



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής &
Βελτιστοποίησης

Ανάπτυξη Τεχνικών Παραμετροποίησης, Επιλύτη Ροής και του
Συζυγούς του για τη Βελτιστοποίηση Μορφής σε GPUs.
Εφαρμογές στις Στροβιλομηχανές και την Εξωτερική
Αεροδυναμική

Διδακτορική Διατριβή

Κωνσταντίνος Θ. Τσιάκας

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2019



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής &
Βελτιστοποίησης

**Ανάπτυξη Τεχνικών Παραμετροποίησης, Επιλύτη Ροής και του
Συζυγούς του για τη Βελτιστοποίηση Μορφής σε GPUs.
Εφαρμογές στις Στροβιλομηχανές και την Εξωτερική
Αεροδυναμική**

Διδακτορική Διατριβή

Κωνσταντίνος Θ. Τσιάκας

Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή:

1. Κυριάκος Γιαννάκογλου*(Επιβλέπων), Καθηγητής, ΕΜΠ,
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
2. Κωνσταντίνος Μαθιουδάκης*, Καθηγητής, ΕΜΠ,
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
3. Ιωάννης Αναγνωστόπουλος*, Καθηγητής, ΕΜΠ,
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
4. Σπυρίδων Βουτσινάς, Καθηγητής, ΕΜΠ,
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
5. Ιωάννης Νικολός, Καθηγητής, Πολυτεχνείο Κρήτης,
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης
6. Νικόλαος Αρετάκης, Επίκουρος Καθηγητής, ΕΜΠ
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
7. Γεώργιος Παπαδάκης, Επίκουρος Καθηγητής, ΕΜΠ
Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών

**Μέλος της Τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής*

Αθήνα, 2019

Περίληψη

Αντικείμενο της διδακτορικής αυτής διατριβής αποτελεί η ανάπτυξη μεθόδων και υπολογιστικών εργαλείων για τη γρήγορη και χαμηλού κόστους βελτιστοποίηση αεροδυναμικών/υδροδυναμικών μορφών. Η ανάπτυξη αφορά στο σύνολο των δομικών στοιχείων που απαρτίζουν τη διαδικασία βελτιστοποίησης, συγκεκριμένα α) το λογισμικό Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (ΥΡΔ) που χρησιμοποιείται για την ανάλυση, β) τις μεθόδους βελτιστοποίησης και γ) την παραμετροποίηση μορφών. Στόχος είναι η μείωση του συνολικού κόστους της βελτιστοποίησης, καθιστώντας την κατάλληλη για χρήση στο σχεδιασμό σε βιομηχανικό περιβάλλον. Στη διατριβή αναπτύσσονται/προγραμματίζονται μέθοδοι βελτιστοποίησης που βασίζονται στην κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης, με βασικό τους στοιχείο τη συζυγή τεχνική (adjoint method) και επίσης χρησιμοποιούνται εξελκτικοί αλγόριθμοι. Η πλειονότητα των μεθόδων που αναπτύσσονται, εστιάζει στο σχεδιασμό/βελτιστοποίηση στο πεδίο των στροβιλομηχανών, ωστόσο χρησιμοποιούνται σε αρκετά μεγαλύτερο εύρος εφαρμογών, περιλαμβάνοντας και περιπτώσεις εξωτερικής αεροδυναμικής.

Το οικείο λογισμικό επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes ((U)RANS) PUMA (Parallel Unstructured Multi-row Adjoint) με δυνατότητα εκτέλεσης σε επεξεργαστές καρτών γραφικών (GPUs), που είχε αναπτυχθεί για την επίλυση μόνιμων και μη-μόνιμων συμπιεστών ροών, επεκτείνεται με έναν επιλύτη για ασυμπίεστες ροές βασισμένο στη μέθοδο της Τεχνητής Συμπιεστότητας (Artificial Compressibility, AC). Οι εξισώσεις RANS για συμπιεστές και ασυμπίεστες ροές εκφράζονται σε σχετικό σύστημα αναφοράς, αν και επιλύονται ως προς τις συνιστώσες της απόλυτης ταχύτητας, χρησιμοποιώντας την τεχνική των πολλαπλών συστημάτων αναφοράς (Multiple Reference Frame, MRF). Προκειμένου να προσομοιωθούν ροές σε διατάξεις στροβιλομηχανών με πολλαπλές πτερυγώσεις, χρησιμοποιούνται τεχνικές αλληλεπίδρασης μεταξύ κινητής και σταθερής περύγωσης, όπως η τεχνική της διεπιφάνειας ανάμειξης, η τεχνική της παγωμένης κινητής περύγωσης και η τεχνική της διεπιφάνειας ολίσθησης. Αναθεωρούνται, εκσυγχρονίζονται και επαναξιολογούνται προγραμματιστικές και αριθμητικές τεχνικές, εξειδικευμένες για GPUs, οι οποίες έχουν αναπτυχθεί σε προηγούμενες εργασίες πάνω στο λογισμικό PUMA, οδηγώντας σε μέχρι και 40× ταχύτερη GPU-υλοποίηση από την αντίστοιχη CPU. Η επιτάχυνση αυτή επιτυγχάνεται με προσεκτική αναδόμηση, εκλεπτυσμένη διαχείριση της μνήμης, χρήση αριθμητικής μεικτής ακρίβειας (Mixed Precision Arithmetics, MPA) και αποδοτική χρήση του περιβάλλοντος προγραμματισμού CUDA της NVIDIA, ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη εκμετάλλευση της αρχιτεκτονικής SIMD και των τεχνικών χαρακτηριστικών των σύγχρονων GPUs. Ειδικότερα, η αριθμητική μεικτής ακρίβειας (MPA) είναι μία τεχνική στην οποία, όταν οι εξισώσεις ροής επιλύονται ως προς τη διόρθωση των ροϊκών μεγεθών, χρησιμοποιείται αριθμητική διπλής ακρίβειας για την αποθήκευση των όρων του δεξιού μέλους (right-hand-side, r.h.s.), ενώ οι όροι του αριστερού μέλους (left-hand-side, l.h.s.) αποθηκεύονται με χρήση αριθμητικής α-

πλής ακρίβειας, με αποτέλεσμα τη μείωση της συνολικά χρησιμοποιούμενης μνήμης και την αύξηση του ρυθμού προσπέλασης της κεντρικής μνήμης της GPU. Το λογισμικό PUMA μπορεί να εκτελεστεί παράλληλα σε πολλές GPUs, χρησιμοποιώντας την τεχνική των επικαλυπτόμενων υποχωρίων. Οι επικοινωνίες μεταξύ των GPUs του ίδιου υπολογιστικού κόμβου γίνονται μέσω της κοινής CPU μνήμης του κόμβου, ενώ για την επικοινωνία μεταξύ διαφορετικών υπολογιστικών κόμβων χρησιμοποιείται το πρωτόκολλο MPI.

Για την πιστοποίηση των επιλυτών συμπιεστών και ασυμπιέστων ροών του λογισμικού PUMA μελετώνται μία σειρά από περιπτώσεις εφαρμογών. Αυτές αφορούν σε τυρβώδεις ροές γύρω από δύο μεμονωμένες αεροτομές, τη ροή σε συγκλίνοντα-αποκλίνοντα διηχητικό διαχύτη, τη ροή σε αγωγό με απότομη διεύρυνση και τη ροή στο δρομέα μίας ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα, με δημοσιευμένα αποτελέσματα για σύγκριση. Επιπλέον, η πιστοποίηση συμπληρώνεται με την πρόλεξη του πεδίου ροής γύρω από την πτέρυγα ONERA M6, σε υδροστρόβιλο τύπου προπέλας και στη σταθερή πτερύγωση ενός στροβίλου υψηλής πίεσης.

Η διατριβή εστιάζει κατ' αποκλειστικότητα στη συνεχή συζυγή μέθοδο και προτείνεται η ανάπτυξή της για τον επιλύτη τόσο συμπιεστών όσο και ασυμπιέστων ροών, με την επίλυση των δεύτερων να πραγματοποιείται με τη μέθοδο της τεχνητής συμπίεστικότητας. Η μέθοδος είναι ιδιαίτερα αποδοτική αφού επιτρέπει τον υπολογισμό παραγώγων ευαισθησίας συναρτήσεων-στόχων (όπως οι δυνάμεις άνωσης και αντίστασης, η ροπή, οι απώλειες ολικής πίεσης, ο βαθμός απόδοσης πτερυγώσεων στροβιλομηχανών κ.λ.π.) ως προς την αεροδυναμική μορφή, με κόστος ανεξάρτητο του πλήθους των μεταβλητών σχεδιασμού που ελέγχουν το σχήμα της.

Αναπτύσσονται δύο διαφορετικές εκφράσεις για τις παραγώγους ευαισθησίας, κατ' αντιστοιχία με τη συνεχή συζυγή μέθοδος βασισμένη σε επιφανειακά ολοκληρώματα (Surface Integral, SI) και την αντιστοιχη βασισμένη σε χωρικά ολοκληρώματα (Field Integral, FI). Η πρώτη χρησιμοποιεί τον κανόνα του Leibniz και, αμελώντας επιφανειακούς όρους που περιλαμβάνουν τα υπόλοιπα των εξισώσεων ροής (μέθοδος επιφανειακών ολοκληρωμάτων με αποκοπή, Severed-SI), καταλήγει σε μία σειρά από επιφανειακά ολοκληρώματα που αποτελούν την έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας. Αντιθέτως, η δεύτερη καταλήγει σε έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας που περιλαμβάνει τόσο επιφανειακά όσο και χωρικά ολοκληρώματα. Παρότι οι δύο προσεγγίσεις είναι μαθηματικά ισοδύναμες, αριθμητικά οδηγούν σε παραγώγους ευαισθησίας δυνητικά διαφορετικής ακρίβειας και πολυπλοκότητας υπολογισμού. Η τεχνική FI είναι πιο ακριβής, ειδικά σε τυρβώδεις ροές, σε σύγκριση με την SI με αποκοπή, αλλά απαιτεί τη διαφόριση ενός μοντέλου παραμόρφωσης του υπολογιστικού πλέγματος καθώς και μεγαλύτερο πλήθος αριθμητικών πράξεων για τον υπολογισμό των εμπλεκόμενων χωρικών ολοκληρωμάτων. Σε αντίθεση με την FI, η τεχνική SI καταλήγει σε δυνητικά λιγότερο ακριβείς παραγώγους ευαισθησίας που, όμως, υπολογίζονται με μειωμένο κόστος.

Με στόχο την ακρίβεια των παραγώγων ευαισθησίας, και στις δύο διατυπώσεις της συνεχούς συζυγούς μεθόδου, λαμβάνονται υπόψη οι μεταβολές της τυρβώδους

συνεκτικότητας λόγω αλλαγής της αεροδυναμικής μορφής μέσω της συζυγούς διατύπωσης του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras, τόσο για συμπιεστές όσο και για ασυμπίεστες ροές. Επιπροσθέτως, λαμβάνονται υπόψη οι μεταβολές της απόστασης από τα στερεά όρια μέσω της συζυγούς διατύπωσης της εξίσωσης $Eikonal$, μίας διαφορικής εξίσωσης η λύση της οποίας αποτελεί το πεδίο των αποστάσεων από τα στερεά όρια.

Για την παραμετροποίηση αεροδυναμικών μορφών, αναπτύσσεται ένα παραμετρικό λογισμικό μοντελοποίησης πτερυγώσεων στροβιλομηχανών. Το λογισμικό ονομάζεται GMTurbo (Geometry Modeler for Turbomachines). Η γένεση της γεωμετρίας μιας πτερυγώσης βασίζεται στην κατασκευή της μεσημβρινής τομής της πτερυγώσης, την κατασκευή γραμμών κυρτότητας σε διάφορες καθ' ύψος θέσεις του πτερυγίου με βάση γωνίες μετάλλου και άλλες γωνίες, την υπέρθεση πάχους στις γραμμές κυρτότητας και, τέλος, την καθ' ύψος παρεμβολή των αεροτομών. Το λογισμικό GMTurbo, μαζί με το λογισμικό PUMA και το οικείο λογισμικό βελτιστοποίησης EASY (βασισμένο σε εξελικτικούς αλγόριθμους), χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση ενός υδροστροβίλου τύπου προπέλας. Βελτιστοποιείται τόσο η μορφή των οδηγών πτερυγίων όσο και του δρομέα του υδροστροβίλου για τη μεγιστοποίηση του βαθμού απόδοσης. Η αλληλεπίδραση κινητής και σταθερής πτερυγώσης πραγματοποιείται με την τεχνική της διεπιφάνειας ανάμειξης και καταδεικνύεται το πλεονέκτημα της ταυτόχρονης βελτιστοποίησης των δύο πτερυγώσεων.

Επιπλέον, αναπτύσσεται μία τεχνική ελεύθερης μορφοποίησης χώρου (Free Form Deformation, FFD) βασισμένη σε ογκομετρικές NURBS, για να υποστηρίξει τη βελτιστοποίηση μορφής. Σύμφωνα με αυτήν, ορίζεται ένας όγκος NURBS μέσω ενός δικτύου σημείων ελέγχου, εντός του οποίου περιλαμβάνεται η υπό βελτιστοποίηση μορφή. Οι μετατοπίσεις των σημείων ελέγχου, μεταφράζονται σε μετατοπίσεις κάθε σημείου εντός του όγκου που περιβάλλουν, επιτρέποντας με αυτόν τον τρόπο την ενιαία μετατόπιση του αεροδυναμικού σώματος και του υπολογιστικού πλέγματος. Στοιχείο πρωτοτυπίας της διατριβής αποτελεί μία νέα προσέγγιση για την επέκταση της τεχνικής σε εφαρμογές στροβιλομηχανών, βασισμένη σε ενδιάμεσους μετασχηματισμούς συντεταγμένων.

Η τεχνική των ογκομετρικών NURBS διαφορίζεται, ώστε να υπολογισθούν οι απαραίτητες από την FI συζυγή τεχνική παράγωγοι ευαισθησίας πλέγματος. Στη συνέχεια, χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση μορφής διηχητικής αεροτομής, γραμμικής πτερυγώσης συμπιεστή, 3D διηχητικής πτέρυγας και της σταθερής πτερυγώσης στροβίλου υψηλής πίεσης.

Λέξεις κλειδιά: Υπολογιστική Ρευστοδυναμική, Επεξεργαστές Καρτών Γραφικών, Συνεχής Συζυγής Μέθοδος, Βελτιστοποίηση Μορφής, Θερμικές και Υδροδυναμικές Στροβιλομηχανές, Ανεμογεννήτριες, Παραμετροποίηση Μορφών, NURBS, Εσωτερικές και Εξωτερικές Ροές, Εξελικτικοί Αλγόριθμοι.

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν στην ολοκλήρωση αυτής της διδακτορικής διατριβής. Κατ' αρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διατριβής, κ. Κυριάκο Γιαννάκογλου, Καθηγητή ΕΜΠ, για την ευκαιρία που μου έδωσε να έρθω σε επαφή με το αντικείμενο των στροβιλομηχανών και της βελτιστοποίησης, ως προπτυχιακός φοιτητής, καθώς και για την ευκαιρία να εργαστώ και να πραγματοποιήσω έρευνα πάνω σε ένα τόσο ενδιαφέρον και απαιτητικό αντικείμενο. Η διαρκής παρουσία του και η επένδυσή του σε χρόνο και προσπάθεια κατά την εκπόνηση της διατριβής υπήρξε ιδιαίτερα σημαντική για την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον κ. Κ. Μαθιουδάκη, Καθηγητή ΕΜΠ και τον κ. Ι. Αναγνωστόπουλο, Καθηγητή ΕΜΠ, για τα σχόλιά τους στην παρουσίαση της διατριβής και τη συμμετοχή τους στην Τριμελή Συμβουλευτική Επιτροπή. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Σ. Βουτσινά, Καθηγητή ΕΜΠ καθώς και τον κ. Γ. Παπαδάκη, Επίκουρο Καθηγητή ΕΜΠ, για την προσφορά δεδομένων αλλά και χρήσιμων συμβουλών στο πεδίο των ανεμογεννητριών.

Πολλές ευχαριστίες απευθύνονται στο Δρ. Ξενοφώντα Τρομπούκη, που με καθοδήγησε στο πεδίο του προγραμματισμού σε κάρτες γραφικών και του προγραμματισμού κωδίκων Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής, για τις αμέτρητες ώρες και την ενέργεια που αφιέρωσε και συνεχίζει να αφιερώνει στην ανάπτυξη του λογισμικού ΡU-ΜΑ. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τη Δρ. Βαρβάρα Ασουτή για τις γνώσεις που μου μετέδωσε στο πεδίο της παράλληλης επεξεργασίας και των μεθόδων βελτιστοποίησης με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων. Ιδιαίτερης αξίας υπήρξε και η συμβολή της στην εγκατάσταση και διαχείριση του παράλληλου υπολογιστικού συστήματος από κεντρικούς επεξεργαστές και κάρτες γραφικών της ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ/ΕΜΠ. Ευχαριστίες οφείλω επίσης στο Δρ. Ευάγγελο Παπουτσή-Κιαχαγιά για τις ανεκτίμητες συμβουλές του στο πεδίο των συζυγών μεθόδων και των αιτιοκρατικών μεθόδων βελτιστοποίησης. Σημαντική υπήρξε επίσης η συμβολή του Δρ. Ιωάννη Καββαδία και του Δρ. Δημητρίου Παπαδημητρίου.

Είμαι βαθύτατα ευγνώμων σε όλα τα μέλη της οικογένειας της ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ και συγκεκριμένα τους Κωνσταντίνο Σαμούχο, Δημήτριο Καψούλη, Χρήστο Βεζύρη, Flavio Gagliardi, James Koch, Κωνσταντίνο Γκαραγκούνη, Ιωάννη Βρυώνη και Morteza Monfaredi, για την εξαιρετική ατμόσφαιρα, τη φιλία τους και την υποστήριξή τους κατά την εκπόνηση της διατριβής. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Δρ. Στυλιανό Κυριάκου και, ιδιαίτέρως την Δρ. Ευγενία Κοντολέοντος για τη βοήθειά τους και την παροχή δεδομένων και ανάδρασης από το χώρο της βιομηχανίας. Για τον ίδιο λόγο θα ήθελα να ευχαριστήσω και τον Δρ. Γεώργιο Ντανάκα, καθώς και τον Ηλία Βασιλόπουλο. Τέλος, οφείλω να ευχαριστήσω τη Μαρκέλλα Ζορμπά και τον Γεώργιο Παπαγεωργίου για την πρόσφατη εργασία τους πάνω σε εργαλεία που αναπτύχθηκαν σε αυτή τη διατριβή, παρέχοντας χρήσιμη ανάδραση που βοήθησε σε

αρκετές βελτιώσεις.

Δεδομένα για της εφαρμογές βιομηχανικού ενδιαφέροντος που παρουσιάζονται, έχουν δοθεί εν μέρη από τις εταιρείες ANDRITZ Hydro και Rolls Royce Deutschland. Θα ήθελα επίσης να αναφερθώ στη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας για τη χρηματοδότηση μέρους της έρευνας της διατριβής μέσω του έργου «ΘΑΛΗΣ-ΕΜΠ: Ανάπτυξη τεχνογνωσίας για την αεροελαστική ανάλυση και τον σχεδιασμό βελτιστοποίηση ανεμογεννητριών».

Τέλος, ένα μόνο ευχαριστώ δεν αρκεί για την οικογένειά μου και του φίλους μου, για τη ηθική υποστήριξη και την παρουσία τους δίπλα μου, τόσο κατά την εκπόνηση της διατριβής όσο και σε όλη μου τη ζωή.

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
1 Εισαγωγή	1
1.1 Κώδικες ΥΡΔ σε GPUs	2
1.2 Μέθοδοι Βελτιστοποίησης Αεροδυναμικών Μορφών	3
1.3 Μέθοδοι Παραμετροποίησης Αεροδυναμικών Μορφών	6
1.4 Δομή της Διατριβής	7
2 Οι εξισώσεις Navier-Stokes και η Αριθμητική τους Επίλυση	9
2.1 Οι Εξισώσεις RANS για Συμπιεστές Ροές	9
2.2 Διακριτοποίηση & Αριθμητική Επίλυση	11
2.3 Οι Εξισώσεις RANS για Ασυμπιεστές Ροές	12
2.4 Υλοποίηση του Κώδικα Επίλυσης Ροών σε ΓΠΥΣ	13
2.5 Πιστοποίηση και Επαλήθευση	13
3 Η Συνεχής Συζυγής Μέθοδος για την Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση Μορφής	17
3.1 Συζυγείς Εξισώσεις για Συμπιεστές Τυρβώδεις Ροές	18
3.2 Συνεχείς Συζυγείς Εξισώσεις για Ασυμπιεστές Τυρβώδεις Ροές	20
4 Θεμελιώδεις Έννοιες και Εργαλεία Παραμετροποίησης Μορφών	22
4.1 Συναρτήσεις Βάσεις B-Spline	22
4.2 Καμπύλες NURBS	23
4.3 Επιφάνειες NURBS	24

5 Γεωμετρική Μοντελοποίηση Συνιστωσών Στροβιλομηχανών	26
5.1 Υλοποίηση της Τεχνικής Γένεσης Γεωμετρίας	26
6 Ελεύθερη Μορφοποίηση Χώρου με χρήση Ογκομετρικών NURBS	28
6.1 Όγκοι NURBS	28
6.2 Ογκομετρικές NURBS για Γεωμετρίες Στροβιλομηχανών	29
7 Βελτιστοποίηση Μορφής Συνιστωσών Στροβιλομηχανών με χρήση ΕΑ	31
7.1 Βελτιστοποίηση Υδροστροβίλου Τύπου Προπέλας	31
7.2 Παραμετροποίηση Γεωμετρίας με το λογισμικό GMTurbo	31
7.3 Βελτιστοποίηση με Χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων	34
8 Βελτιστοποίηση Μορφής με χρήση της Συζυγούς Τεχνικής	37
8.1 Μείωση Οπισθέλκουσας σε Διηχητική Πτέρυγα	37
8.2 Ελαχιστοποίηση Απωλειών Ολικής Πίεσης σε Σταθερή Πτερύγωση Στρο- βίλου	39
9 Επίλογος	41
9.1 Σύνοψη-Συμπεράσματα	41
9.2 Στοιχεία Πρωτοτυπίας	41
Βιβλιογραφία	43

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Κατά τις τελευταίες δεκαετίες, η εκθετική αύξηση της υπολογιστικής ισχύος των ηλεκτρονικών υπολογιστών, οδήγησε στην ανάπτυξη αριθμητικών μεθόδων για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων (ΜΔΕ) που διέπουν πληθώρα φυσικών και κοινωνικών προβλημάτων τα οποία εκτείνονται από την περιοχή της μηχανικής στερεού σώματος και της ρευστοδυναμικής, της χημείας και της πυρηνικής φυσικής μέχρι τη συμπεριφορά οικονομικών συστημάτων και αγορών.

Το πεδίο της ρευστοδυναμικής εμπλέκεται σε πληθώρα εφαρμογών, όπως η πρόγνωση καιρού, ο σχεδιασμός αυτοκινήτων, η παραγωγή ενέργειας και η αεροναυπηγική. Παρά τη συνεχή έρευνα πάνω στις εξισώσεις Navier-Stokes, η ύπαρξη και μοναδικότητα αναλυτικής λύσης δεν έχει ακόμη αποδειχθεί. Κατά συνέπεια, πέραν των πειραματικών μετρήσεων, οι μέθοδοι Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (ΥΡΔ) αποτελούν τη μοναδική εναλλακτική, προσφέροντας ένα αποδεκτού κόστους εργαλείο για την υποστήριξη της διαδικασίας ανάπτυξης και σχεδιασμού συστημάτων και συστημάτων τους.

Οι πρώτοι κώδικες για τη μοντελοποίηση ροών γύρω από αεροδυναμικά σώματα (αεροτομές και αεροσκάφη) εμφανίστηκαν στο τέλος της δεκαετίας του 1960, επιλύοντας ροές δυναμικού. Στη συνέχεια, κατά τις δεκαετίες του 1970 και 1980, η επιστημονική κοινότητα προχώρησε στην ανάπτυξη κωδίκων για την επίλυση ατρίβων ροών (εξισώσεις Euler) και, μετέπειτα, εμφανίστηκαν οι πρώτοι κώδικες για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes. Κατά την αλλαγή του αιώνα, ήταν διαθέσιμοι πολυάριθμοι εμπορικοί κώδικες για την επίλυση των μέσων κατά Reynolds εξισώσεων Navier-Stokes (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS) για μόνιμες και μη-μόνιμες ροές. Το επόμενο βήμα στο πεδίο της ΥΡΔ αφορούσε στη μείωση του κόστους, ώστε να γίνει δυνατή η χρήση υπολογιστικών εργαλείων υψηλότερης ακρίβειας, όπως η προσομοίωση μεγάλων δινών (Large Eddy Simulation, LES) και η άμεση αριθμητική προσομοίωση (Direct Numerical Simulation, DNS), καθώς και η ένταξη της ΥΡΔ στη διαδικασία σχεδιασμού και βελτιστοποίησης. Στην κατεύθυνση αυτή, τρία στοιχεία είναι εξέχουσας σημασίας, συγκεκριμένα α) η ανάπτυξη υπολογιστών υψηλής απόδοσης και επεξεργαστών καρτών γραφικών (GPUs) γενικής χρήσης καθώς και η ανάπτυξη παράλληλων αριθμητικών τεχνικών, β) η ανάπτυξη μεθόδων αριθμητικής βελτιστοποίησης και γ) η εξέλιξη μεθόδων για την παραμετροποίηση και αριθμητική διαχείριση γεωμετριών, κυρίως μέσω λογισμικού CAD.

Η διδακτορική αυτή διατριβή εστιάζει σε όλα τα προαναφερθέντα στοιχεία και στοχεύει στη δημιουργία μεθόδων και υπολογιστικών εργαλείων που φέρνουν το σχε-

διασμό/βελτιστοποίηση με χρήση ΥΡΔ εγγύτερα στη βιομηχανική πραγματικότητα.

1.1 Κώδικες ΥΡΔ σε GPUs

Η πρωταρχική χρήση επεξεργασιών καρτών γραφικών (Graphics Processing Units, GPUs) ήταν η επεξεργασία γραφικών ώστε αυτά να προβάλλονται στην οθόνη του υπολογιστή. Η ανάγκη για όλο πιο ρεαλιστικές και λεπτομερείς απεικονίσεις οδήγησε στην ανάπτυξη GPUs με τη δυνατότητα εκτέλεσης περισσότερων πράξεων κινητής υποδιαστολής ανά μονάδα χρόνου (Floating Point Operations Per Second, FLOPS) και υψηλότερη ταχύτητα προσπέλασης της μνήμης σε σχέση με τους κεντρικούς επεξεργαστές (CPUs). Αυτά επιτυγχάνονται χάρη στη διαφορετική αρχιτεκτονική των GPUs οι οποίες αποτελούνται από εκατοντάδες πυρήνες που επεξεργάζονται δεδομένα παράλληλα, έχοντας ο καθένας ταχεία προσπέλαση στη δική του μνήμη. Όλοι οι πυρήνες εκτελούν τις ίδιες εντολές σε διαφορετικά δεδομένα που βρίσκονται στην τοπική τους μνήμη, ακολουθώντας την αρχιτεκτονική SIMD (Single Instruction Multiple Data). Η αρχιτεκτονική αυτού του είδους είναι ιδανική για τη γρήγορη επεξεργασία γραφικών, καθώς οι πράξεις που απαιτούνται για να υπολογιστεί το χρώμα κάθε στοιχείου εικόνας (picture element, pixel) μπορούν να πραγματοποιηθούν ανεξάρτητα για καθένα από αυτά. Σε αντίθεση, οι πολυπύρηνες CPUs ακολουθούν την αρχιτεκτονική MIMD (Multiple Instructions Multiple Data), καθώς δύνανται να εκτελέσουν διαφορετική αλληλουχία εντολών σε κάθε πυρήνα.

Η αρχιτεκτονική SIMD είναι υπεύθυνη για την υψηλότερη θεωρητική απόδοση των GPUs, ωστόσο θέτει σημαντικούς περιορισμούς όταν η κάρτα γραφικών καλείται να εκτελέσει διαφορετικές διεργασίες, πέραν της τυπικής επεξεργασίας γραφικών. Οι περιορισμοί αυτοί είναι πιο εμφανείς στις πρώτες γενιές καρτών γραφικών, στις οποίες το μέγεθος της cache μνήμης ήταν περιορισμένο, υπήρχαν ελάχιστοι μηχανισμοί για την επικοινωνία μεταξύ παράλληλων διεργασιών και είχαν σημαντικά περιορισμένη διαθέσιμη κεντρική μνήμη.

Παρά τους σημαντικούς περιορισμούς, τα ανώτερα χαρακτηριστικά των GPUs προσέλκυσαν το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας για εφαρμογές πέραν των γραφικών. Η αριθμητική επίλυση ΜΔΕ και η ΥΡΔ είναι ένα από τα πρώτα πεδία στα οποία επεκτάθηκε η χρήση GPUs. Σήμερα, οι κώδικες με δυνατότητα εκτέλεσης σε GPUs μπορούν να μειώσουν δραστικά το χρόνο που απαιτείται για την ανάλυση και το σχεδιασμό/βελτιστοποίηση, σε σύγκριση με αντίστοιχο λογισμικό για CPUs.

Μία από τις πρώτες εργασίες πάνω σε μεθόδους ΥΡΔ με δυνατότητα να παράξουν ικανοποιητικής ακρίβειας αποτελέσματα για χρήση στη ρευστοδυναμική είναι η [28], με την υλοποίηση ενός επιλύτη των εξισώσεων Euler χρησιμοποιώντας τη γλώσσα προγραμματισμού Cg για τα τμήματα του κώδικα που εκτελούνται στη GPU. Αργότερα, οι [11, 20] κάνουν χρήση της επέκτασης της γλώσσας Brook για GPUs τύπου BrookGPU. Και στις δύο αυτές εργασίες επισημαίνεται η σημαντική αναθεώρηση και αναδόμηση που απαιτούνται σε έναν κώδικα, προκειμένου να επιτευχθεί η μέγιστη παράλληλη απόδοση σε GPUs. Στην [11] αποδεικνύεται ότι η χρήση του περιβάλλ-

λontos CUDA της NVIDIA οδηγεί σε πιο αποδοτική υλοποίηση κώδικα για 3D ροές σε σχέση με την υλοποίηση σε BrookGPU. Στην [72], επεκτάθηκε η χρήση GPUs σε εφαρμογές ΥΡΔ με μεγαλύτερα πλέγματα και χρήση περισσότερων από μία GPUs, με χρήση POSIX threads για την επικοινωνία μεταξύ τους. Η χρήση πολλαπλών GPUs του ίδιου υπολογιστικού κόμβου απλοποιήθηκε αρκετά με την εισαγωγή της τεχνολογίας UVA (Unified Memory Addressing) στην έκδοση 4.0 της CUDA.

Η επίτευξη σημαντικής επιτάχυνσης από κώδικες ΥΡΔ σε μη-δομημένα πλέγματα αποτέλεσε μία ακόμη μεγαλύτερη πρόκληση για την επιστημονική κοινότητα. Η περίπτωση κωδίκων ΥΡΔ με κεντροκομβική αποθήκευση των ροϊκών μεγεθών αποδείχθηκε η πιο απαιτητική. Ο λόγος είναι ότι, σε αυτήν την περίπτωση, ούτε οι γείτονες κάθε κόμβου είναι γνωστοί εκ των προτέρων (όπως στην περίπτωση των δομημένων πλεγμάτων), ούτε το πλήθος τους (όπως στην περίπτωση των μη-δομημένων πλεγμάτων με κεντροκυβελική αποθήκευση). Η Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (ΜΠΥΡ&B/ΕΘΣ/ΕΜΠ), που θα αναφέρεται στο εξής ως ΜΠΥΡ&B/ΕΘΣ, αντιμετώπισε αυτή την πρόκληση στην [33] βελτιστοποιώντας τη χρήση των διαθέσιμων cache μνημών της GPU και αναθεωρώντας τα χρησιμοποιούμενα σχήματα προσπέλασης της μνήμης. Επιτεύχθηκε παράλληλη επιτάχυνση της τάξης του $25\times$ για αριθμητική απλής ακρίβειας και $17.5\times$ για αριθμητική διπλής ακρίβειας. Στην ίδια εργασία, παρουσιάζεται η τεχνική της μεικτής ακρίβειας (Mixed Precision Arithmetics, MPA), με την οποία επιτυγχάνεται ακρίβεια των αποτελεσμάτων ίδια με την αριθμητική διπλής ακρίβειας αλλά με παράλληλη επιτάχυνση $22.5\times$ για 3D ατριβείς ροές. Η ίδια ομάδα μελέτησε διάφορα σχήματα για τον ισολογισμό των αριθμητικών διανυσμάτων της ροής στην [4]. Εκεί, καταδεικνύεται η σημαντικότητα της επιλογής της κατάλληλης τεχνικής ισολογισμού για κάθε εφαρμογή, καθώς η επιλογή αυτή αποτελεί συμβιβασμό ανάμεσα στην παράλληλη επιτάχυνση και την κατανάλωση GPU μνήμης. Στην [26] παρουσιάζεται η υλοποίηση ενός μη-δομημένου κώδικα ΥΡΔ με κεντροκομβική αποθήκευση των μεγεθών ροής σε GPUs με χρήση του περιβάλλοντος προγραμματισμού OpenCL. Εκεί τονίζεται, για ακόμη μία φορά, η σημαντικότητα του σχήματος ισολογισμού των αριθμητικών διανυσμάτων της ροής και του σχήματος υπολογισμού των χωρικών παραγώγων των ροϊκών μεγεθών. Τέλος, η ίδια ομάδα συγγραφέων, στην [16], επιτυγχάνει παράλληλη επιτάχυνση της τάξης του $63\times$ σε σχέση με τον ίδιο κώδικα να εκτελείται σε έναν πυρήνα CPU, αλλά με αριθμητική απλής ακρίβειας.

1.2 Μέθοδοι Βελτιστοποίησης Αεροδυναμικών Μορφών

Οι μέθοδοι αριθμητικής βελτιστοποίησης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν βάσει διαφόρων κριτηρίων όπως το υπολογιστικό τους κόστος, η δυνατότητά τους να χειρίζονται περιορισμούς και διάφορα άλλα. Με κριτήριο τη στρατηγική αναζήτησης της βέλτιστης λύσης, οι μέθοδοι βελτιστοποίησης χωρίζονται σε στοχαστικές και αιτιοκρατικές.

Η ομάδα των στοχαστικών μεθόδων [49, 71] περιλαμβάνει, μεταξύ άλλων, τη

μέθοδο της προσομοιούμενης απόψησης (simulated annealing) [41], τη μέθοδο της δέσμης σωματιδίων (Particle Swarm Optimization) [39], τους γενετικούς αλγόριθμους (ΓΑ) (Genetic Algorithms) [24, 17] και τις εξελικτικές στρατηγικές (ΕΣ) (Evolution Strategies) [9]. Οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (ΕΑ) συνδυάζουν στοιχεία από τους ΓΑ και τις ΕΣ [48]. Οι ΕΑ, είναι εμπνευσμένοι από τη θεωρία της εξέλιξης των ειδών του Δαρβίνου [18], και μιμούνται φυσικές εξελικτικές διεργασίες όπως η επιλογή γονέων, η διασταύρωση και η μετάλλαξη.

Κάθε υποψήφια λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης εκπροσωπείται από ένα άτομο, του οποίου ο γονότυπος αποτελείται από το σύνολο των τιμών των μεταβλητών σχεδιασμού (που αναφέρεται και ως διάνυσμα σχεδιασμού), ενώ ο φαινότυπος αποτελείται από την τιμή της συνάρτησης (συναρτήσεων)-στόχου F . Η οργάνωση των ατόμων γίνεται σε γενιές, σε κάθε μια από τις οποίες εφαρμόζονται οι τελεστές επιλογής γονέων, διασταύρωσης και μετάλλαξης, οδηγώντας σταδιακά στη δημιουργία ατόμων/λύσεων με βελτιωμένη απόδοση. Πλεονεκτήματα των ΕΑ είναι η δυνατότητά τους να χρησιμοποιηθούν σε κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης χωρίς να απαιτείται πρόσβαση στο λογισμικό αξιολόγησης (π.χ. ΥΡΔ), η εύκολη διαχείριση περιορισμών, η επέκτασή τους σε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων (Multi-Objective Optimization, MOO) όπου υπολογίζουν μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων [81] και η δυνατότητά τους να εντοπίζουν καθολικά ακρότατα [84].

Μέθοδοι που βασίζονται στην κλίση της συνάρτησης-στόχου είναι με διαφορά οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες αιτιοκρατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης. Υπάρχει μία πληθώρα τέτοιων μεθόδων, από μεθόδους ανίχνευσης κατά γραμμή [2, 22] έως μεθόδους περιοχών εμπιστοσύνης [69, 82]. Ορισμένες από αυτές απαιτούν την παράγωγο ευαισθησίας (κλίση) της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, ενώ άλλες απαιτούν επιπλέον γνώση και της δεύτερης παραγώγου [10, 22, 13, 12]. Σε ό,τι ακολουθεί, οι όροι «κλίση της συνάρτησης-στόχου» και «παραγώγοι ευαισθησίας» ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, θα χρησιμοποιούνται αδιακρίτως. Οι μέθοδοι που βασίζονται σε παραγώγους ευαισθησίας είναι σημαντικά πιο αποδοτικές, συγκριτικά με τις στοχαστικές [23]. Ένα ουσιαστικό μειονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι, ωστόσο, ότι εγκλωβίζονται εύκολα σε τοπικά ακρότατα. Εκτενής ανάλυση των μεθόδων βελτιστοποίησης που βασίζονται σε παραγώγους ευαισθησίας μπορεί να βρεθεί στο [51].

Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό μεθόδων βελτιστοποίησης βασισμένων στην κλίση της συνάρτησης-στόχου είναι το κόστος υπολογισμού των παραγώγων ευαισθησίας. Σε προβλήματα αεροδυναμικής βελτιστοποίησης μορφής χρησιμοποιούνται μέθοδοι αριθμητικής προσέγγισης των παραγώγων ευαισθησίας [56]. Η απλούστερη από αυτές τις μεθόδους είναι αυτή των πεπερασμένων διαφορών (Finite Differences, FD). Το κόστος της FD είναι ανάλογο του αριθμού των μεταβλητών σχεδιασμού (N) ενώ η ακρίβεια της υπολογιζόμενης παραγώγου εξαρτάται από την τιμή της πεπερασμένης διαταραχής (ϵ_{FD}) που προκαλείται στις μεταβλητές σχεδιασμού. Μια εναλλακτική μέθοδος είναι αυτή των μιγαδικών μεταβλητών (Complex Variable Method, CVM) [1, 47, 40], με την οποία η ακρίβεια των παραγώγων ευαισθησίας πα-

ύει να εξαρτάται από την τιμή της παραμέτρου ϵ_{FD} , ωστόσο το κόστος υπολογισμού παραμένει ανάλογο του N . Το ίδιο ισχύει και για τη μέθοδο της ευθείας διαφόρισης (Direct Differentiation, DD) [67, 19, 8].

Καθώς σε βιομηχανικές εφαρμογές ΥΡΑ ο αριθμός των μεταβλητών σχεδιασμού που εμπλέκονται στη βελτιστοποίηση είναι μεγάλος, η εξάρτηση του κόστους υπολογισμού των παραγώγων ευαισθησίας $\frac{\delta F}{\delta b_i}$ από το N καθιστά τις μεθόδους βελτιστοποίησης που εξαρτώνται από αυτές ασύμφορες. Η πιο βιώσιμη εναλλακτική είναι η χρήση της συζυγούς τεχνικής, η οποία έχει, έντονα πλέον, προσελκύσει το ενδιαφέρον της βιομηχανίας. Το συζυγές πρόβλημα διαμορφώνεται με την εισαγωγή των συζυγών μεταβλητών Ψ στη συνάρτηση Lagrange $F_{aug} = F + \Psi_n R_n$. Διαφόριση της F_{aug} ως προς τις b_i και απαλοιφή των μεταβολών ροϊκών μεταβλητών ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού οδηγεί στις συζυγείς εξισώσεις. Το κόστος επίλυσης αυτών των ΜΔΕ είναι συγκρίσιμο με το κόστος επίλυσης των αρχικών εξισώσεων κατάστασης, καθιστώντας με τον τρόπο αυτό το κόστος υπολογισμού των παραγώγων ευαισθησίας ανεξάρτητο του N . Η συζυγής μέθοδος αναπτύχθηκε για πρώτη φορά από τον Lions το 1971 [45], αλλά χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά στο πεδίο της αεροδυναμικής από τον Pironneau το 1984, για ροές δυναμικού [59]. Αργότερα, ο Jameson ανέπτυξε μαθηματικά [31] και εφάρμοσε [60, 32] τη συζυγή τεχνική σε συμπιεστές ατρίβεις ροές που διέπονται από τις εξισώσεις Euler.

Οι συζυγείς μέθοδοι για εφαρμογές ΥΡΑ διαχωρίζονται ως προς το αν οι εξισώσεις της ροής διαφορίζονται και στη συνέχεια οι συζυγείς εξισώσεις διακριτοποιούνται (συνεχής συζυγής μέθοδος) ή αντίστροφα (διακριτή συζυγής μέθοδος). Σε αυτήν τη διατριβή, αναπτύσσεται και χρησιμοποιείται κατ' αποκλειστικότητα η συνεχής συζυγής μέθοδος. Σε αυτήν, οι συζυγείς εξισώσεις που προκύπτουν από τη διαφόριση των εξισώσεων της ροής είναι παρόμοιας μορφής με αυτές (αν και γραμμικές) και, συνεπώς, μπορούν να χρησιμοποιηθούν παρόμοιες αριθμητικές τεχνικές για την επίλυσή τους. Ωστόσο, οι εκφράσεις των παραγώγων ευαισθησίας που προκύπτουν δεν είναι μοναδικές και εξαρτώνται από την προσέγγιση που ακολουθείται κατά τη διαφόριση. Μία προσέγγιση είναι η διαφόριση της F_{aug} με εφαρμογή του κανόνα του Leibniz η οποία, αμελώντας επιφανειακά ολοκληρώματα που περιέχουν τα υπόλοιπα των εξισώσεων ροής, οδηγεί σε έκφραση παραγώγων ευαισθησίας που αποτελείται μόνο από επιφανειακά ολοκληρώματα στο όριο του υπολογιστικού χωρίου (Surface Integral, Severed-SI approach), ενώ η εναλλακτική προσέγγιση οδηγεί σε εκφράσεις παραγώγων ευαισθησίας που περιλαμβάνουν ολοκληρώματα σε όλο το υπολογιστικό χωρίο (Field Integral, FI approach). Εκτενής μελέτη της επίδρασης της επιλογής της SI ή FI προσέγγισης στην ακρίβεια των υπολογιζόμενων παραγώγων ευαισθησίας εμπεριέχεται στην [37], όπου εισάγεται και η έννοια της συζυγούς μετατόπισης πλέγματος για να γεφυρώσει το χάσμα ανάμεσα στις δύο προσεγγίσεις. Στην ίδια εργασία, παρατηρείται η αδυναμία της SI προσέγγισης με αποκοπή να υπολογίσει συστηματικά παραγώγους ευαισθησίας που να ταυτίζονται με αυτές που υπολογίζονται από FD. Η εισαγωγή της συζυγούς μετατόπισης πλέγματος οδήγησε στη δημιουργία της επαυξημένης SI προσέγγισης (Enhanced-Surface Integral, E-SI approach) [38], η

οποία οδηγεί σε έκφραση παραγώνων ευαισθησίας που περιλαμβάνει μόνο επιφανειακά ολοκληρώματα αλλά διατηρεί την ακρίβεια υπολογισμού της FI προσέγγισης. Στις εφαρμογές που παρουσιάζονται στη διατριβή, γίνεται χρήση της FI συνεχούς συζυγούς προσέγγισης.

Ένα ακόμη σημαντικό στοιχείο που σχετίζεται με τη συζυγή μέθοδο και έχει επίπτωση στην ακρίβεια των υπολογιζόμενων παραγώνων ευαισθησίας, είναι η διαφορά του χρησιμοποιούμενου μοντέλου τύρβης (αν χρησιμοποιείται). Οι πρώτες εργασίες πάνω στη συνεχή συζυγή μέθοδο ακολουθούσαν τη λεγόμενη παραδοχή της «παγωμένης τύρβης», σύμφωνα με την οποία οι μεταβολές της τυρβώδους συνεκτικότητας αμελούνται κατά τη βελτιστοποίηση [53, 5]. Στην [85] από την ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ, η παραδοχή αυτή αίρεται για πρώτη φορά με τη διαφορά του μοντέλου τύρβης των Spalart-Allmaras (χαμηλών αριθμών Reynolds). Ακολούθησε μία σειρά από εργασίες από την ΜΠΥΡ&Β όπου η συνεχής συζυγής τεχνική εφαρμόστηκε σε διάφορα μοντέλα τύρβης [55, 36]. Οι μεταβολές του πεδίου της απόστασης από τα στερεά τοιχώματα λαμβάνονται υπόψη μέσω της διαφοράς της εξίσωσης Eikonal, αίροντας την παραδοχή της «παγωμένης απόστασης». Η επίδραση της παραδοχής της «παγωμένης απόστασης» στην ακρίβεια των παραγώνων ευαισθησίας καθώς και μία συστηματική προσέγγιση για την αποφυγή της παρουσιάζονται στην [54]. Τόσο η διαφορά του μοντέλου τύρβης, όσο και της απόστασης από τα στερεά όρια, λαμβάνονται υπόψη κατά την ανάπτυξη της συνεχούς συζυγούς μεθόδου σε αυτήν τη διατριβή.

1.3 Μέθοδοι Παραμετροποίησης Αεροδυναμικών Μορφών

Η μέθοδος παραμετροποίησης που χρησιμοποιείται είναι υπεύθυνη για τη μετατροπή των τιμών των μεταβλητών σχεδιασμού σε μία αεροδυναμική μορφή. Η έννοια της παραμετροποίησης δύναται να επεκταθεί για να περιλαμβάνει και τους εσωτερικούς κόμβους του υπολογιστικού πλέγματος. Για δεδομένο αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού, η χρησιμοποιούμενη μέθοδος παραμετροποίησης επιδρά στο εύρος των σχημάτων που μπορούν να παραχθούν κατά τη βελτιστοποίηση και, κατά συνέπεια, επηρεάζει το ρυθμό σύγκλισης της όλης διαδικασίας καθώς και την ποιότητα της τελικής λύσης. Μία αδύναμη μέθοδος παραμετροποίησης μπορεί να αδυνατεί να παράξει σχήματα με βέλτιστη απόδοση ή, στο άλλο άκρο, μπορεί να οδηγήσει σε υπερβολικά περίπλοκα σχήματα.

Ένα σημαντικό στοιχείο που αφορά στην επιλογή της μεθόδου παραμετροποίησης όταν χρησιμοποιείται με αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης είναι η ευκολία υπολογισμού των λεγόμενων γεωμετρικών παραγώνων ευαισθησίας (geometric sensitivities). Αυτές είναι οι παράγωγοι των κομβικών συντεταγμένων του υπολογιστικού πλέγματος, που περιγράφουν την υπό βελτιστοποίηση μορφή, ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Στην [63], παρουσιάζεται μία μελέτη διαφόρων μεθόδων παραμετροποίησης μορφής για προβλήματα βελτιστοποίησης ΥΡΔ και Υπολογιστικής Δομικής Ανάλυσης (ΥΔΑ). Εκεί οι μέθοδοι παραμετροποίησης χωρίζονται σε οκτώ δια-

φορετικές προσεγγίσεις, συγκεκριμένα α) στην προσέγγιση των διανυσμάτων βάσης (basis vector) β) τη προσέγγιση στοιχείων χώρου (domain element) γ) τη χρήση ΜΔΕ δ) τη διακριτή ε) την πολυωνυμική ή βασισμένη σε Splines ζ) μεθόδους CAD η) την αναλυτική και θ) τη χρήση μεθόδων ελεύθερης μορφοποίησης χώρου (Free-Form Deformation, FFD). Οι μέθοδοι που αναπτύσσονται σε αυτήν τη διατριβή, ανήκουν κυρίως στην κατηγορία των μεθόδων CAD και ελεύθερης μορφοποίησης χώρου, αν και δανείζονται και στοιχεία από την κατηγορία των Splines.

Οι πολυωνυμικές προσεγγίσεις και αυτές που βασίζονται σε Splines είναι αυτές που χρησιμοποιούνται εκτενέστερα ως τώρα, κυρίως για τη βελτιστοποίηση 2Δ μορφών, όπως αεροτομές, 2Δ αγωγοί και τομές πτερυγίων στροβιλομηχανών. Βασίζονται κυρίως σε πολυώνυμα Bézier και B-Splines [57, 21], με τις NURBS να αποτελούν την πιο γενική μορφή τους. Είναι ικανές να παράξουν σχήματα διαφορετικών βαθμών πολυπλοκότητας, ανάλογα με το βαθμό των πολυωνύμων βάσης και των αριθμό των σημείων ελέγχου, με ικανοποιητικό έλεγχο ως προς την ομαλότητα του παραγόμενου σχήματος. Επιπλέον, οι γεωμετρικές παράγωγοι ευαισθησίας είναι άμεσα υπολογίσιμες με απευθείας διαφόριση των πολυωνυμικών σχέσεων.

Η μέθοδος ελεύθερης μορφοποίησης χώρου έχει εμπνευστεί από το πεδίο του διαδραστικού σχεδιασμού (interactive design) και της προσομοίωσης κίνησης ε-ύκαμπτων αντικειμένων (soft object animation). Οι τεχνικές FFD βασίζονται σε μετασχηματισμούς όπως η μεταφορά, διόγκωση/συρρίκνωση, στροφή κ.λ.π. [6] και έχουν επεκταθεί μετασχηματίζοντας σε όλο το χώρο στον οποίο βρίσκεται το αντικείμενο που μορφοποιείται [66]. Η προσέγγιση βασίζεται σε τριπαραμετρικούς όγκους Bézier [15], ή ακόμα και σε πολλαπλούς όγκους NURBS για τη μορφοποίηση πιο σύνθετων μορφών. Επιπλέον, οι μέθοδοι FFD έχουν επεκταθεί επιβάλλοντας μετατοπίσεις απευθείας πάνω στο σώμα αντί για τα σημεία ελέγχου [29].

Τέλος, οι μέθοδοι που βασίζονται σε τεχνικές CAD παρέχουν τον καλύτερο συμβιβασμό ανάμεσα στην πολυπλοκότητα του σχήματος και τη δυνατότητα κατασκευής του, όμως, στη γενική περίπτωση, είναι δύσκολο να ενσωματωθούν σε αυτοματοποιημένους κύκλους βελτιστοποίησης. Ωστόσο, σε ορισμένα πεδία εφαρμογών υπάρχουν εξειδικευμένα εργαλεία CAD για χρήση σε αυτοματοποιημένους κύκλους βελτιστοποίησης. Ένα τέτοιο πεδίο είναι αυτό των στροβιλομηχανών, όπου έχουν αναπτυχθεί διάφορα παραμετρικά εργαλεία για το σχεδιασμό πτερυγώσεων [42, 30, 68, 27]. Τα περισσότερα από αυτά επιστρατεύουν μία σειρά διεργασιών που ξεκινά από τον ορισμό της μεσημβρινής τομής της πτερύγωσης, συνεχίζει με τη σχεδίαση διαφόρων αεροτομών του πτερυγίου και καταλήγει με την καθ' ύψος παρεμβολή για τη γένεση της επιφάνειας του πτερυγίου [50, 62]. Αυτή είναι και η λογική του λογισμικού GMTurbo που αναπτύσσεται στη διατριβή.

1.4 Δομή της Διατριβής

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται η ανάπτυξη/εξέλιξη του λογισμικού ΥΡΔ PUMA της ΜΠΥΡ&Β. Στο Κεφάλαιο 3, παρουσιάζεται η ανάπτυξη τόσο της SI όσο και της

ΕΙ συνεχούς συζυγούς τεχνικής για συμπιεστές και ασυμπίεστες ροές. Επιπλέον, παρουσιάζεται η διαφόριση του μοντέλου τύρβης των Spalart-Allmaras. Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται βασικές έννοιες παραμετροποίησης και της θεωρίας των καμπυλών και επιφανειών NURBS που τίθενται σε εφαρμογή στο Κεφάλαιο 5 όπου αναπτύσσεται το λογισμικό GMTurbo για τον παραμετρικό σχεδιασμό πτερυγώσεων στροβιλομηχανών. Η ανάπτυξη ενός εργαλείου ελεύθερης μορφοποίησης χώρου βασισμένου σε όγκους NURBS παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 6. Στο ίδιο κεφάλαιο παρουσιάζεται και η επέκταση της τεχνικής για την παραμετροποίηση πτερυγώσεων στροβιλομηχανών. Στα Κεφάλαια 7 και 8 παρουσιάζονται εφαρμογές βελτιστοποίησης με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων και της συζυγούς μεθόδου, αντίστοιχα. Τέλος, τα συμπεράσματα της διατριβής και προτάσεις για μελλοντική έρευνα περιέχονται στο Κεφάλαιο 9.

Κεφάλαιο 2

Οι εξισώσεις Navier-Stokes και η Αριθμητική τους Επίλυση

Το κυρίως θέμα της διατριβής είναι η αεροδυναμική/υδροδυναμική βελτιστοποίηση μορφής με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων και μεθόδων βελτιστοποίησης βασισμένων στην κλίση της συνάρτησης-στόχου. Πριν την ανάπτυξη της συνεχούς συζυγούς μεθόδου, παρουσιάζεται το μοντέλο ροής (εξισώσεις, σχήματα διακριτοποίησης και αριθμητικής επίλυσης) που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση κάθε υποψήφιας λύσης. Το μοντέλο ροής αποτελείται από τις εξισώσεις Navier-Stokes για συμπιεστές και ασυμπίεστες ροές και το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras. Οι εξισώσεις εκφράζονται σε σχετικό σύστημα αναφοράς ενώ επιλύονται ως προς την απόλυτη ταχύτητα. Η αριθμητική επίλυση της ροής γίνεται με το λογισμικό PUMA της ΜΠΥΡ&Β που έχει αναπτυχθεί σε μία σειρά από προηγούμενες διατριβές [83, 3, 74] και εξελίσσεται σε αυτήν. Εδώ, χρησιμοποιείται αποκλειστικά η GPU εκδοχή του λογισμικού.

2.1 Οι Εξισώσεις RANS για Συμπιεστές Ροές

Οι εξισώσεις συμπιεστών ροών εκφρασμένες σε σχετικό σύστημα αναφοράς $O(x_1 x_2 x_3)$ που περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_m ($m = 1, 2, 3$) εκφράζονται ως

$$R_n^{\text{MF}} = \underbrace{\frac{\partial U_n}{\partial t}}_{\text{MF}^t} + \underbrace{\frac{\partial f_{nk}^{\text{inv}}}{\partial x_k}}_{\text{MF}^{\text{inv}}} - \underbrace{\frac{\partial f_{nk}^{\text{vis}}}{\partial x_k}}_{\text{MF}^{\text{vis}}} + \underbrace{S_n}_{\text{MF}^s} = 0 \quad (2.1.1)$$

Στην εξίσωση Εξ. 2.1.1, οι συντηρητικές μεταβλητές της ροής συμβολίζονται με $U_n = [\rho \ \rho v_1^A \ \rho v_2^A \ \rho v_3^A \ \rho E]$, όπου με ρ συμβολίζεται η πυκνότητα του ρευστού, με v_m^A ($m = 1, 2, 3$) οι συνιστώσες της ταχύτητας στο απόλυτο/αδρανειακό σύστημα αναφοράς και με E η ενέργεια του ρευστού ανά μονάδα μάζας. Τα διανύσματα ατρίβους f_{nk}^{inv} και συνεκτικής ροής f_{nk}^{vis} , καθώς και οι όροι πηγής (που αντιστοιχούν στη δύναμη Coriolis) ορίζονται ως

$$f_{nk}^{iv} = \begin{bmatrix} \rho v_k^R \\ \rho v_1^A v_k^R + p \delta_{1k} \\ \rho v_2^A v_k^R + p \delta_{2k} \\ \rho v_3^A v_k^R + p \delta_{3k} \\ \rho h_t v_k^R + v_k^F p \end{bmatrix} \quad f_{nk}^{is} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1k} \\ \tau_{2k} \\ \tau_{3k} \\ v_\ell^A \tau_{\ell k} + q_k \end{bmatrix} \quad S_n = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \varepsilon_{1\ell k} \omega_\ell v_k^A \\ \rho \varepsilon_{2\ell k} \omega_\ell v_k^A \\ \rho \varepsilon_{3\ell k} \omega_\ell v_k^A \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1.2)$$

όπου με p συμβολίζεται η στατική πίεση. Σε ότι ακολουθεί χρησιμοποιείται η σύμβαση του Einstein, όπου επαναλαμβανόμενοι δείκτες στον ίδιο όρο υπονοούν άθροιση. Οι συνιστώσες της απόλυτης ταχύτητας συνδέονται με αυτές της σχετικής v_m^R μέσω της σχέσης $v_m^A = v_m^R + v_m^F$, όπου με v_m^F συμβολίζονται οι συνιστώσες της ταχύτητας του συστήματος αναφοράς. Στο κυρίως κείμενο της διατριβής, παρουσιάζονται επιπλέον σχέσεις που συμπληρώνουν τις ανωτέρω εξισώσεις.

Η τυρβώδης συνεκτικότητα μ_t υπολογίζεται μέσω του μοντέλου τύρβης μίας εξίσωσης των Spalart-Allmaras [70]. Η διαφορική εξίσωση που το διέπει είναι η

$$R^{SA} = \underbrace{\frac{\partial(\rho\tilde{\nu})}{\partial t}}_{SA^t} + \underbrace{\frac{\partial(\rho\tilde{\nu}v_k^R)}{\partial x_k}}_{SA^c} - \underbrace{\frac{\rho}{\text{Re}_0\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_k} \right] + c_{b2} \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_k} \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_k} \right\}}_{SA^d} \quad (2.1.3)$$

$$- \underbrace{\rho c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S}\tilde{\nu} + \frac{\rho}{\text{Re}_0} \left(c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{\nu}}{\Delta} \right)^2}_{SA^s}$$

όπου με Δ συμβολίζεται η απόσταση από τα στερεά τοιχώματα. Η Εξ. 2.1.3 συμπληρώνεται από τη σχέση $\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{v1}$ και τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad S = \sqrt{\varepsilon_{k\ell m} \varepsilon_{kqr} \frac{\partial v_m^A}{\partial x_\ell} \frac{\partial v_r^A}{\partial x_q}},$$

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu} f_{v2}}{\text{Re}_0 \kappa^2 \Delta^2}, \quad f_w = g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{\frac{1}{6}}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r),$$

$$r = \min \left(10, \frac{\tilde{\nu}}{\text{Re}_0 \tilde{S} \kappa^2 \Delta^2} \right), \quad \tilde{\mu} = \rho\tilde{\nu}, \quad f_{t2} = c_{t3} e^{-c_{t4} \chi^2}, \quad (2.1.4)$$

$$c_{v1} = 7.1, \quad c_{b1} = 0.1355, \quad c_{b2} = 0.622, \quad c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma},$$

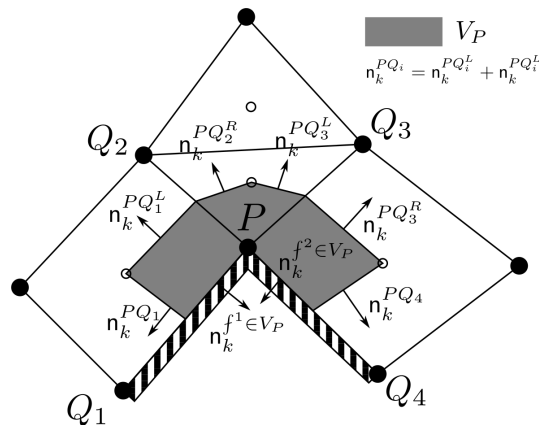
$$c_{w2} = 0.3, \quad c_{w3} = 2.0, \quad \sigma = \frac{2}{3}, \quad \kappa = 0.41, \quad c_{t3} = 1.2, \quad c_{t4} = 0.5$$

Οι οριακές συνθήκες για τους διάφορους τύπους ορίων παρουσιάζονται αναλυτικά στο κυρίως κείμενο της διατριβής.

2.2 Διακριτοποίηση & Αριθμητική Επίλυση

Οι Εξ. 2.1.1 και 2.1.3 αποτελούν ένα σύστημα ΜΔΕ μεικτού τύπου στο χώρο και το χρόνο. Για τις ροές που αποτελούν αντικείμενο της διατριβής, οι όροι μεταφοράς υπερεισχύουν των όρων διάχυσης και, επομένως, ο υπερβολικός χαρακτήρας των εξισώσεων ροής υπερεισχύει του ελλειπτικού. Επομένως, οι Εξ. 2.1.1 και 2.1.3 επιλύονται με χρήση της τεχνικής της χρονοπροέλασης, που είναι κατάλληλη για την επίλυση υπερβολικών ΜΔΕ.

Για τη χωρική διακριτοποίηση χρησιμοποιείται η κεντροκομβική διατύπωση της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με βάση την οποία δημιουργείται ένας όγκος ελέγχου γύρω από κάθε κόμβο του υπολογιστικού πλέγματος συνδέοντας τα μέσα των ακμών που πηγάζουν από αυτόν με τα βαρύκεντρα των πλευρών και το βαρύκεντρο των γειτονικών πλεγματικών στοιχείων. Ένα παράδειγμα 2Δ πεπερασμένου όγκου παρουσιάζεται στο Σχ. 2.1.



Σχήμα 2.1: Πεπερασμένος όγκος γύρω από τον κόμβο P με βάση την κεντροκομβική διατύπωση. Έχει επιλεγθεί ένα οριακός κόμβος για να καλυφθεί και η περίπτωση της διαχείρισης του ορίου. Παρουσιάζονται επίσης τα κάθετα διανύσματα (n_k) στο όριο του πεπερασμένου όγκου

Τα αριθμητικά διανύσματα της ροής προκύπτουν από εφαρμογή του θεωρήματος Green-Gauss στους συνεκτικούς και ατριβείς όρους. Για τους ατριβείς, το αριθμητικό διάνυσμα στη διεπιφάνεια μεταξύ δύο πεπερασμένων όγκων υπολογίζεται με το σχήμα του Roe [61], με δεύτερης τάξης ακρίβεια χρησιμοποιώντας κατάλληλους περιοριστές [79, 7, 80]. Οι όροι που απαιτούν ολοκλήρωση της σχετικής ταχύτητας αναλύονται σε όρους με την απόλυτη ταχύτητα και την ταχύτητα κίνησης του συστήματος αναφοράς. Οι δεύτεροι υπολογίζονται υπό τον περιορισμό (Geometric Conservation Law, GCL) [44]

$$\frac{d}{dt} \int_{V_P^{t_{i+1}}} dV = \int_{\partial V_P^{t_{i+1}}} v_k^G \hat{n}_k d(\partial V) \quad (2.2.1)$$

όπου v_k^G η ταχύτητα που πλέγματος. Στην περίπτωση επίλυσης των εξισώσεων στο σχετικό σύστημα αναφοράς, με μη-παραμορφούμενο πλέγμα, η v^G αντικαθίσταται από την v^F και ο περιορισμός της Εξ. 2.2.1 εκφράζεται ως

$$\int_{\partial V_P^{t_{i+1}}} v_k^F \hat{n}_k d(\partial V) \simeq \sum_{\forall Q \in \mathcal{N}(P)} \left(v_k^{F,PQ} n_k^{PQ} \right)^{t_{i+1}} + \sum_{\forall f \in \mathcal{B}(P)} \left(v_k^{F,f \in V_P} n_k^{f \in V_P} \right)^{t_{i+1}} = 0 \quad (2.2.2)$$

Ο χρονικός όρος υπολογίζεται με εφαρμογή του θεωρήματος μεταφοράς του Reynolds (Reynolds Transport Theorem) και με χρήση σχήματος πίσω διαφορών δεύτερης τάξης για ίσα χρονικά βήματα. Τέλος, ο όρος μεταφοράς του μοντέλου τύρβης υπολογίζεται με ανάντι σχήμα, ενώ οι υπόλοιποι όροι του υπολογίζονται με σχήματα αντίστοιχα αυτών των εξισώσεων μέσης ροής.

Τα υπόλοιπα των εξισώσεων μη-μόνιμης ροής μπορούν να εκφραστούν συμβολικά ως $\mathcal{R}_n^{\text{GE},P}$. Μετά από γραμμικοποίηση, οι εξισώσεις επιλύονται ως προς τη διόρθωση των μεταβλητών της ροής Q_n , ($n = 1, \dots, 6$ με $Q_m := U_m$ για $m = 1, \dots, 5$ και $Q_6 := \tilde{\nu}$) (συμβολικά ΔQ) με βάση τη σχέση

$$\frac{V_P}{\Delta \tau_P} \Delta Q_n^P = -\mathcal{R}_n^{\text{GE},P} \quad (2.2.3)$$

χρησιμοποιώντας την επαναληπτική μέθοδο Jacobi. Για προβλήματα μη-μόνιμων ροών, ο βρόχος των ψευδοχρονικών επαναλήψεων περιβάλλεται από το βρόχο των χρονικών επαναλήψεων με την τεχνική του διπλού χρονικού βήματος.

2.3 Οι Εξισώσεις RANS για Ασυμπιεστές Ροές

Οι τέσσερις, πλέον, εξισώσεις επιλύονται ως προς το διάνυσμα μεταβλητών $U_n = [p \ v_1^A \ v_2^A \ v_3^A]$, όπου με p πλέον συμβολίζεται η κινηματική πίεση (πίεση διαιρεμένη με τη σταθερή πυκνότητα του ρευστού). Οι εξισώσεις ασυμπιεστού ρευστού επιλύονται με την μέθοδο της Τεχνητής Συμπιεστότητας (Artificial Compressibility, AC) [14]. Προς τούτο, εισάγεται, στην εξίσωση της συνέχειας, μία τεχνητή καταστατική εξίσωση, συγκεκριμένα η

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{1}{\beta^2} \quad (2.3.1)$$

Έτσι, οι εξισώσεις ροής μετατρέπονται σε σύστημα υπερβολικών εξισώσεων και μπορούν να επιλυθούν με αντίστοιχες τεχνικές. Η παράμετρος β^2 είναι σταθερά που αντιστοιχεί σε μία τεχνητή ταχύτητα του ήχου.

2.4 Υλοποίηση του Κώδικα Επίλυσης Ροών σε ΓΠΥΣ

Η διαφορετική αρχιτεκτονική και οι διαφορετικές υπολογιστικές δυνατότητες των GPUs δημιουργούν μία σειρά ζητημάτων όταν αυτές χρησιμοποιούνται για τη διακριτοποίηση και αριθμητική επίλυση των εξισώσεων της ροής. Οι GPUs είναι επεξεργαστές κατανεμημένης μνήμης, γεγονός που συνεπάγεται ότι όλα τα threads που εκτελούνται ταυτόχρονα έχουν πρόσβαση στην ίδια μνήμη. Κατά συνέπεια, μεταξύ των threads δημιουργούνται δυνητικά συνθήκες ανταγωνισμού, οι οποίες αν δεν αντιμετωπιστούν ορθά μπορεί να οδηγήσουν την αριθμητική επίλυση σε λάθος αποτελέσματα. Το εν λόγω πρόβλημα προκύπτει κατά την υλοποίηση αλγορίθμων υπολογισμού των αριθμητικών διανυσμάτων της ροής και επίλυσης των διακριτοποιημένων εξισώσεων. Επιπλέον, η περιορισμένη διαθεσιμότητα cache μνήμης στις GPUS καθώς και ο διαφορετικός τρόπος προσπέλασης της κεντρικής μνήμης (σε σχέση με τη CPU) απαιτεί αναθεώρηση του τρόπου αποθήκευσης των μεγεθών της ροής καθώς και των όρων που προκύπτουν από τη διακριτοποίηση των εξισώσεων.

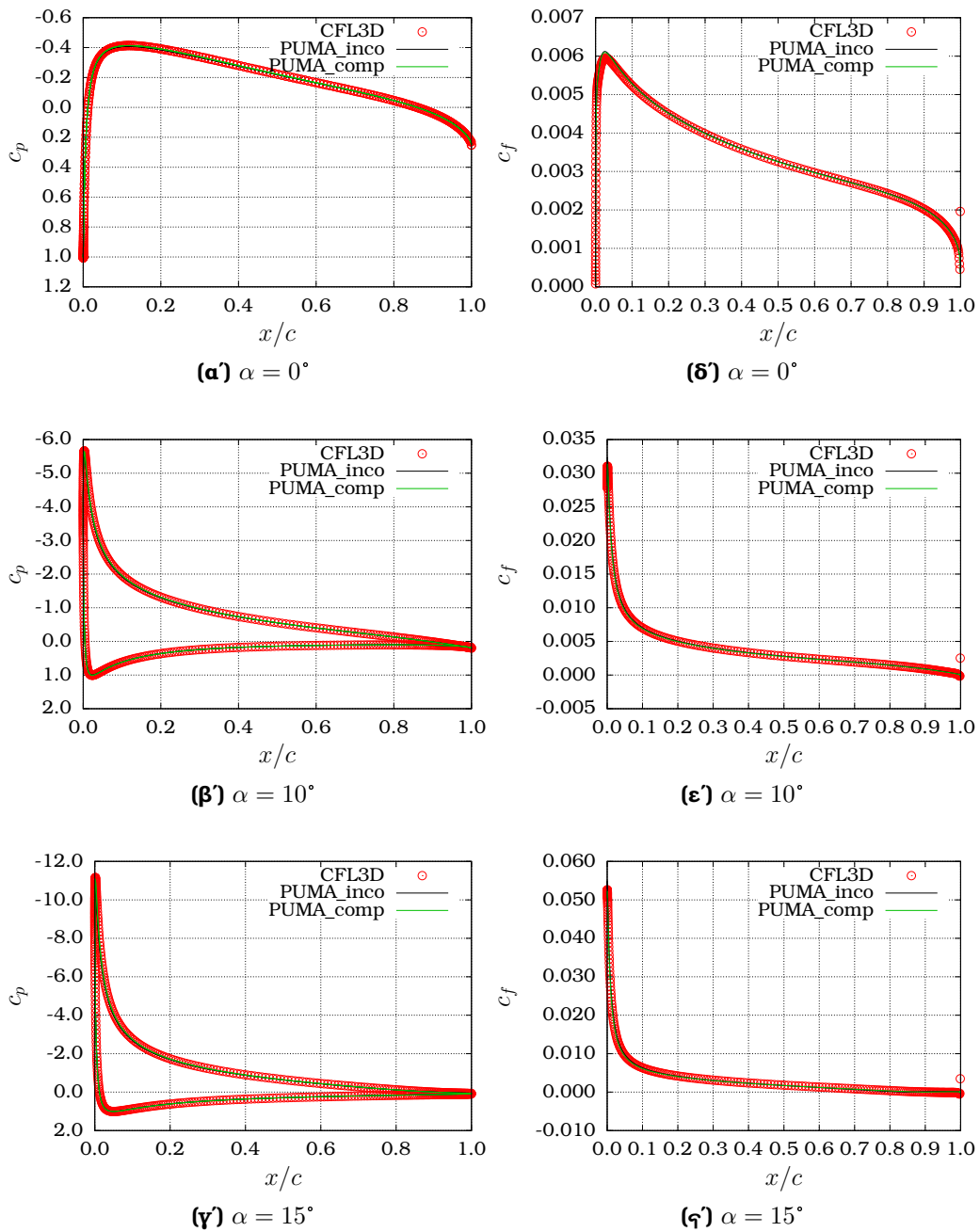
Στο κυρίως κείμενο της διατριβής παρουσιάζονται εκτενώς οι τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί για να καλύψουν τα παραπάνω ζητήματα. Αυτές αναπτύχθηκαν αρχικά στη διατριβή [74] και αναθεωρούνται και επεκτείνονται στην παρούσα.

2.5 Πιστοποίηση και Επαλήθευση

Ο κώδικας PUMA χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση της ροής σε εφαρμογές για τις οποίες υπάρχουν διαθέσιμα πειραματικά ή/και υπολογιστικά αποτελέσματα. Το σύνολο των περιπτώσεων που εξετάστηκαν παρουσιάζεται στο κυρίως κείμενο, ενώ εδώ παρουσιάζονται ενδεικτικά δύο εξ αυτών.

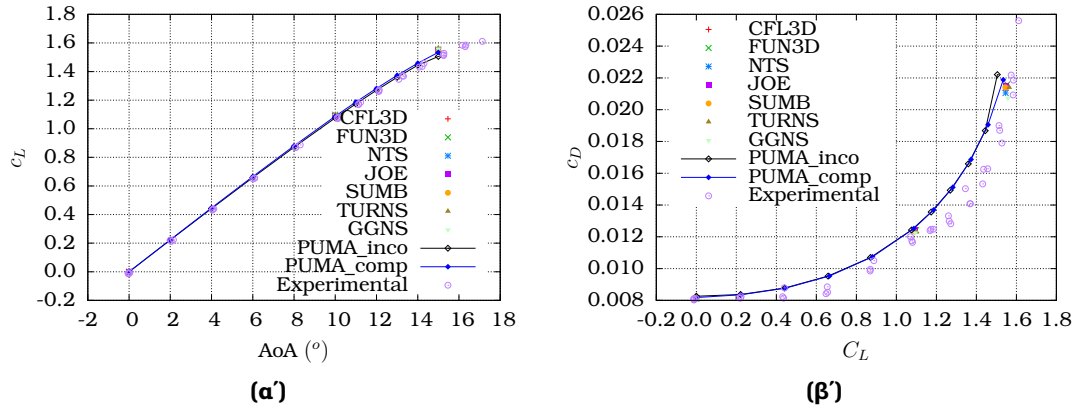
Στην πρώτη περίπτωση εξετάζεται η ροή γύρω από τη μεμονωμένη αεροτομή NACA0012. Ο αριθμός Mach της επί άπειρο ροής είναι $M = 0.15$ και, συνεπώς, μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο ο επιλύτης ασυμπίεστων όσο και συμπιεστών ροών. Ο αριθμός Reynolds της ροής με βάση τη χορδή c της αεροτομής είναι $Re_c = 6 \times 10^6$. Το υπολογιστικό πλέγμα που χρησιμοποιείται αποτελείται από 4.5×10^5 κόμβους και εξαεδρικά στοιχεία, αποκλειστικά, (προκύπτουν από τη μετατόπιση ενός τετραπλευρικού 2D πλέγματος κατά την τρίτη διάσταση). Ο επιλύτης συμπιεστών ροών χρειάζεται ~ 10 min για την επίλυση για κάθε τιμή της επί άπειρο γωνίας της ροής, ενώ ο επιλύτης ασυμπίεστων ροών χρειάζεται ~ 8 min. Και οι δύο επιλύτες εκτελέστηκαν σε μία NVIDIA Tesla K40 GPU. Αποτελέσματα, συγκρίσεις και σχόλια παρουσιάζονται στα Σχ. 2.3 και 2.2.

Η δεύτερη εφαρμογή αφορά στον υπολογισμό του πεδίου ροής γύρω από το δρομέα της ανεμογεννήτριας MEXICO. Τα πειραματικά αποτελέσματα που χρησι-



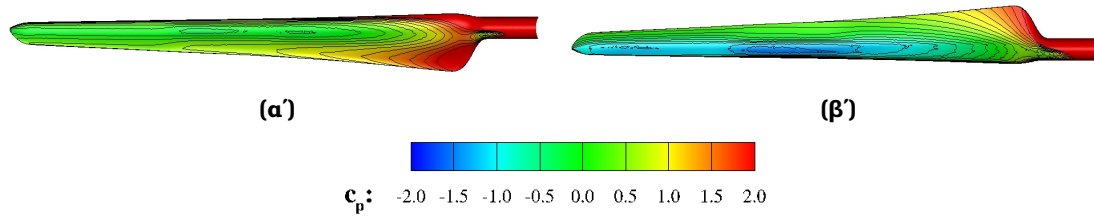
Σχήμα 2.2: Αεροτομή NACA0012: (α)-(γ) Σύγκριση της κατανομής του συντελεστή πίεσης, για διαφορετικές γωνίες της επί άπειρο ροής, του κώδικα PUMA και του κώδικα CFL3D. (δ)-(ζ) Αντίστοιχη σύγκριση για την κατανομή του συντελεστή τριβής στην πλευρά υποπίεσης της αεροτομής.

μπορούνται για σύγκριση παρουσιάζονται στις [65, 64]. Οι κατανομές του συντελεστή πίεσης σε διάφορες καθ' ύψος θέσεις του πτερυγίου συγκρίνονται με διαθέσιμα

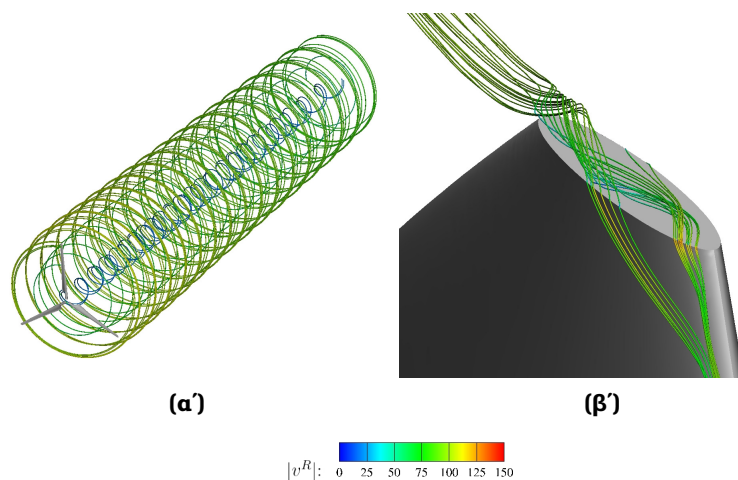


Σχήμα 2.3: Αεροτομή NACA0012: (α) Σύγκριση των τιμών του συντελεστή άνωσης, για διάφορες τιμές της γωνίας της επί άπειρο ροής, με πειραματικά αποτελέσματα και αποτελέσματα άλλων κωδίκων ΥΡΔ. (β) Σύγκριση της πολικής (c_L vs c_D). Η ποιότητα σύμπτωση είναι εξαιρετική. Οι μόνες διαφορές ως προς τα πειραματικά αποτελέσματα εμφανίζονται στις μεγάλες γωνίες, όπου στο πείραμα παρουσιάζονται 3D φαινόμενα ροής.

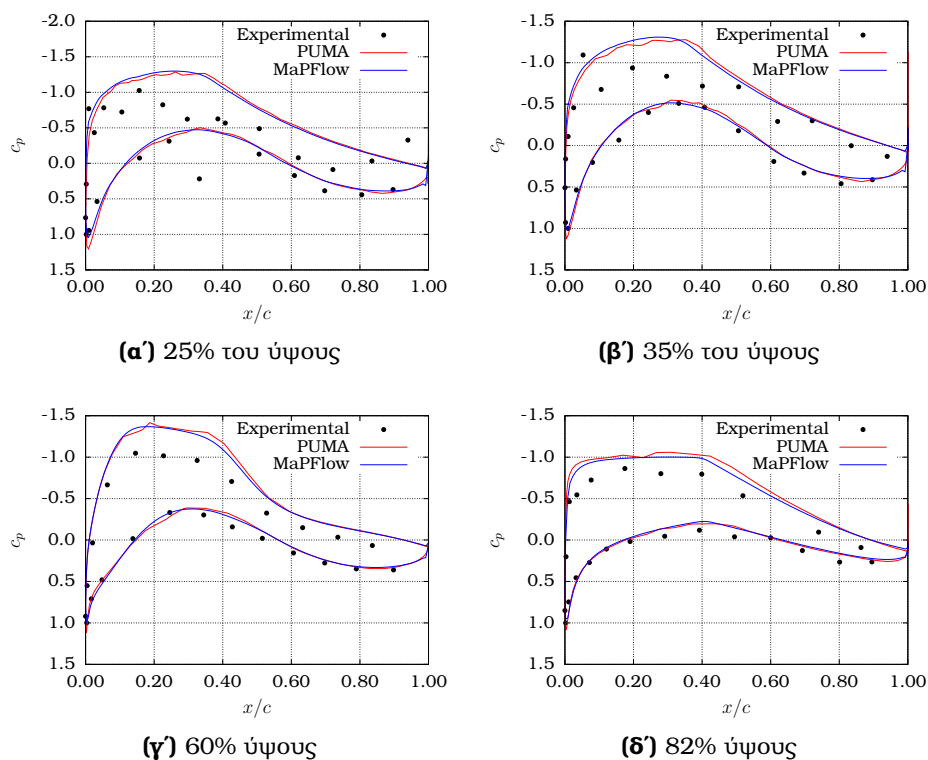
πειραματικά και υπολογιστικά αποτελέσματα από τον κώδικα MaPFlow του Εργαστηρίου Αεροδυναμικής του ΕΜΠ [52]. Επιλεγμένα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ. 2.4 έως 2.6.



Σχήμα 2.4: Πτερύγιο ανεμογεννήτριας MEXICO: Πεδίο του συντελεστή πίεσης στην (α) πλευρά υπερπίεσης και (β) την πλευρά υποπίεσης του πτερυγίου.



Σχήμα 2.5: Πτερόγιο ανεμογεννήτριας MEXICO: (α') Γραμμές σχετικής ροής κοντά στην περιοχή του ακροπτερυγίου. (β') Δομή του στροβίλου ακροπτερυγίου.



Σχήμα 2.6: Πτερόγιο ανεμογεννήτριας MEXICO: Σύγκριση των κατανομών του συντελεστή πίεσης σε διάφορες θέσεις του πτερυγίου όπως αυτές υπολογίζονται από τον κώδικα PUMA, τον κώδικα MaPFlow [52] και μετρήσεις [65].

Κεφάλαιο 3

Η Συνεχής Συζυγής Μέθοδος για την Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση Μορφής

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η συνεχής συζυγής μέθοδος για τη βελτιστοποίηση αεροδυναμικών/υδροδυναμικών μορφών. Η συνάρτηση-στόχος F ορίζεται ως ολοκληρωματική ποσότητα σε κάποια από τα όρια του υπολογιστικού χωρίου (S_{Obj}) και/ή σε μέρος του εσωτερικού του χωρίου Ω .

$$F = \int_{\Omega} F_{\Omega} d\Omega + \int_{S_{\text{Obj}}} F_S dS \quad (3.1)$$

Καθώς οποιοδήποτε ροϊκό μέγεθος Φ εξαρτάται από τις μεταβλητές ροής Q_n , ($n = 1, \dots, 6$ με $Q_m := U_m$ για $m = 1, \dots, 5$ και $Q_6 := \tilde{\nu}$) και τις συντεταγμένες των κόμβων του πλέγματος x_k , ($k = 1, \dots, 3$), η μεταβολή $\frac{\delta\Phi}{\delta b_i}$ δίνεται από τη σχέση

$$\frac{\delta\Phi}{\delta b_i} = \frac{\partial\Phi}{\partial b_i} + \frac{\partial\Phi}{\partial x_k} \frac{\delta x_k}{\delta b_i} \quad (3.2)$$

Σε ότι ακολουθεί, ο τελεστής $\frac{\delta}{\delta b_i}$ θα χρησιμοποιείται για να δηλώσει την υλική παράγωγο ενός μεγέθους ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού b_i ενώ ο τελεστής $\frac{\partial}{\partial b_i}$ θα αντιστοιχεί στη μερική παράγωγο που σχετίζεται μόνο με μεταβολές του πεδίου ροής (όχι μεταβολές των συντεταγμένων των κόμβων του πλέγματος).

Για την ανάπτυξη της συνεχούς συζυγούς μεθόδου η συνάρτηση-στόχος επαυξάνεται με την προσθήκη των υπολοίπων των εξισώσεων της ροής πολλαπλασιασμένων με τις συζυγείς μεταβλητές Ψ . Για τις περιπτώσεις τυρβώδους ροής, η συνάρτηση-στόχος επαυξάνεται επιπλέον με το υπόλοιπο της εξίσωσης των Spalart-Allmaras πολλαπλασιασμένο με τη συζυγή μεταβλητή $\tilde{\nu}_a$ και το υπόλοιπο της εξίσωσης Eikonal (R_{Δ}) πολλαπλασιασμένο με τη συζυγή απόσταση Δ_{α} :

$$F_{\text{aug}} = F + \int_{\Omega} \Psi_n R_n d\Omega + \int_{\Omega} \tilde{\nu}_a R_{\tilde{\nu}} + \int_{\Omega} \Delta_{\alpha} R_{\Delta} d\Omega, \quad n = 1, \dots, 5 \quad (3.3)$$

Από τη διαφορίση της Εξ. 3.3 προκύπτουν όροι της μορφής $\frac{\delta Q_n}{\delta b_i}$ τόσο σε επιφανειακά όσο και σε χωρικά ολοκληρώματα. Ο υπολογισμός αυτών των όρων σχετίζεται με υψηλό υπολογιστικό κόστος καθώς απαιτεί τον εκ νέου υπολογισμό του πεδίου ροής για κάθε μεταβολή των μεταβλητών σχεδιασμού. Στη συνεχή συζυγή τεχνική, οι όροι αυτοί απαλείφονται. Η απαλοιφή των μεν χωρικών ολοκληρωμάτων αυτής της

μορφής έχει ως αποτέλεσμα την εξαγωγή των συζυγών πεδιακών εξισώσεων, των δε επιφανειακών ολοκληρωμάτων την εξαγωγή των συζυγών οριακών συνθηκών. Τα εναπομείναντα ολοκληρώματα στην έκφραση της μεταβολής $\frac{\delta F_{\text{aug}}}{\delta b_i}$ συνεισφέρουν στην τελική έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας. Αυτές μπορούν να υπολογιστούν με κόστος ανεξάρτητο του πλήθους των μεταβλητών σχεδιασμού μετά από την επίλυση των εξισώσεων ροής και των συζυγών πεδιακών εξισώσεων.

Στη διατριβή αναπτύσσονται και οι δύο προσεγγίσεις της συνεχούς συζυγούς τεχνικής (η SI και η FI) που προαναφέρθηκαν. Και στις δύο περιπτώσεις οι συνεχείς συζυγείς πεδιακές εξισώσεις και οι συζυγείς οριακές συνθήκες ταυτίζονται. Η εκτενής ανάπτυξη της συζυγούς μεθόδου τόσο για συμπίεστές όσο και για ασυμπίεστες ροές παρουσιάζεται στο κυρίως κείμενο. Εδώ, παρουσιάζονται ενδεικτικά μόνο οι τελικές εκφράσεις των συζυγών πεδιακών εξισώσεων.

3.1 Συζυγείς Εξισώσεις για Συμπίεστές Τυρβώδεις Ροές

Οι συζυγείς εξισώσεις της μέσης ροής για συμπίεστές ροές εκφράζονται ως

$$-A_{nmk} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} - \mathcal{K}_m + \mathcal{K}_m^{\text{SA}} + S_m^{\text{adj}} + \mathcal{B}_m + \mathcal{B}_m^{\text{SA}} + \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial U_m} = 0 \quad (3.1.1)$$

όπου οι όροι \mathcal{K}_m και $\mathcal{K}_m^{\text{SA}}$ προκύπτουν από τη διαφόριση των εξισώσεων της μέσης ροής και του μοντέλου τύρβης, αντίστοιχα και δίνονται ως

$$\mathcal{K}_m = \frac{\partial \tau_{kq}^{\text{adj}}}{\partial x_k} \frac{\partial v_q^A}{\partial U_m} + \frac{\partial q_k^{\text{adj}}}{\partial x_k} \frac{\partial T}{\partial U_m} - \tau_{kq} \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} \frac{\partial v_q^A}{\partial U_m} \quad (3.1.2)$$

$$\mathcal{K}_m^{\text{SA}} = \mathcal{K}_m^{\text{SA},\rho} \frac{\partial \rho}{\partial U_m} + \mathcal{K}_m^{\text{SA},v_k^A} \frac{\partial v_k^A}{\partial U_m} \quad (3.1.3)$$

με

$$\begin{aligned} \tau_{kq}^{\text{adj}} &= \frac{\mu + \mu_t}{\text{Re}_0} \left(\frac{\partial \Psi_{k+1}}{\partial x_q} + \frac{\partial \Psi_{q+1}}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_{kq} \frac{\partial \Psi_{\ell+1}}{\partial x_\ell} + \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} v_q^A + \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_q} v_k^A - \frac{2}{3} \delta_{kq} \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_\ell} v_\ell^A \right) \\ q_k^{\text{adj}} &= \frac{C_p}{\text{Re}_0} \left(\frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} \\ \mathcal{K}_m^{\text{SA},\rho} &= \frac{\tau_{kq}}{\mu + \mu_t} \left[\frac{\partial \Psi_{q+1}}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} v_q^A + \frac{C_p}{\text{Re}_0 \text{Pr}_t} \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} \right] \tilde{v} f_{v_1} \\ &\quad - \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_k} \tilde{v} v_k^R - \frac{1}{\text{Re}_0 \sigma} \tilde{v}_a \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \right] + c_{b_2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \right\} \\ &\quad - \frac{1}{\text{Re}_0 \sigma} \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho \tilde{v}_a) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \frac{\mu}{\rho^2} \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

$$\begin{aligned}
& -\tilde{\nu}_a \left[c_{b_1} (1 - f_{t_2}) \tilde{S} \tilde{\nu} - \frac{1}{\text{Re}_0} \left(c_{w_1} f_w - \frac{c_{b_1}}{\kappa^2} f_{t_2} \right) \left(\frac{\tilde{\nu}}{\Delta} \right)^2 \right] \\
& + \rho \tilde{\nu}_a (\mathcal{C}_6 \mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_7) \mathcal{P}(\chi, \nu) \mathcal{P}(\nu, \rho) \\
\mathcal{K}_m^{\text{SA}, v_k^A} = & -\rho \tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{\nu}_a}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_q} \left[\rho \tilde{\nu}_a \mathcal{C}_6 \mathcal{P}(\tilde{S}, S) \frac{1}{S} \varepsilon_{rln} \varepsilon_{rqn} \frac{\partial v_n^A}{\partial x_k} \right]
\end{aligned}$$

Ο όρος S_m^{adj} αντιστοιχεί στη συζυγή δύναμη Coriolis και εκφράζεται ως $S_m^{\text{adj}} = \rho \varepsilon_{nkl} \Psi_{k+1} \omega_\ell \frac{\partial v_n^A}{\partial U_m} + \varepsilon_{nkl} \Psi_{k+1} \omega_\ell v_n^A \frac{\partial \rho}{\partial U_m}$ και οι όροι \mathcal{B}_m και $\mathcal{B}_m^{\text{SA}}$ εμφανίζονται μόνο όταν διαφορίζεται ο νόμος που διέπει τις μεταβολές της δυναμικής συνεκτικότητας λόγω μεταβολών της θερμοκρασίας. Τέλος, ο όρος $\frac{\partial F_\Omega}{\partial U_m}$ προκύπτει από τη συνάρτηση-στόχο όταν αυτή ορίζεται στο εσωτερικό του χωρίου. Οι συναρτήσεις-στόχοι που εκφράζονται αποκλειστικά από επιφανειακά ολοκληρώματα στα όρια του χωρίου δεν συνεισφέρουν στις συζυγείς πεδιακές εξισώσεις.

Η συζυγής εξίσωση του μοντέλου Spalart-Allmaras εκφράζεται ως

$$-\frac{\partial}{\partial x_k} (\rho v_k^R \tilde{\nu}_a) - \mathcal{D}^{\text{SA}, \text{adj}} + \mathcal{G}^{\text{SA}, \text{diff}} + \mathcal{G}^{\text{SA}, \text{src}} + \mathcal{G}^{\mu_t} \frac{\partial \mu_t}{\partial \tilde{\nu}} + \frac{\partial F_\Omega}{\partial \tilde{\nu}} = 0 \quad (3.1.5)$$

όπου

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}^{\text{SA}, \text{adj}} &= \frac{1}{\text{Re}_0 \sigma} \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ [\nu + (1 + c_{b_2})] \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho \tilde{\nu}_a) \right\} - \frac{c_{b_2}}{\text{Re}_0 \sigma} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} (\rho \tilde{\nu}_a \tilde{\nu}) \\
\mathcal{G}^{\text{SA}, \text{diff}} &= \frac{1}{\text{Re}_0 \sigma} \frac{\partial (\rho \tilde{\nu}_a)}{\partial x_k} (1 + c_{b_2}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} + \frac{c_{b_2}}{\text{Re}_0 \sigma} \rho \tilde{\nu}_a \frac{\partial^2 \tilde{\nu}}{\partial x_k^2} \\
\mathcal{G}^{\text{SA}, \text{src}} &= \rho \tilde{\nu}_a \left[-c_{b_1} (1 - f_{t_2}) \tilde{S} + \frac{2}{\text{Re}_0} \left(c_{w_1} f_w - \frac{c_{b_1}}{\kappa^2} f_{t_2} \right) \left(\frac{\tilde{\nu}}{\Delta^2} \right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{c_{w_1}}{\text{Re}_0} \mathcal{C}_4 + \mathcal{C}_6 \mathcal{P}(\tilde{S}, \tilde{\nu}) + \mathcal{C}_6 \mathcal{C}_1 \mathcal{P}(\chi, \tilde{\nu}) + \mathcal{C}_7 \mathcal{P}(\chi, \tilde{\nu}) \right] \\
\mathcal{G}^{\mu_t} &= \frac{\tau_{km}}{\mu + \mu_t} \left(\frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} v_m^A \right) + \frac{\mathcal{C}_p}{\text{Re}_0 \text{Pr}_t} \frac{\partial \Psi_5}{\partial x_k} \frac{\partial T}{\partial x_k}
\end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Οι Εξ. 3.1.1 και 3.1.5 είναι γραμμικές ΜΔΕ. Κατά συνέπεια, ακολουθώντας τη διαδικασία αριθμητικής επίλυσης που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2, οι όροι του αριστερού μέλους μπορούν να υπολογισθούν μονάχα μία φορά στην αρχή της επίλυσης του συζυγούς προβλήματος και να αποθηκευθούν, ενώ μόνο οι όροι του δεξιού μέλους χρειάζεται να υπολογίζονται ανά ψευδοχρονικό βήμα. Καθώς το δεξιό μέλος καταλαμβάνει σημαντικά λιγότερη μνήμη σε σχέση με το αριστερό, για μέγιστη παράλληλη απόδοση χρησιμοποιείται η τεχνική των δύο kernels, που περιγράφεται

στο κυρίως κείμενο της διατριβής. Η επιλογή αυτή έχει ως συνέπεια, μία ψευδοχρονική επανάληψη για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος να εκτελείται ταχύτερα από την αντίστοιχη για την επίλυση των εξισώσεων ροής. Οι συζυγείς πεδιακές εξισώσεις 3.1.1 και 3.1.5 συμπληρώνονται από τις συζυγείς οριακές συνθήκες που παρουσιάζονται αναλυτικά για κάθε τύπο ορίου στο κυρίως κείμενο.

3.2 Συνεχείς Συζυγείς Εξισώσεις για Ασυμπιεστές Τυρβώδεις Ροές

Για ασυμπιεστές ροές χωρίς συναλλαγή θερμότητας, οι συζυγείς πεδιακές εξισώσεις της μέσης ροής εκφράζονται ως

$$-A_{nmk} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} - \mathcal{K}_m + \mathcal{K}_m^{\text{SA}} + S_m^{\text{adj}} + \frac{\partial F_\Omega}{\partial U_m} = 0 \quad (3.2.1)$$

όπου με A_{nmk} συμβολίζεται η Ιακωβιανή των διανυσμάτων ατρίβους ροής, και

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_m &= \frac{\partial \tau_{kn}^{\text{adj}}}{\partial x_k} \frac{\partial v_n^A}{\partial U_m} \\ \mathcal{K}_m^{\text{SA}} &= -\frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_k} \tilde{v} \frac{\partial v_k^A}{\partial U_m} - \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left[\tilde{v}_a \mathcal{C}_6 \mathcal{P}(\tilde{S}, S) \frac{1}{S} \varepsilon_{k\ell n} \varepsilon_{kqr} \frac{\partial v_r^A}{\partial x_q} \right] \frac{\partial v_n^A}{\partial U_m} \\ \tau_{kn}^{\text{adj}} &= \frac{\nu + \nu_t}{\text{Re}_0} \left(\frac{\partial \Psi_{n+1}}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_{k+1}}{\partial x_n} \right) \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

Τέλος, ο όρος S_m^{adj} αντιστοιχεί στη συζυγή δύναμη Coriolis που ορίζεται όπως και στην περίπτωση των συμπίεστων ροών, θέτοντας $\rho = 1$.

Η συζυγής εξίσωση Spalart-Allmaras για ασυμπιεστές ροές εκφράζεται ως

$$-\frac{\partial}{\partial x_k} (v_k^R \tilde{v}_a) - \mathcal{D}^{\text{SA,adj}} + \mathcal{G}^{\text{SA,diff}} + \mathcal{G}^{\text{SA,src}} + \mathcal{G}^{\nu_t} \frac{\partial \nu_t}{\partial \tilde{v}} + \frac{\partial F_\Omega}{\partial \tilde{v}} = 0 \quad (3.2.3)$$

όπου

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^{\text{SA,adj}} &= \frac{1}{\text{Re}_0 \sigma} \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ [\nu + (1 + c_{b2}) \tilde{v}] \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_k} \right\} - \frac{c_{b2}}{\text{Re}_0 \sigma} \frac{\partial^2 (\tilde{v}_a \tilde{v})}{\partial x_k^2} \\ \mathcal{G}^{\text{SA,diff}} &= \frac{1 + c_{b2}}{\text{Re}_0 \sigma} \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_k} + \frac{c_{b2}}{\text{Re}_0 \sigma} \tilde{v}_a \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x_k^2} \\ \mathcal{G}^{\text{SA,src}} &= \tilde{v}_a \left[-c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} + \frac{2}{\text{Re}_0} \left(c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{v}}{\Delta^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

$$\mathcal{G}^{\nu_t} = \frac{\tau_{km}}{\nu + \nu_t} \frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} \left[+ \frac{c_{w1}}{\text{Re}_0} \mathcal{C}_4 + \mathcal{C}_6 \mathcal{P}(\tilde{S}, \tilde{\nu}) + \mathcal{C}_6 \mathcal{C}_1 \mathcal{P}(\chi, \tilde{\nu}) + \mathcal{C}_7 \mathcal{P}(\chi, \tilde{\nu}) \right]$$

Από την Εξ. 3.2.1, φαίνεται ότι οι συζυγείς εξισώσεις μέσης ροής είναι παρόμοιες με τις εξισώσεις ροής με διαφορετικά πρόσημα στους όρους μεταφοράς και πηγής. Πιο συγκεκριμένα, ο όρος μεταφοράς (πρώτος όρος) είναι ίδιος με τον όρο μεταφοράς των εξισώσεων της ροής με αντίθετο πρόσημο και ανεστραμμένο Ιακωβιανό μητρώο. Συνεπώς, η πρώτη συζυγής μεταβλητή Ψ_1 απουσιάζει από τη συζυγή εξίσωση συνέχειας και το σύστημα των συζυγών εξισώσεων δεν δύναται να λυθεί με την τεχνική της χρονοπροέλασης. Το πρόβλημα λύνεται επιστρατεύοντας την μέθοδο της τεχνητής συμπίεστότητας στις συζυγείς εξισώσεις. Επειδή οι ιδιοτιμές του συστήματος των συζυγών εξισώσεων είναι ίσες κατ' απόλυτη τιμή και αντίθετες από τις ιδιοτιμές του συστήματος των εξισώσεων ροής, χρησιμοποιείται το ίδιο μητρώο προσαθεροποίησης με τις εξισώσεις ροής. Με προσθήκη του ψευδοχρονικού όρου και εφαρμογή της μεθόδου της τεχνητής συμπίεστότητας οι συζυγείς εξισώσεις μέσης ροής γράφονται

$$\Gamma_{nm}^{-1} \frac{\partial \Psi_n}{\partial t} - A_{nmk} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} - \mathcal{K}_m + \mathcal{K}_m^{\text{SA}} + S_m^{\text{adj}} + \frac{\partial F_\Omega}{\partial U_m} = 0, \quad m = 1, \dots, 4 \quad (3.2.5)$$

Κεφάλαιο 4

Θεμελιώδεις Έννοιες και Εργαλεία Παραμετροποίησης Μορφών

Προκειμένου να ανανεωθεί η γεωμετρία μίας μορφής κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης, χρειάζεται ένας μηχανισμός που να συνδέει τις N μεταβλητές σχεδιασμού της βελτιστοποίησης με τη γεωμετρία, μέσω μιας μεθόδου παραμετροποίησης. Η διαφορίση της παρέχει το μέσο για τον υπολογισμό των γεωμετρικών παραγώγων ευαισθησίας $\frac{\delta x_k}{\delta b_i}$ ($k = 1, \dots, 3, i = 1, \dots, N$) που εμπλέκονται στην τελική έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας. Τα επιθυμητά χαρακτηριστικά μίας μεθόδου παραμετροποίησης είναι η ικανότητα δημιουργίας λείων μορφών, η ευελιξία, η δυνατότητα διαχείρισης γεωμετρικών περιορισμών, η εύληπτη διαχείριση της γεωμετρίας, η δυνατότητα συμπαγούς περιγραφής των παραγόμενων μορφών, η δυνατότητα διαφορίσης, το χαμηλό υπολογιστικό κόστος και η συμβατότητα με λογισμικά και περιγραφές CAD. Εδώ, παρουσιάζονται τα βασικά μαθηματικά εργαλεία που χρησιμοποιούνται στις μεθόδους παραμετροποίησης που αναπτύσσονται στη συνέχεια της διατριβής. Συγκεκριμένα, περιγράφονται οι καμπύλες και επιφάνειες NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines). Εκτενής ανάλυση των NURBS, καθώς και σχετικοί αλγόριθμοι, παρουσιάζονται στο κλασικό σύγγραμμα [58].

4.1 Συναρτήσεις Βάσεις B-Spline

Προκειμένου να οριστούν οι συναρτήσεις βάσης B-Spline, ορίζεται πρώτα μία αύξουσα σειρά από πραγματικές τιμές $u_i, i = 1, \dots, m - 1$ που ονομάζονται κόμβοι. Η i -οστή συνάρτηση βάσης βαθμού p ($N_{i,p}$) ορίζεται από την αναδρομική σχέση

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (4.1.1)$$
$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u_i}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

Η συνάρτηση βάσης $N_{i,p}(u)$ είναι ένα τμηματικό πολυώνυμο που ορίζεται σε όλο το \mathbb{R} . Οι ιδιότητες των συναρτήσεων βάσης B-Spline μπορούν να βρεθούν στο [58]. Αξίζει να σημειωθεί, ότι καθώς οι κόμβοι ταξινομούνται σε (όχι γνησίως) αύξουσα

σειρά, δεν απαιτείται να είναι μοναδικοί. Ένα διάνυσμα κόμβων της μορφής

$$U = (\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1})$$

οδηγεί στην έκφραση των πολυωνύμων Bernstein που ορίζονται, εναλλακτικά, ως

$$B_{i,p}(u) = \frac{p!}{i!(p-i)!} u^i (1-u)^{p-i}$$

4.2 Καμπύλες NURBS

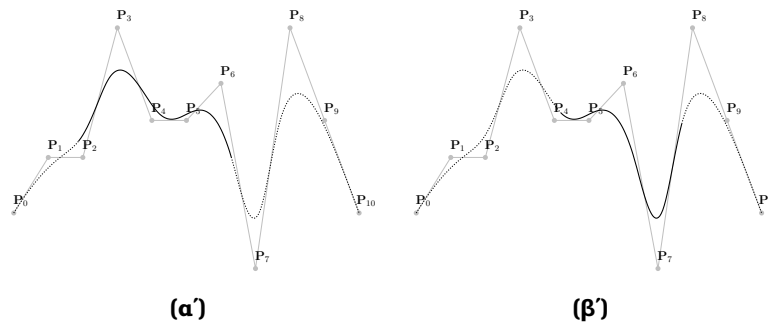
Εισάγοντας ένα σύνολο n σημείων $P_i, i = 0, \dots, n-1$, με χρήση των συναρτήσεων βάσης B-Spline ορίζεται μία παραμετρική καμπύλη $C(u)$ ως

$$C(u) = N_{i,p}(u) P_i, \text{ με } u \in [a, b] \text{ και } i = 0, \dots, n-1 \quad (4.2.1)$$

και $N_{i,p}$ την i -οστή συνάρτηση βάσης B-Spline βαθμού p , ορισμένη στο διάνυσμα κόμβων

$$U = (\underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-2}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1})$$

Τα σημεία P_i ονομάζονται σημεία ελέγχου και το πολύγωνο που δημιουργείται αν αυτά ενωθούν με ευθύγραμμα τμήματα ονομάζεται πολύγωνο ελέγχου. Παράδειγμα μια καμπύλης B-Spline παρουσιάζεται στο Σχ. 4.1.



Σχήμα 4.1: Κυβική καμπύλη B-Spline: Με μαύρο παρουσιάζεται η καμπύλη ενώ με γκρι το πολύγωνο ελέγχου. (α') Με μαύρη συμπαγή γραμμή παρουσιάζεται το τμήμα της καμπύλης στο οποίο επιδρά το P_4 . (β') Με μαύρη συμπαγή γραμμή παρουσιάζεται το τμήμα της καμπύλης στο οποίο επιδρά το P_6 . Η καμπύλη ορίζεται με συναρτήσεις βάσης στο διάνυσμα κόμβων $U = (0, 0, 0, 0, 0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8, 0.85, 1, 1, 1, 1)$.

Εισάγοντας βάρη για να σταθμιστεί η επίδραση κάθε σημείου ελέγχου στην καμπύλη, η Εξ. 4.2.1 εκφράζεται ως

$$\mathbf{C}(u) = R_{i,p}(u) \mathbf{P}_i \quad (4.2.2)$$

όπου, $R_{i,p}$ είναι η i -οστή ρητή συνάρτηση βάσης βαθμού p που δίνεται ως

$$R_{i,p} = \frac{N_{i,p}(u) w_i}{N_{j,p}(u) w_j} \quad (4.2.3)$$

χωρίς να υπονοείται άθροιση στους δείκτες p και i , ενώ με w_i συμβολίζεται το βάρος που αντιστοιχεί σε κάθε συνάρτηση βάσης και σημείο ελέγχου. Η έκφραση αυτή αντιστοιχεί σε καμπύλη NURBS.

Προκειμένου να υπολογιστούν οι παράγωγοι μία καμπύλης NURBS ως προς την παράμετρο u η καμπύλη εκφράζεται πρώτα ως

$$\mathbf{C}(u) = \frac{\mathbf{A}(u)}{W(u)} \quad (4.2.4)$$

$$\text{όπου } \mathbf{A}(u) = W(u) \mathbf{C}(u) \text{ και } W(u) = N_{i,p}(u) w_i$$

Χρησιμοποιώντας τον γενικευμένο κανόνα του Leibniz, η παράγωγος k τάξης της συνάρτησης $\mathbf{A}(u)$ δίνεται ως

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^k(u) &= \binom{k}{j} \mathbf{C}^{(k-j)}(u) W^{(j)}(u) \delta_{ij} \text{ με } i, j = 0, \dots, k \\ \text{και } \binom{k}{j} &= \frac{k!}{j!(k-j)!} \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

Στην Εξ. 4.2.5 δεν υπονοείται άθροιση στο δείκτη k . Με αναδιάρθρωση όρων προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για την $\mathbf{C}^{(k)}(u)$

$$\mathbf{C}^{(k)}(u) = \frac{\mathbf{A}^{(k)}(u) - \binom{k}{j} \mathbf{C}^{(k-j)}(u) W^{(j)}(u) \delta_{ij}}{W(u)} \text{ με } i, j = 1, \dots, k \quad (4.2.6)$$

όπου δεν υπονοείται άθροιση στο k .

4.3 Επιφάνειες NURBS

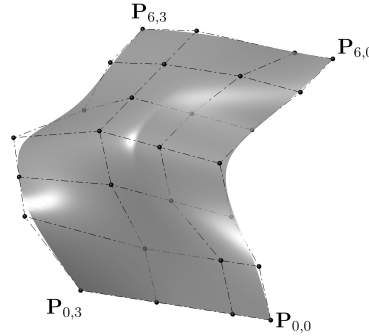
Οι καμπύλες NURBS νοούνται ως μία απεικόνιση ενός ευθύγραμμου τμήματος (που αντιπροσωπεύεται από την παράμετρο u) στον πολυδιάστατο Ευκλείδιο χώρο, όπου

ο αριθμός διαστάσεων του χώρου αντιστοιχεί σε αυτόν των διαστάσεων των σημείων ελέγχου. Ομοίως, μία επιφάνεια νοείται ως η απεικόνιση μίας περιοχής του επιπέδου (που αντιπροσωπεύεται από δύο παραμέτρους u, v) στον πολυδιάστατο Ευκλείδειο χώρο.

Εισάγοντας ένα πλέγμα $m \times n$ σημείων ελέγχου \mathbf{P}_{ij} , ($i = 0, \dots, n - 1$ και $j = 0, \dots, m - 1$), μια B-Spline επιφάνεια $\mathbf{S}(u, v)$ εκφράζεται ως

$$\mathbf{S}(u, v) = N_{i,p_u}(u) N_{j,p_v}(v) \mathbf{P}_{i,j} \quad (4.3.1)$$

όπου N_{i,p_u} (N_{j,p_v}) είναι οι συναρτήσεις βάσης βαθμού p_u (p_v) ορισμένες στο διάνυσμα κόμβων U (V αντίστοιχα) όπως δίνεται από την Εξ. 4.1.1. Παράδειγμα μίας B-Spline επιφάνειας παρουσιάζεται στο Σχ. 4.2.



Σχήμα 4.2: Παράδειγμα μίας B-Spline επιφάνειας ορισμένης από ένα πλέγμα 7×4 σημείων ελέγχου και συναρτήσεις βάσης βαθμών 2 και 3 στις δύο παραμετρικές διευθύνσεις. Κάποια σημεία ελέγχου βρίσκονται τοποθετημένα κάτω από την επιφάνεια και έτσι η επιφάνεια σχεδιάζεται ελαφρώς διαφανής για λόγους εποπτείας.

Κατ' αναλογία με τις καμπύλες, εισάγοντας βάρη στα σημεία ελέγχου, προκύπτει η έκφραση μίας επιφάνειας NURBS ως

$$\mathbf{S}(u, v) = R_{ij,p_u p_v}(u, v) \mathbf{P}_{i,j} \quad (4.3.2)$$

όπου $R_{ij,p_u p_v}$ είναι η $\{i, j\}$ -οστή ρητή συνάρτηση βάσης βαθμού $\{p_u, p_v\}$

$$R_{ij,p_u p_v} = \frac{N_{i,p_u}(u) N_{j,p_v}(v) w_{ij}}{N_{k,p_u}(u) N_{\ell,p_v}(v) w_{k\ell}} \quad (4.3.3)$$

χωρίς να υπονοείται άθροιση στους δείκτες i, j, p_u και p_v .

Κεφάλαιο 5

Γεωμετρική Μοντελοποίηση Συνιστωσών Στροβιλομηχανών

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσεται μία τεχνική παραμετροποίησης προσανατολισμένη αποκλειστικά σε γεωμετρίες συνιστωσών στροβιλομηχανών. Η τεχνική υλοποιείται στη μορφή λογισμικού υπό τον τίτλο GMTurbo, χρησιμοποιώντας ένα αντικειμενοστραφές μοντέλο προγραμματισμού και τη γλώσσα προγραμματισμού C++. Η πλειονότητα των διεργασιών που απαιτούνται για τη γένεση μία γεωμετρίας στο λογισμικό GMTurbo βασίζεται σε θεωρία καμπυλών και επιφανειών NURBS (που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4), γεγονός που εγγυάται τη συμβατότητα της τελικής γεωμετρίας με CAD περιγραφές. Παραδείγματα γεωμετριών που έχουν παραχθεί από το λογισμικό GMTurbo παρουσιάζονται στο Σχ. 5.1

5.1 Υλοποίηση της Τεχνικής Γένεσης Γεωμετρίας

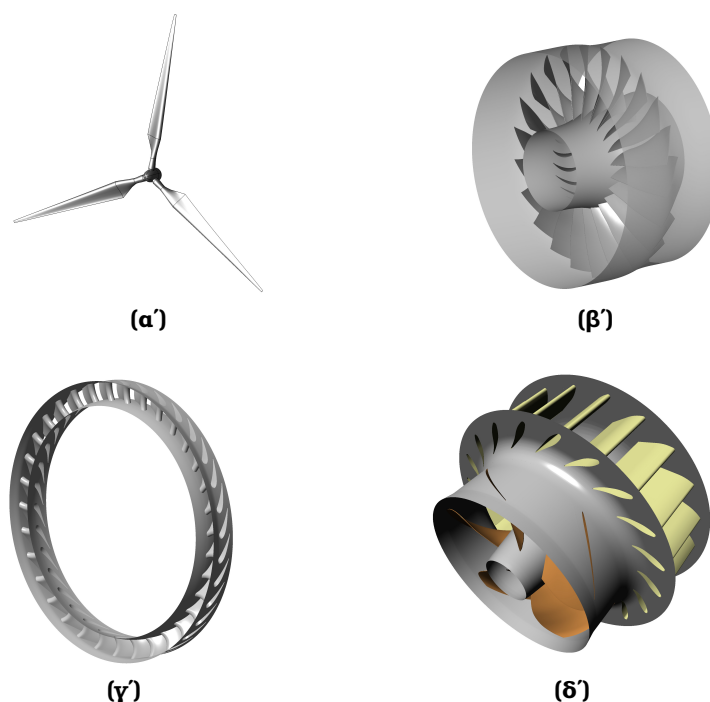
Τα βασικά βήματα για τη γένεση και μοντελοποίηση της γεωμετρίας ενός περυγίου από το λογισμικό GMTurbo παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Βήμα 1: Ορισμός της μεσημβρινής τομής της γεωμετρίας

Αρχικά ορίζεται η μεσημβρινή τομή της γεωμετρίας με τον ορισμό της γενέτειρας της επιφάνειας της πλήμνης και του κελύφους, τον ορισμό των μεσημβρινών προβολών των ακμών προσβολής (Leading Edge, LE) και εκφυγής (Trailing Edge, TE) καθώς και των διατομών εισόδου και εξόδου. Όλες οι προβολές και γενέτειρες ορίζονται παραμετρικά μέσω καμπυλών NURBS. Στην περίπτωση ύπαρξης ακτινικού διακένου, ορίζεται μια επιπλέον γενέτειρα στη θέση του ακροπερυγίου.

Βήμα 2: Κατασκευή γραμμών κυρτότητας του περυγίου

Δημιουργούνται ενδιάμεσες γενέτειρες καθ' ύψος του περυγίου, πάνω στις οποίες κατασκευάζονται γραμμές κυρτότητας. Επιστρατεύεται μία σύμμορφη απεικόνιση $(r(u), \theta, z(u)) \mapsto (m(u), \theta)$ ώστε να εγγυηθεί τη διατήρηση των γωνιών που ορίζονται στο ανάπτυγμα κάθε αξονοσυμμετρικής επιφάνειας. Οι γωνίες που ορίζονται καθορίζουν τη θέση των ακμών του περυγίου κατά την περιφέρεια, τις γωνίες μετάλλου και την καμπυλότητα της γραμμής κυρτότητας. Όλες οι κατανομές γωνιών ορίζονται ως καμπύλες NURBS.



Σχήμα 5.1: Παράδειγμα γεωμετριών που έχουν παραχθεί από το λογισμικό γεωμετρικής μοντελοποίησης GMTurbo. (α) Δρομέας μίας ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα. (β) Κινητή πτερύγωση διηχητικού συμπιεστή με ακτινικό διάκενο. (γ) Σταθερή πτερύγωση αξονικού στροβίλου υψηλής πίεσης. (δ) Υδροστροβίλος τύπου Kaplan. Τόσο τα οδηγία πτερύγια όσο και ο δρομέας μοντελοποιούνται με το λογισμικό GMTurbo.

Βήμα 3: Υπέρθεση πάχους

Στις διάφορες θέσης καθ' ύψος του πτερυγίου ορίζονται αδιάστατες κατανομές πάχους. Η μέγιστη τιμή του πάχους ορίζεται ως μία επιπλέον καθ' ύψος κατανομή. Και για τις πληροφορίες αυτές χρησιμοποιείται NURBS περιγραφή. Το πάχος που υπολογίζεται για κάθε σημείο του πτερυγίου κατά μήκος των υπολογισμένων γραμμών κυρτότητας υπερτίθεται σε αυτές ώστε να δημιουργηθεί πλήθος αεροτομών καθ' ύψος. Τέλος, κατά περίπτωση εφαρμόζονται διαδικασίες αποκοπής μέρους της γεωμετρίας ή γένεσης κυκλικών τόξων στις ακμές προσβολής και εκφυγής σε κάθε αεροτομή.

Βήμα 3: Γένεση τελικής 3D γεωμετρίας

Οι αεροτομές στο χώρο (m, θ) μετασχηματίζονται στο 3D καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, με χρήση αντίστροφης απεικόνισης και παρεμβάλλονται με τη γένεση NURBS επιφανειών. Σχηματίζονται οι επιφάνειες της πλήμνης, του κελύφους και του ακροπτερυγίου, εφόσον υφίσταται, περιστρέφοντας τις αντίστοιχες γενέτριες. Το σύνολο των επιφανειών εξάγεται είτε σε μορφή IGES είτε, ύστερα από τριγωνοποίησή τους, σε μορφή STL. Στη δεύτερη περίπτωση, η τριγωνοποίηση πραγματοποιείται με τον αλγόριθμο του Προελαύνοντος Μετώπου (Advancing Front).

Κεφάλαιο 6

Ελεύθερη Μορφοποίηση Χώρου με χρήση Ογκομετρικών NURBS

Αντικείμενο του κεφαλαίου είναι η ανάπτυξη μεθόδου παραμετροποίησης που ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων Ελεύθερης Μορφοποίησης Χώρου (Free-Form Deformation). Η μέθοδος βασίζεται σε τριπαραμετρικούς όγκους NURBS και ονομάζεται μέθοδος ογκομετρικών NURBS. Ως μέθοδος ελεύθερης μορφοποίησης χώρου, η τεχνική των ογκομετρικών NURBS παρέχει έναν τρόπο ελέγχου μίας ολόκληρης περιοχής στο χώρο. Η μέθοδος χρησιμοποιείται για την παραμετροποίηση του περιγράμματος του σχεδιαζόμενου σώματος, καθώς και του τμήματος του υπολογιστικού πλέγματος γύρω του που εμπεριέχεται στον όγκο NURBS. Σε άλλες εργασίες, η τεχνική των ογκομετρικών B-Splines και NURBS χρησιμοποιείται μόνο για τον έλεγχο του σχήματος της αεροδυναμικής μορφής [46]. Στη διατριβή αυτή, η χρήση τους επεκτείνεται και στην παραμόρφωση του εσωτερικού του υπολογιστικού πλέγματος.

Στη συνέχεια, περιγράφεται η διαφορίση των ογκομετρικών NURBS, η οποία επιτρέπει τον ακριβή υπολογισμό όρων της μορφής $\frac{\delta x_k^j}{\delta b_i}$ (με $i = 1, \dots, N$, $k = 1, \dots, 3$, $j = 1, \dots, N_V$, N το πλήθος των μεταβλητών σχεδιασμού και N_V ο αριθμός των κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος) που εμπλέκονται στην έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας που προκύπτουν από τη συζυγή μέθοδο.

6.1 Όγκοι NURBS

Ένας όγκος NURBS είναι μία διανυσματική συνάρτηση τριών μεταβλητών $\mathbf{V}(u, v, w)$ που απεικονίζει ένα σημείο από τον 3D παραμετρικό χώρο (u, v, w) στο 3D καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) και ορίζεται ως

$$\mathbf{V}(u, v, w) = R_{ijk,p_u p_v p_w} \mathbf{P}_{ijk}$$
$$\text{όπου } R_{ijk,p_u p_v p_w} = \frac{N_{i,p_u}(u) N_{j,p_v}(v) N_{k,p_w}(w) \mathbf{w}_{ijk}}{N_{l,p_u}(u) N_{q,p_v}(v) N_{s,p_w}(w) \mathbf{w}_{lqs}} \quad (6.1.1)$$
$$i = 0, \dots, n_u - 1, j = 0, \dots, n_v - 1 \text{ και } k = 0, \dots, n_w - 1$$

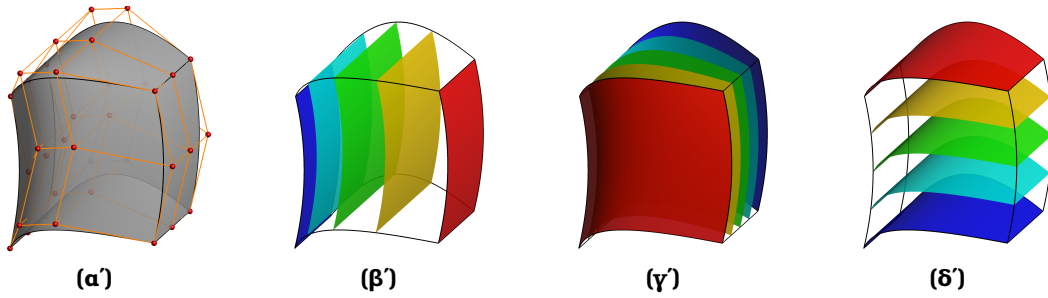
Οι συναρτήσεις βάσης B-Spline N_{i,p_u} , N_{j,p_v} και N_{k,p_w} , βαθμού p_u , p_v και p_w α-

ντίστοιχα, ορίζονται στα διανύσματα κόμβων $U = [u_0, \dots, u_{m_u-1}]$, $V = [v_0, \dots, v_{m_v-1}]$ και $W = [w_0, \dots, w_{m_w-1}]$. Τα σημεία ελέγχου \mathbf{P}_{ijk} και τα αντίστοιχα βάρη τους w_{ijk} δομούνται σε ένα 3Δ πλέγμα (εξ ου και οι τρεις δείκτες στο συμβολισμό τους). Όπως οι καμπύλες και οι επιφάνειες, ένας όγκος NURBS νοείται ως μία συνάρτηση που απεικονίζει τον παραμετρικό χώρο (u, v, w) στον 4Δ ομογενή χώρο (wx, wy, wz, w) . Σε αυτήν την περίπτωση, ένας όγκος NURBS μπορεί να εκφραστεί ως

$$\mathbf{V}(u, v, w) = N_{i,p_u}(u) N_{j,p_v}(v) N_{k,p_w}(w) \mathbf{P}_{ijk}^w \quad (6.1.2)$$

με $\mathbf{P}_{ijk}^w = \left[(wx)_{ijk}, (wy)_{ijk}, (wz)_{ijk}, w_{ijk} \right]$

Στο Σχ. 6.1 παρουσιάζεται η βασική δομή ενός όγκου NURBS.



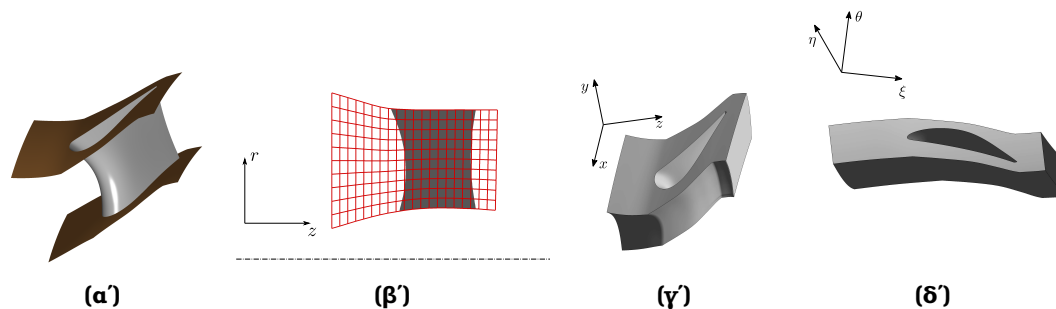
Σχήμα 6.1: (α) Ορισμός ενός $4 \times 3 \times 3$ όγκου NURBS. Τα σημεία ελέγχου παρουσιάζονται με κόκκινο. Ισοπαραμετρικές επιφάνειες παρουσιάζονται στα σχήματα (β), (γ) και (δ), αντίστοιχα.

6.2 Ογκομετρικές NURBS για Γεωμετρίες Στροβιλομηχανών

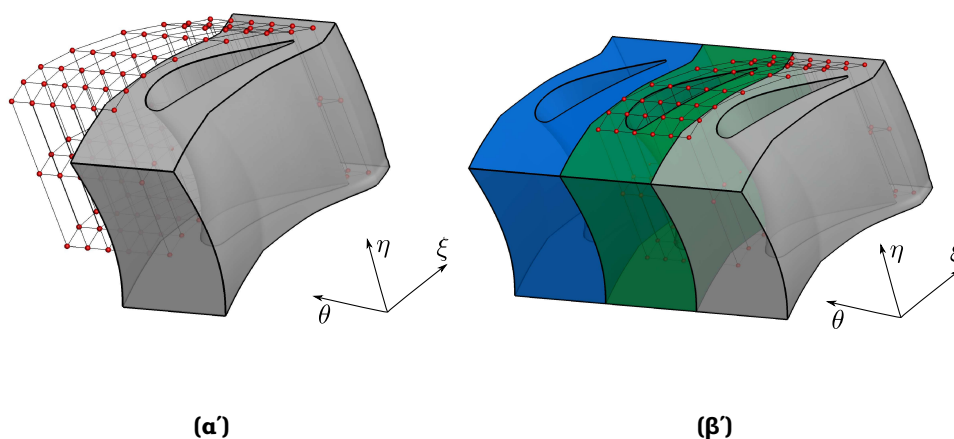
Υπάρχουν δύο λόγοι για τους οποίους η μέθοδος των ογκομετρικών NURBS όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο, δεν μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα σε περιπτώσεις στροβιλομηχανών. Ο πρώτος είναι η παρουσία αξονοσυμμετρικών επιφανειών (όπως η πλήμνη και το κέλυφος), οι οποίες είναι επιθυμητό να παραμείνουν αξονοσυμμετρικές κατά τη βελτιστοποίηση. Ο εν λόγω περιορισμός είναι ιδιαίτερα δύσκολο να τηρηθεί καθώς απαιτεί μία εξαιρετικά σύνθετη και συνδυασμένη κίνηση των σημείων ελέγχου ώστε να μεταβληθεί το σχήμα και να διατηρηθεί η αξονοσυμμετρία σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης. Ο δεύτερος λόγος είναι η παρουσία περιοδικών ορίων και η περιοδικότητα τόσο της γεωμετρίας όσο και του πλέγματος.

Η θεραπεία για το πρόβλημα της αξονοσυμμετρίας βρίσκεται στη μορφή ενός πρωτότυπου ενδιάμεσου μετασχηματισμού συντεταγμένων, εμπνευσμένου από το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται κατά κόρον για το σχεδιασμό στροβιλομηχανών (Σχ. 6.2). Το πρόβλημα της περιοδικότητας επιλύεται με έμμεσο τρόπο,

πραγματοποιώντας κατάλληλη τοποθέτηση των σημείων ελέγχου, κατάλληλο αριθμό στροφών κατά το βήμα της περύγωσης και επιβολή περιορισμών στην κίνηση των περιοδικών σημείων ελέγχου (Σχ. 6.3).



Σχήμα 6.2: (α') Οι γενέτειρες της πλήμνης και του κελύφους εξαγονται από την αρχική 3D γεωμετρία. (β') Ορίζεται το ενδιάμεσο σύστημα συντεταγμένων (ξ, θ, η) . Ισογραμμές ξ -σταθερό και η -σταθερό παρουσιάζονται με κόκκινο χρώμα. Απεικόνιση του 3D πλέγματος από το (γ') καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων στο (δ') ενδιάμεσο σύστημα.



Σχήμα 6.3: Κατασκευή του όγκου NURBS στο ενδιάμεσο σύστημα συντεταγμένων. Τα σημεία ελέγχου παρουσιάζονται με κόκκινο χρώμα. (α') Μεγάλο μέρος του περυγίου και του πλέγματος κείται, αρχικά, εκτός του όγκου NURBS. (β') Ωστόσο, στρέφοντας το πλέγμα δύο φορές κατά το βήμα της περύγωσης, όλο το περύγιο και το περιβάλλον υπολογιστικό πλέγμα κείται εντός του όγκου NURBS.

Κεφάλαιο 7

Βελτιστοποίηση Μορφής Συνιστωσών Στροβιλομηχανών με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων

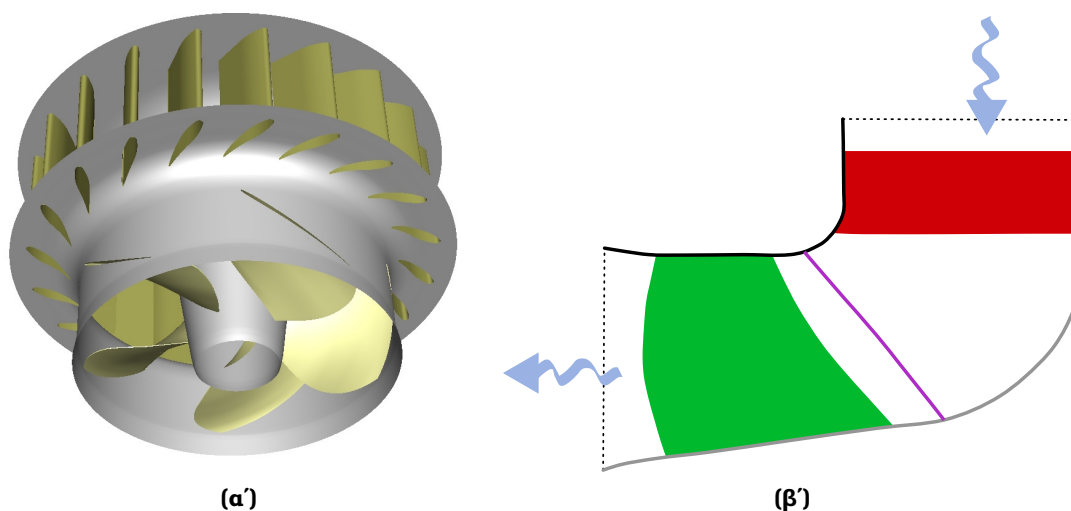
7.1 Βελτιστοποίηση Υδροστροβίλου Τύπου Προπέλας

Η εφαρμογή βελτιστοποίησης με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων αφορά στην αύξηση του βαθμού απόδοσης ενός υδροστροβίλου τύπου προπέλας, του οποίου μοντελοποιούνται τόσο ο δρομέας (runner) όσο και τα οδηγά πτερύγια. Η αρχική γεωμετρία του υδροστροβίλου και το πλέγμα παρέχονται από την κατασκευάστρια εταιρεία ANDRITZ Hydro. Η προς βελτιστοποίηση διάταξη παρουσιάζεται στο σχήμα 7.1.

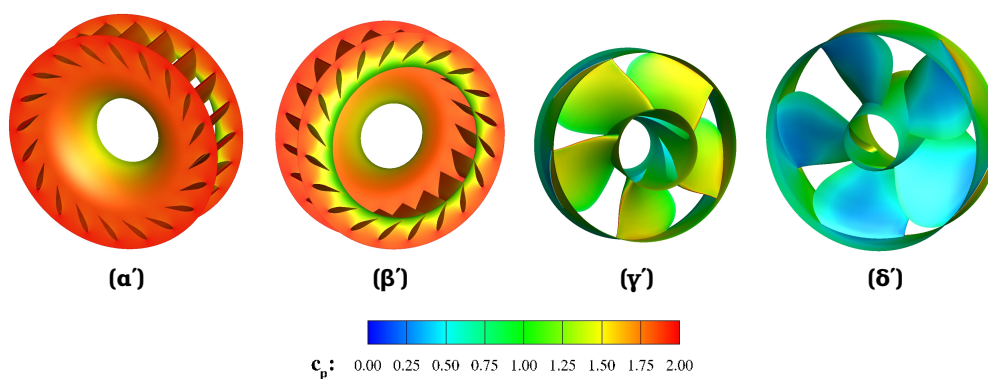
Το πλέγμα αποτελείται από δύο επιμέρους πλέγματα. Αυτό γύρω από ένα οδηγό πτερύγιο, αποτελούμενο από $\sim 6 \times 10^5$ κόμβους και $\sim 5.8 \times 10^5$ εξάεδρα, και αυτό γύρω από ένα πτερύγιο του δρομέα, αποτελούμενο από $\sim 4.5 \times 10^5$ κόμβους και $\sim 4.3 \times 10^5$ εξάεδρα. Χρησιμοποιείται το λογισμικό PUMA που αναπτύχθηκε στη διατριβή για την επίλυση του πεδίου ροής μέσα στον υδροστροβίλο. Πριν τη βελτιστοποίηση πραγματοποιείται ανάλυση του πεδίου ροής στην αρχική διάταξη και τα αποτελέσματα συγκρίνονται, για λόγους επαλήθευσης, με αυτά που έχουν προκύψει από άλλο εμπορικό λογισμικό ΥΡΔ σε ανάλυση που πραγματοποίησε η κατασκευάστρια εταιρεία (Σχ. 7.2 και 7.3).

7.2 Παραμετροποίηση Γεωμετρίας με το λογισμικό GMTurbo

Η βελτιστοποίηση της διάταξη πραγματοποιείται με το λογισμικό EA EASY, ενώ για την παραμετροποίηση της γεωμετρίας επιστρατεύεται το λογισμικό GMTurbo. Προκειμένου να εξαχθούν οι τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού, ακολουθείται μία διαδικασία αντίστροφου σχεδιασμού, για την οποία λεπτομέρειες μπορούν να βρεθούν στο κυρίως κείμενο. Η ποιότητα αναπαραγωγής της γεωμετρίας ελέγχεται με σύγκριση των τιμών γεωμετρικών και ολοκληρωματικών μεγεθών. Ως προς τα γεωμετρικά μεγέθη, το σφάλμα της γεωμετρίας φράσσεται στο 1% για τα οδηγά πτερύγια και στο 0.2% για τη μορφή του δρομέα. Και στις δύο περιπτώσεις το σφάλμα αδιαστατοποιείται με το μήκος χορδής του αντίστοιχου πτερυγίου στο μέσο ύψος του. Η σύγκριση

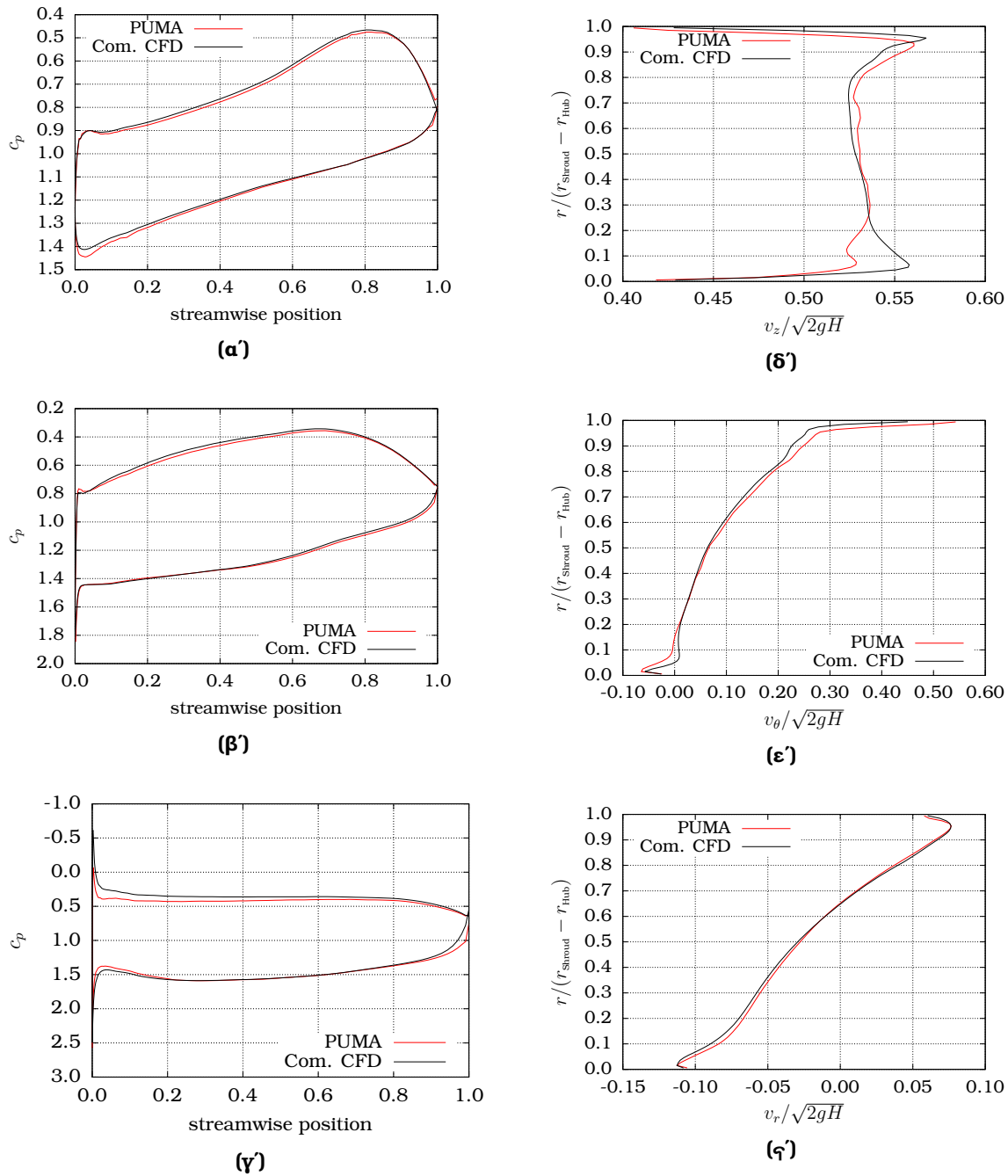


Σχήμα 7.1: Υδροστροβίλος Τύπου Προπέλας: (α') 3Δ γεωμετρία της διάταξης του υδροστροβίλου Τα 20 οδηγά πτερύγια και τα 5 πτερύγια του δρομέα παρουσιάζονται με χρυσό χρώμα. Οι επιφάνειες της πλήμνης και του κελύφους με γκρι. Το ακτινικό διάκενο δε μοντελοποιείται. (β') Μεσημβρινή τομή της διάταξης. Τα οδηγά πτερύγια παρουσιάζονται με κόκκινο ενώ ο δρομέας με πράσινο. Η μαύρη και γκρι γραμμή αντιστοιχούν στις γενέτειρες της πλήμνης και του κελύφους, αντίστοιχα. Η θέση της διεπιφάνειας ανάμειξης που χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση της αλληλεπίδρασης της σταθερής με την κινητή πτερύγωση παρουσιάζεται με μωβ. Τα κυανά βέλη δείχνουν την κατεύθυνση της ροής του νερού διαμέσου της μηχανής.



Σχήμα 7.2: Υδροστροβίλος Τύπου Προπέλας: Πεδίο του συντελεστή πίεσης στην πτερύγωση των οδηγών πτερυγίων και του δρομέα. Όψη από την πλευρά (α') της πλήμνης και (β') του κελύφους. Πεδίο συντελεστή πίεσης στην πτερύγωση του δρομέα Όψη από τη πλευρά (γ') υπερπίεσης και (δ) υποπίεσης.

των γεωμετριών ως προς τα ολοκληρωματικές ποσότητες της ροής παρουσιάζεται στον Πίνακα 7.1.



Σχήμα 7.3: Υδροσιρόβιλος Τύπου Προπέλας: Σύγκριση των αποτελεσμάτων από την ανάλυση του πεδίου ροής με το λογισμικό PUMA και άλλο εμπορικό λογισμικό ΥΡΔ (Com. CFD). Κατανομή του συντελεστή πίεσης στο περύγιο του δρομέα στη θέση (α) της πλήμνης, (β) στο μέσο ύψος και (γ) το κέλυφος. Αδιάστατες ακτινικές κατανομές της (δ) αξονικής, (ε) περιφερειακής και (ζ) ακτινικής συνιστώσας της απόλυτης ταχύτητας στην έξοδο του δρομέα. Η σύγκριση των κατανομών που προκύπτουν από τα δύο λογισμικά κρίνεται ικανοποιητική. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί η κατανομή της αξονικής συνιστώσας της ταχύτητας στην περιοχή κοντά στην πλήμνη. Οι διαφορές οφείλονται στη χρήση διαφορετικού μοντέλου τύρβης, καθώς και στην ύπαρξη ακτινικού διακένου κοντά στην πλήμνη των οδηγών περυγίων στην ανάλυση με το εμπορικό λογισμικό.

Error in hydraulic head ϵ_H (%)		
IGV \ Runner	Baseline	Reconstructed
Baseline	0.0000	0.0031
Reconstructed	-0.0272	-0.0240

Error in flow rate ϵ_Q (%)		
IGV \ Runner	Baseline	Reconstructed
Baseline	0.0000	0.0010
Reconstructed	-0.0384	-0.0326

Error in power output ϵ_P (%)		
IGV \ Runner	Baseline	Reconstructed
Baseline	0.0000	0.0146
Reconstructed	-0.1594	-0.1312

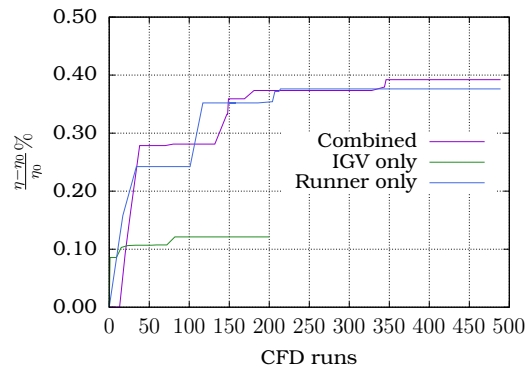
Error in efficiency ϵ_η (%)		
IGV \ Runner	Baseline	Reconstructed
Baseline	0.0000	0.0106
Reconstructed	-0.0938	-0.0751

Πίνακας 7.1: Υδροστροβίλος Τύπου Προπέλλας: Επίδραση της ποιότητας αναπαραγωγής της γεωμετρίας του υδροστροβίλου στο υπολογιζόμενο υδραυλικό ύψος, την παροχή μάζας, την παραγόμενη ισχύ και το βαθμό απόδοσης. Για όλα τα μεγέθη, η τιμή που προκύπτει από την ανάλυση της αρχικής γεωμετρίας (όχι της ανασκευασμένης) χρησιμοποιείται ως τιμή αναφοράς.

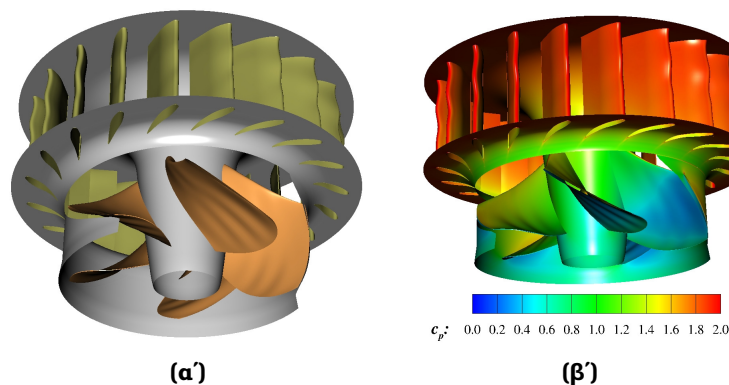
7.3 Βελτιστοποίηση με Χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων

Για τη βελτιστοποίηση επιλέγονται 30 μεταβλητές σχεδιασμού για τον έλεγχο της μορφής του περυγίου του δρομέα και 32 για τη μορφή των οδηγών περυγίων. Οι μεταβλητές αυτές ελέγχουν τη μεσημβρινή προβολή των ακμών προσβολής και εκφυγής των περυγίων, καθώς και τις γωνίες μετάλλου. Πραγματοποιούνται τρεις βελτιστοποιήσεις. Στην πρώτη, βελτιστοποιείται η γεωμετρία των οδηγών περυγίων (32 μεταβλητές) κρατώντας «παγωμένη» τη γεωμετρία του δρομέα. Στη δεύτερη, βελτιστοποιείται η γεωμετρία του δρομέα (30 μεταβλητές) χρησιμοποιώντας την αρχική γεωμετρία των οδηγών περυγίων. Ενώ, στην τρίτη, πραγματοποιείται συνδυασμένη βελτιστοποίηση και των δύο περυγώσεων (62 μεταβλητές). Και για τις τρεις βελτιστοποιήσεις χρησιμοποιείται ένας (10, 20) ΕΑ υποβοηθούμενος από μεταπρότυπα. Ως μεταπρότυπα χρησιμοποιούνται δίκτυα συναρτήσεων ακτινικής βάσης (Radial Basis Function Networks, RBFs). Η σύγκλιση των τριών βελτιστοποιήσεων παρουσιάζεται

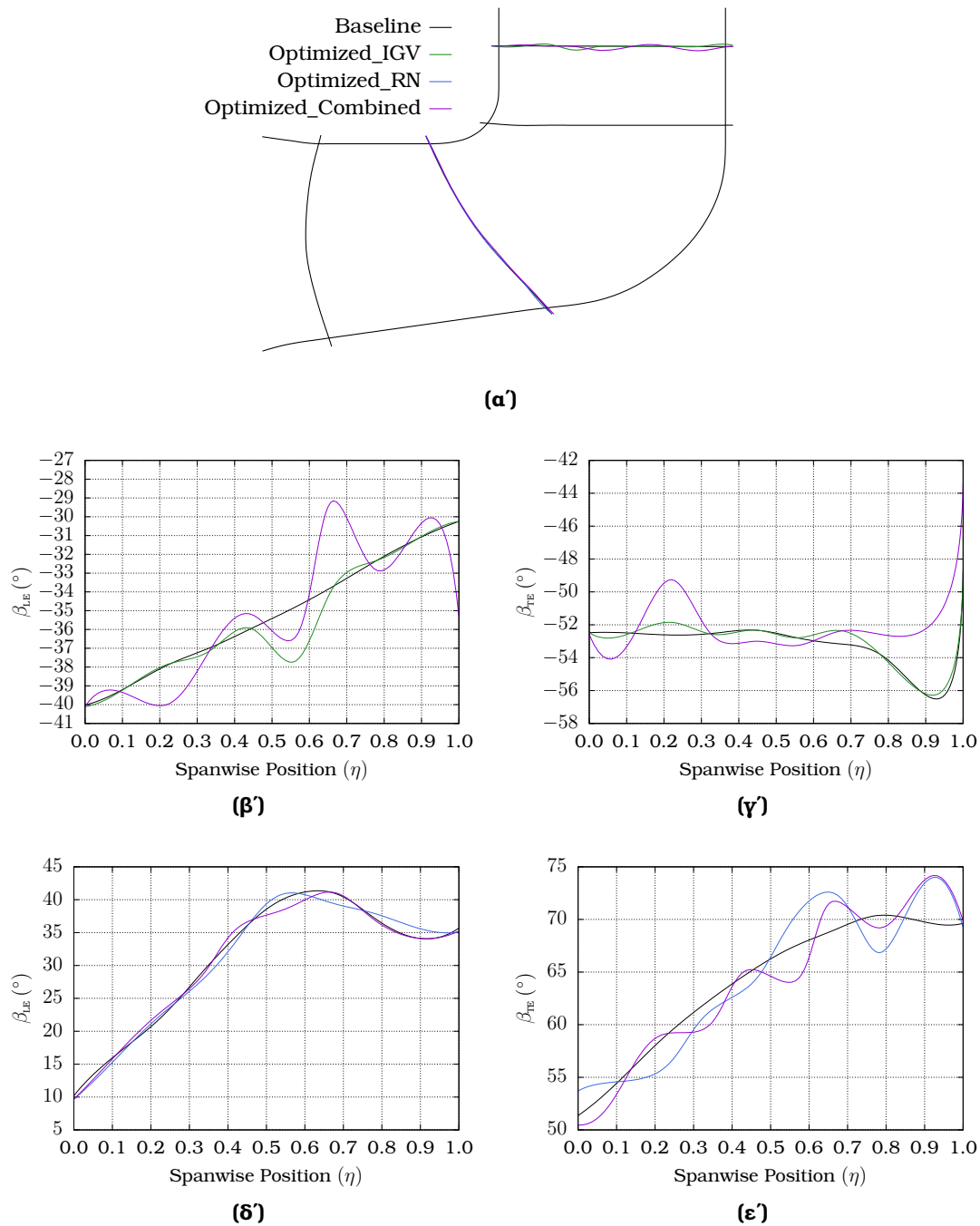
στο Σχ. 7.4, ενώ τα αποτελέσματα στα Σχ. 7.5 και 7.6.



Σχήμα 7.4: Υδροστρόβιλος Τύπου Προπέλας: Σύγκλιση των τριών βελτιστοποιήσεων. Φαίνεται ότι η συνδυασμένη βελτιστοποίηση των οδηγών πτερυγίων και του δρομέα οδηγεί σε λύση με καλύτερο βαθμό απόδοσης απ' ότι οι βελτιστοποιήσεις που χειρίζονται μία μόνο πτερύγωση. Η βελτιστοποίηση στη οποία μεταβάλλονται μόνο τα οδηγά πτερύγια (πράσινη γραμμή) τερματίστηκε όταν η βελτίωση στο βαθμό απόδοσης χωρίς αλλαγή της γεωμετρίας του δρομέα ήταν ελάχιστη. Η βελτιστοποίηση στην οποία μεταβάλλεται μόνο η γεωμετρία του δρομέα (μπλέ γραμμή) δεν μπόρεσε να βελτιώσει την λύση της για το δεύτερο μισό της όλης διαδικασίας (μετά από 250 αξιολογήσεις με το λογισμικό ΥΡΔ). Η συνδυασμένη βελτιστοποίηση (μωβ γραμμή), παρότι καθυστερεί περισσότερο στην εύρεση λύσης συγκρίσιμης με αυτήν που προκύπτει από τη δεύτερη περίπτωση (μπλε γραμμή), τελικά εντοπίζει λύση η οποία υπερτερεί.



Σχήμα 7.5: Υδροστρόβιλος Τύπου Προπέλας: (α) Η 3D γεωμετρία που προκύπτει από τη συνδυασμένη βελτιστοποίηση. Το μεγάλο πλήθος σημείων ελέγχου που χρησιμοποιούνται για τον ορισμό των γωνιών μετάλλου καθ' ύψος των πτερυγίων επιτρέπει τη δημιουργία κυματοειδών μορφών κατά τη βελτιστοποίηση. (β) Πεδίο του συντελεστή πίεσης πάνω στις στερεές επιφάνειες του βελτιστοποιημένου υδροστρόβιλου.



Σχήμα 7.6: Υδροστρόβιλος Τύπου Προπέλας: Σύγκριση των μεταβλητών σχεδιασμού που προκύπτουν από τις τρεις βελτιστοποιήσεις. Ο ίδιος χρωματικός κώδικας χρησιμοποιείται σε όλα τα σχήματα, όπου η αρχική γεωμετρία εμφανίζεται με μαύρες καμπύλες, η γεωμετρία από τη βελτιστοποίηση μόνο των οδηγών πτερυγίων με πράσινες, η γεωμετρία από τη βελτιστοποίηση μόνο του δρομέα με μπλε και, τέλος, η συνδυασμένη βελτιστοποίηση και των δύο πτερυγώσεων με μωβ. (α) Σύγκριση της μεσημβρινής τομής της γεωμετρίας. Σύγκριση καθ' ύψος κατανομών της γωνίας (β) β_{LE} των οδηγών πτερυγίων, (γ) β_{TE} των οδηγών πτερυγίων, (δ) β_{LE} του δρομέα και (ε) β_{TE} του δρομέα.

Κεφάλαιο 8

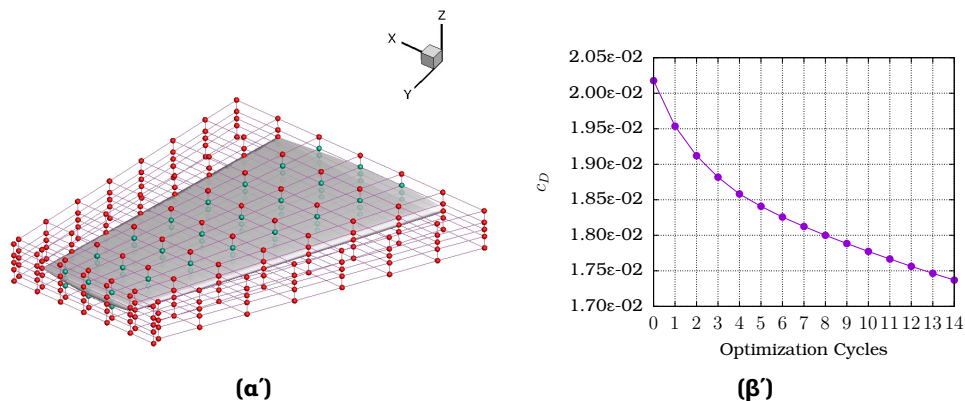
Βελτιστοποίηση Μορφής με χρήση της Συζυγούς Τεχνικής

Στο κεφάλαιο αυτό, χρησιμοποιείται η συζυγής τεχνική που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3 για τη βελτιστοποίηση μορφής διατάξεων εξωτερικής αεροδυναμικής και στροβιλομηχανών με τη βοήθεια της μεθόδου παραμετροποίησης ογκομετρικών NURBS που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 6. Το σύνολο των περιπτώσεων βελτιστοποίησης περιέχεται στο κυρίως κείμενο ενώ εδώ παρουσιάζονται, ενδεικτικά, μονάχα δύο από αυτές.

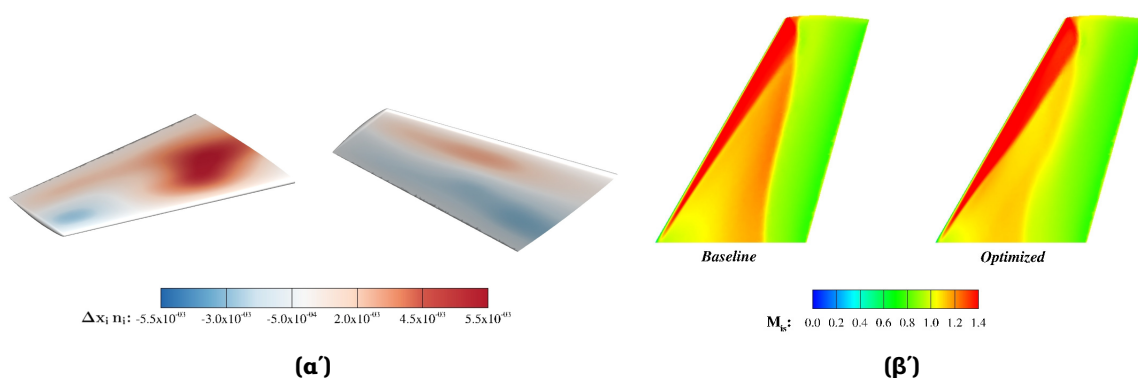
8.1 Μείωση Οπισθέλκουσας σε Διηχητική Πτέρυγα

Η εφαρμογή αυτή αφορά στη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας της διηχητικής πτέρυγας ONERA M6. Η ροή είναι τυρβώδης και χρησιμοποιείται το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras. Χρησιμοποιείται ένα υβριδικό πλέγμα χρησιμοποιείται για την επίλυση του πεδίου ροής, καθώς και του συζυγούς προβλήματος. Η πτέρυγα και το περιβάλλον υπολογιστικό πλέγμα παραμετροποιούνται με ένα όγκο NURBS, 2^{ου} βαθμού σε κάθε παραμετρική διεύθυνση, που ορίζεται από ένα πλέγμα $7 \times 9 \times 5$ σημείων ελέγχου (Σχ. 8.1α)

Κάθε κύκλος βελτιστοποίησης διαρκεί συνολικά ~ 70 min σε μία κάρτα γραφικών NVIDIA Tesla K40. Από αυτόν τον χρόνο, τα ~ 38 min δαπανώνται για την επίλυση του πεδίου ροής, τα ~ 30 min για την επίλυση του συζυγούς πεδίου και τα εναπομείναντα ~ 2 min για τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας και την παραμόρφωση της πτέρυγας και του υπολογιστικού πλέγματος. Η πορεία της βελτιστοποίησης παρουσιάζεται στο Σχ. 8.1β. Τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης παρουσιάζονται στο Σχ. 8.2.



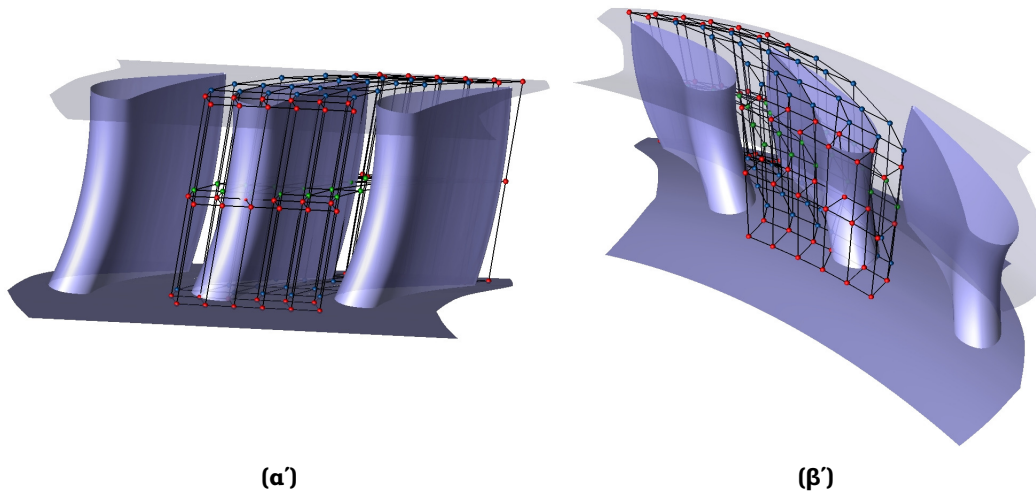
Σχήμα 8.1: Βελτιστοποίηση Διχητικής Πτέρυγας: (α) Όγκος NURBS που δημιουργείται γύρω από την πτέρυγα για τον έλεγχο της γεωμετρίας κατά τη βελτιστοποίηση, για την παραμόρφωση του πλέγματος γύρω από την πτέρυγα. Τα κόκκινα σημεία ελέγχου παραμένουν ακίνητα ώστε να διατηρηθεί η συνέχεια του τμήματος του πλέγματος που παραμορφώνεται με αυτό που παραμένει αμετάβλητο. Τα πράσινα σημεία επιτρέπεται να κινηθούν κατά τη z -κατεύθυνση κατά τη βελτιστοποίηση. (β) Πορεία της βελτιστοποίησης. Επιτυγχάνεται μείωση της οπισθέλκουσας κατά περίπου 30 μονάδες (drag counts). Η βελτιστοποίηση διήρκεσε συνολικά 17 h και 30 min σε μία κάρτα γραφικών NVIDIA Tesla K40 GPU.



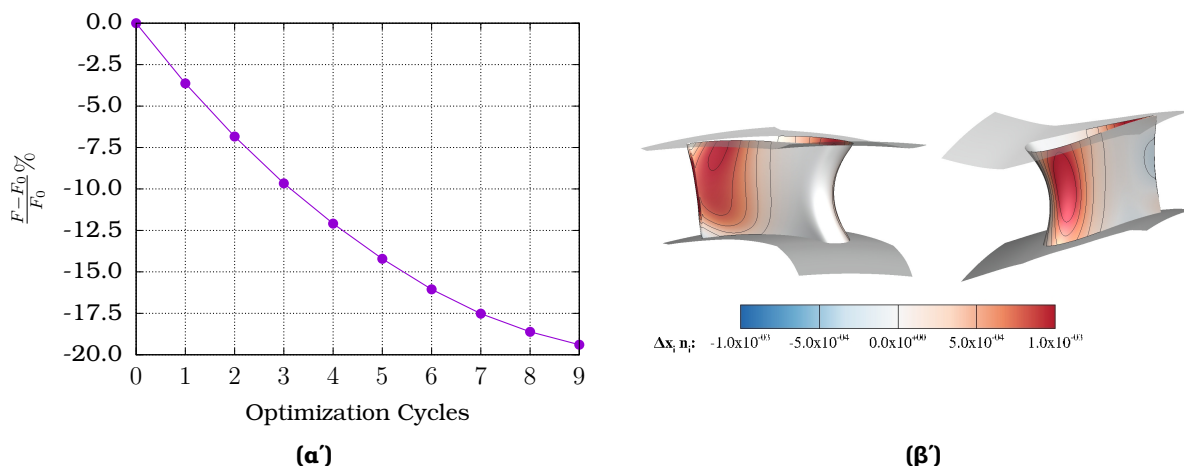
Σχήμα 8.2: Βελτιστοποίηση Διχητικής Πτέρυγας: (α) Πεδίο της κάθετης μετατόπισης στην πλευρά υποπίεσης (αριστερά) και υπερπίεσης (δεξιά) πάνω στη βελτιστοποιημένη πτέρυγα. Θετικές τιμές αντιστοιχούν σε μετατόπιση της γεωμετρίας προς το στερεό, ενώ το αντίθετο ισχύει για τις αρνητικές τιμές. (β) Σύγκριση του πεδίου του ισοτροπικού αριθμού Mach στην πλευρά υποπίεσης της αρχικής και βελτιστοποιημένης πτέρυγας. Παρατηρείται η μείωση της έντασης του κρουστικού κύματος στη βελτιστοποιημένη γεωμετρία.

8.2 Ελαχιστοποίηση Απωλειών Ολικής Πίεσης σε Σταθερή Πτερύγωση Στροβίλου

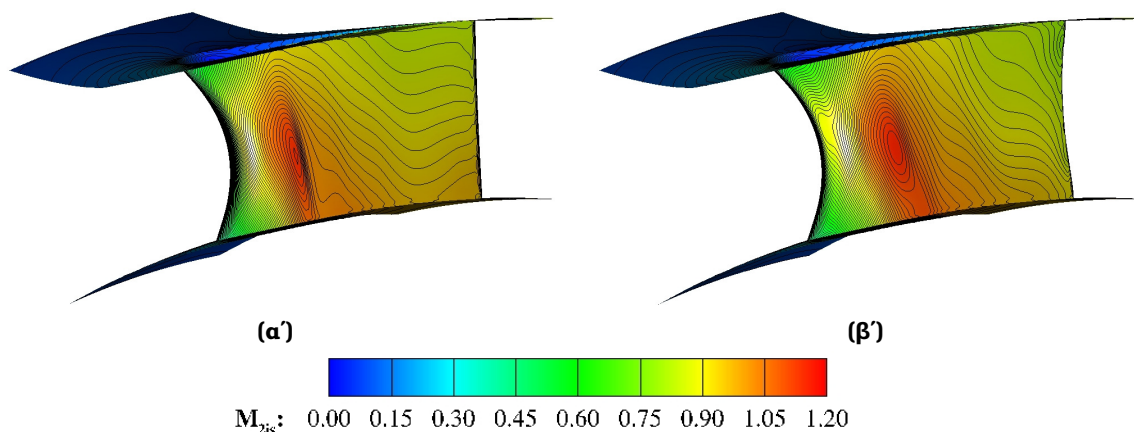
Σε αυτήν την εφαρμογή, επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση των απωλειών ολικής πίεσης μεταξύ εισόδου και εξόδου της ροής σε σταθερή πτερύγωση στροβίλου υψηλής πίεσης. Για την παραμετροποίηση του πτερυγίου και τον έλεγχο του υπολογιστικού πλέγματος της πτερύγωσης κατά τη βελτιστοποίηση χρησιμοποιείται ένας όγκος NURBS που αποτελείται από $8 \times 6 \times 3$ σημεία ελέγχου και ορίζεται στο ενδιάμεσο σύστημα συντεταγμένων (ξ, θ, η) (Σχ. 8.3). Η πορεία της βελτιστοποίησης και μερικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ. 8.4 έως 8.4.



Σχήμα 8.3: Βελτιστοποίηση Σταθερής Πτερύγωσης Στροβίλου: (α) Όγκος NURBS όπως ορίζεται στο ενδιάμεσο σύστημα συντεταγμένων. Τα πράσινα σημεία ελέγχου είναι ελεύθερα να κινηθούν σε όλες της διευθύνσεις (κατά τη ροή, περιφερειακά και καθ' ύψος). Τα κόκκινα σημεία παραμένουν ακίνητα για εξασφαλιστεί συνέχεια με το απαραμόρφωτο μέρος του πλέγματος (εκτός του όγκου NURBS). Η κίνηση των μπλε σημείων ελέγχου κατά την καθ' ύψος διεύθυνση περιορίζεται, επιβάλλοντας με τον τρόπο αυτόν την ολίσθηση των σημείων του πλέγματος στην πλήμνη και το κέλυφος πάνω στις αντίστοιχες επιφάνειες. Η περιοδικότητα της κίνησης του πλέγματος και της γεωμετρίας επιβάλλεται με τη μέθοδο του Κεφαλαίου 6. (β) Ο ίδιος όγκος NURBS απεικονισμένος στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Τα ευθύγραμμα τμήματα που ενώνουν τα σημεία ελέγχου δεν είναι πραγματικές γραμμές, καθώς ορίζονται μόνο στο ενδιάμεσο σύστημα συντεταγμένων.



Σχήμα 8.4: Βελτιστοποίηση Σταθερής Πτερυγώσης Στροβίλου: (α) Πορεία της βελτιστοποίησης. Ύστερα από 10 κύκλους βελτιστοποίησης η συνάρτηση στόχος (απώλειες ολικής πίεσης μεταξύ εισόδου και εξόδου) έχει μειωθεί κατά $\sim 20\%$ σε σχέση με την αρχική τιμή. (β) Πεδίο κάθετης μετατόπισης πάνω στα στερεά όρια της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας. Η μεγαλύτερη αλλαγή στη γεωμετρία λαμβάνει χώρα στο σημείο μέγιστης καμπυλότητας του πτερυγίου στην πλευρά υποπίεσης. Κόκκινο χρώμα αντιστοιχεί σε κίνηση προς το στερεό, ενώ το μπλε χρώμα αντιστοιχεί σε κίνηση στην αντίθετη διεύθυνση. Παρατηρείται, επιπλέον, η ολίσθηση του υπολογιστικού πλέγματος στις επιφάνειες της πλήμνης και του κελύφους (μηδενική κάθετη μετατόπιση).



Σχήμα 8.5: Βελτιστοποίηση Σταθερής Πτερυγώσης Στροβίλου: Πεδίο ισοτροπικού αριθμού Mach στην πλευρά υποπίεσης της (α) αρχικής και (β) βελτιστοποιημένης γεωμετρίας. Το ασθενές κρουστικό κύμα που εμφανίζεται στην αρχική γεωμετρία έχει, πρακτικά, εξαφανιστεί στη βελτιστοποιημένη, συντελώντας με τον τρόπο αυτό στην ελαχιστοποίηση των απωλειών ολικής πίεσης.

Κεφάλαιο 9

Επίλογος

9.1 Σύνοψη-Συμπεράσματα

Στόχος της διατριβής ήταν η ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου σχήματος για την αεροδυναμική βελτιστοποίηση μορφής με έμφαση σε περυγώσεις στροβιλομηχανών. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκε/επεκτάθηκε το λογισμικό ΥΡΔ PUMA για συμπιεστές και ασυμπίεστες ροές με τη δυνατότητα εκτέλεσης σε κάρτες γραφικών. Η δυνατότητα αυτή συνέβαλε καθοριστικά στην επιτάχυνση της ρευστοδυναμικής ανάλυσης. Η συνεχής συζυγής μέθοδος αναπτύχθηκε επεκτείνοντας το λογισμικό PUMA επιτρέποντας τη μείωση του κόστους βελτιστοποίησης, όταν χρησιμοποιούνται αιτιοκρατικές μέθοδοι βασισμένες στην κλίση της συνάρτησης-κόστους. Αναπτύχθηκαν μέθοδοι παραμετροποίησης βασισμένες τόσο σε τεχνικές CAD (λογισμικό GM Turbo) όσο και σε τεχνικές ελεύθερης παραμόρφωσης χώρου (Free-Form Deformation). Τα εργαλεία που αναπτύχθηκαν συνδυάστηκαν σε ένα εύρος εφαρμογών βελτιστοποίησης (εξωτερικής αεροδυναμικής και στροβιλομηχανών) τόσο με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων όσο και της συζυγούς μεθόδου.

9.2 Στοιχεία Πρωτοτυπίας

- Πραγματοποιήθηκε για πρώτη φορά η επέκταση της μεθόδου της Τεχνητής Συμπιεστότητας στην επίλυση των εξισώσεων που διέπουν το συνεχές συζυγές πρόβλημα (Artificial Compressibility to Adjoint). Μία εναλλακτική διατύπωση είχε παρουσιαστεί στη διατριβή [43], όπου η συζυγής διατύπωση πραγματοποιούνταν πάνω στις τροποποιημένες από τη μέθοδο της Τεχνητής Συμπιεστότητας εξισώσεις ροής (Adjoint to Artificial Compressibility).
- Η FI προσέγγιση για τυρβώδεις συμπιεστές ροές χρησιμοποιώντας τη συνεχή συζυγή τεχνική παρουσιάζεται για πρώτη φορά.
- Το λογισμικό PUMA αποτελεί τον μοναδικό κώδικα (τουλάχιστον εξ όσων γνωρίζει ο συγγραφέας) που υλοποιεί τη συνεχή συζυγή τεχνική στις εξισώσεις Navier-Stokes σε κάρτες γραφικών.
- Η επέκταση της μεθόδου των ογκομετρικών NURBS για την παραμόρφωση τόσο της γεωμετρίας όσο και του υπολογιστικού πλέγματος σε περιπτώσεις στροβιλομηχανών, με χρήση ενδιάμεσου μετασχηματισμού συντεταγμένων, αποτελεί μία ακόμη πρωτοτυπία.

Δημοσιεύσεις

- D. Kapsoulis, K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. Evolutionary Multi-Objective Optimization Assisted by Metamodels, Kernel PCA and Multi-Criteria Decision Making Techniques with Applications in Aerodynamics. *Applied Soft Computing*, 64:1-13, 2018.
- D. Kapsoulis, K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. PCA-Assisted Hybrid Algorithm Combining EAs and Adjoint Methods for CFD-based Optimization. *Applied Soft Computing*, 73:520-529, 2018.
- K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. Design- Optimization of a Compressor Blading on a GPU Cluster. In *EUROGEN 2013, 10th International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems*, Las Palmas de Gran Canaria, Spain, October 7-9, 2013. (Chapter in book)
- X. Trompoukis, K. Tsiakas, M. Ghavami Nejad, V. Asouti, and K. Giannakoglou. The Continuous Adjoint Method on Graphics Processing Units for Compressible Flows. In *OPT-i, International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization*, Kos Island, Greece, June 4-6, 2014.
- K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. Shape Optimization Using the Continuous Adjoint Method and Volumetric NURBS on a Many GPU System. In *8th GRACM International Congress on Computational Mechanics*, Volos, Greece, July 12-15, 2015
- K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. Shape Optimization of Wind Turbine Blades using the Continuous Adjoint Method and Volumetric NURBS on a GPU Cluster. In *EUROGEN 2015, 11th International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems*, Glasgow, UK, September 14-16, 2015. (Chapter in book)
- K. Tsiakas, F. Gagliardi, X. Trompoukis, and K. Giannakoglou. Shape Optimization of Turbomachinery Rows using a Parametric Blade Modeller and the Continuous Adjoint Method running on GPUS. In *ECCOMAS Congress 2016, VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Crete island, Greece, June 5-10, 2016.
- D. Kapsoulis, K. Tsiakas, V. Asouti, and K. Giannakoglou. The use of Kernel PCA in Evolutionary Optimization for Computationally Demanding Engineering Applications. In *2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (IEEE SSCI 2016)*, Athens, Greece, December 6-9, 2016.
- F. Gagliardi, K. Tsiakas, and K. Giannakoglou. A Two-Step Mesh Adaptation Tool Based on RBF with Application to Turbomachinery Optimization Loops. In *EUROGEN 2017, International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems*, Madrid, Spain, September 13-15, 2017. (Chapter in book)

Βιβλιογραφία

- [1] W. Anderson, J. Newmann, D. Whitfield, and E. Nielsen. Sensitivity Analysis for Navier-Stokes Equations on Unstructured Meshes using Complex Variables. *AIAA Journal*, 39(1):56–63, 2001.
- [2] L. Armijo. Minimization of Functions having Lipschitz Continuous First Partial Derivatives. *Pacific Journal of Mathematics*, 16(1):1–3, 1966.
- [3] V.G. Asouti. *Aerodynamic analysis and design methods at high and low speed flows, on multiprocessor platforms*. PhD thesis, National Technical University of Athens, 2009.
- [4] V.G. Asouti, X.S. Trompoukis, I.C. Kampolis, and K.C. Giannakoglou. Unsteady CFD computations using vertex-centered finite volumes for unstructured grids on Graphics Processing Units. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 67(2):232–246, 2011.
- [5] V.G. Asouti, A.S. Zymaris, D.I. Papadimitriou, and K.C. Giannakoglou. Continuous and discrete adjoint approaches for aerodynamic shape optimization with low Mach number preconditioning. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 57(10):1485–1504, 2008.
- [6] A. Barr. Global and Local Deformations of Solid Primitives. In *Proceedings of the 11th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '84, pages 21–30, New York, NY, USA, 1984.
- [7] T. Barth and C. Jespersen. The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes. *AIAA paper*, 0366, 02 1989.
- [8] O. Baysal and M. Eleshaky. Aerodynamic Sensitivity Analysis Methods for the Compressible Euler Equations. *Journal of Fluids Engineering*, 113(4):681–688, 1991.
- [9] HG. Beyer and HP Schwefel. Evolution strategies { a comprehensive introduction. *Natural Computing*, 1(1):3–52, 2002.
- [10] JF. Bonnans, JC. Gilbert, C. Lemaréchal, and C. Sagastizábal. *Numerical Optimization, Theoretical and Practical Aspects*. Springer, Berlin, Heidelberg, Germany, 2006.
- [11] T. Brandvik and G. Pullan. Acceleration of a 3D Euler Solver Using Commodity Graphics Hardware. In *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, USA, 7 January–10 January, 2008.
- [12] R. Byrd, HF. Khalfan, and R. Schnabel. Analysis of a Symmetric Rank-One Trust Region Method. *SIAM Journal on Optimization*, 6(4):1025–1039, 1996.
- [13] R. Byrd, P. Lu, J. Nocedal, and C. Zhu. A Limited Memory Algorithm for Bound Constrained Optimization. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 16(5):1190–1208, 1995.
- [14] A. Chorin. A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow

- Problems. *Journal of Computational Physics*, 2(1):12 – 26, 1967.
- [15] S. Coquillart. Extended Free-form Deformation: A Sculpturing Tool for 3D Geometric Modeling. In *Proceedings of the 17th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '90, pages 187–196, Dallas, TX, USA, 1990.
- [16] R. Corral, F. Gisbert, and J. Pueblas. Execution of a Parallel Edge-Based Navier-Stokes Solver on Commodity Graphics Processor Units. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 31(2):93–108, 2017.
- [17] J. Crosby. *Computer Simulation in Genetics*. John Wiley & Sons, London, UK, 1973.
- [18] Charles Darwin. *On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favored Races in the Struggle for Life*. Murray, London, UK, 1859.
- [19] H. Elbanna and L. Carlson. Determination of Aerodynamic Sensitivity Coefficients in the Transonic and Supersonic Regimes. In *27th Aerospace Sciences Meeting*, Reno, NV, USA, 9 January - 12 January 1989.
- [20] E. Elsen, P. LeGresley, and E. Darve. Large Calculation of the Flow over a Hypersonic Vehicle using a GPU. *Journal of Computational Physics*, 227(24):10148 – 10161, 2008.
- [21] G. Farin. *Curves and Surfaces for CAD*. Morgan Kaufmann, 2001.
- [22] R. Fletcher. *Practical Methods of Optimization; (2nd Ed.)*. New York, NY, USA.
- [23] N. Foster and G. Dulikravich. Three-Dimensional Aerodynamic Shape Optimization Using Genetic and Gradient Search Algorithms.
- [24] A. Fraser and D. Burnell. *Computer Models in Genetics*. McGraw-Hill, New York, USA, 1970.
- [25] F. Gagliardi, K. Tsiakas, and K. Giannakoglou. A Two-Step Mesh Adaptation Tool Based on RBF with Application to Turbomachinery Optimization Loops. In *EUROGEN 2017, International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems*, Madrid, Spain, September 13–September 15, 2017.
- [26] F. Gisbert, R. Corral, and J. Pueblas. Computation of Turbomachinery Flows with a Parallel Unstructured Mesh Navier-Stokes Equations Solver on GPUs. In *21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, San Diego, CA, USA, 24 June–27 June, 2013.
- [27] J. Gräsel, A. Keskin, M. Swoboda, H. Przewozny, and A. Saxer. A Full Parametric Model for Turbomachinery Blade Desing and Optimisation. In *ASME 2004 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Salt Lake City, Utah, USA, September 28 - October 2 2004.
- [28] T. Hagen, K-A. Lie, and J. Natvig. Solving the Euler Equations on Graphics Processing Units. In *Computational Science - ICCS 2006*, pages 220–227.

- Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [29] W. Hsu, J. Hughes, and H. Kaufman. Direct Manipulation of Free-form Deformations. In *Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '92, New York, NY, USA, 1992.
- [30] P. Miller IV, J. Oliver, D. Miller, and D. Tweedt. BladeCAD: An Interactive Geometric Design Tool for Turbomachinery Blades. In *ASME 1996 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition*, Birmingham, UK, June 10 - June 13 1996.
- [31] A. Jameson. Aerodynamic Design via Control Theory. *Journal of Scientific Computing*, 3(3):233–260, 1988.
- [32] A. Jameson and J. Reuther. Control Theory based Airfoil Design using the Euler Equations. In *5th Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, Panama City Beach, FL, USA, 7 September - 9 September 1994.
- [33] I.C. Kampsolis, X.S. Trompoukis, V.G Asouti, and K.C. Giannakoglou. CFD-based analysis and two-level aerodynamic optimization on graphics processing units. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(9-12):712–722, 2009.
- [34] D. Kapsoulis, K. Tsiakas, V. Asouti, and K. Giannakoglou. The use of Kernel PCA in Evolutionary Optimization for Computationally Demanding Engineering Applications. In *2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (IEEE SSCI 2016)*, Athens, Greece, December 6–December 9, 2016.
- [35] D. Kapsoulis, K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. PCA-Assisted Hybrid Algorithm Combining EAs and Adjoint Methods for CFD-based Optimization. *Applied Soft Computing*, 73:520–529, 2018.
- [36] I. Kavvadias, E. Papoutsis-Kiachagias, G. Dimitrakopoulos, and K. Giannakoglou. The Continuous Adjoint Approach to the $k-\omega$ SST Turbulence Model with Applications in Shape Optimization. *Engineering Optimization*, 47(11):1523–1542, 2015.
- [37] I. Kavvadias, E. Papoutsis-Kiachagias, and K. Giannakoglou. On the Proper Treatment of Grid Sensitivities in Continuous Adjoint Methods for Shape Optimization. *Journal of Computational Physics*, 301:1–18, 2015.
- [38] I.S. Kavvadias. *Continuous adjoint methods for steady and unsteady turbulent flows with emphasis on the accuracy of sensitivity derivatives*. PhD thesis, National Technical University of Athens, 2016.
- [39] J. Kennedy and R. Eberhart. Particle Swarm Optimization. In *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, volume 4, 1995.
- [40] G. Kenway and J. Martins. Aerostructural Shape Optimization of Wind Turbine Blades Considering Site-Specific Winds. In *12th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Victoria, British Columbia, Canada, September 10 - September 12 2008.
- [41] S. Kirkpatrick, C. Gelatt Jr., and M. Vecchi. Optimization by Simulated

- Annealing. *Science*, 220(4598):671–880, 1983.
- [42] G. Koini, S. Sarakinos, and I. Nikolos. A Software Tool for Parametric Design of Turbomachinery Blades. *Advances in Engineering Software*, 40:41–51, 2009.
- [43] E.A. Kontoleonos. *Designing Thermo-Fluid Systems using Gradient-based Optimization Methods and Evolutionary Algorithms*. PhD thesis, National Technical University of Athens, 2012.
- [44] M. Lesoinne and C. Farhat. Geometric Conservation Laws for Flow Problems with Moving Boundaries and Deformable meshes, and their Impact on Aeroelastic Computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 134:71–90, 07 1996.
- [45] J. Lions. *Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations*. Springer-Verlag, New York, NY, USA, 1971.
- [46] M. Martin, E. Andres, C. Lozano, and E. Valero. Volumetric B-Splines shape parameterization for aerodynamic shape design. *Aerospace Science and Technology*, 37:26–36, 2014.
- [47] J. Martins, P. Sturdza, and J. Alonso. The Complex-step Derivative Approximation. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 29(3):245–262, 2003.
- [48] Z. Michalewicz. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Germany, 1996.
- [49] Z. Michalewicz. *How to Solve It: Modern Heuristics, 2nd Edition*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [50] A. Milli and S. Shahpar. PADRAM: Parametric Design and Rapid Meshing System for Complex Turbomachinery Configurations.
- [51] J. Nocedal and S. Wright. *Numerical Optimization*. Springer-Verlag, New York, NY, USA, 2006.
- [52] G. Papadakis, S. Voutsinas, G. Sieros, and T. Chaviaropoulos. CFD Aerodynamic Analysis of Non-Conventional Airfoil Sections for Very Large Rotor Blades. *Journal of Physics: Conference Series*, 555(1):012104, 2014.
- [53] D.I. Papadimitriou and K.C. Giannakoglou. Total pressure loss minimization in turbomachinery cascades using a new continuous adjoint formulation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 221(6):865–872, 2007.
- [54] E. Papoutsis-Kiachagias and K. Giannakoglou. Continuous Adjoint Methods for Turbulent Flows, Applied to Shape and Topology Optimization: Industrial Applications. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 23(2):255–299, 2016.
- [55] E. Papoutsis-Kiachagias, A. Zymaris, I. Kavvadias, D. Papadimitriou, and K. Giannakoglou. The Continuous Adjoint Approach to the $k-\epsilon$ Turbulence Model for Shape Optimization and Optimal Active Control of Turbulent Flows. *Engineering Optimization*, 47(3):370–389, 2015.
- [56] J. Peter and R. Dwight. Numerical Sensitivity Analysis for Aerodynamic Op-

- timization: A Survey of Approaches. *Computers & Fluids*, 39(3):373 – 391, 2010.
- [57] L. Piegl. *Fundamental Developments in Computer Aided Geometric Modelling*. Academic Press Inc, 1993.
- [58] L. Piegl and W. Tiller. *The NURBS book*. Springer, 1997.
- [59] O. Pironneau. Optimal Shape Design for Elliptic Systems. In *System Modeling and Optimization*, pages 42–66, Berlin, Heidelberg, 1982. Springer Berlin Heidelberg.
- [60] J. Reuther and A. Jameson. Control Theory based Airfoil Design for Potential Flow and a Finite Volume Discretization. In *32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, USA, 10 January - 13 January 1994.
- [61] P. Roe. Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2):357 – 372, 1981.
- [62] M. Rossgatterer, B. Jüttler, M. Kapl, and G. Della Vecchia. Medial design of blades for hydroelectric turbines and ship propellers. *Computers & Graphics*, 36:434–44, 2012.
- [63] J. Samareh. Survey of Shape Parameterization Techniques for High-Fidelity Multidisciplinary Shape Optimization. *AIAA Journal*, 39(5):877–884, 2001.
- [64] J. Schepers, L. Pascal, and H. Snel. First Results from Mexnext: Analysis of Detailed Aerodynamic Measurements on a 4.5m Diameter Rotor placed in the Large German Dutch Wind Tunell DNW. In *European Wind Energy Conference, EWEC*, Warsaw, Poland, 20 April–23 April, 2010.
- [65] J. Schepers and H. Snel. MEXICO, Model Experiments in Controlled Conditions. Technical Report ECN-E-07-042, Energy Research Center of the Netherlands, 2007.
- [66] T. Sederberg and S. Parry. Free-form Deformation of Solid Geometric Models. In *Proceedings of the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '86*, pages 151–160, New York, NY, USA, 1986.
- [67] H. Sharp and L. Sirovich. Constructing a Continuous Parameter Range of Computational Flows. *AIAA Journal*, 27(10):1326–1331, 1989.
- [68] K. Siddappaji, M. Turner, and A. Merchant. General Capability of Parametric 3D Blade Design Tool for Turbomachinery. In *ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition*, Copenhagen, Denmark, June 11 - June 15 2012.
- [69] D. Sorensen. Newton's Method with a Model Trust Region Modification. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 19(2):409–426, 1982.
- [70] P. Spalart and S. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *Recherche Aerospaciale*, (1):5–21, 1994.
- [71] J. Spall. *Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control*. John Wiley & Sons Inc., New York, NY, USA, 2003.
- [72] J. Thibault and I. Senocak. CUDA Implementation of a Navier-Stokes Solver

- on Multi-GPU Desktop Platforms for Incompressible Flows. In *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Orlando, FL, USA, 5 January–8 January, 2009.
- [73] X. Trompoukis, K. Tsiakas, M. Ghavami Nejad, V. Asouti, and K. Giannakoglou. The Continuous Adjoint Method on Graphics Processing Units for Compressible Flows. In *OPT-i, International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization*, Kos Island, Greece, June 4–June 6 2014.
- [74] X.S. Trompoukis. *Solving aerodynamic-aeroelastic problems on Graphics Processing Units*. PhD thesis, National Technical University of Athens, 2012.
- [75] K. Tsiakas, F. Gagliardi, X. Trompoukis, and K. Giannakoglou. Shape Optimization of Turbomachinery Rows using a Parametric Blade Modeller and the Continuous Adjoint Method running on GPUS. In *ECCOMAS Congress 2016, VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Crete island, Greece, June 5- June 10, 2016.
- [76] K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. Design-Optimization of a Compressor Blading on a GPU Cluster. In *EUROGEN 2013, 10th International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems*, Las Palmas de Gran Canaria, Spain, October 7–October 9 2013.
- [77] K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. Shape Optimization of Wind Turbine Blades using the Continuous Adjoint Method and Volumetric NURBS on a GPU Cluster. In *EUROGEN 2015, 11th International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems*, Glasgow, UK, September 14–September 16, 2015.
- [78] K. Tsiakas, X. Trompoukis, V. Asouti, and K. Giannakoglou. Shape Optimization Using the Continuous Adjoint Method and Volumetric NURBS on a Many GPU System. In *8th GRACM International Congress on Computational Mechanics*, Volos, Greece, July 12–15, 2015.
- [79] B. van Leer. Flux-Vector Splitting for the Euler Equations. In *Eighth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, pages 507–512, 1982.
- [80] V. Venkatakrishnan. On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions. *AIAA paper*, 31(08), 02 1993.
- [81] W. Yamazaki, K. Matsushima, and K. Nakahashi. Aerodynamic Design Optimization Using the Drag-Decomposition Method. *AIAA Journal*, 46(5):1096–1106, 2008.
- [82] Y-X. Yuan. Recent Advances in Trust Region Algorithms. *Mathematical Programming, Series A and B*, 151(1):249–281.
- [83] T. Zervogiannis. *Optimization methods in aerodynamics and turbomachinery based on the adjoint technique, hybrid grids and the exact Hessian matrix*. PhD thesis, National Technical University of Athens, 2011.

-
- [84] D. Zingg, M. Nemec, and T. Pulliam. A Comparative Evaluation of Genetic and Gradient-Based Algorithms Applied to Aerodynamic Optimization. *European Journal of Computational Mechanics*, 17(1-2):103–126, 2008.
- [85] A.S. Zymaris, D.I. Papadimitriou, K.C. Giannakoglou, and C. Othmer. Continuous adjoint approach to the spalart-allmaras turbulence model for incompressible flows. *Computers & Fluids*, 38(8):1528–1538, 2009.