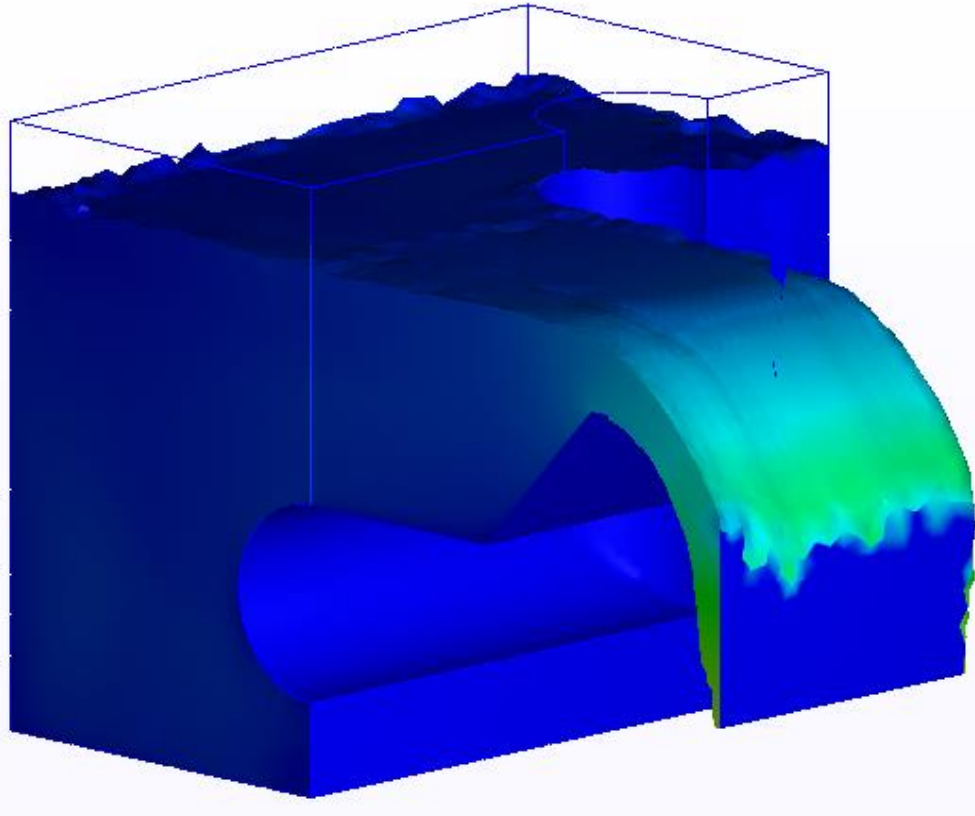




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΥΠΕΡΧΕΙΛΙΣΤΗ ΛΕΠΤΗΣ ΣΤΕΨΗΣ



ΕΥΘΥΜΙΟΣ Δ. ΧΑΡΔΑΒΕΛΛΑΣ

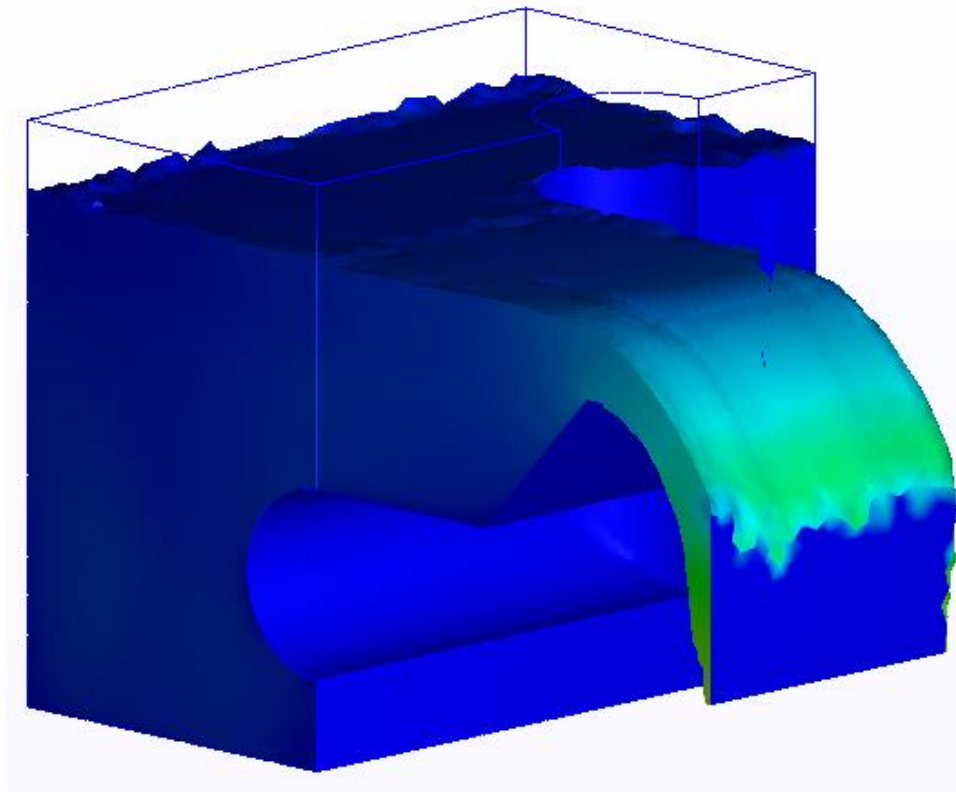
ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Π.Ν. ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ 2020



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING
DEPARTMENT OF WATER RESOURCES &
ENVIRONMENTAL ENGINEERING

NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW OVER AN INCLINED SHARP-CRESTED WEIR



EFTHYMIOS D. CHARDAVELLAS

SUPERVISOR: P.N. PAPANICOLAOU, PROFESSOR, N.T.U.A.

ATHENS 2020

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΥΠΕΡΧΕΙΛΙΣΤΗ ΛΕΠΤΗΣ ΣΤΕΨΗΣ

ΕΥΘΥΜΙΟΣ Δ. ΧΑΡΔΑΒΕΛΛΑΣ

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης.

Το περιεχόμενο της ανά χείρας διπλωματικής εργασίας αποτελεί προϊόν της πνευματικής προσπάθειας του συγγραφέα. Η δημοσίευση σε αυτή υλικού τρίτων, δημοσιευμένου ή μη γίνεται με δόκιμη αναφορά στις πηγές, που δεν επιτρέπει ασάφειες ή παρερμηνείες. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του επιβλέποντος, της εξεταστικής επιτροπής ή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΑΘΗΝΑ 2020

NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW OVER AN INCLINED SHARP-CRESTED WEIR

EFTHYMIOS D. CHARDAVELLAS

Copying, saving and distribution of the current Diploma Thesis, partially or as a whole, for non-profit, academic and research purpose is allowed given a respectful citation to the source.

The content of the current Diploma Thesis is a result of the intellectual property of the writer. Reproduction of any third party's content in this thesis is properly cited. Opinions and conclusions included in this Thesis represent the writer only and not the supervisor, the examination committee or National Technical University of Athens.

Due to the use of Autodesk CFD for this Thesis:

Autodesk, the Autodesk logo, Autodesk CFD are registered trademarks or trademarks of Autodesk, Inc., and/or its subsidiaries and/or affiliates in the USA and/or other countries. All other brand names, product names, or trademarks belong to their respective holders. Autodesk reserves the right to alter product and services offerings, and specifications and pricing at any time without notice, and is not responsible for typographical or graphical errors that may appear in this document. © 2020 Autodesk, Inc.. All Rights reserved.

ATHENS 2020

Αφιερωμένο στη μάνα μου
που θα μπορέσει να το διαβάσει
και στον πατέρα μου
που δυστυχώς όχι.

Ευχαριστίες

Με την παρούσα διπλωματική εργασία ολοκληρώνεται η προπτυχιακή μου διαδρομή στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Στα χρόνια αυτά γνώρισα μεγάλο πλήθος αξιόλογων ανθρώπων καθένας από τους οποίους είχε μια συμβολή στο πώς αντιλαμβάνομαι σήμερα την έννοια του Πολιτικού Μηχανικού. Ως προς το διδακτικό προσωπικό, επειδή η λίστα αυτή είναι μεγάλη, θα προσπαθήσω να περιοριστώ στα άτομα που συνέβαλαν στην εκπόνηση του παρόντος.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δάσκαλο, Καθηγητή της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, κ. Πάνο Παπανικολάου που αποτελεί κατά την ταπεινή άποψή μου πρότυπο επιστήμονα. Το στέρεα θεμελιωμένο θεωρητικό του υπόβαθρο σε μεγάλο εύρος της μηχανικής, η αστείρευτη θέλησή του για διαρκή ενημέρωση και επιμόρφωση τον καθιστά έναν εξάίρετο διδάσκοντα και ερευνητή. Σε συνδυασμό με την καλοσύνη του εξελίσσεται σε έναν καταπληκτικό Δάσκαλο.

Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω τον φίλο μου και Διδάκτορα της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών Παναγιώτη Δημητριάδη. Τον Παναγιώτη τον γνώρισα ως υποψήφιο Διδάκτορα και βοηθό στο μάθημα των Στοχαστικών Μεθόδων του 9^{ου} εξαμήνου της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών. Η αδιάκοπη επιμονή του και οι παροτρύνσεις του μου έδωσαν το μικρόβιο της έρευνας. Η συμβολή του στην παρούσα εργασία είναι πολλαπλή καθώς συμμετείχε ενεργά στη σύλληψη της ιδέας ενώ παρείχε και χρήσιμες συμβουλές για τα υπολογιστικά ζητήματα που προέκυψαν.

Θα πραγματοποιήσω μία εξαίρεση στην «δέσμευση» της πρώτης παραγράφου αλλά δε θα μπορούσα να παραλείψω τους Δασκάλους, κ. Δημήτρη Κουτσογιάννη, κ. Νικόλαο Μαμάση και κ. Ανδρέα Ευστρατιάδη που παρόλο που δεν είχαν άμεση συμμετοχή στην εκπόνηση της παρούσας εργασίας, οι συμβουλές τους και οι συζητήσεις μας καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου θα με συντροφεύουν για πάντα.

Από τους συμφοιτητές μου θα ξεχωρίσω την Πολιτικό Μηχανικό πια Μαρία Χαλακατεβάκη που όλα τα χρόνια των σπουδών μας ήταν το ακαδημαϊκό συμπλήρωμά μου. Θα ξεχωρίσω και τον επίσης Πολιτικό Μηχανικό πια Νίκο Τσάτσαρη. Σε κάθε λεξικό, δίπλα στη λέξη θέληση το όνομα του Νίκου πρέπει να δεσπόζει πρώτο, και η θέληση του αυτή που επέδειξε στα κοινά μας χρόνια των σπουδών είναι αυτή που μου απαγόρευσε να σκεφτώ έστω να τα παρατήσω μπροστά σε οποιαδήποτε δυσκολία που συνάντησα κατά την εκπόνηση της παρούσης.

Ειδική αναφορά θα πρέπει να γίνει στο φίλο μου Βαγγέλη που όλους αυτούς τους μήνες στερήθηκε τον υπολογιστή του και στους γονείς του Δημήτρη και Αθηνά που μου άνοιξαν το σπίτι τους για να πραγματοποιήσω τις προσομοιώσεις της παρούσας εργασίας.

Πηγαίνοντας προς το τέλος, θέλω να ευχαριστήσω την ευρεία Οικογένειά μου, τους θείους μου Φώτη και Σοφία καθώς και την ξαδέρφη μου Γεωργία (καλύτερη Γιατρά του πλανήτη και επιστημονικό πρότυπο για εμένα), τους θείους μου Γιάννη και Βάσω, τον θείο μου Παναγιώτη, τους αδερφικούς οικογενειακούς φίλους Δημήτρη και Σούλα και τον «αδερφό» μου Βασίλη για την παρουσία τους πλάι μου όλα αυτά τα χρόνια. Σας ευχαριστώ πραγματικά από καρδιάς.

Τέλος θέλω να ευχαριστήσω τη μάνα μου, την μεγαλύτερη αγωνίστρια που έχω γνωρίσει και μόνιμο ακλόνητο στήριγμα όλα τα χρόνια της ζωής μου. Οι θυσίες που έκανε όλα αυτά τα χρόνια προσπαθώντας να με πλάσει έναν καλό άνθρωπο αρχικά και έναν επιστήμονα στη συνέχεια θέλω να πιστεύω ότι σήμερα τη δικαιώνουν ολοκληρωτικά.

Αθήνα, Μάρτιος 2020

Ευθύμιος Δ. Χαρδαβέλλας

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται η υπολογιστική διερεύνηση της ροής μέσω της χρήσης λογισμικού Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics – CFD) σε κεκλιμένο υπερχειλιστή λεπτής στέψης και η σύγκριση των αποτελεσμάτων με πειραματικά αποτελέσματα από πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στο Εργαστήριο Εφαρμοσμένης Υδραυλικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Στο πλαίσιο της εργασίας αυτής δημιουργήθηκε ένα τρισδιάστατο ομοίωμα σε κλίμακα 1:1 της πειραματικής διάταξης που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 4 με σκοπό να έχουμε όσο το δυνατό πιστότερα αποτελέσματα. Με δεδομένες τις παροχές που χρησιμοποιήθηκαν κατά την πειραματική διαδικασία δοκιμάστηκε το υπολογιστικό μοντέλο με τη βοήθεια του λογισμικού Autodesk CFD. Το λογισμικό χρησιμοποιεί για την επίλυση της ροής με ελεύθερη επιφάνεια τη μέθοδο Volume of Fluid (VoF) που είναι μια παραλλαγή της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων (Finite Volume Method – FVM).

Πραγματοποιήθηκε πλήθος δοκιμών για την επιλογή του συνδυασμού γεωμετρίας και διαμέρισης που θα μας έδινε ικανοποιητικά αποτελέσματα ενώ πραγματοποιήθηκε πλήθος δοκιμών για την επίλυση αμφιβολιών που δημιουργήθηκαν κατά την εκπόνηση του παρόντος. Τα μετρημένα στο εργαστήριο αποτελέσματα αφορούν πιέσεις από πιεζόμετρα τοποθετημένα κατά μήκος του υπερχειλιστή και στάθμες ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις των πιεζομέτρων.

Η εργασία ολοκληρώνεται με έλεγχο της προσαρμογής των παραπάνω αποτελεσμάτων όπως προέκυψαν από τις δύο προσεγγίσεις εφαρμόζοντας μια παραλλαγή του συντελεστή αποτελεσματικότητας NSE.

Extended Summary

Brief Introduction

Dams are large scale structures built perpendicular to the flow of rivers in order to retain water. Reservoirs created by dams not only provide water for human consumption, irrigation, industrial use, aquaculture, etc, but also suppress floods, adjust the downwards flow, and produce energy if combined with a hydropower plant.

Climate change has made mandatory for engineers to carefully design the energy balance of every country so as to prevent large energy losses. Furthermore, by implementing in the system renewable energy sources, the use of which is a priority according to the law, engineers come against unknown distributions of the energy production due to the large effect of weather conditions in the renewable energy sources. The solution to the aforementioned problem is finding a way to store energy.

It's a personal opinion that the most environmental friendly way of storage (given that the current large scale battery technologies have a bigger long term environmental impact) is the pumped hydroelectric energy storage (PHES), where energy is being stored in the form of gravitational potential energy of water, pumped from a lower elevation reservoir to a higher elevation. The use of hydropower plants has another significant advantage against any other source of energy production. Given the fact that the plant is ready and operational for potential need of energy production, the system can produce energy within minutes.

As a result, the increase of the dam storage capability is an option largely considered to fulfill all water demands. A slight increase of a dam height results to much larger quantity of water stored in the reservoir. One of the most used methods consists of installing weirs (in the form of piano key weirs, traditional labyrinth weirs, fusegates or combination of the above) made of steel or concrete on top of the spillway crest (depending of the type) that can be constructed in or ex situ.



Figure 1: Combination of Piano Key weirs and Fusegates installed in Aisymi's Reservoir in Evros, Greece. (Source: <https://www.evros24.gr/>)

The current thesis examines the numerical simulation of the (free surface) flow over an inclined sharp-crested weir (also known as pivot weirs) by means of Computational Fluid Dynamics –CFD). The results from the simulations are compared with measurements from experiments performed in the Laboratory of Applied Hydraulics, in the School of Civil Engineering of National Technical University of Athens.

Brief Presentation of the Laboratory Setup

The laboratory setup, as shown in Figure 2, consists of a) two tanks, the upstream tank (Tank 1) and the downstream tank (Tank 2), the last being separated in two by a thin vertical steel plate (thus Tank 2_L and 2_R) and b) a pumping water recirculation system. Tank 1 has dimensions $L \times W \times H = 2 \times 1.5 \times 1.5$ [m] and Tank 2 $L \times W \times H = 3 \times 1 \times 1$ [m]. Tank 1 is specially designed so that a calm, motionless horizontal free surface is obtained during working conditions, thus simulating a dam reservoir.

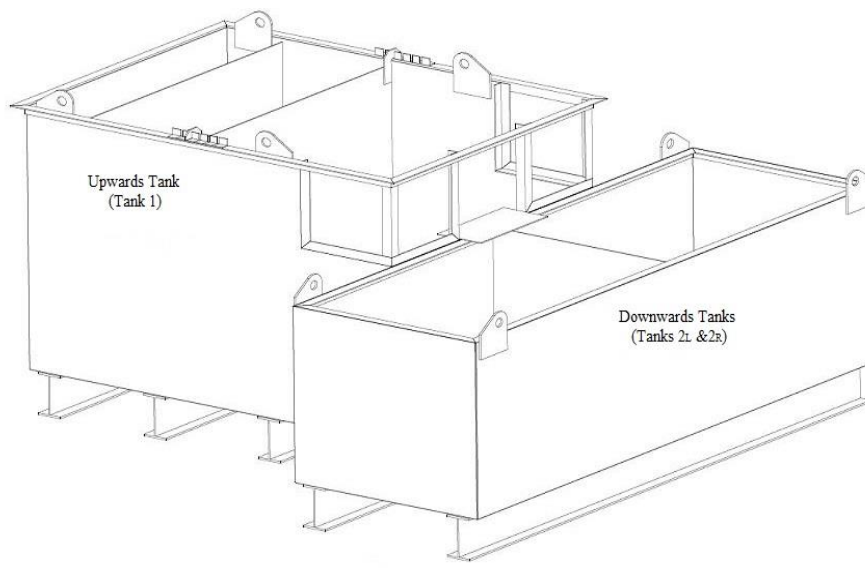


Figure 2: Laboratory Setup Schematics

Between the two tanks there is also a horizontal steel plate $L \times W = 0.5 \times 0.5$ [m] that gives the possibility of installing a number of different weir setups. For the purpose of this thesis a full width pivot weir is used, consisting of a 16.3 [cm] horizontal panel and a 15.2 [cm] inclined panel at an angle 47° to horizontal. The following Figure 3 shows the aforementioned weir setup in working conditions. Eight piezometers have been placed at mid-width of the weir and across it to measure the pressure. The free surface height is being measured by a point gauge.



Figure 3: Weir setup under working conditions (Applied Hydraulics Laboratory, N.T.U.A.)

Brief Presentation of the Computational Setup

A 3D model of the experimental setup in 1:1 scale is produced via a CAD software. The computational space is created by subtracting the setup of an outline shape. We utilize the symmetry conditions that the design of the experimental setup offers. In order to have an even finer mesh, we keep the 1:1 scale in a relative narrow length upwards and downwards of the weir, as shown in Figure 4.

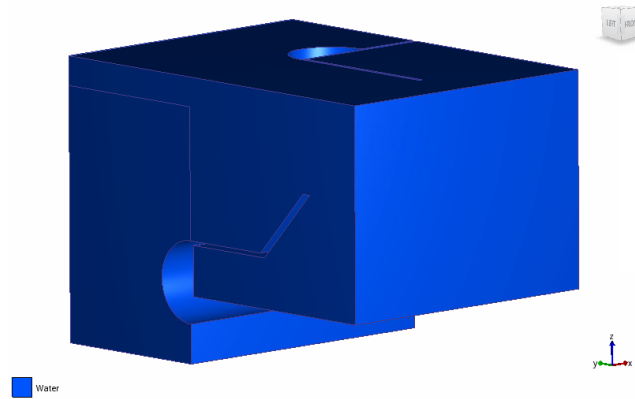


Figure 4: Computational Space in 3D view

The solid of the computational space, created by the CAD software, is inserted in Autodesk CFD which was obtained with a student license. We executed all five discharge scenarios for which measurements were available from previous experiments. The method used by Autodesk CFD to attack free surface flow problems is Volume of Fluid and the Turbulence model selected is the k-epsilon one.

The steps, in order to run a simulation, briefly consist of assigning water as the material of the computational space, inserting boundary conditions (inlet, outlet and symmetry plane while wall is automatically attributed to the remaining surfaces) as shown in Figure 5a, 5b and 5c respectively for every boundary condition and finally designing the mesh.

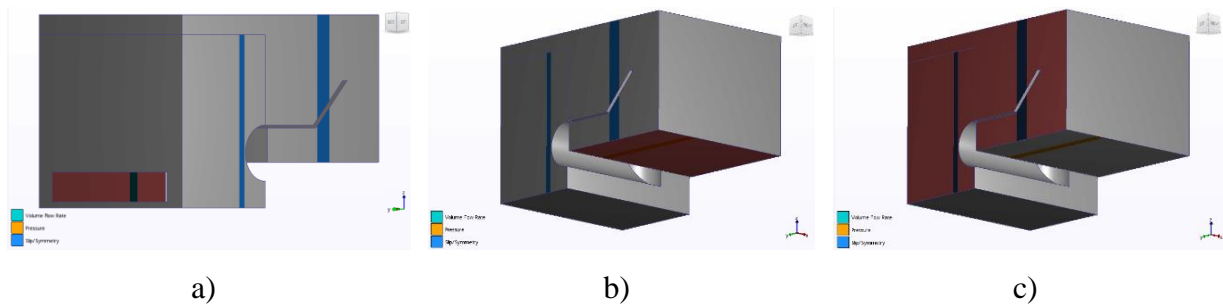


Figure 5: Assigned non-wall boundary conditions to model's surfaces

The mesh consists of about 4.5 million tetrahedral pyramids combined with the local refinement in the weir as shown in Figure 6.

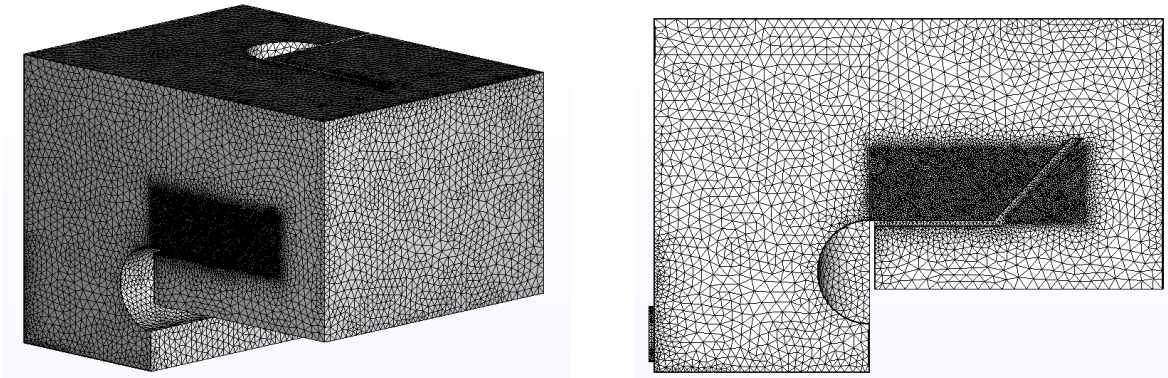


Figure 6: Computational Mesh in 3D view (left) and view from symmetry plane (right)

Brief comparison between experimental and computational results

The variables computed by Autodesk CFD are compared to the corresponding lab measurements of pressure head $p/\rho g$ [cm] and free surface elevation h^* [cm] in the locations of the piezometers. This comparison is shown in the following Figures 7 and 8 respectively. Both CFD and Lab results correspond to point values. However for visual purpose, CFD results are presented with straight lines.

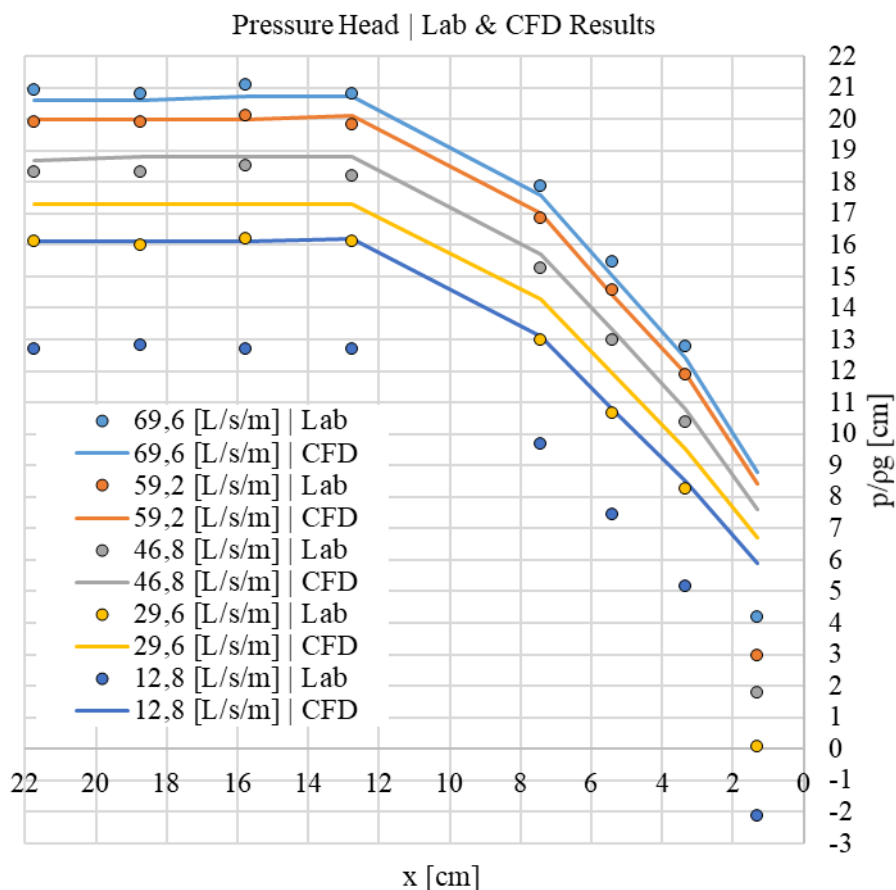


Figure 7: Lab & CFD Pressure Head comparison

The comparison between the pressure head indications corresponding to the three highest discharge value scenarios showed a satisfying grouping. The differences between measured and computed values in the last two scenarios seem to be constant for every scenario, thus can

be attributed to a false indication of the flowmeter used in the lab setup. The deviation of the pressure head measurements at the point near the lip indicate the existence of bubbles in the piezometers which must have impacted the measurements and remained unnoticed in that time.

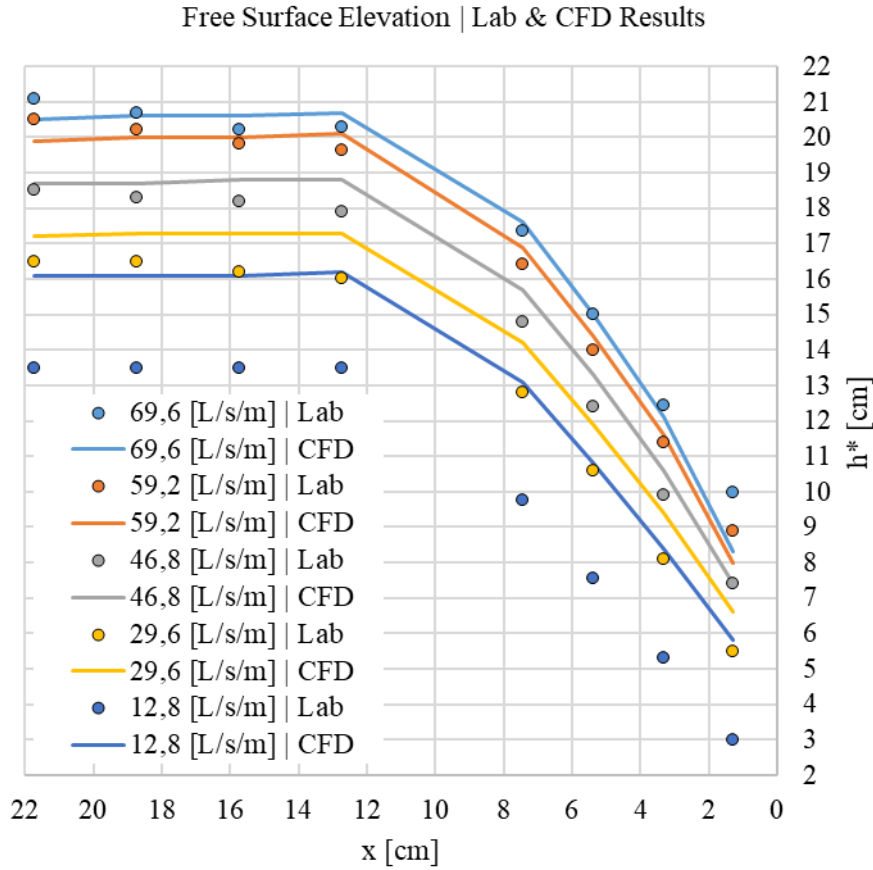


Figure 8: Lab & CFD Free surface elevation comparison

The comparison between the free surface elevation indications corresponding to the three highest discharge value scenarios also show a satisfying grouping. The difference in the last two scenarios seems to be constant for every scenario thus can be attributed to a false indication of the flowmeter used in the lab setup. Due to technical difficulties, the experiments could not be performed again so as to verify these assumptions.

To quantify the fitting between measured and computed values in this Thesis, a modified Nash – Sutcliffe Efficiency NSE Coefficient (Nash & Sutcliffe, 1970) is used. We check the fitting of the measured values to the computed ones as if the computed ones were real.

$$NSE = 1 - \frac{\sum_1^n (m_i - o_i)^2}{\sum_1^n (m_i - \bar{m})^2}$$

where m_i are the computed values and o_i the measured ones. The results are shown in Figure 9 where the NSE coefficient for every discharge value is shown for the free surface height above the piezometer h^* , the pressure head values $p/\rho g$ and the pressure head values $p/\rho g$ while eliminating the P8 values. NSE range is $(-\infty, 1]$ while the value 1 corresponds to perfect fit.

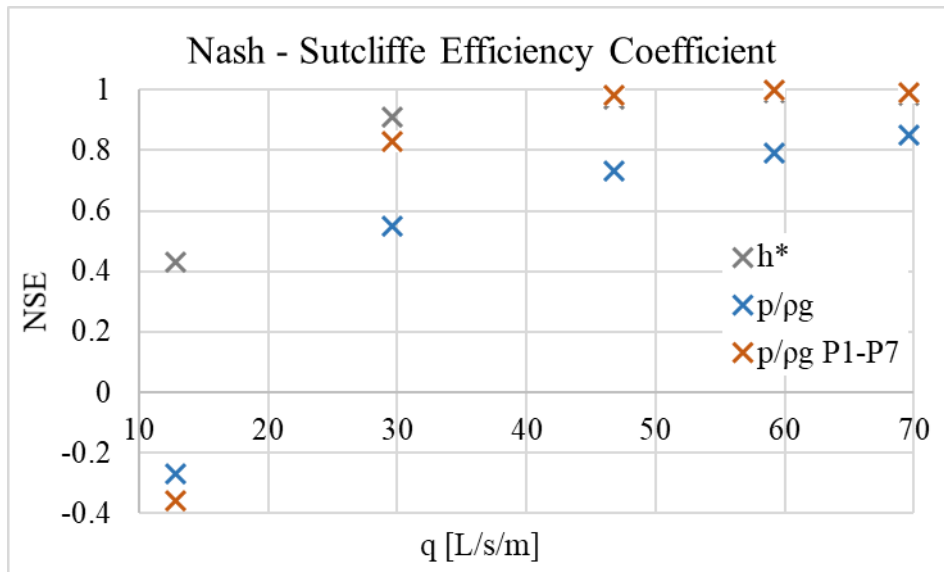


Figure 9: Nash - Sutcliffe Efficiency Coefficient

Overall, the grouping of the results is considered acceptable. The computational model and the accompanying mesh distribution created in this thesis with the necessary adjustments can be used to test a lot of different weir setups of the same scale. These weir setups are not always possible to manufacture while maintaining the needed dynamic similitude for a laboratory experiment.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	ix
Extended Summary	x
Brief Introduction	x
Brief Presentation of the Laboratory Setup	xi
Brief Presentation of the Computational Setup	xii
Brief comparison between experimental and computational results	xiii
Περιεχόμενα	xvi
Ευρετήριο Σχημάτων.....	xviii
1. Εισαγωγή	1
2. Βιβλιογραφική επισκόπηση της ροής σε υπερχειλιστή λεπτής στέψης.....	5
3. Επισκόπηση της μαθηματικής μοντελοποίησης	9
3.1. Εξισώσεις Navier - Stokes.....	10
3.2. Μοντέλο τύρβης k-ε	12
3.3. Μέθοδος επίλυσης – Volume of Fluid	12
3.4. Διακριτοποίηση των εξισώσεων.....	14
3.4.1. Χωρική διακριτοποίηση	14
3.4.2. Χρονική διακριτοποίηση.....	16
3.4.3. Διαδικασία από κοινού επίλυσης πίεσης – ταχυτήτων	16
3.5. Ευστάθεια αριθμητικής επίλυσης.....	18
4. Περιγραφή της πειραματικής διάταξης.....	19
5. Περιγραφή της υπολογιστικής διάταξης και των παραμέτρων ελέγχου.....	23
5.1. Δημιουργία Υπολογιστικού Πλέγματος (Mesh) – Γεωμετρία 1	26
5.2. Δημιουργία Υπολογιστικού Πλέγματος (Mesh) – Τελική γεωμετρία.....	31
5.2.1. Επιλογή Υλικών	31
5.2.2. Εφαρμογή συνοριακών συνθηκών	31
5.2.3. Εφαρμογή αρχικών συνθηκών	32
5.2.4. Δημιουργία Υπολογιστικού πλέγματος.....	32
6. Επεξεργασία των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων.....	35
6.1. Σενάριο 1: $Q = 69.6 \left[\frac{L}{sm} \right]$	35
6.2. Σενάριο 2: $Q = 59.2 \left[\frac{L}{sm} \right]$	42
6.3. Σενάριο 3: $Q = 46.8 \left[\frac{L}{sm} \right]$	49
6.4. Σενάριο 4: $Q = 29.6 \left[\frac{L}{sm} \right]$	56

6.5. Σενάριο 5: $Q = 12.8 \left[\frac{L}{sm} \right]$	63
7. Σχόλια – Συμπεράσματα	71
7.1. Αξιολόγηση γεωμετρίας	71
7.2. Συνολική επισκόπηση των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων	73
7.3. Αδιαστατοποιημένα διαγράμματα φορτίου - απορροής.....	79
7.4. Συμπεράσματα – Σύνοψη	80
7.5. Προτάσεις προς περαιτέρω διερεύνηση	81
Βιβλιογραφία.....	83

Ευρετήριο Σχημάτων

Σχήμα 1.1: Καμπύλη στάθμης-αποθηκευτικότητας ταμιευτήρα Σμοκόβου (Κουκουβίνος, Ευστρατιάδης, Λαζαρίδης, & Μαμάσης, 2006).....	2
Σχήμα 1.2: Εικόνα από τα τοποθετημένα θυροφράγματα στον ταμιευτήρα Αισύμης της ΔΕΥΑΑ. (Πηγή: https://www.evros24.gr/).....	2
Σχήμα 1.3: Στοιχεία ενεργοποίησης του λογισμικού για φοιτητική χρήση.....	3
Σχήμα 2.1: Σχηματική απεικόνιση (α) υπερχειλιστή λεπτής στέψης και (β) υπερχειλιστή ευρείας στέψης (White, 2011).....	5
Σχήμα 2.2: Τυπικές μορφές υπερχειλιστών λεπτής στέψης. (α) καθολικός υπερχειλιστής, (β) υπερχειλιστής με ορθογωνική εντομή, (γ) V-notch (White, 2011).....	5
Σχήμα 2.3: Εξισώσεις παροχής για (α) καθολικό υπερχειλιστή, (β) υπερχειλιστή με ορθογωνική εντομή, (γ) V-notch. (White, 2011)	7
Σχήμα 3.1: Πλέγμα τύπου Euler (Ketabdari, 2016)	9
Σχήμα 3.2: Πλέγμα τύπου Lagrange (Ketabdari, 2016).....	9
Σχήμα 3.3: Διακριτοποίηση του χωρίου σε κυρτά πολύγωνα.....	15
Σχήμα 4.1: Σχηματική απεικόνιση της πειραματικής διάταξης (Chevalier et al, 2015)	19
Σχήμα 4.2: α) Φωτογραφική απεικόνιση της πειραματικής διάταξης, β) Απεικόνιση των σωλήνων που έχουν τοποθετηθεί για ομαλή προσαρμογή της ροής, γ) Απεικόνιση των πιεζόμετρων που έχουν τοποθετηθεί στο κεκλιμένο τμήμα του υπερχειλιστή και δ) Απεικόνιση της διάταξης	20
Σχήμα 4.3: Σχηματική απεικόνιση της τομής της διάταξης υπερχειλίσσης και των θέσεων των υπερχειλιστών (Chevalier, Rabias, & Papanicolaou, 2015).....	21
Σχήμα 4.4: Αποτελέσματα πειραματικών μετρήσεων α) για την ελεύθερη επιφάνεια και β) για την κατανομή των πιέσεων (Chevalier, Rabias, & Papanicolaou, 2015).....	22
Σχήμα 5.1: Αποτύπωση του ωφέλιμου χωρίου της πειραματικής διάταξης σε κλίμακα 1:1... 23	
Σχήμα 5.2: Σχηματική απεικόνιση των τριών στερεών της γεωμετρικής αφαίρεσης. (α): Το στερεό που περικλείει την δεξαμενή, (β): Η δεξαμενή και (γ): Το προϊόν της «αφαίρεσης» του (β) από το (α).....	24
Σχήμα 5.3: Σχηματική αποτύπωση του υπολογιστικού χωρίου εκμεταλλεόμενοι τη συμμετρία.....	25
Σχήμα 5.4: Σχηματική απεικόνιση της διαμέρισης του χωρίου. α) Όψη από μπροστά και δεξιά, β) όψη από την επιφάνεια της συμμετρίας και γ) όψη από την επιφάνεια της συμμετρίας σε μεγέθυνση στη θέση της υπερχειλίσσης.	26
Σχήμα 5.5: Απεικόνιση της διαφοράς μεταξύ των αποτελεσμάτων της αρχικής γεωμετρίας G1 με την τελικά επιλεγθείσα γεωμετρία GF στη θέση του πιεζόμετρου P1.....	28
Σχήμα 5.6: Απεικόνιση της διαφοράς μεταξύ των αποτελεσμάτων της αρχικής γεωμετρίας G1 με την τελικά επιλεγθείσα γεωμετρία GF στη θέση του πιεζόμετρου P8.....	29
Σχήμα 5.7: Απεικόνιση της διαφοράς μεταξύ της αρχικής γεωμετρίας με την τελικά επιλεγθείσα γεωμετρία α) όψη από το επίπεδο συμμετρίας και β) όψη από τα κατόντη.	30
Σχήμα 5.8: Σχηματική απεικόνιση του υπολογιστικού χωρίου που ενδέχεται να βρεθεί το νερό	31

Σχήμα 5.9: Σχηματική απεικόνιση της όψης που εφαρμόζεται η συνοριακή συνθήκη συμμετρίας.	31
Σχήμα 5.10: Σχηματική απεικόνιση των όψεων που εφαρμόζεται οι συνοριακές συνθήκες α) εισροής και β) εκροής νερού.....	32
Σχήμα 5.11: Σχηματική απεικόνιση του όγκου της αρχικής στάθμης ύδατος.....	32
Σχήμα 5.12: Σχηματική απεικόνιση της οριστικής διαμέρισης του χωρίου. α) Όψη από μπροστά και δεξιά, β) όψη από την επιφάνεια της συμμετρίας και γ) όψη από την επιφάνεια της συμμετρίας σε μεγέθυνση στη θέση της υπερχειλίσης.	33
Σχήμα 6.1: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 1).	35
Σχήμα 6.2: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 1).	36
Σχήμα 6.3: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 1).	37
Σχήμα 6.4: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 1).	37
Σχήμα 6.5: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 1)	38
Σχήμα 6.6: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 1)	39
Σχήμα 6.7: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 1).....	40
Σχήμα 6.8: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 1).....	41
Σχήμα 6.9: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 2)	42
Σχήμα 6.10: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 2).....	43
Σχήμα 6.11: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 2).....	44
Σχήμα 6.12: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 2).....	44
Σχήμα 6.13: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 2)	45
Σχήμα 6.14: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 2).....	46
Σχήμα 6.15: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 2).....	47
Σχήμα 6.16: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 2)	48
Σχήμα 6.17: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 3)	49
Σχήμα 6.18: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 3).....	50
Σχήμα 6.19: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 3).....	51
Σχήμα 6.20: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 3).....	51
Σχήμα 6.21: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 3)	52

Σχήμα 6.22: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 3).....	53
Σχήμα 6.23: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 3).....	54
Σχήμα 6.24: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 3)	55
Σχήμα 6.25: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 4)	56
Σχήμα 6.26: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 4).....	57
Σχήμα 6.27: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 4).....	58
Σχήμα 6.28: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 4).....	58
Σχήμα 6.29: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 4)	59
Σχήμα 6.30: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 4).....	60
Σχήμα 6.31: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 4).....	61
Σχήμα 6.32: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 4)	62
Σχήμα 6.33: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 5)	63
Σχήμα 6.34: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 5).....	64
Σχήμα 6.35: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 5).....	65
Σχήμα 6.36: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 5).....	65
Σχήμα 6.37: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 5)	66
Σχήμα 6.38: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 5).....	67
Σχήμα 6.39: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 5).....	68
Σχήμα 6.40: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 5)	69
Σχήμα 7.1: Στιγμιότυπα από τη χρονική στιγμή $t=10[s]$ για κάθε σενάριο	71
Σχήμα 7.2: Σύγκριση όλων των ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικών επιλύσεων.....	74
Σχήμα 7.3: Σύγκριση όλων των ενδείξεων πιεζομετρικού φορτίου πειραματικών δεδομένων και αριθμητικών επιλύσεων.	76
Σχήμα 7.4: Παράθεση πιεζομετρικού φορτίου p/p_g ως προς το βάθος ροής h^*	77
Σχήμα 7.5: Συντελεστής Προσαρμογής κατά Nash - Sutcliffe	78
Σχήμα 7.6: Αδιαστατοποιημένη καμπύλη φορτίου – διερχόμενης παροχής.	79

1. Εισαγωγή

Τα φράγματα είναι τεχνικά έργα που κατασκευάζονται κάθετα στη ροή υδατορεμάτων με σκοπό να ανακόψουν τη συνέχεια της ροής. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται στα ανάντη του φράγματος ταμιευτήρας νερού το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εξυπηρετήσει διάφορες ανάγκες. Σκοπός της κατασκευής ενός φράγματος μπορεί να είναι η ικανοποίηση της ανάγκης για ύδρευση ενός οικισμού, άρδευσης γεωργικών εκτάσεων, η ανάσχεση πλημμυρών ή η αναρρύθμιση της παροχής ποταμών καθώς επίσης και η παραγωγή ενέργειας. Τα φράγματα είναι έργα πολλαπλού σκοπού καθώς μπορούν με χρήση κατάλληλων διατάξεων υδροληψίας να εξυπηρετούν ταυτόχρονα όλες τις παραπάνω χρήσεις.

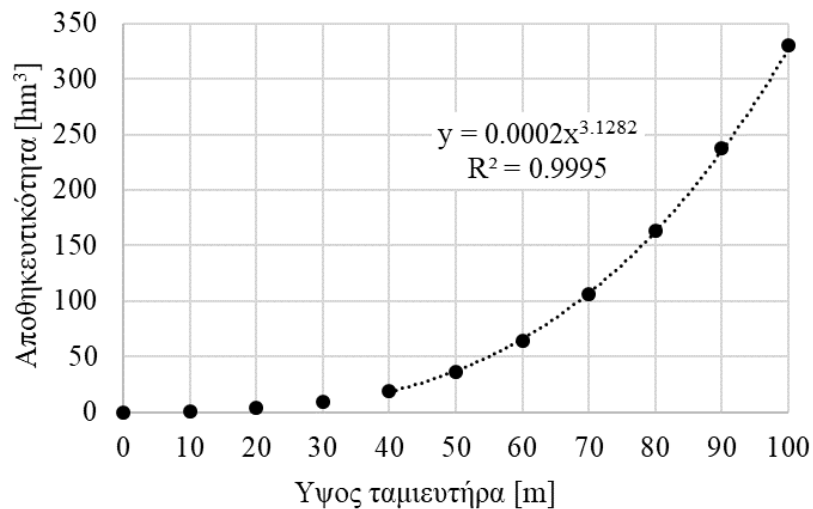
Σε μια περίοδο που οι ενεργειακές ανάγκες του πληθυσμού διαρκώς αυξάνονται, γίνεται επιτακτική η ανάγκη για προσεκτική κατάστρωση του ισοζυγίου ενέργειας καθώς επίσης και ο βέλτιστος σχεδιασμός του για μείωση του οικονομικού και περιβαλλοντικού αντικτύπου στη χώρα ώστε να περιορίζεται όσο το δυνατόν η άσκοπη παραγωγή ενέργειας. Σε συνδυασμό και με την είσοδο των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στο σύστημα με ενέργεια όμως που δεν είναι γνωστή η κατανομή της ως προς το χρόνο και το χώρο, η ανάγκη για δημιουργία αποθήκευσης ενέργειας είναι επιτακτική.

Αυτή τη στιγμή ο πιο αποδοτικός και περιβαλλοντικά ορθολογικός τρόπος για αποθήκευση ενέργειας είναι η χρήση της περισσευόμενης ενέργειας για άντληση και η αποθήκευση του αντλούμενου νερού σε φυσικές ή τεχνητές δεξαμενές με κάποιο δυναμικό ώστε να μπορούν μετέπειτα να δώσουν ενέργεια παρουσία υδροηλεκτρικού σταθμού.

Στις τεχνητές δεξαμενές λαμβάνονται υπόψιν και τα υπάρχοντα μεγάλα υδροηλεκτρικά έργα με τους ταμιευτήρες τους καθώς μπορούν ήδη να παράγουν ενέργεια και χρειάζεται απλά η προσθήκη μιας διάταξης αντλησιοταμίευσης. Ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα της υδροηλεκτρικής ενέργειας είναι ότι το αν είναι γνωστό ότι μες στην ημέρα το σύστημα ενδέχεται να χρειαστεί να λειτουργήσει για την παραγωγή ενέργειας, η παραγωγή αυτή ξεκινά σχεδόν στιγμιαία, σε ένα λεπτό, από όταν ενημερωθεί ο κύριος του έργου ότι απαιτείται παραγωγή ενέργειας.

Εύλογα προκύπτει η ανάγκη για αύξηση της χωρητικότητας των υπάρχοντων φραγμάτων. Για το σκοπό αυτό υιοθετούνται λύσεις όπου τοποθετούνται επιπρόσθετα θυροφράγματα κατασκευασμένα από μεταλλικά ελάσματα πάνω στις υπάρχουσες διατάξεις υπερχείλισης αυξάνοντας έτσι την ωφέλιμη χωρητικότητα του ταμιευτήρα. Τα θυροφράγματα αυτά προτιμώνται καθότι έχουν μικρή στατική επίπτωση στο φράγμα, κατασκευάζονται τμηματικά και με ακρίβεια σε εργοστάσια και τοποθετούνται απλά στο έργο.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η καμπύλη στάθμης αποθηκευτικότητας του ταμιευτήρα του Σμοκόβου. Προκύπτει ότι ακόμη και μικρή αύξηση του ωφέλιμου ύψους του ταμιευτήρα θα οδηγήσει σε μεγάλη αύξηση της αποθηκευμένης ποσότητας νερού.



Σχήμα 1.1: Καμπύλη στάθμης-αποθηκευτικότητας ταμιευτήρα Σμοκόβου (Κουκουβίνος, Ευστρατιάδης, Λαζαρίδης, & Μαμάσης, 2006).

Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η ολοκλήρωση των έργων για αύξηση της χωρητικότητας της στάθμης του ταμιευτήρα του ταμιευτήρα Αισύμης της ΔΕΥΑΑ (Δημοτικής Επιχείρησης Ύδρευσης Αποχέτευσης Αλεξανδρούπολης) με την εφαρμογή της τεχνολογίας ελεύθερων επικαθήμενων και ανατρεπόμενων θυροφραγμάτων. Με το έργο αυτό ανυψώθηκε η στάθμη του ταμιευτήρα κατά 1.60 [m] και αυξήθηκε η χωρητικότητά του κατά 1.700.000 [m³].



Σχήμα 1.2: Εικόνα από τα τοποθετημένα θυροφράγματα στον ταμιευτήρα Αισύμης της ΔΕΥΑΑ. (Πηγή: <https://www.evros24.gr/>)

Η μελέτη αυτών των κατασκευών πρόβλεψη της συμπεριφορά τους κατά τη διόδευση πλημμυρών απαιτεί την εκπόνηση πολλών πειραμάτων, για να έχουμε τα επιθυμητές ακρίβειας αποτελέσματα. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να καταδείξει πως μια αριθμητική προσομοίωση μπορεί από κοινού με το σχεδιασμό ενός τέτοιου πειράματος να δώσει τις απαραίτητες πληροφορίες για μια τέτοια κατασκευή.

Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Autodesk CFD® το οποίο διατίθεται δωρεάν στους φοιτητές για ακαδημαϊκή (μη εμπορική) χρήση.

AUTODESK. SEARCH UNITED STATES MENU

EDUCATION

Education Community Free software Learn & teach Competitions & events Prepare & excel Support About Autodesk Education

CFD Ultimate
CFD Ultimate software provides simulation tools for fluid flow and thermal analysis, helping make better design decisions earlier in the product development process. In addition to product design, CFD also aids architects and mechanical, electrical, and plumbing (MEP) professionals with BIM integration to optimize HVAC efficiency, review diurnal heating, predict containment dispersion, and analyze smoke migration patterns.
[System Requirements](#)

Welcome back, Efthymios Chardavellas [Sign out](#) [Autodesk Account](#)

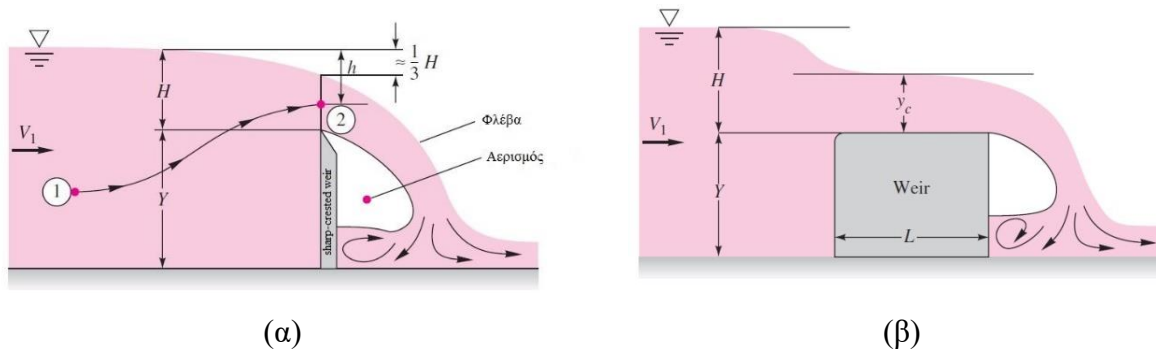
CFD Ultimate 2019 ✓
Windows 64-bit ✓
English ✓

Serial number: 901
Product key: 811K1

Σχήμα 1.3: Στοιχεία ενεργοποίησης του λογισμικού για φοιτητική χρήση

2. Βιβλιογραφική επισκόπηση της ροής σε υπερχειλιστή λεπτής στέψης

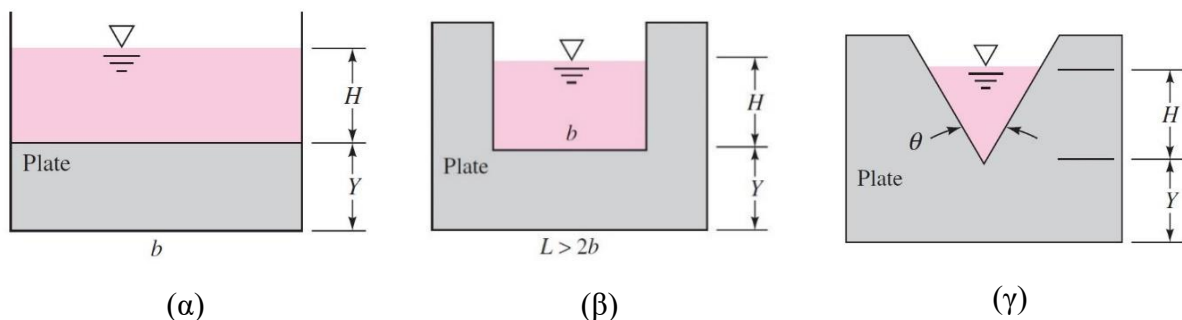
Οι υπερχειλιστές είναι ουσιαστικά υδατοφράκτες τοποθετημένοι εγκάρσια σε ανοικτούς αγωγούς που μεταφέρουν νερό. Η παρουσία τους προκαλεί ανύψωση της στάθμης ανάντη του σημείου που είναι τοποθετημένοι και στη συνέχεια δημιουργείται ροή υπεράνω αυτών, όπως άλλωστε δηλώνεται από την ονομασία τους. Διακρίνονται σε υπερχειλιστές λεπτής (sharp-crested weirs) και ευρείας στέψης (broad-crested weirs).



Σχήμα 2.1: Σχηματική απεικόνιση (α) υπερχειλιστή λεπτής στέψης και (β) υπερχειλιστή ευρείας στέψης (White, 2011).

Οι υπερχειλιστές ευρείας στέψης έχουν πάχος συγκρίσιμο με το ύψος και το πλάτος τους και κατασκευάζονται συνήθως από σκυρόδεμα. Αυτοί οι υπερχειλιστές είναι καταλληλότεροι για μεγάλης κλίμακας εφαρμογές με υψηλές τιμές παροχής (π.χ. ποταμοί, τεχνητές λίμνες).

Οι υπερχειλιστές λεπτής στέψης (και πιο συνηθισμένοι) έχουν μικρό πάχος συγκριτικά με το ύψος και το πλάτος τους και αποτελούνται συνήθως από ένα λεπτό μεταλλικό φύλλο. Χρησιμοποιούνται κυρίως σε αγωγούς μικρής κλίμακας με περιορισμένη παροχή (π.χ. σε αρδευτικά κανάλια). Όταν εκτείνονται σε όλο το πλάτος του αγωγού λέγονται καθολικοί ενώ μπορούν να φέρουν εντομές συνήθως ορθογωνικής ή τριγωνικής μορφής (γνωστοί και ως V-notch).



Σχήμα 2.2: Τυπικές μορφές υπερχειλιστών λεπτής στέψης. (α) καθολικός υπερχειλιστής, (β) υπερχειλιστής με ορθογωνική εντομή, (γ) V-notch (White, 2011).

Σε έναν υπερχειλιστή με εντομή, η ροή περνά αναγκαστικά εξολοκλήρου διαμέσου της εντομής και σχηματίζει στη συνέχεια μια ελεύθερη φλέβα ρευστού, ανάλογης διατομής. Οι υπερχειλιστές με τριγωνική εντομή είναι περισσότερο ευαίσθητοι σε μεταβολές της παροχής και χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις που απαιτείται ακρίβεια στη μέτρηση της παροχής. Οι

υπερχειλιστές με ορθογωνική εντομή είναι καταλληλότεροι για εφαρμογές με αξιόλογη διακύμανση της παροχής.

Υπάρχει πληθώρα σχέσεων στη βιβλιογραφία για την παροχή πάνω από ένα υπερχειλιστή λεπτής στέψης. Ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράφεται από τον (White, 2011), η ροή διαμέσου της εντομής ενός υπερχειλιστή λεπτής στέψης μπορεί να αναλυθεί θεωρώντας μια χαρακτηριστική ροϊκή γραμμή και εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ δύο σημείων 1 και 2 αυτής όπως στο Σχήμα 2.1(α). Το σημείο 1 βρίσκεται ανάντη του υπερχειλιστή και σε ικανή απόσταση ώστε να μην επηρεάζεται από τη ροή στην εντομή (στην πράξη, τουλάχιστον σε απόσταση $4H$ από την εντομή). Το σημείο 2 βρίσκεται στο επίπεδο της αιχμής της βάσης της εντομής. Η εξίσωση Bernoulli λαμβάνει τη μορφή

$$\frac{u_1^2}{2g} + H = \frac{u_2^2}{2g} + H - h$$

$$u_2 = \sqrt{2gh + u_1^2}$$

Η παροχή q ανά μονάδα μήκους του υπερχειλιστή $q=Q/b$ δίνεται από ολοκλήρωση των ταχυτήτων στη διατομή. Θεωρούμε ότι η ελεύθερη επιφάνεια στη διατομή 2 έχει ύψος κH με $\kappa < 1$.

$$q = \int_{crest}^H u_2 dh = \int_{\kappa H}^H \left(\sqrt{2gh + u_1^2} \right) dh = \int_{\kappa H}^H \left(\sqrt{2g} \sqrt{h + \frac{u_1^2}{2g}} \right) dh =$$

$$= \sqrt{2g} \int_{\kappa H}^H \left(\sqrt{h + \frac{u_1^2}{2g}} \right) dh = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{u_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\kappa H + \frac{u_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

Και αμελώντας την ταχύτητα στην ανάντη διατομή 1, $\frac{u_1^2}{2g} = 0$, τότε προκύπτει

$$q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left[H^{\frac{3}{2}} - (\kappa H)^{\frac{3}{2}} \right] = \frac{2}{3} \left(1 - \kappa^{\frac{3}{2}} \right) \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

Η παραπάνω σχέση γράφεται στη μορφή

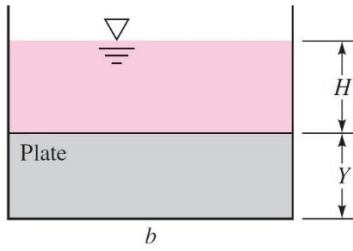
$$Q = \frac{2}{3} b c_d \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} \quad (2.1)$$

Και από πειραματικές διατάξεις προσδιορίζονται οι τιμές των συντελεστών c_d για τις διάφορες περιπτώσεις.

Για την παραγωγή διαγραμμάτων σε μορφή που να μπορούν να χρησιμοποιηθούν από άλλους ερευνητές είναι σκόπιμη η αδιαστατοποίηση της παραπάνω Εξίσωσης (2.1).

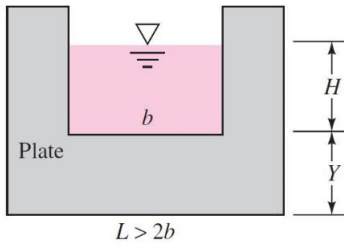
$$\frac{Q}{\frac{2}{3} b \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}} = c_d \left(\frac{H}{Y} \right)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow q^* = c_d \left(\frac{H}{Y} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.2)$$

Χαρακτηριστικά, στο σχήμα που ακολουθεί φαίνονται μερικές από τις τιμές αυτές του συντελεστή c_d .



(α)

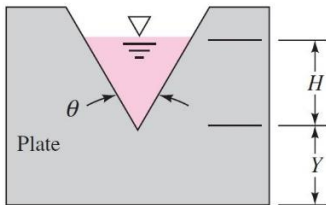
$$Q = \left(0.564 + 0.0846 \frac{H}{Y}\right) b \sqrt{g} H^{\frac{3}{2}}$$



(β)

$$Q = 0.581(b - 0.1H)b\sqrt{g}H^{\frac{3}{2}}$$

$$H < 0.5Y$$



(γ)

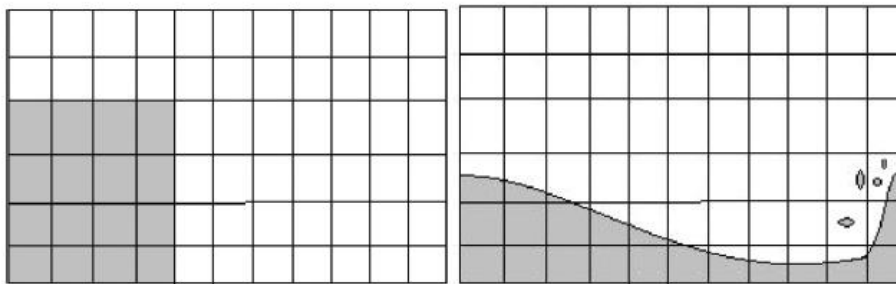
$$Q = 0.44 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) b \sqrt{g} H^{\frac{5}{2}}$$

$$20^\circ < \theta < 100^\circ$$

Σχήμα 2.3: Εξισώσεις παροχής για (α) καθολικό υπερχειλιστή, (β) υπερχειλιστή με ορθογωνική εντομή, (γ) V-notch. (White, 2011)

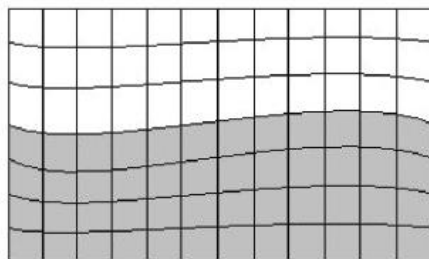
3. Επισκόπηση της μαθηματικής μοντελοποίησης

Στη Μηχανική του Συνεχούς Μέσου, υπάρχουν δύο μέθοδοι για να εκφραστεί η κίνηση στο χώρο (Νουτσόπουλος & Χριστοδούλου, 1996). Η πρώτη είναι η μέθοδος Euler, προσέγγιση όπου δίνεται σημασία σε έναν ειδικό όγκο στο χώρο. Το υπολογιστικό πλέγμα παραμένει σταθερό κατά την πορεία επίλυσης ενώ οι περιοχές του ρευστού αλλάζουν σχήμα και θέση μέσα στο πλέγμα. Το ρευστό μελετάται καθώς περνά από τον όγκο αυτό και αντικαθίσταται διαρκώς στο χρόνο. Έτσι η προσέγγιση αυτή δεν είναι κατάλληλη για να σχηματιστούν οι βασικές εξισώσεις κίνησης ενός ρευστού. Η προσέγγιση Euler έχει ορισμένους περιορισμούς. Για παράδειγμα όταν το κλάσμα της περιμέτρου μιας ζώνης ρευστού προς το εμβαδό της ζώνης είναι μεγάλο (χαρακτηριστικό στις πολυφασικές ροές), το σφάλμα στην μέθοδο αυξάνεται. Επιπλέον, στην προσέγγιση αυτή δεν είναι δυνατή η επίλυση της εξίσωσης στα όρια του όγκου ελέγχου με την ίδια ακρίβεια που θέλουμε στο εσωτερικό καθότι η χωρική διακριτοποίηση είναι πυκνότερη προς τα όρια. Ως εκ τούτου, όταν μελετάται η ελεύθερη επιφάνεια μιας ασυνεχούς περιοχής με την προσέγγιση αυτή πρέπει να υιοθετείται πολύ πυκνή διακριτοποίηση ειδικά αν η περιοχή εμφανίζει μεγάλες ασυνέχειες. Το κύριο όμως πλεονέκτημα της προσέγγισης αυτής είναι η δυνατότητα μοντελοποίησης πολύπλοκων επιφανειών.



Σχήμα 3.1: Πλέγμα τύπου Euler (Ketabdari, 2016)

Στην προσέγγιση Lagrange, το πεδίο ροής του υπό εξέταση ρευστού διακριτοποιείται σε πλέγμα το οποίο όμως μετακινείται μαζί με το ρευστό. Το όρια του ρευστού πάντα ταυτίζονται με τα όρια του κανάβου και το ρευστό μέσα σε κάθε κελί του πλέγματος παραμένει πάντα στο υπολογιστικό αυτό κελί. Παρόλο που η προσέγγιση αυτή δεν εφαρμόζεται σε ροές που υφίστανται μεγάλες παραμορφώσεις, όπου το πλέγμα μπορεί να παίρνει μη αποδεκτά σχήματα, το πλεονέκτημά της είναι η ευκολία που χειρίζεται ελεύθερες επιφάνειες και διεπιφάνειες γεγονός που την καθιστά εφαρμόσιμη σε ευρύ πλήθος εφαρμογών. Για παράδειγμα στο πλέγμα που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα έχει ακολουθηθεί προσέγγιση Lagrange στην κατακόρυφη διεύθυνση.



Σχήμα 3.2: Πλέγμα τύπου Lagrange (Ketabdari, 2016)

Για προβλήματα ροής με ελεύθερη επιφάνεια, αν η κίνηση της ελεύθερης επιφάνειας ή η εφαπτομενική επιτάχυνση στην κάθετη διεύθυνση στην επιφάνεια δεν είναι μεγάλη, η προσέγγιση Lagrange μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην αποτύπωση της ελεύθερης επιφάνειας. Οι γραμμές του πλέγματος βρίσκονται στην ελεύθερη επιφάνεια και κινούνται με αυτή οπότε δεν υπάρχει η ανάγκη για επιβολή ειδικών συνοριακών συνθηκών στην περιοχή αυτή.

3.1. Εξισώσεις Navier - Stokes

Οι εξισώσεις που διέπουν την κίνηση ενός ασυμπίεστου ιζώδους ρευστού σταθερής πυκνότητας προκύπτουν από την εφαρμογή απλών ιδιοτήτων της Φυσικής, θεωρώντας ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων $\vec{X} = (x, y, z)$, ρ την πυκνότητα του ρευστού, $\vec{u} = (u, v, w)$ το διάνυσμα της ταχύτητας του ρευστού, t το χρόνο, p τη συνολική πίεση, μ τη κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού, $\vec{g} = (g_x, g_y, g_z)$ το διάνυσμα της επιτάχυνσης της βαρύτητας και ∇ τον τελεστή ανάδελτα $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$

Από την αρχή διατήρησης της μάζας προκύπτει

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (3.1)$$

Από την διατήρηση της ορμής παίρνουμε τις άλλες τρεις εξισώσεις που χρειαζόμαστε.

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + (\nabla \cdot (\rho \vec{u}))\vec{u} + \nabla p = \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (3.2)$$

Το σύνολο των παραπάνω εξισώσεων είναι γνωστό ως εξισώσεις Navier Stokes (N-S equations).

Αναλύοντας στις ορθογώνιες καρτεσιανές συνιστώσες την Εξίσωση 3.2 λαμβάνει κανείς

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} = \\ = \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (3.2\alpha)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial y} = \\ = \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (3.2\beta)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = \\ = \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (3.2\gamma)$$

Η αναλυτική επίλυση των παραπάνω εξισώσεων δεν είναι δυνατή καθότι αυτές είναι μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις δεύτερης τάξης. Οπότε για την επίλυσή τους χρησιμοποιούνται αριθμητικά σχήματα. Όταν λύνουμε αριθμητικά τις N-S εξισώσεις τότε έχουμε την Άμεση Αριθμητική Επίλυση (Direct Numerical Solution – DNS) η οποία είναι

εξαιρετικά ακριβής μέθοδος (ακόμη πιο ακριβής και από πειραματικά αποτελέσματα) γεγονός που την καθιστά υπολογιστικά ασύμφορη. Αν χρησιμοποιηθεί DNS προσέγγιση στην επίλυση των N-S εξισώσεων σε πρακτικό πρόβλημα για ροή που χαρακτηρίζεται από υψηλό αριθμό Reynolds, ακόμη και για τον πιο δυνατό υπολογιστή ενδέχεται να είναι χρονικά ασύμφορη η αναμονή αποτελεσμάτων καθότι περιλαμβάνει κάθε λεπτομέρεια της τυρβώδους ροής. Οι μηχανικοί αναζητούν λοιπόν επιλύσεις με μικρότερο υπολογιστικό κόστος θυσιάζοντας την ακρίβεια σε κλίμακα κατάλληλη για την κατασκευή που μελετούν.

Κάθε όρος στην τυρβώδη ροή μπορεί να γραφτεί ως το άθροισμα της μέσης τιμής και μιας κυμαινόμενης τιμής (Λιακόπουλος, 2014).

$$u = \bar{u} + u' \quad v = \bar{v} + v' \quad w = \bar{w} + w' \quad p = \bar{p} + p' \quad (3.3)$$

όπου χαρακτηριστικά ισχύει

$$\bar{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u dt$$

Αντικαθιστώντας στις εξισώσεις (3.2α), (3.2β) και (3.2γ) και εκτελώντας τις πράξεις προκύπτει η Reynolds Averaged μορφή των Navier Stokes (RANS) εξισώσεων

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\bar{u}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\bar{u}\bar{w})}{\partial z} + \frac{\partial\bar{p}}{\partial x} = \\ & = \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial z^2} \right) - \rho \left(\frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.4\alpha)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}\bar{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\bar{v}^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\bar{v}\bar{w})}{\partial z} + \frac{\partial\bar{p}}{\partial y} = \\ & = \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial z^2} \right) - \rho \left(\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v'^2})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.4\beta)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho\bar{w})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}\bar{w})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\bar{v}\bar{w})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\bar{w}^2)}{\partial z} + \frac{\partial\bar{p}}{\partial z} = \\ & = \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\bar{w}}{\partial z^2} \right) - \rho \left(\frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{w'^2})}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.4\gamma)$$

Που σε συνεπτυγμένη μορφή και εφαρμόζοντας κατάλληλους μετασχηματισμούς γράφονται

$$\frac{\partial(\rho\vec{\bar{u}})}{\partial t} + \nabla \rho \vec{\bar{u}} \vec{\bar{u}}^T + \nabla p = \rho \vec{f} + \nabla(2\mu_t \dot{S} + \rho \vec{R}) \quad (3.4)$$

όπου \vec{f} είναι το σύνολο των δυνάμεων που επιδρούν στο ρευστό και για ροή με ελεύθερη επιφάνεια είναι οι δυνάμεις βαρύτητας και οι επιφανειακές τάσεις, δηλαδή $\rho \vec{f} = \rho \vec{g} + \vec{f}_\sigma$, $\dot{S} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T)$ ο τανυστής του ρυθμού των παραμορφώσεων, $\vec{R} = -\vec{u}' \vec{u}'^T = 2 \frac{\mu_t}{\rho} \dot{S} - \frac{2}{3} k \mathbf{I}$

ο τανυστής τάσεων Reynolds, $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ μοναδιαίος δυαδικός (Zhou, 2017).

Παρατηρούμε ότι οι παραπάνω εξισώσεις μοιάζουν σε μεγάλο βαθμό με τις N-S εξισώσεις καθώς οι όροι που περιέχουν τις ποσότητες $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}$ είναι ίδιοι με τους αντίστοιχους που περιείχαν τους όρους u, v, w, p . Οι υπόλοιποι όροι $-\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho u_i' u_j'})$ των εξισώσεων οφείλονται στην τυρβώδη κίνηση των σωματιδίων του ρευστού και περιγράφουν την επίδραση των τυρβωδών διακυμάνσεων πάνω στη μέση ροή.

3.2. Μοντέλο τύρβης k-ε

Το k-ε μοντέλο υπολογίζει την τυρβώδη συνεκτικότητα ως

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.5)$$

Η τυρβώδης κινητική ενέργεια περιγράφεται από τη σχέση

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{\mathbf{u}} k) = \nabla \left(\left(\mu_m + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \rho \varepsilon \quad (3.6)$$

Ο ρυθμός απόσβεσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{\mathbf{u}} \varepsilon) = \nabla \left(\left(\mu_m + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.7)$$

Όπου $P_k = \mu_t (\nabla \times \bar{\mathbf{u}}) \cdot (\nabla \times \bar{\mathbf{u}})^T$ ο ρυθμός παραγωγής της τύρβης.

Οι σταθερές $C_\mu, C_1, C_2, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$ παίρνουν τις τιμές (Launder & Spalding, 1974):

$$C_\mu = 0.09 \quad C_1 = 1.44 \quad C_2 = 1.92 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

3.3. Μέθοδος επίλυσης – Volume of Fluid

Παρατηρούμε ότι οι ιδιότητες του ρευστού (πυκνότητα και κινηματική συνεκτικότητα) περιλαμβάνονται στις εξισώσεις. Όταν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ δύο ρευστών τότε οι ιδιότητες αυτές αλλάζουν, οπότε για πλεγματικές αριθμητικές μεθόδους, νέες ιδιότητες βασισμένες στα δύο ρευστά πρέπει να συμπεριληφθούν στις παραπάνω εξισώσεις. Θεωρώντας πια ρ_1 την πυκνότητα και μ_1 την κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού 1 (νερό) και ρ_2 και μ_2 τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά του ρευστού 2 (αέρας), ορίζεται το ενεργό ρευστό ως το περιεχόμενο των κελιών που συνυπάρχουν τα ρευστά 1 και 2 με πυκνότητα ρ και συνεκτικότητα μ .

Ορίζεται η παράμετρος α για κάθε υπολογιστικό κελί του πλέγματος επίλυσης που χρησιμοποιείται ως ο όγκος που καταλαμβάνει σε αυτό το ρευστό 1 προς το συνολικό όγκο του κελιού. Η μαθηματική έκφραση της παραμέτρου αυτής είναι η ασυνεχής Heaviside συνάντηση που ορίζεται ως

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{το κελί είναι γεμάτο με το ρευστό 2 (αέρας)} \\ 0 < \alpha < 1 & \text{συνύπαρξη ρευστού 1 και 2 στο κελί(ενεργό ρευστό)} \\ 1 & \text{το κελί είναι γεμάτο με το ρευστό 1 (νερό)} \end{cases} \quad (3.8)$$

Η τιμή των περισσότερων ιδιοτήτων όπως της πυκνότητας και της δυναμική συνεκτικότητας, προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός των αντίστοιχων ιδιοτήτων των δύο διαφορετικών ρευστών 1 και 2.

$$\rho = \alpha\rho_1 + (1 - \alpha)\rho_2 \quad (3.9)$$

$$\mu = \alpha\mu_1 + (1 - \alpha)\mu_2 \quad (3.10)$$

Το κάθε ρευστό μοντελοποιείται προσεγγίζοντας το με Langrangian τρόπο. Επομένως η υλική παράγωγος της παραμέτρου α , για κάθε ρευστό πρέπει να είναι μηδενική.

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha\vec{\mathbf{u}}) = 0 \quad (3.11)$$

Το σύνολο των δυνάμεων που επιδρούν στο ρευστό δίνεται από τη σχέση

$$\rho\vec{\mathbf{f}} = \rho\vec{\mathbf{g}} + \vec{\mathbf{f}}_{\sigma} = \rho\vec{\mathbf{g}} + \sigma_T\kappa_{\alpha}\nabla\alpha \quad (3.12)$$

Όπου $\kappa_{\alpha} = -\nabla\left(\frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|}\right)$ είναι η καμπυλότητα της ελεύθερης επιφάνειας και $\sigma_T = 0.074 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}\right]$ είναι η σταθερά των επιφανειακών τάσεων για νερό-αέρα στους $20[^\circ\text{C}]$ (Moukalled, Mangani, & Darwish, 2016).

Με σκοπό να ενσωματώσουμε τις συνοριακές συνθήκες για την πίεση, η τροποποιημένη πίεση που εισάγεται στην Εξίσωση (3.4) γράφεται σε σχέση με την συνολική πίεση για τη θέση $\vec{\mathbf{x}}$

$$p_d = p - \rho\vec{\mathbf{g}}\vec{\mathbf{x}} \quad (3.13)$$

Έτσι, η Εξίσωση 3.4 συνδυάζοντας τις 3.12 και 3.13 γράφεται

$$\frac{\partial(\rho\vec{\mathbf{u}})}{\partial t} + \nabla\rho\vec{\mathbf{u}}\vec{\mathbf{u}}^T + \nabla p_d + \vec{\mathbf{g}} \cdot \vec{\mathbf{x}}\nabla\rho = \rho\vec{\mathbf{g}} + \sigma_T\kappa_{\alpha}\nabla\alpha + \nabla(2\mu\dot{\mathbf{S}} + \rho\vec{\mathbf{R}}) \quad (3.14)$$

Οι εξισώσεις (3.11) και (3.14) λύνονται παράλληλα. Ένα σημαντικό ζήτημα στην προσομοίωση της ροής με ελεύθερη επιφάνεια είναι η εξασφάλιση της διατήρησης της μάζας για την κάθε φάση. Η διατήρηση της μάζας είναι καθοριστικής σημασίας για τον υπολογισμό της καμπυλότητας της ελεύθερης επιφάνειας και της κλίσης της πίεσης κατά μήκος της ελεύθερης επιφάνειας (Rusche, 2002). Για την εξασφάλιση της διατήρησης της μάζας στα κελιά με διεπιφάνεια νερού αέρα επιλύεται μια τροποποιημένη εξίσωση για την υλική παράγωγο της παραμέτρου α όπως προτάθηκε από τον (Weller, 2002).

Το πεδίο ταχυτήτων \mathbf{u} του ενεργού υγρού, προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός των αντίστοιχων ιδιοτήτων των δύο διαφορετικών ρευστών 1 και 2.

$$\vec{\mathbf{u}} = \alpha\vec{\mathbf{u}}_1 + (1 - \alpha)\vec{\mathbf{u}}_2 \quad (3.15)$$

Η εξίσωση (3.11) για κάθε ρευστό από τα 1 και 2 γράφεται

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha\vec{\mathbf{u}}_1) = 0 \quad (3.16\alpha)$$

$$\frac{\partial(1 - \alpha)}{\partial t} + \nabla((1 - \alpha)\vec{\mathbf{u}}_2) = 0 \quad (3.16\beta)$$

Η εξίσωση (3.11) για το ενεργό ρευστό συνυπολογίζοντας την (3.15) γράφεται

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha\vec{\mathbf{u}}) = \frac{\partial\alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha(\alpha\vec{\mathbf{u}}_1 + (1 - \alpha)\vec{\mathbf{u}}_2)) = 0 \quad (3.16\gamma)$$

Ορίζεται η σχετική ταχύτητα μεταξύ των δύο ρευστών

$$\vec{u}_r = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 \quad (3.17)$$

Αντικαθιστώντας την τιμή της \vec{u}_2 από την (3.17) στην (3.16γ) προκύπτει

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \left(\alpha(\alpha \vec{u}_1 + (1 - \alpha)(\vec{u}_1 - \vec{u}_r)) \right) = 0 \quad (3.18\alpha)$$

Και εκτελώντας τις πράξεις

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha \vec{u}_1 - \alpha(1 - \alpha)\vec{u}_r) &= 0 \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha \vec{u}_1) - \nabla(\alpha(1 - \alpha)\vec{u}_r) &= 0 \end{aligned} \quad (3.18\beta)$$

Οι πρώτοι δύο όροι του αριστερού μέλους της (3.18β) είναι ίσοι με 0 λόγω της (3.16α) οπότε τελικά προκύπτει

$$\nabla(\alpha(1 - \alpha)\vec{u}_r) = 0 \quad (3.19)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (3.16γ) και (3.19) προκύπτει η τροποποιημένη υλική παράγωγος της παραμέτρου α

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha \vec{u}) + \nabla(\alpha(1 - \alpha)\vec{u}_r) = 0 \quad (3.20)$$

Η τροποποιημένη αυτή σχέση επιτυγχάνει ισχυρή διασύνδεση μεταξύ της κλασικής VOF μεθόδου όπως ορίστηκε από τους (Hirt & Nichols, 1981) και της θεωρίας της αλληλεπίδρασης δύο ρευστών. Ο πρόσθετος μεταφορικός όρος (3.19) είναι γνωστός και ως όρος συμπίεσης (Berberović, van Hinsberg, Jakirlić, Roisman, & Tropea, 2009) και έχει εικονική συνεισφορά στη μεταφορά της παραμέτρου α γεγονός που βελτιώνει την ανάλυση της ελεύθερης επιφάνειας, χωρίς αυτό να αποκλείει την ανάγκη για πυκνή χωρική διακριτοποίηση στην ελεύθερη επιφάνεια. Ο όρος αυτός έχει μη μηδενική τιμή μόνο στα κελιά της ταυτόχρονης παρουσίας των δύο ρευστών οπότε δεν επηρεάζει την μελέτη της κάθε φάσης. Το προς επίλυση σύστημα των εξισώσεων αποτελείται από τις (3.14) και (3.20).

3.4. Διακριτοποίηση των εξισώσεων

Για την επίλυση των εξισώσεων κίνησης του ρευστού σε ένα χωρίο πραγματοποιείται διακριτοποίηση των εξισώσεων ώστε αυτές να πάρουν μορφή ενός συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων και να τις καταλαβαίνει ο υπολογιστής. Η διακριτοποίηση πραγματοποιείται με της μεθόδους που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων.

3.4.1. Χωρική διακριτοποίηση

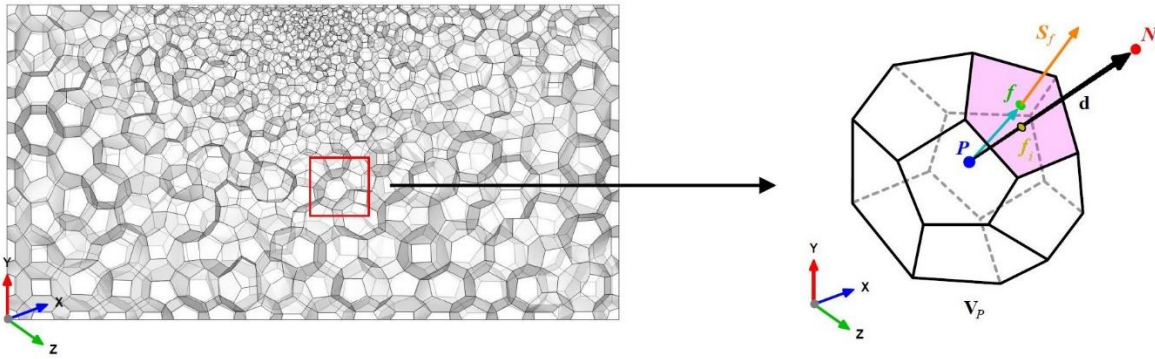
Η χωρική διακριτοποίηση των κυβερνώντων εξισώσεων ξεκινά από τον ορισμό ενός πλέγματος σε όλο το υπολογιστικό χωρίο πάνω στο οποίο οι μερικές παράγωγοι προσεγγίζονται για κάθε υπολογιστικό κελί. Το υπολογιστικό χωρίο διαμερίζεται σε πεπερασμένο αριθμό τυχαίου σχήματος όγκους ελέγχου ή κελιά (cells). Τα κελιά μπορεί να είναι κάθε σχήματος, τετράεδρα, εξάεδρα, πρίσματα, πυραμίδες, δωδεκάεδρα κλπ. Μόνος περιορισμός είναι να πρόκεινται για κυρτά πολύγωνα (όλες οι εσωτερικές τους γωνίες να είναι μικρότερες από 180°) και η επιφάνεια που περικλείει τον όγκο ελέγχου να αποτελείται από επίπεδα.

Ο όγκος ελέγχου V_P σχηματίζεται γύρω από το σημείο P (το οποίο είναι το κεντροειδές του κελιού) και έχει όγκο V_P . Το γειτονικό κελί V_N έχει όγκο V_N αλλά σχηματίζεται γύρω από το σημείο N . Το κεντροειδές P του όγκου ελέγχου δίνεται από τη σχέση

$$\int_{V_P} (\vec{x} - \vec{x}_P) dV = 0 \quad (3.21)$$

Συμβολίζουμε με f_P τις επιφάνειες του όγκου ελέγχου V_P καθώς και το κεντροειδές της αντίστοιχης επιφάνειας. Αυτό δίνεται από τη σχέση

$$\int_S (\vec{x} - \vec{x}_f) d\vec{S} = 0 \quad (3.22)$$



Σχήμα 3.3: Διακριτοποίηση του χωρίου σε κυρτά πολύγωνα

Συμβολίζουμε με $\vec{d} = \vec{x}_N - \vec{x}_P$ το διάνυσμα που ενώνει το κεντροειδές P του όγκου ελέγχου V_P με το κεντροειδές N του όγκου ελέγχου V_N . Η θέση που το διάνυσμα \vec{d} τέμνει την επιφάνεια f συμβολίζεται με f_i . Το επιφανειακό διάνυσμα \vec{S} έχει φορά προς το εξωτερικό του όγκου ελέγχου, έχει αρχή το κεντροειδές f της επιφάνειας f_P και είναι κάθετο σε αυτή ενώ έχει μέτρο ίσο με το εμβαδό της επιφάνειας. Τέλος το διάνυσμα $\vec{P}f = \vec{x}_f - \vec{x}_P$ έχει αρχή το κεντροειδές P του όγκου ελέγχου και τέλος το κεντροειδές της επιφάνειας f_P .

Οι προς επίλυση εξισώσεις ολοκληρώνονται σε κάθε όγκο ελέγχου με τα ολοκληρώματα της απόκλισης να μετατρέπονται σε επιφανειακά ολοκληρώματα με χρήση του θεωρήματος Gauss της απόκλισης.

Για τη διανυσματική συνάρτηση $\vec{\beta}(\vec{x}, t)$ στον όγκο ελέγχου V_P ,

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \vec{\beta} dV = \oint_{\partial V_P} \beta \cdot d\vec{S} = \sum_{f_P} \left(\int_{f_P} \beta \cdot d\vec{S} \right) \quad (3.23)$$

Τα βαθμωτά μεγέθη όπως η πίεση, και η παράμετρος α «αποθηκεύονται» στο κεντροειδές του κελιού ενώ τα διανυσματικά μεγέθη όπως η ταχύτητες «αποθηκεύονται» στα όρια των κελιών.

Θεωρώντας γραμμική μεταβολή στο χώρο, η χωρική διακριτοποίηση προκύπτει ακρίβειας δεύτερης τάξης. Οι όροι στα δεξιά και στα αριστερά της (3.23) μπορούν αντίστοιχα να υπολογιστούν από τις σχέσεις

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \vec{\beta} dV = (\nabla \cdot \vec{\beta}) \int_{V_P} dV = \left[\int_{V_P} (\vec{x} - \vec{x}_P) dV \right] [\nabla(\nabla \cdot \vec{\beta})_P] = (\nabla \cdot \vec{\beta})_{V_P} \quad (3.23\alpha)$$

$$\int_{f_P} \vec{\beta} \cdot d\vec{S} = \left(\int_{f_P} d\vec{S} \right) \vec{\beta}_f + \frac{\left[\int_{f_P} (\vec{x} - \vec{x}_f) d\vec{S} \right]}{(\nabla \cdot \vec{\beta})_f} = \vec{S} \cdot \vec{\beta}_f \quad (3.23\beta)$$

Όπου οι δείκτες P και f δείχνουν τις τιμές των παραμέτρων στο κέντρο P όγκου ελέγχου και f της επιφάνειας.

Ενώνοντας τις (3.23) και (3.23α) και (3.23β) εύκολα προκύπτει

$$\nabla \cdot \vec{\beta} = \frac{\sum_{f_P} (\vec{S} \cdot \vec{\beta}_f)}{V_P} \quad (3.24)$$

Ο όρος μεταφοράς, ο όρος διάχυσης και οι υπόλοιποι όροι της (3.14) μπορούν πια να διακριτοποιηθούν αντίστοιχα.

3.4.2. Χρονική διακριτοποίηση

Για τη χρονική διακριτοποίηση χρησιμοποιείται η θεώρηση της γραμμικής μεταβολής των ιδιοτήτων στο χρόνο (Jasak, 1996). Για την ιδιότητα Φ ισχύει

$$\Phi|^{t+\Delta t} = \Phi|^{t} + \Delta t \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|^t \quad (3.25)$$

Επομένως ο χρονικός όρος της εξίσωσης της (3.14) γράφεται

$$\left. \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} \right|_P = \rho_P \frac{\vec{u}|_P^{t+\Delta t} - \vec{u}|_P^t}{\Delta t} \quad (3.26)$$

3.4.3. Διαδικασία από κοινού επίλυσης πίεσης – ταχυτήτων

Το πρώτο ζήτημα που προκύπτει κατά την επίλυση των διακριτοποιημένων εξισώσεων είναι η «έλλειψη» της πίεσης στις εξισώσεις. Εφόσον η εξίσωση της ορμής (3.14) χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του πεδίου ταχυτήτων, θα πρέπει να υπολογιστεί η πίεση από την (τροποποιημένη) εξίσωση συνέχειας (3.20). Το ζήτημα είναι όμως ότι η πίεση δεν εμφανίζεται με ρητό σχήμα στην εξίσωση συνέχειας.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι που παρακάμπτουν τις αριθμητικές δυσκολίες μέσω της πεπλεγμένης επίλυσης της πίεσης από κοινού με το πεδίο ταχυτήτων αλλά οι περισσότερες από αυτές απαιτούν την ταυτόχρονη επίλυση του συστήματος των εξισώσεων σε κάθε κόμβο του πλέγματος του υπολογιστικού χωρίου. Για προβλήματα με σχετικά μικρό αριθμό κελιών οι επιλύσεις αυτές είναι αποτελεσματικές αλλά για τα προβλήματα μεγάλης κλίμακας οι μέθοδοι αυτοί επιβαρύνουν πολύ την διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ του συστήματος. Πρέπει λοιπόν να εξαχθεί μια εξίσωση με ρητή εμφάνιση της πίεσης.

Με μία ρητή έκφραση για την πίεση, κάθε συνιστώσα της εξίσωσης (3.14) λύνεται ανεξάρτητα ως προς την αντίστοιχη ταχύτητα σε κάθε κόμβο του χωρίου απαιτώντας έτσι πολύ λιγότερη μνήμη από το σύστημά μας.

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία είναι η μέθοδος SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equations).

Επιβάλλουμε την παρουσία της πίεσης στην παραπάνω εξίσωση μέσω της εξίσωσης της ορμής την οποία γράφουμε σε μια ημιδιακριτοποιημένη μορφή.

$$\frac{\bar{\mathbf{u}}|^{n+1} - \bar{\mathbf{u}}|^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla_h p - \Pi_h^n \quad (3.29)$$

Όπου το n αναφέρεται στη χρονική στιγμή, $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ είναι το χρονικό βήμα, με ∇_h συμβολίζεται η αριθμητική προσέγγιση για την απόκλιση, και Π_h^n η αριθμητική προσέγγιση όλων των υπόλοιπων όρων της (3.14)

Στο πρώτο βήμα ένα ενδιάμεσο πεδίο ταχυτήτων, συμβολίζεται $\bar{\mathbf{u}}|^*$, λαμβάνεται με όλους τους υπολογισμούς να πραγματοποιούνται στη n -οστή χρονική στιγμή. Αυτό το πεδίο ταχυτήτων δεν ικανοποιεί απαραίτητα την εξίσωση συνέχειας.

$$\frac{\bar{\mathbf{u}}|^* - \bar{\mathbf{u}}|^n}{\Delta t} = \Pi_h^n \quad (3.30)$$

Στο δεύτερο βήμα, το ενδιάμεσο πεδίο ταχυτήτων διορθώνεται ώστε να προκύψει ένα αστρόβιλο πεδίο προσθέτοντας την βαθμίδα της πίεσης.

$$\frac{\bar{\mathbf{u}}|^{n+1} - \bar{\mathbf{u}}|^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho|^{n+1}} \nabla_h p|^{n+1} \quad (3.31)$$

Εφαρμόζοντας ∇_h σε κάθε μέλος της παραπάνω προκύπτει

$$\begin{aligned} \nabla_h \left(\frac{\bar{\mathbf{u}}|^{n+1} - \bar{\mathbf{u}}|^*}{\Delta t} \right) &= \nabla_h \left(-\frac{1}{\rho|^{n+1}} \nabla_h p|^{n+1} \right) \\ \frac{1}{\Delta t} \nabla_h \bar{\mathbf{u}}|^{n+1} - \frac{1}{\Delta t} \nabla_h \bar{\mathbf{u}}|^* &= -\nabla_h \left(\frac{1}{\rho|^{n+1}} \nabla_h p|^{n+1} \right) \end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (1.12) προκύπτει

$$\frac{1}{\Delta t} \nabla_h \bar{\mathbf{u}}|^* = \nabla_h \left(\frac{1}{\rho|^{n+1}} \nabla_h p|^{n+1} \right) \quad (3.32)$$

Η εξίσωση (3.32) είναι γνωστή ως Εξίσωση του Poisson για την πίεση (Pressure Poisson Equation ή PPE) και απαιτεί ένα σύστημα εξισώσεων για να λυθεί ως προς το πεδίο πιέσεων. Μόλις προσδιοριστεί το πεδίο πιέσεων, το προηγμένο χρονικά πεδίο ταχυτήτων $\bar{\mathbf{u}}|^{n+1}$ μπορεί να βρεθεί αξιοποιώντας την εξίσωση (3.31).

Τα βήματα της μεθόδου SIMPLE συνοπτικά φαίνονται παρακάτω

- SIMPLE1 Αρχική εκτίμηση του πεδίου των πιέσεων μέσω αυξομείωσης του πεδίου του προηγούμενου βήματος.
- SIMPLE2 Επίλυση της εξίσωσης (3.14) για τον υπολογισμό του πεδίου ταχυτήτων
- SIMPLE3 Επίλυση της εξίσωσης (3.32) για την πίεση και διόρθωση των ταχυτήτων που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο βήμα
- SIMPLE4 Έλεγχος σύγκλισης χρησιμοποιώντας κριτήριο ανοχής ορισμένο από το χρήστη και σε περίπτωση άρνησης επανάληψη του βήματος SIMPLE2.

3.5. Ευστάθεια αριθμητικής επίλυσης

Η ευστάθεια της αριθμητικής επίλυσης εξασφαλίζεται θέτοντας έναν περιορισμό για τον αριθμό Courant στους υπολογισμούς μας.

$$Co = \frac{\vec{u} \cdot \vec{S}}{\vec{d} \cdot \vec{S}} \Delta t < \frac{1}{6} = Co_{\max} \quad (3.33)$$

Ο περιορισμός αυτός οδηγεί σε μια αρχική εκτίμηση του χρονικού βήματος. Επειδή όμως είναι δύσκολο να υπολογίσουμε χρονικό βήμα από την αρχή το οποίο να μείνει σταθερό για όλη την προσομοίωση, το χρονικό βήμα υπολογίζεται πριν την αρχή του κάθε βήματος λαμβάνοντας υπόψιν τα δεδομένα του προηγούμενου βήματος ώστε να μην τίθεται «αχρείαστα» μικρό χρονικό βήμα θέτοντας όμως περιορισμό ο χρήστης για το πόσο μεγάλο θα μπορεί αυτό να οριστεί.

$$\Delta t|^n = \min \left\{ \frac{Co_{\max}}{Co|^{n-1}} \Delta t|^{n-1}, \Delta t_{\max} \right\} \quad (3.34)$$

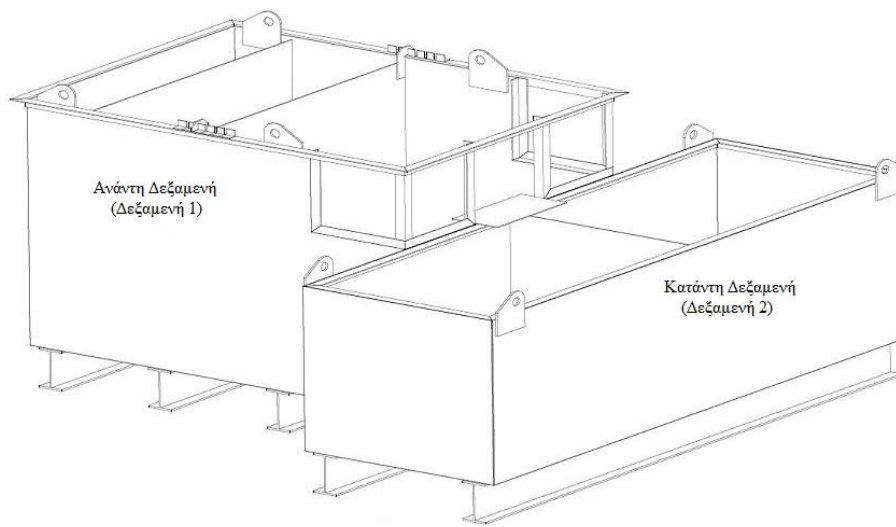
Συγκεντρωτικά τα βήματα της μεθόδου είναι:

- B1. Ανάγνωση των δεδομένων εισόδου, (γεωμετρία του χωρίου, συνοριακές συνθήκες, αρχικές συνθήκες, δεδομένα για την ανάλυση)
- B2. Δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος και των αντίστοιχων δομών δεδομένων
- B3. Ανάθεση των συνοριακών συνθηκών, των αρχικών συνθηκών και των υπολοίπων μεταβλητών στο υπολογιστικό πλέγμα
- B4. Υπολογισμός του χρονικού βήματος μέσω του αριθμού Courant
- B5. Επίλυση της (3.20) για τον προσδιορισμό της τιμής της παραμέτρου α
- B6. Υπολογισμός των νέων τιμών της πυκνότητας και της συνεκτικότητας καθώς επίσης και της καμπυλότητας της ελεύθερης επιφάνειας
- B7. Υπολογισμός του πεδίου πιέσεων και ταχυτήτων μέσω της μεθόδου SIMPLE
- B8. Επίλυση της εξίσωσης (3.6) για την τυρβώδη κινητική ενέργεια
- B9. Επίλυση της εξίσωσης (3.7) για την απόσβεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας
- B10. Έλεγχος σύγκλισης χρησιμοποιώντας κριτήριο ανοχής ορισμένο από το χρήστη και σε περίπτωση άρνησης επανάληψη του βήματος B5.
- B11. Επόμενο χρονικό βήμα και επανάληψη της διαδικασίας από το B4.
- B12. Πραγματοποίηση τελικών υπολογισμών για τυχόν άλλες παραμέτρους που έχουμε ζητήσει
- B13. Καταγραφή των αποτελεσμάτων
- B14. Έξοδος

4. Περιγραφή της πειραματικής διάταξης

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν στην αίθουσα «Γ. Νουτσόπουλος» του Εργαστηρίου Εφαρμοσμένης Υδραυλικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε και φαίνεται στο Σχήμα 4.1 αποτελείται από δύο δεξαμενές, ανάντη δεξαμενή ή Δεξαμενή 1 και κατάντη δεξαμενή ή Δεξαμενή 2, και ένα σύστημα ανακυκλοφορίας νερού με αντλίες. Οι διαστάσεις της Δεξαμενής 1 είναι $Mx\Pi x Y=2x1.5x1.5[m]$. Στο μπροστά μέρος της δεξαμενής κόβεται ορθογωνικό τμήμα διαστάσεων $\Pi x Y=0.5x0.5[m]$ δημιουργώντας θέση για να τοποθετηθεί η διάταξη του κεκλιμένου υπερχειλιστή. Επίσης τμήματα της δεξαμενής αντικαθίστανται από αντιχαρακτικό γυαλί για οπτική επιθεώρηση της ροής.

Η Δεξαμενή 2 έχει διαστάσεις $Mx\Pi x Y=3x1x1[m]$ και τοποθετείται μπροστά από το άνοιγμα της Δεξαμενής 1 για να συλλέγει τα νερά από την υπερχείλιση. Χωρίζεται με μεταλλικό έλασμα σε δύο μέρη μεταξύ των οποίων όμως υπάρχει επικοινωνία μέσω τριγωνικών οπών στον πυθμένα. Δύο αντλίες τοποθετούνται, μία σε κάθε τμήμα της Δεξαμενής 2 ώστε να αντλούν νερό προς τη Δεξαμενή 1 συμμετρικά. Ειδικές σχεδιαστικές διατάξεις έχουν εφαρμοστεί ώστε να αποφεύγεται η προσρόφηση αέρα από τις αντλίες στη Δεξαμενή 2 καθώς επίσης και για τη δημιουργία της Δεξαμενής 1 σε «λεκάνη ηρεμίσσεως» με οριζόντια ελεύθερη επιφάνεια σε συνθήκες λειτουργίας του συστήματος ακόμη και για μεγάλες παροχές.



Σχήμα 4.1: Σχηματική απεικόνιση της πειραματικής διάταξης (Chevalier et al, 2015)

Οι δύο αντλίες που φαίνονται στο Σχήμα 4.2 έχουν μανομετρικό ύψος 6[m] και μπορούν να αντλούν 75[l/s] έκαστη. Ο ρυθμός λειτουργίας τους ρυθμίζεται από ένα δικάναλο εξισορροπιστή τάσης που δίνει σταθερό ρεύμα τάσης μέχρι και 10[V]. Αυξάνοντας την τάση εξόδου της γεννήτριας μπορούμε να ρυθμίσουμε τις παροχές των αντλιών στο επιθυμητό επίπεδο.

Οι παροχές επιβεβαιώνονται με το φορητό παροχόμετρο υπερήχων TransPort™ PT868 στη μία αντλία και λόγω συμμετρίας διπλασιάζονται για να προκύψει η παροχή για το σύστημα. Η διάταξη αυτή επιτρέπει την κατάλληλη τοποθέτηση σε μεγάλο πλήθος ειδικών διατάξεων υπερχείλισης. Στο παρόν τεύχος εξετάζονται οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν σε κεκλιμένο υπερχειλιστή όπως αυτός στο Σχήμα 4.2γ.



α)



β)



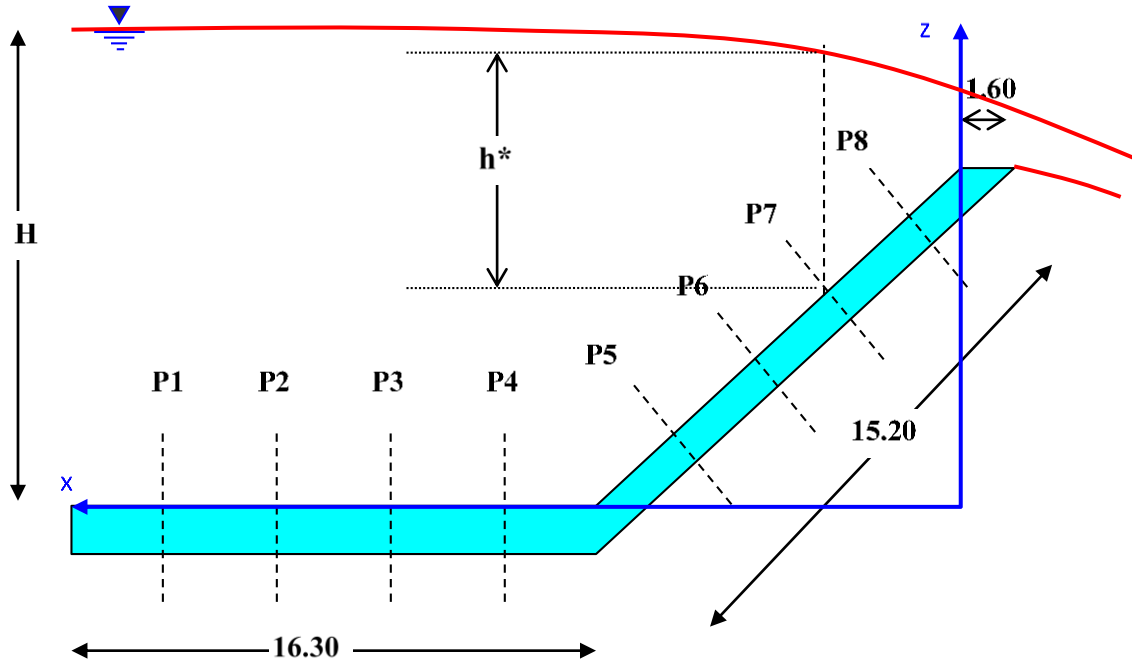
γ)



δ)

Σχήμα 4.2: α) Φωτογραφική απεικόνιση της πειραματικής διάταξης, β) Απεικόνιση των σωλήνων που έχουν τοποθετηθεί για ομαλή προσαρμογή της ροής, γ) Απεικόνιση των πιεζόμετρων που έχουν τοποθετηθεί στο κεκλιμένο τμήμα του υπερχειλιστή και δ) Απεικόνιση της διάταξης

Στον υπερχειλιστή αυτό τοποθετήθηκαν συνολικά οκτώ πιεζόμετρα (P1-P8) εκ των οποίων τα τέσσερα (P1-P4) τοποθετήθηκαν στον οριζόντιο πυθμένα ενώ τα υπόλοιπα τέσσερα (P5-P8) τοποθετήθηκαν στο κεκλιμένο τμήμα όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2γ. Το μήκος του οριζώντιου τμήματος είναι 16.3[cm] ενώ το μήκος του κεκλιμένου τμήματος είναι 15.2[cm]. Η μεταξύ τους δε γωνία είναι 47°. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η κατά μήκος (της ροής) τομή του υπερχειλιστή και οι θέσεις των πιεζόμετρων.



Σχήμα 4.3: Σχηματική απεικόνιση της τομής της διάταξης υπερχειλίστη και των θέσεων των υπερχειλιστών (Chevalier, Rabias, & Papanicolaou, 2015)

Οι συντεταγμένες των πιεζόμετρων ως προς το επίπεδο αναφοράς x-z που φαίνεται στο παραπάνω Σχήμα 4.3 δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Πίνακας 4.1: Συντεταγμένες των θέσεων των πιεζόμετρων

P#	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
x (cm)	21.75	18.75	15.75	12.75	7.43	5.39	3.34	1.3
z (cm)	0	0	0	0	3.14	5.34	7.53	9.73

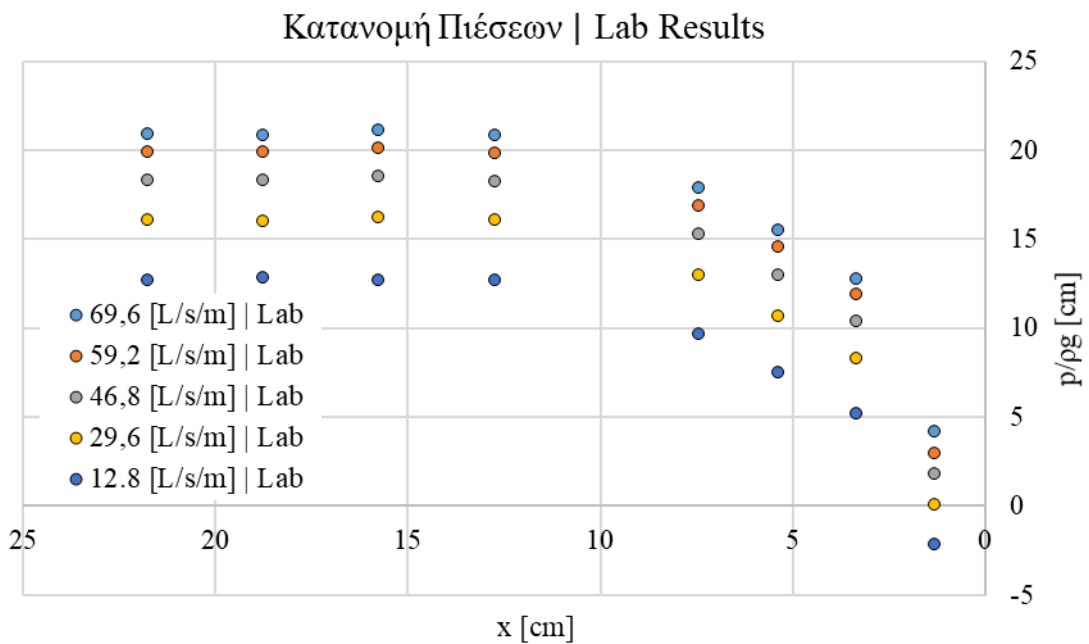
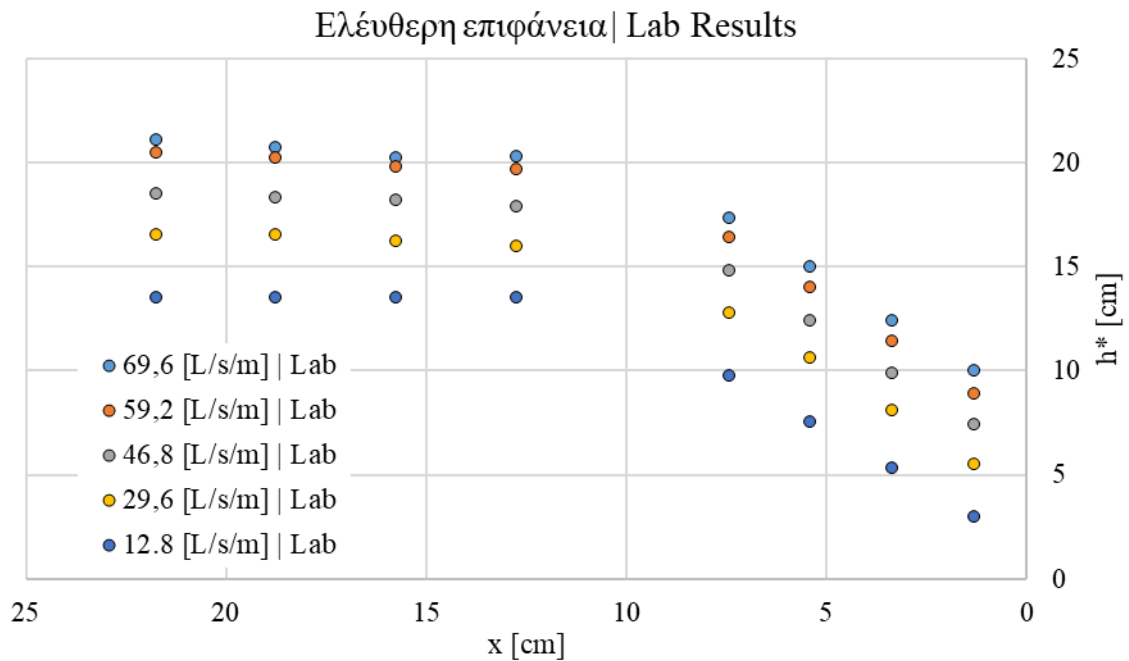
Οι παροχές για τις οποίες πραγματοποιήθηκαν στο εργαστήριο οι μετρήσεις φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί

Πίνακας 4.2: Παροχές εισόδου για το σύστημα όπως αυτές υλοποιήθηκαν στο εργαστήριο

Σενάριο 1	Σενάριο 2	Σενάριο 3	Σενάριο 4	Σενάριο 5
$69.6 \left[\frac{L}{sm} \right]$	$59.2 \left[\frac{L}{sm} \right]$	$46.8 \left[\frac{L}{sm} \right]$	$29.6 \left[\frac{L}{sm} \right]$	$12.8 \left[\frac{L}{sm} \right]$

Με το σταθμήμετρο ακίδας (Σχήμα 4.2δ) πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις των πιεζόμετρων και υπολογίστηκαν τα βάθη ροής h^*

(όπως ορίζονται και στο Σχήμα 4.3) στις αντίστοιχες θέσεις. Τα αποτελέσματα αυτά φαίνονται στο σχήμα που ακολουθεί.

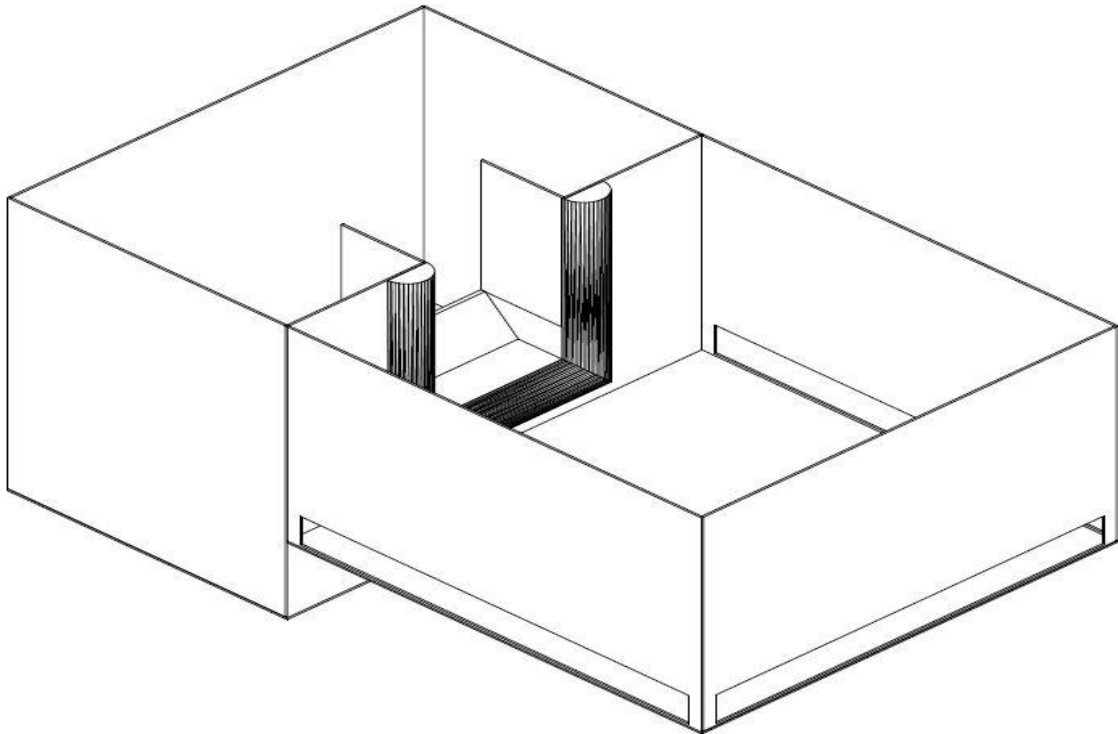


Σχήμα 4.4: Αποτελέσματα πειραματικών μετρήσεων α) για την ελεύθερη επιφάνεια και β) για την κατανομή των πιέσεων (Chevalier, Rabias, & Papanicolaou, 2015).

5. Περιγραφή της υπολογιστικής διάταξης και των παραμέτρων ελέγχου

Η Υπολογιστική διαδικασία που ακολουθείται στηρίζεται στη μέθοδο Volume Of Fluid (VOF). Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων (Finite Volume Method – FVM) η οποία με τη σειρά της αξιοποιεί τη χωρική διακριτοποίηση του πεδίου υπολογισμών της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method – FEM).

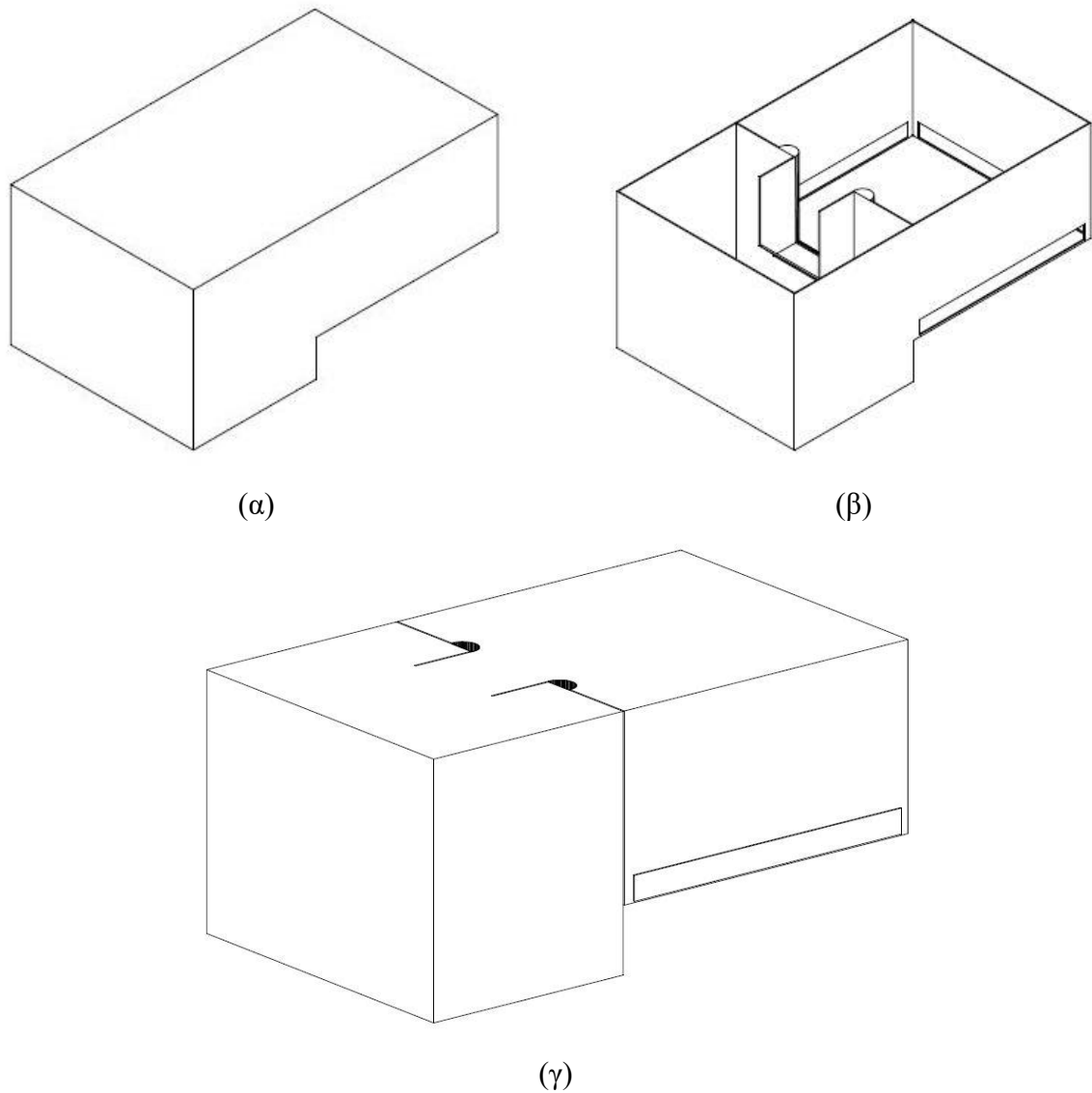
Για το σκοπό αυτό δημιουργείται σε πρόγραμμα CAD λεπτομερής αποτύπωση της δεξαμενής και της διάταξης υπερχειλίσας αποφεύγοντας όμως τη χρήση μεγεθών που δεν θα προσφέρουν στην ευκρίνεια της ανάλυσης αλλά θα μεγαλώσουν αχρείαστα τον υπολογιστικό φόρτο. Δεδομένης της εμπειρικής σχέσης που αναφέρει ότι για μία τρισδιάστατη CFD ανάλυση απαιτούνται περίπου 4[GB] μνήμης RAM ανά εκατομμύριο στοιχείων στο υπολογιστικό πλέγμα και λόγω του περιορισμού της υπολογιστικής ισχύος του προσωπικού υπολογιστή αποτυπώθηκε η δεξαμενή με διαστάσεις τέτοιες που αφενός να μας δίνουν τις πληροφορίες που θέλουμε αφετέρου να μην ξεπερνά το mesh τα τρία εκατομμύρια στοιχεία και τέλος το αποτέλεσμα να μην είναι οπτικά αδρό.



Σχήμα 5.1: Αποτύπωση του ωφέλιμου χωρίου της πειραματικής διάταξης σε κλίμακα 1:1

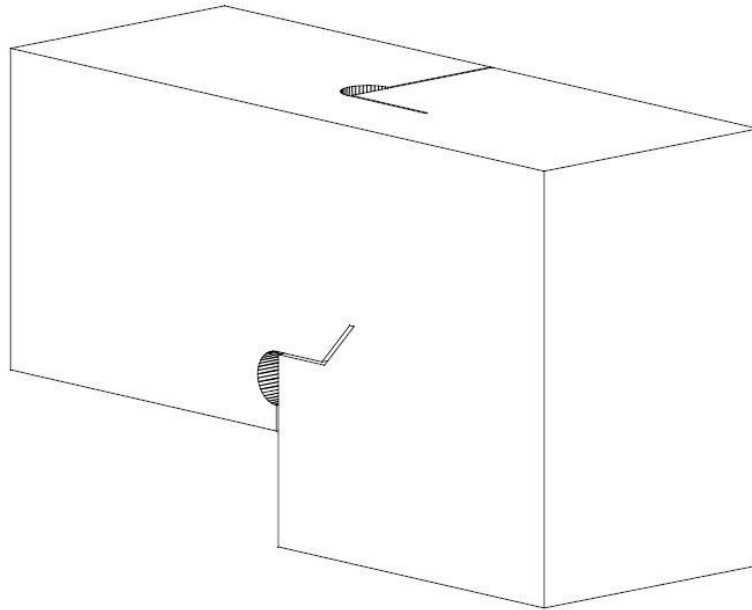
Οι περιορισμοί αυτοί οδήγησαν στην μη χρήση του πλήρους βάρους της ανάντη δεξαμενής (Δεξαμενή 1) καθώς επίσης και της κατόντη δεξαμενής (Δεξαμενής 2) αλλά έπρεπε να ληφθούν υπόψιν οι διαστάσεις της Δεξαμενής 1 σε κάτοψη καθώς απαιτείται η εποπτεία της οριζόντιας ελεύθερης επιφάνειας στις συνθήκες μόνιμης ροής για το σύστημα.

Το υπολογιστικό χωρίο (κάθε περιοχή στην οποία είναι πιθανό να βρεθεί το ρευστό) προκύπτει από τη γεωμετρική «αφαίρεση» της παραπάνω διάταξης από ένα στερεό που είναι ακριβώς στα όρια της δεξαμενής.



Σχήμα 5.2: Σχηματική απεικόνιση των τριών στερεών της γεωμετρικής αφαίρεσης. (α): Το στερεό που περικλείει την δεξαμενή, (β): Η δεξαμενή και (γ): Το προϊόν της «αφαίρεσης» του (β) από το (α)

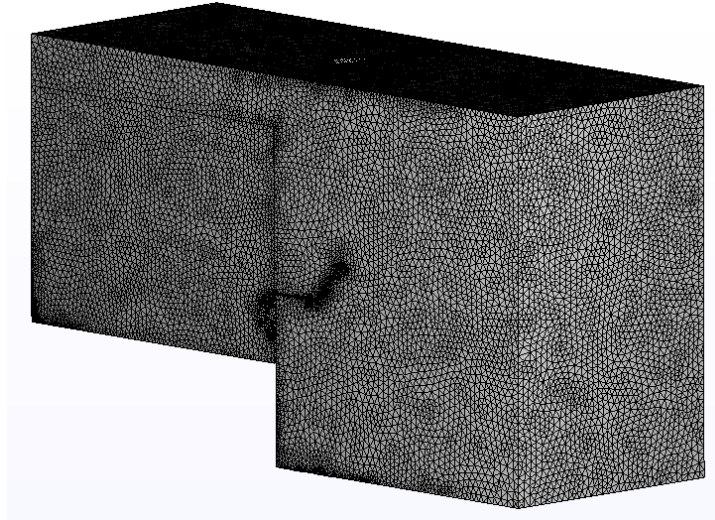
Εκμεταλλευόμενοι τη συμμετρία της πειραματικής διάταξης τέμνουμε το παραπάνω στερεό στη μέση κατά τη διεύθυνση της ροής. Έτσι, μπορούμε με την ίδια υπολογιστική ισχύ να διπλασιάσουμε την διαμέριση του συστήματος καθώς για το ίδιο πλήθος πεπερασμένων όγκων ελέγχου θα εφαρμόζεται στο μισό όγκο του μοντέλου.



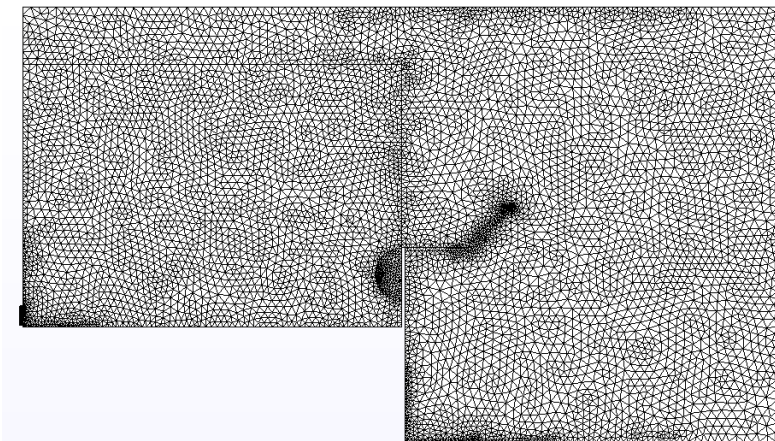
Σχήμα 5.3: Σχηματική αποτύπωση του υπολογιστικού χωρίου εκμεταλλευόμενοι τη συμμετρία

5.1. Δημιουργία Υπολογιστικού Πλέγματος (Mesh) – Γεωμετρία 1

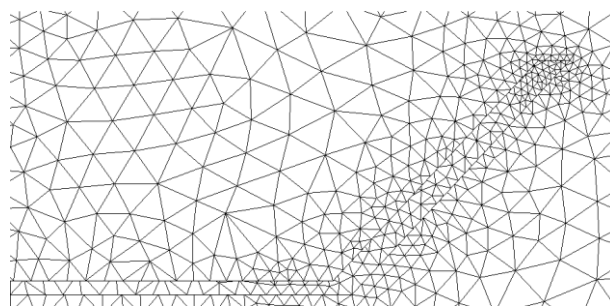
Το προηγούμενο τρισδιάστατο σχέδιο εισάγεται στο Autodesk® CFD όπου ορίζονται τα υλικά οι συνοριακές συνθήκες, οι αρχικές συνθήκες και δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα – mesh. Στο κεφάλαιο αυτό παραλείπεται η ανάθεση συνοριακών και αρχικών συνθηκών καθότι αυτές θα αναλυθούν σε επόμενο κεφάλαιο με την τελική γεωμετρία.



α)



β)



γ)

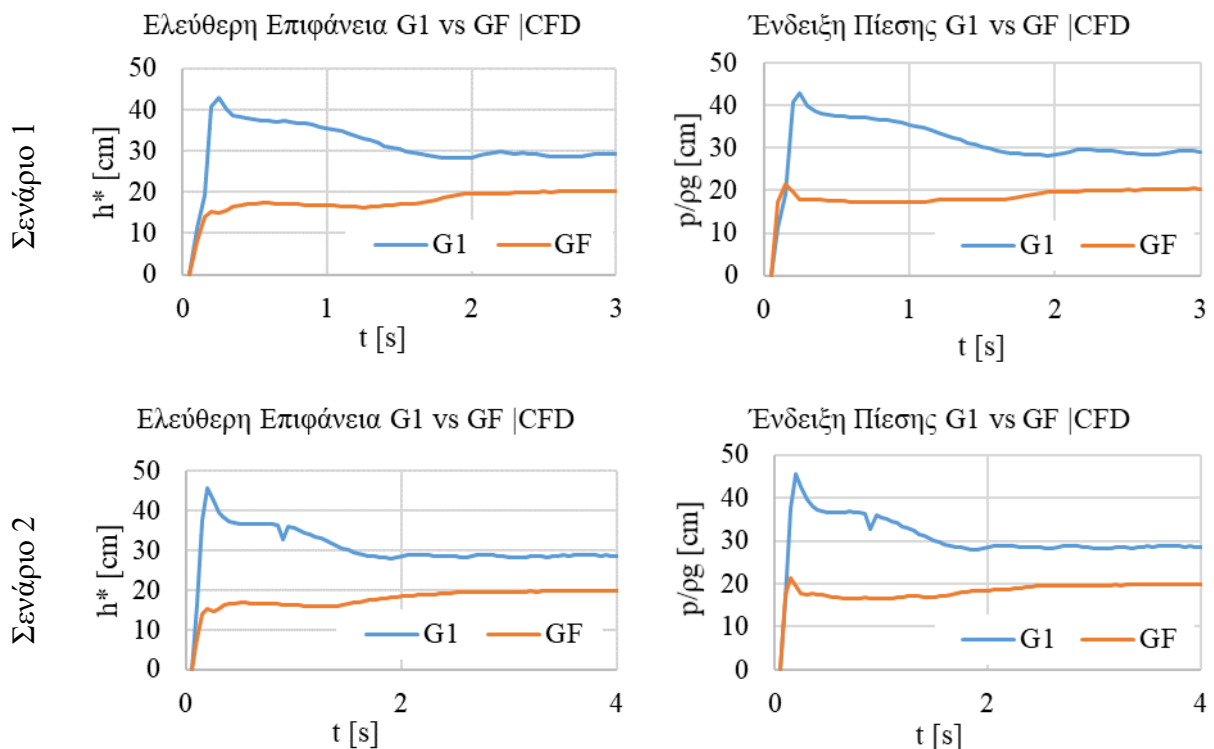
Σχήμα 5.4: Σχηματική απεικόνιση της διαμέρισης του χωρίου. α) Όψη από μπροστά και δεξιά, β) όψη από την επιφάνεια της συμμετρίας και γ) όψη από την επιφάνεια της συμμετρίας σε μεγέθυνση στη θέση της υπερχειλίσης.

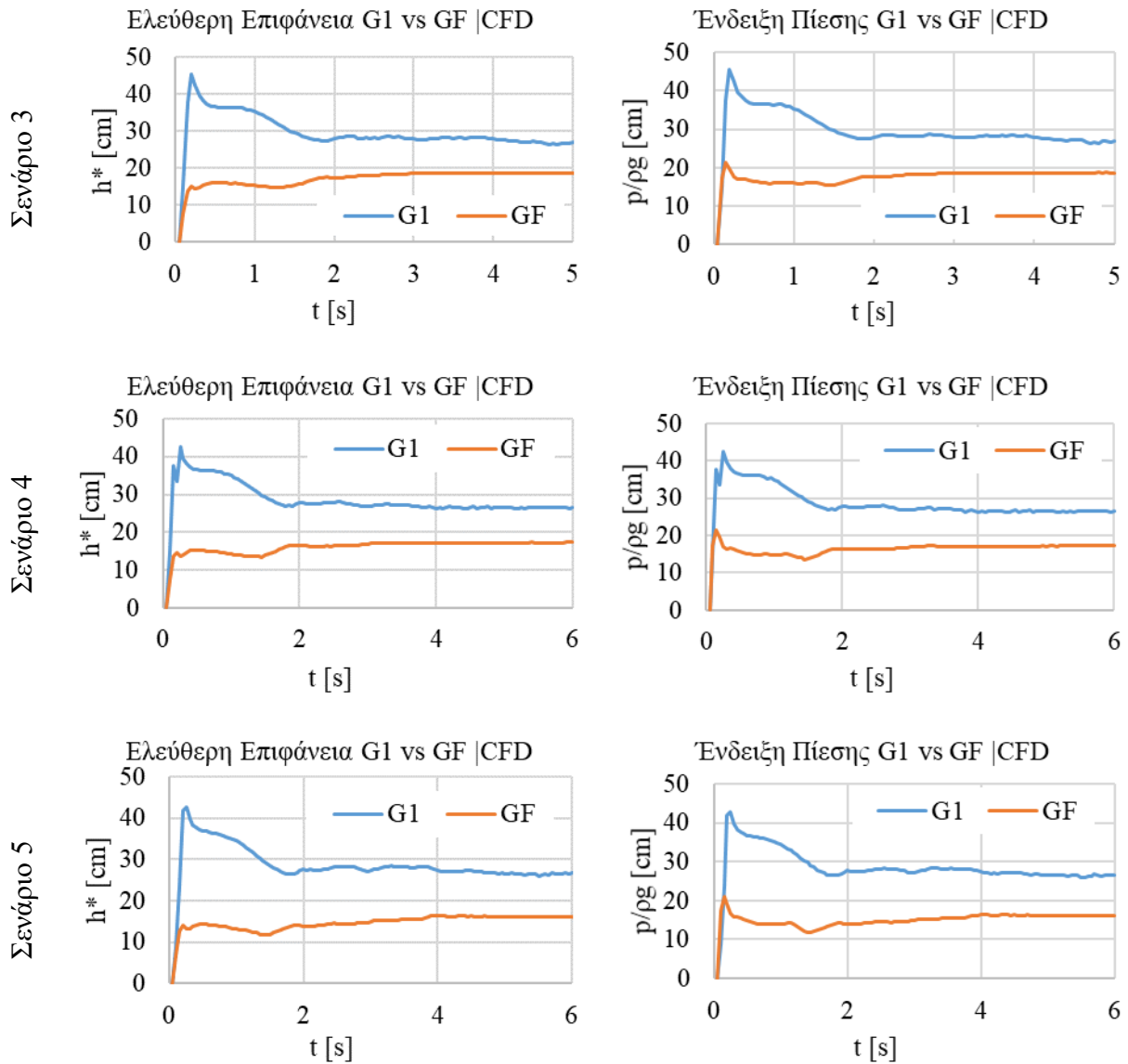
Για το συγκεκριμένο πλέγμα χρησιμοποιήθηκαν περίπου 3'000'000 τετραεδρικές πυραμίδες και η μορφή του mesh φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Η επιλογή του πλήθους αυτού έγινε με κριτήριο αρχικά τον περιορισμό του υπολογιστικού συστήματος και δεδομένου της οπτικής ικανοποίησης με την πυκνότητα της διαμέρισης.

Πραγματοποιήθηκαν λοιπόν οι αντίστοιχες προσομοιώσεις των 5 σεναρίων όπως περιγράφονται στο κεφάλαιο και προέκυψαν τα μεγέθη για να γίνει η σύγκριση των πειραματικών και των υπολογισμένων αποτελεσμάτων. Δεν κρίνεται σκόπιμο να γίνει αναλυτικά η ανάλυση αυτή σε αυτό το σημείο καθώς γίνεται για την τελικά επιλεγμένη γεωμετρία.

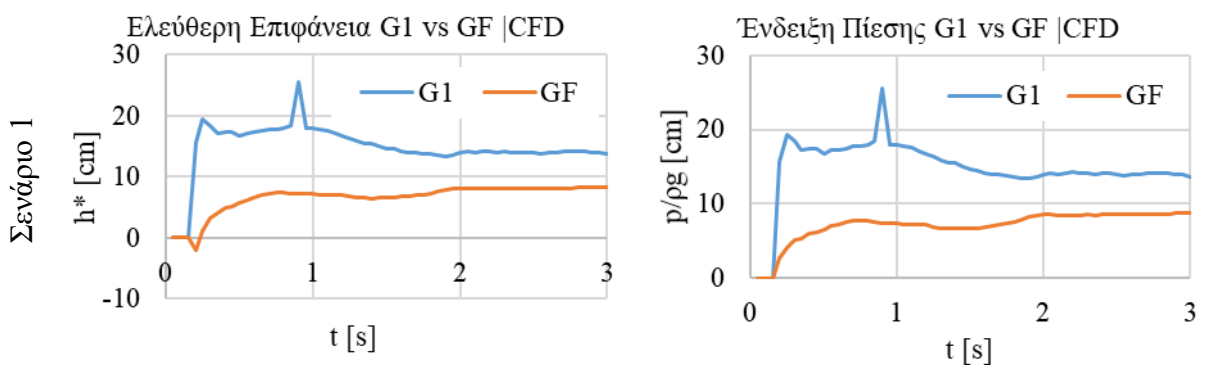
Παρατηρείται λοιπόν ότι υπήρχε μεγάλη απόκλιση (10 [cm]) μεταξύ τόσο των ενδείξεων της ολικής πίεσης των πειραματικών δεδομένων και των υπολογισμένων ενδείξεων όσο και των αντίστοιχων μετρήσεων της ελεύθερης επιφάνειας και της υπολογισμένης υδροστατικής πίεσης. Όσο δε η παροχή μειώνεται η απόκλιση αυτή μεταξύ των πειραματικών δεδομένων και των υπολογισμένων μεγεθών αυξάνεται και στο σενάριο 5 φτάνει τα 16 [cm].

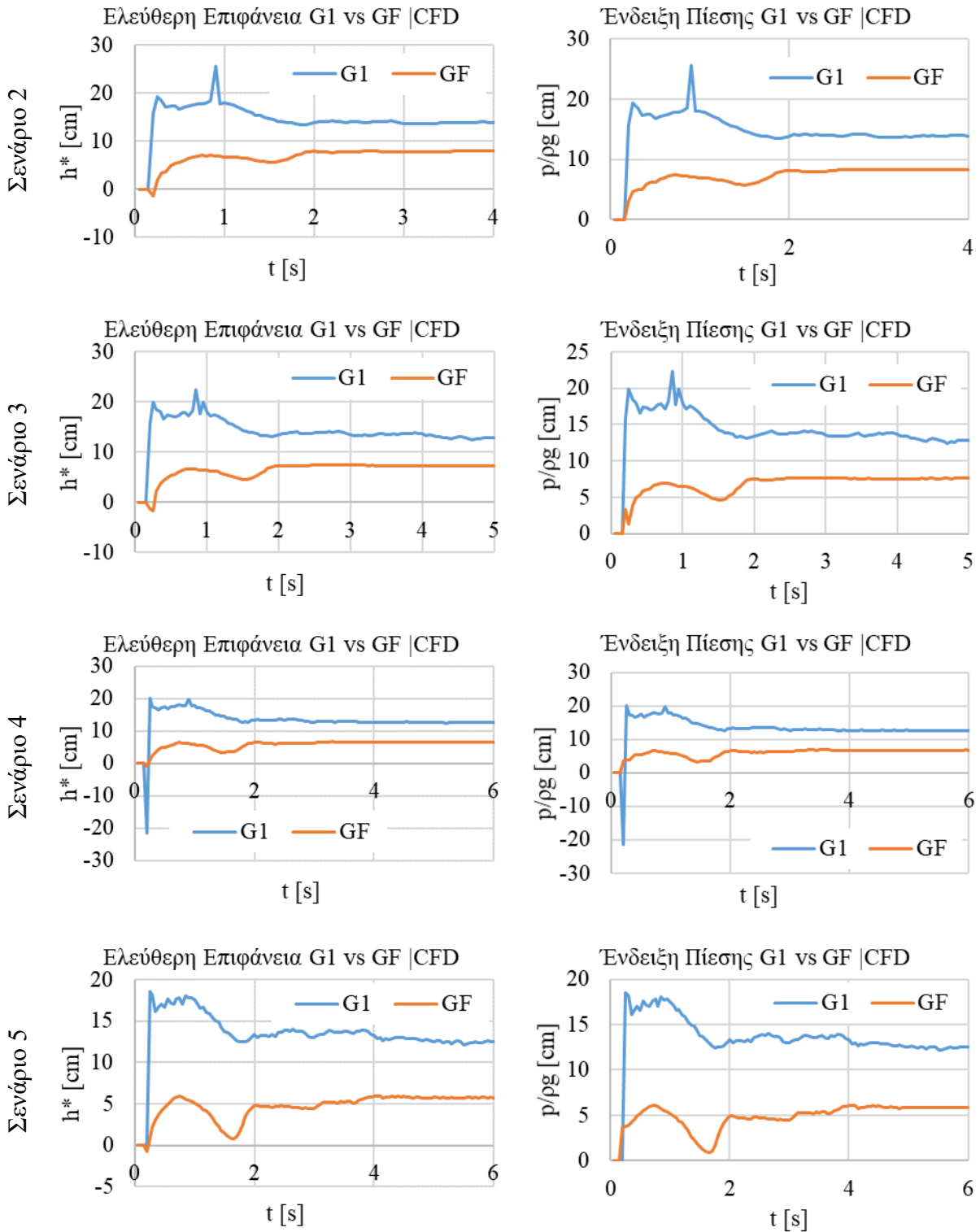
Στα σχήματα που ακολουθούν φαίνονται τόσο οι χρονοσειρές των ολικών πιέσεων όσο και των υδροστατικών πιέσεων (ανάγονται σε ελεύθερη επιφάνεια) για τις θέσεις P1 και P8 που προέκυψαν από την αρχική αυτή γεωμετρία και από τη γεωμετρία που εν τέλει χρησιμοποιήθηκε. Κρίνεται σκόπιμο να χρησιμοποιηθούν αυτά τα σχήματα καθώς έτσι φαίνεται η διαφορά στη συμπεριφορά των δύο προσομοιώσεων παρά σχήματα που να συγκρίνουν τα υπολογισμένα μεγέθη με τα πειραματικά με μορφή σημείων καθώς έτσι φαίνεται η επίδραση του της διαμέρισης στην προσομοίωση.





Σχήμα 5.5: Απεικόνιση της διαφοράς μεταξύ των αποτελεσμάτων της αρχικής γεωμετρίας G1 με την τελικά επιλεγθείσα γεωμετρία GF στη θέση του πιεζόμετρου P1.



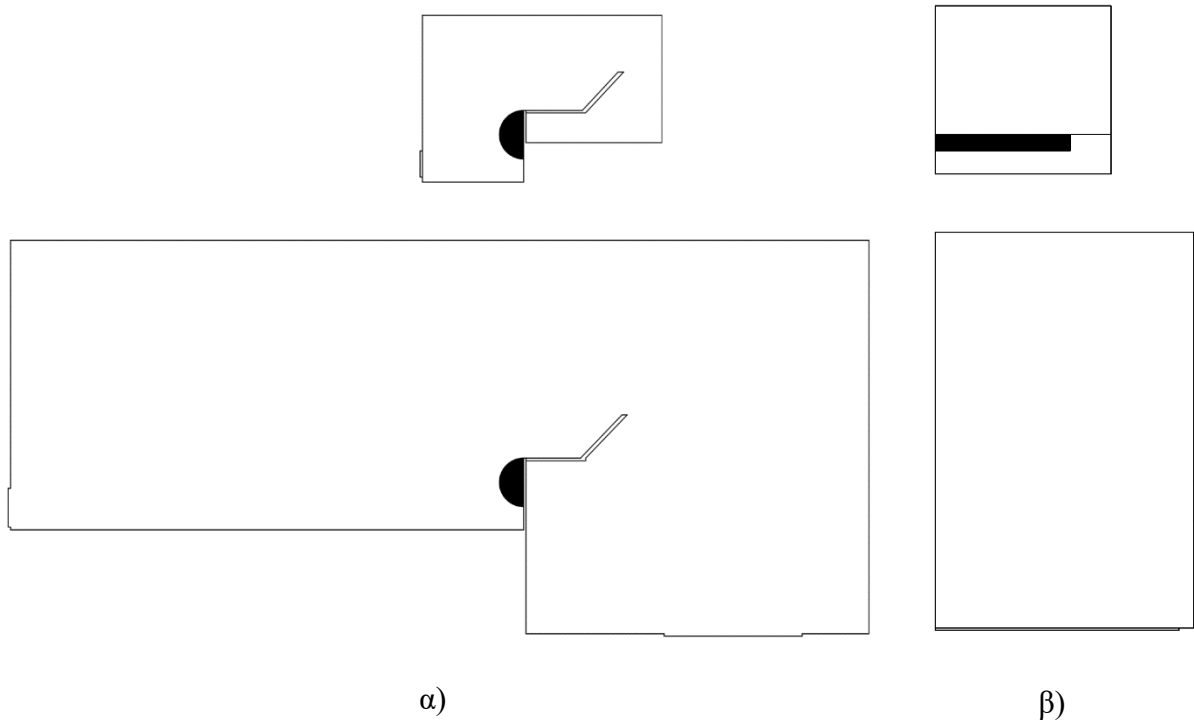


Σχήμα 5.6: Απεικόνιση της διαφοράς μεταξύ των αποτελεσμάτων της αρχικής γεωμετρίας G1 με την τελικά επιλεγθείσα γεωμετρία GF στη θέση του πιεζόμετρου P8.

Από αναζήτηση λοιπόν προέκυψε ότι η μέθοδος που ακολουθείται για να επιλεγεί το κατάλληλο mesh για μια γεωμετρία είναι η επιλογή μιας αρχικής διαμέρισης και η πύκνωσή της ανά βήμα και η παρακολούθηση αν τα αποτελέσματα μεταβάλλονται πάνω από 5% ή όποιο αντίστοιχο ποσοστό είναι αποδεκτό από το μελετητή. Η περαιτέρω όμως πύκνωση του

υπολογιστικού χωρίου έβγαινε εκτός της χωρητικότητας σε μνήμη RAM του υπολογιστή οπότε επιλέχθηκε η λύση της αλλαγής της γεωμετρίας.

Αφαιρέθηκαν επομένως «περιττά» κομμάτια από τη γεωμετρία ώστε να περιλαμβάνεται μια πιο στενή περιοχή γύρω από τον υπερχειλιστή και σε ύψος που να ήταν μεγαλύτερο μεν κοντά δε σε αυτό που πρόκυπτε για τις δεδομένες παροχές από τα πειραματικά δεδομένα. Έτσι προέκυψε η «τελική» γεωμετρία που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα σε παράθεση με την αρχική.

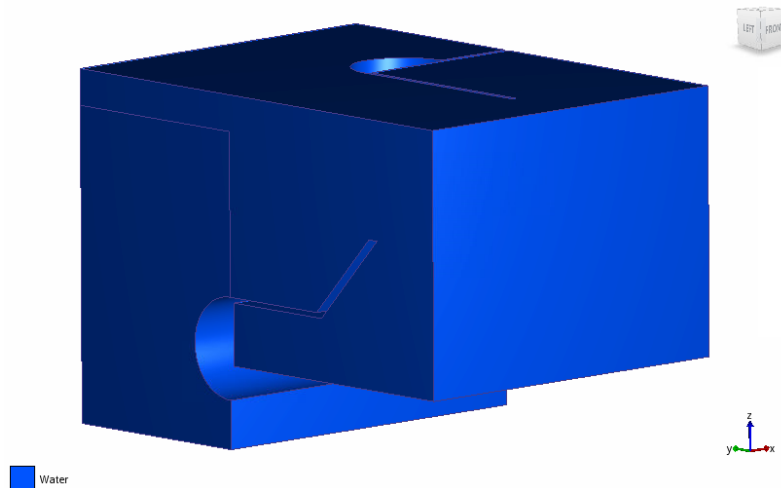


Σχήμα 5.7: Απεικόνιση της διαφοράς μεταξύ της αρχικής γεωμετρίας με την τελικά επιλεγθείσα γεωμετρία α) όψη από το επίπεδο συμμετρίας και β) όψη από τα κατόντη.

5.2. Δημιουργία Υπολογιστικού Πλέγματος (Mesh) – Τελική γεωμετρία

5.2.1. Επιλογή Υλικών

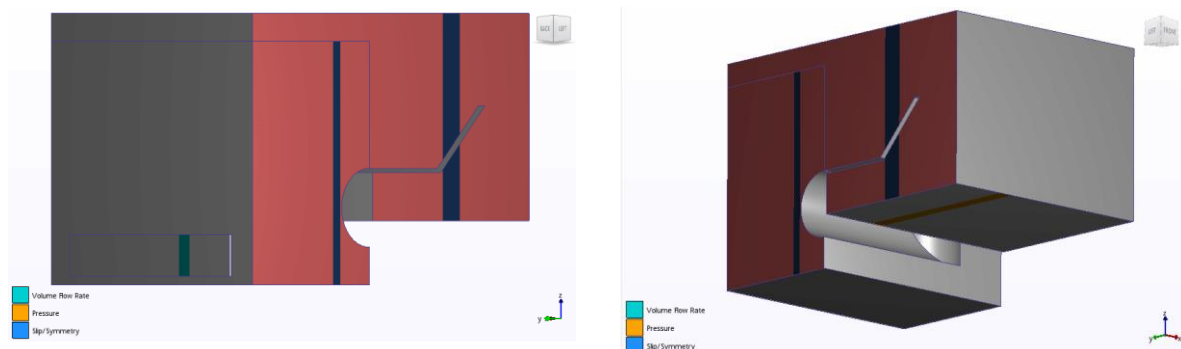
Πρώτο βήμα για την δημιουργία του πλέγματος είναι η επιλογή του υλικού. Στη συγκεκριμένη περίπτωση της διασπαστικής ροής σε κάθε μέρος του χωρίου που ενδέχεται να υπάρξει νερό κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης επιλέγεται ως υλικό το νερό ακόμη και αν κατά την επίλυση προκύψει η δεύτερη φάση (αέρας) στη θέση αυτή (Autodesk CFD, 2018).



Σχήμα 5.8: Σχηματική απεικόνιση του υπολογιστικού χωρίου που ενδέχεται να βρεθεί το νερό

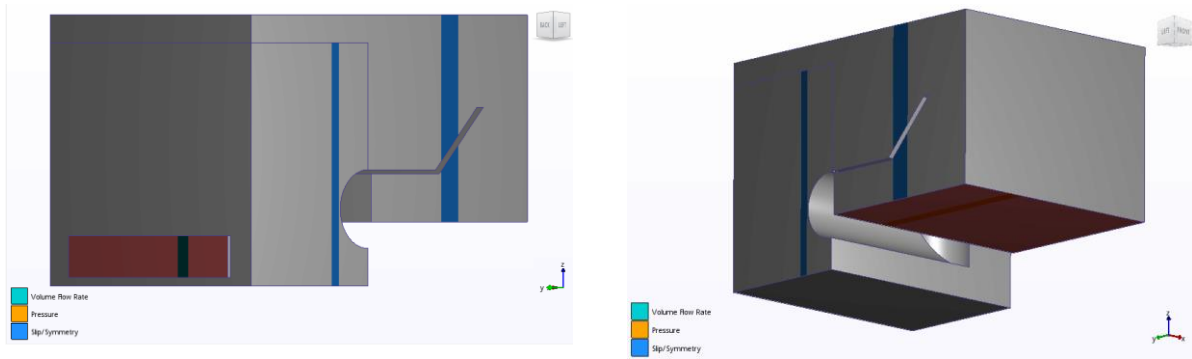
5.2.2. Εφαρμογή συνοριακών συνθηκών

Κατόπιν εφαρμόζονται οι συνοριακές συνθήκες για το σύστημά μας. Αρχικά τοποθετείται στην αριστερά πλευρά (κοιτώντας τη ροή να έρχεται προς το μέρος μας) η συνθήκη συμμετρίας.



Σχήμα 5.9: Σχηματική απεικόνιση της όψης που εφαρμόζεται η συνοριακή συνθήκη συμμετρίας.

Στη συνέχεια τοποθετείται στις καθορισμένες θέσεις εισόδου η συνθήκη της εισροής νερού. Η εισροή νερού ορίζεται σταθερή ως προς το χρόνο και πλήρως ανεπτυγμένη ως προς τη διατομή εισόδου. Για να μην έχουμε συρροή νερού τοποθετούνται στο μοντέλο επιφάνειες στις οποίες ανατίθεται συνοριακή συνθήκη εξόδου. Αυτή «τοποθετείται» απαιτώντας η πίεση σε κάθε θέση της επιφάνειας να είναι ίση με την πίεση του εικονικού περιβάλλοντος στο οποίο εκτελούνται οι υπολογισμοί.

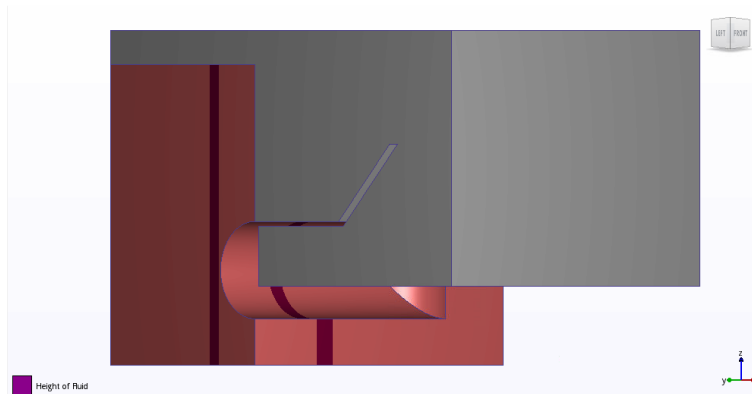


Σχήμα 5.10: Σχηματική απεικόνιση των όψεων που εφαρμόζεται οι συνοριακές συνθήκες α) εισροής και β) εκροής νερού.

Τέλος, σε όλες τις υπόλοιπες θέσεις που δεν θέτουμε συνοριακές συνθήκες το πρόγραμμα θέτει αυτόματα συνοριακή συνθήκη τοίχου (η εφαπτομενική συνιστώσα του διανύσματος της ταχύτητας $\vec{u} = 0$).

5.2.3. Εφαρμογή αρχικών συνθηκών

Για να αποφύγουμε το χρόνο που χρειάζεται η άδεια ανάντη Δεξαμενή 1 να γεμίσει με τις παροχές εισόδου και να υπερχειλίσει, δίνουμε μια αρχική στάθμη ύδατος.



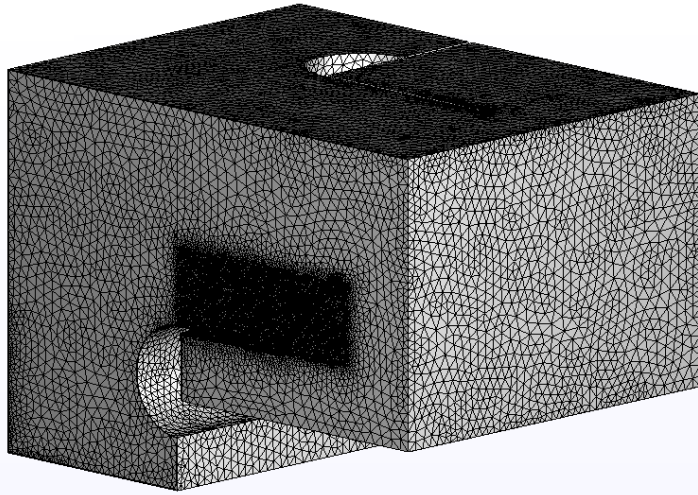
Σχήμα 5.11: Σχηματική απεικόνιση του όγκου της αρχικής στάθμης ύδατος

5.2.4. Δημιουργία Υπολογιστικού πλέγματος

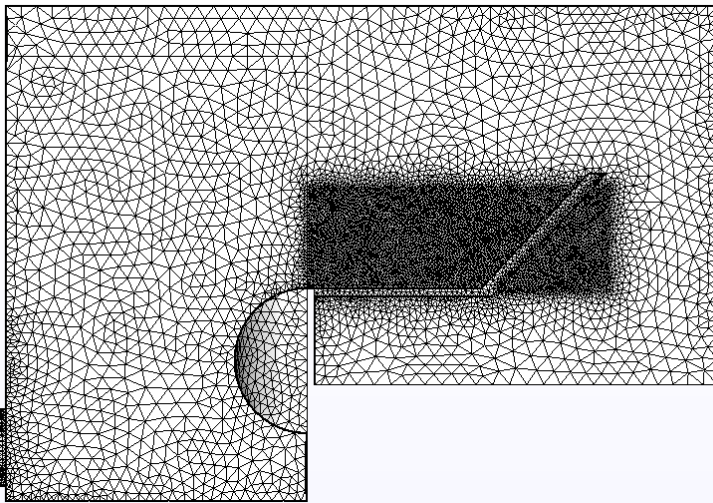
Ακολουθεί η «καρατόμηση» του υπολογιστικού χωρίου στους πεπερασμένους όγκους ελέγχου. Οι όγκοι ελέγχου που επιλέγονται είναι τετραεδρικά πρίσματα – πυραμίδες. Λόγω συγκυριακής αναβάθμισης της υπολογιστικής δυνατότητας, ο πλήθος των πρισμάτων που χρησιμοποιούνται είναι περίπου 3'500'000. Αυτά εμφανίζουν μια διαφορά ως προς το μέγεθός τους καθώς είναι πιο πυκνά προς τις επιφάνειες και τις ακμές του χωρίου και πιο αραιά ως προς το κέντρο. Επειδή στην πειραματική διάταξη, τα πιεζόμετρα τοποθετούνται στο μέσο (της διάστασης του πλάτους) της διάταξης υπερχειλίσης, με τη χρήση του μισού χωρίου έχουμε εξ' αρχής μια πύκνωση στις θέσεις αυτές καθώς πια βρίσκονται στα όρια του χωρίου.

Γίνεται μία επιπρόσθετη τοπική πύκνωση του υπολογιστικού πλέγματος στη θέση του υπερχειλιστή και προκύπτει το υπολογιστικό πλέγμα 4'478'512 στοιχείων του Σχήματος 5.12 που ακολουθεί.

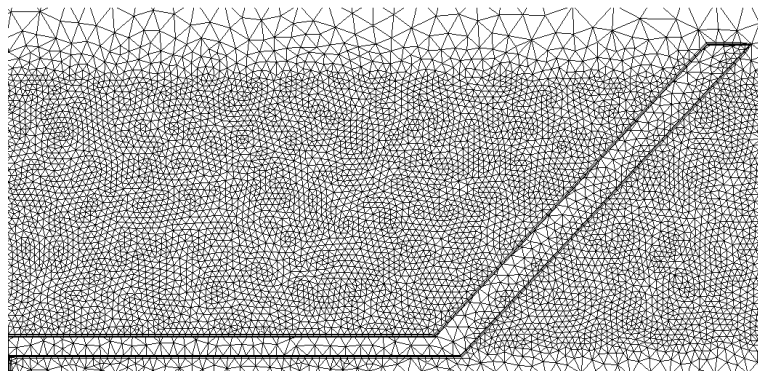
α)



β)



γ)



Σχήμα 5.12: Σχηματική απεικόνιση της οριστικής διαμέρισης του χωρίου. α) Όψη από μπροστά και δεξιά, β) όψη από την επιφάνεια της συμμετρίας και γ) όψη από την επιφάνεια της συμμετρίας σε μεγέθυνση στη θέση της υπερχειλίσσης.

Σε κάθε σενάριο από αυτά που θα πραγματοποιηθούν αλλάζει από τις συνοριακές συνθήκες μόνο η παροχή εισόδου.

Για την οπτική διευκόλυνση του χρήστη, πραγματοποιείται καθρεπτισμός των αποτελεσμάτων ως προς την επιφάνεια που «κόπηκε» το υπολογιστικό χωρίο για να έχουμε εικόνα του πλήρους πεδίου ροής καθώς και των αποτελεσμάτων.

Για τη σύγκριση των πειραματικών δεδομένων με τα αριθμητικά που προκύπτουν από την ανάλυση ελέγχουμε την πίεση και τη στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας στη θέση των πιεζόμετρων.

Οι μεταβλητές αυτές σταθεροποιούνται (μειώνεται πολύ η διακύμανσή τους) ως προς το χρόνο μετά από μερικά δευτερόλεπτα προσομοίωσης οπότε και λαμβάνονται οι τιμές των μεταβλητών. Λαμβάνουμε δηλαδή από το σύστημα μια χρονοσειρά για την ολική πίεση στη συγκεκριμένη θέση καθώς και μια χρονοσειρά για την υδροστατική πίεση στη συγκεκριμένη θέση όπου από την πρώτη παίρνουμε την πίεση που αντιστοιχεί στην ένδειξη των πιεζόμετρων και από τη δεύτερη τη στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας.

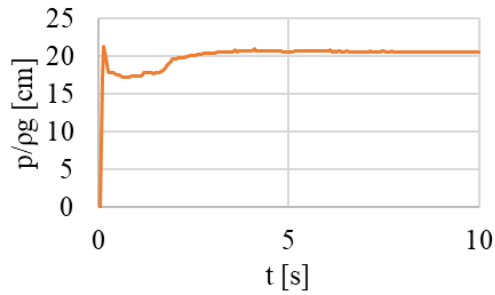
Για αδιαστατοποίηση οι τιμές της ολικής πίεσης διαιρούνται με το γινόμενο της πυκνότητας του νερού $\rho = 998.2 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$ επί την επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 9.81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$. Η ίδια διαίρεση πραγματοποιείται και για τις τιμές της υδροστατικής πίεσης για να προκύψει η στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας στη συγκεκριμένη θέση.

Ακολουθούν τα αποτελέσματα από την ανάλυση.

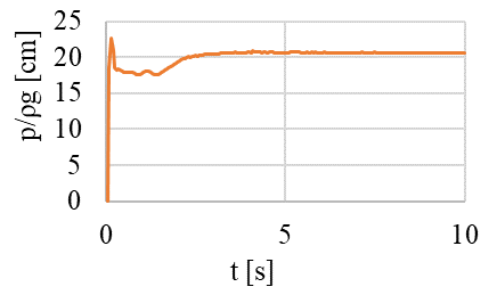
6. Επεξεργασία των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων

6.1. Σενάριο 1: $Q = 69.6 \left[\frac{L}{sm} \right]$

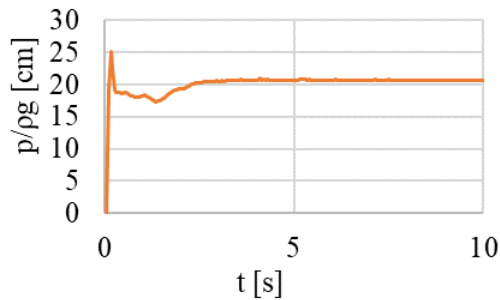
Με την ανάλυση λαμβάνονται οι παρακάτω χρονοσειρές για την αδιαστατοποιημένη ολική πίεση στις θέσεις των πιεζόμετρων.



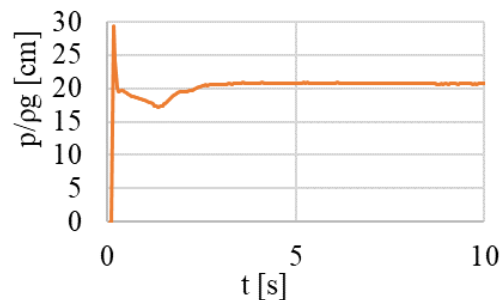
P1



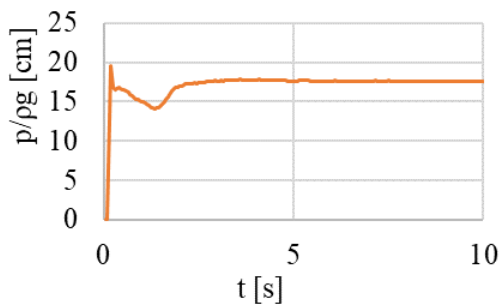
P2



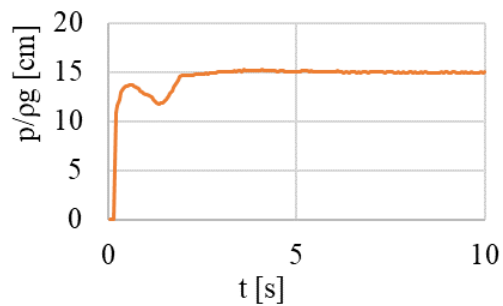
P3



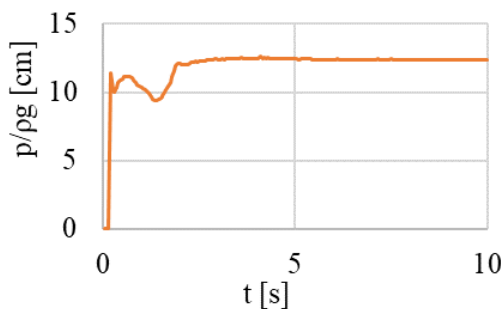
P4



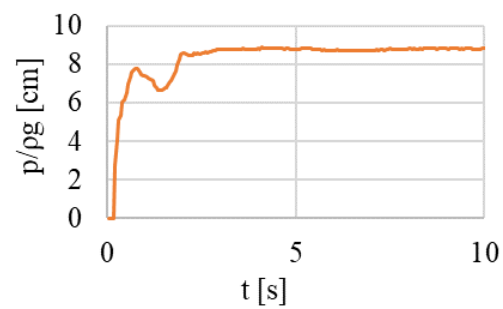
P5



P6



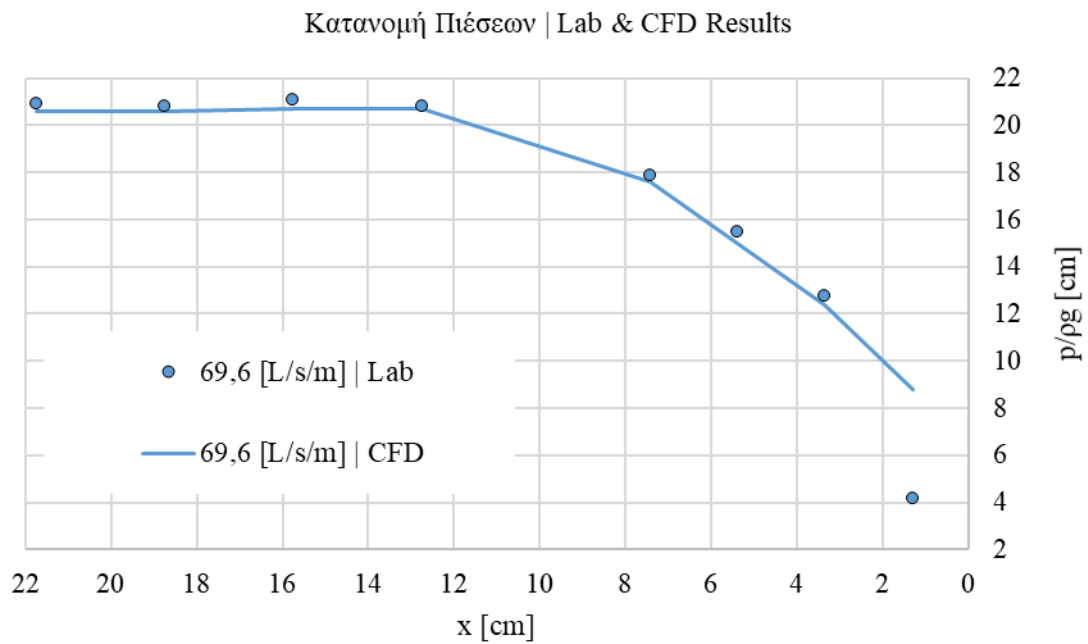
P7



P8

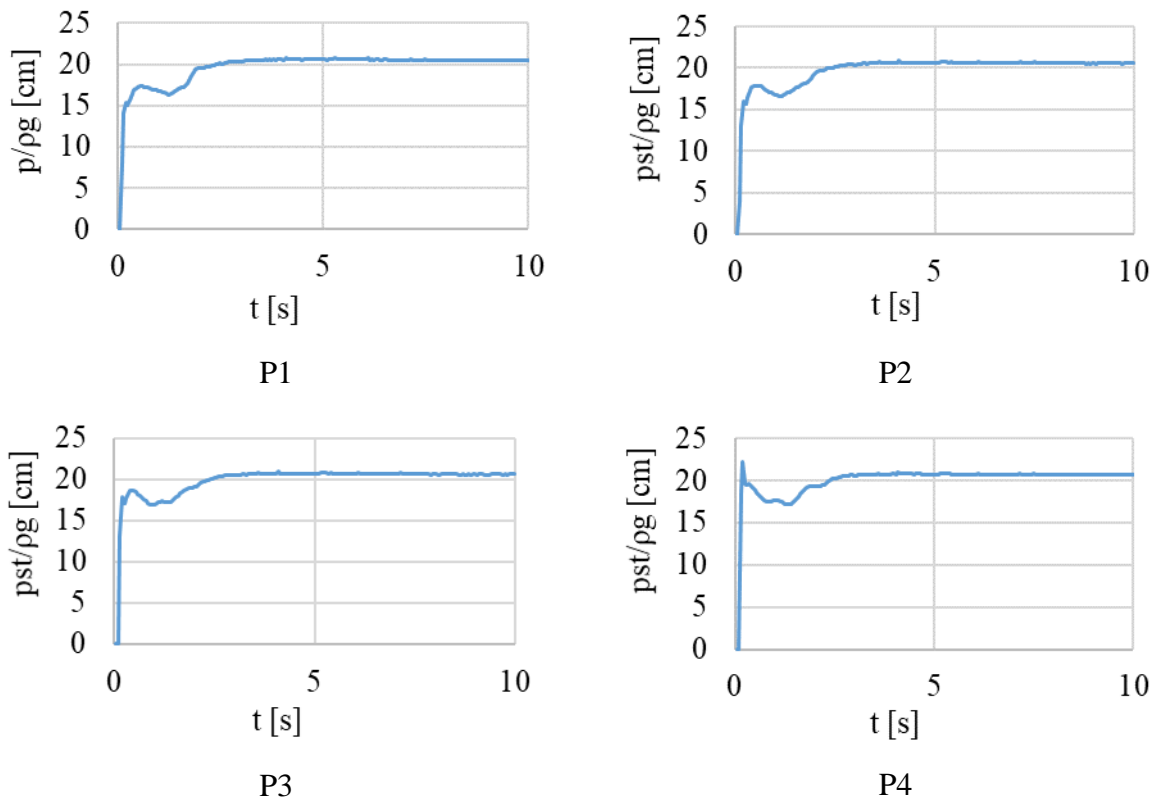
Σχήμα 6.1: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 1).

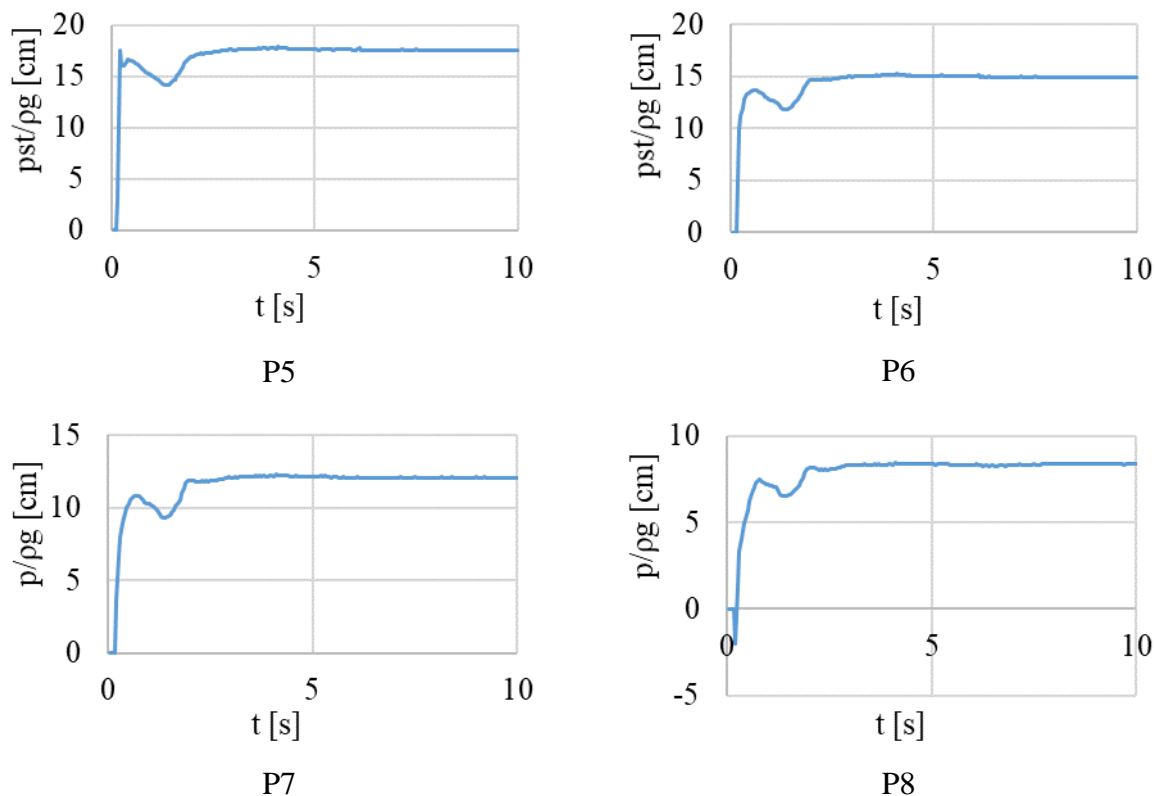
Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=3.5[s]$ και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.



Σχήμα 6.2: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 1).

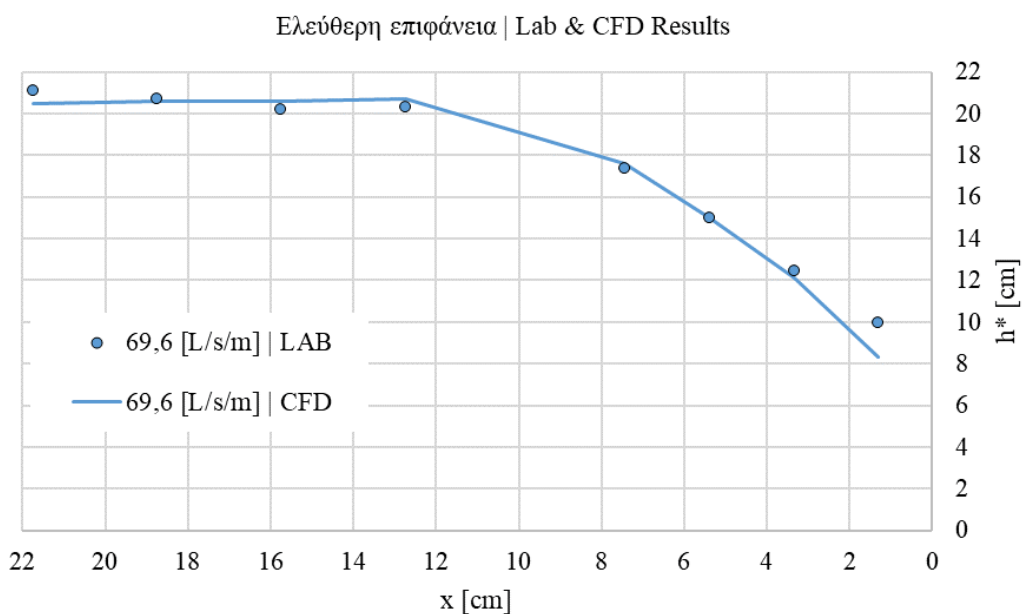
Λαμβάνονται επίσης οι παρακάτω χρονοσειρές για την «στάθμη» της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις των πιεζόμετρων.





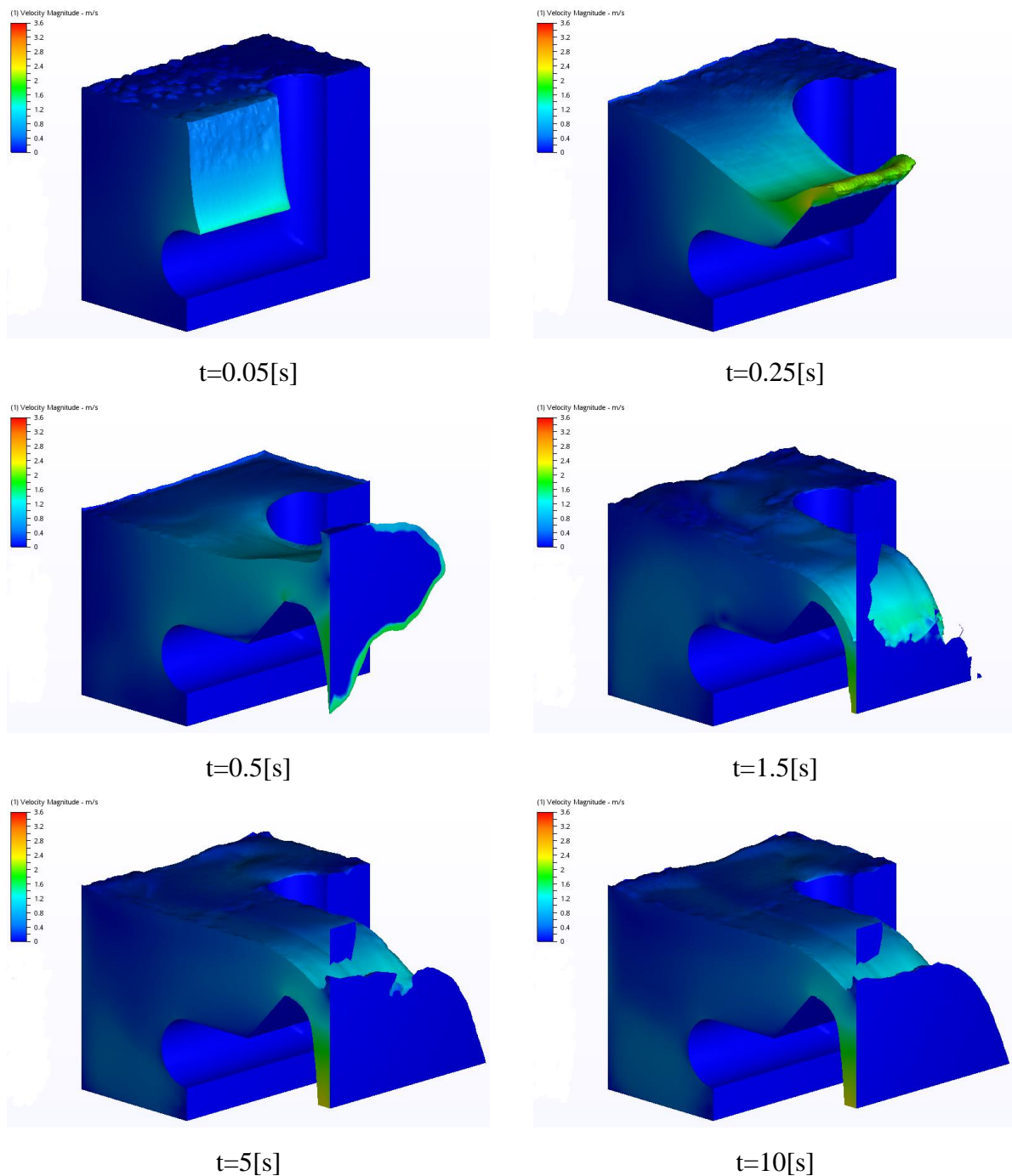
Σχήμα 6.3: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 1).

Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=3.5[s]$ και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.

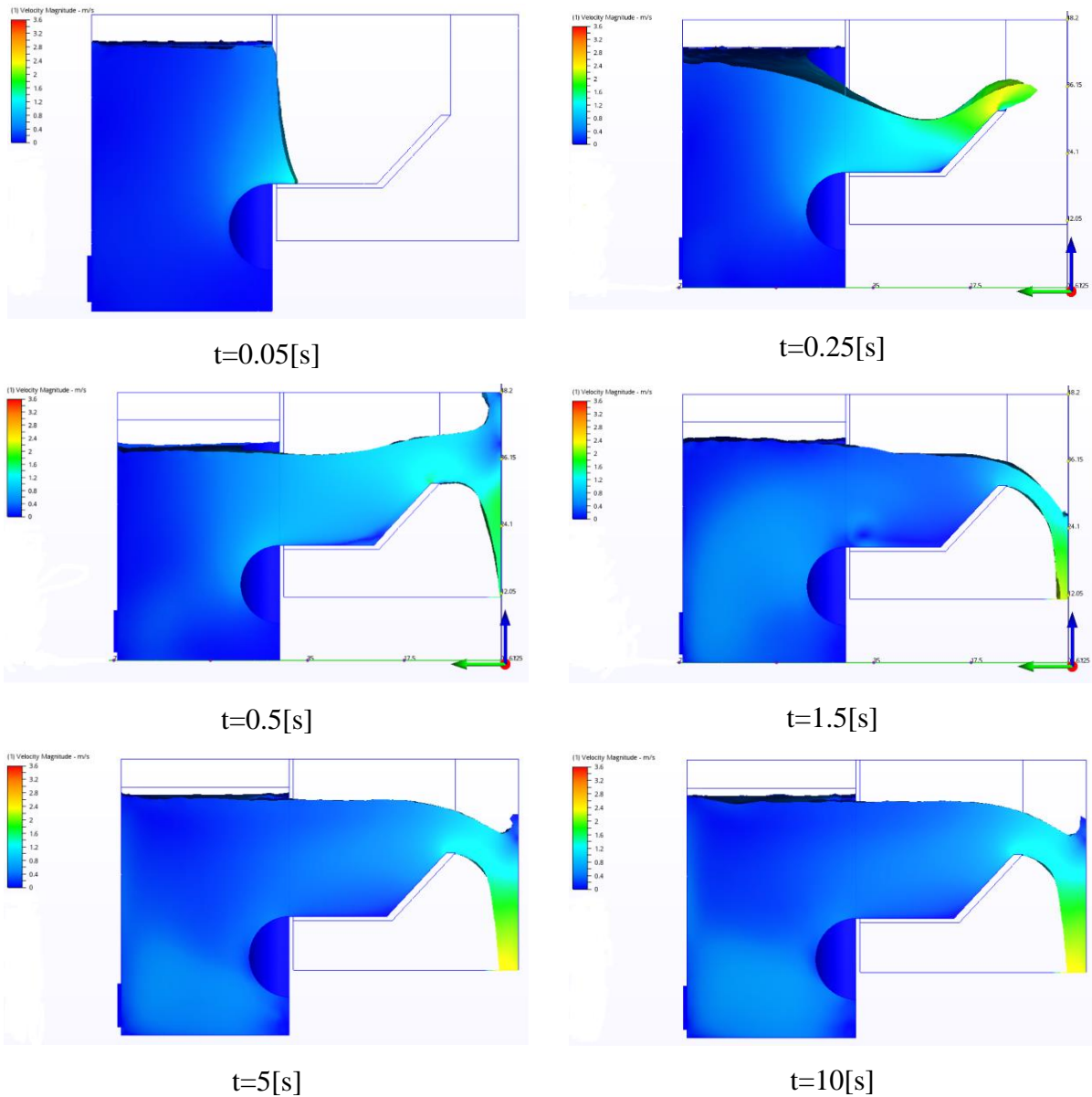


Σχήμα 6.4: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 1).

Παρατίθενται επίσης στα Σχήματα 6.5 και 6.6 τρισδιάστατη απεικόνιση και απεικόνιση στην επιφάνεια συμμετρίας αντίστοιχα της προσομοίωσης σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Ο χρωματισμός γίνεται με βάση το διάνυσμα της ταχύτητας και το κάτω όριο (σκούρο μπλε) αντιστοιχεί σε 0 [m/s] ενώ το άνω όριο (κόκκινο χρώμα) αντιστοιχεί σε ταχύτητα 3.6 [m/s].

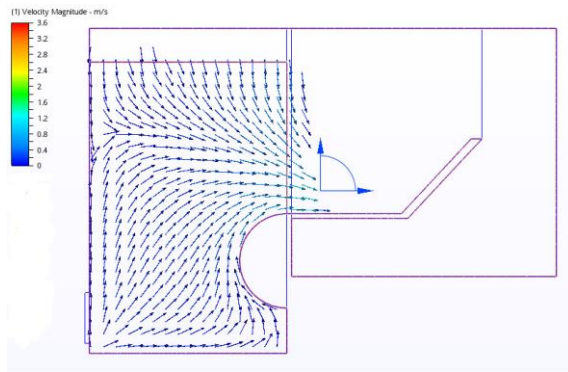


Σχήμα 6.5: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 1)

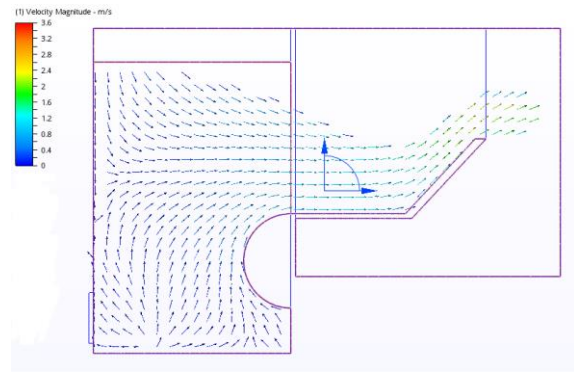


Σχήμα 6.6: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 1)

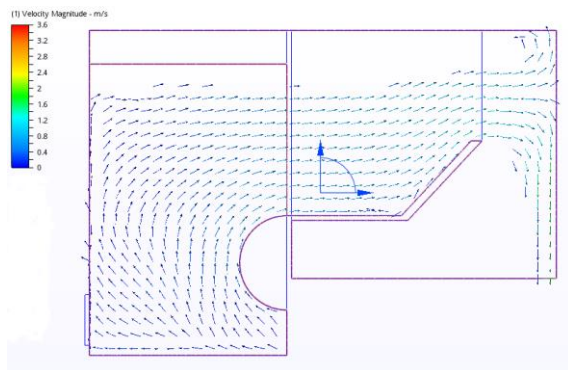
Στα σχήματα που ακολουθούν έχουμε τα αντίστοιχα δισδιάστατα διαγράμματα των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σχήμα 6.7) καθώς και μια απεικόνιση των τροχιών δεικτών (traces), δηλαδή στοιχειωδών ποσοτήτων νερού που εισέρχονται στο σύστημα για να φαίνεται η πορεία τους στο υπολογιστικό χωρίο (Σχήμα 6.8).



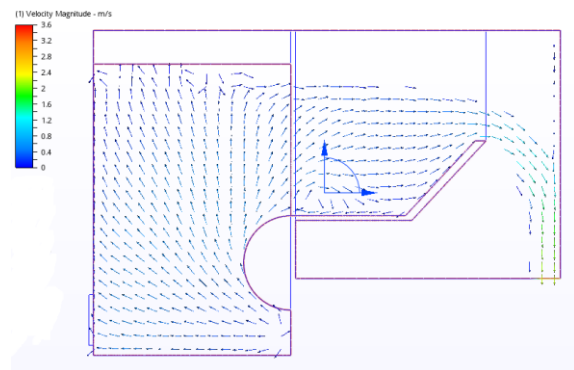
$t=0.05[s]$



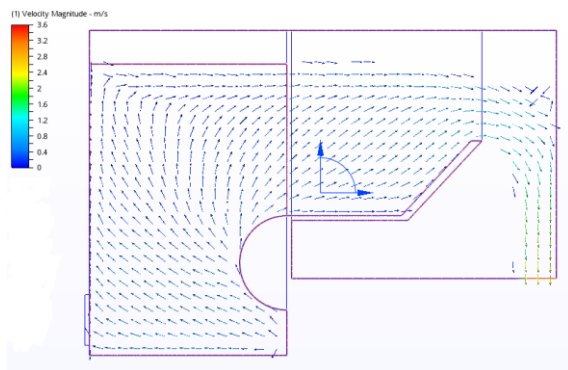
$t=0.25[s]$



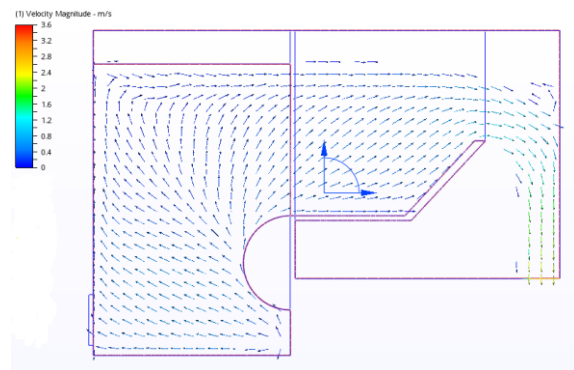
$t=0.5[s]$



$t=1.5[s]$

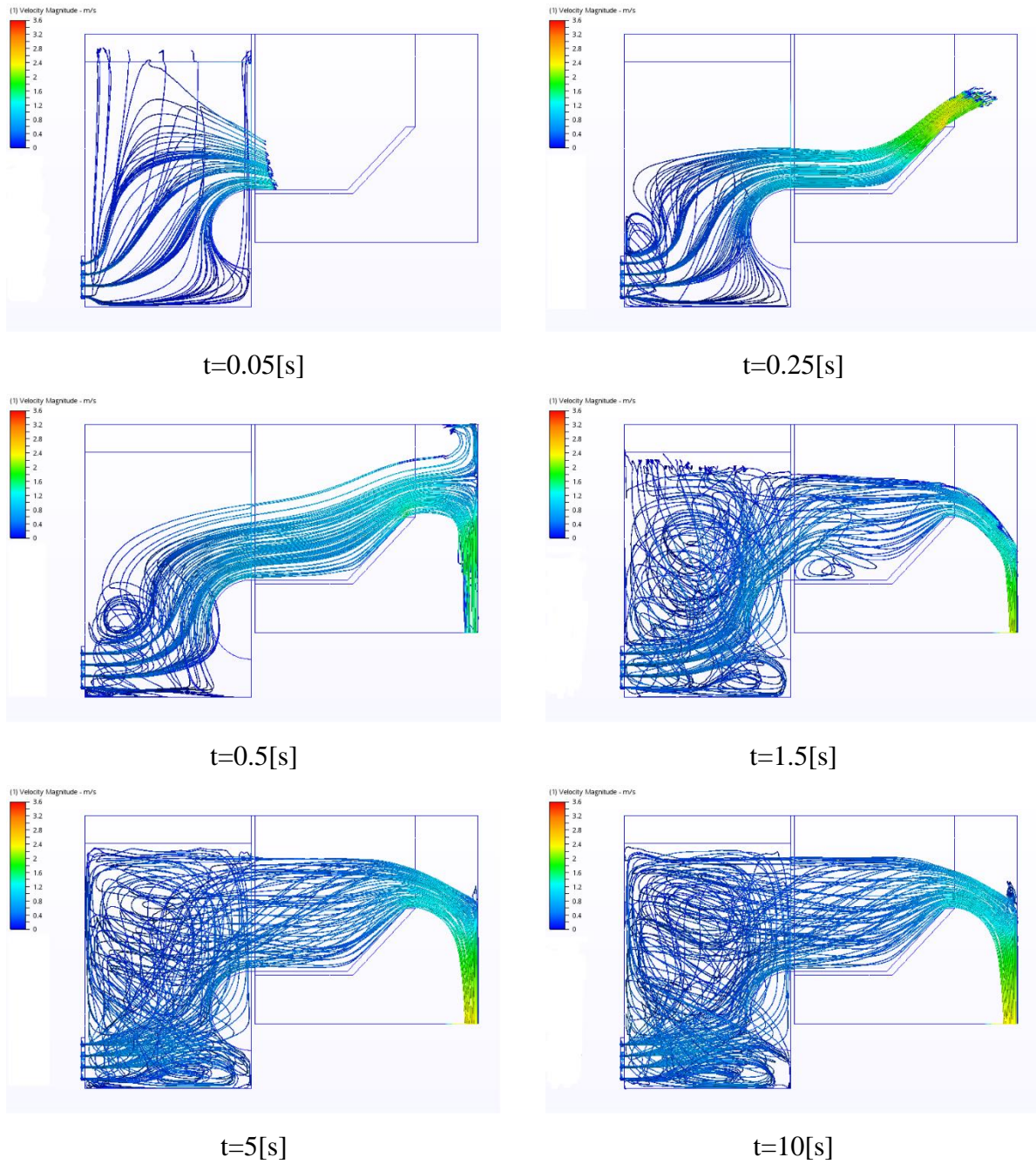


$t=5[s]$



$t=10[s]$

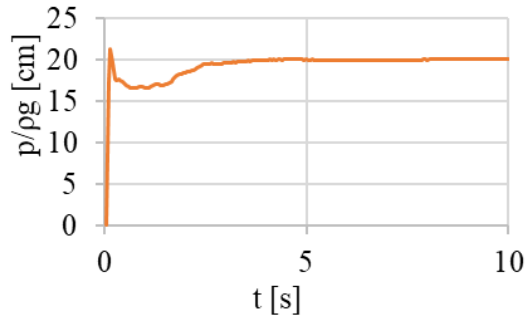
Σχήμα 6.7: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 1)



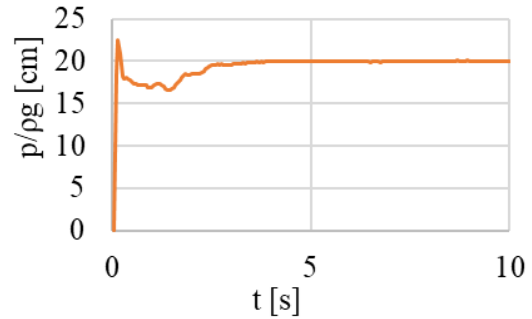
Σχήμα 6.8: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 1)

6.2. Σενάριο 2: $Q = 59.2 \left[\frac{L}{sm} \right]$

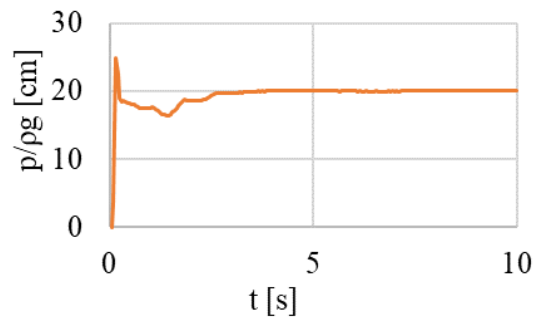
Με την ανάλυση λαμβάνονται οι παρακάτω χρονοσειρές για την αδιαστατοποιημένη ολική πίεση στις θέσεις των πιεζόμετρων.



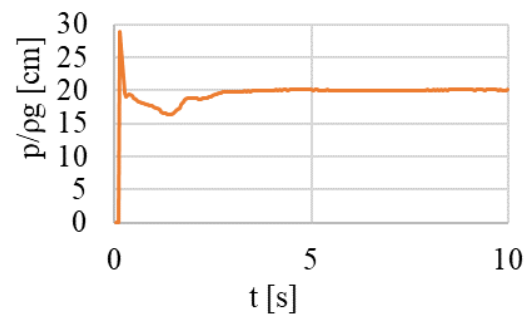
P1



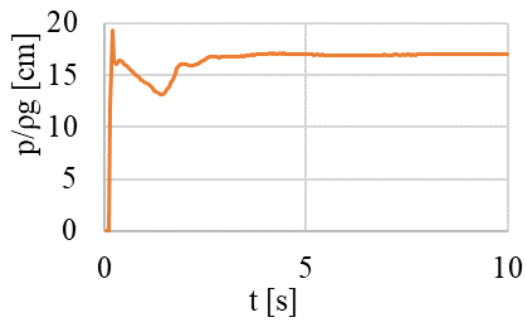
P2



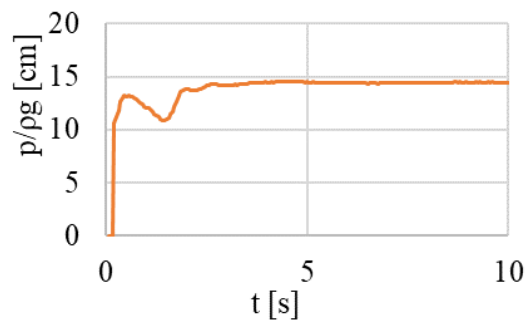
P3



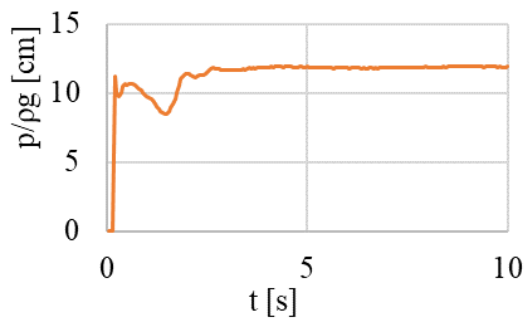
P4



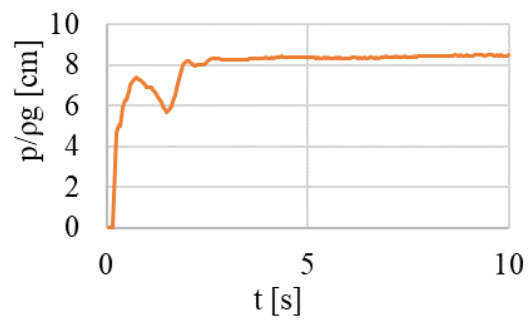
P5



P6



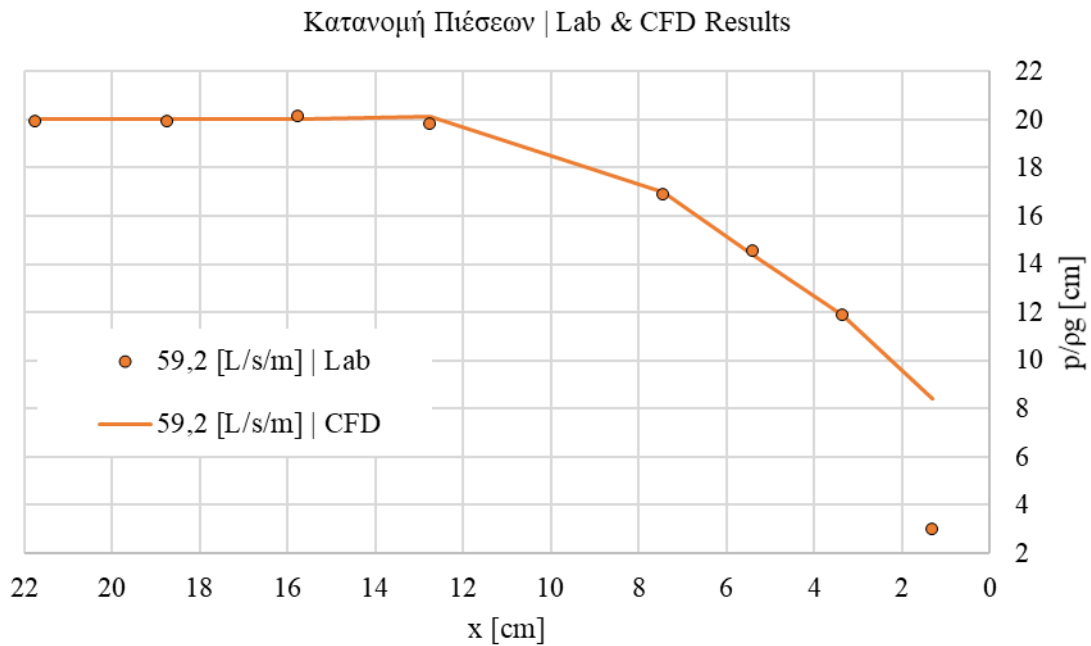
P7



P8

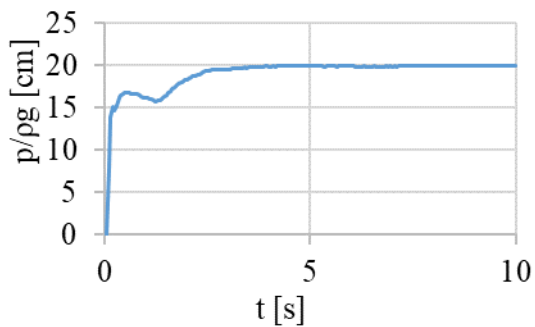
Σχήμα 6.9: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 2)

Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=4[s]$ και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.

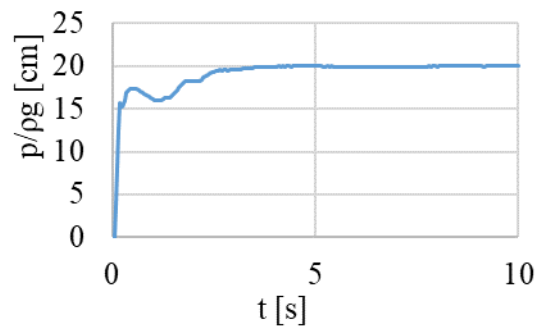


Σχήμα 6.10: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 2)

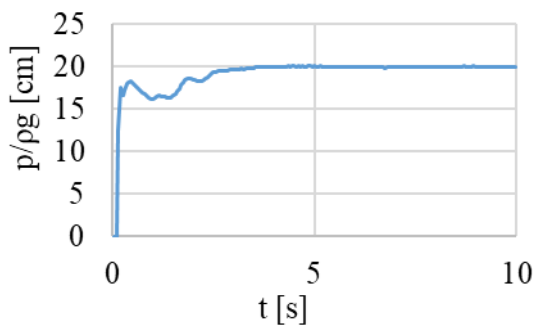
Λαμβάνονται επίσης οι παρακάτω χρονοσειρές για την στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις των πιεζόμετρων.



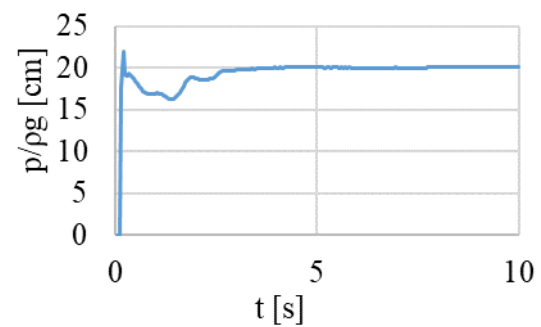
P1



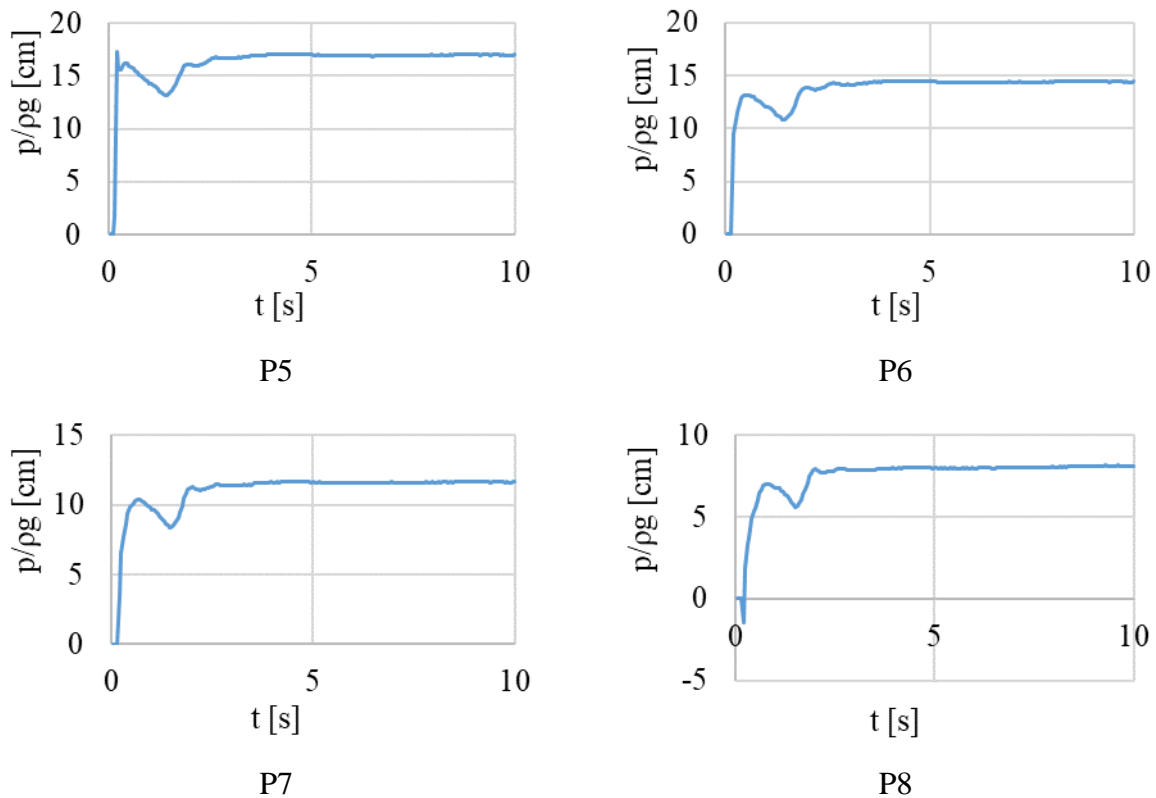
P2



P3

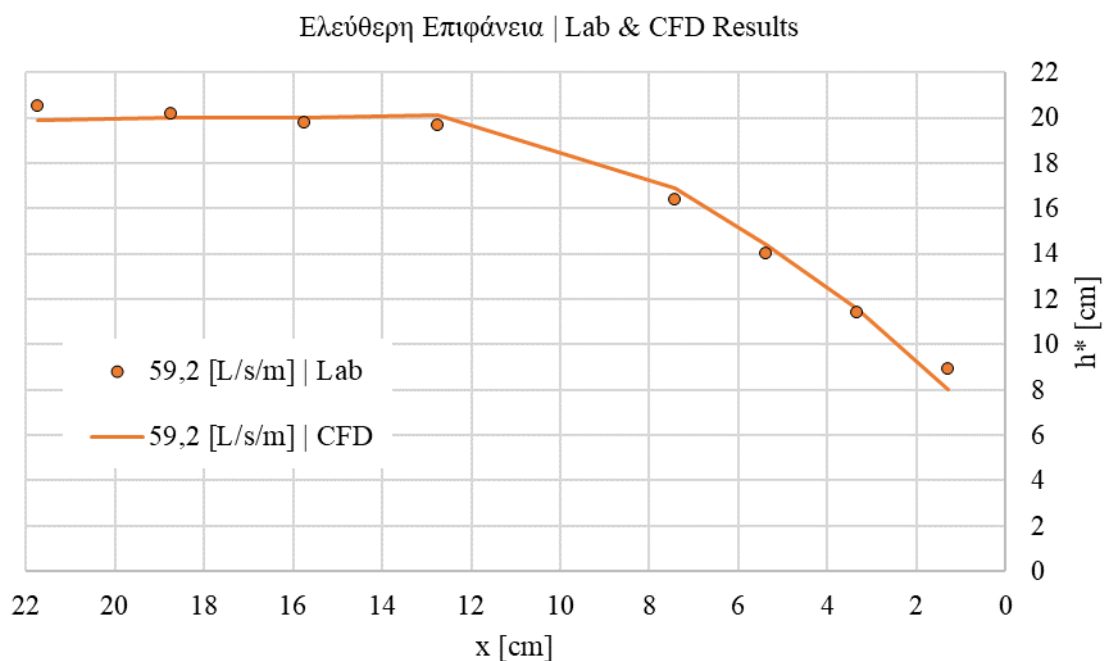


P4



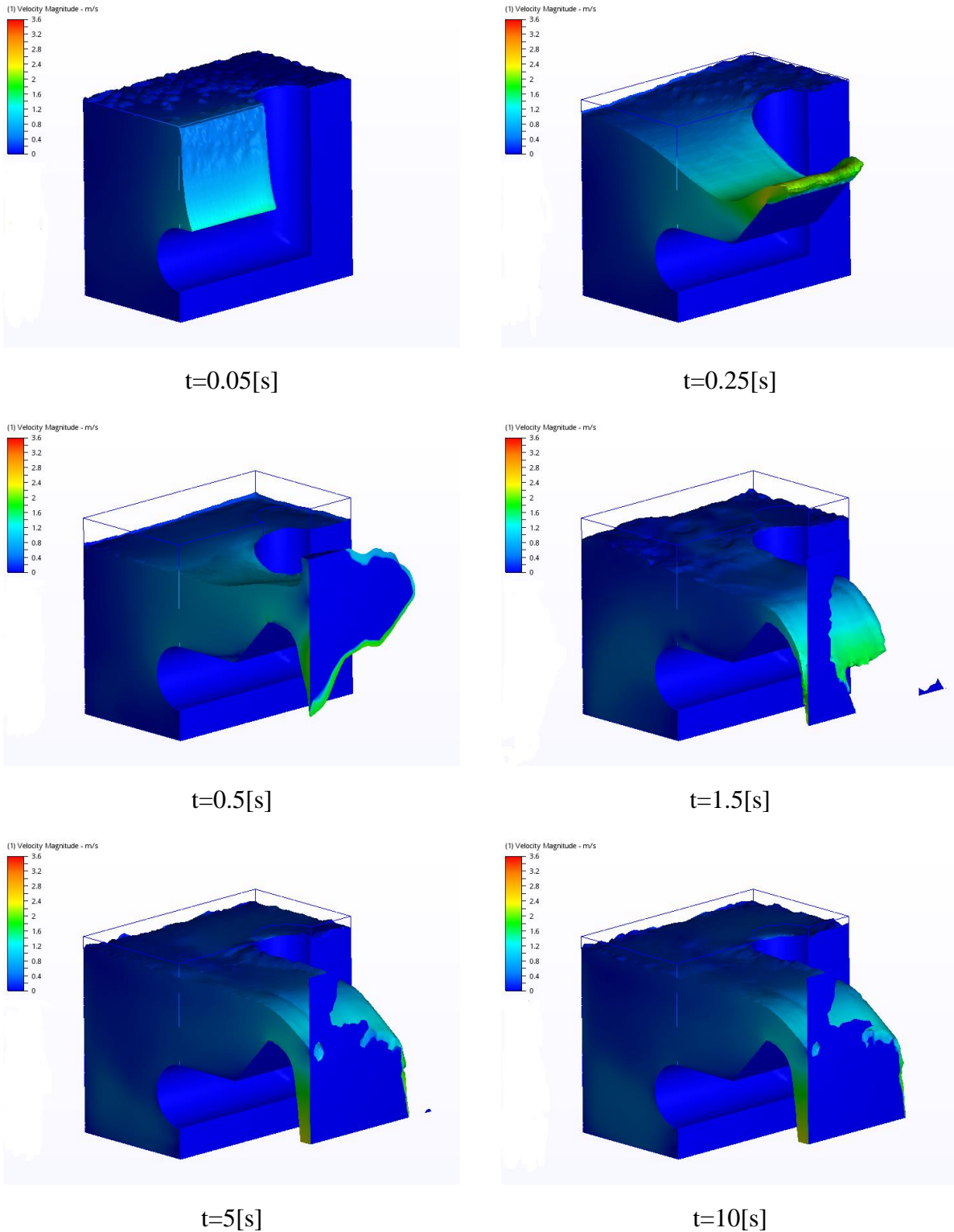
Σχήμα 6.11: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 2)

Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=4[s]$ και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.

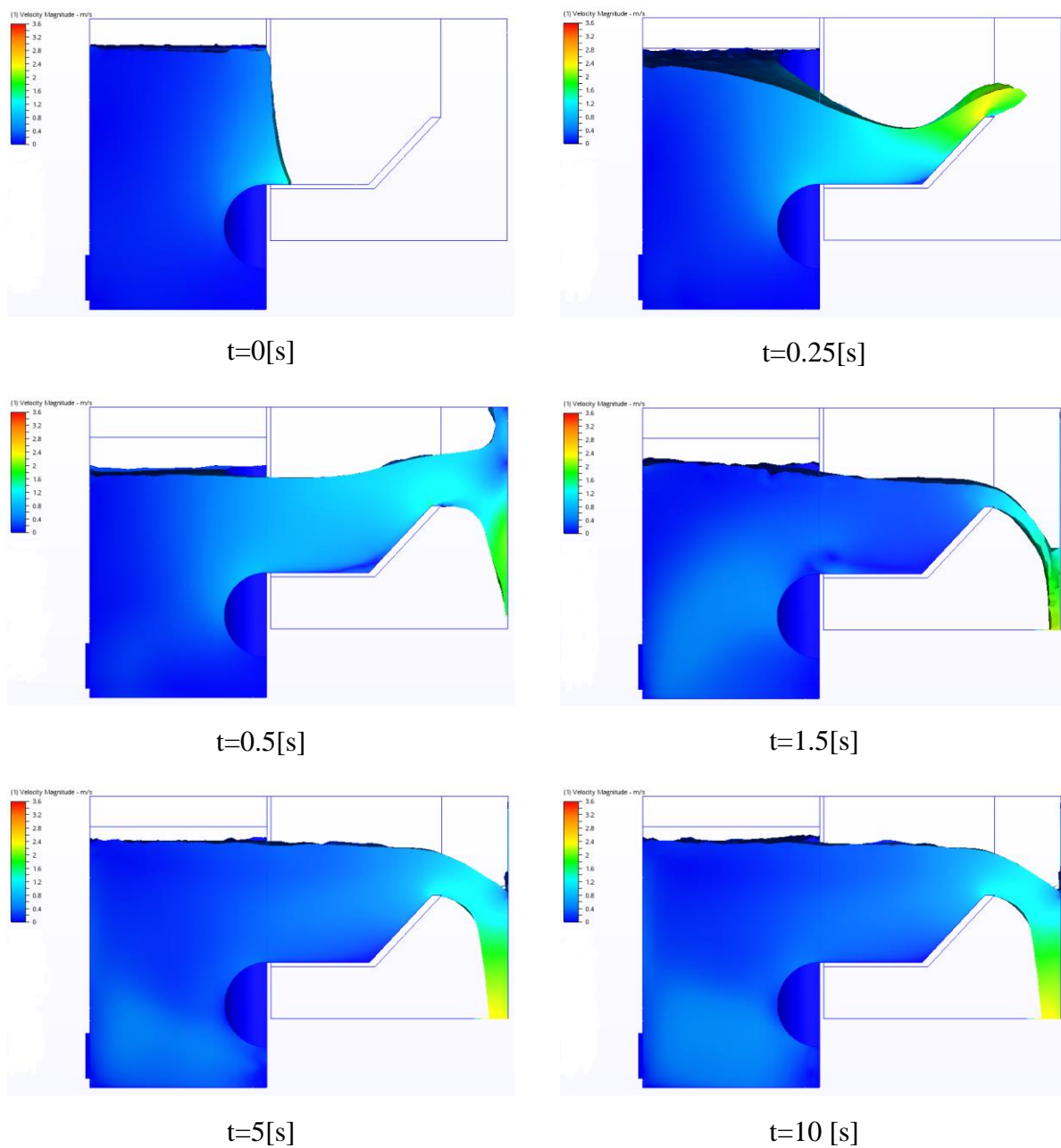


Σχήμα 6.12: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 2)

Παρατίθενται επίσης στα σχήματα 6.13 και 6.14 απεικονίσεις της προσομοίωσης σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Ο χρωματισμός και στην περίπτωση αυτή γίνεται με βάση το διάνυσμα της ταχύτητας και το κάτω όριο (σκούρο μπλε) αντιστοιχεί σε 0 [m/s] ενώ το άνω όριο (κόκκινο χρώμα) αντιστοιχεί σε ταχύτητα 3.6 [m/s] ώστε τα στιγμιότυπα να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για σύγκριση.

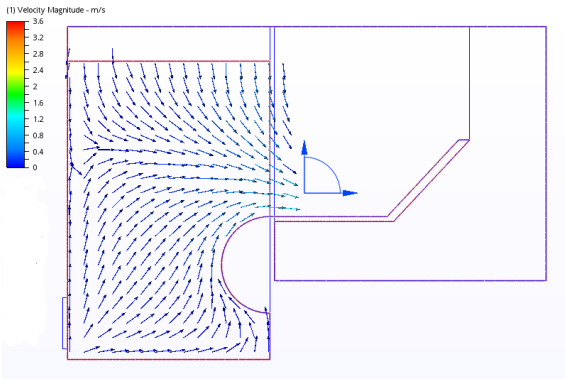


Σχήμα 6.13: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 2)

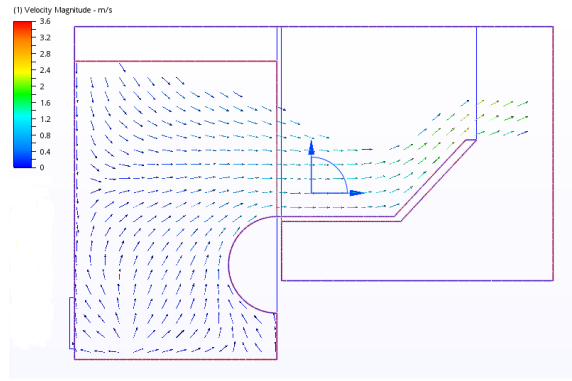


Σχήμα 6.14: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 2)

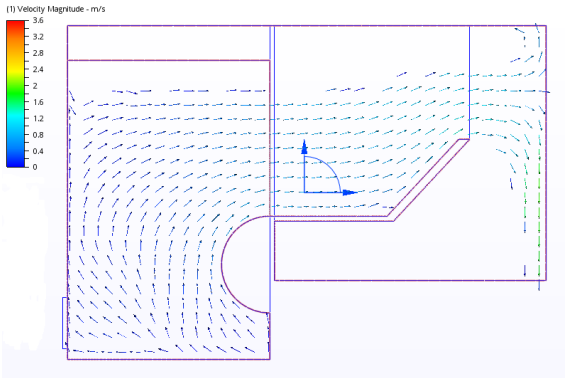
Στα σχήματα που ακολουθούν έχουμε τα αντίστοιχα δισδιάστατα διαγράμματα των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σχήμα 6.15) καθώς και μια απεικόνιση των τροχιών δεικτών (traces) (Σχήμα 6.16).



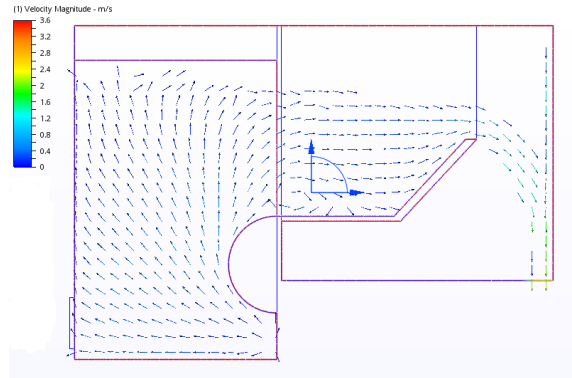
$t=0.05[s]$



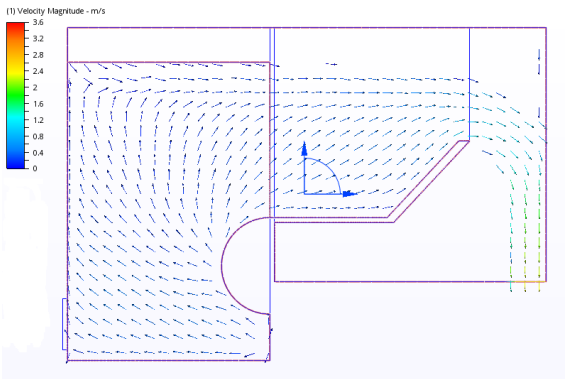
$t=0.25[s]$



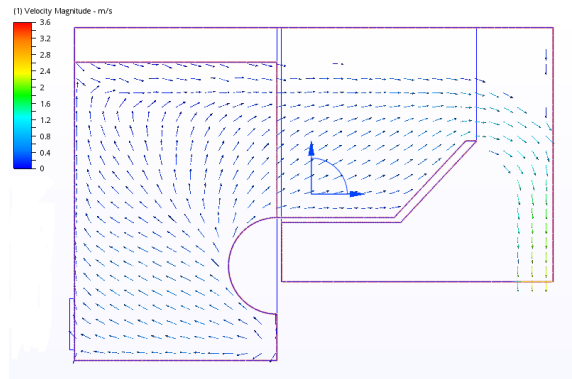
$t=0.5[s]$



$t=1.5[s]$

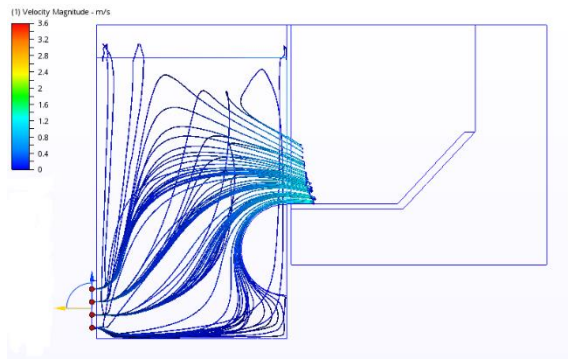


$t=5[s]$

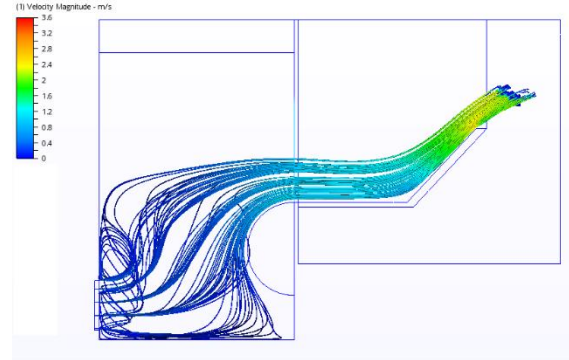


$t=10[s]$

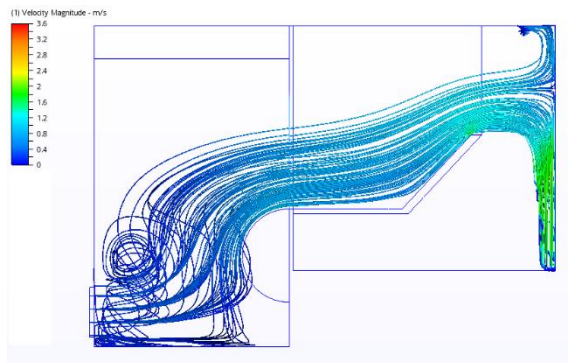
Σχήμα 6.15: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 2)



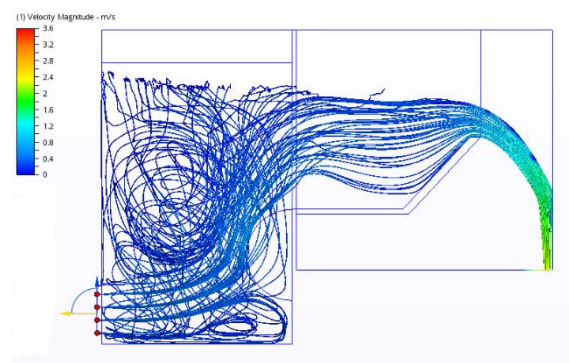
t=0.05[s]



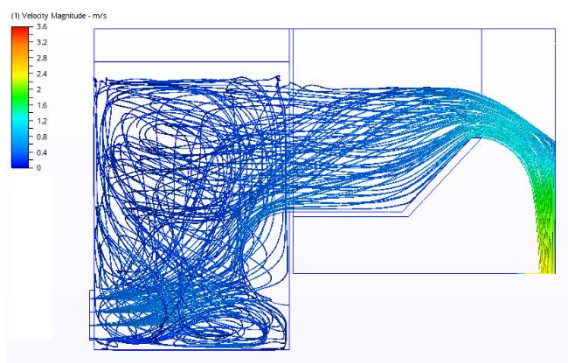
t=0.25[s]



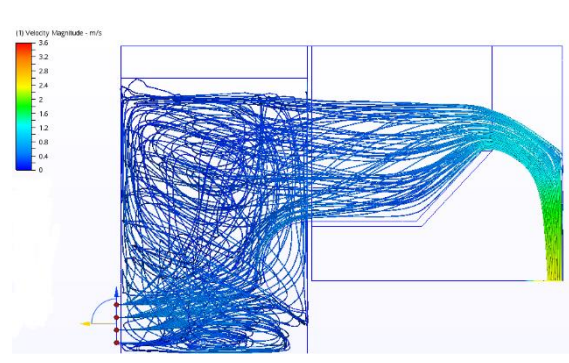
t=0.5[s]



t=1.5[s]



t=5[s]

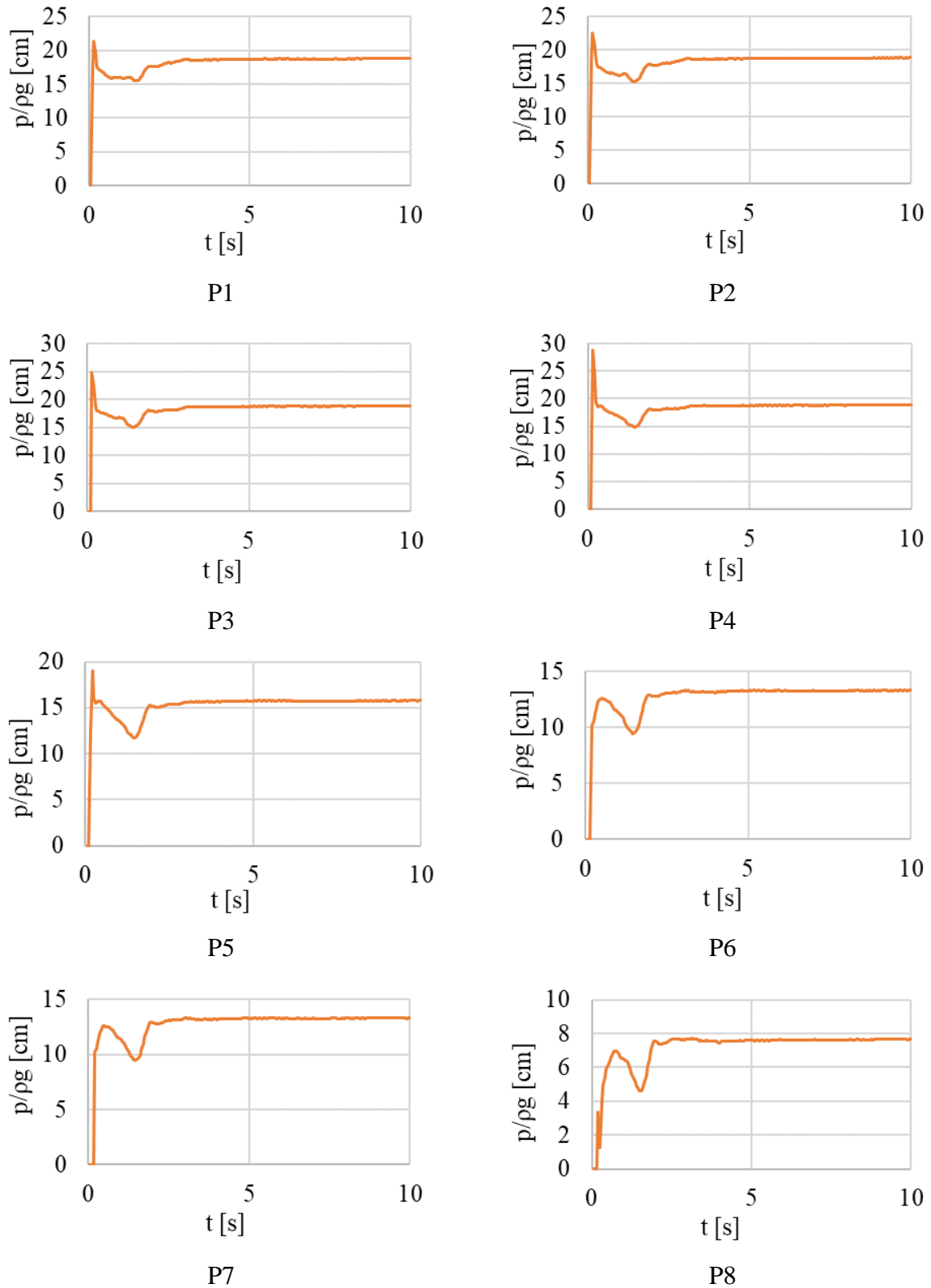


t=10[s]

Σχήμα 6.16: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 2)

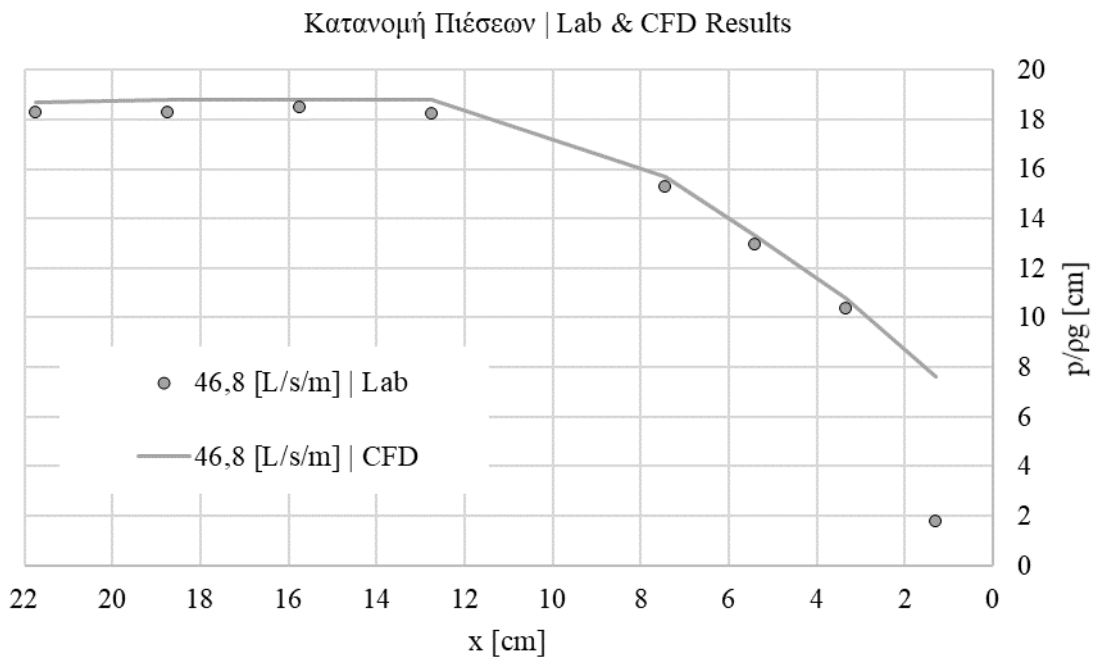
6.3. Σενάριο 3: $Q = 46.8 \left[\frac{L}{sm} \right]$

Με την ανάλυση λαμβάνονται οι παρακάτω χρονοσειρές για την αδιαστατοποιημένη ολική πίεση στις θέσεις των πιεζόμετρων.



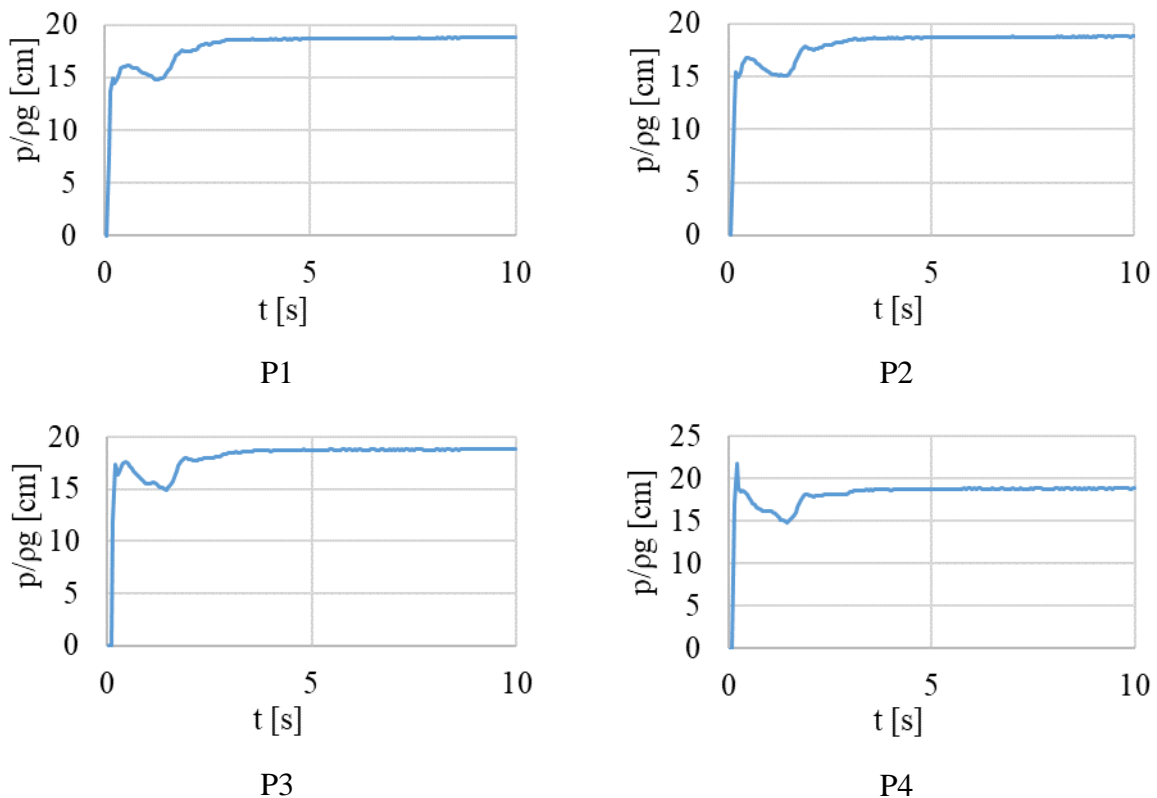
Σχήμα 6.17: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 3)

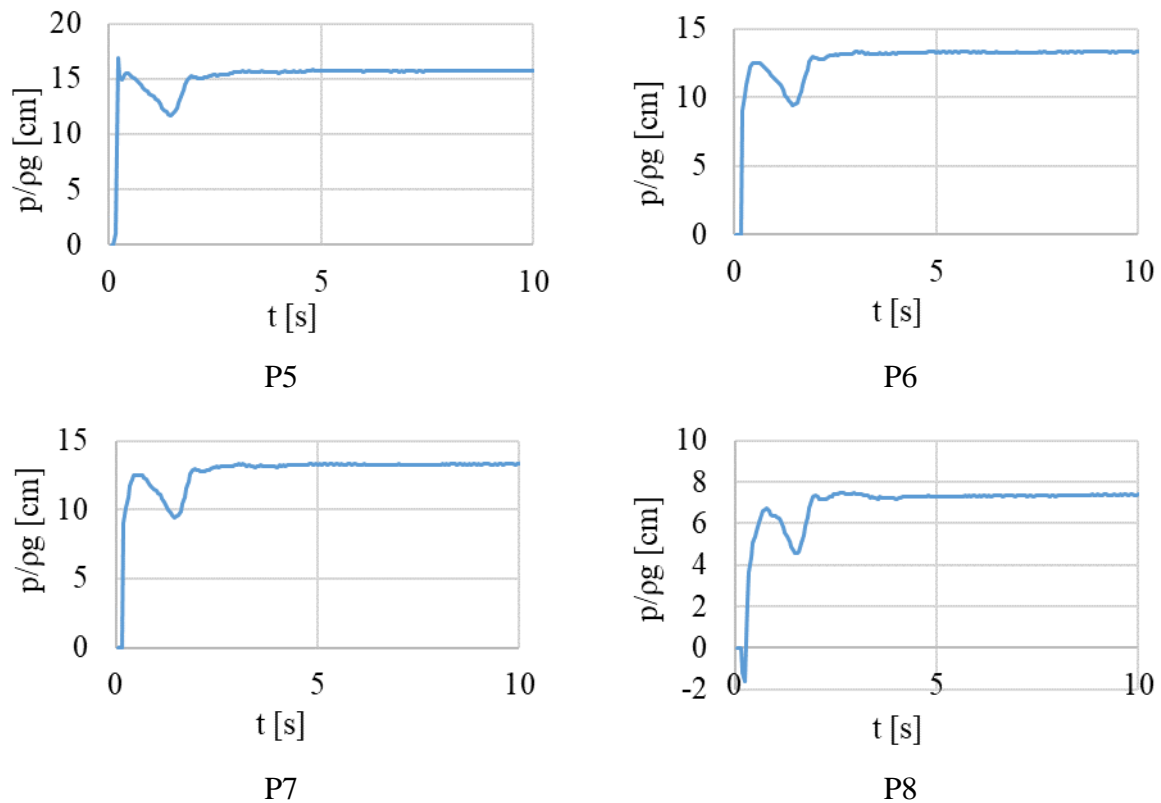
Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=4.2$ [s] και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.



Σχήμα 6.18: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 3)

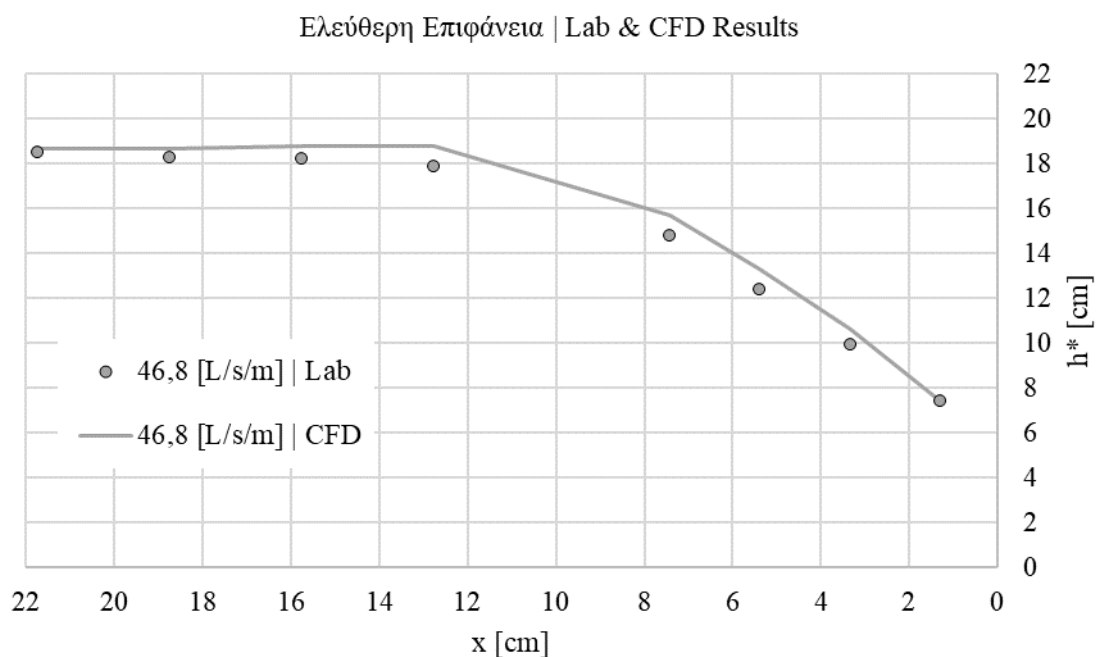
Λαμβάνονται επίσης οι παρακάτω χρονοσειρές για την στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις των πιεζόμετρων.





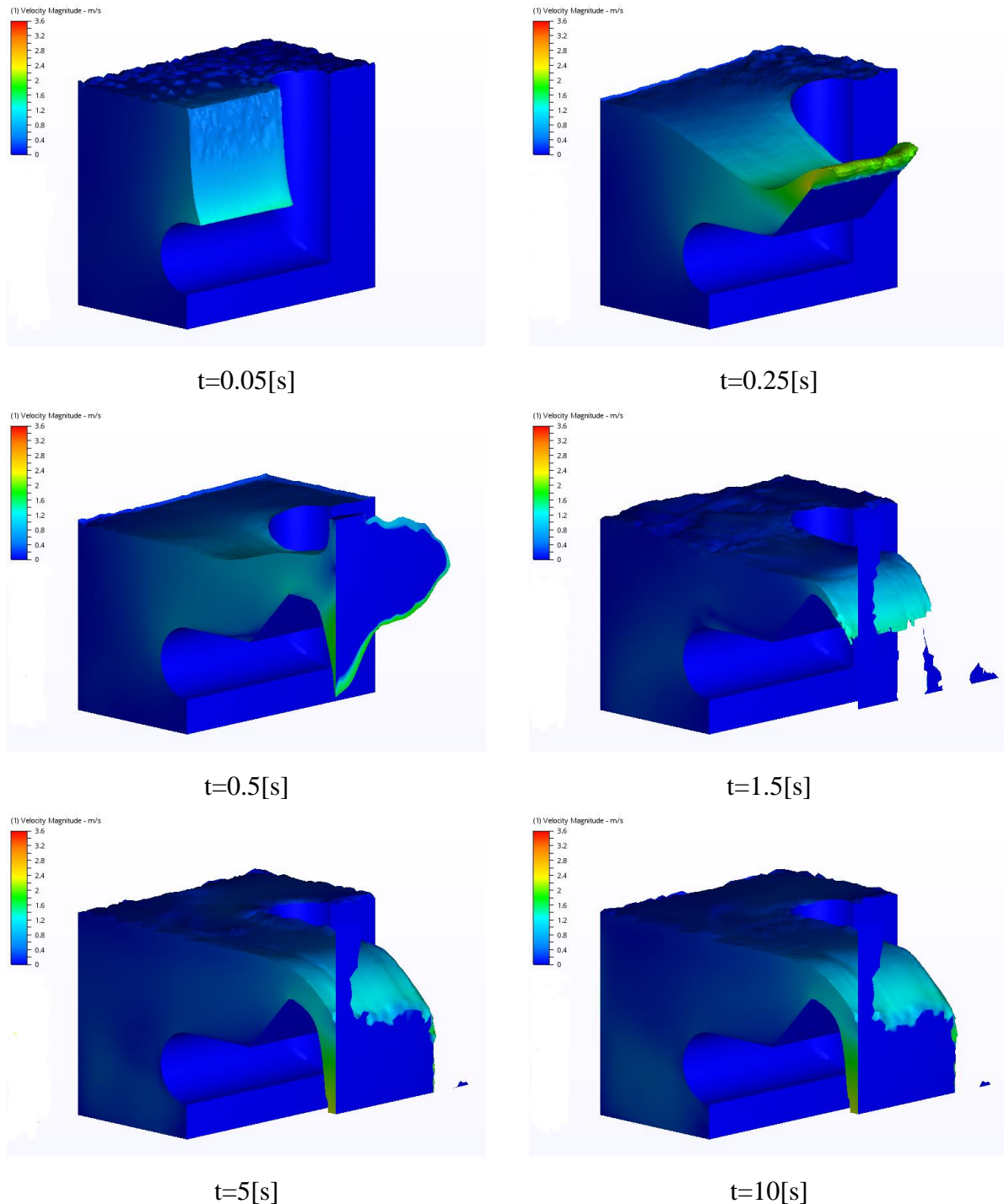
Σχήμα 6.19: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 3)

Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=4.2$ [s] και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.

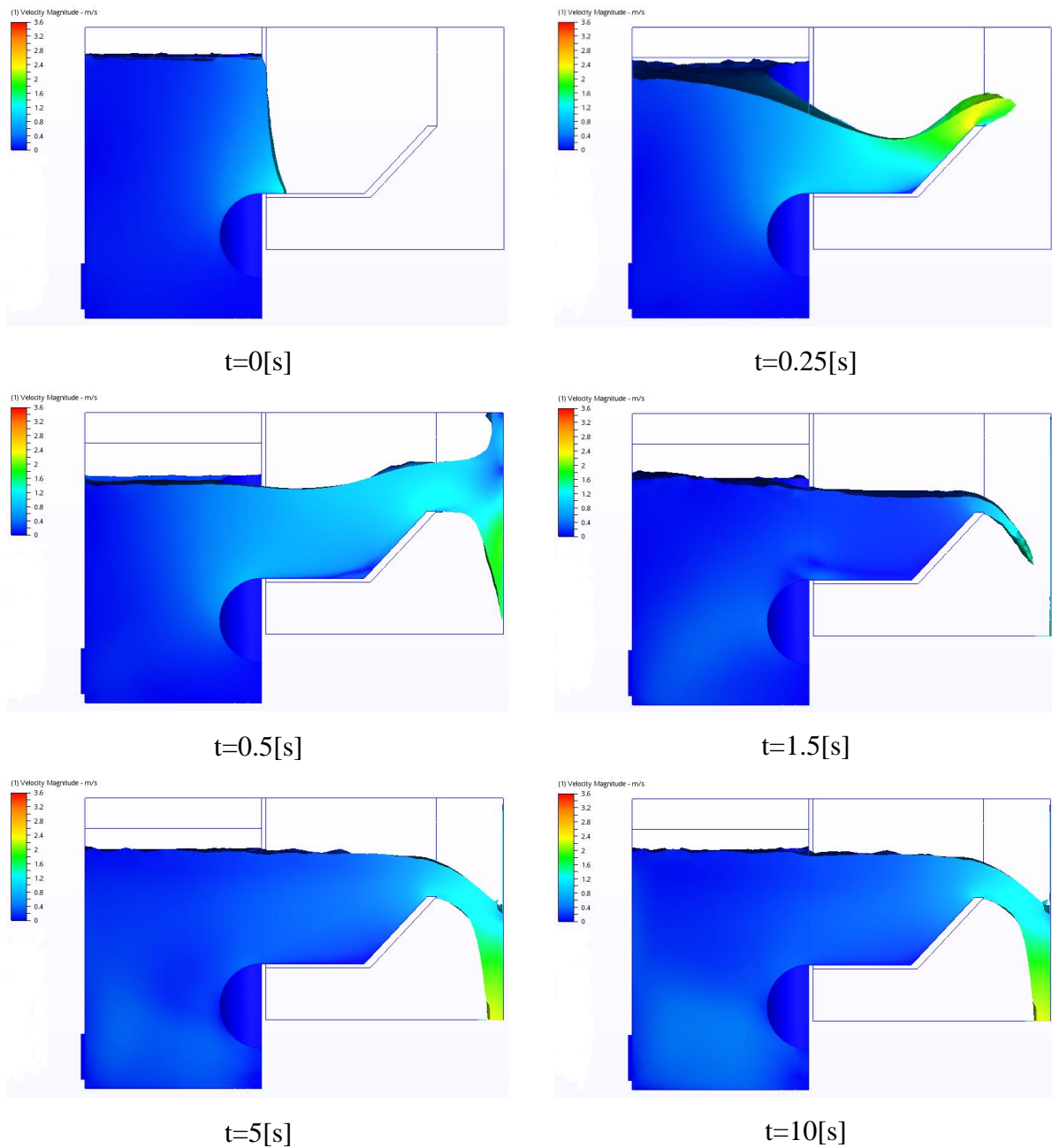


Σχήμα 6.20: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 3)

Παρατίθενται επίσης στα σχήματα 6.21 και 6.22 απεικονίσεις της προσομοίωσης σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Ο χρωματισμός και στην περίπτωση αυτή γίνεται με βάση το διάνυσμα της ταχύτητας και το κάτω όριο (σκούρο μπλε) αντιστοιχεί σε 0 [m/s] ενώ το άνω όριο (κόκκινο χρώμα) αντιστοιχεί σε ταχύτητα 3.6 [m/s] ώστε τα στιγμιότυπα να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για σύγκριση.

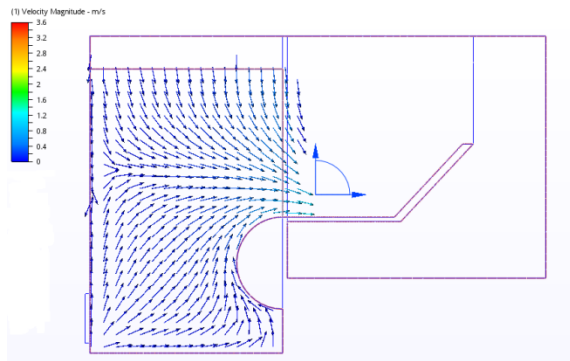


Σχήμα 6.21: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 3)

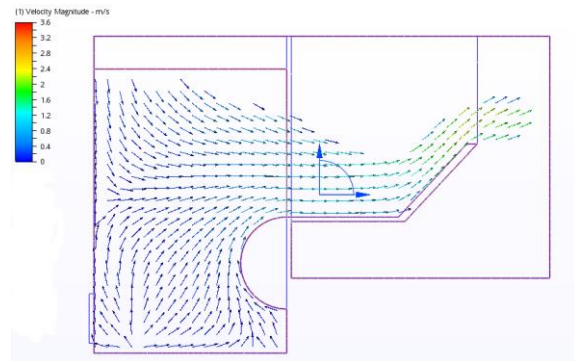


Σχήμα 6.22: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 3)

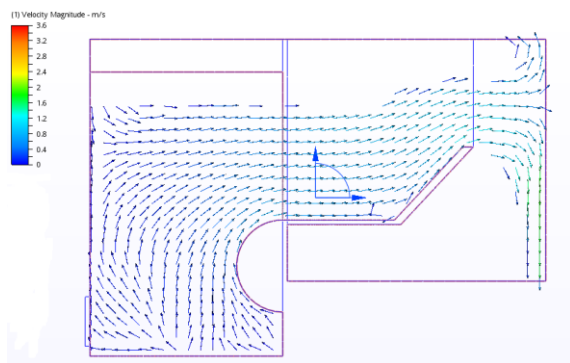
Στα σχήματα που ακολουθούν έχουμε τα αντίστοιχα δισδιάστατα διαγράμματα των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σχήμα 6.23) καθώς και μια απεικόνιση των τροχιών δεικτών (traces) (Σχήμα 6.24).



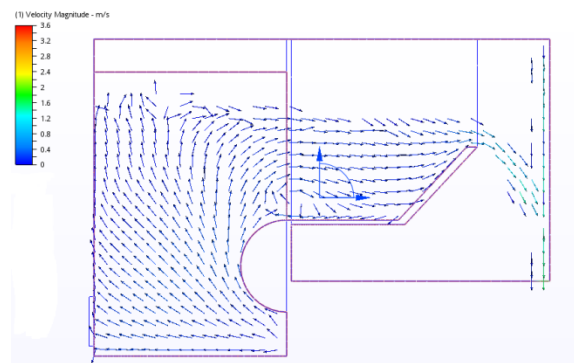
$t=0.05[s]$



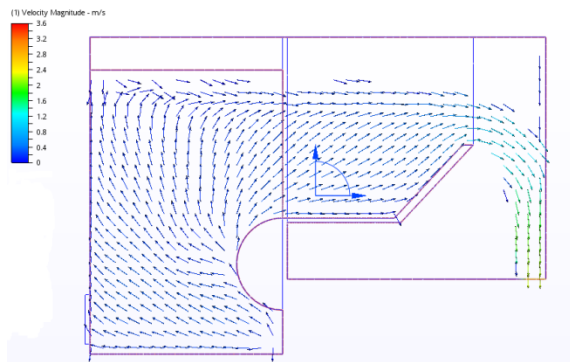
$t=0.25[s]$



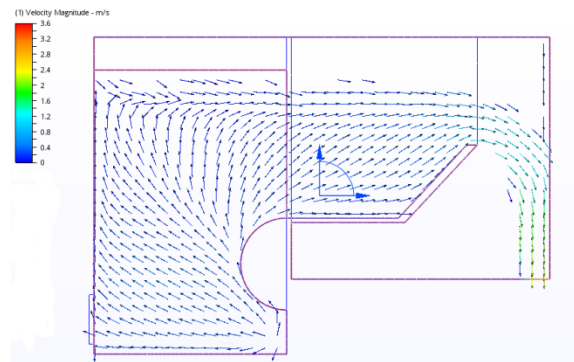
$t=0.5[s]$



$t=1.5[s]$

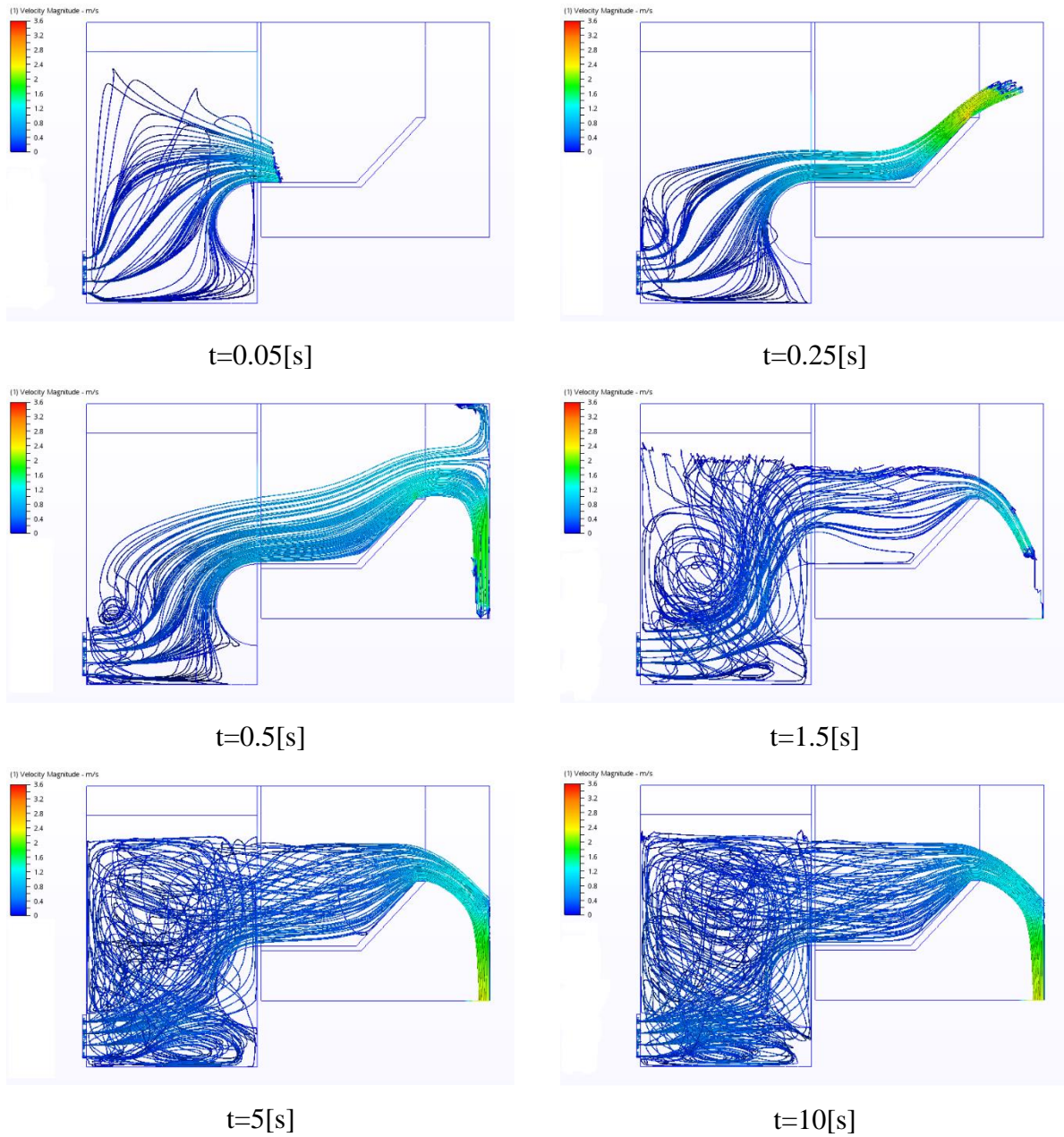


$t=5[s]$



$t=10[s]$

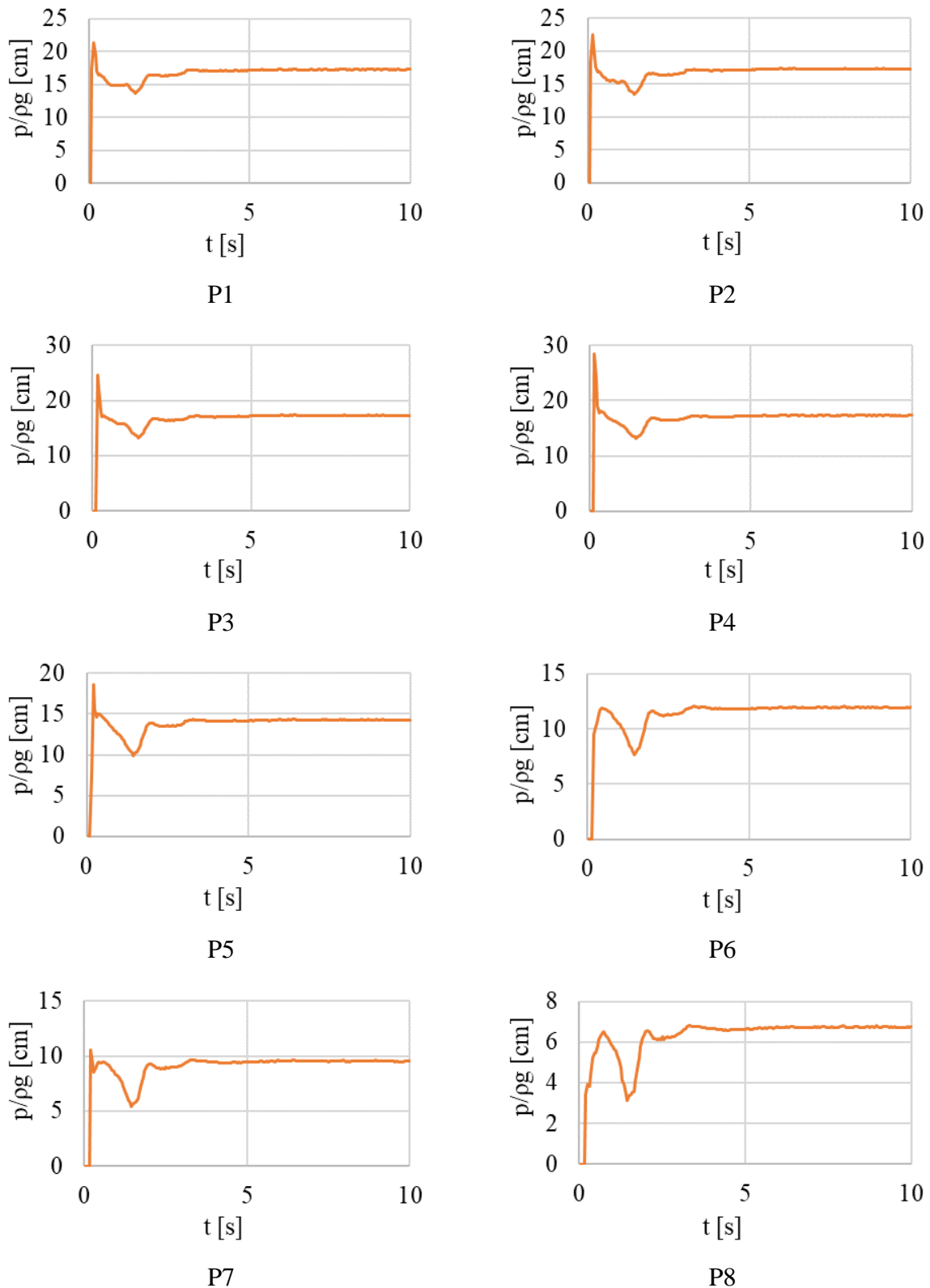
Σχήμα 6.23: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 3)



Σχήμα 6.24: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 3)

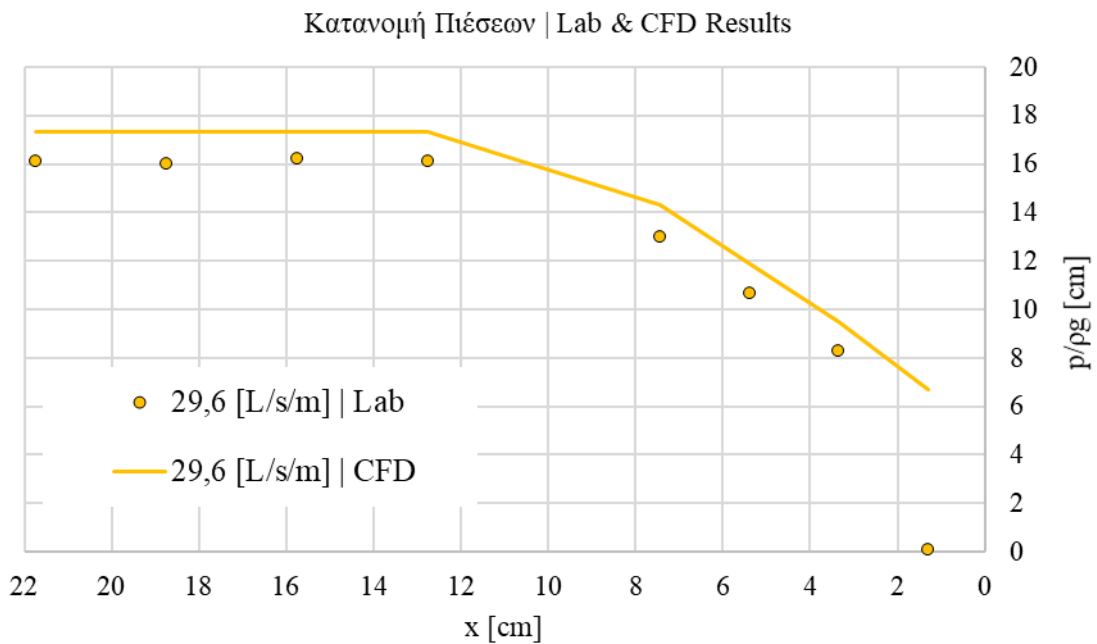
6.4. Σενάριο 4: $Q = 29.6 \left[\frac{L}{sm} \right]$

Με την ανάλυση λαμβάνονται οι παρακάτω χρονοσειρές για την αδιαστατοποιημένη ολική πίεση στις θέσεις των πιεζόμετρων.



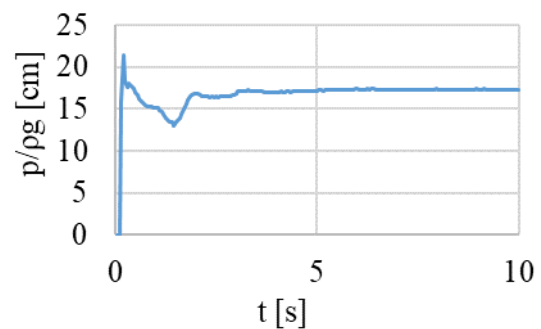
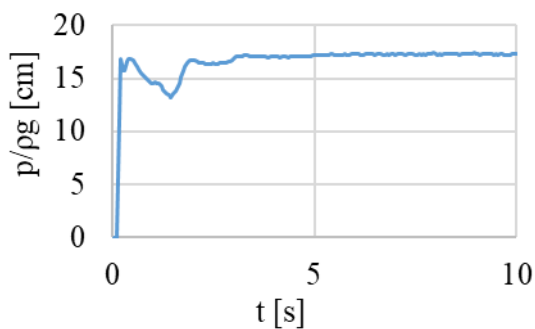
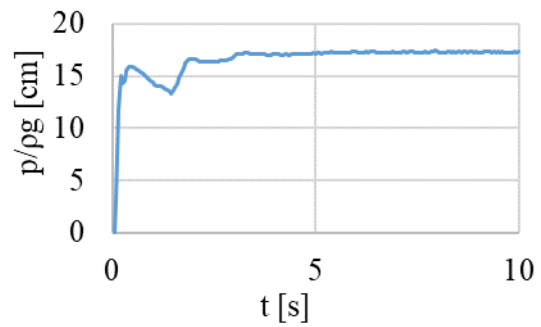
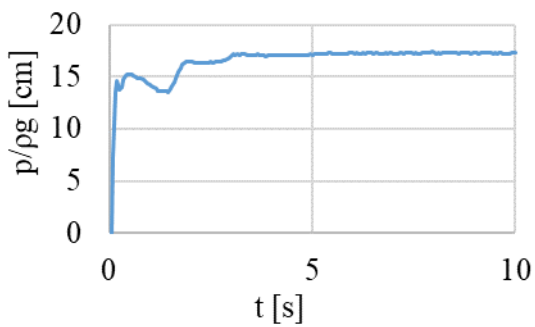
Σχήμα 6.25: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 4)

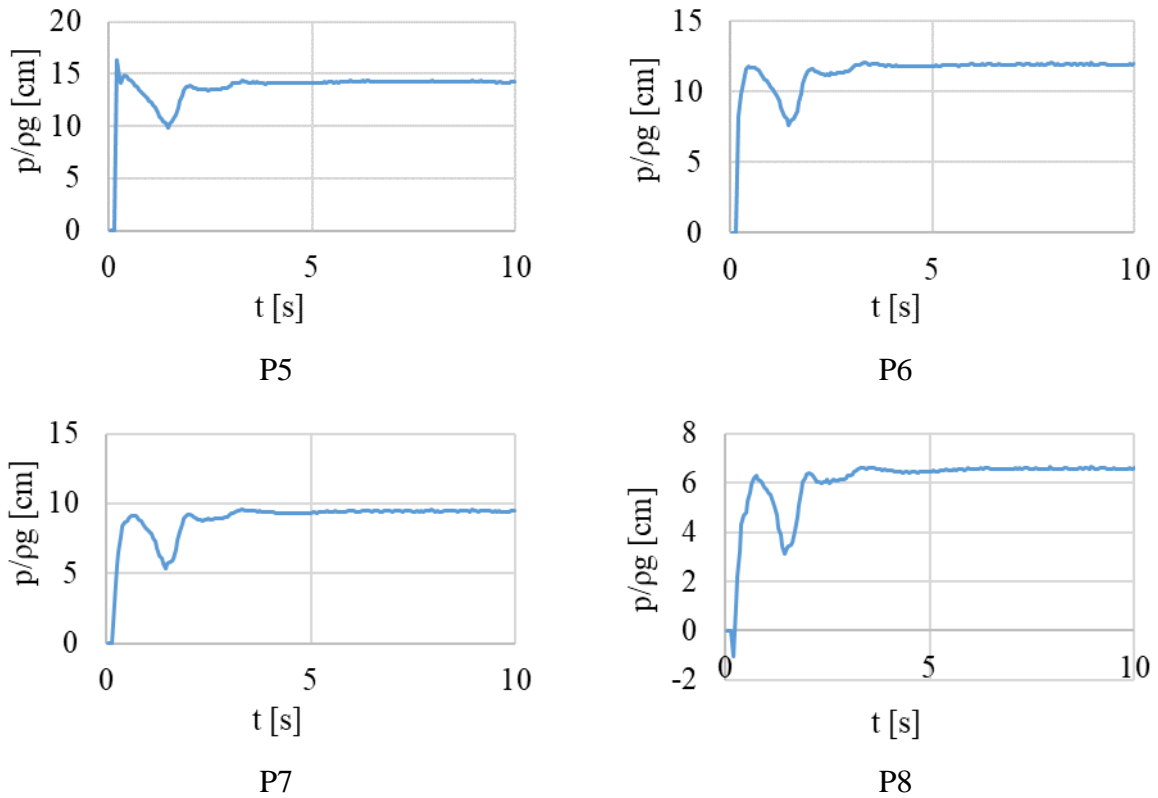
Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=5.5$ [s] και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.



Σχήμα 6.26: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 4)

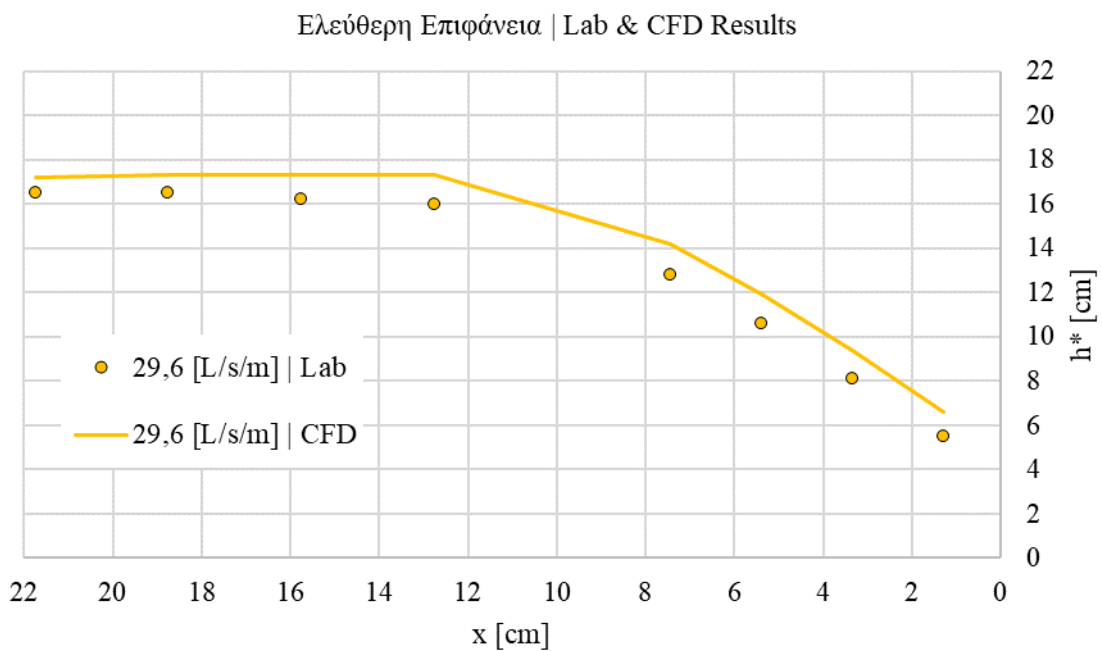
Λαμβάνονται επίσης οι παρακάτω χρονοσειρές για την στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις των πιεζόμετρων.





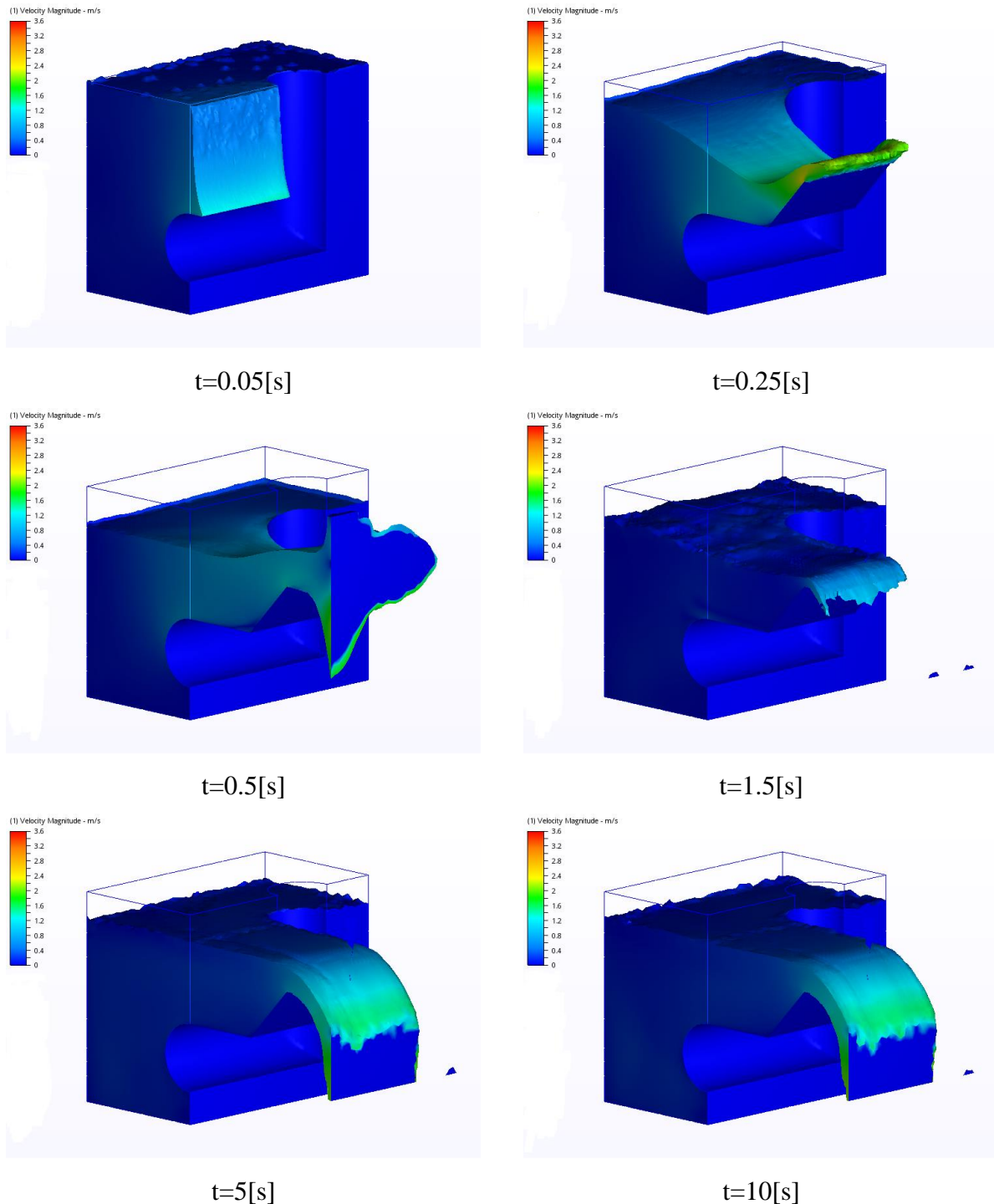
Σχήμα 6.27: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 4)

Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=5.5[s]$ και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.

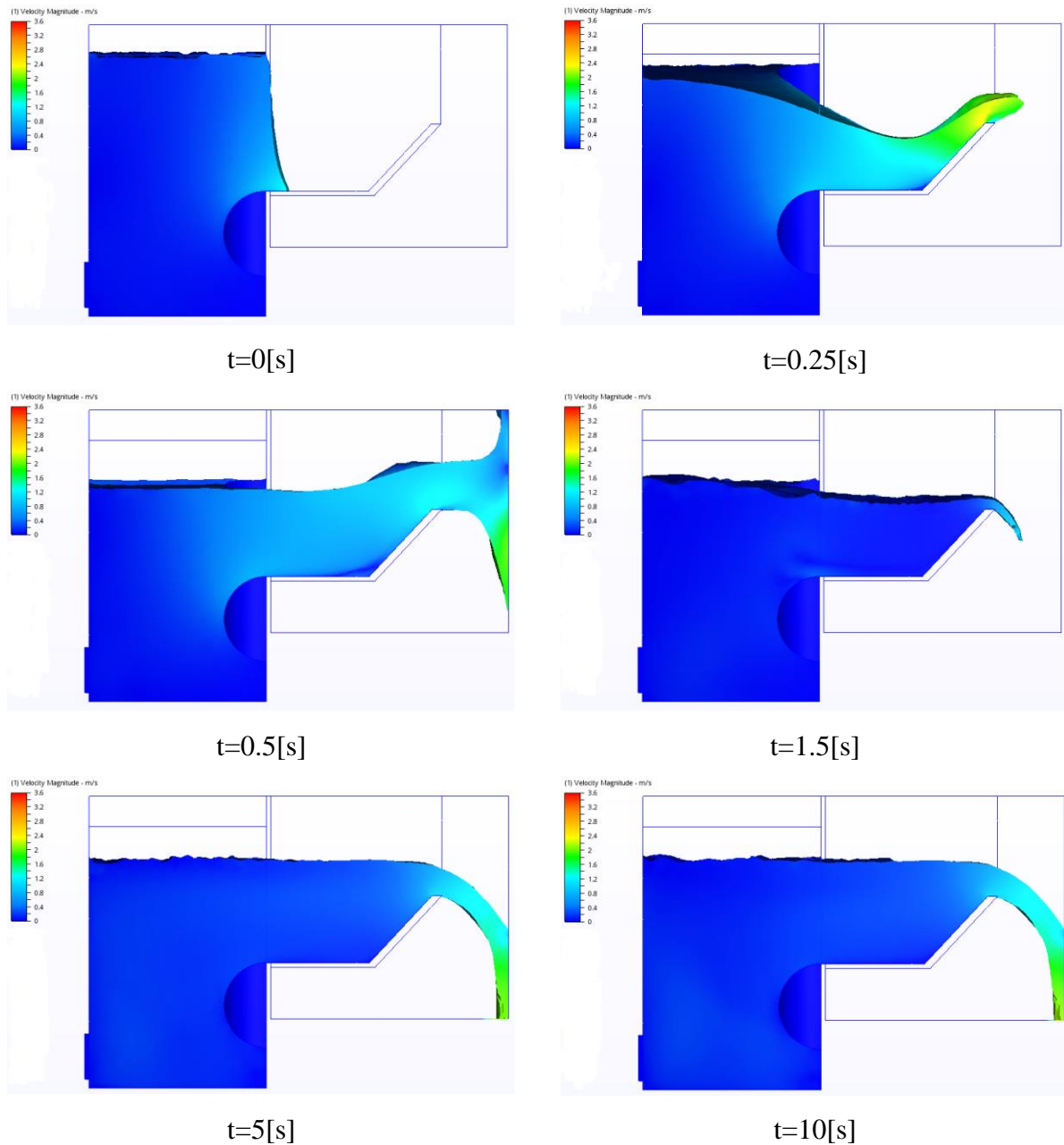


Σχήμα 6.28: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 4)

Παρατίθενται επίσης στα Σχήματα 6.29 και 6.30 απεικονίσεις της προσομοίωσης σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Ο χρωματισμός και στην περίπτωση αυτή γίνεται με βάση το διάνυσμα της ταχύτητας και το κάτω όριο (σκούρο μπλε) αντιστοιχεί σε 0 [m/s] ενώ το άνω όριο (κόκκινο χρώμα) αντιστοιχεί σε ταχύτητα 3.6 [m/s] ώστε τα στιγμιότυπα να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για σύγκριση.

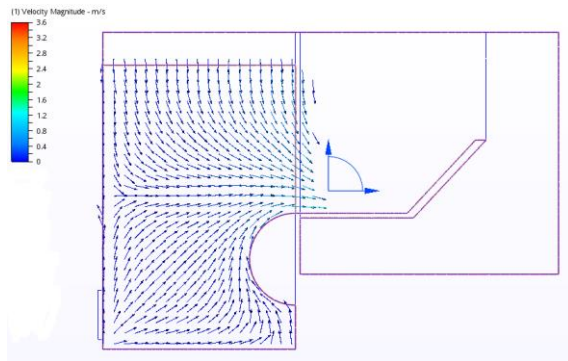


Σχήμα 6.29: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 4)

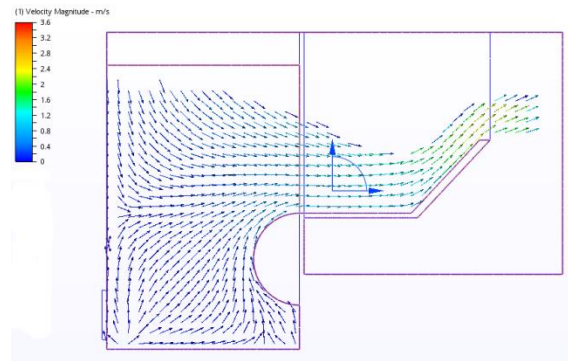


Σχήμα 6.30: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 4)

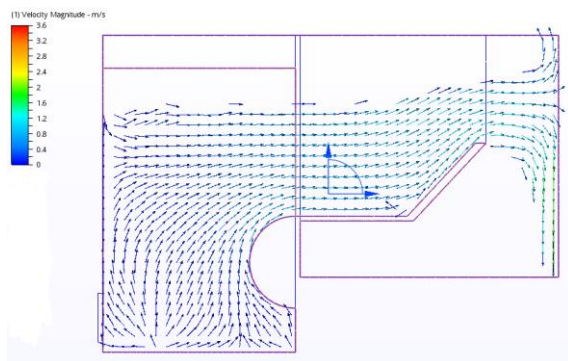
Στα σχήματα που ακολουθούν έχουμε τα αντίστοιχα δισδιάστατα διαγράμματα των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σχήμα 6.31) καθώς και μια απεικόνιση των τροχιών δεικτών (traces) (Σχήμα 6.32).



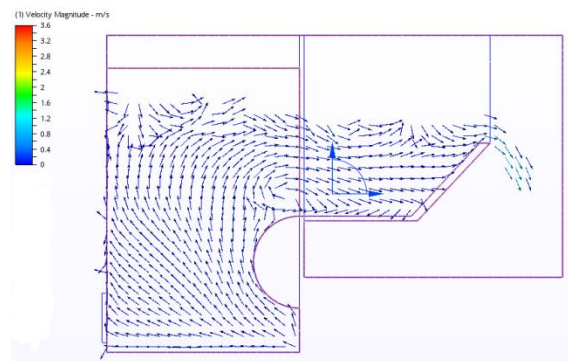
$t=0.05[s]$



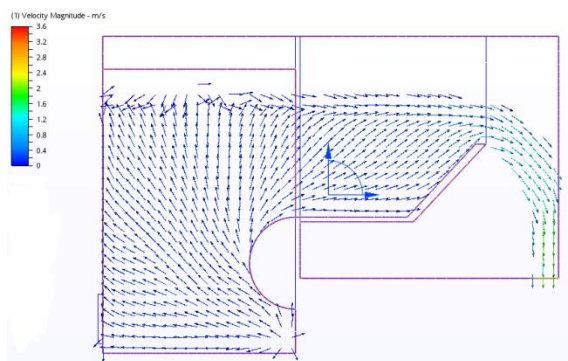
$t=0.25[s]$



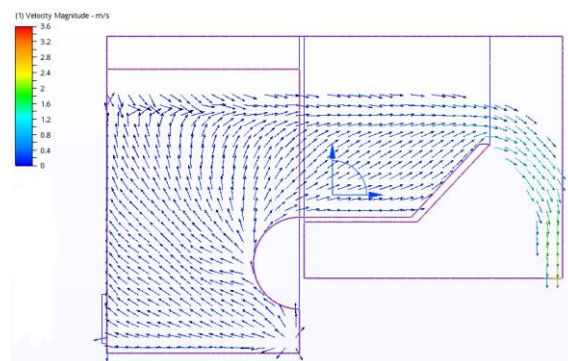
$t=0.5[s]$



$t=1.5[s]$

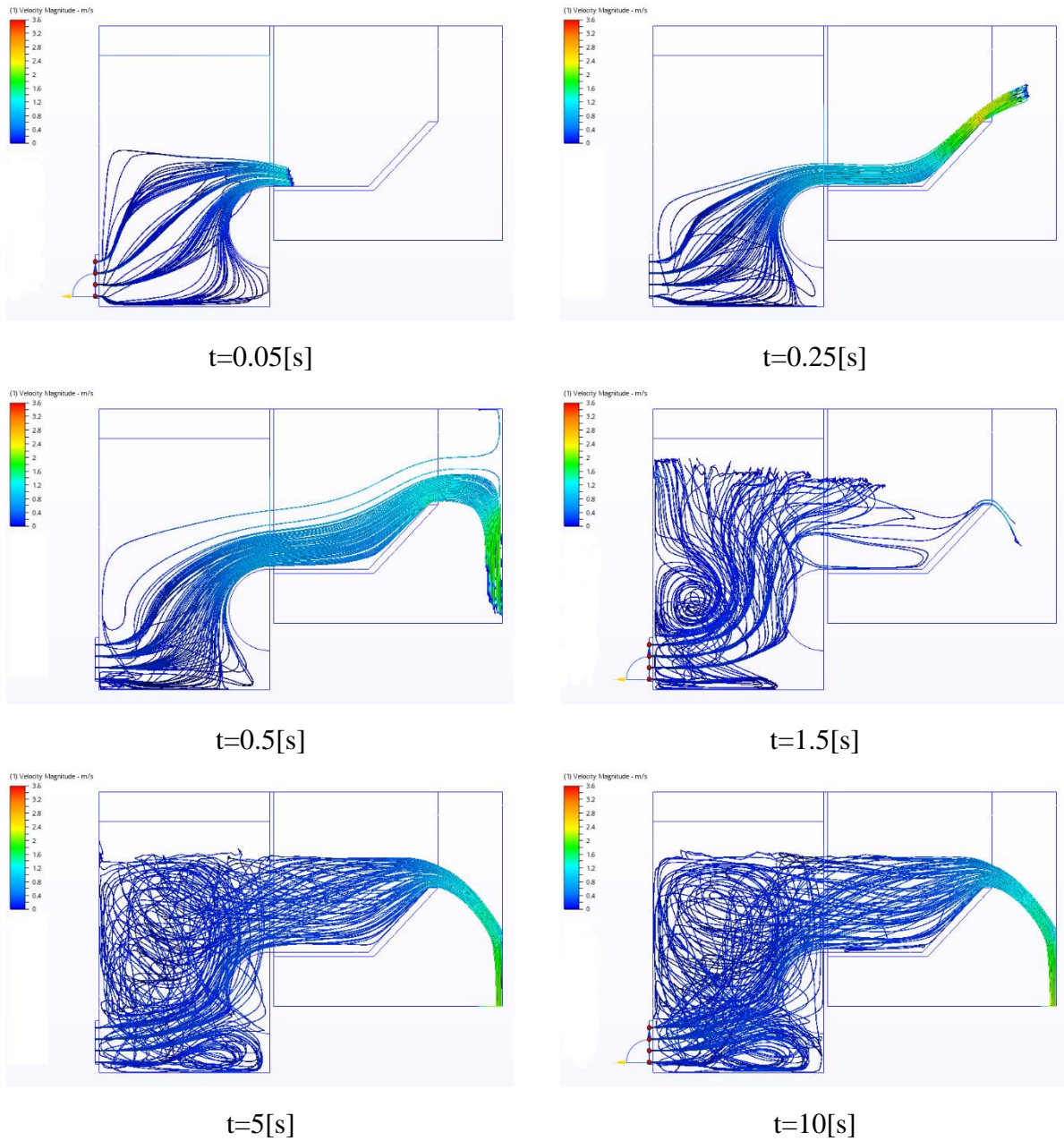


$t=5[s]$



$t=10[s]$

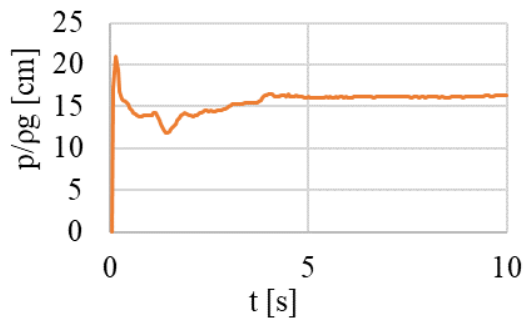
Σχήμα 6.31: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 4)



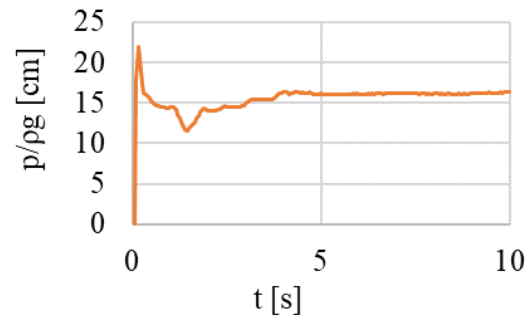
Σχήμα 6.32: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 4)

6.5. Σενάριο 5: $Q = 12.8 \left[\frac{L}{sm} \right]$

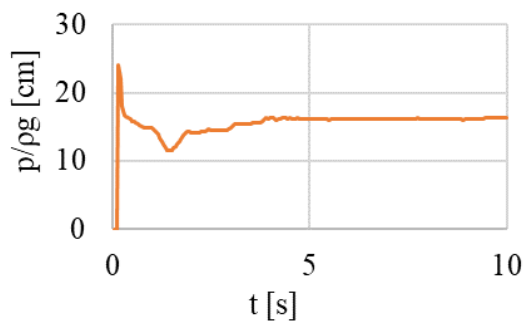
Με την ανάλυση λαμβάνονται οι παρακάτω χρονοσειρές για την αδιαστατοποιημένη ολική πίεση στις θέσεις των πιεζόμετρων.



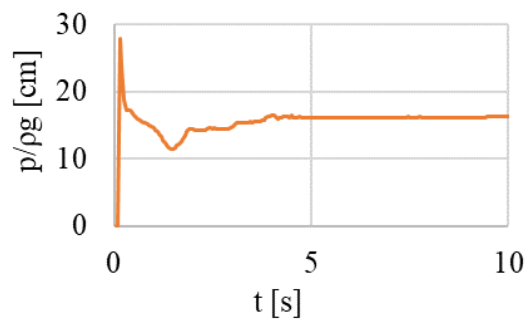
P1



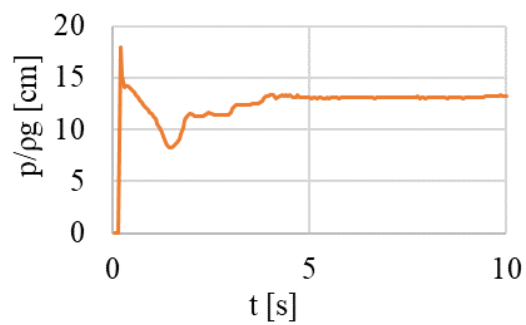
P2



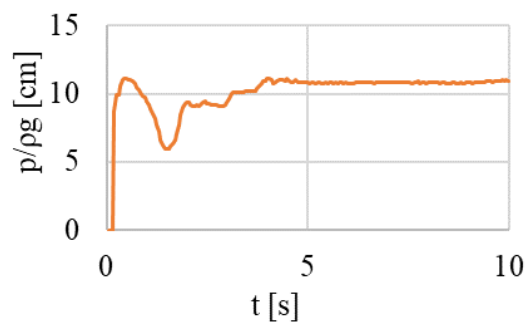
P3



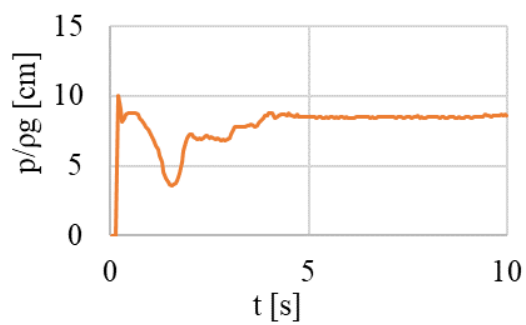
P4



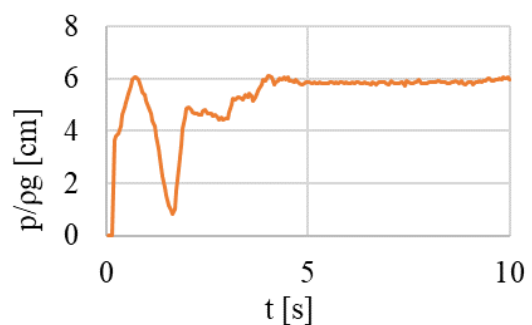
P5



P6



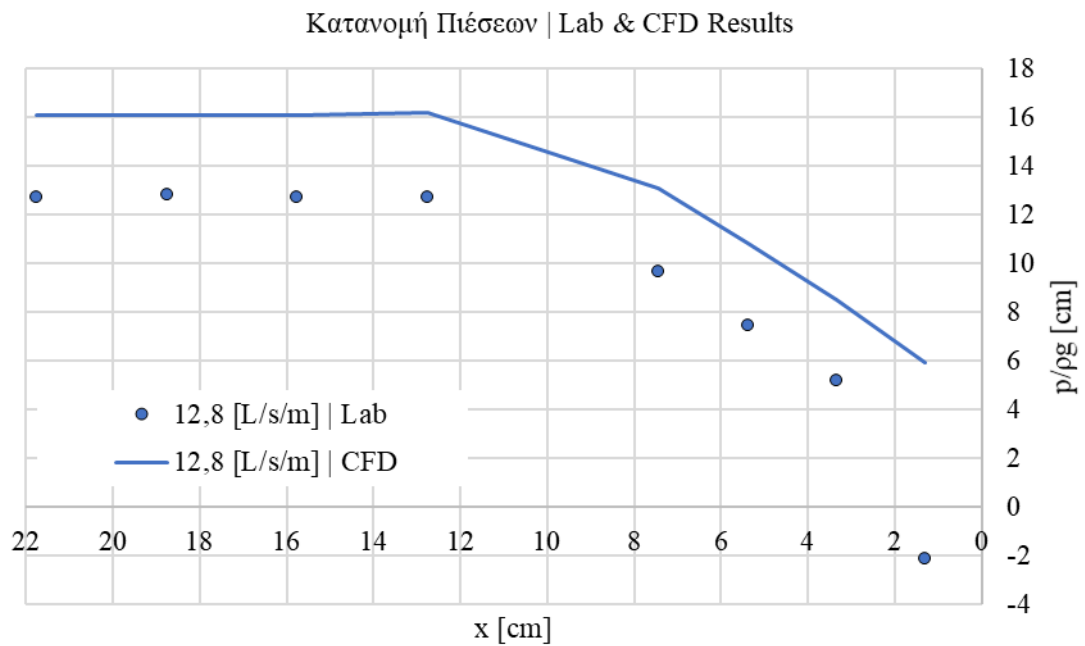
P7



P8

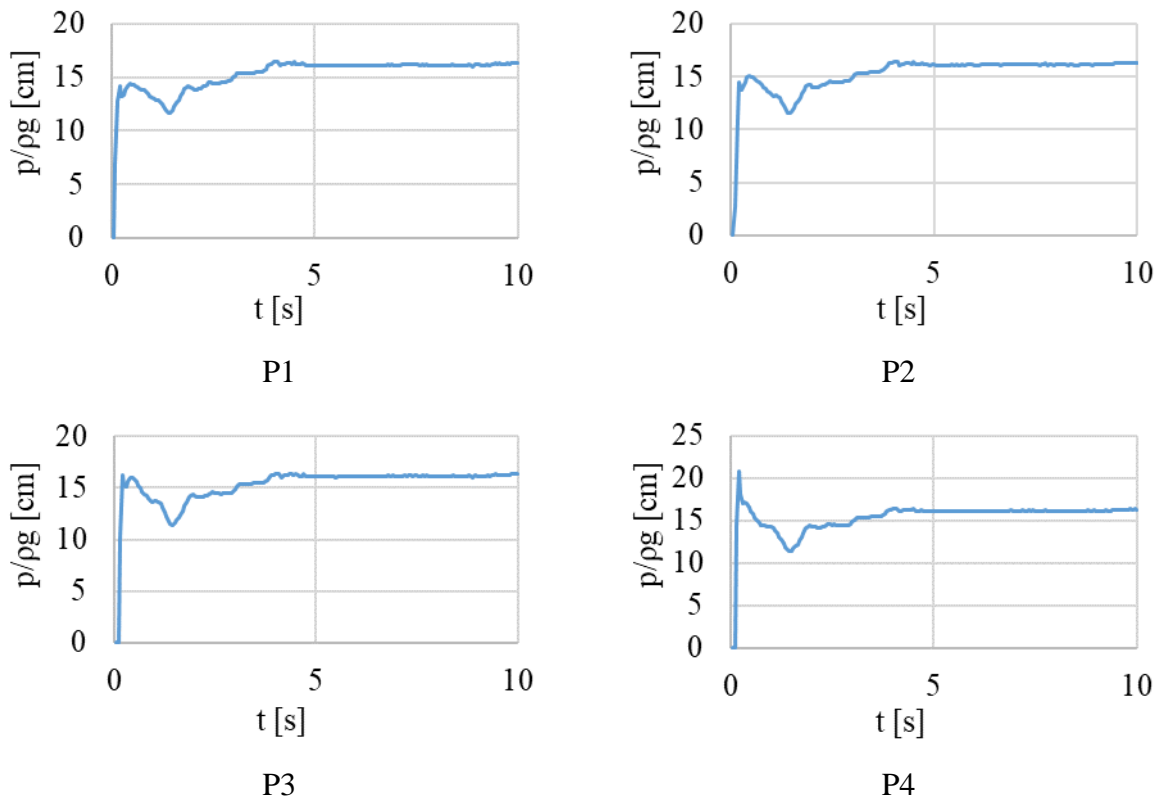
Σχήμα 6.33: Χρονοσειρές των ολικών πιέσεων στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 5)

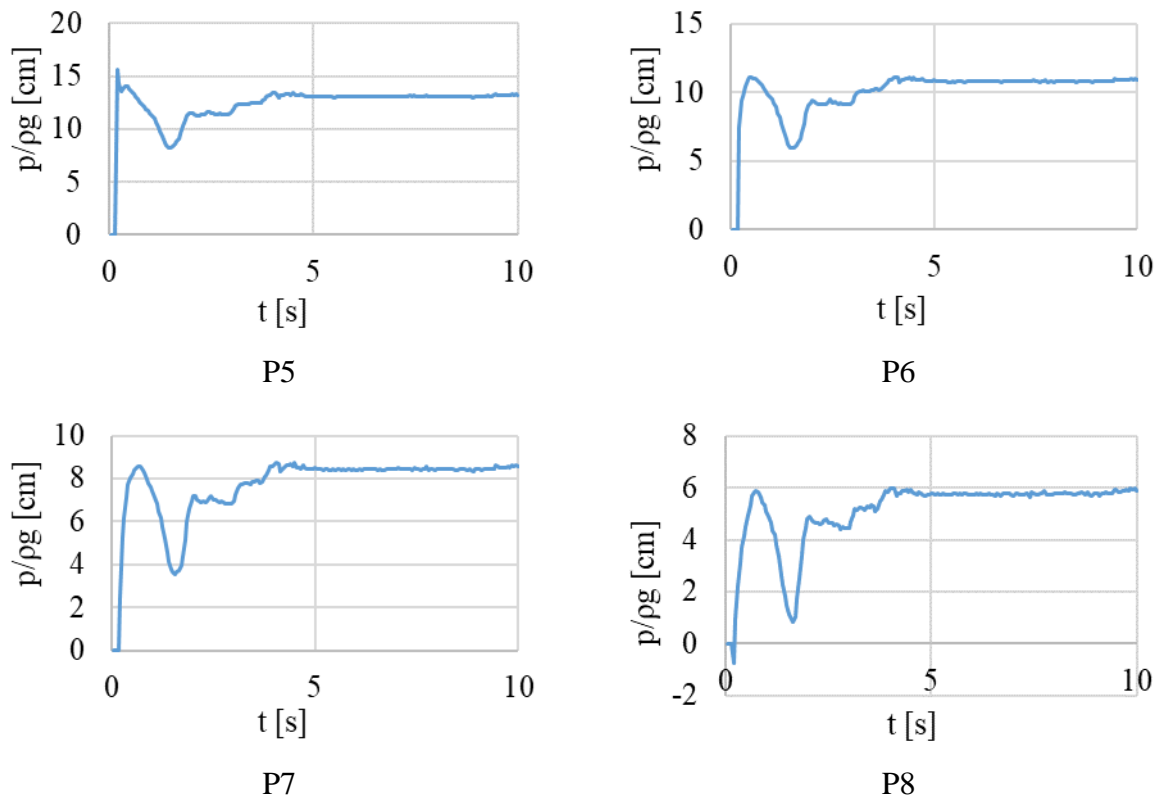
Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=5.7[s]$ και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.



Σχήμα 6.34: Σύγκριση ενδείξεων ανηγμένης ολικής πίεσης πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 5)

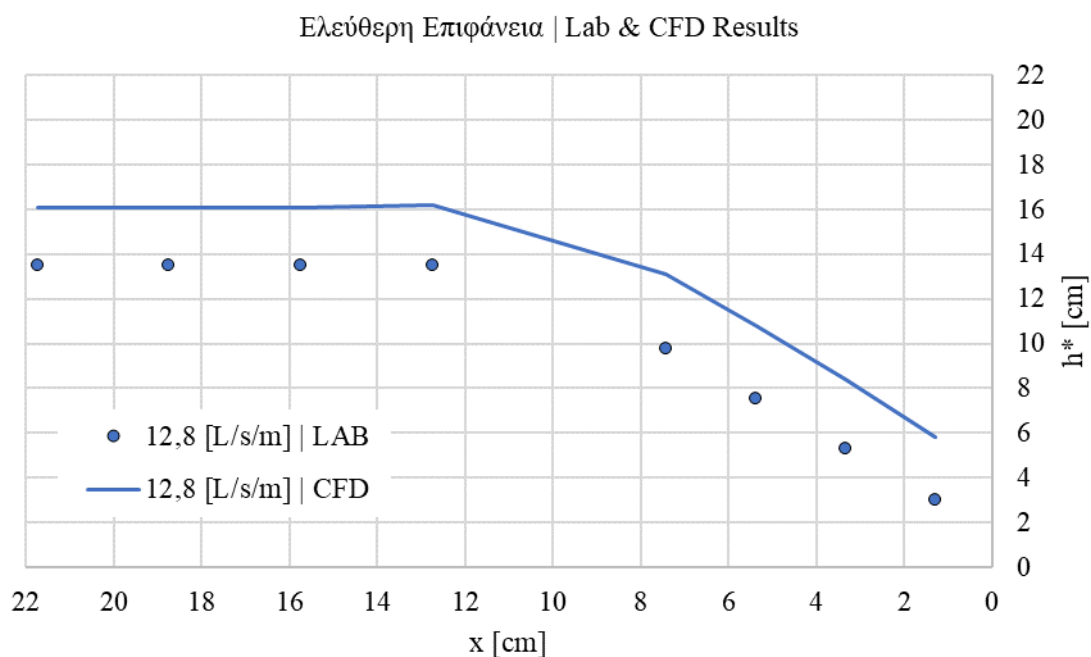
Λαμβάνονται επίσης οι παρακάτω χρονοσειρές για την στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις των πιεζόμετρων.





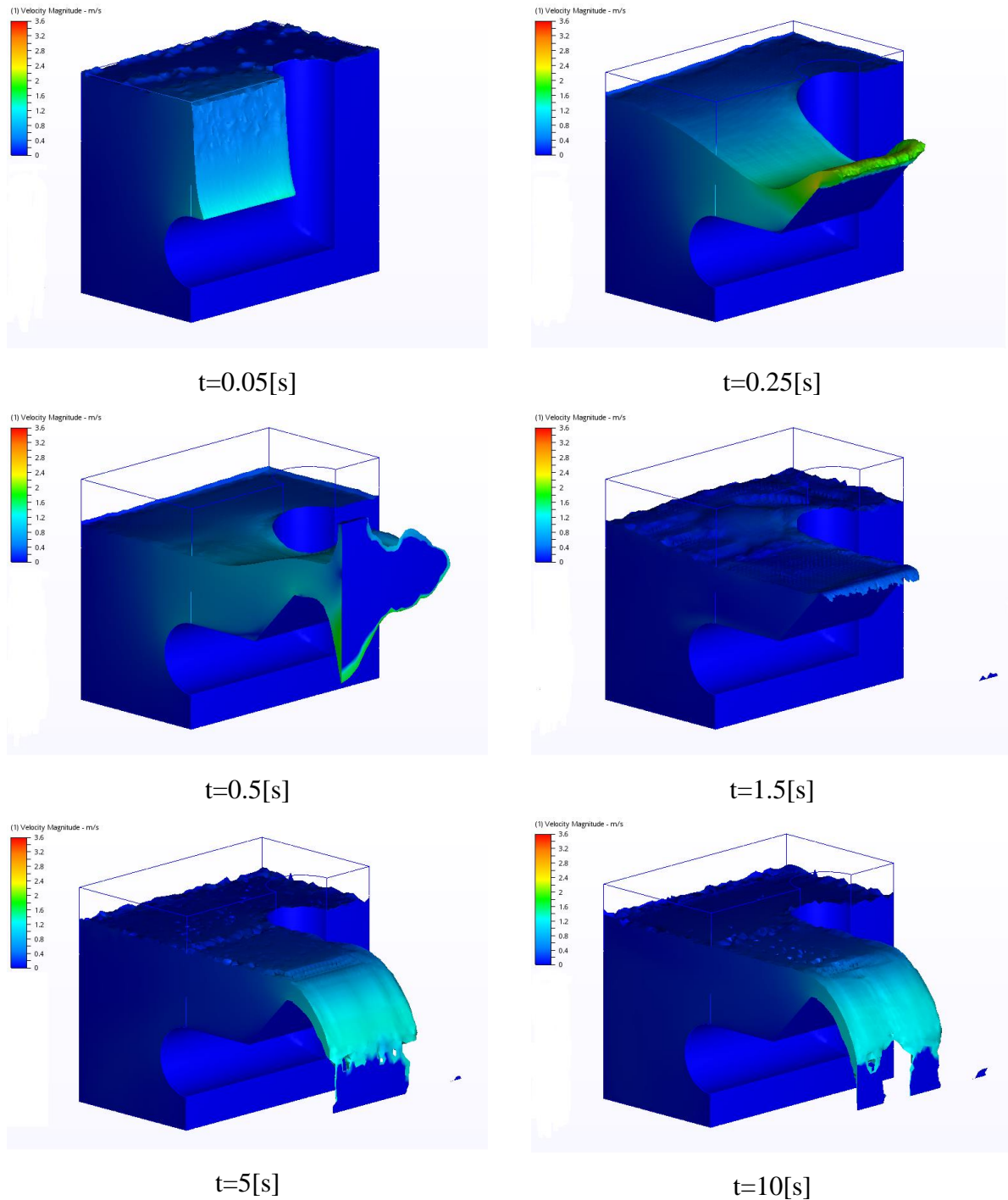
Σχήμα 6.35: Χρονοσειρές του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας στις θέσεις P1 έως P8 (Σενάριο 5)

Λαμβάνονται οι μέσες τιμές των παραμέτρων από τη χρονική στιγμή $t=5.7[s]$ και μετά όπου και σταθεροποιείται η ροή οι οποίες και μπαίνουν σε διάγραμμα μαζί με τις πειραματικές μετρήσεις.

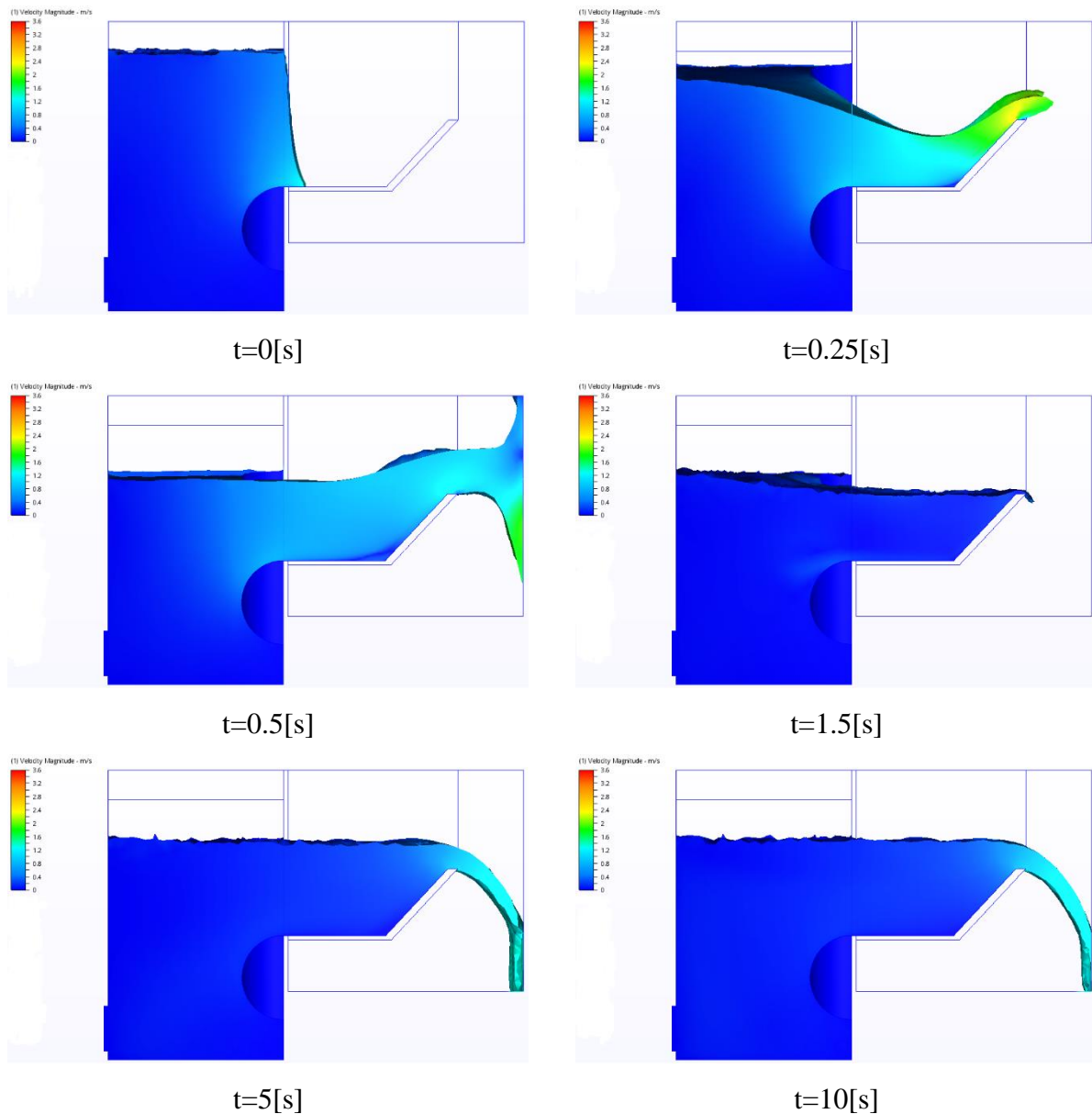


Σχήμα 6.36: Σύγκριση ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικής επίλυσης (Σενάριο 5)

Παρατίθενται επίσης στα Σχήματα 6.37 και 6.38 απεικονίσεις της προσομοίωσης σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Ο χρωματισμός και στην περίπτωση αυτή γίνεται με βάση το διάνυσμα της ταχύτητας και το κάτω όριο (σκούρο μπλε) αντιστοιχεί σε 0 [m/s] ενώ το άνω όριο (κόκκινο χρώμα) αντιστοιχεί σε ταχύτητα 3.6 [m/s] ώστε τα στιγμιότυπα να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για σύγκριση.

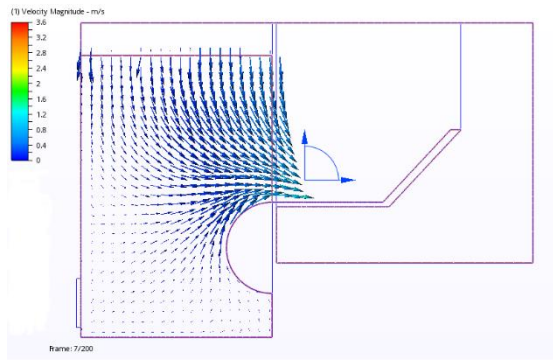


Σχήμα 6.37: Τρισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης (Σενάριο 5)

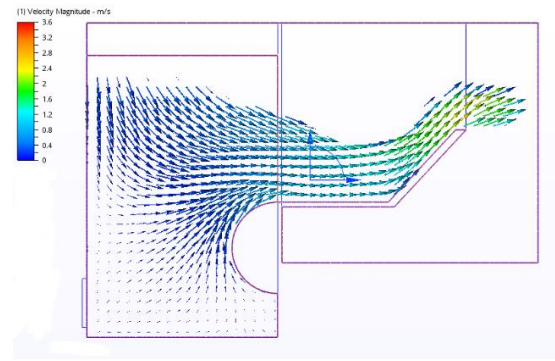


Σχήμα 6.38: Δισδιάστατη απεικόνιση της προσομοίωσης στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 5)

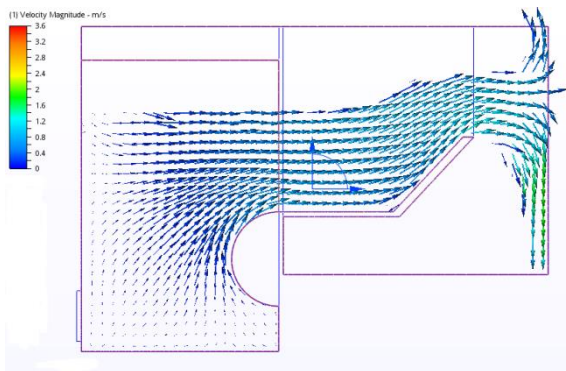
Στα σχήματα που ακολουθούν έχουμε τα αντίστοιχα δισδιάστατα διαγράμματα των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σχήμα 6.39) καθώς και μια απεικόνιση των τροχιών δεικτών (traces) (Σχήμα 6.40).



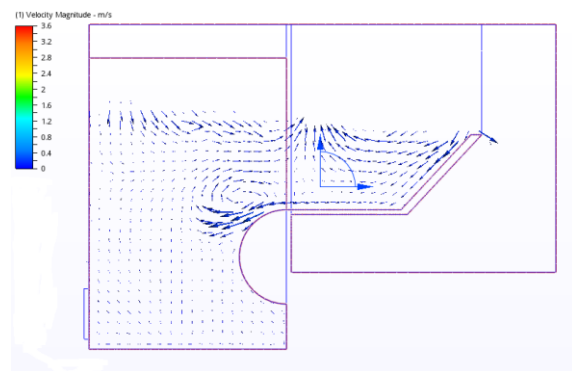
$t=0.05[s]$



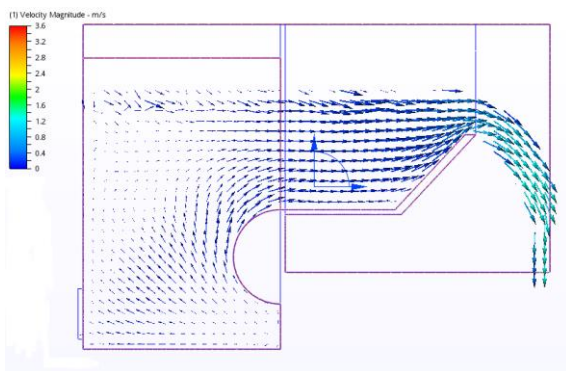
$t=0.25[s]$



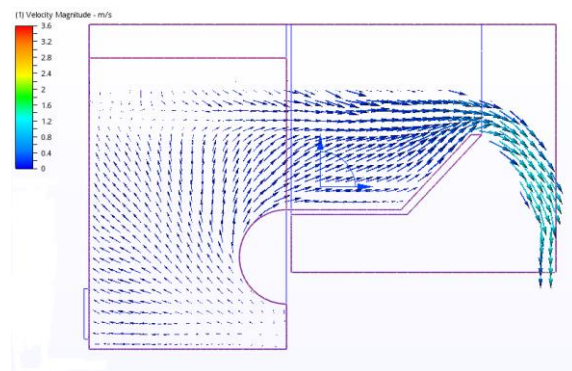
$t=0.5[s]$



$t=1.5[s]$

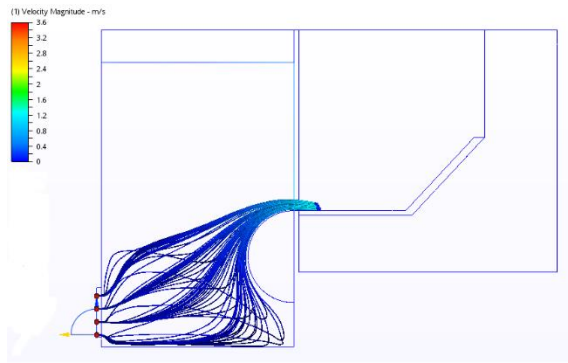


$t=5[s]$

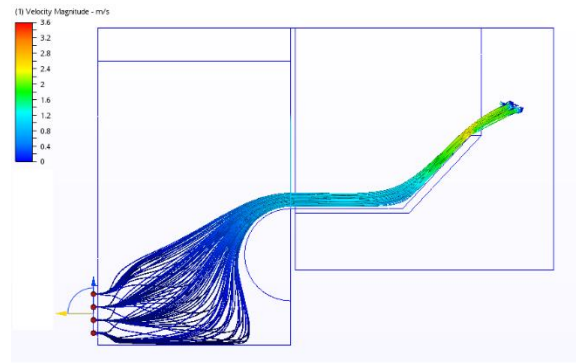


$t=10[s]$

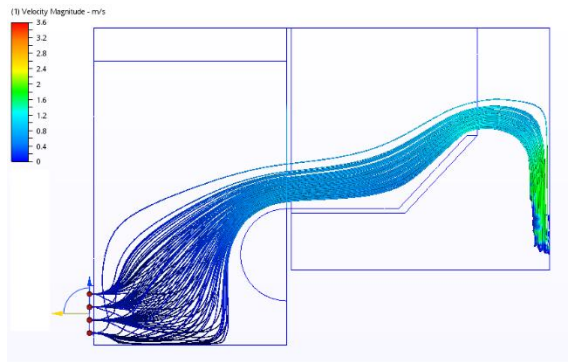
Σχήμα 6.39: Δισδιάστατη απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας στην επιφάνεια συμμετρίας (Σενάριο 5)



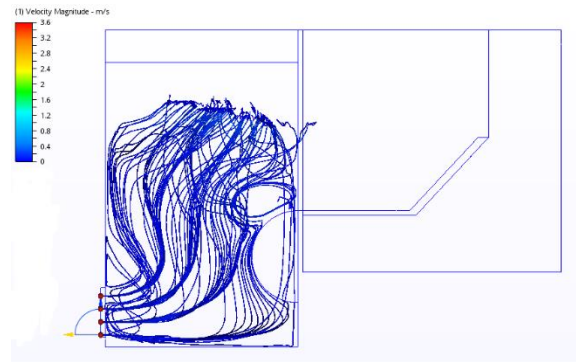
t=0.05[s]



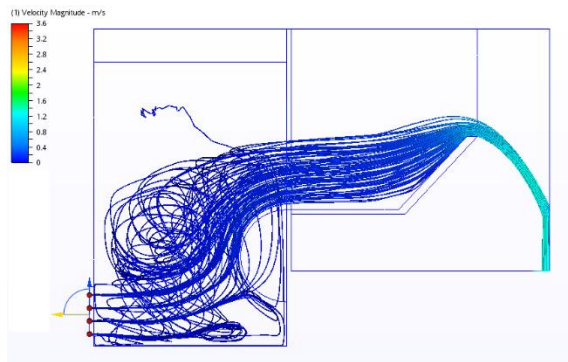
t=0.25[s]



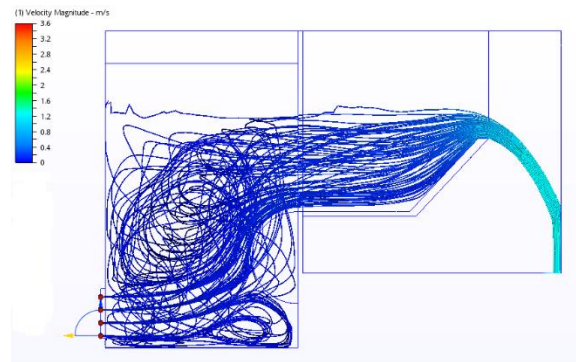
t=0.5[s]



t=1.5[s]



t=5[s]



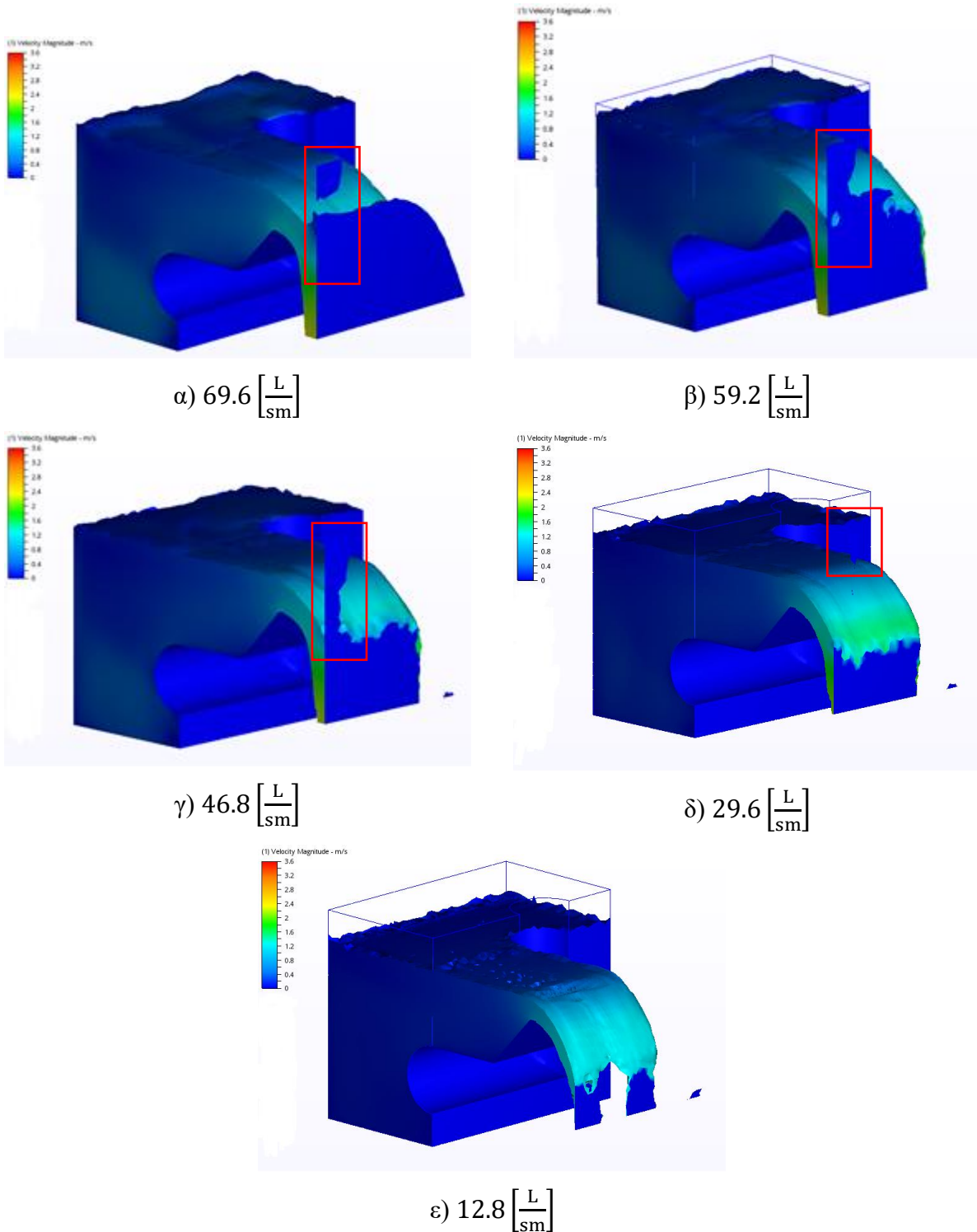
t=10[s]

Σχήμα 6.40: Δισδιάστατη απεικόνιση των τροχιών των σωματιδίων (traces) (Σενάριο 5)

7. Σχόλια – Συμπεράσματα

7.1. Αξιολόγηση γεωμετρίας

Στο Σχήμα 7.1 που ακολουθεί παρατίθενται τρισδιάστατα στιγμιότυπα από τη προσομοίωση τη χρονική στιγμή $t=10[s]$.



Σχήμα 7.1: Στιγμιότυπα από τη χρονική στιγμή $t=10[s]$ για κάθε σενάριο

Για τις περιπτώσεις α), β), γ) και δ) παρατηρείται μια ποσότητα νερού «κολλημένη» στο κατάντη τοίχωμα του χωρίου (τα σημεία αυτά είναι σημειωμένα με κόκκινο περίβλημα). Το νερό αυτό παραμένει εκεί λόγω της οριακής συνθήκης μη ολίσθησης.

Το ερώτημα που προκύπτει έχει να κάνει με το αν η απόσταση αυτή του κατάντη άκρου του υπολογιστικού χωρίου με την υπερχειλίση επηρεάζει τις ενδείξεις στις θέσεις που πραγματοποιείται η σύγκριση με τις πειραματικές μετρήσεις. Πραγματοποιήθηκε προσομοίωση του σεναρίου 1 ακολουθώντας πάλι την ίδια διαδικασία αλλά αυτή τη φορά είχε αυξηθεί το χωρίο προς τα κατάντη και οι ενδείξεις για την πίεση και το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας δεν άλλαξαν. Επομένως λόγω του μεγάλου χρονικού διαστήματος που απαιτείται για την πραγματοποίηση των προσομοιώσεων (ενδεικτικά μια εβδομάδα συνεχούς λειτουργίας για 5[s] προσομοίωσης) κρίθηκε υπολογιστικά ασύμφορη η επανάληψη όλων των υπόλοιπων προσομοιώσεων.

Αναγνωρίζεται επίσης η χρήση μη ρεαλιστικών αρχικών συνθηκών για τις προσομοιώσεις. Μια πιο ρεαλιστική μορφή θα ήταν με γεμάτο το ανάντη τμήμα της δεξαμενής μέχρι το χείλος της υπερχειλίσης και με την είσοδο της παροχής να γίνεται η υπερχειλίση. Πραγματοποιήθηκε προσομοίωση του σεναρίου 1 ακολουθώντας πάλι την ίδια διαδικασία. Αυτή τη φορά θεραπεύτηκε το φαινόμενο των αρνητικών πιέσεων που παρατηρείται στην υδροστατική πίεση για το σημείο P8 στα Σχήματα 6.3, 6.11, 6.19, 6.27 και 6.35, αλλά οι ενδείξεις για την πίεση και το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας που λαμβάνονται αφού σταθεροποιείται η ροή δεν άλλαξαν. Και πάλι λόγω του μεγάλου χρονικού διαστήματος που απαιτείται κρίθηκε υπολογιστικά ασύμφορο να πραγματοποιηθούν εκ νέου όλες οι υπόλοιπες προσομοιώσεις.

Πρέπει επίσης να τονιστεί η επιλογή της σωστής διαμέρισης για τις υπολογιστικές προσομοιώσεις. Όπως αναλυτικά περιγράφεται στο υποκεφάλαιο 5.1 του παρόντος, ένα οπτικά πυκνό mesh με οπτικά smooth αποτελέσματα δεν είναι αρκετό για να είμαστε σίγουροι για την ποιότητα και την ακρίβεια των αποτελεσμάτων ως προς τα υδροδυναμικά χαρακτηριστικά της ροής που είναι και ο σκοπός ενός μοντέλου ρευστοδυναμικής.

7.2. Συνολική επισκόπηση των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων

Στα Σχήματα 7.2 και 7.3 που ακολουθούν παρατίθενται συγκριτικά όλα τα αποτελέσματα τόσο από τα εργαστηριακά αποτελέσματα όσο και η έξοδος από την υπολογιστική ανάλυση τόσο για τον προσδιορισμό της ελεύθερης επιφάνειας όσο και για τις κατανομές των πιέσεων.

Παρατηρούμε ότι και στα δύο σχήματα παρατηρούνται αποκλίσεις οι οποίες έχουν δύο χαρακτηριστικές μορφές. Χωρίζονται σε «ομοιόμορφες αποκλίσεις» και σε «σημειακές αποκλίσεις» καθώς οι πρώτες επηρεάζουν όλα τα σημεία ενώ οι δεύτερες μόνο ένα σημείο.

Πιο συγκεκριμένα, στο σχήμα 7.2 παρατηρείται ότι για τα σενάρια 3, 4 και 5 και όσο μειώνεται η παροχή, αυξάνεται η απόκλιση μεταξύ των αποτελεσμάτων των πειραμάτων και της υπολογιστικής μεθόδου.

Πίνακας 7.1: Απόκλιση Ανύψωσης Ελεύθερης Επιφάνειας h^* [cm] CFD - Lab

q [L/s/m]	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	μ	σ
69.6	-0.7	-0.1	0.5	0.4	0.3	0	-0.4	-1.7	-0.3	0.8
59.2	-0.7	-0.2	0.2	0.5	0.5	0.4	0.2	-0.9	0	0.6
46.8	0.2	0.4	0.7	1	0.9	0.9	0.7	0	0.6	0.4
29.6	0.7	0.9	1.1	1.3	1.4	1.3	1.3	1.1	1.2	0.3
12.8	2.6	2.6	2.6	2.7	3.4	3.3	3.1	2.8	2.9	0.4

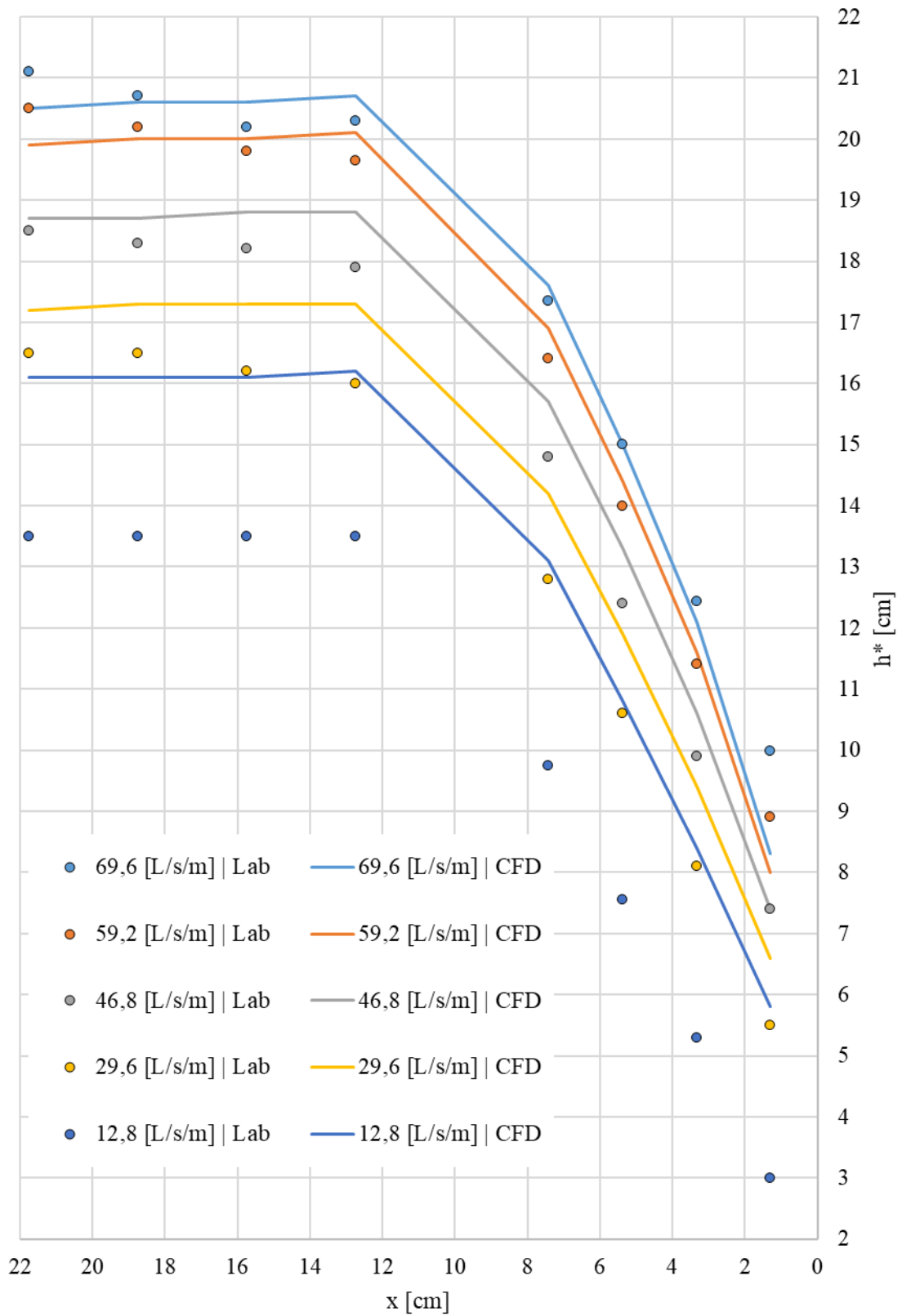
Στον Πίνακα 7.1 ποσοτικοποιείται η απόκλιση αυτή. Η απόκλιση είναι εξ' ορισμού θετικό μέγεθος αλλά στον πίνακα αυτό έχουν τοποθετηθεί οι αλγεβρικές τιμές της διαφοράς των τιμών που προέκυψαν από την αριθμητική ανάλυση αφαιρώντας τις αντίστοιχες μετρήσεις από τα πειράματα για να δειχθεί από το εναλλασσόμενο πρόσημο ότι οι καμπύλες που σχηματίζονται «μπλέκονται». Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα φαίνεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των παραπάνω διαφορών.

Παρατηρούμε ότι η απόκλιση αυτή παύει να έχει εναλλασσόμενο πρόσημο στα σενάρια 3, 4 και 5 στα οποία σταθερά οι τιμές των πειραματικών δεδομένων είναι χαμηλότερες από τις αντίστοιχες της υπολογιστικής μεθόδου. Αντίστοιχη παρατήρηση προκύπτει και για τις τιμές των πιέσεων στα σημεία P1 έως P7 (αμελούμε προσωρινά το P8) όπως φαίνεται και στον παρακάτω Πίνακα 7.2.

Πίνακας 7.2: Απόκλιση Ενδείξεων πιεζομετρικού φορτίου $p/\rho g$ [cm] | CFD - Lab

q [L/s/m]	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	μ_{P1-P7}	σ_{P1-P7}
69.6	-0.3	-0.2	-0.5	-0.2	-0.3	-0.5	-0.4	4.7	-0.4	0.2
59.2	0.2	0.2	-0.2	0.4	0.2	-0.2	0.1	5.5	0.1	0.3
46.8	0.4	0.5	0.4	0.7	0.5	0.4	0.5	5.9	0.5	0.2
29.6	1.2	1.3	1.1	1.2	1.4	1.3	1.3	6.7	1.3	0.1
12.8	3.4	3.3	3.4	3.5	3.5	3.4	3.4	8.1	3.5	0.1

Ελεύθερη επιφάνεια | Lab & CFD Results



Σχήμα 7.2: Σύγκριση όλων των ενδείξεων στάθμης ελεύθερης επιφάνειας πειραματικών δεδομένων και αριθμητικών επιλύσεων.

Το γεγονός αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπάρχει κάποιο συστηματικό σφάλμα και οι στάθμες της ελεύθερης επιφάνειας που έχουν μετρηθεί με τα πειράματα αντιστοιχούν σε τιμές μικρότερης παροχής από την αναγραφόμενη στο παροχόμετρο. Θεωρώντας ότι η καταγραφή των μετρήσεων πραγματοποιήθηκε σωστά, η απόκλιση αυτή πιθανώς οφείλεται σε εσφαλμένη ένδειξη του παροχόμετρου.

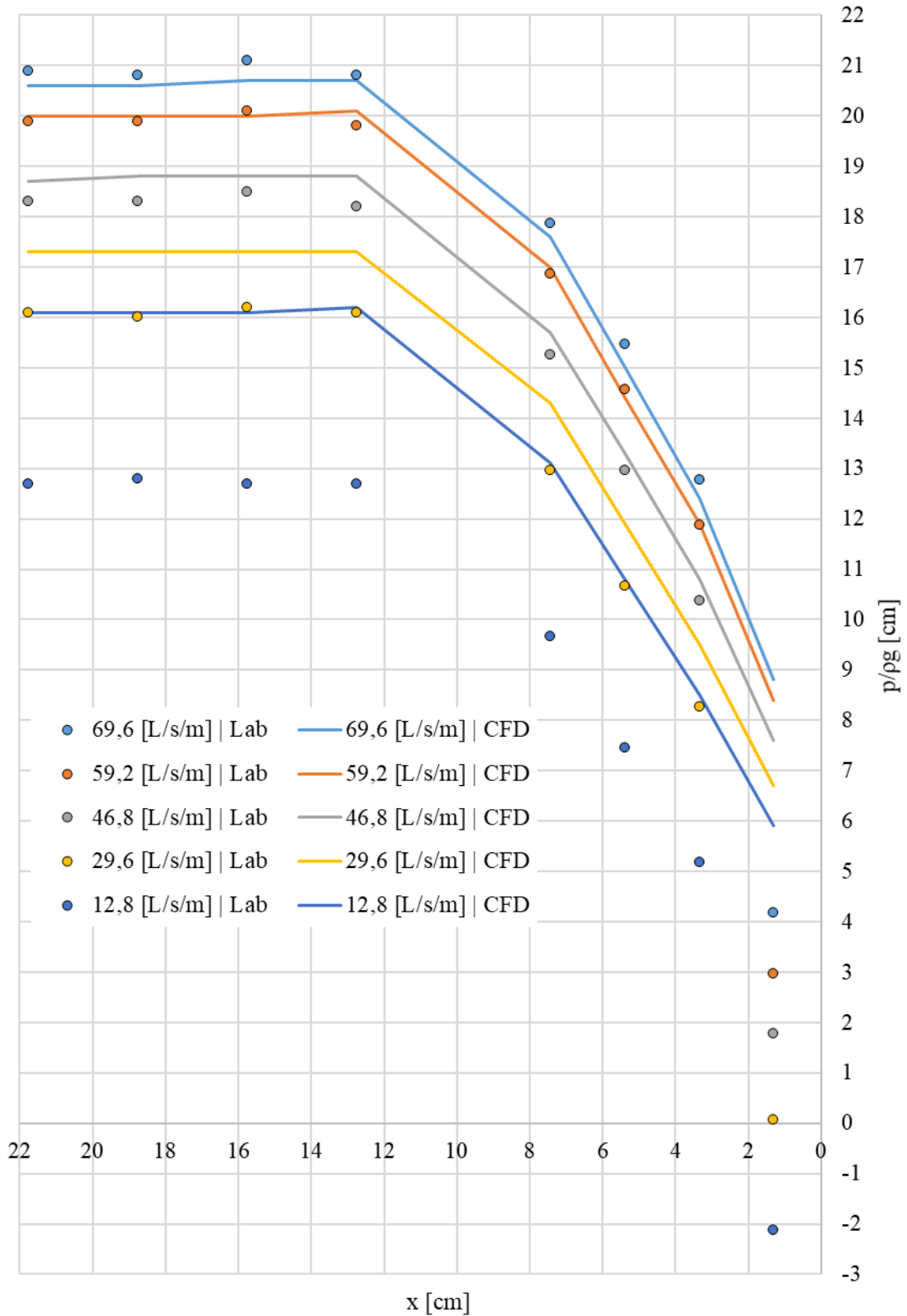
Σύμφωνα με το εγχειρίδιο του παροχόμετρου (GE Panametrics, 2003), το συγκεκριμένο εκτιμά την παροχή μέσω ακουστικών παλμών αγωγίμου μονοφασικού ρευστού ή τουλάχιστο με μια δεύτερη φάση που να μην είναι σε μεγάλη ποσότητα. Κατά τη λειτουργία του, δύο μορφοτροπείς, δηλαδή δύο ειδικά τεμάχια που τοποθετούνται περιμετρικά του αγωγού σε δύο κοντινές θέσεις, λειτουργούν τόσο ως πηγές όσο και ως δέκτες υπερηχητικών παλμών ανταλλάσσοντας έτσι υπερηχητικά σήματα μεταξύ τους. Το παροχόμετρο μετράει τη χρονική καθυστέρηση μεταξύ της αποστολής και της λήψης ενός ακουστικού κύματος και από τις δύο κατευθύνσεις. Όταν το ρευστό στο σωλήνα δεν κινείται, ο χρόνος άφιξης στα κατάντη ισούται με τον αντίστοιχο χρόνο στα ανάντη. Αντίθετα όταν το ρευστό κινείται, ο χρόνος άφιξης στα κατάντη είναι μικρότερος σε σχέση με τον αντίστοιχο στα ανάντη. Η διαφορά μεταξύ των δύο χρόνων είναι ανάλογη της ταχύτητας ροής του ρευστού και το πρόσημο δείχνει την κατεύθυνση της ροής.

Ακόμη και η ένδειξη του παροχομέτρου να μην είναι εσφαλμένη, χρησιμοποιήθηκε ένα παροχόμετρο στη μία αντλία και η ένδειξή του διπλασιαζόταν για τον προσδιορισμό της παροχής του συστήματος των δύο δίδυμων αντλιών. Δεν έγινε ποτέ ο έλεγχος αν οι δύο αντλίες ενώ λειτουργούσαν υπό ίδιο ρεύμα έδιναν την ίδια παροχή. Σε συνδυασμό με το ότι οι διαφορές εντοπίζονται στις χαμηλές παροχές, για να το επιτευχθούν αυτές, ρυθμίζεται η προσφερόμενη τάση του ρεύματος προς τις αντλίες. Στις χαμηλές παροχές, όπως έχει διαπιστωθεί και κατά την εκπόνηση κι άλλων πειραμάτων όπως (Χαλακατεβάκη, 2018) την μείωση των τάσεων του ρεύματος του δικτύου, όταν οι αντλίες καλούνται να λειτουργούν σε χαμηλή παροχή, δεν τις διαχειρίζονται καλά οπότε είναι πιθανή η εισροή φυσαλίδων στο σύστημα οπότε και η λανθασμένη μέτρηση της παροχής.

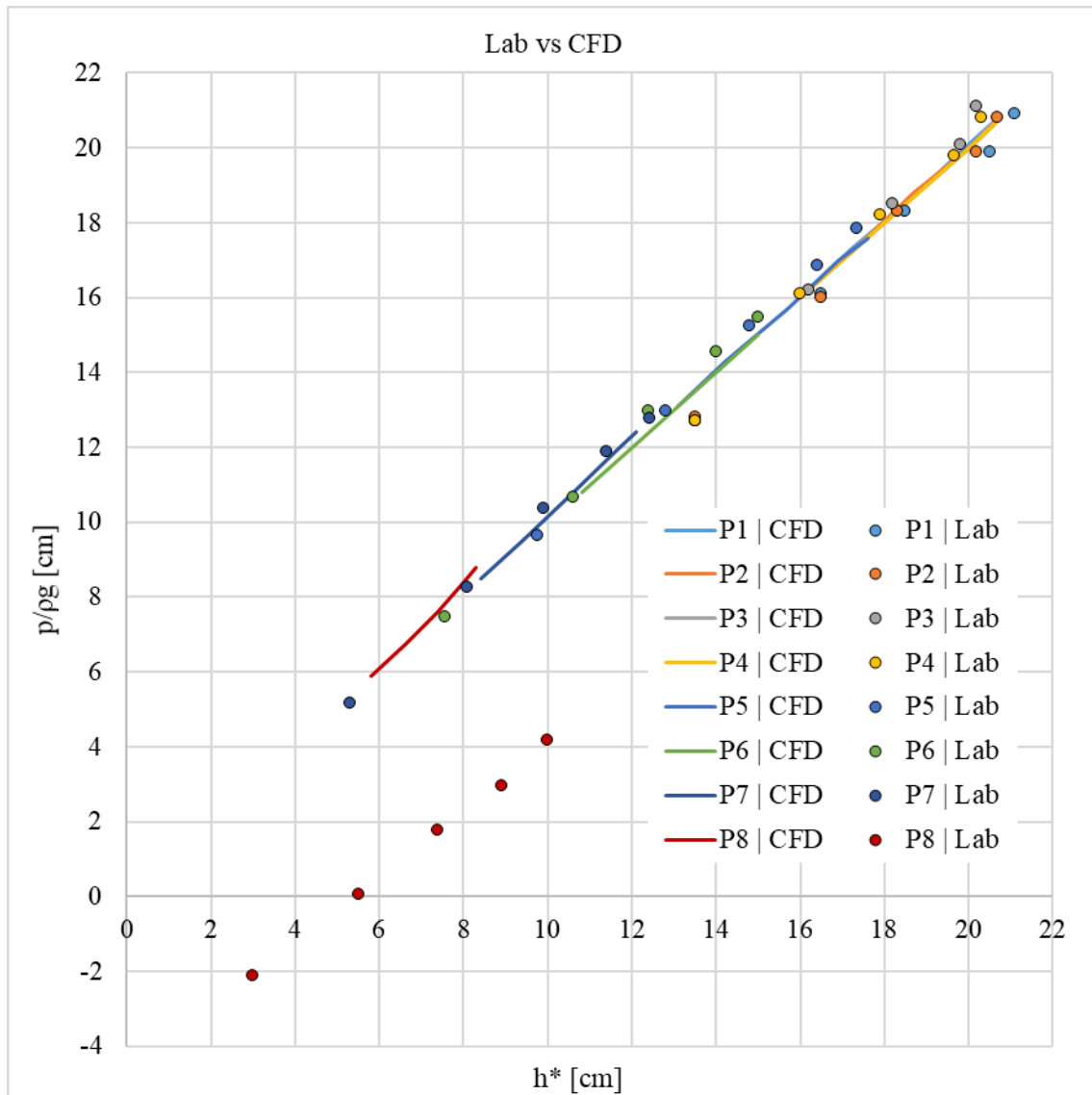
Στην παραπάνω ανάλυση είχαμε παρακάμψει τα αποτελέσματα των ενδείξεων πίεσης στη θέση του πιεζόμετρου P8. Παρατηρούμε ότι η απόκλιση μεταξύ των ενδείξεων της υπολογιστικής μεθόδου και των πειραμάτων αυξάνεται πολύ και απότομα σε σχέση με τα γειτονικά σημεία. Όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 7.2 η διαφορά των ενδείξεων στη θέση P8 είναι περίπου 5 [cm] μεγαλύτερη από την μέση τιμή της διαφοράς όλων των γειτονικών σημείων. Δεδομένου επίσης ότι στις χαμηλές παροχές (σενάρια 4 και 5) οι τιμές της πίεσης είναι χαμηλότερες από την τιμή της υδροστατικής πίεσης που αντιστοιχεί στην οριακή κατάσταση της πληρωμένης ανάντη δεξαμενής χωρίς να υπάρχει υπερχειλίση, ενώ στο σενάριο 5 έχουμε και αρνητική τιμή για την πίεση χωρίς να είναι κάποια θέση πιθανής υποπίεσης όπως το άκρο του λεπτότοιχου υπερχειλιστή, οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι στη θέση αυτή υπήρξε ένα σημειακό λάθος είτε με το πιεζόμετρο (εισροή φυσαλίδων) είτε κατά τη μεταφορά των αποτελεσμάτων δεν είχαν καταγραφεί πιθανή διαφορά της αρχικής κατάστασης των πιεζόμετρων.

Χαρακτηριστικά η απόκλιση των μετρήσεων για τις πιέσεις στο σημείο P8 φαίνεται στο Σχήμα 7.4 όπου όλες οι μετρήσεις και ενδείξεις για την πίεση βρίσκονται συγκεντρωμένες σε μία ευθεία ενώ μόνο οι μετρήσεις του P8 (όχι οι ενδείξεις από την υπολογιστική ανάλυση) βρίσκονται απομακρυσμένες.

Κατανομή Πιέσεων | Lab & CFD Results



Σχήμα 7.3: Σύγκριση όλων των ενδείξεων πιεζομετρικού φορτίου πειραματικών δεδομένων και αριθμητικών επιλύσεων.



Σχήμα 7.4: Παράθεση πιεζομετρικού φορτίου $p/\rho g$ ως προς το βάθος ροής h^*

Με σκοπό την ποσοτικοποίηση της ικανοποίησης που προκύπτει από την προσαρμογή των πειραματικών μετρήσεων και υπολογιστικών δεδομένων, υιοθετείται η χρήση του συντελεστή αποδοτικότητας που προτάθηκε από τους (Nash & Sutcliffe, 1970) ο οποίος δίνεται από την παρακάτω σχέση.

$$NSE = 1 - \frac{\sum_1^n (o_i - m_i)^2}{\sum_1^n (o_i - \bar{o})^2} \quad (7.2)$$

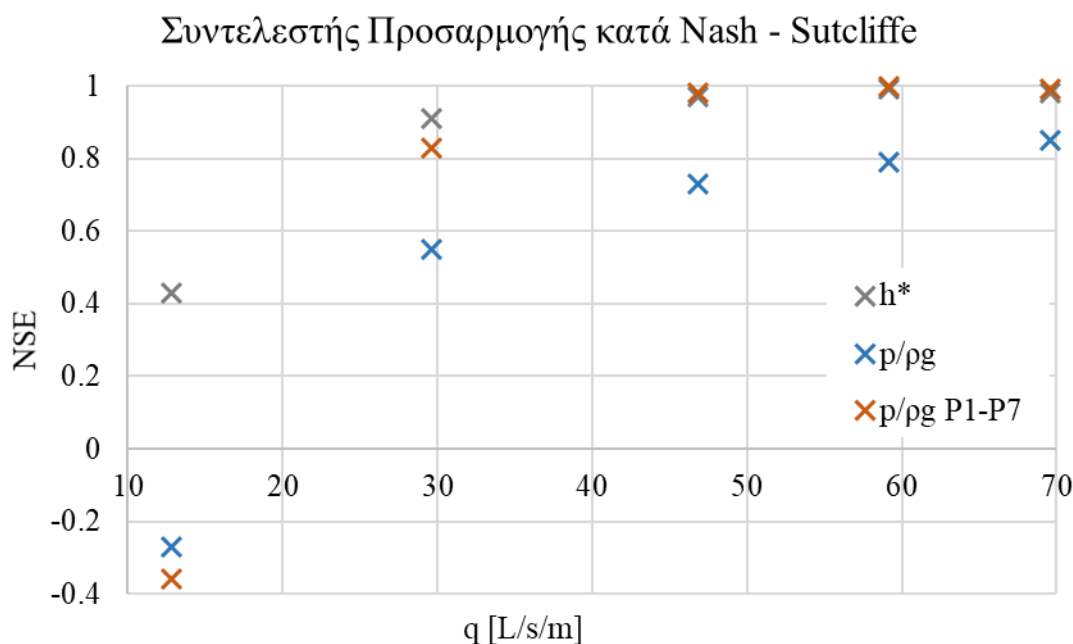
όπου o_i οι μετρημένες πειραματικές τιμές και m_i οι τιμές που προέκυψαν από το μοντέλο. Το εύρος του συντελεστή αυτού είναι $(-\infty, 1]$ όπου η τιμή 1 αντιπροσωπεύει την τέλεια εφαρμογή των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων. Αρνητική τιμή του συντελεστή υποδηλώνει ότι η μέση τιμή των παρατηρημένων μεγεθών θα ήταν καλύτερη εκτιμήτρια του φαινομένου. Είναι εμφανές ότι το κριτήριο αυτό δεν είναι κατάλληλο για την ποιοτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων καθότι έχει δημιουργηθεί για την αξιολόγηση μοντελοποιημένων χρονοσειρών ενός μεγέθους και όχι για την αξιολόγηση ανεξάρτητων τιμών, αλλά στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας οι αρνητικές τιμές NSE δεν χρησιμοποιούνται για να

πάρουμε απόφαση για την τιμή της πίεσης αλλά για να πούμε απλά ότι η προσαρμογή δεν είναι η επιθυμητή.

Θα χρησιμοποιηθεί επίσης τροποποιημένη η σχέση αυτή δεδομένων των σφαλμάτων που έχουν εντοπιστεί κατά τις πειραματικές μετρήσεις και έχουν αναλυθεί παραπάνω και θα θεωρηθούν o_i οι τιμές που προέκυψαν από το μοντέλο και m_i οι τιμές που προέκυψαν από τις μετρήσεις αν εφαρμοστεί η Σχέση 7.2 αυτούσια ή αλλιώς μπορεί να μετατραπεί για να διατηρηθεί ο σωστός συμβολισμός σε:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_1^n (m_i - o_i)^2}{\sum_1^n (m_i - \bar{m})^2} \quad (7.3)$$

Εφαρμόζοντας τη σχέση 7.3 προκύπτουν οι δείκτες καλής προσαρμογής NSE οι οποίοι φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 7.5: Συντελεστής Προσαρμογής κατά Nash - Sutcliffe

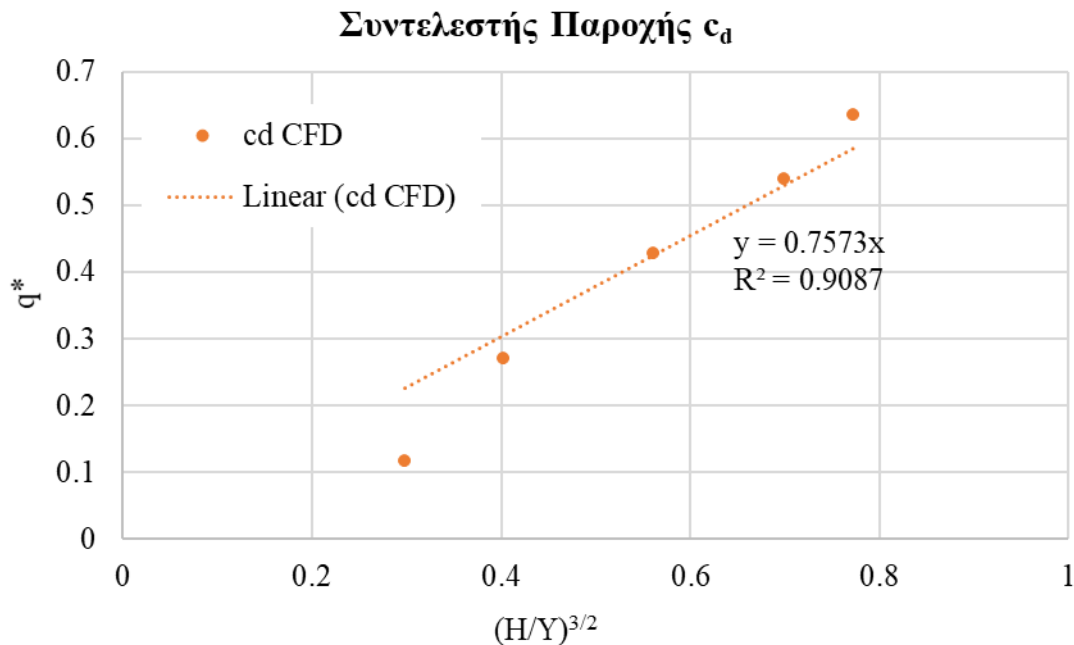
Πιο συγκεκριμένα, για τις πιέσεις, λόγω των τιμών των πιέσεων που μετρήθηκαν για το σημείο P8, εφαρμόζεται η μέθοδος και για τα σημεία P1 – P7 δηλαδή αφήνοντας το P8 και εκτός της σύγκρισης όπως φαίνεται με το πορτοκαλί χρώμα στο παραπάνω σχήμα. Παρατηρούμε ότι η αφαίρεση του P8 βελτιώνει το δείκτη προσαρμογής για τις 4 από τις 5 παροχές, εκτός δηλαδή από τη χαμηλότερη.

Σε κάθε περίπτωση, για τα σενάρια 1-3 η σύγκριση των αποτελεσμάτων κρίνεται ικανοποιητική.

7.3. Αδιαστατοποιημένα διαγράμματα φορτίου - απορροής

Αξιοποιώντας την Εξίσωση 2.2 προκύπτει το παρακάτω Σχήμα 7.5 για τον προσδιορισμό του συντελεστή παροχής.

Είναι προφανές ότι η συγκεκριμένη ευθεία γραμμή τάσης της μορφής $y=\lambda x$ δεν έχει την καλύτερη προσαρμογή στα υπολογιστικά αποτελέσματα αλλά έχει χρησιμοποιηθεί για να αποδοθεί σωστά η αδιαστατοποιημένη εξίσωση.



Σχήμα 7.6: Αδιαστατοποιημένη καμπύλη φορτίου – διερχόμενης παροχής.

Αντικαθιστώντας λοιπόν στην Εξίσωση 2.2 προκύπτει

$$\frac{Q}{\frac{2}{3}b\sqrt{2gY^3}} = 0.7573 \left(\frac{H}{Y}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (7.4)$$

Η τιμή αυτή δεν μπορεί να αξιολογηθεί αν συμβαδίζει με άλλες αντίστοιχες πειραματικές τιμές. Στην αρθρογραφία όλες οι πειραματικές διατάξεις αφορούν στενά κανάλια αναφέρεται ενδεικτικά (Prakash, Shenoy, & Suresh, 2018) στα οποία η αδιαστατοποίηση του φορτίου H γίνεται με το (μικρό) μήκος υπερχειλίσσης L σε αντίθεση με το ύψος του κεκλιμένου τμήματος Y που χρησιμοποιείται στην παρούσα. Αυτό έγινε καθότι για την υπό μελέτη διάταξη και για τις δεδομένες παροχές, ο λόγος H/L έχει πολύ μικρές τιμές, όπως συμβαίνει και φυσιολογικά σε έναν υπερχειλιστή φράγματος όπου κατά τη διόδευση πλημμύρας δεν αναμένεται σε καμία περίπτωση ανύψωση της στάθμης στον ταμιευτήρα ίση με το πλάτος του υπερχειλίστη. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι η μέγιστη τιμή του H/L στην περίπτωση μας είναι περίπου 0.4. Στο παραπάνω άρθρο για τις 45° που είναι η πλησιέστερη γωνία σε αυτή της διάταξης που μελετάται, και για $H/L=0.4$ έχουμε μόνο μια τιμή στην γειτονιά αυτή των μετρήσεων ενώ για μικρότερες τιμές H/L καμία. Επομένως δεν καθίσταται εφικτή μια ουσιαστική σύγκριση.

7.4. Συμπεράσματα – Σύνοψη

Όπως συμβαίνει με κάθε υπολογιστικό μοντέλο η ποιότητα των δεδομένων εισόδου καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την ποιότητα των δεδομένων εξόδου. Κατά την αρχική γεωμετρία G1 που παρουσιάζεται στο υποκεφάλαιο 5.1 δημιουργήθηκε ένα οπτικά πυκνό υπολογιστικό χωρίο με οπτικά ομαλά αποτελέσματα αλλά δεν ήταν αρκετό για την ποιότητα και την ακρίβεια των αποτελεσμάτων ως προς τα υδροδυναμικά χαρακτηριστικά της ροής που είναι και ο σκοπός ενός μοντέλου ρευστοδυναμικής. Η ποιότητα όμως του γεωμετρικού μοντέλου και της διαμέρισης που εφαρμόζεται, είναι κάτι το οποίο προσαρμόζεται με τη διαδικασία των δοκιμών και ελέγχου μέχρι να βρεθεί μια διαμέριση που όταν αυτή θα πυκνωθεί περεταίρω θα επιφέρει ασήμαντες αλλαγές στα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Η βελτίωση της ποιότητας των δεδομένων εισόδου στις πλεγματικές μεθόδους περιορίζεται εκεί.

Οι παράμετροι ελέγχου όμως ενός τέτοιου μοντέλου δεν περιορίζονται όμως στη γεωμετρία και τη δημιουργία του κατάλληλου υπολογιστικού χωρίου αλλά αφορά και την επιλογή των σχημάτων διακριτοποίησης και της τάξης για τους όρους των εξισώσεων, την επιλογή του μοντέλου τύρβης για προσομοίωση των τυρβωδών χαρακτηριστικών της ροής κ.α.. Επομένως ο προσδιορισμός του συνδυασμού των παραπάνω που μας ικανοποιεί πρέπει να ελεγχθεί ως προς πληθώρα παραμέτρων. Αντίστοιχη παρατήρηση αφορά και τις μη πλεγματικές μεθόδους. Στη διπλωματική εργασία Rouliasis (2017), κατασκευάστηκε κώδικας βασισμένος στην μη πλεγματική μέθοδο Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). Στη συγκεκριμένη εργασία, χρησιμοποιώντας τον κώδικα που παράχθηκε, προσομοιώθηκε η κατάρρευση στήλης ύδατος σε στεγνό πυθμένα, ο έλεγχος των αποτελεσμάτων της οποίας πραγματοποιήθηκε σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα και αυτή κρίθηκε ικανοποιητική (Rouliasis, 2017). Σε κάθε περίπτωση λοιπόν, η αξιοπιστία ενός μοντέλου καλό είναι να ελέγχεται με πειραματικά αποτελέσματα καθώς επίσης και το πώς επηρεάζουν οι παράμετροι ελέγχου ζητήματα κλίμακας.

Στο πλαίσιο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι οι υπολογιστικές προσομοιώσεις ακόμη και σήμερα δεν είναι γρήγορες. Οι συγκεκριμένες προσομοιώσεις σε έναν πολυπύρηνο επεξεργαστή με μεγάλη μνήμη RAM η οποία επέτρεψε την χρήση 4.5M όγκων ελέγχου τα 0.5[s] προσομοίωσης απαιτούσαν περίπου 8[hrs] συνεχούς λειτουργίας. Σε καμία περίπτωση οι δυνατότητες του συστήματος δεν εμπόδιζαν την ταχύτερη επίλυση καθώς συστηματικά ελεγχόταν το ποσοστό αξιοποίησης των επιμέρους συστημάτων και η ένδειξη του «Total Processor Utilization Across all Cores» ποτέ δεν πέρασε το 30%. Οπότε για την προσομοίωση ενός ρεαλιστικού έργου μηχανικού υπό διάφορες συνθήκες παροχών ο απαιτούμενος χρόνος είναι σημαντικός ιδιαίτερα όταν αυτό δεν είναι ένα τυποποιημένο έργο αλλά έχει κατασκευαστικές ιδιαιτερότητες.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι υπολογιστικές προσομοιώσεις όχι μόνο δεν υποκαθιστούν τις πειραματικές μετρήσεις αλλά οι τελευταίες είναι απαραίτητες για τη βαθμονόμηση των προηγούμενων. Επιπρόσθετα, όταν στόχος είναι ο προσδιορισμός υδροδυναμικών χαρακτηριστικών της ροής και η αλληλεπίδραση με τα στερεά όρια, η διαδικασία που πρέπει να ακολουθείται είναι αυτή της δημιουργίας ενός πειράματος όταν δεν υπάρχει διαθέσιμος κάποιος υπερυπολογιστής που είναι και η συνηθισμένη περίπτωση. Δηλαδή προτιμάται η δημιουργία ενός υπολογιστικού ομοιώματος υπό κλίμακα, επίλυση του με υπολογιστικές μεθόδους σε πλέγμα το οποίο έχει δοκιμαστεί ως προς το μέγεθός του, και μεταφορά των αποτελεσμάτων στο φυσικό μέγεθος εφαρμόζοντας το κριτήριο ομοιότητας που είχε χρησιμοποιηθεί.

7.5. Προτάσεις προς περαιτέρω διερεύνηση

Μερικά στοιχεία που θα έπρεπε να αναλυθούν συνοψίζονται στα

- ✓ Επανάληψη των πειραμάτων ώστε να ελεγχθούν οι αιτίες για πιθανά συστηματικά σφάλματα. Για παράδειγμα, θα πρέπει να ελεγχθεί η «δίδυμη» λειτουργία των αντλιών ώστε να μπορούμε να δεχόμαστε τον διπλασιασμό της παροχής από την ένδειξη του παροχόμετρου, με τοποθέτησή του και στις δύο αντλίες ενώ λειτουργούν, για να συγκριθεί η ένδειξη. Αντίστοιχα πρέπει να πραγματοποιηθεί και αξιολόγηση των ενδείξεων των πιεζόμετρων και της διάταξης σταθμημέτρησης σε συνθήκες ηρεμίας - χωρίς υπερχειλίση (υδροστατικές τιμές) - με τις αντίστοιχες αναμενόμενες θεωρητικές τιμές ώστε να ρυθμίζονται οι πειραματικές τιμές.
- ✓ Ανάλυση της συγκεκριμένης (ελαφρώς τροποποιημένης ως προς τη γεωμετρία) υπολογιστικής διάταξης με αλλαγή των παραμέτρων πχ μοντέλου τύρβης ώστε να ελεγχθεί αν κάποιο από αυτά έχει καλύτερη προσαρμογή στις νέες πειραματικές μετρήσεις.
- ✓ Συνδυασμός των δύο παραπάνω ώστε το Εργαστήριο Εφαρμοσμένης Υδραυλικής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών να παρέχει τη δυνατότητα ολοκληρωμένων μελετών με βαθμονομημένες υπολογιστικές αναλύσεις για δοκιμή οποιασδήποτε διάταξης υπερχειλίσης.

Βιβλιογραφία

- Autodesk CFD. (2018). (Autodesk) Retrieved from Autodesk Knowledge Center: <https://knowledge.autodesk.com/support/cfd/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2018/ENU/SimCFD-UsersGuide/files/GUID-B3B67A19-0CF3-424B-9C77-F474453C7C1B-htm.html>
- Berberović, E., van Hinsberg, N., Jakirlić, S., Roisman, I., & Tropea, C. (2009). Drop Impact onto a Liquid Layer of Finite Thickness: Dynamics of the Cavity Evolution. *Physical Review E*, 79(3). doi:10.1103/PhysRevE.79.036306
- Chevalier, S., Rabias, E., & Papanicolaou, P. (2015). Pressure Distribution on a Labyrinth-Crested Spillway. *Hydro 2015*. Bordeaux.
- Hirt, C., & Nichols, B. (1981, January). Volume of Fluid (VoF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39, 201-225. doi:10.1016/0021-9991(81)90145-5
- Jasak, H. (1996). *Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flows*. London: Imperial College London.
- Ketabdari, M. (2016). Free Surface Flow Simulation Using VOF Method. IntechOpen. doi:10.5772/64161
- Lauder, B., & Spalding, B. (1974, March). The numerical computation of turbulent flows. , 3(2):. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 3(2), pp. 269–289. doi:10.1016/0045-7825(74)90029-2
- Moukalled, F., Mangani, L., & Darwish, M. (2016). *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics - An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®* (Vol. 113). Switzerland: Springer International Publishing. doi:10.1007/978-3-319-16874-6
- Nash, E., & Sutcliffe, J. (1970, April). River flow forecasting through conceptual models (Part I) - A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3), pp. 282-290. doi:10.1016/0022-1694(70)90255-6
- Pouliasis, G. (2017). *A 2D Smoothed Particle Hydrodynamics Model for Free Surface Applications*. Athens.
- Prakash, M., Shenoy, N., & Suresh, G. (2018). Calibration of Inclined Rectangular Weir with a New Approach. *International Journal of Science, Environment and Technology*, 7(2), pp. 451-463.
- Rusche, H. (2002). *Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions*. London: Imperial College London.
- Weller, H. (2002). *Derivation, modelling and solution of the conditionally averaged*. Nabra Ltd.
- White, F. (2011). *Fluid Mechanics* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Zhou, L. (2017). *Numerical modelling of scour in steady flow*. Lyon: Université de Lyon.

- Κουκουβίνος, Α., Ευστρατιάδης, Α., Λαζαρίδης, Λ., & Μαμάσης, Ν. (2006). *Έκθεση δεδομένων - Διερεύνηση σεναρίων διαχείρισης του ταμιευτήρα Σμοκόβου*. Αθήνα: Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.
- Λιακόπουλος, Α. (2014). *Μηχανική Ρευστών*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Τζιόλα.
- Νουτσόπουλος, Γ., & Χριστοδούλου, Γ. (1996). *Μαθήματα Μηχανικής των Ρευστών για Πολιτικούς Μηχανικούς*. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.
- Χαλακατεβάκη, Μ. (2018). *Πειραματική διερεύνηση της επίδρασης του σχήματος μεσόβαθρου στη ροή σε ορθογωνική διώρυγα*. Αθήνα.