Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Χημικών Μηχανικών

Διπλωματική Εργασία

Αριστοποίηση της ποιότητας ενδιάμεσων προϊόντων παραγωγής τσιμέντου με χρήση προχωρημένων τεχνικών αυτόματης ρύθμισης

Χρήστος Ψευδός

Επιβλέπων:
Καθηγητής ΕΜΠ Χαράλαμπος Σαρίμβεης

Αθήνα 2020

Διπλωματική εργασία
Αριστοποίηση της ποιότητας ενδιάμεσων προϊόντων παραγωγής τσιμέντου με χρήση προχωρημένων τεχνικών αυτόματης ρύθμισης Σχολή Χημικών Μηχανικών, ΕΜΠ
Τομέας ΙΙ: Ανάλυσης, Σχεδιασμού και Ανάπτυξης Διεργασιών και Συστημάτων
Μονάδα Αυτόματης Ρύθμισης και Πληροφορικής
Επιβλέπων καθηγητής: Χαράλαμπος Σαρίμβεης

Χρήστος Ψευδός

Στοιχεία επικοινωνίας:

Email: c.psevdos@gmail.com

Περίληψη

Η διατήρηση της ποιότητας του τελικού προϊόντος εντός των προδιαγραφών αποτελεί ζήτημα υψίστης σημασίας στην βιομηχανία τσιμέντου. Στην επίτευξη αυτού του στόχου συνεισφέρει η ανάπτυξη συστημάτων αυτομάτου ελέγχου για τις διεργασίες που λαμβάνουν χώρα στα διάφορα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας. Η συγκεκριμένη εργασία εστιάζει στην διασφάλιση της ποιότητας της φαρίνας, βασικού ενδιάμεσου προϊόντος του τσιμέντου που παράγεται κατά την άλεση των πρώτων υλών. Στόχος είναι η ανάπτυξη μιας αποτελεσματικότερης ρυθμιστικής στρατηγικής για την διεργασία άλεσης φαρίνας στις εγκαταστάσεις της Halyps Cement στον Ασπρόπυργο, η οποία ελέγχεται από απλούς PID ρυθμιστές. Για την βελτίωση της ρυθμιστικής δράσης, προτείνεται η χρήση προβλεπτικού ρυθμιστή τύπου DMC (Dynamic Matrix Control), αξιοποιώντας την μεθοδολογία Αναδρομικών Ελαχίστων Τετραγώνων για την πρόβλεψη του μοντέλου της διεργασίας. Η σύγκριση των διαφορετικών ρυθμιστών γίνεται με προσομοίωση βασισμένη σε πραγματικά δεδομένα λειτουργίας των εγκαταστάσεων άλεσης φαρίνας. Από την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων προκύπτει ότι ο προβλεπτικός ρυθμιστής δεν καταφέρνει να δώσει βελτιωμένες επιδόσεις σε σχέση με τους χρησιμοποιούμενους PID ρυθμιστές. Διαμορφώνεται όμως η προοπτική καλύτερης δυναμικής συμπεριφοράς του προβλεπτικού ρυθμιστή αν εξασφαλιστεί η συχνότερη λήψη δειγμάτων και η χρησιμοποίηση πρώτης ύλης σταθερότερης σύστασης.

Λέξεις κλειδιά

Φαρίνα τσιμέντου, Προβλεπτικός Έλεγχος, Προσαρμοστικός Έλεγχος, Αναδρομικά Ελάχιστα τετράγωνα

Abstract

Quality optimization of intermediate cement products with the usage of advanced automatic control techniques

Maintaining the end product quality within specifications is of utmost importance in the cement industry. Development of automatic control systems for the various processes that take place during cement production aids significantly in achieving this goal. The focus of this project is placed on the production and quality control of raw meal, which is an important intermediate product of cement. Specifically, efforts are made to develop a more effective controller for the raw meal milling process taking place at the Halyps Cement facilities in Aspropyrgos, Greece. It is suggested that a predictive controller based on the DMC (Dynamic Matrix Control) archetype, along with the usage of the recursive least squares estimation technique to provide model predictions, will have improved performance when compared to the PID controllers that are currently in use. A simulator based on real-life process data of the raw meal mill is developed, in order to facilitate the comparison between the available controllers. Analysis and evaluation of the simulation results illustrate that the predictive control scheme is not able to outperform the existing PID controller. It is expected however that the performance of the predictive controller will improve substantially, provided that samples will be collected more frequently from the process and raw materials of more stable composition will be used.

Keywords

Cement raw meal, Predictive control, Adaptive control, Recursive least squares

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη ..... **iii**
Abstract ..... **iv**
Πίνακας περιεχομένων ..... **v**
Κατάλογος διαγραμμάτων ..... **vii**
Κατάλογος εικόνων ..... **viii**
Ευχαριστίες ..... **ix**
1 Εισαγωγή **1**
2 Διεργασίες Παραγωγής Φαρίνας **3**
3 Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου **7**
3.1 PID Ρυθμιστής 7
3.1.1 Ιστορικά Στοιχεία 7
3.1.2 Μαθηματική Διατύπωση – Χαρακτηριστικά 7
3.2 Προβλεπτικός Ρυθμιστής DMC 10
3.2.1 Ιστορικά Στοιχεία – Γενική Επισκόπηση 10
3.2.2 Μαθηματική Θεμελίωση 11
3.2.3 Μετατροπή σε πρόβλημα Ελαχίστων Τετραγώνων 17
3.2.4 Εισαγωγή Περιορισμών 20
4 Μαθηματική Μοντελοποίηση της Διεργασίας **24**
4.1 Βασικές Πληροφορίες 24
4.2 Απόκριση σε Παλμική Επιβολή 25
4.3 Δεδομένα 26
4.4 Προσομοίωση 27
4.5 Μεθοδολογίες Πρόβλεψης 31
4.5.1 Πρόβλεψη με την Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων 31
4.5.2 Αναδρομική Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων 33
5 Σχεδιασμός Συστημάτων Ελέγχου – Αποτελέσματα **36**
5.1 Στρατηγική των Προσομοιώσεων 36
5.2 Βαθμονόμηση 39
5.3 Αποτελέσματα – Συζήτηση 42
5.3.1 Τυπική Απόκλιση 43
5.3.2 Ποσοστό Τιμών Πλησίον του Στόχου 44
5.3.3 Διάβαση από τον Στόχο 45
5.3.4 Επίδραση της Ακρίβειας Πρόβλεψης του Μοντέλου 48
6 Συμπεράσματα - Προτάσεις **51**
7 Βιβλιογραφία **52**

Κατάλογος διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1: Τυπική απόκλιση από την επιθυμητή τιμή του LSF.....43
Διάγραμμα 2: Τυπική απόκλιση από την επιθυμητή τιμή του SM.....43
Διάγραμμα 3: Ποσοστό τιμών εντός εύρους 5% από την επιθυμητή τιμή του LSF.....44
Διάγραμμα 4: Ποσοστό τιμών εντός εύρους 5% από την επιθυμητή τιμή του SM.....45
Διάγραμμα 5: Καταμέτρηση διαβάσεων από την επιθυμητή τιμή του LSF.....46
Διάγραμμα 6:Καταμέτρηση διαβάσεων από την επιθυμητή τιμή του SM.....47
Διάγραμμα 7: Καταμέτρηση περιστατικών μη διάβασης εντός μεταβαλλόμενου εύρους γύρω από την επιθυμητή τιμή του LSF για 5 συνεχόμενες περιόδους λειτουργίας.....48
Διάγραμμα 8: Αποτύπωση της εξάρτησης της τυπικής απόκλισης γύρω από την επιθυμητή τιμή του LSF από τον μέσο συντελεστή συσχέτισης του προβλεπόμενου μοντέλου.....49
Διάγραμμα 9: Αποτύπωση της εξάρτησης της τυπικής απόκλισης γύρω από την επιθυμητή τιμή του SM από τον μέσο συντελεστή συσχέτισης του προβλεπόμενου μοντέλου.....49
Διάγραμμα 10:Αποτύπωση της εξάρτησης του αριθμού διαβάσεων από την επιθυμητή τιμή του LSF από τον μέσο συντελεστή συσχέτισης του προβλεπόμενου μοντέλου.....50
Διάγραμμα 11: Αποτύπωση της εξάρτησης του αριθμού διαβάσεων από την επιθυμητή τιμή του SM από τον μέσο συντελεστή συσχέτισης του προβλεπόμενου μοντέλου.....50

Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 1: Διαδικασία παραγωγής τσιμέντου 4
Εικόνα 2: Παραγωγή φαρίνας με άλεση 5
Εικόνα 3: Τυπική απόκριση συστήματος που ελέγχεται μόνο από αναλογικό στοιχείο σε βηματική μεταβολή της επιθυμητής τιμής 8
Εικόνα 4: Τυπική απόκριση συστήματος σε μεταβολή της επιθυμητής τιμής για διάφορες τιμές του συντελεστή ενίσχυσης του ολοκληρωτικού στοιχείου 9
Εικόνα 5: Τυπική απόκριση του LSF σε παλμική επιβολή στο lim. Παρατηρείται η εμφάνιση «κορυφής» και στην συνέχεια σταδιακή απόσβεση της απόκρισης, χωρίς ταλαντωτική συμπεριφορά, κάτι αναμενόμενο από την μορφή της συνάρτησης μεταφοράς (διπλοί πόλοι + πόλος στο 0) 28
Εικόνα 6: Εστίαση στα τελευταία σημεία του προηγούμενου γραφήματος. Μετά την «κορυφή» η απόκριση αποσβένεται και μετά την 5η περίοδο βρίσκεται για πρώτη φορά κάτω από το 1% του συντελεστή ενίσχυσης. Σε αυτό το σημείο θεωρείται ότι έχει αποσβεσθεί πλήρως, επομένως αποκόπτονται οι συντελεστές παλμικής απόκρισης από την 6η περίοδο και μετά 29
Εικόνα 7: Δομή ανατροφοδότησης για το συγκεκριμένο πρόβλημα 30
Εικόνα 8: Προσομοίωση της διεργασίας άλεσης φαρίνας με PID ρυθμιστή 37
Εικόνα 9:Προσομοίωση της διεργασίας άλεσης φαρίνας με DMC ρυθμιστή 38
Εικόνα 10: Διαδοχικές αναχαιτίσεις του στόχου σε ψηφιακό σύστημα. Η μαύρη διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην επιθυμητή τιμή 46

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας την διπλωματική εργασία, γεγονός που σηματοδοτεί και το τέλος των σπουδών μου στο Τμήμα Χημικών Μηχανικών, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντά μου, καθηγητή Χ. Σαρίμβεη για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε κατά την ανάθεση του θέματος και για την καθοδήγηση και υποστήριξη που παρείχε καθ' όλη την διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Αναντικατάστατη ήταν και η συμβολή του Δ. Τσαματσούλη, Χημικού Μηχανικού στην βιομηχανία τσιμέντου ΧΑΛΥΨ Α.Ε., ο οποίος παρείχε δεδομένα απαραίτητα για την διεξαγωγή της έρευνας και αφιέρωσε αρκετό χρόνο για την επεξήγηση καίριων ζητημάτων από την βιομηχανική σκοπιά. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής για τον χρόνο που διέθεσαν στην ανάγνωση της διπλωματικής μου εργασίας και την τιμή που μου έκαναν να συμμετάσχουν στην αξιολόγησή της.

Φυσικά δεν θα μπορούσα να παραλείψω την οικογένεια και τους φίλους μου, που με στήριξαν – ο καθένας με τον δικό του τρόπο – καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου και όχι μόνο.

1 Εισαγωγή

Το σκυρόδεμα είναι το ευρύτερα χρησιμοποιούμενο τεχνητό υλικό σε όρους ετήσιας μαζικής παραγωγής. Οι μηχανικές ιδιότητές του σε συνδυασμό με το χαμηλό κόστος παραγωγής το καθιστούν εξαιρετικό δομικό υλικό, κατάλληλο για την κατασκευή κατοικιών, δημοσίων κτιρίων και άλλων υποδομών. Η χρήση του σε μεγάλες ποσότητες στην συντριπτική πλειοψηφία των μόνιμων κατασκευών έχει αλλάξει την όψη των σύγχρονων πόλεων και όχι μόνο, προσφέροντας σημαντικές βελτιώσεις στην ποιότητα ζωής των ανθρώπων σε όλο τον πλανήτη [1]. Η σημαντικότητα του σκυροδέματος στην σύγχρονη εποχή, σε συνδυασμό με την ανάγκη παροχής του σε μεγάλες ποσότητες σημαίνουν πως η παραγωγή του βασικού συστατικού του – του τσιμέντου – έχει αντίκτυπο στην παγκόσμια οικονομία. Δεν προκαλεί λοιπόν έκπληξη η μεγάλη προσπάθεια που καταβάλλεται από την βιομηχανία παραγωγής τσιμέντου για την μείωση του κόστους παραγωγής, κάτι που άλλωστε μπορεί να προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα λόγω του αυξημένου ανταγωνισμού στην συγκεκριμένη αγορά [2].

Οι προσπάθειες για μείωση του κόστους παραγωγής εκτείνονται σε όλη την αλυσίδα εργασιών της παραγωγικής διαδικασίας του τσιμέντου, από την εύρεση πρακτικότερων μεθόδων εξόρυξης των πρώτων υλών ή αντικατάσταση τους με φθηνότερα υποκατάστατα, την βελτιστοποίηση των διεργασιών μετατροπής των πρώτων υλών σε τσιμέντο με σκοπό την ελαχιστοποίηση των ενεργειακών τους απαιτήσεων, έως και την εξοικονόμηση πόρων κατά την αποθήκευση και την μεταφορά τους. Μια λιγότερο προφανής αλλά σημαντική συνιστώσα της αποδοτικότητας της παραγωγής αφορά τον αποτελεσματικό έλεγχο των διεργασιών [3]. Πράγματι, η χρήση ακατέργαστων πρώτων υλών με σχετικά ασταθή σύσταση καθιστά απαραίτητη την ύπαρξη συστημάτων αυτόματου ελέγχου για την διατήρηση της ποιότητας του τελικού προϊόντος στα επιθυμητά επίπεδα. Σε αντίθετη περίπτωση μπορεί να είναι αναγκαία η απόρριψη ολόκληρων παρτίδων που δεν τηρούν τις απαραίτητες προδιαγραφές, με αρνητική επίδραση στο συνολικό κόστος της παραγωγικής διαδικασίας [4].

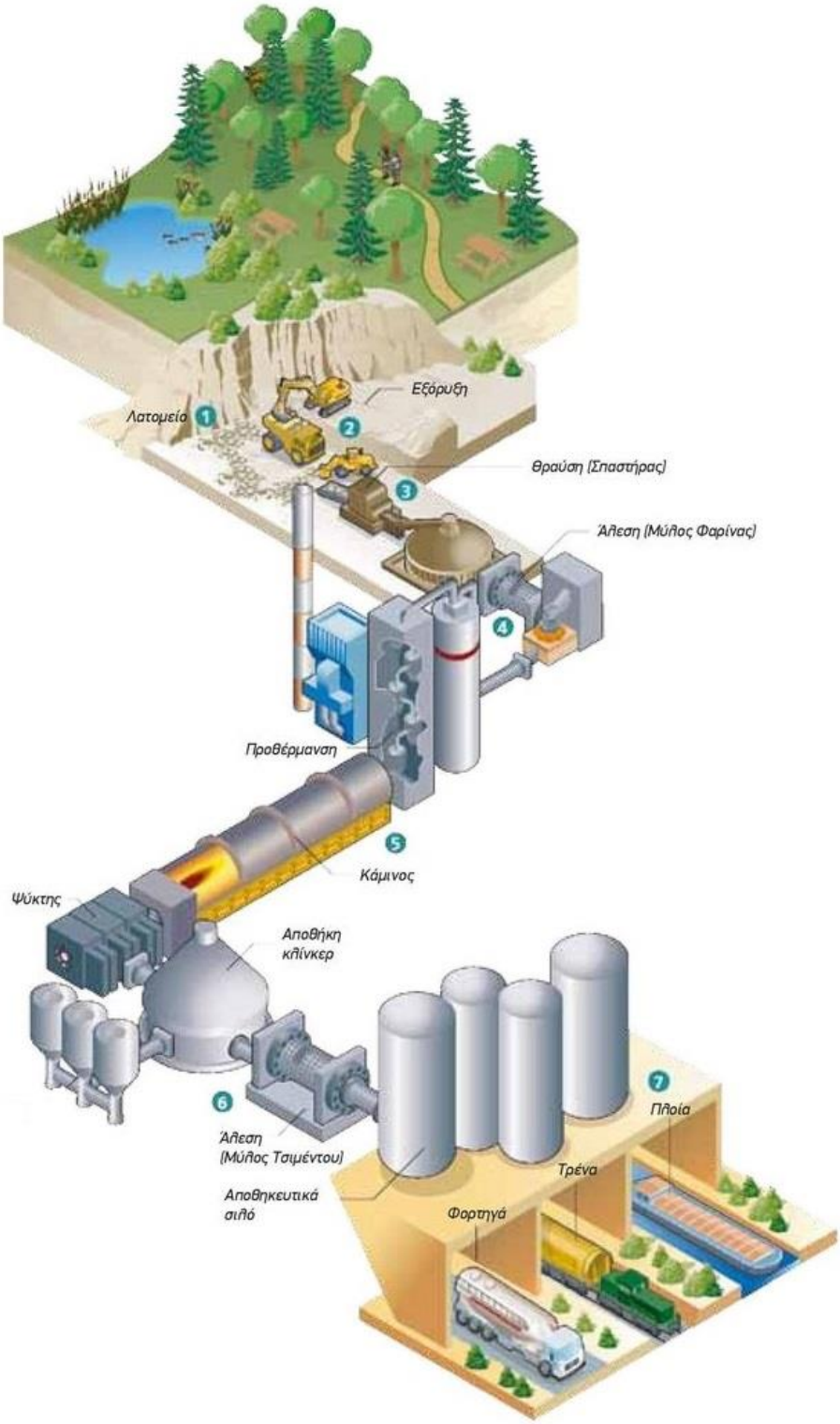
Στην παρούσα εργασία γίνεται διερεύνηση της αποτελεσματικότητας εφαρμογής προχωρημένων τεχνικών αυτόματης ρύθμισης για τον έλεγχο της διεργασίας άλεσης φαρίνας, κατά την οποία παράγεται ένα βασικό ενδιάμεσο προϊόν του τσιμέντου. Η μελέτη βασίζεται σε πραγματικά δεδομένα λειτουργίας του μύλου φαρίνας της μονάδας παραγωγής τσιμέντου της εταιρίας Halyps Cement στον Ασπρόπυργο. Βασική επιδίωξη είναι η σχεδίαση ρυθμιστή που θα οδηγήσει σε ένα πιο σταθερό ενδιάμεσο προϊόν, σε σχέση με τους ήδη χρησιμοποιούμενους. Η διάρθρωση της εργασίας ακολουθεί τα στάδια της διαδικασίας ανάπτυξης των επιλεγμένων ρυθμιστών, και εφαρμογής τους σε προσομοιωτή της διεργασίας για αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Αρχικά, αναλύεται ο ρόλος της υπό μελέτη διεργασίας στην συνολική πορεία της τσιμεντοπαραγωγής και εντοπίζονται τα βασικά στοιχεία της που θα επηρεάσουν την διαδικασία σχεδιασμού των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Στην συνέχεια περιγράφονται οι ρυθμιστικές στρατηγικές που πρόκειται να δοκιμασθούν και γίνεται μια βασική παρουσίαση της επίδρασης τους στην συμπεριφορά του συστήματος που ελέγχεται βάσει αυτών. Ακολουθεί η μαθηματική μοντελοποίηση της διεργασίας, στοιχείο απαραίτητο για την προσομοίωση της. Παράλληλα, το προκύπτον μοντέλο αξιοποιείται και για την ανάπτυξη μεθοδολογιών που μπορούν να επιτρέψουν την ακριβή πρόβλεψή του μόνο από στοιχεία εισόδου/εξόδου της διεργασίας. Σε επόμενο στάδιο γίνεται ο σχεδιασμός των

συστημάτων ελέγχου και πρόβλεψης, οπότε μπορούν να διεξαχθούν προσομοιώσεις και να επεξεργασθούν τα αποτελέσματα τους. Η μελέτη κλείνει με την εξαγωγή συμπερασμάτων και την παροχή προτάσεων για μελλοντικές μελέτες.

2 Διεργασίες Παραγωγής Φαρίνας

Η διαδικασία παραγωγής τσιμέντου ξεκινάει με την εξόρυξη των πρώτων υλών. Συνηθισμένες πρώτες ύλες είναι ο ασβεστόλιθος, η κιμωλία, οι μάργες, οι άργιλοι, οι σχιστόλιθοι και άλλα σκληρά ή ημίσκληρα υλικά. Μετά την αρχική θραύση τους οι πρώτες ύλες ξηραίνονται και αναμιγνύονται στις κατάλληλες αναλογίες, με σκοπό να οδηγηθούν στον μύλο φαρίνας, όπου γίνεται η άλεση τους για την παραγωγή του μίγματος φαρίνας (ή απλά φαρίνας), το οποίο ομογενοποιείται σε σιλό ανάμιξης. Ακολουθεί η έψηση, κατά την οποία η φαρίνα θερμαίνεται σε υψηλές θερμοκρασίες, ώστε να πραγματοποιηθούν οι χημικές δράσεις μέσω των οποίων η φαρίνα θα μετατραπεί σε κλίνκερ, βασικό συστατικό του τσιμέντου. Το κλίνκερ οδηγείται προς άλεση στον μύλο τσιμέντου, όπου αναμιγνύεται με γύψο και άλλα πρόσθετα για την παραγωγή του τελικού προϊόντος [5]. Η συνολική διαδικασία παρουσιάζεται συνοπτικά στην Εικόνα 1.

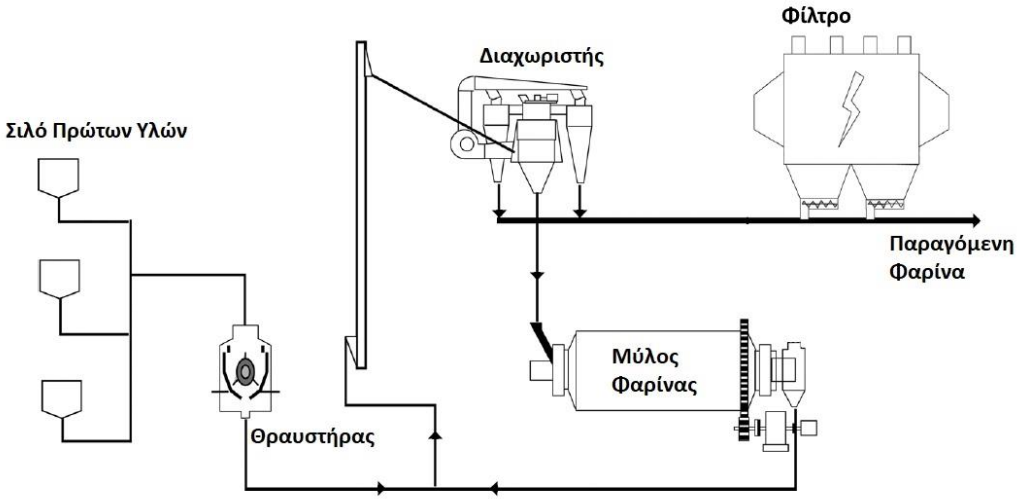
Η διεργασία της έψησης είναι κεντρικής σημασίας στην παραγωγή του τσιμέντου, καθώς κατά την διάρκεια της λαμβάνουν χώρα οι χημικές μετατροπές που είναι απαραίτητες για την παραγωγή του κλίνκερ. Τυχόν ανωμαλίες που εμφανίζονται κατά την διάρκεια της έψησης επηρεάζουν την τελική ποιότητα του κλίνκερ και μπορεί να οδηγήσουν σε ένα τελικό προϊόν που δεν τηρεί τις προδιαγραφές. Δεδομένης της σωστής λειτουργίας του εξοπλισμού που χρησιμοποιείται για την έψηση, ο κύριος παράγοντας που επηρεάζει την τελική ποιότητα του κλίνκερ είναι η ομοιογένεια της παρεχόμενης φαρίνας. Τοπικές μεταβολές στην σύσταση της φαρίνας έχουν σαν συνέπεια την εμφάνιση θερμοκρασιακών διαφορών κατά την έψηση, επηρεάζοντας την ποιότητα του παραγόμενου κλίνκερ αλλά και την άρτια λειτουργία του εξοπλισμού [1]. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να δίνεται μεγάλη προσοχή στην διεργασία άλεσης της φαρίνας, ώστε να εγγυάται η παραγωγή πλήρως ομογενοποιημένης φαρίνας, με χρονικά σταθερή σύσταση [6].



Εικόνα 1: Διαδικασία παραγωγής τσιμέντου [5]

Σε μία τυπική διεργασία παραγωγής φαρίνας, οι πρώτες ύλες τροφοδοτούνται ξεχωριστά από τα σιλό αποθήκευσής τους και αρχικά οδηγούνται σε θραυστήρα για μία πρώτη μείωση της κοκκομετρίας τους. Η έξοδος του θραυστήρα καταλήγει σε διαχωριστή, ο οποίος απομονώνει τα σωματίδια κατάλληλης κοκκομετρίας. Το κύριο μέρος της παροχής, που αποτελείται από μεγαλύτερα σωματίδια, οδηγείται για άλεση στον μύλο φαρίνας, ο οποίος στην συντριπτική πλειοψηφία των περιπτώσεων είναι ένας απλός σφαιρόμυλος. Οι αλεσμένες πρώτες ύλες οδηγούνται ξανά στον διαχωριστή, ώστε

να απομονωθεί το μέρος της παροχής που αντιστοιχεί στο τελικό προϊόν. Η φαρίνα που απομονώνεται από τον διαχωριστή ξηραίνεται με θερμό αέρα και περνάει από φίλτρα για την απομάκρυνση σωματιδίων σκόνης. Η διεργασία παρουσιάζεται σχηματικά στην Εικόνα 2.



Εικόνα 2: Παραγωγή φαρίνας με άλεση [7]

Η ποιότητα της παραγόμενης φαρίνας εξαρτάται κυρίως από την συγκέντρωση 4 οξειδίων σε αυτή. Τα οξείδια αυτά είναι τα CaO, SiO_2, Al_2O_3 και Fe_2O_3, τα οποία θα αναφέρονται στο εξής ως C, S, A και F αντίστοιχα. Βάσει των μαζικών συγκεντρώσεων αυτών των οξειδίων ορίζονται οι δείκτες ποιότητας της φαρίνας. Οι συχνότερα χρησιμοποιούμενοι εξ' αυτών είναι οι LSF (Lime Saturation Factor), SM (Silica Modulus) και AM (Alumina Modulus), που ορίζονται ως εξής [1]:

$$LSF = \frac{100 \cdot C}{2.8 \cdot S + 1.18 \cdot A + 0.65 \cdot F}$$

$$SM = \frac{S}{A + F}$$

$$AM = \frac{A}{F}$$

Στις παραπάνω σχέσεις, η ονομασία του οξειδίου αντιστοιχεί στην κατά μάζα συγκέντρωση του στην παραγόμενη φαρίνα. Προφανώς, οι δείκτες είναι αδιάστατοι και για τον υπολογισμό τους πρέπει να προσδιορισθεί η κατά μάζα περιεκτικότητα των οξειδίων στην φαρίνα. Ο προσδιορισμός αυτός γίνεται κατά κανόνα με κάποια μέθοδο ενόργανης χημικής ανάλυσης, και πιο συγκεκριμένα με φθορισμό ακτινών X (XRF – X-ray Fluorescence). Γενικά, η τιμή του LSF πρέπει να κυμαίνεται κοντά στο 100, ενώ οι αποδεκτές τιμές για το SM βρίσκονται στο εύρος 2.3-2.8 [8].

Η διατήρηση της ποιότητας της παραγόμενης φαρίνας στα επιθυμητά επίπεδα επιτυγχάνεται με την συνεχή λήψη και ανάλυση δειγμάτων φαρίνας. Βάσει των αποτελεσμάτων αυτών των αναλύσεων, γίνεται συνεχής ρύθμιση της μαζικής παροχής των πρώτων υλών από τα σιλό αποθήκευσης, ώστε να αντισταθμιστούν οι μεταβολές στους δείκτες ποιότητας της φαρίνας [9]. Στην πράξη, η προσπάθεια ελέγχου της διεργασίας δυσχεραίνεται σημαντικά λόγω κάποιων ιδιομορφιών που εμφανίζει. Πρώτον, το μεγαλύτερο μέρος των παρεχόμενων πρώτων υλών βρίσκεται για αρκετό

χρόνο σε ρεύματα ανακυκλοφορίας μεταξύ του μύλου φαρίνας και του διαχωριστή, προσδίδοντας σημαντικό νεκρό χρόνο στο σύστημα (ως νεκρός χρόνος νοείται η καθυστέρηση μεταξύ μίας αλλαγής στην είσοδο – την μαζική παροχή πρώτων υλών σε αυτή την περίπτωση – και της διαπίστωσης των αποτελεσμάτων αυτής της αλλαγής στην έξοδο, δηλαδή την σύσταση της φαρίνας) [3]. Επιπλέον, στην συντριπτική πλειοψηφία των εγκαταστάσεων παραγωγής τσιμέντου δεν γίνεται κάποιος έλεγχος της σύστασης των πρώτων υλών, παρόλο που οι πρώτες ύλες που εισάγονται στην διεργασία άλεσης πολύ συχνά εμφανίζουν σημαντική μεταβλητότητα στην σύστασή τους [10].

Η ανάγκη αντιμετώπισης αυτών των δυσκολιών υπήρξε κίνητρο για την ανάπτυξη μοντέλων που μπορούν να περιγράψουν με ακρίβεια την διεργασία παραγωγής φαρίνας. Μέχρι σήμερα, έχουν γίνει προσπάθειες για την μοντελοποίηση της διεργασίας ως ένα γραμμικό [11] ή μη γραμμικό σύστημα [12], με χρήση στοχαστικών μεθόδων [13], [14] και με πιο σύνθετες μεθόδους μηχανικής μάθησης [15]. Απώτερος σκοπός είναι η χρήση αυτών των μοντέλων για τον σχεδιασμό εξελιγμένων ρυθμιστών, ικανών να διατηρήσουν την ποιότητα της φαρίνας σε αποδεκτά επίπεδα, παρά τις ιδιαιτερότητες της διεργασίας. Από την αξιοποίηση αυτών των μοντέλων έχουν προκύψει μεθοδολογίες σχεδιασμού προβλεπτικών [16], προσαρμοστικών [17] και αυτορρυθμιζόμενων [18] ρυθμιστών. Όπως είναι φυσικό, αντίστοιχες μεθοδολογίες έχουν αναπτυχθεί και για απλούς PID ρυθμιστές [19], [7], [20], [21], οι οποίοι συνεχίζουν να χρησιμοποιούνται κατά κόρον σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις άλεσης φαρίνας, παρά την σχετική επιτυχία των πιο εξελιγμένων μεθοδολογιών ρύθμισης.

3 Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου

3.1 PID Ρυθμιστής

3.1.1 Ιστορικά Στοιχεία

Οι ρυθμιστές τύπου PID είναι από τους πρώτους που χρησιμοποιήθηκαν σε μηχανολογικό εξοπλισμό. Ήδη από τα μέσα του 19ου αιώνα τέτοιου τύπου ρυθμιστές είχαν εκτεταμένη χρήση στην ρύθμιση ταχύτητας ατμομηχανών και την διατήρηση πορείας πλοίων, παρόλο που ακόμα δεν είχαν μελετηθεί συστηματικά και η εφαρμογή τους ήταν σε μεγάλο βαθμό εμπειρική [22]. Η πρώτη θεωρητική προσέγγιση του αντικειμένου, που έθεσε τις μαθηματικές βάσεις της PID ρυθμιστικής στρατηγικής, έγινε το 1922 από τον Nicolas Minorsky [23]. Η δουλειά του ευθύνεται σε μεγάλο βαθμό για την ορολογία που συναντάται στην σύγχρονη βιβλιογραφία και έθεσε τις βάσεις για την μελέτη της ευστάθειας των ρυθμιζόμενων συστημάτων [22]. Η δυνατότητα κατασκευής μηχανικών ρυθμιστών PID που λειτουργούσαν με πνευματικά σήματα είχε σαν αποτέλεσμα την διάδοση της χρήσης τους στην βιομηχανία. Από το 1950 και μετά άρχισαν σταδιακά να αντικαθίστανται από αναλογικούς, αργότερα από ψηφιακούς, ηλεκτρονικούς ρυθμιστές. Παρόλα αυτά, οι πνευματικοί ρυθμιστές ακόμα συναντώνται σε κάποιες περιπτώσεις λόγω των πλεονεκτημάτων χρήσης πνευματικών σημάτων για την μετακίνηση βαλβίδων [24]. Οι PID ρυθμιστές όχι απλώς έχουν επιβιώσει από μια σειρά τεχνολογικών εξελίξεων που έχουν αλλάξει την όψη του κόσμου, αλλά είναι η μακράν δημοφιλέστερη μορφή ρύθμισης και αποτελούν περίπου το 95% όλων των κόμβων ανατροφοδότησης στην σύγχρονη βιομηχανία. Επιπλέον, η ανάπτυξη των μικροϋπολογιστών έχει δώσει την δυνατότητα προσθήκης νέων χαρακτηριστικών στους PID ρυθμιστές, διευρύνοντας την δυνατότητα εφαρμογών τους [25].

3.1.2 Μαθηματική Διατύπωση – Χαρακτηριστικά

Η μαθηματική μορφή του PID ρυθμιστή σε συνεχή χρόνο δίνεται από την σχέση [25]:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \int_0^t e(\tau)d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \tag{1}$$

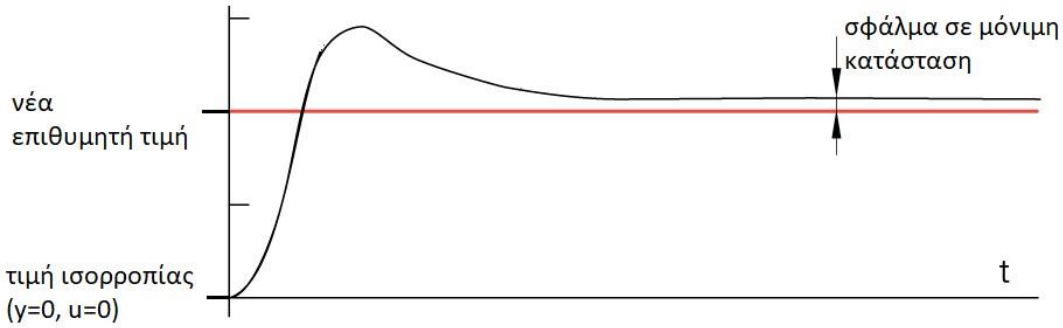
όπου u η τιμή της μεταβλητής εισόδου, e η απόκλιση της μεταβλητής εξόδου από την επιθυμητή τιμή και K_p, K_i, K_d βαθμωτές παράμετροι που ονομάζονται συντελεστές ενίσχυσης.

Από την εξ.(1) γίνεται εμφανής η ονομασία PID για αυτή την κατηγορία ρυθμιστών. Η τιμή της εισόδου κάθε χρονική στιγμή εξαρτάται από τρεις όρους. Ο πρώτος επηρεάζει την είσοδο αναλογικά με την απόκλιση από την επιθυμητή τιμή (Αναλογικό μέρος – Proportional), ο δεύτερος μεταβάλλει την είσοδο ανάλογα με το ολοκλήρωμα της απόκλισης (Ολοκληρωτικό μέρος – Integral), και ο τρίτος ανάλογα με τον ρυθμό μεταβολής της (Διαφορικό μέρος – Differential). Ο κάθε όρος επηρεάζει με διαφορετικό τρόπο την συμπεριφορά του ρυθμιστή [26]:

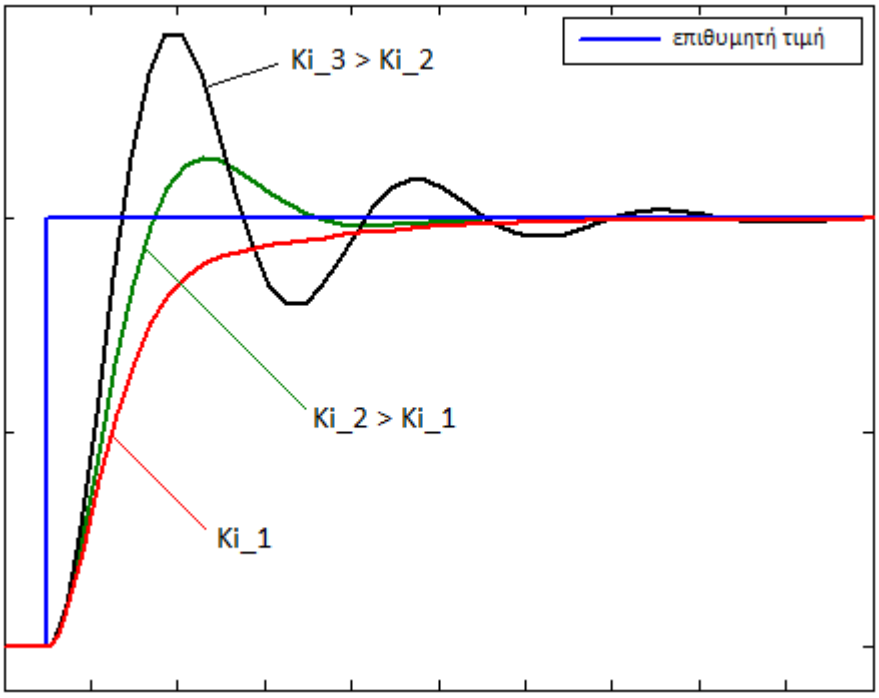
- Η λογική πίσω από το αναλογικό μέρος είναι απλή: Μεγάλες αποκλίσεις από την επιθυμητή τιμή οδηγούν και σε αναλογικά μεγαλύτερες μεταβολές της μεταβλητής εισόδου, ώστε να αντιμετωπιστεί η απόκλιση. Η ευαισθησία του αναλογικού μέρους καθορίζεται από τον συντελεστή ενίσχυσης K_p: Μεγάλες

τιμές του (θετικές ή αρνητικές) οδηγούν σε σημαντικές μεταβολές της εισόδου για μικρές αποκλίσεις, και αντίστροφα. Σύμφωνα με τις θεωρίες βαθμονόμησης PID αλλά και εμπειρικά βιομηχανικά δεδομένα, ο αναλογικός όρος έχει κατά κανόνα την σημαντικότερη συνεισφορά στο ρυθμιστικό σήμα.

- Προκειμένου να έχει ρυθμιστική δράση το αναλογικό μέρος, πρέπει $e(t) \neq 0$. Αυτό δημιουργεί πρόβλημα στην επίτευξη της επιθυμητής τιμής σε μόνιμες συνθήκες, εφόσον το αναλογικό μέρος απαιτεί την ύπαρξη σφάλματος για να διατηρήσει την είσοδο σε μία σταθερή τιμή. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση που $e = 0$ όταν $u = 0$ σε μόνιμες συνθήκες λειτουργίας, κάτι που ούτως ή άλλως δεν αντιπροσωπεύει ένα πραγματικό πρόβλημα ρύθμισης, στο οποίο υπεισέρχονται οι εξωτερικές διαταραχές. Σε κάθε περίπτωση λοιπόν, το αναλογικό μέρος αδυνατεί από μόνο του να διατηρήσει σε μόνιμη βάση την επιθυμητή τιμή εξόδου και θα εμφανίζει μια σταθερή απόκλιση από αυτή (Εικόνα 3). Για τον λόγο αυτό εισάγεται ο ολοκληρωτικός όρος, η επίδραση του οποίου αυξάνεται σταδιακά, μέχρι να μηδενιστεί το e. Με αυτό τον τρόπο, είναι εφικτή η θεωρητική επίτευξη της επιθυμητής τιμής σε μόνιμες συνθήκες. Όμως, η συνεισφορά της ολοκληρωτικής δράση μπορεί να αυξηθεί σημαντικά από παρελθοντικές αποκλίσεις και να οδηγήσει σε σημαντική υπέρβαση (overshoot) ή πολλαπλές υπερβάσεις της επιθυμητής τιμής, πριν την επίτευξη της. Η συμπεριφορά αυτή μπορεί να μετριασθεί με κατάλληλη επιλογή του συντελεστή ενίσχυσης K_i (Εικόνα 4).
- Το διαφορικό μέρος του ρυθμιστή δρα «προληπτικά» σε περιπτώσεις που η απόκλιση παρουσιάζει απότομη τάση μεταβολής. Κατά τις πρώτες στιγμές εμφάνισης τέτοιας συμπεριφοράς, η τιμή της απόκλισης δεν αλλάζει σημαντικά, με αποτέλεσμα να μην μεταβάλλεται αρκετά το ρυθμιστικό σήμα που παρέχεται από το αναλογικό και ολοκληρωτικό στοιχείο. Η τάση για απότομη αύξηση της απόκλισης αποτυπώνεται από την παράγωγό της, η οποία παίρνει μεγαλύτερες τιμές. Οι μεγαλύτερες τιμές της παραγώγου αυξάνουν την συνεισφορά του διαφορικού στοιχείου, που δρα με σκοπό να αποτραπεί η περαιτέρω αύξηση της απόκλισης. Στην πράξη, σπάνια χρησιμοποιείται αυτούσια η έκφραση της παραγώγου για το διαφορικό στοιχείο, καθώς μπορεί να έχει απρόβλεπτη συμπεριφορά λόγω θορύβου. Συνήθως συνδυάζεται με κάποιο εξομαλυντικό φίλτρο για την αποτροπή υπολογισμού πολύ μεγάλων τιμών της παραγώγου.



Εικόνα 3: Τυπική απόκριση συστήματος που ελέγχεται μόνο από αναλογικό στοιχείο σε βηματική μεταβολή της επιθυμητής τιμής



Εικόνα 4: Τυπική απόκριση συστήματος σε μεταβολή της επιθυμητής τιμής για διάφορες τιμές του συντελεστή ενίσχυσης του ολοκληρωτικού στοιχείου

Για την εφαρμογή του PID ρυθμιστή σε ψηφιακό σύστημα, χρειάζεται αντίστοιχα και η ψηφιακή μορφή του ρυθμιστή [27]:

$$u(k) = K_p \cdot e(k) + K_i \cdot T \sum_{j=0}^{k} e(j) + K_d \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \tag{2}$$

όπου T είναι ο χρόνος δειγματοληψίας του σήματος.

Στις παραπάνω διατυπώσεις του PID ρυθμιστή, η μεταβλητή εισόδου u έχει εκφρασθεί σαν μεταβλητή απόκλισης, δηλαδή σαν την διαφορά της πραγματικής τιμής της, u_{real} από μια τιμή ισορροπίας u_0:

$$u(t) = u_{real}(t) - u_0$$

με u_0 τέτοιο ώστε $y = 0$ όταν $u_{real} = u_0$ σε μόνιμες συνθήκες (έχοντας φυσικά ορίσει και το y σαν μεταβλητή απόκλισης). Υπάρχει περίπτωση να μην είναι γνωστές οι τιμές ισορροπίας των μεταβλητών εισόδου, ή να μεταβάλλονται σημαντικά με την πάροδο του χρόνου αν η ρυθμιζόμενη διεργασία δεν έχει σταθερή δυναμική συμπεριφορά. Για την παράκαμψη αυτού του προβλήματος, η έκφραση του ρυθμιστή μπορεί να τροποποιηθεί ώστε να υπολογίζεται η διαφορά Δu μεταξύ της τρέχουσας και της προηγούμενης εισόδου, με αποτέλεσμα να μην απαιτείται η γνώση του u_0. Εφόσον $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, από την εξ.(2) προκύπτει

$$\Delta u(k) = \left(K_p + K_i \cdot T + \frac{K_d}{T}\right) e(k) - \left(K_p + 2\frac{K_d}{T}\right) e(k-1) + \frac{K_d}{T} e(k-2) \tag{3}$$

Αυτή είναι η επονομαζόμενη «μορφή ταχύτητας» του ψηφιακού PID ρυθμιστή [27]. Για την βαθμονόμηση του ρυθμιστή, δηλαδή την επιλογή των παραμέτρων K_p, K_i, K_d έτσι

ώστε να έχει το σύστημα την επιθυμητή συμπεριφορά, υπάρχει πληθώρα μεθόδων. Οι βασικότερες μεθοδολογίες βαθμονόμησης PID μπορούν να βρεθούν στο [28], αλλά δεν θα αξιοποιηθούν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, για αυτό και δεν παρουσιάζονται εδώ.

3.2 Προβλεπτικός Ρυθμιστής DMC

3.2.1 Ιστορικά Στοιχεία – Γενική Επισκόπηση

Η ιδέα του Προβλεπτικού Ελέγχου (Model Predictive Control – MPC) αφορά ένα μεγάλο εύρος μεθοδολογιών ρύθμισης που αξιοποιούν το μοντέλο μιας διεργασίας για τον υπολογισμό του ρυθμιστικού σήματος, ελαχιστοποιώντας μια κατάλληλα επιλεγμένη αντικειμενική συνάρτηση [29]. Οι πρώτες εφαρμογές προβλεπτικού ελέγχου εμφανίστηκαν στα τέλη της δεκαετίας του 70, και μάλιστα σε τομείς βιομηχανικού ενδιαφέροντος. Χαρακτηριστικότερα αυτής της περιόδου αποτελούν οι μελέτες των Richalet et al. [30], [31] και Cutler & Ramaker [32]. Κατά την επόμενη δεκαετία οι στρατηγικές MPC διαδόθηκαν κυρίως στην χημική βιομηχανία, και κυρίως τα πετροχημικά [33]. Αυτή την περίοδο αναπτύχθηκε και η μεθοδολογία GPC (Generalized Predictive Control) [34], [35], που αποτελεί μέχρι σήμερα μια από τις δημοφιλέστερες μορφές προβλεπτικού ελέγχου στην βιομηχανία. Παράλληλα, ξεκίνησε η ανάπτυξη μεθοδολογιών προσαρμοστικού ελέγχου (adaptive control) βασιζόμενων στις αρχές του MPC. Παραδείγματα τέτοιων εφαρμογών υπάρχουν στα [36], [37], [38]. Στα χρόνια που ακολούθησαν μέχρι σήμερα, ο προβλεπτικός έλεγχος έχει εφαρμοσθεί επιτυχημένα σε ποικιλία βιομηχανικών διεργασιών, όπως πύργους ψύξης, αποστακτικές στήλες και γεννήτριες ατμού. Επίσης, επιτυχημένες εφαρμογές του έχουν γίνει στην ρομποτική και την ιατρική, όπου χρησιμοποιείται για την κίνηση ρομποτικών μελών και την χορήγηση αναισθητικού αντίστοιχα [39].

Το MPC οφείλει την δημοφιλία του σε μία σειρά πλεονεκτημάτων που εμφανίζει, έναντι άλλων στρατηγικών ελέγχου. Η δυνατότητα χρήσης των στρατηγικών MPC με μοντέλα πολλών διαφορετικών μορφών τις καθιστά κατάλληλες για τον έλεγχο μεγάλου αριθμού διαφορετικών διεργασιών, συμπεριλαμβανομένων διεργασιών με σημαντικό νεκρό χρόνο ή ασταθών διεργασιών. Επιπλέον, η επέκταση της χρήση του MPC σε διεργασίες πολλαπλών εισόδων – εξόδων είναι εξαιρετικά απλή και υπάρχει δυνατότητα εισαγωγής περιορισμών χωρίς σημαντικές αλλαγές στην δομή του ρυθμιστή. Αυτά τα χαρακτηριστικά καθιστούν το MPC ικανό να αντιμετωπίσει με απλό και άμεσο τρόπο περιπτώσεις όπου πιο παραδοσιακά συστήματα αποτυγχάνουν ή απαιτούν περίπλοκες τροποποιήσεις για να εφαρμοσθούν. Στον αντίποδα των προηγούμενων, το MPC εμφανίζει και σημαντικά μειονεκτήματα που δεν επιτρέπουν την χρήση του σε πολλές περιπτώσεις. Ένα τέτοιο πρόβλημα είναι η αυξημένη πολυπλοκότητα των υπολογισμών που απαιτούνται για τον καθορισμό των μελλοντικών εισόδων. Σε περιπτώσεις που είναι αναγκαία η πολύ συχνή ανανέωση των ρυθμιστικών εντολών υπάρχει περίπτωση να μην αρκεί ο χρόνος για την ολοκλήρωση των υπολογισμών. Η σημαντική ανάπτυξη των υπολογιστών που παρατηρείται τα τελευταία χρόνια τείνει να εξαλείψει αυτό το πρόβλημα, αφήνοντας σαν αδύναμο σημείο των MPC στρατηγικών την ανάγκη ύπαρξης ακριβούς μοντέλου της ελεγχόμενης διεργασίας. Εφόσον το μοντέλο χρησιμοποιείται για τις προβλέψεις των μελλοντικών τιμών των εξόδων, ένας προβλεπτικός ρυθμιστής δεν είναι κατάλληλος για χρήση σε περιπτώσεις που το μοντέλο της διεργασίας είναι ανακριβές ή δεν υπάρχει [29].

3.2.2 Μαθηματική Θεμελίωση

Η απόκριση ενός οποιουδήποτε γραμμικού και χρονικά ανεξάρτητου ψηφιακού συστήματος (Linear Time Invariant – LTI) μπορεί να προσδιορισθεί από το άθροισμα συνέλιξης [40]. Η k-οστή τιμή της απόκρισης, $y(k)$, του συστήματος για οποιαδήποτε είσοδο $u(t)$ υπολογίζεται από την σχέση:

$$y(k) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} h_j \cdot u(k-j) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} h_{k-j} \cdot u(j)$$

όπου h_i είναι η i-οστή τιμή της απόκρισης του συστήματος σε παλμική επιβολή που εφαρμόζεται σε χρόνο $t = 0$.

Για ένα ψηφιακό σύστημα με περίοδο δειγματοληψίας (χρόνος μεταξύ διαδοχικών μετρήσεων) T_s, ως παλμική επιβολή ορίζεται η μοναδιαία βηματική επιβολή διάρκειας T_s [41]. Αν υπάρχει αιτιατική σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου και το σύστημα είναι ευσταθές, η απόκριση σε αυτή την επιβολή εμφανίζεται το νωρίτερο ταυτόχρονα με την εφαρμογή της επιβολής και τείνει στο 0 με την πάροδο του χρόνου. Αν η επιβολή εφαρμοσθεί σε χρόνο $t = 0$ και η απόκριση πρακτικά αποσβένεται μετά από $n + 1$ περιόδους, η απόκριση σε παλμική επιβολή ορίζεται ως:

$$h_0 = y(0), h_1 = y(T_s), \dots, h_n = y(nT_s) \quad \text{και} \quad h_i = 0,\ i > n \quad \text{ή} \quad i < 0$$

Στην συντριπτική πλειοψηφία των εφαρμογών ρύθμισης ενός ψηφιακού συστήματος, η τιμής της μεταβλητής εισόδου την χρονική στιγμή k, $u(k)$, υπολογίζεται αμέσως μετά την λήψη της μέτρησης $y(k)$. Μπορεί να θεωρηθεί ότι η είσοδος δεν επηρεάζει άμεσα την έξοδο, οπότε $h_0 = 0$. Το άθροισμα συνέλιξης τελικά παίρνει την μορφή:

$$y(k) = \sum_{j=1}^{n} h_j \cdot u(k-j) = \sum_{j=1}^{n} h_{k-j} \cdot u(j) \tag{4}$$

Σε περίπτωση που η έξοδος εξαρτάται από παραπάνω από μια είσοδο, η τελική της τιμή προκύπτει από το άθροισμα των επιδράσεων κάθε εισόδου, λόγω γραμμικότητας [40].

Συνεχίζοντας την ανάλυση για σύστημα μιας εισόδου/εξόδου, το άθροισμα συνέλιξης μπορεί να γραφεί διαφορετικά:

$$\sum_{j=1}^{n} h_j \cdot u(k-j) = h_1\big(u(k-1) - u(k-2)\big) + (h_1 + h_2)\big(u(k-2) - u(k-3)\big) + \cdots$$

$$(h_1 + h_2 \dots + h_{n-1})\big(u(k-n+1) - u(k-n)\big) + (h_1 + h_2 \dots + h_n)u(k-n)$$

Αν ορισθούν τα:

$$s_r = \textstyle\sum_{j=1}^{r} h_j \quad \text{και} \quad \Delta u(l) = u(l) - u(l-1)$$

Τότε:

$$y(k) = \sum_{j=1}^{n} h_j \cdot u(k-j) = \sum_{j=1}^{n-1} s_j \cdot \Delta u(k-j) + s_n \cdot u(k-n) \qquad (5)$$

Αξίζει να αναφερθεί ότι η παράμετρος s_r, όπως ορίσθηκε, αντιστοιχεί στην τιμή της μεταβλητής εξόδου r περιόδους αφού ασκηθεί μοναδιαία βηματική επιβολή στην είσοδο την χρονική στιγμή $t = 0$. Από την μαθηματική έκφραση που δόθηκε για το s_r προκύπτουν:

$$s_r = 0, \;\; r < 0 \quad \text{και} \quad s_r = s_n, \;\; r > n$$

που βρίσκονται σε συμφωνία με τον χαρακτηρισμό του s_r ως απόκριση σε μοναδιαία βηματική επιβολή [41].

Προκαθορίζοντας τις τιμές της μεταβλητής εισόδου και δεδομένης της ύπαρξης ενός μοντέλου απόκρισης σε παλμική επιβολή, είναι δυνατόν να προβλεφθούν οι μελλοντικές τιμές της μεταβλητής εξόδου. Πιο συγκεκριμένα, βάσει της εξ.(4), η τιμή της εξόδου i περιόδους μετά την k-οστή στιγμή προκύπτει ως εξής:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^{n} h_j \cdot u(k+i-j)$$

Αυτή η πρόβλεψη βασίζεται μόνο στο υπάρχον μοντέλο, το οποίο δεν είναι απόλυτα ακριβές λόγω της ύπαρξης διαταραχών. Σε αυτή τη μελέτη ακολουθείται η προσέγγιση της τεχνικής DMC (Dynamic Matrix Control), και θεωρείται πως οι διαταραχές παραμένουν σταθερές, οπότε μπορούν να υπολογισθούν συγκεντρωτικά από την διαφορά μεταξύ της τρέχουσας τιμής της μεταβλητής εξόδου και της τιμής που θα πρόκυπτε αν το μοντέλο ήταν απόλυτα ακριβές [32]. Αυτή η θεώρηση έχει ρυθμιστικό αποτέλεσμα αντίστοιχο με αυτό του ολοκληρωτικού στοιχείου ενός PID ρυθμιστή [42].

$$d(k) = y_{real}(k) - y_{model}(k) = y(k) - \sum_{j=1}^{n} h_j \cdot u(k-j) \qquad (6)$$

Άρα η μελλοντική τιμή $y(k+i)$ δίνεται από την σχέση:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^{n} h_j \cdot u(k+i-j) + d(k)$$

Για $i < n$:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^{i+1} h_j \cdot u(k+i-j) + \sum_{j=i+2}^{n} h_j \cdot u(k+i-j) + d(k)$$

Γράφοντας τον 1ο όρο του δεξιού μέλους της παραπάνω σχέσης χρησιμοποιώντας την εξ.(5), και αλλάζοντας τον δείκτη αρίθμησης του 2ου όρου:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^{i} s_j \cdot \Delta u(k+i-j) + s_{i+1} \cdot u(k-1) + \sum_{j=2}^{n-i} h_{j-i} \cdot u(k-j) + d(k)$$

Και τελικά, αναλύοντας τον όρο $d(k)$:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^{i} s_j \cdot \Delta u(k+i-j) + (s_{i+1} - h_1)u(k-1)$$
$$+ \sum_{j=2}^{n-i} (h_{j+i} - h_j)u(k-j) - \sum_{j=n-i+1}^{n} h_j \cdot u(k-j) + y(k) \tag{7}$$

Ακολουθώντας αντίστοιχη στρατηγική για την περίπτωση που $i \geq n$:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^{n-1} s_j \cdot \Delta u(k+i-j) + s_n \cdot u(k+i-n) + d(k)$$

Εύκολα αποδεικνύεται ότι: $u(k+i-n) = u(k-1) + \sum_{j=0}^{i-n} \Delta u(k+j)$, οπότε:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^{n-1} s_j \cdot \Delta u(k+i-j) + s_n \sum_{j=0}^{i-n} \Delta u(k+j) +$$
$$(s_n - h_1)u(k-1) - \sum_{j=2}^{n} h_j \cdot u(k-j) + y(k) \tag{8}$$

Στις εξαχθείσες σχέσεις πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών της εξόδου, έχουν ομαδοποιηθεί οι συνεισφορές από τις παρελθοντικές εισόδους και από αυτές που έχουν «προγραμματιστεί» για το μέλλον. Μάλιστα, οι μελλοντικές είσοδοι εκφράζονται σαν μεταβολές της αμέσως προηγούμενης τους εισόδου, με τον όρο $\Delta u(t)$. Πράγματι, στις παραπάνω σχέσεις η αρίθμηση σε όλες τις περιπτώσεις ξεκινάει από το $\Delta u(k)$, και έχει αύξουσα πορεία. Να σημειωθεί πως το $\Delta u(k)(= u(k) - u(k-1))$, θεωρείται μελλοντική είσοδος σε επίπεδο ρύθμισης διότι η απόφαση για την τιμή της $u(k)$ γενικά εξαρτάται από την $y(k)$. Άρα την στιγμή που λαμβάνεται η πληροφορία για την $y(k)$, η $u(k)$ δεν είναι ακόμα γνωστή. Σκοπός της εφαρμογής του προβλεπτικού ελέγχου είναι ο κατά κάποιον τρόπο «προγραμματισμός» των μελλοντικών εισόδων (ή των μεταβολών τους, όπως φαίνεται εδώ), με σκοπό την επίτευξη ορισμένων στόχων.

Για πρακτικούς λόγους, η μελέτη της μελλοντικής συμπεριφοράς του συστήματος περιορίζεται σε ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα, που ονομάζεται ορίζοντας πρόβλεψης. Όταν το μήκος του ορίζοντα πρόβλεψης είναι p, σημαίνει πως ενδιαφέρουν οι τιμές της μεταβλητής εξόδου από την $y(k+1)$ έως και την $y(k+p)$. Αντίστοιχα, επιλέγεται και ένας συγκεκριμένος αριθμός μελλοντικών μεταβολών της μεταβλητής εισόδου που μπορούν να καθορισθούν από τον χρήστη, που ονομάζεται ορίζοντας ελέγχου. Ορίζοντας ελέγχου μήκους m σημαίνει πως μπορούν να επιλεγούν οι τιμές του Δu από το $\Delta u(k)$ έως το $\Delta u(k+m-1)$. Δεν έχει νόημα το m να είναι μεγαλύτερο του p, γιατί οι τιμές των μεταβλητών εισόδου μετά την χρονική στιγμή $k+p-1$ δεν επηρεάζουν τις τιμές της εξόδου εντός του ορίζοντα πρόβλεψης. Για περιόδους μετά την $k+m-1$ θεωρείται ότι $\Delta u = 0$.

Από τις εξ.(7),(8) φαίνεται πως οι μελλοντικές τιμές της μεταβλητής εξόδου προκύπτουν από γραμμικό συνδυασμό των παρελθοντικών και μελλοντικών τιμών της

μεταβλητής εισόδου. Επομένως οι υπολογισμοί μπορούν να γραφούν με την μορφή πινάκων:

$$y = \boldsymbol{\Theta} \cdot \Delta u + \boldsymbol{E} \cdot u + y_k \tag{9}$$

Όπου y είναι το διάνυσμα των μελλοντικών τιμών της μεταβλητής εξόδου εντός του ορίζοντα πρόβλεψης:

$$y = \begin{bmatrix} y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+p) \end{bmatrix}$$

Δu είναι το διάνυσμα των μελλοντικών μεταβολών στην είσοδο:

$$\Delta u = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1) \end{bmatrix}$$

u είναι το διάνυσμα των παρελθοντικών εισόδων:

$$u = \begin{bmatrix} u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n) \end{bmatrix}$$

y_k είναι ένα διάνυσμα ίδιων διαστάσεων με το y, που κάθε στοιχείο του περιέχει την τρέχουσα τιμή της μεταβλητής εξόδου:

$$y_k = \left.\begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}\right\} p$$

Έστω ότι $p = m > n$. Οι πίνακες δομούνται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+n) \\ y(k+n+1) \\ \vdots \\ y(k+p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ s_2 & s_1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n & s_{n-1} & \cdots & s_1 & \cdots & 0 \\ s_n & s_n & \cdots & s_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n & s_n & \cdots & s_{p-n} & \cdots & s_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+n) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1) \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} s_2 - h_1 & h_3 - h_2 & \cdots & -h_n \\ s_3 - h_1 & h_4 - h_2 & \cdots & -h_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n - h_1 & -h_2 & \cdots & -h_n \\ s_n - h_1 & -h_2 & \cdots & -h_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n - h_1 & -h_2 & \cdots & -h_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-2) \\ \vdots \\ u(k-n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix} \tag{10}$$

Για $m < p$ η δομή του προβλήματος παραμένει ίδια απλώς αφαιρώντας τις $p - m$ τελευταίες στήλες του πίνακα $\boldsymbol{\Theta}$. Αντίστοιχα, σε περίπτωση που $p' \leq n$, διατηρούνται μόνο οι p' πρώτες σειρές των πινάκων που παρουσιάζονται παραπάνω.

Στην ρύθμιση δεν ενδιαφέρει τόσο η τιμή της μεταβλητής εξόδου, όσο η απόκλιση της από μια επιθυμητή τιμή. Στην περίπτωση που αυτή η επιθυμητή τιμή είναι χρονικά σταθερή και ίση με y_{sp}, μπορεί εύκολα να ορισθεί το διάνυσμα των μελλοντικών αποκλίσεων, e.

$$e = \begin{bmatrix} y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+p) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{sp} \\ \vdots \\ y_{sp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e(k+1) \\ \vdots \\ e(k+p) \end{bmatrix}$$

Η αντίστοιχη αλλαγή μπορεί να γίνει εύκολα και στο δεξί μέλος της εξ.(9), αφαιρώντας το διάνυσμα των y_{sp} από το y_k:

$$d = \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{sp} \\ \vdots \\ y_{sp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(k) - y_{sp} \\ \vdots \\ y(k) - y_{sp} \end{bmatrix}$$

Να σημειωθεί ότι το διάνυσμα d διαφέρει από τον όρο $d(k)$ της εξ.(6). Συμπεριλαμβάνοντας αυτές τις αλλαγές προκύπτει:

$$e = \boldsymbol{\Theta} \cdot \Delta u + \boldsymbol{E} \cdot u + d \tag{11}$$

Στην παραπάνω σχέση μπορεί να επιλεγεί κατάλληλα το διάνυσμα Δu, που αφορά τις μελλοντικές τιμές της εισόδου, ώστε να επιτευχθούν κάποιοι στόχοι για τις προβλεπόμενες αποκλίσεις, e. Ένας λογικός στόχος για την επίτευξη μικρών μελλοντικών αποκλίσεων είναι η ελαχιστοποίηση κάποιας σχετικής αντικειμενικής συνάρτησης. Συνηθισμένη επιλογή αντικειμενικής συνάρτησης είναι το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων σε κάθε περίοδο, που «ζυγίζονται» με κάποιον παράγοντα:

$$J = w_1 \cdot e^2(k+1) + w_2 \cdot e^2(k+2) \ldots + w_p \cdot e^2(k+p)$$

Προφανώς και για τους παράγοντες θα πρέπει να ισχύει $w_i \geq 0$. Συγκριτικά μεγαλύτερες τιμές αυτής της παραμέτρου αυξάνουν την συνεισφορά της αντίστοιχης απόκλισης. Με αυτό τον τρόπο δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στην μείωση συγκεκριμένων αποκλίσεων, κατευθύνοντας την επιλογή του Δu.

Η συνάρτηση αυτή μπορεί να εκφρασθεί και πιο συνοπτικά:

$$J = e^{\mathsf{T}} \boldsymbol{W} e$$

Όπου ο $\boldsymbol{W}$ είναι τετραγωνικός πίνακας που φέρει στην διαγώνιο του τους παράγοντες w_i και έχει μηδενικά τα υπόλοιπα στοιχεία.

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & w_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & w_p \end{bmatrix}$$

Για να αποφευχθεί η επιλογή πολύ μεγάλων μεταβολών στην μεταβλητή εισόδου, μπορεί να εισαχθεί με τον ίδιο τρόπο και ο όρος Δu στην αντικειμενική συνάρτηση:

$$J = e^{\intercal}\boldsymbol{W}e + \Delta u^{\intercal}\boldsymbol{R}\Delta u \qquad (12)$$

Ο πίνακας $\boldsymbol{R}$ έχει αντίστοιχο ρόλο και δομή με τον $\boldsymbol{W}$, επιβαρύνοντας επιλεκτικά τα στοιχεία του Δu, τα οποία με την σειρά τους επιβαρύνουν την αντικειμενική συνάρτηση καθώς αυξάνονται οι τιμές τους.

Σκοπός είναι η εύρεση του Δu για το οποίο ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση. Σε αυτό το σημείο η κλίση της συνάρτησης μηδενίζεται ($\nabla J = 0$). Για να υπολογιστεί η κλίση, πρέπει πρώτα η αντικειμενική συνάρτηση να εκφρασθεί μόνο ως προς το Δu, που είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή. Από την εξ.(11), και αν τεθεί $f = \boldsymbol{E} \cdot u + d$:

$$J = (\boldsymbol{\Theta} \cdot \Delta u + f)^{\intercal}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\Theta} \cdot \Delta u + f) + \Delta u^{\intercal}\boldsymbol{R}\Delta u$$

Αναλύοντας τον πρώτο όρο του δεξιού μέλους, τελικά προκύπτει:

$$J = \Delta u^{\intercal}\boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta}\Delta u + f^{\intercal}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta}\Delta u + \Delta u^{\intercal}\boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}f + f^{\intercal}\boldsymbol{W}f + \Delta u^{\intercal}\boldsymbol{R}\Delta u \qquad (13)$$

Από την παραπάνω εξίσωση υπολογίζεται η κλίση της J:

$$\nabla J = 2 \cdot \boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta}\Delta u + (f^{\intercal}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta})^{\intercal} + \boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}f + 2 \cdot \boldsymbol{R}\Delta u$$

Επειδή ο $\boldsymbol{W}$ είναι διαγώνιος, $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W}^{\intercal}$, οπότε:

$$\nabla J = 2 \cdot (\boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R})\Delta u + 2 \cdot \boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}f$$

Άρα στο σημείο όπου $\nabla J = 0$:

$$2 \cdot (\boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R})\Delta u + 2 \cdot \boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}f = 0$$

Και η τιμή του Δu θα είναι:

$$\Delta u = -(\boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R})^{-1} \cdot \boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}f \qquad (14)$$

Αυτή η τιμή του Δu μπορεί να αντιστοιχεί σε ελάχιστο ή σε μέγιστο. Για να εξακριβωθεί ο τύπος του ακρότατου, υπολογίζεται ο πίνακας των δεύτερων παραγώγων (Hessian):

$$\boldsymbol{H}(J) = \frac{\partial^2 J}{\partial \Delta u^2} = 2 \cdot (\boldsymbol{\Theta}^{\intercal}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R})$$

Για να είναι το Δu ελάχιστο, πρέπει ο πίνακας $\boldsymbol{H}$ να είναι θετικά ορισμένος (συμβατικά η έκφραση αυτή μπορεί να συμβολιστεί ως $\boldsymbol{H} > 0$). Παρατηρείται ότι στην συγκεκριμένη περίπτωση ο $\boldsymbol{H}$ δεν εξαρτάται από το Δu, οπότε αρκεί τουλάχιστον ένας από τους $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}$ είναι θετικά ορισμένος (ο άλλος μπορεί να είναι θετικά ορισμένος ή ημιορισμένος). Εφόσον έχει ήδη αναφερθεί ότι τα στοιχεία της διαγώνιου των $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}$ επιλέγονται πάντα ώστε να είναι μεγαλύτερα ή ίσα του 0, μόνη προϋπόθεση για να τηρείται η απαίτηση αυτή είναι να υπάρχει τουλάχιστον ένα μη μηδενικό στοιχείο στην διαγώνιο του $\boldsymbol{W}$ ή του $\boldsymbol{R}$.

Η στρατηγική αυτή μπορεί να ακολουθηθεί και για συστήματα πολλαπλών εισόδων-εξόδων, με τις κατάλληλες μετατροπές. Για ένα σύστημα με μ εισόδους και ξ εξόδους:

$$e = \begin{bmatrix} e_1(k+1) \\ \vdots \\ e_\xi(k+1) \\ e_1(k+2) \\ \vdots \\ e_\xi(k+p) \end{bmatrix}, \Delta u = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \vdots \\ \Delta u_\mu(k) \\ \Delta u_1(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u_\mu(k+m-1) \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} u_1(k-1) \\ \vdots \\ u_\mu(k-1) \\ u_1(k-2) \\ \vdots \\ u_\mu(k-n) \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} y_1(k) - y_{sp}^1 \\ \vdots \\ y_\xi(k) - y_{sp}^\xi \\ \vdots \\ (p\ \varphi o\rho\acute{\varepsilon}\varsigma) \end{bmatrix}$$

Για να έχουν νόημα αυτές οι μετατροπές πρέπει οι συντελεστές βηματικής ή παλμικής απόκρισης που εμφανίζονται στην εξ.(10) να αντικατασταθούν με πίνακες της μορφής:

$$h_\tau = \begin{bmatrix} h_\tau^{1,1} & \cdots & h_\tau^{1,\mu} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_\tau^{\xi,1} & \cdots & h_\tau^{\xi,\mu} \end{bmatrix} \tag{15}$$

Όπου ο συντελεστής $h_t^{i,j}$, αντιστοιχεί στην απόκριση της μεταβλητής εξόδου i σε παλμική (ή βηματική αν αντικατασταθεί το h με s) επιβολή της μεταβλητής εισόδου j, την στιγμή τ.

Όπως φαίνεται από την παραπάνω ανάλυση, ο προβλεπτικός ρυθμιστής υπολογίζει τις m επόμενες τιμές των μεταβλητών εισόδου που απαιτούνται για την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Αν το μοντέλο της διεργασίας είναι απόλυτα ακριβές, η εφαρμογή των m υπολογισμένων επόμενων εισόδων θα οδηγήσει στην προβλεπόμενη συμπεριφορά. Όμως, κατά τον υπολογισμό του Δu την στιγμή k έχει θεωρηθεί ότι $\Delta u(k+i) = 0$ για $i > m-1$. Αν επαναληφθεί ο υπολογισμός την στιγμή $k+1$, ο περιορισμός αυτός «μεταφέρεται» στις χρονικές στιγμές $i > m$. Άρα δεν υπάρχει εγγύηση ότι θα υπολογιστεί το ίδιο Δu. Προκειμένου να χρησιμοποιείται η πιο «πρόσφατη» πρόβλεψη για το Δu, ο υπολογισμός του γίνεται κάθε χρονική στιγμή και κάθε φορά εφαρμόζονται μόνο οι πρώτες από τις m υπολογισμένες τιμές εισόδου. Ένας ακόμα πιο σημαντικός λόγος για τον συνεχή επανυπολογισμό του Δu είναι ότι στην πράξη, το μοντέλο της διεργασίας δεν είναι απόλυτα ακριβές, π.χ. εάν έχει προκύψει από προσαρμογή δεδομένων ή έχουν γίνει απλοποιήσεις από την αρχική μορφή του. Ακόμα όμως και με ένα μοντέλο που προκύπτει άμεσα από την εφαρμογή φυσικών νόμων δεν αποτυπώνονται οι επιδράσεις όλων των εξωτερικών παραγόντων, που τελικά επηρεάζουν με μη προβλέψιμο τρόπο την διεργασία. Ανανεώνοντας συνεχώς τις προβλέψεις του ρυθμιστή μπορούν να αντιμετωπιστούν καλύτερα οι ανακρίβειες του μοντέλου και οι εξωτερικές διαταραχές.

3.2.3 Μετατροπή σε πρόβλημα Ελαχίστων Τετραγώνων

Για να γίνει κατανοητή η ανάγκη μετατροπής του αρχικού προβλήματος σε πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων, πρέπει να επεξηγηθεί η έννοια της κατάστασης ενός τετραγωνικού πίνακα $\boldsymbol{A}$. Έστω ένα γραμμικό σύστημα της μορφής:

$$\boldsymbol{A} \cdot x = b$$

Αν το διάνυσμα b μεταβληθεί κατά δb, η λύση θα μεταβληθεί κατά δx:

$$\boldsymbol{A} \cdot (x + \delta x) = b + \delta b$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι:

$$\boldsymbol{A} \cdot \delta x = \delta b \Leftrightarrow \delta x = \boldsymbol{A}^{-1} \delta b$$

Είναι εμφανές ότι η μεταβολή της λύσης (δx) για μια μεταβολή δb εξαρτάται από τον πίνακα $\boldsymbol{A}^{-1}$. Με άλλα λόγια, ο $\boldsymbol{A}^{-1}$ εκφράζει την ευαισθησία της λύσης ως προς τις μεταβολές δb. Επομένως υπάρχει πιθανότητα να προκύψει ένας πίνακας $\boldsymbol{A}^{-1}$ που για μια μεταβολή δb δίνει πολύ μεγαλύτερης κλίμακας αλλαγές δx στην λύση. Κάτι τέτοιο μπορεί να προκαλέσει σημαντικό πρόβλημα κατά την επίλυση του συστήματος σε υπολογιστικό περιβάλλον, καθώς από πολύ μικρής κλίμακας σφάλματα στρογγυλοποίησης (roundoff errors) στους συντελεστές του b μπορεί να προκύψει μια σημαντικά διαφορετική λύση από την αναμενόμενη. Σε αυτή την περίπτωση ο πίνακας $\boldsymbol{A}$ βρίσκεται σε κακή κατάσταση (ill-conditioned). Αντίθετα, όταν μια μεταβολή δb δίνει ίδιας ή μικρότερης κλίμακας μεταβολές δx, ο $\boldsymbol{A}$ είναι πίνακας καλής κατάστασης (well-conditioned). Μια ισοδύναμη ερμηνεία της κατάστασης ενός πίνακα είναι η «εγγύτητα» του στην απώλεια βαθμού. Βαθμός ενός πίνακα είναι ο μέγιστος αριθμός των γραμμικά ανεξάρτητων διανυσμάτων που αντιστοιχούν στις γραμμές ή τις στήλες του. Βάσει αυτού του ορισμού ένας τετραγωνικός πίνακας $n \times n$ έχει μέγιστο βαθμό n, ενώ ένας μη τετραγωνικός $m \times n$ με $m > n$ ή $n > m$ έχει μέγιστο βαθμό n ή m αντίστοιχα. Ένας πίνακας μέγιστου βαθμού βρίσκεται σε κακή κατάσταση όταν οι γραμμές (ή στήλες, ανάλογα την περίπτωση) του είναι «σχεδόν» γραμμικά εξαρτημένες, δηλαδή μια γραμμή ή στήλη μπορεί να προσεγγισθεί με σημαντική ακρίβεια από έναν γραμμικό συνδυασμό άλλων γραμμών ή στηλών. Με αυτό τον τρόπο η έννοια της κατάστασης μπορεί να επεκταθεί και σε μη τετραγωνικούς πίνακες [43]. Αυτή η παρουσίαση είναι αρκετά συνοπτική και δίνει μόνο την γενική εικόνα του ζητήματος της κατάστασης πινάκων, αλλά στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν θα χρειαστεί περαιτέρω εμβάθυνση. Η παραπάνω ανάλυση αλλά και περισσότερες λεπτομέρειες για το θέμα μπορούν να βρεθούν στο [44] και σχεδόν σε οποιοδήποτε άλλο πανεπιστημιακού επιπέδου σύγγραμμα γραμμικής άλγεβρας.

Πολύ συχνά, ο πίνακας $\boldsymbol{\Theta}$ είναι πίνακας κακής κατάστασης (ill-conditioned) [42]. Ο πίνακας που προκύπτει από πολλαπλασιασμό του $\boldsymbol{\Theta}$ με τον ανάστροφό του ($\boldsymbol{\Theta}^{\top}\boldsymbol{\Theta}$) θα βρίσκεται σε ακόμα χειρότερη κατάσταση [45]. Κάτι τέτοιο ισχύει και στην περίπτωση του πίνακα $\boldsymbol{\Theta}^{\top}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R}$, όπου εμφανίζεται εμμέσως το γινόμενο $\boldsymbol{\Theta}^{\top}\boldsymbol{\Theta}$. Για τον λόγο αυτό πρέπει να αποφεύγεται ο υπολογισμός του Δu από την εξ.(14). Σύμφωνα με το [42], ο καλύτερος τρόπος για την εύρεση του Δu είναι η μετατροπή του προβλήματος σε ένα ισοδύναμο που μπορεί να επιλυθεί με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Για την καλύτερη παρουσίαση αυτής της μεθοδολογίας, πρώτα θα επεξηγηθεί η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων, όπως παρουσιάζεται στο [46].

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων αξιοποιείται για την προσαρμογή ενός γραμμικού μοντέλου σε δεδομένα της μορφής: $\{(\bar{x}_i, y_i), i = 1,2, \dots, N\}$, όπου $\bar{x}_i$ είναι ένα διάνυσμα ανεξάρτητων μεταβλητών και y_i η εξαρτημένη μεταβλητή που μετρείται για το συγκεκριμένο $\bar{x}_i$. Η γενικευμένη μορφή του γραμμικού μοντέλου είναι:

$$\hat{y} = \theta_1 \psi_1(\bar{x}) + \theta_2 \psi_2(\bar{x}) + \cdots + \theta_n \psi_n(\bar{x})$$

όπου $\psi_1, \dots, \psi_n$ είναι γνωστές συναρτήσεις του $\bar{x}$.

Σκοπός της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων είναι η κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων $\theta_1, \dots, \theta_n$ ώστε να ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση:

$$V(\theta) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} y_j - \hat{y}_j \xLeftrightarrow{\varepsilon_j = y_j - \hat{y}_j} \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} \varepsilon_j$$

Για την απλοποίηση των υπολογισμών ορίζονται τα:

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad \hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \vdots \\ \hat{y}_N \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \psi^\intercal(\overline{x_1}) \\ \vdots \\ \psi^\intercal(\overline{x_N}) \end{bmatrix}$$

με χρήση των οποίων μπορούν να γραφούν:

$$V(\theta) = \frac{1}{2}\varepsilon^\intercal\varepsilon \qquad \hat{y} = \boldsymbol{\Psi}\theta$$

οπότε:

$$V(\theta) = \frac{1}{2}(y - \boldsymbol{\Psi}\theta)^\intercal(y - \boldsymbol{\Psi}\theta) = \frac{1}{2}(y^\intercal y - y^\intercal\boldsymbol{\Psi}\theta - \theta^\intercal\boldsymbol{\Psi}^\intercal y + \theta^\intercal\boldsymbol{\Psi}^\intercal\boldsymbol{\Psi}\theta)$$

Να σημειωθεί ότι ο συντελεστής $1/2$ δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα του προβλήματος και μπορεί να παραληφθεί. Στην συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιείται ώστε να είναι πιο ευπαρουσίαστες οι εκφράσεις των πρώτων και δεύτερων παραγώγων:

$$\nabla\big(V(\theta)\big) = -\boldsymbol{\Psi}^\intercal y + \boldsymbol{\Psi}^\intercal\boldsymbol{\Psi}\theta \qquad \boldsymbol{H}\big(V(\theta)\big) = \boldsymbol{\Psi}^\intercal\boldsymbol{\Psi}$$

Ισχύει ότι $\boldsymbol{\Psi}^\intercal\boldsymbol{\Psi} \geq 0$ οπότε η $V(\theta)$ θα εμφανίζει ελάχιστο για $\nabla\big(V(\theta)\big) = 0$:

$$\nabla\big(V(\theta)\big) = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{\Psi}^\intercal\boldsymbol{\Psi}\theta = \boldsymbol{\Psi}^\intercal y \tag{16}$$

Άρα ο υπολογισμός του θ γίνεται μέσω της επίλυσης του γραμμικού συστήματος της εξ.(16). Η πιο άμεση λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι:

$$\theta = (\boldsymbol{\Psi}^\intercal\boldsymbol{\Psi})^{-1}\boldsymbol{\Psi}^\intercal y$$

Η μετατροπή του προβλήματος προβλεπτικού ελέγχου σε πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων γίνεται βάσει της μεθοδολογίας που παρουσιάζεται στο [42]. Αρχικά, εφόσον οι πίνακες $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}$ είναι διαγώνιοι και $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R} \geq 0$, μπορούν εύκολα να γραφτούν σαν γινόμενο πινάκων:

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{W}}^\intercal\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{W}} \qquad \boldsymbol{R} = \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R}}^\intercal\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R}}$$

Οι πίνακες $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{W}}, \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R}}$ είναι διαγώνιοι, με τα στοιχεία της διαγώνιού τους να είναι οι τετραγωνικές ρίζες των αντίστοιχων στοιχείου της διαγώνιου των $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}$. Χρησιμοποιώντας τους, μπορεί να κατασκευαστεί το διάνυσμα:

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{W}} e \\ \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R}}\Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{W}}(\boldsymbol{\Theta} \cdot \Delta u + f) \\ \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R}}\Delta u \end{bmatrix}$$

Αποδεικνύεται ότι το μέτρο αυτού του διανύσματος, υψωμένο στο τετράγωνο, ισούται με την αντικειμενική συνάρτηση J:

$$\left\| \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{W}} e \\ \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R}}\Delta u \end{bmatrix} \right\|^2 = \mathcal{E}^\intercal\mathcal{E} = e^\intercal\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{W}}^\intercal\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{W}} e + \Delta u^\intercal\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R}}^\intercal\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R}}\Delta u = e^\intercal\boldsymbol{W} e + \Delta u^\intercal\boldsymbol{R}\Delta u$$

Άρα $J = \mathcal{E}^{\mathsf{T}}\mathcal{E}$, που συμβαδίζει με την μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης για πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων. Ταυτόχρονα:

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S_W}(\boldsymbol{\Theta} \cdot \Delta u + f) \\ \boldsymbol{S_R}\Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S_W}\boldsymbol{\Theta} \\ \boldsymbol{S_R} \end{bmatrix} \Delta u + \begin{bmatrix} \boldsymbol{S_W} f \\ 0 \end{bmatrix}$$

Επομένως η J μπορεί να ελαχιστοποιηθεί μέσω της επίλυσης ενός προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων με:

$$\theta = \Delta u \qquad \boldsymbol{\Psi} = -\begin{bmatrix} \boldsymbol{S_W}\boldsymbol{\Theta} \\ \boldsymbol{S_R} \end{bmatrix} \qquad y = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S_W} f \\ 0 \end{bmatrix}$$

Και σε αυτή την περίπτωση όμως παρατηρείται ότι εμφανίζεται εμμέσως το γινόμενο $\boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\Theta}$ κατά τον σχηματισμό της εξ.(16). Ευτυχώς, στην περίπτωση του προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων υπάρχει εναλλακτική μέθοδος επίλυσης κατά την οποία αποφεύγεται ο σχηματισμός αυτού του γινομένου. Η μεθοδολογία αυτή βασίζεται στην QR παραγοντοποίηση του πίνακα $\boldsymbol{\Psi}$ και ξεφεύγει πολύ από τα πλαίσια της παρούσας εργασίας για να παρουσιαστεί αναλυτικά. Περισσότερες πληροφορίες και αναλυτική παρουσίαση της διαδικασίας επίλυσης μπορούν να βρεθούν στο [47].

3.2.4 Εισαγωγή Περιορισμών

Η εισαγωγή περιορισμών σε ένα πρόβλημα προβλεπτικής ρύθμισης μπορεί να πραγματοποιηθεί μετασχηματίζοντας την δομή του προβλήματος. Για τον σκοπό αυτό, έχοντας σαν αρχικό σημείο την εξ.(13), μελετώνται οι όροι $f^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta}\Delta u$ και $\Delta u^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f$. Οι διαστάσεις των $f, \Delta u, \boldsymbol{\Theta}$ και $\boldsymbol{W}$ είναι $p \times 1,\ m \times 1,\ p \times m$ και $p \times p$ αντίστοιχα. Άρα το γινόμενο $\boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f$ έχει διαστάσεις $m \times 1$ οπότε ο όρος $\Delta u^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f$ μπορεί να εκφρασθεί σαν το εσωτερικό γινόμενο $\langle \Delta u, \boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f \rangle$. Με την ίδια λογική, ο όρος $f^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta}\Delta u$ αντιστοιχεί στο εσωτερικό γινόμενο $\langle (f^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta})^{\mathsf{T}}, \Delta u \rangle = \langle \boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f, \Delta u \rangle$. Για το εσωτερικό γινόμενο 2 διανυσμάτων x, y ισχύει $\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle$, οπότε προκύπτει ότι $\Delta u^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f = f^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta}\Delta u$. Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί πλέον να γραφεί:

$$J = \Delta u^{\mathsf{T}}(\boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R})\Delta u + 2 \cdot f^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta}\Delta u + f^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f$$

Αυτή η μορφή της αντιστοιχεί στην δομή ενός προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού:

$$\min_{\theta} \frac{1}{2}\theta^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\Phi}\theta + \varphi^{\mathsf{T}}\theta + c_0$$

με $\theta = \Delta u,\ \boldsymbol{\Phi} = 2 \cdot \boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R},\ \varphi = 2 \cdot \boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f,\ c_0 = f^{\mathsf{T}}\boldsymbol{W}f$

Στο πρόβλημα αυτό μπορούν να προστεθούν και περιορισμοί της μορφής:

$$\boldsymbol{\Omega}\theta \leq \omega$$

Οι πιο προφανείς περιορισμοί που έχουν χρησιμότητα σε θέματα ρύθμισης είναι οι περιορισμοί στις τιμές (u) και τις μεταβολές (Δu) των μεταβλητών εισόδου. Η συνηθέστερη περίπτωση είναι τα στοιχεία του u και Δu να πρέπει να κυμαίνονται μέσα σε συγκεκριμένα όρια, κάτι που εκφράζεται από ανισώσεις της μορφής:

$$
\begin{array}{cc}
c_{1,1} \geq \Delta u_1(k) \geq c'_{1,1} & q_{1,1} \geq u_1(k) \geq q'_{1,1} \\
\vdots & \vdots \\
c_{\mu,1} \geq \Delta u_\mu(k) \geq c'_{\mu,1} & q_{\mu,1} \geq u_\mu(k) \geq q'_{\mu,1} \\
c_{1,2} \geq \Delta u_1(k+1) \geq c'_{1,2} & q_{1,2} \geq u_1(k+1) \geq q'_{1,2} \\
\vdots & \vdots \\
c_{\mu,m} \geq \Delta u_\mu(k+m-1) \geq c'_{\mu,m} & q_{\mu,m} \geq u_\mu(k+m-1) \geq q'_{\mu,m}
\end{array}
\tag{17}
$$

Οι ανισώσεις που αφορούν το Δu μπορούν να διαχωριστούν:

$$
\Delta u_i(k+j) \leq c_{i,j+1}, \qquad -\Delta u_i(k+j) \leq -c'_{i,j+1}
$$

και να γραφούν στην επιθυμητή μορφή πινάκων:

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
-1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & -1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & \cdots & -1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & -1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \vdots \\ \Delta u_\mu(k) \\ \Delta u_1(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u_\mu(k+m-1)
\end{bmatrix}
\leq
\begin{bmatrix}
c_{1,1} \\ -c'_{1,1} \\ c_{2,1} \\ -c'_{2,1} \\ \vdots \\ c_{\mu,1} \\ -c'_{\mu,1} \\ \vdots \\ c_{1,2} \\ -c'_{1,2} \\ \vdots \\ c_{\mu,m} \\ -c'_{\mu,m}
\end{bmatrix}
$$

Ονομάζοντας τον πρώτο πίνακα $\boldsymbol{C}$ και το διάνυσμα του δεξιού μέλους c:

$$
\boldsymbol{C}\Delta u \leq c
$$

Για το u, οι ανισώσεις μπορούν να ξαναγραφούν, χρησιμοποιώντας την σχέση:

$$
u(k+i) = u(k-1) + \sum_{j=0}^{i} \Delta u(k+j)
$$

και γίνονται:

$$
\sum_{i=1}^{z} \Delta u_l(k+i-1) \leq -u_l(k-1) + q_{l,z} \quad \& \quad -\sum_{i=1}^{z} \Delta u_l(k+i-1) \leq u_l(k-1) - q'_{l,z}
$$

με $l \in \{1,2,\dots,\mu\}$, $z \in \{1,2,\dots,m\}$

Οι ανισώσεις αυτές μπορούν εύκολα να γραφούν με χρήση πινάκων:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 & \cdots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \vdots \\ \Delta u_\mu(k) \\ \Delta u_1(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u_\mu(k+m-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -u_1(k-1) + q_{1,1} \\ u_1(k-1) - q'_{1,1} \\ -u_2(k-1) + q_{2,1} \\ u_2(k-1) - q'_{2,1} \\ \vdots \\ -u_\mu(k-1) + q_{\mu,1} \\ u_\mu(k-1) - q'_{\mu,1} \\ -u_1(k-1) + q_{1,2} \\ u_1(k-1) - q'_{1,2} \\ \vdots \\ -u_\mu(k-1) + q_{\mu,m} \\ u_\mu(k-1) - q'_{\mu,m} \end{bmatrix}$$

Πιο συνοπτικά:

$$\boldsymbol{Q}\Delta u \leq q$$

Οι πίνακες και τα διανύσματα $\boldsymbol{C}, \boldsymbol{Q}, c, q$ εμπεριέχουν όλες τις δυνατές ανισότητες (17). Φυσικά, δεν είναι απαραίτητο να ορισθούν όλες αυτές οι ανισότητες για να κατασκευαστούν οι πίνακες. Σε περίπτωση που κάποια ανισότητα απουσιάζει, μπορεί να παραληφθεί και η αντίστοιχη σειρά από τους πίνακες και τα διανύσματα. Όλες οι ανισότητες μπορούν τελικά να ομαδοποιηθούν σε μια έκφραση, κατάλληλη για την επίλυση ενός προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} \Delta u \leq \begin{bmatrix} c \\ q \end{bmatrix}$$

Στην περίπτωση του προβλεπτικού ρυθμιστή υπολογίζονται οι p μελλοντικές τιμές των μεταβλητών εξόδου, οπότε είναι δυνατό να τεθούν αντίστοιχοι περιορισμοί και για αυτές:

$$\begin{gathered} g_{1,1} \geq y_1(k+1) \geq g'_{1,1} \\ \vdots \\ g_{\xi,1} \geq y_\xi(k+1) \geq g'_{\xi,1} \\ g_{1,2} \geq y_1(k+2) \geq g'_{1,2} \\ \vdots \\ g_{\xi,p} \geq y_\xi(k+p) \geq g'_{\xi,p} \end{gathered}$$

Κάτι τέτοιο δεν σημαίνει πως οι μεταβλητές εξόδου μπορούν να καθοριστούν εντός αυθαίρετα επιλεγμένων ορίων. Οι περιορισμοί αφορούν την τιμή που υπολογίζεται βάσει του μοντέλου και όχι την πραγματική τιμή που θα λάβουν οι μεταβλητές εξόδου. Στην παρούσα μελέτη δεν θα εφαρμοσθούν περιορισμοί στις μεταβλητές εξόδου, για αυτό και δεν παρουσιάζεται η διαδικασία μετατροπής τους στην επιθυμητή μορφή. Οι ενδιαφερόμενοι μπορούν να την βρουν στο [42].

Σημαντικό ρόλο στην επίλυση του προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού παίζει ο πίνακας $\boldsymbol{\Phi}$. Αν $\boldsymbol{\Phi} \geq 0$, το πρόβλημα είναι κυρτό, στοιχείο που εγγυάται τον τερματισμό των αλγορίθμων επίλυσης [48]. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, όπου $\boldsymbol{\Phi} = 2 \cdot \boldsymbol{\Theta}^\top \boldsymbol{W} \boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R}$, έχει ήδη συζητηθεί στο 3.2.2 ότι με τον τρόπο που έχει δομηθεί ο προβλεπτικός ρυθμιστής θα ισχύει ότι $\boldsymbol{\Theta}^\top \boldsymbol{W} \boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{R} \geq 0$. Απουσία περιορισμών, η λύση του

προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού θα είναι ίδια με την λύση που προκύπτει από τις άλλες μεθόδους που έχουν παρουσιαστεί. Η εισαγωγή περιορισμών στις μεταβλητές εισόδου ουσιαστικά «περιορίζει» το πρόβλημα και θα οδηγήσει σε υποβέλτιστες λύσεις, εάν για την επίτευξη της βέλτιστης παραβιάζονται οι περιορισμοί. Σε κάθε περίπτωση όμως θα είναι δυνατή η επίλυση του προβλήματος, υπό την προϋπόθεση ότι οι περιορισμοί έχουν εκφρασθεί σωστά (π.χ. δεν υπάρχει ζεύγος περιορισμών της μορφής $u \geq q'$ & $u \leq q$ με $q \leq q'$ ή $\Delta u \leq c$ με c αρκετά μικρό ώστε να μην είναι εφικτό η μεταβλητή εισόδου να τεθεί εντός των ορίων που ορίζουν οι περιορισμοί στο u). Πρόβλημα μπορεί να παρουσιαστεί στην περίπτωση που υπάρχουν και περιορισμοί στις μεταβλητές εξόδου, καθώς είναι πιθανό να μην υπάρχει λύση – εντός ή εκτός των περιορισμών των μεταβλητών εισόδου – που τις ικανοποιεί. Κάτι τέτοιο είναι πολύ δύσκολο να προβλεφθεί, και όταν συμβεί θα οδηγήσει σε αδυναμία επίλυσης του προβλήματος [48]. Αυτός είναι και ο βασικός λόγος που στην παρούσα μελέτη αποφεύγεται η εισαγωγή περιορισμών στις μεταβλητές εξόδου.

4 Μαθηματική Μοντελοποίηση της Διεργασίας

4.1 Βασικές Πληροφορίες

Στις υπό μελέτη εγκαταστάσεις, η τροφοδοσία του μύλου φαρίνας γίνεται από 3 σιλό που περιέχουν διαφορετικές πρώτες ύλες:

1. Ασβεστόλιθος (Limestone)
2. Άργιλος (Clay)
3. Οξείδιο του σιδήρου, καθαρό η αναμεμειγμένο με βωξίτη

Η συνολική ροή μάζας από τα σιλό διατηρείται σταθερή, επομένως μπορεί να γίνουν ανεξάρτητες μεταβολές στην τροφοδοσία 2 εκ των 3 σιλό. Σαν ανεξάρτητες μεταβλητές επιλέγονται τα ποσοστά μάζας της συνολικής τροφοδοσίας που παρέχονται από το σιλό ασβεστόλιθου (lim) και το σιλό Fe_2O_3 (add). Βάσει των παραπάνω, το ποσοστό μάζας που παρέχεται από το σιλό αργίλου ($clay$) υπολογίζεται από την σχέση $clay = 100 - lim - add$. Εφόσον υπάρχουν 2 ανεξάρτητες μεταβλητές εισόδου, μπορούν να ελεγχθούν το πολύ 2 μεταβλητές εξόδου. Σαν μεταβλητές εξόδου επιλέγονται οι δείκτες LSF και SM.

Από πειράματα του Tsamatsoulis [7] στον εργοστασιακό εξοπλισμό για τον οποίο γίνεται η παρούσα μελέτη παρατηρήθηκε πως η εξάρτηση της ποιότητας της φαρίνας στην έξοδο του μύλου (δείκτες) από την είσοδο (ποσοστά μάζας πρώτων υλών) εκφράζεται ικανοποιητικά από συναρτήσεις μεταφοράς 2ης τάξης με νεκρό χρόνο (στο πεδίο του μετασχηματισμού Laplace):

$$G_{mill}(s) = \frac{k_g \cdot e^{-T_d}}{(T_0 \cdot s + 1)^2} \tag{18}$$

όπου k_g ο συντελεστής ενίσχυσης (gain), T_0 η χρονική σταθερά και T_d ο νεκρός χρόνος της διεργασίας.

Η ύπαρξη δύο ζευγών μεταβλητών εισόδου/εξόδου σημαίνει ότι θεωρητικά υπάρχουν 4 τέτοιες συναρτήσεις μεταφοράς, 2 για κάθε μεταβλητή εξόδου. Η τελική τιμή της κάθε μεταβλητής εξόδου (y_{mill}) προκύπτει ως εξής:

$$y_{mill}(s) = G_{mill}^{y,lim}(s) \cdot lim(s) + G_{mill}^{y,add}(s) \cdot add(s)$$

Μετά την έξοδο από τον μύλο, γίνεται δειγματοληψία της φαρίνας για χρονικό διάστημα T_s και προκύπτει η μεταβλητή εξόδου y_s. Τέλος, γίνεται μέτρηση των δεικτών στο δείγμα, που διαρκεί χρόνο T_m και από αυτή προκύπτει η μετρούμενη μεταβλητή εξόδου y_m. Κάθε δειγματοληψία ξεκινάει αμέσως αφού τελειώσει η προηγούμενη, επομένως οι μετρήσεις για τις μεταβλητές εξόδου είναι περιοδικά διαθέσιμες, με περίοδο τον χρόνο δειγματοληψίας. Βάσει αυτών των μετρήσεων γίνονται οι επιθυμητές αλλαγές στην τροφοδοσία, η οποία παραμένει σταθερή μέχρι την λήψη δεδομένων των επόμενων μετρήσεων, σε χρόνο T_s. Άρα το σύστημα αντιμετωπίζεται αναγκαστικά σαν ψηφιακό λόγω των περιορισμών στην λήψη μετρήσεων για τις μεταβλητές εξόδου. Επιπλέον, η χρήση συναρτήσεων μεταφοράς καθιστά το μοντέλο γραμμικό και χρονικά ανεξάρτητο, οπότε η συμπεριφορά του στο πεδίο του χρόνου μπορεί να περιγραφεί με το άθροισμα συνέλιξης, όπως εμφανίζεται στις εξ.(4)-(5). Μοναδική προϋπόθεση είναι ο προσδιορισμός των συντελεστών παλμικής η βηματικής επιβολής του συστήματος.

4.2 Απόκριση σε Παλμική Επιβολή

Για ένα συγκεκριμένο ζεύγος μεταβλητών εισόδου – εξόδου (u, y), που σχετίζονται με μία συνάρτηση μεταφοράς G, ισχύει:

$$y(s) = G(s) \cdot u(s)$$

Αν εφαρμοστεί μοναδιαία βηματική επιβολή διάρκειας T_s (δηλαδή παλμική επιβολή για το αντίστοιχο ψηφιακό σύστημα) την χρονική στιγμή $t = 0$:

$$u(s) = \frac{1 - e^{-T_s}}{s}$$

Για μια μεταβλητή εξόδου στην έξοδο του μύλου, y_{mill}, και μια μεταβλητή εισόδου στην οποία ασκείται η παραπάνω επιβολή προκύπτει:

$$y_{mill}(s) = G_{mill}(s) \cdot \frac{1}{s} - G_{mill}(s) \cdot \frac{e^{-T_s}}{s}$$

Η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να χωριστεί σε δύο όρους που διαφέρουν μόνο ως προς τον νεκρό χρόνο:

$$y_{mill}(s) = y_{mill}^1(s) - y_{mill}^2(s)$$

οπότε μπορεί να μελετηθεί μόνο ο πρώτος όρος και να γίνουν οι κατάλληλες προσαρμογές για την ύπαρξη νεκρού χρόνου στον δεύτερο. Θεωρώντας μια νέα συνάρτηση μεταφοράς, $G'_{mill}(s)$, η οποία δεν περιέχει τον εκθετικό όρο, γίνεται μετατροπή στο πεδίο χρόνου, :

$$g(t) = L^{-1}\left\{G'_{mill}(s) \cdot \frac{1}{s}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{k_g}{s \cdot (T_0 \cdot s + 1)^2}\right\} = k_g \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T_0}}$$

Λαμβάνοντας υπόψιν τον νεκρό χρόνο, τελικά προκύπτει ότι

$$y_{mill}^1(t) = \begin{matrix} g(t - T_d), & t \geq T_d \\ 0, & t < T_d \end{matrix}$$

Στην έξοδο του μύλου γίνεται δειγματοληψία διάρκειας T_s, άρα για $t \geq T_s$:

$$y_s^1(t) = \frac{\int_{t-T_s}^{t} y_{mill}^1(\tau) d\tau}{T_s}$$

Μετά την δειγματοληψία ακολουθεί η μέτρηση, διάρκειας T_m, που αντιστοιχεί σε νεκρό χρόνο:

$$y_m^1(t) = y_s^1(t - T_m) = \frac{\int_{t-(T_s+T_m)}^{t-T_m} y_{mill}^1(\tau) d\tau}{T_s}$$

Βάσει των παραπάνω εξισώσεων το $y_m^1(t)$ μπορεί να υπολογισθεί ως εξής:

$$
\begin{aligned}
y_m^1(t) &= 0, && t \le T_m + T_d \\
y_m^1(t) &= \frac{\int_0^{t-(T_m+T_d)} g(t)d\tau}{T_s}, && T_m + T_d < t \le T_m + T_d + T_s \\
y_m^1(t) &= \frac{\int_{t-(T_m+T_d+T_s)}^{t-(T_m+T_d)} g(t)d\tau}{T_s}, && t > T_m + T_d + T_s
\end{aligned}
\tag{19}
$$

Αντίστοιχα μπορεί να υπολογισθεί το $y_m^2(t)$, γνωρίζοντας πως:

$$y_{mill}^2(t) = y_{mill}^1(t - T_s)$$

Από όπου τελικά προκύπτει ότι :

$$y_m^2(t) = y_m^1(t - T_s), \qquad y_m(t) = y_m^1(t) - y_m^2(t) \tag{20}$$

Με την χρήση αυτών των αποτελεσμάτων μπορεί να υπολογισθεί η απόκριση του συστήματος στην επιβολή που περιεγράφηκε, σε χρόνους που είναι ακέραια πολλαπλάσια του T_s.

4.3 Δεδομένα

Για την προσομοίωση της διαδικασίας άλεσης χρησιμοποιούνται πραγματικά δεδομένα λειτουργίας του μύλου φαρίνας. Τα δεδομένα είναι διαθέσιμα ανά περίοδο λειτουργίας (ίση με το χρόνο δειγματοληψίας) και έχουν την μορφή:

Για το LSF:

k_g^{LSF}	T_0^{LSF}	T_d^{LSF}	lim_0	R^{LSF}	E_{last}^{LSF}

Οι 4 πρώτες στήλες ($k_g^{LSF}, T_0^{LSF}, T_d^{LSF}, lim_0$) προκύπτουν από την προσαρμογή των δεδομένων εισόδου/εξόδου των τελευταίων 15 ωρών στην συνάρτηση μεταφοράς:

$$LSF(s) = G_{mill}^{LSF,lim}(s) \cdot G_s(s) \cdot G_m(s) \cdot lim(s) \tag{21}$$

όπου LSF είναι μεταβλητή απόκλισης με τιμή ισορροπίας την επιθυμητή τιμή LSF_T, που στην συγκεκριμένη περίπτωση παραμένει σταθερή ($LSF_T = 100$). Η μεταβλητή εισόδου lim έχει τιμή ισορροπίας lim_0, $G_{mill}^{LSF,lim}$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς που συσχετίζει το ζεύγος μεταβλητών $lim - LSF$ και έχει την μορφή της εξ.(18), αντικαθιστώντας τον συντελεστή ενίσχυσης, την χρονική σταθερά και τον νεκρό χρόνο με τα k_g^{LSF}, T_0^{LSF} και T_d^{LSF} αντίστοιχα, G_s είναι η συνάρτηση μεταφοράς δειγματοληψίας διάρκειας T_s και G_m είναι η συνάρτηση μεταφοράς που εκφράζει την χρονική καθυστέρηση T_m λόγω της μέτρησης. Ενδεικτικά, η μορφή τους είναι:

$$G_s(s) = \frac{1}{s \cdot T_s}(1 - exp(-s \cdot T_s))$$

$$G_m(s) = exp(-s \cdot T_m)$$

Με χρήση μεθόδων μη γραμμικής προσαρμογή για τα 15 πιο πρόσφατα ζεύγη $lim - LSF$ είναι δυνατός ο υπολογισμός των παραμέτρων της $G_{mill}^{LSF,lim}$ και του lim_0. Λεπτομέρειες

για την εφαρμογή της μεθόδου παρουσιάζονται στο [49]. Οι υπόλοιπες παράμετροι (επιθυμητή τιμή, χρόνος δειγματοληψίας, χρόνος μέτρησης) είναι εκ των προτέρων γνωστές και σταθερές. Το R^{LSF} είναι ο συντελεστής συσχέτισης της προσαρμογής και E_{last}^{LSF} η διαφορά της τρέχουσας πραγματικής τιμής του LSF από αυτήν που προβλέπεται από το μοντέλο προσαρμογής.

Να σημειωθεί ότι στην συγκεκριμένη περίπτωση το LSF αντιμετωπίζεται σαν να επηρεάζεται μόνο από μια μεταβλητή εξόδου. Όπως φαίνεται και από τον ορισμό του, το LSF επηρεάζεται κυρίως από την ποσότητα του ασβεστόλιθου (lim) και της αργίλου ($clay$). Το $clay$ όμως δεν ελέγχεται ξεχωριστά, αλλά καθορίζεται έμμεσα από τις τιμές των lim και add. Τυπικά το add κυμαίνεται σε πολύ μικρές τιμές σε σχέση με τις άλλες 2 εισόδους, με αποτέλεσμα να έχει τελικά αμελητέα επίδραση στην τιμή του LSF. Άρα το LSF μπορεί να ελεγχθεί πλήρως μόνο από το lim, κάτι που επιβεβαιώνεται και από τα αποτελέσματα των πειραμάτων του Tsamatsoulis [7].

Για το SM:

$k_{g,add}^{SM}$	$k_{g,clay}^{SM}$	T_0^{SM}	T_d^{SM}	add_0	$clay_0$	R^{SM}	E_{last}^{SM}

Αντίστοιχα με πριν, στην περίπτωση του SM οι 6 πρώτες στήλες δεδομένων προκύπτουν από την προσαρμογή δεδομένων εισόδου/εξόδου των τελευταίων 15 ωρών. Η συνάρτηση μεταφοράς σε αυτή την περίπτωση είναι:

$$SM(s) = \left(G_{mill}^{SM,clay}(s) \cdot clay(s) + G_{mill}^{SM,add}(s) \cdot add(s)\right) G_s(s) G_m(s)$$

Οι παράμετροι και συναρτήσεις έχουν πλήρη αντιστοιχία με αυτές της εξ.(21) ($SM_T = 2.55$), με την διαφορά ότι για το SM υπάρχουν 2 συναρτήσεις μεταφοράς που το συσχετίζουν με τις μεταβλητές $clay$ και add. Αυτό αυξάνει σημαντικά τον αριθμό των παραμέτρων που πρέπει να υπολογισθούν. Για την μείωσή τους, θεωρείται πως οι 2 συναρτήσεις μεταφοράς έχουν την ίδια χρονική σταθερά και νεκρό χρόνο και διαφέρουν μόνο ως προς τον συντελεστή ενίσχυσης. Επιπλέον, δεν θα πρέπει να προβληματίσει η χρήση συνάρτησης μεταφοράς που συσχετίζει το SM με το $clay$, το οποίο δεν αποτελεί ανεξάρτητη μεταβλητή εισόδου. Το $clay$ μπορεί να αντικατασταθεί με $100 - lim - add$ ώστε να είναι εμφανής η επίδραση της μεταβολής του lim στην τιμή του SM.

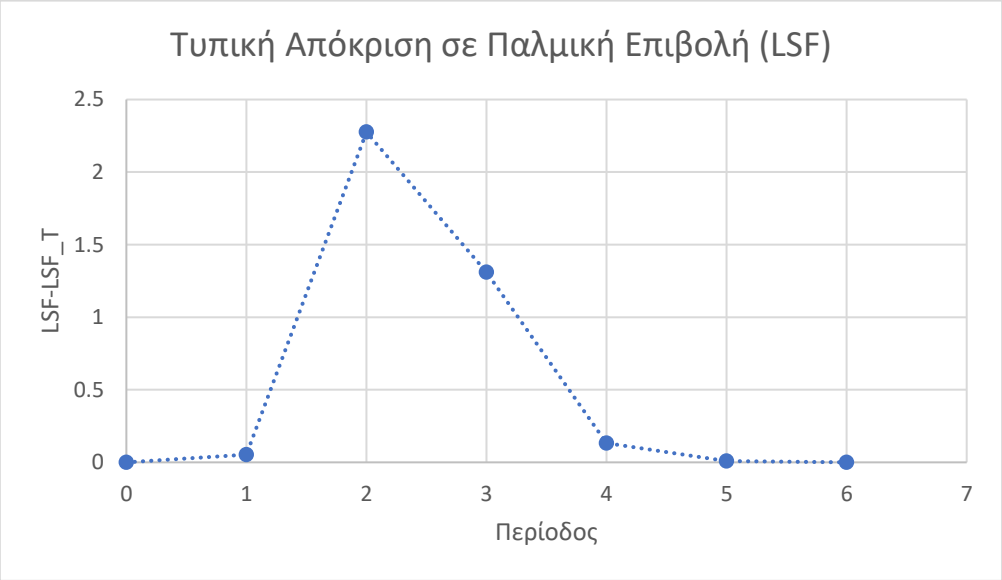
4.4 Προσομοίωση

Όπως διαπιστώνεται, τα διαθέσιμα δεδομένα δίνουν μια πλήρη εκτίμηση της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος για κάθε περίοδο λειτουργίας. Με την χρήση τους μπορεί να υπολογισθεί η απόκριση του συστήματος σε παλμική επιβολή των μεταβλητών εισόδου από τις εξ.(19),(20). Κατά αυτόν τον τρόπο είναι δυνατός ο υπολογισμός των LSF και SM οποιαδήποτε χρονική στιγμή από την εξ.(4), δεδομένου ότι είναι γνωστές οι προηγούμενες τιμές των μεταβλητών εισόδου. Προσοχή πρέπει να δοθεί στις παρακάτω λεπτομέρειες:

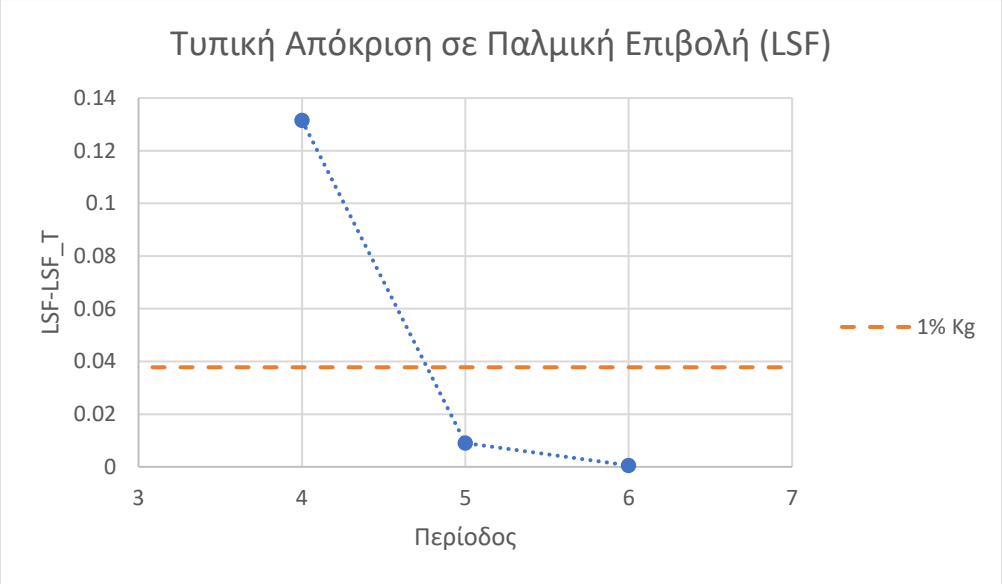
- Οι μεταβλητές εισόδου που εισάγονται στους υπολογισμούς και οι μεταβλητές εξόδου που υπολογίζονται από τον προσομοιωτή είναι μεταβλητές απόκλισης, της μορφής: $\bar{x} = x - x_0$. Το x αντιστοιχεί στην πραγματική τιμή της μεταβλητής ενώ το x_0 στην τιμή ισορροπίας. Για τις μεταβλητές εξόδου, η τιμή ισορροπίας είναι οι επιθυμητές τιμές τους LSF_T και SM_T, οι οποίες παραμένουν σταθερές. Άρα για να υπολογισθεί τελικά η πραγματική τιμή των μεταβλητών εξόδου, πρέπει να προστεθούν τα LSF_T και SM_T στα αποτελέσματα του προσομοιωτή.

Αντίστοιχα, από τις μεταβλητές εισόδου πρέπει να αφαιρεθούν τα lim_0, $clay_0$ και add_0, τα οποία αλλάζουν κάθε περίοδο λειτουργίας, για να γίνουν οι υπολογισμοί της προσομοίωσης.

- Είναι εφικτό να προκύψουν αρνητικές τιμές των μεταβλητών εξόδου, κάτι που δεν είναι δυνατό βάσει του ορισμού τους. Αν συμβεί κάτι τέτοιο, οι αρνητικές τιμές τίθενται ίσες με το 0.
- Θεωρείται ότι πριν την έναρξη της προσομοίωσης η δυναμική του συστήματος ήταν ίδια με αυτή της 1ης περιόδου λειτουργίας και το σύστημα βρισκόταν σε ισορροπία. Η παραδοχή αυτή ουσιαστικά σημαίνει ότι η τιμή των μεταβλητών εισόδου πριν την έναρξη της προσομοίωσης ήταν ίση με την τιμή ισορροπίας τους για την 1η περίοδο λειτουργίας. Η πληροφορία αυτή είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό του αθροίσματος συνέλιξης κατά τις πρώτες περιόδους λειτουργίας.
- Στο 3.2.2 έγινε αναφορά στην απόσβεση της απόκρισης σε παλμική επιβολή μετά από n περιόδους. Όμως είναι γνωστό πως η απόκριση των συστημάτων που περιγράφονται από ευσταθείς συναρτήσεις μεταφοράς της μορφής (18) τείνει ασυμπτωτικά στο 0 [43]. Προκειμένου να υπάρχει ένας πεπερασμένος αριθμός όρων στο άθροισμα συνέλιξης, θεωρείται ότι η απόκριση έχει αποσβεσθεί πλήρως όταν η απόλυτη τιμή της αποκτήσει φθίνουσα πορεία και φτάσει στο 1% του συντελεστή ενίσχυσης. Η ιδέα αυτή παρουσιάζεται πιο καθαρά στις παρακάτω εικόνες:



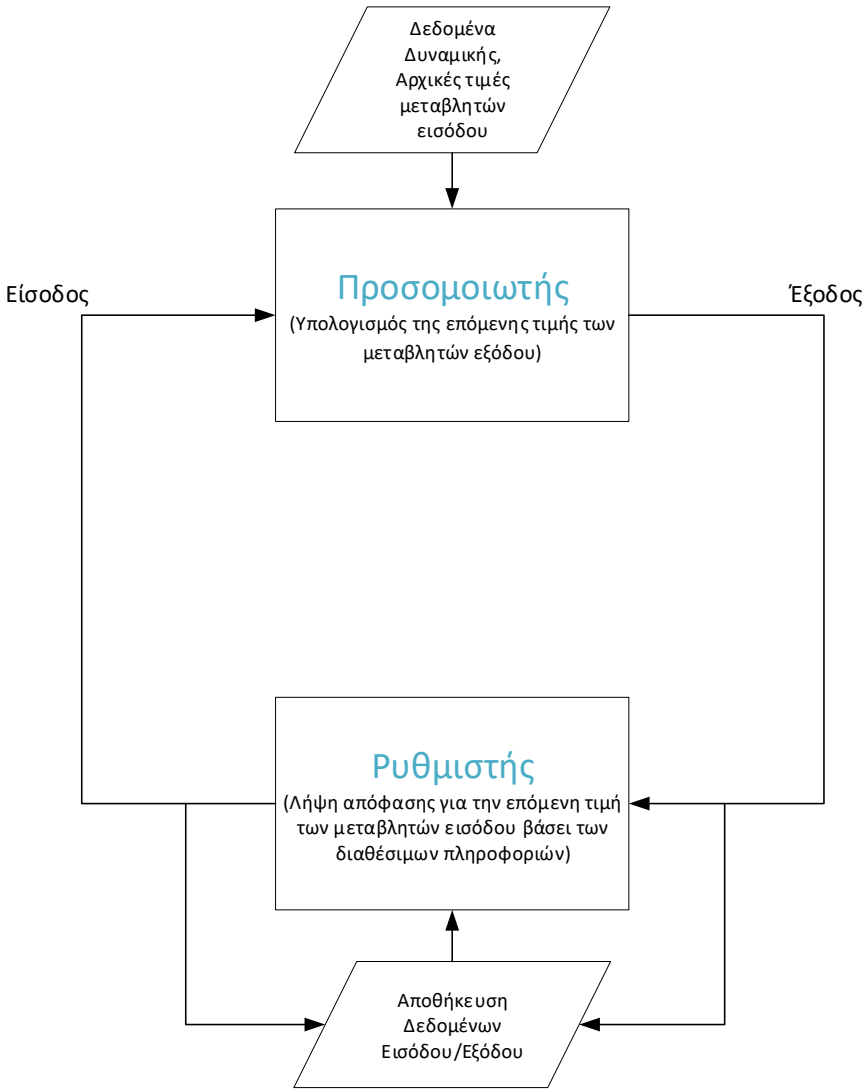
Εικόνα 5: Τυπική απόκριση του LSF σε παλμική επιβολή στο lim. Παρατηρείται η εμφάνιση «κορυφής» και στην συνέχεια σταδιακή απόσβεση της απόκρισης, χωρίς ταλαντωτική συμπεριφορά, κάτι αναμενόμενο από την μορφή της συνάρτησης μεταφοράς (διπλοί πόλοι + πόλος στο 0)



Εικόνα 6: Εστίαση στα τελευταία σημεία του προηγούμενου γραφήματος. Μετά την «κορυφή» η απόκριση αποσβένεται και μετά την 5η περίοδο βρίσκεται για πρώτη φορά κάτω από το 1% του συντελεστή ενίσχυσης. Σε αυτό το σημείο θεωρείται ότι έχει αποσβεσθεί πλήρως, επομένως αποκόπτονται οι συντελεστές παλμικής απόκρισης από την 6η περίοδο και μετά

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, μπορεί να προσομοιωθεί η διεργασία άλεσης για κάθε ακολουθία τιμών μεταβλητών εισόδου. Για την συγκεκριμένη προσομοίωση επιλέγονται οι περίοδοι λειτουργίας στις οποίες η προσαρμογή του μοντέλου είχε συντελεστή συσχέτισης $R \geq 0.6$, που αποτελεί ένδειξη πως το μοντέλο αποτυπώνει με σχετική ακρίβεια την διεργασία για αυτή την περίοδο. Τέλος, μετά τον υπολογισμό των μεταβλητών εξόδου σε κάθε περίοδο λειτουργίας, προστίθεται σε αυτές το E_{last}, ώστε να υπάρχει και μια πηγή διαταραχών, αντίστοιχων με αυτές που εμφανίζονται στην πραγματική διεργασία.

Ο προσομοιωτής μπορεί να υπολογίσει τις μεταβλητές εξόδου για οποιαδήποτε προκαθορισμένη ακολουθία μεταβλητών εισόδου, όμως είναι πιο ευέλικτο η διαδικασία να πραγματοποιηθεί σταδιακά: Για την έναρξη της προσομοίωσης πρέπει να εισαχθούν στον προσομοιωτή μόνο οι πρώτες τιμές των μεταβλητών εισόδου και να υπολογιστεί η τιμή των μεταβλητών εξόδου μετά από μια περίοδο λειτουργίας. Στη συνέχεια θα πρέπει να εισαχθούν οι επόμενες τιμές μεταβλητών εισόδου, να υπολογιστούν οι μεταβλητές εξόδου μετά από δύο περιόδους λειτουργίας κ.ο.κ. Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί μια στρατηγική ανατροφοδότησης ώστε να λαμβάνεται σε «πραγματικό χρόνο» η απόφαση για την τιμή των μεταβλητών εισόδου, όπως απεικονίζεται στο σχεδιάγραμμα:



Εικόνα 7: Δομή ανατροφοδότησης για το συγκεκριμένο πρόβλημα

Με τον τρόπο που έχει δομηθεί, ο προσομοιωτής περιέχει όλες τις πληροφορίες της δυναμικής της διεργασίας, η οποία μάλιστα είναι καθορισμένη πριν από την έναρξη της προσομοίωσης. Όμως, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 7, αντιμετωπίζεται ως «μαύρο κουτί». Με αυτό τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι ένας εξωτερικός παρατηρητής δεν έχει πρόσβαση στα δεδομένα δυναμικής. Υπό άλλες συνθήκες, πιθανώς να ήταν δυνατό να σχεδιαστεί ένας ρυθμιστής προσαρμοσμένος επακριβώς πάνω στα συγκεκριμένα δεδομένα. Ένας τέτοιος ρυθμιστής μπορεί να προσδώσει εξαιρετική δυναμική συμπεριφορά στο συγκεκριμένο σύστημα, όμως θα έχει πολύ χειρότερες επιδόσεις σε περίπτωση μεταβολής των δεδομένων δυναμικής. Σκοπός της παρούσας μελέτης είναι η σχεδίαση ενός εύρωστου ρυθμιστή που θα μπορεί να ανταποκριθεί σε ποικιλία δυναμικών, βασιζόμενος μόνο σε δεδομένα εισόδου/εξόδου της διεργασίας.

4.5 Μεθοδολογίες Πρόβλεψης

4.5.1 Πρόβλεψη με την Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων

Όπως έχει αναπτυχθεί στο 3.2, για την χρήση του προβλεπτικού ρυθμιστή είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός μοντέλου της διεργασίας. Η διεργασία που μελετάται εμφανίζει σημαντικές μεταβολές στην δυναμική της με την πάροδο του χρόνου, επομένως η χρήση ενός χρονικά ανεξάρτητου μοντέλου δεν θα έδινε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Επιπλέον, η δυναμική της διεργασίας αλλάζει με τρόπο απρόβλεπτο, και το μοντέλο που εισάγεται στον προβλεπτικό ρυθμιστή θα πρέπει να είναι σε θέση να «ακολουθεί» αυτές τις αλλαγές. Μια προσέγγιση για την αντιμετώπιση αυτού του ζητήματος είναι η διαδοχική προσαρμογή των πιο πρόσφατων δεδομένων εισόδου/εξόδου της διεργασίας σε ένα μοντέλο που δίνει μια γενική περιγραφή της δυναμικής της, όπως π.χ. αυτό που δίνεται στην εξ.(18). Με αυτό τον τρόπο, οι παράμετροι του μοντέλου ανανεώνονται συνεχώς, ώστε να δίνουν μία όσο το δυνατόν πιο ενημερωμένη περιγραφή της δυναμικής. Η χρήση της εξ.(18) ως γενικό μοντέλο της διεργασίας είναι σίγουρα μια εφικτή επιλογή, αλλά για την προσαρμογή του του στα δεδομένα της διεργασίας απαιτούνται περίπλοκες μέθοδοι μη γραμμικής προσαρμογής [49]. Μια απλούστερη προσέγγιση είναι η χρήση του αθροίσματος συνέλιξης σαν μοντέλο της διεργασίας. Η συσχέτιση μεταξύ μεταβλητών εισόδου/εξόδου θα είναι η εξής:

$$LSF(k) = \sum_{i=1}^{n} h_i^{LSF,lim} \cdot lim(k-i)$$

$$SM(k) = \sum_{i=1}^{n} h_i^{SM,lim} \cdot lim(k-i) + h_i^{SM,add} \cdot add(k-i)$$

όπου το h αντιστοιχεί στους συντελεστές απόκρισης σε παλμική επιβολή, όπως ορίζονται στην εξ.(15).

Σε αυτή την περίπτωση, το μοντέλο που χρησιμοποιείται είναι γραμμικό, επιτρέποντας την χρήση απλούστερων μεθοδολογιών προσαρμογής, όπως η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων, που έχει ήδη παρουσιαστεί στο 3.2.3. Επιπλέον, από την προσαρμογή αυτού του μοντέλου σε δεδομένα υπολογίζονται άμεσα οι συντελεστές απόκρισης σε παλμική επιβολή και μπορούν να εισαχθούν άμεσα στον προβλεπτικό ρυθμιστή. Εμπόδιο σε αυτή την στρατηγική αποτελεί το γεγονός ότι οι μεταβλητές εισόδου πρέπει να είναι εκφρασμένες ως μεταβλητές απόκλισης, ενώ δεν είναι γνωστή η τιμή ισορροπίας τους. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να ξεπεραστεί διαχωρίζοντας την πραγματική τιμή των μεταβλητών εισόδου από την τιμή ισορροπίας τους. Η έκφραση για τον υπολογισμό του LSF τότε παίρνει την μορφή:

$$LSF(k) = \sum_{i=1}^{n} \left(h_i^{LSF,lim} \cdot lim_{real}(k-i) \right) - lim_0 \cdot \sum_{i=1}^{n} h_i^{LSF,lim} \qquad (22)$$

Για λόγους ευκολίας, ορίζεται:

$$c_{LSF} = -lim_0 \cdot \sum_{i=1}^{n} h_i^{LSF,lim}$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω έκφραση για προσαρμογή σε δεδομένα εισόδου/εξόδου μπορούν να υπολογισθούν οι επιθυμητοί συντελεστές και ο όρος c_{LSF}. Το lim_0 προκύπτει ως:

$$lim_0 = -\frac{c_{LSF}}{\sum_{i=1}^{n} h_i^{LSF,lim}}$$

Αντίστοιχα, η έκφραση για SM το γίνεται:

$$SM(k) = \sum_{i=1}^{n} \left(h_i^{SM,lim} \cdot lim_{real}(k-i) + h_i^{SM,add} \cdot add_{real}(k-i) \right)$$

$$- \left(lim_0 \cdot \sum_{i=1}^{n} h_i^{SM,lim} + add_0 \cdot \sum_{i=1}^{n} h_i^{SM,add} \right)$$

Με μια πρώτη ματιά, πρέπει να υπολογισθούν 2 τιμές ισορροπίας, μία για κάθε μεταβλητή εισόδου. Όμως, λόγω της γραμμικότητας του μοντέλου που επελέγη για την περιγραφή της διεργασίας, οι δύο τιμές ισορροπίας δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Αντίθετα, η επιλογή μιας τιμής ισορροπίας για την μια μεταβλητή, καθορίζει την τιμή ισορροπίας που πρέπει να έχει η άλλη μεταβλητή [27]. Αυτό αφορά μόνο το SM. Προκειμένου να υπάρχει η δυνατότητα να οδηγηθούν ταυτόχρονα και οι 2 μεταβλητές εξόδου σε ισορροπία, πρέπει και οι τιμές ισορροπίας των μεταβλητών εισόδου να ταυτίζονται. Ο μόνος τρόπος για να επιτευχθεί αυτό είναι η τιμή του lim_0 να είναι αυτή που υπολογίσθηκε και για το LSF. Επομένως η μεταβλητή lim δεν είναι πλέον άγνωστη και ο όρος που περιέχει το lim_0 στην έκφραση για το SM μπορεί να ενσωματωθεί με το lim_{real}:

$$SM(k) = \sum_{i=1}^{n} \left(h_i^{SM,lim} \cdot lim(k-i) + h_i^{SM,add} \cdot add_{real}(k-i) \right) + c_{SM} \qquad (23)$$

με το c_{SM} να ορίζεται αντίστοιχα με το c_{LSF}. Από αυτό προκύπτει και το add_0 όπως πριν. Η ανάγκη πρότερης γνώσης του lim_0 για τους υπολογισμούς που αφορούν το SM υποδηλώνει ότι για τον υπολογισμό των συντελεστών και των τιμών ισορροπίας πρέπει κάθε φορά να προηγείται η προσαρμογή των δεδομένων που αφορούν το LSF. Έστω λοιπόν ότι πρέπει να προβλεφθούν οι συντελεστές h και οι τιμές ισορροπίας ώστε ο προβλεπτικός ρυθμιστής να δώσει τις μεταβλητές εισόδου την χρονική στιγμή k. Για τον σκοπό αυτό γίνεται παρεμβολή με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων στα δεδομένα των τελευταίων ν περιόδων λειτουργίας. Το πρόβλημα μπορεί να εκφρασθεί σε μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} LSF(k-\nu+1) \\ \vdots \\ LSF(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lim_{real}(k-\nu) & \cdots & lim_{real}(k-\nu-n+1) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ lim_{real}(k-1) & \cdots & lim_{real}(k-n) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1^{LSF,lim} \\ \vdots \\ h_n^{LSF,lim} \\ c_{LSF} \end{bmatrix}$$

Για την επίλυση του προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων και τον υπολογισμό των συντελεστών h και του όρου c_{LSF} πρέπει φυσικά να ισχύει ότι $\nu > n+1$. Από το c_{LSF} υπολογίζεται το lim_0 και μπορεί να δομηθεί το αντίστοιχο πρόβλημα για το SM:

$$\begin{bmatrix} SM(k-\nu+1) \\ \vdots \\ SM(k) \end{bmatrix} = A_{SM} \begin{bmatrix} h_1^{SM,lim} \\ \vdots \\ h_n^{SM,lim} \\ h_1^{SM,add} \\ \vdots \\ h_n^{SM,add} \\ c_{SM} \end{bmatrix}$$

Με τον πίνακα A_{SM} να έχει την μορφή:

$$\begin{bmatrix} lim(k-\nu) & \cdots & lim(k-\nu-n+1) & add_{real}(k-\nu) & \cdots & add_{real}(k-\nu-n+1) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ lim(k-1) & \cdots & lim(k-n) & add_{real}(k-1) & \cdots & add_{real}(k-n) & 1 \end{bmatrix}$$

Προφανώς, σε αυτή την περίπτωση πρέπει $\nu > 2 \cdot n + 1$, απαίτηση που υπερκαλύπτει την αντίστοιχη για το LSF.

Με την επίλυση αυτών των προβλημάτων ελαχίστων τετραγώνων για κάθε περίοδο λειτουργίας παρέχονται στον προβλεπτικό ρυθμιστή όλα τα απαραίτητα δεδομένα για τον υπολογισμό των επόμενων τιμών των μεταβλητών εισόδου. Κάθε φορά το μέγεθος του προβλήματος παραμένει ίδιο, απορρίπτοντας την πρώτη σειρά των πινάκων και τοποθετώντας στην τελευταία σειρά τα νέα δεδομένα. Από αυτή την άποψη, η τεχνική της διαδοχικής επίλυσης προβλημάτων ελαχίστων τετραγώνων φαίνεται «σπάταλη», διότι παρόλο που τα διαδοχικά προβλήματα εμφανίζουν μεγάλη ομοιότητα, λύνονται κάθε φορά εξ' ολοκλήρου, χωρίς την χρήση των προηγούμενων αποτελεσμάτων. Θα ήταν προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί, αν υπάρχει, μια τεχνική που επιτρέπει την μείωση του υπολογιστικού φόρτου, αξιοποιώντας τα ήδη υπάρχοντα αποτελέσματα [50].

4.5.2 Αναδρομική Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

Λύση στο πρόβλημα που αναφέρεται στην προηγούμενη παράγραφο μπορεί να δωθεί από την μεθοδολογία των αναδρομικών ελαχίστων τετραγώνων. Βασική ιδέα αυτής της μεθόδου είναι η χρήση των αποτελεσμάτων της παρεμβολής ελαχίστων τετραγώνων για ν πλήθος παρατηρήσεων ώστε να υπολογισθούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την προσθήκη μιας επιπλέον παρατήρησης, χωρίς να γίνει πάλι από την αρχή η επίλυση προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων για $\nu + 1$ παρατηρήσεις [51]. Χρησιμοποιώντας ίδιο συμβολισμό με την υποενότητα 3.2.3, έστω πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων ν παρατηρήσεων:

$$\boldsymbol{\Psi}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\Psi}\theta = \boldsymbol{\Psi}^{\mathsf{T}}y$$

Σε αυτό το πρόβλημα μπορεί να προστεθεί μια επιπλέον παρατήρηση. Για να είναι διακριτή από τις προηγούμενες παρατηρήσεις, τα δεδομένα που αντιστοιχούν σε αυτή συμβολίζονται με $y_{\nu+1}$ και $\psi_{\nu+1}$. Το πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων θα γίνει:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} \\ \psi_{\nu+1}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} \\ \psi_{\nu+1}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix} \theta_{\nu+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} \\ \psi_{\nu+1}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} y \\ y_{\nu+1} \end{bmatrix}$$

Σκοπός της μεθοδολογίας είναι η εύρεση της λύσης $\theta_{\nu+1}$, αξιοποιώντας την λύση θ του αρχικού προβλήματος. Η διαδικασία που ακολουθείται για τον αναδρομικό υπολογισμό

της λύσης $\theta_{\nu+1}$ θα παρουσιαστεί χωρίς απόδειξη. Η εξαγωγή των σχέσεων που εμφανίζονται παρακάτω επεξηγείται αναλυτικά στο [46]. Τελικά, η νέα λύση μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση:

$$\theta_{\nu+1} = \theta + K(y_{\nu+1} - \psi_{\nu+1}^{\mathrm{T}} \cdot \theta) \tag{24}$$

Ο όρος στην παρένθεση αντιστοιχεί στην διαφορά μεταξύ των νέων παρατηρήσεων και την τιμή που προβλεπόταν να έχουν βάσει του παλιού μοντέλου. Από την παραπάνω σχέση φαίνεται διαισθητικά ότι η νέα λύση προκύπτει αν στην παλιά λύση γίνει διόρθωση που εξαρτάται από την απόκλιση της πρόβλεψης από την πραγματικότητα. Η επίδραση της απόκλισης στην νέα λύση εξαρτάται από τον παράγοντα K, ο οποίος υπολογίζεται από την σχέση:

$$K = \boldsymbol{P} \cdot \psi_{\nu+1}(\boldsymbol{I} + \psi_{\nu+1}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{P} \cdot \psi_{\nu+1})^{-1} \tag{25}$$

όπου ο $\boldsymbol{I}$ είναι μοναδιαίος πίνακας κατάλληλων διαστάσεων και $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}$

Παρατηρείται ότι για τον υπολογισμό του K απαιτείται μια αντιστροφή. Αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα γιατί στην συγκεκριμένη περίπτωση, που το $\psi_{\nu+1}$ είναι διάνυσμα στήλης, το αποτέλεσμα μέσα στην παρένθεση είναι αριθμός.

Οι εξ.(24)-(25) μπορούν να χρησιμοποιηθούν επαναλαμβανόμενα, ώστε από την λύση $\theta_{\nu+1}$ να υπολογισθεί μια νέα λύση $\theta_{\nu+2}$ κ.ο.κ., με αποτέλεσμα να μην είναι ποτέ ξανά απαραίτητη η επίλυση ενός προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων όσο προστίθενται διαδοχικά νέες παρατηρήσεις. Ένα πρόβλημα που μπορεί να προκύψει είναι η σταδιακή αύξηση του μεγέθους του πίνακα $\boldsymbol{\Psi}$, στον οποίο προστίθενται σειρές με την προσθήκη νέων παρατηρήσεων. Το γεγονός αυτό καθιστά δύσκολο τον υπολογισμό του $\boldsymbol{P}$. Ευτυχώς, μετά την πρώτη επανάληψη, το $\boldsymbol{P}$ μπορεί να ανανεώνεται από την σχέση:

$$\boldsymbol{P}_{\nu+1} = (\boldsymbol{I} - K \cdot \psi_{\nu+1}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{P} \tag{26}$$

Συνοπτικά, ο αλγόριθμος για την εφαρμογή των αναδρομικών ελαχίστων τετραγώνων είναι:

1. Εύρεση της λύσης θ με επίλυση προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων
2. Πρώτος υπολογισμός του $\boldsymbol{P}$ ($\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}$)
3. Εισαγωγή της νέας παρατήρησης
4. Υπολογισμός του K
5. Υπολογισμός της νέας λύσης $\theta_{\nu+1}$ και του $\boldsymbol{P}_{\nu+1}$ για την επόμενη επανάληψη
6. $\theta_{\nu+1} = \theta$, $\boldsymbol{P}_{\nu+1} = \boldsymbol{P}$ και επιστροφή στο 3

Η χρήση του δείκτη $\nu + 1$ στις παραπάνω οδηγίες δεν είναι αυστηρή, δηλαδή δεν αναφέρεται συγκεκριμένα σε ένα πρόβλημα $\nu + 1$ παρατηρήσεων, αλλά υποδεικνύει τα στοιχεία που αφορούν το νέο πρόβλημα που ακολουθεί σε κάθε επανάληψη.

Με την παραπάνω μεθοδολογία μπορούν να εισάγονται στην διαδικασία πρόβλεψης οι νέες παρατηρήσεις που προκύπτουν μετά από κάθε περίοδο λειτουργίας, όμως δεν είναι δυνατή η ταυτόχρονη απόρριψη των παλαιότερων παρατηρήσεων. Με τον αναδρομικό υπολογισμό ελαχίστων τετραγώνων διατηρούνται όλες οι παρατηρήσεις, και έχουν την ίδια επίδραση στο μοντέλο που προκύπτει. Αυτό σημαίνει πως με την αύξηση του αριθμού των παρατηρήσεων, οι νέες παρατηρήσεις θα επηρεάζουν ελάχιστα το προκύπτον μοντέλο, κάτι που δεν συμβαδίζει με την ιδέα που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη υποενότητα. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να διορθωθεί με την χρήση ενός παράγοντα απόσβεσης, που θα μειώνει σταδιακά την επίδραση των παλαιότερων παρατηρήσεων. Σε αυτή την περίπτωση, η διαδικασία των αναδρομικών υπολογισμών παραμένει ίδια, με μικρές μετατροπές στις εξ.(25)-(26):

$$K = \boldsymbol{P} \cdot \psi_{\nu+1}(\lambda + \psi_{\nu+1}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{P} \cdot \psi_{\nu+1})^{-1}$$

$$\boldsymbol{P}_{\nu+1} = (\boldsymbol{I} - K \cdot \psi_{\nu+1}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{P}/\lambda$$

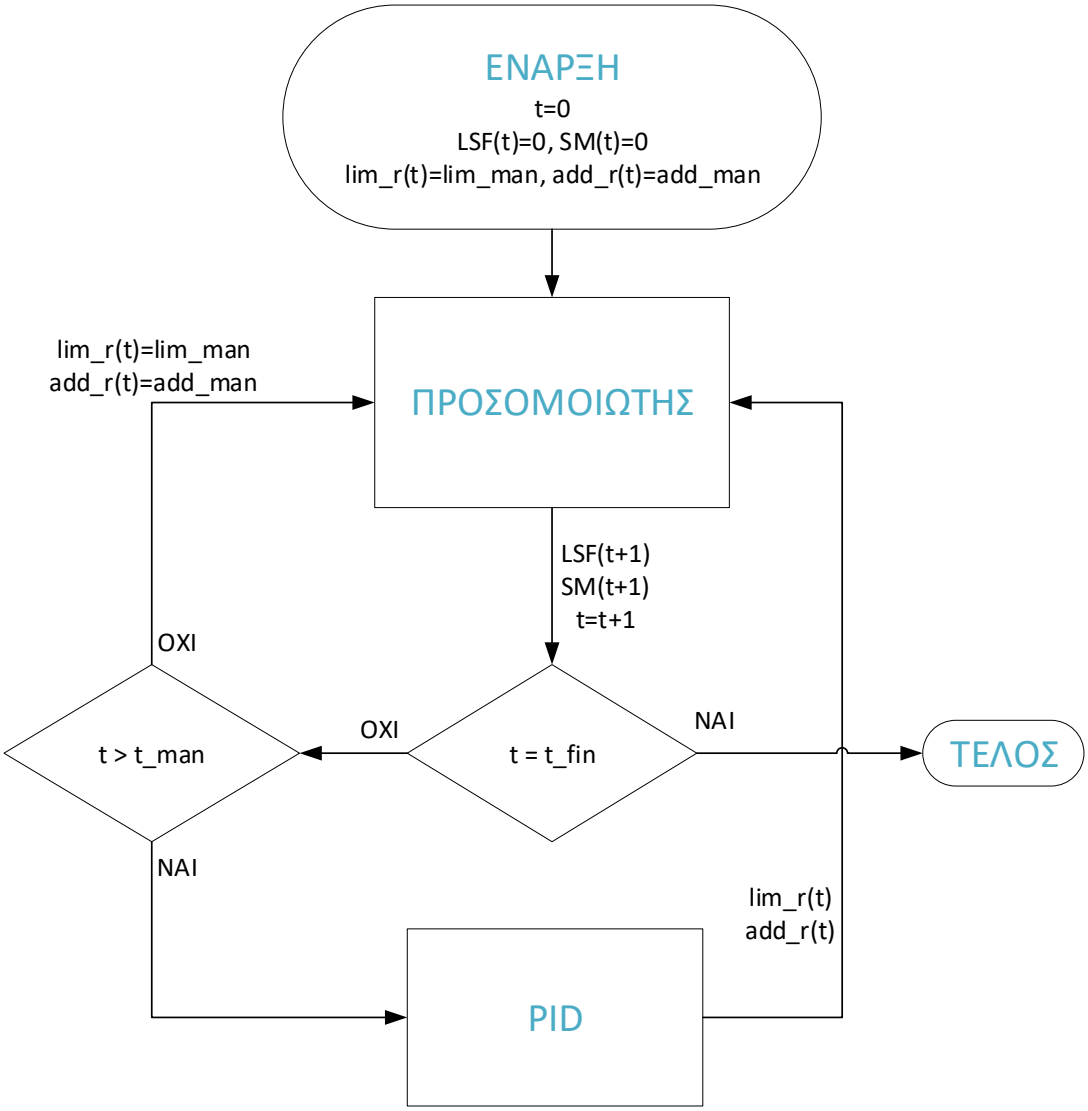
Το λ είναι ο παράγοντας απόσβεσης, με $0 < \lambda \leq 1$. Με την εισαγωγή αυτού του παράγοντα, η επίδραση της j-οστής παρατήρησης (ξεκινώντας από την πιο πρόσφατη) πολλαπλασιάζεται με τον παράγοντα λ^j. Είναι λοιπόν εμφανές ότι οι πιο πρόσφατες παρατηρήσεις έχουν μεγαλύτερο συντελεστή βαρύτητας, ενώ οι αρκετά παλιότερες έχουν πρακτικά αμελητέα επίδραση. Μικρότερες τιμές του λ οδηγούν σε ταχύτερη μείωση της επίδρασης των παλαιότερων παρατηρήσεων, ενώ για $\lambda = 1$ προκύπτει η αρχική μορφή των αναδρομικών ελαχίστων τετραγώνων, με όλες τις παρατηρήσεις να έχουν την ίδια επίδραση.

5 Σχεδιασμός Συστημάτων Ελέγχου – Αποτελέσματα

5.1 Στρατηγική των Προσομοιώσεων

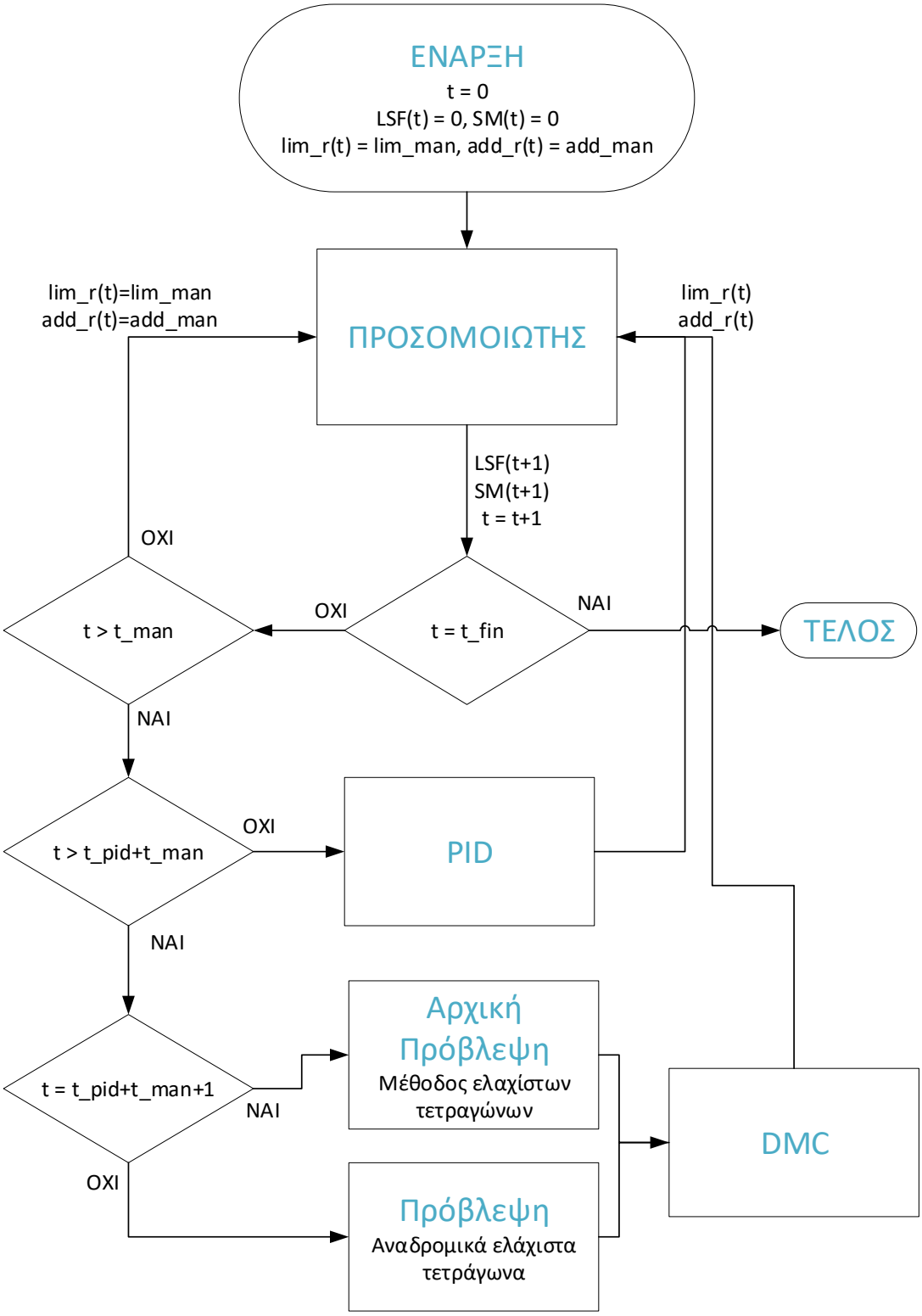
Σε αυτό το σημείο έχουν παρουσιαστεί τα τρία απαραίτητα στοιχεία για την μελέτη του προβλήματος ρύθμισης του μύλου φαρίνας: Ο προσομοιωτής, οι ρυθμιστές και η μέθοδος πρόβλεψης του μοντέλου της διεργασίας. Η κατάλληλη σύνθεση αυτών των στοιχείων επιτρέπει την προσομοίωση της διεργασίας και την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για την αποτελεσματικότητα των στρατηγικών ρύθμισης.

Σε πρώτο στάδιο, μπορεί να μελετηθεί η περίπτωση που ο μύλος ελέγχεται από έναν απλό PID της μορφής (3). Για τον υπολογισμό των μελλοντικών εισόδων με τον συγκεκριμένο PID, απαιτείται γνώση της απόκλισης από την επιθυμητή τιμή για την τρέχουσα και τις δύο προηγούμενες περιόδους λειτουργίας. Αυτά τα στοιχεία είναι θεωρητικά γνωστά από την πρώτη κιόλας περίοδο λειτουργίας (βλ. 4.4), αλλά για την πιο ρεαλιστική απεικόνιση του προβλήματος οι μεταβλητές εισόδου θα έχουν μια προκαθορισμένη τιμή κατά τις πρώτες περιόδους λειτουργίας. Μετά το πέρας αυτών των περιόδων, οι μεταβλητές εισόδου θα καθορίζονται αυτόματα από τον PID ρυθμιστή. Έστω ότι πραγματοποιείται μια προσομοίωση συνολικής διάρκειας t_{fin} περιόδων λειτουργίας, και για τις πρώτες t_{man} περιόδους χρησιμοποιούνται οι προκαθορισμένες τιμές μεταβλητών εισόδου lim_{man} και add_{man}. Η διαδικασία της προσομοίωσης μπορεί να αποτυπωθεί στο παρακάτω διάγραμμα ροής:



Εικόνα 8: Προσομοίωση της διεργασίας άλεσης φαρίνας με PID ρυθμιστή

Έχοντας σαν βάση την παραπάνω διαδικασία, μπορεί να προστεθεί στο σύστημα και ο προβλεπτικός ρυθμιστής. Η λειτουργία του προβλεπτικού ρυθμιστή προϋποθέτει την ύπαρξη ενός μοντέλου της διεργασίας. Για τον λόγο, αυτό πριν την εκκίνηση για πρώτη φορά του προβλεπτικού ρυθμιστή προηγείται η πρόβλεψη του μοντέλου με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Η μέθοδος αυτή απαιτεί την ύπαρξη επαρκούς αριθμού παρατηρήσεων, κάτι που σημαίνει πως η διεργασία θα ελέγχεται από τον PID ρυθμιστή μέχρι την συλλογή τους. Μετά την αρχική πρόβλεψη και εκκίνηση του προβλεπτικού ρυθμιστή, το μοντέλο ανανεώνεται συνεχώς με την αναδρομική μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και η διεργασία ελέγχεται αποκλειστικά από τον προβλεπτικό ρυθμιστή. Έστω ότι απαιτούνται t_{pid} περίοδοι λειτουργίας με τον PID ρυθμιστή προκειμένου να συλλεχθούν αρκετές παρατηρήσεις για μια αρχική πρόβλεψη. Η διαδικασία της προσομοίωσης σε αυτή την περίπτωση έχει ως εξής:



Εικόνα 9:Προσομοίωση της διεργασίας άλεσης φαρίνας με DMC ρυθμιστή

Αξίζει να σημειωθεί πως οι πρώτες t_{man} παρατηρήσεις δεν περιέχουν κάποια ουσιαστική πληροφορία για την δυναμική της διεργασίας, επειδή οι μεταβλητές εισόδου παρέμεναν σταθερές για αυτές τις περιόδους λειτουργίας. Επομένως, δεν αξιοποιούνται κατά την πρόβλεψη του μοντέλου. Κάτι άλλο που δεν εμφανίζεται στις παραπάνω εικόνες αλλά επηρεάζει την ρυθμιστική δράση είναι τα όρια των τιμών που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές εισόδου:

$$50 \leq lim \leq 80, \quad 0.7 \leq add \leq 5 \tag{27}$$

Εάν οι ρυθμιστές δώσουν τιμές εκτός αυτών των ορίων, η τιμή της μεταβλητής εισόδου τίθεται ίση με την μέγιστη ή ελάχιστη δυνατή τιμή της, ανάλογα την περίπτωση. Με αυτό τον τρόπο ελέγχεται ο κορεσμός (saturation) των εισόδων, που επέρχεται σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας όταν ξεπεραστούν αυτά τα όρια.

5.2 Βαθμονόμηση

Τελευταίο βήμα πριν την πραγματοποίηση προσομοιώσεων και εξαγωγή αποτελεσμάτων είναι η επιλογή κατάλληλων τιμών για τις διάφορες λειτουργικές παραμέτρους των ρυθμιστών και των εργαλείων πρόβλεψης, καθώς και για τις παραμέτρους t_{man} και t_{pid}, που αφορούν συνολικά την διαδικασία προσομοίωσης. Αυτή η διαδικασία βαθμονόμησης είναι απαραίτητη ώστε να εξασφαλισθεί η ικανοποιητική απόδοση των ρυθμιστικών σχημάτων. Η προσομοίωση με έναν κακά παραμετροποιημένο ρυθμιστή θα δώσει αποτελέσματα μη αντιπροσωπευτικά των ρυθμιστικών δυνατότητων του στην συγκεκριμένη διεργασία, κάτι που έρχεται σε αντίθεση με το ερευνητικό αντικείμενο της εργασίας.

Η βαθμονόμηση των ρυθμιστών έγκειται στην επιλογή των παραμέτρων K_p, K_i, K_d για τον PID ρυθμιστή, και των $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}, p, m$ για τον προβλεπτικό ρυθμιστή DMC. Όσον αφορά τον PID ρυθμιστή, οι παρεχόμενες τιμές των παραμέτρων του είναι:
PID ρυθμιστής που χειρίζεται το lim βάσει των μεταβολών LSF:

$$K_p = 0.11 \qquad K_i = 0.14 \qquad K_d = 0.06$$

PID ρυθμιστής που χειρίζεται το add βάσει των μεταβολών του SM:

$$K_p = -0.43 \qquad K_i = -0.42 \qquad K_d = -0.13$$

Αυτές οι τιμές θα χρησιμοποιηθούν σε όλες τις προσομοιώσεις, παραμένοντας σταθερές καθ' όλη την διάρκεια τους. Να σημειωθεί ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα οι μεταβλητές εισόδου ελέγχονται από 2 ανεξάρτητους PID ρυθμιστές, με τον κάθε ρυθμιστή να αντιστοιχεί σε ένα ζεύγος μεταβλητών εισόδου/εξόδου. Εφόσον το LSF εξαρτάται μόνο από το lim, τα δύο ζεύγη ελέγχου που σχηματίζονται είναι τα lim/LSF και add/SM.

Για τις ρουτίνες πρόβλεψης πρέπει να επιλεγούν οι παράμετροι n και λ. Η πρώτη αφορά των αριθμό των συντελεστών που θα περιέχονται στο προς πρόβλεψη γραμμικό μοντέλο. Π.χ. για $n = 2$, θα διατηρηθούν μόνον οι 2 πρώτοι όροι από το άθροισμα της εξ.(22):

$$LSF(k) = h_1^{LSF,lim} \cdot lim_{real}(k-1) + h_2^{LSF,lim} \cdot lim_{real}(k-2) + c_{LSF}$$

Με αντίστοιχο τρόπο προκύπτει και το μοντέλο για το SM από την εξ.(23). Για μεγαλύτερες τιμές του n αυξάνεται ο αριθμός των συντελεστών που πρέπει να προβλεφθούν, με αποτέλεσμα να απαιτείται μεγαλύτερος αριθμός παρατηρήσεων για ικανοποιητική πρόβλεψη του μοντέλου, άρα και μεγαλύτερες τιμές του t_{pid}. Το λ είναι ο παράγοντας απόσβεσης, για τον οποίο μπορούν να βρεθούν περισσότερες λεπτομέρειες στο 4.5.2.

Οι παράμετροι t_{man} και t_{pid} αναμένεται να έχουν ασθενή επίδραση στην πορεία της προσομοίωσης, η οποία περιορίζεται στις πρώτες περιόδους λειτουργίας. Για τον λόγο αυτό δεν είναι απαραίτητο να γίνει προσεκτική επιλογή τους. Για όλες τις προσομοιώσεις θα χρησιμοποιηθούν οι τιμές:

$$t_{man} = 5 \qquad\qquad t_{pid} = 35$$

Αυτές οι τιμές εξασφαλίζουν ότι θα υπάρχουν αρκετά δεδομένα για την εκκίνηση του PID ρυθμιστή και αρκετές παρατηρήσεις για μια ικανοποιητική πρώτη πρόβλεψη του μοντέλου της διεργασίας, ακόμα και για μεγάλες τιμές του n.

Μένει να καθοριστούν οι παράμετροι του προβλεπτικού ρυθμιστή και της ρουτίνας πρόβλεψης του μοντέλου. Για την ευκολότερη πραγματοποίηση αυτής της εργασίας, θα γίνει η εξής θεώρηση: Όταν η πρόβλεψη του μοντέλου της διεργασίας είναι ακριβέστερη, μπορεί να σχεδιαστεί ένας καλύτερος (καλύτερος από την άποψη της επίτευξης της επιθυμητής συμπεριφοράς του συστήματος) προβλεπτικός ρυθμιστής [52]. Αυτή η δήλωση κρύβει μια σημαντική λεπτομέρεια: Το ότι *μπορεί* να σχεδιαστεί ένας καλύτερος ρυθμιστής δεν σημαίνει πως και η διαδικασία σχεδιασμού του είναι γνωστή. Για τον λόγο αυτό, η ισχύς της θα γίνει δεκτή με τις απαραίτητες επιφυλάξεις και θα αξιοποιηθεί για την διαίρεση της διαδικασίας βαθμονόμησης σε 2 βήματα: Αρχικά την επιλογή των n και λ για τα οποία προκύπτουν οι ακριβέστερες προβλέψεις και στην συνέχεια την βαθμονόμηση του προβλεπτικού ρυθμιστή.

Για την επιλογή των n και λ θα αξιοποιηθούν δεδομένα προσομοίωσης της διεργασίας με PID ρυθμιστή (Εικόνα 8), στο σύνολο των διαθέσιμων δεδομένων δυναμικής. Τα δεδομένα εισόδου/εξόδου που θα προκύψουν από την προσομοίωση θα εισαχθούν διαδοχικά στην ρουτίνα πρόβλεψης, ώστε να εξαχθούν προβλέψεις για το μοντέλο με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που θα γινόταν αν υπήρχε προβλεπτικός ρυθμιστής. Για κάθε πρόβλεψη που αντιστοιχεί σε μία περίοδο λειτουργίας, υπολογίζεται ο συντελεστής συσχέτισης, R^2, του γραμμικού μοντέλου με τα δεδομένα της προσομοίωσης, για τις τελευταίες 30 περιόδους λειτουργίας. Σε αυτή την περίπτωση εξάγεται ένα μοντέλο για κάθε μεταβλητή εξόδου, οπότε οι συντελεστές συσχέτισης θα είναι R^2_{LSF} και R^2_{SM} αντίστοιχα. Το πρόβλημα με την χρήση του συντελεστή συσχέτισης για την αξιολόγηση της προσαρμογής είναι ότι η τιμή του ποτέ δεν μειώνεται όταν αυξάνονται οι παράμετροι του γραμμικού μοντέλου (για τα ίδια δεδομένα). Επομένως, η χρήση του R^2 ως κριτήριο προσαρμογής μάλλον θα οδηγήσει στην επιλογή του μεγαλύτερου δυνατού n. Κάτι τέτοιο θα αυξήσει σημαντικά την πολυπλοκότητα του μοντέλου και τον υπολογιστικό φόρτο της ρουτίνας πρόβλεψης και του προβλεπτικού ρυθμιστή. Για τον λόγο αυτό προτιμάται η χρήση του προσαρμοσμένου συντελεστή συσχέτισης (adjusted r-squared, $\bar{R}^2$), που λαμβάνει υπόψη τον αριθμό των παραμέτρων του μοντέλου, ώστε να αποφευχθεί η χρήση μεγαλύτερου αριθμού άχρηστων παραμέτρων που δεν βελτιώνουν ουσιαστικά το μοντέλο [53]. Έχοντας υπολογίσει τους προσαρμοσμένους συντελεστές συσχέτισης για κάθε περίοδο λειτουργίας (προφανώς οι προβλέψεις ξεκινάνε μετά την περίοδο $t_{man} + t_{pid}$), προκύπτουν οι μέσοι όροι τους, $\overline{\boldsymbol{R}}^2_{LSF}$ και $\overline{\boldsymbol{R}}^2_{SM}$. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για διαφορετικούς συνδυασμούς των παραμέτρων n, λ και επιλέγεται το ζευγάρι που μεγιστοποιεί το άθροισμα $\overline{\boldsymbol{R}}^2_{LSF} + \overline{\boldsymbol{R}}^2_{SM}$.

Με την μεθοδολογία που περιγράφεται στην προηγούμενη παράγραφο δοκιμάστηκαν όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί που προκύπτουν από τις παρακάτω τιμές των n, λ (γραμμένες στην μορφή: αρχική τιμή :: βήμα :: τελική τιμή):

Παράμετρος	Εύρος Τιμών
λ	$0.95 :: 0.005 :: 0.99$
n	$1 :: 1 :: 5$

Με τον συνδυασμό: $(n, \lambda) = (2, 0.975)$ να προσφέρει την καλύτερη προβλεπτική ικανότητα, βάσει του προαναφερθέντος κριτηρίου.

Όσον αφορά τον προβλεπτικό ρυθμιστή, η μεγαλύτερη δυσκολία έγκειται στην κατάλληλη επιλογή των διαγώνιων στοιχείων των πινάκων $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}$. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, οι πίνακες θα έχουν την μορφή:

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} w_1^{LSF} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & w_1^{SM} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_2^{LSF} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_2^{SM} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & w_p^{LSF} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & w_p^{SM} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} r_1^{lim} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & r_1^{add} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2^{lim} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_2^{add} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & r_m^{lim} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & r_m^{add} \end{bmatrix}$$

Όπως έχει αναφερθεί στο 3.2.2, τα διαγώνια στοιχεία των $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}$ χρησιμοποιούνται σαν συντελεστές επιβάρυνσης των προβλεπόμενων αποκλίσεων από τον στόχο (e) και των μελλοντικών μεταβολών των μεταβλητών εισόδων (Δu) αντίστοιχα. Ο δείκτης των διαγώνιων στοιχείων υποδηλώνει την περίοδο του ορίζοντα πρόβλεψης ή ελέγχου, και ο εκθέτης την μεταβλητή εξόδου ή εισόδου που επηρεάζει το συγκεκριμένο στοιχείο. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα δεν υπάρχει κάποιο στοιχείο που να υποδεικνύει ότι κάποια σημεία του ορίζοντα πρόβλεψης ή ελέγχου απαιτούν ειδική αντιμετώπιση ως προς την επιλογή συντελεστή επιβάρυνσης. Αυτό σημαίνει πως οι συντελεστές επιβάρυνσης που αντιστοιχούν στην ίδια μεταβλητή θα έχουν την ίδια τιμή, ανεξάρτητα από τον δείκτη τους. Η θεώρηση αυτή μειώνει σημαντικά την δυσκολία της βαθμονόμησης, περιορίζοντας την διαδικασία επιλογής των $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}$ σε μόλις 2 στοιχεία ανά πίνακα. Τα προς προσδιορισμό στοιχεία συμβολίζονται:

$$w = [w^{LSF} \;\; w^{SM}], \quad r = \left[r^{lim} \;\; r^{add}\right]$$

Σημαντικό ρόλο στην επιλογή αυτών των παραμέτρων παίζει η εξής παρατήρηση: Απόκλιση μίας μονάδας αντιστοιχεί σε 1% απόκλιση από την επιθυμητή τιμή για το LSF, και περίπου 40% για το SM. Μια πρώτη προσέγγιση λοιπόν είναι η επιλογή των στοιχείων του w ώστε να εξισώνεται αυτή η διαφορά στην κλίμακα μεταξύ των μεταβλητών εξόδου. Εφόσον $LSF_T \approx 40 \cdot SM_T$, μια λογική επιλογή είναι $w = [1 \;\; 40]$. Για τις μεταβλητές εισόδου δεν ενδιαφέρει τόσο η σχετική απόκλιση από μια μέση τιμή, αλλά η γενική κλίμακα των μεταβολών που απαιτούνται για τον έλεγχο της διεργασίας. Από

τα δεδομένα προσομοίωσης μόνο με PID ρυθμιστή, μπορούν να υπολογισθούν οι τυπικές αποκλίσεις των lim, add από την μέση τιμή τους:

$$std_{lim} = 4.7, \quad std_{add} = 0.80$$

Παρατηρείται ότι $std_{lim} \approx 5 \cdot std_{add}$, οπότε επιλέγεται $r = [1 \;\; 5]$

Τα w, r δεν μπορούν να επιλεγούν ανεξάρτητα. Όπως φαίνεται από την αντικειμενική συνάρτηση (12), μείωση των τιμών των στοιχείων του $\boldsymbol{R}$ οδηγεί σε έναν πιο επιθετικό ρυθμιστή, που δεν θα διστάσει να μεταβάλλει απότομα τις μεταβλητές εισόδου προκειμένου να διατηρήσει τις μεταβλητές εξόδου στα επιθυμητά επίπεδα. Ίδια συμπεριφορά θα παρατηρηθεί με αύξηση των τιμών των στοιχείων του $\boldsymbol{W}$. Επομένως, έχει περισσότερο νόημα να χρησιμοποιηθεί η αναλογία μεταξύ των στοιχείων των $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{R}$ για την βαθμονόμηση του ρυθμιστή. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα η αναλογία αυτή μπορεί να εκφρασθεί μέσω του πολλαπλασιασμού των στοιχείων του w ή του r με ένα συντελεστή.

Πλέον απομένει μόνο να καθοριστούν οι ορίζοντες πρόβλεψης και ελέγχου και ο προαναφερθέντας συντελεστής. Για τον σκοπό αυτό πραγματοποιούνται προσομοιώσεις, με χρήση του προβλεπτικού ρυθμιστή χωρίς περιορισμούς (Εικόνα 9), για πολλούς διαφορετικούς συνδυασμούς αυτών των παραμέτρων. Κριτήριο για την επιλογή των βέλτιστων παραμέτρων είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος:

$$\frac{std_{LSF}^{DMC}}{std_{LSF}^{PID}} + \frac{std_{SM}^{DMC}}{std_{SM}^{PID}}$$

όπου $std_{LSF}^{PID}, std_{SM}^{PID}$ είναι οι τυπικές αποκλίσεις των LSF, SM από την επιθυμητή τιμή, όπως υπολογίζονται από την προσομοίωση με χρήση μόνο PID ρυθμιστή. Αντίστοιχα ορίζονται και τα $std_{LSF}^{DMC}, std_{SM}^{DMC}$, αλλά για την προσομοίωση που περιλαμβάνει τον προβλεπτικό ρυθμιστή. Συνολικά έγιναν προσομοιώσεις με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των παρακάτω τιμών των παραμέτρων:

Παράμετρος	**Εύρος Τιμών**
p	$7 :: 1 :: 15$
m	$3 :: 1 :: 8$
$c_{r/w}$	$0 :: 0.5 :: 8$

Όπου $c_{r/w}$ ο συντελεστής με τον οποίο πολλαπλασιάζονται τα στοιχεία του r. Τα βέλτιστα αποτελέσματα προκύπτουν για $p = 13, m = 4$ και $c_{r/w} = 5$.

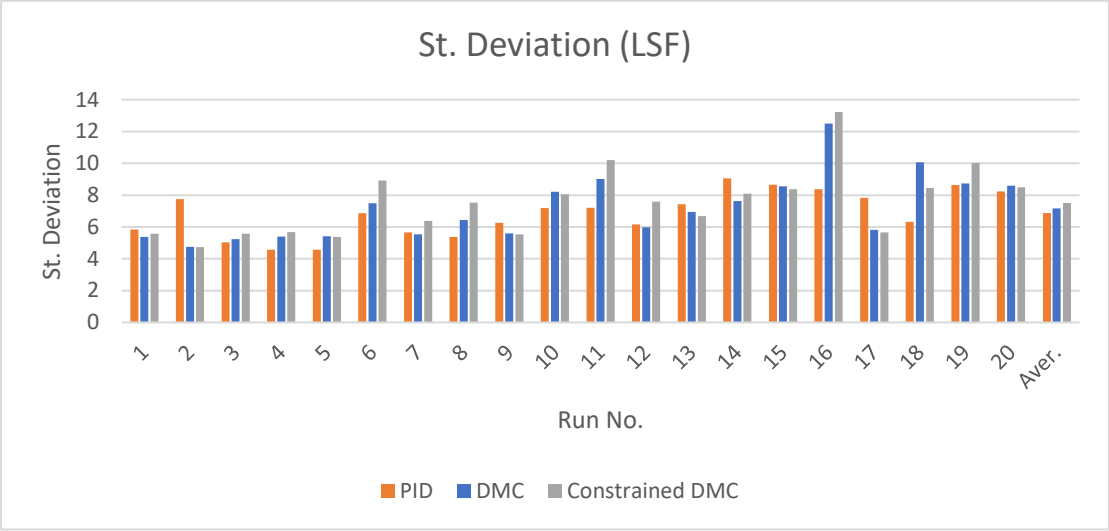
5.3 Αποτελέσματα – Συζήτηση

Για την αξιολόγηση των επιλεγμένων στρατηγικών ρύθμισης, τα διαθέσιμα δεδομένα δυναμικής χωρίζονται σε 20 σύνολα διάρκειας 400 περιόδων λειτουργίας, έτσι ώστε κάθε σύνολο να αντιστοιχεί περίπου σε έναν μήνα πραγματικής λειτουργίας του μύλου φαρίνας. Με αυτά τα δεδομένα θα προσομοιωθεί η διεργασία με 3 διαφορετικούς τρόπους: 1)Ελεγχόμενη μόνο με PID ρυθμιστή, 2)Ελεγχόμενη από προβλεπτικό ρυθμιστή χωρίς περιορισμούς και 3)Ελεγχόμενη με προβλεπτικό ρυθμιστή στον οποίο έχουν προστεθεί σαν περιορισμοί οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές των μεταβλητών εισόδου (εξ.(27)). Από την κατάλληλη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων

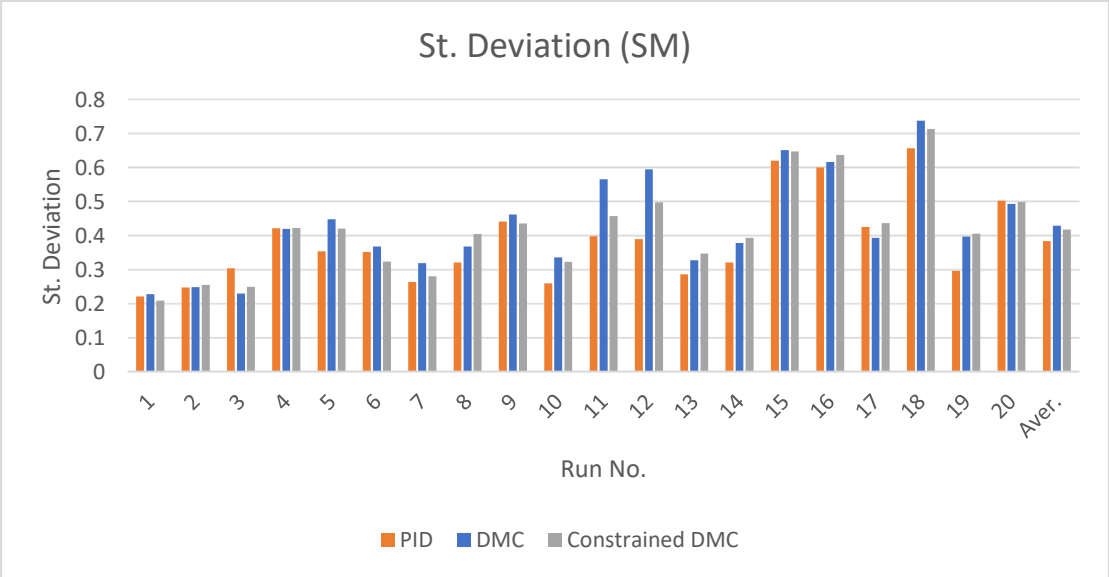
κρίνεται η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης στρατηγικής προβλεπτικής ρύθμισης με παράλληλη πρόβλεψη του μοντέλου της διεργασίας, έναντι της χρήσης απλού PID ρυθμιστή.

5.3.1 Τυπική Απόκλιση

Η τυπική απόκλιση των τιμών των μεταβλητών εξόδου αποτελεί το απλούστερο μέτρο αξιολόγησης της ρυθμιστικής δράσης. Μικρότερες τιμές της τυπικής απόκλισης σημαίνουν μεγαλύτερη συγκέντρωση των τιμών των μεταβλητών εξόδου κοντά στην επιθυμητή τιμή, στοιχείο επιθυμητό κατά την ρύθμιση μιας διεργασίας. Η τυπική απόκλιση των τιμών των μεταβλητών εξόδου για τους 20 μήνες λειτουργίας παρουσιάζονται στα παρακάτω γραφήματα:



Διάγραμμα 1: Τυπική απόκλιση από την επιθυμητή τιμή του LSF



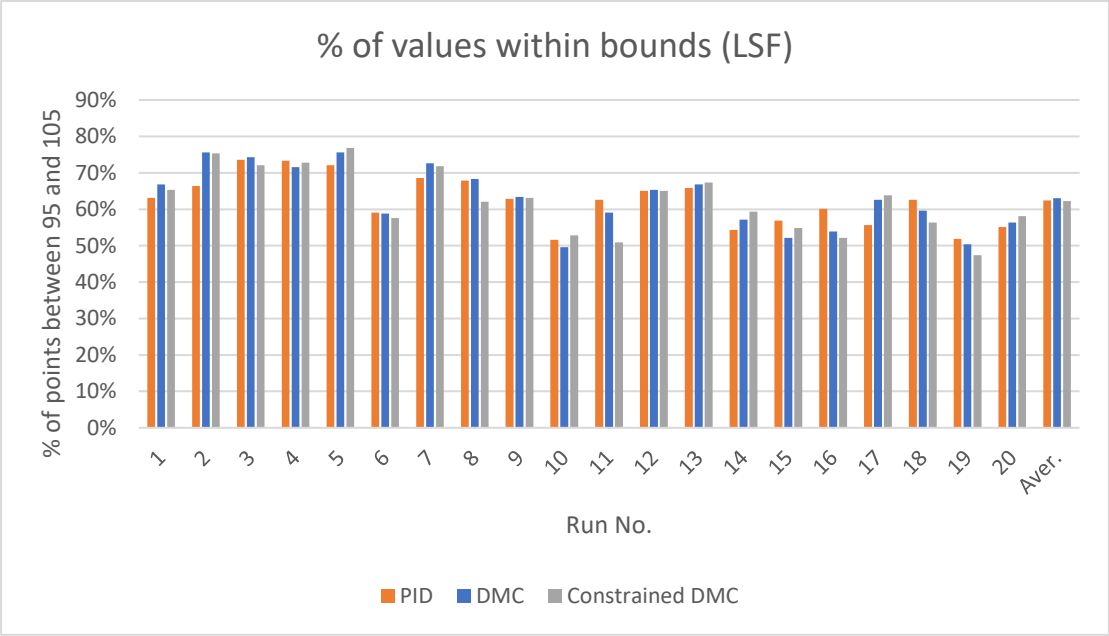
Διάγραμμα 2: Τυπική απόκλιση από την επιθυμητή τιμή του SM

Όσον αφορά το LSF, ο PID ρυθμιστής εμφανίζει χαμηλότερες τυπικές αποκλίσεις από τους προβλεπτικούς ρυθμιστές για τους περισσότερους μήνες λειτουργίας. Αυτό οδηγεί σε καλύτερη μέση συμπεριφορά του PID, με μικρή όμως διαφορά από τους δύο προβλεπτικούς ρυθμιστές, οι οποίοι έχουν παρόμοιες τάσεις στην συμπεριφορά τους. Το

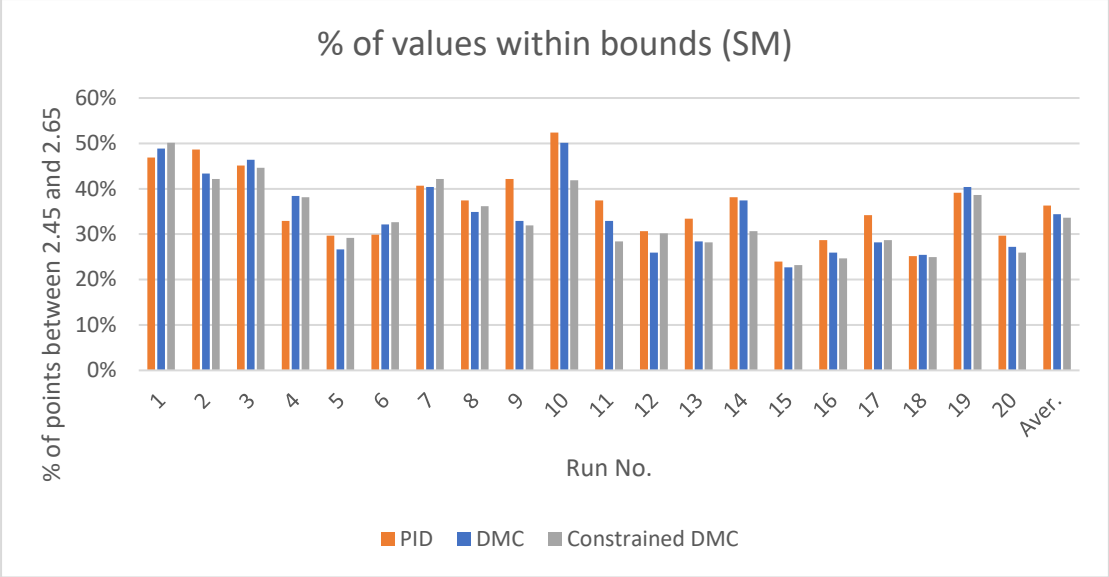
σημαντικότερο στοιχείο υπεροχής του PID είναι η συνέπεια που προσφέρει: Σε κάθε μήνα λειτουργίας η τυπική απόκλιση βρίσκεται πολύ κοντά στην μέση τιμή. Αντίθετα οι προβλεπτικοί ρυθμιστές, φαίνεται να είναι αρκετά πιο απρόβλεπτοι: Ενώ έχουν αρκετά καλή συμπεριφορά κατά τους περισσότερους μήνες, σε κάποιες περιπτώσεις εμφανίζουν απότομη αύξηση της τυπικής απόκλισης. Ίδια είναι η εικόνα στην περίπτωση του SM, με τον PID να παραμένει πιο συνεπής από τους προβλεπτικούς ρυθμιστές. Επιπλέον, η διαφορά της μέσης τυπικής απόκλισης είναι πιο σημαντική σε σχέση με την περίπτωση του LSF. Και πάλι, η εισαγωγή περιορισμών στον προβλεπτικό ρυθμιστή δεν φαίνεται να δίνει κάποια αξιόλογη διαφορά στα αποτελέσματα.

5.3.2 Ποσοστό Τιμών Πλησίον του Στόχου

Η τυπική απόκλιση δίνει μία καλή εικόνα της διασποράς, αλλά είναι αρκετά ευαίσθητη ως προς τις τιμές που απέχουν σημαντικά από την μέση τιμή. Δηλαδή, η τυπική απόκλιση ενός συνόλου τιμών με πολύ μικρή διασπορά μπορεί να αυξηθεί σημαντικά με την προσθήκη σε αυτό πολύ λίγων τιμών που απέχουν σημαντικά από την μέση τιμή. Κάτι τέτοιο σημαίνει πως δεν αποκλείεται οι προβλεπτικοί ρυθμιστές να οδηγούν πιο συχνά τις μεταβλητές εξόδου κοντά στον στόχο, σε σχέση με τον PID, αλλά να δίνουν τελικά μεγαλύτερες τυπικές αποκλίσεις επειδή ελάχιστες τιμές απέχουν αρκετά παραπάνω από τον στόχο. Για να διαπιστωθεί αν ισχύει κάτι τέτοιο, μελετάται το ποσοστό των τιμών μεταβλητών εξόδου που βρίσκονται εντός αποδεκτού εύρους ($\pm 5\%$) γύρω από την επιθυμητή τιμή.



Διάγραμμα 3: Ποσοστό τιμών εντός εύρους 5% από την επιθυμητή τιμή του LSF



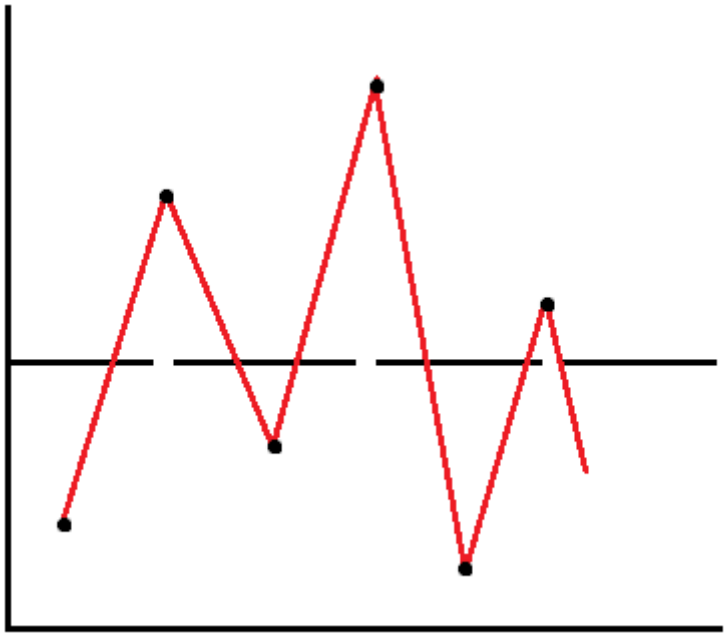
Διάγραμμα 4: Ποσοστό τιμών εντός εύρους 5% από την επιθυμητή τιμή του SM

Τα αποτελέσματα δεν εμφανίζουν κάποια ουσιαστική διαφορά σε σχέση με αυτά που αφορούν την τυπική απόκλιση. Η απόδοση ως προς το LSF είναι πρακτικά ίδια και για τους 3 ρυθμιστές, με τον PID να υπερτερεί ελαφρώς στο SM. Αυτή η εικόνα μάλλον αποκλείει το σενάριο περί ύπαρξης ελάχιστων απομακρυσμένων τιμών που αυξάνουν σημαντικά την τυπική απόκλιση των προβλεπτικών ρυθμιστών. Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι το ποσοστό τιμών που βρίσκονται εντός του αποδεκτού εύρους είναι πολύ μικρότερου για το SM σε σχέση με το LSF. Φαίνεται λοιπόν πως υπάρχει σχετικά αυξημένη δυσκολία στην ρύθμιση του SM.

5.3.3 Διάβαση από τον Στόχο

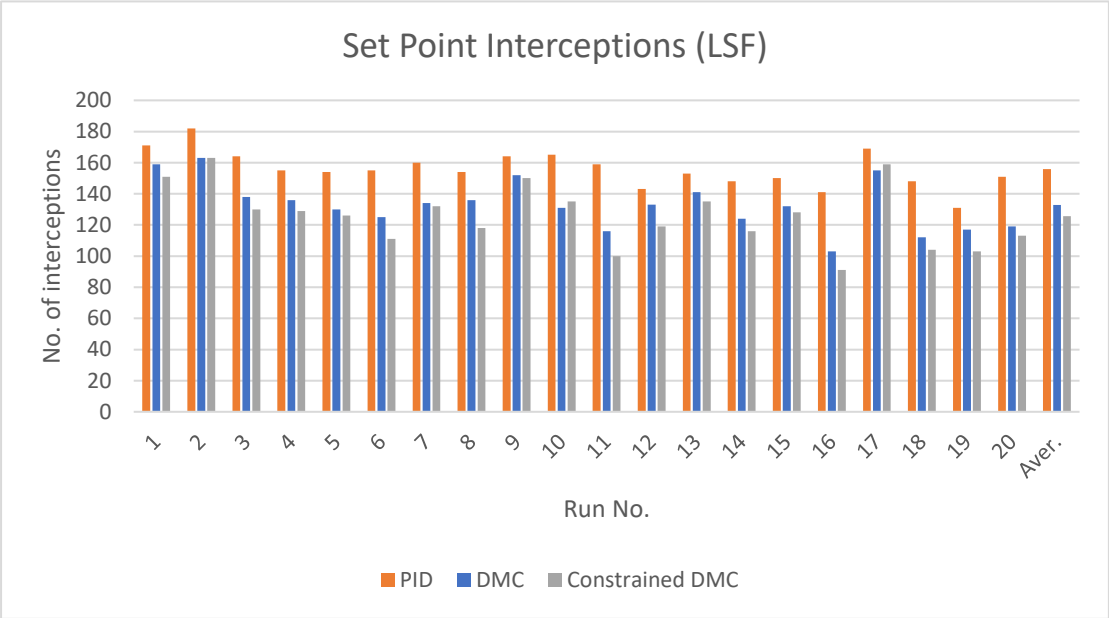
Η μέχρι στιγμής ανάλυση δείχνει μια μικρή υπεροχή του PID ρυθμιστή, έναντι των προβλεπτικών. Για την εξαγωγή κάποιου επιπρόσθετου κριτηρίου που ίσως δώσει μια πιο ξεκάθαρη εικόνα των διαφορών μεταξύ αυτών των διαφορετικών ρυθμιστικών στρατηγικών θα αξιοποιηθεί μια λεπτομέρεια που βρίσκεται εκτός των ορίων της διεργασίας: Μετά την άλεση στον μύλο, η φαρίνα μεταφέρεται σε σιλό ανάμιξης με χρόνο παραμονής μερικών ωρών [21]. Η ύπαρξη του σιλό εξομαλύνει την σύσταση της φαρίνας, με αποτέλεσμα να μην είναι αναγκαία η προσέγγιση του στόχου σε μόνιμη βάση. Αν για μια περίοδο λειτουργίας ο στόχος ξεπεραστεί σημαντικά, αρκεί να υπάρξει η κατάλληλη ρυθμιστική δράση που θα μειώσει σημαντικά την τιμή της μεταβλητής εξόδου κατά την επόμενη περίοδο λειτουργίας. Η φαρίνα από την προηγούμενη περίοδο λειτουργίας θα αναμιχθεί με την να φαρίνα και η τελική σύσταση θα είναι πολύ πιο κοντά στον στόχο. Αυτή η δυνατότητα του ρυθμιστή να αναστρέφει γρήγορα τις παρεκκλίσεις από τον στόχο μπορεί να ποσοτικοποιηθεί από τον αριθμό των φορών που η τιμή των μεταβλητών εξόδου διέρχεται από τον στόχο. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της ιδέας υπάρχει στην Εικόνα 4. Η απόκριση που αντιστοιχεί στην κόκκινη γραμμή προσεγγίζει σταδιακά την επιθυμητή τιμή, ενώ η μαύρη γραμμή κινείται γρήγορα προς τον στόχο, και ταλαντώνεται αρκετές φορές γύρω από αυτόν μέχρι να επιτευχθούν μόνιμες συνθήκες. Σε αυτά τα παραδείγματα είναι προφανές ότι το πέρασμα από τον στόχο αποτελεί μια ένδειξη της, επιθυμητής στην συγκεκριμένη περίπτωση, ταλαντωτικής συμπεριφοράς. Για την περίπτωση ενός ψηφιακού συστήματος, ως

διάβαση από τον στόχο αντιμετωπίζεται η περίπτωση που ο στόχος βρίσκεται μεταξύ δύο διαδοχικών τιμών, όπως παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα:

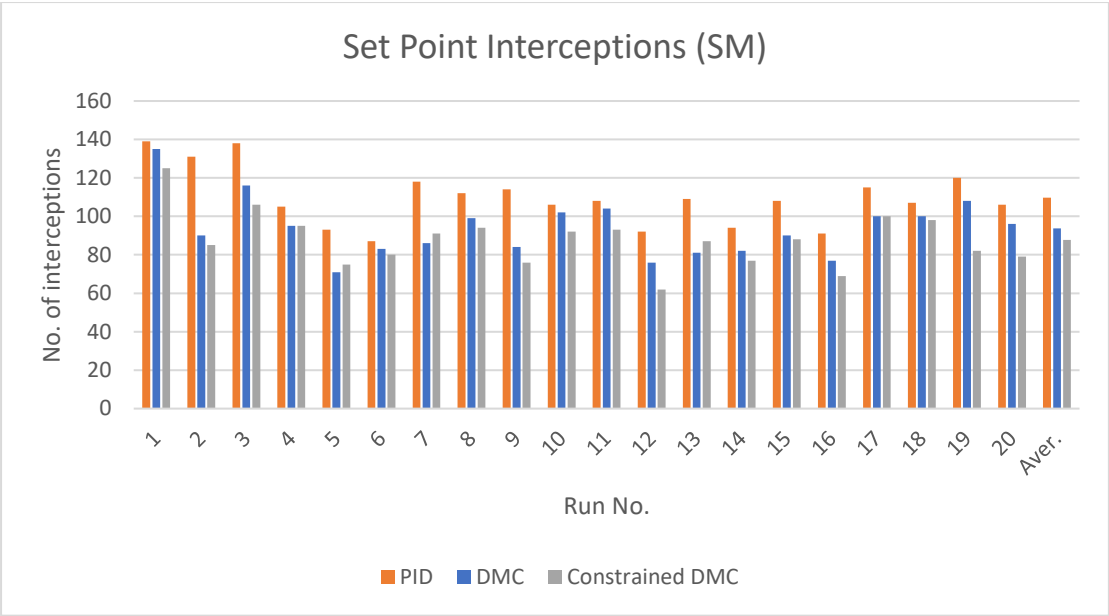


Εικόνα 10: Διαδοχικές αναχαιτίσεις του στόχου σε ψηφιακό σύστημα. Η μαύρη διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην επιθυμητή τιμή

Ελέγχοντας τα δεδομένα των προσομοιώσεων για περιπτώσεις που γίνεται διάβαση από τον στόχο, προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα:



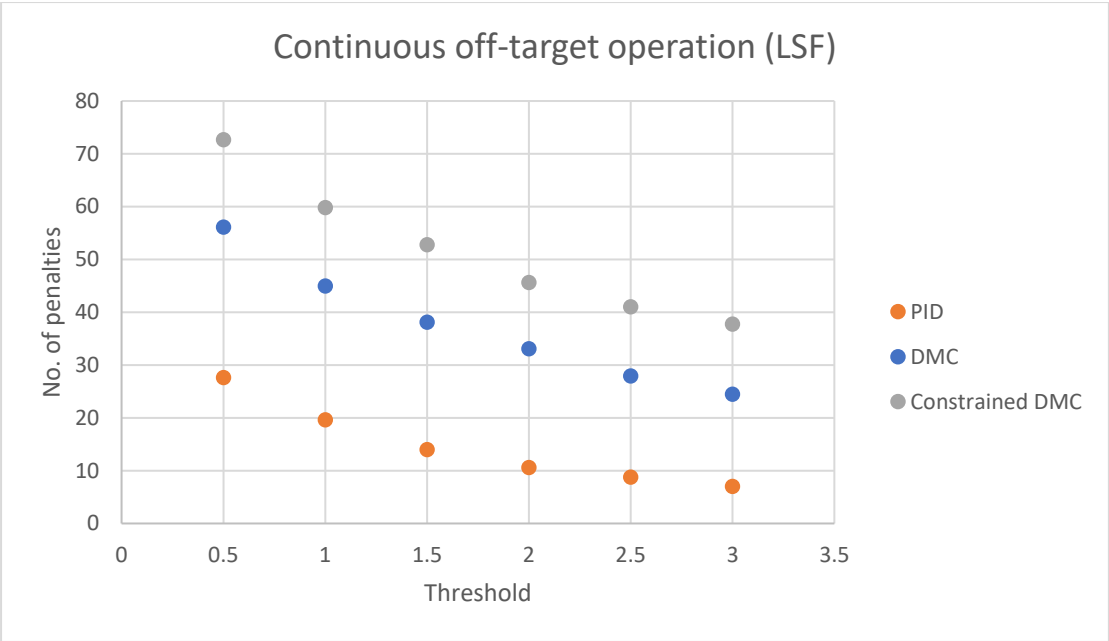
Διάγραμμα 5: Καταμέτρηση διαβάσεων από την επιθυμητή τιμή του LSF



Διάγραμμα 6:Καταμέτρηση διαβάσεων από την επιθυμητή τιμή του SM

Ο PID ρυθμιστής έχει σαφές πλεονέκτημα όσον αφορά την άμεση ανταπόκριση σε αποκλίσεις από τον στόχο, και υπερτερεί των προβλεπτικών ρυθμιστών σε όλες τις περιπτώσεις. Και σε αυτή την περίπτωση παρατηρείται χειρότερη ρυθμιστική συμπεριφορά όσον αφορά την μεταβλητή εξόδου SM. Επίσης, ενδιαφέρον παρουσιάζει το ότι ο προβλεπτικός ρυθμιστής έχει κατά μέσο όρο χειρότερες επιδόσεις με την εισαγωγή περιορισμών.

Με την χρήση αυτού του κριτηρίου δεν λαμβάνεται υπόψη η περίπτωση που η μεταβλητή εξόδου βρίσκεται για αρκετές περιόδους λειτουργίας κοντά στον στόχο, χωρίς όμως να τον διαπερνά. Αυτό μπορεί να ξεπερασθεί θεωρώντας ένα μικρό εύρος τιμών γύρω από τον στόχο, εντός του οποίου θεωρείται ότι ο στόχος έχει διαπεραστεί. Έτσι, οι περιπτώσεις που η μεταβλητή εξόδου βρίσκεται συνεχώς πολύ κοντά στον στόχο ή καταλήξει πολύ κοντά σε αυτόν χωρίς να τον διαπεράσει θα προσμετρώνται σαν διάβαση από τον στόχο. Επιπλέον. για να μειωθεί η «αυστηρότητα» του κριτηρίου, μπορεί εν μέρει να αντιστραφεί η ιδέα και αντί να μετρούνται όλες οι φορές που μια μεταβλητή εξόδου διέρχεται από τον στόχο, να μετρούνται μόνο οι φορές που η μεταβλητή εξόδου δεν διέρχεται από τον στόχο για κάποιες συνεχόμενες περιόδους λειτουργίας. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, μία περίοδος λειτουργίας αντιστοιχεί σε μία ώρα πραγματικού χρόνου και ο μέσος χρόνος παραμονής της φαρίνας στο σιλό είναι περίπου 5 ώρες. Είναι λοιπόν λογικό να μετρηθεί πόσες φορές η μεταβλητή εξόδου δεν διέρχεται από τον στόχο για 5 συνεχόμενες περιόδους λειτουργίας, επιλέγοντας διαφορετικά εύρη, εντός των οποίων θεωρείται ότι ο στόχος διαπερνάται. Η καταμέτρηση για το LSF δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα:

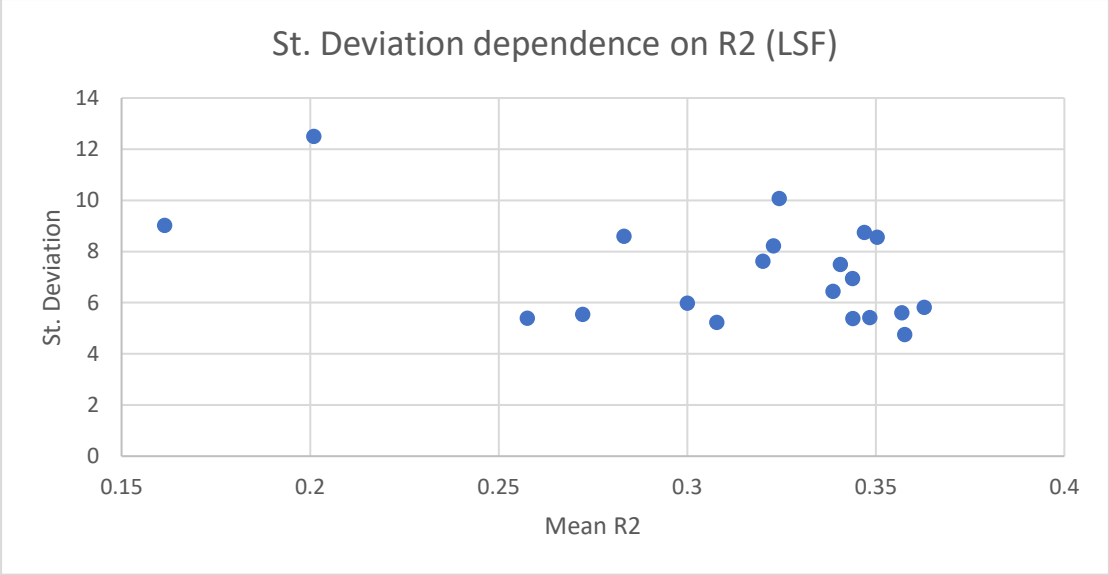


Διάγραμμα 7: Καταμέτρηση περιστατικών μη διάβασης εντός μεταβαλλόμενου εύρους γύρω από την επιθυμητή τιμή του LSF για 5 συνεχόμενες περιόδους λειτουργίας

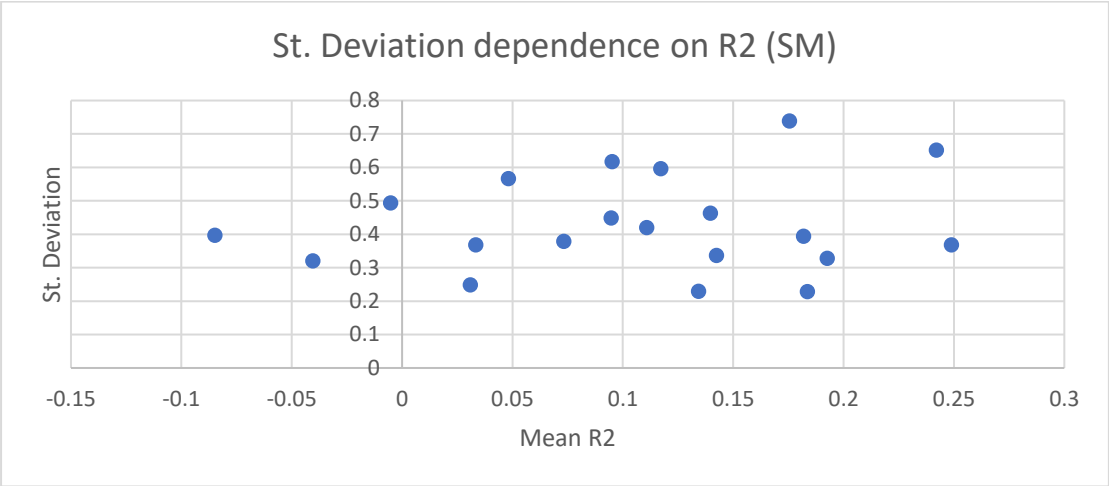
Στο παραπάνω γράφημα, κάθε σημείο έχει προκύψει από τον μέσο όρο των 20 προσομοιώσεων που έγιναν για κάθε ρυθμιστή. Και για τους τρεις ρυθμιστές παρατηρείται η αναμενόμενη μείωση των καταμετρούμενων παραβιάσεων καθώς αυξάνεται το εύρος αποδεκτών τιμών, και μάλιστα με σχεδόν ίδιους ρυθμούς. Ο PID ρυθμιστής εμφανίζει σημαντικά καλύτερες επιδόσεις σε αυτό τον τομέα, με την διαφορά από τους προβλεπτικούς ρυθμιστές να μειώνεται ελαφρώς όσο αυξάνεται το αποδεκτό εύρος, κάτι λογικό. Η αρνητική επίδραση της εισαγωγής περιορισμών στον προβλεπτικό ρυθμιστή είναι εμφανής και σε αυτή την περίπτωση.

5.3.4 Επίδραση της Ακρίβειας Πρόβλεψης του Μοντέλου

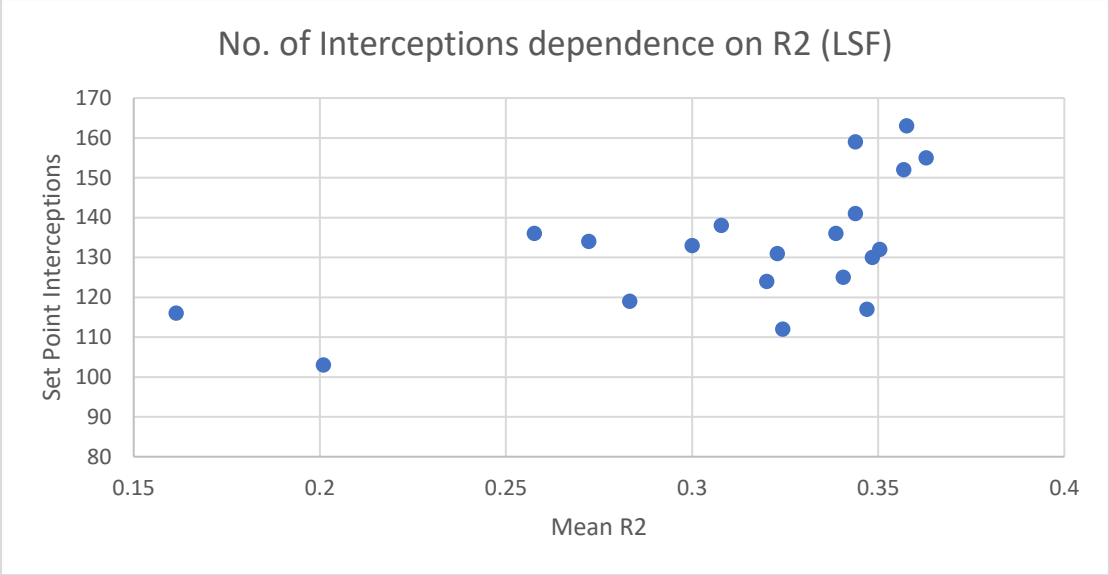
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η ρυθμιστική ικανότητα του προβλεπτικού ρυθμιστή εξαρτάται από την ακρίβεια του μοντέλου που χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό των μελλοντικών εισόδων. Αξίζει να διερευνηθεί το κατά πόσο ισχύει κάτι τέτοιο και για τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν στην παρούσα μελέτη. Μέτρο της ακρίβειας των προβλεπόμενων μοντέλων θα θεωρηθεί ο μέσος συντελεστής συσχέτισης για κάθε μήνα λειτουργίας, και υπολογίζεται με την μέθοδο που παρουσιάζεται στο 5.2. Προκειμένου να διαπιστωθεί η επίδραση της ακριβούς πρόβλεψης του μοντέλου στην ρυθμιστική ικανότητα, οι μέσοι συντελεστές συσχέτισης θα παρασταθούν γραφικά μαζί με τα αντίστοιχα κριτήρια επίδοσης (συγκεκριμένα την τυπική απόκλιση και τον αριθμό διαβάσεων από τον στόχο). Η εργασία αυτή γίνεται μόνο για τα αποτελέσματα της προσομοίωσης με προβλεπτικό ρυθμιστή χωρίς περιορισμούς. Θεωρητικά, αναμένεται η τυπική απόκλιση να είναι μικρότερη για μήνες λειτουργίας με μεγαλύτερο μέσο συντελεστή συσχέτισης. Αντίστροφη συμπεριφορά θα πρέπει να εμφανίζεται στην περίπτωση του αριθμού διαβάσεων από τον στόχο.



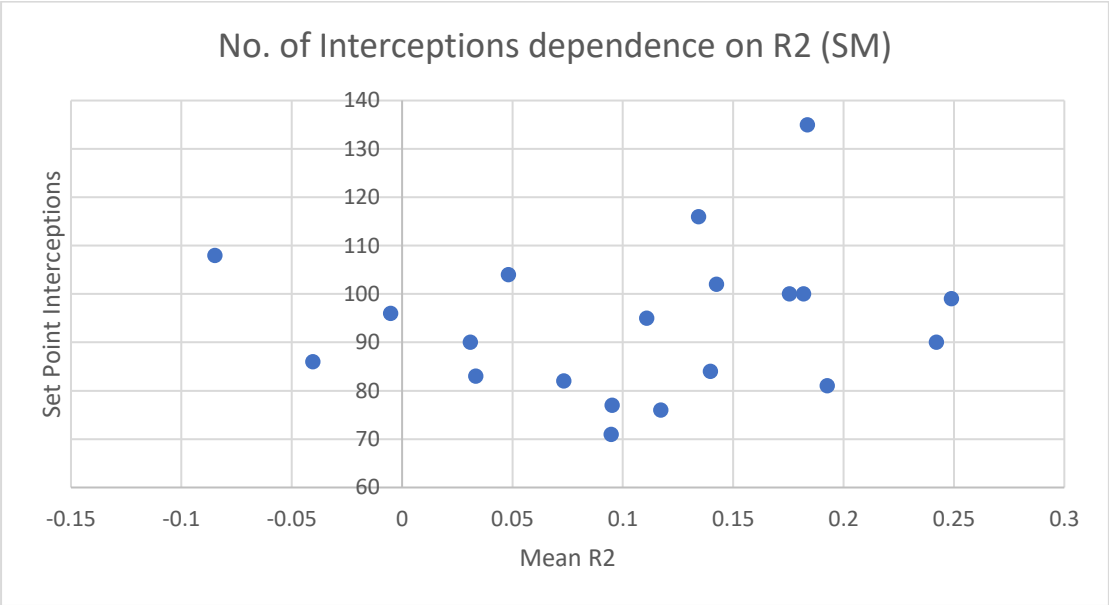
Διάγραμμα 8: Αποτύπωση της εξάρτησης της τυπικής απόκλισης γύρω από την επιθυμητή τιμή του LSF από τον μέσο συντελεστή συσχέτισης του προβλεπόμενου μοντέλου



Διάγραμμα 9: Αποτύπωση της εξάρτησης της τυπικής απόκλισης γύρω από την επιθυμητή τιμή του SM από τον μέσο συντελεστή συσχέτισης του προβλεπόμενου μοντέλου



Διάγραμμα 10:Αποτύπωση της εξάρτησης του αριθμού διαβάσεων από την επιθυμητή τιμή του LSF από τον μέσο συντελεστή συσχέτισης του προβλεπόμενου μοντέλου



Διάγραμμα 11: Αποτύπωση της εξάρτησης του αριθμού διαβάσεων από την επιθυμητή τιμή του SM από τον μέσο συντελεστή συσχέτισης του προβλεπόμενου μοντέλου

Από τα παραπάνω γραφήματα δεν φαίνεται να υπάρχει κάποια εξάρτηση της ρυθμιστικής ικανότητας από την ακρίβεια των προβλεπόμενων μοντέλων, με μοναδική εξαίρεση το τρίτο γράφημα, όπου παρατηρείται μια μικρή τάση βελτίωσης της ρυθμιστικής ικανότητας καθώς αυξάνεται ο μέσος συντελεστής συσχέτισης, χωρίς όμως αυτή η τάση να είναι αρκετά ξεκάθαρη ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ότι υπάρχει αιτιακή σχέση μεταξύ τους. Επίσης, παρατηρείται ότι και για τις 2 μεταβλητές εξόδου τα γραμμικά μοντέλα των προβλέψεων εμφανίζουν πολύ χαμηλή συσχέτιση με τα δεδομένα της προσομοίωσης. Ειδικά στην περίπτωση του SM, πολλές φορές ουσιαστικά δεν υπάρχει συσχέτιση. Ίσως έτσι μπορεί να ερμηνευθεί και η αδυναμία παρατήρησης της επίδρασης της ακριβούς πρόβλεψης στην ρυθμιστική ικανότητα: Όλα τα διαθέσιμα δεδομένα αφορούν ένα μικρό εύρος χαμηλών τιμών του συντελεστή συσχέτισης, οπότε δεν μπορεί να παρατηρηθεί η βελτίωση που θα επέφεραν σημαντικά καλύτερες προβλέψεις.

6 Συμπεράσματα - Προτάσεις

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων δείχνουν υπεροχή του PID ρυθμιστή σχεδόν σε κάθε κριτήριο αξιολόγησης της ρυθμιστικής ικανότητας. Μάλιστα, κάτι τέτοιο συμβαίνει παρόλο που ο PID ρυθμιστής διατηρεί την ίδια βαθμονόμηση σε όλες τις προσομοιώσεις. Σε πραγματικές συνθήκες, η παραμετροποίηση του PID ρυθμιστή αλλάζει περιοδικά, ώστε να ανταποκρίνεται ακόμα καλύτερα στις μεταβολές της δυναμικής συμπεριφοράς της διεργασίας. Άρα, ο απλός PID ρυθμιστής, σχεδιασμένος με τις ήδη χρησιμοποιούμενες μεθόδους, παραμένει η καλύτερη διαθέσιμη επιλογή για την ρύθμιση της διεργασίας άλεσης φαρίνας στις συγκεκριμένες εγκαταστάσεις.

Για τις μη ικανοποιητικές επιδόσεις του προβλεπτικού ρυθμιστή φαίνεται να ευθύνεται σε σημαντικό βαθμό η αδυναμία ακριβούς πρόβλεψης της δυναμικής της διεργασίας, κάτι που έχει ήδη συζητηθεί στο 5.3.4. Η αδυναμία αυτή δεν οφείλεται στην επιλογή ενός γραμμικού μοντέλου για την περιγραφή της δυναμικής, αφού και η προσομοίωση της διεργασίας γίνεται με βάση το γραμμικό μοντέλο που προκύπτει από το άθροισμα συνέλιξης. Η πιο λογική υπόθεση είναι ότι οι μεταβολές στην δυναμική είναι τόσο απότομες, ακόμα και μεταξύ διαδοχικών περιόδων λειτουργίας, ώστε να μην είναι δυνατός ο άμεσος εντοπισμός τους, ακόμα και στην περίπτωση που ο αλγόριθμος πρόβλεψης δίνει μεγαλύτερο βάρος στα πιο πρόσφατα δεδομένα. Η ανάγκη ύπαρξης αρκετών παρατηρήσεων για την ασφαλή εξαγωγή ενός μοντέλου μέσω των αναδρομικών ελαχίστων τετραγώνων απαιτεί συχνότερη λήψη δειγμάτων όταν παρατηρούνται δραστικές αλλαγές στην δυναμική της διεργασίας.

Σε αντίθεση με τον προβλεπτικό ρυθμιστή, ο PID ρυθμιστής δεν αξιοποιεί άμεσα κάποιο μοντέλο της διεργασίας για των υπολογισμό των μελλοντικών εισόδων. Μπορεί επομένως να βαθμονομηθεί κατάλληλα, ώστε να είναι αρκετά «επιθετικός» για να προσφέρει άμεση αντιστάθμιση στις μεταβολές των μεταβλητών εξόδου, για ένα εύρος δυναμικών της διεργασίας. Δεν αποτελεί λοιπόν έκπληξη η εκτεταμένη χρήση του στην τσιμεντοβιομηχανία, όπου η αξιοπιστία και η απλότητα στον σχεδιασμό και την χρήση είναι καίρια ζητήματα.

Τα παραπάνω δεν αποκλείουν απόλυτα τις προοπτικές χρήσης προβλεπτικών ρυθμιστών για τον έλεγχο παραγωγής φαρίνας. Πρέπει να τονισθεί ότι η παρούσα μελέτη αφορά συγκεκριμένες εγκαταστάσεις παραγωγής φαρίνας, όπου οι παρεχόμενες πρώτες ύλες μπορούν να χαρακτηρισθούν αρκετά ασταθείς [54], που είναι και η βασική αιτία των τόσο δραματικών μεταβολών στην δυναμική της διεργασίας. Σε εγκαταστάσεις που χρησιμοποιούνται πρώτες ύλες σταθερότερης σύστασης η δυναμική θα αλλάζει με πιο αργούς ρυθμούς και ίσως είναι εφικτή η χρήση απλών μεθοδολογιών πρόβλεψης για την ακριβή αποτύπωση της δυναμικής, ανοίγοντας τον δρόμο για την επιτυχή χρήση προβλεπτικών αλλά και άλλων εξελιγμένων μεθοδολογιών ρύθμισης που βασίζονται στην ύπαρξη ακριβούς μοντέλου της ρυθμιζόμενης διεργασίας.

Τέλος, ένα σημαντικό ζήτημα, που στην παρούσα μελέτη αντιμετωπίσθηκε με αρκετές απλουστεύσεις, είναι αυτό της βαθμονόμησης του προβλεπτικού ρυθμιστή. Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε διευκόλυνε σημαντικά την διαδικασία βαθμονόμησης, αφαιρώντας όμως την δυνατότητα της πλήρους εκμετάλλευσης των δυνατοτήτων του προβλεπτικού ρυθμιστή. Θα ήταν ενδιαφέρουσα μια μελλοντική προσπάθεια παραμετροποίησης του προβλεπτικού ρυθμιστή με προσεκτικότερα ανεπτυγμένες μεθοδολογίες, όπως αυτές που παρουσιάζονται στα [55] και [56], με σκοπό να διαπιστωθεί αν είναι όντως δυνατό να επιτευχθούν σημαντικά καλύτερες επιδόσεις.

7 Βιβλιογραφία

[1] P. C. Hewlett και M. Liska, Lea's Chemistry of Cement and Concrete, Amsterdam: Elsevier, 2017.

[2] A. K. Chatterjee, Cement Production Technology: Principles and Practice, Boca Raton: CRC Press, 2018.

[3] J. E. Bond, R. Coursaux και R. L. Worthington, «Blending Systems and Control Technologies for Cement Raw Materials,» *IEEE Industry Applications Magazine,* τόμ. 6, αρ. 6, pp. 49-59, 2000.

[4] L. Gordon, «Advanced raw mill control delivers improved economic performance in cement production,» σε *IEEE – IAS/PCA Cement Industry Technical Conference*, Chattanooga, 2004.

[5] Σ. Τσιβιλής και Σ. Τσίμας, Επιστήμη Και Τεχνολογία Τσιμέντου, Αθήνα: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ, 2011.

[6] N. A. Madlool, R. Saidur, N. A. Rahim και M. Kamalisarvestani, «An Overview of Energy Savings Measures for Cement Industries,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews,* τόμ. 19, αρ. 1, pp. 18-29, 2013.

[7] D. C. Tsamatsoulis, «Development and Application of a Cement Raw Meal Controller,» *Industrial & Engineering Chemistry Research,* τόμ. 44, αρ. 18, pp. 7164-7174, 2005.

[8] Γ. Παρσάκης, Χημεία και Τεχνολογία Τσιμέντου, Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, 1981.

[9] A. K. Swain και B. Subudhi, «Computer Control of Cement Raw Mill with an Improved Material Mix Control Scheme,» *Archives of Control Sciences,* τόμ. 5, αρ. 1-2, pp. 121-133, 1996.

[10] G. Bavdaz και J. Kocijan, «Fuzzy Controller for Cement Raw Material Blending,» *Transactions of the Institute of Measurement and Control,* τόμ. 29, αρ. 1, pp. 17-34, 2007.

[11] M. Hubbard και T. DaSilva, «Estimation of Feedstream Concentrations in Cement Raw Material Blending,» *Automatica,* τόμ. 18, αρ. 5, pp. 595-606, 1982.

[12] L. Xianhong, Y. Haibin και Y. Mingzhe, «Modeling and Optimization of Cement Raw Materials Blending Process,» *Mathematical Problems in Engineering,* τόμ. 2012, αρ. 1, p. 30, 2012.

[13] T. Westerlund, H. Toivonen και K. E. Nyman, «Stochastic modelling and self-tuning control of a continuous cement raw material mixing system,» *Modelling, Identification and Control,* τόμ. 1, αρ. 1, pp. 17-37, 1980.

[14] C. Ozsoy, A. Kural και C. Baykara, «Modelling of the raw mixing process in cement industry,» σε *8th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Antibes-Juan les Pins, 2001.

[15] K. Kizilaslan, S. Ertugrul, A. Kural και C. Ozsoy, «A Comparative Study on Modeling of a Raw Material Blending Process in Cement Industry Using Conventional and Intelligent Techniques,» σε *2003 IEEE Conference on Control Applications*, Isanbul, 2003.

[16] A. Kural και C. Ozsoy, «Identification and control of the raw material blending process in cement industry,» *Adaptive Control and Signal Processing,* τόμ. 18, αρ. 5, pp. 427-442, 2004.

[17] C. Banyasz, L. Keviczky και I. Vajk, «A novel adaptive control system for raw material blending,» *IEEE Control Systems Magazine,* τόμ. 23, αρ. 1, pp. 87-96, 2003.

[18] C. Ozsoy, A. Kural, M. Cetinkaya και S. Ertug, «Constrained MIMO self-tuning composition control in cement industry,» σε *7th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Barcelona, 1999.

[19] K. Suyama, «A design method for sampled-data I-PD control systems and its application to self-tuning control of cement raw meal process,» σε *IEEE International Conference on Control and Applications*, Glasgow, 1994.

[20] D. Tsamatsoulis, «Effective Optimization of the Control System for the Cement Raw Meal Mixing Process: I. PID Tuning Based on Loop Shaping,» *WSEAS Transactions on Systems and Control,* τόμ. 7, αρ. 6, pp. 239-253, 2011.

[21] D. Tsamatsoulis, «Effective Optimization of the Control System for the Cement Raw Meal Mixing Process: II. Optimizing Robust PID Controllers Using Real Process Simulators,» *WSEAS Transactions on Systems and Control,* τόμ. 6, αρ. 7, pp. 276-288, 2011.

[22] S. Bennet, «A brief history of automatic control,» *IEEE Control Systems Magazine,* τόμ. 16, αρ. 3, pp. 17-25, 1996.

[23] N. Minorsky, «Directional Stability of Automatically Steered Bodies,» *Journal of the American Society for Naval Engineers,* τόμ. 34, αρ. 2, pp. 280-309, 1922.

[24] M. Araki, Control Systems, Robotics and Automation: System Analysis and Control, Oxford: EOLSS, 2009.

[25] K. J. Åström, Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers, New Jersey: Princeton University Press, 2009.

[26] N. S. Nise, Control Systems Engineering, New Jersey: Wiley, 2015.

[27] G. Stephanopoulos, Chemical Process Control: An Introduction to Theory and Practice, New Jersey: Prentice Hall, 1984.

[28] K. J. Åström και M. Hägglund, PID Controllers: Theory, Design and Tuning, Pensylvania: Instrument Society of America, 1988.

[29] E. F. Camacho και C. Bordons, Model Predictive Control, London: Springer-Verlag, 2007.

[30] J. Richalet, A. Rault, J. L. Testud και J. Papon, «Model Algorithmic Control of Industrial Processes,» *IFAC Proceedings Volumes,* τόμ. 10, αρ. 16, pp. 103-120, 1977.

[31] J. Richalet, A. Rault, J. L. Testud και J. Papon, «Model Predictive Heuristic Control: Application to Industrial Processes,» *Automatica,* τόμ. 14, αρ. 2, pp. 413-428, 1978.

[32] C. R. Cutler και B. C. Ramaker, «Dynamic Matrix Control - A Computer Control Algorithm,» σε *Automatic Control Conference*, San Fansisco, 1980.

[33] C. E. Garcia, D. M. Prett και M. Morari, «Model Predictive Control: Theory and Practise - a Survey,» *Automatica,* τόμ. 25, αρ. 5, pp. 335-348, 1989.

[34] P. W. Clarke, C. Mohtadi και P. S. Tuffs, «Generalized Predictive Control: Part 1. The Basic Algorithm,» *Automatica,* τόμ. 23, αρ. 2, pp. 137-148, 1987.

[35] P. W. Clarke, C. Mohtadi και P. S. Tuffs, «Generalized Model Predictive Control: Part 2. Extensions and Interpretations,» *Automatica,* τόμ. 23, αρ. 2, pp. 149-160, 1987.

[36] B. E. Ydstie, «Extended Horizon Adaptive Control,» σε *9th IFAC World Congress*, Budapest, 1984.

[37] V. Peterka, «Predictor-based Self-tuning Control,» *Automatica,* τόμ. 20, αρ. 1, pp. 39-50, 1984.

[38] R. M. De Keyser και A. R. Van Cuawenberghe, «Extended Prediction Self-adaptive Control,» σε *IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, York, 1985.

[39] J. H. Lee, «Model Predictive Control: Review of the Three Decades of Development,» *International Journal of Control, Automation and Systems,* τόμ. 9, αρ. 3, p. 2011, 415-424.

[40] H. P. Hsu, Schaum's Outline of Signals and Systems, Pennsylvania: McGraw-Hill Education, 2014.

[41] A. E. Winser και W. M. Cranos, Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and System Design, Cambridge, Massachusetts: Academic Press, 2016.

[42] J. Maciejowski, Predictive Control with Constraints, Harlow, England: Prentice Hall, 2000.

[43] M. Dahleh, M. A. Dahleh και G. Verghese, Lectures on Dynamic Systems and Control, Boston: Massachuasetts Institute of Technology, 2011.

[44] G. Strang, Linear Algebra and Its Applications, Boston: Cengage Learning, 2005.

[45] G. Farin και D. Hansford, Practical Linear Algebra: A Geometry Toolbox, Boca Raton: CRC Press, 2014.

[46] K. J. Åström και B. Wittenmark, Computer Controlled Systems - Theory and Design, London: Prentice Hall, 1997.

[47] G. W. Stewart, Matrix Algorithms: Volume 1: Basic Decompositions, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

[48] S. Boyd και L. Vandenberghe, Convex Optimization, Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

[49] D. C. Tsamatsoulis, «Modelling and Simulation of Raw Material Blending Process in Cement Raw Mix Milling Installations,» *The Canadian Journal of Chemical Engineering,* τόμ. 92, αρ. 11, pp. 1882-1994, 2014.

[50] P. C. Young, Recursive Estimation and Time-Series Analysis, Berlin: Springer, 2011.

[51] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, London: Pearson Education, 2013.

[52] D. W. Clarke, «Adaptive Predictive Control,» *Annual Reviews in Control,* τόμ. 20, αρ. 1, pp. 83-94, 1996.

[53] S. Gwowen, «Improved shrinkage estimation of squared multiple correlation coefficient and squared cross-validity coefficient,» *Organizational Research Methods,* τόμ. 11, αρ. 2, pp. 387-407, 2008.

[54] *Προσωπική επικοινωνία με τον Δημήτριο Τσαματσούλη, Χημικό Μηχανικό στην βιομηχανία τσιμέντου ΧΑΛΥΨ.*

[55] J. L. Garriga και M. Soroush, «Model Predictive Control Tuning Methods: A Review,» *Industrial & Engineering Chemistry Research,* τόμ. 49, αρ. 8, pp. 3505-3515, 2010.

[56] K. Yamuna Rani και H. Unbehauen, «Study of predictive controller tuning methods,» *Automatica,* τόμ. 33, αρ. 12, pp. 2243-2248, 1997.