



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ
ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

« Διερεύνηση σεισμικής συμπεριφοράς κτιρίου
με ειδικά τοιχώματα-προσκρουστήρες»

Κοντοβαζαινίτη Θ. Χριστίνα

Επιβλέπων: Σπηλιόπουλος Κωνσταντίνος

Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2011

Στον αδελφό μου Γιώργο,
που είναι πάντα δίπλα μου

Ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κωνσταντίνο Σπηλιόπουλο για τη στήριξη του, την καθοδήγηση του και τις πολύτιμες συμβουλές και παρατηρήσεις του χωρίς τις οποίες η εκπόνηση της παρούσης διπλωματικής εργασίας θα ήταν αδύνατη.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Κωνσταντίνο Παναγιώτου, υποψήφιο διδάκτορα στη σχολή Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ, για τη βοήθειά του καθώς και την Αναστασία Βασιλείου, υποψήφια διδάκτορα στη σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ, για τις συμβουλές της σε βασικά θέματα σχετικά με την παρούσα εργασία.

Για την πολύτιμη βοήθεια της σχετικά με την χρήση του προγράμματος Abaqus 6.10, ευχαριστώ θερμά την κ. Λουτσία Καραπίττα, Πολιτικό Μηχανικό ΙΔΑΧ στον Τομέα Δομοστατικής της σχολής Πολιτικών Μηχανικών-εργαστήριο Αντισεισμικής Τεχνολογίας.

Ιδιαίτερώς ευχαριστώ το συμφοιτητή μου στη σχολή Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ Δημήτριο Βασιλείου για τη σημαντική βοήθειά του και τη συμπαράσταση του καθ'όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας.

Τέλος, ευχαριστώ την οικογένεια μου για τη συνεχή παρουσία και την ανεκτίμητη βοήθεια στη μέχρι τώρα πορεία μου.

Περιεχόμενα

1	Κεφάλαιο 1 -Εισαγωγή.....	8
1.1	Γενικά.....	8
1.2	Ιστορική Μελέτη	8
1.3	Συμπεριφορά Όμορων Κτιρίων κατά την κρούση.....	13
1.4	ΕΑΚ 2000 και κρούση όμορων κτιρίων	15
1.5	Κρούση όμορων κτιρίων λόγω σεισμού και μέτρα ενάντια σε αυτή.....	17
1.6	Μελέτες σχετικά με την κρούση όμορων κτιρίων	19
2	Κεφάλαιο 2 - Θεωρία	27
2.1	Κρούση όμορων κτιρίων λόγω σεισμού και χρήση ειδικών τοιχωμάτων-προσκραυστήρων ως μέτρο ενάντια σε αυτή.....	27
2.1.1	Κτίρια που χρησιμοποιούνται στη διερεύνηση.....	28
2.1.2	3 Είδη στατικών συστημάτων.....	31
2.1.3	Μη γραμμική δυναμική απόκριση των δύο κτιρίων: επιπτώσεις της κρούσης	34
2.1.4	Τοπική ζημιά λόγω κρούσης	40
2.1.5	Προσομοίωση της κρούσης με δύναμη κρούσης.....	40
2.1.6	Προσομοίωμα της ανάλυσης και αποτελέσματα.....	43
2.2	Ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	49
2.2.1	Εισαγωγικά	49
2.2.2	Διατύπωση των εξισώσεων ισορροπίας με την αρχή των δυνατών έργων	51
2.2.3	Πεπερασμένα στοιχεία επίπεδης έντασης και παραμόρφωσης / Ορθογωνικό στοιχείο επίπεδης έντασης και παραμόρφωσης τεσσάρων κόμβων	57
2.2.4	Ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης ελαστικότητας / Τετραπλευρικό ισοπαραμετρικό στοιχείο επίπεδης έντασης και παραμόρφωσης τεσσάρων κόμβων	64
2.2.5	Ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία / Στοιχείο δοκού επίπεδου πλαισίου	79
2.3	Θεωρία Υλικών	97

2.3.1	Εξιδανίκευση της Συμπεριφοράς Υλικών	97
2.3.2	Γραμμικώς Ελαστικό Υλικό.....	97
2.3.3	Ελαστικό – Απολύτως Πλαστικό Υλικό	98
2.3.4	Ελαστικό – Γραμμικώς Κρατυνόμενο Υλικό.....	99
2.3.5	Κριτήριο Διαρροής Drucker-Prager.....	102
3	Κεφάλαιο 3 – Ανάλυση, Αποτελέσματα και Σχόλια.....	110
3.1	Προσομοίωση 1 (αραιή διακριτοποίηση-σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager).....	110
3.2	Προσομοίωση 2 (πυκνή διακριτοποίηση- σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager).....	110
3.2.1	Δυναμική φόρτιση	112
3.3	Προσομοίωση 3 (πυκνή διακριτοποίηση- ελαστικό – απολύτως πλαστικό υλικό).....	126
3.3.1	Δυναμική φόρτιση	126
4	Κεφάλαιο 4 - Συμπεράσματα.....	142
5	Παράρτημα – Διαδικασία Δημιουργίας τριών προσομοιώσεων κτιρίου Α	146
5.1	Περιγραφή των προσομοιώσεων	146
5.2	Προσομοίωση 1	149
5.2.1	Γεωμετρία.....	149
5.2.2	Διακριτοποίηση	151
5.2.3	Συνοριακές συνθήκες (Boundary Conditions).....	154
5.2.4	Φορτία (Loads)	157
5.2.5	Ιδιότητες (Properties).....	163
5.3	Προσομοίωση 2	177
5.4	Προσομοίωση 3	180

Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή

1 Κεφάλαιο 1 -Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Στη διεθνή βιβλιογραφία ως κρούση όμορων κτιρίων (rounding of adjacent buildings) ορίζεται η βίαιη και επαναλαμβανόμενη κρούση δύο κτιρίων ή διαφορετικών τμημάτων του ιδίου κτιρίου όταν αυτά τίθενται σε κίνηση λόγω σεισμικής διέγερσης.

Το πρόβλημα της κρούσης όμορων κτιρίων λόγω σεισμού αποτελεί ένα σημαντικό ζήτημα το οποίο μελετάται εδώ και 3 δεκαετίες. Σε πολλούς σημαντικούς σεισμούς που έχουν λάβει χώρα σε παγκόσμιο επίπεδο έχει αναφερθεί ζημιά εξαιτίας της επιβαλλόμενης λόγω σεισμού κρούσης όμορων κτιρίων είτε πρόκειται για μικρότερης σημασίας τοπική ζημιά είτε για μεγαλύτερης σημασίας ζημιά που θα μπορούσε να οδηγήσει στην έναρξη κατάρρευσης.

1.2 Ιστορική Μελέτη

Πιο συγκεκριμένα στο σεισμό του 1964 στην Αλάσκα έλαβε χώρα πρόσκρουση μεταξύ του 14-όροφου κτιρίου του ξενοδοχείου Westward Hotel και της μικρής σε ύψος αίθουσας χορού αυτού. Κρούση συνέβη και με όμορη 6-όροφη πτέρυγα παρά την ύπαρξη κενού 100 cm. Ειδικά στους υψηλότερους ορόφους ολόκληρα τμήματα μεταλλικών δαπέδων αποσυνδέθηκαν από τα καλύβδινα υποστηρίγματα τους.

Στο σεισμό του 1972 στην πόλη Managua της Νικαράγουα υπήρξε ολική κατάρρευση του τρίτου ορόφου του 5-όροφου ξενοδοχείου Grand Hotel λόγω πρόσκρουσης του τελευταίου ορόφου του γειτονικού 2-όροφου κτιρίου.

Η πιο σημαντική δήλωση στη σύγχρονη βιβλιογραφία είναι η περίπτωση αναφερόμενης ζημιάς στη πόλη του Μεξικού κατά τη διάρκεια του σεισμού του 1985. Σύμφωνα με μια πρώτη δήλωση των Rosenblueth και Meli «σε ένα σύνολο 330 πολυώροφων κτιρίων που κατέρρευσαν ή υπέστησαν

σοβαρή ζημιά κρούση όμορων κατασκευών συνέβη στο 40% των κτιρίων ενώ στο 15% αυτών των περιπτώσεων υπήρξε κατάρρευση». Η δήλωση αυτή αν και όπως διαπιστώθηκε υπήρξε υπερεκτίμηση του προβλήματος χρησιμοποιείται αρκετά συχνά στην προσπάθεια να τονιστεί η σημασία της επιβαλλόμενης λόγω σεισμού κρούσης όμορων κτιρίων. Τελικά σύμφωνα με δήλωση του Meli «η κρούση μεταξύ όμορων κτιρίων υπήρξε κύριος παράγοντας βλάβης μόνο στο 3-4.5% του συνόλου των κτιρίων που υπέστησαν σοβαρή ζημιά ή κατάρρευση». Το ποσοστό αυτό είναι σχετικά μικρό αν ληφθεί υπόψη ο μεγάλος συνολικός αριθμός όμορων κτιρίων που υπέστησαν κρούση. Συνεπώς το θέμα της κρούσης μπορεί και να μη θεωρηθεί πρόβλημα και να αμεληθεί. Παρόμοια συνέβησαν και διαπιστώθηκαν στο σεισμό στην πόλη Kobe της Ιαπωνίας.

Χαρακτηριστικές φωτογραφίες με βλάβες και καταρρεύσεις λόγω του φαινομένου της κρούσης όμορων κτιρίων παρουσιάζονται παρακάτω.



Εικόνα 1-Κομπέ,Ιαπωνία-βλάβες από την κρούση λόγω σεισμού των όμορων κτιρίων



Εικόνα 2-Μεξικό 1985-κρούση λόγω σεισμού όμορων κτιρίων και βλάβες



Εικόνα 3-Μεξικό 1985-δυσμενέστερη περίπτωση κρούσης λόγω σεισμού
όμορων κτιρίων →κατάρρευση 8-όροφου κτιρίου



Εικόνα 4-Μεξικό 1985-βλάβες εξαιτίας του φαινομένου



Εικόνα 5-Μεξικό 1985-κατάρρευση του ανώτερου τμήματος 8-όροφου κτιρίου λόγω του φαινομένου



Εικόνα 6-Μεξικό 1985-κατάρρευση του μεσαίου ορόφου του κτιρίου Hotel de Carlo στη πόλη του Μεξικού λόγω της κρούσης με τα γειτονικά εν επαφή κτίρια

1.3 Συμπεριφορά Όμορων Κτιρίων κατά την κρούση

Πράγματι κατά τη διάρκεια ενός σεισμού είναι συνήθης η κρούση όμορων κτιρίων.

Σύμφωνα με μελέτες και παρατηρήσεις σχετικές με το θέμα αυτό

- Η κρούση μεταξύ όμορων παρακείμενων κτιρίων (earthquake-induced pounding) μπορεί μεταξύ άλλων να έχει όχι μόνο δυσμενείς αλλά και *ευμενείς επιδράσεις* στη μέγιστη μετατόπιση-απόκριση ενός κτιρίου γεγονός που εξαρτάται από τις ιδιοπεριόδους T και τις μάζες m των συγκρουόμενων κτιρίων.

Έστω 2 κτίρια με ίδιες μάζες $m_1=m_2$ η απόκριση του πιο δύσκαμπτου κτιρίου

ενισχύεται ενώ το αντίθετο συμβαίνει στην περίπτωση του εύκαμπτου κτιρίου

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}, \quad K \gg .$$

Έτσι πολλά κτίρια στην πόλη του Μεξικού δεν οδηγήθηκαν στην κατάρρευση καθώς ολόκληρα οικοδομικά τετράγωνα έδρασαν ως μια μονάδα ισχυρότερη από το κάθε κτίριο ξεχωριστά. Μάλιστα 42% των κτιρίων που υπέστησαν σοβαρές ζημιές ήταν γωνιακά και δεν είχαν την προστασία όμορων κτιρίων. Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τα εξωτερικά κτίρια μιας σειράς όμορων κτιρίων τείνουν να εμφανίζουν μεγαλύτερες βλάβες από τα ενδιάμεσα δηλαδή η μεγάλη εγγύτητα των κτιρίων λειτουργεί σε ορισμένες περιπτώσεις θετικά. Τόσο στην περίπτωση του Μεξικού όσο και σε αυτή της Ιαπωνίας κτίρια μεγάλου ύψους και μικρής διατομής περιορίστηκαν από χαμηλά και δύσκαμπτα κτίρια εκατέρωθεν.

- **Η κρούση μεταξύ όμορων παρακείμενων κτιρίων συνήθως προκαλεί τοπική ζημιά και βλάβη στο σημείο επαφής-κρούσης των κτιρίων η οποία μόνο κάτω υπό προϋποθέσεις μπορεί να προκαλέσει έναρξη αστοχίας και κατάρρευση. Δηλαδή μόνο κάτω από προϋποθέσεις η κρούση αποτελεί κύριο παράγοντα βλάβης και αποτελεί πρόβλημα αδύνατο να αμεληθεί.**

Συγκεκριμένα:

- ✓ Όταν τα κτίρια έχουν σημαντικά διαφορετικά ύψη, μάζες, περιόδους και ειδικά όταν το πιο χαμηλό κτίριο είναι ογκώδες και έχει μεγάλη δυσκαμψία.
- ✓ **Οι περισσότερες καταρρεύσεις και αστοχίες έχουν παρατηρηθεί όταν λόγω διαφορετικού ύψους ορόφων η πλάκα της οροφής του πιο κοντού κτιρίου χτύπα στο μέσο ενός από τους ορόφους του παρακείμενου ψηλότερου κτιρίου διατέμνοντας τις κολώνες του.**

- ✓ Οι πολύ μεγάλες καμπτικές παραμορφώσεις των κτιρίων και αποκλίσεις από την κατακόρυφο οφείλονται συχνά σε σχεδιαστικά λάθη- όπως μαλακός πρώτος όροφος- ή σε άλλες περιπτώσεις σχετίζονται με αστοχία των θεμελίων ή του ίδιου του εδάφους –φαινόμενα ρευστοποίησης-.
- ✓ Τα χαρακτηριστικά ταλάντωσης των κτιρίων και οι παραμορφώσεις σχετίζονται και με μη κανονικότητες που εμφανίζονται στα πλαίσια του κτιριακού σχεδιασμού. Σε ακανόνιστα κτίρια εμφανίζονται λόγω της σεισμικής μετακίνησης του εδάφους φαινόμενα στρέψης τα οποία καθιστούν το πρόβλημα της κρούσης όμορων κτιρίων ιδιαίτερος πολύπλοκο.
- Η κρούση μεταξύ όμορων κτιρίων ως δυναμική φόρτιση προκαλεί μεγαλύτερες επιταχύνσεις μικρότερης διάρκειας οπότε και οι απαιτήσεις σε οπλισμό στα δομικά στοιχεία του κτιρίου αυξάνουν.

1.4 ΕΑΚ 2000 και κρούση όμορων κτιρίων

4.1.7.2. Επαφή με Γειτονικά Κτίρια

[1] Πρέπει να λαμβάνονται μέτρα προστασίας, τόσο του υπό μελέτη όσο και του υφιστάμενου κτιρίου, από δυσμενείς συνέπειες προσκρούσεων κατά τη διάρκεια της σεισμικής απόκρισης.

Ο παρών Κανονισμός εντάσσει την διαμόρφωση του σεισμικού αρμού στο κεφάλαιο της μείωσης των αβεβαιοτήτων σεισμικής συμπεριφοράς δίνοντας έμφαση, κυρίως, σε μέτρα αποφυγής καταστροφικών συνεπειών των προσκρούσεων των γειτονικών κτιρίων (εμβολισμός υποστυλωμάτων) και, λιγότερο, σε μέτρα περιορισμού βλαβών.

[2] Οι συνέπειες μπορεί να είναι ιδιαίτερα δυσμενείς όταν υπάρχει πιθανότητα εμβολισμού υποστυλωμάτων του ενός κτιρίου από πλάκες ή άλλα στοιχεία του παρακείμενου. Στην περίπτωση αυτή προστατευτικό μέτρο είναι η πρόβλεψη σεισμικού αρμού πλήρους διαχωρισμού.

[3] Αν δεν γίνει ακριβέστερος υπολογισμός ο σεισμικός αρμός πλήρους διαχωρισμού μπορεί να έχει εύρος ίσο με την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των μεγίστων σεισμικών μετακινήσεων ($\Delta=q\Delta\epsilon\lambda$) των δύο κτιρίων στις θέσεις των επικίνδυνων υποστυλωμάτων, συμπεριλαμβανομένης και της επίδρασης της στροφής περί κατακόρυφον άξονα. Αν δεν είναι δυνατή ακριβέστερη εκτίμηση των μετακινήσεων του υφιστάμενου κτιρίου, μπορούν να ληφθούν ίσες με τις αντίστοιχες του υπό μελέτη κτιρίου.

Ο σεισμικός αρμός πλήρους διαχωρισμού είναι βέβαια το ασφαλέστερο μέσο για πλήρη αποφυγή, τόσο των ενδεχομένων καταστροφικών συνεπειών της πρόσκρουσης, όσο και της ενδεχόμενα δυσμενούς αλληλεπίδρασης στην απόκριση των κτιρίων και ασφαλώς για την ελαχιστοποίηση των πιθανών βλαβών. Από την άλλη πλευρά, το μεγάλο εύρος του σεισμικού αρμού πλήρους διαχωρισμού δημιουργεί σειρά άλλων δυσεπίλυτων προβλημάτων, τόσο οικοδομικών (κυρίως στεγανότητας και αισθητικής), όσο και νομικών/οικονομικών (ιδιοκτησιακές εμπλοκές, απώλεια επιφάνειας, προσαρμογή στο υφιστάμενο νομικό καθεστώς μεσοτοιχιών). Τα προβλήματα που τυχόν θα προκύψουν από το κενό μεταξύ των κτιρίων για τη δημιουργία σεισμικού αρμού επιλύονται με τις σχετικές διατάξεις του Κτιριοδομικού Κανονισμού.

[4] Σε κτίρια που βρίσκονται σε επαφή, και όταν δεν υπάρχει πιθανότητα εμβολισμού υποστυλωμάτων σε κανένα από τα δύο κτίρια, το εύρος του αντίστοιχου αρμού, εφόσον δεν γίνεται ακριβέστερος υπολογισμός, μπορεί να καθορίζεται με βάση τον συνολικό αριθμό των υπέρ το έδαφος εν επαφή ορόφων ως εξής:

- 4 cm για επαφή μέχρι και 3 ορόφους
- 8 cm για επαφή από 4 έως 8 ορόφους
- 10 cm για επαφή σε περισσότερους από 8 ορόφους

Στους υπόγειους ορόφους δεν είναι υποχρεωτική η πρόβλεψη αντισεισμικού αρμού.

Στις περιπτώσεις που ο εμβολισμός υποστυλωμάτων αποκλείεται, λόγω ισόσταθμων πλακών, ο κανονισμός καθορίζει ελάχιστα πλάτη αρμών που,

χωρίς να δημιουργηθούν ιδιαίτερες κατασκευαστικές δυσκολίες, στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση βλαβών σε σεισμούς με σημαντική πιθανότητα εμφάνισης. Στην περίπτωση σεισμού, με ένταση ανάλογη προς τον σεισμό σχεδιασμού, θεωρείται ότι η πιθανή πρόσκρουση τέτοιων κτιρίων, μετά την εξάντληση του μεταξύ τους διακένου, δεν θα έχει καταστροφικές συνέπειες και οι βλάβες, που είναι πιθανό να προκληθούν, θεωρούνται οικονομικά αποδεκτές.

1.5 Κρούση όμορων κτιρίων λόγω σεισμού και μέτρα ενάντια σε αυτή

Σήμερα για την αντιμετώπιση των διαφόρων προβλημάτων που προκύπτουν από την κρούση των παρακείμενων κτιρίων κατά τη διάρκεια ενός σεισμού ο κανονισμός προτείνει ως μέτρο το διαχωρισμό και την τήρηση μιας ελάχιστης απόστασης μεταξύ των κτιρίων (seismic separation).

Βέβαια η λύση αυτή δεν είναι εύκολο να εφαρμοστεί. Αρχικά υπάρχει ένας τεράστιος αριθμός κτιρίων που έχουν κατασκευαστεί πολύ πριν τον υπάρχοντα κανονισμό και είναι αδύνατη μια τέτοιου είδους παρέμβαση. Αλλά και όσον αφορά στις καινούριες κατασκευές, ιδιοκτήτες και μηχανικοί είναι αρνητικοί στην τήρηση μιας ελάχιστης απόστασης μεταξύ των κτιρίων για λόγους οικονομικούς, τεχνικούς και νομικούς. Έτσι στην Ελλάδα οι απαιτήσεις του κανονισμού σχετικά με το θέμα δεν εφαρμόζονται γεγονός που συνεπάγεται περαιτέρω προβλήματα. Όπως τονίστηκε ήδη σχετικά με το θέμα της κρούσης όμορων κτιρίων λόγω σεισμού πρόκειται για φαινόμενο που ενδέχεται να έχει και *θετικές επιδράσεις δεδομένου ότι σε ένα σύνολο κτιρίων όταν η ζημιά είναι τοπική και εντοπίζεται μόνο στο σημείο της κρούσης κτίρια εύκαμπτα μπορούν να επωφεληθούν από αυτή την επαφή.* Ενώ το πιο σημαντικό είναι ότι **στα περισσότερα κτίρια που υφίστανται κρούση η βλάβη είναι τοπική και μόνο υπό προϋποθέσεις η κρούση οδηγεί στην έναρξη κατάρρευσης.** Έτσι σε πολλές περιπτώσεις το θέμα της κρούσης όμορων κτιρίων λόγω σεισμού θεωρείται αμελητέο.

Στο παρελθόν διάφορα μέτρα ενάντια στην κρούση όμορων κτιρίων προτάθηκαν και μελετήθηκαν:

1. Η χρήση ενός μαλακού υλικού ικανό να απορροφά τους κραδασμούς ως υλικό πλήρωσης στο κενό χώρο ανάμεσα στα κτίρια υπήρξε μια πιθανή λύση. Παρά όλα αυτά και αυτή η λύση προϋποθέτει το διαχωρισμό των κτιρίων και την τήρηση μιας ελάχιστης απόστασης –κενός χώρος μεταξύ των κτιρίων.
2. Η τοποθέτηση αποσβεστήρων μεταξύ των κτιρίων παρότι θα μπορούσε και αυτή να περιορίσει τα αποτελέσματα της κρούσης απαιτεί και αυτή ως λύση κενό χώρο μεταξύ των κτιρίων, είναι ακριβή και δεν είναι πρακτική στα περισσότερα τυπικά κτίρια. Επίσης ίσως να μη μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση που το ένα από τα δύο κτίρια έχει ήδη κατασκευαστεί και εκτείνεται ακριβώς μέχρι και τη γραμμή ιδιοκτησίας.
3. Η μόνιμη σύνδεση των δύο κτιρίων ώστε να έχουν κοινή απόκριση στη σεισμική δόνηση είναι ως λύση ιδιαίτερα δύσκολη και ακριβή κυρίως όταν τα κτίρια κατασκευάζονται σε διαφορετικές χρονικές περιόδους και δημιουργεί ποικίλα προβλήματα αισθητικής, πρακτικής αλλά και νομικής φύσεως.
4. Η χρήση ειδικών τοιχωμάτων(collision shear walls-bumpers) στα οποία θα εντοπίζεται η κρούση αποτελεί την μόνη πρακτική λύση ώστε να μειωθεί ο κενός χώρος που απαιτεί ο κανονισμός και μπορεί να εφαρμοστεί ακόμα και όταν το ένα από τα δύο κτίρια έχει ήδη κατασκευαστεί και εκτείνεται ακριβώς μέχρι και τη γραμμή ιδιοκτησίας. Τα τοιχώματα αυτά χρησιμεύουν ως δομικά στοιχεία

που αυξάνουν τη σεισμική αντοχή του κτιρίου ενώ ταυτόχρονα δεν καταργούν την κρούση ως φαινόμενο αλλά προστατεύουν τα κτίρια από τον πιο καταστροφικό τύπο κρούσης- όταν **λόγω διαφορετικού ύψους ορόφων η πλάκα της οροφής του πιο κοντού κτιρίου χτύπα στο μέσο ενός από τους ορόφους του παρακείμενου ψηλότερου κτιρίου διατέμνοντας τις κολώνες του.**

1.6 Μελέτες σχετικά με την κρούση όμορων κτιρίων

Η έντονη παρουσία του φαινομένου της κρούσης όμορων κτιρίων στο σεισμό της πόλης του Μεξικού το 1985 οδήγησε σε πολλές μελέτες σχετικές με το θέμα. Οι μελέτες [16], [20], είναι χαρακτηριστικά παραδείγματα αφού και οι δύο περιέχουν αναφορές από άλλες εργασίες επί του ίδιου θέματος. Ο Jeng επιχειρεί με μια νέα μέθοδο την εκτίμηση της μικρότερης δυνατής απόστασης μεταξύ κτιρίων έτσι ώστε να αποφευχθεί η κρούση: ως παράδειγμα αναλύονται δύο 10-όροφα κτίρια από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Η μελέτη [20] ασχολείται με τη σεισμική απόκριση όμορων κτιρίων σε σειρά με όμοια ή διαφορετικά δυναμικά χαρακτηριστικά κάνοντας χρήση συστημάτων SDOF υποβαλλόμενων σε διεγέρσεις της βάσης.

Αυτές και άλλες μελέτες επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα εμπειρικών ερευνών παρέχοντας παράλληλα την ποσοτικοποιημένη πληροφορία (ανάλυση) που είναι απαραίτητη για την ανάπτυξη κανονισμών και σχεδιαστικών προδιαγραφών. Οι μελέτες αυτές αποτελούν καθοριστικές προσεγγίσεις του φαινομένου της κρούσης όμορων κτιρίων και κρίνεται απαραίτητο τουλάχιστον ορισμένες από αυτές να αναφερθούν.

Τα συμπεράσματα της μελέτης [7] χρησιμοποιήθηκαν στη σύνταξη του ΕΑΚ, σχετικά με τις απαιτήσεις αντισεισμικών αρμών. Στην εργασία αυτή μελετάται το πρόβλημα της κρούσης όμορων κτιρίων λόγω σεισμού στην ελαστική και ανελαστική περιοχή, με τη χρήση πολυβάθμιων συστημάτων, με βάση το μοντέλο συγκεντρωμένης μάζας και με δοκούς διάτμησης. Αυτό

συνιστά σαφή βελτίωση σε σχέση με τη χρήση μονοβάθμιων συστημάτων και επιτρέπει την καλύτερη ποσοτική ανάλυση του φαινομένου της κρούσης καθώς και τη μελέτη ευρύτερων πρακτικών προβλημάτων. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη μελέτη, η κρούση όμορων κτιρίων μπορεί να αυξήσει ή να μειώσει την απόκριση ενός δεδομένου κτιρίου σε ένα οικοδομικό τετράγωνο, κάτι που εξαρτάται κυρίως από την ιδιοπερίοδο και τη μάζα του σε σχέση με την ιδιοπερίοδο και τη μάζα του όμορου κτιρίου (ή κτιρίων) και από το κατά πόσο οι συγκρούσεις είναι στη μια ή και στις δύο πλευρές.

Όταν οι μάζες δυο κτιρίων είναι όμοιες, ισχύει με τη μορφή κανόνα ότι ενισχύεται η απόκριση του πιο δύσκαμπτου κτιρίου λόγω της κρούσης. Η ενίσχυση αυτή αυξάνει καθώς μειώνεται ο λόγος των ιδιοπεριοδών και καθώς αυξάνεται η δυσκαμψία της εν λόγω κατασκευής.

Εάν υπάρχουν μεγάλες διαφορές στις μάζες των συγκρουόμενων κτιρίων, τότε η κρούση μπορεί να προκαλέσει υπερεντάσεις στο κτίριο με τη μικρότερη μάζα.

Στην περίπτωση όμορων κτιρίων με διαφορετικά ύψη η κρούση μπορεί να προκαλέσει τα σοβαρότερα προβλήματα. Αυτό οφείλεται στις διαφορές της συνολικής μάζας και ιδιοπεριόδου των δύο κατασκευών, που μπορεί να λειτουργήσει σε βάρος του μικρότερου κτιρίου. Αν, παρόλα αυτά, το τελευταίο είναι δύσκαμπτο και συμπαγές-ογκώδες, το ψηλότερο κτίριο θα εμφανίσει «το σύνδρομο του απότομου τραντάγματος», που μπορεί επίσης να οδηγήσει σε μεγάλες μετατοπίσεις και απαιτήσεις πλαστικότητας στο ανώτερο τμήμα του, που εκτείνεται πάνω από το παρακείμενο κτίριο μικρότερου ύψους.

Οι περιπτώσεις που εξετάζονται οδηγούν στο συμπέρασμα ότι οι αποστάσεις διαχωρισμού των κτιρίων, που ορίζονται στους σύγχρονους κανονισμούς, επαρκούν γενικά για την πρόληψη της κρούσης, αν και υπάρχουν περιπτώσεις, όπου η κρούση δε μπορεί να αποφευχθεί. Ωστόσο, αν ληφθεί υπόψη ότι το φαινόμενο και οι επιπτώσεις του περιορίζονται με την αύξηση της απόστασης μεταξύ των κτιρίων, ακόμη κι αν το από τους κανονισμούς υποδεικνυόμενο κενό δεν επαρκεί για να αποφευχθεί η κρούση στην

περίπτωση μεγάλου σεισμού, οι συνέπειες θα είναι, προφανώς, λιγότερο σοβαρές.

Οι υπολογισμένες αυξήσεις των μετατοπίσεων λόγω κρούσης δεν είναι ευαίσθητες στις αλλαγές της δυσκαμψίας των στοιχείων, που χρησιμοποιούνται στην προσομοίωση του φαινομένου. Σε μεγαλύτερο βαθμό επηρεάζονται από την ενέργεια που εκλύεται κατά την κρούση. Όμως, εφόσον χρησιμοποιούνται τιμές απόσβεσης που ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα το παραπάνω δεν έχει πρακτική σημασία.

Άρα, η μελέτη [7] οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι μεγάλες αυξήσεις της απόκρισης λόγω κρούσης προκύπτουν μόνο εφόσον τα συγκρουόμενα μεταξύ τους κτίρια διαφέρουν σημαντικά ως προς το ύψος, την περίοδο ή τη μάζα. Αν αυτές οι διαφορές μπορούσαν να αποφευχθούν, τότε οι συνέπειες της κρούσης στα δομικά στοιχεία θα μπορούσαν να διευθετηθούν μέσω κανόνων (π.χ. ο Ελληνικός Κανονισμός απαιτεί ειδική αντιμετώπιση για υποστυλώματα από σκυρόδεμα σε πλευρές κτιρίων που υφίστανται το φαινόμενο).

Τα παραπάνω συμφωνούν και με τη μελέτη [16] η οποία καταλήγει ότι οι ιδιοπερίοδοι και ο λόγος των ιδιοπεριόδων των όμορων κτιρίων συνιστούν πλέον βασικές παράμετροι που καθορίζουν την πιθανότητα κρούσης αυτών. Επίσης, το σημείο της κρούσης θεωρείται ότι εμφανίζεται στο υψηλότερο επίπεδο του πιο χαμηλού κτιρίου. Όμως η μελέτη αυτή αφορά αποκλειστικά στην ελαστική διερεύνηση του φαινομένου, μη λαμβάνοντας υπόψη ότι η απόκριση των κτιρίων σε μεγάλους σεισμούς είναι ανελαστική.

Στη μελέτη [17] ελέγχεται η δυναμική επαφή κατά την διάρκεια της κρούσης δύο ή περισσότερων κτιρίων που γειτνιάζουν, ιδίου ύψους αλλά διαφορετικών δυναμικών χαρακτηριστικών, τα οποία εξετάζονται με προσομοίωση σε τρεις διαστάσεις. Οι κατασκευές προσομοιώνονται σαν πολυβάθμια συστήματα με πεπερασμένα στοιχεία και χωρίς να είναι γνωστά εξ' αρχής τα στοιχεία επαφής. Οι συνθήκες των δυναμικών επαφών βασίζονται στον πολλαπλασιαστή Lagrange. Οι αριθμητικοί έλεγχοι δείχνουν την αύξηση του φορτίου που δέχεται το δύσκαμπτο κτίριο σε

περίπτωση που υπάρχουν γειτονικά εύκαμπτα κτίρια ίδιου ύψους. Επίσης παρουσιάζονται έντονες διαφοροποιήσεις στο φαινόμενο της κρούσης όταν το σύστημα αποτελείται από τρία κτίρια σε μορφή Γ, από την περίπτωση δύο απλών όμορων κτιρίων. Τα αποτελέσματα της μελέτης δείχνουν ότι το σύστημα των κτιρίων εξαρτάται από τις παραμέτρους που επηρεάζουν το φαινόμενο της κρούσης, όπως τα χαρακτηριστικά της σεισμικής διέγερσης και τα δυναμικά χαρακτηριστικά των κτιρίων καθώς και από τη θέση των κτιρίων εντός του εξεταζόμενου συστήματος. Επίσης συμπεραίνεται ότι η καταπόνηση που εισάγεται στο σύστημα είναι συνήθως μειωμένη σε σχέση με το σύνολο των ενεργειών των κτιρίων ξεχωριστά, όταν δεν εμφανίζονται φαινόμενα κρούσης. Αυτό εξηγείται από την ύπαρξη διαφορετικών δυναμικών χαρακτηριστικών κάθε μεμονωμένου κτιρίου σε σχέση με αυτά του συστήματος δύο ή περισσότερων κτιρίων.

Στη μελέτη [19] ερευνάται το φαινόμενο της κρούσης σε σχέση με το επίπεδο και τις απαιτήσεις πλαστιμότητας και τη σεισμική συμπεριφορά πολυώροφων κατασκευών οπλισμένου σκυροδέματος με διαφορετικά ύψη. Ειδικά για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται στοιχεία κατανεμημένης πλαστικότητας για τη μελέτη των υποστυλωμάτων και ιδιαίτερα εκείνων που βρίσκονται στην περιοχή της κρούσης.

Εξετάζονται δυο ξεχωριστοί τύποι του προβλήματος τύπος Α-συγκρούσεις με τα επίπεδα των ορόφων των συγκρουόμενων κτιρίων στις ίδιες στάθμες και τύπος Β-συγκρούσεις με τα επίπεδα των ορόφων σε διαφορετικές στάθμες.

Εξετάζονται 72 περιπτώσεις του τύπου Α μεταξύ κατασκευών άνισου συνολικού ύψους. Μελετάται και παρουσιάζεται με τη μορφή συντελεστών γ_{μ} η επίδραση της κρούσης στις απαιτήσεις πλαστιμότητας των υποστυλωμάτων στην περιοχή επαφής των κατασκευών. Ο συντελεστής γ_{μ} αντιπροσωπεύει το λόγο των απαιτήσεων πλαστιμότητας λόγω της κρούσης, που βέβαια παρουσιάζουν αύξηση, προς τις απαιτήσεις πλαστιμότητας όταν δεν συμβαίνει κρούση. Από τις τιμές των συντελεστών που προκύπτουν από μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις προκύπτουν οι ακόλουθες παρατηρήσεις:

- (i) η κρούση μεταξύ κατασκευών με πλαίσιο σχεδιασμένο σύμφωνα με τους κανονισμούς EC2 και EC8 συνεπάγεται σημαντική αύξηση στις απαιτήσεις πλαστιμότητας των υποστυλωμάτων στην περιοχή του φαινομένου. Βέβαια οι απαιτήσεις αυτές δε φαίνεται να είναι κρίσιμες, δηλαδή οι απαιτούμενες τιμές πλαστιμότητας δεν ξεπερνούν τις διαθέσιμες τιμές πλαστιμότητας, για όλες τις περιπτώσεις 8-όροφων πλαισίων τύπου DCM και DCH που εξετάζονται.
- (ii) η κρούση 8-όροφων πλαισίων με 4-όροφα πλαίσια με τοιχοποιίες δίνει κρίσιμες τιμές γ_{μ} μόνο στις περιπτώσεις που οι κατασκευές είναι σε επαφή (δεν υπάρχει κενό).
- (iii) η πρόσκρουση 8-όροφων πλαισίων με 4-όροφα πλαίσια πλήρους ακαμψίας δίνει κρίσιμες τιμές γ_{μ} σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάζονται.

Εξετάζονται 36 περιπτώσεις τύπου B μεταξύ κατασκευών με άνισα συνολικά ύψη και με τα επίπεδα των ορόφων σε διαφορετικές στάθμες. Από τα αποτελέσματα των μη γραμμικών δυναμικών αναλύσεων των εξεταζομένων περιπτώσεων εξάγονται οι ακόλουθες παρατηρήσεις:

- (i) οι απαιτήσεις πλαστιμότητας για τα υποστυλώματα της ψηλότερης κατασκευής και ειδικά για τις εσωτερικές κατασκευές αυξάνονται πρακτικά για τους ορόφους που βρίσκονται άνωθεν του υψηλότερου σημείου επαφής των κατασκευών.
- (ii) η τοπική απόκριση των εξωτερικών υποστυλωμάτων της ψηλότερης κατασκευής που υφίσταται κρούση από την πλάκα του ανώτερου δαπέδου της παρακείμενης χαμηλότερης και πιο δύσκαμπτης κατασκευής δημιουργεί μεγαλύτερες απαιτήσεις πλαστιμότητας.
- (iii) οι απαιτήσεις πλαστιμότητας για το υποστυλώμα που υφίσταται τη κρούση πρακτικά είναι ακόμα μεγαλύτερες σε σχέση με εκείνες για τα υπόλοιπα υποστυλώματα. Στις περιπτώσεις όπου δύο κτίρια εφάπτονται το ένα στο άλλο αυτές οι απαιτήσεις δείχνουν να είναι κρίσιμες. Στις περιπτώσεις που υπάρχει ένα μικρό κενό της τάξεως των 2 cm μεταξύ των κτιρίων οι απαιτήσεις πλαστιμότητας του συγκεκριμένου υποστυλώματος είναι επίσης υψηλότερες από εκείνες του ίδιου

υποστυλώματος χωρίς την παρουσία του φαινομένου άλλα παρόλα αυτά χαμηλότερες από τις διαθέσιμες τιμές πλαστιμότητας και κατά συνέπεια δεν είναι κρίσιμες.

(iv) σε όλες περιπτώσεις οι διατμητικές δυνάμεις της κρίσιμης περιοχής του υποστυλώματος που υφίσταται τη κρούση υπερβαίνουν την αντοχή διάτμησης. Συμπερασματικά, στις περιπτώσεις τύπου Β το υποστυλώμα που υφίσταται την κρούση είναι πάντοτε σε κρίσιμη κατάσταση λόγω διάτμησης και επιπλέον στις περιπτώσεις κατά τις οποίες οι δυο κατασκευές εφάπτονται η μια της άλλης το υποστυλώμα είναι σε κρίσιμη κατάσταση λόγω των υψηλών απαιτήσεων πλαστιμότητας. Αυτό σημαίνει ότι κατά το σχεδιασμό πρέπει να λαμβάνονται ειδικά μέτρα για να αντιμετωπισθούν πρώτον οι αυξημένες απαιτήσεις διάτμησης και δεύτερον οι υψηλές απαιτήσεις πλαστιμότητας.

Αν θέλουμε να συνοψίσουμε ισχύει ότι σε περιπτώσεις με μεγάλες πιθανότητες εμφάνισης του φαινομένου της κρούσης, η εσκεμμένη παραμέληση ενός τέτοιου ενδεχόμενου οδηγεί σε μη συντηρητικό σχεδιασμό νέων κτιρίων ή αποτίμηση υπαρχόντων. Αυτή η παρατήρηση αποκτά ιδιαίτερη σημασία στις περιπτώσεις τύπου Β.

Η μελέτη [18] περιλαμβάνει μη γραμμική ανάλυση της κρούσης λόγω σεισμού δυο κτιρίων ίδιου ύψους με σημαντική διαφοροποίηση στα δυναμικά χαρακτηριστικά τους. Οι κατασκευές προσομοιάζονται ως ανελαστικά πολυβάθμια συστήματα με συγκεντρωμένη μάζα και το μη γραμμικό ιξωδοελαστικό μοντέλο έχει ενσωματωθεί στο μοντέλο των δυνάμεων κρούσης κατά τη διάρκεια των συγκρούσεων. Η μελέτη αφορά κυρίως στην τρισδιάστατη κρούση δυο τριώροφων όμορων κτιρίων.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης της απόκρισης των κτιρίων δείχνουν ότι η κρούση λόγω σεισμού έχει μια σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά του ελαφρύτερου και πιο εύκαμπτου κτιρίου κυρίως στην κατά μήκος διεύθυνση. Συγκεκριμένα προκαλεί σημαντική ενίσχυση της απόκρισης. Από την άλλη πλευρά τα αποτελέσματα της ανάλυσης της απόκρισης καταδεικνύουν ότι η συμπεριφορά του βαρύτερου και πιο δύσκαμπτου

κτιρίου στην διαμήκη, εγκάρσια και κατακόρυφη διεύθυνση μένει σχεδόν ανεπηρέαστη από συγκρούσεις μεταξύ κατασκευών.

Τα αποτελέσματα της παραμετρικής έρευνας αποδεικνύουν ότι η μέγιστη μετατόπιση του ελαφρύτερου και πιο εύκαμπτου κτιρίου είναι πολύ ευάλωτη, και στις τρεις διευθύνσεις, στην όποια αλλαγή των δομικών χαρακτηριστικών όπως για παράδειγμα απόσταση μεταξύ των κτιρίων, μάζα ορόφου, δυσκαμψία και αντοχή έναντι πλαστικής παραμόρφωσης. Από την άλλη πλευρά συμπεραίνεται ότι η απόκριση του βαρύτερου και πιο δύσκαμπτου κτιρίου επηρεάζεται ελάχιστα και κυρίως στη διαμήκη διεύθυνση.

Κεφάλαιο 2 - Θεωρία

2 Κεφάλαιο 2 - Θεωρία

2.1 Κρούση όμορων κτιρίων λόγω σεισμού και χρήση ειδικών τοιχωμάτων-προσκραυστήρων ως μέτρο ενάντια σε αυτή

Αναφέρθηκαν ήδη μερικά από τα μέτρα που στο παρελθόν έχουν προταθεί ενάντια στην κρούση όμορων κτιρίων λόγω σεισμού. Η μόνη πρακτική λύση από αυτές που αναφέρθηκαν είναι η χρήση ειδικών τοιχωμάτων (collision shear walls-bumpers).

Η λύση αυτή αφορά στην περίπτωση όπου το θέμα της κρούσης μεταξύ των όμορων κτιρίων αποτελεί πρόβλημα αδύνατο να αμεληθεί καθότι ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις ώστε η κρούση να οδηγήσει στην έναρξη κατάρρευσης. Δηλαδή, αφορά στην περίπτωση δύο όμορων κτιρίων που έχουν σημαντικά διαφορετικά ύψη, ανισοσταθμία στις πλάκες των ορόφων τους ώστε η πλάκα οροφής του ενός κτιρίου τείνει να διατμήσει τα υποστυλώματα του άλλου κτιρίου.

Τα ειδικά τοιχώματα προτείνονται ως μέτρο που θα περιορίσει τη λύση που προτείνει ο κανονισμός δηλαδή θα μειώσει τον κενό χώρο που συνίσταται να αφήνεται μεταξύ των κτιρίων.

Τα ειδικά τοιχώματα μπορούν να εφαρμοστούν και στην περίπτωση που τα δύο κτίρια κατασκευάζονται σε διαφορετικές χρονικές περιόδους ενώ το ένα εκ των δύο προϋπάρχει και εκτείνεται ως το όριο της γραμμής ιδιοκτησίας. Αυτή η ειδική περίπτωση θα εξεταστεί.

Τα ειδικά τοιχώματα αυξάνουν τη σεισμική αντοχή, δε σταματούν την κρούση αλλά την περιορίζουν καθώς σίγουρα προστατεύουν σε ένα βαθμό τα υποστυλώματα. Εάν τα υποστυλώματα ήταν μόνα τους σίγουρα η βλάβη δεν θα ήταν τοπική. Η παρούσα εργασία έχει ως θέμα της την χρήση των ειδικών τοιχωμάτων ως μέτρο ενάντια στην κρούση όμορων κτιρίων. Θα

εξεταστεί σε τι βαθμό τα τοιχώματα προστατεύουν τα υποστυλώματα, το μέγεθος της βλάβης σε περίπτωση κρούσης δηλαδή αν η βλάβη είναι τοπική και επισκευάσιμη και εάν τελικά χάρη στα τοιχώματα μπορεί να αποφευχθεί η έναρξη αστοχίας και κατάρρευσης.

Η περίπτωση που θα εξεταστεί είναι η περίπτωση που εξετάζεται στη μελέτη [6]. Οι αναλύσεις στην μελέτη αυτή γίνονται με την χρήση των προγραμμάτων ANSYS και DRAIN-2DX. Στην εργασία αυτή οι αναλύσεις θα γίνουν με την χρήση του προγράμματος ABAQUS 6.10.2 ενώ για την προσομοίωση του κτιρίου Α θα χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα PATRAN 2010.1.2 .

Ουσιαστικά στόχος της παρούσας εργασίας είναι για την ίδια αυτή περίπτωση, λαμβάνοντας τις ίδιες παραμέτρους και κάνοντας τις ίδιες παραδοχές, να υπάρξουν συγκρίσιμα αποτελέσματα τα οποία είτε θα επιβεβαιώσουν είτε όχι τα συμπεράσματα της προηγούμενης εργασίας, ότι δηλαδή η βλάβη στα τοιχώματα είναι τοπική και επισκευάσιμη και δεν οδηγεί σε τυχόν αστοχία. Η παρούσα εργασία διαφέρει σημαντικά ως προς το πρόγραμμα το οποίο επιλέγεται για τις αναλύσεις καθώς επιτρέπει μια πιο αξιόπιστη προσομοίωση του υλικού του τοιχώματος δηλαδή του σκυροδέματος.

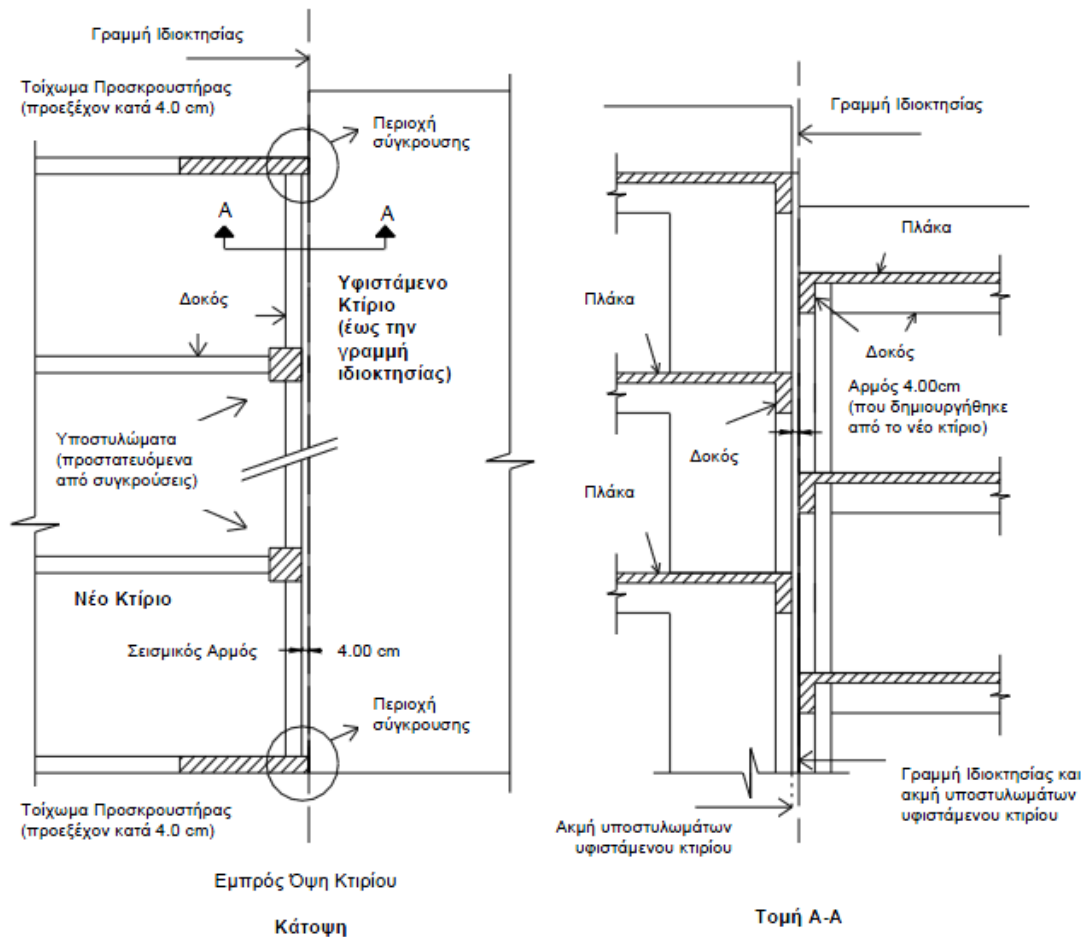
Παρακάτω παρουσιάζεται η περίπτωση κρούσης όμορων κτιρίων με τοιχώματα-προσκρουστήρες που εξετάζεται καθώς και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη μελέτη [6].

2.1.1 Κτίρια που χρησιμοποιούνται στη διερεύνηση

Έστω 2 κτίρια, στο παρακάτω σχήμα-σχήμα 1- φαίνεται η κάτοψη και η τομή των 2 όμορων κτιρίων στις δύο πλευρές του ορίου της γραμμής ιδιοκτησίας.

Το κτίριο στα δεξιά προϋπάρχει και εκτείνεται έως το όριο της γραμμής ιδιοκτησίας χωρίς να έχει τηρηθεί η ελάχιστη απόσταση –κενός χώρος που προβλέπει ο κανονισμός.

Το κτίριο στα αριστερά είναι μια καινούρια κατασκευή στην οποία εφαρμόζεται η λύση των ειδικών τοιχωμάτων ώστε να περιοριστεί ο ελάχιστος κενός χώρος που προβλέπει ο κανονισμός.

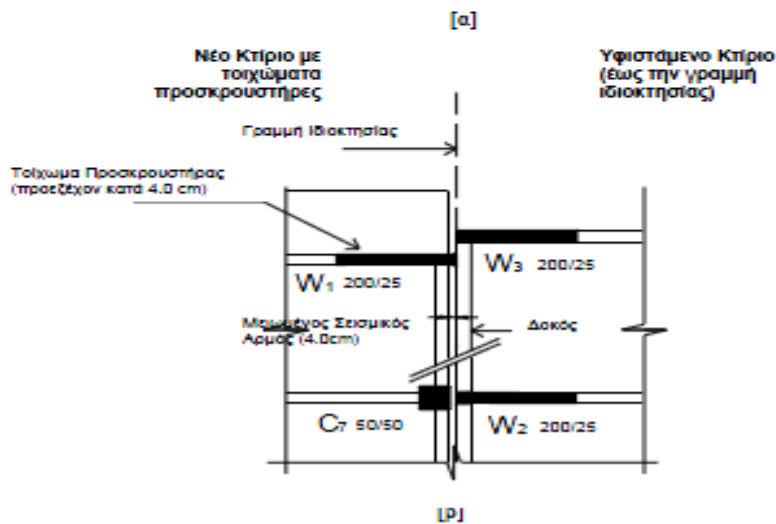
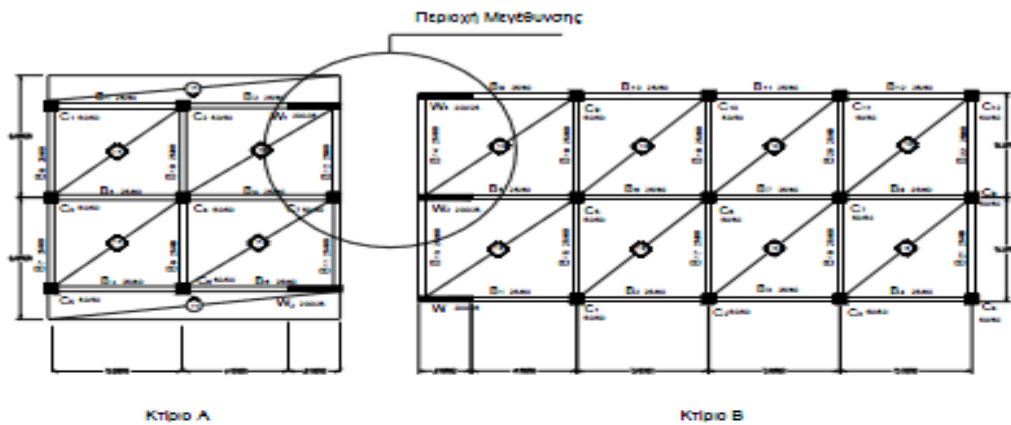


Σχήμα 1-Διαμόρφωση των τοιχωμάτων-προσκρουστήρων στη γραμμή ιδιοκτησίας

Στο κτίριο αριστερά, στη δεξιά πλευρά, τοποθετούνται δύο τοιχώματα στη διεύθυνση x που λειτουργούν ως τοιχώματα-προσκρουστήρες έναντι του κτιρίου δεξιά. Η μεγάλη πλευρά των τοιχωμάτων είναι κάθετη και εκτείνεται ως το όριο της γραμμής ιδιοκτησίας ενώ προεξέχουν από την υπόλοιπη κατασκευή (κτίριο αριστερά) η οποία και τοποθετείται 4cm πιο μέσα σε σχέση με το όριο γραμμής ιδιοκτησίας.

Άρα, χρησιμοποιούνται δύο ειδικά τοιχώματα στο καινούριο κτίριο στα οποία και θα συμβεί η κρούση σε περίπτωση σεισμού και τα οποία

ακουμπάνε στη γραμμή ιδιοκτησίας ενώ πράγματι ο κενός χώρος για την υπόλοιπη κατασκευή περιορίζεται στα 4cm.



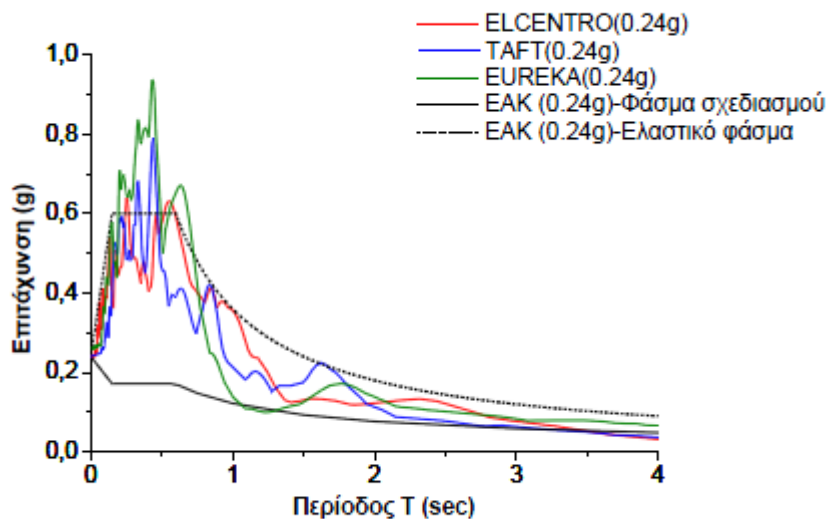
Σχήμα 2-[a] Κατόψεις κτιρίων Α και Β.[b] Λεπτομέρεια περιορισμένου σεισμικού αρμού και προεξέχοντος τοιχώματος-προσκραυστήρα

ΑΡΙΣΤΕΡΑ→Καινούριο κτίριο-**κτίριο Α**

ΔΕΞΙΑ→Προϋπάρχον κτίριο-**κτίριο Β**

Πρόκειται για 2 κτίρια κατασκευασμένα από οπλισμένο σκυρόδεμα και σχεδιασμένα σύμφωνα με τον Ελληνικό Αντισεισμικό Κανονισμό και τον Ελληνικό Κανονισμό Οπλισμένου Σκυροδέματος για μέγιστη οριζόντια εδαφική επιτάχυνση $a_{gR} = 0.24g$ και συντελεστή συμπεριφοράς $q = 3.5$. Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται το ελαστικό και ανελαστικό φάσμα σχεδιασμού

σύμφωνα με τον Ελληνικό Αντισεισμικό Κανονισμό με βάση τα οποία σχεδιάζονται τα κτίρια για τη συγκεκριμένη εδαφική επιτάχυνση και το συγκεκριμένο συντελεστή συμπεριφοράς. Τα ειδικά τοιχώματα-προσκραυστήρες υπολογίζονται ως συνήθη αντισεισμικά τοιχώματα χωρίς κάποια ιδιαίτερη πρόβλεψη. Στο ίδιο σχήμα φαίνονται και τα φάσματα απόκρισης τριών πραγματικών επιταχυνσιογραφημάτων : El Centro 1940(NS), Taft 1952(S69E), Eureka 1962(N79E), έτσι ώστε να δίνουν μέγιστη οριζόντια εδαφική επιτάχυνση $0.24g$. Αυτές οι καταγραφές χρησιμοποιούνται στις αναλύσεις των δύο κτιρίων με και χωρίς κρούση.



Σχήμα 3-Σύγκριση των φασμάτων απόκρισης των οριζοντίων επιταχύνσεων των σεισμών El Centro, Taft, Eureka με το φάσμα σχεδιασμού του κανονισμού

2.1.2 3 Είδη στατικών συστημάτων

1. ΠΛΑΙΣΙΩΤΑ(υποστυλώματα) όπου τα οριζόντια φορτία και ο σεισμός αναλαμβάνονται από χωρικά πλαίσια (δοκοί και υποστυλώματα) των οποίων η διατμητική αντοχή στη βάση του κτιρίου είναι $\geq 65\%$ της συνολικής

Το κτίριο εξαιτίας των υποστυλωμάτων παρουσιάζει διατμητική συμπεριφορά
(οριζόντια μετακίνηση διατομών χωρίς στροφή-σταθερή διατομή)

2. ΤΟΙΧΩΜΑΤΙΚΑ(τοιχώματα) όπου πρόκειται για σύστημα πλάστιμων τοιχωμάτων

Το κτίριο εξαιτίας των τοιχωμάτων παρουσιάζει καμπτική συμπεριφορά
(στροφή διατομών-η διατομή δε μένει σταθερή)

3. ΔΙΠΛΑ-ΜΙΚΤΑ(υποστυλώματα και τοιχώματα)

Τα δύο κτίρια Α και Β ανήκουν στη κατηγορία 3.

Κτίριο Α

- Το κτίριο έχει 5 ορόφους και είναι σχεδόν τετράγωνο σε κάτοψη, ο 1^{ος} όροφος είναι 4 m και οι υπόλοιποι όροφοι είναι 3 m. Το συνολικό ύψος του κτιρίου είναι 16 m
- Τα υποστυλώματα είναι τετραγωνικά 0.5m*0.5m στους δύο πρώτους ορόφους και 0.4m*0.4m στους υπόλοιπους
- Οι δοκοί έχουν διαστάσεις 0.6m(κρέμαση)*0.25m
- Το πάχος των πλακών σε όλους τους ορόφους είναι 0.15m
- Τα δύο ειδικά τοιχώματα έχουν συνολικό ύψος 16m και διατομή στην κάτοψη 2m*0.25m

Κτίριο Β

- Το κτίριο έχει 5 ορόφους, ο 1^{ος} όροφος είναι 3.8m και οι υπόλοιποι όροφοι είναι 2.8m, έχει **μικρότερο συνολικό ύψος** και είναι **πιο ογκώδες(μεγαλύτερη μάζα)** από το Α. Αυτό επιλέγεται σκόπιμα ώστε **η πλάκα της οροφής του στη διάρκεια ενός σεισμού προσκρούει στο μέσο του**

τελευταίου ορόφου του διπλανού κτιρίου διατέμνοντας τις κολώνες του.

Δηλαδή λόγω σημαντικής διαφοράς στο συνολικό ύψος των δύο κτιρίων και λόγω ανισοσταθμίας των πλακών των δύο κτιρίων έχω τη **δυσμενέστερη περίπτωση** κρούσης όμορων κτιρίων, τον πιο **καταστροφικό τύπο κρούσης** που θα μπορούσε να οδηγήσει σε κατάρρευση.

- ο Για τα υποστυλώματα, τις δοκούς και τις πλάκες ισχύουν τα ίδια με το κτίριο Α

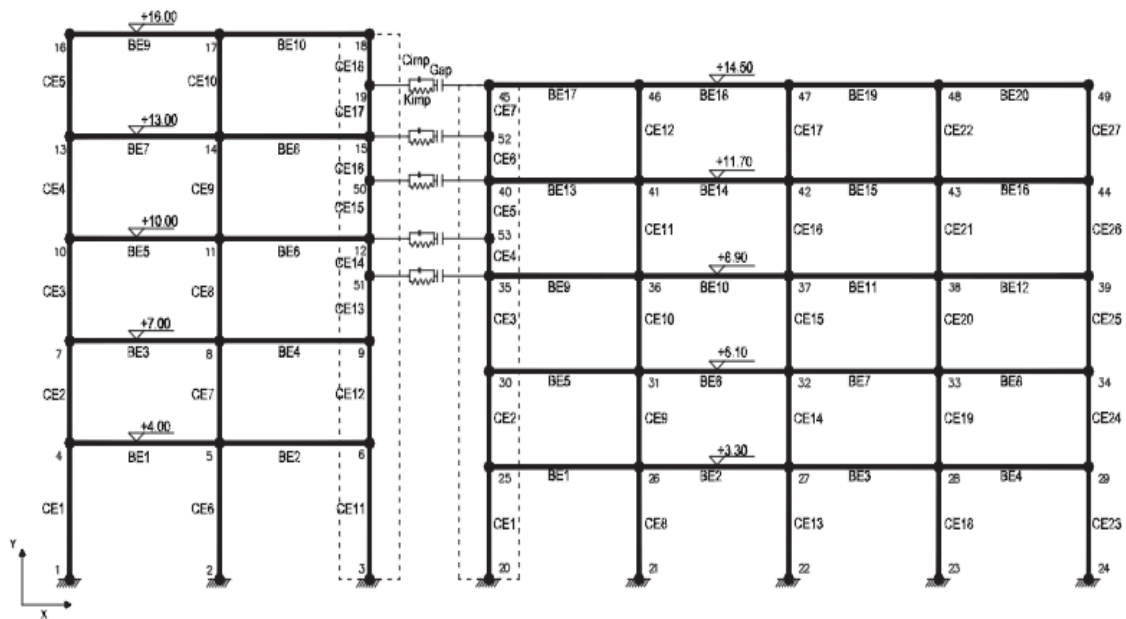
Τα δύο ειδικά τοιχώματα του κτιρίου Α φτάνουν ως το όριο της γραμμής ιδιοκτησίας όπου φτάνει και όλο το κτίριο Β. Ενώ το υπόλοιπο κτίριο Α είναι 4cm πιο μέσα από το όριο.

Η κρούση εντοπίζεται στα ειδικά τοιχώματα στα οποία χτυπάει η μετακινούμενη λόγω σεισμού πλάκα της οροφής του κτιρίου Β. Έτσι, χάρη στα τοιχώματα προστατεύονται τα υποστυλώματα του κτιρίου Α. Ταυτόχρονα, ακόμα και αν το κτίριο Β είχε υποστυλώματα και όχι τοιχώματα θα προστατεύονταν και αυτά από την μετακινούμενη λόγω σεισμού πλάκα του κτιρίου Α, αυτόματα, χάρη στο κενό χώρο των 4cm.

Οι πλάκες του κτιρίου Α βρίσκονται πιο μέσα από την γραμμή ιδιοκτησίας κατά 4cm και έτσι πριν αυτές χτυπήσουν κάποιο κατακόρυφο μέλος του κτιρίου Β, τα τοιχώματα-προσκραυστήρες του κτιρίου Α θα συγκρουστούν με τις πλάκες του Β.

2.1.3 Μη γραμμική δυναμική απόκριση των δύο κτιρίων: επιπτώσεις της κρούσης

Η διερεύνηση της επίδρασης των συγκρούσεων μεταξύ των δύο κτιρίων βασίζεται σε μη-γραμμικές δυναμικές αναλύσεις για 10 sec του σεισμού El Centro, 15 sec του σεισμού Taft και 10 sec του σεισμού Eureka. Καθένα από τα τμήματα αυτά των τριών καταγραφών περιλαμβάνει το ισχυρό μέρος της αντίστοιχης δόνησης. Αφού σε κάθε ένα από τα δύο κτίρια τα πλαίσια είναι ίδια και ο άξονας x αποτελεί άξονα συμμετρίας, η διερεύνησή μας αφορά στο επίπεδο, αναλύοντας μόνο ένα πλαίσιο ανά κτίριο και χρησιμοποιώντας το 1/3 της μάζας, έτσι ώστε οι ιδιοπερίοδοι των κτιρίων στην διεύθυνση x να παραμένουν οι ίδιες. Αυτές είναι $T_0=0.466\text{sec}$ για το κτίριο A και $T_0=0.528\text{sec}$ για το κτίριο B.



Σχήμα 4-Δισδιάστατο προσομοίωμα για την ανάλυση των συγκρούσεων μεταξύ των κτιρίων A και B σε πέντε σημεία επαφής

Η ανάλυση γίνεται με το πρόγραμμα ανάλυσης κατασκευών DRAIN-2DX, σύμφωνα με το μοντέλο των πλαστικών αρθρώσεων για τις δοκούς και τα υποστυλώματα. Για την προσομοίωση των συγκρούσεων χρησιμοποιούνται

ειδικά στοιχεία ελατηρίου-αποσβεστήρα θεωρώντας πέντε σημεία επαφής στο πάνω μέρος του κτιρίου A γιατί στους χαμηλότερους ορόφους ο αριθμός των συγκρούσεων και η επίδρασή τους μειώνεται κατά πολύ. Η δυσκαμψία των στοιχείων προσομοίωσης της σύγκρουσης εκτιμάται από την τοπική δυσκαμψία πλάκας-δοκού ίση προς $K_{imp} = 1392096 \text{ kN/m}$ και η σταθερά του αποσβεστήρα θεωρείται ίση προς $C_{imp} = 3192 \text{ kN/m/s}$, τιμή που αντιστοιχεί σε έναν συντελεστή αποκατάστασης $r = 0.65$. Η ανελαστική απόκριση αποτιμάται με το δείκτη πλαστιμότητας γωνιών στροφής, που ορίζεται ως

$$\mu_{\theta} = 1 + \theta_p / \theta_y$$

Όπου θ_p είναι η μέγιστη γωνία στροφής της πλαστικής άρθρωσης στα άκρα του μέλους (δοκός ή υποστυλώμα) και θ_y είναι μια τυπική στροφή διαρροής, ίση προς $\theta_y = M_y l / 6EI$, για παραμόρφωση του μέλους υπό τη δράση δύο αντισυμμετρικών ροπών στα άκρα.

Αρχικά τα δύο κτίρια αναλύονται σαν ανεξάρτητες κατασκευές, δηλαδή χωρίς συγκρούσεις και στην συνέχεια η ανάλυση γίνεται λαμβάνοντας υπόψη και τις συγκρούσεις-Σχήμα 4.

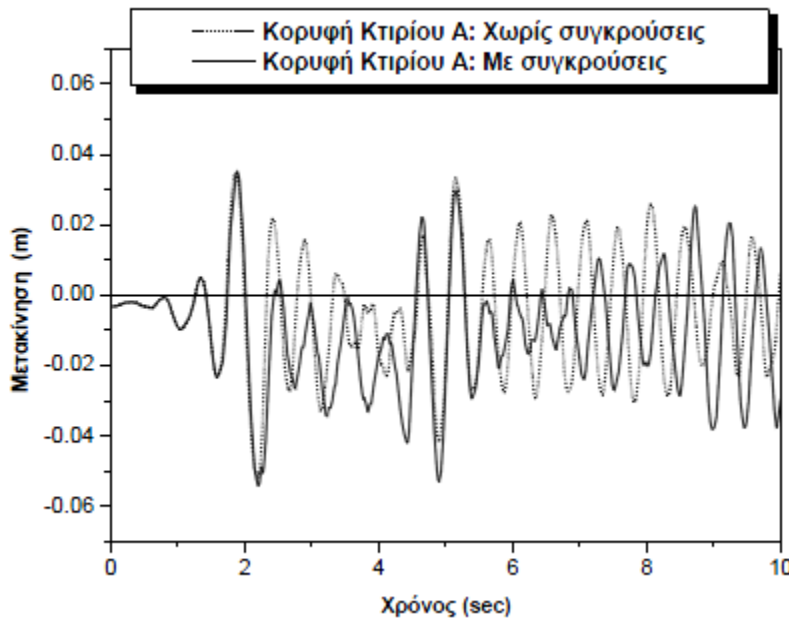
Τα Σχήματα 5 και 6 απεικονίζουν τις χρονοϊστορίες μετακινήσεων της κορυφής των κτιρίων A και B, με και χωρίς συγκρούσεις, αντιστοίχως, για διέγερση με την καταγραφή του σεισμού El Centro. Παρατηρούμε μια μικρή αύξηση της μέγιστης μετατόπισης κορυφής και των δύο κτιρίων σαν αποτέλεσμα της επίδρασης των συγκρούσεων.

Στο κτίριο A η μέγιστη μετατόπιση της κορυφής χωρίς συγκρούσεις είναι 5.2cm ενώ με συγκρούσεις 5.4cm (αύξηση ~ 4%) ενώ στο κτίριο B οι αντίστοιχες μέγιστες μετατοπίσεις είναι 5.3cm και 5.4cm (αύξηση ~ 2%).

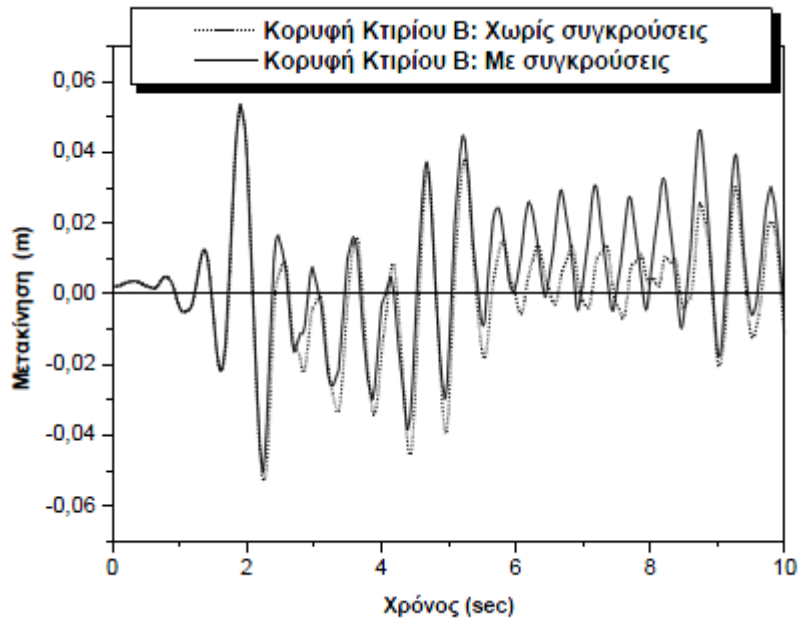
Στα Σχήματα 7 και 8 παρουσιάζεται η επίδραση των συγκρούσεων στις απαιτήσεις πλαστιμότητας των δοκών και των υποστυλωμάτων των δύο κτιρίων, καθώς και η καθ' ύψος κατανομή τους. Μόνο τα αποτελέσματα των μελών σε σημεία εκτός των περιοχών σύγκρουσης είναι αξιόπιστα για τη διερεύνησή μας γιατί η προσομοίωση των πλαισίων των κτιρίων με πρισματικά μέλη δεν αποτελεί καλή προσέγγιση της τοπικής βλάβης στα σημεία συγκρούσεων. Παρατηρείται ότι η επίδραση των συγκρούσεων στην απαίτηση πλαστιμότητας γωνιών στροφής περιορίζεται στις δοκούς των

κτιρίων, δηλαδή σε μέλη που εξαρχής σχεδιάζονται κατάλληλα ώστε να έχουν πλαστική συμπεριφορά. Αυτές οι αυξήσεις είναι γενικά κάτω του ~25%, ενώ στα υποστυλώματα είναι αμελητέες.

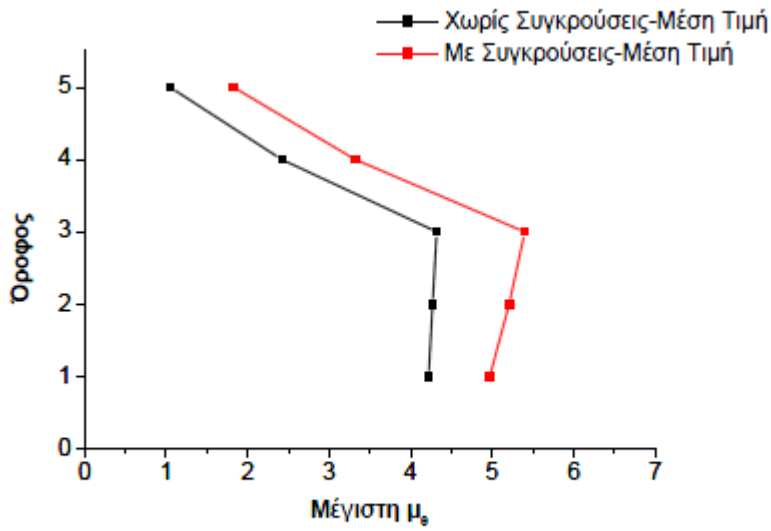
Λαμβάνοντας ως δεδομένο ότι η αύξηση της απαίτησης πλαστιμότητας στα μέλη δεν είναι πολύ υψηλή, προκύπτει ότι μακριά από τα σημεία συγκρούσεων δεν έχω αξιόλογη επιβάρυνση και ότι το πρόβλημα εντοπίζεται τοπικά στα σημεία συγκρούσεων. Άρα η χρήση των τοιχωμάτων-προσκραυστήρων μπορεί να είναι μια αποδεκτή λύση, υπό την προϋπόθεση ότι και η τοπική τους βλάβη είναι επίσης εντός αποδεκτών ορίων και άρα επισκευάσιμη.



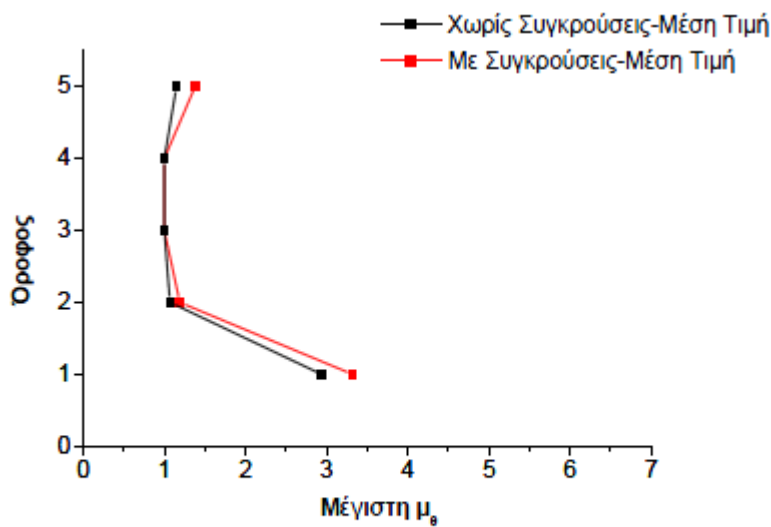
Σχήμα 5-Οριζόντια μετακίνηση της οροφής του κτιρίου A για το σεισμό του El Centro



Σχήμα 6-Οριζόντια μετακίνηση της οροφής του κτιρίου Β για το σεισμό του El Centro

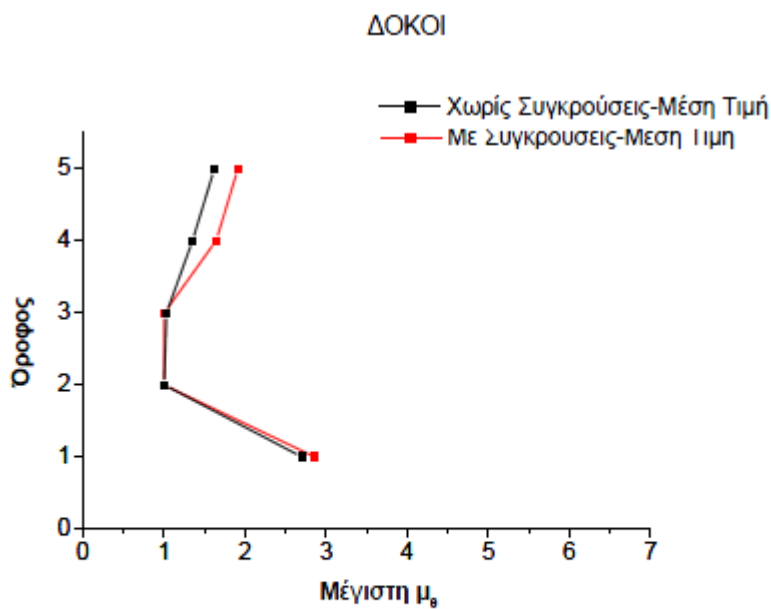
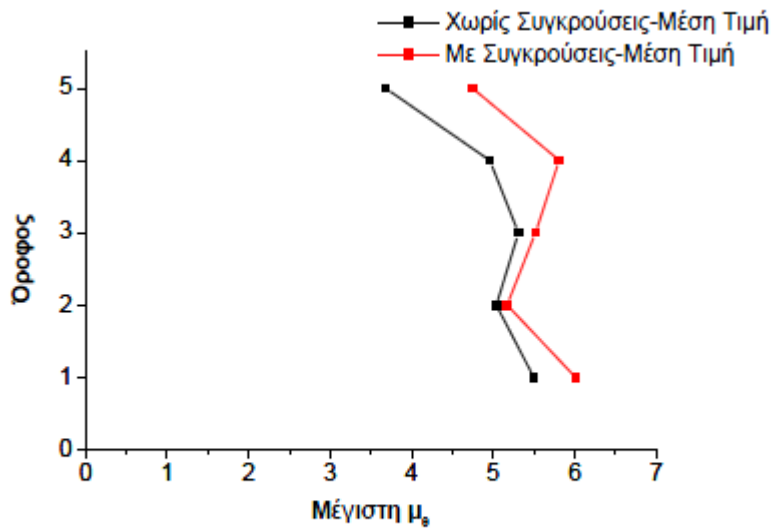


ΔΟΚΟΙ



ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΑ

Σχήμα 7-Μέση μέγιστη τιμή του συντελεστή πλαστιμότητας γωνιών στροφής στο κτίριο Α με και χωρίς συγκρούσεις



Σχήμα 8- Μέση μέγιστη τιμή του συντελεστή πλαστιμότητας γωνιών στροφής στο κτίριο Β με και χωρίς συγκρούσεις

2.1.4 Τοπική ζημιά λόγω κρούσης

Καθώς τα τοιχώματα-προσκρουστήρες προτείνονται ως εναλλακτική λύση αντί του σεισμικού αρμού, η τοπική τους βλάβη λόγω κρούσης πρέπει να διερευνηθεί με λεπτομέρεια για να διαπιστωθεί αν είναι εντός αποδεκτών ορίων και επισκευάσιμη. Αυτό γίνεται με χρήση του προγράμματος ανάλυσης κατασκευών ANSYS και χρήση δισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων στα σημεία συγκρούσεων.

2.1.5 Προσομοίωση της κρούσης με δύναμη κρούσης

Για την ανάλυση με το λεπτομερές προσομοίωμα του προγράμματος ANSYS, εκτιμάται μια δύναμη κρούσης η οποία και εφαρμόζεται στο μέσο του ύψους του τελευταίου ορόφου του κτιρίου A. Η εκτίμηση αυτή γίνεται ως εξής:

Οι δυνάμεις κρούσης είναι μια σειρά από σχεδόν τριγωνικού σχήματος αιχμές, πολύ μικρής χρονικής διάρκειας (δυναμική φόρτιση – κρούση). Η χρονική διάρκεια αυτή είναι αντιστρόφως ανάλογη της δυσκαμψίας του στοιχείου που προσομοιώνει τη σύγκρουση, ενώ η τιμή της δύναμης αυξάνει ανάλογα με αυτήν, με αποτέλεσμα η ώθηση να παραμένει πρακτικά σταθερή.

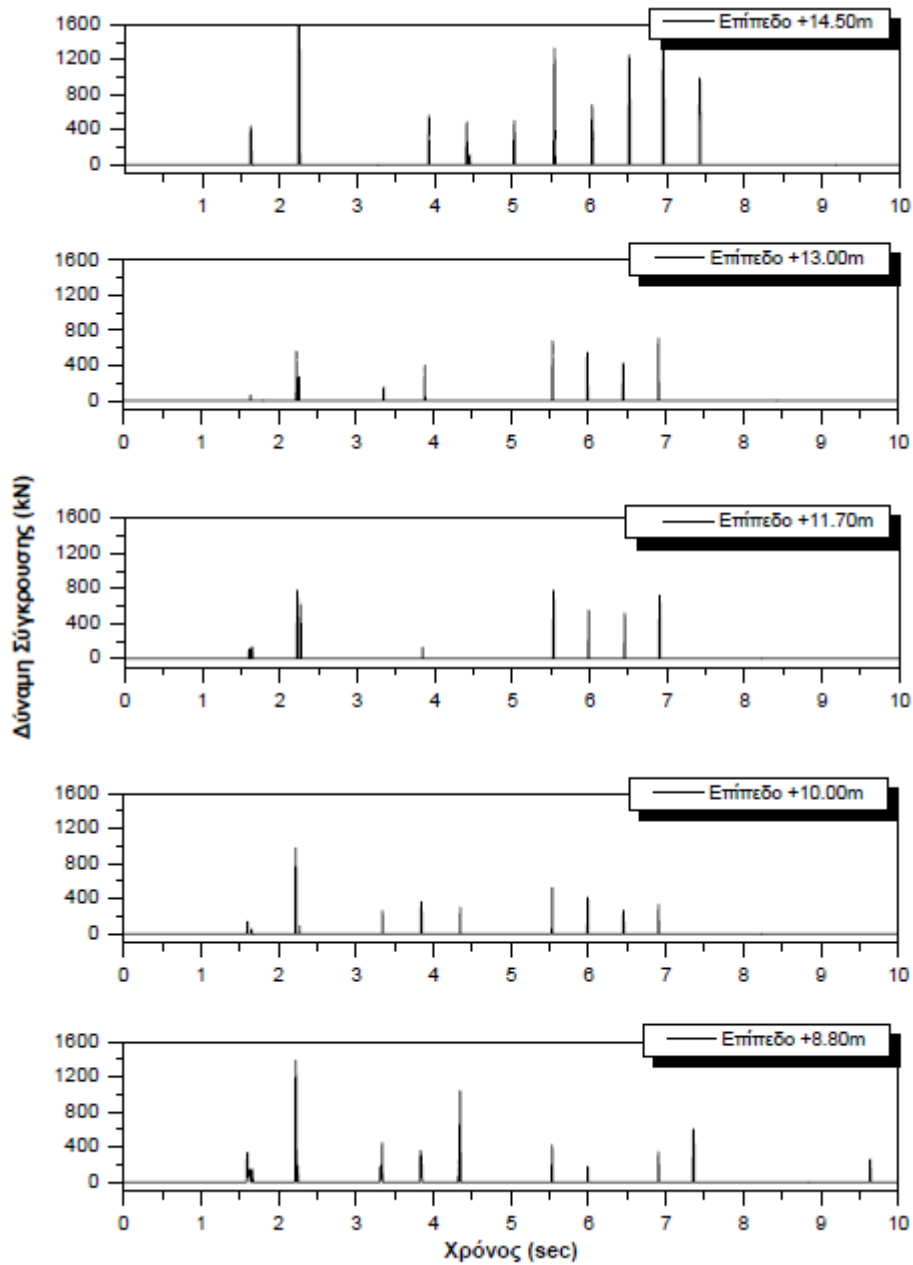
Στο Σχήμα 9 δίνεται η σειρά των δυνάμεων κρούσης του τελευταίου ορόφου των κτιρίων A και B κατά τη διάρκεια του σεισμού El Centro, από την οποία παρατηρούμε μια μέγιστη δύναμη της τάξης των 1600kN.

Έστω ότι μια μάζα m κινούμενη με ταχύτητα v_0 συγκρούεται με ένα τοίχωμα και ότι μετά την σύγκρουση η ταχύτητά της γίνεται μηδέν, ισχύει για την δύναμη σύγκρουσης F_i :

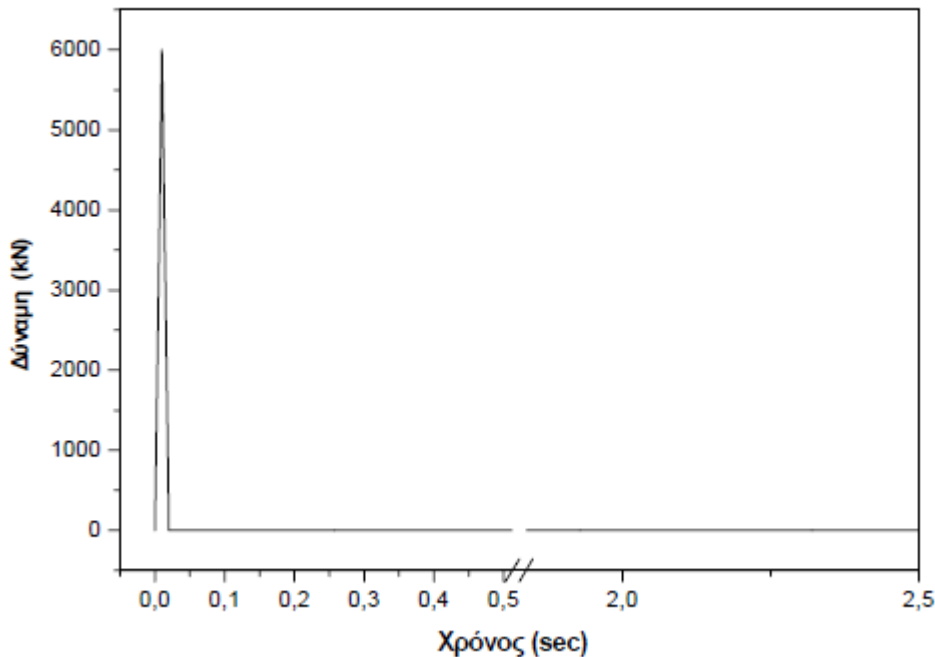
$$\int_i^{\Delta t} F_i dt = mv_0(1+e)$$

όπου $e=0$ συντελεστής αποκατάστασης και Δt η διάρκεια κρούσης. Αν επίσης ότι η δύναμη κρούσης έχει τριγωνική μεταβολή με μέγιστη τιμή $F_{i,max}$, προκύπτει ότι $F_{i,max} = 4m v_0 / \Delta t$, όπου έχει υποτεθεί ότι το e έχει την μέγιστη τιμή του, δηλαδή $e=1.0$. Από το φάσμα σχεδιασμού του Κανονισμού και για χαρακτηριστικές τιμές των περιόδων $T=0.4\text{sec}$, $T=0.6\text{sec}$ και $T=0.8\text{sec}$, που αντιστοιχούν στις τρεις περιοχές του φάσματος, μπορεί κανείς να εκτιμήσει τυπικές τιμές για το v_0 . Για μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση ίση με $0.24g$ λαμβάνουμε $S_v = 0.375 \text{ m/s}$, 0.56 m/s και 0.6 m/s για κάθε μία από τις τρεις ιδιοπεριόδους, αντιστοίχως. Με βάση αυτό το εύρος τιμών, που αντιπροσωπεύει υψηλές τιμές ταχυτήτων σύγκρουσης, υποθέτουμε μια τιμή $v_0 = 0.6 \text{ m/s}$ που αντιστοιχεί σε επιτάχυνση σχεδιασμού $0.24g$ για μια ιδιοπερίοδο $T=0.8\text{sec}$. Εάν επιπλέον υποθέσουμε ότι έχουμε μια πλάκα ορόφου μάζας $120t$, συντελεστή αποκατάστασης $e = 0.65$ και χρονική διάρκεια σύγκρουσης ίση με 0.02sec , υπολογίζουμε μια μέγιστη δύναμη σύγκρουσης $F_{max} = 11880 \text{ kN}$. Λαμβάνοντας υπόψη ότι τουλάχιστον δύο τοιχώματα-προσκραυστήρες θα δέχονται την δύναμη κρούσης η δύναμη κρούσης ανά τοίχωμα είναι $\sim 6000 \text{ kN}$, για χρονική διάρκεια κρούσης 0.02sec .

Η δύναμη κρούσης που εκτιμάται παραπάνω συγκρινόμενη με τη μέγιστη δύναμη που υπολογίζεται από την ανάλυση για το σεισμό του El Centro, δηλ. $\sim 1600 \text{ kN}$ προκύπτει σχεδόν τετραπλάσια. Πρόκειται για μια σημαντική συντηρητική υπερεκτίμηση.



Σχήμα 9-Δυνάμεις σύγκρουσης στα πέντε σημεία επαφής καθ' ύψος του τοιχώματος-προσκρουστήρα του κτιρίου Α



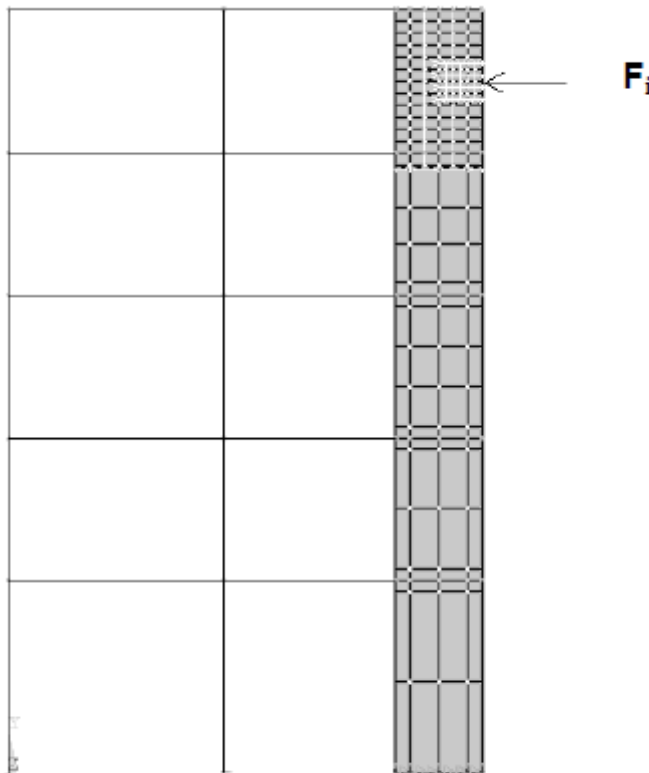
Σχήμα 10-Διάγραμμα της τριγωνικής δύναμης σύγκρουσης των 6000 kN σε 0.02sec και συνολικού χρόνου ανάλυσης 2.5sec

2.1.6 Προσομοίωμα της ανάλυσης και αποτελέσματα

Για την ανάλυση χρησιμοποιείται ένα από τα πλαίσια του κτιρίου Α κατά τον άξονα x -Σχήμα 11.Γίνεται διακριτοποίηση του τοιχώματος με δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, πιο πυκνά τοποθετημένα στην περιοχή της εφαρμογής της δύναμης κρούσης και πιο αραιά μακριά από αυτή. Το σκυρόδεμα λαμβάνεται ως ελαστοπλαστικό υλικό με διαφορετική αντοχή σε εφελκυσμό και θλίψη και με εφαρμογή του κριτηρίου αστοχίας Drucker-Prager. Συγκεκριμένα η ποιότητα σκυροδέματος είναι C20/25 με θλιπτική αντοχή 20 MPa και εφελκυστική αντοχή 2.2 MPa. Ο οπλισμός του τοιχώματος, που αποτελείται από ράβδους χάλυβα S500 με όριο διαρροής 500 MPa, προσομοιώνεται με την βοήθεια μονοδιάστατων διγραμμικών στοιχείων με κράτυνση 3%. Ο διαμήκης οπλισμός του τοιχώματος αποτελείται από πέντε ευθείες παράλληλες προς τον άξονα του τοιχώματος, ενώ ο εγκάρσιος οπλισμός του τοιχώματος εντοπίζεται κατά

μήκος των οριζοντίων γραμμών του δικτύου των πεπερασμένων στο τοίχωμα. Όλα τα υπόλοιπα μέλη του πλαισίου προσομοιώνονται σαν πρισματικά γραμμικά ελαστικά μέλη. Τα παραπάνω αφορούν στην ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία και το πρόγραμμα ANSYS.

Γίνεται επίσης και ανάλυση του πλαισίου του κτιρίου A για την τριγωνική δύναμη κρούσης, με την βοήθεια του προγράμματος DRAIN-2DX. Υπολογίζονται οι τιμές των δεικτών πλαστιμότητας γωνιών στροφής των δοκών και των υποστυλωμάτων του πλαισίου. Το προσομοίωμα που χρησιμοποιείται για αυτή την ανάλυση είναι το ίδιο προσομοίωμα που χρησιμοποιείται στην ανάλυση της σεισμικής απόκρισης των δύο κτιρίων. Το τριγωνικό φορτίο εφαρμόζεται σε ένα μήκος 0.50m, με το κέντρο του να βρίσκεται στο μέσον του ύψους του τελευταίου ορόφου του τοιχώματος-προσκρουστήρα. Με χρονική διάρκεια κρούσης 0.02 sec η ανάλυση έγινε για συνολικό χρόνο 2.5sec.



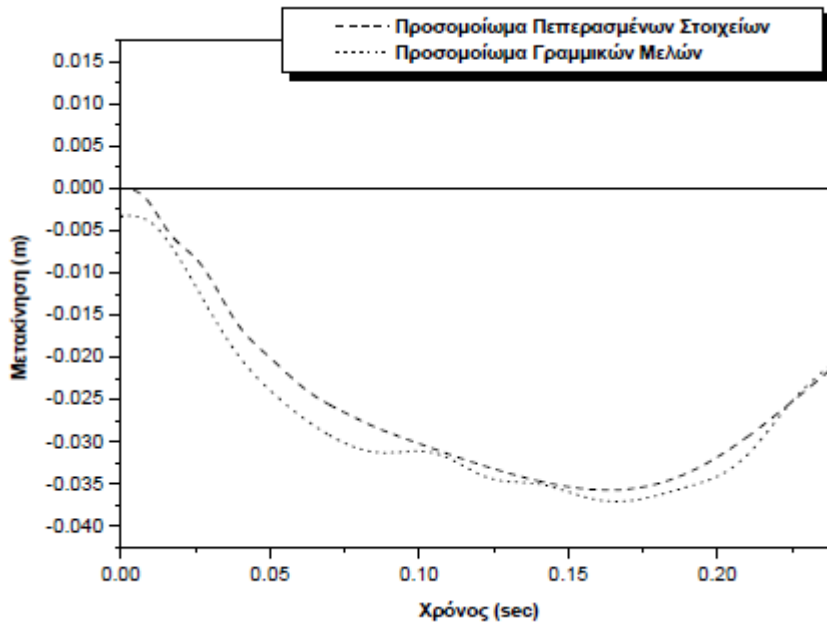
Σχήμα 11-Το προσομοίωμα του κτιρίου A από μοντέλο διδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων (ANSYS)

Τα αποτελέσματα από τις δύο αναλύσεις δίνονται στα Σχήματα 12, 13 και 14.

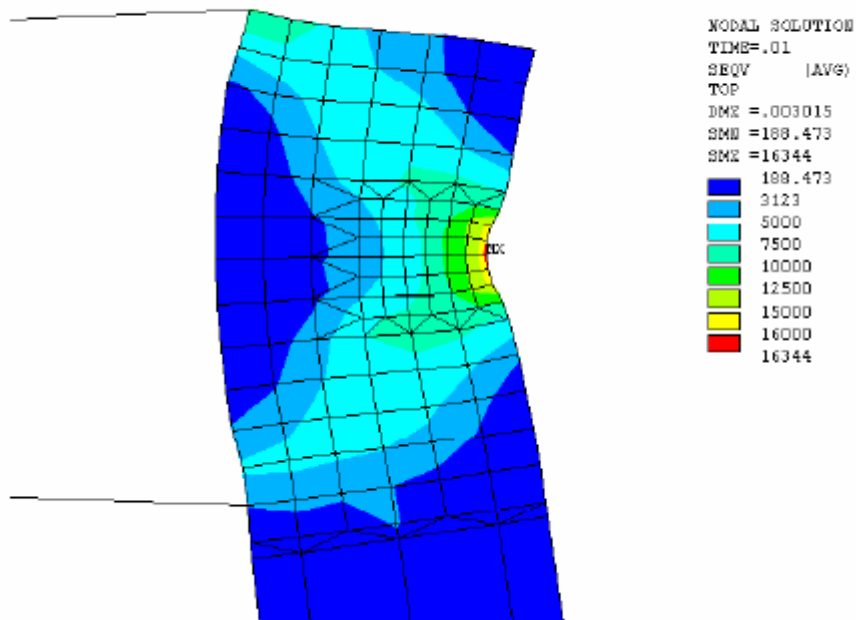
Στο Σχήμα 12 απεικονίζεται η μετακίνηση του μεσαίου κόμβου της κορυφής του τοιχώματος, όπως αυτή υπολογίζεται από την ανάλυση της τριγωνικής δύναμης κρούσης με τα προγράμματα ANSYS και DRAIN-2DX. Δεν υπάρχει αξιολογη διαφορά στα αποτελέσματα ώστε η ανελαστική συμπεριφορά των δοκών και των υποστυλωμάτων του πλαισίου που αγνοείται στην ανάλυση του ANSYS, έχει μικρή επιρροή στην απόκριση του τοιχώματος.

Στο Σχήμα 13 δίνεται η κατανομή της ισοδύναμης τάσης στο σημείο κρούσης σε χρόνο 0.01sec, δηλαδή τη χρονική στιγμή της μέγιστης δύναμης. Οι αντίστοιχοι λόγοι της ισοδύναμης τάσης προς την τάση διαρροής του κριτηρίου Drucker-Prager κυμαίνονται από 1.13 στην εφελκυσόμενη ζώνη σε 2.56 στην θλιβόμενη ζώνη του τοιχώματος, υποδεικνύοντας τοπική αστοχία του σκυροδέματος στις περιοχές μέγιστης ισοδύναμης τάσης. Διαρροή του οπλισμού υπολογίζεται και στις δύο παρειές του τοιχώματος στην περιοχή της κρούσης.

Στις περιοχές του πλαισίου που βρίσκονται μακριά από την περιοχή κρούσης, τα αποτελέσματα προκύπτουν από την ανελαστική δυναμική ανάλυση με το πρόγραμμα DRAIN-2DX, ως δείκτες πλαστιμότητας γωνιών στροφής -Σχήμα 14. Οι τιμές αυτές των δεικτών βρίσκονται εντός των αναμενόμενων τιμών που μπορεί να εμφανισθούν κατά την διάρκεια μιας ανελαστικής σεισμικής ανάλυσης και είναι συγκρίσιμες με τις αντίστοιχες τιμές από την ανάλυση συγκρούσεων μεταξύ των δύο κτιρίων για το σεισμό El Centro.

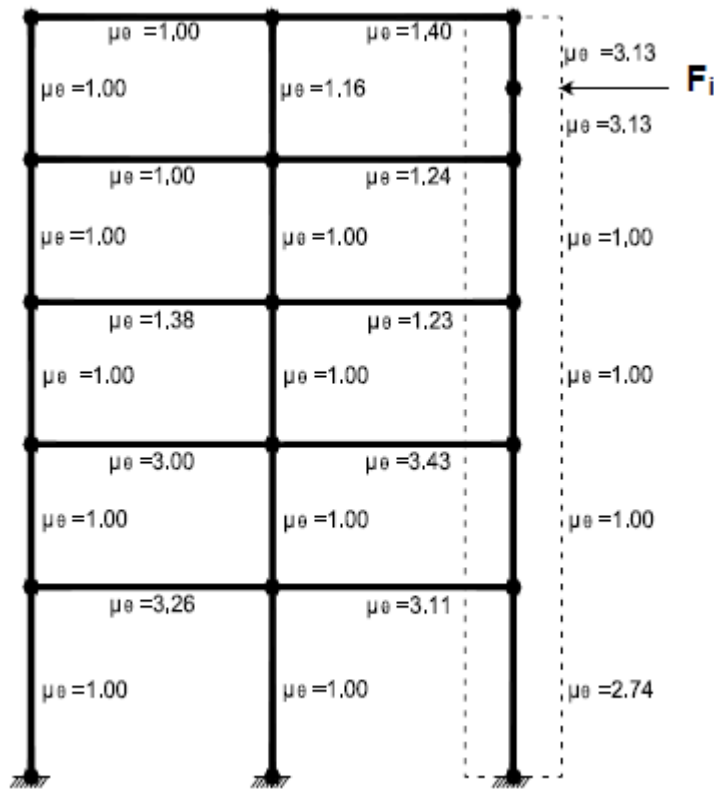


Σχήμα 12-Η οριζόντια μετακίνηση της κορυφής του κτιρίου Α όπως υπολογίστηκε με τα δυο διαφορετικά προσομοιώματα του ANSYS και του DRAIN-2DX



Σχήμα 13-Η ισοδύναμη τάση σ_e του τοιχώματος-προσκρουστήρα την χρονική στιγμή 0.01sec

Τα παραπάνω αποτελέσματα μας επιτρέπουν να πούμε ότι τα τοιχώματα προσκρουστήρες εμφανίζουν μια περιορισμένη έκταση βλαβών στα σημεία των συγκρούσεων και μάλιστα πρόκειται για βλάβες επισκευάσιμες που δεν οδηγούν σε αστοχία.



Σχήμα 14-Συντελεστές πλαστιμότητας γωνιών στροφής στα μέλη του κτιρίου A (DRAIN-2DX)

Συμπερασματικά, σύμφωνα με τη μελέτη [6] η χρήση καλά οπλισμένων αντισεισμικών τοιχωμάτων, ως ειδικών τοιχωμάτων-προσκρουστήρων, αποτελεί μια πρακτική λύση αντί του σεισμικού αρμού που οι νέοι Κανονισμοί απαιτούν μεταξύ γειτονικών κτιρίων. Τα πλεονεκτήματα μιας τέτοιας επιλογής είναι :

1. Μπορεί να ελαχιστοποιήσει το εύρος του σεισμικού αρμού
2. Μπορεί να προστατέψει και τα δύο κτίρια από τη **δυσμενέστερη περίπτωση** κρούσης όμορων κτιρίων, τον πιο **καταστροφικό τύπο κρούσης** που θα μπορούσε να οδηγήσει σε κατάρρευση δηλαδή τον εμβολισμό τους από τις γειτονικές πλάκες, ακόμα και εάν το ένα από τα δύο κτίρια είναι ήδη κατασκευασμένο μέχρι το όριο ιδιοκτησίας (δηλαδή χωρίς πρόβλεψη σεισμικού αρμού)
3. Ως συνήθη στοιχεία του Φέροντος Οργανισμού, τα τοιχώματα – προσκρουστήρες φαίνεται ότι μπορούν να αντέξουν τις δυνάμεις σύγκρουσης, εμφανίζοντας τοπικού χαρακτήρα επισκευάσιμες βλάβες
4. Μακριά από τα σημεία επαφής, οι συγκρούσεις δεν θέτουν σε ουσιαστικό κίνδυνο άλλα μέλη του δομικού συστήματος των κτιρίων, άρα δεν οδηγούν σε αστοχία της κατασκευής.
5. Οι συγκρούσεις στα τοιχώματα-προσκρουστήρες δημιουργούν αιχμές υψηλών τιμών επιταχύνσεων και μικρής χρονικής διάρκειας, οι οποίες μπορεί να προκαλέσουν βλάβες στο περιεχόμενο του κτιρίου, αν δεν ληφθούν κατάλληλα μέτρα αγκύρωσής του. Τέτοια μέτρα πάντως δεν αναμένεται να διαφέρουν σημαντικά από αντίστοιχα που αφορούν την προστασία του περιεχομένου των κτιρίων σε σεισμούς όπου δεν εμφανίζεται το φαινόμενο.

Στην παρούσα εργασία θεωρώντας την περίπτωση της μελέτης [6] και λαμβάνοντας υπόψη τα ίδια δεδομένα και παραδοχές θα δημιουργήσουμε 3 προσομοιώσεις-πλαίσια του κτιρίου Α κάνοντας χρήση του προγράμματος PATRAN 2010.1.2 και θα κάνουμε τις αναλύσεις με χρήση του προγράμματος ABAQUS 6.10 . Στόχος της εργασίας είναι να υπάρξουν συγκρίσιμα αποτελέσματα που θα επιβεβαιώσουν τα παραπάνω

συμπεράσματα δίνοντας τους ακόμα μεγαλύτερη αξιοπιστία ή θα τα διαψεύσουν.

2.2 Ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

2.2.1 Εισαγωγικά

Μικρός αριθμός προβλημάτων μηχανικού επιδέχεται κλειστές λύσεις, συγκεκριμένα μόνο τα προβλήματα όπου η γεωμετρία είναι κανονική και η φόρτιση απλή. Τα περισσότερα προβλήματα που αφορούν είτε σε φυσικά είτε σε τεχνητά μοντέλα πρέπει να λυθούν προσεγγιστικά μέσω κάποιας αριθμητικής διαδικασίας. Έτσι, στις περισσότερες περιπτώσεις επιλέγεται η *μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων* (Finite Element Method) καθώς η συγκεκριμένη μέθοδος βρίσκει εφαρμογή σε προβλήματα διαφόρου γεωμετρίας και συνοριακών συνθηκών. Μάλιστα, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι η βάση των περισσότερων προγραμμάτων που υπάρχουν για μηχανικούς υπολογισμούς. Ένα από αυτά τα προγράμματα που βασίζονται στην χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι το ABAQUS 6.10 το οποίο και χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία.

Κατά την ανάπτυξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων έχουμε τη δυνατότητα να επιλέξουμε σαν βασικές μεταβλητές του προβλήματος τις κομβικές μετατοπίσεις ή τις κομβικές δυνάμεις. Συνεπώς, υπάρχουν δύο μοντέλα ανάπτυξης της μεθόδου, το μοντέλο των μετατοπίσεων ή κινηματικό μοντέλο και το μοντέλο των δυνάμεων ή στατικό μοντέλο, μεταξύ των οποίων προτιμάται το μοντέλο των μετατοπίσεων. Η προτίμηση αυτή έχει να κάνει με την προγραμματιστική ευκολία της μεθόδου. Στη μέθοδο των μετατοπίσεων κάνουμε χρήση του *μητρώου δυσκαμψίας* του φορέα, σε αντίθεση με τη μέθοδο των δυνάμεων όπου γίνεται χρήση του *μητρώου ευκαμψίας*. Η όλη διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι το μητρώο ευκαμψίας είναι πλήρες ώστε για την αποθήκευση των δεικτών ευκαμψίας

απαιτείται περισσότερη μνήμη σε σχέση με το μητρώο δυσκαμψίας το οποίο έχει αρκετά μηδενικά στοιχεία οπότε για την αποθήκευση των δεικτών δυσκαμψίας απαιτείται πολύ λιγότερη μνήμη. Μάλιστα, λαμβάνοντας υπόψη πως σε προσομοιώματα αληθινών κατασκευών με πολλούς βαθμούς ελευθερίας τα μηδενικά στοιχεία μπορεί να αντιστοιχούν μέχρι και στο 99% του συνολικού αριθμού των δεικτών δυσκαμψίας του μητρώου σίγουρα γίνεται κατανοητό γιατί προτιμάται η μέθοδος των μετατοπίσεων. Επίσης, η διάρθρωση του μητρώου δυσκαμψίας ευνοεί τον προγραμματισμό της μεθόδου των μετατοπίσεων και την άμεση γενίκευση της σε οποιοδήποτε τύπο φορέα. Αντίθετα, η μέθοδος των δυνάμεων λόγω της πλήρους διάρθρωσης του μητρώου ευκαμψίας απαιτεί προσοχή στη δημιουργία του θεμελιώδους φορέα προκειμένου να εφαρμοστεί η μέθοδος του μοναδιαίου φορτίου.

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, μια κατασκευή διακριτοποιείται σε μικρότερα τμήματα πεπερασμένου μεγέθους που αποκαλούνται πεπερασμένα στοιχεία. Επομένως, η κατασκευή μπορεί να θεωρηθεί σαν το σύνολο αυτών των στοιχείων με ένα πεπερασμένο αριθμό ενώσεων που ονομάζονται κόμβοι. Ενδεικτικά, η διαδικασία ανάλυσης μιας κατασκευής με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

- ❖ Επιλογή *συναρτήσεων σχήματος*, ώστε να προσεγγίσουμε τη μεταβολή των μετατοπίσεων μέσα στο στοιχείο και να τη συσχετίσουμε με τις μετατοπίσεις στους κόμβους του στοιχείου.
- ❖ Έκφραση των παραμορφώσεων και τάσεων εντός του στοιχείου σε σχέση με τις επικόμβιες μετατοπίσεις μέσω κατάλληλων μητρώων.
- ❖ Χρήση της αρχής των δυνατών έργων, ώστε να διατυπωθεί η εξίσωση ισορροπίας κάθε στοιχείου (άγνωστες μεταβλητές είναι οι επικόμβιες μετατοπίσεις).
- ❖ Συνδυασμός των επιμέρους εξισώσεων ισορροπίας κάθε στοιχείου με σκοπό να καταλήξουμε στη γενική εξίσωση ισορροπίας για όλο το φορέα, αλλά κατά τέτοιο τρόπο ώστε να διασφαλίζεται η συνέχεια των μετατοπίσεων σε κάθε κόμβο.

- ❖ Επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας ώστε να προκύψουν οι άγνωστες επικόμβιες μετατοπίσεις, και να οδηγηθούμε στον υπολογισμό των τάσεων και των παραμορφώσεων λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά των στοιχείων.

2.2.2 Διατύπωση των εξισώσεων ισορροπίας με την αρχή των δυνατών έργων

Η αρχή των δυνατών έργων

Η μεθοδολογία που θα αναπτυχθεί στη συνέχεια συνοπτικά, στηρίζεται στην *αρχή των δυνατών έργων*. Σύμφωνα λοιπόν με την αρχή αυτή, όταν ένας φορέας φορτίζεται με εξωτερικά φορτία και βρίσκεται σε ισορροπία, τότε για οποιαδήποτε *μικρή* δυνατή παραμόρφωση του φορέα, συμβιβαστή με τις συνθήκες στήριξής του, το δυνατό έργο των εσωτερικών δυνάμεων είναι ίσο με το δυνατό έργο των εξωτερικών δυνάμεων. Η εξίσωση της αρχής των δυνατών έργων γράφεται στη μορφή

$$W_{\text{εσωτ}} = W_{\text{εξωτ}} \quad (1)$$

$$\int_V \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \{\bar{U}\}^T \{f^V\} dV + \int_S \{\bar{U}^S\}^T \{f^S\} dS + \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \quad (2)$$

Όπου

$\{\bar{\varepsilon}\}$ διάνυσμα των δυνατών ανηγμένων παραμορφώσεων

$\{\sigma\}$ διάνυσμα των τάσεων που ισορροπούν τα εξωτερικά φορτία

$\{\bar{U}\}$ διάνυσμα των δυνατών μετατοπίσεων ενός τυχαίου σημείου $P(X, Y, Z)$

του φορέα

$\{f^V\}$ διάνυσμα των μαζικών δράσεων (δράσεις ανά μονάδα όγκου)

$\{\bar{U}^S\}$ διάνυσμα των δυνατών μετατοπίσεων ενός τυχαίου σημείου της

φορτιζόμενης επιφάνειας S

$\{f^s\}$ διάνυσμα των επιφανειακών δράσεων (δράσεις ανά μονάδα επιφανείας)

$\{D\}$ διάνυσμα των δυνατών επικόμβιων μετατοπίσεων του φορέα

$\{R_c\}$ διάνυσμα των δυνατών επικόμβιων δράσεων του φορέα

Υπολογισμός των παραμέτρων του στοιχείου

Ιδιαίτερα χρήσιμες για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι και οι τρεις παρακάτω σχέσεις:

Σχέση τάσεων - ανηγμένων παραμορφώσεων

$$\{\sigma_m(X, Y, Z)\} = [E_m] \{\varepsilon_m(X, Y, Z)\} \quad (3)$$

Όπου

$\{\sigma_m(X, Y, Z)\}$ διάνυσμα των τάσεων ενός σημείου με συντεταγμένες (X, Y, Z) του πεπερασμένου στοιχείου m

$\{\varepsilon_m(X, Y, Z)\}$ διάνυσμα των ανηγμένων παραμορφώσεων ενός σημείου με συντεταγμένες (X, Y, Z) του πεπερασμένου στοιχείου m

$[E_m]$ μητρώο ελαστικότητας του πεπερασμένου στοιχείου m

Το διάνυσμα των τάσεων και το διάνυσμα των ανηγμένων παραμορφώσεων στη γενική περίπτωση της τρισδιάστατης ανάλυσης είναι:

$$\{\sigma_m(X, Y, Z)\} = \begin{bmatrix} \sigma_{XX,m}(X, Y, Z) \\ \sigma_{YY,m}(X, Y, Z) \\ \sigma_{ZZ,m}(X, Y, Z) \\ \sigma_{XY,m}(X, Y, Z) \\ \sigma_{YZ,m}(X, Y, Z) \\ \sigma_{ZX,m}(X, Y, Z) \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \{\varepsilon_m(X, Y, Z)\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{XX,m}(X, Y, Z) \\ \varepsilon_{YY,m}(X, Y, Z) \\ \varepsilon_{ZZ,m}(X, Y, Z) \\ \varepsilon_{XY,m}(X, Y, Z) \\ \varepsilon_{YZ,m}(X, Y, Z) \\ \varepsilon_{ZX,m}(X, Y, Z) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Το ελαστικό μητρώο $[E]$ έχει γενικά 36 μη μηδενικές ελαστικές σταθερές. Ανάλογα με τις απλοποιητικές παραδοχές και την εντατική κατάσταση στην

οποία θεωρούμε ότι βρίσκεται ο φορέας, επιλέγεται ο κατάλληλος τύπος πεπερασμένου στοιχείου και τροποποιείται κατάλληλα το διάνυσμα των τάσεων, των παραμορφώσεων και το μητρώο ελαστικότητας.

Συνάρτηση σχήματος πεπερασμένου στοιχείου

$$\{U_m(X, Y, Z)\} = [N_m(X, Y, Z)]\{d\} \quad (5)$$

Όπου

$\{U_m(X, Y, Z)\}$ διάνυσμα των μετατοπίσεων ενός σημείου στο εσωτερικό του στοιχείου με συντεταγμένες (X, Y, Z)

$[N_m(X, Y, Z)]$ μητρώο των συναρτήσεων σχήματος ή συναρτήσεων παρεμβολής το οποίο εκφράζει τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι μετατοπίσεις σε οποιοδήποτε σημείο ενός πεπερασμένου στοιχείου με τις μετατοπίσεις των κόμβων του στοιχείου. Το μητρώο αυτό εξαρτάται από τον τύπο του στοιχείου και παίζει σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια με την οποία υπολογίζεται το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου

$\{d\}$ διάνυσμα των επικόμβιων μετατοπίσεων του στοιχείου

Μητρώο παραμόρφωσης του στοιχείου

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_m\} &= [B_m(X, Y, Z)]\{d_m\} \\ \{d_m\} &= [t^{(m)}]\{D\} \end{aligned} \quad (6)$$

$\{\varepsilon_m\}$ διάνυσμα των ανηγμένων παραμορφώσεων του πεπερασμένου στοιχείου m

μητρώο παραμορφώσεως του στοιχείου m

$[B_m(X, Y, Z)]$ μητρώο παραμορφώσεως του στοιχείου m που συνδέει το διάνυσμα των ανηγμένων παραμορφώσεων με τις επικόμβιες μετατοπίσεις του στοιχείου

$\{d_m\}$ επικόμβιες μετατοπίσεις του στοιχείου m

$[t^{(m)}]$ είναι το μητρώο Boolean, με όρους 0 ή 1, που συνδέει τους τοπικούς με τους καθολικούς βαθμούς ελευθερίας των κόμβων του στοιχείου και εκφράζει τη συνθήκη του συμβιβαστού των μετατοπίσεων των κόμβων του στοιχείου με τους κόμβους του φορέα στους οποίους αντιστοιχούν

Εξισώσεις ισορροπίας με επικόμβια φορτία

Η εξίσωση της αρχής των δυνατών έργων (2) του φορέα για την περίπτωση του φορέα που φορτίζεται μόνο με επικόμβια φορτία, γράφεται:

$$\int_V \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\sigma\} dV = \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \quad (7)$$

Το ολοκλήρωμα της σχέσης (7) μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα του δυνατού έργου των εσωτερικών δυνάμεων όλων των στοιχείων m με τα οποία έχει διακριτοποιηθεί ο φορέας:

$$\sum_m \int_{V_e} \{\bar{\varepsilon}^{(m)}\}^T \{\sigma^{(m)}\} dV_e = \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \quad (8)$$

όπου V_e είναι ο όγκος κάθε στοιχείου m .

Με την αντικατάσταση των σχέσεων (7) στη σχέση (8) προκύπτει η σχέση:

$$\{\bar{D}\}^T \left[\sum_m \int_{V_e} [t^{(m)}]^T [B^{(m)}]^T [E] [B^{(m)}] [t^{(m)}] dV_e \right] \{D\} = \{\bar{D}\}^T \{R_C\} \quad (9)$$

Το διάνυσμα των δυνατών επικόμβιων μετατοπίσεων $\{\bar{D}\}$ του φορέα είναι κοινό για όλα τα στοιχεία και ανεξάρτητο του στοιχείου m . Κατά συνέπεια μπορούν να περάσουν εκτός του ολοκληρώματος και του αθροίσματος της σχέσης (9). Επιπλέον οι δυνατές επικόμβιες μετατοπίσεις του φορέα είναι τυχαίες μη μηδενικές ποσότητες και δύναται να απλοποιηθούν από τη σχέση (9)

$$\left[\sum_m \int_{V_e} [t^{(m)}]^T [B^{(m)}]^T [E] [B^{(m)}] [t^{(m)}] dV_e \right] \{D\} = \{R_C\}$$

ή

$$[K] \{D\} = \{R_C\} \quad (10)$$

Η σχέση (10) δίνει την εξίσωση ισορροπίας του φορέα στην οποία το μητρώο [K] εκφράζει το ολικό μητρώο δυσκαμψίας του φορέα το οποίο προκύπτει από τη σύνθεση των επιμέρους μητρώων δυσκαμψίας των στοιχείων του.

Οι επικόμβιες δράσεις του φορέα εκφράζονται ως εξής:

$$[R_C] = \sum_m [t^{(m)}]^T \{r_C^{(m)}\} \quad (11)$$

όπου $\{r_C^{(m)}\}$ είναι οι επικόμβιες δράσεις του στοιχείου m.

Ισοδύναμες δράσεις μαζικών και επιφανειακών δυνάμεων

$$\{R_V\} = \sum_m [t^{(m)}]^T \int_{V_e} [N^{(m)}]^T \{f^{V(m)}\} dV_e \quad (12-13)$$

$$\{R_S\} = \sum_m [t^{(m)}]^T \int_{S_e} [N^{S(m)}]^T \{f^{S(m)}\} dS_e$$

$\{R_V\}$ ισοδύναμες μαζικές δράσεις

$\{R_S\}$ ισοδύναμες επιφανειακές δράσεις

S_e φορτιζόμενη επιφάνεια του στοιχείου m

Ισοδύναμες δράσεις αρχικών τάσεων και παραμορφώσεων

$$\{R_{\sigma_o}\} = -\sum_m [t^{(m)}]^T \int_{V_e} [B^{(m)}]^T \{\sigma_o^{(m)}\} dV_e \quad (14-15)$$

$$\{R_{\epsilon_o}\} = \sum_m [t^{(m)}]^T \int_{V_e} [B^{(m)}]^T [E] \{\epsilon_o^{(m)}\} dV_e$$

όπου

$\{R_{\sigma_o}\}$ δράσεις στους κόμβους του φορέα λόγω αρχικής τάσης $\{\sigma_o\}$

$\{R_{\varepsilon_o}\}$: δράσεις στους κόμβους του φορέα λόγω αρχικής παραμόρφωσης $\{\varepsilon_o\}$

Γενική εξίσωση ισορροπίας φορέα και στοιχείων

Με βάση τις τελικές εκφράσεις των επιμέρους χαρακτηριστικών μεγεθών που υπεισέρχονται στην εξίσωση ισορροπίας του φορέα έχουμε τη σχέση

$$[K]\{D\} = \{R\} \quad (16)$$

Όπου

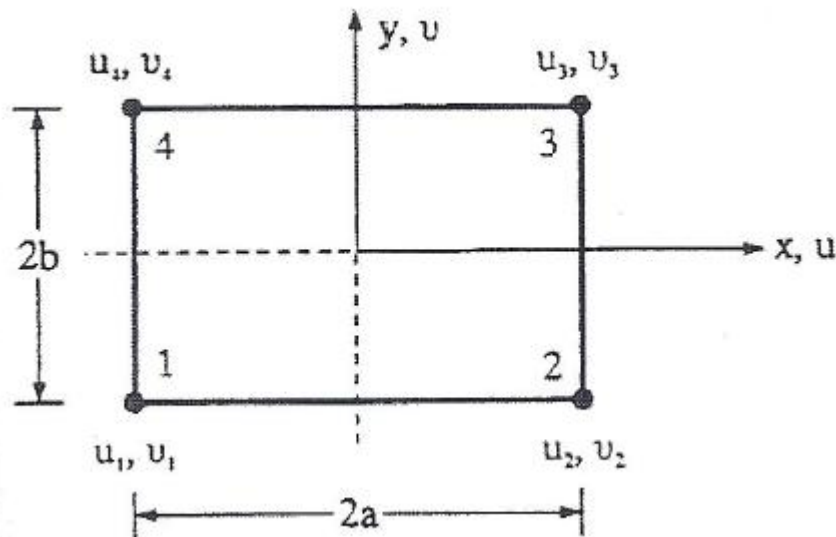
$$[K] = \sum_m \int_{V_e} [t^{(m)}]^T [B^{(m)}]^T [E] [B^{(m)}] [t^{(m)}] dV_e \quad (17)$$

Και

$$\{R\} = \{R_C\} + \{R_V\} + \{R_S\} + \{R_{\sigma_o}\} + \{R_{\varepsilon_o}\} \quad (18)$$

2.2.3 Πεπερασμένα στοιχεία επίπεδης έντασης και παραμόρφωσης / Ορθογωνικό στοιχείο επίπεδης έντασης και παραμόρφωσης τεσσάρων κόμβων

Στο σχήμα φαίνεται ένα ορθογωνικό στοιχείο τεσσάρων κόμβων στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων xy . Ο προσανατολισμός του συστήματος συντεταγμένων ταυτίζεται με τις διευθύνσεις των πλευρών ενώ η αρχή των αξόνων μπορεί να τοποθετηθεί και σε οποιοδήποτε άλλο στοιχείο του επιπέδου xy χωρίς να επηρεαστούν οι ιδιότητες του στοιχείου.



Σχήμα 1: Ορθογωνικό στοιχείο επίπεδης έντασης

1. Συναρτήσεις σχήματος

Το πεδίο των μετατοπίσεων ορίζεται από γραμμικά πολυώνυμα ως προς x και y αφού δύο είναι οι επικόμβιοι βαθμοί ελευθερίας για κάθε συνιστώσα της μετατόπισης σε κάθε πλευρά του στοιχείου. Κατά συνέπεια οι πολυωνυμικές σχέσεις που ορίζουν τις μετατοπίσεις u, v σε κάθε σημείο $P(x, y)$ του στοιχείου έχουν τη μορφή:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy \quad (19)$$

$$v = a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Ο υπολογισμός των γενικευμένων συντεταγμένων $\{a\}$ ακολουθεί την πάγια διαδικασία με την τοποθέτηση του σημείου $P(x, y)$ κυκλικά στους κόμβους 1,2,3 και 4. το αποτέλεσμα, σε μητρική μορφή, δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & ab \\ 1 & a & -b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & -ab \\ 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & ab \\ 1 & -a & b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & b & -ab \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\{d\} = [A]\{a\} \quad (22)$$

Η λύση ως προς $\{a\}$ δίνει

$$\{a\} = [A]^{-1} \{d\} \quad (23)$$

ή

$$\{a\} = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} ab & 0 & ab & 0 & ab & 0 & ab & 0 \\ -b & 0 & b & 0 & b & 0 & -b & 0 \\ -a & 0 & -a & 0 & a & 0 & a & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ab & 0 & ab & 0 & a & 0 & ab \\ 0 & -b & 0 & b & 0 & b & 0 & -b \\ 0 & -a & 0 & -a & 0 & a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \{d\} \quad (24)$$

Με την αντικατάσταση της σχέσης (24) στη σχέση (20) ορίζεται το πεδίο των μετατοπίσεων συναρτήσει των επικόμβιων μετατοπίσεων και έτσι προκύπτουν οι συναρτήσεις σχήματος του στοιχείου:

$$\{u\} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{bmatrix} [A]^{-1} \{d\} \quad (25)$$

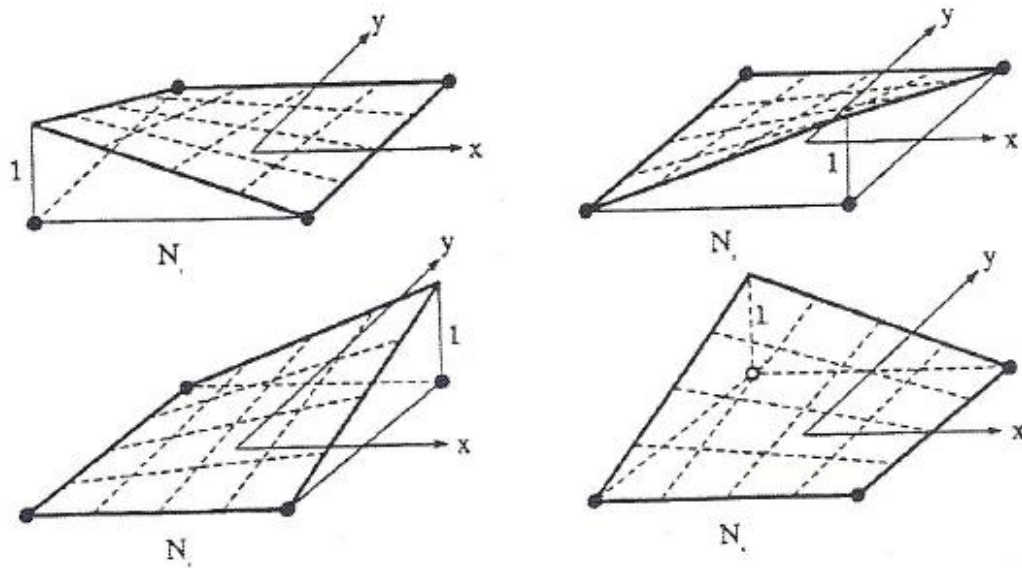
ή

$$\{u\} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \{d\} \quad (26)$$

Οι συναρτήσεις σχήματος N_i ($i=1\div 4$) προκύπτουν με την εκτέλεση των πράξεων στην εξίσωση (25) και δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right) \\ N_2 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right) \\ N_3 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right) \\ N_4 &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right) \end{aligned} \tag{27}$$

Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων σχήματος έχουν σχεδιαστεί στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2-Συναρτήσεις σχήματος ορθογωνικού στοιχείου τεσσάρων κόμβων

Από το Σχήμα 2 και τη σχέση (26) συνεπάγεται ότι η κατανομή της N_i εντός του στοιχείου παριστάνει τη μετατόπιση u ή v εντός του στοιχείου όταν $u_i=1$ ή $v_i=1$ και $u_j=0, v_j=0$ για $i \neq j$. Επίσης ισχύει η σχέση $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 1$

Οι συναρτήσεις σχήματος (27) μπορούν να προκύψουν απευθείας κάνοντας χρήση των πολυωνύμων Lagrange. Για την περίπτωση της γραμμικής παρεμβολής μεταξύ δυο σημείων $x_1 = -a, x_2 = a$ ($n = 2$) τα πολυώνυμα Lagrange εκφράζονται από τις σχέσεις:

$$L_1(x) = \frac{a-x}{2a} \quad L_2(x) = \frac{a+x}{2a} \quad (28)$$

Και μεταξύ των σημείων $y_1 = -b, y_2 = b$ από τις σχέσεις:

$$L_1(y) = \frac{b-y}{2b} \quad L_2(y) = \frac{b+y}{2b} \quad (29)$$

2. Μητρώο παραμόρφωσης

Οι σχέσεις των ανηγμένων παραμορφώσεων - μετατοπίσεων για την περίπτωση της επίπεδης έντασης εκφράζονται από τις πιο κάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= N_{1,x}u_1 + N_{2,x}u_2 + N_{3,x}u_3 + N_{4,x}u_4 \\ \frac{\partial v}{\partial y} &= N_{1,y}v_1 + N_{2,y}v_2 + N_{3,y}v_3 + N_{4,y}v_4 \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} &= N_{1,y}u_1 + N_{1,x}v_1 + N_{2,y}u_2 + N_{2,x}v_2 + N_{3,y}u_3 + N_{3,x}v_3 + N_{4,y}u_4 + N_{4,x}v_4 \end{aligned} \quad (30)$$

ή

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} u_{,x} \\ v_{,y} \\ u_{,y} + v_{,x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & N_{3,x} & 0 & N_{4,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & 0 & N_{3,y} & 0 & N_{3,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & N_{3,y} & N_{3,x} & N_{3,y} & N_{4,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix}$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{d\} \quad (31)$$

Τα στοιχεία του μητρώου παραμορφώσεως δίνονται από τις σχέσεις:

$$[B] = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} y-b & 0 & -y+b & 0 & y+b & 0 & -y-b & 0 \\ 0 & x-a & 0 & -x-a & 0 & x+a & 0 & -x+a \\ x-a & y-b & -x-a & -y+b & x+a & y+b & -x+a & -y-b \end{bmatrix} \quad (32)$$

3. Μητρώο δυσκαμψίας

Το μητρώο δυσκαμψίας του ορθογωνικού στοιχείου τεσσάρων κόμβων επίπεδης έντασης δίνεται από τη σχέση:

$$[k] = \int_{V_e} [B]^T [E] [B] dV_e \quad (33)$$

$(8 \times 8) \quad \int_{V_e} \quad (8 \times 3) \quad (3 \times 3) \quad (3 \times 8)$

ή

$$[k] = t \int_{y=-b}^b \int_{x=-a}^a [B]^T [E] [B] dx dy \quad (34)$$

όπου

t είναι το πάχος του στοιχείου το οποίο θεωρήθηκε σταθερό στην επιφάνειά του

$[E]$ μητρώο ελαστικότητας σε συνθήκες επίπεδης έντασης

$$[E] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (35)$$

4. Μητρώο τάσεων

Το μητρώο τάσεων $[S]$ προκύπτει από τη σχέση τάσεων-ανηγμένων παραμορφώσεων $\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\}$ και συνδέει το διάνυσμα των τάσεων με τις επικόμβιες μετακινήσεις του στοιχείου. Για την περίπτωση του ορθογωνικού στοιχείου τεσσάρων κόμβων το μητρώο των τάσεων δίνεται από τη σχέση:

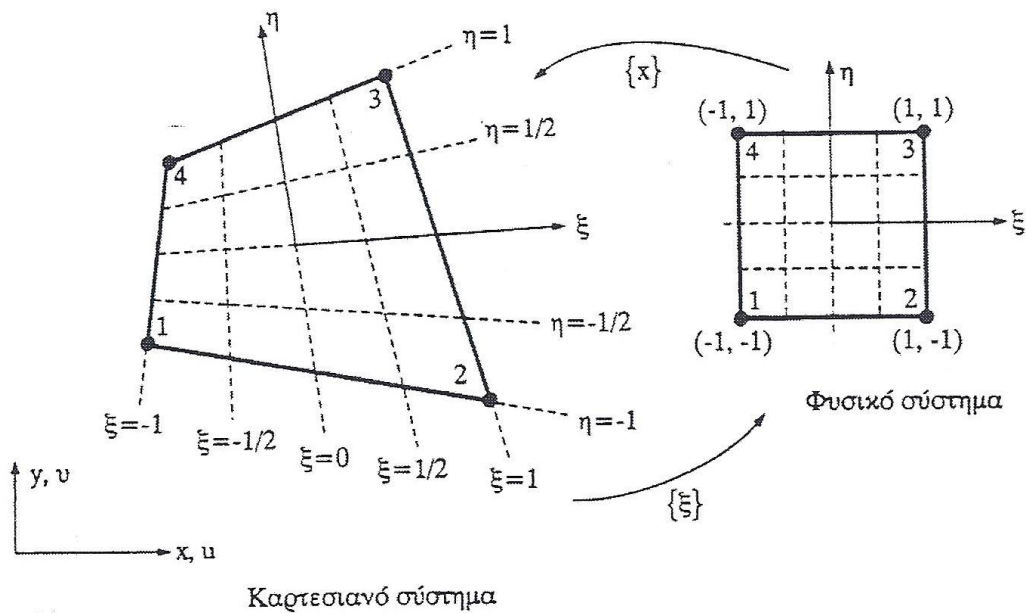
$$\{\sigma\} = [E][B]\{d\} \quad (36)$$

ή

$$\underset{(3 \times 1)}{\{\sigma\}} = \underset{(3 \times 8)}{[S]} \underset{(8 \times 1)}{\{d\}} \quad (37)$$

2.2.4 Ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης ελαστικότητας / Τετραπλευρικό ισοπαραμετρικό στοιχείο επίπεδης έντασης και παραμόρφωσης τεσσάρων κόμβων

Στο Σχήμα 3 φαίνεται το τετραπλευρικό στοιχείο τεσσάρων κόμβων στα δυο συστήματα συντεταγμένων και η αμφιμονοσήμαντη απεικόνιση. Η απεικόνιση του φυσικού συστήματος συντεταγμένων στο καρτεσιανό δεν είναι απαραίτητα ένα ορθογωνικό σύστημα αξόνων. Οι άξονες ξ, η στο καρτεσιανό σύστημα διέρχονται από τα μέσα των πλευρών και είναι ευθύγραμμοι διότι η απεικόνιση είναι γραμμική



Σχήμα 3-Τετραπλευρικό ισοπαραμετρικό στοιχείο επίπεδης παραμόρφωσης τεσσάρων κόμβων

1. Συναρτήσεις σχήματος

Ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων ορίζεται από γραμμικά πολυώνυμα ως προς ξ και η αφού δυο είναι οι κόμβοι σε κάθε πλευρά του στοιχείου. Κατά συνέπεια η πολυωνυμική απεικόνιση των συντεταγμένων x, y θα έχει τη μορφή:

$$x = a_1 + a_2\xi + a_3\eta + a_4\xi\eta$$

$$y = a_5 + a_6\xi + a_7\eta + a_8\xi\eta$$

ή

$$x = [1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi\eta] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (38\alpha-38\beta)$$

$$y = [1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi\eta] \begin{bmatrix} a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}$$

Με ανάλογες σχέσεις, λόγω της ισοπαραμετρικής θεώρησης, εκφράζεται και το πεδίο των μετατοπίσεων του στοιχείου στο καρτεσιανό σύστημα:

$$u = [1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi\eta] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \quad (39\alpha-39\beta)$$

$$v = [1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi\eta] \begin{bmatrix} \beta_5 \\ \beta_6 \\ \beta_7 \\ \beta_8 \end{bmatrix}$$

Ο υπολογισμός των γενικευμένων συντεταγμένων $\{a\}$, $\{\beta\}$ ακολουθεί μια πάγια διαδικασία:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 - a_2 - a_3 + a_4 \quad (\xi = -1, \eta = -1) \\ x_2 &= a_1 + a_2 - a_3 + a_4 \quad (\xi = 1, \eta = -1) \\ x_3 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \quad (\xi = 1, \eta = 1) \\ x_4 &= a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \quad (\xi = -1, \eta = 1) \end{aligned} \quad (40)$$

ή

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Από τη σχέση (41) προκύπτει το διάνυσμα των γενικευμένων συντεταγμένων:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Με την αντικατάσταση της σχέσης (42) στη σχέση (38α) παίρνουμε την έκφραση της συντεταγμένης x ενός τυχαίου σημείου του στοιχείου ως προς τις συντεταγμένες x_i ($i=1\div 4$) των τεσσάρων κόμβων του στοιχείου. Έτσι έχουμε:

$$x = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Όπου

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \end{aligned} \quad (44)$$

είναι οι συναρτήσεις σχήματος του στοιχείου, των οποίων οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται στο σχήμα 5

Με αντίστοιχο τρόπο ορίζονται η συντεταγμένη y καθώς και οι συνιστώσες της μετατόπισης u, v στο καρτεσιανό σύστημα:

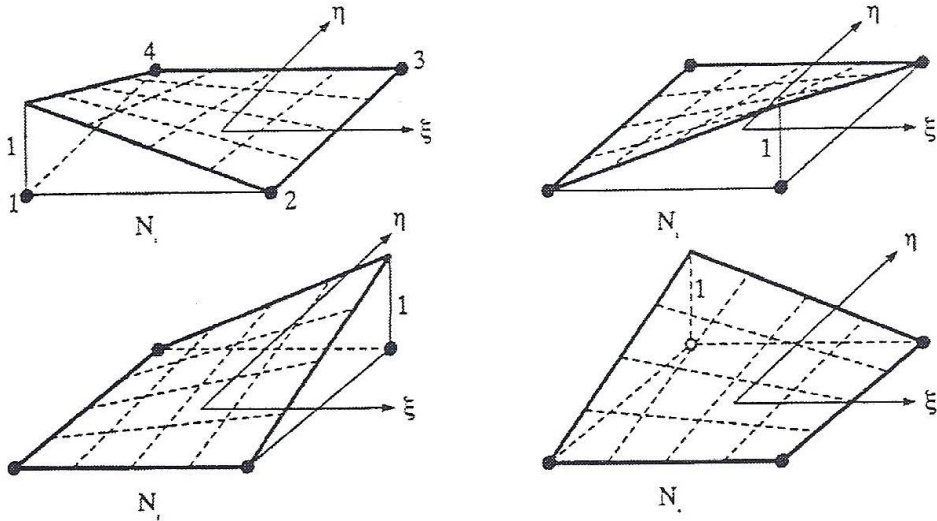
$$y = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (46a)$$

ή

$$\{u\} = [N]\{d\} \quad (46\beta)$$

Για τον υπολογισμό των συντεταγμένων x, y ή των μετατοπίσεων u, v ενός τυχαίου σημείου του στοιχείου δεν έχουμε παρά να αντικαταστήσουμε τις συντεταγμένες ξ, η του σημείου αυτού στις σχέσεις (43) και (45) ή (46) αντίστοιχα.



Σχήμα 4-Συναρτήσεις σχήματος τετραπλευρικού ισοπαραμετρικού στοιχείου τεσσάρων κόμβων στο φυσικό σύστημα

2. Ιακωβιανό μητρώο [J]

Προκειμένου να υπολογιστεί το μητρώο παραμορφώσεως [B] του στοιχείου απαιτείται ο υπολογισμός του διανύσματος των ανηγμένων παραμορφώσεων - μετατοπίσεων της επίπεδης ελαστικότητας:

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{bmatrix} \quad (47)$$

ή

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (48)$$

Η παραγωγή των u, v ως προς x, y δε μπορεί να γίνει άμεσα από τις εξισώσεις (46) του πεδίου των μετατοπίσεων διότι οι συνιστώσες u και v έχουν εκφραστεί αναλυτικά ως προς τις φυσικές συντεταγμένες ξ, η και όχι ως προς τις καρτεσιανές συντεταγμένες x, y . Για να παρακάμψουμε αυτή τη δυσκολία ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

Έστω μια συνάρτηση φ που ορίζεται στα δυο συστήματα συντεταγμένων $\varphi = \varphi(x, y)$ και $\varphi = \varphi(\xi, \eta)$. Οι παράγωγοι της φ ως προς x, y δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}\end{aligned}\tag{49}$$

Εάν οι παράγωγοι της φ ως προς x, y δεν είναι δυνατόν να εκφραστούν με μια αναλυτική σχέση, όπως εκφράζονται οι παράγωγοι της φ ως προς ξ, η , τότε ο υπολογισμός των $\varphi_{,x}, \varphi_{,y}$ γίνεται έμμεσα με την παραγωγή της συνάρτησης φ ως προς ξ, η :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}\end{aligned}\tag{50}$$

ή

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{bmatrix}\tag{51}$$

όπου $[J]$ είναι το Ιακωβιανό μητρώο το οποίο προκύπτει αναλυτικά από την παραγωγή των σχέσεων (43) και (45) ως προς ξ, η .

Το Ιακωβιανό μητρώο δίνεται από τη σχέση:

$$[J] = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & N_{2,\xi} & N_{3,\xi} & N_{4,\xi} \\ N_{1,\eta} & N_{2,\eta} & N_{3,\eta} & N_{4,\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Η σχέση (52) γράφεται επίσης με τη μορφή:

$$[J] = [D_N] \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (53)$$

Όπου

$$[D_N] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-\eta) & (1-\eta) & (1+\eta) & -(1+\eta) \\ -(1-\xi) & -(1+\xi) & (1+\xi) & (1-\xi) \end{bmatrix} \quad (54)$$

Προκειμένου να υπολογιστούν οι ζητούμενες παράγωγοι της συνάρτησης φ ως προς x, y δεν έχουμε παρά να λύσουμε την εξίσωση (51) ως προς τις συναρτήσεις αυτές:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Το μητρώο $[J]^{-1}$ δίνεται από τη σχέση

$$[J]^{-1} = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* \\ J_{21}^* & J_{22}^* \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \quad (56)$$

Όπου

$$\det[J] = J_{11}J_{22} - J_{21}J_{12} \quad (57)$$

J_{ij} είναι τα στοιχεία του Ιακωβιανού μητρώου και J_{ij}^* είναι τα στοιχεία του $[J]^{-1}$. Στη γενική περίπτωση τα στοιχεία του Ιακωβιανού μητρώου είναι συναρτήσεις των ξ και η , στην περίπτωση όμως ορθογωνικών ισοπαραμετρικών στοιχείων είναι ανεξάρτητα των ξ και η και δίνονται από σταθερές ποσότητες που *σχετίζονται με τη γεωμετρία του στοιχείου*.

3. Μητρώο παραμόρφωσης

Από τη σχέση (55) προκύπτουν οι παράγωγοι των μετατοπίσεων u, v ως προς x, y με την αντικατάσταση της συνάρτησης φ με τις u, v . Ο συνδυασμός των σχέσεων (48) και (55), (56) δίνει τη σχέση

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{11} \\ -J_{21} & J_{11} & J_{22} & -J_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

ή

$$\begin{matrix} \{\varepsilon\} \\ (3 \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} [B_1] \\ (3 \times 4) \end{matrix} \begin{matrix} \{u, \xi\} \\ (4 \times 1) \end{matrix} \quad (58)$$

Οι μερικές παράγωγοι των u, ξ ως προς ξ, η προκύπτουν από τη σχέση (46) και εκφράζονται συναρτήσει των επικόμβιων μετατοπίσεων μέσω της σχέσης:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & 0 & N_{2,\xi} & 0 & N_{3,\xi} & 0 & N_{4,\xi} & 0 \\ N_{1,\eta} & 0 & N_{2,\eta} & 0 & N_{3,\eta} & 0 & N_{4,\eta} & 0 \\ 0 & N_{1,\xi} & 0 & N_{2,\xi} & 0 & N_{3,\xi} & 0 & N_{4,\xi} \\ 0 & N_{1,\eta} & 0 & N_{2,\eta} & 0 & N_{3,\eta} & 0 & N_{4,\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix}$$

ή

$$\begin{matrix} \{u, \xi\} \\ (4 \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} [B_2] \\ (4 \times 8) \end{matrix} \begin{matrix} \{d\} \\ (8 \times 1) \end{matrix} \quad (59)$$

Το μητρώο $[B_2]$ σε συνδυασμό με το μητρώο $[D_N]$ της σχέσης (54) εκφράζεται ως εξής:

$$[B_2] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & -(1+\eta) & 0 \\ -(1-\xi) & 0 & -(1+\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) & 0 \\ 0 & -(1-\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & -(1+\eta) \\ 0 & -(1-\xi) & 0 & -(1+\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) \end{bmatrix}$$

Με αντικατάσταση της άνω σχέσης στη σχέση (58) έχουμε:

$$\{\varepsilon\} = [B_1][B_2]\{d\} \quad (60)$$

από την οποία προκύπτει το μητρώο παραμορφώσεως του τετραπλευρικού ισοπαραμετρικού στοιχείου επίπεδης έντασης παραμόρφωσης τεσσάρων κόμβων:

$$[B] = [B_1][B_2] \quad (61)$$

(3×8) (3×4) (4×8)

4. Μητρώο δυσκαμψίας

Η γενική ολοκληρωτική σχέση του μητρώου δυσκαμψίας για το ισοπαραμετρικό στοιχείο επίπεδης ελαστικότητας τεσσάρων κόμβων γράφεται:

$$[k] = \int_{A_e} [B]^T [E][B] t dA_e \quad (62)$$

(8×8) $A_e (8 \times 3)$ $(3 \times 3) (3 \times 8)$

όπου $[E]$ είναι το μητρώο ελαστικότητας, ανάλογα με την εντατική κατάσταση, επίπεδη ένταση ή επίπεδη παραμόρφωση, και t είναι το πάχος του στοιχείου που στην περίπτωση αυτή θεωρείται σταθερό. Λαμβάνοντας υπόψη ότι το dA_e ισούται με

$$dA_e = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} d\xi d\eta = \det[J] d\xi d\eta \quad (63)$$

προκύπτει η τελική έκφραση του μητρώου δυσκαμψίας εκφρασμένου ως προς τις φυσικές του συντεταγμένες:

$$[k] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B(\xi, \eta)]^T [E][B(\xi, \eta)] t \det[J] d\xi d\eta \quad (64)$$

5. Ισοδύναμες δράσεις

Τα διανύσματα των ισοδύναμων δράσεων του στοιχείου δίνονται από το ολοκλήρωμα:

$$\{r\} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left([B]^T [E] \{\varepsilon_o\} - [B]^T \{\sigma_o\} + [N]^T \{f_v\} \right) \det[J] t d\xi d\eta + \int_{S_e} [N^s]^T \{f^s\} dS_e \quad (65)$$

Όπου

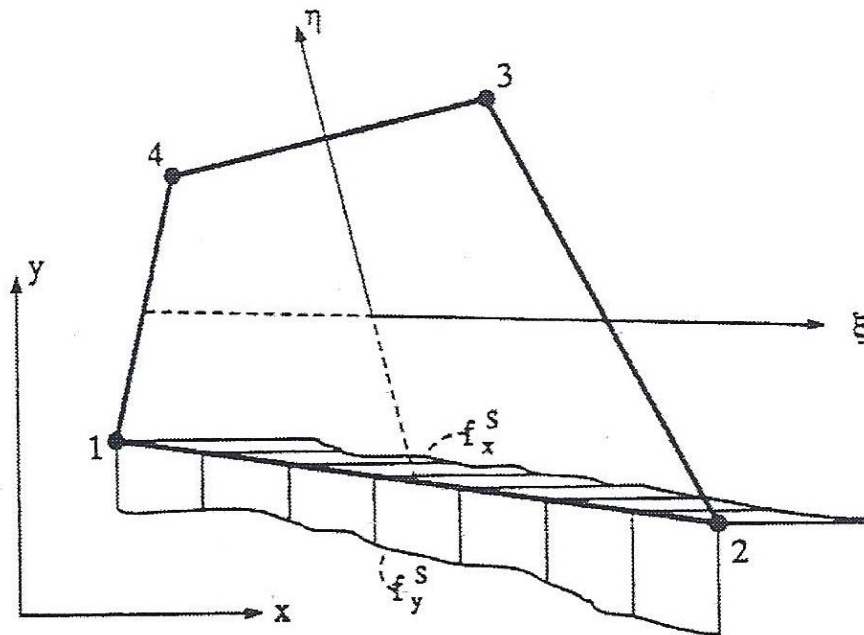
$$[N_s] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1-\xi) & 0 & \frac{1}{2}(1+\xi) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(1-\xi) & 0 & \frac{1}{2}(1+\xi) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

Προκειμένου να υπολογιστεί το επιφανειακό ολοκλήρωμα της σχέσης (65), απαιτείται η έκφραση της διαφορικής επιφάνειας dS_e ως προς ξ, η . Εάν t_ξ είναι το πάχος του στοιχείου στη θέση ξ τότε $dS_e = t_\xi dl$. Όπου dl το είναι το στοιχειώδες μήκος στην πλευρά 1-2, σχήμα 6, το οποίο ορίζεται από τη σχέση:

$$dl = \det[J^s] d\xi \quad (67)$$

Όπου

$$\det[J^s] = \left[\left(\frac{\partial x^s}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y^s}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (68)$$



Σχήμα 5-Κατανεμημένη φόρτιση κατά μήκος μιας πλευράς τετραπλευρικού στοιχείου

Οι παράγωγοι $\frac{\partial x^s}{\partial \xi}$, $\frac{\partial y^s}{\partial \xi}$ προκύπτουν από τις σχέσεις (59) με την αντικατάσταση των u, v με x, y οι οποίες ισχύουν και για τις συντεταγμένες κατά μήκος της πλευράς 1-2. Έτσι έχουμε:

$$\frac{\partial x^s}{\partial \xi} = \frac{x_2 - x_1}{2}, \quad \frac{\partial y^s}{\partial \xi} = \frac{y_2 - y_1}{2} \quad (69)$$

Επομένως το επιφανειακό ολοκλήρωμα της σχέσης (65) γίνεται:

$$\{r_s\} = \int_{-1}^1 [N^s]^T \{f^s\} t_\xi \det[J^s] d\xi \quad (70)$$

2.2.5 Ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία / Στοιχείο δοκού επίπεδου πλαισίου

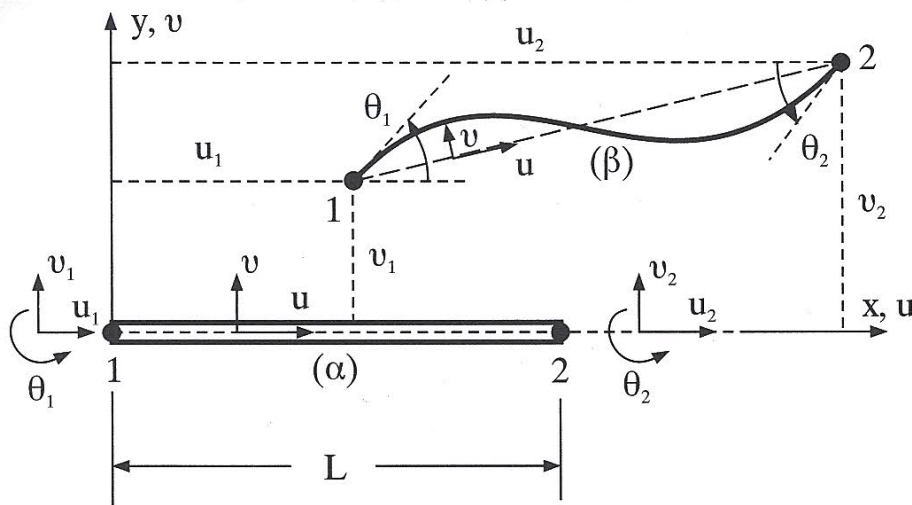
Συναρτήσεις σχήματος

Ένα στοιχείο δοκού επίπεδου πλαισίου με τους έξι επικόμβιους βαθμούς ελευθερίας u_1, v_1, θ_1 και u_2, v_2, θ_2 φαίνεται στο **σχήμα 1**.

Προκειμένου να υπολογίσουμε το μητρώο στιβαρότητας του στοιχείου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων θα πρέπει να υποθέσουμε μία κατανομή του πεδίου των μετατοπίσεων u, v κατά μήκος του στοιχείου, η οποία να αποδίδει κατά το δυνατόν πιστότερα την πραγματική παραμόρφωση του στοιχείου. Οι αξονικές μετατοπίσεις u ορίζονται με μία γραμμική κατανομή, όμοια με εκείνη του στοιχείου δικτυώματος, ενώ η εγκάρσια μετατόπιση v εκφράζεται με μια κυβική κατανομή κατά μήκος του στοιχείου.

Έτσι έχουμε τις σχέσεις:

$$u = a_1 + a_2x$$



Σχήμα 1: Στοιχείο δοκού στο επίπεδο: (α) απαραμόρφωτη κατάσταση, (β) παραμορφωμένη κατάσταση.

$$v = a_3 + a_4x + a_5x^2 + a_6x^3 \quad (1)$$

ή

$$u = [1 \quad x] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (1\alpha)$$

$$v = [1 \quad x \quad x^2 \quad x^3] \begin{bmatrix} a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} \quad (1\beta)$$

Για τον υπολογισμό των γενικευμένων συντεταγμένων α_1, α_2 ακολουθείται η διαδικασία για το στοιχείο δικτυώματος, η οποία οδηγεί στον προσδιορισμό των συναρτήσεων σχήματος N_1, N_2 της αξονικής παραμόρφωσης της δοκού. Οι συναρτήσεις αυτές δίνονται από τις σχέσεις:

$$N_1 = 1 - \frac{x}{L}, \quad N_2 = \frac{x}{L} \quad (2)$$

και το πεδίο των αξονικών μετατοπίσεων από τη σχέση:

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 \quad (3)$$

Για τον υπολογισμό των καμπτικών συναρτήσεων σχήματος ακολουθείται ανάλογη διαδικασία. Οι γενικευμένες συντεταγμένες $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ συνδέονται με τις επικόμβιες μετατοπίσεις μέσω των συνοριακών συνθηκών του στοιχείου:

$$v = v_1, \frac{dv}{dx} = \theta = \theta_1 \text{ όταν } x = 0 \quad (4)$$

$$v = v_2, \frac{dv}{dx} = \theta = \theta_2 \text{ όταν } x = L$$

Έτσι με την αντικατάσταση των σχέσεων (4) στη σχέση (1β) προκύπτει η σχέση:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix}$$

ή

$$\{d_b\} = [A_b]\{a_b\} \quad (5)$$

όπου ο δείκτης b αναφέρεται στα αντίστοιχα καμπτικά μεγέθη του στοιχείου. Η επίλυση της εξίσωσης (5) ως προς $\{a_b\}$ δίνει τη σχέση:

$$\{a_b\} = [A_b]^{-1}\{d_b\}$$

ή

$$\begin{bmatrix} a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{L^2} & -\frac{2}{L} & \frac{3}{L^2} & -\frac{1}{L} \\ \frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} & -\frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Μετά την αντικατάσταση της (6) στην (1β) παίρνουμε την έκφραση του πεδίου των καμπτικών μετατοπίσεων:

$$v = [1 \quad x \quad x^2 \quad x^3] [A_b]^{-1} \{d_b\}$$

ή

$$v = [N_b] \{d_b\} \quad (7)$$

όπου το μητρώο των καμπτικών συναρτήσεων σχήματος δίνεται από τη σχέση:

$$[N_b] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} & x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} & \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} & -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Η σχέση (7) γράφεται αναλυτικότερα ως εξής:

$$v = N_3 v_1 + N_4 \theta_1 + N_5 v_2 + N_6 \theta_2 \quad (9)$$

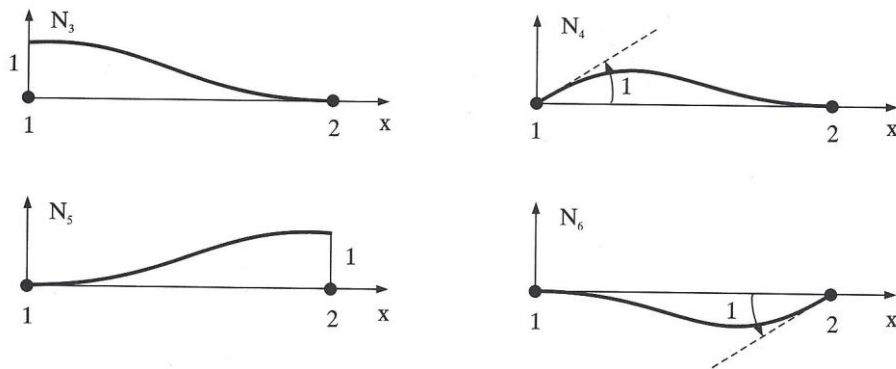
όπου

$$\begin{aligned} N_3 &= 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \\ N_4 &= x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ N_5 &= \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \\ N_6 &= -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{aligned} \quad (10)$$

Οι σχέσεις (3) και (9) συνδυάζονται στη γενική σχέση:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 \\ 0 & N_3 & N_4 & 0 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

η οποία εκφράζει το πεδίο των μετατοπίσεων του στοιχείου δοκού στο επίπεδο συναρτήσεων των επικόμβιων μετατοπίσεων του.



Σχήμα 2: Καμπτικές συναρτήσεις σχήματος στοιχείου δοκού στο επίπεδο.

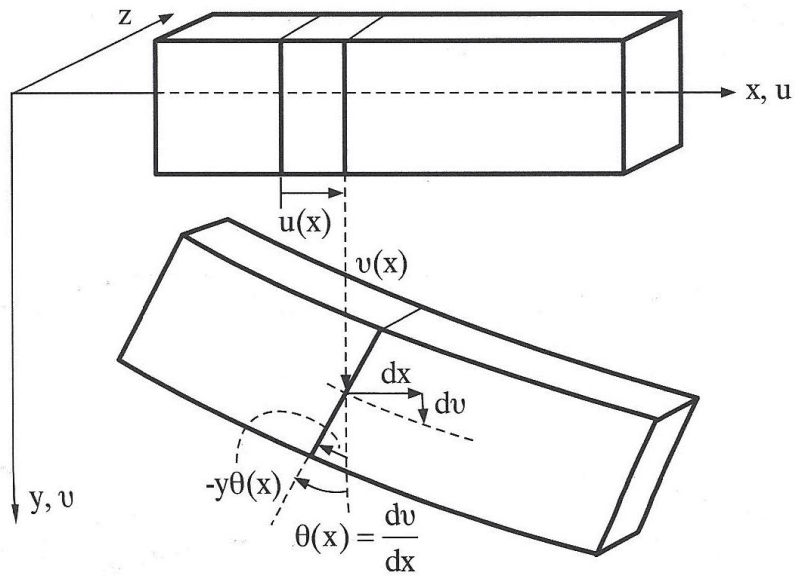
Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων σχήματος N_3, N_4, N_5, N_6 παριστάνονται στο **Σχήμα 2**. Όπως είδαμε και για τις συναρτήσεις σχήματος N_1, N_2 η τιμή της συνάρτησης $N_i = (i = 3 \div 6)$ σε ένα σημείο x του στοιχείου εκφράζει την τιμή της εγκάρσιας μετατόπισης ή στροφής στη θέση αυτή, όταν η αντίστοιχη επικόμβια μετατόπιση γίνει μοναδιαία και οι υπόλοιπες επικόμβιες μετατοπίσεις μηδενιστούν. Παρατηρούμε ότι οι καμπτικές συναρτήσεις σχήματος ταυτίζονται με τις ελαστικές γραμμές της δοκού, στο πλαίσιο της θεωρίας των μικρών μετατοπίσεων, όταν μοναδική επιβαλλόμενη παραμόρφωση στο άκρο της δοκού είναι η μοναδιαία εγκάρσια μετακίνηση ή στροφή στο άκρο αυτό.

Σχέσεις ανηγμένων παραμορφώσεων – μετατοπίσεων

Προκειμένου να υπολογίσουμε το μητρώο παραμορφώσεως του στοιχείου πρέπει να διατυπώσουμε τις σχέσεις μεταξύ των ανηγμένων παραμορφώσεων και των μετατοπίσεων της δοκού. Για τον σκοπό αυτό θα πρέπει να ανατρέξουμε στην καμπτική θεωρία δοκού.

Έστω ότι υιοθετούμε την κλασική θεωρία Bernoulli, κατά την οποία οι επίπεδες διατομές παραμένουν επίπεδες μετά την παραμόρφωση και εξακολουθούν να είναι κάθετες στον παραμορφωμένο άξονα της δοκού. Από το **Σχήμα 3** προκύπτει ότι οι μετατοπίσεις ενός εγκάρσιου επιπέδου της δοκού κατά τη διεύθυνση του άξονα x και σε απόσταση y από τον ουδέτερο άξονα της δοκού δίνονται από τη σχέση:

$$u = u(x) - y \theta (x) \tag{12}$$



Σχήμα 3: Κάμψη δοκού στο επίπεδο xy κατά Bernoulli

ενώ οι μετατοπίσεις κατά τη διεύθυνση y ενός εγκάρσιου επιπέδου της δοκού εξαρτώνται μόνο από τη θέση της συντεταγμένης x του επιπέδου αυτού:

$$v = v(x) \quad (13)$$

Η μοναδική ανηγμένη παραμόρφωση ε_x που υπάρχει στη δοκό εκφράζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (14)$$

αφού λόγω της παραδοχής Bernoulli οι διατμητικές παραμορφώσεις

$$2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (15)$$

μηδενίζονται. Αυτό προκύπτει με την αντικατάσταση της σχέσης (12) στη σχέση (15):

$$2\varepsilon_{xy} = -\theta(x) + \frac{dv}{dx} = 0 \quad (16)$$

Η σχέση (16) εκφράζει τη συνθήκη της καθετότητας των διατομών στον ουδέτερο άξονα της δοκού (**βλ. Σχήμα 3**).

Η σχέση (14) σε συνδυασμό με τις σχέσεις (12) και (16) γίνεται:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} - y \frac{d^2v}{dx^2} \quad (17)$$

Μητρώο παραμορφώσεως

Το μητρώο παραμορφώσεως $[B]$ θα προκύψει από τη μητρική σχέση που συνδέει τις ανηγμένες παραμορφώσεις με τις επικόμβιες μετατοπίσεις του στοιχείου. Οι παράγωγοι $\frac{du}{dx}, \frac{d^2v}{dx^2}$ της σχέσης (17) σε συνδυασμό με τις σχέσεις (3) και (9) εκφράζονται ως εξής:

$$\frac{du}{dx} = N_{1,x}u_1 + N_{2,x}u_2$$

ή

$$\frac{du}{dx} = \begin{bmatrix} N_{1,x} & N_{2,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

και

$$\frac{d^2v}{dx^2} = N_{3,xx}v_1 + N_{4,xx}\theta_1 + N_{5,xx}v_2 + N_{6,xx}\theta_2 \quad (18)$$

ή

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \begin{bmatrix} N_{3,xx} & N_{4,xx} & N_{5,xx} & N_{6,xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\text{όπου } N_{i,xx} = \frac{d^2 N_i}{dx^2}$$

Η ανηγμένη παραμόρφωση ε_x ορίζεται από την σχέση:

$$\varepsilon_x = \begin{bmatrix} N_{1,x} - \gamma N_{3,xx} - \gamma N_{4,xx} & N_{2,x} - \gamma N_{5,xx} - \gamma N_{6,xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

ή

$$\varepsilon_x = [B]\{d\} \quad (20)$$

όπου οι όροι του μητρώου παραμορφώσεως δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}
 B_1 &= -\frac{1}{L} \\
 B_2 &= -y \left[-\frac{6}{L^2} \left(1 - \frac{2x}{L} \right) \right] \\
 B_3 &= -y \left[-\frac{2}{L} \left(2 - \frac{3x}{L} \right) \right] \\
 B_4 &= \frac{1}{L} \\
 B_5 &= -y \left[\frac{6}{L^2} \left(1 - \frac{2x}{L} \right) \right] \\
 B_6 &= -y \left[-\frac{2}{L} \left(1 - \frac{3x}{L} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{21}$$

Παρατηρούμε ότι οι όροι του μητρώου παραμορφώσεως, που αναφέρονται στην *κάμψη*, δεν είναι σταθερές ποσότητες όπως οι όροι της αξονικής παραμόρφωσης. Οι καμπτικοί όροι, όπως είναι αναμενόμενο, εξαρτώνται από την απόσταση y του σημείου της διατομής από τον ουδέτερο άξονα της δοκού.

Μητρώο δυσκαμψίας

Το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου δοκού επίπεδου πλαισίου υπολογίζεται από τη γενική έκφραση

$$[k^{(m)}] = \int_{V_e} [B^{(m)}]^T [E] [B^{(m)}] dV_e$$

μετά την αντικατάσταση των μητρώων $[E]$ και $[B]$ με τα αντίστοιχα μητρώα του συγκεκριμένου στοιχείου που εξετάζουμε.

Το μητρώο ελαστικότητας ορίζεται από το μέτρο ελαστικότητας E , αφού και για την περίπτωση της δοκού $\sigma_x = E\varepsilon_x$, ενώ το μητρώο παραμορφώσεως ορίζεται από τις σχέσεις (20) και (21). Έτσι έχουμε:

$$[k] = \int_{V_e} [B]^T [E] [B] dV_e \quad (22)$$

$(6 \times 6) \quad (6 \times 1) \quad (1 \times 1) \quad (1 \times 6)$

$$[k] = \int_{V_e} \begin{bmatrix} N_{1,x} \\ -yN_{3,xx} \\ -yN_{4,xx} \\ N_{2,x} \\ -yN_{5,xx} \\ -yN_{6,xx} \end{bmatrix} E [N_{1,x} - yN_{3,xx} - yN_{4,xx} N_{2,x} - yN_{5,xx} - yN_{6,xx}] dV_e \quad (23)$$

ή

$$[k] = \int_0^L \int_{A_e} E \begin{bmatrix} N_{1,x}N_{1,x} & -yN_{1,x}N_{3,xx} & -yN_{1,x}N_{4,xx} & N_{1,x}N_{2,x} & -yN_{1,x}N_{5,xx} & -yN_{1,x}N_{6,xx} \\ -yN_{1,x}N_{3,xx} & y^2N_{3,xx}N_{3,xx} & y^2N_{3,xx}N_{4,xx} & -yN_{2,x}N_{3,xx} & y^2N_{3,xx}N_{5,xx} & y^2N_{3,xx}N_{6,xx} \\ -yN_{1,x}N_{4,xx} & y^2N_{3,xx}N_{4,xx} & y^2N_{4,xx}N_{4,xx} & -yN_{2,x}N_{4,xx} & y^2N_{4,xx}N_{5,xx} & y^2N_{4,xx}N_{6,xx} \\ N_{1,x}N_{2,x} & -yN_{2,x}N_{3,xx} & -yN_{2,x}N_{4,xx} & N_{2,x}N_{2,x} & -yN_{2,x}N_{5,xx} & -yN_{2,x}N_{6,xx} \\ -yN_{1,x}N_{5,xx} & y^2N_{3,xx}N_{5,xx} & y^2N_{4,xx}N_{5,xx} & -yN_{2,x}N_{5,xx} & y^2N_{5,xx}N_{5,xx} & y^2N_{5,xx}N_{6,xx} \\ -yN_{1,x}N_{6,xx} & y^2N_{3,xx}N_{6,xx} & y^2N_{4,xx}N_{6,xx} & -yN_{2,x}N_{6,xx} & y^2N_{5,xx}N_{6,xx} & y^2N_{6,xx}N_{6,xx} \end{bmatrix} dA_e dx \quad (24)$$

Εάν οι άξονες είναι κεντροβαρικοί τότε ισχύουν οι σχέσεις:

$$\int_{A_e} y dA_e = 0, \quad I_2 = \int_{A_e} y^2 dA_e \quad (25)$$

οι οποίες απλοποιούν την έκφραση (24) του μητρώου σιβαρότητας και δίνουν τη σχέση:

$$[k] = \int_0^L E \begin{bmatrix} A_e N_{1,x} N_{1,x} & 0 & 0 & A_e N_{1,x} N_{2,x} & 0 & 0 \\ & I_2 N_{3,xx} N_{3,xx} & I_2 N_{3,xx} N_{4,xx} & 0 & I_2 N_{3,xx} N_{5,xx} & I_2 N_{3,xx} N_{6,xx} \\ & & I_2 N_{4,xx} N_{4,xx} & 0 & I_2 N_{4,xx} N_{5,xx} & I_2 N_{4,xx} N_{6,xx} \\ & & & A_e N_{2,x} N_{2,x} & 0 & 0 \\ & & & & I_2 N_{5,xx} N_{5,xx} & I_2 N_{5,xx} N_{6,xx} \\ & & & & & I_2 N_{6,xx} N_{6,xx} \end{bmatrix} dx \quad (26)$$

(συμμετρικό)

Με την παραδοχή ότι η ράβδος είναι πρισματική ($A_r(x) = A$) και ομοιογενής, η έκφραση του μητρώου στιβαρότητας απλοποιείται στη σχέση:

$$[k] = E \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{A}{L} & 0 & 0 & -\frac{A}{L} & 0 & 0 \\ \frac{36I}{L^3} \left(1 - \frac{2x}{L}\right)^2 & \frac{12I}{L^3} \left(1 - \frac{2x}{L}\right) \left(2 - \frac{3x}{L}\right) & 0 & 0 & -\frac{36I}{L^3} \left(1 - \frac{2x}{L}\right)^2 & \frac{12I}{L^3} \left(1 - \frac{2x}{L}\right) \left(1 - \frac{3x}{L}\right) \\ 0 & \frac{4I}{L^3} \left(2 - \frac{3x}{L}\right)^2 & 0 & 0 & -\frac{12I}{L^3} \left(1 - \frac{2x}{L}\right) \left(2 - \frac{3x}{L}\right) & \frac{4I}{L^3} \left(2 - \frac{3x}{L}\right) \left(1 - \frac{3x}{L}\right) \\ 0 & 0 & \frac{A}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \text{(συμμετρικό)} & & & \frac{36I}{L^3} \left(1 - \frac{2x}{L}\right)^2 & -\frac{12I}{L^3} \left(1 - \frac{3x}{L}\right) \left(1 - \frac{2x}{L}\right) & \frac{4I}{L^3} \left(1 - \frac{3x}{L}\right)^2 \end{bmatrix} dx \quad (27)$$

η οποία μετά την ολοκλήρωση γράφεται:

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \text{(συμμετρικό)} & & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Παρατηρούμε ότι η έκφραση (28) του μητρώου στιβαρότητας, όπως αυτή προέκυψε από τη θεώρηση των πεπερασμένων στοιχείων με τη χρήση των συναρτήσεων σχήματος (2) και (10), ταυτίζεται με τη γνωστή έκφραση της μητρικής στατικής, όπου ο υπολογισμός των δεικτών στιβαρότητας πραγματοποιείται με την εφαρμογή της μεθόδου των δυνάμεων. Αυτό συμβαίνει διότι, όπως είδαμε και για το στοιχείο δικτυώματος, οι ανηγμένες παραμορφώσεις των

σέσεων (20) αντιστοιχούν στις "ακριβείς" ανηγμένες παραμορφώσεις του στοιχείου δοκού στο επίπεδο, μέσα στο πλαίσιο της θεωρίας των μικρών μετατοπίσεων.

Μητρώο δυσκαμψίας στοιχείου δοκού στο επίπεδο μεταβλητής διατομής

Στην περίπτωση κατά την οποία η δοκός έχει μεταβλητή διατομή, το μητρώο δυσκαμψίας δίνεται από τη σχέση:

$$[k] = \frac{E}{L^3} \begin{bmatrix} A_1 L & 0 & 0 & -A_1 L & 0 & 0 \\ 9I_1 - 12I_2 + 4I_3 & L(6I_1 - 7I_2 + 2I_3) & 0 & 0 & -9I_1 + 12I_2 - 4I_3 & L(3I_1 - 5I_2 + 2I_3) \\ 0 & L^2(4I_1 - 4I_2 + I_3) & 0 & 0 & L(-6I_1 + 7I_2 - 2I_3) & L^2(2I_1 - 3I_2 + I_3) \\ (\text{συμμετρικό}) & & A_1 L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & 0 & 9I_1 - 12I_2 + 4I_3 & L(-3I_1 + 5I_2 - 2I_3) & L^2(I_1 - 2I_2 + I_3) \end{bmatrix} \quad (29)$$

Όπου

$$A_1 = \int_0^L A dx \quad (30)$$

$$I_1 = \frac{4E}{L} \int_0^L I dx, \quad I_2 = \frac{12E}{L^2} \int_0^L I x dx, \quad I_3 = \frac{36E}{L^3} \int_0^L I x^2 dx$$

2.3 Θεωρία Υλικών

2.3.1 Εξιδανίκευση της Συμπεριφοράς Υλικών

Ορισμένες φορές πρέπει να υποθέσουμε ότι κάποια υλικά συμπεριφέρονται με εξιδανικευμένο τρόπο με στόχο την επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων. Συνήθως η εξιδανίκευση της συμπεριφοράς ενός υλικού βασίζεται σε δύο παραμέτρους:

1. Η ελαστική και πλαστική περιοχή διαχωρίζονται απόλυτα μεταξύ τους στο όριο διαρροής.
2. Η σχέση τάσεων-παραμορφώσεων υποτίθεται γραμμική ακόμα και στην πλαστική περιοχή.

Με βάση αυτές τις παραδοχές ορίζονται οι παρακάτω κατηγορίες υλικών: Γραμμικώς Ελαστικό Υλικό, Ελαστικό – Απολύτως Πλαστικό Υλικό, Ελαστικό – Γραμμικώς Κρατυνόμενο Υλικό

2.3.2 Γραμμικώς Ελαστικό Υλικό

Για το μοντέλο του γραμμικώς ελαστικού υλικού ισχύουν τα εξής:

Μπορεί να χρησιμοποιηθεί στις περιπτώσεις που έχουμε πολύ μικρές τιμές τάσεων άρα και πολύ μικρές τιμές παραμορφώσεων ώστε να μην υπάρχουν πλαστικές παραμορφώσεις αλλά μόνο ελαστικές. Συνήθως οι παραμορφώσεις είναι μικρότερες από 5%.

Το υλικό μπορεί να είναι ισότροπο(υλικό με μηχανικές ιδιότητες σταθερές καθ'όλες τις διευθύνσεις), ορθότροπο ή ανισότροπο.

Το υλικό ουσιαστικά εργάζεται κάτω του ορίου διαρροής.

Ορισμός συμπεριφοράς γραμμικώς ελαστικού υλικού-ισότροπου

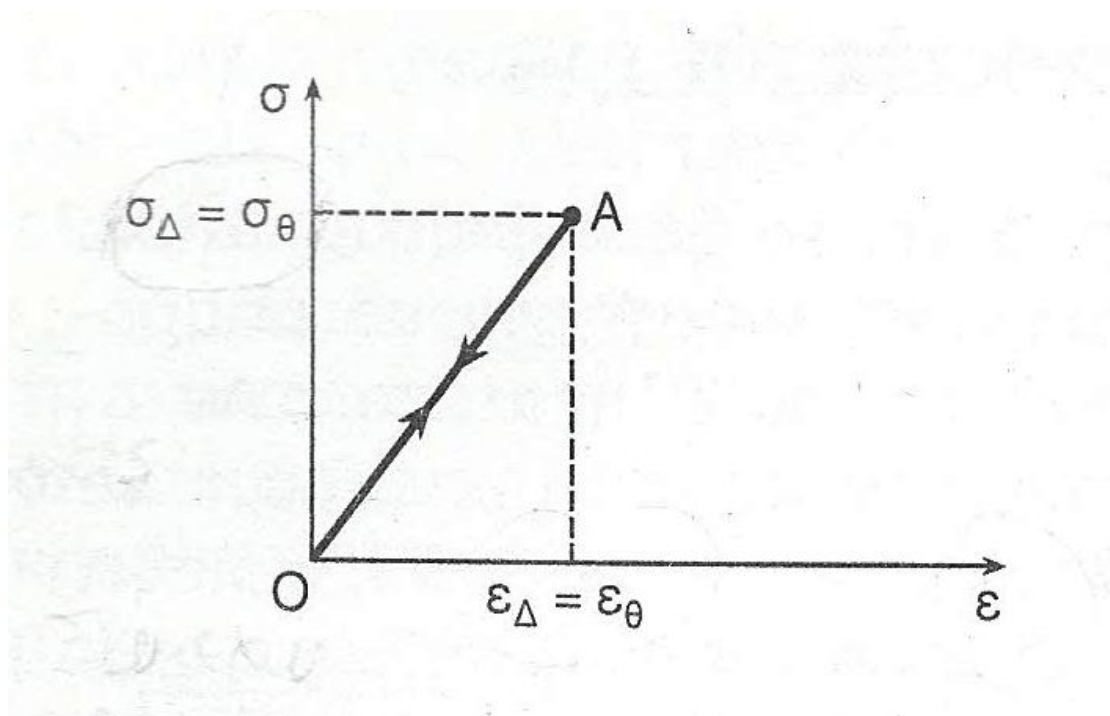
Η συνολική τάση ορίζεται από τη συνολική ελαστική παραμόρφωση μέσω της σχέσης:

$$\sigma = D^{el} \varepsilon^{el}$$

Η

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix}$$

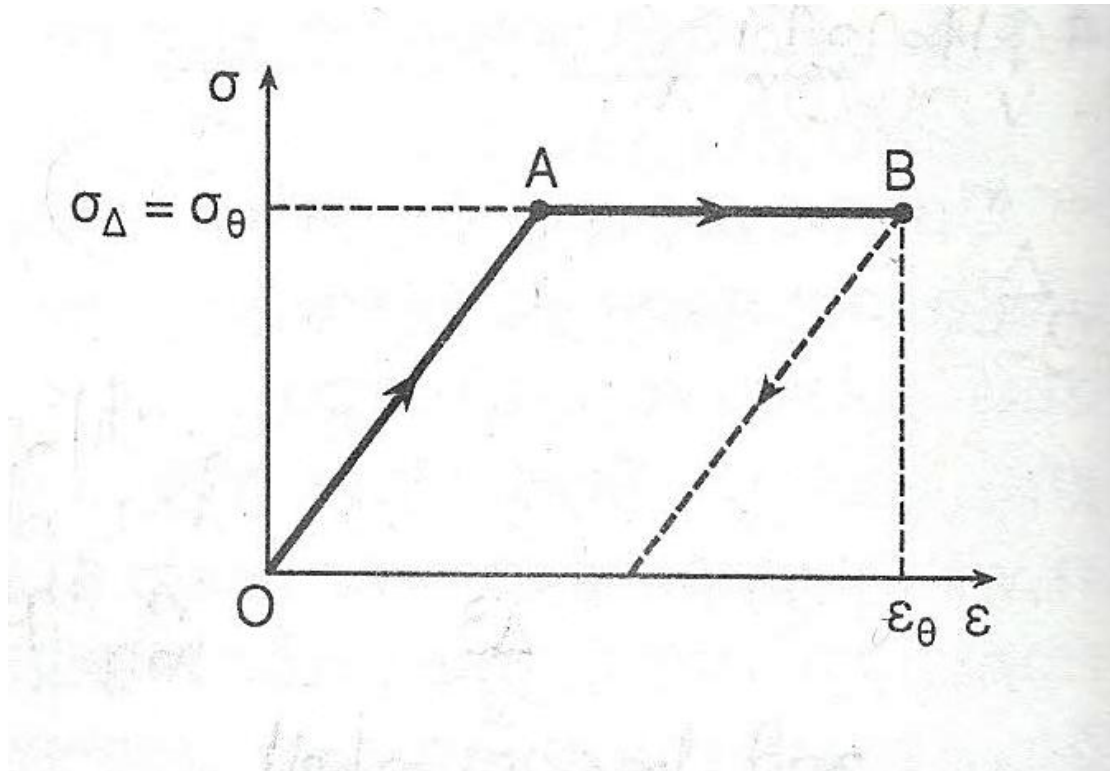
Άρα, αρκεί να προσδιοριστεί το μέτρο ελαστικότητας του Young E και ο λόγος Poisson ν . Οι ελαστικές αυτές σταθερές χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά των υλικών αυτής της κατηγορίας η οποία και είναι αντιστρεπτή (φόρτιση \equiv αποφόρτιση). Το μέτρο διατμήσεως G δίνεται από τη σχέση $G = E/2(1+\nu)$



2.3.3 Ελαστικό – Απολύτως Πλαστικό Υλικό

Σε αυτή την κατηγορία υλικών το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο ευθείες: μία έως την τάση διαρροής (τμήμα OA) που αντιστοιχεί σε γραμμικώς ελαστική συμπεριφορά και άλλη μία οριζόντια από το A μέχρι τη θραύση, όπου η παραμόρφωση αυξάνει, ενώ η τάση διαρροής παραμένει σταθερή. Η

συμπεριφορά των υλικών αυτών δεν είναι εξ ολοκλήρου αντιστρεπτή και σε αυτή την κατηγορία εξιδανικεύουμε υλικά με ασθενή κράτυνση.



2.3.4 Ελαστικό – Γραμμικώς Κρατυνόμενο Υλικό

Σε αυτή την κατηγορία υλικών το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων είναι το διάγραμμα παραμορφώσεων ενός γραμμικώς ελαστικού υλικού μέχρι το όριο διαρροής το οποίο επιδεικνύει γραμμική κράτυνση σε μεγαλύτερες τάσεις.

Στην περιοχή κράτυνσης του υλικού ισχύει κατά τη φόρτιση μια αναλογία μεταξύ μεταβολών των τάσεων και παραμορφώσεων, με συντελεστή αναλογίας το εφαπτομενικό μέτρο:

$$E_\varepsilon = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad \text{ή} \quad d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E_\varepsilon}$$

Κατά την κράτυνση δεν επέρχεται μόνο πλαστική παραμόρφωση, αλλά αυξάνει και η ελαστική παραμόρφωση κατά ποσό ανάλογο προς την αύξηση της τάσεως. Είναι δηλαδή:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p$$

Ισχύει όμως:

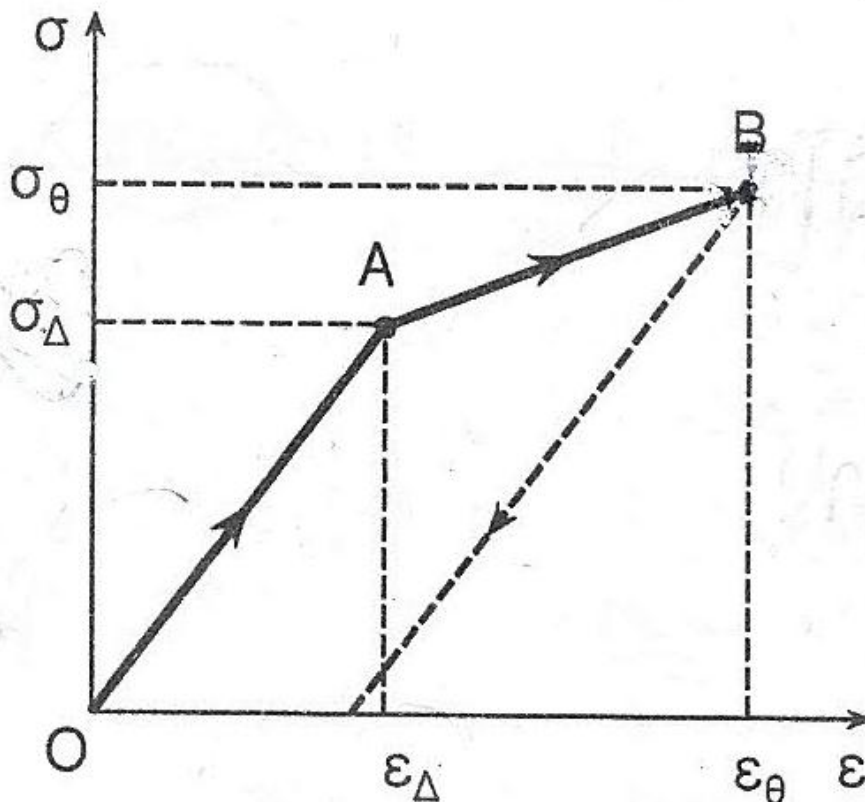
$$d\varepsilon^e = \frac{d\sigma}{E} \quad \text{και} \quad d\varepsilon^p = \frac{d\sigma}{E_p}$$

$$d\varepsilon^p = d\varepsilon - d\varepsilon^e = \frac{1}{E_p} d\sigma$$

Δηλαδή και η αύξηση της πλαστικής παραμόρφωσης γίνεται με ένα πλαστικό μέτρο E_p τέτοιο ώστε $E_p = d\sigma/d\varepsilon^p$ και ισχύει:

$$E_p = \frac{E E_\varepsilon}{E - E_\varepsilon}$$

Και εδώ η αποφόρτιση, μετά το σημείο διαρροής δεν ακολουθεί πορεία αντιστροφή προς την αρχική OA , της φορτίσεως, αλλά μία ευθεία δια του B παράλληλη στην OA . Η αποφόρτιση είναι γραμμικώς ελαστική, με λόγο των μεταβολών των τάσεων και παραμορφώσεων ίσο με το αρχικό μέτρο ελαστικότητας.



Στην παρούσα εργασία θα γίνει ανάλυση τριών προσομοιώσεων υπό δυναμική φόρτιση.

Στην προσομοίωση 1 (αραιή διακριτοποίηση) για το **τοιχώμα** θεωρώ ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό σύμφωνα με το **κριτήριο διαρροής Drucker-Prager**. Συγκεκριμένα στο πρόγραμμα ABAQUS 6.10 Documentation/Abaqus Theory Manual αναφέρεται στην κατηγορία plasticity for non-metals ως Models for granular and polymer behavior και Drucker-Prager/Cap model for geological materials.

Για τον οπλισμό του τοιχώματος θεωρώ ελαστικό-γραμμικώς κρατυνόμενο υλικό σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Mises/Hill για ισότροπο υλικό. Αυτό στο πρόγραμμα αναφέρεται στην κατηγορία metal plasticity ως isotropic elasto-plasticity.

Για τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία θεωρώ γραμμικώς ελαστικό υλικό-linear elasticity.

Στην προσομοίωση 2 (πυκνή διακριτοποίηση) τόσο για το **τοιχώμα** όσο και για τον οπλισμό του τοιχώματος και τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία ισχύουν αυτά που ισχύουν και στην προσομοίωση 1. Η διαφορά αφορά στη **διακριτοποίηση** του τοιχώματος (meshing) όπου για μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα **ο κάρναβος των πεπερασμένων στοιχείων είναι πιο πυκνός**. Ταυτόχρονα, για τον ίδιο σκοπό, η **δύναμη** των 6000 kN **κατανέμεται** σε μια περιοχή 0.25 m καθ' ύψος (όσο κατά προσέγγιση το πάχος μιας πλάκας ορόφου) και προκύπτουν **3 δυνάμεις των 2000 kN**.

Στην προσομοίωση 3 για το **τοιχώμα** θεωρώ **ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό** σύμφωνα με το **κριτήριο διαρροής Mises/Hill για ισότροπο υλικό**. Για τον οπλισμό του τοιχώματος καθώς και τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία ισχύει ότι θεωρείται στην προσομοίωση 1 και 2.

2.3.5 Κριτήριο Διαρροής Drucker-Prager

Το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του κατά πόσον ένα υλικό έχει αστοχήσει πλαστικά ή κατά πόσο έχει υπερβεί το πλαστικό όριο διαρροής. Το κριτήριο εισήχθη για να ασχοληθεί με την πλαστική παραμόρφωση των εδαφών. Αυτό και πολλές παραλλαγές του έχουν εφαρμοστεί σε διάφορα υλικά όπως βράχος, σκυρόδεμα, πολυμερή, σαπούνι και άλλα υλικά των οποίων η συμπεριφορά εξαρτάται από την πίεση στην οποία υπόκεινται.

Το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager έχει τη μορφή

$$\sqrt{J_2} = A + B I_1$$

όπου I_1 είναι η πρώτη μεταβλητή των διατμητικών τάσεων Cauchy και J_2 είναι η δεύτερη μεταβλητή του αποκλίνοντος τμήματος των διατμητικών τάσεων Cauchy. Οι σταθερές A , B προσδιορίζονται μέσα από πειράματα.

Το κριτήριο Drucker-Prager μπορεί να εκφραστεί σε όρους ισοδύναμης τάσης (τάση von Mises) και υδροστατικής πίεσης ως εξής

$$\sigma_e = a + b \sigma_m$$

όπου σ_e η ισοδύναμη τάση (τάση von Mises), σ_m η υδροστατική τάση (τάση του μέσου) και a, b σταθερές σχετικές με το υλικό

Το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager μπορεί να εκφραστεί σε Haigh-Westergaard συντεταγμένες ως εξής

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\rho - \sqrt{3} B\xi = A$$

Η επιφάνεια αστοχίας του κριτηρίου διαρροής Drucker-Prager αποτελεί μια πιο απλή παραλλαγή της επιφάνειας αστοχίας του κριτηρίου διαρροής Mohr-Coulomb.

Εκφράσεις για τις σταθερές A και B

Το κριτήριο Drucker-Prager μπορεί να εκφραστεί σε όρους κυρίων τάσεων ως εξής

$$\sqrt{\frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = A + B (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) .$$

Εάν σ_t είναι η τάση διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό τότε το κριτήριο Drucker-Prager μπορεί να γραφτεί ως εξής

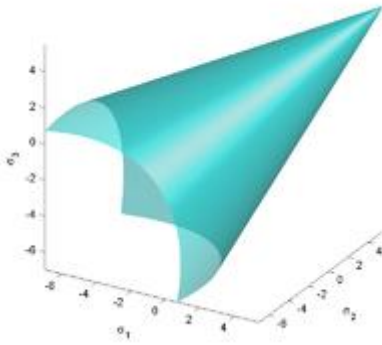
$$\frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_t = A + B \sigma_t .$$

Αντίστοιχα εάν σ_c είναι η τάση διαρροής σε μονοαξονική θλίψη τότε το κριτήριο Drucker-Prager μπορεί να γραφτεί ως εξής

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_c = A - B \sigma_c .$$

Επιλύοντας τις δύο τελευταίες εξισώσεις προκύπτουν οι σταθερές A και B ως εξής

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_c \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \right) ; \quad B = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_t - \sigma_c}{\sigma_c + \sigma_t} \right) .$$



Εικόνα 1- επιφάνεια αστοχίας Drucker-Prager για υλικό με συνοχή $c=2$ και γωνία τριβής $\phi = -20$ στους 3 άξονες των κυρίων τάσεων $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

Αναλογία τάσεων β

Στο κριτήριο διαρροής Drucker-Prager η διαφορά στις τάσεις διαρροής στον μονοαξονικό εφελκυσμό και στην μονοαξονική θλίψη εκφράζεται μέσω του λόγου τάσεων β (uniaxial asymmetry ratio)

$$\beta = \frac{\sigma_c}{\sigma_t} = \frac{1 - \sqrt{3} B}{1 + \sqrt{3} B}.$$

Εκφράσεις σε όρους συνοχής c και γωνίας εσωτερικής τριβής ϕ

Όπως προαναφέρθηκε, η επιφάνεια αστοχίας του κριτηρίου διαρροής Drucker-Prager αποτελεί μια πιο απλή παραλλαγή της επιφάνειας αστοχίας του κριτηρίου διαρροής Mohr-Coulomb. Συνεπώς οι σταθερές A και B μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει της σταθεράς συνοχής του υλικού c (cohesion) και της γωνίας εσωτερικής τριβής του υλικού ϕ (friction angle) που περιγράφουν την επιφάνεια αστοχίας του κριτηρίου διαρροής Mohr-Coulomb.

Εάν η επιφάνεια αστοχίας Drucker-Prager είναι περιγεγραμμένη της επιφάνειας αστοχίας Mohr-Coulomb ισχύουν οι εξής εκφράσεις για τα A και B

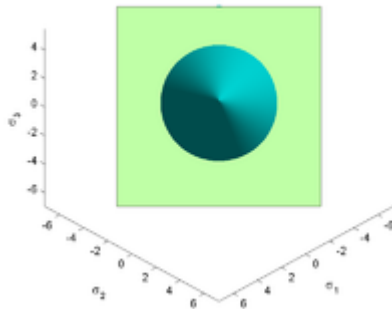
$$A = \frac{6 c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}; \quad B = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}$$

Εάν η επιφάνεια αστοχίας Drucker-Prager είναι εγγεγραμμένη της επιφάνειας αστοχίας Mohr-Coulomb ισχύουν οι εξής εκφράσεις για τα A και B

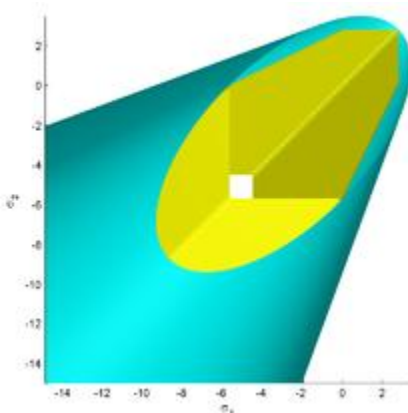
$$A = \frac{6 c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} ; \quad B = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}$$

Ενώ, η γωνία εσωτερικής τριβής ϕ και η συνοχή c εκφράζονται συναρτήσει των τάσεων διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό και μονοαξονική θλίψη ως εξής:

$$\sin \phi = \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \quad \text{και} \quad c = \frac{\sigma_c \sigma_t}{\sigma_c - \sigma_t} \tan \phi$$



Εικόνα 2- επιφάνεια αστοχίας Drucker-Prager στο π-επίπεδο για $c=2$ και $\phi= -20$



Εικόνα 3- επιφάνειες αστοχίας Drucker-Prager(μπλε χρώμα) και Mohr-Coulomb (κίτρινο χρώμα) στο σ_1 - σ_2 επίπεδο

Ειδικές εκφράσεις των A και B σε όρους c,φ

Η έκφραση του κριτηρίου διαρροής Mohr-Coulomb σε Haigh-Westergaard συντεταγμένες είναι η εξής

$$\left[\sqrt{3} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) - \sin \phi \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right] \rho - \sqrt{2} \sin(\phi) \xi = \sqrt{6} c \cos \phi$$

Εάν υποθέσουμε ότι η επιφάνεια αστοχίας Drucker-Prager είναι περιγεγραμμένη της Mohr-Coulomb έτσι ώστε οι δύο επιφάνειες να συμπίπτουν για $\theta = \pi/3$ τότε σε αυτά τα σημεία η επιφάνεια αστοχίας Mohr-Coulomb μπορεί να εκφραστεί μέσα από την παρακάτω σχέση

$$\left[\sqrt{3} \sin \frac{2\pi}{3} - \sin \phi \cos \frac{2\pi}{3} \right] \rho - \sqrt{2} \sin(\phi) \xi = \sqrt{6} c \cos \phi$$

ή

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \rho - \frac{2 \sin \phi}{3 + \sin \phi} \xi = \frac{\sqrt{12} c \cos \phi}{3 + \sin \phi}$$

Όπως προαναφέρθηκε το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager μπορεί να εκφραστεί σε Haigh-Westergaard συντεταγμένες ως εξής

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \rho - \sqrt{3} B \xi = A$$

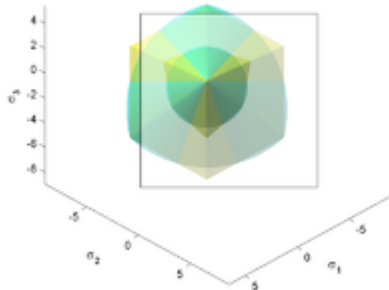
Από τις δύο αμέσως προηγούμενες σχέσεις προκύπτει για τα A και B σε όρους c,φ

$$A = \frac{\sqrt{12} c \cos \phi}{3 + \sin \phi} = \frac{6 c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)} ; \quad B = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}$$

Εάν τώρα υποθέσουμε ότι η επιφάνεια αστοχίας Drucker-Prager είναι εγγεγραμμένη της Mohr-Coulomb έτσι ώστε οι δύο επιφάνειες να συμπίπτουν για $\theta = 0$

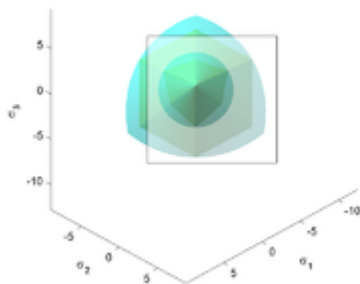
προκύπτει για τα A και B σε όρους c,φ

$$A = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} ; \quad B = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}$$



Εικόνα 4- επιφάνεια αστοχίας Drucker-Prager εγγεγραμμένη της Mohr-Coulomb

στο π-επίπεδο για $c=2$ και $\phi = -20$



Εικόνα 5- επιφάνεια αστοχίας Drucker-Prager περιγεγραμμένη της Mohr-Coulomb στο π-επίπεδο για $c=2$ και $\phi = -20$

Ισότροπο μοντέλο Drucker-Prager

Το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager μπορεί να εκφραστεί εναλλακτικά ως εξής

$$J_2 = (A + B I_1)^2 = a + b I_1 + c I_1^2 .$$

Όπου για τα a, b, c σύμφωνα με το Deshrande-Fleck κριτήριο διαρροής ισχύουν οι εξής σχέσεις

$$a = (1 + \beta^2) \sigma_y^2, \quad b = 0, \quad c = -\frac{\beta^2}{3}$$

όπου β είναι παράμετρος που ορίζει το σχήμα της επιφάνειας αστοχίας και σ_y είναι η τάση διαρροής για εφελκυσμό και θλίψη.

*Κεφάλαιο 3 – Ανάλυση,
Αποτελέσματα και Σχόλια*

3 Κεφάλαιο 3 – Ανάλυση, Αποτελέσματα και Σχόλια

3.1 Προσομοίωση 1 (αραιή διακριτοποίηση-σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager)

Σε σχέση με την προσομοίωση 2, στην προσομοίωση 1 η φόρτιση είναι σημειακή δηλαδή έχω μια δύναμη μέγιστης τιμής 6000 kN (χρονική στιγμή 0,01 sec) στο μέσο του τελευταίου ορόφου. Επίσης, στην προσομοίωση 1 έχω πιο αραιό πλέγμα-κάνναβο πεπερασμένων στοιχείων. Άρα, η προσομοίωση 1 υστερεί ως προς την προσομοίωση 2.

Παρά ταύτα, η τάξη μεγέθους των αποτελεσμάτων των δύο προσομοιώσεων είναι πανομοιότυπη οπότε και συμπεραίνεται ότι η μεγαλύτερη ακρίβεια στη διακριτοποίηση και στην κατανομή της δύναμης(3 δυνάμεις μέγιστης τιμής 2000 kN αντί για μια δύναμη μέγιστης τιμής 6000 kN) δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα. Ταυτόχρονα κρίνεται σκόπιμο, επειδή όντως η προσομοίωση 2 είναι αρτιότερη από την προσομοίωση 1 αλλά τα αποτελέσματα δε διαφέρουν, να αναλυθούν εκτενώς τα αποτελέσματα της προσομοίωσης 2.

3.2 Προσομοίωση 2 (πυκνή διακριτοποίηση- σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager)

Στην προσομοίωση 2 όπως και στην προσομοίωση 1 το υλικό του τοιχώματος είναι σκυρόδεμα σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager με εφελκυστική αντοχή 2200 kPa και θλιπτική αντοχή 20000 kPa. Συνεπώς, στα σημεία του τοιχώματος-περιοχές- όπου οι τάσεις Mises προκύπτουν μεγαλύτερες της τιμής 20000 kPa το σκυρόδεμα θεωρείται πως αστοχεί.

Υπενθυμίζεται πως όσον αφορά στη διακριτοποίηση του τοιχώματος (meshing) το πλέγμα-κάνναβος των πεπερασμένων στοιχείων είναι πιο πυκνό κοντά στην περιοχική φόρτιση και η δύναμη των 6000 kN κατανέμεται σε μια περιοχική 0.25 m καθ' ύψος (όσο κατά προσέγγιση το πάχος μιας πλάκας ορόφου του γειτονικού κτιρίου η οποία κατά τη διάρκεια σεισμού προσκρούει στο τοίχωμα) και προκύπτουν 3 δυνάμεις των 2000 kN.

Παρακάτω εντοπίζονται τα σημεία-περιοχές του τοιχώματος όπου υπάρχει αστοχία του σκυροδέματος για κάθε όροφο ξεχωριστά. Μάλιστα για τον τελευταίο όροφο εξετάζω ξεχωριστά την περιοχική κοντά στη φόρτιση που είναι πιο διακριτοποιημένη. Πιο συγκεκριμένα ελέγχεται η μέγιστη τιμή που φτάνει η τάση Mises σε κάθε πεπερασμένο στοιχείο μέσα στα 2,5 sec που διαρκεί η δυναμική φόρτιση και εξετάζεται αν η μέγιστη τιμή αυτή ξεπερνά τη θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος δηλαδή τα 20000 kPa.

Έτσι, για την καλύτερη εποπτεία των αποτελεσμάτων μας, παρακάτω για κάθε όροφο δίνονται η αντίστοιχη εικόνα του με την διακριτοποίηση που έχει εφαρμοστεί σε αυτόν (παρμένη από το λογισμικό Patran) και ένας πίνακας.

Στους πίνακες αυτούς σημειώνονται τα εξής:

1. Με έντονα γράμματα δηλώνεται ο αριθμός του πεπερασμένου στοιχείου.
2. Η μέγιστη τιμή, που φτάνει η τάση Mises σε κάθε πεπερασμένο στοιχείο μέσα στα 2,5 sec που διαρκεί η δυναμική φόρτιση, τίθεται κάτω από τον αριθμό του πεπερασμένου στοιχείου του κάθε κελιού.
3. Η κόκκινη σκίαση στα κελιά που βρίσκεται υποδηλώνει την υπέρβαση της θλιπτικής αντοχής του σκυροδέματος και την αστοχία αυτού.

3.2.1 Δυναμική φόρτιση

Ακολουθώς παρατίθενται τα αποτελέσματα υπό τις 3 δυνάμεις μέγιστης τιμής 2000 kN θεωρώντας δυναμική φόρτιση συνολικής διάρκειας 2.5 sec. Το χρονικό βήμα μεταβάλλεται και ως ελάχιστο χρονικό βήμα ορίστηκε η τιμή 0.0001 sec (πρώτο βήμα) και ο αριθμός βημάτων ορίστηκε 10000.

Την χρονική στιγμή 0 sec η δύναμη είναι μηδέν, την χρονική στιγμή 0,01 sec η δύναμη φτάνει τη μέγιστη τιμή της δηλαδή τα 2000 kN (φόρτιση) και τέλος τη στιγμή 0,02 sec η δύναμη μηδενίζεται (αποφόρτιση). Συνεπώς για την περιοχή του τοιχώματος όπου εντοπίζεται η κρούση δυσμενέστερα αποτελέσματα έχω τη στιγμή πλήρους φόρτισης δηλαδή τη στιγμή 0,01sec και αυτά παρατίθενται παρακάτω (μέγιστη τιμή τάσεως Mises για κάθε πεπερασμένο στοιχείο στη διάρκεια της φόρτισης).

Απαραίτητη ενέργεια για τον ορισμό της δυναμικής φόρτισης κατέστη η επέμβαση στο αρχείο εισαγωγής δεδομένων (input file) και ο ορισμός των πυκνοτήτων των υλικών. Αναλυτικότερα, για το σκυρόδεμα του τοιχώματος και των υπολοίπων δομικών στοιχείων η πυκνότητα τέθηκε ίση με 2.5 Mgr/m³

και για το χάλυβα 7.8 Mgr/m³

```
*STEP, INC=10000
*DYNAMIC
      0.0001,      2.5
**
```



```
** STEEL
** Date: 05-Jul-11           Time: 13:19:33
**
** MATERIAL, NAME=STEEL
**
** density
7.8
** ELASTIC, TYPE=ISO
      2.E+8,           0.3
**
** PLASTIC, HARDENING=ISOTROPIC
      500000.,         0.
      500000.3,       0.01
**
** DP
** Date: 05-Jul-11           Time: 13:19:33
**
** MATERIAL, NAME=DP
**
** density
2.5
** ELASTIC, TYPE=ISO
      29.E+6,          0.3
**
** DRUCKER PRAGER
      53.3,            0.8,           53.3
**
** DRUCKER PRAGER HARDENING, TYPE=COMPRESSION
      20000.,          0.
      20000.,          0.0035
..
```

1^{ος} ΟΡΟΦΟΣ



28 585	27 507	26 524	25 191
24 350	23 268	22 368	21 145
20 297	19 316	18 133	17 283
16 368	15 144	14 138	13 328
12 321	11 138	10 210	9 418
8 380	7 126	6 255	5 446
4 370	3 122	2 194	1 539

2^{ος} ΟΡΟΦΟΣ

145	146	147	148
141	142	143	144
137	138	139	140
133	134	135	136
129	130	131	132
125	126	127	128
28	27	26	25

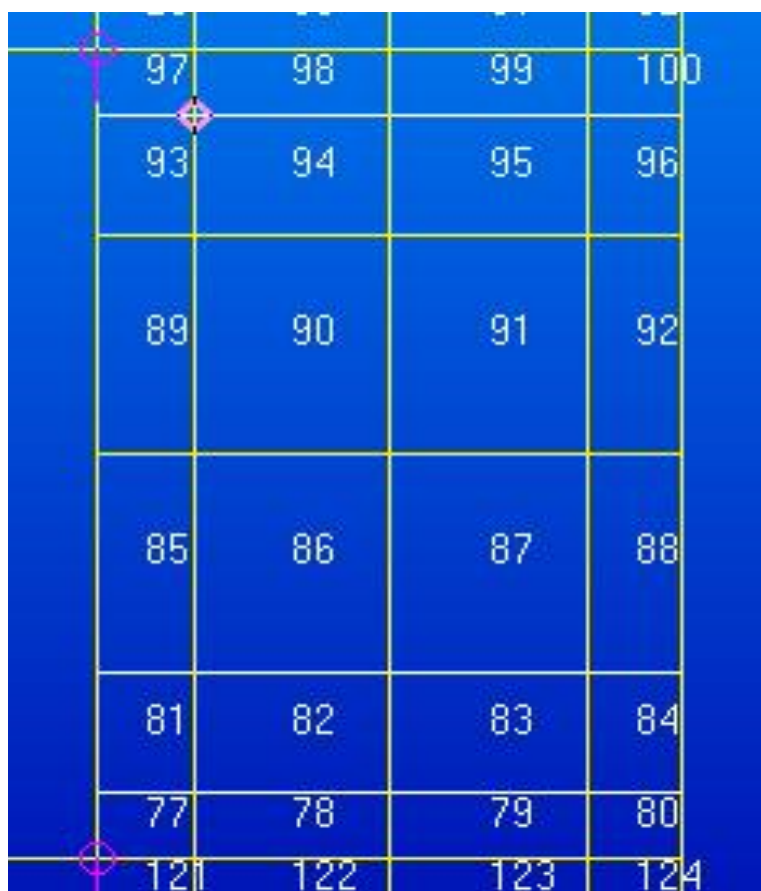
145 1985	146 1904	147 1983	148 2877
141 2727	142 1053	143 1498	144 3100
137 1705	138 1123	139 1280	140 2212
133 1041	134 795	135 1089	136 1277
129 407	130 1018	131 673	132 663
125 1572	126 594	127 654	128 456

3^{ος} ΟΡΟΦΟΣ

121	122	123	124
117	118	119	120
113	114	115	116
109	110	111	112
105	106	107	108
101	102	103	104

121 5772	122 2897	123 2557	124 5925
117 6357	118 2675	119 2401	120 5705
113 4812	114 2033	115 2140	116 5484
109 4914	110 1841	111 2062	112 4580
105 3483	106 1673	107 2145	108 4024
101 4404	102 1869	103 1350	104 4023

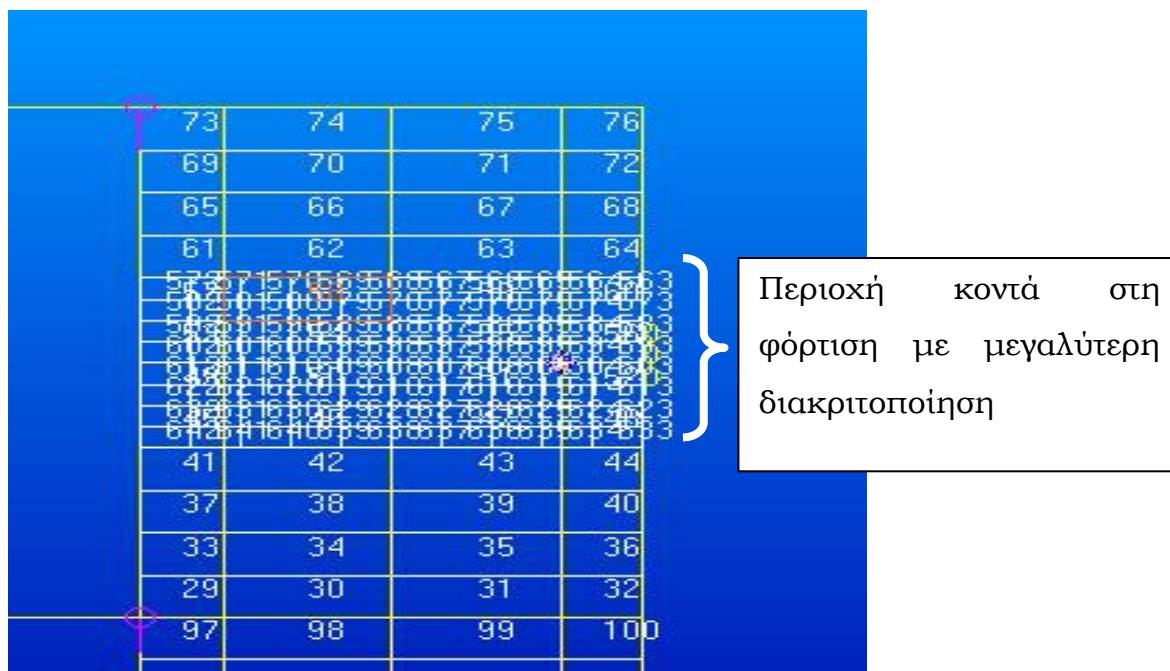
4ος ΟΡΟΦΟΣ



97 7285	98 5491	99 6291	100 1511
93 3918	94 2773	95 3887	96 3231
89 4654	90 3420	91 2010	92 5321
85 6614	86 2655	87 2348	88 6019
81 6691	82 2732	83 2734	84 6053
77 7357	78 2002	79 2072	80 6713

5ος ΟΡΟΦΟΣ

A) Ολόκληρος



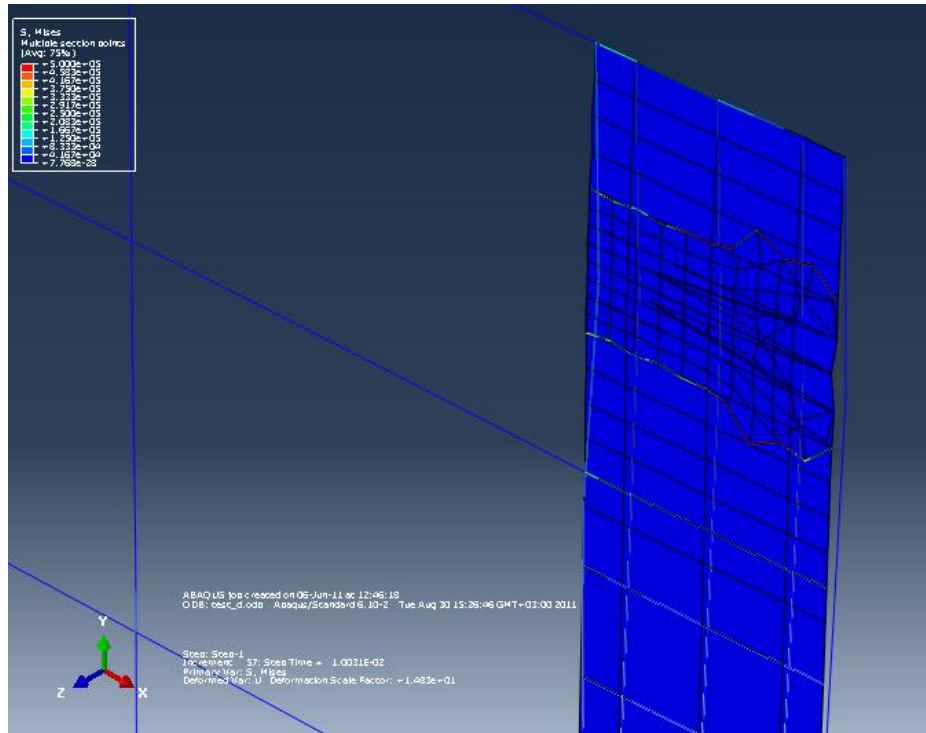
73 22616	74 13514	75 5582	76 905
69 4412	70 11362	71 6640	72 4648
65 5509	66 6365	67 10868	68 8847
61 7615	62 10605	63 10111	64 11504
Περιοχή κοντά στη φόρτιση			
41 5977	42 13402	43 9491	44 12642
37 8478	38 7495	39 11609	40 8810
33 6787	34 12563	35 6545	36 6927
29 17002	30 7716	31 6642	32 3670

Β) Περιοχή κοντά στη φόρτιση

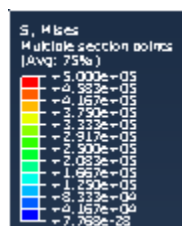
61		62			63			64	
572	571	570	569	568	567	566	565	564	563
57			58			59			60
582	581	580	579	578	577	576	575	574	573
592	591	590	589	588	587	586	585	584	583
53			54			55			56
602	601	600	599	598	597	596	595	594	593
612	611	610	609	608	607	606	605	604	603
49			50			51			52
622	621	620	619	618	617	616	615	614	613
632	631	630	629	628	627	626	625	624	623
45			46			47			48
642	641	640	639	638	637	636	635	634	633

572	571	570	569	568	567	566	565	564	563
2458	5239	4740	2483	13105	19640	11327	13119	5588	14423
582	581	580	579	578	577	576	575	574	573
5858	3356	3916	5553	6904	10962	16214	15239	17975	18549
592	591	590	589	588	587	586	585	584	583
8738	4612	5012	7853	9382	16813	17946	20477	22515	30948
602	601	600	599	598	597	596	595	594	593
1306	5896	6924	10092	17621	9171	16396	21571	25907	30945
612	611	610	609	608	607	606	605	604	603
1888	5615	6649	11113	17826	9923	16414	21630	25856	30236
622	621	620	619	618	617	616	615	614	613
7653	4113	6014	8564	9940	16646	17965	20552	22498	30957
632	631	630	629	628	627	626	625	624	623
4126	3977	5123	5803	6518	11019	16462	15361	17735	12828
642	641	640	639	638	637	636	635	634	633
5350	6798	5217	2297	13736	19989	11472	12800	5808	14959

Παρακάτω φαίνεται η εικόνα του τοιχώματος στην περιοχή φόρτισης την χρονική στιγμή 0,01 sec που είναι και η δυσμενέστερη χρονική στιγμή στη διάρκεια φορτισης (2,5 sec) καθώς τότε επιβάλλεται η μέγιστη τιμή της δύναμης.

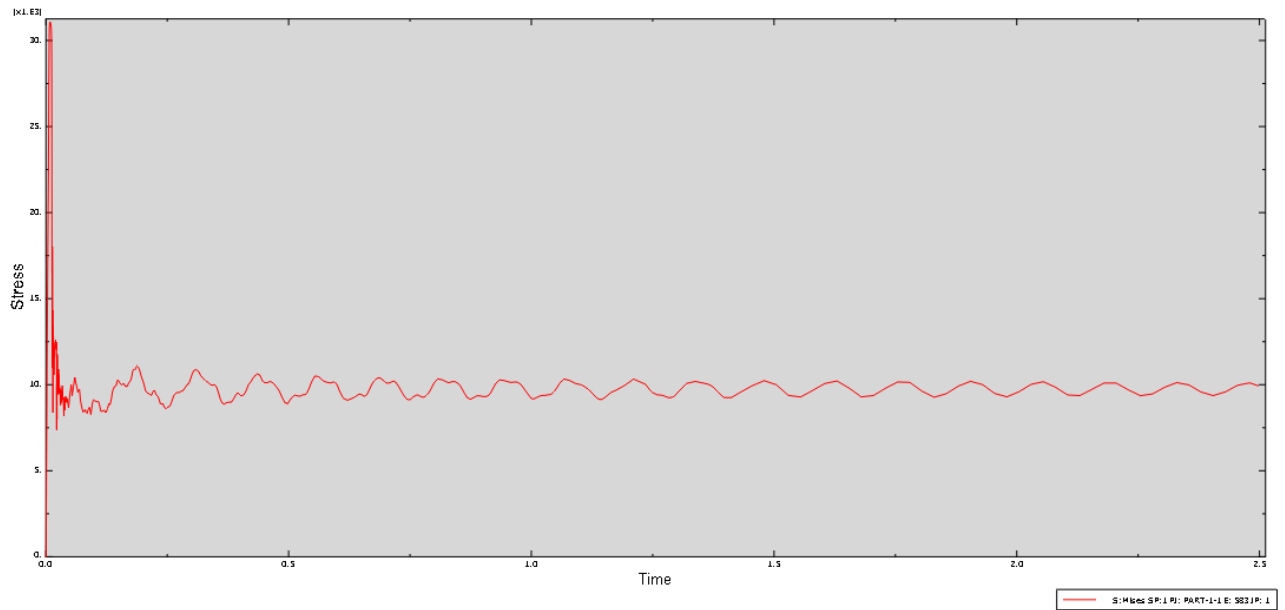
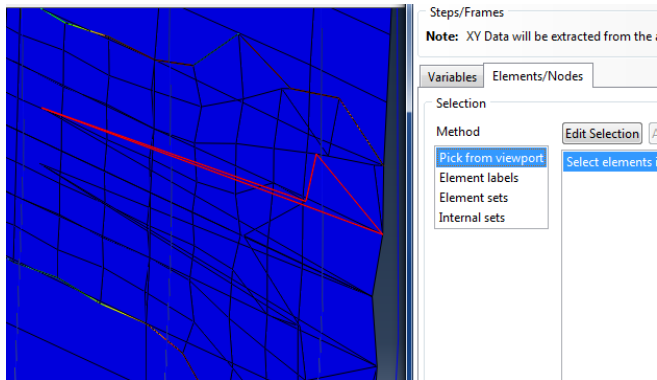


Στον πίνακα που παρατίθεται παρακάτω οι 2 τελευταίες χρωματικές αποχρώσεις (μπλε σκούρο και λίγο πιο ανοικτό) αντιστοιχούν σε τιμές των τάσεων Mises από σχεδόν μηδενικές μέχρι 4,167E+04 δηλαδή 41670 kPa και από 41670 kPa μέχρι 8,333E+04 δηλαδή 83333 kPa. Στο τοίχωμα και συγκεκριμένα στις περιοχές σκυροδέματος διακρίνεται παντού η τελευταία χρωματική απόχρωση (μπλε σκούρο) δηλαδή τάσεις Mises μέχρι και 41670 kPa. Μάλιστα η μέγιστη τιμή πάνω από τη θλιπτική αντοχή, που φτάνουν οι τάσεις Mises, είναι γύρω στα 30000 kPa κοντά στην περιοχή φόρτισης, όπως διαπιστώνεται από τους πίνακες που προηγήθηκαν για κάθε όροφο.



Όπως φαίνεται από τους πίνακες που προηγήθηκαν το τοίχωμα αστοχεί στον τελευταίο όροφο (5^{ος} όροφος), στην περιοχή κοντά στη φόρτιση που είναι πιο διακριτοποιημένη και συγκεκριμένα σε μία περιοχή 0,5 m ύψος γύρω από το μέσο του τελευταίου ορόφου (κέντρο φόρτισης) και 0,6 m βάθος. Στην περιοχή αυτή, στα πεπερασμένα στοιχεία οι τάσεις Mises ξεπερνούν κατά πολύ τη θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος δηλαδή τα 20000 kPa.

Ενδεικτικά παρατίθενται κατά σειρά οι γραφικές παραστάσεις των τάσεων Mises σε σχέση με τον χρόνο για τα πεπερασμένα στοιχεία 583,593,603,613, τα πλησιέστερα στο μέσο του τελευταίου ορόφου δηλαδή στο κέντρο φόρτισης. Πρόκειται για τα δυσμενέστερα σημεία όπου η τάση Mises φτάνει άνω των 30000 kPa και ξεπερνά κατά το μέγιστο τη θλιπτική αντοχή των 20000 kPa.



Probe Values

Field Output...
 Step: 1, Step-1
 Frame: 57 [Step/Frame...](#)
 Field output variable for Probe: S, Mises (Not averaged) [Field Output...](#)

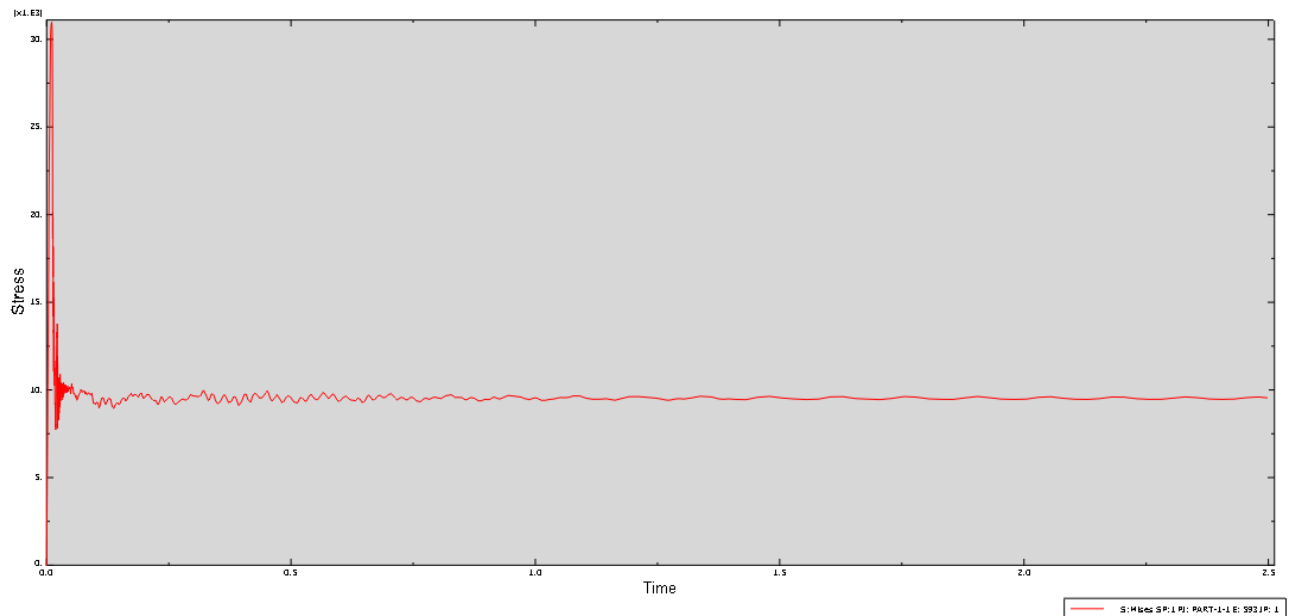
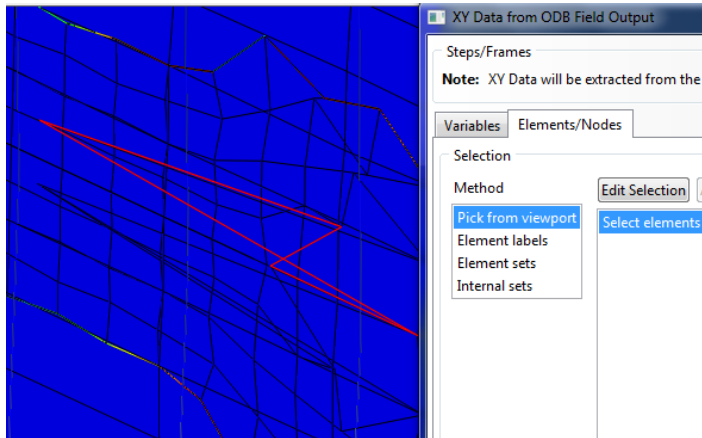
Probe Values
 Select from viewport Key-in label
 Probe: Elements Position: Integration Pt

Part Instance
 Element ID
 Type
 Nodes
 S, Mises (Not averaged)

Click MB1 while probing to store values in the table below.

Selected Probe Values
 Click MB3 for table options.

Part Instance	Element ID	Type	Nodes	S, Mises (Not averaged)
PART-1-1	583	S4R5		30948.3



Probe Values

Field Output...
 Step: 1, Step-1
 Frame: 57
 Field output variable for Probe: S, Mises (Not averaged)

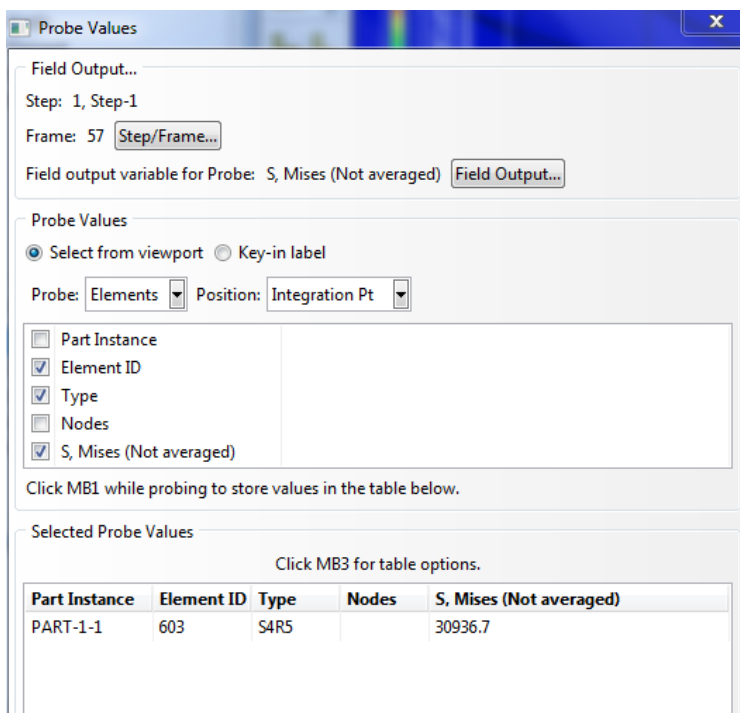
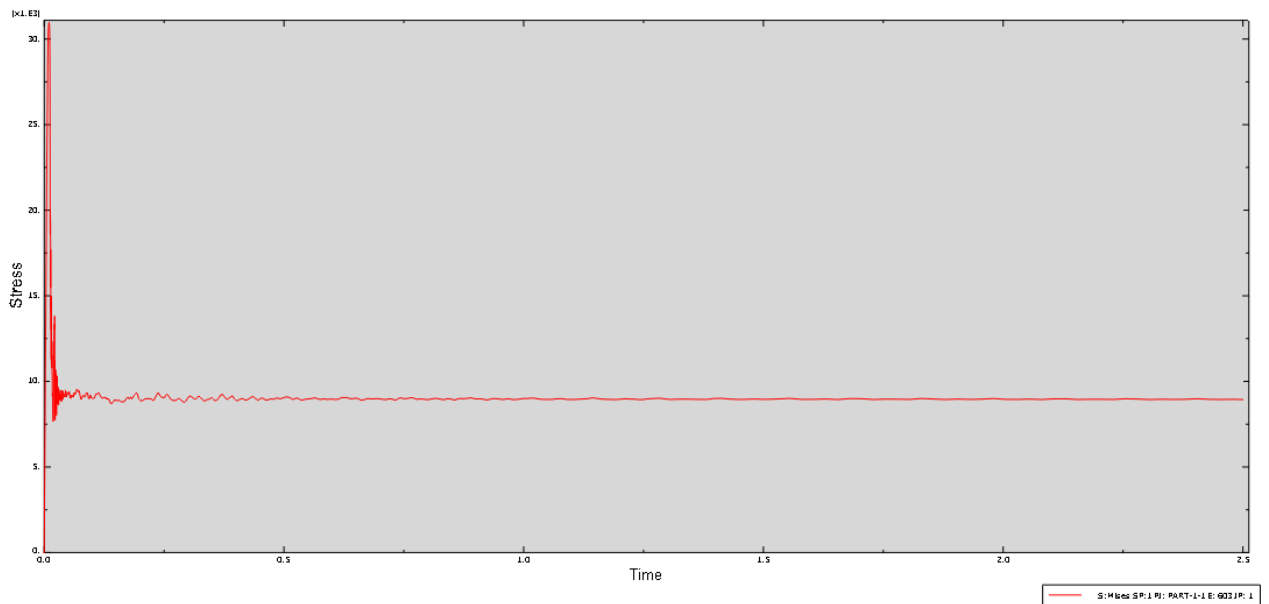
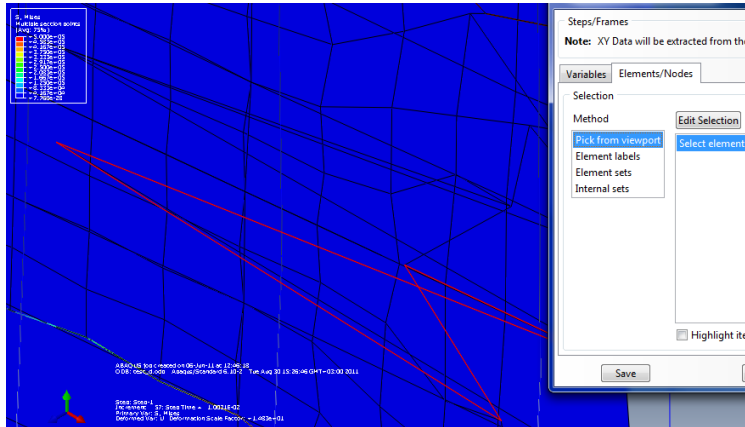
Probe Values
 Select from viewport Key-in label
 Probe: Elements Position: Integration Pt

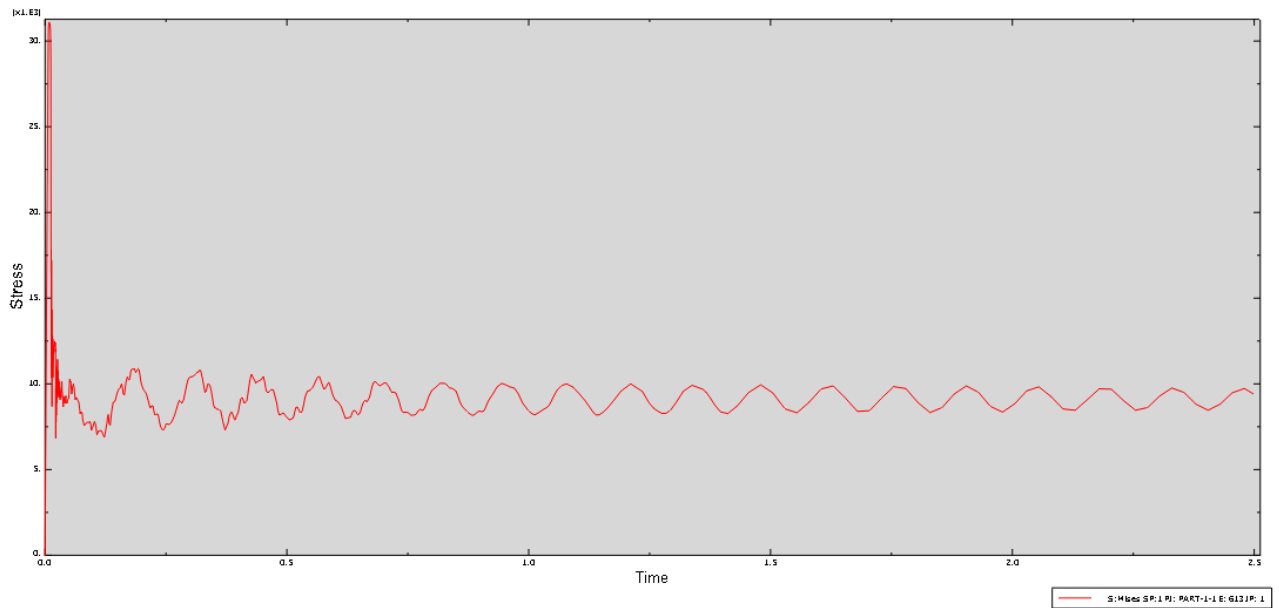
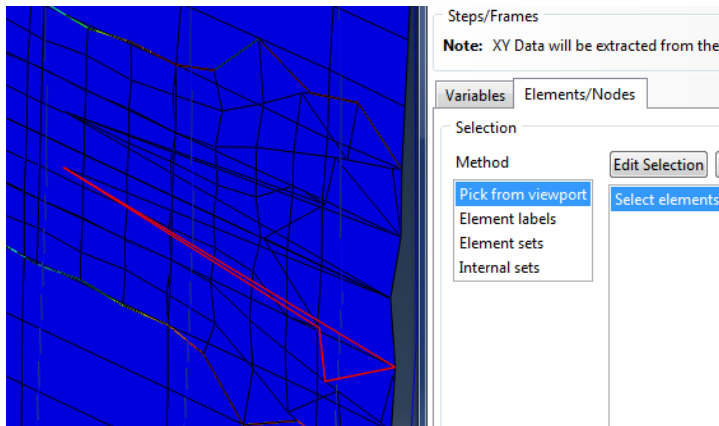
Part Instance
 Element ID
 Type
 Nodes
 S, Mises (Not averaged)

Click MB1 while probing to store values in the table below.

Selected Probe Values
 Click MB3 for table options.

Part Instance	Element ID	Type	Nodes	S, Mises (Not averaged)
PART-1-1	593	S4R5		30945.4





Probe Values

Field Output...
 Step: 1, Step-1
 Frame: 57 Step/Frame...
 Field output variable for Probe: S, Mises (Not averaged) Field Output...

Probe Values
 Select from viewport Key-in label
 Probe: Elements Position: Integration Pt

Part Instance
 Element ID
 Type
 Nodes
 S, Mises (Not averaged)

Click MB1 while probing to store values in the table below.

Selected Probe Values
 Click MB3 for table options.

Part Instance	Element ID	Type	Nodes	S, Mises (Not averaged)
PART-1-1	613	S4R5		30957.2

3.3 Προσομοίωση 3 (πυκνή διακριτοποίηση- ελαστικό – απολύτως πλαστικό υλικό)

Η προσομοίωση 3 είναι όμοια με την προσομοίωση 2 απλά το υλικό του τοιχώματος είναι ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό σύμφωνα με το κριτήριο Mises-Hill για ισότροπο υλικό. Η αντοχή του σκυροδέματος είναι 20000 kPa και σε θλίψη και σε εφελκυσμό και εάν το σκυρόδεμα φτάσει την τάση αυτή αναμένεται να συμπεριφερθεί απολύτως πλαστικά. Η προσομοίωση αυτή είναι λιγότερο ρεαλιστική από την προσομοίωση 2 καθώς το σκυρόδεμα σαν υλικό δεν έχει ποτέ ίδια αντοχή σε θλίψη και εφελκυσμό αλλά πάντα η εφελκυστική αντοχή είναι κατά πολύ μικρότερη από τη θλιπτική.

3.3.1 Δυναμική φόρτιση

Ακολούθως παρατίθενται τα αποτελέσματα για την προσομοίωση 3 (ελαστικό- απολύτως πλαστικό υλικό/ίδια αντοχή σε θλίψη και εφελκυσμό) υπό τις 3 δυνάμεις μέγιστης τιμής 2000 kN θεωρώντας δυναμική φόρτιση συνολικής διάρκειας 2.5 sec. Όπως και στην προσομοίωση 2 υπό δυναμική φόρτιση το χρονικό βήμα μεταβάλλεται και ως ελάχιστο χρονικό βήμα ορίστηκε η τιμή 0.0001 sec (πρώτο βήμα) και ο αριθμός βημάτων ορίστηκε 10000.

Την χρονική στιγμή 0 sec η δύναμη είναι μηδέν, την χρονική στιγμή 0,01 sec η δύναμη φτάνει τη μέγιστη τιμή της δηλαδή τα 2000 kN (φόρτιση) και τέλος τη στιγμή 0,02 sec η δύναμη μηδενίζεται (αποφόρτιση). Συνεπώς για την περιοχή του τοιχώματος όπου εντοπίζεται η κρούση δυσμενέστερα αποτελέσματα έχω τη στιγμή πλήρους φόρτισης δηλαδή τη στιγμή 0,01sec και αυτά παρατίθενται παρακάτω (μέγιστη τιμή τάσεως Mises για κάθε πεπερασμένο στοιχείο στη διάρκεια της φόρτισης).

Απαραίτητη ενέργεια για τον ορισμό της δυναμικής φόρτισης κατέστη η επέμβαση στο αρχείο εισαγωγής δεδομένων (input file) και ο ορισμός των πυκνοτήτων των υλικών. Αναλυτικότερα, για το σκυρόδεμα του τοιχώματος και των υπολοίπων δομικών στοιχείων η πυκνότητα τέθηκε ίση με 2.5 Mgr/m^3 και για το χάλυβα 7.8 Mgr/m^3

```
*STEP, INC=10000
*DYNAMIC
      0.0001,          2.5
**

** STEEL
** Date: 05-Jul-11          Time: 13:19:33
**
** MATERIAL, NAME=STEEL
**
** density
7.8
** ELASTIC, TYPE=ISO
      2.E+8,          0.3
**
** PLASTIC, HARDENING=ISOTROPIC
      500000.,          0.
      500000.3,          0.01
**
** ELASTO_PLASTIKO
** Date: 02-Aug-11          Time: 17:29:45
**
** MATERIAL, NAME=ELASTO_PLASTIKO
**
** density
2.5
** ELASTIC, TYPE=ISO
      29.E+6,          0.3
**
** PLASTIC, HARDENING=ISOTROPIC
      20000.,          0.
      20000.,          0.035
...
```

1ος ΟΡΟΦΟΣ



28 609	27 545	26 617	25 297
24 350	23 316	22 411	21 255
20 325	19 385	18 201	17 150
16 498	15 285	14 123	13 184
12 533	11 322	10 99	9 344
8 632	7 316	6 163	5 366
4 636	3 294	2 78	1 458

2^{ος} ΟΡΟΦΟΣ

145	146	147	148
141	142	143	144
137	138	139	140
133	134	135	136
129	130	131	132
125	126	127	128
28	27	26	25

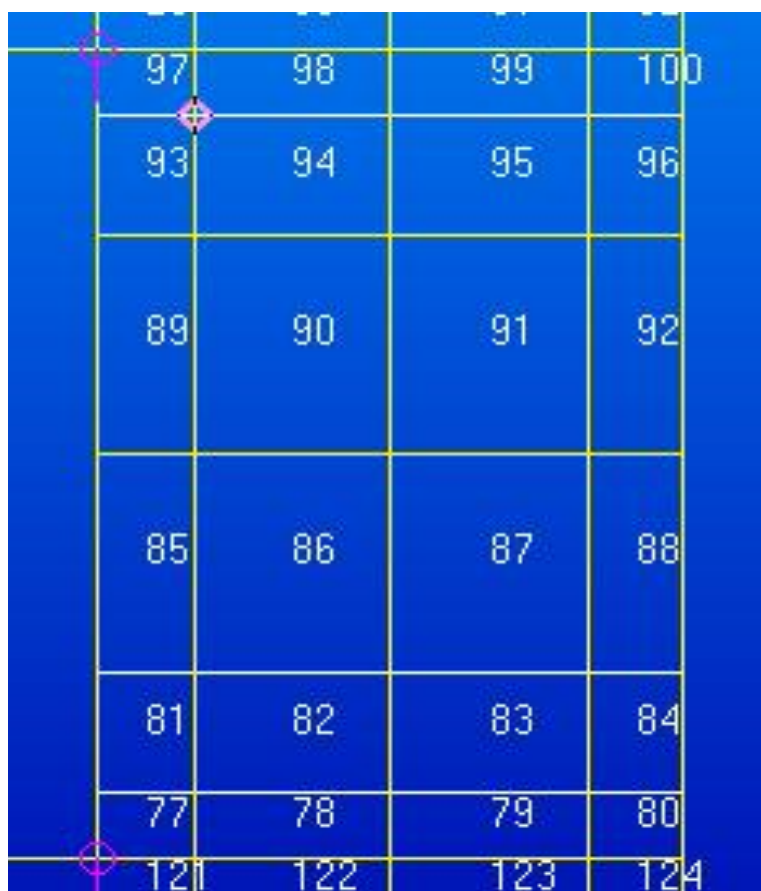
145 1864	146 1667	147 2033	148 3006
141 2848	142 996	143 1518	144 3316
137 1895	138 1118	139 1368	140 2323
133 1263	134 869	135 1212	136 1571
129 462	130 1117	131 794	132 849
125 1682	126 655	127 741	128 630

3ος ΟΡΟΦΟΣ

121	122	123	124
117	118	119	120
113	114	115	116
109	110	111	112
105	106	107	108
101	102	103	104

121 5607	122 2929	123 2641	124 5993
117 6273	118 2568	119 2399	120 5846
113 4579	114 1873	115 2234	116 5447
109 4586	110 1707	111 2097	112 4504
105 3292	106 1433	107 2134	108 4019
101 4241	102 1635	103 1390	104 4104

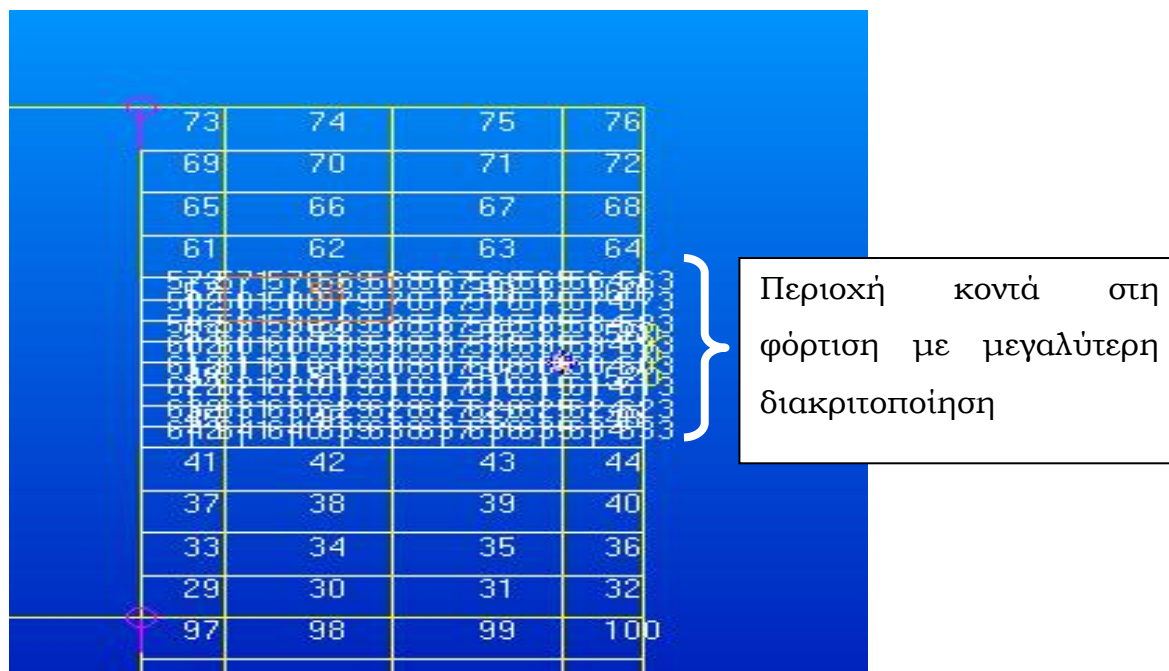
4ος ΟΡΟΦΟΣ



97 7294	98 5025	99 5358	100 1519
93 3359	94 2525	95 3620	96 3057
89 4024	90 3291	91 2215	92 5037
85 6404	86 2473	87 2488	88 5901
81 6383	82 2721	83 2821	84 6072
77 7617	78 1874	79 2086	80 6801

5ος ΟΡΟΦΟΣ

Α) Ολόκληρος



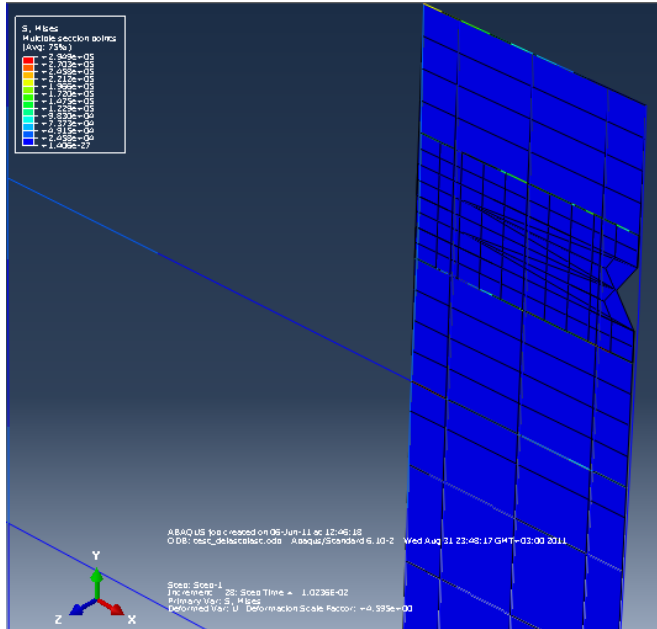
73 20000	74 11665	75 2958	76 465
69 11706	70 10757	71 5466	72 1278
65 6586	66 10083	67 7800	68 3063
61 9698	62 7326	63 11310	64 5270
Περιοχή κοντά στη φόρτιση			
41 6644	42 10986	43 9448	44 6121
37 9743	38 7941	39 9651	40 3210
33 5633	34 11597	35 5199	36 4142
29 15299	30 8024	31 5101	32 3244

Β) Περιοχή κοντά στη φόρτιση

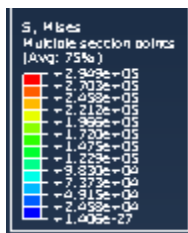
61		62			63			64	
572	571	570	569	568	567	566	565	564	563
57			58			59			60
582	581	580	579	578	577	576	575	574	573
592	591	590	589	588	587	586	585	584	583
53			54			55			56
602	601	600	599	598	597	596	595	594	593
612	611	610	609	608	607	606	605	604	603
49			50			51			52
622	621	620	619	618	617	616	615	614	613
632	631	630	629	628	627	626	625	624	623
45			46			47			48
642	641	640	639	638	637	636	635	634	633

572	571	570	569	568	567	566	565	564	563
4234	3409	5877	4158	10249	3119	9544	10005	6918	15376
582	581	580	579	578	577	576	575	574	573
5272	2809	3062	5021	5154	10103	3238	18720	17499	13637
592	591	590	589	588	587	586	585	584	583
4754	3564	2826	4679	3412	7391	15860	15930	20000	20000
602	601	600	599	598	597	596	595	594	593
3597	2421	3228	2704	6199	2380	14360	15791	20000	20000
612	611	610	609	608	607	606	605	604	603
3196	3104	2873	3162	5783	2400	14208	15720	20000	20000
622	621	620	619	618	617	616	615	614	613
4542	2873	3629	4968	3310	7258	16058	16949	20000	20000
632	631	630	629	628	627	626	625	624	623
4493	3628	2725	5841	5642	8759	4260	19920	14700	14669
642	641	640	639	638	637	636	635	634	633
3146	3309	5009	2818	9053	5780	10693	11617	9589	19713

Παρακάτω φαίνεται η εικόνα του τοιχώματος στην περιοχή φόρτισης την χρονική στιγμή 0,01 sec που είναι και η δυσμενέστερη χρονική στιγμή στη διάρκεια φορτισης (2,5 sec) καθώς τότε επιβάλλεται η μέγιστη τιμή της δύναμης.

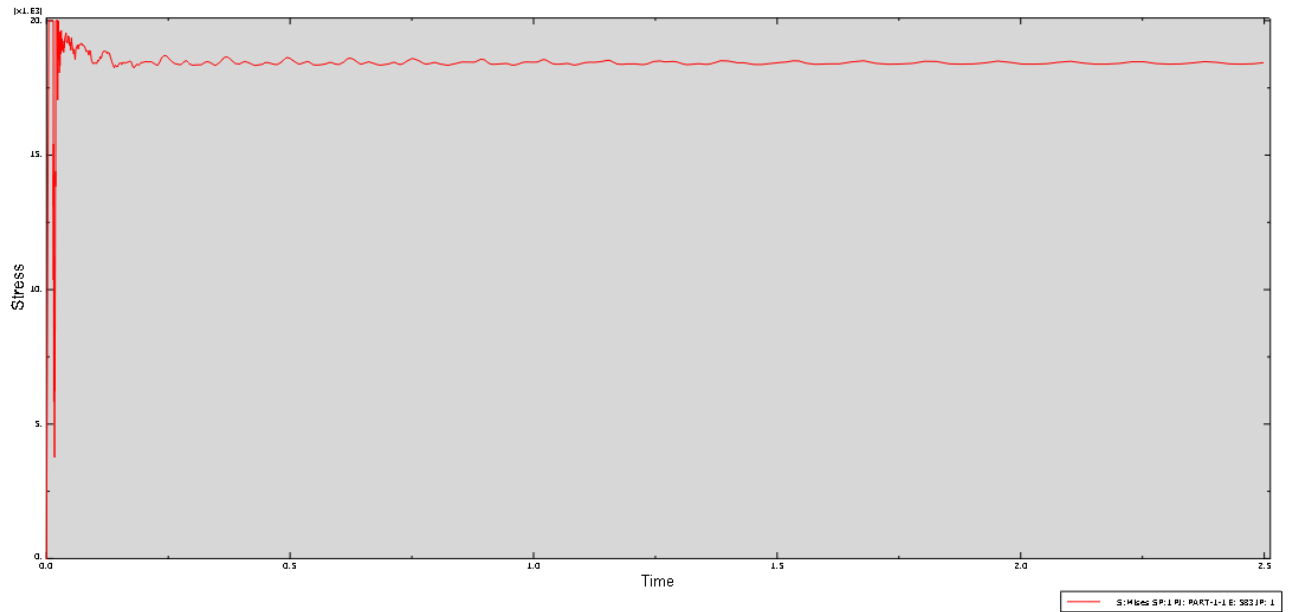
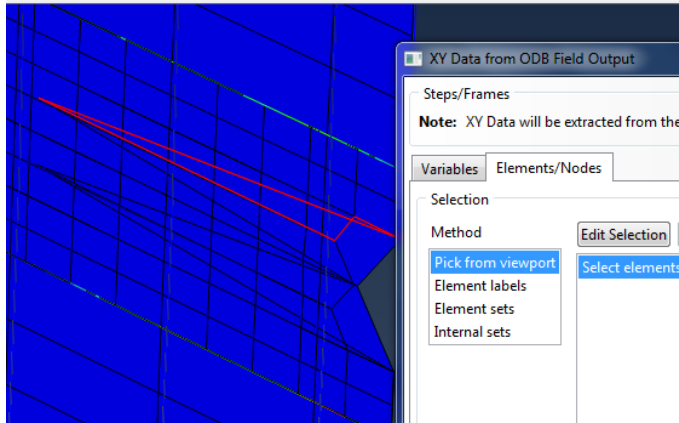


Στον πίνακα που παρατίθεται παρακάτω οι 2 τελευταίες χρωματικές αποχρώσεις (μπλε σκούρο και λίγο πιο ανοικτό) αντιστοιχούν σε τιμές των τάσεων Mises από σχεδόν μηδενικές μέχρι $2,458E+04$ δηλαδή 24580 kPa και από 24580 kPa μέχρι $4,915E+04$ δηλαδή 49150 kPa. Στο τοίχωμα και συγκεκριμένα στις περιοχές σκυροδέματος διακρίνεται παντού η τελευταία χρωματική απόχρωση (μπλε σκούρο) δηλαδή τάσεις Mises μέχρι και 24580 kPa. Μάλιστα η μέγιστη τιμή πάνω από τη θλιπτική αντοχή, που φτάνουν οι τάσεις Mises, είναι ακριβώς στα 20000 kPa κοντά στην περιοχή φόρτισης, όπως διαπιστώνεται από τους πίνακες που προηγήθηκαν για κάθε όροφο και είναι λογικό αφού στην προσομοίωση 3 το σκυρόδεμα είναι υλικό ελαστικό-απολύτως πλαστικό.



Όπως φαίνεται από τους πίνακες που προηγήθηκαν το τοίχωμα αστοχεί σε μία περιοχή 0,5 m ύψος γύρω από το μέσο του τελευταίου ορόφου (κέντρο φόρτισης) και 0,4 m βάθος. Στην περιοχή αυτή, στα πεπερασμένα στοιχεία οι τάσεις Mises φτάνουν την πλαστική αντοχή του σκυροδέματος δηλαδή τα 20000 kPa.

Ενδεικτικά παρατίθενται κατά σειρά οι γραφικές παραστάσεις των τάσεων Mises σε σχέση με τον χρόνο για τα πεπερασμένα στοιχεία 583,593,603,613, τα πλησιέστερα στο μέσο του τελευταίου ορόφου δηλαδή στο κέντρο φόρτισης. Πρόκειται για τα δυσμενέστερα σημεία όπου η τάση Mises φτάνει την τιμή των 20000 kPa και όπου εντοπίζεται η πλαστικοποίηση.



Probe Values

Field Output...
 Step: 1, Step-1
 Frame: 28 [Step/Frame...]
 Field output variable for Probe: S, Mises (Not averaged) [Field Output...]

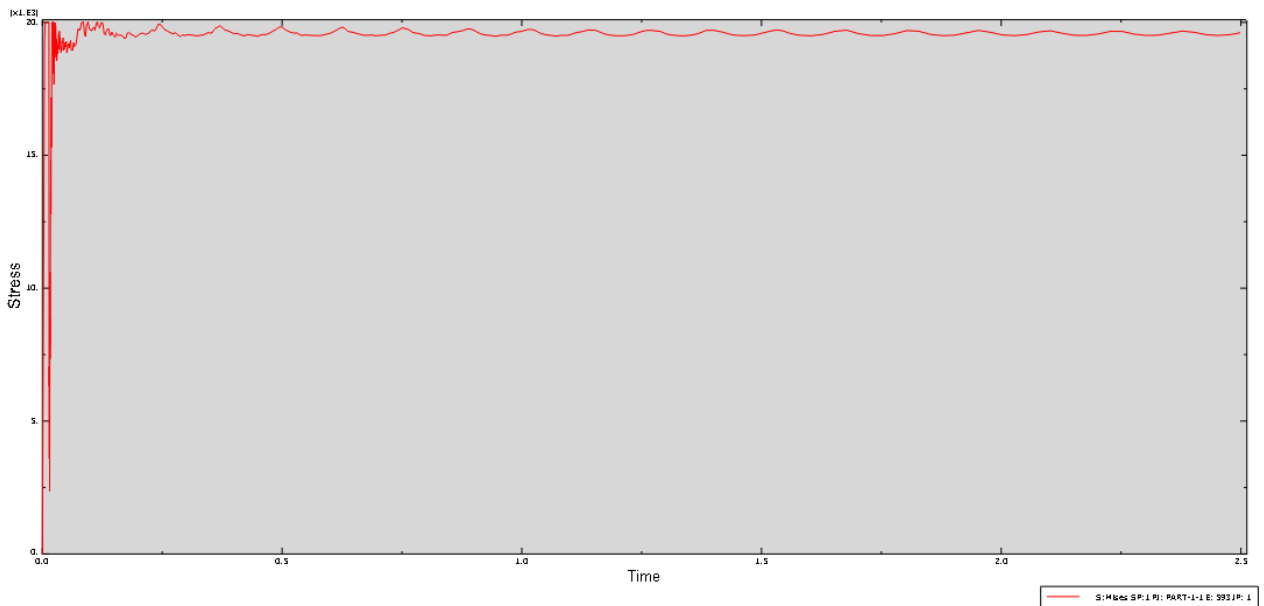
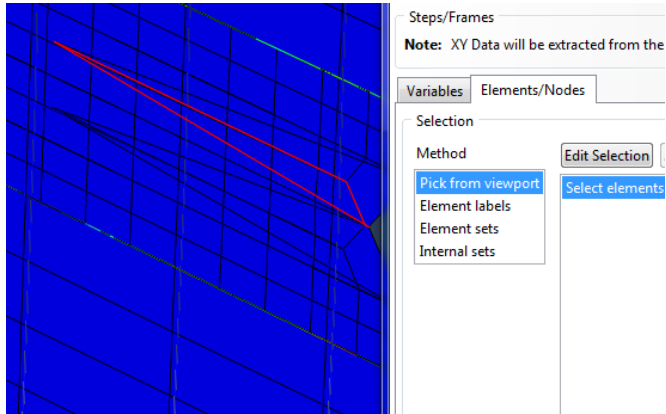
Probe Values
 Select from viewport Key-in label
 Probe: Elements ▾ Position: Integration Pt ▾

Part Instance
 Element ID
 Type
 Nodes
 S, Mises (Not averaged)

Click MB1 while probing to store values in the table below.

Selected Probe Values
 Click MB3 for table options.

Part Instance	Element ID	Type	Nodes	S, Mises (Not averaged)
PART-1-1	583	S4R5		20000



Probe Values

Field Output...
 Step: 1, Step-1
 Frame: 28 **Step/Frame...**
 Field output variable for Probe: S, Mises (Not averaged) **Field Output...**

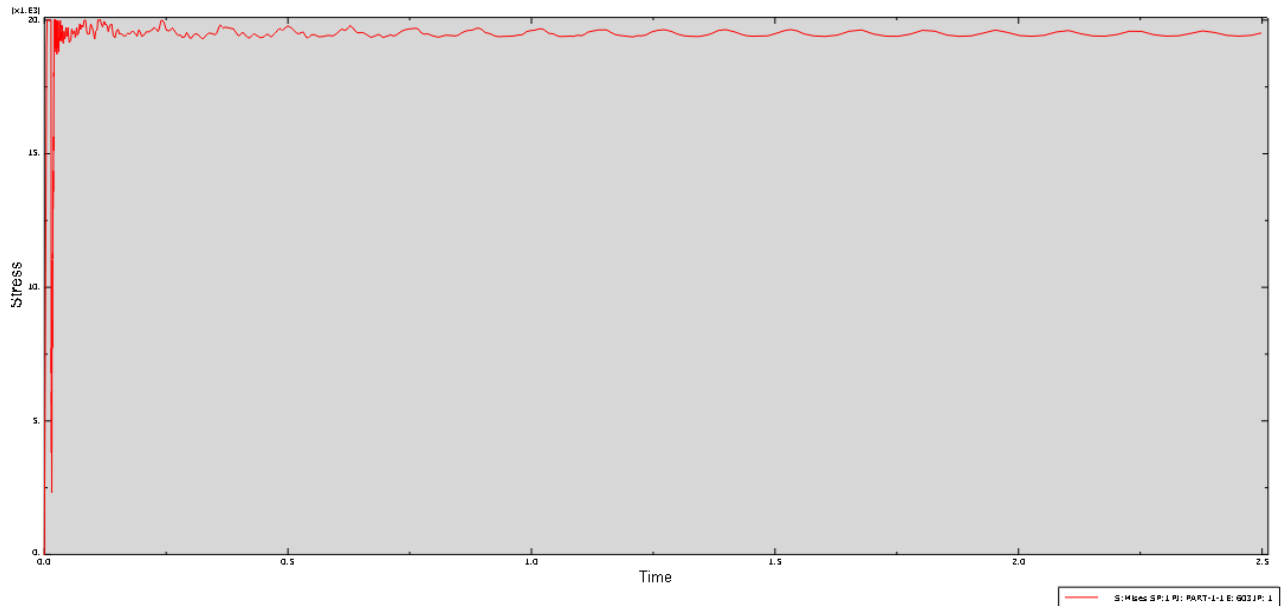
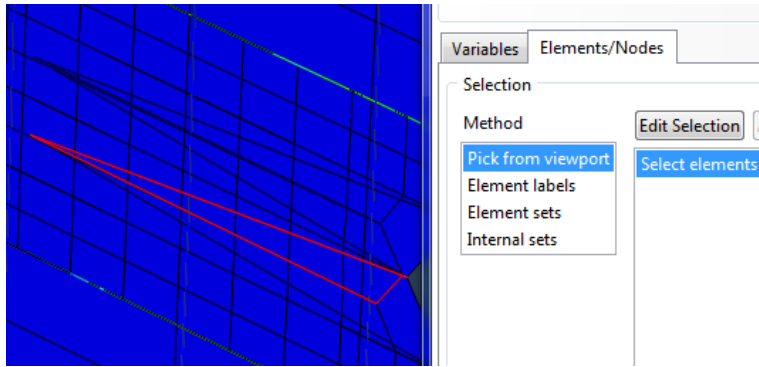
Probe Values
 Select from viewport Key-in label
 Probe: Elements **Position:** Integration Pt

Part Instance
 Element ID
 Type
 Nodes
 S, Mises (Not averaged)

Click MB1 while probing to store values in the table below.

Selected Probe Values
 Click MB3 for table options.

Part Instance	Element ID	Type	Nodes	S, Mises (Not averaged)
PART-1-1	593	S4R5		20000



Probe Values

Field Output...
 Step: 1, Step-1
 Frame: 28
 Field output variable for Probe: S, Mises (Not averaged)

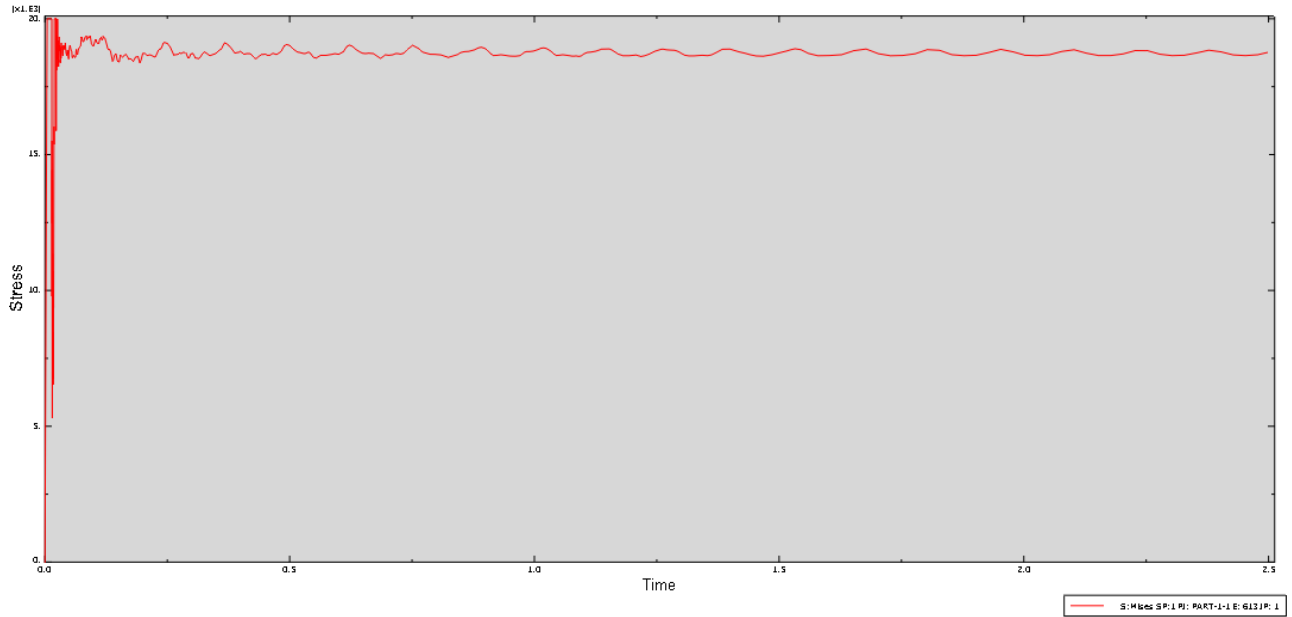
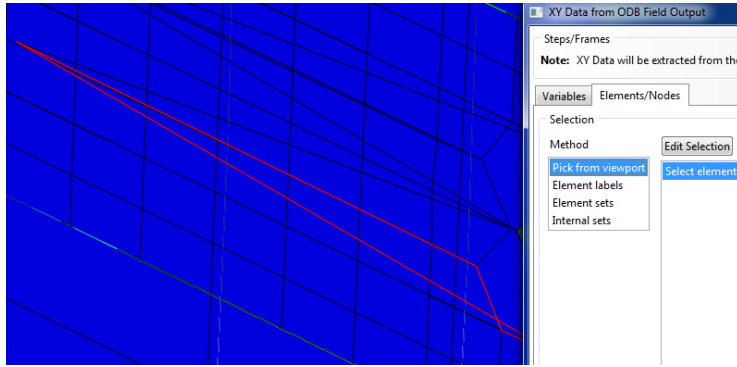
Probe Values
 Select from viewport Key-in label
 Probe: Position:

Part Instance
 Element ID
 Type
 Nodes
 S, Mises (Not averaged)

Click MB1 while probing to store values in the table below.

Selected Probe Values
 Click MB3 for table options.

Part Instance	Element ID	Type	Nodes	S, Mises (Not averaged)
PART-1-1	603	S4R5		20000



Probe Values

Field Output...
 Step: 1, Step-1
 Frame: 28
 Field output variable for Probe: S, Mises (Not averaged)

Probe Values
 Select from viewport Key-in label
 Probe: Position:

Part Instance
 Element ID
 Type
 Nodes
 S, Mises (Not averaged)

Click MB1 while probing to store values in the table below.

Selected Probe Values
 Click MB3 for table options.

Part Instance	Element ID	Type	Nodes	S, Mises (Not averaged)
PART-1-1	613	S4R5		20000

Κεφάλαιο 4 - Συμπεράσματα

4 Κεφάλαιο 4 - Συμπεράσματα

Σχετικά με το θέμα της κρούσης όμορων κτιρίων κατά τη διάρκεια σεισμού, η χρήση ειδικών τοιχωμάτων-προσκρουστήρων (collision shear walls-bumpers), στα οποία θα εντοπίζεται η κρούση, φαίνεται να αποτελεί την μόνη πρακτική λύση ώστε να μειωθεί ο κενός χώρος που απαιτεί ο κανονισμός μεταξύ των κτιρίων. Μάλιστα, η λύση αυτή φαίνεται να μπορεί να εφαρμοστεί ακόμα και όταν το ένα από τα δύο κτίρια έχει ήδη κατασκευαστεί και εκτείνεται ακριβώς μέχρι και τη γραμμή ιδιοκτησίας.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί τα τοιχώματα καλούνται να χρησιμεύσουν ως δομικά στοιχεία που θα αυξήσουν τη σεισμική αντοχή του κτιρίου ενώ ταυτόχρονα δεν αναμένεται να καταργήσουν την κρούση ως φαινόμενο αλλά να προστατεύσουν τα κτίρια από τον πιο καταστροφικό τύπο κρούσης- όταν λόγω διαφορετικού ύψους ορόφων η πλάκα της οροφής του πιο κοντού κτιρίου χτυπά στο μέσο ενός από τους ορόφους του παρακείμενου ψηλότερου κτιρίου διατέμνοντας τις κολώνες του.

Στην παρούσα εργασία θεωρήθηκε η περίπτωση της μελέτης [6] και θεωρήθηκαν κατά το μέγιστο δυνατό τα ίδια δεδομένα και παραδοχές. Έτσι δημιουργήθηκαν 3 προσομοιώσεις του πλαισίου του κτιρίου Α κάνοντας χρήση του προγράμματος PATRAN 2010.1.2 και έγιναν οι αναλύσεις με χρήση του προγράμματος ABAQUS 6.10.

Στόχος της εργασίας ήταν να υπάρξουν συγκρίσιμα αποτελέσματα σε ότι αφορά στη μελέτη [6] και να ελεγχθεί αν οποιαδήποτε τυχούσα βλάβη στο τοίχωμα-προσκρουστήρα είναι τοπική και επισκευάσιμη και αν θα μπορούσε να οδηγήσει σε αστοχία ολόκληρου του κτιρίου.

Συμπεράσματα από την προσομοίωση 2

Για να είναι τα αποτελέσματα της ανάλυσης των προσομοιώσεων της εργασίας συγκρίσιμα με τα αποτελέσματα που παρατίθενται στη μελέτη [6], ως προς το υλικό του τοιχώματος, χρησιμοποιήθηκε σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager θεωρώντας εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος 2200 kPa και θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος 20000 kPa. Το σκυρόδεμα θεωρήθηκε ότι αστοχεί στα σημεία-περιοχές του τοιχώματος όπου οι τάσεις Mises στα πεπερασμένα στοιχεία ξεπερνούν την τιμή των 20000 kPa.

Ως προς τη δυναμική φόρτιση, η διάρκεια της ήταν 2,5 sec με 3 δυνάμεις μέγιστης τιμής 2000 kN (χρονική στιγμή 0,01 sec) τοποθετημένες συμμετρικά ως προς το μέσο του τελευταίου ορόφου(κέντρο φόρτισης) σε ένα ύψος 0,25 m γύρω από αυτό (όσο περίπου και το πάχος μιας πλάκας η οποία μετακινούμενη κατά τη διάρκεια ενός σεισμού έρχεται και συγκρούεται στο μέσο ενός από τους ορόφους του παρακείμενου ψηλότερου κτιρίου διατέμνοντας τις κολώνες του).

Έτσι, προέκυψε ότι:

1. Στα σημεία επαφής του τοιχώματος με τα δοκάρια και τα υποστυλώματα του κτιρίου, δηλαδή με τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία, φαίνεται να μην υπάρχει αστοχία, τουλάχιστον την χρονική στιγμή 0,01 sec όπου και επιβάλλεται η μέγιστη τιμή της δύναμης και άρα είναι η δυσμενέστερη φάση της δυναμικής φόρτισης.
2. Αστοχία του σκυροδέματος με τιμές των τάσεων Mises από 5% έως 55% αυξημένες σε σχέση με τη θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος παρατηρείται στην περιοχή κοντά στη φόρτιση, την χρονική στιγμή 0,01 sec.

- Πιο συγκεκριμένα αστοχία και βλάβη έχω σε μια περιοχή με ύψος 0,5 m γύρω από το μέσο του τελευταίου ορόφου (κέντρο φόρτισης) και βάθος 0,6 m.
 - Υπενθυμίζεται ότι το πλάτος του τοιχώματος είναι 2 m και το ύψος 16 m, ο τελευταίος όροφος είναι 3 m και η περιοχή κοντά στη φόρτιση θεωρήθηκε η περιοχή με ύψος 1 m γύρω από το κέντρο φόρτισης στην οποία και έγινε πιο πυκνή διακριτοποίηση.
- Υπέρβαση κατά 55% της θλιπτικής αντοχής του σκυροδέματος παρατηρείται στα πλησιέστερα στο κέντρο φόρτισης πεπερασμένα στοιχεία.

Συμπεράσματα από την προσομοίωση 3

Στην προσομοίωση 3 δεν υπάρχει καμία διαφορά σε σχέση με την προσομοίωση 2 παρά μόνο ως προς το υλικό του σκυροδέματος που θεωρήθηκε ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Mises-Hill για ισότροπο υλικό αντί σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager. Η πλαστική αντοχή του σκυροδέματος λήφθηκε 20000 kPa.

Έτσι, προέκυψε ότι:

1. Στα σημεία επαφής του τοιχώματος με τα δοκάρια και τα υποστυλώματα του κτιρίου, δηλαδή με τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία, φαίνεται να μην υπάρχει πλαστικοποίηση, τουλάχιστον την χρονική στιγμή 0,01 sec όπου και επιβάλλεται η μέγιστη τιμή της δύναμης και άρα είναι η δυσμενέστερη φάση της δυναμικής φόρτισης.

2. Πλαστικοποίηση έχω σε μια περιοχή με ύψος 0,5 m γύρω από το μέσο του τελευταίου ορόφου (κέντρο φόρτισης) και βάθος 0,4 m.

Συνεπώς, τόσο από τα συμπεράσματα της προσομοίωσης 2 όσο και από αυτά της προσομοίωσης 3 προκύπτει ότι η βλάβη στο τοίχωμα εντοπίζεται κοντά στην περιοχή φόρτισης, δεν μπορεί να θεωρηθεί τοπική και επισκευάσιμη και πρακτικά επηρεάζει ολόκληρη την κατασκευή αφού στο σημείο που εφαρμόζεται η δύναμη το σκυρόδεμα αστοχεί και το τοίχωμα καταστρέφεται.

Άρα, συμπεραίνεται ότι πρέπει να εξεταστεί περαιτέρω αν η χρήση ειδικών τοιχωμάτων-προσκρουστήρων αποτελεί μια πρακτική λύση που μπορεί να εγγυηθεί την ασφάλεια του κτιρίου.

Τέλος, σημειώνεται ότι το φαινόμενο κατά το οποίο η πλάκα της οροφής του πιο κοντού κτιρίου χτύπα λόγω σεισμικής διέγερσης στο μέσο ενός από τους ορόφους του παρακείμενου ψηλότερου κτιρίου (ο πιο καταστροφικός τύπος κρούσης όμορων κτιρίων λόγω σεισμού) αποτελεί δυναμική φόρτιση. Συγκεκριμένα μιλάμε για κρουστική φόρτιση.

Στην παρούσα εργασία η προσομοίωση της κρούσης έγινε θεωρώντας το αποτέλεσμα της κρούσης, δηλαδή μια δύναμη η οποία μεταβάλλεται με τον χρόνο και εφαρμόζεται στην περιοχή κρούσης, με διάρκεια φόρτισης όσο το δυνατόν μικρότερη (0,02 sec-μέγιστη τιμή δύναμης στο 0,01 sec) ώστε να προσεγγιστεί όσο γίνεται καλύτερα ο χαρακτήρας της κρούσης.

Για να διαπιστωθεί τελικά αν τα τοιχώματα επαρκούν ως λύση απαιτείται περαιτέρω έρευνα και ακόμα αρτιότερη προσομοίωση του κρουστικού φαινομένου με τη δημιουργία ενός στοιχείου-μάζας με αρχική ταχύτητα που θα συγκρούεται στο τοίχωμα.

5 Παράρτημα – Διαδικασία Δημιουργίας τριών προσομοιώσεων κτιρίου A

5.1 Περιγραφή των προσομοιώσεων

Στην παρούσα εργασία θα γίνει ανάλυση τριών προσομοιώσεων (προσομοιώσεις 1,2,3 υπό στατική φόρτιση και προσομοίωση 2 υπό δυναμική φόρτιση) του κτιρίου A.

Στην προσομοίωση 1 για το **τοιχώμα** θεωρώ ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό σύμφωνα με το **κριτήριο διαρροής Drucker-Prager**. Συγκεκριμένα στο πρόγραμμα ABAQUS 6.10 Documentation/Abaqus Theory Manual αναφέρεται στην κατηγορία plasticity for non-metals ως Models for granular and polymer behavior και Drucker-Prager/Cap model for geological materials.

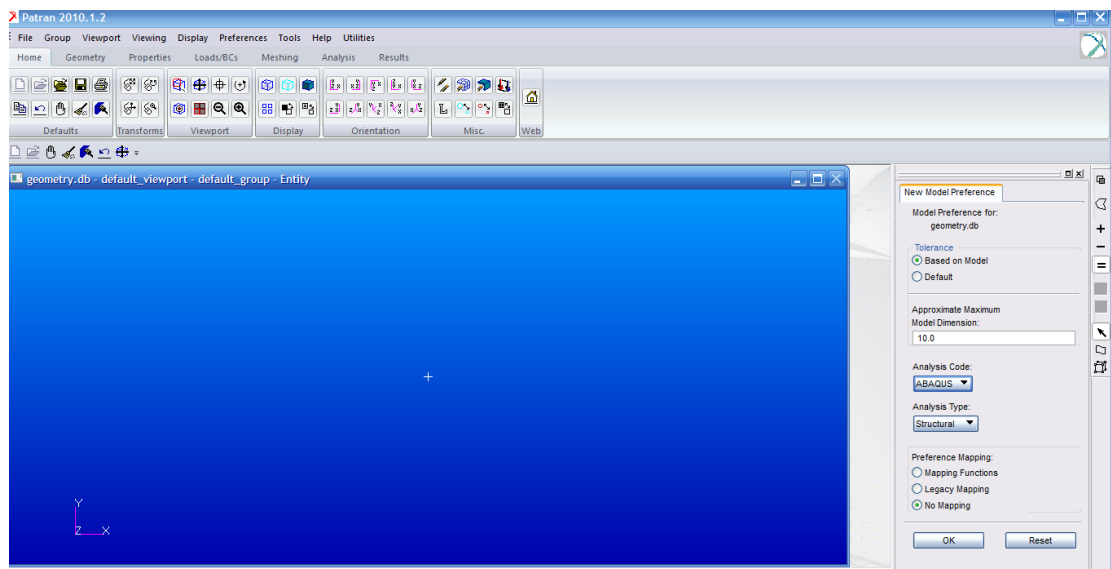
Για τον οπλισμό του τοιχώματος θεωρώ ελαστικό-γραμμικώς κρατυνόμενο υλικό σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Mises/Hill για ισότροπο υλικό. Αυτό στο πρόγραμμα αναφέρεται στην κατηγορία metal plasticity ως isotropic elasto-plasticity.

Για τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία θεωρώ γραμμικώς ελαστικό υλικό-linear elasticity.

Στην προσομοίωση 2 τόσο για το **τοιχώμα** όσο και για τον οπλισμό του τοιχώματος και τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία ισχύουν αυτά που ισχύουν και στην προσομοίωση 1. Η διαφορά αφορά στη **διακριτοποίηση** του τοιχώματος (meshing) όπου για μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα **ο κάρναβος των πεπερασμένων στοιχείων είναι πιο πυκνός**. Ταυτόχρονα, για τον ίδιο σκοπό, η **δύναμη** των 6000 kN **κατανέμεται** σε μια περιοχή 0.25 m καθ' ύψος (όσο κατά προσέγγιση το πάχος μιας πλάκας ορόφου) και προκύπτουν **3 δυνάμεις των 2000 kN**.

Η προσομοίωση 3 είναι η ίδια με την προσομοίωση 2 απλά για το **τοιχώμα** θεωρώ **ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό** σύμφωνα με το **κριτήριο διαρροής Mises/Hill για ισότροπο υλικό**. Για τον οπλισμό του τοιχώματος καθώς και τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία ισχύει ότι θεωρείται στις προσομοιώσεις 1 και 2.

Για τη δημιουργία των προσομοιώσεων χρησιμοποιείται το πρόγραμμα Patran 2010.1.2 ενώ η διαδικασία της ανάλυσης γίνεται από το πρόγραμμα Abaqus 6.10.



New Model Preference

Model Preference for:
geometry.db

Tolerance

Based on Model
 Default

Approximate Maximum
Model Dimension:
10.0

Analysis Code:
ABAQUS

Analysis Type:
Structural

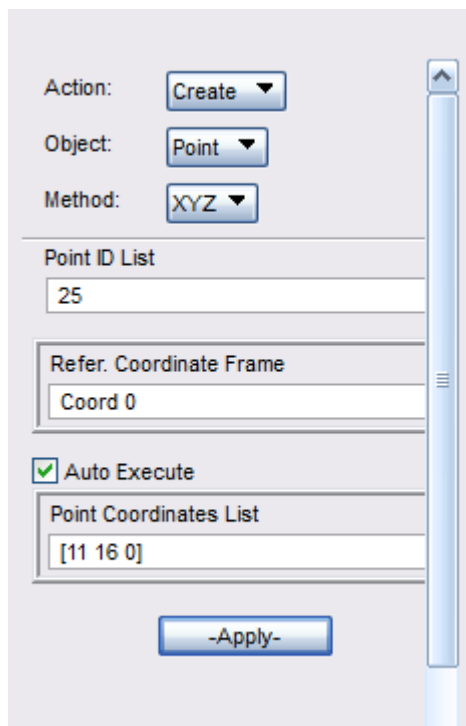
Preference Mapping:
 Mapping Functions
 Legacy Mapping
 No Mapping

OK Reset

5.2 Προσομοίωση 1

5.2.1 Γεωμετρία

Για τη γεωμετρία της προσομοίωσης επιλέγω την καρτέλα Geometry όπου και φτιάχνω (create) σημεία (points) και καμπύλες (curves) οι οποίες ενώνουν τα σημεία. Το τοίχωμα έχει διάσταση 2 m στην πρόσοψη, 16 m ύψος και 0,25 m πάχος.



Action: Create

Object: Point

Method: XYZ

Point ID List
25

Refer. Coordinate Frame
Coord 0

Auto Execute

Point Coordinates List
[11 16 0]

-Apply-

Action:

Object:

Method:

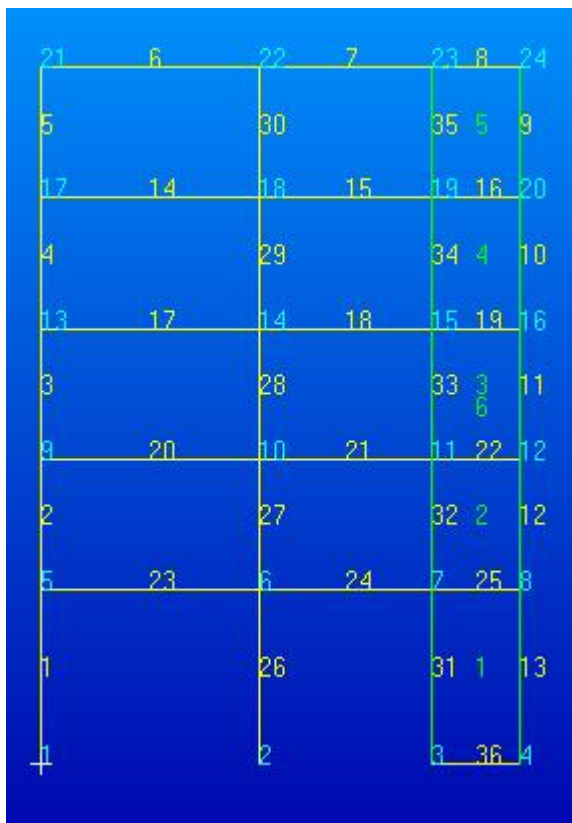
Curve ID List
1

Option:

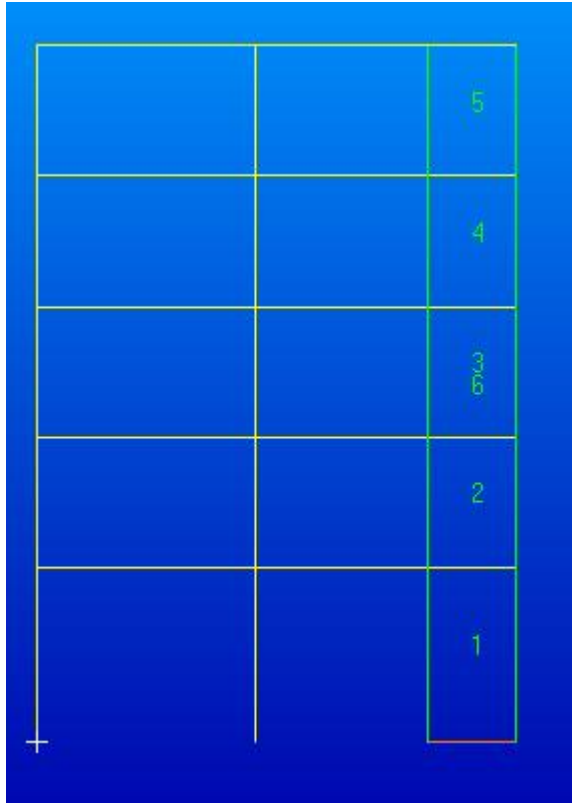
Auto Execute

Starting Point List
Point 1

Ending Point List
Point 2



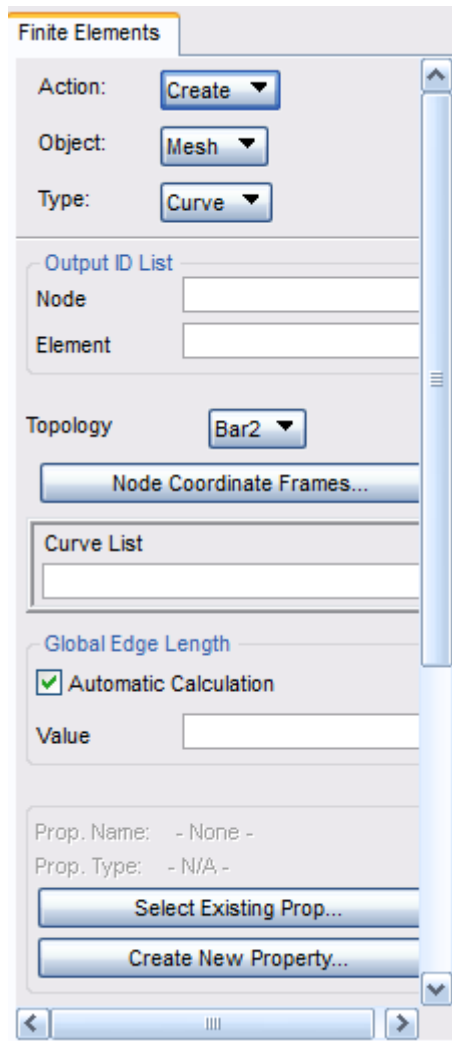
Όπου κρίνεται σκόπιμο δημιουργώ και επιφάνειες (surfaces) που βοηθήσουν στη διακριτοποίηση των στοιχείων πχ. εδώ στο τοίχωμα δημιουργώ μια ολόκληρη επιφάνεια την επιφάνεια του τοιχώματος καθώς και πέντε επιμέρους επιφάνειες.



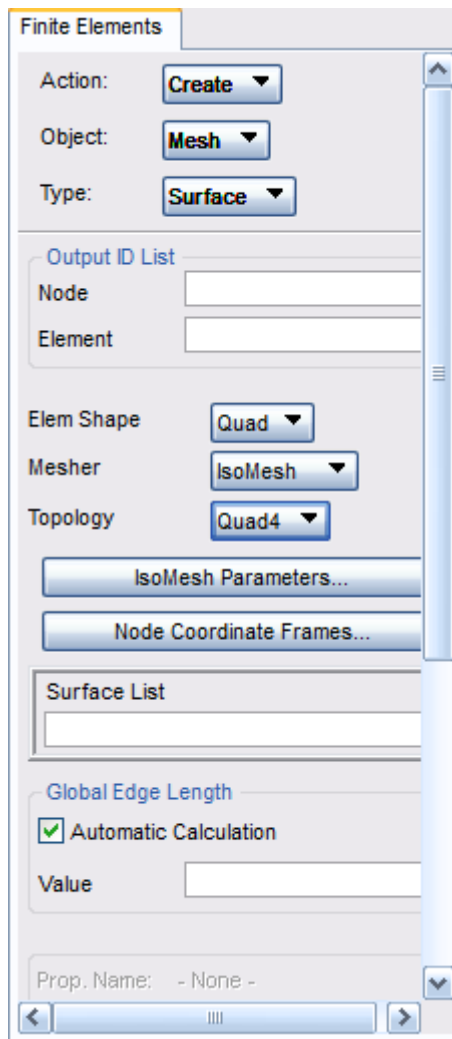
5.2.2 Διακριτοποίηση

(δημιουργία πλέγματος-καννάβου πεπερασμένων στοιχείων)

Τόσο στην επιφάνεια του τοιχώματος όσο και στα υπόλοιπα δομικά στοιχεία της προσομοίωσης-δοκοί και υποστυλώματα- δημιουργώ ένα πλέγμα-κάνναβο πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα επιλέγω την καρτέλα Meshing και δημιουργώ (create) πλέγμα (mesh) είτε πάνω σε κάποια γεωμετρική καμπύλη (curve)-υπόλοιπα δομικά στοιχεία, δοκοί και υποστυλώματα- είτε πάνω σε κάποια επιφάνεια (surface)-τοιχώμα.



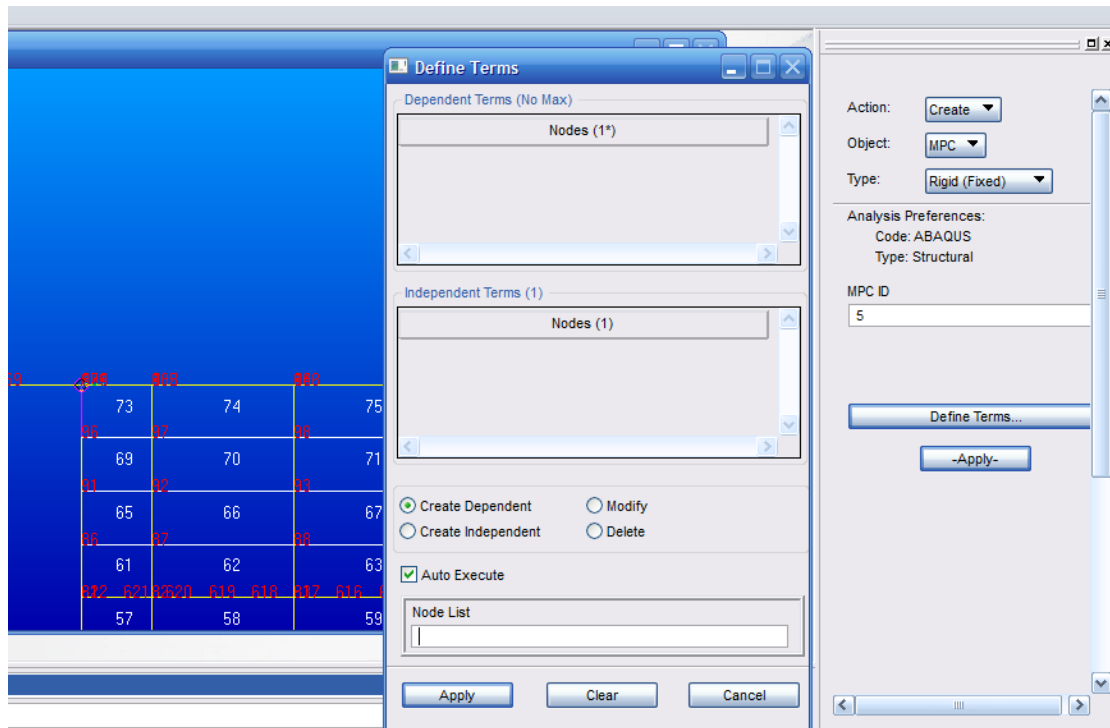
Τα πεπερασμένα στοιχεία των δοκών και των υποστυλωμάτων είναι στοιχεία δοκού με 3 βαθμούς ελευθερίας-2 μετατοπίσεις και 1 στροφή-σε κάθε έναν από τους 2 κόμβους (Bar2 element).



Τα πεπερασμένα στοιχεία του τοιχώματος είναι τετραπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης τεσσάρων κόμβων. Κάθε κόμβος έχει 2 βαθμούς ελευθερίας-2 μετατοπίσεις- ενώ η στροφή δεν υφίσταται παρά μόνο μέσω των παραμορφώσεων δηλαδή εκφράζεται συναρτήσει του ζεύγους οριζοντίων μετατοπίσεων στους κόμβους (δισδιάστατη ελαστικότητα).

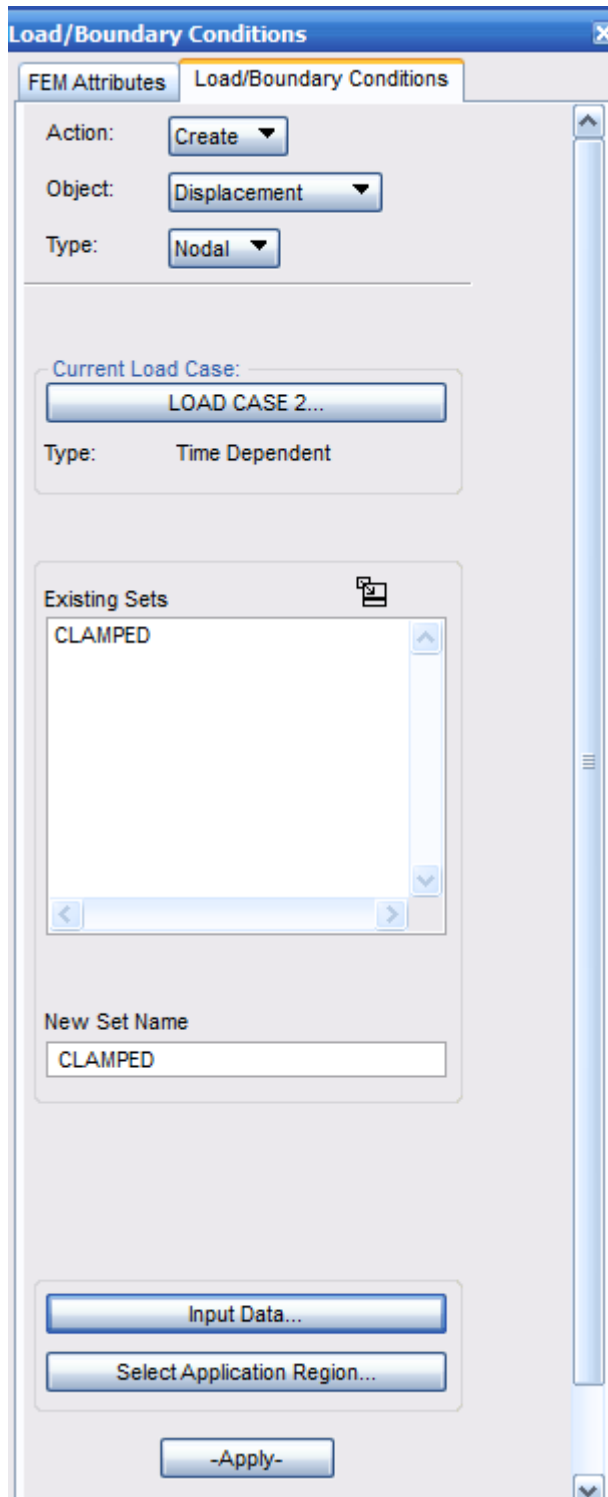
Εάν σταματήσω εδώ, το πρόγραμμα αντιλαμβάνεται το τοίχωμα μόνο και δεν αντιλαμβάνεται το τοίχωμα και τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία-δοκούς και υποστυλώματα- ως ένα ενιαίο μοντέλο γιατί ο κάθε κόμβος των πεπερασμένων στοιχείων του τοιχώματος έχει 2 βαθμούς ελευθερίας ενώ των υπολοίπων δομικών στοιχείων 3 βαθμούς ελευθερίας. Έτσι πρέπει να συνδέσω τη στροφή στον κόμβο του τελευταίου πεπερασμένου στοιχείου

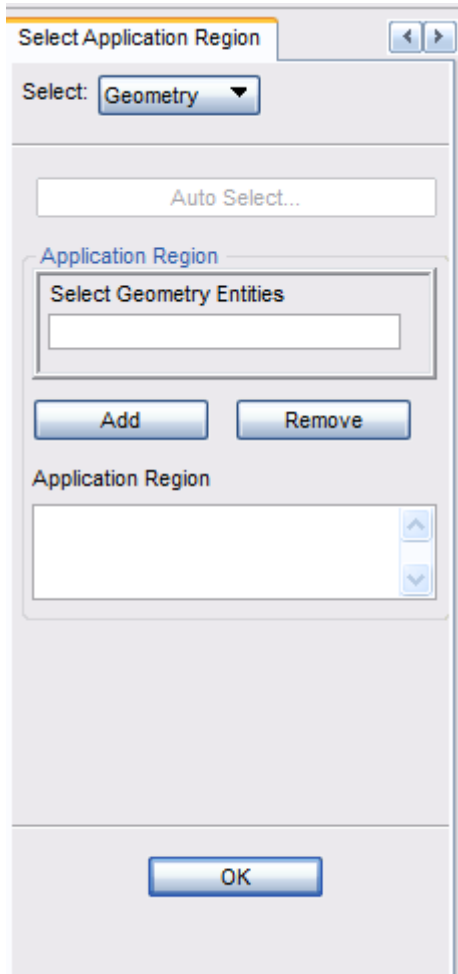
του δοκαριού με τις οριζόντιες μετατοπίσεις στους κόμβους του πεπερασμένου στοιχείου του τοιχώματος. Είμαι ακόμα στην καρτέλα Meshing και δημιουργώ (create) στα πέντε σημεία επαφής δοκαριών-τοιχώματος πέντε MCP (Multi-Constraint Point) όπου ορίζω τη στροφή ως ανεξάρτητο βαθμό ελευθερίας και τις δύο οριζόντιες μετατοπίσεις να εξαρτώνται-εκφράζονται μέσω της στροφής.

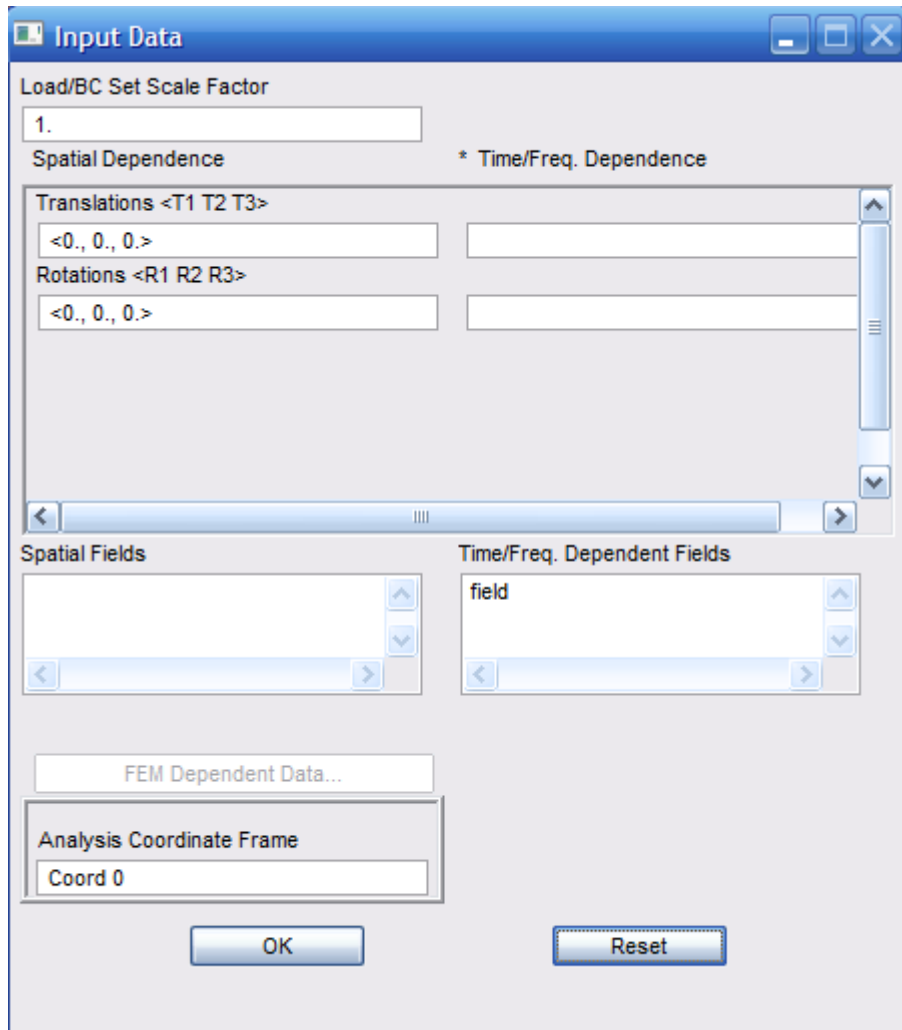


5.2.3 Συνοριακές συνθήκες (Boundary Conditions)

Στην προσομοίωση ορίζω τις συνοριακές συνθήκες. Συγκεκριμένα θεωρώ απλοποιητικά πάκτωση στα σημεία επαφής με το έδαφος. Επιλέγω την καρτέλα Loads/BCs και δημιουργώ (create) τις συνοριακές συνθήκες που αφορούν στις μετακινήσεις στα σημεία επαφής με το έδαφος (displacement). Στην περίπτωσή μας τόσο οι επιτρεπόμενες μετατοπίσεις (translations) όσο και οι επιτρεπόμενες στροφές (rotations) είναι μηδενικές γιατί θεωρώ το κτίριο πακτωμένο στο έδαφος.

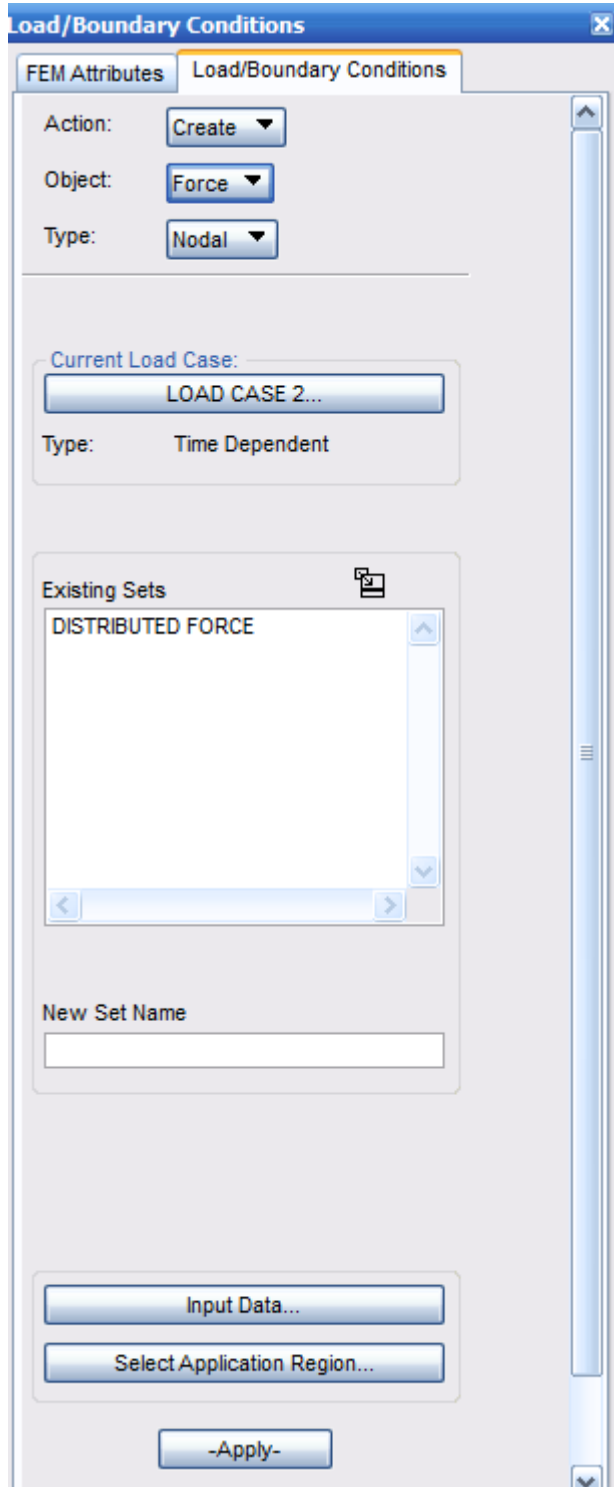




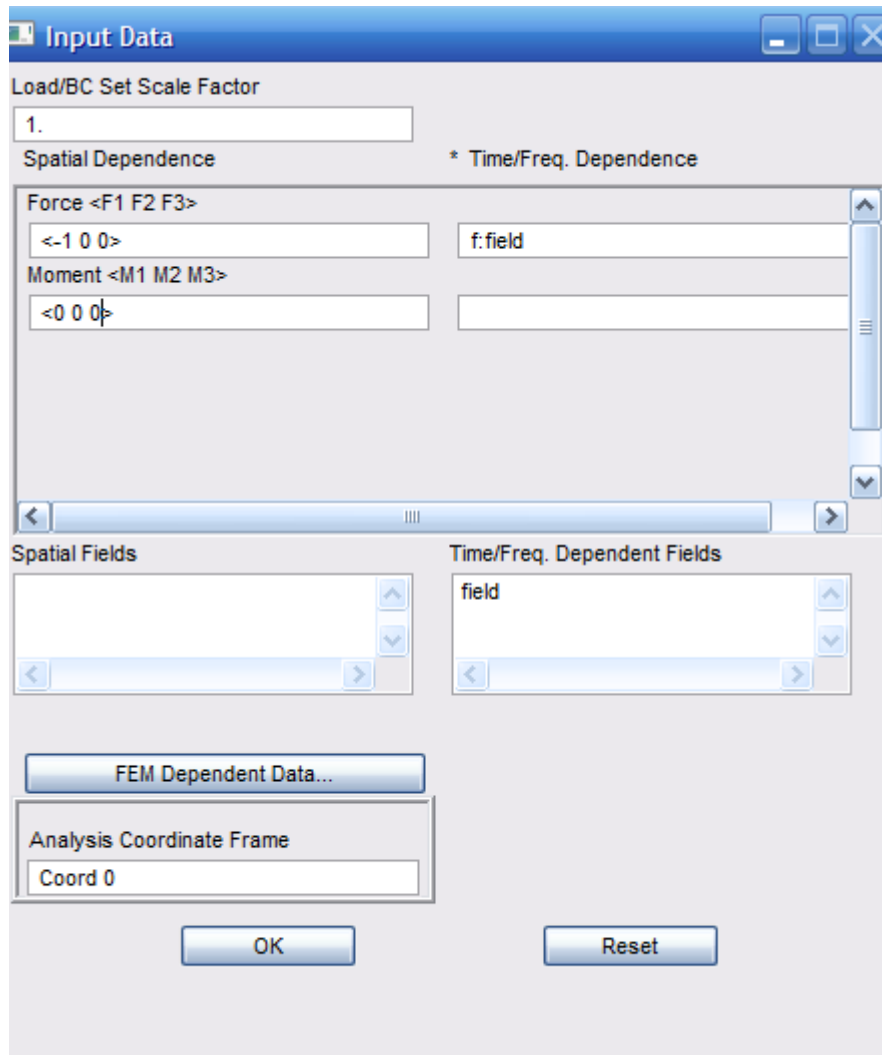


5.2.4 Φορτία (Loads)

Για να ορίσω τη φόρτιση που θέλω επιλέγω και πάλι την καρτέλα Loads/BCs και αυτή τη φορά δημιουργώ (create) δύναμη (force).

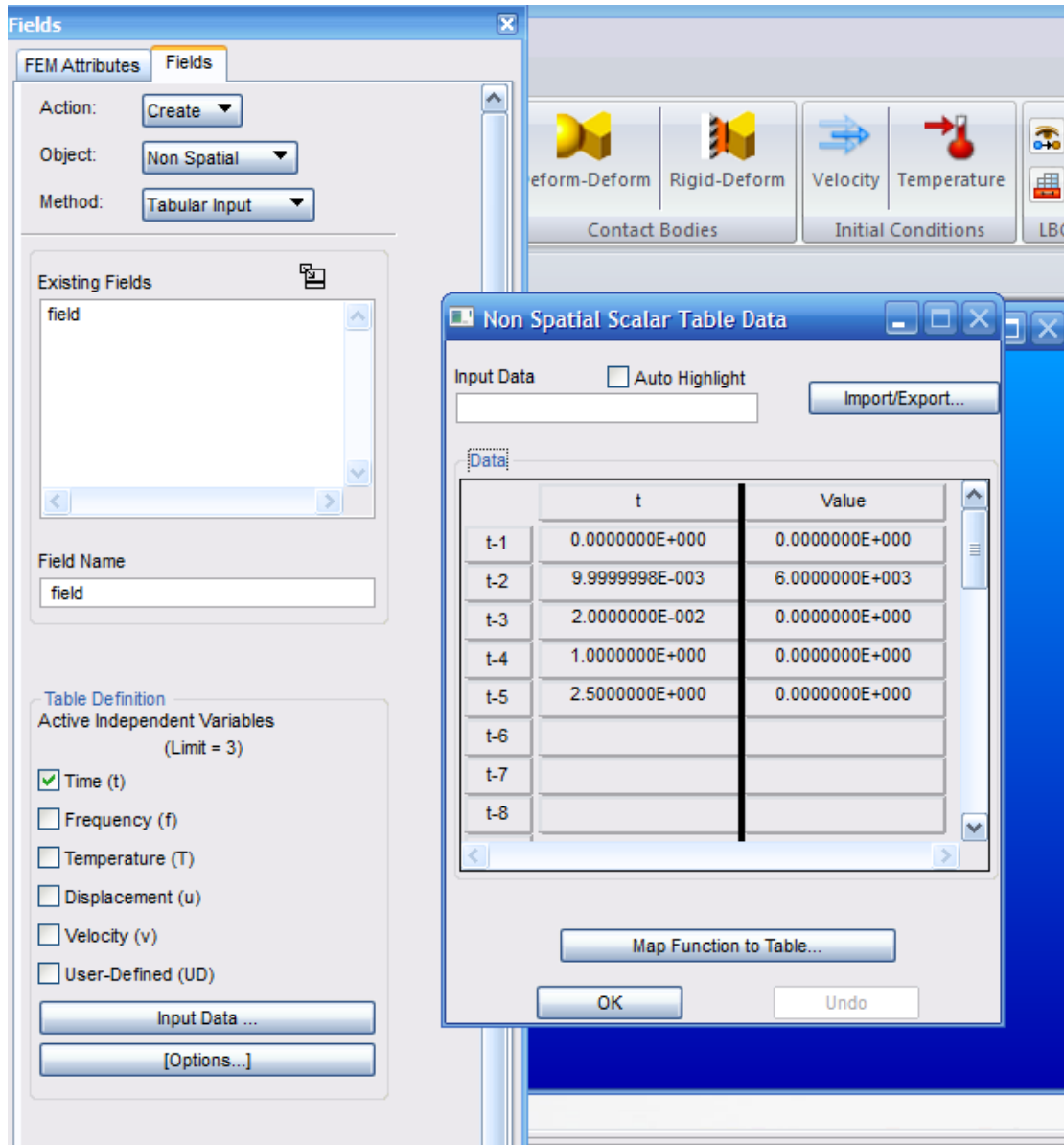


The image shows a software dialog box titled "Select Application Region". At the top, there is a "Select:" dropdown menu currently set to "FEM". Below this is an "Auto Select..." button. The main section is titled "Application Region" and contains a "Select Nodes" text box. Underneath the text box are two buttons: "Add" and "Remove". Below these buttons is another "Application Region" text box with up and down arrow icons on its right side. At the bottom of the dialog is an "OK" button.

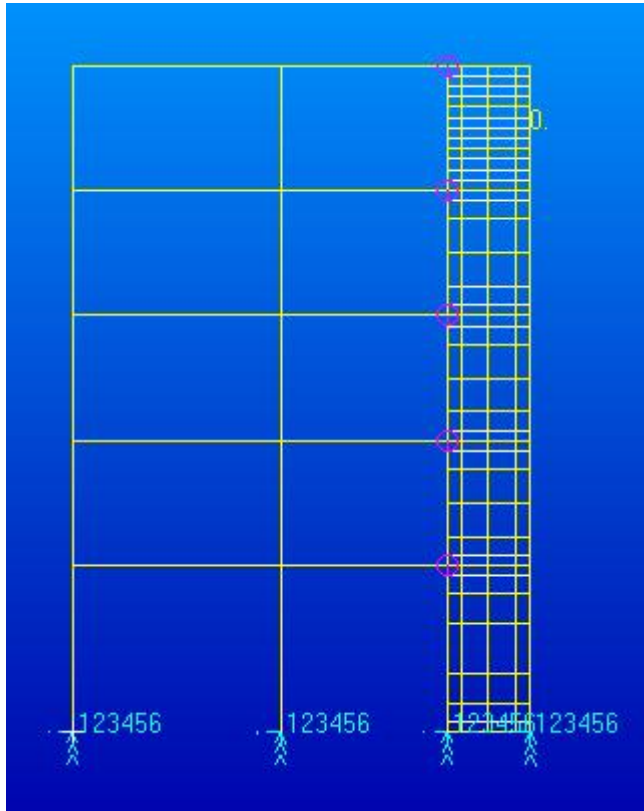


Όπως έχει ήδη αναφερθεί πρόκειται για δυναμικό φορτίο δηλαδή μία δύναμη που μεταβάλλεται με τον χρόνο. Η συνολική διάρκεια της φόρτισης είναι 2,5 sec ενώ η γραφική παράσταση της δύναμης με τον χρόνο έχει τη μορφή τριγώνου-τριγωνική δύναμη. Συγκεκριμένα τη στιγμή 0 sec η δύναμη είναι μηδέν, τη στιγμή 0,01 sec η δύναμη αγγίζει τη μέγιστη τιμή της (peak) η οποία όπως έχει ήδη υπολογιστεί είναι 6000 kN για το ένα τοίχωμα (δουλεύουμε στο επίπεδο), τη στιγμή 0,02 sec η δύναμη γίνεται ξανά μηδέν και παραμένει μηδέν έως το τέλος της φόρτισης δηλαδή έως και τα 2,5 sec. Τη μεταβολή αυτή της δύναμης με τον χρόνο την εισάγω ως δεδομένο στο πρόγραμμα μέσω της δημιουργίας

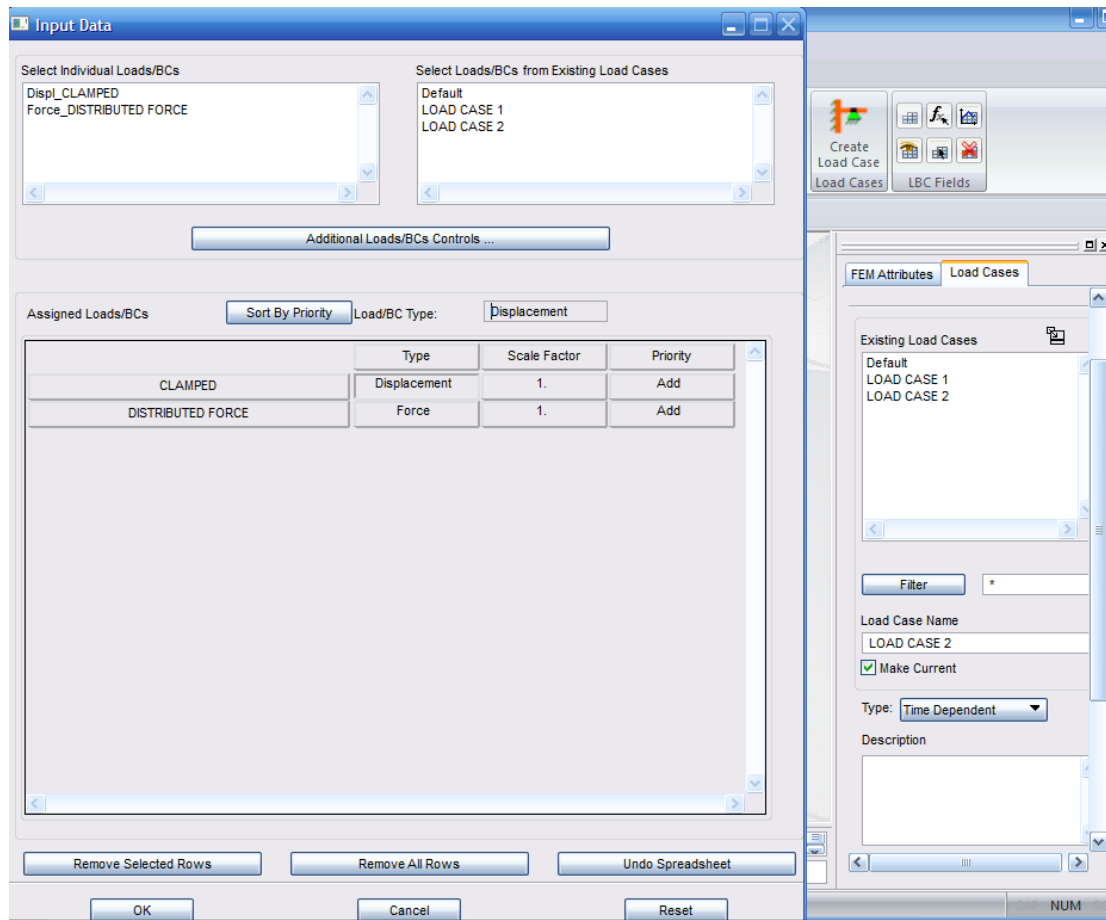
ενός non-spatial field(Time/Freq. Dependent Field) όπως φαίνεται παρακάτω.



Παρακάτω φαίνεται η προσομοίωση, η γεωμετρία, η διακριτοποίηση-εμφανής στο τοίχωμα, τα πέντε σημεία MCP, οι συνοριακές συνθήκες καθώς και το σημείο επιβολής της δυναμικής φόρτισης στο μέσο του τελευταίου ορόφου.

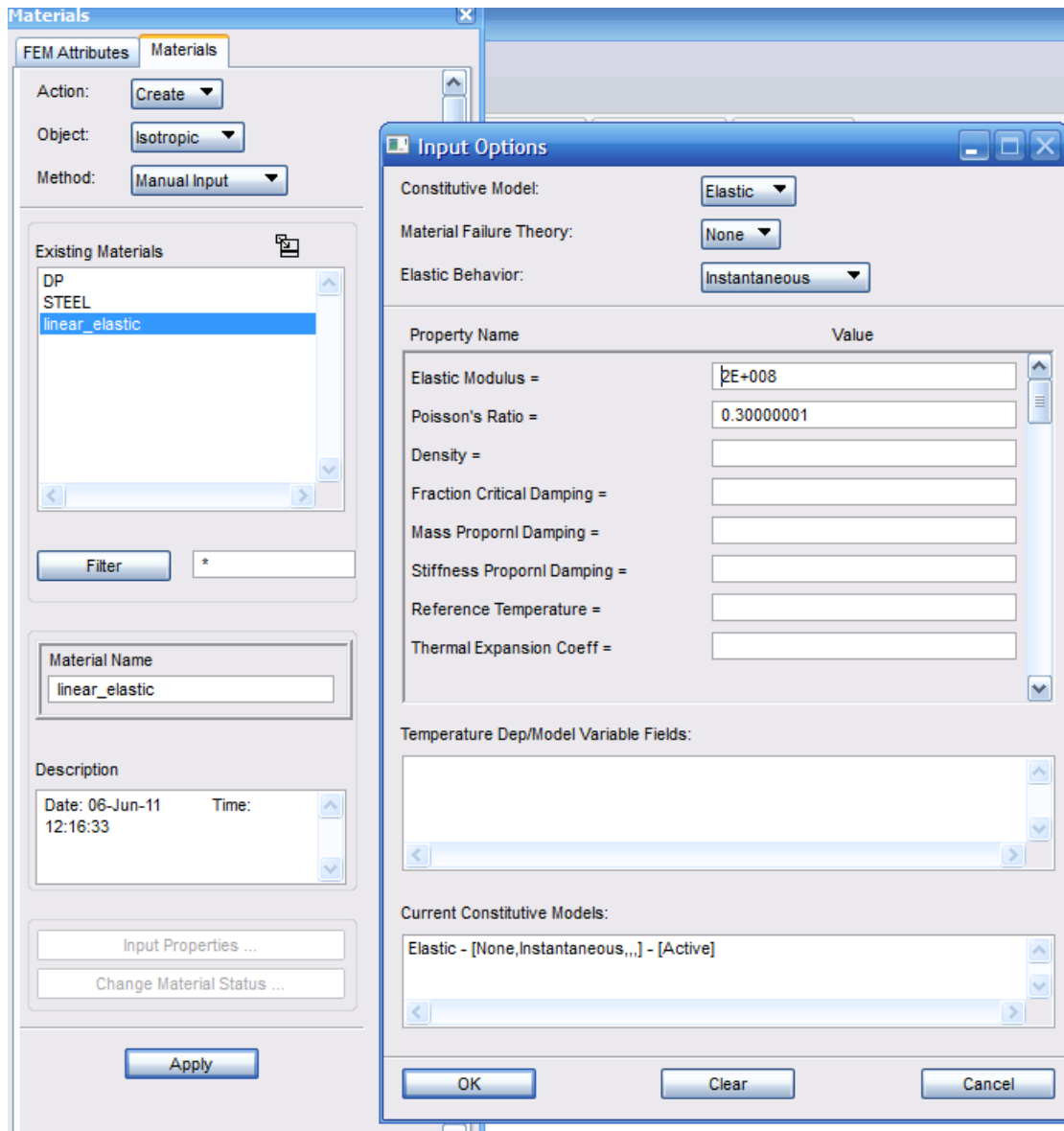


Και πάλι στην καρτέλα Loads/BCs δημιουργώ (create) περιπτώσεις φορτίων (load cases)-φορτίσεις, είτε στατικές είτε δυναμικές, όπου σε κάθε μία αντιστοιχώ συνοριακές συνθήκες και φορτία.

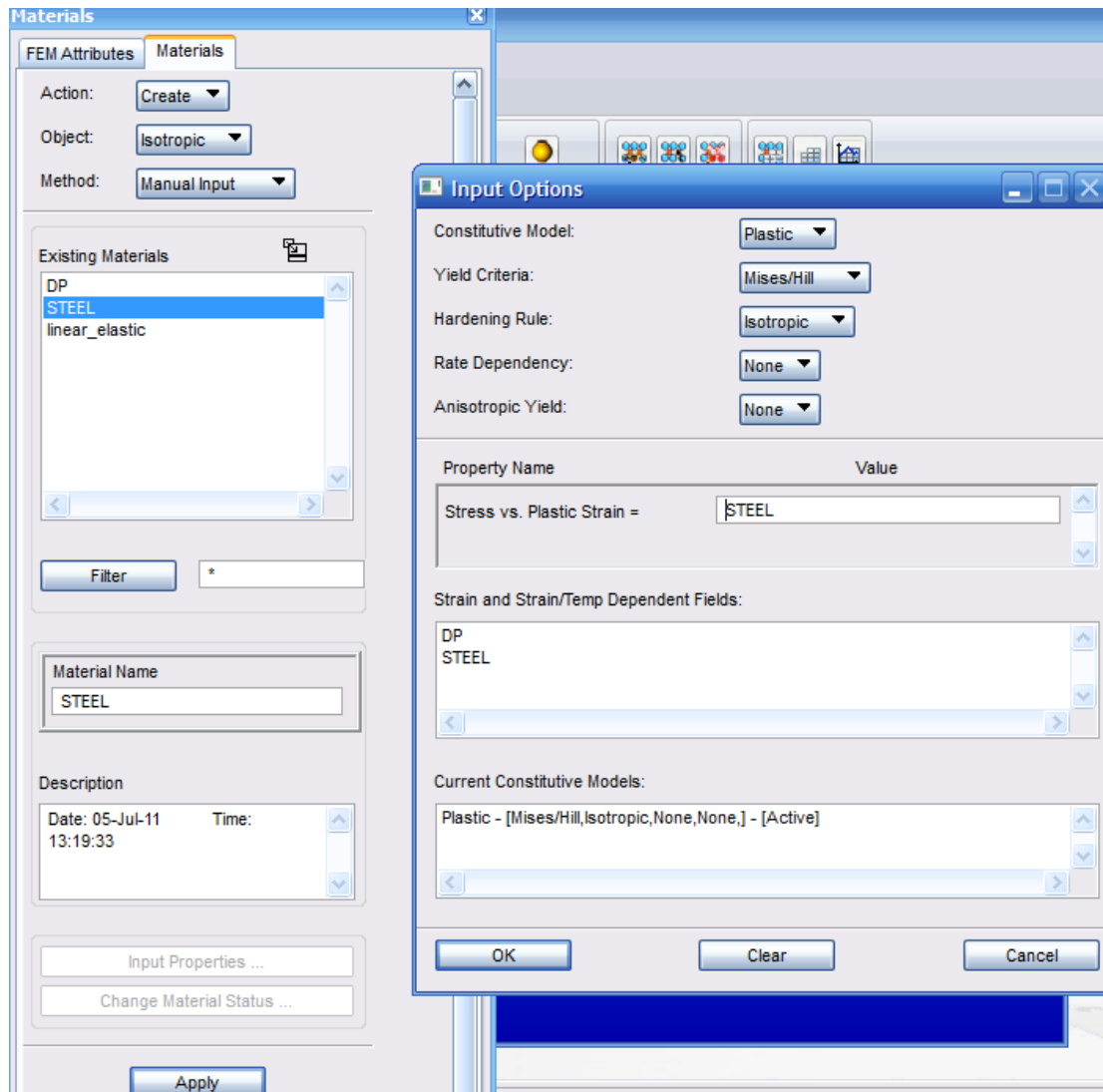


5.2.5 Ιδιότητες (Properties)

Επιλέγω την καρτέλα Properties και δημιουργώ τα υλικά του μοντέλου. Για τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία, πέρα από το τοίχωμα, δηλαδή τις δοκούς και τα υποστυλώματα, δημιουργώ (create) ένα ισότροπο (isotropic) γραμμικώς ελαστικό υλικό. Εισάγω τα απαραίτητα δεδομένα ώστε να οριστεί το υλικό (input properties). Συγκεκριμένα αφού πρόκειται για γραμμικώς ελαστικό υλικό εισάγω τις ελαστικές σταθερές δηλαδή την ελαστική δυσκαμψία $E=29000000$ kPa (επειδή πρόκειται για σκυρόδεμα C20) και το λόγο του Poisson $\nu=0.3$.



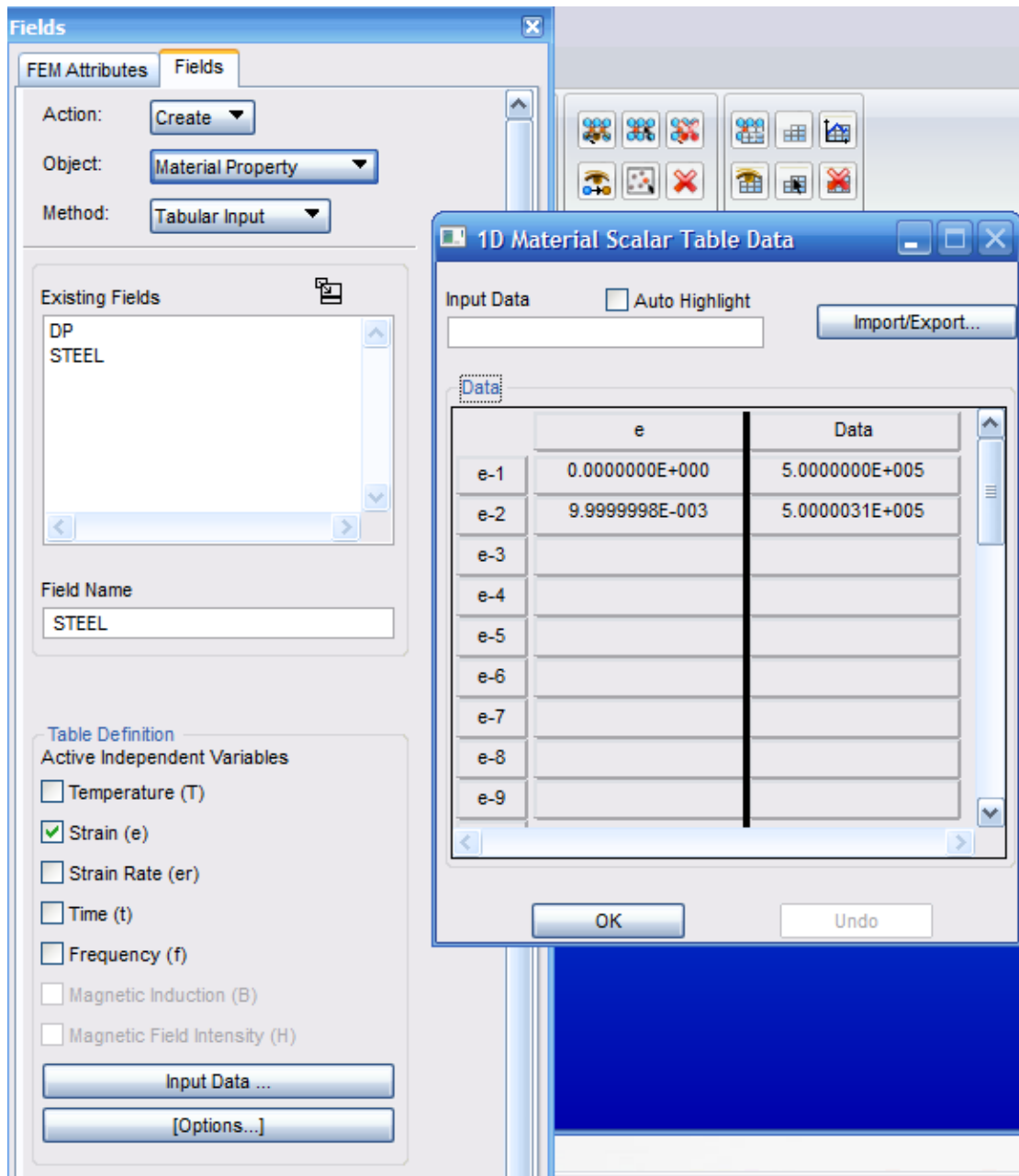
Για τον οπλισμό του τοιχώματος δημιουργώ (create) ένα ισότροπο (isotropic) ελαστικό-γραμμικώς κρατυνόμενο υλικό σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Mises/Hill.



Ειδικά για το υλικό αυτό πρέπει να φτιάξω material field (Strain and Strain/Temp Dependent Field). Μέσω της δημιουργίας material field ορίζω τη σχέση τάσεων-παραμορφώσεων για το υλικό του οπλισμού του τοιχώματος. Όπως έχει ήδη αναφερθεί πρόκειται για χάλυβα S500 με τάση διαρροής 500000 kPa και κράτυνση 3%. Τα παράπανω δεδομένα τα εισάγω μέσω του πεδίου-material field που δημιουργώ.

Όσον αφορά στον ελαστικό κλάδο του υλικού, πρέπει και εδώ να ορίσω τις ελαστικές σταθερές του υλικού όμοια με αυτές του γραμμικώς ελαστικού υλικού των υπολοίπων δομικών στοιχείων. Συγκεκριμένα εισάγω τις ελαστικές σταθερές για τον χάλυβα δηλαδή την ελαστική δυσκαμψία $E=200000000$ kPa και το λόγο του Poisson $\nu=0.3$

επεμβαίνοντας στο φάκελο δεδομένων (input file) που δημιουργείται κατά τη δημιουργία της προσομοίωσης χρησιμοποιώντας το Patran 2010.1.2.

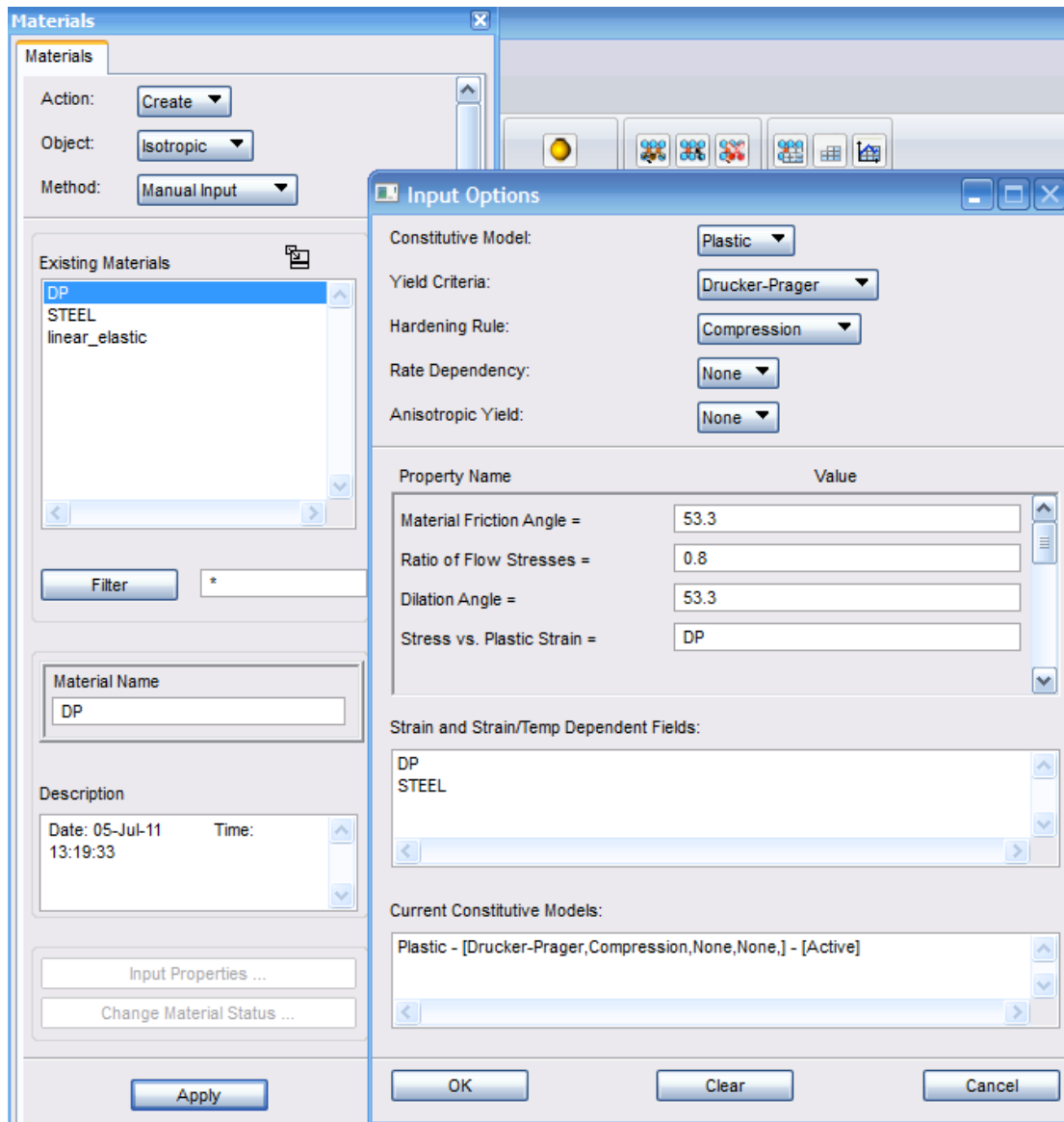


```
** linear_elastic
** Date: 06-Jun-11          Time: 12:16:33
**
**
**MATERIAL, NAME=LINEAR_ELASTIC
**
**ELASTIC, TYPE=ISO
      29.E+6,          0.3
**
** STEEL
** Date: 05-Jul-11          Time: 13:19:33
**
**
**MATERIAL, NAME=STEEL
**
**ELASTIC, TYPE=ISO
      2.E+8,          0.3
**
**PLASTIC, HARDENING=ISOTROPIC
      500000.,          0.
      500000.3,          0.01
...

```

Για το τοίχωμα δημιουργώ (create) ένα ισότροπο (isotropic) ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager. Ειδικά λοιπόν για το υλικό του τοιχώματος, το σκυρόδεμα ακολουθεί το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager και πρέπει να εισάγω ως δεδομένα όπως φαίνεται παρακάτω την γωνία εσωτερικής τριβής του σκυροδέματος ϕ η οποία υπολογίζεται μέσω των αντοχών σε μονοαξονική θλίψη και μονοαξονικό εφελκυσμό χρησιμοποιώντας την πρώτη από τις ακόλουθες σχέσεις:

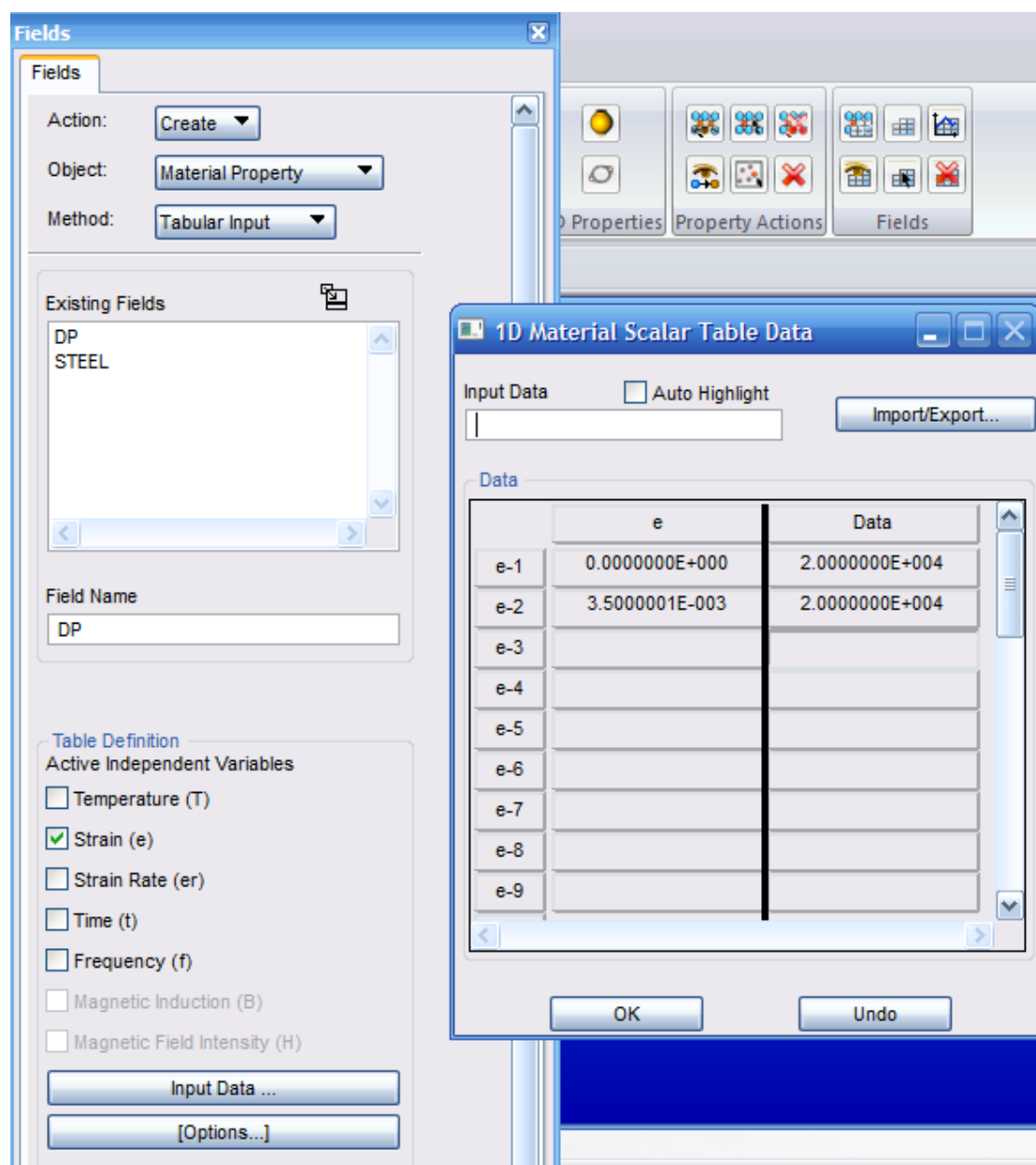
$$\sin \phi = \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \quad \text{και} \quad c = \frac{\sigma_c \sigma_t}{\sigma_c - \sigma_t} \tan \phi$$



Και για το υλικό αυτό πρέπει να φτιάξω material field (Strain and Strain/Temp Dependent Field). Μέσω της ενέργειας αυτής ορίζω τη σχέση τάσεων-παραμορφώσεων για το υλικό του τοιχώματος. Όπως έχει ήδη αναφερθεί πρόκειται για σκυρόδεμα που συμπεριφέρεται ελαστικά-απολύτως πλαστικά με διαφορετικές αντοχές σε θλίψη και εφελκυσμό και του οποίου η συμπεριφορά ακολουθεί το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager. Η ποιότητα του σκυροδέματος είναι C20/25 αντοχή σε θλίψη είναι 20 MPa και σε εφελκυσμό είναι 2,2 MPa. Όσον αφορά στην

πλαστική περιοχή εισάγω τα απαραίτητα δεδομένα μέσω του πεδίου material field που δημιουργώ.

Όσον αφορά στον ελαστικό κλάδο του υλικού, πρέπει και εδώ να ορίσω τις ελαστικές σταθερές του υλικού. Συγκεκριμένα εισάγω τις ελαστικές σταθερές του σκυροδέματος δηλαδή την ελαστική δυσκαμψία $E=29000000$ kPa και το λόγο του Poisson $\nu=0.3$ επεμβαίνοντας και πάλι στο φάκελο δεδομένων (input file) που δημιουργείται κατά τη δημιουργία της προσομοίωσης χρησιμοποιώντας το Patran 2010.1.2.



```
*MATERIAL, NAME=DP
**
*ELASTIC, TYPE=ISO
      29.E+6,      0.3
**
*DRUCKER PRAGER
      53.3,      0.8,      53.3
**
*DRUCKER PRAGER HARDENING, TYPE=COMPRESSION
      20000.,      0.
      20000.,      0.0035
**
```

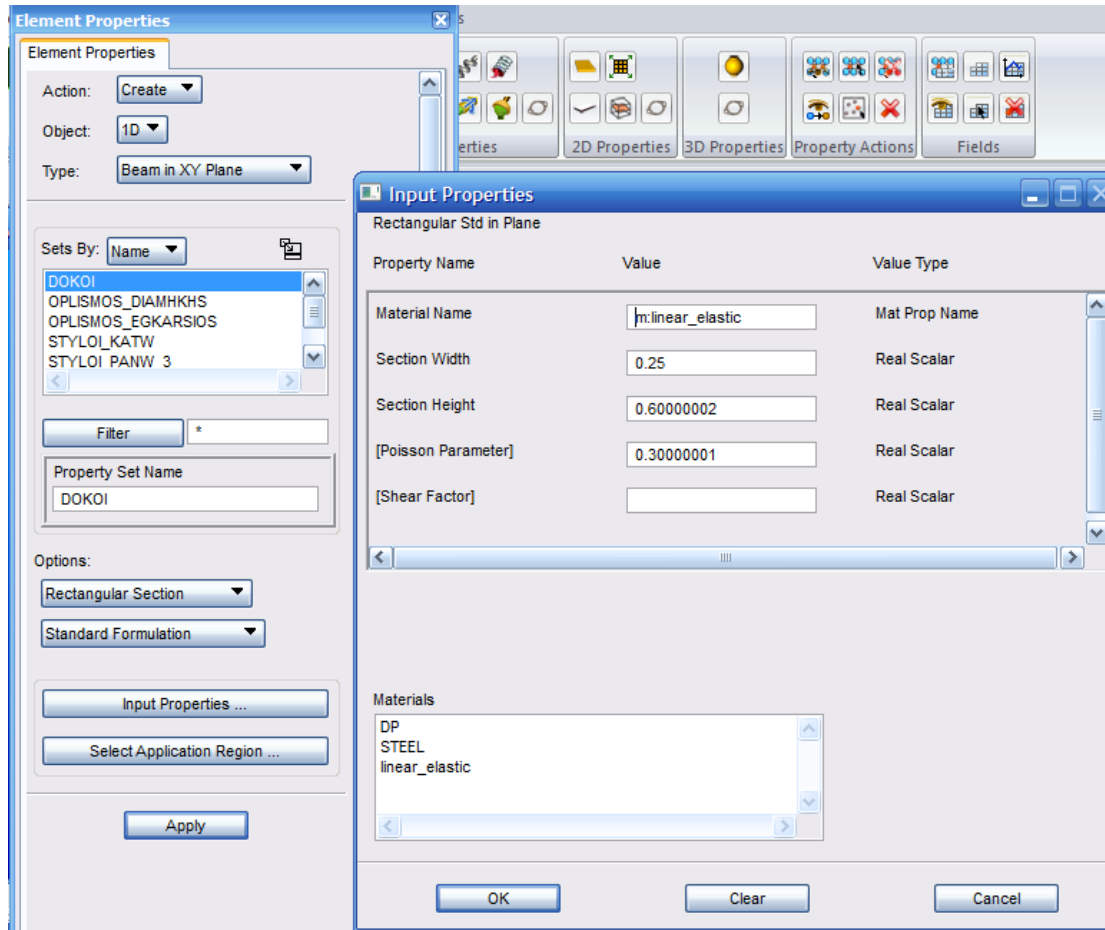
Στη φάση αυτή πρέπει να αντιστοιχίσω τα τρία υλικά που δημιούργησα στα κατάλληλα δομικά στοιχεία. Μέχρι τώρα, όσον αφορά στα διάφορα στοιχεία, δηλαδή τις δοκούς και τα υποστυλώματα, τον οπλισμό του τοιχώματος καθώς και το τοίχωμα έχει οριστεί η γεωμετρία μέσω δημιουργίας σημείων (points), καμπύλων (curves) και επιφανειών (surfaces) και έχει γίνει και διακριτοποίηση (meshing) αυτών δηλαδή δημιουργία πλέγματος-καννάβου πεπερασμένων στοιχείων.

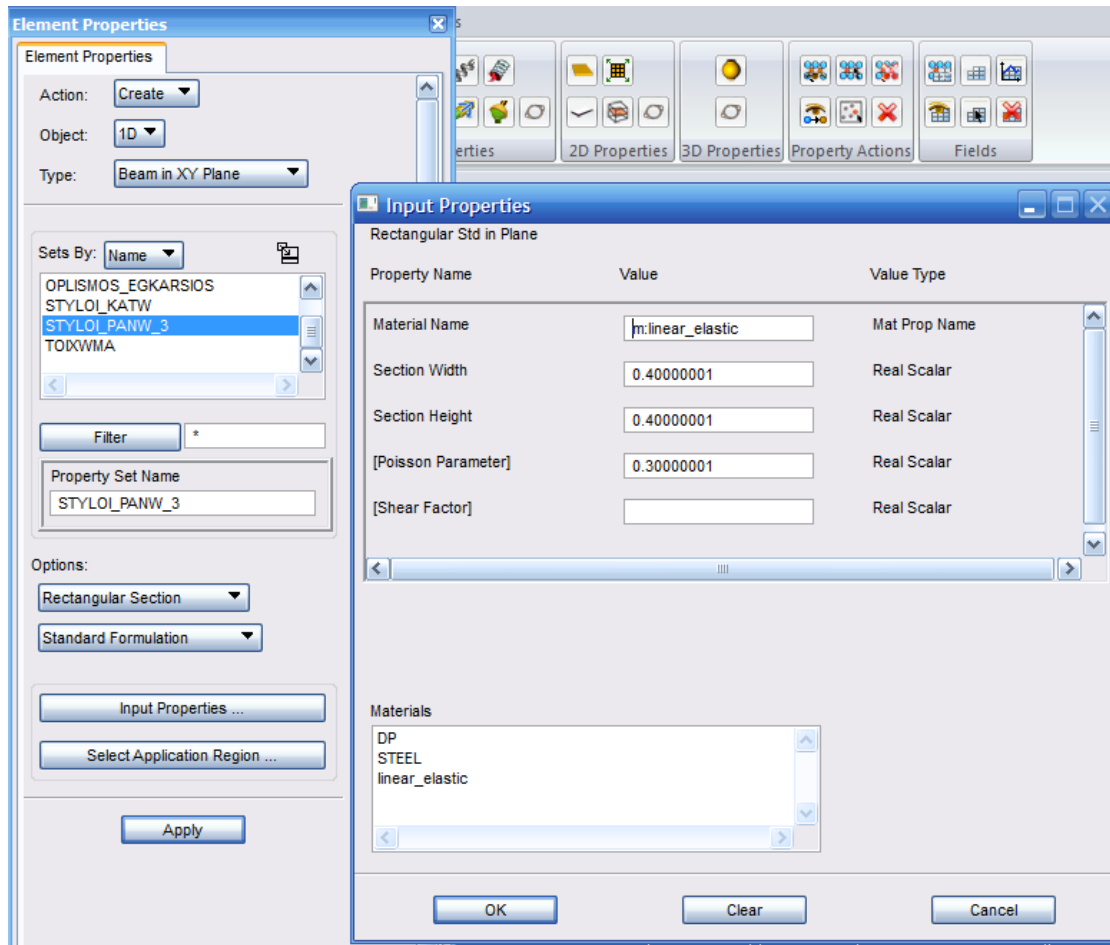
Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι ειδικά για τον οπλισμό του τοιχώματος θεωρείται διαμήκης οπλισμός του τοιχώματος σε πέντε ευθείες παράλληλες στον κατακόρυφο άξονα του τοιχώματος και εγκάρσιος οπλισμός στις γραμμές-όρια των πεπερασμένων στοιχείων του τοιχώματος στην άλλη διεύθυνση. Μάλιστα για το σκοπό αυτό στις θέσεις αυτές δημιουργήθηκαν καμπύλες (curves) και έγινε περαιτέρω διακριτοποίηση (meshing).

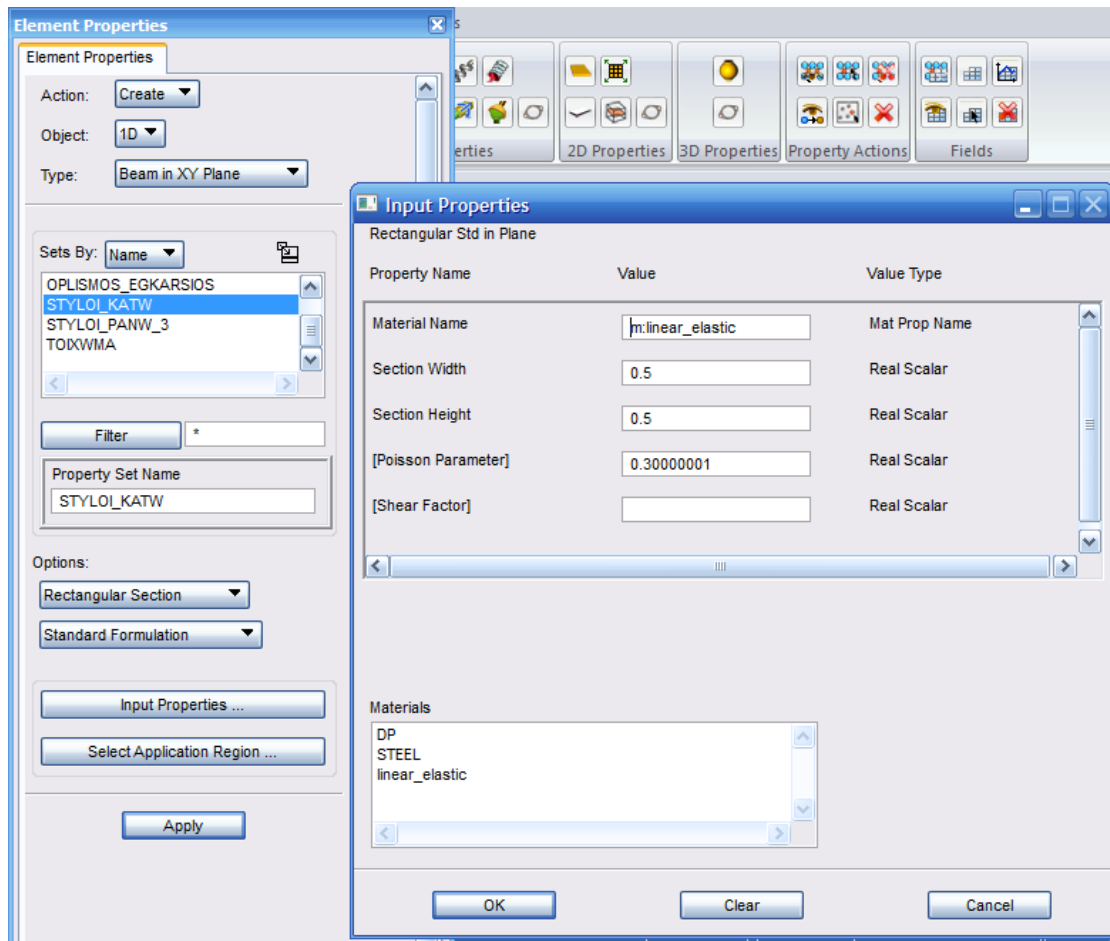
Στη φάση αυτή λοιπόν αντιστοιχίζω τα τρία υλικά που δημιούργησα-απλό γραμμικώς ελαστικό υλικό, χάλυβας και σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager στα κατάλληλα δομικά στοιχεία, τα οποία έχουν διακριτοποιηθεί, μέσω της ακόλουθης διαδικασίας:

Αρχικά για τις δοκούς και τα υποστυλώματα, στην καρτέλα Properties δημιουργώ (create) αντικείμενο 1D (Object:1D) τύπου δοκός στο επίπεδο XY (Type:Beam in XY Plane). Οι δοκοί έχουν ορθογωνική διατομή (Rectangular Section) με ύψος 0,6 m και πλάτος 0,25 m. Τα υποστυλώματα στους τρεις τελευταίους ορόφους έχουν τετραγωνική διατομή με διάσταση 0,4 m ενώ τα υπόλοιπα υποστυλώματα με διάσταση

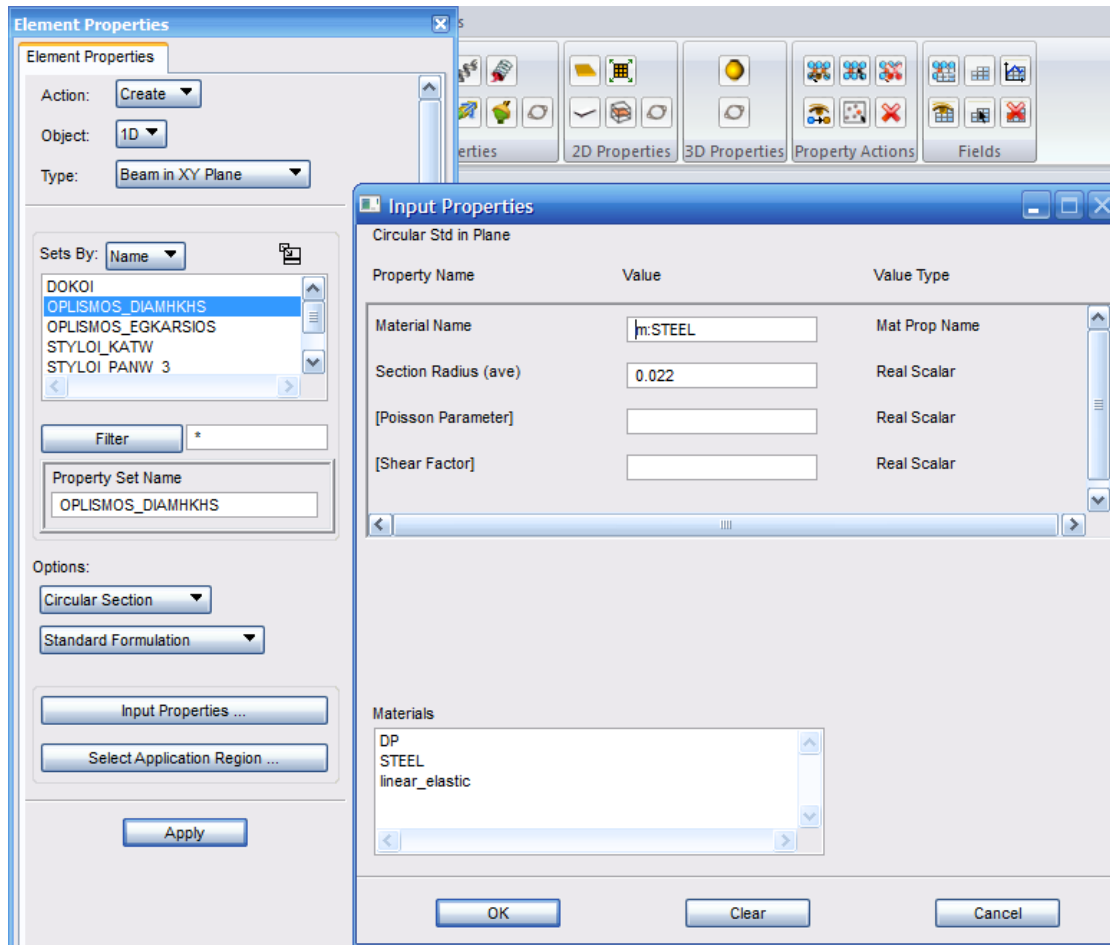
0,5 m. Για τις δοκούς και τα υποστυλώματα στην επιλογή όνομα υλικού (Material Name) πληκτρολογώ το όνομα του γραμμικώς ελαστικού υλικού που έχω δημιουργήσει ώστε το υλικό αντιστοιχίζεται στο δομικό στοιχείο .

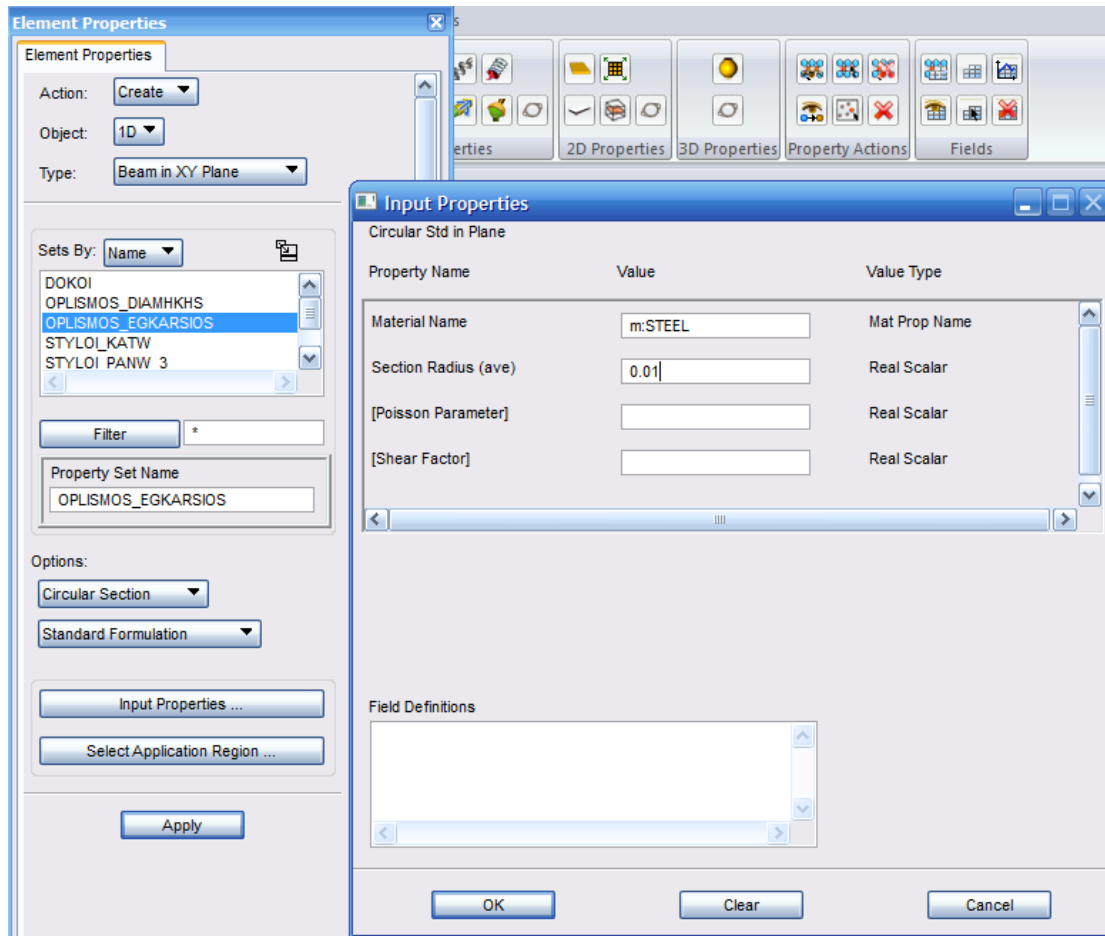




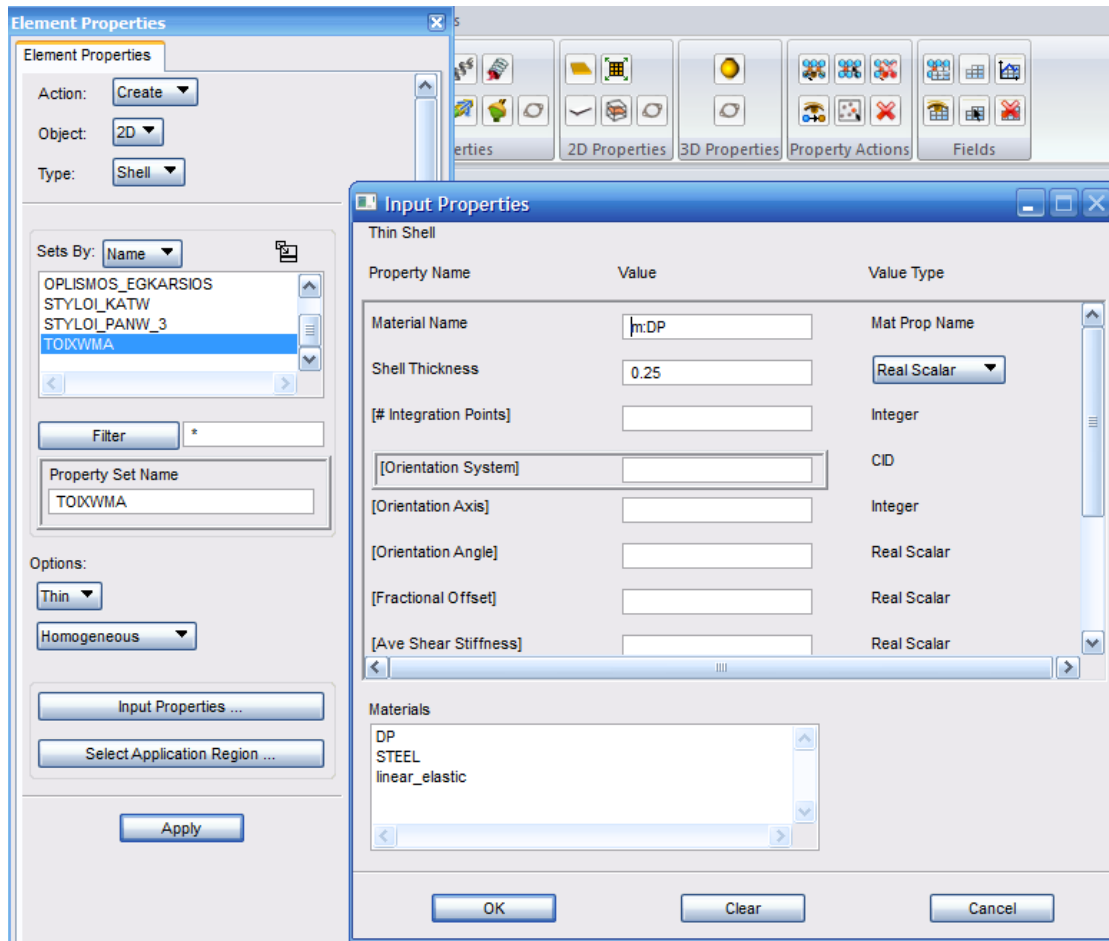


Έπειτα για τον οπλισμό του τοιχώματος, τόσο το διαμήκη όσο και τον εγκάρσιο ακολουθώ την ίδια διαδικασία με παραπάνω. Απλά επιλέγω κυκλική διατομή (Circular Section) και δίνω τις διαμέτρους του κάλυβα. Ενώ στην επιλογή όνομα υλικού (Material Name) πληκτρολογώ το όνομα του ελαστικού-γραμμικώς κρατυνόμενου υλικού (κάλυβας S500 με κράτυνση 3%) ώστε το υλικό αντιστοιχίζεται στα στοιχεία οπλισμού.





Τέλος για το τοίχωμα, στην καρτέλα Properties δημιουργώ (create) αντικείμενο 2D (Object:2D) τύπου κέλυφος (Type:Shell). Το τοίχωμα όπως έχει ήδη αναφερθεί έχει πάχος 0,25 m το οποίο και εισάγω ως δεδομένο. Ενώ και πάλι στην επιλογή όνομα υλικού (Material Name) πληκτρολογώ το όνομα του ελαστικού-απολύτως πλαστικού υλικού (σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager) ώστε το υλικό αντιστοιχίζεται στο τοίχωμα.

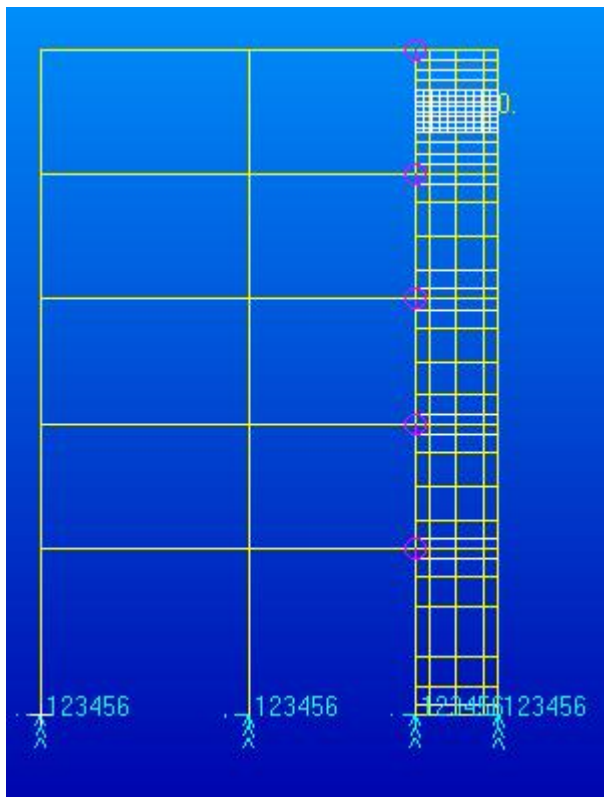


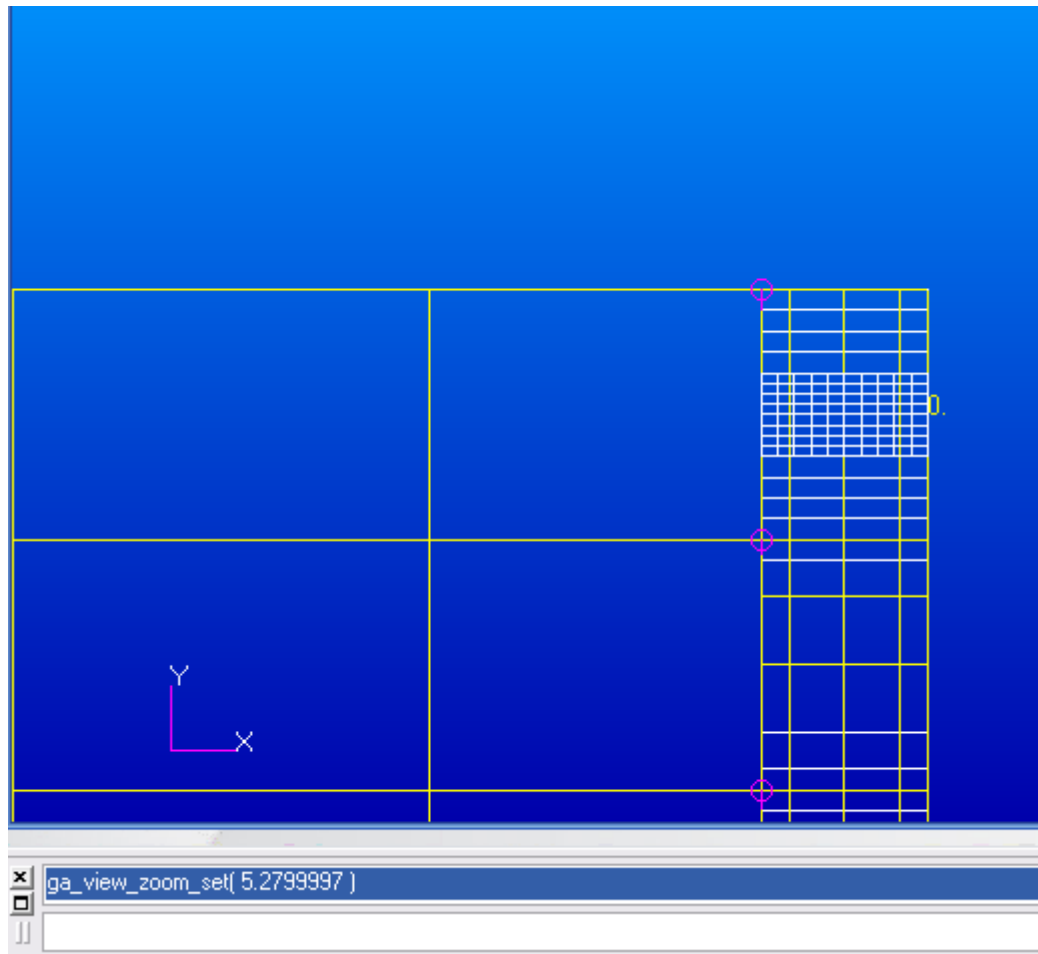
Στη φάση αυτή η δημιουργία της προσομοίωσης 1 του κτιρίου Α ολοκληρώνεται και γίνεται η μη-γραμμική στατική ανάλυση της προσομοίωσης 1 από το πρόγραμμα Abaqus 6.10.

5.3 Προσομοίωση 2

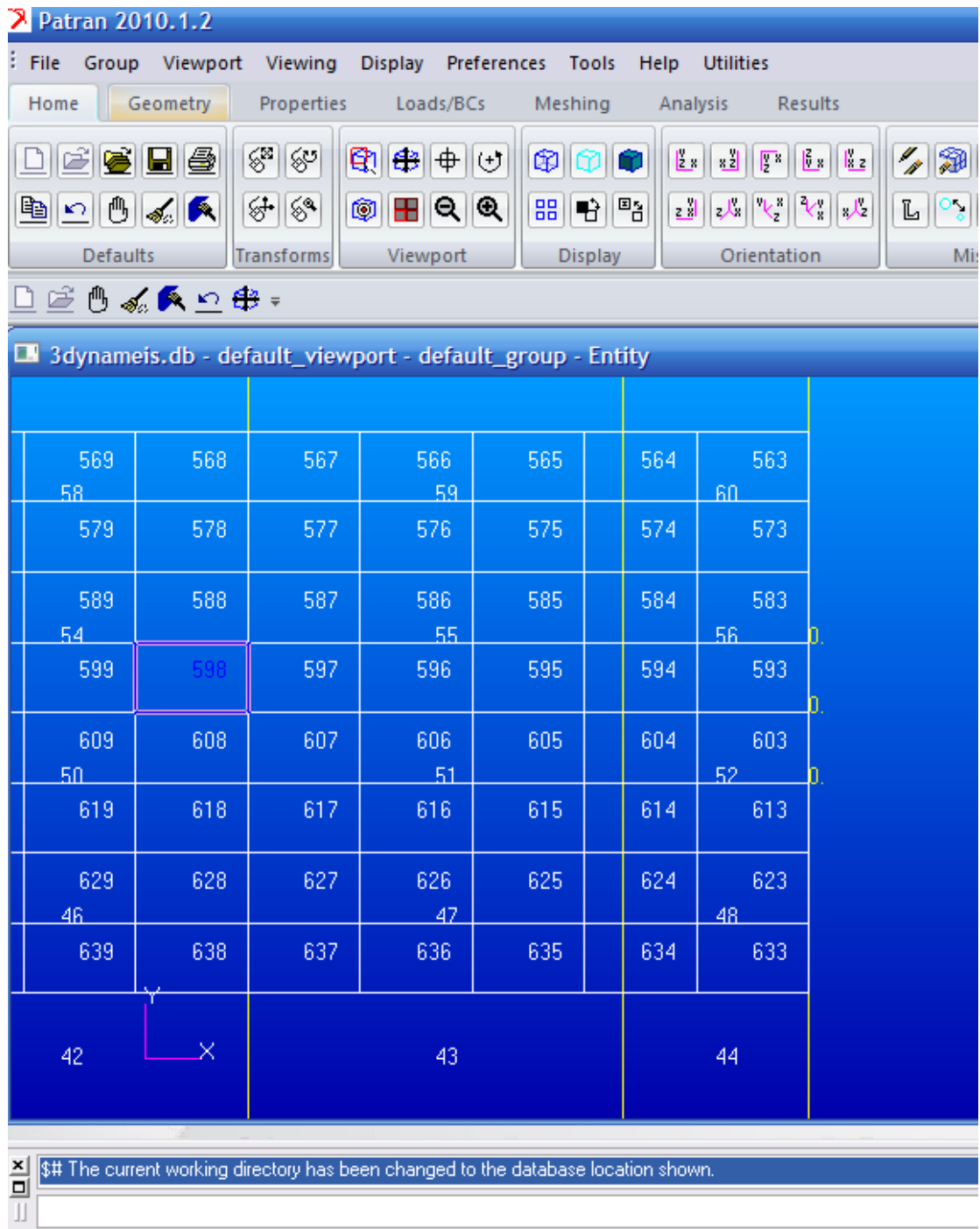
Ως προς τη γεωμετρία, τις συνοριακές συνθήκες και τις ιδιότητες της προσομοίωσης 2 ισχύουν τα ίδια με αυτά που ισχύουν στην προσομοίωση 1. Αλλαγές υπάρχουν ως προς τις διακριτοποίηση και τα φορτία του μοντέλου.

Ειδικότερα η διαφορά αφορά στη διακριτοποίηση του τοιχώματος (meshing) όπου για μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα ο κάρναβος των πεπερασμένων στοιχείων είναι πιο πυκνός κοντά στην περιοχή φορτίσεως. Πιο συγκεκριμένα στον τελευταίο όροφο λαμβάνει χώρα η κρούση και για μεγαλύτερη ακρίβεια πυκνώνω τον κάρναβο των πεπερασμένων στοιχείων στο μέσο του τελευταίου ορόφου και σε ύψος 1 m γύρω από το μέσο.





Ταυτόχρονα, για τον ίδιο σκοπό, η δύναμη των 6000 kN κατανέμεται σε μια περιοχή 0.25 m καθ' ύψος (όσο κατά προσέγγιση το πάχος μιας πλάκας ορόφου η οποία προσκρούει στο τοίχωμα κατά τη διάρκεια σεισμού). Έτσι η φόρτιση δεν είναι πια σημειακή και προκύπτουν 3 δυνάμεις των 2000 kN.



Τέλος η προσομοίωση 2 του κτιρίου Α ολοκληρώνεται και γίνεται μη-γραμμική στατική ανάλυση της προσομοίωσης 2 από το πρόγραμμα Abaqus 6.10.

5.4 Προσομοίωση 3

Όπως ήδη αναφέρθηκε η προσομοίωση 3 διαφέρει ως προς την προσομοίωση 2 ως προς το υλικό του τοιχώματος και μόνο. Ως προς τη *γεωμετρία*, τη *διακριτοποίηση*, τις *συνοριακές συνθήκες* και τα *φορτία* της προσομοίωσης ισχύουν τα ίδια με αυτά που ισχύουν στην προσομοίωση 2. Αλλαγές υπάρχουν ως προς τις *ιδιότητες* του μοντέλου.

Ειδικότερα τα υλικά τόσο για τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία της προσομοίωσης-δοκούς και υποστυλώματα- όσο και για τον οπλισμό του τοιχώματος είναι τα ίδια με αυτά της προσομοίωσης 2. Δηλαδή απλό γραμμικώς ελαστικό υλικό για τις δοκούς και τα υποστυλώματα και ελαστικό-γραμμικώς κρατυνόμενο υλικό (χάλυβας S500 με κράτυνση 3 %) σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής Mises/Hill για ισότροπο υλικό.

Στο μοντέλο αυτό όμως για το τοίχωμα, αντί για σκυρόδεμα τύπου Drucker-Prager, δημιουργώ ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό το οποίο όπως και το υλικό του οπλισμού υπακούει στο κριτήριο διαρροής Mises/Hill για ισότροπο υλικό. Η αντοχή του σκυροδέματος τόσο σε θλίψη όσο και σε εφελκυσμό είναι 20000 kPa και το σκυρόδεμα μετά τη διαρροή συμπεριφέρεται απολύτως πλαστικά.

Για να αλλάξουμε το υλικό του τοιχώματος επεμβαίνουμε και πάλι στο αρχείο δεδομένων (input file) όπου πέρα από την πλαστική περιοχή και τη σχέση τάσεων-παραμορφώσεων ορίζω τις ελαστικές σταθερές ($E=29000000$ kPa και $\nu=0,3$).

Αυτή τη φορά η δημιουργία της προσομοίωσης 3 του κτιρίου A ολοκληρώνεται και γίνεται μη-γραμμική στατική ανάλυση της προσομοίωσης 3 από το πρόγραμμα Abaqus 6.10.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] ΕΚΩΣ 2000 ΕΛΛΗΝΙΚΟΣ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΣ ΩΠΛΙΣΜΕΝΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ 2000 ΣΙΔΕΝΟΡ
- [2] ΕΑΚ 2000 ΕΛΛΗΝΙΚΟΣ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΣ 2000 ΣΙΔΕΝΟΡ
- [3] Πειραματική Αντοχή των Υλικών Ι.Ν.ΠΡΑΣΙΑΝΑΚΗΣ, Σ.Κ.ΚΟΥΡΚΟΥΛΗΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΑΘΗΝΑ 1999
- [4] Ανάλυση Φορέων με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων Μ.Παπαδρακάκης ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΣΩΤΗΡΙΟΥ
- [5] Plasticity in Reinforced Concrete (J. Ross Publishing Classics) Wai-Fah Chen
- [6] Anagnostopoulos SA, Karamaneas CE *Use of collision shear walls to minimize seismic separation and to protect adjacent buildings from collapse due to earthquake-induced pounding* May 2008
- [7] Anagnostopoulos SA, Spiliopoulos KV *An investigation of earthquake induced pounding between adjacent buildings* Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics 1992
- [8] Drucker-Prager yield criterion From Wikipedia, the free encyclopedia
- [9] Αντώνιος Χ. Πετρόπουλος *Μελέτη της πρόσκρουσης γειτονικών κτιρίων Ο/Σ με χρήση δυναμικής ανελαστικής ανάλυσης* Θεσσαλονίκη, Οκτώβριος 2008
- [10] Κωνσταντίνος Παναγιώτου *Αλγόριθμοι Ελαστοπλαστικής Ανάλυσης και εφαρμογές τους* Αθήνα, 2007
- [11] *Abaqus CAE/User's Manual Modeling and Visualization* Abaqus 6.10 DOCUMENTATION SIMULIA
- [12] *Abaqus Analysis User's Manual Analysis* Abaqus 6.10 DOCUMENTATION SIMULIA
- [13] *Getting Started with Abaqus: Interactive Edition* Tutorials Abaqus 6.10 DOCUMENTATION SIMULIA

- [14] *Abaqus Theory Manual* Reference Abaqus 6.10
DOCUMENTATION SIMULIA
- [15] *Patran 2008 r1 Interface To ABAQUS Preference Guide*
MSC Software
- [16] Jeng Hsiang Lin a, Cheng Chiang Weng *Spectral analysis on pounding probability of adjacent buildings* Engineering Structures 2001
- [17] M. Papadrakakis, C. Apostolopoulou, A. Zacharopoulos, S. Bitzarakis *Three Dimensional Simulation of Structural Pounding During Earthquakes* Journal of Engineering Mechanics, Vol 122 No. 5 , Paper No. 10352 1996
- [18] Robert Jankowski *Earthquake-induced pounding between equal height buildings with substantially different dynamic properties* magazine Engineering Structures 2008
- [19] Chris G. Karayannis, Maria J. Favvata *Earthquake-induced interaction between adjacent reinforced concrete structures with non-equal heights* EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS, Earthquake Engng Struct. Dyn. 2005
- [20] Athanassiadou, C.J., Penelis, G.C and Kappos, A.J. *Seismic Response of Adjacent Buildings with Similar or Different Dynamic Characteristics* Earthquake Spectra, Volume 10, Number 2, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, CA 1994