ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΠΤΩΣΗΣ ΠΟΥ ΕΧΕΙ Η ΑΝΑΡΡΟΦΗΣΗ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ ΣΤΙΣ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΕΠΙΔΟΣΕΙΣ ΑΕΡΟΤΟΜΩΝ

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE EFFETCT FLOW SUCTION HAS ON THE PERFORMANCE OF AIRFOILS

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο-ΕΜΠ

National Technical University of Athens-NTUA

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γανέλης Πολυχρόνης

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Βουτσινάς Σπυρίδων

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική αφορά στη διερεύνηση των αεροδυναμικών επιδόσεων της εφαρμογής αναρρόφησης του οριακού στρώματος στην αεροτομή S809.

Στη διπλωματική αυτή θα εξεταστούν δύο διαφορετικές περιπτώσεις με εφαρμογή διαφορετικών ολικών πιέσεων αναρρόφησης του ρευστού κοντά στην ακμή φυγής της αεροτομής και θα συγκριθούν οι αεροδυναμικές της επιδόσεις με αυτές μιας αεροτομής S809 χωρίς αναρρόφηση.

Η διπλωματική αυτή χωρίζεται σε τρεις ενότητες .

Η πρώτη είναι μία σύντομη αναφορά στη βασική θεωρία που διέπει την επιστήμη της ρευστομηχανικής και της αεροδυναμικής, καθώς και τη μέθοδο της υπολογιστικής ρευστομηχανικής.

Η δεύτερη είναι η ανάλυση και η σύγκριση των επιδόσεων των δύο εφαρμογών αναρρόφησης με την αρχική χωρίς αναρρόφηση.

Η τρίτη αφορά την εξαγωγή τεχνολογικού συμπεράσματος για το αν η συγκεκριμένη μεθοδολογία ενεργητικού ελέγχου της ροής εντέλει εξοικονομεί ενέργεια.

Πριν ξεκινήσω τη διπλωματική μου, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως τους ανθρώπους που με στήριξαν σε αυτή την προσπάθεια. Τους γονείς μου και τον αδερφό μου για τη στήριξη όλο αυτό τον καιρό, τους φίλους μου που έκαναν την καθημερινότητά μου στη σχολή πολύ πιο ευχάριστη, την Τύρβη που μου έμαθε ότι τα μεγαλύτερα μαθήματα διδάσκονται εκτός αμφιθεάτρων, τον Κωσταντίνο Διακάκη που μου μετέδωσε το ενδιαφέρον του για την επιστήμη και μου «έμαθε» να μην κάνω τίποτα μίζερα και να ενθουσιάζομαι με την κάθε δουλειά που αναλαμβάνω και τον κ. Βουτσινά που με εισήγαγε στον κόσμο των ρευστών.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Ιστορική αναδρομή

Η μελέτη της στρωτής ροής μπορεί να ανιχνευθεί αρκετές δεκαετίες πίσω στις αρχές των πρωτοπόρων της αεροναυτικής. Οφέλη όπως το μεγαλύτερο εύρος πτήσης και η υψηλότερη απόδοση έχουν οδηγήσει στην έρευνα για τη δημιουργία στρωτής ροής στις πτέρυγες των αεροσκαφών. Πρόσφατα, η ώθηση για τη μείωση των εκπομπών και η αστάθεια των τιμών των καυσίμων έχουν βοηθήσει στο να τονίσουν τη σπουδαιότητα αυτής της τεχνολογίας. Και οι δύο αυτοί παράγοντες ισοδυναμούν με μείωση της κατανάλωσης καυσίμων κατά τη διάρκεια της πτήσης. Τα δεδομένα των αεροπορικών εταιρειών από το Bureau of Transportation Statistics δείχνουν τη σημασία της κατανάλωσης καυσίμων για την αεροπορική βιομηχανία. Όπως αναφέρεται λεπτομερώς σε έκθεση του Δεκεμβρίου του 2009, το κόστος των καυσίμων αντιπροσωπεύει κατά μέσο όρο σχεδόν το 24 τοις εκατό του συνόλου των λειτουργικών δαπανών για τις επτά μεγάλες εταιρείες που δραστηριοποιούνται στις Ηνωμένες Πολιτείες. Ο αριθμός αυτός αυξάνει σε σχεδόν 32 τοις εκατό για τις αεροπορικές εταιρείες χαμηλού κόστους. Τα ποσοστά αυτά έχουν αυξηθεί σε σχέση με τα επίπεδά τους το 2004 από 17,8 και 20,5 τοις εκατό για τους μεγάλους αερομεταφορείς και τις αεροπορικές εταιρείες χαμηλού κόστους, αντίστοιχα, με το κόστος των καυσίμων να ανέρχεται σε περίπου το ένα τέταρτο του κόστους λειτουργίας για τις μεγάλες αεροπορικές εταιρείες. Η τεχνολογία στρωτής ροής θα μπορούσε να μειώσει σημαντικά το κόστος λειτουργίας.

Ήδη από τις πρώτες δεκαετίες χρήσης της Ρευστομηχανικής στη βιομηχανία, οι ερευνητές προσπάθησαν να βελτιστοποιήσουν τις ροές ρευστών γύρω από αεροδυναμικά σώματα. Οι πρώτες μορφές καθοδήγησης της ροής ήταν παθητικές (passive flow control). Οι προσπάθειες κυρίως επικεντρώθηκαν στη γεωμετρία των σωμάτων (π.χ. ανάπτυξη αεροτομών) ώστε να μορφοποιηθεί το πεδίο ροής και τα αναπτυσσόμενα πεδία πιέσεων και τάσεων. Παραδείγματα αποτελούν οι γεννήτριες δινών (vortex generators), τα σταθερά πτερύγια υποστήριξης (fixed slats) στο χείλος πρόπτωσης πτερύγων, οι φράχτες οριακού στρώματος, τα μικρά πτερύγια (winglets), τα σταθερά πτερύγια καθοδήγησης ροής (flow vanes), οι προεξοχές στο χείλος πρόσπτωσης και οι λωρίδες τραχύτητας. Η αρχή του παθητικού ελέγχου (passive control) συνδέεται με δομές που είναι σταθερές και δεν απαιτούν κατανάλωση εξωτερικής ενέργειας για να βελτιώσουν τη ροή. Απλά στοχεύουν στην παθητική καθοδήγηση της ροής. Οι μέθοδοι αυτές, αν και λειτουργικές, έχουν επίσης ένα όριο, όπως είχε η ροή πριν από αυτές, οπότε σύντομα δημιουργήθηκε αντίστοιχο ενδιαφέρον για περαιτέρω αύξηση της αεροδυναμικής απόδοσης.

Σε απάντηση της πρόκλησης, που μόλις περιγράφηκε, αναπτύχθηκε η ενεργητική έλεγχος της ροής (active flow control). Ο έλεγχος αυτός προϋποθέτει μηχανισμούς και διατάξεις που απαιτούν εξωτερική ενέργεια για να υλοποιηθεί. Τέτοιοι μηχανισμοί είναι τα κινούμενα πτερύγια καμπυλότητας (slats/flaps) των πτέρυγων των αεροσκαφών (Α/Φ), η τοπική εμφύσηση/απορρόφηση του οριακού στρώματος κ.ά. Το μειονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι η απαίτηση ενέργειας εξωτερικής του συστήματος και αυτό μπορεί να αποτελέσει ανασταλτικό παράγοντα στην εφαρμογή τους.

Ενεργητική καθοδήγηση της ροής

Μόλις ένα χρόνο μετά την πρώτη πτήση του ανθρώπου (17 Δεκεμβρίου 1903 – αδελφοί Wilbur & Orville Wright), ο Prandtl (1904) εισήγαγε την έννοια του οριακού στρώματος και πρότεινε την επέμβαση σε αυτό, ώστε να παραμένει επικολλημένο στο στερεό όριο. Στα επόμενα δέκα χρόνια έγινε μικρή πρόοδος σύμφωνα με τον Dryden (1955), αλλά η κούρσα της επικράτησης στους αιθέρες και γενικά στις αεροδυναμικές εφαρμογές ώθησε τις αντίστοιχες προσπάθειες γύρω από τον έλεγχο της ροής (flow control) ώστε να λάβουν διεθνή χαρακτήρα. Οι προσπάθειες που έγιναν έως τη δεκαετία του 1960 περιλαμβάνονται στους δύο τόμους του Lachmann (1961), ο οποίος παρέχει αναλυτικές πληροφορίες όσον αφορά τη θεωρία και τα πειραματικά αποτελέσματα για τις μεθόδους ελέγχου του οριακού στρώματος (boundary layer control, BLC). Είχε καταστεί σαφές ότι η εφαρμογή απορρόφησης του οριακού στρώματος σε διάφορες θέσεις των πτερύγων αεροσκαφών, αλλά και σε άλλες εφαρμογές, θα μπορούσε να επιφέρει σημαντική αύξηση της άνωσης με αντίστοιχη μείωση της αντίστασης. Στην πραγματικότητα, κατασκευάστηκαν πολλά αεροσκάφη, ως πειραματικά για την εφαρμογή και μελέτη των μεθόδων BLC, που επιβεβαίωσαν τη θεωρία, τουλάχιστον ως ένα σημείο. Κάποια από αυτά τα αεροσκάφη έτυχαν και μαζικής παραγωγής, όπως το μαχητικό F-104 της Lockheed (παραγωγή από το 1955 έως το 1983) και τα μαχητικά MIG-21, τα οποία ακόμη βρίσκονται σε ενεργό δράση. Αλλά οι προσδοκίες δεν ολοκληρώθηκαν στο επίπεδο που ήταν επιθυμητό, κυρίως για δύο λόγους: α) τα συστήματα για απορρόφηση της ροής (αντλίες, σωληνώσεις, κ.τ.λ.) προσέθεταν επιπλέον βάρος και ταυτόχρονα απαιτούσαν ισχύ για τη λειτουργία τους που έπρεπε να απομυζήσουν από τους κινητήρες των αεροσκαφών ή από επιπλέον αεροσυμπιεστές. Το τοπίο άλλαξε σημαντικά μετά τη δεκαετία του 1970, καθώς συνέβησαν αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο αντιμετωπιζόταν η τύρβη ως φαινόμενο. Αν και η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή μπορούσε να επηρεαστεί, η διαχείριση των τυρβωδών θεωρούνταν ως μη υλοποιήσιμη, καθώς υπήρχε η γενική αποδοχή ότι η τύρβη ήταν ένα τυχαίο και χαοτικό φαινόμενο, με άμεση επιρροή από την τοπική ροή. Ωστόσο, πειράματα όπως των Brown & Roshko (1974) και Winant & Browand (1974) γύρω από στρώματα ανάμιξης (mixing layers) έδειξαν ότι μεγάλες δομές ρευστού με δεσμούς συνάφειας «large coherent structures (LCS)» είναι υπεύθυνες για τη μεταφορά ορμής κατά μήκος της βασικής ροής. Έτσι ανοίχτηκαν νέοι ορίζοντες, που οδήγησαν στη διαχείριση της ροής στο οριακό στρώμα μέσω της διαχείρισης αυτών των μεγάλων δομών του ρευστού.

Ιστορικά, η απορρόφηση ήταν η πρώτη μέθοδος που προτάθηκε για τον έλεγχο της αποκόλλησης από τον Prandtl (1904). Η βασική αρχή είναι η απορρόφηση του επιβραδυνόμενου ρευστού από το οριακό στρώμα προς όφελος των ανώτερων υψηλής ορμής στρωμάτων. Τα εντυπωσιακά αποτελέσματα της απορρόφησης φάνηκαν από μια ποικιλία πειραμάτων σε αεροσήραγγες και δοκιμαστικά αεροσκάφη (Betz (1961), Head (1961)), χωρίς να έχει εφαρμοστεί σε πτέρυγες ή επιφάνειες ελέγχου αεροσκαφών παραγωγής. Το αεροδυναμικό όφελος έπρεπε να αντισταθμίζει τη μηχανική πολυπλοκότητα και το επιπλέον βάρος. Η μέθοδος έχει ερευνηθεί και χρησιμοποιήθηκε στο πέρασμα του χρόνου από πολλούς ερευνητές.

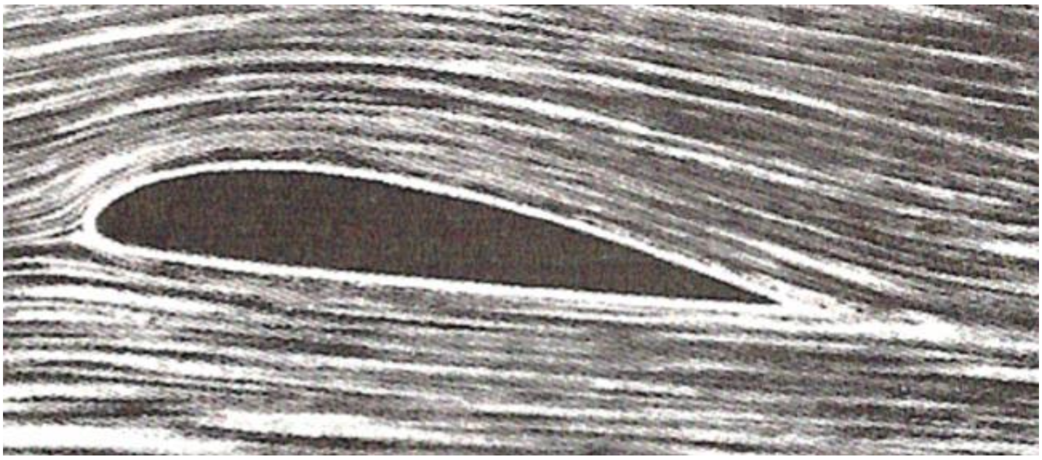
2. Στόχοι της Διπλωματικής

Στα πρώτα βήματά της η ρευστομηχανική περιοριζόταν από τις μικρές δυνατότητες επίλυσης των εξισώσεων που χαρακτήριζαν τη ροή ενός ρευστού, έχοντας πληθώρα προβλημάτων που δεν ήταν δυνατό να λυθούν αναλυτικά ώστε να μπορούν να καταστούν ευρέως αποδεκτά σαν λύσεις σε περαιτέρω παρόμοιες περιπτώσεις. Περίτρανο παράδειγμα οι εξισώσεις Navier-Stokes οι οποίες ακόμη και σήμερα δεν επιδέχονται αναλυτικής λύσης στα περισσότερα προβλήματα. Σαν επακόλουθο, και σαν βοήθημα στην τόσο απαιτητική αυτή επιστήμη της ρευστομηχανικής, αναπτύχθηκαν αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης των αναλυτικά μη επιλύσιμων προβλημάτων. Δημιουργήθηκε έτσι ένας νέος, συγγενικός κλάδος, αυτός της υπολογιστικής ρευστομηχανικής (Computational Fluid Dynamics). Ξεκινώντας από τη δεκαετία του 1970 και συνδυάζοντας γνώσεις φυσικής, αριθμητικών μαθηματικών και επιστήμης υπολογιστών επιχείρησε να δώσει λύση σε προβλήματα ρευστομηχανικής που δεν είχαν καταφέρει να λυθούν αναλυτικά, προσομοιώνοντας συνθήκες ροής ώστε να βρεθεί κάποια υπολογιστική λύση. Η έναρξη αυτής της επιστήμης (CFD) συνέπεσε με την αρχή ανάπτυξης των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Ακόμη και σήμερα, η ανάπτυξη των μεθόδων της υπολογιστικής ρευστομηχανικής αναπτύσσεται παράλληλα με την αυξανόμενη ισχύ και χρηστικότητα των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Το εργαλείο αυτό (CFD) σταδιακά μπόρεσε να δώσει λύση σε όλο και δυσκολότερα προβλήματα που αφορούσαν τη ρευστομηχανική. Αρχικά, επιλύθηκαν οι εξισώσεις Euler σε δύο διαστάσεις και αργότερα σε τρεις, ενώ από τα μέσα της δεκαετίας του 1980 αναπτύχθηκαν μέθοδοι που αποσκοπούσαν στη λύση των περισσότερο απαιτητικών εξισώσεων Navier-Stokes για τυρβώδεις ροές. Με την ολοένα και μεγαλύτερη εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και την αυξανόμενη ισχύ τους, προκύπτουν νέες μέθοδοι αριθμητικής επίλυσης που είναι σε θέση να δώσουν ακριβέστερες λύσεις από τους προκατόχους τους. Σε ένα επιστημονικό πεδίο όπως αυτό του CFD, η πρόοδος και η ανάπτυξη θα υποβοηθούνται ή θα επιταχύνονται από την εξέλιξη στο πεδίο των υπολογιστών.

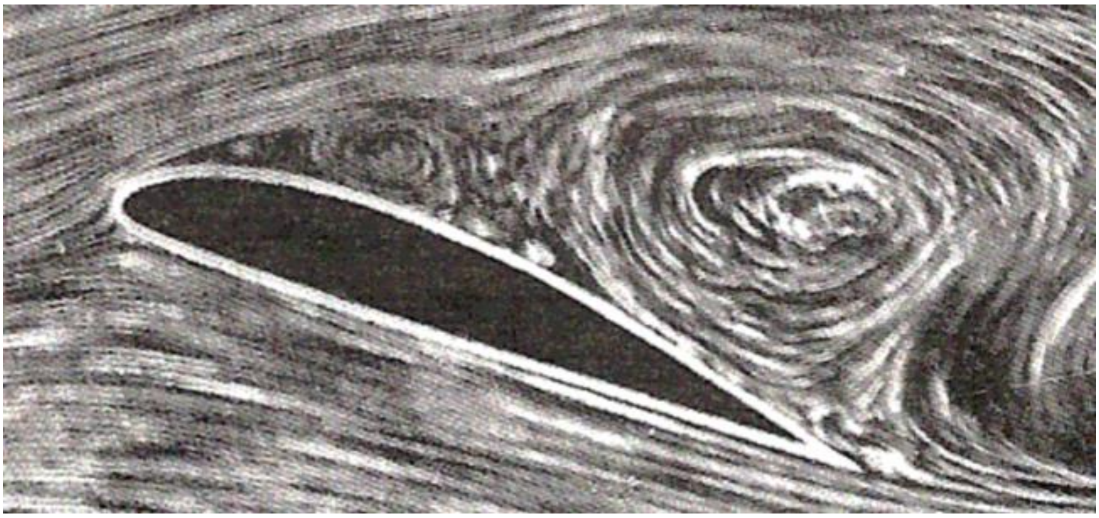
Βασικός στόχος της παρούσας Διπλωματικής είναι η προσομοίωση ροών γύρω από μια αεροτομή, ώστε να υπολογιστούν τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της, και να αναλυθούν οι παράμετροι και ο τρόπος που τα επηρεάζουν. Σε δεύτερη φάση, είναι η προσομοίωση της βελτίωσης των αεροδυναμικών αυτών χαρακτηριστικών μέσω εφαρμογής ενεργητικής καθοδήγησης με τη μέθοδο της απορρόφησης του οριακού στρώματος. Ο στόχος αυτός αναλύεται επιμέρους σε μια σειρά πλεονεκτημάτων που μπορεί να αποκομιστούν ως προτάσεις για τη βελτίωση της ροής. Ανάλογα με την οπτική γωνία που προσεγγίζεται η ροή, τα πλεονεκτήματα που σχετίζονται με την ελαχιστοποίηση του ενεργειακού κόστους είναι

- μείωση της αντίστασης άρα και μείωση των απωλειών ισχύος στην αεροτομή

- αύξηση της άνωσης
- καθυστέρηση αποκόλλησης του οριακού στρώματος και η αποφυγή-καθυστέρηση διαταραχών της ροής, δημιουργία δινών, μεγάλων απωλειών κινητικής ενέργειας και αύξηση της αντίστασης



Εικόνα 1: παρουσιάζεται η ροή γύρω από αεροτομή με γωνία πρόσπτωσης 0^o με προσκολλημένο οριακό στρώμα



Εικόνα 2: παρουσιάζεται η ροή γύρω από την ίδια αεροτομή με γωνία πρόσπτωσης 15^o και αποκολλημένη ροή

3. Μεθοδολογία Διπλωματικής

Για την ανάλυση της συμπεριφοράς της αεροτομής ακολουθήθηκαν τα παρακάτω διαδοχικά βήματα.

– Προσδιορισμός σημείων της αεροτομής.

– Κατασκευή πλέγματος για την αεροτομή.

– Χρήση του πλέγματος ως δεδομένο εισόδου για τον υπολογιστικό κώδικα, μαζί με τις επιθυμητές συνθήκες ροής.

Έχοντας ένα αρχικά αποδεκτό πλέγμα, γίνονταν κάποια δοκιμαστικές προσομοιώσεις του υπολογιστικού κώδικα με σκοπό να διαπιστωθεί εάν η συμπεριφορά του πλέγματος ήταν η αναμενόμενη και έγιναν διάφορες βελτιώσεις και μικρές αλλαγές με σκοπό να είναι το πλέγμα όσο το δυνατόν πιο ομαλό και κατάλληλο για την εκάστοτε αεροτομή.

Η υπολογιστική προσομοίωση της ροής μέσω των εξισώσεων Navier-Stokes έγινε υπό τις εξής συνθήκες:

- Μόνιμη ροή
- Πλήρως τυρβώδης ροή
- Αριθμός Reynolds Re= $1x10^6$
- Αριθμός Mach=0,1
- Γωνίες πρόσπτωσης 0-12^o

Και οι επιμέρους περιπτώσεις ήταν οι εξής:

- Ροή γύρω από αεροτομή S809 χωρίς αναρρόφηση
- Ροή γύρω από αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με ολική πίεση Pt=70
- Ροή γύρω από αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με ολική πίεση Pt=69

4. Βιβλιογραφικές αναφορές

1) ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ: *ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΜΠΕΡΓΕΛΕΣ*. Εκδόσεις

Συμεών, 2006.

2) ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ: *ΣΩΚΡΑΤΗΣ ΤΣΑΓΓΑΡΗΣ*. Εκδόσεις Συμεών, 2005.

3) COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS: PRINCIPLES AND APPLICATIONS: *JIRI BLAZEK*. ELSEVIER, First Edition, 2001.

4) Εισαγωγή στις πλεγματικές μεθόδους Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής: *Βασίλης Ριζιώτης*.

5) Η Ιστορική Εξέλιξη της Μηχανικής των Ρευστών μέσα από τη Συμβολή των Κυριοτέρων Επιστημόνων σε Αυτή: *Πηνελόπη Μπαρδή*, 1995, Διπλωματική Εργασία, Μαθηματικό Τμήμα Πανεπιστημίου Πατρών.

6) L.Prandtl, Uber Flussigkeitsbewegungbeisehrkleiner Reibung. Proc. Third

Inetrn. Math. Congress, Heidelberg 1904. Reprinted in: Vier Abhandlugenzur Hydround Aerodynamik. Gottingen, 1927: NACA TM 452 (1928)

7) Computational analysis of transitional and massively separated flows with application to wind turbines: *Kostantinos Diakakis*, 2019, Phd, National Technical University of Athens

2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει παρουσίαση των μαθηματικών μοντέλων που περιγράφουν τη ροή γύρω από μία αεροτομή. Τα μαθηματικά αυτά μοντέλα επιλύθηκαν ώστε να προσδιοριστούν τα πεδία ταχυτήτων, πίεσης και άλλων συναφών παραμέτρων της ροής.

1. Το σύστημα εξισώσεων Navier-Stokes

Εξισώσεις Navier-Stokes

Οι εξισώσεις Navier-Stokes επιτρέπουν την περιγραφή της ιξώδους ροής ενός ρευστού, και τον υπολογισμό των αεροδυναμικών μεγεθών και αναπτυσσόμενων τάσεων σε κάθε σημείο του πεδίου ροής. Είναι μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις που απαιτούν λεπτομερή διακριτοποίηση του πεδίου ροής και έχουν υψηλό υπολογιστικό κόστος. Παρουσιάζουν όμως μεγάλη ακρίβεια αποτελεσμάτων καθώς περιλαμβάνουν τους φυσικούς νόμους που διέπουν τη ροή ενός ρευστού και προσομοιώνουν φαινόμενα που σχετίζονται με την ιξώδη φύση του. Ακολουθεί αναλυτική παρουσίαση των εξισώσεων της ασυμπίεστης ροής ρευστού σε συντηρητική μορφή:

Το σύστημα των εξισώσεων Navier-Stokes ολοκληρωμένο σε όγκο Ω με σύνορο ∂Ω έχει τη μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega} \vec{U} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\vec{F}\mathrm{c}\ dS - \vec{F}\mathrm{u}) ds = \int_{\Omega} \vec{Q}\ d\Omega \quad \textit{(Εξίσωση 2.1. 1)}$$

Όπου $\vec{U}$ το διάνυσμα των συντηρητικών μεταβλητών:

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho \upsilon \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \quad \textit{Εξίσωση 2.1. 2}$$

$\vec{F}_c$ το διάνυσμα των συντηρητικών παροχών (Convective Fluxes):

$$\vec{F_c}=\begin{pmatrix} \rho V \\ \rho u V + n_x p \\ \rho \upsilon V + n_y p \\ \rho \upsilon V + n_z p \\ \rho(E + \frac{p}{\rho})V \end{pmatrix} \quad \textit{Εξίσωση 2.1. 3}$$

και

$$V=\vec{u}\cdot\vec{n} \quad \textit{Εξίσωση 2.1. 4}$$

F_u το διάνυσμα των συνεκτικών παροχών (Viscous Fluxes):

$$\vec{F_\upsilon}=\begin{pmatrix} 0 \\ n_x\tau_x x + n_y\tau_x y + n_z\tau_x z \\ n_x\tau_y x + n_y\tau_y y + n_z\tau_y z \\ n_x\tau_z x + n_y\tau_z y + n_z\tau_z z \\ n_x\Theta_x + n_y\Theta_y + n_z\Theta_z \end{pmatrix} \quad \textit{Εξίσωση 2.1. 5}$$

και

$$\Theta_x=\mathrm{u}\tau_{xx}+\mathrm{u}\tau_{xy}+\mathrm{u}\tau_{xz}+\mathrm{k}\frac{\partial T}{\partial x} \quad \textit{Εξίσωση 2.1. 6}$$

$$\Theta_y=\mathrm{u}\tau_{yx}+\mathrm{u}\tau_{yy}+\mathrm{u}\tau_{yz}+\mathrm{k}\frac{\partial T}{\partial y} \quad \textit{Εξίσωση 2.1. 7}$$

$$\Theta_z=\mathrm{u}\tau_{zx}+\mathrm{u}\tau_{zy}+\mathrm{u}\tau_{zz}+\mathrm{k}\frac{\partial T}{\partial z} \quad \textit{Εξίσωση 2.1. 8}$$

Το σύστημα εξισώσεων κλείνει με την καταστατική εξίσωση για ιδανικό αέριο:

$$p=(\gamma-1)\,\rho\left[E-\frac{u^2+\upsilon^2+w^2}{2}\right] \quad \textit{Εξίσωση 2.1. 9}$$

2. Χωρική διακριτοποίηση εξισώσεων

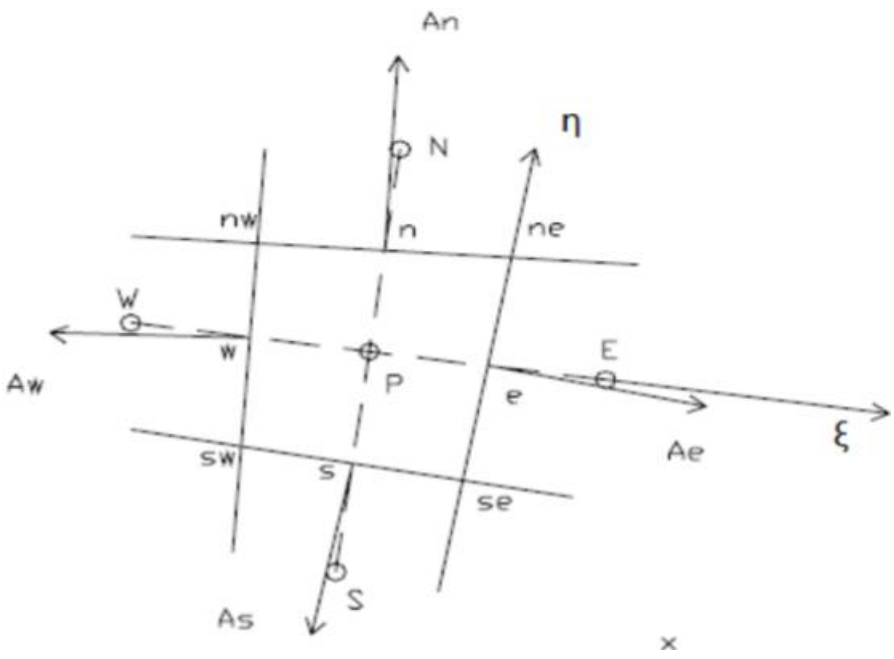
Η χωρική διακριτοποίηση αφορά στην αριθμητική προσέγγιση των συντηρητικών και των συνεκτικών παροχών καθώς και των πηγαίων όρων. Πολλές διαφορετικές μεθοδολογίες έχουν αναπτυχθεί για την επίτευξη του σκοπού αυτού, με πολλές να βρίσκονται ακόμη σε εξέλιξη. Οι μέθοδοι αυτές, ανάλογα με τον τρόπο που γίνεται η διακριτοποίηση, χωρίζονται σε:

- Μεθόδους πεπερασμένων διαφορών (Finite Difference)

- Μεθόδους πεπερασμένων όγκων (Finite Volume)
- Μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element)

Για την επίλυση των παραπάνω εξισώσεων στον MaPFlow επιλέχθηκε η μέθοδος πεπερασμένων όγκων διότι:

Η χωρική διακριτοποίηση γίνεται στο φυσικό υπολογιστικό χωρίο. Μπορεί να εφαρμοσθεί σε δομημένα αλλά και σε μη-δομημένα πλέγματα.



Εικόνα 3: Χωρική Διακριτοποίηση με τη μέθοδο πεπερασμένων όγκων (Finite Volume)

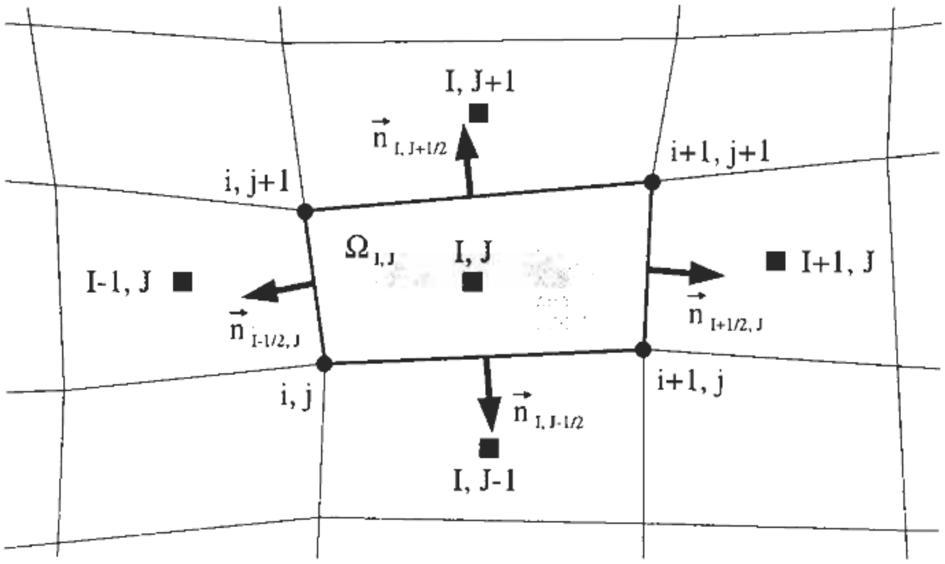
Επίσης, ανάλογα με το πλέγμα στο οποίο γίνεται η επίλυση, χωρίζονται σε:

- Μεθόδους δομημένων πλεγμάτων (Structured Grid)
- Μεθόδους μη-δομημένων πλεγμάτων (Unstructured Grid)

Τέλος, οι μέθοδοι πεπερασμένων όγκων χωρίζονται σε:

- Cell-centered, στις οποίες οι μεταβλητές των εξισώσεων υπολογίζονται στα κέντρα των κελιών του πλέγματος. Στην περίπτωση αυτή τα υπολογιστικά κελιά ταυτίζονται με αυτά του πλέγματος.
- Cell-vertex, στις οποίες οι μεταβλητές των εξισώσεων υπολογίζονται στους κόμβους του πλέγματος. Σε αυτή την περίπτωση το υπολογιστικό κελί ορίζεται από κάποιον όγκο γύρω από τον κόμβο του πλέγματος.

Στον MaPFlow τα κελιά ορίζονται στους κόμβους του πλέγματος, ενώ οι μεταβλητές της ροής υπολογίζονται στα κέντρα των κελιών (Finite Volume-Cell Centered Scheme).



Εικόνα 4: Όγκος ελέγχου στα κέντρα των κελιών (Finite Volume-Cell Centered Scheme)

Θεωρώντας ότι ο όγκος των κελιών δεν μεταβάλλεται με τον χρόνο:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega} \vec{U} d\Omega = \Omega \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \quad \text{Εξίσωση 2.2. 1}$$

$$\vec{U} = \frac{1}{\Omega}\int_{\Omega} \vec{U}_{exact} d\Omega \quad \text{Εξίσωση 2.2. 2}$$

Συνεπώς, η $\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega} \vec{U} d\Omega = \Omega \frac{\partial \vec{U}}{\partial t}$ Εξίσωση 2.2. 1 γίνεται:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = \frac{-1}{\Omega}\left[\oint_{\partial\Omega}(\vec{F}_c - \vec{F}_v) dS - \int_{\Omega} \vec{Q}\, d\Omega\right] \quad \text{Εξίσωση 2.2. 3}$$

Το επιφανειακό ολοκλήρωμα στην παραπάνω εξίσωση προσεγγίζεται από το άθροισμα των παροχών στις επιφάνειες (faces) που συνιστούν το εκάστοτε κελί. Συνήθως θεωρείται ότι η παροχή παραμένει ομοιόμορφη πάνω σε μια επιφάνεια και υπολογίζεται στο κέντρο της.

Η εξίσωση (2.1.12) για ένα κελί I γράφεται:

$$\frac{dU_I}{dt} = \frac{-1}{\Omega_I}\sum_{m=1}^{Nf}\left(\left((\vec{F}_c - \vec{F}_v)_m \, \Delta S_m\right) - (\vec{Q}\Omega)_I\right) \quad \text{Εξίσωση 2.2. 4}$$

Όπου N_f είναι ο αριθμός των επιφανειών που περιγράφουν το κελί και ΔS_m είναι η επιφάνεια της πλευράς "m". Ο όρος R_I ονομάζεται υπόλοιπο (residual), με αποτέλεσμα η τελική μορφή της διακριτοποιημένης εξίσωσης να γράφεται:

$$\frac{d\vec{U}_I}{dt} = \frac{-1}{\Omega_I}\vec{R}_I \quad \textit{Εξίσωση 2.2. 5}$$

3. Προσέγγιση των μεταβλητών στα σύνορα των κελιών

Η διακριτοποίηση των συντηρητικών παροχών (convective fluxes) αφορά τη διαδικασία εύρεσης των παροχών στα σύνορα των κελιών. Όπως αναφέρθηκε στα Cell-centered σχήματα οι τιμές των συντηρητικών μεταβλητών (ρ, ρU, ρE) ορίζονται στα κέντρα των κελιών. Για να υπολογιστούν οι παροχές στα σύνορα των κελιών χρειάζεται να προσεγγίσουμε είτε τις τιμές των συντηρητικών μεταβλητών εκεί είτε τις τιμές των παροχών απ' ευθείας.

Στη μέθοδο που αναπτύχθηκε υπολογίζονται οι τιμές των μεταβλητών (πρωτογενών) στα σύνορα και στη συνέχεια υπολογίζονται οι παροχές. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται ανακατασκευή των μεταβλητών (recostruction). Για να υπολογιστεί η τιμή στις επιφάνειες των κελιών χρησιμοποιούνται τα λεγόμενα left και right states. Η χρήση αυτών έγκειται στο γεγονός ότι η παρεμβολή των μεταβλητών πάνω σε μία συγκεκριμένη επιφάνεια του κελιού γίνεται δύο φορές: μία από τα δεξιά και μία από τα αριστερά της επιφάνειας και στη συνέχεια υπολογίζεται η παροχή διαμέσου της επιφάνειας.

Στη μέθοδο αυτή, γίνεται η υπόθεση ότι η λύση είναι τμηματικά, γραμμικά κατανεμημένη στον πεπερασμένο όγκο. Τα left και right states υπολογίζονται ως εξής:

$$\vec{U}_L = \vec{U}_A + \Psi_A\left(\nabla\,\vec{U}_A \cdot \vec{r}_L\right) \quad \textit{Εξίσωση 2.3. 1}$$

$$\vec{U}_R = \vec{U}_B + \Psi_B\left(\nabla\vec{U}_B \cdot \vec{r}_R\right) \quad \textit{Εξίσωση 2.3. 2}$$

όπου:

-U_L και U_R οι τιμές των μεταβλητών U πάνω στο face αριστερά και δεξιά της ασυνέχειας αντίστοιχα.

-U_A και U_B οι τιμές των μεταβλητών U στα κέντρα του αριστερά A και δεξιά B κελιού.

-r_L και r_R οι αποστάσεις των κέντρων των κελιών από το κέντρο της κοινής διεπιφάνειας του face.

- ∇U_A και ∇U_B είναι η μεταβολή των ποσοτήτων U_A και U_B κατά μήκος των κελιών. Ο υπολογισμός της παραγώγου αυτής γίνεται με την προσέγγιση του Green-Gauss.

- Η συνάρτηση Ψ είναι μία συνάρτηση που αποτρέπει τις μεταβλητές να πάρουν ακραίες τιμές εκεί που εμφανίζονται ασυνέχειες. Οι συναρτήσεις αυτές ονομάζονται περιοριστές (limiters). Ο limiter που εφαρμόσαμε εδώ είναι ο limiter του Venkatakrishnan.

4. Υπολογισμός συντηρητικών παροχών

Ο υπολογισμός των συντηρητικών παροχών γίνεται με το σχήμα του Roe. Κατ' αρχάς, υπολογίζονται οι κατά Roe μεταβλητές:

$$\tilde{\rho}=\sqrt{\rho_L \rho_R}$$ *Εξίσωση 2.4. 1*

$$\tilde{u}=\frac{u_L\sqrt{\rho_L}+u_R\sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}}$$ *Εξίσωση 2.4. 2*

$$\tilde{v}=\frac{v_L\sqrt{\rho_L}+v_R\sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}}$$ *Εξίσωση 2.4. 3*

$$\tilde{w}=\frac{w_L\sqrt{\rho_L}+w_R\sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}}$$ *Εξίσωση 2.4. 4*

$$\tilde{H}=\frac{H_L\sqrt{\rho_L}+H_R\sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}}$$ *Εξίσωση 2.4. 5*

$$\tilde{c}=\sqrt{(\gamma-1)(\tilde{H}-{\tilde{q}^2}/{2})}$$ *Εξίσωση 2.4. 6*

$$\tilde{q}=\tilde{u}^2+\tilde{v}^2+\tilde{w}^2$$ *Εξίσωση 2.4. 7*

Η παροχή στην επιφάνεια I+1/2 ορίζεται ως :

$$(\vec{F}_c)_{I+\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\vec{F}_c(\vec{U}_R)+\vec{F}_c(\vec{U}_L)-|A_{Roe}|_{I+\frac{1}{2}}\vec{U}_R-\vec{U}_L$$ *Εξίσωση 2.4. 8*

$$|A_{Roe}|_{I+\frac{1}{2}}(\vec{U}_L-\vec{U}_R)=|\Delta\vec{F}_1|+|\Delta\vec{F}_{2,3,4}|+|\Delta\vec{F}_5|$$ |*Εξίσωση 2.4. 9*

$$|\vec{F}_1|=|\tilde{V}-\tilde{c}|\left(\frac{\Delta p-\tilde{p}\tilde{c}\,\Delta v}{2\tilde{c}^2}\right)\begin{pmatrix}1\\ \tilde{u}-\tilde{c}n_x\\ \tilde{v}-\tilde{c}n_y\\ \tilde{w}-\tilde{c}n_z-\tilde{H}-\tilde{c}\tilde{V}\end{pmatrix}$$ *Εξίσωση 2.4. 10*

$$|\Delta\vec{F}_{2,3,4}|=|\tilde{V}|\left\{\left(\Delta p-\frac{\Delta p}{\tilde{c}^2}\right)\begin{pmatrix}1\\ \tilde{u}\\ \tilde{v}\\ \tilde{w}\\ \widetilde{q_2}/2\end{pmatrix}+\tilde{\rho}\begin{pmatrix}0\\ \Delta u-\Delta Vn_x\\ \Delta v-\Delta Vn_v\\ \Delta w-\Delta Vn_z\\ \tilde{u}\Delta u-\tilde{v}\Delta u+\tilde{w}\Delta w-\tilde{V}\Delta V\end{pmatrix}\right\}$$

Εξίσωση 2.4. 11

$$|\tilde{F}_5|=|\tilde{V}+\tilde{c}|\left(\frac{\Delta p+\tilde{\rho}\tilde{c}\Delta V}{2\tilde{c}^2}\right)\begin{pmatrix}1\\ \tilde{u}+\tilde{c}n_x\\ \tilde{v}+\tilde{c}n_y\\ \tilde{w}+\tilde{c}n_z\\ \tilde{H}+\tilde{c}\tilde{V}\end{pmatrix}$$ *Εξίσωση 2.4. 12*

$$\Delta(\mathrm{o})=(o)_R-(o)_L$$ *Εξίσωση 2.4. 13*

Οι μεταβλητές στο right και left state υπολογίζονται όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως με Piecewise Linear σχήμα. Η παραπάνω διατύπωση επιτρέπει λύσεις που δεν είναι φυσικά σωστές και γι' αυτό εισάγεται η διόρθωση εντροπίας (entropy correction) του Harten ([4],[5]) στις ιδιοτιμές του συστήματος:

$$|\Lambda_c|=|\Lambda_c| \text{ αν } |\Lambda_c|>\delta$$ *Εξίσωση 2.4. 14*

$$|\Lambda_c|=\left(\frac{{\Lambda_C}^2+\delta_2}{2\delta}\right)\text{αν } |\Lambda_c|\leq\delta$$ *Εξίσωση 2.4. 15*

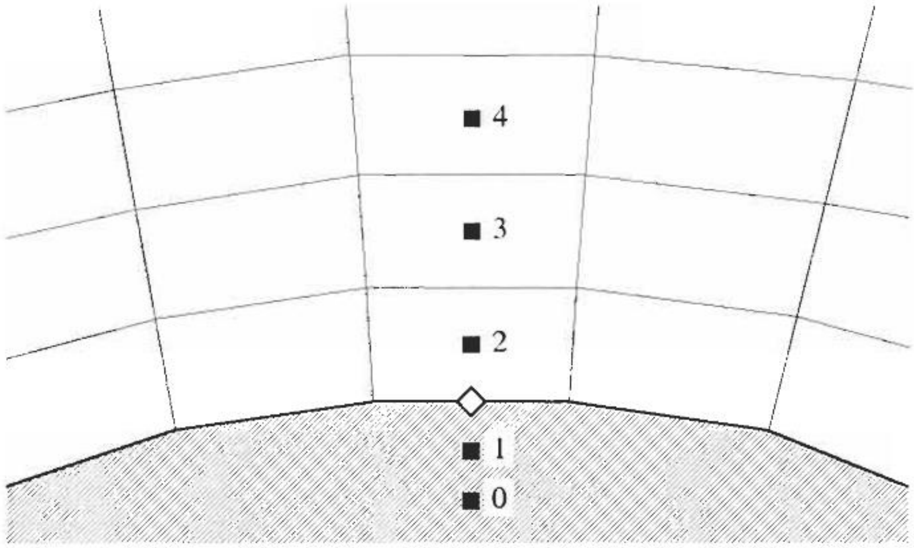
όπου το $\vec{\delta}=\frac{1}{10}\cdot\vec{c}$

5. Συνοριακές συνθήκες

Οι συνοριακές συνθήκες χωρίζονται σε:

- Συνοριακές συνθήκες τοίχου (Solid Wall)
- Συνοριακές συνθήκες εισόδου/εξόδου (Farfield Inflow/Outflow)
- Συνοριακές συνθήκες ανάμεσα σε blocks (Multiblock boundary conditions)

Για την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών χρησιμοποιούνται φανταστικά κελιά (dummy cells) τα οποία μεγαλώνουν το υπολογιστικό χωρίο, ώστε να γίνεται πιο εύκολα ο υπολογισμός των μεγεθών στα σύνορα.



Εικόνα 5: Φανταστικά κελιά (dummy cells) σε συνθήκες τοίχου. Τα φανταστικά κελιά συμβολίζονται με το 0 και 1. Το σημείο υπολογισμού συμβολίζεται με το ρόμβο (cell-centered scheme).

<u>Συνοριακές συνθήκες τοίχου (Solid Wall)</u>

Οι συνοριακές συνθήκες τοίχου έχουν διαφορετική έκφραση στην περίπτωση του συνεκτικού και του μη-συνεκτικού ρευστού. Στην περίπτωση του μη-συνεκτικού ρευστού, οι συνοριακές συνθήκες τοίχου εκφράζονται από τη συνθήκη μη-εισχώρησης:

$$\mathrm{V}=\vec{u}\cdot\vec{n}=0 \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 1}$$

Συνεπώς, το διάνυσμα των συντηρητικών παροχών στον τοίχο γίνεται:

$$(\vec{F}_c)_w=\begin{pmatrix} 0 \\ n_x p_w \\ n_y p_w \\ n_z p_w \\ 0 \end{pmatrix} \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 2}$$

όπου p_w είναι η πίεση στον τοίχο.

Στην περίπτωση του συνεκτικού ρευστού, η ταχύτητα στον τοίχο είναι μηδενική (συνοριακή συνθήκη μη-ολίσθησης). Συνεπώς, η συνοριακή συνθήκη στον τοίχο είναι:

$$\vec{u}=\vec{v}=\vec{w}=0 \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 3}$$

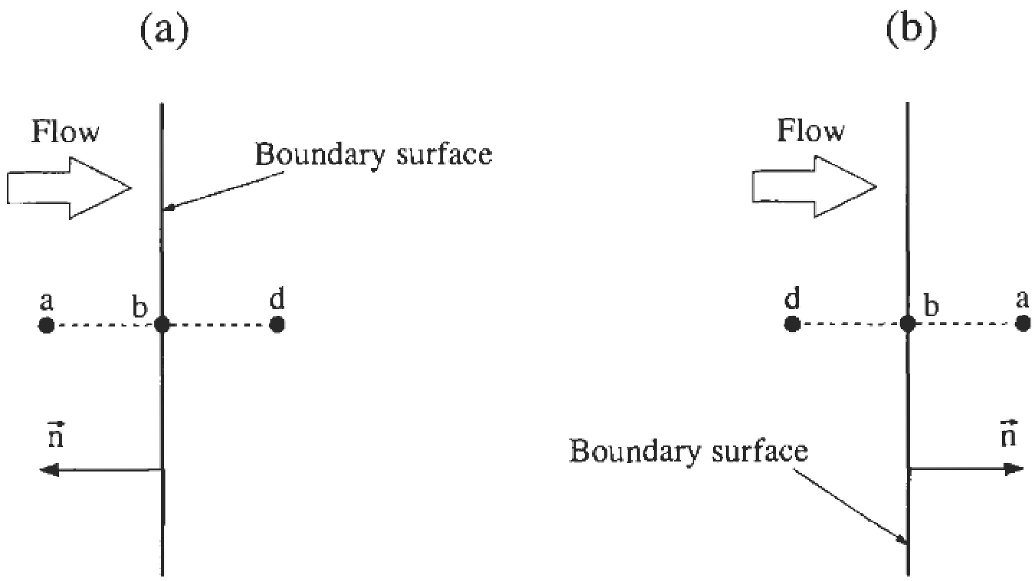
Εμείς θεωρώντας το ρευστό συνεκτικό έχουμε χρησιμοποιήσει την παραπάνω οριακή συνθήκη στο τοίχωμα της αεροτομής (viscous wall).

Συνοριακές συνθήκες εισόδου/εξόδου

Ανάλογα με το πρόσημο των ιδιοτιμών των συντηρητικών παροχών, η πληροφορία μεταφέρεται από ή προς τα έξω από το υπολογιστικό χωρίο πάνω στις χαρακτηριστικές. Ο αριθμός των επιβαλλόμενων συνθηκών στο σύνορο πρέπει να είναι ίδιος με τον αριθμό των χαρακτηριστικών που εισέρχονται στο υπολογιστικό χωρίο. Οι υπόλοιπες συνθήκες υπολογίζονται από την υπάρχουσα λύση στο χωρίο.

Η ροή μπορεί είτε να εισέρχεται είτε να εξέρχεται από το υπολογιστικό χωρίο. Συνεπώς, ανάλογα με τον τοπικό αριθμό Mach, προκύπτουν 4 τύποι οριακών συνθηκών:

- Υπερηχητική είσοδος (Supersonic Inflow)
- Υπερηχητική έξοδος (Supersonic Outflow)
- Υποηχητική είσοδος (Subsonic Inflow)
- Υποηχητική έξοδος (Subsonic Outflow)



Εικόνα 6: Στην περίπτωση : (a) Είσοδος και (b) Έξοδος από το χωρίο. Το σημείο α είναι εκτός του φυσικού χωρίου, το b στο όριο του φυσικού χωρίου και το d εντός του φυσικού χωρίου. Το διάνυσμα n έχει κατεύθυνση στο εξωτερικό του φυσικού χωρίου.

<u>Υπερηχητική είσοδος</u>: Σε αυτή την περίπτωση, όλες οι ιδιοτιμές είναι θετικές και άρα εισέρχονται στο χωρίο. Συνεπώς, οι συντηρητικές μεταβλητές στο σύνορο υπολογίζονται μόνο από την επερχόμενη ροή.

$$\vec{U}_{boundary} = \vec{U}_{freestream} \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 4}$$

<u>Υπερηχητική έξοδος</u>: Σε αυτή την περίπτωση, όλες οι ιδιοτιμές έχουν το ίδιο πρόσημο και εξέρχονται από το χωρίο. Συνεπώς, οι συντηρητικές μεταβλητές στο σύνορο υπολογίζονται προεκβάλλοντας την υπάρχουσα λύση στο χωρίο.

$$\vec{U}_{boundary} = \vec{U}_{computational} \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 5}$$

<u>Υποηχητική είσοδος</u>: Σε αυτή την περίπτωση, τέσσερις χαρακτηριστικές εισέρχονται στο χωρίο και μία εξέρχεται. Συνεπώς, μία χαρακτηριστική μεταβλητή υπολογίζεται στο σύνορο από το εσωτερικό του χωρίου.

$$p_b = \frac{1}{2}[p_\alpha + p_d - p_0 c_0(n_x(u_\alpha - u_d) + n_y(u_\alpha - u_d) + n_z(u_\alpha - u_d))]$$

Εξίσωση 2.5. 6

$$\rho_b = \rho_\alpha + (p_b - p\alpha)/{c_0}^2 \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 7}$$

$$u_b = u_\alpha - n_x(p_\alpha - p_b)/(\rho_0 c_0) \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 8}$$

$$\upsilon_b = \upsilon_\alpha - n_y(p_\alpha - p_b)/(\rho_0 c_0) \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 9}$$

$$w_b = w_\alpha - n_z(p_\alpha - p_b)/(\rho_0 c_0) \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 10}$$

όπου το ρ_0 , c_0 αναφέρονται στο εσωτερικό του χωρίου.

Υποηχητική έξοδος: Σε αυτή την περίπτωση, τέσσερις χαρακτηριστικές εξέρχονται από το χωρίο και μία εισέρχεται σε αυτό. Συνεπώς, τέσσερις μεταβλητές υπολογίζονται από το εσωτερικό του χωρίου και μία (συνήθως η πίεση) επιβάλλεται εξωτερικά:

$$p_b = p_\alpha \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 11}$$

$$\rho_b = \rho_d + (p_b - p_d)/{c_0}^2 \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 12}$$

$$u_b = u_d + n_x(p_d - p_b)/(\rho_0 c_0) \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 13}$$

$$\upsilon_b = \upsilon_d + n_y(p_d - p_b)/(\rho_0 c_0) \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 14}$$

$$w_b = w_d + n_z(p_d - p_b)/(\rho_0 c_0) \quad \textit{Εξίσωση 2.5. 15}$$

Οι παραπάνω συνοριακές συνθήκες υποθέτουν μηδενική κυκλοφορία, το οποίο είναι λάθος για ένα ανωστικό σώμα. Για αυτό τον λόγο το εξωτερικό όριο πρέπει να βρίσκεται μακριά από το σώμα. Η απόσταση του εξωτερικού ορίου μπορεί να μειωθεί σημαντικά, αν η επερχόμενη ροή περιστραφεί αναλογικά με την κυκλοφορία. Αυτή η διόρθωση ονομάζεται vortex correction.

6. Χρονική διακριτοποίηση

Για τη χρονική διακριτοποίηση εφαρμόζουμε τη μέθοδο των γραμμών (method of lines). Αυτό σημαίνει ότι ξεχωρίζουμε τη χωρική από τη χρονική διακριτοποίηση, οπότε καταλήγουμε σ' ένα σύστημα πεπλεγμένων διαφορικών εξισώσεων στον χρόνο για κάθε κελί:

$$\frac{d(D_I \vec{U}_I)}{dt} = -R_I \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 1}$$

Η χρονική διακριτοποίηση μπορεί να γίνει με διαφορετικούς τρόπους, είτε με έμμεση ολοκλήρωση στον χρόνο (Implicit Time-Stepping), μέθοδος που επιτρέπει μεγαλύτερο χρονικό βήμα, είτε άμεση (Explicit Time-Stepping). Η χρονική διακριτοποίηση που χρησιμοποιείται στον MaPFlow είναι η εξής :

$$\frac{\Omega_j}{\Delta t_j}\Delta\overline{U}_j^{\,n} = -\frac{\beta}{1+\omega}R_j^{\,n+1} + \frac{1-\beta}{1+\omega}R_j^{\,n} + \frac{\omega}{1+\omega}\frac{\Omega_j}{\Delta t_j}\Delta\overline{U}_j^{\,n-1} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 2}$$

Όπου

$$\Delta\overline{U}_j^{\,n} = \overline{U}_j^{\,n+1} - \overline{U}_j^{\,n} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 3}$$

όπου n είναι η χρονική επανάληψη.

β και ω είναι δύο μεταβλητές οι οποίες παίρνουν τιμές ανάλογα με το σχήμα της χρονικής διακριτοποίησης που μας ενδιαφέρει.

Για β=1 και ω=1/2, θα έχουμε:

$$\frac{\Omega_j}{\Delta t_j}\overline{U}_j^{\,n+1} - \frac{\Omega_j}{\Delta t_j}\overline{U}_j^{\,n} = -\frac{2}{3}R_j^{\,n+1} + \frac{1}{3}\frac{\Omega_j}{\Delta t_j}\overline{U}_j^{\,n} - \frac{1}{3}\frac{\Omega_j}{\Delta t_j}\overline{U}_j^{\,n-1} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 4}$$

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι η γνώση των μεταβλητών U σε δύο προηγούμενες χρονικές στιγμές n και n−1 είναι απαραίτητη για τον προσδιορισμό της επόμενης χρονικής επανάληψης n + 1. Για τη λύση του προβλήματος αυτού καλούμαστε να ορίσουμε την έννοια του ψευδοχρόνου, που συμβολίζεται με t* . Κατ' αυτόν τον τρόπο μετατρέπουμε ένα μη-μόνιμο πρόβλημα που εξελίσσεται μέσα στον χρόνο t σε ένα ισοδύναμο μόνιμο πρόβλημα που εξελίσσεται μέσα στον ψευδοχρόνο t* .

Η αντίστοιχη εξίσωση του ψευδοχρόνου θα είναι:

$$\frac{\partial}{\partial t^*}\left(\overline{U}_j^{\,*}\Omega_j^{\,n+1}\right) = -\left(R_j^*\right)^{i+1} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 5}$$

όπου ως i+ 1 ορίζεται το νέο ψευδοχρονικό βήμα.

Η μεταβολή της ποσότητας U* στη μονάδα του ψευδοχρόνου μπορεί να προσεγγιστεί με μία απλή διακριτοποίηση πρώτης τάξης:

$$\frac{\partial}{\partial t^*}({\overline{U}_j}^* {\Omega_j}^{n+1})={\Omega_j}^{n+1}\frac{\partial}{\partial t^*}{\overline{U}_j}^*={\Omega_j}^{n+1}\frac{\Delta{\overline{U}_j}^*}{\Delta t_j^*} \quad \text{Εξίσωση 2.6. 6}$$

$$\Delta{\overline{U}_j}^* =({\overline{U}_j}^*)^{i+1} -({\overline{U}_j}^*)^{i} \quad \text{Εξίσωση 2.6. 7}$$

Όπου ο όρος U_j* αφορά την τιμή που παίρνουν οι μεταβλητές U την ψευδοχρονική επανάληψη *. Η δε μεταβλητή του residual $(R_j^*)^{I+1}$ ισούται με τα εξής:

$$(R_j^*)^{I+1}=\frac{\partial}{\partial t}(\overline{U}_j{\Omega_j}^{n+1})+(R_j)^{n+1} \quad \text{Εξίσωση 2.6. 8}$$

με αποτέλεσμα η εξίσωση να μετατρέπεται στην εξής:

$${\Omega_j}^{n+1}\frac{\Delta{\overline{U}_j}^*}{\Delta t_j^*}=-\frac{\partial}{\partial t}(\overline{U}_j{\Omega_j}^{n+1}) - (R_j)^{n+1} \quad \text{Εξίσωση 2.6. 9}$$

Επειδή η ψευδοχρονική εξίσωση προσομοιώνει μία μόνιμη ροή, όταν, μετά από κάποιο αριθμό επαναλήψεων, η εξίσωση συγκλίνει, ο όρος του ψευδοχρόνου θα πρέπει να εξαφανιστεί, καθώς πλέον έχει επέλθει πλήρης μονιμότητα. Είναι πια δηλαδή:

$$\Delta{\overline{U}_j}^* = 0 \quad \text{Εξίσωση 2.6. 10}$$

άρα

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{U}_j{\Omega_j}^{n+1}) = -\,(R_j)^{n+1} \quad \text{Εξίσωση 2.6. 11}$$

που είναι η αρχική μη-μόνιμη εξίσωση του χρόνου.

Προκειμένου να γίνει η έμμεση χρονική ολοκλήρωση στον ψευδοχρόνο επιστρέφουμε στην αρχική εξίσωση :

$$\frac{\partial}{\partial t^*}\left({\overline{U}_j}^*{\Omega_j}^{n+1}\right) = -\left(R_j^*\right)^{I+1} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 12}$$

και αντικαθιστούμε με τη διακριτοποιημένη μορφή:

$${\Omega_j}^{n+1}\frac{\Delta{\overline{U}_j}^*}{\Delta t_j^*} = -\left(R_j^*\right)^{I+1} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 13}$$

και διακριτοποιούμε το σφάλμα στον ψευδοχρόνο:

$$\left(R_j^*\right)^{i+1} \approx \left(R_j^*\right)^{i} + \frac{\partial R_j^*}{\partial {\overline{U}_j}^*}\ \Delta{\overline{U}_j}^* \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 14}$$

Στην παράγωγο του χρόνου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την αναλυτική διακριτοποιημένη εξίσωση. Για β=1 και ω=1/2, όπως προαναφέραμε και αν αντί για τη χρονική επανάληψη n + 1 αναφερθούμε στην ψευδοχρονική επανάληψη *, θα γίνει:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left({\overline{U}_j}^*{\Omega_j}^{n}\right) = \frac{3{\Omega_j}^{n+1}{\overline{U}_j}^* - 4{\Omega_j}^{n}{\overline{U}_j}^{n} + {\Omega_j}^{n-1}{\overline{U}_j}^{n-1}}{2\Delta t_j} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 15}$$

και

$$\left(R_j^*\right)^{I} = \frac{3{\Omega_j}^{n+1}{\overline{U}_j}^* - 4{\Omega_j}^{n}{\overline{U}_j}^{n} + {\Omega_j}^{n-1}{\overline{U}_j}^{n-1}}{2\Delta t_j} + \left(R_j^*\right)^{n} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 16}$$

Άρα η :

$$\frac{\partial R_j^*}{\partial \overline{U}_j{}^*}=\frac{\partial}{\partial \overline{U}_j{}^*}\left(\frac{3\Omega_j{}^{n+1}\overline{U}_j{}^*-4\Omega_j{}^n\overline{U}_j{}^n+\Omega_j{}^{n-1}\overline{U}_j{}^{n-1}}{2\Delta t_j}+(R_j^*)^n\right) \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 17}$$

γίνεται:

$$\frac{\partial R_j^*}{\partial \overline{U}_j{}^*}=\frac{\partial R_j}{\partial \overline{U}_j}+\frac{3}{2\Delta t}\Omega_j{}^{n+1} \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 18}$$

διότι οι όροι

$$\frac{\partial \overline{U}_j{}^n}{\partial \overline{U}_j{}^*}=\frac{\partial \overline{U}_j{}^{n-1}}{\partial \overline{U}_j{}^*}=0 \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 19}$$

Αντικαθιστώντας τις Εξισώσεις 2.6.13,2.6.14,2.6.16 στην αρχική Εξίσωση 2.6.12 του ψευδοχρόνου θα έχουμε:

$$\Omega_j{}^{n+1}\frac{\Delta U_j{}^*}{\Delta t_j^*}=-(R_j^*)^i-\left(\frac{\partial R_j}{\partial \overline{U}_j}+\frac{3}{2\Delta t}\Omega_j{}^{n+1}\right)\Delta\overline{U}_j{}^* \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 20}$$

$$\left[\left(\frac{1}{\Delta t_j^*}+\frac{3}{2\Delta t}\right)\Omega_j{}^{n+1}+\frac{\partial R_j}{\partial \overline{U}_j}\right]\partial\overline{U}_j{}^*=-(R_j^*)^i \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 21}$$

Στην παραπάνω σχέση το $\Delta t^*\ j$ αναφέρεται στον ψευδοχρόνο (που διαφέρει από κελί σε κελί) ενώ το Δt αναφέρεται στον χρόνο.

Έτσι, μέσω των εξισώσεων 2.6.16 και 2.6.21 η εξίσωση που καλούμαστε να λύσουμε είναι η εξής:

$$[(\frac{1}{\Delta t_j^*}+\frac{3}{2\Delta t})\Omega_j{}^{n+1}+\frac{\partial R_j}{\partial \overline{U}_j}]\Delta\, \overline{U}_j{}^*=-(\frac{3\Omega_j{}^{n+1}\overline{U}_j{}^*-4\Omega_j{}^n\overline{U}_j{}^n+\Omega_j{}^{n-1}\overline{U}_j{}^{n-1}}{2\Delta t_j}+(R_j)^n)$$

Εξίσωση 2.6. 22

Κατά την έναρξη των επαναλήψεων του ψευδοχρόνου, η τιμή του ψευδοχρονικού βήματος $\overline{U_j{}^*}$θα πάρει αρχικά την τιμή της προηγούμενης επανάληψης $\overline{U_j{}^n}$. Έτσι ο μόνος άγνωστος είναι ο όρος $\Delta\overline{U}_j{}^*$, τον οποίο και προσδιορίζουμε.
Αυτό θα γίνεται συνεχώς μέχρι η ψευδοχρονική επανάληψη να συγκλίνει, δηλαδή, μέχρι:

$$(\overline{U}_j{}^*)^{i+1}=(\,\overline{U}_j{}^*)^i \Leftrightarrow \Delta\, \overline{U}_j{}^* = 0 \quad \textit{Εξίσωση 2.6. 23}$$

Τότε η ψευδοχρονική εξίσωση έχει έρθει σε συνθήκες μόνιμης ροής.

7. Μόνιμες ροές

Στην περίπτωση των μόνιμων ροών (ή steady), ο χρονικός παράγοντας θα πρέπει να μηδενιστεί, αφού η ροή είναι ανεξάρτητη του χρόνου. Ο μηδενισμός του χρονικού παράγοντα ωστόσο δεν είναι κάτι που θα πρέπει να θεωρηθεί δεδομένο εξαρχής, αλλά είναι κάτι στο οποίο το πρόγραμμα θα πρέπει να καταλήξει μετά από επαναληπτική διαδικασία.

Η εξίσωση που έχουμε είναι η εξής:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{U}_j\Omega_j{}^{n+1}) = -\left(R_j\right)^{n+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\overline{U}_j\Omega_j{}^{n+1}) + (R_j)^{n+1} = 0 \quad \textit{Εξίσωση 2.7. 1}$$

Για να λύσουμε την παραπάνω εξίσωση, θα διακριτοποιήσουμε τον όρο του Residual με τον τύπο του Taylor, και θα έχουμε:

$$(R_j)^{n+1} = (R_j)^n + \frac{\partial R}{\partial U} \cdot \Delta\, U \quad \textit{Εξίσωση 2.7. 2}$$

Επιπλέον, μπορούμε να διακριτοποιήσουμε την παράγωγο του χρόνου, με μία μικρής τάξης διαφορά:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{U}_j {\Omega_j}^{n+1}) = \frac{\Delta \overline{U}_j}{\Delta t} {\Omega_j}^{n+1} \quad \textit{Εξίσωση 2.7. 3}$$

Για την περίπτωση της μόνιμης ροής, ο όρος *n* δεν αναφέρεται στην πάροδο του χρόνου, όπως στην περίπτωση της μη-μόνιμης που εξετάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Αντίθετα ως *n* ορίζουμε τις επαναλήψεις του προγράμματος μέχρις ότου επέλθει η σύγκλιση.

Όταν μετά από κάποιο αριθμό επαναλήψεων επέλθει σύγκλιση, θα ισχύει:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{U}_j {\Omega_j}^{n+1}) = 0 \quad \textit{Εξίσωση 2.7. 4}$$

Άρα

$$\frac{\Delta \overline{U}_j}{\Delta t} {\Omega_j}^{n+1} = 0 \quad \textit{Εξίσωση 2.7. 5}$$

$$\Delta \overline{U}_j = 0 \quad \textit{Εξίσωση 2.7. 6}$$

Όπου

$$\Delta\ U = U^{n+1} - U^{n}$$ *Εξίσωση 2.7. 7*

Δηλαδή, όταν επέλθει σύγκλιση, θα είναι:

$$\Delta\bar{U}_j = 0 \Leftrightarrow {U_j}^{n+1} = {U_j}^{n}$$ *Εξίσωση 2.7. 8*

Με αντικατάσταση των τύπων του Residual και της διακριτοποιημένης χρονικής παραγώγου στην αρχική εξίσωση, θα έχουμε:

$$\frac{\Delta\bar{U}_j}{\Delta t}{\Omega_j}^{n+1} + \left(R_j\right)^n + \frac{\partial R}{\partial \mathrm{U}} \cdot \Delta\ \bar{U}_j = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Delta\bar{U}_j \cdot [\frac{{\Omega_j}^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\partial R}{\partial U}] = -\ (R_j)^n$$ *Εξίσωση 2.7. 9*

Ο όρος του Residual θα είναι:

$$-\ (R_j)^n = -\sum_{faces} \vec{F}^n \cdot \Delta\vec{S}^n + {\bar{Q}_j}^{n} {\Omega_j}^{n}$$ *Εξίσωση 2.7. 10*

Όπως η μεταβλητή *n* δεν αναφέρεται στον χρόνο, αλλά στις επαναλήψεις, έτσι και το μέγεθος Δ*t* δεν αναφέρεται στην αλλαγή του χρόνου, αλλά αποτελεί ένα μέσο που θα επιτρέψει μία σταδιακή επεξεργασία στη ροή του προβλήματος μέχρις ότου επέλθει σύγκλιση. Για αυτόν τον λόγο, στην περίπτωση της μόνιμης ροής, δίνουμε μία αυθαίρετη τιμή στον όρο Δ*t*, ανεξάρτητα της έννοιας του χρόνου στο πρόβλημα αυτό καθ' εαυτό. Τελικά θα ισχύει ότι

$$U^{n+1} = U^{n}$$ και

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{U}_j{\Omega_j}^{n+1}) = 0$$ Εξίσωση 2.7. 11

όταν πια έχει επέλθει πλήρως μόνιμη ροή.

1. Μοντέλο τύρβης

Το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα MaPFlow είναι το k –ω και είναι το παρακάτω:

η κινηματική συνεκτικότητα:

$$\nu_T = \frac{\alpha_1 k}{max(\alpha_1 \omega, SF_2)}$$ *Εξίσωση 2.8. 1*

η κινητική ενέργεια τύρβης:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \mathrm{k}\omega + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma_\kappa \nu_T)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]$$ *Εξίσωση 2.8. 2*

ο ρυθμός διασποράς (dissipationrate):

$$\frac{\partial \omega}{\partial \mathrm{t}} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial \mathrm{x_j}} = \alpha S^2 - \beta\omega^2 + \frac{\partial}{\partial \mathrm{x_j}}\left[(\nu + \sigma_\omega \nu_T)\frac{\partial \omega}{\partial \mathrm{x_j}}\right] + 2(1 - \mathrm{F_1})\, \sigma_{\omega^2} \frac{1}{\omega}\frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{x_i}}\frac{\partial \omega}{\partial \mathrm{x_I}}$$

Εξίσωση 2.8. 3

Όπου:

$$F_2 = tan\,h[[max\,(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega})]^2] \quad \textit{Εξίσωση 2.8. 4}$$

$$P_k = \min(\tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial_{\chi_j}}, 10\beta^* k\omega) \quad \textit{Εξίσωση 2.8. 5}$$

$$F_1 = tan\,h\{\{min\left[max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega}\right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2}]\}^4\right]\quad \textit{Εξίσωση 2.8. 6}$$

$$CD_{k\omega} = max\left(2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial_{x_i}}\frac{\partial \omega}{\partial_{x_i}}, 10^{-10}\right) \quad \textit{Εξισωση 2.8. 7}$$

$$\varphi = \varphi_1 F_1 + \varphi_2(1 - F_1) \quad \textit{Εξίσωση 2.8. 8}$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{9}$$
$$A_2 = 0.44$$
$$B_1 = \frac{3}{40}$$
$$\beta_2 = 0.0828$$
$$\beta^* = \frac{9}{100}$$
$$\Sigma_{\kappa 1} = 0.85$$
$$\sigma_{\kappa 2} = 1$$
$$\sigma_{\omega 1} = 0.5$$
$$\sigma_{\omega 2} = 0.856$$

2. Κώδικας επίλυσης εξισώσεων

Προκειμένου να επιλυθούν οι εξισώσεις Navier-Stokes χρησιμοποιήσαμε τον κώδικα MaPFlow γραμμένο σε Fortran90 με τις εξής εισόδους:

Ένα αρχείο grid.msh ή grid.inp, το οποίο περιέχει τα σημεία του πλέγματος για την εν λόγω αεροτομή αλλά και το μοντέλο αριθμητικής επίλυσης των οριακών συνθηκών.

Ένα αρχείο main.imp, το οποίο εμπεριέχει τα δεδομένα της ροής. Συγκεκριμένα μεταβάλαμε:

- τη γωνία πρόσπτωσης

- τον αριθμό Mach
- τις συνθήκες από μη-μόνιμες σε μόνιμες

υπολογιστικά δεδομένα του κώδικα όπως ο αριθμός των επαναλήψεων, η ακρίβεια του σφάλματος προκειμένου να προκύψει ακριβέστερη προσομοίωση της ροής

Ένα αρχείο visc.inp το οποίο επίσης εμπεριέχει χαρακτηριστικά της ροής. Συγκεκριμένα μεταβάλαμε:

- τον αριθμό Reynolds

3. Συνοριακή Συνθήκη οπής αναρρόφησης

Προκειμένου να δημιουργήσουμε την οπή αναρρόφησης εισάγαμε μία νέα οριακή συνθήκη. Στην ουσία δημιουργήσαμε ένα "ψευδοτοίχος", όπου και επιβάλαμε η ταχύτητα της ροής να είναι κάθετη στην επιφάνεια της αεροτομής - σε αντίθεση με τη συνοριακή συνθήκη τοίχου (solidwall) όπου επιβάλλουμε μηδενική ταχύτητα στο τοίχωμα. Έτσι ορίσαμε μία τιμή στην ολική πίεση (μικρότερη της P∞). Ουσιαστικά επιβάλαμε τιμή στις ταχύτητες u, w ενώ η ταχύτητα v υπολογίζεται μέσω της στατικής πίεσης που ορίσαμε. Έτσι υπολογίζεται το διάνυσμα των συντηρητικών μεταβλητών και των συντηρητικών παροχών στην περιοχή της οπής.

Συγκεκριμένα θέτουμε

$$\vec{u}=\vec{w}=0 \quad \textit{Εξίσωση 2.10. 1}$$

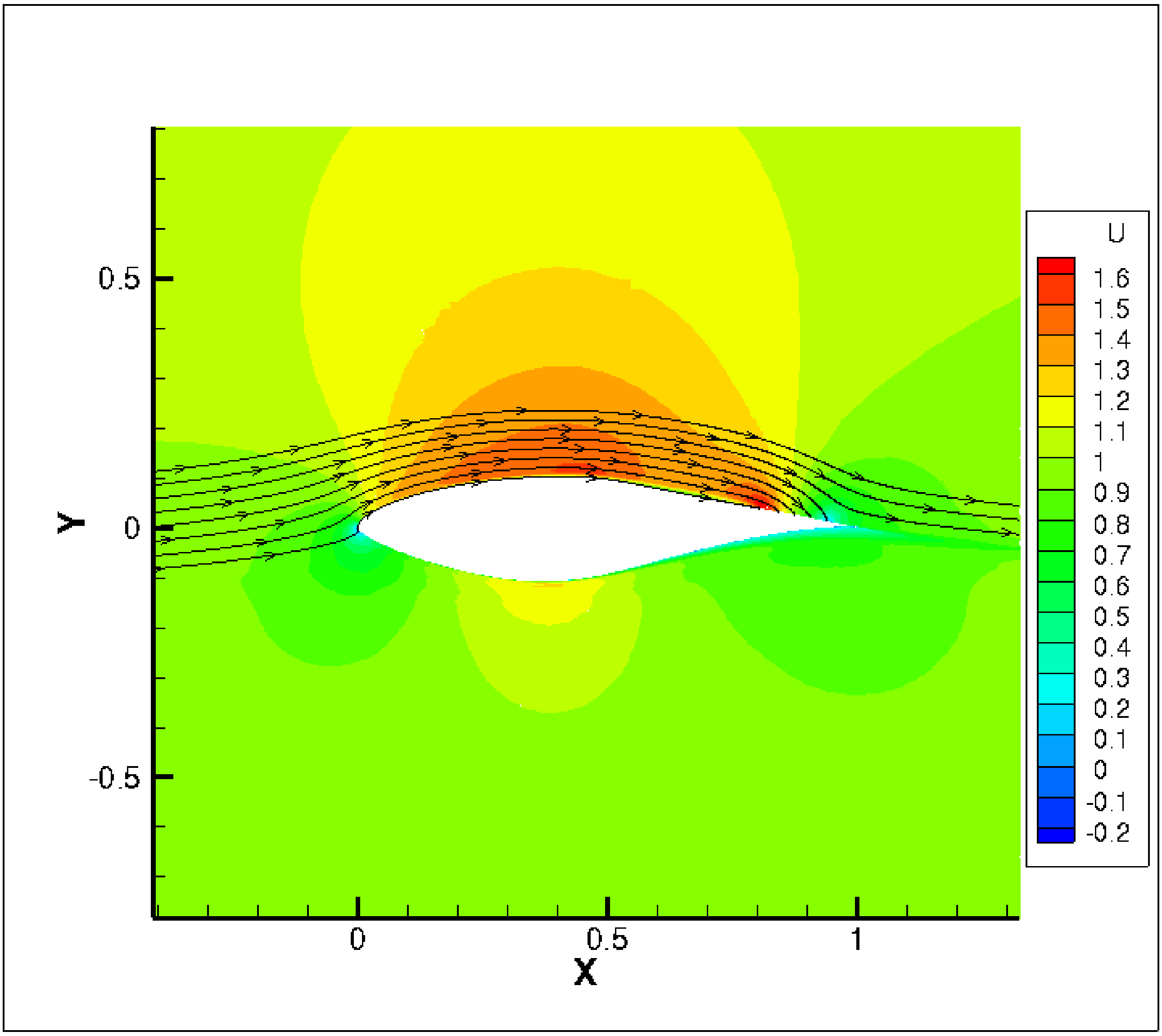
και την τιμή της ολικής πίεσης αναρρόφησης

$$Psuction=Ptot$$

Και έτσι προκύπτει το διάνυσμα των συντηρητικών παροχών

$$\vec{F_c}=\begin{pmatrix} 0 \\ n_x p_{suction} \\ n_y p_{suction} \\ n_z p_{suction} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \textit{Εξίσωση 2.10. 2}$$

Με βάση αυτό και όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2.4 με το σχήμα του Roe γίνεται ο υπολογισμός των συντηρητικών παροχών.



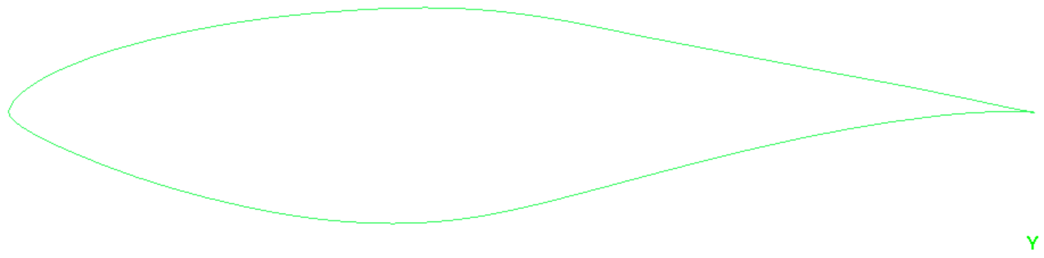
Διάγραμμα 2. 2. 1: Ροή του ρευστού στην οπή αναρρόφησης

ICEM CFD

Η κατασκευή των πλεγμάτων έγινε με τη βοήθεια του πακέτου ICEM CFD το οποίο είναι επέκταση του πακέτου ANSYS. Στο πακέτο αυτό, σαν δεδομένο εισόδου εισάγουμε ένα αρχείο με τα σημεία της αεροτομής. Πρώτα επιλέγεται κατάλληλο blocking strategy ανάλογα με τη μορφολογία της αεροτομής, με σκοπό το πλέγμα να είναι όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφο όσον αφορά το μέγεθος των κελιών αλλά και την κλίση τους. Εν συνεχεία κατασκευάζεται το πλέγμα σύμφωνα με την ακρίβεια που απαιτούμε αναλόγως της γεωμετρίας της αεροτομής.

Στην παρούσα Διπλωματική, απαιτείται μεγαλύτερη ακρίβεια κοντά στην αεροτομή, προκειμένου να προσομοιώσουμε λεπτομερώς το οριακό στρώμα. Για τον λόγο αυτό, καθώς και για εξοικονόμηση υπολογιστικών πόρων, τα πλέγματα που κατασκευάστηκαν είναι πιο πυκνά κοντά στην αεροτομή.

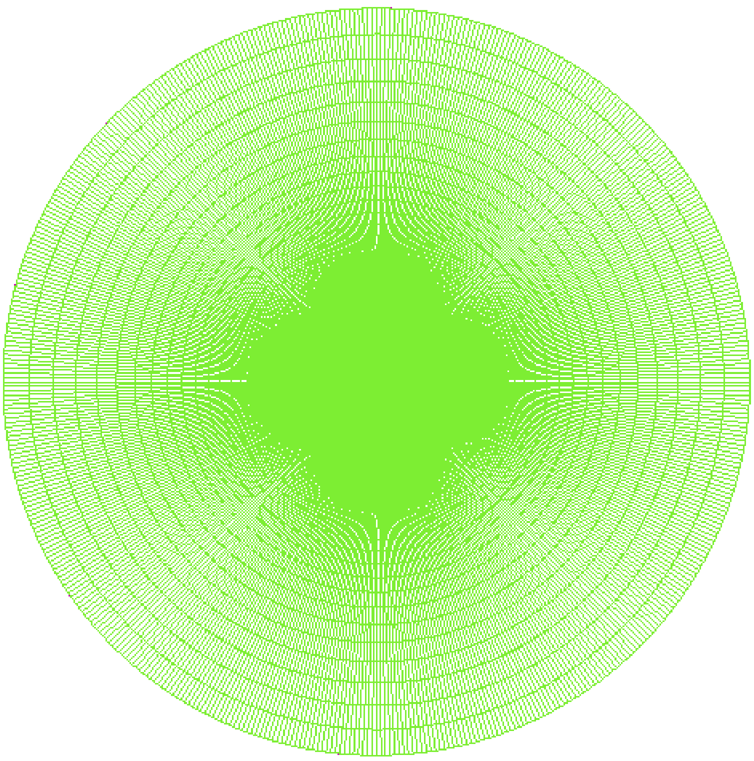
3. Παρουσίαση αποτελεσμάτων



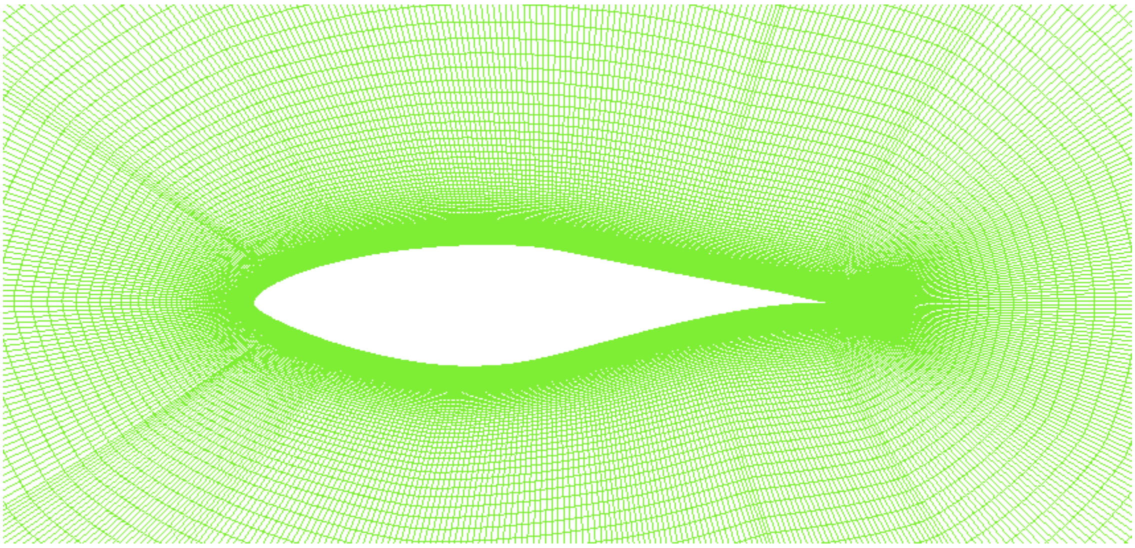
Σχήμα 3. 1: Αεροτομή S809

Παρουσιάζεται το πλέγμα που δημιουργήθηκε μέσω ICEM και χρησιμοποιήθηκε στον υπολογιστικό κώδικα. Τα χαρακτηριστικά του πλέγματος είναι τα εξής:

- O-type πλέγμα
- Αριθμός κόμβων:512x256
- Δομημένο πλέγμα
- Πυκνότερο κοντά στην αεροτομή



Σχήμα 3. 2: Ολική άποψη πλέγματος αεροτομής S809



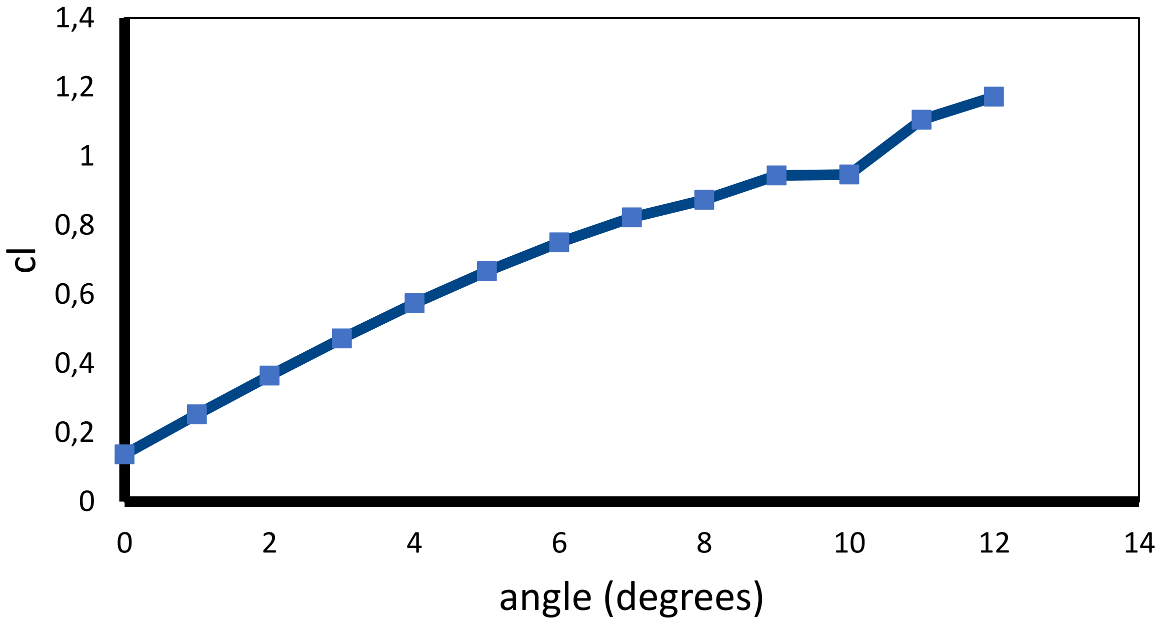
Σχήμα 3. 3: Μερική άποψη πλέγματος αεροτομής S809

Τα δεδομένα της ροής είναι τα εξής:

- $Re=1x10^6$
- Mach=0.1

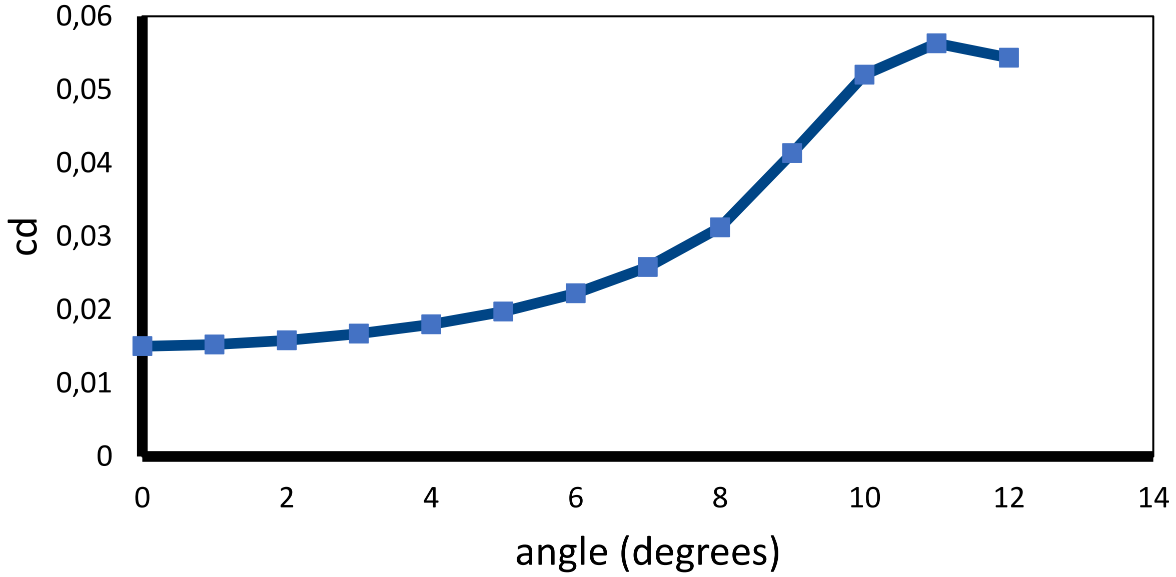
1. Αποτελέσματα S809 χωρίς αναρρόφηση

Και προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:



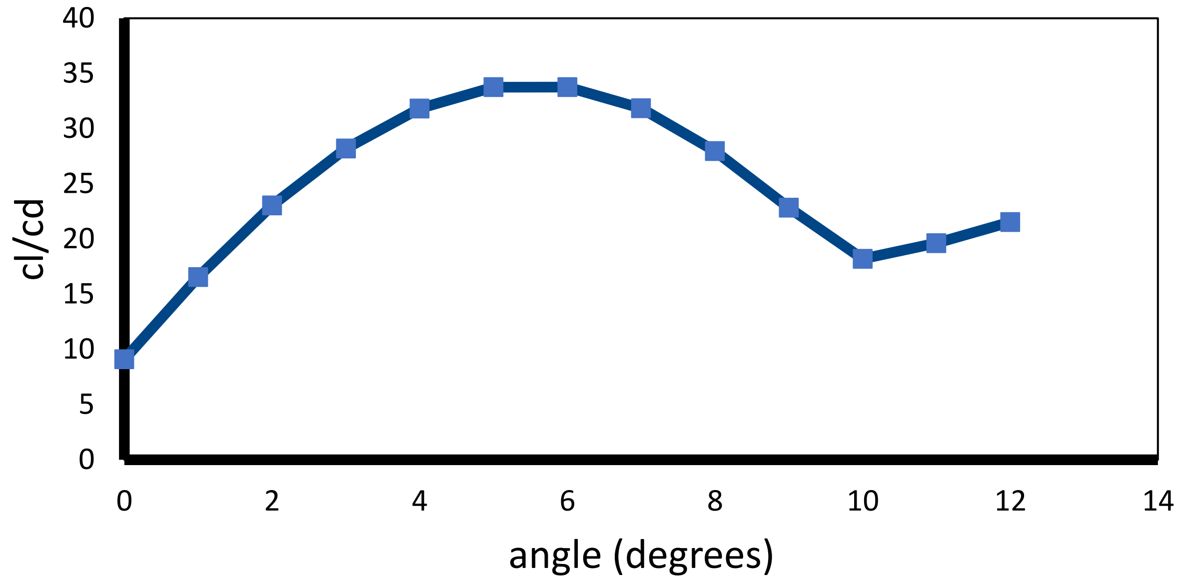
Διάγραμμα 3. 1: Συντελεστής Άνωσης αεροτομής S809 για γωνίες πρόσπτωσης 0-12°

Χαρακτηριστικό της συγκεκριμένης αεροτομής S809 είναι ότι στις γωνίες α=9-10^o ο συντελεστής άνωσης φαίνεται να είναι σταθερός και στις γωνίες α=10-12^o υπάρχει μία απότομη αύξηση του συντελεστή άνωσης. Επίσης παρατηρούμε ότι για γωνίες πρόσπτωσης α μεγαλύτερες των 7^o περίπου παρατηρείται αλλαγή στη γραμμική μεταβολή του συντελεστή άνωσης. Προβλέπουμε ότι για α=7^o είναι και η γωνία που παρουσιάζεται για πρώτη φορά αποκόλληση της ροής.



Διάγραμμα 3. 1: Συντελεστής αντίστασης αεροτομής S809 για γωνίες πρόσπτωσης 0-12^o

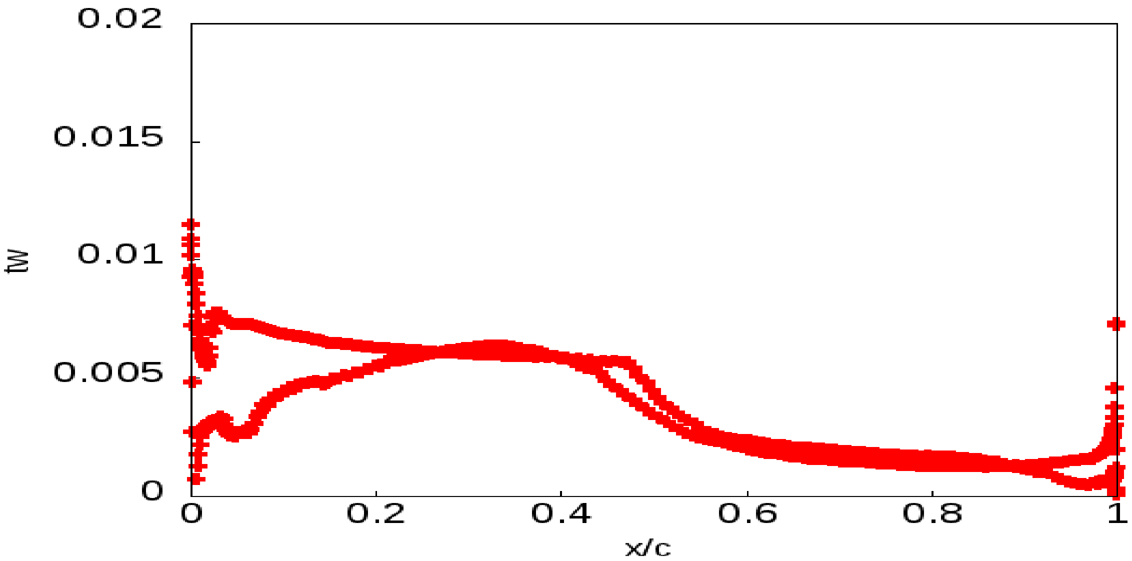
Το γινόμενο των συντελεστών άνωσης και αντίστασης, γνωστό και ως performance, αποτελεί κριτήριο των αεροδυναμικών επιδόσεων της αεροτομής.



Διάγραμμα 3. : Performance αεροτομής S809 για γωνίες πρόσπτωσης 0-12^o

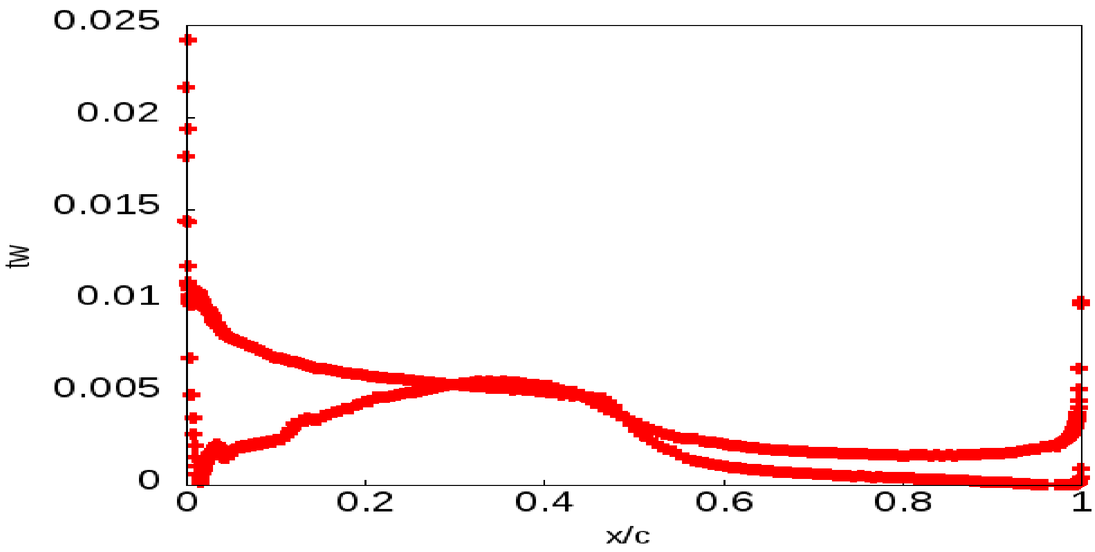
Χαρακτηριστικό της συγκεκριμένης αεροτομής S809 είναι ότι το performance μεγιστοποιείται για γωνίες α =5-6^o, υπάρχει μείωση του για α=6-10^o και μία απότομη αύξηση του για α=10-12^o.

Παρουσιάζεται παρακάτω η κατανομή της τριβής με διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης.



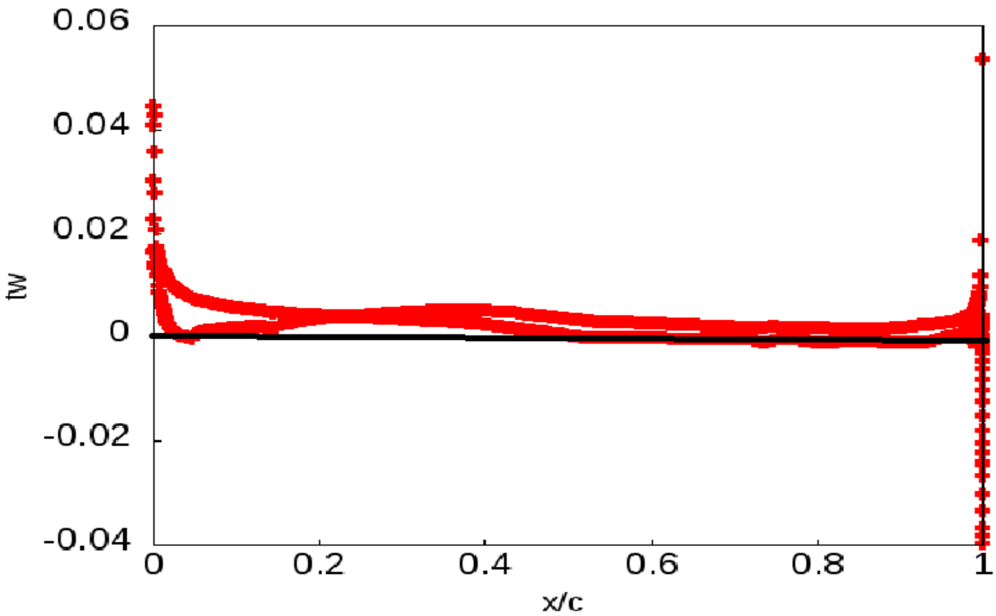
Διάγραμμα 3. 2: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 3^o

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής παραμένει θετικός κατά μήκος όλης της αεροτομής



Διάγραμμα 3. 3: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 7^o

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής γίνεται αρνητικός για πρώτη φορά στο σημείο x=0.97

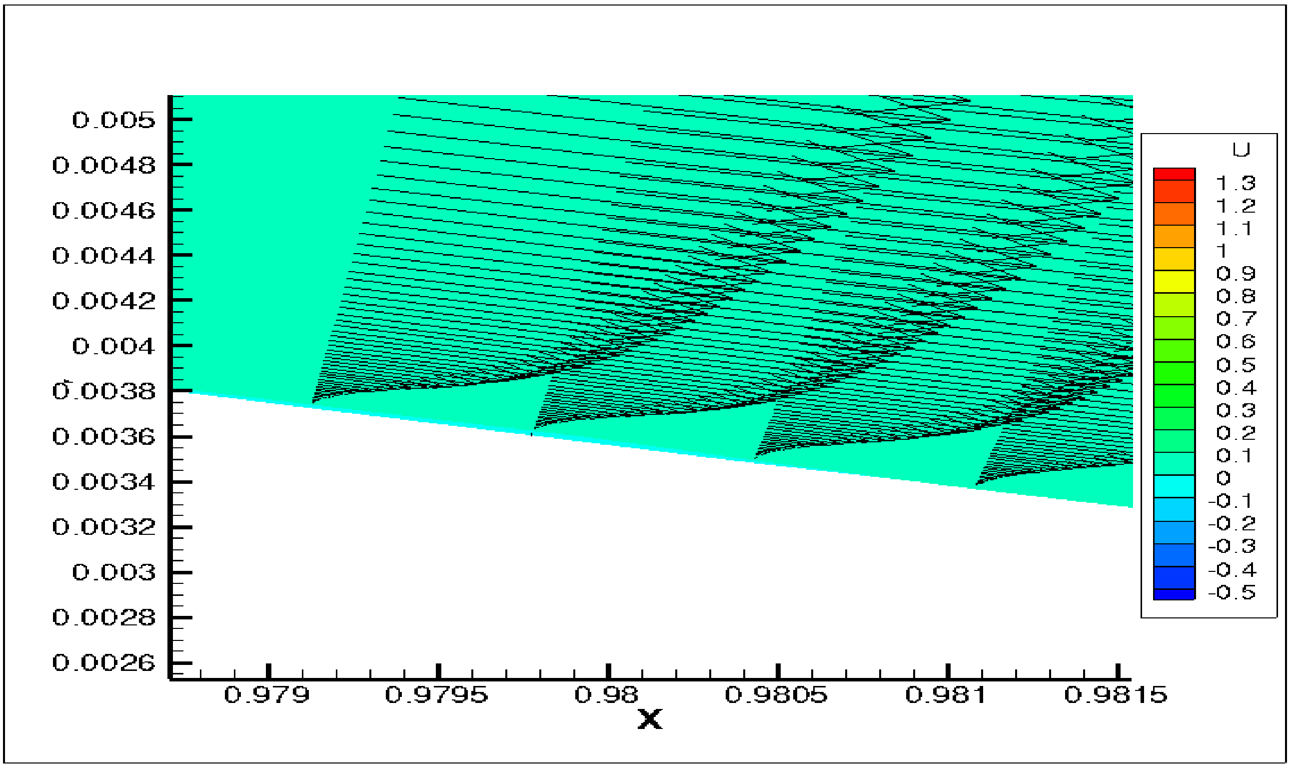


Διάγραμμα 3. 4: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 12^o

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής γίνεται αρνητικός για πρώτη φορά στο σημείο x=0.51

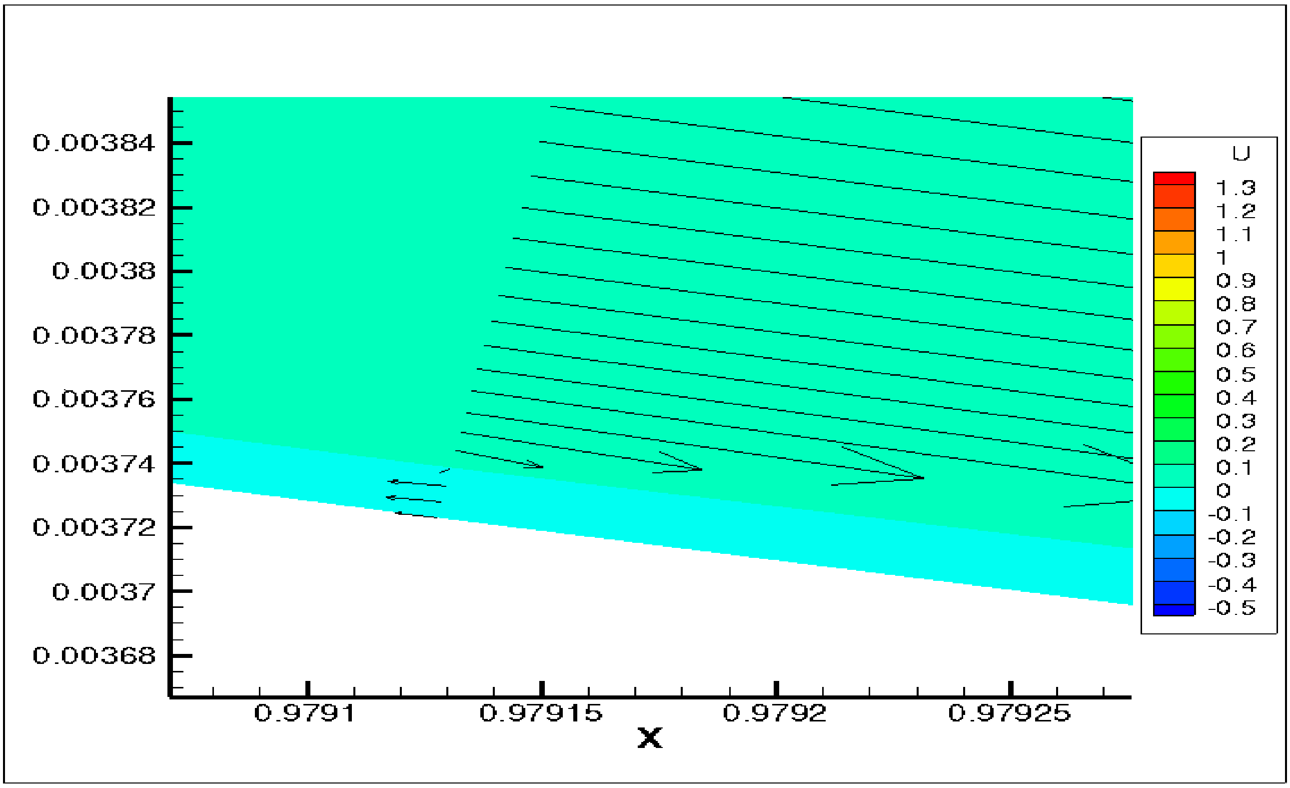
Γνωρίζουμε ότι η φυσική σημασία του αρνητικού συντελεστή τριβής είναι η αλλαγή κατεύθυνσης της δύναμης τριβής. Άρα αυτό σημαίνει ότι η ροή του ρευστού στο συγκεκριμένο σημείο αλλάζει κατεύθυνση. Αντιλαμβανόμαστε ότι είναι το σημείο στο οποίο αποκολλάται το οριακό στρώμα. Η αποκόλληση του οριακού στρώματος φαίνεται καλύτερα στις παρακάτω απεικονίσεις.

Στις 7^o



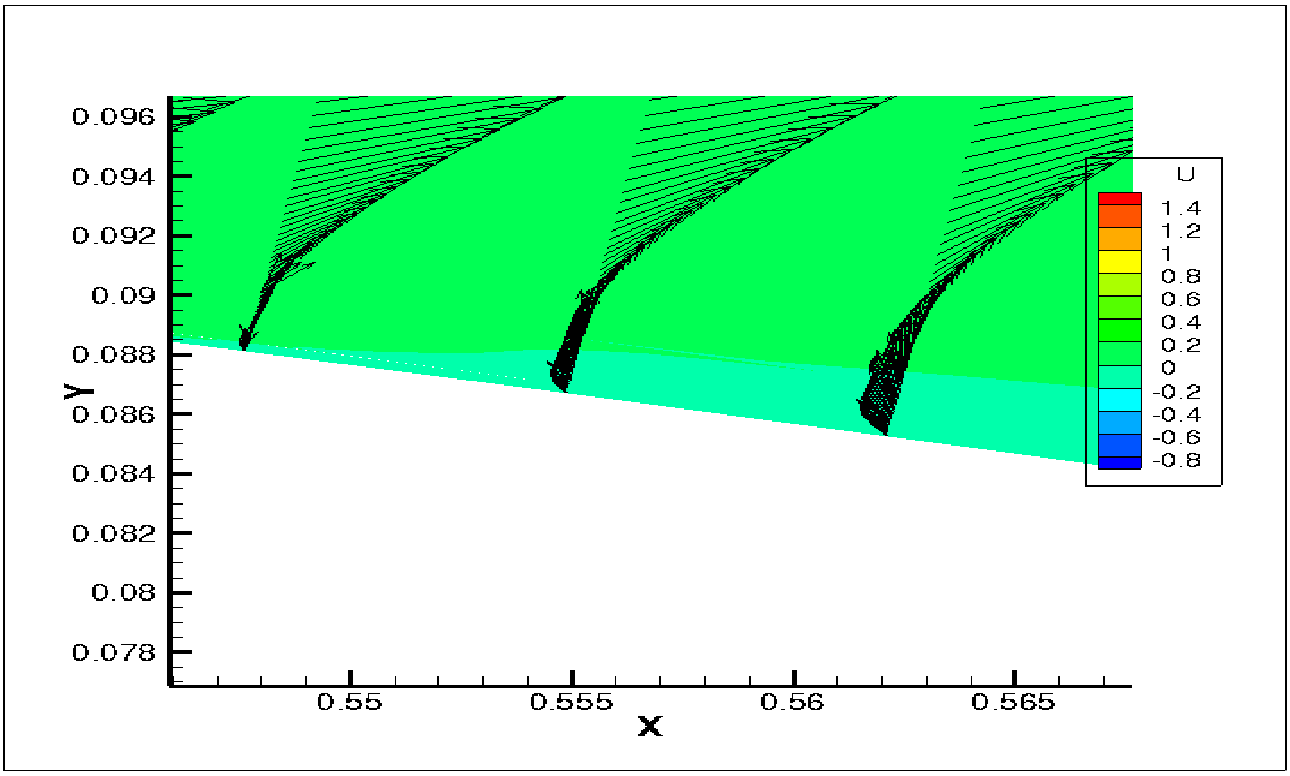
Διάγραμμα 3. 5: Ροή ρευστού γύρω από την αεροτομή με γωνία πρόσπτωση 7^o

Εστιάζοντας



Διάγραμμα 3. 6: Ροή ρευστού γύρω από την αεροτομή με γωνία πρόσπτωση 7^o

Στις 12^o



Διάγραμμα 3. 7: Ροή ρευστού γύρω από την αεροτομή με γωνία πρόσπτωση 12^o

Παρατηρούμε ότι :

- Η αποκόλληση εμφανίζεται για πρώτη φορά σε μικρή γωνία πρόσπτωσης ($\alpha=7^o$)
- Η αποκόλληση κατά την αύξηση της γωνίας πρόσπτωσης δεν μεταφέρεται -απότομα- στην ακμή πρόσπτωσης αλλά φτάνει μέχρι το σημείο x/c=0.51

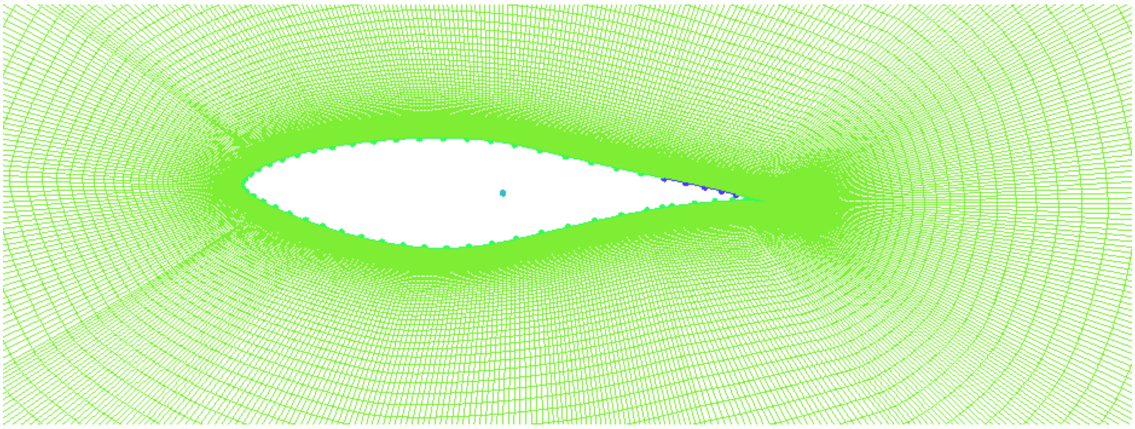
Τα δύο αυτά φαινόμενα οφείλονται στην ιδιαίτερη γεωμετρία του πτερυγίου S809 το οποίο είναι παχύ στην ακμή πρόσπτωσης και λεπτό στην ακμή εκφυγής.

2. Σύγκριση αεροδυναμικών επιδόσεων με αναρρόφηση και χωρίς αναρρόφηση

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΑΝΑΡΡΟΦΗΣΗΣ

Χρησιμοποιώντας και πάλι την ίδια αεροτομή αλλά αυτή τη φορά δημιουργούμε οπή αναρρόφησης στο σημείο x/c=0.80 με αυτήν να σταματά στο x/c=0.95

Το πλέγμα που δημιουργήθηκε μέσω ICEM και χρησιμοποιήθηκε στον υπολογιστικό κώδικα:



Σχήμα 3. 4: Μερική άποψη πλέγματος αεροτομής S809 με οπή αναρρόφησης

Τα δεδομένα της ροής είναι τα εξής:

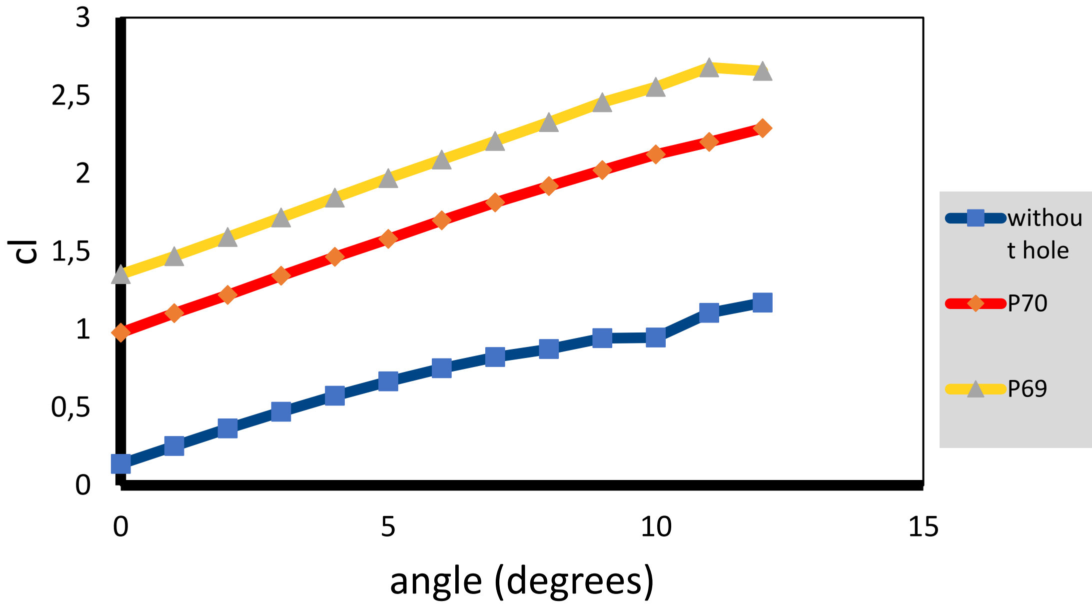
- $Re=1x10^6$
- Mach=0.1

Ορίζουμε στην περιοχή της οπής τις εξής ολικές πιέσεις :

- Περίπτωση 1): Ptot=70
- Περίπτωση 2): Ptot=69

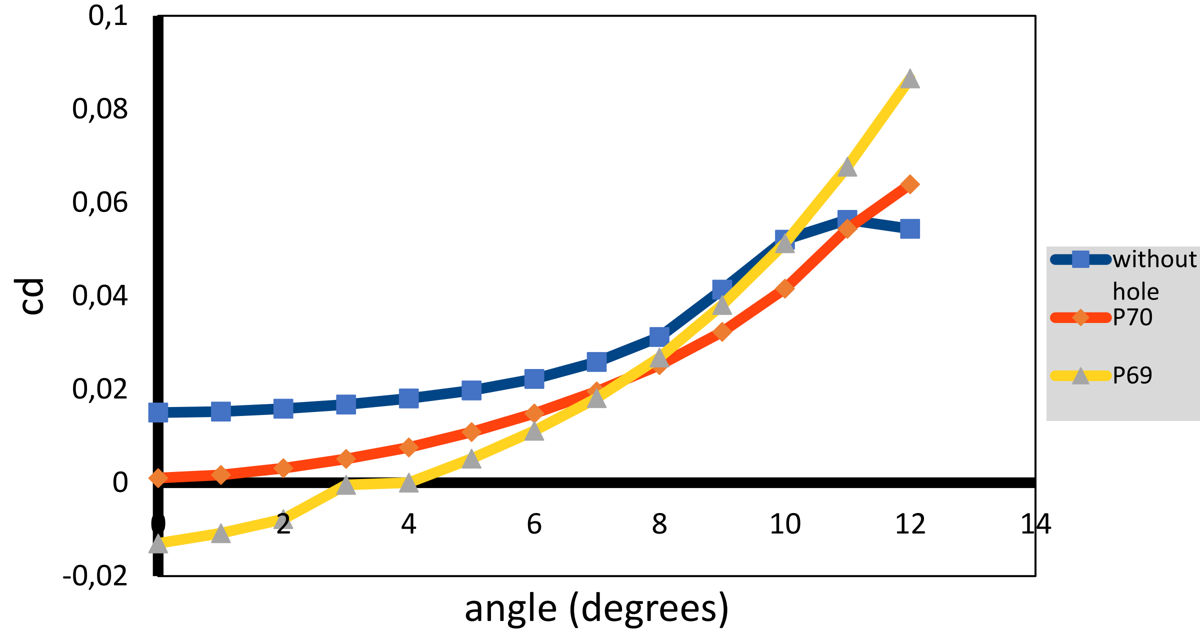
Παρατήρηση: Η ολική πίεση στην περιοχή δημιουργίας της οπής ορίζεται μικρότερη της P∞ προκειμένου να δημιουργηθεί αναρρόφηση με συντελεστή πίεσης Cp=-3,84 και Cp=-5,84 για τις περιπτώσεις 1) και 2) αντίστοιχα.

Και προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:



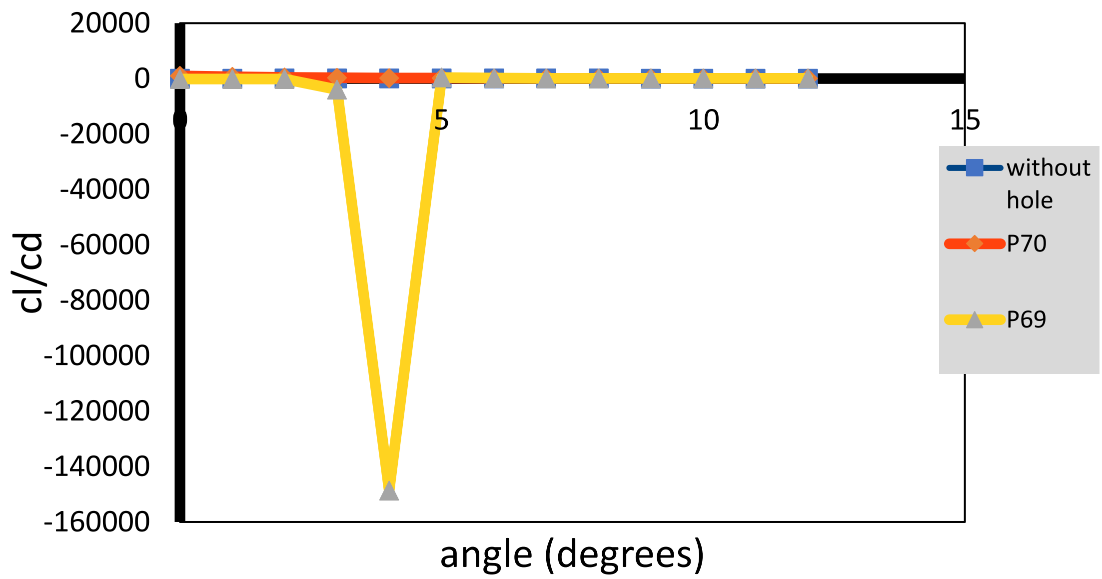
Διάγραμμα 3. 8:_Συντελεστής άνωσης αεροτομής S809, για γωνίες πρόσπτωσης 0-12 °, με αναρρόφηση, $Ptot_1$=70 και $Ptot_2$=69 στην περιοχή της οπή και χωρίς αναρρόφηση

Ο συντελεστής άνωσης έχει αυξηθεί για όλες τις γωνίες πρόσπτωσης στις περιπτώσεις που εφαρμόζεται η αναρρόφηση. Επίσης ο συντελεστής άνωσης με αναρρόφηση Pt=69 είναι μεγαλύτερος από ό,τι με Pt=70 για όλες τις γωνίες πρόσπτωσης.



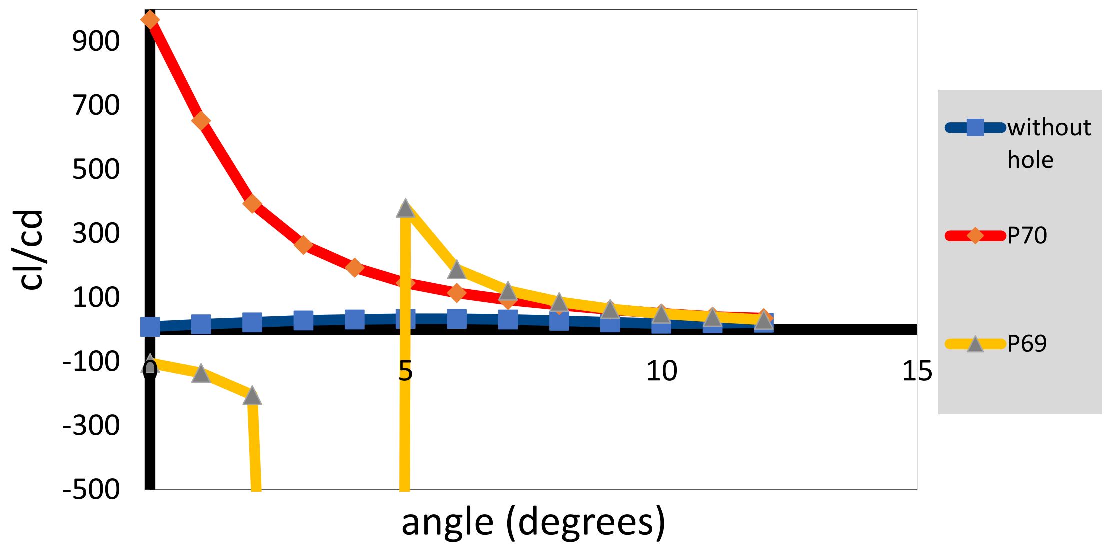
Διάγραμμα 3. 9: Συντελεστής αντίστασης, αεροτομής S809, για γωνίες πρόσπτωσης 0-12°, με αναρρόφηση, $Ptot_1$=70 και $Ptot_2$=69 στην περιοχή της οπή και χωρίς αναρρόφηση

Παρατήρηση: Ο συντελεστής αντίστασης παρατηρούμε ότι είναι αρνητικός για γωνίες πρόσπτωσης από 0-4°. Η φυσική σημασία του συγκεκριμένου φαινομένου είναι ότι υπάρχει αλλαγή κατεύθυνσης της δύναμης αντίστασης. Το συγκεκριμένο φαινόμενο θα αναλυθεί παρακάτω.



Διάγραμμα 3. 10: Performance, αεροτομής S809, για γωνίες πρόσπτωσης 0-12°, με αναρρόφηση, $Ptot_1$=70 και $Ptot_2$=69 στην περιοχή της οπή και χωρίς αναρρόφηση

.

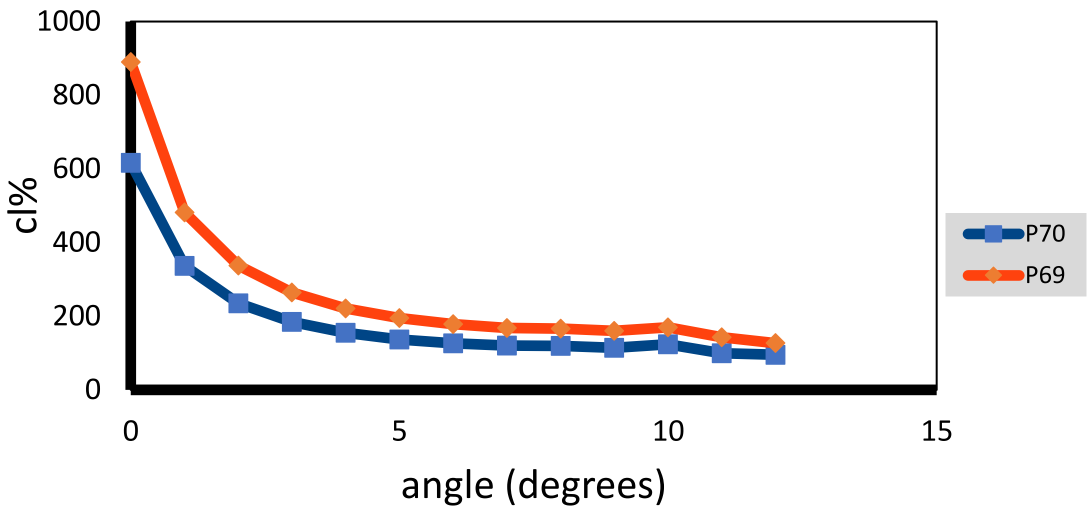


Διάγραμμα 3. 11: Performance, αεροτομής S809, για γωνίες πρόσπτωσης 0-12^o, με αναρρόφηση, Ptot$_1$=70 και Ptot$_2$=69 στην περιοχή της οπή και χωρίς αναρρόφηση

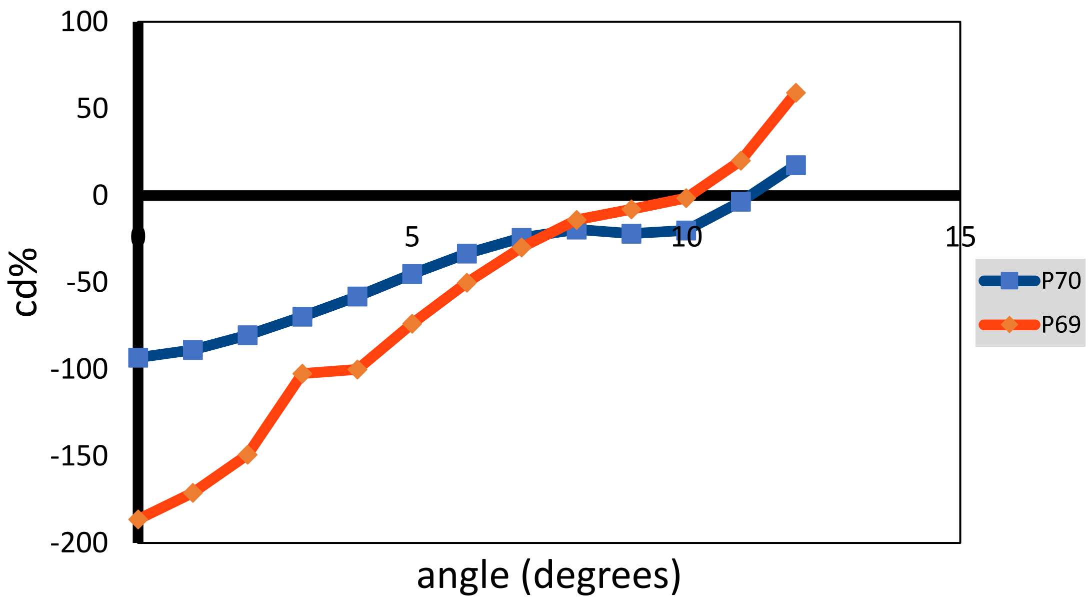
Παρατήρηση: Επειδή ο συντελεστής αντίστασης είναι αρνητικός, το πηλίκο του συντελεστή άνωσης με τον συντελεστή αντίστασης είναι αρνητικό για γωνίες πρόσπτωσης από 0-4^o και στις 4^o φαίνεται να απειρίζεται (ο παρονομαστής προσεγγίζει το 0). Στις 4^o είναι η γωνία που γίνεται η αλλαγή κατεύθυνσης της δύναμης αντίστασης.

Υπάρχει σημαντική βελτίωση του performance της αεροτομής για όλες τις γωνίες πρόσπτωσης στην περιπτώσεις με αναρρόφηση.

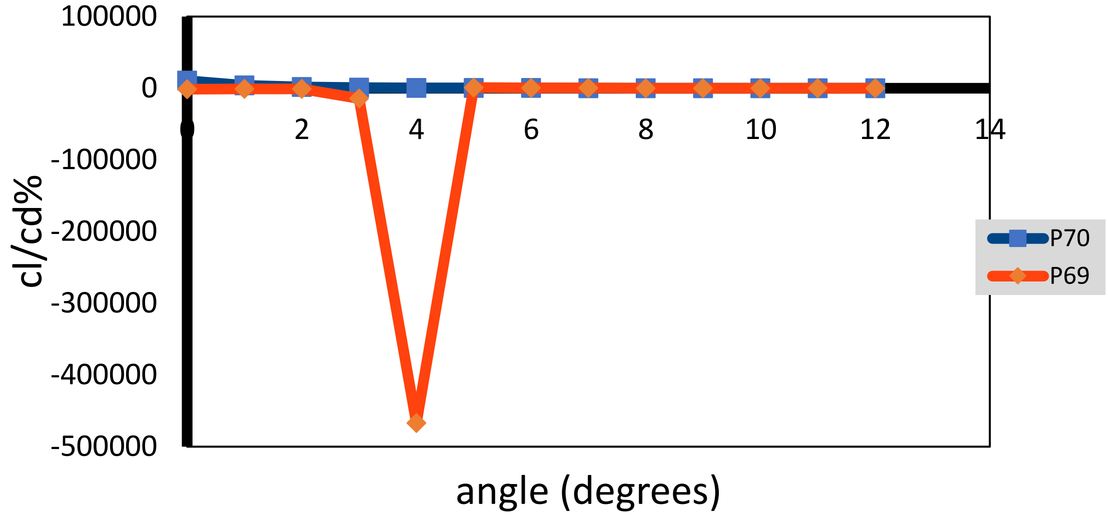
Παρουσιάζονται παρακάτω οι επί τοις εκατό μεταβολές των αεροδυναμικών επιδόσεων.



Διάγραμμα 3. 12: Επί τοις εκατό μεταβολή συντελεστή άνωσης αεροτομής S809 για γωνίες πρόσπτωσης 0-12 ° με αναρρόφηση, Ptot=70 και Ptot=69 στην περιοχή της οπής σε σχέση με την αρχική περίπτωση χωρίς οπή αναρρόφησης

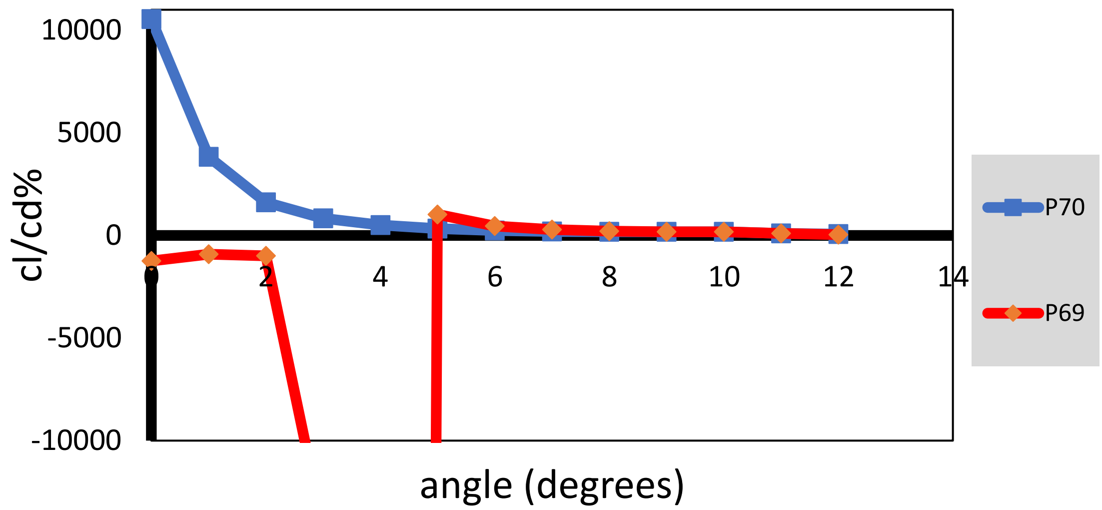


Διάγραμμα 3. 13: Επί τοις εκατό μεταβολή συντελεστή οπισθέλκουσας δύναμης S809 για γωνίες πρόσπτωσης 0-12 ° με αναρρόφηση, Ptot=70 και Ptot=69 στην περιοχή της οπής σε σχέση με την αρχική περίπτωση χωρίς οπή αναρρόφησης



Διάγραμμα 3. 14: Επί τοις εκατό μεταβολή του performance S809 για γωνίες πρόσπτωσης 0-12 ° με αναρρόφηση, Ptot=70 και Ptot=69 στην περιοχή της οπής σε σχέση με την αρχική περίπτωση χωρίς οπή αναρρόφησης

Εστιάζοντας



Διάγραμμα 3. 15: Επί τοις εκατό μεταβολή του performance S809 για γωνίες πρόσπτωσης 0-12 ° με αναρρόφηση, Ptot=70 και Ptot=69 στην περιοχή της οπής σε σχέση με την αρχική περίπτωση χωρίς οπή αναρρόφησης

3. Αλλαγή κατεύθυνσης δύναμης αντίστασης

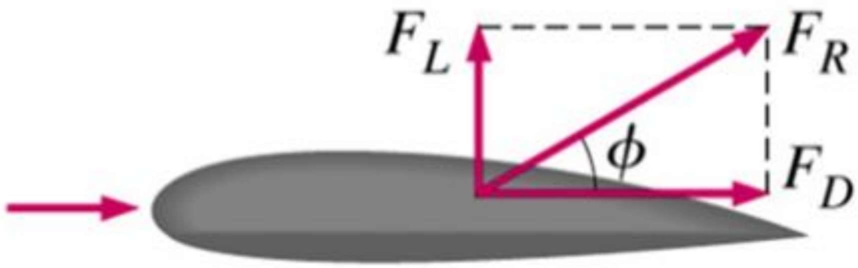
Προκειμένου να εξηγήσουμε την αλλαγή κατεύθυνσης της αντίστασης πρέπει πρώτα να αναλύσουμε πώς προκύπτει αυτή.

Η αεροδυναμική δύναμη, που συνήθως συμβολίζεται με R (ή F_R), μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες:

-Τη δύναμη άνωσης L (ή F_L), που χαρακτηρίζεται από τον αντίστοιχο συντελεστή άνωσης C_L(Lift Coefficient).

-Τη δύναμη αντίστασης D (ή F_D), που χαρακτηρίζεται από τον αντίστοιχο συντελεστή αντίστασης C_D (Drag Coefficient).

Στο παρακάτω σχήμα μπορούμε να δούμε τους τύπους που δίνουν τις δυνάμεις άνωσης και αντίστασης ως προς τη συνολική αεροδυναμική δύναμη:

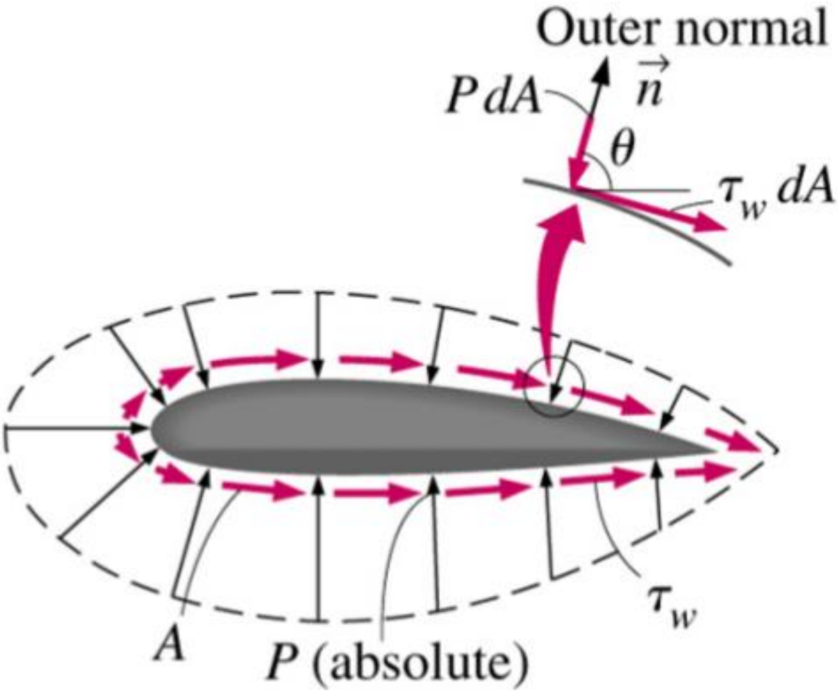


$$F_D = F_R \cos\phi$$
$$F_L = F_R \sin\phi$$

Εικόνα 7: Ανάλυση της συνολικής δύναμης F_R στις συνιστώσες της F_L και F_D. (Εικόνα από "FLOW OVER BODIES: DRAG AND LIFT" Chapter 15) (cen54261_ch15.qxd)

Η γωνία φ είναι η γωνία που σχηματίζει η συνολική δύναμη ως προς την κατεύθυνση της ροής του ρευστού. Η άνωση είναι η δύναμη η κάθετη στη ροή, ενώ η αντίσταση είναι η δύναμη η παράλληλη σε αυτήν.

Παράλληλα, στο παρακάτω σχήμα μπορούμε να δούμε τους δύο παράγοντες που προκαλούν τις προαναφερθείσες δυνάμεις, δηλαδή την πίεση P και τη διατμητική τάση t_W.



Εικόνα 8: Διανυσματική απεικόνιση της πίεσης p και της διατμητικής τάσης t_W σε στοιχειώδη επιφάνεια της αεροτομής.(Εικόνα από "FLOW OVER BODIES: DRAG AND LIFT" Chapter 15) (cen54261_ch15.qxd)

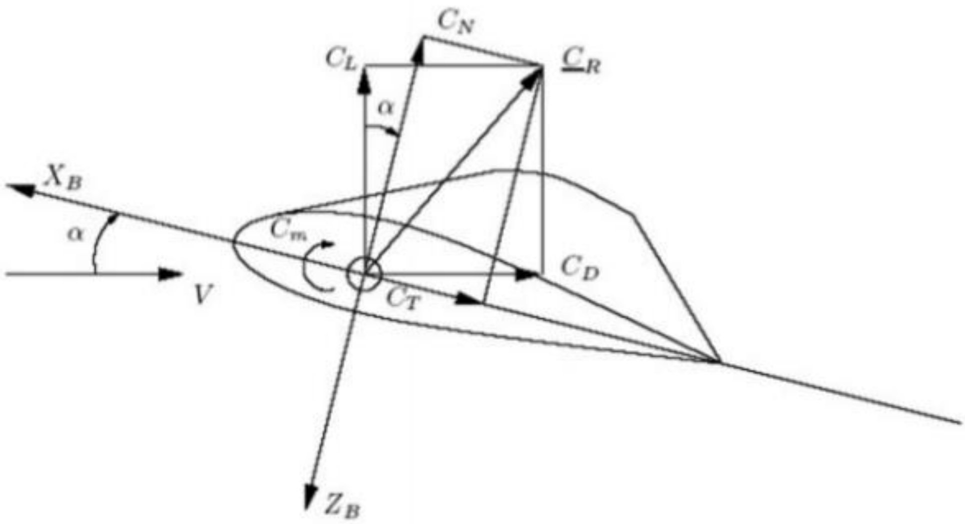
Στο σχήμα αυτό ορίζουμε ως γωνία θ αυτή που σχηματίζεται μεταξύ του κάθετου στην επιφάνεια διανύσματος $\vec{n}$ και της κατεύθυνσης της ροής του ρευστού. Η αντίσταση D είναι το ολοκλήρωμα των πιέσεων και των διατμητικών τάσεων που είναι παράλληλες στην κατεύθυνση της ροής, και με θετική φορά σύμφωνα με τη φορά της ροής (δηλαδή προς τα δεξιά). Δίνεται από τον τύπο:

$$D=\int_A dD = \int_A (-P\cos\theta + \tau_w \sin\theta) dA \quad \textit{Εξίσωση 3. 1}$$

Άρα οι συνισταμένες που προκαλούν την D είναι οι:

- C_{DP} (συνιστώσα λόγω πίεσης)
- T_{DW} (συνιστώσα λόγω τριβών) ή C_{DV}

Ας θεωρήσουμε τώρα μία αεροτομή η οποία σχηματίζει γωνία α με τη ροή του αέρα:



Εικόνα 9: Ανάλυση του συντελεστή συνολικής δύναμης C_R τόσο στις συνιστώσες C_L και C_D, όσο και στις C_N και C_T. (Εικόνα από http://www.aerostudents.com/files/flightDynamics/theAerodynamicCenter.pdf)

Όπως βλέπουμε και στην παραπάνω εικόνα, εκτός από τη γωνία α, μπορούμε να ορίσουμε και μία γωνία θ. Η θ είναι η σχετική γωνία μεταξύ του διανύσματος της πίεσης και της κάθετης ως προς τη χορδή διεύθυνσης. Είναι σαφές ότι η γωνία αυτή δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από τη σχετική θέση (το σημείο) πάνω στην αεροτομή όπου η πίεση αυτή αναφέρεται. Επιπλέον, οι πιέσεις που ασκούνται στην ανώτερη (upper) και στην κατώτερη (lower) επιφάνεια προκαλούν αντίστοιχα διαφορετικές δυνάμεις ανώτερης και κατώτερης επιφανείας, οι οποίες και δίνονται από τους αντίστοιχους τύπους:

$$dN_u = (-p_u \cos\theta - \tau_u \sin\theta) ds_u$$ *Εξίσωση 3. 2*

$$dT_u = (-p_u \sin\theta + \tau_u \cos\theta) ds_u$$ *Εξίσωση 3. 3*

για την άνω (upper) επιφάνεια, και:

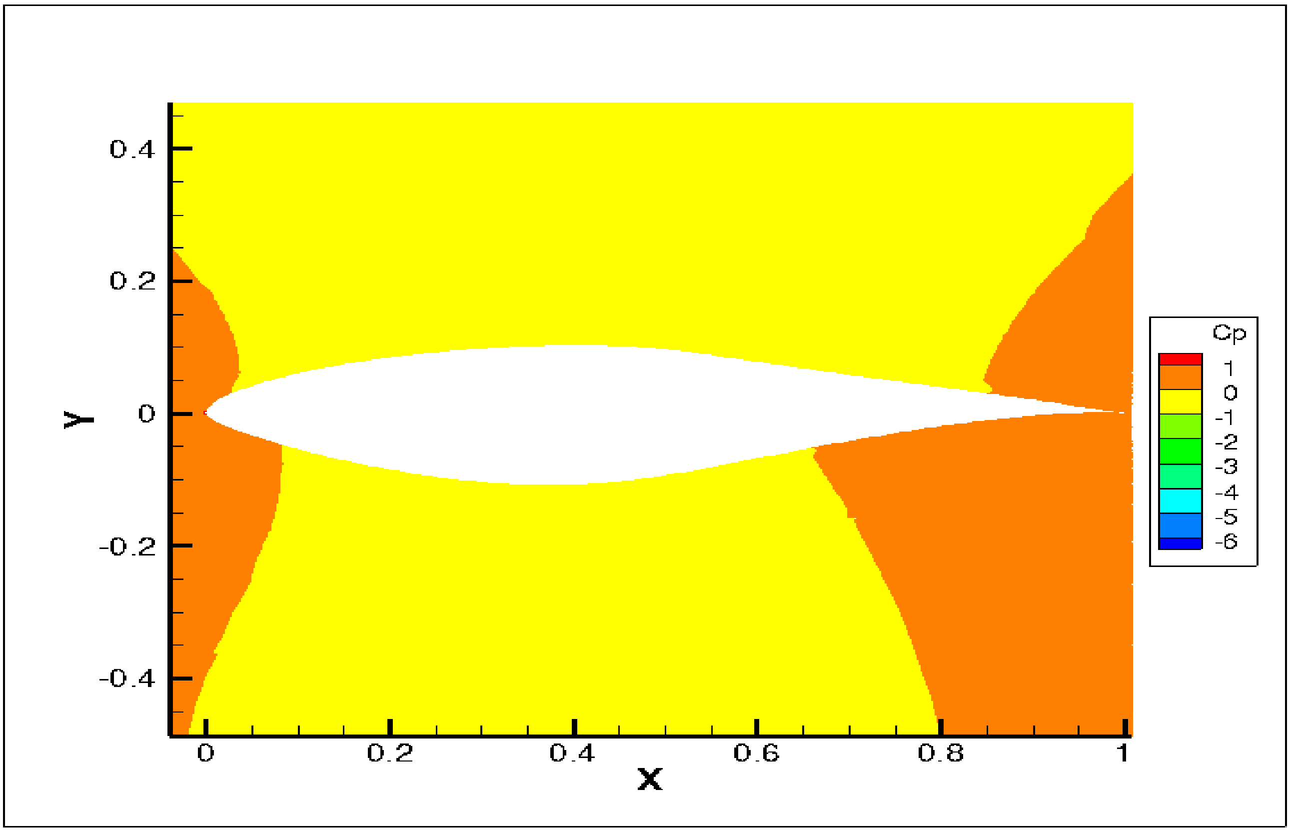
$$dN_\iota = (p_\iota \cos\theta - \tau_\iota \sin\theta) ds_\iota \quad \textit{Εξίσωση 3. 4}$$

$$dT_\iota = (p_\iota \sin\theta + \tau_\iota \cos\theta) ds_\iota \quad \textit{Εξίσωση 3. 5}$$

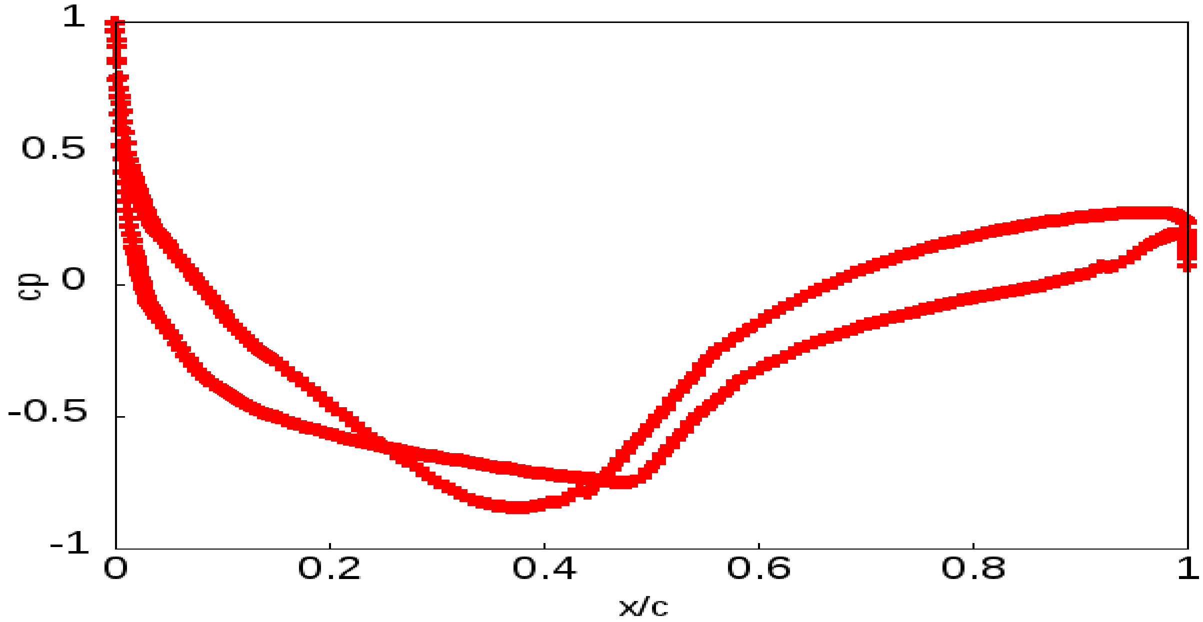
για την κάτω (lower) επιφάνεια.

Η συνολική δύναμη *N* και *T* υπολογίζεται ως το ολοκλήρωμα των επιμέρους αυτών στοιχειωδών δυνάμεων, για όλο το μήκος από την ακμή πρόσπτωσης (leading edge-LE) ως την ακμή εκφυγής (trailingedge-TE).

Στην πρώτη περίπτωση χωρίς οπή αναρρόφησης παρατηρούμε :

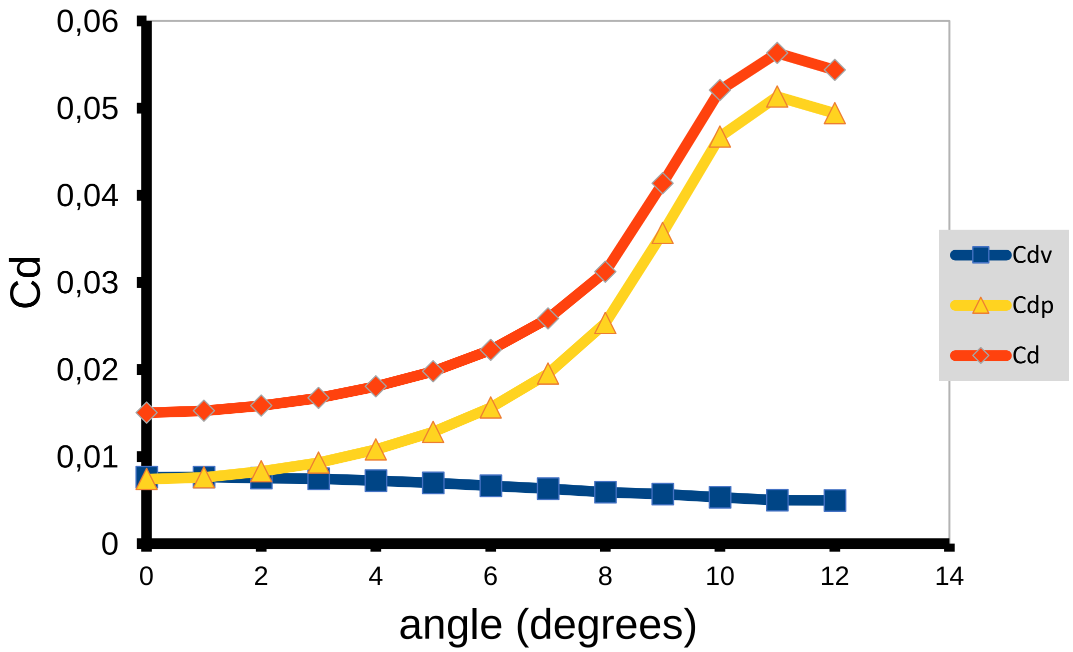


Διάγραμμα 3. 16: Κατανομή Cp στον χώρο γύρω από την αεροτομή S809 χωρίς οπή αναρρόφησης για α=0°



Διάγραμμα 3. 17: Κατανομή Cp πάνω στην αεροτομή S809 χωρίς οπή αναρρόφησης για α=0°

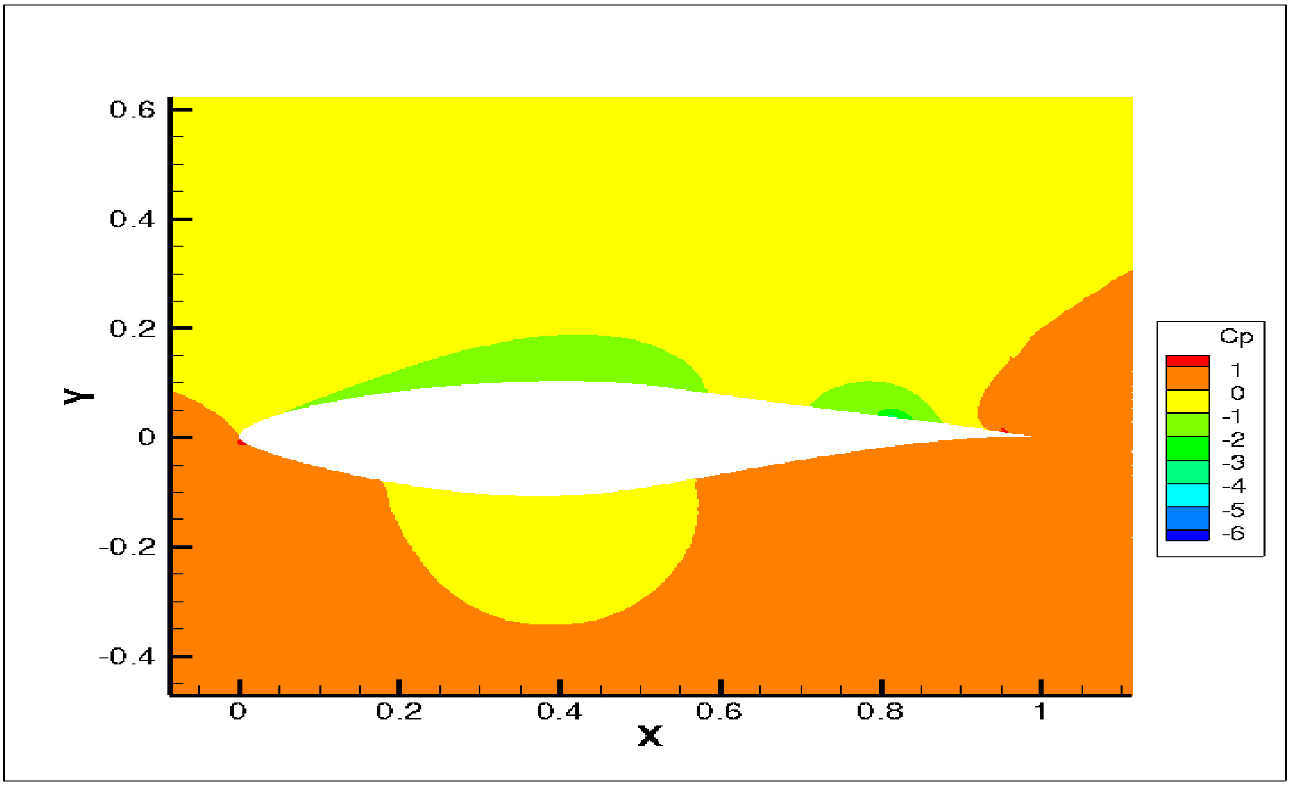
Παρακάτω παρουσιάζεται διάγραμμα με τη μεταβολή του C_{DP}, C_{DV}, C_D ανάλογα με τη γωνία πρόσπτωσης α στην περίπτωση χωρίς αναρρόφηση.



Διάγραμμα 3. 18: Η μεταβολή των συντελεστών C_D, C_{Dv}, C_{DP} συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης α για 0-12° για αεροτομή S809 χωρίς αναρρόφηση

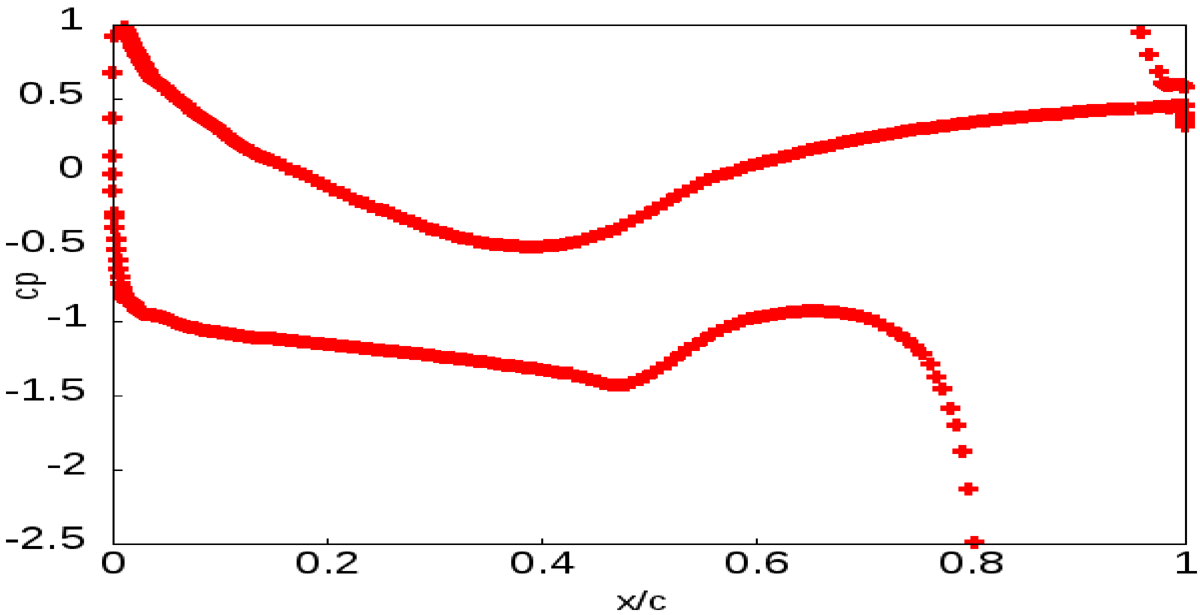
Παρατηρούμε ότι ο C_D αποτελεί το άθροισμα των C_{DV} και C_{DP}. .Οι δύο συντελεστές C_{DV} και C_{DP} είναι θετικοί άρα και ο C_D προκύπτει θετικός.

Στην περίπτωση αναρρόφησης με ολική πίεση Pt=70



Διάγραμμα 3. 19: Κατανομή του συντελεστή πίεσης C_P στον χώρο για αεροτομή S809 και οπή αναρρόφησης με Pt=70 για γωνία πρόσπτωσης α=0ο

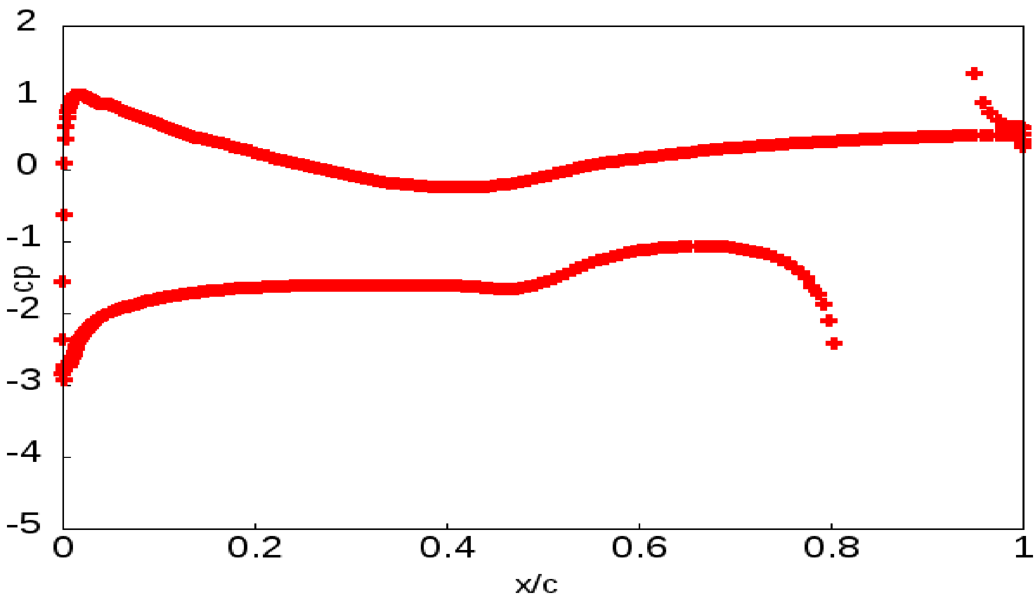
Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα με τη μεταβολή του C_{DP}, C_{DV}, C_D ανάλογα με τη γωνία πρόσπτωσης α στην περίπτωση με οπή αναρρόφησης με ολική πίεση Pt=70.



Διάγραμμα 3. 20: Κατανομή Cp πάνω στην αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με Pt=70 για α=0ο

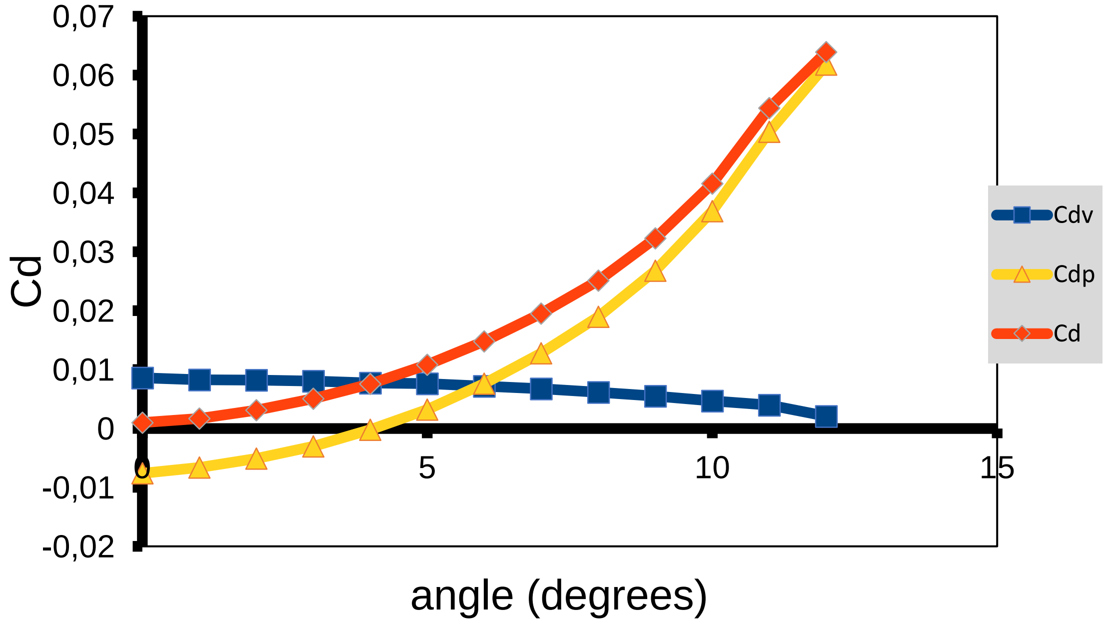
Παρατηρούμε ότι πλησίον του trailing edge το C_P αυξάνεται (στην περιοχή της αναρρόφησης) κατά απόλυτη τιμή και παίρνει τιμές αρκετά μεγαλύτερες σε σχέση με την περιοχή της αναρρόφησης. Άρα το διάνυσμα της αντίστασης λόγω πίεσης θα έχει κατεύθυνση προς το leading edge για α=0°.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει να παρατηρήσουμε το φαινόμενο αυτό στις 4°.



Διάγραμμα 3. 21: Κατανομή Cp πάνω στην αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με Pt=70 για α=4°

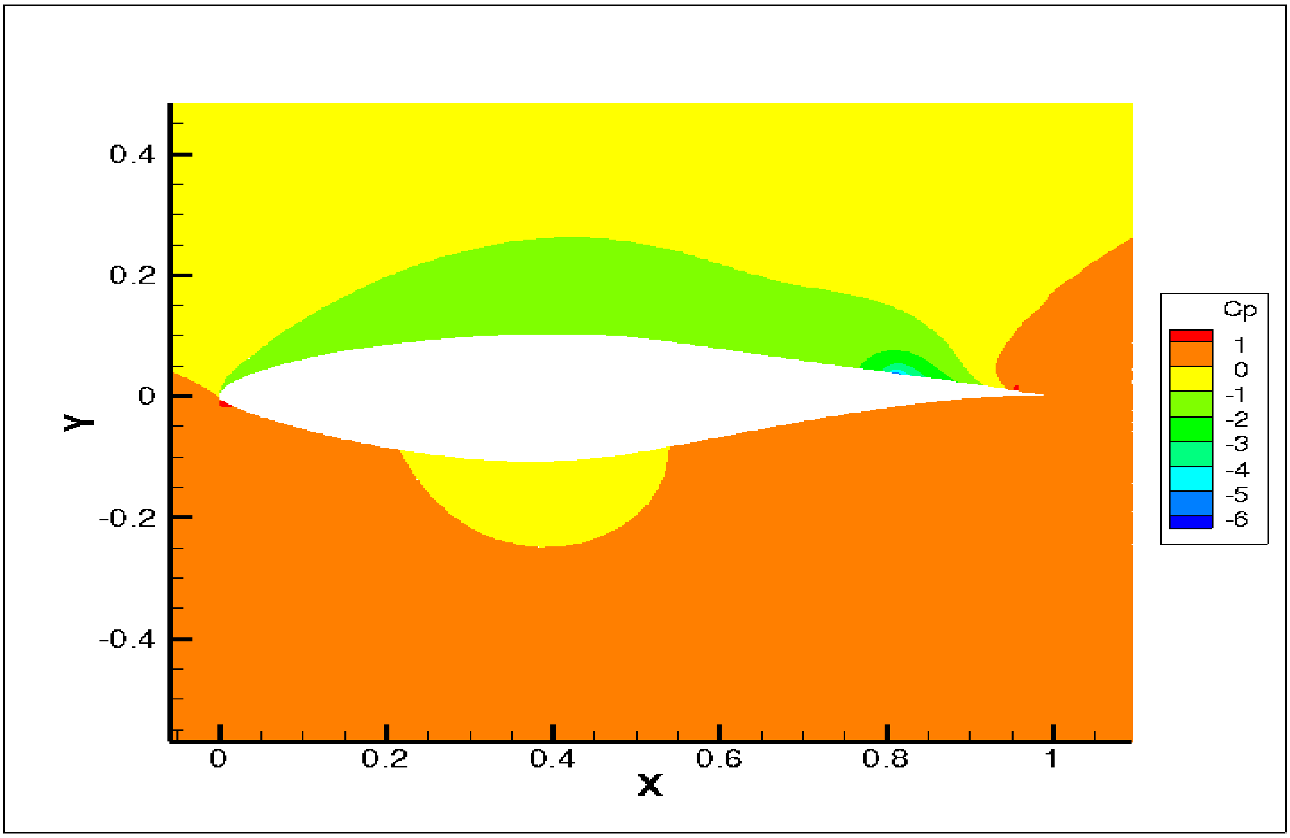
Στις 4° φαίνεται ότι το C_P στο leading edge και στο trailing edge να παίρνουν τις ίδιες περίπου τιμές κι έτσι η αντίσταση λόγω πίεσης θα τείνει να μηδενιστεί.



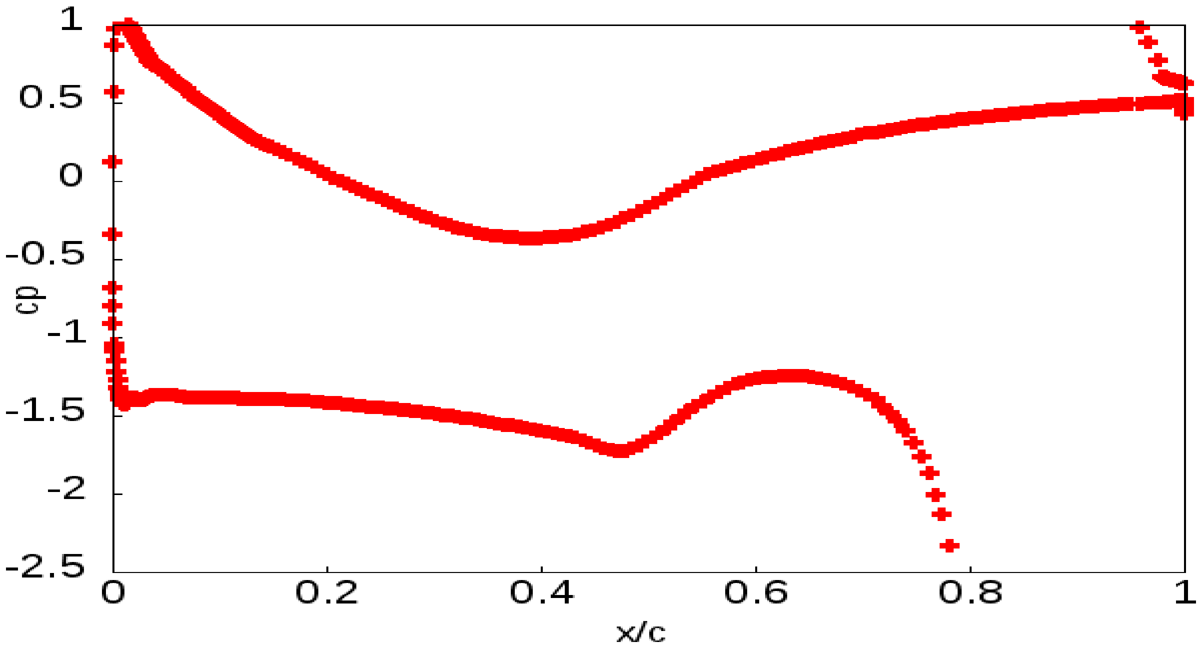
Διάγραμμα 3. 22: Η μεταβολή των συντελεστών C_D, C_{Dv}, C_{DP} συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης α για 0-12^o για αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με ολική πίεση Pt=70

Παρατηρούμε ότι για α=0-4^o ο C_{DV} είναι μεγαλύτερος του C_{DP} κατά απόλυτη τιμή, με αποτέλεσμα ο C_D να είναι θετικός. Για α=5-12^o και οι δύο συντελεστές C_{DV} και C_{DP} είναι θετικοί, με αποτέλεσμα ο C_D να είναι επίσης θετικός .

Στην περίπτωση αναρρόφησης με ολική πίεση Pt=69



Διάγραμμα 3. 23: Κατανομή του συντελεστή πίεσης C_p στον χώρο για αεροτομή S809 και οπή αναρρόφησης με Pt=69 για γωνία πρόσπτωσης α=0^o

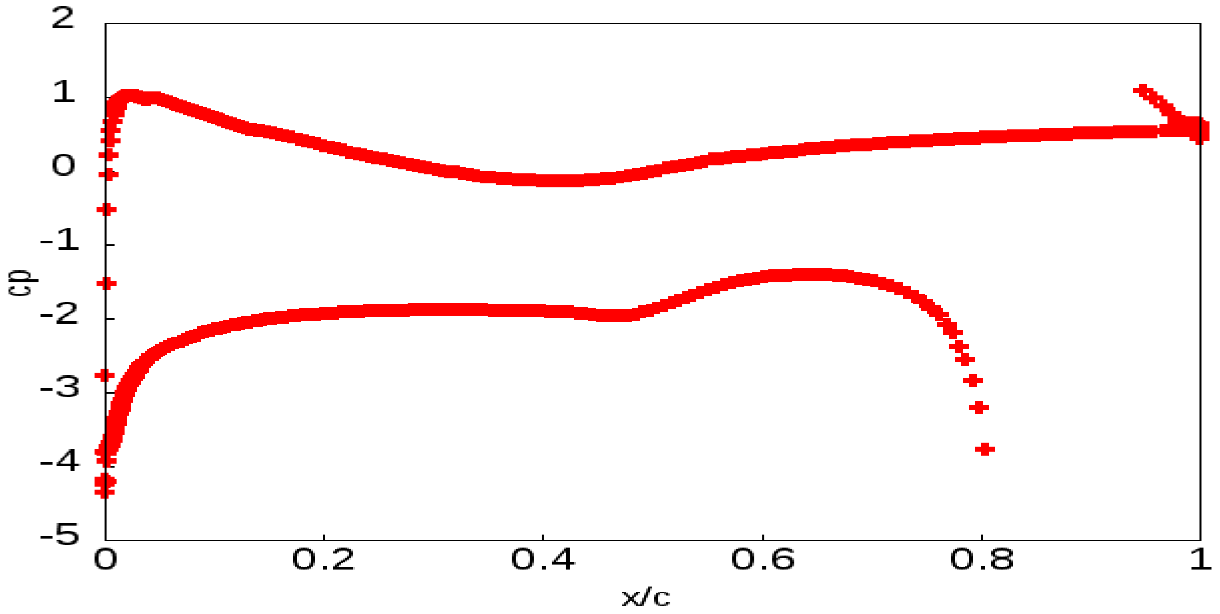


Διάγραμμα 3. 24: Κατανομή συντελεστή πίεσης C_P πάνω στην αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με Pt=69 για γωνία πρόσπτωσης α=0°

Παρατηρούμε ότι πλησίον του trailing edge το C_P αυξάνεται (στην περιοχή της αναρρόφησης) κατά απόλυτη τιμή και παίρνει τιμές αρκετά μεγαλύτερες σε σχέση με την περιοχή της αναρρόφησης. Άρα το διάνυσμα της αντίστασης λόγω πίεσης θα έχει κατεύθυνση προς το leading edge .

Το ίδιο φαίνεται να συμβαίνει και για γωνία πρόσπτωσης α=0-5°

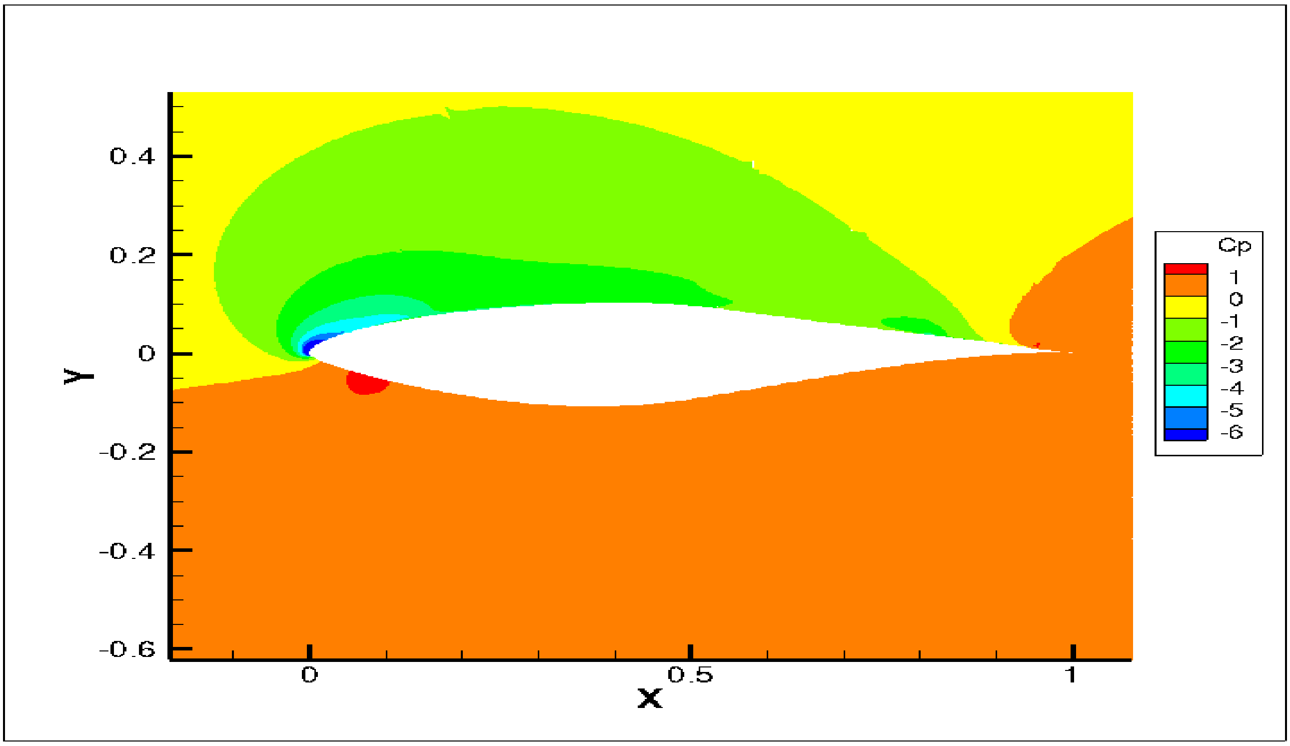
Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει να παρατηρήσουμε το φαινόμενο αυτό στις 5°.



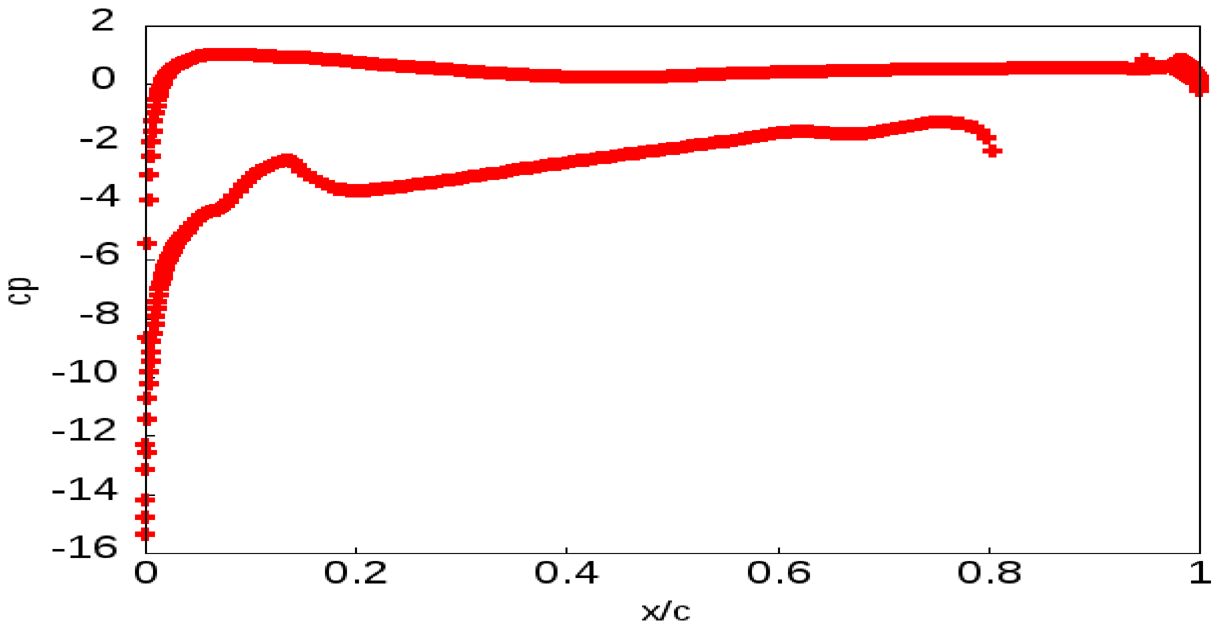
Διάγραμμα 3. 25: Κατανομή συντελεστή πίεσης C_P πάνω στην αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με Pt=69 για γωνία πρόσπτωσης α=5°

Στις 5° φαίνεται ότι το C_P στο leading edge και στο trailing edge να παίρνουν τις ίδιες περίπου τιμές κι έτσι η αντίσταση λόγω πίεσης θα τείνει να μηδενιστεί.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει να παρατηρήσουμε το φαινόμενο αυτό στις 12°.



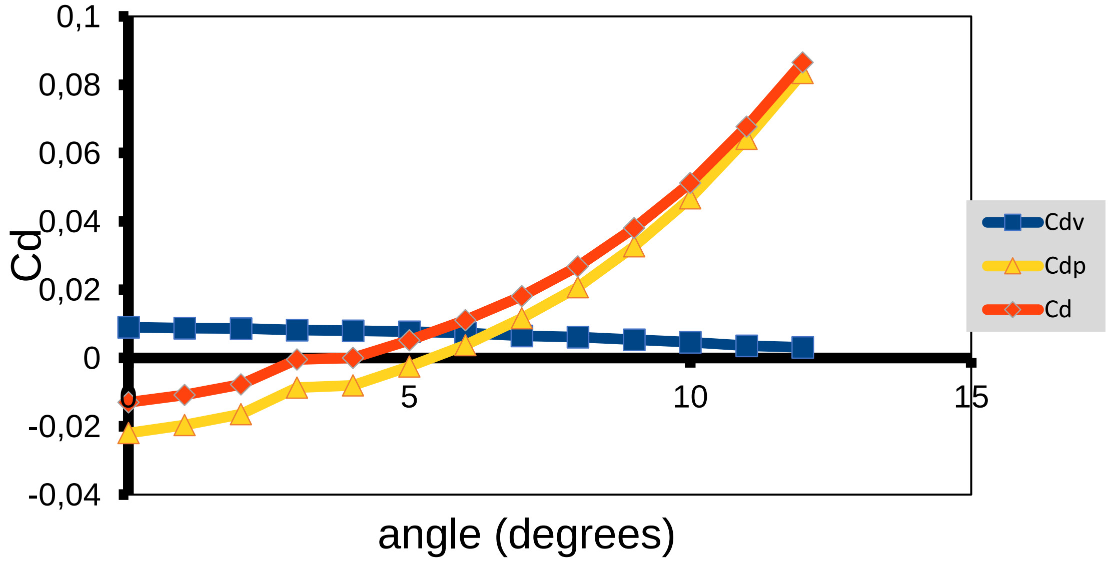
Διάγραμμα 3. 26: Κατανομής του συντελεστή πίεσης C_P στον χώρο για αεροτομή S809 και οπή αναρρόφησης με Pt=69 για γωνία πρόσπτωσης α=12°



Διάγραμμα 3. 27: Κατανομής συντελεστή πίεσης CP πάνω στην αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με Pt=69 για γωνία πρόσπτωσης α=12°

Παρατηρούμε ότι πλησίον του leading edge το C_P αυξάνεται κατά απόλυτη τιμή και παίρνει τιμές αρκετά μεγαλύτερες σε σχέση με την περιοχή της αναρρόφησης, άρα δημιουργείται και αλλαγή κατεύθυνσης του διανύσματος της C_D.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα με τη μεταβολή του C_{DP},C_{DV}, C_D ανάλογα με τη γωνία πρόσπτωσης α στην περίπτωση με οπή αναρρόφησης με ολική πίεση Pt=69.



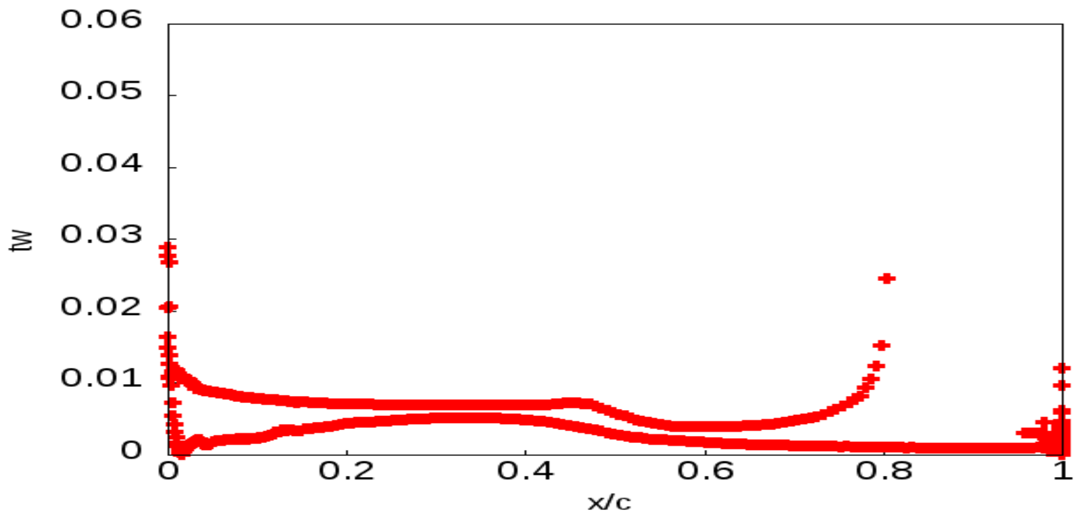
Διάγραμμα 3. 28: Η μεταβολή των συντελεστών C_D, C_{Dv}, C_{DP} συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης α για 0-12^o για αεροτομή S809 με οπή αναρρόφησης με ολική πίεση Pt=69

Παρατηρούμε ότι για α=0-4^o ο C_{DV} είναι μικρότερος του C_{DP} κατά απόλυτη τιμή, με αποτέλεσμα ο C_Dv να βγαίνει αρνητικός! Για α=4-5^o ο C_{DV} είναι μεγαλύτερος του C_{DP} κατά απόλυτη τιμή, με αποτέλεσμα ο C_Dv να βγαίνει θετικός. Τέλος για α=5-12^o και οι δύο συντελεστές C_{DV} και C_{DP} είναι θετικοί, με αποτέλεσμα ο C_D να είναι επίσης θετικός.

4. Αποκόλληση του οριακού στρώματος

Παρουσιάζεται παρακάτω η κατανομή της τριβής για διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης για την περίπτωση αναρρόφησης με Pt=70.

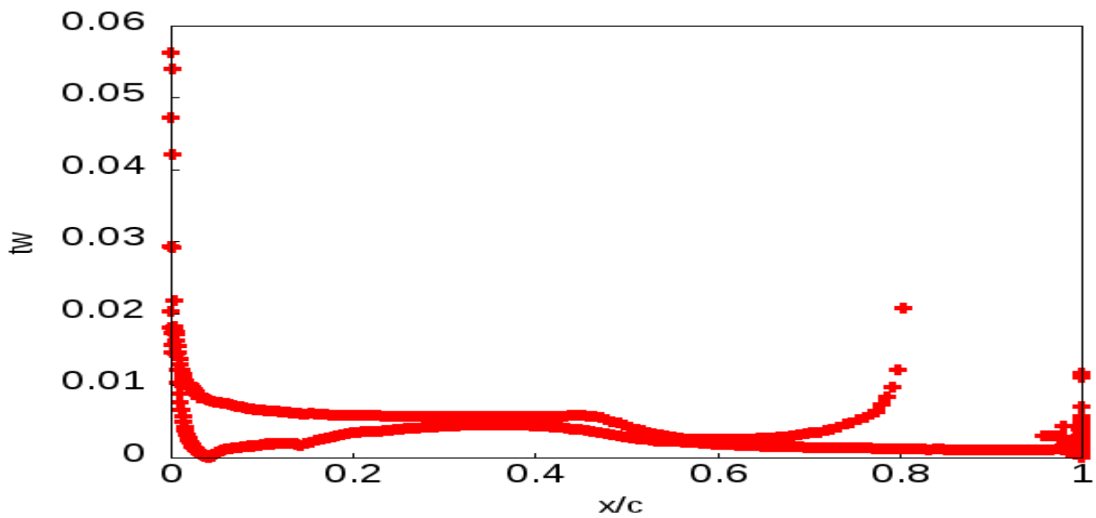
Στις 3^o



Διάγραμμα 3.29: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 3° και οπή αναρρόφησης με Pt=70

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής παραμένει θετικός κατά μήκος της άνω επιφάνειας της αεροτομής, άρα μέχρι τις 3° δεν υπάρχει αποκόλληση του οριακού στρώματος.

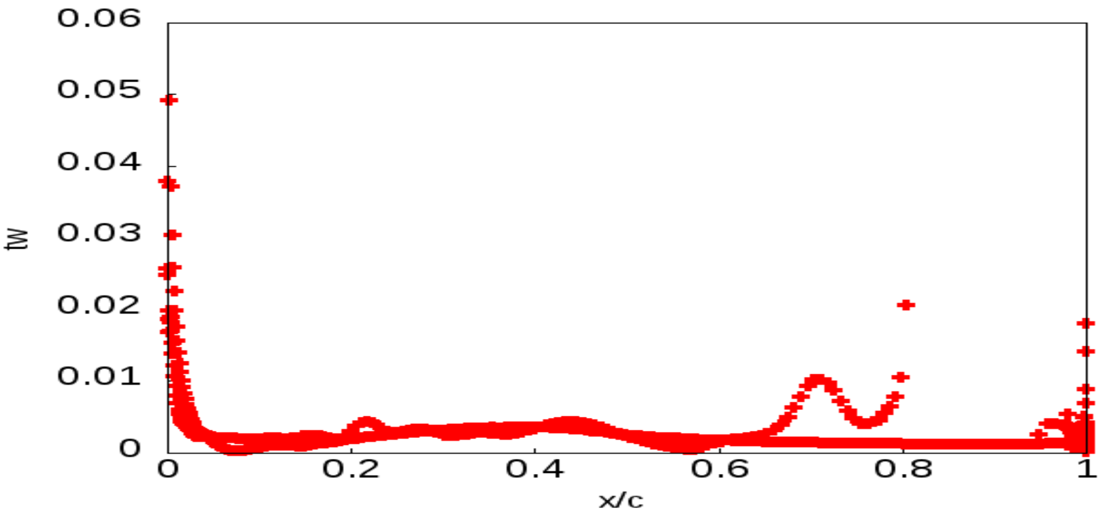
Στις 7°



Διάγραμμα 3. 30: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 7° και οπή αναρρόφησης με Pt=70

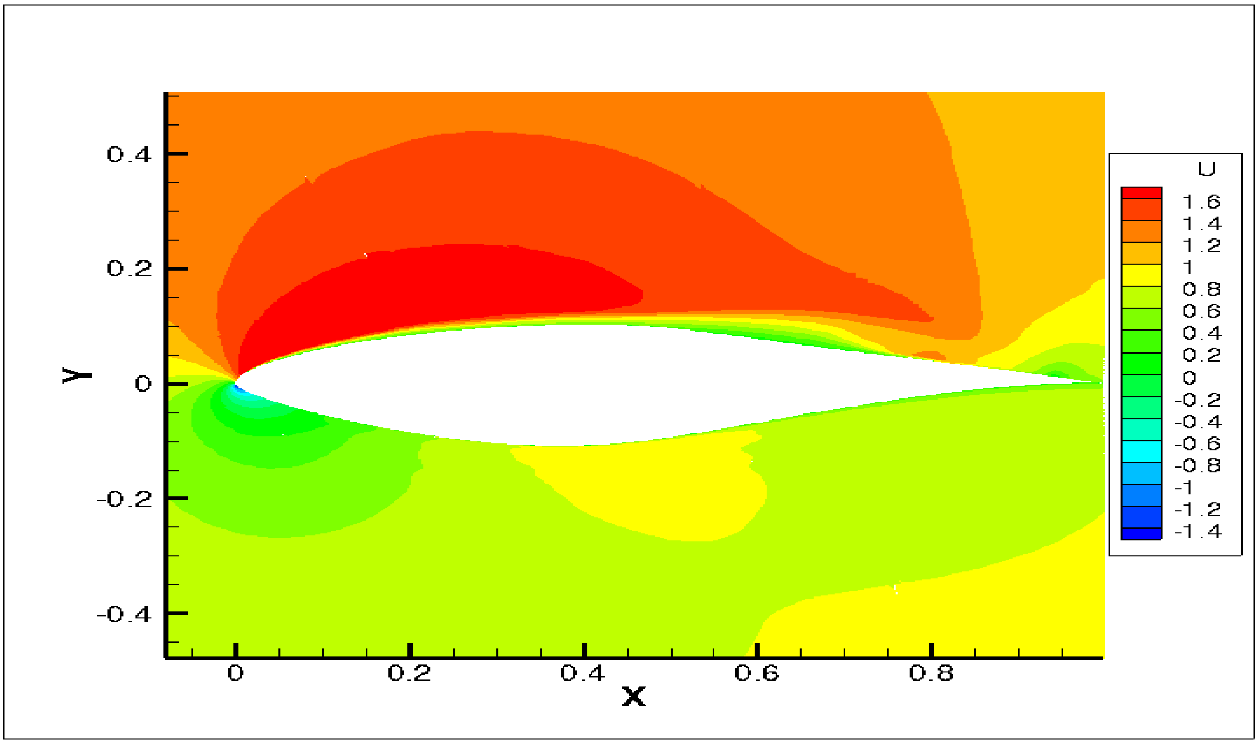
Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής παραμένει θετικός κατά μήκος της άνω επιφάνειας της αεροτομής, άρα μέχρι τις 7° δεν υπάρχει αποκόλληση του οριακού στρώματος.

Στις 12°



Διάγραμμα 3. 31: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 12° και οπή αναρρόφησης με Pt=70

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής παραμένει θετικός κατά μήκος της άνω επιφάνειας της αεροτομής, άρα μέχρι τις 12° δεν υπάρχει αποκόλληση του οριακού στρώματος.

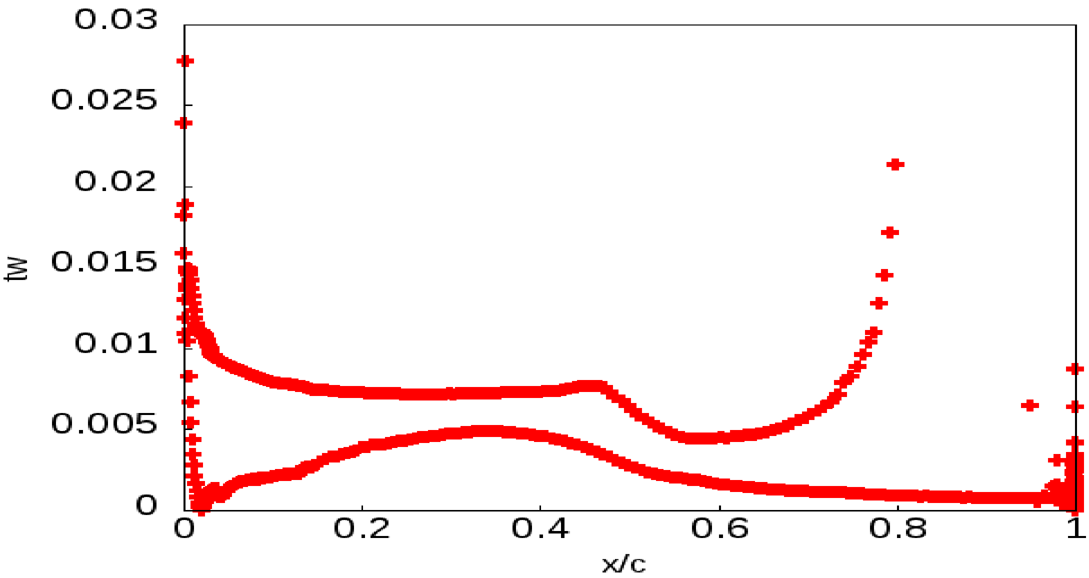


Διάγραμμα 3. 32: Ροή ρευστού γύρω από την αεροτομή με γωνία πρόσπτωση 12° και οπή αναρρόφησης με Pt=70

Παρατηρούμε ότι δεν δημιουργείται σε κάποιο σημείο αποκόλληση του οριακού στρώματος κατά μήκος της άνω επιφάνειας της αεροτομής.

Παρουσιάζεται παρακάτω η κατανομή της τριβής για διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης για την περίπτωση αναρρόφησης με Pt=69.

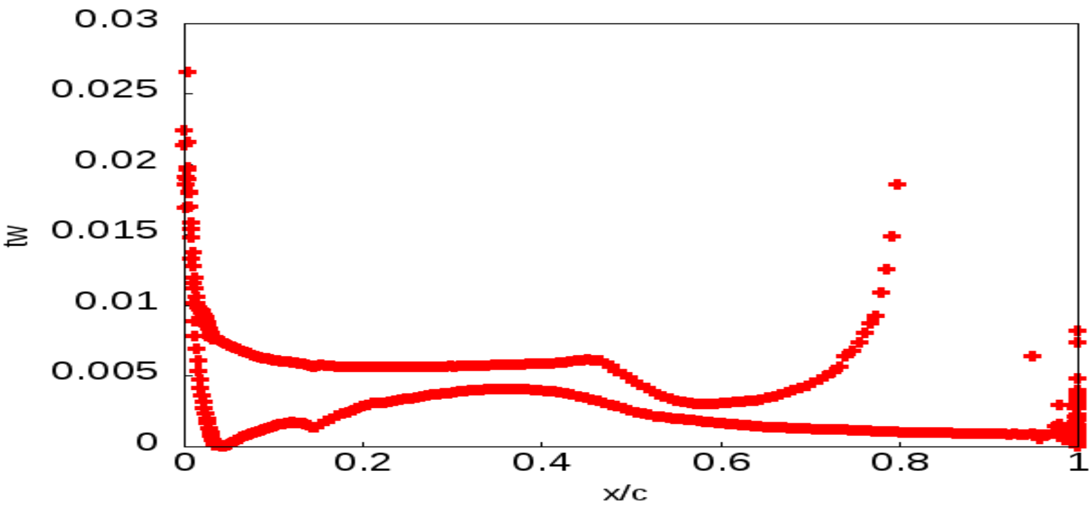
Στις 3^o



Διάγραμμα 3. 33: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 3^o και οπή αναρρόφησης με Ptot=69.

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής παραμένει θετικός κατά μήκος της άνω επιφάνειας της αεροτομής, άρα μέχρι τις 3^o δεν υπάρχει αποκόλληση του οριακού στρώματος.

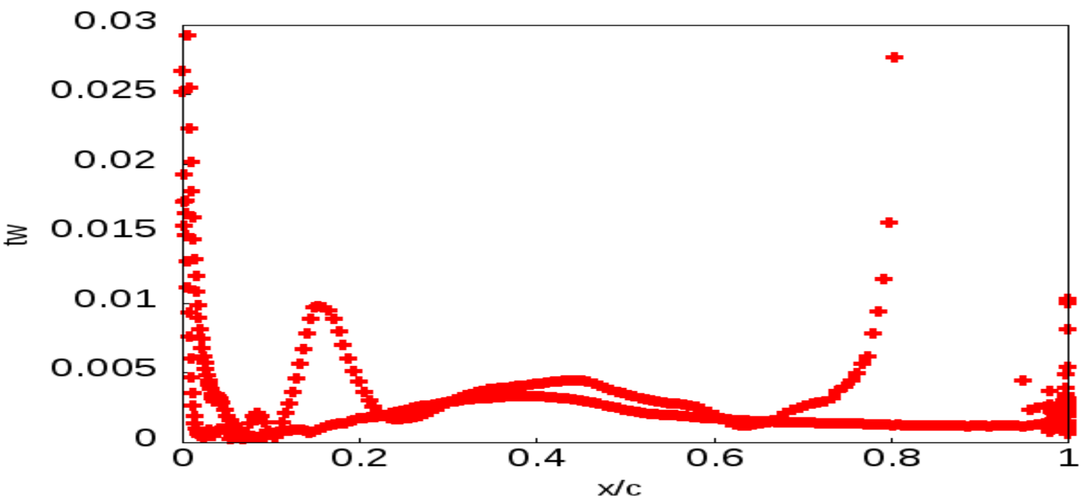
Στις 7^o



Διάγραμμα 3. 34: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 7^o και οπή αναρρόφησης με Ptot=69.

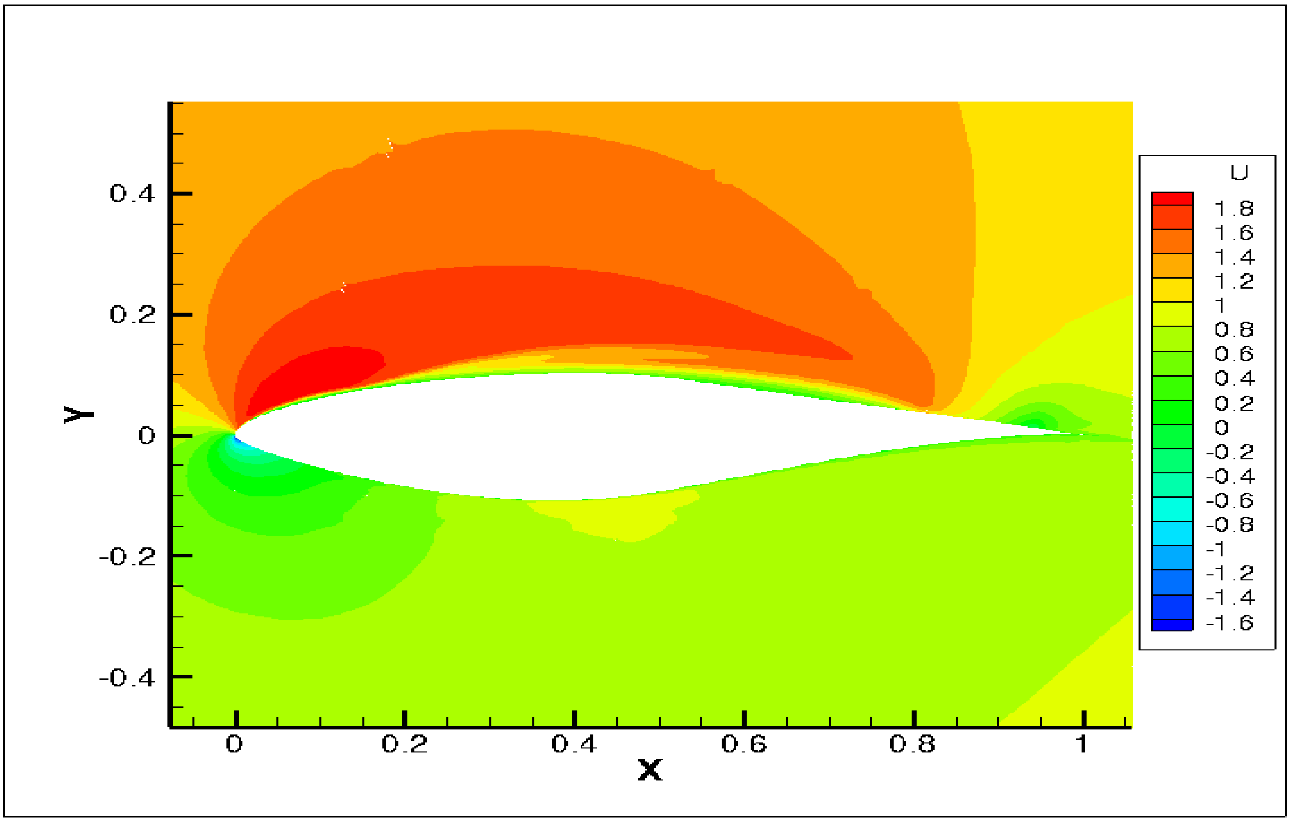
Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής παραμένει θετικός κατά μήκος της άνω επιφάνειας της αεροτομής, άρα μέχρι τις 7^{o} δεν υπάρχει αποκόλληση του οριακού στρώματος.

Στις 12^{o}



Διάγραμμα 3. 35: Κατανομής τριβής σε αεροτομή S809 με γωνία πρόσπτωσης 12^{o}και οπή αναρρόφησης με Ptot=69.

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής τριβής παραμένει θετικός κατά μήκος της άνω επιφάνειας της αεροτομής, άρα μέχρι τις 12^{o} δεν υπάρχει αποκόλληση του οριακού στρώματος.



Διάγραμμα 3. 36: Ροή ρευστού γύρω από την αεροτομή με γωνία πρόσπτωσης 12^{O}

Παρατηρούμε ότι δεν δημιουργείται σε κάποιο σημείο αποκόλληση του οριακού στρώματος κατά μήκος της άνω επιφάνειας της αεροτομής.

4. Συμπεράσματα

Όπως αναφέρεται και παραπάνω η διαδικασία ενεργητικής καθοδήγησης της ροής, έτσι και η μέθοδος αναρρόφησης ρευστού για τον έλεγχο του οριακού στρώματος, απαιτεί πρόσδοση ενέργειας. Το μειονέκτημα αυτό είναι απαραίτητο να εξεταστεί για να καταλήξουμε αν εντέλει εξοικονομούμε ενέργεια με τη συγκεκριμένη διάταξη.

Θεωρώντας την αεροτομή S809 ως πτερύγιο ανεμογεννήτριας υπολογίζουμε την ισχύ που δίνει το πτερύγιο για την εκάστοτε γωνία πρόσπτωσης αλλά και την ισχύ που καταναλώνεται για τη λειτουργία της αναρρόφησης:

Προκειμένου να υπολογίσουμε την ισχύ που παράγει το πτερύγιο θεωρούμε τα εξής:

U_W=10 m/s
$U_{relative}$=60m/s
λ(tip speed ratio)=6
ω=0.6 rad/s
c=0.4m
R=100m
Reynolds=10^6

και υπολογίζεται η ισχύς του πτερυγίου ανά μονάδα βάθους (δηλαδή για ένα πολύ λεπτό layer) μέσω του τύπου:

$$P_{airfoil}=\omega\ R\ Ft$$ *Εξίσωση 4. 1*

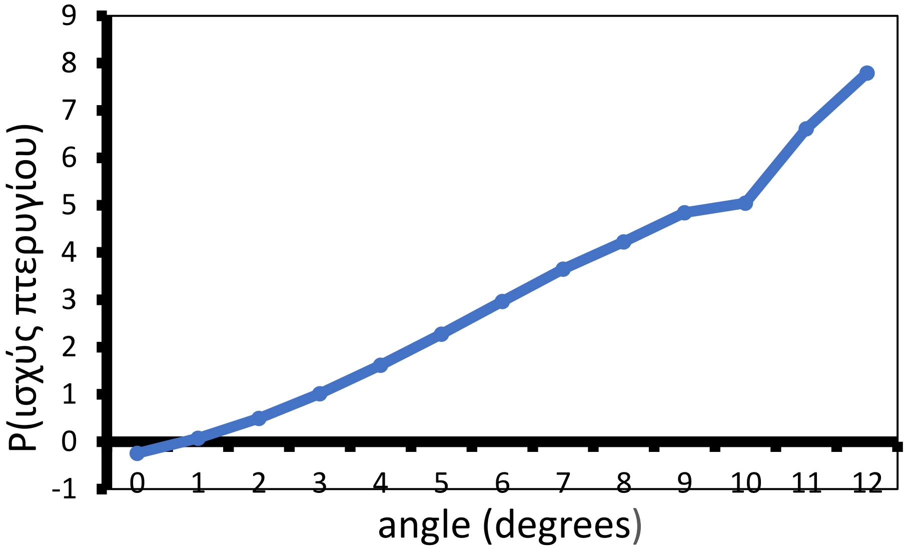
όπου

$$Ft=U^2{}_W\ C\tau\ \frac{\rho}{2}(1+\lambda^2)$$ *Εξίσωση 4. 2*

Αντίστοιχα υπολογίζεται ανά μονάδα βάθους και η ισχύς της αναρρόφησης μέσω του τύπου:

$$P_{\alpha\nu\alpha\rho} = V \cdot Pt$$ *Εξίσωση 4. 3*

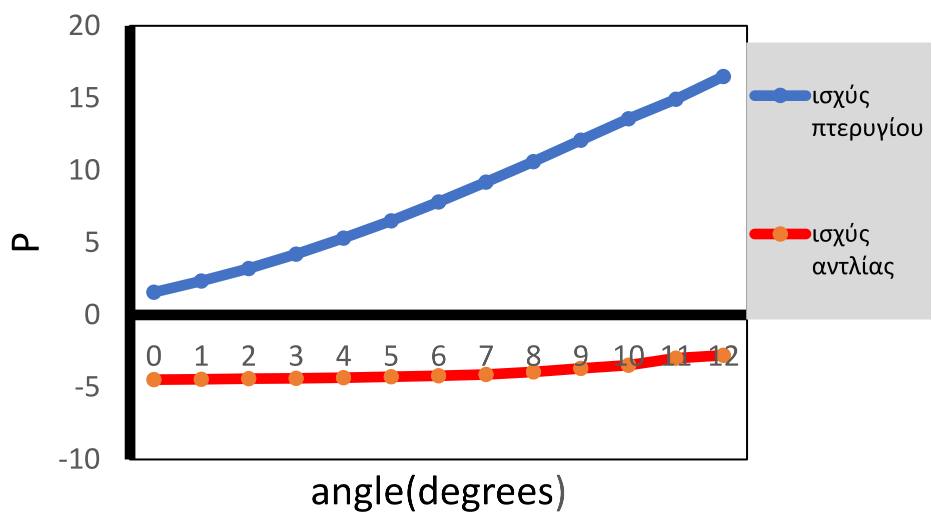
Συγκεκριμένα για την περίπτωση της S809 χωρίς αναρρόφηση προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:



Διάγραμμα 4. 1: Ισχύς πτερυγίου P ανά μονάδα βάθους συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης α για αεροτομή S809 χωρίς αναρρόφηση

Παρατηρούμε ότι για γωνίες πρόσπτωσης α=0-1^{o} η ισχύς είναι αρνητική, δηλαδή καταναλώνεται ενέργεια προκειμένου να τεθεί σε κίνηση!

Εξετάζοντας την περίπτωση αναρρόφησης με Pt=70 προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:

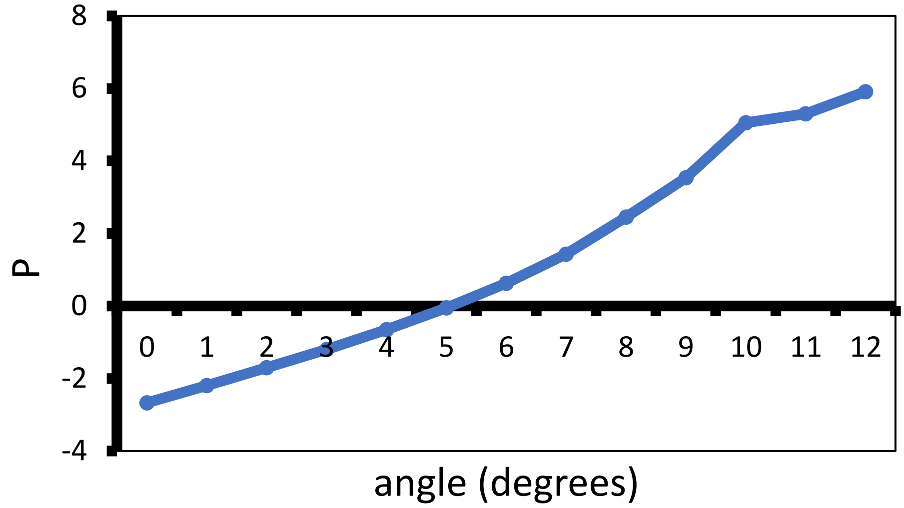


Διάγραμμα 4. 2: Ισχύς πτερυγίου P και ισχύς αναρρόφησης ανά μονάδα βάθους συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης α για αεροτομή S809 για αναρρόφηση με Pt=70

Η παραγόμενη ισχύς του πτερυγίου είναι θετική για όλες τις γωνίες α. Παρατηρούμε ότι η ισχύς της αναρρόφησης είναι αρνητική δεδομένου ότι για να λειτουργήσει αντλία αναρρόφησης καταναλώνει ενέργεια.

Προκειμένου να βγάλουμε ένα τεχνολογικό συμπέρασμα για το αν υπάρχει ενεργειακό κέρδος με την εφαρμογή της μεθόδου της αναρρόφησης του οριακού στρώματος: υπολογίζουμε τη διαφορά της παραγόμενης ισχύος από το πτερύγιο στην περίπτωση της αναρρόφησης με Pt=70 και της παραγόμενης ισχύος από το πτερύγιο χωρίς την αναρρόφηση και έπειτα αφαιρούμε την κατανάλωση ισχύος της αντλίας:

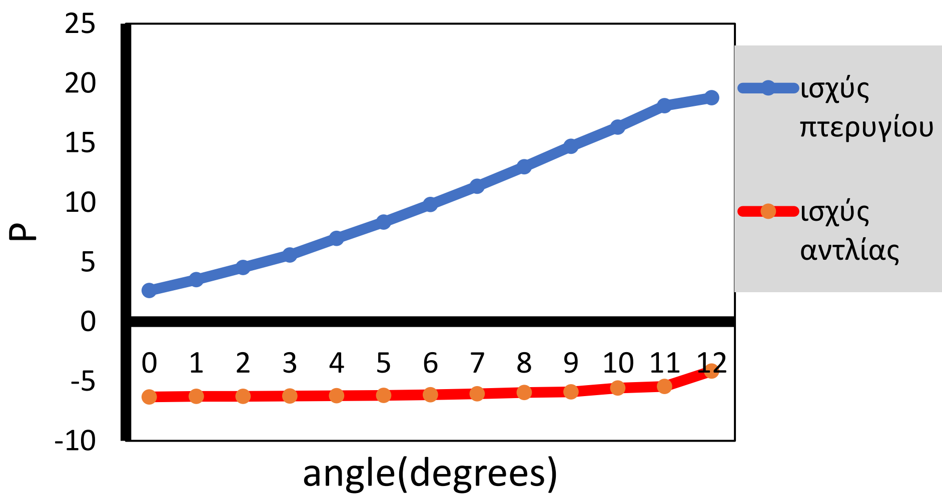
$$P_{ΩΦΕΛΙΜΗ} = (P_{ΜΕ\ ΑΝΑΡΡΌΦΗΣΗ} - P_{ΧΩΡΙΣ\ ΑΝΑΡΡΟΦΗΣΗ}) - P_{ΑΝΤΛΙΑΣ}$$



Διάγραμμα 4. 3: Η ωφέλιμη ισχύς P συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης α για αναρρόφηση με Pt=70

Παρατηρούμε ότι για γωνίες α=0-5^o η ωφέλιμη ισχύς είναι αρνητική γεγονός που σημαίνει ότι απαιτείται επιπλέον ενέργεια προκειμένου να λειτουργήσει η αναρρόφηση. Παρουσιάζεται όμως κέρδος για γωνίες α=6-12^o οι οποίες θα είναι και οι πιθανές γωνίες λειτουργίας του πτερυγίου.

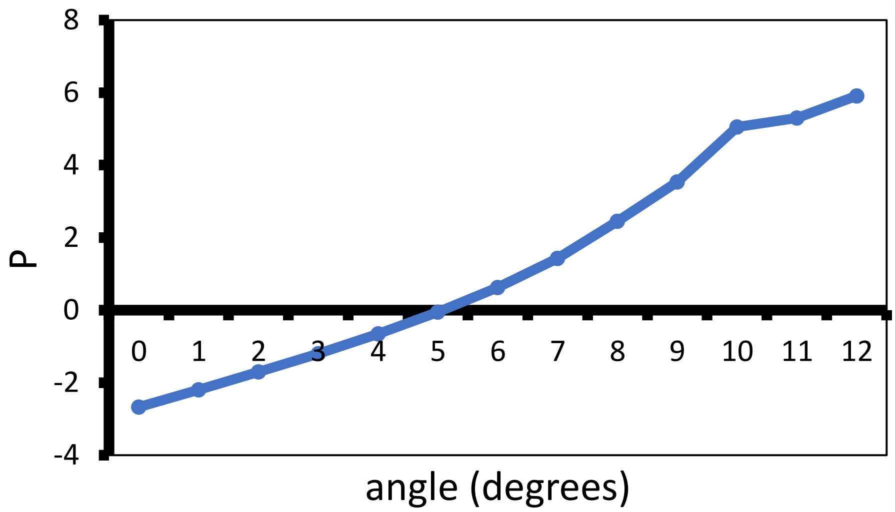
Αντίστοιχα εξετάζουμε και την περίπτωση της αναρρόφησης με Pt=69.



Διάγραμμα 4. 4: Ισχύς πτερυγίου P και ισχύς αναρρόφησης ανά μονάδα βάθους συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης α για αεροτομή S809 για αναρρόφηση με Pt=69.

Η παραγόμενη ισχύς του πτερυγίου είναι θετική για όλες τις γωνίες α. Η ισχύς της αναρρόφησης είναι αρνητική δεδομένου ότι για να λειτουργήσει αντλία αναρρόφησης καταναλώνει ενέργεια.

Παρατηρούμε επίσης ότι η παραγόμενη ισχύς του πτερυγίου αυξάνεται σε σχέση με την περίπτωση αναρρόφησης με Pt=70 αλλά και η καταναλισκόμενη ισχύς αναρρόφησης αυξάνεται δεδομένου ότι δημιουργούμε μεγαλύτερη υποπίεση κι έτσι αυξάνεται και η παροχή αναρρόφησης!



Διάγραμμα 4. 5: Η ωφέλιμη ισχύς P συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης α για αναρρόφηση με Pt=69

Παρατηρούμε ότι για γωνίες α=0-5^o η ωφέλιμη ισχύς είναι αρνητική, γεγονός που σημαίνει ότι απαιτείται επιπλέον εξωτερική ενέργεια προκειμένου να λειτουργήσει η αναρρόφηση. Παρουσιάζεται κέρδος για γωνίες α=6-12^o ! Παρουσιάζεται όμως κέρδος για γωνίες α=6-12^o οι οποίες θα είναι και οι πιθανές γωνίες λειτουργίας του πτερυγίου.

Άξιο σχολιασμού είναι όμως ότι και στις 2 περιπτώσεις αναρρόφησης υπάρχει σοβαρή βελτίωση των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών:

- αύξηση Cl
- μείωση Cd
- αύξηση Cl/Cd
- αποφυγή αποκόλλησης της ροής

και όλα αυτά σχεδόν στο σύνολο των γωνιών πρόσπτωσης! Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει το φαινόμενο που αναπτύσσεται στην περίπτωση αναρρόφησης με Pt=69 όπου για γωνίες πρόσπτωσης α=0-4^o η δύναμη αντίστασης C_D έχει κατεύθυνση προς το leading edge. Οι συγκεκριμένες γωνίες όμως φαίνεται να μην είναι κερδοφόρες ενεργειακά, με αποτέλεσμα την αποφυγή εφαρμογής αυτής της μεθόδου.

1. Συστάσεις

Ολοκληρώνοντας την παρούσα Διπλωματική μπορούμε να πούμε ότι τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τις δύο εφαρμογές αναρρόφησης είναι ικανοποιητικά!

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον για περαιτέρω διερεύνηση θα είχε

- Η παραμετροποίηση του μήκους της οπής αναρρόφησης προκειμένου να βρεθεί το βέλτιστο μήκος με κριτήριο τόσο τις αεροδυναμικές επιδόσεις της οπής όσο και την ενεργειακή εξοικονόμηση
- Μία καλύτερη μοντελοποίηση της οπής είτε δημιουργώντας ένα διάτρητο ψευδοτοίχος (πολλαπλές μικρές οπές) ώστε να προσομοιάσουμε μία πιο πρακτική κατασκευαστική προσέγγιση, είτε δημιουργώντας οπή-κοιλότητα
- Η προσομοίωση να γίνει σε τρεις διαστάσεις
- Η μελέτη και η εφαρμογή της μεθόδου αναρρόφησης οριακού στρώματος και σε άλλες αεροτομές

5. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ICEM CFD

Το ICEM CFD είναι ένα υπολογιστικό πακέτο με τη χρήση του οποίου δύναται κανείς να κατασκευάσει διακριτά πλέγματα με σκοπό τη χρήση τους σε μεθόδους αριθμητικής επίλυσης προβλημάτων. Αποτελεί πακέτο επέκτασης του ANSYS, που είναι ένα ευρέως διαδεδομένο υπολογιστικό πακέτο για μηχανικούς.

Παρακάτω, θα γίνει μια αναλυτική παρουσίαση των διαδοχικών σταδίων για την κατασκευή ενός πλέγματος για μια αεροτομή S804.

Βήμα 1ο – Εισαγωγή σημείων αεροτομής

Πηγαίνουμε στο File->Import Geometry->Formatted point data και επιλέγουμε το αρχείο που περιέχει τα σημεία της αεροτομής. Το ICEM δέχεται τόσο .txt όσο και .dat αρχεία.

Στο αρχείο αυτό, τα σημεία πρέπει να είναι διατεταγμένα σε τρεις στήλες, από τις οποίες η πρώτη θα είναι ο άξονας x, η δεύτερη ο άξονας y και η τρίτη ο άξονας z.

Στην περίπτωση δισδιάστατης ανάλυσης, που επαφίεται στον σκοπό της παρούσας διπλωματικής, η τρίτη στήλη (άξονας z) είναι πάντα 0.

Το μόνο ζητούμενο είναι στο εν λόγω αρχείο με τα σημεία να προστεθεί μια επιπλέον γραμμή στην αρχή. Η γραμμή αυτή θα έχει τα παρακάτω:

Τον συνολικό αριθμό των σημείων που περιέχει το αρχείο.

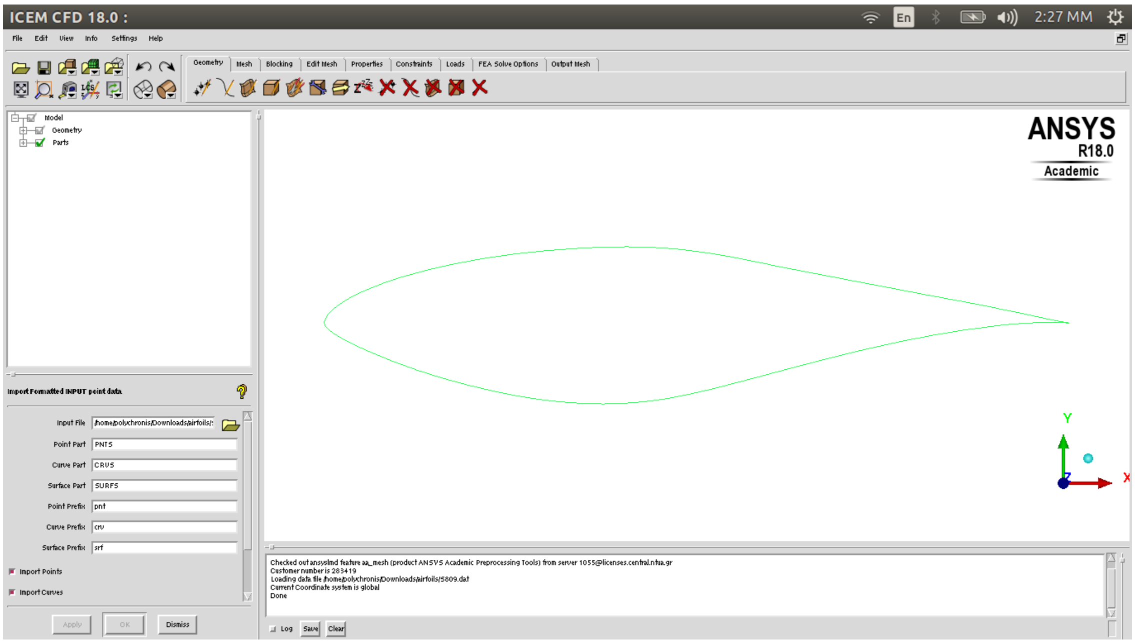
Τον αριθμό των καμπύλων που θα χρησιμοποιήσει το ICEM για να ενώσει τα σημεία.

Για παράδειγμα, αν έχουμε 95 σημεία για την αεροτομή, τότε η πρόσθετη πρώτη γραμμή θα είναι:

95 1

Πατάμε OK.

Έχουμε πλέον εισαγάγει την αεροτομή στο ICEM.



Βήμα 2ο – Ορισμός farfield

Ορίζουμε 4 σημεία που θα μας βοηθήσουν στο να εισάγουμε το farfield σύνορο. Πρέπει πρώτα να αποφασίσουμε τι blocking strategy θα ακολουθήσουμε, ώστε να εισάγουμε τα κατάλληλα σημεία που θα μας βοηθήσουν να κατασκευάσουμε το αντίστοιχο farfield. Αν θέλουμε να κατασκευάσουμε πλέγμα o-type, τότε το farfield πρέπει να είναι κυκλικό, ενώ αν θέλουμε πλέγμα c-type, το farfield θα πρέπει να έχει τη μορφή του γράμματος c. Αν θέλουμε h-type πλέγμα, το farfield μπορεί να είναι κυκλικό ή όχι, ανάλογα με την περίπτωση.

Αποφασίζουμε πόσα σημεία μας χρειάζονται για να ορίσουμε το farfield. Για παράδειγμα, για κυκλικό farfield χρειάζονται 4 σημεία ενώ για farfield τύπου c χρειάζονται 5.

Πηγαίνουμε στο Geometry->Create Point και από τις επιλογές κάτω δεξιά επιλέγουμε μέθοδο εισαγωγής με απόλυτες συντεταγμένες (Explicit Coordinates). Εδώ εισάγουμε τις συντεταγμένες για όσα σημεία μας χρειάζονται για να ορίσουμε το farfield. Στο σημείο αυτό πρέπει να ξέρουμε πόσο μακριά θα ορίσουμε το farfield. Μπορεί μια ακτίνα είκοσι χορδών να είναι αρκετή (20c, δηλαδή 20 όταν έχουμε χορδή c=1), αλλά σε πολλές περιπτώσεις κρίνεται σκόπιμο το farfield να είναι σε ακτίνα πενήντα χορδών ή παραπάνω. Όταν εισάγουμε τις συντεταγμένες όσων σημείων χρειάζονται, χρησιμοποιούμε τα εργαλεία κατασκευής γραμμών ή τόξων για να τα ενώσουμε.

Για να ενώσουμε δύο σημεία με ευθεία ή τόξο, πηγαίνουμε στο Geometry->Create/Modify Curve και επιλέγουμε “From Points” ή “Arc” αντίστοιχα.

Για ευθεία αρκεί να επιλέξουμε δύο σημεία (ή και παραπάνω), ενώ για τόξο χρειάζονται τρία σημεία ακριβώς.

Για κυκλικό farfield εισάγουμε τα παρακάτω σημεία:

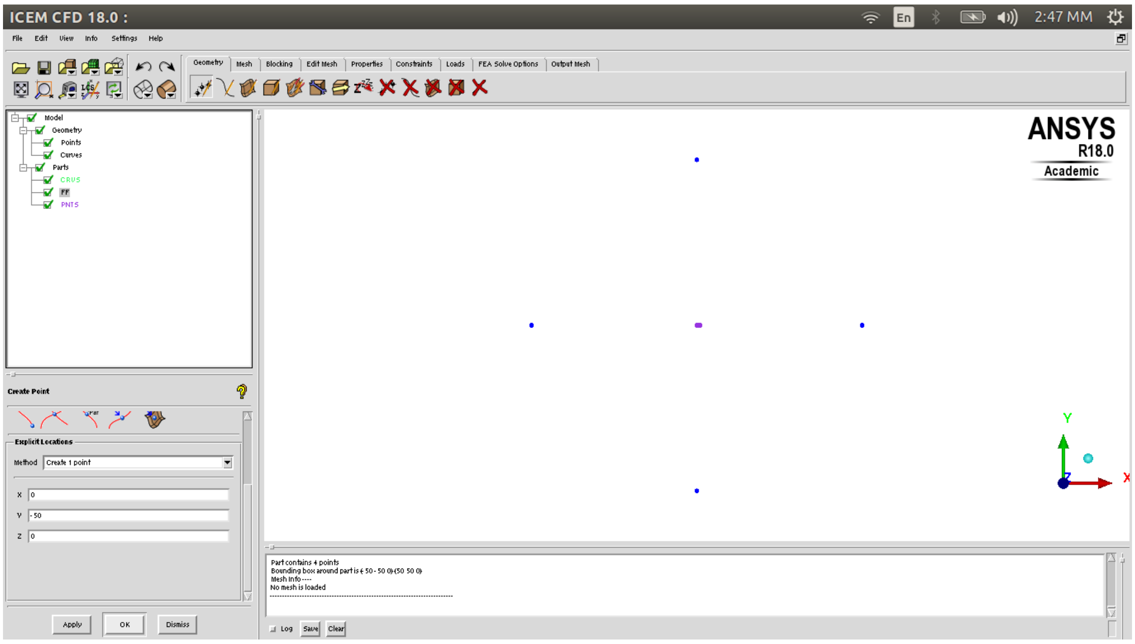
x = 50   y=0   z=0

x =-50   y=0   z=0

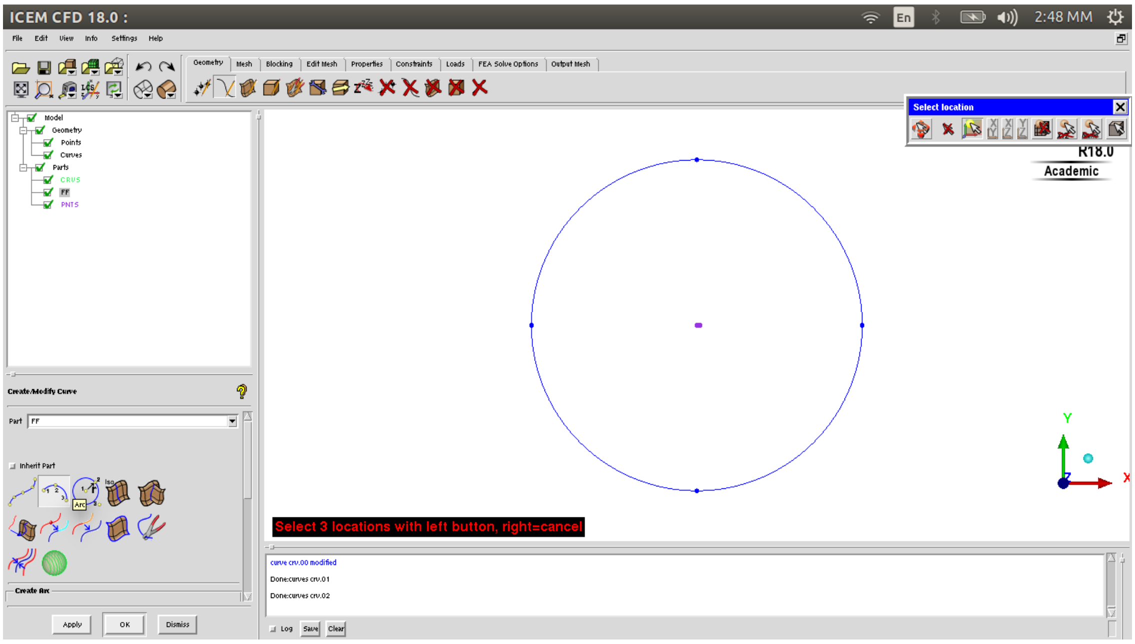
x = 0   y=50   z=0

x = 0   y=-50   z=0

Όταν εισαγάγουμε τα σημεία, θα έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:



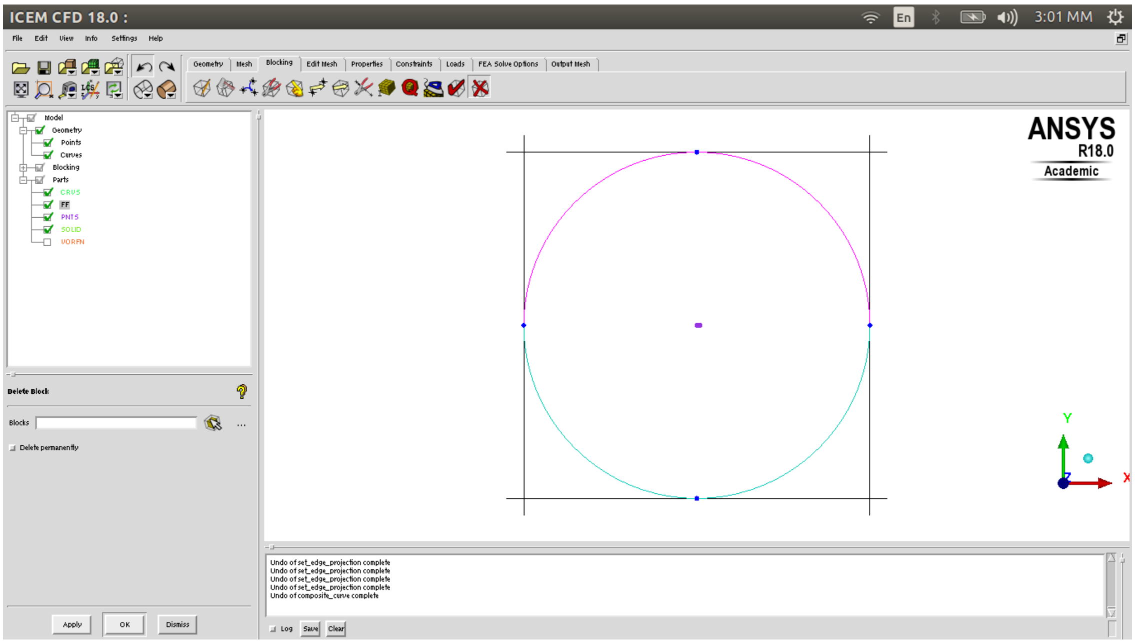
Ενώνουμε τα σημεία με τόξο (arc) και προκύπτει το σύνορο farfield:



Βήμα 3 ο – Εισαγωγή Blocking

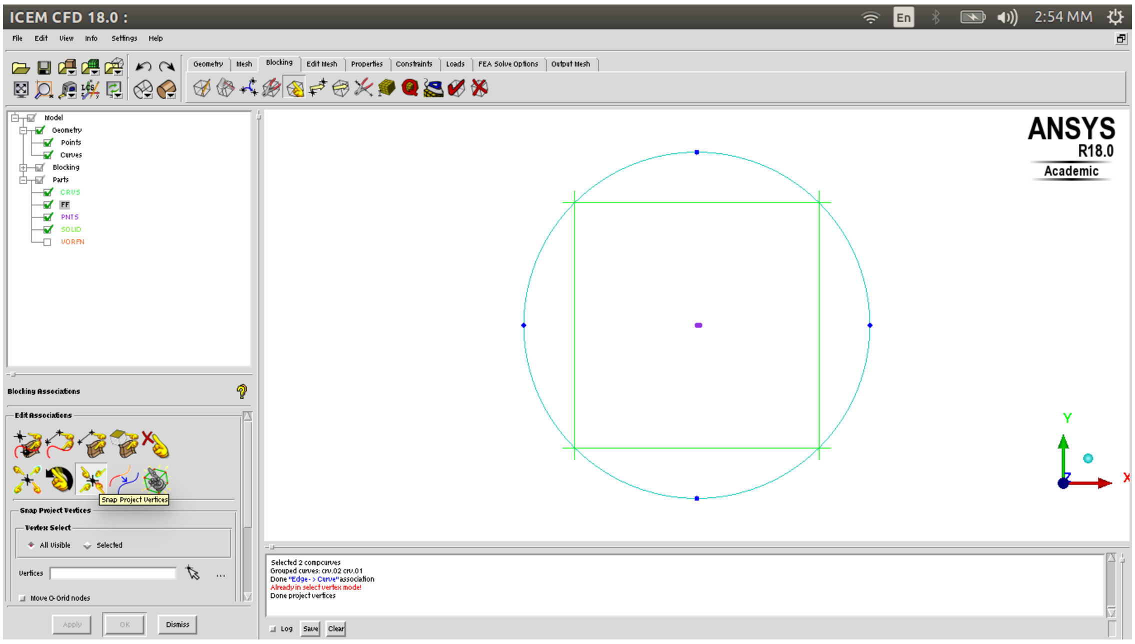
Στο σημείο αυτό θα αρχίσουμε να φτιάχνουμε το πλέγμα.

Πηγαίνουμε στο Blocking-->Create Block και επιλέγουμε 2D Planar block.



Στο σημείο αυτό, θα φέρουμε το block να συμπέσει με το farfield. Πηγαίνουμε στο Blocking-->Associate και έπειτα Associate Edge to Curve. Σαν πρώτη είσοδο πρέπει να επιλέξουμε τις τέσσερις πλευρές του block και σαν δεύτερη τα δύο κομμάτια του κύκλου που ορίζει το farfield. Όταν τα επιλέξουμε, πατάμε Apply και πηγαίνουμε στο Snap Project Vertices. Εκεί πατάμε απλά Apply, χωρίς να δώσουμε κάποια είσοδο.

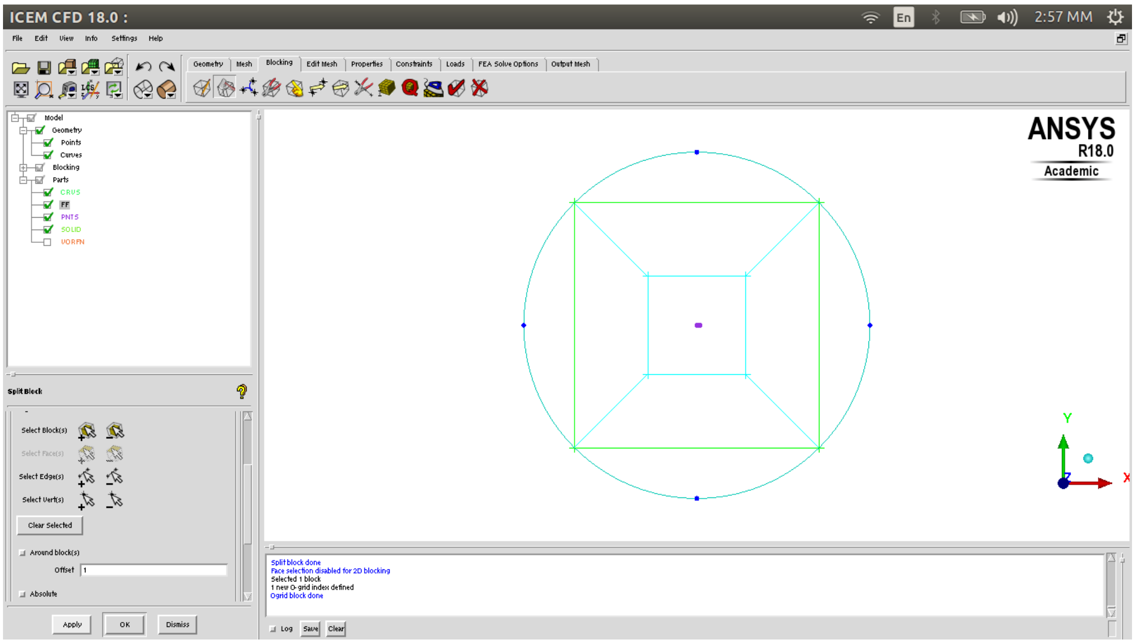
Θα έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:



Βήμα 4 ο – Επεξεργασία Blocking

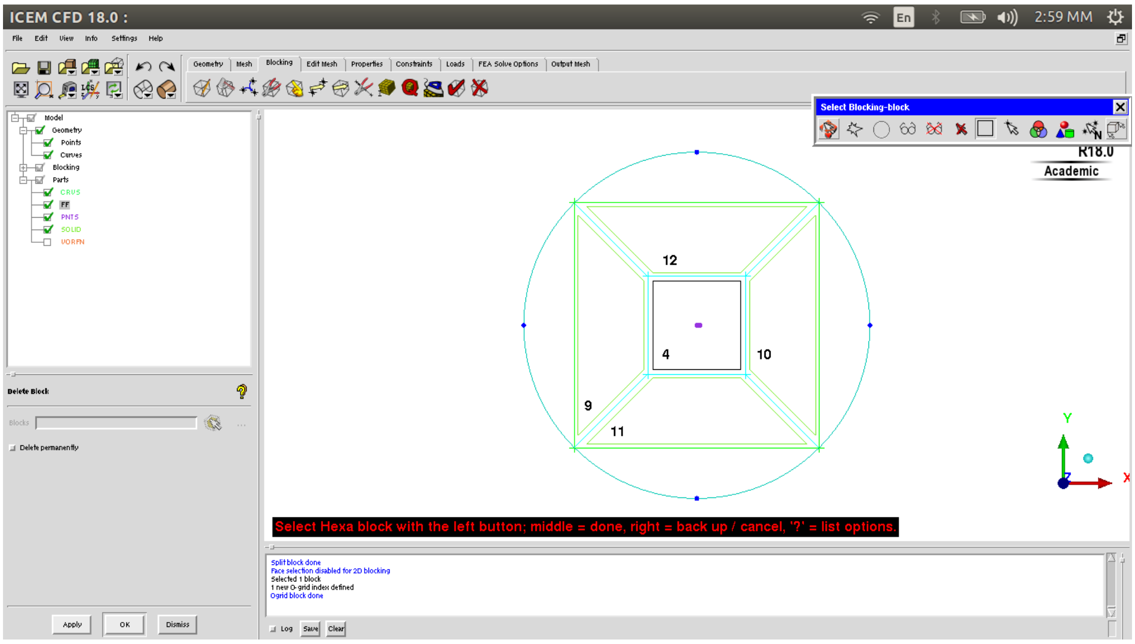
Στο σημείο αυτό, πρέπει να αφαιρέσουμε από το blocking το εσωτερικό της αεροτομής, στο οποίο δεν θέλουμε να έχουμε πλέγμα. Πηγαίνουμε στο Blocking-->Split Block και έπειτα ο grid block. Πατάμε πάνω στο σύμβολο “+” της επιλογής “Select Blocks” και επιλέγουμε το εσωτερικό του υπάρχοντος block.

Πατάμε μεσαίο click και έπειτα apply.



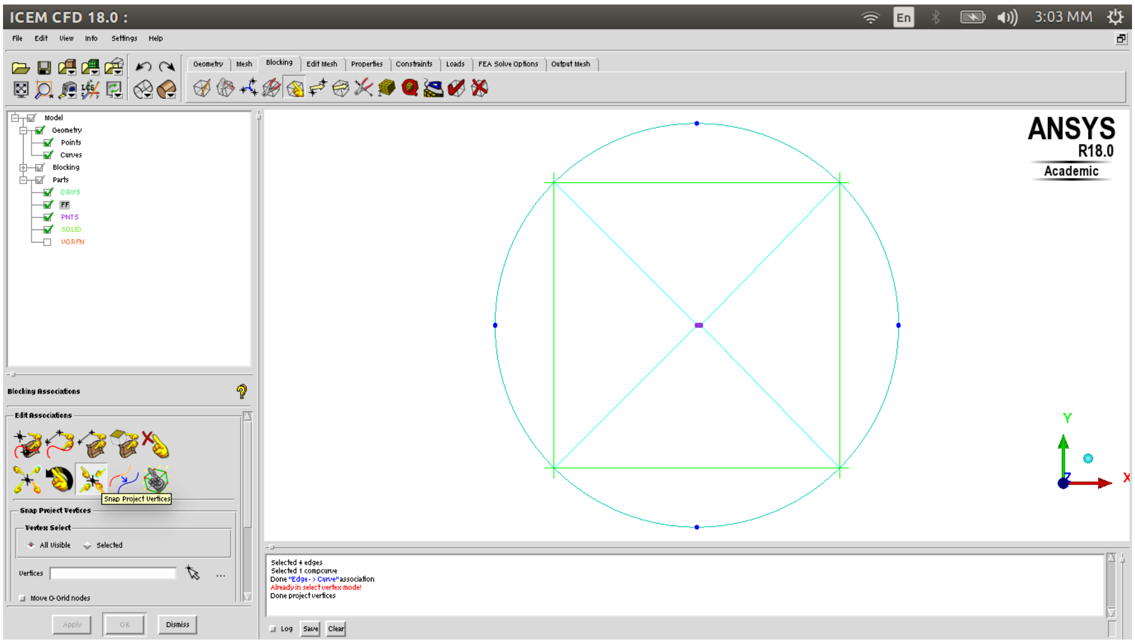
Το εσωτερικό block πρώτα θα το αφαιρέσουμε (δηλαδή εν ουσία θα πούμε στο ICEM ότι εκεί δεν θα υπάρχει πλέγμα) και έπειτα θα το φέρουμε να συμπέσει με την αεροτομή. Για να αφαιρέσουμε το block πάμε στο Blocking-->Delete Block και επιλέγουμε το Block που περιέχει την αεροτομή.

Πατάμε μεσαίο click και Apply.



Έπειτα, ομοίως με πριν, πηγαίνουμε στο Blocking-->Associate και Associate Edge to Curve. Επιλέγουμε τις τέσσερις πλευρές του block που σβήσαμε και έπειτα την αεροτομή (σημείωση: η αεροτομή μπορεί να επιλεχθεί και ολόκληρη με mouse dragging). Μετά στο Snap project Vertices και Apply.

Θα έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:

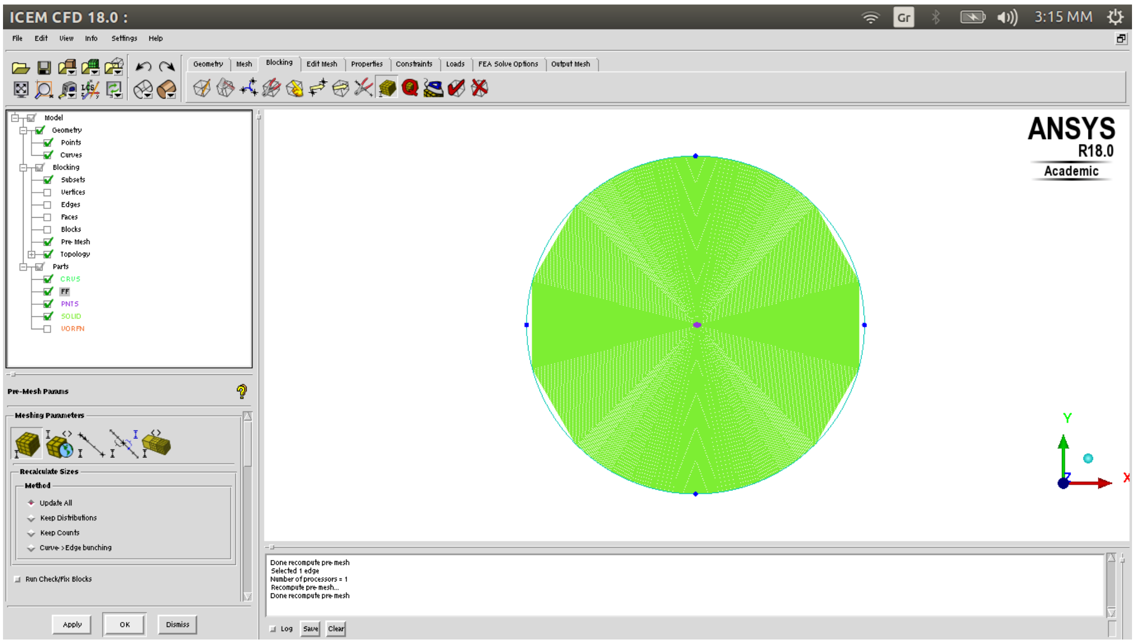


Στο σημείο αυτό, μπορούμε να κάνουμε μια δοκιμή με ένα πρόχειρο mesh, ώστε να δούμε ότι δεν υπάρχουν ασυμβατότητες.

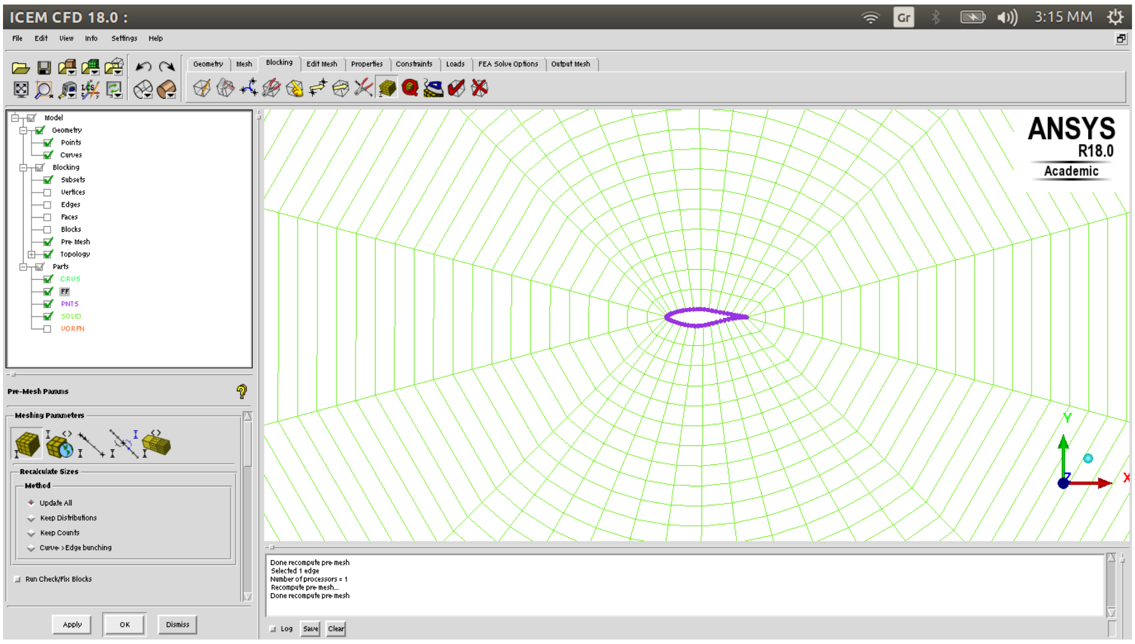
Πηγαίνουμε στο Mesh-->Part Mesh Setup.

Για τις οικογένειες καμπυλών που έχουμε φτιάξει (στο παράδειγμα έχουν το όνομα CRVS), ορίζουμε ένα max size. Μία καλή πρώτη τιμή είναι το 0.1. Πατάμε Apply και μετά πάμε στο Blocking-->Pre Mesh Params. Επιλέγουμε Update Sizes-->Update All και Apply. Στο σημείο αυτό, πηγαίνουμε στον αριστερά πίνακα, στην κατηγορία "Blocking" και επιλέγουμε το "Pre-Mesh". Έτσι, μπορούμε να δούμε αν το ICEM έχει πάρει όλα τα γεωμετρικά δεδομένα.

Αν έχουμε κάνει σωστά τα associations, θα έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:



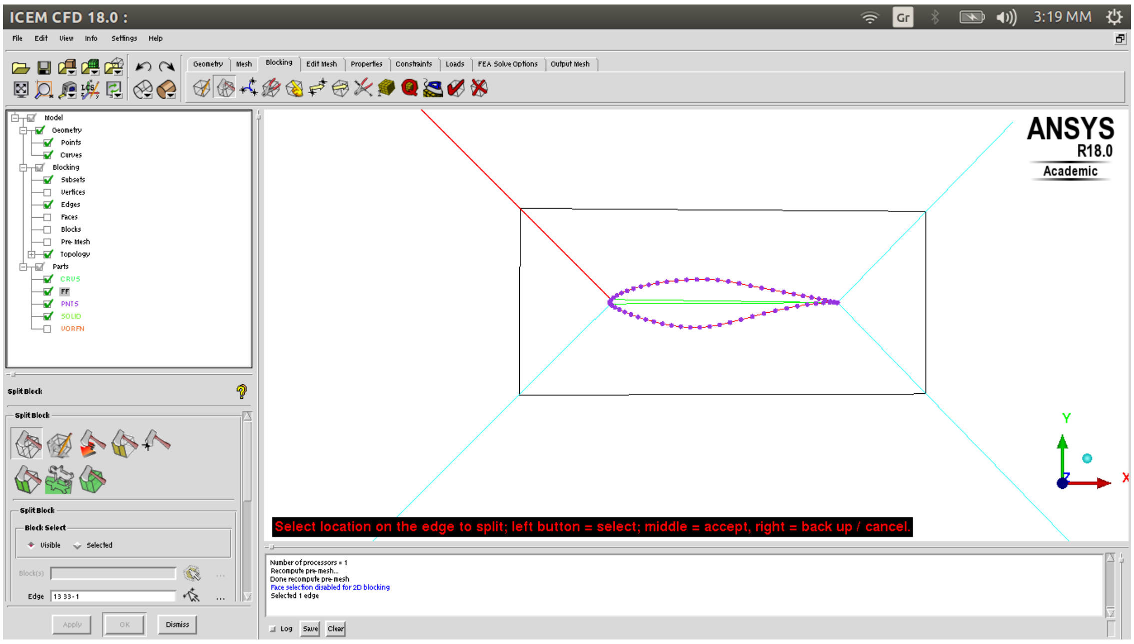
Εστιάζουμε στην αεροτομή για να επαληθεύσουμε ότι δεν υπάρχει πλέγμα στην αεροτομή



Βήμα 5 ο – Meshing

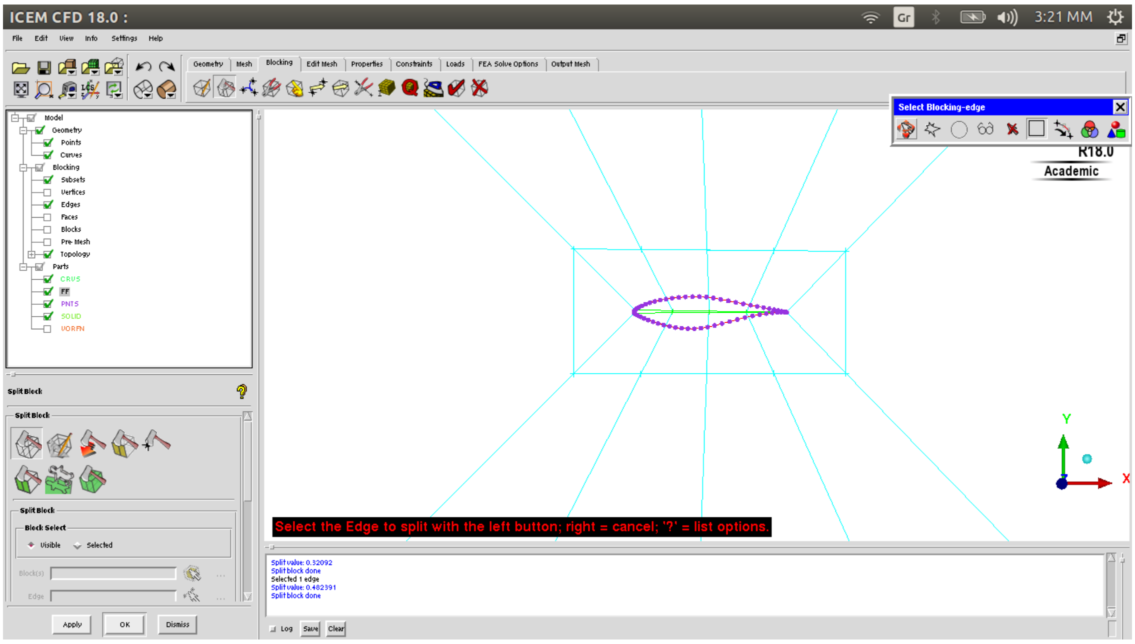
Στο σημείο αυτό, θα κατασκευάσουμε το mesh για την αεροτομή. Πρώτα πρέπει να ορίσουμε το boundary layer. Επιλέγουμε από τον αριστερά πίνακα στο Model-->Blocking-->Pre-Mesh και επιλέγουμε να μην μας εμφανίζει το Pre-Mesh. Εν συνεχεία, πηγαίνουμε στο Blocking-->Split Block-->Split Block. Πατάμε πάνω σε μια από τις γραμμές που φεύγουν από την αεροτομή. Με αυτό τον τρόπο, λέμε στο ICEM να κάνει Split με αναφορά αυτή τη γραμμή.

Θα έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:



Έχουμε σχηματίσει ένα υποτυπώδες boundary layer. Θα κάνουμε παραπάνω split, με σκοπό στη συνέχεια να μπορέσουμε να σχεδιάσουμε πλέγμα που να ακολουθεί το σχήμα της αεροτομής.

Με τον ίδιο τρόπο που κάναμε split πριν, καταλήγουμε στο παρακάτω αποτέλεσμα:

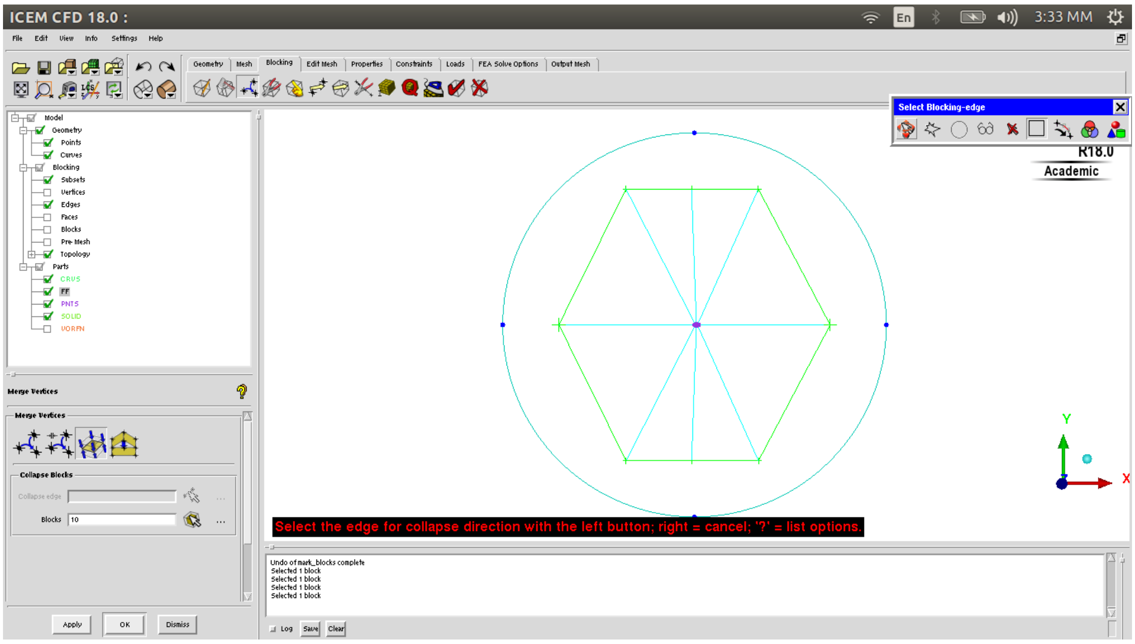


Αυτό που έχει σημασία σε αεροτομές τέτοιου τύπου είναι στο leading edge και στο trailing edge να έχουμε ομοιόμορφο πλέγμα.

Πηγαίνουμε στο Blocking-->Merge Vertices και Collapse Block. Θα κάνουμε Collapse το Block που οδηγεί στο leading edge, καθώς και αυτό που έπεται του trailing edge.

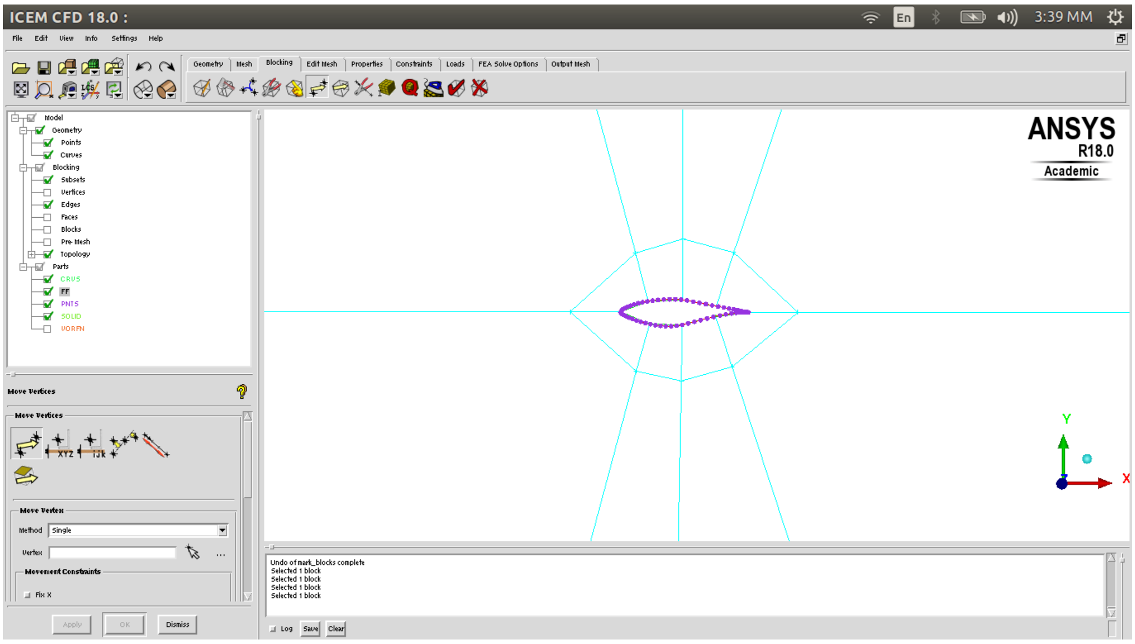
Σαν επιλογές στην εντολή αυτή, επιλέγουμε την πλευρά στη διεύθυνση της οποίας θέλουμε να γίνει το collapsing και έπειτα το block που θέλουμε. Επιλέγουμε τόσο τα blocks έξω από το boundary layers τα οποία οδηγούν στο leading edge, όσο και αυτά που βρίσκονται μέσα στο boundary layer.

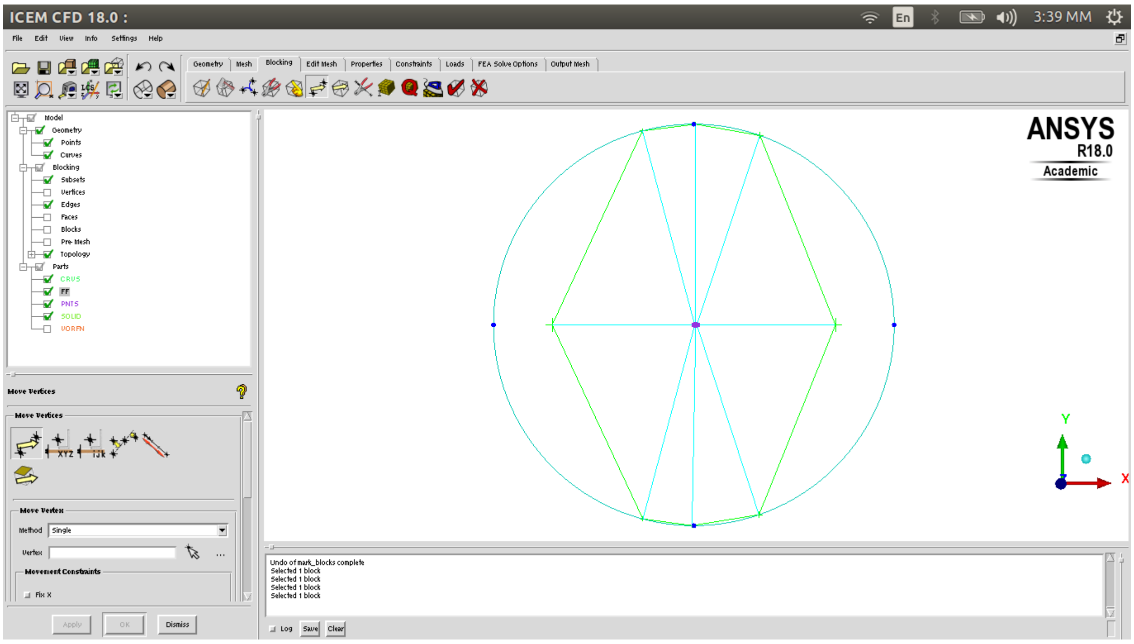
Θα έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:



Κατόπιν πηγαίνουμε στο Blocking-->Move Vertex και Move Vertex. Με το εργαλείο αυτό, θα κάνουμε μικρές διορθώσεις. Θα φέρουμε όλες τις γωνίες του block να συμπέσουν με το farfield. Επιπρόσθετα, θα διορθώσουμε τις γραμμές του block, ώστε να φεύγουν από την αεροτομή όσο το δυνατόν πιο κάθετα.

Έπειτα από τις μικροδιορθώσεις, θα έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:



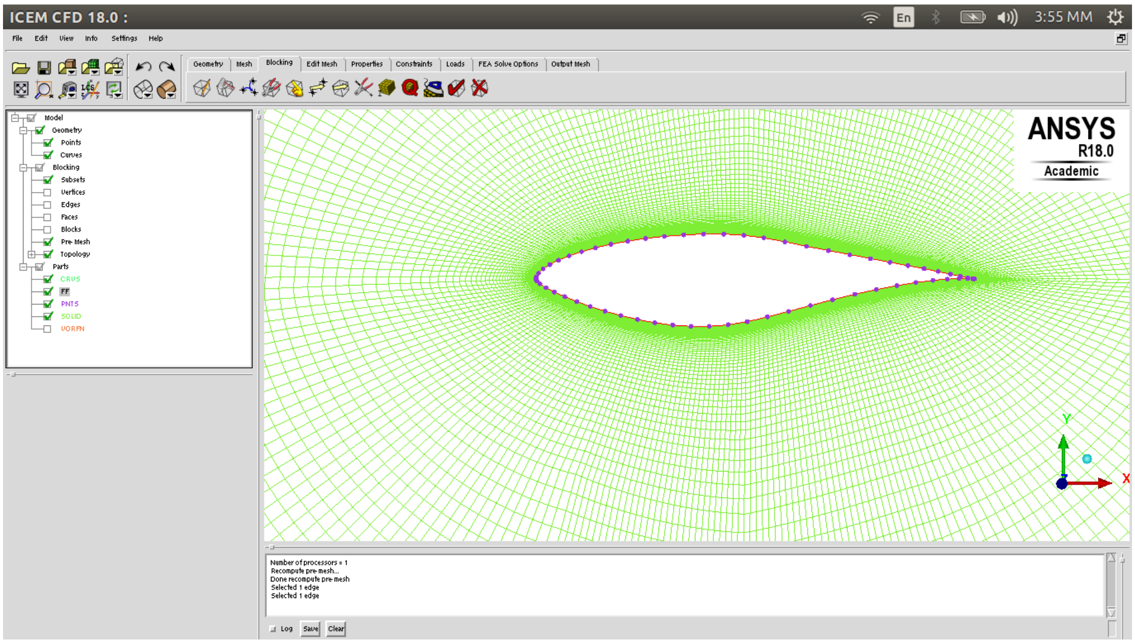


Το τελευταίο βήμα είναι ο ορισμός του αριθμού κελιών σε κάθε ακμή, ο τύπος τους καθώς και το meshing law, δηλαδή το πώς θα μεταβάλλονται τα κελιά.

Στο Blocking-->Pre Mesh Params και Edge Params μπορούμε να ρυθμίσουμε τον αριθμό των κελιών για κάθε ακμή.

Επιλέγουμε 100 κελιά για τις ακμές μέσα στο boundary layer, με mesh law Geometric 2 και spacing 2 ίσο με 0.00001. Geometric 2 σημαίνει ότι η γεωμετρική πρόοδος θα έχει φορά από το 2 προς το 1, όπου το 1 και 2 ορίζονται από τη φορά που έχει το βελάκι σε κάθε ακμή. Το βελάκι πάνω στην ακμή κινείται πάντα από το 1 προς το 2. Spacing 2 είναι το πρώτο κελί από την πλευρά 2.

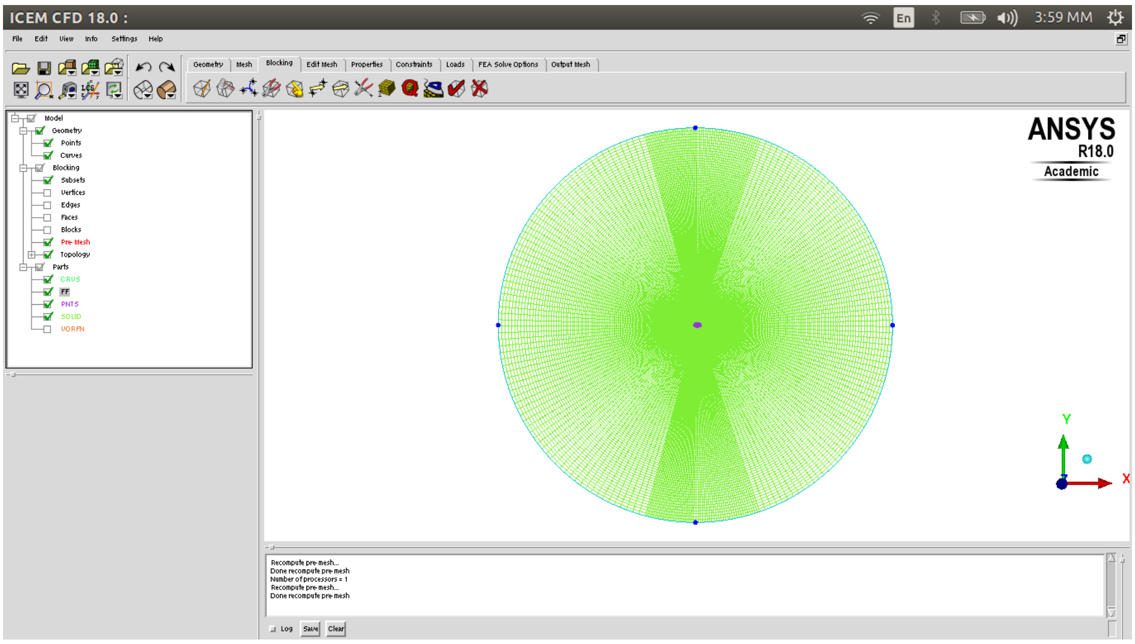
Θα έχουμε το παρακάτω boundary layer:



Επιλέγουμε 100 κελιά ανά ακμή εκτός του boundary layer, με meshing law Geometric 2.

Για να ταιριάξουμε τις πλευρές, δηλαδή να πούμε στο ICEM ότι θέλουμε ομοιόμορφη μετάβαση από τη μια ακμή σε εκείνη που ακολουθεί κατά μήκος μιας διεύθυνσης, πηγαίνουμε στο Blocking-->Pre Mesh Params και Match Edges.

Το πλέγμα που προκύπτει είναι το παρακάτω:



Σε αυτό το σημείο έχουμε ολοκληρώσει την κατασκευή του πλέγματος.

Προφανώς και υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης, τα οποία εξαρτώνται από την εκάστοτε εφαρμογή. Για παράδειγμα, στη δική μας περίπτωση δεν χρειάζεται τόσο πυκνό πλέγμα κοντά στο farfield, ενώ παράλληλα θέλουμε παραπάνω κελιά στον ομόρρου της αεροτομής. Αλλάζοντας τις παραμέτρους για τις ακμές εκείνες, μπορούμε να εξοικονομήσουμε πόρους και να κάνουμε την ανάλυση πιο γρήγορη και πιο αποδοτική.

Έπειτα από διαδικασία βελτιστοποίησης του πλέγματος με το παραπάνω κριτήριο αλλά και την ομαλή μετάβαση του πλέγματος ώστε να μην υπάρχουν ασυνέχειες το τελικό αποτέλεσμα είναι το εξής: