



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

**ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΤΗΣ
ΕΝΑΕΡΙΑΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ**

ΜΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΗΣ ΦΟΙΤΗΤΡΙΑΣ:

ΕΜΜΑΝΟΥΕΛΑ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΙΑ ΜΙΧΑΛΟΠΟΥΛΟΥ

ΕΠΙΤΡΟΠΗ: ΚΟΚΚΙΝΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΚΟΛΕΤΣΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ, ΑΝΑΠΛ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)

ΣΤΕΦΑΝΕΑΣ ΠΕΤΡΟΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2019

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πίνακας Περιεχομένων

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	2
Πίνακας Διαγραμμάτων	4
Πίνακας Εικόνων	5
Πίνακας Πινάκων.....	6
Abstract	7
Περίληψη	8
Ευχαριστίες	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	10
1.1 Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα.....	10
1.2 Η Προσέγγιση της Επιχειρησιακή Έρευνας στην Επίλυση Προβλημάτων.....	11
1.3 Χρήσιμα Εργαλεία για την Επίλυση των Προβλημάτων.....	12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	14
2.1 Εισαγωγή στον Γραμμικό Προγραμματισμό	14
2.2 Τυπική Μορφή Προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού.....	14
2.3 Υποθέσεις Γραμμικού Προγραμματισμού	15
2.4 Ανάλυση Ευαισθησίας.....	16
2.5 Μέθοδος Simplex.....	17
2.6 Δυναμικός Προγραμματισμός	18
2.7 Άλλοι Αλγόριθμοι Επίλυσης Προβλημάτων	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	20
3.1 Εισαγωγή στο Ευρωπαϊκό Πρόβλημα Εναέριας Κυκλοφορίας (European Air Traffic Flow Management Problem).....	20
3.2 Ισχύουσα κατάσταση διαχείρισης Εναέριου Χώρου στην Ευρώπη	21
3.3 Χρονολόγιο SES.....	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	24
4.1 Μια δυναμική προσέγγιση ροής δικτύου του προβλήματος ATFM	24
4.2 The Traffic Flow Management Rerouting Problem (TFMRP) εφαρμοσμένο σε μια αεροπορική εταιρία.....	26
4.3 The Traffic Flow Management Rerouting Problem (TFMRP) εφαρμοσμένο σε πολλαπλές αεροπορικές εταιρίες.....	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....	44
5.1 Υπολογιστικά αποτελέσματα με βάση δεδομένα του Αμερικανικού Εναέριου Χώρου	44

5.2 Περίπτωση I:	45
5.3 Περίπτωση II:	50
5.4 Περίπτωση III:	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:	57
6.1 Διαφορές Αμερικανικού με το Ευρωπαϊκό Σύστημα Εναέριας Κυκλοφορίας:	57
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7:	60
7.1 Πρόταση μοντελοποίησης Ευρωπαϊκού Συστήματος Διαχείρισης Εναέριας Κυκλοφορίας 60	
7.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος	61
7.3 Υπολογιστικά Αποτελέσματα στον Ευρωπαϊκό Εναέριο Χώρο	64
7.4 Σύγκριση των δύο μοντέλων	69
7.5 Συμπεράσματα	70
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:	73

Πίνακας Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1 - Κίνηση επιβατών στην Ε.Ε. 2015-2016.....	20
Διάγραμμα 2 - Χρονολόγιο SES.....	23
Διάγραμμα 3 - Χρονολόγιο πτήσης 1.....	49
Διάγραμμα 4 - Χρονολόγιο πτήσης 2.....	49
Διάγραμμα 5 - Χρονολόγιο διαδρομής 1.....	53
Διάγραμμα 6 - Χρονολόγιο διαδρομής 2.....	53
Διάγραμμα 7 - Χρονολόγιο διαδρομής 3.....	54
Διάγραμμα 8 - Ζήτηση & Καθυστερήσεις αεροδρομίου άφιξης.....	65
Διάγραμμα 9 - Ζήτηση & Χωρητικότητες αεροδρομίων Α,Β.....	67
Διάγραμμα 10- Ζήτηση αεροδρομίων Α', Β'	68
Διάγραμμα 11 - Καθυστερήσεις για περίπτωση IV	69
Διάγραμμα 12 - Σύγκριση Καθυστερήσεων στην Ευρώπη 2016-2017	71

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1 - Γεωγραφική εικόνα συστήματος εναέριου χώρου - αεροδρομίου.....	28
Εικόνα 2 - Αμερικάνικος Εναέριος Χώρος	44
Εικόνα 3 - Χωρισμός σε τομείς	45
Εικόνα 4 - Χωρητικότητα τομέων Κανονικές Καιρικές Συνθήκες.....	46
Εικόνα 5 - Χωρητικότητες τομέων - Σενάριο Καιρού 1	47
Εικόνα 6 - Εναλλακτικές Διαδρομές Las Vegas - Phoenix	48
Εικόνα 7 - Χωρητικότητες τομέων - Σενάριο Καιρού 2	51
Εικόνα 8 - Εναλλακτικές Διαδρομές Phoenix - Salt Lake City.....	53
Εικόνα 9 - Χωρητικότητες τομέων - Σενάριο Καιρού 3	55
Εικόνα 10 - Περιπτώσεις Υπολογιστικών Αποτελεσμάτων	64

Πίνακας Πινάκων

Πίνακας 1 - Δεδομένα Επίδοσης αλγορίθμου - Περίπτωση I.....	48
Πίνακας 2 - Αποτελέσματα Περίπτωσης II - 3 Επαναλήψεις	52
Πίνακας 3 - Αποτελέσματα Περίπτωσης II - 100 επαναλήψεις	52
Πίνακας 4 - Αποτελέσματα Περίπτωσης III - 4 επαναλήψεις	56
Πίνακας 5 - Αποτελέσματα Περίπτωσης III - Πολλαπλές επαναλήψεις.....	56

Abstract

The aim of this diploma thesis is to present a model of the Air Traffic Flow Management problem by Bertsimas and Stock – Patterson. Later on, we extend this model in order to have more realistic solutions, considering the multiple airlines. Finally, we present the computations for three different weather scenarios.

Due to the fact that the control of the American air traffic is different than the European one, Lulli and Odoni present a macroscopic version of the model presented in Bertsimas and Stock – Patterson. This paper presents a deterministic optimization model appropriate for the European ATFM environment.

In conclusion, the paper concludes with a comparative study of these two models.

Περίληψη

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση μοντελοποιήσεων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος κίνησης του εναέριου χώρου. Η εργασία ξεκινά με την παρουσίαση μιας από τις σημαντικότερες μοντελοποιήσεις που υπάρχουν σχετικά με το πρόβλημα αυτό στον αμερικάνικο εναέριο χώρο, των Bertsimas και Stock – Patterson. Εν συνέχεια γίνεται μια επέκταση αυτής, πλέον σε πιο ρεαλιστικά δεδομένα, λαμβάνοντας υπόψιν την πληθώρα των αεροπορικών αερογραμμών. Ακολουθούν τα υπολογιστικά αποτελέσματα, σε τρία διαφορετικά σενάρια καιρού, ώστε να γίνει και μια πιο ξεκάθαρη εκτίμηση της μοντελοποίησης αυτής.

Στη συνέχεια, λόγω των διαφορών του αμερικάνικου εναέριου χώρου με τον ευρωπαϊκό, παρουσιάζεται μια μακροσκοπική εκδοχή της προαναφερθείσας εργασίας, από τους Lulli και Odoni. Η ντερμενιστική εκδοχή μοντελοποίησης είναι κατάλληλα προσαρμοσμένη, ώστε να καλύπτει τις ιδιαιτερότητες του ευρωπαϊκού εναέριου χώρου.

Η εργασία καταλήγει με μια συγκριτική μελέτη των δύο αυτών μοντελοποιήσεων.

Ευχαριστίες

Η εργασία αυτή δε θα μπορούσε να είχε πραγματοποιηθεί χωρίς την βοήθεια και την επίβλεψη του καθηγητή κύριου Ιωάννη Κολέτσου, τον οποίο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την στήριξη και την υπομονή τους όλα αυτά τα χρόνια.

Αφιερώνεται στον μπαμπά μου που μπορεί να μην πρόλαβε το τέλος, αλλά έθεσε την σωστή αρχή...

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Με τον όρο *Επιχειρησιακή Έρευνα* (Operations Research) αναφερόμαστε στην επιστήμη η οποία έχει ως κύριο σκοπό την βελτιστοποίηση της απόδοσης ενός συστήματος, μέσω της λήψης αποφάσεων. Θα πρέπει να ξεκαθαρίσουμε ότι ο όρος *Επιχειρησιακή*, δεν προέρχεται από την έννοια της επιχείρησης- εταιρίας αλλά από εκείνη της διαδικασίας. Ως Έρευνα, θεωρούμε την συστηματική αναζήτηση και μελέτη πηγών με στόχο την απόδειξη στοιχείων και την εξαγωγή σε καινούργια συμπεράσματα.

Η *Επιχειρησιακή Έρευνα* εμφανίστηκε δειλά την εποχή του Α' Παγκοσμίου Πολέμου. Δίχως να είναι μέρος της επίσημης πολιτικής του Βρετανικού στρατού, παρατηρήθηκαν λίγες μεμονωμένες προσπάθειες από κάποιους στρατιωτικούς επιστήμονες. Ο επιστημονικός όρος αυτός εμφανίστηκε για πρώτη φορά κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου. Την εποχή εκείνη, ειδικότερα στην περιοχή της Αγγλίας, υπήρχε ιδιαίτερη ανησυχία αναφορικά με τα υλικά πολεμικά εφόδια, το μέγεθος της στρατιωτικής δύναμης και την βέλτιστη διαχείριση αυτών. Για τον λόγο αυτό, συγκροτήθηκαν ομάδες επιστημόνων, ώστε συνδυάζοντας τις γνώσεις τους, να καταλήξουν στην εύρεση της καλύτερης στρατιωτικής τακτικής, μια προσέγγιση επίλυσης των προβλημάτων αυτών. Μια τέτοια ομάδα ήταν και η λεγόμενη ο «*Θίασος του Μπλάκετ*» με ιδρυτή τον Patrick Blackett, πρωτεργάτη της *Επιχειρησιακής Έρευνας*. Μια μεγάλη επιτυχία της, η οποία επετεύχθη στη μάχη της Αγγλίας, ήταν ο άριστος συντονισμός των ραντάρ. Αρχικά, έκαναν μια πρόιμη μορφή μελέτης της *Επιχειρησιακής Έρευνας*, εντοπίζοντας ότι τα συστήματα διασύνδεσης μεταξύ των αντιαεροπορικών και των ραντάρ ήταν ανεπαρκώς συντονισμένα. Για την επίλυση του προβλήματος, κατασκεύασαν ένα χειροκίνητο σύστημα εξομάλυνσης των ραντάρ, βελτιώνοντας την καθοδήγηση των αντιαεροπορικών από τα ραντάρ. Ένα ακόμη θέμα που απασχολούσε την Βρετανική Κυβέρνηση ήταν η ασφάλεια των πολιτών της. Έτσι λοιπόν, έδωσε εντολή για την πραγματοποίηση μιας μελέτης αναφορικά με την ασφάλεια των ήδη υπάρχοντων καταφυγίων. Λαμβάνοντας υπόψιν όλες τις σχετικές παραμέτρους, η ομάδα των ερευνητών απέφυγε την άσκοπη δημιουργία νέων καταφυγίων.

Με την λήξη του πολέμου, παρατηρήθηκε μια στασιμότητα της επιστήμης αυτής. Οι ερευνητές που μέχρι πρότινος αποτελούσαν τα μέλη εκείνων των συμβουλευτικών ομάδων, επέστρεψαν στις παλιές τους δουλειές. Η αναγκαιότητα της *Επιχειρησιακής Έρευνας* δεν έγινε αντιληπτή σε αρκετούς τομείς, παρά μόνο σε συγκεκριμένες εξαιρέσεις, όπως τα ορυχεία και τη βιομηχανία μετάλλων. Λίγα χρόνια αργότερα, η έκρηξη της βιομηχανίας σε συνδυασμό με την επανάσταση των υπολογιστών, έφερε ξανά την *Επιχειρησιακή Έρευνα* στο προσκήνιο, αναδεικνύοντας την ομοιότητα των

προβλημάτων εκείνων που αντιμετωπίστηκαν στον πόλεμο και αυτών που δημιουργήθηκαν λόγω της αύξησης της πολυπλοκότητας και της εξειδίκευσης.

Στη σύγχρονη εποχή, οι εφαρμογές της Επιχειρησιακής Έρευνας παρατηρούνται σε πληθώρα τομέων, όπως βιομηχανία, ιατρική, πολιτική αεροπορία, καθώς και σε οποιοδήποτε καθημερινό πρόβλημα. Σύμφωνα με την “Operational Research Society”: «Η Επιχειρησιακή Έρευνα είναι η εφαρμογή της σύγχρονης επιστήμης πάνω σε πολύπλοκα προβλήματα που ανακύπτουν στη διεύθυνση και διοίκηση μεγάλων συστημάτων, αποτελούμενων από ανθρώπους, μηχανές, υλικά και κεφάλαια στις επιχειρήσεις και τις διαδικασίες γενικότερα».

1.2 Η Προσέγγιση της Επιχειρησιακή Έρευνας στην Επίλυση Προβλημάτων

Η επίλυση των διαφόρων προβλημάτων μέσω της επιστήμης της Επιχειρησιακής Έρευνας δεν είναι μια γραμμική διαδικασία, αλλά μπορεί να χωριστεί σε έξι επί μέρους στάδια. Αυτά αποτελούν τις απαιτούμενες φάσεις της μελέτης με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης απόφασης. Αναφορικά, οι φάσεις αυτές είναι:

1. Παρατήρηση του περιβάλλοντος στο οποίο εντοπίζεται το πρόβλημα
2. Ορισμός και ανάλυση του προβλήματος
3. Ανάπτυξη κατάλληλου μοντέλου
4. Επιλογή κατάλληλων δεδομένων εισόδου
5. Εξαγωγή λύσης ή λύσεων και έλεγχος της ορθότητάς της
6. Εφαρμογή της λύσης

Με την περαιτέρω περιγραφή των βημάτων αυτών, θα γίνει κατανοητό το γεγονός ότι η μαθηματική ανάλυση είναι ουσιαστικά ένα πολύ μικρό κομμάτι της διαδικασίας αυτής. Η μελέτη εφαρμογής της Επιχειρησιακής Έρευνας ξεκινά παρατηρώντας το περιβάλλον στο οποίο εντοπίζεται το υπό εξέταση πρόβλημα. Κατά το στάδιο αυτό, η ερευνητική ομάδα κάνει επιτόπιες επισκέψεις για να ερευνήσει ενδελεχώς και να συλλέξει επαρκείς πληροφορίες για την μοντελοποίηση του προβλήματος.

Ύστερα, έπεται ο ακριβής ορισμός και η ανάλυση του προβλήματος. Ειδικότερα, καθορίζονται οι αντικειμενικοί στόχοι και οι απαραίτητοι περιορισμοί, με σκοπό την σαφή αντίληψη της χρησιμότητας και της φύσης της ζητούμενης λύσης.

Αργότερα ακολουθεί η ανάπτυξη του κατάλληλου μοντέλου. Με τον όρο αυτό, εννοούμε την εξιδανικευμένη ή αφηρημένη αναπαράσταση ενός συστήματος της πραγματικής ζωής. Ο στόχος του μοντέλου είναι να εντοπιστούν οι σημαντικοί παράγοντες που επηρεάζουν το σύστημα και τις αλληλεξαρτήσεις του. Ένα μοντέλο βοηθά τη διαδικασία λήψης αποφάσεων, καθώς παρέχει μια απλουστευμένη περιγραφή της πολυπλοκότητας και της αβεβαιότητας ενός προβλήματος σε μια λογική δομή. Μια υποκατηγορία του μοντέλου είναι το *Μαθηματικό Μοντέλο*, το

οποίο περιγράφει συστήματα με τη μορφή εξισώσεων και τύπων. Επομένως, για την κατασκευή του, πρέπει να γίνει ορισμός των μεταβλητών, μορφοποίηση των απαραίτητων εξισώσεων και εντοπισμός των περιορισμών. Το βήμα αυτό θεωρείται ιδιαίτερα καθοριστικό για την έκβαση της μελέτης.

Το τέταρτο στάδιο είναι η επιλογή των κατάλληλων δεδομένων που θα εισαγάγουμε στο μοντέλο που μόλις κατασκευάσαμε. Ο στόχος αυτού του βήματος είναι να αποκτήσουμε, μέσω διαδικασιών όπως εσωτερική/εξωτερική ανάλυση δεδομένων, επαρκή δεδομένα για να δοκιμάσουμε το μοντέλο. Ένα μοντέλο δουλεύει σωστά μόνο όταν έχουν εισαχθεί κατάλληλα δεδομένα. Επομένως, η επιλογή τους είναι ένα πολύ σημαντικό στάδιο για την Επιχειρησιακή Έρευνα.

Η διαδικασία ακολουθείται από την εύρεση της λύσης, η οποία δεν εφαρμόζεται άμεσα αλλά πρώτα ελέγχεται αν είναι εύλογη. Σε περίπτωση που η λύση έχει λογικά κενά ή η συμπεριφορά του μοντέλου δεν είναι η ζητούμενη, τότε το μοντέλο τροποποιείται. Το στάδιο αυτό τερματίζεται με την παραγωγή της πλέον κατάλληλης λύσης.

Τελικό στάδιο είναι να δοθεί η λύση στον αρμόδιο που αντιμετωπίζει το εν λόγω πρόβλημα. Παράλληλα, παρέχεται βοήθεια στην χρήση της λύσης και σε όποιο πρόβλημα προκύψει μετέπειτα. Σκοπός του βήματος αυτού είναι να καλυφθεί το γνωστικό κενό μεταξύ αυτού που παρέχει την λύση και εκείνου που σκοπεύει να την χρησιμοποιήσει.

1.3 Χρήσιμα Εργαλεία για την Επίλυση των Προβλημάτων

Για την ευκολότερη και αμεσότερη επίλυση των προβλημάτων έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές και εργαλεία, τα οποία θα παρουσιάσουμε εν συντομία.

Ο συνηθέστερος τρόπος αντιμετώπισης των προβλημάτων είναι ο *Γραμμικός Προγραμματισμός*, μια μέθοδος βελτιστοποίησης λαμβάνοντας υπ' όψιν ορισμένους περιορισμούς. Η μέθοδος αυτή χαρακτηρίζεται από τις μεταβλητές απόφασης, την αντικειμενική συνάρτηση, καθώς και τους περιορισμούς. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι μια γραμμική συνάρτηση, όπως και οι περιορισμοί, η οποία εν τέλει πρέπει να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί. Για την επίλυση προβλημάτων, τα οποία έχουν ορισθεί με τον Γραμμικό Προγραμματισμό, χρησιμοποιείται πληθώρα υπολογιστικών προγραμμάτων όπως για παράδειγμα το Solver του Microsoft Excel, το Lingo/Lindo και MPL/CPLEX.

Πέρα από τον Γραμμικό Προγραμματισμό υπάρχουν αρκετές τεχνικές επίλυσης προβλημάτων. Στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί δεν είναι γραμμικές συναρτήσεις, τότε χρησιμοποιούμε τον *Μη Γραμμικό Προγραμματισμό*. Για πολυπλοκότερα προβλήματα, η χρήση του *Δυναμικού*

Προγραμματισμού θεωρείται απαραίτητη. Ο *Δυναμικός Προγραμματισμός* είναι μια διαδικασία λήψης αλληλένδετων αποφάσεων πολλαπλών σταδίων. Με λίγα λόγια, διασπάμε ένα περίπλοκο πρόβλημα σε απλούστερα υποπροβλήματα, τα οποία για να επιλύσουμε πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν μας την απόφαση που λάβαμε σε προγενέστερο βήμα. Τέλος, υπάρχει ο *Ακέραιος Προγραμματισμός*, κατά τον οποίο οι μεταβλητές μπορούν να λάβουν μόνο ακέραιες τιμές.

Παράλληλα, υπάρχουν αρκετές θεωρίες οι οποίες βοηθούν στην επίλυση διαφόρων τύπων προβλημάτων. Μια από αυτές είναι η *Θεωρία Παιγνίων*, η οποία χρησιμοποιείται όταν η επιλογή των αποφάσεων γίνεται σε αντικρουόμενες καταστάσεις, δηλαδή η επιτυχία του ενός σημαίνει την αποτυχία του άλλου. Η *Θεωρία Αποφάσεων* αφορά την λήψη αποφάσεων, είτε υπό συνθήκες απόλυτης βεβαιότητας, είτε μεγάλης πιθανότητας για την μελλοντική έκβαση. Χρήσιμο εργαλείο της, είναι οι διαδικασίες *Markov* οι οποίες μελετούν την διαχρονική εξέλιξη ενός συστήματος και προβλέπουν τις αλλαγές του. Μια ακόμη θεωρία είναι η *Θεωρία Πληροφοριών* που ασχολείται με την ποσοτικοποίηση της πληροφορίας. Σκοπός της είναι η αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας της ροής της πληροφορίας σε ένα δεδομένο σύστημα. Κύριο αντικείμενο της *Θεωρίας Ουρών Αναμονής* είναι η ποσοτική μελέτη συστημάτων εξυπηρέτησης και η επίλυση τυχουσών καθυστερήσεων. Τέλος, η *Θεωρία Αποθεμάτων* σχετίζεται με τον σχεδιασμό συστημάτων παραγωγής ή αποθέματος ελαχίστου κόστους.

Κλείνοντας, ιδιαίτερα χρήσιμη θεωρείται η μέθοδος *Προσομοίωσης*, η οποία είναι μια τεχνική μοντελοποίησης, μέσω υπολογιστή, της λειτουργίας μιας διαδικασίας ή ενός συστήματος. Έπειτα το μοντέλο αυτό υπόκειται σε διάφορες δοκιμές ώστε να εντοπισθούν λάθη, αν υπάρχουν και να βρεθεί η βέλτιστη απόφαση/λύση. Εφαρμόζεται συνήθως σε περιπτώσεις που δεν είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί πραγματικό πείραμα ή η λύση του προβλήματος δεν είναι εφικτή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1 Εισαγωγή στον Γραμμικό Προγραμματισμό

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Μάλιστα, θεωρείται ένα από τα μεγαλύτερα επιτεύγματα του 20^{ου} αιώνα, καθώς πολύπλοκα προβλήματα μπορούν να λυθούν σε σύντομο υπολογιστικό χρόνο. Ουσιαστικά, είναι ένας προγραμματισμός δραστηριοτήτων για την απόκτηση του βέλτιστου αποτελέσματος.

Ο συνηθέστερος τύπος εφαρμογών του αφορά το γενικό πρόβλημα της κατανομής περιορισμένων αποθεμάτων, υλικών και μη, μεταξύ ανταγωνιστικών δραστηριοτήτων κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Το πρόβλημα αυτό παρατηρείται σε ποικίλες δραστηριότητες, που κυμαίνονται από την κατανομή των εγκαταστάσεων παραγωγής προϊόντων μέχρι την κατανομή των εθνικών πόρων για τις εγχώριες ανάγκες, και από τον γεωργικό σχεδιασμό μέχρι και το σχεδιασμό της ακτινοθεραπείας, και ούτω καθεξής. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι όλες αυτές οι εφαρμογές έχουν πάντα ως κοινό τους χαρακτηριστικό την ανάγκη κατανομής των αποθεμάτων.

Για την επίλυση προβλημάτων του Γραμμικού Προγραμματισμού έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι και τεχνικές. Μια ιδιαίτερα αποδοτική μέθοδος είναι η *Simplex*, η οποία σχηματίστηκε το 1947 από τον George Dantzig. Άλλες είναι η *γραφική επίλυση*, η μέθοδος της *Δυναμικής Simplex*, ο *Παραμετρικός Γραμμικός Προγραμματισμός* καθώς και εκείνη των *Εσωτερικών Σημείων*.

2.2 Τυπική Μορφή Προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού

Για την επίλυση ενός προβλήματος του Γραμμικού Προγραμματισμού είναι απαραίτητη η κατασκευή του αντίστοιχου μαθηματικού μοντέλου. Κύριος σκοπός αυτού είναι η βελτιστοποίηση άγνωστων πραγματικών μεταβλητών, οι οποίες υπόκεινται σε κάποιους γραμμικούς περιορισμούς. Για την επίτευξη αυτού, θα πρέπει να ορισθούν οι *μεταβλητές απόφασης* –οι προαναφερθείσες άγνωστες- η *αντικειμενική συνάρτηση* -το κριτήριο της βελτιστοποίησης- καθώς και οι *γραμμικοί περιορισμοί*.

Ένα πρόβλημα είναι σε τυποποιημένη μορφή όταν ισχύουν οι παρακάτω προϋποθέσεις:

- (i) Να είναι πρόβλημα μεγιστοποίησης, δηλαδή η αντικειμενική συνάρτησή του θέλει να μεγιστοποιήσει τη ζητούμενη τιμή

- (ii) Όλοι οι περιορισμοί να είναι εξισώσεις με μη αρνητικούς τους σταθερούς όρους
- (iii) Όλες οι μεταβλητές να είναι μη αρνητικές

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, αποτέλεσμα όλης αυτής της διαδικασίας είναι η επίλυση του προβλήματος, δηλαδή ο εντοπισμός των τιμών των παραμέτρων. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, υπάρχουν τα παρακάτω είδη λύσεων.

- *Εφικτή Λύση:* είναι η λύση που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς. Ένα πρόβλημα είναι δυνατό να μην έχει εφικτές λύσεις
- *Βέλτιστη Λύση:* είναι η εφικτή λύση, που δίνει την πιο επιθυμητή τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, δηλαδή την τιμή εκείνη η οποία μεγιστοποιεί ή ελαχιστοποιεί την συνάρτηση αντίστοιχα, σε ολόκληρη την εφικτή περιοχή.
Ένα πρόβλημα συνήθως έχει τουλάχιστον μια βέλτιστη λύση.
- *Καμία λύση:* είναι όταν ένα πρόβλημα δεν έχει καμία βέλτιστη λύση. Αυτό συμβαίνει μόνο όταν είτε δεν έχει καμία εφικτή λύση είτε όταν οι περιορισμοί δεν εμποδίζουν την αύξηση/μείωση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης προς την επιθυμητή κατεύθυνση.

2.3 Υποθέσεις Γραμμικού Προγραμματισμού

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ένα μαθηματικό μοντέλο είναι μια εξιδανικευμένη αναπαράσταση ενός πραγματικού προβλήματος. Για την ευκολότερη ανάλυσή του, χρειάζεται να θεωρηθούν κάποιες απλοποιήσεις και προσεγγίσεις στο μοντέλο, κρατώντας μόνο τα στοιχεία εκείνα που συσχετίζουν την πρόβλεψη του μοντέλου με το τι πραγματικά συμβαίνει στο πρόβλημα.

Όμοια, ο Γραμμικός Προγραμματισμός χαρακτηρίζεται από τέσσερις υποθέσεις, οι οποίες ελέγχονται πάντα σε σχέση με το εκάστοτε πρόβλημα ώστε να εντοπιστούν τυχούσες παραβιάσεις τους. Σε περίπτωση που κάποια παραβιάζεται έντονα, δεν δύναται να χρησιμοποιηθεί ο προγραμματισμός αυτός.

Αρχικά, η υπόθεση της αναλογικότητας εκρέει από το γεγονός ότι η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμική, όπως και οι περιορισμοί. Με βάση αυτήν, η συνεισφορά της κάθε μεταβλητής απόφασης στην αντικειμενική συνάρτηση είναι αναλογική με την αξία της μεταβλητής. Αντίστοιχα, η συνεισφορά της κάθε μεταβλητής απόφασης σε κάθε περιορισμό είναι ανάλογη με την αξία της.

Με την υπόθεση της αναλογικότητας δεν εξασφαλίζεται ότι η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί είναι γραμμικές εξισώσεις. Η προσθετικότητα προϋποθέτει ότι δεν υπάρχουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων. Περιληπτικά, η αντικειμενική συνάρτηση είναι το άθροισμα ανεξάρτητων συνεισφορών των αντίστοιχων δραστηριοτήτων.

Μια ακόμη προϋπόθεση είναι εκείνη της διαιρετότητας. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι μεταβλητές απόφασης είναι πραγματικές μεταβλητές. Επομένως, μπορούν να λάβουν οποιαδήποτε τιμή, ακόμη και μη ακέραιες, αρκεί να ικανοποιούν το πρόβλημα. Όμως, δεδομένου ότι η μεταβλητή απόφασης δηλώνει το επίπεδο της κάθε δραστηριότητας, είναι αναγκαία η υπόθεση ότι οι μονάδες δραστηριότητας μπορούν να διαιρεθούν σε οποιοδήποτε κλασματικό επίπεδο, έτσι ώστε οι μη ακέραιες τιμές για τις μεταβλητές απόφασης να είναι επιτρεπτές.

Η τελευταία υπόθεση αφορά τις παραμέτρους του μοντέλου και ειδικότερα τους συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης καθώς και των περιορισμών. Με βάση λοιπόν την προσδιοριστικότητα, η τιμή κάθε συντελεστή θεωρείται γνωστή σταθερά. Στην πραγματικότητα όμως, είναι ιδιαίτερα δύσκολο να ικανοποιείται η υπόθεση της προσδιοριστικότητας, αφού συνηθέστερα οι παράμετροι βασίζονται σε προβλέψεις. Για αυτό το λόγο, είναι πολύ σημαντικό μετά την εύρεση της βέλτιστης λύσης να κάνουμε ανάλυση ευαισθησίας στις τιμές των παραμέτρων. Έτσι μπορούμε να προσδιορίσουμε τις σχετικά ευαίσθητες παραμέτρους, δηλαδή εκείνες που δεν είναι δυνατόν να αλλάξουν σημαντικά χωρίς να αλλάξει η βέλτιστη λύση, και να προσπαθήσουμε να τις εκτιμήσουμε με ακρίβεια.

2.4 Ανάλυση Ευαισθησίας

Ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού πρέπει να λαμβάνει υπ' όψιν το δυναμικό περιβάλλον των συνεχών αλλαγών μέσα στο οποίο διαμορφώνεται το εκάστοτε πρόβλημα. Έτσι λοιπόν, κρίνεται απαραίτητη, πέρα από την εύρεση της βέλτιστης λύσης, η διερεύνηση σεναρίων που αφορούν τις μεταβολές, ηθελημένες ή μη, των παραμέτρων του μοντέλου, οι οποίες μπορούν να ανατρέψουν την άριστη απόφαση.

Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι η εύρεση της *σκιώδους τιμής*. Με τον όρο αυτό εννοούμε την μεταβολή (αύξηση ή μείωση) στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που επιφέρει η κάθε αλλαγή μιας μονάδας στο δεύτερο μέλος κάποιου περιορισμού. Η σκιώδης τιμή υποδεικνύει πόσο πολύ βελτιώνει οριακά τον αντικειμενικό σκοπό οποιαδήποτε από τις μελλοντικές πιθανές κινήσεις.

Επιπρόσθετο αποτέλεσμα είναι το *εύρος διακύμανσης*, το οποίο δείχνει το διάστημα των επιτρεπόμενων μεταβολών των περιορισμών, ώστε να μην επηρεαστεί η βέλτιστη λύση αλλά και η σκιώδης τιμή. Αντίστοιχα, δίδεται και το εύρος διακύμανσης των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης. Αν η μεταβολή βρίσκεται στα επιτρεπτά όρια, τότε προφανώς δεν επηρεάζεται η βέλτιστη λύση, αλλά οι τιμές των μεταβλητών απόφασης στην αντικειμενική συνάρτηση.

Τέλος, με την ανάλυση ευαισθησίας επιτυγχάνεται η αξιολόγηση ενός νέου προϊόντος χωρίς την επίλυση εκ νέου του προβλήματος. Εντοπίζοντας το κόστος ευκαιρίας του, δηλαδή το κόστος της χαμένης ευκαιρίας παραγωγής των υπαρχόντων τύπων των

προϊόντων και συγκρίνοντάς το με το κέρδος του νέου προϊόντος, αποφασίζεται αν τελικά θα παραχθεί.

2.5 Μέθοδος Simplex

Μια από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους επίλυσης ενός προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού είναι η μέθοδος Simplex. Η ευρεία αποδοχή της μεθόδου οφείλεται σε δύο κύρια χαρακτηριστικά · τη δυνατότητά της να επιλύει οποιοδήποτε γραμμικό πρόβλημα και τις πληροφορίες τις οποίες παράγει .Πληροφορίες οι οποίες δεν είναι απλά μόνο η βέλτιστη λύση του προβλήματος, αλλά υποδεικνύουν πως η βέλτιστη λύση μεταβάλλεται ως συνάρτηση των δεδομένων του προβλήματος.

Γενικότερα, η Simplex είναι μια αλγεβρική διαδικασία η οποία όμως βασίζεται σε στοιχεία της γεωμετρίας. Η λογική στην οποία βασίζεται είναι ότι η βέλτιστη λύση του προβλήματος είναι κάποια από τις κορυφές του υπερπολύεδρου που ορίζει το σύνολο των εφικτών του λύσεων. Το πολύεδρο αυτό, τα σημεία του οποίου επαληθεύουν ταυτόχρονα όλους τους περιορισμούς, ορίζεται από τις ευθείες των περιορισμών.

Ο αλγόριθμος Simplex πραγματώνει μια αλγεβρική διαδικασία ελέγχου στις κορυφές του πολυέδρου με τέτοιο τρόπο ώστε σε κάθε βήμα εκτέλεσής του να εντοπίζει μια κορυφή η οποία αντιστοιχεί σε καλύτερη λύση από την υπάρχουσα. Ύστερα από ένα πεπερασμένο αριθμό βημάτων, συνήθως μεταξύ n και $3n$ για ένα πρόβλημα με n περιορισμούς, η βέλτιστη λύση εντοπίζεται ή αποδεικνύεται ότι δεν υπάρχει καν λύση.

Συνοπτικά, παρουσιάζεται ο αλγόριθμος επίλυσης προβλήματος που βρίσκεται στην τυπική του μορφή.

Αλγόριθμος Simplex (Τυπική Μορφή):

1. Αναγωγή των περιορισμών που εκφράζονται με ανισώσεις σε εξισώσεις, εισάγοντας νέες μη αρνητικές μεταβλητές, οι οποίες ονομάζονται *περιθώριες μεταβλητές*. Σε περίπτωση ανισότητας της μορφής \leq , τότε προστίθεται μια *περιθώρια* μεταβλητή, η οποία καλείται *χαλαρή*, ενώ αν ισχύει \geq , τότε αφαιρείται μια μη αρνητική περιθώρια, η *πλεονασματική* μεταβλητή. Έπεται η έκφραση της αντικειμενικής συνάρτησης σε κατάλληλη μορφή.

2. Κατασκευή του αρχικού Simplex πίνακα.

3. Εφαρμογή του ελέγχου της μέγιστης λύσης. Αν η βασική εφικτή λύση είναι μέγιστη, τότε το πρόβλημα έχει λυθεί.

4. Κατασκευή ενός νέου Simplex πίνακα ακολουθώντας την εξής διαδικασία:

- a) Επιλογή της στήλης άξονα
 - b) Επιλογή της σειρά άξονα
 - c) Εφαρμογή της διαδικασίας οδήγησης γύρω από την καταχώριση άξονα.
5. Επανάληψη βήματος 3

2.6 Δυναμικός Προγραμματισμός

Ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι μια τεχνική επίλυσης προβλημάτων τα οποία χαρακτηρίζονται από διαδοχικές αλληλοεξαρτώμενες αποφάσεις. Απλούστερα, η κάθε απόφαση επηρεάζει τις μεταγενέστερες αποφάσεις είτε σε επίπεδο χρονικής διαδοχής είτε ότι οι αποφάσεις συνδέονται με κοινούς περιορισμούς.

Ο Richard E. Bellman εισήγαγε τον όρο του «Δυναμικού Προγραμματισμού», το 1953. Σκοπός του ήταν να εφαρμοστεί σε προβλήματα βέλτιστου ελέγχου, στον τομέα της Μηχανικής. Με τον όρο «Δυναμικός» ήθελα να δείξει την χρονικά μεταβαλλόμενη φύση της διαδικασίας του, καθώς συμβαίνει σε πολλαπλά διαδοχικά στάδια. Ο όρος «Προγραμματισμός» δε θα πρέπει να συγχέεται με εκείνον της πληροφορικής, αλλά προέρχεται από τον όρο «Μαθηματικός Προγραμματισμός», συνώνυμο της βελτιστοποίησης.

Έτσι λοιπόν, ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι η μαθηματική θεωρία των πολύ-σταδιακών αποφάσεων που αναφέρεται στην βελτιστοποίηση της λειτουργίας τους βάσει κάποιων επιλεγμένων κριτηρίων, γνωστά και ως αντικειμενική συνάρτηση. Τα προβλήματα αυτά μπορούν να λάβουν δύο κατηγορίες μεταβλητών. Οι πρώτες είναι οι *αιτιοκρατικές*, δηλαδή έχουν μια συγκεκριμένη τιμή κάθε χρονική στιγμή. Η δεύτερη περίπτωση είναι οι *πιθανολογικές*, όπου δεν έχουν συγκεκριμένη τιμή, αλλά γνωρίζουμε την συνάρτηση κατανομής πιθανότητας των τιμών τους.

Η βασική ιδέα επίλυσης ενός προβλήματος Δυναμικού Προγραμματισμού είναι ότι χωρίζουμε κατάλληλα το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε σε τόσα υπό-προβλήματα, όσες είναι και οι άγνωστες μεταβλητές του και προσδιορίζουμε κάθε φορά την τιμή μιας μόνο μεταβλητής. Επεξηγηματικά, σε ένα πρόβλημα με n μεταβλητές, σχηματίζουμε n αλληλοσυνδεόμενα υπό-προβλήματα με μία μεταβλητή στο καθένα.

Μια θεμελιώδη αρχή του είναι η αρχή Βελτιστοποίησης. Σύμφωνα με αυτήν, μια βέλτιστη πολιτική έχει την ιδιότητα ότι οποιαδήποτε και αν είναι η αρχική κατάσταση της διαδικασίας και η αρχική απόφαση, οι αποφάσεις που εναπομένουν πρέπει να συνιστούν μια βέλτιστη πολιτική σε σχέση με την κατάσταση που είναι αποτέλεσμα της πρώτης απόφασης.

Ως *πολιτική* καλούμε την αλληλουχία των διαδοχικών αποφάσεων, ενώ η *βέλτιστη πολιτική* είναι εκείνη που βελτιστοποιεί την τιμή της επιλεγμένης αντικειμενικής συνάρτησης της διαδικασίας. Τέλος, ως *στρατηγική απόφαση* καλούμε την απόφαση

που παίρνουμε σε κάθε υπό-πρόβλημα. Το αποτέλεσμα μιας στρατηγικής απόφασης που λαμβάνεται σε κάθε βήμα μετατρέπει την παρούσα κατάσταση σε μια κατάσταση που συνδέεται με το επόμενο βήμα. Παράλληλα, κάθε απόφαση συνδέεται με ένα κόστος (κέρδος ή ζημία).

Τέλος, μια πολύ συνηθισμένη μέθοδος του Δυναμικού Προγραμματισμού είναι η μέθοδος της αντίστροφης λύσης. Κατά την μέθοδο αυτή, εξετάζουμε το πρόβλημα από το τέλος του προς την αρχή, αφού γνωρίζουμε ή θέλουμε να καθορίσουμε την τελική κατάσταση της διαδικασίας που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε.

2.7 Άλλοι Αλγόριθμοι Επίλυσης Προβλημάτων

Εκτός από τους αλγόριθμους που προαναφέρθηκαν, υπάρχουν και άλλες δυνατές επιλογές για την επίλυση ενός προβλήματος. Μια από αυτές είναι η μέθοδος της *Διαδικής Simplex* η οποία βασίζεται στην θεωρία της Δυϊκότητας. Η θεωρία αυτή εκμεταλλευόμενη τις σκιώδεις τιμές, συσχετίζει ένα δεδομένο πρόβλημα με κάποιο άλλο σχετικό, το Δυϊκό. Αυτό προκύπτει με απλούς μετασχηματισμούς από το πρωτεύον και αποτελεί εναλλακτική λύση του ίδιου προβλήματος. Απλουστευτικά, αν το πρωτεύον είναι ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης, τότε το δυϊκό είναι το αντίστοιχο ελαχιστοποίησης έχοντας ως μεταβλητές απόφασης όσες και οι περιορισμοί του πρώτου. Όσον αφορά τους περιορισμούς του δυϊκού ισούνται με το πλήθος των μεταβλητών απόφασης του πρωτεύοντος. Η συσχέτιση αυτή έχει ως κύριο αποτέλεσμά της, την άμεση επίλυση του δυϊκού, απλά γνωρίζοντας την βέλτιστη λύση του πρωτεύοντος και αντίστροφα. Έτσι λοιπόν, η *Διαδική Simplex* είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε καταστάσεις όπου η εύρεση της βέλτιστης στο αρχικό πρόβλημα είναι δύσκολη, αντίθετα με του δυϊκού.

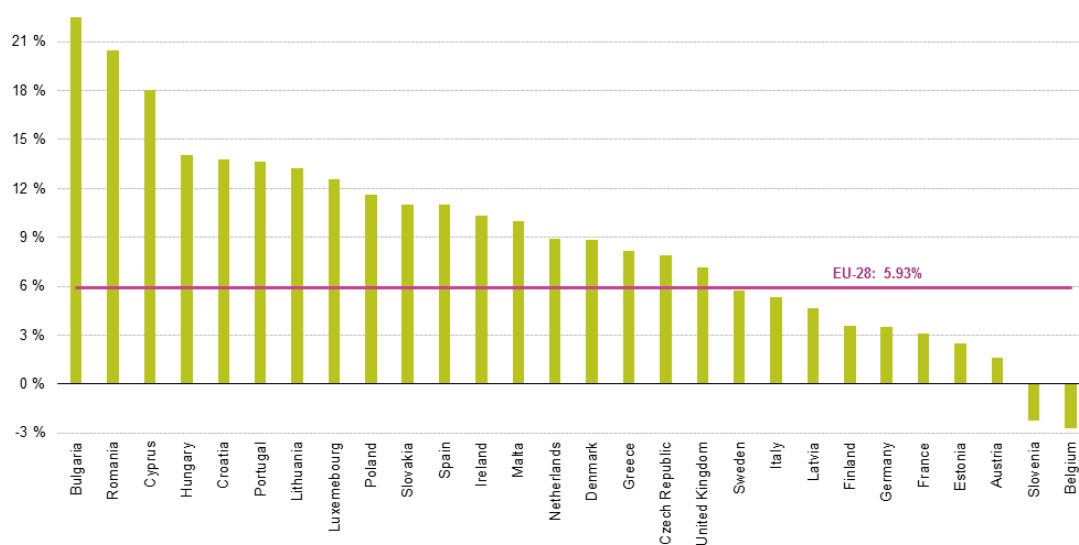
Επιπρόσθετα, ο *Παραμετρικός Γραμμικός Προγραμματισμός* είναι χρήσιμος σε αρκετά προβλήματα όπου οι παράμετροι αποτελούν γραμμικές συναρτήσεις μιας πραγματικής μεταβλητής, της παραμέτρου της μεταβολής. Ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού εμφανίζεται συνήθως παραμετροποιημένο είτε προς την αντικειμενική συνάρτηση, είτε ως προς το διάνυσμα των διαθέσιμων πόρων. Η βασική ιδέα αυτού συνίσταται στον προσδιορισμό των διαστημάτων τιμών της παραμέτρου εντός των οποίων υπάρχει η ίδια βέλτιστη βάση.

Τέλος, ο αλγόριθμος του *Εσωτερικού Σημείου* προσπαθεί να λύσει ένα γραμμικό πρόβλημα, αναζητώντας με διαδοχικά βήματα ένα εφικτό σημείο στο εσωτερικό της εφικτής περιοχής. Έτσι, διαφοροποιείται από τους υπόλοιπους αλγορίθμους, οι οποίοι ψάχνουν τη βέλτιστη λύση σε κάποιο συνοριακό σημείο στα όρια της εφικτής περιοχής. Η μέθοδος αυτή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποδοτική επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1 Εισαγωγή στο Ευρωπαϊκό Πρόβλημα Εναέριας Κυκλοφορίας (European Air Traffic Flow Management Problem)

Σύμφωνα με τα στατιστικά δεδομένα της Ευρωπαϊκής Στατιστικής Αρχής “Eurostat”, ο συνολικός αριθμός επιβατών στην Ευρωπαϊκή Ένωση το 2016 ανέρχεται στα 973 εκατομμύρια, αυξημένος κατά 5,9 % συγκριτικά με τα δεδομένα του 2015.



Source: Eurostat (online data code: avia_paoc)

Διάγραμμα 1 - Κίνηση επιβατών στην Ε.Ε. 2015-2016

Όπως φαίνεται και στο παραπάνω διάγραμμα, παρατηρούμε συνολική αύξηση του αριθμού των επιβατών στα περισσότερα κράτη – μέλη για την χρονική περίοδο 2015-2016.

Μελέτες της υπηρεσίας EUROCONTROL προβλέπουν αύξηση των ετήσιων πτήσεων κατά 53% μέχρι το 2040, σε σύγκριση με τα δεδομένα του 2017, φτάνοντας τις 16.2 εκατομμύρια πτήσεις κάθε χρόνο. Ακόμη και με τις σχεδιασμένες επερχόμενες αυξήσεις της χωρητικότητας των περισσότερων Ευρωπαϊκών αεροδρομίων, αναμένεται να έχουμε 160 εκατομμύρια επιβάτες, οι οποίοι δε θα μπορούν να πετάξουν λόγω του προβλήματος της εναέριας κυκλοφορίας (Air Traffic Flow Managment problem).

Επιπροσθέτως, η ανάπτυξη της τεχνολογίας, φέρνοντας νέα μέσα στον εναέριο χώρο, τα drones, δημιουργεί επιπλέον προβλήματα. Βέβαια, μπορεί τα περισσότερα από αυτά να πετούν έξω από τον IFR εναέριο χώρο, όμως ασκούν ήδη πιέσεις για παραχώρηση τμημάτων του ελεγχόμενου εναέριου χώρου. Το 2017, παρατηρήθηκαν

6 πτήσεις καθημερινά στον ελεγχόμενο εναέριο χώρο της Ευρώπης. Μέχρι το 2040, αυτές αναμένονται να φτάσουν τις 100 πτήσεις ανά ημέρα.

Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με τη ραγδαία κλιματική αλλαγή πρόκειται να δημιουργήσουν τεράστιο πρόβλημα στις εναέριες μετακινήσεις. Η αλλαγή του κλίματος θα βλάψει την υποδομή των αερομεταφορών, θα μεταβάλει τα πρότυπα της ζήτησης των επιβατών και θα οδηγήσει σε περισσότερες διαταραχές των καθημερινών λειτουργιών. Η βιομηχανία ήδη αναγνωρίζει την ανάγκη της προσαρμογής, αλλά δυστυχώς μόνο οι μισοί από τους οργανισμούς έχουν ήδη αρχίσει να σχεδιάζουν τρόπους διαχείρισης του προβλήματος.

3.2 Ισχύουσα κατάσταση διαχείρισης Εναέριου Χώρου στην Ευρώπη

Σήμερα, το σύστημα διαχείρισης του εναέριου χώρου (**European Air Traffic Management**) ελέγχει και συντονίζει γύρω στις 26.000 πτήσεις καθημερινά ανάμεσα σε περισσότερα από 500 Ευρωπαϊκά αεροδρόμια και πεδία προσγειώσεων. Το κόστος του σημερινού συστήματος της Ευρώπης, ξεπερνάει τα 2-3 δισεκατομμύρια κάθε χρόνο, συγκριτικά με τα αντίστοιχα προγράμματα στον κόσμο. Επιπρόσθετα, στατιστικές προβλέψεις υποδεικνύουν ότι τα επίπεδα κίνησης πρόκειται να διπλασιαστούν μέχρι το 2020. Παρά τα προβλήματα αυτά, πλέον ο εναέριος χώρος βρίσκεται σε μια αρκετά ικανοποιητική κατάσταση συγκριτικά με το παρελθόν, λόγω του προγράμματος “**Single European Sky**” (SES)

Το 1999, η Ευρωπαϊκή επιτροπή ξεκίνησε το πρόγραμμα “*Single European Sky*”. Ο κύριος σκοπός αυτού είναι η βέλτιστη διαχείριση του εναέριου χώρου, λαμβάνοντας υπόψη όχι μόνο τα σημερινά δεδομένα, αλλά και την κάλυψη μελλοντικών αναγκών της χωρητικότητας του εναέριου χώρου και της τήρησης των προτύπων ασφαλείας μέσω της νομοθεσίας. Η λύση αυτή επέφερε τριπλασιασμό στην χωρητικότητα, μείωση των εξόδων κατά 50% , βελτίωση της ασφάλειας κατά παράγοντα κινδύνου 10 και μείωση των επιπτώσεων της αεροπορίας στο περιβάλλον κατά 10%.

Συνοπτικά, το πρόγραμμα αυτό οργάνωσε τον εναέριο χώρο σε λειτουργικά τετράγωνα (**Functional Airspace Block**) με βάση όχι τα εθνικά σύνορα, αλλά την κυκλοφοριακή ροή των αεροπλάνων. Για τα FABs αυτά, είναι υπεύθυνα 40 κέντρα Ελέγχου Εναέριας Κυκλοφορίας (**Air Traffic Control Center**) σ’ όλη την Ευρώπη. Η κίνηση αυτή, μείωσε το κόστος κατά 3 δισεκατομμύρια ευρώ ετησίως με βελτιωμένη εξυπηρέτηση και μειωμένες καθυστερήσεις καθ’ όλες τις φάσεις της πτήσης.

Σήμερα, η Ευρώπη χωρίζεται σε 9 FABs :

- 1) Βόρειας Ευρώπης (NEFAB), το οποίο περιλαμβάνει την Εσθονία, την Φινλανδία, την Λεττονία και τη Νορβηγία
- 2) Δανία – Σουηδία

- 3) Βαλτικό FAB, το οποίο περιλαμβάνει την Πολωνία και την Λιθουανία
- 4) FAB Κεντρικής Ευρώπης (FABEC): Γαλλία, Γερμανία, Βέλγιο, Ολλανδία, Λουξεμβούργο και Ελβετία
- 5) FAB Κεντρικής Ευρώπης (FABCE) : Τσεχία, Σλοβακία, Αυστρία, Ουγγαρία, Κροατία, Σλοβενία, Βοσνία & Ερζεγοβίνη
- 6) DANUBE, με την Βουλγαρία και την Ρουμανία
- 7) Blue Med, Ιταλία, Μάλτα, Ελλάδα, Κύπρος, Αίγυπτος, Τυνησία (Αλβανία και Ιορδανία ως παρατηρητές)
- 8) Ηνωμένο Βασίλειο - Ιρλανδία
- 9) Νοτιοδυτικό FAB το οποίο αποτελείται από τις χώρες της Ιβηρικής Χερσονήσου, Ισπανία και Πορτογαλία

Παρά την προσπάθεια αυτή, ακόμα ο χωρισμός των FABs δεν είναι ο βέλτιστος δυνατός. Έχει παρατηρηθεί ότι κατά μέσο όρο οι πτήσεις είναι κατά 49 χιλιόμετρα μακρύτερες από ότι θα ήταν με μια απευθείας πτήση αν ο αεροχώρος ήταν ελεύθερος (Free Route Airspace). Το γεγονός αυτό, προκαλεί επιπλέον οικονομικά κόστη, λόγω της μεγαλύτερης κατανάλωσης καυσίμων, καθώς και περιβαλλοντικά κόστη, λόγω της περισσότερης εκπομπής CO₂.

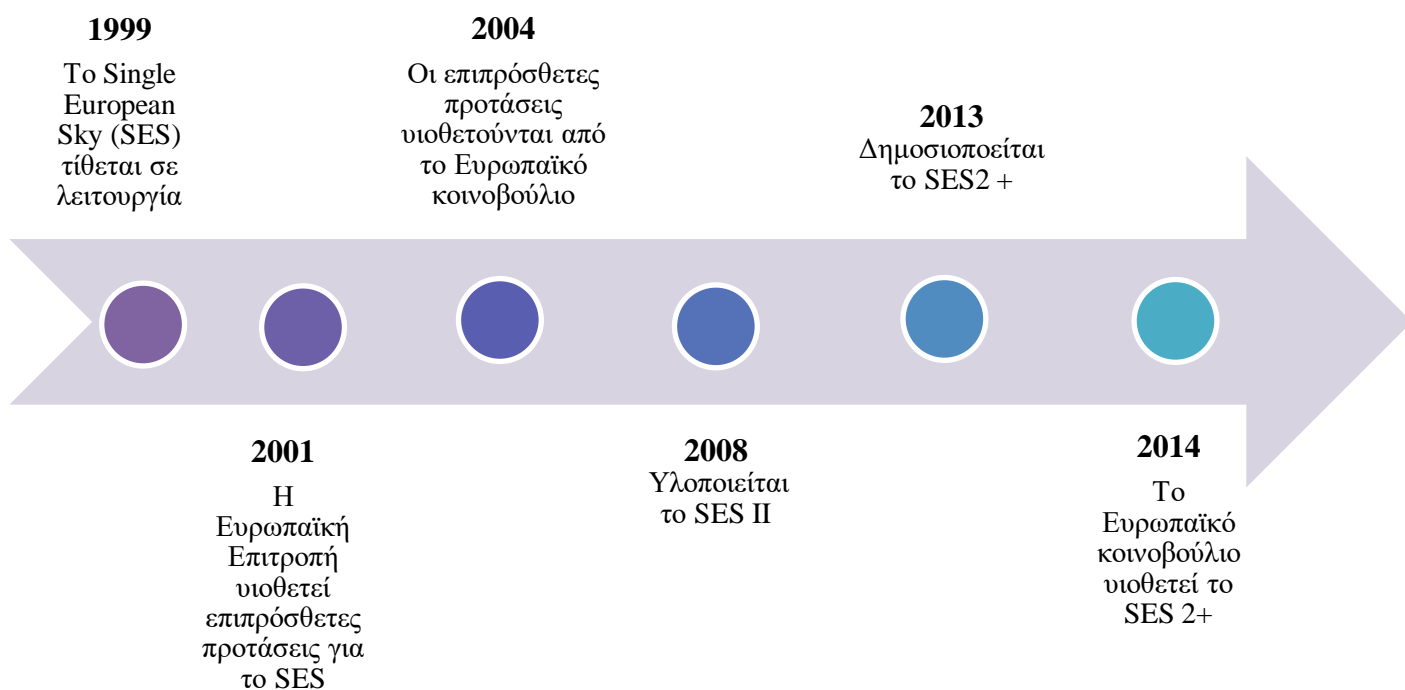
Επιπλέον, μέσω του προγράμματος αυτού, ιδρύθηκε το κέντρο ερευνών “Single European Sky ATM Research” το 2007. Το SESAR διαχειρίζεται την τεχνολογική και βιομηχανική διάσταση του SES, βρίσκοντας συνεχώς νέες τεχνολογικές λύσεις στα προβλήματα που προκύπτουν. Η σημαντικότερη όμως συμβολή του SESAR ήταν ο εκσυγχρονισμός των εναέριων συστημάτων και των υποδομών εδάφους. Η καλύτερη επίγνωση της κατάστασης από τους πιλότους και τους ελεγκτές εναέριας κυκλοφορίας, σημαίνει ασφαλέστερη πτήση όχι μόνο τώρα αλλά και στην μελλοντική αύξηση της εναέριας κίνησης. Ταυτόχρονα, η ανάπτυξη των προηγμένων εργαλείων αποφάσεων, επιτρέπει ο ίδιος αριθμός των ελεγκτών να διαχειρίζεται τον διπλάσιο αριθμό των πτήσεων. Τα συστήματα αυτά διευκολύνουν επίσης τις αποτελεσματικές διαδρομές και τέτοιου είδους πτήσεις οδηγούν σε 300kg εξοικονόμησης καυσίμου ανά πτήση, δηλαδή €6 δισ. εξοικονόμησης κόστους καυσίμων και 18 εκατομμύρια τόνους εξοικονόμηση εκπομπών CO₂ ετησίως.

Από το 1999 μέχρι και σήμερα, έχουν υπάρξει πολλές αναβαθμίσεις του προγράμματος αυτού, όπως φαίνεται και στο παρακάτω χρονολόγιο, χάρη στη βοήθεια του SESAR. Όσο οι ανάγκες της αεροπορικής βιομηχανίας πληθαίνουν, η εξέλιξη του προγράμματος δεν σταματά μέχρι και σήμερα.

Η τρέχουσα έκδοση του Single European Sky, SES 2+ υιοθετήθηκε το Μάρτιο του 2014. Το SES 2+, έκανε τα FABs πιο ευέλικτα ώστε να στοχεύουν στην καλύτερη λειτουργία του εναέριου χώρου. Το υψηλό επίπεδο εμπειρογνομosύνης και η ανεξαρτησία της εποπτείας έχουν κεντρική σημασία για την ασφαλή και αποτελεσματική διαχείριση του συστήματος ATM. Οι έλεγχοι έχουν δείξει ελλείψεις στην εποπτεία των παροχών υπηρεσιών αεροναυτιλίας (Air Navigation Service Provider). Το SES2 + επιδιώκει τη βελτίωση του συστήματος, παρέχοντας

μεγαλύτερη στήριξη στις εθνικές εποπτικές αρχές (National Security Agency) μέσω της συνεργασίας και της συγκέντρωσης πόρων σε επίπεδο Ε.Ε. Απαιτείται επίσης πλήρης οργανωτικός και δημοσιονομικός διαχωρισμός των εθνικών εποπτικών αρχών από τους ANSPs που εποπτεύουν, προκειμένου να διασφαλιστεί πραγματικά ανεξάρτητη εποπτεία, όπως συμβαίνει π.χ. στην εποπτεία των αεροπορικών εταιρειών. Επιπλέον, προσφέρει εστίαση στον πελάτη. Οι ANSP υπάρχουν για την εξυπηρέτηση των χρηστών του εναέριου χώρου και πρέπει να επικεντρωθούν στις ανάγκες των πελατών. Το SES2 + συμβάλλει καλύτερα στις διαβουλεύσεις και δίνει στις ομάδες χρηστών του εναέριου χώρου ένα ρόλο στην υπογραφή σημαντικών επενδυτικών σχεδίων. Ένα ακόμη σημαντικό στοιχείο είναι ότι διευκρινίζεται ο ρόλος του διαχειριστή δικτύου, καθώς καθίσταται υπό την ηγεσία της βιομηχανίας και ανοίγει η πόρτα για νέες κεντρικές υπηρεσίες - ειδικά αυτές που προέρχονται από το SESAR. Τέλος, μια δεκαετία επικαλυπτόμενων αρμοδιοτήτων μεταξύ οργανισμών σε επίπεδο ΕΕ τερματίζεται, διαιρώντας την εργασία μεταξύ τους, έτσι ώστε η EUROCONTROL να επικεντρωθεί στα επιχειρησιακά ζητήματα (διαχειριστής δικτύου), ο European Union Aviation Safety Agency. σχετικά με τα καθήκοντα αρχής, σύνταξης τεχνικών κανόνων και εποπτείας και η Επιτροπή σχετικά με τα οικονομικά θέματα (απόδοση, χρέωση, θεσμικά ζητήματα κ.λπ.).

3.3 Χρονολόγιο SES



Διάγραμμα 2 - Χρονολόγιο SES

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4.1 Μια δυναμική προσέγγιση ροής δικτύου του προβλήματος ATFM

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η ανάλυση της μελέτης των Dimitris Bertsimas και Sarah Stock Patterson, η οποία δημοσιεύθηκε το 2000.

Η μελέτη αυτή αντιμετωπίζει το πρόβλημα της αναδρομολόγησης των αεροσκαφών στο σύστημα ελέγχου της εναέριας κυκλοφορίας, όταν αυτά έρχονται αντιμέτωπα με δυναμικά μεταβαλλόμενες καιρικές συνθήκες. Οι ερευνητές προτείνουν ένα ολοκληρωμένο μαθηματικό προγραμματισμό ο οποίος περιέχει πολλαπλές μεθοδολογίες, που θα αναλυθούν αργότερα. Για την εφαρμογή του προγραμματισμού αυτού, θα πρέπει να ορίσουμε το πρόβλημα κατάλληλα, στην τυπική του μορφή. Απλούστερα, η τυπική μορφή περιλαμβάνει τις μεταβλητές, την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς. Ορίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση ως την ελαχιστοποίηση του κόστους καθυστέρησης, το οποίο όμως, περιλαμβάνει και άλλα είδη κόστους. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι εκείνα των καυσίμων, της ασφάλειας και των φόρων. Επιπλέον, έχουμε τις μεταβλητές και τους περιορισμούς οι οποίοι όμως θα αναλυθούν σε περαιτέρω ενότητα του κεφαλαίου. Τέλος, στην εργασία αυτή γίνεται μια εφαρμογή αυτής της μαθηματικής μοντελοποίησης πάνω σε δεδομένα του αμερικάνικου εναέριου χώρου.

Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πολυδιάστατο πρόβλημα, παρουσιάζεται ένα συνολικό μοντέλο, στο οποίο το πρόβλημα διατυπώνεται ως ένα δυναμικό, ακέραιο και πολλαπλών απαιτήσεων ροής πρόβλημα με πλευρικούς περιορισμούς. Χρησιμοποιώντας την χαλάρωση του Lagrange, δημιουργούμε συνολικές ροές που αποσυντίθενται σε μια συλλογή των διαδρομών πτήσης για μεμονωμένα αεροσκάφη χρησιμοποιώντας μια τυχαιοποιημένη ευρετική στρογγυλοποίηση. Αυτή η συλλογή από διαδρομές μέσω του ακέραιου προγραμματισμού, δημιουργεί μια εφικτή και σχεδόν βέλτιστη λύση, δηλαδή μια διαδρομή για τις πτήσεις. Ο γενικός αυτός αλγόριθμος ονομάζεται αλγόριθμος του Lagrange.

Προτού όμως προχωρήσουμε καλό θα ήταν να γίνει ανάλυση των προαναφερθέντων όρων. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, ο όρος «Δυναμικός Προγραμματισμός» αφορά μια μέθοδο διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων που διασπώνται σε μία αλληλουχία διαδοχικών αποφάσεων. Ένας αλγόριθμος που είναι προϊόν του δυναμικού προγραμματισμού επιλύει μια φορά κάθε υπό-πρόβλημα και αποθηκεύει αυτή την λύση σ' έναν πίνακα στον οποίο θα οδηγείται κάθε φορά που συναντά το συγκεκριμένο πρόβλημα. Θα πρέπει να γίνει ξεκάθαρο, ότι η λέξη προγραμματισμός δεν σχετίζεται με τον προγραμματισμό των υπολογιστών, αλλά χρησιμοποιείται ως συνώνυμο της βελτιστοποίησης. Επιπλέον, ο όρος δυναμικός θέλει να υποδηλώσει

την χρονικά μεταβαλλόμενη φύση της διαδικασίας του δυναμικού προγραμματισμού, καθώς συμβαίνει σε πολλαπλά διαδοχικά στάδια.

Στον χώρο της μαθηματικής βελτιστοποίησης, η *χαλάρωση* του Lagrange είναι μια μέθοδος η οποία προσεγγίζει ένα δύσκολο πρόβλημα περιορισμένης βελτιστοποίησης με ένα ή περισσότερα απλούστερα. Η λύση καθένα απλούστερου είναι η προσεγγιστική λύση του αρχικού του προβλήματος. Όπως είναι προφανές, αυτό θα συμβαίνει υπό ένα κόστος. Η μέθοδος «τιμωρεί» τις παραβιάσεις των περιορισμών της ανισότητας με τη χρήση ενός πολλαπλασιαστή Lagrange, ο οποίος επιβάλλει ένα κόστος στις παραβιάσεις. Αυτά τα πρόσθετα κόστη χρησιμοποιούνται αντί των αυστηρών περιορισμών ανισότητας στη βελτιστοποίηση. Πρακτικά, χωρίζουμε τους περιορισμούς σε δύο κατηγορίες: τους «καλούς» και τους «κακούς». Οι καλοί είναι εκείνοι, τους οποίους όταν λάβουμε υπόψιν μας το πρόβλημα επιλύεται πολύ εύκολα, ενώ οι άλλοι δυσκολεύουν πολύ την επίλυση του. Η κεντρική ιδέα είναι να χαλαρώσουμε το πρόβλημα, αφαιρώντας τους «κακούς» περιορισμούς και τοποθετώντας τους στην αντικειμενική συνάρτηση επί ένα «βάρος», γνωστό και ως πολλαπλασιαστή Lagrange. Όπως προείπαμε, κάθε ένα τέτοιο βάρος αντιπροσωπεύει μια «ποινή» που προστίθεται στην λύση που δεν ικανοποιεί τους συγκεκριμένους περιορισμούς. Τέλος, η χρήση της χαλάρωσης του Lagrange στο ακέραιο προγραμματισμό, προσφέρει ένα όριο της λύσης του αρχικού προβλήματος.

Η κύρια ιδέα της τρέχουσας προσέγγισης είναι η *δυναμική ροή δικτύου* (Dynamic Network Flow) η οποία παρουσιάστηκε από τους Ford και Fulkerson (1958), όταν εισήγαγαν για πρώτη φορά ένα δυναμικό μέγιστο πρόβλημα ροής ως ένα τυποποιημένο γενικευμένο δίκτυο ώστε να συμπεριλάβουν τους χρόνους μετακίνησης μεταξύ των κόμβων. Επεξηγηματικά, δεδομένου ενός γράφου που αναπαριστά ένα δίκτυο ροής όπου κάθε ακμή έχει μια χωρητικότητα. Έστω επίσης, δύο κόμβοι του γράφου, πηγή (source) s και καταβόθρα (sink) t . Στόχος του προβλήματος είναι η εύρεση της μέγιστης δυνατής ροής από το s στο t , δεδομένου δύο περιορισμών: η ροή μιας ακμής δεν πρέπει να ξεπερνάει την δοθείσα χωρητικότητα της και η ροή εισόδου θα πρέπει να είναι ίση με την ροή εξόδου για κάθε κόμβο εκτός του s και του t . Με βάση λοιπόν τον αλγόριθμο των Ford-Fulkerson, ξεκινάμε με μηδενική αρχική ροή. Όσο υπάρχει ένα αυξητικό μονοπάτι από την πηγή στην καταβόθρα, πρόσθεσε αυτό το μονοπάτι ροής στην ροή της πηγής. Τέλος, επιστρέφω στην ροή. Ως *αυξητικό μονοπάτι* (augmenting path) καλούμε την διαδρομή εκείνη η οποία δεν περιέχει κύκλους και περνάει μόνο από ακμές με θετική χωρητικότητα από την πηγή στην καταβόθρα.

Τέλος, λίγο πριν παρουσιαστεί η εργασία αυτή, απαραίτητη είναι η ανάλυση του συστήματος της εναέριας κυκλοφορίας στον αμερικάνικο εναέριο χώρο. Στις Ηνωμένες Πολιτείες η διαχείριση των πτήσεων γίνεται μέσω 22 περιφερειακών κέντρων ελέγχου. Αυτά τα κέντρα λαμβάνουν πληροφορίες, από τα αεροσκάφη και από επίγεια ραντάρ, σχετικές με την τοποθεσία, το υψόμετρο, την ταχύτητα του αεροσκάφους και τον καιρό. Σε περίπτωση δυσμενών καιρικών συνθηκών, τα

αεροπλάνα είναι υποχρεωμένα να πετάξουν σε διαφορετικές πορείες ώστε να αποφύγουν τις περιοχές μειωμένης ή μηδενικής χωρητικότητας.

Σήμερα, το «Κέντρο Διοίκησης Εναέριας Κυκλοφορίας» (ATCC) ξεκινά μια επαναληπτική διαδικασία με το «Κέντρο Επιχειρήσεων Αερομεταφορέων» (Air and Space Operations Center) για την αναδιάταξη και αναδρομολόγηση των πτήσεων έτσι ώστε τα κόστη καθυστέρησης λόγω των καιρικών συνθηκών να είναι τα ελάχιστα δυνατά. Η ATCC έρχεται σε επαφή με το AOC κάθε αερομεταφορέα, σχετικά με την αναγκαιότητα επαναδρομολόγησης. Κάθε AOC καθορίζει τότε, ένα σύνολο νέων διαδρομών πτήσεων που θα ήθελε να χρησιμοποιηθεί ώστε να ολοκληρώσει την προγραμματισμένη πτήση του, λαμβάνοντας υπόψη τις νέες πληροφορίες περιορισμένης χωρητικότητας. Αυτή η απόφαση βασίζεται σε 2 βασικές αρχές:

1. Καλύτερη πληροφόρηση οδηγεί σε καλύτερες αποφάσεις
2. Τα εργαλεία και οι διαδικασίες πρέπει να είναι σε θέση να επιτρέπουν στους χρήστες ATCC και NAS να ανταποκρίνονται ευκολότερα στις μεταβαλλόμενες συνθήκες

4.2 The Traffic Flow Management Rerouting Problem (TFMRP) εφαρμοσμένο σε μια αεροπορική εταιρία

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα παρουσιάσουμε το μοντέλο εφαρμοσμένο σε μια αεροπορική εταιρία. Ένα ακέραιο, πολλαπλών απαιτήσεων, δυναμικό μοντέλο ροής δικτύου (Multi-commodity, integer variation of the minimum cost dynamic network flow problem).

Πριν γίνει η παρουσίαση αυτή, καλό θα ήταν να ορίσουμε κάποιες απαραίτητες έννοιες για την καλύτερη κατανόηση του μοντέλου. Αρχικά, με τον όρο *δίκτυο* (*network flow*) ονομάζουμε ένα κατευθυνόμενο γράφημα, με αφετηριακό κόμβο και τερματικό κόμβο, όπου κάθε ακμή έχει χωρητικότητα που δίνεται από τη συνάρτηση

$$c: (u, v) \in E \rightarrow \mathcal{R}$$

Η *ροή του δικτύου* είναι μία συνάρτηση, η οποία ικανοποιεί τις εξής συνθήκες:

1. Περιορισμός χωρητικότητας: $f(u, v) \leq c(u, v)$, για κάθε ακμή $(u, v) \in E$
2. Διατήρηση ροής: $\sum_{(u,v) \in E} f(u, v) = \sum_{(v,w) \in E} f(v, w)$, για κάθε κόμβο $v \in V - \{s, t\}$.

Ο περιορισμός χωρητικότητας σημαίνει ότι η ροή μίας ακμής δεν μπορεί να ξεπερνά την χωρητικότητά της, ενώ η διατήρηση της ροής σημαίνει ότι για κάθε ενδιάμεσο κόμβο v ($\neq s, t$) η συνολική ροή που εισέρχεται στον v είναι ίση με τη συνολική ροή

που εξέρχεται από τον v . Άρα, οι ενδιάμεσοι κόμβοι δεν παράγουν, αλλά ούτε και καταναλώνουν ροή.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι συχνά στον χώρο της Επιχειρησιακής Έρευνας ένας κατευθυνόμενος γράφος λέγεται δίκτυο, οι κορυφές ονομάζονται κόμβοι και οι ακμές ονομάζονται τόξα.

Έχοντας αναφέρει τους παραπάνω όρους, μπορούμε να ορίσουμε τι είναι το «*Multi – Commodity Flow Problem*». Το πρόβλημα αυτό είναι ένα πρόβλημα ροής δικτύου με πολλαπλά αγαθά (*commodities*), δηλαδή πολλαπλές απαιτήσεις ροής μεταξύ διαφορετικών αρχικών και τελικών κόμβων.

Δοθέντος ενός δικτύου ροής $G(V, E)$, όπου V είναι ένα σύνολο κορυφών και E το σύνολο ακμών, ορίζουμε η κάθε ακμή $(u, v) \in E$ να έχει χωρητικότητα $c(u, v)$. Επιπλέον, υπάρχουν k το πλήθος αγαθά K_1, \dots, K_k ορισμένα ως $K_i = (s_i, t_i, d_i)$ με s_i, t_i τον αρχικό και τελικό κόμβο του αγαθού i και d_i η ζήτηση.

Με βάση αυτά, καταλήγουμε στο εν λόγω πρόβλημα βελτιστοποίησης «*Multi-commodity, Integer variation of the Minimum Cost Dynamic Network Flow Problem*». Όπως μπορεί εύκολα να γίνει αντιληπτό, το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην εύρεση της βέλτιστης λύσης ώστε να βρεθεί ο φθηνότερος δυνατός τρόπος αποστολής συγκεκριμένης ποσότητας ροής μέσω του δικτύου ροής. Ένα τυπικό παράδειγμα του προβλήματος αυτού είναι το γνωστό «Πρόβλημα Μεταφοράς», το οποίο περιλαμβάνει την εξεύρεση της καλύτερης διαδρομής παράδοσης από ένα εργοστάσιο σε μια αποθήκη όπου το οδικό δίκτυο έχει ορισμένη χωρητικότητα και συγκεκριμένο κόστος.

Μια τυπική μορφή του προβλήματος «*Multi-commodity, Integer variation of the Minimum Cost Dynamic Network Flow*» είναι:

Έστω ένα δίκτυο $G(V, E)$, με $s, t \in V$, χωρητικότητα $c(u, v) > 0$, ροή $f(u, v) \geq 0$ και κόστος $a(u, v)$, όπως ακριβώς ορίστηκαν και προηγουμένως. Το κόστος αποστολής της ροής κατά μήκος μιας ακμής (u, v) είναι $f(u, v) \times a(u, v)$. Το πρόβλημα απαιτεί μια ποσότητα ροής d να σταλθεί από τον αρχικό κόμβο s στον τελικό κόμβο t . Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους της ροής κατά μήκος όλων των ακμών του.

$$\sum_{(u,v) \in E} a(u, v) f(u, v)$$

Με τους περιορισμούς:

$$f(u, v) \leq c(u, v)$$

$$f(u, v) = -f(v, u)$$

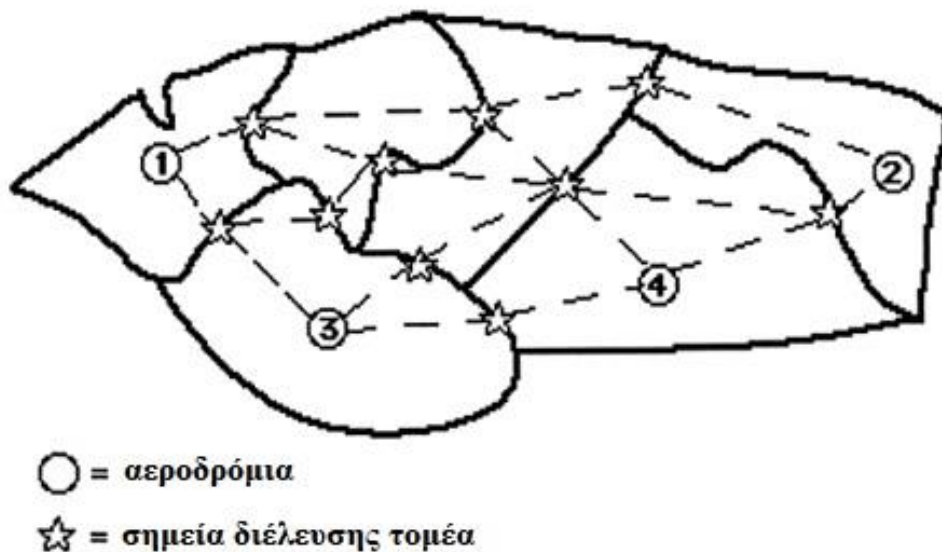
$$\sum_{w \in V} f(u, w) = 0 \quad \forall u \neq s, t$$

$$\sum_{w \in V} f(u, w) = d$$

$$\sum_{w \in V} f(w, t) = d$$

Επιπλέον, στο μοντέλο χρησιμοποιούνται *μεταβλητές ροής (flow variables)*. Δηλαδή οι μεταβλητές των οποίων η τιμή εξαρτάται από μια χρονική περίοδο και όχι μοναχά από μια χρονική στιγμή.

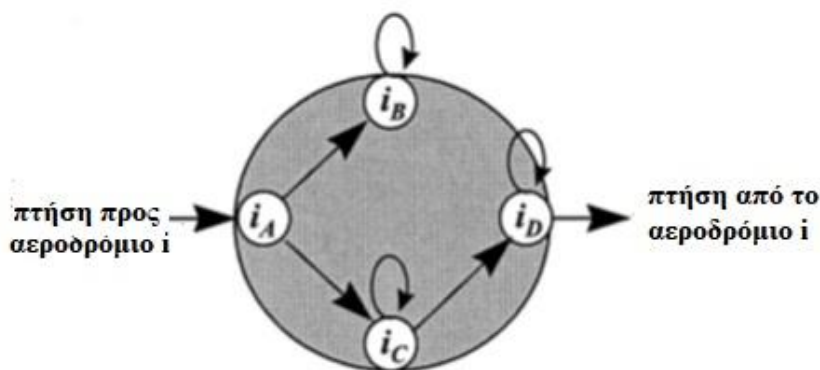
Ξεκινάμε με την περιγραφή του δυναμικού δικτύου το οποίο μοντελοποιεί το σύστημα εναέριας κίνησης.



Εικόνα 1 - Γεωγραφική εικόνα συστήματος εναέριου χώρου - αεροδρομίου

Στο παραπάνω γράφημα απεικονίζεται η πραγματική γεωγραφική εικόνα του συστήματος του εναέριου χώρου και των αεροδρομίων. Οι κόμβοι αντιστοιχούν στα αεροδρόμια και στα τμήματα του χώρου. Όπως πολύ εύκολα μπορούμε να διαπιστώσουμε, το παράδειγμα του γραφήματος έχει 4 αεροδρόμια και 6 τμήματα του χώρου. Υποθέτουμε ότι κάθε κόμβος έχει περιορισμένο αριθμό σημείων εισόδου και εξόδου. Οι περιγεγραμμένες περιοχές περιγράφουν τα τμήματα του χώρου, τα αστερία τα σημεία εισόδου και εξόδου και οι κύκλοι τα αεροδρόμια. Κάθε αεροδρόμιο παριστάνεται από 4 κόμβους. Τα τόξα ενώνουν τα σημεία εισόδου και

εξόδου, καθώς και τα σημεία διέλευσης και των αεροδρομίων. Κάθε τόξο (i, j) έχει ένα αντίστοιχο χρόνο ταξιδιού $t_{i,j}$.



Σχήμα 1- Μοντελοποιημένο αεροδρόμιο 4 κόμβων

Παραπάνω παρατηρούμε ένα αεροδρόμιο μοντελοποιημένο με 4 κόμβους, δηλαδή τέσσερις περιπτώσεις που μπορεί να βρεθεί ένα αεροσκάφος. Οι βρόχοι που καταλήγουν στους εαυτούς τους (self-loops) αναπαριστούν την καθυστέρηση στο δίκτυο, με χρόνο ταξιδιού ίσο με 1. Στην απλή μορφή του δικτύου αυτού, τα ζεύγη που μας απασχολούν είναι το ζεύγος αεροδρομίων αναχώρησης και άφιξης.

Για την μοντελοποίηση του αεροδρομίου i χρησιμοποιούμε 4 κόμβους i_A, i_B, i_C, i_D . Όλες οι εισερχόμενες πτήσεις στο αεροδρόμιο i , προσγειώνονται αρχικά στον κόμβο i_A , όπως φαίνεται και στο παραπάνω γράφημα. Ύστερα, κάθε πτήση μπορεί είτε να προχωρήσει στον κόμβο i_B είτε στον κόμβο i_C .

Ο κόμβος i_B αναπαριστά την κατάσταση κατά την οποία ένα αεροσκάφος έχει ολοκληρώσει όλες τις απαιτούμενες πτήσεις για το χρονικό διάστημα το οποίο μελετάμε. Έτσι, η ροή στον κόμβο i_B αφαιρείται από το δίκτυο για τον εναπομείναντα χρόνο.

Ο κόμβος i_C αντιπροσωπεύει την κατάσταση κατά την οποία το αφιχθέν αεροπλάνο, θα πρέπει να εκτελέσει τουλάχιστον μια ακόμη πτήση στο υπό μελέτη χρονικό διάστημα. Προφανώς, στον κόμβο αυτό, η ροή που αντιστοιχεί στις αφιχθέντες πτήσεις είναι ισορροπημένη με την ροή των αναχωρούντων πτήσεων. Το βέλος καθυστέρησης στον κόμβο i_C δηλώνει την κατάσταση κατά την οποία ένα αεροσκάφος φτάνει νωρίτερα από την επόμενη προγραμματισμένη πτήση του. Η ροή συνεχίζει από τον κόμβο i_C στον κόμβο i_D .

Στον κόμβο i_D , όλες οι πτήσεις αποχωρούν από αυτό το αεροδρόμιο. Το βέλος καθυστέρησης στον κόμβο αυτό, δηλώνει τις καθυστερήσεις εδάφους των πτήσεων (ground holding of flights).

Για την καλύτερη κατανόηση του προβλήματος, ορίζουμε τις παρακάτω μεταβλητές:

$N(A, S)$: το δίκτυο που αποτελείται από αεροδρόμια και τμήματα χώρου όπως έχουν ήδη περιγραφεί

Το σύνολο των αγαθών (commodities) υποδηλώνεται από $\{1, \dots, A(A-1)\}$ όπου A ο αριθμός των αεροδρομίων.

Διακριτοποιούμε τον χρόνο σε σύνολο χρονικών περιόδων $T = \{1, \dots, T\}$. Για κάθε χρονική περίοδο αναφερόμαστε ως χρόνος t . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι με τον όρο πτήση εννοούμε μια μεμονωμένη πτήση μεταξύ δυο αεροδρομίων, ενώ με τον όρο συνεχόμενη πτήση εννοούμε μια πτήση με αεροσκάφος που μόλις εκτέλεσε μια προηγούμενη πτήση.

$t_{i,j}$ = ο ελάχιστος χρόνος ταξιδιού μεταξύ ενός τόξου (i, j)

$C_i(t)$ = η χωρητικότητα του τμήματος i το χρονικό διάστημα t

$r(i)$ = ο χρόνος ανεφοδιασμού του αεροσκάφους. Ο χρόνος δηλαδή που απαιτείται ώστε το αεροσκάφος να γεμίσει με καύσιμα, να καθαριστεί και να επιβιβαστούν οι επιβάτες και οι αποσκευές τους στο αεροδρόμιο i

$orig(k)$ = το αεροδρόμιο αναχώρησης για ένα αγαθό/πτήση k

$dest(k)$ = το αεροδρόμιο άφιξης για ένα αγαθό/πτήση k

$N(k)$ = το σύνολο των τόξων που μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα αγαθό/πτήση k

F = το σύνολο των πτήσεων

d_f = ο προγραμματισμένος χρόνος αναχώρησης της πτήσης $f \in F$

c^g = το κόστος καθυστέρησης στο έδαφος μιας πτήσης για 1 μονάδα του χρόνου

c^a = το μέσο κόστος πτήσης ενός αεροσκάφους για 1 μονάδα του χρόνου

H = ο συνολικός προγραμματισμένος χρόνος όλων των πτήσεων

C = το σύνολο των πτήσεων που είναι συνεχόμενες

T_f = το σύνολο των εφικτών χρόνων αναχώρησης για την πτήση f όπου $f \in F$

$k(f)$ = το αγαθό της πτήσης όπου $f \in F$

$k'(f)$ = το αγαθό της πτήσης που προηγείται της πτήσης f όπου $f \in F$

$sup_k(t)$ = ο αριθμός των πτήσεων του αγαθού k , οι οποίες είναι προγραμματισμένες να αναχωρήσουν τον χρόνο t και δεν είναι συνεχόμενες

$Dem_k(t)$ = ο αριθμός των πτήσεων του αγαθού k οι οποίες είναι προγραμματισμένες να προσγειωθούν τον χρόνο t , το αργότερο, και δεν έχουν κάποια επόμενη πτήση εκείνη την ημέρα

Για να μειώσουμε τις διαστάσεις του προβλήματος, συναθροίζουμε κάποιες μεταβλητές ανά πτήσεις. Κατά αυτόν τον τρόπο ορίζουμε την εξής μεταβλητή:

$X_{i,j}^k(t)$ = ο αριθμός των πτήσεων του αγαθού k που αναχωρούν από τον κόμβο i την χρονική στιγμή t και φτάνουν στον κόμβο j την χρονική στιγμή $t + t_{i,j}$

Σ' αυτό το σημείο είναι καλό να αναφερθεί ότι αυτές οι μεταβλητές είναι μεταβλητές ροής και όχι μεταβλητές πτήσης. Για αυτό το λόγο, για να προτείνουμε πορείες πτήσεις πρέπει να μετατρέψουμε τις μεταβλητές ροής σε μεταβλητές πτήσης, διασπάζοντας τις μεταβλητές μέσω μιας τυχαιοποιημένης μεθόδου ανάλυσης, η οποία παρουσιάζεται σε μετέπειτα ενότητα, χρησιμοποιώντας την έννοια της ευρετικής.

Τέλος, για τις συνεχόμενες πτήσεις έχουμε και την μη-συναθροιστική μεταβλητή πτήσης:

$$y_f(t) = \begin{cases} 1, & \text{εκτελεί πτήση } f \in F \text{ και έτοιμο για αναχώρηση την χρ. στιγμή } t \in T_f \\ 0, & \text{σε κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

Η μεταβλητή αυτή, χρησιμοποιείται στην διαχείριση των συνεχόμενων πτήσεων, όταν δηλαδή ένα αεροπλάνο πρέπει να μεταβιβαστεί από την μια πτήση στην επόμενη άμεσα. Πιο συγκεκριμένα, οι μεταβλητές αυτές χρησιμοποιούνται για να διασφαλιστεί η αναγκαιότητα της μεταφοράς των αγαθών (commodities) στο επίπεδο των συνεχόμενων πτήσεων. Θα πρέπει να γίνει αντιληπτό ότι σε κάθε συνεχόμενη πτήση ανατίθεται ένα μοναδικό αγαθό να προηγείται αντί για μια μοναδική πτήση.

Για κάθε συνεχόμενη πτήση $f \in F$, γνωρίζουμε ότι το αγαθό της πτήσης f , συμβολίζεται ως $k(f)$, ενώ το αγαθό της αντίστοιχης πτήσης που προηγείται συμβολίζεται ως $k'(f)$. Έτσι λοιπόν, αντί να αναγκάζουμε την πτήση $f \in F$, να είναι μια συνέχεια της πτήσης f' , εξασφαλίζουμε ότι για κάθε συνεχόμενη πτήση, θα πρέπει να υπάρχει ένα αεροσκάφος αγαθού $k'(f)$ διαθέσιμο για να χρησιμοποιηθεί για την πτήση $f \in F$.

Χρησιμοποιώντας αυτές τις μη συναθροιστικές μεταβλητές, δημιουργούμε επιπλέον περιορισμούς, οι οποίες ορίζουν ότι θα πρέπει να υπάρχει ένα διαθέσιμο αεροσκάφος

για κάθε πτήση $f \in F$ κάποια στιγμή. Με άλλα λόγια, $y_f(t)$ θα πρέπει να ισούται με 1 για κάποια στιγμή μέσα στο εύρος των εφικτών χρόνων αναχώρησης. Κατά αυτόν τον τρόπο, η εξασφάλιση της συνέχειας της πτήσης, γίνεται με τον οικονομικότερο τρόπο αναφορικά με το πλήθος των χρησιμοποιούμενων μεταβλητών. Επεξηγηματικά, με τη μέθοδο αυτή, χρησιμοποιούνται μόνο $|F|$ επιπλέον μεταβλητές. Χωρίς αυτές και τις απαιτούμενες ρυθμίσεις στους περιορισμούς, οι συνεχόμενες πτήσεις θα αναχωρούσαν πριν την προγραμματισμένη ώρα αναχώρησης και θα χρησιμοποιούσαν οποιαδήποτε ελεύθερο αεροσκάφος για την εκτέλεση της πτήσης. Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι το σύνολο των εφικτών χρόνων αναχώρησης T_f για $f \in F$, έχει ως κάτω όριο την προγραμματισμένη ώρα αναχώρησης της πτήσης f και ως άνω, αρκετές ώρες μετά.

Η αντικειμενική συνάρτηση του TFMR προβλήματος έχει ως στόχο την ελαχιστοποίηση του τελικού κόστους καθυστέρησης όλων των απαιτούμενων πτήσεων. Κάθε καθυστέρηση πτήσης μπορεί να οφείλεται στην αναγκαστική κράτηση του αεροσκάφους στο έδαφος (ground holding), στην μείωση της ταχύτητας εν ώρα πτήσης ή στην επιλογή μιας διαδρομής μεγαλύτερης από την προγραμματισμένη. Επιπλέον, οι συνεχόμενες πτήσεις μπορεί να καθυστερήσουν λόγω μη διαθεσιμότητας αεροσκάφους την εν λόγω ώρα αναχώρησης.

Η αντικειμενική συνάρτηση δίνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \sum_{\{k,t,i\}=orig(k)} c^g x_{i_D,i_D}^k(t) + \sum_{\{(k,t,f):f \in F, k(f)=k, t \in T_f\}} (t - d_f) y_f(t) \\ & + \sum_{\{k,i,t\}} c^a x_{i,j}^k(t) + \sum_{\{k,t,(i,j) \in N(k)\}} c^a x_{i,j}^k(t) - c^a H \quad (1) \end{aligned}$$

Ο πρώτος όρος αποτελεί το κόστος των καθυστερήσεων αναγκαστικής κράτησης στο έδαφος (ground holding delay), ενώ ο δεύτερος, το κόστος καθυστερήσεων των συνεχόμενων πτήσεων, λόγω μη διαθεσιμότητας αεροσκάφους για την έγκαιρη αναχώρηση. Ο τρίτος όρος αφορά το κόστος εναέριας καθυστέρησης λόγω της μείωσης ταχύτητας και ο τέταρτος δηλώνει το συνολικό πραγματικό κόστος ταξιδιού. Τέλος, ο πέμπτος σταθερός όρος δηλώνει το συνολικό κόστος των προγραμματισμένων ταξιδιών. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι το κόστος που προκαλείται από την αλλαγή της διαδρομής λαμβάνεται όταν το συνολικό κόστος των προγραμματισμένων ταξιδιών αφαιρείται από το συνολικό πραγματικό κόστος ταξιδιού.

Τέλος, οι περιορισμοί του προβλήματος είναι:

$$\sum_{\{j:(i,j) \in N(k)\}} x_{i,j}^k(t) - \sum_{\{j:(i,j) \in N(k)\}} x_{i,j}^k(t-t_{j,i}) = 0 \quad \forall i \in A, k, t \quad (2)$$

$$\sum_{\{j:(i,j) \in N(k)\}} x_{j,i_A}^k(t-t_{j,i_A}) - x_{i_A,i_B}^k(t) - x_{i_A,i_C}^k(t) = 0 \quad \forall k, t, i = \text{dest}(k) \quad (3)$$

$$x_{i_A,i_B}^k(t) + x_{i_B,i_B}^k(t-1) - x_{i_B,i_B}^k(t) = \text{Dem}_k(t) \quad \forall k, t, i = \text{dest}(k) \quad (4)$$

$$\sum_{f \in F: k=k'(f)} y_f(t) + x_{i_C,i_C}^k(t) - x_{i_C,i_C}^k(t-1) - x_{i_A,i_C}^k(t-r(i)) = 0 \quad \forall k, t, i = \text{dest}(k) \quad (5)$$

$$\sum_{\{j:(i_D,j) \in N(k)\}} x_{i_D,j}^k(t) - \sum_{f \in F: k=k'(f)} y_f(t) - x_{i_D,i_D}^k(t-1) = \text{sup}_k(t) \quad \forall k, t, i = \text{orig}(k) \quad (6)$$

$$\sum_k \sum_{\{j:(i,j) \in N(k)\}} \sum_{\{t': t-t_{i,j} < t' \leq t\}} x_{i,j}^k(t') \leq C_i(t) \quad \forall i, t \quad (7)$$

$$\sum_{\{t \in T_f\}} y_f(t) = 1 \quad \forall f \in F \quad (8)$$

$$x_{i,j}^k(t) \geq 0, \text{ ακέραιος } \forall i, j, k, t \quad (9)$$

$$y_f(t) \in \{0,1\} \quad \forall f, t \quad (10)$$

Για την καλύτερη κατανόηση των περιορισμών ακολουθεί η αναλυτική επεξήγησή τους.

Ο περιορισμός (2) αφορά την δυναμική της διατήρησης της ροής των τμημάτων του χώρου. Υπάρχει ένας περιορισμός για κάθε κόμβο i τμήματος, αγαθού k και χρόνου t . Ο περιορισμός αυτός αφορά τη διατήρηση της ροής για τους κόμβους αεροδρομίων i_A, i_B, i_C, i_D όπως ορίσαμε προηγουμένως.

Ο περιορισμός (3) αναγκάζει την διατήρηση της ροής στον κόμβο i_A του αεροδρομίου i . Στον κόμβο i_A , αθροίζουμε όλους τους κόμβους που μπορούν να φτάσουν στο αεροδρόμιο i από κάποιο τμήμα j ενός αγαθού k . Όπως είπαμε και προηγουμένως, ο κόμβος αυτός είναι εκεί όπου εισέρχονται όλες οι πτήσεις στο δίκτυο. Παρατηρούμε ότι οι μεταβλητές αναφορικά με τον χρόνο είναι $t - t_{j,i_A}$, επειδή αυτή είναι η χρονική στιγμή που πρέπει η ροή να φύγει από το j αν πρέπει να φτάσει στο i στον χρόνο t . Η ροή αυτή πρέπει να είναι ίση με την ροή στον κόμβο i_A την χρονική στιγμή t και έχει την δυνατότητα να πάει είτε στον κόμβο i_B , όπου θα φύγει από το δίκτυο, είτε στον κόμβο i_C , όπου θα μεταφερθεί σε άλλο αγαθό.

Ο περιορισμός (4) αναγκάζει τη διατήρηση της ροής στον κόμβο i_B , του αεροδρομίου i . Υπενθυμίζουμε, ότι ο κόμβος αυτός αφορά τα αεροσκάφη που έχουν ολοκληρώσει όλες τις πτήσεις τους και είναι έτοιμα να αποχωρήσουν από το δίκτυο. Η ροή του κόμβου i_B , την χρονική στιγμή t ισούται με την ροή του κόμβου i_A , $x_{i_A, i_B}^k(t)$, προστιθέμενη όποια ροή αναγκαστικής κράτησης στο έδαφος από προηγούμενη χρονική περίοδο, $x_{i_B, i_B}^k(t-1)$. Αυτό θα πρέπει να ισούται με την «ροή εξόδου» (flow out), η οποία είναι $Dem_k(t) + x_{i_B, i_B}^k(t)$. Με άλλα λόγια, αν η ροή φτάσει στον κόμβο i_B από τον κόμβο i_A , πριν από την τελευταία προγραμματισμένη ώρα να φτάσει, τότε προσγειώνεται και κρατείται στο έδαφος, χωρίς κάποιο κόστος, μέχρι την στιγμή που η ροή μπορεί να αφαιρεθεί με μη μηδενική τιμή του $Dem_k(t)$. Κατά αυτόν τον τρόπο, κάθε αεροσκάφος αφαιρείται από το δίκτυο την τελευταία στιγμή πριν την προγραμματισμένη ώρα άφιξης.

Ο περιορισμός (5) αναγκάζει τη διατήρηση της ροής στον κόμβο i_C . Τα αεροσκάφη του κόμβου i_C έχουν ακόμη τουλάχιστον μια πτήση να εκτελέσουν. Η ροή εισόδου (flow in) στον κόμβο είναι του αγαθού k , ενώ η ροή εξόδου (flow out) είναι διαφορετικού αγαθού. Η ροή στον κόμβο i_C προέρχεται από τον κόμβο i_A , σύμφωνα με τον τελευταίο όρο $x_{i_A, i_C}^k(t-r(i))$. Υπάρχει ένα βέλος καθυστέρησης στον κόμβο i_C που αφορά τα αεροσκάφη εκείνα, που φτάνουν στο αεροδρόμιο i , καθαρίζονται και ανεφοδιάζονται πριν χρειαστεί να πετάξουν για την επόμενη πτήση τους. Δεν υπάρχει κάποιο κόστος για την χρήση αυτού του βέλους, απλά δηλώνει την αναμονή του αεροσκάφους στο αεροδρόμιο μέχρι την επόμενη πτήση του. Τελικά, η ροή εξόδου του κόμβου i_C δίνεται από το άθροισμα $\sum_{f \in F: k=k'(f)} y_f(t)$. Αυτό περιλαμβάνει όλες τις πτήσεις που συνεχίζουν από τις πτήσεις αγαθών k και μπορεί να αναχωρήσουν την χρονική στιγμή t .

Ο περιορισμός (6) αναγκάζει τη διατήρηση της ροής στον κόμβο i_D . Στον κόμβο αυτό, όλα τα αεροσκάφη αποχωρούν από το συγκεκριμένο δίκτυο. Επομένως, η ροή εξόδου του κόμβου i_D σε κάποιον κόμβο j αφαιρούμενη από την ροή εισόδου στον κόμβο i_D θα πρέπει να ισούται με το $sup_k(t)$, δηλαδή τον ανεφοδιασμό στο αεροδρόμιο i την χρονική στιγμή t για το αγαθό k τέτοια ώστε $i = orig(k)$. Ο πρώτος όρος του περιορισμού (6) δηλώνει την ροή εξόδου του κόμβου i_D . Το άθροισμα αυτό εμπεριέχει και την αναγκαστική κράτηση του αεροσκάφους στο έδαφος (ground holding) όταν το $j = i_D$. Η ροή εισόδου στον κόμβο i_D είναι είτε από τον κόμβο i_C είτε από την αναγκαστική κράτηση του αεροσκάφους στο έδαφος (ground holding) σε κάποια προηγούμενη χρονική περίοδο. Στην πρώτη περίπτωση, η ροή του i_C προέρχεται από όλες τις συνεχόμενες πτήσεις, οι οποίες είναι αγαθών $k(f) = k$. Η τιμή της αναγκαστικής κράτησης εδάφους (ground holding) από προηγούμενη χρονική στιγμή δίνεται από $x_{i_D, i_D}^k(t-1)$.

Ο περιορισμός (7) εξασφαλίζει τους περιορισμούς χωρητικότητας. Το $C_i(t)$ ορίζει την τιμή της χωρητικότητας των αεροσκαφών που μπορούν να βρίσκονται στο τμήμα του χώρου i την χρονική στιγμή t . Για να αναπαρασταθεί αυτό, σε μορφή μεταβλητών ροής, θα πρέπει να αθροίσουμε όλα τα αγαθά και όλα τα τόξα που αντιπροσωπεύουν το ταξίδι στο τμήμα του χώρου i των αγαθών k την χρονική στιγμή t .

Ο περιορισμός (8) αναγκάζει τις συνεχόμενες πτήσεις να αναχωρούν κάποια χρονική στιγμή t , μέσα στο όριο εφικτών χρόνων αναχώρησης, T_f . Τέλος, δε θα μπορούσαν να μην ληφθούν υπόψιν ο περιορισμός της μη αρνητικότητας, καθώς και η δυαδικότητα των μεταβλητών $y_f(t)$.

Παρατηρήσεις:

Η παραπάνω μορφοποίηση του TFMRP προβλήματος είναι ένα ακέραιο, πολλαπλών απαιτήσεων, δυναμικό μοντέλο ροής δικτύου, με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους (Multi-commodity, integer variation of the minimum cost dynamic network flow problem). Όμως, υπάρχουν κάποιες διαφοροποιήσεις. Αρχικά, το γεγονός ότι η χωρητικότητα του περιορισμού (7) συνδέεται άρρηκτα με τα αγαθά, τα τόξα και τις χρονικές στιγμές, όχι μόνο με τα αγαθά. Επιπροσθέτως, οι αναλυτικές μεταβλητές $y_f(t)$ δεν είναι μεταβλητές ροής, καθώς και ότι δεν υπάρχουν επιπρόσθετοι πλευρικοί περιορισμοί του περιορισμού (8).

Το μοντέλο δεν επιτρέπει πτήσεις να ακυρώνονται. Αν το βέλτιστο πρόγραμμα περιέχει πτήση με πολύ υψηλό χρόνο καθυστέρησης, αποτέλεσμα κάποιας αργοπορημένης αναχώρησης, μακρινής αναδρομολόγησης της διαδρομής της πτήσης ή και των δύο, τότε η αεροπορική μπορεί να επιλέξει να ακυρώσει την πτήση αυτή.

4.3 The Traffic Flow Management Rerouting Problem (TFMRP) εφαρμοσμένο σε πολλαπλές αεροπορικές εταιρίες

Στην προηγούμενη ενότητα μοντελοποιήσαμε το πρόβλημα εφαρμοσμένο σε μια αεροπορική εταιρία. Όπως είναι προφανές όμως, αυτό δεν γίνεται να έχει χρηστική εφαρμογή στον πραγματικό κόσμο, όπου υπάρχουν πάνω από 5000 αεροπορικές εταιρίες παγκοσμίως. Είναι λογικό, ότι ανάμεσα σε τόσες αεροπορικές εταιρίες, θα τύχει να βρίσκονται περισσότερες από μια ταυτόχρονα στον ίδιο εναέριο χώρο. Έτσι λοιπόν, θα πρέπει να γίνει μια προσαρμογή του προηγούμενου μοντέλου για να γίνει πιο πρακτικά εφαρμόσιμο στα δεδομένα. Ο κύριος λόγος για τον οποίο αυτή η προσαρμογή είναι απαραίτητη είναι οι συνεχόμενες πτήσεις. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, μια συνεχόμενη πτήση δεν βασίζεται σε μια μοναδική πτήση, αλλά στο γεγονός ότι κάποιο αεροπλάνο, ίδιου αγαθού, θα είναι διαθέσιμο για την πραγματοποίηση της πτήσης, πριν από την αναχώρηση της συνεχόμενης πτήσης.

Σ' αυτήν την ενότητα, είναι απαραίτητη η προϋπόθεση ότι όχι μόνο θα υπάρχει ένα διαθέσιμο αεροπλάνο ίδιου αγαθού, αλλά και το στοιχείο ότι το αεροπλάνο αυτό θα ανήκει στην ίδια αεροπορική εταιρία. Για να επιτευχθεί αυτό θα πρέπει να ορίσουμε ξανά την έννοια του αγαθού, έτσι ώστε να υπάρχει ξεχωριστό αγαθό από κάθε ζεύγος προέλευσης-προορισμού και επιπλέον από κάθε αεροπορική εταιρία. Με τον επαναπροσδιορισμό αυτόν, εξασφαλίζεται πλέον η συνέχεια μιας πτήσης ότι θα εκτελείται από την σωστή αεροπορική εταιρία, αλλά αυξάνει και τον αριθμό των αγαθών κατά ένα πολλαπλάσιο του αριθμού των αεροπορικών εταιριών.

Τέλος, ένας ακόμη παράγοντας ο οποίος πλέον θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν είναι εκείνος της αμεροληψίας. Με λίγα λόγια, μπορεί να είναι βέλτιστη λύση το να ανατεθεί όλη η αργοπορία σε μια αεροπορική εταιρεία, όμως αυτή η λύση δεν γίνεται να είναι και η αποδεκτή. Για αυτόν τον λόγο, θα πρέπει να διασφαλιστεί ότι οι καθυστερήσεις θα κατανέμονται δίκαια σ' όλες τις αεροπορικές εταιρείες. Όπως θα αναλυθεί και περαιτέρω, αυτό επιτυγχάνεται με την προσθήκη περιορισμών που εξασφαλίζουν ότι κάθε αεροπορική εταιρεία θα λαμβάνει μέχρι ένα συγκεκριμένο ποσοστό καθυστερήσεων.

Για την μορφοποίηση του TFMR προβλήματος, θα χρησιμοποιήσουμε και πάλι την χαλάρωση του Lagrange (Lagrangian Relaxation) με τυχαιοποιημένη στρογγυλοποίηση, ώστε να δίνει σχεδόν βέλτιστες λύσεις για το πρόβλημα. Το κίνητρο για την επίλυση της Linear Programming χαλάρωσης, χρησιμοποιώντας τεχνικές του Lagrange, είναι να αποκτήσουμε γρήγορα πολλές μη-ακέραιες λύσεις. Εκείνες, όταν θα τις χρησιμοποιήσουμε ως τυχαιοποιημένη ευρετική στρογγυλοποίηση, όπως θα περιγραφεί παρακάτω, θα δημιουργήσουν ένα μεγάλο σύνολο πιθανών διαδρομών πτήσης, η διαδικασία μετατροπής μεταβλητών ροής σε μεταβλητές πτήσεις που αναφέραμε προηγουμένως.

Αλγόριθμος παραγωγής του Lagrange (The Lagrangian Generation Algorithm)

Βήματα:

1. Χαλάρωση του Lagrange του LP

Όπως έχουμε αναφέρει, το TFMR πρόβλημα αφορά την ελαχιστοποίηση της παρακάτω συνάρτησης, υπό τους περιορισμούς (2)-(10), της προηγούμενης ενότητας.

$$\sum_{\{k,t,i\}=orig(k)} c^g x_{i_D, i_D}^k(t) + \sum_{\{(k,t,f):f \in F, k(f)=k, t \in T_f\}} (t - d_f) y_f(t) + \sum_{\{k,i,t\}} c^a x_{i,j}^k(t) + \sum_{\{k,t,(i,j) \in N(k)\}} c^a x_{i,j}^k(t) - c^a H \quad (1)$$

Ξεκινώντας την μορφοποίηση του TFMR προβλήματος, χαλαρώνουμε τους περιορισμούς χωρητικότητας (7) στην αντικειμενική συνάρτηση με πολλαπλασιαστές λ . Οι πολλαπλασιαστές Lagrange λ χρησιμοποιούνται για την εύρεση ακρότατων μιας συνάρτησης $f(x, y, z)$ των οποίων οι μεταβλητές βρίσκονται υπό τους περιορισμούς της μορφής $g_i(x, y, z)$. Επιπλέον, χαλαρώνουμε τους περιορισμούς ακεραιότητας στους περιορισμούς (9) και (10), επιλύοντας έτσι το χαλαρό πρόβλημα ως ένα γραμμικό πρόγραμμα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα βέλτιστα κόστη του προβλήματος του Lagrange ισούνται με τα κόστη του γραμμικού προβλήματος χαλάρωσης του TFMR προβλήματος. Αρχικοποιούμε το κατώτερο όριο, επιλύοντας τον γραμμικό προγραμματισμό χαλάρωσης της μορφοποίησης του TFMR προβλήματος. Το αρχικό άνω όριο είναι άπειρο.

2. Επίλυση του χαλαρού προβλήματος

Επιλύουμε το χαλαρό πρόβλημα και αποκτούμε μια δυνητική κλασματική λύση $y_f(t), x_{i,j}^k(t)$.

3. Τυχαία στρογγυλοποίηση

Στρογγυλοποιούμε τυχαία τις μεταβλητές $y_f(t)$ σε δυαδικές λύσεις (0 και 1) και αναλύουμε τυχαία την ροή σε διαδρομές πτήσεων. Οι διαδρομές αυτές προστίθενται στην λίστα από πορείες.

4. Μορφοποίηση “packing”

Μορφοποιούμε και επιλύουμε το ακέραιο πρόβλημα ομαδοποίησης (packing problem), στο οποίο επιχειρούμε να ομαδοποιήσουμε τα στοιχεία της λίστας από πορείες σε σύστημα εναέριου χώρου με χωρητικότητες. Αν μια νέα λύση βρεθεί, ενημερώνουμε το άνω όριο.

Στο σημείο αυτό, θα ήταν σωστό να αναφερθούμε στην έννοια του προβλήματος ομαδοποίησης. Τα προβλήματα ομαδοποίησης είναι μια κατηγορία προβλημάτων των προβλημάτων βελτιστοποίησης, στα οποία επιχειρούμε να ομαδοποιήσουμε αντικείμενα μαζί σε «δοχεία». Στόχος μας είναι είτε να ομαδοποιήσουμε όσο το δυνατόν πυκνότερα ένα «δοχείο» είτε να ομαδοποιήσουμε όλα τα αντικείμενα χρησιμοποιώντας τα λιγότερα δυνατά «δοχεία». Κάθε πρόβλημα ομαδοποίησης έχει ένα αλληλεπικαλυπτόμενο πρόβλημα, το οποίο αναφέρει πόσα ίδια αντικείμενα απαιτούνται για την πλήρη κάλυψη κάθε περιοχής του «δοχείου», όπου επιτρέπεται στα αντικείμενα να επικαλύπτονται.

5. Κριτήριο τερματισμού

Αν το πάνω και το κάτω όριο είναι εντός της επιθυμητής ακρίβειας ϵ , σταματάμε.

6. Ενημέρωση των πολλαπλασιαστών

Ενημερώνουμε τους πολλαπλασιαστές λ και πάμε στο Βήμα 2.

Αναλυτική Περιγραφή του Αλγορίθμου

Κατά την διάρκεια του βήματος (2) του αλγορίθμου, επιλύουμε ένα άνευ χωρητικότητας “Multi-commodity Dynamic Network Flow ” πρόβλημα, όπως έχει ήδη οριστεί στην προηγούμενη ενότητα, με τον ίδιο τρόπο που θα επιλύαμε ένα γραμμικό πρόγραμμα. Για την γρήγορη επίλυση του προβλήματος, χρησιμοποιούμε το Solver του δικτύου (network flow), *CPLEX*. Το *CPLEX* είναι ένα πακέτο λογισμικού για την μοντελοποίηση και την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, το οποίο αναπτύχθηκε από την εταιρεία IBM. Ο κυριότερος λόγος που μας ωθεί στο να εκτελέσουμε το βήμα αυτό είναι η δημιουργία προτεινόμενων διαδρομών πτήσης.

Ύστερα, ενημερώνουμε τους πολλαπλασιαστές, χρησιμοποιώντας την επαναληπτική προσέγγιση του Everett (1963). Ο Everett παρατήρησε ότι αν το x^o είναι η βέλτιστη λύση της $\max_{x \in X} f(x) - \sum_{i=1}^m u_i g_i(x)$ όπου οι m - σταθερές u είναι οι μη αρνητικοί πολλαπλασιαστές και f, g_i είναι αυθαίρετες πραγματικές συναρτήσεις πάνω σ’ ένα

αυθαίρετο σύνολο X , τότε το x μεγιστοποιεί το $f(x)$ για όλα τα $x \in X$, ικανοποιώντας το $g_i(x) \leq g_i(x^0)$ όπου $i = 1, \dots, m$. Επομένως, θέλουμε να επιλύσουμε την

$$\max_{x \in X} f(x) \text{ με } g_i(x) \leq b_i \text{ } i = 1, \dots, m$$

με τις δοσμένες σταθερές b_i , δηλαδή το ποσό των διαθέσιμων πόρων. Αρκεί λοιπόν να βρούμε μη αρνητικούς πολλαπλασιαστές λ τέτοιους ώστε να βρούμε μια αντίστοιχη βέλτιστη λύση x^0 της (1) που θα ικανοποιεί την $g_i(x^0) = b_i$ με $i = 1, \dots, m$.

Αναλυτικότερα, αναπαριστούμε την χωρητικότητα του περιορισμού (7) ως $AX \leq b$. Έστω, a_j να είναι η j -οστή σειρά του πίνακα A και b_j να είναι η «δεξιά» τιμή της εξίσωσης της σειράς. Έστω επίσης, x^k να είναι το διάνυσμα των λύσεων της k επανάληψης και έστω λ_j^k να είναι οι πολλαπλασιαστές του Lagrange για τον j -οστό περιορισμό της επανάληψης k , το οποίο καθορίζεται από τον ακόλουθο κανόνα:

$$\text{Αν } a_j'x^k > b_j, \text{ τότε } \lambda_j^{k+1} = (1 + \delta_j^k)\lambda_j^k$$

$$\text{Αν } a_j'x^k \leq b_j, \text{ τότε } \lambda_j^{k+1} = (1 - \delta_j^k)\lambda_j^k$$

Οι παράμετροι δ_j^k αλλάζουν σύμφωνα με τον παρακάτω κανόνα:

$$\text{Αν } (a_j'x^k - b_j) (a_j'x^{k-1} - b_j) > 0, \quad \text{τότε } \delta_j^{k+1} = \varepsilon_1 \delta_j^k$$

$$\text{Αν } (a_j'x^k - b_j) (a_j'x^{k-1} - b_j) < 0, \quad \text{τότε } \delta_j^{k+1} = \varepsilon_2 \delta_j^k$$

$$\text{Αν } (a_j'x^k - b_j) (a_j'x^{k-1} - b_j) = 0, \quad \text{τότε } \delta_j^{k+1} = \delta_j^k$$

Οι τιμές των ε_1 και ε_2 είναι σταθερές παράμετροι όπου $\varepsilon_1 > 1$ και $\varepsilon_2 < 1$.

Αν $a_j'x^k > b_j$, τότε η λύση x χρησιμοποιεί υπερβολική ποσότητα του διαθέσιμου j -οστού πόρου. Συνεπώς, αυξάνουμε τον πολλαπλασιαστή του Lagrange για την επιβολή μεγαλύτερων «κυρώσεων» για την παραβίαση. Σ' αυτήν την μέθοδο, ο πολλαπλασιαστής του Lagrange θα αυξηθεί κατά έναν παράγοντα $(1 + \delta_j^k)$. Παρόμοια, αν $a_j'x^k \leq b_j$, τότε η λύση x χρησιμοποιεί μια εφικτή ποσότητα του j -οστού πόρου. Συνεπώς, μειώνουμε τον πολλαπλασιαστή του Lagrange κατά έναν παράγοντα $(1 - \delta_j^k)$. Το πόσο θα αυξησουμε ή θα μειώσουμε την κάθε επανάληψη, καθορίζεται από το δ_j^k , το οποίο καλείται μέγεθος βήματος και ελέγχεται σε κάθε επανάληψη.

Οι τιμές του δ_j^k ενημερώνονται ως εξής. Αν οι περιορισμοί δεν ικανοποιούνται επανάληψη μετά από επανάληψη, τότε το μέγεθος βήματος αυξάνεται σταδιακά με βάση την υπόθεση ότι η τιμή του λ_j^k μπορεί να απέχει ακόμα από την βέλτιστη τιμή της. Αν ο περιορισμός κυμαίνεται μεταξύ της εφικτής και της μη εφικτής λύσης, τότε το μέγεθος βήματος μειώνεται σταδιακά με την υπόθεση ότι το λ_j^k τείνει προς την βέλτιστη τιμή του. Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι η ενημέρωση των πολλαπλασιαστών του Lagrange εξαρτάται μόνο από το εάν ο περιορισμός ικανοποιήθηκε ή όχι, όχι από το μέγεθος της διαφοράς από τη βέλτιστη τιμή.

Κατά την διάρκεια του βήματος (3) του αλγορίθμου, στόχος είναι η μετατροπή των μεταβλητών ροής σε μεταβλητές πτήσεις. Δηλαδή, η δημιουργία ενός συνόλου διαδρομών για μεμονωμένες πτήσεις από τις λύσεις της αθροιστικής ροής. Το κίνητρο για την χρήση της τυχαιοποίησης είναι να δημιουργηθεί ένα ευρύτερο σύνολο λύσεων.

Πριν όμως συνεχίσουμε την ανάλυση του βήματος αυτού, θα ήταν καλό να αναφερθεί ο όρος της *ευρετικής* (heuristic). Με την έννοια αυτή, εννοούμε μια γενική οδηγία ή στρατηγική ανεξάρτητη από οποιοδήποτε ειδικό θέμα, που βοηθά το λύτη να προσεγγίσει και να καταλάβει το πρόβλημα, διαχειρίζοντας αποτελεσματικά τις διαθέσιμες γνώσεις του για να το λύσει. Απλούστερα, εννοούμε κάθε μη αλγοριθμική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων, στην οποία η πορεία προς ένα τελικό αποδεκτό αποτέλεσμα στηρίζεται σε μια σειρά προσεγγιστικών αποτελεσμάτων. Αν και οι ευρετικές μέθοδοι δίνουν απλές και ικανοποιητικές λύσεις σε μερικά προβλήματα, τίποτα δεν εγγυάται ότι αυτές οι λύσεις είναι οι καλύτερες δυνατές. Συνήθως δίνουν προσεγγίσεις των βέλτιστων λύσεων και κάποιες φορές προτιμούνται επειδή δίνουν αποδεκτές απαντήσεις σε μικρό χρόνο.

Λόγω του βήματος (2), υπάρχει μια πιθανή κλασματική λύση, $y_f(t), x_{i,j}^k(t)$. Στο συγκεκριμένο βήμα, η ευρετική τυχαία προχωράει στο δίκτυο για κάθε πτήση, αναζητώντας μια θετική ροή σ' αυτό. Ξεκινώντας από το αεροδρόμιο αναχώρησης της πτήσης f , η ευρετική τυχαία διαλέγει το επόμενο τόξο που έχει θετική ροή. Αν η διαδικασία αυτή, καταλήξει σε βρόχο που καταλήγει πάντα στον εαυτό του (self-loop), τότε παραμένει στο αεροδρόμιο για μια ακόμη χρονική στιγμή και ύστερα αποφασίζεται τυχαία για το που θα κινηθεί την επόμενη χρονική στιγμή. Πιθανώς, το επόμενο βήμα, το τοποθετεί σ' έναν νέο τομέα, μετά την ολοκλήρωση του χρόνου ταξιδιού για το τόξο αυτό. Στη συνέχεια, για μια ακόμη φορά, θα διαλέξει τυχαία ένα άλλο τόξο με θετική ροή. Κατά αυτόν τον τρόπο, θα συνεχίσει να κινείται μέσα στο δίκτυο, μέχρι να φτάσει στον προορισμό του. Εν συνεχεία, θα περιγράψουμε αναλυτικά την διαδικασία αυτή.

Δημιουργούμε μια λίστα από πορείες, έστω $P = \{p_1, \dots, p_N\}$ όπου $p_i = \{(s_i(0), t_i(0)), \dots, (s_i(n_i), t_i(n_i))\}$, $s_i(m)$ είναι το m -οστό στοιχείο της πορείας p_i και $t_i(m)$ είναι η χρονική στιγμή κατά την οποία η πτήση φτάνει στο $s_i(m)$, $m = 0, \dots, n_i$. Ορίζουμε το N , ως το τελικό πλήθος των πορειών της λίστας και το $n_i + 1$ το τελικό πλήθος των στοιχείων της πορείας p_i . Ντετερμινιστικά, επιλέγουμε το πρώτο στοιχείο κάθε πορείας $s_i(0)$ να ισούται με τον κόμβο i_D του αναχωρούντος αεροδρομίου και $t_i(0)$ να ισούται με τον προγραμματισμένο χρόνο αναχώρησης. Για κάθε συνεχόμενη πτήση, επιλέγουμε την συντομότερη χρονική στιγμή στην οποία το $y_f(t)$ είναι μη μηδενικό και το θέτουμε ίσο με 1.

Για την δημιουργία των υπολοίπων πορειών, προχωρούμε στο δίκτυο για κάθε πτήση, ξεκινώντας από τον δεδομένο κόμβο $s_i(0)$ την χρονική στιγμή $t_i(0)$. Θα αναφερόμαστε στο αγαθό της πτήσης, ως το αγαθό k . Ύστερα, επιλέγουμε τυχαία απ'

όλα τα τόξα που προέρχονται από το $s_i(0)$ και έχουν θετική τιμή ροής, $x_{s_i(0),j}^k(t_i(0)) > 0$. Είναι πιθανό να επιλεγεί ένα τόξο που αναπαριστά τις καθυστερήσεις εδάφους. Έστω το τυχαία επιλεγμένο τόξο $(s_i(0), \hat{j})$, τότε θέτουμε $s_i(1) = j$ και $t_i(1) = t_i(0) + t_{s_i(0),j}$. Κατόπιν, πρέπει να μειώσουμε την τιμή της ροής της μεταβλητής $x_{s_i(0),j}^k(t_i(0))$ κατά μία μονάδα. Συνεχίζουμε κατά αυτόν τον τρόπο, μέχρι να φτάσουμε τον κόμβο i_A του αφιχθέντος αεροδρομίου. Επειδή οι ροές, σέβονται τον περιορισμό της διατήρησης της ροής, όπως ορίζει η χαλάρωση του Lagrange, θα υπάρχει πάντα η ροή εξόδου του κόμβου την οποία η ευρετική διαδικασία προσεγγίζει.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι που θα μπορούσαμε να ορίσουμε τις πιθανότητες που χρησιμοποιούνται για την επιλογή των πορειών. Επί του παρόντος, απλά αναθέτουμε ίσες πιθανότητες σε κάθε κόμβο που έχει θετική ροή. Το σκεπτικό είναι απλά να έχουμε μεγαλύτερη πιθανότητα για την απόκτηση εναλλακτικών πορειών. Μια ακόμη πιθανή μέθοδος τυχαιοποίησης, είναι να αναθέσουμε σε κάθε τόξο μια πιθανότητα βασισμένη στην ροή του τόξου. Συγκεκριμένα, θα μπορούσαμε να αναθέσουμε την πιθανότητα P_j στο τόξο (a, j) ως εξής:

$$P_j = \frac{x_{a,j}^k(t)}{\sum_{\{j:(a,j) \in N(k)\}} x_{a,j}^k(t)}$$

Χρησιμοποιώντας αυτές τις πιθανότητες, θα μπορούσαμε να καθορίσουμε ποιο τόξο να επιλέξουμε σε κάθε βήμα.

Όταν η ευρετική έχει ολοκληρωθεί, έχουμε ένα σύνολο από πορείες και χρονικές στιγμές, οι οποίες προστίθενται στην λίστα των πορειών και χρησιμοποιούνται ως δεδομένα για το ακέραιο προγραμματιστικό πρόβλημα ομαδοποίησης (packing problem).

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι η ευρετική παράγει πορείες οι οποίες ικανοποιούν τον περιορισμό της διατήρησης της ροής. Ειδικότερα, η χωρητικότητα του περιορισμού (7) και οι περιορισμοί του αεροδρομίου που σχετίζονται με τις συνεχόμενες πτήσεις (5) μπορεί να μην ικανοποιούνται. Με λίγα λόγια, οι λύσεις θα ικανοποιούν σίγουρα όλους τους περιορισμούς εκτός από αυτούς τους δύο. Έτσι, δημιουργείται ύστερα από λίγες επαναλήψεις, μια λίστα από πορείες η οποία έχει περισσότερη ευελιξία. Τελικά, το επόμενο προγραμματιστικό βήμα θα διαλέξει ένα συνδυασμό πορειών που θα ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς του TFMR προβλήματος.

Κατά την διάρκεια του βήματος (4), στόχος του προβλήματος ομαδοποίησης (packing problem) είναι να ομαδοποιήσει τις πορείες που παράγουμε στο προηγούμενο βήμα, σε σύστημα εναέριας κυκλοφορίας, έτσι ώστε όλες οι απαραίτητες πτήσεις να εκτελεστούν την σωστή, όχι απαραίτητα και ακριβής, ώρα αναχώρησης και οι περιορισμοί χωρητικότητας να ικανοποιούνται.

Μια πορεία $p_i = (s_i(0), t_i(0)), \dots, (s_i(n_i), t_i(n_i))$ καθορίζει τα στοιχεία και τους χρόνους μιας δεδομένης διαδρομής. Τα στοιχεία είναι τα αεροδρόμια, καθώς και τα τμήματα χώρου. Προφανώς, το πρώτο στοιχείο, $s_i(0)$ είναι το αεροδρόμιο αναχώρησης και το τελευταίο στοιχείο, $s_i(n_i)$, είναι το αφιχθέν αεροδρόμιο. Στις πορείες αυτές αναπαριστούνται και οι τυχούσες αναγκαστικές κρατήσεις του αεροσκάφους στο έδαφος. Επομένως, αν μια πορεία p_i , περιλαμβάνει g μονάδες από αναγκαστικές κρατήσεις του αεροσκάφους στο έδαφος, τότε τα στοιχεία $s_i(m)$, $m = 0, \dots, g - 1$, αναπαριστούν όλα τα αεροδρόμια αναχώρησης και οι χρονικές στιγμές $t_i(m)$, $m = 0, \dots, g - 1$ διαχωρίζονται κατά μια μονάδα χρόνου. Τοιουτοτρόπως, ο χρόνος $t_i(0)$ δεν είναι ο πραγματικός χρόνος αναχώρησης, αλλά ο χρόνος όπου το αεροπλάνο είναι πλέον διαθέσιμο για να εκτελέσει την πτήση που αναπαριστάται από την πορεία p_i . Αν η πτήση δεν είναι συνεχόμενη, τότε ο χρόνος $t_i(0)$ θα είναι ίδιος με τον προγραμματισμένο χρόνο αναχώρησης. Αν όμως, η πορεία αναπαριστά μια συνεχόμενη πτήση, τότε η χρονική στιγμή $t_i(0)$ μπορεί να είναι κάποια μεταγενέστερη από την προγραμματισμένη χρονική στιγμή αναχώρησης. Αυτό συμβαίνει διότι είναι πιθανή η έλλειψη διαθέσιμου αεροπλάνου ώστε να συνεχιστεί η πτήση την προγραμματισμένη ώρα αναχώρησης.

Οι μεταβλητές απόφασης στην ομαδοποιημένη μορφοποίηση είναι:

$$z_{f,i} = \begin{cases} 1, & \text{αν το ζεύγος (πορεία-χρόνος) } p_i \text{ χρησιμοποιείται για την πτήση } f \in F \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Έστω Z να είναι το σύνολο των εφικτών συνδυασμών πορειών – χρόνων και πτήσεων.

$$Z = \{(f, i): f \in C, p_i(0) = \text{orig}(k(f)), p_i(n_i) = \text{dest}(k(f)), t_i(0) \geq d_f\} \\ \cup \{(f, i): f \in F \setminus C, p_i(0) = \text{orig}(k(f)), p_i(n_i) = \text{dest}(k(f)), t_i(0) = d_f\}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος αυτού είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους καθυστέρησης στον αέρα, καθώς και του κόστους αναγκαστικής κράτησης εδάφους ύστερα από την προγραμματισμένη ώρα αναχώρησης. Έστω g να είναι οι μονάδες της καθυστέρησης εδάφους που σχετίζονται με την πορεία p_i . Τότε το κόστος καθυστέρησης της πορείας p_i δίνεται από τον τύπο:

$$c_i = c^a [t_i(n_i) - t_i(g)] + c^g [t_i(g - 1) - t_i(0)]$$

ο οποίος περιέχει τον χρόνο αναμονής κατά την διάρκεια των αναγκαστικών κρατήσεων εδάφους, καθώς και τον χρόνο της διάρκειας της πτήσης. Έτσι, η αντικειμενική συνάρτηση είναι η εξής:

$$\sum_{i=1}^N c_i \sum_{\{f:(f,i) \in Z\}} z_{f,i} + c^g [\sum_{i=1}^N t_i(0) \sum_{\{f:(f,i) \in Z\}} z_{f,i} - \sum_{\{f \in F\}} d_f] - c^a H$$

Ο πρώτος όρος μας δίνει το κόστος λόγω των καθυστερήσεων αναγκαστικής κράτησης στο έδαφος και του εναέριου ταξιδιού. Σε συνδυασμό με τον τελευταίο όρο, το σταθερό κόστος του προγραμματισμένου χρόνου ταξιδιού, μας δίνει το κόστος καθυστέρησης λόγω των αναγκαστικών κρατήσεων στο έδαφος, της ελαττωμένης ταχύτητας εν ώρα πτήσης, καθώς και της επιλογής μιας διαδρομής μεγαλύτερης από την προγραμματισμένη. Η άλλη εναπομείνασα καθυστέρηση προκύπτει αν δεν υπάρχει διαθέσιμο αεροσκάφος για την πραγματοποίηση συνεχόμενης πτήσης την προγραμματισμένη ώρα αναχώρησης. Για να δηλώσουμε την καθυστέρηση αυτή, αθροίζουμε όλες τις φορές όπου το αεροσκάφος είναι διαθέσιμο να εκτελέσει μια πτήση της πορείας p_i και αφαιρούμε το άθροισμα όλων των προγραμματισμένων χρόνων αναχώρησης.

Το σύνολο των περιορισμών δίνεται ως εξής:

$$\sum_{\{(f,i) \in Z: \exists m | j = s_i(m), t_i(m) \leq t < t_i(m+1)\}} z_{f,i} \leq C_j(t) \quad \forall j \in A, t \quad (11)$$

$$\sum_{\{(f,i) \in Z\}} z_{f,i} = 1 \quad \forall f \in F \quad (12)$$

$$\sum_{\{(f,i) \in Z: f \in C, k'(f) = k, t_i(0) \leq t\}} z_{f,i} \leq \sum_{\{(f',i') \in Z: k(f') = k, t_{i'}(n_{i'}) + r(s_{i'}(n_{i'})) \leq t\}} z_{f',i'} \quad \forall k, t \quad (13)$$

$$z_{f,i} \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (14)$$

Ο περιορισμός (11), ο περιορισμός χωρητικότητας, δηλώνει ότι για κάθε τμήμα χώρου j και κάθε χρονική στιγμή t , το άθροισμα όλων των πτήσεων που βρίσκονται σ' αυτό το τμήμα χώρου την χρονική στιγμή t πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο από την χωρητικότητα του τμήματος. Μια πτήση θεωρείται μέσα σ' ένα τμήμα χώρου την χρονική στιγμή t , αν έχει εισέλθει στο τμήμα αυτό πριν τον χρόνο t , δηλαδή $t_i(m) \leq t$ και δεν έχει εισέλθει ακόμα στον επόμενο τμήμα της πορείας του πριν τον χρόνο t , $t < t_i(m+1)$.

Ο περιορισμός (12), εξασφαλίζει ότι κάθε πτήση θα ανατεθεί σε μία ακριβώς διαδρομή.

Ο περιορισμός (13), εξασφαλίζει ότι μια συνεχόμενη πτήση δε θα αναχωρήσει πριν κάποιο κατάλληλο αεροσκάφος φτάσει και είναι έτοιμο για χρήση. Ο όρος $\sum_{\{(f,i) \in Z: f \in C, k'(f) = k, t_i(0) \leq t\}} z_{f,i}$ μας δείχνει το πλήθος των συνεχόμενων πτήσεων όπου η προηγούμενη πτήση αγαθού $k, k'(f) = k$ και οι πιθανές ώρες αναχώρησης είναι μικρότερες ή ίσες του t . Ο αριθμός αυτός πρέπει να είναι μικρότερος από τον αριθμό των πτήσεων του αγαθού $k, k(f') = k$, η οποία έφτασε πριν την χρονική στιγμή t αφαιρούμενη από τον χρόνο ανεφοδιασμού $r(s_{i'}(n_{i'}))$.

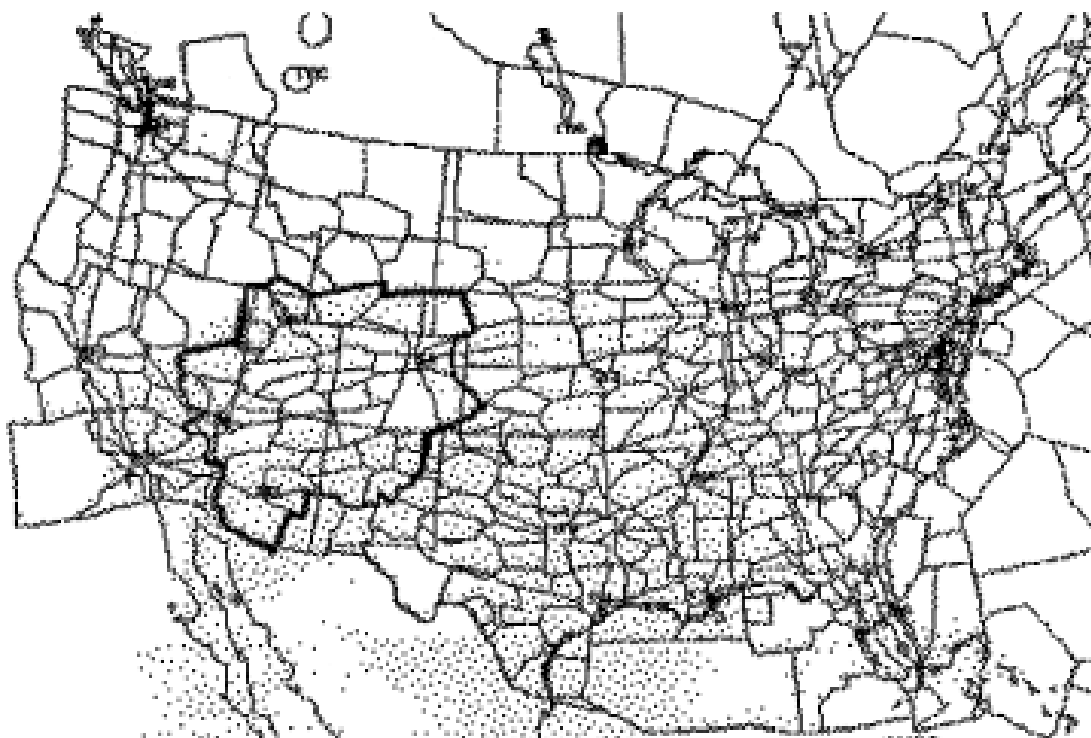
Ο τελευταίος περιορισμός αναγκάζει τις μεταβλητές να είναι δυαδικές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5.1 Υπολογιστικά αποτελέσματα με βάση δεδομένα του Αμερικανικού Εναέριου Χώρου

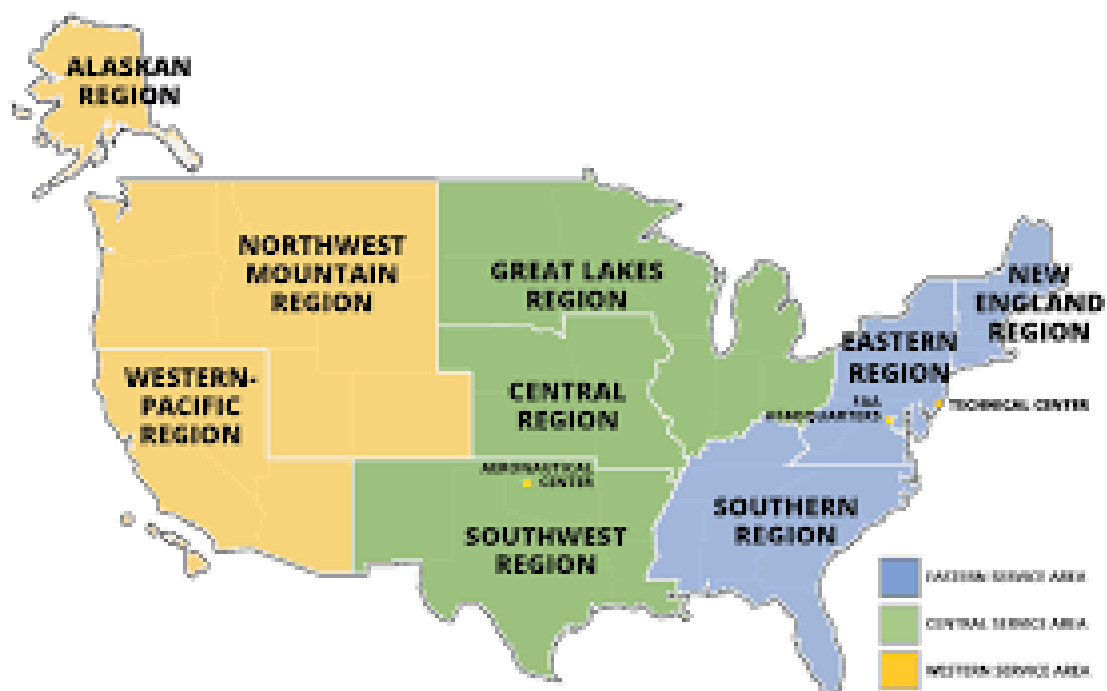
Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει παρουσίαση των υπολογιστικών δεδομένων του αλγορίθμου που αναπτύξαμε προηγουμένως, με την χρήση ενός Sun Sparc 20 workstation με 48 mb. Τα δεδομένα, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν αφορούν τον αμερικάνικο χώρο και ελήφθησαν από την «Ομοσπονδιακή Διοίκηση Αεροπορίας» (Federal Aviation Administration).

Σ' αυτήν την ενότητα λοιπόν θα περιγράψουμε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις καιρικών συνθηκών, οι οποίες αφορούν τον εναέριο χώρο των νοτιοδυτικών πολιτειών της Αμερικής. Ο χώρος αυτός περιέχει τέσσερα αεροδρόμια, του Denver (DEN) το οποίο βρίσκεται στην πολιτεία του Colorado, του Phoenix (PHX) στην Arizona, του Las Vegas (LAS) στην Nevada και τέλος του Salt Lake City (SLC) στην Utah. Επιπλέον, στην περιοχή αυτή εμπεριέχονται 42 τμήματα χώρου όπως φαίνεται και στο παρακάτω γράφημα.



Εικόνα 2 - Αμερικάνικος Εναέριος Χώρος

Θα πρέπει να σημειωθεί πως πλέον, έχει αλλάξει ο χωρισμός του εναέριου αμερικάνικου χώρου. Τα αεροδρόμια του Phoenix και του Las Vegas ανήκουν στην περιοχή “Western Pacific”, μαζί με τα αεροδρόμια της California και της Hawaii. Στην περιοχή “Northwest Mountain” ανήκουν τα άλλα δυο εναπομείναντα αεροδρόμια, μαζί με εκείνα των πολιτειών: Idaho, Montana, Oregon, Washington και Wyoming.



Εικόνα 3 - Χωρισμός σε τομείς

5.2 Περίπτωση I:

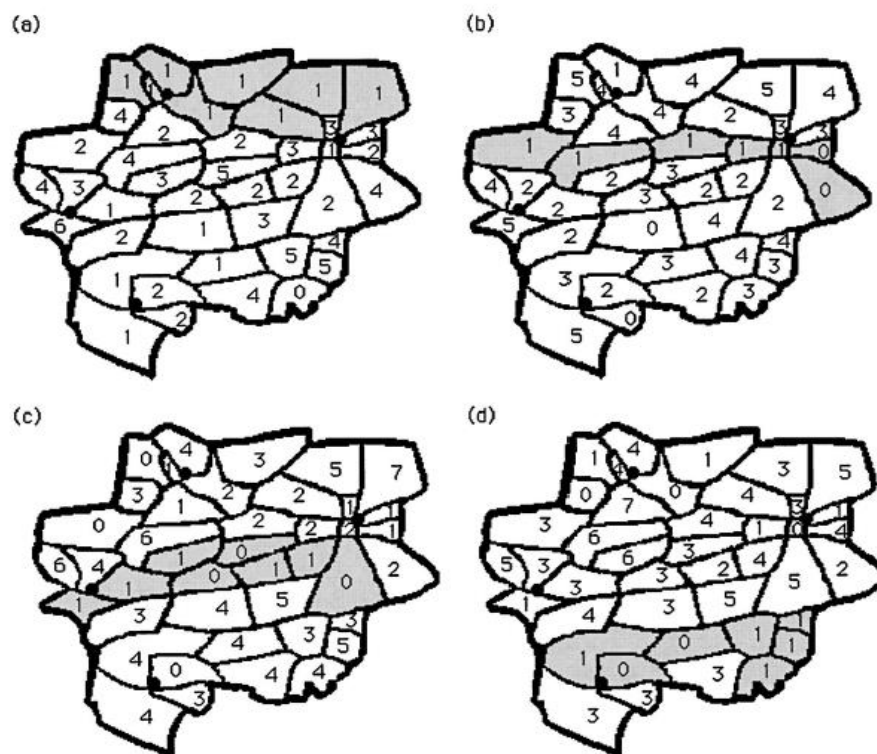
Στην πρώτη περίπτωση μελετούμε το πρόγραμμα 71 πτήσεων στα 4 προαναφερθέντα αεροδρόμια μέσα σε διάστημα 8 ωρών με 5 χρονικά διαστήματα 5 λεπτών. Προσομοιώνουμε ένα καιρικό φαινόμενο το οποίο εισέρχεται από την βορειοανατολική γωνία της περιοχής αυτής και κατευθύνεται προς την νοτιοδυτική γωνία της. Σε κάθε περίπτωση, οι χωρητικότητες του τομέα δημιουργήθηκαν με βάση την ομοιόμορφη κατανομή. Με λίγα λόγια, κατά τη διάρκεια κανονικών καιρικών συνθηκών, η χωρητικότητα του τομέα δημιουργήθηκε με βάση την ομοιόμορφη κατανομή με μέση τιμή που καθορίζεται από το μέγεθος του τομέα και τυπική απόκλιση ίση με την μονάδα.

Στο παρακάτω γράφημα παρουσιάζουμε τις χωρητικότητες του τομέα κατά τη διάρκεια κανονικών καιρικών συνθηκών. Σημειώνεται πως για προφανείς λόγους οποιαδήποτε αρνητική τιμή τέθηκε ως μηδενική.



Εικόνα 4 - Χωρητικότητα τομέων Κανονικές Καιρικές Συνθήκες

Προφανώς, όταν το συγκεκριμένο καιρικό φαινόμενο βρίσκεται σε κάποιο κομμάτι του τομέα, τότε οι αντίστοιχες χωρητικότητες θα είναι ίσες με το μηδέν. Καθώς, το καιρικό φαινόμενο διέρχεται από τον τομέα, η μέση τιμή αυξάνεται ως την τιμή που είχε σε κανονικές καιρικές συνθήκες. Στο επόμενο γράφημα παρουσιάζονται τα διαφορετικά σενάρια του καιρού που εξελίσσονται με την πάροδο του χρόνου, για αυτήν την δεδομένη περίπτωση χωρητικότητας, καθώς το μέτωπο της κακοκαιρίας περνάει από την περιοχή. Οι σκιαγραφημένες περιοχές δηλώνουν που βρίσκεται τη δεδομένη στιγμή το μέτωπο της κακοκαιρίας για τις χρονικές στιγμές 9:45 πμ, 10:35 πμ, 11:25 πμ και 12:15 μμ αντίστοιχα.



Εικόνα 5 - Χωρητικότητα τομέων - Σενάριο Καιρού 1

Για να επιτευχθεί ένα κατώτατο όριο της λύσης, επιλύουμε την LP χαλάρωση του “Multi-commodity dynamic network” προβλήματος, το οποίο εμπεριέχει 25.509 περιορισμούς και 61.912 μεταβλητές. Για την εύρεση της λύσης απαιτούνται 181 δευτερόλεπτα. Η λύση είναι μη-ακέραια με αντικειμενική τιμή 2498,5. Ύστερα, εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο του Lagrange με παραμέτρους $\epsilon_1 = 2$ και $\epsilon_2 = 0.33$. Οι αρχικές τιμές των λ_j^0 και δ_j^0 είναι 10 και 0.8 αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται αντικατοπτρίζουν τις αρχικές συνθήκες, οι οποίες συγκλίνουν στον ελάχιστο δυνατό αριθμό επαναλήψεων. Ο αλγόριθμος του Lagrange επιλύει ένα πρόβλημα δικτύου με 15.279 κόμβους, 54.427 τόξα και 26 πλευρικούς περιορισμούς (8). Το μέγεθος του ακέραιου προγραμματιστικού προβλήματος ομαδοποίησης μεγαλώνει σε κάθε επανάληψη, καθώς το μέγεθος της λίστας των πορειών μεγαλώνει. Στην τελευταία επανάληψη, περιέχονται 2209 περιορισμοί και 145 μεταβλητές, τα οποία μειώνονται σε 424 περιορισμοί και 125 μεταβλητές, χρησιμοποιώντας κάποιες έτοιμες μεθόδους της CPLEX (pre-solve routines).

Στον επόμενο πίνακα παρατίθενται τα δεδομένα επίδοσης του αλγορίθμου του Lagrange, στο πέρασμα των επαναλήψεων.

Επανάληψη	Lagrange			Ομαδοποίηση		
	Χρόνος	Αντικειμενική Τιμή	Μη εφικτή	Χρόνος “pre-solve”	Χρόνος “IP”	Αντικειμενική Τιμή

0	25.01	-113062	89	0,03	-	Inf.
1	24.22	-12572	65	0,03	-	Inf.
2	24.70	1321,46	77	0,07	-	Inf.
3	24.42	2073,94	54	0,12	-	Inf.
4	24.58	2248,13	64	0,18	-	Inf.
5	24.40	2324,27	68	0,18	-	Inf.
6	24.65	2286,42	61	0,18	-	Inf.
7	24.67	2377,25	66	0,18	15,26	2509

Πίνακας 1 - Δεδομένα Επίδοσης αλγορίθμου - Περίπτωση 1

Ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για την επίλυση του προβλήματος, καθώς και την επίλυση όλων των υπό-προβλημάτων για την χαλάρωση του Lagrange και του ακέραιου προγραμματιστικού προβλήματος ομαδοποίησης, όπως δίνονται στον Πίνακα, είναι 330 δευτερόλεπτα. Η λύση που βρέθηκε, 2509, βρίσκεται εντός του 0.4% του κάτω ορίου. Η συνολική καθυστέρηση που συσχετίζεται με την λύση αυτή αποτελείται από 810 λεπτά καθυστερήσεων εδάφους, 15 λεπτά καθυστερήσεις στον «αέρα», 200 λεπτά καθυστερήσεις επαναδρομολόγησης και 215 λεπτά καθυστερήσεις λόγω καθυστέρησης άφιξης αεροσκάφους, το οποίο έχει να εκτελέσει συνεχόμενη πτήση.

Χρησιμοποιήθηκαν πολλές διαδρομές για κάθε ένα αγαθό. Φέρουμε ως παράδειγμα το αγαθό «Las Vegas προς το Phoenix». Κατά την διάρκεια της ημέρας χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικές διαδρομές ώστε να πραγματοποιηθεί αυτή η σύνδεση των δύο πόλεων. Στο επόμενο διάγραμμα φαίνονται οι δυο από αυτές.



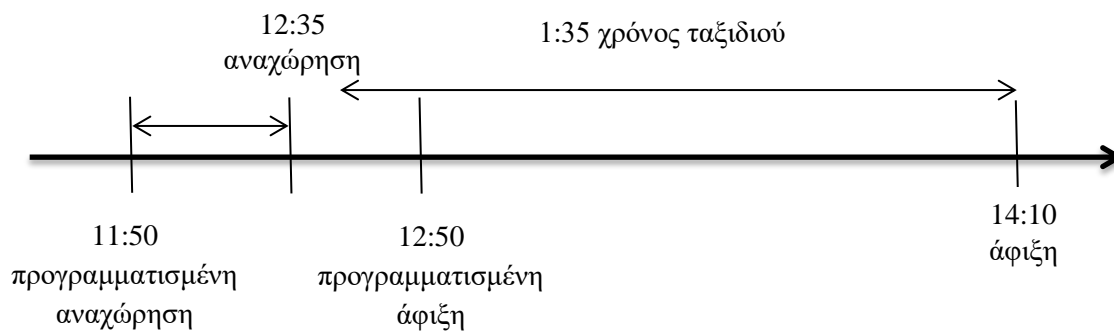
Εικόνα 6 - Εναλλακτικές Διαδρομές Las Vegas - Phoenix

Τις περισσότερες φορές, για την πραγματοποίηση αυτής της πτήσης χρησιμοποιούμε την διαδρομή 1 και υπάρχει μόνο καθυστέρηση εδάφους, ώστε να αποφευχθούν τυχόντα αναμενόμενα προβλήματα χωρητικότητας καθώς το αεροσκάφος βρίσκεται στον αέρα. Παρόλα αυτά, θα εξετάσουμε 2 πτήσεις που χρησιμοποιούν την διαδρομή 2.

Όπως μπορούμε να δούμε και στα σχεδιαγράμματα, στις 11:50 πμ μια πτήση είναι προγραμματισμένη να αναχωρήσει από Las Vegas και να φτάσει στο Phoenix μια

ώρα αργότερα. Το αεροσκάφος κρατείται στο έδαφος για 45 λεπτά και αναχωρεί τελικά στις 12:35 μμ. Ύστερα από μια ώρα και 35 λεπτά ταξιδιού, 35 λεπτά περισσότερα από το προγραμματισμένο, το αεροσκάφος προσγειώνεται στο αεροδρόμιο του Phoenix. Η συνολική καθυστέρηση αυτής της πτήσης ανάγεται στα 80 λεπτά, οπού τα 45 ήταν στην αναγκαστική κράτηση στο έδαφος και τα υπόλοιπα 35 χρόνος επαναδρομολόγησης.

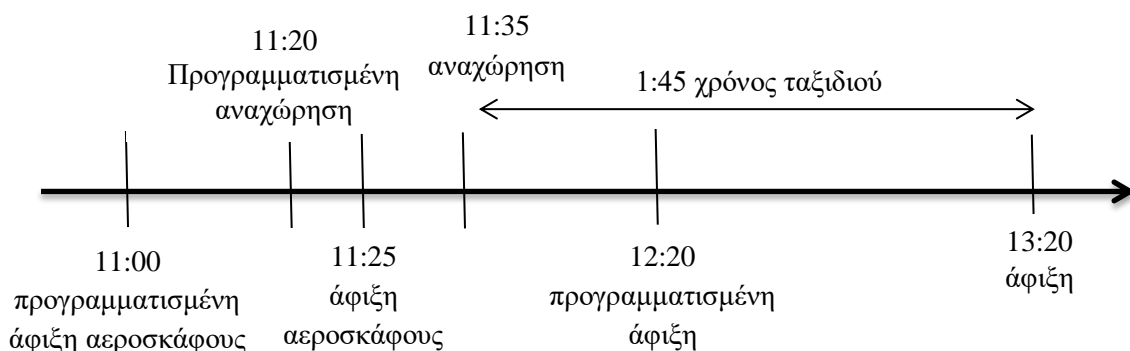
Πτήση 1



Διάγραμμα 3 - Χρονολόγιο πτήσης 1

Στο δεύτερο παράδειγμα, μια συνεχόμενη πτήση είναι προγραμματισμένη να αναχωρήσει στις 11:20 πμ από το αεροδρόμιο του Las Vegas. Η πτήση αυτή θα εκτελεστεί με ένα αεροσκάφος το οποίο φτάνει στο αεροδρόμιο στις 11 πμ. Όμως, λόγω καθυστερήσεων, το αεροσκάφος προσγειώνεται στις 11:25 πμ, εφοδιάζεται με καύσιμα, επιβιβάζονται οι επιβάτες και αναχωρεί τελικά στις 11:35 πμ. Ύστερα από 15 λεπτά καθυστέρησης και χωρίς καμία επιπλέον καθυστέρηση εδάφους, το αεροσκάφος απογειώνεται ακολουθώντας την διαδρομή 2. Αλλά, η διαδρομή 2 περνάει από το μέτωπο του καιρού, αναγκάζοντας το αεροπλάνο να μειώσει την ταχύτητα του, αυξάνοντας τον χρόνο ταξιδιού κατά 10 λεπτά. Τελικά, φτάνει στο Phoenix στις 13:20, με συνολική καθυστέρηση 1 ώρας από την αναμενόμενη, 10 λεπτά λόγω μείωσης ταχύτητας, 35 λεπτά λόγω επαναδρομολόγησης και 15 λεπτά λόγω αργοπορημένης άφιξης της προηγούμενης πτήσης του αεροσκάφους.

Πτήση 2

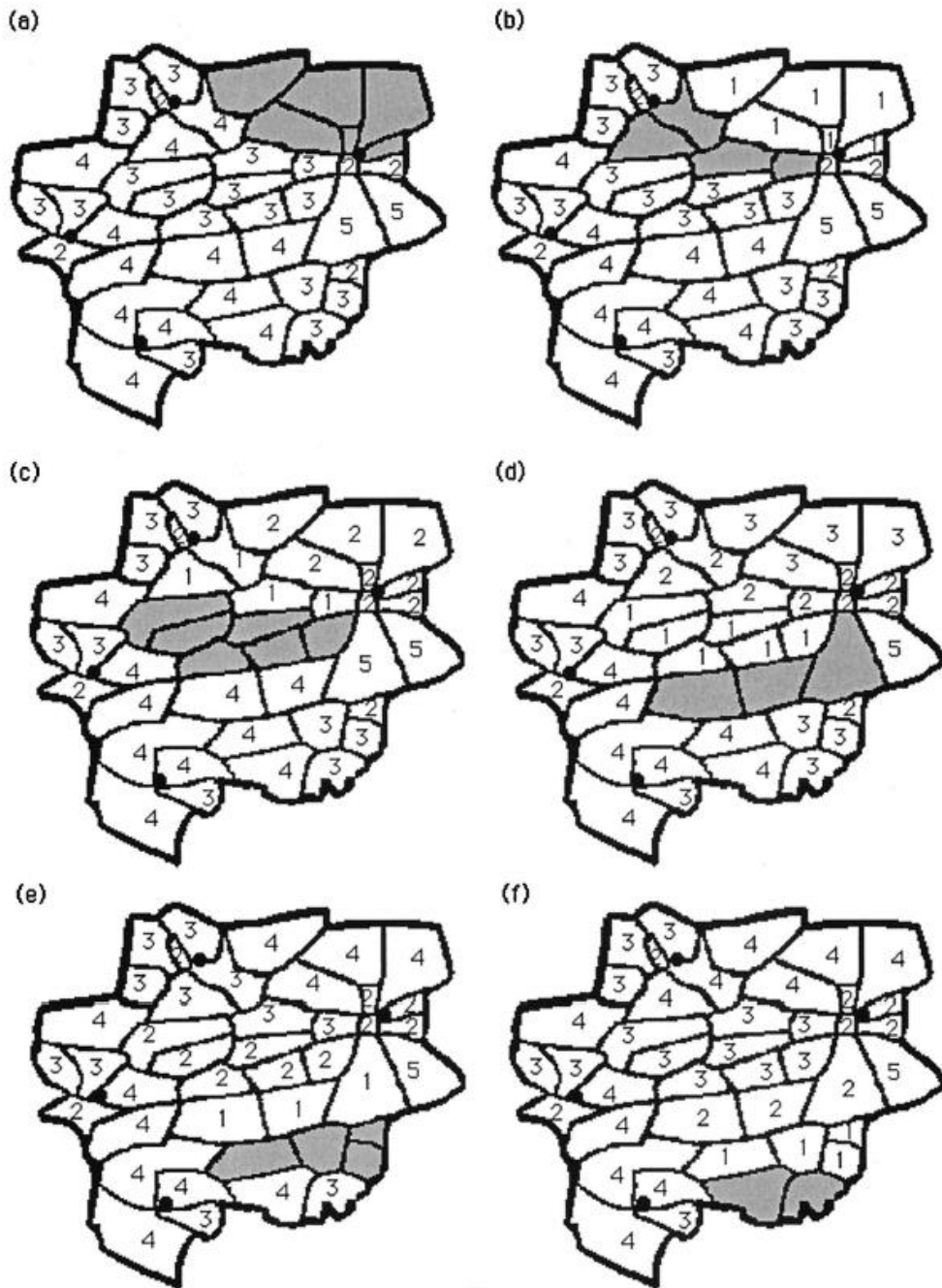


Διάγραμμα 4 - Χρονολόγιο πτήσης 2

5.3 Περίπτωση II:

Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε το ίδιο πρόγραμμα πτήσεων για τις 71 πτήσεις ανάμεσα στα 4 προαναφερθέντα αεροδρόμια. Όπως προηγουμένως, προσομοιώνουμε πάλι το ίδιο καιρικό φαινόμενο, καιρικό μέτωπο κινούμενο από την βορειοανατολική γωνία της περιοχής προς την νοτιοδυτική. Όμως, τώρα υποθέτουμε ότι οι χωρητικότητες του χώρου τέθηκαν αιτιοκρατικά (ντετερμινιστικά). Σύμφωνα με την φιλοσοφική θεωρία της αιτιοκρατίας, οτιδήποτε φαινόμενο συμβαίνει στον κόσμο γίνεται σύμφωνα με κάποια αιτία, που την ακολουθεί αναγκαστικά πάντα το ίδιο αποτέλεσμα. Επομένως, οι χωρητικότητες του χώρου καθορίστηκαν πλήρως λαμβάνοντας υπόψιν τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος.

Ειδικότερα, κατά την διάρκεια των κανονικών καιρικών συνθηκών, θέτουμε τις χωρητικότητες του χώρου σύμφωνα με το μέγεθος του τομέα. Καθώς το καιρικό φαινόμενο διέρχεται από τον συγκεκριμένο τομέα, οι αντίστοιχες χωρητικότητες θέτονται ίσες με το μηδέν. Μια ώρα αργότερα, καθώς το καιρικό φαινόμενο προχωρά, οι τομείς που είχαν χωρητικότητα ίση με το μηδέν, αποκτούν χωρητικότητα ίση με την μονάδα. Ωριαία, οι χωρητικότητες τους αυξάνονται μέχρι να φτάσουν στα φυσιολογικά τους επίπεδα χωρητικότητας, όσο δηλαδή είναι η χωρητικότητά τους κατά τη διάρκεια των κανονικών καιρικών συνθηκών. Στο παρακάτω γράφημα παρουσιάζονται οι διάφορες χωρητικότητες του χώρου ανάλογα με τα χρονικά διαστήματα της ημέρας· από 8:20 πμ μέχρι 9:20 πμ, από 9:25 πμ μέχρι 10:25 πμ, από 10:30 πμ μέχρι 11:30 πμ, από 11:35 πμ μέχρι 12:35 μμ, από 12:40 μμ μέχρι και 1:40 μμ και τέλος από 1:45 μμ μέχρι και 2:45 αντίστοιχα. Τέλος, ακριβώς όπως στην προηγούμενη περίπτωση, οι σκιαγραφημένες περιοχές δείχνουν την ακριβή τοποθεσία του καιρικού φαινομένου, όπου η χωρητικότητα είναι ίση με το μηδέν.



Εικόνα 7 - Χωρητικότητα τομέων - Σενάριο Καιρού 2

Για να επιτύχουμε το κατώτερο όριο της λύσης, επιλύουμε την LP χαλάρωση του “Multi-commodity dynamic network” προβλήματος. Το μέγεθος του προβλήματος δεν επηρεάζεται από την αλλαγή της χωρητικότητας λόγω του καιρού, καθώς και το πλήθος των περιορισμών και των μεταβλητών είναι ακριβώς το ίδιο με την προηγούμενη περίπτωση. Η επίλυση της LP απαιτεί 59 δευτερόλεπτα και δίνει μια μη ακέραια λύση με αντικειμενική τιμή ίση με 2387.

Ύστερα, εκτελούμε τον αλγόριθμο του Lagrange με παραμέτρους $\epsilon_1 = 2$ και $\epsilon_2 = 0.33$. Οι αρχικές τιμές των λ_j^0 και δ_j^0 είναι 10 και 0.8 αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα δεδομένων.

Επανάληψη	Lagrange			Ομαδοποίηση		
	Χρόνος	Αντικειμενική Τιμή	Μη εφικτή	Χρόνος “pre-solve”	Χρόνος “IP”	Αντικειμενική Τιμή
0	24.72	-107072	72	0,12	-	Inf.
1	24.63	-11148	60	0,10	-	Inf.
2	24.72	1618,38	20	0,42	17.51	2418

Πίνακας 2 - Αποτελέσματα Περίπτωσης II - 3 Επανάληψεις

Η επίλυση του προβλήματος απαιτούσε 116 δευτερόλεπτα, συμπεριλαμβανομένου των χρόνων επίλυσης των υπό-προβλημάτων της χαλάρωσης του Lagrange, καθώς και του ακέραιου προγραμματιστικού προβλήματος ομαδοποίησης. Η λύση, 2418, βρίσκεται στο 1.2% του κατώτατου ορίου. Η συνολική καθυστέρηση που συσχετίζεται με την λύση αναλύεται ως εξής: 495 λεπτά καθυστερήσεων στο έδαφος, 0 λεπτά καθυστέρηση εν ώρα πτήσης, 225 λεπτά καθυστερήσεων επαναδρομολόγησης και 55 λεπτά καθυστερήσεων άφιξης του επόμενου αεροσκάφους για συνεχόμενη πτήση.

Εν συνεχεία, τρέξαμε τον αλγόριθμο για 100 επαναλήψεις χωρίς την συνθήκη διακοπής ϵ , για να διαπιστώσουμε αν μπορούμε να βρούμε καλύτερη λύση από εκείνη που βρήκαμε προηγουμένως. Τα αποτελέσματα των 15 πρώτων επαναλήψεων δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Οι επόμενες 85 επαναλήψεις δεν βρήκαν κάποια λύση με χαμηλότερη τιμή σε σύγκριση με εκείνη από την 15^η επανάληψη και για αυτό τον λόγο δεν τις συμπεριλαμβάνουμε στον πίνακα. Όπως παρατηρούμε, στις πρώτες 7 επαναλήψεις, αποκτούμε την βέλτιστη λύση, 2389, η οποία βρίσκεται στο 0.08% του κατώτερου ορίου του 2387.

Επανάληψη	Lagrange			Ομαδοποίηση		
	Χρόνος	Αντικειμενική Τιμή	Μη εφικτή	Χρόνος “pre-solve”	Χρόνος “IP”	Αντικειμενική Τιμή
0	24.72	-107072	72	0.12	-	Inf.
1	24.63	-11148	60	0.10	-	Inf.
2	24.72	1618.38	20	0.42	17.51	2418
3	26.18	2104.20	25	0.48	17.42	2408
4	25.98	2231.75	32	0.53	18.02	2396
5	25.98	2295.00	18	0.53	19.10	2393
6	25.98	2317.74	19	0.57	19.35	2392
7	25.43	2345.69	21	0.62	18.46	2389
8	25.88	2327.27	21	0.65	19.56	2389
9	25.82	2360.46	22	0.65	19.89	2389
10	25.88	2304.59	22	0.68	19.99	2389
11	25.78	2367.44	10	0.72	20.03	2389
12	26.55	2375.27	12	0.68	20.36	2389
13	25.93	2378.53	14	0.72	21.58	2389
14	26.45	2379.18	21	0.67	21.60	2389

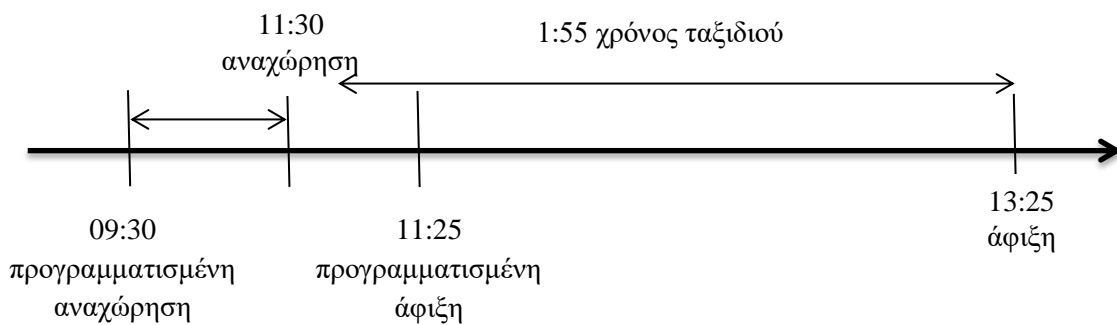
Πίνακας 3 - Αποτελέσματα Περίπτωσης II - 100 επαναλήψεις

Παρόμοια με την περίπτωση I, χρησιμοποιήθηκαν αρκετές διαδρομές για την συγκεκριμένη σύνδεση πόλεων/αγαθό. Θα μελετήσουμε την σύνδεση μεταξύ του Phoenix με το Salt Lake City.



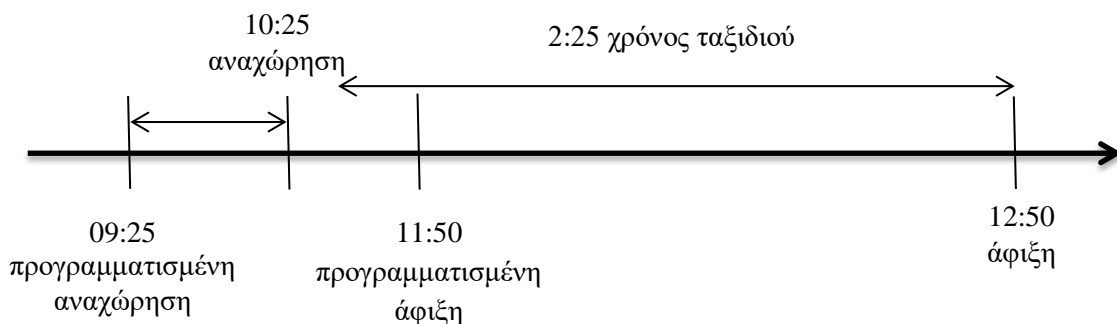
Εικόνα 8 - Εναλλακτικές Διαδρομές Phoenix - Salt Lake City

Η διαδρομή 1 είναι από το Salt Lake City προς το Phoenix με τις αντίστοιχες ώρες αναχώρησης/άφιξης όπως φαίνονται στο επόμενο διάγραμμα. Αποφεύγοντας το κύμα κακοκαιρίας και λαμβάνοντας υπόψιν μας τις χωρητικότητες των τομέων του χώρου, η διαδρομή 1 έχει συνολικό χρόνο ταξιδιού 1:55 λεπτά. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι καθυστερήσεις στην αναχώρηση οφείλονται σε αναγκαστική κράτηση εδάφους.



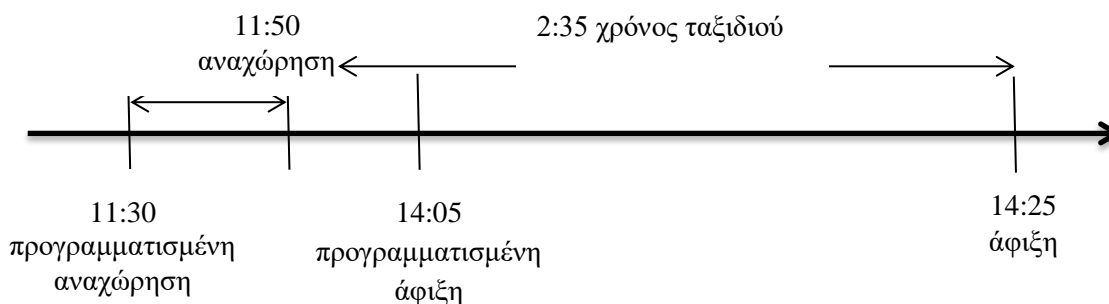
Διάγραμμα 5 - Χρονολόγιο διαδρομής 1

Αντίστοιχα, παρουσιάζεται η διαδρομή 2 από το Phoenix προς το Salt Lake City, η οποία δημιουργήθηκε λόγω της ώρας αναχώρησης, των δεδομένων καιρικών συνθηκών και τις χωρητικότητες των τομέων του χώρου.



Διάγραμμα 6 - Χρονολόγιο διαδρομής 2

Τέλος, η διαδρομή 3 από το Phoenix προς το Salt Lake City αναχωρεί ακριβώς την στιγμή που το καιρικό μέτωπο βρίσκεται στην ευρύτερη περιοχή. Έτσι, η διαδρομή 3 αναγκάζεται να είναι η μακρύτερη.

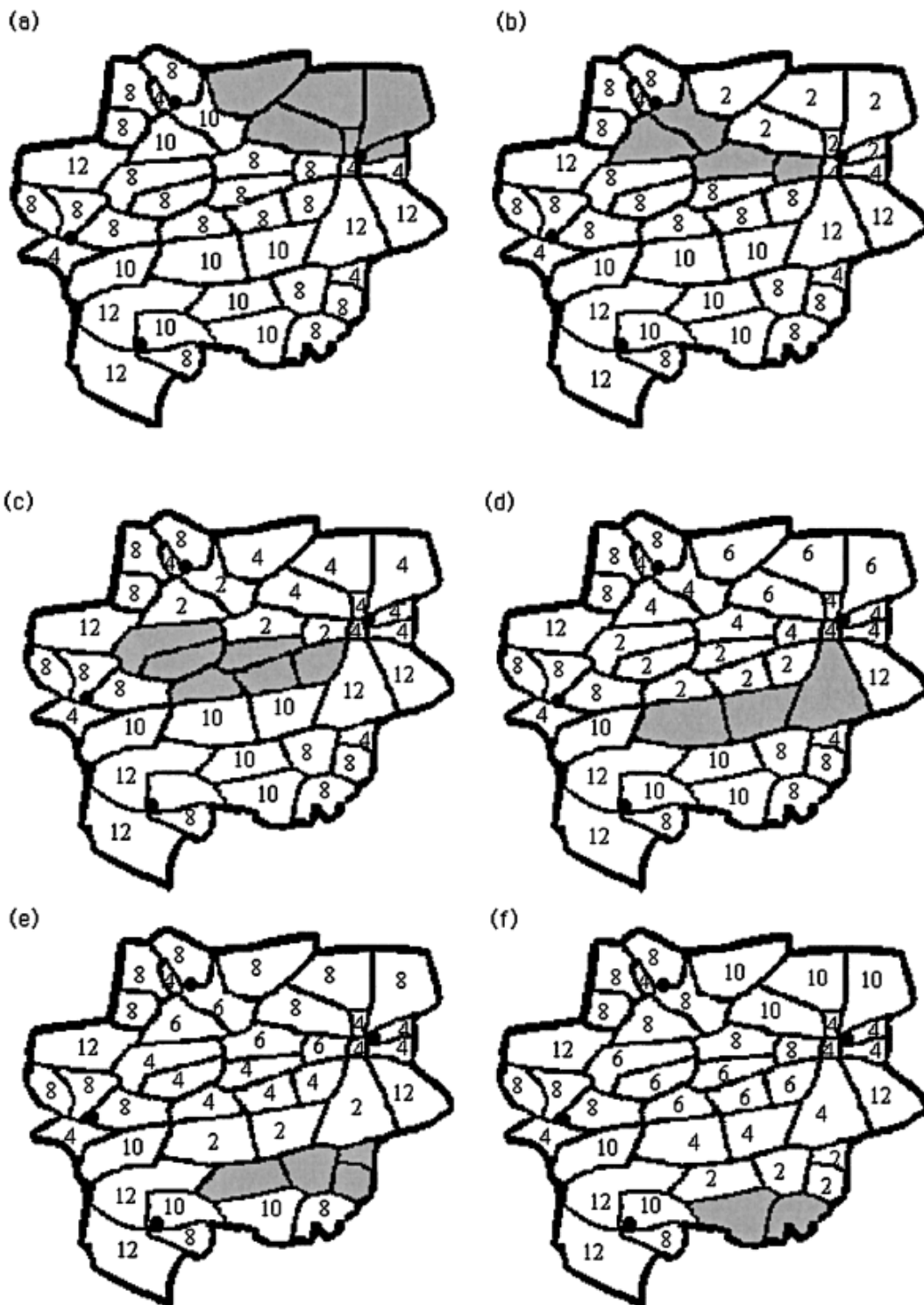


Διάγραμμα 7 - Χρονολόγιο διαδρομής 3

5.4 Περίπτωση III:

Στην τελευταία περίπτωση αυξάνουμε τον αριθμό των πτήσεων υπό μελέτη στις 200 και κλιμακώνουμε τις χωρητικότητες των τομέων του χώρου κατά τη διάρκεια των κανονικών καιρικών συνθηκών. Τέλος, προσομοιώνουμε ένα καιρικό μέτωπο το οποίο ξεκινά από την βορειοανατολική γωνία του χώρου και καταλήγει στην νοτιοδυτική. Κατά την διάρκεια που διέρχεται αυτό το καιρικό φαινόμενο, οι χωρητικότητες των τομέων του χώρου τίθενται αιτιοκρατικά, σε κανονικές καιρικές συνθήκες οι χωρητικότητες θέτονται με βάση το μέγεθος του τομέα, ενώ καθώς το καιρικό φαινόμενο βρίσκεται στον συγκεκριμένο τομέα τίθενται ίσες με το μηδέν. Το καιρικό μέτωπο κινείται σταδιακά, καθώς χρειάζεται 40 λεπτά πριν από κάθε μετακίνηση του. Με το που το καιρικό φαινόμενο «αποχωρήσει» από έναν τομέα, η χωρητικότητά του αυξάνεται ανά δυο κάθε 40 λεπτά. Στην περίπτωση αυτή, παρατηρούμε ότι το καιρικό μέτωπο κινείται γρηγορότερα από τα προηγούμενα προαναφερθέντα σενάρια, και δεν αφήνει αντίξοες συνθήκες στο πέρασμά του. Αν δεν είχαμε αλλάξει τις χωρητικότητες των τομέων, προφανώς το πρόβλημα δε θα ήταν εφικτό, δεδομένου ότι πλέον έχουμε να διαχειριστούμε 200 πτήσεις μέσα σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Έτσι λοιπόν, θα αναγκαζόμασταν να ακυρώσουμε αρκετές από αυτές, ώστε το πρόβλημα να είναι επιλύσιμο.

Στο γράφημα φαίνονται οι χωρητικότητες των τομέων, κατά τη διάρκεια της ημέρας και το πέρασμα του καιρικού μετώπου. Για μια ακόμη φορά, οι σκιαγραφημένες περιοχές είναι το σημείο που βρίσκεται το καιρικό μέτωπο τη δεδομένη στιγμή και επομένως έχουν χωρητικότητα ίση με το μηδέν. Τα χρονικά διαστήματα που μελετάμε είναι τα εξής: a) 08:20 πμ - 09:00 πμ, b) 09:05 πμ - 09:45 πμ, c) 09:50 πμ - 10:30 πμ, d) 10:35 πμ - 11:15 πμ, e) 11:20 πμ - 12:00 μμ και f) 12:05 μμ - 12:45 μμ.



Εικόνα 9 - Χωρητικότητα τομέων - Σενάριο Καιρού 3

Όπως και στις δυο προηγούμενες περιπτώσεις, επιλύουμε πρώτα την LP χαλάρωση, του προβλήματος, που περιέχει 25.881 περιορισμούς και 66.489 μεταβλητές, ώστε να επιτύχουμε το κατώτατο όριο της λύσης. Η λύση αυτή απαιτεί 86 δευτερόλεπτα και μας δίνει μια μη ακέραια λύση με αντικειμενική τιμή ίση με 6513,5. Ύστερα, εκτελούμε τον αλγόριθμο του Lagrange με ίδιες αρχικές παραμέτρους όπως στα προηγούμενα. Η χαλάρωση του Lagrange επιλύει ένα πρόβλημα δικτύου με 16.219

κόμβους, 57.294 τόξα και 138 πλευρικούς περιορισμούς του (8). Κατά την τελευταία επανάληψη, η μορφοποίηση του προβλήματος αποτελείται από 2394 περιορισμούς και 1197 μεταβλητές, οι οποίες μειώνονται στις 879 και 1197 αντίστοιχα χρησιμοποιώντας μεθόδους του CPLEX. Τέλος, για την συνολική επίλυση του προβλήματος χρειαστήκαμε 169 δευτερόλεπτα, μαζί με τον χρόνο που χρειάστηκε η επίλυση των υπό-προβλημάτων χαλάρωσης του Lagrange και του ακέραιου προγραμματιστικού προβλήματος ομαδοποίησης. Η τιμή της λύσης είναι τελικά 6574, η οποία βρίσκεται στο 0.92% του κατώτερου ορίου, ενώ η συνολική καθυστέρηση που σχετίζεται με αυτήν την λύση είναι συνολικά 670 λεπτά. Αυτός ο χρόνος αναλύεται σε 670 λεπτά καθυστερήσεων στο έδαφος, μηδενική καθυστέρηση εν ώρα πτήσης, 290 λεπτά καθυστερήσεων επαναδρομολόγησης και 370 λεπτά λόγω καθυστερήσεων άφιξης αεροσκαφών για εκτέλεση συνεχόμενης πτήσης. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα.

Επανάληψη	Lagrange			Ομαδοποίηση		
	Χρόνος	Αντικειμενική Τιμή	Μη εφικτή	Χρόνος “pre-solve”	Χρόνος “IP”	Αντικειμενική Τιμή
0	36.52	-283953	91	0.19	-	Inf.
1	36.49	-26652	54	0.26	-	Inf.
2	36.31	5772.76	39	0.81	-	Inf.
3	36.56	6152.06	44	0.83	18.11	6574

Πίνακας 4 - Αποτελέσματα Περίπτωσης III - 4 επαναλήψεις

Μετέπειτα, εκτελούμε πάλι τον αλγόριθμο για περισσότερες επαναλήψεις αυτήν τη φορά, για να διαπιστώσουμε αν μπορούμε να βρούμε καλύτερη λύση. Από τις επαναλήψεις αυτές, διαπιστώνουμε ότι η καλύτερη λύση είναι το 6520, το οποίο βρίσκεται στο 0.09% του κατώτερου ορίου, 6513,5. Ο επόμενος πίνακας απεικονίζει τα αποτελέσματα της εκτέλεσης αυτής.

Επανάληψη	Lagrange			Ομαδοποίηση		
	Χρόνος	Αντικειμενική Τιμή	Μη εφικτή	Χρόνος “pre-solve”	Χρόνος “IP”	Αντικειμενική Τιμή
0	36.10	-283953	91	0.19	-	Inf.
1	36.16	-26652	54	0.26	-	Inf.
2	36.14	5772.76	39	0.81	-	Inf.
3	36.26	6152.06	44	0.83	18.11	6574
4	36.08	6291.80	42	0.92	18.78	6545
5	36.03	6327.60	39	0.94	18.63	6529
6	35.97	6307.54	42	1.00	19.00	6527
7	35.83	6370.08	37	1.04	19.12	6523
8	36.51	6453.82	36	1.08	19.58	6520
9	36.26	6458.95	47	1.09	19.64	6520
10	35.90	6319.08	41	1.10	20.01	6520
11	36.22	6380.18	36	1.10	20.82	6520

Πίνακας 5 - Αποτελέσματα Περίπτωσης III - Πολλαπλές επαναλήψεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

6.1 Διαφορές Αμερικανικού με το Ευρωπαϊκό Σύστημα Εναέριας Κυκλοφορίας

Το Αμερικάνικο σύστημα διαχείρισης της Εναέριας Κυκλοφορίας διαφέρει σε αρκετά σημεία από το Ευρωπαϊκό, καθιστώντας αδύνατη την εφαρμογή της προαναφερθείσας μοντελοποίησης, χωρίς να προηγηθεί κάποια μικρή προσαρμογή. Ιδιαίτερη σημασία έχουν δώσει στην μελέτη των διαφορών αυτών, οι δυο επίσημοι οργανισμοί των δύο ηπείρων, ο FAA, του υπουργείου μεταφορών της Αμερικής, καθώς και το EUROCONTROL της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Σε προηγούμενα κεφάλαια, έχει γίνει η παρουσίαση των δύο αυτών μοντέλων, έτσι κρίνεται σκόπιμο σε αυτό το κεφάλαιο να γίνει η σύγκρισή τους.

Πριν όμως γίνει αυτό, θα πρέπει να γίνουν κατανοητοί κάποιες χρήσιμες έννοιες. Η διαχείριση της ροής της εναέριας κυκλοφορίας (ATFM) αποτελεί συνάρτηση της διαχείρισης της εναέριας κυκλοφορίας (ATM), η οποία δημιουργήθηκε με στόχο να συμβάλει στην ασφάλη, τακτική και ταχεία ροή της κυκλοφορίας, ελαχιστοποιώντας παράλληλα τις καθυστερήσεις. Σκοπός της ATFM είναι να αποφευχθούν οι κίνδυνοι ασφαλείας που συνδέονται με τους υπερφορτωμένους τομείς της εναέριας κυκλοφορίας, ρυθμίζοντας την ζήτηση κυκλοφορίας σύμφωνα με τη διαθέσιμη χωρητικότητα. Όταν η ATFM περιλαμβάνει επίσης μια λειτουργία διαχείρισης χωρητικότητας, ονομάζεται «Διαχείριση της ροής και της χωρητικότητας της εναέριας κυκλοφορίας» (**Air Traffic Flow and Capacity Management**). Στο τακτικό επίπεδο, ο Έλεγχος της Εναέριας Κυκλοφορίας (**Air Traffic Control**) διαδραματίζει επίσης ρόλο στη διαχείριση της ροής.

Παρότι τα δυο συστήματα λειτουργούν με παρόμοια λειτουργικά και τεχνολογικά πλάνα, παρατηρούνται διαφορές αναφορικά με την οργάνωση των συστημάτων της διαχείρισης της Εναέριας Κυκλοφορίας. Επιπλέον, τόσο οι ΗΠΑ, όσο και η Ευρώπη έχουν δημιουργήσει εγκαταστάσεις συγκεντρωτικής διαχείρισης της κυκλοφορίας, ώστε να εξασφαλιστεί ότι οι ροές κυκλοφορίας δεν υπερβαίνουν τα όρια που μπορούν να αντιμετωπιστούν με ασφάλεια από τις μονάδες (ATC), ενώ προσπαθούν να βελτιστοποιήσουν την χρήση της διαθέσιμης χωρητικότητας. Παρά όλα αυτά, έχουν μια πολύ σημαντική διαφορά. Το αμερικανικό σύστημα λειτουργεί εξ ολοκλήρου (ATM) από έναν μόνο πάροχο υπηρεσιών που χρησιμοποιεί τα ίδια εργαλεία και εξοπλισμό, διαδικασίες επικοινωνίας και ένα κοινό σύνολο κανόνων και διαδικασιών.

Αντίθετα, στην Ευρώπη μόνο η διαχείριση του εναέριου χώρου (**AirSpace Management**), καθώς και η διαχείριση της ροής της εναέριας κυκλοφορίας (ATFM) συντονίζονται κεντρικά από τον διαχειριστή του Δικτύου (**Network Manager Operations Center**). Το σύστημα ελέγχου της εναέριας κυκλοφορίας (ATC) είναι κατακερματισμένο και διαχειριζόταν από το κάθε κράτος ανάλογα με τα γεωγραφικά

του σύνορα. Παρότι που από το 2004, έχει τεθεί σε λειτουργία το πρόγραμμα SES για μια προσπάθεια ενοποίησης του ATC, παρ' όλα αυτά εξακολουθεί η Ευρώπη να είναι διαχωρισμένη σε εννιά μεγάλες περιοχές, γνωστά και ως FABs, με κύριο κριτήριο διαχωρισμού τα γεωγραφικά σύνορα. Έτσι λοιπόν, το ευρωπαϊκό σύστημα διαχείρισης της εναέριας κυκλοφορίας αποτελεί μια συγχώνευση μεγάλου αριθμού μεμονωμένων φορέων παροχής υπηρεσιών αεροναυτιλίας. Συγκριτικά αναφέρουμε ότι υπάρχουν 20 κέντρα ελέγχου της εναέριας κυκλοφορίας (**Air Route Traffic Control Centers**) στις ΗΠΑ με έκταση 9.83 εκατομμύρια km² σε σχέση με τα 62 που υπάρχουν στην Ευρώπη με έκταση 10.18 εκατομμύρια km².

Επιπρόσθετα, λόγω αυτού δημιουργείται ένα ακόμη πρόβλημα στον ευρωπαϊκό χώρο, το οποίο δεν παρατηρείται τόσο στον αμερικανικό. Εξαιτίας της μεγάλης δυσκολίας επικοινωνίας και συνεννόησης όλων αυτών των φορέων, δεν παρουσιάζεται ευελιξία στην αναδρομολόγηση των πτήσεων ώστε να αποφευχθούν κορεσμένα τμήματα χώρου. Αποτέλεσμα αυτού, είναι η καθυστέρηση των πτήσεων τις περισσότερες μέρες, ιδιαίτερα τους καλοκαιρινούς μήνες.

Μια περαιτέρω βασική διαφορά μεταξύ των δύο συστημάτων είναι ο ρόλος της λειτουργίας ATFM του δικτύου. Το σύστημα ATM στις ΗΠΑ λειτουργεί από έναν μόνο πάροχο τοποθετεί το κέντρο εντολών του συστήματος ελέγχου της εναέριας κυκλοφορίας (**Air Traffic Control System Command Center**) σε πολύ ισχυρότερη θέση και με ενεργότερη συμμετοχή στην τακτική διαχείριση της κίνησης την ημέρα των επιχειρήσεων από ό, τι συμβαίνει στην Ευρώπη.

Όσον αφορά τα θέματα διαχείρισης της κυκλοφορίας, υπάρχει μια σαφής ιεραρχία στις ΗΠΑ. Οι μονάδες Ελέγχου Προσέγγισης Τερματικού Ραντάρ (**Terminal Radar Approach CONtrol**) λειτουργούν μέσω του υπερκείμενου ARTCC που συντονίζει άμεσα με το ATCSCC στη Βιρτζίνια. Η ATCSCC έχει τον τελικό λόγο για όλες τις εθνικές πρωτοβουλίες διαχείρισης της κυκλοφορίας στις ΗΠΑ και είναι επίσης υπεύθυνη για την επίλυση των εσωτερικών προβλημάτων μεταξύ των προαναφερθέντων οργανισμών αυτών.

Στην Ευρώπη, το Κέντρο Επιχειρησιακών Διαχειριστών (NMOC) στις Βρυξέλλες παρακολουθεί την κατάσταση της κυκλοφορίας και προτείνει μέτρα ροής τα οποία συντονίζονται μέσω μιας διαδικασίας **Collaborative Decision Making** με την τοπική αρχή. Συνήθως, οι τοπικές θέσεις διαχείρισης ροών (**Flow Management Position**), ενσωματωμένες σε ACC για τον συντονισμό της διαχείρισης της ροής της εναέριας κυκλοφορίας στην περιοχή της ευθύνης της, ζητούν από το NMOC να εφαρμόσει μέτρα ροής.

Το 2009, ο ρόλος της λειτουργίας του δικτύου στην Ευρώπη ενισχύθηκε με το SES2. Η εξέλιξη αυτή προβλέπει έναν πιο ενεργό ρόλο στη διαχείριση της ροής της εναέριας κυκλοφορίας, την ενίσχυση της ικανότητας ATC, την ανάπτυξη της δομής του εναέριου χώρου και την υποστήριξη για την ανάπτυξη τεχνολογικών βελτιώσεων σε όλο το δίκτυο ATM για τον Ευρωπαϊκό Διαχειριστή Δικτύου.

Σχετικά με την διαχείριση του εναέριου χώρου (ASM) και του σχεδιασμού του, δεν παρατηρούμε διαφορές στο πολιτικό επίπεδο, καθώς και στο συντονισμό πολιτικού και στρατιωτικού. Τα δύο συστήματα είναι παρόμοια στην οργάνωσή τους στο συγκεκριμένο ζήτημα. Με λίγα λόγια, στην Αμερική, το Συμβούλιο Πολιτικής του Υπουργείου Άμυνας για την Ομοσπονδιακή Αεροπορία (DoD Policy Board on Federal Aviation PBFA) είναι ο μοναδικός εκπρόσωπος των στρατιωτικών υπηρεσιών. Έτσι, αυτό είναι υπεύθυνο για την επικοινωνία και την υποστήριξη των θέσεων του Υπουργείου Άμυνας σχετικά με την πολιτική εναέριου χώρου και τη διαχείριση της εναέριας κυκλοφορίας. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο ρόλος του συμβουλίου αυτού είναι διπλός, μιας και λειτουργεί και ως παγκόσμιος φορέας παροχής υπηρεσιών αεροναυτιλίας, καθώς και ως χρήσης. Τέλος, σε επιχειρησιακό επίπεδο την τελική έγκριση χρήσης του μόνιμου και του προσωρινού «Ειδικού Εναέριου Χώρου» δίνουν πάντα τα κεντρικά της Ομοσπονδιακής Διοίκησης Αεροπορίας (FAA). Στην Ευρώπη, ο Ευρωπαϊκός Οργανισμός Άμυνας (European Defence Agency) εκφράζει τα συμφέροντα της στρατιωτικής αεροπορίας στην ανάπτυξη του προγράμματος SES. Σε επιχειρησιακό επίπεδο, μέσω της εφαρμογής της έννοιας της ευέλικτης χρήσης του εναέριου χώρου (Flexible Use of Airspace), ο διαχειριστής του δικτύου συντονίζει τις πολιτικές και στρατιωτικές απαιτήσεις μέσω μια δυναμικής διαδικασίας. Καθημερινά, εκδίδεται ένα ευρωπαϊκό σχέδιο χρήσης του εναέριου χώρου, το οποίο σε περίπτωση ημέρας επιχειρήσεων είναι ειδικά διαμορφωμένο.

Μια ακόμη διαφορά μεταξύ αυτών των δύο συστημάτων αφορά τους περιορισμούς χωρητικότητας. Στις Ηνωμένες Πολιτείες, οι περιορισμοί αυτοί αφορούν κυρίως τα μεγάλα αεροδρόμια, καθώς και τον εναέριο χώρο γύρω από αυτά. Στον υπόλοιπο εναέριο χώρο δεν παρατηρείται κάποιο πρόβλημα σχετικά με την χωρητικότητά τους. Αντιθέτως, στην Ευρώπη οι περιορισμοί αυτοί παίζουν σημαντικό ρόλο στον εναέριο χώρο κατά τη διάρκεια μιας διαδρομής, ιδιαίτερα τους καλοκαιρινούς μήνες. Παρά την συνεχόμενη αύξηση της χωρητικότητας στις περιοχές αυτές, αυξάνοντας για παράδειγμα των αριθμών των πτήσεων σε υψηλό υψόμετρο, το πρόβλημα αυτό παραμένει. Σχετικά με την χωρητικότητα των αεροδρομίων της Ευρώπης, τα αεροδρόμια με μεγάλη επιβατική κίνηση έχουν καθιερώσει το σύστημα της «Πλήρης Συντόνισης». Με λίγα λόγια, ο αριθμός των πτήσεων που μπορούν να προγραμματιστούν εκεί ανά ώρα, δε μπορεί να υπερβαίνει την δηλωθείσα χωρητικότητα του αερολιμένα. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η μοναδική περίπτωση που επιτρέπεται η υπέρβαση αυτή είναι τις μέρες όπου οι καιρικές συνθήκες είναι δυσμενείς ή κάποιο απρόοπτο γεγονός έχει συμβεί.

Τέλος, αναφορικά με τους εξωτερικούς παράγοντες όπως χαρακτηριστικά κίνησης, αύξηση της εναέριας κυκλοφορίας, πυκνότητα της εναέριας κυκλοφορίας, καθώς και την μέση διάρκεια μιας πτήσης, παρατηρούμε ότι τα δύο συστήματα κινούνται σε παρόμοια επίπεδα. Προφανώς, δεν μπορούμε να πούμε ότι είναι ίδια ακριβώς τα επίπεδα, αλλά είναι τουλάχιστον συγκρίσιμα ώστε να μπορούν τα αποτελέσματα να είναι ακριβή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

7.1 Πρόταση μοντελοποίησης Ευρωπαϊκού Συστήματος Διαχείρισης Εναέριας Κυκλοφορίας

Αντιλαμβανόμενοι τα ιδιαίτερα προβλήματα και χαρακτηριστικά που παρουσιάζονται στον ευρωπαϊκό εναέριο χώρο, οι Guglielmo Lulli και Amadeo Odoni, όρισαν το ευρωπαϊκό πρόβλημα διαχείρισης της εναέριας κυκλοφορίας και παρουσίασαν μια μαθηματική μοντελοποίηση που επιλύει το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Έτσι λοιπόν, ξεκινάμε θεωρώντας ένα δεδομένο εναέριο σύστημα χώρου, το οποίο περιέχει ένα σύνολο αεροδρομίων, αεροδιαδρόμων και τομέων, το καθένα με μια δεδομένη δική του χωρητικότητα για κάθε χρονική περίοδο t , σε χρονικό ορίζοντα T περιόδων και με δοθέν χρονοδιάγραμμα πτήσεων στο συγκεκριμένο σύστημα εναέριας χώρου κατά τον χρόνο T . Το χρονοδιάγραμμα αυτό λαμβάνοντας υπόψη του όλους τους περιορισμούς χωρητικότητας και ελαχιστοποιώντας την συνάρτηση κόστους της συνολικής καθυστέρησης, εκχωρεί τις καθυστερήσεις εδάφους και τις καθυστερήσεις εν πτήση για κάθε μια πτήση.

Το συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο βασίζεται στις παρακάτω υποθέσεις:

1. Διακριτές χρονικές περιόδους

Το χρονικό διάστημα T , είναι προκαθορισμένο και χωρίζεται σε διακριτές, ίσες, συνεχόμενες χρονικές περιόδους $t = 1, \dots, T$.

2. Ντετερμινιστική ζήτηση

Το χρονοδιάγραμμα των αφιχθέντων πτήσεων σε όλα τα αεροδρόμια για το χρονικό διάστημα T είναι γνωστό. Το πρόγραμμα αυτό περιέχει τις προγραμματισμένες ώρες αναχώρησης και άφιξης που ανατίθεται σε κάθε πτήση, καθώς και την διαδρομή πτήσης, ως ένα σύνολο των τομέων που θα πρέπει να διασχίσει το αεροσκάφος.

3. Ντετερμινιστική χωρητικότητα

Οι χωρητικότητες των αεροδρομίων, καθώς και των τομέων του εναέριας χώρου είναι γνωστές για κάθε χρονική στιγμή t .

4. Τοποθεσία της επιβαλλόμενης καθυστέρησης εν ώρα πτήσης

Μια καθυστέρηση εν ώρα πτήσης ενός αεροσκάφους, μπορεί να ανατίθεται μόνο όταν το αεροσκάφος βρίσκεται στον εναέριο χώρο τριγύρω από το αεροδρόμιο άφιξης.

5. Ίδια ταχύτητα πτήσης

Όλα τα αεροσκάφη θα πρέπει να ταξιδεύουν με την ίδια ταχύτητα, έτσι ώστε να μην παίζει ρόλο ο παράγοντας της ταχύτητας του αεροσκάφους στο δίκτυο.

6. Όχι αναδρομολόγηση

Δεν δίνεται η επιλογή για αναδρομολόγηση σε περίπτωση που κάποιος τομέας έχει γεμίσει τη δεδομένη χρονική στιγμή που θα έπρεπε το αεροσκάφος να περάσει από αυτόν.

7. Χωρητικότητα τομέα

Η χωρητικότητα ενός τομέα του εναέριου χώρου ισούται με τον μέσο αριθμό των αεροσκαφών που επιτρέπεται να εισέρχονται στον τομέα σε μία χρονική περίοδο.

8. Συνεχόμενες πτήσεις

Οι πτήσεις αναχωρούν όπως ορίζει το χρονοδιάγραμμα από το αρχικό αεροδρόμιο. Δεν λαμβάνονται υπόψιν καθυστερήσεις λόγω προηγούμενης καθυστέρησης κάποιας συνεχόμενης πτήσης ενός αεροσκάφους. Επιπλέον, οι πτήσεις δεν ακυρώνονται λόγω καθυστέρησης. Τέλος, δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός στον αριθμό των αεροσκαφών που βρίσκονται στον αεροδιάδρομο και είναι έτοιμα προς αναχώρηση.

Εξαιτίας των παραπάνω υποθέσεων, τελικά στο μοντέλο μόνο δύο μεταβλητές ελέγχου συσχετίζονται με την κάθε πτήση· η ανατεθειμένη καθυστέρηση εδάφους του αεροσκάφους στο αεροδρόμιο πριν την αναχώρησή του και η ανατεθειμένη καθυστέρηση εν ώρα πτήσης στον εναέριο χώρο γύρω από το αεροδρόμιο άφιξης.

7.2 Μαθηματική Μοντελοποίηση του Προβλήματος

Για την καλύτερη ανάλυση του προβλήματος, ορίζουμε τις παρακάτω μεταβλητές:

K = το σύνολο των αεροδρομίων

F = το σύνολο των πτήσεων

S = το σύνολο των τομέων

t_a^f = ο προγραμματισμένος χρόνος άφιξης της πτήσης f . Επιπλέον, ο χρόνος αυτός είναι ο νωρίτερα δυνατός χρόνος που η πτήση μπορεί να προσγειωθεί στο αεροδρόμιο προορισμού.

t_d^f = ο προγραμματισμένος χρόνος αναχώρησης της πτήσης f .

$g(f)$ = το υποσύνολο των τομέων που θα διασχίσει το αεροσκάφος ώστε να πραγματοποιηθεί η πτήση f

$a(f)$ = το αεροδρόμιο προορισμού της πτήσης f

ft_f^s = ο συνολικός χρόνος πτήσης της πτήσης f από το αρχικό αεροδρόμιο μέχρι να φτάσει στον τομέα $s \in g(f)$

FT^f = ο συνολικός προγραμματισμένος χρόνος πτήσης στον αέρα για την πτήση $f \in F$

$A^k(t)$ = η χωρητικότητα (ο ρυθμός αποδοχής αφίξεων) του αεροδρομίου $k \in K$ την χρονική περίοδο t

$C^s(t)$ = η χωρητικότητα του τομέα $s \in S$ την χρονική στιγμή t

Οι μεταβλητές απόφασης είναι:

$$x_t^f = \begin{cases} 1 & \text{αν η πτήση } f \text{ προσγειώνεται την χρονική στιγμή } t \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$y_t^f = \begin{cases} 1 & \text{αν η πτήση } f \text{ αναχωρεί την χρονική στιγμή } t \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

z^f μια τεχνητή μεταβλητή η οποία δηλώνει το κόστος καθυστέρησης εν ώρα πτήσης της πτήσης f

Σκοπός της μοντελοποίησης αυτής είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους καθυστέρησης στο έδαφος, καθώς και εν ώρα πτήσης. Με λίγα λόγια, θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε την παρακάτω γραμμική έκφραση $\alpha AH + GH$, όπου AH είναι η καθυστέρηση εν ώρα πτήσης, GH είναι η καθυστέρηση στο έδαφος και α ο συντελεστής ισοδυναμίας με $\alpha > 1$.

Την έκφραση αυτή μπορούμε να την γράψουμε και ως εξής: $TD + (\alpha - 1)AH$ όπου $TD = AH + GH$.

Για περισσότερη ευελιξία, το μοντέλο επιτρέπει την πιθανότητα να καταστήσει τον συντελεστή ισοδυναμίας με μια αύξουσα κυρτή συνάρτηση, $\alpha = \alpha(AH)$. Αυτή η μη γραμμικότητα αντιμετωπίζεται υπολογιστικά μέσω μιας γραμμικής προσέγγισης, δηλαδή εισάγοντας για κάθε πτήση f , μια τεχνητή μεταβλητή z^f και ένα σύνολο I^f περιορισμών $z^f \geq \gamma^i AH + \beta^i$, $i \in I^f$ όπου γ^i και β^i κατάλληλοι συντελεστές.

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος θα είναι:

$$\min \sum_{f \in F} [\sum_{t \in T} c_t^f x_t^f + z^f]$$

Για να διασφαλισθεί η αμεροληψία στην ανάθεση των καθυστερήσεων των πτήσεων, στην αντικειμενική συνάρτηση συμπεριλαμβάνουμε συντελεστές που είναι μια υπέρ-

γραμμική σύγκλιση συνάρτησης της καθυστέρησης μιας πτήσης της μορφής: $c_t^f = (t - t_a^f)^\varepsilon$ με $\varepsilon > 1$. Με την υπέρ-γραμμική σύγκλιση εννοούμε: Μια ακολουθία $\{x_k\}$ η οποία συγκλίνει στο x^* έτσι ώστε $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|x_{k+1} - x^*|}{|x_k - x^*|} = 0$. Δηλαδή μια αρκετά μεγάλη ταχύτητα σύγκλισης.

Η χρήση αυτών των συντελεστών θα ευνοήσει την ανάθεση μιας μέτριας συνολικής καθυστέρησης σε κάθε μία από τις δύο πτήσεις, παρά την ανάθεση ενός μικρού ποσοστού καθυστέρησης στην μία και ενός μεγαλύτερου στην άλλη.

Δηλαδή, είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος του κόστους της αμερόληπτης καθυστέρησης κάθε πτήσης με το κόστος καθυστέρησης στο έδαφος για κάθε χρονική στιγμή, κάθε πτήσης στο σύνολο των πτήσεων F .

Οι περιορισμοί του προβλήματος θα είναι:

$$\sum_{t \in T} x_t^f = 1 \quad \forall f \in F \quad (1)$$

$$\sum_{t \in T} y_t^f = 1 \quad \forall f \in F \quad (2)$$

$$\sum_{f \in F: a(f)=k} x_t^f \leq A^k(t) \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{f \in F: seg(f)} y_{t-ft_s}^f \leq C^s(t) \quad \forall t \in T, \forall s \in S \quad (4)$$

$$y_t^f \leq \sum_{\tau=t+FT^f} x_\tau^f \quad \forall t \in T, \forall f \in F \quad (5)$$

$$z^f \geq \gamma^i (-FT^f + \sum_{t \in T} t (x_t^f - y_t^f)) + \beta^i \quad \forall i \in I^f, \forall f \in F \quad (6)$$

$$y_t^f, x_t^f = \{0,1\} \quad \forall t \in T, \forall f \in F \quad (7)$$

Αναλυτικότερα, οι περιορισμοί (1), (2) είναι οι περιορισμοί ανάθεσης που καθορίζουν μονοσήμαντα τον χρόνο άφιξης και αναχώρησης της κάθε πτήσης $f \in F$.

Οι περιορισμοί (3), (4) είναι οι περιορισμοί χωρητικότητας του αεροδρομίου και του τομέα του εναέριου χώρου αντίστοιχα. Οι περιορισμοί αυτοί επιβάλλουν ένα όριο στον αριθμό των πτήσεων που μπορούν να αντιμετωπιστούν σε κάθε χρονική περίοδο $t \in T$. Η χωρητικότητα δεν είναι ένα σταθερό μέγεθος, καθώς μπορεί να αλλάξει με το πέρασμα του χρόνου λόγω αρκετών παραγόντων, όπως για παράδειγμα μετεωρολογικοί παράγοντες.

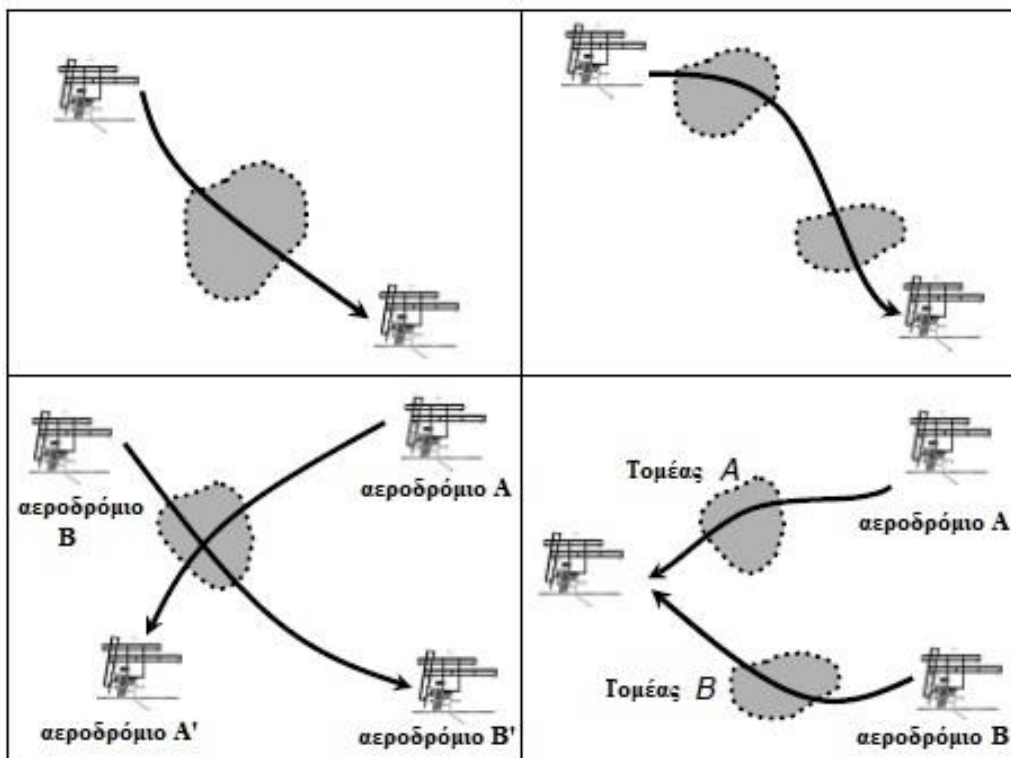
Ο περιορισμός (5) συνδέει τις μεταβλητές. Ο χρόνος άφιξης της κάθε πτήσης δίνεται από το άθροισμα του χρόνου αναχώρησης με τη διάρκεια της πτήσης, η οποία μπορεί να περιέχει τις καθυστερήσεις εν ώρα πτήσης.

Ο περιορισμός (6) διασφαλίζει τη μη γραμμικότητα του κόστους καθυστέρησης εν ώρα πτήσης.

Τέλος, ο περιορισμός (7) διασφαλίζει την δυαδικότητα των μεταβλητών απόφασης.

7.3 Υπολογιστικά Αποτελέσματα στον Ευρωπαϊκό Εναέριο Χώρο

Στην συγκεκριμένη μελέτη, τα υπολογιστικά αποτελέσματα κατηγοριοποιούνται σε τέσσερις περιπτώσεις, ανάλογα με τον αριθμό των τομέων που διασχίζει η πτήση, όπως επίσης και τον αριθμό των αρχικών αεροδρομίων, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Εικόνα 10 - Περιπτώσεις Υπολογιστικών Αποτελεσμάτων

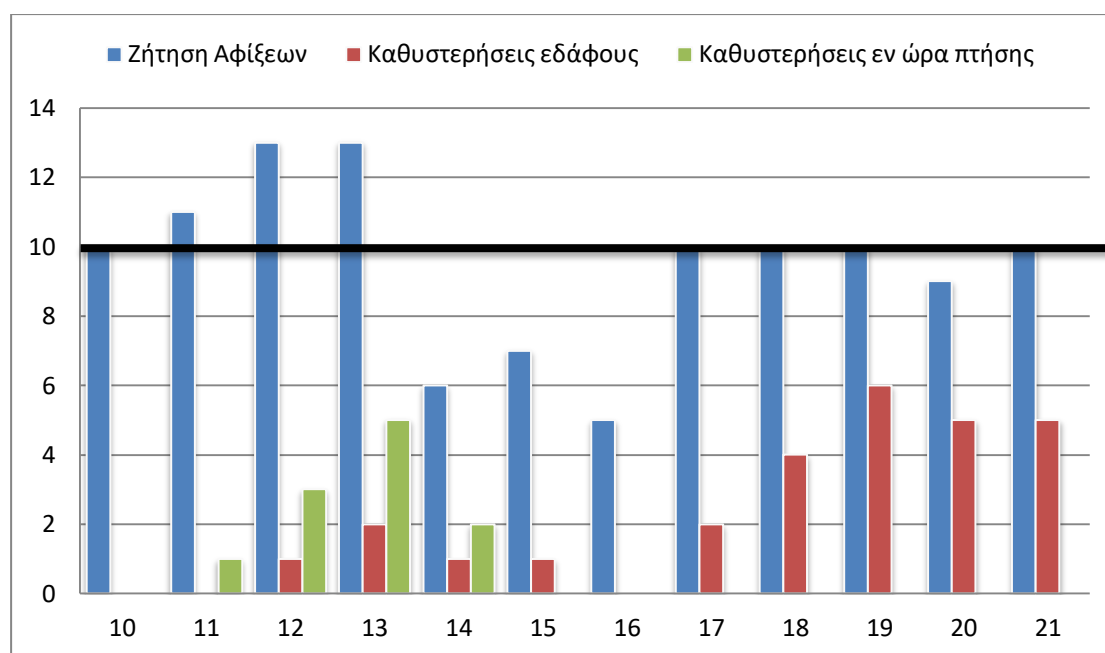
Περίπτωση Ι)

Ένας τομέας - Ένα αρχικό αεροδρόμιο:

Στην πιο απλή περίπτωση, όλες οι εισερχόμενες πτήσεις στο αεροδρόμιο άφιξης θα πρέπει να διασχίσουν έναν μόνο τομέα, με τους περιορισμούς χωρητικότητάς του που δίνονται. Η χρησιμότητα της περίπτωσης αυτής είναι για να διαπιστώσουμε τις επιπτώσεις της ύπαρξης του τομέα με χωρητικότητα στη φύση των λύσεων του

προβλήματος ATFM στον ευρωπαϊκό εναέριο χώρο. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι η ορθολογική χρήση των καθυστερήσεων εν ώρα πτήσης, αντί των καθυστερήσεων στο έδαφος, μπορεί να δημιουργήσουν πολλαπλά οφέλη, όπως για παράδειγμα σημαντική μείωση του συνολικού χρόνου και κόστους καθυστέρησης.

Για την περίπτωση αυτή, θεωρούμε ένα αεροδρόμιο άφιξης με χωρητικότητα 10 αεροσκάφη ανά μονάδα χρόνου και χωρητικότητα τομέα 12 αεροσκάφη ανά μονάδα χρόνου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για τις χρονικές περιόδους 14,15 η χωρητικότητα του τομέα μειώνεται σε 7. Στο παρακάτω γράφημα απεικονίζεται η ζήτηση, οι πτήσεις στις οποίες επιβλήθηκε καθυστέρηση εν ώρα πτήσης και εδάφους μιας χρονικής μονάδας, καθώς και οι χωρητικότητες του αεροδρομίου και του τομέα μέσα σε ένα χρονικό διάστημα 10 περιόδων.



Λιάγραμμα 8 - Ζήτηση & Καθυστερήσεις αεροδρομίου άφιξης

Όπως βλέπουμε και στο γράφημα, την χρονική περίοδο **12** είχαμε ζήτηση δεκατριών πτήσεων για άφιξη στο συγκεκριμένο αεροδρόμιο. Την ίδια χρονική στιγμή, τέσσερις πτήσεις αναχωρούν μια χρονική μονάδα αργότερα από ότι ήταν προγραμματισμένες να αναχωρήσουν από το αεροδρόμιο. Παράλληλα, τρεις πτήσεις καθυστερούν εν ώρα πτήσης οπότε θα προσγειωθούν στο αεροδρόμιο μια χρονική μονάδα αργότερα από ότι θα έπρεπε. Επομένως, η ζήτηση για την χρονική περίοδο αυτή, θα είναι η αρχική ζήτηση, 13, μείον 4 που θα καθυστερήσουν, συν 1 που παρατηρούμε ότι καθυστέρησε την χρονική περίοδο 11. Άρα, η συνολική ζήτηση θα είναι 10, όπως ακριβώς και η χωρητικότητα του αεροδρομίου.

Όμως, προφανώς οι καθυστερήσεις των τεσσάρων πτήσεων θα δημιουργήσουν πρόβλημα την επόμενη χρονική περίοδο, **13**. Ακολουθώντας παρόμοια λογική, εκείνη την στιγμή, η συνολική ζήτηση θα είναι: δεκαεπτά (13+4). Όμως, λόγω της περιορισμένης χωρητικότητας του αεροδρομίου, θα πρέπει επτά από τις αρχικές

δεκατρείς πτήσεις να καθυστερήσουν. Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα, πέντε πτήσεις θα καθυστερήσουν εν ώρα πτήσης, ενώ δύο στο έδαφος. Προφανώς, οι 4 πτήσεις που προέρχονται από τις καθυστερήσεις της χρονικής περιόδου **12**, έχουν προτεραιότητα, λόγω της υπέρ-γραμμικότητας της αντικειμενικής συνάρτησης.

Θα πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι η ζήτηση του εναέριου τομέα επηρεάζεται μόνο από τις πτήσεις που έχουν υποστεί καθυστέρηση εδάφους, αφού όπως προείπαμε οι καθυστερήσεις εν ώρα πτήσης συμβαίνουν στην εναέρια περιοχή γύρω από το αεροδρόμιο άφιξης. Επομένως, αυτές οι πτήσεις έχουν ήδη διασχίσει τον συγκεκριμένο εναέριο τομέα.

Επιπλέον, παρατηρούμε ότι οι καθυστερήσεις εδάφους παρατηρούνται σε μεγαλύτερη συχνότητα από τις καθυστερήσεις εν ώρα πτήσης. Αυτό συμβαίνει διότι, προτιμούμε να αποφεύγουμε τις καθυστερήσεις εν ώρα πτήσης, μιας και υπάρχει αβεβαιότητα για την μελλοντική ζήτηση και την χωρητικότητα. Μια πτήση, η οποία θα καθυστερήσει εν ώρα πτήσης, έχοντας προτεραιότητα την επόμενη χρονική περίοδο, μπορεί να δημιουργήσει πρόβλημα στην ζήτηση της επόμενης χρονικής περιόδου.

Περίπτωση II ~ Πολλαπλοί τομείς- Ένα αρχικό αεροδρόμιο:

Στην περίπτωση αυτή, όλες οι εισερχόμενες πτήσεις στο αεροδρόμιο άφιξης θα πρέπει να διασχίσουν πολλαπλούς τομείς με τους αντίστοιχους περιορισμούς χωρητικότητάς τους. Όμως, η περίπτωση αυτή μπορεί εύκολα να αντιστοιχίζεται με την προηγούμενη περίπτωση, λόγω των αρχικών υποθέσεων (4), (5), αρκεί τους πολλαπλούς τομείς να τους συγχωνεύσουμε σ' έναν ισοδύναμο τομέα. Για να συμβεί αυτό, θα πρέπει να μετατρέψουμε τις χωρητικότητες των τομέων έχοντας την ίδια χρονική αναφορά. Αν για παράδειγμα πάρουμε ως χρονική αναφορά μας την τοπική ώρα του αεροδρομίου άφιξης, τότε θα πρέπει να αλλάξουμε τον χρονικό άξονα με μια ποσότητα ίση με την χρονική διάρκεια ταξιδιού μεταξύ των τομέων και την τοποθεσία του αεροδρομίου. Τελικά, η χωρητικότητα του ισοδύναμου τομέα, θα είναι ίση με την ελάχιστη χωρητικότητα όλων των επιμέρους τομέων. Θα πρέπει να σημειωθεί πως η περιοχή γύρω από το αεροδρόμιο άφιξης θα θεωρείται ως ξεχωριστή περιοχή, λόγω των πιθανών καθυστερήσεων εν ώρα πτήσης.

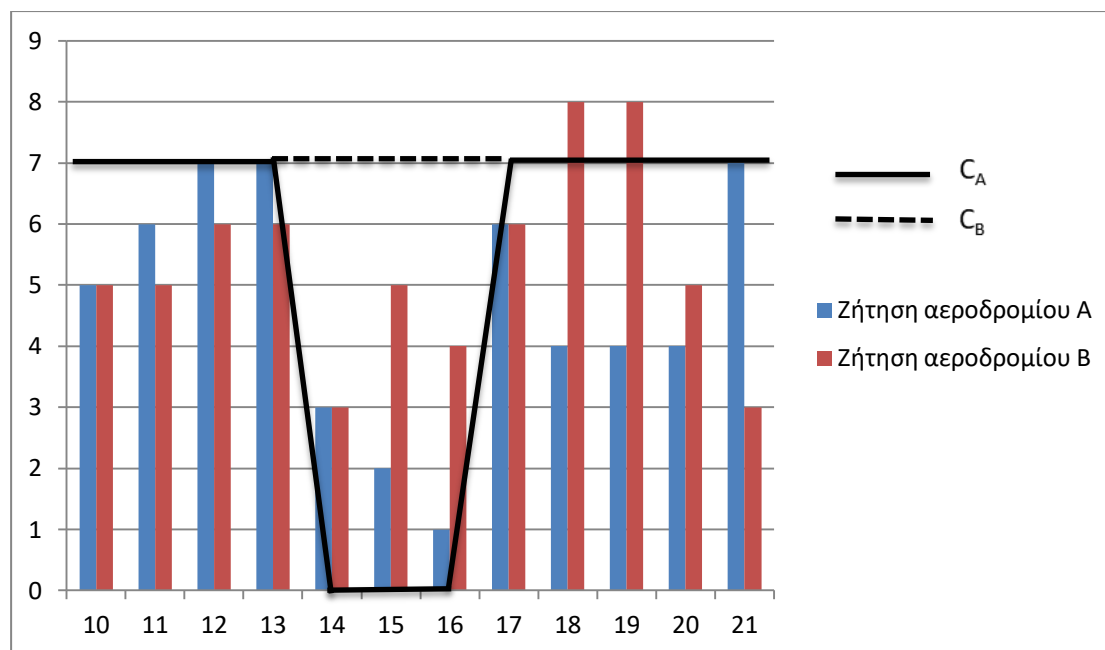
Περίπτωση III ~ Δύο παράλληλοι τομείς- Δύο αρχικά αεροδρόμια:

Στην τρίτη περίπτωση, οι εισερχόμενες πτήσεις προέρχονται από διαφορετικά αεροδρόμια, έστω A και B, και διασχίζουν δύο ανεξάρτητους παράλληλους τομείς με χωρητικότητες C_A , C_B .

Θεωρούμε το ίδιο παράδειγμα, με την περίπτωση I, μόνο που πλέον κάθε πτήση αναχωρεί από διαφορετικό αεροδρόμιο, είτε από το A είτε από το B. Στο παρακάτω γράφημα, παρουσιάζονται οι ζητήσεις ανάλογα με το αεροδρόμιο αναχώρησης, καθώς και οι χωρητικότητες των δύο τομέων, C_A , C_B . Όπως και προηγουμένως, η χωρητικότητα του αεροδρομίου είναι σταθερή και ίση με 10 πτήσεις ανά μια μονάδα χρόνου. Παρατηρούμε επίσης, ότι οι χωρητικότητες των δύο τομέων είναι ίσες με 7,

εκτός από τις χρονικές περιόδους 15 και 16, όπου η χωρητικότητα του τομέα Α μηδενίζεται λόγω καιρικών φαινομένων.

Μελετώντας το χρονικό διάστημα από 10 μέχρι και 13, όπου δεν παρατηρείται κάποιο πρόβλημα στις χωρητικότητες των τομέων ή του αεροδρομίου, αλλά υπάρχει μεγαλύτερη ζήτηση από τη δεδομένη χωρητικότητα του αεροδρομίου άφιξης.



Διάγραμμα 9 - Ζήτηση & Χωρητικότητες αεροδρομίων Α,Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι συνολικές ζητήσεις τις δεδομένες χρονικές περιόδους.

Χρονική στιγμή	Συνολική Ζήτηση	Επιπλέον πτήσεις
10	10	0
11	11	1
12	13	3
13	13	3

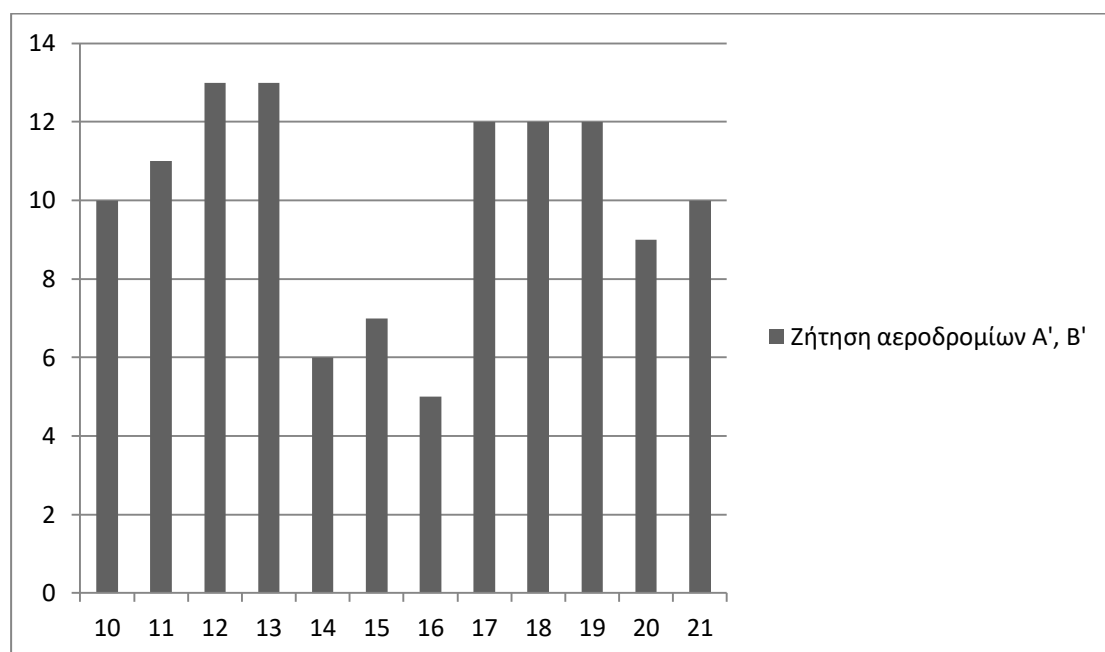
Σύμφωνα με την λύση του προβλήματος, αυτές οι επιπλέον πτήσεις από το αεροδρόμιο Β για να μπορέσουν να εξυπηρετηθούν θα μετατραπούν σε 9 μονάδες καθυστέρησης εδάφους και 3 εν ώρα πτήσης. Είναι προφανές, ότι στην προσπάθεια για μείωση του συνολικού κόστους καθυστέρησης, η λύση του προβλήματος έχει ως προτεραιότητα της το αεροδρόμιο Α, μιας και τις επόμενες χρονικές στιγμές η χωρητικότητα του τομέα Α θα μηδενιστεί.

Περίπτωση IV ~ Ένας τομέας- Πολλαπλά αεροδρόμια:

Στην περίπτωση αυτή, οι εισερχόμενες πτήσεις έχουν διαφορετικά αεροδρόμια αναχώρησης, A, A' και άφιξης B, B' , όμως έχουν έναν κοινό τομέα.

Θεωρούμε τα παρακάτω δεδομένα ζήτησης όπως φαίνονται στο επόμενο διάγραμμα, τις χωρητικότητες των αεροδρομίων A' , B' ως 13 πτήσεις ανά μονάδα χρόνου, με εξαίρεση τις χρονικές στιγμές 14-16 όπου το αεροδρόμιο A' έχει μηδενική χωρητικότητα λόγω καιρού. Τέλος, η χωρητικότητα του εναέριου τομέα είναι ίση με 20 πτήσεις ανά μονάδα χρόνου.

Για την εύρεση ζήτησης του τομέα, αφού γνωρίζουμε τη διάρκεια πτήσης, αρκεί να μετατοπίσουμε την ζήτηση στα δύο αεροδρόμια κατά τον αριθμό των χρονικών περιόδων που ισούνται με τη διάρκεια πτήσης. Σε αυτό το παράδειγμα η διάρκεια του ταξιδιού από τον κοινό εναέριο τομέα στο αεροδρόμιο A' είναι 5 μονάδες χρόνου, ενώ στο αεροδρόμιο B' είναι 4. Έτσι λοιπόν, η ζήτηση του τομέα την χρονική στιγμή 7, θα ισούται με την ζήτηση του αεροδρομίου A' την χρονική στιγμή 12, δηλαδή 13, και του B' την χρονική στιγμή 11, δηλαδή 11. Άρα, η συνολική ζήτηση του τομέα θα είναι 24, τέσσερις παραπάνω πτήσεις από την χωρητικότητά του.



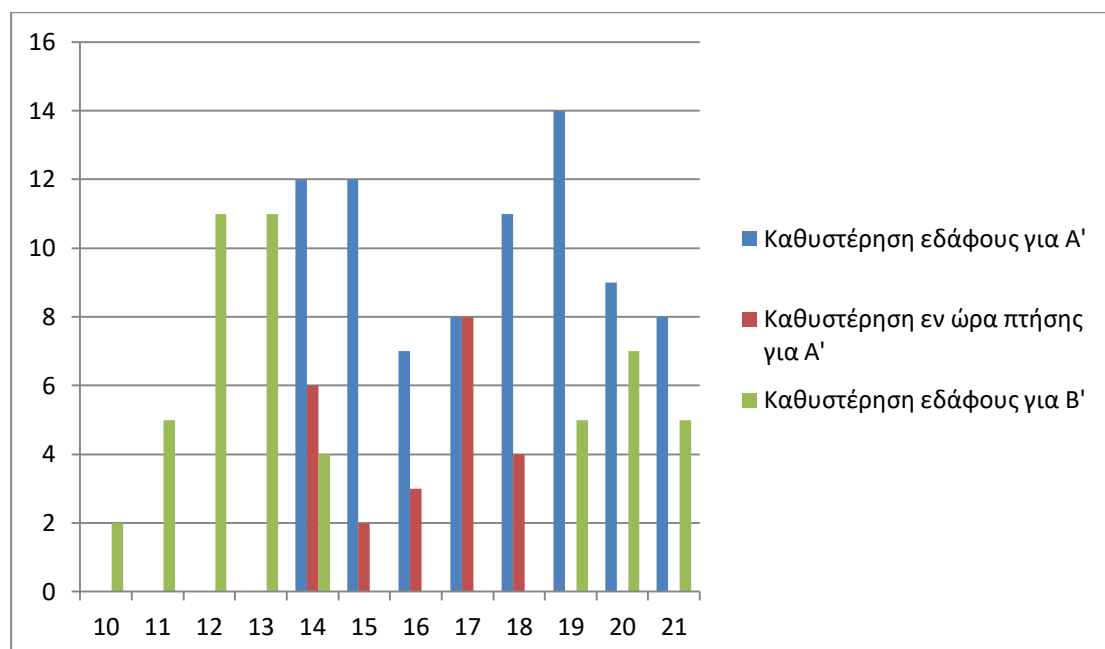
Διάγραμμα 10- Ζήτηση αεροδρομίων A', B'

Κατά τον ίδιο τρόπο παρατηρούμε ότι θα υπάρξει υπέρβαση χωρητικότητας τις χρονικές περιόδους: 6,7,8,13,14,15. Οι πρώτες συμφορήσεις, τις στιγμές 6,7,8, θα έχουν άμεσες επιπτώσεις στις προγραμματισμένες πτήσεις του αεροδρομίου A' τις χρονικές στιγμές 11,12,13 και του αεροδρομίου B' τις χρονικές στιγμές 10,11,12. Μια λογική υπόθεση είναι ότι λόγω της αυξημένης κίνησης αυτής, πτήσεις και από τα δυο αεροδρόμια θα καθυστερήσουν ώστε να μην υπερβούν την χωρητικότητα του τομέα.

Όμως, όπως φαίνεται και στο ακόλουθο διάγραμμα, μόνο οι πτήσεις του αεροδρομίου B' επηρεάζονται. Αυτό συμβαίνει διότι, ενώ δεν παρατηρούμε πρόβλημα χωρητικότητας στο B' , υπάρχει συμφόρηση στον εναέριο χώρο λόγω του αεροδρομίου A' . Επιπλέον, το αεροδρόμιο αυτό προσωρινά κλείνει, επομένως δίνεται προτεραιότητα στην πραγματοποίηση των πτήσεων του. Το φαινόμενο αυτό

ονομάζεται *φαινόμενο δικτύου* (Network Effect). Δηλαδή, όταν ένα μη κορεσμένο αεροδρόμιο καθυστερεί λόγω κορεσμού ενός άλλου αεροδρομίου.

Σε περίπτωση που θα θέλαμε να υπάρχει μια δίκαιη κατανομή των καθυστερήσεων πτήσεων ανάμεσα στα δύο αεροδρόμια, θα δίναμε 10 πτήσεις για το αεροδρόμιο A' και τις υπόλοιπες 10 στο B' . Προφανώς, σε περίπτωση που η δοθείσα χωρητικότητα για κάθε ένα από τα αεροδρόμια είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη ζήτηση, τότε οι περισσευούμενες πτήσεις δίνονται στο άλλο αεροδρόμιο. Έτσι πλέον, έχουμε βελτιστοποίηση για κάθε μια ροή, που λαμβάνει υπόψιν της την αμεροληψία μεταξύ των δύο αεροδρομίων. Παρατηρούμε ότι σε αυτήν την περίπτωση η συνολική καθυστέρηση αυξάνεται κατά 43% σε σχέση με την προηγούμενη λύση, όπου είναι 28% αύξηση στην καθυστέρηση εν ώρα πτήσης και 55% καθυστέρηση στο έδαφος. Παρόλα αυτά, σε αυτήν την περίπτωση, οι πτήσεις του αεροδρομίου B' έχουν μείωση κατά 12 μονάδες χρόνου στις καθυστερήσεις εδάφους.



Λιάγραμμα 11 - Καθυστερήσεις για περίπτωση IV

7.4 Σύγκριση των δύο μοντέλων

Εύκολα παρατηρούμε ότι η μοντελοποίηση αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως μια μακροσκοπική εκδοχή του μοντέλου των Bertsimas, Stock - Patterson που αναλύθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, καθώς παραλείπει κάποιες λεπτομέρειες του μοντέλου αυτού.

Για ευκολία στον διαχωρισμό των δύο μοντέλων, θα ονομάσουμε ως μοντελοποίηση (1) εκείνη των Bertsimas και Stock – Patterson και ως μοντελοποίηση (2) την άλλη.

Σκοπός της μοντελοποίησης (1) είναι η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους που αποτελείται από τα κόστη καθυστερήσεων: εδάφους, συνεχόμενων πτήσεων, εν ώρα πτήσης και επαναδρομολόγησης.

Παρόμοια, σκοπός της μοντελοποίησης (2) είναι η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης που αποτελείται από τα κόστη καθυστερήσεων: εδάφους και εν ώρα πτήσης.

Αναφορικά με τους περιορισμούς των δύο μοντελοποιήσεων και οι 2 λαμβάνουν υπόψιν τους την αμεροληψία των καθυστερήσεων των πτήσεων και τις χωρητικότητες των εναέριων τμημάτων και των αεροδρομίων. Αναλυτικότερα, οι μοντελοποιήσεις προσπαθούν να κατανεύουν το κόστος καθυστερήσεων των πτήσεων ισόποσα στις διαφορετικές αεροπορικές εταιρείες, ώστε να είναι το βέλτιστο δυνατό, αλλά και δίκαιο για όλους.

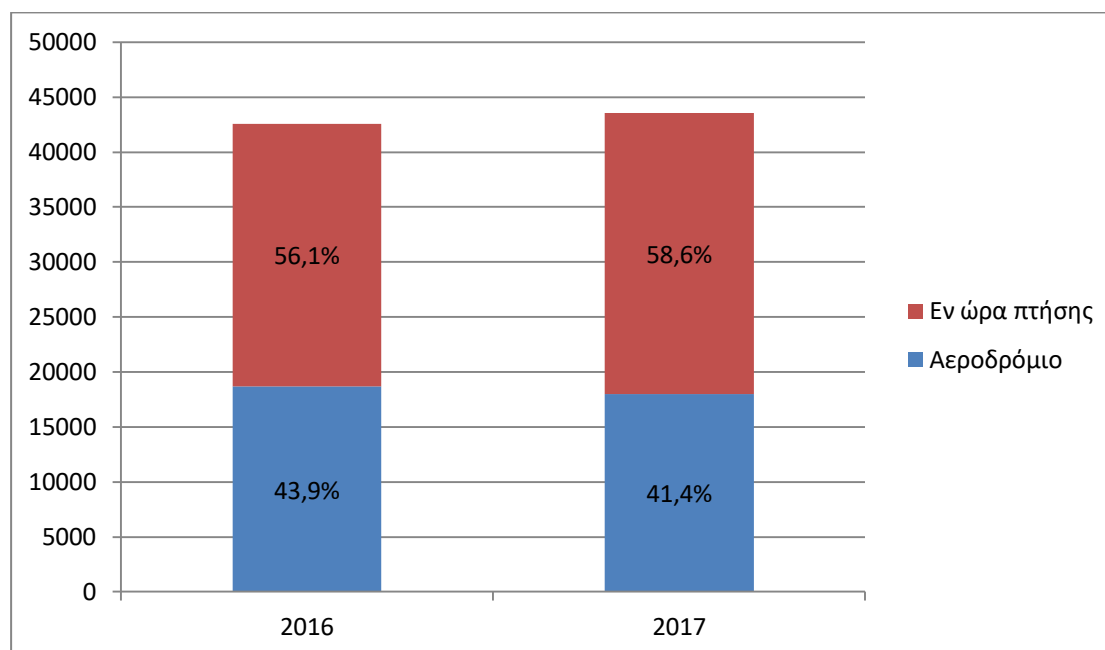
Επιπρόσθετα, η μοντελοποίηση (1), καλύπτει και την πιθανότητα επαναδρομολόγησης μιας πτήσης ώστε να αποφευχθεί η συμφόρηση σε κάποιον τομέα, κάτι το οποίο δεν καλύπτει η μοντελοποίηση (2) λόγω και του πολυπλοκότερου συστήματος που ισχύει στον Ευρωπαϊκό Εναέριο Χώρο. Κατά αυτόν τον τρόπο, μεγαλώνει και ο χώρος των αποφάσεων της μοντελοποίησης (1) καθιστώντας πιο ρεαλιστικά τα προβλήματα που μπορεί να επιλύει.

Τέλος, η μοντελοποίηση (1) χρησιμοποιεί ένα εναλλακτικό σύνολο μεταβλητών απόφασης που οδηγούν σε γρήγορες λύσεις ως αποτελέσματα ακέραιων προγραμματισμών. Αντίθετα, η μοντελοποίηση (2) ακολουθεί μια χαλαρή διατύπωση, αφού τα προβλήματα που επιλύει είναι μικρά σε μέγεθος αναφορικά με τα δεδομένα τους, καθιστώντας τα όχι ιδιαίτερος ρεαλιστικά. Αποτέλεσμα αυτού είναι μεν οι χρόνοι επίλυσης να είναι πολύ μικροί, αλλά όχι επιλύοντας πραγματικά προβλήματα. Έτσι λοιπόν, μπορούμε να αποφανθούμε ότι η μοντελοποίηση (2) αποσκοπεί κυρίως στην επισήμανση των χαρακτηριστικών πρωταρχικής σημασίας για τον ευρωπαϊκό εναέριο χώρο, παρά στην επίλυση του προβλήματος στον χώρο αυτόν.

7.5 Συμπεράσματα

Το πρόβλημα της διαχείρισης της εναέριας κυκλοφορίας γίνεται ολοένα και πιο σημαντικό. Στην Ευρώπη, το 2018 χαρακτηρίστηκε ως μια από τις χειρότερες χρονιές, σχετικά με τις καθυστερήσεις και τις ακυρώσεις των πτήσεων, σε σχεδόν μια δεκαετία. Ειδικότερα τον Οκτώβριο του 2018, λόγω της χωρητικότητας του εναέριου χώρου και των προβλημάτων με το ανθρώπινο δυναμικό, υπήρξε αύξηση 50% στις καθυστερημένες πτήσεις αναφορικά με τον ίδιο μήνα του 2017. Συνολικά, το 2017 υπήρξε καθυστέρηση 9.3 εκατομμυρίων λεπτών, ενώ το 2018 αυξήθηκε ξεπερνώντας τα 14.3 εκατομμύρια λεπτά. Στο παρακάτω γράφημα γίνεται μια σύγκριση των καθυστερήσεων στον εναέριο χώρο, καθώς και στα αεροδρόμια τις χρονιές 2016, 2017. Προφανώς, οι καθυστερήσεις αυτές επιφέρουν και μεγάλες οικονομικές και

περιβαλλοντικές επιπτώσεις, καθώς αυτά τα 14.3 εκατομμύρια λεπτά συνεπάγονται επιπλέον καύσιμα και εκπομπή διοξειδίου του άνθρακα.



Διάγραμμα 12 - Σύγκριση Καθυστερήσεων στην Ευρώπη 2016-2017

Ύστερα από αρκετές μελέτες, ο μεγαλύτερος παράγοντας που συμβάλλει στις καθυστερήσεις αυτές, είναι η έλλειψη της χωρητικότητας του ATC, με ποσοστό συμβολής που φτάνει το 25.5%. Δεύτερος κατά σειρά παράγοντας είναι προφανώς οι καιρικές συνθήκες, ενώ αμέσως μετά έρχεται η χωρητικότητα των αεροδρομίων με ποσοστό 15.5%. Έτσι συνολικά, η χωρητικότητα αντιπροσωπεύει το 41% των καθυστερήσεων όλου του έτους. Επιπλέον, παρατηρείται μια εκθετική συσχέτιση μεταξύ της αύξησης της ζήτησης και των καθυστερήσεων στην Ευρώπη το χρονικό διάστημα 2015-2018. Δεδομένου, ότι αναμένεται μέχρι το 2040 η ζήτηση να αυξηθεί κατά 53% συγκριτικά με το 2017, έχοντας δηλαδή 16.2 εκατομμύρια πτήσεις ετησίως, η εκθετική αυτή συσχέτιση αναμένεται να δημιουργήσει τεράστια προβλήματα αν δεν αλλάξει σύντομα κάτι.

Έτσι, διάφοροι σχετικοί οργανισμοί κρούουν τον κώδωνα στην Ευρωπαϊκή Ένωση, για άμεση εφαρμογή προτάσεων με σκοπό την επίλυση του ολοένα και αυξανόμενου προβλήματος. Εν αρχή, οι άμεσες λύσεις που προτείνουν είναι η αφαίρεση των πολιτικών παρακωλύσεων και εφαρμογή του SES σε όλο τον Ευρωπαϊκό εναέριο χώρο. Βελτιώνοντας την διαχείριση και τον συντονισμό των διαχειριστών του χώρου, θα μειωθεί ιδιαίτερα το ποσοστό των καθυστερήσεων στον Ευρωπαϊκό εναέριο χώρο. Επιπλέον, έχοντας έναν ενιαίο εναέριο χώρο, όλες οι χώρες θα έχουν πρόσβαση στον ίδιο τεχνολογικό εξοπλισμό. Για παράδειγμα, σήμερα η Γαλλία συντελεί σε πολύ μεγάλο βαθμό στο πρόβλημα του ATM Ευρωπαϊκού συστήματος, λόγω έλλειψης

τεχνολογικού εξοπλισμού. Οι περισσότεροι ATC γαλλικοί σταθμοί δεν είναι καν εξοπλισμένοι με ηλεκτρονικά μηχανήματα, προτιμώντας την χρήση χαρτιών.

Στον αμερικάνικο εναέριο χώρο, τα πράγματα είναι κάπως καλύτερα. Την τελευταία δεκαετία παρατηρείται μια σταθεροποίηση των επιπέδων κίνησης. Αναφορικά με τις καθυστερήσεις των πτήσεων παρατηρήθηκε μια σημαντική αύξηση μόνο το 2017, με τις υπόλοιπες χρονιές να παραμένουν σταθερά τα επίπεδα καθυστερήσεων. Επιπλέον, δεν διαπιστώνεται κάποια συσχέτιση μεταξύ κίνησης και καθυστέρησης στον αμερικάνικο χώρο. Εδώ, ο μεγαλύτερος παράγοντας των ATFM καθυστερήσεων είναι οι καιρικές συνθήκες.

Παρόλα αυτά προφανώς και παρατηρούνται ακόμα προβλήματα που πρέπει να επιλυθούν. Η περιοχή της Νέας Υόρκης, είναι με διαφορά η μεγαλύτερη πηγή καθυστερήσεων. Αναφορικά, το 2017 η περιοχή αυτή δημιούργησε προβλήματα 2 φορές τα προβλήματα που δημιούργησαν η Γαλλία και η Γερμανία μαζί στην Ευρώπη. Για να συνειδητοποιήσουμε την βαρύτητα της καθυστέρησης αυτής, θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι δύο αυτές χώρες είναι η μεγαλύτερη πηγή καθυστερήσεων στην Ευρώπη αυτήν την περίοδο.

Έτσι γίνεται πλέον σαφής η ανάγκη για την μελέτη και εύρεση της βέλτιστης μοντελοποίησης για την διαχείριση των εναέριων χώρων είτε στον Ευρωπαϊκό είτε στον Αμερικάνικο εναέριο χώρο. Σταδιακά, ο κλάδος της επιχειρησιακής έρευνας, θα πρέπει να καταφέρει να φτιάξει το τέλειο μοντέλο που θα συμπεριλαμβάνει όλες τις παραμέτρους που μπορούν να συμβάλλουν στις καθυστερήσεις των πτήσεων και την εξεύρεση των λύσεων για την αποφυγή τους.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Taha, Hamdy. *Operations Research: An Introduction Eighth Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2007.

Hillier, Frederick S., and Lieberman, Gerald J. *Introduction to Operations Research Seventh Edition*. New York, NY: McGraw Hill, 2001.

Bertsimas, D., S. Stock Patterson. 2000. The traffic flow management rerouting problem in air traffic control: A dynamic network flow approach. *Transportation Sci.* 34 239–255.

Winston, Wayne L. *Operations Research: Applications and Algorithms Fourth Edition*. Cengage Learning, 2003.

Zandin, Kjell, and Maynard, Harold. *Maynard's Industrial Engineering Handbook Fifth Edition*. New York, NY: McGraw Hill, 2001.

Bradley, Stephen P., Hax,., Arnoldo C., and Magnanti, Thomas L. *Applied Mathematical Programming*. Boston, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1997.

Κολέτσος, Ιωάννης, και Στογιάννης Δημήτρης. *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα*. Αθήνα: Εκδόσεις Συμεών, 2012

Τσάντας, Νίκος, και Βασιλείου, Παναγιώτης- Χρήστος. *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα*. Αθήνα: Εκδόσεις Ζήτη, 2000

Κόλλιας Δημήτριος, «Αλγόριθμοι εσωτερικών σημείων και γραμμικός προγραμματισμός», Διπλωματική Εργασία Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, 2010

Νικολόπουλος, Σταύρος, Γεωργιάδης Λουκάς, και Παληός Λεωνίδα. *Αλγοριθμική θεωρία γραφημάτων*. Εκδόσεις Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών, 2015

Eurocontrol. “European Aviation in 2040: Challenges of growth (Edition 2)”. 2018. PDF file

Eurocontrol. “A guide to the Network Manager Operations Centre”. 2017. PDF file

Eurocontrol. “European Network Operations Plan 2018-2019/22”. 2018. PDF file

Eurocontrol. “A guide to the network manager operations centre: Current Operations Manager (COM)”. PDF file

Kumari, Priyanka. “MBA-H2040 Quantitative Techniques for Managers”. PDF file

IATA. “A Blueprint for the Single European Sky Delivering on safety, environment, capacity and cost-effectiveness” PDF file

Κολέτσος, Ιωάννης. «Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα: Γραμμικός Προγραμματισμός». 2006. PDF file

Κολέτσος, Ιωάννης. «Γραμμικός Προγραμματισμός – Μέθοδος Simplex ». PDF file

Τσαγγάρης, Χρήστος, Δαρζέντας Ιωάννης. «ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ‘ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ Ι’». 1999. PDF file

Τσάντας, Νίκος, «Επιχειρησιακή Έρευνα: Θεωρητική Θεμελίωση της Μεθόδου Simplex”. 2007. PDF file

Τσάντας, Νίκος, «(Μικρή Εισαγωγή) στην Επιχειρησιακή Έρευνα». 2007. PDF file

Πόνης, Σταύρος «Η Επιστήμη της Επιχειρησιακής Έρευνας- Εισαγωγή». 2013. PDF file

Λέκκας, Δημήτρης Φ. «Δυϊκή Θεωρία, Ανάλυση Ευαισθησίας». PDF file

Βαρσάμης, Δημήτριος. «Γραμμικός Προγραμματισμός». PDF file

Χρονόπουλος, Γιάννης. «Η Επιχειρησιακή Έρευνα στην μάχη της Αγγλίας». Enetpress 6 Δεκεμβρίου 2015. <<https://www.enetpress.gr/i-epixeirisiaki-erevna-sti-maxi-tis-agglia/>>

Evans, Thomas. “‘Blackett’s War: The Men Who Defeated the Nazi U-Boats and Brought Science to the Art of Warfare’ by Stephen Budiansky”. The Washington Post. 29 March 2013. <https://www.washingtonpost.com/opinion/blacketts-war-the-men-who-defeated-the-nazi-u-boats-and-brought-science-to-the-art-of-warfare-by-stephen-budiansky/2013/03/29/3083879a-75ee-11e2-8f84-3e4b513b1a13_story.html?noredirect=on&utm_term=.ceb07ac0bd90>

Information Theory. Wikipedia.<https://en.wikipedia.org/wiki/Information_theory>

Γεωργίου, Α., Κωνσταντάρας, Ι., Καπάρης, Κ. 2015. Εισαγωγή στα Μοντέλα Προσομοίωσης. [Κεφάλαιο Συγγράμματος]. Στο Γεωργίου, Α., Κωνσταντάρας, Ι., Καπάρης, Κ. 2015. Τεχνικές προσομοίωσης στη διοικητική επιστήμη. [ηλεκτρ. βιβλ.] Αθήνα:Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών. κεφ 1. <<http://hdl.handle.net/11419/2489>>

Eurocontrol. “Flight planning, the air route network and airspace design in Europe” <<https://www.eurocontrol.int/dossiers/flight-planning-air-route-network-and-airspace-design-europe>>

Laszlo Elbert. “Better planning: flight intentions now part of DDR2”. 13 May 2013. <<https://www.eurocontrol.int/news/better-planning-flight-intentions-now-part-ddr2> >

Eurocontrol. “DMEAN”. <<https://www.eurocontrol.int/dossiers/dmean>>

European Commission. “The Network Manager”
<https://ec.europa.eu/transport/modes/air/single_european_sky/network-manager_en>

Eurocontrol. “Flight planning”. <<https://www.eurocontrol.int/articles/flight-planning>>

Eurocontrol. “Air Traffic Flow and Capacity Management (ATFCM)”.
<<https://www.eurocontrol.int/articles/air-traffic-flow-and-capacity-management>>

Eurostat. “Air transport statistics”. <https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Air_transport_statistics>

Eurostat. “Air passenger transport - monthly statistics”.
<https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Air_passenger_transport_-_monthly_statistics>

European Parliament. “Air transport: Single European Sky”.
<<http://www.europarl.europa.eu/factsheets/en/sheet/133/air-transport-single-european-sky>>

European Commission. “Single European Sky”.
<https://ec.europa.eu/transport/modes/air/ses_en>

European Commission. “Single European Sky 2+”.
<https://ec.europa.eu/transport/modes/air/single_european_sky/ses2plus_en>

Singh, J. “Difference between Flow Variables and Stock Variables”.
<<http://www.economicdiscussion.net/difference-between/difference-between-flow-variables-and-stock-variables/555>>

Naves, Guylain. “Notes on the multicommodity flow problem”. <<http://assert-false.net/callcc/Guylain/Works/multiflows>>

IBM, “CPLEX Optimizer”. <<https://www.ibm.com/analytics/cplex-optimizer>>

Κλαουδάτος, Νίκος. «Σημειώσεις του μαθήματος: Διδασκαλία των Μαθηματικών με Διαδικασίες Επίλυσης Προβλημάτων». 2011.
<<http://opencourses.uoa.gr/modules/units/?course=MATH118&id=2014>> PDF file.

Λυκοθανάσης, Σπυρίδων, Μαυρουδή, Σεφερίνα, και Σκάρλας Λάμπρος. «Εισαγωγή στις Ευρετικές Μεθόδους». 2007. PDF file

Hon Wai, Leong. “Packing Problems”. 2007 PDF file

Μερκουράκης, Σοφοκλής. «Σημειώσεις Απειροστικού Λογισμού ΙΙΙ». 2010 PDF file

Παναγιωτάκης, Κώστας. «Σημειώσεις Απειροστικού Λογισμού». 2011 PDF file

Brooks, R., and A. Geoffrion. "Finding Everett's Lagrange Multipliers by Linear Programming." *Operations Research*, vol. 14, no. 6, 1966, pp. 1149–1153. JSTOR, www.jstor.org/stable/168442.

Federal Aviation Administration. "Sectional Aeronautical Chart".2018. <https://www.faa.gov/air_traffic/flight_info/aeronav/productcatalog/vfrcharts/sectional/>

Γιώργου Χασιάκου, Ερμηνευτικό Λεξικό των -ισμών, εκδόσεις Επικαιρότητα, Αθήνα 1992

EUROCONTROL, and Federal Aviation Administration, "2015 Comparison of Air Traffic Management-Related Operational Performance: U.S./Europe". August 2016. PDF file.

Lulli, Guglielmo, and R. Odoni, Amedeo. (2007). "The European Air Traffic Flow Management Problem". *Transportation Science*. 41. 431-443. 10.1287/trsc.1070.0214.

Ουζούνης Παναγιώτης, «Εφαρμογές Δυναμικού Προγραμματισμού», ΤΕΙ Καβάλας, 2008, PDF File

Κόλλια Αναστασία, «Ο ρόλος του Δυναμικού Προγραμματισμού στη λήψη αποφάσεων στις Επιχειρήσεις», ΤΕΙ Κρήτης, 2012, PDF file

Παπάνα Αγγελική, «Στοχαστικές Στρατηγικές», ΑΠΘ, 2018, PDF file

Σχοινάς Χρήστος, «Συμπληρωματικές Σημειώσεις για το μάθημα : Επιχειρησιακή Έρευνα II», ΔΠΘ, PDF file

G. W. Klau, *Discrete Mathematics for Bioinformatics* WS 07/08, 18. Dezember 2007, 14:21

Nocedal, J. and S. J. Wright (2006). *Numerical Optimization*, 2nd Edition, New York:Springer.

Fisher, M. (1985). An applications oriented guide to Lagrangian relaxation, *Interfaces* 15:2, 10-21.

Held, M. H., Wolfe, P. and H. D. Crowder (1974). Validation of subgradient optimization, *Mathematical Programming*, 6:1, 62-88.

Airlines for Europe, Press Release, <https://a4e.eu/wp-content/uploads/2018/11/A4E-Urges-the-EU-to-take-action-on-ATM-reform_.pdf>

Eurocontrol, "All-Causes Delay to Air Transport in Europe for July 2018 27 August 2018", 2018, <<https://www.eurocontrol.int/publications/all-causes-delay-air-transport-europe-july-2018>>

Koelman Hartmut, Rainer Koelle, Shetty Kamala, and Gulding John, "Compariston of ATFM practices and performance in the U.S and Europe (2015-2018), March 2019, Manuscript.

Eurocontrol. "European Aviation in 2040: Challenges of growth Annex 1 Flight Forecast to 2040. 2018. PDF file