



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής
& Βελτιστοποίησης

Παραμετροποίηση διαφραγματικής μικρο-αντλίας και
βελτιστοποίηση λειτουργίας με τη συνεχή συζυγή
μέθοδο

Διπλωματική Εργασία

Σπυρίδων Σταλίκας

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου , Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2020

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής αυτής εργασίας τελειώνει ένας σημαντικός κύκλος, αυτός της φοίτησής μου στη σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ. Για το λόγο αυτό, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους ανθρώπους που με υποστήριξαν στην περάτωση της παρούσας εργασίας, αλλά και των σπουδών μου γενικότερα.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Γιαννάκογλου Κυριάκο τόσο για το αμιγώς ενδιαφέρον θέμα που μου ανέθεσε και τη βοήθεια που μου παρείχε για την εκπόνησή του, όσο και για τη συνολική του καθοδήγηση τα χρόνια αυτά μέσω της διδασκαλίας του.

Εξίσου ευχαριστώ τον Δρ. Τρομπούκη Ξ. για την πολύτιμη βοήθειά του ανά πάσα στιγμή καθόλη τη διάρκεια της ενασχόλησής μου με το θέμα αυτό, καθώς και τον Δρ. Τσιάκα Κ. για τη βοήθειά του σε επιμέρους τμήματα της διπλωματικής εργασίας. Η καθοδήγησή τους σε ζητήματα Γένεσης Πλέγματος, Παραμετροποίησης Γεωμετρίας, Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής και Βελτιστοποίησης ήταν διαφωτιστική και καθοριστική.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, η οποία μου προσέφερε την απαραίτητη στήριξη για την ολοκλήρωση των σπουδών μου, καθώς και τους φίλους μου για την αμέριστη συμπαράστασή τους καθόλη τη διάρκεια της φοίτησής μου.



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής
& Βελτιστοποίησης

Παραμετροποίηση διαφραγματικής μικρο-αντλίας και βελτιστοποίηση λειτουργίας με τη συνεχή συζυγή μέθοδο

Διπλωματική Εργασία

Σπυρίδων Σταλίκας

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ
Αθήνα, 2020

Περίληψη

Η διπλωματική αυτή εργασία αφορά τη μελέτη της ροής σε μια διαφραγματική μικρο-αντλία δίχως βαλβίδες, αλλά με τη χρήση αγωγών τύπου διαχύτη για τον έλεγχο της κατεύθυνσης της ροής. Η λειτουργία της έγκειται στη μεταβολή του διαθέσιμου όγκου του θαλάμου της μέσω περιοδικής κίνησης του διαφράγματος και έτσι διακινείται το ρευστό. Η χρήση των συγκεκριμένων αγωγών αποτελεί ζήτημα επιστημονικής έρευνας, δεδομένου ότι καθορίζουν τόσο την παροχή που διακινεί η μικρο-αντλία, όσο και την ανεπιθύμητη αντιστροφή της ροής. Ανώτερος σκοπός της εργασίας είναι η βελτιστοποίηση της γεωμετρίας των αγωγών αυτών ώστε να διατηρείται σε σημαντικό βαθμό η διακινούμενη παροχή, με ταυτόχρονη μείωση της αντίστροφης παροχής.

Πρωταρχικό βήμα αποτελεί ο σχεδιασμός του 3D CAD μοντέλου της μικρο-αντλίας ενώ ακολουθεί η γένεση μη-δομημένου πλέγματος στο εσωτερικό της. Μέσω του επιλύτη PUMA που έχει αναπτυχθεί στη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ επιλύεται η ροή στο πλέγμα αυτό επιβάλλοντας τις κατάλληλες οριακές συνθήκες και προκύπτουν συμπεράσματα για τη λειτουργία και τις επιδόσεις της μικρο-αντλίας. Κατά την επίλυση της χρονικά μεταβαλλόμενης ροής, παραμορφώνεται το πλέγμα με τη μέθοδο των γραμμικών ελατηρίων για κάθε διακριτή χρονική στιγμή, για την οποία αλλάζει η θέση και μορφή του διαφράγματος.

Η βελτιστοποίηση εμπεριέχει τη χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου για τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας και τη μέθοδο της απότομης καθόδου για την ανανέωση των μεταβλητών σχεδιασμού. Απαραίτητη προϋπόθεση αποτελεί η παραμετροποίηση της επιφάνειας των αγωγών, καθώς το σύνολο των σημείων ελέγχου που η παραμετροποίηση εισάγει, αποτελεί τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος. Η εν λόγω παραμετροποίηση βασίζεται σε καμπύλες και επιφάνειες NURBS.



National Technical University of Athens
School of Mechanical Engineering
Fluids Section
Parallel CFD & Optimization Unit

Parameterization of a valveless diaphragm micro-pump and optimization using the continuous adjoint method

Diploma Thesis

Spyridon Stalikas

Supervisor: Kyriakos C. Giannakoglou, Professor NTUA

Athens, 2020

Abstract

This diploma thesis presents the study of flow into a valveless micro-pump, which is composed of a periodically oscillating diaphragm and a system of diverging-converging ducts instead of valves. During the diaphragm movement, the pumping chamber volume changes and this leads to suction or pumping of the fluid. These micro-pumps are an area of scientific interest, as it is essential to maximize their flow rate and concurrently minimize or even suppress backflow, which corresponds to fluid entering the chamber from the outlet. The main objective of this thesis is to optimize the duct geometry, in order to be able to rectify flow's direction and achieve those objectives.

The first step of this analysis is the design of a 3D CAD micro-pump model followed by unstructured mesh generation in the interior of it. Given the mesh and assigning the appropriate boundary conditions, the flow field is computed using the PUMA software which is developed by the PCOpt/NTUA. Since the diaphragm moves periodically, it is necessary to deform the mesh accordingly at every single time step during a period. This procedure is managed by using the linear spring method.

The gradient-based optimization uses the steepest descent method to update the design variables' values, after having computed the sensitivity derivatives. These are computed by the continuous adjoint method. In order to optimize the ducts' geometry, they have to be parameterized, as their control points represent the design variables. This parameterization is based on NURBS curves and surfaces.

Ακρωνύμια

EMΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΜΠΥΡ&Β	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης
ΥΡΔ	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική
2Δ	Διδιάστατος
3Δ	Τριδιάστατος

CFD	Computational Fluid Dynamics
NTUA	National Technical University of Athens
PCopt	Parallel CFD & Optimization unit
CAD	Computer Aided Design
NURBS	Non Uniform Rational B-Splines
GPU	Graphics Processing Unit
CPU	Central Processing Unit
FI	Field Integral
SD	Sensitivity Derivative
BC	Boundary Condition
FAE	Field Adjoint Equation

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
1 Εισαγωγή	1
1.1 Διαφραγματικές Αντλίες	1
1.2 Υπολογιστική Ρευστοδυναμική	8
1.3 Βελτιστοποίηση	8
1.4 Περιεχόμενο και Δομή της Εργασίας	10
2 Σχεδιασμός της Διαφραγματικής Μικρο-αντλίας	13
2.1 Αρχική γεωμετρία	13
2.2 Διαχύτες εισόδου-εξόδου	16
2.3 Διάφραγμα	17
3 Γένεση και Παραμόρφωση Υπολογιστικού Πλέγματος	19
3.1 Γένεση πλέγματος	19
3.2 Παραμόρφωση πλέγματος	21
3.2.1 Μέθοδος των γραμμικών ελατηρίων	21
3.2.2 Παραμόρφωση διαφράγματος	23
4 Εξισώσεις και Αριθμητική Πρόλεξη της Ροής	25
4.1 Οι εξισώσεις Navier-Stokes	25
4.2 Οριακές συνθήκες	26
4.3 Ο επιλύτης της ροής	27
4.4 Συνθήκες και αποτελέσματα επίλυσης της ροής	30
4.4.1 Συνθήκες μελέτης της ροής	31

4.4.2	Σύγκλιση του λογισμικού επίλυσης	31
4.4.3	Αποτελέσματα αριθμητικής πρόλεξης της ροής	32
4.4.4	Λειτουργία της μικρο-αντλίας σε διαφορετικές συνθήκες	35
5	Παραμετροποίηση Διαχυτών με Καμπύλες και Επιφάνειες NURBS	39
5.1	Συναρτήσεις βάσης B-Splines	40
5.2	Καμπύλες NURBS	41
5.3	Η χρήση των καμπυλών B-Splines στην παραμετροποίηση του διαχύτη .	43
5.3.1	Επιλογή μεγεθών για τις συναρτήσεις βάσης	43
5.3.2	Επιλογή τιμών της παραμέτρου \bar{u}_k	44
5.3.3	Προσδιορισμός των σημείων ελέγχου	44
5.4	Επιφάνειες NURBS	46
5.5	Η χρήση των επιφανειών NURBS στην παραμετροποίηση του διαχύτη .	47
5.5.1	Επιλογή μεγεθών για τις συναρτήσεις βάσης και καθορισμός διανυσμάτων κόμβων	48
5.5.2	Εύρεση παραμέτρων u_k, v_k	49
5.5.3	Προσδιορισμός σημείων ελέγχου	49
5.5.4	Προσδιορισμός βαρών	53
5.6	Παραμόρφωση διαχυτών	57
5.6.1	Περίπτωση παραμετροποίησης με καμπύλη κυβικών B-Splines . .	57
5.6.2	Περίπτωση παραμετροποίησης με επιφάνεια NURBS	62
6	Γένεση Εξισώσεων Συζυγούς Προβλήματος	65
7	Βελτιστοποίηση της Μικρο-αντλίας	77
7.1	Η μέθοδος της απότομης καθόδου (Steepest Descent)	78
7.2	Αποτελέσματα βελτιστοποίησης της μικρο-αντλίας	79
7.2.1	Αξονοσυμμετρικοί αγωγοί εισόδου και εξόδου	79
7.2.2	Μη-αξονοσυμμετρικοί αγωγοί εισόδου και εξόδου	85
7.2.3	Υπολογιστικό κόστος βελτιστοποίησης	89

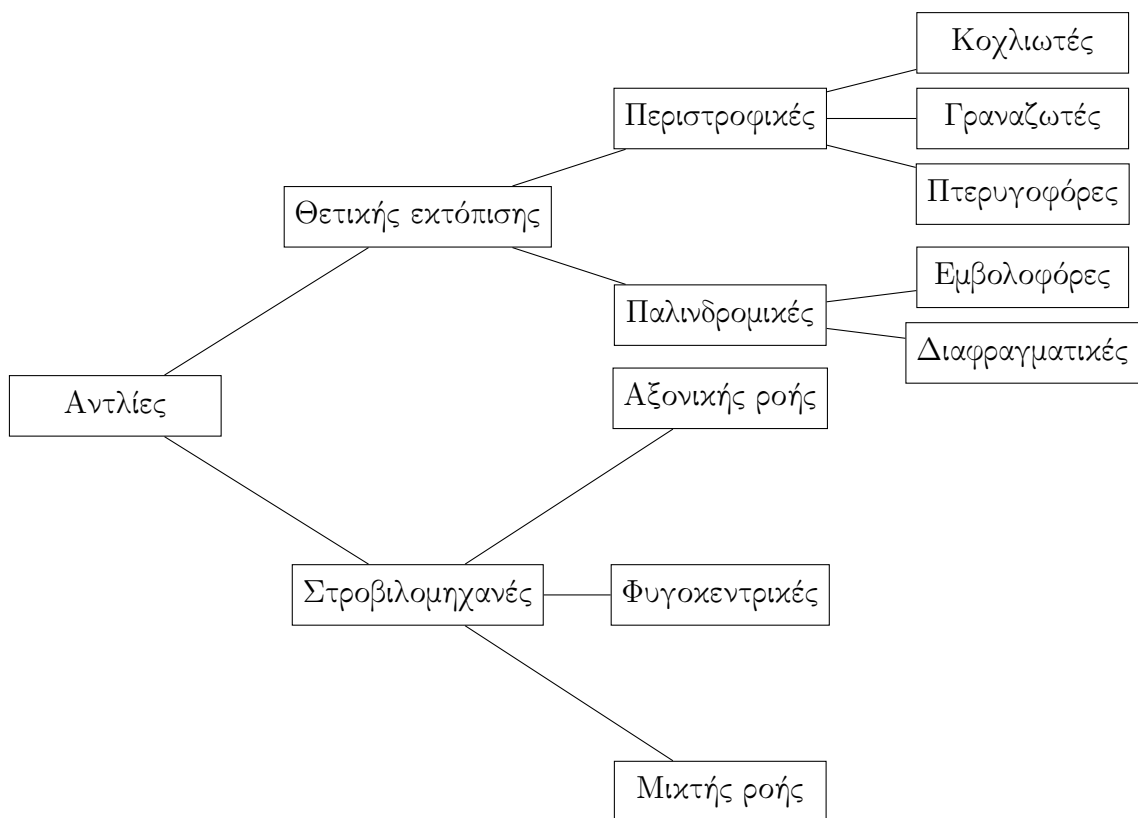
8	Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα	91
8.1	Ανακεφαλαίωση	91
8.2	Συμπεράσματα	94
8.3	Προτάσεις για μελλοντική έρευνα	95
	Βιβλιογραφία	97

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Διαφραγματικές Αντλίες

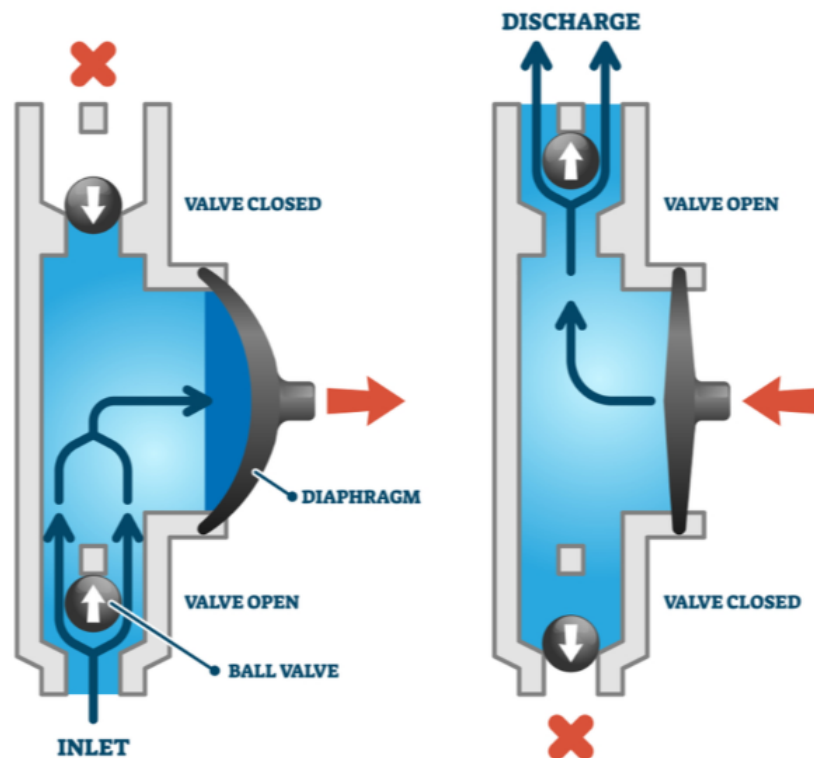
Οι αντλίες είναι μηχανές οι οποίες προσδίδουν ενέργεια σε ρευστά. Διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες όσον αφορά τον τρόπο λειτουργίας τους και τις συνιστώσες από τις οποίες αποτελούνται. Πρόκειται αρχικά για τις στροβιλομηχανές, οι οποίες μέσω στρεφόμενων περωτών μετατρέπουν τη μηχανική ενέργεια σε ενέργεια του ρευστού και αντίστροφα. Η έτερη κατηγορία αφορά τις αντλίες θετικής εκτόπισης, στις οποίες η αύξηση της ενέργειας του ρευστού επιτυγχάνεται μέσω της περιοδικής κίνησης διαφόρων στερεών (π.χ. μεμβράνη, κοχλίας, έμβολο) [1]. Οι κύριες υποκατηγορίες τους συνοψίζονται στο Σχήμα 1.1. Όπως γίνεται αντιληπτό, η τεχνολογική έρευνα και εξέλιξη οδήγησε στην κατασκευή διαφόρων ειδών αντλιών, καθώς καθένα από αυτά λειτουργεί αποτελεσματικότερα σε επιμέρους εφαρμογές. Για παράδειγμα, οι στροβιλομηχανές χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις διακίνησης μεγάλης παροχής ρευστού, ενώ οι θετικής εκτόπισης περιορίζονται σε μικρότερες εφαρμογές, δηλαδή σε περιπτώσεις που η παροχή είναι της τάξης των εκατοντάδων λίτρων ανά λεπτό ή μικρότερη. Οι τελευταίες έχουν και το πλεονέκτημα διατήρησης της απόδοσής τους ανεξάρτητα από την πίεση του ρευστού, ενώ λειτουργούν αποτελεσματικά και με ρευστά υψηλής συνεκτικότητας.



Σχήμα 1.1: Κατηγοριοποίηση συνηθέστερων τύπων αντλιών

Μία υποκατηγορία των αντλιών θετικής εκτόπισης που έχει αναπτυχθεί σε σημαντικό βαθμό είναι οι διαφραγματικές, οι οποίες χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη ενός διαφράγματος, γνωστό και ως μεμβράνη, το οποίο κινείται παλινδρομικά. Οι αντλίες αυτές έχουν κατασκευαστεί σε διάφορες διαστάσεις (τάξης mm έως m) τόσο με βαλβίδες για τον έλεγχο της ροής όσο και χωρίς. Ο τρόπος λειτουργίας όσων διαθέτουν βαλβίδες περιγράφεται στη συνέχεια. Κατά την ανοδική κίνηση της μεμβράνης (Σχήμα 1.2α'), η βαλβίδα εισαγωγής παραμένει ανοιχτή και η βαλβίδα εξαγωγής κλειστή. Η κίνηση αυτή αυξάνει τον όγκο στο εσωτερικό της αντλίας (θάλαμος) και έτσι δημιουργείται υποπίεση, οπότε το ρευστό οδηγείται από την είσοδο προς το θάλαμο. Με το πέρας της φάσης αυτής, ανοίγει η βαλβίδα εξαγωγής, κλείνει η βαλβίδα εισαγωγής και η μεμβράνη κινείται καθοδικά (Σχήμα 1.2β'), με αποτέλεσμα να δημιουργείται υπερπίεση στο εσωτερικό του θαλάμου καθώς μειώνεται ο διαθέσιμος όγκος. Τότε, ο θάλαμος της αντλίας εκκενώνεται καθώς το ρευστό κατευθύνεται προς την έξοδο. Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται περιοδικά κατά τη λειτουργία της αντλίας.

Η εξέλιξη της τεχνολογίας και η ανάπτυξη της μικρο-μηχανικής, οδήγησαν στην κατασκευή μικρο-αντλιών διαφόρων τύπων. Η χρήση τους εδραιώθηκε σε πολλούς τομείς. Στην ιατρική χρησιμοποιούνται για την έγχυση φαρμάκων στον ανθρώπινο οργανισμό· χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα χορήγησης ινσουλίνης μέσω τέτοιων αντλιών [2]. Επιπλέον, προσαρμόζονται σε μικρο-ηλεκτρονικές συσκευές με σκοπό την ψύξη τους,



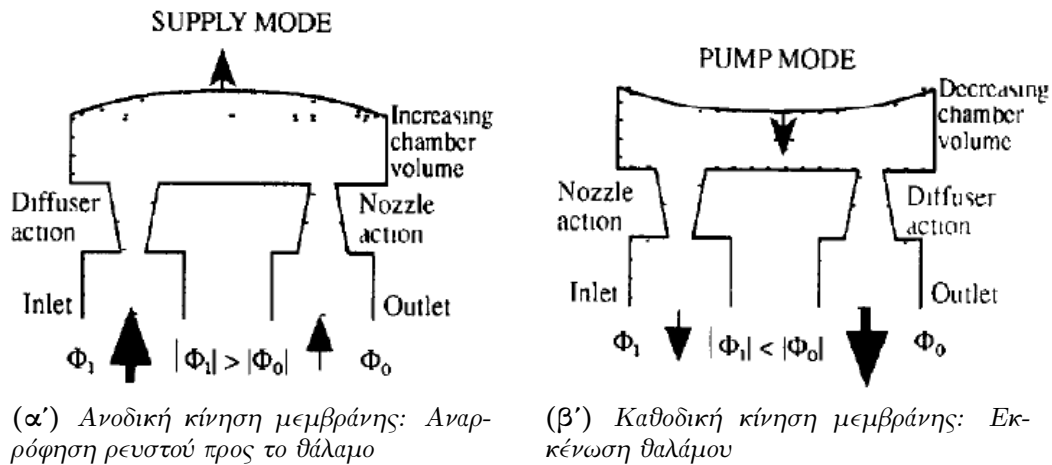
(α') Ανοδική κίνηση μεμβράνης:
Αναρρόφηση ρευστού προς το
θάλαμο

(β') Καθοδική κίνηση μεμ-
βράνης: Εκκένωση θαλάμου

Σχήμα 1.2: Κύριες φάσεις λειτουργίας αντλίας διαφράγματος κατά τη διάρκεια μιας περιόδου

ενώ χρησιμοποιούνται και στην αεροδιαστημική για μικρο-συστήματα πρόωσης [3]. Από τις μικρο-αντλίες που κατασκευάστηκαν, ιδιαίτερη βαρύτητα δόθηκε στις τύπου διαφράγματος, λόγω της πληθώρας ρευστών, τα οποία μπορούν να διακινήσουν, αλλά και λόγω της ευκολίας κατασκευής τους από σιλικόνη, η οποία ενδείκνυται σε εφαρμογές μικρο-μηχανικής. Σε μεταγενέστερες κατασκευές χρησιμοποιήθηκε και γυαλί ή πλαστικό [4]. Παρατηρήθηκε ότι οι βαλβίδες εισαγωγής και εξαγωγής δεν ήταν αποτελεσματικές στην περίπτωση των μικρο-αντλιών, αφενός διότι οι διαστάσεις τους ήταν πολύ μικρές με αποτέλεσμα τη δύσκολη ή ανακριβή κατασκευή τους και αφετέρου διότι η κόπωση επερχόταν πολύ γρήγορα στα μηχανικά αυτά μέρη, με συνέπεια την απαίτηση συχνής αντικατάστασής τους. Μάλιστα, αν κάποιο ρευστό περιείχε διασκορπισμένη στερεή φάση, αυτό μπορούσε να καταστρέψει τις βαλβίδες, όπως παρατηρήθηκε.

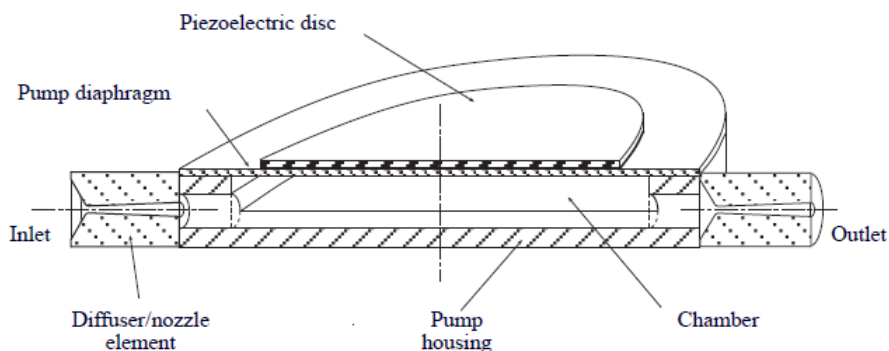
Για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος, μελετήθηκε για πρώτη φορά το 1993 μια μικρο-αντλία τύπου διαφράγματος δίχως μηχανικά μέρη, αλλά βασισμένη σε ένα σύστημα αγωγών τύπου διαχύτη/ακροφυσίου [5]. Η ιδέα βασίστηκε στο γεγονός ότι κατά τη φάση αναρρόφησης (Σχήμα 1.3α') εισέρχεται μεγαλύτερη ποσότητα ρευστού στο θάλα-



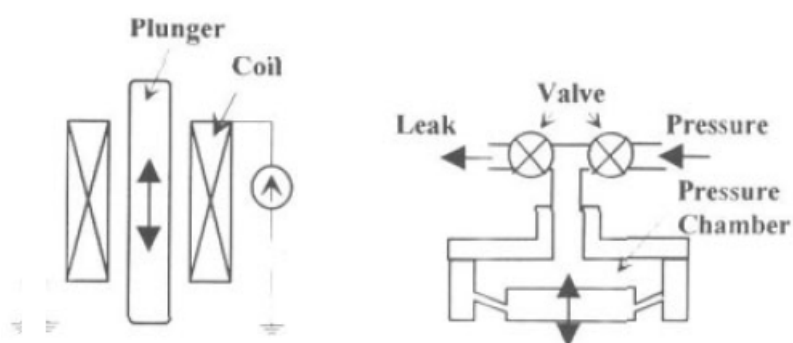
Σχήμα 1.3: Λειτουργία μικρο-αντλίας διαφράγματος με σύστημα αγωγών διαχύτη/ακροφυσίου [5]

μο από την πλευρά αναρρόφησης, όπου ο αγωγός λειτουργεί ως διαχύτης και μικρότερη ποσότητα από την πλευρά εκκένωσης, λόγω υψηλότερων πτώσεων ολικής πίεσης του αγωγού που λειτουργεί ως ακροφύσιο. Έπειτα, κατά τη φάση εκκένωσης (Σχήμα 1.3β'), η λειτουργία αντιστρέφεται, δηλαδή αποβάλλεται μεγαλύτερη ποσότητα ρευστού από την πλευρά εκκένωσης, αλλά και μια μικρή ποσότητα από την πλευρά αναρρόφησης. Στη μελέτη αυτή κατασκευάστηκαν και δοκιμάστηκαν επιτυχώς δύο διαφορετικά μοντέλα μικρο-αντλιών με κωνικούς αγωγούς, οι οποίες αποδείχθηκαν οικονομικές στην κατασκευή, λόγω απουσίας κινούμενων βαλβίδων. Επιπλέον, διαπιστώθηκε η υψηλή αποδοτικότητά τους συγκριτικά με το μικρό τους μέγεθος, ενώ επιπλέον λειτούργησαν τόσο με υγρό όσο και με αέριο ρευστό.

Τα επόμενα χρόνια, οι συγκεκριμένες μικρο-αντλίες έγιναν αντικείμενο αυξημένης μελέτης. Μέσω της ανάπτυξής τους, επιτεύχθηκε οι παροχές οι οποίες διακινούνται να φτάνουν σε δεκάδες ml ανά λεπτό. Σχετικά με την κίνηση του διαφράγματος προτάθηκαν διάφορες τεχνικές [6]. Η πιο συνήθης και αποτελεσματική είναι η προσαρμογή ενός πιεζοηλεκτρικού δίσκου στο άνω μέρος του διαφράγματος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.4α'. Η επιβολή διαφοράς δυναμικού οδηγεί στην παραμόρφωση του δίσκου αυτού και, κατά συνέπεια, στην παραμόρφωση της μεμβράνης. Μάλιστα, έχει πραγματοποιηθεί μελέτη [7] βελτιστοποίησης μιας μικρο-αντλίας διαφράγματος με πιεζοηλεκτρική διέγερση με μεταβλητές σχεδιασμού τη διάμετρο και το πάχος του δίσκου, αλλά και τη διαφορά δυναμικού που επιβάλλεται σε αυτόν. Στόχος αποτέλεσε η αύξηση της διακινούμενης παροχής, ενώ μελετήθηκαν 3 διαφορετικές περιπτώσεις υλικών (αλουμίνιο, χαλκός, σιλικόνη) κατασκευής του διαφράγματος. Η διέγερση του διαφράγματος δύναται να επιτευχθεί και μέσω ηλεκτρομαγνητισμού (Σχήμα 1.4β'), όπου ένας μαγνήτης που περιβάλλεται από πηνίο τοποθετείται στο άνω μέρος της μεμβράνης. Μέσω ελέγχου του ρεύματος που διέρχεται από το πηνίο, ο μαγνήτης κινείται παλινδρομικά και επιτυγχάνεται η επιθυμητή κίνηση. Άλλη μια προτεινόμενη τεχνική είναι αυτή του πεπιεσμένου αέρα (Σχήμα 1.4γ'). Δημιουργείται ένας κλειστός θάλαμος αέρα στο άνω μέρος του



(α') Εγκάρσια τομή διαφραγματικής μικρο-αντλίας όπου φαίνεται ο πιεζοηλεκτρικός δίσκος τοποθετημένος στο άνω μέρος του διαφράγματος [4]



(β') Ηλεκτρομαγνητική διέγερση διαφράγματος [6]

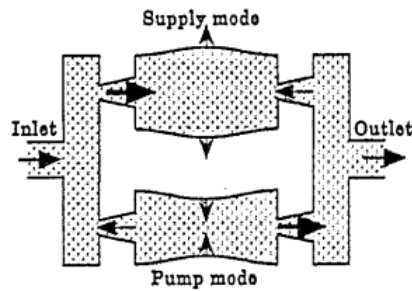
(γ') Κίνηση διαφράγματος βασισμένη σε πεπιεσμένο αέρα [6]

Σχήμα 1.4: Συνήθεις τεχνικές διέγερσης του διαφράγματος μιας μικρο-αντλίας

διαφράγματος. Όταν ο αέρας συμπιέζεται, το διάφραγμα οδηγείται προς τα κάτω, καθώς δέχεται πίεση. Αντίθετα, όταν ο κλειστός θάλαμος αποσυμπιέζεται, η υποπίεση που δημιουργείται οδηγεί στην ανοδική κίνηση του διαφράγματος. Οι τελευταίες δύο μέθοδοι, αν και έχουν βρει εφαρμογή σε αντλίες μεγάλου μεγέθους, σπάνια επιλέγονται στην περίπτωση των μικρο-αντλιών, διότι η λειτουργία τους κρίνεται επισφαλής στις διαστάσεις αυτές.

Εκτός της γεωμετρίας του Σχήματος 1.3, έχουν προταθεί και διαφορετικές μορφές διαφραγματικών μικρο-αντλιών. Το 1995 εξετάστηκε η χρήση δύο θαλάμων αντί ενός και με πιεζοηλεκτρικούς δίσκους τόσο στο άνω όσο και στο κάτω μέρος τους [8]. Η μελέτη της ροής πραγματοποιήθηκε για την περίπτωση λειτουργίας των θαλάμων σε αντίθετη φάση (άντληση/εκκένωση), όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5, αλλά και για την περίπτωση λειτουργίας σε ίδια φάση. Διαπιστώθηκε ότι στην πρώτη περίπτωση μπορεί να διακινήθει έως και διπλάσια παροχή συγκριτικά με τη δεύτερη, ωστόσο δεν υπήρξαν συγκρίσεις μεταξύ της μορφής αυτής και της μορφής με έναν θάλαμο.

Όσον αφορά τους αγωγούς, πέραν του κωνικού σχήματος, προτάθηκε και χρησιμοποιήθηκε ορθογωνική διατομή που οδήγησε σε σχήμα τετραπλευρικής πυραμίδας. Το

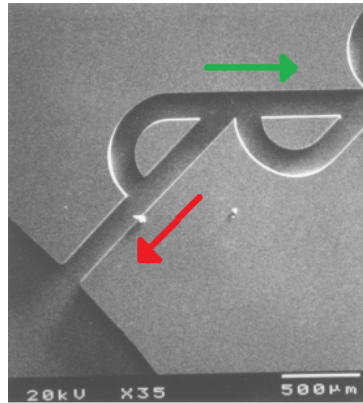


Σχήμα 1.5: Πρόταση διαφραγματικής μικρο-αντλίας με 2 θαλάμους και λειτουργία σε αντίθετες φάσεις [8]. Ο πρώτος θάλαμος βρίσκεται στη φάση άντλησης και ο δεύτερος στη φάση εκκένωσης, ενώ συνολικά το ρευστό κατευθύνεται από την είσοδο προς την έξοδο.

2004 πραγματοποιήθηκε μελέτη λειτουργίας καθεμιάς από τις δύο αυτές μορφές στην περίπτωση στρωτής ροής [9] και δόθηκε έμφαση στις απώλειες ολικής πίεσης των αγωγών όταν αυτοί λειτουργούν ως διαχύτες και όταν λειτουργούν ως ακροφύσια. Το κύριο συμπέρασμα ήταν ότι και οι δύο τύποι αγωγών είναι ικανοί να κατευθύνουν επιθυμητά τη ροή, ενώ τα αποτελέσματα μεταξύ αυτών ήταν παρόμοια. Επιπλέον, ο συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης ενός διαχύτη μειώθηκε για μικρή γωνία ανοίγματος και για υψηλούς αριθμούς Reynolds και προέκυψε ότι η ώθηση της ροής από την είσοδο προς την έξοδο είναι εφικτή ακόμα και στην περίπτωση που η ροή είναι στρωτή και όχι τυρβώδης. Για τη βελτιστοποίηση της λειτουργίας των αγωγών αυτών έχει πραγματοποιηθεί και μια μελέτη το 2019, στην οποία αναζητήθηκε η βέλτιστη γωνία ανοίγματος και το μήκος του διαχύτη ώστε να επιτυγχάνεται υψηλή απόδοση σε χαμηλούς αριθμούς Re [10]. Τα αποτελέσματα έδειξαν αύξηση της απόδοσης του διαχύτη για μεγαλύτερο μήκος και για γωνίες μέχρι 12° , καθώς πέρα από την τιμή αυτή υπάρχει σημαντική αποκόλληση της ροής. Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι οι βέλτιστες γεωμετρίες επηρεάζονται σημαντικά από τον αριθμό Re και, επομένως, προτάθηκε ο σχεδιασμός των μικρο-αντλιών να πραγματοποιείται σε προκαθορισμένο και περιορισμένο εύρος αριθμών Re .

Μια διαφορετική πρόταση για τη γεωμετρία του αγωγού παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.6. Η συγκεκριμένη μορφή είναι έτσι σχεδιασμένη ώστε η ροή να χαρακτηρίζεται από μειωμένες απώλειες ολικής πίεσης στην επιθυμητή κατεύθυνση και αυξημένες στην αντίθετη περίπτωση. Ωστόσο, σε μεταγενέστερες έρευνες δεν μελετήθηκε η μορφή αυτή, λόγω και της πολυπλοκότερης κατασκευής της, παρόλο που η πρότασή της χρονολογείται από το 1994 [11].

Μία ακόμη πρόταση έγινε το 2009 και περιλάμβανε τη χρήση ασύμμετρων εμποδίων μέσα σε τετραπλευρικούς αγωγούς σταθερής διατομής [12]. Για τη συγκεκριμένη μελέτη σχεδιάστηκαν και κατασκευάστηκαν δύο διαφραγματικές μικρο-αντλίες βασισμένες σε τέτοιους αγωγούς, η δεύτερη εκ των οποίων παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.7. Από τα υπολογιστικά και πειραματικά αποτελέσματα προέκυψε ότι η γεωμετρία αυτή οδηγεί σε χαμηλότερες πτώσεις ολικής πίεσης συγκριτικά με τους αγωγούς τύπου διαχύτη/ακροφυσίου.



Σχήμα 1.6: Πρόταση σχεδιασμού αγωγού εξόδου μικρο-αντλίας διαφράγματος [11], αριστερά διακρίνεται ο θάλαμος. Η γεωμετρία αυτή έχει τη δυνατότητα να προξενεί υψηλή αντίσταση όταν το ρευστό κατευθύνεται προς το θάλαμο (κόκκινο βέλος) και χαμηλότερη όταν κατευθύνεται προς την έξοδο (πράσινο βέλος). Αντίστοιχα σχεδιάζεται και ο αγωγός εισόδου.



Σχήμα 1.7: Διαφραγματική μικρο-αντλία με αγωγούς σταθερής ορθογωνικής διατομής που φέρουν ασύμμετρα ως προς το θάλαμο εμπόδια, αριστερά διακρίνεται ο αγωγός εισόδου και δεξιά ο αγωγός εξόδου. Τα εμπόδια είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε να διορθώνουν την αντιστροφή της ροής [12].

Το 2015 δημοσιεύθηκε μια έρευνα βελτιστοποίησης, με εξελικτικούς αλγορίθμους, μιας μικρο-αντλίας με σύστημα αγωγών τύπου διαχύτη/ακροφυσίου [13], η οποία είχε ως στόχο την αύξηση της διακινούμενης παροχής υπό την μείωση της παρεχόμενης ισχύος για την κίνηση του διαφράγματος. Ως μεταβλητές σχεδιασμού επιλέχθηκαν εκείνες που σχετίζονται με την κίνηση του διαφράγματος (ασκούμενη πίεση με σκοπό την παραμόρφωσή του, συχνότητα κίνησης, ύψος μέγιστης παραμόρφωσης), αλλά και αυτές που ορίζουν τη γεωμετρία των επιμέρους τμημάτων της μικρο-αντλίας. Άλλη μια μελέτη βελτιστοποίησης με εξελικτικούς αλγορίθμους [14] πραγματοποιήθηκε το 2018 με στόχο τη μεγιστοποίηση της διερχόμενης παροχής με όσον το δυνατό μικρότερη διασπορά κατά τη διάρκεια μιας περιόδου λειτουργίας της μικρο-αντλίας. Η μελέτη βασίστηκε σε ένα 2Δ μοντέλο, ενώ για την κίνηση του διαφράγματος προτάθηκε ένα σύνολο εμβόλων σε διάταξη σταυρού, τα οποία μέσω της κίνησής τους, έρχονται σε επαφή με τη μεμβράνη και την παραμορφώνουν. Η θέση και η συχνότητα κίνησης των εμβόλων αποτέλεσαν τις μεταβλητές σχεδιασμού.

Ένας σημαντικός στόχος της ανάπτυξης των εν λόγω μικρο-αντλιών είναι ο περιορισμός της αντιστροφής της ροής, για την ελαχιστοποίησή της οποίας, πραγματοποιήθηκαν δύο μελέτες. Στην πρώτη [15] χρησιμοποιήθηκε η συνεχής συζυγής μέθοδος με μεταβλητές σχεδιασμού τα σημεία ελέγχου του σχήματος των διαχυτών, ενώ πραγματοποιήθηκε και σχεδιασμός του 2Δ μοντέλου της μικρο-αντλίας υπο αβεβαιότητες. Η δεύτερη [16], η οποία βασίστηκε σε 3Δ μοντέλο, αφορούσε τη βελτιστοποίηση της κίνησης και γεωμετρίας του διαφράγματος με σταθερό σχήμα αγωγών, ενώ επιπλέον μελετήθηκε και ένα μοντέλο μικρο-αντλίας στο οποίο, αντί για αγωγούς μορφής διαχύτη, χρησιμοποιήθηκαν κυλινδρικοί αγωγοί με βαλβίδες.

1.2 Υπολογιστική Ρευστοδυναμική

Η Υπολογιστική Ρευστοδυναμική (Computational Fluid Dynamics) είναι η επιστήμη που ασχολείται με την επίλυση των εξισώσεων της Ρευστοδυναμικής μέσω αριθμητικών μεθόδων σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Συνεισφέρει σημαντικά στην επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων, λόγω χάρη στην πρόλεξη της συνεκτικής ροής, η οποία περιγράφεται από τις εξισώσεις Navier-Stokes. Για τις εξισώσεις αυτές δεν έχει ευρεθεί αναλυτική λύση, επομένως η αριθμητική επίλυσή τους είναι μονόδρομος.

Η ευρεία ανάπτυξη της ΥΡΔ έλαβε χώρα παράλληλα με την τεχνολογική εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, καθώς στην πλειοψηφία τους τα προβλήματα πρόλεξης της ροής απαιτούν υψηλή υπολογιστική ισχύ. Στη σημερινή εποχή, αφενός έχουν αναπτυχθεί προηγμένες υπολογιστικές μέθοδοι και αφετέρου υπάρχει η δυνατότητα τα λογισμικά επίλυσης να παραλληλοποιούνται σε συστοιχίες επεξεργαστών ή καρτών γραφικών. Οι παράγοντες αυτοί συντελούν στην ταχύτητα, συγκριτικά με παλαιότερα, επίλυση προβλημάτων. Για το λόγο αυτό, η ΥΡΔ χρησιμοποιείται συχνά σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Αυτό έχει και οικονομικό όφελος, καθώς αξιολογούνται τα προϊόντα πριν κατασκευαστούν, ενώ το τελικό προϊόν συνήθως προέρχεται από το βέλτιστο αποτέλεσμα της μελέτης.

1.3 Βελτιστοποίηση

Η βελτιστοποίηση αποσκοπεί στην εύρεση της βέλτιστης λύσης ενός προβλήματος μέσα από ένα πεδίο υποψήφιων λύσεων και μπορεί να πραγματοποιηθεί με δύο διαφορετικές μεθόδους [17]. Η πρώτη αφορά τις αιτιοκρατικές, οι οποίες βασίζονται στην έννοια της παραγώγου και στη χρήση της για την εύρεση των ακροτάτων της συνάρτησης-στόχου, η οποία μεγιστοποιείται ή ελαχιστοποιείται. Η δεύτερη κατηγορία αφορά τις στοχαστικές μεθόδους. Ένα παράδειγμα τέτοιων μεθόδων είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι πραγματοποιούν μια αναζήτηση της βέλτιστης λύσης μέσα σε ένα πεδίο υποψήφιων λύσεων. Οι πρώτες απαιτούν χρόνο προγραμματισμού και δεν επεκτείνονται εύκολα σε διαφορετικές εφαρμογές, ωστόσο συγκλίνουν γρηγορότερα στη λύση με

κίνδυνο τον εντοπισμό ενός τοπικού αντί του ολικού ακροτάτου. Αντίθετα, οι δεύτερες είναι πιο γενικές, οπότε προσαρμόζονται σε πληθώρα εφαρμογών και εντοπίζουν ευκολότερα το καθολικό βέλτιστο, κοστίζοντας ωστόσο σε χρόνο. Για να συνδυαστούν τα πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων, έχουν αναπτυχθεί οι λεγόμενες υβριδικές μέθοδοι, οι οποίες συνδυάζουν στοιχεία και των δύο κατηγοριών.

Από το σύνολο των αιτιοκρατικών μεθόδων βελτιστοποίησης, στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται η συζυγής μέθοδος (adjoint method) [17] [18], η οποία είναι ένα εργαλείο υπολογισμού των παραγώγων της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, εξασφαλίζοντας ταυτόχρονα την ικανοποίηση των εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα. Η διαδικασία αυτή επιτυγχάνεται με την επαύξηση της συνάρτησης-στόχου F , οπότε προκύπτει η F_{aug} (augmented function). Συγκεκριμένα, αν $\vec{R}(\vec{U}) = 0$ είναι το διάνυσμα στήλης των εξισώσεων και \vec{U} το διάνυσμα των μεταβλητών του προβλήματος, τότε η επαυξημένη συνάρτηση θα είναι της μορφής:

$$F_{aug} = F + \vec{\Psi}^T \vec{R}(\vec{U}) \quad (1.1)$$

όπου $\vec{\Psi}$ το διάνυσμα στήλης των συζυγών μεταβλητών, οι οποίες προκύπτουν από την επίλυση των συζυγών εξισώσεων του προβλήματος. Η συζυγής μέθοδος διακρίνεται σε δύο κατηγορίες: τη διακριτή (discrete) και τη συνεχή (continuous) [19]. Στην πρώτη διακριτοποιούνται οι εξισώσεις και η συνάρτηση-στόχος κι έπειτα παράγονται οι συζυγείς εξισώσεις σε μητρική μορφή. Αντίθετα, στη δεύτερη προσδιορίζεται η αναλυτική έκφραση της παραγώγου της συνάρτησης-στόχου, ένα τμήμα της οποίας αντιστοιχεί στις συζυγείς εξισώσεις, οι οποίες εν τέλει διακριτοποιούνται κι επιλύονται. Επειδή ο όρος που αντιστοιχεί στην επαύξηση είναι μηδενικός, οι παράγωγοι ευαισθησίας της συνάρτησης-στόχου ταυτίζονται με εκείνες της επαυξημένης και στις δύο περιπτώσεις.

Το πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι η αποφυγή υπολογισμού των παραγώγων $\delta \vec{U} / \delta \vec{b}$, όπου \vec{b} το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού. Γίνεται αντιληπτό ότι σε περίπτωση μεγάλου πλήθους μεταβλητών σχεδιασμού, ο χρόνος υπολογισμού των παραγώγων που αναφέρθηκαν αυξάνεται αναλογικά, καθώς καθεμία από τις παραγώγους αυτές απαιτεί ξεχωριστά μία φορά, ή ακόμη και δύο στην περίπτωση κεντρικών διαφορών, την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος. Αντίθετα, με τη χρήση της συζυγούς μεθόδου επιλύεται το πρωτεύον και το συζυγές πρόβλημα, οπότε το κόστος είναι περίπου ίσο με 2 επιλύσεις του πρωτεύοντος ανεξάρτητα από το πλήθος των μεταβλητών σχεδιασμού. Έπειτα, υπολογίζονται γρήγορα οι τιμές όλων των παραγώγων ευαισθησίας, καθώς αυτές αποτελούν εκφράσεις των αρχικών (\vec{U}) και των συζυγών ($\vec{\Psi}$) μεταβλητών.

Σημειώνεται ότι η συζυγής μέθοδος δεν αποτελεί καθαυτή μια μέθοδο βελτιστοποίησης παραμόνο ένα εργαλείο υπολογισμού των παραγώγων ευαισθησίας. Ωστόσο συνηθίζεται να αποκαλείται ως μέθοδος βελτιστοποίησης με την προϋπόθεση ότι εμπεριέχει και μια αιτιοκρατική μέθοδο ανανέωσης των μεταβλητών σχεδιασμού ανάλογα με τις υπολογιζόμενες τιμές των παραγώγων ευαισθησίας. Η συνολική εφαρμογή της ακολου-

θίας αυτής (επίλυση πρωτεύοντος, συζυγούς προβλήματος και ανανέωση μεταβλητών σχεδιασμού) αποτελεί έναν κύκλο βελτιστοποίησης.

1.4 Περιεχόμενο και Δομή της Εργασίας

Η εργασία αυτή αποσκοπεί στη βελτιστοποίηση μιας διαφραγματικής μικρο-αντλίας με χρήση ΥΡΔ, δηλαδή πραγματοποιείται η αριθμητική πρόλεξη της ροής και μεταβάλλεται κατάλληλα η γεωμετρία προκειμένου να αυξηθεί η καθαρή διακινούμενη παροχή και ταυτόχρονα να περιοριστεί η αντιστροφή της ροής. Αρχικά, σχεδιάζεται το 3D CAD μοντέλο της μικρο-αντλίας, από το οποίο προκύπτει το υπολογιστικό μη-δομημένο πλέγμα. Το πλέγμα αυτό παραμορφώνεται, ώστε να ακολουθεί την κίνηση του διαφράγματος για κάθε χρονική στιγμή που μελετάται η ροή. Στη συνέχεια, επιλύονται οι χρονικά μη-μόνιμες εξισώσεις Navier-Stokes και παρουσιάζονται αποτελέσματα σχετικά με τις επιδόσεις της μικρο-αντλίας. Ακολουθεί η παραμετροποίηση των διαχυτών εισόδου και εξόδου· διαδικασία απαραίτητη για τη διενέργεια βελτιστοποίησης. Για το σκοπό αυτό προτείνονται δύο μέθοδοι. Στην πρώτη παραμετροποιείται η γενέτειρα του διαχύτη με μια καμπύλη B-Splines, ενώ στη δεύτερη ολόκληρη η επιφάνεια του διαχύτη μέσω μιας επιφάνειας NURBS. Τα σημεία ελέγχου που προκύπτουν από μία εκ των δύο μεθόδων χρησιμοποιούνται ως μεταβλητές σχεδιασμού στη βελτιστοποίηση, η οποία πραγματοποιείται με τη συνεχή συζυγή μέθοδο. Έτσι, αναπτύσσονται οι συνεχείς συζυγείς εξισώσεις του προβλήματος και στο τέλος παρουσιάζεται η βέλτιστη γεωμετρία και οι νέες επιδόσεις της μικρο-αντλίας.

Η δομή της διπλωματικής εργασίας είναι η εξής:

- **Κεφάλαιο 2:** ορίζονται οι διαστάσεις και η μορφή του CAD μοντέλου της αντλίας και χρησιμοποιούνται και η μορφή των διαχυτών της. Επιπλέον, ορίζεται η εξίσωση κίνησης του διαφράγματος.
- **Κεφάλαιο 3:** διατυπώνεται η διαδικασία γένεσης του μη-δομημένου υπολογιστικού πλέγματος της μικρο-αντλίας, καθώς και η μέθοδος παραμόρφωσής του. Παρουσιάζονται περιπτώσεις παραμόρφωσης του πλέγματος αυτού στην περιοχή του κινούμενου διαφράγματος.
- **Κεφάλαιο 4:** δίνονται οι χρονικά μη-μόνιμες εξισώσεις Navier-Stokes ασυμπίεστου ρευστού για στρωτή ροή από τις οποίες προκύπτει το πεδίο ροής, καθώς και οι οριακές συνθήκες της πρόλεξης της ροής στο πλέγμα της μικρο-αντλίας. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αποτελέσματα από την επίλυση της ροής για μεταβαλλόμενες τιμές της συχνότητας κίνησης και του ύψους βύθισης του διαφράγματος.
- **Κεφάλαιο 5:** παρουσιάζεται το μαθηματικό υπόβαθρο των καμπυλών και επιφανειών NURBS και των πολυωνύμων βάσης στα οποία αυτές βασίζονται. Επιπλέον, εξηγείται η λειτουργία του λογισμικού που προγραμματίστηκε για την παραμετροποίηση της επιφάνειας των διαχυτών, βασισμένη στα εργαλεία των

NURBS. Παρουσιάζονται περιπτώσεις παραμόρφωσης του πλέγματος για δημιουργία αξονοσυμμετρικών και μη-αξονοσυμμετρικών διαχυτών.

- **Κεφάλαιο 6:** διατυπώνονται οι συνεχείς συζυγείς εξισώσεις της ροής και οι αντίστοιχες οριακές συνθήκες, καθώς και οι εκφράσεις των παραγώγων ευαισθησίας.
- **Κεφάλαιο 7:** ως εφαρμογή των παραπάνω, πραγματοποιείται η διαδικασία βελτιστοποίησης της μικρο-αντλίας, παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα.
- **Κεφάλαιο 8:** πραγματοποιείται μια ανακεφαλαίωση της εργασίας, απαριθμούνται τα συμπεράσματα στα οποία αυτή οδήγησε και προτείνονται κατευθύνσεις για συνέχιση της μελέτης των διαφραγματικών μικρο-αντλιών.

Κεφάλαιο 2

Σχεδιασμός της Διαφραγματικής Μικρο-αντλίας

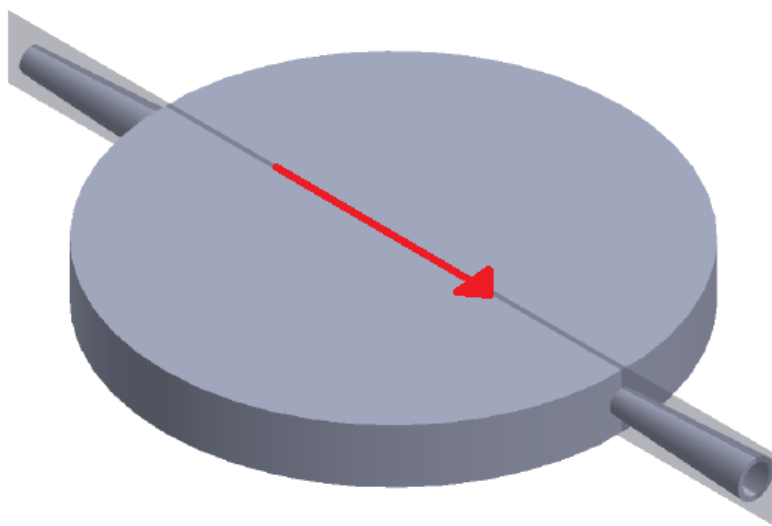
Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί την εισαγωγή στο μοντέλο της μικρο-αντλίας το οποίο σχεδιάστηκε και βελτιστοποιήθηκε. Παρουσιάζονται οι διαστάσεις κάθε τμήματος της γεωμετρίας, καθώς και η κίνηση του διαφράγματος.

2.1 Αρχική γεωμετρία

Πρωταρχικός σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι ο σχεδιασμός της αντλίας σε λογισμικό CAD, ώστε να προκύψει το σχήμα στο οποίο θα βασιστεί η αριθμητική πρόλεξη της ροής. Για τη σχεδίαση χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Solidworks.

Για τον καθορισμό των διαστάσεων της μικρο-αντλίας εξετάστηκαν επιμέρους σχέδια από μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί. Η πρώτη διαφραγματική μικρο-αντλία χωρίς βαλβίδες κατασκευάστηκε το 1993 με κυκλικό θάλαμο βάθους $0.4mm$ και διαμέτρου $19mm$, ενώ οι κωνικοί αξονοσυμμετρικοί αγωγοί είχαν μήκος $4mm$, διάμετρο εισόδου $0.23mm$ και διάμετρο εξόδου $0.6mm$ [5]. Ακολούθησε η κατασκευή διαφόρων γεωμετριών και μεταξύ αυτών το 2013 κατασκευάστηκε μικρο-αντλία με θάλαμο κυκλικής διατομής διαμέτρου $10mm$ και βάθους $0.5mm$, ενώ επιλέχθηκαν τετραπλευρικοί αγωγοί με μήκος $3mm$, διατομή εισόδου $(0.15mm) \times (0.2mm)$ και διατομή εξόδου $(0.57mm) \times (0.2mm)$ [20]. Σε μια πιο πρόσφατη δημοσίευση, το 2019, μελετήθηκαν διαφορετικές γεωμετρίες με μεγαλύτερες διαστάσεις και η βέλτιστη εξ αυτών διέθετε κυκλικό θάλαμο διαμέτρου $30mm$ και βάθους $1.25mm$, ενώ οι τετραπλευρικοί αγωγοί μήκους $2.5mm$ είχαν διατομή εισόδου $(0.5mm) \times (0.5mm)$ και εξόδου $(0.94mm) \times (0.5mm)$ [21].

Η αρχική γεωμετρία της μικρο-αντλίας που σχεδιάστηκε για την εργασία αυτή παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1 και έχει ίδιας τάξης διαστάσεις με τις προαναφερθείσες μικρο-αντλίες, προκειμένου να ανταποκρίνεται σε μια ρεαλιστική κατασκευή. Επιπλέον, διαθέτει κωνικούς αξονοσυμμετρικούς διαχύτες στην είσοδο και στην έξοδο και θάλαμο κυκλικής διατομής. Τονίζεται, ότι επιλέχθηκε μεγάλο ύψους θαλάμου ($1mm$) συγκριτικά με τη διάμετρο ($10mm$), κάτι το οποίο δεν παρατηρείται στις κατασκευές που αναφέρθηκαν. Ο λόγος είναι ότι κατά τη βελτιστοποίηση ενδέχεται να προκύψουν αγωγοί μεγάλης διαμέτρου στα σημεία σύνδεσης με το θάλαμο, οπότε το ύψος αυτό επιτρέπει τη σημαντική αύξηση της διαμέτρου αν αυτό κριθεί ως βέλτιστο. Οι διαστάσεις της μικρο-αντλίας συνοψίζονται στον Πίνακα 2.1.



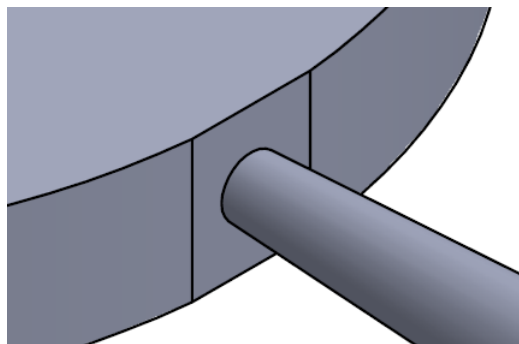
Σχήμα 2.1: Αρχική εξωτερική γεωμετρία της αντλίας: Αριστερά ο διαχύτης εισόδου, δεξιά ο διαχύτης εξόδου και μεταξύ αυτών ο θάλαμος άντλησης του ρευστού. Το άνω μέρος του θαλάμου αποτελεί το διάφραγμα και φέρει μια πιεζοηλεκτρική μεμβράνη η οποία παραμορφώνεται κατά τη λειτουργία. Διακρίνεται επίσης το επίπεδο συμμετρίας διαμέσου της αντλίας και σημειώνεται με το κόκκινο βέλος η επιθυμητή φορά της ροής.

Διάσταση	Τιμή(mm)
Εσωτερική διάμετρος θαλάμου	10
Εσωτερικό ύψος θαλάμου	1
Μήκος διαχυτών	3
Ελάχιστη εσωτερική διάμετρος διαχυτών	0.3
Μέγιστη εσωτερική διάμετρος διαχυτών	0.6
Πάχος τοιχωμάτων	0.1

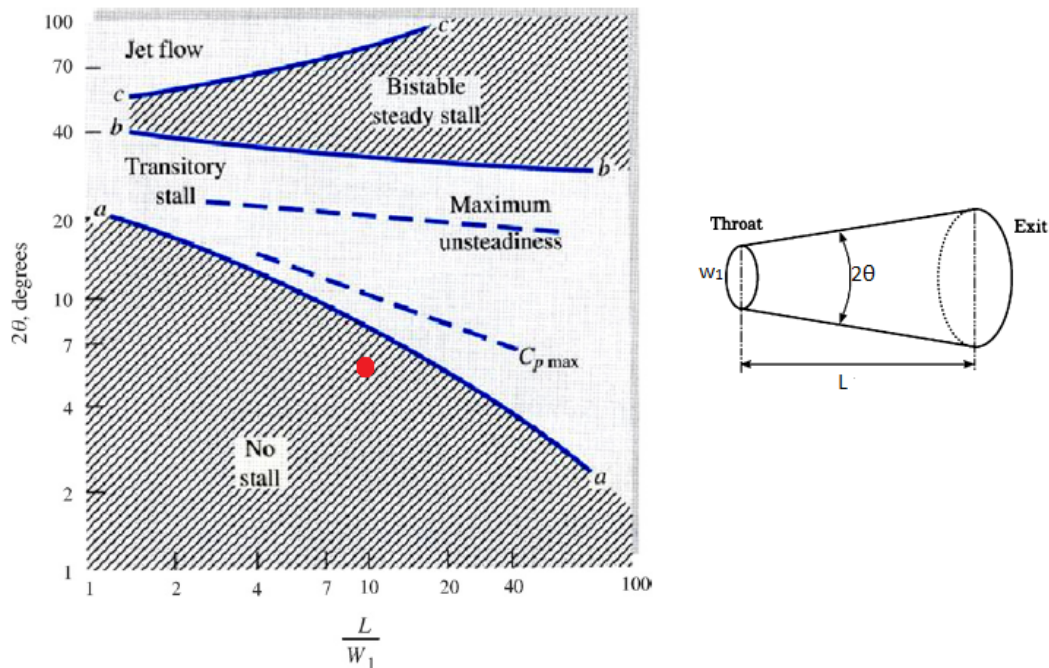
Πίνακας 2.1: Κύριες διαστάσεις της αρχικής γεωμετρίας

Το πάχος όλων των τοιχωμάτων της αντλίας παραμένει σταθερό και ίσο με 0.1mm, μιας και, πρακτικά, δεν έχει επίπτωση στη ρευστοδυναμική μελέτη και στον σχεδιασμό που παρουσιάζεται στην εργασία αυτή. Σημειώνεται ότι δύναται να μεταβληθεί αν κριθεί απαραίτητο για λόγους στιβαρότητας της κατασκευής. Αυτό το οποίο μελετάται αποκλειστικά στη συνέχεια είναι η εσωτερική γεωμετρία της μικρο-αντλίας.

Στα σημεία επαφής μεταξύ του θαλάμου και των διαχυτών έχει σχεδιαστεί ένα κάθετο επίπεδο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2. Αυτό συμβαίνει διότι κατά τη βελτιστοποίηση ενδέχεται να μεταβληθεί η διάμετρος των διαχυτών. Μέσω της προσθήκης αυτής, διευκολύνεται η παραμόρφωση του υπολογιστικού πλέγματος στα σημεία αυτά σε περίπτωση που προκύψει τέτοια μεταβολή. Επομένως, ο θάλαμος δεν έχει πλήρως κυκλική διατομή, ωστόσο η παραλλαγή είναι εστιασμένη σε δύο μόνο περιοχές της περιφέρειας και δεν έχει πρακτικό αποτέλεσμα.



Σχήμα 2.2: Σχεδιαστική λεπτομέρεια στο σημείο επαφής του διαχύτη εξόδου με το θάλαμο, αντίστοιχα για το διαχύτη εισόδου



Σχήμα 2.3: Χάρτης λειτουργίας κωνικού διαχύτη [22], W_1 η διάμετρος εισόδου του διαχύτη, L το μήκος του και 2θ η συνολική γωνία ανοίγματος. Με κόκκινο χρώμα σημειώνεται το σημείο λειτουργίας του αρχικού διαχύτη που σχεδιάστηκε.

2.2 Διαχύτες εισόδου-εξόδου

Οι αξονοσυμμετρικοί διαχύτες που παρουσιάστηκαν στο Σχήμα 2.1 έχουν κωνική γεωμετρία. Προκειμένου να σχεδιαστούν σωστά εξαρχές, χρησιμοποιείται ο χάρτης λειτουργίας τους [22], ο οποίος φαίνεται στο Σχήμα 2.3. Πάνω από την καμπύλη b-b η λειτουργία τους δεν είναι αποτελεσματική, καθώς υπάρχουν σημαντικές αποκολλήσεις της ροής, ενώ κάτω από την καμπύλη a-a οι αποκολλήσεις είναι μηδενικές και υπάρχουν επιδράσεις της συνεκτικότητας που οδηγούν σε πτώση της ολικής πίεσης, ωστόσο η λειτουργία του διαχύτη είναι αποτελεσματική και για το λόγο αυτό, ο διαχύτης που αρχικά σχεδιάστηκε ανήκει σε αυτήν την περιοχή. Ανάμεσα στις καμπύλες a-a και b-b συναντάται η μεταβατική περιοχή, όπου συνδυάζονται χαρακτηριστικά της ροής από τις δύο περιοχές που περιγράφηκαν προηγουμένως. Στην ενδιάμεση αυτήν περιοχή, υπάρχει και η καμπύλη του μέγιστου συντελεστή ανάκτησης πίεσης (C_p), όπου λαμβάνει χώρα η λειτουργία με ελάχιστες απώλειες ολικής πίεσης της ροής [22].

Κατά τη βελτιστοποίηση, θα μελετηθούν τόσο αξονοσυμμετρικοί όσο και μη-αξονοσυμμετρικοί διαχύτες. Επειδή είναι θεμιτό να διατηρηθούν οι εξωτερικές διαστάσεις της μικρο-αντλίας, τα μήκη των διαχυτών παραμένουν σταθερά. Παρόλο που τα μεγαλύτερα μήκη αγωγών οδηγούν σε αυξημένες απώλειες ολικής πίεσης, στο πλαίσιο μελέτης προέκυψε ότι συντελούν στην αποτελεσματικότερη λειτουργία μιας μικρο-αντλίας [10], ωστόσο η χρήση των μικρο-αντλιών σε εφαρμογές μικρο-μηχανικής απαιτεί και μικρές

διαστάσεις. Επομένως η αύξηση του μήκους των αγωγών είναι ανούσια. Επιπλέον, είναι επιθυμητό οι διατομές εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας να μη λάβουν αυθαίρετες, αλλά τυπικές τιμές, καθώς ενδέχεται να συνδέονται περαιτέρω με σωληνώσεις ή θαλάμους. Επομένως, οι διάμετροι εισόδου και εξόδου της βέλτιστης μικρο-αντλίας θα αποτελέσουν ακέραια πολλαπλάσια των $100\mu m$.

2.3 Διάφραγμα

Για τη λειτουργία της μικρο-αντλίας απαιτείται η περιοδική ταλάντωση του διαφράγματος. Η κίνηση αυτή δύναται να επιτευχθεί με διάφορους τρόπους, όπως ο ηλεκτρομαγνητισμός ή η άσκηση πίεσης στο άνω μέρος του. Ωστόσο, στις διαφραγματικές μικρο-αντλίες συνηθίζεται η χρήση μιας πιεζοηλεκτρικής μεμβράνης, η οποία προσαρμόζεται πάνω στο διάφραγμα. Για την παραμόρφωση της μεμβράνης επιβάλλεται διαφορά δυναμικού, η οποία μεταβάλλεται αρμονικά προκαλώντας αρμονική παραμόρφωση και στο διάφραγμα. Επιπλέον, η παραμόρφωση στο κέντρο του διαφράγματος γίνεται μέγιστη, ενώ στα άκρα του μηδενίζεται. Επομένως, η κίνησή του μπορεί να προσεγγιστεί από τη σχέση:

$$y(r, t) = y_0 + A \cos\left(\frac{\pi r}{2R}\right) \sin(2\pi ft) \quad (2.1)$$

όπου:

- y η κατακόρυφη θέση των σημείων που ανήκουν στο διάφραγμα.
- y_0 η αρχική θέση (τη χρονική στιγμή $t = 0$) των σημείων του διαφράγματος. Λόγω της μελέτης της ροής στο εσωτερικό της αντλίας, τα σημεία τα οποία μετατοπίζονται κατά τη διάρκεια μιας περιόδου είναι αυτά που ανήκουν στο τοίχωμα του διαφράγματος από την εσωτερική πλευρά. Τα σημεία αυτά έχουν $y_0 = 1.1$.
- A είναι το ύψος μέγιστης παραμόρφωσης.
- r είναι η ακτινική απόσταση των σημείων του διαφράγματος από το κέντρο του.
- R είναι η σταθερή ακτίνα του διαφράγματος.
- f είναι η συχνότητα της κίνησης της μεμβράνης.
- t είναι η κάθε χρονική στιγμή.

Η κίνηση του διαφράγματος για διάφορες χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια μιας περιόδου παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.4 για ύψος μέγιστης παραμόρφωσης $A = 0.1mm$. Προκειμένου η κίνηση του διαφράγματος να γίνει καλύτερα αντιληπτή, παρουσιάζεται και στις 3 διαστάσεις στο Σχήμα 2.5 για ίδιο ύψος μέγιστης παραμόρφωσης. Η οπτικοποίηση αφορά το ήμισυ του διαφράγματος δεδομένου ότι είναι συμμετρικό.



(α') Το διάφραγμα είναι μη παραμορφωμένο αρχικά ($t = 0$)



(β') Το διάφραγμα μετά την ανοδική κίνηση βρίσκεται στο ανώτερο σημείο, όπου σταματά να αντλείται ρευστό και ξεκινά η αποβολή του ($t = T/4$)

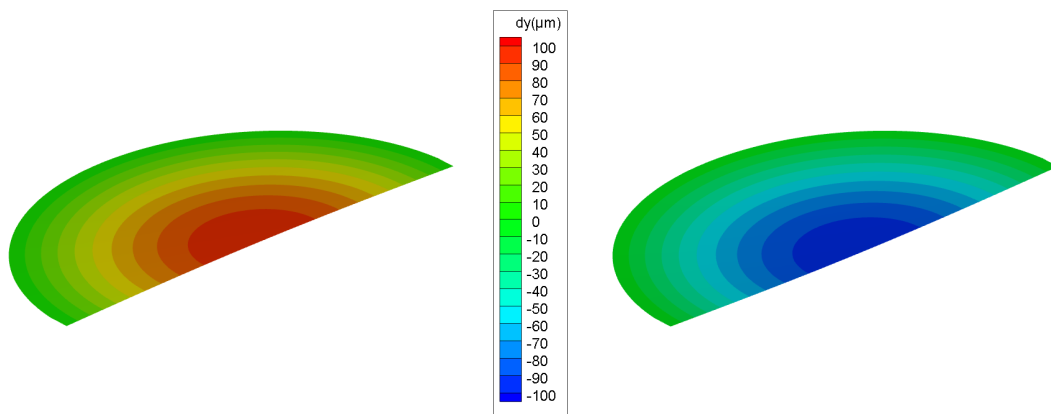


(γ') Μέγιστη βύθιση που ακολουθεί την καθοδική κίνηση του διαφράγματος, όπου σταματά να αποβάλλεται ρευστό και ξεκινά εκ νέου η άντληση ($t = 3T/4$)



(δ') Επαναφορά στο αρχικό σημείο ($t = T$)

Σχήμα 2.4: Εγκάρσια τομή της αντλίας, όπου διακρίνεται η θέση του διαφράγματος για χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές (ύψος μέγιστης παραμόρφωσης $A = 0.1mm$)



(α') Ανώτερη θέση διαφράγματος ($t = T/4$)

(β') Κατώτερη θέση διαφράγματος ($t = 3T/4$)

Σχήμα 2.5: 3D όψη του διαφράγματος για μέγιστη και ελάχιστη παραμόρφωση των σημείων του ($A = 0.1mm$)

Κεφάλαιο 3

Γένεση και Παραμόρφωση Υπολογιστικού Πλέγματος

Προκειμένου να επιλυθούν οι εξισώσεις της ροής είναι απαραίτητη η γένεση υπολογιστικού πλέγματος εσωτερικά της μικρο-αντλίας. Επιπλέον, είναι αναγκαία η παραμόρφωση του πλέγματος που θα δημιουργηθεί, διότι το διάφραγμα της μικρο-αντλίας κινείται κατά τη διάρκεια μιας περιόδου λειτουργίας, οπότε το πλέγμα επιβάλλεται να ακολουθεί την κίνηση αυτή. Επιπλέον, απώτερος σκοπός είναι η μεταβολή της γεωμετρίας των διαχυτών για βέλτιστο αποτέλεσμα και προκειμένου να πραγματοποιηθεί αυτό είναι αναγκαία η παραμόρφωση του πλέγματος στις περιοχές των διαχυτών.

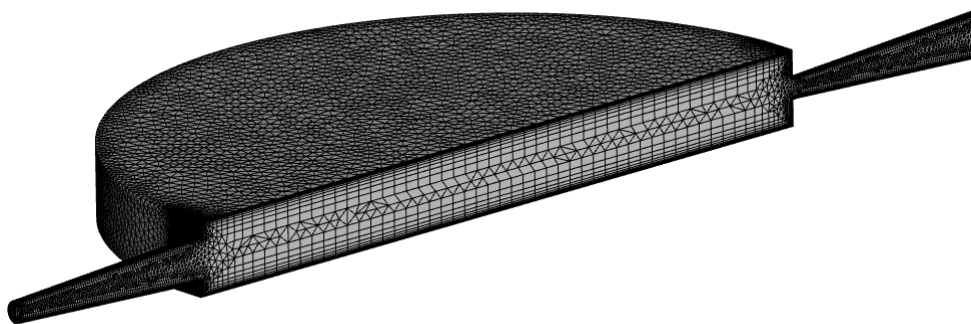
3.1 Γένεση πλέγματος

Το πλέγμα που δημιουργείται είναι μη-δομημένο. Επειδή η μικρο-αντλία είναι συμμετρική ως προς το επίπεδο που περνά από το μέσο της, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1, είναι συμφέρον να δημιουργηθεί πλέγμα στο ήμισυ του εσωτερικού της, προκειμένου να ελαττωθεί το υπολογιστικό κόστος, δεδομένου ότι ο αριθμός των κόμβων του πλέγματος θα μειωθεί στο μισό.

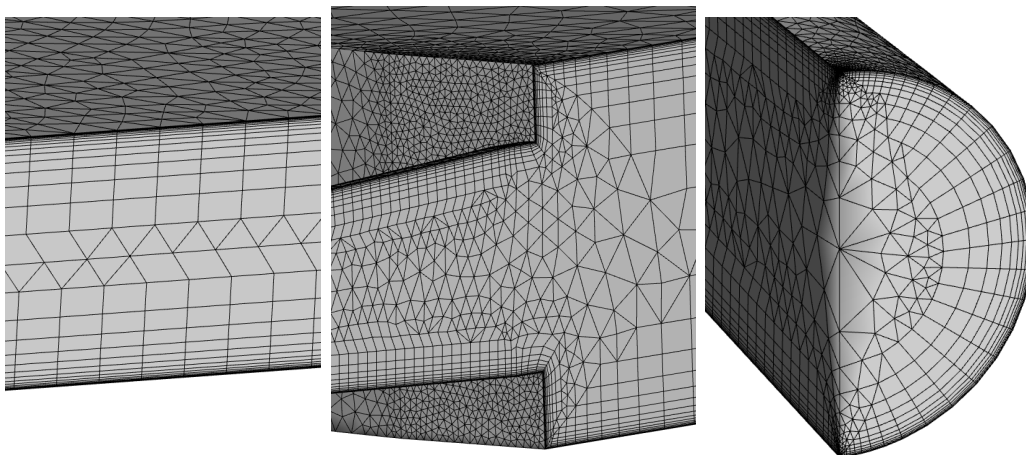
Με τη χρήση του λογισμικού Pointwise, πραγματοποιείται η διαδικασία γένεσης πλέγματος, το οποίο παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1. Το προκύπτον πλέγμα έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Αποτελείται από τετράεδρα, πυραμίδες τετραπλευρικής βάσης, πρίσματα και εξάεδρα.
- Διαθέτει 251263 κόμβους.

- Αποτελείται από επιμέρους στρώματα (layers) κοντά στα στερεά όρια των τοιχώματων, όπως φαίνεται πιο καθαρά στα Σχήματα 3.1β', 3.1γ', 3.1δ'. Αυτό συμβαίνει διότι κοντά στα τοιχώματα αναπτύσσονται οριακά στρώματα, τα οποία για να περιγραφούν ικανοποιητικά απαιτούν λεπτομέρεια στην επίλυση της ροής. Προς το εσωτερικό παύει αυτή η ανάγκη, οπότε τα στρώματα γίνονται παχύτερα και οδηγούν σε λιγότερους κόμβους και, κατά συνέπεια, σε γρηγορότερη επίλυση της ροής. Σημειώνεται δε ότι στις περιοχές όπου δεν είναι δυνατή η δημιουργία στρωμάτων, το λογισμικό γένεσης πλέγματος τοποθετεί στερεά διαφορετικής γεωμετρίας στον εναπομένοντα χώρο (Σχήμα 3.1β').



(α') Γενική εικόνα όπου διακρίνεται το επίπεδο συμμετρίας



(β') Λεπτομέρεια στο επίπεδο συμμετρίας

(γ') Λεπτομέρεια στο τέλος του διαχύτη εισόδου (αρχή θαλάμιου)

(δ') Λεπτομέρεια στην έξοδο του διαχύτη εξόδου

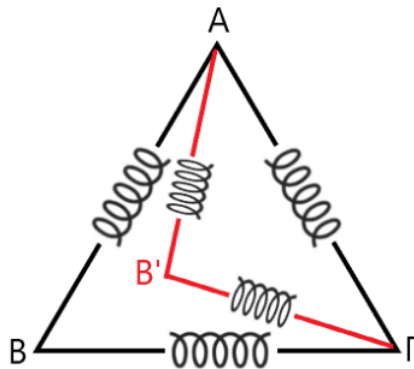
Σχήμα 3.1: Πλέγμα στο εσωτερικό ήμισυ της διαφραγματικής μικρο-αντλίας

3.2 Παραμόρφωση πλέγματος

Η διαδικασία παραμόρφωσης του πλέγματος είναι καθοριστική σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Γενικά, η ροή πρέπει να επιλυθεί αρκετές φορές προκειμένου να ευρεθεί μια βέλτιστη λύση, οπότε θα ήταν υπερβολικά χρονοβόρο να δημιουργείται εκ νέου πλέγμα κάθε φορά που μεταβάλλεται κάποια γεωμετρία. Η ανάγκη για παραμόρφωση του πλέγματος είναι εντονότερη σε προβλήματα που περιλαμβάνουν κινούμενα μέρη. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της αντλίας που μελετάται, το διάφραγμα κινείται κατά τη διάρκεια μιας περιόδου, οπότε η παραμόρφωση είναι απαραίτητη σε κάθε χρονικό βήμα κατά τη διάρκεια ενός κύκλου βελτιστοποίησης.

3.2.1 Μέθοδος των γραμμικών ελατηρίων

Η μέθοδος παραμόρφωσης του πλέγματος της αντλίας είναι αυτή των γραμμικών ελατηρίων (linear spring analogy method) [23]. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, το πλέγμα ανάγεται σε ένα σύστημα γραμμικών ελατηρίων τα οποία τοποθετούνται σε όλες τις ακμές και συνδέουν τους κόμβους μεταξύ τους. Όταν μετακινούνται κόμβοι του πλέγματος, τα ελατήρια συσπειρώνονται ή επιμηκύνονται. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ενός τριγώνου, τα ελατήρια τοποθετούνται όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.2. Η μέθοδος αυτή αποτρέπει να συμπέσουν 2 κόμβοι, καθώς όσο αυτοί πλησιάζουν, το μεταξύ τους ελατήριο συσπειρώνεται και αυξάνεται η δύναμη που τους απωθεί αμοιβαία. Αυτό είναι και το πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου.



Σχήμα 3.2: Γραφική αναπαράσταση των γραμμικών ελατηρίων στην περίπτωση ενός τριγώνου σε 2 διαστάσεις

Ωστόσο, όταν ο κόμβος B πλησιάζει την πλευρά AΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2, τότε υπάρχουν περιπτώσεις όπου τα ελατήρια δεν συσπειρώνονται αρκετά ώστε να αποτρέψουν τον κόμβο B από το να φτάσει την απέναντι πλευρά, με αποτέλεσμα το τρίγωνο να εκφυλίζεται και να σταματά η παραμόρφωση του πλέγματος. Στην περίπτωση αυτή, συνιστάται η χρήση στρεπτικών ελατηρίων, αντί για γραμμικά, τα οποία τοποθετούνται

πάνω στους κόμβους. Έτσι, όταν ο κόμβος B πλησιάσει προς την πλευρά ΑΓ, αυξάνεται η γωνία $\angle B\Lambda\Gamma$ και ακολούθως η ροπή στους κόμβους Α, Γ, η οποία τείνει να επαναφέρει τη γωνία στην αρχική της τιμή. Δηλαδή, ο κόμβος B παραμένει σε ασφαλή απόσταση από την απέναντι πλευρά [24]. Κατά την παραμόρφωση του πλέγματος της αντλίας με τη μέθοδο των γραμμικών ελατηρίων δεν παρουσιάστηκε το πρόβλημα εκφυλισμού των στερεών, οπότε χρησιμοποιήθηκαν αποκλειστικά τα γραμμικά ελατήρια. Ακολουθεί η παρουσίαση της μεθόδου αυτής.

Η δύναμη που δέχεται ένας κόμβος i από τη συσπίρωση ή επιμήκυνση ενός ελατηρίου διέπεται από την εξίσωση:

$$\vec{F}_i = \sum_{j=1}^{NJ} k_{ij} (\Delta \vec{r}_j - \Delta \vec{r}_i) \quad (3.1)$$

όπου j ο δείκτης των γειτονικών κόμβων του κόμβου i και NJ το πλήθος τους, $\Delta \vec{r} = (\Delta \vec{x}, \Delta \vec{y}, \Delta \vec{z})$ το διάνυσμα μετατόπισης ενός κόμβου στις 3 διαστάσεις και k_{ij} η δυσκαμψία του ελατηρίου που δίνεται από τη σχέση:

$$k_{ij} = \frac{1}{\sqrt{(\vec{r}_j - \vec{r}_i) \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}} = \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} \quad (3.2)$$

Έπειτα, η μέθοδος επιβάλλει σε κάθε κόμβο όλες οι δυνάμεις να είναι μηδενικές και αυτό πραγματοποιείται μέσω μετακίνησης του κόμβου i . Έτσι, η εξίσωση 3.1 λαμβάνει τη μορφή:

$$\vec{F}_i^{n+1} = \sum_{j=1}^{NJ} k_{ij} (\Delta \vec{r}_j^n - \Delta \vec{r}_i^{n+1}) = 0 \Rightarrow \Delta \vec{r}_i^{n+1} = \frac{\sum_{j=1}^{NJ} k_{ij} \Delta \vec{r}_j^n}{\sum_{j=1}^{NJ} k_{ij}} \quad (3.3)$$

Η σχέση 3.3 αποτελεί 3 συστήματα εξισώσεων προς επίλυση (ένα για κάθε κατεύθυνση x, y, z). Κάθε σύστημα επιλύεται επαναληπτικά με τη μέθοδο Jacobi για όλους τους εσωτερικούς κόμβους του πλέγματος (ο δείκτης n αναφέρεται στον αριθμό της επανάληψης). Επομένως, το πλήθος των εξισώσεων κάθε συστήματος είναι ίσο με το πλήθος των εσωτερικών κόμβων του πλέγματος. Οι εξωτερικοί κόμβοι λαμβάνουν συνθήκες τύπου Dirichlet, δηλαδή οι θέσεις τους παραμένουν σταθερές όπως έχουν οριστεί. Για τη γρηγορότερη σύγκλιση της μεθόδου Jacobi, προτείνεται [25] η χαλάρωση του διανύσματος μετατόπισης της θέσης των κόμβων, χρησιμοποιώντας τις τιμές των 2 τελευταίων επαναλήψεων:

$$(\Delta \vec{r}_j^n)_{faster} = 2\Delta \vec{r}_j^n - \Delta \vec{r}_j^{n-1} \quad (3.4)$$

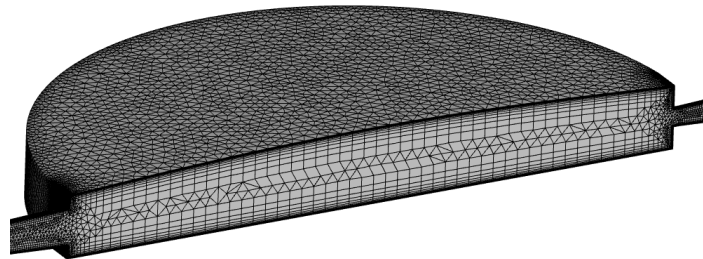
Σε περίπτωση χρήσης της, ο όρος $\Delta \vec{r}_j^n$ της εξίσωσης 3.3 αντικαθίσταται από τον αποτελεσματικότερο όρο $(\Delta \vec{r}_j^n)_{faster}$. Ανεξάρτητα από τη χρήση ή μη της σχέσης 3.4, οι τιμές του διανύσματος θέσης \vec{r}_i διορθώνονται μετά από κάθε επανάληψη σύμφωνα με τη σχέση:

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^n + \Delta \vec{r}_i^{n+1} \quad (3.5)$$

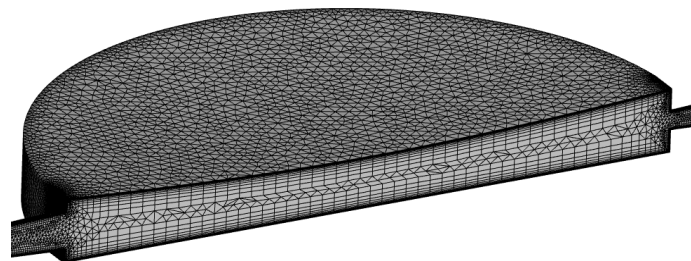
Όταν συγκλίνει ο παραπάνω αλγόριθμος, προκύπτουν τα νέα διανύσματα θέσης \vec{r}_i , οπότε και το ζητούμενο παραμορφωμένο πλέγμα.

3.2.2 Παραμόρφωση διαφράγματος

Με την εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου παραμορφώνεται αναλόγως το διάφραγμα για κάθε διακριτή χρονική στιγμή κατά τη διάρκεια μιας περιόδου. Συγκεκριμένα, μέσω της σχέσης 2.1, υπολογίζονται οι νέες θέσεις των σημείων, οι οποίες εισάγονται ως οριακές συνθήκες στον αλγόριθμο παραμόρφωσης. Στην περίπτωση του πλέγματος της αντλίας, η παραμόρφωση λόγω κίνησης του διαφράγματος, παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.3.



(α') Διάφραγμα στο ανώτερο σημείο ($t = T/4$)



(β') Διάφραγμα στο κατώτερο σημείο ($t = 3T/4$)

Σχήμα 3.3: Παραμόρφωση πλέγματος για τις ακραίες θέσεις του διαφράγματος κατά τη διάρκεια μιας περιόδου (βύθιση $A = 0.2\text{mm}$)

Σημειώνεται ότι η παραμόρφωση της τάξης των $200\mu\text{m}$ που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.3 δεν είναι εφικτή στην πραγματικότητα ούτε μέσω των διαθεσίμων πιεζοηλεκτρικών

μεμβρανών τέτοιων διαστάσεων ούτε με άλλους τρόπους παραμόρφωσης. Η μεγάλη αυτή παραμόρφωση θα συντελούσε στη γρήγορη κόπωση του διαφράγματος, επομένως δεν είναι λειτουργική. Ωστόσο, παρουσιάζεται αφενός για οπτικούς λόγους, αφετέρου για να εξεταστεί η αποτελεσματικότητα της μεθόδου των γραμμικών ελατηρίων, δηλαδή να παραμορφωθεί το πλέγμα δίχως να δημιουργηθούν αρνητικοί όγκοι, όπως εξάλλου συμβαίνει.

Κεφάλαιο 4

Εξισώσεις και Αριθμητική Πρόλεξη της Ροής

4.1 Οι εξισώσεις Navier-Stokes

Για την αριθμητική πρόλεξη της ροής στο εσωτερικό της μικρο-αντλίας, αυτή θεωρείται στρωτή, ενώ λαμβάνονται υπόψη και οι επιδράσεις της συνεκτικότητας. Επομένως χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις Navier-Stokes, οι οποίες, στην περίπτωση ασυμπίεστου ρευστού, έχουν την εξής μορφή:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_n} + \frac{\partial(u_n u_k)}{\partial x_k} - \nu \nabla^2 u_n = 0 \quad (4.2)$$

όπου u_i οι καρτεσιανές συνιστώσες της ταχύτητας. Η σχέση 4.1 αποτελεί την εξίσωση συνέχειας, ενώ η 4.2 τις n το πλήθος εξισώσεις ορμής, όπου n οι διαστάσεις του προβλήματος ($n = 3$ στην προκειμένη περίπτωση). Για τις εξισώσεις ορμής σημειώνεται ότι ν είναι η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού, ενώ η μεταβλητή p αντιστοιχεί στην ανηγμένη πίεση ως προς τη σταθερή πυκνότητα (λόγω ασυμπίεστου ρευστού). Ο επαναλαμβανόμενος δείκτης k στις ανωτέρω εξισώσεις υποδηλώνει άθροιση σύμφωνα με τη γραφή Einstein. Η εξίσωση ενέργειας ικανοποιείται ταυτοτικά στην περίπτωση ροής ασυμπίεστου ρευστού, εφόσον αυτή θεωρηθεί ισοθερμοκρασιακή.

Οι διαφορικές αυτές εξισώσεις είναι χρήσιμο να γραφούν σε μητρωική μορφή, καθώς

είναι πιο εύχρηστη στη διακριτοποίησή τους. Για το λόγο αυτό εισάγεται ο παρακάτω όρος των συνεκτικών τάσεων:

$$\tau_{nk} = \nu \left(\frac{\partial u_n}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_n} \right) \quad (4.3)$$

Οι τάσεις εξ ορισμού προκύπτουν από το γινόμενο των μερικών παραγώγων της ταχύτητας ως προς τη θέση με τη δυναμική συνεκτικότητα. Ωστόσο, όλοι οι όροι στις εξισώσεις Navier-Stokes έχουν διαιρεθεί με τη σταθερή πυκνότητα, οπότε προκύπτει ο όρος της κινηματικής συνεκτικότητας ως το πηλίκο της δυναμικής συνεκτικότητας προς την πυκνότητα, όπως φαίνεται στη σχέση 4.3.

Ορίζονται επιπλέον κατά σειρά τα μητρώα των αγνώστων U , των μεταβλητών που εμφανίζονται στις χρονικές παραγώγους V_n , των μη συνεκτικών όρων f_{nk}^{inv} και των συνεκτικών όρων f_{nk}^{vis} :

$$U_n = [p \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T \quad (4.4)$$

$$V_n = [0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T \quad (4.5)$$

$$f_{nk}^{inv} = [u_k \quad u_1 u_k + p \delta_{1k} \quad u_2 u_k + p \delta_{2k} \quad u_3 u_k + p \delta_{3k}]^T \quad (4.6)$$

$$f_{nk}^{vis} = [0 \quad \tau_{1k} \quad \tau_{2k} \quad \tau_{3k}]^T \quad (4.7)$$

όπου δ_{ij} είναι το δ του Kronecker για το οποίο ισχύει $\delta_{ij} = 1$, αν $i = j$ και $\delta_{ij} = 0$, αν $i \neq j$. Η μητρική μορφή των εξισώσεων Navier-Stokes βάσει των αναφερθέντων μητρώων είναι η εξής:

$$\frac{\partial V_n}{\partial t} + \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_k} - \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_k} = 0 \quad (4.8)$$

4.2 Οριακές συνθήκες

Στην υποενότητα αυτή απαριθμούνται οι απαραίτητες οριακές συνθήκες σε επιμέρους τμήματα της μικρο-αντλίας, προκειμένου να επιλυθούν οι διαφορικές εξισώσεις. Συγκεκριμένα:

- Οριακές συνθήκες εισόδου: Σταθερή τιμή της ολικής πίεσης και γνωστή κατεύθυνση ταχύτητας του ρευστού.
- Οριακές συνθήκες εξόδου: Σταθερή τιμή της στατικής πίεσης.

- Οριακές συνθήκες στερεών τοιχωμάτων: Επιβάλλεται η οριακή συνθήκη μη ολίσθησης, επομένως στην περίπτωση όλων των τοιχωμάτων πλην του διαφράγματος προκύπτει $u_k = 0$, $k = 1, 2, 3$. Σχετικά με το τοίχωμα του διαφράγματος, επειδή αυτό κινείται κατά τη λειτουργία της μικροαντλίας, επιβάλλεται $u_k = u_{diaphragm}$, όπου $u_{diaphragm}$ είναι η ταχύτητα κίνησης που ορίζεται για κάθε κόμβο του επιφανειακού πλέγματος που ανήκει στο διάφραγμα.

4.3 Ο επιλύτης της ροής

Για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων Navier-Stokes, χρησιμοποιείται ο GPU-επιλύτης PUMA, ο οποίος έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ [26] [24] [27]. Οι κάρτες γραφικών (GPUs) διαθέτουν σημαντικά περισσότερους πυρήνες σε σχέση με τους σύγχρονους επεξεργαστές (CPUs), με αποτέλεσμα να προσφέρουν τη δυνατότητα εκτέλεσης μεγαλύτερου αριθμού πράξεων κινητής υποδιαστολής στο ίδιο χρονικό διάστημα. Επομένως, η αριθμητική επίλυση προβλημάτων πραγματοποιείται πολύ γρηγορότερα με τη χρήση GPUs. Μάλιστα, το λογισμικό PUMA έχει προγραμματιστεί ώστε να παραλληλοποιείται σε συστοιχίες GPUs, με αποτέλεσμα την περαιτέρω μείωση του χρόνου που απαιτείται για την αριθμητική επίλυση.

Σχετικά με τον τρόπο επίλυσης των Navier-Stokes, ο εν λόγω επιλύτης έχει προγραμματιστεί για την επίλυση των εξισώσεων του συμπιεστού ρευστού, οι οποίες για μέσους προς υψηλούς αριθμούς Re αποτελούν πρόβλημα υπερβολικού τύπου. Προκειμένου να υπάγονται και οι εξισώσεις του ασυμπίεστου ρευστού στην κατηγορία αυτή και να είναι εφικτή η επίλυσή τους με τον ίδια αποδοτική τεχνική, έχει προταθεί [28] η εισαγωγή ενός όρου τεχνητής συμπίεστότητας στην εξίσωση συνέχειας, ο οποίος συνδέει την πυκνότητα με την πίεση ως εξής:

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{1}{\beta^2} \quad (4.9)$$

όπου η παράμετρος β^2 αποτελεί μία τεχνητή ταχύτητα ήχου. Στην περίπτωση αυτή, οι εξισώσεις του ασυμπίεστου ρευστού γίνονται:

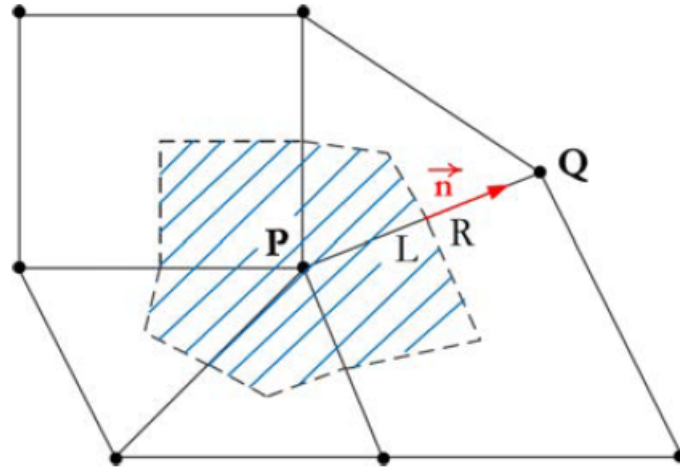
$$M_{nm} \frac{\partial U_m}{\partial t} + \Gamma_{nm}^{-1} \frac{\partial U_m}{\partial \tau} + \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_k} - \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_k} = 0 \quad (4.10)$$

όπου:

$$M_{nm} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ και } \Gamma_{nm} = \begin{bmatrix} \beta^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Όπως παρατηρείται, η ψευδοσυμπίεστικότητα επιβάλλεται μόνο στον ψευδοχρόνο (τ), αλλάζοντας έτσι τη μαθηματική φύση του προβλήματος δίχως να επηρεάζει την ισχύ των εξισώσεων 4.8. Αυτό σημαίνει ότι το πρόβλημα γίνεται υπερβολικό στο πεδίο του ψευδοχρόνου και του χώρου και όταν η επίλυση των εξισώσεων 4.10 οδηγηθεί σε μόνιμη λύση η οποία είναι ανεξάρτητη του ψευδοχρόνου, τότε η λύση αυτή ανταποκρίνεται και στις εξισώσεις 4.8.

Για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων, χρησιμοποιούνται κεντροκομβικοί πεπερασμένοι όγκοι (Vertex Centered Finite Volume) [29], δηλαδή οι εξισώσεις της ροής ολοκληρώνονται σε όγκους ελέγχου που έχουν ως κέντρο τους κόμβους του πλέγματος. Στην περίπτωση 2Δ πλεγμάτων, ο όγκος ελέγχου που δημιουργείται παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.1, ενώ η δημιουργία των όγκων σε 3Δ πλέγματα πραγματοποιείται με ανάλογο τρόπο.



Σχήμα 4.1: Κεντροκομβικός όγκος ελέγχου γύρω από τον κόμβο P , δημιουργείται από την ένωση των βαρύκεντρων των περιφερειακών πλεγματικών στοιχείων με τα μέσα των ακμών που συνδέουν τον κόμβο P με τους γειτονικούς κόμβους [24].

Έτσι, από την ολοκλήρωση των εξισώσεων 4.8 για έναν κόμβο P γύρω από τον όγκο ελέγχου του Ω_P για τη χρονική στιγμή t^{k+1} προκύπτει [24] [27]:

$$\int_{\Omega_P^{k+1}} \frac{\partial V_n}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega_P^{k+1}} \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_k} d\Omega - \int_{\Omega_P^{k+1}} \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_k} d\Omega = 0 \quad (4.11)$$

Για τη διακριτοποίηση του χρονικού όρου χρησιμοποιείται η έκφραση του Leibniz, οπότε προκύπτει:

$$\int_{\Omega_P^{k+1}} \frac{\partial V_n}{\partial t} d\Omega = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_P^{k+1}} V_n d\Omega - \int_{\partial\Omega_P^{k+1}} V_n u_{m,grid}^{k+1} n^{k+1} d(\partial\Omega) \quad (4.12)$$

όπου $u_{m,grid}^{k+1}$ η ταχύτητα παραμόρφωσης του ορίου του όγκου ολοκλήρωσης τη χρονική στιγμή t^{k+1} . Ο πρώτος όρος της σχέσης 4.12 υπολογίζεται με ένα σχήμα διαφόρισης δεύτερης τάξης, ενώ ο δεύτερος όρος λαμβάνει υπόψη τη μεταβολή του όγκου ελέγχου προερχόμενη από τις μετακινήσεις όλων των γειτονικών κόμβων Q του κόμβου P (συμβολίζεται ως $Q \in N(P)$). Έτσι, ο χρονικός όρος διακριτοποιείται ως εξής:

$$\int_{\Omega_P^{k+1}} \frac{\partial V_n}{\partial t} d\Omega = \frac{1}{2\Delta t} (3V_{n,P}^{k+1}\Omega_P^{k+1} - 4V_{n,P}^k\Omega_P^k + V_{n,P}^{k-1}\Omega_P^{k-1}) - \sum_{\forall Q \in N(P)} (u_{m,grid}^{k+1} n^{k+1})_{PQ} V_{n,PQ}^{k+1} \quad (4.13)$$

όπου $V_{n,PQ}$ το μητρώο των ταχυτήτων, οι οποίες διαπερνούν τη διεπιφάνεια μεταξύ των κόμβων P και Q και μπορούν να προσεγγιστούν ως το ημίαθροισμα των $V_{n,P}$ και $V_{n,Q}$.

Για τη διακριτοποίηση του μη-συνεκτικού όρου, χρησιμοποιείται το θεώρημα Green-Gauss, οπότε:

$$\int_{\Omega_P^{k+1}} \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_k} d\Omega = \int_{\partial\Omega_P^{k+1}} f_{nl}^{inv} n_l^{k+1} d(\partial\Omega_P) \quad (4.14)$$

ορίζεται η ροή (flux) ως $\Phi_n = f_{nl} n_l$ και έτσι ο μη-συνεκτικός όρος γίνεται:

$$\int_{\Omega_P^{k+1}} \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_k} d\Omega = \sum_{\forall Q \in N(P)} (\Phi_n^{inv,k+1})_{PQ} \quad (4.15)$$

όπου ο υπολογισμός του $(\Phi_n^{k+1})_{PQ}$ πραγματοποιείται σύμφωνα με το σχήμα του Roe (ο δείκτης $k+1$ της χρονικής στιγμής και ο δείκτης inv που υποδηλώνει μη-συνεκτικούς όρους παραλείπονται) [30]:

$$\Phi_n^{PQ} = \frac{1}{2} (\Phi_n^P + \Phi_n^Q) - \frac{1}{2} |J_{PQ}| (U_{n,PQ}^{right} - U_{n,PQ}^{left}) \quad (4.16)$$

όπου $J = \frac{\partial\Phi_n}{\partial U_m}$ το ιακωβιανό μητρώο, ενώ οι ροϊκές ποσότητες U_{PQ}^{right} και U_{PQ}^{left} προκύπτουν από την προεκβολή των ροϊκών μεταβλητών στο μέσο της ακμής PQ .

Τέλος, για τη διακριτοποίηση του συνεκτικού όρου, ακολουθείται η ίδια διαδικασία με τη διακριτοποίηση του μη-συνεκτικού και προκύπτει:

$$\int_{\Omega_P^{k+1}} \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_k} d\Omega = \sum_{\forall Q \in N(P)} (\Phi_n^{vis,k+1})_{PQ} \quad (4.17)$$

Το μητρώο Φ της ροής στην περίπτωση των συνεκτικών όρων περιέχει τις τάσεις, οι οποίες εκφράζονται μέσω χωρικών παραγώγων της ταχύτητας. Επομένως, ο σκοπός είναι να διακριτοποιηθούν οι παράγωγοι της ταχύτητας και αυτό πραγματοποιείται με τη χρήση του παρακάτω σχήματος κεντρικών διαφορών δεύτερης τάξης [31]:

$$\frac{\partial u_{PQ}}{\partial x_m} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_P}{\partial x_m} + \frac{\partial u_Q}{\partial x_m} \right) - \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_P}{\partial x_m} + \frac{\partial u_Q}{\partial x_m} \right) n - \frac{u_Q - u_P}{(PQ)} \right) n \quad (4.18)$$

όπου όλοι οι όροι στη σχέση 4.18 αφορούν τη χρονική στιγμή $k + 1$. Σημειώνεται, ότι η διακριτοποίηση των εξισώσεων που περιέχουν και τον όρο της ψευδοσυμπίεστότητας πραγματοποιούνται κατά τον ίδιο τρόπο.

Αφού οι εξισώσεις διακριτοποιηθούν, επιλύονται με την πολυβηματική μέθοδο Runge Kutta με ομαλοποίηση υπολοίπου (Multi-stage Runge Kutta with Residual Smoothing) [24]. Στην περίπτωση πρόλεξης της ροής στη διαφραγματική μικρο-αντλία που σχεδιάστηκε, χρησιμοποιείται Runge Kutta τρίτης τάξης.

Επίσης, είναι άξιο αναφοράς, ότι ο επιλύτης PUMA είναι πιστοποιημένος όσον αφορά την πρόλεξη της ροής. Συγκεκριμένα, πιστοποιήθηκε σε εφαρμογή εξαναγκασμένης περιοδικής ταλάντωσης αεροτομής, όπου τα αριθμητικά αποτελέσματα προσέγγισαν ικανοποιητικά τα αντίστοιχα πειραματικά [24]. Επιπλέον, πιστοποιήθηκε μέσω της σύγκρισης των αποτελεσμάτων του τόσο με πειραματικά όσο και με αποτελέσματα άλλου λογισμικού ΥΡΔ σε μια σειρά εφαρμογών· μεταξύ αυτών ήταν η ροή γύρω από μια αεροτομή RAE2822, η ροή στο εσωτερικό ενός διαχύτη και η ροή γύρω από ένα πτερύγιο ανεμογεννήτριας [27]. Μία ακόμη πιστοποίησή του λογισμικού πραγματοποιήθηκε σε βιομηχανία υδροστροβίλων, όπου τα αποτελέσματά συμφώνησαν με αυτά ενός άλλου λογισμικού ΥΡΔ που χρησιμοποιείται από τη βιομηχανία αυτή και αφορούσαν τη ροή στο δρομέα υδροστροβίλου τύπου Francis, τη ροή στα οδηγία πτερύγια και στο δρομέα υδροστροβίλου που φέρει προπέλα, καθώς και τη ροή σε υδροστρόβιλο τύπου Kaplan [32].

4.4 Συνθήκες και αποτελέσματα επίλυσης της ροής

Στην ενότητα αυτή συνοψίζονται τα αποτελέσματα της αριθμητικής πρόλεξης της ροής στο πλέγμα της διαφραγματικής μικρο-αντλίας που σχεδιάστηκε για τη διπλωματική αυτή εργασία και παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.1. Τα αποτελέσματα προέρχονται από τη χρήση του πιστοποιημένου επιλύτη PUMA, ο οποίος εκτελέστηκε σε μία κάρτα γραφικών NVIDIA Tesla K20m.

4.4.1 Συνθήκες μελέτης της ροής

Όπως έχει αναφερθεί, οι διαφραγματικές μικρο-αντλίες μπορούν να λειτουργήσουν με πληθώρα ρευστών, ωστόσο στην εργασία αυτή μελετάται αποκλειστικά η λειτουργία με ρευστό κινηματικής συνεκτικότητας $\nu = 10^{-6} \frac{m^2}{s}$, τιμή η οποία αντιστοιχεί σε νερό θερμοκρασίας $20^\circ C$. Θεωρώντας ταχύτητα εισόδου στη μικρο-αντλία ίση με $9m/s$, όπως θα αποδειχθεί στη συνέχεια και χαρακτηριστικό μήκος τη διάμετρο εισόδου της μικρο-αντλίας ($0.3mm$), ο αριθμός Reynolds της ροής προκύπτει ίσος με:

$$Re = \frac{ud}{\nu} = 2700 \quad (4.19)$$

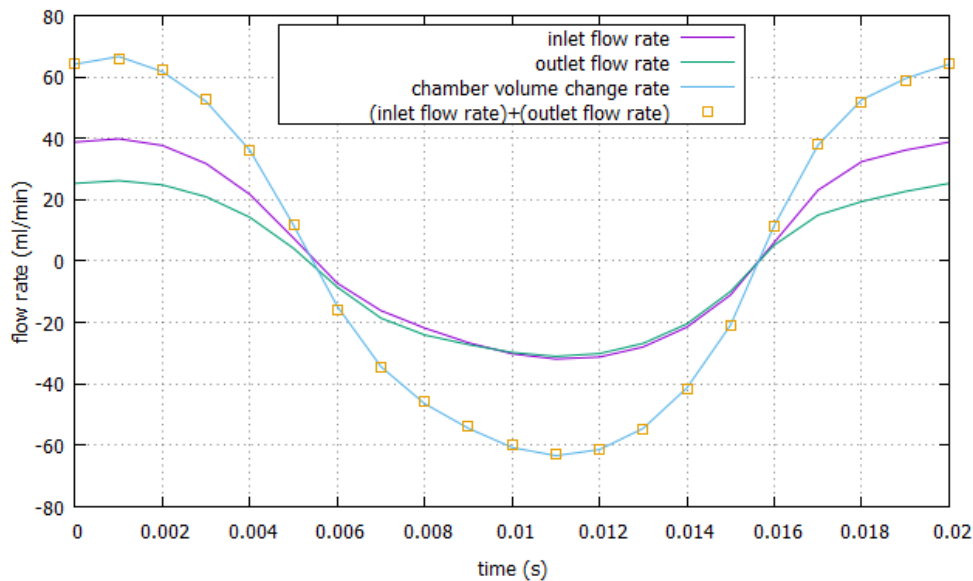
Σε διαστάσεις τόσο μικρές όσο και αυτές της μικρο-αντλίας, δεν είναι δυνατό να καθοριστεί ένα κατώφλι του αριθμού Re για τον οποίο γίνεται η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή. Ωστόσο, η τιμή αυτή που υπολογίστηκε δεν είναι αρκετά υψηλή ώστε να υπάρχουν έντονα φαινόμενα τύρβης.

Σχετικά με την κίνηση του διαφράγματος, επιλέγεται συχνότητα $50Hz$ και ύψος μέγιστης παραμόρφωσης $0.1mm$. Οι οριακές συνθήκες που επιλέχθηκαν για την είσοδο της μικρο-αντλίας είναι η μηδενική τιμή της ολικής πίεσης και η θεώρηση αξονικής ταχύτητας. Επειδή το πεδίο είναι 3Δ , εισάγονται δύο γωνίες με μηδενική τιμή. Επιπλέον, για την έξοδο ορίστηκε μηδενική τιμή της στατικής πίεσης, ενώ για τα στερεά τοιχώματα, λόγω της οριακής συνθήκης μη-ολίσθησης, οι συνιστώσες των ταχυτήτων είναι μηδενικές σε όλη την επιφάνεια του πλέγματος εκτός από το διάφραγμα, όπου ισχύει $u_m = u_m^{grid}$. δηλαδή η ταχύτητα του ρευστού ταυτίζεται με την ταχύτητα κίνησης των αντίστοιχων κόμβων του πλέγματος.

Η ροή θεωρείται στρωτή, δεδομένου ότι δεν αναπτύσσονται πολύ μεγάλες ταχύτητες, ώστε να αυξηθεί σημαντικά ο αριθμός Re , όπως θα διαπιστωθεί στη συνέχεια. Επιπλέον, η επίλυση της ροής πραγματοποιείται σε 20 διακριτές ισαπέχουσες χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια κάθε περιόδου. Η τιμή αυτή προέκυψε από διαδοχικές δοκιμές, προκειμένου αφενός το αποτέλεσμα να είναι ανεξάρτητο του πλήθους των διακριτών χρονικών στιγμών, αφετέρου να επιλύεται, χωρίς βλάβη στην ποιότητα των προλέξεων, η ροή.

4.4.2 Σύγκλιση του λογισμικού επίλυσης

Προκειμένου να εξεταστεί η σύγκλιση των εξισώσεων που επιλύονται, πρέπει να ικανοποιείται το ισοζύγιο μάζας για τη μικρο-αντλία. Αυτό σημαίνει ότι έχει υπολογιστεί σωστά το πεδίο ταχυτήτων και αυτό αντικατοπτρίζει τη σύγκλιση των εξισώσεων. Οι παροχές εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας, καθώς και η μεταβολή του όγκου ανά χρονική στιγμή λόγω μετακίνησης του διαφράγματος παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.2. Οι θετικές περοχές υποδηλώνουν ρευστό που εισέρχεται στη μικρο-αντλία, ενώ οι αρνητικές ρευστό που εξέρχεται. Προκειμένου να ικανοποιείται το ισοζύγιο μάζας (ή



Σχήμα 4.2: Επιμέρους παροχές όγκου της μικρο-αντλίας για τον έλεγχο ικανοποίησης του ισοζυγίου

όγκου λόγω ασυμπίεστου ρευστού) πρέπει το άθροισμα των παροχών στην είσοδο και στην έξοδο της μικρο-αντλίας να ταυτίζεται με τη μεταβολή του όγκου λόγω κίνησης του διαφράγματος. Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 4.2, αυτό συμβαίνει σε πολύ μεγάλο βαθμό.

Σημειώνεται, ότι τα αποτελέσματα του Σχήματος 4.2 προέκυψαν από αριθμό επαναλήψεων (iterations) ίσο με 1500 για κάθε διακριτή χρονική στιγμή και αντιστοιχούν στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας της μικρο-αντλίας, δηλαδή όταν η ροή εμφανίζει περιοδικότητα. Η περιοδικότητα αυτή αποκαθίσταται στην τρίτη περίοδο, καθώς η διακινούμενη παροχή την περίοδο αυτή αντιστοιχεί στο 0.225% της διακινούμενης παροχής στη μόνιμη κατάσταση. Επομένως, τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη διπλωματική αυτή εργασία αντλούνται σε όλες τις περιπτώσεις από την τρίτη περίοδο υπολογισμού της ροής. Σχετικά με το χρόνο επίλυσης των εξισώσεων, σε κάρτα γραφικών TeslaK20m, χρειάζονται 2 ώρες και 40 λεπτά ανά περίοδο, λαμβάνοντας υπόψη και τη χρήση 300 επαναλήψεων της μεθόδου γραμμικών ελατηρίων ανά χρονικό βήμα με σκοπό την παραμόρφωση του πλέγματος.

4.4.3 Αποτελέσματα αριθμητικής πρόλεξης της ροής

Οι μεταβλητές οι οποίες παρουσιάζουν ενδιαφέρον ως προς την ορθή λειτουργία της μικρο-αντλίας είναι η παροχή όγκου που εξέρχεται από τον διαχύτη εξόδου (q_{out}), αλλά και η αντίστροφη παροχή (q_{back}) που εισέρχεται στο θάλαμο μέσω του διαχύτη εξόδου. Η στιγμιαία παροχή όγκου διαμέσου μιας διατομής S υπολογίζεται από τις ταχύτητες

της ροής στη διατομή αυτή ως εξής:

$$q = \int_S u_k n_k dS \quad (4.20)$$

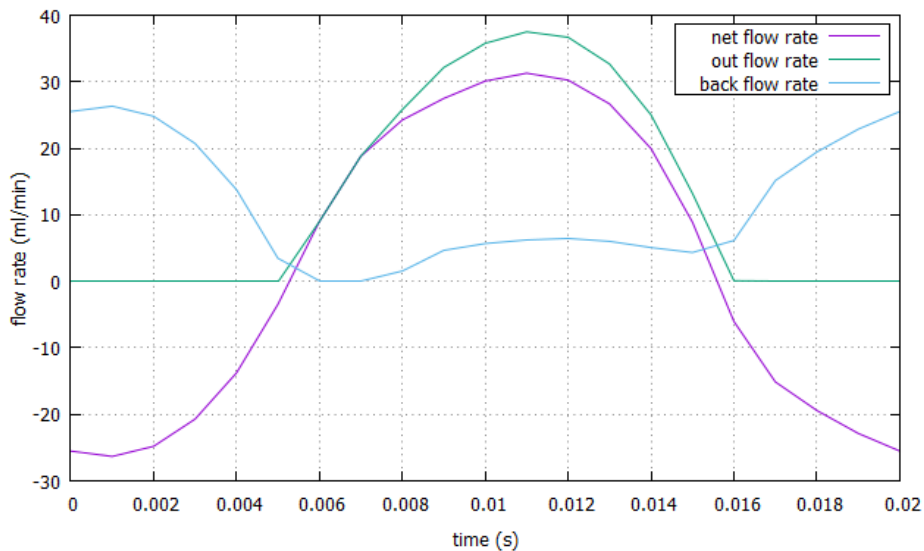
Προφανώς, η καθαρή παροχή (q_{net}) που διακινεί η μικρο-αντλία κάθε χρονική στιγμή είναι η διαφορά μεταξύ q_{out} και q_{back} . Οι μέσες παροχές ανά μονάδα χρόνου δίνονται από τις σχέσεις:

$$Q_{out} = \frac{\int_T q_{out}(t) dt}{T} \quad (4.21)$$

$$Q_{back} = \frac{\int_T q_{back}(t) dt}{T} \quad (4.22)$$

$$Q_{net} = \frac{\int_T (q_{out}(t) - q_{back}(t)) dt}{T} \quad (4.23)$$

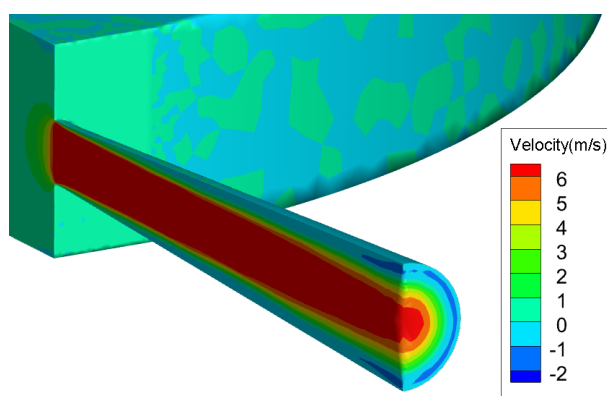
Από την επίλυση της ροής παρατηρείται ότι το φαινόμενο καθίσταται μόνιμο μετά από 2 περιόδους, καθώς από την τρίτη περίοδο και έπειτα, η ροή παρουσιάζει περιοδικότητα. Επομένως, τα αποτελέσματα που συγκεντρώνονται στην εργασία αυτή αντιστοιχούν στην τρίτη περίοδο λειτουργίας της μικρο-αντλίας. Αρχικά, η ροή επιλύεται για συχνότητα κίνησης διαφράγματος ίση με 50 Hz και ύψος μέγιστης βύθισης 0.1mm. Οι παροχές που προκύπτουν παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.3.



Σχήμα 4.3: Επιμέρους παροχές της εξόδου της μικρο-αντλίας για συχνότητα κίνησης διαφράγματος 50Hz και ύψος μέγιστης παραμόρφωσης $A = 0.1mm$

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.3, η λειτουργία της μικρο-αντλίας χαρακτηρίζεται από 2 φάσεις κατά τη διάρκεια της περιόδου:

- $t \in (0, \frac{T}{4}) \cup (\frac{3T}{4}, T)$: το διάφραγμα κινείται ανοδικά και αντλείται ρευστό από την έξοδο προς το θάλαμο, δηλαδή προς τη μη επιθυμητή κατεύθυνση.
- $t \in (\frac{T}{4}, \frac{3T}{4})$: το διάφραγμα κινείται καθοδικά και αντλείται ως επί το πλείστον ρευστό από το θάλαμο προς την έξοδο (επιθυμητή κατεύθυνση). Είναι σημαντικό, ωστόσο, ότι η παροχή q_{back} δεν μηδενίζεται κατά τη διάρκεια της φάσης αυτής, παρά την καθοδική κίνηση του διαφράγματος, η οποία ωθεί το ρευστό προς την έξοδο. Η αιτία για την οποία αυτό συμβαίνει είναι η ανακυκλοφορία της ροής στην έξοδο του διαχύτη εξόδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.4.



Σχήμα 4.4: Ανακυκλοφορία της ροής στην έξοδο της μικρο-αντλίας τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{2}$. Με μπλε χρώμα διακρίνεται η περιοχή αρνητικών αξονικών ταχυτήτων, το οποίο επιβεβαιώνει ότι εισέρχεται και μια μικρή ποσότητα ρευστού στο θάλαμο

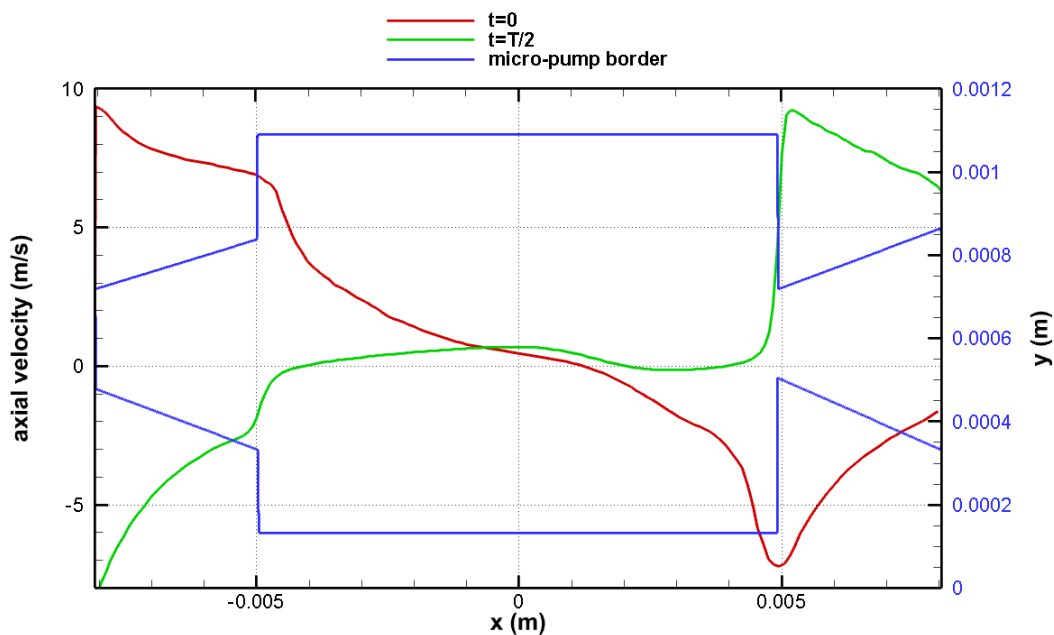
Σχετικά με την καθαρή παροχή που διακινείται κατά τη διάρκεια μιας περιόδου, χρησιμοποιείται η μέθοδος του τραπεζίου [33] για την προσέγγιση του ολοκληρώματος της σχέσης 4.23 και προκύπτει $Q_{net} = 2.426 ml/min$, το οποίο επιβεβαιώνει την ορθή λειτουργία της μικρο-αντλίας δεδομένου ότι χωρίς να έχει οριστεί υψηλότερη πίεση στην είσοδο, υπάρχει ροή προς την επιθυμητή κατεύθυνση συνολικά. Επομένως, ορθώς τοποθετήθηκαν οι αγωγοί με τρόπο ώστε να αποκλίνουν κατά την κατεύθυνση της ροής. Επιπλέον, μέσω των σχέσεων 4.21 και 4.22, προκύπτουν $Q_{out} = 13.332 ml/min$ και $Q_{back} = 10.906 ml/min$. Προκειμένου να αξιολογηθεί η λειτουργία της μικρο-αντλίας, χρησιμοποιείται ο συντελεστής διόρθωσης της ροής (flow rectification efficiency) ϵ , ο οποίος θα αποτελέσει και τη συνάρτηση-στόχο στη μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση και δίνεται από τη σχέση:

$$\epsilon = \frac{Q_{out} - Q_{back}}{Q_{out} + Q_{back}} \quad (4.24)$$

Ο συγκεκριμένος συντελεστής χρησιμοποιείται για να περιγράψει την ικανότητα μιας μικρο-αντλίας να ωθήσει το ρευστό προς την επιθυμητή κατεύθυνση και λαμβάνει

τυπικές τιμές μεταξύ 0.01 και 0.2 [9]. Η μικρο-αντλία που ερευνάται λαμβάνει τιμή $\epsilon = 0.1001$, οπότε η λειτουργία της κρίνεται ικανοποιητική, ωστόσο έχει περιθώρια βελτίωσης αν αυξηθεί ο συντελεστής ϵ . Επομένως, η βελτιστοποίηση στην εργασία αυτή αποσκοπεί στη μεγιστοποίηση του συντελεστή διάρθρωσης ροής.

Σχετικά με τις ταχύτητες που αναπτύσσονται κατά τη λειτουργία της μικρο-αντλίας, αυτές λαμβάνουν τις μεγαλύτερες απόλυτες τιμές τους τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και $t = T/2$. Στο Σχήμα 4.5, παρουσιάζονται οι αξονικές ταχύτητες της ροής πάνω στον άξονα που διέρχεται από το κέντρο των διαχυτών για τις χρονικές στιγμές αυτές.



Σχήμα 4.5: Αξονική ταχύτητα συναρτήσει θέσης x πάνω στον άξονα που περνά από το κέντρο των διαχυτών για 2 διαφορετικές χρονικές στιγμές. Διακρίνεται επιπλέον το περίγραμμα της γεωμετρίας της μικρο-αντλίας

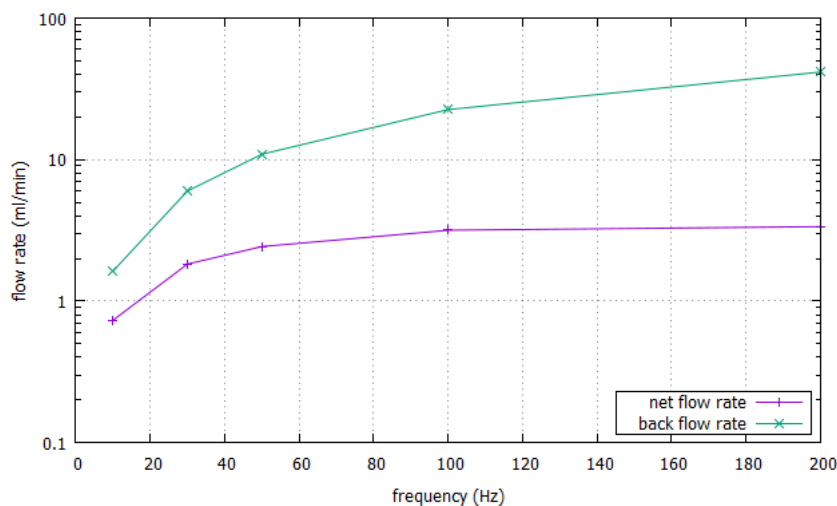
Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 4.5, οι μέγιστες ταχύτητες που αναπτύσσονται είναι περίπου ίσες με 9 m/s και λαμβάνουν χώρα στις περιοχές όπου η διατομή των διαχυτών είναι ελάχιστη, δηλαδή ίση με 0.3 mm . Τις υπόλοιπες χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια της περιόδου οι ταχύτητες στη μικρο-αντλία είναι μικρότερες από αυτές του Σχήματος 4.5.

4.4.4 Λειτουργία της μικρο-αντλίας σε διαφορετικές συνθήκες

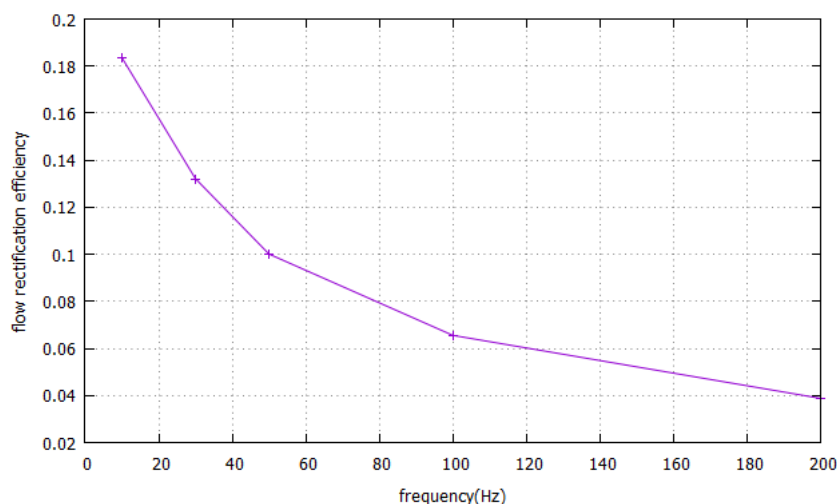
Σκοπός αυτής της ενότητας είναι να εξεταστεί η λειτουργία της μικρο-αντλίας σε συνθήκες διαφορετικής συχνότητας κίνησης διαφράγματος και διαφορετικού ύψους βύθι-

σης, καθώς στην ενότητα 4.4.3 η ροή μελετήθηκε μόνο για συχνότητα κίνησης του διαφράγματος 50Hz και μέγιστο ύψος βύθισης 0.1mm .

Οι συχνότητες που επιλέχθηκαν για την πρόλεξη της ροής ανήκουν στο διάστημα $[10\text{Hz}, 200\text{Hz}]$. Τιμές της συχνότητας χαμηλότερες των 10Hz οδηγούν σε πολύ χαμηλή καθαρή διακινούμενη παροχή, επομένως δεν μελετήθηκαν. Σε όλες αυτές της περιπτώσεις επιλέχθηκε σταθερό ύψος μέγιστης βύθισης και ίσο με 0.1mm , προκειμένου να μελετηθεί αποκλειστικά η επίδραση της συχνότητας στις παροχές.



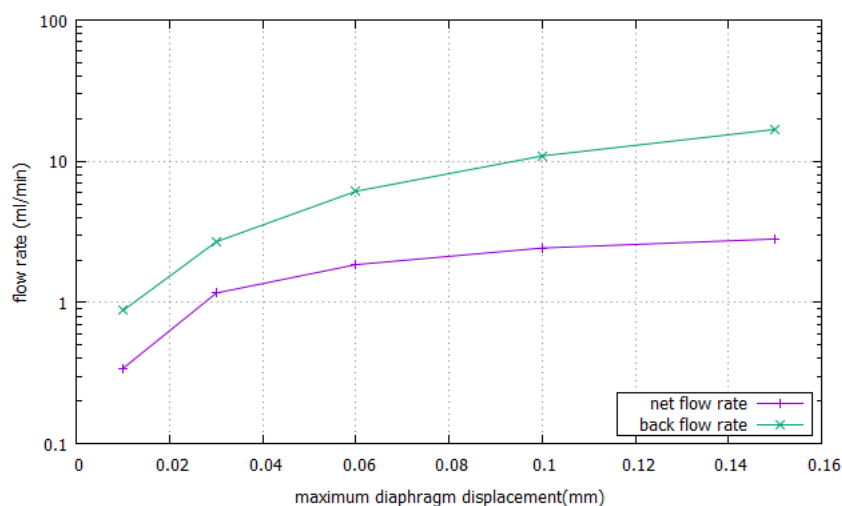
Σχήμα 4.6: Καθαρή διακινούμενη παροχή και αντίστροφη παροχή στην έξοδο της μικρο-αντλίας για διαφορετικές τιμές της συχνότητας κίνησης του διαφράγματος και για σταθερό ύψος μέγιστης βύθισης $A = 0.1\text{mm}$



Σχήμα 4.7: Μεταβολή του συντελεστή διόρθωσης ροής για διαφορετικές τιμές της συχνότητας κίνησης του διαφράγματος και για σταθερό ύψος μέγιστης βύθισης $A = 0.1\text{mm}$

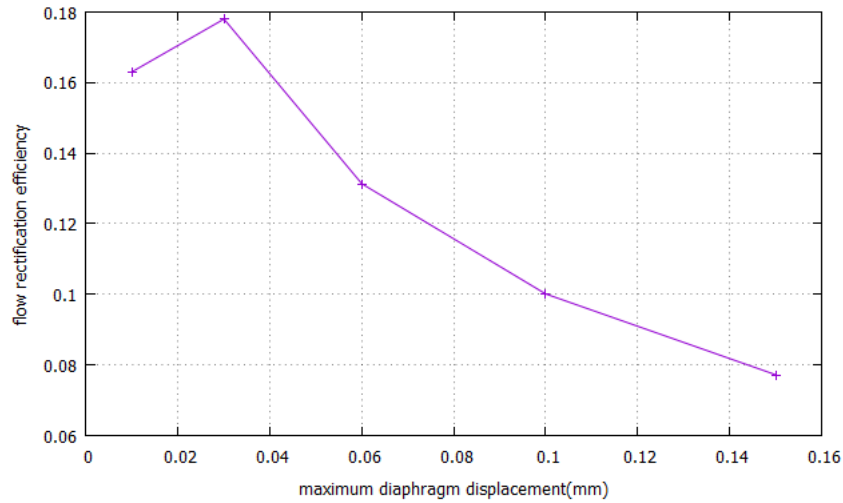
Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα του Σχήματος 4.6, η αύξηση της συχνότητας έως 100Hz οδηγεί σε σημαντική αύξηση της καθαρής διακινούμενης παροχής, ενώ μετά τα 100Hz ο ρυθμός αύξησής της είναι σχεδόν μηδενικός. Ωστόσο, αυξάνεται ταυτόχρονα, και μάλιστα με γρηγορότερο ρυθμό, η τιμή της αντίστροφης παροχής στην έξοδο της μικρο-αντλίας και αυτό επιδρά αρνητικά στη λειτουργία της. Μάλιστα, η αρνητική επίδραση μπορεί να επιβεβαιωθεί και από το Σχήμα 4.7, όπου με την αύξηση της συχνότητας, παρατηρείται συνεχής μείωση του συντελεστή διόρθωσης της ροής. Παρόλο που στα 10Hz ο συντελεστής διόρθωσης της ροής πλησιάζει την τιμή 0.2, η διακινούμενη καθαρή παροχή είναι μόλις 0.7315ml/min , οπότε αποτρέπεται και η χρήση της σχεδιαζόμενης μικρο-αντλίας σε εφαρμογές που απαιτούν διακίνηση μεγαλύτερης παροχής. Γίνεται αντιληπτό, ότι η αύξηση του συντελεστή διόρθωσης ροής δίχως περιορισμούς ενδέχεται να οδηγεί σε πολύ χαμηλές διακινούμενες παροχές. Επομένως, είναι σημαντικό να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση που θα οδηγήσει σε αύξηση του συντελεστή δίχως να μηδενιστεί η καθαρή διακινούμενη παροχή.

Για τη μελέτη λειτουργίας της μικρο-αντλίας ως προς τη βύθιση του διαφράγματος, επιλέχθηκε το εύρος $[0.01\text{mm}, 0.15\text{mm}]$ και η συχνότητα παρέμεινε ίση με 50Hz . Τιμές βύθισης χαμηλότερες του 0.01mm δεν μελετήθηκαν διότι, εκ νέου, μειώνεται σημαντικά η καθαρή διακινούμενη παροχή, ενώ η μεγαλύτερη τιμή περιορίστηκε στα 0.15mm , διότι με την περαιτέρω αύξηση ενδέχεται να υπάρχουν πλαστικές παραμορφώσεις στο διάφραγμα με κίνδυνο τη γρήγορη κόπωση και αστοχία του. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.8 και 4.9.



Σχήμα 4.8: Καθαρή διακινούμενη παροχή και αντίστροφη παροχή στην έξοδο της μικρο-αντλίας για διαφορετικές τιμές της μέγιστης βύθισης του διαφράγματος και για συχνότητα κίνησης $f = 50\text{Hz}$

Παρατηρείται ότι και η αύξηση του ύψους βύθισης επιφέρει ταυτόχρονη αύξηση των δύο παροχών που μελετώνται, σύμφωνα με το Σχήμα 4.8, χωρίς ωστόσο να αυξάνεται κατά πολύ το μεταξύ τους χάσμα, όπως συνέβαινε κατά τη μεταβολή της συχνότητας κίνησης



Σχήμα 4.9: Μεταβολή του συντελεστή διόρθωσης ροής για διαφορετικές τιμές της μέγιστης βύθισης του διαφράγματος και για συχνότητα κίνησης $f = 50Hz$

του διαφράγματος. Αυτό άλλωστε επιβεβαιώνεται και από τον πιο αργό ρυθμό μείωσης του συντελεστή διόρθωσης ροής (Σχήμα 4.9). Αξιοσημείωτο είναι ότι ο συντελεστής διόρθωσης ροής λαμβάνει υψηλή τιμή για ύψος βύθισης κοντά στην τιμή $0.03mm$, για την οποία η ικανότητα της μικρο-αντλίας να κατευθύνει αποτελεσματικά το ρευστό μεγιστοποιείται.

Κεφάλαιο 5

Παραμετροποίηση Διαχυτών με Καμπύλες και Επιφάνειες NURBS

Στο κεφάλαιο αυτό προτείνονται δύο τρόποι παραμετροποίησης των διαχυτών της μικρο-αντλίας που παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.1. Η διαδικασία αυτή είναι απαραίτητη για τη βελτιστοποίηση, καθώς μέσω αυτής προκύπτουν τα σημεία ελέγχου της γεωμετρίας, τα οποία αποτελούν τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος. Αρχικά, παραμετροποιείται η γενέτειρα των διαχυτών μέσω μιας καμπύλης B-Spline (υποκατηγορία των NURBS). Η μεταβολή των σημείων ελέγχου της καμπύλης οδηγεί σε διαφορετικές γενέτειρες και, κατά συνέπεια, σε διαφορετικό διαχύτη. Επειδή με τον τρόπο αυτό δημιουργούνται πάντοτε αξονοσυμμετρικοί διαχύτες, προτείνεται και η παραμετροποίησή τους μέσω μιας επιφάνειας NURBS. Οι NURBS αποτελούν εκφράσεις των συναρτήσεων βάσης B-Splines και, προκειμένου να γίνει αντιληπτό το μαθηματικό τους υπόβαθρο, αφετηρία αυτού του κεφαλαίου αποτελούν οι συναρτήσεις αυτές.

Οι NURBS (Non Uniform Rational B-Splines) επιλέχθηκαν διότι αποτελούν ένα ισχυρό εργαλείο, καθώς εξασφαλίζουν [27]:

- Ευελιξία: παραμετροποιείται πλήθος διαφορετικών επιφανειών, οπότε χρησιμοποιούνται σε πολλές εφαρμογές.
- Ομαλότητα: δημιουργούνται ομαλές επιφάνειες και καμπύλες, οι οποίες διαθέτουν επιθυμητή κυρτότητα.
- Χαμηλό υπολογιστικό κόστος: δεν καθυστερεί η διαδικασία βελτιστοποίησης.
- Επιβολή περιορισμών: πραγματοποιείται με απλές μαθηματικές σχέσεις.
- Διαφορισιμότητα: οι σχέσεις που τις διέπουν είναι διαφορίσιμες: απαραίτητο χαρακτηριστικό στις αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης, καθώς απαιτείται η

εύρεση παραγώγων ευαισθησίας ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού.

- Συμβατότητα με CAD λογισμικά: οι καμπύλες και επιφάνειες που προκύπτουν εισάγονται και αναγνωρίζονται από τα λογισμικά μέσω αρχείων τύπου IGES ή STEP και έτσι συνδέεται η βελτιστοποίηση με την κατασκευή.

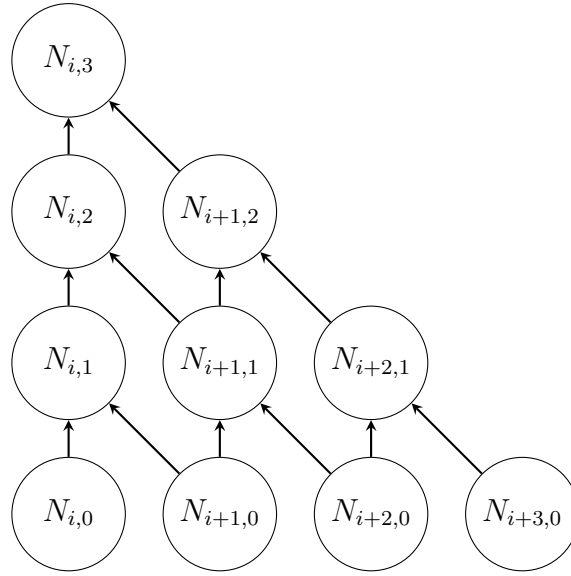
5.1 Συναρτήσεις βάσης B-Splines

Για τον ορισμό των συναρτήσεων βάσης, ορίζεται αρχικά το διάνυσμα κόμβων $U = (u_0, u_1, \dots, u_{m-1})$, όπου u_i , $i = 0, 1, \dots, m-1$ είναι μια ακολουθία πραγματικών αριθμών που ονομάζονται κόμβοι με τις ιδιότητες $u_i \in [0, 1]$, $\forall i = 0, 1, \dots, m-1$ και $u_i \leq u_{i+1}$, $\forall i = 0, 1, \dots, m-2$. Σημειώνεται ότι το πλήθος m αφορά την ποσότητα συναρτήσεων βάσης που θα χρειαστούν για την έκφραση μιας καμπύλης ή μιας επιφάνειας NURBS. Οι m σε πλήθος συναρτήσεις βάσης ορίζονται από τις αναδρομικές σχέσεις:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u \in [u_i, u_{i+1}) \\ 0, & u \notin [u_i, u_{i+1}) \end{cases} \quad (5.1)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (5.2)$$

όπου σε περιπτώσεις μηδενισμού του παρονομαστή των κλασμάτων στη σχέση 5.2, εξ ορισμού μηδενίζεται και ο αριθμητής και τότε η τιμή του κλάσματος λαμβάνεται κατ' εξαίρεση ίση με 0. Η σχέση 5.1 υποδεικνύει ότι οι συναρτήσεις βάσης μηδενικού βαθμού είναι βηματικές, ενώ οι ανωτέρου βαθμού $N_{i,p}$ αποτελούν γραμμικό συνδυασμό δύο συναρτήσεων βάσης βαθμού $p-1$, σύμφωνα με τη σχέση 5.2. Για τον καθορισμό τους είναι απαραίτητος ο ορισμός του διανύσματος (U) των κόμβων, καθώς και ο βαθμός p . Ο αναδρομικός τρόπος υπολογισμού των $N_{i,p}$ εξηγείται στο Σχήμα 5.1 για βαθμό $p = 3$.



Σχήμα 5.1: Αναδρομικός υπολογισμός του $N_{i,p}$ για βαθμό $p = 3$

Σχετικά με το διάνυσμα των κόμβων, αυτό χαρακτηρίζεται ως μη-περιοδικό (non-periodic, clamped) όταν ο πρώτος και ο τελευταίος κόμβος έχουν πολλαπλότητα $p+1$, όπου p ο βαθμός των συναρτήσεων βάσης και περιοδικό (periodic, unclamped) σε διαφορετική περίπτωση. Η επιλογή μη περιοδικού διανύσματος κόμβων είναι πλεονεκτική, διότι η προκύπτουσα καμπύλη B-Spline θα διέρχεται από το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου. Επιπλέον, δίνεται και η παράγωγος μιας συνάρτησης βάσης [34], η οποία θα χρειαστεί στη συνέχεια:

$$N'_{i,p}(u) = \frac{p}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) - \frac{p}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (5.3)$$

5.2 Καμπύλες NURBS

Δεδομένου ενός πλήθους n σημείων ελέγχου (control points) $\vec{P}_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ και ενός πλήθους θετικών βαρών (weights) w_i , $i = 0, 1, \dots, n-1$, μια καμπύλη NURBS σε 3 διαστάσεις δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{C}(u) = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} N_{i,p}(u) w_i \vec{P}_i}{\sum_{i=0}^{n-1} N_{i,p}(u) w_i}, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (5.4)$$

όπου η μεταβλητή u αποτελεί την παράμετρο και για κάθε τιμή που λαμβάνει στο διάστημα $[0, 1]$ προκύπτει ένα σημείο της καμπύλης NURBS με διάνυσμα θέσης $\vec{C}(u) =$

$(x(u), y(u), z(u))$. Η σχέση 5.4 μπορεί να γραφεί και ως:

$$\vec{C}(u) = \sum_{i=0}^{n-1} R_{i,p}(u) \vec{P}_i, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (5.5)$$

όπου:

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{j=0}^{n-1} N_{j,p}(u)w_j}, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (5.6)$$

Οι ανωτέρω σχέσεις μπορούν να περιγράψουν και καμπύλες στο επίπεδο. Στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει η συντεταγμένη z , ούτε στα σημεία ελέγχου, ούτε στο διάνυσμα θέσης. Για τις καμπύλες NURBS ισχύουν τα εξής:

- τα σημεία ελέγχου n , το πλήθος των κόμβων m του διανύσματος κόμβων και ο βαθμός p των συναρτήσεων βάσης συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση $m = n + p + 1$.
- οι ρητές συναρτήσεις $R_{i,p}(u)$ είναι πάντα μη αρνητικές, επομένως το πρόσημο των συντεταγμένων του διανύσματος θέσης $\vec{C}(u)$ εξαρτάται αποκλειστικά από τα πρόσημα των αντίστοιχων σημείων ελέγχου.
- οι ρητές συναρτήσεις $R_{i,p}(u)$ είναι διαφορίσιμες στο εσωτερικό κάθε διαστήματος μεταξύ δύο κόμβων και $p - s$ φορές διαφορίσιμες στις τιμές των κόμβων, όπου s η πολλαπλότητα ενός κόμβου. Επομένως, η καμπύλη είναι διαφορίσιμη στα αντίστοιχα διαστήματα.
- οι ρητές συναρτήσεις $R_{i,p}(u)$ λαμβάνουν μηδενική τιμή για $u \notin [u_i, u_{i+p})$.
- στην περίπτωση που το διάνυσμα κόμβων είναι μη-περιοδικό, ισχύει $\vec{C}(0) = \vec{P}_0$ και $\vec{C}(1) = \vec{P}_{n-1}$, δηλαδή η καμπύλη διέρχεται από το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου. Το διάνυσμα λαμβάνει τη μορφή:

$$U = (\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-2}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}) \quad (5.7)$$

- στην περίπτωση που όλα τα βάρη είναι ίσα με τη μονάδα, η καμπύλη ονομάζεται B-Spline και δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{C}(u) = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i,p}(u) \vec{P}_i, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (5.8)$$

Αν επιπλέον ισχύει η σχέση $n = p + 1$ μεταξύ του πλήθους (n) των σημείων

ελέγχου και του βαθμού (p) των συναρτήσεων βάσης, τότε το διάνυσμα κόμβων αποκτά τη μορφή:

$$U = (\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}) \quad (5.9)$$

Το διάνυσμα αυτό οδηγεί σε συναρτήσεις βάσης που ονομάζονται πολυώνυμα Bezier-Bernstein και η προκύπτουσα καμπύλη ονομάζεται καμπύλη Bezier. Επομένως, οι καμπύλες Bezier είναι υποσύνολο των καμπυλών B-Splines, οι οποίες με τη σειρά τους αποτελούν υποσύνολο των καμπυλών NURBS.

5.3 Η χρήση των καμπυλών B-Splines στην παραμετροποίηση του διαχύτη

Οποιαδήποτε κωνική γεωμετρία, μπορεί να δημιουργηθεί μέσω της περιστροφής μιας γενέτειρας καμπύλης γύρω από σταθερό άξονα. Επομένως, ένας τρόπος παραμετροποίησης των διαχυτών είναι η περιγραφή της γενέτειράς τους με τη βοήθεια μιας καμπύλης B-Splines. Για το σκοπό αυτό, επιλέγεται ένα πλήθος σημείων που ανήκουν σε μια γενέτειρα του διαχύτη και μέσω αυτών πραγματοποιείται παρεμβολή μιας καμπύλης. Στην ενότητα αυτή περιγράφεται η διαδικασία παρεμβολής με την προσθήκη ότι πρέπει να ικανοποιούνται ορισμένες συνθήκες που αφορούν τις παραγώγους στην αρχή και στο τέλος της καμπύλης. Έτσι, επιλέγονται 9 σημεία που ισαπέχουν πάνω στη γενέτειρα και λαμβάνονται και οι τιμές της πρώτης παραγώγου στην αρχή και στο τέλος αυτής. Σε αυτές τις 11 συνθήκες θα βασιστεί η παρεμβολή μιας καμπύλης B-Splines. Η επιλογή αυτή έγινε διότι θα προκύψουν 11 σημεία ελέγχου, τα οποία αρκούν για να περιγράψουν λεπτομερώς τοπικά τμήματα της γενέτειρας και να συντελέσουν στη δημιουργία ενός αποτελεσματικού διαχύτη, μέσω της βελτιστοποίησης.

Για τον προσδιορισμό των σημείων ελέγχου, προγραμματίστηκε λογισμικό σε γλώσσα προγραμματισμού C++, ο οποίος ακολουθεί κατά σειρά τα εξής βήματα:

5.3.1 Επιλογή μεγεθών για τις συναρτήσεις βάσης

Σχετικά με τις συναρτήσεις βάσης, επιλέγεται βαθμός $p = 3$. Στην πλειοψηφία των εφαρμογών ο βαθμός αυτός αρκεί, καθώς οδηγεί στη δημιουργία λείων καμπυλών [35]. Επομένως, είναι άσκοπο να ληφθεί βαθμός μεγαλύτερος του 3, καθώς προστίθεται υπολογιστικό κόστος δίχως να βελτιώνεται η ποιότητα της παρεμβάλλουσας καμπύλης. Επιπλέον, επιλέγεται ένα μη-περιοδικό διάνυσμα κόμβων, όπως φαίνεται στη σχέση 5.7, καθώς είναι επιθυμητό η καμπύλη να διέρχεται από το πρώτο και το τελευταίο σημείο. Οι ενδιάμεσοι κόμβοι θα καθοριστούν στη συνέχεια.

5.3.2 Επιλογή τιμών της παραμέτρου \bar{u}_k

Για καθένα από τα 9 σημεία που παρεμβάλλονται πρέπει να επιλεχθούν οι τιμές \bar{u}_k , οι οποίες εισάγονται στη σχέση 5.8. Για το σκοπό αυτό έχουν αναπτυχθεί τεχνικές απεικόνισης παραμέτρων (parameter mapping), βάσει των οποίων επιλέγονται οι τιμές αυτές. Μια ευρέως χρησιμοποιούμενη τέτοια μέθοδος είναι αυτή του μήκους χορδής (chord length method) [36]. Συγκεκριμένα, ορίζεται το συνολικό μήκος d μιας τεθλασμένης καμπύλης ως εξής:

$$d = \sum_{k=1}^{N-1} \left| \vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1} \right| \quad (5.10)$$

όπου \vec{Q}_k είναι το διάνυσμα θέσης του υπ' αριθμόν k σημείου που παρεμβάλλεται και N το πλήθος όλων των σημείων (9 στην προκειμένη περίπτωση). Έπειτα για $\bar{u}_0 = 0$, οι τιμές των \bar{u}_k , λαμβάνονται από τη σχέση:

$$\bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{\left| \vec{Q}_k - \vec{Q}_{k-1} \right|}{d}, \quad k = 1, 2, \dots, N-2 \quad (5.11)$$

Επίσης, λαμβάνεται για το τελικό σημείο $\bar{u}_{N-1} = 1$. Επειδή τα σημεία της γενέτειρας ισαπέχουν πάνω σε αυτήν, από την εφαρμογή της μεθόδου, προκύπτει ότι η διαφορά δύο διαδοχικών τιμών \bar{u}_k και \bar{u}_{k-1} είναι σταθερή. Επομένως, λαμβάνονται κατά σειρά οι τιμές: $\bar{u}_0 = 0$, $\bar{u}_1 = 0.125$, $\bar{u}_2 = 0.25$, $\bar{u}_3 = 0.375$, $\bar{u}_4 = 0.5$, $\bar{u}_5 = 0.625$, $\bar{u}_6 = 0.75$, $\bar{u}_7 = 0.875$ και $\bar{u}_8 = 1$. Στη συνέχεια, προτείνεται [34] η παρακάτω σχέση για τον καθορισμό των ενδιάμεσων κόμβων του διανύσματος κόμβων:

$$u_{j+p} = \frac{\sum_{i=j}^{j+p-1} \bar{u}_i}{p}, \quad j = 1, \dots, N-p \quad (5.12)$$

Άρα, το διάνυσμα κόμβων για την καμπύλη που παρεμβάλλει τη γενέτειρα, γίνεται:

$$U = (0, 0, 0, 0, 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875, 1, 1, 1, 1) \quad (5.13)$$

5.3.3 Προσδιορισμός των σημείων ελέγχου

Οι εξισώσεις παρεμβολής των σημείων λαμβάνουν τη μορφή:

$$\begin{aligned} \vec{Q}_k - \vec{C}(\bar{u}_k) = 0 &\implies \\ \sum_{i=0}^{N+1} N_{i,p}(\bar{u}_k) \vec{P}_i = \vec{Q}_k, \quad 0 \leq \bar{u} \leq 1, \quad k = 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (5.14)$$

Το παραπάνω σύστημα αποτελεί γραμμικό σύστημα $N = 9$ εξισώσεων (όσα είναι τα σημεία παρεμβολής) με $N + 2 = 11$ αγνώστους (σημεία ελέγχου) για κάθε κατεύθυνση x, y αν πρόκειται για καμπύλη στο επίπεδο και x, y, z αν πρόκειται για καμπύλη στο χώρο. Οι 2 επιπλέον εξισώσεις που απαιτούνται είναι αυτές που ορίζουν τις τιμές των παραγώγων στην αρχή και στο τέλος. Για το λόγο αυτό, δίνεται η παράγωγος μιας καμπύλης B-Splines ως προς την παράμετρο u :

$$\frac{\partial \vec{C}(u)}{\partial u} = \sum_{i=0}^{N-1} N'_{i,p}(u) \vec{P}_i, \quad 0 \leq \bar{u} \leq 1 \quad (5.15)$$

Από την εφαρμογή των σχέσεων 5.3 και 5.15 για $u = \bar{u}_0 = 0$ και $u = \bar{u}_{N-1} = 1$, προκύπτουν [34]:

$$-\vec{P}_0 + \vec{P}_1 = \frac{u_{p+1}}{p} \vec{d}_0 \quad (5.16)$$

$$-\vec{P}_N + \vec{P}_{N+1} = \frac{1 - u_{m-p-2}}{p} \vec{d}_N \quad (5.17)$$

όπου \vec{d}_0 και \vec{d}_N οι γνωστές τιμές των παραγώγων στην αρχή και στο τέλος της καμπύλης. Το σύστημα των εξισώσεων 5.14, 5.16 και 5.17 για την περίπτωση της γενέτειρας γίνεται γραμμικό σύστημα $N + 2 = 11$ εξισώσεων με $N + 2 = 11$ αγνώστους της μορφής:

$$AP = R \quad (5.18)$$

όπου A το μητρώο των συντελεστών των σημείων ελέγχου:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & N_{1,3}(\bar{u}_1) & N_{2,3}(\bar{u}_1) & N_{3,3}(\bar{u}_1) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & N_{7,3}(\bar{u}_3) & N_{8,3}(\bar{u}_3) & N_{9,3}(\bar{u}_3) & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

ενώ το μητρώο R είναι:

$$R^T = \left[\frac{0.125}{3} \vec{d}_0 \quad \vec{Q}_0 \quad \vec{Q}_1 \quad \dots \quad \vec{Q}_8 \quad \frac{0.125}{3} \vec{d}_9 \right] \quad (5.20)$$

Το σύστημα 5.18 επιλύεται για κάθε διάσταση μέσω του αλγορίθμου Thomas [33], δεδομένου ότι το μητρώο A έχει τριδιαγώνια μορφή. Αυτό συμβαίνει επειδή έχουν επιλεγεί κυβικές συναρτήσεις βάσης ($p = 3$). Σε άλλη περίπτωση, το εν λόγω μητρώο δεν θα είχε τριδιαγώνια μορφή, οπότε το σύστημα θα επιλυόταν με τη μέθοδο Gauss-Jordan [33], διότι το μητρώο A είναι ίδια για κάθε διάσταση, επομένως αρκεί μία φορά η αντιστροφή του.

Με το πέρας της διαδικασίας αυτής προκύπτουν τα σημεία ελέγχου, για τα οποία η προκύπτουσα καμπύλη B-Splines παρεμβάλλει τα σημεία που επιλέχθηκαν. Οι συντεταγμένες των σημείων αυτών εισάγονται ως μεταβλητές σχεδιασμού στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Σημειώνεται, ότι η γενέτειρα του διαχύτη που σχεδιάστηκε αποτελεί μια ευθεία, επομένως θα αρκούσαν μόλις 2 σημεία για την παρεμβολή της. Η επιλογή περισσότερων σημείων ελέγχου έγινε προκειμένου το καθένα να επηρεάζει τοπικά τμήματα της καμπύλης δίνοντας τη δυνατότητα να δημιουργηθούν ποικίλες μορφές του διαχύτη, το οποίο είναι και το ζητούμενο σε μια διαδικασία βελτιστοποίησης.

5.4 Επιφάνειες NURBS

Λαμβάνοντας $n_u \times n_v$ σημεία ελέγχου και αντίστοιχα βάρη, όπου u, v οι δύο παραμετρικές κατευθύνσεις, προκύπτει μια επιφάνεια NURBS, η οποία διέπεται από τη σχέση:

$$\vec{S}(u, v) = \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} R_{ij,p_u p_v}(u, v) \vec{P}_{ij}, \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (5.21)$$

όπου:

$$R_{ij,p_u,p_v}(u,v) = \frac{N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)w_{ij}}{\sum_{k_i=0}^{n_u-1} \sum_{k_j=0}^{n_v-1} N_{k_i,p_u}(u)N_{k_j,p_v}(v)w_{k_i k_j}}, \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (5.22)$$

Τα μη-περιοδικά διανύσματα κόμβων λαμβάνουν τις μορφές:

$$U = (\underbrace{0, \dots, 0}_{p_u+1}, u_{p_u+1}, \dots, u_{m_u-p_u-2}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p_u+1}) \quad (5.23)$$

$$V = (\underbrace{0, \dots, 0}_{p_v+1}, v_{p_v+1}, \dots, v_{m_v-p_v-2}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p_v+1}) \quad (5.24)$$

όπου m_u, m_v το πλήθος κόμβων κάθε διανύσματος και p_u, p_v ο βαθμός των συναρτήσεων βάσης κατά τις παραμετρικές κατευθύνσεις u, v αντίστοιχα και για τα οποία ισχύει $m_u = n_u + p_u + 1$ και $m_v = n_v + p_v + 1$.

Αντίστοιχα με τις καμπύλες, για τις επιφάνειες NURBS, ισχύουν:

- με τη χρήση μη-περιοδικών διανυσμάτων κόμβων, η επιφάνεια περνά από τα 4 ακραία σημεία ελέγχου: $\vec{S}(0,0) = \vec{P}_{0,0}$, $\vec{S}(0,1) = \vec{P}_{0,n_v-1}$, $\vec{S}(1,0) = \vec{P}_{n_u-1,0}$ και $\vec{S}(1,1) = \vec{P}_{n_u-1,n_v-1}$.
- η μετακίνηση ενός σημείου ελέγχου \vec{P}_{ij} ή ενός βάρους w_{ij} μεταβάλλει τμήμα της επιφάνειας που προκύπτει για τιμές των u, v που ανήκουν στο διάστημα $[u_i, u_{i+p}) \times [v_i, v_{i+p})$.
- όταν όλα τα βάρη λαμβάνουν τιμή ίση με τη μονάδα, η επιφάνεια καλείται B-Spline και δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{S}(u,v) = \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)\vec{P}_{ij}, \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (5.25)$$

5.5 Η χρήση των επιφανειών NURBS στην παραμετροποίηση του διαχύτη

Είναι προφανές ότι η μεταβολή της γενέτειρας του διαχύτη οδηγεί πάντοτε σε αξονοσυμμετρικό σχήμα. Σε περίπτωση που αυτό δεν είναι απαραίτητο, η χρήση των επιφανειών NURBS, παρέχει περισσότερες δυνατότητες, καθώς μπορεί να οδηγήσει τόσο σε αξονοσυμμετρικά όσο και σε μη-αξονοσυμμετρικά σχήματα μέσω μεταβολής των σημείων

ελέγχου και των βαρών. Στην ενότητα αυτή σκιαγραφείται η διαδικασία προσέγγισης μιας επιφάνειας δεδομένου ενός νέφους σημείων στο χώρο. Με τον όρο προσέγγιση νοείται η εύρεση μιας επιφάνειας η οποία απέχει ελάχιστα από ένα πλήθος δεδομένων σημείων, δίχως αναγκαστικά να τα παρεμβάλει. Παρόλο που τα εν λόγω σημεία ενδέχεται να ανήκουν στην επιφάνεια, σκοπός είναι να ελαχιστοποιηθεί η απόστασή τους από αυτήν. Στην περίπτωση του διαχύτη, λαμβάνονται όλα τα σημεία του επιφανειακού πλέγματος που ανήκουν σε αυτόν και επιδιώκεται η προσέγγισή τους με μια επιφάνεια NURBS.

Προγραμματίζεται το αντίστοιχο λογισμικό σε γλώσσα C++, το οποίο ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

5.5.1 Επιλογή μεγεθών για τις συναρτήσεις βάσης και καθορισμός διανυσμάτων κόμβων

Ο αλγόριθμος προσέγγισης σημείων στο χώρο με μια επιφάνεια NURBS, αρχικά απαιτεί να οριστούν τα χαρακτηριστικά των συναρτήσεων βάσης B-Splines. Ο βαθμός τους λαμβάνεται ίδιος ως προς τις 2 παραμετρικές κατευθύνσεις u, v και ίσος με 3. Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 5.3, είναι άσκοπο να ληφθεί βαθμός μεγαλύτερος του 3.

Σχετικά με το πλήθος των σημείων ελέγχου, για την περιγραφή της επιφάνειας του διαχύτη, λαμβάνεται $n_u = n_v = 5$, οπότε θα προκύψουν 25 σημεία ελέγχου.

Τα διανύσματα κόμβων επιλέγονται να είναι μη-περιοδικά, ώστε η προκύπτουσα επιφάνεια να διέρχεται από τα 4 ακραία σημεία ελέγχου. Μια προτεινόμενη [34] μορφή για το διάνυσμα κόμβων είναι η εξής:

$$U = \left(0, 0, 0, 0, \frac{1}{N_u}, \dots, \frac{N_u - 1}{N_u}, 1, 1, 1, 1 \right) \quad (5.26)$$

Φυσικά, ο πρώτος και ο τελευταίος κόμβος έχουν πολλαπλότητα 4 δεδομένου ότι ο βαθμός των συναρτήσεων βάσης είναι 3. Οι ενδιάμεσοι κόμβοι προσδιορίζονται μέσω της μεταβλητής N_u για την οποία ισχύει $N_u = n_u - p_u$, δηλαδή αποτελεί τη διαφορά μεταξύ των σημείων ελέγχου και του βαθμού των συναρτήσεων βάσης κατά την κατεύθυνση u . Αντίστοιχα, το διάνυσμα κόμβων κατά παραμετρική κατεύθυνση v λαμβάνεται:

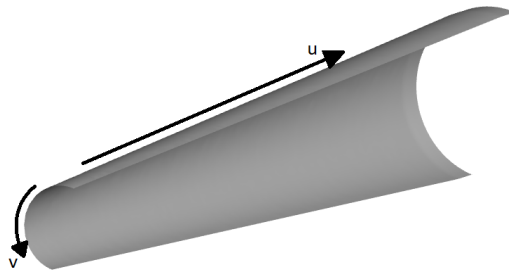
$$V = \left(0, 0, 0, 0, \frac{1}{N_v}, \dots, \frac{N_v - 1}{N_v}, 1, 1, 1, 1 \right) \quad (5.27)$$

Εν γνώσει των παραπάνω τιμών, τα διανύσματα κόμβων για την επιφάνεια του διαχύτη θα είναι:

$$U = V = (0, 0, 0, 0, 0.5, 1, 1, 1, 1) \quad (5.28)$$

5.5.2 Εύρεση παραμέτρων u_k, v_k

Για κάθε σημείο προσέγγισης πρέπει να επιλεγθούν οι τιμές u_k, v_k , καθώς εισάγονται στη σχέση 5.21. Το πρόβλημα προσέγγισης γίνεται ιδιαίτερα χρονοβόρο αν οι τιμές αυτές αλλάζουν κατά τη διάρκεια της προσέγγισης. Επομένως, είναι αναγκαία η χρήση αποτελεσματικών τεχνικών εύρεσης των παραμέτρων αυτών. Μια τέτοια τεχνική είναι αυτή του μήκους χορδής, η οποία, παρόλο που είναι αποτελεσματική στην περίπτωση μιας καμπύλης, δεν μπορεί να εφαρμοστεί αυτούσια στην περίπτωση μιας επιφάνειας, καθώς δεν έχει νόημα η εύρεση ενός μήκους d από τη στιγμή που τα σημεία δεν ανήκουν σε μία καμπύλη. Ωστόσο, μπορεί να παραλλαχθεί και να εφαρμοστεί και για μια επιφάνεια: οπότε χρησιμοποιείται δύο φορές (μία για κάθε παραμετρική κατεύθυνση) και οδηγεί στην επιλογή αφενός των u_k και αφετέρου των v_k . Οι παραμετρικές αυτές κατευθύνσεις στην περίπτωση της επιφάνειας του διαχύτη παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.2. Αν αποδειχθεί ότι η επιλογή των τιμών αυτών δεν είναι ικανή να συνεισφέρει σε μια αποτελεσματική προσέγγιση της επιφάνειας, τότε ενδεχομένως οι τιμές να μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της προσέγγισης.



Σχήμα 5.2: Διευθύνσεις των παραμέτρων u, v στο ήμισυ του διαχύτη εισόδου

5.5.3 Προσδιορισμός σημείων ελέγχου

Μετά την επιλογή της μορφής των συναρτήσεων βάσης και των παραμέτρων u_k και v_k , η επιφάνεια θεωρείται ως B-Splines επιφάνεια, δηλαδή όλα τα βάρη λαμβάνονται σταθερά και ίσα με τη μονάδα. Για την προσέγγιση της επιφάνειας χρησιμοποιείται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων [33]. Αν N το πλήθος των σημείων του επιφανειακού πλέγματος του διαχύτη, ελαχιστοποιείται η απόστασή τους από τα αντίστοιχα σημεία που προκύπτουν μέσω της παραμετροποιημένης επιφάνειας. Ορίζεται επομένως η συνάρτηση:

$$\begin{aligned}
f &= \sum_{k=0}^{N-1} \left\| \vec{Q}_k - \vec{S}(u_k, v_k) \right\|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \left(\vec{Q}_k - \vec{S}(u_k, v_k) \right) \cdot \left(\vec{Q}_k - \vec{S}(u_k, v_k) \right) = \\
&\sum_{k=0}^{N-1} \left(\vec{Q}_k \cdot \vec{Q}_k - 2\vec{Q}_k \cdot \vec{S}(u_k, v_k) + \vec{S}(u_k, v_k) \cdot \vec{S}(u_k, v_k) \right) \quad (5.29)
\end{aligned}$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων 5.21 και 5.22, η 5.29 γίνεται:

$$\begin{aligned}
f &= \sum_{k=0}^{N-1} \left(\vec{Q}_k \cdot \vec{Q}_k - 2 \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u_k) N_{j,p_v}(v_k) \left(\vec{Q}_k \cdot \vec{P}_{ij} \right) + \right. \\
&\quad \left. \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u_k) N_{j,p_v}(v_k) \left(\vec{P}_{ij} \cdot \vec{P}_{ij} \right) \right) \quad (5.30)
\end{aligned}$$

Η ελαχιστοποίηση της f επιβάλλει τον μηδενισμό των παραγώγων της ως προς τις συντεταγμένες των σημείων ελέγχου. Οι παράγωγοι αυτές είναι της μορφής:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \vec{P}_{lm}} &= \sum_{k=0}^{N-1} \left[\left(-2 \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u_k) N_{j,p_v}(v_k) \vec{Q}_k \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2 \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u_k) N_{j,p_v}(v_k) \vec{P}_{ij} \right) N_{l,p_u}(u_k) N_{m,p_v}(v_k) \right] \quad (5.31)
\end{aligned}$$

Τα 4 ακραία σημεία ελέγχου, δεδομένου ότι ταυτίζονται με τα άκρα της επιφάνειας, θεωρούνται εξαρχής γνωστά και αυτό είναι ένα πλεονέκτημα της επιλογής μη-περιοδικού διανύσματος κόμβων. Επομένως, αναζητούνται οι τιμές των υπολοίπων σημείων ελέγχου για τις οποίες μηδενίζονται οι παράγωγοι:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \vec{P}_{lm}} = 0 \implies \sum_{k=0}^{N-1} \left[\left(\underbrace{- \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u_k) N_{j,p_v}(v_k) \vec{Q}_k}_{-\vec{R}(u_k, v_k)} \right. \right. \\
\underbrace{+ N_{0,p_u}(u_k) N_{0,p_v}(v_k) \vec{P}_{0,0} + N_{0,p_u}(u_k) N_{n_v-1,p_v}(v_k) \vec{P}_{0,n_v-1}}_{-\vec{R}(u_k, v_k)} \\
\underbrace{+ N_{n_u-1,p_u}(u_k) N_{0,p_v}(v_k) \vec{P}_{n_u-1,0} + N_{n_u-1,p_u}(u_k) N_{n_v-1,p_v}(v_k) \vec{P}_{n_u-1,n_v-1}}_{-\vec{R}(u_k, v_k)} \\
\left. \left. + \sum_{i^*} \sum_{j^*} N_{i^*,p_u}(u_k) N_{j^*,p_v}(v_k) \vec{P}_{i^*j^*} \right) N_{l,p_u}(u_k) N_{m,p_v}(v_k) \right] = 0 \quad (5.32)
\end{aligned}$$

Σημειώνεται ότι οι τιμές των i^* , j^* αποτελούν το σύνολο των τιμών i , j δίχως εκείνες τις τιμές που αντιστοιχούν στα 4 ακραία σημεία ελέγχου. Ομαδοποιώντας τους σταθερούς όρους της εξίσωσης 5.32 ως $\vec{R}(u_k, v_k)$, προκύπτει:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{N-1} \left[\left(\sum_{i^*} \sum_{j^*} N_{i^*,p_u}(u_k) N_{j^*,p_v}(v_k) \vec{P}_{i^*j^*} \right) N_{l,p_u}(u_k) N_{m,p_v}(v_k) \right] = \\
\sum_{k=0}^{N-1} \vec{R}(u_k, v_k) N_{l,p_u}(u_k) N_{m,p_v}(v_k) \implies \\
\sum_{i^*} \sum_{j^*} \left[\left(\sum_{k=0}^{N-1} N_{i^*,p_u}(u_k) N_{j^*,p_v}(v_k) N_{l,p_u}(u_k) N_{m,p_v}(v_k) \right) \vec{P}_{i^*j^*} \right] = \\
\sum_{k=0}^{N-1} \vec{R}(u_k, v_k) N_{l,p_u}(u_k) N_{m,p_v}(v_k) \quad (5.33)
\end{aligned}$$

Η σχέση 5.33 αποτελεί 3 συστήματα (ένα για κάθε κατεύθυνση x, y, z) γραμμικών εξισώσεων της μορφής:

$$A \vec{P}_{i^*j^*} = B \quad (5.34)$$

όπου:

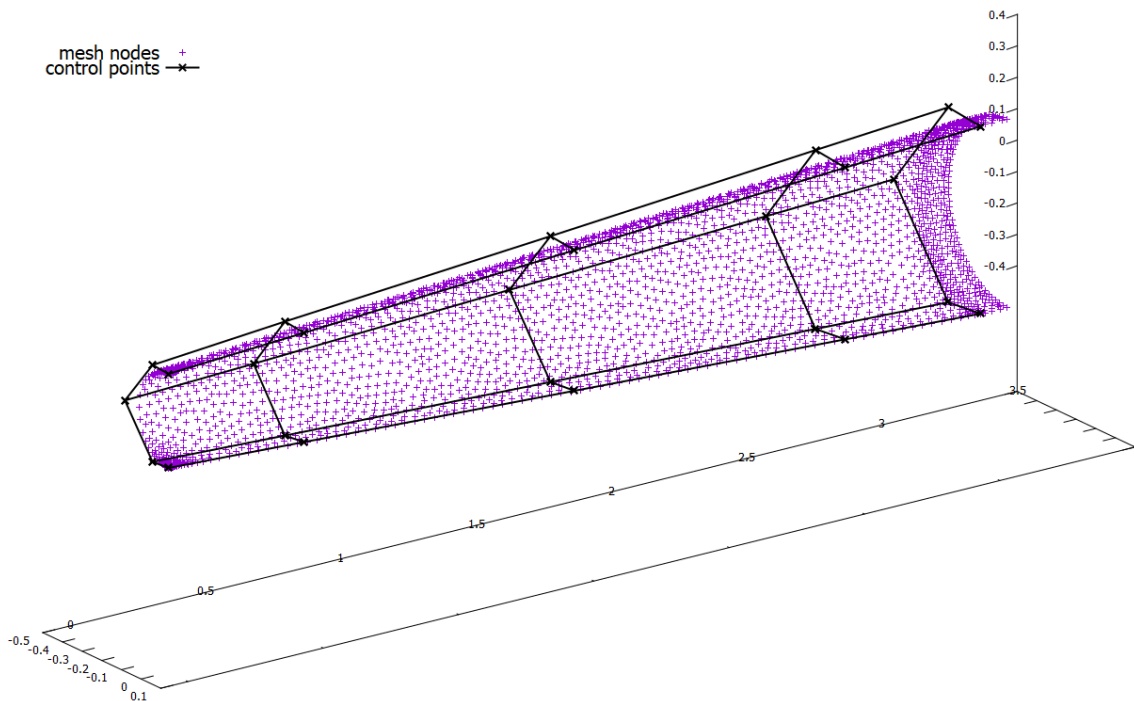
$$A = \begin{bmatrix} \sum_k N_0 N_1 N_0 N_1 & \dots & \sum_k N_0 N_1 N_{n_u-1} N_{n_v-2} \\ \sum_k N_0 N_2 N_0 N_1 & \dots & \sum_k N_0 N_2 N_{n_u-1} N_{n_v-2} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \sum_k N_{n_u-1} N_{n_v-2} N_0 N_2 & \dots & \sum_k N_{n_u-1} N_{n_v-2} N_{n_u-1} N_{n_v-2} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

$$B = \begin{bmatrix} \sum_k \vec{R} N_0 N_1 \\ \sum_k \vec{R} N_0 N_2 \\ \vdots \\ \sum_k \vec{R} N_0 N_{n_v-2} \\ \vdots \\ \sum_k \vec{R} N_{n_u-1} N_1 \\ \vdots \\ \sum_k \vec{R} N_{n_u-1} N_{n_v-2} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

$$\vec{P}_{i*j*}^T = \left[\vec{P}_{0,1} \quad \vec{P}_{0,2} \quad \dots \quad \vec{P}_{0,n_v-2} \quad \dots \quad \vec{P}_{n_u-1,1} \quad \dots \quad \vec{P}_{n_u-1,n_v-2} \right] \quad (5.37)$$

Επειδή το μητρώο A είναι ίδιο για κάθε κατεύθυνση x, y, z , αρκεί να αντιστραφεί μία μόνο φορά με τη χρήση της μεθόδου Gauss-Jordan. Εν γνώσει του αντίστροφου αυτού μητρώου, επιλύονται γρήγορα τα συστήματα της σχέσης 5.34. Έτσι, προκύπτουν οι τελικές τιμές των σημείων ελέγχου.

Από την εκτέλεση του λογισμικού, προκύπτει ότι οι επιφάνειες των διαχυτών έχουν προσεγγιστεί ικανοποιητικά, καθώς η τιμή που έχει λάβει η συνάρτηση f για την περίπτωση του διαχύτη εισόδου είναι ίση με 0.0019 και για το διαχύτη εξόδου ίση με 0.0015. Οι τιμές είναι πολύ χαμηλές δεδομένου ότι αθροίζονται 2965 (όσοι και οι κόμβοι του επιφανειακού πλέγματος του διαχύτη εισόδου) και 2141 (για τον διαχύτη εξόδου αντίστοιχα) τετράγωνα αποστάσεων. Στο Σχήμα 5.3 παρουσιάζονται οι θέσεις των σημείων ελέγχου που προέκυψαν κατά την προσέγγιση της επιφάνειας του διαχύτη εισόδου.



Σχήμα 5.3: Θέση των επιφανειακών κόμβων του πλέγματος του διαχύτη εισόδου και σημεία ελέγχου από την προσέγγιση της επιφάνειας αυτής, αντίστοιχα για τον διαχύτη εξόδου

5.5.4 Προσδιορισμός βαρών

Δεδομένου ότι η συνάρτηση f των ελαχίστων τετραγώνων έχει λάβει χαμηλές τιμές, η επιφάνεια έχει προσεγγιστεί ικανοποιητικά ακόμα και στην περίπτωση που όλα τα βάρη είναι ίσα με τη μονάδα. Επομένως, η προσέγγιση μπορεί να σταματήσει μετά τον υπολογισμό των σημείων ελέγχου. Ωστόσο, προκειμένου να αξιοποιούνται εξ ολοκλήρου οι δυνατότητες των επιφανειών NURBS και να δίνεται η δυνατότητα ελέγχου της επιφάνειας με διαφορετικά εργαλεία (σημεία ελέγχου και βάρη), πρέπει να προσδιοριστούν και τα αντίστοιχα βάρη. Στην περίπτωση αυτή, δεν γίνεται να εφαρμοστεί η διαδικασία της υποενότητας 5.5.3, διότι η ελαχιστοποίηση της f οδηγεί στην επίλυση του μη-γραμμικού, πλέον, συστήματος εξισώσεων:

$$\frac{\partial f}{\partial \omega} = 0 \quad (5.38)$$

όπου ω το νέο μητρώο των αγνώστων το οποίο έχει τη μορφή:

$$\omega = \begin{bmatrix} X_{0,1} \\ \vdots \\ X_{n_u-1,n_v-2} \\ Y_{0,1} \\ \vdots \\ Y_{n_u-1,n_v-2} \\ Z_{0,1} \\ \vdots \\ Z_{n_u-1,n_v-2} \\ w_{0,0} \\ \vdots \\ w_{n_u-1,n_v-1} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

όπου X, Y, Z οι συντεταγμένες του διανύσματος θέσης του αντίστοιχου σημείου ελέγχου. Στη σχέση 5.38 εμφανίζονται οι παράγωγοι του διανύσματος θέσης ενός σημείου της επιφάνειας NURBS ως προς τα σημεία ελέγχου, αλλά και ως προς τα αντίστοιχα βάρη. Οι παράγωγοι ως προς τα σημεία ελέγχου είναι:

$$\frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial \vec{P}_{lm}} = \frac{N_{l,p_u}(u)N_{m,p_v}(v)w_{lm}}{\sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)w_{ij}}, \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (5.40)$$

και οι παράγωγοι ως προς τα αντίστοιχα βάρη:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial w_{lm}} &= \frac{N_{l,p_u}(u)N_{m,p_v}(v)\vec{P}_{lm} \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)w_{ij}}{\left(\sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)w_{ij}\right)^2} \\ &\quad - \frac{N_{l,p_u}(u)N_{m,p_v}(v) \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)w_{ij}\vec{P}_{ij}}{\left(\sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)w_{ij}\right)^2} \\ &= \frac{N_{l,p_u}(u)N_{m,p_v}(v)\vec{P}_{lm} - N_{l,p_u}(u)N_{m,p_v}(v)\vec{S}(u, v)}{\sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} N_{i,p_u}(u)N_{j,p_v}(v)w_{ij}}, \quad 0 \leq u, v \leq 1 \end{aligned} \quad (5.41)$$

Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της συνάρτησης f επιλύεται αριθμητικά με τη μέθοδο

Newton-Rapson ως εξής:

$$\omega^{new} = \omega^{old} - J^{-1} f(\omega^{old}) \quad (5.42)$$

όπου J είναι η Ιακωβιανή του συστήματος:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial X_{0,1}} & & & & \dots & & 0 \\ & \ddots & & & & & \vdots \\ & & \frac{\partial f}{\partial Y_{0,1}} & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \frac{\partial f}{\partial Z_{0,1}} & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & \frac{\partial f}{\partial w_{0,1}} \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & & & & & \frac{\partial f}{\partial w_{n_u-1, n_v-1}} \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

Η Ιακωβιανή υπολογίζεται σε κάθε επανάληψη μέσω των σχέσεων 5.40 και 5.41. Η σχέση 5.42 εφαρμόζεται μέχρις ότου συγκλίνει το μητρώο ω των λύσεων, δηλαδή ο αλγόριθμος σταματά όταν $\omega^{new} \simeq \omega^{old}$ ή $f(\omega) \rightarrow 0$. Με το πέρας της διαδικασίας αυτής γίνεται γνωστό το σύνολο των σημείων ελέγχου και των αντίστοιχων βαρών. Ωστόσο, υπάρχουν τα εξής προβλήματα κατά την εφαρμογή της:

- Αποτελεί μια χρονοβόρα διαδικασία, καθώς όταν υπεισέρχεται ο υπολογισμός των βαρών, το σύστημα των εξισώσεων γίνεται μη-γραμμικό και έτσι απαιτείται ο υπολογισμός της Ιακωβιανής για κάθε επανάληψη. Μάλιστα, ενδέχεται να χρειαστούν πολλές επαναλήψεις μέχρις ότου να συγκλίνει το σύστημα. Για τον λόγο αυτόν, είναι σημαντικό να υπάρχει μια καλή αρχικοποίηση των τιμών των σημείων ελέγχου, η οποία επιτυγχάνεται από την εφαρμογή της διαδικασίας που περιγράφεται στην υποενότητα 5.5.3.
- Η λύση του συστήματος μπορεί να οδηγήσει σε μη αποδεκτές τιμές των βαρών, διότι δεν έχουν οριστεί περιορισμοί για τα βάρη και αυτά λαμβάνουν αυθαίρετες τιμές. Ως μη αποδεκτές θεωρούνται τιμές που απέχουν πολύ από τη μονάδα. Αυτό συμβαίνει, διότι κατά την προσέγγιση μιας επιφάνειας, είναι επιθυμητό αυτή να καθορίζεται κατά κύριο λόγο από τα σημεία ελέγχου και δευτερευόντως από τα βάρη [35], ώστε τα σημεία ελέγχου να ορίζουν τη μορφή της επιφάνειας και έπειτα τα βάρη να διορθώνουν την επιφάνεια αυτή με στόχο μια καλύτερη προσέγγιση. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού, προτείνεται η επαύξηση

της συνάρτησης f των ελαχίστων τετραγώνων ως εξής:

$$f_{reg} = \sum_{k=0}^{N-1} \left\| \vec{Q}_k - \vec{S}(u_k, v_k) \right\|^2 + \alpha \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} \frac{|w_{ij} - 1|}{n_u n_v} \quad (5.44)$$

Με την επαύξηση αυτή, όταν τα βάρη παρεκκλίνουν από τη μονάδα, προστίθεται μια ποινή στη συνάρτηση f . Το πόσο σημαντική είναι αυτή η ποινή καθορίζεται από την τιμή του όρου α . Επομένως, τα βάρη διατηρούνται σε τιμές κοντά στη μονάδα, το οποίο είναι άλλωστε και ο στόχος. Σημειώνεται επιπλέον ότι οι τιμές των βαρών είναι εξ ορισμού θετικές, ωστόσο μπορεί να προκύψει και κάποια αρνητική τιμή από την επίλυση του συστήματος. Για την αποφυγή αυτού, μπορεί να επαυξηθεί η συνάρτηση f ως εξής:

$$f_{reg} = \sum_{k=0}^{N-1} \left\| \vec{Q}_k - \vec{S}(u_k, v_k) \right\|^2 + \sum_{i=0}^{n_u-1} \sum_{j=0}^{n_v-1} e^{-\sigma w_{ij}} \quad (5.45)$$

όπου το σ λαμβάνει μια μεγάλη τιμή, προκειμένου να προστεθεί μια μεγάλη ποινή σε περίπτωση που κάποιο βάρος λάβει αρνητική τιμή.

Εκ του αποτελέσματος, στην περίπτωση των διαχυτών δεν είναι απαραίτητη η προσαρμογή των βαρών, καθώς με την εφαρμογή της διαδικασίας που περιγράφηκε, τα βάρη παραμένουν ίσα με τη μονάδα. Επομένως, θα χρησιμοποιηθούν ως μεταβλητές σχεδιασμού στο πρόβλημα βελτιστοποίησης, ωστόσο οι αρχικές τους τιμές ταυτίζονται μεταξύ τους και είναι ίσες με 1. Το πλεονέκτημα χρήσης επιφανειών NURBS είναι ότι τα σημεία ελέγχου και τα βάρη είναι αρκετά σε πλήθος (25), οπότε υπάρχει η δυνατότητα να προκύψουν πολλές διαφορετικές επιφάνειες. Βέβαια, όπως σημειώθηκε στην ενότητα 1.3, το πλήθος των μεταβλητών σχεδιασμού είναι ανεξάρτητο του χρόνου βελτιστοποίησης στην περίπτωση χρήσης της συζυγούς μεθόδου. Ωστόσο, όπως θα διαπιστωθεί στη συνέχεια, ο όρος των παραγώγων ευαισθησίας που υπολογίζονται περιέχει την έκφραση της παραγώγου της θέσης κάθε κόμβου του πλέγματος ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι το πλέγμα πρέπει να παραμορφώνεται μια φορά για κάθε μεταβλητή σχεδιασμού και αυτή είναι η αιτία που καθυστερεί η βελτιστοποίηση.

Τέλος, σημειώνεται ότι η διαδικασία προσέγγισης μιας καμπύλης έναντι μιας επιφάνειας διαφέρει μόνο στις εξισώσεις που την περιγράφουν. Επομένως, το λογισμικό που προγραμματίστηκε για την ενότητα αυτή δύναται να χρησιμοποιηθεί και για την προσέγγιση μιας καμπύλης μετά τις απαραίτητες αλλαγές στις εξισώσεις.

5.6 Παραμόρφωση διαχυτών

Η διαδικασία παραμόρφωσης του πλέγματος σε περίπτωση μεταβολής της γεωμετρίας των διαχυτών πραγματοποιείται με τη μέθοδο των γραμμικών ελατηρίων, όπως περιγράφηκε στο υποκεφάλαιο 3.2.1, δηλαδή δίνονται ως είσοδος στον αλγόριθμο οι μετατοπισμένες θέσεις των κόμβων των διαχυτών, οι οποίες υπολογίζονται μέσω των εξισώσεων που προέκυψαν από την παραμετροποίησή τους. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η σχετική διαδικασία για κάθε περίπτωση παραμετροποίησης.

5.6.1 Περίπτωση παραμετροποίησης με καμπύλη κυβικών B-Splines

Όπως περιγράφηκε στην ενότητα 5.3, οι διαχύτες δημιουργούνται από μια γενέτειρα εκ περιστροφής. Επομένως, είναι απαραίτητο να συνδεθούν οι κόμβοι του πλέγματος των διαχυτών με τα σημεία ελέγχου της γενέτειρας. Έτσι, η μεταβολή των κόμβων του πλέγματος θα εξαρτάται από τη μετατόπιση των σημείων ελέγχου.

Για την πραγματοποίηση της διαδικασίας αυτής, προγραμματίζεται λογισμικό σε γλώσσα C++. Αρχικά διαβάζονται οι θέσεις $\vec{r}_{node} = (x_{node}, y_{node}, z_{node})$ όλων των επιφανειακών κόμβων i του πλέγματος ενός διαχύτη. Έπειτα, υπολογίζεται για όλους τους κόμβους η γωνία θ , η οποία αντιστοιχεί στη γωνιακή θέση τους πάνω στο ημικύκλιο του διαχύτη. Προκειμένου να υπολογιστεί η ζητούμενη γωνία, είναι απαραίτητη η μετατόπιση του συστήματος συντεταγμένων, ώστε η αρχή του να ταυτίζεται με το κέντρο του ημικυκλίου. Το βασικό σύστημα βρίσκεται στη βάση της αντλίας, ενώ το μετατοπισμένο απέχει από το βασικό $0.6mm$ κατά τον άξονα y , όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.4. Τελικά, η ζητούμενη γωνία θ_{node} για έναν κόμβο ($node$), υπολογίζεται από τη σχέση:

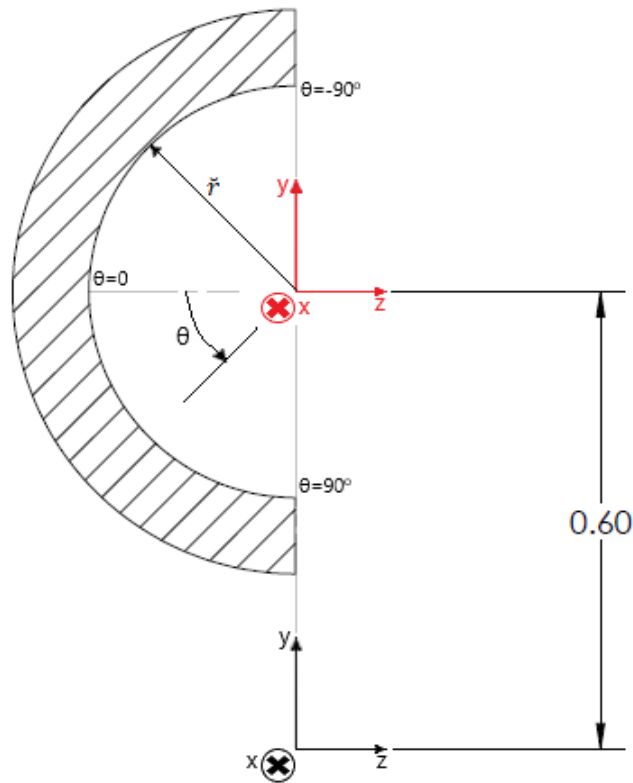
$$\theta_{node} = \arctan \frac{y_{node} - 0.6}{z_{node}} \quad (5.46)$$

Είναι φανερό ότι η γωνία θ ανήκει στο διάστημα $(-90^\circ, 90^\circ)$, ενώ οι θετικές τιμές της γωνίας βρίσκονται κάτω από το μετατοπισμένο επίπεδο xz .

Στη συνέχεια, αντιστοιχίζεται κάθε κόμβος σε μια τιμή u_{node} , μέσω της επίλυσης της σχέσης 5.8 για τη συνιστώσα x . Επομένως, ζητείται η τιμή u_{node} , η οποία ικανοποιεί τη σχέση:

$$f(u_{node}) = x_{node} - x_0 - \sum_{i=0}^{10} N_{i,3}(u_{node})X_i = 0 \quad (5.47)$$

όπου x_0 είναι μια τιμή που αφαιρείται προκειμένου να μετατοπιστεί το σύστημα συντε-



Σχήμα 5.4: Τομή σε τυχαία θέση του διαχύτη, όπου διακρίνεται το βασικό (μαύρου χρώματος) και το μετατοπισμένο (κόκκινου χρώματος) σύστημα συντεταγμένων και η γωνία θ της θέσης ενός κόμβου πάνω στο ημικύκλιο του διαχύτη, σκοπός είναι η αρχή του μετατοπισμένου συστήματος συντεταγμένων να ταυτίζεται με το κέντρο του ημικυκλίου

ταγμένων στην αρχή του διαχύτη. Επειδή οι συναρτήσεις βάσης είναι κυβικού βαθμού, η σχέση 5.47 δεν μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά, οπότε η λύση της προσεγγίζεται μέσω της μεθόδου Newton–Raphson [33]. Έτσι, η τιμή u_{node} σε μια υπ' αριθμόν επανάληψη n θα δίνεται από τη σχέση:

$$u_{node}^n = u_{node}^{n-1} - \frac{f(u_{node}^{n-1})}{f'(u_{node}^{n-1})} \quad (5.48)$$

όπου:

$$f'(u_{node}) = \frac{df(u_{node})}{du_{node}} = - \sum_{i=0}^{10} N'_{i,3}(u_{node}) X_i \quad (5.49)$$

Οι τιμές των παραγώγων των συναρτήσεων βάσης δίνονται μέσω της σχέσης 5.3. Έτσι, προσεγγίζονται οι τιμές u_{node} για όλους τους ζητούμενους κόμβους (nodes) και

εφαρμόζεται η μέθοδος, η οποία συγκλίνει πολύ γρήγορα. Έτσι, από τη μετατόπιση των σημείων ελέγχου της γενέτειρας καμπύλης και την εφαρμογή της σχέσης 5.8 για γνωστό u_{node} , προκύπτουν οι νέες θέσεις των επιφανειακών κόμβων του πλέγματος ενός διαχύτη. Συγκεκριμένα, η σχέση 5.8 δίνει:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{node}^{new} &= \vec{r}_{node}^{new}(\mu_{node}) = \sum_{i=0}^{10} N_{i,3}(u_{node}) \vec{P}_i^{new} \Rightarrow \\ \begin{cases} x_{node}^{new} &= \sum_{i=0}^{10} N_{i,3}(u_{node}) X_i^{new} + x_0 \\ \check{r}_{node}^{new} &= \sum_{i=0}^{10} N_{i,3}(u_{node}) Y_i^{new} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.50)$$

Συνεπώς, μέσω των νέων σημείων ελέγχου $\vec{R}_i^{new} = (X_i^{new}, Y_i^{new})$, $i = 0, \dots, 10$ προκύπτει το νέο διάνυσμα θέσης $\vec{r}_{node}^{new} = (x_{node}^{new}, \check{r}_{node}^{new})$. Η μεταβλητή \check{r} (Σχήμα 5.4) αντιστοιχεί στη νέα ακτίνα που θα έχει κάθε διατομή του διαχύτη και μέσω αυτής προκύπτουν και οι τιμές των y_{node}^{new} και z_{node}^{new} στο βασικό σύστημα συντεταγμένων ως εξής:

$$y_{node}^{new} = 0.6 - \check{r}_{node}^{new} \sin(\theta_{node}) \quad (5.51)$$

$$z_{node}^{new} = -\check{r}_{node}^{new} \cos(\theta_{node}) \quad (5.52)$$

Η ανωτέρω διαδικασία αρκεί για την παραμόρφωση, δεδομένου ότι έχουν υπολογιστεί οι νέες θέσεις των εξωτερικών κόμβων του πλέγματος, οι οποίες μπορούν να εισαχθούν στον αλγόριθμο παραμόρφωσης ως οριακές συνθήκες τύπου Dirichlet. Ωστόσο, όπως θα διαπιστωθεί στη συνέχεια, μέσω των εξισώσεων του συζυγούς προβλήματος, απαιτείται επιπλέον η γνώση των παραγώγων ευαισθησίας $\delta \vec{r}_{node} / \delta b_i$, όπου b_i είναι το σύνολο των μεταβλητών σχεδιασμού· εν προκειμένω τα 11 σημεία ελέγχου \vec{P}_i . Πρόκειται για 66 τιμές παραγώγων ευαισθησίας για κάθε διαχύτη. Οι παράγωγοι αυτοί προσεγγίζονται με κεντρικές διαφορές σύμφωνα με τη σχέση:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta \vec{r}_{node}}{\delta b_i} &= \frac{\vec{r}_{node}^{right} - \vec{r}_{node}^{left}}{2\epsilon} = \frac{\vec{r}_{node}(b_i + \epsilon) - \vec{r}_{node}(b_i - \epsilon)}{2\epsilon} \\
&\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\delta x_{node}}{\delta X_0} & \frac{\delta y_{node}}{\delta X_0} & \frac{\delta z_{node}}{\delta X_0} \\ \frac{\delta x_{node}}{\delta Y_0} & \frac{\delta y_{node}}{\delta Y_0} & \frac{\delta z_{node}}{\delta Y_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\delta x_{node}}{\delta X_{10}} & \frac{\delta y_{node}}{\delta X_{10}} & \frac{\delta z_{node}}{\delta X_{10}} \\ \frac{\delta x_{node}}{\delta Y_{10}} & \frac{\delta y_{node}}{\delta Y_{10}} & \frac{\delta z_{node}}{\delta Y_{10}} \end{bmatrix} = \quad (5.53) \\
&\begin{bmatrix} \frac{x_{node}(X_0+\epsilon) - x_{node}(X_0-\epsilon)}{2\epsilon} & \frac{y_{node}(X_0+\epsilon) - y_{node}(X_0-\epsilon)}{2\epsilon} & \frac{z_{node}(X_0+\epsilon) - z_{node}(X_0-\epsilon)}{2\epsilon} \\ \frac{x_{node}(Y_0+\epsilon) - x_{node}(Y_0-\epsilon)}{2\epsilon} & \frac{y_{node}(Y_0+\epsilon) - y_{node}(Y_0-\epsilon)}{2\epsilon} & \frac{z_{node}(Y_0+\epsilon) - z_{node}(Y_0-\epsilon)}{2\epsilon} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_{node}(X_{10}+\epsilon) - x_{node}(X_{10}-\epsilon)}{2\epsilon} & \frac{y_{node}(X_{10}+\epsilon) - y_{node}(X_{10}-\epsilon)}{2\epsilon} & \frac{z_{node}(X_{10}+\epsilon) - z_{node}(X_{10}-\epsilon)}{2\epsilon} \\ \frac{x_{node}(Y_{10}+\epsilon) - x_{node}(Y_{10}-\epsilon)}{2\epsilon} & \frac{y_{node}(Y_{10}+\epsilon) - y_{node}(Y_{10}-\epsilon)}{2\epsilon} & \frac{z_{node}(Y_{10}+\epsilon) - z_{node}(Y_{10}-\epsilon)}{2\epsilon} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

όπου $\epsilon = 10^{-5}$. Η τιμή αυτή, μετά από σχετικές δοκιμές που έγιναν, οδηγεί σε μια καλή προσέγγιση των παραγώγων.

Οι γεωμετρικές παράγωγοι ευαισθησίας (geometric sensitivities), πέραν της αναγκαίας χρήσης τους στο συζυγές πρόβλημα, διευκολύνουν και την παραμόρφωση του πλέγματος, καθώς ισχύει:

$$\Delta \vec{r}_{node} = \frac{\delta \vec{r}_{node}}{\delta b_i} \Delta b_i \quad (5.54)$$

Δηλαδή μία μεταβολή Δb_i των μεταβλητών σχεδιασμού (σημείων ελέγχου) επιφέρει ανάλογη μετατόπιση $\Delta \vec{r}_{node}$ της θέσης κάθε κόμβου του πλέγματος που προκύπτει μέσω της σχέσης 5.54, η οποία δίνει ικανοποιητικές τιμές μόνο για μικρές μεταβολές του b_i , καθώς εμπεριέχει μόνο τον πρώτο όρο του θεωρήματος Taylor. Ωστόσο, παραγωγίζοντας τις σχέσεις 5.50, 5.51, 5.52 ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, λαμβάνεται:

$$\frac{\delta x_{node}}{\delta X_i} = N_{i,3}(u_{node}) = \text{const}, \quad \frac{\delta x_{node}}{\delta Y_i} = 0 = \text{const} \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned}\frac{\delta y_{node}}{\delta X_i} &= -\cos(\theta_{node}) \frac{\delta \check{r}_{node}}{\delta X_i} = 0 = \text{const}, \\ \frac{\delta y_{node}}{\delta Y_i} &= -\cos(\theta_{node}) \frac{\delta \check{r}_{node}}{\delta Y_i} = -\cos(\theta_{node}) N_{i,3}(u_{node}) = \text{const}\end{aligned}\quad (5.56)$$

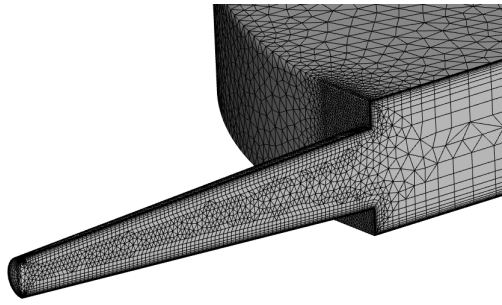
$$\begin{aligned}\frac{\delta z_{node}}{\delta X_i} &= -\sin(\theta_{node}) \frac{\delta \check{r}_{node}}{\delta X_i} = 0 = \text{const}, \\ \frac{\delta z_{node}}{\delta Y_i} &= -\sin(\theta_{node}) \frac{\delta \check{r}_{node}}{\delta Y_i} = -\sin(\theta_{node}) N_{i,3}(u_{node}) = \text{const}\end{aligned}\quad (5.57)$$

Όπως παρατηρείται, όλες οι παράγωγοι είναι σταθερές, το οποίο σημαίνει ότι η θέση των κόμβων μεταβάλλεται γραμμικά ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Επομένως, η σχέση 5.54 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιαδήποτε μεταβολή Δb_i . Τελικά, τα διανύσματα θέσης των μετατοπισμένων κόμβων θα είναι:

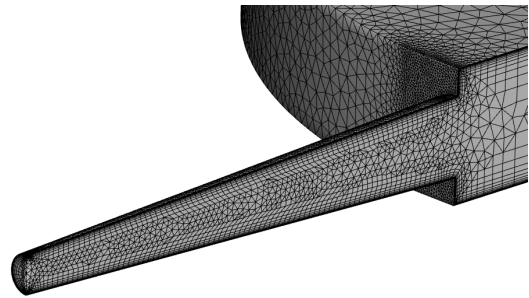
$$\vec{r}_{node}^{new} = \vec{r}_{node}^{old} + \Delta \vec{r}_{node} \quad (5.58)$$

Με αυτόν τον τρόπο, αρκεί να εισαχθούν στον αλγόριθμο παραμόρφωσης του πλέγματος οι αρχικές τιμές των σημείων ελέγχου (44 τιμές: 22 για κάθε διαχύτη), οι σταθερές τιμές των παραγώγων ευαισθησίας (132 τιμές: 66 για κάθε διαχύτη) και οι νέες τιμές των σημείων ελέγχου (44 τιμές) που οδηγούν σε μεταβολή της γεωμετρίας των διαχυτών μέσω διαφοροποίησης της γενέτειράς τους. Έτσι, δεν χρειάζεται κάθε φορά να χρησιμοποιείται η σειρά των σχέσεων 5.50, 5.51, 5.52, παρά μόνο αρκεί η εφαρμογή των σχέσεων 5.54 και 5.58 για την παραμόρφωση του πλέγματος.

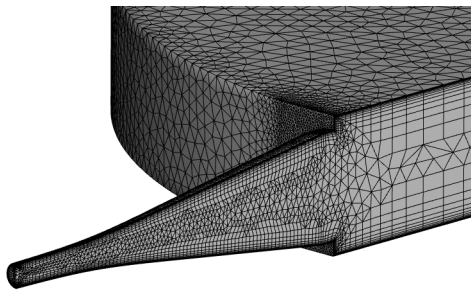
Στο Σχήμα 5.5 παρουσιάζεται η παραμόρφωση του πλέγματος στην περιοχή του διαχύτη εισόδου. Αντίστοιχα αποτελέσματα δύναται να ληφθούν και για τον διαχύτη εξόδου. Στα Σχήματα 5.5β' και 5.5δ' μεταβάλλεται και το μήκος των διαχυτών. Σημειώνεται, ωστόσο, ότι κατά τη βελτιστοποίηση το μήκος αυτό θα διατηρηθεί σταθερό και ίσο με $3mm$, προκειμένου να μη μεταβληθούν οι εξωτερικές διαστάσεις της μικρο-αντλίας.



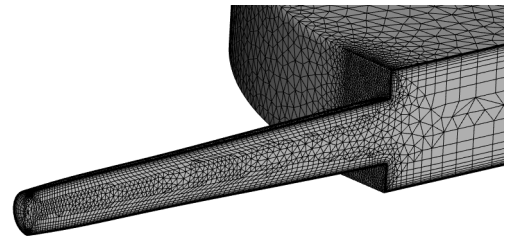
(α') Περίπτωση 1: Αρχική γεωμετρία διαχύτη



(β') Περίπτωση 2: Μεγαλύτερο μήκος διαχύτη



(γ') Περίπτωση 3: Μικρότερη διατομή εισόδου και μεγαλύτερη διατομή εξόδου διαχύτη



(δ') Περίπτωση 4: Ελάχιστα μεγαλύτερο μήκος και μικρότερη μεταβολή της διατομής κατά μήκος του διαχύτη

Σχήμα 5.5: Διάφορες περιπτώσεις παραμόρφωσης πλέγματος διαχύτη εισόδου

5.6.2 Περίπτωση παραμετροποίησης με επιφάνεια NURBS

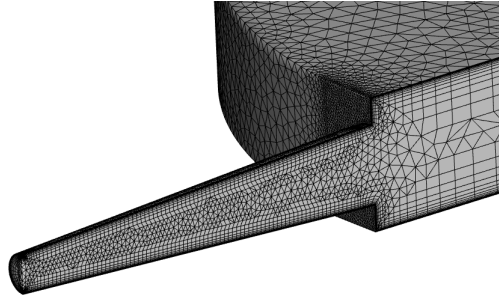
Στην περίπτωση που οι διαχύτες περιγράφονται από μια επιφάνεια NURBS, όπως περιγράφηκε στην ενότητα 5.5, η μεταβολή των κόμβων του πλέγματος ακολουθεί την ίδια διαδικασία με την περίπτωση παραμετροποίησης της γενέτειρας με καμπύλη B-Splines. Επομένως, απαιτούνται αρχικά οι τιμές u_{node} και v_{node} , οι οποίες έχουν ήδη προσδιοριστεί από τη διαδικασία απεικόνισης παραμέτρων. Συγκεκριμένα, οι τιμές που έχουν λάβει υπολογίστηκαν από τις σχέσεις:

$$u_{node} = \frac{x_{node}}{x_{length}} \quad (5.59)$$

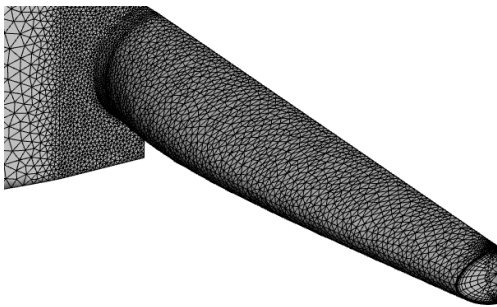
$$v_{node} = \frac{\theta_{node} + 90^\circ}{180^\circ} \quad (5.60)$$

όπου $x_{length} = 3mm$ το μήκος του διαχύτη κατά τον άξονα x . Εν γνώσει των τι-

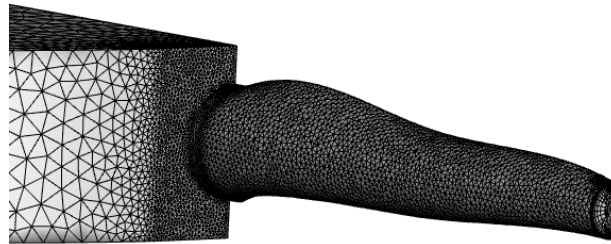
μών αυτών, ακολουθείται η αντίστοιχη διαδικασία με αυτήν της προηγούμενης υποπαραγράφου, και υπολογίζονται γεωμετρικές παράγωγοι ευαισθησίας $\delta \vec{r}_{node} / \delta b_i$, μέσω κεντρικών διαφορών. Με το πέρας της διαδικασίας αυτής, δοκιμάζεται η παραμόρφωση του πλέγματος του διαχύτη εισόδου για ορισμένες μεταβολές των σημείων ελέγχου. Τα αποτελέσματα συγκεντρώνονται στο Σχήμα 5.6.



(α') Περίπτωση 1: Αρχική γεωμετρία διαχύτη



(β') Περίπτωση 2



(γ') Περίπτωση 3

Σχήμα 5.6: Περιπτώσεις παραμόρφωσης πλέγματος διαχύτη εισόδου όταν παραμετροποιείται με επιφάνεια NURBS

Σημειώνεται, ότι οι μορφές των αξονοσυμμετρικών διαχυτών του Σχήματος 5.5, καθώς και εκείνες των μη-αξονοσυμμετρικών του Σχήματος 5.6 δεν αποτελούν σε καμία περίπτωση προτάσεις για τη βελτίωση της λειτουργίας της μικρο-αντλίας. Η διαφορετικές αυτές μορφές παρουσιάζονται ως αποτελέσματα της παραμετροποίησης των διαχυτών και της μεταβολής της γεωμετρίας τους μέσω του λογισμικού παραμόρφωσης πλέγματος. Οι βελτιωμένες μορφές με στόχο την καλύτερη λειτουργία της μικρο-αντλίας παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 7.

Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 5.6, είναι δυνατό να δημιουργηθούν διαχύτες οποιασδήποτε γεωμετρίας, οπότε η παραμετροποίηση αυτή δίνει μεγαλύτερα περιθώρια βελτιστοποίησης της μορφής τους. Ωστόσο, χρησιμοποιούνται 100 μεταβλητές σχεδιασμού (3 συντεταγμένες για καθένα από τα 25 σημεία ελέγχου της επιφάνειας και 25 τιμές για τα βάρη) για κάθε διαχύτη. Η τιμή αυτή είναι σημαντικά μεγαλύτερη από εκείνη (22 για

κάθε διαχύτη) που προέκυψε στην περίπτωση περιγραφής της γενέτειρας με καμπύλη B-Splines, οπότε αναμένεται μικρή καθυστέρηση στη διαδικασία βελτιστοποίησης.

Κεφάλαιο 6

Γένεση Εξισώσεων Συζυγούς

Προβλήματος

Για τη γένεση των εξισώσεων του συζυγούς προβλήματος, αρχικά ορίζεται η συνάρτηση-στόχος. Στην περίπτωση της μικρο-αντλίας, οι μεταβλητές που παρουσιάζουν ενδιαφέρον μελέτης είναι η καθαρή διακινούμενη παροχή και η αντίστροφη παροχή κατά τη διάρκεια μιας περιόδου. Επομένως ορίζονται οι συναρτήσεις-στόχοι F_1 και F_2 αντίστοιχα:

$$F_1 = \int_T \int_{S_o} u_m n_m dS dt \quad (6.1)$$

$$F_2 = \int_T \int_{S_o} u_m^- n_m dS dt, \quad u_m^- = \begin{cases} 0, & u_m \geq 0 \\ u_m, & u_m < 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

όπου S_o η διατομή εξόδου του διαχύτη εξόδου.

Προκειμένου να επιτευχθεί η βελτιστοποίηση, απαιτείται ο υπολογισμός των παραγώγων ευαισθησίας κάθε συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Για τον υπολογισμό αυτόν, χρησιμοποιείται η συνεχής συζυγής μέθοδος, η οποία αναπτύσσεται μαθηματικά με την τεχνική των Χωρικών Ολοκληρωμάτων (FI), η οποία παρέχει ακρίβεια, αλλά έχει υψηλό υπολογιστικό κόστος.

Έστω F η συνάρτηση-στόχος, η οποία αντιστοιχεί σε μία εκ των F_1 και F_2 και b_i το σύνολο των μεταβλητών σχεδιασμού, εν προκειμένω των σημείων ελέγχου, από τα οποία προκύπτουν οι μορφές των διαχυτών εισόδου και εξόδου. Στην ανάλυση που ακολουθεί, οι επαναλαμβανόμενοι δείκτες υποδηλώνουν άθροιση σύμφωνα με τη

γραφή Einstein. Το πρόβλημα επιλύεται τόσο στον χώρο (Ω) όσο και στον χρόνο T , επομένως λαμβάνεται η επαυξημένη συνάρτηση (F_{aug}) ως εξής:

$$F_{aug} = F + \int_T \int_{\Omega} \Psi_n R_n d\Omega dt \quad (6.3)$$

όπου Ψ είναι οι συζυγείς μεταβλητές και R το υπόλοιπο των εξισώσεων του προβλήματος, το οποίο έχει μηδενική τιμή, επομένως η επαυξημένη συνάρτηση ταυτίζεται με την αρχική. Επιπλέον, το \int_T αναφέρεται στα όρια μιας περιόδου λειτουργίας της μικροαντλίας, ενώ το \int_{Ω} αναφέρεται στο σύνολο του χωρίου επίλυσης, δηλαδή σε όλους του κόμβους του πλέγματος στο χώρο. Διαφορίζοντας τη σχέση 6.3 ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_i} &= \frac{\delta F}{\delta b_i} + \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\int_T \int_{\Omega} \Psi_n R_n d\Omega dt \right) \Rightarrow \\ \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_i} &= \frac{\delta F}{\delta b_i} + \int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\delta R_n}{\delta b_i} d\Omega dt + \int_T \int_{\Omega} \frac{\delta \Psi_n}{\delta b_i} R_n d\Omega dt \end{aligned} \quad (6.4)$$

Ο τελευταίος όρος της σχέσης 6 είναι μηδενικός, επειδή τα υπόλοιπα (R) των εξισώσεων είναι μηδενικά. Διευκρινίζεται ότι ο όρος $\frac{\delta}{\delta b_i}$ αναφέρεται στην ολική παράγωγο, η οποία λαμβάνει υπόψη τις επιδράσεις όλων των μεταβλητών που επηρεάζουν την τιμή της συνάρτησης. Για παράδειγμα, στη Ρευστοδυναμική μια ποσότητα Φ εξαρτάται αφενός από τις μεταβλητές σχεδιασμού όπως ορίζει η μερική παράγωγος ($\frac{\partial \Phi}{\partial b_i}$), αφετέρου από το χώρο όπου υπολογίζεται, δηλαδή τις θέσεις (x_l) των κόμβων του πλέγματος κάθε χρονική στιγμή t [27]. Επομένως, οι δύο αυτές παράγωγοι συνδέονται μέσω της σχέσης:

$$\frac{\delta \Phi}{\delta b_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial b_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_l} \frac{\delta x_l}{\delta b_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\delta t}{\delta b_i} \quad (6.5)$$

Αντικαθιστώντας τα υπόλοιπα των εξισώσεων Navier-Stokes (Σχέση 4.8) στη σχέση 6.4, λαμβάνεται:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_i} = \frac{\delta F}{\delta b_i} + \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial V_n}{\partial t} \right) d\Omega dt}_{I_{temp}} + \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_k} \right) d\Omega dt}_{I_{inv}} \\ - \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_k} \right) d\Omega dt}_{I_{vis}} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Για την αντιμετώπιση των παραγώγων που προκύπτουν, αρχικά εφαρμόζεται η σχέση 6.5 για την παράγωγο της ποσότητας Φ ως προς τη μεταβλητή x_k , η οποία μπορεί να είναι είτε χωρική είτε χρονική. Προκύπτει:

$$\frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial b_i \partial x_k} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_l \partial x_k} \frac{\delta x_l}{\delta b_i} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t \partial x_k} \frac{\delta t}{\delta b_i} \quad (6.7)$$

Επιπλέον, παραγωγίζεται η σχέση 6.5 ως προς τη μεταβλητή x_k , οπότε:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta \Phi}{\delta b_i} \right) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_k \partial b_i} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_k \partial x_l} \frac{\delta x_l}{\delta b_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) \\ + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_k \partial t} \frac{\delta t}{\delta b_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta t}{\delta b_i} \right) \end{aligned} \quad (6.8)$$

Αφαιρώντας την εξίσωση 6.8 από τη εξίσωση 6.7, προκύπτει:

$$\frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta \Phi}{\delta b_i} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta t}{\delta b_i} \right) \quad (6.9)$$

Η εφαρμογή της σχέσης 6.9 και ο τρόπος υπολογισμού των ολοκληρωμάτων στη συνέχεια της παρούσας ανάλυσης αποτελούν τη συζητημένη μέθοδο FI. Αρχικά, ο χρονικός όρος (I_{temp}) της σχέσης 6.6 γίνεται:

$$\begin{aligned}
I_{temp} = & \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta V_n}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{I_{temp,1}} - \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\partial V_n}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{SD_1} \\
& - \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\partial V_n}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta t}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{SD_2} \quad (6.10)
\end{aligned}$$

όπου οι όροι με τον δείκτη SD αντιστοιχούν στις παραγώγους ευαισθησίας της συνάρτησης-στόχου. Ο όρος $I_{temp,1}$ αναλύεται περαιτέρω με τη χρήση του κανόνα του Leibniz και γίνεται:

$$\begin{aligned}
I_{temp,1} &= \int_T \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(\Psi_n \frac{\delta V_n}{\delta b_i} \right) d\Omega dt - \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \frac{\partial \Psi_n}{\partial t} \frac{\delta V_n}{\delta b_i} d\Omega dt}_{FAE_1} \\
&= \int_T \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \Psi_n \frac{\delta V_n}{\delta b_i} d\Omega \right) dt - \underbrace{\int_T \int_S \Psi_n \frac{\delta V_n}{\delta b_i} \frac{\delta x_l}{\delta t} n_l dS dt}_{I_{temp,1,1}} - FAE_1 \quad (6.11)
\end{aligned}$$

Ο πρώτος όρος της σχέσης 6 μηδενίζεται λόγω περιοδικότητας, ενώ με το δείκτη FAE συμβολίζονται οι όροι των συζυγών πεδιακών εξισώσεων. Σχετικά με τον όρο $I_{temp,1,1}$, ισχύει:

- Στερεά τοιχώματα (S_w): λόγω της συνθήκης μη ολίσθησης προκύπτει $u_m = u_{grid,m}$, όπου $u_{grid,n} = \frac{\delta x_n}{\delta t}$ η ταχύτητα κίνησης του στερεού ορίου στις 3 διαστάσεις ($n = 3$). Η ταχύτητα αυτή είναι είτε μηδενική στα ακίνητα τοιχώματα είτε έχει γνωστή τιμή στα κινούμενα τοιχώματα (διάφραγμα). Επομένως, ο όρος $\frac{\delta V_n}{\delta b_i}$ έχει γνωστή τιμή και κατά συνέπεια το αντίστοιχο ολοκλήρωμα λογίζεται ως παράγωγος ευαισθησίας.
- Είσοδος (S_i) και έξοδος (S_o): Η μεταβολή των μεταβλητών σχεδιασμού οδηγεί σε άγνωστη μεταβολή του όρου $\frac{\delta V_n}{\delta b_i}$, επομένως τα αντίστοιχα ολοκλήρωματα λογίζονται ως οριακές συνθήκες του συζυγούς προβλήματος.

Επομένως:

$$I_{temp,1,1} = \underbrace{\int_T \int_{S_w} \Psi_{m+1} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} u_{grid,ln} dS dt}_{SD_3} + \int_T \int_{S_i \cup S_o} \Psi_n \frac{\delta V_n}{\delta b_i} \frac{\delta x_l}{\delta t} n_l dS dt \xrightarrow{0} \quad (6.12)$$

όπου ο δεύτερος όρος της σχέσης 6.12 μηδενίζεται, επειδή τα τμήματα εισόδου και εξόδου παραμένουν πάντοτε ακίνητα. Στη συνέχεια, αναλύεται με παρόμοιο τρόπο το τμήμα των μη συνεχτικών όρων:

$$\begin{aligned} I_{inv} &= \int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta f_{nk}^{inv}}{\delta b_i} \right) d\Omega dt - \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{SD_4} \\ &\quad - \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \Psi_n \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta t}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{SD_5} \\ &= \int_T \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\Psi_n \frac{\delta f_{nk}^{inv}}{\delta b_i} \right) d\Omega dt - \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} \frac{\delta f_{nk}^{inv}}{\delta b_i} d\Omega dt}_{I_{inv,1}} - SD_4 - SD_5 \\ &= \underbrace{\int_T \int_S \Psi_n \frac{\delta f_{nk}^{inv}}{\delta b_i} n_k dS dt}_{I_{inv,2}} - I_{inv,1} - SD_4 - SD_5 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Στο σημείο αυτό υπεισέρχεται το μητρώο A_{nmk} , για το οποίο ισχύει:

$$A_{nmk} = \frac{\delta f_{nk}^{inv}}{\delta U_m} = \begin{bmatrix} 0 & \delta_{1k} & \delta_{2k} & \delta_{3k} \\ \delta_{1k} & u_1 \delta_{1k} + u_k & u_1 \delta_{2k} & u_1 \delta_{3k} \\ \delta_{2k} & u_2 \delta_{1k} & u_2 \delta_{2k} + u_k & u_2 \delta_{3k} \\ \delta_{1k} & u_3 \delta_{3k} & u_3 \delta_{2k} & u_3 \delta_{3k} + u_k \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Επομένως, ο όρος $I_{inv,1}$ γράφεται:

$$I_{inv,1} = \underbrace{\int_T \int_{\Omega} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} A_{nmk} \frac{\delta U_m}{\delta b_i} d\Omega dt}_{FAE_2} \quad (6.15)$$

Το τμήμα του όρου $I_{inv,2}$ που περιλαμβάνει την είσοδο και την έξοδο αντιστοιχεί σε οριακή συνθήκη δεδομένου ότι το $\frac{\delta U_m}{\delta b_i}$ είναι άγνωστο και μέσω αντικατάστασης του

όρου f_{nk}^{inv} παίρνει τη μορφή:

$$\begin{aligned}
I_{inv,2}^{S_i \cup S_o} &= \int_T \int_{S_i \cup S_o} \left(\Psi_1 \frac{\delta u_k}{\delta b_i} + \Psi_{m+1} \frac{\delta}{\delta b_i} (u_m u_k + p \delta_{mk}) \right) n_k dS dt \\
&= \int_T \int_{S_i \cup S_o} \Psi_1 \frac{\delta u_k}{\delta b_i} n_k dS dt + \int_T \int_{S_i \cup S_o} \Psi_{m+1} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} u_k n_k dS dt \\
&+ \int_T \int_{S_i \cup S_o} \Psi_{m+1} \frac{\delta u_k}{\delta b_i} u_m n_k dS dt + \int_T \int_{S_i \cup S_o} \Psi_{m+1} \frac{\delta p}{\delta b_i} n_m dS dt \quad (6.16)
\end{aligned}$$

με εναλλαγή των δεικτών στο πρώτο και στο τρίτο ολοκλήρωμα, λαμβάνεται:

$$I_{inv,2}^{S_i \cup S_o} = \underbrace{\int_T \int_{S_i \cup S_o} \left((\Psi_1 n_m + \Psi_{m+1} u_k n_k + \Psi_{k+1} u_k n_m) \frac{\delta u_m}{\delta b_i} + \Psi_{m+1} \frac{\delta p}{\delta b_i} n_m \right) dS dt}_{BC_1} \quad (6.17)$$

όπου ο δείκτης BC αντιστοιχεί σε οριακή συνθήκη του συζυγούς προβλήματος. Το τμήμα του όρου $I_{inv,2}$ που περιλαμβάνει τα στερεά τοιχώματα, αντίστοιχα γίνεται:

$$\begin{aligned}
I_{inv,2}^{S_w} &= \int_T \int_{S_w} \left(\Psi_1 \frac{\delta u_k}{\delta b_i} + \Psi_{m+1} \left(\frac{\delta u_m}{\delta b_i} u_k + \frac{\delta u_k}{\delta b_i} u_m + \frac{\delta p}{\delta b_i} \delta_{mk} \right) \right) n_k dS dt \\
&= \underbrace{\int_T \int_{S_w} \left(\Psi_1 \frac{\delta u_k}{\delta b_i} + \Psi_{m+1} \left(\frac{\delta u_m}{\delta b_i} u_k + \frac{\delta u_k}{\delta b_i} u_m \right) \right) n_k dS dt}_{SD_6} + \underbrace{\int_T \int_{S_w} \Psi_{m+1} \frac{\delta p}{\delta b_i} n_m dS dt}_{BC_2} \quad (6.18)
\end{aligned}$$

Ο όρος BC_2 αποτελεί οριακή συνθήκη διότι η μεταβολή των σημείων ελέγχου συνεπάγεται άγνωστη μεταβολή στην πίεση, σε αντίθεση με τον όρο SD_6 που λογίζεται ως παράγωγος ευαισθησίας, καθώς οι παράγωγοι της ταχύτητας στα τοιχώματα ως προς τα σημεία ελέγχου είναι γνωστές.

Στη συνέχεια, αναλύεται και το τμήμα των συνεκτικών όρων:

$$\begin{aligned}
I_{vis} &= \int_T \int_\Omega \Psi_n \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} \right) d\Omega dt - \underbrace{\int_T \int_\Omega \Psi_n \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{SD_7} \\
&\quad - \underbrace{\int_T \int_\Omega \Psi_n \frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta t}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{SD_8} \\
&= \int_T \int_\Omega \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\Psi_n \frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} \right) d\Omega dt - \underbrace{\int_T \int_\Omega \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} \frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} d\Omega dt}_{I_{vis,1}} - SD_7 - SD_8 \\
&= \underbrace{\int_T \int_S \Psi_n \frac{\delta f_{nk}^{vis}}{\delta b_i} n_k dS dt}_{I_{vis,2}} - I_{vis,1} - SD_7 - SD_8 \tag{6.19}
\end{aligned}$$

Με την αντικατάσταση του όρου f_{nk}^{vis} , ο όρος $I_{vis,1}$ γίνεται:

$$\begin{aligned}
I_{vis,1} &= \int_T \int_\Omega \frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\nu \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_m} \right) \right) d\Omega dt \\
&= \int_T \int_\Omega \frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} \nu \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_k} \right) d\Omega dt + \int_T \int_\Omega \frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} \nu \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_m} \right) d\Omega dt \tag{6.20}
\end{aligned}$$

Έπειτα, με εναλλαγή των δεικτών m, k σε ένα από τα δύο ολοκληρώματα λαμβάνεται:

$$\begin{aligned}
I_{vis,1} &= \int_T \int_\Omega \frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} \nu \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_k} \right) d\Omega dt + \int_T \int_\Omega \frac{\partial \Psi_{k+1}}{\partial x_m} \nu \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_k} \right) d\Omega dt \\
&= \int_T \int_\Omega \nu \left(\frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_{k+1}}{\partial x_m} \right) \frac{\delta}{\delta b_i} \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_k} \right) d\Omega dt \tag{6.21}
\end{aligned}$$

Ορίζονται οι συζυγείς συνεκτικές τάσεις:

$$\tau_{mk}^{adj} = \nu \left(\frac{\partial \Psi_{m+1}}{\partial x_k} + \frac{\partial \Psi_{k+1}}{\partial x_m} \right) \tag{6.22}$$

Επομένως, ο όρος $I_{vis,1}$ αναλύεται περαιτέρω:

$$\begin{aligned}
I_{vis,1} &= \int_T \int_\Omega \tau_{mk}^{adj} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta u_m}{\delta b_i} \right) d\Omega dt - \underbrace{\int_T \int_\Omega \tau_{mk}^{adj} \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{SD_9} \\
&\quad - \underbrace{\int_T \int_\Omega \tau_{mk}^{adj} \frac{\partial u_m}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta t}{\delta b_i} \right) d\Omega dt}_{SD_{10}} \\
&= - \underbrace{\int_T \int_\Omega \frac{\partial \tau_{mk}^{adj}}{\partial x_k} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} d\Omega dt}_{FAE_3} + \underbrace{\int_T \int_S \tau_{mk}^{adj} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} n_k dS dt}_{I_{vis,1,1}} - SD_9 - SD_{10} \quad (6.23)
\end{aligned}$$

Ο όρος $I_{vis,1,1}$ διαχωρίζεται σε είσοδο-έξοδο και στερεά τοιχώματα, οπότε:

$$I_{vis,1,1} = \underbrace{\int_T \int_{S_i \cup S_o} \tau_{mk}^{adj} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} n_k dS dt}_{BC_3} + \underbrace{\int_T \int_{S_w} \tau_{mk}^{adj} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} n_k dS dt}_{SD_{11}} \quad (6.24)$$

και ο όρος $I_{vis,2}$ γίνεται:

$$\begin{aligned}
I_{vis,2} &= \int_T \int_S \Psi_{m+1} \frac{\delta \tau_{mk}}{\delta b_i} n_k dS dt \\
&= \underbrace{\int_T \int_{S_i \cup S_o} \Psi_{m+1} \frac{\delta \tau_{mk}}{\delta b_i} n_k dS dt}_{BC_4} + \underbrace{\int_T \int_{S_w} \Psi_{m+1} \frac{\delta \tau_{mk}}{\delta b_i} n_k dS dt}_{BC_5} \quad (6.25)
\end{aligned}$$

Τέλος, απομένει η παράγωγος κάθε συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αν η συνάρτηση-στόχος είναι η καθαρή διακινούμενη παροχή, η παράγωγος αυτή προκύπτει:

$$\frac{\delta F_1}{\delta b_i} = \underbrace{\int_T \int_{S_o} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} n_m dS dt}_{BC_{6a}} \quad (6.26)$$

ενώ, αν ως συνάρτηση-στόχος ορίζεται η αντίστροφη παροχή, η παράγωγος προκύπτει:

$$\frac{\delta F_2}{\delta b_i} = \int_T \int_{S_o} \frac{\delta u_m^-}{\delta b_i} n_m dS dt = \underbrace{\int_T \int_{S_o} \frac{\delta u_m^-}{\delta u_m} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} n_m dS dt}_{BC_{6b}} \quad (6.27)$$

Με το πέρας της ανωτέρω ανάλυσης, προκύπτουν οι συνεχείς συζυγείς πεδριακές εξισώσεις από του όρους FAE_1 , FAE_2 και FAE_3 :

$$-P_{nm} \frac{\partial \Psi_n}{\partial t} - A_{nmk} \frac{\partial \Psi_n}{\partial x_k} - \frac{\partial f_{mk}^{adj}}{\partial x_k} = 0 \quad (6.28)$$

όπου:

$$P_{nm} = \frac{\delta V_n}{\delta U_m} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ και } f_{mk}^{adj} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1k}^{adj} \\ \tau_{2k}^{adj} \\ \tau_{3k}^{adj} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Η σχέση 6.28 αποτελεί σύστημα 4 διαφορικών εξισώσεων με αγνώστους τα 4 πεδία των συζυγών μεταβλητών Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 και Ψ_4 . Για την επίλυσή τους, απαιτούνται και οι αντίστοιχες οριακές συνθήκες. Οι όροι των οριακών συνθηκών που αφορούν το στερεό τοίχωμα είναι ο BC_2 και ο BC_5 , οι οποίοι μηδενίζονται θέτοντας την παρακάτω οριακή συνθήκη:

$$\Psi_{m+1} = 0, \quad m = 1, 2, 3 \quad (6.30)$$

Για την είσοδο, λαμβάνονται υπόψη οι όροι BC_1 και BC_3 , ενώ θεωρείται ότι η μεταβολή των τάσεων είναι αμελητέα, επομένως ο όρος BC_4 αμελείται. Επιπλέον, στην είσοδο έχει οριστεί σταθερή τιμή της ολικής πίεσης και οι ταχύτητες u_2 και u_3 (η ροή εισέρχεται αξονικά, οπότε $u_2 = u_3 = 0$), επομένως ο όρος BC_1 για την είσοδο γίνεται:

$$\begin{aligned} BC_1^{S_i} &= \int_T \int_{S_i} \left((\Psi_1 n_1 + \Psi_2 u_k n_k + \Psi_{k+1} u_k n_1) \frac{\delta u_1}{\delta b_i} + \Psi_2 \frac{\delta \left(p_t - \frac{u_1^2}{2} \right)}{\delta b_i} n_1 \right) dS dt \\ &= \int_T \int_{S_i} (\Psi_1 n_1 + \Psi_2 u_k n_k + \Psi_{k+1} u_k n_1 - \Psi_2 u_1 n_1) \frac{\delta u_1}{\delta b_i} dS dt \end{aligned} \quad (6.31)$$

Επομένως, αν μηδενιστούν οι συντελεστές της παραγωγού της ταχύτητας ως προς τις

μεταβλητές σχεδιασμού, η οριακή συνθήκη εισόδου γίνεται:

$$\Psi_1 n_1 + \Psi_2 u_k n_k + \Psi_{k+1} u_k n_1 - \Psi_2 u_1 n_1 + \tau_{1k}^{adj} n_k = 0 \quad (6.32)$$

Αντίστοιχα, προκύπτουν και οι οριακές συνθήκες στην έξοδο, με τη διαφορά ότι εκεί έχει οριστεί σταθερή τιμή της στατικής πίεσης, ενώ οι συνιστώσες της ταχύτητας είναι άγνωστες. Στην έξοδο, λαμβάνεται υπόψη και ένας εκ των όρων BC_{6a} ή BC_{6b} ανάλογα με τη συνάρτηση-στόχο που επιλέγεται. Στην περίπτωση της συνάρτησης-στόχου F_1 , η οριακή συνθήκη γίνεται:

$$n_m + \Psi_1 n_m + \Psi_{m+1} u_k n_k + \Psi_{k+1} u_k n_m + \tau_{mk}^{adj} n_k = 0, \quad m = 1, 2, 3 \quad (6.33)$$

ενώ, στην περίπτωση της συνάρτησης-στόχου F_2 , προκύπτει:

$$\frac{\delta u_m^-}{\delta u_m} n_m + \Psi_1 n_m + \Psi_{m+1} u_k n_k + \Psi_{k+1} u_k n_m + \tau_{mk}^{adj} n_k = 0, \quad m = 1, 2, 3 \quad (6.34)$$

Συνολικά, οι σχέσεις 6.30, 6.32 και μία εκ των σχέσεων 6.33 ή 6.34 αποτελούν τις οριακές συνθήκες του συζυγούς προβλήματος.

Τέλος, οι παράγωγοι ευαισθησίας κάθε συνάρτησης-στόχου αντλούνται από τους όρους SD_1, \dots, SD_{11} . Επειδή οι παράγωγοι κάθε συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού συνεισφέρουν αποκλειστικά στις οριακές συνθήκες των συζυγών εξισώσεων, όπως φαίνεται από τις σχέσεις 6.26 και 6.27, προκύπτει ότι οι παράγωγοι ευαισθησίας θα είναι κοινές για καθεμιά από αυτές τις συναρτήσεις-στόχους. Σημειώνεται ότι στο πρόβλημα βελτιστοποίησης της μικρο-αντλίας οι μεταβλητές σχεδιασμού αφορούν τη γεωμετρία της και όχι την περίοδό της, η οποία παραμένει σταθερή. Επομένως, τα ολοκληρώματα που περιέχουν παραγώγους της μορφής $\frac{\delta t}{\delta b_i}$ μηδενίζονται. Έτσι, η έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_i} = & \int_T \int_{\Omega} \Psi_n \left(\left(\frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_l} - \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_l} \right) \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) - \frac{\partial V_n}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) \right) d\Omega dt \\ & - \int_T \int_{\Omega} \tau_{mk}^{adj} \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega dt - \int_T \int_{S_w} \Psi_{m+1} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} u_{grid,l} n_l dS dt \\ & + \int_T \int_{S_w} \left(\Psi_1 \frac{\delta u_k}{\delta b_i} + \Psi_{m+1} \left(\frac{\delta u_m}{\delta b_i} u_k + \frac{\delta u_k}{\delta b_i} u_m \right) \right) n_k dS dt + \int_T \int_{S_w} \tau_{mk}^{adj} \frac{\delta u_m}{\delta b_i} n_k dS dt \end{aligned} \quad (6.35)$$

Επιπλέον, από τις οριακές συνθήκες του συζυγούς προβλήματος προέκυψε $\Psi_{m+1} = 0$, $m = 1, 2, 3$, οπότε μηδενίζονται επιπλέον όροι της παραπάνω έκφρασης. Σημειώνεται

επίσης ότι η ταχύτητα u_m στα στερεά τοιχώματα αντικαθίσταται από την ταχύτητα του στερεού ορίου $u_{grid,m}$. Έτσι, η σχέση 6.35 γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_i} = & \int_T \int_{\Omega} \Psi_n \left(\left(\frac{\partial f_{nk}^{vis}}{\partial x_l} - \frac{\partial f_{nk}^{inv}}{\partial x_l} \right) \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) - \frac{\partial V_n}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) \right) d\Omega dt \\ & - \int_T \int_{\Omega} \tau_{mk}^{adj} \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta x_l}{\delta b_i} \right) d\Omega dt + \int_T \int_{S_w} \left(\Psi_1 n_m + \tau_{mk}^{adj} n_k \right) \frac{\delta u_{grid,m}}{\delta b_i} dS dt \quad (6.36) \end{aligned}$$

Γίνεται αντιληπτό ότι η λύση του συζυγούς προβλήματος και ο υπολογισμός των πεδίων των συζυγών μεταβλητών μπορεί να οδηγήσει σε γρήγορη εύρεση των παραγώγων ευαισθησίας μέσω της σχέσης 6.36. Σημειώνεται δε, ότι στα χωρικά ολοκληρώματα περιέχεται ο όρος $\frac{\delta x_l}{\delta b_i}$, ο οποίος απαιτεί την παραμόρφωση του συνόλου του πλέγματος για κάθε μεταβλητή σχεδιασμού. Επομένως, τώρα πλέον επιβεβαιώνεται ότι η αύξηση του πλήθους μεταβλητών σχεδιασμού καθυστερεί τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας. Η καθυστέρηση αυτή εξαρτάται από την ταχύτητα της μεθόδου παραμόρφωσης του πλέγματος. Αν το λογισμικό παραμόρφωσης του πλέγματος εκτελείται γρήγορα, τότε η καθυστέρηση αυτή ενδέχεται να περιορίζεται.

Κεφάλαιο 7

Βελτιστοποίηση της Μικρο-αντλίας

Για τη βελτιστοποίηση της μικρο-αντλίας, ως συνάρτηση-στόχος ορίζεται ο συντελεστής διόρθωσης ροής, ο οποίος δίνεται από τη σχέση 4.24. Στην εργασία αυτή, σκοπός είναι η μείωση της αντίστροφης ροής που εισέρχεται από την έξοδο προς το θάλαμο της μικρο-αντλίας, καθώς αυτό βελτιώνει τη λειτουργικότητα των συσκευών αυτών σε επιμέρους εφαρμογές, λόγω χάρη στη χορήγηση φαρμάκων. Ταυτόχρονα είναι επιθυμητό να διατηρηθεί κατά το δυνατόν η καθαρή παροχή που διακινείται. Η σύζευξη των δύο αυτών στόχων μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη χρήση του συντελεστή διόρθωσης ροής, ο οποίος πρέπει να μεγιστοποιηθεί. Βέβαια, όπως προέκυψε στην ενότητα 4.4.4, ο συντελεστής αυτός δύναται να αυξηθεί μέσω της μεταβολής της κίνησης του διαφράγματος (είτε της συχνότητας είτε της μέγιστης βύθισης), ωστόσο η πρακτική αυτή οδηγεί σε μεγάλη μείωση της καθαρής διακινούμενης παροχής. Οπότε, η βελτιστοποίηση που παρουσιάζεται στη συνέχεια, έγινε για σταθερή συχνότητα κίνησης διαφράγματος ($50Hz$), καθώς και για σταθερό ύψος μέγιστης βύθισης ($0.1mm$).

Ο επιλύτης PUMA, ο οποίος χρησιμοποιείται και για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος, έχει προγραμματιστεί για τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας της καθαρής παροχής (Q_{net} [ml/min]) που διακινείται, αλλά και της αντίστροφης παροχής (Q_{back} [ml/min]) μέσω των εξισώσεων που δίνονται στο Κεφάλαιο 6. Υπενθυμίζεται, ότι αυτές είναι οι μέσες παροχές της μικρο-αντλίας, καθώς αποτελούν χρονικά ολοκληρώματα των στιγμιαίων παροχών στη διάρκεια μιας περιόδου διαιρεμένα με την τιμή της περιόδου (σχέσεις 4.21, 4.22). Επομένως, η παράγωγος ευαισθησίας του συντελεστή διόρθωσης ροής, υπολογίζεται μέσω των παραγώγων ευαισθησίας των παροχών αυτών ως εξής:

$$\begin{aligned} \epsilon = \frac{Q_{net}}{Q_{net} + 2Q_{back}} &\Rightarrow \frac{\delta\epsilon}{\delta b_i} = \frac{\frac{\delta Q_{net}}{\delta b_i} (Q_{net} + 2Q_{back}) - \left(\frac{\delta Q_{net}}{\delta b_i} + 2\frac{\delta Q_{back}}{\delta b_i} \right) Q_{net}}{(Q_{net} + 2Q_{back})^2} \\ &\Rightarrow \frac{\delta\epsilon}{\delta b_i} = 2 \frac{\frac{\delta Q_{net}}{\delta b_i} Q_{back} - \frac{\delta Q_{back}}{\delta b_i} Q_{net}}{(Q_{net} + 2Q_{back})^2} \end{aligned} \quad (7.1)$$

Κάθε κύκλος βελτιστοποίησης αποτελείται από την επίλυση του πρωτεύοντος, του συζυγούς προβλήματος με συνάρτηση-στόχο την καθαρή διακινούμενη παροχή, του συζυγούς προβλήματος με συνάρτηση-στόχο την αντίστροφη παροχή, τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας της συνάρτησης-στόχου (ϵ) ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού και την ανανέωση των μεταβλητών σχεδιασμού μέσω της μεθόδου απότομης καθόδου. Στο Κεφάλαιο αυτό, συνοψίζεται η εφαρμογή της διαδικασίας αυτής και παρουσιάζεται το βέλτιστο σχήμα αγωγών εισόδου και εξόδου, καθώς και οι επιδόσεις της βέλτιστης μικρο-αντλίας.

7.1 Η μέθοδος της απότομης καθόδου (Steepest Descent)

Μετά την εύρεση των παραγώγων ευαισθησίας της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, επιβάλλεται η χρήση μιας μεθόδου η οποία θα ανανεώνει τις τιμές των μεταβλητών αυτών ώστε να προχωρήσει η βελτιστοποίηση. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι αυτή της Απότομης Καθόδου [17], σύμφωνα με την οποία:

$$b_i^{n+1} = b_i^n - \eta^n \left(\frac{\delta F}{\delta b_i} \right)^n \quad (7.2)$$

όπου n είναι ο αριθμός του κύκλου βελτιστοποίησης και η μια βαθμωτή ποσότητα που ορίζει το πόσο θα συνεισφέρει η παράγωγος ευαισθησίας στη μεταβολή των μεταβλητών σχεδιασμού. Η τιμή του η ενδέχεται να μεταβάλλεται σε κάθε επανάληψη ανάλογα με τις τιμές των παραγώγων ευαισθησίας που προκύπτουν. Σε προβλήματα ελαχιστοποίησης της συνάρτησης-στόχου το η προφανώς λαμβάνει θετική τιμή και αρνητική τιμή στην αντίθετη περίπτωση.

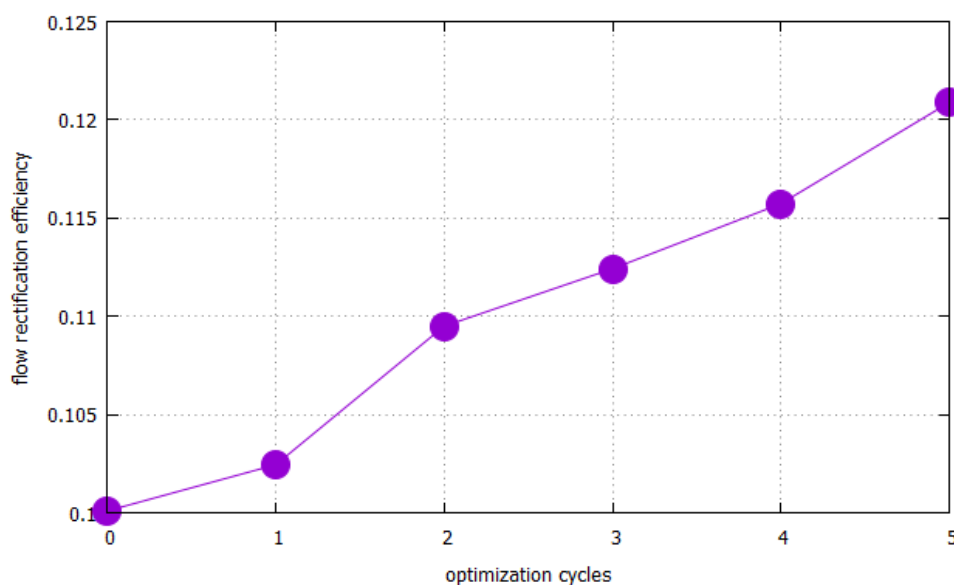
7.2 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης της μικρο-αντλίας

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται στη μικρο-αντλία που παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.1 τόσο για αξονοσυμμετρικό όσο και για μη-αξονοσυμμετρικό σχήμα αγωγών εισόδου και εξόδου. Στην πρώτη περίπτωση μεταβλητές σχεδιασμού αποτελούν τα σημεία ελέγχου της παραμετροποιημένης γενέτειρας των διαχυτών, ενώ στη δεύτερη τα σημεία ελέγχου και τα αντίστοιχα βάρη των επιφανειών NURBS που προσεγγίζουν τις επιφάνειες κάθε διαχύτη.

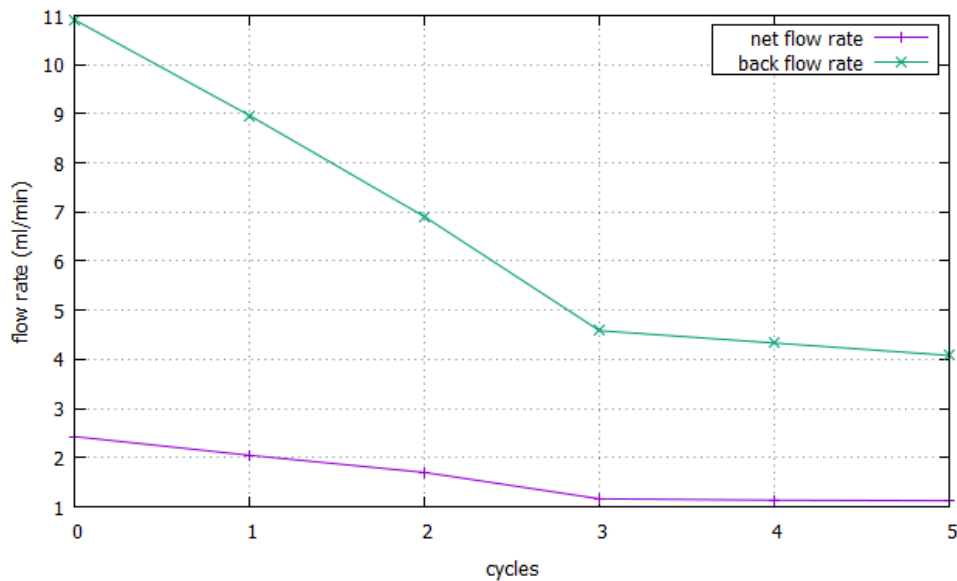
7.2.1 Αξονοσυμμετρικοί αγωγοί εισόδου και εξόδου

Υπενθυμίζεται ότι σκοπός είναι να διατηρηθούν οι εξωτερικές διαστάσεις της μικρο-αντλίας, καθώς σε εφαρμογές όπου θα χρησιμοποιηθεί, είναι απαραίτητο να έχει μικρές διαστάσεις. Επομένως, το μήκος των διαχυτών θα παραμείνει σταθερό κατά τη βελτιστοποίηση. Επιπλέον, είναι επιθυμητό οι διάμετροι εισόδου και εξόδου να λάβουν τυποποιημένες τιμές (ως τέτοιες θεωρούνται τα ακέραια πολλαπλάσια των $100\mu m$), ώστε να είναι εφικτή η συναρμογή τους με άλλες τυπικές σωληνώσεις ή θαλάμους, με τους οποίους ενδέχεται να συνδεθεί η μικρο-αντλία κατά τη λειτουργία της.

Πραγματοποιούνται συνολικά 5 κύκλοι βελτιστοποίησης. Με τη χρήση των σχέσεων 7.1 και 7.2 ανανεώνονται σε κάθε κύκλο οι 44 μεταβλητές σχεδιασμού (22 για



Σχήμα 7.1: Μεταβολή του συντελεστή διόρθωσης ροής σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης, η θέση 0 αντιστοιχεί στην αρχική τιμή του συντελεστή



Σχήμα 7.2: Τιμές καθαρής διακινούμενης παροχής και αντίστροφης παροχής στην έξοδο της μικρο-αντλίας για κάθε κύκλο βελτιστοποίησης, η θέση 0 αντιστοιχεί στις αρχικές τιμές των παροχών

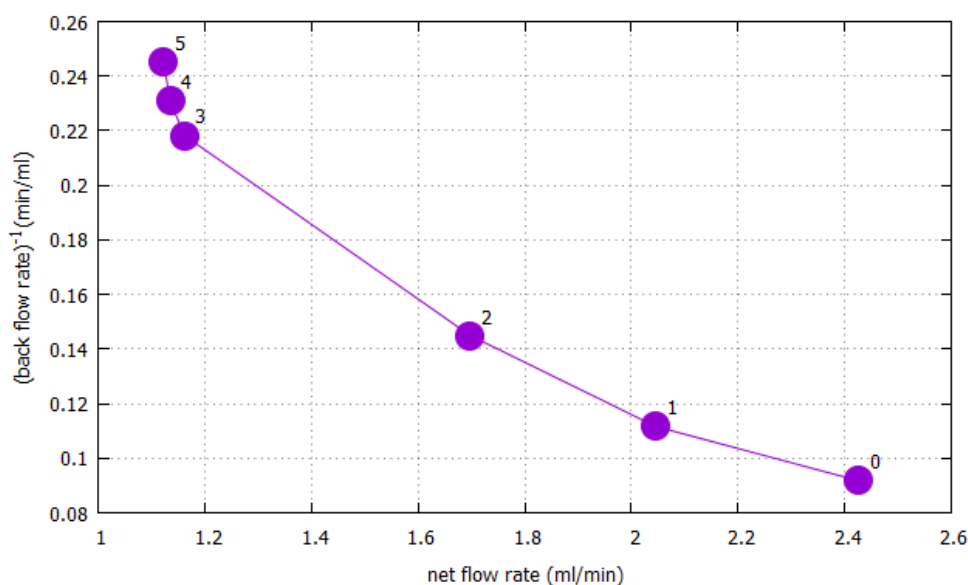
κάθε διαχύτη που αντιστοιχούν στις συντεταγμένες X_i και Y_i των 11 σημείων ελέγχου). Η τιμές της ποσότητας η κυμαίνονται από -0.01 έως -0.06 και ορίζονται σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης ανάλογα με την τάξη μεγέθους των παραγώγων ευαισθησίας της συνάρτησης-στόχου, προκειμένου η μεταβολή των μεταβλητών σχεδιασμού να είναι ρεαλιστική και να αποτρέπει μεγάλες μεταβολές που ενδεχομένως οδηγούν σε αρνητικούς όγκους κατά την παραμόρφωση του πλέγματος. Η μεταβολή του συντελεστή διόρθωσης ροής ανά κύκλο παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.1 και οι μεταβολές των επιμέρους παροχών στην έξοδο της μικρο-αντλίας στο Σχήμα 7.2.

Σχετικά με τη βελτιστοποίηση αυτή γίνονται οι εξής παρατηρήσεις:

- Όπως είναι φανερό από το Σχήμα 7.1, ο συντελεστής διόρθωσης ροής έχει ξεπεράσει το 0.12, επομένως έχει αυξηθεί περισσότερο από 20% σε σχέση με την αρχική του τιμή, ενώ από το Σχήμα 7.2 προκύπτει ότι η αντίστροφη ροή μειώθηκε κατά 63%, τη στιγμή που η καθαρή διακινούμενη παροχή μειώθηκε κατά 54%. Είναι σημαντικό το γεγονός ότι η αντίστροφη ροή παρουσιάζει μεγαλύτερη ποσοστιαία μείωση. Επιπλέον, σε απόλυτες μονάδες παροχής, η αντίστροφη ροή έχει μειωθεί κατά $6.826\text{ml}/\text{min}$, τη στιγμή που η καθαρή διακινούμενη παροχή έχει μειωθεί κατά $1.304\text{ml}/\text{min}$. Φυσικά, η τελευταία μείωση δεν είναι αμελητέα, ωστόσο η τιμή της καθαρής διακινούμενης παροχής της βελτιωμένης μικρο-αντλίας είναι συγκρίσιμη και ίδιας τάξης μεγέθους με παροχές εμπορικών και υπο μελέτης μικρο-αντλιών [3].
- Στον 4ο και στον 5ο κύκλο βελτιστοποίησης οι διάμετροι εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας κατέληξαν στις τελικές τιμές του, οι οποίες είναι ίσες με 0.4mm

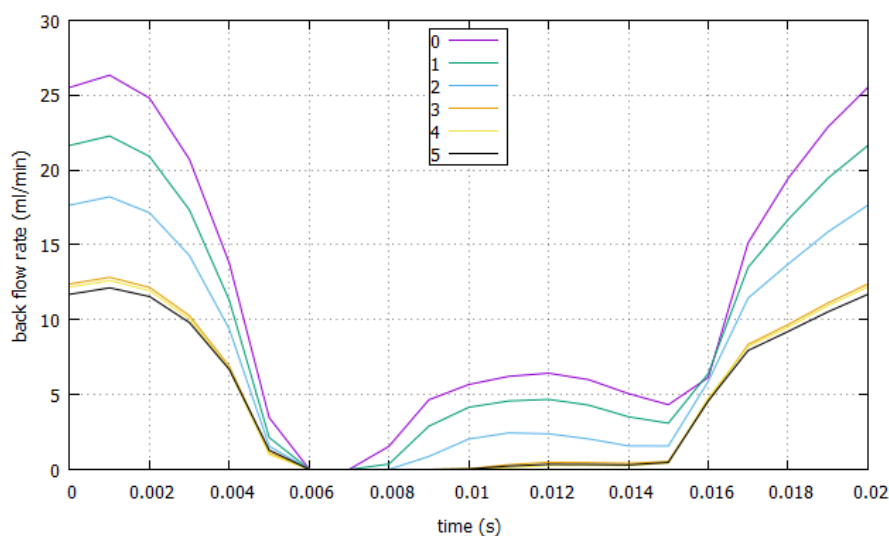
ικανοποιώντας τον αρχικό περιορισμό. Ο έλεγχος των διαμέτρων εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας πραγματοποιείται μέσω κατάλληλης επιλογής των συντεταγμένων Y_i των 3 πρώτων σημείων ελέγχου της γενέτειρας του διαχύτη εισόδου και των 3 τελευταίων σημείων της γενέτειρας του διαχύτη εξόδου. Αυτές είναι οι μεταβλητές σχεδιασμού που επηρεάζουν τις διαμέτρους εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας και η επιλογή των τιμών τους γίνεται πάντα σύμφωνα με τις τιμές των παραγώγων ευαισθησίας της συνάρτησης-στόχου. Επειδή οι διάμετροι αυτές παραμένουν σταθερές στους τελευταίους 2 κύκλους βελτιστοποίησης, οι μεταβολές των παροχών στους κύκλους αυτούς είναι σημαντικά μικρότερες, όπως παρατηρείται στο Σχήμα 7.2. Επιπλέον, σημειώνεται ότι οι παράγωγοι ευαισθησίας των σημείων ελέγχου κατά τον άξονα x ήταν στο σύνολό τους από μία έως και τρεις τάξεις μεγέθους μικρότερες από τις αντίστοιχες των σημείων ελέγχου κατά την ακτίνα \checkmark .

- Από το Σχήμα 7.2 επιβεβαιώνεται το γεγονός ότι η αύξηση της καθαρής διακινούμενης παροχής και η μείωση της αντίστροφης παροχής είναι στόχοι αντικρουόμενοι. Ωστόσο, μέσα από τη συγκεκριμένη διαδικασία βελτιστοποίησης, επιτυγχάνεται ο ρυθμός μείωσης της καθαρής παροχής να είναι μικρότερος από το ρυθμό μείωσης της αντίστροφης. Στο Σχήμα 7.3 παρουσιάζεται η μεταβολή των δύο αυτών στόχων για κάθε κύκλο, όπου στον κατακόρυφο άξονα τοποθετείται η αντίστροφη τιμή της αντίστροφης παροχής, ώστε το διάγραμμα να λάβει τη μορφή ταυτόχρονης μεγιστοποίησης δύο αντικρουόμενων στόχων, όπως είναι δηλαδή η τυπική μορφή ενός μετώπου Pareto, δίχως αυτό να σημαίνει ότι τα σημεία αυτά αποτελούν ένα μέτωπο Pareto.



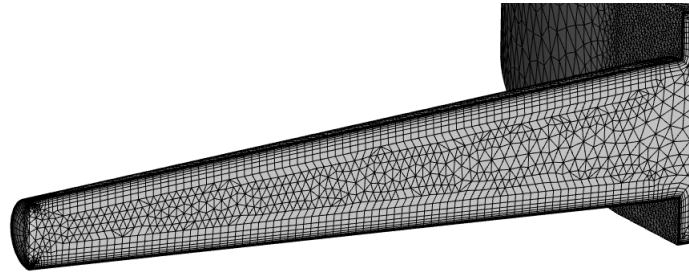
Σχήμα 7.3: Αντίστροφη τιμή αντίστροφης παροχής συναρτήσει καθαρής διακινούμενης παροχής για κάθε κύκλο βελτιστοποίησης

Μία ενδιαφέρουσα σύγκριση μπορεί να πραγματοποιηθεί μεταξύ των αντίστροφων παροχών κατά τη διάρκεια μιας περιόδου για κάθε κύκλο βελτιστοποίησης. Όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.4 η παροχή αυτή παρουσιάζει αισθητή και ομοιόμορφη μείωση καθόλη τη διάρκεια της περιόδου λειτουργίας της μικρο-αντλίας. Επιπλέον επισημαίνεται ότι κατά τη χρονική διάρκεια $\frac{T}{4}$ έως $\frac{3T}{4}$ η αντίστροφη παροχή έχει σχεδόν μηδενιστεί και αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει παρά μια αμελητέα ανακυκλοφορία της ροής κατά τη διάρκεια αυτή κατά την οποία εξέρχεται το ρευστό. Επιβεβαιώνεται, έτσι, η αποτελεσματική βελτιστοποίηση της γεωμετρίας του διαχύτη εξόδου όσον αφορά την εξάλειψη της ανακυκλοφορίας στην έξοδο της μικρο-αντλίας.

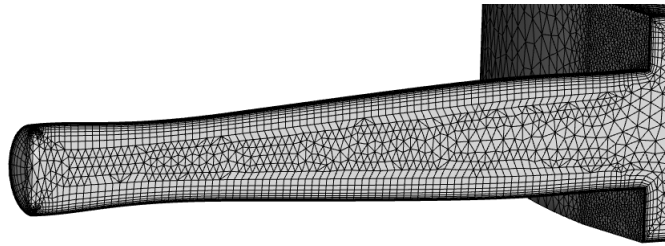


Σχήμα 7.4: Αντίστροφη παροχή της μικρο-αντλίας κατά τη διάρκεια μιας περιόδου για καθεμιά από τις λύσεις που ανακύπτουν κατά τα 5 βήματα της πραγματοποιηθείσας βελτιστοποίησης

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται και τα Σχήματα 7.5 και 7.6 όπου διακρίνεται η βελτιωμένη γεωμετρία των διαχυτών εισόδου και εξόδου αντίστοιχα.

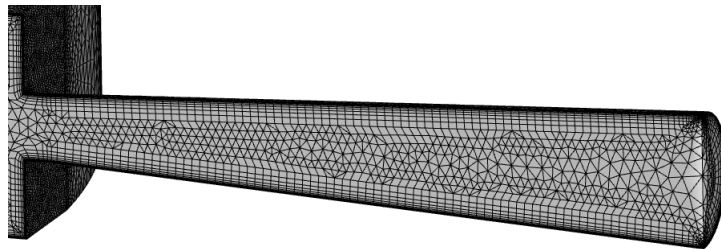


(α') Αρχικό σχήμα διαχύτη εισόδου

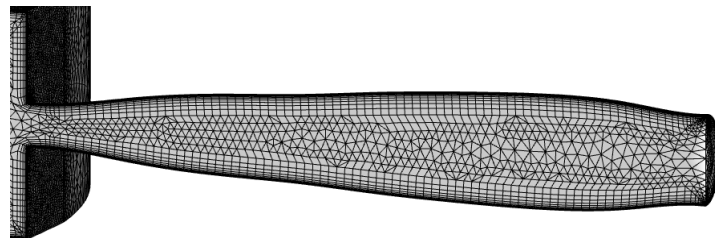


(β') Βελτιωμένο σχήμα διαχύτη εισόδου

Σχήμα 7.5: Αρχική και βελτιωμένη γεωμετρία διαχύτη εισόδου για την περίπτωση αξονοσυμμετρικού σχήματος διαχύτη με ικανοποίηση των περιορισμών σταθερού μήκους του διαχύτη και τυποποιημένης διαμέτρου εισόδου (0.4mm)



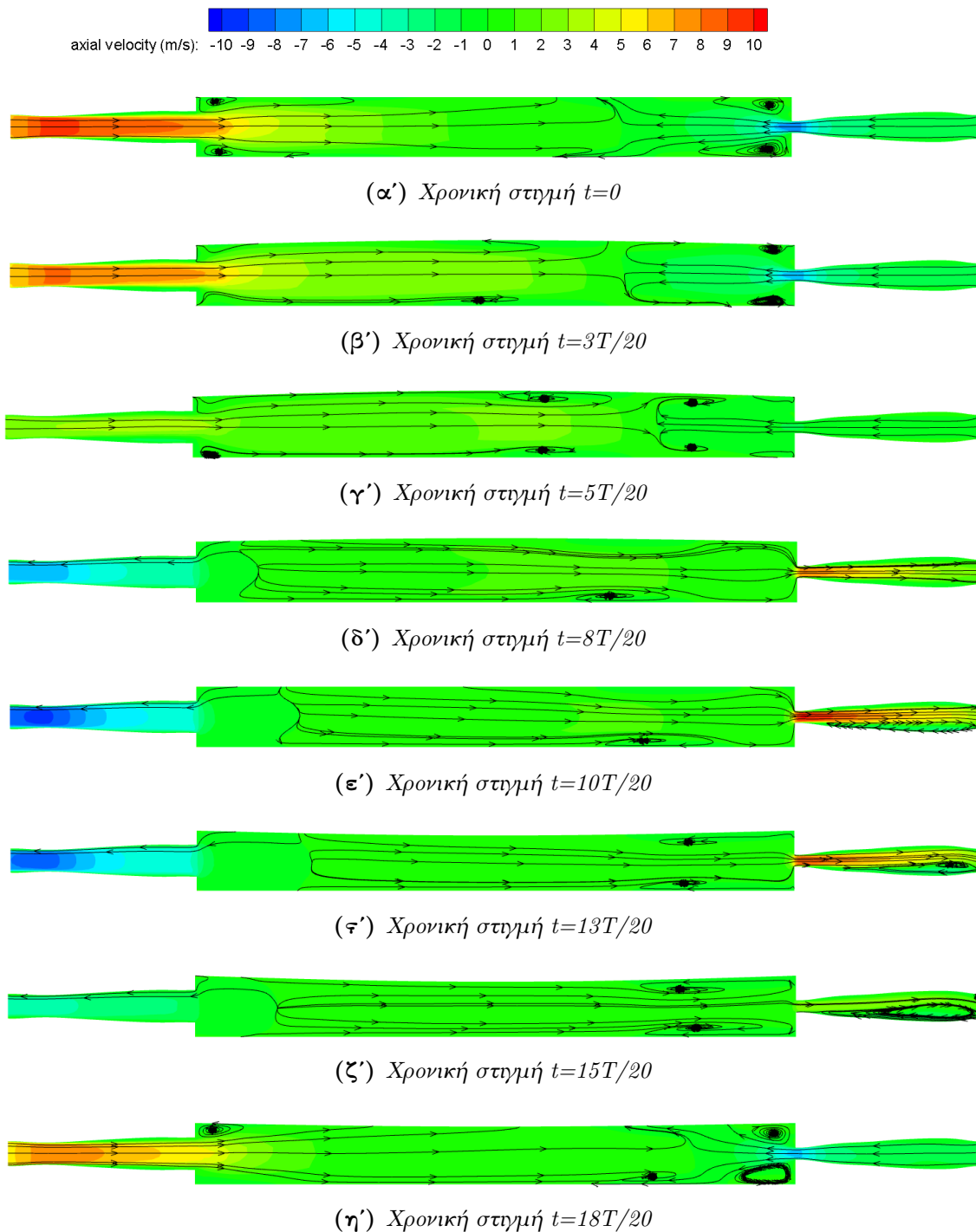
(α') Αρχικό σχήμα διαχύτη εξόδου



(β') Βελτιωμένο σχήμα διαχύτη εξόδου

Σχήμα 7.6: Αρχική και βελτιωμένη γεωμετρία διαχύτη εξόδου για την περίπτωση αξονοσυμμετρικού σχήματος διαχύτη με ικανοποίηση των περιορισμών σταθερού μήκους του διαχύτη και τυποποιημένης διαμέτρου εξόδου (0.4mm)

Τέλος, στο Σχήμα 7.7 παρουσιάζονται στιγμιότυπα από την πρόλεξη της ροής στη βελτιωμένη μικρο-αντλία για διάφορες χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.



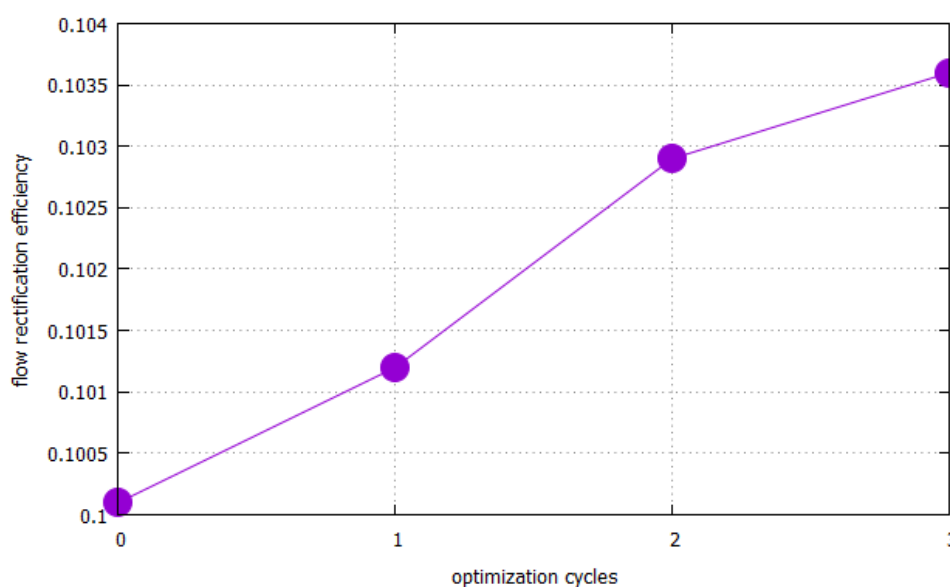
Σχήμα 7.7: Στιγμιότυπα λειτουργίας βελτιωμένης μικρο-αντλίας με αξονοσυμμετρικούς αγωγούς κατά τη διάρκεια μιας περιόδου, οι επιδόσεις της μικρο-αντλίας είναι $Q_{net} = 1.122\text{ml}/\text{min}$, $Q_{back} = 4.080\text{ml}/\text{min}$ και $\epsilon = 0.1209$

Από το Σχήμα 7.7 προκύπτουν χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με τη λειτουργία της βελτιωμένης μικρο-αντλίας. Συγκεκριμένα:

- Όπως φαίνεται στα Σχήματα 7.7α', 7.7β' και 7.7η', κατά τη φάση της άντλησης το ρευστό εισέρχεται από την είσοδο της μικρο-αντλίας και μια μικρή ποσότητα από την έξοδο. Η παροχή εισόδου επικρατεί της αντίστροφης παροχής που εισέρχεται από την έξοδο.
- Η παροχή που εξέρχεται από την είσοδο της μικρο-αντλίας κατά τη φάση της εκκένωσης, αν και δεν αποτέλεσε στόχο της βελτιστοποίησης, έχει ελαττωθεί, όπως φαίνεται στα Σχήματα 7.7δ', 7.7ε', 7.7ε' και 7.7ζ'.
- Η ανακυκλοφορία της ροής περιορίζεται στο εσωτερικό του αγωγού εξόδου (Σχήματα 7.7ε', 7.7ε' και 7.7ζ'), με αποτέλεσμα να μην εισέρχεται ρευστό τις χρονικές στιγμές αυτές στο θάλαμο από την έξοδο.
- Σε όλες τις περιπτώσεις υπάρχει ένας στροβιλισμός στη ροή στα σημεία όπου συνδέονται οι αγωγοί εισόδου και εξόδου με το θάλαμο.

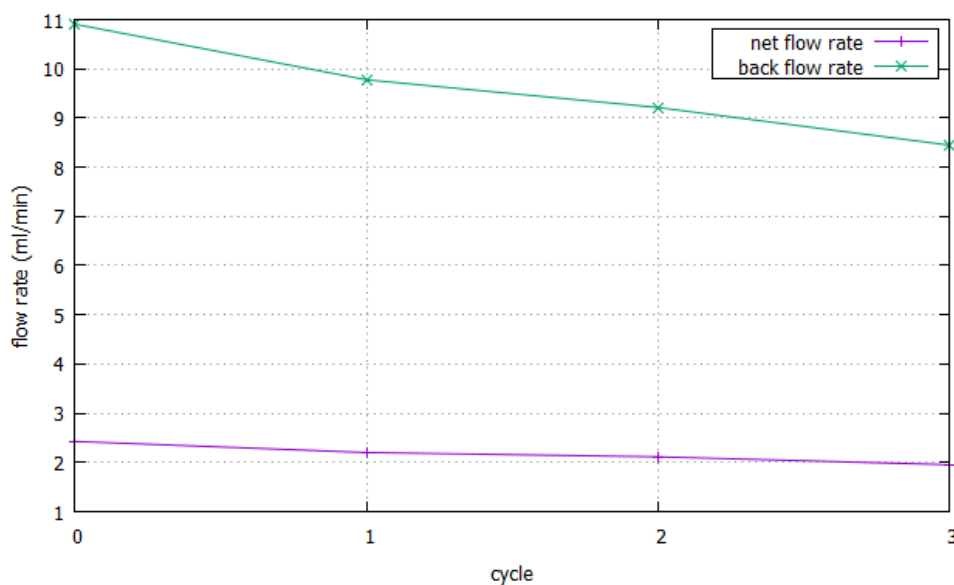
7.2.2 Μη-αξονοσυμμετρικοί αγωγοί εισόδου και εξόδου

Στην περίπτωση του μη-αξονοσυμμετρικού σχήματος αγωγών, διατηρείται, εκ νέου, σταθερό το μήκος τους, ενώ επιπλέον διατηρούνται και οι διατομές εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας. Αυτό συμβαίνει, διότι αν οι μεταβλητές σχεδιασμού αφεθούν ελεύθερες κατά τη βελτιστοποίηση, ενδέχεται να προκύψουν διατομές ελεύθερου σχήματος, γεγονός το οποίο καθιστά αδύνατη την περαιτέρω σύνδεση των αγωγών



Σχήμα 7.8: Μεταβολή συντελεστή διόρθωσης ροής σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης, η θέση 0 αντιστοιχεί στις αρχικές τιμές των παροχών

της μικρο-αντλίας με σωληνώσεις ή θαλάμους. Πραγματοποιούνται συνολικά 3 κύκλοι βελτιστοποίησης. Δεδομένου ότι η επιθυμητή αύξηση του συντελεστή διόρθωσης ροής πραγματοποιείται με πολύ αργό ρυθμό, δεν πραγματοποιήθηκαν περισσότεροι κύκλοι για λόγους εξοικονόμησης υπολογιστικών πόρων. Η μεταβολή του συντελεστή διόρθωσης ροής παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.8 και η μεταβολή των δύο εξεταζόμενων παροχών στο Σχήμα 7.9.

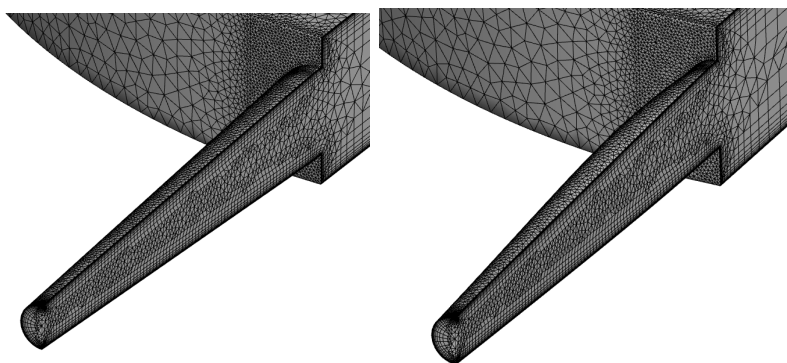


Σχήμα 7.9: Μεταβολή καθαρής διακινούμενης παροχής και αντίστροφης παροχής στην έξοδο της μικρο-αντλίας, η θέση 0 αντιστοιχεί στις αρχικές τιμές των παροχών

Στην περίπτωση μη-αξονοσυμμετρικού σχήματος, παρατηρείται ότι η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με πιο αργό ρυθμό, αν και αποτελεί διαφορετική περίπτωση δεδομένου ότι επιβάλλονται σταθερές διατομές εισόδου και εξόδου και επιπλέον επιλέγονται διαφορετικές τιμές της ποσότητας η λόγω διαφορετικής τάξης μεγέθους των παραγώγων ευαισθησίας. Συγκεκριμένα, ο συντελεστής διόρθωσης ροής στο τέλος του τρίτου κύκλου βελτιστοποίησης έχει αυξηθεί μόλις κατά 3.5% τη στιγμή που στο τέλος του 3ου κύκλου βελτιστοποίησης στην περίπτωση αξονοσυμμετρικού σχήματος διαχυτών είχε αυξηθεί κατά 12.3%. Αυτό αντιτίθεται στην αρχική παρατήρηση ότι η χρήση των επιφανειών NURBS δίνει μεγαλύτερα περιθώρια βελτιστοποίησης λόγω του ότι οι διαχύτες μπορούν να λάβουν και μη-αξονοσυμμετρικό σχήμα. Ένας ακόμη λόγος για τον οποίο η αύξηση του συντελεστή πραγματοποιείται με αργότερο ρυθμό είναι ότι διατηρούνται σταθερές οι διατομές εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας. Βέβαια, προκειμένου το συμπέρασμα αυτό να είναι ασφαλέστερο, πρέπει να πραγματοποιηθούν περισσότεροι κύκλοι βελτιστοποίησης. Ωστόσο, όπως διαπιστώνεται, οι τιμές των παραγώγων ευαισθησίας ως προς τα σημεία ελέγχου που ορίζουν τις διατομές αυτές, λαμβάνουν υψηλές τιμές. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μεγάλη εξάρτηση των παροχών, επομένως και του συντελεστή διόρθωσης ροής, από τις διατομές εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας. Στην περίπτωση των αξονοσυμμετρικών διαχυτών, μεταβλήθηκαν οι διάμετροι εισόδου

και εξόδου της μικρο-αντλίας, επομένως ήταν μεγαλύτερες και οι μεταβολές των παροχών. Στην περίπτωση μη-αξονοσυμμετρικού σχήματος, η καθαρή διακινούμενη παροχή έχει μειωθεί κατά $0.474\text{ml}/\text{min}$, ποσοστιαία 19.5%, ενώ η αντίστροφη παροχή έχει μειωθεί κατά $2.458\text{ml}/\text{min}$, που αντιστοιχεί σε ποσοστό 22.5%.

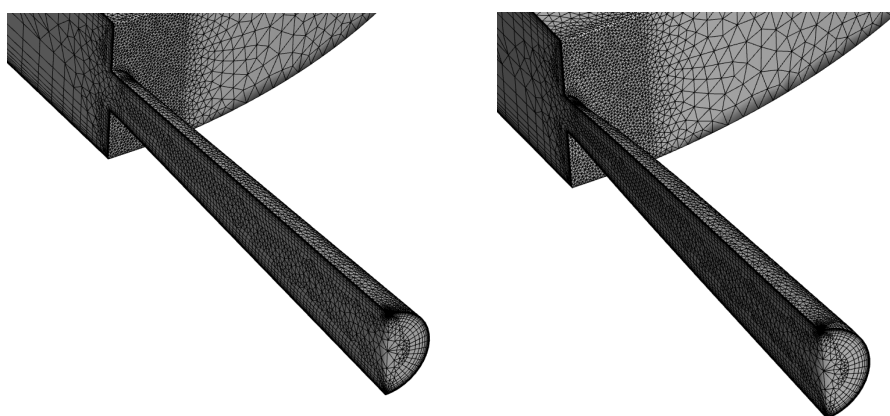
Η νέα γεωμετρία των αγωγών εισόδου και εξόδου παρουσιάζεται στα Σχήματα 7.10 και 7.11 αντίστοιχα.



(α') Αρχικό σχήμα διαχύτη εισόδου

(β') Βελτιωμένο σχήμα διαχύτη εισόδου

Σχήμα 7.10: Αρχική και βελτιωμένη γεωμετρία διαχύτη εξόδου για την περίπτωση μη-αξονοσυμμετρικού σχήματος διαχύτη με ικανοποίηση των περιορισμών σταθερού μήκους του διαχύτη και σταθερής κυκλικής διατομής εισόδου διαμέτρου 0.6mm

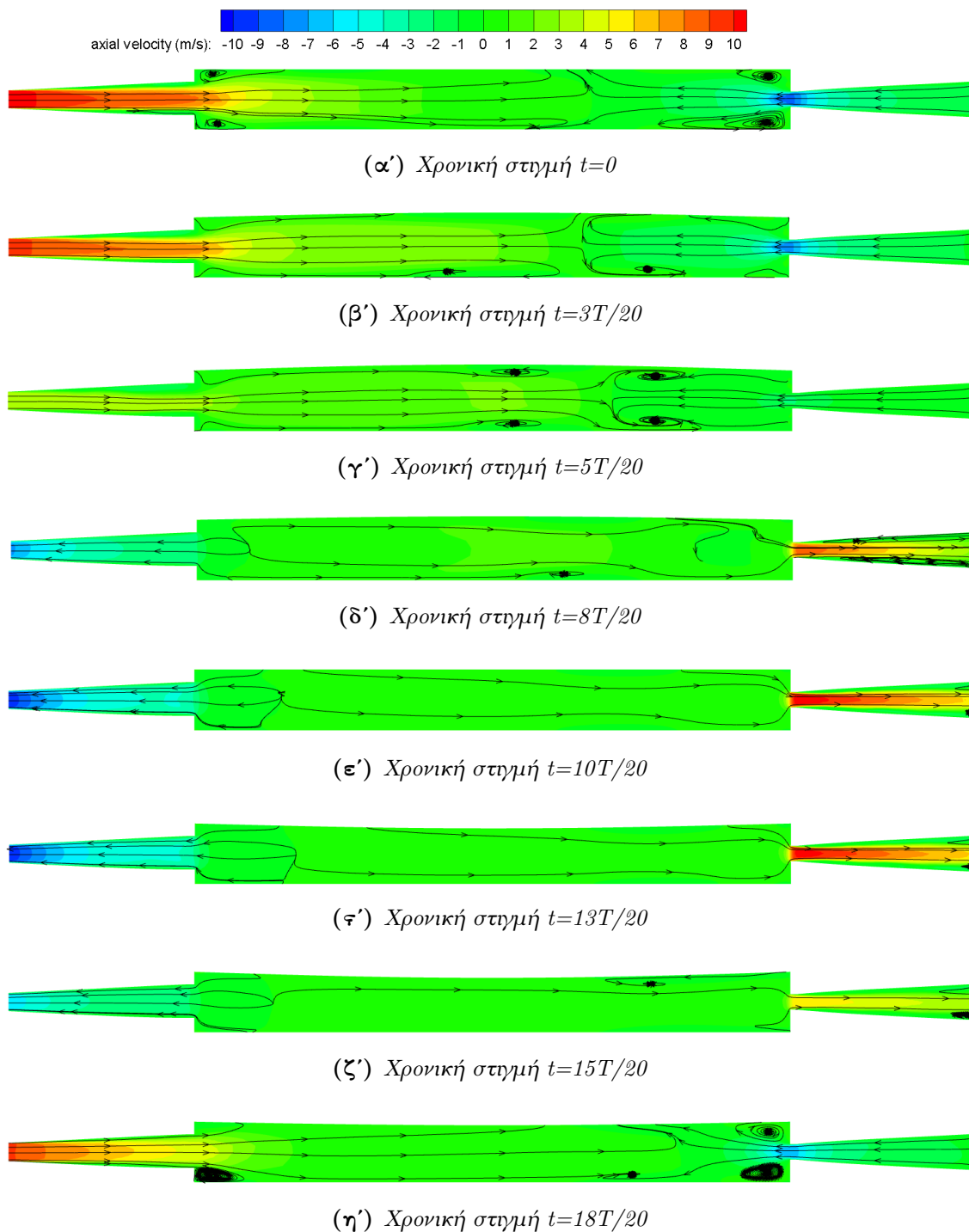


(α') Αρχικό σχήμα διαχύτη εξόδου

(β') Βελτιωμένο σχήμα διαχύτη εξόδου

Σχήμα 7.11: Αρχική και βελτιωμένη γεωμετρία διαχύτη εξόδου για την περίπτωση μη-αξονοσυμμετρικού σχήματος διαχύτη με ικανοποίηση των περιορισμών σταθερού μήκους του διαχύτη και σταθερής κυκλικής διατομής εξόδου διαμέτρου 0.6mm

Ακολουθεί η παρουσίαση επιλεγμένων στιγμιότυπων της ροής στο εσωτερικό της βελτιωμένης μικρο-αντλίας στο Σχήμα 7.12.



Σχήμα 7.12: Στιγμιότυπα λειτουργίας της βελτιωμένης μικρο-αντλίας με μη-αξονοσυμμετρικούς διαχύτες κατά τη διάρκεια μιας περιόδου, οι επιδόσεις της μικρο-αντλίας είναι $Q_{net} = 1.952\text{ml}/\text{min}$, $Q_{back} = 8.448\text{ml}/\text{min}$ και $\epsilon = 0.1036$

Από το Σχήμα 7.12 γίνονται οι εξής παρατηρήσεις:

- Υπάρχει, εκ νέου, στροβιλισμός της ροής στις περιοχές του θαλάμου που βρίσκονται κοντά στους διαχύτες, όπως επιβεβαιώνεται από τα Σχήματα 7.12α', 7.12γ' και 7.12η'.
- Κατά την καθοδική κίνηση του διαφράγματος εξέρχεται μεγαλύτερη ποσότητα ρευστού από την είσοδο της μικρο-αντλίας (Σχήματα 7.12δ', 7.12ε', 7.12ε' και 7.12ζ') συγκριτικά με την αντίστοιχη περίπτωση της βέλτιστης μικρο-αντλίας με αξονοσυμμετρικούς διαχύτες (Σχήματα 7.7δ', 7.7ε', 7.7ε' και 7.7ζ').
- Η διατήρηση σταθερής διατομής εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας δεν αποτρέπει την ανακυκλοφορία της ροής στην έξοδο της μικρο-αντλίας, όπως φαίνεται στα Σχήματα 7.12ε', 7.12ε' και 7.12ζ'. Για το λόγο αυτό, η αντίστροφη παροχή δεν έχει μειωθεί κατά τον ίδιο βαθμό συγκριτικά με την αντίστοιχη τιμή της στη βέλτιστη μικρο-αντλία με αξονοσυμμετρικούς διαχύτες.

7.2.3 Υπολογιστικό κόστος βελτιστοποίησης

Όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 4.4.2, η διάρκεια επίλυσης μιας περιόδου του πρωτεύοντος προβλήματος, δηλαδή των εξισώσεων Navier-Stokes αντιστοιχεί σε 2 ώρες και 40 λεπτά περίπου σε μια κάρτα γραφικών NVIDIA Tesla K20m. Δεδομένου ότι χρειάζονται 3 περίοδοι ώστε η ροή να αποκτήσει περιοδικότητα, ο συνολικός χρόνος επίλυσης ανέρχεται σε 8 ώρες περίπου. Στον χρόνο αυτόν περιλαμβάνονται 300 επαναλήψεις ανά χρονικό βήμα για την παραμόρφωση του πλέγματος ώστε να ακολουθεί την κίνηση του διαφράγματος.

Όσον αφορά τον χρόνο επίλυσης των εξισώσεων του συζυγούς προβλήματος, στην ίδια κάρτα γραφικών, χρειάζονται 3 ώρες και 20 λεπτά ανά περίοδο στην περίπτωση των αξονοσυμμετρικών διαχυτών (44 μεταβλητές σχεδιασμού) και 3 ώρες και 35 λεπτά ανά περίοδο στην περίπτωση των μη-αξονοσυμμετρικών διαχυτών (200 μεταβλητές σχεδιασμού). Για την αποκατάσταση της περιοδικότητας απαιτούνται 2 περίοδοι στο συζυγές πρόβλημα, οπότε ο συνολικός χρόνος ανέρχεται σε 6 ώρες και 40 λεπτά (αξονοσυμμετρικό σχήμα) και 7 ώρες και 10 λεπτά (μη-αξονοσυμμετρικό σχήμα) αντίστοιχα. Παρατηρείται ότι το λογισμικό παραμόρφωσης πλέγματος εκτελείται γρήγορα, με αποτέλεσμα να καθυστερεί η διαδικασία βελτιστοποίησης μόνο κατά 15 λεπτά ανά περίοδο στην περίπτωση που χρησιμοποιηθούν πολύ περισσότερες (περίπου τετραπλάσιες) μεταβλητές σχεδιασμού.

Ωστόσο, ο συνολικός χρόνος κάθε κύκλου βελτιστοποίησης ανέρχεται σε 22 ώρες περίπου, καθώς απαιτεί την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος και των δύο συζυγών προβλημάτων (ένα για καθεμία από τις 2 συναρτήσεις-στόχους). Ο χρόνος αυτός είναι υψηλός και η βελτιστοποίηση δεσμεύει υπολογιστικούς πόρους για μεγάλο χρονικό διάστημα, πόσο μάλλον αν συνυπολογιστούν περιπτώσεις μη σύγκλισης του λογισμικού ή εμφάνισης αρνητικών όγκων στο πλέγμα: συνθήκες οι οποίες απαιτούν αλλαγές στα αρχεία εισόδου και αυξάνουν το χρονικό διάστημα εκτέλεσης του επιλύτη της ροής.

Για τον λόγο αυτόν, πραγματοποιούνται μόλις 5 κύκλοι βελτιστοποίησης για αξονοσυμμετρικό σχήμα και 3 για μη-αξονοσυμμετρικό. Παρά τον περιορισμένο αριθμό κύκλων, λαμβάνονται αποτελέσματα βελτιωμένων μικρο-αντλιών και στις δύο περιπτώσεις.

Κεφάλαιο 8

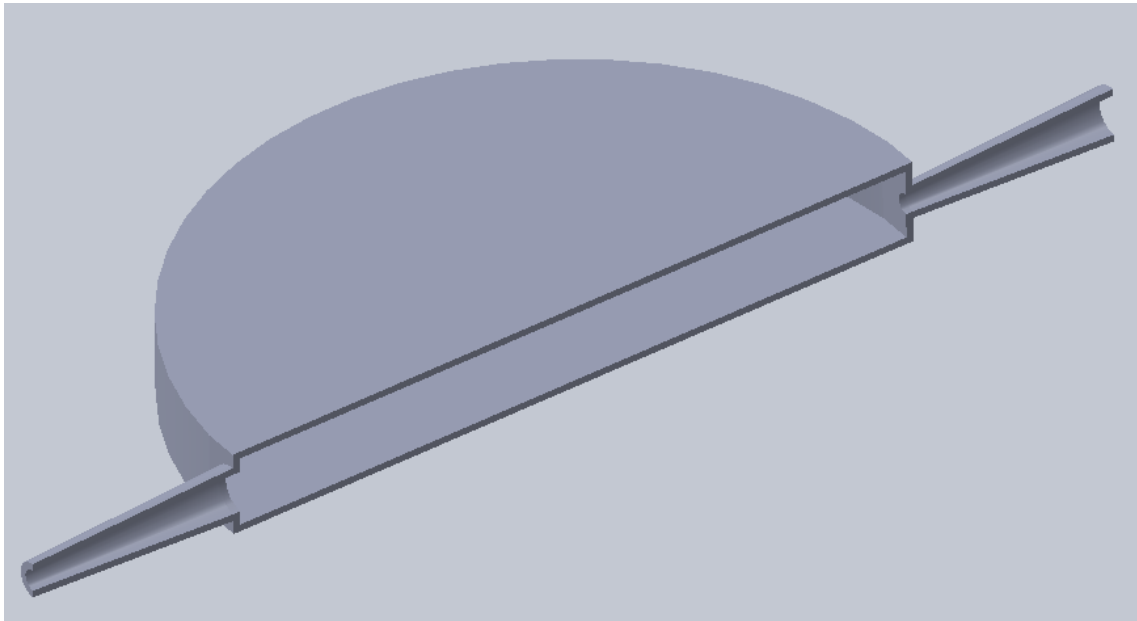
Συμπεράσματα και Μελλοντική

Έρευνα

Στο τελευταίο αυτό κεφάλαιο, πραγματοποιείται μία σύνοψη του περιεχομένου της εργασίας αυτής, προκύπτουν συμπεράσματα σχετικά με τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν και προτείνονται κατευθύνσεις, στις οποίες μπορεί να βασιστεί η μελλοντική ενασχόληση με τις διαφραγματικές μικρο-αντλίες.

8.1 Ανακεφαλαίωση

Αφετηρία της εργασίας αυτής αποτέλεσε η βιβλιογραφική επισκόπηση πάνω στο θέμα των διαφραγματικών μικρο-αντλιών και των προσπαθειών βελτιστοποίησής που έχουν γίνει τα τελευταία χρόνια. Με βάση τις διαφορετικές μελέτες και ήδη κατασκευασμένες μικρο-αντλίες, σχεδιάστηκε ένα 3D μοντέλο με ρεαλιστική γεωμετρία και διαστάσεις, ενώ, στη συνέχεια, επιλέχθηκε ο τρόπος κίνησης του διαφράγματος. Στο σχέδιο αυτό, το οποίο παρουσιάζεται και στο Σχήμα 8.1 βασίστηκε η γένεση του υπολογιστικού πλέγματος, το οποίο παραμορφώνεται για τις ανάγκες πρόλεξης της ροής. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται η μέθοδος των γραμμικών ελατηρίων και επιτυγχάνεται το πλέγμα να ακολουθεί την κίνηση του διαφράγματος. Στη συνέχεια, δίνονται οι χρονικά μη-μόνιμες εξισώσεις Navier-Stokes για την περίπτωση στρωτής ροής ασυμπίεστου ρευστού και ορίζονται οι απαραίτητες οριακές συνθήκες του προβλήματος, ενώ ακολουθεί η παρουσίαση του επιλύτη της ροής PUMA, η προσθήκη του όρου της ψευδοσυμπιεστότητας στις εξισώσεις ροής και το σχήμα διακριτοποίησης που χρησιμοποιείται για την επίλυσή τους. Με τη χρήση του επιλύτη, πραγματοποιείται η πρόλεξη της ροής στο εσωτερικό της μικρο-αντλίας, ελέγχεται η σύγκλιση των εξισώσεων και παρουσιάζεται η λειτουργία και οι επιδόσεις της μικρο-αντλίας για διαφορετικές συνθήκες κίνησης του



Σχήμα 8.1: Τομή στο επίπεδο συμμετρίας της αρχικής μικρο-αντλίας που σχεδιάστηκε με θάλαμο διαμέτρου 10mm και διαχύτες μήκους 3mm. Αριστερά ο κωνικός διαχύτης εισόδου με διάμετρο εισόδου 0.3mm και δεξιά ο κωνικός διαχύτης εξόδου με διάμετρο εξόδου 0.6mm.

διαφράγματος (συχνότητα, μέγιστο ύψος βύθισης). Ακολουθεί το μαθηματικό υπόβαθρο των καμπυλών και επιφανειών NURBS, οι οποίες χρησιμοποιούνται για την παραμετροποίηση των διαχυτών, με σκοπό τη χρήση των παραμέτρων στη βελτιστοποίηση και σκιαγραφείται η λειτουργία του λογισμικού που προγραμματίστηκε για την παραμετροποίηση αυτή. Ως αποτέλεσμα της επιτυχημένης παραμετροποίησης, παρουσιάζονται νέα σχήματα αγωγών· αξονοσυμμετρικά και μη. Πριν τη διενέργεια της βελτιστοποίησης στη μικρο-αντλία, παρουσιάζονται οι εξισώσεις του συζυγούς προβλήματος και προκύπτουν τόσο οι συζυγείς πεδιακές εξισώσεις με τις αντίστοιχες οριακές συνθήκες, όσο και οι παράγωγοι ευαισθησίας της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Οι παράγωγοι αυτές χρησιμοποιούνται για την ανανέωση των τιμών των μεταβλητών σχεδιασμού, μέσω της μεθόδου απότομης καθόδου. Τέλος, ως εφαρμογή των παραπάνω, πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση με στόχο την αύξηση του συντελεστή διόρθωσης ροής της μικρο-αντλίας τόσο για την περίπτωση αξονοσυμμετρικών όσο και για μη-αξονοσυμμετρικούς αγωγούς εισόδου και εξόδου. Τέλος, παρουσιάζονται οι επιδόσεις του βέλτιστου σχήματος, στιγμιότυπα της ροής καθώς και η νέα γεωμετρία των αγωγών.

Σημειώνεται, ότι στο πλαίσιο της εργασίας αυτής ήταν διαθέσιμος ο επιλύτης της ροής PUMA τόσο για την επίλυση του πρωτεύοντος όσο και για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος. Ωστόσο, πέραν της εκτέλεσης του λογισμικού για την εξαγωγή αποτελεσμάτων, στην εργασία αυτή έγιναν οι εξής ενέργειες:

- Σχεδίαση CAD μοντέλων 3 διαφορετικών μικρο-αντλιών και γένεση μη-δομημένου

πλέγματος στο εσωτερικό καθειμιάς από αυτές με τη χρήση του εμπορικού λογισμικού Pointwise. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε μόνο στο ένα από τα 3 μοντέλα, το οποίο και παρουσιάζεται.

- Προγραμματισμός λογισμικού σε γλώσσα C++ για τον υπολογισμό των γεωμετρικών παραγώγων ευαισθησίας που αφορούν τη θέση του διαφράγματος, η οποία αλλάζει βάση της κίνησης που έχει οριστεί. Απώτερος σκοπός του λογισμικού είναι η εισαγωγή των παραγώγων αυτών στο λογισμικό παραμόρφωσης του πλέγματος για κάθε διακριτό χρονικό βήμα επίλυσης.
- Προγραμματισμός λογισμικού σε γλώσσα C++ για την παρεμβολή της γενέτειρας του διαχύτη μέσω μιας καμπύλης B-Spline. Το λογισμικό, γενικότερα, δύναται να χρησιμοποιηθεί για την παρεμβολή οποιουδήποτε πλήθους σημείων στο επίπεδο με σκοπό τη δημιουργία μιας καμπύλης B-Spline.
- Προγραμματισμός λογισμικού σε γλώσσα C++ για την προσέγγιση της επιφάνειας ενός διαχύτη με μια επιφάνεια NURBS. Και αυτό το λογισμικό δύναται να χρησιμοποιηθεί με σκοπό την προσέγγιση νέφους σημείων στον χώρο και τη δημιουργία μιας επιφάνειας NURBS.
- Προγραμματισμός λογισμικού σε γλώσσα C++ για τον υπολογισμό των γεωμετρικών παραγώγων ευαισθησίας των επιφανειακών κόμβων του πλέγματος των διαχυτών, τόσο για την περίπτωση αξονοσυμμετρικού σχήματος (παραμετροποίηση γενέτειρας) όσο και για την περίπτωση μη-αξονοσυμμετρικού σχήματος (παραμετροποίηση επιφάνειας). Οι τιμές των παραγώγων αυτών εισάγονται στο λογισμικό παραμόρφωσης πλέγματος κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης.
- Στο πλαίσιο των παραπάνω ενεργειών, χρειάστηκε ο προγραμματισμός υπορουτινών σε γλώσσα C++, οι οποίες αφορούν τη μέθοδο Gauss-Jordan για τον υπολογισμό αντίστροφου πίνακα, τον αλγόριθμο Thomas για την επίλυση τριδιαγωνίων συστημάτων, καθώς και τη μέθοδο Newton-Raphson για την αριθμητική επίλυση εξισώσεων.
- Μαθηματική ανάπτυξη των εξισώσεων του συζυγούς προβλήματος. Οι εξισώσεις αυτές είχαν ήδη αναπτυχθεί και εισαχθεί στον επιλύτη PUMA, ωστόσο μέσω της διπλωματικής αυτής εργασίας, ελέγχθηκε, εκ νέου, η ορθότητά τους και πιστοποιήθηκε περαιτέρω ο επιλύτης PUMA, λαμβάνοντας υπόψη και το γεγονός ότι το συζυγές πρόβλημα περιέχει μακροσκελή μαθηματική ανάπτυξη.
- Παρά την προγραμματισμένη και αυτοματοποιημένη δυνατότητα του επιλύτη PUMA να εκτελέσει διαδοχικούς κύκλους βελτιστοποίησης, στην εργασία αυτή το λογισμικό χρησιμοποιήθηκε ξεχωριστά για την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος, για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος και για την ανανέωση των μεταβλητών σχεδιασμού της βελτιστοποίησης. Επομένως, η εργασία ασχολήθηκε με την εφαρμογή της μέθόδου της απότομης καθόδου και την επιλογή κατάλληλων τιμών της μεταβλητής η με σκοπό την ανανέωση των μεταβλητών σχεδιασμού και, εν τέλει, τη βελτιστοποίηση.

8.2 Συμπεράσματα

Τόσο από τη διαδικασία βελτιστοποίησης όσο και από τη συνολική μελέτη που πραγματοποιήθηκε για τη μικρο-αντλία που σχεδιάστηκε, προκύπτουν ενδιαφέροντα συμπεράσματα:

- Η μικρο-αντλία που σχεδιάστηκε αρχικά, διακινεί παροχή αντίστοιχη με άλλες μικρο-αντλίες ανάλογου μεγέθους και το αρχικό σχέδιο χαρακτηρίζεται από μια ικανοποιητική τιμή του συντελεστή διόρθωσης ροής και ίση με 0.1001. Έπιπλέον, στα βελτιωμένα σχέδια της μικρο-αντλίας τόσο στην περίπτωση των αξονοσυμμετρικών όσο και στην περίπτωση των μη-αξονοσυμμετρικών αγωγών, ο συντελεστής αυτός βελτιώνεται περαιτέρω και ξεπερνά την τιμή 0.12 στην περίπτωση του αξονοσυμμετρικού σχήματος.
- Για συχνότητες κίνησης του διαφράγματος μικρότερες από 50Hz και ύψος μέγιστης βύθισης μικρότερο από 0.1mm , η ροή στη μικρο-αντλία παρουσιάζει υψηλότερο συντελεστή διόρθωσης, το οποίο σημαίνει ότι η ικανότητά της να κατευθύνει επιθυμητά το ρευστό, βελτιώνεται. Σε πρακτικό, ωστόσο, επίπεδο η βελτίωση αυτή είναι ανούσια, καθώς μειώνεται σε πολύ μεγάλο βαθμό η διακινούμενη παροχή. Αντίθετα, η αύξηση του συντελεστή διόρθωσης ροής που προκύπτει μέσω της βελτιστοποίησης δεν μειώνει σε τόσο υψηλό βαθμό την καθαρή διακινούμενη παροχή και, κατά συνέπεια, τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης είναι πιο ουσιώδη.
- Ο στόχος μηδενισμού της αντίστροφης παροχής στις συνθήκες που έγινε η βελτιστοποίηση (συχνότητα κίνησης διαφράγματος 50Hz και ύψος μέγιστης βύθισης 0.1mm) δεν είναι εφικτός στις συνθήκες αυτές, ωστόσο η τιμή της αντίστροφης παροχής έχει ελαττωθεί σε μεγάλο βαθμό στην περίπτωση αξονοσυμμετρικού σχήματος, αλλά και σε μικρότερο βαθμό στην περίπτωση μη-αξονοσυμμετρικού σχήματος. Ρεαλιστικός στόχος είναι η μείωσή της δίχως να μειώνεται κατά τον ίδιο βαθμό η διακινούμενη παροχή, όπως άλλωστε έγινε και στο πλαίσιο της βελτιστοποίησης στην εργασία αυτή. Στις συνθήκες μελέτης, πράγματι η αντίστροφη παροχή μειώθηκε απόλυτα, αλλά και ποσοστιαία, περισσότερο από την καθαρή διακινούμενη παροχή.
- Παρόλο που η αντίστροφη παροχή δεν δύναται να μηδενιστεί συνολικά κατά τη διάρκεια μιας περιόδου λειτουργίας, τουλάχιστον στις συνθήκες που έγινε η βελτιστοποίηση, είναι απολύτως εφικτό να μηδενιστεί κατά τη διάρκεια που υπάρχει ροή ρευστού προς την έξοδο. Αυτό σημαίνει, ότι ο κατάλληλος σχεδιασμός των αγωγών μπορεί να οδηγήσει σε μηδενισμό της ανακυκλοφορίας της ροής αυτές τις χρονικές στιγμές.
- Τόσο η καθαρή διακινούμενη παροχή όσο και η αντίστροφη εξαρτώνται κατά πολύ από τις διατομές εισόδου και εξόδου της μικρο-αντλίας. Στην περίπτωση των μη-αξονοσυμμετρικών αγωγών, στην οποία διατηρήθηκαν σταθερές οι διατομές

εισόδου και εξόδου, οι εν λόγω παροχές σημείωσαν μικρές μεταβολές.

- Όπως παρατηρείται από τα αποτελέσματα τόσο της παραμετρική ανάλυσης λειτουργίας της μικρο-αντλίας (διαφορετικό ύψος βύθισης και συχνότητα κίνησης διαφράγματος) όσο και από αυτά της βελτιστοποίησης, η καθαρή διακινούμενη παροχή αποτελεί ένα ποσοστό της αντίστροφης παροχής. Ωστόσο, η βελτιστοποίηση έχει συντελέσει στην αύξηση του ποσοστού αυτού. Αυτό επιβεβαιώνεται και από την αύξηση του συντελεστή διόρθωσης ροής και, μέσω αυτού, η λειτουργία της μικρο-αντλίας κρίνεται αποτελεσματικότερη όσον αφορά τη διόρθωση της κατεύθυνσης της ροής.
- Η χρήση του συντελεστή διόρθωσης ροής στη βελτιστοποίηση έγινε με σκοπό τη σύζευξη των 2 στόχων της βελτιστοποίησης σε μια τιμή, δεδομένου κιόλας ότι ο συντελεστής αυτός χρησιμοποιείται και σε άλλες μελέτες και κατασκευές μικρο-αντλιών. Αν και τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης είναι ικανοποιητικά και υπερτερούν του αρχικού σχεδιασμού της μικρο-αντλίας, συμπεραίνεται ότι η χρήση του συντελεστή αυτού δεν είναι δυνατή να υποστηρίξει περιπτώσεις στις οποίες υπάρχουν περιορισμοί για το πόσο επιτρέπεται να μειωθεί η καθαρή διακινούμενη παροχή.

8.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Η πορεία της εργασίας αυτής, ανέδειξε χρήσιμα συμπεράσματα για τη λειτουργία και τη βελτιστοποίηση των διαφραγματικών μικρο-αντλιών, ωστόσο πάντα υπάρχει το περιθώριο συνέχισης της μελέτης. Για το λόγο αυτό, προτείνονται ενδεικτικές κατευθύνσεις στις οποίες μπορεί να συνεχιστεί η μελέτη αυτή:

- Βελτιστοποίηση με μεταβλητές σχεδιασμού που αφορούν τόσο το σχήμα των αγωγών όσο και την κίνηση του διαφράγματος (συχνότητα, ύψος μέγιστης βύθισης). Η διαδικασία αυτή δίνει μεγαλύτερα περιθώρια βελτιστοποίησης.
- Επειδή σε τόσο μικρές διαστάσεις όσο αυτές της μικρο-αντλίας είναι δύσκολο να επιτευχθεί ακριβώς η κατασκευή της βέλτιστης διάταξης, προτείνεται η βελτιστοποίηση της μικρο-αντλίας υπό αβεβαιότητες, οι οποίες αφορούν τη γεωμετρία των αγωγών.
- Συμμετοχή ύψους θαλάμου στη βελτιστοποίηση. Όπως παρατηρήθηκε από τα στιγμιότυπα πρόλεξης της ροής, δημιουργούνται στροβιλισμοί στα σημεία σύνδεσης των αγωγών με τον θάλαμο. Οι στροβιλισμοί αυτοί ενδέχεται να επηρεάζουν αρνητικά τη λειτουργία της μικρο-αντλίας. Με την εύρεση του κατάλληλου ύψους του θαλάμου δύναται αυτοί οι στροβιλισμοί να μειωθούν ή ακόμη και να μηδενιστούν.
- Πραγματοποίηση διακριτηριακών βελτιστοποιήσεων με οποιαδήποτε μέθοδο με σκοπό τη δημιουργία ενός μετώπου Pareto το οποίο περιλαμβάνει την καθαρή

διακινούμενη παροχή συναρτήσει είτε της αντίστροφης παροχής είτε του συντελεστή διόρθωσης ροής. Με βάση ένα τέτοιο μέτωπο, ο λήπτης αποφάσεων θα είναι σε θέση να επιλέξει ανάμεσα σε ψηλή διακινούμενη παροχή ή καλύτερη ικανότητα της μικρο-αντλίας να κατευθύνει το ρευστό προς την επιθυμητή κατεύθυνση.

Βιβλιογραφία

- [1] Παπαντώνης, Δ.: *Υδροδυναμικές μηχανές αντλίες υδροστρόβιλοι - Υδροδυναμικές μεταδόσεις*. Εκδόσεις Τσότρας, Αθήνα, 2016.
- [2] Nisar, A., Afzulpurkar, N., Mahaisavariya, B., and Tuantranont, A.: *MEMS-based micropumps in drug delivery and biomedical applications*. Sensors and Actuators B: Chemical, 130:917–942, March 2008.
- [3] Laser, D. J. and Santiago, J. G.: *A review of micropumps*. Journal of Micromechanics and Microengineering, 14(6):R35–R64, April 2004.
- [4] Thorsén, A.: *Valveless Diffuser Micropumps*. PhD thesis, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, September 1998.
- [5] Stemme, E. and Stemme, G.: *A valveless diffuser/nozzle-based fluid pump*. Sensors and Actuators A: Physical, 39(2):159 – 167, 1993.
- [6] Shoji, S. and Esashi, M.: *Microflow devices and systems*. Journal of Micromechanics and Microengineering, 4(4):157–171, December 1994.
- [7] Ramaswamy, N., Karanth, N., Kulkarni, S. M., and Desai, V.: *Modeling of Micropump Performance and Optimization of Diaphragm Geometry*. IJCA Proceedings on International Symposium on Devices MEMS, Intelligent Systems Communication (ISDMISC), (5):14–19, 2011.
- [8] Olsson, A., Stemme, G., and Stemme, E.: *A valve-less planar fluid pump with two pump chambers*. Sensors and Actuators A: Physical, 47(1):549 – 556, 1995.
- [9] Singhal, V., Garimella, S. V., and Murthy, J. Y.: *Low Reynolds number flow through nozzle-diffuser elements in valveless micropumps*. Sensors and Actuators A: Physical, 113(2):226 – 235, 2004.
- [10] Nafea, M., Mohamed Ali, M. S., Rehman, T., and Mehrazamir, K.: *Geometrical analysis of diffuser-nozzle elements for valveless micropumps*. pages 1–5, August 2019.
- [11] Forster, F., Bardell, R., Afromowitz, M., Sharma, N., and Blanchard, A.: *Design, fabrication and testing of fixed-valve micro-pumps*. Proceedings of the Fluids Engineering Division of the ASME - FED, 234, January 1995.

- [12] Lee, C. J., Sheen, H. J., Tu, Z. K., Lei, U., and Yang, C. Y.: *A study of pzt valveless micropump with asymmetric obstacles*. *Microsystem Technologies*, 15:993–1000, June 2009.
- [13] Shukur, A., Neoh, S., Sabani, H., and Taib, B. N.: *Design and Optimization of Valveless Micropumps by using Genetic Algorithms Approach*. *Journal of Engineering Science and Technology*, 10, October 2015.
- [14] Κοντού, Μ.: *Μοντελοποίηση και Βελτιστοποίηση Διαφραγματικής Μικρο-Αντλίας με χρήση Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής*. Διπλωματική Εργασία. Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2018.
- [15] Samouchos, K. D., Kapsoulis, D., Trompoukis, X., and Giannakoglou, K. C.: *Design of a Diaphragm Pump under Uncertainties using the Continuous Adjoint to the Cut-Cell Method*. 2018.
- [16] Samouchos, K. D., Kapsoulis, D., Trompoukis, X., and Giannakoglou, K. C.: *Shape Optimization of 3D Diaphragm Pumps using the Continuous Adjoint Approach to the Cut-Cell Method*. 2019.
- [17] Γιαννάκογλου, Κ. Χ.: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2006.
- [18] Παπουτσής-Κιαχαγιάς, Ε.: *Συζυγείς μέθοδοι χαμηλού υπολογιστικού κόστους για τυρβώδεις ροές, στην αεροδυναμική βελτιστοποίηση*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, σε εξέλιξη.
- [19] Nadarajah, S. and Jameson, A.: *A comparison of the continuous and discrete adjoint approach to automatic aerodynamic optimization*. November 2014.
- [20] Songjing, L., Liu, J., and Jiang, D.: *Dynamic characterization of a valveless micropump considering entrapped gas bubbles*. *Journal of Heat Transfer*, 135, September 2013.
- [21] Mohith, S., Navin Karanth, P., and M., Kulkarni S.: *Performance analysis of valveless micropump with disposable chamber actuated through amplified piezo actuator (apa) for biomedical application*. *Mechatronics*, 67:102347, 2020.
- [22] Cheng, Y. L. and Lin, J. H.: *Manufacture of three-dimensional valveless micropump*. *Journal of Materials Processing Technology*, 192-193:229 – 236, 2007.
- [23] Yang, Y. and Özgen, S.: *Comparison of various spring analogy related mesh deformation techniques in two-dimensional airfoil design optimization*. Diploma Thesis. Middle East Technical University, July 2015.
- [24] Τρομπούκης, Ξ.: *Αριθμητική επίλυση προβλημάτων αεροδυναμικής-αεροελαστικότητας σε επεξεργαστές καρτών γραφικών*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2012.

- [25] Batina, J. T.: *Unsteady Euler airfoil solutions using unstructured dynamic meshes*. AIAA Journal, 28(8):1381–1388, August 1990.
- [26] Καμπόλης, Ι.: *Πολυεπίπεδοι, πολυεπεξεργαστικοί αλγόριθμοι αεροδυναμικής βελτιστοποίησης στις στροβιλομηχανές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009.
- [27] Τσιάκας, Κ.: *Ανάπτυξη μεθόδων βελτιστοποίησης με χρήση επεξεργαστών καρτών γραφικών και εφαρμογή στις στροβιλομηχανές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2019.
- [28] Chorin, A. J.: *A numerical method for solving incompressible viscous flow problems*. Journal of Computational Physics, 2(1):12 – 26, 1967.
- [29] Asouti, V., Trompoukis, X., Kampolis, I., and Giannakoglou, K.: *Unsteady CFD computations using vertex-centered finite volumes for unstructured grids on Graphics Processing Units*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 67(2):232–246, May 2011.
- [30] Roe, P.: *Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes*. Journal of Computational Physics, 43(2):357–372, 1981.
- [31] Barth, T. and Jespersen, D.: *The design and application of upwind schemes on unstructured meshes*. 27th Aerospace Sciences Meeting, 1989.
- [32] Tsopeles, I.: *Integration of the GPU-Enabled CFD Solver PUMA into the Workflow of a Turbomachinery Industry. Testing and Validation*. Diploma Thesis. Laboratory of Thermal Turbomachinery, NTUA, 2018.
- [33] Γιαννάκογλου, Κ. Χ., Αναγνωστόπουλος, Ι. και Μπεργελές, Γ.: *Αριθμητική Ανάλυση για Μηχανικούς*. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2003.
- [34] Piegl, L. and Tiller, W.: *The NURBS Book*. Springer, 1997.
- [35] Carlson, N.: *NURBS surface fitting with Gauss-Newton*. Master’s Thesis. Luleå University of Technology, 2009.
- [36] Παπαδημητράκης, Δ.: *Βελτιστοποίηση μορφής 2Δ πτερυγώσεων με εξειδικευμένη μορφοποίηση βασισμένη σε καμπύλες και επιφάνειες NURBS*. Διπλωματική Εργασία. Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2016.