



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Σ.Ε.Μ.Φ.Ε.

ΘΕΜΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

*ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΜΕΣΩ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΙΝΩΝ ΣΤΟ
ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ*

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ ΘΕΟΤΟΚΟΓΛΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΤΟΥ ΤΟΜΕΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ Ε.Μ.Π.

ΣΥΓΓΡΑΦΗ:

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΧΑΒΕΛΕΣ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους στάθηκαν πλάι μου και με στήριξαν καθ' όλη τη διάρκεια της μελέτης για αυτή τη μεταπτυχιακή εργασία, συμβάλλοντας στην επιτυχή ολοκλήρωσή της.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες στον κ. Ε. Ε. Θεοτόκογλου, Καθηγητή ΕΜΠ και τον κ. Αιμίλιο Σιδερίδη, Αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ, για την αμέριστη συμβολή τους, τις επιστημονικές τους συμβουλές και την διαρκή υποστήριξή τους στην συγγραφή της εν λόγω εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για την στήριξη, την εμπιστοσύνη και την κατανόηση που δείχνουν στις προσπάθειές μου.

Με τιμή,
Παναγιώτης Χαβελές
Αθήνα, Ιανουάριος 2020

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	10
ABSTRACT.....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	
1.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ.....	12
1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	12
1.3 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	16
1.4 ΠΟΛΥΜΕΡΗ.....	21
1.4.1 ΟΡΙΣΜΟΣ.....	21
1.4.2 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ.....	21
1.5 ΟΡΓΑΝΙΚΕΣ ΜΗΤΡΕΣ.....	22
1.6 ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΥΤΙΝΕΣ.....	23
1.6.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	23
1.6.2 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΥΤΙΝΩΝ.....	23
1.6.3 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΓΡΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΥΤΙΝΩΝ.....	24
1.6.4 ΟΙ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΙΣ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΥΤΙΝΕΣ.....	25
1.7 ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ.....	26
1.7.1 ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ.....	26
1.7.2 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΕΚΛΕΙΣΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΥΤΙΝΩΝ.....	26
1.8 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	27
1.9 ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ.....	27
1.9.1 ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ.....	27
1.9.2 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΙΝΩΝ.....	27
1.9.3 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΙΝΩΝ.....	28
1.9.4 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΙ ΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	30
1.9.5 Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΚΑΙ ΟΙ ΑΙΤΙΕΣ ΤΩΝ ΚΕΝΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ.....	32
1.9.6 ΠΟΙΟΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	33
1.9.7 ΤΑ ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	34
1.9.8 ΙΝΕΣ ΓΥΑΛΙΟΥ.....	36
1.10 ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ.....	37
1.11 ΣΤΡΩΜΑΤΙΚΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ.....	39

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	40
2.1.1 ΣΥΝΤΟΜΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ.....	40
2.1.2 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ, ΣΤΕΡΡΟΤΗΤΑ.....	44
2.1.3 Η ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΒΑΣΕΙ ΤΩΝ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ.....	45
2.2 ΘΕΩΡΙΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ.....	45
2.2.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΥΑΛΩΔΟΥΣ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ T_g	45
2.2.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ.....	45
2.2.3 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΧΟΥΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ.....	47
2.2.4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΑΧΟΥΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤ'ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ.....	49

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

3.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΧΩΡΙΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΦΑΣΗ.....	55
3.1.1 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΙΝΩΝ.....	55
3.1.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ.....	58
3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤ' ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΩΝ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	59

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

4.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ.....	65
4.1.1 ΜΕΛΕΤΗ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ.....	67
4.2 ΠΙΝΑΚΕΣ-ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ.....	70
4.2.1.A ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ 1 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	72
4.2.1.B ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ 2 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	73
4.2.2.A ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ 1 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	74
4.2.2.B ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ 2 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	75
4.2.3.A ΛΟΓΟΣ POISSON 1 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	76
4.2.3.B ΛΟΓΟΣ POISSON 2 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	77

4.3 ΑΝΤΟΧΗ ΤΟΥ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ.....	78
4.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	82
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΤΑΤΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	
5.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	83
5.2 ΣΤΑΤΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L	84
5.3 ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ν_{LT}	87
5.4 ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΕΓΚΑΡΣΙΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ν_{TT}	90
5.5 ΣΤΑΤΙΚΟ ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_T	92
5.6 ΣΤΑΤΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G_{LT}	95
5.7 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ θ	98
5.8 ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ.....	103
5.8.1 ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L	103
5.8.2 ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON ν_{LT}	106
5.8.3 ΤΥΠΟΙ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_T	109
5.8.4 ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G_{LT}	112
5.9 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	115
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ	
6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	119
6.2 ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ.....	122
6.2.1 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ.....	124
6.2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ.....	124
6.2.3 ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΑΣΗΣ -ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ.....	125
6.3 ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΝΔΩΣΕΩΣ.....	126
6.4 ΣΥΝΘΕΤΟΣ (ΜΙΓΑΔΙΚΟΣ) ΛΟΓΟΣ POISSON.....	126
6.5 ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΔΙΟΓΚΩΣΗΣ.....	127
6.6 ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ.....	127
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΤΟΥ ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	
7.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L^*	128

7.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΗ ΛΟΓΟΥ POISSON ν_{LT}^*	131
7.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΛΟΓΟΥ POISSON ν_{TT}^*	133
7.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_T^*	137
7.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G_{LT}^*	145
7.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ Θ	150
7.6.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ Θ , E_Θ^*	150
7.6.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ Θ , G_Θ^*	154
7.6.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΛΟΓΟΥ POISSON ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ Θ , ν_Θ^*	157

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΠΙΝΑΚΕΣ – ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

8.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ.....	161
8.2 ΠΙΝΑΚΕΣ – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ.....	163
8.2.1 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΗΤΡΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz.....	163
8.2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz.....	164
8.2.3 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz.....	167
8.2.4 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΕΓΚΑΡΣΙΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz.....	170
8.2.5 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz.....	171
8.2.6 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz.....	173
8.2.7 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΗΤΡΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 800Hz.....	175
8.2.8 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 800Hz.....	176
8.2.9 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ Θ , E_Θ^*	178
8.2.10 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ Θ , G_Θ^*	181

8.2.11 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ θ , ν_{θ}	183
8.3 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	184
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΧΡΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΣΤΑΤΙΚΩΝ – ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ	
9.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	192
9.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	192
9.2.1 ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	192
9.2.2 ΟΙ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ.....	194
9.2.3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ.....	195
9.3 ΣΤΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	196
9.3.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L	197
9.3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON ν_{LT}	204
9.4 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	206
9.4.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L^*	206
9.4.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON ν_{LT}^*	209
9.5 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	211
9.6 ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	213
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	215

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας είναι ο προσδιορισμός των Στατικών και Δυναμικών Ελαστικών Σταθερών σε ινώδες σύνθετο υλικό, με ίνες μίας διεύθυνσης.

Στο Θεωρητικό Μοντέλο, το οποίο βασιστήκαμε χρησιμοποιήθηκε η έννοια της Ενδιάμεσης Φάσης ανάμεσα στις ίνες και τη μήτρα, η οποία είναι το τμήμα της πολυμερικής μήτρας που κείται κοντά στην επιφάνεια της ίνας και είναι ανομοιογενής με συνεχώς μεταβαλλόμενες μηχανικές ιδιότητες, διαφορετικές σε σχέση με τις άλλες φάσεις που αποτελούν το υλικό. Στο μοντέλο μας θεωρούμε ότι το σύνθετο υλικό αποτελείται από πέντε φάσεις, δηλαδή, μήτρα-ενδιάμεση φάση-ίνα-ενδιάμεση φάση-μήτρα.

Στη συνέχεια, κάνοντας χρήση της αρχής της αντιστοιχίας του Hashin, μεταβαίνουμε από την ελαστική στην δυναμική συμπεριφορά του σύνθετου υλικού με την επίδραση της συχνότητας και προσδιορίζουμε τις Δυναμικές Ελαστικές Σταθερές για οποιαδήποτε γωνία και περιεκτικότητα των ινών.

Τέλος, υπολογίσαμε τις Στατικές και Δυναμικές Ελαστικές Σταθερές με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, κάνοντας χρήση του προγράμματος Ansys. Για να το πετύχουμε αυτό δημιουργήσαμε ένα Ισοδύναμο Ομοιογενές Κυλινδρικό μοντέλο.

Τα αποτελέσματα του Θεωρητικού μας Μοντέλου συγκρίθηκαν με ήδη υπάρχοντα μοντέλα από την διεθνή βιβλιογραφία καθώς και με πειραματικά δεδομένα που είχαμε στην διάθεση μας από το εργαστήριο της αντοχής των υλικών του Πολυτεχνείου.

ABSTRACT

The purpose of this thesis is the specification of the Static and Dynamic Elastic Constants of a composite material with unidirectional fibers.

The theoretical model that has been developed uses the concept of Interphase between the fibers and the matrix, which is the part of the polymer matrix lying at the close vicinity of the fiber surface and it was assumed that the interphase is inhomogeneous in nature with continuously varying mechanical properties, different than the properties of the other phases of the material. According to our theoretical model, the composite material consists of five phases, which are: matrix- interphase-fiber-interphase-matrix.

Subsequently, with the use of the Hashin correspondence principle, we go from the elastic to the dynamic behavior of the composite, by the

influence of frequency and determine the Dynamic Elastic Constants for every angle and volume content of fiber.

Finally, we determined the Static and Dynamic Elastic Constants using the Finite Element Method (FEM) with the program Ansys. To achieve that, we created an Equivalent Homogeneous Cylindrical model.

The results of our theoretical model are compared with existing models from the bibliography and with experimental data that we have at our disposal from the “Strength of the materials” University lab.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

Ο ορισμός του σύνθετου υλικού μπορεί να δοθεί ως εξής: Ένα υλικό, εξεταζόμενο μακροσκοπικώς, χαρακτηρίζεται ως σύνθετο όταν σχηματίζεται από το συνδυασμό δύο ή περισσότερων υλικών και έχει ιδιότητες διάφορες των αρχικών υλικών που το δημιούργησαν. Συνήθως τα υλικά αυτά παρουσιάζουν βελτίωση των ιδιοτήτων τους σε σχέση με τα επί μέρους υλικά που τα αποτελούν ή και εντελώς διαφορετικές ιδιότητες από αυτά.

Τις περισσότερες φορές το ένα εκ' των δύο διακρινόμενων υλικών «παίζει» το ρόλο της ενίσχυσης και καλείται **έγκλεισμα** και προσδίδει στο σύνθετο υλικό βελτιωμένες μηχανικές ιδιότητες ενώ το άλλο υλικό «παίζει» συνδετικό ρόλο και καλείται **μήτρα**, συνήθως είναι χαμηλής πυκνότητας και η συμμετοχή του στο σύνθετο εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων του εγκλείσματος.

1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Η ιστορική μελέτη αποδεικνύει τη χρήση των σύνθετων υλικών από τα αρχαία χρόνια. Θα αναφέρουμε τη σταδιακή εξέλιξη των υλικών αυτών και τη χρήση τους από τον άνθρωπο δια μέσου των αιώνων.

Από τη Βίβλο φαίνεται ότι οι Εβραίοι χρησιμοποίησαν άχυρο για να δώσουν μεγαλύτερη αντοχή στα λασπότουβλα. Οι Αιγύπτιοι χρησιμοποίησαν ένα είδος «κόντρα πλακέ» όταν κατάλαβαν ότι στρώματα ξύλου έχουν τη δυνατότητα να συνδυαστούν καταλλήλως ώστε να παρουσιάσουν ικανοποιητική αντοχή σε διάφορες κατευθύνσεις και να είναι ανθεκτικά στη διόγκωση και τη στρέβλωση, οι οποίες προκαλούνται από την υγρασία.

Επίσης, στην Αίγυπτο και τη Μεσοποταμία εμφανίστηκαν σχεδίες από καλάμι παπύρου με προσθήκη ασφάλτου. Οι Ασσύριοι κατασκεύασαν πλωτές γέφυρες με σανίδες εμποτισμένες με αδιάβροχη άσφαλτο. Το Μεσαίωνα κατασκευάστηκαν σπαθιά, ασπίδες και θώρακες από συνδυασμούς στρωμάτων διαφόρων μετάλλων.

Το πρώτο συνθετικό υλικό βασισμένο σε μήτρα πλαστικού εμφανίστηκε τη δεκαετία του 1920 και επρόκειτο για μίγμα ινιδίων ξύλου με φαινολική φορμαλδεΐδη, γνωστό αργότερα ως βακελίτης προς τιμήν του Βέλγου επιστήμονα Leo Baekeland.

Είναι εμφανές με όσα αναφέραμε παραπάνω ότι ο άνθρωπος από τα πρώτα χρόνια της ύπαρξης του στη Γη είχε ενστικτωδώς αντιληφθεί την έννοια του σύνθετου υλικού, δηλαδή ότι ο συνδυασμός δυο ή περισσότερων υλικών, από μακροσκοπική άποψη, έδινε τη δυνατότητα κατασκευής ενός τρίτου, σύνθετου υλικού, το οποίο ικανοποιούσε ορισμένες «ποιοτικές απαιτήσεις» της κατασκευής στην οποία επρόκειτο να χρησιμοποιηθεί.

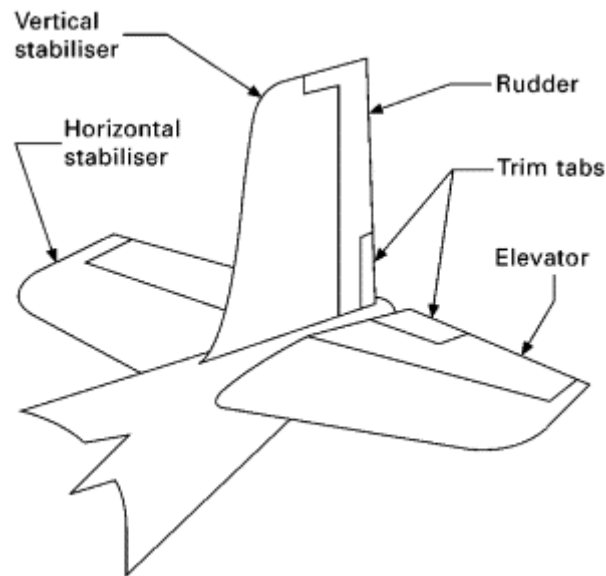
Η ταχύτητα με την οποία εξελίχθηκαν τα σύνθετα υλικά δεν είναι ίδια δια μέσου της ιστορίας τους. Μέχρι και τον 19ο αιώνα η εξέλιξη αυτή είναι πολύ μικρή και τα σύνθετα υλικά του 19ου αιώνα δεν απέχουν και πάρα πολύ, από αυτά των αρχαίων Αιγυπτίων, Ελλήνων κλπ., ούτε από άποψη ποιότητας, ούτε από άποψη μεθόδου κατασκευής. Η ουσιαστική εξέλιξη των σύνθετων υλικών σημειώνεται τον 20ο αιώνα και μάλιστα τα τελευταία 30-35 έτη.

Το 1964 διατέθηκαν στην αγορά, αρχικά σε μικρές ποσότητες, οι ίνες άνθρακα (carbon fibers), οι οποίες τελευταία αποτελούν τις ευρύτερα χρησιμοποιούμενες ενισχύσεις στις αεροδιαστημικές κατασκευαστικές εφαρμογές.

Στη δεκαετία του '60 εμφανίστηκαν οι ίνες βορίου, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν από την αεροπορία των Η.Π.Α για την κατασκευή αεροσκαφών και σηματοδότησαν την ευρεία χρήση των σύνθετων υλικών σε αυτόν τον τομέα. Ο οριζόντιος σταθεροποιητής (horizontal stabilizer) των αεροσκαφών F-111 υπήρξε το πρώτο τμήμα αεροσκάφους που κατασκευάστηκε από σύνθετο υλικό.

Το 1971 διατέθηκαν στο εμπόριο οι ίνες αραμιδίου, οι οποίες πλέον χρησιμοποιούνται ευρύτατα στα ελαστικά αυτοκινήτων, καθώς και σε αρκετές αεροδιαστημικές και ναυπηγικές κατασκευές.

Η παραγωγή σταθεροποιητών (Εικ.1) από σύνθετα υλικά για τα αεροσκάφη F-14 στην αρχή της δεκαετίας του '70 ήταν ένα άλλο σημαντικό βήμα. Ακολούθησε ο σταθεροποιητής των F-15 και το πηδάλιο (rudder) και ο σταθεροποιητής για τα F-16.



Εικόνα 1

Στην αρχή της δεκαετίας του '80 το νεοεισερχόμενο Boeing 767 (Εικ.2) περιείχε σχεδόν δύο τόνους σύνθετου υλικού στις δοκούς δαπέδου και σε όλες τις επιφάνειες ελέγχου. Σχεδόν όλα τα εμφανιζόμενα αεροσκάφη, εμπορικά και πολεμικά, κάνουν εκτεταμένη χρήση των σύνθετων υλικών.



Εικόνα 2

Εκτός της αεροναυπηγικής βιομηχανίας, τα υψηλής τεχνολογίας σύνθετα υλικά βρίσκουν εφαρμογές και σε άλλους τομείς της σύγχρονης βιομηχανίας.

Ναυτικά σκάφη, κουπιά, ποδήλατα, παντός είδους αθλητικά είδη (ρακέτες τένις, κοντάρια γκόλφ κλπ.) και σχεδόν κάθε εξάρτημα όπου το βάρος, η ακαμψία και η αντοχή παίζουν σημαντικό ρόλο στη λειτουργικότητά του, είναι κατασκευασμένα από σύνθετα υλικά. Ευρέως γνωστή είναι η εφαρμογή των ινών άνθρακα «carbon fiber» σε πληθώρα

προϊόντων (Εικ.3) και τα θαλάσσια σκάφη από «fiberglass» (Εικ.4).



Εικόνα 3



Εικόνα 4

Οι ίνες αραμιδίου όπως το «Kevlar» χρησιμοποιούνται σήμερα σε δεκάδες εφαρμογές όπως π.χ. στα αλεξίσφαιρα γιλέκα (Εικ.5)



Εικόνα 5

1.3 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Διακρίνουμε τις ιδιότητες των υλικών σε δύο μεγάλες κατηγορίες τις μηχανικές και μη. Μηχανικές ιδιότητες ενός υλικού είναι η ακαμψία, η αντοχή, η ολκιμότητα, η σκληρότητα καθώς και η συμπεριφορά του υλικού σε κόπωση, ερπυσμό και χαλάρωση. Οι μη μηχανικές ιδιότητες ενός υλικού περιλαμβάνουν κυρίως την πυκνότητα, την θερμική συμπεριφορά και την αντίσταση σε διάβρωση του υλικού.

Τα σύνθετα υλικά, συνήθως διαθέτουν τις καλύτερες ιδιότητες των υλικών από τα οποία αποτελούνται, ενώ επιπλέον διαθέτουν και ιδιότητες τις οποίες κανένα από τα αρχικά υλικά δεν διέθετε. Αποτέλεσμα της από κοινού συνεισφοράς ινών και μήτρας είναι η βελτίωση της συνολικής μηχανικής συμπεριφοράς του σύνθετου.

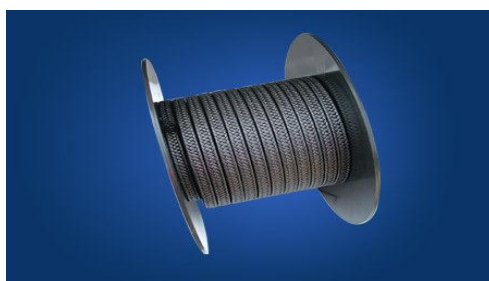
Καταλυτικό ρόλο σε αυτή τη πτυχή των σύνθετων υλικών, έπαιξε η δυνατότητα σχεδιασμού και κατασκευής ενός τέτοιου υλικού, σύμφωνα με τις ανάγκες της εκάστοτε εφαρμογής για την οποία προορίζεται, έχοντας τις επιθυμητές ιδιότητες. Ο σχεδιασμός ενός σύνθετου είναι άλλο ένα σημαντικό πλεονέκτημα αυτών των υλικών, μιας και υπάρχει μια σειρά παραμέτρων, που εάν ληφθούν υπόψη, μπορούν να συμβάλλουν

ουσιαστικά στις τέλειες ιδιότητες, αλλά και στη συμπεριφορά του σύνθετου.

Παρακάτω θα δούμε πιο διεξοδικά τα πλεονεκτήματα των σύνθετων υλικών.

1) Άριστες μηχανικές ιδιότητες

Το πρώτο μεγάλο πλεονέκτημα των σύνθετων υλικών είναι οι άριστες μηχανικές τους ιδιότητες. Αρκετοί τύποι ινών επειδή διαθέτουν την προαπαιτούμενη αντοχή και δυσκαμψία έχουν αποτελέσει υλικά κατασκευής σε αεροδιαστημικές εφαρμογές και εντάσσονται στην κατηγορία των προηγμένων ινών. Οι ίνες βορίου και γραφίτη (Εικ.6) με την μορφή λεπτών νημάτων χαίρουν μεγάλης εκτίμησης χάρη στην μεγάλη αντοχή και δυσκαμψία τους. Το λεπτό νήμα του βορίου έχει έξι φορές μεγαλύτερη αντοχή και δυσκαμψία από το αλουμίνιο και για αυτό είναι ευρύτατα διαδεδομένο στις αεροναυπηγικές κατασκευές. Τέλος να πούμε ότι το βόριο υπερίσχυσε στις εφαρμογές έναντι του γραφίτη εξαιτίας κάποιων μειονεκτημάτων του τελευταίου, όπως μικρή διαστρωματική διατμητική αντοχή και χαμηλή αντοχή σε θλίψη. Οι δύο παραπάνω ιδιότητες οφείλονται στη χαμηλή αντοχή του υλικού στην κάθετη διεύθυνση των ινών του καθώς και στην δυσκολία επίτευξης ενός ισχυρού δεσμού στην διεπιφάνεια.



Εικόνα 6 (Ίνες Γραφίτη)

2) Ανάληψη φορτίου μετά την αστοχία

Ένα άλλο χαρακτηριστικό των σύνθετων υλικών είναι τα μεγάλα φορτία που εξακολουθούν να αναλαμβάνουν μετά από κάποια πιθανή αστοχία τους. Το παραπάνω χαρακτηριστικό παρατηρήθηκε αρκετές φορές σε στατικές δοκιμές σύνθετων υλικών. Για παράδειγμα παρατηρήθηκε ότι τα ινώδη σύνθετα που είναι ενισχυμένα με ίνες γυαλιού (GFRP) (Εικ.7) μετά την διαρροή τους εξακολουθούν να αναλαμβάνουν φορτία που φτάνουν το 85% της τάσης αστοχίας τους. Σε άλλες περιπτώσεις, το παραπάνω ποσοστό μπορεί να φτάσει στο 110% ή και 150% του ορίου διαρροής. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μετά την αστοχία του υλικού συμβαίνει θραύση των ινών και έτσι η τάση

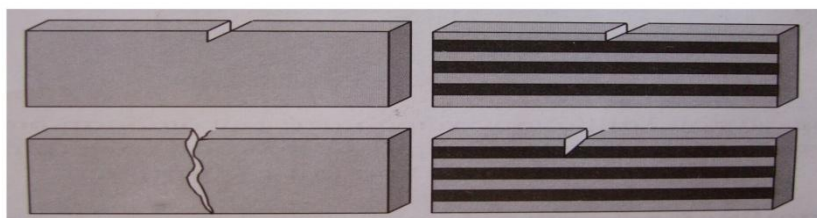
μεταβιβάζεται σε πολλαπλές κατευθύνσεις μέσα στη μάζα του υλικού.



Εικόνα 7 (Ινες γυαλιού GFRP)

3) Μικρή ευαισθησία σε εγκοπές (Εικ.8)

Τα ινώδη σύνθετα υλικά παρουσιάζουν σχετικά μικρή ευαισθησία στην ύπαρξη εγκοπών ενώ η διάδοση των ρωγμών είναι περιορισμένη. Το γεγονός αυτό βελτιώνει την αντοχή του υλικού σε κόπωση. Αυτό επιβεβαιώθηκε και σε δοκιμές κόπωσης που έγιναν σε πραγματικές κατασκευές από σύνθετα υλικά όπου παρατηρήθηκε σημαντική αύξηση της διάρκειας ζωής σε σχέση με αυτή των αντίστοιχων μεταλλικών κατασκευών. Τέλος αν συγκρίνουμε την ανά μονάδα βάρους διάρκεια ζωής σε κόπωση των ινωδών σύνθετων υλικών με εκείνη των παραδοσιακών υλικών, θα παρατηρήσουμε ότι τα ινώδη σύνθετα υλικά παρουσιάζουν πολύ αυξημένες τιμές σε σχέση με το τιτάνιο που είναι το ανθεκτικότερο από όλα τα μέταλλα σε κόπωση.



Εικόνα 8 (μικρή ευαισθησία σύνθετων υλικών σε εγκοπές)

4) Μείωση αριθμού των τμημάτων της κατασκευής

Ένα άλλο πλεονέκτημα των σύνθετων υλικών είναι ο ελάχιστος αριθμός τμημάτων που απαιτούνται για μια κατασκευή. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ανάδειξη παράλληλων πλεονεκτημάτων, όπως χαμηλότερο κόστος επισκευής, παραγωγής και κατεργασίας, ενώ η κατασκευή παρέχει μεγαλύτερη αξιοπιστία, η οποία και αποτελεί έναν πολύ σημαντικό παράγοντα στην αεροδιαστημική.

5) Βέλτιστες αεροδυναμικές επιφάνειες

Με την χρήση σύνθετων υλικών τύπου *sandwich* μπορούν εύκολα να κατασκευαστούν βέλτιστες αεροδυναμικές επιφάνειες που χαρακτηρίζονται από την διατήρηση του σχήματός τους ακόμα και κάτω από την επίδραση υψηλών φορτίων.

6) Αντίσταση στην διάβρωση

Η απόλυτη αντίσταση στην διάβρωση είναι ένα ασυνήθιστο χαρακτηριστικό των μεταλλικών κατασκευών. Αντίθετα, στα ενισχυμένα πλαστικά δεν παρατηρούνται φαινόμενα ηλεκτροχημικής διάβρωσης. Μόνο η ηλιακή ακτινοβολία μπορεί να προκαλέσει μια υποβάθμιση των ιδιοτήτων τους, που όμως μπορεί να ελεγχθεί με την κατάλληλη προστασία του υλικού.

7) Απόσβεση σε ταλαντώσεις

Τα σύνθετα υλικά και ειδικά οι τύποι *sandwich* (Εικ.9) παρουσιάζουν μεγάλη απορρόφηση ενέργειας με αποτέλεσμα να αποσβένουν τις μηχανικές ταλαντώσεις, ενώ παράλληλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σαν ηχομονωτικά υλικά.



Εικόνα 9 (Σύνθετο υλικό τύπου sandwich)

8) Αντοχή σε κρούσεις υψηλής ενέργειας

Η υψηλή αντοχή των ινωδών σύνθετων υλικών σε κρουστικά φορτία υψηλής ενέργειας έχει σαν αποτέλεσμα την περιορισμένη καταστροφή της κατασκευής και την διατήρηση του περιγράμματος στις περιοχές γύρω από την καταστροφή. Η διάτρηση που προκύπτει από την βαλλιστική κρούση περιορίζεται σε μία περιοχή του υλικού που είναι λίγο μεγαλύτερη από αυτή του βλήματος. Η συγκέντρωση των τάσεων γύρω από την περιοχή της καταστροφής στα μέταλλα είναι εξαιρετικά υψηλή ενώ αντίθετα στα ινώδη υλικά είναι σχετικά μικρή και στην περιοχή της διάτρησης δεν εμφανίζονται φαινόμενα ρωγμών.

9) Χαμηλό κόστος κατασκευής

Σε ορισμένες περιπτώσεις, από τις διάφορες εφαρμογές των σύνθετων υλικών και ιδιαίτερα τις αεροναυπηγικές, έχει υπολογισθεί μια σημαντική μείωση του κόστους των κατασκευών. Μεγαλύτερη μείωση κόστους παρατηρείται σε περιπτώσεις που απαιτείται υψηλή δυσκαμψία.

10) Μείωση του βάρους της κατασκευής

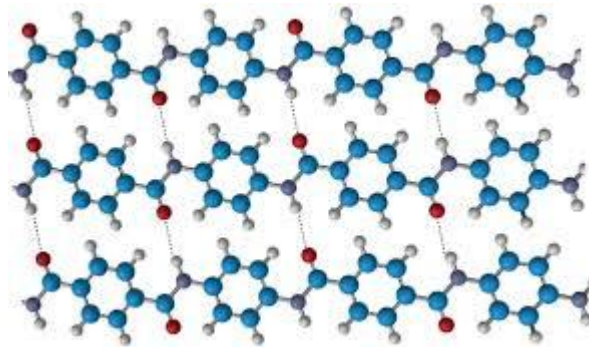
Από τις πρώτες εφαρμογές των σύνθετων υλικών, προέκυψαν σημαντικές μειώσεις στο βάρος των κατασκευών. Οι μειώσεις αυτές μπορούν να φτάσουν ως και το 80% ενώ στις περισσότερες εφαρμογές κυμαίνονται μεταξύ 20-50%. Η μεγαλύτερη μείωση βάρους παρατηρείται στα πιο απλά κατασκευαστικά στοιχεία, όπως είναι οι άξονες, οι άτρακτοι, τα πλαίσια κ.α. Με την πρόοδο της έρευνας γύρω από την εξοικονόμηση βάρους αποδείχθηκε ότι σημαντική μείωση βάρους μπορούμε να πετύχουμε στις πτέρυγες των αεροσκαφών. Λόγω της υψηλής τιμής των ειδικών ιδιοτήτων των σύνθετων υλικών, μπορούν να κατασκευασθούν πτέρυγες με πολύ μικρότερο πάχος από εκείνο των παραδοσιακών από αλουμίνιο χωρίς επιπρόσθετα σχεδιαστικά σφάλματα.

Από τα παραπάνω πλεονεκτήματα που αναφέραμε είναι προφανές ότι τα σύνθετα υλικά πράγματι αποτελούν μια επανάσταση και οι προοπτικές που διαγράφονται για την εφαρμογή και παρά πέρα ανάπτυξή τους στο άμεσο και απώτερο μέλλον είναι λαμπρές.

1.4 ΠΟΛΥΜΕΡΗ

1.4.1 ΟΡΙΣΜΟΣ

Η λέξη πολυμερές είναι σύνθετη και προέρχεται από το «πολύς» και το «μέρος». **Πολυμερή** ονομάζονται οι χημικές ενώσεις με μεγάλα μόρια, τα «μακρομόρια», που σχηματίζονται από τη σύνδεση πολλών μικρών μορίων. Τα πολυμερή προκύπτουν από την χημική αντίδραση των μονομερών που ονομάζεται πολυμερισμός. (Εικ.10)



Εικόνα 10

1.4.2 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ

A. Με κριτήριο την αρχιτεκτονική της αλυσίδας τους, τα πολυμερή διακρίνονται σε:

1. Γραμμικά
2. Διακλαδωμένα
3. Διασταυρωμένα
4. Δικτυωμένα

B. Με κριτήριο την μηχανική συμπεριφορά τους κατά την θέρμανση, τα πολυμερή κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες:

1. Θερμοπλαστικά
2. Θερμοσκληρυνόμενα
3. Ελαστομερή

Τα θερμοπλαστικά (thermoplastic) πολυμερή μαλακώνουν όταν θερμαίνονται και σκληραίνουν όταν ψύχονται. Οι διαδικασίες αυτές είναι αντιστρεπτές. Τα υλικά αυτά μορφοποιούνται με εφαρμογή θερμότητας και πίεσης. Τα θερμοπλαστικά είναι μαλακά και όλκιμα υλικά. Τα

περισσότερα γραμμικά πολυμερή είναι θερμοπλαστικά.

Τα θερμοσκληρυνόμενα (thermosetting) πολυμερή σκληραίνουν μόνιμα όταν θερμαίνονται, εφαρμόζεται σε αυτά τάση και δεν μαλακώνουν με ψύξη. Είναι σκληρότερα και ισχυρότερα και πιο ψαθυρά από τα θερμοπλαστικά.

Τα ελαστομερή κατά την φόρτισή τους μπορούν να υποστούν μεγάλες παραμορφώσεις και να επανέλθουν στο αρχικό τους σχήμα όταν το φορτίο σταματήσει να υφίσταται. Έχουν μικρά μέτρα ελαστικότητας ενώ η ελαστική περιοχή στην καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης δεν είναι γραμμική.

Γ. Με κριτήριο την προέλευση τα πολυμερή διακρίνονται σε:

1. Φυσικά πολυμερή
2. Ημισυνθετικά πολυμερή
3. Συνθετικά πολυμερή

1.5 ΟΡΓΑΝΙΚΕΣ ΜΗΤΡΕΣ

Οι οργανικές μήτρες διακρίνονται σε:

1. Θερμοπλαστικές

Πρόκειται για πολυμερή με γραμμικές αλυσίδες. Λόγω του χαμηλού τους κόστους, χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές ευρείας κατανάλωσης. Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα αποτελούν οι μήτρες πολυαιθυλενίου και πολυστυρενίου.

2. Θερμοσκληρυνόμενες

Χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις που απαιτούνται καλύτερες μηχανικές ιδιότητες. Τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή παρουσιάζουν τρισδιάστατη δομή πλέγματος από πρωτογενείς ισχυρούς δεσμούς μεταξύ των μοριακών αλυσίδων. Με την αύξηση της θερμοκρασίας, αυξάνεται και το πλήθος των διαμοριακών δεσμών καθιστώντας τα υλικά αυτά σκληρότερα καθώς και ψαθυρότερα. Τέτοιες μήτρες είναι:

- **Πολυεστερικές ρητίνες**, οι οποίες ενισχύονται με ίνες γυαλιού και δίνουν υαλονήματα
- **Εποξειδικές ρητίνες** με μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους 200°C, με καλύτερες μηχανικές ιδιότητες από τις προηγούμενες και ευρεία χρήση στην αεροναυπηγική.
- **Φαινολικές ρητίνες**, οι οποίες έχουν χαμηλή πλαστικότητα και μέτριες μηχανικές ιδιότητες. Η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους ωστόσο, φτάνει τους 400°C.

1.6 ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ

1.6.1 ΓΕΝΙΚΑ

Εποξειδικό ή πολυεποξειδικό είναι ένα **θερμοσκληρυνόμενο πολυμερές**. Οι εποξειδικές ρητίνες αποτελούνται από αλυσίδες που έχουν τουλάχιστον δύο εποξυομάδες. Μελετώντας την δομή των εποξειδικών ρητινών με κάποιο πρόσθετο όπως σκληρυντής ή πλαστικοποιητής με την βοήθεια ηλεκτρονικών μικροσκοπιών παρατηρούμε ότι οι ρητίνες αποτελούνται από σχεδόν μικρού μεγέθους μακρομόρια, τρισδιάστατα διακλαδωμένα δίκτυα ή συσσωματώματα μετρίου μοριακού βάρους, τοποθετημένα σε ένα πλαίσιο από μόρια μικρού μοριακού βάρους. Από πλευράς σύστασης οι εποξειδικές ρητίνες χωρίζονται σε **στερεές και υγρές**.

1.6.2 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ

Οι στερεές εποξειδικές ρητίνες (Εικ.11) είναι άκαμπτα άμορφα στερεά που μοιάζουν με γυαλί. Επίσης οι στερεές εποξειδικές ρητίνες παρέχουν σκληρή και αμετάβλητη αντίσταση τριβής και πολύ καλή χημική αντίσταση.

Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των στερεών εποξειδικών ρητινών σε σχέση με τις υγρές ρητίνες είναι η εύκολη επεξεργασία τους, η μηχανική αντοχή, η υψηλή χημική αντίσταση και το άριστο κολλώδες.



Εικόνα 11 (Στερεά εποξειδική ρητίνη)

1.6.3 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΓΡΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ

Οι κυριότερες ιδιότητες των υγρών εποξειδικών ρητινών είναι οι παρακάτω:

- Χαμηλή υγροσκοπικότητα, καλή διαστατική σταθερότητα και ικανοποιητική αντοχή στην επίδραση ύδατος, οξέων, βάσεων και πολλών οργανικών διαλυτών.
- Είναι υγρά με χαμηλό ιξώδες, όπως και τα μίγματά τους με πρόσθετα (πλαστικοποιητές, σκληρυντές), με αποτέλεσμα την εύκολη κατεργασία τους.
- Η επεξεργασία των ρητινών είναι εύκολη και γρήγορη για θερμοκρασίες από 5° C μέχρι 150° C και εξαρτάται από την εκλογή του πρόσθετου.
- Υψηλές μηχανικές ιδιότητες που μπορεί να οφείλονται στη μικρή συστολή τους, έτσι μειώνεται η παρουσία τάσεων.
- Άριστη ηλεκτρική μόνωση.
- Υψηλή δύναμη συγκόλλησης. (Στην σύγχρονη τεχνολογία πλαστικών είναι από τις μεγαλύτερες που έχουν παρατηρηθεί). Αυτή η ιδιότητα αποτελεί έναν σημαντικό παράγοντα για πάρα πολλές εφαρμογές.
- Ποικιλία εφαρμογών. Οι βασικές τους ιδιότητες μπορούν να τροποποιούνται κάθε φορά ανάλογα με τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης εφαρμογής. (Ανάμειξη με κάποιο πρόσθετο της επιλογής μας, χρήση τροποποιητικών και συνθέσεων).
- Καλή χημική αντίσταση που εξαρτάται από το πρόσθετο που χρησιμοποιείται.
- Συνολικά οι εποξειδικές ρητίνες έχουν πολύ υψηλή αντίσταση στα καυστικά και καλή μέχρι άριστη στα οξέα.
- Μικρή συστολή κατά τον πολυμερισμό και κατά την διάρκεια της επεξεργασίας τους.

Ένας σημαντικός αριθμός ιδιοτήτων των εποξειδικών ρητινών είχε ως αποτέλεσμα το γρήγορο ρυθμό ανάπτυξής τους και την ευρεία σε έκταση χρήση τους. Σε πάρα πολλές περιπτώσεις δε, χρησιμοποιούνται και τελείως μόνες τους.

1.6.4 ΟΙ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΙΣ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΕΣ ΡΗΤΙΝΕΣ

Μερικές από τις σημαντικότερες εφαρμογές των εποξειδικών ρητινών αναφέρονται παρακάτω:

- Στην κατασκευή κτιρίων και αυτοκινητοδρόμων και γενικά σε κατασκευές όπου υπάρχουν απαιτήσεις για υψηλή χημική αντίσταση.
- Σαν βασικό συγκολλητικό σκυροδέματος.
- Σαν συγκολλητικά σε δομικά μέρη της ατράκτου αεροσκαφών.
- Σαν συγκολλητικό πλαστικών και μεταλλικών κομματιών σε βάρκες και αυτοκίνητα, ώστε να υπάρχει τέλεια στεγανότητα.
- Σαν φυλλώδεις ρητίνες για την κατασκευή πλαισίων και τελειωμάτων αεροσκαφών και πυραύλων.
- Σαν διαλύματα επίστρωσης που έχουν βασικό συστατικό την ρητίνη και είναι πολύ χρήσιμα για την συντήρηση και την κατασκευή τελειωμάτων, όπως τελειώματα θαλάσσιας υφής, τελειώματα λιθοδομής ή τελειώματα αεροσκαφών.
- Επίσης χρησιμοποιούνται για επαλείψεις κατασκευαστικού χάλυβα, επαλείψεις δεξαμενών, επαλείψεις πτυσσόμενων αγωγών και για επαλείψεις σε πλάκες από σκυρόδεμα.
- Στην κατασκευή τριχών για πινέλα.
- Σαν συγκολλητικά, επικαλυπτικά και σαν μέσα ενσωμάτωσης ηλεκτρικών εξαρτημάτων.
- Τυπικές εφαρμογές χυτών εποξειδικών ρητινών αποτελούν οι ανθεκτικές σε χημικά κατασκευές, αντλιών και σωλήνων, μητρών καθώς και ηλεκτρικών μονωτικών ειδών.
- Για τη συγκόλληση με ενέσεις μικρορωγμών και μικρών κενών σε σκυρόδεμα (εποξειδικές ρητίνες χωρίς διαλύτες).
- Κατάλληλες για χρήση σε κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα ή δομικό χάλυβα, εξασφαλίζοντας πρόσφυση.
- Για υγρομόνωση, για προστασία και διακόσμηση δαπέδων, τοίχων και ορόφων σε οικοδομικούς, βιομηχανικούς, αγροτικούς κ.α. χώρους («wetcome» εποξειδικές ρητίνες).
- Για την σύνδεση παλιού και νέου σκυροδέματος κυρίως σε υγρούς χώρους.

1.7 ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΑ

1.7.1 ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ

Τα εγκλείσματα είναι **ανόργανα υλικά** που περικλείονται μέσα σε μία μήτρα. Υπάρχουν τρεις κύριες κατηγορίες εγκλεισμάτων βάσει του σχήματος τους:

- Εγκλείσματα σε μορφή **κόκκων**.
- Εγκλείσματα σε μορφή **ινών**.
- Εγκλείσματα σε μορφή **νιφάδων**.

Τα εγκλείσματα έχουν αρκετά μικρές διαστάσεις της τάξης του «μίκρο». Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των εγκλεισμάτων είναι ότι ελαττώνουν το κόστος του σύνθετου υλικού ενώ παράλληλα βελτιώνουν τις ποιοτικές του ιδιότητες.

1.7.2 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΕΠΟΞΕΙΔΙΚΩΝ ΡΗΤΙΝΩΝ

Η επίδραση των εγκλεισμάτων στις ιδιότητες των ρητινών και δη των εποξειδικών, που είναι και οι συνηθέστερες ως προς την χρήση, είναι ιδιαίτερα σημαντική για την συνολική εικόνα του σύνθετου υλικού μας.

Γενικά παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η κατά όγκο περιεκτικότητα σε έγκλεισμα στο υλικό μας, τόσο αυξάνει το ιξώδες σε αυτό και η ρητίνη μετατρέπεται από υγρή σε μια πιο στερεή μορφή. Τα εγκλείσματα, ως επί το πλείστον, ρυθμίζουν το ιξώδες των ρητινών, ελαττώνουν το ποσοστό συστολής τους και τον συντελεστή θερμικής διαστολής τους, ενώ ταυτόχρονα χρωματίζουν το σύνθετο. Επίσης, τα εγκλείσματα πρέπει να είναι, από χημικής άποψης, ουδέτερα ή ελαφρά βασικά και να μην αντιδρούν με την ρητίνη ή το μέσο σκλήρυνσης.

Για καλύτερα αποτελέσματα στη δημιουργία του σύνθετου, τα εγκλείσματα πρέπει να θερμαίνονται για την απομάκρυνση της υγρασίας και του αέρα, που τυχόν απορροφήθηκε από αυτά, και μετά να ενσωματώνονται στη ρητίνη. Τέλος είναι σημαντική και η χρήση αναδευτήρα για την πλήρη ανάμειξη και την σωστότερη κατανομή των εγκλεισμάτων μέσα στην ρητίνη.

1.8 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Κατά τον πλέον γενικό τρόπο, τα σύνθετα υλικά δύνανται να ταξινομηθούν αναλόγως με τις ιδιότητες της μήτρας ή του εγκλείσματος. Έτσι **ως προς την μήτρα** διακρίνονται σε :

- α. Σύνθετα υλικά με μεταλλική μήτρα*
- β. Σύνθετα υλικά με μη μεταλλική μήτρα*

ενώ **ως προς το έγκλεισμα** σε :

- α. Σύνθετα υλικά με έγκλεισμα υπό μορφή κόκκων (κοκκώδη σύνθετα υλικά)*
- β. Σύνθετα υλικά με έγκλεισμα υπό μορφή νιφάδων*
- γ. Σύνθετα υλικά με έγκλεισμα υπό μορφή ινών (ινώδη σύνθετα υλικά)*

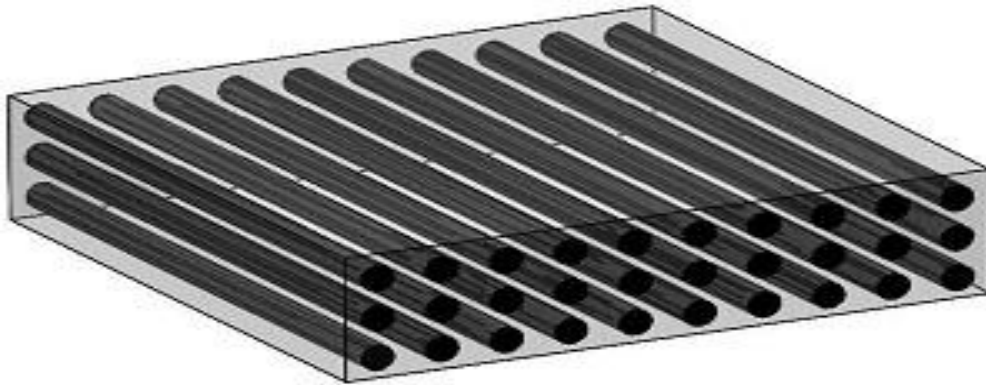
1.9 ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

1.9.1 ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ

Τα ινώδη σύνθετα υλικά (Εικ.12) αποτελούνται από έγκλεισμα υπό μορφή ινών μέσα σε μια μήτρα, η οποία δύναται να είναι ένα οποιοδήποτε υλικό από την μεγάλη ποικιλία που χρησιμοποιείται.

1.9.2 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΙΝΩΝ

Μια ίνα χαρακτηρίζεται από τον πολύ μεγάλο λόγο μήκους/διαμέτρου που έχει. Οι ίνες διαφόρων υλικών είναι σε γενικές γραμμές αρκετά πιο ανθεκτικές από τα αντίστοιχα υλικά στη συνήθη μορφή τους. Για παράδειγμα, τα συνηθισμένα φύλλα υάλου θραύονται σε τάσεις μόνο μερικών ΜΡα, ενώ οι ίνες υάλου δύνανται να έχουν αντοχή θραύσεως η οποία ανέρχεται από 2.8GPa έως 4.8GPa όταν αυτές διατίθενται στο εμπόριο, ενώ μέχρι 7.0GPa όταν αυτές έχουν παρασκευασθεί στο εργαστήριο. Αυτό προφανώς δείχνει ότι η γεωμετρία και η δομή μιας ίνας είναι αποφασιστικής σημασίας για τον υπολογισμό της αντοχής της και θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στις σχετικές εφαρμογές. Το παράδοξο της ίνας, η οποία έχει διαφορετικές ιδιότητες από αυτές τις οποίες έχει το υλικό όταν δεν είναι διαμορφωμένο σε μορφή ίνας, οφείλεται στην πλέον τέλεια δομή της. Έτσι, εντός της ίνας οι κρύσταλλοι του υλικού είναι ευθυγραμμισμένοι κατά τον διαμήκη άξονα της ίνας. Επιπλέον υπάρχουν λιγότερες εσωτερικές ατέλειες στην ίνα σε σχέση με το σύννητες υλικό, το οποίο έχει άλλη τυχαία διαμόρφωση.



Εικόνα 1 (Ινώδες υλικό με συνεχείς ίνες)

1.9.3 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΙΝΩΝ

Οι ίνες διακρίνονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες:

- Η **πρώτη κατηγορία** περιλαμβάνει ίνες με πολύ μεγάλο λόγο μήκους/διαμέτρου (**συνεχείς ίνες**) και με διάμετρο της τάξεως του μεγέθους των κρυστάλλων. Στον Πίνακα 1, δίνεται η αντοχή και η ακαμψία διαφόρων υλικών που χρησιμοποιούνται σε μορφή μακρών ινών. Σημειώνεται επίσης η πυκνότητα κάθε υλικού και οι λόγοι ακαμψίας/πυκνότητας και αντοχής/πυκνότητας, οι οποίοι είναι ενδεικτικοί της αποτελεσματικότητας της ίνας κυρίως σε κατασκευές «ευαίσθητες» στο θέμα βάρους όπως π.χ. αεροσκάφη και διαστημόπλοια.
- Η **δεύτερη κατηγορία** περιλαμβάνει ίνες οι οποίες έχουν διαμέτρους της ίδιας τάξης μεγέθους με τις πρώτες ύλες τους (**βραχείες ίνες**), δηλαδή της τάξης μεγέθους των κρυστάλλων (Πίνακας 2). Επίσης έχουν πολύ μικρότερο μήκος σε σχέση με τις συνεχείς ίνες παρ' όλο που ο λόγος μήκους/διαμέτρου τους, δύναται να φθάσει σε μερικές εκατοντάδες. Τέλος ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά τους είναι οι ελάχιστες ασυνέχειες που έχουν λόγω της πολύ καλής γεωμετρικής κρυσταλλικής κατανομής τους (κρυσταλλική ευθυγράμμιση). Συνέπεια αυτού του γεγονότος είναι ότι παρουσιάζουν ανώτερες μηχανικές ιδιότητες από αυτές που παρουσιάζουν οι τυχαίες διαμορφώσεις των αντίστοιχων υλικών.

Υλικό ίνας	Ειδικό Βάρος ρ (kN/m ³)	Εφελκυστική Αντοχή S(GPa)	Λόγος S/ ρ (Αντοχής/Ειδ.Β) (x10 ⁶ m)	Εφελκυστικό Μέτρο ελ/τος E(GPa)	Λόγος E/ ρ (Ακαμψίας/Ειδ.Β) (x10 ⁶ m)
Αργίλιο	26.3	0.62	24	73	2.8
Τιτάνιο	46.1	1.9	41	115	2.5
Χάλυβας	76.6	4.1	54	207	2.7
Ε-γυαλί	25.0	3.4	136	72	2.9
S-γυαλί	24.4	4.8	197	86	3.5
Άνθρακας	13.8	1.7	123	190	14.0
Βηρύλλιο	18.2	1.7	93	300	16.0
Βόριο	25.2	3.4	137	400	16.0
Γραφίτης	13.8	1.7	123	250	18.0

Πίνακας 1 (Ιδιότητες ινών 1^{ης} κατηγορίας)

Υλικό ίνας	Ειδικό Βάρος ρ (kN/m ³)	Θεωρητική αντοχή S(t) (GPa)	Πειραματική αντοχή S(e) (GPa)	Λόγος S/ ρ (Αντοχής/E.Β.) (x10 ⁶ m)	Μέτρο ελ/τας E (GN/m ²)	Λόγος E/ ρ (Ακαμψίας/E.Β.) (x10 ⁶ m)
Χαλκός	87.4	12	3.0	34	124	1.4
Νικέλιο	87.9	21	3.9	44	215	2.4
Χάλυβας	76.8	20	13.0	170	200	2.6
B ₄ C	24.7	45	6.7	270	450	18.0
SiC	31.2	83	11.0	350	840	27.0
Al ₂ O ₃	38.8	41	19.0	490	410	11.0
C	16.3	98	21.0	1300	980	60.0

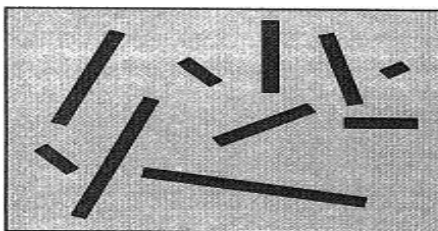
Πίνακας 2 (Ιδιότητες ινών 2^{ης} κατηγορίας)

Για παράδειγμα ο κοινός δομικός χάλυβας έχει αντοχή που κυμαίνεται μεταξύ 0.52GPa και 0.69GPa ενώ η θεωρητική αντοχή του φτάνει τα 20GPa. Η ασυμφωνία αυτή οφείλεται στις ατέλειες που παρουσιάζει η κρυσταλλική δομή του χάλυβος η οποία εμφανίζει ασυνέχειες και από τις οποίες αρχίζει η διαρροή του χάλυβα σε τάσεις πολύ μικρότερες των θεωρητικών. Με την βέλτιστη διαμόρφωση του, δηλαδή σε μορφή βραχέων ινών (Εικ.13), η αντοχή του χάλυβα μπορεί να φτάσει μέχρι και τα 13GPa. Παραδείγματα της 2^{ης} κατηγορίας των ινών δίνονται στον Πίνακα Β.

Μία εναλλακτική ταξινόμηση των ινών θα ήταν εάν τις χωρίζαμε στις παρακάτω κατηγορίες:

- Ανόργανες ίνες
- Οργανικές ίνες

Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι ίνες υάλου, άνθρακα, γραφίτη, βορίου, κ.α., ενώ στην δεύτερη, οι νεοεισερχόμενες ίνες αραμιδίου τύπου Kevlar, οι οποίες και εξελίσσονται συνεχώς στις μέρες μας.



Εικόνα 13 (Βραχείες ίνες σε τυχαία διεύθυνση)

Να σημειώσουμε εδώ ότι όποια και να είναι τα χαρακτηριστικά των ινών και σε όποια κατηγορία και να ανήκουν αυτές είναι πρακτικά άχρηστες εάν δεν είναι «δεμένες» μέσα σε μια μήτρα. Η μήτρα χρησιμεύει για την προστασία των ινών, για την συγκράτηση τους, για την μεταφορά των τάσεων κ.α. Τα υλικά τα οποία χρησιμοποιούνται ως μήτρες έχουν συνήθως σημαντικά μικρότερη πυκνότητα, αντοχή και ακαμψία από τα υλικά τα οποία χρησιμοποιούνται ως ίνες.

1.9.4 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΙ ΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα υλικά των ινών και της μήτρας διατίθενται στο εμπόριο ξεχωριστά το καθένα ή ενωμένα υπό μορφή στρώματος. Οι ίνες μπορούν να βρεθούν είτε μεμονωμένες είτε πολλές μαζί υπό μορφή μη στριμμένων δεσμών. Αυτές μπορεί να είναι προσανατολισμένες κατά την αυτή διεύθυνση ή και κατά διαφορετικές διευθύνσεις υπό μορφή υφάνσεως. Συνήθως κυκλοφορούν στο εμπόριο διαβρεγμένες με ρητινώδες υλικό, όπως πολυεστερική ρητίνη, η οποία δύναται να χρησιμοποιηθεί μετά και ως μήτρα. Αυτή η διαδικασία αναφέρεται ως προεμποτισμός και η μορφή των προεμποτισμένων ινών καλείται «prepreg». Για παράδειγμα, ίνες μιας διεύθυνσης μέσα σε εποξειδική ρητίνη διατίθενται υπό τη μορφή ταινίας (Εικ.14α), όπου οι ίνες βρίσκονται κατά μήκος της ταινίας. Ομοίως, διατίθενται προεμποτισμένα πλέγματα (Εικ.14β) στα οποία οι ίνες υφαίνονται και μετά εμποτίζονται με ρητίνη. Υπάρχουν και άλλες παραλλαγές στις δυο αυτές βασικές μορφές της ίνας και της μήτρας. Το προαναφερθέν προεμποτισμένο πλέγμα ινών αποτελεί το ακατέργαστο

υλικό για μερικές από τις μεθόδους παρασκευής των ινωδών σύνθετων υλικών. Σ' αυτό συνδυάζονται, οι με μερικό πολυμερισμό θερμοσκληρυνόμενες ρητίνες, με τις ίνες υψηλής αντοχής (βόριο, γραφίτη, κλπ).

Μια συνήθης διαδικασία παρασκευής ενός ινώδους σύνθετου υλικού είναι συνοπτικά η εξής: Στρώματα «prepreg» τοποθετούνται το ένα πάνω στο άλλο υπό μορφή τεμαχίου εντός κατάλληλων τύπων (καλουπιών) έως ότου σχηματιστεί το επιθυμητό πάχος. Μετά γίνεται πολυμερισμός της ρητίνης κάτω από κατάλληλες συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης με αποτέλεσμα το «δέσιμο» των ινών σε ένα συμπαγές ανομοιογενές υλικό.



Εικόνα 14α (prepeg ινών βόριου υπό μορφή ταινίας) Εικόνα 14β (prepeg πλέγμα ινών γυαλιού)

Υπάρχουν πέντε βασικές μέθοδοι παρασκευής ινωδών σύνθετων υλικών:

- Η αυτόκλαστη μέθοδος.
- Η μέθοδος της υπό συμπίεση προσαρμοσμένης μεταλλικής μήτρας.
- Η μέθοδος της περιτυλίξεως νήματος.
- Η μέθοδος της επιστρώσεως σε ταινία.
- Η μέθοδος της εξωθήσεως με έλξη.

Μέθοδος	Προϊόντα παραγωγής	Διαμόρφωση υλικού	Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Αυτόκλαστη	Πολυστρώματα	Επίπεδα και περίπλοκα περιγράμματα Πολυστρώματα με μεταβλητό πάχος Συνδεδεμένες κυψελοειδείς κατασκευές	Προσανατολισμένες ίνες Ομοιόμορφη πίεση Συμπολυμερισμός κολλοειδών και προεμποτισμένων ρητινών Βιομηχανική εμπειρία	Μέγεθος αυτόκλαστης συσκευής Χαρακτηριστικά αυτόκλαστου Ρυθμός θερμάνσεως, ρυθμός πίεσεως, όρια θερμοκρασίας και πίεσεως
Η υπό συμπίεση προσαρμοσμένη μεταλλική μήτρα	Πολυστρώματα υψηλής παραγωγής με ελεγχόμενες διαστάσεις και με ελάχιστη δευτερεύουσα κατεργασία σε εργαλειομηχανές	Πολυστρώματα περίπλοκων σχημάτων	Προσανατολισμένα στρώματα (οι ίνες δύνανται να προσανατολισθούν κατά βούληση) Κομμένες ίνες δυνατότητα υψηλής παραγωγής	Ακριβά εργαλεία Απαιτείται επίστρωσης προσχηματισμού με το χέρι Απαιτείται ακριβής πλήρωσης του τύπου(καλούπι) Χαμηλότερη αντοχή από την αυτόκλαστη μέθοδο
Η περιτύλιξη νήματος	Πολυστρώματα περιτυλιγμένα σε κυλινδρικούς άξονες	Κατασκευή επιφανειών εκ περιστροφής	Ταχεία κάλυψης των επιφανειών Ομοιομορφία στις τάσεις ινών	Δυσκολία στη διατήρηση του προσανατολισμού των ινών σε τεμάχια μεταβλητού περιγράμματος

Η επίστρωση σε ταινία	Πολυστρώματα υψηλής παραγωγής	Επίπεδα, απλού περιγράμματος τεμάχια σταθερού ή μεταβλητού πάχους	Χαμηλό κόστος εργασίας, επιστρώσεως Χαμηλός συντελεστής παραμένουστος ακατέργαστου υλικού	Περιορισμένη δυνατότητα περίπλοκων περιγραμμάτων Υψηλό εργατικό κόστος λειτουργίας
Η εξώθηση με έλξη	Υλικά δομικών εφαρμογών	Γωνίες, διάλοιοι, ράβδοι σταθεράς διατομής	Αυτοματοποιημένη συνεχής διαδικασία επίστρωσης	Περιορίζεται σε κατασκευές σταθερής διατομής

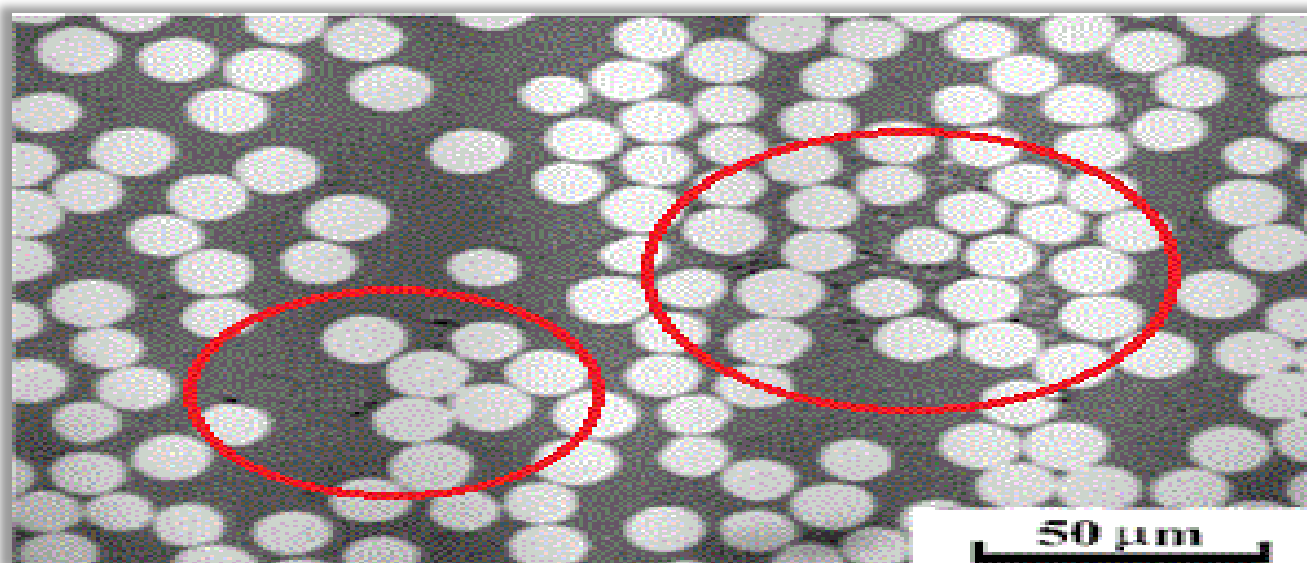
Πίνακας 3

Όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 3 κάθε μέθοδος έχει τα δικά της πλεονεκτήματα και τους περιορισμούς της. Το ποια μέθοδος είναι η καλύτερη εξαρτάται από την διαμόρφωση των υπό κατασκευή τεμαχίων και τις απαιτήσεις της παραγωγής.

1.9.5 Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΚΑΙ ΟΙ ΑΙΤΙΕΣ ΤΩΝ ΚΕΝΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

Κατά την φάση της παραγωγής του σύνθετου υλικού, δημιουργούνται κάποια κενά (Εικ. 15), τα οποία και έχουν εξαιρετική σημασία γιατί ανάλογα με την περιεκτικότητά τους, εκφυλίζουν το σύνθετο υλικό επηρεάζοντας σε σημαντικό βαθμό τις μηχανικές ιδιότητές του. Δύο από τους βασικότερους τύπους κενών που αναπτύσσονται στα σύνθετα υλικά είναι:

- Κενά που αναπτύσσονται κατά μήκος της επιφάνειας των ινών και τα οποία μπορεί να είναι σφαιρικά ή ελλειψοειδή. Η διάμετρος αυτών των κενών εξαρτάται από την σχετική απόσταση των ινών και κυμαίνεται στην περιοχή 5-20μm.
- Κενά τα οποία αναπτύσσονται μεταξύ των στρώσεων και σε περιοχές πλούσιες σε ρητίνη.



Εικόνα 15 (Διάφορα κενά που δημιουργούνται σε ινώδες σύνθετο υλικό)

Μια από τις συνήθεις αιτίες που δημιουργούν αυτά τα κενά στο σύνθετο υλικό είναι η κακή διαβροχή των ινών από την ρητίνη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τον εγκλωβισμό αέρα, πράγμα το οποίο συμβαίνει συνήθως σε συστήματα όπου οι ξηρές ίνες βρίσκονται πολύ κοντά η μία στην άλλη και το ιξώδες της ρητίνης είναι πολύ υψηλό. Ένας άλλος λόγος είναι η παρουσία πτητικών αερίων που παράγονται κατά το στάδιο της παραγωγής και ιδιαίτερα κατά το στάδιο του «curing» στις θερμοσκληρυνόμενες ρητίνες ή κατά το στάδιο της τήξης στις θερμοπλαστικές μήτρες. Τα πτητικά αέρια μπορεί να είναι τα κατάλοιπα διαλυτών, προϊόντων χημικών αντιδράσεων ή κλάσματα μικρού μοριακού βάρους.

Η κατ' όγκο περιεκτικότητα σε κενά του σύνθετου υλικού καθώς και η κατανομή αυτών, εξαρτώνται από την κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών, την κατανομή αυτών, τις ιδιότητες της ρητίνης και τις συνθήκες παραγωγής.

1.9.6 ΠΟΙΟΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Η φύση των σύνθετων υλικών και δει, των ινωδών, υποχρεώνει τον παρασκευαστή να είναι ενήμερος επί ορισμένων ατελειών τους, οι οποίες λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια της παρασκευής του σύνθετου υλικού. Τέτοιες ατέλειες συνδέονται στενά με την επίτευξη της προβλεπόμενης αντοχής και ακαμψίας του υλικού, διότι όσο περισσότερες είναι οι ατέλειες τόσο περισσότερο φθίνουν οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού και άρα δεν επιτυγχάνεται η προβλεπόμενη αντοχή και ακαμψία.

Μερικές από τις συνηθισμένες ατέλειες οι οποίες πρέπει να ελέγχονται και οι οποίες σχετίζονται με την απόδοση του σύνθετου υλικού είναι οι εξής:

1. Ενδιάμεσα κενά τα οποία οφείλονται στην παγίδευση αέρος, αποκόλληση στρωμάτων, έλλειψη ρητίνης κλπ.
2. Ατελής πολυμερισμός της ρητίνης.
3. Υπερβολική ύπαρξη ρητίνης μεταξύ των στρωμάτων.
4. Κενά μήτρας και πόρωση.
5. Κατεστραμμένες ίνες.
6. Λάθος διεύθυνση ινών στις στρώσεις.
7. Εγκλείσματα από ξένα σώματα.
8. Μεταβολή στο πάχος.
9. Μη αποδεκτές συνδέσεις στα στρώματα.
10. Ρυτίδες-ζαρώματα και εξογκώματα τα οποία δημιουργούνται από την περιτύλιξη των ινών και την κακή ευθυγράμμιση των στρώσεων.

Να σημειώσουμε εδώ ότι η εκτίμηση της φύσης των ατελειών αυτών γίνεται κατά την διάρκεια της παρασκευής των ινωδών σύνθετων υλικών μέσω της απλής παρατήρησης ή μετά την παρασκευή τους, με άλλους σύγχρονους τρόπους, όπως με τις διάφορες μεθόδους των «μη καταστροφικών ελέγχων».

1.9.7 ΤΑ ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Οι ιδιότητες οι οποίες καθιστούν πολύ σημαντικά τα ινώδη σύνθετα υλικά είναι η ακαμψία, η αντοχή, το βάρος και το κόστος τους. Ένας από τους πλέον κοινούς τρόπους οι οποίοι χρησιμοποιούνται για να εκφραστεί η αποτελεσματικότητα ενός υλικού είναι οι λόγοι ακαμψίας/πυκνότητας και αντοχής/πυκνότητας. Μια τέτοια έκφραση παρόλα αυτά δεν περιλαμβάνει καμία πληροφορία σχετικά με το κόστος της επιτεύξης ενός τέτοιου λόγου. Επειδή όμως το κόστος επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί από μόνο του ως κριτήριο και έτσι οι προαναφερθέντες λόγοι αποτελούν σπουδαία κριτήρια, μαζί με το κόστος, για τον προσδιορισμό της αποτελεσματικότητας των ινωδών σύνθετων υλικών.

Στους Πίνακες 1 και 2, προηγουμένως, έχουμε ήδη παρατηρήσει ότι οι λόγοι αντοχής/πυκνότητας και ακαμψίας/πυκνότητας φθάνουν σε σχετικά πολύ υψηλές τιμές για ίνες διαφόρων υλικών. Έτσι, τα ινώδη σύνθετα υλικά, τα οποία έχουν ως έγκλεισμα τέτοιες ίνες, παρουσιάζουν ανάλογα πλεονεκτήματα. Έχουν δηλαδή τους δυο παραπάνω λόγους σημαντικά μεγαλύτερους από τους αντίστοιχους λόγους των κοινών υλικών. Η ιδιότητα αυτή μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η πλέον σημαντική ιδιότητα των ινωδών σύνθετων υλικών.

Επίσης τα υλικά αυτά απαιτούν απλή τοποθέτηση, τις περισσότερες φορές, εκεί που χρησιμοποιούνται. Συνέπεια αυτής της απλής τοποθέτησης είναι η αυξημένη ταχύτητα κατασκευής η οποία γίνεται ακόμα μεγαλύτερη όταν τα υλικά έχουν ως μήτρα ρητίνη, η οποία μπορεί να πολυμερισθεί στον τόπο κατασκευής.

Ο λόγος κόστους/πυκνότητας ενός υλικού εξαρτάται από πολλούς παράγοντες όπως π.χ. την εμπειρία στη μέθοδο κατασκευής του υλικού, την μέθοδο κατασκευής κλπ. Εκτός από αυτά, ο λόγος αυτός δεν δύναται από μόνος του να αποτελέσει κριτήριο για την αποτελεσματικότητα ενός υλικού από άποψη κόστους, επειδή πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι ποσότητες των αποβλήτων που παράγονται κατά την χρήση του υλικού. Απόβλητα είναι το μέρος του υλικού, το οποίο περισσεύει μετά από την κατεργασία για την διαμόρφωση του τελικού προϊόντος. Για τα περισσότερα κοινά υλικά το ποσοστό των αποβλήτων σε βάρος κατά την διάρκεια της παραγωγής τους είναι αρκετά μεγάλο και παρά την

δυνατότητα ανακύκλωσης και χρήσης εκ νέου αυτών των αποβλήτων, η ωφελιμότητα αυτή αντισταθμίζεται πολλές φορές από το κόστος κατεργασίας τους για να ξαναγίνουν πρώτη ύλη.

Τα ινώδη σύνθετα υλικά από την άλλη, παρά την δυσκολία ανακύκλωσης των αποβλήτων τους, παρουσιάζουν πολύ μειωμένο ποσοστό αποβλήτων εξαρχής επειδή δύνανται με ευκολία να διαμορφωθούν όσο το δυνατόν πλησιέστερα στην τελική τους μορφή. Ένα απλό παράδειγμα επί του θέματος των αποβλήτων είναι το εξής: Οι δοκοί και γενικότερα πολλά στοιχεία των πλαισίων των αεροσκαφών διαμορφώνονται με μεγάλες οπές για λόγους ελάττωσης βάρους. Όταν λοιπόν το πλαίσιο κατασκευάζεται από συμβατικό υλικό π.χ. κράματα αλουμινίου, οι οπές αυτές έχουν ως αποτέλεσμα την δημιουργία αποβλήτων τα οποία μπορεί να φθάσουν και μέχρι 600% (κατά βάρος). Εν τούτοις, στη περίπτωση κατασκευής του πλαισίου από ινώδες σύνθετο υλικό, το ποσοστό των αποβλήτων μπορεί να μειωθεί μέχρι και 10% εξαιτίας των παραπάνω λόγων. Το γεγονός αυτό δεν είναι θεωρητικό αλλά έχει επιτευχθεί στην πράξη σε πολλές περιπτώσεις κατασκευής τμημάτων πλαισίων αεροσκαφών και δείχνει φανερά την ανωτερότητα των ινωδών σύνθετων υλικών σε σχέση με τα συμβατικά υλικά, σε ορισμένες περιπτώσεις.

Συνοπτικά μπορεί να λεχθεί ότι ο λόγος κόστους/πυκνότητας πολλών κοινών υλικών δύναται σε πολλές περιπτώσεις να είναι μικρότερος από τον αντίστοιχο των ινωδών υλικών. Το γεγονός όμως ότι τα συμβατικά υλικά γενικώς παρουσιάζουν μεγάλο ποσοστό αποβλήτων, αυξάνει την ποσότητα των υλικών αυτών η οποία πρέπει να χρησιμοποιηθεί για μια συγκεκριμένη κατασκευή και κατά συνέπεια το συνολικό κόστος της κατασκευής. Με κριτήριο, τώρα, το συνολικό κόστος μπορούμε να πούμε ότι τα ινώδη υλικά έχουν αποδειχτεί σε πολλές περιπτώσεις περισσότερο αποτελεσματικά από τα συμβατικά.



Εικόνα 16 (Χρήση fibre reinforced composites σε αεροσκάφος)

1.9.8 ΙΝΕΣ ΓΥΑΛΙΟΥ

Οι ίνες γυαλιού (fiberglass) είναι ένα από τα πιο συνηθισμένα εγκλείσματα των ινωδών σύνθετων υλικών και χρησιμοποιούνται σε πολλές αλλά και σημαντικές εφαρμογές. Οι ίνες γυαλιού παράγονται από λειωμένο γυαλί εφελκύνοντάς το μέσα από συστήματα οπών, τα οποία έχουν κανονικά 102 ή 204 οπές, με μέγιστη ταχύτητα 3000 έως 4000 μέτρων ανά λεπτό. Έτσι τα νήματα εκτείνονται και μειώνεται η διάμετρός τους. Τα νήματα αυτά ψύχονται πολύ γρήγορα με ακτινοβολία και με αγωγή, πριν επικαλυφτούν με την ζωική κόλλα, η οποία εμποδίζει τα νήματα να τριφτούν μεταξύ τους, όταν τοποθετούνται μαζί για να δημιουργήσουν μια πλεξούδα. Ανάλογα με την χρήση για την οποία προορίζεται η ίνα γυαλιού, μια «πλαστική» ή μια «υφαντή» ζωική κόλλα μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Το σύνολο των ινών τυλίγεται σε έναν κύλινδρο στεγνό και θερμό.

Διάφοροι συνδυασμοί ορυκτών γυαλιών έχουν δοκιμαστεί για την κατασκευή ινών. Η συνήθης σύσταση των ινών γυαλιού βασίζεται στο διοξείδιο του πυριτίου με προσθήκη οξειδίων του Ασβεστίου, Βορίου, Νατρίου, Σιδήρου και Αλουμινίου. Τα γυαλιά αυτά είναι συνήθως άμορφα, ενώ αν θερμανθούν σε υψηλές θερμοκρασίες επί πολύ διάστημα αποκτούν κάποια κρυσταλλικότητα. Αυτό συνήθως οδηγεί σε κάποια μείωση της αντοχής τους.

Η αντοχή και το μέτρο ελαστικότητας του γυαλιού καθορίζεται καταρχήν από την τρισδιάστατη δομή των οξειδίων από τα οποία συνίσταται και τα οποία σχηματίζουν ένα πλέγμα. Η δομή του πλέγματος καθώς και η αντοχή των δεσμών μεταβάλλεται με την προσθήκη οξειδίων οπότε και είναι δυνατόν να παράγουμε ίνες γυαλιού με διαφορετικές φυσικές και χημικές ιδιότητες. Σε αντίθεση με τις ίνες άνθρακα και Kevlar 49, οι ιδιότητες των ινών γυαλιού είναι ισότροπες, έτσι π.χ το μέτρο του Young κατά μήκος και εγκάρσια προς τον άξονα της ίνας είναι το ίδιο. Αυτό είναι άμεση συνέπεια της τρισδιάστατης δομής του γυαλιού. Επίσης να σημειώσουμε ότι η αντοχή των ινών γυαλιού εξαρτάται και από τις συνθήκες παραγωγής τους αλλά και από το περιβάλλον ελέγχου.

Τέλος να πούμε ότι υπάρχουν αρκετοί τύποι γυαλιών στο εμπόριο όπως ο τύπος E, ο τύπος C και ο τύπος S. Ο πιο κοινός τύπος γυαλιού που συνήθως χρησιμοποιείται είναι ο τύπος E. Ο τύπος αυτός έχει μεγάλη αντοχή και μέτρο ελαστικότητας, καλές ηλεκτρικές ιδιότητες, έχει μικρότερο κόστος από τους άλλους τύπους και δεν επηρεάζεται από τις καιρικές συνθήκες.

1.10 ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά έχουν ως ενίσχυση σωματίδια (κόκκους), τα οποία είναι διασκορπισμένα στο εσωτερικό του υλικού της μήτρας. Οι κόκκοι μπορεί να είναι μεταλλικής φύσεως ή όχι και μπορούν να συνδυαστούν με διαφόρων τύπων μήτρες. Το μέγεθος των κόκκων ποικίλει και μπορεί να είναι από μερικά nm μέχρι κάποια μm. Για παράδειγμα οι μεγάλοι κόκκοι δεν ξεπερνούν σε διάμετρο τα 300μm ενώ οι μικροί κόκκοι έχουν διάμετρο μικρότερη από 100nm.

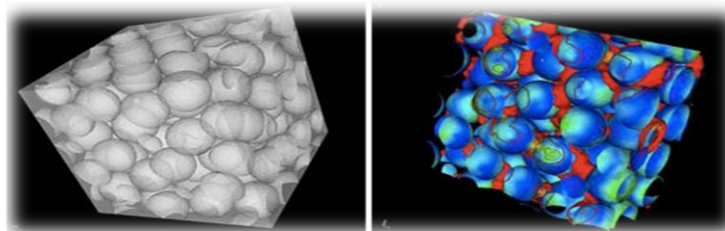
Οι διάφοροι συνδυασμοί μήτρας/κόκκων που μπορούν να επιτευχθούν, αναφέρονται παρακάτω. Έτσι, από αυτήν την άποψη έχουμε τέσσερις δυνατούς συνδυασμούς:

1. Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας

Το μη οπλισμένο σκυρόδεμα αποτελεί το πιο κοινό παράδειγμα ενός τέτοιου υλικού. Το σκυρόδεμα αποτελείται από κόκκους άμμου και πέτρας «δεμένους» με ένα μείγμα τσιμέντου και νερού, το οποίο έχει αντιδράσει χημικά και έχει σκληρύνει. Η αντοχή του σκυροδέματος αποδίδεται στην ύπαρξη κόκκων πέτρας. Επίσης φλούδες μη μεταλλικών υλικών, όπως ο μαρμαρυγίας ή το γυαλί, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες εγκλείσμα μιας γυάλινης ή πλαστικής μήτρας.

2. Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου υλικού είναι το εγκλείσμα χαλκού μέσα σε εποξειδική ρητίνη, που αυξάνει κατά πολύ την ηλεκτρική αγωγιμότητα αυτής. Επίσης είναι συνήθη τα σύνθετα υλικά με εγκλείσμα από το μέταλλο αυτό, υπό μορφή φλούδας. Σκοπός της παρασκευής τέτοιων σύνθετων υλικών είναι η δημιουργία ενός υλικού με βελτιωμένες μηχανικές ιδιότητες (αντοχή, μέτρο ελαστικότητας, όριο διαρροής), η αύξηση της ηλεκτρικής και θερμικής αγωγιμότητας καθώς και η μείωση του συντελεστή θερμικής διαστολής και της φθοράς της μήτρας.



Εικόνα 17 (Μοντελοποιημένη κοκκώδης κατανομή σε μήτρα)

3. **Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας**

Τα υλικά αυτού του τύπου δεν είναι κράματα. Το μεταλλικό εγκλείσμα έχει μορφή κόκκων μέσα στη μήτρα και δεν είναι διαλυμένο μέσα σε αυτήν, όπως είναι στα κράματα. Σαν παράδειγμα γι' αυτήν την κατηγορία μπορούμε να αναφέρουμε τους κόκκους μολύβδου εντός κραμάτων χαλκού και χάλυβα, που σκοπό έχουν τη βελτίωση του χειρισμού του κράματος στις εργαλειομηχανές. Επίσης, πολλά μέταλλα που έχουν πολύτιμες ιδιότητες αλλά είναι εύθραυστα σε θερμοκρασία περιβάλλοντος, όπως είναι το χρώμιο, το βολφράμιο και το μολυβδαίνιο, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες εγκλείσμα άλλων μετάλλων, τα οποία παρουσιάζουν όλκιμη συμπεριφορά σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. Το σύνθετο υλικό που προκύπτει είναι όλκιμο στη θερμοκρασία αυτή και διαθέτει παράλληλα και κάποιες από τις ιδιότητες του εύθραυστου εγκλείσματος.

4. **Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας**

Μη μεταλλικά υλικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μορφή κοκκώδους εγκλείσματος μέσα σε μεταλλική μήτρα. Τα υλικά που προκύπτουν ονομάζονται κεραμομέταλλα. Τα κεραμομέταλλα μπορούν να είναι δυο ειδών ανάλογα με το εγκλείσμα. Το πρώτο είδος είναι κεραμομέταλλα με κόκκους οξειδίου ενός μετάλλου μέσα σε μεταλλική μήτρα, τα οποία χρησιμοποιούνται στην κατασκευή εργαλείων και σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας όπου η αντίσταση στη διάβρωση είναι σημαντική. Το δεύτερο είδος είναι τα κεραμομέταλλα με κόκκους καρβιδίου ενός μετάλλου μέσα σε μεταλλική μήτρα. Έτσι, το καρβίδιο του βολφραμίου μέσα σε μήτρα κοβαλτίου χρησιμοποιείται σε τμήματα μηχανών, τα οποία απαιτούν μεγάλη αντοχή στην οξείδωση και στη διάβρωση, ενώ έχει συντελεστή θερμικής διαστολής παραπλήσιο με αυτόν του χάλυβα και έτσι είναι κατάλληλο για χρήσεις σε βαλβίδες κ.α. Επίσης το καρβίδιο του τιτανίου μέσα σε μήτρα νικελίου ή κοβαλτίου χρησιμοποιείται συχνά σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας, όπως π.χ. σε διάφορα μέρη στροβιλομηχανών. Τέλος, τα κεραμομέταλλα χρησιμοποιούνται στους πυρηνικούς αντιδραστήρες σαν καύσιμα.

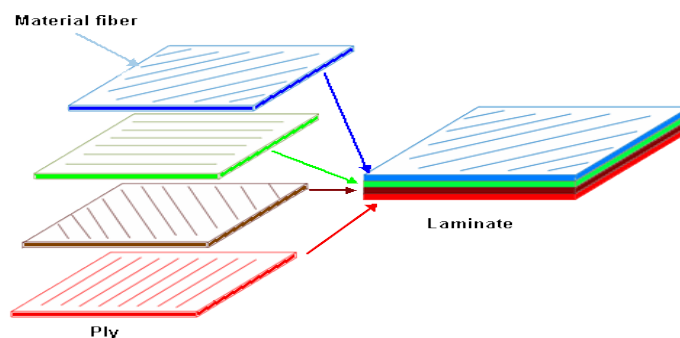
1.11 ΣΤΡΩΜΑΤΙΚΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

Τα πολύστρωτα (laminate) ή στρωματικά σύνθετα υλικά είναι μια κατηγορία σύνθετων υλικών στην οποία τα υλικά της μήτρας και της ενίσχυσης είναι υπό τη μορφή στρώσεων και φύλλων. Διάφορα υλικά μπορούν να συνδυαστούν ή και να αποτελέσουν τα φύλλα (ply) που συνθέτουν τα πολύστρωτα σύνθετα υλικά. Τα σύνθετα αυτού του τύπου μπορεί να έχουν πολύ καλές ιδιότητες, όπως δυσκαμψία, αντοχή, αντίσταση στη διάβρωση και στη φθορά, ακουστική και θερμική μόνωση κ.α.

Οι επιμέρους στρώσεις αποτελούνται από ίνες υψηλής αντοχής και υψηλές τιμές μέτρου ελαστικότητας, «δεμένες» με ένα πολυμερές, μεταλλικό ή κεραμικό συνδετικό υλικό. Να πούμε εδώ ότι οι ίνες των στρώσεων μπορούν να είναι και διαφορετικά προσανατολισμένες (Εικ.18), πράγμα το οποίο βελτιώνει τις μηχανικές ιδιότητες του υλικού σε πολλές διευθύνσεις. Οι ίνες που χρησιμοποιούνται συνήθως, περιλαμβάνουν γραφίτη, γυαλί, βόριο, και καρβίδιο του πυριτίου. Μερικά συνδετικά υλικά είναι εποξειδικές ρητίνες, οι πολυϊμίδες, το αλουμίνιο, το τιτάνιο και η αλουμίνα. Επίσης οι επιμέρους στρώσεις γενικά είναι ορθότροπες (δηλαδή, με κύριες ιδιότητες σε ορθογώνιες κατευθύνσεις) ή εγκάρσιως ισότροπες (με ισότροπες ιδιότητες στο εγκάρσιο επίπεδο). Ωστόσο οι επιμέρους στρώσεις μπορούν να παρουσιάζουν και ανισότροπες (με μεταβλητή κατεύθυνση των κύριων ιδιοτήτων), ορθότροπες, ή ημι-ισότροπες ιδιότητες. Τα ημι-ισοτροπικά ελάσματα εμφανίζουν ισότροπη (δηλαδή, ανεξάρτητη από την κατεύθυνση) απόκριση εντός του επιπέδου αλλά δεν περιορίζονται σε ισοτροπική (καμπτική) απόκριση εκτός αυτού.

Τα κυριότερα είδη των πολύστρωτων σύνθετων υλικών είναι:

1. τα διμέταλλα
2. τα επιμεταλλωμένα μέταλλα
3. η ύαλος ασφαλείας
4. τα υλικά με επίστρωση πλαστικού



Εικόνα 18

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

2.1.1 ΣΥΝΤΟΜΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Νόμος του Hooke:

Επειδή τα σύνθετα υλικά είναι από την κατασκευή τους ανισότροπα μέσα, θα αναφερθούμε στην γενίκευση του νόμου του Hooke (Robert Hooke 1678) για να καταλήξουμε σε εκείνη την μορφή ανισοτροπίας που μας εξυπηρετεί για την μελέτη των υλικών αυτών. Γνωρίζουμε ότι σε μια διάσταση ή στο επίπεδο, η ορθή και η διατμητική τάση συσχετίζονται (στην γραμμική περιοχή) με την αντίστοιχη τους ορθή και διατμητική παραμόρφωση μέσω των σχέσεων του νόμου του Hooke :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.1.1)$$

και

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (2.1.2)$$

Όπου E ονομάζουμε το μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο του Young και G το μέτρο διάτμησης. Στο γενικευμένο νόμο του Hooke και θεωρώντας ότι βρισκόμαστε στο πλαίσιο της γραμμικής θεωρίας ελαστικότητας, μπορούμε να υποθέσουμε ότι κάθε τάση συνδέεται γραμμικά με κάθε παραμόρφωση μέσω μιας σειράς από γραμμικά ανεξάρτητες σταθερές αλλά και αντίστροφα κάθε παραμόρφωση συνδέεται γραμμικά με κάθε τάση μέσω μιας σειράς σταθερών που είναι γραμμικά ανεξάρτητες. Στην πρώτη περίπτωση οι σταθεροί συντελεστές θα λέγονται **ελαστικές σταθερές ή σταθερές δυσκαμψίας**, ενώ στη δεύτερη θα λέγονται **σταθερές ενδοτικότητας**.

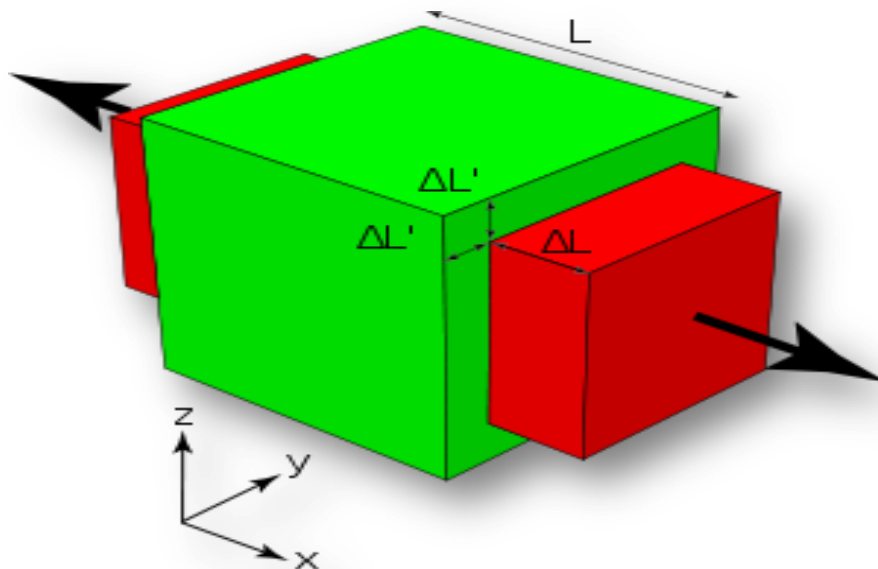
Λόγος Poisson:

Όπως ήδη γνωρίζουμε η αρχική επιμήκυνση μιας ράβδου που π.χ εφελκύεται, συνοδεύεται πάντοτε από κάποια πλευρική συστολή. Έχει αποδειχθεί ότι τα πηλικά των ανηγμένων πλευρικών βραχύνσεων ε_y και ε_z κατά τους άξονες y και z αντίστοιχα, προς την ανηγμένη αξονική επιμήκυνση είναι ίσα προς έναν αριθμό ν , σταθερό για κάθε υλικό που καταπονείται με φορτία τέτοια ώστε να ισχύει ο νόμος του Hooke. Η σταθερά αυτή ονομάζεται **λόγος του Poisson** ή **συντελεστής εγκάρσιας παραμόρφωσης**.

Έτσι ισχύει η σχέση:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \quad (2.1.3)$$

Δεδομένου ότι οι ανηγμένες βραχύνσεις είναι αρνητικοί αριθμοί, το αρνητικό πρόσημο στη σχέση (2.1.3), δικαιολογείται. Ο λόγος Poisson είναι «καθαρός» αριθμός, ο οποίος πάντοτε είναι μικρότερος ή ίσος από 0.5 και μεγαλύτερος ή ίσος του 0. Για τα μέταλλα για παράδειγμα ισχύει ότι, $0.25 \leq \nu \leq 0.35$. Ο λόγος Poisson παίρνει την μεγαλύτερή του τιμή για κάποιο υλικό, στο όριο ανάμεσα στην «ελαστική» και «πλαστική» περιοχή, όπου και σταματά να ισχύει ο νόμος του Hooke.

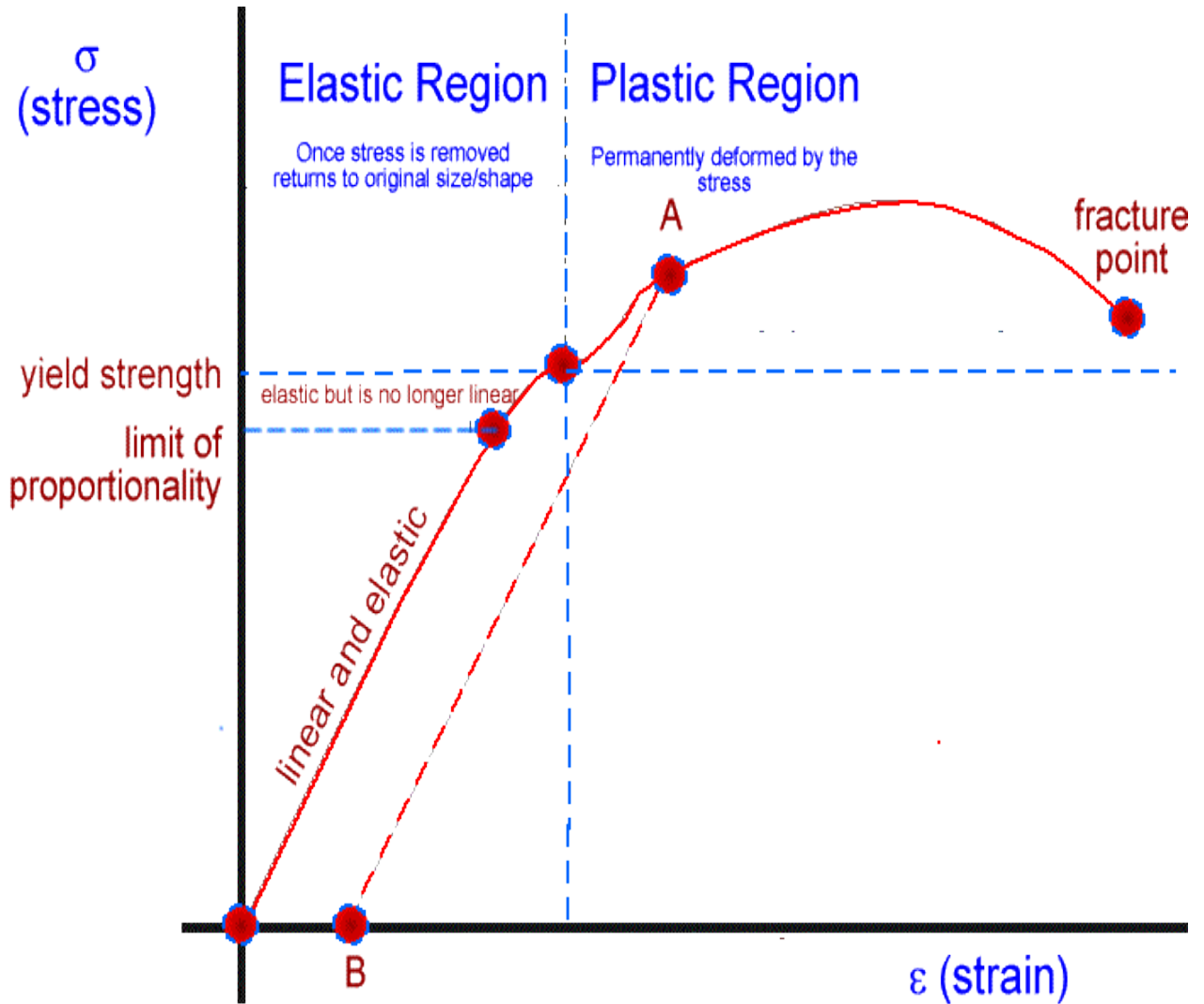


Εικόνα 19

Ομοιογενές υλικό: ονομάζεται εκείνο το υλικό που παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες σε όλα τα σημεία της μάζας του. Διαφορετικά λέγεται **ανομοιογενές**.

«Τελείως ελαστικό» σώμα: ονομάζεται το σώμα εκείνο, το οποίο επανέρχεται ακριβώς στο αρχικό του σχήμα και όγκο μετά την αποφόρτιση. Οι δε προκαλούμενες παραμορφώσεις, ονομάζονται τότε **«ελαστικές»**.

«Τελείως πλαστικό» σώμα: χαρακτηρίζεται το σώμα εκείνο, το οποίο παραμένει απολύτως στη παραμορφωμένη κατάσταση που έφτασε και μετά την αποφόρτιση. Στη περίπτωση αυτή λέμε ότι το σώμα έχει υποστεί μόνιμη ή πλαστική παραμόρφωση.



Εικόνα 20 (Διάγραμμα σ - ϵ)

Ανηγμένη διόγκωση:

$$\theta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{V' - V}{V} \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_x(1 - 2\nu) \quad (2.1.4)$$

Όπου ν ο λόγος Poisson και V' ο τελικά διαμορφωμένος όγκος

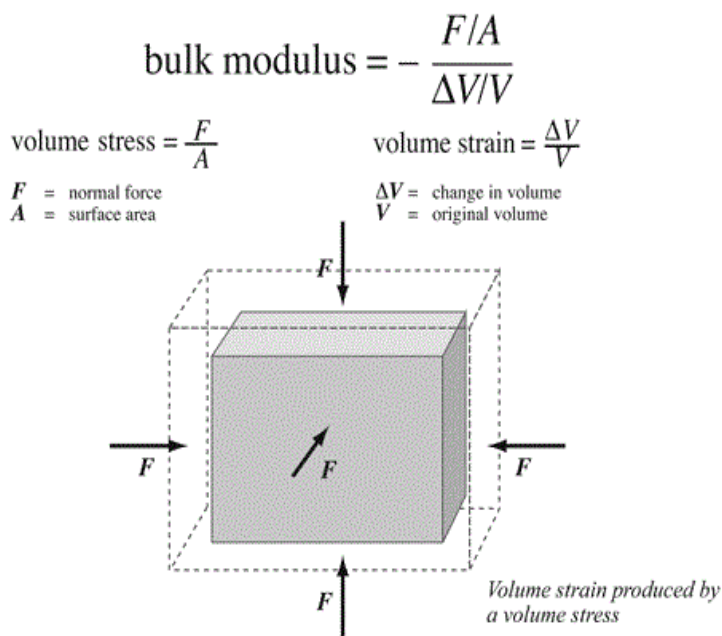
Επίσης η ανηγμένη διόγκωση θ (εφόσον ισχύει ο νόμος του Hooke) μπορεί να γραφτεί:

$$\theta = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2.1.5)$$

Μέτρο διόγκωσης: Είναι το μέτρο που εκφράζει την αντίσταση του υλικού στη μεταβολή του όγκου του και εκφράζεται από την σχέση:

$$K = \frac{p}{\theta} \quad (2.1.6)$$

Όπου p είναι η ομοιόμορφη πίεση που ασκείται στο σώμα και θ η ανηγμένη διόγκωση.



Εικόνα 21

2.1.2 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ, ΣΤΕΡΡΟΤΗΤΑ

Οι δύο θεμελιώδεις τρόποι με τους οποίους τα υλικά αντιδρούν στην επιβολή εξωτερικών δυνάμεων είναι η αλλαγή του όγκου τους και η αλλαγή του σχήματός τους.

Η αλλαγή του όγκου ενός στοιχειώδους κύβου μπορεί να γίνει με ομοιόθετη αλλαγή όλων των γραμμικών του διαστάσεων και προφανώς θα πρέπει να εξαρτάται μόνον από τις ορθές παραμορφώσεις. Στην περίπτωση αυτή ο στοιχειώδης κύβος διατηρεί το σχήμα του, αλλά με διαφορετικές διαστάσεις των ακμών του.

Η αλλαγή σχήματος ενός στοιχειώδους κύβου μπορεί να επιτευχθεί με δυο τρόπους:

- a) Με αλλαγή των γωνιών του κύβου χωρίς αισθητή αλλαγή των γραμμικών του διαστάσεων (π.χ. περίπτωση καθαρής διατμήσεως).
- b) Με μη ομοιόθετη αλλαγή των γραμμικών διαστάσεών του, οπότε αυτός μετατρέπεται σε στοιχειώδες ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

Αυτό βεβαία σημαίνει ότι μερικές γωνίες, θα αλλάξουν τιμή, όπως εκείνες των διαγωνίων του. Επομένως, η αλλαγή του σχήματός του επιτυγχάνεται και από ορθές και από διατμητικές παραμορφώσεις.

Για τις αλλαγές αυτές απαιτείται η καταβολή εξωτερικού έργου που επιτυγχάνεται από την επιβολή φορτίων. Το έργο αυτό αποθηκεύεται στο δοκίμιο ως **ενέργεια παραμόρφωσης**, η οποία αποτελείται από δυο προσθετέους, έναν που αντιστοιχεί στην αλλαγή όγκου και ονομάζεται **ενέργεια μεταβολής όγκου** και έναν που αντιστοιχεί στην αλλαγή σχήματος ή αλλιώς στρέβλωση του υλικού και καλείται **στροφική ενέργεια**. Προφανώς το άθροισμα των δυο αυτών όρων παριστά το σύνολο της ενέργειας παραμόρφωσης που αποθηκεύθηκε στο υλικό και ισούται με το έργο των εξωτερικών δυνάμεων που δαπανήθηκε για τη φόρτιση του δοκιμίου.

Το εμβαδόν του χωρίου ανάμεσα στην καμπύλη σ - ϵ και τον άξονα των παραμορφώσεων (Εικ.20) παριστάνει τη συνολική πυκνότητα της ενέργειας παραμόρφωσης που έχει αποθηκευθεί στο υλικό ή καταναλωθεί από αυτό από την αρχή της φόρτισης του μέχρι τη στιγμή που η τάση είναι σ (τυχαίο) και η αντίστοιχη παραμόρφωση ϵ (τυχαίο). Όταν το ζεύγος (σ, ϵ) αντιστοιχεί στο σημείο θραύσεως θ του υλικού τότε η συνολική πυκνότητα της ενέργειας παραμόρφωσης καλείται **στερρότητα** του υλικού και αποτελεί μέτρο της απαιτούμενης από το υλικό ενέργειας για τη θραύση.

2.1.3 Η ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΒΑΣΕΙ ΤΩΝ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

Ανισότροπο τρικλινές μέσο: το μέσο το οποίο δεν παρουσιάζει συμμετρίες και έχει 21 ελαστικές σταθερές ανεξάρτητες.

Μονοκλινές μέσο: το μέσο αυτό έχει ένα επίπεδο συμμετρίας και κάθε διεύθυνση έχει ίδιες ιδιότητες με την συμμετρική της ως προς το επίπεδο αυτό. Αποδεικνύεται ότι το μέσο αυτό έχει 13 ελαστικές σταθερές.

Ορθότροπο μέσο: όταν το υλικό παρουσιάζει συνολικά δύο κάθετα επίπεδα συμμετρίας τότε λέγεται ορθότροπο. Το μέσο αυτό έχει 9 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές.

Εγκαρσίως ισότροπο μέσο: μια ακόμα ανώτερη τάξη ελαστικής συμμετρίας από αυτή του ορθότροπου μέσου. Το μέσο σε αυτή την περίπτωση παρουσιάζει έναν άξονα συμμετρίας ως προς τον οποίο όλες οι κάθετες διευθύνσεις είναι συμμετρικές ως προς τις μηχανικές ιδιότητες. Οι ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές είναι 5.

Ισότροπο μέσο: τα μέσα στα οποία κάθε διεύθυνση είναι διεύθυνση υλικής συμμετρίας. Αρκούν μόνο 2 ελαστικές σταθερές για την περιγραφή του μέσου (το μέτρο ελαστικότητας E και ο λόγος Poisson ν).

2.2 ΘΕΩΡΙΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

2.2.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΥΑΛΩΔΟΥΣ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ T_g

Στα άμορφα στερεά, όπως το γυαλί και κάποια άμορφα πολυμερή, δεν υπάρχει ένα καλά καθορισμένο σημείο πήξης, αλλά υφίστανται ένα εύρος θερμοκρασιών στο οποίο γίνεται η μετάβαση από συμπεριφορά ρευστού σε συμπεριφορά στερεού, σε μια διαδικασία που ονομάζεται **υαλώδης μετάπτωση ή μετάβαση**. Προσδιορίζεται (συμβατικά) μια **θερμοκρασία υαλώδους μετάβασης T_g** , ως το σημείο τομής των καμπυλών θερμοκρασίας-πυκνότητας που χαρακτηρίζουν τη ρευστή και στερεή κατάσταση του σχετικού υλικού, αντίστοιχα.

2.2.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Μεταξύ των σπουδαιότερων παραγόντων, οι οποίοι προσδιορίζουν την βισκοελαστική συμπεριφορά των σύνθετων υλικών με πολυμερική μήτρα, είναι:

- a) η πρόσφυση μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος
- b) η προσρόφηση πολυμερικών μακρομορίων εντός των εγκλεισμάτων

Η πρόσφυση μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος, είναι η κυρία αιτία για την διαφορετική διαμόρφωση των μακρομορίων γύρω από το έγκλεισμα σε σχέση με την διαμόρφωσή τους στην μήτρα γενικότερα. Η αλλαγή της κατάστασης των μακρομορίων γύρω από το έγκλεισμα, προσδιορίζει την περιοχή της **ενδιάμεσης φάσης**, η οποία έχει διαφορετική δομή και ιδιότητες από την μήτρα. Έτσι, καταλήγουμε ότι η παρουσία εγκλείσματος μέσα στην πολυμερική μήτρα δημιουργεί μια ατέλεια στο πολυμερικό δομικό δίκτυό της.

Είναι γνωστό ότι οι ιδιότητες των πολυμερικών σύνθετων υλικών κατά την χαλάρωση, επηρεάζονται σημαντικά από την ύπαρξη της ενδιάμεσης φάσης [7]-[13]. Από αυτή την άποψη είναι πολύ σημαντική η μελέτη της θερμομηχανικής συμπεριφοράς αυτών των σύνθετων υλικών [1]-[5] και η συλλογή πληροφοριών για την δομή και τις ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης καθώς επίσης και την επίδρασή της στην βισκοελαστική συμπεριφορά του σύνθετου συστήματος μας.

Ωστόσο, η δομή και οι ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης εξαρτώνται, σε σημαντικό βαθμό, από την **μεθοδολογία** που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της. Αυτό συμβαίνει διότι κάθε μία από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται χαρακτηρίζεται από τους δικούς της ιδιαίτερους περιορισμούς. Ως συνέπεια των παραπάνω, τα αποτελέσματα τα οποία λαμβάνονται από τις διαφορετικές μεθόδους προσδιορισμού της ενδιάμεσης φάσης είναι συχνά διαφορετικά μεταξύ τους. Για παράδειγμα γνωρίζουμε ότι ο προσδιορισμός της ενδιάμεσης φάσης είναι άρρηκτα συνδεδεμένος με την θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως T_g . Ωστόσο, ενώ υπάρχουν αρκετές πειραματικές μέθοδοι για την εύρεση τιμών για την T_g , όπως η θερμοδομετρία, η διαστολομετρία, οι δυναμικές μετρήσεις κ.α., αυτές εξάγουν διαφορετικά αποτελέσματα μεταξύ τους [14],[15].

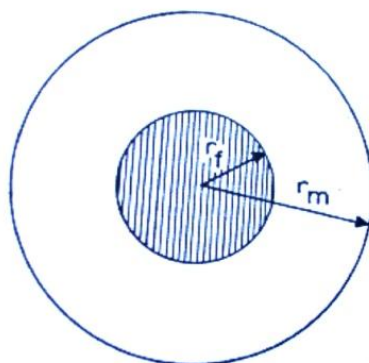
Λόγω της παραπάνω δυσκολίας, δημιουργήθηκε ένα χάσμα ανάμεσα στα ευρήματα διαφόρων ερευνητών για την επίδραση της κατ' όγκο περιεκτικότητας του εγκλείσματος U_f στην υαλώδη μεταβατική θερμοκρασία T_g [16]. Για παράδειγμα, αρκετοί ερευνητές βρήκαν ότι όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα σε έγκλεισμα ενός σύνθετου υλικού, αυξάνεται και η θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως T_g και ότι η σχέση αυτή είναι γραμμική. Άλλοι ερευνητές βρήκαν ότι η θερμοκρασία υαλώδους μεταβάσεως T_g δεν επηρεάζεται σημαντικά από την κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος [17],[18],[19]. Τέλος υπήρχαν και ερευνητές που βρήκαν ότι οι τιμές της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας T_g εξαρτώνται πολύ από την κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος, και σε πολλές περιπτώσεις η T_g ελαττώνεται όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα [20].

Στην περίπτωση μετρήσεων με την μέθοδο της θερμοδομετρίας μια παράμετρος η οποία επιδρά στον προσδιορισμό των υαλωδών μεταβατικών θερμοκρασιών T_g , είναι ο ρυθμός θέρμανσης ανά μάζα ή αλλιώς ειδική

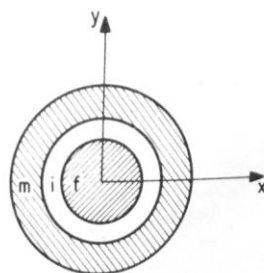
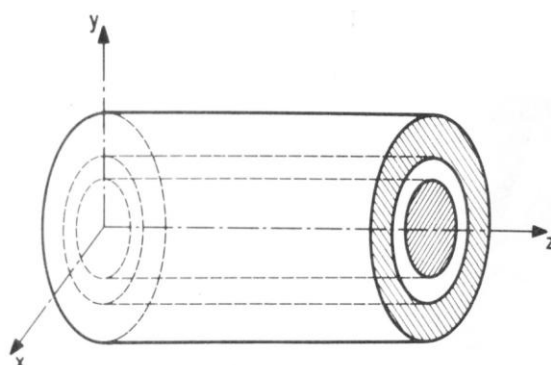
θερμότητα. Έχει παρατηρηθεί ότι, σε D.S.C (differential scanning calorimetry) μετρήσεις που έγιναν με την βοήθεια ενός θερμικού αναλυτή, η εξάρτηση της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας από την ειδική θερμότητα H_r , είναι τέτοια ώστε διαφορές της τάξεως των 15°C να μπορούν να παρατηρηθούν για διαφορετικούς ρυθμούς θέρμανσης [21],[22],[23].

2.2.3 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΧΟΥΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Πιο αναλυτικά παρακάτω θα περιγραφεί η διαδικασία εύρεσης του πάχους της ενδιάμεσης φάσης. Ας θεωρήσουμε ένα στοιχείο ελέγχου κάνοντας χρήση του τριφασικού μοντέλου (Εικ.23), το οποίο προκύπτει ουσιαστικά από το διφασικό μοντέλο (Εικ.22) με την προσθήκη της ενδιάμεσης φάσης, και είναι το δομικό «κύτταρο» για ένα ινώδες σύνθετο υλικό, το οποίο αποτελείται από μέσα προς τα έξω, από έγκλεισμα, ενδιάμεση φάση και μήτρα αντίστοιχα.



Εικόνα 22 (Διφασικό μοντέλο)



Εικόνα 23 (Τριφασικό μοντέλο)

Αν ορίσουμε ως r_f , r_i , και r_m τις ακτίνες των περιοχών των φάσεων του παραπάνω μοντέλου, με τους δείκτες f , i , m να συμβολίζουν το έγκλεισμα, την ενδιάμεση φάση και την μήτρα αντιστοίχως, τότε οι αντίστοιχες κατ' όγκο περιεκτικότητες θα γράφονται ως:

$$U_f = \frac{r_f^2}{r_m^2}, \quad U_i = \frac{r_i^2 - r_f^2}{r_m^2}, \quad U_m = \frac{r_m^2 - r_i^2}{r_m^2} \quad (2.2.1)$$

Και επίσης θα ισχύει:

$$U_m = (1 - U_f - U_i) \quad (2.2.2)$$

Καθώς η κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος αυξάνεται, το ποσοστό των μακρομορίων της μήτρας, τα οποία χαρακτηρίζονται από μειωμένη κινητικότητα, επίσης αυξάνεται. Αυτό ισοδυναμεί με αύξηση της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης και οδηγεί στο συμπέρασμα το οποίο υπάρχει στην αναφορά [25] ότι δηλαδή υπάρχει μία σχέση ανάμεσα στο ΔC_p , το οποίο εκφράζει την απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας στην υαλώδη μεταβατική περιοχή μιας ουσίας, και της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης. Η σχέση αυτή για τα ινώδη υλικά εκφράζεται από τον παρακάτω τύπο [5],[26]:

$$\frac{(r_f + \Delta r)^2}{r_f^2} - 1 = \frac{\mu U_f}{1 - U_f} \quad (2.2.3)$$

Όπου Δr εκφράζει το πάχος της ενδιάμεσης φάσης και η παράμετρος μ δίνεται βάσει της αναφοράς [25] από τον τύπο:

$$\mu = 1 - \frac{\Delta C_p^f}{\Delta C_p^0} \quad (2.2.4)$$

Όπου ΔC_p^f είναι η απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας για την πολυμερική μήτρα με έγκλεισμα, ενώ ΔC_p^0 είναι η απότομη μεταβολή της ειδικής θερμότητας για την πολυμερική μήτρα «σκέτη», χωρίς έγκλεισμα, στις αντίστοιχες υαλώδεις μεταβατικές θερμοκρασίες τους.

Η σχέση (2.2.3), αφού $r_f + \Delta r$ ισούται ουσιαστικά με r_i , με την βοήθεια των σχέσεων (2.2.1), μπορεί να γραφτεί και σαν:

$$\frac{U_i}{U_f} = \frac{\mu U_f}{1 - U_f} \quad (2.2.5)$$

Η σχέση (2.2.5) μαζί με την (2.2.1) και την (2.2.2) εξάγουν την εξής σχέση:

$$constant = \frac{r_f^2}{r_i^2} = \frac{U_f}{U_f + U_i} = \frac{1 - U_f}{1 - U_f(1 - \mu)} \quad (2.2.6)$$

Τέλος υπολογίζοντας με την βοήθεια των **DSC** (differential scanning calorimetry) μετρήσεων, τα άλματα της ειδικής θερμότητας ΔC_p στην υαλώδη μετάβαση ενός ινώδους σύνθετου υλικού και του αντίστοιχου πολυμερούς του, από το οποίο είναι αποκλειστικά φτιαγμένη η μήτρα του σύνθετου υλικού, *μπορούμε να εκτιμήσουμε τον παράγοντα μ και άρα και το πάχος της ενδιάμεσης φάσης* αφού μας είναι γνωστή η κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος.

2.2.4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΑΧΟΥΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤ' ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών του ΕΜΠ έχουν γίνει συστηματικές μετρήσεις θερμοχωρητικότητας επί δοκιμίων εποξειδικής ρητίνης και ινών γυαλιού. Παρακάτω θα περιγράψουμε μία από τις πειραματικές έρευνες [28],[29],[30] που έγιναν για την μέτρηση του πάχους και της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης.

Στην συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιήθηκαν ινώδη σύνθετα υλικά μονής κατεύθυνσης αποτελούμενα από μία εποξειδική μήτρα (Permaglass XE5/1, Permali Ltd., U.K) ενισχυμένη με συνεχείς ίνες γυαλιού τύπου-E. Το υλικό της μήτρας βασίσθηκε σε διγλυκιδυλαιθέρα της δισφαινόλης A, συνδυασμένο με σκληρυντή από αρωματική αμίνη (Araldite My 750/HT972, Ciba-Geigy, U.K). Οι ίνες γυαλιού είχαν διάμετρο $1,2 \times 10^{-5}$ m και η κατ' όγκο περιεκτικότητά τους ήταν 0.65.

Η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών γυαλιού προσδιορίστηκε με τον συνήθη τρόπο, δηλαδή καίγοντας δείγματα του ινώδους σύνθετου υλικού και ζυγίζοντας το υπόλοιπο. Έτσι η κατά μάζα περιεκτικότητα του γυαλιού υπολογίστηκε 79.6% (+/- 0.28%). Με την χρήση του αποτελέσματος αυτού και των τιμών των ειδικών πυκνοτήτων του γυαλιού ($\rho_g = 2.55 \text{ gr/cm}^3$) και της εποξειδικής μήτρας ($\rho_e = 1.20 \text{ gr/cm}^3$), και κάνοντας και κάποιους εύκολους υπολογισμούς, υπολογίζεται ότι η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών γυαλιού του πειράματος μας είναι 0.65.

Επιπλέον, δοκίμια με διάμετρο 0.004m και πάχους που ποικίλει από 0.001m μέχρι 0.0015m, φτιαγμένα είτε από ιώδες σύνθετο υλικό σε διάφορες κατ' όγκο περιεκτικότητες, είτε φτιαγμένα από το υλικό της μήτρας υποβλήθηκαν σε δοκιμές DSC, με θερμικό αναλυτή στην περιοχή της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας τους, έτσι ώστε να προσδιορισθούν οι τιμές της ειδικής θερμότητάς τους.

Οι τιμές του παράγοντα μ (σχέση 2.2.4) εξήχθησαν από τις τιμές των αλμάτων των ειδικών θερμότητων της μήτρας ενισχυμένης με ίνες γυαλιού και της μη ενισχυμένης μήτρας, δηλαδή των ΔC_p^f και ΔC_p^0 αντίστοιχα, που υπολογίστηκαν από τα $\Delta C_p = f(T)$ διαγράμματα σύμφωνα με το διάγραμμα της Εικόνας 24. Οι τιμές του μ που προσδιορίστηκαν από τα DSC τεστ, επέτρεψαν και την εκτίμηση του πάχους της ενδιάμεσης φάσης για κάθε σύνθετο υλικό (για κάθε διαφορετική κατ' όγκο περιεκτικότητα σε έγκλεισμα).

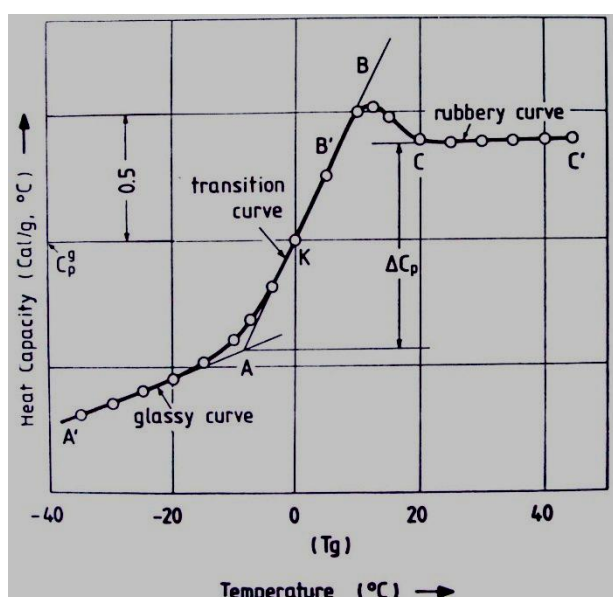
Έχει δειχθεί [26] ότι για τα μίας κατεύθυνσης ιώδη σύνθετα υλικά, υπάρχει μια παραβολική σχέση ανάμεσα στην κατ' όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης και στην κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος.

Αυτή η σχέση είναι η εξής:

$$U_i = C U_f^2 \quad (2.2.7)$$

Όπου με U_i και U_f συμβολίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης και του εγκλείσματος αντίστοιχα.

Η σταθερά C στην περίπτωση μας είναι ίση με 0.123 [40].

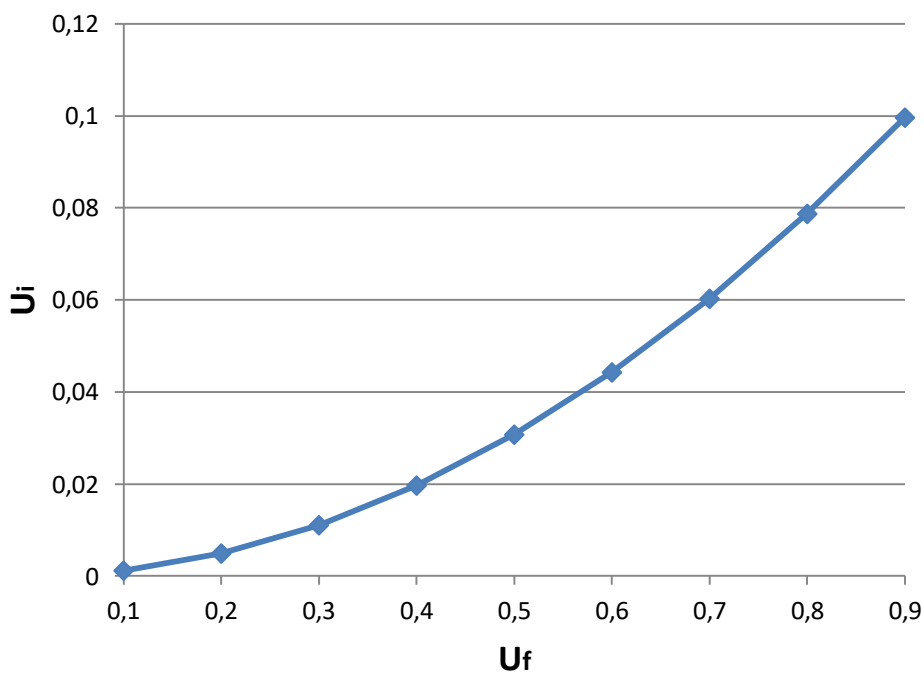


Εικόνα 24

Να σημειώσουμε εδώ ότι ύστερα από τον υπολογισμό της σχέσης (2.2.7) και με την βοήθεια της σχέσης (2.2.3) εξάγεται ο παρακάτω πίνακας τιμών για το τριφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση και παρατηρούμε από το ακόλουθο διάγραμμα ότι η μεταβολή της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας του εγκλείσματος είναι περίπου παραβολική (Πίνακας 4):

U_f	U_i	$r_i(\mu m)$
0.10	0.0012	6.036
0.20	0.00492	6.073
0.30	0.01107	6.110
0.40	0.01968	6.146
0.50	0.03075	6.182
0.60	0.04428	6.217
0.65	0.052	6.235
0.70	0.06027	6.254
0.80	0.07872	6.288
0.90	0.09963	6.323

Πίνακας 4



Διάγραμμα 1

Η σχέση (2.2.7) όμως για περιεκτικότητες εγκλείσματος μεγαλύτερες από 0,65 **δεν ευσταθεί** καθώς παραδείγματος χάριν για $U_f = 0,90$ το υπόλοιπο 0,10 σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελεί την περιεκτικότητα της ενδιαμέσου φάσεως. Αυτό συνεπάγεται πως η περιεκτικότητα της μήτρας είναι μηδενική πράγμα άτοπο. Επομένως θα πρέπει να επεκτείνουμε τις προβλέψεις μας για τους συντελεστές πέραν της $U_f = 0,65$ η οποία και είναι η βασική περιεκτικότητα ινών που χρησιμοποιείται στις πειραματικές μεθόδους. Έτσι λοιπόν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η περιεκτικότητα της ενδιαμέσου φάσεως, η οποία είναι μηδέν για $U_f = 0$ αφού δεν υπάρχουν ίνες, αυξάνεται και φτάνει σε μία μέγιστη τιμή για μια συγκεκριμένη περιεκτικότητα U_f και έπειτα μειώνεται τείνοντας στο μηδέν όταν $U_f = 1$ όπου δεν υπάρχει πλέον καθόλου μήτρα καθώς σύμφωνα με το μοντέλο μας ισχύει η σχέση $U_i = 1 - U_f - U_m$. Φυσικά θα πρέπει να τονίσουμε πως για ένα πραγματικό υλικό η περιεκτικότητα του σε ίνες δεν μπορεί να υπερβεί το 90% για οποιαδήποτε κατανομή ινών.

Έτσι λοιπόν θεωρούμε μία τριτοβάθμια παραβολική σχέση, η οποία μπορεί να περιγράψει καλύτερα τη σχέση μεταξύ εγκλείσματος και ενδιαμέσου φάσεως:

$$U_i = C_1 U_f^3 + C_2 U_f^2 + C_3 U_f + C_4$$

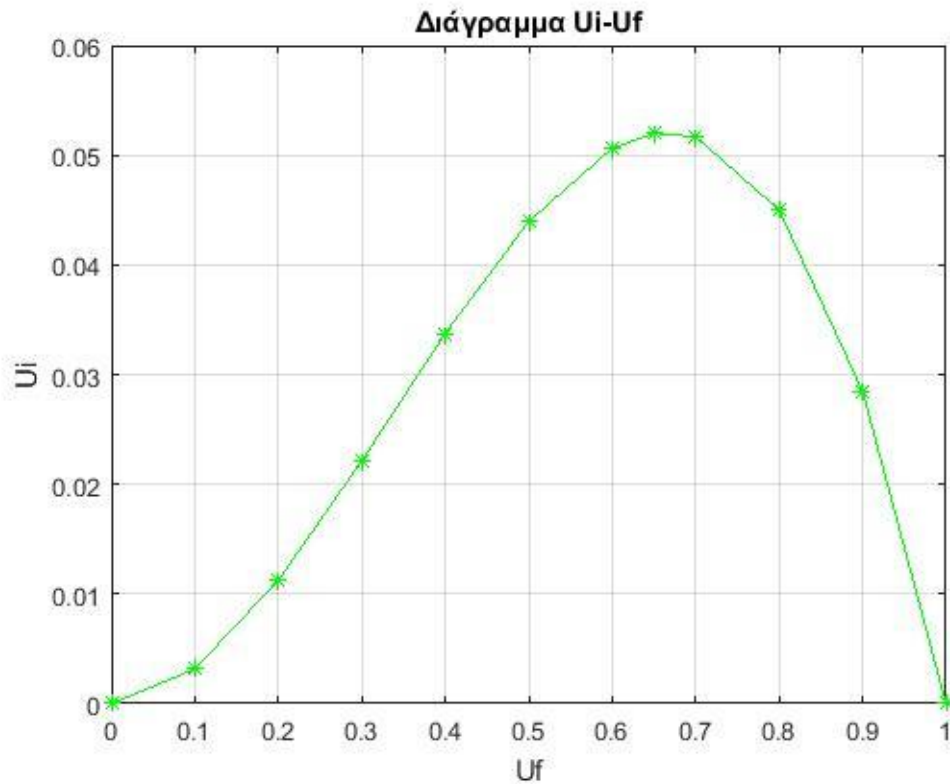
Για να υπολογίσουμε τις σταθερές C_1, C_2, C_3, C_4 μπορούμε να επιλέξουμε τη πειραματική τιμή για $U_f = 0,65$ καθώς και τις συνοριακές συνθήκες: α) $U_i = 0$ όταν $U_f = 0$ καθώς δεν έχουμε ίνες εκεί, β) $U_i = 0$ όταν $U_f = 1$ (στη πραγματικότητα $U_f = 0,90$) όπου δεν υπάρχει καθόλου μήτρα, γ) για $U_f = 0$ να υπάρχει τοπικό ακρότατο δηλαδή θα ισχύει $\frac{\partial U_i}{\partial U_f} = 0$, δ) για $U_f = 0,65$ θα πρέπει $U_i = 0,052$. Χρησιμοποιώντας αυτές τις συνοριακές συνθήκες υπολογίζουμε τις σταθερές C_1, C_2, C_3, C_4 και έχουμε : $C_1 = -0,3537$, $C_2 = 0,3537$, $C_3 = 0$ και $C_4 = 0$. Επομένως η **ακριβής σχέση** είναι η:

$$U_i = -0,3537U_f^3 + 0,3537U_f^2$$

Να σημειώσουμε εδώ ότι ύστερα από τον υπολογισμό της σχέσης εξάγεται ο παρακάτω πίνακας τιμών, για το τριφασικό μοντέλο, με ενδιάμεση φάση και παρατηρούμε από το ακόλουθο διάγραμμα ότι η μεταβολή της κατ' όγκο περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας του εγκλείσματος είναι περίπου παραβολική (Πίνακας 5):

U_f	U_i
0.10	0.0031644
0.20	0.0112512
0.30	0.0221508
0.39	0.0326218
0.40	0.0337536
0.50	0.0439500
0.60	0.0506304
0.65	0.0519929
0.70	0.0516852
0.80	0.0450048
0.90	0.0284796

Πίνακας 5



Διάγραμμα 2

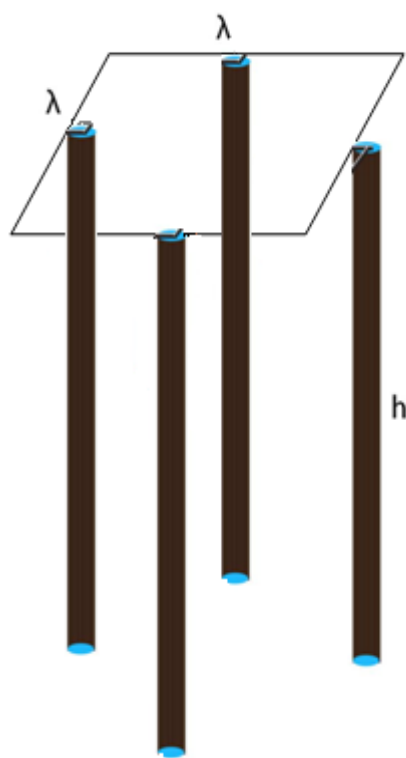
Καταλήγοντας, για τους υπολογισμούς στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τις τιμές του Πίνακα 5, καθώς όπως είδαμε παραπάνω, αποτελεί την πιο ρεαλιστική προσέγγιση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

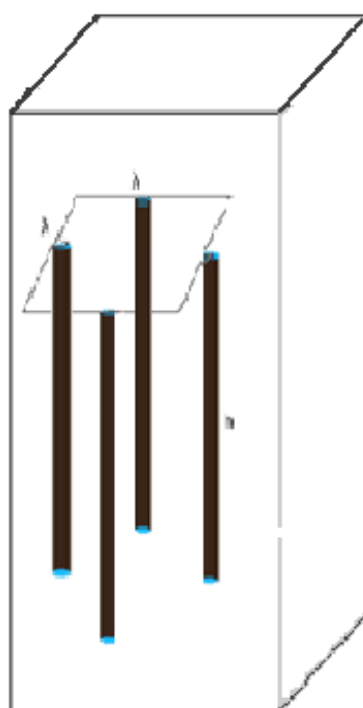
3.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΧΩΡΙΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΦΑΣΗ

3.1.1 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΙΝΩΝ

Σύμφωνα με την μελέτη [60], σε αυτήν την υποενότητα, θα αναλύσουμε τον τρόπο με τον οποίο κατανέμονται οι ίνες γυαλιού (ινώδη εγκλείσματα) μέσα στη μάζα της μήτρας του ινώδους σύνθετου υλικού που έχουμε επιλέξει. Με βάση το δομικό κύτταρο που θα προκύψει, θα προσδιορίσουμε τις ακτίνες του κυλινδρικού μοντέλου [60].



Εικόνα 25α



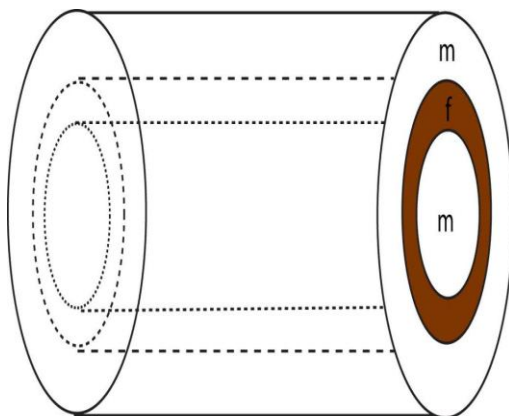
Εικόνα 25β

Θεωρούμε λοιπόν ότι οι ίνες καταλαμβάνουν τα μέσα των πλευρών ενός τυχαίου τετραγωνικού πρίσματος ακμής λ και πεπερασμένου μήκους h , το οποίο περικλείεται σε ένα δεύτερο τετραγωνικό πρίσμα ακμής 2λ και ίδιου μήκους (Εικ.25α, Εικ.25β). Το πρίσμα αυτό επαναλαμβάνεται

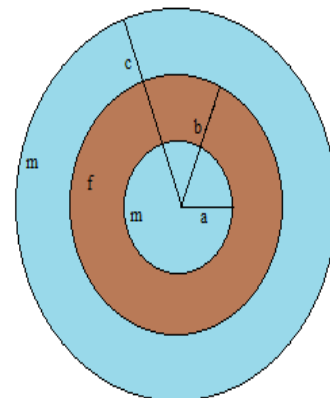
συμμετρικά σε όλη την μάζα του σύνθετου υλικού και το ορίζουμε ως το **στοιχειώδες δομικό «κύτταρο»** του υλικού. Το τμήμα μεταξύ των ινών αλλά και το τμήμα ανάμεσα στο αρχικό τετραγωνικό πρίσμα και το δομικό «κύτταρο» του υλικού, αντιπροσωπεύει την μήτρα του σύνθετου υλικού.

Το πρίσμα ακμής 2λ θα το αναγάγουμε τώρα, σε ένα «ισοδύναμο» κυλινδρικό μοντέλο με ίδιο μήκος h για να εκμεταλλευθούμε έτσι την κυλινδρική συμμετρία και τις απλοποιήσεις που θα προκύψουν από αυτήν, σε ένα τριφασικό μοντέλο.

Το τριφασικό μοντέλο μας, θα αποτελείται από τρεις ομόκεντρους κυλίνδρους ακτίνας a, b, c ($a < b < c$) (Εικ.26 , Εικ.27). Σε αυτό το μοντέλο, η πρώτη και η τρίτη φάση, που τις αποτελούν ο κύλινδρος ακτίνας a , και ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα b και εξωτερική ακτίνα c , αντιπροσωπεύουν το υλικό της μήτρας και θα την συμβολίζουμε με m . Την δεύτερη φάση την αποτελεί ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα a και εξωτερική ακτίνα b , αντιπροσωπεύει το σύνολο των ινών του δομικού μας «κυττάρου» και την συμβολίζουμε με f .



Εικόνα 26 (Τριφασικό κυλινδρικό μοντέλο)



Εικόνα 27 (Κάτοψη μοντέλου)

Για ένα ινώδες σύνθετο υλικό, ξέρουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών του U_f , όπως επίσης και την ακτίνα των ινών του r_f . Για το πρίσμα ακμής 2λ η U_f θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου των τεσσάρων ινών του, προς τον όγκο ολόκληρου του πρίσματος, δηλαδή:

$$U_f = \frac{4\pi h r_f^2}{h(2\lambda)^2} = \frac{\pi r_f^2}{\lambda^2} \Rightarrow \lambda = r_f \sqrt{\frac{\pi}{U_f}} \quad (3.1.1)$$

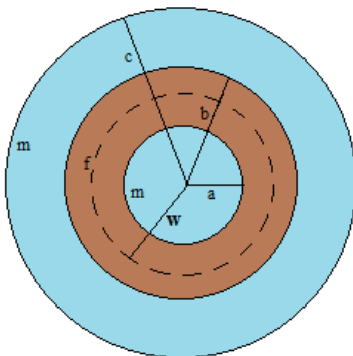
Επίσης ο όγκος του πρίσματος με ακμή 2λ αντιπροσωπεύεται από τον όγκο του κυλίνδρου ακτίνας c στο κυλινδρικό μοντέλο. Έτσι θα έχουμε:

$$(2\lambda)^2 h = \pi h c^2 \Rightarrow c = \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi}} \quad (3.1.2)$$

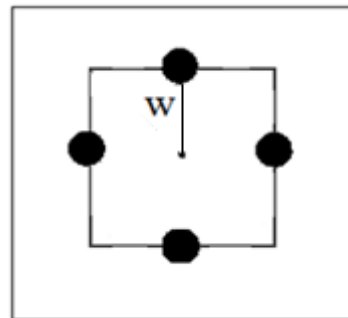
Επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των ακτινών a, b .

Θεωρούμε το τετραγωνικό πρίσμα ακμής λ όπως πριν. Η απόσταση από τον κεντρικό άξονα του, έως μία εκ του μέσου των πλευρών του, όπως προκύπτει από εφαρμογή γεωμετρικών υπολογισμών, έχει μήκος $\frac{\lambda}{2}$. Αν ονομάσουμε αυτήν την απόσταση w , τότε το w θα αντιπροσωπεύει την απόσταση του άξονα του πρίσματος από τα κέντρα των ινών και ισχύει ότι (Εικ. 28β):

$$w = \frac{\lambda}{2} \quad (3.1.3)$$



Εικόνα 28α



Εικόνα 28β

Θεωρούμε επίσης ότι ο κυλινδρικός φλοιός με ακτίνες a, b κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της κυλινδρικής επιφάνειας (Εικ. 28α) που ορίζει η ακτίνα w , προσαρμοσμένη στο τριφασικό μοντέλο. Θα ισχύει λοιπόν:

$$\pi(b^2 - w^2)h = \pi(w^2 - a^2)h \Rightarrow b^2 + a^2 = 2w^2 \quad (3.1.4)$$

Ο όγκος της δεύτερης φάσης ισούται όμως με τον όγκο των τεσσάρων ινών και άρα θα πρέπει:

$$\pi(b^2 - a^2)h = 4\pi h r_f^2 \Rightarrow b^2 - a^2 = 4r_f^2 \quad (3.1.5)$$

Από το σύστημα των εξισώσεων (3.1.4), (3.1.5) προκύπτουν οι εκφράσεις των a, b ως εξής:

$$a = \sqrt{w^2 - 2r_f^2} \quad (3.1.6)$$

$$b = \sqrt{w^2 + 2r_f^2} \quad (3.1.7)$$

Και άρα από τις σχέσεις (3.1.1) και (3.1.3) θα έχουμε:

$$a = \sqrt{\frac{\pi r_f^2}{4U_f} - 2r_f^2} \quad (3.1.8)$$

$$b = \sqrt{\frac{\pi r_f^2}{4U_f} + 2r_f^2} \quad (3.1.9)$$

$$c = \frac{2r_f}{\sqrt{U_f}} \quad (3.1.10)$$

Εκφράσουμε έτσι λοιπόν τις ακτίνες a, b, c συναρτήσει των γνωστών μεγεθών U_f και r_f .

3.1.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

Σύμφωνα με την μελέτη [60], σε αυτή την υποενότητα θα εξετάσουμε τους γεωμετρικούς περιορισμούς που προκύπτουν για το κυλινδρικό τριφασικό μοντέλο μας χωρίς ενδιάμεση φάση, βάσει της κατανομής των ινών γυαλιού που έχουμε θεωρήσει. Να σημειώσουμε εδώ ότι η θεώρηση ύπαρξης ενδιάμεσης φάσης στο συγκεκριμένο μοντέλο, δεν επηρεάζει τις σχέσεις των γεωμετρικών περιορισμών και αυτό διότι η ενδιάμεση φάση θεωρείται αλλοιωμένη μήτρα και είναι μέρος της μήτρας μας. Άρα θα έχουμε:

$$\alpha > 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{\pi r_f^2}{4U_f} - 2r_f^2} > 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4U_f} r_f^2 - 2r_f^2 > 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4U_f} > 2 \Rightarrow U_f < \frac{\pi}{8} \simeq 0.3925 \quad (3.1.11)$$

Και

$$b < c \Rightarrow \sqrt{\frac{\pi r_f^2}{4U_f} + 2r_f^2} < \frac{2r_f}{\sqrt{U_f}} \Rightarrow \frac{\pi}{4U_f} r_f^2 + 2r_f^2 < \frac{4r_f^2}{U_f} \Rightarrow \frac{\pi}{4U_f} r_f^2 + \frac{8}{4} \frac{U_f}{U_f} r_f^2 < \frac{16r_f^2}{4U_f} \Rightarrow U_f \lesssim 1.6$$

(3.1.12)

Άρα συμπεραίνουμε ότι η **μέγιστη επιτρεπτή κατ' όγκο περιεκτικότητα σε ιώδες έγκλεισμα**, με βάση το **στοιχειώδες δομικό «κύτταρο»** που έχουμε θεωρήσει, θα είναι $U_f < 0.3925$.

3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤ' ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΩΝ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Σύμφωνα με την μελέτη [60], για να αναπτύξουμε το **πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο** το μόνο που έχουμε να κάνουμε είναι να θεωρήσουμε την προσθήκη ενδιάμεσης φάσης στο τριφασικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα. Η ενδιάμεση φάση σχηματίζει δύο κυλινδρικούς φλοιούς εκατέρωθεν της φάσης του εγκλείσματος στο τριφασικό μοντέλο και άρα προσθέτονται δύο ακόμα φάσεις σε αυτό. Άρα το νέο κυλινδρικό μας μοντέλο θα έχει πέντε φάσεις:

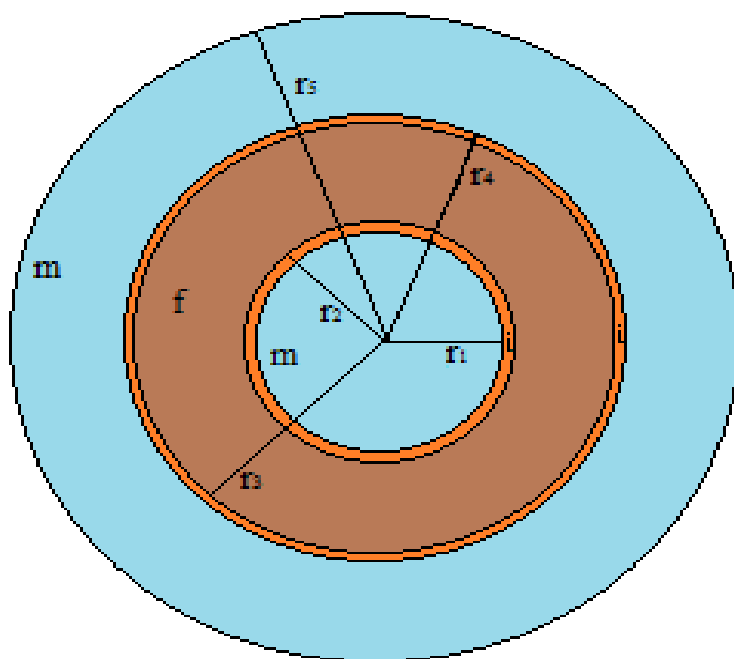
Η **πρώτη φάση**, από μέσα προς τα έξω, με ακτίνα r_1 αντιπροσωπεύει την πρώτη περιοχή της **μήτρας**.

Η **δεύτερη φάση**, είναι ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα την r_1 και εξωτερική ακτίνα την r_2 και αντιπροσωπεύει την πρώτη περιοχή της **ενδιάμεσης φάσης**.

Η **τρίτη φάση**, είναι ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα την r_2 και εξωτερική ακτίνα την r_3 και αντιπροσωπεύει την περιοχή του **εγκλείσματος**.

Η **τέταρτη φάση** είναι ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα την r_3 και εξωτερική ακτίνα την r_4 και αντιπροσωπεύει την δεύτερη περιοχή της **ενδιάμεσης φάσης**.

Η **πέμπτη** και τελευταία φάση είναι ο κυλινδρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα την r_4 και εξωτερική ακτίνα την r_5 και αντιπροσωπεύει την δεύτερη περιοχή της **μήτρας**.



Εικόνα 29 (Εγκάρσια τομή κυλινδρικού πενταφασικού μοντέλου)

Αρχικά πρέπει να προσδιορίσουμε τις ακτίνες στις περιοχές της ενδιάμεσης φάσης, την r_1 και την r_4 (Εικ.29), καθώς και την κατ' όγκο περιεκτικότητά της, σε κάθε περιοχή ξεχωριστά.

Οι κατ' όγκο περιεκτικότητες στο πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο ορίζονται ως εξής:

1. U_1 η κατ' όγκο περιεκτικότητα της πρώτης περιοχής της μήτρας (της πρώτης φάσης).
2. U_2 η κατ' όγκο περιεκτικότητα της πρώτης περιοχής της ενδιάμεσης φάσης (της δεύτερης φάσης).
3. U_3 η κατ' όγκο περιεκτικότητα της περιοχής του εγκλείσματος (της τρίτης φάσης) και άρα $U_f = U_3$
4. U_4 η κατ' όγκο περιεκτικότητα της δεύτερης περιοχής της ενδιάμεσης φάσης (της τέταρτης φάσης).
5. U_5 η κατ' όγκο περιεκτικότητα της δεύτερης περιοχής της μήτρας (της πέμπτης φάσης).

Θεωρούμε επίσης ότι $U_m = U_1 + U_5$ δηλαδή ότι η U_m είναι η συνολική κατ' όγκο περιεκτικότητα της μήτρας στο μοντέλο μας και αντίστοιχα, $U_i = U_2 + U_4$ δηλαδή ότι η U_i είναι η συνολική κατ' όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης στο μοντέλο μας. Τέλος συμβολίζουμε ως $U_1 = U_{m,1}$ και $U_5 = U_{m,2}$ και αντίστοιχα $U_2 = U_{i,1}$ και $U_4 = U_{i,2}$.

Κάνοντας την παραδοχή τώρα, ότι η ενδιάμεση φάση μπορεί να θεωρηθεί ως αλλοιωμένη μήτρα και ότι η αναλογία της θα είναι σταθερή και στις δύο περιοχές εμφάνισής της θα ισχύει ότι:

$$\frac{U_{i,1}}{U_{m,1}} = \frac{U_{i,2}}{U_{m,2}} = \frac{U_{i,1} + U_{i,2}}{U_{m,1} + U_{m,2}} = \frac{U_i}{U_m} = \frac{U_i}{1 - U_f - U_i} = k \quad (3.2.1)$$

Γνωρίζοντας βέβαια ότι γενικά ισχύει:

$$U_m = 1 - U_f - U_i \quad (3.2.2)$$

Άρα από τις σχέσεις (3.2.1), (3.2.2) προκύπτουν τα παρακάτω:

$$\begin{aligned} U_{i,1} = kU_{m,1} &\Rightarrow \frac{\pi h(r_2^2 - r_1^2)}{\pi h r_5^2} = k \frac{\pi h r_1^2}{\pi h r_5^2} \Rightarrow r_2^2 = r_1^2(k + 1) \\ &\Rightarrow r_2 = r_1 \sqrt{k + 1} \Rightarrow r_1 = \frac{r_2}{\sqrt{k + 1}} \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

$$\begin{aligned} U_{i,2} = kU_{m,2} &\Rightarrow \frac{\pi h(r_4^2 - r_3^2)}{\pi h r_5^2} = k \frac{\pi h(r_5^2 - r_4^2)}{\pi h r_5^2} \Rightarrow r_4^2 - r_3^2 = k(r_5^2 - r_4^2) \Rightarrow \\ r_4 &= \sqrt{\frac{k r_5^2 + r_3^2}{k + 1}} \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

Σε αυτό το σημείο **να σημειώσουμε** ότι οι σχέσεις των ακτινών του τριφασικού μοντέλου χωρίς ενδιάμεση φάση, που συμβολίζονταν στη προηγούμενη ενότητα (Εικ.28) με a , b , c χρησιμοποιούνται και στην θεωρητική ανάπτυξη του πενταφασικού μοντέλου με ενδιάμεση φάση. Για την ανάπτυξη του πενταφασικού μοντέλου οι ακτίνες a , b , c του τριφασικού μοντέλου χωρίς ενδιάμεση φάση, απλώς μετονομάζονται σε r_2 , r_3 και r_5 αντίστοιχα και ορίζουν τις εξωτερικές ακτίνες των περιοχών

της 2^{ης} , 3^{ης} , και 5^{ης} φάσης του πενταφασικού μας μοντέλου. Αυτό συμβαίνει γιατί η ενδιάμεση φάση θεωρείται αλλοιωμένη μήτρα και άρα δεν υπάρχει προσθήκη άλλου υλικού στο μοντέλο μας. Αυτό έχει ως συνέπεια, πρώτον, να μην αλλάξει η εξωτερική ακτίνα του τριφασικού μοντέλου χωρίς ενδιάμεση φάση κατά την θεώρηση της εισαγωγής της ενδιάμεσης φάσης γύρω από το έγκλεισμα και άρα την ανάπτυξη του πενταφασικού μοντέλου μας και δεύτερον, να παραμείνει όμοια και η εξωτερική και εσωτερική ακτίνα της φάσης του εγκλείσματος από το τριφασικό μοντέλο χωρίς ενδιάμεση φάση, στο πενταφασικό μας μοντέλο. Το τελευταίο συμβαίνει γιατί ουσιαστικά η θεώρηση της ενδιάμεσης φάσης δεν επηρεάζει την κατ' όγκο περιεκτικότητα σε έγκλεισμα, παρά μόνο την κατ' όγκο περιεκτικότητα σε μήτρα.

Από προηγούμενη μελέτη στο τριφασικό μοντέλο (Κεφ.2), για κάθε τιμή της κατ' όγκο περιεκτικότητας σε έγκλεισμα υπάρχει μία συγκεκριμένη τιμή της κατ' όγκο περιεκτικότητας σε ενδιάμεση φάση. Τα ζευγάρια των τιμών των παραπάνω περιεκτικότητων παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.

U_f	U_i
0.10	0.0031644
0.20	0.0112512
0.30	0.0221508
0.39	0.0326218
0.40	0.0337536
0.50	0.0439500
0.60	0.0506304
0.65	0.0519929
0.70	0.0516852
0.80	0.0450048
0.90	0.0284796

Πίνακας 5

Χρησιμοποιώντας τώρα, τις σχέσεις (3.1.8), (3.1.9), (3.1.10), (3.2.1), (3.2.3), (3.2.4) για κάθε ζεύγος τιμών (U_f , U_i) του Πίνακα 5, υπολογίζονται οι ακτίνες για όλες τις φάσεις του πενταφασικού μας μοντέλου και παρουσιάζονται αναλυτικά στο Πίνακα 6. Εδώ να

αναφέρουμε ότι η διάμετρος των εγκλεισμάτων θεωρείται γνωστή, και έχει τιμή 12μm. Άρα και η ακτίνα τους, r_f θα είναι ίση με 6μm.

U_f	U_i	$r_1(\mu\text{m})$	$r_2(\mu\text{m})$	$r_3(\mu\text{m})$	$r_4(\mu\text{m})$	$r_5(\mu\text{m})$
0.10	0.0031644	14.517	14.543	18.835	18.936	37.947
0.20	0.0112512	8.329	8.388	14.607	14.849	26.833
0.30	0.0221508	4.717	4.793	12.894	13.273	21.909
0.39	0.0326218	0.706	0.726	12.021	12.511	19.215

Πίνακας 6

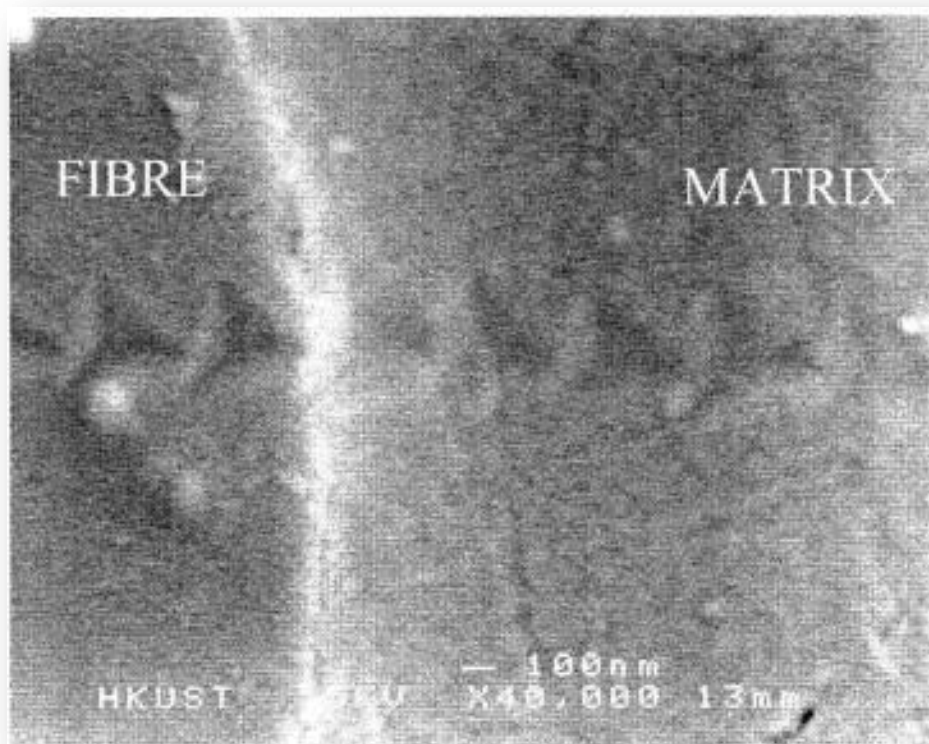
Έχοντας υπολογίσει τις ακτίνες του πενταφασικού κυλινδρικού μας μοντέλου θα είναι εύκολος και ο υπολογισμός των κατ' όγκο περιεκτικότητων των πέντε φάσεων. Για τις κατ' όγκο περιεκτικότητες και των πέντε φάσεων θα ισχύει κατά τα γνωστά:

- $U_{m,1} = U_1 = \frac{\pi h r_1^2}{\pi h r_5^2} = \frac{r_1^2}{r_5^2}$
- $U_{i,1} = U_2 = \frac{\pi h (r_2^2 - r_1^2)}{\pi h r_5^2} = \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_5^2}$
- $U_f = U_3 = \frac{\pi h (r_3^2 - r_2^2)}{\pi h r_5^2} = \frac{r_3^2 - r_2^2}{r_5^2}$
- $U_{i,2} = U_4 = \frac{\pi h (r_4^2 - r_3^2)}{\pi h r_5^2} = \frac{r_4^2 - r_3^2}{r_5^2}$
- $U_{m,2} = U_5 = \frac{\pi h (r_5^2 - r_4^2)}{\pi h r_5^2} = \frac{r_5^2 - r_4^2}{r_5^2}$

Στη συνέχεια, παραθέτουμε τον Πίνακα 7 με συγκεντρωμένες τις τιμές των κατ' όγκο περιεκτικότητων των πέντε φάσεων για διάφορες τιμές της κατ' όγκο περιεκτικότητας σε έγκλεισμα. Επίσης, στους Πίνακες 6 και 7 έχουμε λάβει υπόψη και τους γεωμετρικούς περιορισμούς που μελετήθηκαν στην υποενότητα 3.1.2.

U_f	0.10	0.20	0.30	0.39
$U_{m,1} - U_1$	0.1463495	0.0963495	0.0463495	0.0013495
$U_{i,1} - U_2$	0.0005164	0.0013744	0.0015146	0.0000762
$U_f - U_3$	0.0994836	0.1986256	0.2984854	0.3899238
$U_{i,2} - U_4$	0.0026498	0.0098961	0.0206841	0.0325496
$U_{m,2} - U_5$	0.7510006	0.6937543	0.6329663	0.5761008

Πίνακας 7

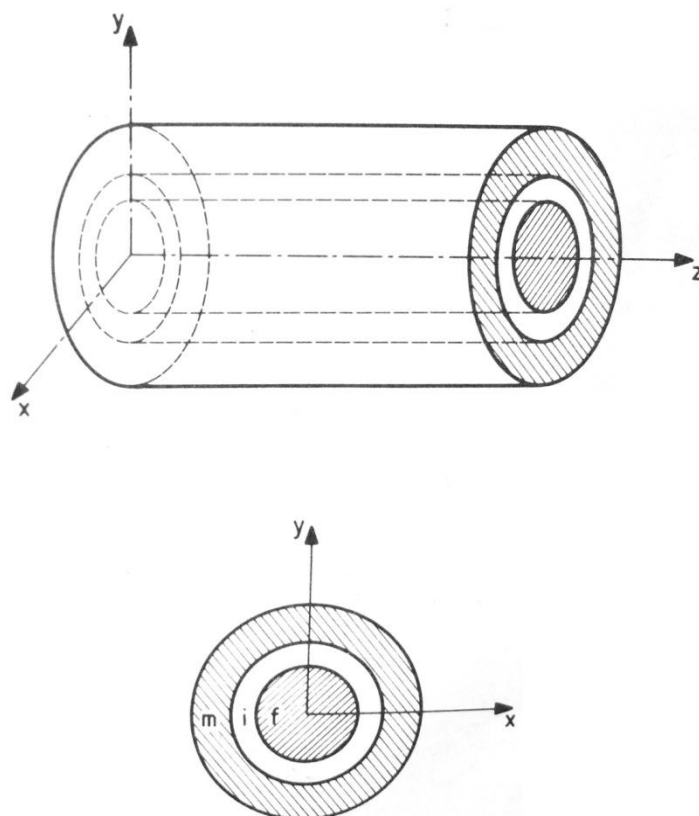


Εικόνα 30 (Ενδιάμεση φάση σύνθετου υλικού)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

4.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Όπως έχουμε αναφέρει, κατά την παραγωγή του σύνθετου υλικού, λόγω της αλληλεπίδρασης του εγκλείσματος με την μήτρα, δημιουργείται η **ενδιάμεση φάση**, η οποία και παίζει σημαντικό ρόλο στην γενική θερμομηχανική συμπεριφορά του σύνθετου. Θεωρούμε το τριφασικό κυλινδρικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση (Εικ.31).



Εικόνα 31 (Τριφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση)

Με i, m, f θα συμβολίζουμε την ενδιάμεση φάση, την μήτρα και το έγκλεισμα αντίστοιχα.

Γενικά θεωρούμε ότι οι μηχανικές ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης είναι μεταβλητές, μέσα στην περιοχή εμφάνισής της στο σύνθετο υλικό. Στο κυλινδρικό τριφασικό μοντέλο η μεταβλητότητα των μηχανικών ιδιοτήτων της ενδιάμεσης φάσης εξαρτάται κυρίως από την ακτίνα της. Έτσι λοιπόν και οι ελαστικές σταθερές της ενδιάμεσης φάσης σε ένα σύνθετο υλικό μπορούν να εκφραστούν με ένα πολυώνυμο n -βαθμού με μεταβλητή την ακτίνα r . Άρα έχουμε ότι:

$$E_i(r) = Ar^n + Br^{n-1} + Cr^{n-2} + \dots$$

Και

$$v_i(r) = A'r^n + B'r^{n-1} + C'r^{n-2} + \dots$$

Όπου $r_f \leq r \leq r_i$

Σύμφωνα και με την μελέτη [60] θα διερευνήσουμε την **παραβολική μεταβολή** των ελαστικών σταθερών της ενδιάμεσης φάσης καθώς αυτή η μεταβολή έχει παρατηρηθεί ότι είναι η καταλληλότερη για μοντελοποίηση με ενδιάμεση φάση [27].

Θεωρούμε ότι $M_m \leq M_i(r) \leq M_f$ όταν $r_f \leq r \leq r_i$ όταν το M συμβολίζει το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_L , το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_T και το διάμηκες μέτρο διατμήσεως G_{LT} . Ενώ θεωρούμε ότι $M_f \leq M_i(r) \leq M_m$ όταν $r_f \leq r \leq r_i$ όταν το M συμβολίζει τον διαμήκη λόγο Poisson ν_{LT} και τον εγκάρσιο λόγο Poisson ν_{TT} . Να σημειώσουμε εδώ ότι η μελέτη της συνάρτησης $M_i(r)$ είναι πλήρως αντιπροσωπευτική της μελέτης της παραβολικής συνάρτησης των ελαστικών σταθερών που θέλουμε να προσδιορίσουμε στην περιοχή της ενδιάμεσης φάσης. Οι οριακές συνθήκες οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν θα είναι:

$$\text{Για } r = r_f : M_i(r) = nM_f \quad (4.1.1)$$

$$\text{Για } r = r_i : M_i(r) = M_m \quad (4.1.2)$$

Δεχόμαστε δηλαδή ότι στο όριο με την μήτρα η ενδιάμεση φάση συμπεριφέρεται μηχανικά ακριβώς το ίδιο με την μήτρα. Αυτό σημαίνει ότι η επίδραση της μήτρας στην ενδιάμεση φάση είναι η μέγιστη, που είναι και λογικό αν αναλογιστεί κανείς ότι η ενδιάμεση φάση θεωρείται αλλοιωμένη μήτρα.

Από την άλλη μεριά, στο όριο με το έγκλεισμα, υπάρχει και εκεί αλληλεπίδραση ανάμεσα στην ενδιάμεση φάση και το έγκλεισμα. Το μέγεθος αυτής της αλληλεπίδρασης καθορίζεται από τον **συντελεστή n**. Όσο μεγαλύτερη η αλληλεπίδραση τόσο μεγαλύτερος και ο συντελεστής. Για την μέγιστη αλληλεπίδραση ανάμεσα στο έγκλεισμα και την ενδιάμεση φάση θα πρέπει ο συντελεστής να παίρνει την τιμή 1 και άρα $M_i(r) = M_f$ για $r = r_f$. Στο πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο στο επόμενο κεφάλαιο θα θεωρήσουμε σε πολλές περιπτώσεις την μέγιστη αλληλεπίδραση και στις δύο οριακές θέσεις δηλαδή ότι $n=1$.

Τέλος, ανάμεσα στα όρια αυτά δηλαδή ανάμεσα στο έγκλεισμα και τη μήτρα, η $M_i(r)$ μεταβάλλεται σύμφωνα με την παραβολική μεταβολή. **Να σημειώσουμε ότι** οι μετρήσεις και οι υπολογισμοί για την παρακάτω υποενότητα έγιναν με βάση τις τιμές της μελέτης για το τριφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση [27],[28],[29] και παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.

Υλικό	Μέτρο Ελαστικότητας E(GPa)	Λόγος Poisson ν	Μέτρο διατμήσεως G(GPa)
Εποξ. Ρητίνη	3.5	0.35	1.29
Υαλος	70	0.20	30

Πίνακας 8

4.1.1 ΜΕΛΕΤΗ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ

Σύμφωνα με αυτή την μεταβολή η $M_i(r)$ μεταβάλλεται ως εξής:

$$M_i(r) = Ar^2 + Br + C \quad \text{με } r_f < r \leq r_i$$

Για τον υπολογισμό των A, B, C εκτός από τις προαναφερθείσες οριακές συνθήκες (4.1.1), (4.1.2) θα θεωρήσουμε ότι η $M_i(r)$ για $r=r_i$ θα παρουσιάζει:

1) *Ελάχιστο* όταν θα συμβολίζει το διάμηκες και το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας καθώς και το διάμηκες μέτρο διατμήσεως.

2) Μέγιστο όταν θα συμβολίζει τον διαμήκη και εγκάρσιο λόγο Poisson.

Άρα:

$$\text{Για } r = r_i : \text{ για a): } \frac{dM_i(r)}{dr} = 0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2M_i(r)}{dr^2} > 0$$

$$\text{για b): } \frac{dM_i(r)}{dr} = 0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2M_i(r)}{dr^2} < 0$$

Έτσι βρίσκουμε ότι:

Για την πρώτη ενδιάμεση φάση:

$$A = \frac{nM_f - M_m}{(r_2 - r_1)^2}$$

$$B = - \frac{(nM_f - M_m)2r_1}{(r_2 - r_1)^2}$$

$$C = Em + \frac{nM_f - M_m}{(r_2 - r_1)^2} r_1^2$$

Ενώ για την δεύτερη ενδιάμεση φάση:

$$A = \frac{nM_f - M_m}{(r_4 - r_3)^2}$$

$$B = - \frac{(nM_f - M_m)2r_4}{(r_4 - r_3)^2}$$

$$C = M_m + \frac{nM_f - M_m}{(r_4 - r_3)^2} r_4^2$$

Η διαφορά στους τύπους υπολογισμού των A,B,C έγκειται στο ότι στην 1^η ενδιάμεση φάση μεταβαίνουμε από μήτρα σε έγκλεισμα, ενώ στη 2^η ενδιάμεση φάση από έγκλεισμα σε μήτρα.

Για τον υπολογισμό της μέσης τιμής της συνάρτησης $M_i(r)$ στην ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$\begin{aligned}\overline{M}_i &= \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} M_i(r) dV_i = \frac{1}{V_i} \int_{r_f}^{r_i} (Ar^2 + Br + C) 2\pi h r dr \\ &= \frac{1}{\pi h (r_i^2 - r_f^2)} 2\pi h \left[\frac{A}{4} (r_i^4 - r_f^4) + \frac{B}{3} (r_i^3 - r_f^3) + \frac{C}{2} (r_i^2 - r_f^2) \right]\end{aligned}$$

Άρα:

$$\overline{M}_i = \frac{2}{(r_i^2 - r_f^2)} \left[\frac{A}{4} (r_i^4 - r_f^4) + \frac{B}{3} (r_i^3 - r_f^3) + \frac{C}{2} (r_i^2 - r_f^2) \right] \quad (4.1.3)$$

4.2 ΠΙΝΑΚΕΣ-ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

Αρχικά θα παρουσιάσουμε σε μορφή πινάκων τους μέσους όρους των ελαστικών σταθερών για την πρώτη και την δεύτερη ενδιάμεση φάση, στο πενταφασικό μοντέλο, που ακολουθεί την παραβολική μεταβολή για διάφορα n [60].

ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E 1 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ (GPa)						
	n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
U_f						
0.10		7.13	11.93	16.73	21.53	26.32
0.20		7.13	11.92	16.72	21.51	26.31
0.30		7.12	11.91	16.70	21.49	2.,28
0.40		7.11	11.90	16.68	21.46	26.24

Πίνακας 9

ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G 1 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ (GPa)						
	n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
U_f						
0.10		2.8597	4.8594	6.8590	8.8587	10.8584
0.20		2.8588	4.8572	6.8557	8.8541	10.8526
0.30		2.8563	4.8517	6.8470	8.8424	10.8377
0.40		2.8539	4.8461	6.8383	8.8305	10.8227

Πίνακας 10

ΛΟΓΟΣ POISSON ν 1 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ						
	n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
U_f						
0.10		0.2467	0.2600	0.2733	0.2867	0.3000
0.20		0.2467	0.2601	0.2734	0.2867	0.3000
0.30		0.2469	0.2602	0.2735	0.2868	0.3001
0.40		0.2471	0.2604	0.2736	0.2869	0.3002

Πίνακας 11

ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ Ε 2 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ (GPa)						
	n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
U_f						
0.10		7.1316	11.9292	16.7268	21.5245	26.3221
0.20		7.1268	11.9181	16.7094	21.5007	26.2921
0.30		7.1271	11.9188	16.7106	21.5023	26.2941
0.40		7.1122	11.8843	16.6563	21.4284	26.2005

Πίνακας 12

ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G 2 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ (GPa)						
	n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
U_f						
0.10		2.8592	4.8582	6.8573	8.8563	10.8553
0.20		2.8572	4.8535	6.8499	8.8463	10.8427
0.30		2.8573	4.8539	6.8504	8.8470	10.8435
0.40		2.8509	4.8392	6.8276	8.8160	10.8043

Πίνακας 13

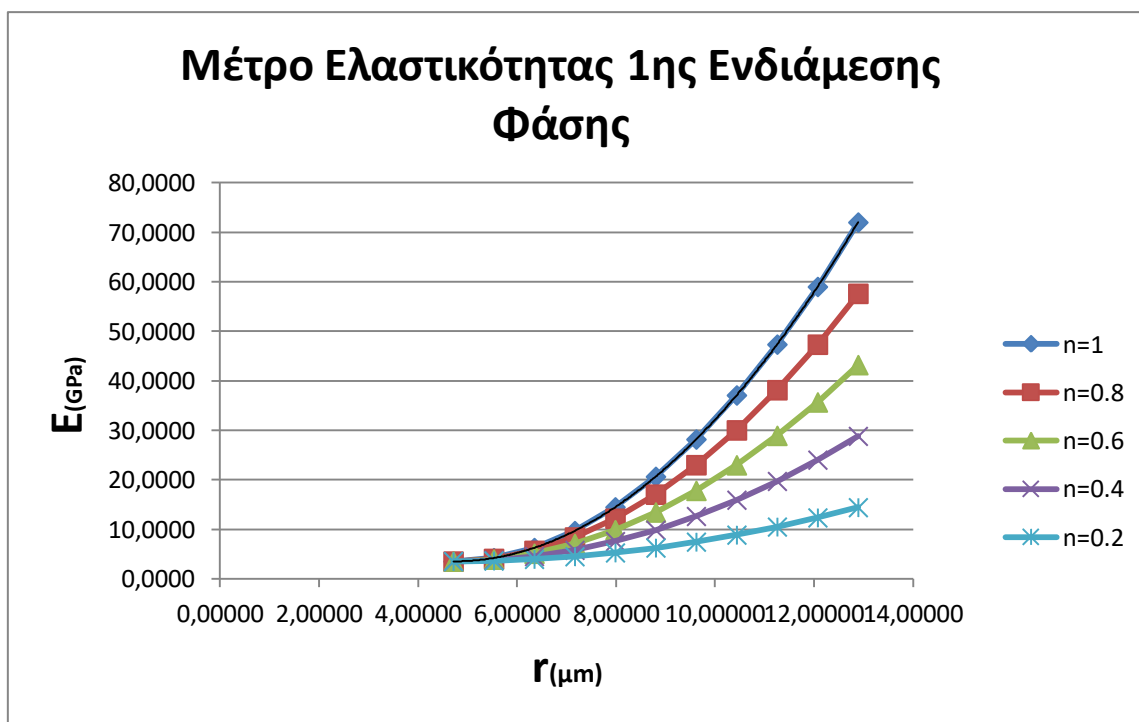
ΛΟΓΟΣ POISSON ν 2 ^{ης} ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ						
	n	0.2	0.4	0.6	0.8	1
U_f						
0.10		0.2467	0.2600	0.2734	0.2867	0.3000
0.20		0.2469	0.2602	0.2735	0.2868	0.3001
0.30		0.2468	0.2602	0.2735	0.2868	0.3001
0.40		0.2473	0.2605	0.2738	0.2870	0.3003

Πίνακας 14

Στους παρακάτω πίνακες και διαγράμματα παρουσιάζονται αναλυτικά οι τιμές των ελαστικών σταθερών για μια συγκεκριμένη κατ' όγκο περιεκτικότητα σε έγκλεισμα, για την παραβολική μεταβολή. Η κατ' όγκο περιεκτικότητα που επιλέχθηκε είναι η $U_f = 0.39$, που όπως έχουμε δείξει είναι η μέγιστη σύμφωνα με το δομικό κύτταρο που έχουμε επιλέξει [60].

Στη παρουσίαση που ακολουθεί έχουμε ενεργήσει ως εξής: Για την παραπάνω κατ' όγκο περιεκτικότητα γνωρίζουμε την ακτίνα r της ενδιάμεσης φάσης που αντιστοιχεί σε αυτήν, στο τριφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση [27],[28],[29]. Αυτήν την ακτίνα την χωρίζουμε σε 11 ίσα διαστήματα. Σε αυτά τα διαστήματα, δηλαδή στη περιοχή της ενδιάμεσης φάσης για κατ' όγκο περιεκτικότητα 0.39, υπολογίζουμε τις ελαστικές σταθερές για διάφορα n που όπως είπαμε και προηγούμενα δηλώνουν την επίδραση του εγκλείσματος στην ενδιάμεση φάση. Κάθε πίνακας παρακάτω συνοδεύεται και από ένα διάγραμμα για την καλύτερη κατανόηση των αποτελεσμάτων.

4.2.1.A. ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ 1ης ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

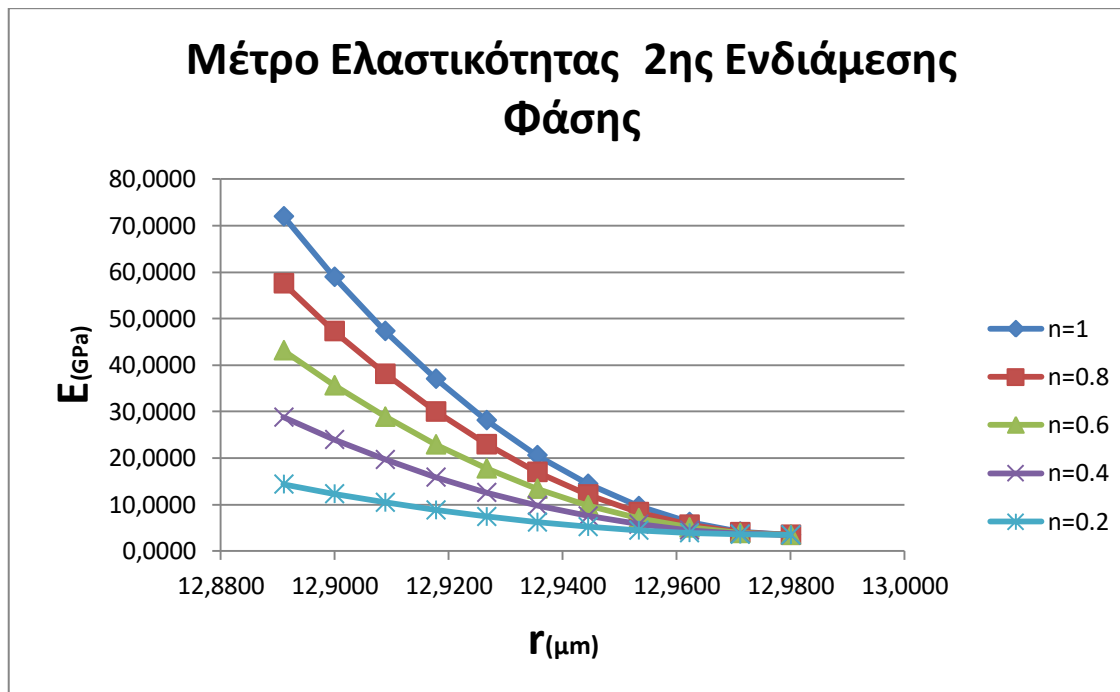


Διάγραμμα 3

Μέτρο Ελαστικότητας 1ης Ενδιάμεσης Φάσης E(GPa)					
r(μm)	n=1	n=0.8	n=0.6	n=0.4	n=0.2
4.71160	3.5000	3.5000	3.5000	3.5000	3.5000
5.52954	4.1850	4.0410	3.8970	3.7530	3.6090
6.34748	6.2400	5.6640	5.0880	4.5120	3.9360
7.16542	9.6650	8.3690	7.0730	5.7770	4.4810
7.98336	14.4600	12.1560	9.8520	7.5480	5.2440
8.80130	20.6250	17.0250	13.4250	9.8250	6.2250
9.61924	28.1600	22.9760	17.7920	12.6080	7.4240
10.43718	37.0650	30.0090	22.9530	15.8970	8.8410
11.25512	47.3400	38.1240	28.9080	19.6920	10.4760
12.07306	58.9850	47.3210	35.6570	23.9930	12.3290
12.89100	72.0000	57.6000	43.2000	28.8000	14.4000

Πίνακας 15

4.2.1.B. ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ 2ης ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

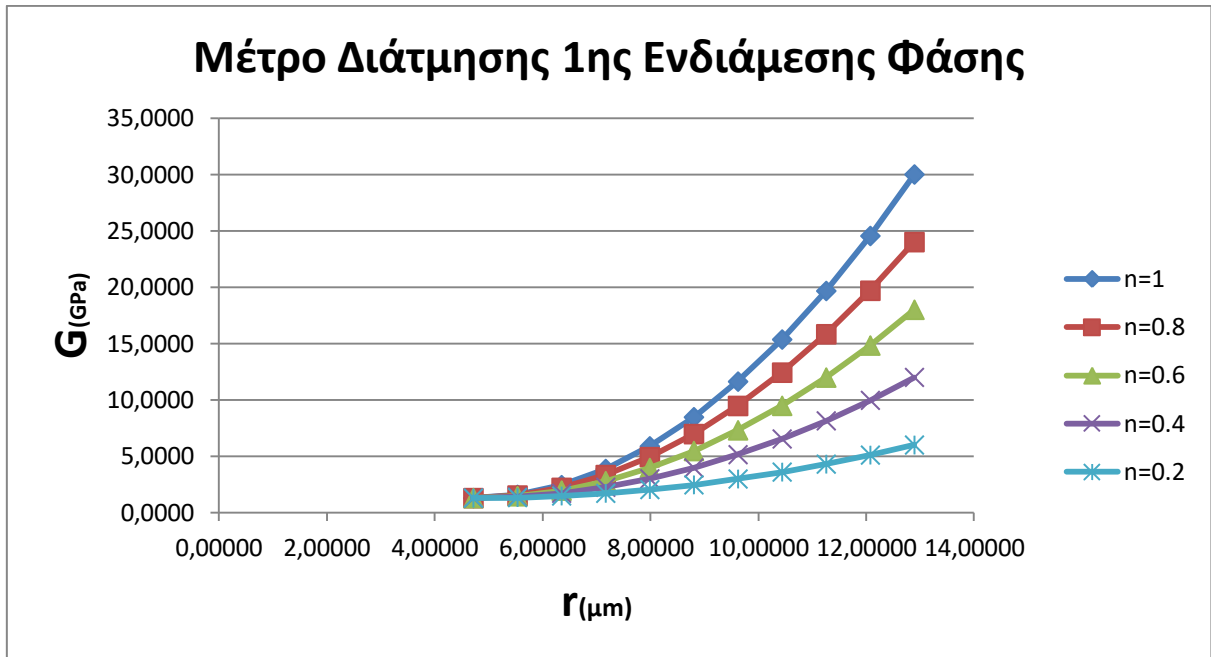


Διάγραμμα 4

Μέτρο Ελαστικότητας 2ης Ενδιάμεσης Φάσης E(Gpa)					
r(μm)	n=1	n=0.8	n=0.6	n=0.4	n=0.2
12.8910	72.0000	57.6000	43.2000	28.8000	14.4000
12.8999	58.9850	47.3210	35.6570	23.9930	12.3290
12.9088	47.3400	38.1240	28.9080	19.6920	10.4760
12.9177	37.0650	30.0090	22.9530	15.8970	8.8410
12.9266	28.1600	22.9760	17.7920	12.6080	7.4240
12.9355	20.6250	17.0250	13.4250	9.8250	6.2250
12.9444	14.4600	12.1560	9.8520	7.5480	5.2440
12.9533	9.6650	8.3690	7.0730	5.7770	4.4810
12.9622	6.2400	5.6640	5.0880	4.5120	3.9360
12.9711	4.1850	4.0410	3.8970	3.7530	3.6090
12.9800	3.5000	3.5000	3.5000	3.5000	3.5000

Πίνακας 16

4.2.2.A. ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ 1ης ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

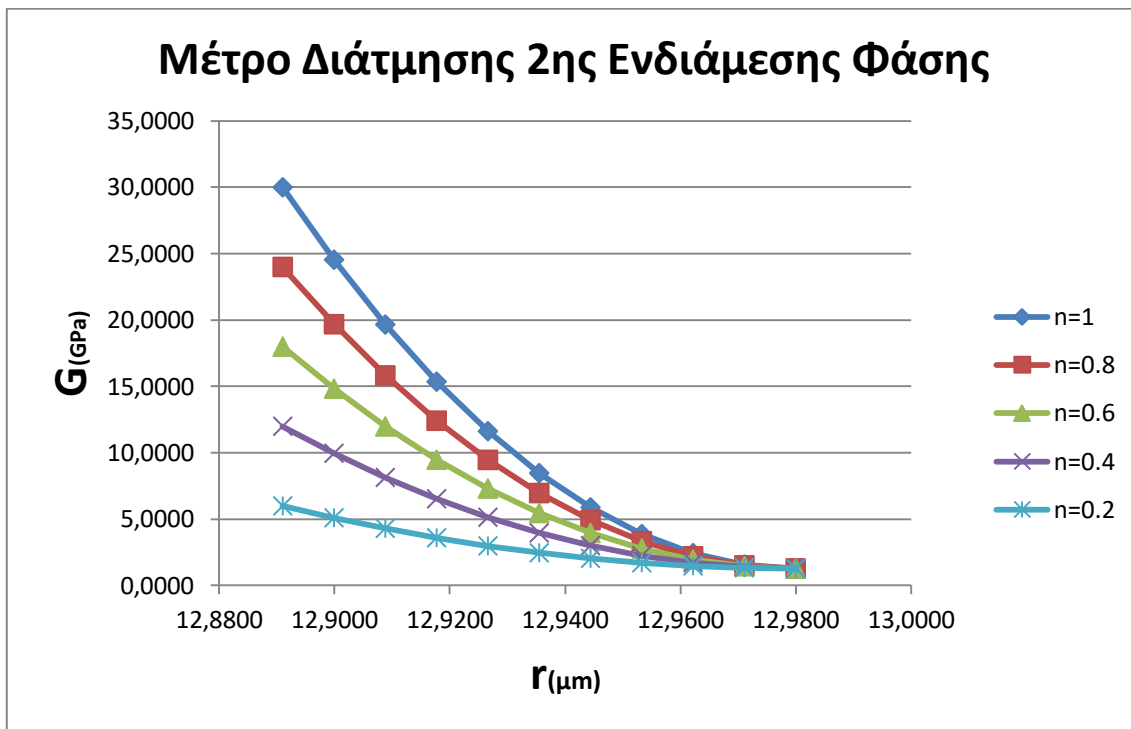


Διάγραμμα 5

Μέτρο Διάτμησης 1ης Ενδιάμεσης Φάσης G(Gpa)					
r(μm)	n=1	n=0.8	n=0.6	n=0.4	n=0.2
4.71160	1.2900	1.2900	1.2900	1.2900	1.2900
5.52954	1.5771	1.5171	1.4571	1.3971	1.3371
6.34748	2.4384	2.1984	1.9584	1.7184	1.4784
7.16542	3.8739	3.3339	2.7939	2.2539	1.7139
7.98336	5.8836	4.9236	3.9636	3.0036	2.0436
8.80130	8.4675	6.9675	5.4675	3.9675	2.4675
9.61924	11.6256	9.4656	7.3056	5.1456	2.9856
10.43718	15.3579	12.4179	9.4779	6.5379	3.5979
11.25512	19.6644	15.8244	11.9844	8.1444	4.3044
12.07306	24.5451	19.6851	14.8251	9.9651	5.1051
12.89100	30.0000	24.0000	18.0000	12.0000	6.0000

Πίνακας 17

4.2.2.B. ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ 2ης ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

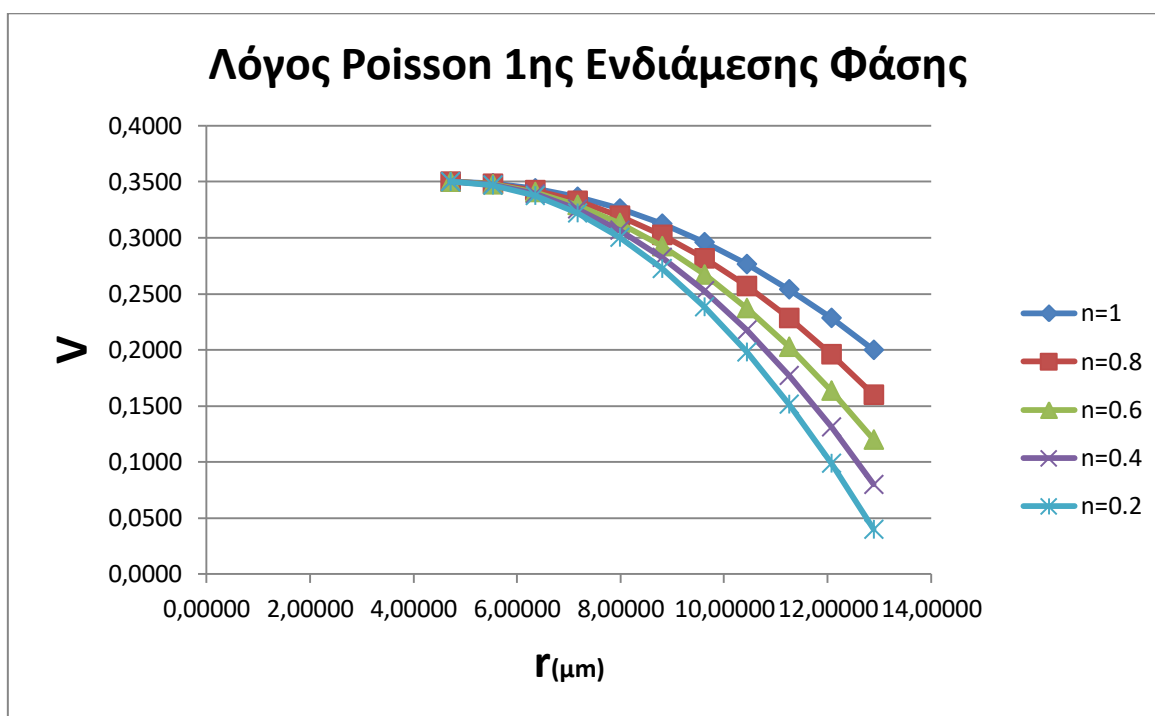


Διάγραμμα 6

Μέτρο Διάτμησης 2ης Ενδιάμεσης Φάσης G(Gpa)					
r(μm)	n=1	n=0.8	n=0.6	n=0.4	n=0.2
12.8910	30.0000	24.0000	18.0000	12.0000	6.0000
12.8999	24.5451	19.6851	14.8251	9.9651	5.1051
12.9088	19.6644	15.8244	11.9844	8.1444	4.3044
12.9177	15.3579	12.4179	9.4779	6.5379	3.5979
12.9266	11.6256	9.4656	7.3056	5.1456	2.9856
12.9355	8.4675	6.9675	5.4675	3.9675	2.4675
12.9444	5.8836	4.9236	3.9636	3.0036	2.0436
12.9533	3.8739	3.3339	2.7939	2.2539	1.7139
12.9622	2.4384	2.1984	1.9584	1.7184	1.4784
12.9711	1.5771	1.5171	1.4571	1.3971	1.3371
12.9800	1.2900	1.2900	1.2900	1.2900	1.2900

Πίνακας 18

4.2.3.A. ΛΟΓΟΣ POISSON 1ης ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

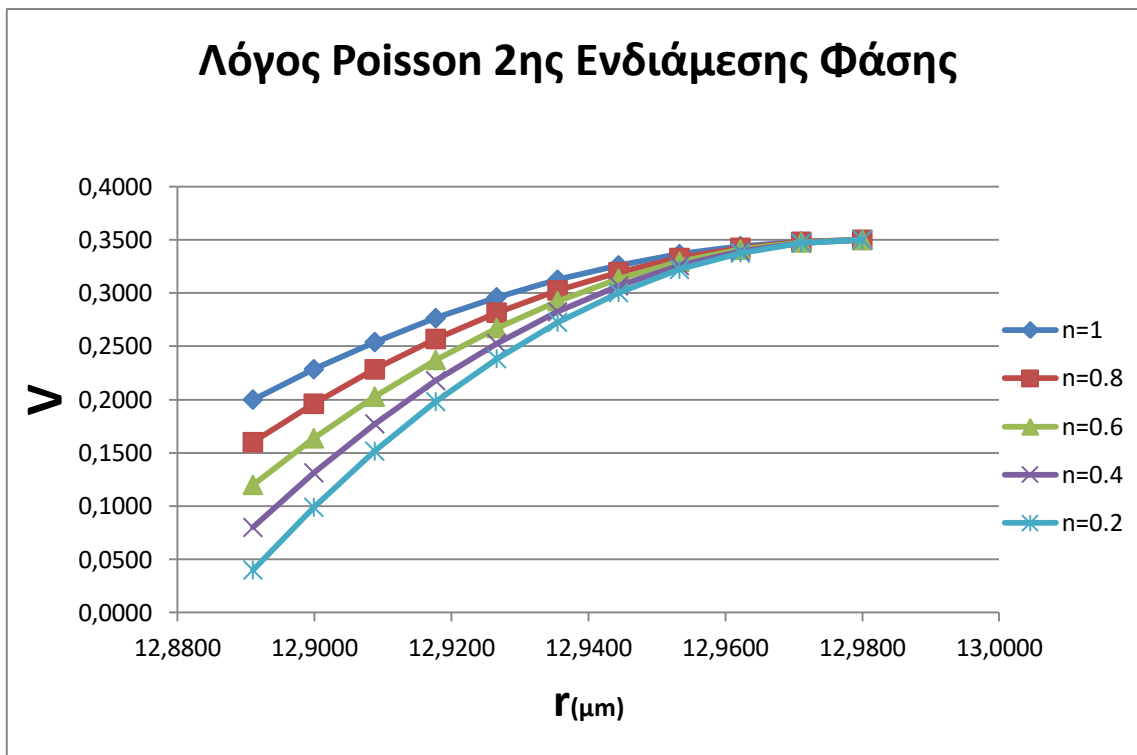


Διάγραμμα 7

Λόγος Poisson (ν) 1ης Ενδιάμεσης Φάσης					
$r(\mu\text{m})$	$n=1$	$n=0.8$	$n=0.6$	$n=0.4$	$n=0.2$
4.71160	0.3500	0.3500	0.3500	0.3500	0.3500
5.52954	0.3485	0.3481	0.3477	0.3473	0.3469
6.34748	0.3440	0.3424	0.3408	0.3392	0.3376
7.16542	0.3365	0.3329	0.3293	0.3257	0.3221
7.98336	0.3260	0.3196	0.3132	0.3068	0.3004
8.80130	0.3125	0.3025	0.2925	0.2825	0.2725
9.61924	0.2960	0.2816	0.2672	0.2528	0.2384
10.43718	0.2765	0.2569	0.2373	0.2177	0.1981
11.25512	0.2540	0.2284	0.2028	0.1772	0.1516
12.07306	0.2285	0.1961	0.1637	0.1313	0.0989
12.89100	0.2000	0.1600	0.1200	0.0800	0.0400

Πίνακας 19

4.2.3.B. ΛΟΓΟΣ POISSON 2ης ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



Διάγραμμα 8

Λόγος Poisson (ν) 2ης Ενδιάμεσης Φάσης					
$r(\mu\text{m})$	$n=1$	$n=0.8$	$n=0.6$	$n=0.4$	$n=0.2$
12.8910	0.2000	0.1600	0.1200	0.0800	0.0400
12.8999	0.2285	0.1961	0.1637	0.1313	0.0989
12.9088	0.2540	0.2284	0.2028	0.1772	0.1516
12.9177	0.2765	0.2569	0.2373	0.2177	0.1981
12.9266	0.2960	0.2816	0.2672	0.2528	0.2384
12.9355	0.3125	0.3025	0.2925	0.2825	0.2725
12.9444	0.3260	0.3196	0.3132	0.3068	0.3004
12.9533	0.3365	0.3329	0.3293	0.3257	0.3221
12.9622	0.3440	0.3424	0.3408	0.3392	0.3376
12.9711	0.3485	0.3481	0.3477	0.3473	0.3469
12.9800	0.3500	0.3500	0.3500	0.3500	0.3500

Πίνακας 20

4.3 ANTOXH TOY SYNΘETOY YΛIKOY

Στο σημείο αυτό θα εξετάσουμε την αντοχή του σύνθετου υλικού, λαμβάνοντας υπόψη και την ενδιάμεση φάση. Επειδή οι ίνες είναι ψαθυρά υλικά και θεωρούνται ελαστικά, με σχεδόν γραμμική μεταβολή στο διάγραμμα τάσης – παραμόρφωσης ($\sigma - \varepsilon$), η αντοχή τους είναι το σημείο θραύσης.

Η μήτρα, που είναι βισκοελαστικό υλικό, παρουσιάζει ευθύγραμμο τμήμα στην αρχή του διαγράμματος σ - ε , αλλά εν συνεχεία το διάγραμμα έχει και καμπύλη μορφή. Σε ένα τέτοιο υλικό, η αντοχή δύναται να θεωρηθεί ως το όριο θραύσης, αλλά ακόμη και κάποιο μαθηματικό μέγιστο στο διάγραμμα. Παρόλα αυτά, όταν το διάγραμμα σ - ε της ρητίνης θεωρείται ως διάγραμμα ελαστικού υλικού με γραμμική μεταβολή, τότε η αντοχή του θεωρείται η τάση θραύσης.

Από την πηγή [62] λαμβάνουμε τις εξής τιμές:

Ίνα - E- glass:

όριο θραύσης $\sigma_f'' = 3450MPa$

Μήτρα – Epoxy:

όριο θραύσης $\sigma_m'' = 84MPa$

Από τον Πίνακα 8, λαμβάνουμε τις τιμές:

Ίνα - E- glass:

μέτρο ελαστικότητας $E_f = 70GPa$

Μήτρα – Epoxy:

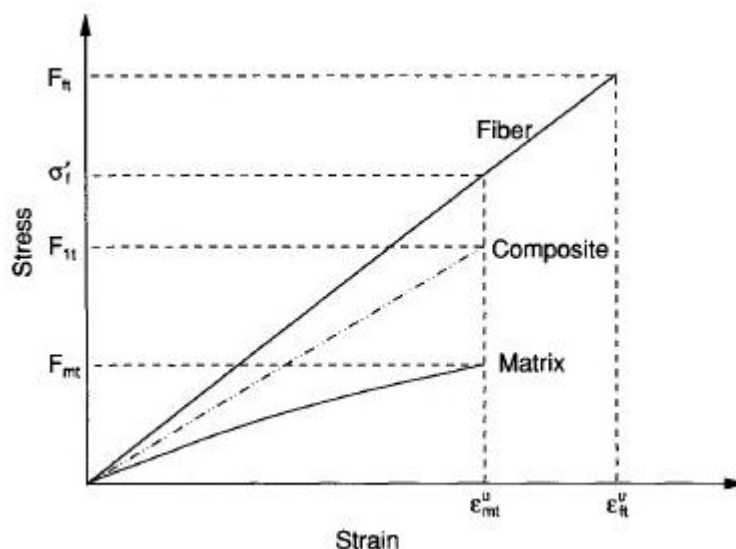
μέτρο ελαστικότητας $E_m = 3.5GPa$

Υπολογίζουμε την ανηγμένη παραμόρφωση στο όριο θραύσης από την σχέση:

$$\sigma'' = \varepsilon'' E \Rightarrow \varepsilon'' = \frac{\sigma''}{E} \quad (4.3.1)$$

Άρα, $\varepsilon_f'' = 0.049$ και $\varepsilon_m'' = 0.024$

Σύμφωνα με την πηγή [62] όταν η ανηγμένη παραμόρφωση, που αντιστοιχεί στο όριο θραύσης της μήτρας είναι μικρότερη από αυτήν της ίνας (Εικ.32), τότε το σύνθετο αστοχεί όταν φτάσει την ανηγμένη παραμόρφωση της μήτρας.



Εικόνα 32

Ως εκ τούτου, η αντοχή του σύνθετου δίνεται από τον τύπο:

$$F_c = \sigma_f' U_f + \sigma_m^u U_m \quad (4.3.2)$$

όπου σ_f' είναι η τάση της ίνας στο σημείο μέγιστης ανηγμένης παραμόρφωσης της μήτρας.

Θα υπολογίσουμε το σ_f' από τη σχέση:

$$\sigma_f' = \varepsilon_m^u E_f = 0.024 \cdot 70 \text{GPa} = 1680 \text{MPa}$$

Οπότε η αντοχή του σύνθετου, χωρίς να λάβουμε υπόψη μας την ενδιάμεση φάση δίνεται από τη σχέση (4.3.2):

$$F_c = \sigma_f' U_f + \sigma_m^u U_m = 1680 \cdot 0.39 + 84 \cdot 0.61 = 655.2 + 51.24 \Rightarrow F_c \approx 706.5 \text{MPa}$$

Λαμβάνοντας υπόψη την ενδιάμεση φάση, η σχέση (4.3.2) γίνεται:

$$F_c = \sigma_f' U_f + \sigma_m^u U_m + \sigma_i^u U_i \quad (4.3.3)$$

όπου σ_i^u το όριο θραύσης της ενδιάμεσης φάσης.

Από τους Πίνακες 9 και 12, για $n=1$ και κατ' όγκο περιεκτικότητα εγκλείσματος 40%, λαμβάνουμε κατά μέσο όρο την τιμή του μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης.

$$E_i = 26.2GPa$$

Θεωρούμε ότι η ενδιάμεση φάση ως αλλοιωμένη μήτρα, θα έχει ανηγμένη παραμόρφωση, στο όριο θραύσης, με τιμή τον μέσο όρο αυτής του εγκλείσματος και της μήτρας. Άρα:

$$\varepsilon_i^u = \frac{\varepsilon_f^u + \varepsilon_m^u}{2} = 0.0365$$

Παρατηρούμε ότι η ανηγμένη παραμόρφωση που αντιστοιχεί στο όριο θραύσης της ενδιάμεσης φάσης είναι μεγαλύτερη από της μήτρας.

Ως εκ τούτου, θα υπολογίσουμε το σ_i' που είναι η τάση της ενδιάμεσης φάσης στο σημείο μέγιστης ανηγμένης παραμόρφωσης της μήτρας.

$$\sigma_i' = \varepsilon_m^u E_i = 628,8MPa$$

Το όριο θραύσης του σύνθετου τελικά δίνεται από τον τύπο:

$$F_c = \sigma_f' U_f + \sigma_m^u U_m + \sigma_i' U_i \quad (4.3.4)$$

Από τον Πίνακα 7 λαμβάνουμε τις τιμές για τις κατ' όγκο περιεκτικότητες των φάσεων, για την μέγιστη δυνατή περιεκτικότητα σε έγκλεισμα:

$$U_f = 0.39$$

$$U_i = 0.033$$

$$U_m = 0.576$$

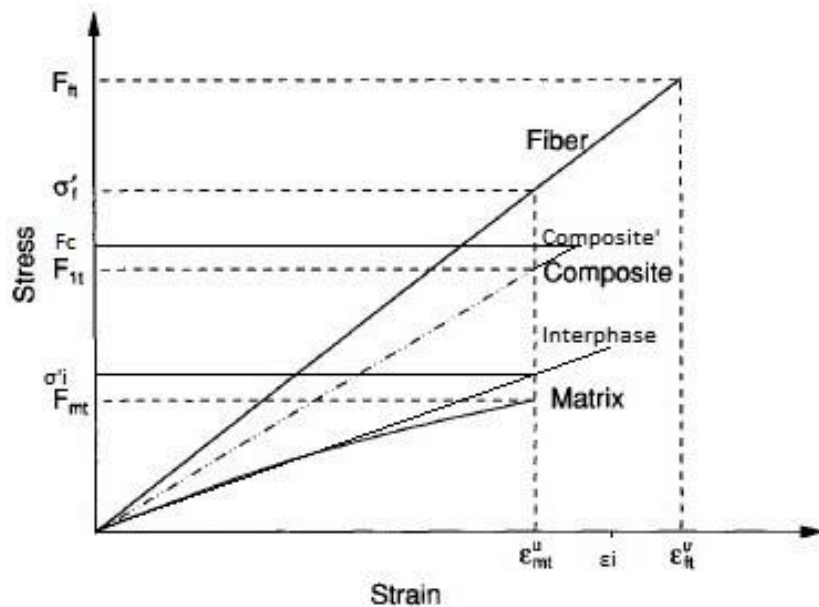
Αντικαθιστώντας όλες τις γνωστές πλέον τιμές στη σχέση (4.3.4), η Αντοχή του σύνθετου υλικού δίνεται από:

$$F_c = \sigma'_f U_f + \sigma'_m U_m + \sigma'_i U_i$$

$$= 1680 \cdot 0.39 + 84 \cdot 0.576 + 628.8 \cdot 0.033 = 655.2 + 48.384 + 20.75 \Rightarrow$$

$$F_c \approx 724 \text{MPa}$$

Ως συμπέρασμα, παρατηρούμε ότι η επίδραση της ενδιάμεσης φάσης αυξάνει στην περίπτωσή μας, κατά περίπου 18MPa το όριο θραύσης του σύνθετου υλικού.



Εικόνα 33

4.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα γενικά συμπεράσματα [60] είναι ότι, για τα διαγράμματα των λόγων Poisson στην περιοχή της πρώτης ενδιάμεσης φάσης παρατηρούμε μια μείωση των τιμών του λόγου Poisson κατά την αύξηση του r , διότι φθάνουμε πιο κοντά στο έγκλεισμα που έχει μικρότερο λόγο Poisson, ενώ στην περιοχή της δεύτερης ενδιάμεσης φάσης παρατηρούμε μια αύξηση των τιμών του λόγου Poisson κατά την αύξηση του r καθώς φθάνουμε πιο κοντά στην μήτρα, που έχει μεγαλύτερο λόγο Poisson από το έγκλεισμα σύμφωνα με τα δεδομένα μας.

Στο διάγραμμα του μέτρου ελαστικότητας E , όπως επίσης και στο διάγραμμα του μέτρου διάτμησης G της πρώτης ενδιάμεσης φάσης, παρατηρούμε μια αύξηση των τιμών τους κατά την αύξηση του r , το οποίο είναι λογικό γιατί καθώς τείνουμε προς το έγκλεισμα οι τιμές τους επηρεάζονται περισσότερο από αυτό και άρα αυξάνονται. Αντίθετα, στα διαγράμματα της δεύτερης ενδιάμεσης φάσης τόσο του μέτρου ελαστικότητας E όσο και του μέτρου διάτμησης G παρατηρούμε μια μείωση των τιμών τους κατά την αύξηση του r , γιατί καθώς τείνουμε προς την μήτρα, οι τιμές τους επηρεάζονται περισσότερο από αυτήν και άρα μειώνονται, αφού η μήτρα έχει χαμηλότερο μέτρο ελαστικότητας και διάτμησης από το έγκλεισμα.

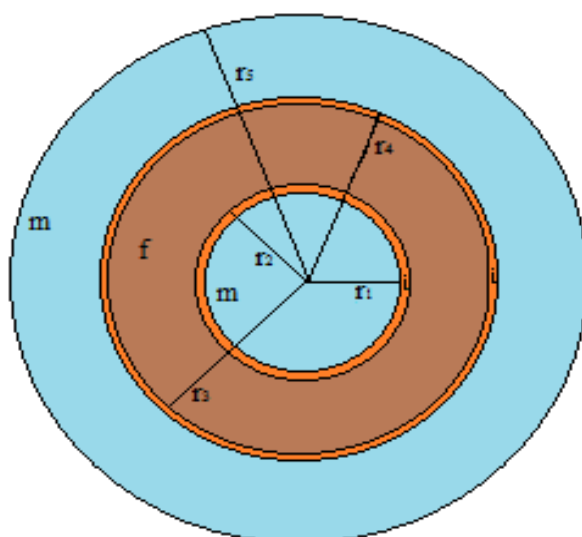
Επίσης παρατηρούμε ότι όσο μειώνονται οι τιμές του n οι καμπύλες δίνουν μικρότερες τιμές για τις αρχικές τιμές του r τόσο για την πρώτη όσο και για την δεύτερη ενδιάμεση φάση, ενώ παρατηρούμε στην δεύτερη ενδιάμεση φάση ότι όσο αυξάνεται το r τείνουν να συγκλίνουν σε μια μόνο τιμή. Αυτό συμβαίνει γιατί όσο βρισκόμαστε κοντά στο έγκλεισμα, το n είναι ο συντελεστής που δείχνει πόσο επηρεάζεται η ενδιάμεση φάση από αυτό και άρα όσο μειώνεται το n τόσο μειώνεται και η επίδραση του εγκλείσματος στην ενδιάμεση φάση. Από την άλλη πλευρά, έχουμε αρχικά θεωρήσει ότι η μήτρα επηρεάζει την ενδιάμεση φάση στο 100% στα σημεία επαφής τους και άρα στο όριο της μήτρας με την ενδιάμεση φάση θα έχουμε μια συγκλίνουσα τιμή, την τιμή που προσδιορίζει η τιμή της εκάστοτε μηχανικής σταθεράς της μήτρας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΤΑΤΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟΥ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

5.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Η θεωρητική ανάπτυξη του κυλινδρικού πενταφασικού μοντέλου βασίστηκε στις εξής παραδοχές [60]:

- Το έγκλεισμα αποτελείται από ίνες που έχουν τέλειο κυλινδρικό σχήμα.
- Οι φάσεις του σύνθετου υλικού θεωρούνται ελαστικά, ομογενή και ισότροπα υλικά.
- Ο αριθμός των εγκλεισμάτων είναι μεγάλος και η κατανομή τους ομοιόμορφη έτσι ώστε το σύνθετο υλικό να μπορεί να θεωρηθεί ομοιογενές.
- Οι παραμορφώσεις που αναπτύσσονται στο σύνθετο υλικό είναι αρκετά μικρές ώστε μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύουν οι γραμμικές σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων.

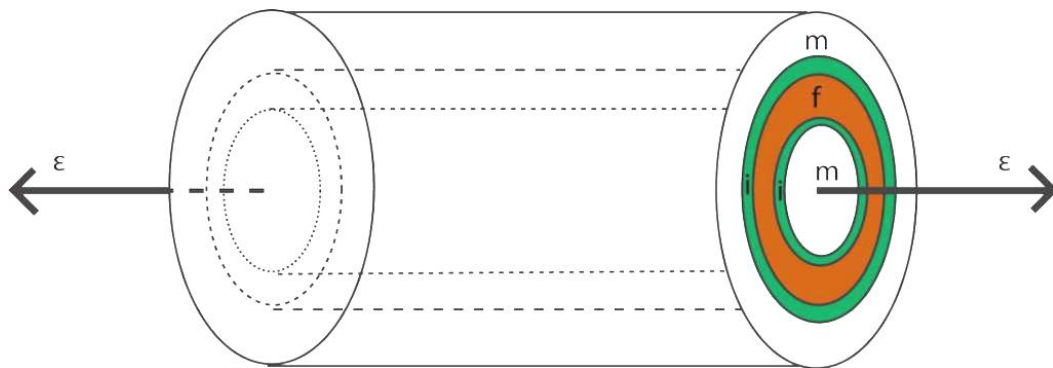


Εικόνα 34 (Εγκάρσια τομή κυλινδρικού πενταφασικού μοντέλου)

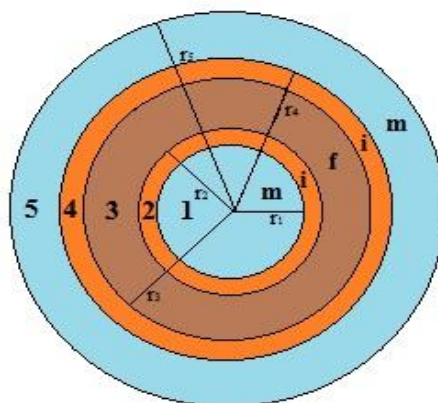
Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τις ελαστικές σταθερές, του διαμήκους και του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας, του διαμήκους και εγκάρσιου λόγου Poisson και τέλος του διαμήκους μέτρου διατμήσεως του σύνθετου υλικού με βάση το κυλινδρικό πενταφασικό μοντέλο, όπως αυτές υπολογίστηκαν με την βοήθεια της θεωρίας ελαστικότητας.

5.2 ΣΤΑΤΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L

Σύμφωνα με τη μελέτη [60] θεωρούμε ότι ασκούμε εξωτερικά μια σταθερή αξονική ανηγμένη παραμόρφωση ϵ , η οποία είναι η ίδια και για τις πέντε φάσεις του υλικού (Εικ.33α,33β).



Εικόνα 35α



Εικόνα 35β

Στη συνέχεια προχωρούμε ως εξής:

1. Θεωρούμε τασική συνάρτηση Φ

$$\nabla^4 \Phi = \frac{d^4 \Phi}{dr^3} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \Phi}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\Phi}{dr} = 0$$

2. Υπολογίζουμε τις τάσεις σ_r και σ_θ
3. Υπολογίζουμε τις ακτινικές μετατοπίσεις
4. Εκφράζουμε τις παραμορφώσεις ε_r και ε_θ
5. Εισάγουμε τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων και των μετατοπίσεων

Καταλήγουμε ότι:

$$E_L = E_m U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} E_{i,1}(r) r dr + E_f U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} E_{i,2}(r) r dr + E_m U_{m,2} \quad (5.2.1)$$

Θεωρούμε ότι οι συναρτήσεις $E_2(r)$ και $E_4(r)$ ακολουθούν την παραβολική μεταβολή γιατί έχει αποδειχθεί ότι η μεταβολή αυτή είναι καλύτερη και πιο ρεαλιστική από την γραμμική και την υπερβολική μεταβολή δίνοντας καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τα υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα [27].

Εκτελώντας τις ολοκληρώσεις, κάνοντας χρήση της παραβολικής μεταβολής (Κεφ.4) και αντικαθιστώντας τις ακτίνες με τις κατ' όγκο περιεκτικότητες της μήτρας, του εγκλείσματος και της ενδιάμεσης φάσης (χρήση προγράμματος Matlab) έχουμε τον τελικό τύπο για το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού:

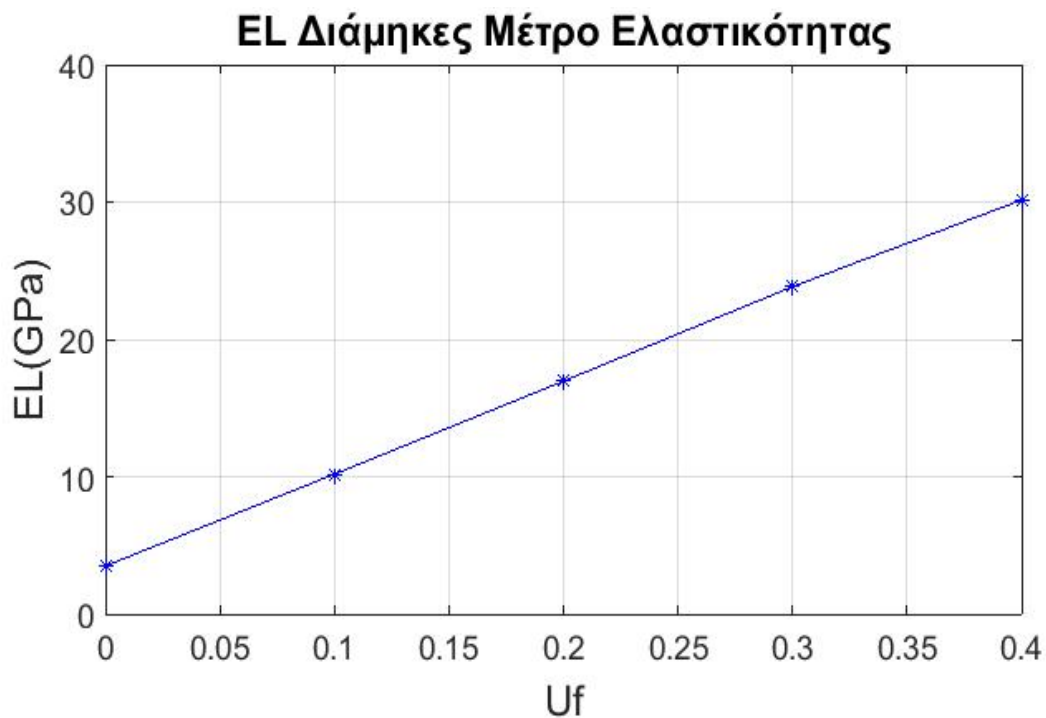
$$\begin{aligned} E_L = & E_f U_f + E_m U_{m,1} + (5E_m U_{i,1})/6 + (E_m U_f)/3 + (5E_m U_{i,2})/6 \\ & + E_m U_{m,2} + (E_f U_{i,1} n)/6 - (E_f U_f n)/3 + (E_f U_{i,2} n)/6 \\ & - (E_m (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \\ & + (E_m U_{m,1}^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 - (E_f U_{m,1}^{1/2} n (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 \\ & + (E_f n (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

Στη συνέχεια θα δούμε πως διαμορφώνεται το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας για τις διαφορετικές περιεκτικότητες σε έγκλεισμα, του σύνθετου υλικού. Χρησιμοποιώντας τις τιμές των περιεκτικότητων του Πίνακα 7 (Κεφ.3), καταλήγουμε στον Πίνακα 21:

U_f	$E_L(\text{GPa})$
0	3,5000
0,1	10,1858
0,2	16,9576
0,3	23,8382
0,4	30,1459

Πίνακας 21

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 9

5.3 ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ν_{LT}

Για τον διαμήκη λόγο Poisson του σύνθετου υλικού θεωρούμε στην παρούσα μελέτη ότι ακολουθεί των νόμο των φάσεων. Άρα σε συσχετισμό με τη μελέτη [60] για το πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο έχουμε ότι:

$$\nu_{LT} = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z} = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon} \quad (5.3.1)$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί επίσης να γραφτεί στην παρακάτω μορφή:

$$\nu_{LT} = -\frac{1}{\varepsilon \nu_c} \int_{\nu_c} \varepsilon_r dV_c = -\frac{1}{\varepsilon \nu_c} \left[\int_{\nu_1} \varepsilon_{r,1} dV_1 + \int_{\nu_2} \varepsilon_{r,2} dV_2 + \int_{\nu_3} \varepsilon_{r,3} dV_3 + \int_{\nu_4} \varepsilon_{r,4} dV_4 + \int_{\nu_5} \varepsilon_{r,5} dV_5 \right] \quad (5.3.2)$$

Όπου $V = \pi r h^2$ και άρα $dV = 2\pi r h dr$ και άρα θα έχουμε:

$$\nu_{LT} = -\frac{1}{\varepsilon \pi h r_5^2} \left[\int_0^{r_1} 2\pi r h \varepsilon_{r,1} dr + \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r h \varepsilon_{r,2} dr + \int_{r_2}^{r_3} 2\pi r h \varepsilon_{r,3} dr + \int_{r_3}^{r_4} 2\pi r h \varepsilon_{r,4} dr + \int_{r_4}^{r_5} 2\pi r h \varepsilon_{r,5} dr \right] \quad (5.3.3)$$

Αν στην εξίσωση (5.3.3) αντικαταστήσουμε τις ακτινικές παραμορφώσεις κάνουμε τις απλοποιήσεις και εκτελέσουμε τις ολοκληρώσεις, γνωρίζοντας ότι:

- $U_1 = \frac{r_1^2}{r_5^2}$
- $U_2 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_5^2}$
- $U_3 = \frac{r_3^2 - r_2^2}{r_5^2}$
- $U_4 = \frac{r_4^2 - r_3^2}{r_5^2}$
- $U_5 = \frac{r_5^2 - r_4^2}{r_5^2}$

Καταλήγουμε ότι:

$$v_{LT} = v_m U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} v_i(r) r dr + v_f U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} v_i(r) r dr + v_m U_{m,2} \quad (5.3.4)$$

Θεωρούμε, όπως και στον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας, ότι οι συναρτήσεις $v_i(r)$ ακολουθούν την παραβολική μεταβολή. Εκτελώντας τις ολοκληρώσεις, εφαρμόζοντας τους τύπους της παραβολικής μεταβολής (Κεφ.4), κάνοντας τις πράξεις και αντικαθιστώντας τις ακτίνες με τις κατ' όγκο περιεκτικότητες της μήτρας, του εγκλείσματος και της ενδιάμεσης φάσης (χρήση προγράμματος Matlab) θα έχουμε τον τελικό θεωρητικό τύπο για τον διαμήκη λόγο Poisson:

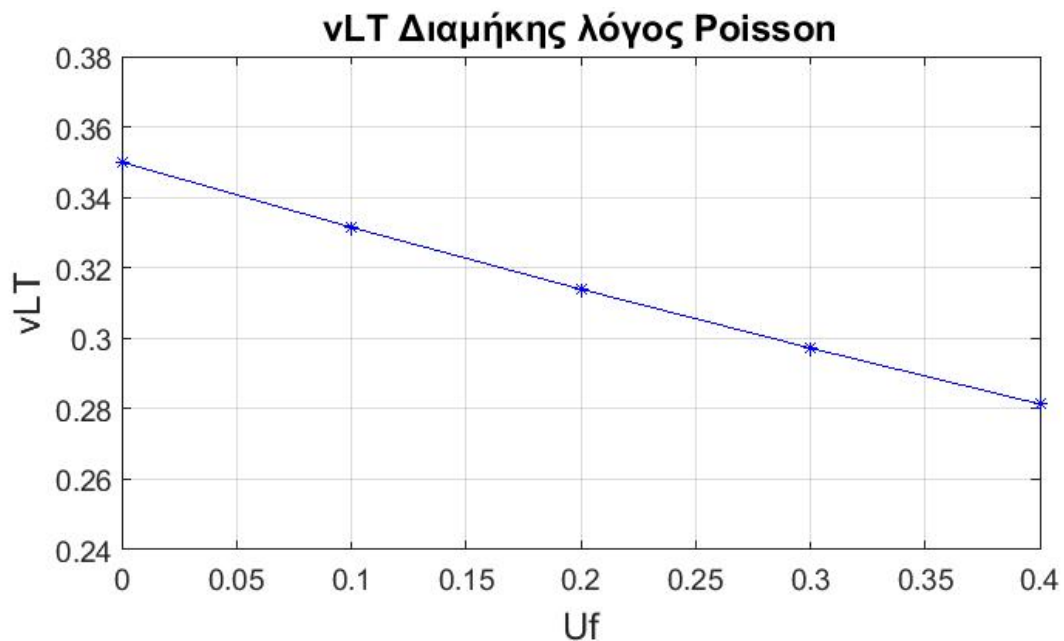
$$\begin{aligned} V_{LT} = & v_f U_f + v_m U_{m,1} + (5v_m U_{i,1})/6 + (v_m U_f)/3 + (5v_m U_{i,2})/6 \\ & + v_m U_{m,2} + (v_f U_{i,1} n)/6 - (v_f U_f n)/3 + (v_f U_{i,2} n)/6 \\ & - (v_m (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \\ & + (v_m U_{m,1}^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 - (v_f U_{m,1}^{1/2} n (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 \\ & + (v_f n (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \end{aligned} \quad (5.3.5)$$

Στη συνέχεια θα δούμε πως διαμορφώνεται ο διαμήκης λόγος Poisson για τις διαφορετικές περιεκτικότητες σε έγκλεισμα, του σύνθετου υλικού. Χρησιμοποιώντας τις τιμές των περιεκτικοτήτων του Πίνακα 7 (Κεφ.3), καταλήγουμε στον Πίνακα 22:

U_f	V_{LT}
0	0,3500
0,1	0,3315
0,2	0,3139
0,3	0,2972
0,4	0,2813

Πίνακας 22

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 10

5.4 ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΕΓΚΑΡΣΙΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON v_{TT}

Τον εγκάρσιο λόγο Poisson v_{TT} του σύνθετου υλικού θα τον υπολογίσουμε από τον αντίστροφο νόμο των φάσεων με την χρήση του πενταφασικού κυλινδρικού μοντέλου με ενδιάμεση φάση, από την σχέση:

$$\frac{1}{v_{TT}} = \frac{U_1}{v_1} + \frac{U_2}{v_2(r)} + \frac{U_3}{v_3} + \frac{U_4}{v_4(r)} + \frac{U_5}{v_5} \quad (5.4.1)$$

Γνωρίζουμε ότι:

- $U_2 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_5^2}$
- $U_4 = \frac{r_4^2 - r_3^2}{r_5^2}$

Η σχέση (5.4.1) μπορεί να γραφτεί τώρα ως:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_{TT}} &= \frac{U_1}{v_1} + \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_5^2} \frac{1}{v_2(r)} + \frac{U_3}{v_3} + \frac{r_4^2 - r_3^2}{r_5^2} \frac{1}{v_4(r)} + \frac{U_5}{v_5} \\ \Rightarrow \frac{1}{v_{TT}} &= \frac{U_1}{v_1} + \frac{1}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{[(r+dr)^2 - r^2]dr}{v_2(r)} + \frac{U_3}{v_3} + \frac{1}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{[(r+dr)^2 - r^2]dr}{v_4(r)} + \frac{U_5}{v_5} \\ \Rightarrow \frac{1}{v_{TT}} &= \frac{U_1}{v_1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{v_2(r)} + \frac{U_3}{v_3} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{v_4(r)} + \frac{U_5}{v_5} \end{aligned} \quad (5.4.2)$$

Άρα θα έχουμε:

$$\frac{1}{v_{TT}} = \frac{U_1}{v_1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{v_2(r)} + \frac{U_3}{v_3} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{v_4(r)} + \frac{U_5}{v_5} \quad (5.4.3)$$

ή διαφορετικά για να διακρίνονται οι φάσεις:

$$\frac{1}{v_{TT}} = \frac{U_{m,1}}{v_m} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{v_{i,1}(r)} + \frac{U_f}{v_f} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{v_{i,2}(r)} + \frac{U_{m,2}}{v_m} \quad (5.4.4)$$

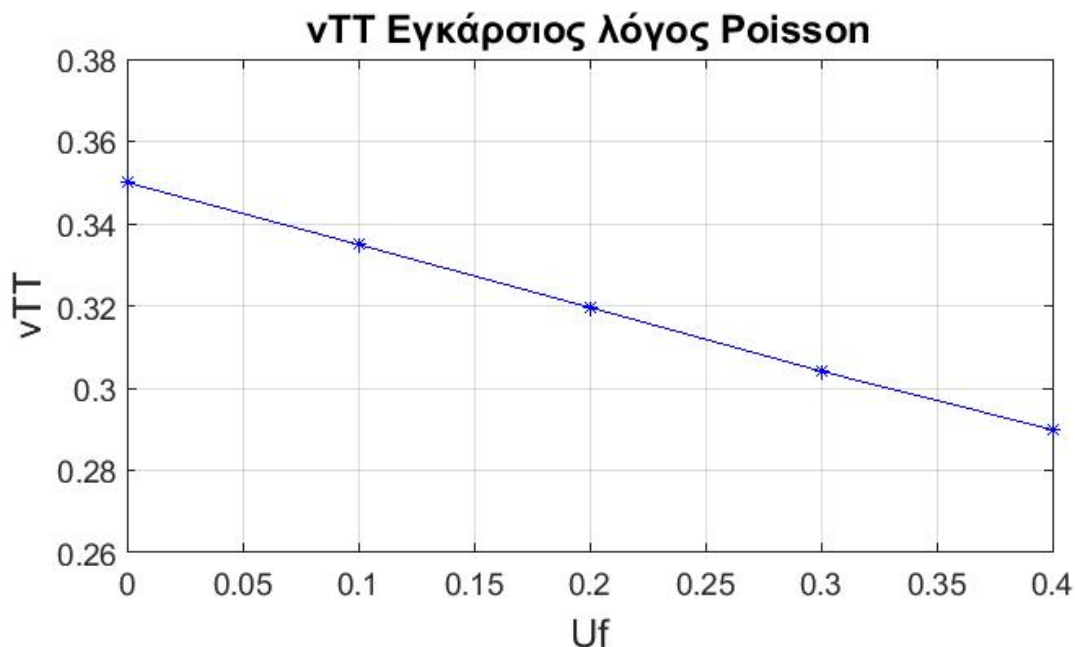
Οι συναρτήσεις $v_i(r)$ όπως και στις προηγούμενες ενότητες, θεωρούμε ότι ακολουθούν την παραβολική μεταβολή.

Στη συνέχεια θα δούμε πως διαμορφώνεται ο Εγκάρσιος λόγος Poisson για τις διαφορετικές περιεκτικότητες σε έγκλεισμα, του σύνθετου υλικού (χρήση προγράμματος Matlab). Χρησιμοποιώντας τις τιμές των περιεκτικότητων του Πίνακα 7 (Κεφ.3), καταλήγουμε στον Πίνακα 23:

U_f	ν_{TT}
0	0.3500
0,1	0,3349
0,2	0,3196
0,3	0,3041
0,4	0,2899

Πίνακας 23

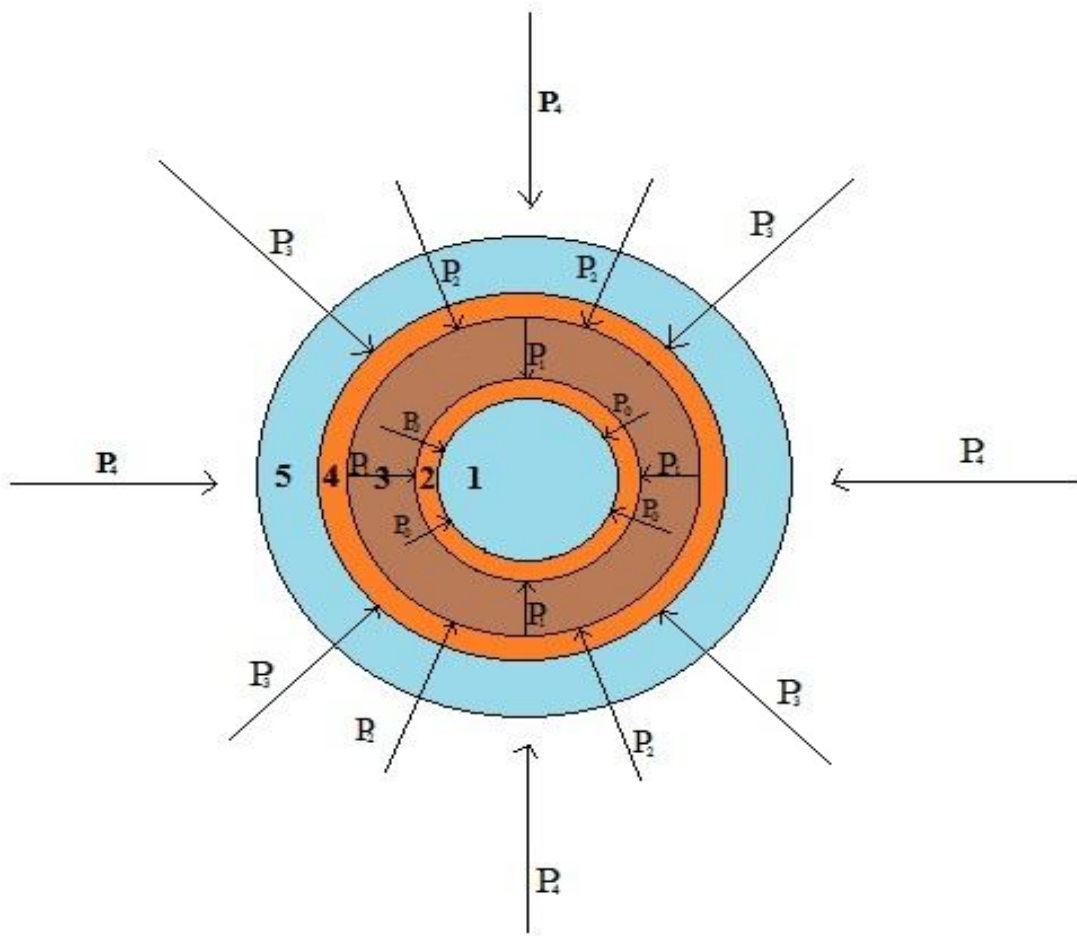
Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 11

5.5 ΣΤΑΤΙΚΟ ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_T

Σύμφωνα με τη μελέτη [60] θεωρούμε ότι στην εξωτερική επιφάνεια του κυλίνδρου ακτίνας r_5 ασκούμε ομοιόμορφα ακτινική πίεση P_4 . Λόγω της αλληλεπίδρασης μεταξύ 4^{ης} και 5^{ης} φάσης στα σύνορά τους, θα ασκείται τώρα μια πίεση P_3 . Αντίστοιχα στα σύνορα της 3^{ης} και 4^{ης} φάσης, 2^{ης} και 3^{ης} φάσης και 1^{ης} και 2^{ης} φάσης, θα ασκούνται πιέσεις P_2 , P_1 και P_0 αντίστοιχα (Εικ.34).



Εικόνα 36

Στη συνέχεια προχωρούμε ως εξής:

1. Θεωρούμε τασική συνάρτηση Φ

$$\nabla^4 \Phi = \frac{d^4 \Phi}{dr^3} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \Phi}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\Phi}{dr} = 0$$

2. Υπολογίζουμε τις τάσεις σ_r και σ_θ
3. Εκφράζουμε τις ακτινικές μετατοπίσεις
4. Εκφράζουμε τις παραμορφώσεις ε_r και ε_θ
5. Εισάγουμε τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων και των μετατοπίσεων

Καταλήγουμε στον θεωρητικό τύπο για το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας:

$$\begin{aligned} \frac{1-\nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} &= \frac{U_{m,1}(1-\nu_m - 2\nu_m^2)}{E_m} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{[1-\nu_{i,1}(r) - 2(\nu_{i,1}(r))^2]}{E_{i,1}(r)} r dr \\ &+ \frac{U_f(1-\nu_f - 2\nu_f^2)}{E_f} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{[1-\nu_{i,2}(r) - 2(\nu_{i,2}(r))^2]}{E_{i,2}(r)} r dr + \frac{U_{m,2}(1-\nu_m - 2\nu_m^2)}{E_m} \end{aligned} \quad (5.5.1)$$

Οι συναρτήσεις $\nu_i(r)$ και $E_i(r)$ θεωρούμε ότι ακολουθούν την παραβολική μεταβολή που έχει βρεθεί ότι δίνει καλύτερα αποτελέσματα από την υπερβολική και την γραμμική μεταβολή [27].

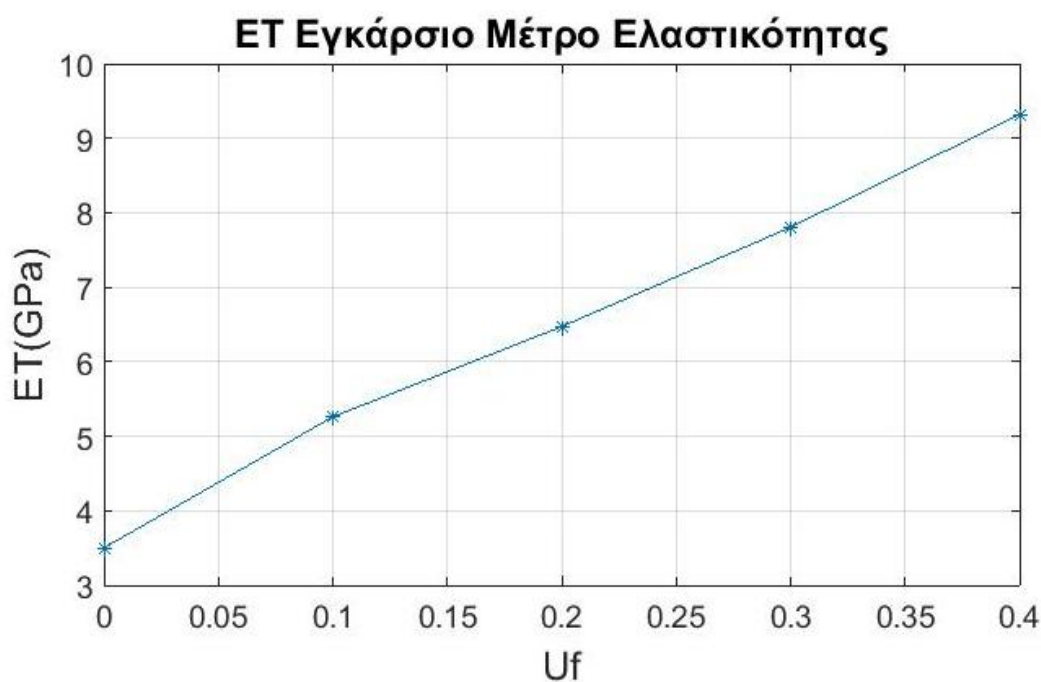
Λόγω τις πολυπλοκότητας του τύπου δεν θα εμφανίσουμε τον αναλυτικό τύπο, που προκύπτει μετά την επίλυση των ολοκληρωμάτων.

Στη συνέχεια θα δούμε πως διαμορφώνεται το εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας στις διαφορετικές περιεκτικότητες σε έγκλεισμα, του σύνθετου υλικού (χρήση προγράμματος Matlab). Χρησιμοποιώντας τις τιμές των περιεκτικοτήτων του Πίνακα 7 (Κεφ.3), καταλήγουμε στον Πίνακα 24:

U_f	$E_T(\text{GPa})$
0	3,5000
0,1	5,2600
0,2	6,4724
0,3	7,8049
0,4	9,3204

Πίνακας 24

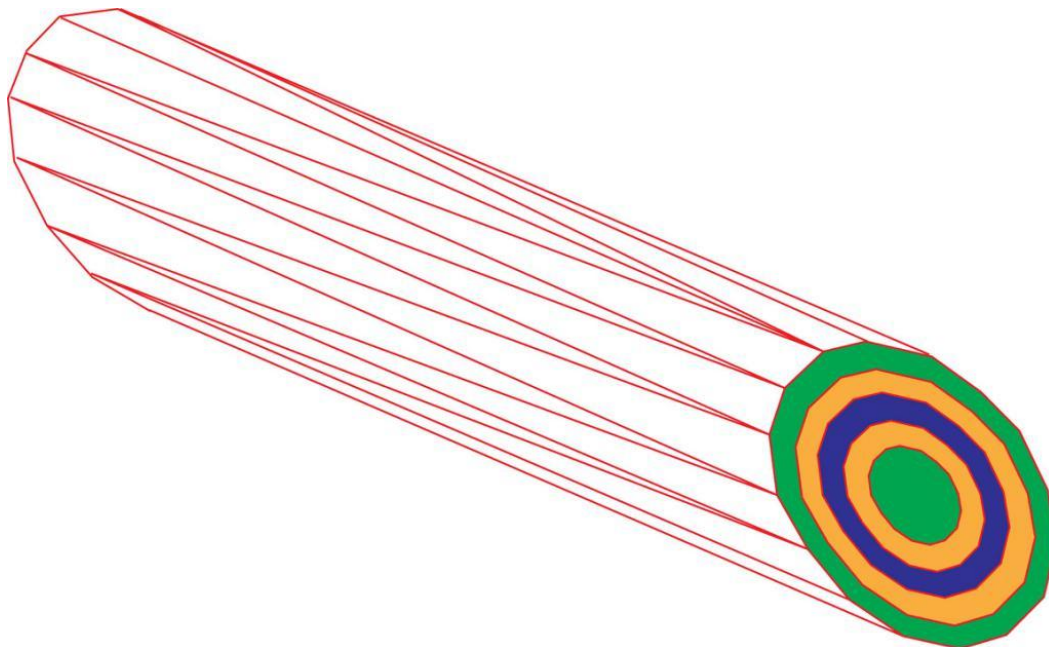
Το αντίστοιχο διάγραμμα:



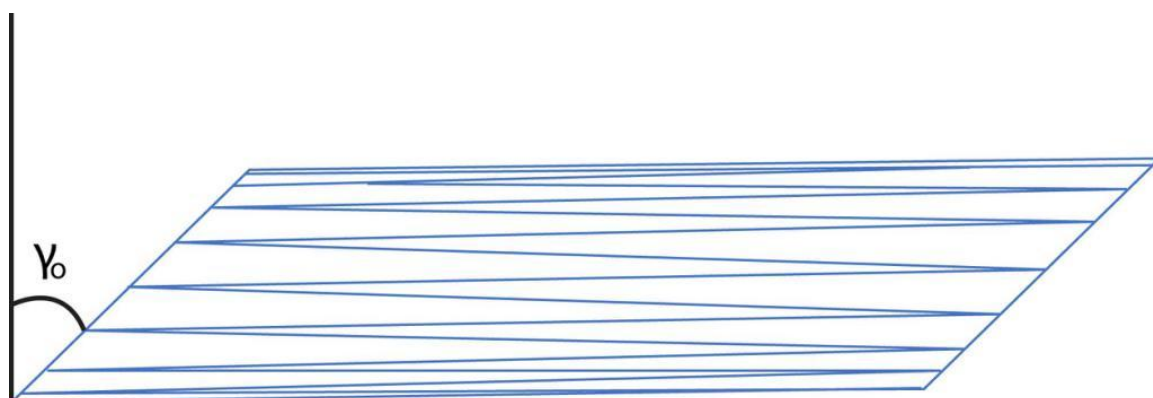
Διάγραμμα 12

5.6 ΣΤΑΤΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G_{LT}

Στην ενότητα αυτή θα προχωρήσουμε στον υπολογισμό του στατικού διαμήκους μέτρου διάτμησης.



Εικόνα 37



Εικόνα 38

Στη μελέτη μας, για τον προσδιορισμό του Μέτρου Διάτμησης G_{LT} θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο των Tsai-Hahn [61], ο οποίος δίνει καλά αποτελέσματα, καθώς είναι μία βελτιωμένη μορφή του Αντίστροφου Νόμου των Φάσεων, μέσω ενός συντελεστή $\eta=0,5$.

Ο τύπος των Tsai-Hahn για το διάμηκες μέτρο διάτμησης είναι ο εξής:

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{U_f + \eta U_m} \left[\frac{U_f}{G_f} + \frac{\eta U_m}{G_m} \right] \quad (5.6.1)$$

Στην περίπτωση του πενταφασικού μας μοντέλου μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{1}{G_{LT}} &= \frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\frac{\eta U_{m,1}}{G_m} + \frac{U_{i,1}}{G_{i,1}} + \frac{U_f}{G_f} + \frac{U_{i,2}}{G_{i,2}} + \frac{\eta U_{m,2}}{G_m} \right] \\ \Rightarrow \frac{1}{G_{LT}} &= \frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\frac{\eta(U_{m,1} + U_{m,2})}{G_m} + \frac{U_{i,1}}{G_{i,1}} + \frac{U_f}{G_f} + \frac{U_{i,2}}{G_{i,2}} \right] \end{aligned}$$

Οπότε καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση για το Στατικό Διάμηκες Μέτρο Διάτμησης:

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\frac{\eta U_m}{G_m} + \frac{U_f}{G_f} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{G_{i,1}(r)} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{G_{i,2}(r)} \right] \quad (5.6.2)$$

Οι συναρτήσεις $G_i(r)$ θεωρούμε ότι ακολουθούν την παραβολική μεταβολή που έχει βρεθεί ότι δίνει καλύτερα αποτελέσματα από την υπερβολική και την γραμμική μεταβολή [27].

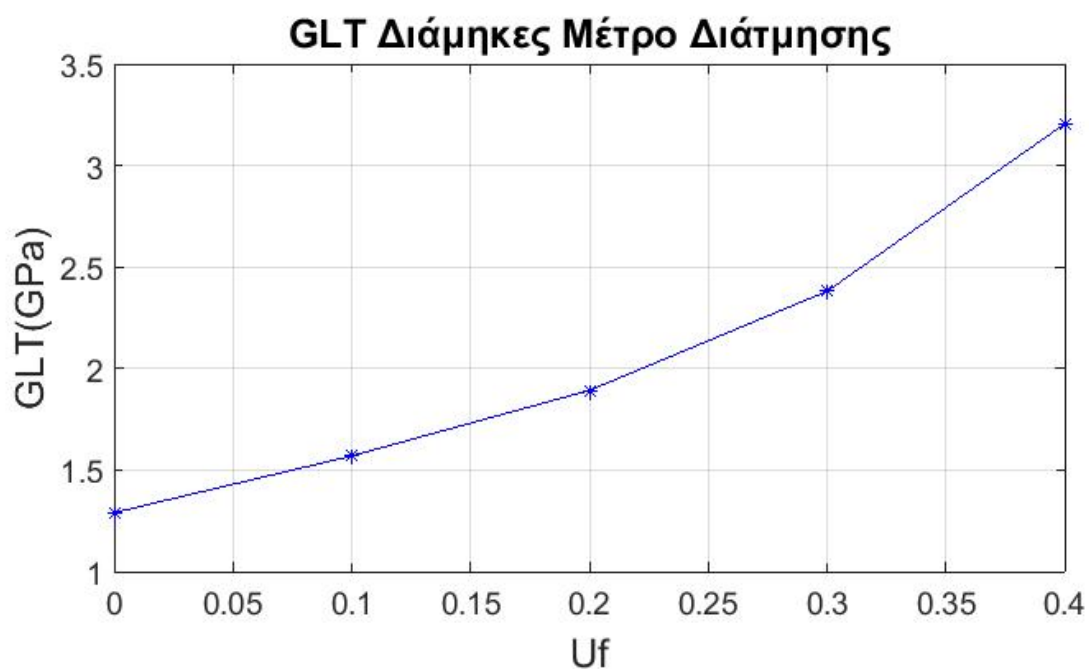
Λόγω τις πολυπλοκότητας του τύπου δεν θα εμφανίσουμε τον αναλυτικό τύπο, που προκύπτει μετά την επίλυση των ολοκληρωμάτων.

Στη συνέχεια θα δούμε πως διαμορφώνεται το διάμηκες μέτρο διάτμησης στις διαφορετικές περιεκτικότητες σε έγκλεισμα, του σύνθετου υλικού (χρήση προγράμματος Matlab). Χρησιμοποιώντας τις τιμές των περιεκτικοτήτων του Πίνακα 7 (Κεφ.3), καταλήγουμε στον Πίνακα 25:

U_f	$G_{LT}(\text{GPa})$
0	1,2900
0,1	1,5697
0,2	1,8923
0,3	2,3805
0,4	3,2052

Πίνακας 25

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 13

5.7 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ ΦΟΡΤΗΣΗΣ θ

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιάσουμε τους θεωρητικούς τύπους για το μέτρο ελαστικότητας, το μέτρο διάτμησης και τον λόγο Poisson, υπό γωνία φόρτισης θ . Η γωνία θ , είναι η γωνία που σχηματίζει ο άξονας φόρτισης με την διεύθυνση των ινών. Οι σχέσεις που χρησιμοποιούμε είναι οι ακόλουθες [30]:

Για το μέτρο ελαστικότητας E_θ υπό γωνία φόρτισης θ έχουμε:

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \frac{\sin^4 \theta}{E_T} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (5.7.1)$$

Για τον λόγο Poisson ν_θ υπό γωνία φόρτισης θ έχουμε:

$$\frac{\nu_\theta}{E_\theta} = - \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\nu_{LT}}{E_L} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (5.7.2)$$

Για το μέτρο διάτμησης G_θ υπό γωνία φόρτισης θ έχουμε:

$$\frac{1}{G_\theta} = 4 \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 \quad (5.7.3)$$

Η εφαρμογή των εκφράσεων που παρουσιάστηκαν παραπάνω για τα E_θ , ν_θ και G_θ θα γίνει για κατ' όγκο περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%, η οποία και είναι η μέγιστη δυνατή για το δομικό κύτταρο του μοντέλου μας. Άρα και τα μεγέθη E_L , E_T , G_{LT} , ν_{LT} θα είναι υπολογισμένα στην συγκεκριμένη περιεκτικότητα.

Έτσι προκύπτει ο Πίνακας 26:

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΧΕΣΕΩΝ E_{θ} , ν_{θ} , G_{θ}			
(θ°)	E_{θ}	ν_{θ}	G_{θ}
0	30.15	0.2813	3.21
5	28.66	0.3005	3.25
10	25.08	0.3461	3.40
15	20.97	0.3960	3.65
20	17.35	0.4359	4.02
25	14.53	0.4613	4.50
30	12.44	0.4728	5.07
35	10.95	0.4718	5.65
40	9.91	0.4600	6.11
45	9.22	0.4384	6.28
50	8.79	0.4079	6.11
55	8.57	0.3693	5.65
60	8.52	0.3236	5.07
65	8.59	0.2726	4.50
70	8.74	0.2196	4.02
75	8.94	0.1688	3.65
80	9.13	0.1260	3.40
85	9.27	0.0972	3.25
90	9.32	0.0870	3.21

Πίνακας 26

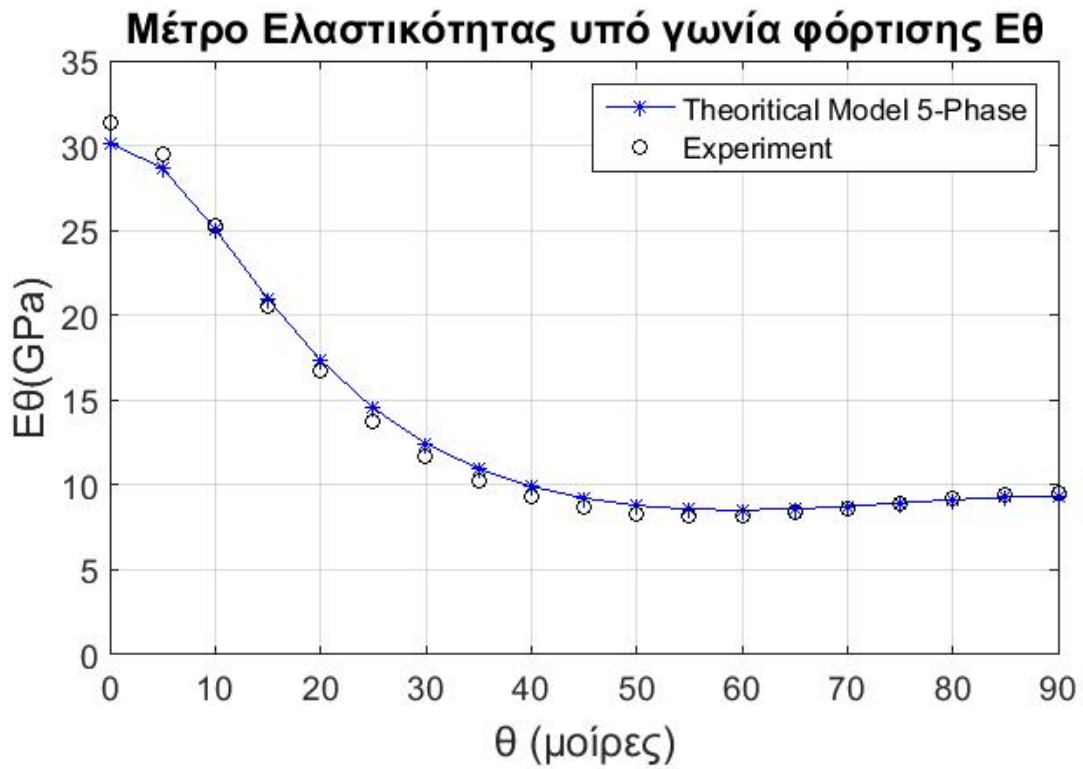
Για να συγκρίνουμε τις ανωτέρω τιμές με τα πειραματικά αποτελέσματα από την πηγή [6] της βιβλιογραφίας, παραθέτουμε τον Πίνακα 27:

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΧΕΣΕΩΝ – ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ E_{θ}, v_{θ}, G_{θ}						
(θ°)	E_{θ}	v_{θ}	G_{θ}	E_{θ} ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	v_{θ} ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	G_{θ} ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ
0	30.15	0.2813	3.21	31.34	0.2885	2.91
5	28.66	0.3005	3.25	29.49	0.3137	2.95
10	25.08	0.3461	3.40	25.25	0.3719	3.10
15	20.97	0.3960	3.65	20.57	0.4318	3.37
20	17.35	0.4359	4.02	16.69	0.4786	3.76
25	14.53	0.4613	4.50	13.77	0.5075	4.29
30	12.44	0.4728	5.07	11.69	0.5207	4.94
35	10.95	0.4718	5.65	10.25	0.5207	6.00
40	9.91	0.4600	6.11	9.28	0.5094	6.21
45	9.22	0.4384	6.28	8.65	0.4871	6.43
50	8.79	0.4079	6.11	8.30	0.4556	6.21
55	8.57	0.3693	5.65	8.16	0.4146	5.64
60	8.52	0.3236	5.07	8.19	0.3648	4.94
65	8.59	0.2726	4.50	8.36	0.3081	4.29
70	8.74	0.2196	4.02	8.63	0.2475	3.76
75	8.94	0.1688	3.65	8.94	0.1877	3.37
80	9.13	0.1260	3.40	9.24	0.1361	3.10
85	9.27	0.0972	3.25	9.45	0.1005	2.95
90	9.32	0.0870	3.21	9.53	0.0879	2.91

Πίνακας 27

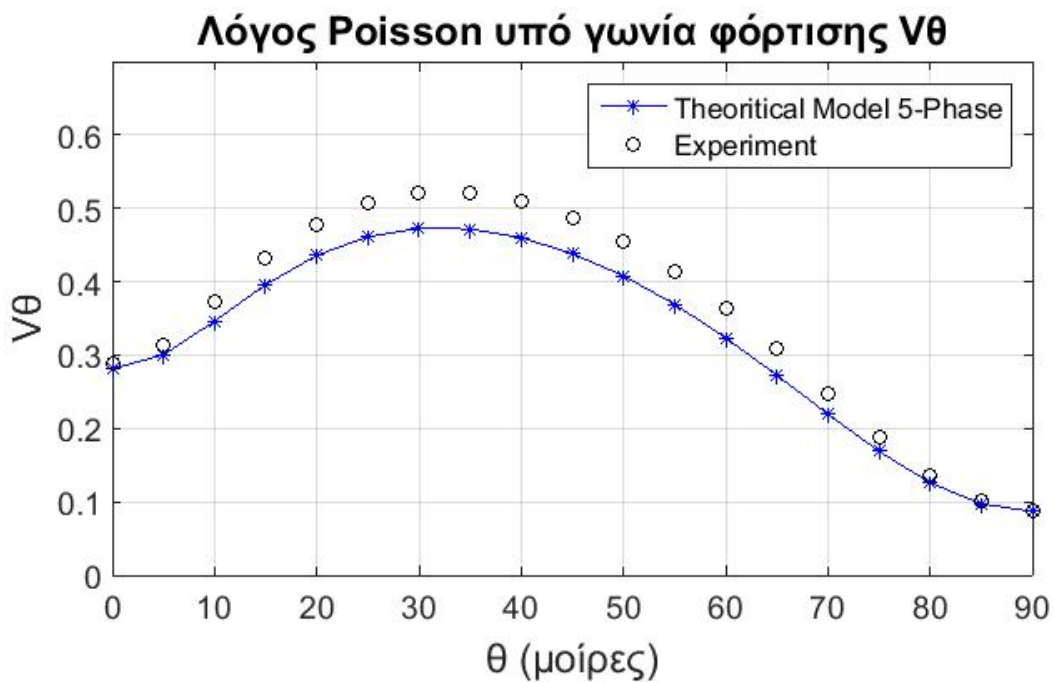
Τα αντίστοιχα συγκριτικά διαγράμματα:

Μέτρο Ελαστικότητας E_{θ} υπό γωνία φόρτισης θ :



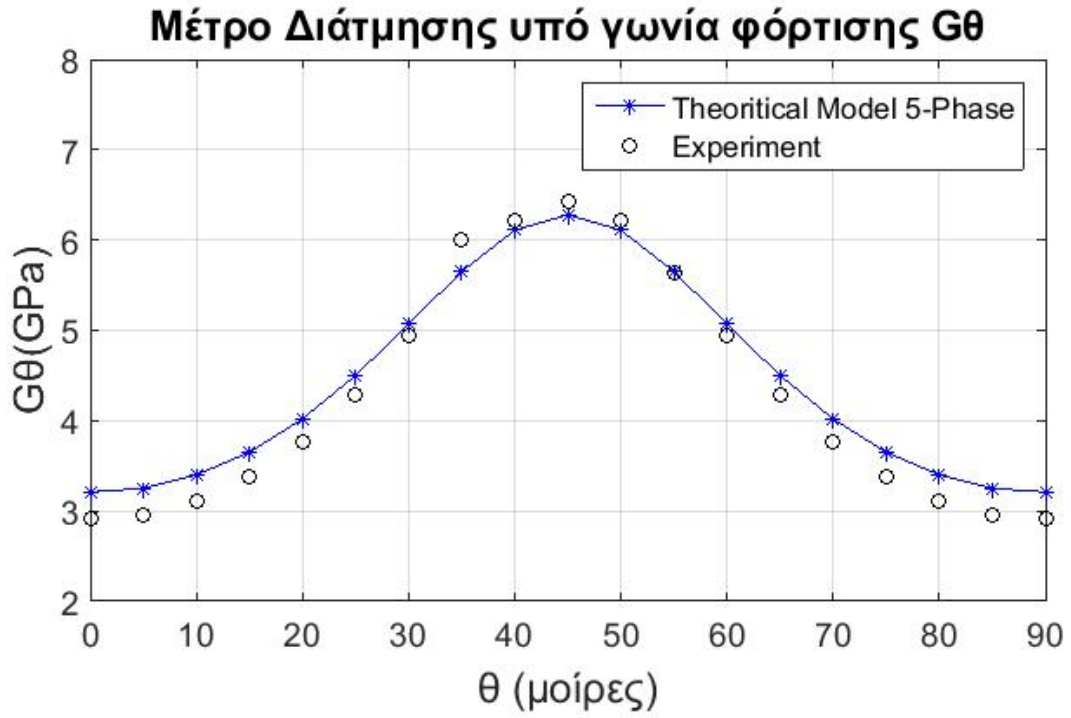
Διάγραμμα 14

Λόγος Poisson ν_{θ} υπό γωνία φόρτισης θ :



Διάγραμμα 15

Μέτρο Διάτμησης G_θ υπό γωνία φόρτισης θ :



Διάγραμμα 16

5.8 ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΙΝΩΔΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Στη συνέχεια παραθέτουμε θεωρητικές σχέσεις που έχουν εκφράσει διάφοροι ερευνητές για τον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας E_L , του διαμήκη λόγου Poisson ν_{LT} , του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας E_T και του διαμήκους μέτρου διάτμησης G_{LT} . Να αναφέρουμε κατά τα γνωστά πως ο δείκτης f δηλώνει το έγκλεισμα (filler) ενώ ο δείκτης m δηλώνει την μήτρα (matrix).

5.8.1 ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L

Εξίσωση Θεοχάρη-Σιδερίδη-Παπανικολάου [27]:

Οι παραπάνω ερευνητές θεώρησαν την ύπαρξη μιας ενδιάμεσης φάσης η οποία δημιουργείται ανάμεσα στην μήτρα και το έγκλεισμα. Το μοντέλο τους είναι κυλινδρικό τριφασικό και η κατανομή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης στον παρακάτω τύπο επιλέχθηκε να είναι η παραβολική.

$$\begin{aligned}
 E_L = E_f U_f + E_m U_m + & \frac{3(E_f + E_m)(1 - U_m)^{\frac{3}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}}(1 - U_m) + U_f(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{3}{2}}}{6 \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} \\
 & + \frac{8(E_f - E_m)(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - U_m + U_f + [U_f(1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \right\}}{6 \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} \\
 & + \frac{6 \left\{ E_f(1 - U_m) + E_m U_f - 2E_m [U_f(1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}{\left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]}
 \end{aligned}
 \tag{5.8.1.1}$$

Όπου εδώ λόγω της ενδιάμεσης φάσης $U_m = 1 - U_f - U_i$

Νόμος των φάσεων (mixture law):

$$E_L = E_f U_f + E_m U_m
 \tag{5.8.1.2}$$

Εξίσωση Ekvall [31]:

$$E_L = E_f U_f + E'_m U_m \quad (5.8.1.3)$$

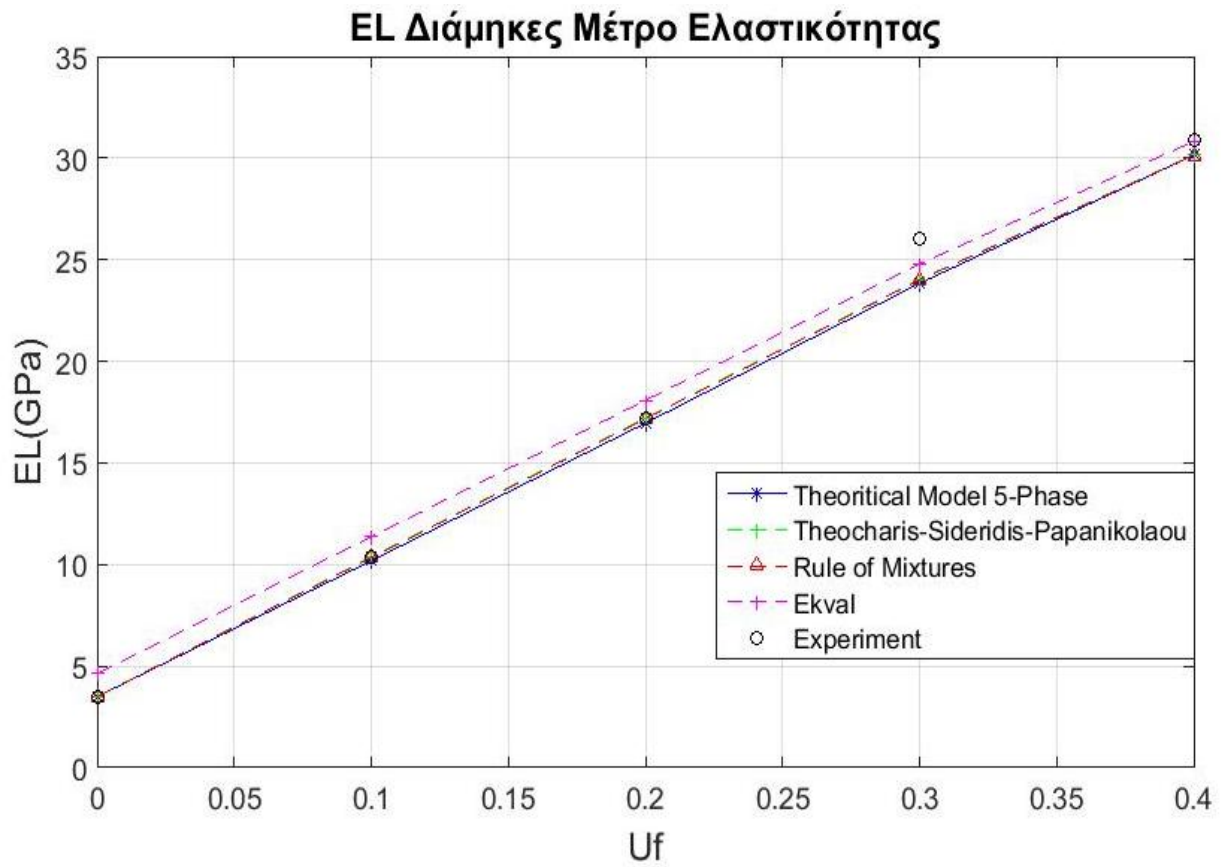
$$\text{Όπου: } E'_m = \frac{E_m}{(1-2\nu_m^2)}$$

Στον Πίνακα 28 παραθέτουμε συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα των θεωρητικών τύπων των διάφορων ερευνητών και του Πενταφασικού Μοντέλου. Επίσης συμπεριλαμβάνονται τιμές πειραματικών δεδομένων που αντλήθηκαν από την βιβλιογραφία [40], [41], [42]:

ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ					
E_L(GPa)					
U_f (ΚΑΤ' ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΕ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑ)	0%	10%	20%	30%	40%
ΘΕΟΧΑΡΗΣ ΣΙΔΕΡΙΔΗΣ ΠΑΠΑΝΙΚ. (5.8.1.1)	3.50	10.37	17.20	24.03	30.15
ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ (5.8.1.2)	3.50	10.34	17.18	24.01	30.14
ΕΚVALL (5.8.1.3)	4.64	11.36	18.08	24.79	30.82
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ [40],[41],[42]	3.50	10.36	17.22	26.07	30.92
ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ (5.2.2)	3.50	10.19	16.96	23.84	30.15

Πίνακας 28

Το αντίστοιχο Διάγραμμα 17:



Διάγραμμα 17

5.8.2 ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON v_{LT}

Εξίσωση Θεοχάρη-Σιδερίδη-Παπανικολάου [27]:

Θεωρώντας και πάλι το κυλινδρικό τριφασικό μοντέλο με την ενδιάμεση φάση και χρησιμοποιώντας την παραβολική μεταβολή, οι παραπάνω ερευνητές δείξαν ότι ισχύει η εξής σχέση:

$$\begin{aligned}
 v_{LT} = v_f U_f + v_m U_m + & \frac{3(v_f + v_m)(1 - U_m)^{\frac{3}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}}(1 - U_m) + U_f(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{3}{2}}}{6 \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} \\
 & + \frac{8(v_f - v_m)(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - U_m + U_f + [U_f(1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \right\}}{6 \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]} \\
 & + \frac{6 \left\{ v_f(1 - U_m) + v_m U_f - 2v_m [U_f(1 - U_m)]^{\frac{1}{2}} \left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} + U_f^{\frac{1}{2}} \right] \right\}}{\left[(1 - U_m)^{\frac{1}{2}} - U_f^{\frac{1}{2}} \right]}
 \end{aligned} \tag{5.8.2.1}$$

Όπου εδώ λόγω της ενδιάμεσης φάσης $U_m = 1 - U_f - U_i$

Νόμος των φάσεων(mixture law):

$$v_{LT} = v_f U_f + v_m U_m \tag{5.8.2.2}$$

Εξίσωση Rosen [32]:

$$v_{LT} = \frac{U_f E_f L_1 + U_m E_m L_2 v_m}{U_f E_f L_3 + U_m E_m L_2} \tag{5.8.2.3}$$

Όπου:

$$L_1 = 2v_f(1 - v_m^2)U_f + v_m(1 + v_m)U_m$$

$$L_2 = U_f(1 - v_f - 2v_f^2)$$

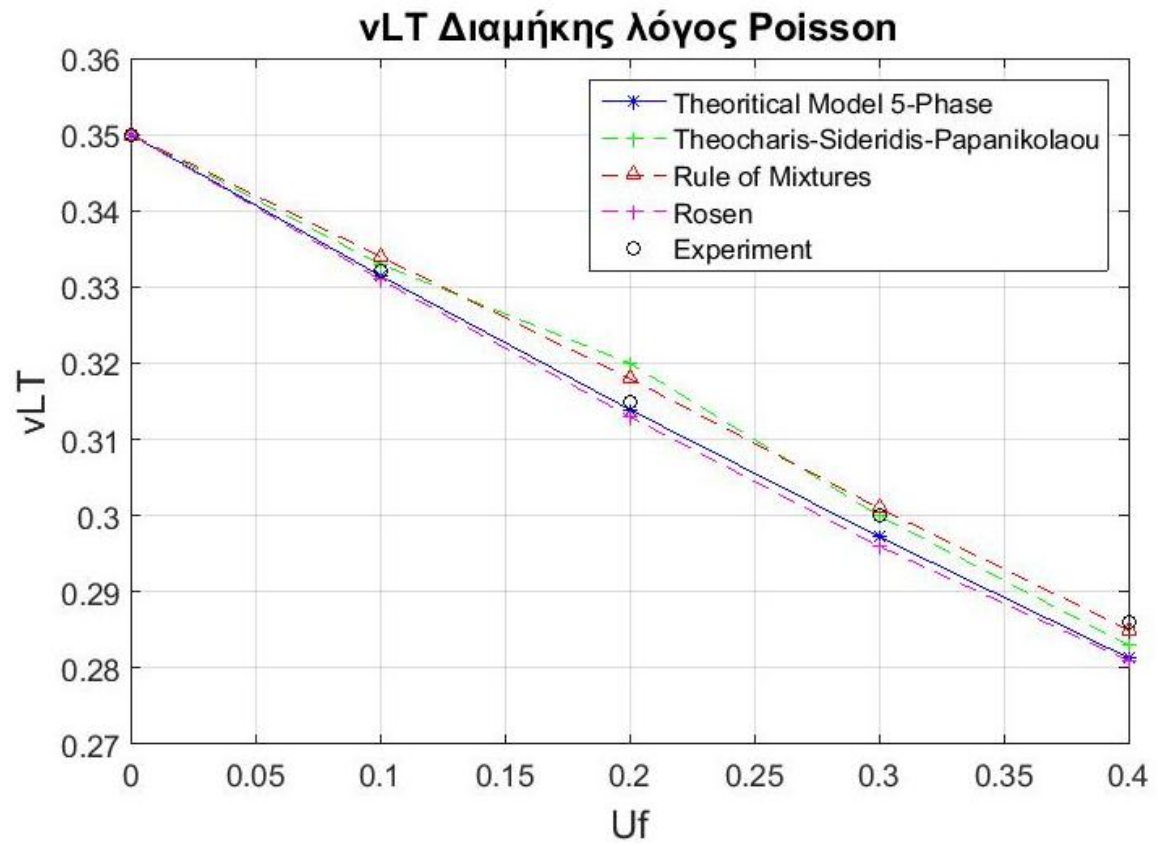
$$L_3 = 2(1 - v_m^2)U_f + (1 + v_m)U_m$$

Στον Πίνακα 29 παραθέτουμε συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα των θεωρητικών τύπων των διάφορων ερευνητών και του Πενταφασικού Μοντέλου. Επίσης συμπεριλαμβάνονται τιμές πειραματικών δεδομένων που αντλήθηκαν από την βιβλιογραφία [41], [43] :

ΛΟΓΟΣ POISSON ν_{LT}					
U_f (ΚΑΤ' ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΕ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑ)	0%	10%	20%	30%	40%
ΘΕΟΧΑΡΗΣ ΣΙΔΕΡΙΔΗΣ ΠΑΠΑΝΙΚ. (5.8.2.1)	0.350	0.333	0.320	0.300	0.283
ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ (5.8.2.2)	0.350	0.334	0.318	0.301	0.285
ROSEN (5.8.2.3)	0.350	0.331	0.313	0.296	0.281
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ [41],[43]	0.350	0.332	0.315	0.300	0.286
ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ (5.3.5)	0.350	0.332	0.314	0.297	0.281

Πίνακας 29

Το αντίστοιχο Διάγραμμα 18:



Διάγραμμα 18

5.8.3 ΤΥΠΟΙ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_T

Εξίσωση Σιδερίδη [28]:

Θεωρώντας την ύπαρξη ενδιάμεσης φάσης στο κυλινδρικό τριφασικό μοντέλο και έστω ότι $E_i(r)$ και $\nu_i(r)$ οι συναρτήσεις που περιγράφουν το μέτρο ελαστικότητας και τον λόγο Poisson της ενδιάμεσης φάσης αντίστοιχα, με βάση την παραβολική μεταβολή, τότε το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας του μοντέλου E_T θα είναι:

$$\begin{aligned} \frac{1 - \nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} &= \frac{1}{E_f}(1 - \nu_f - 2\nu_f^2)U_f + \frac{1}{E_m}(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)U_m \\ &+ \frac{2U_f}{a^2} \int_a^b \frac{(1 - \nu_i(r) - 2\nu_i^2(r))}{E_i(r)} r dr \end{aligned} \quad (5.8.3.1)$$

Όπου τα E_L και τα ν_{LT} δίνονται από τις σχέσεις (5.8.1) και (5.8.4). Και εδώ πάλι λόγω της ενδιάμεσης φάσης θα ισχύει ότι $U_m = 1 - U_f - U_i$

Εξίσωση Paul [33]:

Η εξίσωση του Paul αποτελεί ένα ελάχιστο όριο για το E_T και είναι η εξής:

$$\frac{1}{E_T} = \frac{U_f}{E_f} + \frac{U_m}{E_m} \quad (5.8.3.2)$$

Εξίσωση Whitney-Riley [34]:

$$E_T = \frac{2K_c(1 - \nu_T)E_L}{E_L + 4K_c\nu_L^2} \quad (5.8.3.3)$$

Όπου K_c το μέτρο διόγκωσης του σύνθετου και ισχύει η σχέση:

$$K_c = \frac{(k_f + G_m)k_m - (k_f - k_m)G_m U_f}{(k_f + G_m) - (k_f - k_m)U_f} \quad \text{με}$$

$$\text{με } k_f = \frac{E_f}{(1 - \nu_f - 2\nu_f^2)} \quad , \quad k_m = \frac{E_m}{(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)}$$

Εξίσωση Ekvall [35]:

$$E_T = \frac{E_f E'_m}{U_f E_m + U_m E_f (1 - \nu_m^2)} \quad (5.8.3.4)$$

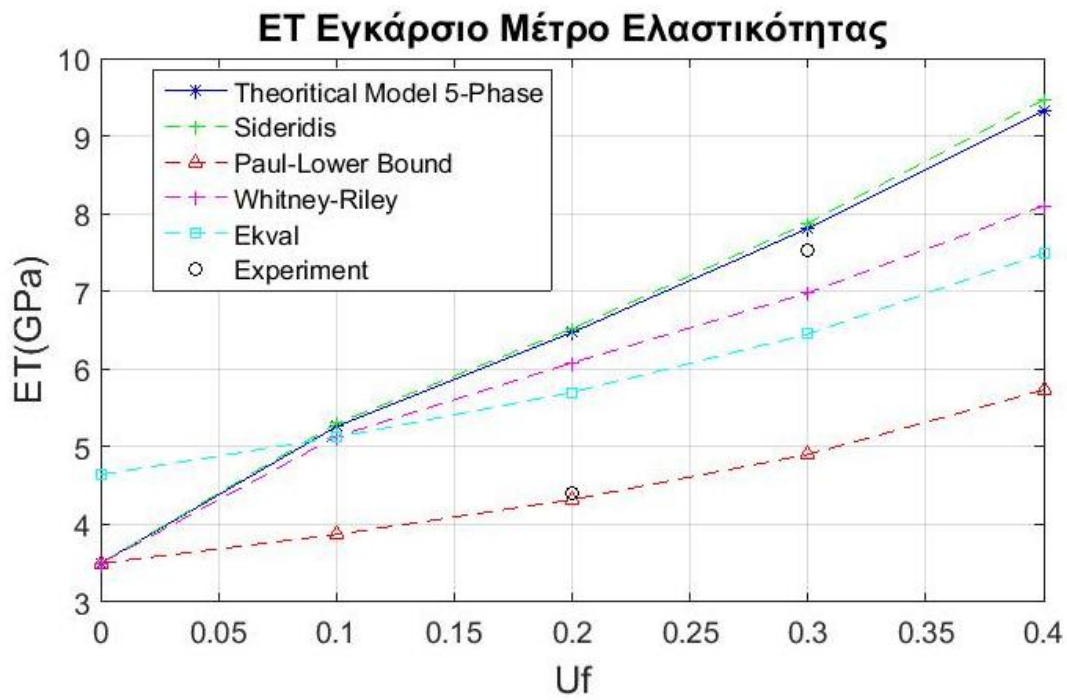
Όπου $E'_m = \frac{E_m}{1 - 2\nu_m^2}$

Στον Πίνακα 30 παραθέτουμε συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα των θεωρητικών τύπων των διάφορων ερευνητών και του Πενταφασικού Μοντέλου. Επίσης συμπεριλαμβάνονται τιμές πειραματικών δεδομένων που αντλήθηκαν από την βιβλιογραφία [41], [43] :

ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ					
E_T(GPa)					
U_f (ΚΑΤ' ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΕ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑ)	0%	10%	20%	30%	40%
ΣΙΔΕΡΙΔΗΣ (5.8.3.1)	3.50	5.30	6.52	7.88	9.47
PAUL (5.8.3.2)	3.50	3.87	4.32	4.90	5.73
WHITNEY-RILEY (5.8.3.3)	3.50	5.13	6.08	6.98	8.10
EKVALL (5.8.3.4)	4.64	5.12	5.70	6.45	7.49
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ [41],[43]	-	-	4.40	7.52	-
ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ (5.5.1)	3.50	5.26	6.47	7.81	9.32

Πίνακας 30

Το αντίστοιχο Διάγραμμα 19:



Διάγραμμα 19

5.8.4 ΤΥΠΟΙ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G_{LT}

Εξίσωση Σιδερίδη [29]:

Θεωρείται από τον ερευνητή το τριφασικό μοντέλο με την ενδιάμεση φάση, όπου με $G_i(r)$ συμβολίζεται το διάμηκες μέτρο διάτμησης της ενδιάμεσης φάσης, το οποίο περιγράφεται με την παραβολική μεταβολή. Το διάμηκες μέτρο διάτμησης G_{LT} θα είναι:

$$\begin{aligned} G_{LT}\gamma_o &= G_f(A + \gamma_o)^2 U_f \\ &+ \frac{2U_f}{a^2} \int_a^b G_i(r)(D + \gamma_o)^2 r dr \\ &+ G_m \left[(K + \gamma_o)^2 + \frac{K^2}{1 - U_m} \right] U_m \end{aligned} \quad (5.8.4.1)$$

Όπου

$$A = D = \frac{(G_m - G_i)(c^2 - b^2)}{(G_m + G_i)b^2 - (G_i - G_m)b^2} \gamma_o, \quad K = \frac{(G_i - G_m)b^2}{(G_m + G_i)b^2 - (G_i - G_m)b^2} \gamma_o$$

$$\text{και } U_m = 1 - U_f - U_i$$

Νόμος των φάσεων (mixture law):

$$G_{LT} = \frac{G_f G_m}{G_f U_m + G_m U_f} \quad (5.8.4.2)$$

Εξίσωση Hashin-Rosen [38]:

Οι Hashin και Rosen έδωσαν μια έκφραση, η οποία αποτελεί ένα κάτω όριο για το G_{LT} και είναι η εξής:

$$G_{LT} = G_m \frac{(1 + U_f)G_f + G_m U_m}{(1 + U_f)G_m + G_f U_m} \quad (5.8.4.3)$$

Εξίσωση Hashin [39]:

Ο Hashin έδωσε επίσης μια έκφραση που αποτελεί ένα άνω όριο για το G_{LT} :

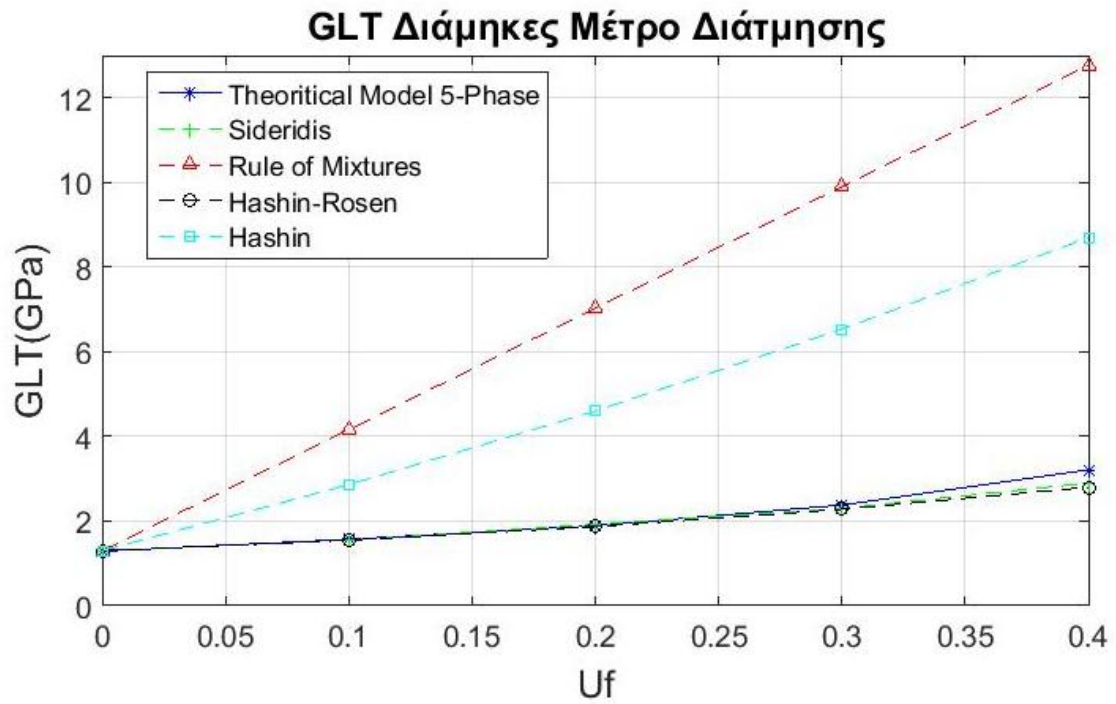
$$G_{LT} = G_f \frac{(1+U_m)G_m + G_f U_f}{(1+U_m)G_f + G_m U_f} \quad (5.8.4.4)$$

Στον Πίνακα 31 παραθέτουμε συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα των θεωρητικών τύπων των διάφορων ερευνητών και του Πενταφασικού Μοντέλου:

ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΕΩΣ					
G_{LT}(GPa)					
U_f (ΚΑΤ' ΟΓΚΟ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΕ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑ)	0%	10%	20%	30%	40%
ΣΙΔΕΡΙΔΗΣ (5.8.4.1)	1.30	1.55	1.92	2.30	2.90
ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ (5.8.4.2)	1.30	4.16	7.03	9.90	12.77
HASHIN-ROSEN (5.8.4.4)	1.30	1.55	1.87	2.28	2.80
HASHIN (5.8.4.5)	1.30	2.86	4.60	6.53	8.70
ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ (5.6.2)	1.29	1.57	1.89	2.38	3.21

Πίνακας 31

Το αντίστοιχο Διάγραμμα 20:



Διάγραμμα 20

5.9 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σχόλια

Για τον υπολογισμό των ελαστικών σταθερών, μέσω των θεωρητικών σχέσεων που εξήχθησαν στο παρόν κεφάλαιο, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα “Matlab 2015”. Υπολογίστηκαν έτσι οι ελαστικές σταθερές του σύνθετου υλικού, με βάση το κυλινδρικό πενταφασικό μοντέλο, για κάθε διαφορετική περιεκτικότητα σε έγκλεισμα.

Τα υλικά, των οποίων τα στοιχεία έχουν χρησιμοποιηθεί σ’ αυτήν την μελέτη για τον υπολογισμό των ελαστικών σταθερών από τους θεωρητικούς τύπους που εξήχθησαν στο παρόν κεφάλαιο, είναι ινώδη σύνθετα υλικά μονής κατεύθυνσης τα οποία κατασκευάστηκαν στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών του Ε.Μ.Π. Τα υλικά αυτά αποτελούνται από εποξειδική μήτρα (Permaglass XE5/1, Permalit Ltd., U.K) ενισχυμένη με συνεχείς ίνες γυαλιού τύπου-E. Το υλικό της μήτρας βασίστηκε σε διγλυκιδυλαιθέρα της δισφαινόλης Α, συνδυασμένο με σκληρυντή από αρωματική αμίνη (Araldite My 750/HT972, Ciba-Geigy, U.K). Οι ίνες γυαλιού είχαν διάμετρο $1,2 \times 10^{-5} \text{m}$. Οι τιμές των ελαστικών σταθερών της μήτρας αλλά και των ινών γυαλιού που χρησιμοποιήθηκαν δίνονται στον Πίνακα 8.

Σχολιασμός Διαγραμμάτων

Μέτρο Ελαστικότητας υπό Γωνία Φόρτισης E_{θ}

Στο Διάγραμμα 14 απεικονίζεται η μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας υπό γωνία φόρτισης (E_{θ}) του σύνθετου υλικού, συναρτήσει της γωνίας φόρτισης (θ), για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%, που υπενθυμίζουμε ότι είναι η μέγιστη που μπορεί να φτάσει το μοντέλο μας. Συμπεριλαμβάνονται, το πενταφασικό μοντέλο και πειραματικά δεδομένα.

Ως γενική παρατήρηση να αναφέρουμε ότι από τις 0° έως και τις 35° μοίρες, το E_{θ} μειώνεται με μεγάλο ρυθμό, με την αύξηση της γωνίας φόρτισης. Στη συνέχεια ο ρυθμός αυτός ελαττώνεται από τις 35° έως και τις 50° , ενώ από τις 50° έως και τις 65° μοίρες το E_{θ} παραμένει σχεδόν σταθερό. Τέλος, από τις 65° έως και τις 90° μοίρες έχουμε μικρή αύξηση του E_{θ} .

Από το υπόψη διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα που εξάγονται από το πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο είναι άκρως ικανοποιητικά, καθώς ταυτίζονται σχεδόν με τα πειραματικά δεδομένα.

Τέλος, να αναφέρουμε εδώ ότι οι ακραίες τιμές της καμπύλης που λαμβάνονται για τις τιμές 0° και 90° αντιστοιχούν, όπως ήταν αναμενόμενο, στις τιμές του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας E_L , και του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας E_T .

Λόγος Poisson υπό Γωνία Φόρτισης ν_θ

Στο Διάγραμμα 15 απεικονίζεται η μεταβολή του λόγου Poisson υπό γωνία φόρτισης (ν_θ) του σύνθετου υλικού, συναρτήσεως της γωνίας φόρτισης (θ), για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Συμπεριλαμβάνονται, το πενταφασικό μοντέλο και πειραματικά δεδομένα.

Ως γενική παρατήρηση να αναφέρουμε ότι από τις 0° έως και τις 30° μοίρες ο ν_θ αυξάνεται με την αύξηση της γωνίας φόρτισης. Στις 30° περίπου, η καμπύλη μας εμφανίζει μέγιστο και από το σημείο αυτό και έπειτα παρατηρούμε μία διαρκή μείωση έως τις 90° μοίρες, όπου ο ν_θ λαμβάνει την κατώτερη τιμή.

Από το υπόψη διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα που εξάγονται από το πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο είναι ικανοποιητικά, καθώς η καμπύλη που συνθέτουν τα πειραματικά δεδομένα έχει την ίδια μορφή με του θεωρητικού μας μοντέλου και επιπλέον οι δύο καμπύλες παρουσιάζουν σύγκλιση στα άκρα. Οι τιμές όμως των πειραματικών δεδομένων είναι ελαφρώς μεγαλύτερες, με μέγιστη διαφορά τις τάξης του 0,05.

Μέτρο Διάτμησης υπό Γωνία Φόρτισης G_θ

Στο Διάγραμμα 16 απεικονίζεται η μεταβολή του μέτρου διάτμησης υπό γωνία φόρτισης (G_θ) του σύνθετου υλικού, συναρτήσεως της γωνίας φόρτισης (θ), για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Συμπεριλαμβάνονται, το πενταφασικό μοντέλο και πειραματικά δεδομένα.

Ως γενική παρατήρηση να αναφέρουμε ότι από τις 0° έως και τις 45° μοίρες, το G_θ αυξάνεται με την αύξηση της γωνίας φόρτισης. Στις 45° μοίρες η καμπύλη μας παρουσιάζει μέγιστο και εν συνεχεία μειώνεται έως και τις 90° όπου λαμβάνει την ελάχιστη τιμή.

Από το υπόψη διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα που εξάγονται από το πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο είναι ικανοποιητικά, καθώς τα πειραματικά δεδομένα προσεγγίζονται σε πολύ καλό βαθμό.

Τέλος παρατηρούμε μια συμμετρία της θεωρητικής καμπύλης μας ως προς τον άξονα $x = 45^\circ$. Τα πειραματικά σημεία ακολουθούν και αυτά την συμμετρία της καμπύλης του θεωρητικού μας μοντέλου.

Διάμηκες Μέτρο Ελαστικότητας E_L

Στο Διάγραμμα 17 απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας (E_L) συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών (U_f). Συμπεριλαμβάνονται, το πενταφασικό μοντέλο, πειραματικά δεδομένα, ο Νόμος των Φάσεων και θεωρητικά μοντέλα των ερευνητών Θεοχάρης-Σιδερίδης-Παπανικολάου και Ekvall.

Ως γενική παρατήρηση να αναφέρουμε ότι το E_L του συνθέτου αυξάνεται καθώς αυξάνεται η U_f , αφού οι ίνες έχουν μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας από τη μήτρα.

Από το υπόψη διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα που εξάγονται από το πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο μπορούν να χαρακτηριστούν ιδιαίτερα ικανοποιητικά, αφού ταυτίζονται με τα πειραματικά δεδομένα για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα μέχρι 20% και τα προσεγγίζουν σε πολύ μεγάλο βαθμό στο λοιπό εύρος των περιεκτικότητων σε έγκλεισμα.

Τέλος βλέπουμε ότι και τα υπόλοιπα θεωρητικά μοντέλα προσεγγίζουν πολύ καλά τα πειραματικά δεδομένα.

Διαμήκης Λόγος Poisson ν_{LT}

Στο Διάγραμμα 18 απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους λόγου Poisson (ν_{LT}) συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών (U_f). Συμπεριλαμβάνονται, το πενταφασικό μοντέλο, πειραματικά δεδομένα, ο Νόμος των Φάσεων και θεωρητικά μοντέλα των ερευνητών Θεοχάρης-Σιδερίδης-Παπανικολάου και Rosen.

Ως γενική παρατήρηση, να αναφέρουμε ότι ο ν_{LT} του σύνθετου μειώνεται καθώς αυξάνεται η U_f , αφού οι ίνες έχουν μικρότερο λόγο Poisson από τη μήτρα.

Από το υπόψη διάγραμμα βλέπουμε ότι τα αποτελέσματα της εφαρμογής του πενταφασικού μοντέλου για τον υπολογισμό του ν_{LT} ταυτίζονται με τις πειραματικές τιμές έως και περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 20%, ενώ για μεγαλύτερες περιεκτικότητες το μοντέλο μας δίνει ελάχιστα μικρότερες τιμές. Άρα το μοντέλο μας πετυχαίνει πολύ καλή προσέγγιση των πειραματικών δεδομένων.

Τέλος παρατηρούμε ότι και τα υπόλοιπα θεωρητικά μοντέλα προσεγγίζουν πολύ καλά τα πειραματικά δεδομένα.

Εγκάρσιο Μέτρο Ελαστικότητας E_T

Στο Διάγραμμα 19 απεικονίζεται η μεταβολή του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας (E_T) συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών (U_f). Συμπεριλαμβάνονται, το πενταφασικό μοντέλο, πειραματικά δεδομένα και θεωρητικά μοντέλα των ερευνητών Σιδερίδη, Paul, Whitney-Riley και Ekvall.

Ως γενική παρατήρηση να αναφέρουμε ότι το E_T του σύνθετου αυξάνεται καθώς αυξάνεται η U_f , αφού οι ίνες έχουν μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας από τη μήτρα.

Από το υπόψη διάγραμμα παρατηρούμε ότι η θεωρητική καμπύλη του μοντέλου μας προσεγγίζει πάρα πολύ καλά τα πειραματικά δεδομένα για 30% περιεκτικότητα σε έγκλεισμα. Επίσης, στο σύνολό της η καμπύλη μας αποκλίνει ελάχιστα από την θεωρητική καμπύλη του ερευνητού Σιδερίδη.

Όσον αφορά στις θεωρητικές καμπύλες των υπόλοιπων ερευνητών, παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει σύγκλιση μεταξύ τους, όπως είχαμε στα μεγέθη E_L και ν_{LT} . Αντίθετα έχουμε μεγάλη διασπορά αποτελεσμάτων και οι τιμές είναι χαμηλότερες από αυτές που δίνει το μοντέλο μας και η θεωρητική σχέση του ερευνητού Σιδερίδη. Τέλος, να επισημάνουμε ότι η καμπύλη του Paul ταυτίζεται με τα πειραματικά δεδομένα για 20% περιεκτικότητα σε έγκλεισμα.

Διάμηκες Μέτρο Διάτμησης G_{LT}

Στο Διάγραμμα 20 απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου διάτμησης (G_{LT}) συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών (U_f). Συμπεριλαμβάνονται, το πενταφασικό μοντέλο, ο Νόμος των Φάσεων και θεωρητικά μοντέλα των ερευνητών Σιδερίδη, Hashin-Rosen και Hashin.

Ως γενική παρατήρηση να αναφέρουμε ότι το G_{LT} του σύνθετου αυξάνεται καθώς αυξάνεται η U_f , αφού οι ίνες έχουν μεγαλύτερο μέτρο διάτμησης από τη μήτρα.

Από το υπόψη διάγραμμα παρατηρούμε ότι η θεωρητική καμπύλη του μοντέλου μας ταυτίζεται με τις καμπύλες των ερευνητών Σιδερίδη και Hashin-Rosen, μέχρι τις περιεκτικότητες 30% σε έγκλεισμα. Όσον αφορά στις θεωρητικές σχέσεις του ερευνητή Hashin καθώς και στον νόμο των φάσεων, έχουμε μεγάλη απόκλιση αποτελεσμάτων από τους υπόλοιπους, καθώς οι τιμές τους είναι πολύ υψηλότερες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ

6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η κλασσική θεωρία της ελαστικότητας ασχολείται με τις μηχανικές ιδιότητες των ελαστικών στερεών, για τα οποία, σύμφωνα με το νόμο του Hooke, η τάση είναι πάντα ευθέως ανάλογη με την παραμόρφωση, για μικρές παραμορφώσεις, αλλά ανεξάρτητη από την ταχύτητα παραμόρφωσης.

Η κλασσική θεωρία της υδροδυναμικής ασχολείται με τις ιδιότητες ιξωδών υγρών, όπου σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα, η τάση είναι πάντα ανάλογη με την ταχύτητα παραμόρφωσης, αλλά ανεξάρτητη από την ίδια την παραμόρφωση. Οι παραπάνω θεωρίες αφορούν ιδανικές καταστάσεις, παρά το γεγονός ότι η συμπεριφορά πολλών στερεών πλησιάζει το νόμο του Hooke και πολλά υγρά προσεγγίζουν το νόμο του Νεύτωνα για απειροστές ταχύτητες παραμόρφωσης.

Συνήθως παρατηρούνται δυο ειδών αποκλίσεις:

A. Όταν επιβάλλονται πεπερασμένες παραμορφώσεις σε στερεά, συνήθως πολύ μαλακά για να παραμορφώνονται χωρίς να σπάνε, οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων γίνονται αρκετά περίπλοκες. Αντίστοιχα σε περιπτώσεις σταθερής ροής με πεπερασμένη ταχύτητα παραμόρφωσης, πολλά υγρά αποκλίνουν σημαντικά από τη Νευτωνική συμπεριφορά. Η διαχωριστική γραμμή ανάμεσα στο πεπερασμένο και το απειροστό κυμαίνεται σημαντικά και συχνά εξαρτάται κύρια από το υλικό.

B. Όταν η παραμόρφωση, όσο και η ταχύτητα παραμόρφωσης είναι απειροστές, ένα σύστημα μπορεί να εμφανίζεται με συνδυασμένα χαρακτηριστικά τόσο της υγρής, όσο και της στερεής κατάστασης. Έτσι ένα υλικό, που δεν είναι ακριβώς στερεό δε διατηρεί μια σταθερή παραμόρφωση κάτω από σταθερή τάση, αλλά παραμορφώνεται αργά με το χρόνο, ή έρπει. Όταν το ίδιο υλικό έχει μια σταθερή παραμόρφωση, η τάση που χρειάζεται για να τη διατηρήσει σταθερή ελαττώνεται βαθμιαία. Επίσης ένα υλικό που δεν είναι ακριβώς υγρό, μπορεί, ενώ ρέει με την επιβολή μιας σταθερής τάσης, να αποθηκεύσει μέρος της ενέργειας που δέχεται αντί να την διασκορπίσει σαν θερμότητα. Όταν υλικά αυτής της

μορφής βρίσκονται υπό την επίδραση εναλλασσόμενης τάσης, η παραμόρφωση δεν είναι ούτε ακριβώς σε φάση με την τάση (περίπτωση τέλειου ελαστικού στερεού), ούτε σε διαφορά φάσης 90° (περίπτωση τέλειου ιξώδους υγρού), αλλά είναι κάπου ανάμεσα.

Μέρος της εισαγόμενης ενέργειας αποθηκεύεται και ανακτάται σε κάθε κύκλο, ενώ ένα μέρος σκεδάζεται σαν θερμότητα. Υλικά των οποίων η συμπεριφορά έχει τέτοια χαρακτηριστικά λέγονται «**βισκοελαστικά**». Στην περίπτωση απειροστής παραμόρφωσης και ταχύτητας παραμόρφωσης, έχουμε γραμμική βισκοελαστική συμπεριφορά και τότε η τάση προς παραμόρφωση είναι συνάρτηση μόνο του χρόνου (ή της συχνότητας) και όχι του μεγέθους της τάσης. Αν και τα θεμέλια της φαινομενολογικής θεωρίας της γραμμικής βισκοελαστικότητας έγιναν με πειράματα ερπυσμού και χαλάρωσής σε ίνες μετάλλου ή γυαλιού και η σκέδαση της ενέργειας, σε ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενες παραμορφώσεις έδωσε χρήσιμες πληροφορίες για τη δομή των μετάλλων, οι αποκλίσεις από την κλασική ελαστικότητα είναι μικρές.

Αντίθετα στα σύνθετα υλικά η μηχανική συμπεριφορά κυριαρχείται από τα βισκοελαστικά φαινόμενα που συχνά είναι θεαματικά. Η υπεροχή της βισκοελαστικότητας στα σύνθετα υλικά είναι κάτι που αναμένεται, αν αναλογιστεί κανείς τις πολύπλοκες μοριακές διευθετήσεις που γίνονται με την επίδραση κάποιας μακροσκοπικής μηχανικής παραμόρφωσης. Όταν παραμορφώνεται κάποιο σκληρό στερεό, όπως το διαμάντι, τα άτομα μετατοπίζονται από τις θέσεις ισορροπίας σε περιοχές δυνάμεων τοπικού χαρακτήρα. Σε κάποιο υγρό, η ιξώδης ροή, με την επιβολή μιας τάσης, αντανakλά την αλλαγή με τον χρόνο της κατανομής των μορίων που περιβάλλουν ένα δεδομένο μόριο.

Οι μετρήσεις των βισκοελαστικών ιδιοτήτων των σύνθετων υλικών δίνουν σημαντική πληροφόρηση για την φύση και την ταχύτητα των μοριακών διευθύνσεων. Επιπλέον, οι μετρήσεις αυτές αποκτούν ιδιαίτερη σημασία, λόγω της πρακτικής αξίας της μηχανικής συμπεριφοράς στη διεργασία και χρήση των ελαστομερών, των πλαστικών και των ινών. Πειράματα, όπου επιβάλλεται στο υλικό μια κυμαινόμενη τάση ή παραμόρφωση, αποτελούν μια σημαντική ομάδα πειραμάτων για τη μελέτη της βισκοελαστικής συμπεριφοράς των σύνθετων υλικών. Τα περισσότερα κατασκευαστικά υλικά έχουν σε ένα βαθμό ιξωδοελαστικό χαρακτήρα. Για το λόγο αυτό είναι απαραίτητος ο έλεγχος των υλικών

αυτών πριν από την σχεδίαση των τελικών προϊόντων. Οι συνηθέστεροι έλεγχοι βασίζονται σε μετρήσεις:

- A. Ερπυσμού
- B. Χαλάρωσης Τάσεων
- Γ. Δυναμομηχανικής Φόρτισης

Με τις μετρήσεις αυτές παίρνουμε δεδομένα που συσχετίζουν τάση, ανηγμένη παραμόρφωση, θερμοκρασία και χρόνο.

Από τις στατικές ελαστικές σταθερές για να “περάσουμε” στις αντίστοιχες δυναμικές, χρησιμοποιούμε την **αρχή της αντιστοιχίας** του Hashin [55], σύμφωνα με την οποία έχουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$$E_f^* = E_f' + iE_f'', \quad E_m^* = E_m' + iE_m''$$

$$\nu_m^* = \nu_m' - i\nu_m'', \quad \nu_f^* = \nu_f' - i\nu_f''$$

Για λόγους απλοποίησης των πολύ μικρών, συγκριτικά, όρων θεωρούμε ότι:

Οι δυναμικοί λόγοι Poisson της μήτρας και του εγκλείσματος δύναται να θεωρηθούν ως πραγματικοί αριθμοί [56], επειδή οι συντελεστές απωλειών σε εφελκυσμό και διάτμηση, $\tan\delta E$ και $\tan\delta G$ αντίστοιχα είναι προσεγγιστικά ίσοι [57], [58].

Επίσης το Μέτρο Απωλειών της ίνας είναι μηδέν, καθώς το υλικό της ίνας είναι ελαστικό και δεν θεωρείται βισκοελαστικό υλικό. Σε αντίθεση με την μήτρα που θεωρείται βισκοελαστικό υλικό.

Άρα, $E_f'' \approx 0$, $\nu_f'' \approx 0$ και $\nu_m'' \approx 0$, οπότε έχουμε :

$$E_f^* = E_f$$

$$\nu_f^* = \nu_f$$

$$\nu_m^* = \nu_m$$

Αυτή η διαδικασία του υπολογισμού των μιγαδικών μέτρων των βισκοελαστικών υλικών από τις εκφράσεις των ελαστικών σταθερών για

τα ελαστικά υλικά ονομάζεται, όπως αναφέραμε και ανωτέρω, αρχή της αντιστοιχίας του Hashin.

Στην παρούσα ανάλυση ακολουθώντας αυτή την διαδικασία και εφαρμόζοντας τη στους τύπους των σταθερών ελαστικών σταθερών για το πενταφασικό μοντέλο με ενδιάμεση φάση (Κεφ.5), υπολογίζονται οι εκφράσεις για τις δυναμικές ελαστικές σταθερές: $E_L, E_T, \nu_{LT}, \nu_{TT}, G_{LT}$.

6.2 ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Οι χρονικά εξαρτημένες μηχανικές ιδιότητες των πολυμερών με ενίσχυση εγκλεισμάτων είναι διαφορετικές από εκείνες των μη ενισχυμένων. Τρεις είναι οι παράγοντες που επηρεάζουν τις μηχανικές αυτές ιδιότητες:

- A. Οι ιδιότητες του επιφανειακού στρώματος του πολυμερούς
- B. Ο σχηματισμός πρόσθετων δεσμών πολυμερούς επιφανείας
- Γ. Η παρουσία εγκλεισμάτων

Για τις εποξειδικές ρητίνες οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον σχηματισμό της μήτρας των σύνθετων υλικών έχει γίνει αρκετή έρευνα επάνω στην δυναμική μηχανική συμπεριφορά τους, όπου οι ίνες είναι ενισχυμένες με εγκλείσματα. Οι Dally έκανε έρευνα σχετικά με την κόπωση αυτών των υλικών για συχνότητα έως 40Hz. Ο Plunkett διερεύνησε τις πειραματικές μεθόδους για την μέτρηση του συντελεστή αποσβέσεως και υπόδειξε κάποιες προφυλάξεις που πρέπει να λαμβάνονται όταν γίνονται μετρήσεις. Ο Murayama ανέπτυξε μια νέα μέθοδο για την μέτρηση των δυναμικών μηχανικών ιδιοτήτων σε κάμψη, των σύνθετων υλικών για διάφορες θερμοκρασίες. Επίσης, διάφοροι ερευνητές αναφέρουν αποτελέσματα για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας και τον συντελεστή αποσβέσεως μέσα από πειράματα ταλαντώσεων που έγιναν σε δοκούς. Οι Schultz και Tsai αναφέρουν καλά αποτελέσματα για το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, αλλά μόνο ποιοτική συμφωνία για τον συντελεστή αποσβέσεως και μια ανώμαλη εξάρτηση από την συχνότητα.

Η δυναμομηχανική φόρτιση χρησιμοποιείται για να ληφθούν ορισμένες πληροφορίες, με τις οποίες γίνεται δυνατός ο διαχωρισμός της ελαστικής από την ιξώδη απόκριση των υλικών. Ακολουθεί η περιγραφή της απόκρισης των υλικών κάτω από δυναμομηχανική φόρτιση. Είναι γνωστό ότι η πλειοψηφία των στερεών όταν υπόκειται σε μικρές

παραμορφώσεις, ακολουθεί το νόμο του Hooke:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (6.2.1)$$

Εάν υποθέσουμε ότι στο υλικό επιβάλλεται μια τάση με ημιτονοειδούς μορφής δόνηση, τότε και η εμφανιζόμενη ανηγμένη παραμόρφωση είναι ημιτονοειδούς μορφής της ίδιας συχνότητας, παρουσιάζει όμως μια διαφορά φάσης δ . Έτσι, αν:

$$\sigma = \sigma_0 \eta \mu(\omega t) \quad (6.2.2)$$

Τότε

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \eta \mu(\omega t - \delta) \quad (6.2.3)$$

Όπου:

σ_0 = το πλάτος της τάσης,

ω = η κυκλική συχνότητα, $\omega = 2\pi f$,

f = η συχνότητα ταλαντώσεων, t = χρόνος.

Μια άλλη έκφραση είναι :

$$\sigma^* = \sigma_0 e^{i\omega t} \quad (6.2.4)$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \delta)} \quad (6.2.5)$$

Με τη βοήθεια των δύο παραπάνω σχέσεων, μπορούμε να ορίσουμε το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας E^* ως εξής:

$$E^* = E' + iE'' = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} \quad (6.2.6)$$

Αν στην πιο πάνω σχέση αντικαταστήσουμε τις σχέσεις που δίνουν τα σ^* και ε^* , υπολογίζουμε:

$$E^* = E' + iE'' = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right) e^{i\delta} = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right) (\sigma \nu \delta + i \eta \mu \delta) \quad (6.2.7)$$

Επομένως προκύπτει:

$$E' = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right) \sigma \nu \delta \quad (6.2.8)$$

$$E'' = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right) \eta \mu \delta \quad (6.2.9)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, το E' που είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας ονομάζεται **δυναμικό μέτρο αποθήκευσης**, ενώ το E'' που είναι το φανταστικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας, ονομάζεται **δυναμικό μέτρο απωλειών**.

Η τάση που δεν βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες από τις οποίες η μία βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση και η άλλη θα διαφέρει από αυτήν κατά φάση ίση με $\pi/2$. Έτσι μπορούμε να έχουμε έναν ποιοτικό προσδιορισμό των E' και E'' .

6.2.1 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ

Το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης, E' , είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας. Είναι ίσο με το λόγο μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, προς την τιμή αυτής της παραμόρφωσης. Το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης χαρακτηρίζει την ποσότητα ενέργειας που λαμβάνεται και αποθηκεύεται από μια μονάδα κάποιου όγκου ενός σώματος σε διάρκεια μιας περιόδου. Για ταλαντώσεις σταθερού πλάτους η τιμή του δυναμικού μέτρου αποθήκευσης E' αυξάνει (ή μένει σταθερή) με μια αντίστοιχη αύξηση της συχνότητας.

6.2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Το δυναμικό μέτρο απωλειών E'' είναι ο λόγος μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε διαφορά φάσης $\pi/2$ με την παραμόρφωση, προς την τιμή της παραμόρφωσης. Το μέτρο απωλειών E'' χαρακτηρίζει το μέτρο εκείνο της ενέργειας της ελαστικής ταλάντωσης που χάνεται υπό μορφή θερμότητας κατά τη διάρκεια μιας περιόδου ταλάντωσης. Όταν η διαφορά φάσης ανάμεσα στην τάση και στην παραμόρφωση γίνει μέγιστη, το μέτρο απωλειών E'' λαμβάνει μια μέγιστη τιμή. Έτσι το μέτρο απωλειών χαρακτηρίζει τη διασπορά της ενέργειας της ταλάντωσης σε ένα βισκοελαστικό σώμα.

6.2.3 ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΑΣΗΣ - ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ

Η ακριβής τιμή του σύνθετου μέτρου ελαστικότητας, είναι:

$$E^* = \sqrt{(E')^2 + (E'')^2} \quad (6.2.3.1)$$

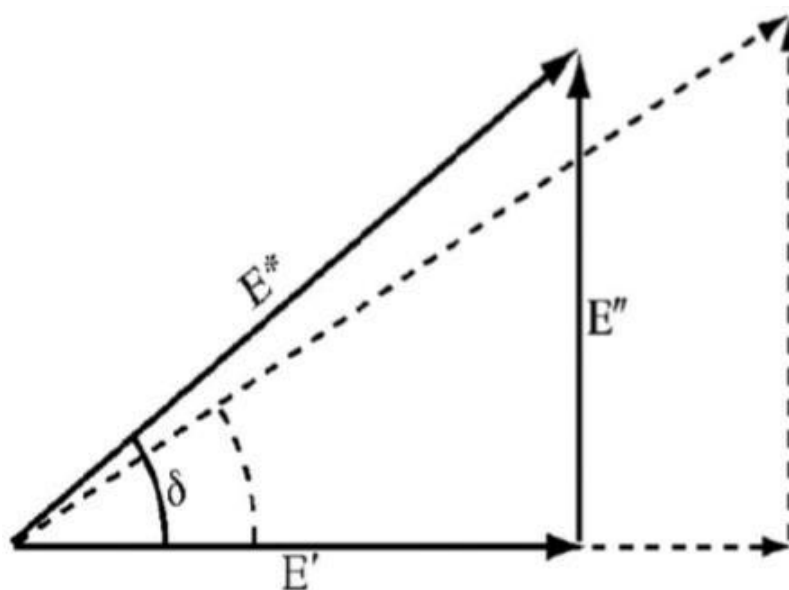
Από την άλλη μεριά η σχέση μεταξύ του πλάτους των τιμών της τάσης και της παραμόρφωσης μπορεί να γραφεί:

$$\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \sqrt{(E')^2 + (E'')^2} \quad (6.2.3.2)$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης-παραμόρφωσης είναι καθορισμένη συνήθως από την κλίση των μηχανικών απωλειών, που ονομάζεται Συντελεστής απωλειών (Loss Factor).

$$\varepsilon \varphi \delta = \frac{E''}{E'} \quad (6.2.3.3)$$

Οι σχέσεις μεταξύ του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας E^* και της διαφοράς φάσης δ μπορούν εύκολα να αποδοθούν από το διανυσματικό διάγραμμα της Εικόνας 35:



Εικόνα 39

$$E' = E^* \sigma \nu \nu \delta \quad (6.2.3.4)$$

$$E'' = E^* \eta \mu \delta \quad (6.2.3.5)$$

Αν ένα σώμα είναι ιδανικά ελαστικό, τότε έχουμε $\delta = 0$ και $E^* = E'$ όπως προκύπτει από τις σχέσεις (6.2.3.1), (6.2.3.4) και (6.2.3.5). Στην πραγματικότητα κανένα στέρεο σώμα δεν είναι ιδανικά ελαστικό. Όλα τα στερεά έχουν μαζί ελαστικές και ιξώδεις ιδιότητες μέχρι ένα οριστικό μέγεθος. Η ιξώδης συμπεριφορά σε πολλά από αυτά εκδηλώνεται τόσο αδύναμα, ώστε πρακτικά αυτά τα υλικά να θεωρούνται ιδανικά ελαστικά.

6.3 ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΝΔΟΣΕΩΣ

Μερικές φορές χρησιμοποιείται η έννοια του μιγαδικού μέτρου ενδόσεως ως ο αποκλίνων τανυστής του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας, δηλαδή:

$$D^* = \frac{1}{E^*} = D' - iD'' \quad (6.3.1)$$

Όπου το D' ονομάζεται δυναμικό **μέτρο ενδόσεως** και το D'' ονομάζεται **απώλεια ενδόσεως**. Ακολουθούν οι σχέσεις που συνδέουν τις συνιστώσες του σύνθετου μέτρου ενδόσεως με αυτές του σύνθετου μέτρου ελαστικότητας.

$$D^* = \frac{\frac{1}{E'} - i\frac{1}{E'}\varepsilon\varphi\delta}{1 + \varepsilon\varphi^2\delta} \quad (6.3.2)$$

$$D' = \frac{\frac{1}{E'}}{1 + \varepsilon\varphi^2\delta} \quad (6.3.3)$$

$$D'' = \frac{\varepsilon\varphi\delta/E'}{1 + \varepsilon\varphi^2\delta} = \frac{1/E''}{(1 + \varepsilon\varphi^2\delta) - 1} \quad (6.3.4)$$

6.4 ΣΥΝΘΕΤΟΣ (ΜΙΓΑΔΙΚΟΣ) ΛΟΓΟΣ POISSON

Ο μιγαδικός λόγος του Poisson ν^* δίνεται από τη σχέση:

$$\nu^* = \nu' - i\nu'' = \frac{E^*}{2G^*} - 1 \quad (6.4.1)$$

6.5 ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΔΙΟΓΚΩΣΗΣ

Το μιγαδικό μέτρο διόγκωσης K^* δίνεται από τη σχέση:

$$K^* = K' + iK'' = \frac{E^*}{3(1-2\nu^*)} \quad (6.5.1)$$

6.6 ΣΥΝΘΕΤΟ (ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ

$$G^* = G' + iG'' = \frac{E^*}{2(1+\nu^*)} \quad (6.6.1)$$

Για να περιγραφεί η βισκοελαστική συμπεριφορά ενός ισότροπου σώματος χρειάζονται δυο ανεξάρτητες μιγαδικές σταθερές ελαστικότητας, για παράδειγμα το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας E^* και το μιγαδικό μέτρο διάτμησης G^* ή ο μιγαδικός λόγος Poisson ν^* .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΤΟΥ ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

7.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L^*

Θα εφαρμόσουμε την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin [55] (Κεφ.6) στην εξίσωση του Στατικού Διαμήκους μέτρου Ελαστικότητας (Κεφ.5), (5.2.1):

$$E_L = E_m U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} E_{i,1}(r) r dr + E_f U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} E_{i,2}(r) r dr + E_m U_{m,2}$$

Οπότε το δυναμικό διάμηκες μέτρο ελαστικότητας θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\begin{aligned} E_L' + iE_L'' &= (E_m' + iE_m'') U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} (E_{i,1}' + iE_{i,1}'')(r) r dr + (E_f' + iE_f'') U_f \\ &+ \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} (E_{i,2}' + iE_{i,2}'')(r) r dr + (E_m' + iE_m'') U_{m,2} \end{aligned} \quad (7.1.1\alpha)$$

Χωρίζοντας το πραγματικό από το φανταστικό μέρος:

$$E_L' = E_m' U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} E_{i,1}'(r) r dr + E_f' U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} E_{i,2}'(r) r dr + E_m' U_{m,2} \quad (7.1.1\beta)$$

$$E_L'' = E_m'' U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} E_{i,1}''(r) r dr + E_f'' U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} E_{i,2}''(r) r dr + E_m'' U_{m,2} \quad (7.1.1\gamma)$$

Θεωρούμε ότι οι συναρτήσεις $E_i(r)$ ακολουθούν την παραβολική μεταβολή. Εκτελώντας τις ολοκληρώσεις, εφαρμόζοντας τους τύπους της παραβολικής μεταβολής (Κεφ.4), κάνοντας τις πράξεις και αντικαθιστώντας τις ακτίνες με τις κατ' όγκο περιεκτικότητες της μήτρας, του εγκλείσματος και της ενδιάμεσης φάσης (χρήση προγράμματος Matlab), λαμβάνουμε τις δύο (2) “συνιστώσες”, πραγματικό και φανταστικό μέρος του (μιγαδικού) δυναμικού διαμήκους μέτρου ελαστικότητας, $E^* = E' + iE''$:

1. Το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης (πραγματικό μέρος):

$$\begin{aligned}
 E'_L = & E'_f U_f + E'_m U_{m,1} + (5E'_m U_{i,1})/6 + (E'_m U_f)/3 + (5E'_m U_{i,2})/6 \\
 & + E'_m U_{m,2} + (E'_f U_{i,1} \mathbf{n})/6 - (E'_f U_f \mathbf{n})/3 + (E'_f U_{i,2} \mathbf{n})/6 \\
 & - (E'_m (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \\
 & + (E'_m U_{m,1}^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 - (E'_f U_{m,1}^{1/2} \mathbf{n} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 \\
 & + (E'_f \mathbf{n} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3
 \end{aligned}
 \tag{7.1.2}$$

2. Το δυναμικό μέτρο απωλειών (φανταστικό μέρος):

$$\begin{aligned}
 E''_L = & E''_f U_f + E''_m U_{m,1} + (5E''_m U_{i,1})/6 + (E''_m U_f)/3 + (5E''_m U_{i,2})/6 \\
 & + E''_m U_{m,2} + (E''_f U_{i,1} \mathbf{n})/6 - (E''_f U_f \mathbf{n})/3 + (E''_f U_{i,2} \mathbf{n})/6 \\
 & - (E''_m (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \\
 & + (E''_m U_{m,1}^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 - (E''_f U_{m,1}^{1/2} \mathbf{n} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 \\
 & + (E''_f \mathbf{n} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3
 \end{aligned}
 \tag{7.1.3}$$

Στη συνέχεια, για $n=1$ (μέγιστη επίδραση της ενδιάμεσης φάσης) και εφαρμόζοντας την απλοποίηση $E_f'' \approx 0$ [55] καταλήγουμε στην κάτωθι εξίσωση για το δυναμικό μέτρο απωλειών:

$$\begin{aligned}
 E_L'' = & \\
 & E_m'' U_{m,1} + (5E_m'' U_{i,1})/6 + (E_m'' U_f)/3 + (5E_m'' U_{i,2})/6 + E_m'' U_{m,2} \\
 & - (E_m'' (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \\
 & + (E_m'' U_{m,1}^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3
 \end{aligned}$$

(7.1.4)

7.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΗ ΛΟΓΟΥ

POISSON v_{LT}^*

Θα εφαρμόσουμε την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin [55] (Κεφ.6) στην εξίσωση του Στατικού Διαμήκη λόγου Poisson (Κεφ.5), (5.3.4):

$$v_{LT} = v_m U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} v_i(r) r dr + v_f U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} v_i(r) r dr + v_m U_{m,2}$$

Οπότε ο δυναμικός διαμήκης λόγος Poisson θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$v_{LT}^* = v_m^* U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} v_{i,1}^*(r) r dr + v_f^* U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} v_{i,2}^*(r) r dr + v_m^* U_{m,2} \quad (7.2.1)$$

Αναλύοντας μέσω της αρχής της αντιστοιχίας [55] έχουμε:

$$\begin{aligned} v'_{LT} + i v''_{LT} &= (v'_m + i v''_m) U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} (v'_{i,1} + i v''_{i,1})(r) r dr + (v'_f + i v''_f) U_f \\ &+ \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} (v'_{i,2} + i v''_{i,2})(r) r dr + (v'_m + i v''_m) U_{m,2} \end{aligned} \quad (7.2.2\alpha)$$

Χωρίζοντας το πραγματικό από το φανταστικό μέρος:

$$v'_{LT} = v'_m U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} v'_{i,1}(r) r dr + v'_f U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} v'_{i,2}(r) r dr + v'_m U_{m,2} \quad (7.2.2\beta)$$

$$v''_{LT} = v''_m U_{m,1} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} v''_{i,1}(r) r dr + v''_f U_f + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} v''_{i,2}(r) r dr + v''_m U_{m,2} \quad (7.2.2\gamma)$$

Θεωρούμε ότι οι συναρτήσεις $v_i(r)$ ακολουθούν την παραβολική μεταβολή. Εκτελώντας τις ολοκληρώσεις, εφαρμόζοντας τους τύπους της παραβολικής μεταβολής (Κεφ.4), κάνοντας τις πράξεις και αντικαθιστώντας τις ακτίνες με τις κατ' όγκο περιεκτικότητες της μήτρας, του εγκλείσματος και της ενδιάμεσης φάσης (χρήση προγράμματος Matlab), λαμβάνουμε τις δύο (2) “συνιστώσες”, πραγματικό και φανταστικό μέρος του (μικροσκοπικού) Δυναμικού Διαμήκη λόγου Poisson,

$$v^* = v' - iv'':$$

1. Το πραγματικό μέρος:

$$\begin{aligned} v'_{LT} = & v'_f U_f + v'_m U_{m,1} + (5 v'_m U_{i,1})/6 + (v'_m U_f)/3 + (5 v'_m U_{i,2})/6 \\ & + v'_m U_{m,2} + (v'_f U_{i,1} \mathbf{n})/6 - (v'_f U_f \mathbf{n})/3 + (v'_f U_{i,2} \mathbf{n})/6 \\ & - (v'_m (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \\ & + (v'_m U_{m,1}^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 - (v'_f U_{m,1}^{1/2} \mathbf{n} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 \\ & + (v'_f \mathbf{n} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \end{aligned} \quad (7.2.3)$$

2. Το φανταστικό μέρος:

$$\begin{aligned} v''_{LT} = & v''_f U_f + v''_m U_{m,1} + (5 v''_m U_{i,1})/6 + (v''_m U_f)/3 + (5 v''_m U_{i,2})/6 \\ & + v''_m U_{m,2} + (v''_f U_{i,1} \mathbf{n})/6 - (v''_f U_f \mathbf{n})/3 + (v''_f U_{i,2} \mathbf{n})/6 \\ & - (v''_m (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \\ & + (v''_m U_{m,1}^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 - (v''_f U_{m,1}^{1/2} \mathbf{n} (U_{m,1} + U_{i,1})^{1/2}) / 3 \\ & + (v''_f \mathbf{n} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f)^{1/2} (U_{m,1} + U_{i,1} + U_f + U_{i,2})^{1/2}) / 3 \end{aligned} \quad (7.2.4)$$

Στη συνέχεια, για $n=1$ (μέγιστη επίδραση της ενδιάμεσης φάσης), θα εφαρμόσουμε τις απλοποιήσεις $v''_f \approx 0$ και $v''_m \approx 0$ [56], [57] και [58].

Καταλήγουμε ότι $v''_{LT} = 0$

7.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΛΟΓΟΥ

POISSON v_{TT}^*

Θα εφαρμόσουμε την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin [55] (Κεφ.6) στην εξίσωση του Στατικού Εγκάρσιου λόγου Poisson (Κεφ.5), (5.4.4):

$$\frac{1}{v_{TT}} = \frac{U_{m,1}}{v_m} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{v_{i,1}(r)} + \frac{U_f}{v_f} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{v_{i,2}(r)} + \frac{U_{m,2}}{v_m}$$

Οπότε ο δυναμικός εγκάρσιος λόγος Poisson θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\frac{1}{v_{TT}^*} = \frac{U_{m,1}}{v_m^*} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{v_{i,1}^*(r)} + \frac{U_f}{v_f^*} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{v_{i,2}^*(r)} + \frac{U_{m,2}}{v_m^*}$$

(7.3.1)

Αναλύοντας μέσω της αρχής της αντιστοιχίας [55] έχουμε:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{(v'_{TT} - iv''_{TT})} &= \frac{U_{m,1}}{(v'_m - iv''_m)} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{(v'_{i,1}(r) - iv''_{i,1}(r))} + \frac{U_f}{(v'_f - iv''_f)} \\
&+ \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{(v'_{i,2}(r) - iv''_{i,2}(r))} + \frac{U_{m,2}}{(v'_m - iv''_m)} \\
\Rightarrow \frac{(v'_{TT} + iv''_{TT})}{(v'_{TT} - iv''_{TT})(v'_{TT} + iv''_{TT})} &= \frac{U_{m,1}(v'_m + iv''_m)}{(v'_m - iv''_m)(v'_m + iv''_m)} \\
&+ \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(v'_{i,1}(r) + iv''_{i,1}(r))rdr}{(v'_{i,1}(r) - iv''_{i,1}(r))(v'_{i,1}(r) + iv''_{i,1}(r))} + \frac{U_f(v'_f + iv''_f)}{(v'_f - iv''_f)(v'_f + iv''_f)} \\
&+ \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(v'_{i,2}(r) + iv''_{i,2}(r))rdr}{(v'_{i,2}(r) - iv''_{i,2}(r))(v'_{i,2}(r) + iv''_{i,2}(r))} + \frac{U_{m,2}(v'_m + iv''_m)}{(v'_m - iv''_m)(v'_m + iv''_m)} \\
\Rightarrow \frac{(v'_{TT} + iv''_{TT})}{v'^2_{TT} + v''^2_{TT}} &= \frac{U_{m,1}(v'_m + iv''_m)}{v'^2_m + v''^2_m} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(v'_{i,1}(r) + iv''_{i,1}(r))rdr}{v'^2_{i,1}(r) + v''^2_{i,1}(r)} \\
&+ \frac{U_f(v'_f + iv''_f)}{v'^2_f + v''^2_f} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(v'_{i,2}(r) + iv''_{i,2}(r))rdr}{v'^2_{i,2}(r) + v''^2_{i,2}(r)} + \frac{U_{m,2}(v'_m + iv''_m)}{v'^2_m + v''^2_m}
\end{aligned}$$

(7.3.2)

Χωρίζουμε το πραγματικό και το φανταστικό μέρος:

Πραγματικό μέρος:

$$\begin{aligned} \frac{v_{TT}'}{v_{TT}'^2 + v_{TT}''^2} &= \frac{U_{m,1}v_m'}{v_m'^2 + v_m''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{v_{i,1}'(r)rdr}{v_{i,1}'^2(r) + v_{i,1}''^2(r)} \\ &+ \frac{U_f v_f'}{v_f'^2 + v_f''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{v_{i,2}'(r)rdr}{v_{i,2}'^2(r) + v_{i,2}''^2(r)} + \frac{U_{m,2}v_m'}{v_m'^2 + v_m''^2} = T(7.3.3\alpha) \end{aligned}$$

Φανταστικό μέρος:

$$\begin{aligned} \frac{v_{TT}''}{v_{TT}'^2 + v_{TT}''^2} &= \frac{U_{m,1}v_m''}{v_m'^2 + v_m''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{v_{i,1}''(r)rdr}{v_{i,1}'^2(r) + v_{i,1}''^2(r)} \\ &+ \frac{U_f v_f''}{v_f'^2 + v_f''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{v_{i,2}''(r)rdr}{v_{i,2}'^2(r) + v_{i,2}''^2(r)} + \frac{U_{m,2}v_m''}{v_m'^2 + v_m''^2} = W(7.3.3\beta) \end{aligned}$$

Λύση του συστήματος:

$$v_{TT}' = X \quad \text{και} \quad v_{TT}'' = Y$$

$$\text{Όπου, } \frac{X}{X^2 + Y^2} = T \quad \text{και} \quad \frac{Y}{X^2 + Y^2} = W$$

$$\text{Άρα, } v_{TT}' = \frac{T}{T^2 + W^2} \quad (7.3.4)$$

$$\text{και } v_{TT}'' = \frac{W}{W^2 + T^2} \quad (7.3.5)$$

Κάνοντας τις πράξεις και εφαρμόζοντας τις απλοποιήσεις $v_f'' \cong 0$ και $v_m'' \approx 0$ [56], [57] και [58], λαμβάνουμε τις δύο (2) “συνιστώσες”, πραγματικό και φανταστικό μέρος του (μυγαδικού) Δυναμικού Εγκάρσιου λόγου Poisson:

$$v^* = v' - iv'':$$

1. Το πραγματικό μέρος:

$$\frac{1}{v_{TT}'} = \frac{U_{m,1}}{v_m'} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{v_{i,1}'(r)} + \frac{U_f}{v_f'} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{v_{i,2}'(r)} + \frac{U_{m,2}}{v_m'}$$

(7.3.6)

2. Το φανταστικό μέρος:

$$v_{TT}'' = 0$$

Σημείωση

Θεωρούμε ότι οι συναρτήσεις $v_i(r)$ ακολουθούν την παραβολική μεταβολή, για βέλτιστα αποτελέσματα [27].

7.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΕΓΚΑΡΣΙΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_T^*

Θα εφαρμόσουμε την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin [55] (Κεφ.6) στην εξίσωση του Στατικού Εγκάρσιου μέτρου Ελαστικότητας (Κεφ.5), (5.5.1):

$$\begin{aligned} \frac{1-\nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} &= \frac{U_{m,1}(1-\nu_m - 2\nu_m^2)}{E_m} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \left[\frac{1-\nu_{i,1}(r) - 2(\nu_{i,1}(r))^2}{E_{i,1}(r)} \right] r dr \\ &+ \frac{U_f(1-\nu_f - 2\nu_f^2)}{E_f} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \left[\frac{1-\nu_{i,2}(r) - 2(\nu_{i,2}(r))^2}{E_{i,2}(r)} \right] r dr + \frac{U_{m,2}(1-\nu_m - 2\nu_m^2)}{E_m} \end{aligned}$$

Οπότε το δυναμικό εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \frac{1-\nu_{TT}^*}{E_T^*} - \frac{2\nu_{LT}^{*2}}{E_L^*} &= \frac{U_{m,1}(1-\nu_m^* - 2\nu_m^{*2})}{E_m^*} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \left[\frac{1-\nu_{i,1}^*(r) - 2(\nu_{i,1}^*(r))^2}{E_{i,1}^*(r)} \right] r dr \\ &+ \frac{U_f(1-\nu_f^* - 2\nu_f^{*2})}{E_f^*} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \left[\frac{1-\nu_{i,2}^*(r) - 2(\nu_{i,2}^*(r))^2}{E_{i,2}^*(r)} \right] r dr + \frac{U_{m,2}(1-\nu_m^* - 2\nu_m^{*2})}{E_m^*} \end{aligned} \quad (7.4.1)$$

Λόγω του μεγέθους της ανάλυσης της έκφρασης (7.4.1), θα την παρουσιάσουμε σε τμήματα:

Αριστερό μέρος:

$$\begin{aligned}
& \frac{1 - (v'_{TT} - iv''_{TT})}{E'_T + iE''_T} - \frac{2(v'_{LT} - iv''_{LT})^2}{E'_L + iE''_L} = \\
& \frac{(1 - v'_{TT} + iv''_{TT})(E'_T - iE''_T)}{(E'_T + iE''_T)(E'_T - iE''_T)} - \frac{2(v'_{LT}{}^2 - 2iv'_{LT}v''_{LT} - v''_{LT}{}^2)(E'_L - iE''_L)}{(E'_L + iE''_L)(E'_L - iE''_L)} = \\
& \frac{(E'_T - E'_T v'_{TT} + v''_{TT} E''_T) + i(v''_{TT} E'_T - E''_T + v'_{TT} E''_T)}{E_T'^2 + E_T''^2} \\
& - \frac{2 \left[(v'_{LT}{}^2 E'_L - v''_{LT}{}^2 E''_L - 2v'_{LT} v''_{LT} E''_L) + i(-v'_{LT}{}^2 E''_L + v''_{LT}{}^2 E'_L - 2v'_{LT} v''_{LT} E'_L) \right]}{E_L'^2 + E_L''^2} = \\
& \frac{E'_T - E'_T v'_{TT} + v''_{TT} E''_T}{E_T'^2 + E_T''^2} - \frac{2(v'_{LT}{}^2 E'_L - v''_{LT}{}^2 E''_L - 2v'_{LT} v''_{LT} E''_L)}{E_L'^2 + E_L''^2} + \\
& i \left[\frac{v''_{TT} E'_T - E''_T + v'_{TT} E''_T}{E_T'^2 + E_T''^2} - \frac{2(-v'_{LT}{}^2 E''_L + v''_{LT}{}^2 E'_L - 2v'_{LT} v''_{LT} E'_L)}{E_L'^2 + E_L''^2} \right]
\end{aligned}$$

(7.4.2)

Δεξιό μέρος:

Πρώτος όρος:

$$\begin{aligned}
& \frac{U_{m,1} \left[1 - (v'_m - iv''_m) - 2(v'_m - iv''_m)^2 \right]}{E'_m + iE''_m} \\
& \frac{U_{m,1} \left[1 - v'_m + iv''_m - 2(v'^2_m - 2iv'_m v''_m - v''^2_m) \right] (E'_m - iE''_m)}{(E'_m + iE''_m)(E'_m - iE''_m)} \\
& = \frac{U_{m,1} \left[E'_m - v'_m E'_m + v''_m E''_m - 2(v'^2_m E'_m - v''^2_m E''_m - 2v'_m v''_m E''_m) \right]}{E_m'^2 + E_m''^2} + \\
& i \frac{U_{m,1} \left[v''_m E'_m - E''_m + v'_m E''_m - 2(-2v'_m v''_m E''_m - v'^2_m E''_m + v''^2_m E''_m) \right]}{E_m'^2 + E_m''^2} \\
& = \frac{U_{m,1} [(1 - v'_m - 2v_m'^2 + 2v_m''^2)E'_m + (1 + 4v'_m)v''_m E''_m]}{E_m'^2 + E_m''^2} + \\
& i \frac{U_{m,1} [-(1 - v'_m - 2v_m'^2 + 2v_m''^2)E''_m + (1 + 4v'_m)v''_m E'_m]}{E_m'^2 + E_m''^2}
\end{aligned}$$

(7.4.3)

Δεύτερος όρος:

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \left[\frac{1 - v_{i,1}^*(r) - 2(v_{i,1}^*(r))^2}{E_{i,1}^*(r)} \right] r dr \\
&= \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \left[\frac{1 - (v_{i,1}'(r) - i v_{i,1}''(r)) - 2(v_{i,1}'(r) - i v_{i,1}''(r))^2}{E_{i,1}'(r) + i E_{i,1}''(r)} \right] r dr \\
&= \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \left[\frac{1 - (v_{i,1}'(r) - i v_{i,1}''(r)) - 2(v_{i,1}'(r) - i v_{i,1}''(r))^2}{(E_{i,1}'(r) + i E_{i,1}''(r))(E_{i,1}'(r) - i E_{i,1}''(r))} \right] (E_{i,1}'(r) - i E_{i,1}''(r)) r dr \\
&= \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \left[\frac{1 - v_{i,1}'(r) + i v_{i,1}''(r) - 2(v_{i,1}'^2(r) - 2i v_{i,1}'(r) v_{i,1}''(r) - v_{i,1}''^2(r))}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} \right] (E_{i,1}'(r) - i E_{i,1}''(r)) r dr \\
&= \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \left\{ \frac{\left[\frac{E_{i,1}'(r) - v_{i,1}'(r) E_{i,1}'(r) + v_{i,1}''(r) E_{i,1}''(r) - 2(v_{i,1}'^2(r) E_{i,1}'(r) - v_{i,1}''^2(r) E_{i,1}'(r) - 2v_{i,1}'(r) v_{i,1}''(r) E_{i,1}''(r))}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} \right] + \right. \\
&\quad \left. i \left[\frac{v_{i,1}''(r) E_{i,1}'(r) - E_{i,1}''(r) + v_{i,1}'(r) E_{i,1}''(r) - 2(-2v_{i,1}'(r) v_{i,1}''(r) E_{i,1}'(r) - v_{i,1}'^2(r) E_{i,1}''(r) + v_{i,1}''^2(r) E_{i,1}''(r))}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} \right] \right\} r dr \\
&= \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \left\{ \frac{\left[\frac{(1 - v_{i,1}'(r) - 2v_{i,1}'^2(r) + 2v_{i,1}''^2(r)) E_{i,1}'(r) + (1 + 4v_{i,1}'(r)) v_{i,1}''(r) E_{i,1}''(r)}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} \right] + \right. \\
&\quad \left. i \left[\frac{-(1 - v_{i,1}'(r) - 2v_{i,1}'^2(r) + 2v_{i,1}''^2(r)) E_{i,1}''(r) + (1 + 4v_{i,1}'(r)) v_{i,1}''(r) E_{i,1}'(r)}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} \right] \right\} r dr
\end{aligned} \tag{7.4.4}$$

Τρίτος όρος, ομοίως με τον πρώτο:

$$\begin{aligned}
& \frac{U_f [(1 - v_f' - 2v_f'^2 + 2v_f''^2) E_f' + (1 + 4v_f') v_f'' E_f'']}{E_f'^2 + E_f''^2} + \\
& i \frac{U_f [-(1 - v_f' - 2v_f'^2 + 2v_f''^2) E_f'' + (1 + 4v_f') v_f'' E_f']}{E_f'^2 + E_f''^2}
\end{aligned} \tag{7.4.5}$$

Τέταρτος όρος, ομοίως με τον δεύτερο:

$$= \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \left\{ \begin{array}{l} \frac{[(1 - v'_{i,2}(r) - 2v''_{i,2}(r) + 2v'''_{i,2}(r))E'_{i,2}(r) + (1 + 4v'_{i,2}(r))v''_{i,2}(r)E''_{i,2}(r)]}{E'^2_{i,2}(r) + E''^2_{i,2}(r)} + \\ i \frac{[-(1 - v'_{i,2}(r) - 2v''_{i,2}(r) + 2v'''_{i,2}(r))E''_{i,2}(r) + (1 + 4v'_{i,2}(r))v''_{i,2}(r)E'_{i,2}(r)]}{E'^2_{i,2}(r) + E''^2_{i,2}(r)} \end{array} \right\} r dr \quad (7.4.6)$$

Πέμπτος όρος, ομοίως με τον πρώτο:

$$\begin{array}{l} \frac{U_{m,2}[(1 - v'_m - 2v''_m + 2v'''_m)E'_m + (1 + 4v'_m)v''_m E''_m]}{E'^2_m + E''^2_m} + \\ i \frac{U_{m,2}[-(1 - v'_m - 2v''_m + 2v'''_m)E''_m + (1 + 4v'_m)v''_m E'_m]}{E'^2_m + E''^2_m} \end{array} \quad (7.4.7)$$

Συνοψίζοντας, θεωρούμε ότι οι συναρτήσεις $v_i(r)$ και $E_i(r)$ ακολουθούν την παραβολική μεταβολή. Εκτελώντας τις ολοκληρώσεις, εφαρμόζοντας τους τύπους της παραβολικής μεταβολής (Κεφ.4), κάνοντας τις πράξεις και αντικαθιστώντας τις ακτίνες με τις κατ' όγκο περιεκτικότητες της μήτρας, του εγκλείσματος και της ενδιάμεσης φάσης (χρήση προγράμματος Matlab), λαμβάνουμε τις δύο (2) “συνιστώσες”, πραγματικό και φανταστικό μέρος του (μιγαδικού) Δυναμικού Εγκάρσιου μέτρου Ελαστικότητας, $E_T^* = E_T' + iE_T''$:

1. Το δυναμικό εγκάρσιο μέτρο αποθήκευσης (πραγματικό μέρος):

$$\begin{aligned}
& \frac{E'_T - E'_T v'_{TT} + v''_{TT} E''_T}{E'^2_T + E''^2_T} - \frac{2(v'_{LT}{}^2 E'_L - v''_{LT}{}^2 E'_L - 2v'_{LT} v''_{LT} E''_L)}{E'^2_L + E''^2_L} = \\
& \frac{U_{m,1} [(1 - v'_m - 2v_m'^2 + 2v_m''^2) E'_m + (1 + 4v'_m) v''_m E''_m]}{E_m'^2 + E_m''^2} + \\
& \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{[(1 - v'_{i,1}(r) - 2v_{i,1}'^2(r) + 2v_{i,1}''^2(r)) E'_{i,1}(r) + (1 + 4v'_{i,1}(r)) v''_{i,1}(r) E''_{i,1}(r)]}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} r dr + \\
& \frac{U_f [(1 - v'_f - 2v_f'^2 + 2v_f''^2) E'_f + (1 + 4v'_f) v''_f E''_f]}{E_f'^2 + E_f''^2} + \\
& \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{[(1 - v'_{i,2}(r) - 2v_{i,2}'^2(r) + 2v_{i,2}''^2(r)) E'_{i,2}(r) + (1 + 4v'_{i,2}(r)) v''_{i,2}(r) E''_{i,2}(r)]}{E_{i,2}'^2(r) + E_{i,2}''^2(r)} r dr + \\
& \frac{U_{m,2} [(1 - v'_m - 2v_m'^2 + 2v_m''^2) E'_m + (1 + 4v'_m) v''_m E''_m]}{E_m'^2 + E_m''^2}
\end{aligned} \tag{7.4.8}$$

Εφαρμόζοντας τις απλοποιήσεις [56], [57] και [58] από την αντιστοιχία του Hashin [55] για το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης έχουμε:

$$\begin{aligned}
& \frac{E'_T - E'_T v'_{TT}}{E'^2_T + E''^2_T} - \frac{2v'_{LT}{}^2 E'_L}{E'^2_L + E''^2_L} = \\
& \frac{U_{m,1} (1 - v'_m - 2v_m'^2) E'_m}{E_m'^2 + E_m''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1 - v'_{i,1}(r) - 2v_{i,1}'^2(r)) E'_{i,1}(r)}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} r dr + \\
& \frac{U_f (1 - v'_f - 2v_f'^2) E'_f}{E_f'^2 + E_f''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1 - v'_{i,2}(r) - 2v_{i,2}'^2(r))}{E_{i,2}'^2(r) + E_{i,2}''^2(r)} r dr \\
& + \frac{U_{m,2} (1 - v'_m - 2v_m'^2) E'_m}{E_m'^2 + E_m''^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{(1-v_{TT}')E_T'}{E_T'^2 + E_T''^2} = \frac{2v_{LT}'^2 E_L'}{E_L'^2 + E_L''^2} + \\
&\frac{U_{m,1}(1-v_m' - 2v_m'^2)E_m'}{E_m'^2 + E_m''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1-v_{i,1}'(r) - 2v_{i,1}'^2(r))E_{i,1}'(r)}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} r dr + \\
&\frac{U_f(1-v_f' - 2v_f'^2)E_f'}{E_f'^2 + E_f''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1-v_{i,2}'(r) - 2v_{i,2}'^2(r))}{E_{i,2}'^2(r) + E_{i,2}''^2(r)} r dr \\
&+ \frac{U_{m,2}(1-v_m' - 2v_m'^2)E_m'}{E_m'^2 + E_m''^2} = U(7.4.9)
\end{aligned}$$

2. Το δυναμικό εγκάρσιο μέτρο απωλειών (φανταστικό μέρος):

$$\begin{aligned}
&\frac{v_{TT}''E_T' - E_T'' + v_{TT}'E_T''}{E_T'^2 + E_T''^2} - \frac{2(-v_{LT}'^2 E_L'' + v_{LT}''^2 E_L'' - 2v_{LT}'v_{LT}''E_L')}{E_L'^2 + E_L''^2} = \\
&\frac{U_{m,1}[-(1-v_m' - 2v_m'^2 + 2v_m''^2)E_m'' + (1+4v_m')v_m''E_m']}{E_m'^2 + E_m''^2} + \\
&\frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{[-(1-v_{i,1}'(r) - 2v_{i,1}'^2(r) + 2v_{i,1}''^2(r))E_{i,1}''(r) + (1+4v_{i,1}')v_{i,1}''(r)E_{i,1}'(r)]}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} r dr + \\
&\frac{U_f[-(1-v_f' - 2v_f'^2 + 2v_f''^2)E_f'' + (1+4v_f')v_f''E_f']}{E_f'^2 + E_f''^2} + \\
&\frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{[-(1-v_{i,2}'(r) - 2v_{i,2}'^2(r) + 2v_{i,2}''^2(r))E_{i,2}''(r) + (1+4v_{i,2}')v_{i,2}''(r)E_{i,2}'(r)]}{E_{i,2}'^2(r) + E_{i,2}''^2(r)} r dr + \\
&\frac{U_{m,2}[-(1-v_m' - 2v_m'^2 + 2v_m''^2)E_m'' + (1+4v_m')v_m''E_m']}{E_m'^2 + E_m''^2}
\end{aligned}$$

(7.4.10)

Εφαρμόζοντας τις απλοποιήσεις [56], [57] και [58] από την αντιστοιχία του Hashin [55] για το δυναμικό εγκάρσιο μέτρο απωλειών έχουμε:

$$\begin{aligned}
& \frac{-E_T'' + v_{TT}' E_T''}{E_T'^2 + E_T''^2} - \frac{2 - v_{LT}'^2 E_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} = \\
& \frac{U_{m,1}[-(1 - v_m' - 2v_m'^2)E_m'']}{E_m'^2 + E_m''^2} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{[-(1 - v_{i,1}'(r) - 2v_{i,1}'^2(r))E_{i,1}''(r)]}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} r dr \\
& + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{[-(1 - v_{i,2}'(r) - 2v_{i,2}'^2(r))] r dr}{E_{i,2}'^2(r) + E_{i,2}''^2(r)} + \frac{U_{m,2}[-(1 - v_m' - 2v_m'^2)E_m'']}{E_m'^2 + E_m''^2} \\
& \Rightarrow \frac{E_T''(v_{TT}' - 1)}{E_T'^2 + E_T''^2} = \frac{2 - v_{LT}'^2 E_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} + \frac{U_{m,1}[-(1 - v_m' - 2v_m'^2)E_m'']}{E_m'^2 + E_m''^2} \\
& + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{[-(1 - v_{i,1}'(r) - 2v_{i,1}'^2(r))E_{i,1}''(r)] r dr}{E_{i,1}'^2(r) + E_{i,1}''^2(r)} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{[-(1 - v_{i,2}'(r) - 2v_{i,2}'^2(r))] r dr}{E_{i,2}'^2(r) + E_{i,2}''^2(r)} \\
& + \frac{U_{m,2}[-(1 - v_m' - 2v_m'^2)E_m'']}{E_m'^2 + E_m''^2} = V(7.4.11)
\end{aligned}$$

Άρα,

$$E_T' = \frac{(1 - v_{TT}')U}{U^2 + V^2} \quad (7.4.12)$$

και

$$E_T'' = \frac{(v_{TT}' - 1)V}{U^2 + V^2} \quad (7.4.13)$$

7.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ G_{LT}^*

Θα εφαρμόσουμε την αρχή της αντιστοιχίας του Hashin [55] (Κεφ.6) στην εξίσωση του Στατικού Διαμήκους μέτρου Διάτμησης (Κεφ.5), (5.6.2):

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\frac{\eta U_m}{G_m} + \frac{U_f}{G_f} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{G_{i,1}(r)} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{G_{i,2}(r)} \right]$$

Οπότε το δυναμικό διάμηκες μέτρο διάτμησης θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\frac{1}{G_{LT}^*} = \frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\frac{\eta U_m}{G_m^*} + \frac{U_f}{G_f^*} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{G_{i,1}^*(r)} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{G_{i,2}^*(r)} \right] \quad (7.5.1)$$

Αναλύοντας μέσω της αρχής της αντιστοιχίας [55], $G^* = G' + iG''$ έχουμε:

$$\frac{1}{G_{LT}' + iG_{LT}''} = \frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\frac{\frac{\eta U_m}{G_m' + iG_m''} + \frac{U_f}{G_f' + iG_f''}}{+ \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{rdr}{G_{i,1}'(r) + iG_{i,1}''(r)} + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{rdr}{G_{i,2}'(r) + iG_{i,2}''(r)}} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{(G'_{LT} - iG''_{LT})}{(G'_{LT} + iG''_{LT})(G'_{LT} - iG''_{LT})} =$$

$$\frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\begin{aligned} & \frac{\eta U_m (G'_m - iG''_m)}{(G'_m + iG''_m)(G'_m - iG''_m)} + \frac{U_f (G'_f - iG''_f)}{(G'_f + iG''_f)(G'_f - iG''_f)} \\ & + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(G'_{i,1}(r) - iG''_{i,1}(r))rdr}{(G'_{i,1}(r) + iG''_{i,1}(r))(G'_{i,1}(r) - iG''_{i,1}(r))} \\ & + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(G'_{i,2}(r) - iG''_{i,2}(r))rdr}{(G'_{i,2}(r) + iG''_{i,2}(r))(G'_{i,2}(r) - iG''_{i,2}(r))} \end{aligned} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{(G'_{LT} - iG''_{LT})}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} =$$

$$\frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\begin{aligned} & \frac{\eta U_m (G'_m - iG''_m)}{G'^2_m + G''^2_m} + \frac{U_f (G'_f - iG''_f)}{G'^2_f + G''^2_f} \\ & + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(G'_{i,1}(r) - iG''_{i,1}(r))rdr}{G'^2_{i,1}(r) + G''^2_{i,1}(r)} \\ & + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(G'_{i,2}(r) - iG''_{i,2}(r))rdr}{G'^2_{i,2}(r) + G''^2_{i,2}(r)} \end{aligned} \right]$$

(7.5.2)

Επιπλέον ισχύει:

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{E}{2(1+v)} \Rightarrow G^* = \frac{E^*}{2(1+v^*)} \Rightarrow \\
 G' + iG'' &= \frac{(E' + iE'')(1+v' + iv'')}{2(1+v' - iv'')(1+v' + iv'')} = \frac{(E' + iE'')(1+v' + iv'')}{2[(1+v')^2 + v''^2]} \Rightarrow \\
 G' + iG'' &= \frac{E' + E'v' + iv''E' + iE'' + iE''v' - E''v''}{2[(1+v')^2 + v''^2]} \Rightarrow \\
 G' + iG'' &= \frac{E' + E'v' - E''v'' + i(v''E' + E'' + E''v')}{2[(1+v')^2 + v''^2]}
 \end{aligned}
 \tag{7.5.3}$$

Χωρίζουμε το πραγματικό από το φανταστικό μέρος:

$$G' = \frac{E'(1+v') - E''v''}{2[(1+v')^2 + v''^2]}
 \tag{7.5.4}$$

$$G'' = \frac{v''E' + E''(1+v')}{2[(1+v')^2 + v''^2]}
 \tag{7.5.5}$$

Οι σχέσεις (7.5.4) και (7.5.5) με χρήση των απλοποιήσεων $v_f'' \approx 0$, $v_m'' \approx 0$ και $E_f'' \approx 0$ [55], [56], [57] και [58], για το έγκλεισμα και την μήτρα αντίστοιχα, γίνονται:

$$G_f' = \frac{E_f'(1+v_f') - E_f''v_f''}{2[(1+v_f')^2 + v_f''^2]} = \frac{E_f'(1+v_f')}{2(1+v_f')^2}
 \tag{7.5.6}$$

$$G_m' = \frac{E_m'(1+\nu_m') - E_m''\nu_m''}{2[(1+\nu_m')^2 + \nu_m''^2]} = \frac{E_m'(1+\nu_m')}{2(1+\nu_m')^2} \quad (7.5.7)$$

$$G_f'' = \frac{\nu_f''E_f' + E_f''(1+\nu_f')}{2[(1+\nu_f')^2 + \nu_f''^2]} = 0$$

$$G_m'' = \frac{\nu_m''E_m' + E_m''(1+\nu_m')}{2[(1+\nu_m')^2 + \nu_m''^2]} = \frac{E_m''(1+\nu_m')}{2(1+\nu_m')^2} = \frac{E_m''}{2(1+\nu_m')} \quad (7.5.8)$$

Άρα, επιστρέφουμε στην σχέση (7.5.2) και χωρίζουμε το πραγματικό από το φανταστικό μέρος:

Πραγματικό μέρος:

$$\Rightarrow \frac{G_{LT}'}{G_{LT}'^2 + G_{LT}''^2} = \frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\begin{aligned} & \frac{\eta U_m G_m'}{G_m'^2 + G_m''^2} + \frac{U_f G_f'}{G_f'^2 + G_f''^2} \\ & + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{G_{i,1}'(r)rdr}{G_{i,1}'^2(r) + G_{i,1}''^2(r)} \\ & + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{G_{i,2}'(r)rdr}{G_{i,2}'^2(r) + G_{i,2}''^2(r)} \end{aligned} \right] = R(7.5.3)$$

Φανταστικό μέρος:

$$\Rightarrow \frac{G_{LT}''}{G_{LT}'^2 + G_{LT}''^2} = \frac{1}{U_f + \eta U_m + U_i} \left[\begin{aligned} & \frac{\eta U_m G_m''}{G_m'^2 + G_m''^2} + \frac{U_f G_f''}{G_f'^2 + G_f''^2} \\ & + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{G_{i,1}''(r) r dr}{G_{i,1}'^2(r) + G_{i,1}''^2(r)} \\ & + \frac{2}{r_5^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{G_{i,2}''(r) r dr}{G_{i,2}'^2(r) + G_{i,2}''^2(r)} \end{aligned} \right] = P(7.5.4)$$

Λύση του συστήματος:

$$G_{LT}' = M \quad \text{και} \quad G_{LT}'' = N$$

$$\text{Όπου, } \frac{M}{M^2 + N^2} = R \quad \text{και} \quad \frac{N}{M^2 + N^2} = P$$

Άρα, το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης για διάτμηση δίνεται από την σχέση:

$$G_{LT}' = \frac{R}{R^2 + P^2} \quad (7.5.5)$$

και το δυναμικό μέτρο απωλειών για διάτμηση δίνεται από την σχέση:

$$G_{LT}'' = \frac{P}{P^2 + R^2} \quad (7.5.6)$$

Σημείωση

Θεωρούμε ότι οι συναρτήσεις $G_i(r)$ ακολουθούν την παραβολική μεταβολή, για βέλτιστα αποτελέσματα [27].

7.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ θ

7.6.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ θ , E_{θ}^*

Θα εφαρμόσουμε την αρχή αντιστοιχίας του Hashin [55] στον τύπο για το υπό γωνία στατικό μέτρο ελαστικότητας, δηλαδή στην εξίσωση (5.7.1):

$$\frac{1}{E_{\theta}} = \frac{1}{E_L} (\cos \theta)^4 + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) (\sin \theta)^2 (\cos \theta)^2 + \frac{1}{E_T} (\sin \theta)^4$$

Έτσι έχουμε την έκφραση με τις δυναμικές σταθερές ελαστικότητας:

$$\frac{1}{E_{\theta}^*} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L^*} + \frac{\sin^4 \theta}{E_T^*} + \left(\frac{1}{G_{LT}^*} - \frac{2\nu_{LT}^*}{E_L^*} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (7.6.1.1)$$

Με την αρχή αντιστοιχίας του Hashin γίνεται:

$$\frac{1}{E_{\theta}' + iE_{\theta}''} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L' + iE_L''} + \frac{\sin^4 \theta}{E_T' + iE_T''} + \left(\frac{1}{G_{LT}' + iG_{LT}''} - \frac{2(\nu_{LT}' - i\nu_{LT}'')}{E_L' + iE_L''} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (7.6.1.2)$$

Λόγω του μεγέθους της ανάλυσης της έκφρασης (7.6.1.2) ανωτέρω, θα την παρουσιάσουμε σε τμήματα:

Αριστερό μέρος:

$$\frac{1}{E_{\theta}' + iE_{\theta}''} = \frac{E_{\theta}' - iE_{\theta}''}{E_{\theta}'^2 + E_{\theta}''^2} \quad (7.6.1.3)$$

Δεξιό μέρος:

Πρώτος όρος:

$$\frac{\cos^4 \theta}{E'_L + iE''_L} = \frac{(E'_L - iE''_L) \cos^4 \theta}{E'^2_L + E''^2_L} \quad (7.6.1.4)$$

Δεύτερος όρος:

$$\frac{\sin^4 \theta}{E'_T + iE''_T} = \frac{(E'_T - iE''_T) \sin^4 \theta}{E'^2_T + E''^2_T} \quad (7.6.1.5)$$

Τρίτος όρος:

$$\left(\frac{1}{G'_{LT} + iG''_{LT}} - \frac{2(\nu'_{LT} - i\nu''_{LT})}{E'_L + iE''_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta =$$
$$\left(\frac{G'_{LT} - iG''_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} - \frac{2(\nu'_{LT} - i\nu''_{LT})(E'_L - iE''_L)}{E'^2_L + E''^2_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta =$$
$$\left(\frac{G'_{LT} - iG''_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} - \frac{2[(\nu'_{LT}E'_L - \nu''_{LT}E''_L) - i(\nu''_{LT}E'_L + \nu'_{LT}E''_L)]}{E'^2_L + E''^2_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (7.6.1.6)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (7.6.1.3), (7.6.1.4), (7.6.1.5) και (7.6.1.6) στην εξίσωση (7.6.1.2) και διαχωρίζοντας το πραγματικό από το φανταστικό μέρος, έχουμε:

Πραγματικό μέρος:

$$\begin{aligned} \frac{E'_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = & \\ \frac{E'_L}{E'^2_L + E''^2_L} \cos^4\theta + \frac{E'_T}{E'^2_T + E''^2_T} \sin^4\theta & \\ + \left[\frac{G'_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} - \frac{2[\nu'_{LT}E'_L - \nu''_{LT}E''_L]}{E'^2_L + E''^2_L} \right] \sin^2\theta \cos^2\theta = A & \end{aligned} \quad (7.6.1.7)$$

Φανταστικό μέρος:

$$\begin{aligned} \frac{E''_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = & \\ \frac{E''_L}{E'^2_L + E''^2_L} \cos^4\theta + \frac{E''_T}{E'^2_T + E''^2_T} \sin^4\theta & \\ + \left[\frac{G''_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} - \frac{2[\nu''_{LT}E'_L + \nu'_{LT}E''_L]}{E'^2_L + E''^2_L} \right] \sin^2\theta \cos^2\theta = B & \end{aligned} \quad (7.6.1.8)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (7.6.1.7) και (7.6.1.8) έχουμε:

$$\frac{E'_\theta}{E''_\theta} = \frac{A}{B} \Rightarrow E'_\theta = \frac{A}{B} E''_\theta \quad (7.6.1.9)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (7.6.1.9) στην (7.6.1.7), το δυναμικό μέτρο απωλειών υπό γωνία θ των ινών, E''_{θ} δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\frac{A}{B} E''_{\theta}}{\left(\frac{A}{B} E''_{\theta}\right)^2 + E''_{\theta}{}^2} = A \Rightarrow \frac{\frac{A}{B} E''_{\theta}}{E''_{\theta}{}^2 \left[\left(\frac{A}{B}\right)^2 + 1\right]} = A \Rightarrow$$

$$\frac{\frac{1}{B}}{E''_{\theta} \left(\frac{A^2 + B^2}{B}\right)} = 1 \Rightarrow E''_{\theta} = \frac{B}{A^2 + B^2}$$

(7.6.1.10)

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (7.6.1.10) στην (7.6.1.9), το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης υπό γωνία θ των ινών, E'_{θ} δίνεται από τη σχέση:

$$E'_{\theta} = \frac{A}{B} \frac{B}{A^2 + B^2} = \frac{A}{A^2 + B^2}$$

(7.6.1.11)

Άρα, ο Συντελεστής Απωλειών (Loss Factor) δίνεται από τη σχέση:

$$\tan \delta_{\theta} = \frac{E''_{\theta}}{E'_{\theta}} = \frac{\frac{B}{A^2 + B^2}}{\frac{A}{A^2 + B^2}} = \frac{B}{A}$$

(7.6.1.12)

7.6.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ Θ, G_{θ}^*

Θα εφαρμόσουμε την αρχή αντιστοιχίας του Hashin στον τύπο για το υπό γωνία στατικό μέτρο διάτμησης, δηλαδή στην εξίσωση (5.7.3):

$$\frac{1}{G_{\theta}} = 4 \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2$$

Έτσι έχουμε την έκφραση με τις δυναμικές σταθερές ελαστικότητας:

$$\frac{1}{G_{\theta}^*} = 4 \left(\frac{1}{E_L^*} + \frac{1}{E_T^*} + \frac{2\nu_{LT}^*}{E_L^*} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{LT}} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 \quad (7.6.2.1)$$

Με την αρχή αντιστοιχίας του Hashin [55] γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{1}{G_{\theta}' + iG_{\theta}''} = & 4 \left(\frac{1}{E_L' + iE_L''} + \frac{1}{E_T' + iE_T''} + \frac{2(\nu_{LT}' - i\nu_{LT}'')}{E_L' + iE_L''} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ & + \frac{1}{G_{LT}' + iG_{LT}''} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 \end{aligned} \quad (7.6.2.2)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{G_{\theta}' - iG_{\theta}''}{G_{\theta}'^2 + G_{\theta}''^2} = & 4 \left\{ \frac{E_L' - iE_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} + \frac{E_T' - iE_T''}{E_T'^2 + E_T''^2} + \frac{2(\nu_{LT}' - i\nu_{LT}'')(E_L' - iE_L'')}{E_L'^2 + E_L''^2} \right\} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ & + \frac{G_{LT}' - iG_{LT}''}{G_{LT}'^2 + G_{LT}''^2} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 \\ \Rightarrow \frac{G_{\theta}' - iG_{\theta}''}{G_{\theta}'^2 + G_{\theta}''^2} = & \end{aligned}$$

$$4 \left\{ \frac{E'_L - iE''_L}{E'_L{}^2 + E''_L{}^2} + \frac{E'_T - iE''_T}{E'_T{}^2 + E''_T{}^2} + \frac{2[(v'_{LT}E'_L - v''_{LT}E''_L) - i(v''_{LT}E'_L + v'_{LT}E''_L)]}{E'_L{}^2 + E''_L{}^2} \right\} \sin^2\theta \cos^2\theta$$

$$+ \frac{G'_{LT} - iG''_{LT}}{G'_{LT}{}^2 + G''_{LT}{}^2} (\cos^2\theta - \sin^2\theta)^2$$

(7.6.2.3)

Διαχωρίζοντας το πραγματικό από το φανταστικό μέρος, έχουμε:

Πραγματικό μέρος:

$$\frac{G'_\theta}{G'_{\theta}{}^2 + G''_{\theta}{}^2} =$$

$$4 \left\{ \frac{E'_L}{E'_L{}^2 + E''_L{}^2} + \frac{E'_T}{E'_T{}^2 + E''_T{}^2} + \frac{2(v'_{LT}E'_L - v''_{LT}E''_L)}{E'_L{}^2 + E''_L{}^2} \right\} \sin^2\theta \cos^2\theta$$

$$+ \frac{G'_{LT}}{G'_{LT}{}^2 + G''_{LT}{}^2} (\cos^2\theta - \sin^2\theta)^2 = C$$

(7.6.2.4)

Φανταστικό μέρος:

$$\frac{G''_\theta}{G'_{\theta}{}^2 + G''_{\theta}{}^2} =$$

$$4 \left\{ \frac{E''_L}{E'_L{}^2 + E''_L{}^2} + \frac{E''_T}{E'_T{}^2 + E''_T{}^2} + \frac{2(v''_{LT}E'_L + v'_{LT}E''_L)}{E'_L{}^2 + E''_L{}^2} \right\} \sin^2\theta \cos^2\theta$$

$$+ \frac{G''_{LT}}{G'_{LT}{}^2 + G''_{LT}{}^2} (\cos^2\theta - \sin^2\theta)^2 = D$$

(7.6.2.5)

Επιλύουμε με την ίδια μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε στην ανωτέρω παράγραφο (7.6.1) και καταλήγουμε:

Το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης για διάτμηση υπό γωνία θ των ινών, G'_θ δίνεται από τη σχέση:

$$G'_\theta = \frac{C}{C^2 + D^2} \tag{7.6.2.6}$$

Ο δυναμικό μέτρο απωλειών για διάτμηση υπό γωνία θ των ινών, G''_θ δίνεται από τη σχέση:

$$G''_\theta = \frac{D}{C^2 + D^2} \tag{7.6.2.7}$$

7.6.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΛΟΓΟΥ POISSON ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ θ , ν_{θ}^*

Θα εφαρμόσουμε την αρχή αντιστοιχίας του Hashin [55] στον τύπο για τον υπό γωνία στατικό λόγο Poisson, δηλαδή στην εξίσωση (5.7.2):

$$\frac{\nu_{\theta}}{E_{\theta}} = - \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\nu_{LT}}{E_L} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)$$

Έτσι έχουμε την έκφραση με τις δυναμικές σταθερές ελαστικότητας:

$$\frac{\nu_{\theta}^*}{E_{\theta}^*} = - \left(\frac{1}{E_L^*} + \frac{1}{E_T^*} - \frac{1}{G_{LT}^*} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\nu_{LT}^*}{E_L^*} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (7.6.3.1)$$

Με την αρχή αντιστοιχίας [55] γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{\theta}' - i\nu_{\theta}''}{E_{\theta}' + iE_{\theta}''} = & \\ & - \left(\frac{1}{E_L' + iE_L''} + \frac{1}{E_T' + iE_T''} - \frac{1}{G_{LT}' + iG_{LT}''} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ & + \frac{\nu_{LT}' - i\nu_{LT}''}{E_L' + iE_L''} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned} \quad (7.6.3.2)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{(\nu_{\theta}' - i\nu_{\theta}'')(E_{\theta}' - iE_{\theta}'')}{E_{\theta}'^2 + E_{\theta}''^2} = & \\ & - \left(\frac{E_L' - iE_L''}{E_L'^2 + E_L''^2} + \frac{E_T' - iE_T''}{E_T'^2 + E_T''^2} - \frac{G_{LT}' - iG_{LT}''}{G_{LT}'^2 + G_{LT}''^2} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ & + \frac{(\nu_{LT}' - i\nu_{LT}'')(E_L' - iE_L'')}{E_L'^2 + E_L''^2} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{(\nu'_\theta E'_\theta - \nu''_\theta E''_\theta) - i(\nu''_\theta E'_\theta + \nu'_\theta E''_\theta)}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = \\
&- \left(\frac{E'_L - iE''_L}{E'^2_L + E''^2_L} + \frac{E'_T - iE''_T}{E'^2_T + E''^2_T} - \frac{G'_{LT} - iG''_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
&+ \frac{(\nu'_{LT} E'_L - \nu''_{LT} E''_L) - i(\nu''_{LT} E'_L + \nu'_{LT} E''_L)}{E'^2_L + E''^2_L} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)
\end{aligned} \tag{7.6.3.3}$$

Διαχωρίζοντας το πραγματικό από το φανταστικό μέρος, έχουμε:

Πραγματικό μέρος:

$$\begin{aligned}
&\frac{\nu'_\theta E'_\theta - \nu''_\theta E''_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = \\
&- \left(\frac{E'_L}{E'^2_L + E''^2_L} + \frac{E'_T}{E'^2_T + E''^2_T} - \frac{G'_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
&+ \frac{\nu'_{LT} E'_L - \nu''_{LT} E''_L}{E'^2_L + E''^2_L} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) = F
\end{aligned} \tag{7.6.3.4}$$

Φανταστικό μέρος:

$$\begin{aligned}
&\frac{\nu''_\theta E'_\theta + \nu'_\theta E''_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = \\
&- \left(\frac{E''_L}{E'^2_L + E''^2_L} + \frac{E''_T}{E'^2_T + E''^2_T} - \frac{G''_{LT}}{G'^2_{LT} + G''^2_{LT}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
&+ \frac{\nu''_{LT} E'_L + \nu'_{LT} E''_L}{E'^2_L + E''^2_L} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) = G
\end{aligned} \tag{7.6.3.5}$$

Προκειμένου να βρούμε τις εκφράσεις για το πραγματικό και το φανταστικό μέρος του Δυναμικού λόγου Poisson, εργαζόμαστε ως εξής:

$$\frac{\nu'_\theta E'_\theta - \nu''_\theta E''_\theta}{E'^2_\theta + E''^2_\theta} = F$$

$$\Rightarrow \nu'_\theta E'_\theta = F(E'^2_\theta + E''^2_\theta) + \nu''_\theta E''_\theta$$

$$\Rightarrow \nu'_\theta = \frac{F(E'^2_\theta + E''^2_\theta) + \nu''_\theta E''_\theta}{E'_\theta}$$

(7.6.3.6)

Αντικαθιστώντας την σχέση (7.6.3.6) στην (7.6.3.5), έχουμε το φανταστικό μέρος του δυναμικού λόγο Poisson υπό γωνία θ των ινών, ν''_θ :

$$\nu''_\theta E'_\theta = G(E'^2_\theta + E''^2_\theta) - \frac{F(E'^2_\theta + E''^2_\theta) + \nu''_\theta E''_\theta}{E'_\theta} E''_\theta$$

$$\Rightarrow \nu''_\theta (E'_\theta + \frac{E''_\theta}{E'_\theta} E''_\theta) = G(E'^2_\theta + E''^2_\theta) - \frac{F(E'^2_\theta + E''^2_\theta) E''_\theta}{E'_\theta}$$

$$\Rightarrow \nu''_\theta (E'_\theta + \frac{E''_\theta}{E'_\theta} E''_\theta) = (E'^2_\theta + E''^2_\theta) (G - \frac{F E''_\theta}{E'_\theta})$$

$$\Rightarrow \nu''_\theta (E'_\theta + \tan\delta_\theta E''_\theta) = (E'^2_\theta + E''^2_\theta) (G - F \tan\delta_\theta)$$

$$\Rightarrow \nu''_\theta = \frac{(E'^2_\theta + E''^2_\theta) (G - F \tan\delta_\theta)}{(E'_\theta + \tan\delta_\theta E''_\theta)} = (G E'_\theta - F E''_\theta)$$

(7.6.3.7)

Αντικαθιστώντας την σχέση (7.6.3.7) στην (7.6.3.6), έχουμε το πραγματικό μέρος του δυναμικού λόγου Poisson υπό γωνία θ των ινών, ν'_θ :

$$\begin{aligned} \nu'_\theta &= \frac{F(E'_\theta{}^2 + E''_\theta{}^2) + \frac{(E'_\theta{}^2 + E''_\theta{}^2)(G - F \tan \delta_\theta)}{(E'_\theta + \tan \delta_\theta E''_\theta)} E''_\theta}{E'_\theta} \\ &= \frac{F(E'_\theta{}^2 + E''_\theta{}^2)}{E'_\theta} + \frac{(E'_\theta{}^2 + E''_\theta{}^2)(G - F \tan \delta_\theta)}{(E'_\theta + \tan \delta_\theta E''_\theta)} \tan \delta_\theta \end{aligned} \quad (7.6.3.8)$$

Η σχέση (7.6.3.8) μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$\nu'_\theta = \frac{F}{A} + \frac{B}{A} (G E'_\theta - F E''_\theta) = \frac{F}{A} + \frac{B}{A} \nu''_\theta = \frac{1}{A} (F + B \nu''_\theta) \quad (7.6.3.9)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΠΙΝΑΚΕΣ – ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

8.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ

Η εφαρμογή του μοντέλου και των θεωρητικών σχέσεων έγινε για ένα ινώδες σύνθετο υλικό αποτελούμενο από εποξειδική ρητίνη ενισχυμένη με ίνες γυαλιού. Συγκεκριμένα το υλικό το οποίο χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα είναι ένα σύνθετο υλικό (Permaglass XE5/1, Permali Ltd U.K.), το οποίο αποτελείται από μήτρα εποξειδικής ρητίνης (diglycidyl ether of bisphenol A), με σκληρυντή αμίνης (Araldite MY 750/HT 972, Ciba-Geigy U.K.) και με συνεχείς ίνες υάλου (glass fibres) διαμέτρου $d = 1,2 \times 10^{-5}m$ με χαρακτηριστικά στοιχεία όπως δίνονται από τον προμηθευτή. Από μετρήσεις που έγιναν, η περιεκτικότητα σε ίνες υάλου βρέθηκε περίπου 80% κατά βάρος, 65% κατ' όγκο και 60% κατά βάρος, 40% κατ' όγκο.

Ο προσδιορισμός της περιεκτικότητας των ινών έγινε με την μέθοδο της καύσεως (burn off test) σύμφωνα με την προδιαγραφή BS 2782. Ένα ορθογωνικό τεμάχιο κόπτεται από κάθε δοκίμιο και αφού ζυγιστεί τοποθετείται σε κλίβανο σε θερμοκρασία $620 \pm 20^\circ C$ για να καεί η ρητίνη. Από το βάρος του υπολείμματος το οποίο θεωρείται ότι είναι ίνες υάλου υπολογίζεται η κατά βάρος περιεκτικότητα. Ο προσδιορισμός της κατ' όγκο περιεκτικότητας γίνεται από την σχέση.

$$U_f = \frac{1}{1 + \frac{M_m \rho_f}{M_f \rho_m}}$$

Όπου,

M_f = περιεκτικότητα κατά βάρος των ινών

M_m = περιεκτικότητα κατά βάρος της ρητίνης

ρ_f = πυκνότητα ινών

ρ_m = πυκνότητα ρητίνης

Οι μετρήσεις έδωσαν κατά βάρος περιεκτικότητα του υλικού σε ίνες υάλου $(79,6 \pm 0,28)\%$, $(59,6 \pm 0,28)\%$ με δεδομένο τις πυκνότητες

$\rho_f = 2,55 \text{ gr/cm}^3$ και $\rho_m = 1,20 \text{ gr/cm}^3$, οι οποίες δίνονταν από τους προμηθευτές του υλικού.

Έγιναν πειράματα για τον προσδιορισμό της διαμήκουσ, της εγκάρσιας και της υπό γωνία ως προς τις ίνες αντοχής του σύνθετου υλικού και για τον προσδιορισμό του διαμήκουσ, του εγκαρσίου και του υπό γωνία ως προς τις ίνες μέτρου ελαστικότητας και λόγου Poisson του σύνθετου υλικού καθώς επίσης και για τον προσδιορισμό του μέτρου διάτμησης.

Οι τιμές των ελαστικών σταθερών των παραπάνω υλικών, παρατίθενται στον παρακάτω Πίνακα 8.

Υλικό	Μέτρο Ελαστικότητας E(GPa)	Λόγος Poisson ν	Μέτρο διατμήσεως G(GPa)
Εποξ. Ρητίνη	3.5	0.35	1.29
Υαλος	70	0.20	30

Πίνακας 8

Για να επαληθευθούν οι θεωρητικές τιμές του μοντέλου, δοκιμάστηκαν δοκίμια από το ίδιο υλικό και προσδιορίστηκαν οι δυναμικές ελαστικές σταθερές τους σε ένα εύρος θερμοκρασιών. Η συσκευή μέτρησης δυναμικών ελαστικών σταθερών (viscoelastometer) εφαρμόζε ημιτονοειδή εφελκυστική παραμόρφωση σε συνεχή συχνότητα στο ένα άκρο του δοκιμίου και η απόκριση της τάσης μετρούταν στο άλλο άκρο.

Οι τιμές των E' και E'' λαμβάνονταν απευθείας με την χρήση δύο μετατροπέων. Δυναμικές μετρήσεις έγιναν σε συχνότητες $f=100\text{Hz}$ και $f=800\text{Hz}$ με το εύρος των παραμορφώσεων να είναι από 0,4% έως 0,6%.

Κατά την διάρκεια των πειραμάτων τα δοκίμια θερμάνθηκαν με ρυθμό $1^\circ\text{C}/\text{min}$. Οι διαστάσεις των δοκιμίων ήταν $100 \times 12 \times 3,5 \text{mm}$.

8.2 ΠΙΝΑΚΕΣ - ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

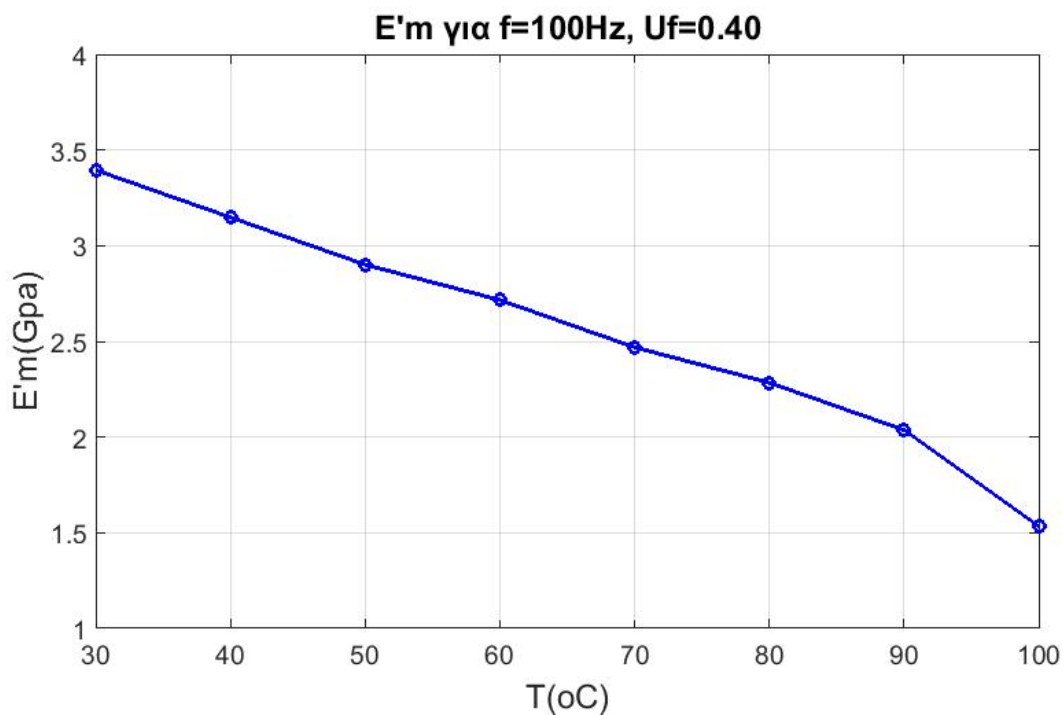
8.2.1 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΗΤΡΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz

Για περιεκτικότητα εγκλείσματος $U_f=40\%$ και συχνότητα $f=100\text{Hz}$, από τα αποτελέσματα των πειραμάτων, που έγιναν στο εργαστήριο Αντοχής των Υλικών της Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., προκύπτουν τα κάτωθι στοιχεία για το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης και το Δυναμικό Μέτρο Απωλειών της μήτρας:

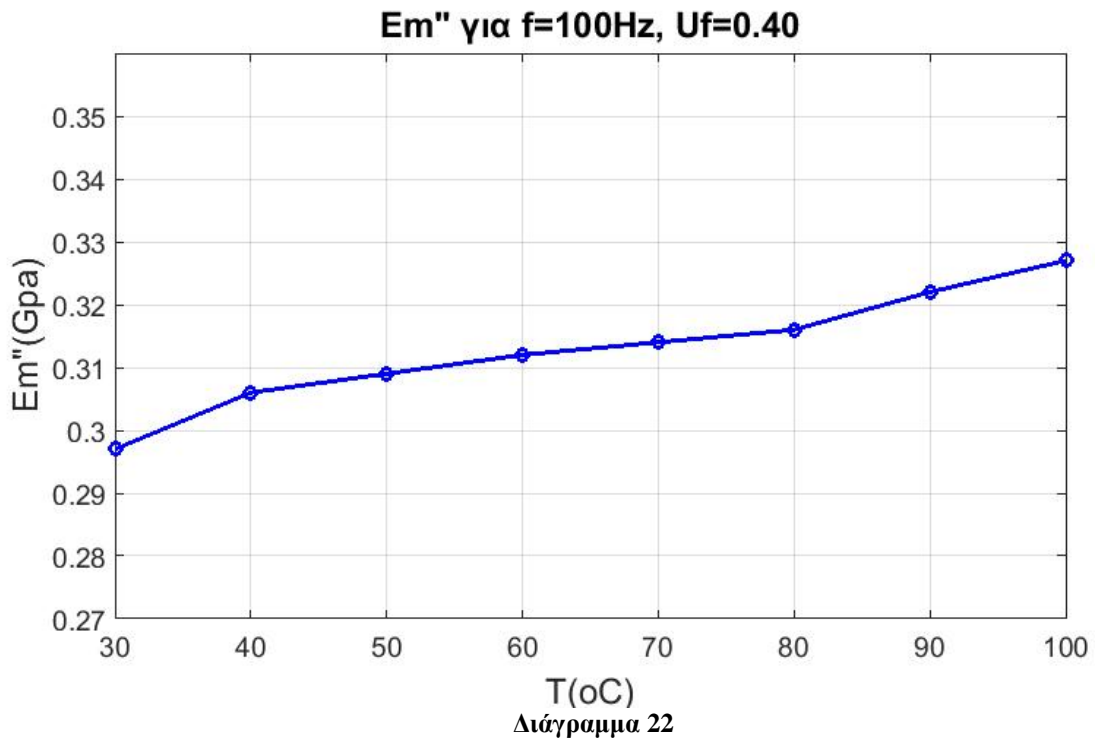
Uf=0.40 , f=100Hz		
T(°C)	E'm(GPa)	E''m(GPa)
30	3.395	0.297
40	3.148	0.306
50	2.901	0.309
60	2.716	0.312
70	2.469	0.314
80	2.284	0.316
90	2.037	0.322
100	1.534	0.327

Πίνακας 32

Τα αντίστοιχα Διαγράμματα:



Διάγραμμα 21



8.2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz

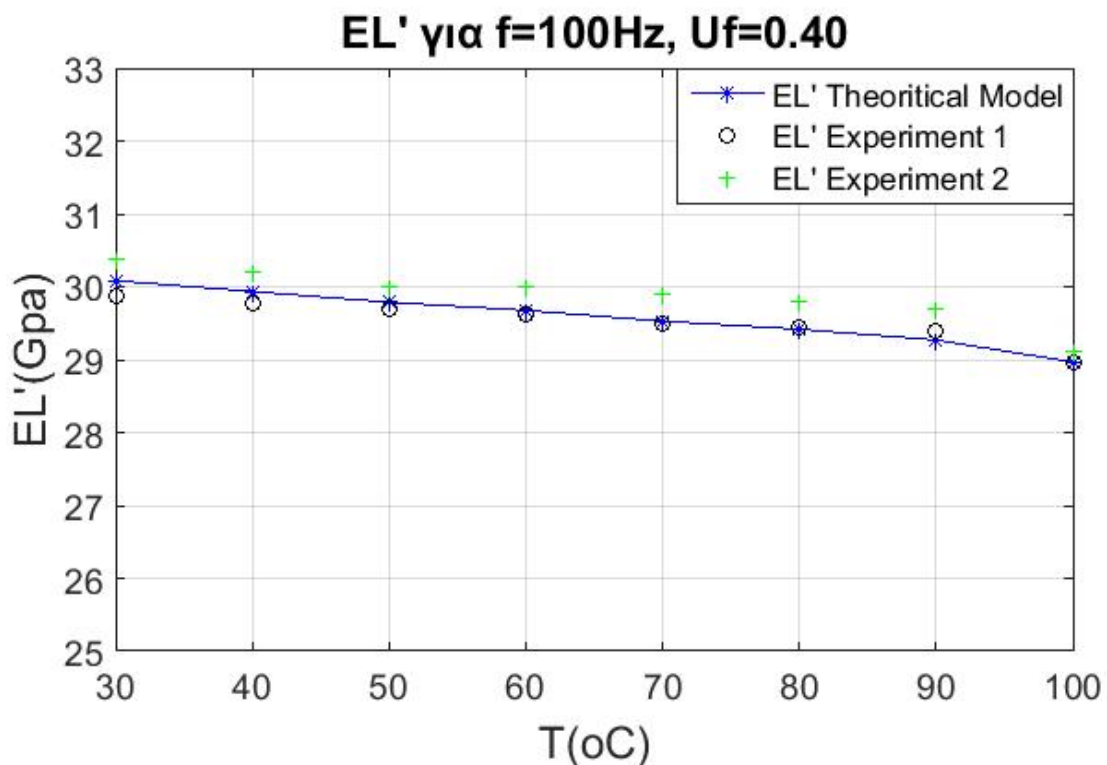
Θα υπολογίσουμε το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης και Μέτρο Απωλειών του Διαμήκους μέτρου Ελαστικότητας ως εξής:

1. Εφαρμόζοντας τις τιμές του E_m' , του Πίνακα 32 στον τύπο (7.1.2), για $E_f' = E_f = 70\text{GPa}$, για το πενταφασικό μας μοντέλο, παίρνουμε τις παρακάτω τιμές για το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης E_L' , που δίνονται στον Πίνακα 33 σε σύγκριση με δύο (2) πειραματικά αποτελέσματα που έχουμε, συναρτήσει της θερμοκρασίας:

Uf=0.40 , f=100Hz			
T(°C)	EL'(GPa) Θεωρητικό Μοντέλο	EL'(GPa) Πείραμα I	EL'(GPa) Πείραμα II
30	30.0830	29.8765	30.392
40	29.9350	29.7778	30.196
50	29.7870	29.6914	30.000
60	29.6761	29.6296	30.000
70	29.5281	29.5062	29.902
80	29.4172	29.4444	29.804
90	29.2692	29.3827	29.706
100	28.9677	28.9506	29.118

Πίνακας 33

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



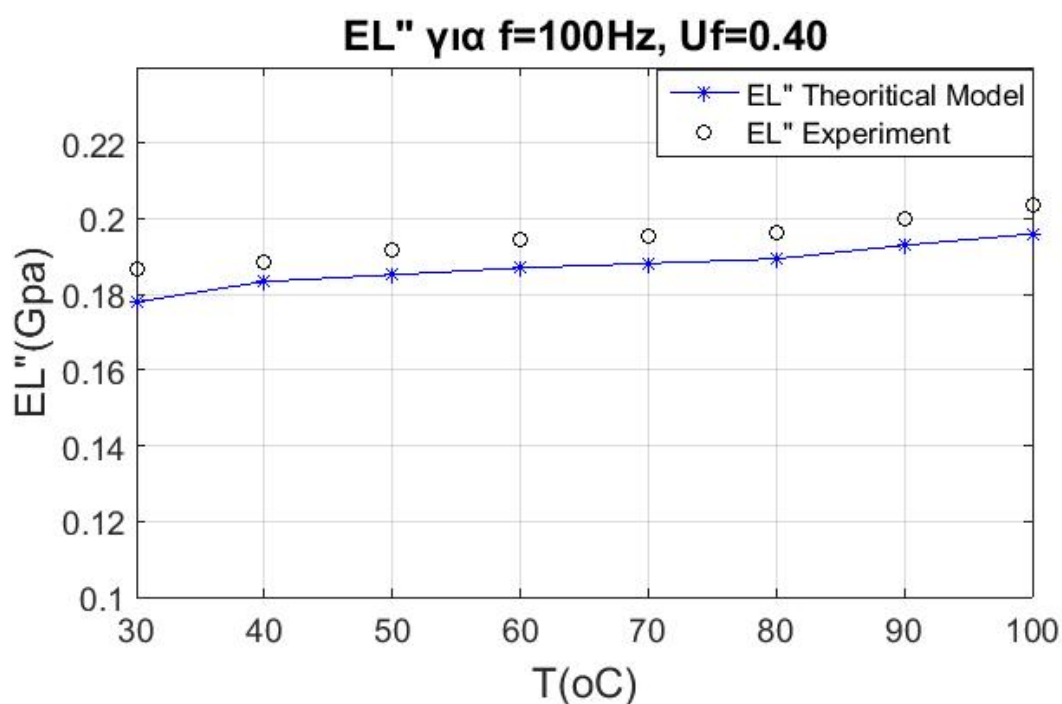
Διάγραμμα 23

2. Εφαρμόζοντας τις τιμές του E_m'' , του Πίνακα 32 στον τύπο (7.1.4), για $E_f''=0$, για το πενταφασικό μας μοντέλο, παίρνουμε τις παρακάτω τιμές για το Δυναμικό Μέτρο Απωλειών E_L'' , που δίνονται στον Πίνακα 34 σε σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα που έχουμε, συναρτήσει της θερμοκρασίας:

Uf=0.40 , f=100Hz		
T(°C)	EL''(GPa) Θεωρητικό Μοντέλο	EL''(GPa) Πείραμα
30	0.1780	0.1867
40	0.1834	0.1887
50	0.1852	0.1918
60	0.1870	0.1943
70	0.1882	0.1953
80	0.1894	0.1964
90	0.1930	0.2001
100	0.1960	0.2037

Πίνακας 34

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 24

8.2.3 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz

Σύμφωνα με το μοντέλο μας ο Δυναμικός Διαμήκης λόγος Poisson είναι ανεξάρτητος της θερμοκρασίας. Αυτό συμβαίνει διότι όπως βλέπουμε από τον τύπο (7.2.3), δεν εμπεριέχεται ούτε το Μέτρο Αποθήκευσης, ούτε το Μέτρο Απωλειών της Μήτρας, τα οποία είναι τα μεγέθη που επηρεάζονται από την θερμοκρασία.

Άρα, για $\nu'_f = \nu_f = 0,2$, $\nu'_m = \nu_m = 0,35$ και $U_f = 0,4$ για το πενταφασικό μοντέλο, από τον τύπο (7.2.3) ο Δυναμικός Διαμήκης λόγος Poisson, που αντιστοιχεί στο Πραγματικό μέρος του Δυναμικού Διαμήκη λόγου Poisson $\nu_{LT}^* = \nu_{LT}' = 0,2828$

Στο σημείο αυτό, θα παραθέσουμε για λόγους σύγκρισης, την θεωρητική σχέση των ερευνητών **Whitney-Riley** [34], που εργάστηκαν στο Διαφασικό Μοντέλο για τον Στατικό Διαμήκη λόγο Poisson:

$$\nu_{LT} = \nu_m - \frac{2(\nu_m - \nu_f)(1 - \nu_m^2)E_f U_f}{E_m(1 - U_f)(1 - \nu_f - 2\nu_f^2) + [(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)U_f + (1 + \nu_m)]E_f} \quad (8.2.3.1)$$

Με την αρχή αντιστοιχίας του Hashin [55], λαμβάνουμε τις δύο (2) “συνιστώσες”, πραγματικό και φανταστικό μέρος του (μυγαδικού) Δυναμικού Διαμήκη λόγου Poisson, $\nu^* = \nu' - i\nu''$:

1. Το πραγματικό μέρος:

$$\nu_{LT}' = \nu_m' - \frac{2(\nu_m' - \nu_f')(1 - \nu_m'^2)E_f' U_f}{E_m'(1 - U_f')(1 - \nu_f' - 2\nu_f'^2) + [(1 - \nu_m' - 2\nu_m'^2)U_f' + (1 + \nu_m')]E_f'} \quad (8.2.3.2)$$

2. Το φανταστικό μέρος:

$$\nu_{LT}'' = \nu_m'' - \frac{2(\nu_m'' - \nu_f'')(1 - \nu_m''^2)E_f'' U_f}{E_m''(1 - U_f'')(1 - \nu_f'' - 2\nu_f''^2) + [(1 - \nu_m'' - 2\nu_m''^2)U_f'' + (1 + \nu_m'')]E_f''} \quad (8.2.3.3)$$

Εφαρμόζοντας τις απλοποιήσεις $\nu_f'' \cong 0$, $\nu_m'' \cong 0$ [56], [57], [58] και $E_f'' \cong 0$ [55].

Καταλήγουμε ότι $\nu_{LT}'' = 0$

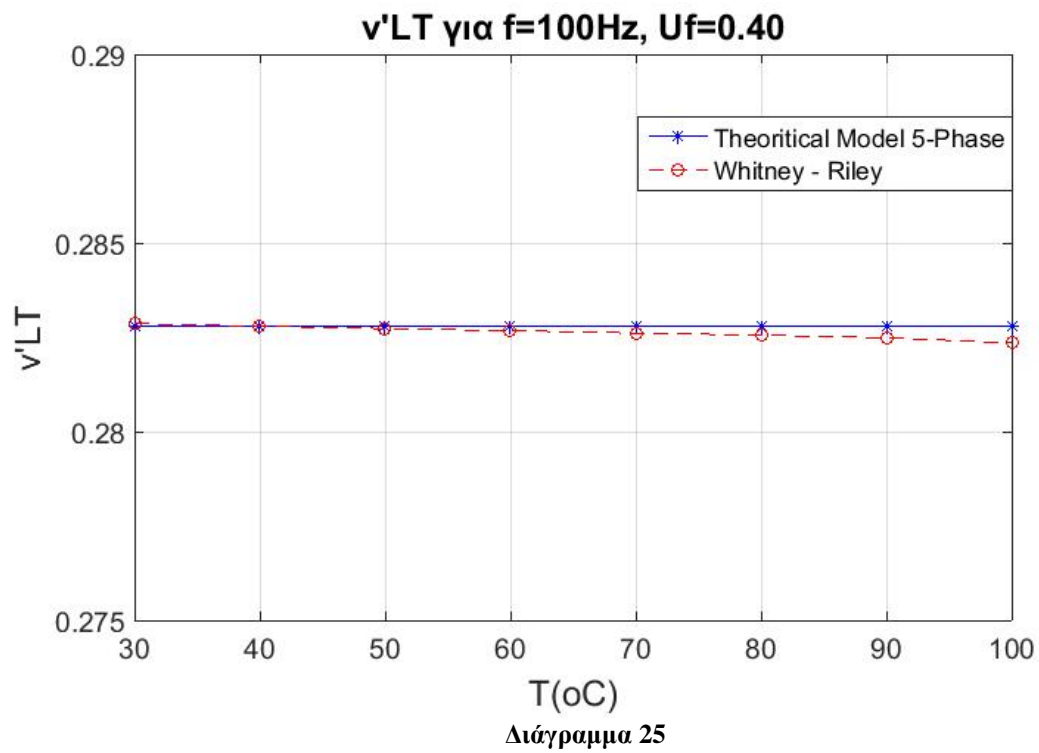
Θα υπολογίσουμε τον Δυναμικό Διαμήκη λόγο Poisson συναρτήσει της θερμοκρασίας ως εξής:

Εφαρμόζοντας τις τιμές του E_m' , του Πίνακα 32, στον τύπο (8.2.3.2), για $\nu_f' = \nu_f = 0,2$, $\nu_m' = \nu_m = 0,35$, $E_f' = E_f = 70GPa$ και $U_f = 0,4$ παίρνουμε τις παρακάτω τιμές για τον Δυναμικό Διαμήκη λόγο Poisson των ερευνητών, που αντιστοιχούν στο πραγματικό μέρος του Δυναμικού Διαμήκη λόγου Poisson ν_{LT}' , καθώς υπενθυμίζουμε ότι το φανταστικό μέρος $\nu_{LT}'' = 0$ και δίνονται στον Πίνακα 35, συναρτήσει της θερμοκρασίας:

Uf=0.40 , f=100Hz	
Whitney-Riley	
T(°C)	ν_{LT}'
30	0.28286
40	0.28280
50	0.28273
60	0.28268
70	0.28261
80	0.28256
90	0.28249
100	0.28235

Πίνακας 35

Στη συνέχεια παραθέτουμε για σύγκριση στο ίδιο διάγραμμα τα αποτελέσματα του θεωρητικού μας μοντέλου και των Whitney – Riley:

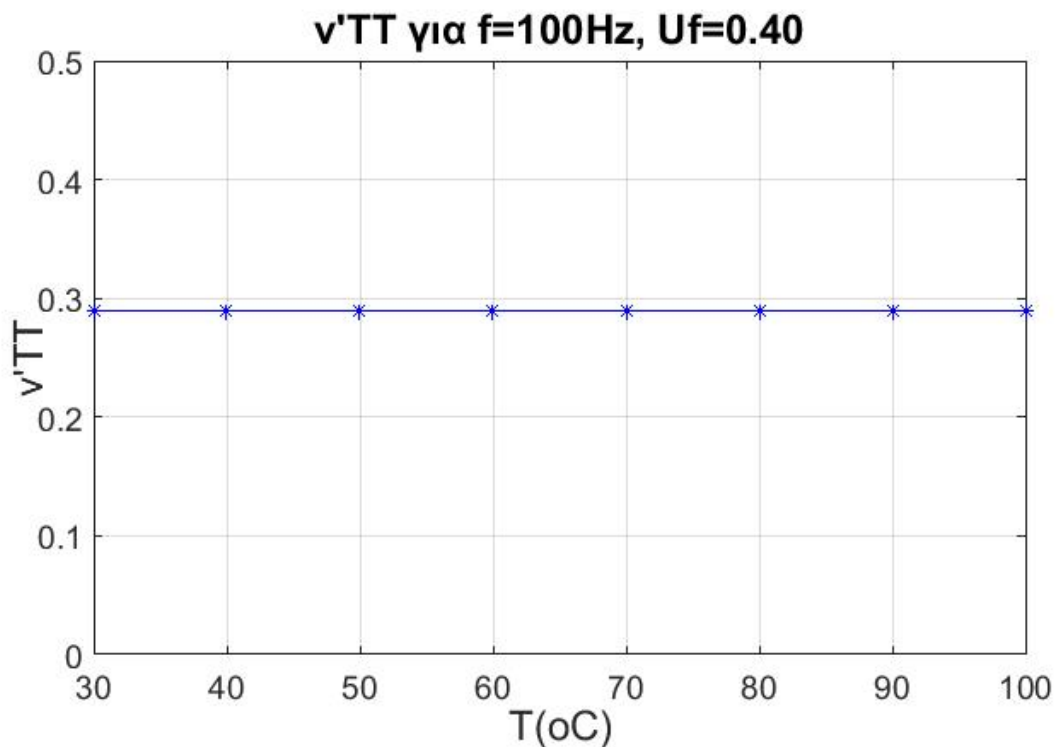


8.2.4 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΕΓΚΑΡΣΙΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz

Σύμφωνα με το μοντέλο μας ο Δυναμικός Εγκάρσιος λόγος Poisson είναι ανεξάρτητος της θερμοκρασίας, όπως και ο διαμήκης. Αυτό συμβαίνει διότι όπως βλέπουμε από τον τύπο (7.3.4), δεν εμπεριέχεται ούτε το Μέτρο Αποθήκευσης, ούτε το Μέτρο Απωλειών της Μήτρας, τα οποία είναι τα μεγέθη που επηρεάζονται από την θερμοκρασία.

Άρα, για $\nu'_f = \nu_f = 0,2$ $\nu'_m = \nu_m = 0,35$ και $U_f = 0,4$ για το πενταφασικό μοντέλο, από τον τύπο (7.3.4) ο Δυναμικός Εγκάρσιος λόγος Poisson, που αντιστοιχεί στο πραγματικό μέρος του Δυναμικού Εγκάρσιου λόγου Poisson $\nu_{TT}^* = \nu'_{TT} = 0,2899$

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 26

8.2.5 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz

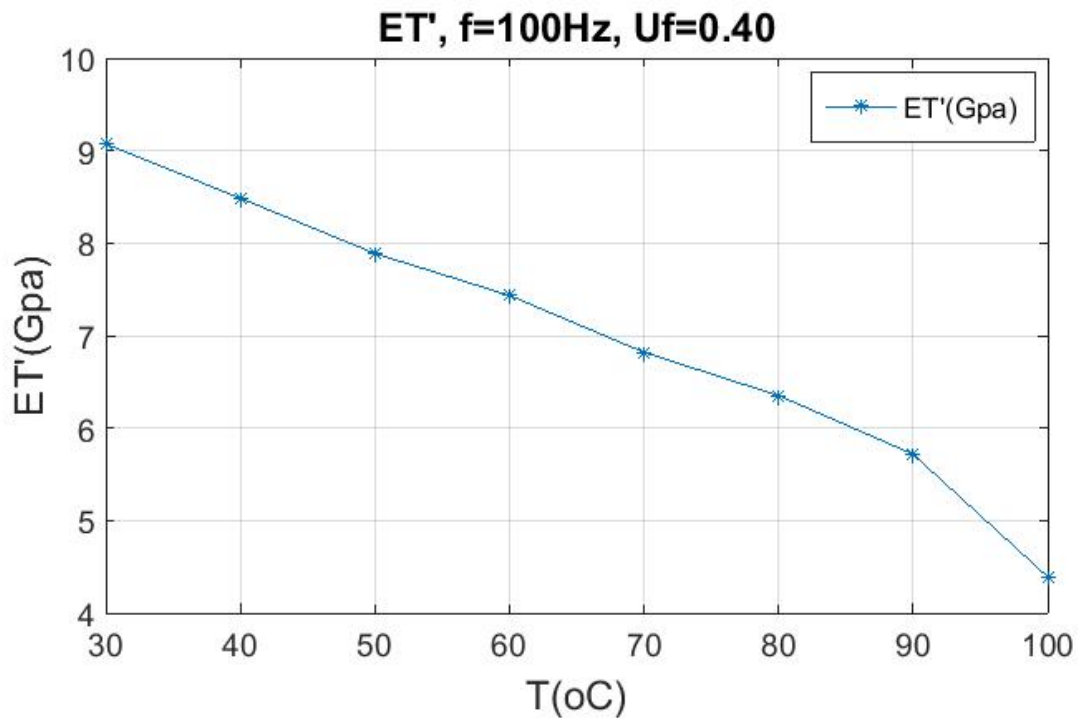
Θα υπολογίσουμε το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης και Μέτρο Απωλειών του Εγκάρσιου μέτρου Ελαστικότητας ως εξής:

Εφαρμόζοντας τις τιμές των E_m' και E_m'' , του Πίνακα 32 στις σχέσεις (7.4.12) και (7.4.13) αντίστοιχα, για το πενταφασικό μας μοντέλο, παίρνουμε τις παρακάτω τιμές για το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης E_T' και το Δυναμικό Μέτρο Απωλειών E_T'' , που δίνονται στον Πίνακα 36, συναρτήσει της θερμοκρασίας:

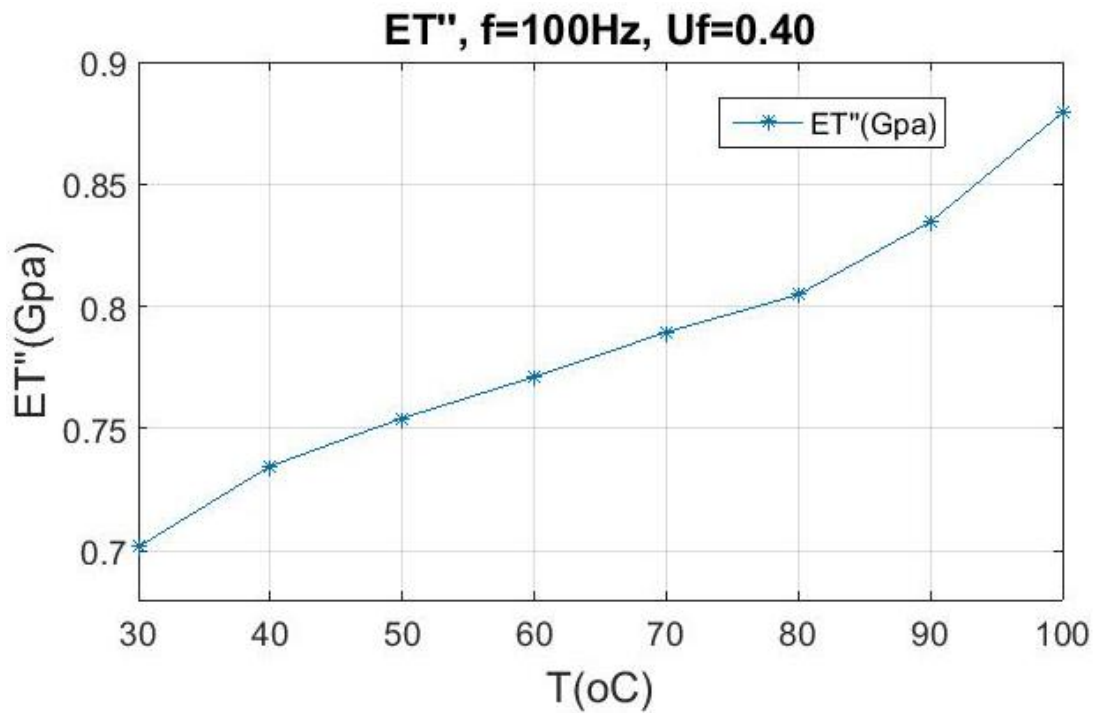
Uf=0.40 , f=100Hz		
T(°C)	E_T' (GPa)	E_T'' (GPa)
30	9.0727	0.7017
40	8.4853	0.7347
50	7.8879	0.7543
60	7.4339	0.7712
70	6.8187	0.7894
80	6.3509	0.8048
90	5.7170	0.8346
100	4.3903	0.8792

Πίνακας 36

Τα αντίστοιχα διαγράμματα:



Διάγραμμα 27



Διάγραμμα 28

8.2.6 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 100Hz

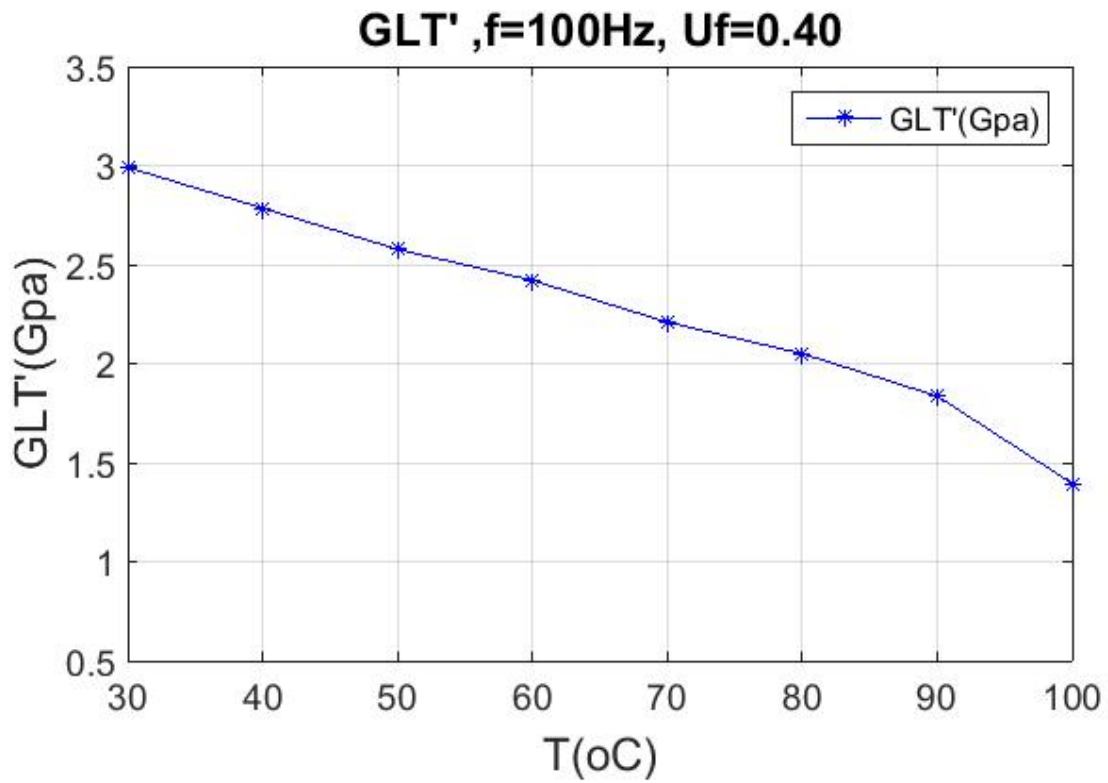
Θα υπολογίσουμε το Δυναμικό Διάμηκες μέτρο Διάτμησης ως εξής:

Εφαρμόζοντας τις τιμές των E'_m και E''_m , του Πίνακα 32 στις σχέσεις (7.5.5) και (7.5.6) αντίστοιχα, για το πενταφασικό μας μοντέλο, παίρνουμε τις παρακάτω τιμές για το Δυναμικό **Μέτρο Αποθήκευσης** για διάτμηση G_{LT}' και το αντίστοιχο **Μέτρο Απωλειών** G_{LT}'' που δίνονται στον Πίνακα 37, συναρτήσει της θερμοκρασίας:

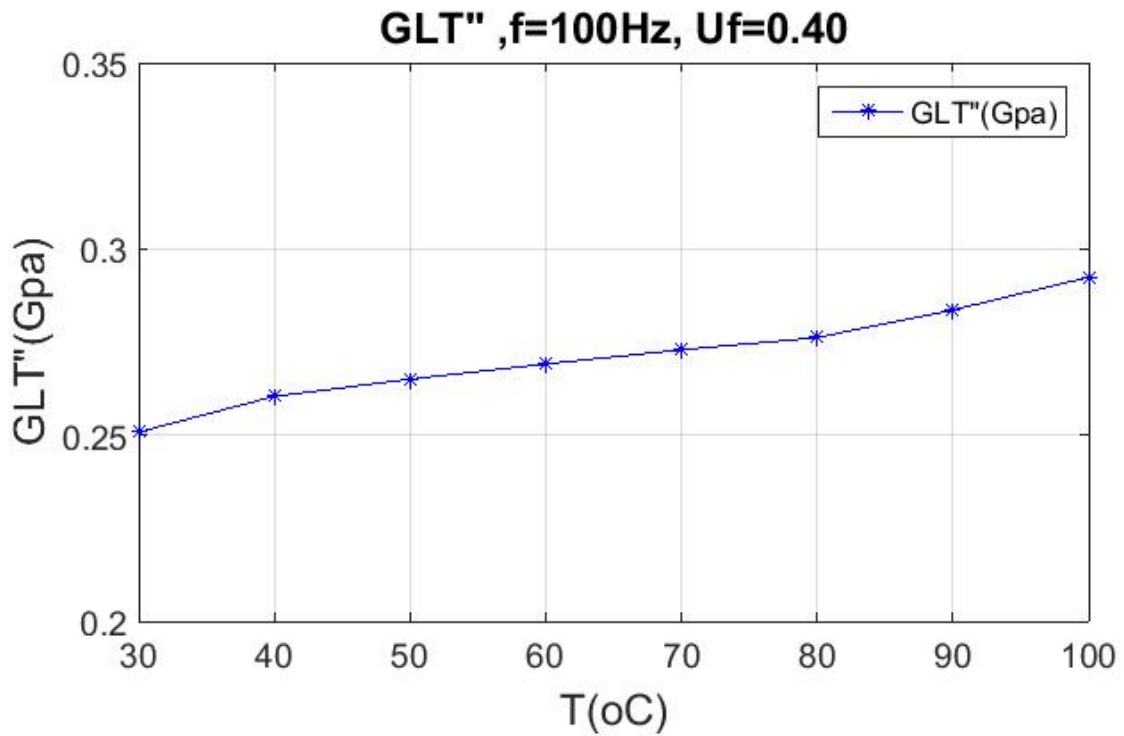
Uf=0.40 , f=100Hz		
T(°C)	G_{LT}' (GPa)	G_{LT}'' (GPa)
30	2.9906	0.2508
40	2.7846	0.2604
50	2.5768	0.2650
60	2.4201	0.2691
70	2.2093	0.2729
80	2.0502	0.2762
90	1.8363	0.2836
100	1.3950	0.2924

Πίνακας 37

Τα αντίστοιχα διαγράμματα:



Διάγραμμα 29



Διάγραμμα 30

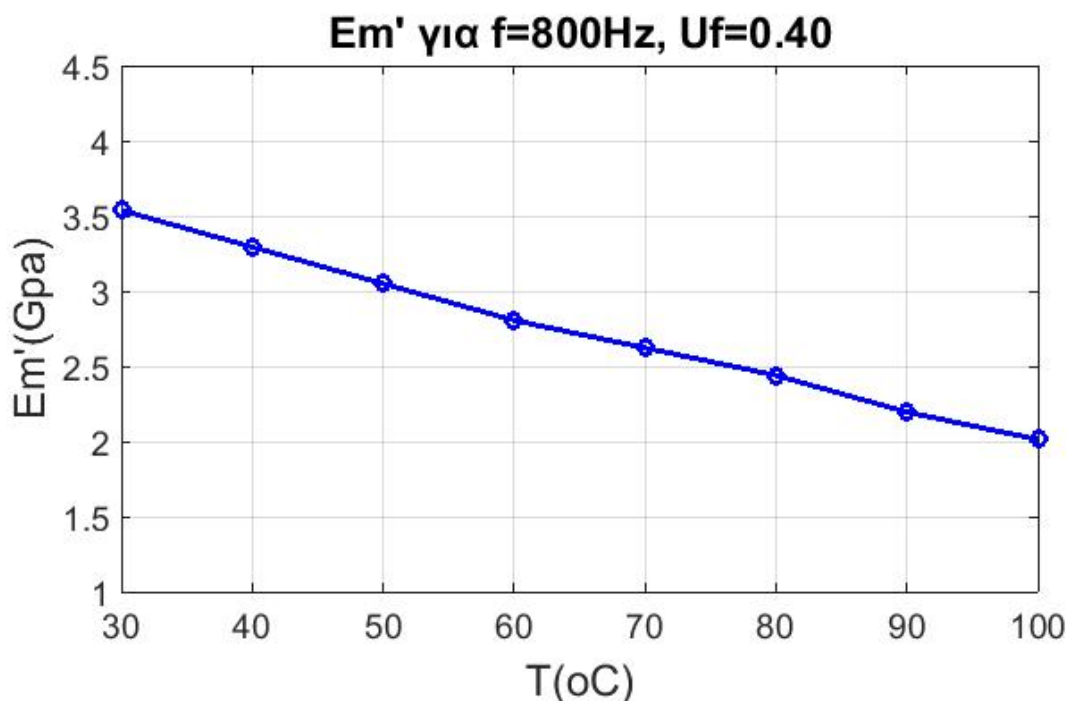
8.2.7 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΗΤΡΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 800Hz

Για περιεκτικότητα εγκλείσματος $U_f=40\%$ και συχνότητα $f=800\text{Hz}$, από τα αποτελέσματα των πειραμάτων, που έγιναν στο εργαστήριο Αντοχής των Υλικών της Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., προκύπτουν τα κάτωθι στοιχεία για το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης της μήτρας:

$U_f=0.40$, $f=800\text{Hz}$	
T(°C)	E'm(GPa)
30	3.537
40	3.293
50	3.049
60	2.805
70	2.622
80	2.439
90	2.195
100	2.012

Πίνακας 38

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 31

8.2.8 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 800Hz

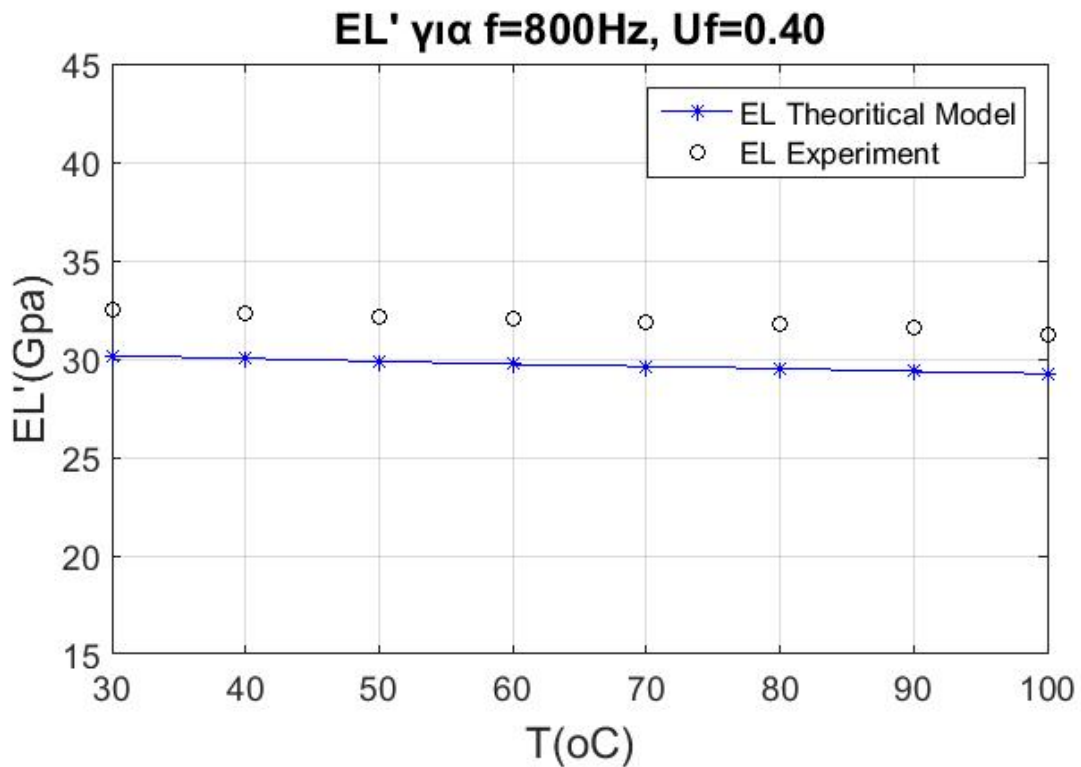
Θα υπολογίσουμε το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης του Διαμήκους μέτρου Ελαστικότητας ως εξής:

Εφαρμόζοντας τις τιμές του E'_m , του Πίνακα 38 στον τύπο (7.1.2), για $E'_f = E_f = 70GPa$, για το πενταφασικό μας μοντέλο, παίρνουμε τις παρακάτω τιμές για το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης E'_L , που δίνονται στον Πίνακα 39 σε σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα που έχουμε, συναρτήσει της θερμοκρασίας:

Uf=0.40 , f=800Hz		
T(°C)	EL'(GPa) Θεωρητικό Μοντέλο	EL'(GPa) Πείραμα
30	30.1681	32.479
40	30.0219	32.355
50	29.8757	32.107
60	29.7294	32.045
70	29.6198	31.860
80	29.5101	31.736
90	29.3638	31.612
100	29.2542	31.240

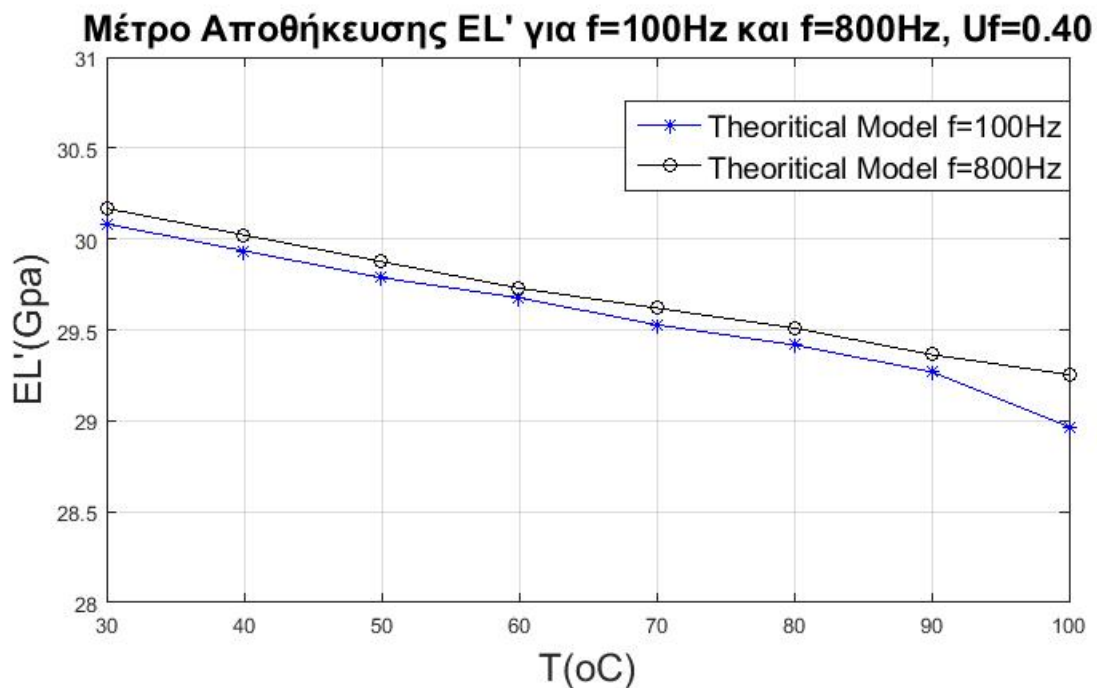
Πίνακας 39

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 32

Στη συνέχεια παραθέτουμε για σύγκριση στο ίδιο διάγραμμα τα αποτελέσματα του Δυναμικού Μέτρου Αποθήκευσης E_L' του πενταφασικού μοντέλου για συχνότητες $f=100\text{Hz}$ και $f=800\text{Hz}$:



Διάγραμμα 33

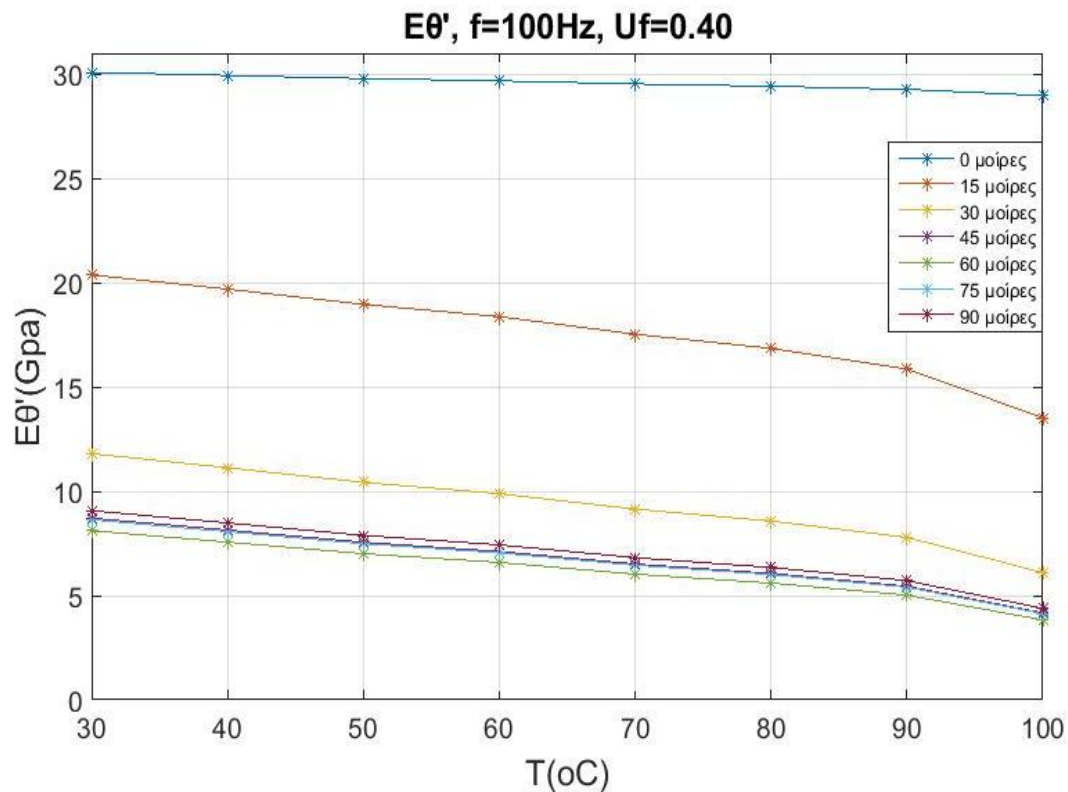
8.2.9 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ θ , E_{θ}^*

1. Υπολογίζουμε το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης του μέτρου Ελαστικότητας υπό γωνία θ από την σχέση (7.6.1.11) συναρτήσει της θερμοκρασίας, για γωνίες από 0° έως και 90° μοίρες. Οι υπολογισμοί γίνονται για περιεκτικότητα εγκλείσματος 40%:

5 Phase Model	α/α ($^{\circ}$)						
	0	15	30	45	60	75	90
T ($^{\circ}$ C)	E'_{θ} (GPa)	E'_{θ} (GPa)	E'_{θ} (GPa)	E'_{θ} (GPa)	E'_{θ} (GPa)	E'_{θ} (GPa)	E'_{θ} (GPa)
30	30.0830	20.3739	11.8087	8.7154	8.1133	8.6336	9.0727
40	29.9350	19.6938	11.1293	8.1405	7.5655	8.0638	8.4853
50	29.7870	18.9610	10.4283	7.5571	7.0114	7.4858	7.8879
60	29.6761	18.3746	9.8890	7.1148	6.5925	7.0475	7.4339
70	29.5281	17.5325	9.1481	6.5168	6.0276	6.4549	6.8187
80	29.4172	16.8521	8.5768	6.0630	5.6002	6.0053	6.3509
90	29.2692	15.8689	7.7919	5.4495	5.0242	5.3976	5.7170
100	28.9677	13.5243	6.1042	4.1710	3.8302	4.1313	4.3903

Πίνακας 40

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



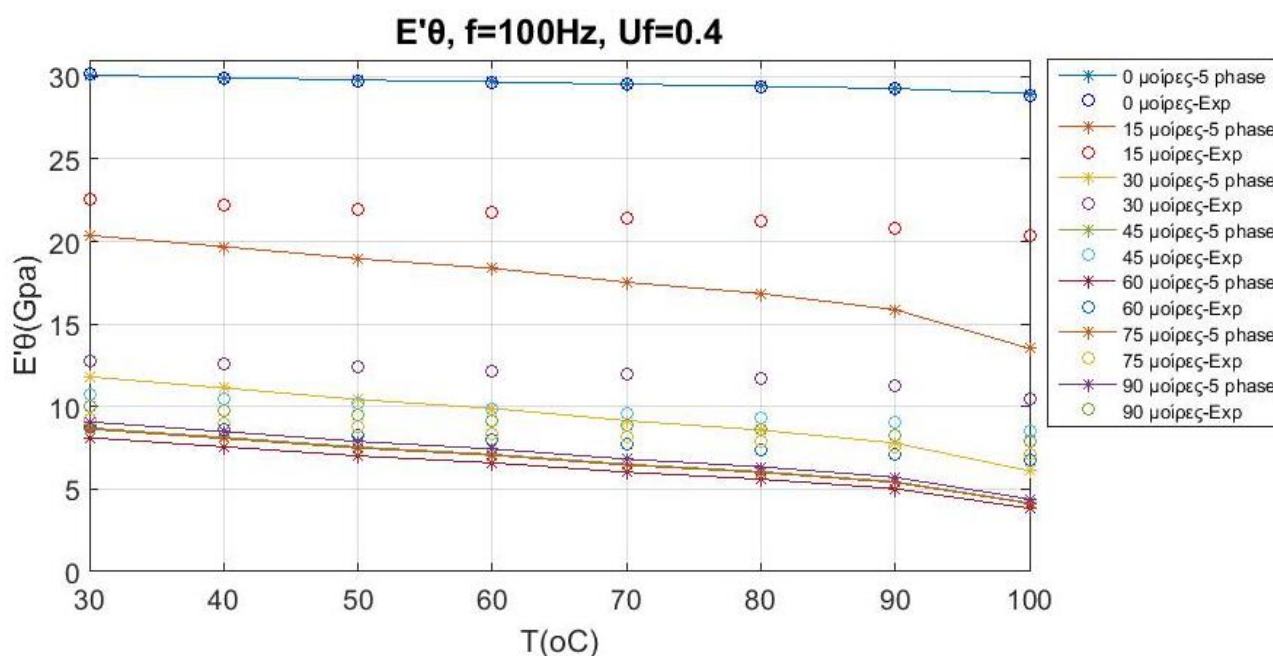
Διάγραμμα 34

Στη συνέχεια παραθέτουμε τα αποτελέσματα των πειραμάτων, που έγιναν στο εργαστήριο Αντοχής των Υλικών της Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., σε συχνότητα 100Hz και προέκυψαν τα κάτωθι στοιχεία:

Experiment	α/α (°)						
	0	15	30	45	60	75	90
T (°C)	E'_θ (GPa)	E'_θ (GPa)	E'_θ (GPa)	E'_θ (GPa)	E'_θ (GPa)	E'_θ (GPa)	E'_θ (GPa)
30	30.15	22.55	12.80	10.70	8.75	9.25	10.00
40	29.87	22.20	12.55	10.47	8.57	9.00	9.75
50	29.75	21.95	12.42	10.22	8.25	8.75	9.50
60	29.63	21.73	12.17	9.85	8.00	8.38	9.14
70	29.50	21.45	11.93	9.60	7.75	8.14	8.88
80	29.38	21.20	11.68	9.35	7.38	7.88	8.65
90	29.25	20.84	11.30	9.01	7.14	7.52	8.27
100	28.88	20.35	10.44	8.52	6.75	7.15	7.90

Πίνακας 41

Στο επόμενο διάγραμμα απεικονίζονται τα πειραματικά δεδομένα σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του πενταφασικού μοντέλου:

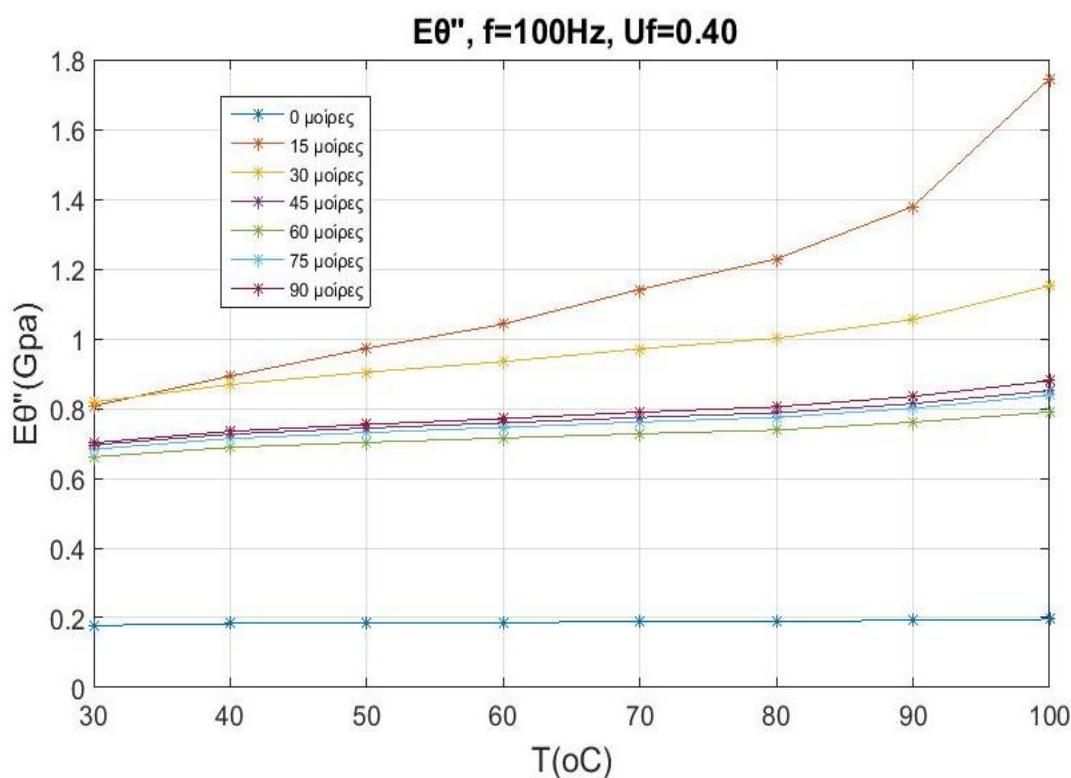


2. Υπολογίζουμε το Δυναμικό Μέτρο Απωλειών του μέτρου Ελαστικότητας υπό γωνία θ από την σχέση (7.6.1.10) συναρτήσει της θερμοκρασίας, για γωνίες από 0° έως και 90° μοίρες. Οι υπολογισμοί γίνονται για περιεκτικότητα εγκλείσματος 40%:

	α/α (ο)						
	0	15	30	45	60	75	90
T (οC)	E'' θ (GPa)	E'' θ (GPa)	E'' θ (GPa)	E'' θ (GPa)	E'' θ (GPa)	E'' θ (GPa)	E'' θ (GPa)
30	0.1780	0.8077	0.8183	0.6957	0.6612	0.6834	0.7017
40	0.1834	0.8927	0.8684	0.7265	0.6885	0.7137	0.7347
50	0.1852	0.9720	0.9040	0.7438	0.7028	0.7309	0.7543
60	0.1870	1.0418	0.9343	0.7588	0.7153	0.7457	0.7712
70	0.1882	1.1413	0.9708	0.7743	0.7277	0.7612	0.7894
80	0.1894	1.2290	1.0013	0.7875	0.7383	0.7744	0.8048
90	0.1930	1.3788	1.0552	0.8140	0.7606	0.8007	0.8346
100	0.1960	1.7456	1.1512	0.8512	0.7899	0.8381	0.8792

Πίνακας 42

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 36

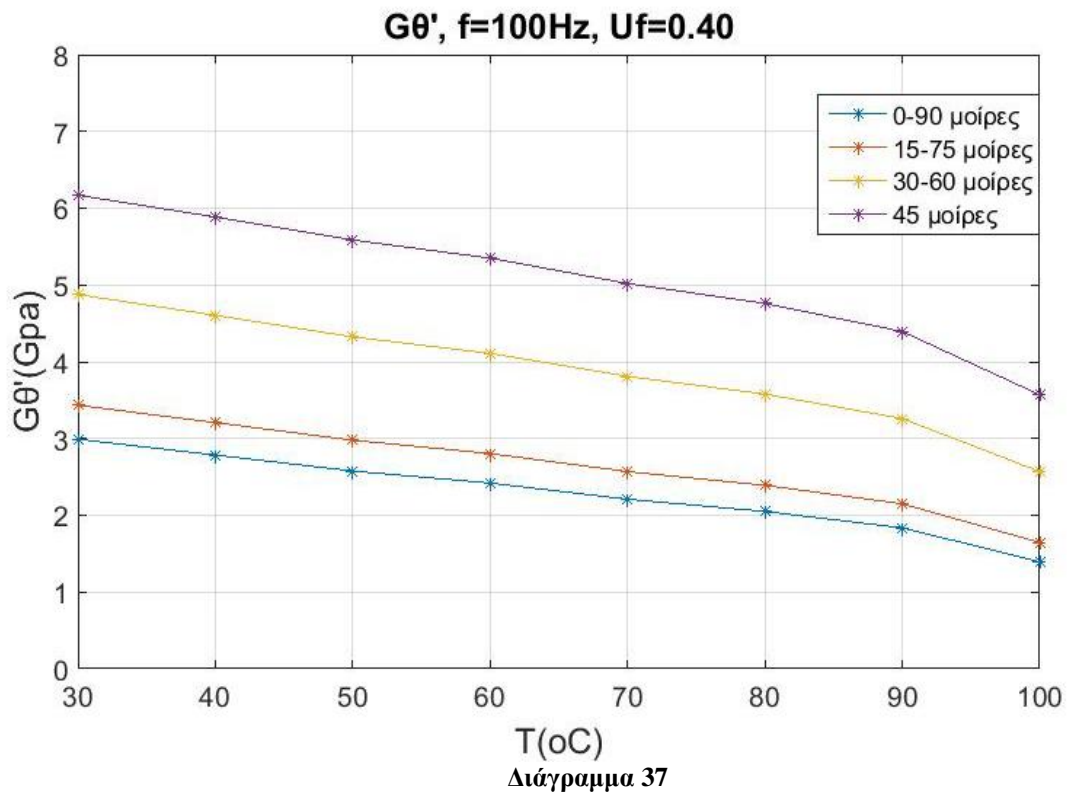
8.2.10 ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ θ , G_{θ}^*

1. Υπολογίζουμε το Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης του μέτρου Διάτμησης υπό γωνία θ από την σχέση (7.6.2.6) συναρτήσει της θερμοκρασίας, για γωνίες από 0° έως και 90° μοίρες. Οι υπολογισμοί γίνονται για περιεκτικότητα εγκλείσματος 40%:

	α/α ($^{\circ}$)						
	0	15	30	45	60	75	90
T ($^{\circ}$ C)	G'_{θ} (GPa)	G'_{θ} (GPa)	G'_{θ} (GPa)	G'_{θ} (GPa)	G'_{θ} (GPa)	G'_{θ} (GPa)	G'_{θ} (GPa)
30	2.9906	3.4332	4.8753	6.1697	4.8753	3.4332	2.9906
40	2.7846	3.2074	4.6048	5.8852	4.6048	3.2074	2.7846
50	2.5768	2.9782	4.3246	5.5853	4.3246	2.9782	2.5768
60	2.4201	2.8044	4.1082	5.3500	4.1082	2.8044	2.4201
70	2.2093	2.5693	3.8098	5.0198	3.8098	2.5693	2.2093
80	2.0502	2.3908	3.5789	4.7595	3.5789	2.3908	2.0502
90	1.8363	2.1494	3.2602	4.3934	3.2602	2.1494	1.8363
100	1.3950	1.6460	2.5697	3.5689	2.5697	1.6460	1.3950

Πίνακας 43

Το αντίστοιχο διάγραμμα:

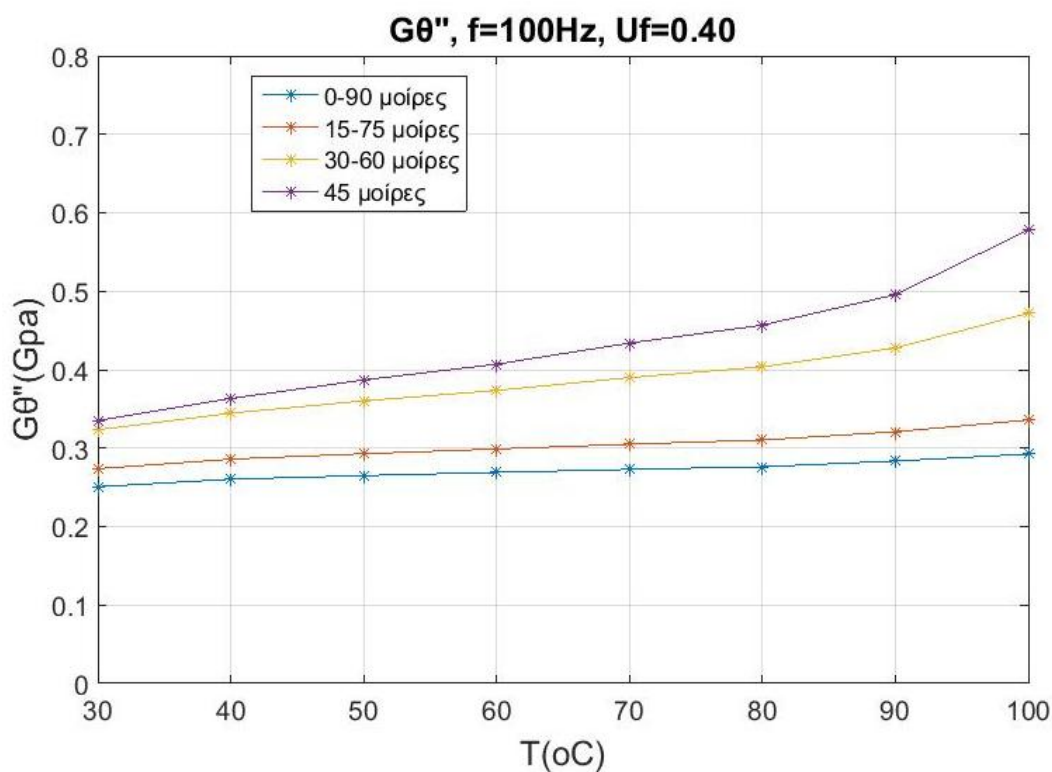


2. Υπολογίζουμε το Δυναμικό Μέτρο Απωλειών του μέτρου Διάτμησης υπό γωνία θ από την σχέση (7.6.2.7) συναρτήσεως της θερμοκρασίας, για γωνίες από 0° έως και 90° μοίρες. Οι υπολογισμοί γίνονται για περιεκτικότητα εγκλείσματος 40%:

	α/α°						
	0	15	30	45	60	75	90
T ($^\circ\text{C}$)	G''_θ (GPa)	G''_θ (GPa)	G''_θ (GPa)	G''_θ (GPa)	G''_θ (GPa)	G''_θ (GPa)	G''_θ (GPa)
30	0.2508	0.2738	0.3234	0.3353	0.3234	0.2738	0.2508
40	0.2604	0.2860	0.3446	0.3633	0.3446	0.2860	0.2604
50	0.2650	0.2929	0.3602	0.3868	0.3602	0.2929	0.2650
60	0.2691	0.2989	0.3735	0.4070	0.3735	0.2989	0.2691
70	0.2729	0.3051	0.3899	0.4339	0.3899	0.3051	0.2729
80	0.2762	0.3104	0.4037	0.4568	0.4037	0.3104	0.2762
90	0.2836	0.3209	0.4276	0.4956	0.4276	0.3209	0.2836
100	0.2924	0.3358	0.4720	0.5780	0.4720	0.3358	0.2924

Πίνακας 44

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 38

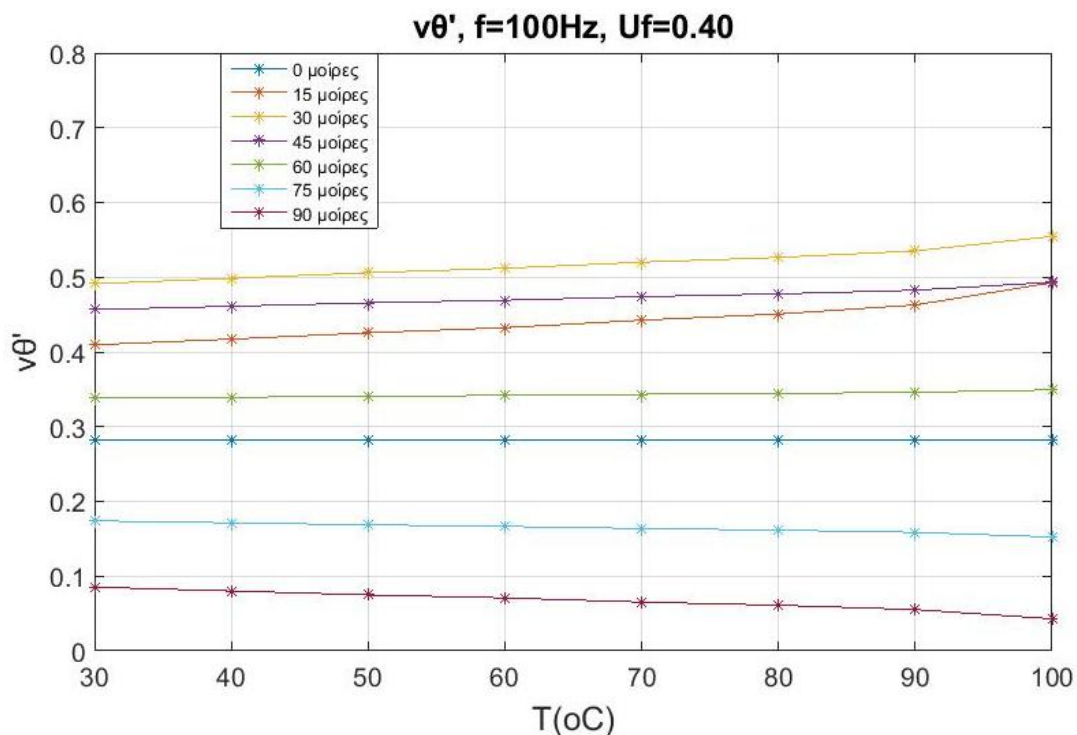
8.2.11 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ POISSON ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ θ , ν_{θ}^*

Υπολογίζουμε τον Δυναμικό λόγο Poisson υπό γωνία θ από την σχέση (7.6.3.9) συναρτήσει της θερμοκρασίας, για γωνίες από 0° έως και 90° μοίρες. Οι υπολογισμοί γίνονται για περιεκτικότητα εγκλείσματος 40%:

	α/α ($^\circ$)						
	0	15	30	45	60	75	90
T ($^\circ\text{C}$)	ν'_{θ}	ν'_{θ}	ν'_{θ}	ν'_{θ}	ν'_{θ}	ν'_{θ}	ν'_{θ}
30	0.2828	0.4096	0.4913	0.4566	0.3379	0.1740	0.0853
40	0.2828	0.4172	0.4986	0.4611	0.3393	0.1713	0.0802
50	0.2828	0.4256	0.5061	0.4657	0.3408	0.1687	0.0749
60	0.2828	0.4325	0.5120	0.4692	0.3419	0.1666	0.0709
70	0.2828	0.4425	0.5201	0.4740	0.3433	0.1638	0.0654
80	0.2828	0.4508	0.5265	0.4777	0.3445	0.1616	0.0611
90	0.2828	0.4629	0.5353	0.4827	0.3460	0.1587	0.0553
100	0.2828	0.4927	0.5546	0.4933	0.3493	0.1524	0.0429

Πίνακας 45

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 39

8.3 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Δυναμικές Ελαστικές Σταθερές – Σχολιασμός Διαγραμμάτων

Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης και Απωλειών Μήτρας E'_m & E''_m

1. 100Hz

Στο Διάγραμμα 21 απεικονίζεται η μεταβολή του μέτρου αποθήκευσης E'_m της μήτρας συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%, που υπενθυμίζουμε ότι είναι η μέγιστη που μπορεί να φτάσει το μοντέλο μας. Διαπιστώνουμε ότι οι τιμές του φθίνουν καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία.

Στο Διάγραμμα 22 απεικονίζεται η μεταβολή του μέτρου απωλειών E''_m της μήτρας συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40% και για συχνότητα 100Hz. Διαπιστώνουμε ότι αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας, όπως είναι λογικό.

2. 800Hz

Στο Διάγραμμα 31 απεικονίζεται η μεταβολή του μέτρου αποθήκευσης E'_m της μήτρας συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40% και για συχνότητα 800Hz. Διαπιστώνουμε, όπως παρατηρήσαμε και στην προηγούμενη συχνότητα, μείωση του μέτρου αποθήκευσης E'_m της μήτρας συναρτήσει της θερμοκρασίας.

Διαπιστώνουμε ότι το μέτρο αποθήκευσης E'_m της μήτρας για συχνότητα 800Hz λαμβάνει ελαφρώς υψηλότερες τιμές σε σχέση με τα 100Hz. Να προσθέσουμε, ότι η διαφορά των δύο ακραίων τιμών του E'_m (30°C & 100°C) είναι μικρότερη στα 800Hz (1,525) από ότι στα 100Hz (1,861).

Δυναμικό Διάμηκες Μέτρο Αποθήκευσης E'_L

1. 100Hz

Στο Διάγραμμα 23 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού διαμήκους μέτρου αποθήκευσης E'_L συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Συμπεριλαμβάνονται, τα αποτελέσματα του πενταφασικού μοντέλου και πειραματικά δεδομένα.

Διαπιστώνουμε ότι το E'_L εμφανίζει μια ασθενή πτωτική εξάρτηση από την θερμοκρασία. Η μείωση αυτή με την αύξηση της θερμοκρασίας προκαλείται από την αντίστοιχη μείωση του μέτρου αποθήκευσης E'_m της μήτρας. Τα αποτελέσματα που δίνει το μοντέλο μας για το E'_L είναι ικανοποιητικά αφού τα πειραματικά σημεία προσεγγίζονται σε πολύ καλό βαθμό σε όλο το εύρος των θερμοκρασιών. Ειδικότερα, οι τιμές που προβλέπει έως τους 70oC είναι ανάμεσα στα δύο (2) πειραματικά αποτελέσματα.

2. 800Hz

Στο Διάγραμμα 32 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού διαμήκους μέτρου αποθήκευσης E'_L συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 800Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Συμπεριλαμβάνονται, τα αποτελέσματα του πενταφασικού μοντέλου και πειραματικά δεδομένα.

Διαπιστώνουμε, όπως παρατηρήσαμε και στην προηγούμενη συχνότητα, μία πτωτική τάση με την αύξηση της θερμοκρασίας. Οι πειραματικές τιμές παρουσιάζουν ακριβώς την ίδια διακύμανση και είναι ελαφρώς μεγαλύτερες σε όλο το εύρος των θερμοκρασιών.

Σύγκριση Δυναμικού Μέτρου Αποθήκευσης E'_L του θεωρητικού μας μοντέλου για συχνότητες $f=100\text{Hz}$ και $f=800\text{Hz}$

Στο Διάγραμμα 33 απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου αποθήκευσης E'_L συναρτήσει της θερμοκρασίας (T) του πενταφασικού μοντέλου για τις συχνότητες 100Hz και 800Hz, για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%.

Διαπιστώνουμε ότι οι δύο καμπύλες έχουν την ίδια μορφή. Οι τιμές του E'_L στα 800Hz είναι μεγαλύτερες από αυτές στα 100Hz, κάτι που

περιμέναμε αφού ακολουθούν την συμπεριφορά του μέτρου αποθήκευσης E'_m της μήτρας.

Δυναμικό Διάμηκες Μέτρο Απωλειών E''_L

100Hz

Στο Διάγραμμα 24 απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου απωλειών E''_L συναρτήσεως της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Συμπεριλαμβάνονται, τα αποτελέσματα του πενταφασικού μοντέλου και πειραματικά δεδομένα.

Διαπιστώνουμε ότι το E''_L αυξάνεται όσο αυξάνεται η θερμοκρασία. Η αύξηση αυτή οφείλεται στην αύξηση του μέτρου απωλειών E''_m της μήτρας. Ο ρυθμός της αύξησης του E''_L βλέπουμε ότι αυξάνεται για $T > 80^\circ\text{C}$, καθώς πλησιάζουμε την θερμοκρασία της υαλώδους μετάβασης (T_g) της μήτρας του σύνθετου, όπως και για το σύνθετο, του οποίου η συμπεριφορά επηρεάζεται κυρίως από την μήτρα.

Τα αποτελέσματα που δίνει το μοντέλο μας για το E''_L μπορούν να χαρακτηρισθούν ικανοποιητικά αφού τα πειραματικά σημεία προσεγγίζονται σε καλό βαθμό σε όλο το εύρος των θερμοκρασιών. Οι τιμές που προβλέπει το πενταφασικό μοντέλο είναι σταθερά μικρότερες από τις τιμές του πειράματος.

Δυναμικός Διαμήκης Λόγος Poisson ν'_{LT}

Στο Διάγραμμα 25 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού διαμήκους λόγου Poisson ν'_{LT} συναρτήσεως της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Συμπεριλαμβάνονται, τα αποτελέσματα του πενταφασικού μοντέλου και της θεωρητικής σχέσης των Whitney - Riley.

Διαπιστώνουμε ότι ο ν'_{LT} του πενταφασικού μοντέλου είναι σταθερός και ανεξάρτητος της θερμοκρασίας. Αυτό συμβαίνει καθώς στον τύπο που καταλήξαμε για τον ν'_{LT} δεν εμπεριέχεται το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας της μήτρας. Ο ν'_{LT} των ερευνητών, που εμπεριέχει το μέτρο αποθήκευσης E'_m της μήτρας, παρουσιάζει μια πολύ ασθενή πτωτική εξάρτηση από την θερμοκρασία. Η μείωση παρόλα αυτά είναι της τάξης του τέταρτου δεκαδικού ψηφίου. (30oC:0,28286 – 100oC:0,28235)

Δυναμικός Εγκάρσιος Λόγος Poisson ν'_{TT}

Στο Διάγραμμα 26 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού εγκάρσιου λόγου Poisson ν'_{TT} συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη του μοντέλου μας δείχνουν ότι ο εγκάρσιος λόγος Poisson ν'_{TT} , όπως και ο διαμήκης, είναι ανεξάρτητος της θερμοκρασίας, καθώς ο τύπος στον οποίο καταλήξαμε δεν εμπεριέχει το μέτρο αποθήκευσης ή απωλειών της μήτρας.

Δυναμικό Εγκάρσιο Μέτρο Αποθήκευσης E'_T

Στο Διάγραμμα 27 απεικονίζεται η μεταβολή του εγκάρσιου μέτρου αποθήκευσης E'_T συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Παρατηρούμε ότι το E'_T εμφανίζει έντονη πτωτική τάση με την αύξηση της θερμοκρασίας. (Ακραίες τιμές: 9,0727 - 4,3903). Αυτό μας δείχνει την μεγάλη εξάρτηση του Εγκάρσιου Μέτρου Αποθήκευσης από την μήτρα.

Εγκάρσιο Δυναμικό Μέτρο Απωλειών E''_T

Στο Διάγραμμα 28 απεικονίζεται η μεταβολή του εγκάρσιου μέτρου απωλειών E''_T συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Διαπιστώνουμε ότι το E''_T αυξάνεται όσο αυξάνεται η θερμοκρασία. Ο ρυθμός της αύξησης του E''_T είναι μεγαλύτερος για $T > 80^\circ\text{C}$, καθώς πλησιάζουμε την θερμοκρασία της υαλώδους μετάβασης (T_g) της μήτρας του σύνθετου, όπως και για το σύνθετο, του οποίου η συμπεριφορά επηρεάζεται κυρίως από την μήτρα.

Δυναμικό Διάμηκες Μέτρο Αποθήκευσης για Διάτμηση G'_{LT}

Στο Διάγραμμα 29 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού διαμήκους μέτρου αποθήκευσης για διάτμηση G'_{LT} συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Παρατηρούμε ότι το G'_{LT} μειώνεται έντονα όσο αυξάνεται η θερμοκρασία. (Ακραίες τιμές: 2,9906 - 1,3950). Αυτό μας δείχνει την μεγάλη εξάρτηση του G'_{LT} από την μήτρα.

Δυναμικό Διάμηκες Μέτρο Απωλειών για Διάτμηση G''_{LT}

Στο Διάγραμμα 30 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού διαμήκους μέτρου απωλειών για διάτμηση G''_{LT} συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Παρατηρούμε ότι το G''_{LT} ακολουθεί μεταβολή παραπλήσια με τα προηγούμενα δυναμικά μέτρα απωλειών. Το G''_{LT} αυξάνεται όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, ενώ ο ρυθμός της αύξησης του βλέπουμε ότι είναι μεγαλύτερος για $T > 80^{\circ}\text{C}$, καθώς πλησιάζουμε την θερμοκρασία της υαλόδους μετάβασης (T_g) της μήτρας του σύνθετου, όπως και για το σύνθετο, του οποίου η συμπεριφορά επηρεάζεται κυρίως από την μήτρα.

Δυναμικό Μέτρο Ελαστικότητας υπό γωνία θ E_{θ}^*

1. Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης υπό γωνία θ E'_{θ}

Στο Διάγραμμα 34 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού μέτρου αποθήκευσης υπό γωνία θ συναρτήσει της θερμοκρασίας και για γωνίες ινών $0^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$.

Σε σχέση με τη θερμοκρασία, παρατηρούμε ότι το E'_{θ} για κάθε γωνία των ινών μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Ο ρυθμός μείωσης είναι σχεδόν σταθερός έως τους 90°C όπου και αυξάνεται έντονα.

Σε σχέση με την γωνία θ των ινών, διαπιστώνουμε ότι οι τιμές του δυναμικού μέτρου αποθήκευσης μειώνονται ραγδαία όσο αυξάνεται η γωνία θ , έως τις 60° μοίρες όπου το E'_{θ} είναι το ελάχιστο. Στη συνέχεια, στο διάστημα $60^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$ το μέτρο αποθήκευσης εμφανίζει μικρή αύξηση.

Να αναφέρουμε ότι οι ακραίες τιμές που λαμβάνουμε για 0° και 90° αντιστοιχούν, εξ' ορισμού, στις τιμές E'_L και E'_T αντίστοιχα, κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται.

Σύγκριση Δυναμικού Μέτρου Αποθήκευσης υπό γωνία θ E'_θ με πειραματικά αποτελέσματα.

Στο διάγραμμα 35 βλέπουμε την σύγκριση των αποτελεσμάτων του πενταφασικού μοντέλου με τα πειραματικά δεδομένα για το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης υπό γωνία θ συναρτήσει της θερμοκρασίας και για γωνίες ινών $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

Παρατηρούμε ότι στις 0° έχουμε ταύτιση των αποτελεσμάτων. Στη συνέχεια, στις 15° και 30° έχουμε μια απόκλιση με τα πειραματικά δεδομένα. Τέλος στο διάστημα $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ οι πειραματικές και οι θεωρητικές καμπύλες συγκλίνουν ξανά.

Ως γενική παρατήρηση, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο μας προβλέπει μεγαλύτερη μείωση του E'_θ με την αύξηση της θερμοκρασίας.

2. Δυναμικό Μέτρο Απωλειών υπό γωνία θ E''_θ

Στο Διάγραμμα 36 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού μέτρου απωλειών υπό γωνία θ συναρτήσει της θερμοκρασίας και για γωνίες ινών $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

Σε σχέση με τη θερμοκρασία, παρατηρούμε ότι το E''_θ για κάθε γωνία των ινών αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Ο ρυθμός αύξησης είναι σχεδόν σταθερός έως τους 80°C , οπότε αυξάνεται και ακόμα πιο μεγάλη αύξηση έχουμε μετά τους 90°C . Αυτό συμβαίνει γιατί πλησιάζουμε την θερμοκρασία της υαλώδους μετάβασης (T_g) της μήτρας του σύνθετου, όπως και για το σύνθετο, του οποίου η συμπεριφορά επηρεάζεται κυρίως από την μήτρα.

Σε σχέση με την γωνία θ των ινών, διαπιστώνουμε ότι οι τιμές του δυναμικού μέτρου απωλειών αυξάνονται όσο αυξάνεται η γωνία θ , έως τις 30° μοίρες όπου το E''_θ είναι το μέγιστο. Στη συνέχεια, στο διάστημα $30^\circ < \theta \leq 60^\circ$ το δυναμικό μέτρο απωλειών εμφανίζει πτώση, ενώ στο διάστημα $60^\circ < \theta < 90^\circ$ εμφανίζει μικρή αύξηση.

Να αναφέρουμε ότι οι ακραίες τιμές που λαμβάνουμε για 0° και 90° αντιστοιχούν, εξ' ορισμού στις τιμές E''_L και E''_T αντίστοιχα, κάτι το οποίο επαληθεύεται.

Δυναμικό Μέτρο Διάτμησης υπό γωνία θ G_{θ}^*

1. Δυναμικό Μέτρο Αποθήκευσης σε διάτμηση υπό γωνία θ G_{θ}'

Στο Διάγραμμα 37 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού μέτρου αποθήκευσης σε διάτμηση υπό γωνία θ συναρτήσει της θερμοκρασίας και για γωνίες ινών $0^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$.

Σε σχέση με τη θερμοκρασία, παρατηρούμε ότι το G_{θ}' για κάθε γωνία των ινών μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Ο ρυθμός μείωσης είναι σχεδόν σταθερός έως τους 90°C όπου και αυξάνεται έντονα.

Σε σχέση με την γωνία θ των ινών, διαπιστώνουμε ότι οι τιμές του δυναμικού μέτρου αποθήκευσης για διάτμηση αυξάνονται όσο αυξάνεται η γωνία θ , έως τις 45° μοίρες, όπου το G_{θ}' είναι το μέγιστο. Στη συνέχεια, στο διάστημα $45^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$ το μέτρο αποθήκευσης μειώνεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που αυξανόταν όσο μεγάλωνε η γωνία θ των ινών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να ταυτίζονται οι τιμές του για τις συμπληρωματικές γωνίες $0^{\circ}-90^{\circ}$, $15^{\circ}-75^{\circ}$ και $30^{\circ}-60^{\circ}$. Έχουμε δηλαδή συμμετρία τιμών ως προς τις 45° .

2. Δυναμικό Μέτρο Απωλειών σε διάτμηση υπό γωνία θ G_{θ}''

Στο Διάγραμμα 38 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού μέτρου απωλειών σε διάτμηση υπό γωνία θ συναρτήσει της θερμοκρασίας και για γωνίες ινών $0^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$.

Σε σχέση με τη θερμοκρασία, παρατηρούμε ότι το G_{θ}'' για κάθε γωνία των ινών αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Ο ρυθμός αύξησης είναι σχεδόν σταθερός έως τους 80°C , όπου αυξάνεται και ακόμα πιο μεγάλη αύξηση έχουμε μετά τους 90°C . Αυτό συμβαίνει γιατί πλησιάζουμε την θερμοκρασία της υαλώδους μετάβασης (T_g) της μήτρας του σύνθετου, όπως και για το σύνθετο, του οποίου η συμπεριφορά επηρεάζεται κυρίως από την μήτρα.

Σε σχέση με την γωνία θ των ινών, διαπιστώνουμε ότι οι τιμές του δυναμικού μέτρου απωλειών για διάτμηση αυξάνονται όσο αυξάνεται η γωνία θ , έως τις 45° μοίρες όπου το G_{θ}'' λαμβάνει την μέγιστη τιμή. Στη συνέχεια, στο διάστημα $45^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$ το μέτρο απωλειών μειώνεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που αυξανόταν όσο μεγάλωνε η γωνία θ των ινών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να ταυτίζονται οι τιμές του για τις συμπληρωματικές

γωνίες 0° - 90° , 15° - 75° και 30° - 60° . Έχουμε δηλαδή συμμετρία τιμών ως προς τις 45° .

Δυναμικός Λόγος Poisson υπό γωνία θ ν_{θ}^*

Στο Διάγραμμα 39 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού λόγου Poisson υπό γωνία θ συναρτήσει της θερμοκρασίας και για γωνίες ινών $0^{\circ}<\theta<90^{\circ}$.

Σε σχέση με τη θερμοκρασία, παρατηρούμε ότι ο ν_{θ}' για γωνία ινών 0° είναι σταθερός και ανεξάρτητος της θερμοκρασίας, αφού ταυτίζεται με τον ν_{LT}' . Στο διάστημα $0^{\circ}<\theta\leq 60^{\circ}$ ο ν_{θ}' αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Ενώ στο διάστημα $60^{\circ}<\theta<90^{\circ}$ ο ν_{θ}' μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.

Σε σχέση με την γωνία θ των ινών, διαπιστώνουμε ότι οι τιμές του δυναμικού λόγου Poisson υπό γωνία θ αυξάνονται όσο αυξάνεται η γωνία θ , έως τις 30° μοίρες όπου ο ν_{θ}' λαμβάνει την μεγαλύτερη τιμή. Στη συνέχεια, στο διάστημα $30^{\circ}<\theta<90^{\circ}$ ο ν_{θ}' εμφανίζει πολύ μεγάλη μείωση καθώς η γωνία των ινών αυξάνεται μέχρι τις 90° .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΧΡΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΣΤΑΤΙΚΩΝ - ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

9.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός της παρούσας ανάλυσης είναι να μπορέσουμε να εξάγουμε τα αποτελέσματα των Στατικών και Δυναμικών μηχανικών ιδιοτήτων του πενταφασικού κυλινδρικού μοντέλου με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, πιο συγκεκριμένα:

- Το στατικό διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_L
- Τον στατικό διαμήκη λόγο Poisson ν_{LT}
- Το δυναμικό διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_{LT}^*
- Τον δυναμικό διαμήκη λόγο Poisson ν_{LT}^*

9.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

9.2.1 ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Η μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία έγινε με χρήση του προγράμματος “ANSYS Workbench 2019” [63].

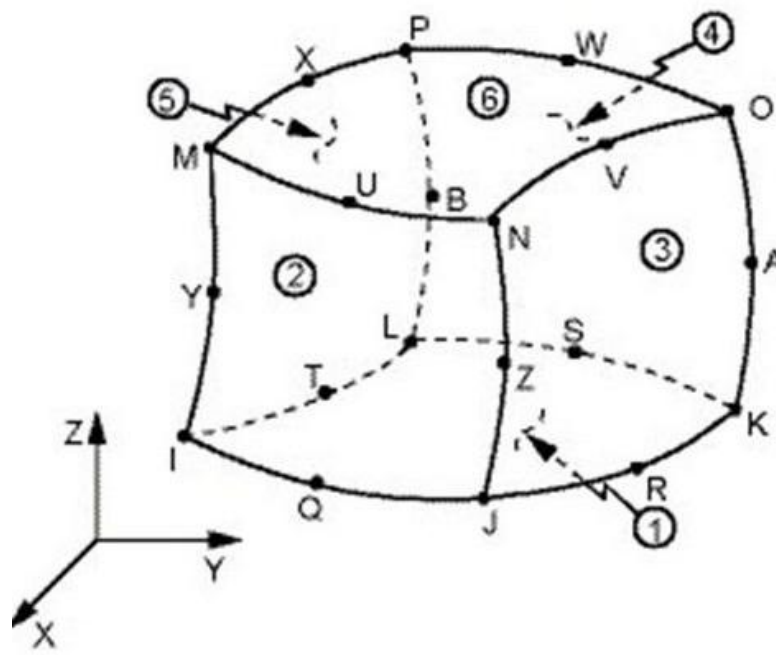
Στα περισσότερα δομικά στοιχεία από σύνθετα υλικά αναπτύσσονται τρισδιάστατα τασικά πεδία. Λόγω της πολυπλοκότητας του υλικού αλλά και της γεωμετρίας του μοντέλου μας, όπου οι δύο ενδιάμεσες φάσεις έχουν πολύ μικρή ακτίνα, θα αναπτύξουμε ένα ισοδύναμο τρισδιάστατο μοντέλο.

Για την ανάπτυξη του ισοδύναμου μοντέλου δημιουργήσαμε ένα ομοιογενές κυλινδρικό χωρίο με μέγιστη κατ' όγκο περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Για την μοντελοποίηση του υλικού, εισαγάγαμε τις αντίστοιχες περιεκτικότητες των άλλων δύο φάσεων (μήτρας και ενδιάμεσης φάσης) από τον Πίνακα 7. Χρησιμοποιήσαμε τη λειτουργία του Ansys «Material Combination», στην οποία εισάγοντας τα κατ' όγκο ποσοστά της κάθε φάσης, δημιουργείται ένα ισοδύναμο κυλινδρικό χωρίο από ομοιογενές υλικό. Οι μηχανικές ιδιότητες του ισοδύναμου κυλινδρικού

χωρίου υπολογίζονται από τα αντίστοιχα ποσοστά των ιδιοτήτων των τριών φάσεων.

Για την διακριτοποίηση του σύνθετου υλικού χρησιμοποιήθηκε το 3D εικοσακομβικό στοιχείο ANSYS SOLID 186, του οποίου η σχηματική αναπαράσταση φαίνεται στην Εικόνα 40. Το στοιχείο αυτό έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Τρεις βαθμούς ελευθερίας μετατόπισης ανά κόμβο.
- Ορθότροπες μηχανικές ιδιότητες



Εικόνα 40

Για την μοντελοποίηση γενικά με τα πεπερασμένα στοιχεία θα αναφερθούμε σε μερικές πρακτικές που βοηθούν στην ορθολογικότερη προσέγγιση των προβλημάτων:

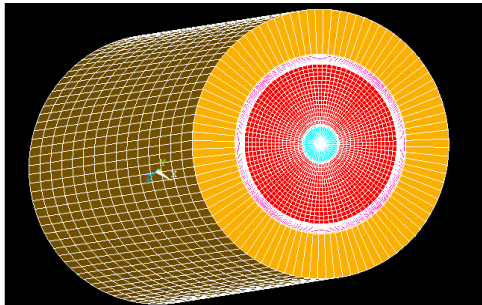
α. Προσπαθούμε να χρησιμοποιήσουμε όσο πιο μικρά μοντέλα μπορούμε, δηλαδή πιο λίγα στοιχεία με όσο πιο απλές συναρτήσεις σχήματος γίνεται. Δεν είναι δυνατό να γνωρίζουμε εκ των προτέρων το μέγεθος του στοιχείου για την ικανοποιητική προσέγγιση του πεδίου μετατοπίσεων του προβλήματός μας. Παρόλα αυτά, με προηγούμενη αποκτηθείσα εμπειρία, ή με την βοήθεια επαναληπτικών δοκιμών επί του μοντέλου, είτε με την προσομοίωση ή κατά προσέγγιση προσομοίωση της μορφής μιας αναλυτικής λύσης, μπορούμε να προβλέψουμε την διακύμανση του πεδίου μετατοπίσεων που περιμένουμε να επιδείξει το μοντέλο μας.

β. Σε συμμετρικά προβλήματα, μπορούμε να περιορίσουμε το χωρίο επίλυσης, θέτοντας κατάλληλες συνοριακές συνθήκες στα επίπεδα συμμετρίας.

9.2.2 ΟΙ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ

Στις ακόλουθες Εικόνες αποτυπώνεται η κυλινδρική διατομή (υπολογιστικά χωρία) με πέντε ομόκεντρους κυλίνδρους η καθεμία από αυτές, οι οποίες αντιπροσωπεύουν διαφορετικές κατ' όγκο συγκεντρώσεις σε υλικό ίνας, μήτρας και ενδιάμεσης φάσης.

Η γεωμετρία αυτών των αναλογιών σχεδιάστηκαν με βάση τις ακτίνες (r) του Πίνακα 6, (Κεφ.3) και το μήκος το κυλίνδρων είναι 0,26mm (260μm).

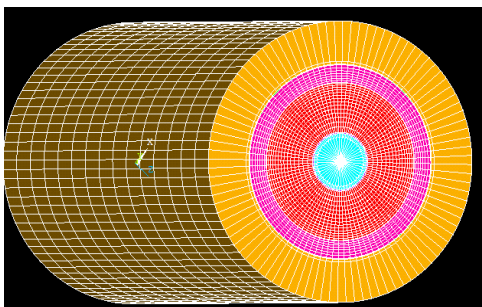


Εικόνα 41α

$$U_f=10\%$$

$$U_i=0.12\%$$

$$U_m=89.88\%$$

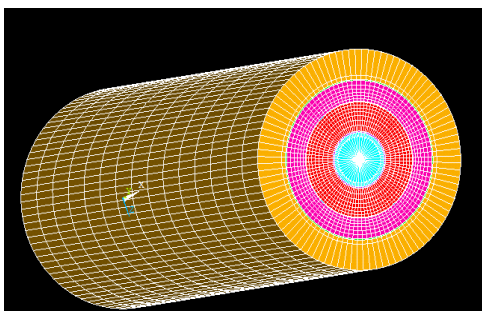


Εικόνα 41β

$$U_f=20\%$$

$$U_i=0,492\%$$

$$U_m=79,508\%$$

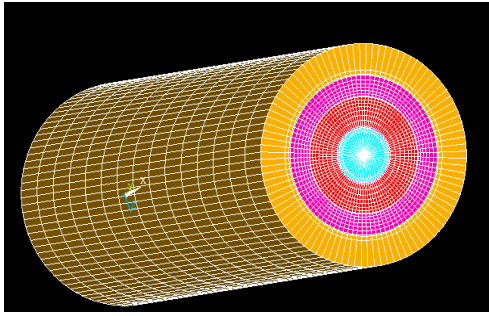


Εικόνα 41γ

$$U_f=30\%$$

$$U_i=1,107\%$$

$$U_m=68,893\%$$



Εικόνα 41δ

$$U_f=40\%$$

$$U_i=1,968\%$$

$$U_m=58,032\%$$

Υπόθεση:

Ιδιότητες Ίνας, $E_f = 70\text{GPa}$, $\nu_f = 0.2$

Ιδιότητες Μήτρας, $E_m = 3.5\text{GPa}$, $\nu_m = 0.35$

9.2.3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Η ενδιάμεση φάση είναι το σωληνοειδές εκείνο χωρίο μεταξύ των φάσεων ίνας, μήτρας. Αυτό το χωρίο δεν έχει σταθερές ιδιότητες κατά την ακτινική του χωρική συντεταγμένη. Μπορεί να υποτεθεί ότι το υλικό που είναι πιο κοντά στην ίνα έχει ελαστικές ιδιότητες παρόμοιες με αυτές της ινώδους φάσης, ενώ όσο απομακρυνόμαστε από αυτό το σύνορο και πλησιάζουμε την μήτρα, τότε οι ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης προσομοιάζουν αυτές της μήτρας. Αυτό αναλύθηκε στο κεφάλαιο ‘4’ καθώς και ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλονται οι ιδιότητες του υλικού στην ενδιάμεση φάση, η οποία έχουμε θεωρήσει ότι είναι η παραβολική συνάρτηση.

Στην μοντελοποίηση μας του ισοδύναμου τρισδιάστατου κυλινδρικού χωρίου οι τιμές για τα E_i και ν_i είναι οι μέσοι όροι των ελαστικών σταθερών για την 1^η και 2^η ενδιάμεση φάση στο κυλινδρικό πενταφασικό μοντέλο στην παραβολική μεταβολή. Ποιο συγκεκριμένα στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές των μηχανικών ιδιοτήτων των ενδιάμεσων φάσεων που έχει το μοντέλο μας σε σχέση με την περιεκτικότητα σε ίνες.

U_f	1 ^η ενδιάμεση φάση			2η ενδιάμεση φάση		
	$E_i(\text{Gpa})$	$G_i(\text{Gpa})$	ν_i	$E_i(\text{Gpa})$	$G_i(\text{Gpa})$	ν_i
0.10	21,52	8.8587	0.2867	21.5245	8.8563	0.2867
0.20	21.51	8.8541	0.2867	21.5007	8.8463	0.2868
0.30	21.49	8.8424	0.2868	21.5023	8.8470	0.2868
0.40	21.46	8.8305	0.2869	21.4284	8.8160	0.2870

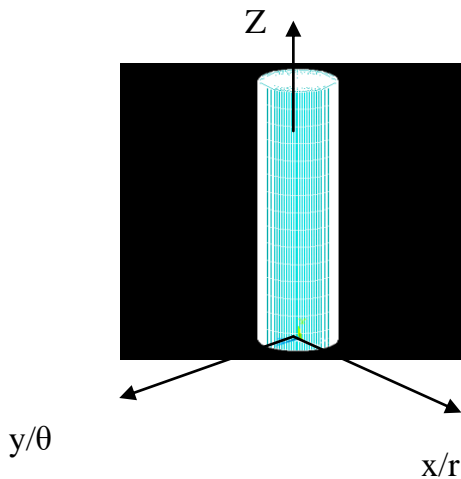
Πίνακας 46

9.3 ΣΤΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

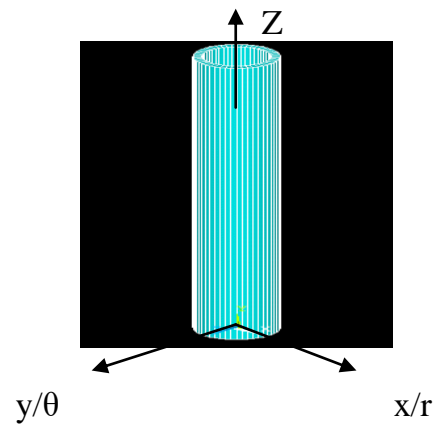
Στην ενότητα αυτή, θα υπολογίσουμε μακροσκοπικά τις στατικές μηχανικές ιδιότητες του πενταφασικού κυλινδρικού μοντέλου. Με βάση την ανωτέρω θεώρηση θα προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων τα ακόλουθα ισοδύναμα μεγέθη:

- α) Το στατικό διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_L
- β) Τον στατικό διαμήκη λόγο Poisson ν_{LT}

Το στατικό πρόβλημα που καλούμαστε να προσεγγίσουμε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, απεικονίζεται στις Εικόνες 42 και 43. Στη συνέχεια επεξηγούμε την συλλογιστική διαδοχή που θα ακολουθηθεί για την υπολογιστική διερεύνηση του προβλήματος μας.



Εικόνα 42



Εικόνα 43

Οι οριακές συνθήκες των άνωθεν χωρίων, οι οποίες θα μας οδηγήσουν στον υπολογισμό στατικών ελαστικών μεγεθών του συνολικού σώματος θεωρώντας το μακροσκοπικά ως ομογενές σώμα, είναι οι ακόλουθες:



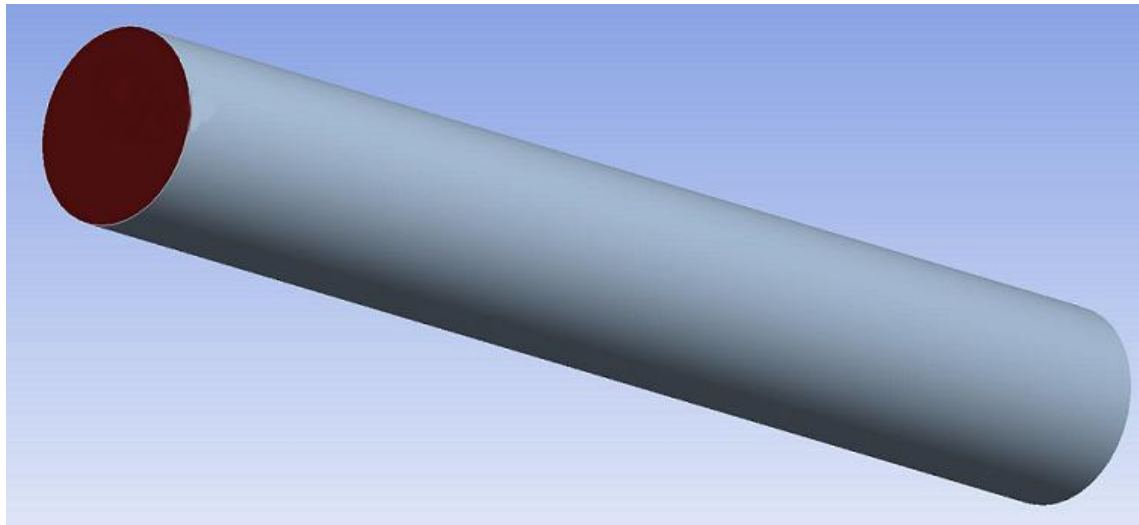
Εικόνα 44

Στην Εικόνα 44 παρουσιάζονται οι οριακές συνθήκες και η φόρτιση για τον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας (E_L , longitudinal modulus of elasticity). Με P συμβολίζουμε την ομοιόμορφη πίεση που ασκείται στο σύνορο του ισοδύναμου κυλινδρικού μας χωρίου και με u την μετατόπιση του. Το κάτω άκρο του κυλίνδρου, είναι πάκτωση, δηλαδή δεν επιτρέπει στον κύλινδρο να αποχωριστεί από το επίπεδο.

9.3.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ

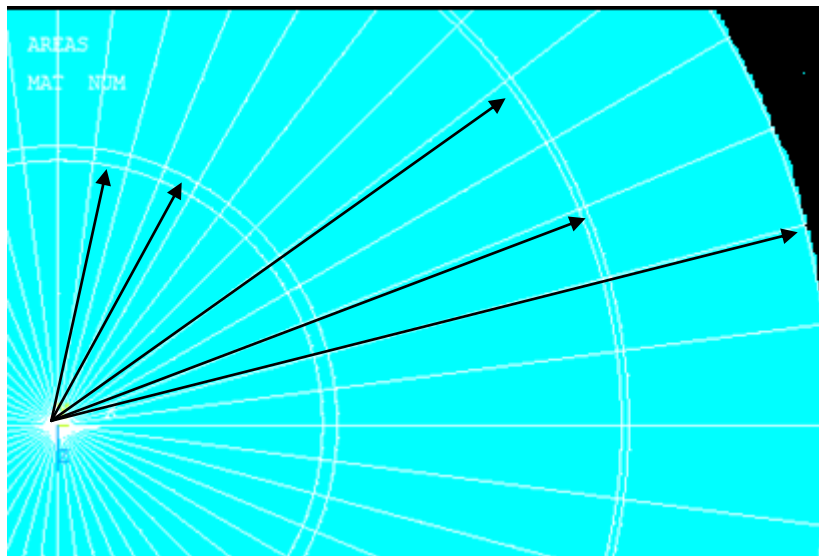
ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L

Για τον υπολογισμό του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας E_L εργαστήκαμε ως εξής: Με το εμπορικό πρόγραμμα ANSYS Workbench 2019 κατασκευάσαμε το ισοδύναμο κυλινδρικό μοντέλο. Για την δημιουργία του μοντέλου χρησιμοποιήσαμε τα εξής γεωμετρικά χαρακτηριστικά:



← L(Μήκος) = 260μm →

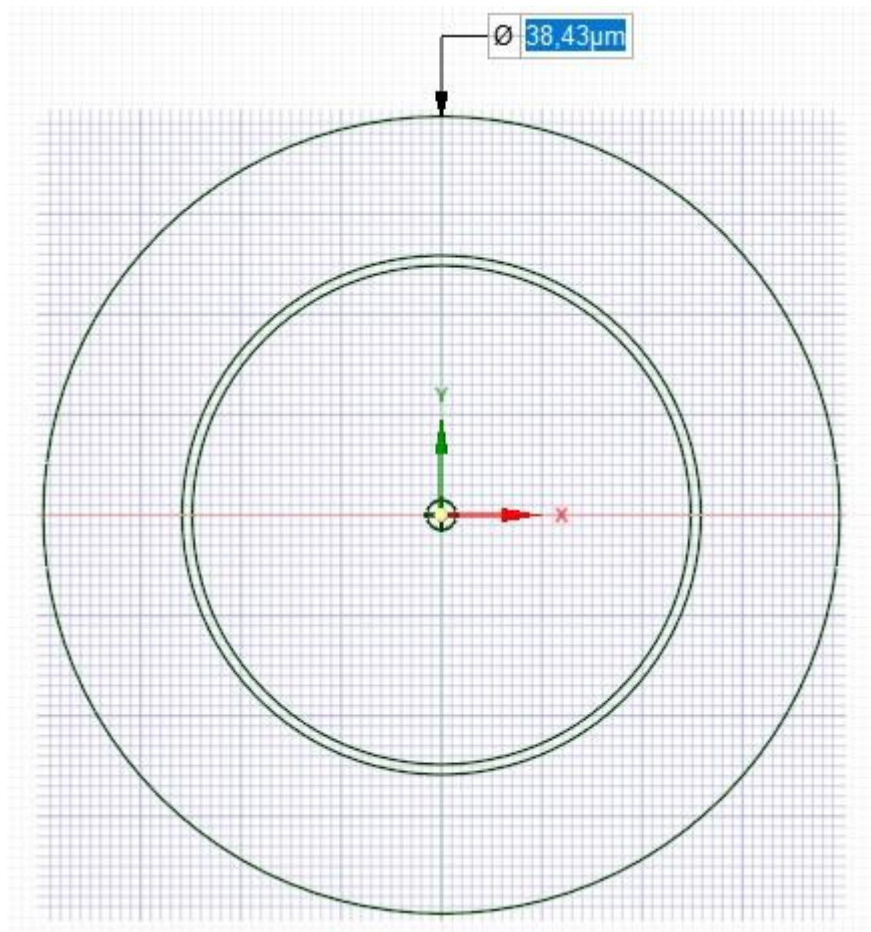
Εικόνα 45



Εικόνα 46 (Ακτίνες Πενταφασικού Κυλινδρικού Μοντέλου)

Δεδομένα:

Οι ακτίνες των φάσεων, για περιεκτικότητα εγκλείσματος $U_f=40\%$, παίρνουν τις τιμές $r_1=0.706\mu\text{m}$, $r_2=0.726\mu\text{m}$, $r_3=12.021\mu\text{m}$, $r_4=12.511\mu\text{m}$ και $r_5=19.215\mu\text{m}$ (Πίνακας 6 Κεφάλαιο '3')



Εικόνα 47 (Διάμετρος Πενταφασικού Κυλινδρικού Μοντέλου)

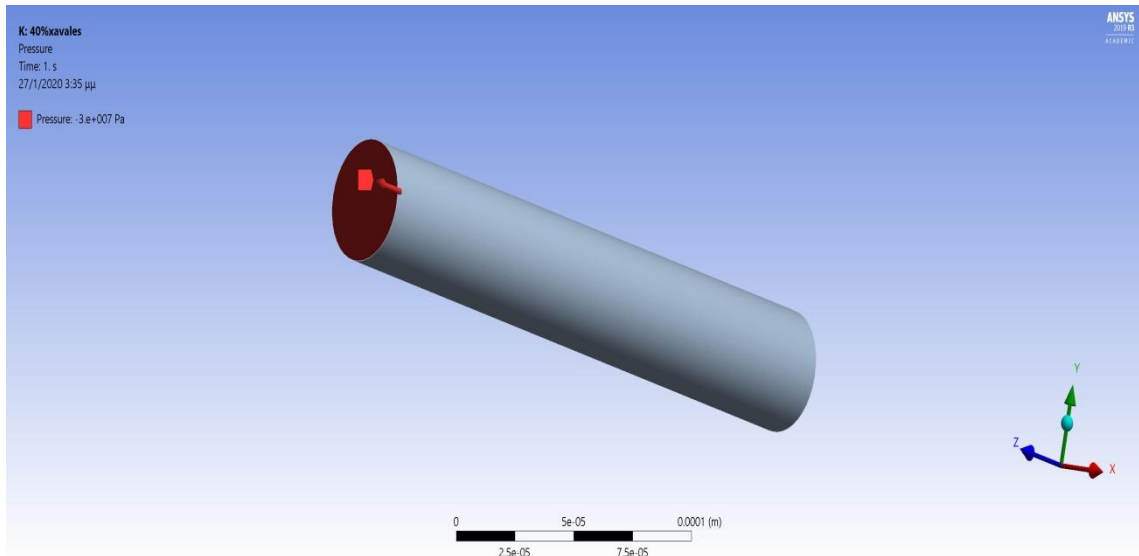
Δεδομένα:

Οι διάμετροι των φάσεων, για περιεκτικότητα εγκλείσματος $U_f=40\%$, αντίστοιχα παίρνουν τις τιμές $d_1=1.412\mu\text{m}$, $d_2=1.452\mu\text{m}$, $d_3=24.042\mu\text{m}$, $d_4=25.022\mu\text{m}$ και $d_5=38.43\mu\text{m}$ (Πίνακας 7 Κεφάλαιο '3')

Το πεπερασμένο στοιχείο που χρησιμοποιήθηκε είναι το 3D εικοσακωνικό στοιχείο του ANSYS SOLID 186. Το μοντέλο προς επίλυση έχει:

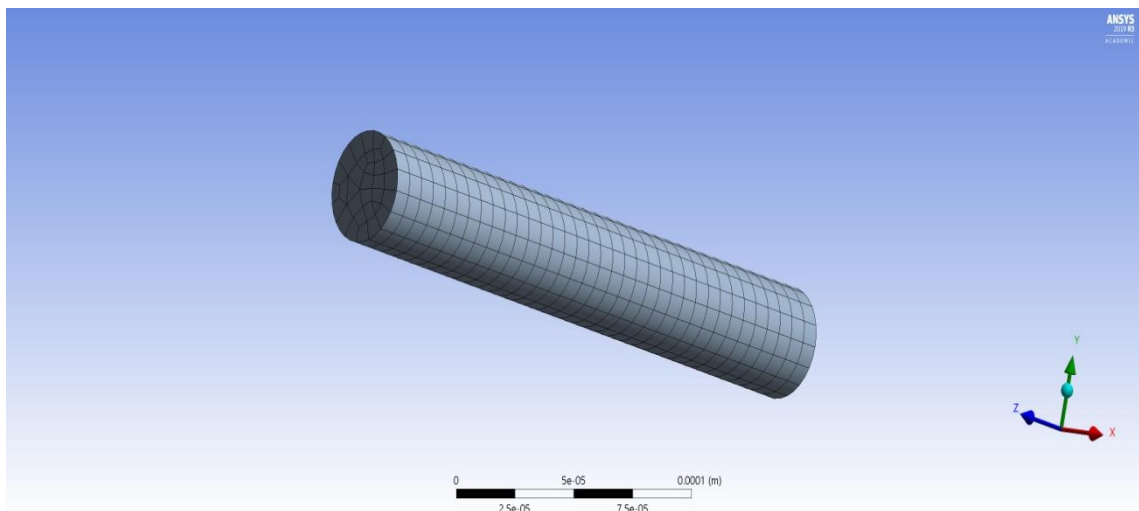
- Συνολικό αριθμό πεπερασμένων στοιχείων: 1152
- Συνολικό αριθμό κόμβων στην υπολογιστική κάναβο: 5396

Στο δοκίμιο εφαρμόσαμε τις οριακές συνθήκες και φόρτιση $P = -30\text{MPa}$ (Εικ.48)



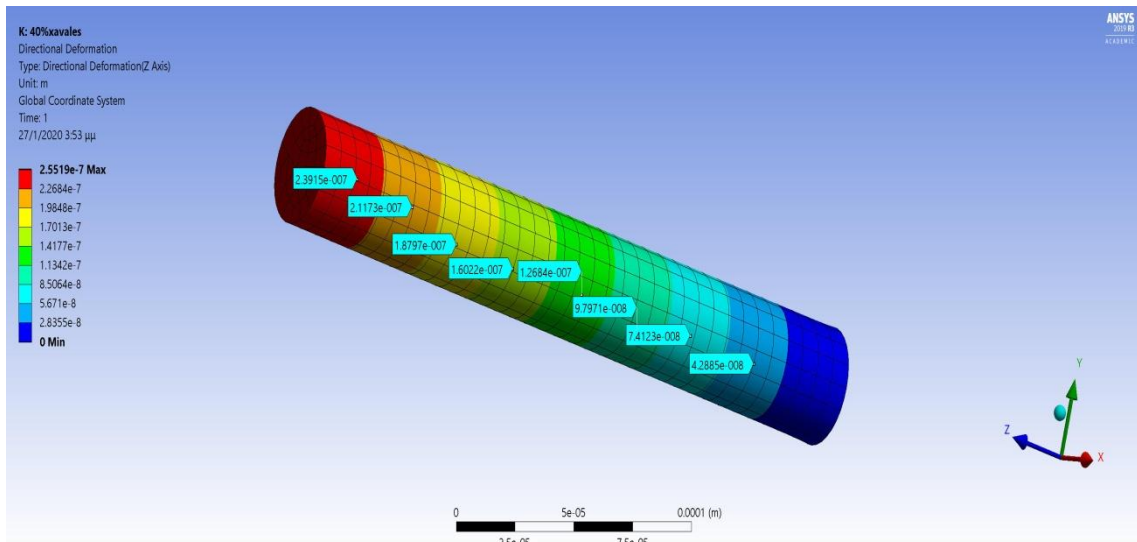
Εικόνα 48 (Ισοδύναμο Κυλινδρικό Μοντέλο με άσκηση Φόρτισης, $U_f = 40\%$)

Στη συνέχεια γίνεται διακριτοποίηση (mesh) του δοκιμίου (Εικ.49).

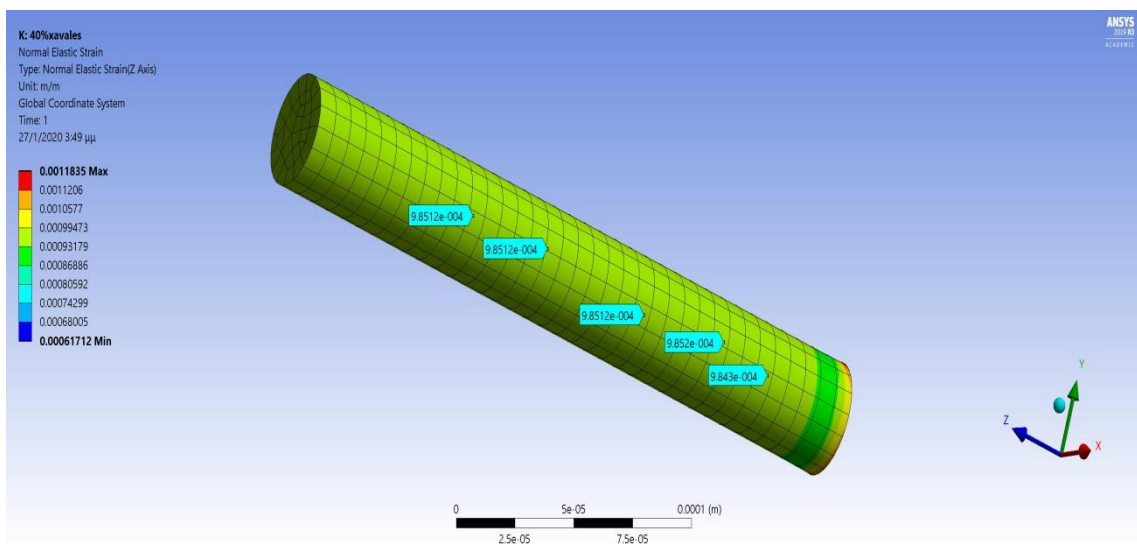


Εικόνα 49 (Διακριτοποιημένο Ισοδύναμο Κυλινδρικό Μοντέλο, $U_f = 40\%$)

Λύνοντας με το πρόγραμμα Ansys:



Εικόνα 50 (Παραμόρφωση Ισοδύναμου Κυλινδρικού Μοντέλου, $U_f = 40\%$)



Εικόνα 51 (Ισοδύναμο Κυλινδρικό Μοντέλο με διαμήκεις τροπές ϵ_{zz} , $U_f = 40\%$)

Από το παραμορφωμένο μοντέλο λάβαμε μετρήσεις για την τιμή των τροπών κατά το άξονα των Z (διαμήκης άξονας).

Η τιμή της ανηγμένης παραμόρφωσης (για $U_f=40\%$) είναι:

$$\epsilon_{zz} = 9.8512 \cdot 10^{-4}$$

Ο νόμος του Hooke στις τρεις διαστάσεις, διατυπωμένος ως προς τις τάσεις είναι:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} (\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{kk}) \quad (9.3.1.1)$$

Το πρόβλημα παρουσιάζει συμμετρία ως προς την γεωμετρία και την φόρτιση, επομένως:

$$\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij} = 0, \text{ για } i \neq j \quad (9.3.1.2)$$

Στο ελεύθερο άνω άκρο του κυλίνδρου έχουμε πίεση P.

$$\sigma_{zz} = P = -30\text{MPa} \quad (9.3.1.3)$$

Στην ελεύθερη κυλινδρική επιφάνεια, δεν ασκείται καμία δύναμη, η πίεση επομένως:

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = 0 \quad (9.3.1.4)$$

Επιλύοντας την (9.3.1.1) για $\sigma_{rr}=0$, συνάγεται ότι:

$$\varepsilon_{rr} + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) = 0 \quad (9.3.1.5)$$

Επιλύοντας την (9.3.1.1) για $\sigma_{\theta\theta}=0$, συνάγεται ότι:

$$\varepsilon_{\theta\theta} + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) = 0 \quad (9.3.1.6)$$

Ο συνδυασμός των (9.3.1.5) & (9.3.1.6) μας δίνει ότι: $\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\theta\theta}$ (9.3.1.7)

Από το συνδυασμό των (9.3.1.5) & (9.3.1.7) $\Rightarrow \varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\theta\theta} = -\nu \varepsilon_{zz}$ (9.3.1.8)

Από το συνδυασμό των (9.3.1.1) & (9.3.1.8) $\Rightarrow \sigma_{zz} = P = E \varepsilon_{zz}$ (9.3.1.9)

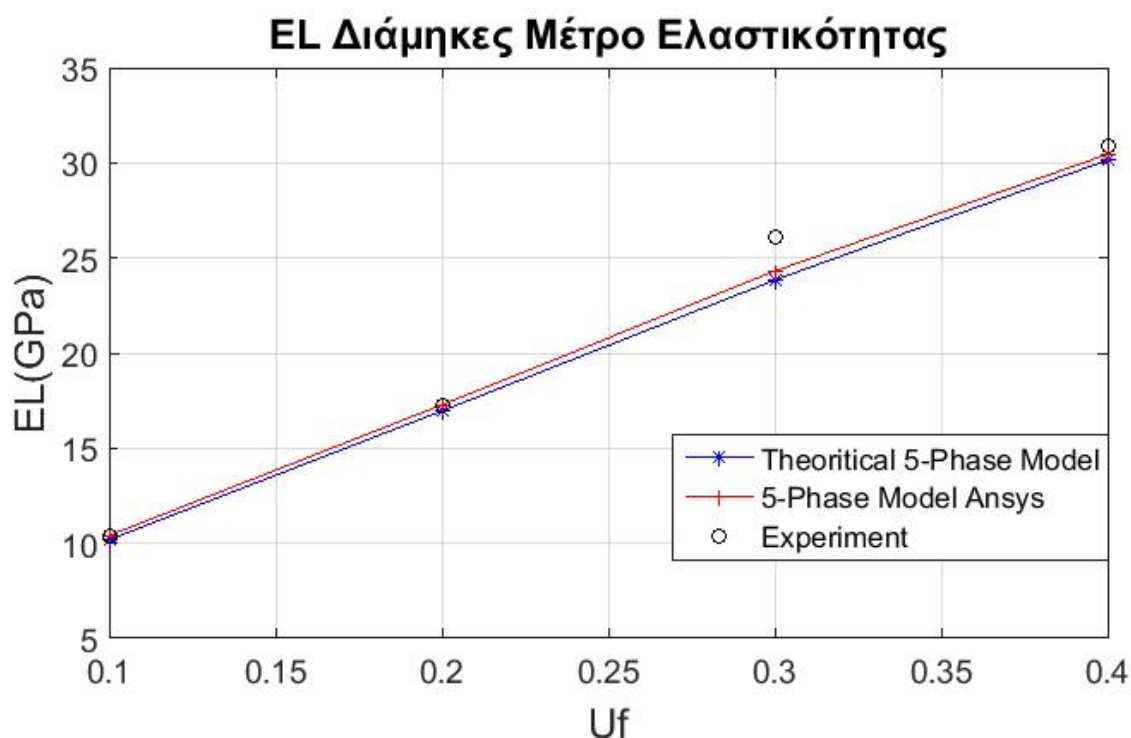
Από τη σχέση (9.3.1.9) και μοντελοποιώντας κάθε φορά με την αντίστοιχη διάμετρο του ισοδύναμου χωρίου, ανάλογα με την κατ' όγκο περιεκτικότητα σε ίνες βρίσκουμε το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας.

Η υπολογιστική λύση με τα πεπερασμένα στοιχεία συγκρινόμενη με αυτά της αναλυτικής προσέγγισης του κεφαλαίου ‘5’ καθώς επίσης και με τα πειραματικά αποτελέσματα, φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 47:

U_f	ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ANSYS E_L (GPa)	ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ E_L (GPa)	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ E_L (GPa)
0.10	10.41	10.19	10.36
0.20	17.28	16.96	17.22
0.30	24.31	23.84	26.07
0.40	30.45	30.15	30.92

Πίνακας 47

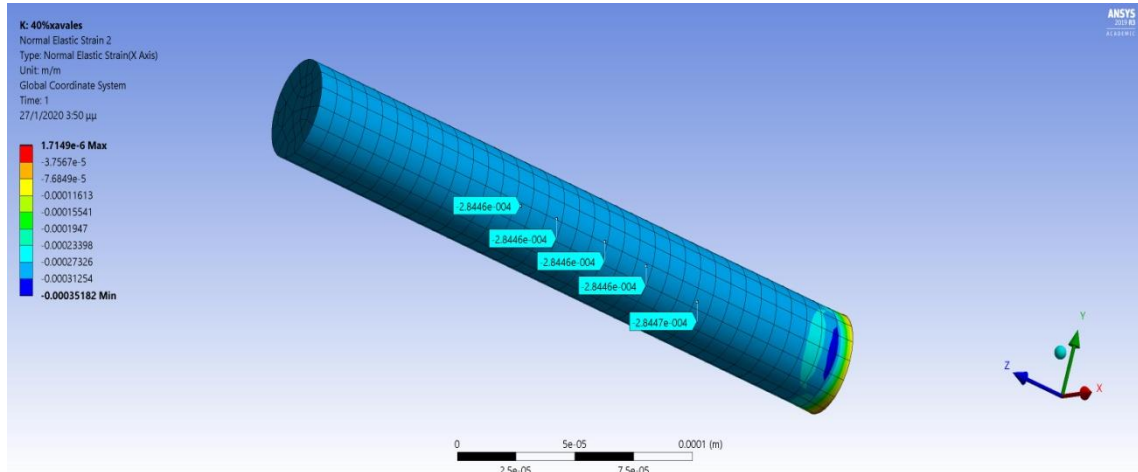
Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 40

9.3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON ν_{LT}

Ο λόγος Poisson ν_{LT} συνδέει τις εγκάρσιες με τις διαμήκειες τροπές ($\nu_{LT} = - \varepsilon_T / \varepsilon_L$, όπου ε_T είναι η εγκάρσια-ακτινική τροπή και ε_L είναι η διαμήκης τροπή του κυλινδρικού δοκιμίου). Θα υπολογίσουμε τις εγκάρσιες τροπές:



Εικόνα 52 (Ισοδύναμο Κυλινδρικό Μοντέλο με εγκάρσιες τροπές ε_{xx} , $U_f = 40\%$)

Από το παραμορφωμένο μοντέλο λάβαμε μετρήσεις για την τιμή των τροπών κατά το άξονα των X (εγκάρσιος άξονας).

Η τιμή της ανηγμένης παραμόρφωσης (για $U_f = 40\%$) είναι:

$$\varepsilon_{xx} = 2.8446 \cdot 10^{-4}$$

Άρα ο ισοδύναμος λόγος Poisson δίνεται από την σχέση:

$$\nu_{LT} = - \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L} \quad (9.3.2.1)$$

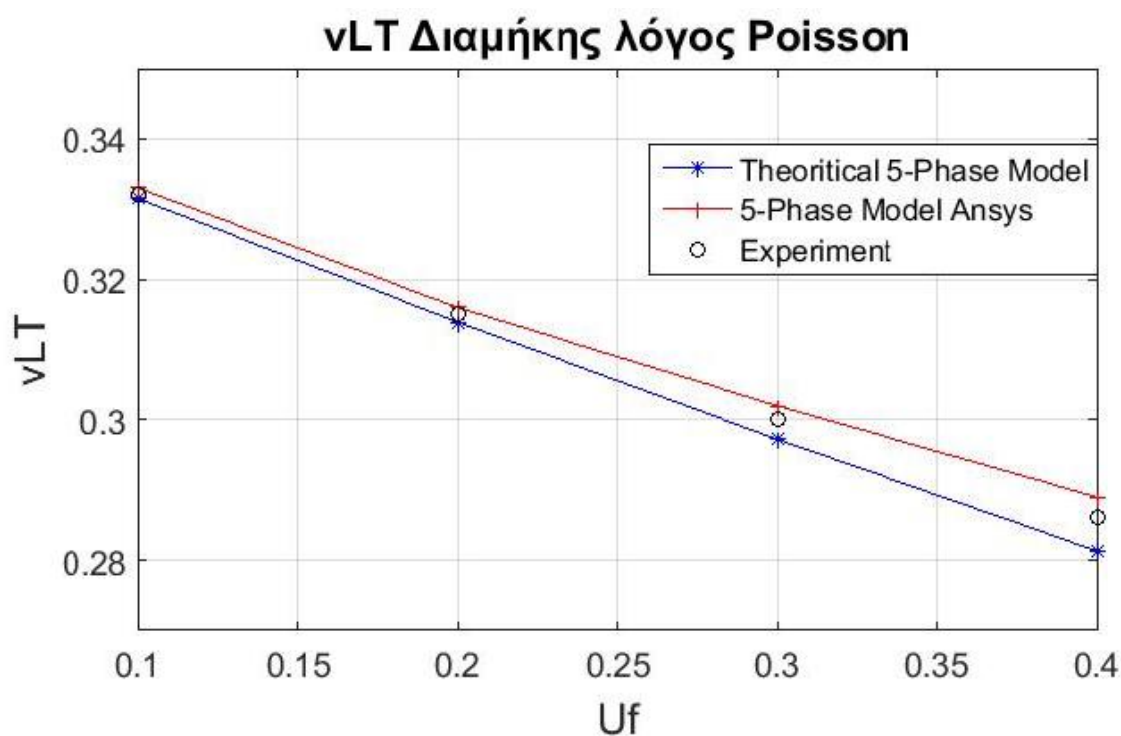
Από τη σχέση (9.3.2.1) και μοντελοποιώντας κάθε φορά με την αντίστοιχη διάμετρο του ισοδύναμου χωρίου, ανάλογα με την κατ' όγκο περιεκτικότητα σε ίνες, βρίσκουμε τον διαμήκη λόγο Poisson.

Η υπολογιστική λύση με τα πεπερασμένα στοιχεία συγκρινόμενη με αυτά της αναλυτικής προσέγγισης του κεφαλαίου ‘5’ καθώς επίσης και με τα πειραματικά αποτελέσματα, φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 48:

U_f	ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ANSYS ν_L	ΠΕΝΤΑΦΑΣΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ν_L	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ν_L
0.10	0.333	0.332	0.332
0.20	0.316	0.314	0.315
0.30	0.302	0.297	0.300
0.40	0.289	0.281	0.286

Πίνακας 48

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 41

9.4 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Στην ενότητα αυτή, θα υπολογίσουμε μακροσκοπικά τις δυναμικές μηχανικές ιδιότητες του πενταφασικού κυλινδρικού μοντέλου. Με βάση την μοντελοποίηση που έχουμε αναφέρει θα προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων τα ακόλουθα ισοδύναμα μεγέθη:

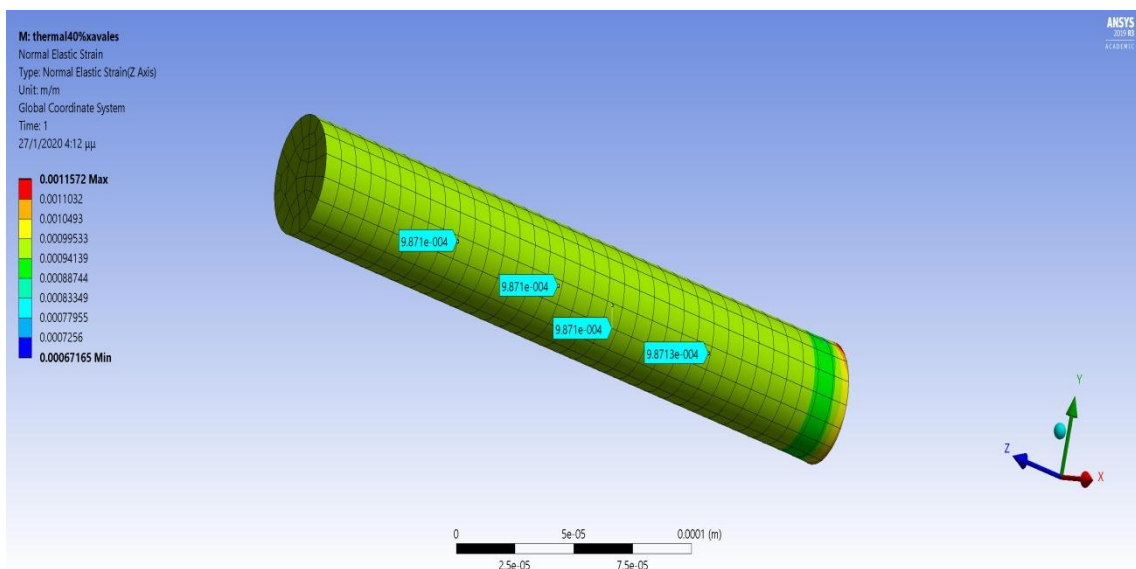
- α) Το δυναμικό διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_{LT}^*
- β) Τον δυναμικό διαμήκη λόγο Poisson ν_{LT}^*

Θα υπολογίσουμε το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης και το πραγματικό μέρος του δυναμικού λόγου Poisson σε σχέση με την θερμοκρασία. Αυτό θα το πετύχουμε επιβάλλοντας παράλληλα θερμοκρασιακή μεταβολή και αλλάζοντας το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης της μήτρας (E'_m), καθώς η μήτρα είναι αυτή που επηρεάζεται έντονα από την θερμοκρασία.

9.4.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ E_L^*

Όπως και στην ενότητα 9.3.1, εφαρμόζουμε στο δοκίμιο φόρτιση $P = -30\text{Mpa}$

Επιλύοντας με το πρόγραμμα Ansys, για θερμοκρασία, αρχικά, $T=30\text{C}$ λαμβάνουμε την παρακάτω εικόνα για την ανηγμένη παραμόρφωση στο Ισοδύναμο Κυλινδρικό δοκίμιο:



Εικόνα 53 (Ισοδύναμο Κυλινδρικό Μοντέλο με διαμήκεις τροπές ϵ_{zz} , $T = 30\text{C}$, $U_f = 40\%$)

Από το παραμορφωμένο μοντέλο (για $T=30^{\circ}\text{C}$, $U_f=40\%$) λάβαμε μετρήσεις για την τιμή των τροπών κατά τον άξονα των Z (διαμήκης άξονας):

$$\varepsilon_{zz} = 9.871 \cdot 10^{-4}$$

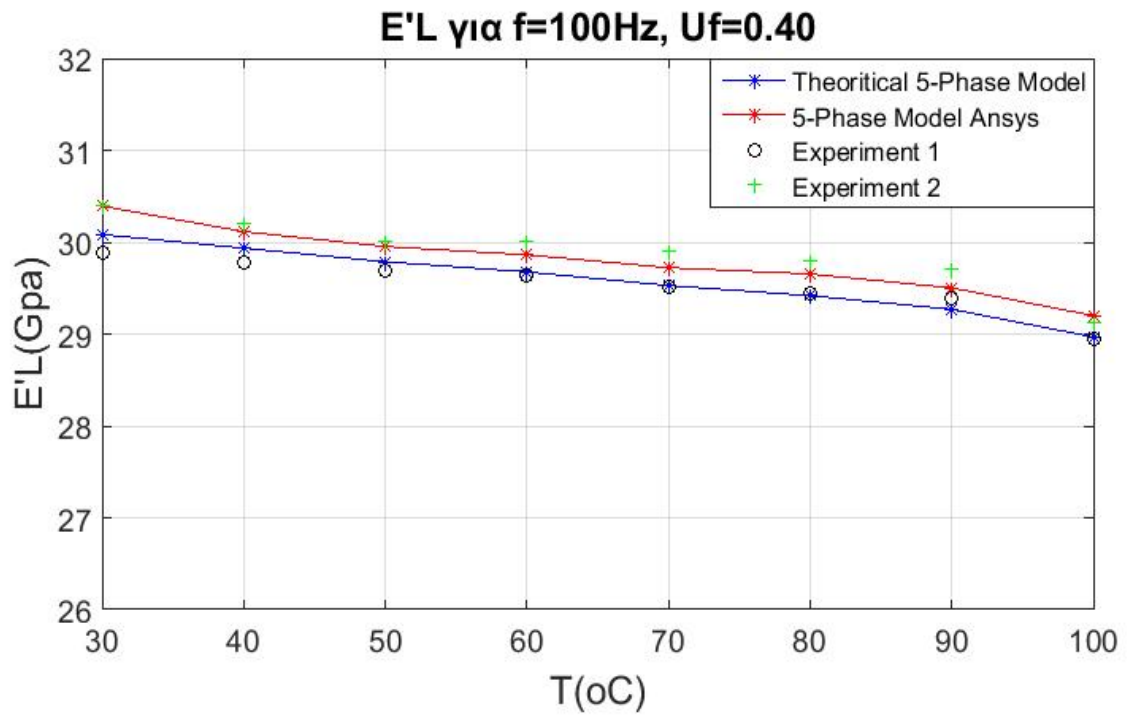
Από τη σχέση (9.3.1.9) και μοντελοποιώντας κάθε φορά με την θερμοκρασία και το αντίστοιχο δυναμικό μέτρο αποθήκευσης της μήτρας, βρίσκουμε το διάμηκες μέτρο αποθήκευσης.

Η υπολογιστική λύση με τα πεπερασμένα στοιχεία συγκρινόμενη με αυτά της αναλυτικής προσέγγισης του κεφαλαίου '8' καθώς επίσης και με τα πειραματικά αποτελέσματα, φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 49:

Uf=0.40 , f=100Hz				
T(°C)	EL'(GPa) Πενταφασικό Μοντέλο Ansys	EL'(GPa) Πενταφασικό Μοντέλο	EL'(GPa) Πείραμα I	EL'(GPa) Πείραμα II
30	30.392	30.0830	29.8765	30.392
40	30.115	29.9350	29.7778	30.196
50	29.952	29.7870	29.6914	30.000
60	29.862	29.6761	29.6296	30.000
70	29.722	29.5281	29.5062	29.902
80	29.654	29.4172	29.4444	29.804
90	29.502	29.2692	29.3827	29.706
100	29.201	28.9677	28.9506	29.118

Πίνακας 49

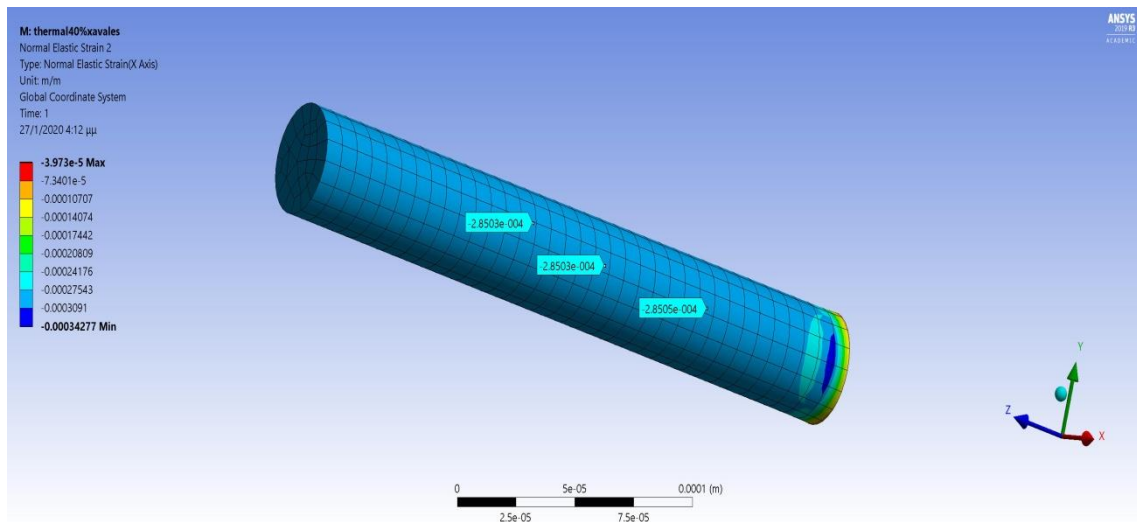
Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 42

9.4.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΛΟΓΟΥ POISSON ν_{LT}^*

Για να υπολογίσουμε τον δυναμικό λόγο Poisson, αρκεί να βρούμε το πραγματικό μέρος του μιγαδικού λόγου Poisson ν_{LT}' , καθώς όπως έχουμε δείξει το φανταστικό μέρος $\nu_{LT}'' = 0$. Όπως και στην ενότητα (9.3.2), θα υπολογίσουμε τις εγκάρσιες τροπές:



Εικόνα 53 (Ισοδύναμο Κυλινδρικό Μοντέλο με εγκάρσιες τροπές ε_{zz} , $T = 300C$, $U_f = 40\%$)

Από το παραμορφωμένο μοντέλο λάβαμε μετρήσεις για την τιμή των τροπών κατά τον άξονα των X (εγκάρσιος άξονας).

Η τιμή της ανηγμένης παραμόρφωσης (για $U_f = 40\%$) είναι:

$$\varepsilon_{xx} = 2.8503 \cdot 10^{-4}$$

Άρα το πραγματικό μέρος του λόγου Poisson δίνεται από την σχέση:

$$\nu_{LT}' = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L} \quad (9.3.2.1)$$

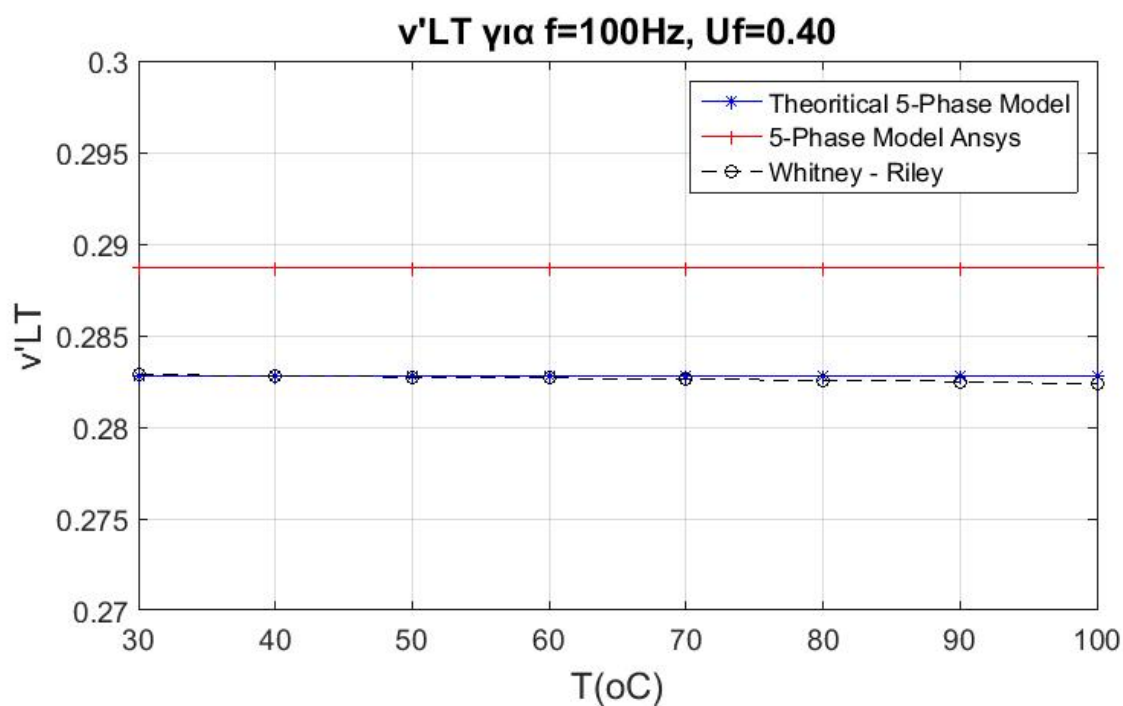
Από τη σχέση (9.3.2.1) και μοντελοποιώντας κάθε φορά με την θερμοκρασία και το αντίστοιχο δυναμικό μέτρο αποθήκευσης της μήτρας βρίσκουμε τον δυναμικό λόγο Poisson.

Η υπολογιστική λύση με τα πεπερασμένα στοιχεία συγκρινόμενη με αυτά της αναλυτικής προσέγγισης του κεφαλαίου ‘8’ καθώς επίσης και με τα αποτελέσματα της θεωρητικής σχέσης των Whitney - Riley, φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 50:

Uf=0.40 , f=100Hz			
T(°C)	V_{LT}' Πενταφασικό Μοντέλο Ansys	V_{LT}' Πενταφασικό Μοντέλο	V_{LT}' Whitney- Riley
30	0.2887	0.2828	0.28286
40	0.2887	0.2828	0.28280
50	0.2887	0.2828	0.28273
60	0.2887	0.2828	0.28268
70	0.2887	0.2828	0.28261
80	0.2887	0.2828	0.28256
90	0.2887	0.2828	0.28249
100	0.2887	0.2828	0.28235

Πίνακας 50

Το αντίστοιχο διάγραμμα:



Διάγραμμα 43

9.5 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο κεφάλαιο αυτό συγκρίναμε τις αναλυτικές λύσεις των Κεφαλαίων 5 και 8, καθώς και τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Όλες οι προσεγγίσεις των στατικών αλλά και των δυναμικών ιδιοτήτων του συνθέτου υλικού εμπεριέχουν σφάλματα, είτε λόγω θεωρήσεων για την επίτευξη κλειστής λύσης στις μεν αναλυτικές μεθόδους, είτε σε σφάλματα διενέργειας και διασποράς των αποτελεσμάτων στις πειραματικές διατάξεις, αλλά και στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, τα σφάλματα που εμπεριέχονται επί των λύσεων αποτυπώθηκαν και αναλύθηκαν.

Διάμηκες Μέτρο Ελαστικότητας E_L

Στο Διάγραμμα 40 απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας (E_L) συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών (U_f). Συμπεριλαμβάνονται, τα αποτελέσματα του Ansys για το πενταφασικό μοντέλο, οι αναλυτικές λύσεις του πενταφασικού μοντέλου και πειραματικά δεδομένα.

Ως γενική παρατήρηση να αναφέρουμε ότι το E_L του σύνθετου αυξάνεται καθώς αυξάνεται η U_f , αφού οι ίνες έχουν μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας από τη μήτρα.

Από το υπόψη διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα που εξάγονται από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μπορούν να χαρακτηριστούν ιδιαίτερα ικανοποιητικά, αφού προσεγγίζουν τα πειραματικά δεδομένα καλύτερα από την αναλυτική προσέγγιση του μοντέλου.

Διαμήκης Λόγος Poisson ν_{LT}

Στο Διάγραμμα 41 απεικονίζεται η μεταβολή του διαμήκους λόγου Poisson (ν_{LT}) συναρτήσει της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ινών (U_f). Συμπεριλαμβάνονται, τα αποτελέσματα του Ansys για το πενταφασικό μοντέλο, οι αναλυτικές λύσεις του πενταφασικού μοντέλου και πειραματικά δεδομένα.

Ως γενική παρατήρηση, να αναφέρουμε ότι ο ν_{LT} του σύνθετου μειώνεται καθώς αυξάνεται η U_f , αφού οι ίνες έχουν μικρότερο λόγο Poisson από τη μήτρα.

Από το υπόψη διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα που εξάγονται από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό του ν_{LT} προσεγγίζουν τα πειραματικά δεδομένα εξίσου ιδανικά, όπως και η αναλυτική προσέγγιση του μοντέλου.

Δυναμικό Διάμηκες Μέτρο Αποθήκευσης E'_L

Στο Διάγραμμα 42 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού διαμήκους μέτρου αποθήκευσης E'_L συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Συμπεριλαμβάνονται, τα αποτελέσματα του Ansys για το πενταφασικό μοντέλο, οι αναλυτικές λύσεις του πενταφασικού μοντέλου και πειραματικά δεδομένα.

Παρατηρούμε ότι το E'_L εμφανίζει μια ασθενή πτωτική εξάρτηση από την θερμοκρασία. Η μείωση αυτή με την αύξηση της θερμοκρασίας προκαλείται από την αντίστοιχη μείωση του μέτρου αποθήκευσης E'_m της μήτρας.

Από το υπόψη διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα που εξάγονται από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μπορούν να χαρακτηριστούν ιδιαίτερα ικανοποιητικά, αφού προσεγγίζουν τα πειραματικά δεδομένα καλύτερα από την αναλυτική προσέγγιση του μοντέλου. Ειδικότερα, οι τιμές που προβλέπει είναι ανάμεσα στα δύο (2) πειραματικά αποτελέσματα.

Δυναμικός Διαμήκης Λόγος Poisson ν'_{LT}

Στο Διάγραμμα 43 απεικονίζεται η μεταβολή του δυναμικού διαμήκους λόγου Poisson ν'_{LT} συναρτήσει της θερμοκρασίας (T), για συχνότητα 100Hz και για περιεκτικότητα σε έγκλεισμα 40%. Συμπεριλαμβάνονται, τα αποτελέσματα του Ansys για το πενταφασικό μοντέλο και οι αναλυτικές λύσεις του πενταφασικού μοντέλου καθώς και της θεωρητικής σχέσης των Whitney - Riley.

Διαπιστώνουμε ότι ο ν'_{LT} που προκύπτει από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι σταθερός και ανεξάρτητος της θερμοκρασίας, όπως και στα αποτελέσματα της αναλυτικής λύσης του πενταφασικού μοντέλου. Να σημειώσουμε όμως ότι η τιμή που προβλέπει η μακροσκοπική λύση είναι ελαφρώς μεγαλύτερη. Ο ν'_{LT} των ερευνητών, παρουσιάζει μια πολύ ασθενή πτωτική εξάρτηση από την θερμοκρασία. Η μείωση παρόλα αυτά είναι της τάξης του τέταρτου δεκαδικού ψηφίου. (30oC:0,28286 – 100oC:0,28235)

9.6 ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η επιλογή της μέσης τιμής των παραβολικών συναρτήσεων $E_i(r)$, $G_i(r)$ και $v_i(r)$ του Κεφαλαίου '4' ως μηχανικές ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης αποδείχθηκε καλή τακτική για την προσέγγιση των E_L και v_{LT}

Τα πεπερασμένα στοιχεία μπορούν να μας φανούν χρήσιμα στον συσχετισμό περιπτώσεων με διαφορετικές παραμέτρους. Μπορούμε να κατανοήσουμε την συμπεριφορά διάφορων μεταβολών στα δεδομένα, συγκρίνοντας τα μεταξύ τους και όχι απαραίτητα με την πραγματική λύση, εάν αυτή υπάρχει. Τα αποτελέσματα των αριθμητικών λύσεων προσέγγισαν ιδανικά τα πειραματικά αποτελέσματα που υπήρχαν διαθέσιμα.

Όσον αφορά στα αποτελέσματα τόσο των στατικών όσο και των δυναμικών μεγεθών να αναφέρουμε τα εξής:

Η απόκλιση των τιμών των ελαστικών σταθερών, που εξήχθησαν από το πενταφασικό κυλινδρικό μοντέλο, σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα είναι αναμενόμενη κυρίως για τους εξής λόγους:

1. Η κατανομή των εγκλεισμάτων μέσα στη ρητίνη στην πραγματικότητα είναι ανομοιογενής και τυχαία και όχι ομοιογενής όπως έχουμε υποθέσει.
2. Ύπαρξη ατελειών στη μήτρα (φυσαλίδες, ατελείς δεσμοί κλπ.)
3. Ύπαρξη ασυνεχειών μεταξύ εγκλείσματος και μήτρας, δηλαδή όχι καλή συνοχή του υλικού.
4. Το θεωρητικό μοντέλο προβλέπει τέλεια γεωμετρικά σχήματα (κυλινδρικές ίνες), ενώ στην πραγματικότητα η επιφάνεια των εγκλεισμάτων είναι ανώμαλη και τραχεία και το μέγεθος τους διαφορετικό.
5. Προβλέπεται τέλεια ευθυγράμμιση των ινών, που είναι πολύ δύσκολο να επιτευχθεί κατά την παρασκευή του υλικού των δοκιμίων.
6. Τα πειραματικά δεδομένα εμπεριέχουν και αυτά σφάλμα, το σφάλμα της μέτρησης.

Κατά τα άλλα παρατηρούμε ότι το μοντέλο μας ανταποκρίνεται ιδανικά στην πραγματικότητα και οι τιμές που εξήχθησαν από αυτό, τόσο για τα Στατικά μεγέθη, όσο και για τα Δυναμικά, προσεγγίζουν σε πολύ μεγάλο βαθμό τα πειραματικά δεδομένα στις περισσότερες των περιπτώσεων.

Ο περιορισμός του μοντέλου μας, το οποίο έχει μέγιστη επιτρεπτή κατ' όγκο περιεκτικότητα σε ινώδες εγκλείσμα 40%, έχει ως αποτέλεσμα να μην υπάρχουν αρκετά πειραματικά δεδομένα για την συγκεκριμένη περιεκτικότητα, η οποία θεωρείται σχετικά χαμηλή.

Ως πρόταση για μελλοντική μελέτη, θα προτείναμε την χρήση του μοντέλου για σύνθετο υλικό ενισχυμένο με ίνες άνθρακα, οι οποίες είναι πλέον ευρύτετα διαδεδομένες και έχουν εφαρμογή σε όλους σχεδόν τους τομείς της σύγχρονης βιομηχανίας. Να τονίσουμε όμως ότι κάτι τέτοιο απαιτεί την διενέργεια πειραμάτων τόσο σε στατικά, όσο και σε δυναμικά προβλήματα, ώστε να υπάρχει δυνατότητα σύγκρισης με τα όποια αποτελέσματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Theocaris P. S., Spathis G. D., Sideridis E.P., *Fibre Sci and Technology*, Vol.17, p.169 (1982)
2. Theocaris P. S., Papanicolaou G. C. and Spathis G. D *Fibre Sci. and Technology*, Vol. 15, p.187(1981)
3. Papanicolaou G. C. Theocaris P. S. and Spathis G. D. *Colloid and Polymer Science*, Vol. 258, 11, p. 1231 (1980)
4. Papanikolaou G. C., Paipetis S. A. and Theocaris P. S. , *Colloid and Polymer Science*, Vol. 256, 7, p. 625(1978)
5. Theocaris P. S. and Papanikolaou G. C. , *Fibre Science and Technology*, Vol.12, 6, p.421(1979)
6. G. A. Papadopoulos, E. Sideridis, *Study of Orthotropic materials: The Interphase Model and the Crack Initiation.*, *Archive of Applied Mechanics* 66 (1995) 111-125
7. Yu.S. Lipatov, V.F. Babich and V.F. Rosovizky, *J. Appl. Polym. Sci.*, 18, p. 1213 (1974).
8. Yu.S. Lipatov and L.M. Sergeeva, *Adsorption of Polymer*, New York, (1974).
9. Yu.S. Lipatov, *Plaste Kautschuk*, 10, p. 738 (1973).
10. Yu.S. Lipatov and V.F. Babich, *Vysokomol, Soedin*, B10, p. 848 (1968).
11. Yu.S. Lipatov and T.E Geller, *Vysokomol, Soedin*, 8, p. 592, (1966).
12. Yu.S. Lipatov and F.G. Fabulyak, *J. Appl. Polym. Sci.*, 16, p. 2131 (1972).
13. Yu.S. Lipatov, V.F. Babich and V.F. Rosovozky, *J. Appl. Polymer Sci.*, 20, p. 1787 (1976).
14. G.C. Papanicolaou, P.S. Theocaris, *Colloid and Polymer Sci.*, 257, 3, p. 239 (1979).
15. P.S. Theocaris and G.C. Papanicolaou, *Colloid and Polymer Sci.*, 258, 9, pp. 1044-1051 (1980).
16. R.F. Landel and T.L. Smith, *American Rocket Society Jnl.*, p. 599 (1961).
17. S. Turner, *Appl. Mat. Res.*, p. 10, (1965).
18. C.W. Van Der Wal, H.W. Bree and F.R. Schwarzl, *J. Appl. Pol. Sci.*, 9, p. 2143 (1965).
19. C.A. Kumins and J. Roteman, *J. Pol. Sci.*, 1-A, p. 527 (1963).
20. G.C. Papanicolaou, S.A. Paipetis and P.S. Theocaris, *J. Appl. Pol. Sci.*, 21, p. 689 (1977).
21. S. Strella and P.F. Erhardt, *J. Appl. Pol. Sci.*, 13, p. 1373 (1969).
22. S. Strella, *J. Appl. Pol. Sci.*, 7, p. 569 (1963).
23. S. Strella, *J. Appl. Pol. Sci.*, 7, p. 1281 (1963).
24. Αιμ. Σιδερίδης, “Μελέτη της θερμομηχανικής συμπεριφοράς των κοκκωδών και ινωδών συνθέτων υλικών διά της θεωρίας της ενδιάμεσου φάσεως”, Διδακτορική διατριβή, ΕΜΠ (1998).
25. Yu.S. Lipatov, *Physical Chemistry of Filled Polymers*, Originally published “Khimiya”(Moscow 1977). Translated from the Russian by R.J. Moseley, *International Polymer Science and Technology Monograph No. 2*
26. Theocaris P. S., “The Interphase and its Influence on the Mechanical Properties of Composites,” *New developments in the Characterization of Polymers in the Solid State*, *Advances in Polymer Science*, H. H. Kausch & H.C. Zachmann Editors, Springer Verlag Publ.(1984); see also P. S. Theocaris, “On the Evaluation of Adhesion Between Phases in Fiber Composites,” *Colloid and Polymer Journal* (1984).

27. P.S. Theocaris, E.P. Sideridis, G.C Papanicolaou, "The Elastic Longitudinal Modulus and Poisson 's Ratio of Fiber Composites" Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 4, (October 1985)
28. E. Sideridis, "The Transverse Elastic Modulus of Fiber-Reinforced Composites as Defined by the Concept of Interphase" Journal of Applied Polymer Science, Vol. 48, 243-255 (1993)
29. E. Sideridis, "The In-Plane Shear Modulus of Fiber Reinforced Composites as Defined by the Concept of Interphase" Composites Science and Technology 31(1988) 35-53.
30. E. Sideridis, "The Off-Axis Elastic Constants of Unidirectional Glass Fibre Composites Defined by the Concept of Interphase".
31. Ekvall J.C. , "ASME" (1961).
32. Rosen B.W. , "Composites" (1974).
33. Paul, Trans. Metallurgical Soc. AIME, 21. 8, 36 (1960)
34. J.M. Whitney and M.B. Riley, AIAA J. , 1537(1966)
35. J.C Ekvall, "Structural Behaviour of Monofilament Composites", Proc. AIAA 6th Structures and Materials Conf. , AIAA, New York (1965)
36. J.C. Ekvall, ASME Paper No.63-WA-223 (1963)
37. L.B Greszczuk, "Membrane Analysis Methods for Composites Structures", Douglas Aircraft Co. Inc. , SM-41543 (1962)
38. Z. Hashin and B.W. Rosen, J. Appl. Mech. , Trans. Asme, 86 (1964), 223.
39. Z. Hashin, J. Mech. Phys. Solids, 12 (1965), 119.
40. Theocaris P.S. , "The Unfolding Model for the Representation of the Interphase Layer in Composites", Proc. Nat. Acad. Athens, Vol.59, No. II, pp.87-100 (1984)
41. Sih G.C. , Hilton P.D. , Badaliane R. , Schenberger P.S and Villareal G. , "Fractured Mechanics for Fibrous Composites, ASTM STP 521 , pp. 98-132 (1973).
42. Clements L.L and Moore R.L. , Composites, 1, p.93 (1978).
43. Whitney J.M. and Riley M.B. , AIAA Journal, 4(9), p.1537 (1966).
44. L.B. Gteszczuk, "Theoretical and Experimental Studies on Properties and Behaviour of Filamentary Composites", SPI 21st Conference, Chicago, IL, Sect. 5-B (1966).
45. S.W. Tsai, NASA CR-71 (1964)
46. R.M. Orgrkiewicz and A.A.M. Sayigh, J. Strain Analysis, 6 (1971), 226.
47. Z. Hashin, Int. J. Solids Structures, 6 (1970), 797.
48. Δ.Ι. Παντελής, «Μη Μεταλλικά Τεχνικά Υλικά».
49. Γ.Ι. Τσαμασφύρος , Μηχανική Παραμορφωσίμων Σωμάτων Ι , Εκδόσεις Συμμετρία 1991
50. Π. Α. Βουθούνης, «Μηχανική Παραμορφώσιμου Στερεού I-ANTOXH ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ, ασκήσεις», Αθήνα 2002
51. Γ. Παπανικολάου και Δ. Μουζάκης, «ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ», Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2007).
53. Ansys User Manual Version 17.0
54. Χαράλαμπος Γ.Γεωργιάδης «Προχωρημένη Μηχανική Των Υλικών»
55. Hashin, Z. (1972b). Vibrations of Wiscoelastic Bodies with Small Loss Tangents: Correspondence Principle and Application to Composites. MED Rep. 37.
56. P.S. Theocaris and E. Sideridis, to be published in J. Appl. Polym. Sci.
57. S.L. Quimby, Phys. Rev., 25, 558 (1925)
58. J.H.C. Thomson, Trans. R. Soc. London, 231, 339 (1933)

59. Α. Καμπούρογλου, “Μελέτη των Δυναμικών Ελαστικών Σύνθετων Ινώδων Υλικών διά της θεωρήσεως της Αρχής της Αντιστοιχίας”, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα (2017)
60. Ν. Ραυτοπούλου, “Μελέτη των Ελαστικών Σταθερών Ινώδους Σύνθετου υλικού με την χρήση του πενταφασικού μοντέλου με ενδιάμεση φάση.”, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα (2017)
61. S.W. Tsai and H.T. Hahn, “Introduction to Composite Materials”, Technomic , Lancaster, Pa (1985)
62. I.M. Daniel and O. Ishai, “Engineering Mechanics of Composite Materials”, Oxford University Press, New York (2006)
63. Ansys Workbench 2019 R3