλαιό σχήμα.

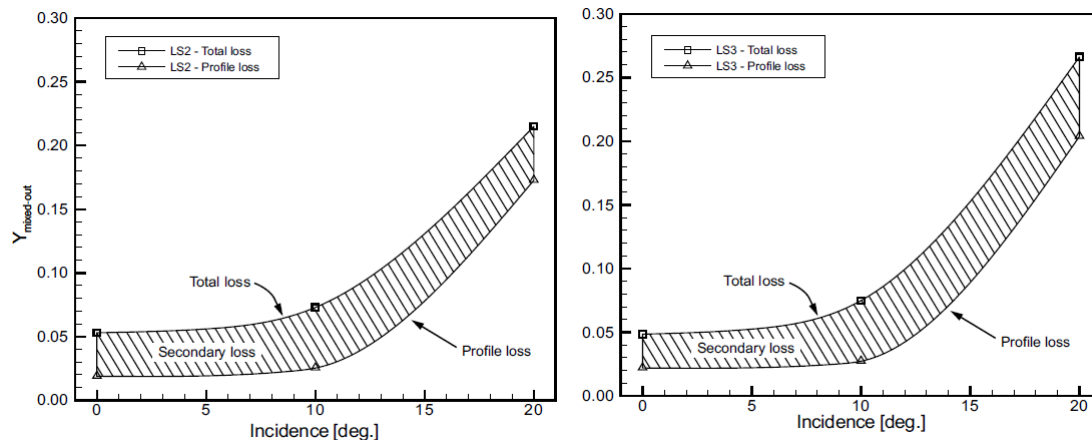
Στο σχήμα φαίνεται πως οι συντελεστές  $Y_t$  και  $Y_{mid}$  ή  $Y_p$  αυξάνουν σταδιακά για γωνίες πρόσπτωσης 0 έως  $+10^\circ$ , αλλά η αύξηση αυτή γίνεται πολύ πιο απότομη για γωνίες από  $+10$  έως  $+20^\circ$ . Η αύξηση αυτή οφείλεται στην αποκόλληση από την πλευρά υποπίεσης επιδρώντας σημαντικά στις συνολικές απώλειες.

Αντίθετα, ο συντελεστής δευτερευουσών απωλειών  $Y_s$  (ίσως με την διαφορά  $Y_t - Y_{mid}$ ) φαίνεται να ελαττώνεται για γωνίες πρόσπτωσης μεγαλύτερες των  $+10^\circ$  και μάλιστα στην περυγώση LS3 μηδενίζεται για  $i=+20^\circ$ , ενώ γίνεται ακόμα και αρνητικός στην περυγώση LS2 όπου μηδενίζεται για  $i=+17^\circ$ .

Το γεγονός αυτό είναι παράλογο αφού για τόσο μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, είναι δεδομένη η παραγωγή υψηλών απωλειών στα τοιχώματα και τις δευτερεύουσες περιοχές. Κατά τη μέθοδο BSM, το σφάλμα πηγάζει από το γεγονός ότι ο συντελεστής μέσης γραμμής δεν αντιπροσωπεύει για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης ολόκληρο το περύγιο.

Το Σχήμα 4.24 δείχνει την κατανομή των απωλειών με το νέο σχήμα για τις ίδιες περυγώσεις. Ο συντελεστής απωλειών περυγώσεως προέκυψε από την σχέση (4.47) και ο συντελεστής δευτερευουσών απωλειών από τη σχέση (4.48) ως η διαφορά του πειραματικά μετρούμενου  $Y_t$  μείον το υπολογισμένο  $Y_p$  (οι απώλειες διακένου αγνοήθηκαν αφού οι περυγώσεις έφεραν μηδενικό διάκενο).

Συγκρίνοντας το Σχήμα 4.23 και το Σχήμα 4.24, είναι εμφανές πως τα αποτελέσματα τους συμπίπτουν για γωνίες πρόσπτωσης έως  $+10^\circ$ . Για γωνίες από  $+10$  έως  $+20^\circ$ , οι δευτερεύουσες απώλειες δεν τείνουν να ελαττωθούν, γεγονός που συμφωνεί με τη θεωρία των απωλειών. Η μεγάλη διαφορά των δυο σχημάτων εντοπίζεται στην γωνία  $+20^\circ$  στην οποία διορθώνεται η λανθασμένη εκτίμηση του παλαιού σχήματος.

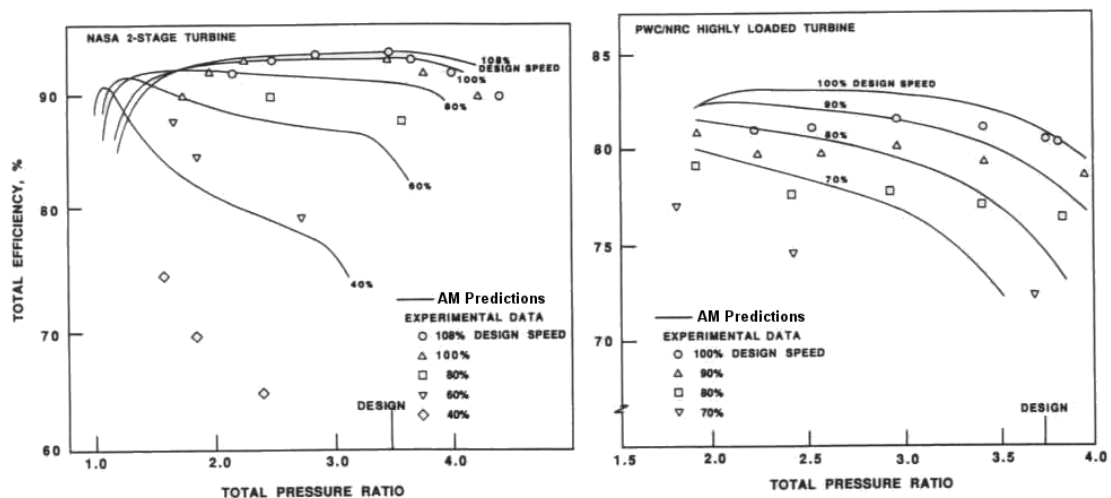


Σχήμα 4.24 Κατανομή απωλειών για δύο πτερυγώσεις με βάση το νέο σχήμα

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί πως οι δευτερεύουσες απώλειες σύμφωνα με το νέο σχήμα είναι υψηλότερες από τις αντίστοιχες του παλαιού σχήματος, αφού εμπεριέχουν και τις απώλειες οριακού στρώματος των δευτερευουσών περιοχών.

Τέλος, οι Moustapha-Kacker-Tremblay χρησιμοποίησαν πειραματικά δεδομένα από 36 πτερυγώσεις που λειτουργούσαν σε συνθήκες εκτός σημείου σχεδίασης και διαπίστωσαν πως τα υπάρχοντα συστήματα εκτίμησης των απωλειών εκτός σημείου σχεδίασης (Ainley-Mathieson, Dunham-Came, Mukhtarov-Krichakin) δεν μπορούν να υπολογίσουν σωστά τις απώλειες.

Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 4.25 δίνονται οι χάρτες χαρακτηριστικών ενός διβάθμιου και ενός μονοβάθμιου στροβίλου. Στο σχήμα αυτό είναι φανερό πως όσο απομακρυνόμαστε από την γραμμή σχεδίασης, οι προβλέψεις της μεθόδου AM αποκλίνουν υπερβολικά από τις πειραματικές μετρήσεις και υποτιμούν σημαντικά τις απώλειες πρόσπτωσης.

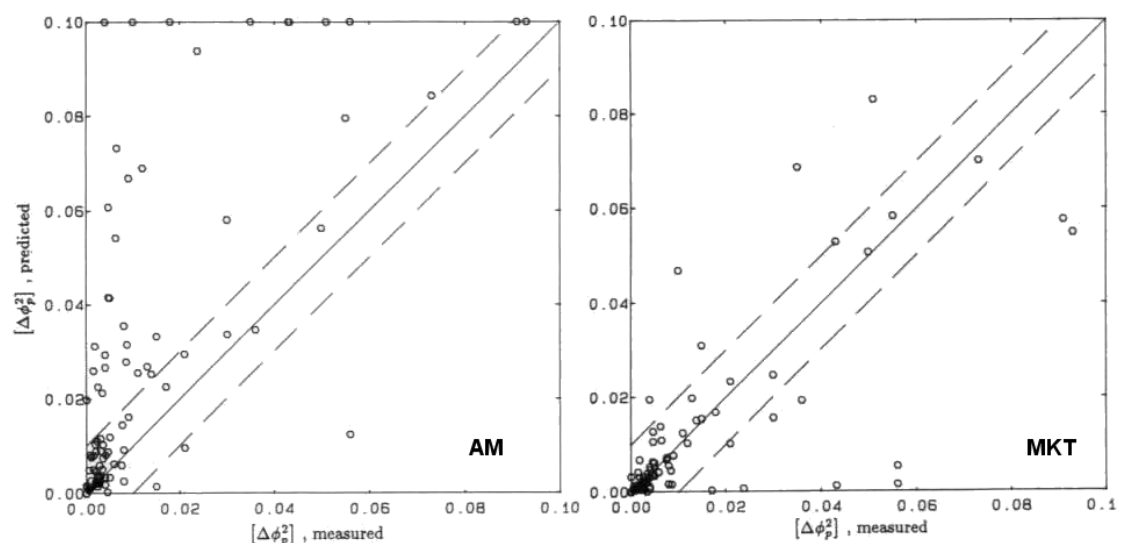


Σχήμα 4.25 Σύγκριση προβλέψεων AM και πειραματικών δεδομένων σε διβάθμιου και υψηλής φόρτισης μονοβάθμιου στροβίλου

Η αστοχία αυτή, οφείλεται στο γεγονός ότι οι ημιεμπειρικές σχέσεις της μεθόδου AM προέκυψαν από δοκιμές σε πτερυγώσεις συμβατικής σχεδίασης του 1950 που διαφέρουν σημαντικά από τα σύγχρονα πτερύγια.

Ένας ακόμη λόγος αποτυχίας της μεθόδου AM ήταν το γεγονός ότι δεν λαμβάνει υπόψη την επίδραση της γεωμετρίας της ακμής πρόσπτωσης στον προσδιορισμό της γωνίας πρόσπτωσης απώλειας στήριξης.

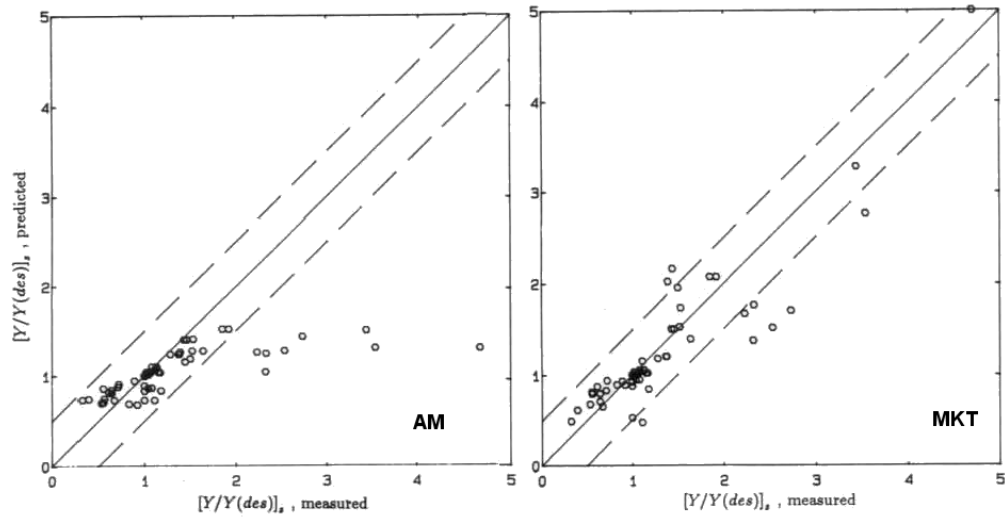
Στο Σχήμα 4.26 παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις των μεθόδων AM και MKT για τις απώλειες πτερύγωσης συγκρινόμενες με πειραματικά δεδομένα. Η μέθοδος AM υπερεκτιμά ξεκάθαρα τις πρόσθετες απώλειες που προκύπτουν εκτός σημείου σχεδίασης για την πτερύγωση.



Σχήμα 4.26 Σύγκριση προβλέψεων AM και MKT με πειραματικά δεδομένα απωλειών πρόσπτωσης πτερύγωσης

Οι προβλέψεις της βελτιωμένης μεθόδου παρουσιάζονται ακριβέστερες, ωστόσο παρατηρούνται περιπτώσεις στις οποίες οι προβλεπόμενες απώλειες και των δυο μεθόδων απέχουν πολύ από τις μετρούμενες.

Όσον αφορά τις απώλειες των τοιχωμάτων, η μέθοδος AM δεν λαμβάνει υπόψη την επίδραση της διαμέτρου της ακμής πρόσπτωσης και του λόγου σύγκλισης, γεγονός που οδηγεί σε λανθασμένη πρόβλεψη των απωλειών. Σύμφωνα με τους Ainley-Mathieson, η γωνία πρόσπτωσης δεν επιδρά στις δευτερεύουσες απώλειες έξω από το εύρος  $-1.5 \leq i \leq 1$ . Είναι αναμενόμενο λοιπόν η μέθοδος να υποτιμά τις απώλειες σε πτερυγώσεις με χαμηλό λόγο ύψους πτερυγίου/χορδής όταν λειτουργούν σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης. Οι προβλέψεις της μεθόδου AM και της MKT για τις δευτερεύουσες απώλειες φαίνονται στο Σχήμα 4.27. Η μέθοδος MKT φέρνει όλες σχεδόν τις εκτιμήσεις σε εύρος ακρίβειας  $\pm 0.5\%$ .



Σχήμα 4.27 Σύγκριση προβλέψεων AM και MKT με πειραματικά δεδομένα απωλειών πρόσπτωσης τοιχωμάτων





# 5

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται σύγκριση των μεθόδων εκτίμησης απωλειών που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αρχικά γίνεται μια παραμετρική μελέτη για την επίδραση των διάφορων γεωμετρικών παραμέτρων στις απώλειες. Στη συνέχεια γίνεται εκτίμηση των χαρακτηριστικών λειτουργίας δύο στροβίλων για διάφορες στροφές λειτουργίας, ενώ μελετούνται οι διαφοροποιήσεις που παρουσιάζονται ανάλογα με την μέθοδο.

### 5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο 4 αναλύθηκαν τα συστήματα υπολογισμού των απωλειών κατά Ainley-Mathieson, Dunham-Came, Kacker-Okaruu, Zhu-Sjolander και Moustapha-Kacker-Tremblay.

Τα δυο πρώτα αποτελούν ολοκληρωμένα συστήματα υπολογισμού των απωλειών στο σημείο σχεδίασης και εκτός αυτού. Το τρίτο και το τέταρτο σύστημα υπολογίζουν τις απώλειες μόνο στο σημείο σχεδίασης, ενώ το τελευταίο μελετά την αύξηση των απωλειών όταν ο στρόβιλος εργάζεται εκτός σημείου σχεδίασης.

Βασική επιδίωξη αποτελεί η δημιουργία ολοκληρωμένων συστημάτων απωλειών προς αντικατάσταση της παλαιάς μεθόδου Ainley-Mathieson. Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας, τα παραπάνω συστήματα συνδυάστηκαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε να υπολογίζουν τις απώλειες σε οποιοσδήποτε συνθήκες και προέκυψαν 4 πλήρη συστήματα όπως δείχνει ο Πίνακας 5-1:

Πίνακας 5-1 Συστήματα Εκτίμησης Απωλειών

Σύστημα	Σύνθεση	Συντομογραφία
1	Μέθοδος Ainley-Mathieson	AM
2	Μέθοδος Dunham-Came	AMDC
3	Μέθοδος Kacker-Okaruu για το σημείο σχεδίασης και επέκταση της με τη μέθοδο Moustapha-Kacker-Tremblay εκτός του σημείου σχεδίασης	KOM
4	Μέθοδος Zhu-Sjolander για το σημείο σχεδίασης και επέκταση της με τη μέθοδο Moustapha-Kacker-Tremblay εκτός του σημείου σχεδίασης	ZSM

Οι σχέσεις που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4 για κάθε μέθοδο συνδυάστηκαν και προέκυψε το μαθηματικό μοντέλο καθενός από τα 4 παραπάνω συστήματα. Μετά το πέρας της μαθηματικής μοντελοποίησης, ήταν απαραίτητη η μεταφορά του μοντέλου σε προγραμματιστικό περιβάλλον.

Για το σκοπό αυτό, αξιοποιήθηκε ο κώδικας TBLADE. Ο κώδικας αυτός έχει αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ώστε να παράγει τον πλήρη χάρτη πολυβάθμιου αξονικού στροβίλου δεδομένης γεωμετρίας κάνοντας χρήση της μεθόδου Ainley-Mathieson. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας έγινε τροποποίηση του κώδικα ώστε να μπορεί να γίνει επιλογή του συστήματος απωλειών με το οποίο θα εκτιμηθούν οι απώλειες και θα παραχθούν οι χαρακτηριστικές. Περισσότερες πληροφορίες για τον τελικό κώδικα που προέκυψε υπάρχουν στο Παράρτημα Π1.

Για να μελετηθούν λοιπόν οι απώλειες χρησιμοποιήθηκαν 2 στρόβιλοι: ένας διβάθμιος στρόβιλος υψηλής πίεσης (Compressor Turbine) και ένας διβάθμιος στρόβιλος ισχύος (Power Turbine).

## 5.2 Παραμετρική μελέτη απωλειών στροβίλου

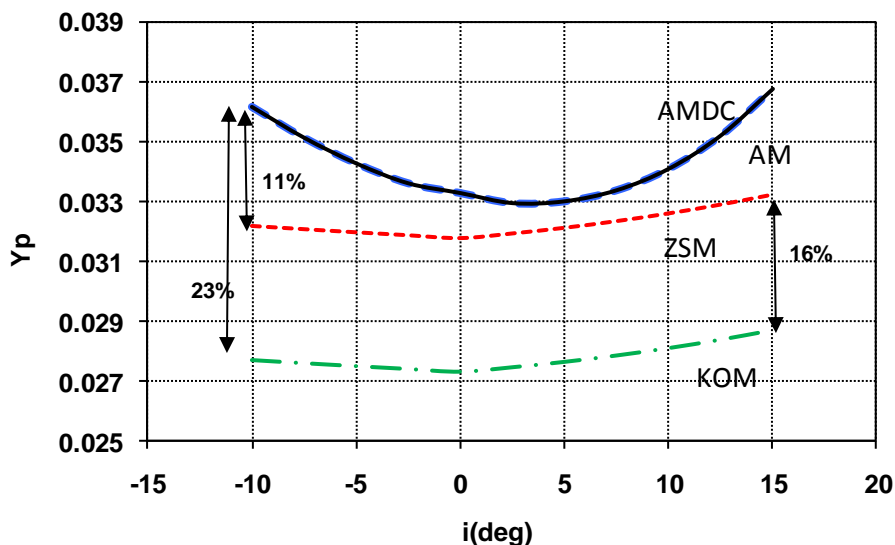
Για την παραμετρική μελέτη των απωλειών επιλέχθηκε η γεωμετρία του 1ου στάτορα του στροβίλου ισχύος. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τα οποία θα μελετηθούν είναι αυτά που επιδρούν περισσότερο στις απώλειες του στροβίλου όπως αναγνωρίστηκαν στο κεφάλαιο 2.

### 5.2.1 Επίδραση γωνίας πρόσπτωσης στις απώλειες

Με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πρώτου στάτορα του στροβίλου ισχύος έγινε μεταβολή των διάφορων γεωμετρικών χαρακτηριστικών, ένα κάθε φορά, σε ένα αρκετά μεγάλο εύρος και υπολογίστηκαν οι αντίστοιχες απώλειες πτερύγωσης, δευτερεύουσες απώλειες, απώλειες διακένου και ολικές απώλειες. Παρακάτω παρατίθενται τα γραφήματα που προέκυψαν και σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

#### Απώλειες πτερύγωσης

Στο Σχήμα 5.1 παρουσιάζονται οι απώλειες πτερύγωσης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης για τις διάφορες μεθόδους.



Σχήμα 5.1 Απώλειες πτερύγωσης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης.

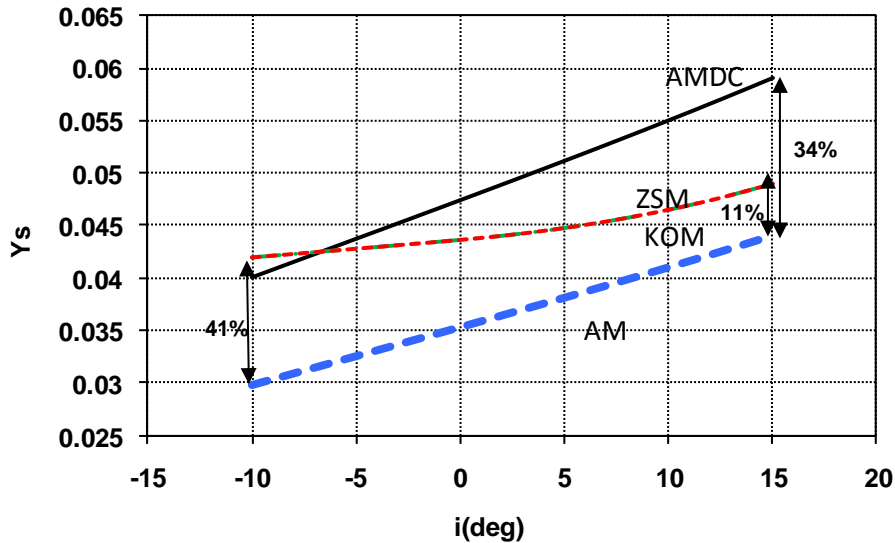
Παρατηρούμε ταύτιση των εκτιμήσεων AM και AMDC δεδομένου ότι οι απώλειες πτερύγωσης, όπως εκτιμούνται από τις δύο μεθόδους, διαφοροποιούνται μόνο λόγω της επίδρασης του αριθμού Reynolds και όταν η ροή στην έξοδο είναι υπερηχητική.

Όπως έχουμε δει οι μέθοδοι AM, AMDC τείνουν να υπερεκτιμούν τις απώλειες πτερύγωσης εκτός σημείου σχεδίασης. Το γεγονός αυτό αποδόθηκε στην διαφορετική σχεδίαση των πτερυγίων και την παράβλεψη της επίδρασης της γεωμετρίας της ακμής πρόσπτωσης στον προσδιορισμό της γωνίας πρόσπτωσης απώλειας στήριξης.

Οι απώλειες πτερύγωσης κατά τα συστήματα KOM και ZSM εμφανίζουν πιο ομαλή μεταβολή ως προς τη γωνία πρόσπτωσης. Παρατηρείται πως οι θετικές γωνίες πρόσπτωσης μάλιστα φαίνεται να επιδρούν πολύ περισσότερο από τις αντίστοιχες αρνητικές στην αύξηση των απωλειών. Οι αυξημένες απώλειες πτερύγωσης της μεθόδου ZSM ως προς τη μέθοδο KOM οφείλονται στην αντικατάσταση του συντελεστή 2/3 με το 0,825 από την πρώτη.

### Δευτερεύουσες απώλειες

Στο Σχήμα 5.2 παρουσιάζονται οι δευτερεύουσες απώλειες συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης για τις διάφορες μεθόδους.



Σχήμα 5.2 Δευτερεύουσες απώλειες συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης.

Οι εκτιμήσεις της μεθόδου AM παρουσιάζονται εμφανέστατα υποτιμημένες. Η μέθοδος AMDC υποστηρίζει πως αυτό οφείλεται στην ανεπαρκή μελέτη των οριακών στρωμάτων στα τοιχώματα του στροβίλου και υιοθετώντας τη σχέση (4.20) εκτιμά αυξημένες δευτερεύουσες απώλειες.

Οι εκτιμήσεις των συστημάτων KOM και ZSM εμφανίζονται αυξημένες σε σχέση με τις αντίστοιχες των AM, λιγότερο ευαίσθητες στην μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης και ασύμμετρες με προφανή αύξηση τους για θετικές γωνίες πρόσπτωσης.

Οι προβλέψεις των μεθόδων KOM και ZSM δεν διαφοροποιούνται αφού η μέθοδος ZSM αποτελεί στην ουσία βελτίωση των προβλέψεων των απωλειών περυγώσης της μεθόδου KOM και δεν εισάγει κάτι καινούργιο στον υπολογισμό των δευτερευουσών απωλειών.

Σε καμία περίπτωση δεν παρατηρείται ελαχιστοποίηση των δευτερευουσών απωλειών στο σημείο σχεδίασης.

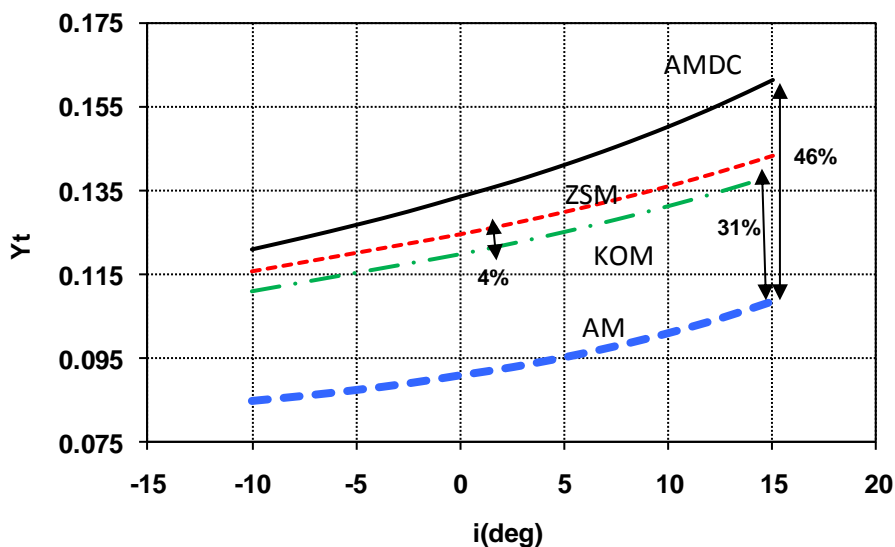
### Συνολικές απώλειες:

Στο Σχήμα 5.3 παρουσιάζονται οι συνολικές απώλειες συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης για τις διάφορες μεθόδους.

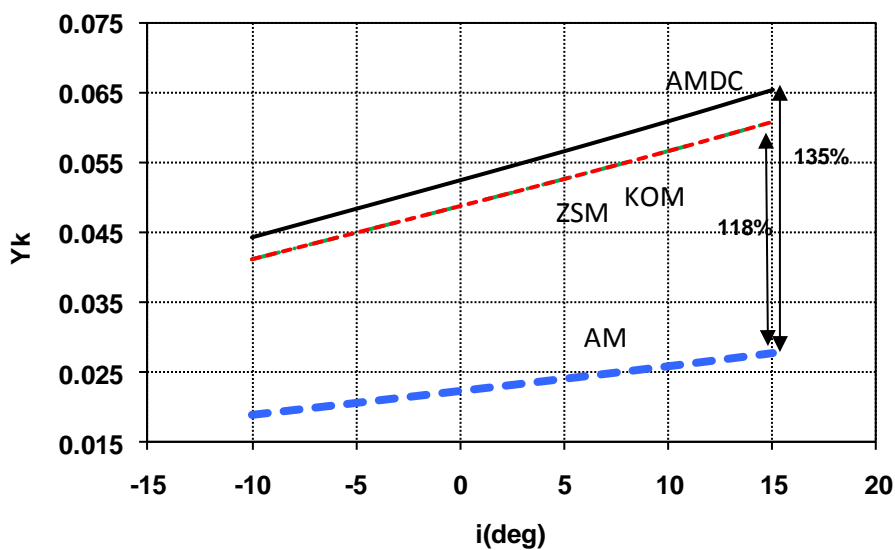
Οι εκτιμώμενες απώλειες από τη μέθοδο AMDC είναι χαμηλότερες των αντίστοιχων της μεθόδου AM, ενώ η μέθοδος KOM υποστηρίζει πως οι ολικές απώλειες έχουν υπερτιμηθεί από τη μέθοδο AMDC και υιοθετεί συντηρητικότερες εκτιμήσεις.

Επίσης, η κατανομή των ολικών απωλειών εμφανίζεται όμοια για όλα τα συστήματα, ωστόσο οι μετρήσεις αποκλίνουν ποσοτικά σε μεγάλο βαθμό. Δεδομένου ότι δεν παρατηρήθηκαν μεγάλες διαφορές στις απώλειες περυγώσης και στις δευτερεύουσες απώλειες, όπως είδαμε παραπάνω, το γεγονός αυτό ανάγεται στις

διαφορετική εκτίμηση των απωλειών διακένου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.4, όπου για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, οι εκτιμήσεις των μεθόδων αποκλίνουν σημαντικά.



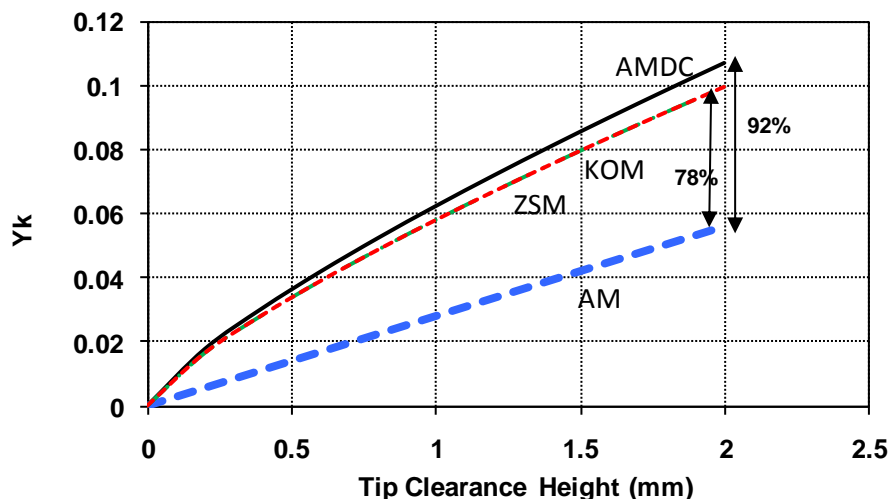
Σχήμα 5.3 Συνολικές απώλειες συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης.



Σχήμα 5.4 Απώλειες διακένου συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης.

### 5.2.2 Επίδραση διακένου στις απώλειες

Στο Σχήμα 5.5 παρουσιάζονται οι απώλειες διακένου συναρτήσει του ύψους του ακτινικού διακένου για τις διάφορες μεθόδους.



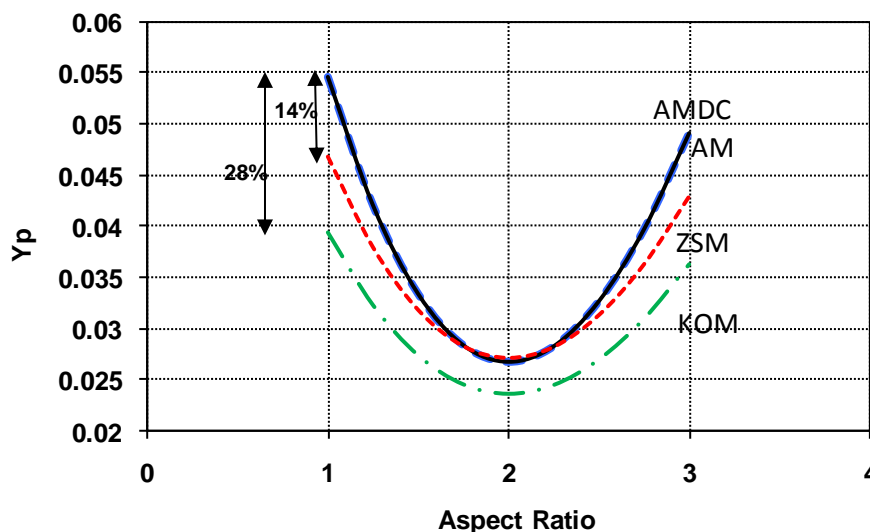
Σχήμα 5.5 Απώλειες διακένου συναρτήσει του ύψους διακένου

Οι μέθοδοι AMDC, KOM και ZSM αντιμετωπίζουν τις απώλειες διακένου με σχεδόν πανομοιότυπο τρόπο γι' αυτό και οι εκτιμήσεις τους απέχουν ελάχιστα. Οι δύο τελευταίες μάλιστα δεν διαφοροποιούνται καθόλου ως προς τις απώλειες αυτές. Αντίθετα, η μέθοδος AM εφαρμόζει γραμμική εξάρτηση των απωλειών διακένου από το ύψος διακένου, υποτιμώντας σημαντικά τις απώλειες αυτές όπως αναφέρεται και στη βιβλιογραφία.

### 5.2.3 Επίδραση λόγου ύψους/χορδής στις απώλειες

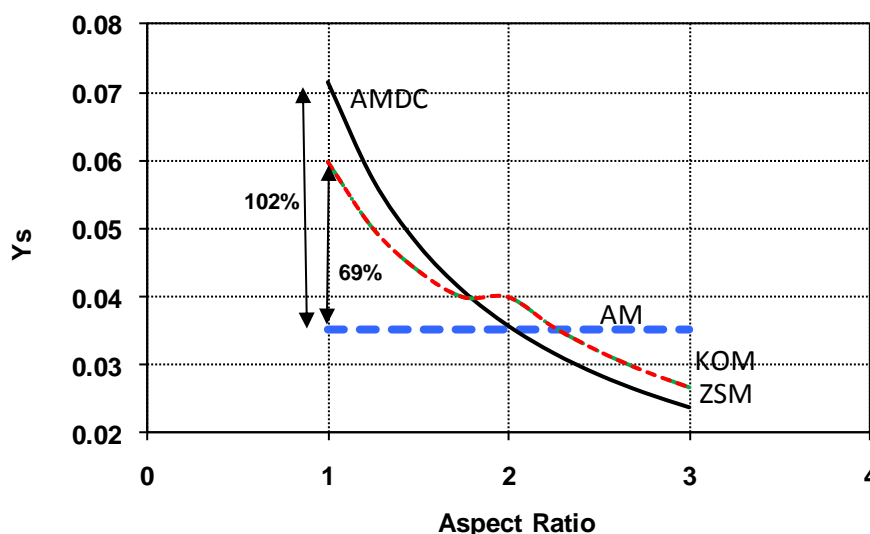
Σύμφωνα με την υπάρχουσα θεωρία, ο ρόλος του λόγου ύψους/χορδής είναι άοριστος ακόμα. Μικρές τιμές του λόγου ύψους/χορδής οδηγούν σε αύξηση των δευτερευουσών απωλειών, ενώ υψηλές τιμές επιφέρουν απώλειες κρουστικών κυμάτων, άρα αύξηση των απωλειών περύγωσης (στις οποίες είναι ενσωματωμένες οι απώλειες κρουστικών κυμάτων).

Αυτό επιβεβαιώνεται από το Σχήμα 5.6 όπου παρουσιάζονται οι απώλειες περύγωσης συναρτήσει του λόγου ύψους/χορδής. Φαίνεται πως οι απώλειες περύγωσης αυξάνουν τόσο με την αύξηση όσο και την ελάττωση του λόγου ύψους/χορδής, γεγονός με το οποίο συμφωνούν όλες οι μέθοδοι. Είναι φανερό μάλιστα η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των απωλειών για λόγο ύψους/χορδής γύρω στη τιμή 2.



Σχήμα 5.6 Απώλειες πτερύγωσης συναρτήσει του λόγου ύψους/χορδής.

Η θεωρία επιβεβαιώνεται και όσον αφορά τις δευτερεύουσες απώλειες. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.7, όπου για λόγους ύψους/χορδής μεγαλύτερους της μονάδας, οι δευτερεύουσες απώλειες αυξάνονται σημαντικά με ελάττωση του λόγου ύψους/χορδής.



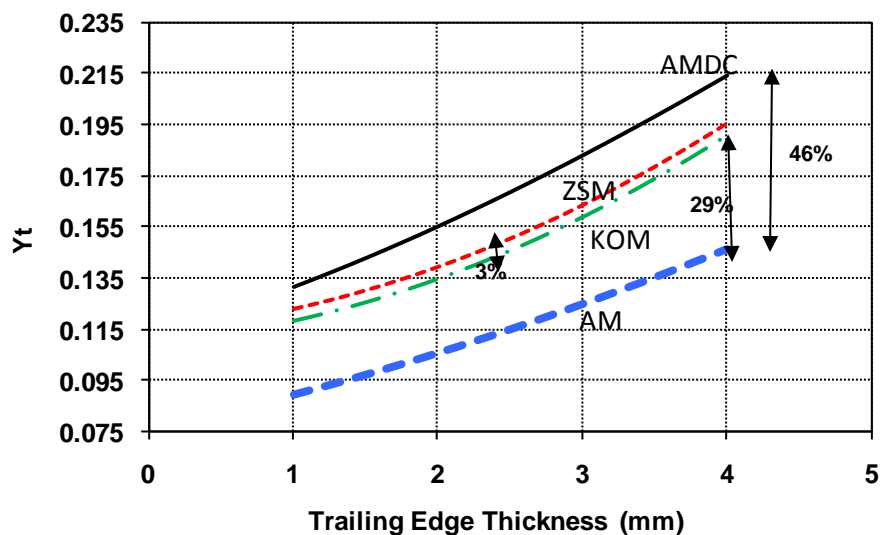
Σχήμα 5.7 Δευτερεύουσες απώλειες συναρτήσει του λόγου ύψους/χορδής.

Η μέθοδος AM δεν λαμβάνει υπόψη την μεταβολή του λόγου ύψους/χορδής, ούτε της χορδής ή του ύψους του πτερυγίου στον υπολογισμό των δευτερευουσών απωλειών, γι' αυτό παρουσιάζει σταθερά αποτελέσματα.



### 5.2.4 Επίδραση πάχους ακμής διαφυγής στις απώλειες

Στο Σχήμα 5.8 παρουσιάζονται οι ολικές απώλειες συναρτήσει του πάχους της ακμής διαφυγής για τις διάφορες μεθόδους.



Σχήμα 5.8 Ολικές απώλειες συναρτήσει του πάχους ακμής διαφυγής

Όλα τα συστήματα απωλειών συμφωνούν ότι αύξηση του πάχους ακμής διαφυγής οδηγεί σε αύξηση των απωλειών, ωστόσο διαχειρίζονται την επίδραση του πάχους ακμής διαφυγής διαφορετικά.

Μάλιστα, παρά την διαφοροποίηση αυτή, οι καμπύλες όλων των συστημάτων εμφανίζουν παραπλήσια κλίση. Οι εκτιμήσεις βέβαια των μεθόδων KOM και ZSM φαίνεται να επιβαρύνονται περισσότερο για μεγάλα πάχη ακμής διαφυγής από τις αντίστοιχες των AM και AMDC.

Οι μέθοδοι AM και AMDC χρησιμοποιούν έναν πολλαπλασιαστικό παράγοντα επί των ολικών απωλειών για να καλύψουν την επίδραση του πάχους ακμής διαφυγής, ενώ οι υπόλοιπες μέθοδοι εισάγουν έναν νέο συντελεστή απωλειών.

### 5.2.5 Επίδραση στερεότητας στις απώλειες

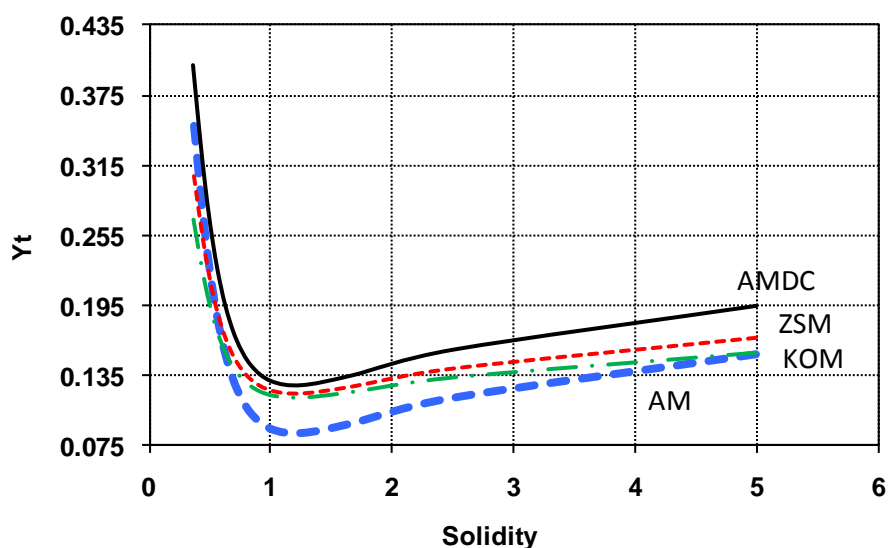
Στο Σχήμα 5.9 παρουσιάζονται οι ολικές απώλειες συναρτήσει της στερεότητας για τις διάφορες μεθόδους.

Παρατηρούμε ότι μικρές τιμές στερεότητας επιφέρουν κατακόρυφη αύξηση των εκτιμώμενων απωλειών από όλα τα συστήματα, ενώ πιο περιορισμένη αύξηση παρουσιάζεται και για μεγάλες τιμές στερεότητας. Αυτό οφείλεται όπως έχουμε δει στο ότι, με μείωση της στερεότητας, έχουμε αύξηση της απαιτούμενης επιβράδυνσης ανά

μονάδα επιφάνειας, άρα και αύξηση των απωλειών περύγωσης, ενώ με αύξηση της στερεότητας έχουμε αύξηση του εμβαδού της τριβόμενης επιφάνειας άρα και των απωλειών λόγω τριβής.

Οι μέθοδοι δεν διαφοροποιούνται ποιοτικά ως προς την κατανομή των απωλειών, ωστόσο η μέθοδος AM παρουσιάζεται ποσοτικά σε αρκετά χαμηλότερα επίπεδα απωλειών από τις υπόλοιπες.

Είναι εμφανής επίσης η παρουσία σημείου ελαχιστοποίησης των απωλειών για στερεότητα λίγο μεγαλύτερη της μονάδας που αντιστοιχεί στην βέλτιστη στερεότητα.



Σχήμα 5.9 Ολικές απώλειες συναρτήσει της στερεότητας.

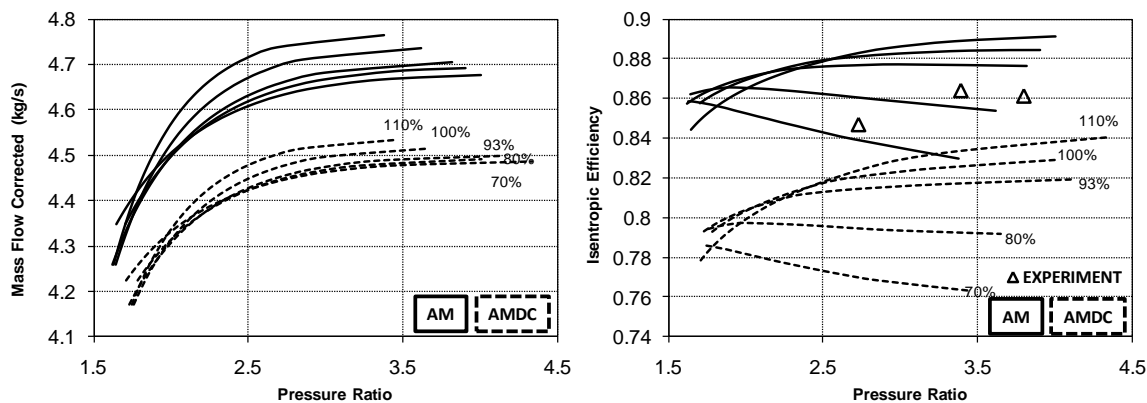
### 5.3 Μελέτη χαρακτηριστικών στροβίλου

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι χάρτες λειτουργίας της παροχής και του βαθμού απόδοσης των στροβίλων υψηλής πίεσης και ισχύος, η γεωμετρία των οποίων παρουσιάστηκε παραπάνω. Ταυτόχρονα συγκρίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις διάφορες μεθόδους απωλειών. Συγκεκριμένα θα μελετηθούν στροφές λειτουργίας ίσες με 70%, 80%, 93%, 100% και 110% των στροφών σχεδίασης.

Στο Σχήμα 5.10 παρουσιάζονται οι χάρτες του στροβίλου υψηλής πίεσης για την μέθοδο AM και AMDC. Επίσης παρουσιάζονται και τρία πειραματικά σημεία για το βαθμό απόδοσης του στροβίλου.

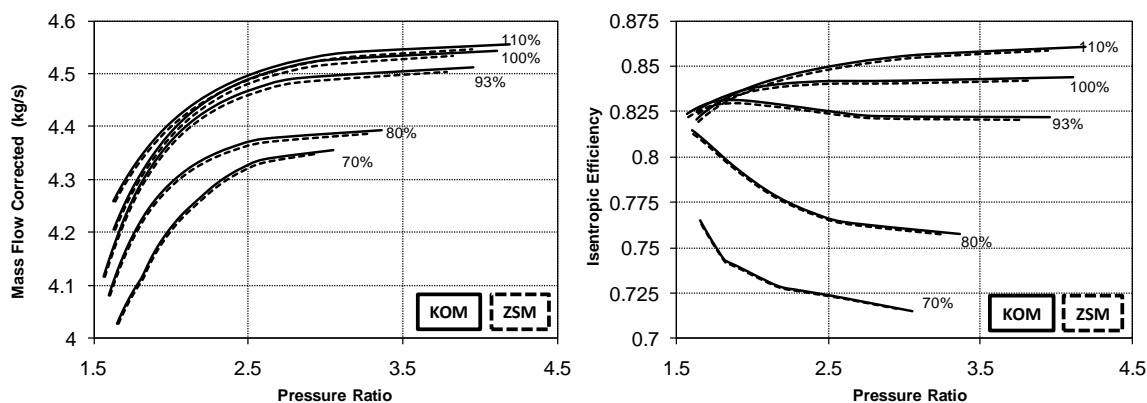
Παρατηρούμε ότι οι εκτιμήσεις της μεθόδου AM είναι αρκετά υψηλότερες από αυτές της AMDC όπως αναμενόταν λόγω του ότι ο στροβίλος υψηλής πίεσης έχει χαμηλό λόγο ύψους περυσίου/χορδής (μικρότερο της μονάδας). Η μέθοδος AMDC δίνει μικρότερες εκτιμήσεις κατά 3.5% και 7.5% για την παροχή και τον βαθμό απόδοσης αντίστοιχα. Οι αποκλίσεις αυτές είναι αναμενόμενες, αφού η μέθοδος AMDC

υπερεκτιμά τις δευτερεύουσες απώλειες σε σχέση με την μέθοδο AM. Τα πειραματικά δεδομένα του βαθμού απόδοσης είναι πιο κοντά στις προβλέψεις της μεθόδου AM και είναι εντός των περιθωρίων σφάλματος των συγκεκριμένων μεθόδων.



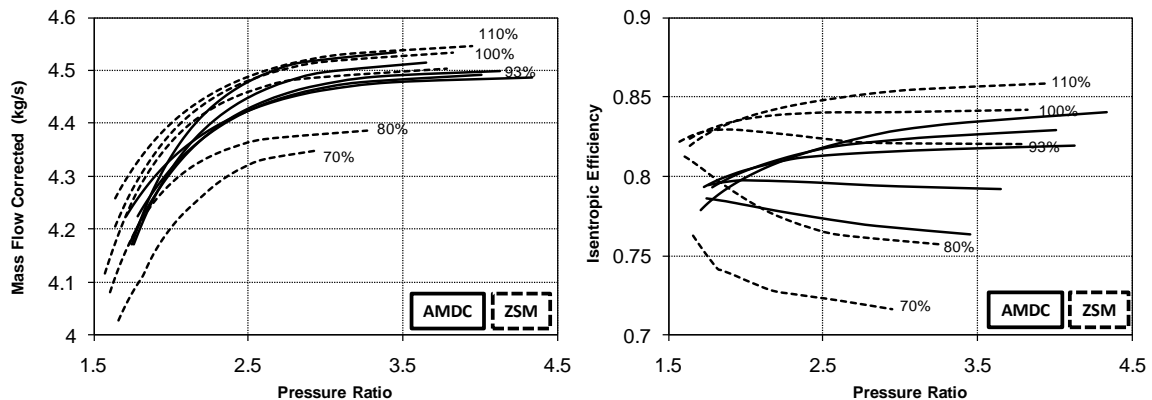
Σχήμα 5.10 Σύγκριση χαρακτηριστικών λειτουργίας του στροβίλου υψηλής πίεσης που προέκυψαν με χρήση των μεθόδων AM και AMDC.

Στο Σχήμα 5.11 συγκρίνονται οι μέθοδοι KOM και ZSM. Οι εκτιμήσεις των δυο μεθόδων αποκλίνουν για περυγώσεις μικρής στερεότητας ή υψηλού λόγου μέγιστου πάχους περυγίου/χορδής. Ο στρόβιλος ΥΠ χαρακτηρίζεται από μέτρια στερεότητα και λόγο πάχους/χορδής, άρα δεν αναμένονται σημαντικά διαφορετικές εκτιμήσεις από τις δυο μεθόδους. Όντως, η μέθοδος KOM δίνει λίγο μεγαλύτερες εκτιμήσεις κατά 0.08% για την παροχή και 0.21% για τον βαθμό απόδοσης από τις αντίστοιχες της μεθόδου ZSM.



Σχήμα 5.11 Σύγκριση χαρακτηριστικών λειτουργίας του στροβίλου υψηλής πίεσης που προέκυψαν με χρήση των μεθόδων KOM και ZSM

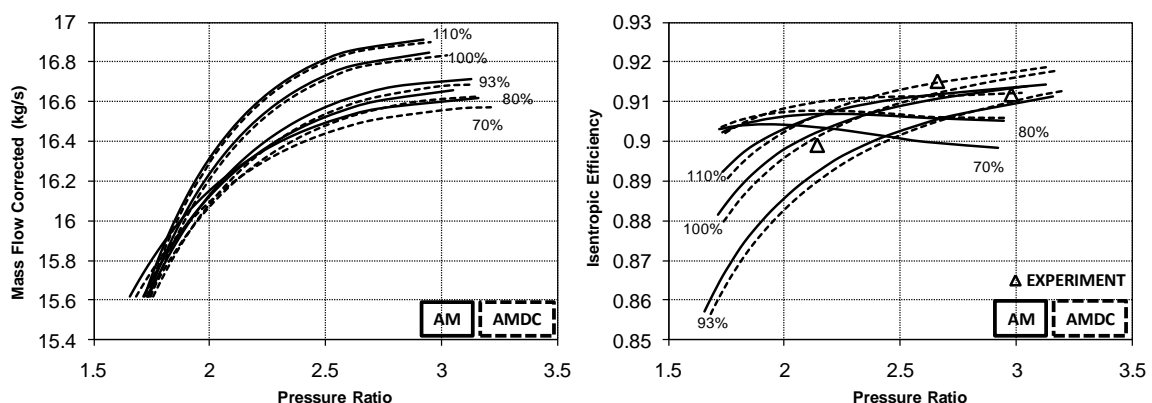
Τέλος, στο Σχήμα 5.12 συγκρίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τις μεθόδους AMDC και ZSM.



Σχήμα 5.12 Σύγκριση χαρακτηριστικών λειτουργίας του στροβίλου υψηλής πίεσης που προέκυψαν με χρήση των μεθόδων AMDC και ZSM

Παρατηρούμε ότι η μέθοδος AMDC δίνει μικρότερες εκτιμήσεις παροχής και βαθμού απόδοσης στις μεγαλύτερες στροφές από την ZSM, ενώ αντίθετα στις χαμηλές στροφές δίνει αρκετά μεγαλύτερες εκτιμήσεις. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι απώλειες κατά τις μεθόδους AM και AMDC υποτιμούνται σημαντικά για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, όπως συμβαίνει στις χαμηλές στροφές λειτουργίας, δίνοντας μεγαλύτερες τιμές παροχής και βαθμού απόδοσης. Αντίθετα στις υψηλότερες στροφές έχουμε υπερεκτίμηση των απωλειών από τη μέθοδο AMDC σε σχέση με την ZSM.

Στο Σχήμα 5.13 παρουσιάζονται οι χάρτες του στροβίλου ισχύος για την μέθοδο AM και AMDC. Επίσης παρουσιάζονται και τρία πειραματικά σημεία για το βαθμό απόδοσης του στροβίλου.



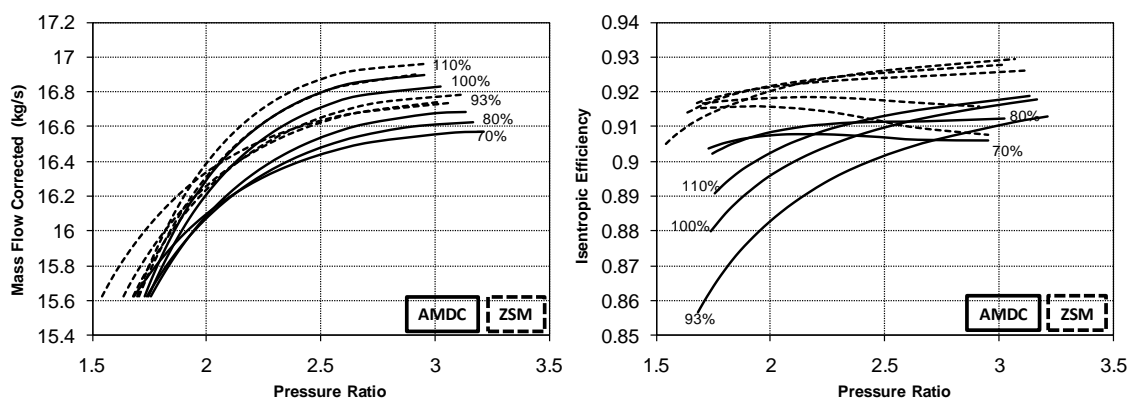
Σχήμα 5.13 Σύγκριση χαρακτηριστικών λειτουργίας του στροβίλου ισχύος που προέκυψαν με χρήση των μεθόδων AM και AMDC

Παρατηρούμε, αντίθετα με τον στρόβιλο ΥΠ, ότι οι εκτιμήσεις των δύο μεθόδων δεν αποκλίνουν σημαντικά. Αυτό οφείλεται στο ότι ο στρόβιλος ισχύος έχει υψηλό λόγο ύψους πτερυγίων/χορδής, με αποτέλεσμα οι δύο μέθοδοι να δίνουν κοντινά

αποτελέσματα. Επίσης και τα πειραματικά δεδομένα του βαθμού απόδοσης είναι πολύ κοντά στις προβλέψεις και των δύο μεθόδων και εντός των περιθωρίων σφάλματος τους.

Οι μέθοδοι KOM και ZSM δίνουν πολύ κοντινά αποτελέσματα όπως και στην περίπτωση του στροβίλου ΥΠ.

Τέλος στο Σχήμα 5.14 παρουσιάζεται η σύγκριση μεταξύ των μεθόδων AMDC και ZSM.



Σχήμα 5.14 Σύγκριση χαρακτηριστικών λειτουργίας του στροβίλου ισχύος που προέκυψαν με χρήση των μεθόδων AMDC και ZSM

Οι παρατηρήσεις περί υπερεκτίμησης των απωλειών κατά AMDC ισχύουν και εδώ. Στην περίπτωση αυτή, όμως, η μέθοδος AMDC δεν παρουσιάζει διαφορετική συμπεριφορά στις χαμηλές στροφές λειτουργίας, όπως στην περίπτωση του στροβίλου ΥΠ. Η παροχή και ο βαθμός απόδοσης κατά AMDC δίνουν χαμηλότερες εκτιμήσεις κατά 0.24% και 2% για την παροχή και το βαθμό απόδοσης από τις αντίστοιχες εκτιμήσεις της μεθόδου ZSM.

Σφάλμα! Χρησιμοποιήστε την καρτέλα "Κεντρική σελίδα", για να εφαρμόσετε το Heading 2 στο κείμενο που θέλετε να εμφανίζεται εδώ.

**5.13**



# 6

## ΒΛΑΒΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ

Στα προηγούμενα κεφάλαια έγινε αντιληπτή η επίδραση που έχει η αλλαγή της γεωμετρίας στην παραγωγή των χαρακτηριστικών του στροβίλου. Αν λάβουμε υπόψη πως οι βλάβες που προκύπτουν σε ένα στρόβιλο επιφέρουν άμεσα μεταβολή στη γεωμετρία του και έμμεσα μεταβολή στον βαθμό απόδοσης, την παροχή, το ωφέλιμο έργο κτλ., κρίνεται σκόπιμο να συνδεθούν οι βλάβες με συγκεκριμένες μεταβολές γεωμετρίας και να διερευνηθεί η επίδραση τους στην λειτουργία του στροβίλου.

Η παραπάνω μοντελοποίηση θα αποτελέσει το αντικείμενο του κεφαλαίου αυτού. Αρχικά γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση των συνηθέστερων βλαβών ενός στροβίλου και των γεωμετρικών μεταβολών που μπορούν να επιφέρουν. Ακολουθεί η μελέτη διάφορων περιπτώσεων σε καθεμία από τις οποίες μεταβάλλεται ένα ή περισσότερα γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενώ εξετάζεται η μεταβολή των χαρακτηριστικών λειτουργίας του στροβίλου για κάθε περίπτωση.

Τέλος, παρουσιάζεται μια πρωτότυπη μεθοδολογία λεπτομερούς διάγνωσης των γεωμετρικών μεταβολών, λόγω της ύπαρξης βλάβης, στις πτερυγώσεις ενός στροβίλου και γίνεται εφαρμογή σε συγκεκριμένη περίπτωση.

### 6.1 Συνηθέστερες βλάβες στροβίλων

Η λειτουργία μιας στροβιλομηχανής είναι αποτέλεσμα της εύρυθμης και συντονισμένης λειτουργίας πολλών διαφορετικών συνιστωσών, όπως ο συμπιεστής, ο στρόβιλος και ο θάλαμος καύσης. Οι συνιστώσες αυτές συχνά καλούνται να εργαστούν σε συνθήκες τέτοιες που αναπόφευκτα θα επιφέρουν βλάβες και συνεπώς μείωση των επιδόσεων τους. Οι συνηθέστερες βλάβες ενός στροβίλου είναι (βιβλ. αναφορά [17]):

#### **Επικαθήσεις ακαθαρσιών (fouling)**

Τα νέφη υδρατμών, καυσαερίων, θαλάσσιων αλάτων ή καπνού προκαλούν συχνά την συσσώρευση σωματιδίων στις πτερυγώσεις και τα τοιχώματα του κελύφους (βλέπε Σχήμα 6.1). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της τραχύτητας των επιφανειών, χωρίς να είναι απίθανο, πολλές φορές, να επιφέρει ακόμη και αλλαγή του σχήματος της πτερυγώσης. Τα σωματίδια που επικάθονται έχουν συνήθως διάμετρο από 2 έως 10 μm. Οι επικαθήσεις μπορούν να αντιμετωπιστούν προληπτικά με κατάλληλο φιλτράρισμα



του εισαγόμενου αέρα και να αναστραφούν σε κάποιο βαθμό με «πλυσίματα» των αντίστοιχων τμημάτων της μηχανής.



Σχήμα 6.1 Επικαθήσεις σε βιομηχανικό στρόβιλο

### Χημική διάβρωση (corrosion)

Η χημική διάβρωση (βλέπε Σχήμα 6.2) προκαλείται τόσο από μολυντές του αέρα εισαγωγής όσο και από μολυντές του καυσίμου και του θαλάμου καύσης. Σημαντικότερη διάβρωση επιφέρουν τα υγρά καύσιμα και ιδιαίτερα τα βαρέα έλαια λόγω των ακαθαρσιών και των προσμίξεων που παραμένουν μετά την καύση. Επίσης παρατηρούνται φαινόμενα χημικής διάβρωσης από άλατα όπως το κάλιο και το νάτριο.



Σχήμα 6.2 Χημική Διάβρωση πτερύγωσης στροβίλου

### Θερμή χημική διάβρωση (hot corrosion)

Η θερμή διάβρωση αποτελεί στην ουσία απώλεια υλικού των συνιστωσών του στροβίλου λόγω των χημικών αντιδράσεων ανάμεσα σε αυτές και κάποιους μολυντές,

Σφάλμα! Χρησιμοποιήστε την καρτέλα "Κεντρική σελίδα", για να εφαρμόσετε το Heading 2 στο κείμενο που θέλετε να εμφανίζεται εδώ. **6.3**

όπως άλατα, μεταλλικά οξέα ή δραστικά αέρια. Όπως και στην περίπτωση των επικαθήσεων και της μηχανικής διάβρωσης, η θερμή χημική διάβρωση μπορεί να περιοριστεί με κατάλληλο φιλτράρισμα του αέρα, αφού δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην επιλογή του μέσου φιλτραρίσματος και τον έλεγχο της υγρασίας.

### **Μηχανική διάβρωση (erosion)**

Η μηχανική διάβρωση οφείλεται στον «βομβαρδισμό» των επιφανειών ροής από στερεά σωματίδια και την αφαίρεση υλικού των επιφανειών (Σχήμα 6.3). Τα σωματίδια αυτά, για να επιφέρουν μηχανική διάβρωση, πρέπει να έχουν διάμετρο μεγαλύτερη από 10 μm. Αν και οι στρόβιλοι βιομηχανικής χρήσεως προστατεύονται από κατάλληλα φίλτρα για τόσο μεγάλα σωματίδια, δεν συμβαίνει το ίδιο με τους αεροπορικούς κινητήρες. Η μηχανική διάβρωση μπορεί να αποτελέσει πρόβλημα και για μηχανές που χρησιμοποιούν σταγονίδια για εσωτερική ψύξη ή πλύσιμο.



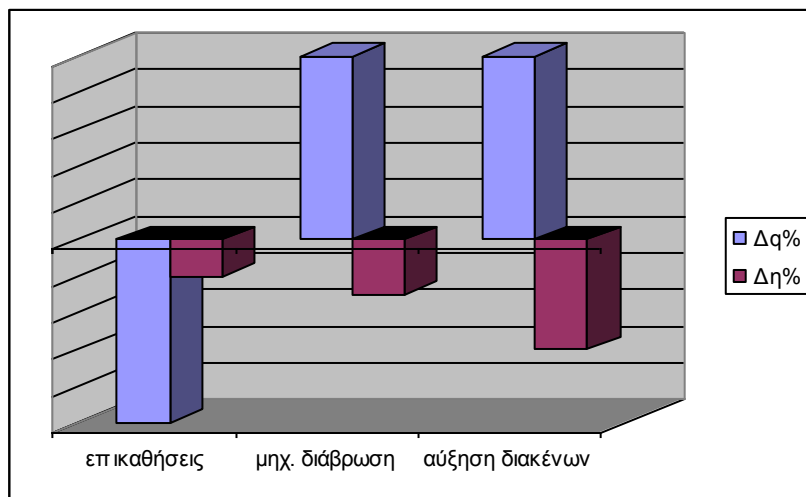
Σχήμα 6.3 Μηχανική διάβρωση πτερύγωσης στροβίλου

### **Απόξεση υλικού λόγω τριβών (abrasion)**

Όταν μια στρεφόμενη επιφάνεια τρίβεται με μια ακίνητη επιφάνεια, τότε αφαιρείται υλικό με αποτέλεσμα την αύξηση των διακένων και την δραστική μείωση της απόδοσης του στροβίλου.

Από τις παραπάνω βλάβες, επιλέχθηκαν οι επικαθήσεις (fouling) και η μηχανική διάβρωση (erosion) προκειμένου να μοντελοποιηθούν μέσω μεταβολών στη γεωμετρία των περυγώσεων και να μελετηθεί η επίδραση τους στους χάρτες λειτουργίας, παροχής και βαθμού απόδοσης ενός στροβίλου υψηλής πίεσης.

Προτού προχωρήσουμε στην μοντελοποίηση των βλαβών και των αντίστοιχων μεταβολών της γεωμετρίας, στο Σχήμα 6.4 παρουσιάζονται ποιοτικά οι αναμενόμενες μεταβολές που παρατηρούνται στις περιπτώσεις επικαθήσεων, μηχανικής διάβρωσης και αύξησης του ακτινικού διακένου (βιβλ. αναφορά [20]).



Σχήμα 6.4 Μεταβολές παροχής και βαθμού απόδοσης λόγω βλάβης (βιβλιογραφία)

- ❖ Στην περίπτωση επικαθήσεων, αναμένεται μεγάλη πτώση της παροχής συνοδευόμενη από μικρή πτώση του βαθμού απόδοσης.
- ❖ Αντίθετα στην περίπτωση μηχανικής διάβρωσης, αναμένεται μεγάλη αύξηση της παροχής συνοδευόμενη πάλι από μικρή πτώση του βαθμού απόδοσης.
- ❖ Τέλος στην περίπτωση αύξησης του ακτινικού διακένου, αναμένεται μεγάλη αύξηση της παροχής και μέτρια πτώση του βαθμού απόδοσης.

Αφού ολοκληρωθεί η μοντελοποίηση των βλαβών στις επόμενες παραγράφους, θα συγκριθούν οι παραπάνω παρατηρήσεις με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την μοντελοποίηση προκειμένου να διασταυρωθεί η ορθότητα των αποτελεσμάτων.

## 6.2 Μοντελοποίηση βλαβών στροβίλου

Ο καθορισμός της κατάστασης λειτουργίας ενός στροβίλου συνίσταται στην εκτίμηση των μεταβολών των γεωμετρικών δεδομένων και των επιδόσεων του που μπορούν να επιφέρουν όλες οι προαναφερθείσες βλάβες. Μια από τις βασικότερες και πλέον αντιληπτές μεταβολές είναι αυτή του χάρτη των χαρακτηριστικών του στροβίλου.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα παραχθεί αρχικά ο «υγιής» χάρτης λειτουργίας του στροβίλου υψηλής πίεσης, η γεωμετρία του οποίου παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Κατόπιν, θα διεξαχθούν 22 περιπτώσεις μελέτης στις οποίες θα μεταβάλλονται κάποια γεωμετρικά χαρακτηριστικά του στροβίλου και θα παράγονται οι χάρτες του «ελαττωματικού» πλέον στροβίλου κάθε φορά. Σκοπός των παραπάνω είναι

η σύγκριση των χαρτών ώστε να μελετηθούν οι μεταβολές δυο βασικών μεγεθών: του ισηντροπικού βαθμού απόδοσης και της ανηγμένης παροχής.

Οι μεταβολές του βαθμού απόδοσης και της παροχής θα υπολογιστούν πολλαπλασιάζοντας τον υγιή χάρτη του στροβίλου για τις εκάστοτε στροφές λειτουργίας με ένα συντελεστή (scaling factor), κατάλληλα επιλεγμένο ώστε ο προκύπτων χάρτης να ταυτίζεται κάθε φορά με τον αντίστοιχο ελαττωματικό χάρτη για κάθε περίπτωση μελέτης. Η γνώση του συντελεστή αυτού θα επιτρέψει τον προσδιορισμό των μεταβολών βαθμού απόδοσης  $\Delta\eta\%$  και ανηγμένης παροχής  $\Delta q\%$  που επιφέρει η κάθε γεωμετρική μεταβολή.

### **6.2.1 Μοντελοποίηση των επικαθήσεων (fouling)**

Το φαινόμενο των επικαθήσεων μπορεί να επιφέρει σημαντικές αλλαγές στην γεωμετρία των πτερυγώσεων ενός στροβίλου. Συγκεκριμένα αναμένονται:

- a) μεταβολή των γωνιών μετάλλου στην είσοδο και την έξοδο της πτερύγωσης
- b) αύξηση του πάχους ακμής διαφυγής
- c) αύξηση της διαμέτρου ακμής πρόσπτωσης
- d) αύξηση του πάχους των πτερυγίων
- e) μείωση του εμβαδού του λαιμού και
- f) μεταβολή της επιφανειακής τραχύτητας των πτερυγίων

Από τις παραπάνω μεταβολές, επιλέχθηκαν η αύξηση του πάχους ακμής διαφυγής, η αύξηση του πάχους (μέγιστου) των πτερυγίων και η μείωση του εμβαδού του λαιμού. Με βάση τις παραμέτρους αυτές, 11 περιπτώσεις μελέτης εξετάστηκαν. Σε κάθε περίπτωση γίνεται μεταβολή ενός γεωμετρικού χαρακτηριστικού κατά ποσοστό 5%, 10% και 20% αντίστοιχα. Εξαιρέση αποτελούν οι 2 τελευταίες περιπτώσεις που συνιστούν συνδυασμό των μεταβολών και των 3 μεγεθών σε ποσοστό 10% και 20%.

Ο Πίνακας 6-1 παρουσιάζει την μεταβολή των γεωμετρικών παραμέτρων για όλες τις περιπτώσεις μελέτης. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τους χάρτες λειτουργίας παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.5 έως Σχήμα 6.8

Με βάση τα αποτελέσματα αυτά υπολογίστηκαν οι μεταβολές  $\Delta\eta\%$  και  $\Delta q\%$  από την υγιή λειτουργία για τις διάφορες στροφές λειτουργίας και για όλες τις περιπτώσεις μελέτης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζει ο Πίνακας 6-2.

Δεδομένου ότι οι μεταβολές αυτές προκλήθηκαν από διαφορετικές ποσοτικά μεταβολές γεωμετρίας, κρίνεται σκόπιμο να διερευνηθεί το πως επιδρά η μοναδιαία (%) μεταβολή κάθε γεωμετρικής παραμέτρου. Με αυτόν τον τρόπο θα έχουμε μια καλύτερη εικόνα της βαρύτητας που έχει κάθε γεωμετρική παράμετρος στην απόδοση και την παροχή ενός στροβίλου. Ταυτόχρονα θα καταστεί δυνατό να διερευνήσουμε τι επίπεδα πρέπει ποσοτικά να φτάσει η μεταβολή αυτή για μεταβολή 1% στην απόδοση ή την παροχή, τιμή η οποία θεωρείται οριακή για ύπαρξη βλάβης.

Πίνακας 6-1 Γεωμετρικές μεταβολές περιπτώσεων μελέτης βλάβης επικαθήσεων (F1-F11)

Study Case	$\beta_1$	$\beta_2$	c	t/c	t.e.	e	o	tcl	ales
F1					5%				
F2					10%				
F3					20%				
F4				5%					
F5				10%					
F6				20%					
F7							-5%		
F8							-10%		
F9							-20%		
F10				10%	10%		-10%		
F11				20%	20%		-20%		

$\beta_1$ :γωνία μετάλλου εισόδου,  $\beta_2$ :γωνία μετάλλου εξόδου, c:χορδή πτερυγίου, t/c: λόγος μέγιστου πάχους πτερυγίου/χορδής, t.e.: πάχος ακμής διαφυγής, e: μέση ακτίνα καμπυλότητας πτερυγίου, o:εμβαδό «λαιμού», tcl: ύψος ακτινικού διακένου, ales: διάμετρος ακμής πρόσπτωσης

Πίνακας 6-2 Μεταβολές παροχής και βαθμού απόδοσης για τις περιπτώσεις μελέτης βλάβης επικαθήσεων

Speed	70%		80%		93%		100%		110%	
	$\Delta q\%$	$\Delta \eta\%$	$\Delta q\%$	$\Delta \eta\%$	$\Delta q\%$	$\Delta \eta\%$	$\Delta q\%$	$\Delta \eta\%$	$\Delta q\%$	$\Delta \eta\%$
F1	-0.08%	-0.17%	-0.07%	-0.15%	-0.06%	-0.14%	-0.05%	-0.12%	-0.05%	-0.16%
F2	-0.17%	-0.35%	-0.16%	-0.30%	-0.14%	-0.25%	-0.14%	-0.25%	-0.15%	-0.26%
F3	-0.35%	-0.70%	-0.32%	-0.60%	-0.31%	-0.53%	-0.30%	-0.52%	-0.31%	-0.52%
F4	-0.01%	-0.10%	-0.01%	-0.06%	-0.01%	-0.05%	-0.01%	-0.05%	-0.01%	-0.06%
F5	-0.02%	-0.20%	-0.02%	-0.14%	-0.02%	-0.11%	-0.02%	-0.10%	-0.02%	-0.12%
F6	-0.05%	-0.35%	-0.05%	-0.28%	-0.05%	-0.23%	-0.05%	-0.22%	-0.05%	-0.25%
F7	-5.50%	-0.10%	-5.50%	-0.08%	-5.50%	-0.13%	-5.50%	-0.14%	-5.50%	-0.12%
F8	-11.50%	-0.34%	-11.60%	-0.32%	-11.70%	-0.34%	-11.70%	-0.35%	-11.70%	-0.33%
F9	-21.8%	-0.94%	-21.90%	-0.92%	-22.00%	-0.95%	-22.00%	-0.95%	-22.00%	-0.90%
F10	-11.30%	-0.71%	-11.20%	-0.73%	-11.40%	-0.73%	-11.40%	-0.70%	-11.50%	-0.67%
F11	-22.40%	-1.74%	-22.60%	-1.80%	-22.70%	-1.79%	-22.70%	-1.75%	-23.20%	-1.80%

Προκειμένου να πραγματοποιηθούν τα παραπάνω, ακολουθείται η εξής μεθοδολογία:

1) Για κάθε περίπτωση μελέτης, υπολογίζεται η μέση μεταβολή του χάρτη του στροβίλου, τόσο για την παροχή όσο και για τον βαθμό απόδοσης, ως μέσος όρος των μεταβολών που παρατηρήθηκαν για τις 5 διαφορετικές στροφές λειτουργίας, με βάση τις σχέσεις:

$$\Delta Q_{aver} = \frac{\sum (\Delta q\%) }{5} \quad (6.1)$$

$$\Delta \eta_{aver} = \frac{\sum (\Delta \eta\%) }{5} \quad (6.2)$$

2) Για κάθε περίπτωση μελέτης, ορίζεται η ευαισθησία  $s_q$  και  $s_\eta$  της παροχής και του βαθμού απόδοσης στη μεταβολή της  $i$  γεωμετρικής παραμέτρου ως το πηλίκο της μέσης μεταβολής  $\Delta Q_{aver}$  ή  $\Delta \eta_{aver}$  που επέφερε η μεταβολή  $\Delta x$  (%) της γεωμετρικής παραμέτρου  $i$ . Άρα:

$$s_{q,i} = \frac{\Delta Q_{aver}}{\Delta x_i} \quad (6.3)$$

$$s_{\eta,i} = \frac{\Delta \eta_{aver}}{\Delta x_i} \quad (6.4)$$

Συνεπώς η ευαισθησία της παροχής ή της απόδοσης μας δείχνει την μεταβολή (%) που θα επιφέρει η μοναδιαία (1%) μεταβολή κάθε γεωμετρικής παραμέτρου.

3) Έχει προαναφερθεί πως κάθε γεωμετρική παράμετρος μελετάται σε διαφορετικό ποσοστό μεταβολής ανά 3 ή 2 περιπτώσεις μελέτης. Έτσι για κάθε γεωμετρική παράμετρο έχουμε 3 ή 2 τιμές ευαισθησίας. Με βάση τις τιμές αυτές υπολογίζεται η μέση ευαισθησία  $\bar{s}_{q,i}$  και  $\bar{s}_{\eta,i}$  για κάθε γεωμετρική παράμετρο. Τα αποτελέσματα με τους συντελεστές ευαισθησίας παρουσιάζει ο Πίνακας 6-3.

4) Στη συνέχεια υπολογίζεται ο λόγος  $\bar{s}_{q,i} / \bar{s}_{\eta,i}$  ώστε να προσδιοριστεί αν επιβαρύνεται περισσότερο η παροχή ή ο βαθμός απόδοσης και σε τι αναλογία. Τέλος υπολογίζεται το απαραίτητο ποσοστό μεταβολής της γεωμετρικής παραμέτρου ώστε να επιφέρει μεταβολή του χάρτη της παροχής ή του βαθμού απόδοσης (σε όποιον γίνει γρηγορότερα αντιληπτή) κατά 1%. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζει ο Πίνακας 6-4.

Πίνακας 6-3 Συντελεστές ευαισθησίας παροχής και βαθμού απόδοσης σε μοναδιαία μεταβολή γεωμετρικής παραμέτρου για τις περιπτώσεις μελέτης βλάβης επικαθήσεων

Γεωμ. Παράμετρος	Study Case	$\Delta x$	$\Delta Q_{aver}$	$S_{q,i}$	$\bar{s}_{q,i}$	$\Delta \eta_{aver}$	$S_{\eta,i}$	$\bar{s}_{\eta,i}$
Αύξηση πάχους ακμής διαφυγής	F1	5%	-0.06%	-0.0124	-0.01450	-0.15%	-0.0296	-0.02883
	F2	10%	-0.15%	-0.0152		-0.28%	-0.0282	
	F3	20%	-0.32%	-0.0159		-0.57%	-0.0287	
Αύξηση μέγιστου πάχους πτερυγίων	F4	5%	-0.01%	-0.0020	-0.00217	-0.06%	-0.0128	-0.01317
	F5	10%	-0.02%	-0.0020		-0.13%	-0.0134	
	F6	20%	-0.05%	-0.0025		-0.27%	-0.0133	
Μείωση εμβαδού λαιμού	F7	5%	-5.50%	-1.1000	-1.12033	-0.11%	-0.0228	-0.03433
	F8	10%	-11.64%	-1.1640		-0.34%	-0.0336	
	F9	20%	-21.94%	-1.0970		-0.93%	-0.0466	
Συνδυασμός ανωτέρω μεταβολών	F10	10%	-11.36%	-1.1360	-1.13600	-0.71%	-0.0708	-0.07980
	F11	20%	-22.72%	-1.1360		-1.78%	-0.0888	

Πίνακας 6-4 Λόγος συντελεστών ευαισθησίας παροχής βαθμού απόδοσης και απαιτούμενη μεταβολή γεωμετρικής παραμέτρου για 1% μεταβολή παροχής ή βαθμού απόδοσης για τις περιπτώσεις μελέτης βλάβης επικαθήσεων

Γεωμ. Παράμετρος	Study Case	$\bar{s}_{q,i}$	$\bar{s}_{\eta,i}$	$\bar{s}_{q,i} / \bar{s}_{\eta,i}$	Απαιτούμενη μεταβολή γεωμ. παραμέτρου	Χάρτης που θα παρατηρηθεί μεταβολή 1%
Αύξηση πάχους ακμής διαφυγής	F1	-0.01450	-0.02883	0.503	34.68%	Βαθμός Απόδοσης
	F2					
	F3					
Αύξηση μέγιστου πάχους πτερυγίων	F4	-0.00217	-0.01317	0.165	75.95%	Βαθμός Απόδοσης
	F5					
	F6					
Μείωση εμβαδού λαιμού	F7	-1.12033	-0.03433	32.631	0.89%	Παροχή
	F8					
	F9					
Συνδυασμός ανωτέρω μεταβολών	F10	-1.13600	-0.07980	14.236	0.88%	Παροχή
	F11					

### Συμπεράσματα μοντελοποίησης επικαθήσεων

❖ Η αύξηση του πάχους της ακμής διαφυγής (περιπτώσεις μελέτης F1-F3) εμφανίστηκε να επιδρά αρκετά και στους δυο χάρτες, κυρίως στον βαθμό απόδοσης του στροβίλου. Αύξηση 1% του πάχους διαφυγής φαίνεται να επιφέρει μείωση ~0.03% του

βαθμού απόδοσης. Αντίθετα, η επίδραση της στην παροχή είναι περίπου η μισή (λόγος μεταβολών ίσος με 0.503).

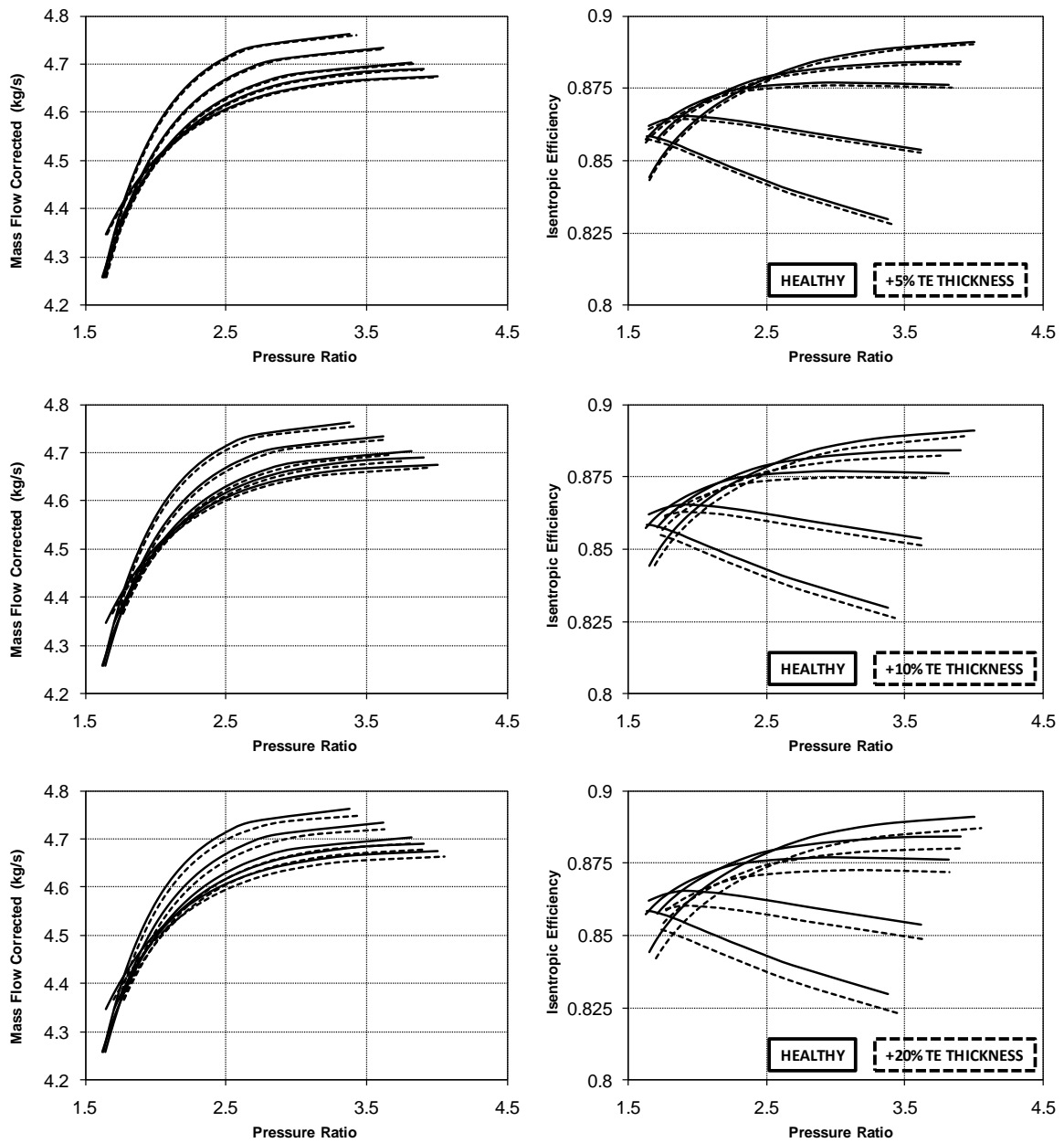
❖ Η επίδραση της αύξησης του μέγιστου πάχους πτερυγίου (περιπτώσεις μελέτης F4-F6) είναι αμελητέα όσον αφορά την παροχή του στροβίλου, ενώ κρίνεται μικρή όσον αφορά τον βαθμό απόδοσης. Αύξηση 1% του πάχους πτερυγίου επιφέρει πτώση της απόδοσης περίπου 0.013% και ελάχιστα παραπάνω από 0.002% στην παροχή.

❖ Η μείωση του λαιμού (περιπτώσεις μελέτης F7-F9), όπως αναμενόταν, επιδρά εξαιρετικά στην παροχή του στροβίλου, ενώ εμφάνισε και την μεγαλύτερη πτώση απόδοσης ανά μοναδιαία γεωμετρική μεταβολή. Αρκεί να αναφερθεί πως μείωση μόλις 0.89% του λαιμού αρκεί για να επιφέρει πτώση 1% της παροχής, ενώ και η μείωση της απόδοσης είναι η μεγαλύτερη που παρατηρήθηκε για μεμονωμένη μεταβολή (~0.034% ανά μείωση 1% του λαιμού).

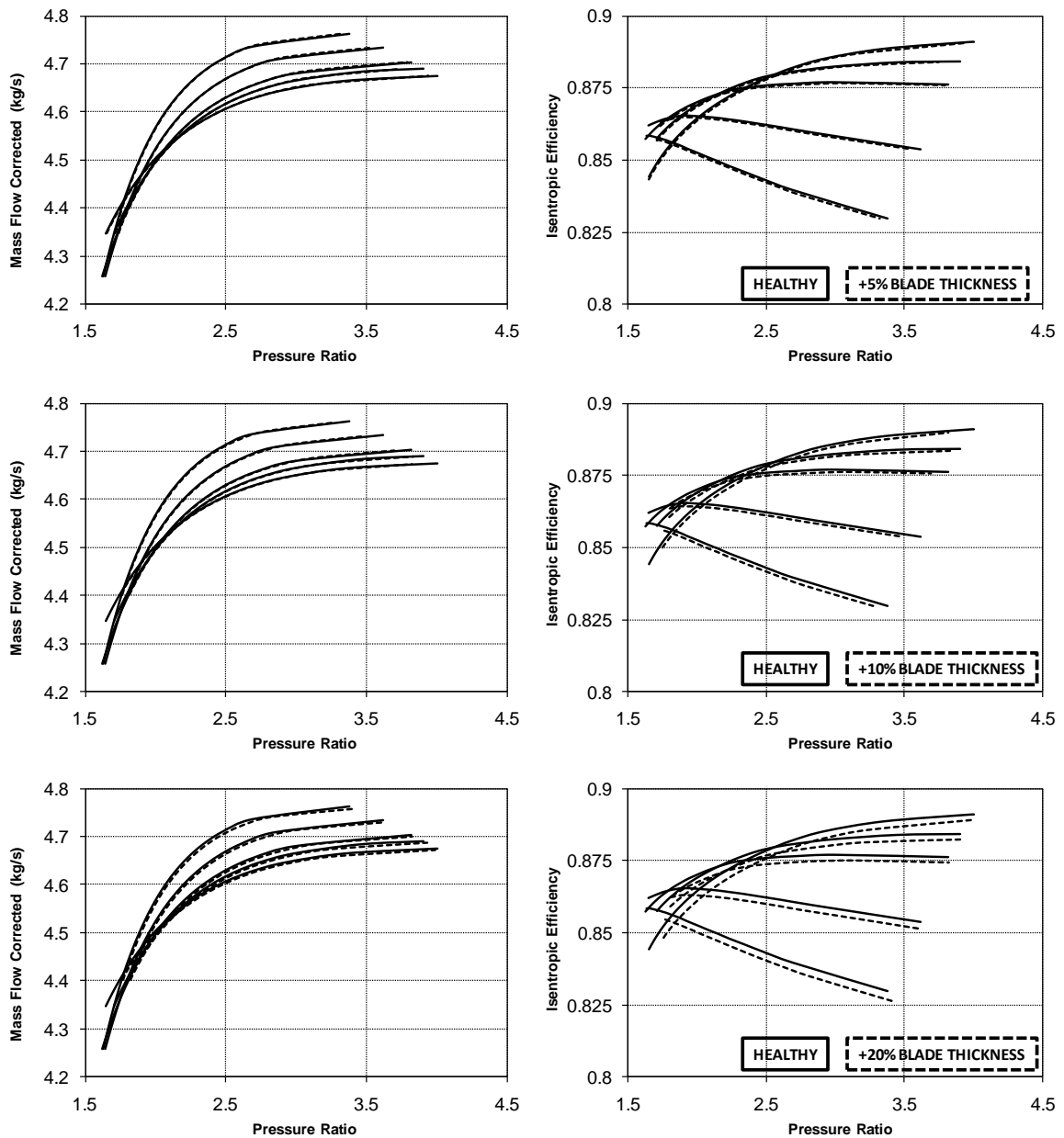
❖ Όσον αφορά τον συνδυασμό των μεταβολών (περιπτώσεις μελέτης F10-F11), η μεταβολή της παροχής ελέγχεται πλήρως από την μεταβολή του λαιμού και είναι σχεδόν η ίδια με αυτή που θα επέφερε μόνη της η μείωση του λαιμού (πτώση 1% της παροχής μπορεί να επέλθει είτε με μείωση 0.89% του λαιμού, είτε με ταυτόχρονη μείωση 0.88% όλων των παραμέτρων). Ωστόσο, σημαντική είναι η παρατηρούμενη πτώση της απόδοσης ανά μοναδιαία μείωση όλων των παραμέτρων που φτάνει σχεδόν το 0.08%.

Από τα παραπάνω δεδομένα μπορούμε να πούμε ότι αναμένουμε σημαντική μείωση της παροχής στροβίλου και μικρή πτώση του βαθμού απόδοσης. Το συμπέρασμα αυτό συμπίπτει με τις παρατηρήσεις της βιβλιογραφίας (βλέπε Σχήμα 6.4).

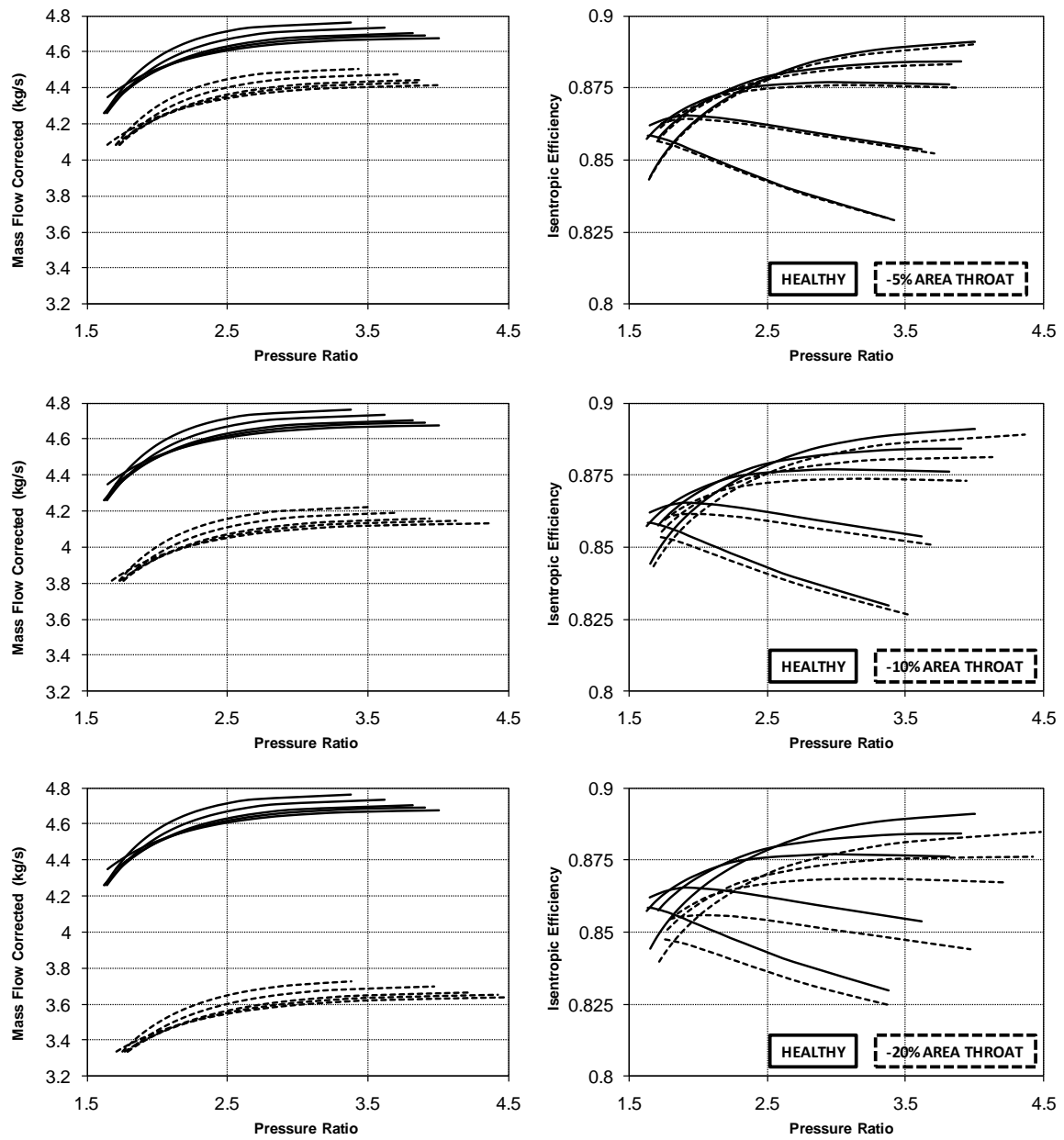




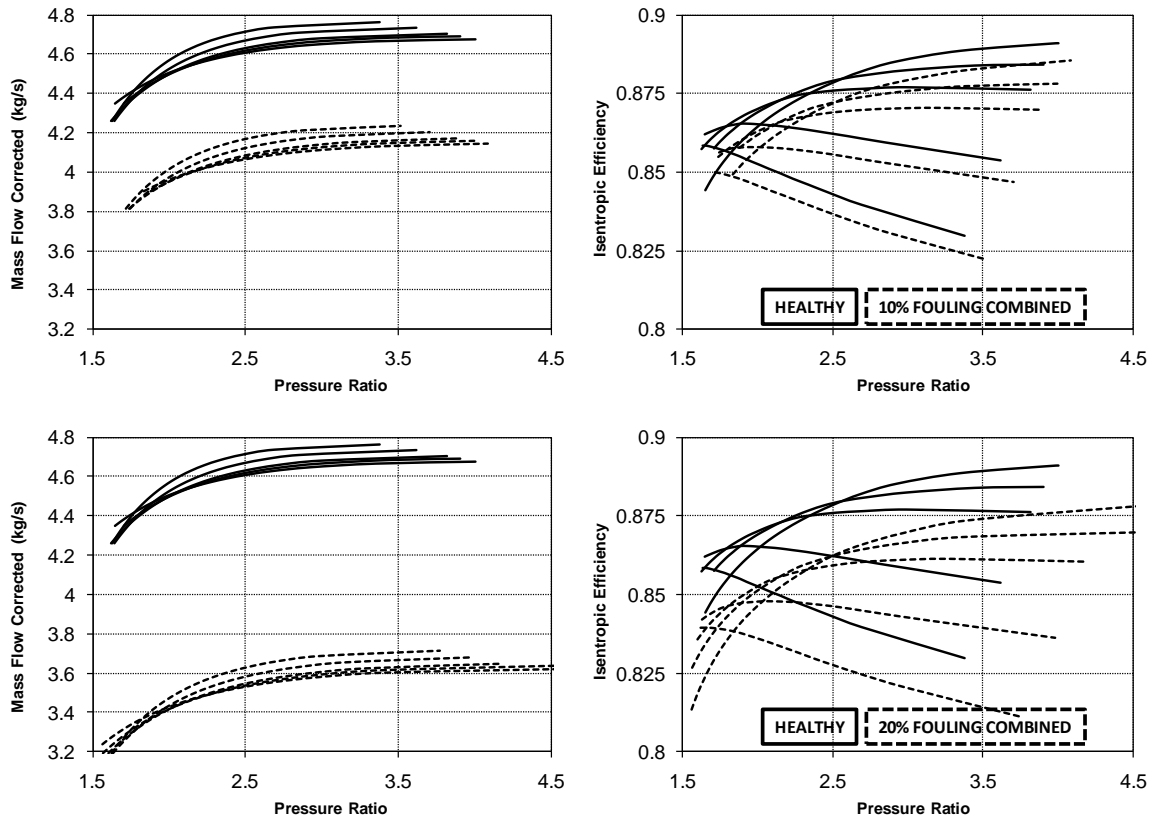
Σχήμα 6.5 Χάρτες λειτουργίας υγιούς και ελαττωματικού στροβίλου (αύξηση 5%,10% και 20% του πάχους ακμής διαφυγής)



Σχήμα 6.6 Χάρτες λειτουργίας υγιούς και ελαττωματικού στροβίλου (αύξηση 5%,10% και 20% του πάχους πτερυγίων)



Σχήμα 6.7 Χάρτες λειτουργίας υγιούς και ελαττωματικού στροβίλου (μείωση 5%,10% και 20% του εμβαδού του λαιμού)



Σχήμα 6.8 Χάρτες λειτουργίας υγιούς και ελαττωματικού στροβίλου (μεταβολή 10% και 20% συνδυασμού γεωμετρικών παραμέτρων προσομοιώνοντας βλάβη των επικαθίσεων).

### 6.2.2 Μοντελοποίηση της μηχανικής διάβρωσης (erosion)

Η μηχανική διάβρωση αποτελεί επίσης βασική αιτία αλλοίωσης της γεωμετρίας της περύγωσης ενός στροβίλου. Οι μεταβολές που παρατηρούνται συνήθως είναι:

- a) αύξηση του ακτινικού διακένου
- b) μείωση του μήκους της χορδής
- c) αύξηση του εμβαδού του λαιμού
- d) μεταβολή της επιφανειακής τραχύτητας των πτερυγίων

Κατά την μοντελοποίηση της μηχανικής διάβρωσης επιλέχθηκαν προς μελέτη η επίδραση της αύξησης του διακένου, η μείωση της χορδής και η αύξηση του λαιμού με τρόπο παρόμοιο με αυτό της μοντελοποίησης των επικαθήσεων.

Ο Πίνακας 6-5 παρουσιάζει συγκεντρωτικά τις γεωμετρικές μεταβολές για τις περιπτώσεις μελέτης που αφορούν την μηχανική διάβρωση. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τους χάρτες λειτουργίας παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.9 έως Σχήμα 6.12.

Πίνακας 6-5 Γεωμετρικές μεταβολές περιπτώσεων μελέτης βλάβης μηχανικής διάβρωσης (E12-E22)

Study Case	$\beta_1$	$\beta_2$	c	t/c	t.e.	e	o	tcl	ales
E12								5%	
E13								10%	
E14								20%	
E15			-5%	5%					
E16			-10%	10%					
E17			-20%	20%					
E18							5%		
E19							10%		
E20							20%		
E21			-10%	10%			10%	10%	
E22			-20%	20%			20%	20%	

Ο Πίνακας 6-6 παρουσιάζει τις μεταβολές της παροχής και του βαθμού απόδοσης για όλες τις περιπτώσεις μελέτης. Ο Πίνακας 6-7 παρουσιάζει τους συντελεστές ευαισθησίας παροχής και βαθμού απόδοσης σε μοναδιαία μεταβολή των γεωμετρικών παραμέτρων. Τέλος ο Πίνακας 6-8 παρουσιάζει τους λόγους ευαισθησίας παροχής βαθμού απόδοσης και την απαιτούμενη μεταβολή των γεωμετρικών παραμέτρων για μεταβολή 1% στην παροχή ή τον βαθμό απόδοσης.

Σφάλμα! Χρησιμοποιήστε την καρτέλα "Κεντρική σελίδα", για να εφαρμόσετε το Heading 2 στο κείμενο που θέλετε να εμφανίζεται εδώ. **6.15**

Πίνακας 6-6 Μεταβολές παροχής και βαθμού απόδοσης για τις περιπτώσεις μελέτης βλάβης μηχανικής διάβρωσης

Speed	70%		100%		110%	
Study Case	$\Delta q\%$	$\Delta \eta\%$	$\Delta q\%$	$\Delta \eta\%$	$\Delta q\%$	$\Delta \eta\%$
E12	0.01%	-0.40%	0.10%	-0.35%	0.15%	-0.35%
E13	0.05%	-0.80%	0.30%	-0.70%	0.30%	-0.70%
E14	0.50%	-1.60%	0.75%	-1.30%	0.80%	-1.40%
E15	-0.20%	-0.40%	-0.15%	-0.10%	-0.10%	-0.10%
E16	-0.40%	-1.00%	-0.25%	-0.30%	-0.20%	-0.32%
E17	-1.20%	-3.80%	-0.60%	-1.00%	-0.70%	-1.20%
E18	5.50%	-0.10%	5.50%	-0.01%	5.70%	-0.01%
E19	11.00%	-0.20%	11.40%	-0.01%	11.50%	-0.01%
E20	21.80%	-0.52%	22.50%	-0.24%	22.60%	-0.30%
E21	11.00%	-1.70%	11.50%	-0.90%	11.50%	-1.10%
E22	21.30%	-5.50%	22.60%	-2.60%	22.80%	-3.20%

Πίνακας 6-7 Συντελεστές ευαισθησίας παροχής και βαθμού απόδοσης σε μοναδιαία μεταβολή γεωμετρικής παραμέτρου για τις περιπτώσεις μελέτης βλάβης μηχανικής διάβρωσης.

Γεωμ. Παράμετρος	Study Case	$\Delta x$	$\Delta Q_{aver}$	$S_{q,i}$	$\bar{s}_{q,i}$	$\Delta \eta_{aver}$	$S_{\eta,i}$	$\bar{s}_{\eta,i}$
Αύξηση ύψους διακένου	E12	5%	0.09%	0.0173	0.02439	-0.37%	-0.0733	-0.07278
	E13	10%	0.22%	0.0217		-0.73%	-0.0733	
	E14	20%	0.68%	0.0342		-1.43%	-0.0717	
Μείωση μήκους χορδής	E15	5%	-0.15%	-0.0300	-0.03333	-0.20%	-0.0400	-0.06467
	E16	10%	-0.28%	-0.0283		-0.54%	-0.0540	
	E17	20%	-0.83%	-0.0417		-2.00%	-0.1000	
Αύξηση εμβαδού λαιμού	E18	5%	5.57%	1.1133	1.11944	-0.04%	-0.0080	-0.01100
	E19	10%	11.30%	1.1300		-0.07%	-0.0073	
	E20	20%	22.30%	1.1150		-0.35%	-0.0177	
Συνδυασμός ανωτέρω μεταβολών	E21	10%	11.33%	1.1333	1.12250	-1.23%	-0.1233	-0.15583
	E22	20%	22.23%	1.1117		-3.77%	-0.1883	

Πίνακας 6-8 Λόγος συντελεστών ευαισθησίας παροχής βαθμού απόδοσης και απαιτούμενη μεταβολή γεωμετρικής παραμέτρου για 1% μεταβολή παροχής ή βαθμού απόδοσης για τις περιπτώσεις μελέτης βλάβης μηχανικής διάβρωσης

Γεωμ. Παράμετρος	Study Case	$\bar{s}_{q,i}$	$\bar{s}_{\eta,i}$	$\bar{s}_{q,i} / \bar{s}_{\eta,i}$	Απαιτούμενη μεταβολή γεωμ. παραμέτρου	Χάρτης που θα παρατηρηθεί μεταβολή 1%
Αύξηση ύψους διακένου	E12	0.02439	-0.07278	-0.335	13.74%	Βαθμός Απόδοσης
	E13					
	E14					
Μείωση μήκους χορδής	E15	-0.03333	-0.06467	0.515	15.46%	Βαθμός Απόδοσης
	E16					
	E17					
Αύξηση εμβαδού λαιμού	E18	1.11944	-0.01100	-101.768	0.89%	Παροχή
	E19					
	E20					
Συνδυασμός ανωτέρω μεταβολών	E21	1.12250	-0.15583	-7.203	0.89%	Παροχή
	E22					

### Συμπεράσματα μοντελοποίησης μηχανικής διάβρωσης

Η αύξηση του ακτινικού διακένου (περιπτώσεις μελέτης E12-E14) εμφανίστηκε να επιδρά τόσο στην παροχή όσο και στο βαθμό απόδοσης του στροβίλου. Αύξηση 1% του διακένου φαίνεται να επιφέρει αύξηση περίπου 0.024% της παροχής, αλλά αντίθετα πτώση ίση με 0.073% του βαθμού απόδοσης. Η έντονη επίδραση του διακένου στις απώλειες έχει ήδη αναλυθεί σε προηγούμενα κεφάλαια και ήταν αναμενόμενο να παρατηρηθεί σημαντική πτώση του βαθμού απόδοσης. Ωστόσο τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις περιπτώσεις μελέτης αύξησης του ακτινικού διακένου δεν συμφωνούν απόλυτα με την βιβλιογραφία (βλέπε Σχήμα 6.4). Στην βιβλιογραφία έχει παρατηρηθεί σημαντική πτώση του βαθμού απόδοσης, αλλά ακόμη μεγαλύτερη αύξηση της παροχής του στροβίλου, που εδώ φαίνεται να είναι μικρότερη.

Η μείωση του μήκους της χορδής (περιπτώσεις μελέτης E15-E17) επηρέασε επίσης έντονα τόσο την παροχή όσο και τον βαθμό απόδοσης του στροβίλου. Αύξηση 1% του πάχους περυγίου επιφέρει πτώση της απόδοσης περίπου 0.065% και πτώση περίπου 0.033% στην παροχή. Τα αποτελέσματα κρίνονται λογικά αφού το μήκος της χορδής αποτελεί σημαντική παράμετρο σχεδίασης του προφίλ του περυγίου.

Η αύξηση του εμβαδού του λαιμού (περιπτώσεις μελέτης E18-E20) επιδρά, όπως συνέβη και με την μείωση του, υπερβολικά στην παροχή του στροβίλου. Τα αποτελέσματα συμπίπτουν με αυτά που παρατηρήθηκαν για την μείωση του λαιμού. Αύξηση 0.89% του εμβαδού του λαιμού επιφέρει αύξηση 1% της παροχής. Η βασική διαφορά με τη μελέτη μείωσης του εμβαδού του λαιμού έχει να κάνει με τον βαθμό

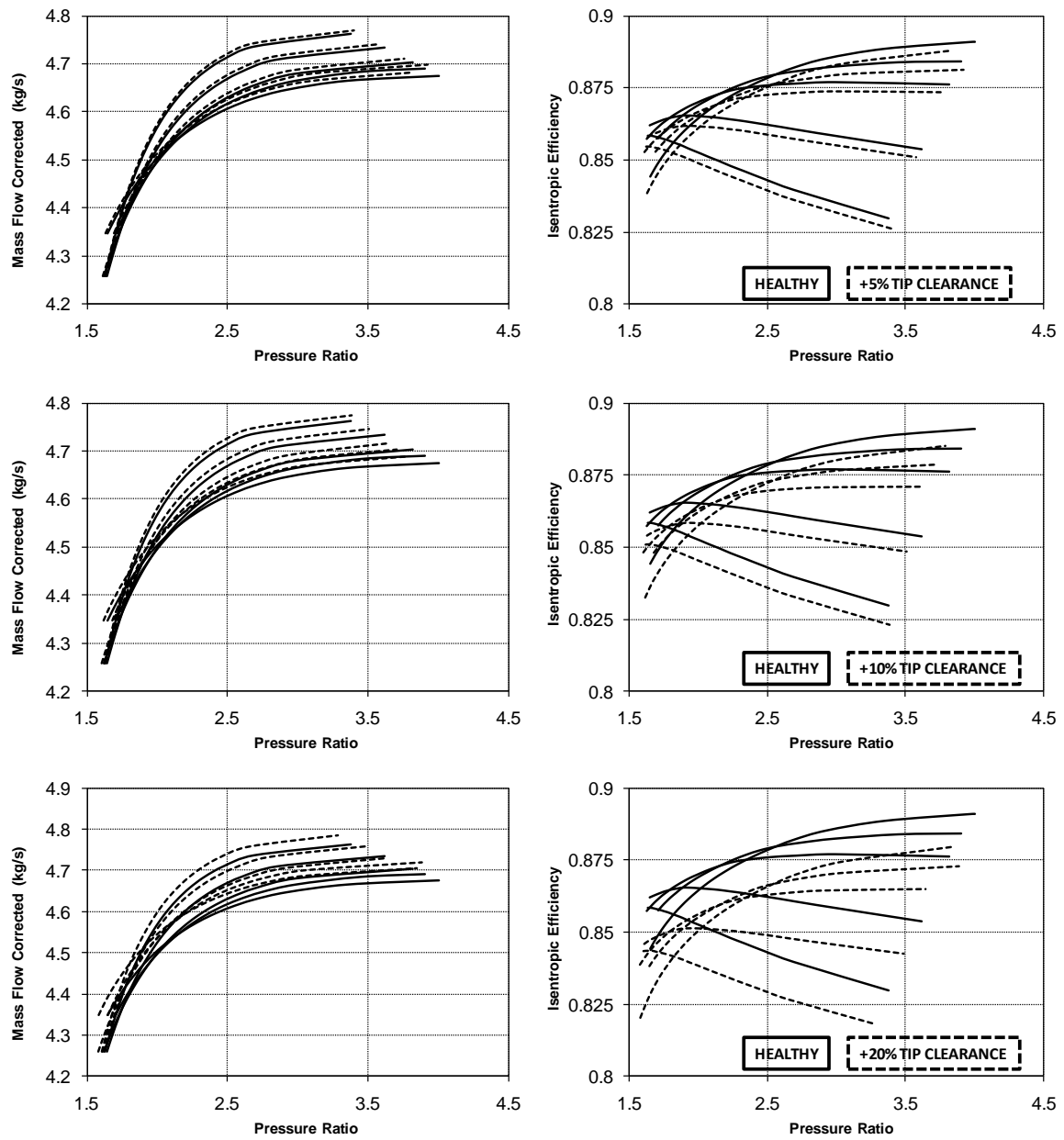
Σφάλμα! Χρησιμοποιήστε την καρτέλα "Κεντρική σελίδα", για να εφαρμόσετε το Heading 2 στο κείμενο που θέλετε να εμφανίζεται εδώ. **6.17**

απόδοσης. Στην περίπτωση αύξησης του λαιμού, η πτώση του βαθμού απόδοσης είναι μικρή, όπως φαίνεται και από την πολύ μεγάλη τιμή που παίρνει ο λόγος των μεταβολών παροχής και βαθμού απόδοσης.

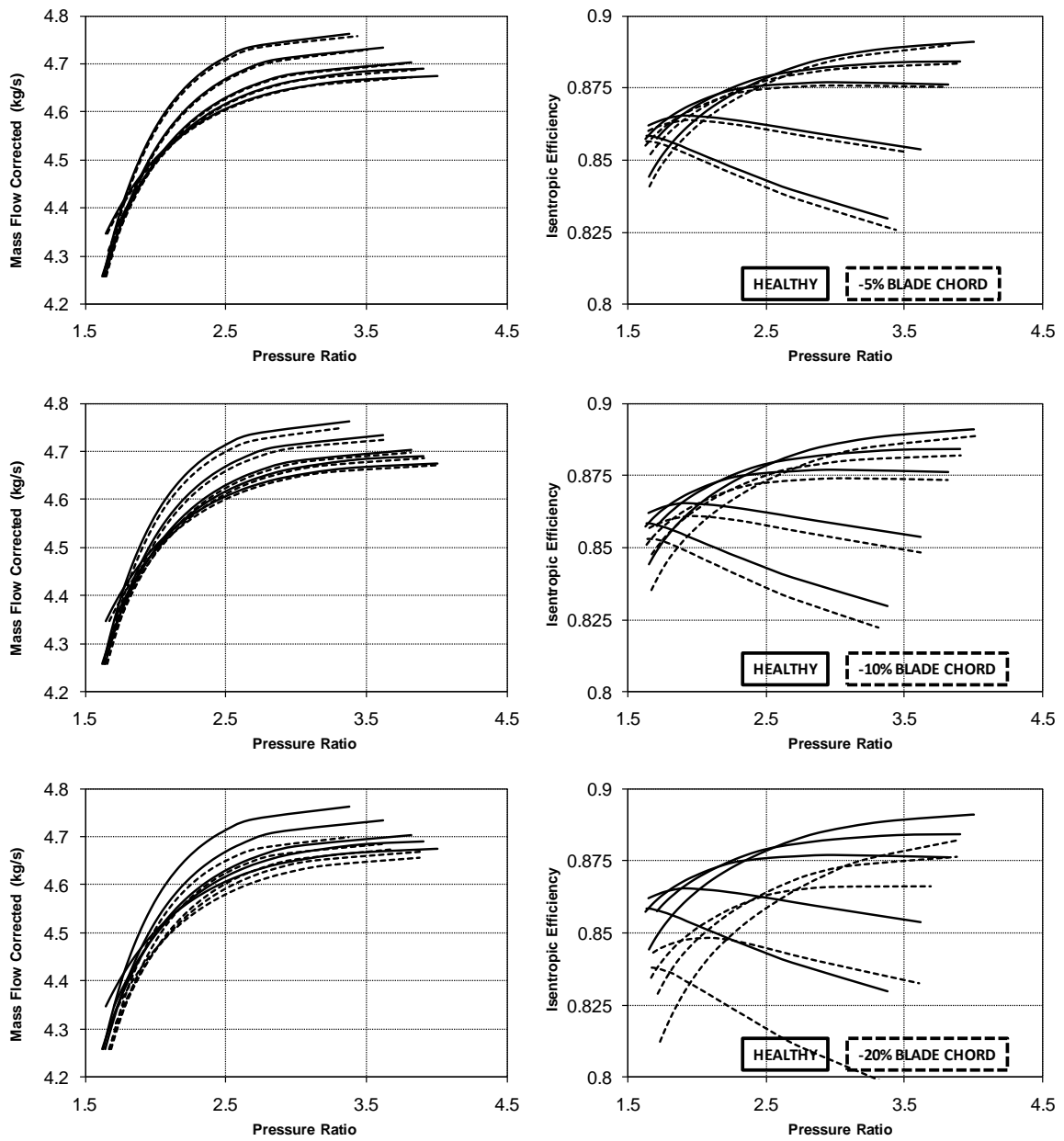
Όσον αφορά τον συνδυασμό των μεταβολών, είναι εμφανές πως η αύξηση της παροχής οφείλεται εξολοκλήρου στην μεταβολή του εμβαδού του λαιμού. Η πτώση του βαθμού απόδοσης που παρουσιάστηκε στον συνδυασμό της μηχανικής διάβρωσης ξεπερνά όμως σημαντικά τον αντίστοιχο των επικαθήσεων (0.16% έναντι 0.08%).

Εντέλει, από τα αποτελέσματα προκύπτει για την βλάβη της μηχανικής διάβρωσης έντονη μεγάλη αύξηση της παροχής και μικρή προς μέτρια πτώση του βαθμού απόδοσης. Τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν με τη βιβλιογραφία.

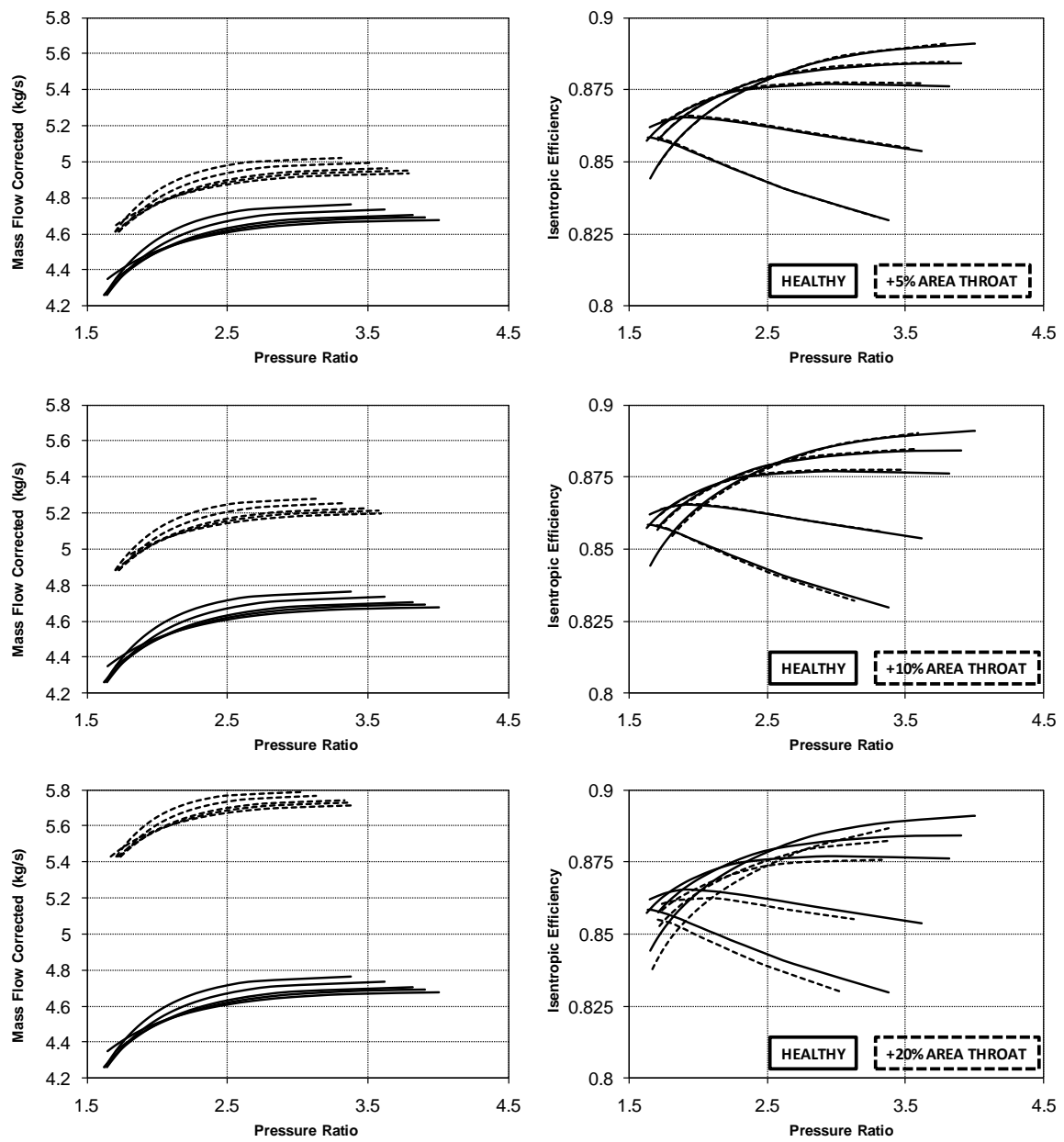




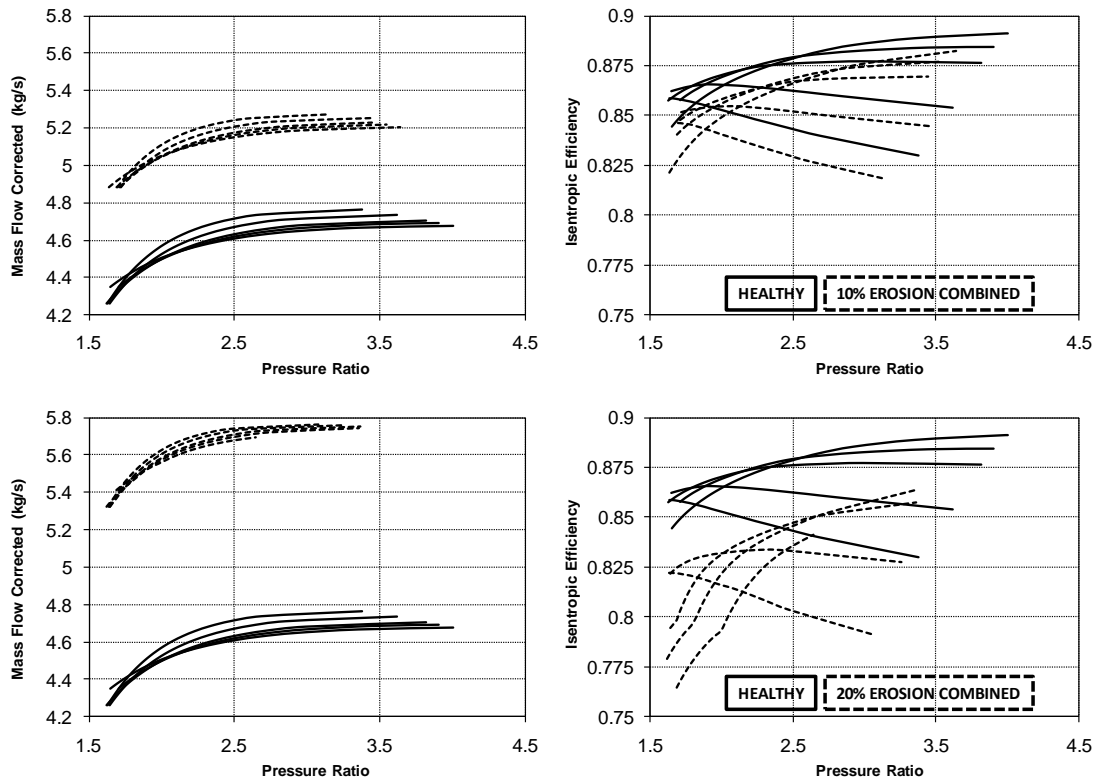
Σχήμα 6.9 Χάρτες λειτουργίας υγιούς και ελαττωματικού στροβίλου (αύξηση 5%,10% και 20% του ύψους διακένου)



Σχήμα 6.10 Χάρτες λειτουργίας υγιούς και ελαττωματικού στροβίλου (μείωση 5%,10% και 20% του μήκους της χορδής των πτερυγίων)



Σχήμα 6.11 Χάρτες λειτουργίας υγιούς και ελαττωματικού στροβίλου (αύξηση 5%,10% και 20% του εμβαδού του λαιμού)



Σχήμα 6.12 Χάρτες λειτουργίας υγιούς και ελαττωματικού στροβίλου (μεταβολή 10% και 20% συνδυασμού γεωμετρικών παραμέτρων προσομοιώνοντας τη βλάβη της μηχανικής διάβρωσης)

### 6.3 Διάγνωση γεωμετρικών μεταβολών λόγω βλάβης

Στην προηγούμενη ενότητα αναλύθηκε η επίδραση που έχει η μεταβολή ενός γεωμετρικού χαρακτηριστικού του στροβίλου λόγω κάποιας βλάβης στους χάρτες παροχής και βαθμού απόδοσης.

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστεί μια μέθοδος διάγνωσης των γεωμετρικών μεταβολών που μπορεί να επιφέρει μια βλάβη. Πρακτικά δηλαδή παρουσιάζεται η αντίστροφη διαδικασία από αυτήν που αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Τα δεδομένα εισόδου είναι ο χάρτης του στροβίλου τόσο για υγιή όσο και για ελαττωματική λειτουργία. Τα ζητούμενα δεδομένα εξόδου είναι οι μεταβολές στη γεωμετρία του στροβίλου που προέκυψαν λόγω της βλάβης.

Ακολουθεί η βασική μεθοδολογία της διάγνωσης και η εφαρμογή αυτής σε στρόβιλο που είχε διαγνωσθεί με βλάβη επικαθήσεων.

#### 6.3.1 Μεθοδολογία συντελεστών ευαισθησίας

Στην προηγούμενη ενότητα υπολογίστηκε η ευαισθησία της παροχής και του βαθμού απόδοσης του στροβίλου στην μεταβολή των γεωμετρικών παραμέτρων που επιλέχθηκαν. Αν παρατηρήσουμε τους συντελεστές ευαισθησίας των επιμέρους γεωμετρικών παραμέτρων και του συνδυασμού αυτών θα δούμε ότι η ευαισθησία στην περίπτωση συνδυασμού γεωμετρικών μεταβολών μπορεί να προκύψει σαν άθροισμα των επιμέρους συντελεστών των αντίστοιχων γεωμετρικών μεταβολών. Άρα μπορούμε να υποθέσουμε ότι ισχύουν σχέσεις της παρακάτω μορφής τόσο για την μεταβολή της παροχής όσο και για το βαθμό απόδοσης.

$$\begin{aligned}\Delta q\% &= s_{q,1} \cdot \delta x_1 + s_{q,2} \cdot \delta x_2 + \dots + s_{q,v} \cdot \delta x_v \\ \Delta \eta\% &= s_{\eta,1} \cdot \delta x_1 + s_{\eta,2} \cdot \delta x_2 + \dots + s_{\eta,v} \cdot \delta x_v\end{aligned}\quad (6.5)$$

Με γνωστές τις μεταβολές της παροχής και του βαθμού απόδοσης καθώς και τους συντελεστές ευαισθησίας οι σχέσεις αυτές αποτελούν ένα σύστημα 2 εξισώσεων με  $v$  αγνώστους που αντιστοιχούν σε  $v$  γεωμετρικές μεταβολές  $\delta x_i$ .

Οι  $v$  αυτές μεταβολές είναι σίγουρα παραπάνω από 2 όπως είδαμε για τις περιπτώσεις των επικαθήσεων και της μηχανικής διάβρωσης, άρα το σύστημα δεν μπορεί να έχει αναλυτική λύση.

Ωστόσο, η εφαρμογή κάποιων απλουστευτικών παραδοχών μπορεί να περιορίσει τον αριθμό των άγνωστων γεωμετρικών μεταβολών στις 2 και άρα να καταστεί εφικτός ο υπολογισμός αυτών των γεωμετρικών μεταβολών. Η μεθοδολογία που ακολουθεί αφορά

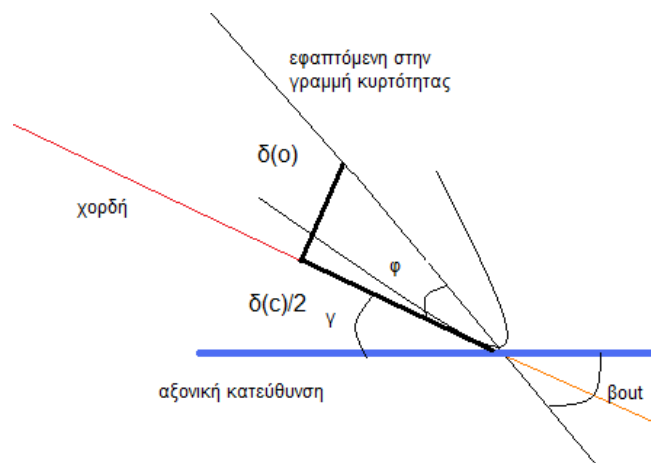
την περίπτωση των επικαθήσεων και της μηχανικής διάβρωσης, αλλά και της αύξησης του ακτινικού διακένου στα πλαίσια της τελευταίας.

### Παραδοχές μεθοδολογίας

- Όλες οι μεταβολές παρουσιάζονται ομοιόμορφα στις πτερυγώσεις όλων των βαθμίδων.
- Οι επικαθήσεις προκαλούν κατά κύριο λόγο αύξηση του πάχους του πτερυγίου, αύξηση του πάχους ακμής διαφυγής και μείωση του λαιμού (βιβλ. αναφορά [15]).
- Η αύξηση του πάχους του πτερυγίου θεωρείται ομοιόμορφη σε ολόκληρο το πτερύγιο και κατανεμημένη εξίσου στις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης.
- Η αύξηση του πάχους ακμής διαφυγής θεωρείται ίση με την αύξηση του πάχους του πτερυγίου. Άρα για τις επικαθήσεις ισχύει:

$$\delta(te) = \delta(t) \quad (6.6)$$

- Η μηχανική διάβρωση του στροβίλου επιφέρει αύξηση του ακτινικού διακένου, μείωση της χορδής και αύξηση του λαιμού (βλέπε και βιβλ. αναφορά [15] και [16]).
- Η μείωση της χορδής συνδέεται με την αύξηση του λαιμού όπως μπορεί να αποδειχτεί με βάση το Σχήμα 6.13. Στο σχήμα φαίνεται ότι η γωνία μετάλλου στην έξοδο του πτερυγίου  $\beta'_{out}$  ισούται με το άθροισμα της γωνίας  $\varphi$  και της γωνίας κλίσης  $\gamma$ .



Σχήμα 6.13 Ακμή διαφυγής πτερυγίου

Αν θεωρήσουμε πως η μείωση της χορδής οφείλεται εξίσου σε μείωση του μήκους της στην ακμή πρόσπτωσης και την ακμή διαφυγής και η μείωση αυτή  $\delta(c)/2$  επιφέρει κάθετη αύξηση του λαιμού  $\delta(o)$ , τότε θα ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} \varphi + \gamma = \beta'_{out} \Rightarrow \varphi = \beta'_{out} - \gamma \\ \tan \varphi = \frac{\delta(o)}{\delta(c)/2} \end{aligned} \right\} \delta(o) = \frac{\tan(\beta'_{out} - \gamma)}{2} \cdot \delta(c) \quad (6.7)$$

### Βήματα μεθοδολογίας

- 1) Σε περίπτωση βλάβης του στροβίλου μιας μηχανής, με χρήση κατάλληλων μετρήσεων κατά μήκος της μηχανής και ενός προσαρμοστικού μοντέλου της μηχανής αυτής, υπολογίζεται η μεταβολή του χάρτη της παροχής  $\Delta q\%$  και του βαθμού απόδοσης  $\Delta \eta\%$  του στροβίλου.
- 2) Αναζητείται το είδος της βλάβης με κριτήριο τον λόγο  $\frac{\Delta q\%}{\Delta \eta\%}$ . Σημείο αναφοράς αποτελεί το Σχήμα 6.4 για την ταυτοποίηση της βλάβης.
- 3) Αφού αναγνωρισθεί η βλάβη, καταγράφονται οι γεωμετρικές παράμετροι των οποίων οι μεταβολές θα υπολογισθούν. Οι παράμετροι αυτές, με βάση τις παραδοχές που έγιναν είναι η αύξηση του πάχους του πτερυγίου και της ακμής διαφυγής και η μείωση του λαιμού για τις επικαθήσεις και η μείωση της χορδής και η αύξηση του ακτινικού διάκενου και του λαιμού για την μηχανική διάβρωση.
- 4) Ο Πίνακας 6-3 και ο Πίνακας 6-7 παρέχουν τους συντελεστές ευαισθησίας της παροχής και του βαθμού απόδοσης των εν λόγω γεωμετρικών παραμέτρων για την βλάβη των επικαθήσεων και της μηχανικής διάβρωσης αντίστοιχα.
- 5) Για κάθε βλάβη καταstrώνεται το σύστημα (6.5) εφαρμόζοντας τις δεδομένες μεταβολές  $\Delta q\%$  και  $\Delta \eta\%$ , τους συντελεστές ευαισθησίας και τις αντίστοιχες παραδοχές.

Συνεπώς το σύστημα (6.5) για την περίπτωση των επικαθήσεων μετασχηματίζεται με μορφή πινάκων σε:

$$\left. \begin{aligned} \Delta q\% &= s_{q,te} \cdot \delta(te) + s_{q,t} \cdot \delta(t) + s_{q,o} \cdot \delta(o) \\ \Delta \eta\% &= s_{\eta,te} \cdot \delta(te) + s_{\eta,t} \cdot \delta(t) + s_{\eta,o} \cdot \delta(o) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\delta(te)=\delta(t)} \rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta q\% &= (s_{q,te} + s_{q,t}) \cdot \delta(t) + s_{q,o} \cdot \delta(o) \\ \Delta \eta\% &= (s_{\eta,te} + s_{\eta,t}) \cdot \delta(t) + s_{\eta,o} \cdot \delta(o) \\ \delta(t) - \delta(te) &= 0 \end{aligned} \right\} \longrightarrow \quad (6.8)$$

$$\begin{bmatrix} s_{q,t} & s_{q,te} & s_{q,o} \\ s_{q,t} & s_{q,te} & s_{\eta,o} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta(t) \\ \delta(te) \\ \delta(o) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta q\% \\ \Delta \eta\% \\ 0 \end{bmatrix}$$

ενώ για την περίπτωση της μηχανικής διάβρωσης παίρνει τη μορφή:

$$\left. \begin{aligned} \Delta q\% &= s_{q,tcl} \cdot \delta(tcl) + s_{q,c} \cdot \delta(c) + s_{q,o} \cdot \delta(o) \\ \Delta \eta\% &= s_{\eta,tcl} \cdot \delta(tcl) + s_{\eta,c} \cdot \delta(c) + s_{\eta,o} \cdot \delta(o) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\delta(o) = \frac{\tan(\beta'_{out} - \gamma)}{2} \cdot \delta(c)}$$

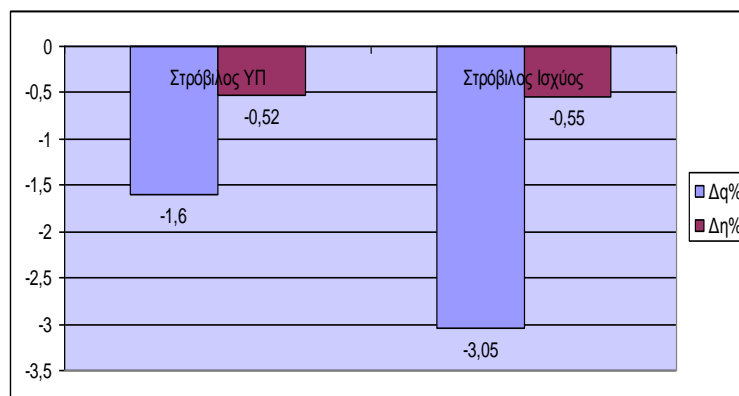
$$\left. \begin{aligned} \Delta q\% &= s_{q,tcl} \cdot \delta(tcl) + \left( s_{q,c} + \frac{s_{q,o} \cdot \tan(\beta'_{out} - \gamma)}{2} \right) \cdot \delta(c) \\ \Delta \eta\% &= s_{\eta,tcl} \cdot \delta(tcl) + \left( s_{\eta,c} + \frac{s_{\eta,o} \cdot \tan(\beta'_{out} - \gamma)}{2} \right) \cdot \delta(c) \\ \delta(o) - \frac{\tan(\beta'_{out} - \gamma)}{2} \cdot \delta(c) &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \quad (6.9)$$

$$\begin{bmatrix} s_{q,tcl} & s_{q,c} & s_{q,o} \\ s_{\eta,tcl} & s_{\eta,c} & s_{\eta,o} \\ 0 & -\frac{\tan(\beta'_{out} - \gamma)}{2} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta(tcl) \\ \delta(c) \\ \delta(o) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta q\% \\ \Delta \eta\% \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 6.3.2 Αριθμητική εφαρμογή της μεθοδολογίας

Παρακάτω παρουσιάζεται ενδεικτικά μια εφαρμογή της μεθόδου σε αεριοστρόβιλο διδύμων ατράκτων που εγκαταστάθηκε και λειτουργήσε σε παραθαλάσσια περιοχή (βιβλ. αναφορά [20]). Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκε πρόσθετο στο καύσιμο για αντιδιαβρωτική προστασία με συνέπεια την δημιουργία επικαθήσεων στα πτερύγια του στροβίλου υψηλής πίεσης και του στροβίλου ισχύος.

Οι επικαθήσεις αυτές είχαν σαν αποτέλεσμα την μεταβολή του χάρτη της παροχής και του βαθμού απόδοσης και των 2 στροβίλων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.14:



Σχήμα 6.14 Μεταβολές παροχής και βαθμού απόδοσης λόγω επικαθήσεων στους στροβίλους αεριοστρόβιλου διδύμων ατράκτων.



Εφόσον είναι γνωστές οι μεταβολές  $\Delta q\%$  και  $\Delta \eta\%$  από το παραπάνω σχήμα και οι αντίστοιχοι συντελεστές ευαισθησίας  $s_{q,i}$  και  $s_{\eta,i}$  από τον Πίνακα 6-3, το σύστημα 6.8 γίνεται για τον στρόβιλο υψηλής πίεσης:

$$\begin{bmatrix} -0.0145 & -0.00217 & -1.12033 \\ -0.02883 & -0.01317 & -0.03433 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta(t)\% \\ \delta(te)\% \\ \delta(o)\% \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.6\% \\ -0.52\% \\ 0\% \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

που έχει λύση:  $\delta(t)=\delta(te)=11.35\%$  και  $\delta(o)=1.26\%$  (μείωση 1,26%), ενώ για τον στρόβιλο ισχύος:

$$\begin{bmatrix} -0.0145 & -0.00217 & -1.12033 \\ -0.02883 & -0.01317 & -0.03433 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta(t)\% \\ \delta(te)\% \\ \delta(o)\% \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.05\% \\ -0.55\% \\ 0\% \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

που έχει λύση:  $\delta(t)=\delta(te)=0.93\%$  και  $\delta(o)=2.74\%$  (μείωση 2.74%),

Για την περίπτωση του στροβίλου υψηλής πίεσης, οι μεταβολές της γεωμετρίας που προέκυψαν από τη λύση του συστήματος εισήχθησαν στα δεδομένα εισόδου του κώδικα TBLADE και προσδιορίστηκαν οι χαρακτηριστικές του βαθμού απόδοσης και της παροχής του ελαττωματικού στροβίλου.

Ταυτόχρονα προσδιορίστηκαν και οι χάρτες του υγιούς στροβίλου και συγκρίθηκαν με τους παραπάνω. Ο Πίνακας 6-9 καταγράφει τις μεταβολές που προέκυψαν.

Πίνακας 6-9 Υπολογισμός μεταβολής βαθμού απόδοσης και παροχής με χρήση των γεωμετρικών μεταβολών που εκτιμήθηκαν μέσω της μεθόδου διάγνωσης.

Στροφές λειτουργίας	$\Delta \eta\%$	$\Delta q\%$
<b>70%</b>	-0.48%	-1.50%
<b>80%</b>	-0.45%	-1.50%
<b>93%</b>	-0.43%	-1.50%
<b>100%</b>	-0.43%	-1.50%
<b>110%</b>	-0.45%	-1.50%
<b>Μέσος όρος μεταβολών</b>	<b>-0.45%</b>	<b>-1.50%</b>

Τα αποτελέσματα που παρήγαγε ο κώδικας TBLADE απέχουν λιγότερο από 0.1% από τα δεδομένα εισόδου της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε (-0.52% και -1.6% αντίστοιχα), μεταβολή τόσο μικρή που να θεωρείται η ίδια αμελητέα και η μεθοδολογία των συντελεστών ευαισθησίας αποτελεσματική στην περίπτωση που εξετάστηκε.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι προκειμένου να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος αυτή σε έναν στροβίλο οποιασδήποτε γεωμετρίας, πρέπει να ελεγχθεί το κατά πόσο οι συγκεκριμένοι συντελεστές ευαισθησίας είναι γενικοί και ανεξάρτητοι της γεωμετρίας του στροβίλου. Αλλά ακόμα και στην περίπτωση που οι συντελεστές ευαισθησίας εξαρτώνται από τη γεωμετρία, το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με δύο τρόπους, εφόσον βέβαια είναι γνωστή η γεωμετρία του στροβίλου που εξετάζουμε.

Ο πρώτος τρόπος απαιτεί να υπολογίσουμε εκ νέου τους συντελεστές ευαισθησίας για την συγκεκριμένη μηχανή και να τους εισάγουμε στο παραπάνω μοντέλο διάγνωσης. Έτσι με δεδομένη τη μεταβολή της παροχής και του βαθμού απόδοσης υπολογίζονται οι μεταβολές των γεωμετρικών παραμέτρων.

Σύμφωνα με τον δεύτερο τρόπο, υιοθετείται η αντίστροφη διαδικασία. Με δεδομένες ξανά τις πραγματικές μεταβολές παροχής και βαθμού απόδοσης  $\Delta q\%_{\text{real}}$  και  $\Delta \eta\%_{\text{real}}$ , γίνεται μια αρχική εκτίμηση των γεωμετρικών μεταβολών που μπορεί να τις προκάλεσαν. Οι μεταβολές αυτές εφαρμόζονται στο μοντέλο των απωλειών και υπολογίζονται οι υποθετικές μεταβολές  $\Delta \eta\%$  και  $\Delta q\%$  που θα επέφεραν. Αν οι τελευταίες δεν συμπίπτουν με τις  $\Delta q\%_{\text{real}}$  και  $\Delta \eta\%_{\text{real}}$ , επαναλαμβάνεται η διαδικασία μέσω μιας μεθόδου επίλυσης μη γραμμικών συστημάτων, όπως η Newton-Raphson, έως ότου επιτευχθεί η επιθυμητή σύγκλιση.



Στην ενότητα αυτή γίνεται μια σύντομη ανακεφαλαίωση του περιεχομένου της διπλωματικής εργασίας και καταγράφονται συγκεντρωτικά τα συμπεράσματα που προέκυψαν. Τέλος, παρουσιάζονται διάφορες προτάσεις που κρίνονται χρήσιμες, αλλά δεν πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας και θα μπορούσαν να αποτελέσουν αντικείμενο μελλοντικής διερεύνησης.

### **7.1 Ανακεφαλαίωση**

Αρχικά παρουσιάστηκε η γεωμετρία του στροβίλου και μελετήθηκαν οι γεωμετρικές παράμετροι που επηρεάζουν τις απώλειες στον στρόβιλο. Επίσης καταστρώθηκαν οι εξισώσεις και η μεθοδολογία του μοντέλου της μονοδιάστατης ανάλυσης της ροής που χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών και την μοντελοποίηση των βλαβών.

Κατόπιν παρουσιάστηκε η θεωρία των απωλειών, δίνοντας έμφαση στις πηγές των απωλειών, στη φύση τους και στον τρόπο με τον οποίο κατανέμονται.

Μετά την θεωρητική προσέγγιση των απωλειών, παρουσιάστηκαν οι διάφορες μέθοδοι εκτίμησης των απωλειών που υπάρχουν στην βιβλιογραφία. Οι μέθοδοι αυτοί προγραμματίστηκαν και ενσωματώθηκαν στον κώδικα του εργαστηρίου TBLADE ο οποίος έχει τη δυνατότητα εκτίμησης των χαρακτηριστικών λειτουργίας αξονικών στροβίλων. Ο κώδικας στην αρχική του μορφή είχε μόνο ένα σύστημα απωλειών, αυτό των Ainley Mathieson, ενώ μετά την τροποποίησή του διέθετε 4 ολοκληρωμένα συστήματα απωλειών καλύπτοντας τόσο στροβίλους παλαιάς όσο και σύγχρονης σχεδίασης.

Στη συνέχεια, έγινε εφαρμογή του βελτιωμένου κώδικα TBLADE α) για παραμετρική ανάλυση και μελέτη της επίδρασης των γεωμετρικών παραμέτρων στις απώλειες και β) για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών λειτουργίας δύο στροβίλων των οποίων ήταν στη διάθεσή μας η γεωμετρία τους.

Τέλος έγινε παρουσίαση των συνηθέστερων βλαβών στροβίλου και μοντελοποίηση των δύο πιο συνηθισμένων βλαβών, των επικαθήσεων και της μηχανικής διάβρωσης. Η μοντελοποίηση αυτή έγινε με μεταβολή συγκεκριμένων γεωμετρικών

παραμέτρων οι οποίες συμβαίνουν στην πράξη στην περίπτωση των βλαβών αυτών. Αρχικά υπολογίστηκαν οι χάρτες λειτουργίας τόσο για υγιή όσο και για λειτουργία υπό την παρουσία της βλάβης. Στη συνέχεια υπολογίστηκαν οι μεταβολές τις παροχής και του βαθμού απόδοσης και τέλος οι συντελεστές ευαισθησίας τους για μοναδιαίες μεταβολές των γεωμετρικών παραμέτρων. Με βάση τους συντελεστές αυτούς παρουσιάστηκε μια μεθοδολογία ακριβούς διάγνωσης των γεωμετρικών μεταβολών λόγω βλάβης.

## 7.2 Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή συγκεντρώνονται όλα τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των αποτελεσμάτων που παρήχθησαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

❖ Η συνεχής βελτίωση των μεθόδων εκτίμησης των απωλειών και η ανάπτυξη νέων έγινε με τέτοιο τρόπο που να μπορούν να ανταποκριθούν στους ανανεωμένους κάθε φορά κανόνες σχεδίασης στροβίλων. Οι σχέσεις που περιλαμβάνουν έχουν παραχθεί από επεξεργασία πειραματικών δεδομένων σε πλήθος μηχανών με σκοπό να μπορούν να προβλέψουν την συμπεριφορά τους. Άρα το βασικότερο κριτήριο επιλογής μεθόδου εκτίμησης απωλειών είναι η χρονολογία σχεδίασης της μηχανής που πρόκειται να μελετηθεί. Μια παλαιά μέθοδος που έχει βασιστεί σε δεδομένα μηχανών παλαιάς σχεδίασης είναι καταλληλότερη για την μελέτη μιας παλαιάς μηχανής από μια σύγχρονη μέθοδο, ακόμα κι αν η τελευταία λαμβάνει υπόψη της φαινόμενα που αγνοεί η πρώτη.

❖ Τα συστήματα απωλειών σε συνδυασμό με την μονοδιάστατη ανάλυση της ροής μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών του στροβίλου, όσο και για την μοντελοποίηση των βλαβών που μπορεί να προκύψουν σε αυτόν.

❖ Μέσα από την μοντελοποίηση των βλαβών, διαπιστώθηκε πως όντως οι βλάβες του στροβίλου προκαλούν μεταβολή των χαρακτηριστικών παροχής και βαθμού απόδοσης. Μάλιστα κάθε βλάβη φάνηκε ότι έχει ξεχωριστή υπογραφή που μπορεί να οδηγήσει σε διάγνωση της.

❖ Η βλάβη των επικαθήσεων παρουσιάζει σημαντική μείωση της παροχής με μικρή μείωση του βαθμού απόδοσης. Η βλάβη της μηχανικής διάβρωσης παρουσιάζει σημαντική αύξηση της παροχής και μικρή μείωση του βαθμού απόδοσης, ενώ η αύξηση του ακτινικού διακένου ως υποπερίπτωση της μηχανικής διάβρωσης έχει σημαντική αύξηση στην παροχή και αντίστοιχη ή μεγαλύτερη μείωση στον βαθμό απόδοσης.

❖ Την μεγαλύτερη επίδραση στην βλάβη των επικαθήσεων έχει η μεταβολή του εμβαδού του λαιμού ακολουθούμενη από την αύξηση της ακμής διαφυγής, ενώ πολύ μικρή είναι η συνεισφορά της μεταβολής του μέγιστου πάχους.

❖ Στην περίπτωση της μηχανικής διάβρωσης, η μεταβολή του εμβαδού του λαιμού έχει και εδώ την μεγαλύτερη επίδραση, κυρίως στην παροχή, ενώ η μεταβολή του ακτινικού διακένου έχει την μεγαλύτερη επίδραση στον βαθμό απόδοσης. Τέλος η

μεταβολή της χορδής έχει ισοδύναμη επίδραση με το ακτινικό διάκενο παρουσιάζοντας μεγαλύτερη επίδραση στην παροχή και λιγότερο στον βαθμό απόδοσης από αυτό.

### 7.3 Προτάσεις

Οι παρακάτω προτάσεις αφορούν σημεία που αναφέρθηκαν στην παρούσα εργασία και θα μπορούσαν να αποτελέσουν αντικείμενο περαιτέρω διερεύνησης.

- Καταρχάς, προτείνεται να διερευνηθεί η αντικατάσταση της μεθοδολογίας εκτίμησης της γωνίας εξόδου της ροής κατά Ainley-Mathieson (ενότητα 4.1.2) από την αντίστοιχη μεθοδολογία της γωνίας παρέκκλισης κατά Zhu-Sjolander (ενότητα 4.4.3), ειδικά για τις σύγχρονες μεθόδους εκτίμησης απωλειών.

- Ταυτόχρονα μπορεί να βελτιωθεί παραπάνω η μέθοδος των Moustapha-Kacker-Tremblay (κεφάλαιο 4.6) εκτίμησης των απωλειών εκτός σημείου σχεδίασης σύμφωνα με την μεθοδολογία που προτείνει ο Benner (βιβλ. αναφορά [9]). Η μεθοδολογία αυτή περιλαμβάνει συγκεκριμένα βελτίωση της εκτίμησης των απωλειών περύγωσης.

- Επίσης θα μπορούσε να αναζητηθεί μια ακριβής εμπειρική σχέση υπολογισμού του ισοδύναμου πάχους μετατόπισης των οριακών στρωμάτων που θα επέτρεπε να χρησιμοποιηθεί χωρίς σφάλμα το νέο σχήμα κατανομής των απωλειών που προτείνουν οι Benner-Moustapha-Tremblay (κεφάλαιο 4.5).

- Όσον αφορά την παραμετρική ανάλυση των απωλειών, μπορεί να μελετηθεί η επίδραση που έχουν και άλλες γεωμετρικές παράμετροι στις απώλειες, όπως η διάμετρος της ακμής πρόσπτωσης, η γωνία κλίσης και στροφής.

- Στα πλαίσια της μοντελοποίησης των βλαβών του στροβίλου, προτείνεται να αναζητηθεί μια εμπειρική σχέση ανάμεσα στις απώλειες και την επιφανειακή τραχύτητα των τοιχωμάτων και των περυγίων, προκειμένου να μοντελοποιηθεί και η επίδραση αυτής της σημαντικότητας γεωμετρικής παραμέτρου που δεν περιλαμβάνεται στα δεδομένα εισόδου του κώδικα TBLADE.

- Έχει ήδη αναφερθεί πως οι συντελεστές ευαισθησίας ενδέχεται να μην είναι ανεξάρτητοι της γεωμετρίας του στροβίλου. Το σημείο αυτό θα μπορούσε να διερευνηθεί υπολογίζοντας τους συντελεστές ευαισθησίας και για άλλους στροβίλους διαφορετικής γεωμετρίας.

- Τέλος, θα ήταν εξαιρετικά χρήσιμο να προσεγγιστούν οι συντελεστές ευαισθησίας των γεωμετρικών μεταβολών βάσει πειραματικών δεδομένων από μηχανές διαφορετικής σχεδίασης. Έτσι θα μπορούσαν να καταρτιστούν πίνακες συντελεστών ευαισθησίας για κάθε οικογένεια μηχανών όμοιας σχεδίασης ξεχωριστά.

- Όσον αφορά μάλιστα τη μεθοδολογία αυτή και την υιοθέτηση της στην παρούσα εργασία ως εργαλείο διάγνωσης των γεωμετρικών μεταβολών, θα μπορούσε να προταθεί η αξιοποίηση της και ως εργαλείο σχεδίασης. Ξεκινώντας από μια δεδομένη

σχεδίαση μπορεί να υπολογιστεί πως πρέπει να μεταβληθούν οι διάφορες γεωμετρικές παράμετροι για βελτιστοποίηση του βαθμού απόδοσης και της παροχής.

# 8

## Βιβλιογραφία

### Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- [1] HIH Saravanamuttoo, GFC Rogers, H Cohen, PV Straznicky, "GAS TURBINE THEORY", Pearson Education, 2009
- [2] R.J. Latimer, "Axial Turbine Performance Prediction", Lecture Series 1978, VON KARMAN INSTITUTE FOR FLUID DYNAMICS, 1978
- [3] Olivier A., Olivier L., "A QUASI-ONE DIMENSIONAL MODEL FOR AXIAL TURBINES", Turbomachinery group, Université de Liège, 2007
- [4] Ainley, D.G., and Mathieson, G.C.R., "A Method of Performance Estimation for Axial-Flow Turbines", British ARC, R & M 2974, 1951
- [5] Dunham, J., 'A Review of Cascade Data on Secondary Losses in Turbines', Journal Mech. Engineering Sci., Vol. 12, No. 1, p. 48, 1970
- [6] Kacker, S.C., Okapuu, U., 'A Mean Line Prediction Method for Axial Flow Turbine Efficiency', ASME Journal of Engineering for Power, Vol.104/117, 1982
- [7] Moustapha, S. H., Kacker, S. C., and Tremblay, B., "An Improved Incidence Losses Prediction Method for Turbine Airfoils," ASME Journal of Turbomachinery, Vol.112, pp.267-276., 1990
- [8] Zhu, J., Sjolander, S.A., "IMPROVED PROFILE LOSS AND DEVIATION CORRELATIONS FOR AXIAL TURBINE BLADE ROWS", ASME Turbo Expo 2005, 2005
- [9] Benner, M. W., Sjolander, S. A., and Moustapha, S. H., "Influence of Leading-Edge Geometry on Profile losses in Turbines at Off-Design Incidence: Experimental Results and an Improved Correlation," ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 112, pp. 267-276, 1997
- [10] Benner, M. W., Sjolander, S. A., and Moustapha, S. H., "AN EMPIRICAL PREDICTION METHOD FOR SECONDARY LOSSES IN TURBINES:PART I - A NEW LOSS BREAKDOWN SCHEME AND PENETRATION DEPTH CORRELATION", ASME Turbo Expo 2005, 2005



[11] Benner, M. W., Sjolander, S. A., and Moustapha, S. H., "AN EMPIRICAL PREDICTION METHOD FOR SECONDARY LOSSES IN TURBINES:PART II - A NEW SECONDARY LOSS CORRELATION", ASME Turbo Expo 2005, 2005

[12] A.J. Glassman, "Turbine Design And Application", NASA Lewis Research Center, 1994

[13] J.D. Denton, "The 1993 IGTI Scholar Lecture: Loss Mechanisms in Turbomachines", ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 115, 1993

[14] L. Fielding, "Turbine Design: The Effect of Axial Turbine Performance of Parameter Variation", ASME Press, 2000

[15] R. Kurz and K. Brun, "DEGRADATION IN GAS TURBINE SYSTEMS", ASME 2000-GT-345, 2000

[16] A.Ghenaiet, S.C.Tan and R.L.Elder, "Prediction of an axial turbomachine performance degradation due to sand ingestion", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy* 2005 219: 273, 2005

[17] R. Kurz, K. Brun and M. Wollie, "DEGRADATION EFFECTS ON INDUSTRIAL GAS TURBINES", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air GT2008*, 2008

### Ελληνική Βιβλιογραφία

[18] Κ.Δ. Παπαηλίου, Κ.Μ. Μαθιουδάκης, Κ.Χ. Γιαννάκογλου, "Εισαγωγή Στις Θερμικές Στροβιλομηχανές", Αθήνα 2000

[19] Κ. Μ. Μαθιουδάκης, «Λειτουργία Αεριοστροβίλων και Ατμοστροβίλων», Αθήνα 2007

[20] Κ. Μ. Μαθιουδάκης, «Διαγνωστική Αεριοστροβίλων», Αθήνα 2007

[21] Κ.Δ. Παπαηλίου, «Περιληπτικές Σημειώσεις του Μαθήματος Θερμικών Στροβιλομηχανών II»

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ



# Π1

## ΚΩΔΙΚΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε κατά τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας για την εξαγωγή όλων των αποτελεσμάτων ήταν ο TBLADE, ο οποίος έχει αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του Τομέα Ρευστών του ΕΜΠ. Ο κώδικας αυτός εκτιμάει τις χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας πολυβάθμιων αξονικών στροβίλων με χρήση μονοδιάστατης ανάλυσης και εμπειρικών σχέσεων απωλειών. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας εμπλουτίστηκε με νέες μεθόδους εκτίμησης απωλειών καλύπτοντας στροβίλους νεότερης σχεδίασης. Παρακάτω γίνεται μια σύντομη περιγραφή του κώδικα και του τρόπου που μπορεί κάποιος να τον χρησιμοποιήσει.

### Π1.1 Δομή TBLADE

Το TBLADE αποτελείται από 4 αρχεία Fortran με διακριτό ρόλο:

- το αρχείο **Driver.for**, το οποίο αποτελεί τον οδηγό του προγράμματος, διαβάζει τα δεδομένα εισόδου που εισάγει ο χρήστης, καλεί όλες τις απαραίτητες υπορουτίνες προκειμένου να παραχθεί ο πλήρης χάρτης του στροβίλου και καταγράφει τα αποτελέσματα που προέκυψαν σε κατάλληλα αρχεία εξόδου.
- το αρχείο **mathutils.for** περιλαμβάνει όλες τις υπορουτίνες αριθμητικών μεθόδων και μαθηματικών διαδικασιών που είναι απαραίτητες για την επίλυση των εξισώσεων.
- το αρχείο **properties.for** περιλαμβάνει συναρτήσεις υπολογισμού θερμοδυναμικών ιδιοτήτων του εργαζόμενου μέσου.
- το αρχείο **TBLADE.for**, που αποτέλεσε και το αντικείμενο επεξεργασίας κατά την διάρκεια της διπλωματικής εργασίας, περιλαμβάνει όλες τις υπορουτίνες προσδιορισμού του χάρτη του στροβίλου, από τον υπολογισμό των απωλειών σε μια πτερύγωση έως τον προσδιορισμό οποιουδήποτε σημείου λειτουργίας και οποιασδήποτε χαρακτηριστικής.

Το αρχείο TBLADE.for αποτελείται από υπορουτίνες που η μια καλεί διαδοχικά την άλλη εσωτερικά, όσες φορές κρίνεται απαραίτητο ανάλογα με τον αριθμό των βαθμίδων από τις οποίες αποτελείται ο στροβίλος.

## Π1.2 Υπορουτίνες TBLADE.for

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι δύο υπορουτίνες που αποτέλεσαν αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής. Οι υπορουτίνες **TurbCascadeLoss** και **StatPressReynolds**. Στην πρώτη έγιναν προσθήκες με νέες πιο σύγχρονες μεθόδους εκτίμησης απωλειών ενώ η δεύτερη είναι βοηθητική και χρησιμοποιείται κατά την εφαρμογή των νέων μεθόδων.

### Π1.2.1 Υπορουτίνα TurbCascadeLoss

Η προϋπάρχουσα υπορουτίνα TurbCascadeLoss χρησιμοποιούσε τη μέθοδο Ainley-Mathieson και με δεδομένη γεωμετρία πτερύγωσης υπολόγιζε τις απώλειες ολικής πίεσης καθώς και την γωνία εξόδου από την πτερύγωση αυτή.

Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας, η υπορουτίνα αυτή τροποποιήθηκε και εμπλουτίστηκε με νέες μεθόδους εκτίμησης απωλειών πτερυγώσεων στροβίλου που είναι πιο κοντά σε νέες σχεδιάσεις στροβίλων. Οι διαθέσιμες μέθοδοι εκτίμησης απωλειών παρουσιάζονται στον Πίνακα Π1.1

Πίνακας Π1.1: Διαθέσιμες μέθοδοι εκτίμησης απωλειών

τιμή παραμέτρου	method
1	Μέθοδος Ainley-Mathieson
2	Μέθοδος Dunham-Came
3	Μέθοδος Kacker-Okarui για το σημείο σχεδίασης και επέκταση της με τη μέθοδο Moustapha-Kacker-Tremblay εκτός του σημείου σχεδίασης
4	Μέθοδος Zhu-Sjolander για το σημείο σχεδίασης και επέκταση της με τη μέθοδο Moustapha-Kacker-Tremblay εκτός του σημείου σχεδίασης

Στον υπολογισμό των απωλειών λαμβάνονται υπόψη φαινόμενα, όπως η επιτάχυνση της ροής, η υποηχητική και υπερηχητική διόρθωση του αριθμού Mach, η επίδραση του αριθμού Reynolds και οι απώλειες κρουστικών κυμάτων, φαινόμενα τα οποία αγνοεί η μέθοδος Ainley-Mathieson.

Ειδικά όσον αφορά την επίδραση του αριθμού Reynolds και τα κρουστικά κύματα, κατασκευάστηκε μια ακόμα υπορουτίνα, η StatPressReynolds, η οποία καλείται προκειμένου να υπολογισθεί ο αριθμός Reynolds και η στατική πίεση στην έξοδο της πτερύγωσης, δεδομένα απαραίτητα για τον προσδιορισμό της επίδρασης του αριθμού Reynolds και τον υπολογισμό των απωλειών κρουστικών κυμάτων.

Η νέα υπορουτίνα κατασκευάστηκε με τέτοιο τρόπο που να είναι διακριτή κάθε κατηγορία απωλειών, ακόμα και αν αυτή εμπεριέχεται σε μια άλλη (π.χ. οι απώλειες ακμής διαφυγής διαφοροποιήθηκαν από τις απώλειες πτερύγωσης) και μάλιστα υπολογίζονται ξεχωριστά για το σημείο σχεδίασης και εκτός αυτού. Μάλιστα, έγινε

προσπάθεια να διατηρηθούν ενιαίες οι εξισώσεις υπολογισμού των απωλειών με εφαρμογή διαφορετικών συντελεστών για κάθε μέθοδο.

Ο Πίνακας Π1.2 περιλαμβάνει το σκοπό, τον τρόπο ορισμού και τα ορίσματα εισόδου και εξόδου της υπορουτίνας. Ο Πίνακας Π1.3 και ο Πίνακας Π1.4 παρουσιάζουν αναλυτικά τα ορίσματα εισόδου και εξόδου της υπορουτίνας αντίστοιχα καθώς και τυπικές τιμές που λαμβάνουν αυτά.

Πίνακας Π1.2: Υπορουτίνα TurbCascadeLoss

<b>Υπορουτίνα TurbCascadeLoss</b>	
<b>Σκοπός</b>	Η υπορουτίνα TurbCascadeLoss υποθέτει τον αριθμό Mach στην έξοδο μιας πτερύγωσης και με βάση τη γεωμετρία της πτερύγωσης υπολογίζει τον συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης και την γωνία εξόδου της ροής από την πτερύγωση.
<b>Ορισμός</b>	TurbCascadeLoss (kser, rmach, blact, bltonos, asol, se, os, emax, tes, ED, OD, An1, An2, tc, h, Yt, b2, imax, afs, iError, AR, Ttin, Rconst, paroxi, RPM, method, Rm2, imode, p1, qmach, gamma, ales, b2tonos, stag, iischeme)
<b>Ορίσματα Εισόδου</b>	kser, rmach, blact, bltonos, asol, se, os, emax, tes, ED, OD, An1, An2, tc, h, imax, afs, AR, Ttin, Rconst, paroxi, RPM, method, Rm2, imode, p1, qmach, gamma, ales, b2tonos, stag, iischeme
<b>Ορίσματα Εξόδου</b>	Yt, b2, iError

Πίνακας Π1.3: Ορίσματα Εισόδου υπορουτίνας TurbCascadeLoss

<b>Όρισμα Εισόδου</b>	<b>Επεξήγηση</b>	<b>Σχόλια</b>	<b>Τυπικές τιμές</b>
kser	είδος διακένου	1 για απλό διάκενο, 2 για καλυμμένο πτερύγιο	1 ή 2
rmach	αριθμός Mach εξόδου	γίνεται υποθετική εκτίμηση του	0.5
blact	γωνία εισόδου αερίου (deg)		0

<i>Όρισμα Εισόδου</i>	<i>Επεξήγηση</i>	<i>Σχόλια</i>	<i>Τυπικές τιμές</i>
bltonos	γωνία μετάλλου εισόδου (deg)		
asol	λόγος βήματος-χορδής	αντίστροφο στερεότητας	0.7
se	λόγος βήματος-ακτίνας καμπυλότητας		0.25
os	λόγος εμβαδού λαιμού - βήματος		0.4
emax	λόγος μέγιστου πάχους πτερυγίου – χορδής		0.2
tes	λόγος πάχους ακμής διαφυγής - βήματος		0.05
ED	εσωτερική διάμετρος (m)		
OD	εξωτερική διάμετρος (m)		
An1	εμβαδό στεφάνης στην είσοδο (m <sup>2</sup> )		
An2	εμβαδό στεφάνης στην έξοδο (m <sup>2</sup> )		
tc	ύψος ακτινικού διακένου (m)		0.001
h	ύψος πτερυγίου (m)		0.05
imax	μέγιστος αριθμός επαναλήψεων αριθμητικής μεθόδου	η τιμή 0 ισοδυναμεί με 500 επαναλήψεις	0
afs	μέγιστο σφάλμα εκτίμησης	η τιμή 0 ισοδυναμεί με σφάλμα 10 <sup>-6</sup>	0
AR	λόγος ύψους πτερυγίου - χορδής		3-4
Ttin	ολική θερμοκρασία εισόδου στο στρόβιλο (K)	απαραίτητη για την StatPressReynolds	1000-1400
Rconst	Σταθερά αερίου (J/kg K)	απαραίτητη για την StatPressReynolds	287.05
paroxi	παροχή	απαραίτητη για την	

Όρισμα Εισόδου	Επεξήγηση	Σχόλια	Τυπικές τιμές
	εργαζόμενου μέσου (kgr/sec)	StatPressReynolds	
RPM	στροφές λειτουργίας (RPM)	απαραίτητη για την StatPressReynolds	
method	παράμετρος μεθόδου εκτίμησης απωλειών	Βλέπε Πίνακας Π1.1	1 - 4
Rm2	μέση ακτίνα περύγωσης στην έξοδο (m)	απαραίτητη για την StatPressReynolds	
imode	είδος περύγωσης	1 για ρότορα- 2 για στάτορα	1 ή 2
p1	στατική πίεση εισόδου (Pa)	απαραίτητη για την StatPressReynolds	
qmach	αριθμός Mach εισόδου	απαραίτητη για την StatPressReynolds	
gamma	ισεντροπικός συντελεστής γ	απαραίτητη για την StatPressReynolds	1.33
ales	διάμετρος ακμής πρόσπτωσης (m)		0.08
b2tonos	γωνία μετάλλου εξόδου (deg)		
stag	γωνία κλίσης (deg)	λαμβάνεται ίση με το ημίθροισμα των γωνιών μετάλλου	
iischeme	παράμετρος σχήματος κατανομής απωλειών	0 για παλαιό σχήμα ή 1 για νέο σχήμα Benner-Sjolander-Moustapha	0 ή 1

Πίνακας Π1.4: Ορίσματα Εξόδου υπορουτίνας TurbCascadeLoss

Όρισμα Εξόδου	Επεξήγηση	Σχόλια	Τυπικές τιμές
Yt	συντελεστής ολικών απωλειών πίεσης	$Y_t = \frac{P_{t2} - P_{t1}}{P_{t2} - P_2}$	0-0.3
b2	γωνία εξόδου ροής (deg)	εξαρτάται άμεσα από τον αριθμό Mach εξόδου	
iError	παράμετρος		1 ή 2



<i>Όρισμα Εξόδου</i>	<i>Επεξήγηση</i>	<i>Σχόλια</i>	<i>Τυπικές τιμές</i>
	μέγιστων επαναλήψεων		

### Π1.2.2 Υπορουτίνα StatPressReynolds

Η υπορουτίνα StatPressReynolds αποτελεί βοηθητική υπορουτίνα στις νέες μεθόδους εκτίμησης απωλειών. Ο Πίνακας Π1.5 περιλαμβάνει το σκοπό, τον τρόπο ορισμού και τα ορίσματα εισόδου και εξόδου της υπορουτίνας. Ο Πίνακας Π1.6 και ο Πίνακας Π1.7 παρουσιάζουν αναλυτικά τα ορίσματα εισόδου και εξόδου της υπορουτίνας αντίστοιχα καθώς και τυπικές τιμές που λαμβάνουν αυτά.

Πίνακας Π1.5: Υπορουτίνα StatPressReynolds

<b>Υπορουτίνα StatPressReynolds</b>	
<b>Σκοπός</b>	Η υπορουτίνα StatPressReynolds εκτιμά τον αριθμό Reynolds και την στατική πίεση στην έξοδο της πτερύγωσης προκειμένου να υπολογιστούν οι συντελεστές επίδρασης Reynolds και οι απώλειες κρουστικών κυμάτων αντίστοιχα.
<b>Ορισμός</b>	StatPressReynolds (An2sr, Tt1sr, gammasr, rmachsr, Rsr paroxisr, imodesr, RPMsr, Rm2sr, b2sr, Csr, p2sr, Reyn2)
<b>Ορίσματα Εισόδου</b>	An2sr, Tt1sr, gammasr, rmachsr, Rsr paroxisr, imodesr, RPMsr, Rm2sr, b2sr, Csr
<b>Ορίσματα Εξόδου</b>	p2sr, Reyn2

Πίνακας Π1.6: Ορίσματα Εισόδου υπορουτίνας StatPressReynolds

<i>Όρισμα Εισόδου</i>	<i>Επεξήγηση</i>	<i>Σχόλια</i>	<i>Τυπικές τιμές</i>
An2sr	εμβαδό στεφάνης στην έξοδο (m <sup>2</sup> )		
Tt1sr	ολική θερμοκρασία		1000-1400

<i>Όρισμα Εισόδου</i>	<i>Επεξήγηση</i>	<i>Σχόλια</i>	<i>Τυπικές τιμές</i>
	εισόδου στο στρόβιλο (K)		
gammasr	ισεντροπικός συντελεστής γ		1.33
rmachsr	αριθμός Mach εισόδου		
Rsr	Σταθερά αερίου (J/kg K)		287.05
paroxisr	παροχή εργαζόμενου μέσου (kg/sec)		
imodesr	είδος πτερύγωσης	1 για ρότορα- 2 για στάτορα	1 ή 2
RPMsr	στροφές λειτουργίας (RPM)		
Rm2sr	μέση ακτίνα πτερύγωσης στην έξοδο (m)		
b2sr	γωνία μετάλλου εξόδου (deg)		
Csr	χορδή πτερυγίου (m)		

Πίνακας Π1.7: Ορίσματα Εξόδου υπορουτίνας StatPressReynolds

<i>Όρισμα Εξόδου</i>	<i>Επεξήγηση</i>	<i>Σχόλια</i>	<i>Τυπικές τιμές</i>
p2sr	στατική πίεση εξόδου πτερύγωσης (Pa)		
Reyn2	αριθμός Reynolds εξόδου		$10^5 - 10^6$



# Π2

## Εφαρμογή εκτίμησης σημείου λειτουργίας στροβίλου

### Π2.1 Δεδομένα εισόδου αριθμητικής εφαρμογής

Στο παράρτημα αυτό γίνεται μια αναλυτική αριθμητική εφαρμογή υπολογισμού των απωλειών σε βαθμίδα στροβίλου και προσδιορισμού του σημείου λειτουργίας του. Ο Πίνακας Π2.1 περιλαμβάνει τα δεδομένα της γεωμετρίας της βαθμίδας, καθώς και τις συνθήκες εισόδου και τις σταθερές του εργαζόμενου μέσου.

Πίνακας Π2.1: Δεδομένα εισόδου αριθμητικής εφαρμογής

ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ	ΣΤΑΤΟΡΑΣ	ΡΟΤΟΡΑΣ	ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	ΣΤΑΤΟΡΑΣ	ΡΟΤΟΡΑΣ
Rhub1 (m)	0.271	0.264	$\beta'_{in}$ (deg)	0	27
Rhub2 (m)	0.266	0.257	$\beta'_{out}$ (deg)	70.4	58
Rtip1 (m)	0.342	0.352	$\gamma_{stagger}$ (deg)	35.2	42.5
Rtip2 (m)	0.349	0.357	c (m)	0.0512	0.037
R <sub>m</sub> (m)	0.3075	0.3075	s (m)	0.0322	0.0264
A <sub>n1</sub> (m <sup>2</sup> )	0.13673	0.1703	s/c	0.629	0.714
A <sub>n2</sub> (m <sup>2</sup> )	0.16036	0.19289	o (m)	0.01544	0.01288
			e (m)	0.13	0.12
			s/e	0.2477	0.2202
			t <sub>max</sub> /c	0.1875	0.2
<b>ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΕΙΣΟΔΟΥ</b>			t <sub>e</sub> /s	0.03416	0.03255
p <sub>t1</sub> (Pa)	2.9x10 <sup>5</sup>		o/s	0.4795	0.4874
T <sub>t1</sub> (K)	1000		cos <sup>-1</sup> (o/s)	61.35	60.83
$N/\sqrt{T_{t1}}$	316.23		k (m)	0	0.001
$\dot{m}$ (kgr/sec)	25		h (m)	0.077	0.094
$\alpha_1$ (deg)	0				
<b>ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΑΕΡΙΟΥ</b>			d <sub>te</sub> /s	0.08	0.08
C <sub>p</sub> [J/(kgr K)]	1156.7				
R [J/(kgr K)]	287				
$\gamma$	1.33				

## Π2.2 Προσδιορισμός μεγεθών στον στάτορα

Στον στάτορα χρησιμοποιείται η απόλυτη γωνία εξόδου της ροής, άρα  $a_{out} \equiv \alpha_2$ .

### Π2.2.1 Εκτίμηση γωνίας εξόδου $\alpha_2$

Ο στάτορας έχει μηδενικό διάκενο ( $k=0$ ), άρα:

- Για αριθμούς Mach:  $0 < M_2 < 0.5$

Από το Σχήμα 4.1 για  $\cos^{-1}(o/s)=61.35$  προκύπτει  $\alpha_2^* = -59.34^\circ$

$$(4.1) \Rightarrow \alpha_{2(k=0)} = \alpha_2^* - 4 \cdot \left( \frac{s}{e} \right) = -59.34 - 4 \cdot 0.2477 = -60.33^\circ$$

- Για αριθμό Mach:  $M_2=1$

Το εμβαδό του λαιμού δίνεται από τη σχέση:

$$(4.4) \Rightarrow A_t = \frac{o}{s} \cdot \left( \frac{5A_{n2} + A_{n1}}{6} \right) = 0.4795 \cdot \left( \frac{5 \cdot 0.16036 + 0.13673}{6} \right) = 0.075 \text{ m}^2$$

Η γωνία εξόδου αερίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$(4.3) \Rightarrow \alpha_{2(k=0)} = -\cos^{-1} \left( \frac{A_t}{A_{n2}} \right) = -\cos^{-1} \left( \frac{0.075}{0.16036} \right) = -62.11^\circ$$

- Για αριθμούς Mach:  $0.5 < M_2 < 1$

Στην περίπτωση αυτή, η γωνία  $\alpha_2$  δίνεται με γραμμική παρεμβολή από τη σχέση:

$$\alpha_{2(k=0)} = -3.58 \cdot M_2 - 58.54$$

### Π2.2.2 Υπολογισμός απωλειών στάτορα

Ο υπολογισμός των απωλειών στον στάτορα θα γίνει με την μέθοδο Ainley-Mathieson.

#### ❖ Υπολογισμός συντελεστή απωλειών πτερύγωσης

Εκτιμούμε αυθαίρετα μια αρχική τιμή του αριθμού Mach εξόδου  $M_2$ . Έστω λοιπόν  $M_2=0.66$ . Η γωνία εξόδου από τη σχέση παρεμβολής θα ισούται με:

$$\alpha_{2(k=0)} = -3.58 \cdot M_2 - 58.54 = -3.58 \cdot 0.66 - 58.54 = -60.9^\circ$$

Ελέγχεται αν η τιμή του λόγου  $t/c$  βρίσκεται στη περιοχή  $0.15 < \frac{t}{c} < 0.25$ . Στην περίπτωση μας,  $t/c=0.18755$  οπότε προχωρούμε στον υπολογισμό των απωλειών πτερύγωσης.

Η γωνία πρόσπτωσης του στάτορα ισούται με  $i_{\text{stator}} = \alpha_1 - \beta'_1 = 0$ . Άρα οι απώλειες πτερύγωσης υπολογίζονται αποκλειστικά από τη σχέση:

$$(4.9) \Rightarrow Y_{p(i=0)} = \left\{ Y_{p(\beta'_1=0)} + \left( \frac{\beta'_1}{\alpha_2} \right)^2 \cdot [Y_{p(\beta'_1=-\alpha_2)} - Y_{p(\beta'_1=0)}] \right\} \cdot \left( \frac{t/c}{0.2} \right)^{-\frac{\beta'_1}{\alpha_2}}$$

Από το Σχήμα 4.2 προκύπτει :  $Y_{p(\beta'_1=0)} = 0.0311$

Από το Σχήμα 4.3 προκύπτει :  $Y_{p(\beta'_1=-\alpha_2)} = 0.1023$

$$(4.9) \Rightarrow Y_{p(i=0)} = \left\{ 0.0311 + \left( \frac{0}{-60.69} \right)^2 \cdot (0.1023 - 0.0311) \right\} \cdot \left( \frac{0.1875}{0.2} \right)^{-\left( \frac{0}{-60.69} \right)}$$

$$Y_{p(i=0)} = 0.0311$$

Επίδραση πάχους ακμής διαφυγής:

Εφόσον ο λόγος  $t/s$  είναι διαφορετικός από 0.02 (στην περίπτωση μας 0.03416), απαιτείται διόρθωση από το Σχήμα 4.9.

$$\text{Για } t/s=0.03416 \text{ προκύπτει } \frac{Y_{p,final}}{Y_p} = 1.075 \Rightarrow Y_{p,final} = 1.075 \cdot 0.0311 = 0.0335$$

❖ Υπολογισμός συντελεστή δευτερευουσών απωλειών

Ελέγχεται αν ο λόγος  $i/i_s$  βρίσκεται στο διάστημα  $-1.5 \leq \frac{i}{i_s} \leq 1$ . Οντως  $i/i_s=0$ , άρα ισχύει κανονικά η σχέση (4.11).

$$(4.17) \Rightarrow a_m = \tan^{-1} \left( \frac{\tan a_1 + \tan a_2}{2} \right) = \tan^{-1} \left[ \frac{\tan 0 + \tan(-60.69)}{2} \right] = -41.94^\circ$$

$$(4.16) \Rightarrow C_L = 2 \cdot \left(\frac{s}{c}\right) \cdot (\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out}) \cdot \cos \alpha_m =$$

$$= 2 \cdot 0.629 \cdot [\tan 0 - \tan(-60.69)] \cos(-41.69) = 2.6604$$

$$(4.12) \Rightarrow \lambda = f \left[ \frac{\left(\frac{A_{out}}{A_{in}}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_h}{R_t}\right)} \right]$$

$$(4.13) \Rightarrow A_1 = A_{n1} \cdot \cos \beta'_1 = 0.13673 \cdot \cos 0 = 0.13673$$

$$(4.14) \Rightarrow A_2 = A_{n2} \cdot \cos \alpha_{2(k=0)} = 0.16036 \cdot \cos(-60.69) = 0.078$$

$$\frac{\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{D_h}{D_t}\right)} = \frac{\left(\frac{0.0785}{0.13673}\right)^2}{1 + \left(\frac{0.537}{0.691}\right)} = 0.1831$$

Από το Σχήμα 4.8 για  $\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 / 1 + \left(\frac{D_h}{D_t}\right) = 0.18549$  προκύπτει  $\lambda = 0.00796$ .

$$(4.11) \Rightarrow Y_s = \lambda \cdot \left[ \frac{C_L}{\left(\frac{s}{c}\right)} \right]^2 \cdot \left( \frac{\cos^2 a_2}{\cos^3 a_m} \right) = 8.38 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{2.6604}{0.629}\right)^2 \cdot \left[ \frac{\cos^2(-60.69)}{\cos^3(-41.69)} \right] = 0.0327$$

Επίδραση πάχους ακμής διαφυγής:

Ομοίως με τις απώλειες πτερύγωσης, για  $t_e/s = 0.03416$  προκύπτει:

$$\frac{Y_{s,final}}{Y_s} = 1.075 \Rightarrow Y_{s,final} = 1.075 \cdot 0.0327 = 0.0352.$$

❖ Υπολογισμός συντελεστή απωλειών διακένου

Εφόσον  $k=0$ , δεν υπάρχουν απώλειες διακένου στον στάτορα.

❖ Υπολογισμός συντελεστή ολικών απωλειών

$$Y_t = Y_{p,final} + Y_{s,final} = 0.0335 + 0.0352 = 0.0687$$

### Π2.2.3 Μεγέθη ροής στην έξοδο του στάτορα

- 1) Λαμβάνεται αυθαίρετα ο αριθμός Mach  $M_2=0.66$  όπως έγινε για την εκτίμηση της γωνίας εξόδου και των απωλειών.
- 2) Από τον ορισμό του συντελεστή απωλειών  $Y_t$  ισχύει:

$$Y_t = \frac{p_{t1} - p_{t2}}{p_{t2} - p_2} \Rightarrow 0.0687 = \frac{2.9 \cdot 10^5 - p_{t2}}{p_{t2} - p_2} \Rightarrow 1.0687 p_{t2} = 2.9 \cdot 10^5 + 0.0687 p_2$$

Η ισοεντροπική σχέση πιέσεων δίνει στη θέση 2:

$$(2.18) \Rightarrow p_2 = p_{t2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_2^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p_{t2} \cdot \left(1 + \frac{1.33-1}{2} \cdot 0.6^2\right)^{-\frac{1.33}{1.33-1}} = 0.7925 p_{t2}$$

Από το σύστημα των παραπάνω εξισώσεων προκύπτει:

$$1.0687 p_{t2} = 2.9 \cdot 10^5 + 0.05445 p_{t2} \Rightarrow p_{t2} = 2.8592 \cdot 10^5$$

- 3) Από τις παρακάτω σχέσεις με εφαρμογή αλγόριθμου σταθερού σημείου, υπολογίζεται ο αριθμός  $M_2$  ως εξής:

$$(2.15) \Rightarrow \varepsilon = \frac{\gamma+1}{2 \gamma-1} = \frac{1.33+1}{2 \cdot 1.33-1} = 3.5303$$

$$(2.14) \Rightarrow F_2 = \frac{\dot{m} \sqrt{T_{t2}}}{A_2 \cdot p_{t2}} \cdot \sqrt{\frac{R}{\gamma}} \xrightarrow{T_{t2}=T_{t1}} F_2 = \frac{25 \sqrt{1000}}{0.0785 \cdot 2.8593 \cdot 10^5} \cdot \sqrt{\frac{287}{1.33}} = 0.5174$$

$$(2.16) \Rightarrow M_2 = F_2 \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_2^2\right)^\varepsilon = 0.5174 \cdot \left(1 + \frac{1.33-1}{2} \cdot M_2^2\right)^{3.5303} \Rightarrow$$

$$M_2 = 0.5174 \cdot 1 + 0.165 \cdot M_2^2 \quad 3.5303$$

Τελικά μετά από επαναλήψεις προκύπτει  $M_2=0.67$ . Άρα κάναμε σωστή εκτίμηση. Σε διαφορετική περίπτωση έπρεπε να επαναλάβουμε τα παραπάνω βήματα με την νέα τιμή του Mach μέχρι σύγκλισης.

Όπως είδαμε για την εφαρμογή της μεθόδου πρέπει να αντιστρέψουμε το πρόσημο της γωνίας εξόδου από τον στάτορα, άρα  $\alpha_{2(k=0)} = 60.9$ .

- 4) Η στατική θερμοκρασία  $T_2$  δίνεται από τη σχέση:



$$(2.17) \Rightarrow T_2 = T_{t2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_2^2\right)^{-1} = 1000 \cdot \left(1 + \frac{1.33-1}{2} \cdot 0.66^2\right)^{-1} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_2 = 932.9^\circ$$

και από τον ορισμό του Mach, προκύπτει η απόλυτη ταχύτητα  $V_2$  και οι συνιστώσες της:

$$(2.22) \Rightarrow V_2 = M_2 \cdot \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_2} = 0.66 \cdot \sqrt{1.33 \cdot 287 \cdot 932.9} = 393.84 \text{ m/sec}$$

$$(2.23) V_{a2} = V_2 \cdot \cos a_2 = 393.84 \cdot \cos 60.9 = 191.54 \text{ m/sec}$$

$$(2.24) V_{u2} = V_2 \cdot \sin a_2 = 393.84 \cdot \sin 60.9 = 344.12 \text{ m/sec}$$

## Π2.3 Προσδιορισμός μεγεθών στον ρότορα

### Π2.3.1 Σχετικά μεγέθη ροής στην είσοδο του ρότορα

Το ρευστό βγαίνει από το στάτορα και προσπίπτει στα κινούμενα πτερύγια του ρότορα. Η ταχύτητα περιστροφής των πτερυγίων ισούται με:

$$(2.29) \Rightarrow U_2 = \frac{2\pi N \cdot R_m}{60} = \frac{2\pi \cdot 10000 \cdot 0.307}{60} = 321.49 \text{ m/sec}$$

Άρα από τα τρίγωνα ταχυτήτων, η σχετική γωνία εισόδου στο ρότορα ισούται με:

$$(2.30) \Rightarrow \beta_2 = \arctan\left(\tan a_2 - \frac{U}{V_{a2}}\right) = \arctan\left(\tan 60.9 - \frac{321.49}{191.54}\right) = 6.74^\circ$$

Η σχετική ταχύτητα  $W_2$  δίνεται από την σχέση:

$$(2.32) \Rightarrow W_2 = \frac{V_{a2}}{\cos \beta_2} = \frac{191.54}{\cos 6.74} = 192.87 \text{ m/sec}$$

και η περιστροφική ολική θερμοκρασία και ο σχετικός αριθμός Mach από τις σχέσεις:

$$T_{t2} = T_2 + \frac{W_2^2}{2C_p} = 932.9 + \frac{192.87^2}{2 \cdot 1156.7} = 948.98 \text{ K}$$

$$(2.38) \Rightarrow M_{r2} = \frac{W_2}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_2}} = \frac{192.87}{\sqrt{1.33 \cdot 287 \cdot 932.9}} = 0.323$$

Η στατική και η περιστροφική ολική πίεση θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$(2.18) \Rightarrow p_2 = p_{t2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \Rightarrow$$

$$p_2 = 2.8592 \cdot 10^5 \cdot \left(1 + \frac{1.33 - 1}{2} \cdot 0.66^2\right)^{\frac{1.33}{1.33 - 1}} = 2.1615 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{p_{tr2}}{p_2} = \left(\frac{T_{tr2}}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \left(\frac{948.98}{932.9}\right)^{\frac{1.33}{1.33 - 1}} \Rightarrow p_{tr2} = 2.3156 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

### Π2.3.2 Εκτίμηση σχετικής γωνίας εξόδου $\beta_3$

Στον ρότορα η γωνία εξόδου της ροής που μας ενδιαφέρει είναι η σχετική, άρα  $a_{out} = \beta_3$ . Ομοίως με την διαδικασία που ακολουθήσαμε στον στάτορα, προσδιορίζουμε τη σχέση γωνίας εξόδου ροής  $\beta_3$  και αριθμού Mach  $M_{r3}$ . Η βαθμίδα του ρότορα έχει μη μηδενικό διάκενο ( $k=0.001 \text{ m}$ ), άρα:

- Για αριθμούς Mach:  $0 < M_{r3} < 0.5$

Αν το διάκενο ήταν μηδενικό, η γωνία  $\beta_3$  θα δινόταν από τη σχέση (4.1).

Από το Σχήμα 4.1 για  $\cos^{-1}(0/s)=60.83$  προκύπτει  $\beta_3^* = -58.74^\circ$

$$(4.1) \Rightarrow \beta_{3(k=0)} = \beta_3^* - 4 \cdot \left(\frac{s}{e}\right) = -58.74 - 4 \cdot 0.2202 = -59.62^\circ$$

Η πραγματική γωνία  $\beta_3$  ισούται με:

$$(4.5) \Rightarrow \beta_3 = \tan^{-1} \left\{ \tan \beta_{3(k=0)} + X \cdot \left(\frac{k}{h}\right) \cdot \left(\frac{\cos \beta_2'}{\cos \beta_{3(k=0)'}}\right) \tan \beta_2' - \tan \beta_{3(k=0)} \right\} =$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \tan(-59.62) + 1.35 \cdot \left(\frac{0.001}{0.094}\right) \cdot \left(\frac{\cos 27}{\cos(-59.62)}\right) \tan 27 - \tan(-59.62) \right\} \Rightarrow \beta_3 = -58.78^\circ$$

- Για αριθμό Mach:  $M_{r3}=1$

Το εμβαδό του λαιμού δίνεται από τη σχέση:

$$(4.4) \Rightarrow A_t = \frac{\sigma}{s} \cdot \left( \frac{5A_{n2} + A_{n1}}{6} \right) = 0.4874 \cdot \left( \frac{5 \cdot 0.19289 + 0.1703}{6} \right) = 0.0922 \text{ m}^2$$

Η γωνία εξόδου αερίου για μηδενικό διάκενο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$(4.3) \Rightarrow \beta_{3(k=0)} = -\cos^{-1} \left( \frac{A_t}{A_{n2}} \right) = -\cos^{-1} \left( \frac{0.0922}{0.19289} \right) = -61.45^\circ$$

Για τον προσδιορισμό της πραγματικής γωνίας  $\beta_3$  απαιτείται πρώτα ο υπολογισμός του εμβαδού του διακένου.

$$(4.7) \Rightarrow A_k = \pi \cdot D_t \cdot k = \pi \cdot 0.709 \cdot 0.001 = 2.2274 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Το εμβαδό του λαιμού θα ισούται τότε με:

$$(4.6) \Rightarrow A_t = A_t' \cdot \left( 1 - \frac{k}{h} \right) + A_k = 0.0922 \cdot \left( 1 - \frac{0.001}{0.094} \right) + 2.2274 \cdot 10^{-3} = 0.09344 \text{ m}^2$$

Εντέλει η πραγματική σχετική γωνία εξόδου της ροής θα είναι:

$$(4.3) \Rightarrow \beta_3 = -\cos^{-1} \left( \frac{A_t}{A_{n2}} \right) = -\cos^{-1} \left( \frac{0.09344}{0.19289} \right) = -61.03^\circ$$

- Για αριθμούς Mach:  $0.5 < M_{r3} < 1$

Στην περίπτωση αυτή, η γωνία  $\beta_3$  για το μηδενικό και το πραγματικό διάκενο θα δίνεται με γραμμική παρεμβολή από τις σχέσεις:

$$\beta_{3(k=0)} = -57.79 - 3.66 \cdot M_{r3} \quad (\text{γωνία εξόδου μηδενικού διακένου})$$

$$\beta_3 = -56.53 - 4.5 \cdot M_{r3} \quad (\text{πραγματική γωνία εξόδου})$$

### Π2.3.3 Υπολογισμός απωλειών ρότορα

#### ❖ Υπολογισμός συντελεστή απωλειών πτερύγωσης

Υποθέτουμε μια αρχική εκτιμώμενη τιμή του σχετικού αριθμού Mach, έστω  $M_{r3} = 0.607$ , άρα η γωνία  $\beta_{3(k=0)}$  για μηδενικό διάκενο θα δίνεται από τη σχέση:

$$\beta_{3(k=0)} = -57.79 - 3.66 \cdot 0.607 = -60^\circ$$

ενώ η πραγματική γωνία  $\beta_3$  από τη σχέση:

$$\beta_3 = -56.53 - 4.5 \cdot 0.607 = -59.26^\circ$$

Ελέγχεται αν η τιμή του λόγου  $t/c$  βρίσκεται στη περιοχή  $0.15 < \frac{t}{c} < 0.25$ . Στην περίπτωση μας,  $t/c=0.2$  οπότε προχωρούμε στον υπολογισμό των απωλειών πτερύγωσης.

Η γωνία πρόσπτωσης του ρότορα ισούται με:

$$i_{\text{ROTOR}} = \beta_2 - \beta'_{2,\text{ROTOR}} = 6.74 - 27 = -20.26^\circ$$

Αν η γωνία πρόσπτωσης ήταν 0, οι απώλειες πτερύγωσης θα ήταν ίσες με:

$$(4.9) \Rightarrow Y_{p(i=0)} = \left\{ Y_{p(\beta'_{2,R})} + \left( \frac{\beta'_{2,R}}{\beta_{3(k=0)}} \right)^2 \cdot [Y_{p(\beta'_{2,R} = -\beta_3)} - Y_{p(\beta'_{2,R} = 0)}] \right\} \cdot \left( \frac{t/c}{0.2} \right)^{-\frac{\beta'_{2,R}}{\beta_{3(k=0)}}}$$

Από το Σχήμα 4.2 προκύπτει :  $Y_{p(\beta'_{2,R}=0)} = 2.673 \cdot 10^{-2}$

Από το Σχήμα 4.3 προκύπτει :  $Y_{p(\beta'_{2,R} = -\beta_3)} = 10.16 \cdot 10^{-2}$

$$(4.9) \Rightarrow Y_{p(i=0)} = \left\{ 2.673 \cdot 10^{-2} + \left( \frac{27}{-60} \right)^2 \cdot (10.16 \cdot 10^{-2} - 2.673 \cdot 10^{-2}) \right\} \cdot \left( \frac{0.2}{0.2} \right)^{-\left( \frac{27}{-60} \right)} \Rightarrow$$

$$Y_{p(i=0)} = 0.0419$$

Αφού η γωνία πρόσπτωσης δεν είναι μηδενική, απαιτείται καταρχάς να υπολογιστεί η γωνία πρόσπτωσης απώλειας στήριξης  $i_s$ . Άρα:

Από το Σχήμα 4.4, για λόγο  $s/c=0.714$ , ο λόγος  $\frac{\beta_{3(s/c=0.75)}}{\beta_{3(k=0)}}$  ισούται με 1.01311 και επομένως η  $\beta_{3(s/c=0.75)} = -59.23^\circ$ .

Από το Σχήμα 4.5 για λόγο  $\frac{\beta'_{2,R}}{\beta_{3(s/c=0.75)}} = \frac{27}{-59.23} = -0.4568$ , υπολογίζεται η  $i_{s(s/c=0.75)} = 21.68$

Από το Σχήμα 4.6 υπολογίζεται η διαφορά  $\Delta i_s$  για  $s/c=0.714$  ίση με 1.1789 και επομένως η πραγματική γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με :

$$i_s = i_{s(s/c=0.75)} + \Delta i_s = 21.529 + 1.1789 = 22.86.$$

Από το Σχήμα 4.7 για  $Y_{p(i=0)} = 0.0419$  και την γωνία  $\frac{i}{i_s} = \frac{-202.6}{22.86} = -0.868$ ,

υπολογίζονται ο λόγος  $\frac{Y_p}{Y_{p(i=0)}} = 1.4718$ .

Άρα οι πραγματικές απώλειες πτερύγωσης είναι ίσες με :

$$Y_p = 1.4718 \cdot 0.0419 = 0.0617.$$

Επίδραση πάχους ακμής διαφυγής:

Εφόσον ο λόγος  $t_\theta/s$  είναι διαφορετικός από 0.02 (στην περίπτωση μας 0.03255), απαιτείται διόρθωση από το Σχήμα 4.9.

$$\text{Για } t_\theta/s=0.03255 \text{ προκύπτει } \frac{Y_{p,final}}{Y_p} = 1.0658 \Rightarrow Y_{p,final} = 1.0658 \cdot 0.0617 = 0.0657$$

#### ❖ Υπολογισμός συντελεστή δευτερευουσών απωλειών

Ελέγχεται αν ο λόγος  $i/i_s$  βρίσκεται στο διάστημα  $-1.5 \leq \frac{i}{i_s} \leq 1$ .

Όντως  $i/i_s = -0.8654 < -1.5$ .

Ομοίως με την διαδικασία στον στάτορα, ισχύει:

$$(4.17) \Rightarrow \beta_m = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \beta_2 + \tan \beta_{3(k=0)}}{2} \right) = \tan^{-1} \left[ \frac{\tan(6.74) + \tan(-60)}{2} \right] = -38.92^\circ$$

$$(4.16) \Rightarrow C_L = 2 \left( \frac{s}{c} \right) \cdot (\tan \beta_2 - \tan \beta_{3(k=0)}) \cdot \cos \beta_m = \\ = 2 \cdot 0.714 \cdot (\tan 6.74 - \tan 60) \cdot \cos(-38.92) = -1.793$$

$$(4.12) \Rightarrow \lambda = f \left[ \frac{\left( \frac{A_{out}}{A_m} \right)^2}{1 + \left( \frac{D_h}{D_t} \right)} \right]$$

$$(4.13) \Rightarrow A_1 = A_{n1} \cdot \cos \beta'_2 = 0.1703 \cdot \cos 27 = 0.15174$$

$$(4.14) \Rightarrow A_2 = A_{n,2} \cdot \cos \beta_{3(k=0)} = 0.19289 \cdot \cos(-60) = -0.0964$$

$$\frac{\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_h}{R_t}\right)} = \frac{\left(\frac{0.0964}{0.15174}\right)^2}{1 + \left(\frac{0.521}{0.709}\right)} = 0.2327$$

Από το Σχήμα 4.8 για  $\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 / 1 + \left(\frac{D_h}{D_t}\right) = 0.2327$  προκύπτει  $\lambda = 0.00974$ .

$$(4.11) \Rightarrow Y_s = \lambda \cdot \left[ \frac{C_L}{\left(\frac{s}{c}\right)} \right]^2 \cdot \left( \frac{\cos^2 \beta_{3(k=0)}}{\cos^3 \beta_m} \right) = 9.74 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{1.793}{0.714} \right)^2 \cdot \left[ \frac{\cos^2(-60)}{\cos^3(-38.92)} \right] = 0.0429$$

Επίδραση πάχους ακμής διαφυγής:

Ομοίως με τις απώλειες περύγωσης, για  $t_e/s = 0.03416$  προκύπτει  $\frac{Y_{s,final}}{Y_s} = 1.0658 \Rightarrow Y_{s,final} = 1.0658 \cdot 0.0429 = 0.0457$ .

❖ Υπολογισμός συντελεστή απωλειών διακένου

$$(4.12) \Rightarrow Y_k = B \cdot \left(\frac{k}{h}\right) \cdot \left[ \frac{C_L}{\left(\frac{s}{c}\right)} \right]^2 \cdot \left( \frac{\cos^2 \beta_{3(k=0)}}{\cos^3 \beta_m} \right) =$$

$$= 0.5 \cdot \left(\frac{0.001}{0.094}\right) \cdot \left(\frac{1.793}{0.714}\right)^2 \cdot \left[ \frac{\cos^2(-60)}{\cos^3(-38.92)} \right] = 0.0235$$

Επίδραση πάχους ακμής διαφυγής:

$$\frac{Y_{k,final}}{Y_k} = 1.0658 \Rightarrow Y_{k,final} = 1.0658 \cdot 0.0235 = 0.025$$

❖ Υπολογισμός συντελεστή ολικών απωλειών

$$Y_t = Y_{p,final} + Y_{s,final} + Y_{k,final} = 0.0657 + 0.0457 + 0.025 = 0.1363$$

**Π2.3.4 Σχετικά μεγέθη ροής στην έξοδο του ρότορα**

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με τον στάτορα, οπότε:

- 1) Γίνεται μια αρχική εκτίμηση του σχετικού αριθμού Mach  $M_{r3}=0.607$ .
- 2) Από τον ορισμό του συντελεστή απωλειών  $Y_t$  ισχύει:

$$Y_t = \frac{P_{tr2} - P_{tr3}}{P_{tr3} - P_3} \Rightarrow 1.1363 p_{tr3} = 2.3156 \cdot 10^5 + 0.1363 p_3$$

Η ισεντροπική σχέση πιέσεων δίνει στη θέση 3:

$$(2.18) \Rightarrow p_3 = p_{tr3} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{r3}^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p_{tr3} \cdot \left(1 + \frac{1.33-1}{2} \cdot 0.607^2\right)^{-\frac{1.33}{1.33-1}} = 0.788 p_{tr3}$$

Από το σύστημα των παραπάνω εξισώσεων προκύπτει  $p_{tr3} = 2.3227 \cdot 10^5 Pa$

Όπως και στην περίπτωση του στάτορα υπολογίζουμε το Mach εξόδου και επαναλαμβάνουμε την παραπάνω διαδικασία μέχρι σύγκλισης. Τελικά προκύπτει  $M_{r3}=0.607$  και άρα  $\beta_3 = -59.26^\circ$ .

**Π2.3.5 Απόλυτα μεγέθη ροής στην έξοδο του ρότορα**

Προκειμένου εντέλει να υπολογιστεί ο βαθμός απόδοσης της βαθμίδας, χρειαζόμαστε την απόλυτη ολική θερμοκρασία και πίεση στην έξοδο του ρότορα.

Η περιφερειακή ταχύτητα  $U_3$  ισούται με:

$$(2.49) \Rightarrow U_3 = \frac{2\pi N \cdot R_{m3}}{60} = \frac{2\pi \cdot 10000 \cdot 0.3075}{60} = 322.01 m/sec$$

$$(2.17) \Rightarrow T_3 = T_{tr3} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{r3}^2\right)^{-1} = 959.04 \cdot \left(1 + \frac{1.33-1}{2} \cdot 0.607^2\right)^{-1} \Rightarrow$$

$$T_3 = 904.08^\circ K$$

$$(2.18) \Rightarrow p_3 = p_{tr3} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{r3}^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 2.3227 \cdot 10^5 \cdot \left(1 + \frac{1.33-1}{2} \cdot 0.607^2\right)^{-\frac{1.33}{1.33-1}} \Rightarrow$$

$$p_3 = 1.831 \cdot 10^5 Pa$$

Η σχετική ταχύτητα  $W_3$  υπολογίζεται από τον τύπο:

$$(2.22) \Rightarrow W_3 = M_{r3} \cdot \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_3} = 0.607 \cdot \sqrt{1.33 \cdot 287 \cdot 904.08} = 356.58 \text{ m/sec}$$

και η αξονική συνιστώσα της από την σχέση:

$$(2.46) \Rightarrow W_{a3} = W_3 \cdot \cos \beta_3 = 356.58 \cdot \cos(-59.26) = 182.26 \text{ m/sec}$$

και άρα η απόλυτη γωνία εξόδου της ροής  $\alpha_3$  θα ισούται από το τρίγωνο ταχυτήτων:

$$(2.50) \Rightarrow \alpha_3 = \tan^{-1} \left( \frac{U_3}{V_{a3}} + \tan \beta_3 \right) = \tan^{-1} \left( \frac{322.01}{182.26} + \tan -59.26 \right) = 4.87^\circ$$

Επομένως η απόλυτη ταχύτητα στη θέση 3 θα είναι:

$$(2.51) \Rightarrow V_3 = \frac{V_{a3}}{\cos \alpha_3} = \frac{182.26}{\cos 4.87} = 182.92 \text{ m/sec}$$

και ο απόλυτος αριθμός Mach  $M_3$ :

$$(2.22) \Rightarrow M_3 = \frac{V_3}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_3}} = \frac{182.92}{\sqrt{1.33 \cdot 287 \cdot 904.08}} = 0.311$$

Εντέλει η ζητούμενη ολική θερμοκρασία και πίεση θα βρεθούν από τις σχέσεις:

$$(2.17) \Rightarrow T_{t3} = T_3 \cdot \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_3^2 \right) = 904.08 \cdot \left( 1 + \frac{1.33-1}{2} \cdot 0.311^2 \right) = 918.51 \text{ K}$$

$$(2.18) \Rightarrow p_{t3} = p_3 \cdot \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_3^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1.831 \cdot 10^5 \cdot \left( 1 + \frac{1.33-1}{2} \cdot 0.311^2 \right)^{\frac{1.33}{0.33}} \Rightarrow$$

$$p_{t3} = 1.9516 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

και ο βαθμός απόδοσης θα ισούται με:

$$(2.56) \Rightarrow \eta_{is,t-t} = \frac{1 - \frac{T_{t3}}{T_{t1}}}{1 - \left( \frac{p_{t3}}{p_{t1}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = \frac{1 - \frac{918.51}{1000}}{1 - \left( \frac{1.9516}{2.9} \right)^{\frac{0.33}{1.33}}} = 87.07\%$$



