

# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ Σχολή Μηχανολογών Μηχανικών Τομέας Μηχανολογικών Κατάσκευων Και Αυτοματού Ελεγχού

# Υπολογισμός ταχύτητας περιστροφής μηχανών οχημάτων από μετρήσεις κραδασμών



## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

## ΑΝΔΡΕΑΣ Π. ΤΣΙΧΡΙΤΖΗΣ

**Επιβλέπων:** Ιωάννης Αντωνιάδης Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα 2011

### Ευχαριστίες

Θεωρώ χρέος μου πριν ξεκινήσει η ανάπτυξη και παρουσίαση του θέματος της Διπλωματικής μου εργασίας να ευχαριστήσω ορισμένα άτομα που με βοήθησαν και συνέβαλαν σημαντικά σε αυτή.

Κατ' αρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή Δρ. Αντωνιάδη Ιωάννη για την ανάθεση του θέματος άλλα και για την καθοδήγησή του και την άψογη συνεργασία μας καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Επίσης ευχαριστώ το προσωπικό του εργαστηρίου Δυναμικής και Κατασκευών, τον διδάκτορα Χρήστο Γιακόπουλο και τον υποψήφιο διδάκτορα Κωνσταντίνο Ροδόπουλο για τις συμβουλές, την καθοδήγηση και την συνολική βοήθεια που μου προσέφεραν καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Έχοντας βαθιά και ουσιαστική γνώση του θέματος προσέφεραν τον πολύτιμο χρόνο τους και την ουσιαστική υποστήριξή τους όπου ήταν αναγκαίο.

Ευχαριστώ την οικογένεια μου που με στήριξε όλα τα προηγούμενα χρόνια σε όλες μου τις προσπάθειες και συνεχίζει να με στηρίζει.

# Περιεχόμενα

Εισαγωγή	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Μέθοδοι εκτίμησης στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Τετράχρονες μονοκύλινδρες παλινδρομικές Μ.Ε.Κ	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Μετασχηματισμός Hilbert	13
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:</b> Φασματική Θεωρία Εκτίμησης Bayesian	16
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:</b> Σύντομος Μετασχηματισμός Fourier (STFT)	19
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:</b> Μέθοδος Αρμονικής Αποδιαμόρφωσης Σήματος (HARD)	22
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7:</b> Savitzky-Golay Smoothing Φίλτρο	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: Μέθοδος εντοπισμού τάξης (Order Tracking)	29
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: Μελέτη ευαισθησίας παραμέτρων μεθόδων	31
9.1 Ευαισθησία παραμέτρων μεθόδου HARD	32
9.2 Ευαισθησία παραμέτρων μεθόδου Hilbert	
9.3 Ευαισθησία παραμέτρων μεθόδου STFT	46
9.4 Ευαισθησία παραμέτρων μεθόδου Bayesian	56
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: Επιλογή παραμέτρων φίλτρου	61
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: Πειραματική εφαρμογή	68
11.1 Περιγραφή διάταξης – λογισμικού	68
11.2 Πειραματικά αποτελέσματα – ανάλυση	78
11.3 Εφαρμογή Order Tracking – αποτελέσματα	94
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: Συμπεράσματα	99
Βιβλιογραφία	100

## Εισαγωγή

Η τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής μηχανημάτων υπό χρονικά μεταβαλλόμενες ταχύτητες και συνθήκες φόρτισης είναι ζωτικής σημασίας για μια μεγάλη ποικιλία από εφαρμογές μηχανικής, συμπεριλαμβανομένης της παρακολούθησης της κατάστασης των μηχανών σε πραγματικό χρόνο. Ωστόσο, η μέτρηση της ταχύτητας περιστροφής δεν είναι πάντα εφικτή, είτε λόγω των δύσκολων συνθηκών περιβάλλοντος, είτε λόγω αδυναμίας πρόσβασης στον άξονα. Στην περίπτωση αυτή, η στιγμιαία ταχύτητα περιστροφής μπορεί να εκτιμηθεί έμμεσα από μετρήσεις κραδασμών. Για το λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι για τη στιγμιαία συχνοτική (instantaneous frequency (IF)) εκτίμηση.

Στην παρούσα εργασία γίνεται προσπάθεια να εκτιμηθεί η στιγμιαία συχνότητα του στροφαλοφόρου άξονα ενός μονοκύλινδρου μ.ε.κ. κινητήρα σε διάφορες περιπτώσεις λειτουργίας. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται κατάλληλη διάταξη για την καταγραφή του μετρούμενου σήματος και την αποθήκευσή του. Στη συνέχεια αναλύεται το σήμα με διάφορους τρόπους και συγκρίνονται τα αποτελέσματα ώστε να παραχθούν συμπεράσματα χρησιμότητας των μεθόδων στην επίλυση του προβλήματος.

Οι μέθοδοι που έχουν επιλεγεί είναι ο μετασχηματισμός Hilbert, ο σύντομου χρόνου μετασχηματισμός Fourier (STFT), η μέθοδος Bayesian και η παραμετρική μέθοδος HARD (αρμονική αποδιαμόρφωση σήματος). Λαμβάνεται επίσης σήμα μέτρησης από επαγωγικό αισθητήριο ώστε να χρησιμοποιείται ως αναφορά και για τις τέσσερις μεθόδους. Επίσης χρησιμοποιείται η μέθοδος Εντοπισμού Τάξης (Order Tracking) για ανάλυση των φασμάτων των μετρούμενων σημάτων.

Αρχικά (Κεφάλαια 1 και 2) γίνεται βιβλιογραφική αναφορά σε μεθόδους εκτίμησης στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής και μια εισαγωγή σε 4-χρονες, μονοκύλινδρες παλινδρομικές μηχανές. Στη συνέχεια (Κεφάλαια 3 έως 6) παρουσιάζεται το θεωρητικό και μαθηματικό υπόβαθρο των προαναφερθέντων μεθόδων, με έμφαση στον τρόπο λειτουργίας τους καθώς και στις παραμέτρους που επηρεάζουν την αποτελεσματικότητά τους. Στο Κεφάλαιο 7 αναφέρεται η θεωρία του φίλτρου που χρησιμοποιήθηκε για την εξομάλυνση των καμπυλών που προέκυψαν από την εφαρμογή των μεθόδων. Στο Κεφάλαιο 8 αναλύεται η θεωρία της μεθόδου Order Tracking. Τα Κεφάλαια 9 και 10 περιλαμβάνουν τη μελέτη της ευαισθησίας των παραμέτρων των μεθόδων και του φίλτρου. Τέλος, στο Κεφάλαιο 11 παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη και η εφαρμογή των μεθόδων στα σήματα που μετρήθηκαν. Τα αποτελέσματα κρίνονται (Κεφάλαιο 12) και δίνονται κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα στα πλαίσια της εύρεσης του ρυθμού μεταβολής συγνοτήτων σε μετρούμενα χρονικά σήματα.

## Μέθοδοι εκτίμησης στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής

Η εκτίμηση της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής είναι πολύ σημαντική. Επειδή δεν είναι πάντα εύκολη η τοποθέτηση ταχυμέτρων, έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι με τις οποίες η στιγμιαία ταχύτητα περιστροφής μπορεί να ανακτηθεί έμμεσα από μετρήσεις κραδασμών. Μια προσέγγιση για τη στιγμιαία εκτίμηση της συχνότητας είναι να διατυπωθεί ως ένα πρόβλημα προσαρμοστικής εκτίμησης των τοπικών συχνοτήτων. Η μέθοδος του βρόχου κλειδωμένης φάσης (phase-locked loop PLL) εκτιμά τη φάση των συχνοτικά διαμορφωμένων σημάτων (FM) και εμπίπτει στην κατηγορία αυτή. Με το PLL το εισερχόμενο σήμα αποδιαμορφωνέται σε baseband όπου φιλτράρεται, και η έξοδος ανατροφοδοτείται στο αποδιαμορφωμένο στάδιο. Ο Snyder παρουσίασε έναν εκτιμητή με βάση ένα μη γραμμικό κριτήριο ελαχίστων τετραγώνων και μια γραμμική προσέγγιση σε αυτό τον εκτιμητή [1]. Έδειξε ότι, στη στατική περίπτωση, η γραμμική προσέγγιση τείνει πολύ κοντά στο PLL.

Μια άλλη μορφή της προσαρμοστικής ΙF εκτίμησης βασίζεται στη μοντελοποίηση των δεδομένων ως μια γραμμική διαδικασία πρόβλεψης. Μια μέθοδος που χρησιμοποιείται για αυτόν τον τύπο εκτίμησης είναι ο αλγόριθμος LMS. Ο Griffith πρότεινε έναν πολύ απλό προσαρμοστικό αλγόριθμο IF υπολογισμού ο οποίος βασίζεται στην εξαγωγή της κορυφής μιας μικρού χρόνου γραμμικής πρόβλεψης που βασίζεται στη φασματική εκτίμηση [2]. Ωστόσο, επειδή ο αναδρομικός αλγόριθμος είναι ουσιαστικά μια διαδικασία IF εκτίμησης, δεν είναι σε θέση να ανταποκριθεί στις ταχείες μεταβολές και σε υψηλό θόρυβο. Επιπλέον, έχει προταθεί εκτιμητής IF με βάση προσαρμοστικό φίλτρο RLS [3]. Ο αλγόριθμος RLS είναι μια τεχνική που μοντελοποιεί τα δεδομένα ως μια γραμμική ακολουθία προβλέψεων και ενημερώνει τους συντελεστές της γραμμικής πρόβλεψης με κάθε νέο δείγμα δεδομένων. Το πλεονέκτημα του αλγόριθμου RLS είναι η ταχύτητα της σύγκλισης.

Ο Kwok και άλλοι έχουν αναπτύξει μια προσέγγιση για την εκτίμηση IF με βάση μια νέα απεικόνιση χρόνου-συχνότητας (TFR) χρησιμοποιώντας έναν προσαρμοστικό short-time μετασχηματισμό Fourier (ASTFT) [4]. Ο αλγόριθμός του κατασκευάστηκε σύμφωνα με ένα πλαίσιο στατιστικής ανίχνευσης και εκτίμησης. Χρησιμοποιούνται διαφορετικά παράθυρα σε κάθε χρονική στιγμή για να επιτευχθεί μια καλή TFR. Ο προσαρμοστικός κανόνας είναι ένας έλεγχος γενικευμένης πιθανότητας (GLRT) με βάση το STFT. Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε ένας αλγόριθμος εκτίμησης ακραίων σημείων για να παρέχει επιπλέον βελτίωση από το ASTFT.

Ο Sharman [5] πρότεινε εκτιμητή ΙF που βασίζεται σε χρονικά μεταβαλλόμενα μοντέλα AR των στοιχείων του σήματος. Η προτεινόμενη διαδικασία εκτίμησης AR λαμβάνει υπόψη τη μη στασιμότητα του σήματος. Η IF προκύπτει από τις ρίζες του χρονικά μεταβαλλόμενου AR πολυώνυμου με τον ίδιο τρόπο όπως και η συχνότητα προέρχεται από τη στάσιμη συνάρτηση μεταφοράς. Η ακρίβεια που

επιτυγχάνεται είναι δυστυχώς χαμηλότερη από ότι για τη στατική περίπτωση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι είναι δύσκολο να επιτευχθεί καλή εκτίμηση στιγμιαίας συνδιακύμανσης. Μια παρόμοια προσέγγιση έχει προταθεί από τον Lau [15].

Η βελτίωση στις IF εκτιμήσεις μπορεί να επιτευχθεί αν είναι διαθέσιμη κάποια εκ των προτέρων πληροφορία σχετικά με το ρυθμό της IF. Ένας τρόπος για να χαρακτηρίσουμε αυτές τις πληροφορίες είναι να εκχωρήσουμε κατανομές (εκ των υστέρων) πιθανοτήτων με διάφορες παραμέτρους στο νόμο της IF. Μια τεχνική είναι να μοντελοποιήσουμε την IF ακολουθία εκτίμησης ως μια αλυσίδα Markov με την οποία υπάρχει μια σταθερή κατανομή πιθανοτήτων που σχετίζονται με τις αλλαγές της IF από το ένα σημείο στο άλλο. Ο βέλτιστος IF νόμος είναι αυτός που εμφανίζει την πραγματική ακολουθία IF να έχει τις περισσότερες πιθανότητες να συμβεί. Είναι δυνατό να παραχθεί χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο Hidden Markov Modeling (HMM). Αυτό το είδος της μέγιστης εκ των υστέρων (MAP) IF προσεγγιστικής εκτίμησης έχει εφαρμοστεί σε IF εκτιμήσεις με βάση τις μέγιστες τιμές του φασματογραφήματος [6].

Έχει προταθεί ως τεχνική εκτίμησης IF η διανομή Wigner-Ville (WVD) κορυφών. Οι Rao και Taylor [7] έδειξαν ότι η εκτίμηση IF που βασίζεται σε WVD κορυφή είναι η βέλτιστη για γραμμικά FM σήματα με υψηλή έως μέτρια SNR. Ο Wong [8] διερεύνησε επίσης τη χρήση αυτού του εκτιμητή και σε σύγκριση με τις επιδόσεις της με τα χαμηλότερα όρια Cramer-Rao (CR) για συνεχώς μεταβαλλόμενη συχνότητα. Ενώ σε υψηλά SNR η WVD έχει αποδειχθεί ότι είναι μια βέλτιστη IF εκτίμηση για γραμμικά FM σήματα, μειονεκτεί σε χαμηλό SNR. Για το λόγο αυτό γίνεται χρήση της διανομής σταυρού Wigner-Ville (XWVD) [9]. Μια παρόμοια ιδέα που βασίζεται στον Short Scale Transform, προτείνεται από τον Combet [14].

Ένας άλλος τύπος IF εκτιμητή βασίζεται στην τεχνική φιλτραρίσματος Kalman [10][16]. Το φίλτρο Vold-Kalman είναι μεταβαλλόμενο με το χρόνο και οδηγεί σε ένα πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων. Τετριμμένες εκφράσεις του εύρους και του μεταβατικού χρόνου πρώτης και δεύτερης τάξης παρουσιάζονται στις παραπάνω βιβλιογραφικές αναφορές. Επίσης, στις παραπομπές [12][13] παρουσιάζονται από τον Baj παρόμοιες εκφράσεις βασισμένες στη μοντελοποίηση κάνοντας χρήση του αλγόριθμου αναδρομικών ελαχίστων τετραγώνων (Recursive Least Squares).

Ο Gal [18] καθιέρωσε ένα γραμμικό παραμετρικό μοντέλο στο χώρο αναφοράς των μη-γραμμικών σημάτων των οποίων η φάση εξαρτάται από πολυώνυμο χρόνου. Οι παράμετροι του μοντέλου καθορίζονται σε στάσιμο σύστημα. Το φίλτρο Kalman χρησιμοποιείται για την εκτίμηση IF.

Ο Pedersen και άλλοι [19] διαμόρφωσαν σε στατιστικούς όρους Bayesian το πρόβλημα της εκτίμησης και παρακολούθησης της βασικής συχνότητας ενός περιοδικού σήματος. Η εκ των υστέρων κατανομή της βασικής συχνότητας υπολογίζεται διαμορφωμένη από τα δεδομένα των μετρήσεων και το αρμονικό μοντέλο του σήματος. Αρχικά, τα δεδομένα κατακερματίζονται σε επικαλυπτόμενα τμήματα και στη συνέχεια γίνεται στατιστικός υπολογισμός σε κάθε τμήμα.

Στην παρούσα εργασία προτείνεται η μέθοδος αρμονικής αποδιαμόρφωσης σήματος (HARD) [11] για τον υπολογισμό της στιγμιαίας συχνότητας. Ανήκει στις μεθόδους εκτίμησης αρμονικών σημάτων με βάση τις ιδιοτιμές. Το μεγαλύτερο

πλεονέκτημα των παραμετρικών μεθόδων στο πεδίο συχνότητας ή των μεθόδων στο πεδίο συχνότητας–χρόνου [17], είναι η αυξημένη ανάλυση. Επιπλέον, το πλεονέκτημα των παραμετρικών μεθόδων ιδιοτιμών σε σχέση με τις άλλες παραμετρικές μεθόδους (AR, ARMA, PRONY, κ.α.) είναι η αυξημένη αποτελεσματικότητά τους στην εκτίμηση αρμονικών συνιστωσών.

#### Τετράχρονες μονοκύλινδρες παλινδρομικές Μ.Ε.Κ.

Ο παλινδρομικός κινητήρας είναι μια μηχανή εσωτερικής καύσης που χρησιμοποιεί ένα ή περισσότερα πιστόνια για να μετατρέψει την πίεση σε περιστροφική κίνηση [20]. Μια μηχανή εσωτερικής καύσης ή κινητήρας εσωτερικής καύσης είναι κινητήρας στον οποίο η καύση του καυσίμου γίνεται σε θάλαμο καύσης ο οποίος βρίσκεται ολόκληρος μέσα στον κινητήρα. Σύμφωνα με έναν γενικό ορισμό, ο κινητήρας εσωτερικής καύσης είναι μια θερμική μηχανή στην οποία καίγεται ένα καύσιμο παρουσία αέρα μέσα σε ένα θάλαμο (θάλαμος καύσης) και από την εξώθερμη αντίδραση του καυσίμου με τον οξειδωτή (θερμική καύση ελεύθερης φλόγας σε αέρια κατάσταση) που είναι το οξυγόνο του αέρα, δημιουργούνται θερμά αέρια. Στον κινητήρα εσωτερικής καύσης η εκτόνωση της πίεσης των αερίων που παράγονται ασκεί δύναμη στο κινητό μέρος του κινητήρα, όπως στα έμβολα ή στα πτερύγια. Η μηχανή εσωτερικής καύσης (Μ.Ε.Κ.) διαφοροποιείται από τη μηχανή εξωτερικής καύσης, όπως με ατμό ή κινητήρα Stirling, στις οποίες η ενέργεια μεταφέρεται από ένα υγρό το οποίο θερμαίνεται σε λέβητα εκτός του κινητήρα από ορυκτά καύσιμα ή καύση ξύλου, πυρηνική ή ηλιακή ενέργεια κλπ.

Ένας μεγάλος αριθμός διαφορετικών σχεδίων για τις MEK έχουν αναπτυχθεί και κατασκευαστεί, με ποικιλία πλεονεκτημάτων και αδυναμιών. Αν και υπήρξαν και εξακολουθούν να υπάρχουν πολλές στατικές εφαρμογές, μεγάλη χρήση των κινητήρων εσωτερικής καύσης γίνεται σε κινητές εφαρμογές και κυρίως σε οχήματα, αεροσκάφη και πλοία.

Οι τετράχρονοι κινητήρες εσωτερικής καύσης με καύσιμο βενζίνη έχουν τέσσερις φάσεις λειτουργίας («χρόνους»):

- Εισαγωγή: Το καύσιμο μείγμα εισέρχεται στο θάλαμο καύσης από την ανοιχτή βαλβίδα εισαγωγής
- Συμπίεση: Το έμβολο κινείται προς το άνω νεκρό σημείο και συμπιέζει το καύσιμο μείγμα.
- 3. Ανάφλεξη και Εκτόνωση: Η ταχεία αύξηση της θερμοκρασίας σε συνδυασμό με τον ηλεκτρικό σπινθήρα που δίνεται από το μπουζί προκαλούν την ανάφλεξη του καύσιμου μείγματος. Το μείγμα καίγεται και εκτονώνεται, πιέζοντας το έμβολο προς το κάτω νεκρό σημείο, παράγοντας ωφέλιμο έργο.
- 4. Εξαγωγή: Το έμβολο που από την πίεση των αερίων της καύσης έχει φτάσει στο κάτω νεκρό σημείο, λόγω της αδράνειας του συστήματος έμβολοστροφαλοφόρος-σφόνδυλος, αρχίζει να κινείται προς τα άνω, εξωθώντας τα αέρια προς την ανοιχτή βαλβίδα εξαγωγής. Έτσι τα προϊόντα της καύσης εξέρχονται από το θάλαμο καύσης.



Σχήμα 2.1: Σχηματική αναπαράσταση της λειτουργίας ενός τετράχρονου κινητήρα

Τα βασικά μέρη ενός κινητήρα εσωτερικής καύσης είναι τα παρακάτω:

Κύλινδρος: Είναι ο χώρος μέσα στον οποίο κινείται το έμβολο. Είναι κατασκευασμένος από ειδικά κράματα μετάλλων για να παρουσιάζει όσο το δυνατόν πιο λεία επιφάνεια για μείωση των τριβών και όσο το δυνατόν πιο ανθεκτική για αντοχή στις κρούσεις και στη θερμότητα της έκρηξης.

Έμβολο: Είναι κατασκευασμένο από παρεμφερή με τον κύλινδρο υλικά ή υλικά με παρόμοιες δυνατότητες. Σε μεγάλες μηχανές υπάρχει ξεχωριστό κύκλωμα ψύξης των εμβόλων. Το έμβολο στην περιφέρειά του έχει ειδικές αυλακώσεις εντός των οποίων τοποθετούνται τα ελατήρια. Τα έμβολα πάντα έχουν μικρότερη διατομή από αυτή των κυλίνδρων εντός των οποίων κινούνται. Διωστήρας (μπιέλα): Ο διωστήρας (μπιέλα) είναι ένα συμπαγές τμήμα μετάλλου ιδιαίτερα μεγάλης μηχανικής αντοχής που συνδέει το έμβολο με τον στροφαλοφόρο άξονα. Συνδέεται στο έμβολο με έναν πείρο ενώ στο στροφαλοφόρο άξονα μέσω ζεύγους κουζινέτων.

Στροφαλοφόρος: Ο στροφαλοφόρος είναι ο άξονας που δίνει την κίνηση. Σε αυτόν συνδέεται το κάτω μέρος του διωστήρα.

Σφόνδυλος ή βολάν: Επειδή οι κινητήρες δεν παράγουν έργο παρά μόνο σε μια από τις τέσσερις διακριτές κινήσεις τους, μέρος της κινητικής ενέργειας του εμβόλου "αποθηκεύεται" στον σφόνδυλο. Ο σφόνδυλος είναι μια συμπαγής περιστρεφόμενη μάζα με το μεγάλο μέρος της στην περιφέρεια για να έχει μεγάλη στροφορμή η οποία αποδίδεται όταν το έμβολο εκτελεί τις άλλες τρεις διακριτές ενέργειές του.

Βαλβίδες: Είναι ο μηχανισμός που επιτρέπει την «αναπνοή» του κινητήρα. Συνδέει το θάλαμο καύσης με την ατμόσφαιρα και επιτρέπει την λειτουργία του. Οι βαλβίδες διαχωρίζονται σε εισαγωγής και εξαγωγής. Οι μεν εισαγωγής επιτρέπουν την είσοδο του καύσιμου μίγματος, οι δε εξαγωγής των καταλοίπων καύσης. Δευτερεύουσα λειτουργία αμφοτέρων είναι να απομονώσουν τον θάλαμο καύσης από την ατμόσφαιρα. Είναι επίσης κατασκευασμένες από πολύ ανθεκτικά μέταλλα για να έχουν αντοχή στις θερμοκρασίες και στην πρόσκρουση πάνω στην έδρα της βαλβίδας.

Εκκεντροφόρος: Παίρνοντας κίνηση από τον στροφαλοφόρο είτε με ελαστικούς ιμάντες, είτε με αλυσίδες, είτε με γρανάζια ο εκκεντροφόρος είναι ο άξονας που «οδηγεί» την κίνηση των βαλβίδων. Σε κατάλληλα σημεία έχει τοποθετημένα τα έκκεντρα. Το έκκεντρο (που έχει σχήμα αμύγδαλου) είναι τοποθετημένο με τέτοιο τρόπο ώστε με την κίνηση του εκκεντροφόρου να πιέζει ένα ζύγωθρο. Στο άκρο του ζύγωθρου είναι συνδεδεμένη η βαλβίδα έτσι ώστε αναλόγως με την κίνηση των εκκεντροφόρων απευθείας πάνω στις βαλβίδες καταργώντας το μηχανισμό ωστηρίου - ζύγωθρου στις περισσότερες εφαρμογές.

Μπλοκ: Είναι ο κορμός του κινητήρα πάνω ή μέσα στον οποίο τοποθετούνται όλα τα υπόλοιπα εξαρτήματα. Φέρει επίσης ειδικές εσωτερικές σωληνώσεις που συνδέονται με αυτές της κεφαλής και δημιουργούν το κύκλωμα ψύξης. Στις περισσότερες μηχανές φέρει πτερύγια, γνωστά και ως ψύκτρες, για την απαγωγή θερμοκρασίας.

Κεφαλή: Είναι μια ολομεταλλική κατασκευή η οποία κλείνει το πάνω μέρος του κινητήρα δημιουργώντας το θάλαμο καύσης και φέρει τις βαλβίδες. Στεγανοποιείται με τη φλάντζα κεφαλής και επειδή είναι χυτό μέρος φέρει και ειδικές εσωτερικές σωληνώσεις για την κυκλοφορία του υγρού ψύξης. Αν ο κινητήρας είναι αερόψυκτος, φέρει και ψύκτρες.

Οι μονοκύλινδρες Μ.Ε.Κ. είναι απλές και συμπαγείς, ενώ αποδίδουν τη μέγιστη δυνατή ισχύ σε μικρό εύρος στροφών. Η ψύξη τους είναι γενικά πιο απλή από αυτή των πολυκύλινδρων Μ.Ε.Κ. και έτσι γίνεται εξοικονόμηση βάρους. Δημιουργούν σχετικά μεγάλες φυγόκεντρες δυνάμεις και οι περιστρεφόμενες μάζες είναι σχετικά μεγάλες. Αυτό περιορίζει τις απότομες επιταχύνσεις. Γενικά παρουσιάζουν υψηλά επίπεδα κραδασμών και για να αντιμετωπιστεί το φαινόμενο αυτό πολλές φορές χρησιμοποιούνται άξονες εξισορρόπησης των κραδασμών.



Σχήμα 2.2: Ο μονοκύλινδρος 4 χρονος κινητήρας της πειραματικής εφαρμογής

#### Μετασχηματισμός Hilbert

Ο μετασχηματισμός Hilbert (HT) [21] είναι ένας από τους ολοκληρωτικούς μετασχηματισμούς (όπως ο Laplace και ο Fourier). Πήρε το όνομά του από τον David Hilbert ο οποίος τον παρουσίασε πρώτη φορά για να λύσει μια ειδική περίπτωση συστήματος ακέραιων εξισώσεων στον τομέα των μαθηματικών που χρησιμοποιούνται στη φυσική.

Η εφαρμογή της μεθόδου στο αρχικό σήμα δίνει επιπλέον πληροφορίες για το πλάτος, τη στιγμιαία φάση και τη συχνότητα των κραδασμών. Είναι ξεκάθαρο ότι η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και όταν λύνουμε το αντίστροφο πρόβλημα δηλαδή τον προσδιορισμό του συστήματος που δονείται. Η ίδια εφαρμογή μπορεί να γίνει και στο πεδίο των συχνοτήτων. Ο ΗΤ της συνάρτησης απόκρισης της συχνότητας (FRF) γραμμικής μορφής ανασχηματίζει το αρχικό FRF και κάθε απόκλιση από αυτό (π.χ. παραμόρφωση) μπορεί να θεωρηθεί μη-γραμμικής συμπεριφοράς σε μηχανικές κατασκευές από FRF παραμορφώσεις. Άλλες προσεγγίσεις επικεντρώνονται στην εφαρμογή του ΗΤ στο πεδίο του χρόνου όπου το πιο απλό δονούμενο σύστημα, έχοντας μια μάζα και ένα γραμμικό αποσβεστήρα, κάνει πλήρως αρμονική κίνηση.

Μια πραγματική δόνηση πάντα μειώνεται σε πλάτος λόγω της ενέργειας που χάνεται από το σύστημα. Αν το σύστημα έχει μη-γραμμικές ελαστικές δυνάμεις η φυσική συχνότητα εξαρτάται καθοριστικά από το πλάτος των κραδασμών. Μια διάχυση της ενέργειας μειώνει το στιγμιαίο πλάτος σύμφωνα με μια μη-γραμμική συνάρτηση διάχυσης. Επειδή οι μη-γραμμικές διαχύσεις και οι ελαστικές δυνάμεις έχουν εντελώς διαφορετική επίδραση στις ελεύθερες δονήσεις, η μέθοδος του ΗΤ μας επιτρέπει να καθορίσουμε κάποιες πλευρές της συμπεριφοράς αυτών των δυνάμεων. Για αυτό τον προσδιορισμό στο πεδίο του χρόνου, προτείνεται η δημιουργία συσχετίσεων μεταξύ του συντελεστή απόσβεσης ως μια συνάρτηση του πλάτους και συσχετίσεων μεταξύ της στιγμιαίας συχνότητας και πλάτους.

Ο ΗΤ μιας συνάρτησης x(t) προσδιορίζεται από τον ολοκληρωτικό μετασχηματισμό:

$$H[x(t)] = \tilde{x}(t) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau$$
(3.1)

Επειδή μπορεί να προκύψει ανωμαλία στην περίπτωση που t=τ, το ολοκλήρωμα πρέπει να θεωρείται σαν κύρια τιμή του Cauchy. Ο ΗΤ μιας πραγματικής συνάρτησης x(t), που ορίζεται από το  $-\infty$  μέχρι  $+\infty$ , είναι μια πραγματική συνάρτηση  $\tilde{x}(t)$  όπως ορίστηκε στην παραπάνω εξίσωση (3.1).

Ο μαθηματικός ορισμός δε βοηθά στην κατανόηση της λειτουργίας και της εφαρμογής της μεθόδου. Αντίθετα η φυσική ερμηνεία του ΗΤ μας βοηθά να κατανοήσουμε σε βάθος τον μετασχηματισμό. Από φυσική άποψη ο ΗΤ είναι παρόμοιος με ένα ειδικής μορφής γραμμικό φίλτρο όπου όλα τα πλάτη των

φασματικών συνιστωσών μένουν αμετάβλητα, αλλά οι φάσεις τους έχουν μετατοπιστεί κατά –(π/2). Επίσης, η απεικόνιση του ΗΤ είναι μια ολοκληρωματική συνέλιξη της x(t) με την (πt)<sup>-1</sup>. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η δυναμική απόκριση, η μονάδα μέτρησης και η φάση του ιδανικού ΗΤ.



Σχήμα 3.1: Απόκριση (a), Module (b), Φάση (c)

Είναι φανερό ότι ο ΗΤ ενός χρονικού σήματος είναι επίσης χρονικό σήμα και αν η x(t) έχει πραγματικές τιμές ισχύει το ίδιο για την  $\tilde{x}(t)$ .

Ένα σύνθετο σήμα του οποίου το φανταστικό μέρος είναι ο ΗΤ του πραγματικού μέρους, ονομάζεται αναλυτικό σήμα. Ένα τέτοιο σήμα είναι δύο διαστάσεων και η τιμή του (κάποια στιγμή στο χρόνο) προσδιορίζεται από δύο μέρη: το πραγματικό μέρος και το φανταστικό.

$$X(t) = x(t) + i\tilde{x}(t)$$
(3.2)

όπου το  $\tilde{x}(t)$  συσχετίζεται με το x(t) με βάση τον ΗΤ. Ένα παράδειγμα τέτοιου σήματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



**Σχήμα 3.2:** Η προβολή του ΗΤ (1), το πραγματικό σήμα (2), το αναλυτικό σήμα (3), το διάνυσμα στο μιγαδικό επίπεδο (4)

Σύμφωνα με τη θεωρία των αναλυτικών σημάτων, ένα πραγματικό σήμα κραδασμών x(t) είναι μόνο μια από τις πιθανές προβολές (το πραγματικό μέρος) ενός αναλυτικού σήματος X(t). Η δεύτερη προβολή του ίδιου σήματος (το φανταστικό μέρος)  $\tilde{x}(t)$  θα συζευχθεί σύμφωνα με τον ΗΤ. Ένα αναλυτικό σήμα μπορεί να παρασταθεί γεωμετρικά στη μορφή ενός διανύσματος περιστρεφόμενου στο μιγαδικό επίπεδο.

Το διάνυσμα έχει αρχή την αρχή των αξόνων του μιγαδικού επιπέδου, μήκος A(t) και γωνιακή θέση c(t). Η προβολή στον πραγματικό άξονα είναι το αρχικό πραγματικό σήμα και μπορεί να περιγραφεί ως:

$$x(t) = A(t)\cos c(t) \tag{3.3}$$

Χρησιμοποιώντας την παραδοσιακή απεικόνιση του αναλυτικού σήματος στην τριγωνομετρική μορφή  $X(t) = |X(t)|[cos\psi(t) + jsin\psi(t)] = A(t)e^{j\psi(t)}$ μπορούμε να προσδιορίσουμε το στιγμιαίο πλάτος (envelope, magnitude, modulus)

$$A(t) = \pm |X(t)| = \pm \sqrt{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)} = \pm e^{Re[lnX(t)]}$$
(3.4)

και τη στιγμιαία φάση

$$\varphi(t) = \arctan \frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} = Im[InX(t)]$$
(3.5)

Πριν πολλές δεκαετίες, ο Gabor και ο Ville προσδιόρισαν τις έννοιες της φάσης και της στιγμιαίας συχνότητας (IF) ενός σήματος μέσω ενός αναλυτικού σήματος. Η πρώτη παράγωγος της στιγμιαίας φάσης ως συνάρτηση του χρόνου:

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}$$
(3.6)

ονομάζεται στιγμιαία γωνιακή συχνότητα και παίζει σημαντικό ρόλο στην ανάλυση σήματος. Για κάθε σήμα υπάρχει μια μόνο τιμή της στιγμιαίας φάσης για οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Η μονάδα της γωνιακής συχνότητας ω(t)=2πf(t) είναι rad ανά δευτερόλεπτο (rad/sec) ενώ αυτή της κυκλικής συχνότητας είναι Hertz.

Η στιγμιαία συχνότητα IF ω(t) μετρά το ρυθμό και την κατεύθυνση της περιστροφής του διανύσματος στο μιγαδικό επίπεδο. Για ένα αρμονικό σήμα που η περιβάλλουσα και η IF είναι σταθερές η γωνία της φάσης αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο. Στη γενική περίπτωση η IF ενός σήματος είναι μια συνάρτηση που μεταβάλλεται στο χρόνο. Σε κάποιες περιπτώσεις η IF μπορεί να αλλάζει πρόσημο για κάποια χρονικά διαστήματα ανταποκρινόμενη στην αλλαγή της φοράς περιστροφής του διανύσματος από ανθωρολογιακή σε ωρολογιακή. Η IF που έχει μια απλή και ξεκάθαρη φυσική σημασία, δεν είναι τίποτα περισσότερο από μια μεταβαλλόμενη ταχύτητα (ρυθμός) της περιστροφής του διανύσματος στους πολικούς άξονες. Στη διάσταση του χρόνου η αρνητική IF αντιστοιχεί στην εμφάνιση ενός περίπλοκου κύκλου εναλλασσόμενου σήματος.

#### Φασματική Θεωρία Εκτίμησης Bayesian

Ο σκοπός της φασματικής θεωρίας εκτίμησης Bayesian [10] είναι ο υπολογισμός της εκ των υστέρων πιθανότητας η θεμελιώδης συχνότητα να είναι  $ω_0$ , δηλαδή της υπό όρους πιθανότητας  $p(\omega_0, |d, l)$  όπου το l αντιπροσωπεύει την εκ των προτέρων γνώση του μοντέλου εκτίμησης και το d αντιπροσωπεύει το σήμα που μετρήθηκε. Για να μπορέσει η μέθοδος να ανταποκριθεί σε μη στάσιμα σήματα, «τεμαχίζουμε» το σήμα σε επικαλυπτόμενα τμήματα και υπολογίζουμε την εκ των υστέρων πιθανότητα σε κάθε τμήμα. Με την εισαγωγή της εκ των προτέρων εκτίμησης για την  $ω_0$  διαμορφωμένη από τα προηγούμενα τμήματα L, ο εκτιμητής μπορεί να επεκταθεί στην εκτίμηση ομαλών αλλαγών της θεμελιώδους συχνότητας, δηλαδή

$$p(\omega_o^{(l)}|\omega_o^{(l-1)}, \omega_o^{(l-2)}, \dots, \omega_o^{(l-L)}, \mathbf{d}, \mathbf{l}),$$
(4.1)

όπου ο εκθέτης l είναι ο δείκτης του χρόνου του τρέχοντος τμήματος.

Το κίνητρο για τη χρήση του στατιστικού πλαισίου του Bayesian για τον υπολογισμό της θεμελιώδους συχνότητας είναι ότι επιτρέπει την απλή ενσωμάτωση της εκ των προτέρων γνώσης στη διαδικασία της εκτίμησης. Η φύση των περιστρεφόμενων και των παλινδρομικών μηχανών έχει αποτέλεσμα την παρουσία υψηλότερων αρμονικών της θεμελιώδους συχνότητας στα μετρούμενα σήματα. Μέσα στο πλαίσιο του Bayesian αυτή η εκ των προτέρων γνώση ενσωματώνεται εύκολα για τη βελτίωση του εκτιμητή. Επίσης μια ακόμα εκ των προτέρων γνώση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας.

Στη βιβλιογραφία της επεξεργασίας σήματος, το πρόβλημα της αναγνώρισης και παρακολούθησης περιοδικών σημάτων συχνά ορίζεται ως εκτίμηση του εύρους και της φάσης ενός αριθμού αρμονικών συνιστωσών, δηλαδή

$$d_m(t) = a_{m,o} + \left[\sum_{k=1}^{K} a_{m,k} \cos(\omega_k t) + b_{m,k} \sin(\omega_k t)\right] + e_m(t) \quad (4.2)$$

Ο θόρυβος  $e_m(t)$  θεωρείται μηδενικής μέσης τιμής, λευκός και «γκαουσιανός» με διακύμανση σ<sup>2</sup>. Οι συχνότητες στην αρμονική ακολουθία ορίζονται ως τάξεις  $a_{\kappa}$  της θεμελιώδους,  $\omega_k = a_k \omega_o$ 

Για ένα τμήμα δειγμάτων του σήματος προκύπτει το γραμμικό πρόβλημα

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{b} + \mathbf{e} \tag{4.3}$$

όπου το διάνυσμα d είναι τα μετρούμενα ή παρακολουθούμενα δεδομένα, G είναι πίνακας με διανύσματα που αντιστοιχούν σε ημίτονα και συνημίτονα, b είναι ένα διάνυσμα με τις σχετικές συχνότητες και e ο θόρυβος:

$$\mathbf{d} = [\mathbf{d}(t_o), \dots, \mathbf{d}(t_{N-1})]^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{1}, \cos(\mathbf{t} \cdot \mathbf{\Omega}^{\mathrm{T}}), \sin(\mathbf{t} \cdot \mathbf{\Omega}^{\mathrm{T}})]$$

$$\mathbf{b} = [a_o, \dots, a_K, b_1 \dots, b_K]^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{t} = [t_o, \dots, t_{N-1}]^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{\Omega} = [\omega_1, \dots, \omega_K]^{\mathrm{T}}$$
(4.4)

Σύμφωνα με το θεώρημα του Bayes η πιθανότητα για την εκδήλωση των παραμέτρων ενός μοντέλου με βάση συγκεκριμένα δεδομένα είναι ίση με την πιθανότητα εκδήλωσης των δεδομένων με βάση τις παραμέτρους πολλαπλασιασμένη με την οριακή πιθανότητα για την εκδήλωση των παραμέτρων διαιρούμενη με την οριακή πιθανότητα για την εκδήλωση των δεδομένων, δηλαδή:

$$p(\Theta|\mathbf{d}) = \frac{p(\mathbf{d}|\Theta)p(\Theta)}{p(\mathbf{d})}$$
(4.5)

όπου Θ είναι οι παράμετροι και d τα δεδομένα.

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Bayes, η εκ των υστέρων κατανομή της  $ω_o$  διαμορφωμένη με βάση τα μετρούμενα δεδομένα δίνεται από τον τύπο:

$$p(\boldsymbol{\omega}_o, \{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{b}\} | \mathbf{d}) = \frac{p(\mathbf{d} | \boldsymbol{\omega}_o, \{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{b}\}) p(\boldsymbol{\omega}_o, \{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{b}\})}{p(\mathbf{d})}$$
(4.6)

Για να βρούμε την κατανομή την παρατηρήσεων διαμορφωμένη μόνο στην  $ω_0$ , οι παράμετροι του θορύβου  $\{\sigma, b\}$  πρέπει να εξαλειφθούν χρησιμοποιώντας οριακή τιμή για την πιθανότητα  $p(\mathbf{d}|\omega_0, \{\sigma, b\})$ . Έτσι η προηγούμενη εξίσωση απλοποιείται:

$$p(\omega_o | \mathbf{d}) \propto p(\mathbf{d} | \omega_o) p(\omega_o) \tag{4.7}$$

Η επίτευξη οριακής τιμής της πιθανότητας εξαρτάται από τις εκ των προτέρων κατανομές επιλεγμένες από τις παραμέτρους του θορύβου. Μια αναλυτική λύση προκύπτει όταν στα πλάτη τεθούν ενιαίες τιμές εκ των προτέρων,  $p(\mathbf{b}_m)$  σταθερό και στη διακύμανση του θορύβου η εκ των προτέρων του Jeffrey  $p(\sigma_m)=const/\sigma_m$ 

$$p(\mathbf{d}_{m}|\omega_{o}) \propto \frac{\left(\mathbf{d}^{T}\mathbf{d} - \mathbf{d}^{T}\mathbf{G}(\mathbf{G}^{T}\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^{T}\mathbf{d}\right)^{\frac{-(N-2K-1)}{2}}}{\sqrt{|\mathbf{G}^{T}\mathbf{G}|}}$$
(4.8)

Το γραμμικό μοντέλο (4.3) που αναφέραμε παραπάνω υποθέτει ότι το σήμα είναι σταθερό. Για να ξεφύγουμε από αυτή την υπόθεση και να μπορέσουμε να εντοπίσουμε ομαλές αλλαγές στην  $ω_0$ , «τεμαχίζουμε» το σήμα σε L επικαλυπτόμενα τμήματα κατάλληλου μήκους και η  $ω_0$  θεωρείται σταθερή σε κάθε τμήμα.

Μια εκ των προτέρων τιμή των αλλαγών της θεμελιώδους συχνότητας εντοπίζεται υπολογιστικά αν αφήσουμε την διαδικασία να τρέξει τυχαία σύμφωνα με την πρώτη παράγωγο του Gauss. Αυτό φαίνεται μαθηματικά με την εξίσωση:

$$\omega_o^{(l)} - \omega_o^{(l-1)} = \omega_o^{(l-1)} - \omega_o^{(l-2)} + N(0, \sigma_T^2)$$
(4.9)

Η εκ των προτέρων κατανομή της ωο μπορεί να εκφραστεί ως

$$p\left(\omega_{o}^{(l)} \middle| \omega_{o}^{(l-1)}, \omega_{o}^{(l-2)}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{T}^{2}}} exp \frac{-(\omega_{o}^{(l)} + 2\omega_{o}^{(l-1)} - \omega_{o}^{(l-2)})^{2}}{2\sigma_{T}^{2}}$$
(4.10)

Η εκ των υστέρων κατανομή κάθε τμήματος l, βρίσκεται αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.8) και (4.10) στην (4.6). Το προφίλ της θεμελιώδους συχνότητας είναι το πακέτο των τιμών της  $\omega_0^{(i)}$  η οποία μεγιστοποιεί την εκ των υστέρων πιθανότητα των τμημάτων,  $p(\omega_0^{(i)}|\mathbf{d}^{(i)})$ :

$$\left\{ argmax_{\omega_{o}^{(i)}} p\left(\omega_{o}^{(i)} \middle| \mathbf{d}^{(i)}\right) : 0 \le i \le L \right\}$$
(4.11)

#### Σύντομος Μετασχηματισμός Fourier (STFT)

Μια κατηγορία αναλύσεων σήματος αποτελεί η «συνδυασμένη ανάλυση χρόνου συχνότητας» Joint Time Frequency Analysis – (JTFA), όπως είναι ο μετασχηματισμός STFT. Η βασική ιδέα πίσω από τη μέθοδο αυτή είναι ο χωρισμός του σήματος σε διαδοχικά τμήματα και η ανάλυση του εκάστοτε τμήματος χωριστά. Στην περίπτωση του μετασχηματισμού STFT [26], χρησιμοποιούνται «χρονικά παράθυρα επιλογής» (συχνά επικαλυπτόμενα, overlapped windows) και στη συνέχεια προκύπτουν οι φασματικές εκτιμήσεις με χρήση του αλγόριθμου FFT σε κάθε τμήμα του σήματος. Η συνδυασμένη ανάλυση χρόνου συχνότητας του STFT έδωσε μεγαλύτερη προσαρμοστικότητα σε σχέση με την κλασική ανάλυση Fourier, καθώς πλέον επιτυγχάνεται καλύτερη ικανότητα διάκρισης στα πεδία χρόνου και συχνότητας (time frequency resolution). Ο STFT μπορεί να προσδιοριστεί ως

$$X(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau - t) x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$
(5.1)

όπου w(t) είναι η εξίσωση του παραθύρου. Χωρίς να χάνουμε σε γενικότητα, θεωρούμε ότι το w(t) είναι πραγματικό και πεπερασμένης διάρκειας. Έτσι ο STFT μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$X(f,t) = e^{-j2\pi jt} \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau - t) x(\tau) e^{-j2\pi j(\tau - t)} d\tau = e^{-j2\pi j t} G(f,t)$$
(5.2)

Σε αυτή την περίπτωση ο STFT μπορεί να θεωρηθεί ως μία διαμορφούμενη σειρά φίλτρων η οποία δημιουργεί ένα γραμμικό πλέγμα ανάλυσης χρόνου συχνότητας.

Αν Gw(f) είναι ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης του παραθύρου w(t), η IF στο πεδίο συχνότητας χρόνου μπορεί να προσδιοριστεί ως:

$$\lambda(f,t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \arg[G(f,t)]$$
(5.3)

Αυτή μπορεί να γίνει με βάση τις (5.1),(5.2):

$$\lambda(f,t) = f + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \arg[X(f,t)]$$
(5.4)

Όπου

$$\frac{d}{dt}\arg[X(f,t)] = \frac{\operatorname{Re}[X]\operatorname{Im}[\frac{dX}{dt}] - \operatorname{Im}[X]\operatorname{Re}[\frac{dX}{dt}]}{|X|^2}$$
(5.5)

$$\frac{dX(f,t)}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} -w'(\tau-t)x(\tau)e^{-j2\pi f\tau}dt$$
(5.6)

Η φασματική διακριτότητα Δf του φίλτρου και η αντίστοιχη διακριτικότητα Δt των παραθύρων στο πεδίο του χρόνου δίνονται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta f = \sqrt{\frac{\int f^2 \cdot |G_w(f)|^2 df}{\int |G_w(f)|^2 df}}, \ \Delta f = \sqrt{\frac{\int t^2 \cdot |g_w(t)|^2 dt}{\int |g_w(t)|^2 dt}}$$
(5.7)

όπου N είναι το μήκος του χρονικού παραθύρου, ενώ τα διαστήματα δειγματοληψίας df και dt προκύπτουν από τη συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s$  (df=f<sub>s</sub>/N, dt=1/f<sub>s</sub>). Αυτό σημαίνει ότι δύο παλμοί που απέχουν χρονικά περισσότερο από  $\Delta t$ , μπορούν να διακριθούν με χρήση του STFT. Εντελώς ανάλογα, δύο φασματικές συνιστώσες στην ίδια χρονική στιγμή είναι διακριτές αν οι συχνότητές τους απέχουν περισσότερο από  $\Delta f$ . Η διακριτότητα που επιτυγχάνεται με εφαρμογή του STFT δεν μπορεί να είναι όσο μεγάλη θέλουμε και στα δύο πεδία. Μπορούμε να «θυσιάσουμε» τη διακριτότητα στο πεδίο του χρόνου ώστε να εξασφαλίσουμε καλύτερη συχνοτική ανάλυση και αντίστροφα να αυξήσουμε τη χρονική διακριτότητα σε βάρος της φασματικής. Ωστόσο δεν μπορούμε να πετύχουμε υψηλή ανάλυση και στα δύο πεδία. Η παραπάνω διατύπωση αποτελεί την αρχή της αβεβαιότητας (σχέση 5.8), ή όπως αλλιώς ονομάζεται ανισότητα του Heisenberg, σύμφωνα με την οποία το γινόμενο της χρονικής και συχνοτικής διακριτότητας παρουσιάζει ένα κάτω φράγμα:

$$\Delta t \cdot \Delta f \ge \frac{1}{4\pi} \tag{5.8}$$

Από τη στιγμή που επιλεγούν οι παράμετροι  $f_s$  και N, αυτόματα ορίζονται και οι τιμές διακριτότητας χρόνου (Δt) και συχνότητας (Δf), οι οποίες παραμένουν πλέον σταθερές και μετατοπίζονται γραμμικά κατά μήκος των δύο αξόνων. Αυτό σημαίνει ότι ένα σήμα που αποτελείται από μικρές απότομες χρονικές μεταβολές (bursts) και συνδυασμό μακρόχρονων στάσιμων συνιστωσών μπορεί να αναλυθεί με πολύ καλή ανάλυση, είτε στο πεδίο του χρόνου, είτε στο πεδίο της συχνότητας. Όχι όμως συγχρόνως και στα δύο πεδία [27]. Με την τεχνική αυτή επιτυγχάνεται η δισδιάστατη απεικόνιση του σήματος στο χρόνο και τη συχνότητα, και καθίσταται εφικτή η εξαγωγή πληροφορίας για τη χρονική στιγμή που κάνει την εμφάνισή της κάποια συχνότητα. Ωστόσο, η πληροφορία εξάγεται με περιορισμένη ακρίβεια που εξαρτάται από το μέγεθος του επιλεγμένου παραθύρου. Παρά την αυταπόδεικτη χρησιμότητά της η μέθοδος παρουσιάζει ένα βασικό μειονέκτημα το οποίο την καθιστά δυσεφάρμοστη στην ανάλυση σημάτων. Το μειονέκτημα είναι ότι από τη στιγμή που επιλέγουμε το μέγεθος του χρονικού παραθύρου, αυτό παραμένει αμετάβλητο για όλες τις συχνότητες. Για να αντιμετωπίσουμε την αδυναμία αυτή, εισάγουμε την ανάλυση σταθερού σχετικού εύρους φάσματος. Η ιδέα που κρύβεται πίσω από αυτή τη νέα προσέγγιση είναι απλή: τα Δt και Δf δεν είναι πλέον σταθερά αλλά μεταβάλλονται κατά μήκος των δύο αξόνων. Έτσι, αν θεωρήσουμε την ανάλυση μέσα από μια σειρά ζωνοδιαβατών (bandpass) φίλτρων, διαισθητικά μπορούμε να πούμε ότι συμφέρει η διακριτότητα στο πεδίο του χρόνου Δt να αυξάνει σε σχέση με την κεντρική συχνότητα  $f_c$  του εκάστοτε φίλτρου.

Μπορούμε λοιπόν, να επιβάλλουμε μια γραμμική σχέση ανάμεσα στα  $\Delta f$  και  $f_c$  έτσι που το εύρος  $\Delta f$  κάθε φίλτρου να είναι ανάλογο με την κεντρική του συχνότητα  $f_c$ :

$$\frac{\Delta f}{f_c} = const \tag{5.9}$$

όπου const είναι σταθερά.

Τα παραπάνω φίλτρα χαρακτηρίζονται από σταθερό σχετικό εύρος (λόγος εύρους φάσματος προς κεντρική συχνότητα) και για το λόγο αυτό η ανάλυση αυτού του είδους χαρακτηρίζεται "constant-Q analysis". Η παράμετρος Q ισούται με τον ακριβώς αντίστροφο λόγο, δηλαδή της κεντρικής συχνότητας του φίλτρου  $f_c$  προς το εύρος φάσματος  $\Delta f$  ή BW (Q=f<sub>c</sub>/BW). Αυτό σημαίνει ότι (σε αντίθεση με τον STFT) οι συχνοτικές αποκρίσεις των φίλτρων ανάλυσης παρουσιάζονται σε λογαριθμική (οκταβική) και όχι γραμμική κλίμακα [28].

## Μέθοδος Αρμονικής Αποδιαμόρφωσης Σήματος (HARD)

Η μέθοδος της Αρμονικής Αποδιαμόρφωσης Σήματος (HARD) είναι μια παραμετρική μέθοδος [17]. Ανήκει στην κατηγορία των αρμονικών μεθόδων ανίχνευσης σήματος με χρήση ιδιοτιμής. Κάνει ανάλυση σήματος από το πεδίο του χρόνου σε αυτό της συχνότητας στοχεύοντας στην παρακολούθηση μιας μεταβαλλόμενης συχνότητας. Προτείνεται για την εκτίμηση της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής αξόνων μηχανημάτων. Κάνει χρήση σημάτων παλμών που μετριούνται σε μηχάνημα το οποίο υποβάλλεται σε σχετικά μεγάλες μεταβολές της ταχύτητας, όπως αυτές που συμβαίνουν κατά την εκκίνηση ή τον τερματισμό του μηχανήματος. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα σε σχέση με άλλες προσεγγίσεις είναι η ακρίβεια που προσφέρει και η υπολογιστική απόδοση η οποία μπορεί να οδηγήσει ακόμη και σε μια εφαρμογή πραγματικού χρόνου της μεθόδου. Είναι σχετικά εύκολη στην εφαρμογή της, με μια απλή υπολογιστική εφαρμογή και μπορεί να άξονα.

Η μέθοδος HARD ανήκει τυπικά στις μεθόδους που έχουν ως βάση την ιδιοτιμή για την αρμονική ανίχνευση σήματος [11][22]. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι η αυξημένη ακρίβεια στο πεδίο της συχνότητας. Επιπλέον, σε σχέση με άλλες παραμετρικές μεθόδους (AR, ARMA, Prony, κλπ) είναι πιο αποτελεσματική όσον αφορά την ανίχνευση αρμονικών συνιστωσών. Τέλος, η προτεινόμενη εφαρμογή της μεθόδου, οδηγεί σε μια αρκετά αποτελεσματική υπολογιστική εφαρμογή η οποία μπορεί να οδηγήσει ακόμη και σε μια εφαρμογή πραγματικού χρόνου.

Σκοπός της μεθόδου HARD είναι να «διαβάζει» τα δείγματα που λαμβάνονται κατά τη δειγματοληψία και κατόπιν να υπολογίζει τη γωνιακή ταχύτητα ω του άξονα. Ο αριθμός των δειγμάτων του σήματος που θα λαμβάνονται υπ' όψιν κάθε φορά αποτελεί μια από τις παραμέτρους της μεθόδου. Μεγαλύτερος αριθμός δειγμάτων απαιτεί μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ και σε περίπτωση online αναπαράστασης της γωνιακής ταχύτητας ω προκαλεί μεγαλύτερη καθυστέρηση στην παρακολούθησή της. Συνεπάγεται όμως μεγαλύτερη ακρίβεια της μετρούμενης συχνότητας. Σε κάθε περίπτωση βέβαια πρέπει να σχετίζεται με την εκάστοτε μετρούμενη συχνότητα.

Για παράδειγμα, εάν επιλέξουμε έντεκα δείγματα ο αλγόριθμος HARD «βλέπει» το τμήμα εκείνο του σήματος που αντιστοιχεί στα πρώτα έντεκα δείγματα και στη συνέχεια τα έντεκα επόμενα. Με αυτόν τον τρόπο βρίσκει τη στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα του άξονα. Τα σημεία αυτά περιγράφουν επομένως περιόδους του μετρούμενου σήματος, μια από τις παραμέτρους που εισάγουμε στη μέθοδο HARD.

Ένα σήμα x(n) που περιέχει αρμονικές συνιστώσες μπορεί να περιγραφεί με την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sum_{j=0}^{p} a_j x(n-j+1) = 0 \tag{6.1}$$

όπου:  $a_0 = 1$ , P = 2m

Υποθέτοντας ότι το μετρούμενο σήμα y(n) περιλαμβάνει ένα «καθαρό» σήμα x(n) και έχει «φθαρεί» από πρόσθετο σήμα θορύβου w(n):

$$y(n) = x(n) + w(n)$$
 (6.2)

Η εξίσωση (6.1) καταλήγει σε:

$$\sum_{j=0}^{P} a_j y(n-j+1) = \sum_{j=0}^{P} a_j w(n-j+1)$$
(6.3)

Ένα πρόβλημα ελάχιστων τετραγώνων μπορεί να προσδιοριστεί ως:

$$MinE(L) = \sum_{n=P}^{L} e^2(n) \tag{6.4}$$

όπου L ο αριθμός των μετρούμενων δειγμάτων και

$$e(n) = \sum_{j=0}^{P} a_j \{ y(n-j+1) - (n-j+1) \}$$
(6.5)

Υποθέτουμε:

1. ότι το μήκος των μετρήσεων L είναι αρκετό ώστε:

$$\sum_{n=P}^{L} w(n-i+1) \cdot w(n-j+1) \to \lambda \gamma_{ww}(j-i)$$
(6.6)

όπου  $y_{ww}$  είναι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης θορύβου και  $\lambda$  είναι το επίπεδο θορύβου.

2. ότι τα σήματα x(n), w(n) είναι ασυσχέτιστα:

$$\sum_{n=P}^{L} x(n-i+1) \cdot w(n-j+1) = \sum_{n=P}^{L} x(n-j+1) \cdot w(n-i+1) \to 0 \quad (6.7)$$

Οπότε προκύπτει ένα γενικευμένο πρόβλημα ιδιοτιμών:

$$\overline{Y}\,\overline{a} = \lambda \overline{W}\overline{a} \tag{6.8}$$

όπου  $\alpha^T = [1, \alpha_1, ..., \alpha_P]$  είναι ένας πίνακας των όρων  $\alpha_j$  του παραμετρικού μοντέλου, Y είναι μια μήτρα καθορισμένων δεδομένων που σχηματίζεται από τα δεδομένα των μετρήσεων:

$$[Y]_{ij} = \sum_{n=P}^{L} y(n-i+1) \cdot y(n-j+1) = \sum_{n=P}^{L} y(n-j+1) \cdot y(n-i+1)$$
(6.9)

και W είναι ένας στατιστικά δεδομένος πίνακας που περιέχει τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του θορύβου:

$$[W]_{ij} = \gamma_{ww}(i-j) = \gamma_{ww}(j-i)$$
(6.10)

Δεδομένου ότι οι πίνακες του προβλήματος είναι συμμετρικοί και ως εκ τούτου θετικά ημιορισμένοι, οδηγούμαστε σε πραγματικές ιδιοτιμές. Στην περίπτωση του απλού αποσβενόμενου ημιτονοειδούς σήματος της μορφής:

$$x(nT_s) = Ae^{-\zeta \omega nT_s} \cos\left(\omega_D nT_s + \varphi\right) \tag{6.11}$$

όπου Α είναι το πλάτος του σήματος,  $T_s$  είναι η συχνότητα της δειγματοληψίας,  $\omega$  είναι η συχνότητα του σήματος,  $\varphi$  είναι η φάση,  $\zeta$  είναι ο λόγος απόσβεσης

$$\zeta = -\frac{f_s \ln a_2}{2\omega} \tag{6.12}$$

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{6.13}$$

Η συνάρτηση (6.1) για m = 1 μπορεί να απλοποιηθεί ως:

$$x_{n+1} + a_1 x_n + a_2 x_{n-1} = 0 (6.14)$$

όπου:

$$a_1 = -2e^{-\zeta\omega T_s}\cos(\omega_D T_s)$$
  
$$a_2 = e^{-\zeta\omega T_s}$$

Στην περίπτωση λευκού θορύβου, η εξίσωση (6.8) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{01} & Y_{02} \\ Y_{01} & Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{02} & Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$
(6.15)

Έτσι μια αναλυτική λύση μπορεί να προσδιοριστεί από το σύστημα της εξίσωσης (6.15). Πρώτα βρίσκουμε τη μικρότερη πραγματική ρίζα λ<sub>min</sub> του παρακάτω τριτοβάθμιου πολυωνύμου:

$$\lambda^{3} + c_{1}\lambda^{2} + c_{2}\lambda + c_{3} = 0 \tag{6.16}$$

όπου:

$$c_{1} = -(Y_{00} + Y_{11} + Y_{22})$$

$$c_{2} = (Y_{00}Y_{11} + Y_{00}Y_{22} + Y_{11}Y_{22}) - (Y_{01}^{2} + Y_{02}^{2} + Y_{12}^{2})$$

$$c_{3} = (Y_{00}Y_{12}^{2} + Y_{11}Y_{02}^{2} + Y_{22}Y_{01}^{2}) - (Y_{00}Y_{11}Y_{22} + 2 \cdot Y_{01}Y_{02}Y_{12})$$
(6.17)

Στη συνέχεια βρίσκονται οι παράγοντες  $a_1$  και  $a_2$  ως εξής:

$$a_1 = \frac{(\lambda_1 - Y_{00}) - a_2 Y_{02}}{Y_{01}} \tag{6.18}$$

$$a_2 = \frac{Y_{12}(Y_{00} - \lambda_{min}) - Y_{01}Y_{02}}{(Y_{22} - \lambda_{min})Y_{01} - Y_{02}Y_{12}}$$
(6.19)

Τέλος η γωνιακή ταχύτητα ω δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\omega = f_s \cdot \sqrt{a\cos^2\left(-\frac{a_1}{2\sqrt{a_2}}\right) + (\frac{\ln a_2}{2})^2}$$
(6.20)

όπου  $f_s$ είναι η συχνότητα δειγματοληψίας

Αξίζει να σημειωθεί ότι η μέθοδος θεωρητικά δεν επηρεάζεται από το πλάτος της μετρούμενης συχνότητας και φυσικά δεν προσφέρει πληροφορίες για αυτό. Το διάγραμμα ροής της μεθόδου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Η σχέση που χρησιμοποιούμε τελικά στον υπολογισμό της γωνιακής ταχύτητας είναι αυτή του  $ω_D$  (Σχέση 6.13).



Σχήμα 6.1: Διάγραμμα ροής της μεθόδου HARD

## Savitzky-Golay Smoothing Φίλτρο

Για να έχουμε πιο ομαλές καμπύλες IF μετά από την εφαρμογή των μεθόδων γρησιμοποιήσαμε το φίλτρο Savitzky-Golay. Πρόκειται για γαμηλοπερατό φίλτρο [23] που χρησιμοποιείται για να ομαλοποιήσουμε σήματα με πολύ θόρυβο. Αντίστοιχη δουλειά κάνουν και τα φίλτρα που χρησιμοποιούν την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων αλλά και τα ψηφιακά φίλτρα πολυωνύμου (DISPO). Η χρησιμότητα της ομαλοποίησης των δεδομένων φαίνεται όταν κάνουμε μέτρηση μιας μεταβλητής που μεταβάλλεται αργά και «καταστρέφεται» από τυχαίο θόρυβο. Έτσι είναι κάποιες φορές χρήσιμο να αντικαταστήσουμε κάθε στοιχείο των δεδομένων με κάποιου είδους τοπική μέση τιμή των εκατέρωθεν στοιχείων. Επειδή τα εκατέρωθεν κοντινά στοιχεία μετρούν σχεδόν την ίδια «καθαρή» τιμή, η χρήση της μέσης τιμής μπορεί να μειώσει το επίπεδο του θορύβου χωρίς να πολώνει πολύ την τιμή που μετράται. Αντί να καθορίζει τις ιδιότητές του στο επίπεδο Fourier και μετά να τα «μεταφράζουμε» στο πεδίο του χρόνου, το φίλτρο Savitzky-Golay παραγωγίζει κατευθείαν από μια καθορισμένη συναρτησιακή κατάσταση των δεδομένων στο πεδίο του γρόνου. Ο πιο απλός τύπος ψηφιακού φίλτρου αντικαθιστά κάθε τιμή fi με έναν γραμμικό συνδυασμό gi του ίδιου και ενός αριθμού γειτονικών στοιχείων:

$$g_i = \sum_{n=-n_L}^{n_R} c_n f_{i+n}$$
(7.1)

όπου  $n_L$  και  $n_R$  είναι αντίστοιχα τα σημεία αριστερά και δεξιά από το σημείο που μετράμε. Η ιδέα του φίλτρου Savitzky-Golay είναι να βρει συντελεστές της  $c_n$  που διατηρούν υψηλότερες τιμές. Όμοια, ο στόχος είναι να προσεγγίσουμε την «κρυμμένη» συνάρτηση μέσα στο κινούμενο παράθυρο χωρίς τη χρήση μιας σταθεράς (η εκτίμηση της οποίας είναι η μέση τιμή), αλλά με ένα πολυώνυμο μεγαλύτερου βαθμού. Για κάθε σημείο  $f_i$ , με ελάχιστα τετράγωνα προσαρμόζουμε ένα πολυώνυμο σε όλα τα  $n_L + n_R + 1$  σημεία στο κινούμενο παράθυρο και μετά θέτουμε ως  $g_i$  την τιμή αυτού του πολυωνύμου στην θέση i. Δε χρησιμοποιούμε την τιμή του πολυωνύμου σε κανένα άλλο σημείο. Μετά πάμε στο επόμενο σημείο  $f_i$ +1

Ένα παράδειγμα της εφαρμογής του φίλτρου φαίνεται στα παρακάτω σχήματα (7.1, 7.2) όπου βλέπουμε ένα αποτελούμενο από μια ακολουθία συνεχώς στενότερων ανωμαλιών και λευκό θόρυβο αφιλτράριστο και φιλτραρισμένο.



Συνοψίζοντας, το φίλτρο Savitzky-Golay καταφέρνει να εξομαλύνει τα δεδομένα χωρίς να μειώνει την αναλυτικότητά τους. Αυτό το επιτυγχάνει υποθέτοντας ότι τα σχετικά «μακρινά» σημεία των δεδομένων μπορούν να εξομαλυνθούν για να μειωθεί το επίπεδο του θορύβου. Η βασική συνάρτηση του συγκεκριμένου «πλεονασμού» μπορεί να προσεγγισθεί τοπικά από πολυώνυμο. Όταν συμβαίνει αυτό, όπως για ομαλές καμπύλες όχι πολύ πιο στενές από το εύρος του φίλτρο savitzky-Golay δεν παρουσιάζει σαφή πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλα φίλτρα εξομάλυνσης δεδομένων.

## Μέθοδος Εντοπισμού Τάξης (Order Tracking)

Οι μηχανές που λειτουργούν σε μεταβαλλόμενες στροφές παρουσιάζουν κραδασμούς και αρμονικές σε διαφορετικές συχνότητες κατά τις αλλαγές της ταχύτητας περιστροφής. Είναι δύσκολο να αναλυθούν τέτοιες περιπτώσεις χρησιμοποιώντας τον κλασικό μετασχηματισμό Fourier (FFT). Για το λόγο αυτό γίνεται χρήση της μεθόδου Εντοπισμού Τάξης (Order Tracking) [24]. Αυτή η μέθοδος είναι μια τεχνική μετρήσεων κατάλληλη για μηχανές μεταβαλλόμενης ταχύτητας. Μπορεί να ξεχωρίσει τις παραμέτρους του σήματος που παράγεται από μια μηχανή μεταβαλλόμενης ταχύτητας. Οι τάξεις (orders) είναι ουσιαστικά αρμονικές, αλλά σε αντίθεση με τις αρμονικές, πολλά ενδιαφέροντα στοιχεία (παράμετροι) του σήματος είναι μη-ακέραια πολλαπλάσια της πρώτης τάξης ή της ταχύτητας περιστροφής της μηχανής.

Η ανάλυση στο πεδίο των τάξεων συσχετίζει το σήμα των κραδασμών με την ταχύτητα περιστροφής του άξονα [25]. Η ανάλυση Order Tracking απαιτεί αναδειγματοληψία του μετρούμενου σήματος σε σταθερές γωνιακές αυξήσεις και ως εκ τούτου σε ρυθμό αναλογικά με την ταχύτητα περιστροφής. Με τη μέθοδο υπολογίζονται τα δεδομένα που ισαπέχουν σταθερό Δθ. Αυτό γίνεται με βάση ένα keyphasor σήμα, που είναι συνήθως ένα μοναδικό ανά περιστροφή γεγονός, και χρησιμοποιείται για να μετρηθεί η ταχύτητα περιστροφής σε σχέση με τη γωνιακή φάση των κραδασμών.

Για να καθοριστούν οι χρόνοι αναδειγματοληψίας θεωρούμε ότι ο άξονας υπόκειται σε σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Με βάση αυτό, η γωνιακή θέση του άξονα θ περιγράφεται από την παρακάτω τετραγωνική εξίσωση:

$$\theta(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \tag{8.1}$$

Οι άγνωστες παράμετροι  $b_0$ ,  $b_1$  και  $b_2$  υπολογίζονται προσαρμόζοντας τρεις διαδοχικούς χρόνους ( $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ) του keyphasor που προκύπτουν σε γνωστές γωνιακές αυξήσεις ΔΦ. Έτσι αποδίδονται οι τρεις παρακάτω συνθήκες:

$$\theta(t_1) = 0$$
  

$$\theta(t_2) = \Delta \Phi$$
  

$$\theta(t_3) = 2\Delta \Phi$$
  
(8.2)

Οι χρόνοι  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  είναι γνωστοί από την δειγματοληψία του σήματος του keyphasor. Αντικαθιστώντας τις συνθήκες αυτές στην (8.1) προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

$$\begin{pmatrix} 0\\ \Delta \Phi\\ 2\Delta \Phi \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2\\ 1 & t_2 & t_2^2\\ 1 & t_3 & t_3^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_0\\ b_1\\ b_2 \end{pmatrix}$$
(8.3)

Το σύστημα (8.3) λύνεται ως προς τους αγνώστους  $\{b_i\}$ . Όταν υπολογιστούν αυτές οι τιμές, από την (8.1) προκύπτει:

$$t = \frac{1}{2b_2} \left[ \sqrt{4b_2(\theta - b_0) + b_1^2} - b_1 \right]$$
(8.4)

Από την εξίσωση αυτή υπολογίζεται το t για οποιαδήποτε τιμή του θ μεταξύ του 0 και  $2\Delta\Phi$ . Αυτή ήταν η βάση του αλγορίθμου αναδειγματοληψίας.

Στα δεδομένα γίνεται αναδειγματοληψία μετά από κάθε νέο παλμό του keyphasor. Ο πιο πρόσφατος παλμός δίνει τον χρόνο  $t_3$  ενώ οι δύο προηγούμενοι παλμοί δίνουν τα  $t_1$ ,  $t_2$ . Για να αποφευχθεί επικάλυψη στη δειγματοληψία οι χρόνοι αναδειγματοληψίας υπολογίζονται από την εξίσωση (8.4) με βάση τον περιορισμό:

$$\frac{\Delta\Phi}{2} \le 0 \le \frac{3\Delta\Phi}{2} \tag{8.5}$$

Συνήθως η αναδειγματοληψία των γωνιών πραγματοποιείται διακριτά έτσι ώστε:

$$\theta = k\Delta\theta \tag{8.6}$$

Έτσι η (8.4) γίνεται:

$$t = \frac{1}{2b_2} \left[ \sqrt{4b_2(k\Delta\theta - b_0) + b_1^2} - b_1 \right]$$
(8.7)

Μετά την αναδειγματοληψία των δεδομένων, αυτά μετασχηματίζονται από το πεδίο των γωνιών στο πεδίο των τάξεων με βάση τον κλασικό μετασχηματισμό Fourier.

#### Μελέτη ευαισθησίας παραμέτρων μεθόδων

Πριν την εφαρμογή των μεθόδων πρέπει να γίνει ανάλυση των παραμέτρων κάθε μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί και η ευαισθησία τους για τις διάφορες περιπτώσεις σήματος. Για την ανάλυση αυτή χρησιμοποιήθηκαν τα παρακάτω:

• Κανονικοποίηση συχνοτήτων

Στη ψηφιακή επεξεργασία σήματος, η κανονικοποιημένη συχνότητα ενός περιοδικού σήματος είναι η συχνότητά του σε μονάδα κύκλοι (ή rad) ανά δείγμα, αντίθετα από την κλασική μονάδα του SI Hertz (κύκλοι ανά δευτερόλεπτο). Αυτή υπολογίζεται διαιρώντας την συχνότητα σε Hz με τη συχνότητα δειγματοληψίας.

(κύκλοι / δευτερόλεπτο) / (δείγματα / δευτερόλεπτο) = κύκλοι / δείγμα

Η συχνότητα ενός σήματος που αντιστοιχεί σε ένα δευτερόλεπτο δε μας πληροφορεί για τη συμπεριφορά του σήματος σε αντίθεση με τη συχνότητα που αντιστοιχεί στο διάστημα μεταξύ των δειγμάτων που μας δείχνει την επίδραση της δειγματοληψίας στο σήμα. Στο φιλτράρισμα των σημάτων, η κανονικοποίηση δημιουργεί μια κατανομή ανεξάρτητη από το ρυθμό δειγματοληψίας οπότε ένα διάγραμμα είναι αρκετό για όλους τους ρυθμούς δειγματοληψίας.

Διακύμανση

Στη θεωρία των πιθανοτήτων και τη στατιστική, η διακύμανση (variance) χρησιμοποιείται για να μετρήσουμε πόσο απέχουν μεταξύ τους οι αριθμοί ενός συνόλου. Ουσιαστικά δείχνει πόσο απέχουν οι αριθμοί από το μέσο όρο τους. Μαθηματικά εκφράζεται ως

$$σ^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(x_i - \mu)^2}{n-1}$$
, όπου σ<sup>2</sup> είναι η διακύμανση και μ είναι η μέση τιμή.

Μέσο τετραγωνικό σφάλμα

Στην στατιστική το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) ενός εκτιμητή είναι ένας από τους πολλούς τρόπους που χρησιμοποιούμε ώστε να μετρήσουμε την διαφορά μεταξύ των τιμών που εκτιμήσαμε και των πραγματικών. Το MSE υπολογίζει την μέση τιμή των σφαλμάτων. Μαθηματικά αυτό μπορεί να διατυπωθεί:

$$mse = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (x_i - y_i)^2$$

#### 9.1 Ευαισθησία παραμέτρων μεθόδου HARD

Στο κομμάτι αυτό εξετάζεται η ευαισθησία της απόδοσης της μεθόδου σε σχέση με τη διακύμανση των τριών βασικών της παραμέτρων:

- i. to lógo f/fs the anamenóments stigmaías sucnothers f (f= $\omega/2\pi$ ) se scésh me th sucnother deigmatolymas fs.
- ii. το λόγο  $T_D/T$  της συνολικής διάρκειας του σήματος όπου  $T_D = L*f_s$  (L ακέραιος φυσικός αριθμός) σε σχέση με την αντίστοιχη φυσική περίοδο T = 1/f.
- iii. το προστιθέμενο επίπεδο θορύβου ANL

Πρώτα θα δούμε τι γίνεται όταν εξετάζουμε ημιτονοειδές σήμα σταθερής. Λαμβάνονται δεκαπέντε διαφορετικές τιμές του λόγου f / f<sub>s</sub> της συχνότητας f του σήματος σε σχέση με τη συχνότητα δειγματοληψίας f<sub>s</sub>, που κυμαίνονται από 7,5% έως 42,5%. Επίσης λαμβάνονται μια σειρά από διαφορετικές τιμές για τη συνολική διάρκεια του σήματος: T<sub>D</sub>=T, T<sub>D</sub>=2T, T<sub>D</sub>=4T, T<sub>D</sub>=8T, T<sub>D</sub>=16T, T<sub>D</sub>=32T. Τέλος λαμβάνονται περιπτώσεις θορύβου ANL ίσες με 1%, 5%, 10%, 15%. Οι προκύπτουσες διακυμάνσεις της υπολογιζόμενης στιγμιαίας συχνότητας παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα.



**Σχήμα 9.1:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας που υπολογίζουμε για  $T_D = T$  μέχρι  $T_D = 32T$  και για επίπεδο ANL=1%.



**Σχήμα 9.2:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας που υπολογίζουμε για  $T_D = T$  μέχρι  $T_D = 32T$  και για επίπεδο ANL=5%.



**Σχήμα 9.3:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας που υπολογίζουμε για  $T_D = T$  μέχρι  $T_D = 32T$  και για επίπεδο ANL=10%.

Όπως παρατηρείται, η μέθοδος σε ένα σήμα με προστιθέμενο θόρυβο ANL της τάξης του 1% ακολουθεί τη στιγμιαία συχνότητα της συνιστώσας με μια πολύ μικρή διακύμανση. Επιπλέον, η διακύμανση των καμπυλών μειώνεται με την αύξηση της συνολικής διάρκειας του σήματος T<sub>D</sub>. Ακόμη, οι καμπύλες των σημάτων με συχνότητα στην f κοντά στη συχνότητα Nyquist ( $f_s/2$ ), παρουσιάζουν μεγαλύτερη διακύμανση. Αυτή η διακύμανση μπορεί να μειωθεί με την αύξηση T<sub>D</sub> και είναι αμελητέα για την τιμή κ=8. Επίσης, η διακύμανση των καμπυλών αυξάνεται όταν τα σήματα έχουν αλλοιωθεί από τα υψηλότερα επίπεδα θορύβου.

Επιπλέον, για μια τιμή θορύβου ANL μεγαλύτερη του 10%, η προσέγγιση με διάρκεια σήματος  $T=T_D$  δεν είναι σε θέση να εκτιμήσει με ακρίβεια τη στιγμιαία συχνότητα των σημάτων των οποίων η συχνοτική συνιστώσα είναι κοντά στην συχνότητα Nyquist. Για χρονική διάρκεια  $T_D>4T$  η αποτελεσματικότητα και η σταθερότητα της μεθόδου βελτιώνεται σημαντικά.

Περαιτέρω πληροφορίες θα έχουμε αποτυπώνοντας τις καμπύλες ως συνάρτηση του χρόνου.







f/fs

**Σχήμα 9.5:** Στιγμιαία συχνότητα που υπολογίζει η μέθοδος για ANL=10% και  $T_D$ =2T.





Η ανάλυση των αποτελεσμάτων δείχνει ότι με την αύξηση της διάρκειας του σήματος, η διακύμανση μειώνεται σημαντικά στις καμπύλες με συχνότητα κοντά στην συχνότητα Nyquist. Τέλος, στις υπόλοιπες καμπύλες που αντιστοιχούν σε χαμηλότερης συχνότητας σήματα παρουσιάζεται χαμηλότερη διακύμανση και οι καμπύλες της ταχύτητας από την μέθοδο HARD τείνουν να είναι σχεδόν ευθείες γραμμές. Ένα κρίσιμο ερώτημα σχετικά με την αναμενόμενη απόδοση της μεθόδου είναι αν όλο το εύρος των μεταβολών της ταχύτητας μπορεί να εκτιμηθεί. Για το λόγο αυτό, δοκιμάζεται σε ένα σήμα τύπου 'chirp' που αυξάνεται γραμμικά. Η συχνότητα του σήματος είναι από 2 Hz (120 rpm) σε 32 Hz (1920 rpm), που αντιπροσωπεύουν μια αλλαγή της τάξης του 1500%. Το σήμα είναι χιλίων δειγμάτων με ρυθμό δειγματοληψίας ίσο με 100 Hz. Στη συνέχεια, δοκιμάζεται ο αλγόριθμος HARD για τον υπολογισμό της στιγμιαίας συχνότητας του σήματος 'chirp' κάτω από διάφορα επίπεδα του θορύβου (ANL = 1%, 5%, 10%, 15%, 20% και 30%). Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των προηγούμενων τμημάτων, ο αριθμός των δειγμάτων που χρησιμοποιούνται επιλέγεται ίσος με L = 12, 25 και 50 δείγματα, που αντιστοιχούν σε κ = 4, 8 και 16 χρονικές περιόδους της μεγαλύτερης συχνοτικής συνιστώσας (32 Hz) του σήματος. Τέλος παρουσιάζονται οι προκύπτουσες καμπύλες της στιγμιαίας συχνότητας για ANL ίσο με το 1%, 15% και 30%.



Σχήμα 9.7: Στιγμιαία συχνότητα που υπολογίζει η μέθοδος για διάφορα επίπεδα θορύβου και Τ<sub>D</sub>=4T.



Σχήμα 9.8: Στιγμιαία συχνότητα που υπολογίζει η μέθοδος για διάφορα επίπεδα θορύβου και TD=8T.



**Σχήμα 9.9:** Στιγμιαία συχνότητα που υπολογίζει η μέθοδος για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_D$ =16T.

Όπως παρατηρείται, επιτυγχάνεται μια αρκετά ακριβής παρακολούθηση της διακύμανσης της συχνότητας σε όλο το εύρος της διαφοράς της, ακόμη και για διάρκεια σήματος  $T_D = 4T$  όταν το ANL είναι έως και 15%.
## 9.2 Ευαισθησία παραμέτρων μεθόδου Hilbert

Η ευαισθησία της μεθόδου του μετασχηματισμού Hilbert εξετάζεται σε σχέση με τις παρακάτω παραμέτρους:

- i. to lógo f/fs the anamenóments stigmaías sucnotheras f (f= $\omega/2\pi$ ) se scésh me th sucnothera deigmatolymás fs.
- ii. τη μέθοδο που θα χρησιμοποιήσουμε στην παραγώγιση
- iii. το προστιθέμενο επίπεδο θορύβου ANL
- iv. τη διάρκεια του σήματος  $T_A$
- v. αν θα κάνουμε unwrap την φάση

Για να βγάλουμε συμπεράσματα χρησιμοποιήσαμε ένα chirp σήμα με αρχική συχνότητα 10Hz (0.05f<sub>s</sub>) και τελική 100Hz (0.45f<sub>s</sub>). Η συχνότητα δειγματοληψίας είναι f<sub>s</sub>=220Hz.



Σχήμα 9.10: Καμπύλες στιγμιαίας συχνότητας για unwrapped φάση



Σχήμα 9.11: Καμπύλες στιγμιαίας συχνότητας για wrapped φάση

Όπως βλέπουμε (Σχήματα 9.10, 9.11) όταν η φάση γίνεται unwrap το αποτέλεσμα είναι δραματικά καλύτερο σε σχέση με την περίπτωση που διατηρήσαμε την φάση wrapped.

Για την μέθοδο παραγώγισης έχουμε τρεις επιλογές: εμπρός (Forward), πίσω (Backward) και κεντρική 2<sup>ης</sup> τάξης (2<sup>nd</sup> Order Central). Στα παρακάτω διαγράμματα βλέπουμε τα διαγράμματα που προκύπτουν από την χρήση του ΗΤ για τις τρεις διαφορετικές μεθόδους παραγώγισης.



Σχήμα 9.12: Καμπύλη στιγμιαίας συχνότητας με χρήση της μεθόδου Backward



Σχήμα 9.13: Καμπύλη στιγμιαίας συχνότητας με χρήση της μεθόδου Forward



Σχήμα 9.14: Καμπύλη στιγμιαίας συχνότητας με χρήση της μεθόδου 2nd Order Central

Επειδή δεν είναι ξεκάθαρο ποια μέθοδος δίνει καλύτερο αποτέλεσμα θα υπολογίσουμε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) και τη διακύμανση (variance) κάθε μεθόδου σε σχέση με την «ιδανική» γραμμική καμπύλη από τα 10 στα 100Hz για δύο διαφορετικά σήματα, ένα χωρίς θόρυβο και ένα με θόρυβο 15%. Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε τα αποτελέσματα.

	ANL=0%			ANL=15%		
			2nd Order			2nd Order
	Backward	Forward	Central	Backward	Forward	Central
MSE	109.5 10 <sup>5</sup>	19.5 10 <sup>5</sup>	8.8 10 <sup>5</sup>	$117.2 \ 10^5$	20.3 10 <sup>5</sup>	$10.8 \ 10^5$
Variance	750.7	32.4 10 <sup>5</sup>	8.1 10 <sup>5</sup>	779.29	32.9 10 <sup>5</sup>	8.1 10 <sup>5</sup>

Πίνακας 9.1: Μέσο τετραγωνικό σφάλμα και διακύμανση για κάθε μέθοδο παραγώγισης και διαφορετικά επίπεδα θορύβου

Αντίστοιχα θα υπολογίσουμε τα ίδια μεγέθη για σήματα σταθερής συχνότητας.



Σχήμα 9.15: MSE για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A\!\!=\!\!2T$ με χρήση της μεθόδου Backward



Σχήμα 9.16: Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A{=}2T$ με χρήση της μεθόδου Backward



Σχήμα 9.17: MSE για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A = 5T$  με χρήση της μεθόδου Backward



**Σχήμα 9.18:** Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A = 5T$ με χρήση της μεθόδου Backward



Σχήμα 9.19: MSE για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A\!\!=\!\!2T$ με χρήση της μεθόδου Forward



**Σχήμα 9.20:** Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A = 2T$  με χρήση της μεθόδου Forward



Σχήμα 9.21: MSE για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A\!=\!5T$ με χρήση της μεθόδου Forward



Σχήμα 9.22: Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A\!\!=\!\!5T$ με χρήση της μεθόδου Forward



**Σχήμα 9.23:** MSE για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A=2T$ με χρήση της μεθόδου 2nd Order Central



Σχήμα 9.24: Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A=2T$  με χρήση της μεθόδου 2nd Order Central



**Σχήμα 9.25:** MSE για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A$ =5T με χρήση της μεθόδου 2nd Order Central



Σχήμα 9.26: Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου και  $T_A=5T$  με χρήση της μεθόδου 2nd Order Central

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η μέθοδος 2<sup>nd</sup> Order Central παρουσιάζει μικρότερο MSE σε σχέση με τις άλλες μεθόδους αλλά και την μεγαλύτερη variance. Αυτό συμβαίνει επειδή παρουσιάζει μεγάλες ακραίες τιμές στην αρχή και το τέλος της καμπύλης αλλά πολύ μικρότερη απόκλιση από την πραγματική τιμή στην υπόλοιπη καμπύλη. Για το λόγο αυτό θεωρούμε ότι παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα και θα είναι αυτή που θα χρησιμοποιήσουμε στη συνέχεια.

Παρακάτω θα δούμε αποτελέσματα με χρήση της 2<sup>nd</sup> Order Central για θόρυβο 0, 5 και 10% για σήματα σταθερής συχνότητας. Αναλύοντας τα διαγράμματα είναι φανερό ότι η απόδοση της μεθόδου δεν επηρεάζεται από τη διάρκεια του σήματος για  $T_A>2T$  σε όλο το εύρος των τιμών f/fs και για διάφορα επίπεδα θορύβου. Επίσης, η μέθοδος παρουσιάζει μεγάλες διακυμάνσεις ιδιαίτερα όταν η συχνότητα παίρνει τιμές f/fs κοντά στο μηδέν και τη συχνότητα Nyquist.



Σχήμα 9.27: Καμπύλη στιγμιαίας συχνότητας για ANL=0% και  $T_D$ =10T.



Σχήμα 9.28: Καμπύλη στιγμιαίας συχνότητας για ANL=5% και  $T_{\rm D}{=}10T.$ 



45

### 9.3 Ευαισθησία παραμέτρων μεθόδου STFT

Η απόδοση της μεθόδου STFT επηρεάζεται σημαντικά από τις παρακάτω παραμέτρους:

- i. το λόγο f/fs της αναμενόμενης στιγμιαίας συχνότητας f (f= $\omega/2\pi$ ) σε σχέση με τη συχνότητα δειγματοληψίας fs.
- ii. το μέγεθος του 'χρονικού παραθύρου'
- το είδος του 'χρονικού παραθύρου'
- iv. το προστιθέμενο επίπεδο θορύβου ANL
- ν. τη διάρκεια του σήματος  $T_A$
- vi. το βαθμό ανάλυσης του πεδίου των συχνοτήτων (frequency bins)
- vii. το βαθμό ανάλυσης του πεδίου του χρόνου (time step)

Η μέθοδος υπολογίζει το φασματογράφημα και στη συνέχεια αντιστοιχίζοντας τα σημεία της μέγιστης ενέργειας με τις αντίστοιχες συχνότητες μπορούμε να δούμε στο πεδίο συχνότητας – χρόνου βλέπουμε την IF καμπύλη που υπολογίσαμε. Για παράδειγμα



Σχήμα 9.30: Φασματογράφημα μετά από εφαρμογή της μεθόδου STFT



Σχήμα 9.31: Καμπύλη μετά την επεξεργασία του φασματογραφήματος

Για οικονομία χώρου θα παρουσιάζουμε μόνο τις IF καμπύλες και όχι τα αντίστοιχα φασματογραφήματα.

Αρχικά, εξετάζεται η διακύμανση σε σχέση με το μέγεθος του σήματος. Γίνεται χρήση αρμονικών ημιτονοειδών σημάτων για διάφορες τιμές κανονικοποιημένης συχνότητας. Οι τιμές του f/f<sub>s</sub> κυμαίνονται από 5% μέχρι 45%. Επίσης εξετάζονται διαφορετικά επίπεδα θορύβου, με τιμές ANL 0%, 5% και 10%.

Στα σχήματα 9.32, 9.33 και 9.34 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για μέγεθος σήματος 2T, 5T και 10T. Όπως παρατηρείται η διακύμανση επηρεάζεται από το μέγεθος του σήματος. Η διακύμανση της συχνότητας αυξάνεται σημαντικά για  $T_A \ge 10T$  και ANL>5%. Επίσης, στα σχήματα 9.44, 9.45 παρουσιάζονται οι προκύπτουσες καμπύλες απλού αρμονικού ημιτονοειδούς σήματος σαν συνάρτηση του χρόνου για διαφορετικές τιμές f/fs της συχνότητας f και για διάρκεια σήματος 2T και 5T αντίστοιχα. Και στις δυο περιπτώσεις το επίπεδο του ANL είναι 10%. Από τις καμπύλες αυτές βγαίνει το συμπέρασμα ότι οι καμπύλες της στιγμιαίας συχνότητας παρουσιάζουν μεγαλύτερη διασπορά για μεγαλύτερη διάρκεια σήματος και ιδιαίτερα για τιμές του f/fs κοντά στη συχνότητα Nyquist, το 0.25 και το 0. Οι υπόλοιπες καμπύλες στιγμιαίας συχνότητας για τιμές συχνότητας 0.35<fr/>ffs<0.2 παρουσιάζουν χαμηλότερη διασπορά και οι καμπύλες τείνουν να είναι ευθείες γραμμές.

Όπως παρατηρείται στο σχήμα 9.32, η διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας αυξάνεται όταν το σήμα έχει υψηλά επίπεδα θορύβου σε όλες τις τιμές του f/f<sub>s</sub>. Η διακύμανση είναι υψηλότερη για συχνότητες με τιμές του f/f<sub>s</sub> κοντά στη συχνότητα Nyquist και το 0.

Οι καμπύλες της στιγμιαίας συχνότητας σε σχέση με το επίπεδο θορύβου ANL 0% και 10% παρουσιάζονται στα σχήματα 9.41, 9.43. Σύμφωνα με αυτά τα διαγράμματα οι καμπύλες της στιγμιαίας συχνότητας παρουσιάζουν μεγαλύτερη διασπορά για τιμές του f/f<sub>s</sub> κοντά στη συχνότητα Nyquist και το 0 για ANL=10%. Για ANL=0% οι καμπύλες τείνουν να είναι ευθείες γραμμές.



**Σχήμα 9.32:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Hamming μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.



Σχήμα 9.33: Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 5Τ, παράθυρο Hamming μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.



**Σχήμα 9.34:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2T, παράθυρο Hamming μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.



**Σχήμα 9.35:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Hamming μήκους 50% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.

Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία για να έχουμε καλή ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας-χρόνου θα πρέπει το παράθυρο που θα επιλέξουμε να έχει χαμηλό επίπεδο ισοδύναμου εύρους θορύβου (Equivalent Noise Bandwith - ENBW), αφού δε μας ενδιαφέρει το πλάτος των σημάτων αλλά οι συχνότητες που εμφανίζονται. Από το παρακάτω διάγραμμα βλέπουμε το ENBW για διάφορα παράθυρα.

Παράθυρο	ENBW
Hanning	1.50
Hamming	1.36
Blackman-Harris	1.71
Exact Blackman	1.69
Blackman	1.73
Flat Top	3.77
4 Term Blackman-Harris	2.00
7 Term Blackman-Harris	2.63
Low Sidelobe	2.22

Πίνακας 9.2: Επίπεδα ΕΝΒΨ των διαφόρων παραθύρων

Επιλέγουμε το παράθυρο Hamming. Είναι ένα παράθυρο που χρησιμοποιείται συχνά στην επεξεργασία σήματος και είναι μια τροποποιημένη έκδοση του παραθύρου Hanning. Η κυματομορφή του δε διαφέρει πολύ από αυτή του συνημιτόνου. Περιγράφεται από την παρακάτω συνάρτηση:

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cdot \cos\frac{2\pi n}{N}$$

όπου Ν είναι το μήκος του παραθύρου και w η τιμή του.

Για να επιβεβαιωθεί το παραπάνω συμπέρασμα γίνεται εφαρμογή της μεθόδου για διαφορετικά είδη παραθύρου. Συγκεκριμένα δοκιμάζονται τα παράθυρα Hamming, Gaussian, Black-Harris, Flap-Top και Hanning. Οι υπολογισμοί γίνονται για μέγεθος σήματος 2T, μήκος παραθύρου 20%, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 and time step 64. Επίσης, δοκιμάζονται τιμές ANL of 0%, 5% και 10%. Οι καμπύλες της διακύμανσης για τα διάφορα αυτά παράθυρα παρουσιάζονται στα διαγράμματα 9.32, 9.36, 9.37, 9.38, 9.39.



**Σχήμα 9.36:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Gaussian μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.



**Σχήμα 9.37:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Blackaman-Harris μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.



**Σχήμα 9.38:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Flat-top μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.



**Σχήμα 9.39:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Hanning μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.

Στη συνέχεια εξετάζεται η επίδραση του μεγέθους του παραθύρου στην εκτίμηση της στιγμιαίας συχνότητας. Το μέγεθος του παραθύρου είναι ποσοστό της συνολικής διάρκειας του σήματος και επηρεάζει την ανάλυση της προκύπτουσας απεικόνισης στο πεδίο χρόνου-συχνότητας. Γίνονται υπολογισμοί για μήκος σήματος 2T, παράθυρο Hamming μήκους 20%, 50% και 90%, επικάλυψη 75%, frequency bins 512, time step 64. Επίσης χρησιμοποιούνται σήματα με τιμές ANL 0%, 5% και 10%. Τα σχήματα 9.32, 9.35 και 9.40 παρουσιάζουν τη διακύμανση για μήκος παραθύρου 20%, 50% και 90% αντίστοιχα. Η διακύμανση αυξάνεται για μήκος παραθύρου μεγαλύτερο από 90%. Επίσης, στα σχήματα 9.41 με 9.45 παρουσιάζονται οι καμπύλες της στιγμιαίας συχνότητας σαν συνάρτηση του χρόνου.

Η διακύμανση των εκτιμώμενων στιγμιαίων συχνοτήτων είναι υψηλότερη όταν το μήκος του παραθύρου είναι ίσο με το 50% της συνολικής διάρκειας του σήματος. Επίσης, όταν το μήκος είναι μικρότερο από 20% η αποτελεσματικότητα και σταθερότητα του εκτιμητή είναι σαφώς βελτιωμένα.



**Σχήμα 9.40:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Hamming μήκους 90% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 64.







**Σχήμα 9.42:** Καμπύλες στιγμιαίας συχνότητας για μήκος σήματος 5Τ, παράθυρο Hamming μήκους 20%, επικάλυψη 75%, frequency bins 512, time step 64 και ANL 10%



**Σχήμα 9.43:** Καμπύλες στιγμιαίας συχνότητας για μήκος σήματος 10Τ, παράθυρο Hamming μήκους 20%, επικάλυψη 75%, frequency bins 512, time step 64 και ANL 10%



**Σχήμα 9.44:** Καμπύλες στιγμιαίας συχνότητας για μήκος σήματος 2Τ, παράθυρο Hamming μήκους 50%, επικάλυψη 75%, frequency bins 512, time step 64 και ANL 10%



**Σχήμα 9.45:** Καμπύλες στιγμιαίας συχνότητας για μήκος σήματος 5Τ, παράθυρο Hamming μήκους 50%, επικάλυψη 75%, frequency bins 512, time step 64 και ANL 10%



**Σχήμα 9.46:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Hamming μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 256 και time step 64.



**Σχήμα 9.47:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Hamming μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 128 και time step 64.



**Σχήμα 9.48:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Hamming μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 256.



**Σχήμα 9.49:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2Τ, παράθυρο Hamming μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 512.



**Σχήμα 9.50:** Διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας για διάρκεια 2T, παράθυρο Hamming μήκους 20% του σήματος, επικάλυψη 75%, frequency bins 512 και time step 16.

Στη συνέχεια εξετάστηκε η επίδραση των time step και frequency bins στη λειτουργία της μεθόδου. Το time step καθορίζει την περίοδο δειγματοληψίας κατά τον άξονα του χρόνου στο πεδίο χρόνου-συχνοτήτων και μετριέται σε αριθμό δειγμάτων. Ο αριθμός των σειρών στο φασματογράφημα ισούται με το μήκος του σήματος διαιρούμενος με το time steps. Έτσι υπολογίζεται η στιγμιαία συχνότητα για τιμές του time step 16, 64, 256 και 512. Από τον υπολογισμό της διακύμανσης για τις παραπάνω περιπτώσεις, όπως φαίνεται και στα αντίστοιχα διαγράμματα, προκύπτει ότι για επίπεδα θορύβου μικρότερα από 5% έχουμε χαμηλά επίπεδα διακύμανσης για μεγάλα time steps. Αντίθετα για μεγαλύτερα επίπεδα θορύβου δε βλέπουμε διαφορά.

Το frequency bins καθορίζει τον αριθμό των «τμημάτων» κατά μήκος του άξονα των συχνοτήτων στο πεδίο χρόνου-συχνοτήτων και είναι δύναμη του 2. Έγινε υπολογισμός της διακύμανσης για τιμές frequency bins 128, 256 και 512. Από τις καμπύλες της διακύμανσης που προκύπτουν, όπως φαίνεται και στα αντίστοιχα διαγράμματα, χαμηλότερες τιμές του frequency bins δίνουν μεγαλύτερη διακύμανση για τη στιγμιαία συχνότητα σε όλο το εύρος της κανονικοποιημένης συχνότητας  $f/f_s$ .

#### 9.4 Ευαισθησία παραμέτρων μεθόδου Bayesian

Η απόδοση της μεθόδου Bayesian επηρεάζεται σημαντικά από τις παρακάτω παραμέτρους:

- i. to lógo f/fs the anamenóments stigmaías sucnotheras f (f= $\omega/2\pi$ ) se scésh me th sucnothera deigmatolymás fs.
- ii. την αρχική εκτίμηση που κάνουμε για την συχνότητα
- iii. το μέγεθος κάθε κομματιού του σήματος μετά το 'τεμάχισμα' (segmentation)
- iv. το προστιθέμενο επίπεδο θορύβου ANL
- ν. τη διάρκεια του σήματος  $T_A$

Αρχικά εξετάζεται η επίδραση του επιπέδου του θορύβου, υπολογίζεται η στιγμιαία συχνότητα για διάφορα επίπεδα ANL (0%, 5% και 10%) για μήκος σήματος 2T, απόκλιση από την αρχική τιμή 0%, segmentation 20% και επικάλυψη 80%. Όπως φαίνεται στο σχήμα 9.51 η διακύμανση αυξάνεται όταν έχουμε μεγάλα επίπεδα θορύβου σε όλο το εύρος της κανονικοποιημένης συχνότητας f/f<sub>s</sub>.



**Σχήμα 9.51:** Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου, για μήκος σήματος 2T, απόκλιση από την αρχική τιμή 0%, segmentation 20% και επικάλυψη 80%

Στη συνέχεια εξετάζεται η επίδραση του μήκους του σήματος. Στα σχήματα 9.52 και 9.53 βλέπουμε τις καμπύλες της διακύμανσης για διάρκεια σήματος 2T και 10T αντίστοιχα. Η απόκλιση από την αρχική συχνότητα είναι 0%, το segmentation 50% και η επικάλυψη 80%. Από τα σχήματα αυτά προκύπτει ότι για διάρκεια σήματος  $T_A \ge 10T$  η διακύμανση της στιγμιαίας συχνότητας που υπολογίζουμε μειώνεται σημαντικά.



Σχήμα 9.52: Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου, για μήκος σήματος 2Τ, απόκλιση από την αρχική τιμή 0%, segmentation 50% και επικάλυψη 80%



Σχήμα 9.53: Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου, για μήκος σήματος 10Τ, απόκλιση από την αρχική τιμή 0%, segmentation 50% και επικάλυψη 80%

Για να εξεταστεί η επίδραση του segmentation, γίνεται εφαρμογή της μεθόδου για τιμές segmentation από 20% μέχρι 50% της συνολικής διάρκειας του σήματος. Η επικάλυψη θεωρείται ίση με 80%. Στα σχήματα 9.51 και 9.52 φαίνονται οι καμπύλες της διακύμανσης για μήκος σήματος 2T, απόκλιση από την αρχική τιμή 0%, επικάλυψη 80% και segmentation 20% και 50% αντίστοιχα. Από αυτά προκύπτει ότι μεγαλύτερη τιμή του segmentation οδηγεί σε μικρή μείωση της διακύμανσης για διάφορες τιμές θορύβου, σε όλο το εύρος των συχνοτήτων f/f<sub>s</sub>.

Η εφαρμογή της μεθόδου Bayesian δε χρειάζεται την επιλογή μιας συγκεκριμένης περιοχής συχνοτήτων του σήματος με χρήση ενός band-pass φίλτρου. Η μέθοδος απαιτεί από τον χρήστη μιας αρχικής συχνότητας κοντά στην αρχική συχνότητα του σήματος που αναλύεται. Η επίδραση της απόκλισης της συχνότητας που δίνεται από την πραγματική εξετάζεται με χρήση ενός απλού ημιτονοειδούς σήματος για διάφορες τιμές  $f/f_s$  και τιμές απόκλισης από την πραγματική από 0% μέχρι ±100%. Η διάρκεια του σήματος είναι από 1Τ μέχρι 5Τ με διαφορετικά

επίπεδα θορύβου, το segmentation είναι από 20% μέχρι 50% και η επικάλυψη 80%. Είναι προφανές από τα αντίστοιχα διαγράμματα ότι η μέθοδος λειτουργεί σωστά για απόκλιση ±10%, για όλες τις τιμές του θορύβου, σε όλο το εύρος των συχνοτήτων.



Σχήμα 9.54: Διακύμανση για διάφορα επίπεδα θορύβου, για μήκος σήματος 2T, απόκλιση από την αρχική τιμή ±10%, segmentation 20% και επικάλυψη 80%

Για σύγκριση, γίνεται υπολογισμός της απόκλισης της συχνότητας που δίνεται από την πραγματική σε σχέση με το μέγεθος του σήματος για διάφορες τιμές των f/f<sub>s</sub> και ANL. Από το διάγραμμα 9.55 προκύπτει ότι με απουσία θορύβου η απόκλιση μπορεί να είναι πάνω από 50% για  $0 < f/f_s < 0.25$ . Όταν η f/f<sub>s</sub> κυμαίνεται από τη συχνότητα Nyquist μέχρι f<sub>s</sub>/4, η απόκλιση δεν μπορεί να είναι πάνω από 20%. Αντίστοιχα το ποσοστό απόκλισης μειώνεται για υψηλότερα επίπεδα θορύβου.



**Σχήμα 9.55:** Απόκλιση (%) σε σχέση με τη διάρκεια του σήματος για segmentation 50%, επικάλυψη 80% και ANL 0%.



**Σχήμα 9.56:** Απόκλιση (%) σε σχέση με τη διάρκεια του σήματος για segmentation 50%, επικάλυψη 80% και ANL 5%.



Figure 9.57: Απόκλιση (%) σε σχέση με τη διάρκεια του σήματος για segmentation 50%, επικάλυψη 80% και ANL 10%.

Για επιβεβαίωση των παραπάνω υπολογίστηκε και το MSE για διάρκεια σήματος 5T, segmentation 50%, επικάλυψη 80% και ANL 0% και 10%.



Σχήμα 9.58: MSE σε σχέση με την απόκλιση για διάφορα μήκη σήματος, για segmentation 50%, επικάλυψη 80% και ANL 0%.



**Σχήμα 9.59:** MSE σε σχέση με την απόκλιση για διάφορα μήκη σήματος, για segmentation 50%, επικάλυψη 80% και ANL 10%.

Όπως βλέπουμε όταν δίνουμε τιμή απόκλισης μέχρι 20% μεγαλύτερη της πραγματικής έχουμε πάντα τα καλύτερα αποτελέσματα. Βέβαια η μέθοδος τρέχει χωρίς πρόβλημα και για απόκλιση 80% απλώς τα αποτελέσματα είναι χειρότερα. Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα είναι προφανές ότι το ποσοστό απόκλισης πρέπει να επιλέγεται κάτω από 20% ώστε να έχουμε ικανοποιητικά αποτελέσματα σε πραγματικές εφαρμογές.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

# Επιλογή παραμέτρων φίλτρου

Για να εφαρμόσουμε το φίλτρο πρέπει πρώτα να βρούμε υπό ποιες συνθήκες μας δίνει το καλύτερο αποτέλεσμα ανά περίπτωση. Για να το βρούμε αυτό χρησιμοποιήσαμε προσομοιωμένα ημιτονοειδή σήματα σταθερής συχνότητας αλλά και chirp σήματα από τα οποία δημιουργήσαμε καμπύλες IF με την μέθοδο Hilbert. Οι παράμετροι του φίλτρου που μελετήσαμε είναι η τάξη του φίλτρου (τάξη του πολυωνύμου) και το μέγεθος του κινούμενου παραθύρου.

Αρχικά θα δούμε τι γίνεται σε ημιτονοειδές σήμα σταθερής συχνότητας. Οι δοκιμές έγιναν με συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s=220$ Hz και κανονικοποιημένες συχνότητες από 0.05 $f_s$  μέχρι 0.45 $f_s$ . Επίσης δοκιμάσαμε και διαφορετικά μεγέθη σήματος (signal length=1T, 5T και 10T) αλλά και διαφορετικά επίπεδα θορύβου (προσθέσαμε 5, 10 και 15 % τυχαίο θόρυβο σε κάθε αρχικό ημιτονοειδές σήμα). Για να μπορέσουμε να συνδέσουμε το μέγεθος του παραθύρου με το μέγεθος του σήματος και τη συχνότητα, το υπολογίζουμε ως το γινόμενο μιας σταθεράς k, δύναμη του 2, με το πλήθος των δειγμάτων που αντιστοιχούν σε μια περίοδο του σήματος. Για να μπορέσουμε να έχουμε ένα αντικειμενικό κριτήριο ώστε να κρίνουμε την αποτελεσματικότητα του φίλτρου μετράμε σε κάθε περίπτωση τη διακύμανση (variance).

Παρακάτω θα δούμε διαφορετικές περιπτώσεις τάξης του φίλτρου (order) για διάφορες συχνότητες και διάφορα μεγέθη σήματος. Οι διαφορετικές καμπύλες δείχνουν διαφορετικά επίπεδα θορύβου. Το επίπεδο του θορύβου δε φαίνεται αν επηρεάζει την απόδοση του φίλτρου και οι καμπύλες είναι η μια πάνω στην άλλη.



Σχήμα 10.1: Διακύμανση για σήμα μήκους 5<br/>Τ συχνότητας  $0.05 f_s$ και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.2: Διακύμανση για σήμα μήκους 5<br/>Τ συχνότητας 0.05fs και φίλτρο τάξης 2



Σχήμα 10.3: Διακύμανση για σήμα μήκους 5<br/>Τ συχνότητας 0.05fs και φίλτρο τάξης 5



Σχήμα 10.4: Διακύμανση για σήμα μήκους 5<br/>Τ συχνότητας 0.45fs και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.5: Διακύμανση για σήμα μήκους 5<br/>Τ συχνότητας 0.45fs και φίλτρο τάξης 2



Σχήμα 10.6: Διακύμανση για σήμα μήκους 5<br/>Τ συχνότητας 0.45fs και φίλτρο τάξης 5

Οι παραπάνω καμπύλες είναι ενδεικτικές, αντίστοιχη συμπεριφορά παρατηρούμε και σε άλλες περιπτώσεις συχνότητας και μεγέθους σήματος. Αναλύοντας τις καμπύλες είναι προφανές ότι όταν η τάξη του φίλτρου παίρνει την τιμή 1 έχουμε καλύτερο αποτέλεσμα.

Από εδώ και κάτω θα δούμε διαφορετικές συχνότητες και μεγέθη σήματος για μέγεθος τάξης 1.



Σχήμα 10.7: Διακύμανση για σήμα μήκους 1<br/> Τ συχνότητας 0.05fs και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.8: Διακύμανση για σήμα μήκους 1<br/>Τ συχνότητας 0.2fs και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.9: Διακύμανση για σήμα μήκους 1<br/>Τ συχνότητας 0.45fs και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.10: Διακύμανση για σήμα μήκους 10<br/>Τ συχνότητας 0.05fs και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.11: Διακύμανση για σήμα μήκους 10Τ συχνότητας 0.2fs και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.12: Διακύμανση για σήμα μήκους 10Τ συχνότητας 0.45fs και φίλτρο τάξης 1

Από τις παραπάνω καμπύλες βλέπουμε ότι όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος του κινούμενου παραθύρου βελτιστοποιείται το αποτέλεσμα.

Έχει πολύ μεγάλη σημασία να δούμε πώς συμπεριφέρεται το φίλτρο όταν το σήμα δεν έχει σταθερή συχνότητα αλλά όταν αυτή μεταβάλλεται. Οι δοκιμές έγιναν και πάλι με συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s=220$ Hz. Η αρχική συχνότητα του σήματος είναι 0.05\* $f_s$  και η τελική είναι 0.45\* $f_s$ . Και σε αυτή την περίπτωση δοκιμάσαμε διαφορετικά μεγέθη σήματος (signal length=1T, 5 T και 10T) αλλά και διαφορετικά επίπεδα θορύβου (προσθέσαμε 5, 10 και 15 % τυχαίο θόρυβο σε κάθε αρχικό ημιτονοειδές σήμα). Για να μπορέσουμε να συνδέσουμε το μέγεθος του παραθύρου με το μέγεθος του σήματος και τη συχνότητα, το υπολογίζουμε ως το γινόμενο μιας σταθεράς k, δύναμη του 2, με το πλήθος των δειγμάτων που αντιστοιχούν σε μια περίοδο του σήματος. Το πλήθος των δειγμάτων υπολογίστηκε με βάση τη μέγιστη συχνότητα που εμφανίζεται. Για να μπορέσουμε να έχουμε ένα αντικειμενικό κριτήριο ώστε να κρίνουμε την αποτελεσματικότητα του φίλτρου μετράμε σε κάθε περίπτωση τη διακύμανση (variance).

Παρακάτω θα δούμε διαφορετικές περιπτώσεις τάξης του φίλτρου (order) για διάφορα μεγέθη σήματος. Οι διαφορετικές καμπύλες δείχνουν διαφορετικά επίπεδα θορύβου.



Σχήμα 10.13: Διακύμανση για σήμα μήκους 1Τ και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.14: Διακύμανση για σήμα μήκους 5Τ και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.15: Διακύμανση για σήμα μήκους 10<br/>Τ και φίλτρο τάξης 1



Σχήμα 10.16: Διακύμανση για σήμα μήκους 10Τ και φίλτρο τάξης 2



**Σχήμα 10.17:** Διακύμανση για σήμα μήκους 10Τ και φίλτρο τάξης 5

Και στη περίπτωση του chirp σήματος, από την εξέταση των γραφημάτων φαίνεται ότι καλύτερα αποτελέσματα έχουμε για τάξη σήματος 1. Η διαφορά με πριν είναι ότι τώρα έχουμε ιδανικό μέγεθος παραθύρου όταν η σταθερά k, με την οποία πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό των δειγμάτων κάθε περιόδου, παίρνει την τιμή 32.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

# Πειραματική εφαρμογή

# 11.1 Περιγραφή διάταξης - Λογισμικού

Οι πειραματικές μετρήσεις έγιναν σε ένα 'παπί' Honda 50. Χρησιμοποιήθηκε επαγωγικό αισθητήριο (ταχόμετρο) για την μέτρηση της στιγμιαίας ταχύτητας του στροφαλοφόρου άξονα. Για τις μετρήσεις των κραδασμών χρησιμοποιήθηκαν:

α) επιταχυνσιόμετρο στην διεύθυνση x πάνω στον κινητήρα πλησίον του άξονα περιστροφής

β) επιταχυνσιόμετρο στην διεύθυνση y πάνω στον κινητήρα πλησίον του άξονα περιστροφής

δ) μικρόφωνο σε κατάλληλο σημείο σύμφωνα με αντίστοιχο ISO 3744:1994.

Οι θέσεις των επιταχυνσιομέτρων καθώς και οι διευθύνσεις των αξόνων φαίνονται στο Σχήμα 11.9. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε περιλαμβάνει την καταγραφή σημάτων από όλα τα αισθητήρια για διάφορες συνθήκες λειτουργίας σε πραγματικό χρόνο πλατφόρμα τύπου PXI. Τα καταγεγραμμένα σήματα ανακτώνται και γίνεται η επεξεργασία τους. Η επεξεργασία τους περιλαμβάνει το πέρασμα των δεδομένων από φίλτρο Bandpass (τύπου Butterworth) σε κατάλληλο εύρος τιμών κάθε φορά, ώστε να απομονώνεται η περιοχή που μας ενδιαφέρει κάθε φορά (συχνότητα περιστροφής άξονα και αρμονικές αυτής).

Τα επιταχυνσιόμετρα που χρησιμοποιήθηκαν για την πραγματοποίηση των μετρήσεων ήταν τα εξής:

 Δύο πιεζοηλεκτρικά επιταχυνσιόμετρα PCB 352C33 με τα παρακάτω τεχνικά χαρακτηριστικά.



Σχήμα 11.1: Επιταχυνσιόμετρο PCB 352C33

PERFORMANCE	ENGLISH	SI
Sensitivity(± 10 %)	100 mV/g	10.2 mV/(m/s <sup>2</sup> )
Measurement Range	± 50 g pk	± 490 m/s² pk
Frequency Range(± 5 %)	0.5 to 10,000 Hz	0.5 to 10,000 Hz
Frequency Range(± 10 %)	0.3 to 15,000 Hz	0.3 to 15,000 Hz
Resonant Frequency	≥ 50 kHz	≥ 50 kHz
Broadband Resolution(1 to 10,000 Hz)	0.00015 g rms	0.0015 m/s <sup>2</sup> rms
Non-Linearity	≤1%	≤1%
Transverse Sensitivity	≤ 5 %	≤ 5 %
ENVIRONMENTAL		
Overload Limit(Shock)	± 5000 g pk	± 49,000 m/s² pk
Temperature Range(Operating)	-65 to +200 °F	-54 to +93 °C
Temperature Response	See Graph	See Graph [3
Base Strain Sensitivity	0.003 g/µɛ	0.029 (m/s²)/με
ELECTRICAL		
Excitation Voltage	18 to 30 VDC	18 to 30 VDC
Constant Current Excitation	2 to 20 mA	2 to 20 mA
Output Impedance	≤ 200 ohm	≤ 200 ohm
Output Bias Voltage	7 to 12 VDC	7 to 12 VDC
Discharge Time Constant	1.0 to 2.5 sec	1.0 to 2.5 sec
Settling Time(within 10% of bias)	<10 sec	<10 sec
Spectral Noise(1 Hz)	39 µg/√Hz	380 (µm/sec <sup>2</sup> )/√Hz
Spectral Noise(10 Hz)	11 μg/√Hz	110 (µm/sec <sup>2</sup> )/√Hz
Spectral Noise(100 Hz)	3.4 μg/√Hz	33 (µm/sec <sup>2</sup> )/√Hz
Spectral Noise(1 kHz)	1.4 μg/√Hz	14 (µm/sec <sup>2</sup> )/√Hz
PHYSICAL		
Sensing Element	Ceramic	Ceramic
Sensing Geometry	Shear	Shear
Housing Material	Titanium	Titanium
Sealing	Hermetic	Hermetic
Size (Hex x Height)	0.44 in x 0.62 in	11.2 mm x 15.7 mm
Weight	0.20 oz	5.8 gm
Electrical Connector	10-32 Coaxial Jack	10-32 Coaxial Jack
Electrical Connection Position	Side	Side
Mounting Thread	10-32 Female	10-32 Female
Mounting Torque	10 to 20 in-lb	113 to 226 N-cm

 Ένα πιεζοηλεκτρικό επιταχυνσιόμετρο τριών διευθύνσεων μέτρησης (χρησιμοποιήθηκε μόνο η μια) DYTRAN 3023M23 με τα παρακάτω τεχνικά χαρακτηριστικά:



Σχήμα 11.2: Επιταχυνσιόμετρο Dytran 3023M23

SPECIFICATIONS	VALUE	UNITS
PHYSICAL WEIGHT SIZE (HEIGHT x WIDTH x DEPTH) MOUNTING CONNECTOR MATERIAL, HOUSING/CONNECTOR	4 0.49 x .36 x .36 10-32 TAPPED HOLE IN BASE 4-PIN [1] TITANIUM ALLOY	grams inch
PERFORMANCE		
SENSITIVITY, -10 +15%[2] RANGE, F.S. (each axis) FREQUENCY RESPONSE, -5 / +15% Axis X & Y Axis Z ELEMENT NATURAL FREQUENCY EQUIVALENT ELECTRICAL NOISE LINEARITY [3] TRANSVERSE SENSITIVITY, MAX, SIGNAL POLARITY	10.0 +/- 500 1.5 to 5000 1.5 to 10000 > 30 .0095 1 5 POSITIVE FOR MOTION IN DIRECTION OF ARROWS ON HOUSING	mV/g g Hz kHz grms %F.S. %
ENVIRONMENTAL		
MAXIMUM VIBRATION MAXIMUM SHOCK TEMPERATURE RANGE ENVIRONMENTAL SEAL COEFFICIENT OF THERMAL SENSITIVITY	+/- 600 5000 -60 to +320 HERMETIC .03	gpk gpk °F %/°F
ELECTRICAL		
SUPPLY CURRENT RANGE, (each axis) [4 COMPLIANCE (SUPPLY) VOLTAGE RANGE OUTPUT IMPEDANCE, TYP. OUTPUT BIAS VOLTAGE DISCHARGE TIME CONSTANT GROUND ISOLATION	] 2 to 20 E (each axis) +18 to +30 100 +7 to +9 0.3 to 0.7 CASE GROUNDED	mA VDC OHMS VDC SEC

Επίσης χρησιμοποιήθηκε το μικρόφωνο Bruel & Kjaer Type 4189 με τα παρακάτω τεχνικά χαρακτηριστικά:

IEC 61094-4 Type Designation: WS2F Polarization Voltage: 0 V (prepolarized) Open-circuit Sensitivity (250 Hz)a: 50 mV/Pa, -26 dB ±1.5 dB re 1 V/Pa 0° Incidence Free-field Response<sup>a</sup>: 10 Hz to 8 kHz:  $\pm 1 \text{ dB}$ 6.3 Hz to 20 kHz ±2 dB Lower Limiting Frequency (-3 dB)<sup>a</sup>: 2 to 4 Hz Pressure Equalization Vent: Rear vented Diaphragm Resonance Frequency: 14 kHz (90° phase shift) Cartridge Capacitance<sup>a</sup>: 14 pF at 250 Hz Equivalent Air Volume: 46 mm<sup>3</sup> (250 Hz) Pistonphone Correction (Type 4228 with DP-0776) 0.00 dB Cartridge Thermal Noise: 14.6 dB(A), 15.3 dB(Lin) Upper Limit of Dynamic Range (3% Distortion): >146 dB SPL

Max. Sound Pressure Level: 158 dB (peak)ENVIRONMENTAL Operating Temperature Range:  $-30 to +150^{\circ}C (-22 to +302^{\circ}F)$ Storage Temperature: In Microphone Box:  $-30 to +70^{\circ}C (-22 to +158^{\circ}F)$ With Mini-CD: 5 to 50^{\circ}C (41 to 122^{\circ}F) Temperature Coefficient (250 Hz):  $-0.006 dB/K (-10 to +50^{\circ}C, 14 to 122^{\circ}F)$ Pressure Coefficient: -0.01 dB/kPaOperating Humidity Range: 0 to 100% RH (without condensation) Influence of Humidity: <0.1 dB in the absence of condensation Vibration Sensitivity (<1000 Hz): 62.5 dB equivalent SPL for 1m/s<sup>2</sup> axial vibration Magnetic Field Sensitivity: 6 dB SPL for 80 A/m, 50 Hz field Estimated Long-term Stability:

>1000 years/dB in dry air at 20°C (68°F)

>2 hours/dB in dry air at 150°C (302°F))

- >40 years/dB in air at 20°C (68°F), 90% RH
- >1 year/dB in air at 50°C (122°F), 90% RH)

#### DIMENSIONS

Diameter with Grid: 13.2 mm (0.52") Diameter without Grid: 12.7 mm (0.50") Height with Grid: 17.6 mm (0.69") Height without Grid: 16.3 mm (0.64")

**Thread for Preamplifier Mounting:** 11.7 mm–60 UNS

Note: All values are typical at 23°C (73.4°F) 101.3 kPa and 50% RH unless otherwise specified Για την λειτουργία του χρειάζεται και ο ενισχυτής Bruel & Kjaer Type 2671 που έχει τα παρακάτω τεχνικά χαρακτηριστικά:

Frequency Response (re 250 Hz) 200 Hz to 20 kHz, +0.2 dB, -0.2 dB 20 Hz to 50 kHz, +0.2 dB, -2 dB Lower -3 dB limit at <12 Hz Upper -0.5 dB limit at >50 kHz Attenuation: -0.3 dB (typical) Gain Matching: 200 Hz to 10 kHz, 0.1 dB Phase Linearity: 1 kHz to 10 kHz, <±1° 100 Hz to 20 kHz, <-3°, +10° Phase Matching: 5° at 50 Hz 2° at 100 Hz Input Impedance: 1.5 GΩ || <0.4 pF Output Impedance: <50 Ω Max. Output Current: At 4 mA supply, 3 mA (peak) At 20 mA supply, 19 mA (peak) Max. Output Voltage: 7 V peak for f < 20 kHz Corresponding to: 141 dB SPL for microphone sensitivity of 30 mV/Pa 138 dB SPL for microphone sensitivity of 50 mV/Pa Max. DC Output Level: 12 V ±2 V over the specified operating temperature range Distortion (THD): <-70 dB at 1.0 V<sub>out</sub>, 1 kHz <-60 dB at 1.0 V<sub>out</sub>, 10 kHz Output Slew Rate: 2 V/µs (typical) Noise: <4 µV A-weighted <15 µV Lin., 22.4 Hz to 22.4 kHz Start-up Time: Signal within 0.1 dB within <10s Power Requirements: DeltaTron<sup>®</sup> supply, 2 to 20 mA. Nominal 4 mA Connector Type: BNC socket Dimensions: Ø12.7 mm × 85 mm (Ø1/2" × 3.3") (including connector) Thread for Preamplifier Mounting: 11.7 mm - 60 UNS



Σχήμα 11.3: Το μικρόφωνο μαζί με τον ενισχυτή του

Επίσης χρησιμοποιήθηκε το PXI - 1031 της National Instruments με τις κάρτες SCXI -1531 και SCXI -1308.



**Σχήμα 11.4:** α) PXI – 1031 β) SCXI – 1308 γ) SCXI - 1531

Η SCXI -1531 είναι μια 8-κάναλη κάρτα εισόδου για σύνδεση επιταχυνσιομέτρων ενώ η SCXI -1308 είναι μια κάρτα 32 καναλιών αναλογικής εισόδου. Σε αυτή συνδέθηκε ο επαγωγικός αισθητήρας και το μικρόφωνο. Η κάρτα μετρά σε Volt οπότε για την περίπτωση του μικροφώνου μετατρέψαμε τα Volt σε dB μέσω της σχέσης ευαισθησίας του μικροφώνου.

Για τις ανάγκες της εργασίας χρησιμοποιήθηκαν δύο περιβάλλοντα προγραμματισμού: το MATLAB και το LabVIEW.

Με τη βοήθεια του LabVIEW έγινε κυρίως η καταγραφή των σημάτων. Τα αισθητήρια συνδέθηκαν στο PXI όπου είχε «φορτωθεί» ο αλγόριθμος της καταγραφής των σημάτων των αισθητηρίων. Επίσης στο PXI είχε συνδεθεί υπολογιστής (μέσω καλωδίου Ethernet, σύνδεση TCP-IP) όπου βλέπαμε σε πραγματικό χρόνο τα σήματα και υπήρχε η επιλογή της καταγραφής του σήματος. Τα σήματα, όταν επιλέγαμε να καταγραφούν, αποθηκεύονταν στο PXI και στη συνέχεια μεταφέρονταν αυτόματα στον υπολογιστή όταν τελείωνε η διαδικασία καταγραφής τους. Στον αλγόριθμο του τρέχει στον υπολογιστή επιλέγονταν η IP του PXI, η συχνότητα δειγματοληψίας και κάθε πότε το PXI θα στείλει τα δεδομένα στον υπολογιστή ώστε να τα βλέπουμε σε πραγματικό χρόνο. Στον αλγόριθμο που είχε φορτωθεί στο PXI επιλέγονται τα χαρακτηριστικά των αισθητηρίων και οι είσοδοι της κάρτας του PXI στις οποίες είχαν συνδεθεί.


Σχήμα 11.5: Τμήμα του κώδικα από το backpanel του κώδικα στο LabVIEW



Σχήμα 11.6 : Παράδειγμα του προγράμματος που τρέχει στον υπολογιστή όπου φαίνονται τα χρονικά σήματα που καταγράφονται (αριστερά) και τα αντίστοιχα φάσματα (δεξιά) ενώ κάτω το σήμα από τον επαγωγικό αισθητήρα. Επειδή το πρόγραμμα στη περίπτωση αυτή δεν τρέχει τα σήματα δεν αντιπροσωπεύουν την πραγματικότητα.



Σχήμα 11.7: Το ΡΧΙ και ο υπολογιστής κατά τη διαδικασία των μετρήσεων

Το MATLAB χρησιμοποιήθηκε για την δημιουργία και εφαρμογή των μεθόδων επεξεργασίας στα σήματα που καταγράφηκαν. Σε κάποια σημεία χρησιμοποιήθηκε για τον σκοπό αυτό και το LabVIEW.

Για την διαδικασία των μετρήσεων επιλέχθηκε συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s$ =10000Hz η οποία ήταν κάτι παραπάνω από αρκετή ώστε να παρακολουθήσει τα φαινόμενα που μελετούνται και αποτρέπει την εμφάνιση ψευδοσυχνοτήτων (Θεώρημα Nyquist-Shannon).

Το 'παπί' κινείται με μονοκύλινδρο παλινδρομικό κινητήρα εσωτερικής καύσης που χρησιμοποιεί για καύσιμο βενζίνη. Η μετάδοση της κίνησης γίνεται μέσω κιβωτίου τριών ταχυτήτων και αλυσοκίνησης. Στα παρακάτω σχήματα βλέπουμε ένα σκαρίφημα του κινητήρα και του κιβωτίου στο οποίο φαίνονται τα γρανάζια και τα ρουλεμάν των εδράσεων. Η έδραση του κινητήρα στο πλαίσιο της μοτοσυκλέτας δεν γίνεται μέσω αποσβεστήρων αλλά άμεσα. Αν υπάρχει κάποια βλάβη στη διάταξη περιμένουμε να εμφανιστεί η συχνότητά της στο φάσμα των μετρήσεων.



Σχήμα 11.8 : Σκαρίφημα κιβωτίου ταχυτήτων



Σχήμα 11.9 : Σκαρίφημα κινητήρα όπου φαίνονται οι θέσεις των επιταχυνσιομέτρων



Σχήμα 11.10: Σκαρίφημα του κυλίνδρου του κινητήρα



Σχήμα 11.11: Η διάταξη των μετρήσεων



Σχήμα 11.12: Η κινητήρας του πειράματος. Φαίνεται ο επαγωγικός αισθητήρας και ένα επιταχυνσιόμετρο

### 11.2 Πειραματικά αποτελέσματα – Ανάλυση

Κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας πήραμε μετρήσεις για διάφορες περιπτώσεις συνθηκών λειτουργίας της μηχανής. Αναλυτικότερα μετρήσαμε για τις παρακάτω περιπτώσεις:

Είδος Μέτρησης	Εύρος Στροφών (rpm)	Εύρος Συχνοτήτων (Hz)	Χρονική Διάρκεια Μέτρησης
Ρελαντί	1020 - 1260	17 - 21	14 sec
Επιτάχυνση χωρίς ταχύτητα	960 - 3000	16 - 50	15 sec
Επιβράδυνση χωρίς ταχύτητα	1260 - 3660	21 - 61	10 sec
Επιτάχυνση με 1η ταχύτητα	1440 - 2880	24 - 48	14 sec
Επιβράδυνση με 1η ταχύτητα	960 - 2820	16 - 47	13 sec
Επιτάχυνση με 2η ταχύτητα	1080 - 3000	18 - 50	12 sec
Επιβράδυνση με 2η ταχύτητα	840 - 3300	14 - 55	9 sec
Επιτάχυνση με 3η ταχύτητα	1200 - 2700	20 - 45	20 sec
Επιβράδυνση με 3η ταχύτητα	1320 - 2700	22 - 45	10 sec

Πίνακας 11.1: Οι διάφορες μετρήσεις και τα χαρακτηριστικά τους

Παρακάτω βλέπουμε κάποιες ενδεικτικές περιπτώσεις χρονικών σημάτων που καταγράψαμε αλλά και τα αντίστοιχα φάσματα.



Σχήμα 11.13 : Χρονικό σήμα Επιταχυνσιόμετρου Α



Σχήμα 11.14 : Φάσμα χρονικού σήματος Επιταχυνσιόμετρου Α



Σχήμα 11.15 : Χρονικό σήμα Επιταχυνσιόμετρου Β



Σχήμα 11.16 : Φάσμα χρονικού σήματος Επιταχυνσιόμετρου Β



Σχήμα 11.17 : Χρονικό σήμα Επιταχυνσιόμετρου Γ



Σχήμα 11.18 : Φάσμα χρονικού σήματος Επιταχυνσιόμετρου Γ



Σχήμα 11.19 : Χρονικό σήμα Μικροφώνου



Σχήμα 11.20 : Φάσμα χρονικού σήματος Μικροφώνου



Σχήμα 11.21 : Χρονικό σήμα όπου φαίνονται οι χρόνοι λειτουργίας της μηχανής

Σε όλες τις περιπτώσεις λειτουργίας περιμένουμε στο φάσμα να εμφανιστούν, εκτός από τις συχνότητες του στροφαλοφόρου άξονα, οι συχνότητες περιστροφής του εκκεντροφόρου άξονα. Όταν χρησιμοποιείται και το κιβώτιο περιμένουμε και τις συχνότητες των αξόνων του κιβωτίου καθώς επίσης και αυτές των διαφόρων περιπτώσεων βλάβης των ρουλεμάν και των γραναζιών. Ζουμάροντας στα παραπάνω φάσματα (Σχήματα 11.14, 11.16, 11.18, 11.20) στην περιοχή των συχνοτήτων που μας ενδιαφέρει (στη συγκεκριμένη περίπτωση 18-22Hz), προκύπτει ότι το επιταχυνσιόμετρο στη θέση Β δίνει φάσμα στο οποίο οι περιοχές των συχνοτήτων των περιστρεφόμενων αξόνων είναι πιο εμφανείς.

Με βάση την θεωρία του [32] υπολογίστηκαν οι συχνότητες που αναμένεται να εμφανιστούν βλάβες σε κάθε μέτρηση που έγινε αλλά και οι συχνότητες των αξόνων. Στα φάσματα των σημάτων που μετρήθηκαν δε φαίνεται να παρουσιάζονται συχνότητες που αντιστοιχούν σε βλάβες αλλά μόνο αυτές της περιστροφής του στροφαλοφόρου και του εκκεντροφόρου άξονα.

													F	PouA	µav 6203					
														1ος αξον	ы К	2ος αξονας	-	ουλεμαν 63(	4	
Είδος μέτρησης	Στρ	οφαγοζ	Еккел	20000001	Γρανα	ιζια Στροφαλου	1ος Αξονα	ς κιβωτιου	2ος Αξον:	ας κιβωτιου	Γρανο	αζια		Min	Max M	in Max		Min	Мах	_
	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Мах	BPFI				BPFI	79	92	_
Delent													BPFO				BPFO	46	54	_
LEMUVIT	17,75	20,87	8,88	10,43	301,72	5 354,73							FTF				FTF	7	8	
													BSF				BSF	31	37	_
													BPFI				BPFI	72	219	_
Emitionical model resolution	1617	V0 20	0 00	ST MC	10 VLC	041 50							BPFO				BPFO	42	127	_
ກາໄກດໃກາ 514ຫໃ ໂເດດດໃການເສ	10,1	00,24	00'00	C.47	0.412	001140							FTF				FTF	9	18	_
													BSF				BSF	28	87	_
													BPFI				BPFI	96	303	
בייני האווייש אייי איין איין איין איין איין איין א	73.10	60 22	10.02	24.17	260 22	1161.67							BPFO				BPFO	56	176	_
milina'mi Sidmi' linaanddiira	10,112	cc'on	C0'01	1.4	c'onc	/0,1011							FTF				FTF	8	25	_
													BSF				BSF	38	120	_
													BPFI 3	0,29202 57	,7378 9,25	7951 17,646(	03 BPFI	110	210	_
Entrivention no 1m revolution	24 82	17 33	10.00	72.67	1.00	LY NUS	A 11050015	11 66/202	1 0707021	3 564854024	53055 73	178 33/7	BPF0 1	8,66478 35,	57582 5,70	4394 10,872	28 BPFO	64	122	_
mlnom ht an hovomme	10,112	r. F	74,21	0,07	1,227	0.400	CT22C2T10	707-00,11	10270/01		רהאכליוא	1+00071	FTF 2	,337687 4,4	55725 0,71	4452 1,3617	74 FTF	6	17	_
													BSF	12,178 23,	21176 3,72	1883 7,0940	)6 BSF	44	8	_
													BPFI 2	0,63517 57	,1279 6,30	6591 17,459	63 BPFI	75	207	_
ດແມດຊິດແທນ ແຕ່ ໃນ ການດໍາແນນ	16.00	AK 02	0 16	72 /7	107 50	706.17	A 1607000	11 540000	1 77/0507	2 577107175	15 06611	10/0 201	BPFO	12,7146 35,	20002 3,88	5879 10,7579	95 BPFO	43	120	_
ימון אינטעעעעע אין	72'01	0°1	0+:0	71,07	107	11'02/ 0	7707/001-4	20201011	1000-171	19112119110	11000-74	1616071	FTF 1	,592451 4,4	08658 0,48	669 1,3473	89 FTF	6	17	_
													BSF 8	,295753 22,	96657 2,53	5377 7,01913	22 BSF	30	82	_
													BPFI 2	2,97314 86	4034 12,6	0183 47,396;	27 BPFI	83	314	_
Druthouten 110 Du tendente	10 02	70.02	070	25 //2	2001	11001	A 6/102070	17 455020	AACOTAS C		70 01056	1310 200	BPF0 1	4,15517 53,	23846 7,76	4765 29,203	76 BPFO	48	182	_
Emmory and the end introduced	10,01		74'2	74500	זיטשנ	11,7021	070001+0'+	70700-11	0+701+1-17	+20+0001052	00072'01	1070'047	FTF 1	,772877 6,6	67899 0,97	2505 3,6576	52 FTF	7	26	
													BSF 5	,235666 34,	73591 5,06	6191 19,054;	26 BSF	33	125	
													BPFI 1	7,68728 66,	37814 9,70	2295 36,411/	49 BPFI	64	241	_
Emilion Statements of the restriction	11 50	0113	30.2	10.00	JAK SI	005.00	2 57210076	12 AND706	1 0600507	7 255056006	60 76105	710 0215	BPF0 1	0,89823 40,	89966 5,97(	8182 22,435	36 BPFO	37	140	_
mlinn/m liz an linnonddwr	2 t	71.10	<u>.</u>	14,14	1047	00,1772	0/0010/010	071204°CT	12000021	הסחתרסרורליו		CTC0'077	FTF 1	,364958 5,1	22515 0,74	8743 2,8099	37 FTF	5	20	
													BSF 7	,110646 26,	68535 3,90	0519 14,638:	15 BSF	26	96	_
													BPFI 2	4,39625 54,	89157 20,50	0105 46,1273	37 BPFI	89	199	
Entrination IIC In TRADITION	00.00	45.00	10.00	77 50	340.07	145 M	1 07853677	11 000001	17031111	0.318660000	103 5407	737 0665	BPF0 1	5,03204 33,	82208 12,6	3196 28,4219	92 BPFO	51	116	_
ทาโทก/ทา โเร อา โเกงก/ทางหา	n'n7	2 7	0°'11	0,-197	2,210	<b>M</b> <sup>(</sup> <b>M</b> )	770000761	107200-11	1/701111	ezennotric	intrinnt.		FTF 1	,882701 4,2	36077 1,58	2102 3,5597;	28 FTF	7	17	
													BSF 5	807787 22,	06752 8,24:	1838 18,544;	14 BSF	35	79	_
													BPFI 2	7,44579 54,	89157 23,0	6369 46,1273	37 BPFI	100	199	
Smill of States and 2 million	11 50	15.00	36.11	10 50	12 0.02	UN 745 M	5 SAARDON	11 000001	A 6502205	0.210660000	116 4022	727 0665	BPF0 1	6,91104 33,	82208 14,2	1096 28,4219	92 BPFO	58	116	_
mlinn/m lic an linnonddur	ر مربعة	0°7+	11,11	00,444	1,40C	M <sup>*</sup> CO/	1700440°r	107200-111	rncc2rn'+	4740000TC'4	cco+'011	rnn5'7C7	FTF 2	,118038 4,2	36077 1,779	9864 3,5597;	28 FTF	8	17	
													BSF 1	1,03376 22,	06752 9,27	2068 18,544;	14 BSF	40	79	_

Πίνακας 11.2: Συχνότητες που μπορεί να εμφανιστούν στα φάσματα των χρονικών σημάτων που μετρήθηκαν







Σχήμα 11.23 : Φάσμα χρονικού σήματος Επιταχυνσιόμετρου Β



Σχήμα 11.24 : Φάσμα χρονικού σήματος Επιταχυνσιόμετρου Γ



Σχήμα 11.25 : Φάσμα χρονικού σήματος Μικροφώνου

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι καμπύλες ΙF κάθε περίπτωσης που προκύπτουν μετά την εφαρμογή όλων τις εξεταζόμενων μεθόδων αλλά και η καμπύλη που προκύπτει από τον επαγωγικό αισθητήρα ώστε να έχουμε και σημείο αναφοράς. Οι καμπύλες IF παρουσιάζονται μετά από φιλτράρισμα αφού, όπως φαίνεται ενδεικτικά για την μέθοδο Hilbert στα Σχήματα 11.26 και 11.27, είναι πολύ καλύτερα τα αποτελέσματα μετά από την εφαρμογή του φίλτρου Savitzky-Golay.



Σχήμα 11.26 : IF καμπύλη της μεθόδου Hilbert χωρίς φιλτράρισμα



Σχήμα 11.27 : IF καμπύλη της μεθόδου Hilbert μετά από φιλτράρισμα



Σχήμα 11.28 : Ι<br/>Γ καμπύλες όταν επιταχύνεται ο κινητήρας με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.29 : Ι<br/>Γ καμπύλες όταν επιταχύνεται ο κινητήρας με 2η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.30 : ΙΓ καμπύλες όταν επιταχύνεται ο κινητήρας με 3η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.31 : Ι<br/>F καμπύλες όταν επιταχύνεται ο κινητήρας χωρίς ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.32 : ΙΓ καμπύλες όταν επιβραδύνεται ο κινητήρας με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.33 : ΙΓ καμπύλες όταν επιβραδύνεται ο κινητήρας με 2η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.34 : Ι<br/>F καμπύλες όταν επιβραδύνεται ο κινητήρας με 3η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.35 : Ι<br/>F καμπύλες όταν επιβραδύνεται ο κινητήρας χωρίς ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.36 : ΙΓ καμπύλες όταν ο κινητήρας λειτουργεί στο ρελαντί χωρίς ταχύτητα στο κιβώτιο

Από τα παραπάνω διαγράμματα προκύπτει ότι οι μέθοδοι HARD, Hilbert και Bayesian προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό την «πραγματική» καμπύλη της ταχύτητας περιστροφής του στροφαλοφόρου άξονα, όπως αυτή μετράται με τον επαγωγικό αισθητήρα. Αυτό το κάνει ανεξάρτητα αν επιταχύνεται ή επιβραδύνεται ο άξονας και ανεξάρτητα της χρονικής διάρκειας του σήματος.

Το παραπάνω συμπέρασμα επιβεβαιώνεται στα παρακάτω σχήματα όπου έχει υπολογιστεί το MSE κάθε μεθόδου σε κάθε περίπτωση σε σχέση με την καμπύλη του επαγωγικού αισθητήρα που χρησιμοποιήθηκε σαν αναφορά.



Σχήμα 11.37 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.38 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή επιταχύνεται με 2η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.39 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή επιταχύνεται με 3<br/>η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.40 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή επιταχύνεται χωρίς ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.41 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή επιβραδύνεται με 1<br/>η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.42 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή επιβραδύνεται με 2η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.43 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή επιβραδύνεται με 3<br/>η ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.44 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή επιβραδύνεται χωρίς ταχύτητα στο κιβώτιο



Σχήμα 11.45 : MSE μεθόδων όταν η μηχανή δουλεύει στο ρελαντί

Όπως προκύπτει από την ανάλυση την παραπάνω διαγραμμάτων αλλά και των αντίστοιχων καμπυλών IF, όταν γίνεται χρήση της μεθόδου HARD αλλά και της μεθόδου Bayesian τα αποτελέσματα είναι πολύ καλά. Η μέθοδος Hilbert δίνει μια αρκετά καλή προσέγγιση αλλά σε μικρότερο βαθμό από τις άλλες. Τέλος με τη μέθοδο STFT δημιουργούνται οι χειρότερες καμπύλες IF.

Καμία μέθοδος δε δίνει με απόλυτη ακρίβεια την εκτίμηση της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής αλλά πλησιάζουν σε ικανοποιητικό βαθμό. Γενικά οι καμπύλες που προκύπτουν μετά την εφαρμογή των μεθόδων εκτίμησης της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής (ιδιαίτερα αυτές των μεθόδων HARD και Bayesian) μοιάζουν πολύ μεταξύ τους. Επίσης σε σήματα μικρής χρονικής διάρκειας (Σχήματα 11.35, 11.44) όλες οι μέθοδοι παρουσιάζουν μεγαλύτερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα σε σχέση με περιπτώσεις μεγαλύτερης χρονικής διάρκειας σήματος.

## 11.3 Εφαρμογή Order Tracking – Αποτελέσματα

Μετά από την εφαρμογή των μεθόδων εκτίμησης της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής του άξονα της μηχανής, εφαρμόζεται η μέθοδος Order Tracking με χρήση των σημάτων που καταγράφηκαν από τα επιταχυνσιόμετρα και τον επαγωγικό αισθητήρα. Η μέθοδος εφαρμόστηκε στα σήματα που μετρήθηκαν με το επιταχυνσιόμετρο της θέσης B, τα ίδια που χρησιμοποιήθηκαν και στην εφαρμογή των μεθόδων εκτίμησης της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής.

Περιμένουμε να εμφανιστούν ως ακμές το εύρος των συχνοτήτων περιστροφής του στροφαλοφόρου άξονα και αρμονικές του. Τέτοιες αρμονικές περιμένουμε να εμφανιστούν για τον εκκεντροφόρο άξονα, τους άξονες του κιβωτίου ταχυτήτων αλλά και πιθανές βλάβες στις οδοντώσεις του κιβωτίου, τα ρουλεμάν και την αλυσοκίνηση.





Σχήμα 11.46: Φάσμα χωρίς Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο

Σχήμα 11.47: Φάσμα χωρίς Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο ζουμαρισμένο στην περιοχή συχνοτήτων του άξονα της μηχανής



Σχήμα 11.48: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα



Σχήμα 11.49: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα, έχουμε «ζουμάρει» έτσι ώστε να είναι ορατή η πρώτη order



Σχήμα 11.50: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης που προκύπτει από την μέθοδο HARD



Σχήμα 11.51: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης που προκύπτει από την μέθοδο Hilbert



Σχήμα 11.52: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης που προκύπτει από την μέθοδο Bayesian



Σχήμα 11.53: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης που προκύπτει από την μέθοδο STFT



Σχήμα 11.54: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 2η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα



Σχήμα 11.55: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται με 3η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα



Σχήμα 11.56: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιταχύνεται χωρίς ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα



Σχήμα 11.57: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιβραδύνεται με 1η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα



Σχήμα 11.58: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιβραδύνεται με 2η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα



Σχήμα 11.59: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιβραδύνεται με 3η ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα



Σχήμα 11.60: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή επιβραδύνεται χωρίς ταχύτητα στο κιβώτιο με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα



Σχήμα 11.61: Φάσμα μετά από Order Tracking όταν η μηχανή λειτουργεί στο ρελαντί με χρήση της καμπύλης του επαγωγικού αισθητήρα

Αρχικά παρατηρούμε ότι όπως προκύπτει από τα σχήματα 11.48, 11.50, 11.51, 11.52, 11.53 δεν έχει ουσιαστική διαφορά ποια καμπύλη θα επιλέξουμε ως keyphasor για την εφαρμογή του Order Tracking. Στις περισσότερες περιπτώσεις η μέθοδος Order Tracking δίνει μια ή το πολύ δύο αρμονικές του εύρους περιστροφής του στροφαλοφόρου άξονα. Η πρώτη, όπως προκύπτει και από το σχήμα 11.49, είναι πολύ χαμηλή. Ειδικά στις περιπτώσεις της επιβράδυνσης (Σχήματα 11.57, 11.58, 11.59, 11.60) το αποτέλεσμα δεν είναι ικανοποιητικό. Κυρίως εμφανίζεται η αρμονική που αντιστοιχεί στην περιστροφή του εκκεντροφόρου άξονα.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12

## Συμπεράσματα

Μετά την ανάλυση όλων των παραπάνω αποτελεσμάτων διαπιστώνεται ότι η μέθοδος HARD κάνει πολύ καλύτερη εκτίμηση της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής από τις υπόλοιπες μεθόδους. Η μέθοδος Bayesian επίσης παρακολουθεί πολύ καλά τις μεταβολές αλλά οι παράμετροι που χρειάζεται να επιλεγούν για να προκύψει καλή καμπύλη είναι πολλές και αυτό την καθιστά δύσχρηστη. Η μέθοδος Hilbert μπορεί να είναι η πιο απλή στην εφαρμογή αλλά μετά την εφαρμογή της παρουσιάζει τιμές εντελώς εκτός της περιοχής των μετρούμενων συχνοτήτων. Η μέθοδος STFT κάνει τη χειρότερη εκτίμηση της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής και για αυτό δεν προτείνεται.

Αν ο στόχος της εφαρμογής των μεθόδων δεν είναι η απόλυτη ακρίβεια στην εκτίμηση της στιγμιαίας ταχύτητας περιστροφής αλλά μόνο ένα εύρος μέσα στο οποίο περιστρέφεται ο άξονας και το είδος της μεταβολής της ταχύτητας τότε οι μέθοδοι HARD, Hilbert και Bayesian είναι κατάλληλες. Έτσι η εφαρμογή των μεθόδων αυτών ενδείκνυται απόλυτα για τη διάγνωση βλαβών μηχανολογικού εξοπλισμού. Ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που δεν είναι εύκολη η πρόσβαση ή δε χρειάζεται να υπάρχει μόνιμη παρακολούθηση της ταχύτητας περιστροφής είναι δυνατό με την εφαρμογή ενός επιταχυνσιόμετρου ή ενός μικροφώνου (αν ο χώρος είναι μεγάλος και δεν επηρεάζει η ακουστική το αποτέλεσμα) να διαπιστωθούν

Η χρήση του μικροφώνου δεν μπόρεσε να βοηθήσει στη συγκεκριμένη πειραματική εφαρμογή. Οι περιοχές συχνοτήτων στα φάσματα των σημάτων του μικροφώνου δεν είναι τόσο ευδιάκριτα και τα σήματα περιέχουν πάρα πολύ θόρυβο. Ο θόρυβος της εξάτμισης εμπόδιζε τη σωστή καταγραφή μέσω του μικροφώνου. Γενικά η χρήση του μικροφώνου σε αντίστοιχες εφαρμογές δεν είναι ιδιαίτερα εύκολη, θα πρέπει να γίνεται σε πολύ ανοιχτούς χώρους για να περιορίζεται η αντήχηση, ή σε εξωτερικούς χώρους με καλές καιρικές συνθήκες. Δε θα μπορούσε, για παράδειγμα, να εφαρμοστεί σε μια βιομηχανία αφού πρέπει να επικρατεί απόλυτη ησυχία στο περιβάλλον των μετρήσεων.

Η μέθοδος Order Tracking θα μπορούσε να μας βοηθήσει ακόμα περισσότερο στην διάγνωση των βλαβών.

Στο μέλλον θα μπορούσε να εξελιχθεί η μέθοδος HARD έτσι ώστε να μπορεί να παρακολουθήσει την ταυτόχρονη μεταβολή στον χρόνο περισσότερων από μια συχνότητες. Έτσι θα μπορούσε να παρακολουθήσει σύνθετα φαινόμενα.

### Βιβλιογραφία

- [1] Snyder D. L., "A state space approach to analog communication systems", Cambridge, MA: MIT Press.
- [2] Griffiths L., 1975, "Rapid measurement of digital instantaneous frequency", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, pp. 202-221.
- [3] Cioffi, J. and Kailath, T., 1984, "Fast recursive-least squares, transversal filters for adaptive filtering", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 32, pp. 304-337.
- [4] Kwok H., K. and Jones, D., L., 2000, "Improved instantaneous frequency estimation using an adaptive short-time Fourier transform", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 48, No. 10, pp. 2964-2972.
- [5] Sharman, K. and Friedlander, B., 1984, "Time-varying auto-regressive modeling of a class of non-stationary signals", in Proc. ICASSP '84, San Francisco, CA, Vol. 22.2.1-22.2.4.
- [6] Barrett, R., F. and Streit, R., 1990, "Frequency tracking using hidden Markov models", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 38, pp. 586-598.
- [7] Rao and Taylor, F., 1990, "Estimation of the instantaneous frequency using the discrete Wigner distribution", Electron. Lett., Vol. 26, No. 4, pp. 246-248.
- [8] Wong, K., M. and Jin, Q., 1990, "Estimation of the time-varying frequency of a signal: The Cramer-Rao bound and the application of the Wigner distribution", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 38, pp. 519-536.
- [9] O'Shea, P., and Boashash, B., 1990 "Some robust instantaneous frequency estimation techniques with application to non-stationary transient detection", in Proc. EUSIPCO'90, pp. 165-168.
- [10] Feldbauer, C. and Holdrich, R., 2000, "Realization of a Vold-Kalman tracking filter – a least squares problem", Proceedings of the COST G-6 Conference on Digital Audio Effects, Verona, Italy.
- [11] Antoniadis, I., 1995, "Identification of harmonic components of signal in general noise environments: the Hard method", Tech. Chron. Sci. J. TCG IV, pp. 7-18.
- [12] Bai M.R., Jeng J., Chen C., 2002, "Adaptive order tracking technique using recursive least-square algorithm', Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 124, pp 502-511.
- [13] Bai M., R., Huang J., Hong M., Su F, 2005, "Fault diagnosis of rotating machinery using an intelligent order tracking system", Journal of Sound and Vibration, Vol. 280, pp 699-718.
- [14] Combet F., Zimroz R., 2009, "A new method for the estimation of the instantaneous speed relative fluctuation in a vibration signal based on the short scale transform", Mecanical Systems and Signal Processing, in press.
- [15] Lau S-S, Shermap P., 1998, "Periodic spectral analysis for processes with slowly varying period", Proceedings of the 3<sup>rd</sup> Conference, Acoustical and Vibratory Surveillance Methods and Diagnostic Techniques, Senlis France, 13-15/10/1998.
- [16] Vold H., Leuridan J., 1993, "High resolution order tracking at extreme slew rates, using Kalman Tracking Filters", Society of Automotive Engineers, SAE paper No. 931288, pp 219-226.

- [17] Marple S., L., 1987, "Digital spectral analysis with applications", Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA.
- [18] Gal Janos, Salagean Marius, Bianu Mirela, Nafornita Ioan, 2002, "The Instantaneous Frequency Determination for Signals with Polynomial Phase using Kalman Filtering", Transactions on Electronics and Communications, Tom 47(61), Fascicola 1-2.
- [19] Pedersen T. F., Gade S., Herlufsen H., Konstantin-Hansen H., "Order Tracking in Vibro-acoustic Measurements: A Novel Approach Eliminating the Tacho Probe", Brüel & Kjær Sound and Vibration Measurements A/S, Skodsborgvej 307, DK2850 Nærum, Denmark
- [20] Ρακόπουλος Κ.Δ. "Αρχές εμβολοφόρων Μ.Ε.Κ.", Φούντας
- [21] Feldman M. "Hilbert transform in vibration analysis", Mechanical Systems and Signal Processing 25 (2011) 735-802, Faculty of Mechanical Engineering, Technion-Israel Institute of Technology, Israel
- [22] Yiakopoulos C., Gryllias K., Antoniadis I., "Instantaneous frequency estimation in rotating machinery using a Harmonic Signal Decomposition (HARD) parametric method.", Αθήνα 2009
- [23] Press W. Brian F. Teukolsky S. Vetterling W. "Numerical Recipes in C:The Art of Scientific Computing", Cambridge University Press 1988-1992, pp 650-655
- [24] Ming Xu "Orders Tracking Analysis of Variable Speed Machines", ENTERACT '98
- [25] Fyfe K.R. Munck D.S. "Analysis of computed order tracking", Mechanical Systems and Signal Processing (1997) 11(2), pp187-205
- [26] Alferd Mertins, "Short-Time Fourier Analysis Signal Analysis: Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications", England: John Wiley & Sons: 1999, pp. 196-207
- [27] Graps Amara, "An Introduction to Wavelets", IEEE Computational Sciences and Engineering, 1995, pp 50-61
- [28] M. Akay. "Time Frequency and Wavelets in Biomedical Signal Processing", IEEE Press series in Biomedical Engineering, New York 1998. Addison P. (2002), The illustrated wavelet transform handbook.
- [29] Καλοβρέκτης Κ. "LabVIEW για Μηχανικούς, Προγραμματισμός Συστημάτων DAQ", Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη 2007
- [30] Gekeler E. W. "Mathematical Methods for Mechanics", Springer, 2008
- [31] Αντωνιάδης Ι. "Δυναμική Μηχανών", Παπασωτηρίου, Αθήνα 1998
- [32] Κωστόπουλος Θ. "Διάγνωση Βλαβών και Συντήρηση Περιστρεφόμενων Μηχανών", Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2009