

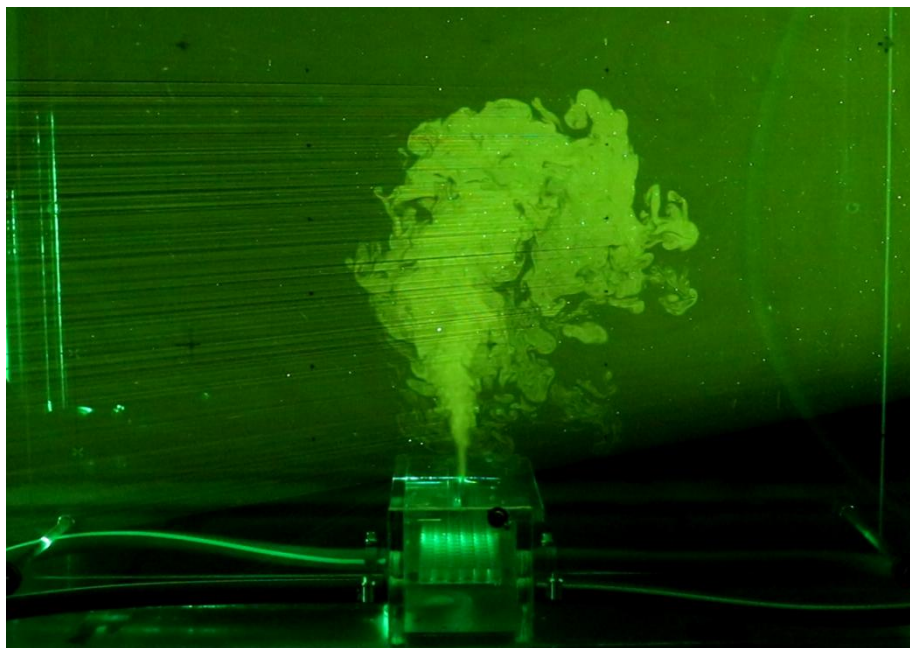


**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS**

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ  
ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING  
DEPARTMENT OF WATER RESOURCES  
AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING

**ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΦΛΕΒΕΣ**  
**ΑΡΝΗΤΙΚΗΣ ΑΝΩΣΗΣ**



Διπλωματική Εργασία  
ΜΗΝΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

Επιβλέπων: Παναγιώτης Παπανικολάου  
Αναπληρωτής Καθηγητής

Αθήνα, Οκτώβριος 2019



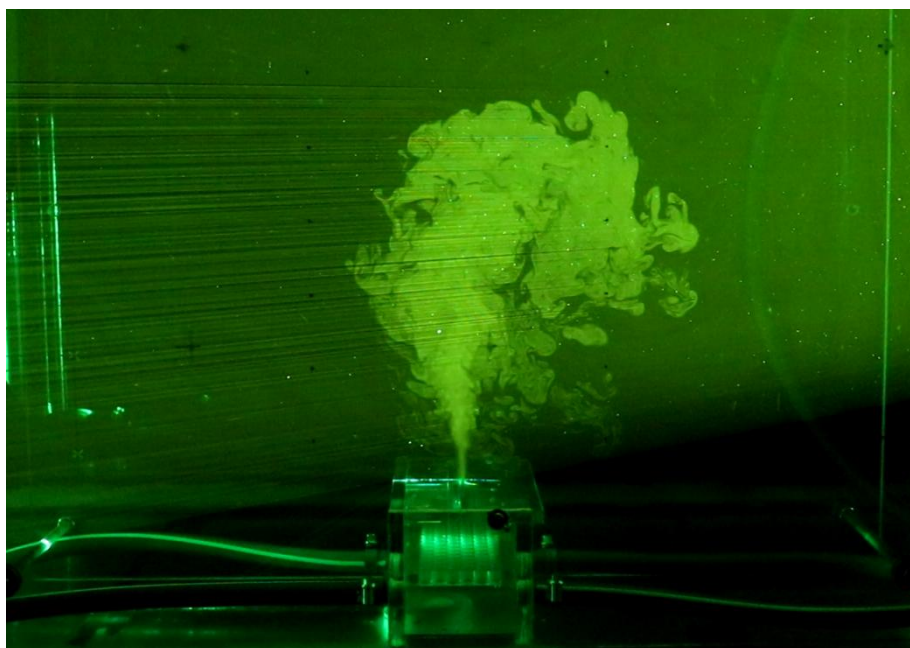


**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS**

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ  
ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING  
DEPARTMENT OF WATER RESOURCES  
AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING

## **ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΦΛΕΒΕΣ ΑΡΝΗΤΙΚΗΣ ΑΝΩΣΗΣ**



Διπλωματική Εργασία  
ΜΗΝΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

Επιβλέπων: Παναγιώτης Παπανικολάου  
Αναπληρωτής Καθηγητής

Αθήνα, Οκτώβριος 2019



Copyright © Μήνος Παναγιώτης, 2019

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση σε αρχείο πληροφοριών, διανομή, αναπαραγωγή, μετάφραση ή μετάδοση της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό, υπό οποιαδήποτε μορφή και με οποιοδήποτε μέσο επικοινωνίας, ηλεκτρονικό ή μηχανικό, χωρίς την προηγούμενη έγγραφη άδεια του συγγραφέα. Επιτρέπεται η αναπαραγωγή, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/1932, Άρθρο 202).

Copyright © Minos Panagiotis, 2019

All Rights Reserved

Neither the whole nor any part of this diploma thesis may be copied, stored in a retrieval system, distributed, reproduced, translated, or transmitted for commercial purposes, in any form or by any means now or hereafter known, electronic or mechanical, without the written permission from the author. Reproducing, storing and distributing this thesis for non-profitable, educational or research purposes is allowed, without prejudice to reference to its source and to inclusion of the present text. Any queries in relation to the use of the present thesis for commercial purposes must be addressed to its author.

Approval of this diploma thesis by the School of Civil Engineering of the National Technical University of Athens (NTUA) does not constitute in any way an acceptance of the views of the author contained herein by the said academic organisation (L. 5343/1932, art. 202).

Μήνος Παναγιώτης (2019)  
Διδιάστατες κατακόρυφες φλέβες αρνητικής άνωσης  
Διπλωματική Εργασία  
Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος  
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Minos Panagiotis (2019)  
Planar, vertical, negatively buoyant jets  
Diploma Thesis  
Department of Water Resources and Environmental Engineering  
National Technical University of Athens

## Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Παναγιώτη Παπανικολάου, αρχικά για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με αυτό το αντικείμενο της διπλωματικής και για την καθοδήγηση του καθ' όλη την διάρκεια της υλοποίησης της. Οι συμβουλές και οι εμπειρίες του με βοήθησαν τόσο στην διεξαγωγή των πειραμάτων και την επίλυση των προβλημάτων που προέκυπταν, όσο και στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον κ. Ηλία Παπακωνσταντή για την βοήθεια και τον εξοπλισμό που μου παρείχε καθώς και για το μάθημα που μας παρέδωσε στην περιβαλλοντική υδραυλική και με ενέπνευσε να ασχοληθώ με το αντικείμενο.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Παναγιώτη Δημητριάδη για την βοήθεια που μου παρείχε σχετικά με την τεχνική PLIF, στην εφαρμογή της και την επεξεργασία των αποτελεσμάτων.

Δεν θα μπορούσα να παραλείψω από τις ευχαριστίες μου τον τεχνικό του εργαστηρίου κ. Ιωάννη Πατσέλη, που χωρίς την βοήθεια του, τα πειράματα δεν θα είχαν πραγματοποιηθεί ποτέ!







ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

## **Διδιάστατες κατακόρυφες φλέβες αρνητικής άνωσης**

### **Μήνος Παναγιώτης**

Επιβλέπων: Αν. Καθηγητής Παναγιώτης Παπανικολάου  
Οκτώβριος 2019

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Η ροή της διδιάστατης κατακόρυφης φλέβας αρνητικής άνωσης έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, τόσο ερευνητικό όσο και πρακτικό. Οι πρακτικές εφαρμογές της, σχετίζονται με την διάθεση αποβλήτων στο περιβάλλον και συνηθέστερα αφορούν το αλμόλοιπο που αποτελεί παραπροϊόν της αφαλάτωσης. Στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής εργασίας επιχειρείται η καλύτερη κατανόηση της ροής μέσω πειραματικής διερεύνησης αλλά και μαθηματικής προσέγγισης.

Συνολικά πραγματοποιήθηκαν 37 πειράματα στα οποία εφαρμόστηκαν οπτικές τεχνικές. Αναφορικά οι δύο τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν ήταν η σκιαγράφηση (Shadowgraph) και ο επαγόμενος φθορισμός από επίπεδο φύλλο λείζερ (PLIF). Η ροή επιτεύχθηκε με την διοχέτευση βαρύτερου αλατόνευρου σε ομογενή και ακίνητο αποδέκτη με καθαρό νερό, προσανατολισμένη από κάτω προς τα πάνω.

Τα κύρια χαρακτηριστικά πρώτης τάξης που έχουν ενδιαφέρον στις φλέβες αρνητικής άνωσης είναι το μέγιστο και τερματικό ύψος διείδυσης. Τα ύψη αυτά αναπαριστούν την ικανότητα ανόδου της φλέβας προτού αντιστραφεί η κατεύθυνση της. Θεωρητικά αντιστοιχούν στην θέση όπου η αρχική ορμή μηδενίζεται εξαιτίας της αντίθετα εφαρμοζόμενης ανωστικής δύναμης. Η ροή βρίσκεται σε κατάσταση ασταθούς ισορροπίας καθώς αποκλίνει από τον κατακόρυφο άξονα, ταλαντευόμενη εκατέρωθεν του.

Η ιδιαίτερη αυτή συμπεριφορά της ροής διερευνάται μέσω πειραματικών μετρήσεων της συγκέντρωσης και της έντασης της τύρβης, από τις οποίες προκύπτουν οι εγκάρσιες κατανομές τους. Επιπλέον κύριο χαρακτηριστικό της ροής που υπολογίζεται και ενδιαφέρει σχεδιαστικά τους μηχανικούς, είναι η αραιώση της φλέβας με την απομάκρυνση της από την πηγή.

Για την εξήγηση της συμπεριφοράς της ροής επιχειρείται επίλυση των εξισώσεων κίνησης των ρευστών και η κατασκευή ενός μαθηματικού μοντέλου. Τελικά τα πειραματικά αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά των προγενέστερων ερευνητών και του μαθηματικού μοντέλου.





NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS  
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING  
DEPARTMENT OF WATER RESOURCES AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING

DIPLOMA THESIS

**Planar, vertical, negatively buoyant jets**

**Minos Panagiotis**

Supervisor: Associate professor Panos Papanicolaou  
October 2019

**ABSTRACT**

The flow of planar, vertical, negatively buoyant jets is of particular interest, both for research and practical reasons. Its practical applications are related to the disposal of waste water in the environment and most commonly concern the waste water that is a by-product of desalination. This thesis attempts to better understand the flow through experimental investigation and mathematical approach.

A total of 37 experiments were performed, which were implemented using optical techniques. The two techniques used were Shadowgraph and Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF). The flow was achieved using a bottom-up oriented injection of heavier saline water into a homogeneous and stationary ambient of fresh water.

The main first-order features that are of interest in negatively buoyant jets, are the maximum and the terminal penetration height. These heights represent the ability of the jet to rise before its direction is reversed. Theoretically, they correspond to the position where the initial momentum is zeroed due to the opposing buoyant force. The flow is in a state of unstable equilibrium as it deviates from the vertical axis, swinging on either side.

This particular flow behavior is investigated through experimental measurements of concentration and turbulence intensity, the transverse distributions of which are derived. An additional major feature of the flow under consideration for design engineers is the jet dilution as it is moving away from the source.

To explain the flow behavior we attempted to solve the fluid motion equations and construct a mathematical model. Finally, the experimental results were compared to those of earlier investigations and to the findings of the mathematical model.



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	1
1.1	Γενικά.....	1
1.2	Είδη ροών .....	2
1.3	Βασικές παράμετροι και χαρακτηριστικές κλίμακες της ροής .....	3
1.4	Τυρβώδεις φλέβες αρνητικής άνωσης.....	6
2	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ .....	9
2.1	Φλέβες θετικής άνωσης .....	9
2.2	Φλέβες αρνητικής άνωσης.....	10
2.2.1	Κυκλική Οπή .....	10
2.2.2	Διδιάστατη οπή .....	10
2.3	Σχολιασμός βιβλιογραφίας .....	13
2.4	Σκοπός της εργασίας .....	14
3	ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ.....	15
3.1	Διαστατική ανάλυση .....	15
3.2	Αναλυτική επίλυση.....	17
3.3	Μαθηματικό μοντέλο.....	22
4	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ.....	25
4.1	Θεωρητικό υπόβαθρο πειραματικών τεχνικών .....	25
4.1.1	Σκιαγράφηση (Shadowgraph) .....	25
4.1.2	Φθορισμός επαγόμενος από επίπεδο φύλλο λέιζερ (PLIF) .....	27
4.2	Κατάλογος υλικών και μέσων .....	28
4.3	Πειραματική διάταξη - Μέρος Α: Υδραυλικά.....	28
4.4	Πειραματική διάταξη - Μέρος Β: Περιφερειακά .....	33
4.5	Τυπική διαδικασία εκτέλεσης πειραμάτων .....	38
4.5.1	Σκιαγράφηση (Shadowgraph) .....	38
4.5.2	Φθορισμός επαγόμενος από επίπεδο φύλλο λέιζερ (PLIF) .....	40
5	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	43
5.1	Υπολογισμός ύψους διείδυσης $Z(t)$ .....	43
5.2	Μέση συγκέντρωση και ένταση τύρβης .....	47
6	ΑΠΟΤΕΛΣΜΑΤΑ - ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ.....	51
6.1	Χαρακτηριστικά πρώτης τάξης.....	51
6.2	Χαρακτηριστικά δευτέρας τάξης.....	57
7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	61
8	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	63

9	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ .....	65
	Αδιάστατες χρονοσειρές ύψους διείσδυσης .....	65

# ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

---

Σχήμα 1.1: Σκαρίφημα διδιάστατης φλέβας.....	3
Σχήμα 3.1: Θεωρητικές κατανομές ταχυτήτων.....	17
Σχήμα 3.2: Πλάτος φλέβας $C_p$ σε διάφορες θέσεις $z$ για απλές φλέβες και πλούμια από μετρήσεις του (Kotsoninos, 1975).....	18
Σχήμα 3.3: Τοπικές παράμετροι $\mu$ , $m$ και $\beta$ σε ολοκληρωματικό μοντέλο για μη περιορισμένο συντελεστή συμπαράσυρσης $\alpha$ .....	22
Σχήμα 3.4: Τοπικές παράμετροι $\alpha$ και $Ri$ σε ολοκληρωματικό μοντέλο για μη περιορισμένο συντελεστή συμπαράσυρσης $\alpha$ .....	23
Σχήμα 3.5: Τοπικές παράμετροι $\mu$ , $m$ και $\beta$ σε ολοκληρωματικό μοντέλο για περιορισμένο συντελεστή συμπαράσυρσης $\alpha < 0$ .....	23
Σχήμα 3.6: Τοπικές παράμετροι $\alpha$ και $Ri$ σε ολοκληρωματικό μοντέλο για περιορισμένο συντελεστή συμπαράσυρσης $\alpha < 0$ .....	24
Σχήμα 4.1: Επίδραση των ρευστών διαφορετικής πυκνότητας στις ακτίνες φωτός.....	26
Σχήμα 4.2: Τυπική διάταξη οπτικοποίησης ροής με σκιαγράφηση (Shadowgraph).....	26
Σχήμα 4.3: Ροϊκό διάγραμμα αλατόνευρου.....	29
Σχήμα 4.4: Σχηματική απεικόνιση της πειραματικής διάταξης.....	29
Σχήμα 4.5: Φωτογραφίες της (α) δεξαμενής ανάμιξης και (β) βυθιζόμενης αντλίας.....	30
Σχήμα 4.6: Φωτογραφίες (α) δεξαμενής τροφοδοσίας φλέβας (β) παροχομέτρων.....	30
Σχήμα 4.7: Διαγράμματα και εξισώσεις αντιστοιχίας αναγραφόμενης - πραγματικής παροχής (α) $Q_{max} = 400L/h$ και (β) $Q_{max} = 160L/h$ .....	31
Σχήμα 4.8: Σύστημα εκτόξευσης φλέβας (α) πραγματική απεικόνιση (β) προκατασκευαστικό μοντέλο.....	32
Σχήμα 4.9: Κύρια δεξαμενή διεξαγωγής πειράματος.....	33
Σχήμα 4.10: (α) Πυκνόμετρο (β) Ψηφιακό μετρητικό όργανο YSI.....	34
Σχήμα 4.11: (α) Φωτογραφική μηχανή Cannon EOS 77D (β) προβολέας reflecta.....	35
Σχήμα 4.12: Στιγμιότυπο πειράματος με χρήση της τεχνικής σκιαγράφησης (Shadowgraph).....	36
Σχήμα 4.13: Τροποποιημένο τρίποδο και σύστημα παραγωγής φύλλου λείζερ.....	37
Σχήμα 4.14: Στιγμιότυπο πειράματος με χρήση της τεχνικής PLIF.....	38
Σχήμα 5.1: Σχηματικές απεικονίσεις των πεδίων των εικονοστοιχείων στα οποία εφαρμόζονται οι έλεγχοι. (α) Δεύτερος έλεγχος (β) Τρίτος έλεγχος.....	45
Σχήμα 5.2: Μετατροπή διαγράμματος από υπολογιστικά μεγέθη σε φυσικά.....	47
Σχήμα 5.3: Κατανομή μέσης συγκέντρωσης στο πεδίο ροής (α) ακατέργαστη φωτογραφία (β) χρωματικός χάρτης.....	48
Σχήμα 5.4: Ένταση τύρβης στο πεδίο ροής (α) ακατέργαστη φωτογραφία (β) χρωματικός χάρτης.....	49
Σχήμα 6.1: Αδιαστατοποιημένη χρονοσειρά με συμβολισμό των σημαντικών χαρακτηριστικών Με πορτοκαλί χρώμα συμβολίζεται το σημείο εμφάνισης του μέγιστου ύψους διείδυσης και με κόκκινο το χρονικό εύρος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του τερματικού.....	51
Σχήμα 6.2: Αδιάστατα ύψη $Z_{max}/lM$ και $Z_m/lM$ συναρτήσεσι του αριθμού Froude. Ο συμβολισμός SG αναφέρεται στα πειράματα με Shadowgraph.....	53
Σχήμα 6.3: Διαχωρισμός των αποτελεσμάτων του αδιάστατου ύψους ανάλογα με το πλάτος της οπής. Ο αριθμός στον συμβολισμό απεικονίζει την αναλογία μήκους - ημιπλάτους της οπής εκροής.....	54
Σχήμα 6.4: Αδιάστατα ύψη $Z_{max}/lQ$ και $Z_m/lQ$ συναρτήσεσι του αριθμού Froude και οι καμπύλες που προκύπτουν σύμφωνα με τους λόγους $Z_{max}/lM$ και $Z_m/lM$ .....	54

Σχήμα 6.5: Αδιάστατα ύψη διείδυσης συναρτήσευ του Froude, για $Fr < 50$ , ο συμβολισμός HDC αναφέρεται στα πειράματα των (Hunt, et al., 2019) για τις διαφορετικές διατομές και ο MP στην εργασία αυτή.....	56
Σχήμα 6.6: Αδιάστατα ύψη διείδυσης συναρτήσευ του Froude, ο συμβολισμός HDC αναφέρεται στα πειράματα των (Hunt, et al., 2019) για τις διαφορετικές διατομές και ο MP στην εργασία αυτή.....	57
Σχήμα 6.7: Κατανομή αδιάστατης συγκέντρωσης στον άξονα.....	58
Σχήμα 6.8: Αδιάστατη ελάχιστη αραιώση.....	58
Σχήμα 6.9: Αδιάστατες κατανομές συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για $ZIM = 0.25$ ο οριζόντιος άξονας έχει αδιαστατοποιηθεί με την κλίμακα $lQ$ .....	59
Σχήμα 6.10: Αδιάστατες κατανομές συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για $ZIM = 0.50$ ο οριζόντιος άξονας έχει αδιαστατοποιηθεί με την κλίμακα $lQ$ .....	59
Σχήμα 6.11: Αδιάστατες κατανομές συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για $ZIM = 0.75$ ο οριζόντιος άξονας έχει αδιαστατοποιηθεί με την κλίμακα $lQ$ .....	59
Σχήμα 6.12: Αδιάστατες κατανομές συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για $ZIM = 1.00$ ο οριζόντιος άξονας έχει αδιαστατοποιηθεί με την κλίμακα $lQ$ .....	60



# ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

---

Πίνακας 3.1: Σχέσεις των τοπικών παραμέτρων σε ύψος $z$ για απλές φλέβες και πλούμια .	15
Πίνακας 3.2: Τοπικές εκφράσεις των βασικών παραμέτρων της ροής για ομοιόμορφη και γκαουσιανή κατανομή της ταχύτητας και της συγκέντρωσης ( $b$ = ημπλάτος της ταχύτητας)	17
Πίνακας 3.3: Εξισώσεις κίνησης για διδιάστατη ανωστική φλέβα.....	18
Πίνακας 6.1: Αρχικές παράμετροι και αδιαστατοποιημένα αποτελέσματα Με S συμβολίζονται τα πειράματα με Shadowgraph ενώ με P τα πειράματα με PLIF.....	52
Πίνακας 6.2: Μετατροπή αδιάστατου τερματικού ύψους διείδυσης προγενέστερων ερευνητών.....	55



# ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

---

## (α) Λατινικοί συμβολισμοί

$b$	ημιπλάτος κατανομής ταχύτητας
$b_c$	ημιπλάτος κατανομής συγκέντρωσης
$C$	συγκέντρωση
$C_p$	χαρακτηριστικό πλάτος φλέβας
$d$	πλάτος σχισμής
$F_{bo}$	τροποποιημένος αριθμός Froude υπολογισμένος με το ημιπλάτος
$F_o$	πυκνομετρικός αριθμούς Froude
$g$	επιτάχυνση βαρύτητας
$g'_o$	φαινόμενη βαρύτητα
$l_M$	χαρακτηριστική κλίμακα πλουμίου
$l_Q$	χαρακτηριστική κλίμακα απλής φλέβας
$M$	αρχική ειδική ορμή
$m$	τοπική ειδική ορμή
$q$	αρχική ογκομετρική παροχή
$Re$	αριθμός Reynolds
$Ri$	αριθμός Richardson
$s$	αλατότητα
$S$	αραιώση
$S_{ave}$	μέση αραιώση
$S_m$	ελάχιστη αραιώση
$T$	θερμοκρασία
$t$	χρόνος
$t_{Zmax}$	χρονική εμφάνιση του μέγιστου ύψους διείδυσης
$w$	ταχύτητα φλέβας
$w_m$	ταχύτητα φλέβας στον άξονα
$Z$	ύψος διείδυσης
$Z_m$	τερματικό ύψος διείδυσης
$Z_{max}$	μέγιστο ύψος διείδυσης

## (β) Ελληνικοί συμβολισμοί

$\alpha$	συντελεστής συμπαράσυρσης
$B$	αρχική ειδική άνωση
$\beta$	τοπική ειδική άνωση
$\Delta\rho$	πυκνομετρική διαφορά ρευστού αποδέκτη - εκροής
$\lambda$	$b_c/b$ , λόγος ημιπλατών
$\mu$	τοπική ογκομετρική παροχή
$\nu$	κινηματικό ιξώδες
$\rho_s$	πυκνότητα θαλασσινού νερού

$\rho_w$       πικνότητα καθαρού νερού  
 $\rho_a$       πικνότητα ρευστού αποδέκτη  
 $\rho_a$       πικνότητα ρευστού εκροής

# 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 Γενικά

Το νερό είναι ένας φυσικός πόρος που έχει ιδιαίτερα μεγάλη σημασία, καθώς αποτελεί έναν από τους βασικούς παράγοντες για την ζωή και την ανάπτυξη της. Το μεγαλύτερο μέρος του πλανήτη μας (70.9%) καλύπτεται από νερό στις διάφορες μορφές του, οι οποίες δεν αφορούν μόνο την φυσική του κατάσταση (στερεά, υγρή και αέρια) αλλά και την σύστασή του. Το νερό είναι αναγκαίο για την ζωή και ανάλογα με τη μορφή του χρησιμεύει σε διαφορετικές ανθρώπινες δραστηριότητες.

Παρά την αφθονία του στη γη, η πλειοψηφία των ανθρώπινων δραστηριοτήτων απαιτεί την χρήση του γλυκού νερού. Μιλώντας με ποσοστά, το 97.4% του νερού στη φύση είναι θαλασσινό ενώ το υπόλοιπο 2.6% είναι γλυκό (Gleick, 1993). Από το σύνολο των γλυκών υδάτων μάλιστα, το 98% έχει τη μορφή πάγου ή υπόγειου νερού. Είναι φανερό λοιπόν ότι τα αποθέματα νερού, στην πιο χρήσιμη για τον άνθρωπο μορφή, είναι περιορισμένα. Συγκεκριμένα, η ικανότητα πρόσβασης του ανθρώπου σε επιφανειακά γλυκά νερά εξαρτάται από την γεωμορφολογία και το κλίμα της εκάστοτε περιοχής. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα σε ορισμένες περιοχές ή χρονικές περιόδους, η ζήτηση του γλυκού νερού να ξεπερνάει κατά πολύ την διαθεσιμότητα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, εφόσον δεν επαρκεί το υπάρχον απόθεμα, είναι απαραίτητη η παραγωγή γλυκού νερού.

Μια από τις μεθόδους που χρησιμοποιείται ολοένα και περισσότερο τα τελευταία χρόνια είναι η αφαλάτωση. Αφαλάτωση είναι η διεργασία απομάκρυνσης των μεταλλικών στοιχείων, συμπεριλαμβανομένων των αλάτων, από μία ουσία, συνήθως νερό. Με άλλα λόγια, η αφαλάτωση είναι μια μέθοδος ανάκτησης πόσιμου νερού από αλμυρό ή υφάλμυρο νερό επιφανειακών υδάτων. Έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές αφαλάτωσης οι οποίες βασίζονται κυρίως στην διύλιση, την διήθηση ή την θερμική επεξεργασία. Οι πιο διαδεδομένες τεχνικές αφαλάτωσης είναι η αντίστροφη όσμωση (Reverse Osmosis, RO) με την μέθοδο της διύλισης μέσω μεμβράνης και η πολυβάθμια εκτόνωση (Multi Stage Flashing, MSF), με θερμική επεξεργασία και μετατροπή του νερού σε ατμό. Σε κάθε περίπτωση τα κύρια παραγόμενα προϊόντα της επεξεργασίας είναι δύο, το καθαρό πόσιμο νερό, που χρησιμοποιείται για σκοπούς ύδρευσης ή άρδευσης και το αλμόλοιπο που διοχετεύεται πίσω στο υδάτινο σώμα. Το αλμόλοιπο, γνωστό και ως άλμη, είναι ένα υδατικό διάλυμα άλατος εξαιρετικά υψηλής συγκέντρωσης, επομένως αποτελεί ρύπο. Αυτή η ιδιότητα το καθιστά επικίνδυνο για το οικοσύστημα όπου διοχετεύεται, καθώς συσσωρεύεται στον πυθμένα του υδάτινου σώματος, νερό υψηλής αλατότητας, δημιουργώντας ακατάλληλες συνθήκες για τους οργανισμούς.

Οι βλαβερές αυτές επιδράσεις στην ισορροπία του περιβάλλοντος μπορούν όμως να ελαχιστοποιηθούν με την κατάλληλη διάθεση του ρύπου στον υδάτινο αποδέκτη. Για τον λόγο αυτό μελετώνται τεχνικές και μηχανισμοί, ώστε να επιτυγχάνεται η μέγιστη αρχική αραιώση του ρύπου με την είσοδο του στο υδάτινο σώμα. Ένας αποδοτικός τρόπος διάθεσης είναι η παροχέτευση του ρύπου στον αποδέκτη με αγωγό υπό τη μορφή τυρβώδους φλέβας. Χαρακτηριστικός μηχανισμός των ροών αυτών είναι η συμπαράσυρση μεγάλων όγκων του περιβάλλοντος ρευστού, που αναμειγνύονται με το ρευστό του ρύπου επιτυγχάνοντας έτσι σημαντική αραιώση (Fischer, et al., 1979). Επομένως, η μελέτη αυτών των ροών και των χαρακτηριστικών τους είναι απαραίτητη ώστε να γίνεται η διάθεση των ρύπων στους αποδέκτες με τον βέλτιστο τρόπο, προκαλώντας δηλαδή όσο το δυνατόν μικρότερες μεταβολές στα οικοσυστήματα.

## 1.2 Είδη ροών

Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του εκρέοντος ρευστού, του αποδέκτη αλλά και της μεθόδου της διοχέτευσης οι ροές χωρίζονται σε κατηγορίες.

Όσον αφορά τις ιδιότητες του ρευστού της εκροής σε σχέση με αυτό του αποδέκτη, οι ροές διακρίνονται σε απλή εκτοξευόμενη φλέβα, πλούμιο και ανωστική φλέβα. Απλή εκτοξευόμενη φλέβα (jet) ονομάζεται η εκροή του ρευστού από οπή σε αποδέκτη ρευστού με την ίδια πυκνότητα. Είναι η απλούστερη περίπτωση στην οποία το χαρακτηριστικό που καθορίζει την πορεία της φλέβας είναι η αρχική της ορμή. Πλούμιο (plume) είναι η ροή που προκαλείται μονάχα από την διαφορά της πυκνότητας μεταξύ του ρευστού της εκροής και του αποδέκτη, χωρίς να υπάρχει αρχική ορμή, δηλαδή ταχύτητα. Οι μοναδικές δυνάμεις που προκαλούν την ροή είναι οι ανωστικές. Η συνηθέστερη όμως ροή που εμφανίζεται στη φύση είναι ο συνδυασμός των δύο προαναφερθέντων και ονομάζεται ανωστική φλέβα (buoyant jet). Σε αυτό τον τύπο ροής, το ρευστό που εισέρχεται στον αποδέκτη έχει αρχική ταχύτητα και συγχρόνως διαφορετική πυκνότητα από αυτή του περιβάλλοντος ρευστού, με αποτέλεσμα η ροή να προκύπτει από την ταυτόχρονη επίδραση της ορμής και της άνωσης στο ρευστό. Οι ανωστικές δυνάμεις μπορούν να έχουν διεύθυνση ομόρροπη ή αντίρροπη με αυτή της αρχικής ορμής, έτσι η ροή ονομάζεται, φλέβα θετικής ή αρνητικής άνωσης αντίστοιχα.

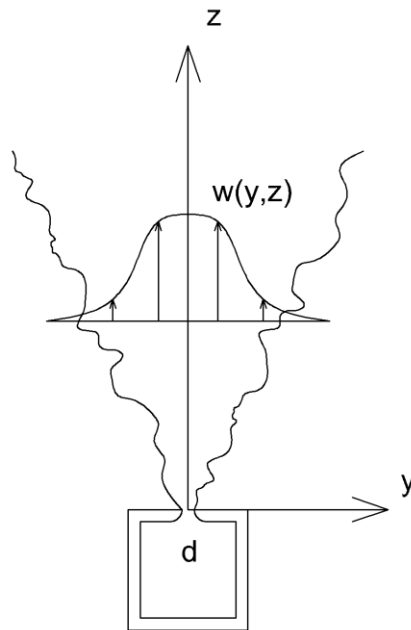
Σχετικά με τη μέθοδο της διοχέτευσης μας ενδιαφέρουν κυρίως γεωμετρικοί παράγοντες, συγκεκριμένα το σχήμα της φλέβας, ο προσανατολισμός της και η αλληλεπίδραση της με άλλες φλέβες ή τα όρια του αποδέκτη. Το σχήμα μιας φυσικής φλέβας μπορεί να είναι ακανόνιστο, όπως για παράδειγμα ο καπνός που προέρχεται από μια πυρκαγιά και διοχετεύεται στην ατμόσφαιρα. Τα σχήματα όμως που μελετώνται είναι συνήθως δύο, η κυκλική οπή (τριδιάστατη αξονοσυμμετρική ροή) και λεπτή ορθογωνική σχισμή (διδιάστατη ροή). Οποιαδήποτε φλέβα διερευνάται, προσομοιώνεται με το κοντινότερο στην πραγματικότητα σχήμα. Ο προσανατολισμός της εκρέουσας φλέβας σε ακίνητο αποδέκτη, αποκτά νόημα μόνο όταν υπάρχουν ανωστικές δυνάμεις που επιδρούν στη ροή, καθώς εκείνες καθορίζουν, τη διεύθυνση

κίνησης και την τροχιά της φλέβας. Τα όρια του αποδέκτη και οι γειτονικές φλέβες δεν πρέπει να αμελούνται ποτέ σε μια προσομοίωση, διότι διαμορφώνουν την πραγματική πορεία μιας φλέβας.

Τέλος οι βασικές παράμετροι του αποδέκτη εκτός από την πυκνότητα είναι η παρουσία ή απουσία ρευμάτων καθώς επίσης και η πυκνομετρική στρωμάτωση σε αυτόν.

### 1.3 Βασικές παράμετροι και χαρακτηριστικές κλίμακες της ροής

Το είδος της ροής που αναλύεται παρακάτω και διερευνάται πειραματικά, είναι η κατακόρυφη διδιάστατη φλέβα αρνητικής άνωσης που εισέρχεται σε ήρεμο και ομογενή αποδέκτη. Θεωρούμε τη ροή ρευστού με πυκνότητα  $\rho_o$ , που εκρρρέει από σχισμή πλάτους  $d$  και απείρους μήκους με ομοιόμορφη ταχύτητα  $W$ , σε ομογενή αποδέκτη με πυκνότητας  $\rho_a$ . Οι διαστάσεις μήκους ταχύτητας και πυκνότητας είναι  $[L]$ ,  $[LT^{-1}]$  και  $[ML^{-3}]$  αντίστοιχα.



Σχήμα 1.1: Σκαρίφημα διδιάστατης φλέβας

Οι αρχικές παράμετροι της ροής, δηλαδή η ογκομετρική παροχή της φλέβας  $q$ , η ειδική ανά μονάδα μάζας ρέοντος ρευστού ορμή  $M$  και η ειδική άνωση  $B$ , εκφράζονται ανά μονάδα μήκους της σχισμής και δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις συνοδευόμενες με τις διαστάσεις τους.

$$q = Wd, \quad [L^2T^{-1}] \quad (1.1)$$

$$M = qW, \quad [L^3T^{-2}] \quad (1.2)$$

$$B = g'_o q, \quad [L^3T^{-3}] \quad (1.3)$$

όπου  $g'_o$  είναι η φαινόμενη επιτάχυνση βαρύτητας, που προκύπτει από την εξίσωση  $g'_o = g \frac{\Delta\rho}{\rho_o} = g \frac{\rho\alpha - \rho_o}{\rho_o}$ , με διαστάσεις  $[LT^{-2}]$  και  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας. Οι ίδιες σχέσεις χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τις αρχικές παραμέτρους σε οποιοδήποτε είδος διδιάστατης φλέβας. Με βάση τους παραπάνω ορισμούς, στην απλή φλέβα η ειδική άνωση είναι οριακά μηδενική ή πολύ μικρότερη της ορμής ( $B = 0$  ή  $M \gg B$ ,  $B \rightarrow 0$ ), ενώ στο πλούμιο η αρχική ταχύτητα είναι οριακά μηδενική ή πολύ μικρή ( $M = 0$  ή  $B \gg M$ ,  $M \rightarrow 0$ ). Στην ανωστική φλέβα, η αρχική ορμή  $M$  και άνωση  $B$  είναι της ίδιας τάξης μεγέθους και φυσικά διαφορετικές του μηδενός.

Η αναλογία των αδρανειακών και των ανωστικών δυνάμεων σε μια ανωστική φλέβα εκφράζεται με δύο διαφορετικές αδιάστατες παραμέτρους. Η πρώτη είναι ο πυκνομετρικός αριθμός Froude ( $F_o$ ), που για διδιάστατη φλέβα δίνεται από την σχέση:

$$F_o = \frac{W}{\sqrt{g'_o d}} \quad (1.4)$$

και η δεύτερη είναι ο αρχικός αριθμός Richardson ( $Ri_o$ ), που εκφράζεται ως ο λόγος δύο χαρακτηριστικών κλιμάκων μήκους. Σε μια απλή διδιάστατη φλέβα, η χαρακτηριστική κλίμακα μήκους  $l_Q$  (Fischer, et al., 1979), ορίζεται με βάση τις αρχικές της παραμέτρους  $M$  και  $q$  και προκύπτει από την σχέση:

$$l_Q = \frac{q^2}{M} = d, \quad [L] \quad (1.5)$$

Σε μια ανωστική φλέβα ορίζεται, από τους ίδιους συγγραφείς, μια επιπλέον χαρακτηριστική κλίμακα μήκους  $l_M$ , που περιλαμβάνει τις αρχικές παραμέτρους  $M$  και  $B$  και προκύπτει από την σχέση:

$$l_M = \frac{M}{B^{2/3}} = F_o^{4/3} d, \quad [L] \quad (1.6)$$

Ο αρχικός αριθμός Richardson ( $Ri_o$ ), είναι ο λόγος των δύο προαναφερθέντων κλιμάκων, υψωμένος εις την  $3/2$  για τις διδιάστατες φλέβες (List & Imberger, 1973) δηλαδή:

$$Ri_o = \left(\frac{l_Q}{l_M}\right)^{3/2} = \frac{q^3 B}{M^3} = F_o^{-2} \quad (1.7)$$

Σε απόσταση  $z$ , πολλαπλάσια του πλάτους της οπής από το σημείο εκροής θεωρούμε ότι η φλέβα είναι πλήρως ανεπτυγμένη, που σημαίνει ότι έχει αποκατασταθεί πλήρως ο τυρβώδης χαρακτήρας της. Οι παράμετροι της ροής που αναλύθηκαν για το σημείο εκροής της φλέβας, μπορούν να υπολογιστούν και σε κατακόρυφη απόσταση  $z$  από την οπή, όπου η ροή είναι πλήρως ανεπτυγμένη, με την βοήθεια των κατανομών της μέσης ταχύτητας  $w = w(y, z)$  και μέσης πυκνομετρικής διαφοράς μεταξύ εκρέοντος και περιβάλλοντος ρευστού  $\Delta\rho = \Delta\rho(y, z)$ . Επομένως οι τοπικές παράμετροι της



ροής, δηλαδή η ογκομετρική παροχή  $\mu(z)$ , η ειδική ορμή  $m(z)$  και η ειδική άνωση  $\beta(z)$  του ρευστού που διέρχεται από εγκάρσια τομή της φλέβας, υπολογίζονται με τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\mu(z) = \int_y w(y, z) dy \quad (1.8)$$

$$m(z) = \int_y w^2(y, z) dy \quad (1.9)$$

$$\beta(z) = \int_y g \frac{\Delta\rho(y, z)}{\rho_0} w(y, z) dy \quad (1.10)$$

Οι κατανομές της μέσης ταχύτητας και της μέσης πυκνομετρικής διαφοράς, έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι είναι Γκαουσιανής μορφής (Gaussian Distribution) (Kotsovinos, 1975).

$$\bar{w}(y, z) = \bar{w}_m(z) \exp \left[ -\ln 2 \left( y/b(z) \right)^2 \right] \quad (1.11)$$

$$\bar{\Delta\rho}(y, z) = \bar{\Delta\rho}_m(z) \exp \left[ -\ln 2 \left( y/b_c(z) \right)^2 \right] \quad (1.12)$$

όπου  $\bar{w}_M(z) = \bar{w}(0, z)$  και  $\bar{\Delta\rho}_M(z) = \bar{\Delta\rho}(0, z)$  είναι οι μέγιστες τιμές της μέσης ταχύτητας και πυκνομετρικής διαφοράς στην εγκάρσια διατομή της φλέβας σε απόσταση  $z$  από την πηγή, ενώ  $b$  και  $b_c$  είναι τα ημιπλάτη των κατανομών της ταχύτητας και της πυκνομετρικής διαφοράς αντίστοιχα. Σαν πλάτος της φλέβας ορίζεται η απόσταση από τον άξονα όπου η μέση χρονικά ταχύτητα ή πυκνομετρική διαφορά είναι το ήμισυ αυτών στον άξονα της φλέβας. Αναφορικά με τα χαρακτηριστικά πλάτη, υφίσταται η παραδοχή ότι ο λόγος τους αποτελεί παγκόσμια σταθερά και είναι ίσος με  $\lambda$  ( $\frac{b_c(z)}{b(z)} = \lambda$ ). Με την χρήση των τοπικών πλέον παραμέτρων, ορίζεται ο τοπικός αριθμός Richardson ( $Ri(z)$ ) σύμφωνα με την σχέση:

$$Ri(z) = \frac{\mu^3 \beta}{m^3} \quad (1.13)$$

Το μέγεθος του αριθμού αυτού καθορίζει το κατά πόσο η ανωστική φλέβα στην εκάστοτε θέση πλησιάζει στην συμπεριφορά της απλής φλέβας ή του πλουμίου.

Μια από τις σημαντικότερες παραμέτρους των ανωστικών φλεβών, με μεγάλη πρακτική σημασία είναι η αραιώση (dilution) και συμβολίζεται με το γράμμα  $S$ . Ως μέση αραιώση σε απόσταση  $z$  από το σημείο εκροής ( $S_{ave}$ ), ορίζουμε το λόγο της ογκομετρικής παροχής στην θέση αυτή προς την αρχική παροχή εκροής (Παπακωνσταντής, 2009).

$$S_{ave} = \frac{\mu}{q} \quad (1.14)$$

Η αραιώση σε μια οποιαδήποτε θέση της φλέβας μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της πυκνότητας (ισοδύναμα της φαινόμενης βαρύτητας) (Roberts, et al., 1997) ή της συγκέντρωσης

$$S = \frac{g'_o}{g'} = \frac{\rho_\alpha - \rho_o}{\rho_\alpha - \rho} \quad (1.15)$$

$$S = \frac{c_o - c_\alpha}{c - c_\alpha} \quad (1.16)$$

όπου ο δείκτης "α" αναφέρεται στα χαρακτηριστικά του αποδέκτη, ο δείκτης "ο" στα χαρακτηριστικά της φλέβας στο σημείο εκροής, ενώ η απουσία δείκτη δηλώνει την τιμή της παραμέτρου στη θέση της φλέβας που μελετάται η αραίωση. Ο λόγος της αρχικής συγκέντρωσης προς την συγκέντρωση στον άξονα, δηλαδή την μέγιστη της κάθε στάθμης, ονομάζεται αραίωση στον άξονα ή ελάχιστη αραίωση.

$$S_m = \frac{c_o - c_a}{c_m - c_a} \quad (1.17)$$

## 1.4 Τυρβώδεις φλέβες αρνητικής άνωσης

Το είδος της ροής, καθορίζει τα επίπεδα αραίωσης που επιτυγχάνονται κατά την διάθεση του ρευστού στον αποδέκτη. Η αραίωση είναι ανάλογη του όγκου του περιβάλλοντος ρευστού που συμπαρασύρει η ροή, επομένως για την επίτευξη της μέγιστης αραίωσης του ρύπου, επιλέγεται εκείνη που διανύει την μεγαλύτερη τροχιά. Η τυρβώδης φλέβα θετικής άνωσης που εκρέει υπό γωνία είναι συνήθως η βέλτιστη λύση. Σε αυτού του είδους φλέβες οι αδρανειακές και οι ανωστικές δυνάμεις λειτουργούν συνεργατικά κατευθύνοντας την ροή μακριά από την πηγή, ενώ ταυτόχρονα η γωνία εκτόξευσης μετατρέπει την τροχιά από ευθεία σε μακρύτερη καμπύλη. Με αυτόν τον τρόπο συμπαρασύρεται μεγαλύτερος όγκος περιβάλλοντος ρευστού.

Σε αντίθεση με την προαναφερθείσα ιδανική μέθοδο διάθεσης ρύπων, η κατακόρυφη φλέβα αρνητικής άνωσης πετυχαίνει την χαμηλότερη δυνατή αραίωση. Το ρευστό εισέρχεται στο περιβάλλον εξαιτίας της αρχικής του ορμής και κατευθύνεται μακριά από την πηγή συμπαρασύροντας το ρευστό του αποδέκτη. Η πορεία του συνεχίζεται κανονικά, έως ότου φτάσει σε ένα μέγιστο ύψος  $Z_{max}$ , σημείο όπου η ορμή του ρευστού μηδενίζεται. Το σημείο αυτό ονομάζεται ύψος διείσδυσης της φλέβας και συμβολίζει την στιγμή που ανωστικές δυνάμεις υπερνικούν πλέον την αρχική ορμή της φλέβας και την κατευθύνουν αντίστροφα προς την πηγή εκροής. Ο όγκος του συνεχώς ανερχόμενου ρευστού εμποδίζει την κάθοδο του κατερχόμενου, οδηγώντας το τελικά στο πλάι του κατακόρυφου άξονα της φλέβας προς τη μια ή την απέναντι πλευρά. Η κατακόρυφα κινούμενη φλέβα αρνητικής άνωσης λόγω αστάθειας δεν θα επιστρέψει συμμετρικά ως προς τη σχισμή στο επίπεδο εκροής, παρά θα κινηθεί προς το πλάι της ανερχόμενης φλέβας πότε από τη μια πλευρά και πότε από την άλλη (όπως ένα σιντριβάνι). Το ύψος διείσδυσης της φλέβας παραμένει στο  $Z_{max}$  στιγμιαία, ενώ στην συνέχεια ελαττώνεται εξαιτίας της αντίθετα κινούμενης ροής που την περιβάλλει. Σε τελική φάση το ύψος διείσδυσης της φλέβας ταλαντώνεται γύρω από

μια συγκεκριμένη θέση, χαμηλότερη εννοείται του  $Z_{max}$ , η οποία καλείται τερματικό ύψος διείσδυσης και συμβολίζεται ως  $Z_m$ . Αυτός ο ιδιαίτερος μηχανισμός λειτουργίας των φλεβών αρνητικής άνωσης ονομάζεται σιντριβάνι (fountain). Ο μηχανισμός αυτός αποτελεί την λιγότερο αποτελεσματική μέθοδο αραιώσης, διότι εκτός από τη μικρή τροχιά που διανύει η φλέβα και δεν αραιώνεται ικανοποιητικά, η ίδια εγκλωβίζεται στο πεδίο ροής της από το ρευστό που κατευθύνεται αντίθετα και την περιβάλλει. Επομένως δημιουργείται μια περιοχή στην οποία ανακυκλώνεται και συμπαρασύρεται ρευστό σχεδόν ίδιας πυκνότητας πετυχαίνοντας τελικά χαμηλά επίπεδα αραιώσης.

Παρά την αδυναμία αυτού του μηχανισμού, χρησιμοποιείται αρκετά συχνά ως μέθοδος διάθεσης του αλμόλοιπου από της μονάδες αφαλάτωσης, έχοντας συχνά δυσμενείς επιπτώσεις για το υδρόβιο οικοσύστημα. Για τον λόγο αυτό είναι σημαντική η μελέτη του φαινομένου, ώστε να μπορούν να προβλεφθούν οι συνέπειες της διάθεσης και να μπορεί να εφαρμοστεί η τεχνική, ακόμα και αν όχι ως η βέλτιστη, με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Εκτός από την πρακτική εφαρμογή, το φαινόμενο έχει και μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον, λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του. Εκείνο που καθορίζει ιδιαίτερα την κατακόρυφη φλέβα αρνητικής άνωσης, είναι η αστάθεια της ροής, η οποία αμφιταλαντεύεται γύρω από την κατακόρυφο, ενώ ταυτόχρονα εμφανίζει διακυμάνσεις και στο ύψος διείσδυσης με τον χρόνο.



# 2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Από τα μέσα του 20<sup>ου</sup> αιώνα έως και σήμερα οι ροές των πλουμίων, των εκτοξευόμενων και των ανωστικών φλεβών κεντρίζουν το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας. Το γεγονός αυτό οφείλεται τόσο στην σημασία των πρακτικών εφαρμογών τους, όσο και στην διαρκή εξέλιξη της τεχνολογίας που επιτρέπει την προσέγγιση της μελέτης τους με νεότερες βελτιωμένες τεχνικές μετρήσεων.

## 2.1 Φλέβες θετικής άνωσης

Η πλειοψηφία των ερευνητών έχει ασχοληθεί κυρίως με την μελέτη των φλεβών θετικής άνωσης, θεωρητικά, πειραματικά και υπολογιστικά. Την πρώτη σημαντική δημοσίευση έκαναν οι (Morton, et al., 1956), με μια εργασία που αποσκοπούσε στην μαθηματική περιγραφή της ροής. Εισηγάγαν την υπόθεση της συμπαράσυρσης (entrainment hypothesis) και ανέπτυξαν ένα θεωρητικό μοντέλο που στηρίζεται στις βασικές εξισώσεις διατήρησης της μάζας, της ποσότητας κίνησης και της διαφοράς της πυκνότητας. Το μαθηματικό τους μοντέλο επέκτειναν οι (Fischer, et al., 1979), οι οποίοι ανέπτυξαν τις ίδιες διαφορικές εξισώσεις με την παραδοχή ότι οι κατανομές των ταχυτήτων και της πυκνομετρικής διαφοράς είναι Γκαουσιανές με διαφορετικό πλάτος. Κατέληξαν σε μια σχέση του συντελεστή συμπαράσυρσης ( $\alpha$ ) που εξαρτάται από τον τοπικό αριθμό Richardson ( $Ri$ ) και τις ασυμπτωτικές τιμές του συντελεστή που αντιστοιχούν στην απλή φλέβα και το πλούμιο. Την ίδια χρονική περίοδο οι (List & Imberger, 1973), με την χρήση της διαστατικής ανάλυσης εισήγαγαν την έννοια του σημείου αρχής της φλέβας (origin) και την παράμετρο πλάτους της φλέβας ( $C_p$ ). Ανέπτυξαν μια ασυμπτωτική θεωρία, σύμφωνα με την οποία οι τοπικές παράμετροι της ροής μπορούν να υπολογιστούν σε οποιαδήποτε θέση  $z$  συναρτήσει των ασυμπτωτικών αριθμών Richardson και της παραμέτρου πλάτους της φλέβας.

Παράλληλα άλλοι ερευνητές ασχολήθηκαν εντατικά με την πειραματική διερεύνηση των ίδιων ροών. Ο (Kotsovinos, 1975) παρουσίασε πειραματικά αποτελέσματα για διδιάστατες ανωστικές φλέβες, ενώ οι (Papanicolaou & List, 1988) για αξονοσυμμετρική φλέβα θετικής άνωσης. Οι δεύτεροι χρησιμοποίησαν τις τεχνικές LDA (Laser Doppler Anemometer) και πρωτοεμφανιζόμενη τότε LIF (Laser Induced Fluorescence) σε συνδυασμό με την διαστατική ανάλυση για την εξαγωγή συμπερασμάτων για μέσες τιμές των παραμέτρων της ροής αλλά και την δομή της τύρβης. Με την εξέλιξη των προγενέστερων τεχνικών, στην τεχνική PLIF (Planar LIF), οι (Smith & Mungal, 1988), εξήγαγαν συμπεράσματα για την κατανομή των συγκεντρώσεων και για το φαινόμενο της αλληλεπίδρασης μεγάλων δινών.

Τα χνάρια αυτών των ερευνητών ακολούθησε μεγάλο πλήθος επιστημόνων μέχρι και σήμερα, για την περεταίρω διερεύνηση των φλεβών θετικής άνωσης σε διαφορετικές συνθήκες. Ασχολήθηκαν με παραμέτρους που αφορούν τον αποδέκτη, όπως η ύπαρξη πυκνομετρικής στρωμάτωσης ή κίνησης σε αυτόν, καθώς και με γεωμετρικές παραμέτρους όπως την κλίση εκτόξευσης ή τα στερεά όρια.

## 2.2 Φλέβες αρνητικής άνωσης

### 2.2.1 Κυκλική Οπή

Παρά την εκτενή έρευνα που έχει πραγματοποιηθεί γενικότερα για τις ανωστικές φλέβες, πολύ λιγότεροι ερευνητές έχουν ασχοληθεί με αυτές που εμφανίζουν αρνητική άνωση. Ο πρώτος ερευνητής που φαίνεται να μελετά οποιαδήποτε φλέβα αρνητικής άνωσης είναι ο (Turner, 1966). Συγκεκριμένα ασχολήθηκε με την πειραματική εύρεση του τερματικού ύψους διείσδυσης αξονοσυμμετρικής φλέβας σε ακίνητο αποδέκτη. Τα αποτελέσματά του χρησιμοποίησε σε συνδυασμό με την κατασκευή μονοδιάστατου μοντέλου ο (Abraham, 1967), προτείνοντας τελικά μια σχέση του βάθους διείσδυσης συναρτήσεως του αριθμού Froude. Παρόμοιο πειραματικό έργο εκτέλεσε και ο (Δημητρίου, 1978), καθώς μελέτησε ίδιου είδους φλέβες, όμως επεκτάθηκε στην εξαγωγή συμπερασμάτων για της κατανομές της ταχύτητας και της συγκέντρωσης. Οι (McLellan & Randall, 1986) εκτός του τερματικού ύψους διείσδυσης επεκτάθηκαν και στην μέτρηση της αραίωσης στον άξονα της κατακόρυφης κυκλικής φλέβας. Ίδια πειράματα, παράλληλα με θεωρητική διερεύνηση πραγματοποίησαν οι (Baines, et al., 1990), ενώ οι (Zhang & Baddour, 1998) προχώρησαν σε μετρήσεις πειραμάτων με πολύ μικρό αριθμό Froude. Οι (Bloomfield & Kerr, 1998) πραγματοποίησαν μετρήσεις σε στρωματωμένο αποδέκτη και παρουσίασαν αποτελέσματα τόσο για το τερματικό αλλά και για το αρχικό μέγιστο ύψος διείσδυσης. Οι (Pantzlaff & Lueptow, 1999) πραγματοποίησαν πειράματα για την εύρεση του βάθους διείσδυσης, με την τεχνική LIF, για μεγάλο εύρος του αριθμού Froude και συσχέτισαν την σταθεροποίηση της ροής με τον αδιάστατο χρόνο. Οι (Papanicolaou & Kokkalis, 2008) συσχέτισαν το ύψος διείσδυσης με τον αριθμό Richardson και παρουσίασαν ότι σε μεγάλους αριθμούς  $Ri$  το τερματικό ύψος μειώνεται. Εκτός από κυκλικές οπές πραγματοποίησαν μετρήσεις και για φλέβες που εκρέουν από οπές διαφορετικής γεωμετρίας. Οι παραπάνω έρευνες αποτελούν ορισμένες από τις σημαντικότερες για τις κατακόρυφες φλέβες αρνητικής άνωσης. Πολλοί ερευνητές επεκτάθηκαν στην μελέτη φλεβών αρνητικής άνωσης σε συνθήκες που είχαν αναλυθεί ελάχιστα μέχρι εκείνη την εποχή, όπως ο (Παπακωνσταντής, 2009) που μελέτησε φλέβες με διαφορετική γωνία εκτόξευσης και την αλληλεπίδρασή τους με τα στερεά όρια.

### 2.2.2 Διδιάστατη σχισμή

Είναι φανερό λοιπόν ότι ακόμη και η υποκατηγορία των φλεβών αρνητικής άνωσης έχει μελετηθεί εκτενώς από πληθώρα επιστημόνων. Ωστόσο η συντριπτική πλειοψηφία των πειραμάτων αφορά τριδιάστατες, αξονοσυμμετρικές φλέβες που

εκρέουν από κυκλική οπή. Οι δημοσιεύσεις που αφορούν πειραματικές μετρήσεις κατακόρυφων διδιάστατων φλεβών αρνητικής άνωσης είναι πολύ λίγες. Αναφορικά οι ερευνητές που έχουν ασχοληθεί με το φαινόμενο αυτό είναι οι (Baines, et al., 1990), οι (Zhang & Baddour, 1997), οι (Bloomfield & Kerr, 1998), οι (Srinarayana, et al., 2010), πολύ πρόσφατα οι (Hunt, et al., 2019) καθώς και η (Μυλωνάκου, 2018) στην διπλωματική της εργασία. Στην συνέχεια αναλύεται το περιεχόμενο των εργασιών τους, καθώς είναι άμεσα συνδεδεμένο με την παρούσα διπλωματική εργασία.

(Baines, et al., 1990)

Εκείνη την περίοδο οι ερευνητές μελέτησαν εκτός από την κυκλική οπή εκροής και μια διάταξη που παρομοιάζεται με την εκροή από σχισμή. Συγκεκριμένα χρησιμοποίησαν μια δεξαμενή διαστάσεων 1.2 m x 0.1 m x 0.6 m (μήκος x πλάτος x ύψος) και τοποθέτησαν κατά μήκος της μικρής πλευράς έναν διαχυτήρα. Ο διαχυτήρας είχε κυκλικές οπές διαμέτρου 0.5mm που απείχαν μεταξύ τους απόσταση 5mm. Λόγω της ιδιαίτερης διάταξής του, βασισμένος σε προηγούμενες έρευνες και στα αποτελέσματά του θεώρησε ότι η ροή αποκτά διδιάστατο χαρακτήρα σε απόσταση μεγαλύτερη από 5cm από την θέση εκροής. Χρησιμοποίησε αποσβεστήρες για να ακινητοποιήσει την πλευρική μετατόπιση των τοιχωμάτων της δεξαμενής του. Εισήγαγε αλατόνερο με νιφάδες μετάλλων (mica flakes) από κάτω προς τα πάνω σε δεξαμενή με καθαρό νερό και οπτικοποίησε την ροή φωτίζοντας την με προβολείς από σχισμές πάχους 1cm. Πρώτος παρατήρησε ότι η δευτερεύουσα ροή με κατεύθυνση προς την πηγή είναι πολύ διαφορετική ανάμεσα στην τριδιάστατη και την διδιάστατη φλέβα, με αποτέλεσμα να επηρεάζει το ύψος διείσδυσης και το προφίλ των παραμέτρων. Εξήγησε την αστάθεια του φαινομένου και συσχέτισε το μέγιστο και το τερματικό ύψος διείσδυσης με το  $Fr^{4/3}$ . Παράλληλα ανέπτυξε και την θεωρία που επιβεβαιώθηκε από τα πειράματά του.

(Bloomfield & Kerr, 1998)

Οι ερευνητές μελέτησαν φλέβες αρνητικής άνωσης που εκρέουν από κυκλική οπή ή σχισμή σε ακίνητο στρωματωμένο αποδέκτη. Για τα πειράματα της διδιάστατης ροής χρησιμοποίησαν την ίδια διάταξη και μετρητική τεχνική που παρουσίασαν οι (Baines, et al., 1990). Ανέπτυξαν ένα μαθηματικό μοντέλο και παρουσίασαν τις διαφορές στο ύψος διείσδυσης με την ύπαρξη ή μη πυκνομετρικής διαφοράς στο σημείο εκροής της φλέβας. Στην περίπτωση της διδιάστατης φλέβας το αριθμητικό τους μοντέλο φαίνεται να υποεκτιμά το ύψος που αναρριχάται.

(Zhang & Baddour, 1997)

Οι Zhang & Baddour επίσης ασχολήθηκαν με τις κατακόρυφες διδιάστατες φλέβες αρνητικής άνωσης και εφάρμοσαν μια πρωτοποριακή προσέγγιση για την επεξεργασία και την παρουσίαση των δεδομένων. Η σημαντική καινοτομία τους ήταν ότι ασχολήθηκαν με φλέβες σε αρκετά μεγάλο εύρος αριθμών Froude. Επιπλέον ανέπτυξαν μαθηματικά μοντέλα και διέκριναν το φαινόμενο σε δύο επιμέρους κατηγορίες, για μικρούς και μεγάλους αριθμούς Froude. Τη θεωρία στην συνέχεια επιχείρησαν να διασταυρώσουν πραγματοποιώντας πειραματικές μετρήσεις. Η

δεξαμενή που χρησιμοποίησαν ήταν διαστάσεων 1.50 m x 0.15 m x 1.20 m (μήκος x πλάτος x ύψος) ενώ η οπή μέσω της οποίας εκτοξευόταν το ρευστό είχε μήκος 150mm, ίδιο με το πλάτος της δεξαμενής και μεταβλητό πλάτος από 1.2mm έως 40mm. Ο αποδέκτης περιείχε καθαρό νερό, ενώ η φλέβα ήταν από αλατόνερο μεγαλύτερης πυκνότητας και εκτοξευόταν από κάτω προς τα πάνω. Η ροή οπτικοποιήθηκε με την χρήση μικρής ποσότητας βαφής στο ρευστό της φλέβας. Η οπή της εκροής ήταν κατά 10 cm ψηλότερα από τον πυθμένα ώστε το αλατόνερο που καθόταν κάτω να μην συμπαρασύρεται από την ροή. Χρησιμοποίησαν τρία μικρά ανοίγματα για την διερεύνηση των μεγάλων αριθμών Froude και δύο μεγάλα ανοίγματα για την διερεύνηση των μικρών αριθμών. Τα αποτελέσματα που παρουσίασαν αφορούσαν αποκλειστικά τυρβώδεις ροές καθώς ο αριθμός Reynolds ήταν μεγαλύτερος από 2000. Ο αριθμός  $Re$  ορίστηκε σύμφωνα με την σχέση  $Re = 4b_oW/\nu$ , όπου  $b_o$  θεώρησαν το ημιπλάτος της οπής. Οι ερευνητές συμπέραναν ότι για μικρούς αριθμούς Froude, το ύψος διείσδυσης συνεχώς αυξάνεται με την αύξηση του αριθμού  $Fr$ , ενώ τελικά καταλήγει ασυμπτωτικά σε μια σταθερή τιμή. Παρουσίασαν τα τερματικά ύψη διείσδυσης αδιαστατοποιημένα με το  $l_m$  και κατέληξαν στο ότι για μεγάλους αριθμούς Froude ισχύει η σχέση  $z/l_m = 2$ . Ταυτόχρονα έδειξαν ότι το αδιάστατο τερματικό ύψος διείσδυσης κατά το μισό πλάτος της οπής είναι ανάλογο του  $Fr^{4/3}$  με συντελεστή αναλογίας ίσο με 2.

(Srinarayana, et al., 2010)

Σε αυτήν την εργασία οι ερευνητές προσέγγισαν το φαινόμενο διαφορετικά. Κατασκεύασαν μια πειραματική διάταξη που τους επέτρεψε να πραγματοποιήσουν μετρήσεις για "αδύναμα σιντριβάνια" (weak fountains). Ο όρος αυτός χρησιμοποιείται για φλέβες αρνητικής άνωσης που εμφανίζουν πολύ μικρούς αριθμούς Reynolds και Froude. Η δεξαμενή που χρησιμοποίησαν ήταν εσωτερικών διαστάσεων 2 m x 0.05 m x 0.225 m (μήκος x πλάτος x ύψος) ενώ το σύστημα παροχέτευσης της φλέβας ήταν ιδιαίτερο και σε αυτό χρησιμοποιήθηκαν ακροφύσια πλάτους 0.62mm έως 5mm. Το ρευστό της φλέβας ήταν καθαρό νερό και η διοχέτευση έγινε από πάνω προς τα κάτω σε δεξαμενή με αλατόνερο. Η οπτικοποίηση της ροής επιτεύχθηκε με την χρήση μικρής ποσότητας χρώματος στο ρευστό της φλέβας. Η ερευνητές στόχευαν κυρίως στην εύρεση του κρίσιμου αριθμού Froude, όπως τον χαρακτήρισαν, σε σχέση με τον αριθμό Reynolds, στον οποίο η ροή μεταβαίνει από την σταθερή κατάσταση σε ασταθή, ξεφεύγοντας δηλαδή από τον κατακόρυφο άξονα. Παράλληλα έβγαλαν και συμπεράσματα για την σχέση του αδιάστατου ύψους διείσδυσης με τους αριθμούς Froude και Reynolds, τελικά επιβεβαιώνοντας ότι αυξάνεται αναλογικά με τον όρο  $FrRe^{-1/2}$ .

(Μυλωνάκου, 2018)

Στα πλαίσια της διπλωματικής της εργασίας, μελέτησε διδιάστατες φλέβες αρνητικής άνωσης για διάφορες γωνίες εκτόξευσης, συμπεριλαμβανόμενης της κατακόρυφης. Πραγματοποίησε τα πειράματα σε μια δεξαμενή με διαστάσεις 1.5m x 3.0m x 1.0m (μήκος x πλάτος x ύψος) και διοχέτευσε αλατόνερο μέσω μιας οπής διαστάσεων 200mm x 2mm. Χρησιμοποίησε βαφή για την οπτικοποίηση της φλέβας και



παρουσίασε μετρήσεις για τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της ροής σε διάφορες γωνίες.

([Hunt, et al., 2019](#))

Πολύ πρόσφατα αυτή η ερευνητική ομάδα πραγματοποίησε πειραματικές μετρήσεις σε φλέβες αρνητικής άνωσης, εμφανίζοντας αρκετές διαφορές στην νοοτροπία της εκτέλεσης και λειτουργίας του φαινομένου. Οι ερευνητές μελέτησαν την εκροή από σχισμή ως μια τριδιάστατη ροή. Για να το πετύχουν αυτό αφαίρεσαν τα πλευρικά τοιχώματα που εμποδίζουν την εξάπλωση του πεδίου ροής στον τρίτο άξονα και κατέγραψαν την φλέβα από τις τρεις διαφορετικές οπτικές. Τα πειράματα διεξήχθησαν σε δεξαμενή διαστάσεων 1.0m x 1.0m x 0.7m (μήκος x πλάτος x ύψος) και για την παροχέτευση της φλέβας χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικά ακροφύσια μήκους 300 ή 150mm και πλάτους 1mm. Χρησιμοποίησαν δύο τεχνικές για την οπτικοποίηση της φλέβας, άλλοτε με προσμίξεις μικρής ποσότητας βαφής και άλλοτε με την χρήση LIF. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η ροή δεν είναι πραγματικά ομοιόμορφη στον άξονα που εκτείνεται κατά μήκος της οπής και έδωσαν εξήγηση για τις μορφές που εμφανίζει το πεδίο ροής. Τελικά οδηγήθηκαν στο ότι η σχέση του μήκους με το πλάτος της οπής δεν επηρεάζουν τα χαρακτηριστικά της φλέβας και παρουσίασαν τις αδιαστατοποιημένες μετρήσεις του τερματικού ύψους διείσδυσης, των κατακόρυφων και των πλευρικών διακυμάνσεων της ροής.

## 2.3 Σχολιασμός βιβλιογραφίας

Μελετώντας κανείς την βιβλιογραφία που αφορά τις διδιάστατες κατακόρυφες φλέβες και ειδικότερα της αρνητικής άνωσης, παρατηρεί ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων. Υπάρχει διαφωνία όσον αφορά στην δομή και τους μηχανισμούς της φλέβας αλλά και του υπολογισμού του τερματικού ύψους διείσδυσης. Πολύ σημαντική επίσης παρατήρηση, είναι ότι υπάρχει ασυνέπεια στην αδιαστατοποίηση των παραμέτρων μεταξύ των διάφορων ερευνητών, δυσχεραίνει τη σύγκριση των αποτελεσμάτων (παράγραφος 6.2). Η ασυνέπεια αυτή πηγάζει από το γεγονός ότι οι (Baines, et al., 1990), (Zhang & Baddour, 1998), (Srinarayana, et al., 2010) και (Hunt, et al., 2019) χρησιμοποιούν για την αδιαστατοποίηση και για τον υπολογισμό του αριθμού Froude το ημιπλάτος της οπής. Η μεθοδολογία αυτή όμως πηγαίνει κόντρα στις φυσικές χαρακτηριστικές κλίμακες που προκύπτουν από την διστατική ανάλυση και χρησιμοποιήθηκαν από τους προγενέστερους (Kotsoninos, 1978), (Fischer, et al., 1979) και αργότερα από την (Μυλωνάκου, 2018). Παρά την σημαντική αυτή διαφορά τα πειράματά τους μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την σύγκριση των αποτελεσμάτων ύστερα από κατάλληλες μετατροπές. Σημαντική παράληψη των προγενέστερων είναι η μελέτη των φλεβών σε μεγάλους αριθμούς Froude, διατηρώντας τον τυρβώδη χαρακτήρα, ειδικότερα μετά τα αποτελέσματα που δημοσίευσε ο (Hunt, et al., 2019). Τέλος παρά την ύπαρξη τεχνικών που επιτρέπουν τον ακριβή υπολογισμό των συγκεντρώσεων στο πεδίο ροής, δεν βρέθηκε κάποια εργασία που να τις εφαρμόζει σε αυτού του είδους την ροή.

## 2.4 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση των παραμέτρων της διδιάστατης κατακόρυφης φλέβας αρνητικής άνωσης. Συγκεκριμένα η μελέτη των πρώτης και δεύτερης τάξης χαρακτηριστικών της. Δηλαδή το μέγιστο και τερματικό ύψος διείσδυσης, για μεγάλους αριθμούς Froude, η πορεία της αραίωσης στο πεδίο ροής καθώς και η εξαγωγή συμπερασμάτων για την εγκάρσια κατανομή των συγκεντρώσεων και της έντασης της τύρβης. Για την διερεύνηση τους διεξήχθησαν πειράματα και δημιουργήθηκε ένα μονοδιάστατο ολοκληρωματικό μοντέλο καθώς και μια προσέγγιση αναλυτικής λύσης για την εύρεση του τερματικού ύψους διείσδυσης.

# 3 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

## 3.1 Διαστατική ανάλυση

Στην περίπτωση των απλών εκτοξευόμενων φλεβών και των πλούμιων, είναι δυνατός ο προσδιορισμός των τοπικών παραμέτρων σε όλο το εύρος της ροής, γνωρίζοντας μόνο τις αρχικές συνθήκες. Αρχικά με την χρήση της διαστατικής ανάλυσης, προκύπτουν αναλογικές σχέσεις μεταξύ των αδιάστατων μονωνύμων. Συγκεκριμένα στις απλές φλέβες οι τοπικές παράμετροι προκύπτουν ως συναρτήσεις του μονωνύμου  $z/l_Q$ , ενώ στα πλούμια του  $z/l_M$ . Για παράδειγμα, όσον αφορά την τοπική ογκομετρική παροχή στις απλές φλέβες, ισχύει ότι:

$$\mu/q = f(z/l_Q) \quad (3.1)$$

όπου για  $x \gg l_Q$  με την χρήση διαστατικής ανάλυσης προκύπτει η εξίσωση:

$$\mu/q = C_j (z/l_Q)^{1/2} \quad (3.2)$$

Με δεδομένες τις σχέσεις που προκύπτουν από την διαστατική ανάλυση, εκτιμώνται στη συνέχεια πειραματικά οι συντελεστές τους, δηλαδή στο παραπάνω παράδειγμα η τιμή του  $C_j$ . Λόγω των εκτενών πειραμάτων που έχουν πραγματοποιηθεί σε αυτά τα δύο είδη ροών, είναι πλέον γνωστοί οι συντελεστές των σχέσεων και με απλή εφαρμογή τους γίνεται ο υπολογισμός των τοπικών παραμέτρων σε οποιοδήποτε σημείο της ροής. Οι εμπειρικές αυτές σχέσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1 με τους συντελεστές που έχουν βρεθεί από τα πειράματα του (Kotsovinos, 1975), είναι αξιόπιστες και χρησιμοποιούνται ευρέως από τους μηχανικούς.

Πίνακας 3.1: Σχέσεις των τοπικών παραμέτρων σε ύψος  $z$  για απλές φλέβες και πλούμια

Παράμετροι		Απλή Φλέβα (Jet)	Πλούμιο (Plume)
Ταχύτητα στον άξονα	$W_m$	$2.41(M/z)^{1/2}$	$1.66B^{1/3}$
Συγκέντρωση στον άξονα	$C_m$	$2.38YQ^{-1}(x/d)^{-1/2}$	$2.38YB^{-1/3}z^{-1}$
Παροχή	$\mu$	$0.50(zM)^{1/2}$	$0.34B^{1/3}z$
Ειδική ορμή	$m$	$\approx 0.9M$	$0.43B^{2/3}z$
Ειδική άνωση	$\beta$	0	B
Ελάχιστη αραιώση	$S_m$	$0.42(z/d)^{1/2}$	$0.42F_o^{-2/3}(z/d)$
Μέση αραιώση	$S_{ave}$	$\mu/q$	$\mu/q$
Ημιπλάτος ταχύτητας	$b$	$0.116z$	$0.116z$
-//- συγκέντρωσης	$b_C$	$0.157z$	$0.157z$
Λόγος αραιώσης σε διατομή	$C_m/C_{ave}$	1.20	0.81

Οι κατακόρυφες ανωστικές φλέβες αποτελούν συνδυασμό των χαρακτηριστικών της απλής φλέβας και του πλουμίου. Ειδικότερα, η συμπεριφορά τους εξαρτάται από την κατακόρυφη απόσταση από το σημείο εκροής. Όσο πιο μακριά από την πηγή μελετάται η φλέβα, τόσο πιο κυρίαρχα είναι τα χαρακτηριστικά του πλουμίου. Άλλωστε είναι αποδεδειγμένο ότι μια φλέβα θετικής άνωσης πάντα εξελίσσεται σε πλούμιο, δεδομένου ότι έχει αρκετή ελεύθερη απόσταση. Εφαρμόζοντας διαστατική ανάλυση στις ανωστικές φλέβες, με κατάλληλη αδιαστατοποίηση, προκύπτει ότι οι παράμετροι της ροής είναι συναρτήσεις των  $z/l_Q$  και  $z/l_M$  ταυτόχρονα. Επομένως, ενώ είναι εύκολος ο υπολογισμός των παραμέτρων στην οριακή κατάσταση των ανωστικών φλεβών, εκεί όπου προσεγγίζουν είτε απλή φλέβα ή πλούμιο, πολύ κοντά η μακριά από την πηγή αντίστοιχα (με χρήση του Πίνακα 3.1). Είναι δύσκολη όμως η κατάστρωση εξισώσεων με την μέθοδο της διαστατικής ανάλυσης και των πειραμάτων, για το εύρος που συνυπάρχουν ταυτόχρονα τα χαρακτηριστικά της απλής φλέβας και του πλουμίου. Σε αυτόν τον κανόνα αποτελεί εξαίρεση η ικανότητα υπολογισμού της ελάχιστης αραιώσης σε μια φλέβα θετικής άνωσης, σύμφωνα με την εξίσωση (Kotsovinos, 1978):

$$S_m(z) = 0.54F_o^{2/3} \left[ 0.83 + 0.206\xi^2 \left( 1 + 0.253\xi^2 \right)^{-1} \right] \xi^{1/2} \left( 1 + 0.253\xi^2 \right)^{1/3} \quad (3.3)$$

$$\text{όπου } \xi = (z/d)F_o^{-4/3}$$

Σε μια κατακόρυφη φλέβα αρνητικής άνωσης υπάρχουν δύο επιπλέον παράμετροι που ενδιαφέρουν, όπως εξηγήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, το μέγιστο και το τερματικό ύψος διείσδυσης. Το ύψος διείσδυσης είναι συνάρτηση των αρχικών χαρακτηριστικών της φλέβας, δηλαδή  $z = f(q, M, B)$ . Μέσω της διαστατικής ανάλυσης βρίσκονται δύο ζευγάρια αδιάστατων μονωνύμων, το πρώτο είναι ο λόγος του ύψους διείσδυσης προς κάποια χαρακτηριστική κλίμακα μήκους (είτε  $l_Q$  είτε  $l_M$ ), ενώ το δεύτερο μονώνυμο και στις δύο περιπτώσεις είναι ο λόγος των χαρακτηριστικών κλιμάκων  $l_Q/l_M (= R_o^{3/2})$ . Δηλαδή ισχύει ότι:

$$\frac{z_m}{l_Q} = f(Ri_o) \quad \text{ή} \quad \frac{z_m}{l_M} = f(Ri_o) \quad (3.4)$$

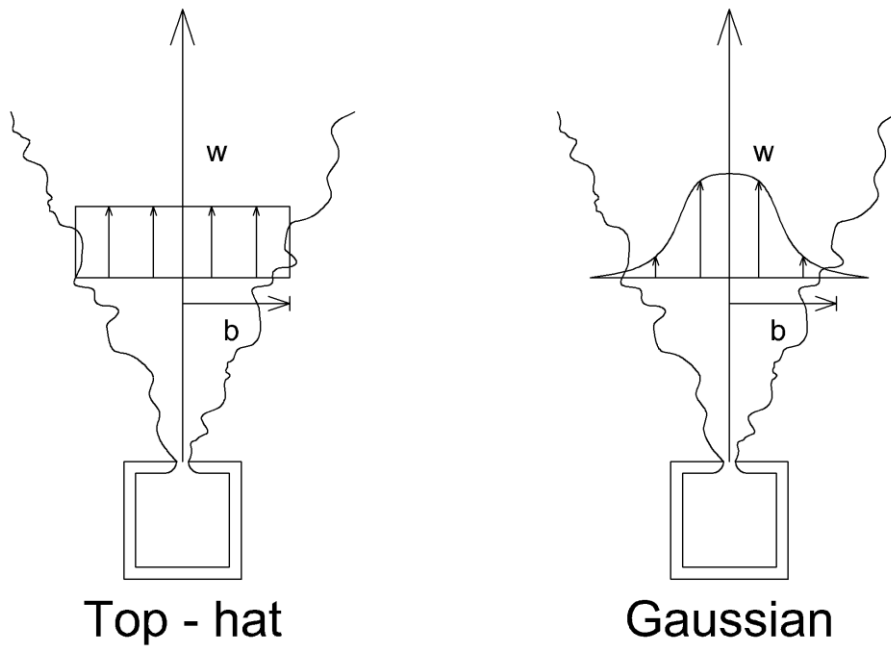
Με την προϋπόθεση ότι  $z_m \gg l_Q$ , μπορεί να θεωρηθεί ότι η αρχική παροχή  $q$  είναι ασήμαντη, οπότε το μέγιστο και το τερματικό ύψος διείσδυσης εξαρτώνται μονάχα από την αρχική ορμή  $M$  και ειδική άνωση  $B$ . Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει από διαστατική ανάλυση ότι

$$\frac{z_{max}}{l_M} = c_1 \quad \text{και} \quad \frac{z_m}{l_M} = c_2 \quad (3.5)$$

όπου  $c_1$  και  $c_2$  είναι οι σταθερές που εκτιμούνται πειραματικά.

### 3.2 Αναλυτική επίλυση

Μια διαφορετική μέθοδος με την οποία δύναται να υπολογιστούν οι τοπικές παράμετροι μιας οποιαδήποτε φλέβας, είναι με την κατασκευή μοντέλου που βασίζεται στις εξισώσεις κίνησης. Πρώτο βήμα είναι η υπόθεση της μορφής των κατανομών της ταχύτητας και της πυκνομετρικής διαφοράς. Σε προηγούμενο κεφάλαιο, αναφέρθηκε ότι η πραγματική κατανομή των παραμέτρων είναι Γκαουσιανής μορφής, ωστόσο στην εφαρμογή του μοντέλου είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί η ομοιόμορφη κατανομή, χωρίς να υπάρξουν μεγάλες αποκλίσεις στα αποτελέσματα (Σχήμα 3.1).



Σχήμα 3.1: Θεωρητικές κατανομές ταχυτήτων

Ανάλογα με την επιλογή της κατανομής, προκύπτουν οι ακόλουθες εκφράσεις της παροχής  $\mu$ , της ειδικής ορμής  $m$  και της ειδικής άνωσης  $\beta$ , ολοκληρώνοντας τις εξισώσεις (1.8), (1.9) και (1.10) αντίστοιχα (Fischer, et al., 1979). Οι εκφράσεις αυτές φαίνονται και για τις δύο κατανομές στον Πίνακα 3.2.

Πίνακας 3.2: Τοπικές εκφράσεις των βασικών παραμέτρων της ροής για ομοιόμορφη και γκαουσιανή κατανομή της ταχύτητας και της συγκέντρωσης ( $b$  = ημιπλάτος της ταχύτητας)

	<b>Ομοιόμορφη Κατανομή (Top-hat)</b>	<b>Γκαουσιανή Κατανομή (Gaussian)</b>
<b>Παροχή</b>	$\mu(z) = 2bw$	$\mu(z) = \sqrt{\pi}bw_c$
<b>Ειδική ορμή</b>	$m(z) = 2bw^2$	$m(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}bw_c^2$
<b>Ειδική άνωση</b>	$\beta(z) = 2bwg'_o$	$\beta(z) = \sqrt{\pi}g'_obw \frac{\lambda}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$

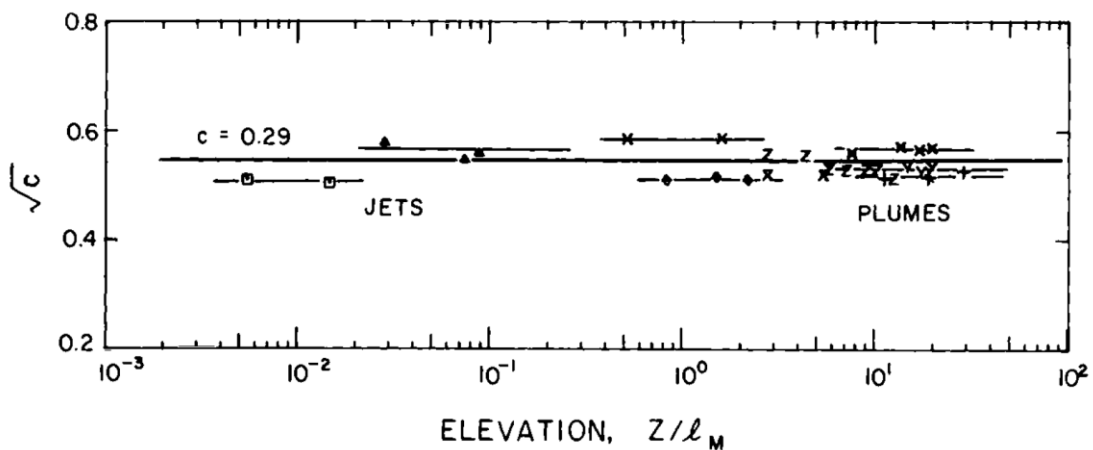
Ολοκληρώνοντας τις εξισώσεις κίνησης προκύπτουν οι διαφορικές εξισώσεις που εκφράζουν την μεταβολή της παροχής, της ορμής και της άνωσης σε σχέση με την απόσταση από την πηγή (Morton, et al., 1956) και (Fischer, et al., 1979) Πίνακας 3.3.

Πίνακας 3.3: Εξισώσεις κίνησης για διδιάστατη ανωστική φλέβα

	<b>Ομοιόμορφη Κατανομή (Top-hat)</b>	<b>Γκαουσιανή Κατανομή (Gaussian)</b>
<b>Εξίσωση Συνέχειας</b> (διατήρησης της μάζας)	$\frac{d\mu}{dz} = 2a \frac{m}{\mu}$	$\frac{d\mu}{dz} = 2\sqrt{2}a \frac{m}{\mu}$
<b>Εξίσωση Ποσότητας Κίνησης</b> (διατήρησης της ορμής)	$\frac{dm}{dz} = \frac{\mu\beta}{m}$	$\frac{dm}{dz} = \left(\frac{1 + \lambda^2}{2}\right)^{1/2} \frac{\mu\beta}{m}$
<b>Εξίσωση Ειδικής Άνωσης</b> (διατήρησης της άνωσης)	$\frac{d\beta}{dz} = 0$	$\frac{d\beta}{dz} = 0$

όπου  $a$  είναι ο συντελεστής συμπαράσυρσης (entrainment coefficient). Ο συντελεστής αυτός, δείχνει την αναλογία της εγκάρσιας, πλευρικής ταχύτητας συμπαράσυρσης με την ανοδική ταχύτητα στον άξονα της φλέβας.

Χρησιμοποιώντας διαστατική ανάλυση οι (List & Imberger, 1973) έδειξαν ότι για την απλή φλέβα, το αδιάστατο μονώνυμο  $\mu/(zM^{1/2})$  είναι σταθερό και ίσο με  $C_j$ , ενώ για το πλούμιο ισχύει ότι το ίδιο μονώνυμο  $\mu/(zm^{1/2})$ , αυτή τη φορά με την τοπική ορμή, είναι σταθερό και ίσο με  $C_p$ . Οι πειραματικές μετρήσεις του (Kotsovinos, 1975), όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.2, έδειξαν ότι οι δύο αυτές τιμές είναι σταθερές αλλά ταυτόχρονα και ίσες ( $C_j = C_p = 0.58$ ).



Σχήμα 3.2: Πλάτος φλέβας  $C_p$  σε διάφορες θέσεις  $z$  για απλές φλέβες και πλούμια από μετρήσεις του (Kotsovinos, 1975)

Για την συνέχεια, γίνεται η παραδοχή ότι οι κατανομές της ταχύτητας και της πυκνομετρικής διαφοράς είναι ομοιόμορφες, ώστε να πραγματοποιηθεί η αναγωγή των εξισώσεων κίνησης. Σκοπός της μεθόδου είναι η αναγωγή όλων των τοπικών παραμέτρων της ροής, σε σχέσεις που εξαρτώνται μόνο από τις αρχικές συνθήκες και

την απόσταση  $z$  από την πηγή. Η παρακάτω ανάλυση αφορά φλέβες αρνητικής άνωσης, επομένως είναι δεδομένο ότι  $B < 0$ .

Ειδική ορμή σε σχέση με την απόσταση από την πηγή [ $m = f(z)$ ]

Αρχικά γίνεται η θεώρηση ότι για να παραμείνει η χαρακτηριστική κλίμακα  $l_M$  στο σύνολο των πραγματικών αριθμών και να συνεχίσει να έχει νόημα γράφεται ως εξής:

$$l_M = \frac{M}{(-B)^{2/3}} = dF_o^{4/3} \quad (3.6)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση  $C_p = \frac{\mu}{\sqrt{zm}}$ , η εξίσωσης διατήρησης της ορμής του Πίνακα 3.3 μπορεί να γραφτεί ως:

$$\frac{dm}{dz} = \frac{\mu\beta}{m} = \frac{\mu}{\sqrt{m}} \frac{\beta}{\sqrt{m}} = C_p \sqrt{z} \frac{\beta}{\sqrt{m}} \Leftrightarrow \sqrt{m} \frac{dm}{dz} = C_p \sqrt{z} \beta \quad (3.7)$$

Δεδομένου ότι η ειδική άνωση και η παράμετρος του πλάτους ανωστικής φλέβας παραμένουν σταθερά ( $\beta(z) = B = const.$ ,  $C_p = const.$ ) και είναι ανεξάρτητα της απόστασης από την πηγή  $z$ , ολοκληρώνοντας την παραπάνω εξίσωση ισχύει ότι:

$$m^{3/2} = C_p \beta z^{3/2} + c, \quad c = const.$$

Για  $z = 0$ ,  $m(z) = m(0) = M \Rightarrow c = M^{3/2} \Rightarrow$

$$m^{3/2} = C_p \beta z^{3/2} + M^{3/2} \quad (3.8)$$

Διαιρώντας με  $M^{3/2}$  και εμφανίζοντας το μείον στον όρο της άνωσης για να μπορεί να υψωθεί σε πραγματικό αριθμό οδηγούμαστε στην αδιάστατη εξίσωση της ορμής:

$$\left(\frac{m}{M}\right)^{3/2} = 1 - C_p \left(\frac{-\beta}{M^{3/2}}\right) z^{3/2} \stackrel{(3.6)}{\Rightarrow} \left(\frac{m}{M}\right)^{3/2} = 1 - C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2} \quad (3.9)$$

της οποίας η τελική μορφή είναι:

$$\frac{m}{M} = \left[1 - C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2}\right]^{2/3} \quad (3.10)$$

Η εξίσωση αυτή έχει μεγάλη σημασία, διότι σύμφωνα με τον πιο διαδεδομένο ορισμό, το τερματικό ύψος διείσδυσης εμφανίζεται στο σημείο μηδενισμού της ορμής. Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση για  $z = Z_m \Rightarrow m(Z_m) = 0$ , προκύπτει ότι:

$$\frac{Z_m}{l_M} = \left(\frac{1}{C_p}\right)^{2/3} \quad (3.11)$$

Η σχέση 3.11 αποτελεί αναλυτική λύση για το τερματικό ύψος διείσδυσης, με την προϋπόθεση ότι το πλάτος  $C_p$  παραμένει σταθερό και στις φλέβες αρνητικής άνωσης, όπως έχει αποδειχθεί πειραματικά για αυτές της θετικής. Αν χρησιμοποιηθεί τιμή που

προέκυψε από τις μετρήσεις του (Kotsovinos, 1975), δηλαδή  $C_p = 0.58$  τότε το αδιάστατο τερματικό ύψος  $Z_m/l_M = 1.43$ .

Ογκομετρική παροχή σε σχέση με την απόσταση από την πηγή [ $\mu = f(z)$ ]

Με αφετηρία την εξίσωση διατήρησης της ορμής, με διαφορετική μετατροπή προκύπτει η σχέση για την παροχή:

$$\frac{dm}{dz} = \frac{\mu\beta}{m} \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{\beta} m \frac{dm}{dz} \quad (3.12)$$

Από την σχέση 3.10 ισχύει:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dz} &= \frac{d}{dz} \left( M \left[ 1 - C_p \left( \frac{z}{l_M} \right)^{3/2} \right]^{2/3} \right) \Rightarrow \\ \frac{dm}{dz} &= -M \left[ 1 - C_p \left( \frac{z}{l_M} \right)^{3/2} \right]^{-1/3} * C_p \frac{\sqrt{z}}{l_M^{3/2}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Αντικαθιστώντας τις (3.10) και (3.13) στην (3.12) προκύπτει ότι:

$$\mu = -\frac{M^2 C_p}{\beta l_M} \sqrt{\frac{z}{l_M}} \left[ 1 - C_p \left( \frac{z}{l_M} \right)^{3/2} \right]^{1/3} \quad (3.14)$$

Τελικά με την χρήση της σχέσης του τοπικού Richardson (1.13) η σχέση της αδιάστατης παροχής παίρνει την εξής μορφή:

$$\frac{\mu}{q} = -\frac{C_p}{Ri_o^{1/3}} \sqrt{\frac{z}{l_M}} \left[ 1 - C_p \left( \frac{z}{l_M} \right)^{3/2} \right]^{1/3} \quad (3.15)$$

Σύμφωνα με την σχέση αυτή η τοπική παροχή φαίνεται να έχει ένα σημείο μηδενισμού το οποίο συμπίπτει με τον μηδενισμό της ορμής. Ο μηδενισμός όμως της τοπικής παροχής δεν ταιριάζει με τον ορισμό της μέσης αραιώσης, καθώς υπαινίσσεται ότι από ένα ύψος και μετά δεν υφίσταται πλέον αραιώση αλλά συμπύκνωση. Σύμφωνα με την εξίσωση συνέχειας του Πίνακα 3.3 για θετικό συντελεστή συμπαράσυρσης προκύπτει ότι η παράγωγος της τοπικής παροχής είναι θετική μέχρι το σημείο μηδενισμού της ορμής, επομένως θα ήταν αναμενόμενη η ασυμπτωτική σύγκλιση σε μια μέγιστη παροχή. Αυτό όμως δεν συμβαίνει και ο μόνος τρόπος μηδενισμού της τοπικής παροχής, διατηρώντας την συνέχεια των εξισώσεων, είναι επιτρέποντας στον συντελεστή συμπαράσυρσης να πάρει αρνητικές τιμές. Η ανάλυση συνεχίζεται για την εύρεση του σημείου μηδενισμού του συντελεστή συμπαράσυρσης, ο οποίος φαίνεται να ακολουθεί μια γνησίως φθίνουσα εξίσωση.



Αριθμός Richardson σε σχέση με την απόσταση από την πηγή [ $R_o = f(z)$ ]

Υψώνοντας την εξίσωση διατήρησης της ορμής στον κύβο και διαιρώντας με το τετράγωνο της ειδικής άνωσης προκύπτει ο αριθμός Richardson ως εξής:

$$\left(\frac{dm}{dz}\right)^3 \frac{1}{\beta^2} = \left(\frac{\mu\beta}{m}\right)^3 \frac{1}{\beta^2} = \frac{\mu^3\beta}{m^3} = R_o < 0 \quad (3.16)$$

Στη συνέχεια αντικαθιστάται σε αυτήν η σχέση (3.13) και προκύπτει:

$$Ri_o = -\frac{M^3}{\beta^2 l_M^3} \left[1 - C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2}\right]^{-1} * C_p^3 \frac{z^{3/2}}{l_M^{3/2}}$$

όμως  $l_M^3 = M^3/\beta^2$ , έτσι η τελική μορφή του αριθμού Richardson είναι:

$$Ri_o = -C_p^3 \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2} \left[1 - C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2}\right]^{-1} \quad (3.17)$$

Ο αριθμός Richardson σε αυτή την προσέγγιση αναπαριστάται από μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση όπου τείνει στο  $-\infty$ .

Συντελεστής συμπαράσυρσης σε σχέση με την απόσταση από την πηγή [ $\alpha = f(z)$ ]

Ξεκινώντας από την εξίσωση διατήρησης της μάζας και λύνοντας ως προς τον συντελεστή συμπαράσυρσης προκύπτει η σχέση:

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\mu}{m} \frac{d\mu}{dz} \quad (3.18)$$

Παραγωγίζοντας την σχέση (3.14) προκύπτει ότι:

$$\frac{d\mu}{dz} = -\frac{1}{2} \frac{M^2}{B} \frac{C_p}{l_M^{3/2}} \sqrt{z} \left( \left[1 - C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2}\right]^{1/3} - z^{3/2} \frac{C_p}{l_M^{3/2}} \left[1 - C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2}\right]^{-2/3} \right) \quad (3.19)$$

Αντικαθιστώντας της σχέσεις (3.10), (3.15) και (3.19) στην (3.18) ο συντελεστής συμπαράσυρσης παίρνει την μορφή:

$$\alpha = \frac{1}{4} C_p^2 \left(1 - C_p^3 \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2} \left[1 - C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^{3/2}\right]^{-1}\right) \quad (3.20)$$

Η σχέση (3.20) με την βοήθεια της σχέσης του Richardson (3.17) γίνεται:

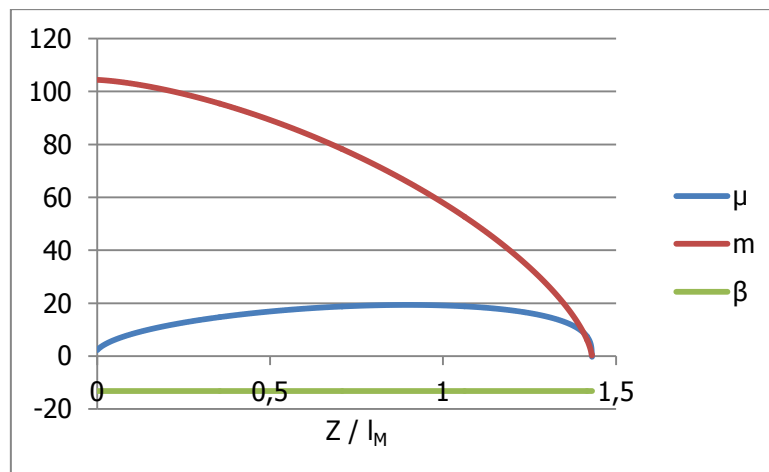
$$\alpha = \frac{1}{4} C_p^2 \left(1 + \frac{Ri(z)}{C_p^2}\right) \quad (3.21)$$

Εφόσον ο αριθμός  $Ri$  αναπαριστάται από μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση που τείνει στο  $-\infty$ , την ίδια μορφή ακολουθεί και ο συντελεστής συμπαράσυρσης. Ο

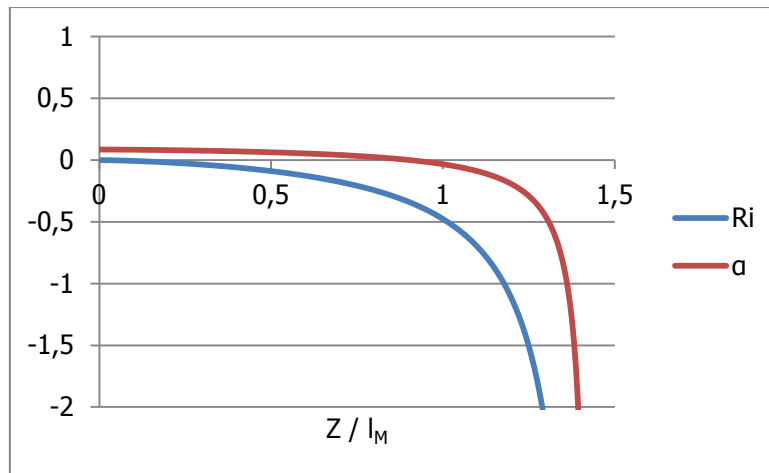
αρνητικός συντελεστής όμως δεν έχει νόημα καθώς απεικονίζει την αναλογία της καθέτως κινούμενης ποσότητας περιβάλλοντος ρευστού, προς την κατεύθυνση της φλέβας. Παρατηρείται όμως ότι ο  $\alpha$  μηδενίζεται σε κάποια μικρότερη απόσταση  $z$  στην οποία ισχύει ότι  $Ri(z) = -C_p^2$ .

### 3.3 Μαθηματικό μοντέλο

Για την καλύτερη κατανόηση των εξισώσεων που αναλύθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, είναι δόκιμη η κατάστροψη ενός ολοκληρωματικού μοντέλου που τις επιλύει. Στο μοντέλο επιχειρείται η προσομοίωση των κατακόρυφων φλεβών αρνητικής άνωσης με την εφαρμογή του μεταβαλλόμενου συντελεστή συμπαράσυρσης καθ' ύψος της φλέβας. Το μοντέλο επιλύει αριθμητικά το σύστημα των εξισώσεων ποσότητας κίνησης, με την υπόθεση των ομοιόμορφων κατανομών, εφαρμόζοντας την μέθοδο Runge-Kutta 4<sup>ης</sup> τάξης. Στην εφαρμογή χρησιμοποιείται η πειραματική απόδειξη ότι ο συντελεστή πλάτους της φλέβας  $C_p$  διατηρεί σταθερή τιμή ίση με 0.58 από (Kotsovinos, 1975). Το μοντέλο λειτουργεί βρίσκοντας σε κάθε υπολογιστικό βήμα τον τοπικό αριθμό Richardson με βάση τις τοπικές παραμέτρους  $\mu$ ,  $m$  και  $\beta$ . Χρησιμοποιώντας τον  $Ri$  στην σχέση (3.21), υπολογίζεται και η τοπική τιμή του συντελεστή συμπαράσυρσης για κάθε υπολογιστικό βήμα. Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις αυτές χωρίς κανέναν περιορισμό προκύπτουν οι κατανομές των τοπικών παραμέτρων που εμφανίζονται στα σχήματα (3.3) και (3.4).

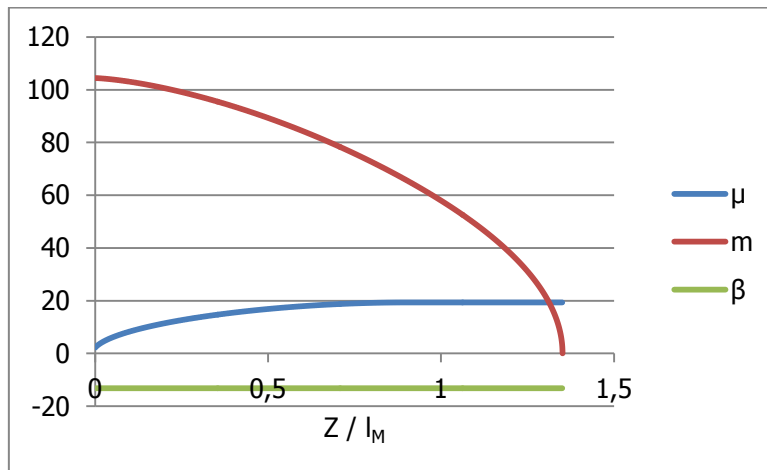


Σχήμα 3.3: Τοπικές παράμετροι  $\mu$ ,  $m$  και  $\beta$  σε ολοκληρωματικό μοντέλο για μη περιορισμένο συντελεστή συμπαράσυρσης  $\alpha$

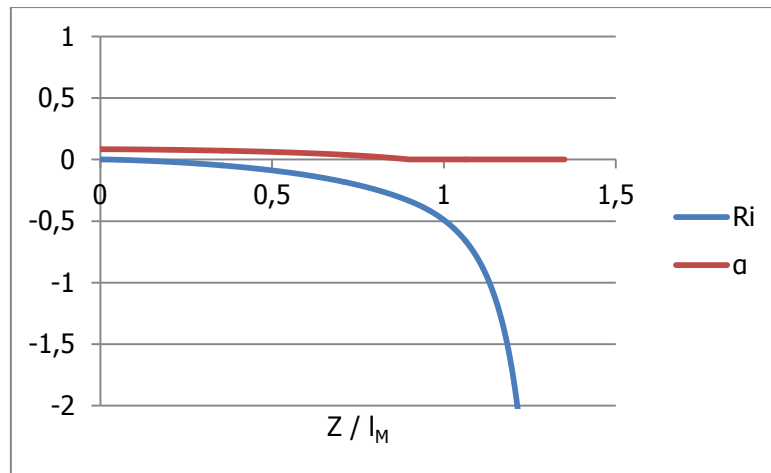


Σχήμα 3.4: Τοπικές παράμετροι  $\alpha$  και  $Ri$  σε ολοκληρωματικό μοντέλο για μη περιορισμένο συντελεστή συμπαράσυρσης  $\alpha$

Στα σχήματα παρατηρούνται οι μορφές των εξισώσεων των τοπικών παραμέτρων που εξηγήθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Δύο σημεία εμφανίζουν ενδιαφέρον σε αυτή την μέθοδο. Το σημείο μηδενισμού του συντελεστή συμπαράσυρσης και το σημείο μηδενισμού της ορμής. Συγκεκριμένα βγαίνει ότι για  $z/l_M = 0.90$  γίνεται ο μηδενισμός του συντελεστή συμπαράσυρσης, ενώ για  $z/l_M = 1.43$  ο μηδενισμός της ορμής. Ωστόσο η τιμή της τοπικής παροχής φαίνεται να μειώνεται γεγονός που δεν ταιριάζει με τον ορισμό της μέσης αραίωσης. Έτσι εισάγεται ο περιορισμός που απαγορεύει στο  $\alpha$  να γίνεται μικρότερο του 0, που λογικά συνάδει με την φυσική σημασία του συντελεστή, καθώς η ροή κινείται τόσο αργά που δεν επιτυγχάνει συμπαράσυρση από ένα σημείο και πέρα. Με αυτόν τον περιορισμό προκύπτουν τα ακόλουθα σχήματα.



Σχήμα 3.5: Τοπικές παράμετροι  $\mu$ ,  $m$  και  $\beta$  σε ολοκληρωματικό μοντέλο για περιορισμένο συντελεστή συμπαράσυρσης  $\alpha < 0$



Σχήμα 3.6: Τοπικές παράμετροι  $\alpha$  και  $Ri$  σε ολοκληρωματικό μοντέλο μοντέλο για περιορισμένο συντελεστή συμπαράσυρσης  $\alpha < 0$

Σε αυτή την εκδοχή το σημείο μηδενισμού τη συμπαράσυρσης είναι προφανώς το ίδιο, ενώ από εκεί και περά η τοπική παροχή θεωρείται σταθερή. Η θέση μηδενισμού της ορμής βρίσκεται τώρα στο  $z/l_M = 1.35$ .

# 4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

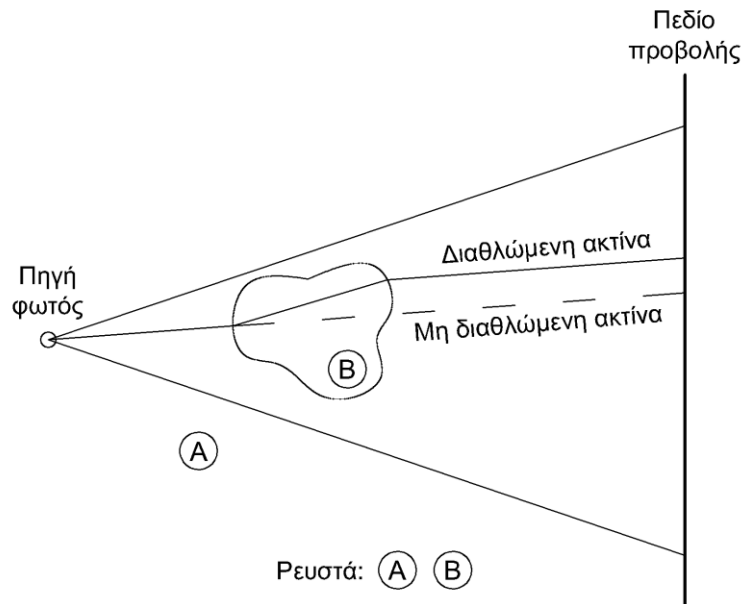
Τα πειράματα έγιναν στο Εργαστήριο Εφαρμοσμένης Υδραυλικής, της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Σκοπός των πειραμάτων είναι η μέτρηση του μέγιστου και του τερματικού ύψους διείσδυσης, αλλά και της κατανομής των συγκεντρώσεων, για διάφορες αρχικές συνθήκες μιας κατακόρυφης φλέβας αρνητικής άνωσης, που εκρέει σε ακίνητο και ομοιόμορφο αποδέκτη. Οι μετρήσεις πραγματοποιούνται με δύο οπτικές μεθόδους, την σκιαγράφιση (Shadowgraph) και τον φθορισμό επαγόμενο από επίπεδο φύλλο λέιζερ (Planar Laser-Induced Fluorescence PLIF). Οι παραπάνω αποτελούν τεχνικές οπτικοποίησης της ροής των ρευστών και οι μηχανισμοί λειτουργίας τους θα αναλυθούν εκτενώς εντός του κεφαλαίου. Οι φλέβες των πειραμάτων καταγράφονται σε βίντεο με την εφαρμογή των τεχνικών αυτών και στη συνέχεια τα βίντεο επεξεργάζονται στον υπολογιστή για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων.

## 4.1 Θεωρητικό υπόβαθρο πειραματικών τεχνικών

### 4.1.1 Σκιαγράφιση (Shadowgraph)

Η σκιαγράφιση (Shadowgraph) είναι μια από τις απλούστερες μορφές οπτικοποίησης ρευστών που παρουσιάζουν διαφορές πυκνότητας. Ο πρώτος που φαίνεται να παρατηρεί το φαινόμενο αυτό είναι ο (Hooke, 1665), ανακαλύπτοντας κινήσεις στον αέρα που δεν θα ήταν ορατές με γυμνό μάτι, όπως το λιωμένο κερί που διαλύεται και αναμιγνύεται με τον αέρα. Για πολλά χρόνια το φαινόμενο αυτό παρέμεινε σε αχρησία, ώσπου πολύ αργότερα άρχισε να εφαρμόζεται σε μεγάλη γκάμα ερευνών, που αφορούν συνήθως καύσεις, εκρήξεις, ροές ρευστών και τροχιές βλημάτων.

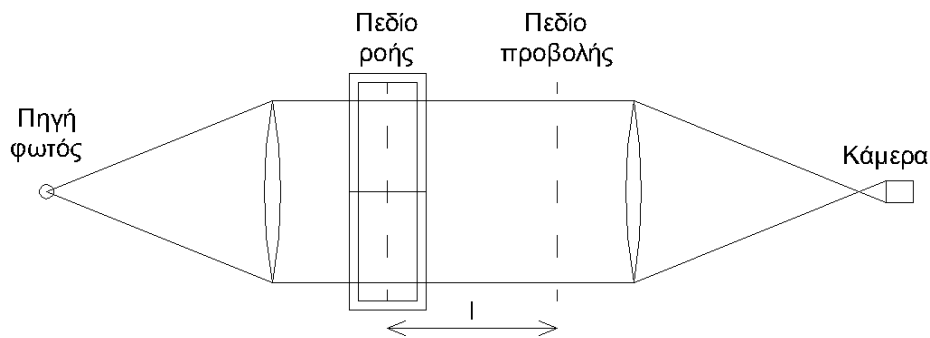
Η τεχνική βασίζεται στο φαινόμενο της διάθλασης. Κάθε υλικό διαθέτει τον δικό του δείκτη διάθλασης που εκφράζει την ταχύτητα με την οποία κινείται το φως διασχίζοντας το. Στην περίπτωση που ένα ρευστό σύστημα δεν είναι ομογενές, δηλαδή περιέχει δύο ή περισσότερα είδη ρευστών, ο δείκτης διάθλασης δεν διατηρεί μια σταθερή τιμή σε ολόκληρο το σύστημα. Η διαφορά αυτή του δείκτη, σημαίνει ότι όταν μια ακτίνα φωτός που διέρχεται από το ρευστό σύστημα, μεταβεί από το ένα ρευστό στο άλλο, αλλάζει η γωνία διάθλασης της, συνεπώς και η τροχιά της. Το φαινόμενο αυτό είναι εύκολο να αναπαραχθεί πειραματικά και να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή συμπερασμάτων για την αλληλεπίδραση των διαφορετικών ρευστών. Για την υλοποίηση του φαινομένου χρειάζεται μια πηγή φωτός και ένα επίπεδο πεδίο προβολής, πάνω στο οποίο θα εμφανιστούν οι σκιές. Η ακτίνα φωτός διερχόμενη από το διαφορετικό ρευστό διαθλάται και αλλάζει τροχιά, με αποτέλεσμα το σημείο του πεδίου προβολής στο οποίο θα προσέπιπτε η μη διαθλώμενη ακτίνα να μένει σκοτεινό, ενώ ένα άλλο σημείο του πεδίου γίνεται πιο φωτεινό.



Σχήμα 4.1: Επίδραση των ρευστών διαφορετικής πυκνότητας στις ακτίνες φωτός

Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται μια εικόνα με διαφορετικές εντάσεις φωτός πάνω στο πεδίο προβολής, το οποία σύμφωνα με τον (Weinberg, 1963) καλείται σκιαγράφημα (shadowgram). Από την ανάλυση της οπτικής του φαινομένου των σκιών, φαίνεται ότι το οπτικό αποτέλεσμα εξαρτάται από την δεύτερη παράγωγο του συντελεστή διάθλασης (Merzkirch, 2012). Επομένως, λόγω της αβεβαιότητας που αφορά την πραγματική πορεία της ακτίνας φωτός, η τεχνική πρέπει να χρησιμοποιείται για την εξαγωγή των ποιοτικών χαρακτηριστικών της ροής και όχι για ποσοτικές μετρήσεις της συγκέντρωσης.

Πειραματικά μια τυπική διάταξη όπως στο Σχήμα 4.2 αποτελείται από την πηγή φωτός, την δεξαμενή διεξαγωγής του πειράματος, το επίπεδο πεδίο προβολής και την κάμερα. Η κάμερα εστιάζεται πάνω στο πεδίο προβολής το οποίο απέχει απόσταση / από το πεδίο της ροής. Με την αύξηση της απόστασης μεταξύ των δύο πεδίων αυξάνεται η ευαισθησία και το μέγεθος της προβολής, όμως χάνεται ευκρίνεια της εικόνας. Συνεπώς είναι απαραίτητο να βρεθεί η απόσταση στην οποία υπάρχει ταυτόχρονα η απαραίτητη ευαισθησία και ευκρίνεια ώστε να είναι ορατό το φαινόμενο.



Σχήμα 4.2: Τυπική διάταξη οπτικοποίησης ροής με σκιαγράφηση (Shadowgraph)

#### 4.1.2 Φθορισμός επαγόμενος από επίπεδο φύλλο λέιζερ (PLIF)

Το Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF) είναι μια οπτική τεχνική που επιτρέπει την άμεση μέτρηση της θερμοκρασίας ή των συγκεντρώσεων ενός δείκτη που μεταφέρεται σε επίπεδη επιφάνεια του πεδίου ροής. Η τεχνική εφαρμόζεται συνήθως στην έρευνα φαινομένων δυναμικής των ρευστών, όπως για παράδειγμα η τυρβώδης ανάμιξη και τα μοντέλα μεταφοράς θερμότητας. Κύριο χαρακτηριστικό της τεχνικής αυτής, όπως και του shadowgraph, είναι ότι δίνει την δυνατότητα μετρήσεων χωρίς να παρεμβαίνει στο πεδίο της ροής, σε αντίθεση με τις μετρήσεις με αισθητήρες. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα και διαφορά του PLIF με το Shadowgraph, είναι ότι επιτρέπει την ακριβή ποσοτική μέτρηση των συγκεντρώσεων ή των θερμοκρασιών στο πεδίο ροής.

Όπως φανερώνει και το όνομα της, η τεχνική βασίζεται στο φαινόμενο του φθορισμού και πιο συγκεκριμένα, όταν αυτό προκαλείται με την χρήση ακτίνας λέιζερ. Φθορισμός είναι το φωτοχημικό φαινόμενο της εκπομπής ακτινοβολίας, από μια ουσία που έχει απορροφήσει φως ή ακτινοβολία διαφορετικού μήκους κύματος. Στις περισσότερες περιπτώσεις η ακτινοβολία που εκπέμπει η ουσία έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος, συνεπώς και χαμηλότερη ενέργεια, από αυτήν που απορροφά.

Η γενική διάταξη για την διεξαγωγή της τεχνικής PLIF περιλαμβάνει, μια πηγή φωτός, συνήθως χρησιμοποιείται λέιζερ, μια διάταξη κατόπτρων, για την μετατροπή της ακτίνας σε επίπεδο φύλλο λέιζερ, μια ουσία με ικανότητα φθορισμού και μια κάμερα για την καταγραφή του φαινομένου. Η κεντρική ιδέα είναι ότι μια ουσία με ικανότητα φθορισμού αναμιγνύεται με το υπό μελέτη ρευστό, το οποίο στη συνέχεια αφήνεται να αλληλεπιδράσει με ένα ρευστό σύστημα. Ακτινοβολία γνωστού μήκους κύματος εκπέμπεται με την μορφή φύλλου στο ρευστό σύστημα και απορροφάται από τα σωματίδια της ουσίας. Από αυτά αμέσως εκπέμπεται ακτινοβολία διαφορετικού μήκους κύματος η οποία καταγράφεται από μια κάμερα. Χρησιμοποιούνται φίλτρα που εμποδίζουν την καταγραφή της πρώτης ακτινοβολίας και επιτρέπουν στην κάμερα την καταγραφή της ακτινοβολίας που προέρχεται αποκλειστικά από το φαινόμενο του φθορισμού. Η ένταση που καταγράφεται σε κάθε σημείο του επίπεδου φύλλου της ροής, είναι ανάλογη του πλήθους των σωματιδίων που φθορίζουν εκεί, δηλαδή της συγκέντρωσής τους. Τελικά η συγκέντρωση της φθορίζουσας ουσίας αντιστοιχείται με την συγκέντρωση ή την θερμοκρασία του υπό μελέτη ρευστού.

## 4.2 Κατάλογος υλικών και μέσων

Δεξαμενές και σύστημα εκτόξευσης φλέβας

- Δεξαμενή ανάμιξης και αποθήκευσης διαλύματος
- Δεξαμενή τροφοδοσίας της φλέβας
- Κύρια δεξαμενή διεξαγωγής πειραμάτων
- Σύστημα εκτόξευσης φλέβας

Μετρητικά όργανα

- Παροχόμετρα
- Ηλεκτρονική Ζυγαριά
- Πυκνόμετρο
- Ψηφιακός μετρητής αγωγιμότητας, αλατότητας και θερμοκρασίας YSI30
- Ογκομετρικοί Σωλήνες
- Πιπέτα

Μηχανικός εξοπλισμός και ηλεκτρονικές συσκευές

- Αντλία
- Φωτογραφική μηχανή
- Προβολέας
- Συσκευή παραγωγής ακτίνας λέιζερ
- Μηχανισμός περιστρεφόμενων κατόπτρων

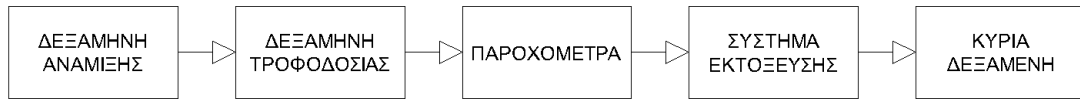
Υλικά

- Θαλασσινό αλάτι
- Ροδαμίνη 6G
- Θειώδες Νάτριο  $\text{NaSO}_3$
- Σκουρόχρωμα υφάσματα
- Χαρτόνι
- Ριζόχαρτο

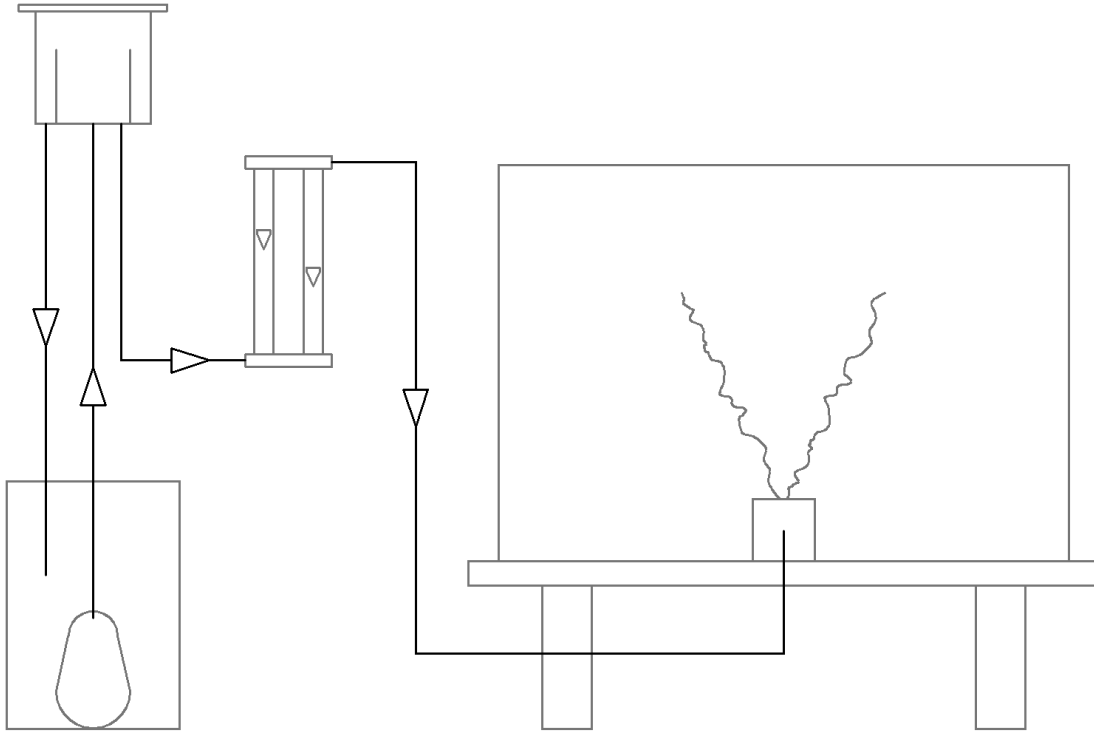
## 4.3 Πειραματική διάταξη - Μέρος Α: Υδραυλικά

Για την διεξαγωγή των πειραμάτων χρησιμοποιείται ένα σύνολο εργαλείων, μηχανημάτων και δεξαμενών των οποίων η μορφή και η λειτουργία αναλύεται στη συνέχεια. Αρχικά παρουσιάζεται το ροϊκό διάγραμμα (Σχήμα 4.3), παράλληλα με μια σχηματική απεικόνιση της γενικής πειραματικής διάταξης (Σχήμα 4.4).





Σχήμα 4.3: Ροϊκό διάγραμμα αλατόνευρου



Σχήμα 4.4: Σχηματική απεικόνιση της πειραματικής διάταξης

### Δεξαμενή ανάμιξης και αποθήκευσης διαλύματος

Για την ανάμιξη και την αποθήκευση του διαλύματος χρησιμοποιείται ένα πλαστικό δοχείο κυλινδρικού σχήματος με χωρητικότητα 60 λίτρων. Το δοχείο γεμίζεται με καθαρό νερό μέχρι την μέγιστη αναγραφόμενη στάθμη, στη συνέχεια προστίθεται η απαραίτητη ποσότητα αλατιού που διαλύεται με μεταλλικό αναδευτήρα. Στο εσωτερικό του δοχείου τοποθετείται η βυθιζόμενη αντλία.

### Αντλία

Η βυθιζόμενη αντλία είναι το μοντέλο DG-SP400RB, κατασκευασμένη από την εταιρία Einhell. Είναι αντλία μικρού μεγέθους με μονομετρικό ύψος 11m και ικανότητα παροχέτευσης έως και 4200L/h. Επιπλέον, διαθέτει πλωτήρα ώστε να διακόπτεται η λειτουργία της, όταν η στάθμη της δεξαμενής πέφτει χαμηλότερα από την κατώτατη επιτρεπτή. Χρησιμοποιείται για την τροφοδοσία το διαλύματος από την δεξαμενή ανάμιξης στην δεξαμενή τροφοδοσίας της φλέβας.



(α)



(β)

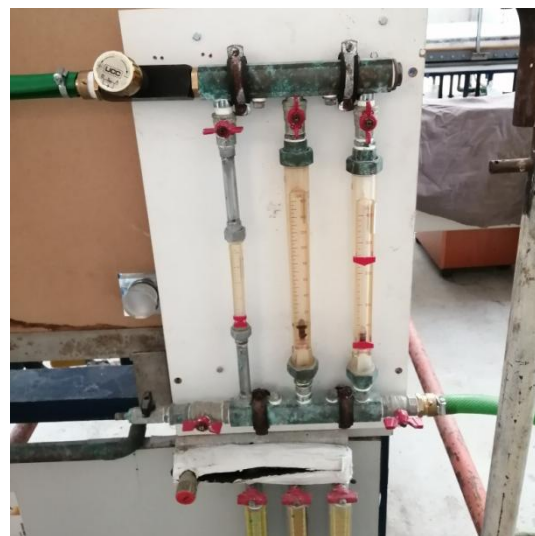
Σχήμα 4.5: Φωτογραφίες της (α) δεξαμενής ανάμιξης και (β) βυθιζόμενης αντλίας

#### Δεξαμενή τροφοδοσίας της φλέβας

Η δεξαμενή τροφοδοσίας της φλέβας είναι μεταλλική και διαθέτει τρεις οπές. Η κεντρική οπή βρίσκεται στο κάτω μέρος της και αποτελεί το σημείο εισροής του διαλύματος. Στο πλάι βρίσκεται η οπή που παροχετεύει την φλέβα και η εσωτερική περιμετρική υπερχειλίση, η κατάληξη της οποίας, επανακυκλοφορεί το νερό μέσω βαρύτητας στην δεξαμενή ανάμιξης. Η δεξαμενή καλύπτεται με καπάκι, διότι έχει μικρό μέγεθος και είναι απαραίτητο περιορίζεται το νερό που εισέρχεται με ταχύτητα. Στο εσωτερικό της δεξαμενής η στάθμη διατηρείται σταθερή, λόγω της συνεχόμενης τροφοδοσίας διαλύματος και της υπερχειλίσης. Είναι τοποθετημένη σε ύψος 3 μέτρων από το δάπεδο, ώστε να υπάρχει αρκετή δυναμική ενέργεια για να επιτευχθεί η επιθυμητή παροχή της φλέβας.



(α)

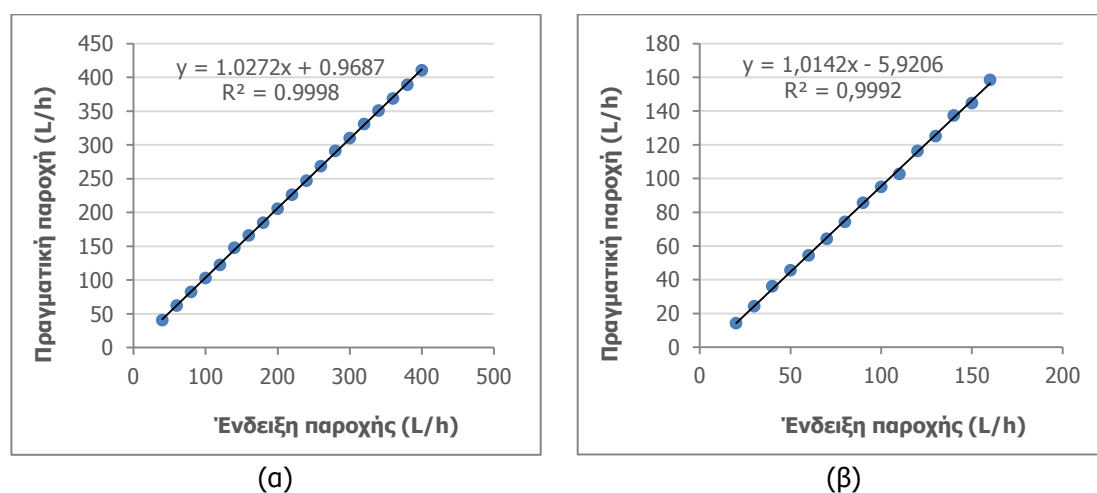


(β)

Σχήμα 4.6: Φωτογραφίες (α) δεξαμενής τροφοδοσίας φλέβας (β) παροχομέτρων

### Παροχόμετρα

Η μέτρηση της παροχής γίνεται με την διέλευση του διαλύματος μέσω δύο παράλληλων παροχομέτρων στήλης με πλωτήρα (rotameters). Το διαθέσιμο εύρος μετρήσεων των παροχομέτρων είναι 20 - 160L/h και 40 - 400L/h αντίστοιχα, ενώ διαθέτουν από μια ξεχωριστή δικλείδα ρύθμισης της παροχής. Μια τρίτη δικλείδα είναι τοποθετημένη κατάντη των παροχομέτρων η οποία χρησιμεύει στο να διατηρεί το ανάντη σύστημα υπό πίεση όταν διακόπτεται η ροή. Για να επιτευχθεί η σωστή μέτρηση της παροχής του διαλύματος είναι απαραίτητη η βαθμονόμηση του κάθε παροχομέτρου. Βαθμονόμηση είναι η διαδικασία αντιστοίχισης των ενδείξεων των οργάνων με τις πραγματικές τιμές. Η διαδικασία έγινε με την χρονομέτρηση της πλήρωσης ενός ογκομετρικού σωλήνα και πραγματοποιήθηκε για κάθε αναγραφόμενη ένδειξη των οργάνων. Με αυτόν τον τρόπο κατασκευάζονται τα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 4.7) και οι γραμμικές εξισώσεις αντιστοιχίας των αναγραφόμενων με τις πραγματικές τιμές της παροχής.

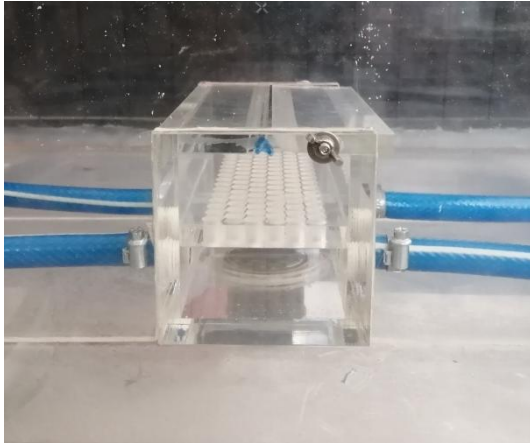


Σχήμα 4.7: Διαγράμματα και εξισώσεις αντιστοιχίας αναγραφόμενης - πραγματικής παροχής  
(α)  $Q_{max} = 400L/h$  και (β)  $Q_{max} = 160L/h$

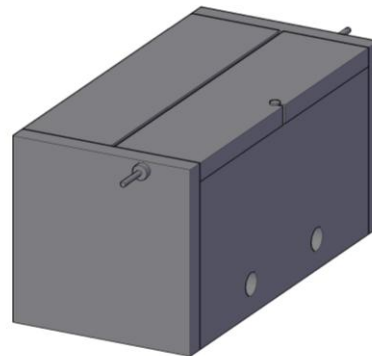
### Σύστημα εκτόξευσης φλέβας

Το σύστημα εκτόξευσης της φλέβας σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε "από το μηδέν", ώστε να καλύπτει τις ανάγκες του πειράματος. Ξεκινά από τον κεντρικό σωλήνα, διατομής 1", που φέρει την παροχή και στη συνέχεια διακλαδώνεται σε τέσσερις επιμέρους σωλήνες διατομής 1/2", με διαδοχικές συνδέσεις τύπου "ταυ". Συνδέονται πλευρικά σε ένα ορθογώνιο κουτί κατασκευασμένο από Plexiglas με τοιχώματα πάχους 10mm. Το κουτί έχει εξωτερικές διαστάσεις 220mm x 100mm x 100mm και διαθέτει τέσσερις οπές εισροής που ανά δύο είναι τοποθετημένες στις μεγάλες πλευρές. Στο μέσον του κουτιού καθ' ύψος, βρίσκεται οριζόντιο διάτρητο πλέγμα φτιαγμένο από Plexiglas, με αναλογία οπών προς συνολική επιφάνεια ίση με 38%. Σκοπός του πλέγματος είναι η καταστροφή της εισερχόμενης τύρβης, ώστε να μην επηρεάζονται οι αρχικές παράμετροι της ροής. Η ορθογωνική σχισμή εκροής είναι μήκους 200mm έχει μεταβλητό πλάτος με ικανότητα ανοίγματος έως και 9mm. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν ανοίγματα πλάτους από 0.5mm έως και 2.5mm.

Το στόμιο μέσω του οποίου πραγματοποιείται η εκροή είναι στο άκρο τεταρτοκύκλιου ακτίνας 10mm ώστε να υπάρχει ομαλή μετάβαση από τη διατομή του ορθογώνιου κουτιού στη διατομή της σχισμής. Η ομαλή αυτή μετάβαση της ροής από το εσωτερικό του κουτιού προς τα έξω έχει ως αποτέλεσμα την ομοιόμορφη κατανομή των αρχικών παραμέτρων της ροής από τη σχισμή ( $z = 0$ ). Το κουτί είναι τοποθετημένο ανάμεσα σε δύο κατακόρυφα φύλλα Plexiglas διαστάσεων 700mm x 600mm, που βρίσκονται σε σταθερή μεταξύ τους απόσταση 200mm, ώστε να περιορίζουν την φλέβα στο εσωτερικό τους και τελικά να διατηρείται ο διδιάστατος χαρακτήρας της ροής.



(α)



(β)

Σχήμα 4.8: Σύστημα εκτόξευσης φλέβας (α) πραγματική απεικόνιση (β) προκατασκευαστικό μοντέλο

### Κύρια δεξαμενή διεξαγωγής πειράματος

Το σύστημα εκτόξευσης μαζί με τα πλευρικά φύλλα τοποθετούνται εντός της κύριας δεξαμενής, η οποία γεμίζεται με καθαρό νερό και στο εσωτερικό της λαμβάνουν χώρα τα πειράματα. Η κύρια δεξαμενή έχει διαστάσεις 1.00 m x 0.80 m x 0.70 m (μήκος x πλάτος x ύψος) και η καταγραφή των πειραμάτων γίνεται από την μεγαλύτερη πλευρά. Οι τρεις κατακόρυφες πλευρές της είναι κατασκευασμένες από θερμικά επεξεργασμένο γυαλί (tempered glass) πάχους 12.5 mm, ενώ ο πυθμένας και η τέταρτη πλευρά είναι κατασκευασμένα από Plexiglas ίδιου πάχους (Μίχας, 2008). Η δεξαμενή στηρίζεται σε ειδικά διαμορφωμένη μεταλλική βάση και απέχει 0,80 m από το δάπεδο. Διαθέτει μια οπή στην γωνία του πυθμένα, που λειτουργεί ως αποχέτευση για την εκκένωσή της και δύο οπές στην μικρή πλευρά που λειτουργούν ως στηρίξεις για μια χαλύβδινη κοιλότητα απορρόφησης ακτινών λέιζερ που θα αναλυθεί αργότερα. Η δεξαμενή είναι ανοιχτή και στο άνω μέρος της είναι τοποθετημένο περιμετρικά ένα ορθογωνικό κανάλι, συνδεδεμένο με δεύτερο αγωγό αποχέτευσης, στο οποίο υπερχειλίζει μέσω τριγωνικών σχισμών (V-notch) η περίσσεια νερού της δεξαμενής.



Σχήμα 4.9: Κύρια δεξαμενή διεξαγωγής πειράματος

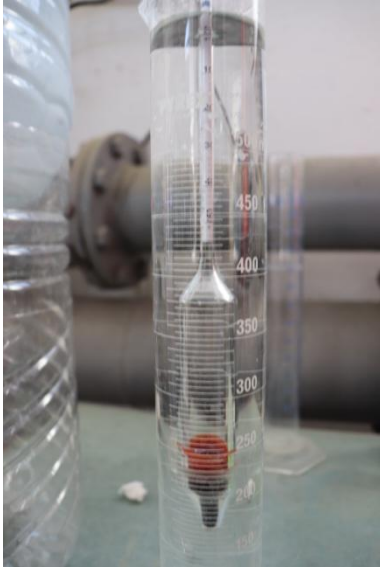
## 4.4 Πειραματική διάταξη - Μέρος Β: Περιφερειακά

Για την επίτευξη των επιθυμητών συνθηκών και την καταγραφή των πειραμάτων χρησιμοποιούνται διάφορα μηχανήματα και εργαλεία, που αναλύονται στη συνέχεια.

### Παρασκευή διαλύματος

Η παρασκευή του διαλύματος αλατόνευρο γίνεται εντός της δεξαμενής ανάμιξης. Η ποσότητα του αλατιού ζυγίζεται μέσω μιας ηλεκτρονικής ζυγαριάς με ακρίβεια ενός γραμμαρίου, ενώ το διάλυμα αναμιγνύεται με την χρήση ενός μεταλλικού αναδευτήρα. Η μέτρηση της πυκνότητας του διαλύματος αλλά και του καθαρού νερού που βρίσκεται στην κύρια δεξαμενή γίνεται με δύο μέσα, ώστε να μπορεί να γίνει διασταύρωση και να υπάρχει η μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Το ένα είναι το πυκνόμετρο (Σχήμα 4.10α), που δίνει απευθείας μέτρηση της πυκνότητας και το άλλο είναι το ψηφιακό μετρητικό όργανο YSI30 (Σχήμα 4.10β), το οποίο χρησιμοποιείται για την μέτρηση της αλατότητας και της θερμοκρασίας.

Για τις ανάγκες του πειράματος χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικά πυκνόμετρα με διαφορετικό εύρος ικανών μετρήσεων. Το ένα χρησιμοποιείται για την μέτρηση της πυκνότητας του καθαρού νερού, διότι έχει εύρος μετρήσεων  $950 - 1000\text{kg/m}^3$ , ενώ το δεύτερο για το αλατόνευρο με εύρος  $1000 - 1050\text{kg/m}^3$ . Το πυκνόμετρο βυθίζεται σε ογκομετρικό σωλήνα που περιέχει ρευστό και το σημείο τομής μεταξύ της επιφάνειας του ρευστού και του χάρακα του πυκνόμετρου αποτελεί την μέτρηση της πυκνότητας.



(α)



(α)

Σχήμα 4.10: (α) Πυκνόμετρο (β) Ψηφιακό μετρητικό όργανο YSI

Το YSI30 χρησιμοποιείται για τον έμμεσο υπολογισμό της πυκνότητας του ρευστού. Το όργανο διαθέτει έναν αισθητήρα ο οποίος βυθίζεται στο εσωτερικό της δεξαμενής και μετράει την αλατότητα  $s$  σε ppt (parts per thousand) και την θερμοκρασία  $T$  σε βαθμούς κελσίου ( $^{\circ}C$ ). Οι δύο αυτές παράμετροι χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της πυκνότητας μέσω των σχέσεων (4.1), (4,2) (4,3) και με την χρήση της μεθοδολογίας που παρουσιάζεται διδακτορική διατριβή (Παπακωνσταντής, 2009). Αρχικά υπολογίζεται η πυκνότητα του καθαρού νερού (μηδενική αλατότητα) συναρτήσει της θερμοκρασίας  $T$  με την σχέση των (Streeter, et al., 1988)

$$\rho_w(T) = 999.9399 + \frac{4.216485}{10^2}T - \frac{7.097451}{10^3}T^2 + \frac{3.509571}{10^5}T^3 - \frac{9.9037785}{10^8}T^4 \quad (4.1)$$

Έπειτα χρησιμοποιείται η σχέση, βασισμένη στις τιμές του πίνακα των (Fischer, et al., 1979), που είναι κατάλληλη για τον υπολογισμό της πυκνότητας θαλασσινού νερού με δεδομένη την αλατότητα  $s$  σε ppt και την θερμοκρασία  $T$  σε  $^{\circ}C$  (Streeter, et al., 1988).

$$\rho_s(S, T) = \rho_w(T) + s \left( 0.824493 - \frac{4.0899}{10^3}T + \frac{7.6438}{10^5}T^2 - \frac{8.2467}{10^7}T^3 + \frac{5.3875}{9}T^4 \right) + s^{3/2} \left( -\frac{5.72466}{10^3} + \frac{1.0227}{10^4}T - \frac{1.6526}{10^6}T^2 \right) + s^2 \frac{4.8314}{10^4} \quad (4.2)$$

Τελικά χρησιμοποιείται η διόρθωση που προτείνεται από (Παπακωνσταντής, 2009), ώστε να υπολογιστεί η πυκνότητα του αλατόνευρου, διότι αυτή θεωρείται μικρότερη του θαλασσινού νερού, που περιέχει περισσότερες διαλυμένες ουσίες εκτός των αλάτων.

$$\Delta\rho(s) = 0.0398s \quad (4.3)$$

$$\rho(s, T) = \rho_s(S, T) - \Delta\rho(s) \quad (4.4)$$

### Καταγραφή Πειραμάτων

Για την καταγραφή των πειραμάτων σε βίντεο χρησιμοποιήθηκε η φωτογραφική μηχανή Canon EOS 77D, η οποία τοποθετείται σε τρίποδο προκειμένου να παραμένει σταθερή η λήψη. Τα βίντεο καταγράφονται σε μορφή MP4 (\*.mp4), ώστε να είναι εύκολη η επεξεργασία τους και χρησιμοποιείται η υψηλότερη προσφερόμενη ανάλυση και ταχύτητα καρέ, δηλαδή ανάλυση Full High Definition (FHD, 1080p, 1920x1080) και ταχύτητα καρέ 50 εικόνες το δευτερόλεπτο (frames per second, fps). Οι προχωρημένες ρυθμίσεις της μηχανής παρουσιάζονται αναλυτικά στην επεξήγηση των πειραματικής διαδικασίας των τεχνικών.



(α)



(β)

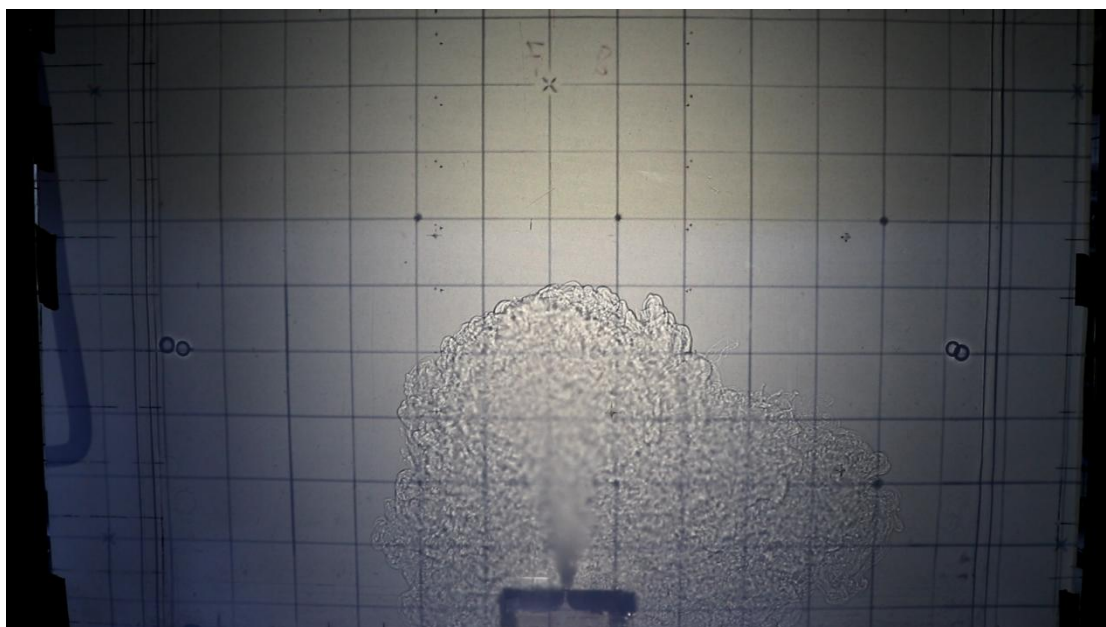
Σχήμα 4.11: (α) Φωτογραφική μηχανή Cannon EOS 77D (β) προβολέας reflecta

### Πειράματα με σκιαγράφιση (Shadowgraph)

Η διάταξη των περιφερειακών που χρησιμοποιούνται για την αναπαραγωγή της τεχνικής είναι παρόμοια με αυτήν που εμφανίζεται στο Σχήμα 4.4. Ο προβολέας (Σχήμα 4.11β) τοποθετείται σε οριζόντια απόσταση 4 - 5 μέτρων από την εξωτερική πλευρά της κύριας δεξαμενής. Είναι προσανατολισμένος με τέτοιο τρόπο ώστε ο άξονας της δέσμης φωτός που εκπέμπει να προσπίπτει κάθετα στο κέντρο του τοιχώματος της δεξαμενής. Η εξωτερική επιφάνεια του απέναντι υαλοπίνακα καλύπτεται με ριζόχαρτο, το οποίο λειτουργεί ως το επίπεδο πεδίο προβολής της φλέβας. Περιμετρικά της δεξαμενής στήνεται μια μεταλλική σκαλωσιά και στο πάνω μέρος της συνδέονται δύο σωλήνες που εκτείνονται ως πρόβολοι από την πλευρά καλυμμένη με το ριζόχαρτο. Κάθετα στο ριζόχαρτο τοποθετείται η φωτογραφική μηχανή πάνω στο τρίποδο, σε ύψος και απόσταση κατάλληλα ώστε να φαίνεται ολόκληρο το πεδίο ροής. Πάνω από την κύρια δεξαμενή και την φωτογραφική μηχανή, τοποθετούνται σκουρόχρωμα πανιά που αναρτώνται από τη σκαλωσιά, καλύπτοντας πλήρως το σύστημα εκτός του γυάλινου πάνελ μέσω του οποίου φωτίζει ο προβολέας.

Υπενθυμίζεται ότι η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται αποκλειστικά και μόνο για την εκτίμηση του ύψους διείσδυσης της φλέβας. Η αντιστοιχία του ύψους της

προβαλλόμενης φλέβας και της πραγματικής γίνεται με την χρήση του διπλού κανάβου. Συγκεκριμένα, για την μέθοδο αυτή σχεδιάζονται σημεία αναφοράς πάνω στα πλευρικά τοιχώματα του συστήματος εκτόξευσης της φλέβας. Τα σημεία βρίσκονται 10cm εκατέρωθεν του μέσου του στομίου της φλέβας και εκτείνονται από την στάθμη του στομίου έως το μέγιστο ύψος του τοιχώματος. Η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων είναι 5 cm ενώ η οριζόντια είναι 20 cm. Τα σημεία προβάλλονται πάνω στο ριζόχαρτο και χρησιμοποιούνται ως κλίμακα αντιστοιχίας του ύψους. Θεωρείται ότι η φλέβα που προβάλλεται είναι στο μέσον της οπής. Στην πραγματικότητα όμως αυτό δεν ισχύει και μέγιστο ύψος που φαίνεται θα μπορούσε να βρίσκεται σε κάποια θέση ανάντη ή κατόντη του μέσου της φλέβας. Η αβεβαιότητα αυτή ποσοτικοποιείται ως σφάλμα, το οποίο διαφοροποιείται ανάλογα με την απόσταση από τον άξονα προβολής του φωτός. Το μέγεθος του σφάλματος είναι ανάλογο της οριζόντιας απόστασης μεταξύ του πεδίου ροής και της πηγής του φωτός. Για τον λόγο αυτόν ο προβολέας τοποθετείται σε απόσταση πολλές φορές μεγαλύτερη από τις διαστάσεις του πεδίου της ροής.



Σχήμα 4.12: Στιγμιότυπο πειράματος με χρήση της τεχνικής σκιαγράφησης (Shadowgraph)

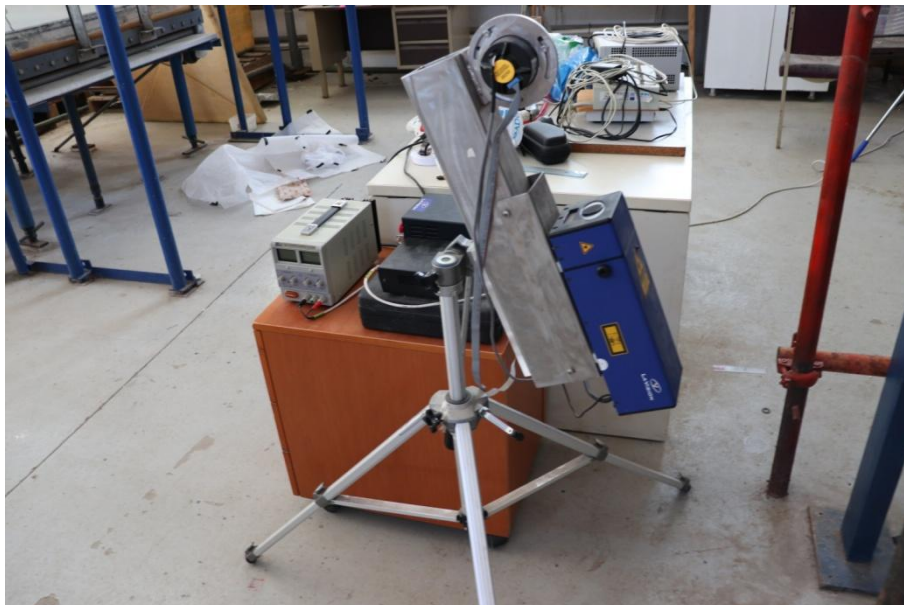
#### Πειράματα με planar laser-induced fluorescence (PLIF)

Ύστερα από την ολοκλήρωση των πειραμάτων με την τεχνική Shadowgraph, η διάταξη των περιφερειακών διαμορφώνεται με διαφορετικό τρόπο ώστε να επιτρέπει την εκτέλεση της τεχνικής PLIF. Αρχικά αφαιρείται το ριζόχαρτο και το σύστημα παραγωγής του φύλλου λείζερ τοποθετείται απέναντι από την μικρή πλευρά της δεξαμενής, ώστε το επίπεδο που δημιουργεί να φανερώνει την διδιάστατη μορφή της φλέβας. Η πλευρά αυτή καλύπτεται με χαρτόνι στο οποίο γίνεται μια τομή πάχους 4mm, που εκτείνεται σχεδόν σε όλο του το ύψος, μέσω της οποίας διέρχεται το φύλλο λείζερ. Επίσης, η ακάλυπτη προηγουμένως πλευρά της δεξαμενής καλύπτεται με μαύρο χαρτόνι, έτσι ώστε η μόνη πηγή φωτός σε ολόκληρο το σύστημα δεξαμενής - κάμερας, να είναι το φύλλο λείζερ.

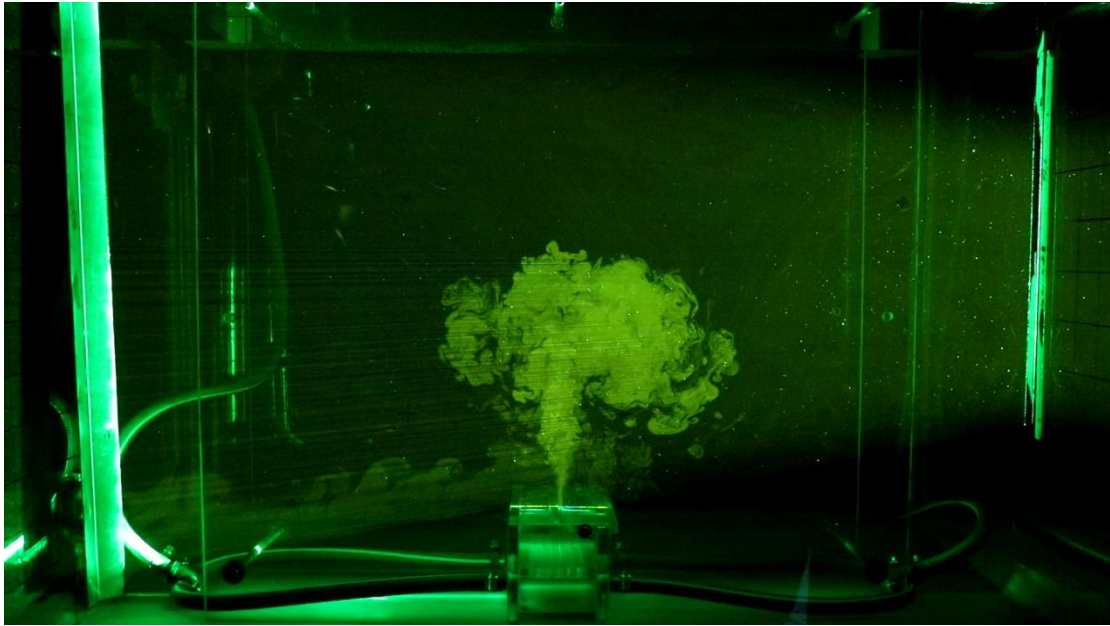


Το σύστημα λέιζερ αποτελείται από την συσκευή παραγωγής της ακτίνας λέιζερ και τον μηχανισμό μετατροπής της ακτίνας σε φύλλο που βρίσκονται δεμένα σε ένα τροποποιημένο τρίποδο (Σχήμα 4.12). Η συσκευή λέιζερ είναι τύπου DPSS (Diode Pumped Solid State) και εκπέμπει ακτίνα ισχύος 1 W. Ο μηχανισμός μετατροπής της ακτίνας σε φύλλο αποτελείται από ένα πολυγωνικό κάτοπτρο που διαθέτει 24 έδρες και περιστρέφεται με ταχύτητα 20000 rpm. Η μεγάλη αυτή ταχύτητα περιστροφής εγγυάται ότι ακόμη και για μεγάλη ταχύτητα κλείστρου της κάμερας η εικόνα θα φαίνεται σαν να υπάρχει ένα συμπαγές φύλλο λέιζερ. Το τρίποδο τοποθετείται με τέτοιο τρόπο ώστε το φύλλο λέιζερ να προσπίπτει κάθετα στο τοίχωμα της δεξαμενής και να έχει κατακόρυφο προσανατολισμό. Για την αποφυγή ανακλάσεων στο εσωτερικό της κύριας δεξαμενής τοποθετείται εσωτερικά δεμένο στην απέναντι πλευρά ένα ειδικά διαμορφωμένο χαλύβδινο φύλλο σε κοιλότητα για την απορρόφηση του φύλλου λέιζερ.

Η φθορίζουσα ουσία που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα είναι η ροδαμίνη 6G (rhodamine 6G,  $C_{28}H_{31}ClN_2O_3$ ). Είναι σε μορφή σκόνης και διαλύεται στο νερό με αναλογία 1g/L. Η ροδαμίνη διεγείρεται από μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος  $\lambda = 532nm$  (πράσινο χρώμα) και εκπέμπει ακτινοβολία με μήκος κύματος  $\lambda = 570nm$  (κίτρινο χρώμα). Η ένταση της ακτίνας φθορισμού είναι ανάλογη της συγκέντρωσης της ροδαμίνης στο νερό, εφόσον η συγκέντρωση δεν ξεπερνά τα 50ppb (Ferrier, et al., 1993). Το νερό του εργαστηρίου περιέχει χλώριο, το οποίο αναλίσκει την ροδαμίνη αφαιρώντας της έτσι την ιδιότητα του φθορισμού. Για τον λόγο αυτό είναι απαραίτητη η προσθήκη του θειώδους νατρίου ( $Na_2SO_3$ ) στο νερό ώστε να δεσμευτεί το ελεύθερο χλώριο. Οι ποσότητες των ουσιών αυτών θεωρούνται αρκετά μικρές ώστε να μην επηρεάζουν τις μετρούμενες συγκεντρώσεις.



Σχήμα 4.13: Τροποποιημένο τρίποδο και σύστημα παραγωγής φύλλου λέιζερ



Σχήμα 4.14: Στιγμιότυπο πειράματος με χρήση της τεχνικής PLIF

## 4.5 Τυπική διαδικασία εκτέλεσης πειραμάτων

### 4.5.1 Σκιαγράφιση (Shadowgraph)

#### Βήμα 1<sup>ο</sup>: Παρασκευή διαλύματος

Αρχικά η δεξαμενή πληρώνεται με νερό μέχρι την στάθμη των 60 λίτρων. Στη συνέχεια ζυγίζεται η κατάλληλη ποσότητα αλατιού, με την χρήση της ηλεκτρονικής ζυγαριάς, για την επίτευξη της επιθυμητής πυκνότητας του αλατόνευρου. Το αλάτι εισάγεται στην δεξαμενή και το διάλυμα αναδεύεται με την χρήση του μεταλλικού αναδευτήρα.

#### Βήμα 2<sup>ο</sup>: Έλεγχος διαλύματος

Με την χρήση του μετρητικού οργάνου YSI30 μετράται η αλατότητα και η θερμοκρασία σε όλο τον όγκο της δεξαμενής, έτσι ώστε να διαπιστωθεί ότι το διάλυμα είναι ομογενές. Σε περίπτωση που οι τιμές διαφοροποιούνται εντός της δεξαμενής το διάλυμα αναδεύεται και μετράται ξανά. Όταν το διάλυμα ομογενοποιηθεί, δείγμα του εισάγεται σε ογκομετρικό σωλήνα, όπου μετράται η πυκνότητα με την χρήση του πυκνόμετρου. Τελικά διασταυρώνονται οι τιμές της πυκνότητας που προκύπτουν από την μέτρηση πυκνότητας με το πυκνόμετρο και από τον υπολογισμό της μέσω της θερμοκρασίας και της αλατότητας με την χρήση των τύπων (4.1),(4.2) και (4.3).

#### Βήμα 3<sup>ο</sup>: Προετοιμασία συστήματος εκτόξευσης και δικτύου σωληνώσεων

Η βυθιζόμενη αντλία τοποθετείται στον πυθμένα της δεξαμενής παρασκευής διαλύματος και ενεργοποιείται. Μόλις ενεργοποιηθεί η υπερχειλίση ανοίγεται η

δικλείδα κατάντη των παροχόμετρων έτσι ώστε να ξεκινήσει η ροή και να απομακρυνθεί από το σύστημα ο όγκος νερού του προηγούμενου πειράματος. Όταν κατέβει η στάθμη της δεξαμενής παρασκευής διαλύματος σε σηματοδεδειγμένο σημείο, όπου φανερώνει την πλήρη ανακύκλωση του νερού του συστήματος, η δικλείδα κλείνει. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την διατήρηση του συστήματος ανάντη της δικλείδας υπό πίεση και την αποφυγή προσρόφησης φυσαλίδων σε τυχόν ατέλειες των συνδέσεων.

#### Βήμα 4<sup>ο</sup>: Πλήρωση κύριας δεξαμενής διεξαγωγής του πειράματος

Ο σωλήνας που χρησιμοποιήθηκε για την πλήρωση της δεξαμενής παρασκευής διαλύματος μεταφέρεται στην κύρια δεξαμενή, ενώ ταυτόχρονα τερματίζεται η λειτουργία της αντλίας. Η δικλείδα του αγωγού αποχέτευσης της κύριας δεξαμενής κλείνεται και τελικά γίνεται η πλήρωση της κύριας δεξαμενής με καθαρό νερό.

#### Βήμα 5<sup>ο</sup>: Προετοιμασία και έλεγχος αποδέκτη

Μετά την πλήρωση της δεξαμενής ο σωλήνας που χρησιμοποιήθηκε αφαιρείται και το νερό της δεξαμενής αναδεύεται. Η πυκνότητα του νερού μετράται με τον ίδιο τρόπο που έγινε και στο δεύτερο βήμα με την χρήση του πυκνόμετρου και του YSI30.

#### Βήμα 6<sup>ο</sup>: Αναμονή αποκατάστασης ηρεμίας προετοιμασία φωτογραφικής μηχανής

Η αποκατάσταση της ηρεμίας του αποδέκτη διαρκεί περίπου 30 λεπτά. Στο διάστημα αυτό τοποθετείται η κάμερα και το τρίποδο στην κατάλληλη θέση και επιβεβαιώνεται ότι η κάμερα είναι σε τελείως οριζόντια θέση μέσω της ένδειξης οριζοντιότητας που διαθέτει.

#### Βήμα 7<sup>ο</sup>: Παροχέτευση φλέβας καταγραφή πειράματος

Εφόσον έχει περάσει ο απαιτούμενος χρόνος για την αποκατάσταση ηρεμίας στο εσωτερικό τη δεξαμενής, ενεργοποιείται ο προβολέας και η αντλία. Ο φακός της φωτογραφικής μηχανής εστιάζεται στο ριζόχαρτο και ελέγχεται ότι φαίνεται καθαρά η προβολή των σημείων του κανάβου και του συστήματος εκτόξευσης. Αφού ξεκινήσει η υπερχειλίση της δεξαμενής τροφοδοσίας ενεργοποιείται η καταγραφή του βίντεο. Ύστερα από λίγα δευτερόλεπτα ανοίγεται η δικλείδα και αρχίζει η παροχέτευση του αλατόνερου στην κύρια δεξαμενή. Εδώ σημειώνεται ότι η ανάμειξη μεταξύ του αλατόνερου και του καθαρού νερού προτού ξεκινήσει η ροή, είναι ελάχιστη καθώς το αλατόνερο είναι βαρύτερο και βρίσκεται χαμηλότερα από το καθαρό νερό. Η σημείωση αυτή επιβεβαιώνεται κοιτώντας το φαινόμενο της διάχυσης μέσω του σκιαγραφήματος, στο οποίο είναι σχεδόν αδιάκριτο. Η καταγραφή του βίντεο διαρκεί αρκετό χρόνο ώστε να καταγραφεί επαρκής αριθμός διακυμάνσεων του τερματικού ύψους διείσδυσης. Κατά την διάρκεια της καταγραφής ελέγχονται τακτικά τα παροχόμετρα, ώστε να είναι βέβαιη η διατήρηση της σταθερής παροχής και καταγράφονται οι τιμές τους.

### Βήμα 8<sup>ο</sup>: Προετοιμασία επόμενου πειράματος

Μετά το πέρας της καταγραφής, τερματίζεται η καταγραφή με το κλείσιμο της κεντρικής δικλείδας. Ελέγχεται ο όγκος του απομείναντος διαλύματος και εκτιμάται η δυνατότητα πραγματοποίησης δεύτερου πειράματος με το ίδιο διάλυμα. Στην περίπτωση που επαρκεί, ανοίγεται η κεντρική δικλείδα και με γρήγορες κινήσεις στις επιμέρους δικλείδες των παροχομέτρων ρυθμίζεται μια νέα παροχή. Η λειτουργία της αντλίας τερματίζεται και οι δεξαμενές αναδεύονται. Στη συνέχεια για την διεξαγωγή του δεύτερου πειράματος επαναλαμβάνονται τα βήματα 2, 5, 6, 7 και 8. Στην περίπτωση που το διάλυμα δεν επαρκεί πλέον για περαιτέρω πειράματα, ρυθμίζεται η επιθυμητή παροχή για το επόμενο πείραμα και οι δεξαμενές εκκενώνονται.

### 4.5.2 Φθορισμός επαγόμενος από επίπεδο φύλλο λέιζερ (PLIF)

Πολλά από τα βήματα είναι ίδια με την προηγούμενη διαδικασία που αναλύθηκε. Στην παρούσα παράγραφο θα αναφερθούν μόνο τα επιπλέον βήματα και οι διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων, ενώ θα γίνονται παραπομπές στα υπόλοιπα βήματα. Τα πρόσθετα βήματα θα συμβολίζονται με το νούμερο βήματος που ακολουθούν συνοδευόμενο από το γράμμα της σειράς του.

Τα πρώτα δύο βήματα της διαδικασίας είναι ίδια, καθώς παρασκευάζεται και ελέγχεται το διάλυμα με τον ίδιο τρόπο.

#### Βήμα 2β: Προσθήκη φθορίζουσας ουσίας στο διάλυμα

Αφού το διάλυμα είναι ομογενοποιημένο και έχει γνωστή πυκνότητα, προετοιμάζεται μικρή ποσότητα υδατικού διαλύματος θειώδους νατρίου σε ογκομετρικό σωλήνα. Αναλυτικότερα σε 400 ml καθαρού νερού διαλύεται μισή κουταλιά του γλυκού, θειώδες νάτριο. Το διάλυμα αυτό εισάγεται στην δεξαμενή με το αλατόνερο και αναδεύεται πολύ καλά με τον μεταλλικό αναδευτήρα. Στη συνέχεια προετοιμάζεται ένα πιο αραιό υδατικό διάλυμα ροδαμίνης 6G. Σε 400 ml καθαρού νερού προστίθεται ελάχιστη ποσότητα θειώδους νατρίου και στη συνέχεια με την χρήση της πιπέτας προστίθενται 2.5 ml από το διάλυμα ροδαμίνης με συγκέντρωση 1 g/l. Τελικά το διάλυμα της ροδαμίνης εισάγεται στην δεξαμενή ανάμιξης και αναδεύεται.

Το βήμα 3, 4 και 5 που αφορούν την προετοιμασία των συστήματος εκτόξευσης και την πλήρωση της δεξαμενής είναι ίδια.

#### Βήμα 5β: Προσθήκη φθορίζουσας ουσίας στον αποδέκτη

Εφόσον έχει μετρηθεί η πυκνότητα του αποδέκτη πρέπει να προστεθεί μικρή ποσότητα φθορίζουσας ουσίας στην κύρια δεξαμενή ώστε να λειτουργήσει σαν την ένταση της μηδενικής μεταβολής. Παράγεται διάλυμα θειώδους νατρίου, αυτή τη φορά όγκου 800 ml με την προσθήκη ολόκληρης κουταλιάς του γλυκού, της ουσίας. Το διάλυμα εισάγεται στην κύρια δεξαμενή, η οποία αναδεύεται πολύ καλά ώστε να

δεσμευθεί το ελεύθερο χλώριο από όλη την ποσότητα του νερού. Έπειτα παράγεται το υδατικό διάλυμα της ροδαμίνης όγκου 800 ml, στο οποίο έχουν προστεθεί 2 ml διαλύματος ροδαμίνης συγκέντρωσης 1 g/l. Εισάγεται στην κύρια δεξαμενή και ακολουθείται από την ανάδευση.

#### Βήμα 6β: Προετοιμασία φωτογραφικής μηχανής

Εφόσον επιθυμείται η ποσοτικοποίηση των συγκεντρώσεων σε όλο το πεδίο της ροής, δεν γίνεται να πραγματοποιηθεί η καταγραφή του βίντεο με τις βασικές ρυθμίσεις της μηχανής. Η φωτογραφική μηχανή χρησιμοποιείται στην χειροκίνητη λειτουργία (Manual Mode) ώστε να υπάρχει πλήρης έλεγχος των παραμέτρων της. Αρχικά απενεργοποιείται η λειτουργία της αυτόματης εστίασης (Auto focus). Επειδή η λήψη γίνεται σε συνθήκες σκότους πρέπει η τιμή της έκθεσης (exposure) να είναι υψηλή. Η εγγενής λύση στην αυτόματη λειτουργία είναι η χρήση υψηλής τιμής ISO, που έχει ως αποτέλεσμα την υποβάθμιση της ποιότητας της εικόνας. Στην πραγματικότητα όμως είναι δυνατή η χρήση της μικρότερης δυνατής ταχύτητας κλείστρου (shutter speed) και του μεγαλύτερου δυνατού διαφράγματος (aperture) που προσφέρει η κάμερα και ο φακός. Οι ρυθμίσεις αυτές δίνουν την δυνατότητα υψηλής έκθεσης διατηρώντας την τιμή ISO στα χαμηλότερα δυνατά επίπεδα και ταυτόχρονα κρατώντας την ροή ορατή. Για τον σκοπό αυτό η ταχύτητα καρέ του βίντεο μειώθηκε στις 25 εικόνες το δευτερόλεπτο (fps), ώστε να επιτρέπεται η τιμή 1/25s στην ταχύτητα κλείστρου που δίνει την δυνατότητα ακόμη χαμηλότερης τιμής ISO. Ενδεικτικά οι τιμές που χρησιμοποιούνται στα πειράματα είναι ταχύτητα κλείστρου 1/25s, άνοιγμα διαφράγματος f/4 και ISO 3200 ή 6400. Η χρήση της μηχανής στην χειροκίνητη λειτουργία είναι υποχρεωτική, καθώς στην αυτόματη λειτουργία οι τιμές των παραπάνω αριθμών αλλάζουν ανεξέλεγκτα, ώστε να πετυχαίνουν την βέλτιστη εικόνα σύμφωνα με τον κατασκευαστή. Η αλλαγή αυτή όμως κατά την διάρκεια του πειράματος έχει αποτέλεσμα την αλλαγή της τιμής έκθεσης και ως αποτέλεσμα την αλλαγή της σχέσης των τιμών των pixel με την συγκέντρωση.

Τα υπόλοιπα βήματα που αφορούν την εκτόξευση της φλέβας και την προετοιμασία του επόμενου πειράματος είναι τα ίδια, με την διαφορά ότι αντί της ενεργοποίησης του προβολέα, ενεργοποιείται η συσκευή παραγωγής του λέιζερ και ο μηχανισμός περιστροφής των κατόπτρων.



# 5 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

## 5.1 Υπολογισμός ύψους διείσδυσης $Z(t)$

Μια από τις παραμέτρους για τον υπολογισμό της οποίας εφαρμόστηκαν οι πειραματικές τεχνικές, είναι το ύψος διείσδυσης. Τα βίντεο που καταγράφηκαν, χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή της χρονοσειράς του ύψους διείσδυσης σε ολόκληρη την διάρκεια των πειραμάτων. Οι χρονοσειρές αυτές στη συνέχεια χρησιμοποιούνται για την εύρεση του τερματικού και του μέγιστου ύψους διείσδυσης καθώς και για την χρονική στιγμή της εμφάνισής του. Οι μέθοδοι που εφαρμόστηκαν για τον υπολογισμό της χρονοσειράς διαφοροποιούνται σε έναν βαθμό ανάλογα με την πειραματική τεχνική (Shadowgraph / PLIF). Στο κεφάλαιο αυτό αναλύονται τα βήματα για την εξαγωγή των χρονοσειρών, ενώ στο παράρτημα Β παρουσιάζεται κώδικας με τον οποίο εφαρμόζονται.

Για την επεξεργασία του βίντεο είναι απαραίτητος ο διαχωρισμός του στις επιμέρους εικόνες που το αποτελούν. Υπενθυμίζεται ότι η ταχύτητα λήψης καρτέ της φωτογραφικής μηχανής είναι σταθερή και γνωστή, με αποτέλεσμα η κάθε εικόνα (καρέ) να αντιστοιχεί σε μια γνωστή χρονική στιγμή. Μια εικόνα αναπαριστάται από έναν τριδιάστατο πίνακα (3D matrix) ο οποίος φανερώνει τις τιμές RGB (έντασης κόκκινου  $R$ , πράσινου  $G$  και μπλε  $B$ ) για κάθε εικονοστοιχείο (pixel).

Αρχικά αγνοούνται οι πρώτες και οι τελευταίες εικόνες, που αντιστοιχούν σε χρόνο ενός δευτερολέπτου, διότι σε αυτό το χρονικό διάστημα περιλαμβάνονται οι μικρές μετατοπίσεις της κάμερας, που οφείλονται στο πάτημα του κουμπιού εκκίνησης και τερματισμού της καταγραφής. Οι εικόνες του δεύτερου δευτερολέπτου, στο οποίο ακόμη δεν έχει ξεκινήσει η ροή, χρησιμοποιούνται για την εύρεση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης των τιμών RGB του κάθε εικονοστοιχείου. Λόγω των ατελειών της φωτογραφικής μηχανής και δεδομένου ότι η λήψη γίνεται σε σκοτεινό περιβάλλον, είναι αναμενόμενο να υπάρχει μια διακύμανση των τιμών αυτών από εικόνα σε εικόνα, ακόμη και αν οι συνθήκες της καταγραφής είναι πλήρως σταθερές. Οι εικόνες που απομένουν, αποτελούν το χρονικό διάστημα στο οποίο εφαρμόζεται η ρουτίνα για την εύρεση του ύψους διείσδυσης. Για εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου και για την αποφυγή σφαλμάτων, η ρουτίνα δεν εφαρμόζεται σε ολόκληρη την επιφάνεια των εικόνων, αλλά περίπου στην μισή, που περιλαμβάνει την αναμενόμενη έκταση του πεδίου ροής. Για τον ίδιο σκοπό δεν χρησιμοποιούνται και οι τρεις τιμές RGB αλλά μόνο η μία. Το σκιαγράφημα θεωρητικά περιέχει χρώματα από άσπρο μέχρι μαύρο, στην κλίμακα του γκρι, οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε από τις τρεις παραμέτρους του χρώματος των εικονοστοιχείων.

Αντίθετα η τεχνική PLIF δημιουργεί μια εικόνα που κυριεύεται από την πράσινη ακτινοβολία, με αποτέλεσμα οι μεγαλύτερες εντάσεις και διακυμάνσεις να αφορούν την πράσινη συνιστώσα των χρωμάτων. Ωστόσο η επιτυχημένη απομόνωση της ροής από το περιβάλλον επιτυγχάνεται χάρη στον φθορισμό των σωματιδίων και την εκπομπή κίτρινης ακτινοβολίας. Για τον λόγο αυτό, η επεξεργασία των εικόνων στην παρούσα εργασία έγινε με την κόκκινη συνιστώσα της εικόνας ( $R$ ).

Η ρουτίνα λειτουργεί με τρία διαφορετικά επίπεδα ευαισθησίας, τα οποία επιλέγονται ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες του κάθε πειράματος ή και καταγραφής. Βασίζεται πάνω σε τρεις βασικούς ελέγχους που πραγματοποιούνται για κάθε εικόνα ξεχωριστά, ώστε να επιλέγεται με επιτυχία το ύψος διείδυσης που εμφανίζεται σε κάθε μία.

### Πρώτος έλεγχος

Ο πρώτος έλεγχος εφαρμόζεται σειρά ανά σειρά από τα ψηλότερα στα χαμηλότερα εικονοστοιχεία. Σταματά σε εκείνο, του οποίου η τιμή της έντασης έχει διαφορά από την μέση τιμή, μεγαλύτερη από ένα πολλαπλάσιο της τυπικής απόκλισης. Το πολλαπλάσιο αυτό εξαρτάται από το επίπεδο ευαισθησίας που επιλέγεται στην αρχή. Το εικονοστοιχείο αυτό καθορίζεται ως πιθανό μέγιστο, διότι ο έλεγχος αυτός από μόνος του δεν είναι αρκετός. Πολλές φορές οι τιμές των εικονοστοιχείων αλλάζουν κατά πολύ, διατηρώντας όμως παρόμοια χρώματα στο μάτι. Το φαινόμενο αυτό συμβαίνει πολύ συχνά στα σκοτεινότερα σημεία του βίντεο.

### Δεύτερος έλεγχος

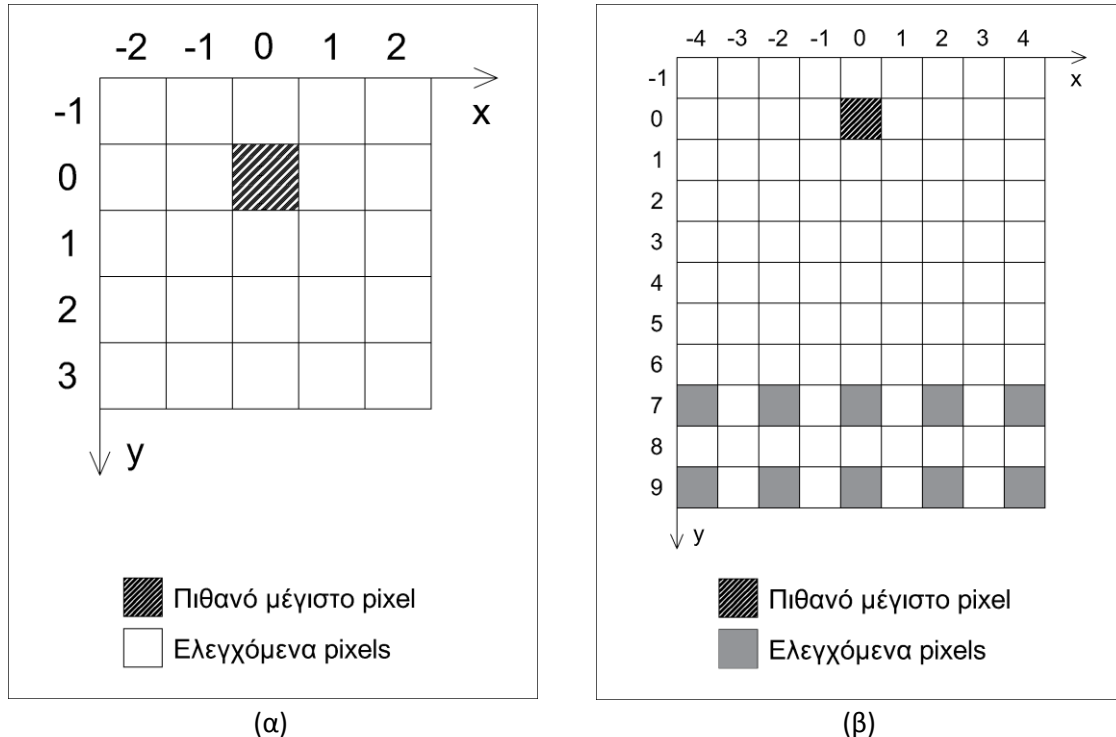
Λόγω αυτού του φαινομένου είναι απαραίτητη η εφαρμογή ενός δεύτερου ελέγχου. Σε αυτόν, ελέγχονται τα γειτονικά εικονοστοιχεία του πιθανού μεγίστου. Συγκεκριμένα δημιουργείται μια επιφάνεια  $5 \times 5$  εικονοστοιχείων στα οποία εφαρμόζεται ένας έλεγχος παρόμοιος με τον πρώτο, δηλαδή απόκλισης από την μέση τιμή. Αν ένα ικανοποιητικό ποσοστό των εικονοστοιχείων πληρούν τις προϋποθέσεις του ελέγχου, τότε το εικονοστοιχείο αυτό συνεχίζει να θεωρείται πιθανό μέγιστο. Η επιφάνεια  $5 \times 5$  είναι μετατοπισμένη κατά ένα εικονοστοιχείο χαμηλότερα από το πιθανό μέγιστο (Σχήμα 5.1α), διότι σε περίπτωση που το πιθανό είναι και πραγματικό, τα χαμηλότερα από αυτό εικονοστοιχεία θα βρίσκονται εντός της φλέβας. Άρα αυτό σημαίνει ότι θα έχουν και αυτά απόκλιση από τη μέση τιμή. Το πολλαπλάσιο της απόκλισης και το ποσοστό της επιφάνειας εξαρτώνται από το επίπεδο ευαισθησίας.

### Τρίτος έλεγχος

Ο έλεγχος αυτός εφαρμόζεται κυρίως για την απαλοιφή των σκιών στο σκιαγράφημα που οφείλονται είτε σε μικρές φυσαλίδες ή σε εξωτερικούς παράγοντες που παρεμβάλλονται ανάμεσα στον προβολέα και το πεδίο προβολής. Το γεγονός ότι έχει εντοπιστεί ένα πιθανό μέγιστο εικονοστοιχείο και το ποσοστό των γειτονικών του που έχουν μεταβολές ξεπερνάει το όριο, σημαίνει ότι στο σημείο αυτό πράγματι εμφανίζεται κάποια σκιά. Ωστόσο δεν είναι βέβαιο ότι η σκιά αυτή αποτελεί τμήμα της ροής και δεν οφείλεται σε κάποια άλλη παρεμβολή. Για τον σκοπό αυτό, ο τρίτος έλεγχος εφαρμόζεται στα εικονοστοιχεία που βρίσκονται χαμηλότερα από το πιθανό



μέγιστο. Συγκεκριμένα στον έλεγχο χρησιμοποιούνται δέκα εικονοστοιχεία που σχηματίζουν δύο οριζόντιες γραμμές των πέντε και έχουν απόσταση μεταξύ τους ενός εικονοστοιχείου. Όλο αυτό το πεδίο των εικονοστοιχείων βρίσκεται κατά κάποια απόσταση χαμηλότερα από το πιθανό μέγιστο (Σχήμα 5.1β) και στο πεδίο αυτό εφαρμόζεται ο ίδιος έλεγχος απόκλισης από την μέση τιμή. Η απόσταση του πιθανού μεγίστου από το πεδίο ελέγχου, το πολλαπλάσιο της απόκλισης και το ικανό ποσοστό της επιφάνειας του πεδίου, καθορίζονται από το επίπεδο ευαισθησίας.



Σχήμα 5.1: Σχηματικές απεικονίσεις των πεδίων των εικονοστοιχείων στα οποία εφαρμόζονται οι έλεγχοι. (α) Δεύτερος έλεγχος (β) Τρίτος έλεγχος

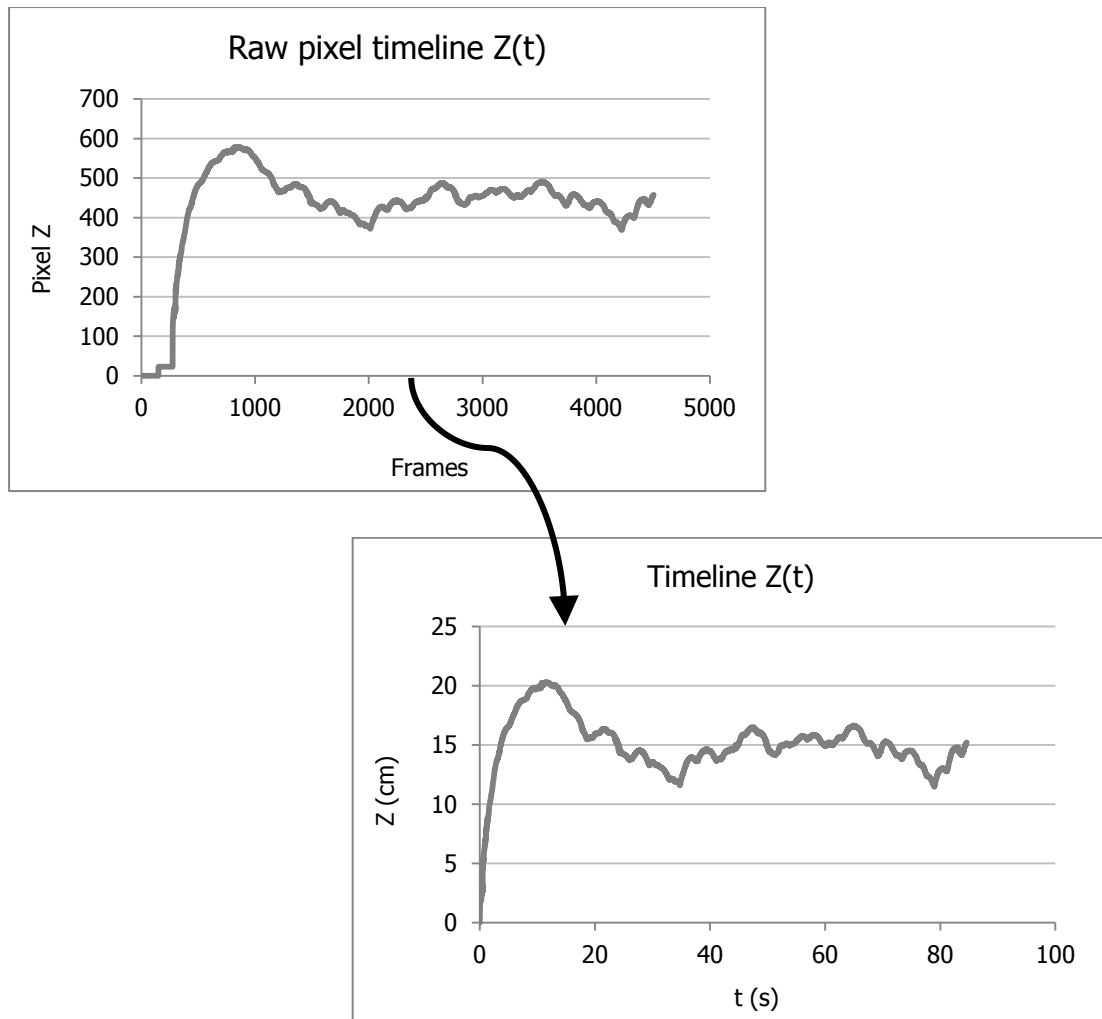
Το εικονοστοιχείο που επιτυγχάνει και τους τρεις ελέγχους θεωρείται τελικά το μέγιστο της εικόνας και αποτελεί το ύψος διείδυσης της φλέβας για την χρονική στιγμή που απεικονίζει το καρτέ. Οι συντεταγμένες του αποθηκεύονται σε ένα πίνακα που περιλαμβάνει ολόκληρη την χρονοσειρά και η μικρή επιφάνεια που το περιβάλλει στην εικόνα, διαστάσεων  $5 \times 5$  εικονοστοιχείων, χρωματίζεται κόκκινη και αποθηκεύεται. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται σε όλα τα καρτέ του βίντεο. Το τελικό αποτέλεσμα είναι μια χρονοσειρά των τεταγμένων του ύψους διείδυσης σε εικονοστοιχεία και ένα βίντεο παρόμοιο με το πρωτότυπο με την διαφορά ότι είναι σημαδεμένο το ύψος διείδυσης σε κάθε καρτέ. Η μορφή και η ομαλότητα της χρονοσειράς σε συνδυασμό με το τροποποιημένο βίντεο φανερώνουν αν έχει βρεθεί σωστά το ύψος σε όλα τα καρτέ. Στην περίπτωση που το ύψος δεν είναι σωστό σε κάποιο χρονικό διάστημα, εφαρμόζεται ξανά η ρουτίνα σε αυτό το τμήμα του βίντεο με άλλο επίπεδο ευαισθησίας. Τελικά τα επιμέρους τμήματα που προκύπτουν ενώνονται με την χρήση ενός απλού προγράμματος και το αποτέλεσμα είναι μια ομαλή χρονοσειρά χωρίς πολύ θόρυβο (Σχήμα 5.2).

Η χρονοσειρά αυτή απεικονίζει την τεταγμένη των εικονοστοιχείων του ύψους διείδυσης σε όλη την χρονική διάρκεια του βίντεο. Για να είναι χρήσιμη πρέπει να γίνει η μετατροπή της απόστασης των εικονοστοιχείων σε μονάδες μέτρησης μήκους.

Στην περίπτωση των πειραμάτων που καταγράφηκαν με την τεχνική της σκιαγράφησης, η μετατροπή γίνεται με την χρήση των προβολών του διπλού κανάβου πάνω στο πεδίο προβολής. Οι συντεταγμένες των εικονοστοιχείων των προβολών του κανάβου εντοπίζονται χειροκίνητα για κάθε βίντεο και καταγράφονται. Η απόσταση των σημείων είναι γνωστή και σταθερή στα 5cm, επομένως το πηλίκο της διαίρεσης της απόστασης σε εκατοστά με την απόσταση σε εικονοστοιχεία, δίνει την αντιστοιχία των διαστάσεων του κάθε εικονοστοιχείου. Όπως εξηγήθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, θεωρείται ότι η προβολή αντιστοιχεί στο μέσο της φλέβας, οπότε χρησιμοποιείται η μέση απόσταση των προβαλλόμενων σημείων για την κάθε στάθμη. Για να βρεθούν τα σφάλματα χρησιμοποιούνται οι μέγιστες και οι ελάχιστες αποστάσεις των σημείων, τα οποία ανήκουν στον πιο μακρινό και πιο κοντινό κানাβο σε σχέση με το πεδίο προβολής αντίστοιχα.

Στην περίπτωση της εφαρμογής της τεχνικής PLIF, λόγω του ότι ο κানাβος δεν είναι εμφανής, η μετατροπή των διαστάσεων γίνεται με την αντιστοιχία του εσωτερικού πλάτους του κουτιού, διάστασης 8cm, με τα εικονοστοιχεία που το αποτελούν. Αυτή η αντιστοιχία συνεπάγεται την παραδοχή ότι όλα τα εικονοστοιχεία μια εικόνας, απεικονίζουν σταθερές διαστάσεις στο πεδίο προβολής του λέιζερ.

Οι παραπάνω διαδικασίες έχουν ως αποτέλεσμα την δημιουργία της χρονοσειράς του ύψους διείδυσης σε cm, με το χρονικό διάστημα να διακρίνεται σε καρτέ. Για την μετατροπή του άξονα του χρόνου  $t$ , από στιγμιότυπα σε δευτερόλεπτα, γίνεται η διαίρεση των τιμών του άξονα με την ταχύτητα καρτέ του βίντεο. Μέσω αυτών των μετατροπών η χρονοσειρά απεικονίζεται στις σωστές διαστάσεις μήκους  $[L]$  και χρόνου  $[T]$  (Σχήμα 5.2) και χρησιμοποιείται για την εύρεση των επιθυμητών παραμέτρων. Αφαιρείται το τμήμα της που αφορά το χρονικό διάστημα προτού ξεκινήσει η ροή, ενώ στη συνέχεια βρίσκεται το ολικό μέγιστο της χρονοσειράς, που αντιστοιχεί στο μέγιστο ύψος διείδυσης ( $Z_{max}$ ) και η χρονική στιγμή που εμφανίζεται ( $t_{Z_{max}}$ ). Το τερματικό ύψος διείδυσης ( $Z_m$ ), γύρω από το οποίο ταλαντεύεται φλέβα, υπολογίζεται ως η μέση τιμή του ύψους διείδυσης. Στον υπολογισμό της μέσης τιμής δεν χρησιμοποιείται ολόκληρη η χρονοσειρά, αλλά το τμήμα της που το ύψος διείδυσης θεωρείται "σταθεροποιημένο". Η κατάσταση αυτή παρατηρείται ότι επέρχεται σε χρονική στιγμή δύο φορές μεγαλύτερη από την στιγμή εμφάνισης του μέγιστου ύψους διείδυσης ( $t = 2t_{Z_{max}}$ ).



Σχήμα 5.2: Μετατροπή διαγράμματος από υπολογιστικά μεγέθη σε φυσικά

Οι παράμετροι σε αυτή τη μορφή δεν έχουν ιδιαίτερη σημασία, καθώς δεν μπορούν να συγκριθούν προκειμένου να προκύψει ένα γενικότερο αποτέλεσμα. Για να είναι δυνατή η σύγκριση μεταξύ των πειραμάτων της εργασίας με τα πειράματα προγενέστερων ερευνών είναι απαραίτητη η αδιαστατοποίηση τους. Ο άξονας του ύψους διεύθυνσης με διάσταση μήκους  $[L]$ , αδιαστατοποιείται διαιρώντας με την χαρακτηριστική κλίμακα μήκους  $l_M$ , ενώ ο άξονας του χρόνου  $[T]$ , αδιαστατοποιείται με την κλίμακα χρόνου πολλαπλασιάζοντας με το κλάσμα  $B/M$  που έχει διαστάσεις  $[T^{-1}]$ .

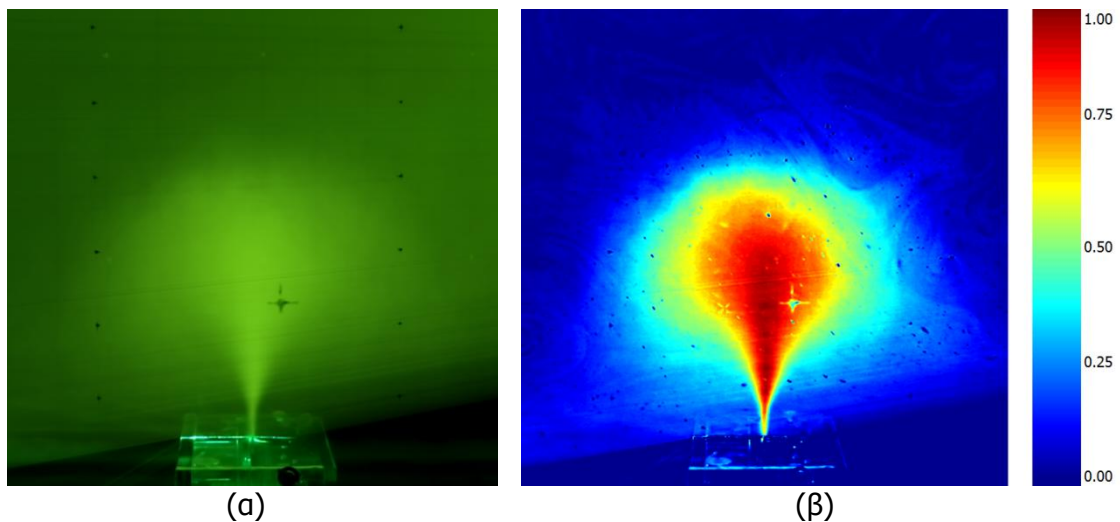
## 5.2 Μέση συγκέντρωση και ένταση τύρβης

Η χρήση της τεχνικής PLIF για την οπτικοποίηση των πειραμάτων δίνει την δυνατότητα υπολογισμού επιπλέον χαρακτηριστικών της ροής εκτός του ύψους διεύθυνσης. Χάρη στις ιδιότητες της τεχνικής και του φθορισμού είναι δυνατός ο υπολογισμός των συγκεντρώσεων σε ολόκληρο το πεδίο ροής. Η γνώση των συγκεντρώσεων στο πεδίο ροής κατά μήκος του χρόνου, επιτρέπει την εξαγωγή

συμπερασμάτων για την μέση εικόνα της φλέβας, την αραιώση που επιτυγχάνεται και τα επίπεδα της τύρβης που αναπτύσσονται καθ' ύψος της φλέβας.

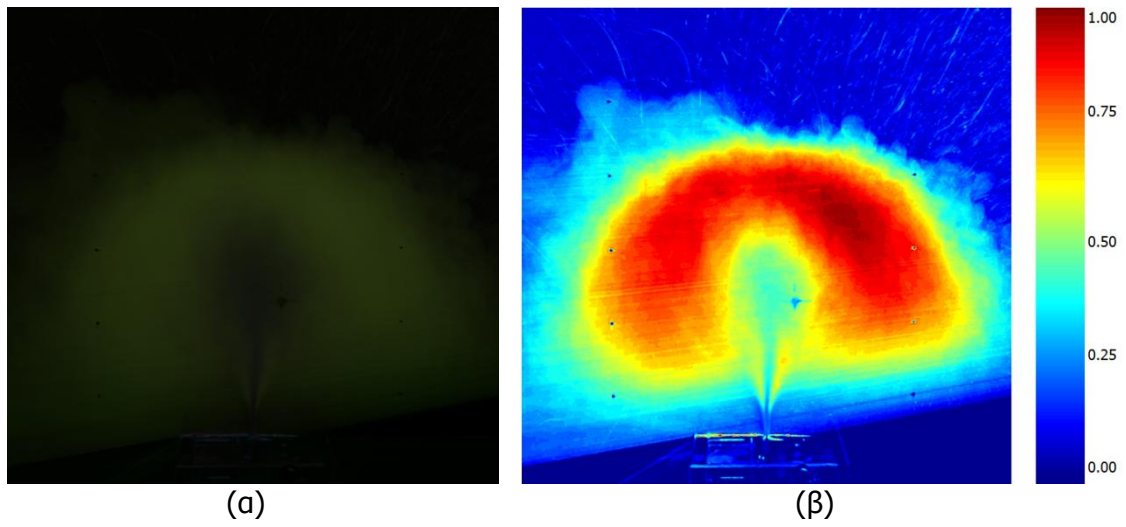
Όπως εξηγήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο η επεξεργασία του βίντεο γίνεται με τον διαχωρισμό του στις επιμέρους εικόνες που το αποτελούν. Με τον ίδιο τρόπο αφαιρούνται το πρώτο και το τελευταίο δευτερόλεπτο, για λόγους σταθερότητας του πλάνου της κάμερας και από το δεύτερο δευτερόλεπτο υπολογίζεται η μέση εικόνα της δεξαμενής, προτού ξεκινήσει η ροή. Ως μέση εικόνα ορίζεται η μέση τιμή των εντάσεων του κάθε χρώματος για κάθε εικονοστοιχείο, σε ένα χρονικό διάστημα. Με δεδομένη την χρονική στιγμή εμφάνισης του μέγιστου ύψους διεύδυσης ( $t_{zmax}$ ) από την προηγούμενη ανάλυση, υπολογίζεται η μέση εικόνα της φλέβας στο χρονικό διάστημα από  $2t_{zmax}$  μέχρι ένα δευτερόλεπτο πριν το τέλος του βίντεο. Τελικά γίνεται η αφαίρεση της μέσης εικόνας της φλέβας με την μέση εικόνα της δεξαμενής πριν την εκροή, έτσι ώστε να εξαιρεθεί η ένταση που οφείλεται στην προϋπαρξη ροδαμίνης στην δεξαμενή. Σε αυτό το κομμάτι θα έπρεπε κανονικά να εφαρμοστεί κάποια εξίσωση απομείωσης της έντασης της ακτινοβολίας, καθώς διέρχεται μέσα από το ρευστό σύστημα, ωστόσο η έλλειψη αυτής της εξίσωσης δεν επηρεάζει κατά πολύ το τελικό αποτέλεσμα.

Για την εξαγωγή ποσοτικών αποτελεσμάτων, όσον αφορά στις συγκεντρώσεις, από την εικόνα χρησιμοποιείται η ένταση της κόκκινης συνιστώσας των εικονοστοιχείων. Με την αδιαστατοποίηση των τιμών της έντασης του κάθε εικονοστοιχείου ως προς την ένταση που εμφανίζεται στην έξοδο της φλέβας, κατασκευάζεται ο χρωματικός χάρτης των συγκεντρώσεων στο πεδίο ροής (Σχήμα 5.3β).



Σχήμα 5.3: Κατανομή μέσης συγκέντρωσης στο πεδίο ροής  
(α) ακατέργαστη φωτογραφία (β) χρωματικός χάρτης

Η τυπική απόκλιση του κάθε εικονοστοιχείου για το χρονικό διάστημα της σταθεροποιημένης φλέβας αντιστοιχεί στην ένταση της τύρβης. Το σήμα της είναι χαμηλότερο από αυτό της μέσης συγκέντρωσης και για να γίνει εύκολα ορατό με τις διαβαθμίσεις του, αυξάνεται η αντίθεση της εικόνας και δημιουργείται ο χρωματικός χάρτης (Σχήμα 5.4β).



Σχήμα 5.4: Ένταση τύρβης στο πεδίο ροής  
(α) ακατέργαστη φωτογραφία (β) χρωματικός χάρτης

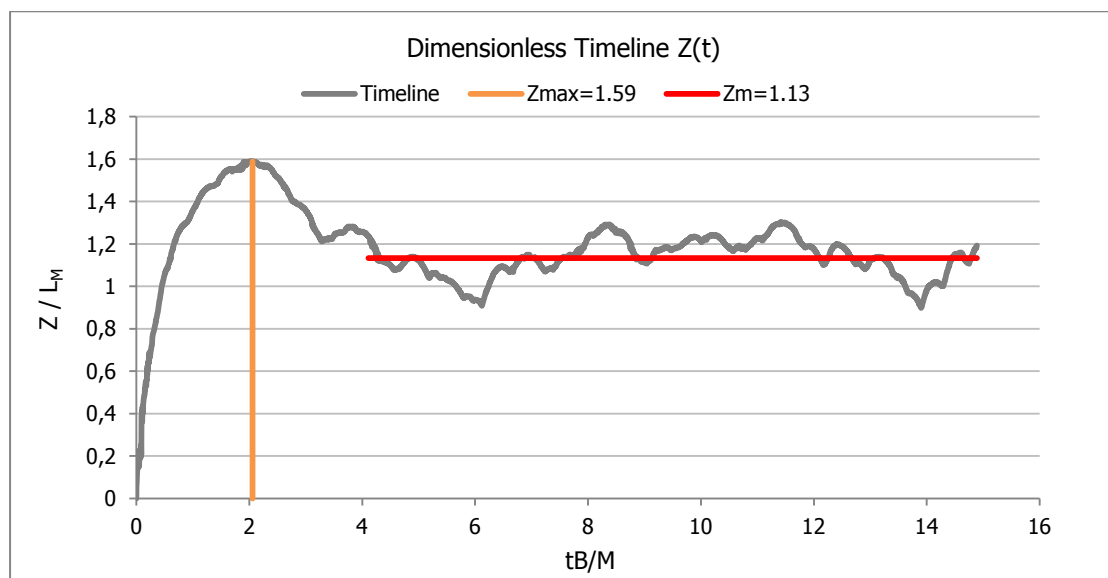


# 6 ΑΠΟΤΕΛΣΜΑΤΑ - ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που εξάγονται από την επεξεργασία των καταγεγραμμένων πειραμάτων και τελικά συγκρίνονται με αυτά των προγενέστερων ερευνητών και του μονοδιάστατου αριθμητικού μοντέλου.

## 6.1 Χαρακτηριστικά πρώτης τάξης

Από την ανάλυση των επιμέρους αδιαστατοποιημένων χρονοσειρών, προκύπτουν το τερματικό ύψος  $Z_m$  και το μέγιστο ύψος διείδυσης  $Z_{max}$ , συναρτήσει της χαρακτηριστικής κλίμακας  $l_M$  (Σχήμα 6.1). Επιπλέον υπολογίζεται και η αδιάστατη χρονική στιγμή εμφάνισης του μέγιστου ύψους  $tB/M$ . Τα αποτελέσματα των χαρακτηριστικών κάθε πειράματος εμφανίζονται στον Πίνακα 6.1.



Σχήμα 6.1: Αδιαστατοποιημένη χρονοσειρά με συμβολισμό των σημαντικών χαρακτηριστικών. Με πορτοκαλί χρώμα συμβολίζεται το σημείο εμφάνισης του μέγιστου ύψους διείδυσης και με κόκκινο το χρονικό εύρος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του τερματικού

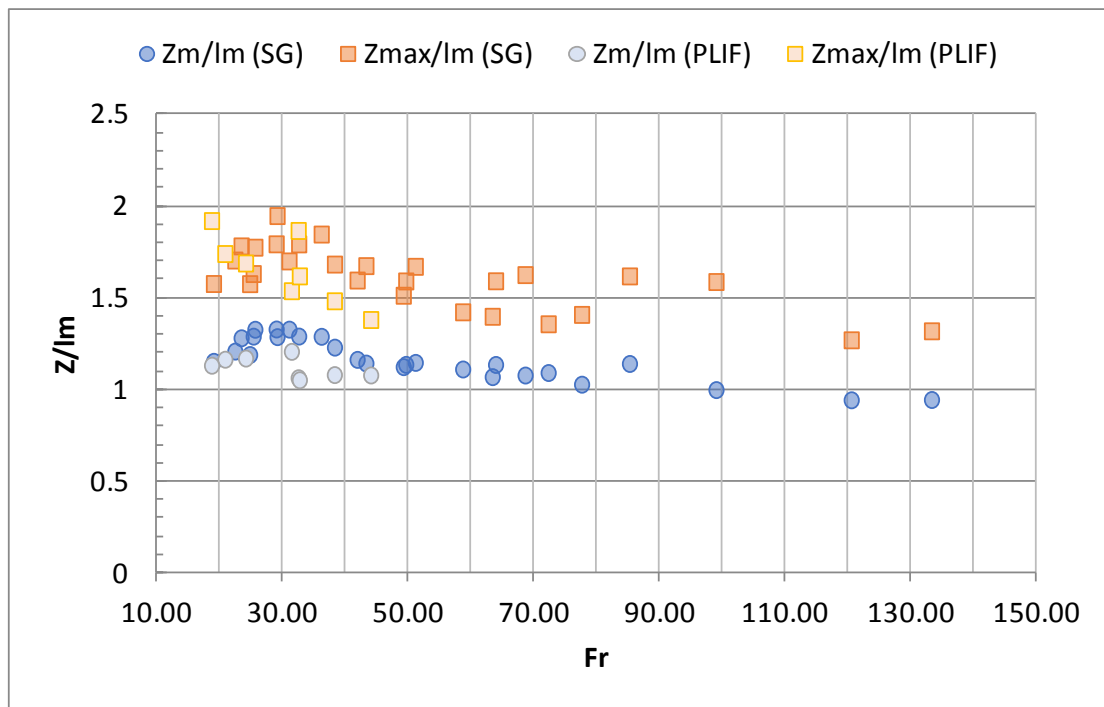
Πίνακας 6.1: Αρχικές παράμετροι και αδιαστατοποιημένα αποτελέσματα  
 Με S συμβολίζονται τα πειράματα με Shadowgraph ενώ με P τα πειράματα με PLIF

Exp. Num	d (cm)	$q$ (cm <sup>2</sup> /s)	M (cm <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> )	B (cm <sup>3</sup> /s <sup>3</sup> )	$l_m$	Fr	$Z_m/l_m$	$Z_{max}/l_m$	tB/M
S1	0.20	5.64	158.92	26.39	17.93	29.14	1.29	1.95	2.54
S2	0.20	5.21	135.71	32.23	13.40	23.42	1.28	1.78	2.31
S3	0.20	6.97	242.69	43.88	19.51	31.04	1.33	1.70	2.34
S4	0.20	5.57	154.93	33.58	14.88	25.34	1.29	1.63	2.19
S5	0.05	1.80	64.63	11.38	12.78	63.91	1.13	1.59	2.06
S6	0.05	1.90	72.45	11.72	14.04	68.61	1.08	1.62	1.65
S7	0.05	2.11	89.42	12.56	16.55	77.61	1.03	1.41	1.65
S8	0.05	2.29	104.44	13.14	18.75	85.23	1.14	1.62	1.74
S9	0.05	2.71	147.23	16.30	22.90	99.00	1.00	1.59	1.54
S10	0.05	3.28	215.67	19.50	29.77	120.52	0.94	1.27	1.55
S11	0.05	3.57	254.78	20.47	34.05	133.30	0.94	1.32	1.84
S12	0.10	2.88	83.20	18.35	11.96	36.17	1.29	1.84	2.17
S13	0.10	3.28	107.83	20.19	14.54	41.88	1.16	1.59	2.64
S14	0.10	3.78	143.12	22.34	18.04	49.23	1.12	1.51	1.88
S15	0.10	4.14	171.38	27.13	18.98	51.14	1.14	1.67	2.21
S16	0.10	4.64	215.21	29.00	22.80	58.68	1.11	1.42	1.76
S17	0.10	5.07	256.76	32.38	25.28	63.39	1.07	1.40	2.25
S18	0.10	5.64	317.84	34.29	30.11	72.29	1.09	1.36	2.73
S19	0.15	3.71	91.85	23.11	11.32	25.61	1.33	1.77	2.50
S20	0.15	4.14	114.25	25.01	13.36	28.99	1.33	1.79	2.36
S21	0.15	4.67	145.25	28.39	15.61	32.58	1.29	1.79	1.87
S22	0.15	5.37	192.01	31.26	19.35	38.28	1.23	1.68	1.99
S23	0.15	6.24	259.87	38.51	22.79	43.27	1.14	1.67	2.18
S24	0.15	6.97	323.67	40.71	27.35	49.62	1.13	1.59	2.45
S25	0.25	6.01	144.61	38.48	12.69	19.01	1.15	1.57	2.19
S26	0.25	6.94	192.68	42.57	15.80	22.42	1.21	1.70	1.70
S27	0.25	7.85	246.42	50.42	18.06	24.77	1.19	1.57	2.10

Exp. Num	d (cm)	$\mu$ (cm <sup>2</sup> /s)	M (cm <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> )	B (cm <sup>3</sup> /s <sup>3</sup> )	$l_m$	Fr	$Z_m/l_m$	$Z_{max}/l_m$	tB/M
P1	0.2	5.57	154.93	37.06	13.94	24.12	1.17	1.69	1.99
P2	0.2	7.08	250.42	44.88	19.83	31.42	1.20	1.54	2.94
P3	0.15	4.85	157.02	32.07	15.56	32.50	1.06	1.86	3.22
P4	0.15	6.54	285.05	42.71	23.33	44.04	1.08	1.38	1.61
P5	0.15	4.85	157.02	31.70	15.68	32.69	1.05	1.62	2.45
P6	0.15	5.58	207.92	35.26	19.34	38.26	1.08	1.48	2.24
P7	0.25	6.58	172.97	41.93	14.33	20.83	1.16	1.74	2.67
P8	0.25	5.76	132.72	34.96	12.41	18.71	1.13	1.92	2.71



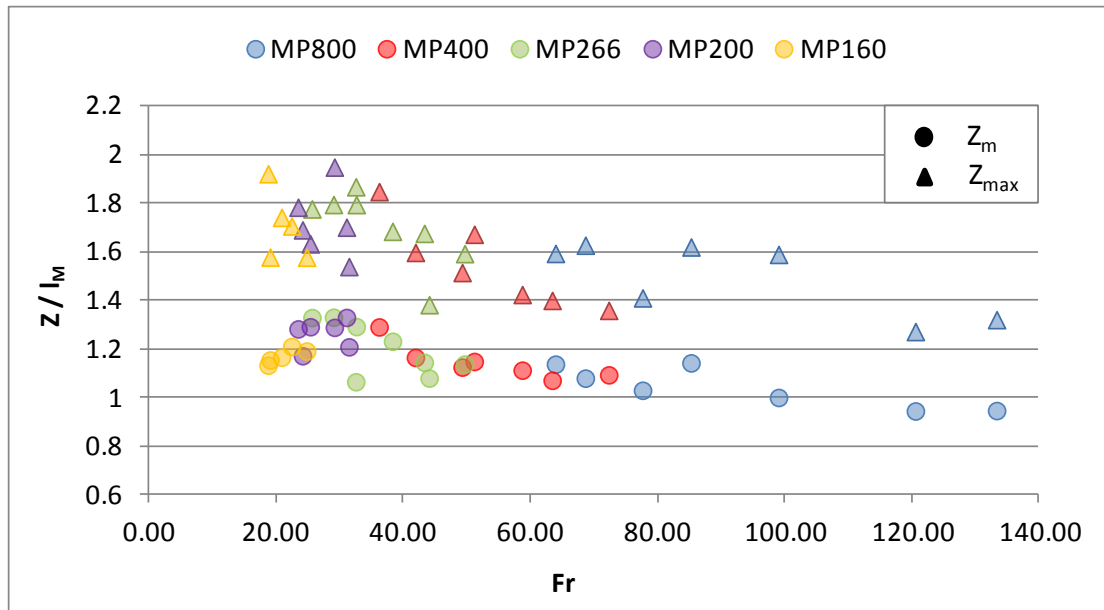
Συνολικά για όλα τα πειράματα δημιουργείται το διάγραμμα των αδιάστατων υψών  $Z_{max}/l_M$  και  $Z_m/l_M$  συναρτήσει του αριθμού Froude (Σχήμα 6.2). Από το παρακάτω διάγραμμα λοιπόν, γίνεται αντιληπτό ότι το τερματικό ύψος  $Z_m$  είναι ίσο με  $1.15l_M$  αν θεωρηθεί ότι ο λόγος του ύψους με την χαρακτηριστική κλίμακα είναι σταθερός. Τα πειράματα που καταγράφηκαν με την μέθοδο PLIF βρίσκονται πιο κοντά στην αναμενόμενη σταθερή τιμή συγκριτικά με αυτά του Shadowgraph. Όσον αφορά το μέγιστο ύψος διείδυσης  $Z_{max}$ , εμφανίζει μεγαλύτερο εύρος τιμών από το τερματικό και η μέση τιμή του είναι ίση με  $1.62l_M$ . Τελικά προκύπτει μια μέση αναλογία του τερματικού με του μέσου ύψους διείδυσης  $\frac{Z_{max}}{Z_m} = 1.41$ .



Σχήμα 6.2: Αδιάστατα ύψη  $Z_{max}/l_M$  και  $Z_m/l_M$  συναρτήσει του αριθμού Froude. Ο συμβολισμός SG αναφέρεται στα πειράματα με Shadowgraph

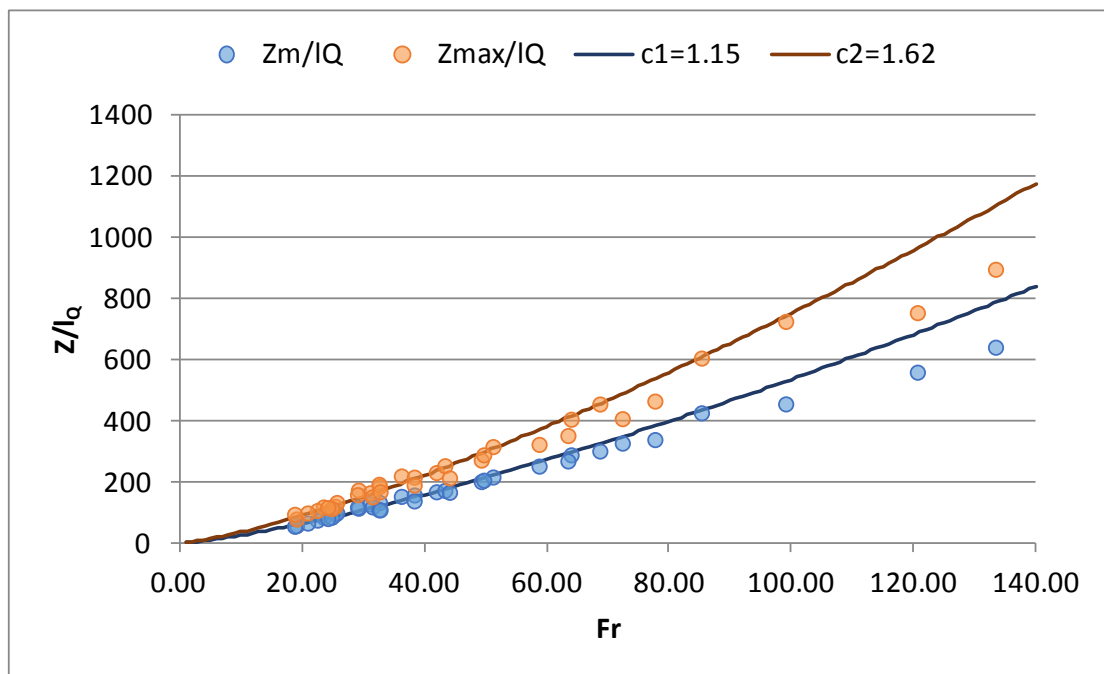
Τα πειράματα διεξήχθησαν για διαφορετικά πλάτη σχοιμής έτσι ώστε να είναι δυνατή η καταγραφή μεγάλων αριθμών Froude. Τα αποτελέσματα στη συνέχεια διακρίθηκαν ως προς την αναλογία μήκους και ημιπλάτους διατομής  $L/b_o$  για την διευκόλυνση εξαγωγής συμπερασμάτων (Σχήμα 6.3).

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα παρατηρείται μια μείωση του ύψους διείδυσης στα πειράματα με μεγάλο  $Fr$ , δηλαδή σε αυτά που έγιναν με τον μεγαλύτερο λόγο διατομής. Αυτό το φαινόμενο δεν δικαιολογείται όμως σύμφωνα με την διαστατική ανάλυση .



Σχήμα 6.3: Διαχωρισμός των αποτελεσμάτων του αδιάστατου ύψους ανάλογα με το πλάτος της οπής. Ο αριθμός στον συμβολισμό απεικονίζει την αναλογία μήκους - ημιπλάτους της οπής εκροής

Μια άλλη μορφή οπτικοποίησης του ίδιου συμπεράσματος είναι η δημιουργία διαγράμματος του αδιάστατου τερματικού ύψους με την χαρακτηριστική κλίμακα  $l_Q$ , συναρτήσε του αριθμού Froude (Σχήμα 6.4). Στην πραγματικότητα η ευθεία που θα δημιουργούνταν από την σχέση των αδιάστατων υψών και του  $Fr^{4/3}$  πρέπει να διέρχεται από το μηδέν και να έχει κλίση τον σταθερό λόγο  $Z/l_M$ .



Σχήμα 6.4: Αδιάστατα ύψη  $Z_{max}/l_Q$  και  $Z_m/l_Q$  συναρτήσε του αριθμού Froude και οι καμπύλες που προκύπτουν σύμφωνα με τους λόγους  $Z_{max}/l_M$  και  $Z_m/l_M$

Το διάγραμμα αυτό ενισχύει το συμπέρασμα ότι για μεγάλους αριθμούς Froude το ύψος διεξόδου αποκλίνει από την αναμενόμενη σταθερή τιμή. Μάλιστα σύμφωνα

με αυτή τη προσέγγιση ο λόγος  $Z_m/l_M$  θα έπρεπε να βγαίνει ίσος με 1.03 ενώ ο λόγος  $Z_{max}/l_m = 1.44$ .

Δεδομένων των αποκλίσεων αυτών είναι σκόπιμη η σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών. Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.3 οι ερευνητές πραγματοποίησαν την αδιαστατοποίηση με διαφορετικές κλίμακες. Συγκεκριμένα χρησιμοποίησαν το ημιπλάτος της διατομής για τον υπολογισμό του Froude και την αδιαστατοποίηση. Επομένως το αδιάστατο ύψος που αναγράφουν σχετίζεται με το αδιάστατο ύψος που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία σύμφωνα με τις σχέσεις (6.1) και (6.2).

$$\frac{Z}{l_Q} = \frac{1}{2} \frac{Z}{b_o} \quad (6.1)$$

$$\frac{Z}{l_M} = 2^{-1/3} \frac{Z}{b_o F_{b_o}^{4/3}} \quad (6.2)$$

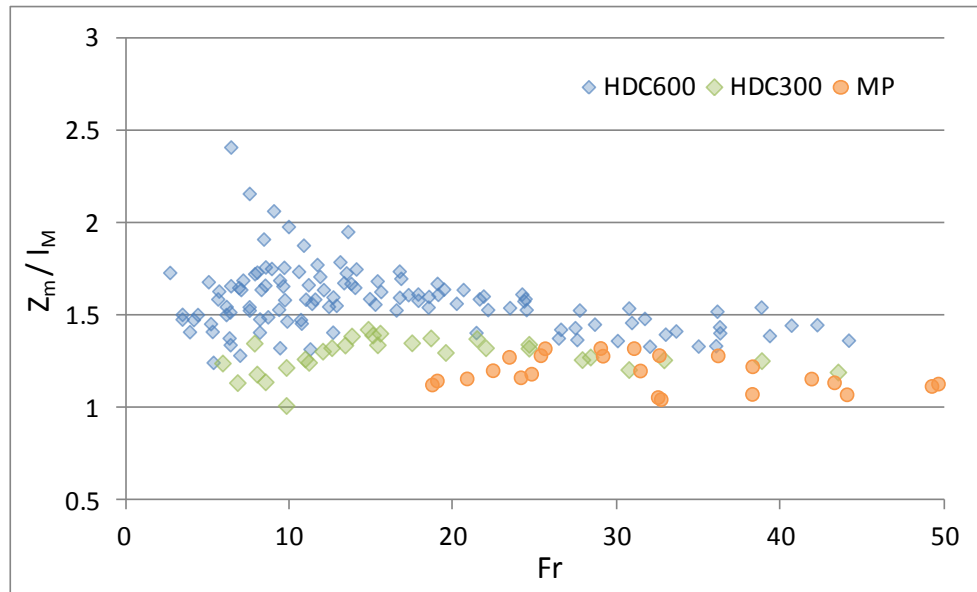
όπου  $b_o$  είναι το ημιπλάτος της οπής εκροής και  $F_{b_o}^{4/3}$  είναι ο αριθμός Froude που υπολογίζεται με το ημιπλάτος.

Σύμφωνα με την μετατροπή αυτή προκύπτει ο Πίνακας 6.2

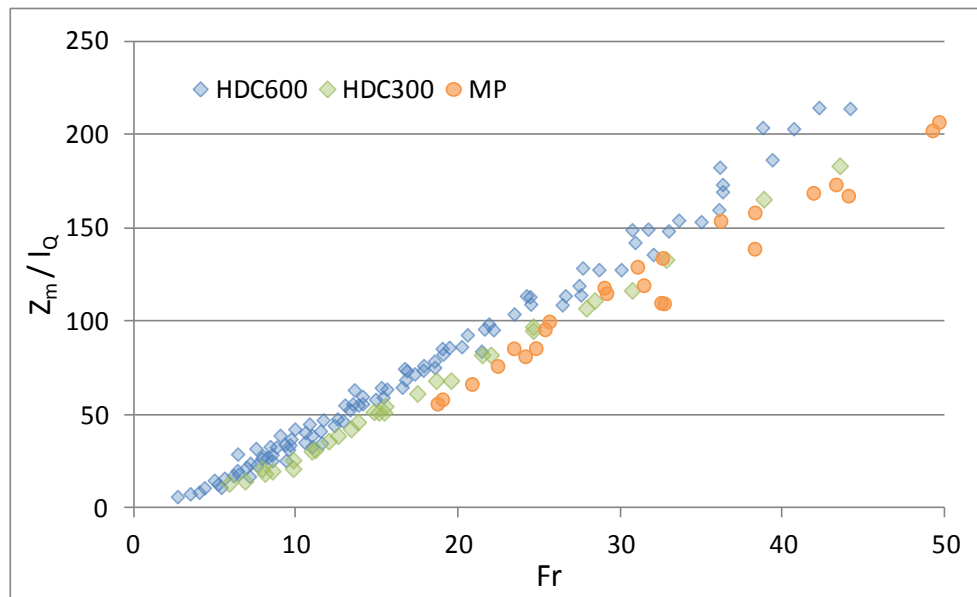
Πίνακας 6.2: Μετατροπή αδιάστατου τερματικού ύψους διείδυσης προγενέστερων ερευνητών

	$\frac{Z}{b_o F_{b_o}^{4/3}}$	$\frac{Z}{l_M}$
(Baines, et al., 1990)	1.62	1.29
(Zhang & Baddour, 1997)	2.00	1.59
(Μυλωνάκου, 2018)	-	1.13
(Hunt, et al., 2019)	1.82	1.44

Οι προγενέστεροι ερευνητές ύστερα από την μετατροπή φαίνεται ότι πραγματοποίησαν πειράματα για πολύ μικρότερους αριθμούς Froude από ότι στην παρούσα εργασία. Για την καλύτερη επισκόπηση των αποτελεσμάτων γίνεται η γραφική σύγκριση με τα πειράματα των (Hunt, et al., 2019). Οι ερευνητές διεξήγαγαν τα πειράματα με δύο διαφορετικές ορθογωνικές διατομές και παρουσίασαν τις μετρήσεις του αδιάστατου τερματικού ύψους διείδυσης. Οι διατομές διέφεραν ως προς το μήκος ενώ είχαν σταθερό πλάτος 1 mm, με αποτέλεσμα οι λόγοι της οπής να είναι  $L/b_o = 300$  και  $600$  αντίστοιχα. Τα διορθωμένα αποτελέσματά τους και αυτά που προέκυψαν στην παρούσα εργασία παρατίθενται στα ακόλουθα σχήματα.



(α)



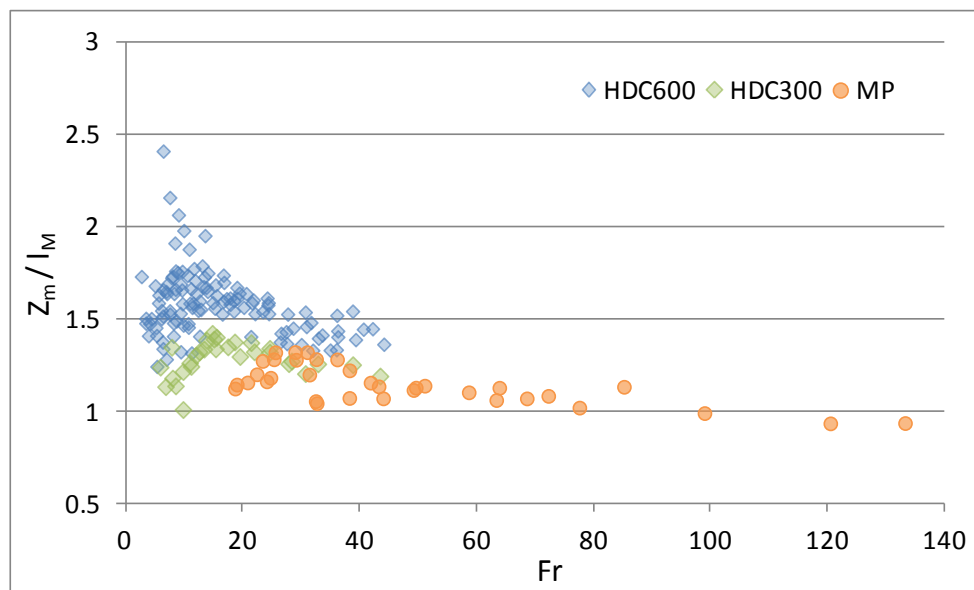
(β)

Σχήμα 6.5: Αδιάστατα ύψη διείσδυσης συναρτήσει του Froude, για  $Fr < 50$ , ο συμβολισμός HDC αναφέρεται στα πειράματα των (Hunt, et al., 2019) για τις διαφορετικές διατομές και ο MP στην παρούσα εργασία

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται ότι στα πειράματα των (Hunt, et al., 2019) το τερματικό ύψος διείσδυσης διαφέρει αρκετά ανάλογα με τον λόγο της διατομής. Οι ερευνητές υποστήριξαν ότι η διαφορά αυτή βρίσκεται εντός των ανεκτών σφαλμάτων του πειράματος και για αυτό παρουσίασαν μια γενική σταθερά για όλα τους τα πειράματα. Ωστόσο τα πειράματα της παρούσας εργασίας έρχονται σε συμφωνία με τα πειράματα τους για την μικρότερη διατομή.

Τονίζεται ότι οι ερευνητές παρατήρησαν ότι στους μεγάλους αριθμούς Froude, το αδιάστατο, ως προς  $l_Q$ , ύψος αποκλίνει από το  $Fr^{4/3}$ . Αυτό αποδόθηκε στο ότι η πειραματική τους διάταξη δεν περιόριζε την φλέβα και συγκεκριμένα αναφέρουν ότι:

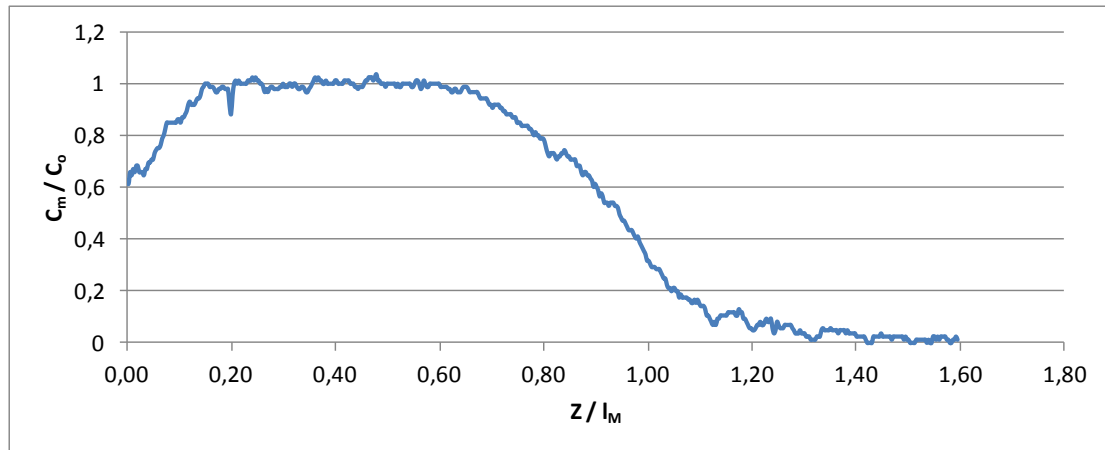
"Η κατά μήκος εξάπλωση της ροής αναπαριστά μια μείωση της κινητικής ενέργειας για την κατακόρυφη κίνηση πάνω από την οπή. Επομένως οι φλέβες στις οποίες είναι δυνατή η κατά μήκος εξάπλωση δεν φτάνουν τόσο ψηλά". Ωστόσο τα αποτελέσματα της εργασίας αυτής, φαίνεται να συνεχίζουν αυτήν την καθοδική τάση με την αύξηση του αριθμού  $Fr$ , παρόλο που υπάρχει πλευρική εξασφάλιση του διδιάστατου χαρακτήρα της ροής. Στους μικρούς Froude τα ύψη διείσδυσης της εργασίας αυτής συμφωνούν με αυτά των (Hunt, et al., 2019) για την μικρή τους διατομή (Σχήμα 6.5), συνεχίζοντας την καθοδική εξέλιξη για μεγαλύτερους Froude, όπως φαίνεται καλύτερα στο (Σχήμα 6.6)



Σχήμα 6.6: Αδιάστατα ύψη διείσδυσης συναρτήσεσι του Froude, ο συμβολισμός HDC αναφέρεται στα πειράματα των (Hunt, et al., 2019) για τις διαφορετικές διατομές και ο MP στην εργασία αυτή

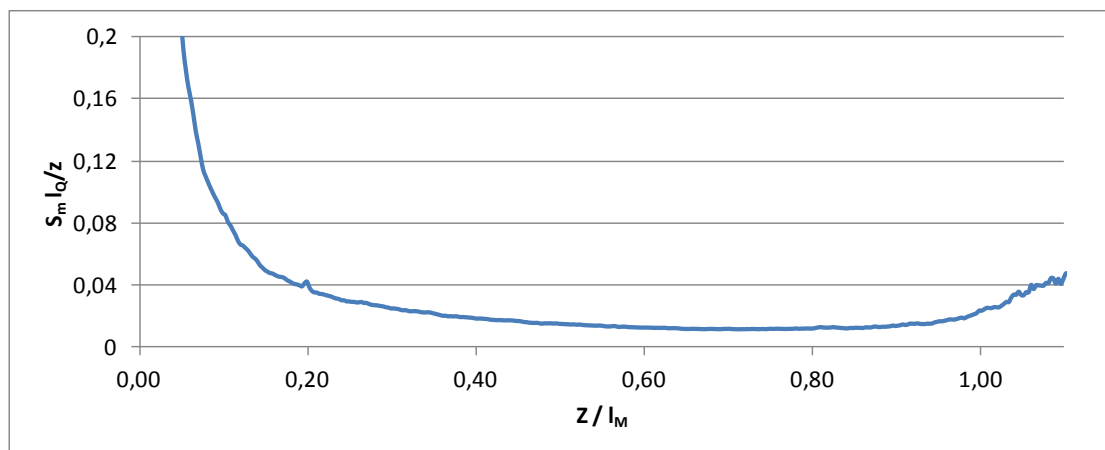
## 6.2 Χαρακτηριστικά δευτέρας τάξης

Σε αυτή την παράγραφο αναλύοντας τις εικόνες της μέσης συγκέντρωσης και της έντασης της τύρβης θα εξάγουμε συμπεράσματα για την συμπεριφορά της ροής. Αρχικά χρησιμοποιώντας την κατακόρυφη στήλη των εικονοστοιχείων που διέρχονται από το μέσον την οπής μπορούμε να προσεγγίσουμε την μεταβολή της συγκέντρωσης στον άξονα της φλέβας ( $C_m(z)$ ). Η αδιάστατη ένταση του χρώματος της κόκκινης συνιστώσας της εικόνας, ταυτίζεται με την αδιάστατη συγκέντρωση, που αναπαρίσταται από τον λόγο  $C_m(z)/C_o$ ; όπου  $C_o$  είναι η αρχική συγκέντρωση.



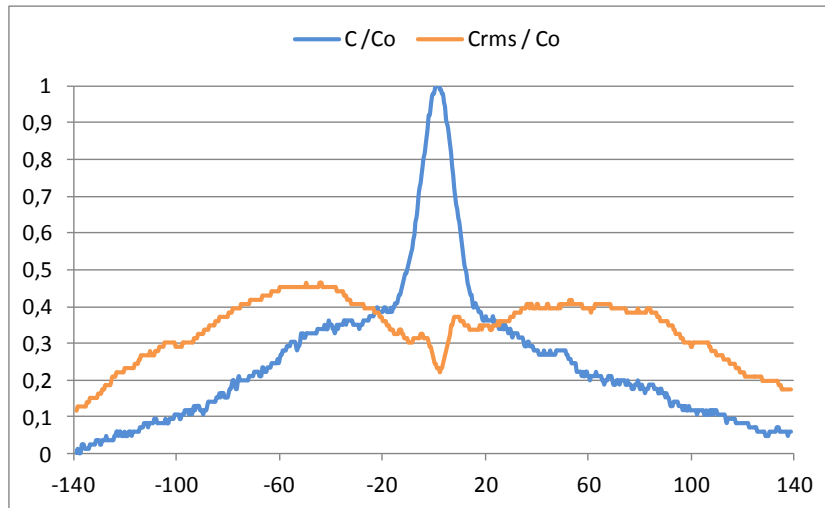
Σχήμα 6.7: Κατανομή αδιάστατης συγκέντρωσης στον άξονα

Παρατηρείται η αδυναμία επίτευξης μιας καλής αραιώσης, καθώς η συγκέντρωση του άξονα παραμένει σταθερή και ίση με την αρχική σε μεγάλη απόσταση από την πηγή. Ύστερα φαίνεται η γρήγορη απομείωση της συγκέντρωσης καθώς η φλέβα πλησιάζει το τερματικό της ύψος. Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει ότι η διδιάστατη κατακόρυφη φλέβα αρνητικής άνωσης συμπεριφέρεται πολύ διαφορετικά από την τριδιάστατη αξονοσυμμετρική με αποτέλεσμα το μειωμένο ρυθμό αραιώσης. Αυτό είναι λογικό καθώς η σχετική "διεπιφάνεια" μεταξύ του ρευστού της φλέβας και του περιβάλλοντος είναι πολύ μικρότερη, οπότε η ποσότητα του περιβάλλοντος ρευστού διαφορετικής πυκνότητας που μπορεί να συμπαρασύρει είναι πολύ περιορισμένη. Σχεδιάζεται ένα διάγραμμα της αδιάστατης ελάχιστης αραιώσης, ώστε να μπορεί να συγκριθεί με μελλοντικές μετρήσεις στις φλέβες αρνητικής άνωσης. Ενδιαφέρον φαίνεται να έχει ότι το σημείο όπου η κλίση του διαγράμματος γίνεται θετική συμπίπτει με τον σημείο μηδενισμού του συντελεστή συμπαρασύρησης στο ολοκληρωματικό μοντέλο, δηλαδή για  $z/l_M = 0.9$

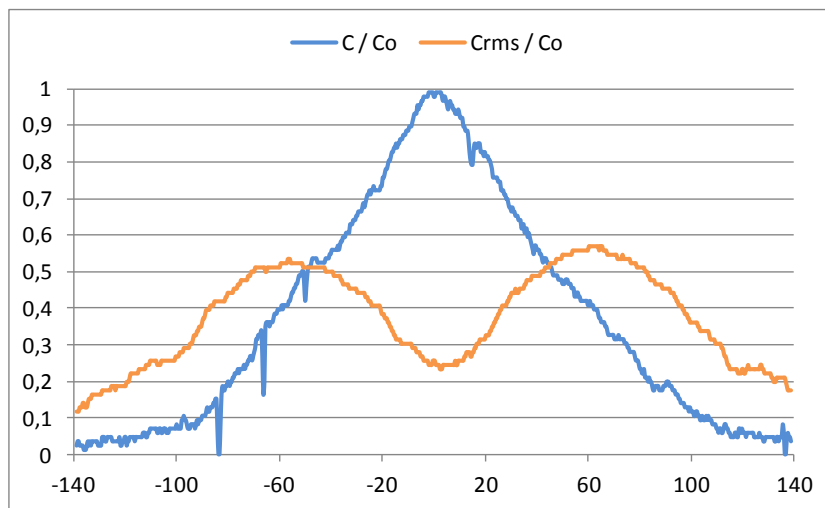


Σχήμα 6.8: Αδιάστατη ελάχιστη αραιώση

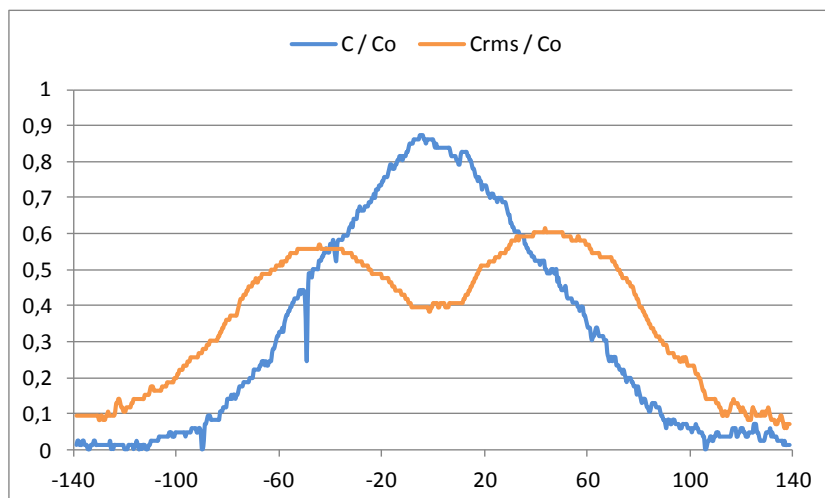
Μελετώντας την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της συγκέντρωσης στις οριζόντιες γραμμές των εικονοστοιχείων καθ' ύψος της φλέβας προκύπτουν οι εγκάρσιες κατανομές των συγκεντρώσεων και της έντασης της τύρβης. Οι τιμές αδιαστατοποιούνται ως προς την αρχική συγκέντρωση και εξάγονται οι κατανομές (Σχήματα 6.9-6.12)



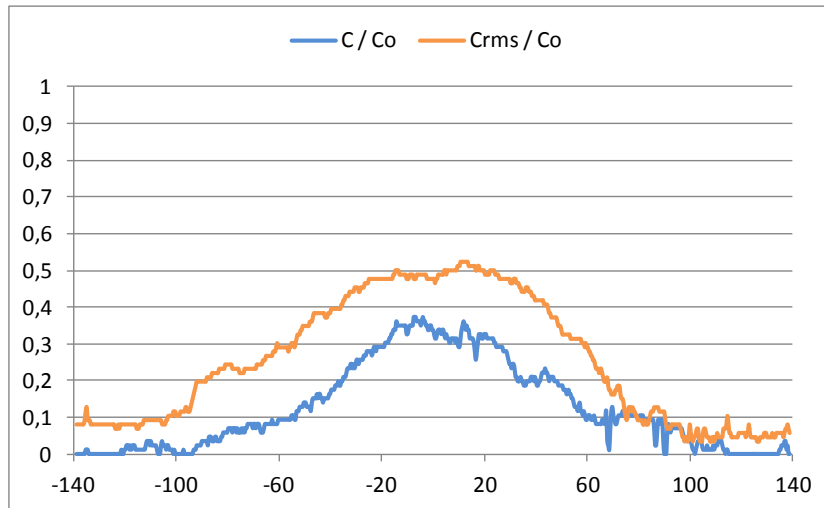
Σχήμα 6.9: Αδιάστατες κατανομές συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για  $Z/l_M = 0.25$  ο οριζόντιος άξονας έχει αδιαστατοποιηθεί με την κλίμακα  $l_Q$



Σχήμα 6.10: Αδιάστατες κατανομές συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για  $Z/l_M = 0.50$  ο οριζόντιος άξονας έχει αδιαστατοποιηθεί με την κλίμακα  $l_Q$



Σχήμα 6.11: Αδιάστατες κατανομές συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για  $Z/l_M = 0.75$  ο οριζόντιος άξονας έχει αδιαστατοποιηθεί με την κλίμακα  $l_Q$



Σχήμα 6.12: Αδιάστατες κατανομές συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για  $Z/l_M = 1.00$  ο οριζόντιος άξονας έχει αδιαστατοποιηθεί με την κλίμακα  $l_Q$

Από τα παραπάνω σχήματα γίνεται αντιληπτό ότι οι κορυφές του διαγράμματος της έντασης τύρβης πλησιάζουν μεταξύ τους όσο το ύψος της φλέβας πλησιάζει στο τερματικό. Η τιμές της έντασης της τύρβης αυξάνονται ενώ της συγκέντρωσης μειώνονται, ώσπου τελικά η κορυφές της πρώτης ενώνονται και ξεπερνούν το μέγεθος της συγκέντρωσης. Το συμπέρασμα είναι ότι η τύρβη μεγιστοποιείται στα όρια της φλέβας, εκεί όπου συμβαίνει και η ανάμειξη των ρευστών. Οι μικρές ασυμμετρίες των κατανομών οφείλονται κυρίως στην απώλεια της βαθμονόμησης της έντασης της ακτινοβολίας, με αποτέλεσμα η δεξιά πλευρά, όπως φαίνεται στο σχήμα, στην οποία προσπίπτει πρώτα η ακτίνα να έχει μεγαλύτερες εντάσεις.



# 7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την καταγραφή και την επεξεργασία των συνολικά 37 πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν και την σύγκριση με τους υπόλοιπους ερευνητές εξάγονται τα παρακάτω συμπεράσματα.

Σχετικά με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διδιάστατων φλεβών αρνητικής άνωσης και ακολουθώντας την θεώρηση της διαστατικής ανάλυσης παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων.

Το τερματικό ύψος διείδυσης κυμαίνεται γύρω από την τιμή  $Z_m = 1.15l_M$ , παρόμοιο με αυτό που μέτρησε η (Μυλωνάκου, 2018). Αντίστοιχα το αρχικό μέγιστο ύψος διείδυσης βρέθηκε γύρω στο  $Z_{max} = 1.62l_M$ . Ο λόγος μεταξύ των υψών διατηρεί την τιμή 1.41 με μικρής κλίμακας διακυμάνσεις. Η χρονική στιγμή εμφάνισης του μέγιστου ύψους δεν μπορεί να προσεγγιστεί από μια σταθερή τιμή, ούτε αποκαλύφτηκε κάποια σχέση με της τον αριθμό Froude. Ωστόσο οι τιμές του αδιάστατου χρόνου  $tB/M$  εμφανίζονται στο εύρος 1.50 έως 3.00. Τα πειράματα που οπτικοποιήθηκαν με την τεχνική PLIF παρουσιάζουν μεγαλύτερη ακρίβεια και μικρότερο εύρος διακύμανσης, ιδιαίτερα για το τερματικό ύψος διείδυσης, γεγονός που την καθιστά ως τη βέλτιστη τεχνική για την οπτικοποίηση πειραμάτων μεταξύ των δύο.

Γενικότερα όσον αφορά τα ύψη διείδυσης, φαίνονται να μειώνονται με την αύξηση του αριθμού Froude. Η παρατήρηση αυτή δεν συνάδει με το συμπέρασμα που προκύπτει από την διαστατική ανάλυση, όμως το φαινόμενο αυτό έχει καταγραφεί και από άλλους ερευνητές.

Με χρήση της τεχνικής PLIF έγινε δυνατή η οπτική μέτρηση της συγκέντρωσης και της έντασης της τύρβης στο πεδίο ροής. Γενικότερα παρατηρείται ότι τα επίπεδα της αραιώσης είναι πολύ χαμηλά, ιδιαίτερα στον άξονα της φλέβας. Πρόκειται για ένα φαινόμενο που βρίσκεται σε ασταθή ισορροπία και οι έντονες αυτές εναλλαγές της πλευράς που αποκλίνει, επιβεβαιώνονται από την μεγάλη ένταση της τύρβης που εμφανίζεται στα όρια της φλέβας. Σημαντική επίσης είναι η διαφορά που παρουσιάζει η κατανομή της μέσης συγκέντρωσης ανάμεσα στις φλέβες θετικής και αρνητικής άνωσης. Οι κατανομές που προκύπτουν στην αρνητική άνωση είναι πιο ευρείες και μάλιστα παρουσιάζουν μια αύξηση της επιφάνειας τους όσο απομακρύνονται από την πηγή, γεγονός που αποδίδεται στον συνυπολογισμό της αντίρροπα κινούμενης ροής που επιστρέφει προς το επίπεδο εκτόξευσης.

Γενικά πρόκειται για ένα πολύπλοκο είδος ροής που δεν εμφανίζει μονοσήμαντο χαρακτήρα. Αντίθετα προκαλείται από την αλληλεπίδραση αντίθετα κινούμενων ροών γεγονός που δυσκολεύει την προσέγγιση του φαινομένου από μονοδιάστατη ανάλυση. Συγκριτικά με την κυκλική φλέβα αρνητικής άνωσης, εμφανίζει πολύ

μεγαλύτερα επίπεδα αστάθειας και είναι σαφώς δυσκολότερη η πρόβλεψη της συμπεριφοράς της. Εμφανίζει πολύ μικρότερα επίπεδα αραιώσης και μειωμένη ικανότητα διείσδυσης. Η αραιώση είναι σαφώς μικρότερη, καθώς ο λόγος της "διεπιφάνειας" μεταξύ φλέβας και αποδέκτη προς τον όγκο του ρευστού της φλέβας είναι πολύ μικρότερος. Η κυκλική φλέβα έχει ικανότητα συμπαράσυρσης ρευστού περιμετρικά ενώ η διδιάστατη από μια κατεύθυνση. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την διατήρηση μεγαλύτερης πυκνομετρικής διαφοράς του ρευστού μεταξύ της φλέβας και του αποδέκτη όσο αυξάνεται η απόσταση από την πηγή. Το αποτέλεσμα είναι ότι οι δυνάμεις της άνωσης δεν απομειώνονται καθ' ύψος, με αποτέλεσμα να υπερνικούν τις δυνάμεις της ορμής σε μικρότερη απόσταση από την πηγή. Με αυτόν τον τρόπο εξηγείται και το σαφώς χαμηλότερο ύψος διείσδυσης της διδιάστατης φλέβας.

#### Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Το φαινόμενο της διδιάστατης φλέβας αρνητική άνωσης έχει ιδιαίτερο επιστημονικό ενδιαφέρον και ακόμη δεν έχει επιλυθεί πλήρως η συμπεριφορά του. Παρουσιάζει αστάθειας τόσο ως προς τον κατακόρυφο άξονα της φλέβας όπως φάνηκε από τα πειράματα όσο και ως προς το μήκος της σχισμής (Hunt, et al., 2019), που καθιστούν πολύ δύσκολη την προσέγγιση του με μαθηματικά μοντέλα. Απαιτείται περαιτέρω πειραματική έρευνα για την καλύτερη κατανόηση του. Όσον αφορά στο τερματικό ύψος διείσδυσης απαιτείται περαιτέρω διερεύνηση του για μεγάλους αριθμούς Froude, για την επιβεβαίωση ή την απόρριψη του φαινομένου της απομείωσης για μεγαλύτερους αριθμούς Froude, που δεν συνάδει με τη διαστατική ανάλυση. Επίσης, θα ήταν πολύ ενδιαφέρουσα η μελέτη της περιοδικότητας της απομάκρυνσης της φλέβας από τον άξονα και η συσχέτιση της με τους χαρακτηριστικούς αδιάστατους αριθμούς της ροής, π.χ. κάποιον αριθμό Strouhal. Ακόμη παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον η διερεύνηση της διακύμανσης των συγκεντρώσεων και της έντασης της τύρβης, ιδιαίτερα κοντά στα όρια της φλέβας και η καλύτερη εξήγηση της αλληλεπίδρασης των αντίθετα κινούμενων ροών.

# 8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

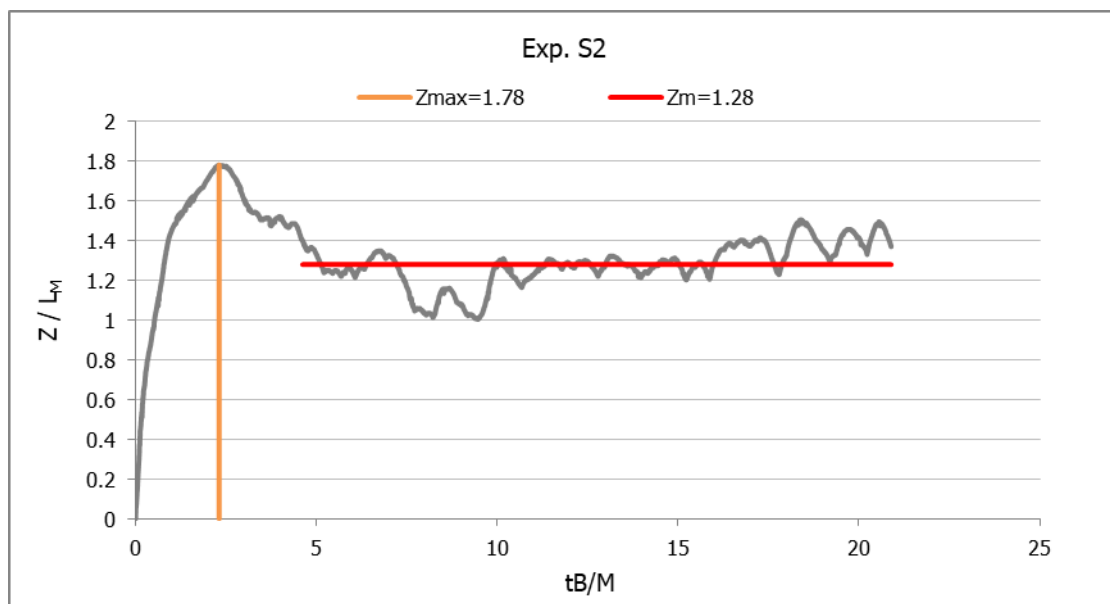
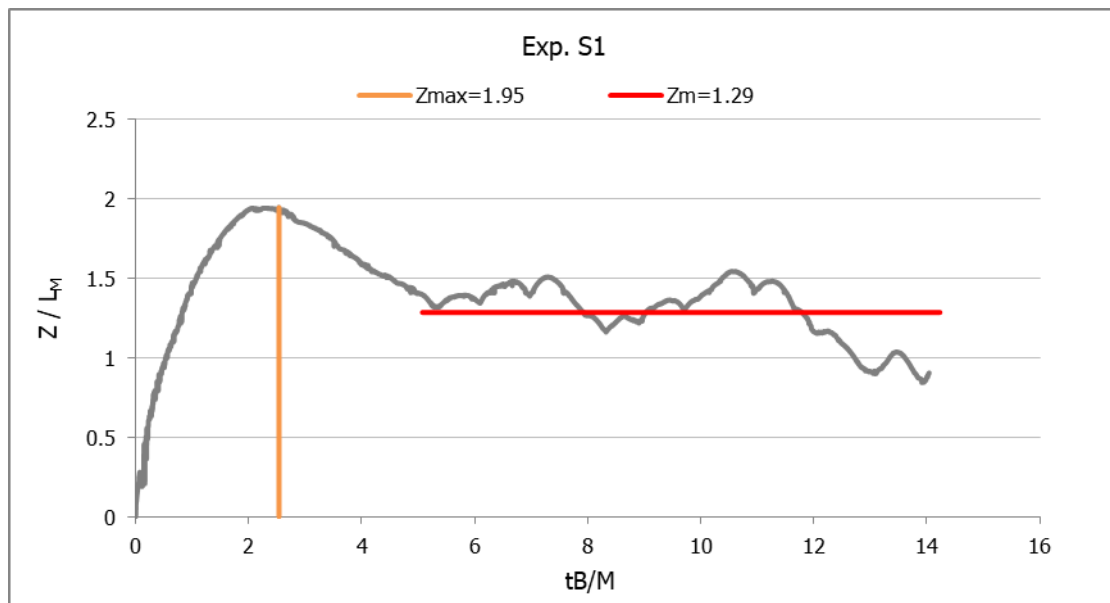
- Abraham, G., 1967. *Jets With Negative Buoyancy In Homogeneous Fluid*. s.l.:Journal of Hydraulic Research.
- Baines, W. D., Turner, J. S. & Cambell, I. H., 1990. *Turbulent fountains in an open chamber*. s.l.:Journal of Fluid Mechanics.
- Bloomfield, L. J. & Kerr, R. C., 1998. *Turbulent fountains in a stratified fluid*. s.l.:Journal of Fluid Mechanics.
- Ferrier, D. R., Funk & Roberts, P. J. W., 1993. *Application of optical techniques to the study of plumes A. J. in stratified fluids*. s.l.:Elsevier Dynamics of Atmospheres and Oceans.
- Fischer, H. B. et al., 1979. *Mixing in Inland and Coastal Waters*. s.l.:Academic Press. Inc..
- Gleick, P. H., 1993. *Water in Crisis: Chapter 2*. New York: Oxford University Press.
- Hooke, R., 1665. *Micrographia: Or some Physiological Descriptions of Minute Bodies Made by Magnifying Glasses*. London: s.n.
- Hunt, G. R., Debugne, A. L. R. & Ciriello, F., 2019. *The structure of a turbulent line fountain*. s.l.:Journal of Fluid Mechanics.
- Kotsovinos, N. E., 1975. *A study of the entrainment and turbulence in plane buoyant jet*. California: California Institute of Technology.
- Kotsovinos, N. E., 1978. *Wastewater disposal from two dimensional diffuser*. s.l.:Journal of the Hydraulics Division.
- List, E. J. & Imberger, J., 1973. *Turbulent entrainment in buoyant jets and plumes*. s.l.:Journal of the Hydraulics Division, ASCE 99.
- McLellan, T. N. & Randall, R. E., 1986. *Measurement of Brine Jet Height and Dilution*. s.l.:Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering.
- Merzkirch, W., 2012. *Flow Visualization*. 2nd Edition ed. s.l.:Academic Press.
- Morton, B. R., Taylor, G. I. & Turner, J. S., 1956. *Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources*. s.l.:The Royal Society.
- Pantzlaff, L. & Lueptow, R. M., 1999. *Transient positively and negatively buoyant turbulent round jets*. s.l.:Experiments in Fluids.
- Papanicolaou, P. N. & Kokkalis, T. J., 2008. *Vertical buoyancy preserving and non-preserving fountains, in a homogeneous calm ambient*. s.l.:International Journal of Heat and Mass Transfer.
- Papanicolaou, P. N. & List, J. E., 1988. *Investigations of round vertical turbulent buoyant jets*. s.l.:Journal of Fluid Mechanics.

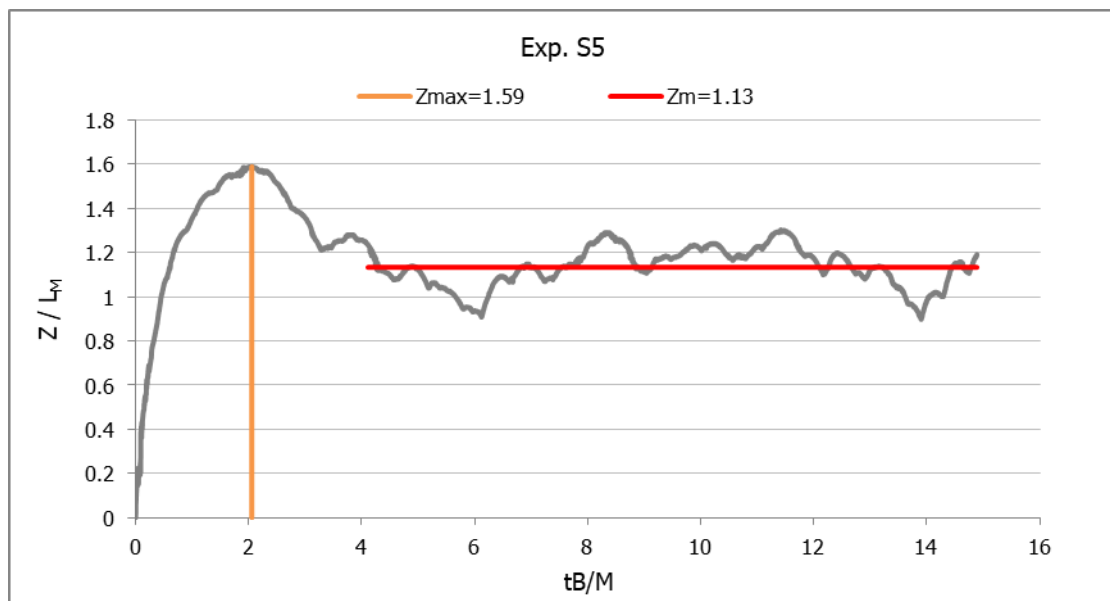
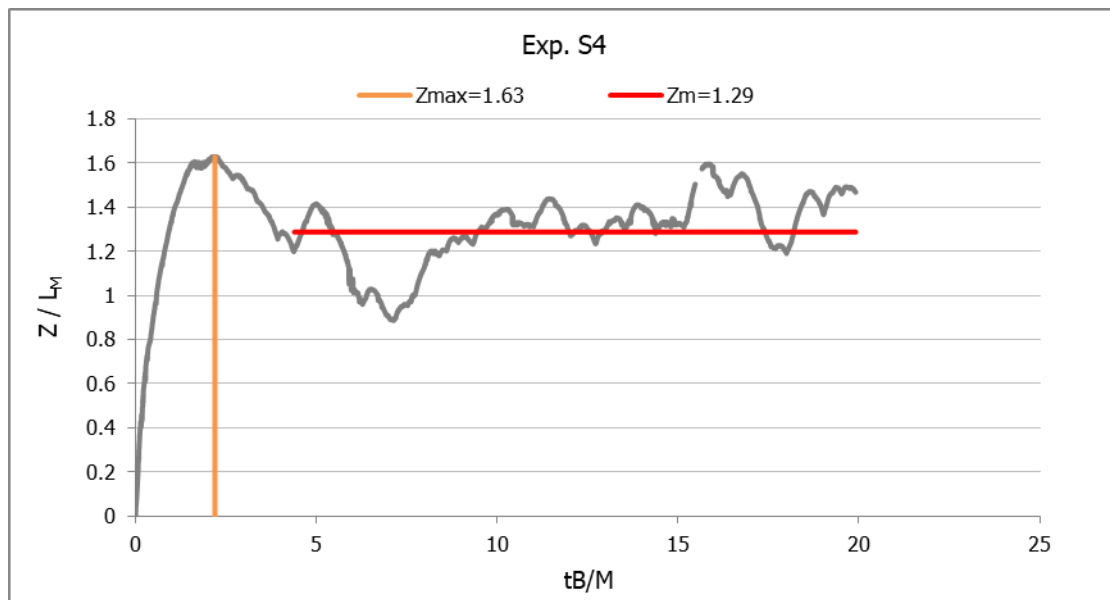
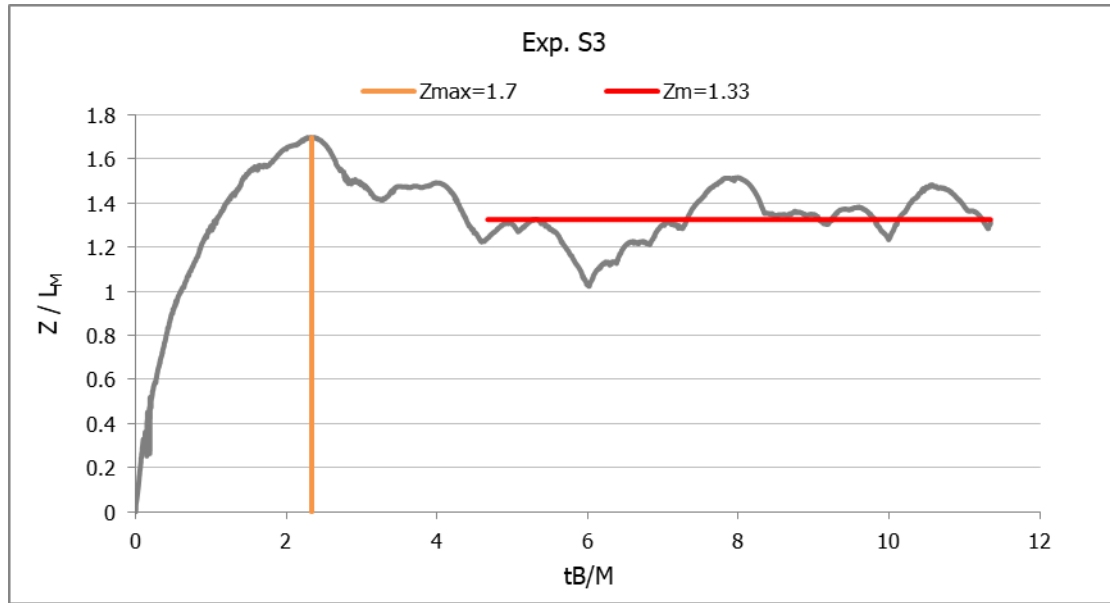
- Roberts, P. J. W., Ferrier, A. & Daviero, G., 1997. *Mixing in inclined dense jets*. s.l.:Journal of Hydraulic Engineering.
- Smith, S. H. & Mungal, M. G., 1988. *Mixing, structure and scaling of the jet in crossflow*. s.l.:Journal of Fluid Mechanics.
- Srinarayana, N., Williamson, N., Armfield, S. W. & Lin, W., 2010. *Line fountain behavior at low-Reynolds number*. s.l.:International Journal of Heat and Mass Transfer.
- Streeter, V. L., Wylie, E. B., Bedford, K. W. & Saldriaga, J. G., 1988. *Fluid Mechanics*. 9th Edition επιμ. s.l.:s.n.
- Turner, J. S., 1966. *Jets and plumes with negative or reversing buoyancy*. s.l.:Journal of Fluid Mechanics.
- Weinberg, F. J., 1963. *Optics of flames: including methods for the study of refractive index fields in combustion and aerodynamics*. London: Butterworths.
- Zhang, H. & Baddour, R. E., 1997. *Maximum Vertical Penetration of Plane Turbulent Negatively Buoyant Jets*. s.l.:Journal of Engineering Mechanics.
- Zhang, H. & Baddour, R. E., 1998. *Maximum Penetration of Vertical Round Dense Jets at Small and Large Froude Numbers*. s.l.:Journal of Hydraulic Engineering.
- Δημητρίου, Ι. Δ., 1978. *Τυρβώδης διάχυσις κατακόρυφων υδάτινων φλεβών αρνητικής ανώσεως, Διδακτορική διατριβή*. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.
- Μίχας, Σ. Ν., 2008. *Πειραματική διερεύνηση οριζόντιων κυκλικών και μη αξονοσυμμετρικών, Διδακτορική διατριβή, Πολυτεχνική Σχολή, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών*. Βόλος: Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.
- Παπακωνσταντής, Η. Γ., 2009. *Τυρβώδεις κυκλικές φλέβες αρνητικής άνωσης υπό γωνία σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη, Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών*. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

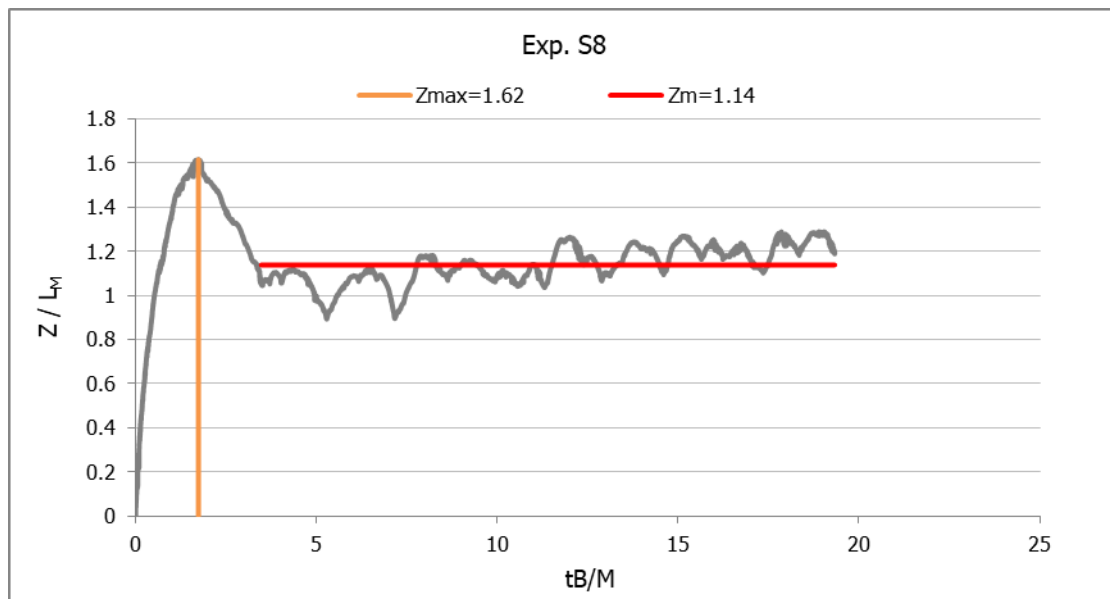
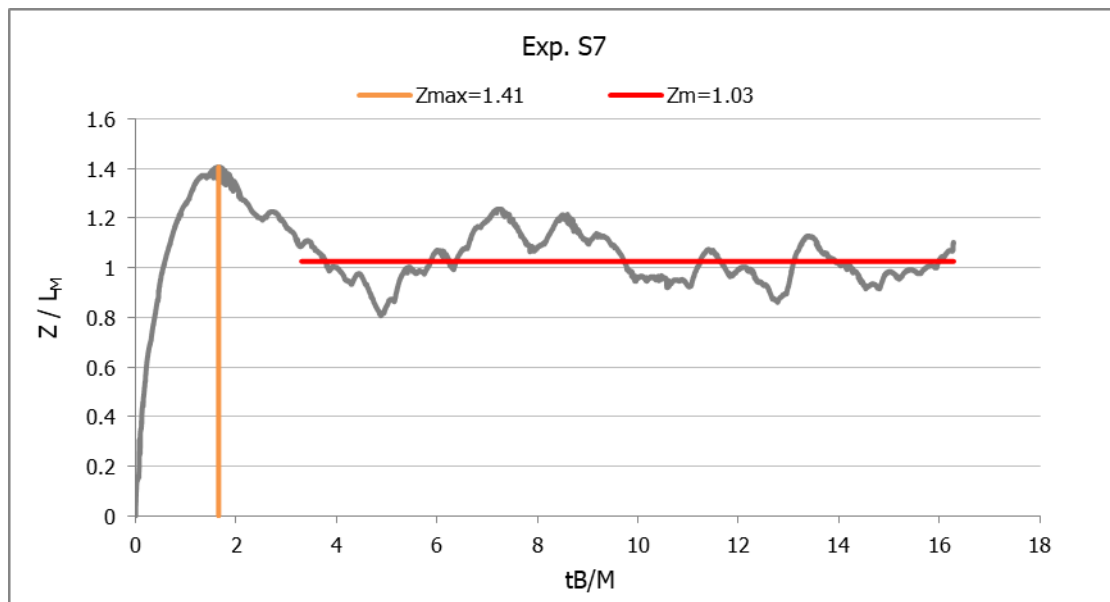
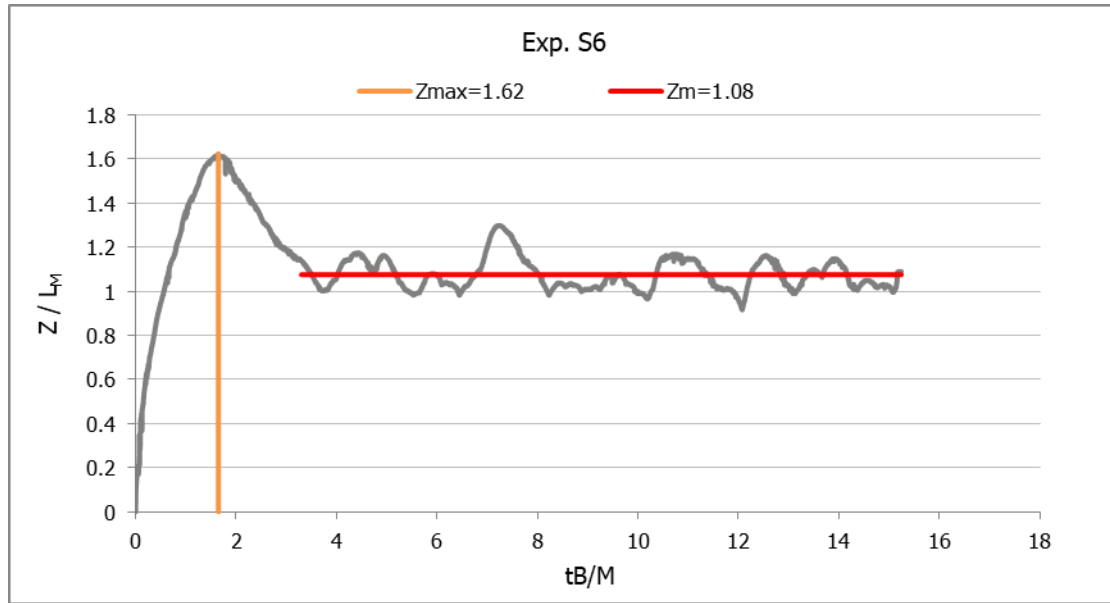
# 9 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

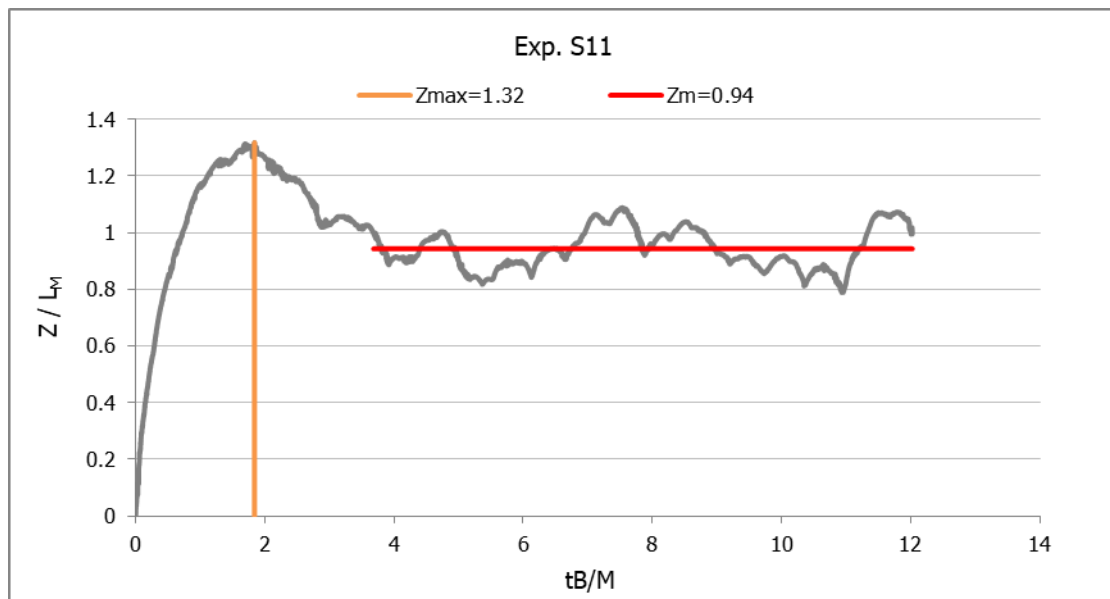
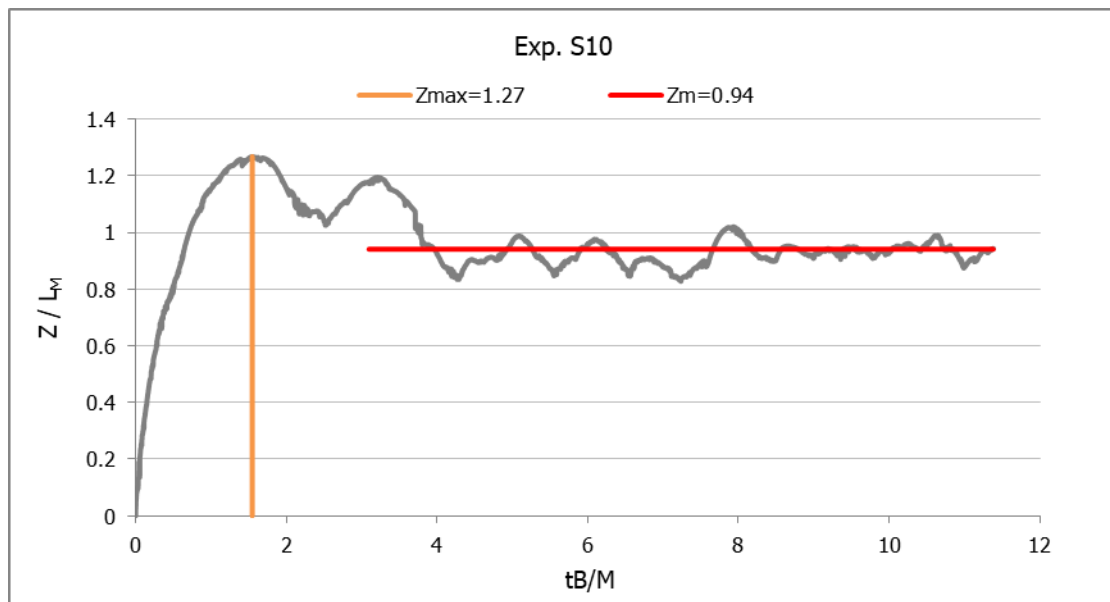
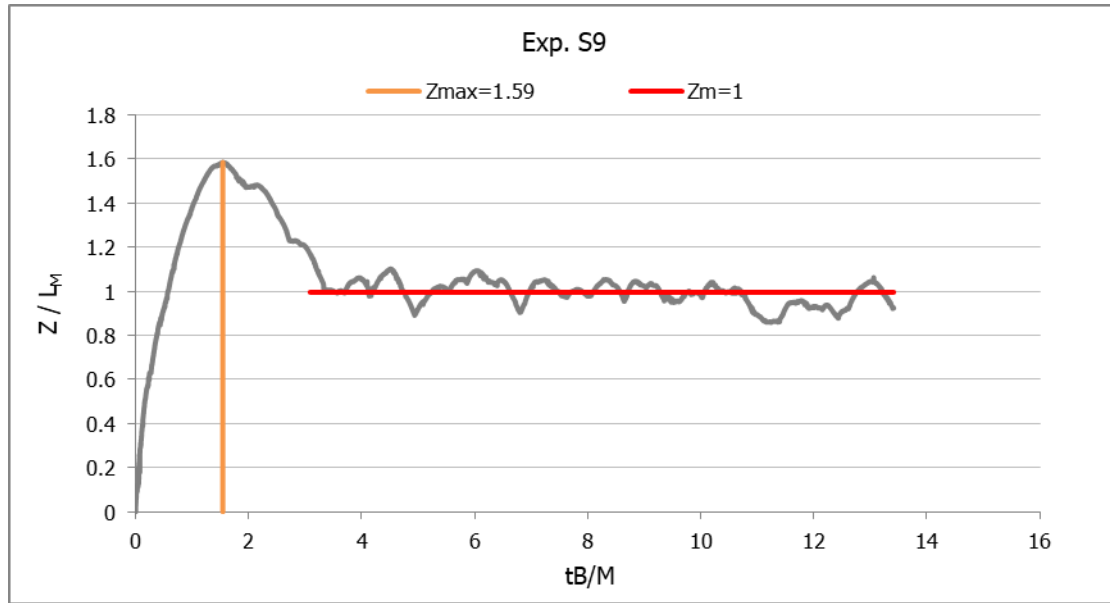
## Παράρτημα Α

### Αδιάστατες χρονοσειρές ύψους διείδυσης

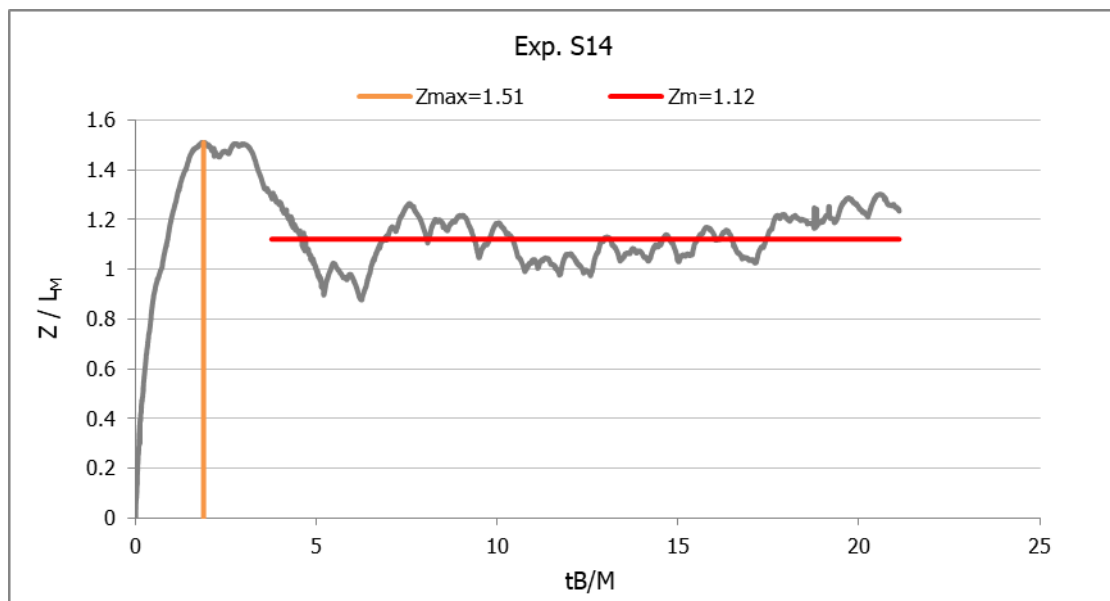
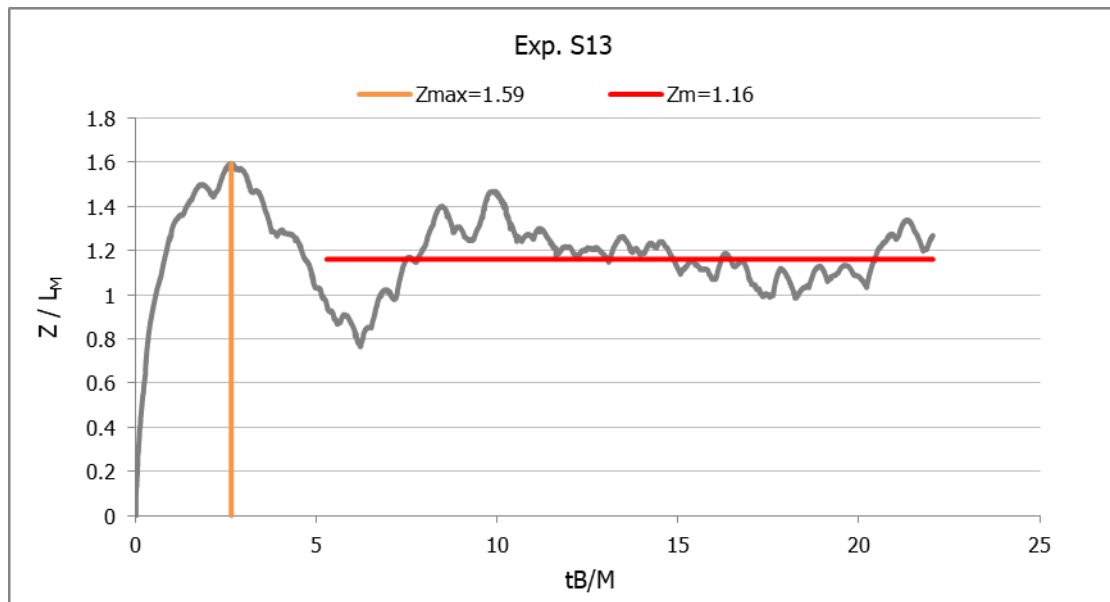
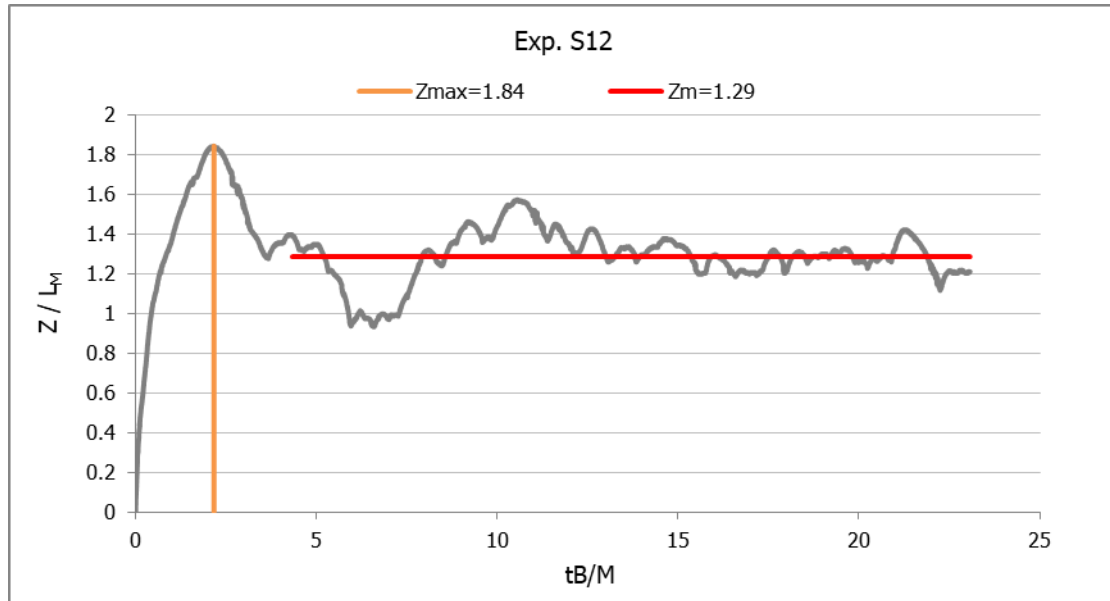


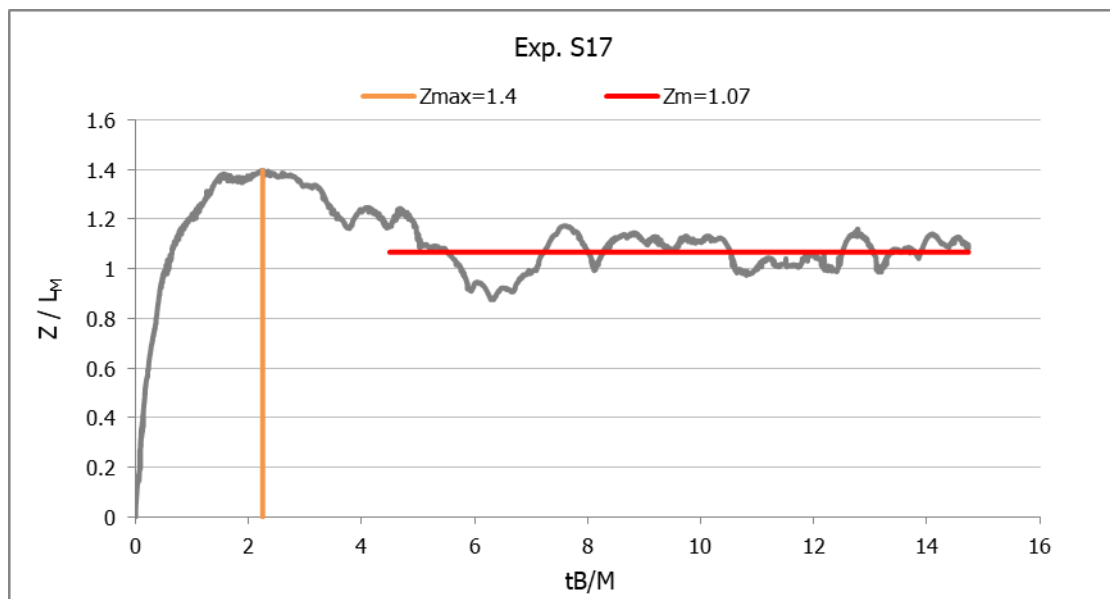
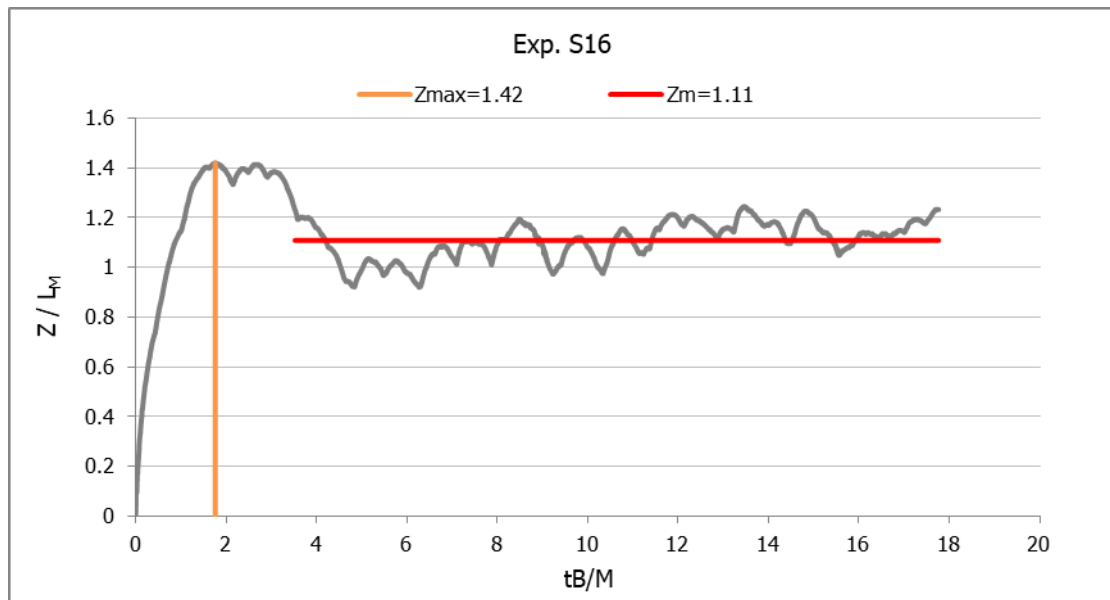
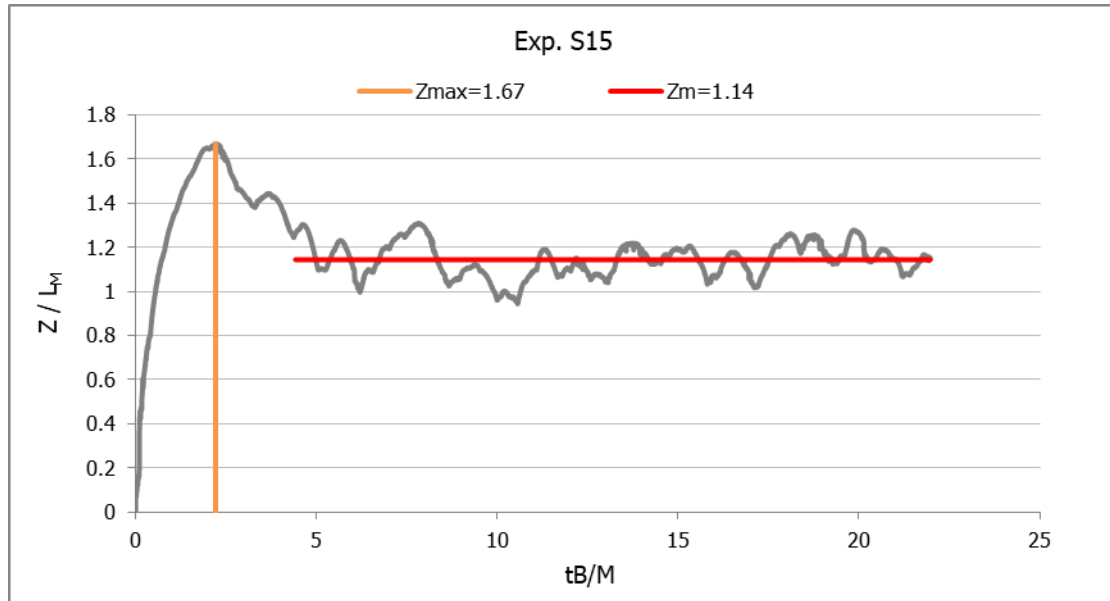


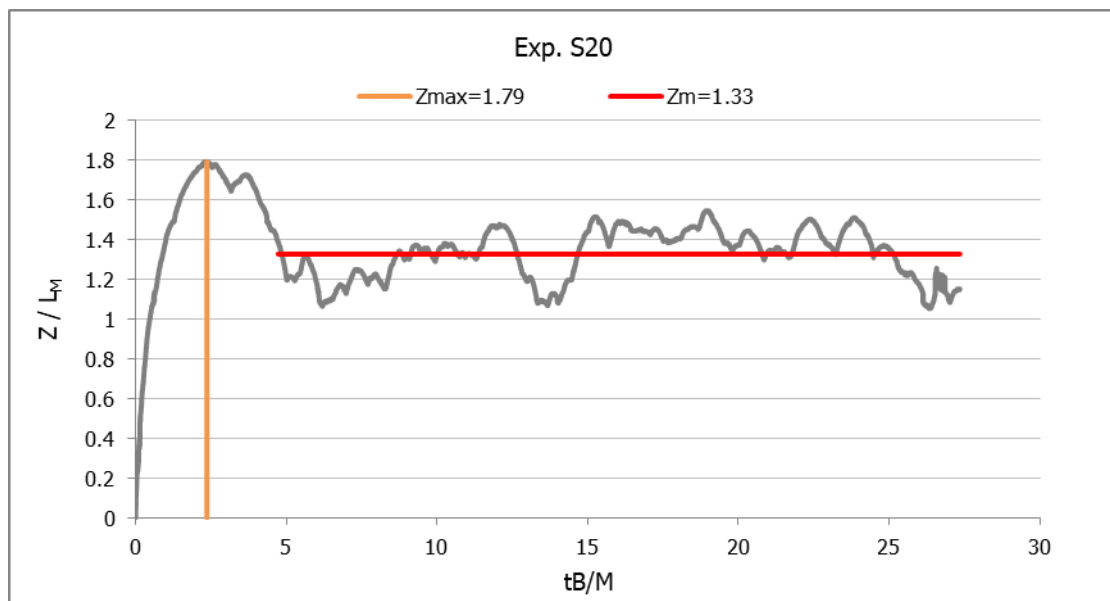
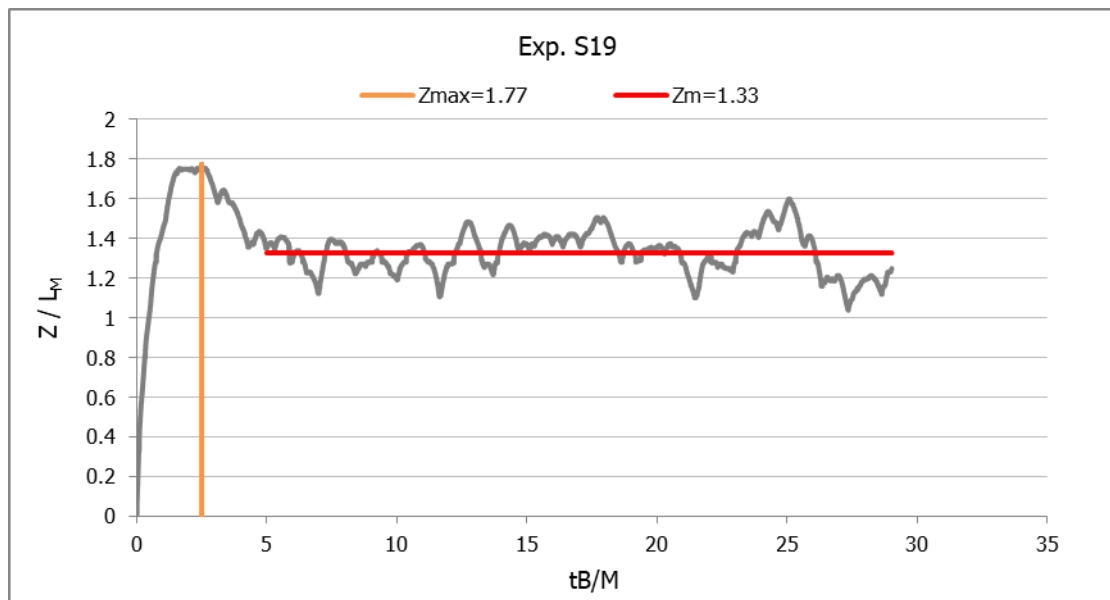
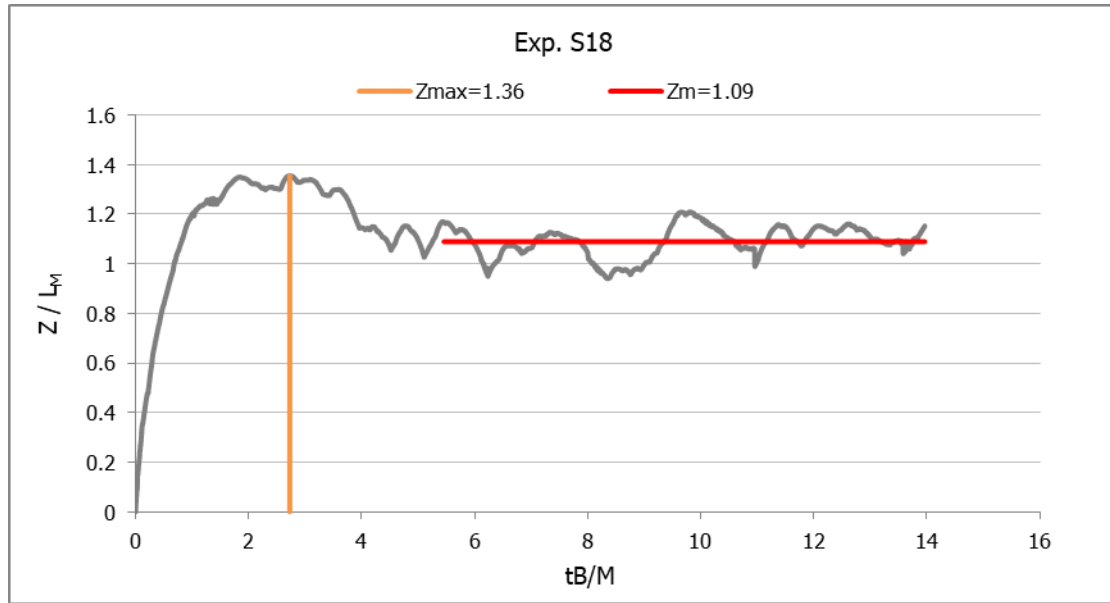


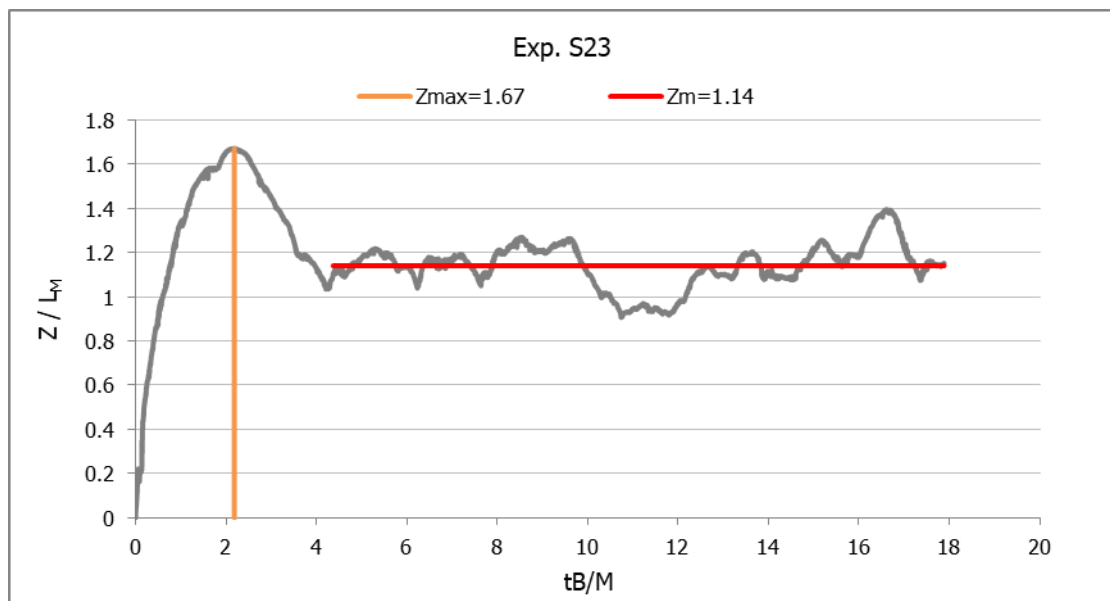
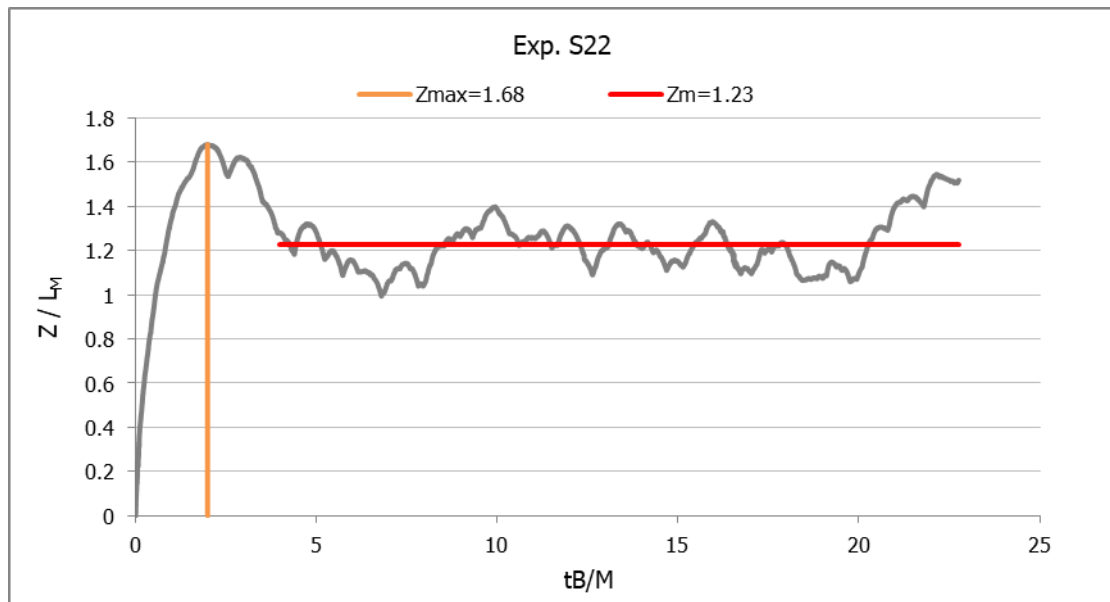
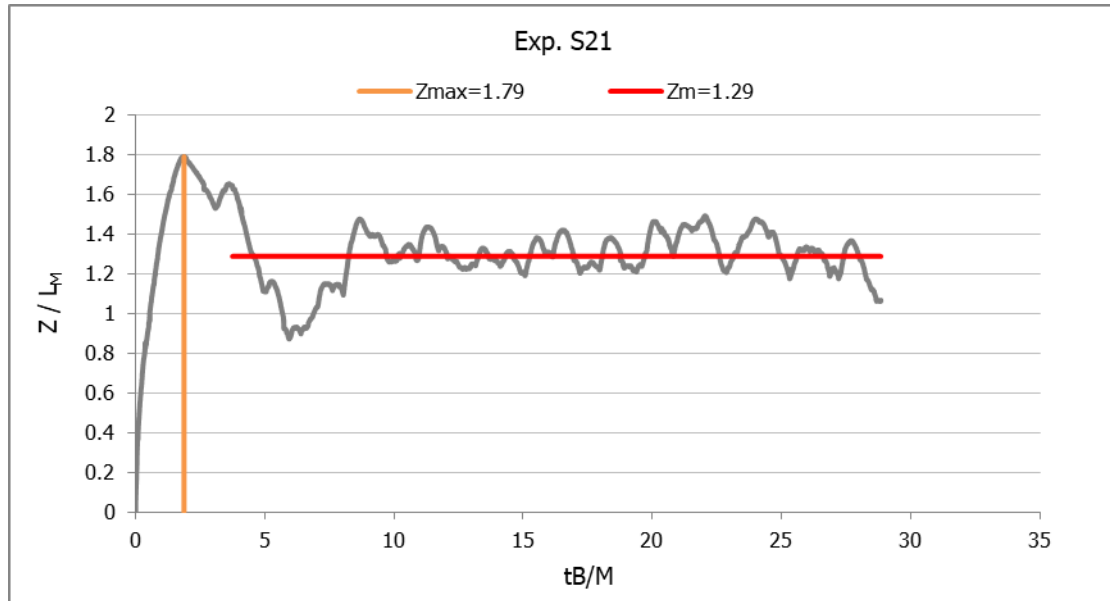


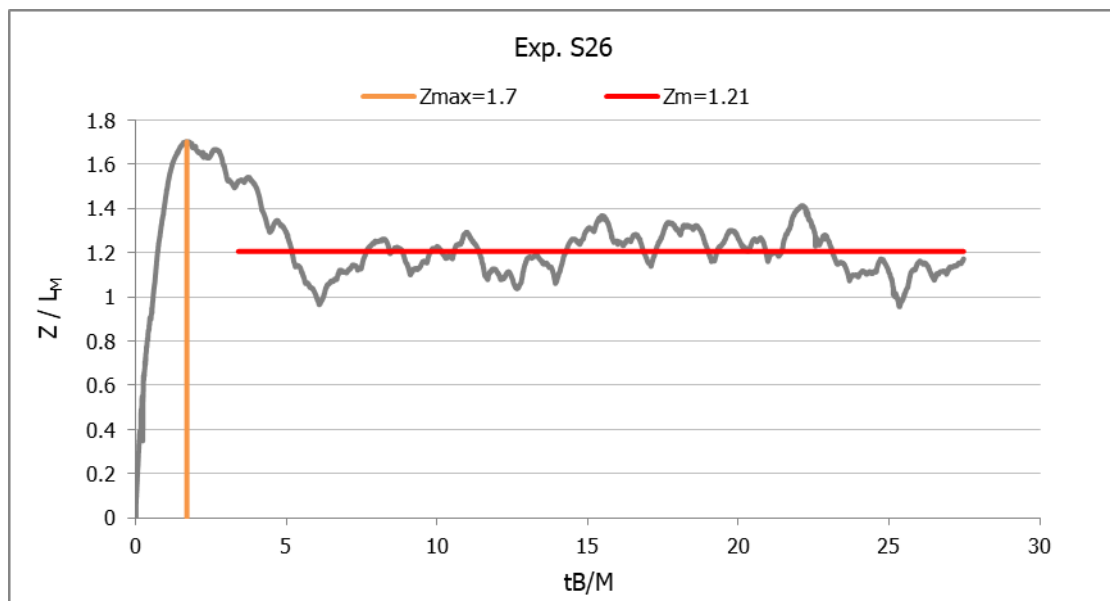
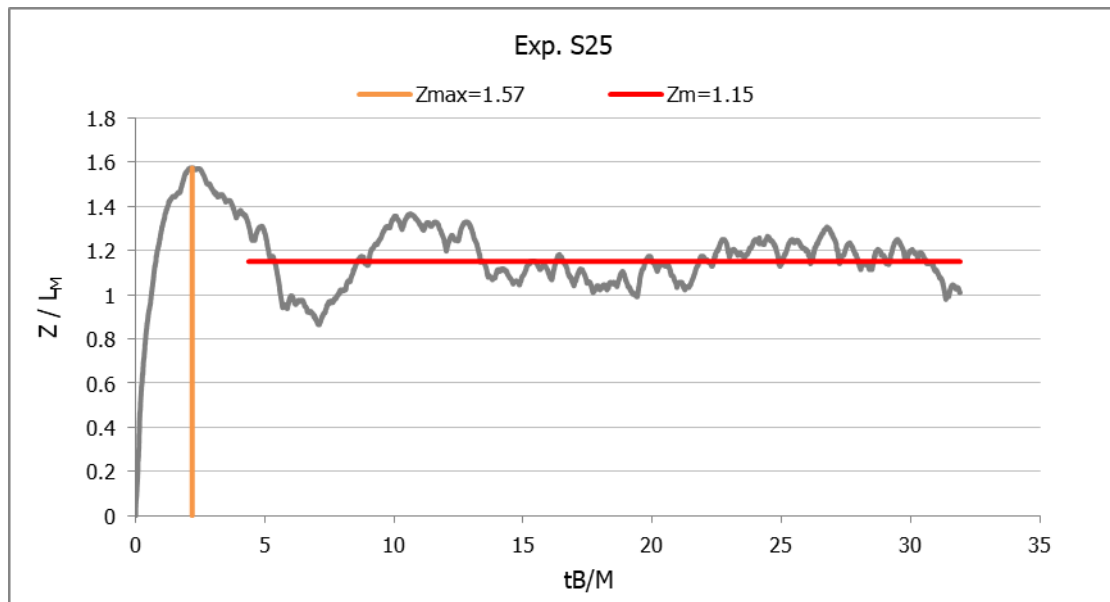
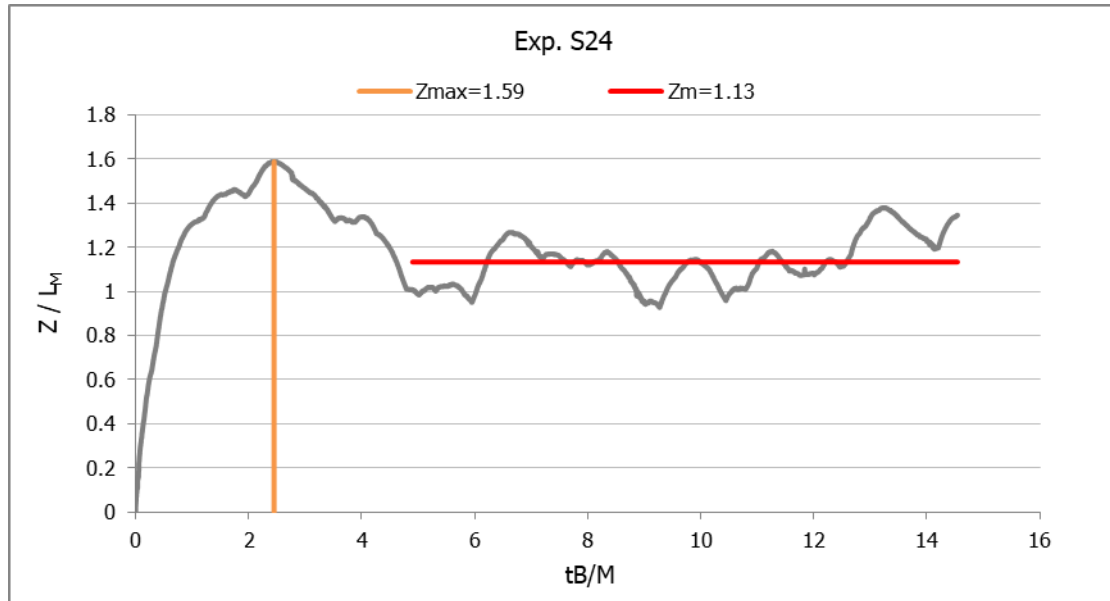


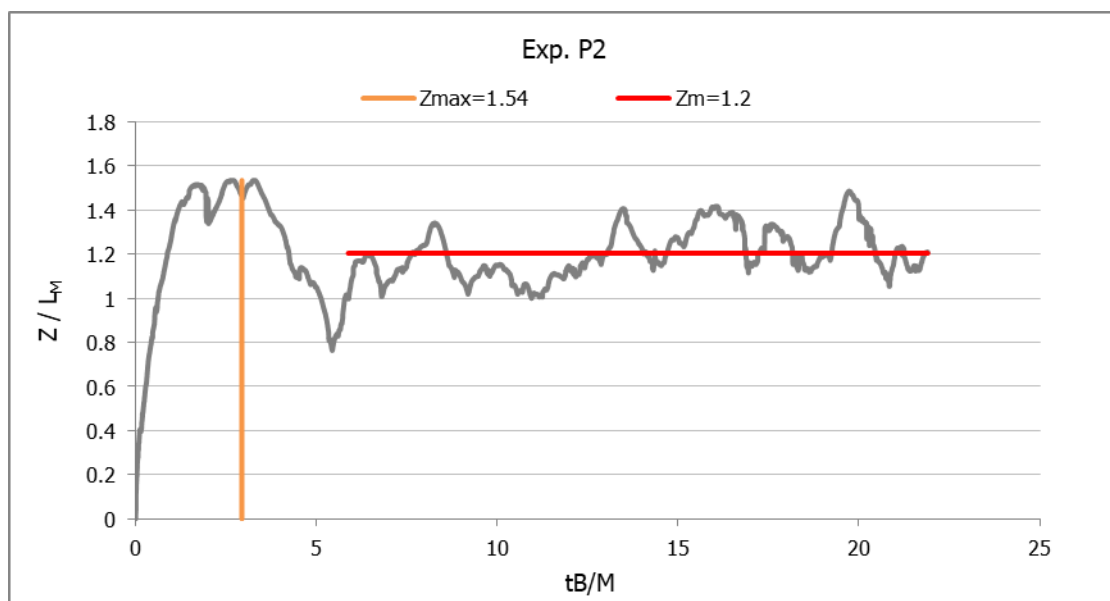
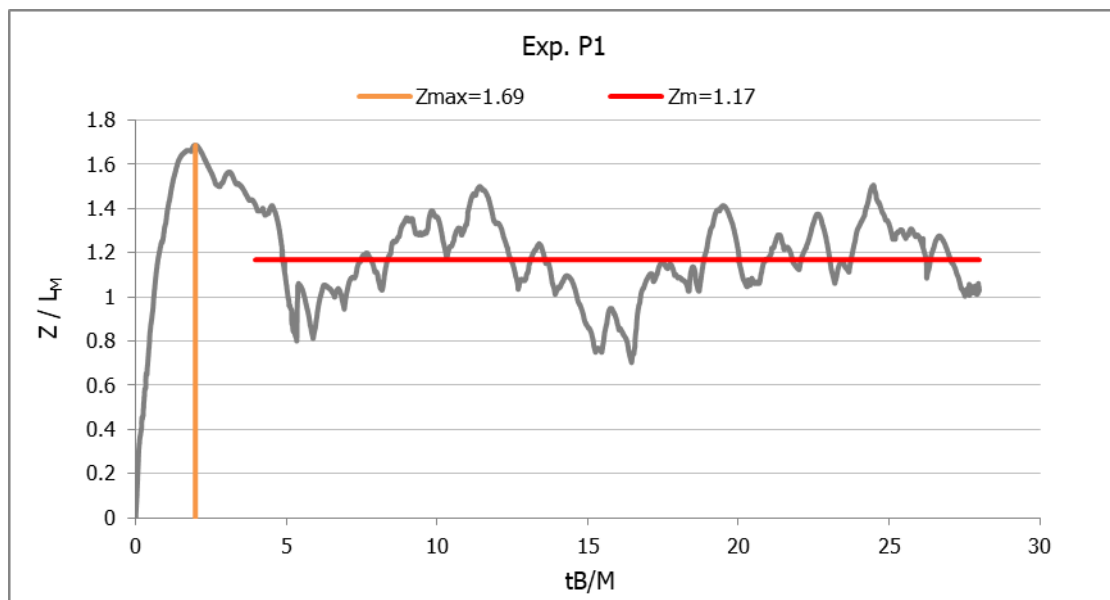
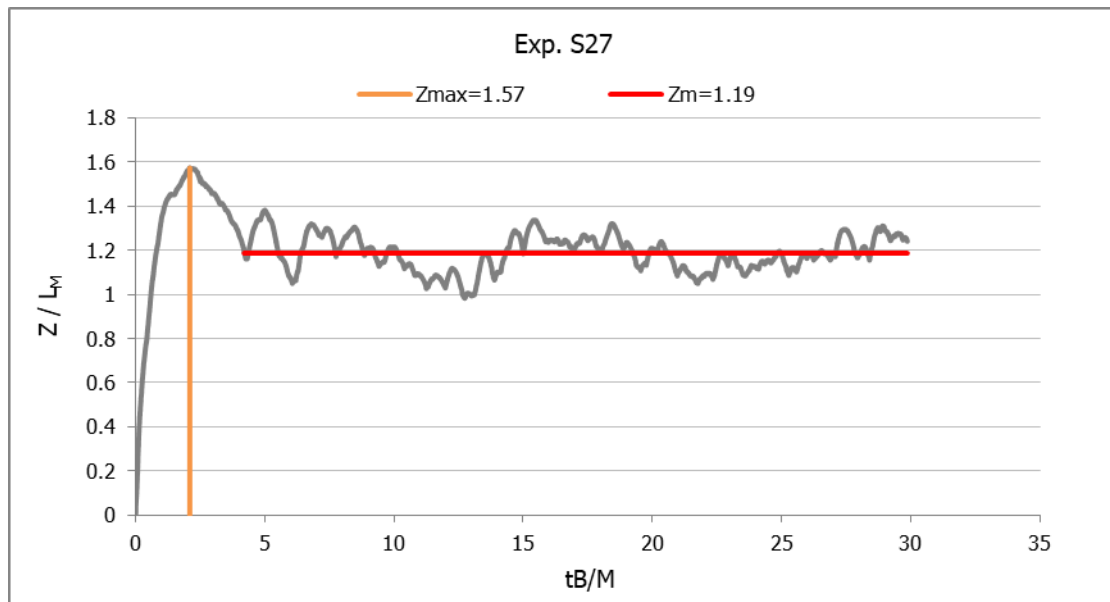


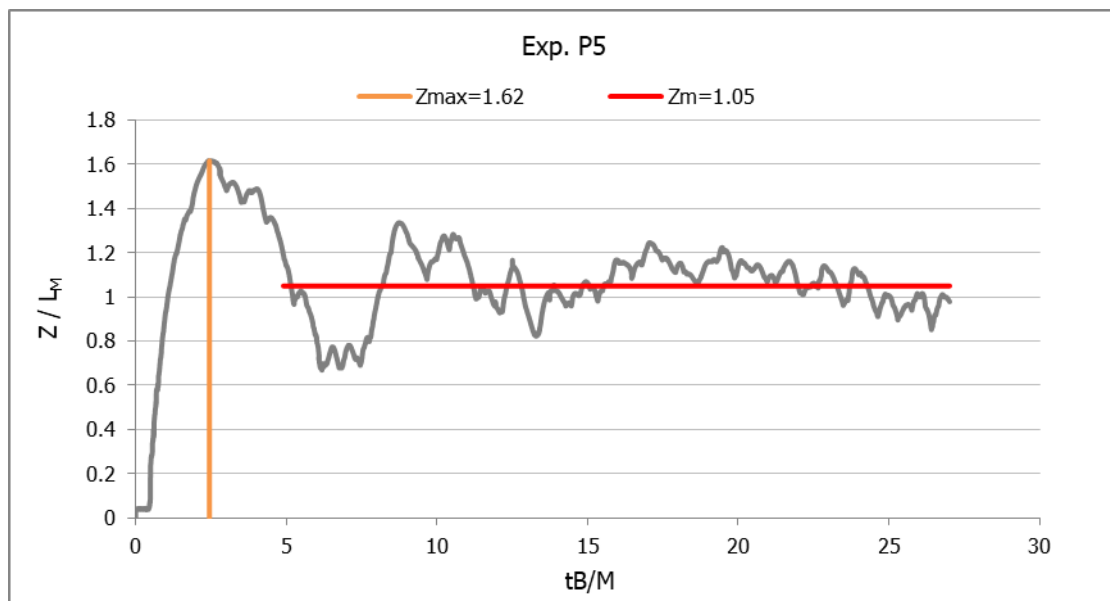
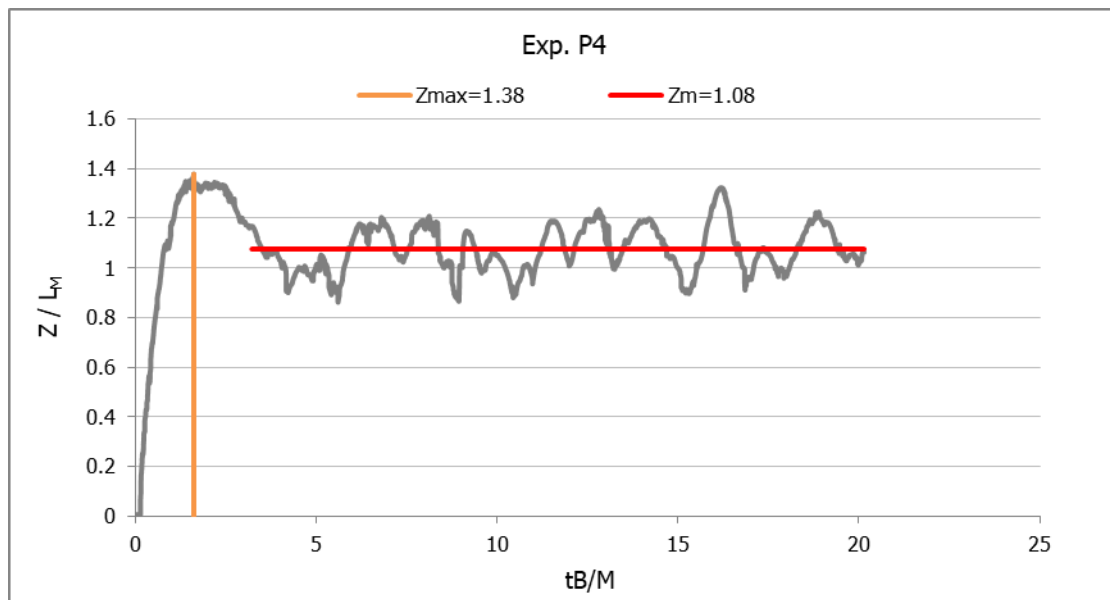
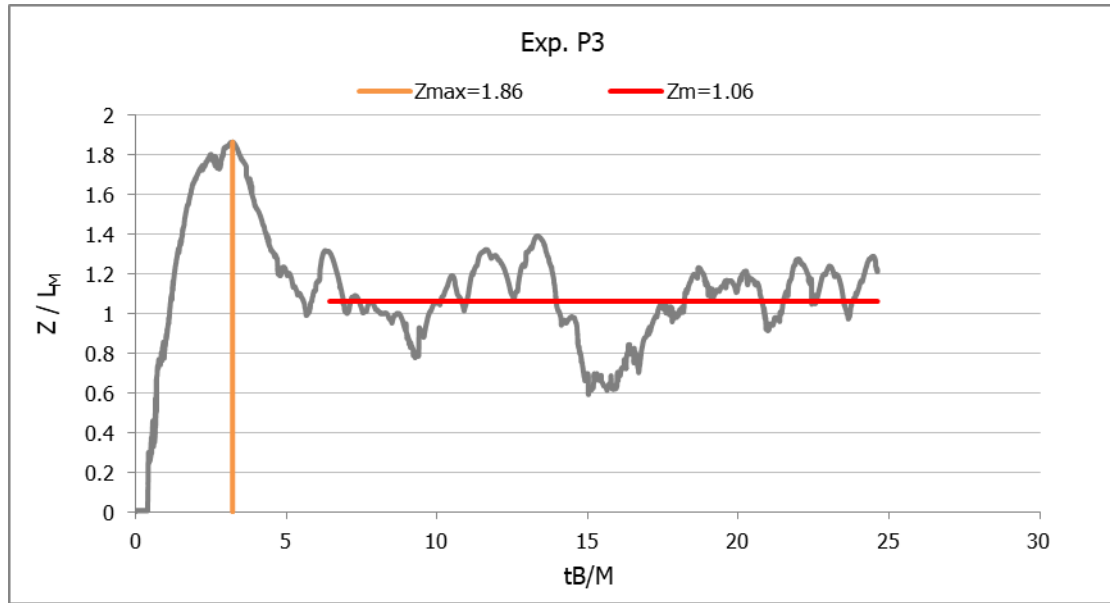


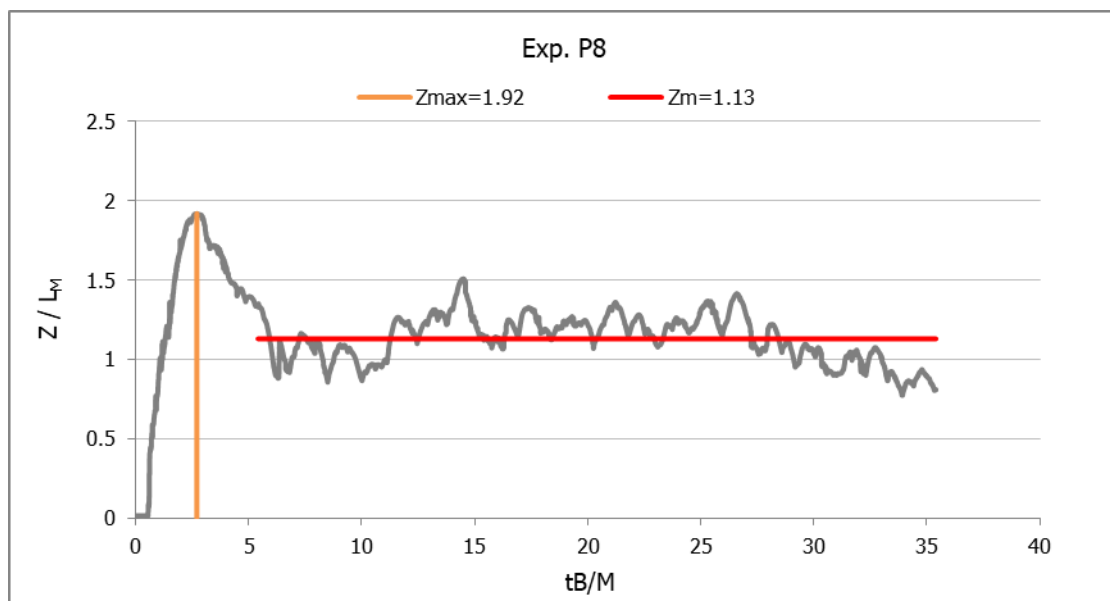
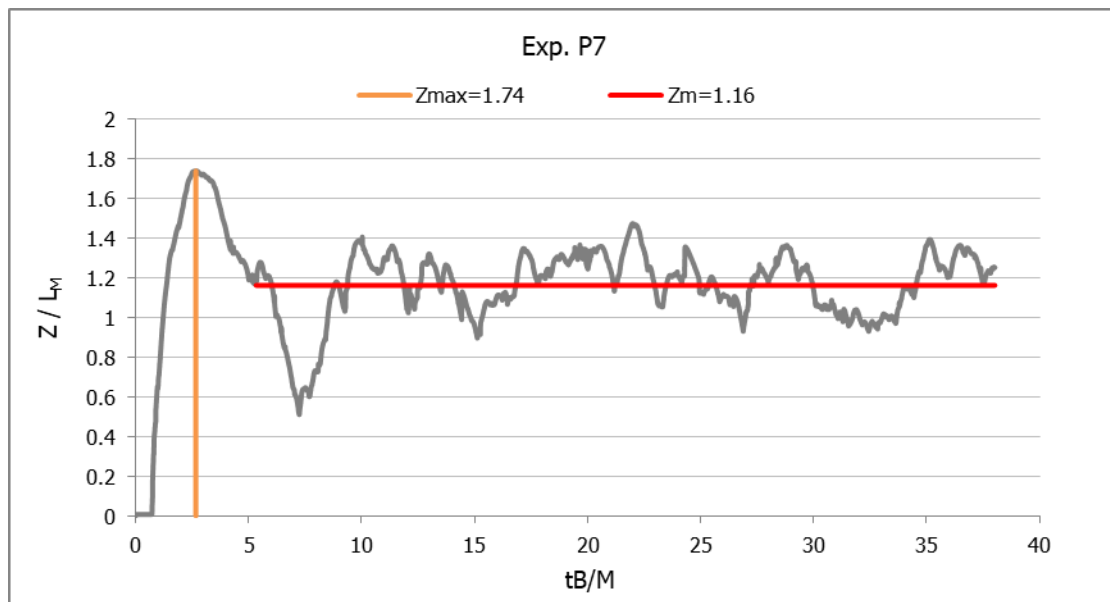
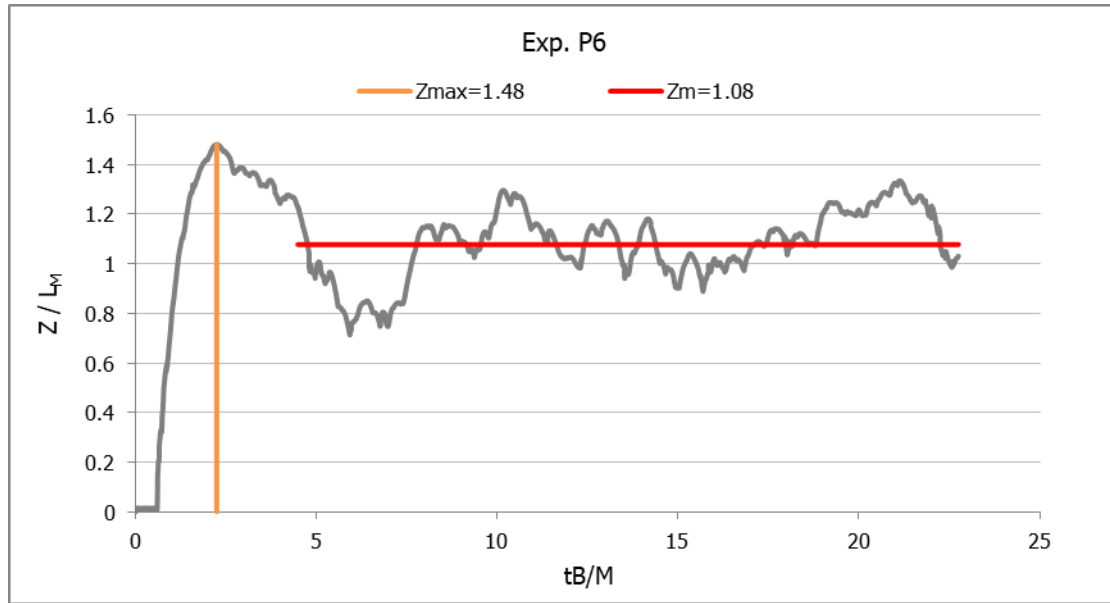














## Παράρτημα Β

---

### Κώδικας για την επεξεργασία των δεδομένων

Ο κώδικας γράφτηκε στην γλώσσα προγραμματισμού Matlab και μπορεί να εφαρμοστεί με βεβαιότητα στις εκδόσεις 2015b και αργότερα.

## Συνάρτηση δεύτερου και τρίτου ελέγχου γειτονικών εικονοστοιχείων για βίντεο με Shadowgraph

```

function [ pixelOK ] = CheckNearby( x, y, framei, avframe, stdev, ...
    firstCheck_Percentage, secondCheck_Percentage, a )
%CheckNearby performs two checks on adjacent pixels to justify if the possible
% maximum pixel is the real one
% x, y = integers, pixel coordinates of possible maximum
% framei = 3D matrices, current frame of video (RGB values of pixels)
% avframe, stdev = 3D matrices, static frame average and standard deviation
% containing (RGB values of pixels)
% firstCheck_Percentage, secondCheck_Percentage = integers, range (0,1)
% a = integer, sesitivity coefficient

count = 0; count2 = 0;
for dy = -1 : 3
    for dx = -2 : 2
        if framei(y+dy, x+dx, 2) >= ...
            avframe(y+dy, x+dx, 2) + uint8(a*stdev(y+dy, x+dx, 2));
            count = count + 1;
        elseif framei(y+dy, x+dx, 2) <= ...
            avframe(y+dy, x+dx, 2) - uint8(a*stdev(y+dy, x+dx, 2));
            count = count + 1;
        end
    end
end
if count/25 >= firstCheck_Percentage
    for dy = 12 : 2 : 14
        for dx = -4 : 2 : 4
            if framei(y+dy, x+dx, 2) >= ...
                avframe(y+dy, x+dx, 2) + uint8(a*stdev(y+dy, x+dx, 2));
                count2 = count2+1;
            elseif framei(y+dy, x+dx, 2) <= ...
                avframe(y+dy, x+dx, 2) - uint8(a*stdev(y+dy, x+dx, 2));
                count2 = count2 + 1;
            end
        end
    end
    if count2/10 >= secondCheck_Percentage
        pixelOK = 1;
    else
        pixelOK = 0;
    end
else
    pixelOK = 0;
end
end

```

## Πρόγραμμα δημιουργίας χρονοσειρών ύψους διείσδυσης σε άξονες frame - pixel για βίντεο με Shadowgraph

### **clc; clear; close all;**

inputFileName = **%string**, input full path of recorded video file  
 resultFileName = **%string**, input full path of result checking video file output  
 firstCheckLevel = **%integer**, levels 1, 2 or 3, 1 being the lowest sensitivity level  
 secondCheckLevel = **%integer**, levels 1, 2 or 3, 1 being the lowest sensitivity level  
 sensitivityLevel = **%integer**, levels 1, 2 or 3, 1 being the lowest sensitivity level  
 startTime = **%integer**, time passed for input video to stabilize in seconds

### **%Static frame average calculation**

```
disp('Processing Video...')
video = VideoReader(inputFileName);
duration = video.Duration;
frameRate = video.FrameRate;
startFrame = startTime*frameRate + 1;
framei = read(video, startFrame);
frameSize = size(framei);
frameSum = zeros(frameSize);
for i = 0 : frameRate - 1
|   framei = read(video, i + startFrame);
|   frameSum = frameSum + double(framei);
end
staticFr_Average = frameSum./(i + 1);
disp('Static frame average -> Complete')
```

### **%Static frame standard deviation calculation**

```
variance = zeros(frameSize);
for i = 0 : frameRate - 1
|   framei = read(video, i + startFrame);
|   variance = (double(framei) - double(staticFr_Average)).^2 + variance;
end
variance = variance./(i + 1);
staticFr_Stdev = variance.^(0.5);
staticFr_Average = uint8(staticFr_Average);
disp('Static frame standard deviation -> Complete')
```

### **%Penetration height timeline calculation, and creation of video to check results**

```
videowr = VideoWriter(resultFileName);
videowr.FrameRate = frameRate;
open(videowr);
firstCheck_Percentages = [0.6, 0.72, 0.8];
secondCheck_Percentages = [0.6, 0.8, 0.9];
sensitivityCoefficients = [12, 18, 26];
firstCheck_Percentage = firstCheck_Percentages(firstCheckLevel);
secondCheck_Percentage = secondCheck_Percentages(secondCheckLevel);
a = sensitivityCoefficients(sensitivityLevel);
```

```

startY = 10;
pixel_Z = zeros(floor(frameRate*duration - 100), 1);
pixel_found = 0;
for i = startFrame + 50 : frameRate*duration - 100
    framei = read(video, i);
    for y = startY : floor(0.98*frameSize(1))
        for x = round(0.25*frameSize(2)) : round(0.75*frameSize(2))
            if framei(y, x, 2) >= ...
                staticFr_Average(y, x, 2)+uint8(a*staticFr_Stdev(y, x, 2)); ... ||
            framei(y, x, 2) <= ...
                staticFr_Average(y, x, 2) - uint8(a*staticFr_Stdev(y, x, 2));
            pixelOK = CheckNearby(x, y, framei, staticFr_Average, ...
                staticFr_Stdev, firstCheck_Percentage, secondCheck_Percentage, a);
            if pixelOK == 1;
                if i > 1000
                    if frameSize(1) == 1080
                        if y > 20
                            startY = y - 15;
                        end
                    end
                end
                pixel_Z(i) = frameSize(1) - y;
                pixel_found = 1;
                for dy = -2 : 2
                    for dx = -2 : 2
                        framei(y + dy, x + dx, 1) = 255;
                        framei(y + dy, x + dx, 2) = 0;
                        framei(y + dy, x + dx, 3) = 0;
                    end
                end
            end
            pixelOK = 0;
        end
        if pixel_found == 1;
            break
        end
    end
    if pixel_found == 1;
        break
    end
end
writeVideo(videowr, framei);
pixel_found = 0;
disp([num2str(i) '/' num2str(frameRate*duration - 100)])
end
close(videowr);
disp('Process Complete')
%Results: Penetration height timeline = pixel_Z
%          Video to check correctness of timeline saved as resultFileName

```

Πρόγραμμα μετατροπής χρονοσειρών ύψους διείδυσης από άξονες frame - pixel σε άξονες χρόνου (s) - μήκους (cm), για βίντεο με Shadowgraph

**clc; clear; close all;**

grid\_FileName = **%string**, input full path of .txt file containing the grid coordinates  
z\_FileName = **%string**, input full path of .txt file containing the pixel timeline  
resultZ\_FileName = **%string**, input full path of result .txt file containing the timeline (cm)  
gridDist = **%int**, distance between grid points in cm

grid = **dload(grid\_FileName);**

z = **dload(z\_FileName);**

**for** j = 2 : 2 : 8

**for** i = 1 : **size**(grid, 1)

    grid(i, j) = 1080 - grid(i, j);

**end**

**end**

**axis equal**

averageGrid = **zeros(size(grid, 1), 4);**

dGrid = **zeros(size(grid, 1) - 1, 4);**

**for** j = 2 : 2 : 8

  averageGrid(:, j/2) = grid(:, j);

  dGrid(:, j/2) = grid(2 : **end**, j) - grid(1 : **end** - 1, j);

**end**

pix2CM = **sum(averageGrid, 2)./4;**

dpix2CM = **sum(dGrid, 2)./4;**

dpix2CM = [**dpix2CM; dpix2CM(end)**];

z\_cm = **zeros(length(z), 1);**

**for** i = 1 : **length**(z)

  a = **zeros(length(pix2CM));**

  level = **find(pix2CM <= z(i));**

**if** **size**(level) == [0, 1]

    z\_cm(i) = 0;

**else**

    level = **max**(level);

    z\_cm(i) = (z(i) - pix2CM(level))/dpix2CM(level)\* gridDist + (level - 1)\* gridDist;

**end**

**end**

fid = **fopen**(resultZ\_FileName, '**w**');

**fprintf**(fid, '%5.2f\r\n', z\_cm);

**fclose**(fid);

## Συνάρτηση δεύτερου και τρίτου ελέγχου γειτονικών εικονοστοιχείων για βίντεο με PLIF

```

function [ pixelOK ] = CheckNearby_L( x, y, framei, avframe, stdev, ...
    firstCheck_Percentage, secondCheck_Percentage, a )
%CheckNearby performs two checks on adjacent pixels to justify if the possible
% maximum pixel is the real one
% x, y = integers, pixel coordinates of possible maximum
% framei = 3D matrix, current frame of video (RGB values of pixels)
% avframe, stdev = 3D matrices, static frame average and standard deviation
% containing (RGB values of pixels)
% firstCheck_Percentage, secondCheck_Percentage = integers, range (0,1)
% a = integer, sesitivity coefficient

count = 0; count2 = 0;
for dx = -3 : 1
    for dy = -2 : 2
        if framei(y+dy, x+dx, 2) >= ...
            avframe(y+dy, x+dx, 2) + uint8(a*stdev(y+dy, x+dx, 2)) + 25;
            count = count + 1;
        end
    end
end
if count/25 >= firstCheck_Percentage
    for dx = -12 : -2 : -14
        for dy = -4 : 2 : 4
            if framei(y+dy, x+dx, 2) >= ...
                avframe(y+dy, x+dx, 2) + uint8(a*stdev(y+dy, x+dx, 2));
                count2 = count2+1;
            end
        end
    end
    if count2/10 >= secondCheck_Percentage
        pixelOK = 1;
    else
        pixelOK = 0;
    end
else
    pixelOK = 0;
end
end

```

## Πρόγραμμα δημιουργίας χρονοσειρών ύψους διείσδυσης σε άξονες frame - pixel για βίντεο με PLIF

### **clc; clear; close all;**

inputFileName = **%string**, input full path of recorded video file  
 resultFileName = **%string**, input full path of result checking video file output  
 firstCheckLevel = **%integer**, levels 1, 2 or 3, 1 being the lowest sensitivity level  
 secondCheckLevel = **%integer**, levels 1, 2 or 3, 1 being the lowest sensitivity level  
 sensitivityLevel = **%integer**, levels 1, 2 or 3, 1 being the lowest sensitivity level  
 startTime = **%integer**, time passed for input video to stabilize in seconds

### **%Static frame average calculation**

```
disp('Processing Video...')
video = VideoReader(inputFileName);
duration = video.Duration;
frameRate = video.FrameRate;
startFrame = startTime*frameRate + 1;
framei = read(video, startFrame);
frameSize = size(framei);
frameSum = zeros(frameSize);
for i = 0 : frameRate - 1
|   framei = read(video, i + startFrame);
|   frameSum = frameSum + double(framei);
end
staticFr_Average = frameSum./(i + 1);
disp('Static frame average -> Complete')
```

### **%Static frame standard deviation calculation**

```
variance = zeros(frameSize);
for i = 0 : frameRate - 1
|   framei = read(video, i + startFrame);
|   variance = (double(framei) - double(staticFr_Average)).^2 + variance;
end
variance = variance./(i + 1);
staticFr_Stdev = variance.^(0.5);
staticFr_Average = uint8(staticFr_Average);
disp('Static frame standard deviation -> Complete')
```

### **%Penetration height timeline calculation, and creation of video to check results**

```
videowr = VideoWriter(resultFileName);
videowr.FrameRate = frameRate;
open(videowr);
firstCheck_Percentages = [0.6, 0.72, 0.8];
secondCheck_Percentages = [0.6, 0.8, 0.9];
sensitivityCoefficients = [12, 18, 26];
firstCheck_Percentage = firstCheck_Percentages(firstCheckLevel);
secondCheck_Percentage = secondCheck_Percentages(secondCheckLevel);
a = sensitivityCoefficients(sensitivityLevel);
```

```

startX = 1800;
pixel_Z = zeros(floor(frameRate*duration - 100), 1);
pixel_found = 0;
for i = startFrame + 50 : frameRate*duration - 100
    framei = read(video, i);
    for x = startX : -1 : floor(0.20*frameSize(2))
        for y = round(0.18*frameSize(1)) : round(0.82*frameSize(1))
            if framei(y, x, 2) >= ...
                staticFr_Average(y, x, 2)+uint8(a*staticFr_Stdev(y, x, 2)) + 25
                pixelOK = CheckNearby(x, y, framei, staticFr_Average, ...
                    staticFr_Stdev, firstCheck_Percentage, secondCheck_Percentage, a);
                if pixelOK == 1;
                    if i > 1000
                        if frameSize(1) == 1080
                            if x < 1800
                                startX = x + 15;
                            end
                        end
                    end
                    pixel_Z(i) = x;
                    pixel_found = 1;
                    for dy = -2 : 2
                        for dx = -2 : 2
                            framei(y + dy, x + dx, 1) = 255;
                            framei(y + dy, x + dx, 2) = 0;
                            framei(y + dy, x + dx, 3) = 0;
                        end
                    end
                end
                pixelOK = 0;
            end
            if pixel_found == 1;
                break
            end
        end
        if pixel_found == 1;
            break
        end
    end
    writeVideo(videowr, framei);
    pixel_found = 0;
    disp([num2str(i) '/' num2str(frameRate*duration - 100)])
end
close(videowr);
disp('Process Complete')
%Results: Penetration height timeline = pixel_Z
%          Video to check correctness of timeline saved as resultFileName

```



Πρόγραμμα μετατροπής χρονοσειρών ύψους διείσδυσης από άξονες frame - pixel σε άξονες χρόνου (s) - μήκους (cm), για βίντεο με PLIF

**clc;clear;close all;**

grid\_FileName = **%string**, input full path of .txt file containing the grid coordinates

z\_FileName = **%string**, input full path of .txt file containing the pixel timeline

resultZ\_FileName = **%string**, input full path of result .txt file containing the timeline (cm)

gridDist = **%int**, distance between grid points in cm

```
grid = dlmread(grid_FileName);
```

```
z = dlmread(z_FileName);
```

```
z = z(find(z > grid(1)));
```

```
a = gridDist / (grid(3) - grid(2));
```

```
b = grid(1);
```

```
z_cm = zeros(length(z), 1);
```

```
for i = 1 : length(z)
```

```
    z_cm(i) = a*(z(i) - b);
```

```
end
```

```
fid = fopen(resultZ_FileName, 'w');
```

```
fprintf(fid, '%5.2f\r\n', z_cm);
```

```
fclose(fid);
```

Πρόγραμμα εύρεσης μεγίστου και τερματικού ύψους διείσδυσης από τις χρονοσειρές σε εκατοστά και κατασκευής βασικών διαγραμμάτων

**clc; clear; close all;**

fileName = %string, input full path of .txt file containing the timeline in cm

vidFPS = %int, recorded video frames per second

chartTitle = %string, input timeline chart title

**z\_cm = dlmread(fileName);**

**startFrame = find(z\_cm ~= 0, 1);**

**z\_cm = z\_cm(startFrame - 1 : end);**

**Zmax = max(z\_cm);**

**frame\_Zmax\_temp = find(z\_cm == Zmax);**

**frame\_Zmax = round(mean(frame\_Zmax\_temp), 0);**

**t\_Zmax = frame\_Zmax/vidFPS;**

**Zaverage = mean(z\_cm(2\*frame\_Zmax : end));**

**figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);**

**t = (1 : length(z\_cm))./vidFPS;**

**tav = (2\*frame\_Zmax : length(z\_cm))./vidFPS;**

**plot(t, z\_cm)**

**hold on**

**plot([t\_Zmax t\_Zmax], [0 Zmax], 'r')**

**plot([2\*frame\_Zmax length(z\_cm)]./ vidFPS, [Zaverage Zaverage], 'r')**

**title(chartTitle)**

**hold off**

**end**

Zmax = Zmax';

Zaverage = Zaverage';

frame\_Zmax = frame\_Zmax';

t\_Zmax = t\_Zmax';

Συνάρτηση δημιουργίας χρωματικού χάρτη από εικόνα έντασης

```

function [ sharpFrame,result ] = ColormapCreation( frame, cMapType, width, height
)
%ColormapCreation creates a colormap based on an intensity image
% CMapType = string, (ex. jet, summer, winter...)
% width, height = arrays, pixel range of interest MUST be included in
% frame dimensions

maxValue = max(max(frame(height, width)));
sharpFrame = double(frame)./double(maxValue).*255;
sharpFrame = uint8(sharpFrame);
colormapU = uint8(colormap(cMapType)*255);
a = 255/length(colormap);
sharpFrame_over_a = double(sharpFrame)./a;
result = zeros(1080, 1920, 3);
for x = 1 : 1920
    for y = 1 : 1080
        for c = 1 : 3
            if sharpFrame_over_a(y, x) <= 1
                result(y, x, c) = colormapU(1, c);
            else
                floorValue = floor(sharpFrame_over_a(y, x));
                if floorValue == length(colormapU)
                    result(y, x, c) = colormapU(end, c);
                else
                    result(y, x, c) = colormapU(floorValue, c) + ...
                        (sharpFrame_over_a(y, x) - floorValue) * ...
                        (colormapU(floorValue + 1, c) - colormapU(floorValue, c));
                end
            end
        end
    end
end
result = uint8(result);
close all;
imtool(result);
end

```

## Πρόγραμμα κατασκευής χρωματικού χάρτη μέσης συγκέντρωσης και έντασης τύρβης για τρεις συνιστώσες του χρώματος RGB

### **clc; clear; close all;**

inputFileName = **%string**, input full path of recorded video file

startTime = **%integer**, time passed for input video to stabilize in seconds

staticFr\_Duration = **%integer**, duration to calculate the average static frame in seconds

jetStartTime = **%integer**, time when liquid motion starts in seconds

video = **VideoReader**(inputFileName);

duration = video.**Duration**;

frameRate = video.**FrameRate**;

startFrame = startTime\*frameRate + 1;

framei = **read**(video, startFrame);

frameSize = **size**(framei);

frameSum = **zeros**(frameSize);

**for** i = 0 : staticFr\_Duration\*frameRate - 1

| framei = **read**(video, i + startFrame);

| frameSum = frameSum + **double**(framei);

**end**

staticFr\_Average = frameSum./(i + 1);

staticFr\_Average = **uint8**(staticFr\_Average);

**disp**('Static frame average -> Complete')

jetStartFrame = jetStartTime\*frameRate;

frameSum = **zeros**(frameSize);

**for** i = 0 : frameRate\*duration - jetStartFrame - 1

| framei = **read**(video, i + jetStartFrame);

| frameSum = frameSum + **double**(framei);

**end**

jetFr\_Average = frameSum./(i + 1);

jetFr\_Average = **uint8**(jetFr\_Average);

frame\_Average\_R = jetFr\_Average(:, :, 1);

frame\_Average\_G = jetFr\_Average(:, :, 2);

frame\_Average\_B = jetFr\_Average(:, :, 3);

**disp**('Jet frame average -> Complete')

variance = **zeros**(frameSize);

**for** i = 0 : frameRate\*duration - jetStartFrame - 1

| framei = **read**(video, i + jetStartFrame);

| variance = (**double**(framei) - **double**(jetFr\_Average)).^2 + variance;

**end**

variance = variance./(i + 1);

jetFrame\_Stdev = variance.^(0.5);

jetFrame\_Stdev = **uint8**(jetFrame\_Stdev);

frame\_Stdev\_R = jetFrame\_Stdev(:, :, 1);

frame\_Stdev\_G = jetFrame\_Stdev(:, :, 2);

frame\_Stdev\_B = jetFrame\_Stdev(:, :, 3);

**disp**('Jet frame standard deviation -> Complete')

```
[sharpFrame_Stdev_R, resultFrame_Stdev_R] = ...
ColormapCreation(frame_Stdev_R, 'jet', 900 : 1100, 1 : 780);
[sharpFrame_Stdev_G, resultFrame_Stdev_G] = ...
ColormapCreation(frame_Stdev_G, 'jet', 900 : 1100, 1 : 780);
[sharpFrame_Stdev_B, resultFrame_Stdev_B] = ...
ColormapCreation(frame_Stdev_B, 'jet', 900 : 1100, 1 : 780);

dframe_Average_R = frame_Average_R - staticFr_Average(:, :, 1);
[sharpDframe_Average_R, resultFrame_Average_R] = ...
ColormapCreation(dframe_Average_R, 'jet', 900 : 1100, 1 : 780);
dframe_Average_G = frame_Average_G - staticFr_Average(:, :, 1);
[sharpDframe_Average_G, resultFrame_Average_G] = ...
ColormapCreation(dframe_Average_G, 'jet', 900 : 1100, 1 : 780);
dframe_Average_B = frame_Average_B - staticFr_Average(:, :, 1);
[sharpDframe_Average_B, resultFrame_Average_B] = ...
ColormapCreation(dframe_Average_B, 'jet', 900 : 1100, 1 : 780);
disp('Process Complete')
%Results: resultFrame_Averages are the colormaps for the average concentration for
%           each base color component RGB
%           resultFrame_Stdevs are the colormaps for the turbulence intensity for each
%           base color component RGB
```

Μερικές διαφορικές εξισώσεις εφαρμογής μαθηματικού μοντέλου

```
function [ out ] = func1(q, m, b)
```

```
Ri = q^3*b/m^3;
```

```
Cp = 0.58;
```

```
a = 0.25*Cp^2*(1 + Ri/Cp^2);
```

```
if a <= 0
```

```
| a = 0;
```

```
end
```

```
out = 2*a*m/q;
```

```
end
```

```
function [ out ] = func2(q, m, b)
```

```
out = q*b/m;
```

```
end
```

```
function [ out ] = func3(q, m, b)
```

```
out = 0;
```

```
end
```

Πρόγραμμα εφαρμογής μαθηματικού μοντέλου

**clc; clear; close all;**

q = %integer, initial flow rate  
 m = %integer, initial momentum  
 b = %integer, initial buoyancy  
 h = 0.01; %integer, length step

lm = m/abs(b)^(2/3);

z = 0;

stop = 0;

i = 1;

**while** stop == 0

| k1 = h\*func1(q(i), m(i), b(i));

| l1 = h\*func2(q(i), m(i), b(i));

| n1 = h\*func3(q(i), m(i), b(i));

| k2 = h\*func1(q(i) + 0.5\*k1, m(i) + 0.5\*l1, b(i) + 0.5\*n1);

| l2 = h\*func2(q(i) + 0.5\*k1, m(i) + 0.5\*l1, b(i) + 0.5\*n1);

| n2 = h\*func3(q(i) + 0.5\*k1, m(i) + 0.5\*l1, b(i) + 0.5\*n1);

| k3 = h\*func1(q(i) + 0.5\*k2, m(i) + 0.5\*l2, b(i) + 0.5\*n2);

| l3 = h\*func2(q(i) + 0.5\*k2, m(i) + 0.5\*l2, b(i) + 0.5\*n2);

| n3 = h\*func3(q(i) + 0.5\*k2, m(i) + 0.5\*l2, b(i) + 0.5\*n2);

| k4 = h\*func1(q(i) + k3, m(i) + l3, b(i) + n3);

| l4 = h\*func2(q(i) + k3, m(i) + l3, b(i) + n3);

| n4 = h\*func3(q(i) + k3, m(i) + l3, b(i) + n3);

| q(i+1) = q(i) + 1/6\*(k1+2\*k2+2\*k3+k4);

| m(i+1) = m(i) + 1/6\*(l1+2\*l2+2\*l3+l4);

| b(i+1) = b(i) + 1/6\*(n1+2\*n2+2\*n3+n4);

| z(i+1) = z(i) + h;

| **if** m(i+1) > m(i) || m(i+1) <= 0

| | stop = 1;

| **end**

| i = i + 1;

**end**

z\_lm = z(i)/lm;