



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΑΡΑΙΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ  
ΑΕΡΙΩΝ ΣΕ ΜΙΚΡΟΑΓΩΓΟΥΣ**

**ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ ΑΘΗΝΑ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: κ. ΜΑΘΙΟΥΛΑΚΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**

**ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**ΑΘΗΝΑ**

**2011**

## Περίληψη

Στην παρούσα εργασία έγινε αριθμητική μελέτη της ροής αερίων (αργού, ηλίου και αέρα) σε διδιάστατους μικροαγωγούς υπό συνθήκες χαμηλών απόλυτων πιέσεων. Με βάση τις τιμές των αριθμών Knudsen η ροή θεωρήθηκε ως ροή ολίσθησης (slip flow regime). Για την επίλυση του πεδίου ροής χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Ansys 12.1 (Design Modeler, Meshing, Fluent). Το βάθος των αγωγών ήταν μεταξύ 18μm και 30 μm και το μήκος τους 5000μm. Ορίστηκε η διαφορά πίεσης μεταξύ της εισόδου και της εξόδου των αγωγών εφαρμόζοντας σε πρώτη φάση τη συνθήκη μη ολίσθησης. Στη συνέχεια, προκειμένου να εφαρμοστεί η οριακή συνθήκη ολίσθησης θεωρήθηκε ότι τα τοιχώματα του αγωγού κινούνταν με ταχύτητα εξαρτώμενη από τη διαμητική τάση του ρευστού στο στερεό τοίχωμα του αγωγού. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των δύο αυτών περιπτώσεων όσον αφορά την παροχή μάζας, διαπιστώθηκε πως τα αποτελέσματα παρουσίαζαν πολύ μικρότερες αποκλίσεις με την εφαρμογή της συνθήκης ολίσθησης με βάση αναφοράς τα θεωρητικά δεδομένα (που προέκυψαν από τη λύση της εξίσωσης Boltzmann) αλλά και διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα.

## **Abstract**

This diploma thesis presents the simulation of argon, helium and air flow under low absolute pressures in straight rectangular micro channels, using Ansys 12.1 Design Modeler, Meshing and Fluent commercial CFD software. The channels used were 250-285 $\mu\text{m}$  wide, 4750 $\mu\text{m}$ -5000 $\mu\text{m}$  long and ranged in depth from 18,27 to 30 $\mu\text{m}$ . Slip-flow regime has been assumed due to the corresponding Knudsen numbers which take values from 0,18 to 0,86. The slip flow boundary condition has been employed by considering moving channel walls with a velocity proportional to the wall shear stress. The numerical results have been compared with both theoretical (based on a solution of Boltzmann equation) and experimental data showing satisfactory agreement.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### Α.ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

A1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	ΣΕΛ.5
A2.ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ.....	ΣΕΛ.7
I. ΜΟΡΙΑΚΑ ΜΕΓΕΘΗ.....	7
II. ΑΡΙΘΜΟΣ KNUDSEN.....	9
III. ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΤΗΤΑ.....	14
IV. ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	16
V. ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ.....	21

### Β.ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

#### B1.A

##### ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ & ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΡΥΘΜΙΣΗΣ

FLUENT.....	ΣΕΛ.44
-------------	--------

#### B1.B

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΘΗΚΕ.....	ΣΕΛ.68
--	--------

A) αγωγός βάθους 30μm – ροή αργού.....	68
B) αγωγός βάθους 18,27μm – ροή αέρα.....	115
Γ) αγωγός βάθους 18,27μm – ροή αργού.....	119
Δ) αγωγός βάθους 18,27μm – ροή ηλίου.....	123
E) αγωγός βάθους 29,63 μm – ροή αέρα.....	127
Z) αγωγός βάθους 29,63 μm – ροή αργού.....	130
H) αγωγός βάθους 29,63 μm – ροή ηλίου.....	134

B2. ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ.....	ΣΕΛ.138
-------------------------------	---------

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	ΣΕΛ. 152
----------------	----------

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	ΣΕΛ.156
-------------------	---------

## A. Θεωρητικό μέρος

### A1. Εισαγωγή

Τα μικροσυστήματα είναι ένας κλάδος της τεχνολογίας που βασίζεται στην κατασκευή εξαρτημάτων με διαστάσεις από 1  $\mu\text{m}$  έως λίγα mm. Το βασικό χαρακτηριστικό που τα διακρίνει είναι ο υψηλός λόγος επιφάνειας προς όγκο και εξασφαλίζει υψηλή ροή μάζας. Ανάλογα με τη χρήση και τα περιθώρια κόστους κατασκευάζονται από διάφορα υλικά, όπως σιλικόνη, πολυμερή, μέταλλα (χρυσός, νικέλιο, αλουμίνιο, χρώμιο, τιτάνιο, βολφράμιο). Η κατασκευή τους γίνεται με διάφορες κατεργασίες όπως υγρή χάραξη σε δισκίο πυριτίου (bulk micromachining), επιφανειακή μικροκατεργασία (surface micromachining), λιθογραφία με χρήση ακτίνων X (LIGA), κατεργασία με χρήση πλάσματος (deep reactive Ion etching). Τα τελευταία χρόνια ο κλάδος αυτός αναπτύσσεται συνεχώς, βρίσκοντας εφαρμογή σχεδόν σε όλα τα πεδία: έχει αποδειχθεί ότι είναι η τεχνολογία – κλειδί στην ανάπτυξη τομέων όπως οι μεταφορές, η αστρονομία, οι τηλεπικοινωνίες, η βιοτεχνολογία κλπ. Μερικά παραδείγματα εφαρμογών μικροσυστημάτων στην καθημερινή μας ζωή περιλαμβάνουν τους εκτυπωτές ψεκασμού, τα επιταχυνσιόμετρα, τους αισθητήρες πίεσης κ.ά.

Οι λόγοι για τους οποίους τα μικροσυστήματα αποτελούν ένα βασικό κομμάτι της σημερινής έρευνας είναι πολλοί. Η μαζική παραγωγή των εξαρτημάτων τους εξασφαλίζει χαμηλό κόστος κατασκευής και το μικρό τους μέγεθος τα καθιστά ιδανικά για φορητές εφαρμογές όπως κινητά τηλέφωνα, αεροδιαστημικές συσκευές, αλλά και για εφαρμογές με περιορισμούς χώρου, όπως εμφυτεύματα, συσκευές μικροχειρουργικής κλπ. Επιπλέον εξασφαλίζουν εξοικονόμηση ενέργειας και είναι φιλικά προς το περιβάλλον. Ένα ακόμη βασικό χαρακτηριστικό τους είναι πως κατά τη μελέτη αυτών των συστημάτων δεν παίζουν σημαντικό ρόλο η βαρύτητα και η αδράνεια, αλλά υπερισχύουν οι ατομικές δυνάμεις.

(iNems.com, Nora Dempsey/ Institut Neel-France)

Στις αρχές της δεκαετίας του '90, τα πειράματα μελέτης ροής ρευστού σε μικροαγωγούς που διεξήχθησαν στο Πανεπιστήμιο της Pennsylvania από ομάδες επιστημόνων με επικεφαλείς τους H. Bau και J.Zemel οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι οι ροές σε μικροσκοπική κλίμακα παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές σε σχέση με τις ροές σε μακροσκοπική κλίμακα. Την ίδια εποχή κατασκευάστηκε και ο πρώτος μικροαγωγός με ολοκληρωμένους αισθητήρες (αρχικά πίεσης και αργότερα θερμοκρασίας) από ομάδες των C.M. Ho (UCLA) και Y.C.Tai (Caltech). Με τη βοήθεια αυτού επαληθεύτηκε για μία ακόμη φορά το γεγονός ότι η ροή ρευστού σε μικροαγωγούς παρουσιάζει διαφορετικά χαρακτηριστικά σε σχέση με τη θεωρία συνεχούς μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι στις γεωμετρίες μικροσκοπικής κλίμακας η ροή είναι κοκκώδης (granular) για υγρά και αραιοποιημένη (rarefied) για αέρια. Από τότε μέχρι σήμερα έχουν γίνει πολλές

μελέτες και πειράματα προσομοίωσης ροής ρευστού σε μικροαγωγούς, λόγω όμως των πολύ μικρών διαστάσεων των διατάξεων αυτών και λόγω έλλειψης κατάλληλων οργάνων μέτρησης υψηλής ακρίβειας δεν έχει καταστεί δυνατή η πλήρης κατανόηση των μηχανισμών της ροής σε μικροσκοπική κλίμακα.

(Microflows and Nanoflows / Karniadakis, Beskok, Aluru)

Η παρούσα εργασία αποτελείται από τα εξής μέρη :

#### **A. Θεωρητικό μέρος**

**A1** – Εισαγωγή

**A2** – Στοιχεία θεωρίας, όπου ορίζονται βασικές έννοιες και παρατίθενται πληροφορίες από συναφείς εργασίες διεθνούς βιβλιογραφίας.

#### **B. Υπολογιστικό μέρος**

**B1** - παρουσίαση των εφαρμογών υπολογιστικού πακέτου Ansys 12.1 που χρησιμοποιήθηκαν και των περιπτώσεων ροών σε μικροαγωγούς που μελετήθηκαν.

**B2** - γραφικές απεικονίσεις των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια του excel, συγκρίσεις μεταξύ περιπτώσεων και μεταξύ υπολογιστικών και αντίστοιχων πειραματικών αποτελεσμάτων.

## A.2 Στοιχεία Θεωρίας

### I. ΜΟΡΙΑΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Η ύλη αποτελείται από άτομα ή μόρια ή από μίγματα ατόμων και μορίων, που βρίσκονται σε συνεχή κίνηση είτε μέσα στον χώρο είτε γύρω από μία ορισμένη θέση (μεταφορική κίνηση, ταλάντωση). Στην αέρια κατάσταση κάθε σωματίδιο κινείται μέσα στον χώρο σχεδόν ανεξάρτητα από την επίδραση των γειτονικών του σωματιδίων. Τα άτομα ή τα μόρια ενός αερίου, που κινούνται ελεύθερα, συγκρούονται συνεχώς μεταξύ τους, αλλά και με τα τοιχώματα του δοχείου μέσα στο οποίο βρίσκονται, με αποτέλεσμα να ασκείται πίεση πάνω στα τοιχώματα αυτά. Επομένως μία από τις προφανείς ιδιότητες της αέριας κατάστασης είναι ότι τα αέρια καταλαμβάνουν πλήρως τον χώρο που τους διατίθεται.

Οι σχέσεις μεταξύ του όγκου, της πίεσης και της θερμοκρασίας ενός αερίου ενοποιούν τις βασικές και εύκολα μετρούμενες ιδιότητες όλων των αερίων. Από τις σχέσεις αυτές προκύπτουν οι νόμοι των αερίων. Ο πρώτος νόμος των αερίων ανακαλύφθηκε από τον Άγγλο φυσικό Robert Boyle και με βάση αυτόν ο όγκος μιας ορισμένης ποσότητας αερίου μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς την πίεση που ασκείται στο αέριο. Δηλαδή, αν ένα αέριο συμπιεστεί στο μισό του όγκου του, τότε η πίεση που θα ασκεί στο δοχείο που το περιέχει θα είναι η διπλάσια, εφόσον δεν έχουμε μεταβολές θερμοκρασίας. ( $V=k_1 \cdot 1/P$ , όπου  $k_1$  μία σταθερά που εξαρτάται από τις μονάδες και προσδιορίζεται πειραματικά). Τον δεύτερο νόμο των αερίων επεξεργάστηκαν οι Jacques Alexandre Charles και Joseph Louis Gay – Lussac. Ο νόμος αυτός ορίζει ότι ο όγκος ενός αερίου μεταβάλλεται ανάλογα με την απόλυτη θερμοκρασία, εφόσον η πίεση παραμένει σταθερή. ( $V=k_2 \cdot T$ , όπου η σταθερά  $k_2$  προσδιορίζεται πειραματικά).

Αν υπάρξει ταυτόχρονη μεταβολή σε δύο από τις τρεις βασικές ιδιότητες του αερίου, τότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν και οι δύο παραπάνω σχέσεις οπότε προκύπτει η απλή σχέση: το γινόμενο της πίεσης επί τον όγκο είναι ίσο με το γινόμενο της θερμοκρασίας επί μία σταθερά **R** που ονομάζεται γενικά ή παγκόσμια σταθερά των αερίων.

$$PV_n=RT, \quad (1)$$

όπου P η πίεση, T η απόλυτη θερμοκρασία και  $V_n$  ο όγκος ενός γραμμομορίου (mole) του αερίου. Ένα ιδανικό ή τέλειο αέριο επαληθεύει ακριβώς την καταστατική εξίσωση κάτω από όλες τις συνθήκες.

Τέλος, για όλα τα αέρια ισχύει ο νόμος του Avogadro σύμφωνα με τον οποίο, ίσοι όγκοι αερίων υπό τις ίδιες συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης περιέχουν τον ίδιο αριθμό μορίων, ή στις ίδιες συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης τα γραμμομόρια διαφορετικών αερίων καταλαμβάνουν τον ίδιο όγκο.

**Αριθμός Avogadro (NA)** ονομάζεται ο αριθμός των ατόμων που περιέχονται σε 12 g του ισοτόπου  $^{12}\text{C}$  του άνθρακα. Η τιμή του αριθμού Avogadro, όπως προέκυψε από

πολυάριθμες πειραματικές μετρήσεις, βρέθηκε ότι είναι  $N_A = 6,0221417930 \cdot 10^{23} \text{ mole}^{-1}$ . Σε κάθε γραμμομόριο (mole) οποιασδήποτε καθαρής ουσίας περιέχονται ακριβώς  $N_A$  μόρια, σε κάθε γραμμοάτομο (gr-at) οποιασδήποτε χημικού στοιχείου περιέχονται ακριβώς  $N_A$  άτομα, σε κάθε γραμμοίον (gr-ion) περιέχονται ακριβώς  $N_A$  ιόντα. Ο Αριθμός Αβογκάντρο πήρε το όνομά του προς τιμήν του Ιταλού χημικού Αμεντέο Αβογκάντρο. Η υπόθεση του Avogadro οδηγεί αμέσως στο συμπέρασμα ότι ένα γραμμομόριο οποιασδήποτε ιδανικού αερίου θα καταλαμβάνει πάντα συγκεκριμένο όγκο 22,41383 λίτρα σε ορισμένη θερμοκρασία και πίεση  $0^\circ\text{C}$ , 1 atm. Αυτό οδηγεί στην σχέση τελείου αερίου

$$P = n \cdot k_B \cdot T, \quad (2)$$

όπου  $P$  είναι η πίεση,  $T$  η θερμοκρασία,  $n$  η αριθμητική πυκνότητα (σε  $0^\circ\text{C}$  και ατμοσφαιρική πίεση ισούται με  $2,69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ ) και  $k_B$  η σταθερά του Boltzmann ( $1,3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ).

Επίσης, θεωρώντας ότι τα μόρια είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα ορίζεται το μέγεθος μέση μοριακή απόσταση (mean molecular spacing) ως

$$\delta \propto n^{-1/3}. \quad (3)$$

(Σε κανονικές συνθήκες το  $\delta$  παίρνει την τιμή  $3,3 \cdot 10^{-9}$ ).

Ακόμη, ορίζεται η **μέση ελεύθερη διαδρομή  $\lambda$**  (mean free path), δηλαδή η απόσταση που διανύουν τα μόρια ανάμεσα σε διαδοχικές συγκρούσεις. Για ένα ιδανικό αέριο που μοντελοποιείται σαν ένα σύνολο από άκαμπτες σφαίρες σε θερμοδυναμική ισορροπία το μέγεθος αυτό δίνεται από τη σχέση

$$\lambda = (2^{1/2} \pi d^2 n)^{-1} = k T / \sqrt{2} \pi P \sigma^2, \quad (4)$$

όπου  $k$  η σταθερά Boltzmann,  $\sigma$  η μοριακή διάμετρος και  $n$  η μοριακή πυκνότητα. (MEMS handbook / Gad El Hak)

Οι τιμές της μέσης ελεύθερης διαδρομής για διάφορα αέρια που χρησιμοποιούνται σε μικροσυστήματα και σε ατμοσφαιρικές συνθήκες (298K, 1 atm), δίνονται στο ακόλουθο πίνακα:



Gas	Density [kg/m <sup>3</sup> ]	Dynamic Viscosity [kg/(m.s)]	Thermal Con- ductivity [W/(m.K)]	Thermal Diffusivity [m <sup>2</sup> /s]	Specific Heat [J/(kgK)]	Mean Free Path [m]
Air	1.293	1.85E-5	0.0261	2.01E-5	1004.5	6.111E-8
N2	1.251	1.80E-5	0.0260	2.00E-5	1038.3	6.044E-8
CO2	1.965	1.50E-5	0.0166	1.00E-5	845.7	4.019E-8
O2	1.429	2.07E-5	0.0267	2.04E-5	916.9	6.503E-8
He	0.179	1.99E-5	0.150	1.60E-4	5233.5	17.651E-8
Argon	1.783	2.29E-5	0.0177	1.93E-5	515.0	6.441E-8

Σχ.1 Θερμοφυσικές ιδιότητες αερίων που χρησιμοποιούνται σε μικροσυστήματα (microflows & nanoflows / Beskok, Karniadakis, Aluru)

Γενικά, το συνεχές μοντέλο κρίνεται αποδεκτό όταν η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι πολύ μικρότερη από την χαρακτηριστική διάσταση της ροής. Όταν αυτό δεν ισχύει, παύει να ισχύει η συνθήκη μη ολίσθησης στο τοίχωμα, καθώς και η γραμμική σχέση μεταξύ της παραμόρφωσης και της τάσης, όπως και της ροής θερμότητας και της κλίσης της θερμοκρασίας.

## II. ΑΡΙΘΜΟΣ KNUDSEN

Ο λόγος της μέσης ελεύθερης διαδρομής προς το χαρακτηριστικό μήκος της ροής L είναι γνωστός σαν **αριθμός Knudsen**.

$$Kn = \lambda / L \quad (5)$$

Ο αριθμός Kn σχετίζεται με τους αριθμούς Reynolds και Mach ως ακολούθως:

$$Kn = \lambda / L = \sqrt{\frac{\pi \gamma}{2}} \frac{M}{Re}, \quad (6)$$

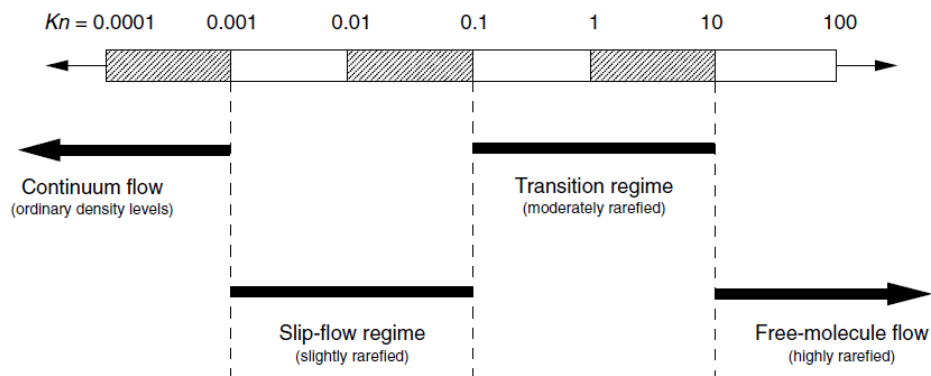
όπου  $\gamma$  ο ισεντροπικός εκθέτης.

Ο αριθμός Kn καθορίζει κατά πόσο αραιοποιημένο είναι το αέριο ρευστό και δίνει μια εικόνα για το αν μπορεί να εφαρμοστεί η θεωρία συνεχούς μέσου. Ορίστηκε από τον Δανό φυσικό Martin Hans Christian Knudsen που ήταν καθηγητής στο Τεχνικό Πανεπιστήμιο της Δανίας και έγινε γνωστός για το πλούσιο ερευνητικό έργο του πάνω στη μοριακή ροή αερίου. Το 1895 τιμήθηκε με το χρυσό μετάλλιο του

πανεπιστημίου Κοπεγχάγης και το 1935 με το βραβείο Alexander Aggasiz της Εθνικής Ακαδημίας Επιστημών ΗΠΑ.

Ισχύει η ακόλουθη κατάταξη:

- Για  $Kn \rightarrow 0$  ( $Re \rightarrow \infty$ ) Εξισώσεις Euler (αγνοείται η διάχυση των μορίων)
- Για  $Kn < 10^{-3}$  Εξισώσεις Navier Stokes με ορ. συνθήκες μη ολίσθησης
- Για  $10^{-3} \leq Kn \leq 10^{-1}$  Εξισώσεις Navier Stokes με ορ. συνθήκες ολίσθησης
- Για  $10^{-1} \leq Kn < 10$  Μεταβατικό καθεστώς
- Για  $Kn \geq 10$  Ελεύθερη μοριακή ροή

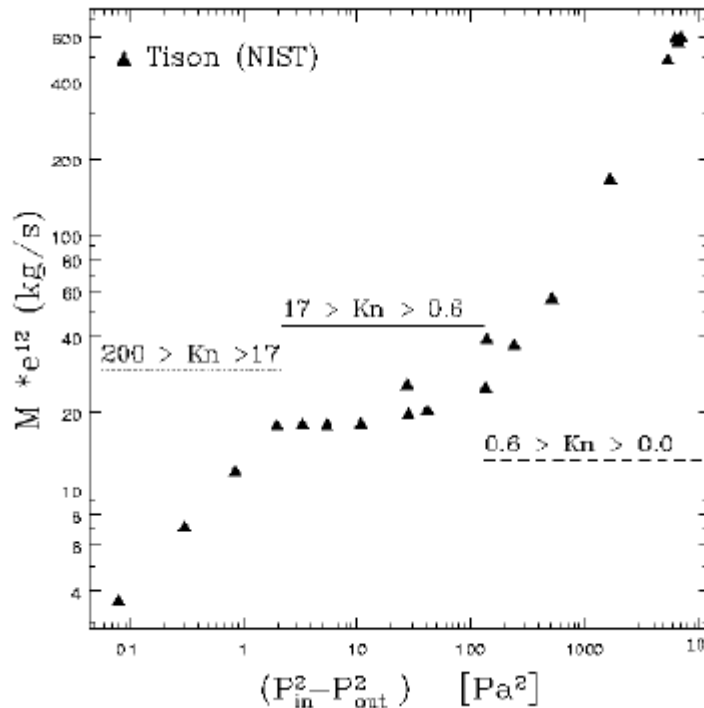


Σχ.2 Οι διάφορες περιπτώσεις ροής ανάλογα με τις τιμές του αριθμού Knudsen (MEMS Handbook / Gad el Hak)

Θεωρώντας την υπόθεση της δυναμικής ομοιότητας, σε πολλές εφαρμογές ρευστομηχανικής παρατηρούνται αναλογίες που βασίζονται στις διάφορες περιπτώσεις γεωμετρικής κλίμακας και δυναμικών συνθηκών. Αυτό μας επιτρέπει να εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα για ένα ρευστομηχανικό σύστημα, χρησιμοποιώντας ένα διαφορετικών διαστάσεων μοντέλο στις ίδιες φυσικές συνθήκες, που χαρακτηρίζονται από αδιάστατες παραμέτρους όπως οι αριθμοί Mach, Reynolds, Prandtl, Knudsen.

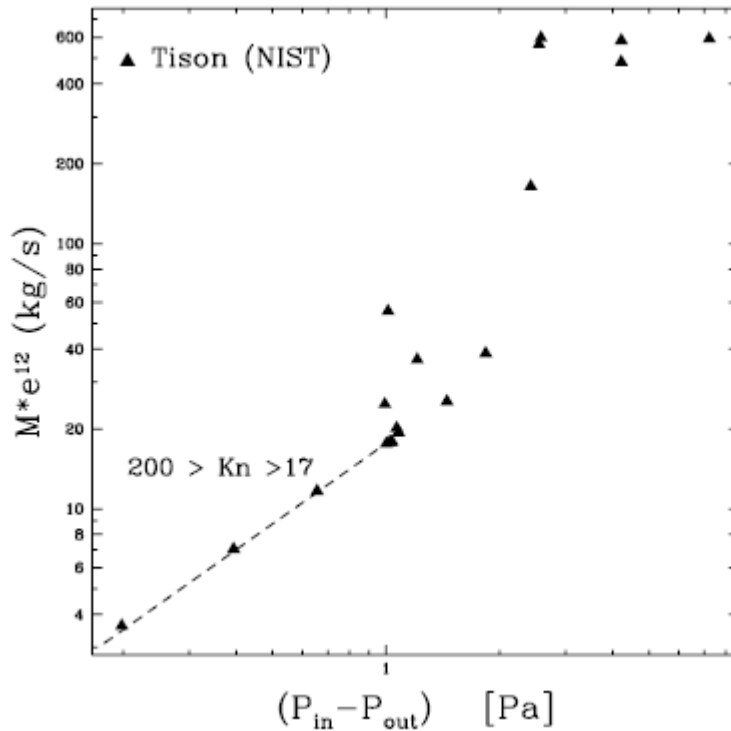
Την πειραματική επιβεβαίωση της παραπάνω θεωρητικής ταξινόμησης κατάφερε ο Tison στο National Institute of Standards το 1995, ο οποίος πραγματοποίησε πείραμα σε συνθήκες πολύ χαμηλής πίεσης, χρησιμοποιώντας σωλήνα διαμέτρου  $2a=2\text{mm}$  και

μήκους  $L= 200\text{mm}$ . Οι πιέσεις εισόδου και εξόδου έπαιρναν διάφορες τιμές με αποτέλεσμα ο αριθμός  $Kn$  να κυμαίνεται από 0 έως 200. Όλα τα αποτελέσματα καταγράφηκαν σε λογαριθμικό διάγραμμα:



Σχ.3 Οι περιοχές της ροής συναρτήσει της διαφοράς  $(P_{in}^2 - P_{out}^2)$  που προέκυψαν από τα πειράματα του Tison (*Microflows and Nanoflows – Karniadakis, Beskok, Aluru*).

Στο διάγραμμα αυτό μπορεί κανείς πολύ εύκολα να διακρίνει τρεις διαφορετικές περιοχές ροής, παρότι τα όρια των περιοχών δεν συμπίπτουν ακριβώς με αυτά που ορίστηκαν παραπάνω. Μέχρι την τιμή  $Kn=0,6$  έχουμε ροή συνεχούς μέσου με ολίσθηση στα τοιχώματα του αγωγού, ενώ μέχρι την τιμή  $Kn=17$  έχουμε μεταβατική ροή. Για τιμές  $17 < Kn < 200$  έχουμε ελεύθερη μοριακή ροή. Η μορφή του διαγράμματος υποδηλώνει επίσης ότι δεν έχουμε γραμμική πτώση πίεσης κατά μήκος του αγωγού. Η κλιμάκωση της παροχής μάζας που παρουσιάζεται, σε σχέση με τη διαφορά των τετραγώνων των πιέσεων, είναι χαρακτηριστική για συμπιεστές ροές χαμηλού αριθμού Reynolds. Στο ακόλουθο διάγραμμα όπου απεικονίζεται η παροχή μάζας συναρτήσει της διαφοράς πίεσης εξόδου-εισόδου φαίνεται πως δεν υπάρχει συγκεκριμένη συσχέτιση των σημείων εκτός της περιοχής ελεύθερης μοριακής ροής.



Σχ.4 Οι περιοχές της παροχής σαν συνάρτηση της διαφοράς ( $P_{in}-P_{out}$ ) . Γραμμική πτώση πίεσης για τιμές  $Kn > 17$ . (*Microflows and Nanoflows – Beskok, Karniadakis, Aluru*).

Μετά από πειράματα στο πανεπιστήμιο της Pennsylvania προέκυψε το συμπέρασμα ότι οι ροές μέσα σε μικροκανάλια παρουσιάζουν αποκλίσεις σε σχέση με την αναμενόμενη συμπεριφορά του συνεχούς μέσου σε διατάξεις μεγαλύτερης κλίμακας. Υπολογίστηκε ο λόγος του πειραματικά μετρημένου αριθμού Poiseuille προς τον θεωρητικά εκτιμώμενο

$$C^* = \frac{(Po)_{exp}}{(Po)_{th}} \quad (7)$$

Ο αριθμός Poiseuille ορίζεται ως

$$Po = C_f Re \quad (8)$$

$C_f$  είναι ένας συντελεστής τριβής και  $Re$  ο αριθμός Reynolds.

### III. ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΤΗΤΑ

Παρότι το αν η συνεχής ροή θα θεωρηθεί συμπιεστή ή ασυμπίεστη μοιάζει απλό ζήτημα, στην πραγματικότητα εμπεριέχει πολλές παγίδες. Με βάση τη συμβατική θεωρία αν ο τοπικός αριθμός Mach είναι μικρότερος από 0,3, τότε η ροή ενός συμπιεστού ρευστού, όπως πχ. ο αέρας, μπορεί να θεωρηθεί ασυμπίεστη. Το κριτήριο όμως αυτό δεν είναι επαρκές για όλες τις εφαρμογές, αφού σε περιπτώσεις θέρμανσης ή ψύξης τοιχωμάτων των αγωγών, καθώς και σε περιπτώσεις μικροσυστημάτων όπου έχουμε μεγάλη πτώση πίεσης, δεν μπορούμε σε καμία περίπτωση να θεωρήσουμε ασυμπίεστη τη ροή.

Από την πλήρη εξίσωση συνέχειας

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0$$

(9)

Προκύπτει ότι επαρκές κριτήριο για να είναι αποδεκτή η υπόθεση της μη συμπιεστότητας, είναι η πολύ μικρή τιμή του όρου  $(\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt})$ .

Δεδομένου ότι η πυκνότητα εξαρτάται από την πίεση και την θερμοκρασία, και χρησιμοποιώντας τον κανόνα της αλυσίδας προκύπτει η σχέση

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \alpha \frac{Dp}{Dt} - \beta \frac{DT}{Dt}$$

(10)

*(η σχέση αυτή πρέπει να αδιαστατοποιείται προκειμένου να εξάγονται συμπεράσματα για το αν κάποιος όρος παίρνει μεγάλη ή μικρή τιμή)*

Όπου  $\alpha$  και  $\beta$  είναι οι συντελεστές ισοθερμικής συμπιεστότητας και διόγκωσης αντίστοιχα. (οι συντελεστές αυτοί καθορίζουν κατά πόσο επιρρεπές είναι το ρευστό στις μεταβολές όγκου και δίνονται από τις σχέσεις:

$$\alpha(p, T) \equiv \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T$$
$$\beta(p, T) \equiv -\frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p$$

(11-α,β)

Για ιδανικά αέρια,  $\alpha=1/p$  και  $\beta=1/T$ . )

Θεωρούμε αρχικά την περίπτωση αδιαβατικών τοιχωμάτων. Η πυκνότητα κανονικοποιείται με μια τιμή αναφοράς  $\rho_0$ , οι ταχύτητες με μία τιμή  $v_0$ , οι χωρικές συντεταγμένες και ο χρόνος με τις τιμές  $L$  και  $L/v_0$ , ο συντελεστής ισοθερμικής συμπίεστος και ο συντελεστής διόγκωσης με τις τιμές αναφοράς  $\alpha_0$  και  $\beta_0$ . Η πίεση αδιαστατοποιείται με την αδρανειακή κλίμακα πίεσης  $\rho_0 v_0^2$ .

Οι αλλαγές της θερμοκρασίας στην περίπτωση των αδιαβατικών τοιχωμάτων είναι αποτέλεσμα της μη αναστρέψιμης μετατροπής της μηχανικής ενέργειας σε εσωτερική ενέργεια, μέσω των απωλειών ιξώδους.

Η θερμοκρασία αδιαστατοποιείται ως εξής:

$$T^* = \frac{T - T_0}{\left(\frac{\mu_0 v_0^2}{c_{\kappa_0}}\right)} = \frac{T - T_0}{Pr \left(\frac{v_0^2}{c_{p_0}}\right)} \quad (12)$$

Όπου  $T_0$  είναι η θερμοκρασία αναφοράς,  $\mu_0$ ,  $\kappa_0$ ,  $c_{p_0}$  είναι αντιστοίχως το ιξώδες αναφοράς, η θερμική αγωγιμότητα και η συγκεκριμένη θερμότητα σε σταθερή πίεση. Με  $Pr$  συμβολίζεται ο αριθμός Prandtl αναφοράς,  $(\mu_0 c_{p_0}) / \kappa_0$ .

Στη συγκεκριμένη κατάρτιση τύπων, η κλίμακα που χρησιμοποιήθηκε για την πίεση βασίζεται στην εξίσωση Bernoulli, επομένως αμελείται η επίδραση του ιξώδους. Η συγκεκριμένη κλίμακα εγγυάται πως ο όρος της πίεσης, θα είναι της ίδιας τάξης με την αδράνεια.

Έτσι οδηγούμαστε στον τύπο αδιάστατων μεγεθών:

$$\frac{1}{\rho^*} \frac{D\rho^*}{Dt^*} = \gamma_0 Ma^2 \left\{ \alpha^* \frac{Dp^*}{Dt^*} - \frac{Pr B \beta^*}{A} \frac{DT^*}{Dt^*} \right\} \quad (13)$$

Όπου ο άνω δείκτης  $*$  δηλώνει αδιάστατη ποσότητα,  $Ma$  είναι ο αριθμός Mach αναφοράς ( $v_0/\alpha_0$ ,  $\alpha_0$  η ταχύτητα αναφοράς του ήχου). Τα σύμβολα  $A$  και  $B$  αντιπροσωπεύουν αδιάστατες σταθερές ορισμένες ως  $A \equiv \alpha_0 \rho_0 c_{p_0} T_0$  και  $B \equiv \beta_0 T_0$ .

Εφόσον η κλίμακα επιλέγεται σωστά, οι όροι που έχουν άνω δείκτη  $*$  στο δεξί μέλος πρέπει να είναι πρώτης τάξης και η σχετική σημασία αυτών των όρων στις εξισώσεις κίνησης καθορίζεται από το μέγεθος της αδιάστατης παραμέτρου που εμφανίζεται στα αριστερά τους ( $Ma$ ,  $Pr$ , κλπ). Γι' αυτό το λόγο καθώς το τετράγωνο του αριθμού Mach τείνει στο 0, οι μεταβολές της θερμοκρασίας λόγω διάχυσης δράσης συνεκτικότητας (viscous dissipation) αμελούνται. Επίσης, οι μεταβολές στην πίεση αμελούνται όταν ο αριθμός  $Ma$  τείνει στο 0. Ως εκ τούτου, για  $Ma < 0.3$  (δηλαδή όταν  $Ma^2 < 0.09$ ) η μεταβολή της πυκνότητας μπορεί να

θεωρηθεί αμελητέα και η ροή μπορεί με καλή προσέγγιση να θεωρηθεί ασυμπίεστη. (εφόσον πρόκειται για μεταβολή πίεσης που οφείλεται σε αδράνεια και όχι στην επίδραση του ιξώδους, όπως λ.χ. σε μικροαγωγούς. Σε αυτή την περίπτωση ο όρος  $\frac{Dp^*}{Dt}$  δεν είναι πρώτης τάξης και μπορεί να έχει πολύ μεγαλύτερη τιμή σε σχέση με τον αριθμό Ma, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται σημαντικά η πίεση και η ροή πρέπει να θεωρηθεί συμπίεστη.) (Panton 1996- *The MEMS Handbook* –Gad el Hak)

#### IV. ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Παραδοσιακά θεωρείται πως το ρευστό που βρίσκεται σε επαφή με τα τοιχώματα του αγωγού έχει ταχύτητα μηδενική σε σχέση με το τοίχωμα και η θερμοκρασία του είναι ίδια με του τοιχώματος. Θεωρητικά αυτές οι δύο οριακές συνθήκες ισχύουν αν η παρακείμενη στο τοίχωμα ροή βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία. Αυτό συνεπάγεται συχνότητα συγκρούσεων (μεταξύ του υγρού και της στερεής επιφάνειας) που τείνει στο άπειρο. Στην πράξη, η συνθήκη μη ολίσθησης δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα εφόσον ο αριθμός Kn είναι μικρότερος από 0,001 (για αέρια). Πέραν αυτής της τιμής η συχνότητα συγκρούσεων δεν είναι αρκετά υψηλή ώστε να εγγυάται την ισορροπία, με συνέπεια να πρέπει να θεωρηθούν διαφορετικές οριακές συνθήκες. Για αέρια και υγρά, η γραμμική οριακή συνθήκη Navier, συσχετίζει εμπειρικά την εφαπτομενική ολίσθηση της ταχύτητας στο τοίχωμα, με τη διάτμηση στη συγκεκριμένη θέση.

$$\Delta u|_w = u_{\text{fluid}} - u_{\text{wall}} = L_s \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w \quad (14)$$

Όπου με  $L_s$  συμβολίζεται το σταθερό μήκος ολίσθησης (constant slip length) .

Ας επικεντρώσουμε τώρα το ενδιαφέρον μας στα αέρια. Τα μόρια των αερίων μπορούν να μοντελοποιηθούν σαν άκαμπτες σφαίρες που συγκρούονται μεταξύ τους συνεχώς και ανακλώνται από το στερεό τοίχωμα. Για ιδανικά λείο τοίχωμα (σε μοριακή κλίμακα) η γωνία πρόσπτωσης στο τοίχωμα ισούται με τη γωνία ανάκλασης και έτσι τα μόρια διατηρούν την εφαπτόμενη ορμή τους και δεν ασκούν διάτμηση στον τοίχο. (specular reflection). Αντίθετα, για τραχύ τοίχωμα , τα μόρια ανακλώνονται σε τυχαία γωνία που δεν σχετίζεται με τη γωνία πρόσπτωσης. Σε αυτή την περίπτωση η μηδενική εφαπτόμενη ορμή των ανακλώμενων μορίων ρευστού ισορροπείται από μία πεπερασμένη ταχύτητα ολίσθησης, προκειμένου να συνυπολογισθεί η διατμητική τάση που μεταφέρεται στο τοίχωμα. Η ισορροπία δυνάμεων κοντά στο τοίχωμα οδηγεί στην ακόλουθη έκφραση για την ταχύτητα ολίσθησης

$$u_{\text{gas}} - u_{\text{wall}} = \mathcal{L} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w \quad (15)$$

Το δεξί μέλος της σχέσης μπορεί να θεωρηθεί ο πρώτος όρος μιας σειράς Taylor με άπειρους όρους , ικανοποιητικής ισχύος εάν η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι αρκετά μικρή. Με βάση

τη σχέση αυτή γίνεται φανερό ότι σημαντική ολίσθηση εμφανίζεται μόνο εάν η μέση ταχύτητα των μορίων παρουσιάζει μεγάλες διαφορές κατά μήκος μιας μέσης ελεύθερης διαδρομής (εφαρμογές κενού, μικροσυσκευές). Σε αυτές τις περιπτώσεις ο αριθμός των συγκρούσεων μεταξύ των μορίων ρευστού και στερεού δεν είναι αρκετά μεγάλος, ώστε έστω και προσεγγιστικά να επιτυγχάνεται μία ισορροπία στη ροή. Επιπλέον μη γραμμικοί όροι στις σειρές Taylor χρειάζονται καθώς το  $L$  αυξάνεται και η ροή απομακρύνεται από την κατάσταση ισορροπίας.

Σε πραγματικές συνθήκες, κάποια μόρια ανακλώνται από τα τοιχώματα σε τυχαίες γωνίες και κάποια με γωνίες ίσες με τις γωνίες πρόσπτωσης. Με άλλα λόγια, ποσοστό της ορμής των μορίων διοχετεύεται στο τοίχωμα και ένα (μικρότερο κατά κανόνα) ποσοστό διατηρείται στα μόρια.

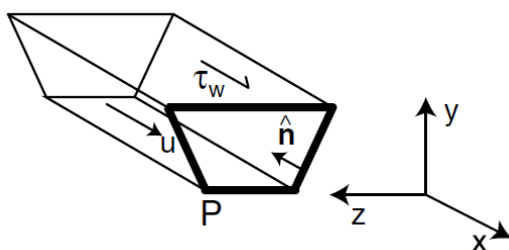
Ο συντελεστής μεταβολής εφαπτομενικής ροής  $\sigma_v$  (tangential momentum accommodation coefficient) ορίζεται σαν το ποσοστό των μορίων που ανακλώνται σε τυχαίες γωνίες. Η τιμή του εξαρτάται από το ρευστό και τη λείανση της επιφάνειας. Πειραματικά έχει διαπιστωθεί ότι παίρνει τιμές μεταξύ 0,2 και 0,8. Το κάτω όριο αναφέρεται σε λείες επιφάνειες, ενώ το άνω όριο είναι τυπικό για τις επιφάνειες που χρησιμοποιούνται στην πράξη. Τελικά η σχέση αυτή, όπως διαμορφώθηκε από τον Maxwell για ισοθερμικό τοίχωμα οδηγεί στον τύπο:

$$u_{\text{gas}} - u_{\text{wall}} = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \mathcal{L} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w \quad (16)$$

Όταν ο όρος  $\sigma_v = 0$  η ταχύτητα ολίσθησης τείνει στο άπειρο.

(MEMS handbook – Gad El Hak)

Υδραυλική διάμετρος



Σχ. 5 (Αγωγός αυθαίρετης διατομής  $A$ , όπου η περίμετρος είναι  $P$  και  $\tau_w$  η διατμητική τάση στο τοίχωμα, MEMS Handbook, Gad-el-Hak)

Η ανάλυση με βάση έναν όγκο ελέγχου οδηγεί στην έννοια της υδραυλικής διαμέτρου. Στο σχήμα παρουσιάζεται ένας αγωγός αυθαίρετης διατομής. Επειδή η ροή είναι πλήρως διαμορφωμένη και έχουμε κίνηση προς μία μόνο κατεύθυνση, η επιτάχυνση είναι 0, αφού στην κατεύθυνση της ροής ισχύει:



$$-\frac{dp}{dx}A = \bar{\tau}_w P \quad (17)$$

όπου

$$\bar{\tau}_w = \frac{1}{P} \oint_p \tau_w dl \quad (18)$$

η μέση διατμητική τάση στην περίμετρο.

Η τοπική διατμητική τάση των τοιχωμάτων δίνεται από την σχέση:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{n=0} \quad (19)$$

Πρακτικά η υδραυλική διάμετρος δίνεται από τη σχέση:

$$D_h = \frac{4A}{P} \quad (20)$$

Με A συμβολίζεται η επιφάνεια και με P η περίμετρος του αγωγού.

Το μοντέλο αυτό είναι πολύ χρήσιμο ακόμα και για τη μελέτη αγωγών μη κυκλικής διατομής. Παρότι οι περισσότεροι μικροαγωγοί που κατασκευάζονται δεν είναι κυκλικής διατομής, η κυκλική διατομή είναι βασικό σημείο αναφοράς. Από πολύ παλιά έχει μελετηθεί η σχέση μεταξύ πίεσης και ταχύτητας και έχει εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα μεγέθη αυτά είναι αντιστρόφως ανάλογα της διαμέτρου του αγωγού, υψωμένης στην τέταρτη δύναμη. (Hagen 1839, Reynolds 1883)

Σε έναν αγωγό μικροσκοπικών διαστάσεων και ακτίνας  $a=D/2$ , το προφίλ της ταχύτητας είναι παραβολικό

$$u = u_{\max} \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \quad (21)$$

Η μέγιστη ταχύτητα δίνεται από την σχέση

$$u_{\max} = \frac{a^2}{4\mu} \left( -\frac{dp}{dx} \right) \quad (22)$$

Η μέση ταχύτητα δίνεται από τη σχέση

$$\bar{U} = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a u(r) 2\pi r dr \quad (23)$$

Και ισούται με

$$\bar{U} = \frac{1}{2} u_{\max} \quad (24)$$

Με βάση αυτήν η παροχή όγκου Q υπολογίζεται ως εξής

$$Q = \bar{U}A \quad (25)$$

Χρησιμοποιώντας αυτές τις σχέσεις προκύπτει πως η πτώση πίεσης είναι

$$\Delta p = \frac{8\mu LQ}{\pi a^4} \quad (26)$$

Και ορίζεται ο συντελεστής τριβής Darcy έτσι ώστε

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \rho \frac{\bar{U}^2}{2} \quad (27)$$

Για τον σωλήνα που εικονίζεται παραπάνω, για πλήρως διαμορφωμένη ροή και για επιτάχυνση της βαρύτητας g ισχύει:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{dp}{dx} + \rho g_x + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \Phi \quad (28-\alpha, \beta)$$

Για σταθερή θερμοκρασία και ιδιότητες του ρευστού προκύπτει μία απλή εξίσωση Poisson


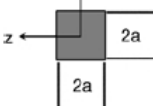



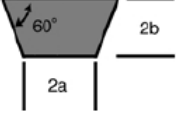
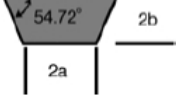
$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{d}{dx} (p - \rho g_x x) \quad (29)$$

Όταν ο λόγος διατμητικής τάσης είναι μικρότερος από  $10^{12} \text{s}^{-1}$  χρησιμοποιείται η συνθήκη μη ολίσθησης  $u=0$  πάνω στο όριο P όπως εικονίζεται στο σχήμα 5.

Το 1883 ο Reynolds όρισε μία κρίσιμη τιμή για την ταχύτητα, την  $u_{crit}$ , πάνω από την οποία αλλάζει η αντίσταση στη ροή. Σε αυτή την τιμή ταχύτητας αντιστοιχεί μία τιμή αριθμού  $Re_{crit}$ , κάτω από την οποία οι διαταραχές στη ροή δεν διατηρούνται. Τέτοιες διαταραχές μπορούν να προκληθούν από εσωτερικές συνθήκες του συστήματος, όπως λ.χ. κάποια αιχμηρή ακμή ή αστάθεια στην παροχή της πηγής. Η τιμή του  $Re_{crit}$  έχει υπολογισθεί περίπου 2000. Για τυρβώδη ροή η εμπειρική σχέση που συνδέει το συντελεστή τριβής και τον αριθμό Re στην περίπτωση που έχουμε αγωγό με λεία τοιχώματα είναι η εξής:

$$f \approx 0.3164 Re^{-0.25} \quad (30)$$

Για αγωγούς μη κυκλικής διατομής, η αντίσταση στην ροή δίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

Cross Section	$f Re$	$u_{max}/u_B$
	64	2.000
	56.92	2.0962
	$96[1 - 1.3553\alpha + 1.9467\alpha^2 - 1.7012\alpha^3 + 0.9564\alpha^4 - 0.2537\alpha^5]$	—
$\alpha = b/a$		
	96	1.5000
	60	—
	$\frac{2b/2a}{4.000 \quad 55.66}$ 2.000 55.22 1.000 56.60 0.500 62.77 0.250 72.20	2.181 2.162 2.119 1.969 1.766
	1.000 56.15	2.137

Σχ.6 Η αντίσταση στη ροή για αγωγούς διαφόρων διατομών (Data from Shah, R.K. and London A.L. (1978) *Advances in heat transfer, Gad-E-Hak, The MEMS handbook*)

Παρά την απλότητα της στρωτής ροής σε ευθείς σωλήνες, οι πειραματικές μελέτες δεν δίνουν την αναμενόμενη σχέση μεταξύ συντελεστή τριβής και αριθμού Reynolds.

Το μεγαλύτερο μέρος των πληροφοριών για την αντίσταση που παρουσιάζεται στη ροή έχει αποκτηθεί με χρήση μετρήσεων ροής μάζας (bulk flow). Η μέθοδος αυτή δεν απαιτεί οπτική επαφή και δεν υπάρχουν περιορισμοί στη γεωμετρία του σωλήνα, δεν είναι όμως απόλυτα ακριβής. Άλλες μέθοδοι που έχουν χρησιμοποιηθεί είναι οι εξής: μέτρηση ταχύτητας μέσω αναγνώρισης μορίων (molecular tagging velocimetry), χάραξη τροχιάς σωματιδίων (particle tracking), ποσοτικοποίηση αυλακώσεων (streak quantification), οπτικοποίηση μέσω βαφής (dye visualization), απεικόνιση με ακτίνες X (x-ray imaging), μέτρηση σημείου (pointwise measurement).

(Gad-El-Hak *The MEMS Handbook*)

## V. Συναφείς εργασίες διεθνούς βιβλιογραφίας

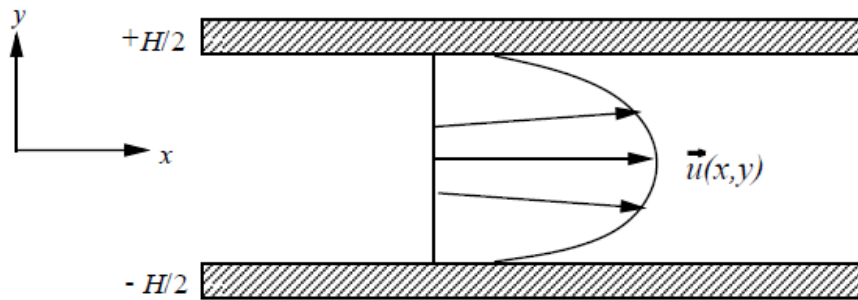
### Gaseous slip flow in long microchannels

Οι **Errol Arkilic**, **Martin A. Schmidt** και **Kenneth S. Breuer** εκπόνησαν αναλυτική και πειραματική μελέτη ροής ηλίου σε μικροαγωγούς. Παρακάτω δίνονται συνοπτικά κάποια στοιχεία από την εργασία τους .

Με 2-d ανάλυση των εξισώσεων Navier Stokes και χρησιμοποιώντας πρώτης τάξης οριακή συνθήκη ταχύτητας ολίσθησης, απέδειξαν ότι τόσο η συμπίεστικότητα, όσο και τα φαινόμενα αραιοποίησης παίζουν σημαντικό ρόλο στους μικροαγωγούς μεγάλου μήκους. Θεωρώντας το ανάπτυγμα της διαταραχής (perturbation expansion) ως προς το λόγο ύψους προς μήκους του καναλιού και χρησιμοποιώντας την καταστατική εξίσωση τελείου αερίου, προέκυψε ότι η μηδενικής τάξης αναλυτική λύση για την παροχή μάζας κατά μήκος της ροής ήταν ίδια με αυτή των πειραματικών αποτελεσμάτων. Επίσης, παρατηρήθηκε η επίδραση της ολίσθησης στην κατανομή της πίεσης και εξήχθη το συμπέρασμα ότι η ταχύτητα ολίσθησης προκαλεί μετακίνηση ροής μάζας προς τα τοιχώματα. Στα πειράματά τους χρησιμοποίησαν αγωγούς πλάτους 52.25μm, βάθους 1.33 μm και μήκους 7500 μm.

Οι κλίμακες χαρακτηριστικού μήκους που διέπουν τη μεταφορά ενέργειας και ορμής μεταξύ μικροηλεκτρομηχανικών συστημάτων (MEMS) και του περιβάλλοντός τους είναι συνήθως της τάξης  $10^{-6}$ . Τα MEMS χρησιμοποιούνται κυρίως σε περιβάλλον αερίων σε κανονικές συνθήκες, ενώ η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι περίπου 70μm. Ως εκ τούτου, ακόμα και σε ατμοσφαιρικές συνθήκες, ο λόγος της μέσης ελεύθερης διαδρομής προς το χαρακτηριστικό μήκος μπορεί να μην είναι αμελητέος, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται φαινόμενα αραιοποίησης και συμπίεστικότητας.

Η ανάλυση έγινε σε δύο διαστάσεις και η κατεύθυνση z αμελήθηκε καθ' ότι οι αγωγοί είχαν υψηλό λόγο μήκους προς πλάτος (aspect ratio) και είναι εύκολο να αποδειχθεί ότι το σφάλμα είναι ανάλογο του τετραγώνου του λόγου διαστάσεων. Στο σχήμα 7 φαίνεται η γεωμετρία που μελετήθηκε και το προφίλ της ροής σε μια δεδομένη θέση. Καθώς η ροή προχωρά αλλάζει το προφίλ της ταχύτητας και η τιμή των όρων της ταχύτητας που είναι κάθετοι στη διεύθυνση του τοίχου (wall normal) αυξάνεται.



Σχ. 7 Η γεωμετρία της ανάλυσης, με το προφίλ της ταχύτητας σε μία δεδομένη θέση. Καθώς η ροή προχωρά κατά μήκος του αγωγού, αλλάζει το προφίλ της ταχύτητας. (gaseous slip flow in long microchannels-Arkilic, Schmidt, Breuer)

Οι εξισώσεις που ισχύουν για συμπιεστό ρευστό, αγνοώντας τις μαζικές δυνάμεις είναι:

$$\begin{aligned} \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) \right) \\ \rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{3} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) \right). \end{aligned} \quad (31-\alpha, \beta)$$

Εξίσωση Συνέχειας

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (32)$$

και η καταστατική εξίσωση ιδανικού αερίου

$$p = \rho \mathcal{R}T. \quad (33)$$

(u: η ταχύτητα κατά μήκος της ροής, v: η ταχύτητα κάθετη στο τοίχωμα, μ: μοριακό ιξώδες (molecular viscosity), ρ: πυκνότητα, R: σταθερά αερίου)

Έγινε αδιαστατοποίηση των μεταβλητών ως εξής: οι ταχύτητες κανονικοποιήθηκαν με τη μέση ταχύτητα κατά την διεύθυνση της ροής στην έξοδο του αγωγού ( $\bar{u}$ ), η μεταβλητή θέση x με το μήκος του αγωγού, η μεταβλητή θέση y με το ύψος του αγωγού και τέλος η πυκνότητα ρ και η πίεση p με τις εξωτερικές συνθήκες περιβάλλοντος  $\bar{\rho}$  και  $\bar{p}$ . Μια ακόμη απλοποίηση που χρησιμοποιείται είναι αυτή της ισοθερμικής ροής, αφού ο αριθμός Mach είναι χαμηλός  $M \ll 1/\sqrt{\gamma}$  σε μακριά μη μονωμένα κανάλια.

Οι εξισώσεις ορμής σε αδιάστατη μορφή

$$R\bar{p} \left( \epsilon\bar{u} \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}} \right) = -\frac{\epsilon R}{\gamma M^2} \frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}} + \epsilon^2 \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{y}^2} + \frac{1}{3} \left( \epsilon^2 \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}^2} + \epsilon \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}\partial\bar{y}} \right)$$

$$R\bar{p} \left( \epsilon\bar{u} \frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{y}} \right) = -\frac{R}{\gamma M^2} \frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{y}} + \epsilon^2 \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{y}^2} + \frac{1}{3} \left( \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{y}^2} + \epsilon \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}\partial\bar{y}} \right)$$

(34- α,β)

R: ο αριθμός Reynolds στην έξοδο

M: ο αριθμός Mach βάση του  $\bar{u}$  (διαιρεμένος χρησιμοποιώντας  $c^2=\gamma RT$ ) και όλοι οι άλλοι όροι είναι αδιαστατοποιημένοι.

$$\epsilon = \frac{H}{L}$$

(35) ο λόγος ύψους προς μήκος του καναλιού (θεωρείται μικρός).

Η αδιάστατη εξίσωση συνέχειας γράφεται:

$$\epsilon \frac{\partial(\bar{p}\bar{u})}{\partial\bar{x}} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{v})}{\partial\bar{y}} = 0. \quad (36)$$

Οι οριακές συνθήκες είναι πως η ταχύτητα  $u$  εξαφανίζεται στο τοίχωμα και η ταχύτητα  $u$  ισούται με την ταχύτητα ολίσθησης

$$\bar{u}|_{wall} = \sigma K \left. \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}} \right|_{wall} \quad (37),$$

όπου το  $\sigma$  είναι :

$$\sigma = \frac{2 - F}{F} \quad (38)$$

Συντελεστής μεταβολής εφαπτομενικής ροής

(Ο F παίρνει τιμές από 0 έως 1). K είναι ο αριθμός Knudsen ή ο λόγος της μέσης ελεύθερης διαδρομής του αερίου προς τη χαρακτηριστική διάσταση του καναλιού H.

Αυτές οι οριακές συνθήκες αναπαριστούν την 1<sup>ης</sup> τάξης διόρθωση των εξ. Navier Stokes για ελαφρά αραιωποιημένες ροές. Στους περισσότερους μηχανολογικούς υπολογισμούς χρησιμοποιείται F=1.

Αναπτύσσοντας  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  και  $\bar{p}$  σε δυνάμεις του E προκύπτει:

$$\begin{aligned}
\tilde{u} &= \tilde{u}_o + \epsilon \tilde{u}_1 + \epsilon^2 \tilde{u}_2 + \dots \\
\tilde{v} &= \tilde{v}_o + \epsilon \tilde{v}_1 + \epsilon^2 \tilde{v}_2 + \dots \\
\tilde{p} &= \tilde{p}_o + \epsilon \tilde{p}_1 + \epsilon^2 \tilde{p}_2 + \dots
\end{aligned}
\tag{39- \alpha, \beta, \gamma}$$

Χρησιμοποιώντας την κινητική θεωρία των αερίων ο Αριθμός Knudsen συναρτῆσει των R και M γράφεται:

$$K = \sqrt{\frac{\pi \gamma}{2}} \frac{M}{R}.
\tag{40}$$

M	R		
	$\mathcal{O}(\epsilon)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1/\epsilon)$
$\mathcal{O}(\epsilon)$	$K = \mathcal{O}(1)$ . Creeping $\mu$ -flow	$K = \mathcal{O}(\epsilon)$ . Moderate $\mu$ -flow	$K = \mathcal{O}(\epsilon^2)$ . Low M Fanno Flow
$\mathcal{O}(1)$	$K = \mathcal{O}(1/\epsilon)$ . Transonic Free-molecular flow	$K = \mathcal{O}(1)$ . Transonic $\mu$ -flow	$K = \mathcal{O}(\epsilon)$ . Transonic Fanno Flow
$\mathcal{O}(1/\epsilon)$	$K = \mathcal{O}(1/\epsilon^2)$ . Hypersonic Free-molecular flow	$K = \mathcal{O}(1/\epsilon)$ . Hypersonic Free-molecular flow	$K = \mathcal{O}(1)$ . Hypersonic "Fanno" (Transitional) Flow

Σχ.8 Οι διαφορετικοί τύποι ροών ανάλογα με τους συνδυασμούς αριθμών Mach και Reynolds. (gaseous slip flow in long microchannels – Arkilic, Schmidt, Breuer)

Ο πίνακας του σχήματος 8 δείχνει τους συνδυασμούς (M,R) και τους αριθμούς Knudsen που αντιστοιχούν σε αυτά. Αξίζει να σημειωθεί ότι η κατώτερη διαγώνιος αυτού του πίνακα χαρακτηρίζεται από αριθμούς Kn τουλάχιστον  $\mathcal{O}(1/\epsilon)$ , πράγμα που υποδηλώνει ότι η θεωρία συνεχούς μέσου με χρήση εξισώσεων Navier Stokes δεν είναι κατάλληλη.

Η δεξιά στήλη για την οποία  $R = \mathcal{O}(1/\epsilon)$  αναπαριστά σενάρια ροής όπου υπάρχει ισορροπία μεταξύ ιξώδους, πίεσης και δυνάμεων αδράνειας. Αυτό το είδος ροής είναι γνωστό σαν ροή Fanno και αναλύεται θεωρώντας ένα συντελεστή τριβής για τον υπολογισμό των απωλειών ιξώδους. Τα σενάρια για τα οποία ισχύει  $(M,R) = (\epsilon, \epsilon)$ ,  $\mathcal{O}(1,1)$  και  $\mathcal{O}(\epsilon,1)$  χαρακτηρίζονται μικρο-ροές (micro-flows) και αντιμετωπίζονται κατάλληλα. Αν θεωρηθεί  $M = \mathcal{O}(\epsilon)$  και  $R = \mathcal{O}(\epsilon)$  και  $R/M^2 = \mathcal{O}(1/\epsilon)$  οπότε από την εξίσωση ορμής για την κατεύθυνση y στο  $\mathcal{O}(1/\epsilon)$ :

$$\tilde{p}_o = \tilde{p}_o(\tilde{x}).
\tag{41}$$

Η εξίσωση συνέχειας υπολογισμένη στην κατώτατη τάξη  $\mathcal{O}(1)$  δίνει αποτέλεσμα

$$\tilde{p}_o(\tilde{x}) \tilde{v}_o(\tilde{x}, \tilde{y}) = f(\tilde{x}).
\tag{42}$$

Υπολογίζοντας αυτήν στο τοίχωμα και επειδή το  $\bar{p}_o$  δεν μπορεί να είναι 0 για όλα τα  $\bar{x}$  καταλήγουμε στη σχέση

$$\frac{\epsilon R}{\gamma M^2} \frac{d\bar{p}_o}{d\bar{x}} = \frac{\partial^2 \bar{u}_o}{\partial \bar{y}^2}, \quad (43)$$

η οποία αφορά “κανονική” ροή σε αγωγό. Η ουσιαστική διαφορά στην παρούσα ανάλυση σε σχέση με τη συμβατική έγκειται στο γεγονός ότι η κλίση της πίεσης δεν θεωρείται σταθερή και ο κάθετος στο τοίχωμα όρος της δεν θεωρείται 0. Με βάση τις συνθήκες συμμετρίας και την οριακή συνθήκη ολίσθησης η παραπάνω εξίσωση της  $\bar{x}$ -ορμής μπορεί να ολοκληρωθεί 2 φορές ως προς  $y$  δίνοντας

$$\bar{u}_o(\bar{x}, \bar{y}) = -\frac{\epsilon R}{8\gamma M^2} \frac{d\bar{p}_o}{d\bar{x}} \left( 1 - 4\bar{y}^2 + 4\sigma \frac{K}{\bar{p}_o} \right). \quad (44)$$

Όπου  $K$  είναι ο αριθμός Knudsen (βασισμένος στο ύψος του καναλιού) υπολογισμένος στην έξοδο. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ολίσθηση στο τοίχωμα είναι αντιστρόφως ανάλογη του  $\bar{p}_o$ , αντικατοπτρίζοντας την αύξηση του τοπικού αριθμού  $Kn$  καθώς πέφτει η τοπική πίεση.

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω στην εξίσωση συνέχειας ως προς  $\bar{y}$  προκύπτει η εξίσωση :

$$\bar{v}_1 = \frac{\epsilon R}{8\gamma M^2} \frac{1}{\bar{p}_o} \left[ \frac{1}{2} \frac{d^2(\bar{p}_o^2)}{d\bar{x}^2} \left( \bar{y} - \frac{4}{3}\bar{y}^3 \right) + 4\sigma K \bar{y} \frac{d^2 \bar{p}_o}{d\bar{x}^2} \right] \quad (45)$$

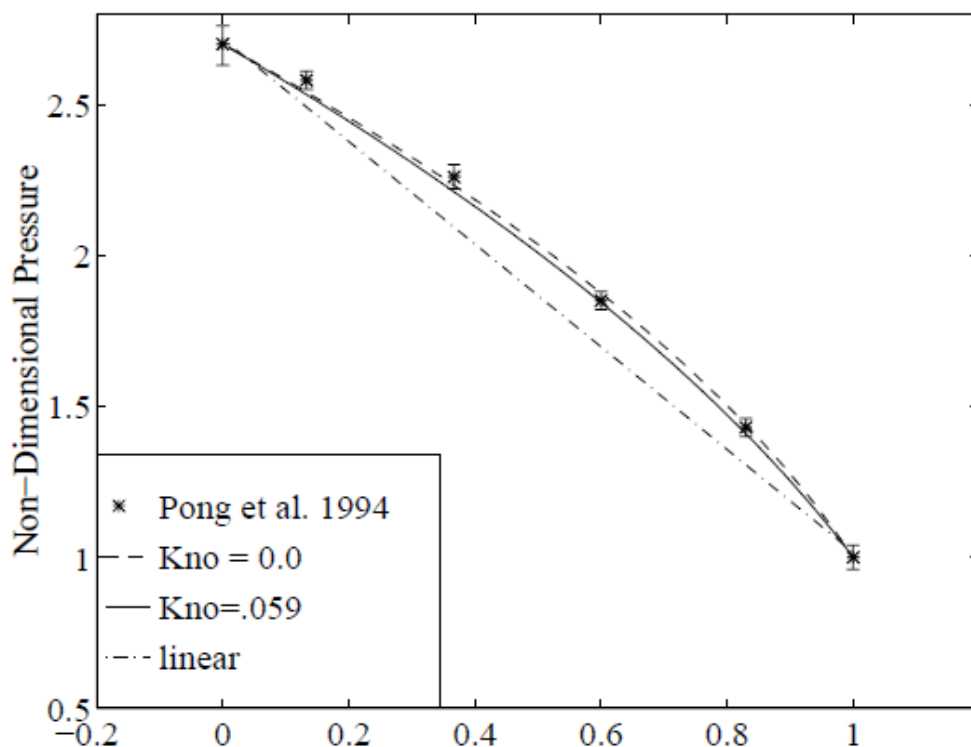
Κάνοντας τους υπολογισμούς στο τοίχωμα προκύπτει:

$$\frac{d^2(\bar{p}_o^2)}{d\bar{x}^2} + 12\sigma K \frac{d^2 \bar{p}_o}{d\bar{x}^2} = 0. \quad (46)$$

Η λύση αυτής της εξίσωσης γνωρίζοντας ότι  $\bar{p}_o = 1$  στην έξοδο ( $\bar{x}=1$ ) και ότι το  $\bar{p}_o$  προσδιορίζεται από το λόγο πίεσης που είναι  $P$  στην είσοδο ( $x=0$ ). Έτσι προκύπτει μια έκφραση για την μηδενικής τάξης κατανομή της πίεσης

$$\bar{p}_o(\bar{x}) = -6\sigma K + \sqrt{(6\sigma K)^2 + (1 + 12\sigma K)\bar{x} + (P^2 + 12\sigma K P)(1 - \bar{x})}. \quad (47)$$

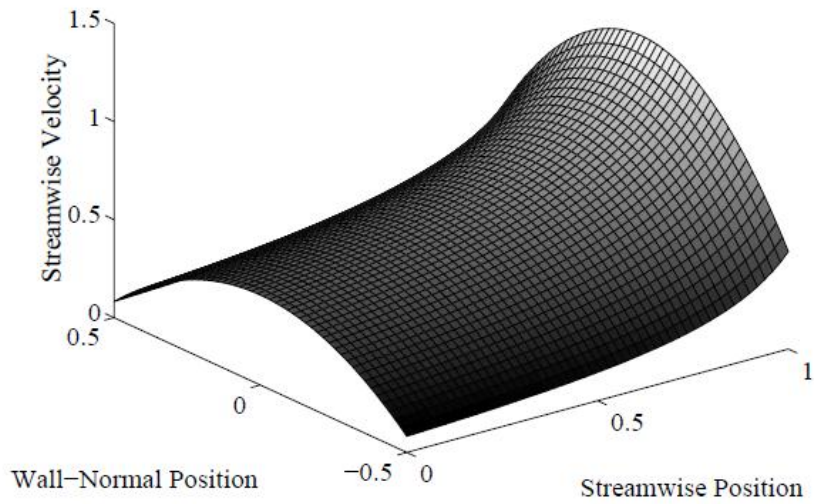




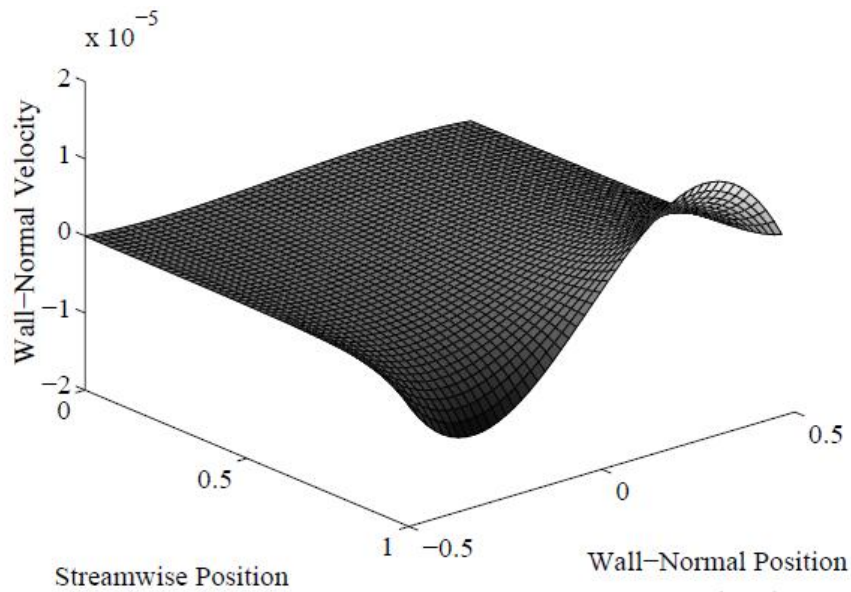
Σχ.9 Η κατανομή της πίεσης σε έναν μικροαγωγό μεγάλου μήκους. Η συμπαγής γραμμή αναπαριστά την πίεση για ροή με αραιοποίηση με αριθμό Knudsen στην έξοδο  $K=0$  στην προηγούμενη εξίσωση, ενώ η διακεκομμένη γραμμή αφορά ροή με αριθμό Knudsen 0.059. Η γραμμή με τις τελείες παρουσιάζει την γραμμική πτώση της πίεσης που θα προβλεπόταν από την συμβατική ανάλυση. (Gaseous slip flow in long microchannels, Arkilic, Schmidt, Breuer)

Στο σχήμα 9 παρουσιάζεται η κατανομή της πίεσης για μακρύ αγωγό με λόγο διαστάσεων 2,7. Παρουσιάζονται τρεις περιπτώσεις: μια γραμμική κατανομή χωρίς αραιοποίηση, μια με συμπίεστικότητα και αριθμό  $Kn=0$  (χωρίς αραιοποίηση) και μια με αριθμό  $Kn=0,059$  που αφορά κανάλι ύψους 1,3  $\mu\text{m}$  γεμισμένο με άζωτο, που έχει έξοδο σε ατμοσφαιρικές συνθήκες. Αυτή η ειδική περίπτωση αντιστοιχεί σε μία από τις συνθήκες που έχει ασχοληθεί ο Pong, του οποίου τα αποτελέσματα παρουσιάζονται επίσης στο διάγραμμα για να μπορεί να γίνει σύγκριση. Υπάρχουν κάποια σημεία στα οποία πρέπει να δοθεί προσοχή: πρώτον, η κατανομή της πίεσης είναι μη γραμμική με αρνητική καμπυλότητα και η μη γραμμικότητα οφείλεται στην αλλαγή της πυκνότητας του αερίου κατά μήκος του αγωγού μεγάλου μήκους.

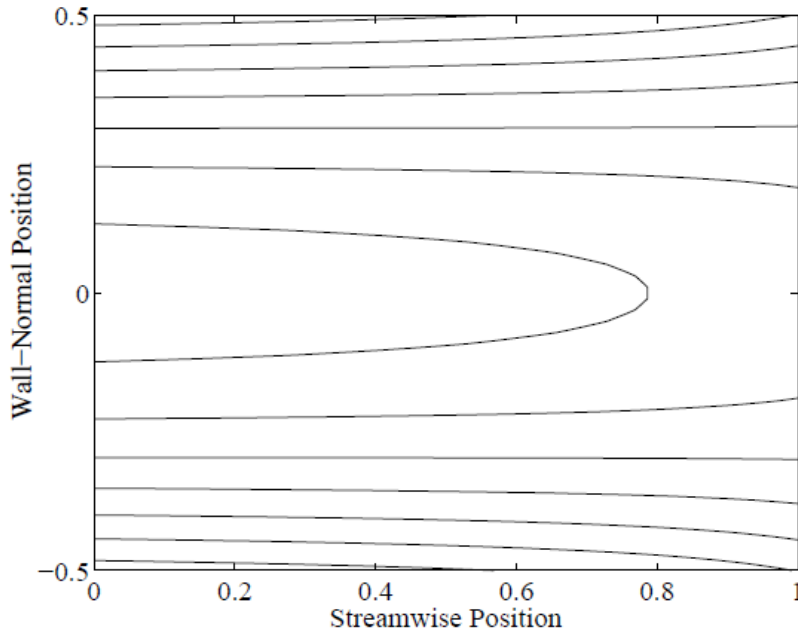
Επίσης, γίνεται αντιληπτό από το διάγραμμα ότι η επίδραση του αριθμού Knudsen μειώνει την καμπυλότητα. Μια ολοκληρωμένη έκφραση για τους όρους της ταχύτητας και την κατανομή παροχής μάζας δίδεται στα παρακάτω σχήματα:



Σχ. 10 Αδιάστατη κατανομή της ταχύτητας κατά μήκος της ροής σε μικροαγωγό μεγάλου μήκους, με αριθμό Knudsen 0.165 και λόγο πίεσης 3. (Gaseous slip flow in long microchannels, Arkilic, Schmidt, Breuer)



Σχ. 11 Κατανομή της κάθετης ως προς το τοίχωμα ταχύτητας με αριθμό Kn=35 και λόγο πίεσεων ίσο με 3. (Gaseous slip flow in long microchannels, Arkilic, Schmidt, Breuer)



Σχ. 12 Η κατανομή της παροχής μάζας κατά μήκος του μικροαγωγού με αριθμό  $Kn=0,165$  και λόγο πιέσεων ίσο με 3. (Gaseous slip flow in long microchannels, Arkilic, Schmidt, Breuer)

Η ταχύτητα ολίσθησης αυξάνεται σημαντικά καθώς πλησιάζουμε προς την έξοδο και η πίεση ξεκινά να πέφτει γρηγορότερα. Για τη διατήρηση της συνέχειας της μάζας, η μάζα πρέπει να έχει την τάση να μετακινείται από το κέντρο του αγωγού προς τα τοιχώματα καθώς η ροή προχωρά κατά μήκος του καναλιού, όπως φαίνεται και στο σχ.12. Αυτή η μετακίνηση μάζας επηρεάζει μόρια διαφορετικών μαζών με διαφορετικό τρόπο, αυξάνοντας την πιθανότητα δημιουργίας ενός μικροσυστήματος διαχωρισμού αερίων. Αξιοσημείωτο είναι ότι όταν  $K=0$  η κατανομή πίεσης απλοποιείται, χωρίς όμως να γίνεται ευθεία γραμμή, λόγω της αλλαγής πυκνότητας κατά μήκος του καναλιού.

Για δεδομένες πιέσεις εισόδου και εξόδου μπορεί να υπολογιστεί η αδιαστατοποιημένη έκφραση για τη ροή μάζας:

$$\dot{m} = \frac{H^3 w P_o^2}{24 \mu L R T} (\mathcal{P}^2 - 1 + 12 \sigma K (\mathcal{P} - 1)) \quad , (48)$$

όπου  $\bar{p}_o$  είναι η πίεση εξόδου και  $w$  το πλάτος του καναλιού. Για δεδομένη πίεση εισόδου και εξόδου, η αραιοποίηση αυξάνει την παρατηρούμενη ροή μάζας και καθώς μειώνεται ο λόγος πίεσης, η επίδραση της ολίσθησης στην ολική ροή μάζας γίνεται πιο σημαντική. Καθώς η πίεση εξόδου αυξάνεται με δεδομένη πίεση εισόδου ή καθώς αυξάνεται η χαρακτηριστική διάσταση, η συνεισφορά της αραιοποίησης μειώνεται

Η επίδραση του μεγάλου μήκους του αγωγού γίνεται αντιληπτή θεωρώντας το λόγο της παροχής μάζας όπως προβλέπεται από την ανάλυση για αριθμό Kn=0 ως προς αυτή που προβλέπεται από την συμβατική ανάλυση σταθερής κλίσης πίεσης (conventional constant pressure gradient analysis), που συμβολίζεται με SC:

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{SC}} = \frac{\mathcal{P} + 1}{2} \quad (49)$$

Για μικρή πτώση πίεσης η διαφορά ανάμεσα στις δύο προβλέψεις είναι αμελητέα διότι η διαφορά πίεσης κατά μήκος του αγωγού είναι ασήμαντη. Παρόλα αυτά, καθώς αυξάνεται ο λόγος πίεσης, το σφάλμα που σχετίζεται με την ανάλυση σταθερής πυκνότητας γίνεται σημαντικό. Το αποτέλεσμα της ολίσθησης φαίνεται διαιρώντας την παροχή μάζας για ροή ολίσθησης με την τιμή της παροχής μάζας που θα μπορούσε να υπολογισθεί με την ίδια ανάλυση, για Kn=0 και προκύπτει:

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{NS}} = 1 + \frac{12\sigma K}{(\mathcal{P} + 1)}. \quad (50)$$

Όσο ο λόγος πίεσης πλησιάζει τη μονάδα, η πραγματική παροχή μάζας παίρνει μεγαλύτερες τιμές σε σχέση με αυτές που θα προβλέπονταν από τη συνθήκη μη ολίσθησης.

Όσον αφορά τα πειράματα που πραγματοποιήσαν, οι μικροαγωγοί που χρησιμοποιήθηκαν κατασκευάστηκαν με ονομαστικό βάθος 1.33 μm, πλάτος 52 μm (ώστε ο λόγος διαστάσεων να είναι περίπου 39) και μήκος 7500 μm και το αέριο που διακινήθηκε σε αυτούς ήταν το ήλιο. Η εξέταση των αγωγών σε μικροσκόπιο έδειξε ότι το ύψος τους ήταν ομοιόμορφο και η τραχύτητα της επιφάνειάς τους μικρότερη από 65 nm.

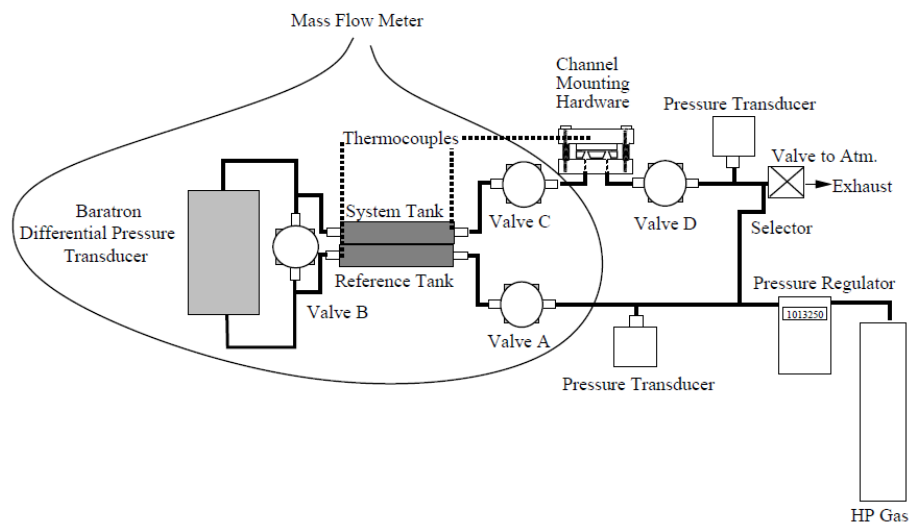
Οι συνθήκες των πειραμάτων, συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Parameter	Range or Mean Value
Outlet Pressure ( $P_o$ )	100.8 kPa
Pressure Ratio ( $p_0(L)$ )	1.2-2.5
Temperature ( $T$ )	314 K
Outlet Mach Number ( $M$ )	$(0.5 - 4) \times 10^{-4}$
Outlet Knudsen Number ( $K$ )	0.165
Reynolds Number ( $R$ )	$0.5 - 4 \times 10^{-3}$

Parameter	Value
viscosity ( $\mu$ )	$20.66 \times 10^{-6} \text{Ns/m}^2$
specific gas constant ( $\mathcal{R}$ )	2077 J/KgK
ratio of specific heats ( $\gamma$ )	1.67
molecular diameter	$210 \times 10^{-12} \text{m}$

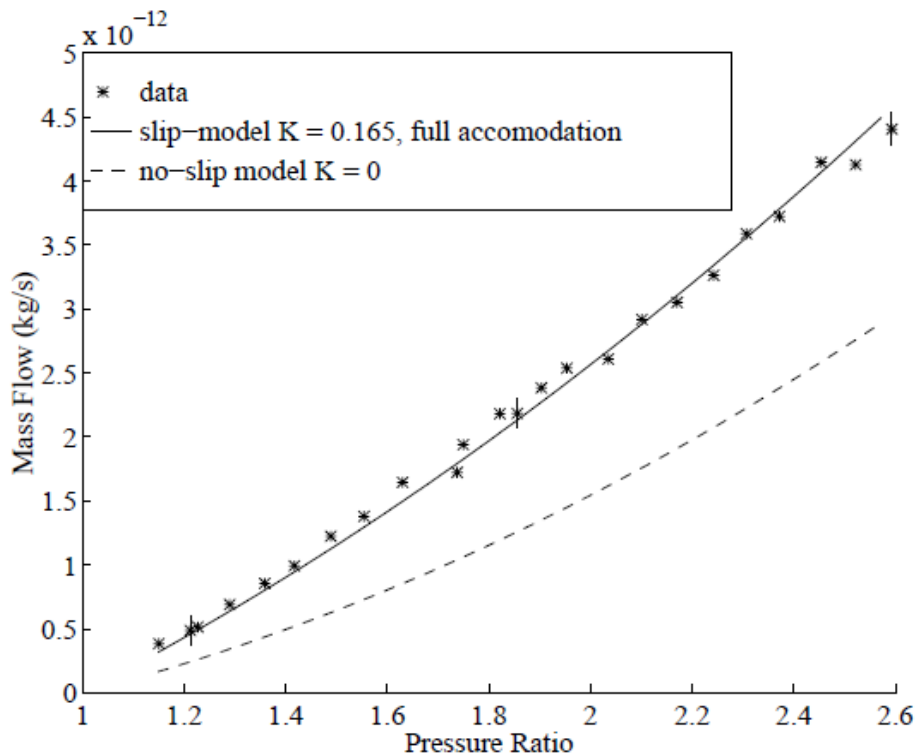
Σχ. 13 Οι πειραματικές συνθήκες των πειραμάτων των Arkilic, Schmidt, Breuer καθώς και οι φυσικές σταθερές του ηλίου που χρησιμοποιήθηκαν (Gaseous slip flow in long microchannels, Arkilic, Schmidt, Breuer)

Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε :



Σχ. 14 Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε (Gaseous slip flow in long microchannels, Arkilic, Schmidt, Breuer)

Η παροχή μάζας που μετρήθηκε, σαν συνάρτηση του λόγου πιέσεων καθώς και οι παροχές μάζας όπως προκύπτουν με βάση το αναλυτικό μοντέλο που παρουσιάστηκε παραπάνω (συγκεκριμένα από τη σχέση 48) φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα.



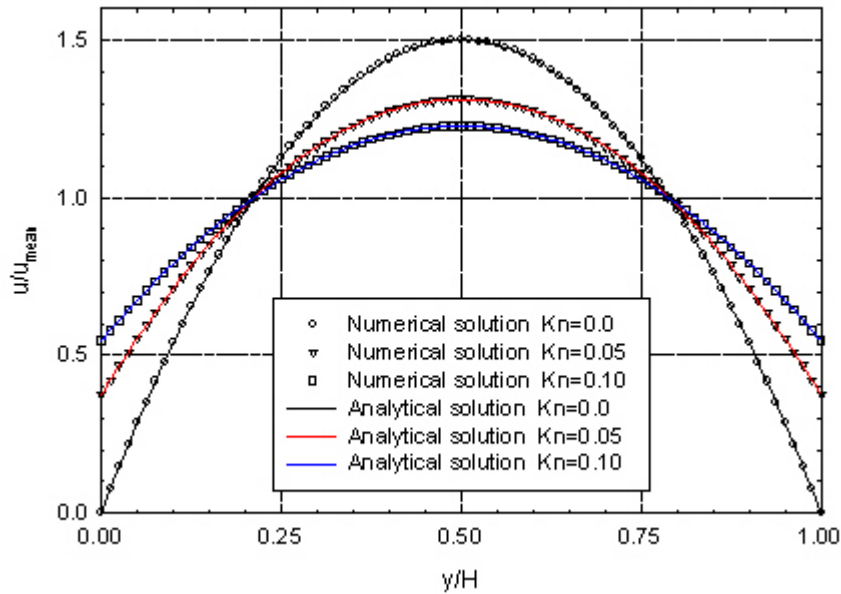
Σχ. 15 Η παροχή μάζας ηλίου για αγωγό 1.33 μm για σύγκριση με την εξίσωση 48. Η συνεχής γραμμή είναι η λύση της εξίσωσης 48, για  $\sigma_n = 1$  ενώ η διακεκομμένη γραμμή είναι η λύση της εξίσωσης 48 θέτοντας  $K=0$ .

Οι Arkilic, Schmidt και Breuer υπέδειξαν ένα αναλυτικό μοντέλο που προϋποθέτει την εισαγωγή μιας συνοριακής συνθήκης ολίσθησης πρώτης τάξης στις εξισώσεις Navier Stokes για τη μελέτη ροών αερίων σε μικροκανάλια. Με τις πειραματικές μετρήσεις που πραγματοποίησαν, για διάφορες τιμές του λόγου πίεσης εισόδου / εξόδου, κατάφεραν να επιβεβαιώσουν το αναλυτικό μοντέλο τους.

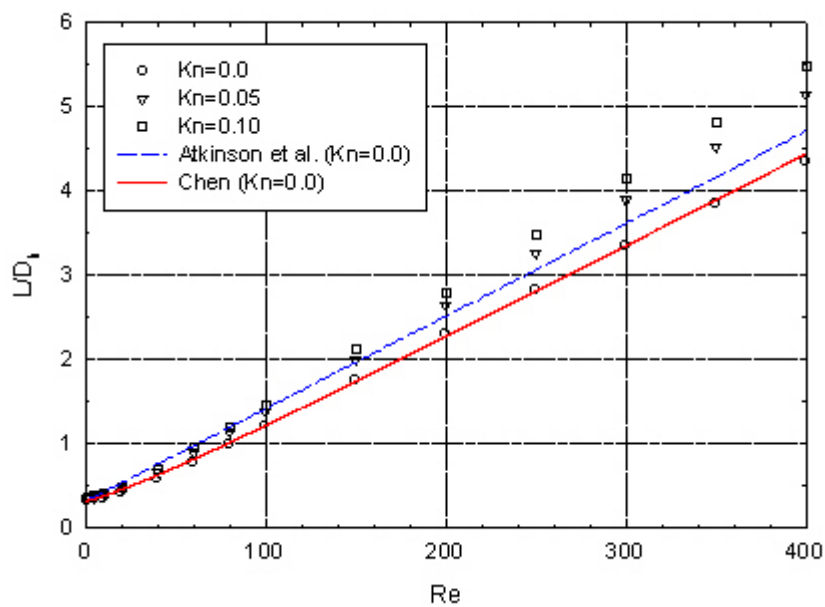
### Rarefied Gas dynamics in micro-devices (Barber, Emerson, Gu)

Στην εργασία των Barber, Emerson, Gu δίνεται αρχικά έμφαση στις μελέτες των J. Pfahler (1992) στο πανεπιστήμιο της Pennsylvania και του E.B.Arkilic (1997) στο M.I.T. οι οποίοι απέδειξαν ότι ο σχεδιασμός ενός μικροσυστήματος ρευστοδυναμικής δεν είναι σε καμία περίπτωση αναλογική μείωση διαστάσεων. Το κέντρο μελέτης μικροσυστημάτων ( Center of Microfluidics and Microsystems Modeling) έχει μοντελοποιήσει τις ροές μικρορευστομηχανικής με ικανοποιητική ακρίβεια, χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων THOR-2D. Με βάση αυτό έχει προκύψει ότι ο αριθμός Kn επιδρά σημαντικά στο μήκος της υδροδυναμικά ανεπτυγμένης ροής, στην περίπτωση ροής μεταξύ παραλλήλων πλακών. Για  $Kn=0,1$  (ανώτατο όριο για ροή ολίσθησης) το μήκος εισόδου είναι 25% μακρύτερο σε σχέση

με το αναμενόμενο με βάση τη θεωρία συνεχούς μέσου. Αυτό το συμπέρασμα είναι πολύ σημαντικό για τον προσδιορισμό οριακών συνθηκών σε μικρο-ροές.



Σχ. 16 Πλήρως διαμορφωμένο προφίλ ταχύτητας για ροή ολίσθησης μεταξύ παράλληλων πλακών (Rarefied Gas dynamics in micro-devices (Barber, Emerson, Gu))



Σχ.17 Αδιαστατοποιημένα μήκη διαμόρφωσης για ροή μεταξύ παραλλήλων πλακών (Rarefied Gas dynamics in micro-devices (Barber, Emerson, Gu))

### Slip flow in rectangular microtubes (G.L. Morini- M. Spiga)

Στη μελέτη των G.L. Morini- M. Spiga εξετάζεται συγκεκριμένα η περίπτωση αγωγών ορθογωνικής διατομής. Θεωρήθηκε σταθερή, υδροδυναμικά ανεπτυγμένη στρωτή ροή σε αγωγό ορθογωνικής διατομής με αμελητέα διάχυση ενέργειας. Η αρχή του καρτεσιανού συστήματος αξόνων τοποθετήθηκε στην αριστερή γωνία του σωλήνα και θεωρήθηκε πως το ρευστό έχει σταθερές φυσικές ιδιότητες και η πίεση σε κάθε εγκάρσια διατομή θεωρήθηκε σταθερή. Υπό αυτές τις προϋποθέσεις προκύπτει η σχέση

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + 1 = 0 \quad , (51)$$

Όπου οι αδιάστατες μεταβλητές είναι

$$x = \frac{\xi}{D} \quad y = \frac{\psi}{D} \quad v = \frac{V}{(D^2/\mu)(\partial)/(\partial\xi)(-p \pm \rho g \zeta)}$$

(52)

Για την περιοχή που μελετάται ισχύει  $\xi < a$  και  $\psi < b$  και ως εκ τούτου  $0 < x < L_x = (1+a)/2a$  και  $0 < y < L_y = (1+a)/2$ .

Για ροή ολίσθησης με  $f=1$  ισχύει

$$\begin{aligned} v(0, y) &= Kn \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} & v(x, 0) &= Kn \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=0} \\ v(L_x, y) &= -Kn \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=L_x} & v(x, L_y) &= -Kn \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=L_y} \end{aligned}$$

(53)

ενώ αποδεικνύεται ότι ισχύει και για  $f \neq 1$ .

Η μερική διαφορική εξίσωση 51 σε συνδυασμό με τις οριακές συνθήκες 53 δίνουν:

$$Z_{n,m}(x, y) = N_{n,m} \left( \beta_m \cos \beta_m x + \frac{\sin \beta_m x}{Kn} \right) \left( \delta_n \cos \delta_n y + \frac{\sin \delta_n y}{Kn} \right)$$

(54)



και οι ιδιοτιμές  $\beta_m$  και  $\delta_n$  προκύπτουν από τις εξισώσεις :

$$\tan \beta_m L_x = \frac{2 \beta_m \text{Kn}}{\text{Kn}^2 \beta_m^2 - 1} \quad \tan \delta_n L_y = \frac{2 \delta_n \text{Kn}}{\text{Kn}^2 \delta_n^2 - 1}$$

(55)

Ο αριθμός  $N_{n,m}$  είναι ίσος με

$$N_{n,m} = 2 \left[ \frac{\text{Kn}^2 \beta_m^2 + 1}{\text{Kn}^2} (L_x + 2 \text{Kn}) \frac{\text{Kn}^2 \delta_n^2 + 1}{\text{Kn}^2} (L_y + 2 \text{Kn}) \right]^{-1/2}$$

(56)

και η αδιάστατη ταχύτητα:

$$\tilde{V}(n, m) = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} v(x, y) Z_{n,m}(x, y) dx dy \quad (57)$$

Μετά από πράξεις:

$$\tilde{V} = \frac{N_{n,m} A_{n,m}}{\beta_m^2 + \delta_n^2} \quad (58)$$

όπου

$$A_{n,m} = \left( \sin \beta_m L_x + \frac{1 - \cos \beta_m L_x}{\text{Kn} \beta_m} \right) \left( \sin \delta_n L_y + \frac{1 - \cos \delta_n L_y}{\text{Kn} \delta_n} \right)$$

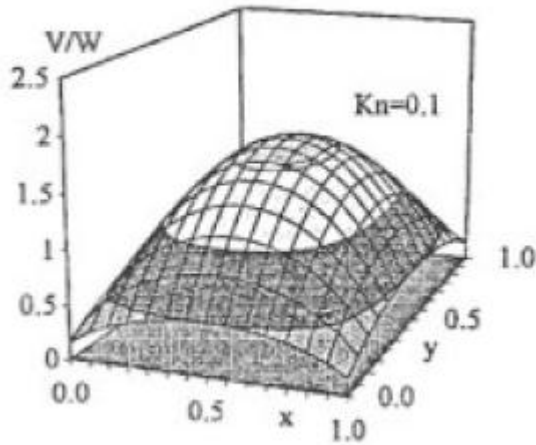
Οπότε για την κατανομή της ταχύτητας προκύπτει η σχέση:

$$v(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{N_{n,m}^2 A_{n,m}}{\beta_m^2 + \delta_n^2} \left( \beta_m \cos \beta_m x + \frac{\sin \beta_m x}{\text{Kn}} \right) \left( \delta_n \cos \delta_n y + \frac{\sin \delta_n y}{\text{Kn}} \right)$$

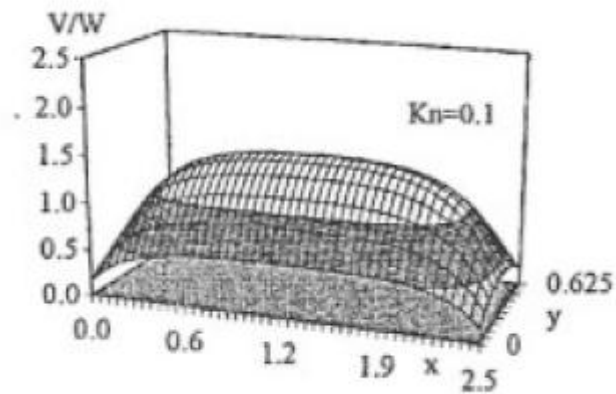
(59).

Η σχέση αυτή εξασφαλίζει σύντομους υπολογισμούς ακόμα και με υπολογιστές χαμηλής υπολογιστικής ισχύος.

Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται οι λόγοι ταχυτήτων  $V/W$  για λόγους διαστάσεων 0,25 και 1 και για αριθμό  $Kn=0,1$ .



Σχ. 18 Αδιάστατο προφίλ ταχύτητας σε αγωγό τετραγωνικής διατομής με  $Kn=1$ . Slip flow in rectangular microtubes (G.L. Morini- M. Spiga)



Σχ. 19 Αδιάστατο προφίλ ταχύτητας σε αγωγό τετραγωνικής διατομής με  $Kn=1$ . Slip flow in rectangular microtubes (G.L. Morini- M. Spiga)

## **HIGH ORDER BOUNDARY CONDITIONS FOR GASEOUS FLOWS IN RECTANGULAR MICRODUCTS. (Cécile Aubert & Stéphane Colin)**

Στην εργασία που εκπονήθηκε από τους Cécile Aubert & Stéphane Colin μελετήθηκε ένα αναλυτικό μοντέλο σταθερής ροής αερίου σε ορθογωνικούς μικροαγωγούς με οριακές συνθήκες δεύτερης τάξης, που συμπληρώνει προηγούμενες μελέτες ροών σε κυκλικούς μικροαγωγούς ή μεταξύ παραλλήλων πλακών. Αποδεικνύεται ότι αν δεν συνυπολογιστούν όροι 2ης τάξης, η παροχή μάζας που μετράται είναι μικρότερη από την πραγματική. Ιδιαίτερα στην περίπτωση αγωγού τετραγωνικής διατομής, οι όροι δεύτερης τάξης καθίστανται ακόμη πιο σημαντικοί.

## **PRESSURE DISTRIBUTIONS OF GASEOUS SLIP FLOW IN STRAIGHT AND UNIFORM RECTANGULAR MICROCHANNELS (J.Jang, S.T. Wereley)**

Στην εργασία των Jang και Wereley μελετήθηκε η ροή αερίου σε ευθείς μικροαγωγούς ορθογωνικής διατομής (κατασκευασμένους με τη μέθοδο της αντιδραστικής ιοντικής αποτύπωσης DRIE-ion-etching). Η ροή θεωρήθηκε διδιάστατη, ισοθερμική, με αμελητέες εγκάρσιες ταχύτητες. Υπολογίσθηκε αναλυτικά η αδιάστατη θέση της μέγιστης απόκλισης από τη γραμμική κατανομή πίεσης και συγκρίνεται με τις μετρήσεις.

Σύμφωνα με τα συμπεράσματα που εξήχθησαν η αδιάστατη θέση της μέγιστης απόκλισης αυξάνεται όσο μεγαλώνει ο λόγος πίεσης στη ροή ολίσθησης. Επίσης εξετάστηκε η επίδραση του λόγου διαστάσεων του αγωγού και του αριθμού Kn στη θέση εμφάνισης μέγιστης απόκλισης και αναλύθηκε η μη γραμμικότητα της κατανομής πίεσης. Παρότι έχουν γίνει αρκετά πειράματα και προσομοιώσεις ροής σε μικροκανάλια, τα δεδομένα που αφορούν τις κατανομές της πίεσης είναι λιγοστά λόγω έλλειψης οργάνων με ικανοποιητική ανάλυση. Το μεγαλύτερο μέρος των πειραματικών δεδομένων περιορίζεται σε μετρήσεις πίεσης στην είσοδο και την έξοδο. Το 1994 ο Pong ήταν ο πρώτος που παρουσίασε πειραματικά δεδομένα που αφορούσαν κατανομές πίεσης κατά μήκος επιπέδων μικροαγωγών, χρησιμοποιώντας μία σειρά αισθητήρων πιεζοαντίστασης. Στα πειράματα αποδείχθηκε ότι στους μικροαγωγούς παρουσιάζεται μη γραμμική κατανομή πίεσης λόγω συμπίεστικότητας. Το 2002 ο Zohar παρουσίασε ένα αναλυτικό μοντέλο ροής σε επίπεδα και κυκλικά μικροκανάλια, χρησιμοποιώντας αναπτύγματα διαταραχών. Με βάση αυτό αποδείχθηκε ότι η επίδραση της επιτάχυνσης του ρευστού στην παροχή μάζας είναι αμελητέα.

Προκειμένου να επιτυγχάνεται μέτρηση από τους αισθητήρες, το πάνω τοίχωμα των αγωγών κατασκευάζεται με πολύ μικρό πάχος, ίσο με το πάχος της μεμβράνης του αισθητήρα (1-2 $\mu\text{m}$ ). Αυτό το κατασκευαστικό χαρακτηριστικό οδηγεί πολλές φορές

σε μεταβολή της διατομής του αγωγού, ιδίως σε περιπτώσεις υψηλής πίεσης, με αποτέλεσμα να μειώνεται η αξιοπιστία των πειραμάτων.

Η υπόθεση της ισοθερμικής ροής είναι επαρκής για ροές χαμηλού αριθμού Mach, σε μη μονωμένους αγωγούς μεγάλου μήκους. Η επίδραση της αδράνειας στις εξισώσεις ορμής μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα σε μικροαγωγούς μεγάλου μήκους, όταν ο αριθμός Reynolds είναι σχετικά χαμηλός (όταν ο λόγος ύψους προς μήκος είναι πολύ μεγάλος). Θα πρέπει όμως να σημειωθεί ότι η ροή δεν είναι απαραίτητα ασυμπίεστη διότι λόγω της δράσης συνεκτικότητας προκαλείται μεγάλη πτώση πίεσης, ακόμα και όταν ο αριθμός Mach είναι μικρότερος από 0,3. Λόγω της απουσίας φαινομένων αδράνειας η ροή μπορεί να θεωρηθεί τοπικά πλήρως διαμορφωμένη με το πεδίο ταχύτητας σε κάθε διατομή να είναι ίδιο με της πλήρως διαμορφωμένης ροής στην τοπική πυκνότητα.

Η εξίσωση Navier Stokes για συμπιεστή ροή δίνεται από τη σχέση

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla p + \mu \nabla^2 u + \frac{1}{3} \mu \nabla(\nabla \cdot u) \quad (60).$$

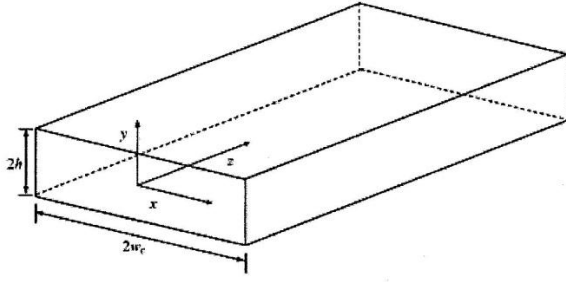
Αδιαστατοποιώντας αυτή την εξίσωση με την υπόθεση σταθερής κατάστασης και αμελητέων εγκάρσιων ταχυτήτων στην κατεύθυνση  $x$  και  $y$ , η εξίσωση της ορμής κατά την κατεύθυνση της ροής  $z$  εκφράζεται ως εξής

$$\left(\frac{h}{2L}\right) Re \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho^* v^{*2}) = -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \left(\frac{h}{w_c}\right)^2 \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{1}{3} \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \quad (61).$$

Όταν το γινόμενο του αριθμού Reynolds και του λόγου ύψους προς μήκος είναι αμελητέο, η εξίσωση που προκύπτει περιέχει την κλίση της πίεσης με όρους ιξώδους στην κατεύθυνση των  $x$  και  $y$ .

Έτσι προκύπτει η απλοποιημένη σχέση

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} \quad (62).$$



Σχ. 20 Οι αγωγοί που μελετήθηκαν -PRESSURE DISTRIBUTIONS OF GASEOUS SLIP FLOW IN STRAIGHT AND UNIFORM RECTANGULAR MICROCHANNELS (J.Jang, S.T. Wereley)

Οι πρώτης τάξης οριακές συνθήκες και συνθήκες συμμετρίας:

$$\begin{aligned}
 x = 0, \quad 0 \leq y \leq h & \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\
 x = w_c, \quad 0 \leq y < h & \quad v = -\frac{2-\sigma}{\sigma} \lambda \frac{\partial v}{\partial x} \\
 y = 0, \quad 0 \leq x \leq w_c & \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\
 y = h, \quad 0 \leq x < w_c & \quad v = -\frac{2-\sigma}{\sigma} \lambda \frac{\partial v}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{63}$$

Το 1965 οι Ebert και Sparrow επέλυσαν τις εξισώσεις αυτές και παρουσίασαν την αδιάστατη ταχύτητα σε ορθογωνικούς μικροαγωγούς υποθέτοντας σταθερές ιδιότητες ρευστού και πλήρως ανεπτυγμένη ροή.

Η έκφραση της ταχύτητας που παρουσίασαν είναι η εξής :

$$\begin{aligned}
 \bar{v}(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \kappa_n}{\kappa_n^3} \left( \frac{1}{1 + 2 \overline{Kn} \sin^2 \kappa_n} \right) \\
 \times \left( \frac{\cosh \left( \frac{\kappa_n}{a} \xi \right)}{\cosh \left( \frac{\kappa_n}{a} \right) + 2 \kappa_n \overline{Kn} \sinh \left( \frac{\kappa_n}{a} \right)} - 1 \right) \cos \kappa_n \eta
 \end{aligned} \tag{64}$$

Με βάση αυτή την αδιάστατη ταχύτητα οι Jang και Wereley ανέπτυξαν μια αναλυτική έκφραση για τη ροή μάζας σε αγωγούς ορθογωνικής διατομής.

$$\begin{aligned}
m &= \frac{w_c h^3}{R_s T \mu} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 p \frac{dp}{dz} \bar{v}(\xi, \eta) d\xi d\eta \\
&= \frac{w_c h^3}{R_s T \mu} p \frac{dp}{dz} CP1 + \frac{w_c h^3}{R_s T \mu} \frac{dp}{dz} \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o p_o CP2
\end{aligned} \tag{65}$$

Και ολοκληρώνοντας αυτή τη σχέση προκύπτει

$$\begin{aligned}
m &= \frac{w_c h^3}{R_s T \mu L} \frac{p_i^2 - p_o^2}{2} (-CP1) \\
&\quad + \frac{w_c h^3}{R_s T \mu L} (p_i - p_o) \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o p_o (-CP2) \\
&= \frac{w_c h^3 p_o^2 (-CP1)}{2 R_s T \mu L} \left[ \Pi^2 - 1 + 2 \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o \frac{(-CP2)}{(-CP1)} (\Pi - 1) \right]
\end{aligned} \tag{66}$$

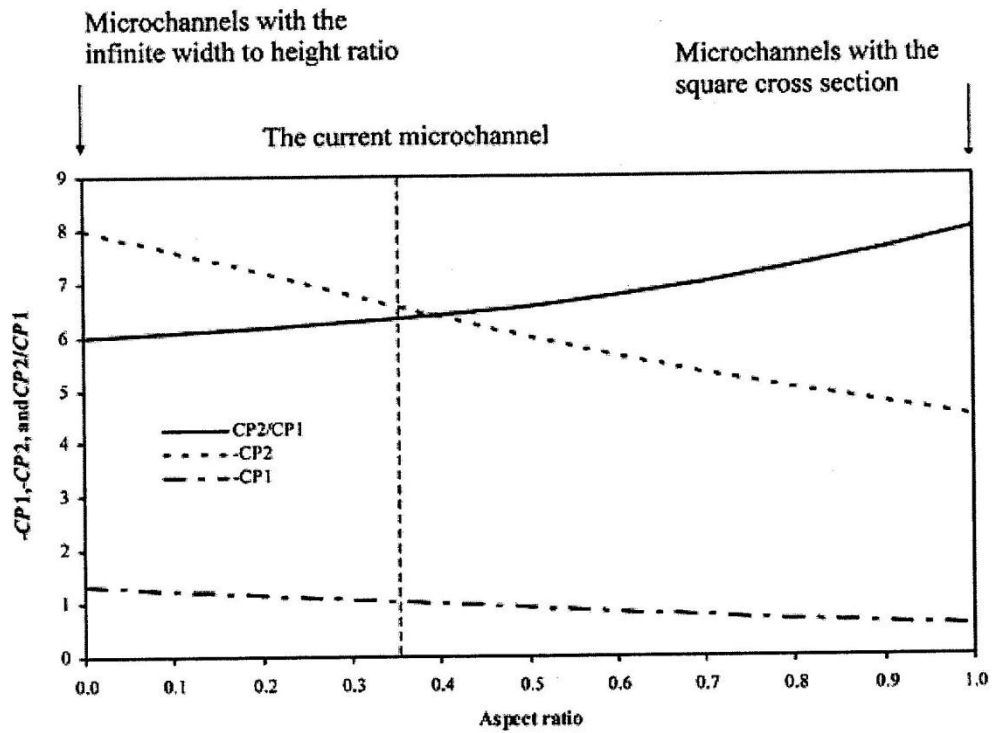
Όπου τα CP1 και CP2 είναι συναρτήσεις της γεωμετρίας του αγωγού και ισούνται με:

$$CP1 = -\frac{4}{3} \left( 1 - \frac{192}{\pi^5} \left( \frac{h}{w_c} \right) \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh \left( \frac{n\pi w_c}{2 h} \right) \right) \tag{67}$$

$$\begin{aligned}
CP2 &= -\frac{32}{3} \left( 1 - \frac{192}{\pi^5} \left( \frac{h}{w_c} \right) \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh \left( \frac{n\pi w_c}{2 h} \right) \right) \\
&\quad + \frac{256}{\pi^4} \left( 1 - \frac{h}{w_c} \right) \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^4} \tanh^2 \left( \frac{n\pi w_c}{2 h} \right)
\end{aligned} \tag{68}$$

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται οι τιμές των -CP1, -CP2 και CP2/CP1 συναρτήσεων των λόγων διαστάσεων των αγωγών.

$A$	0.000002	0.02	0.20	0.365	0.40	0.60	0.80	1.00
$-CP1$	1.3333	1.3165	1.1653	1.0267	0.9975	0.8344	0.6869	0.5623
$-CP2$	8.0000	7.9189	7.1888	6.5215	6.3821	5.6311	5.0019	4.4985
$CP2/CP1$	6.0000	6.0150	6.1692	6.3520	6.3984	6.7482	7.2816	8.0000



Σχ.21 Οι τιμές των  $CP1$  και  $CP2$  συναρτήσει του λόγου διαστάσεων των αγωγών. *PRESSURE DISTRIBUTIONS OF GASEOUS SLIP FLOW IN STRAIGHT AND UNIFORM RECTANGULAR MICROCHANNELS (J.Jang, S.T. Wereley)*

Η κατανομή της πίεσης είναι επίσης σημαντική για την ποσοτικοποίηση της συμπεριφοράς της ροής. Από την εξίσωση 65 και θεωρώντας σταθερή ροή μάζας προκύπτει η πολυωνυμική εξίσωση:

$$p^2 + 2Bp - C = 0$$

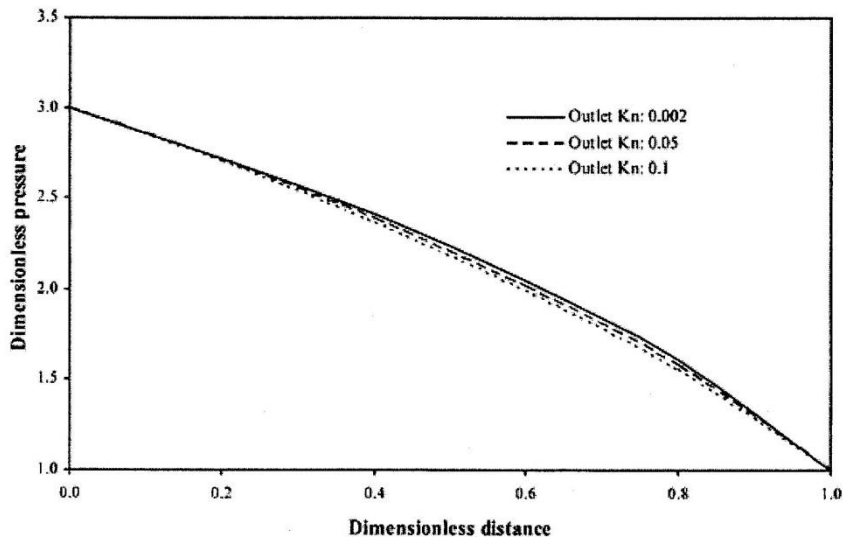
$$B = \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o p_o \frac{(CP2)}{(CP1)}$$

$$C = p_o^2 + 2 \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o p_o^3 \frac{(CP2)}{(CP1)} + \frac{2R_s T \mu n (z-L)}{w_c h^3 (CP1)}$$

Μετά από πράξεις προκύπτει η απλοποιημένη σχέση:

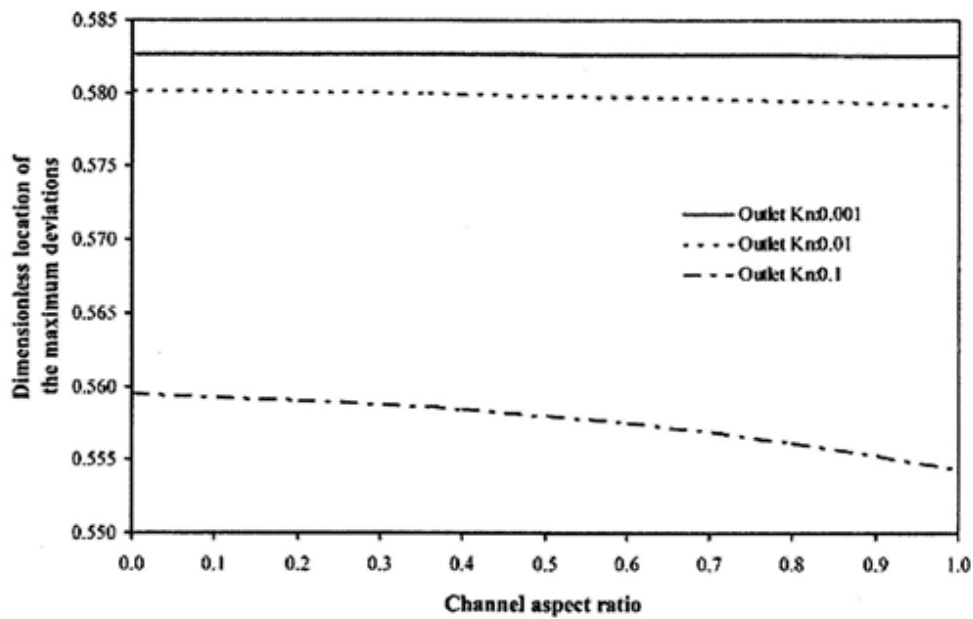
$$p^*(\zeta) = -6 \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o + \left\{ \left( 6 \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o \right)^2 + \left( 1 + 12 \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o \right) \zeta + \left( \Pi^2 + 12 \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_o \Pi \right) (1-\zeta) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Στο ακόλουθο διάγραμμα δίνεται η κατανομή της πίεσης σαν συνάρτηση της θέσης κατά μήκος του αγωγού με λόγο πιέσεων 3 και λόγο διαστάσεων 0,36 για διάφορες τιμές του αριθμού Knudsen.

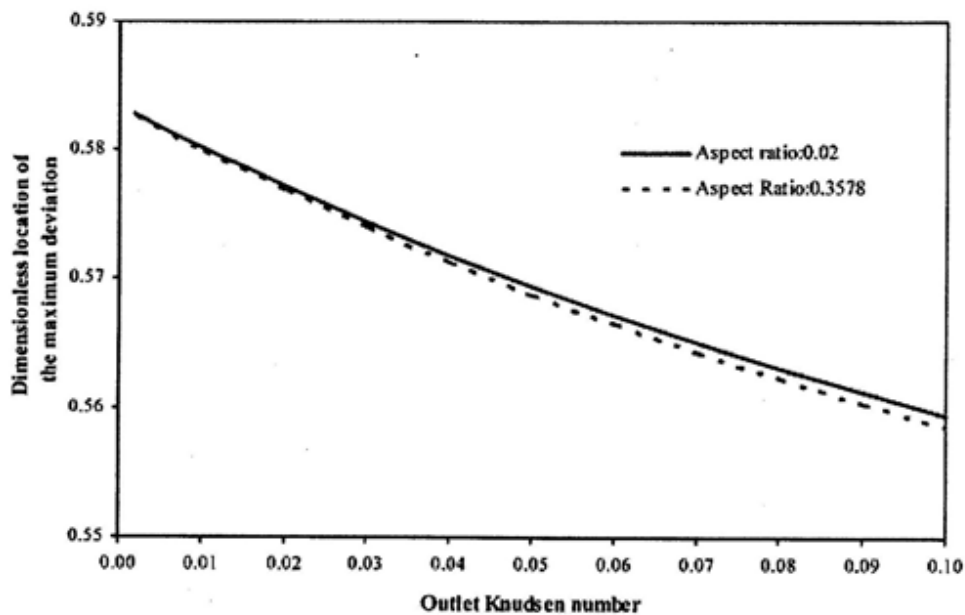


Σχ.22 Θεωρητική κατανομή πίεσης PRESSURE DISTRIBUTIONS OF GASEOUS SLIP FLOW IN STRAIGHT AND UNIFORM RECTANGULAR MICROCHANNELS (J.Jang, S.T. Wereley)



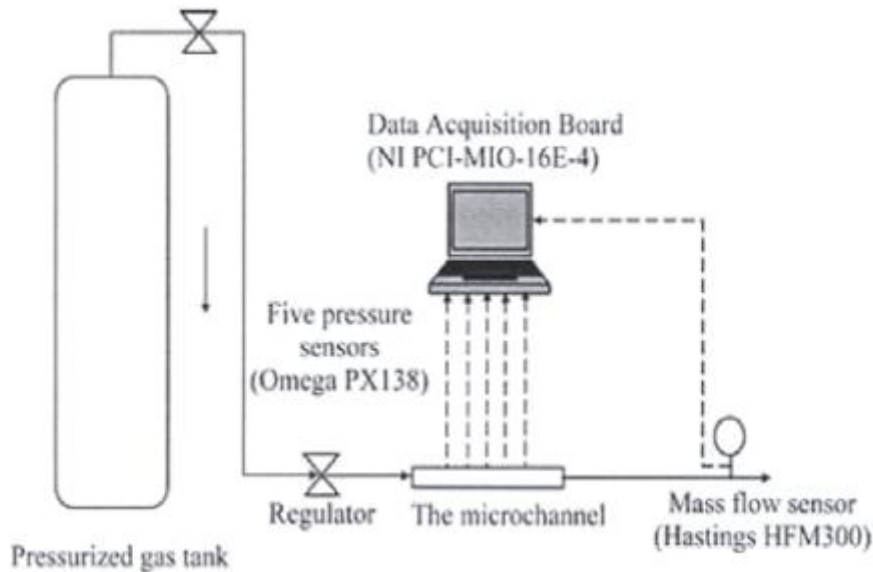


Σχ.23 Οι αδιάστατες θέσεις μέγιστης απόκλισης ως προς τη γραμμική κατανομή συναρτήσεων του λόγου διαστάσεων του αγωγού PRESSURE DISTRIBUTIONS OF GASEOUS SLIP FLOW IN STRAIGHT AND UNIFORM RECTANGULAR MICROCHANNELS (J.Jang, S.T. Wereley)



Σχ.24 Οι αδιάστατες θέσεις μέγιστης απόκλισης ως προς τη γραμμική κατανομή συναρτήσεων των αριθμών Knudsen PRESSURE DISTRIBUTIONS OF GASEOUS SLIP FLOW IN STRAIGHT AND UNIFORM RECTANGULAR MICROCHANNELS (J.Jang, S.T. Wereley)

Όσο ο αριθμός Knudsen αυξάνει ή ο λόγος διαστάσεων του καναλιού αυξάνει, η θέση της μέγιστης απόκλισης πλησιάζει στην τιμή 0.5. Αυτό είναι συνεπές με το γεγονός ότι η απόσταση της θέσης μέγιστης απόκλισης ελαττώνεται καθώς η αραιοποίηση εντείνεται, ενώ ο βαθμός αραιοποίησης αυξάνεται όταν ο λόγος διαστάσεων του καναλιού τείνει στη μονάδα. Η συνεισφορά του λόγου διαστάσεων στη διαμόρφωση της θέσης του μεγίστου είναι περί το 1%, του δε αριθμού Knudsen περί το 3%. Παρακάτω φαίνεται σχηματικά η πειραματική διάταξη, με τη βοήθεια της οποίας ελήφθησαν οι μετρήσεις :



Σχ. 25 Η πειραματική διάταξη *PRESSURE DISTRIBUTIONS OF GASEOUS SLIP FLOW IN STRAIGHT AND UNIFORM RECTANGULAR MICROCHANNELS* (J.Jang, S.T. Wereley)

Οι συνθήκες κάτω από τις οποίες εκτελέστηκε το πείραμα :

*Πίεση περιβάλλοντος* 98.650Pa

*Μέση ελεύθερη διαδρομή (στην έξοδο)* 67.61nm

*Αριθμός Knudsen (στην έξοδο)* 0.00180

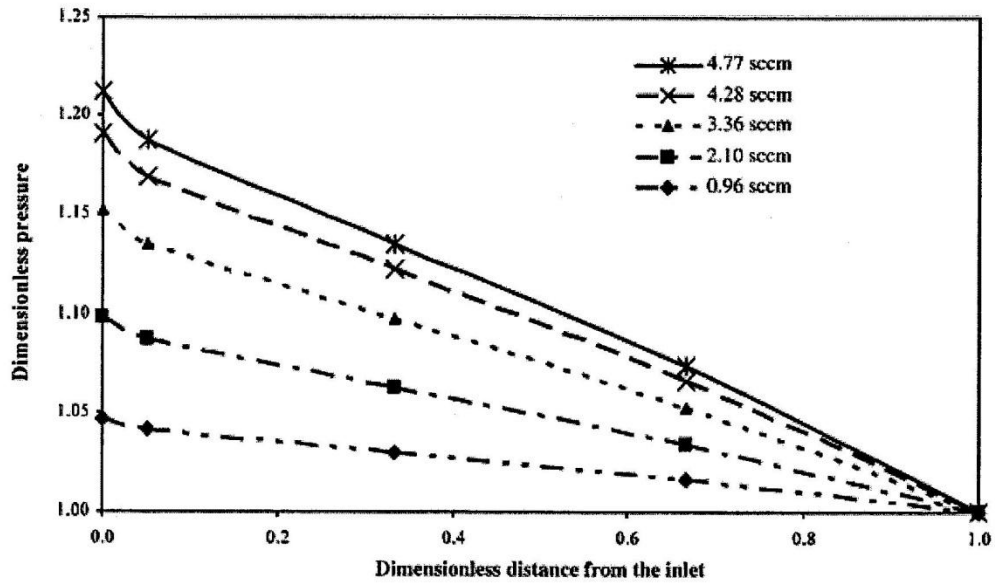
*θερμοκρασία* 296 K

*Μοριακή μάζα* 28.96 g/mol

*Αριθμός Mach (στην έξοδο)* 0.0013 – 0.0611

*Αριθμός Reynolds* 1.2 – 54.7

*Μοριακή διάμετρος* 0.3716nm



Σχ.26 : η πειραματικά μετρημένη διανομή της πίεσης κατά μήκος μικροκαναλιού PRESSURE DISTRIBUTIONS OF GASEOUS SLIP FLOW IN STRAIGHT AND UNIFORM RECTANGULAR MICROCHANNELS (J.Jang, S.T. Wereley)

## B. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

### B1. ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Τα πειραματικά δεδομένα με βάση τα οποία έγινε έλεγχος των αποτελεσμάτων του fluent παρουσιάζονται στη μελέτη GAS FLOW IN MICRO CHANNELS IN THE SLIP AND EARLY TRANSITION REGIMES: MEASUREMENTS AND COMPARISONS WITH KINETIC THEORY OF GASES (G. KAPARIANOS, S. MISDANITIS, D. MATHIOULAKIS, D. VALOUGEORGIS)

Κατασκευάστηκαν έξι μικροσυσκευές, κάθε μία από τις οποίες περιελάμβανε οκτώ παράλληλους αγωγούς μήκους 5000 $\mu\text{m}$  οι οποίοι συνδέονταν δύο δεξαμενές διαστάσεων 12mm x 6mm και βάθους 100 $\mu\text{m}$ .

Οι μικροαγωγοί στις τρεις από τις έξι μικροσυσκευές είχαν βάθος 20 $\mu\text{m}$  και στις υπόλοιπες τρεις 30 $\mu\text{m}$ . Το μέσο πλάτος των αγωγών ήταν 285 $\mu\text{m}$ . Κάθε δεξαμενή της μικροσυσκευής συνδέθηκε με μία δεξαμενή χωρητικότητας 35ml μέσω ενός σωλήνα διαμέτρου 1,6mm και μήκους 300mm. Μία από τις τελευταίες δεξαμενές συμπληρώθηκε με αέριο με την επιθυμητή πίεση (χρησιμοποιήθηκε μετατροπέας πίεσης CERAVAC, CTR 90, Leybold Vakuum GmbH, range 0,01-100 Torr). Η άλλη μεταλλική δεξαμενή συνδέθηκε με αντλία κενού (GEV, 3/GP1, minimum pressure = 0.5 mbar) ώστε η πίεση εξόδου να διατηρείται στο 1 Torr. Η πίεση στην έξοδο της μικροσυσκευής μετρήθηκε με έναν άλλο μετατροπέα (BARATRON 722A, μέγιστη πίεσης 20 Torr). Λόγω της σύντομης διάρκειας του πειράματος (λιγότερο από μία ώρα) η θερμοκρασία παρέμεινε στους 25°C (με αποκλίσεις έως 0,5°C)

Πριν την έναρξη του πειράματος πραγματοποιήθηκε δοκιμή διαρροής, με την οποία διαπιστώθηκε ότι το σφάλμα μετρήσεων παροχής μάζας κυμαινόταν από 0,04% έως 21%. Για  $Kn=0,1$ , το σφάλμα υπολογίστηκε 1%.

Η διαδικασία του πειράματος είχε ως εξής :

Αφού μία από τις μεταλλικές δεξαμενές γέμιζε με αέριο πίεσης 90 Torr, η άλλη δεξαμενή συνδέθηκε με την αντλία κενού, ώστε να επιτευχθεί η ροή του αερίου μέσα στους σωλήνες. Η παροχή μάζας υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας την πίεση στην είσοδο των αγωγών και επιλύοντας την εξίσωση Boltzmann.

### II. Η διαδικασία ρύθμισης του fluent

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων είναι μια αριθμητική μέθοδος για τον υπολογισμό προσεγγιστικών λύσεων μερικών διαφορικών εξισώσεων. Η αναλυτική λύση των εξισώσεων με τις οποίες περιγράφονται τα διάφορα τεχνικά προβλήματα είναι δυνατή μόνο σε ειδικές περιπτώσεις, όπου οι καταπονήσεις και τα γεωμετρικά σχήματα είναι πάρα πολύ απλά. Προκειμένου να λυθούν και πιο σύνθετα προβλήματα αναπτύχθηκαν διάφορες

προσεγγιστικές μέθοδοι, όπως η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Αυτή η μέθοδος μπορεί να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα και έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα προβλήματα. Το μειονέκτημά της είναι οι αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ, ιδίως όταν εφαρμόζεται σε σύνθετα μοντέλα. Αυτό όμως το μειονέκτημα ξεπεράστηκε τα τελευταία χρόνια χάρη στη ραγδαία ανάπτυξη των υπολογιστών. Η επιτυχία αυτής της μεθόδου ήταν τόσο μεγάλη, που ακόμα και σήμερα χρησιμοποιείται στην έρευνα και στην βιομηχανία για τον υπολογισμό και τη μελέτη διάφορων κατασκευών. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία εξέλιξη των μητρωϊκών μεθόδων αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων θα μπορούσε να χωριστεί στα εξής στάδια:

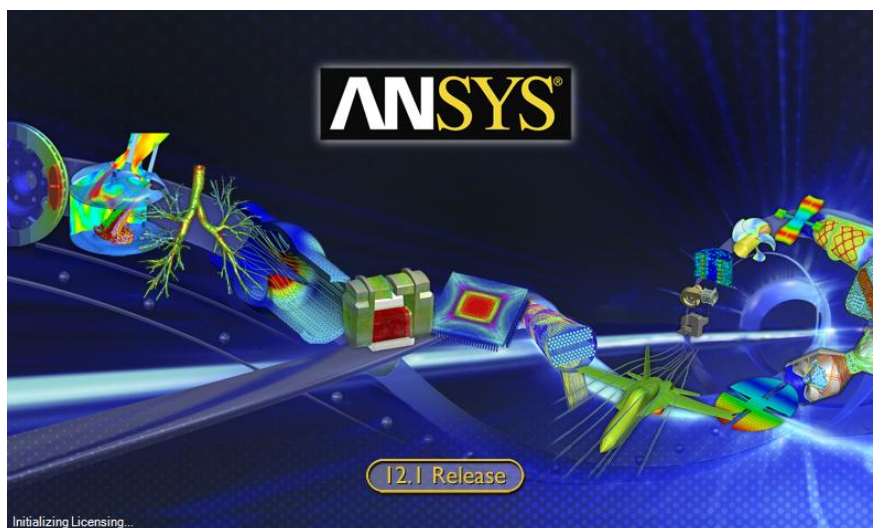
-δημιουργία δισδιάστατου ή τρισδιάστατου μοντέλου

-προετοιμασία πλέγματος χωρίζοντας το μοντέλο σε πεπερασμένα στοιχεία με προγράμματα που αποκαλούνται pre processor.

-εισαγωγή των δεδομένων σε ένα πρόγραμμα το οποίο θα κάνει την επίλυση του προβλήματος. Τέτοιου είδους προγράμματα λέγονται solver .

-μελέτη των αποτελεσμάτων με προγράμματα post processor.

Η συγκεκριμένη μελέτη πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας το υπολογιστικό πακέτο ANSYS 12.1. Η άδεια χρήσης του συγκεκριμένου προγράμματος ήταν διαθέσιμη μέσω του κέντρου υπολογιστών του Ε.Μ.Π., το οποίο παρέχει υπηρεσίες εικονικού ιδιωτικού δικτύου (vpn – virtual private network).

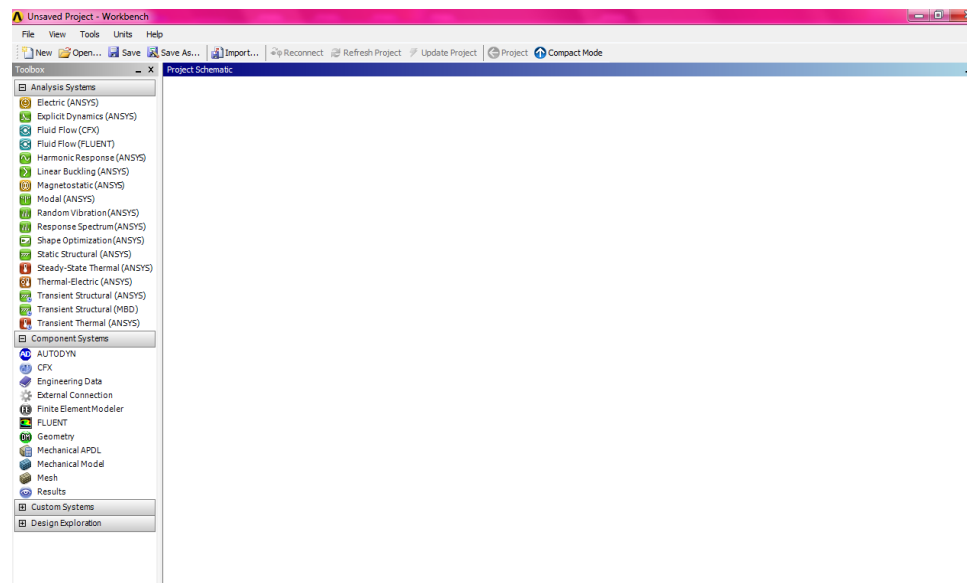


Για τη σχεδίαση της γεωμετρίας χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Design Modeler, για τη δημιουργία του πλέγματος χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Meshing, ενώ τελικά η προσομοίωση της ροής έγινε με χρήση του Fluent.

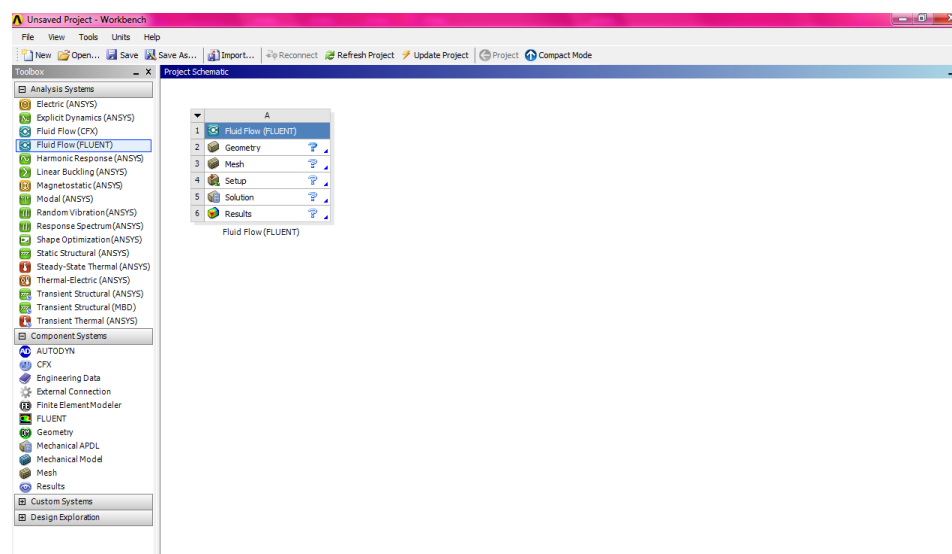
Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή όπου εγκαταστάθηκε το πρόγραμμα είναι τα εξής :

Windows 7 Professional 64 bit operating system, Processor AMD Phenom II X6 1075T 3,00 Ghz, 8 GB RAM.

Ο συντονισμός της αλληλουχίας των βημάτων της εργασίας και η μεταφορά δεδομένων από το ένα πρόγραμμα προς το άλλο έγινε εφικτή μέσω της εφαρμογής Workbench.



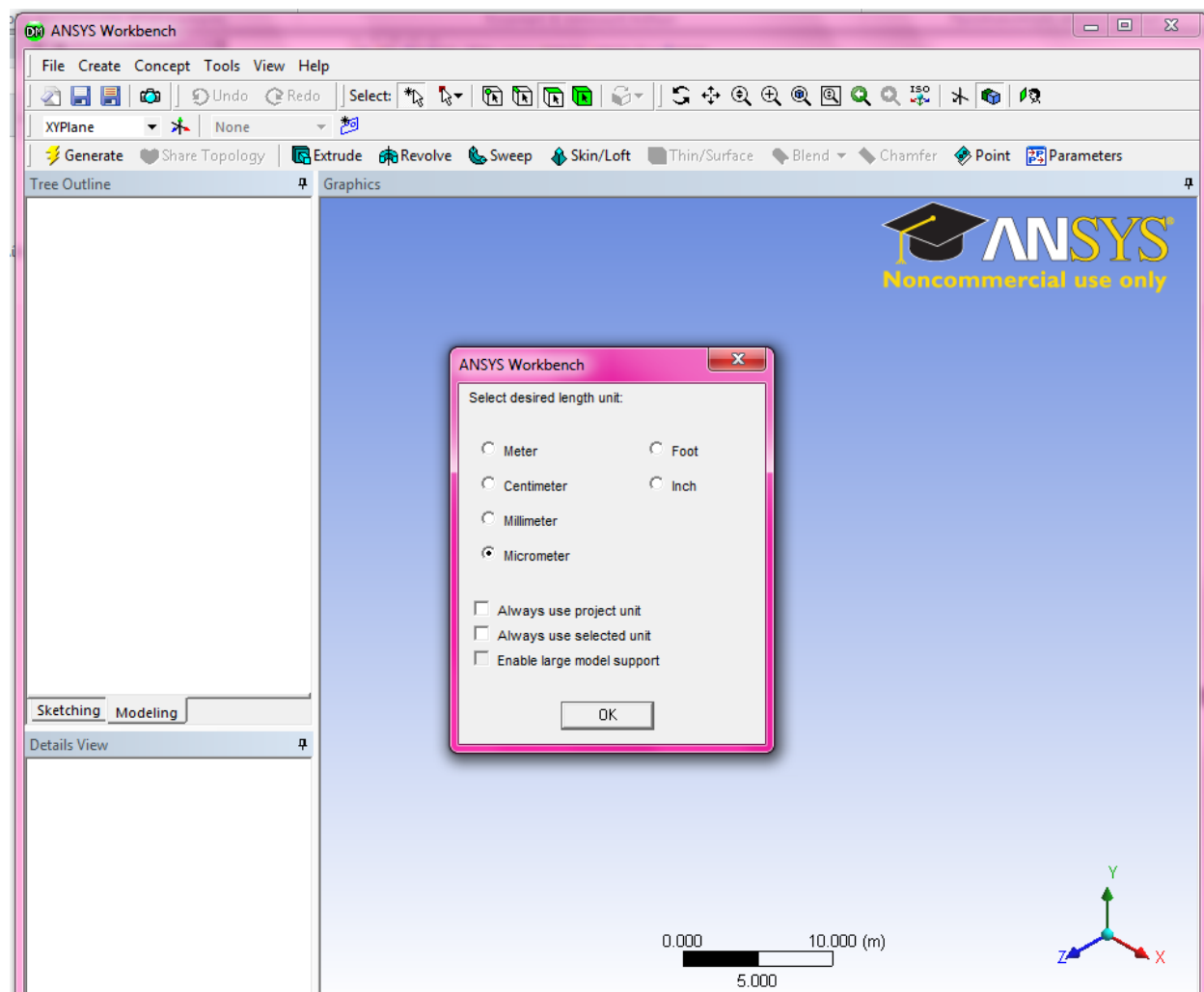
Από τη στήλη analysis systems επιλέχθηκε fluid flow (fluent) και έτσι εμφανίστηκε δεξιά στο project schematic το πλάνο εργασιών που θα έπρεπε να ακολουθηθεί.



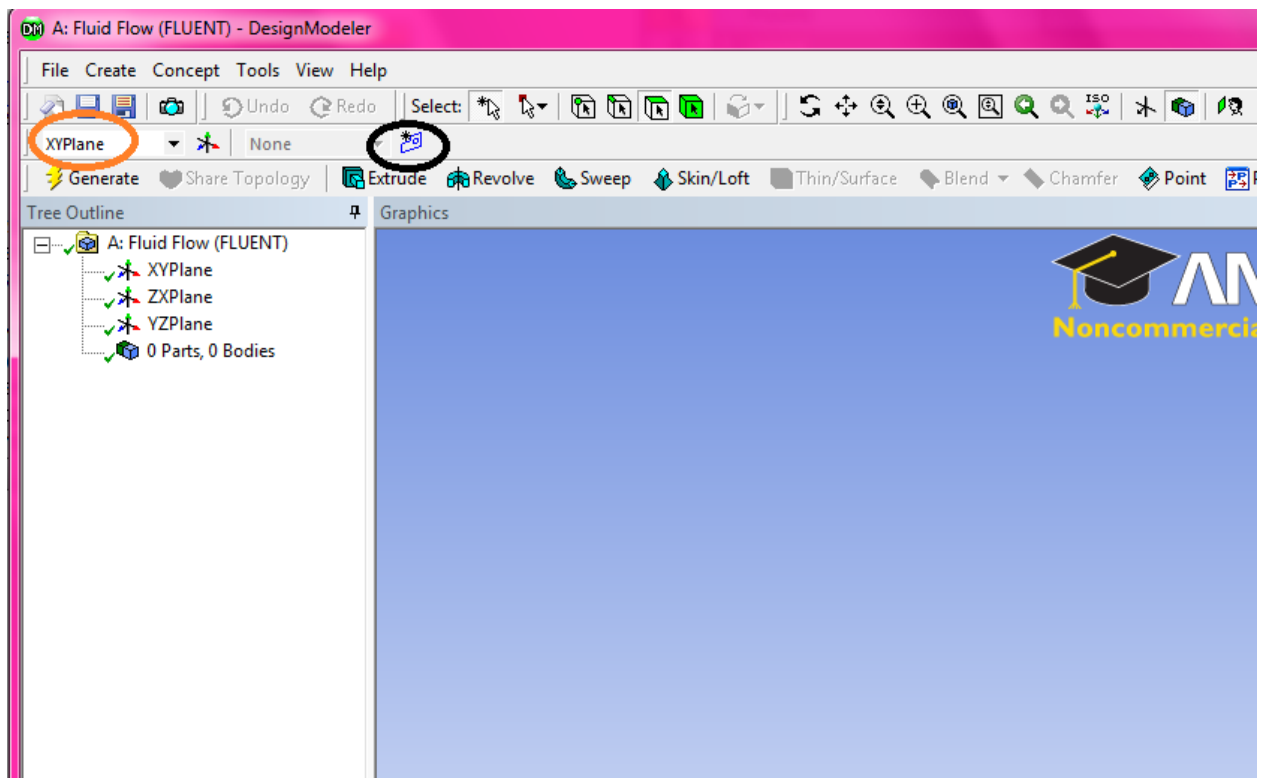
(Το σύμβολο του ερωτηματικού υποδηλώνει πως κάποιο στάδιο της εργασίας δεν έχει ολοκληρωθεί.)

Αρχικά έπρεπε να ορισθεί ότι η ανάλυση θα γίνει σε 2 διαστάσεις (2-d analysis) διότι η προεπιλεγμένη ρύθμιση από το πρόγραμμα αφορά ανάλυση 3-d.

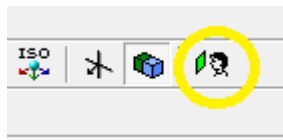
Με δεξί κλικ στο geometry και επιλέγοντας properties, ορίσθηκε 2-d analysis. Στη συνέχεια με διπλό κλικ στο geometry, άνοιξε αυτόματα το πρόγραμμα design modeler. Το πρώτο πράγμα που ζητήθηκε από το πρόγραμμα ήταν ο ορισμός των μονάδων μήκους και επιλέχθηκε μικρόμετρα.



Έπειτα, αφού ελέγχθηκε ότι το επίπεδο σχεδίασης είναι ρυθμισμένο στην επιλογή XY Plane (όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα με πορτοκαλί χρώμα) επιλέχθηκε New Sketch, (όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα κυκλωμένο με μαύρο χρώμα).

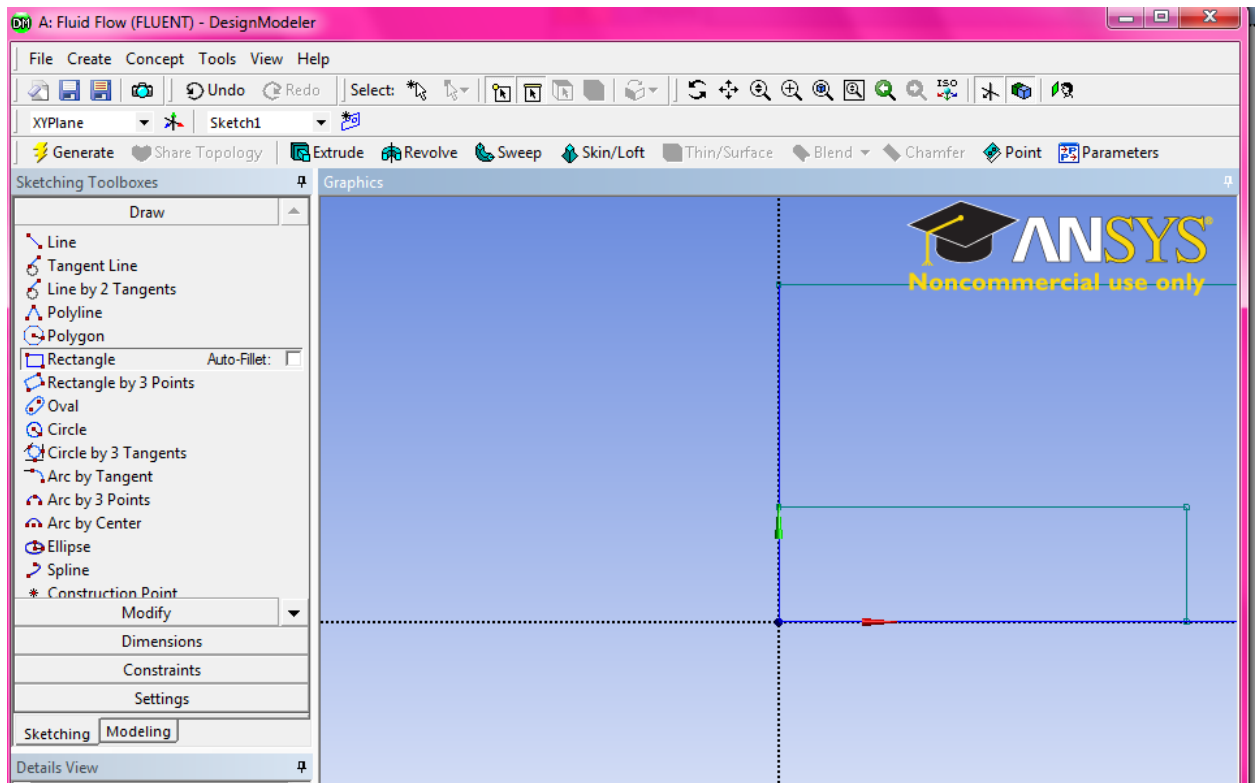


Στη συνέχεια επιλέχθηκε η καρτέλα Sketching και για εποπτικούς λόγους και ευκολότερη σχεδίαση ενεργοποιήθηκε η εντολή Look At Face. (κίτρινο χρώμα)

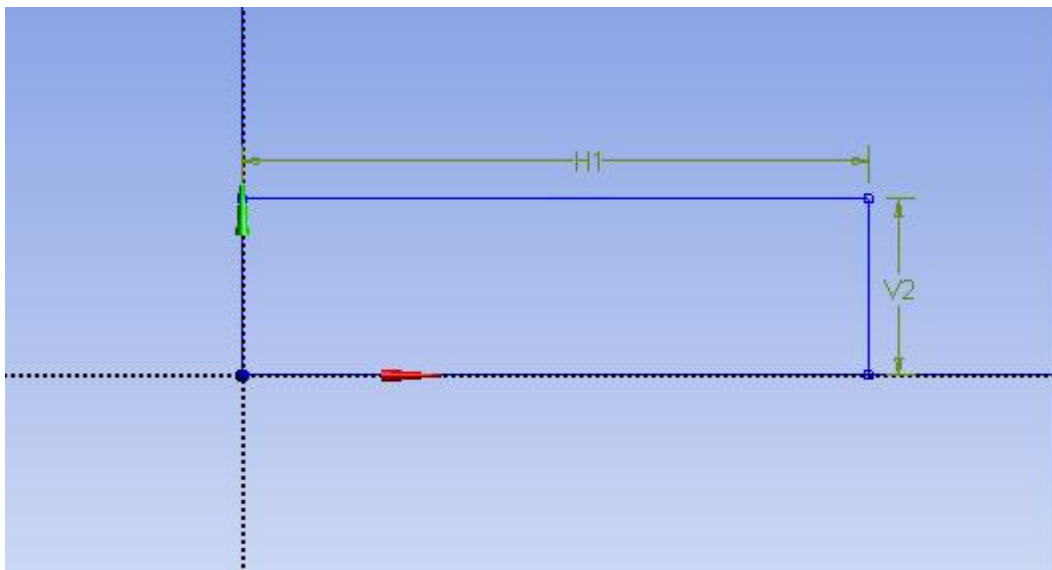


Επιλέγοντας από τη στήλη Draw την επιθυμητή γεωμετρία Rectangle και ξεκινώντας από την αρχή των αξόνων σχεδιάστηκε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο τυχαίων διαστάσεων.

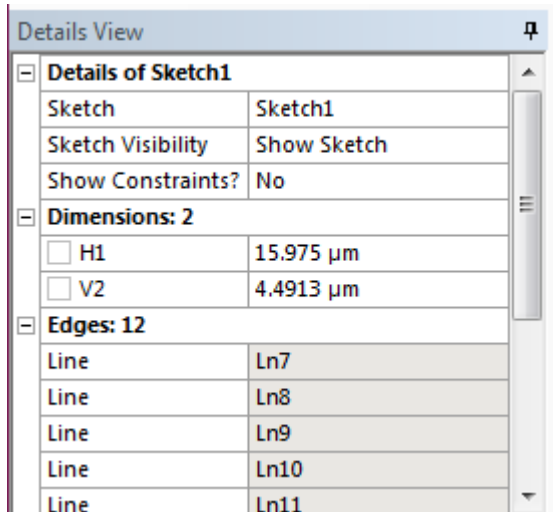




Για την εισαγωγή διαστάσεων, επιλέχθηκε η καρτέλα Dimensions και πατώντας πάνω σε κάθε γραμμή και τραβώντας προς τα έξω ονομάστηκαν οι πλευρές H1 και V1.

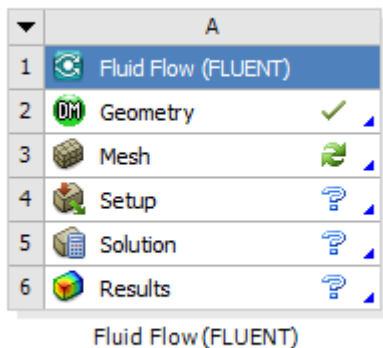


Οι διαστάσεις μπορούν πλέον να ορισθούν αριστερά στην καρτέλα Details View, αντικαθιστώντας τα τυχαία νούμερα που εμφανίζονται δίπλα στο H1 και V1 με την επιθυμητή διάσταση της οριζόντιας και κάθετης πλευράς της γεωμετρίας κάθε περίπτωσης.

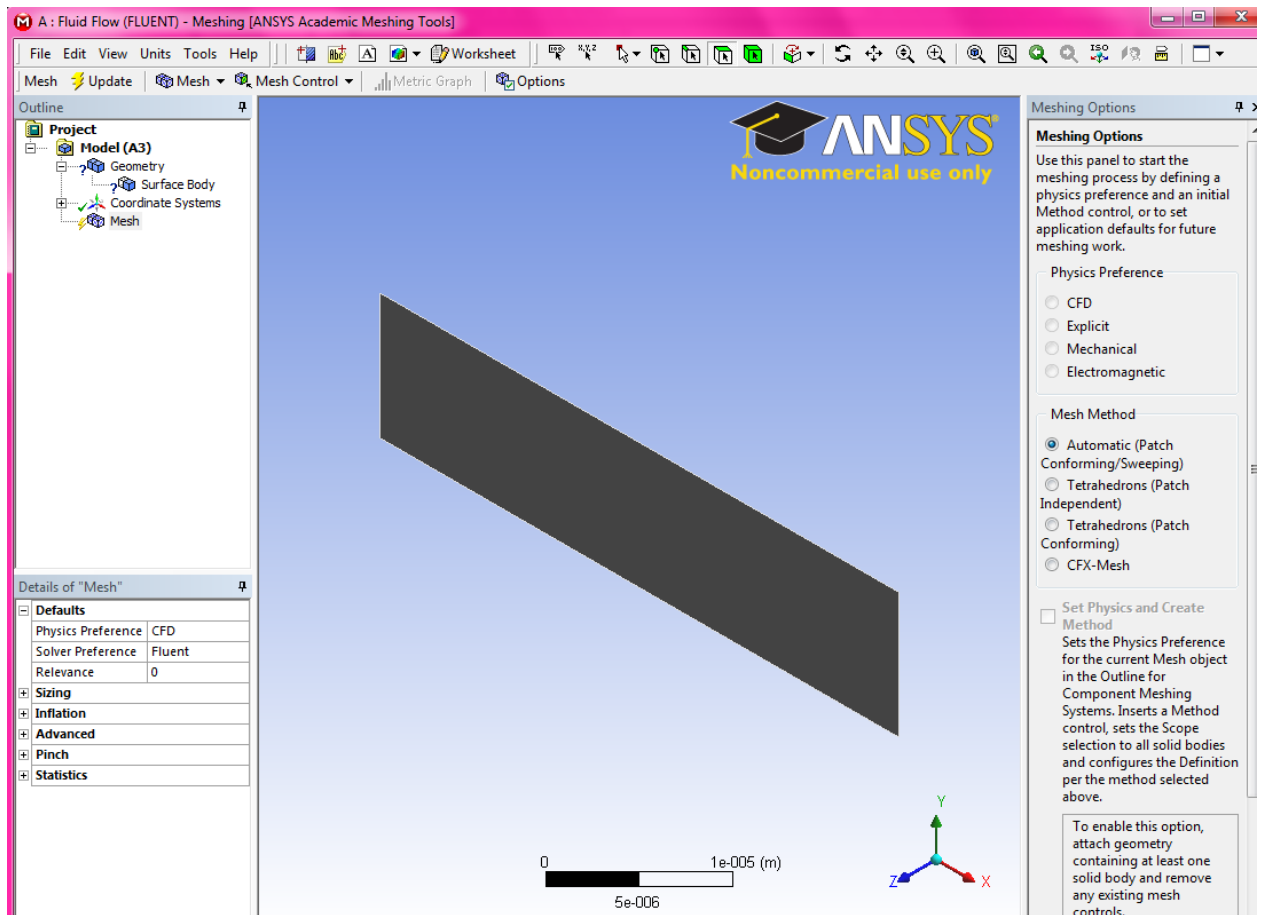


Για να δημιουργηθεί τελικά η γεωμετρία πατήθηκε το πλήκτρο Generate. Επιστρέφοντας πάλι στην καρτέλα Modeling επιλέχθηκαν οι εντολές concept -> surface from sketch και μετά πάλι Generate.

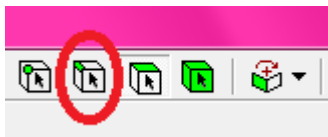
Η γεωμετρία ήταν πλέον έτοιμη, και αυτό μπορούσε να επιβεβαιωθεί και από τη νέα ένδειξη δίπλα στο βήμα Geometry στη λίστα του Workbench.



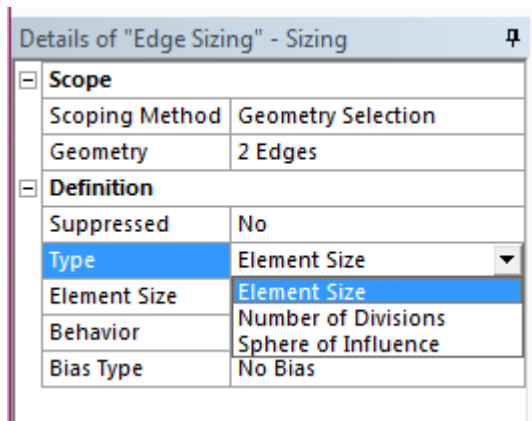
Επόμενο βήμα που ακολουθήθηκε ήταν η κατασκευή του πλέγματος. Με διπλό κλικ στο Mesh άνοιξε αυτόματα το πρόγραμμα Meshing στο οποίο είχε ήδη μεταφερθεί η γεωμετρία.



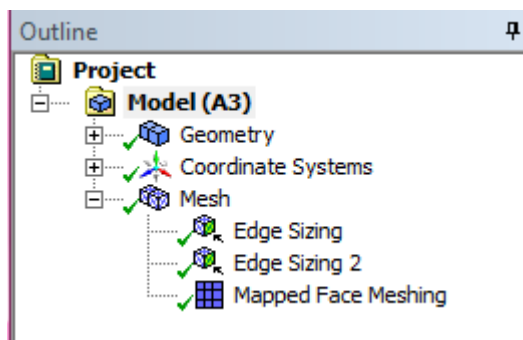
Με δεξί κλικ στο Mesh επιλέχθηκε Insert- Sizing δύο φορές και με τα κουμπιά επιλογής πλευρών ορίσθηκαν διαδοχικά τα δύο ζεύγη όμοιων απέναντι πλευρών.



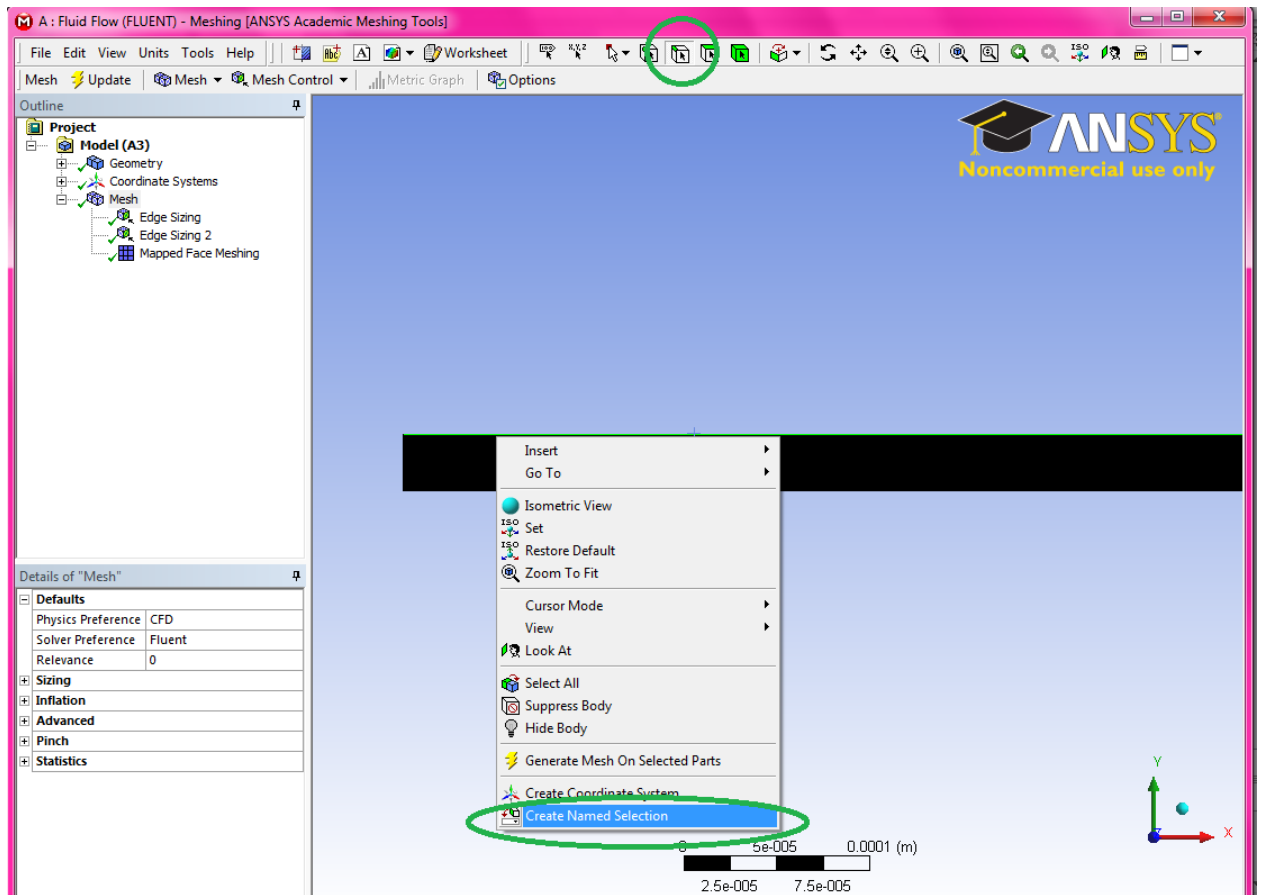
Έτσι προέκυψε το edge sizing και το edge sizing 2.



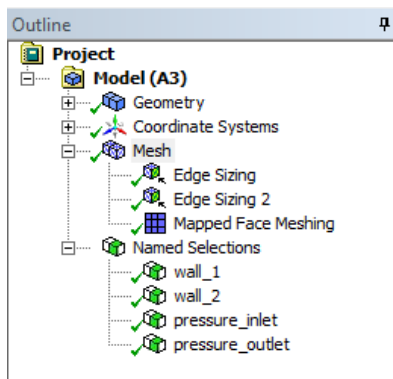
Μέσα από το μενού Details of edge sizing – sizing επιλέχθηκε κάθε φορά με ποιο τρόπο θα γινόταν ο χωρισμός των πλευρών. Υπήρχε η δυνατότητα καθορισμού του μεγέθους του κάθε στοιχείου (element size) ή του αριθμού των τομών (number of divisions). Για να τετραγωνισθούν τα στοιχεία του πλέγματος χρειάστηκε η εντολή: mesh (δεξί κλικ)- insert- mapped face meshing. Με το κουμπί update αποθηκεύθηκαν οι ρυθμίσεις αυτές.



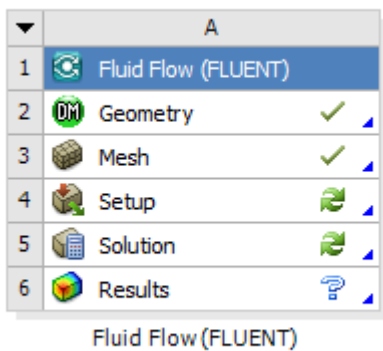
Έπειτα για να δοθούν ονόματα στις πλευρές της γεωμετρίας, επιλέχθηκαν μία- μία οι πλευρές και με δεξί κλικ και create named selection δόθηκαν τέσσερα ονόματα: wall\_1, wall\_2, pressure\_inlet, pressure\_outlet.



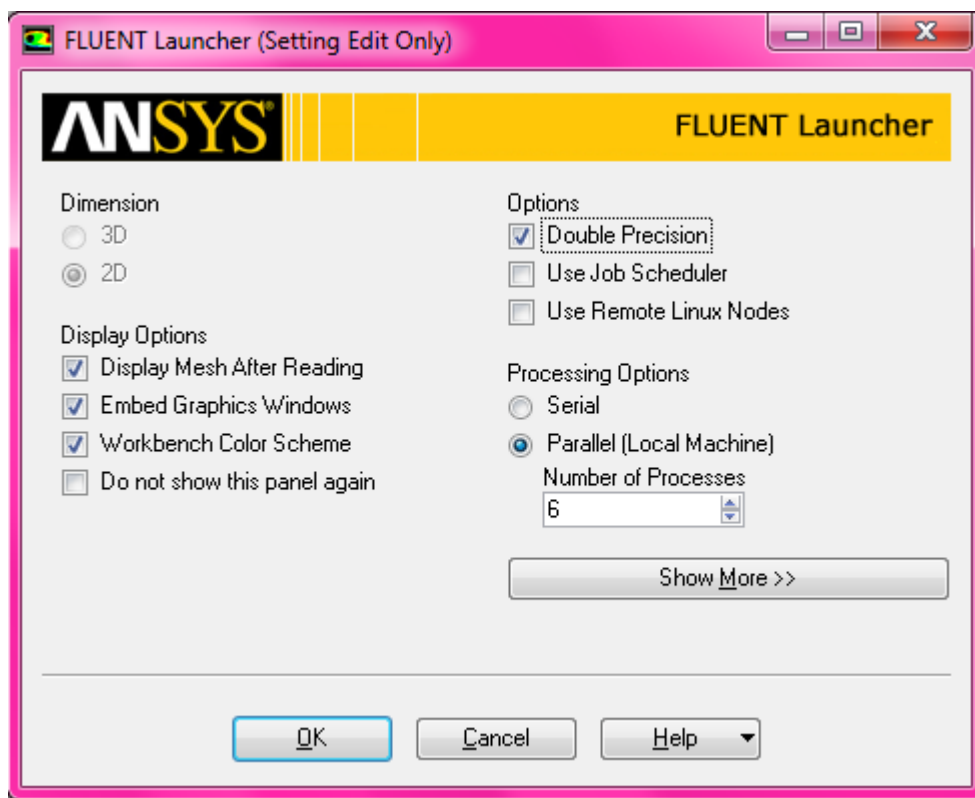
Οπότε ο πίνακας outline παρουσίασε νέα στοιχεία :



Για αποθήκευση όλων των αλλαγών επιλέχθηκε πάλι update και έτσι ολοκληρώθηκε και η φάση του meshing.

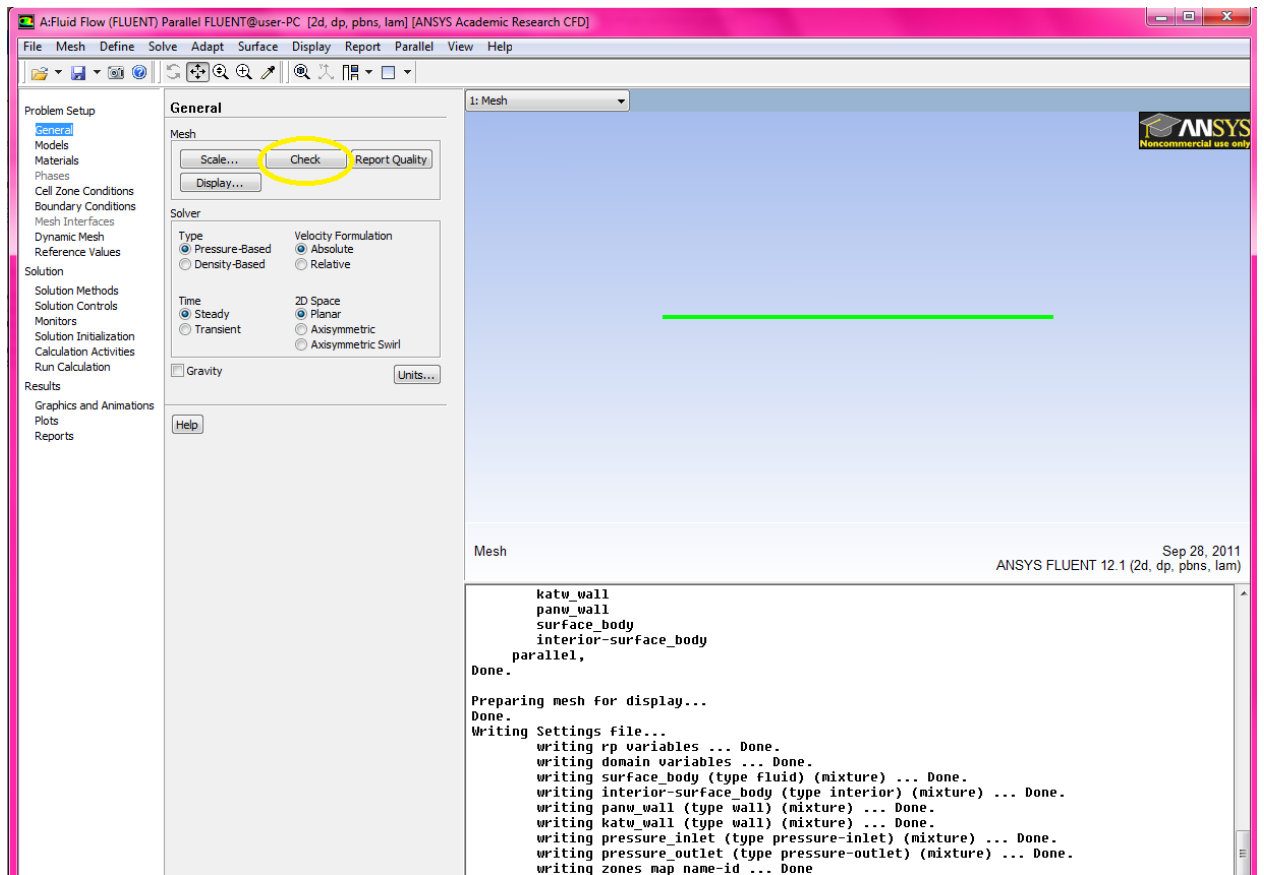


Με διπλό κλικ στο set up παρουσιάζεται η καρτέλα fluent launcher :

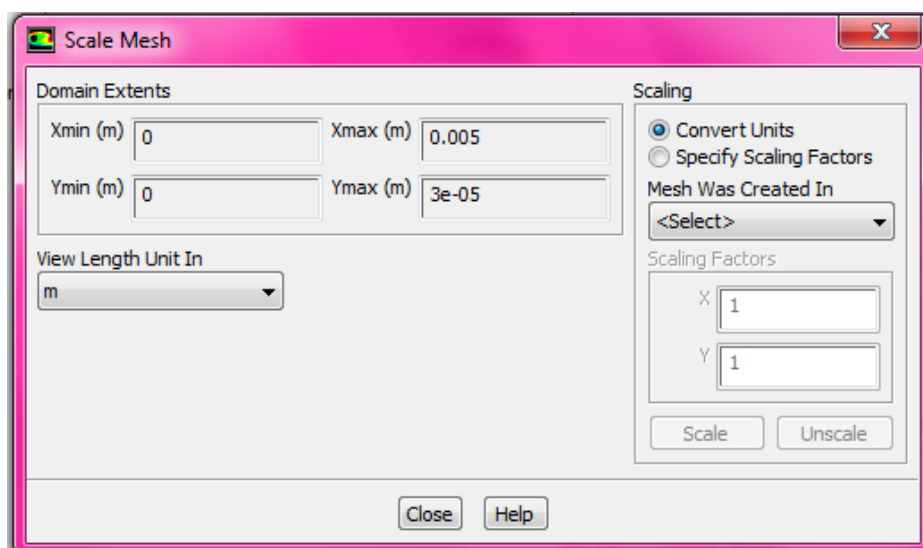


Ορίσθηκε double precision και parallel processing ώστε να αξιοποιηθεί όλη η υπολογιστική ισχύς του επεξεργαστή και να επιτευχθεί όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ταχύτητα στους υπολογισμούς.

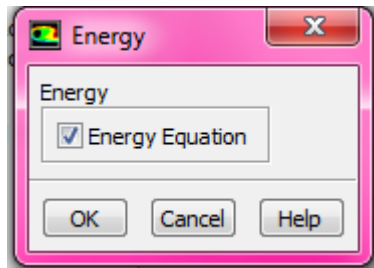
Στη συνέχεια άνοιξε το παράθυρο του προγράμματος fluent, όπου είχε φορτωθεί το πλέγμα. Για να διαπιστωθεί ότι όλα τα δεδομένα που έχουν εισαχθεί είναι σωστά έγινε έλεγχος με την εντολή Check.



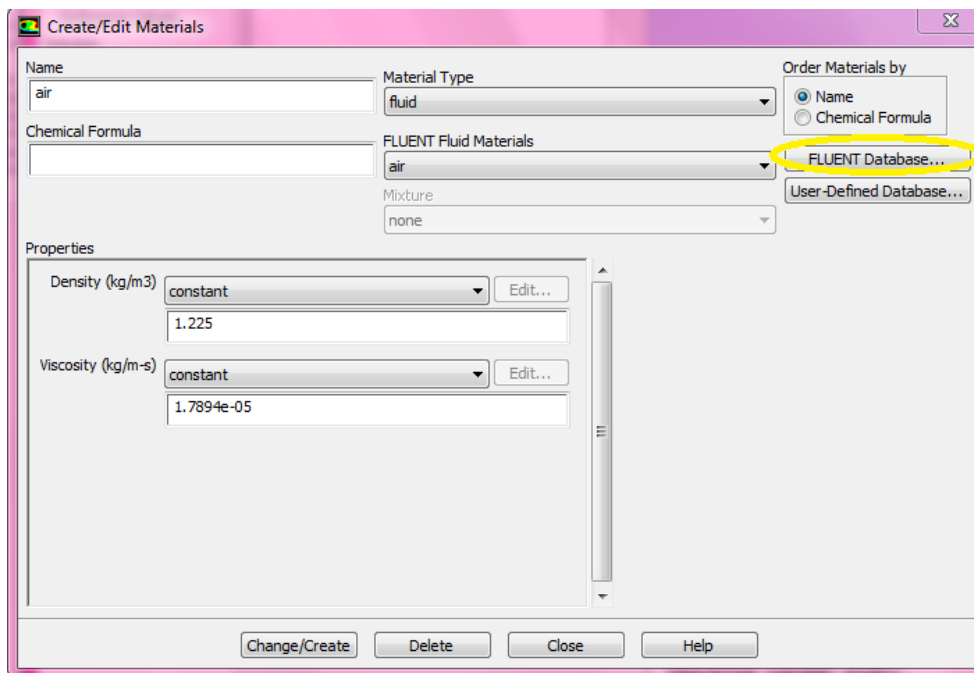
Με την εντολή scale που βρίσκεται ακριβώς αριστερά από την Check διαπιστώθηκε ότι η γεωμετρία είχε εισαχθεί στις επιθυμητές διαστάσεις.



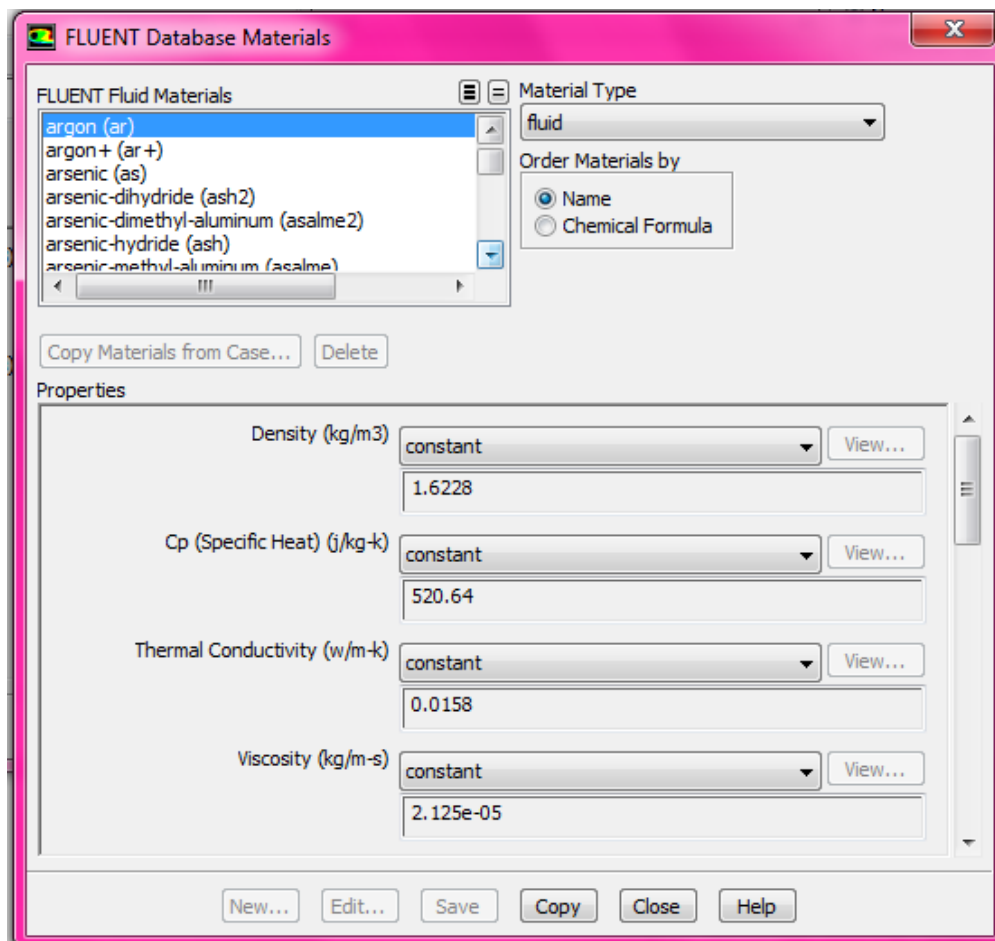
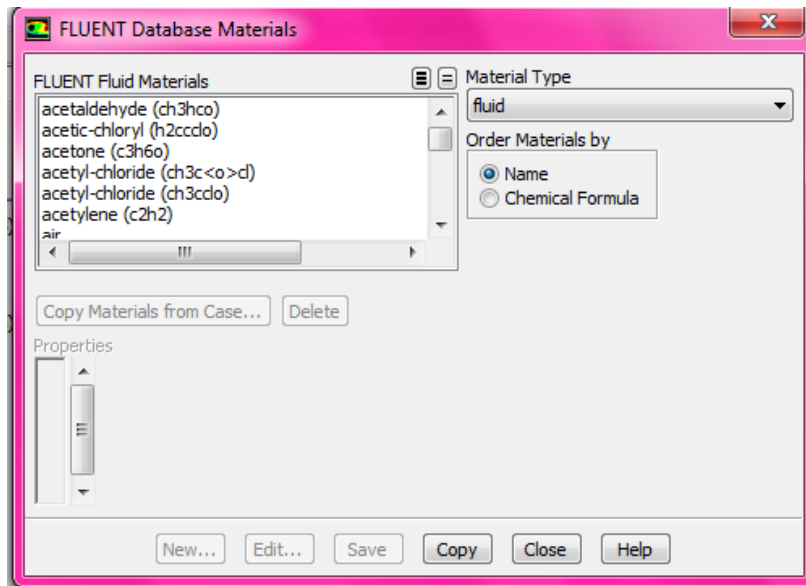
Έπειτα από τη στήλη problem set up επιλέχθηκε models και στο energy ενεργοποιήθηκε η εξίσωση ενέργειας.



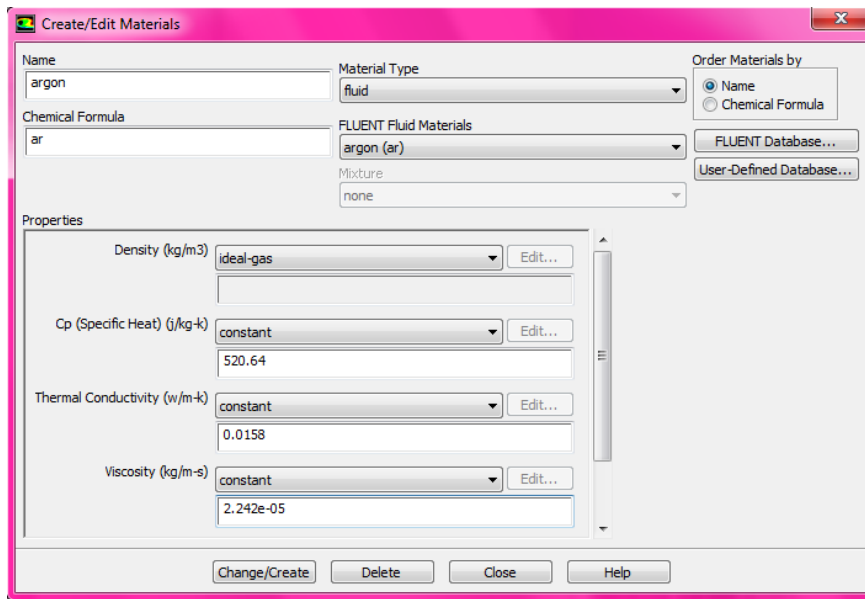
Από την καρτέλα Materials, επιλέχθηκε η βάση δεδομένων του fluent και από τη λίστα που εμφανίστηκε ορίστηκε κάθε φορά το αέριο που θέλαμε. (argon, helium, air)





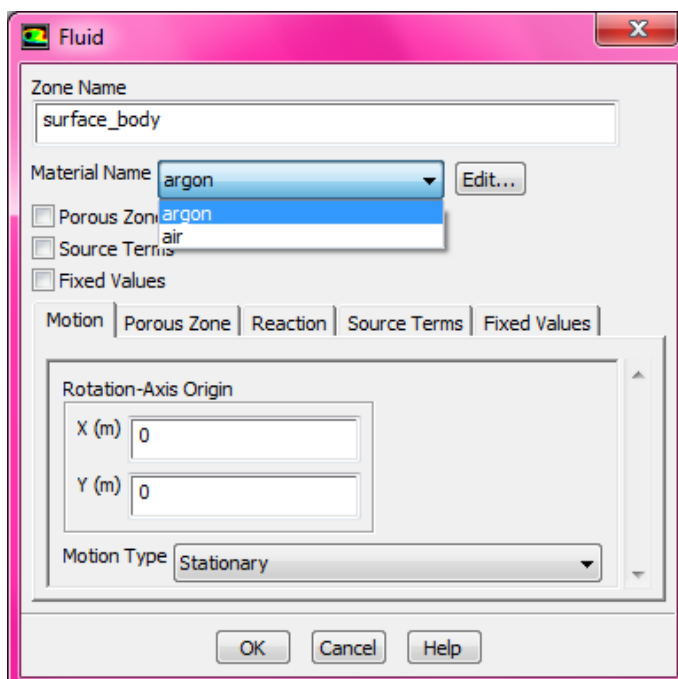


Στην καρτέλα Properties του στοιχείου που επιλέχθηκε copy και στη συνέχεια ρυθμίσαμε την πυκνότητα σε ιδανικού αερίου. (density- ideal gas)



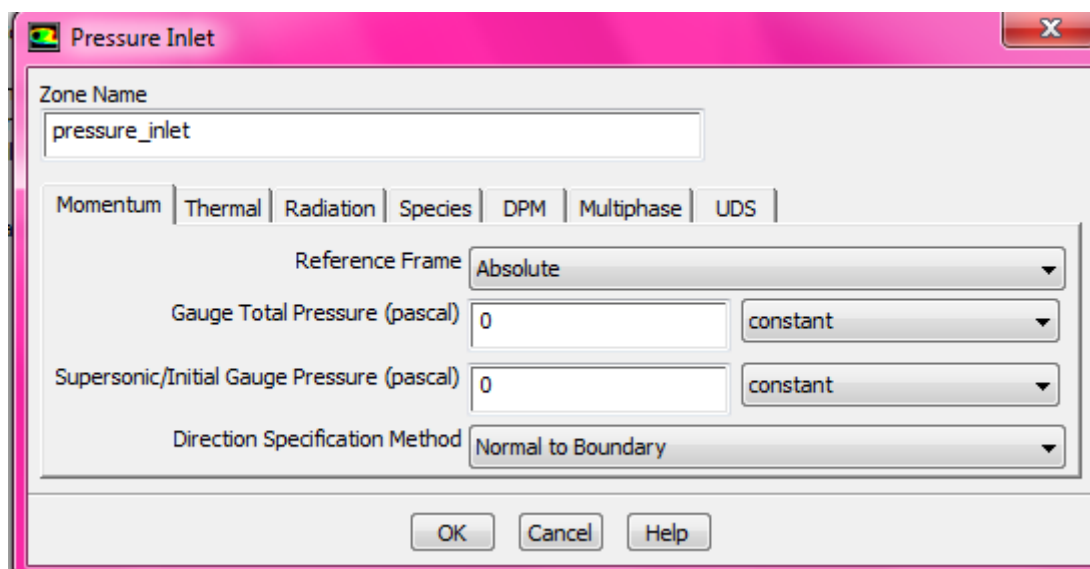
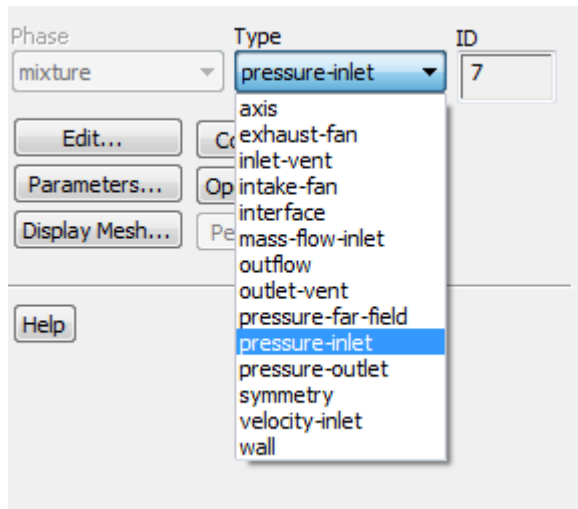
Οι αλλαγές αποθηκεύθηκαν με την εντολή Change / Create.

Στην καρτέλα cell zone conditions επιλέχθηκε (edit) πάλι το επιθυμητό material name. Αυτή τη φορά στη λίστα εκτός από το προεπιλεγμένο από το πρόγραμμα material name air υπήρχε και το στοιχείο που προσθέσαμε στο προηγούμενο βήμα.

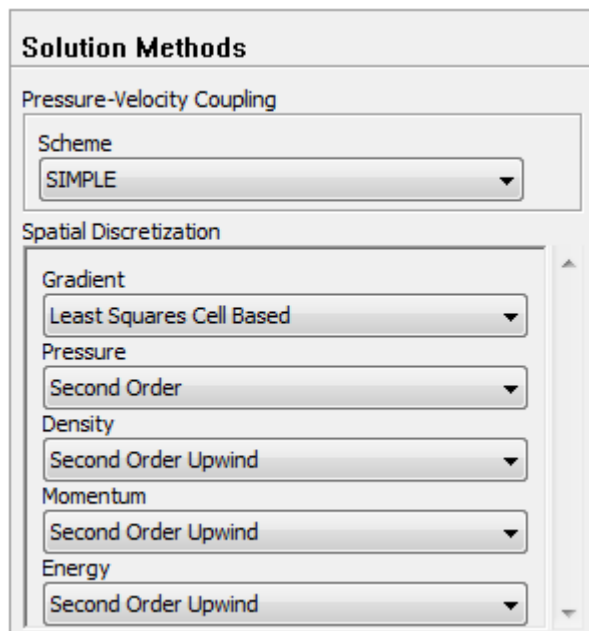


Για να ορίσουμε τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, από την καρτέλα Boundary Conditions επιλέχθηκαν από τη λίστα των τεσσάρων πλευρών της γεωμετρίας (όπως είχαν ονομασθεί στο meshing) μία – μία διαδοχικά οι πλευρές, στο type καθορίστηκε το είδος κάθε μίας ( πχ pressure inlet/ outlet, wall) και με edit ορίστηκε η ακριβής

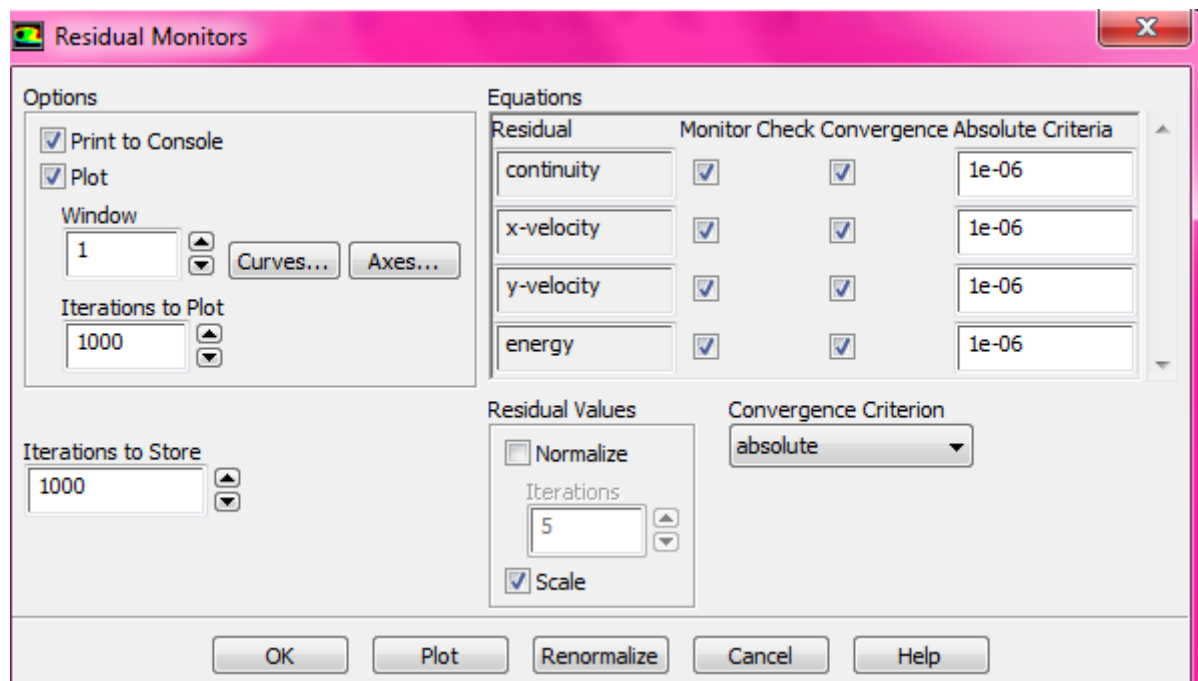
τιμή της μανομετρικής πίεσης εισόδου και εξόδου (μανομετρική) για κάθε περίπτωση. Επίσης ορίσθηκε η ταχύτητα των τοιχωμάτων, για τις περιπτώσεις που θεωρήθηκαν κινούμενα.



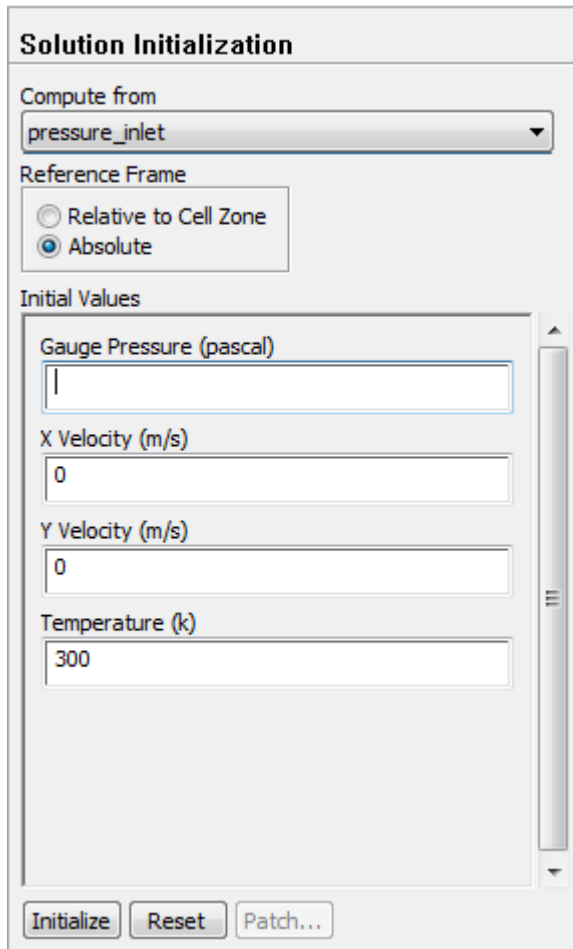
Στην καρτέλα solution methods επιλέχθηκε spatial discretization – second order upwind για την πίεση, την πυκνότητα, την ορμή και την ενέργεια.



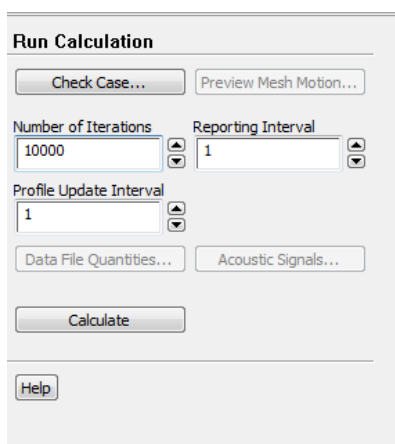
Επίσης ρυθμίστηκε στην καρτέλα Monitors – Residuals convergence absolute criteria  $1e-06$  για τα μεγέθη continuity, x-velocity, y-velocity, energy.



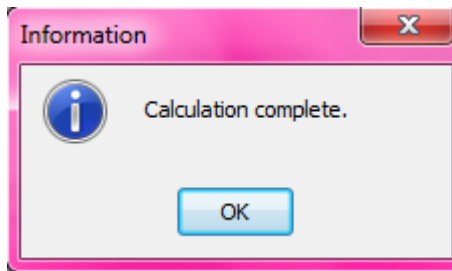
Στην καρτέλα solution initialization επιλέχθηκε compute from pressure inlet και εισήχθη κάθε φορά η τιμή της πίεσης εισόδου του προβλήματος. Οι ρυθμίσεις αποθηκεύθηκαν πατώντας initialize.



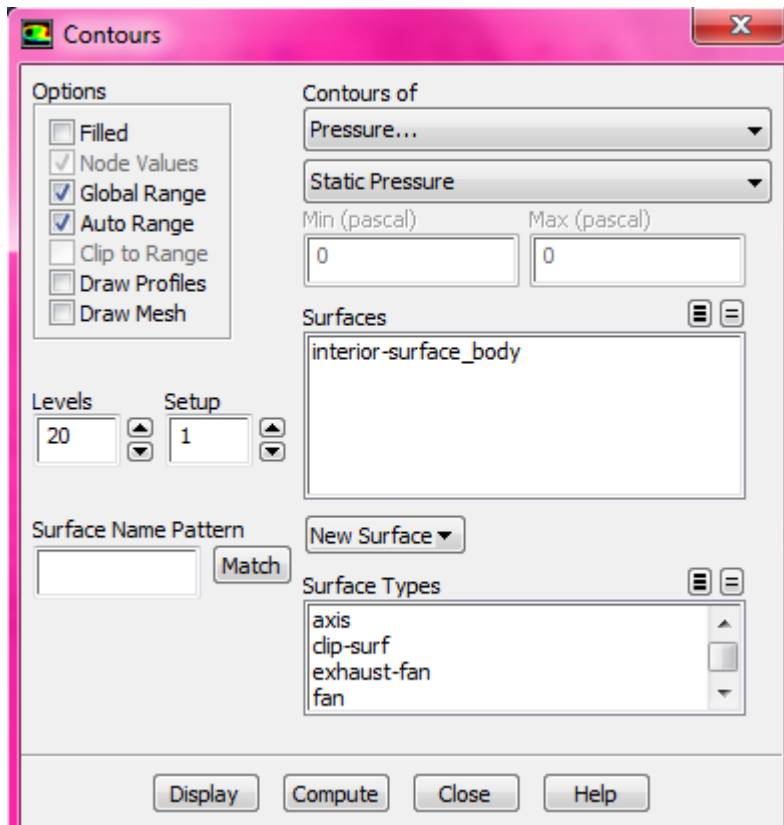
Στην καρτέλα Run Calculation ρυθμίστηκε πόσες επαναλήψεις χρειάζονταν για κάθε πρόβλημα (10.000) και επιλέγοντας Calculate ξεκινούσε κάθε φορά η διαδικασία υπολογισμού.



Στο τέλος των υπολογισμών εμφανιζόταν η εξής ένδειξη solution is converged και το μήνυμα :

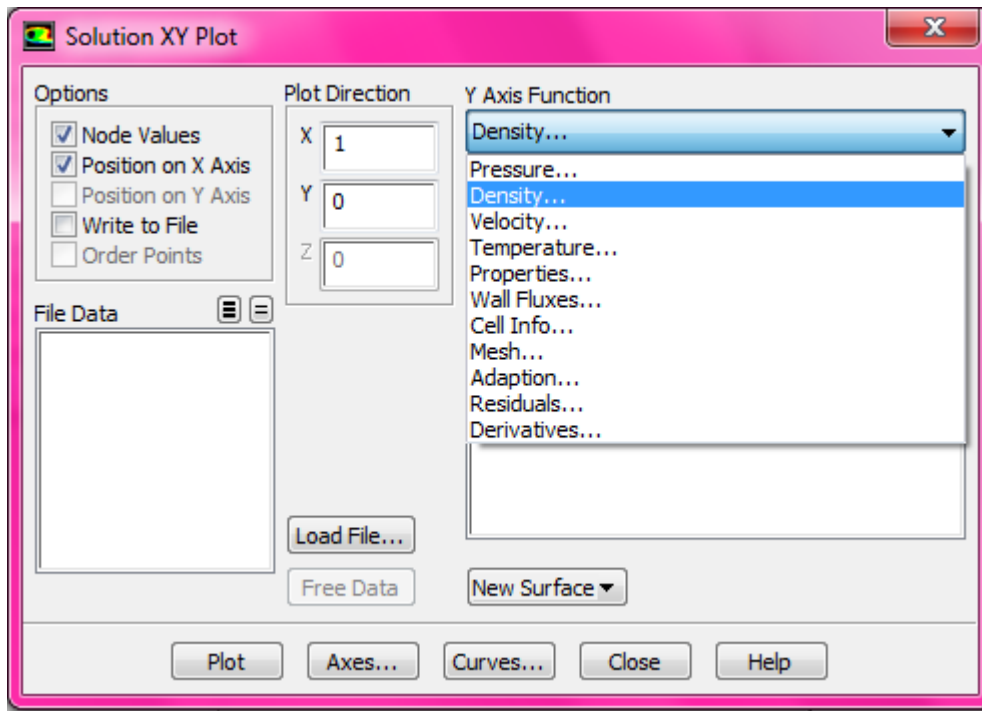


Από την αριστερή στήλη στα results – graphics επιλέγοντας contours εμφανίζονταν η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή των μεγεθών του προβλήματος.



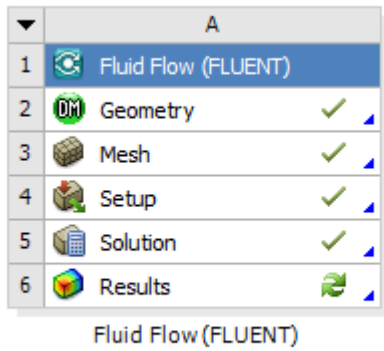
Πατώντας vectors – velocity- display εμφανιζόταν το προφίλ ταχύτητας για κάθε περίπτωση.

Επιλέγοντας plots- xy plot μπορούσε να επιλέξει κανείς το επιθυμητό μέγεθος για να σχεδιασθεί η γραφική του παράσταση συναρτήσει της θέσης x κατά μήκος του αγωγού.

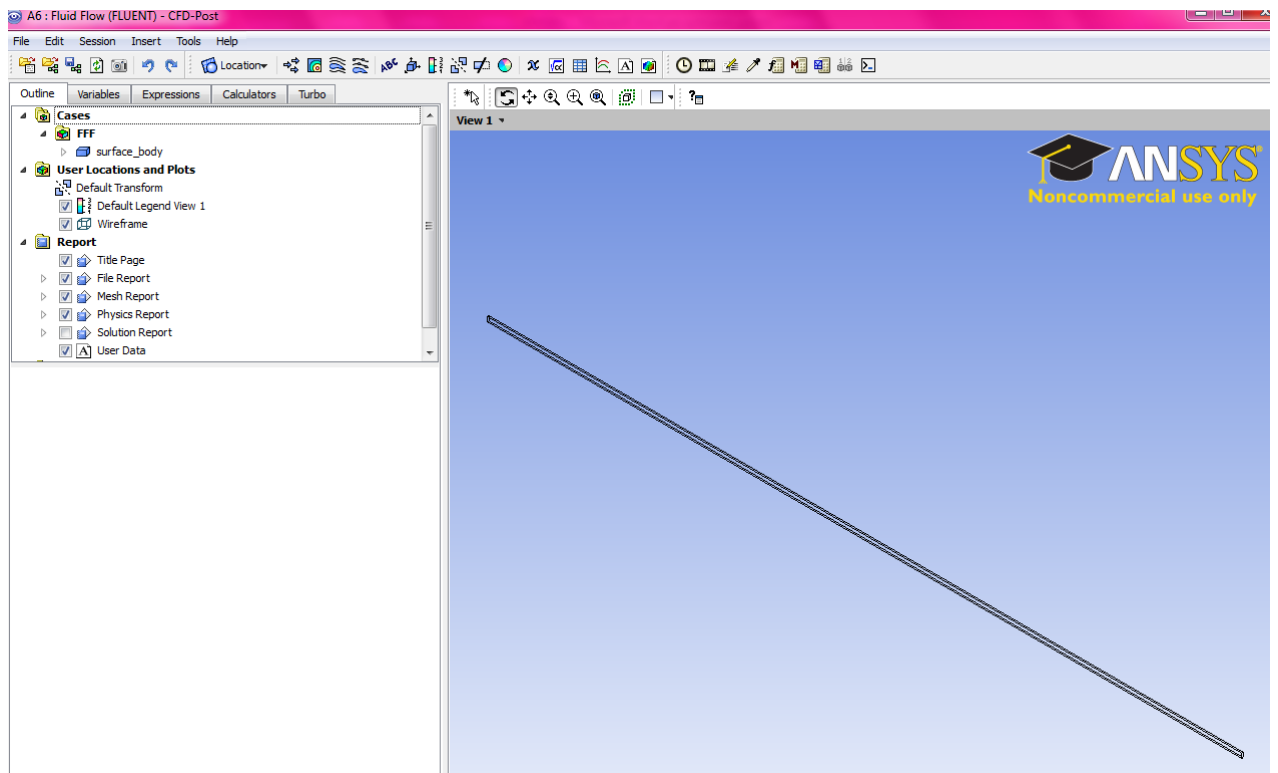


Μέσα από το Reports- fluxes καταγράφηκαν τα δεδομένα για παροχή μάζας σε κάθε περίπτωση.



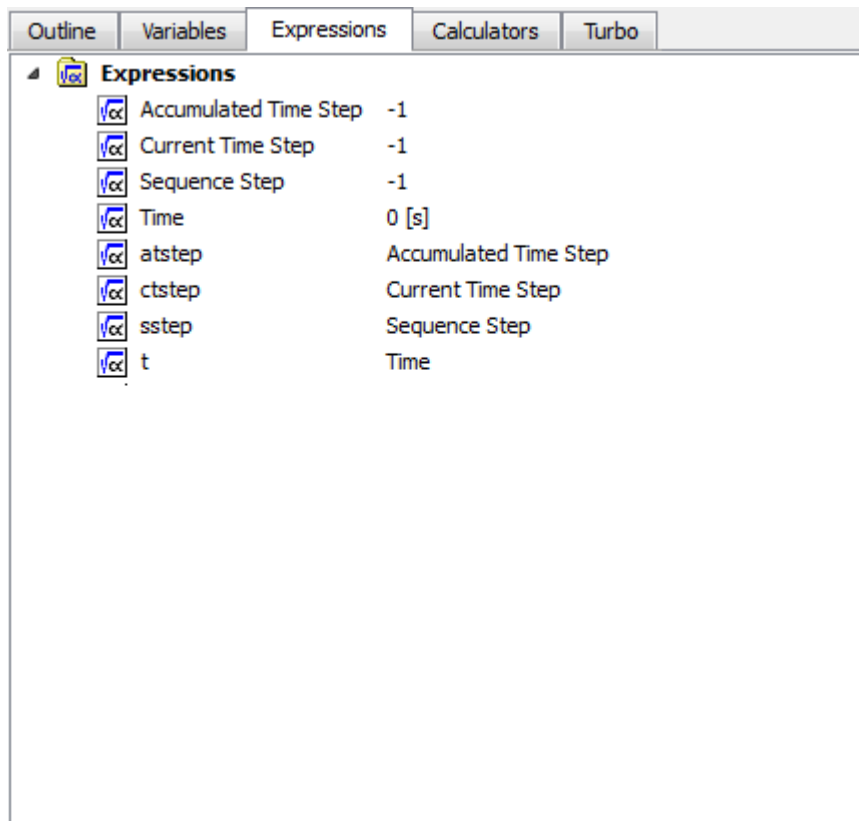


Πλέον οι φάσεις της εργασίας Workbench είχαν σχεδόν ολοκληρωθεί. Μέσα από το Results – cfd post έγινε επεξεργασία των αποτελεσμάτων και να εξήχθησαν πολύ χρήσιμα συμπεράσματα.

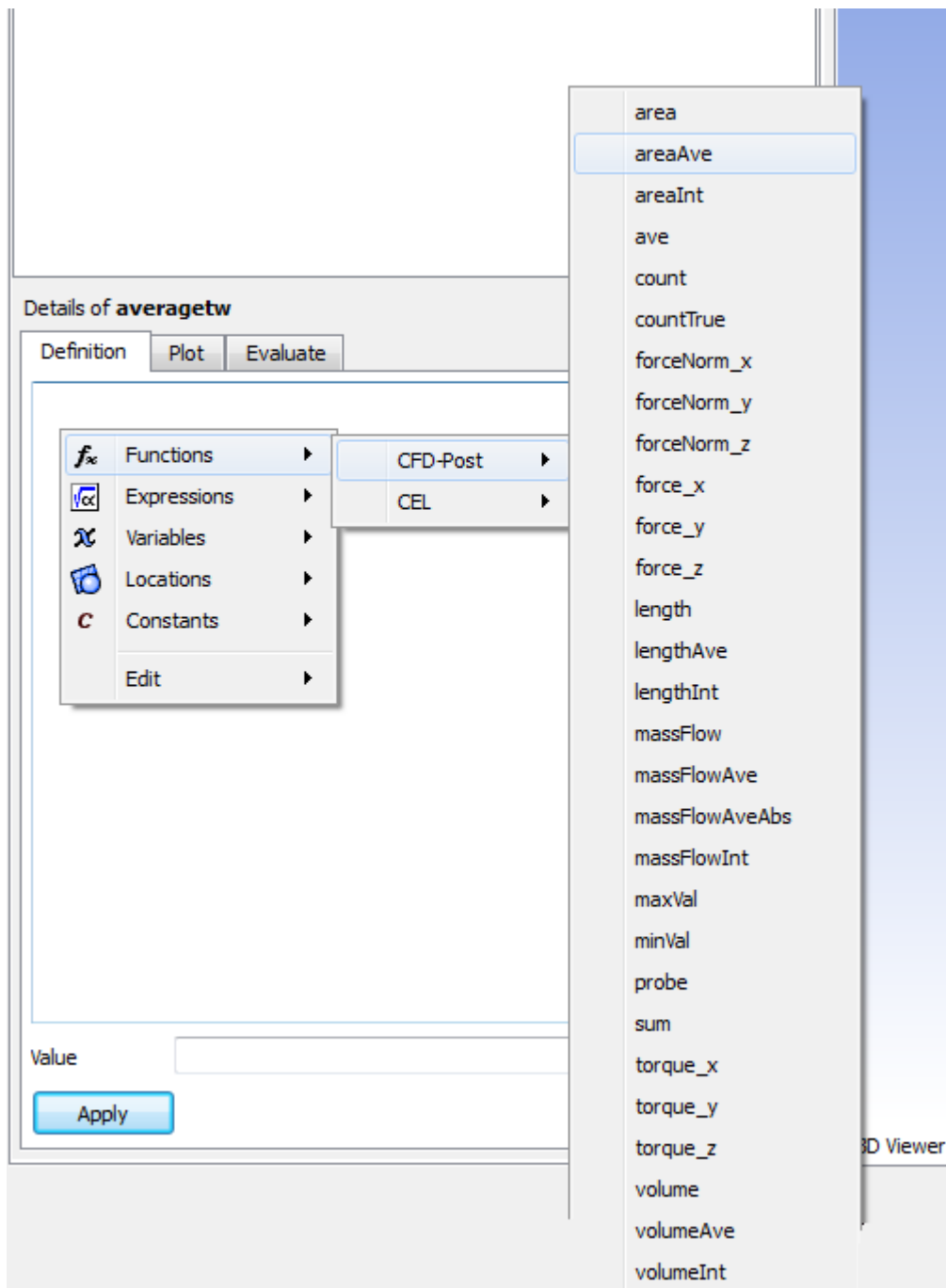


Μέσω της καρτέλας Expressions δημιουργήθηκε μία φόρμα υπολογισμού της μέσης διατμητικής τάσης στο τοίχωμα.

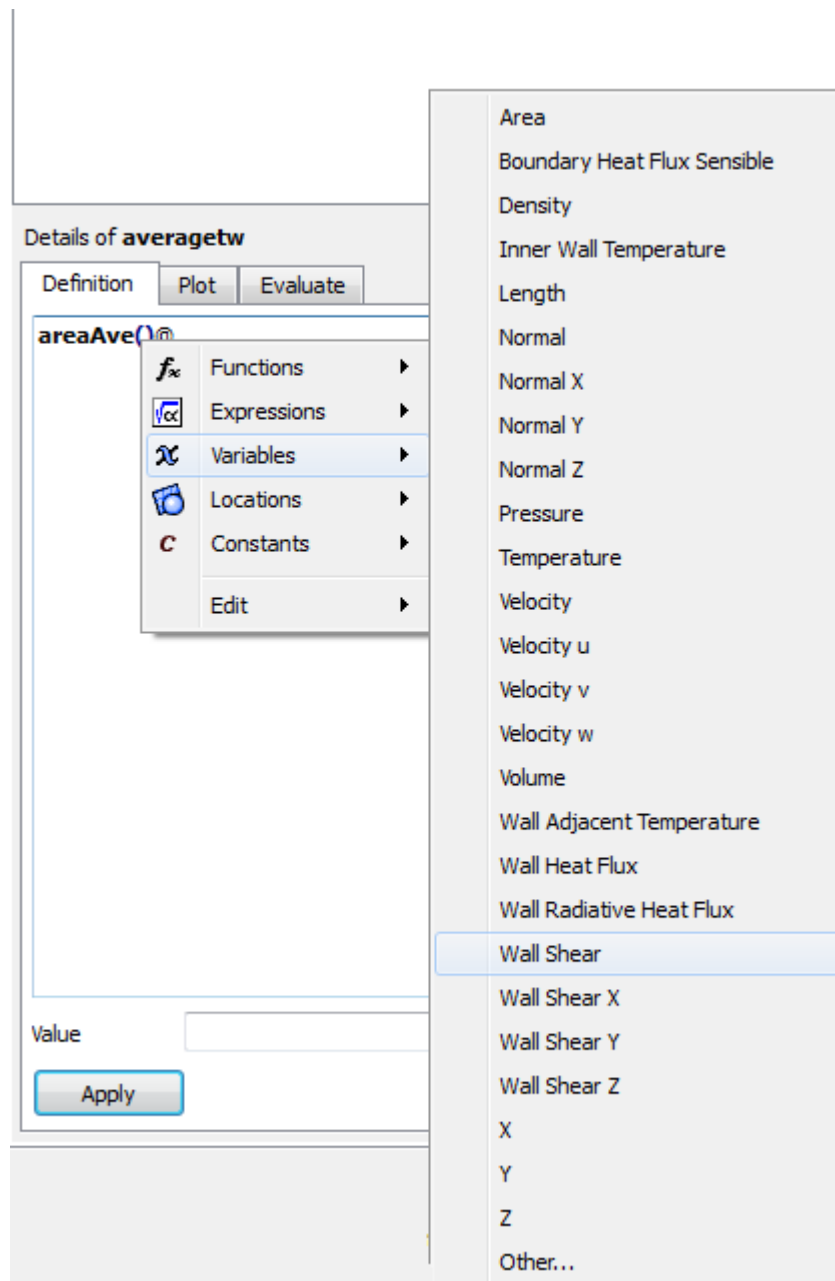




Με δεξί κλικ και new expression που ονομάστηκε average\_tw προστέθηκε στη λίστα ένα ακόμη στοιχείο. Στην περιοχή Definition μέσω της λίστας Functions επιλέχθηκε areaaave για τον υπολογισμό της μέσης τιμής ενός μεγέθους σε γεωμετρία 2-d.



Έπειτα με δεξί κλικ μέσα στην παρένθεση που παρουσιάστηκε επιλέχθηκε από τη λίστα Variables η μεταβλητή που μας ενδιέφερε, δηλαδή η wall shear. Τέλος μετά την ένδειξη @ έπρεπε να εισαχθεί το σημείο όπου θέλαμε να γίνει ο υπολογισμός. Στην προκειμένη περίπτωση ορίστηκε το τοίχωμα. (@-locations-wall)



Οι τιμές που προέκυψαν από αυτή την εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό της ταχύτητας ολίσθησης κάθε περίπτωσης, όπως περιγράφεται αναλυτικά παρακάτω.

### III. Τα βήματα που ακολουθήθηκαν συνολικά

#### A) αγωγός βάθους 30μm – ροή αργού

Σε πρώτη φάση μελετήθηκε **αγωγός μήκους 4750μm, πλάτους 250 μm και βάθους 30μm**. Η υδραυλική διάμετρος ενός μικροαγωγού μεγάλου μήκους, με βάθος a και πλάτος b ( $b \gg a$ ) για ανάλυση 2-d ισούται με  $Dh=2a$ . Στην προκειμένη περίπτωση  $Dh=60 \times 10^{-6}m$ . Μελετήθηκε ροή **αργού** με δυναμικό ιξώδες  $\mu=2,242 \times 10^{-5} Pa \cdot s$ .

Τα ζεύγη πιέσεων εισόδου και εξόδου που εισήχθησαν είναι τα εξής :

(Στα επόμενα βήματα ο αύξων αριθμός κάθε περίπτωσης αντιπροσωπεύει την πίεση εισόδου και εξόδου της κάθε περίπτωσης όπως φαίνονται στον επόμενο πίνακα.)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ (Pa)	ΠΙΕΣΗ ΕΞΟΔΟΥ (Pa)	ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ (Pa)
1	701	99	400
2	1135	157	646
3	1731	145,9	938,45
4	2355	279	1317
5	2737	273	1505
6	3331	348	1839,5
7	5865	482	3173,5
8	7350	773	4061,5
9	8599	1442	5020,5
10	10711	1354	6032,5

Στη συνέχεια υπολογίστηκε ο αριθμός Knudsen για κάθε περίπτωση μέσω της σχέσης  $Kn = \frac{\sqrt{\pi}}{2\delta}$ , όπου  $\delta = \frac{P Dh}{\mu \sqrt{2RT}}$  (P η μέση πίεση).

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΝΟΥΣΕΝ
1	0,292393
2	0,181048
3	0,124628
4	0,088806
5	0,077712
6	0,063581
7	0,036837
8	0,026797
9	0,023296
10	0,019388

Οι παροχές μάζας που υπολογίστηκαν από το fluent για τις συγκεκριμένες πιέσεις ήταν οι εξής :

(τα αποτελέσματα πολλαπλασιάστηκαν με το πλάτος του αγωγού για να αναχθούν σε ανάλυση 3-d και να είναι εφικτή η σύγκριση με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα).

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec) x 10 <sup>-10</sup>
1	0,2034805
2	0,5338727
3	1,2571736
4	2,3103656
5	3,1336940
6	4,6366453
7	14,4312303
8	22,5584135
9	30,3374225
10	47,6306450

Τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα για αυτές τις περιπτώσεις είναι τα εξής.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΔΕΔΟΜΕΝΟ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ 10 <sup>-10</sup> (kg/sec)
1	1,17
2	2
3	3,57
4	5,23
5	6,54
6	8,66
7	21,1
8	30,4
9	38,4
10	57,8

Επομένως οι λόγοι της πειραματικά μετρημένης παροχής μάζας προς την παροχή μάζας όπως υπολογίστηκε από fluent για κάθε περίπτωση πιέσεων εισόδου και εξόδου είναι οι εξής:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΛΟΓΟΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	5,75
2	3,75
3	2,84
4	2,26
5	2,09
6	1,87
7	1,46
8	1,35
9	1,27
10	1,21

Στη συνέχεια με την κατάλληλη εφαρμογή expressions του CFD-Post (όπως περιγράφηκε αναλυτικά στο Β1) καταγράφηκαν οι μέσες τιμές διατμητικής τάσης στα τοιχώματα, που αντιστοιχούσαν σε κάθε περίπτωση.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΜΕΣΗ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Pa)
1	1,89793
2	3,08331
3	4,99753
4	6,54451
5	7,76774
6	9,40272
7	16,95730
8	20,71180
9	22,53980
10	29,43740

Δεδομένου ότι  $\mu=2,242 \times 10^{-5}$  Pa s, και λόγω της σχέσης

$$\bar{\tau} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

προκύπτει ο πίνακας:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\frac{\partial u}{\partial y}$
1	84653,43443
2	137524,9777
3	222904,9955
4	291904,9955
5	346464,7636
6	419389,8305
7	756347,0116
8	923809,099
9	1005343,443
10	1312997,324

Είναι επίσης γνωστό ότι ο αριθμός Knudsen ισούται με το λόγο της μέσης ελεύθερης διαδρομής προς το χαρακτηριστικό μήκος της ροής  $L$  ( $Kn = \lambda / L$ ). Το χαρακτηριστικό μήκος της ροής ισούται με  $L=30 \cdot 10^{-6}$ m. Με γνωστούς τους αριθμούς Knudsen μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση ελεύθερη διαδρομή για κάθε περίπτωση.

Στη συνέχεια μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα ολίσθησης με τη βοήθεια της σχέσης  $u_{gas-uwall} = \lambda (\theta_u/\theta_y)$ .

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΚΝΟΥΔΣΕΝ	$\theta_u/\theta_y$	$\lambda$	$U_{gas}$
1	0,292393	84653,4344	8,77179E-06	0,74256
2	0,181048	137524,9777	5,43144E-06	0,74696
3	0,124628	222904,9955	3,73884E-06	0,83341
4	0,088806	291904,9955	2,66418E-06	0,77769
5	0,077712	346464,7636	2,33136E-06	0,80773
6	0,063581	419389,8305	1,90743E-06	0,79996
7	0,036837	756347,0116	1,10511E-06	0,83585
8	0,026797	923809,0990	8,0391E-07	0,74266
9	0,023296	1005343,4430	6,9888E-07	0,70261
10	0,019388	1312997,3240	5,8164E-07	0,76369

Στο επόμενο βήμα, ακολουθήθηκε ακριβώς η ίδια διαδικασία ορίζοντας όμως τώρα κινούμενα τοιχώματα του αγωγού, στην κατεύθυνση της ροής, με τιμές της ταχύτητας ίσες με την ταχύτητα ολίσθησης που υπολογίσθηκε για κάθε περίπτωση.

Τα νέα αποτελέσματα που προέκυψαν για την παροχή μάζας είναι τα εξής :

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT ΜΕ $u_{gas}$ (kg/sec) $10^{-10}$
1	0,7618028
2	1,3024222
3	2,5259328
4	3,8742560
5	5,0224500
6	6,8922690
7	18,4911383
8	27,3964200
9	35,3538580
10	54,3425475

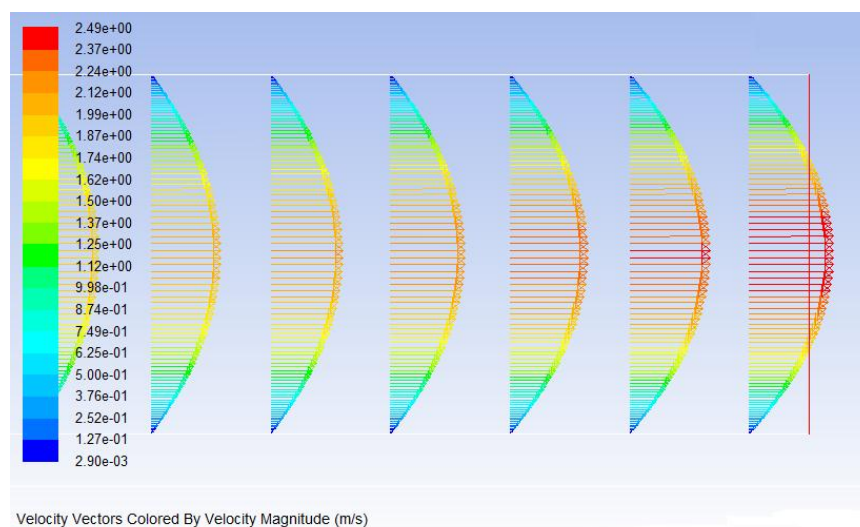


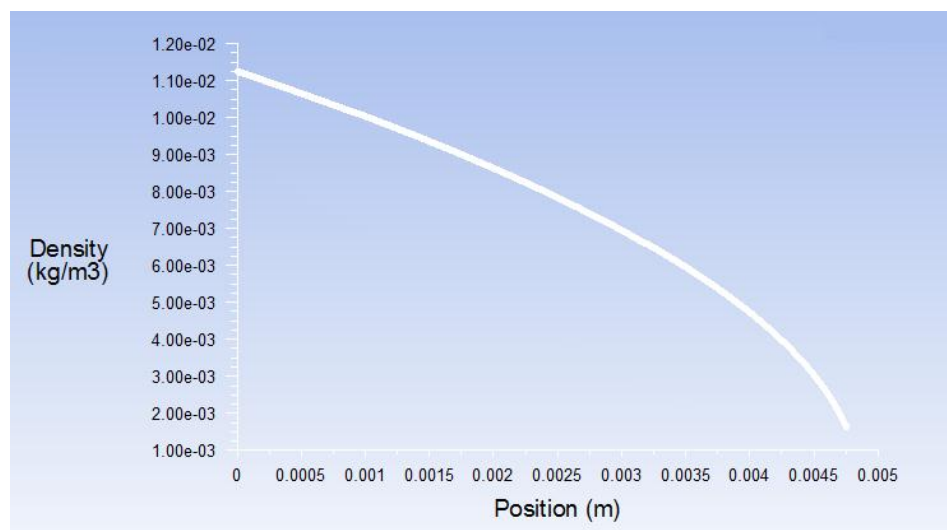
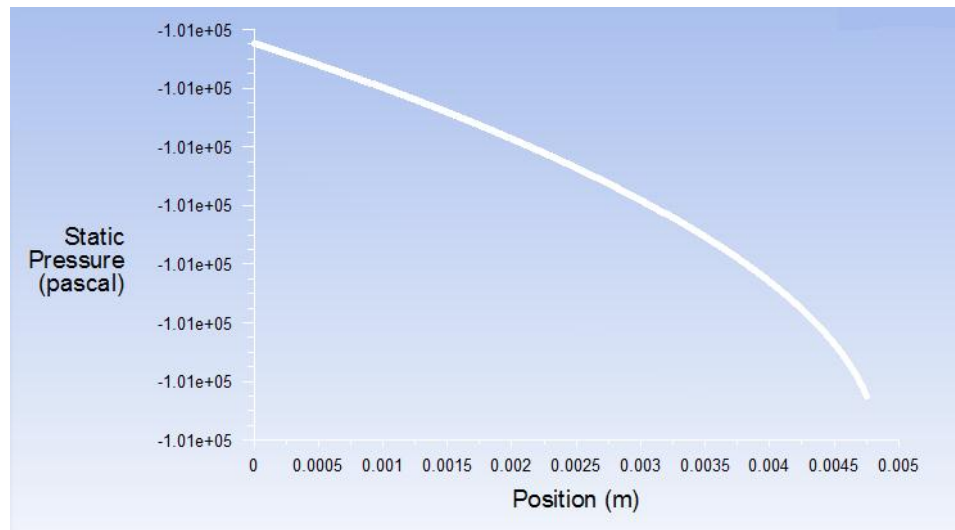
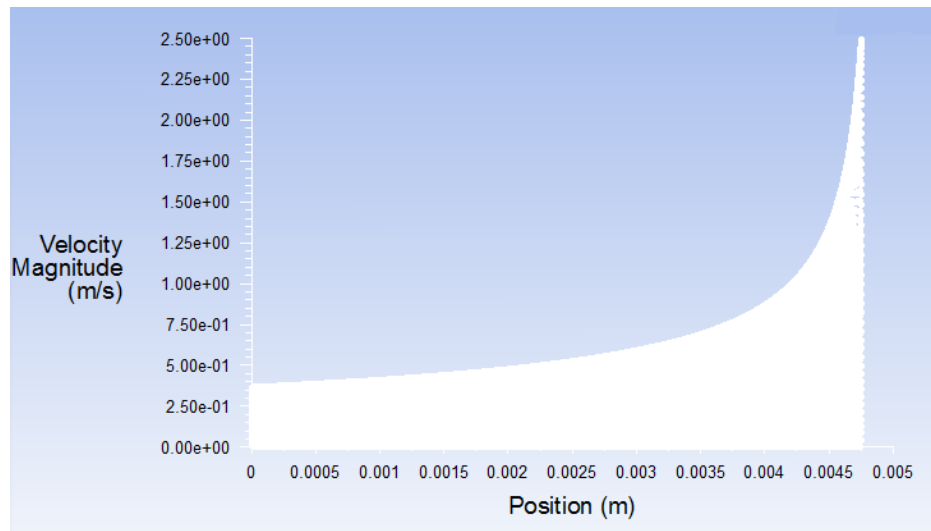
Επομένως οι νέοι λόγοι που προκύπτουν είναι οι εξής:

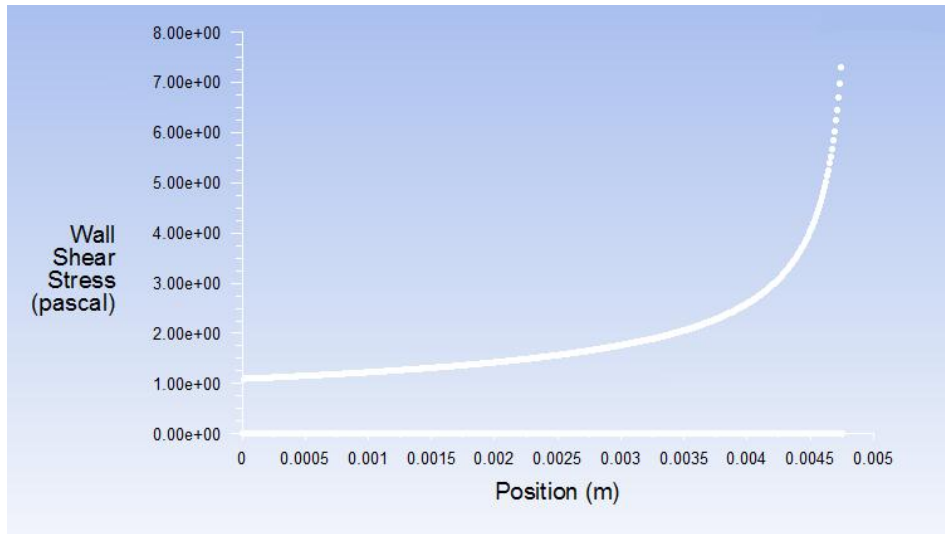
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ/ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΌ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ $u_{gas}$
1	1,54
2	1,54
3	1,41
4	1,35
5	1,30
6	1,26
7	1,14
8	1,11
9	1,09
10	1,06

Παρατηρούμε ότι μετά την προσθήκη της οριακής συνθήκης ολίσθησης οι λόγοι βελτιώθηκαν αισθητά.

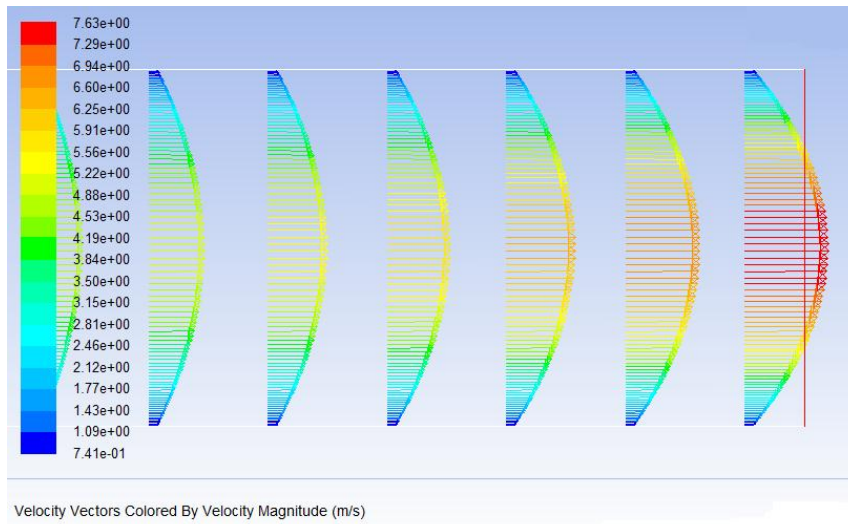
#### ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1

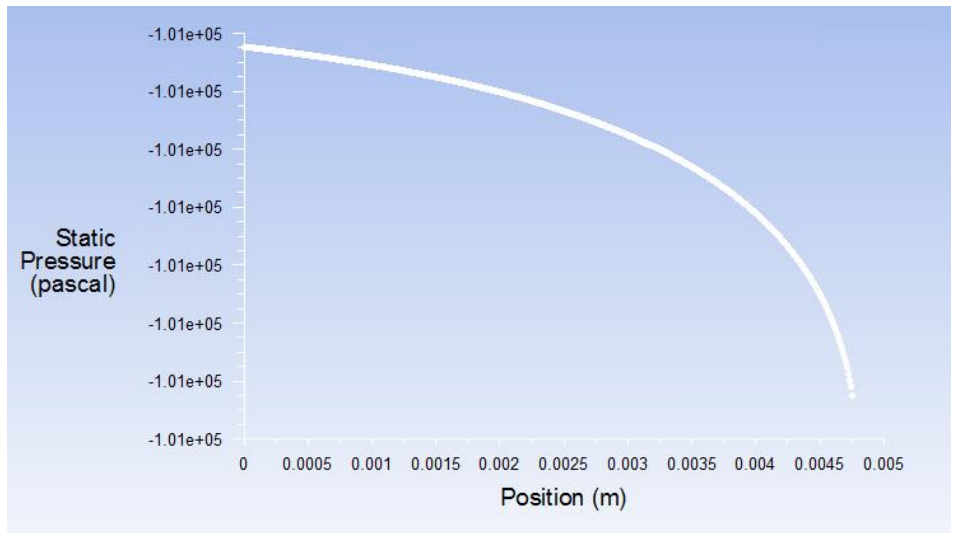
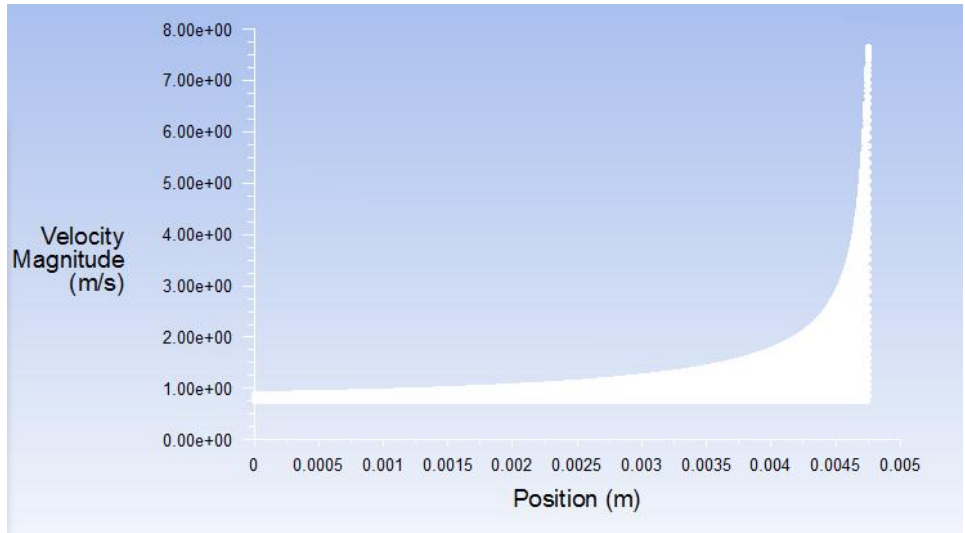


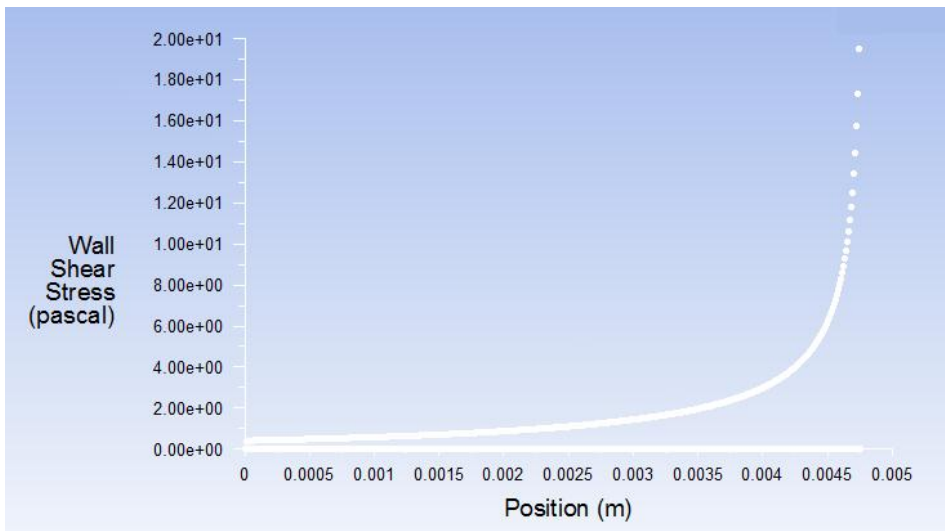
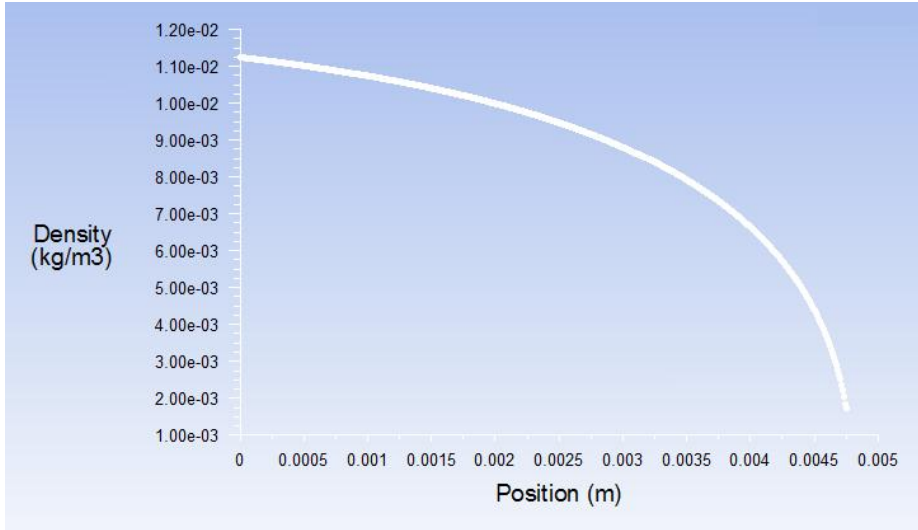




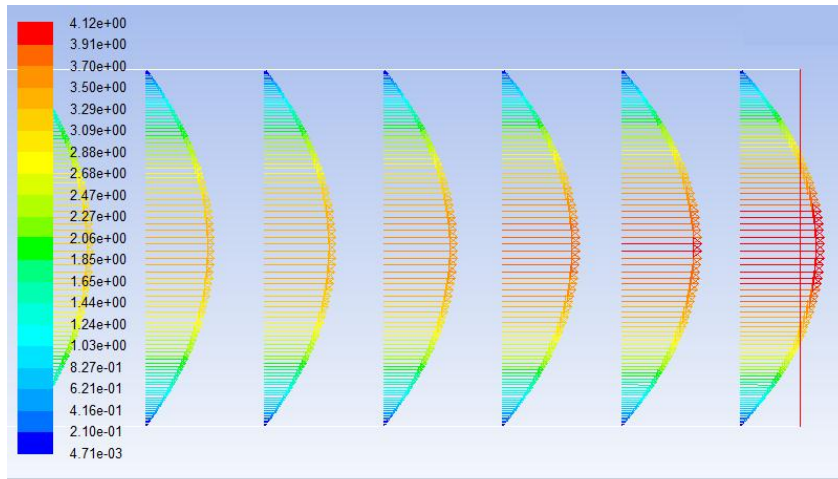
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ  $U_{gas}$



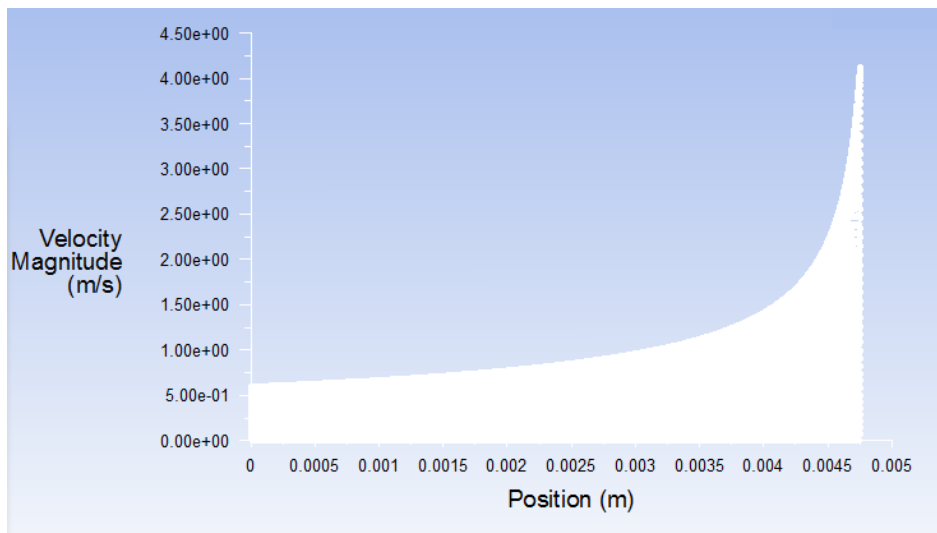


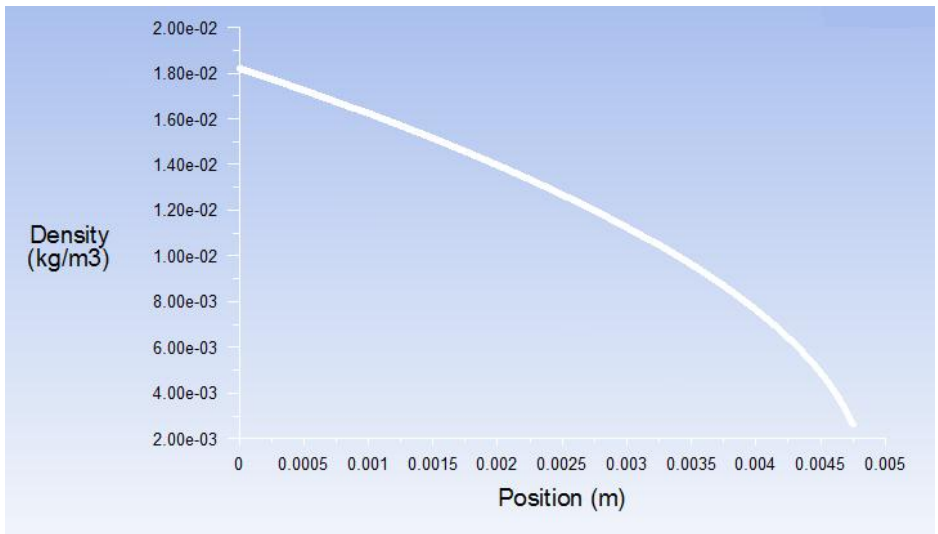
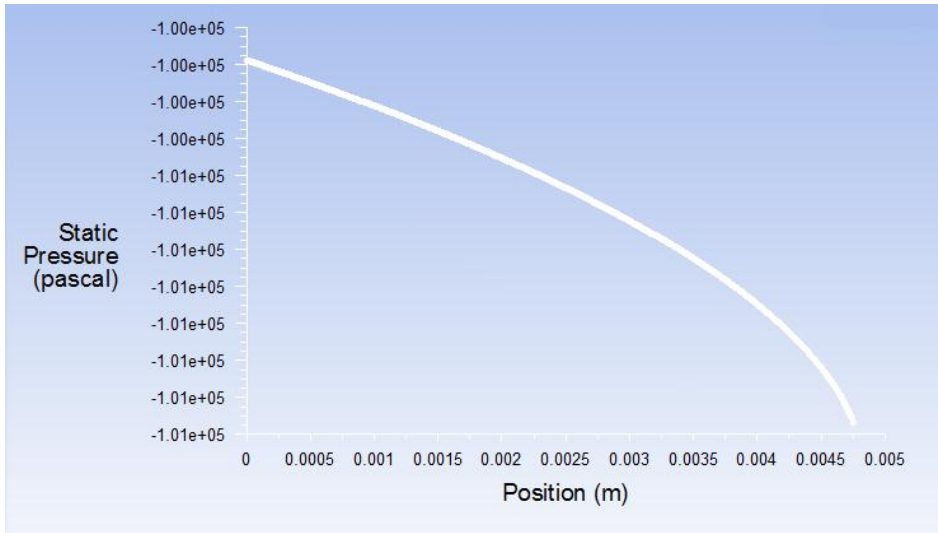


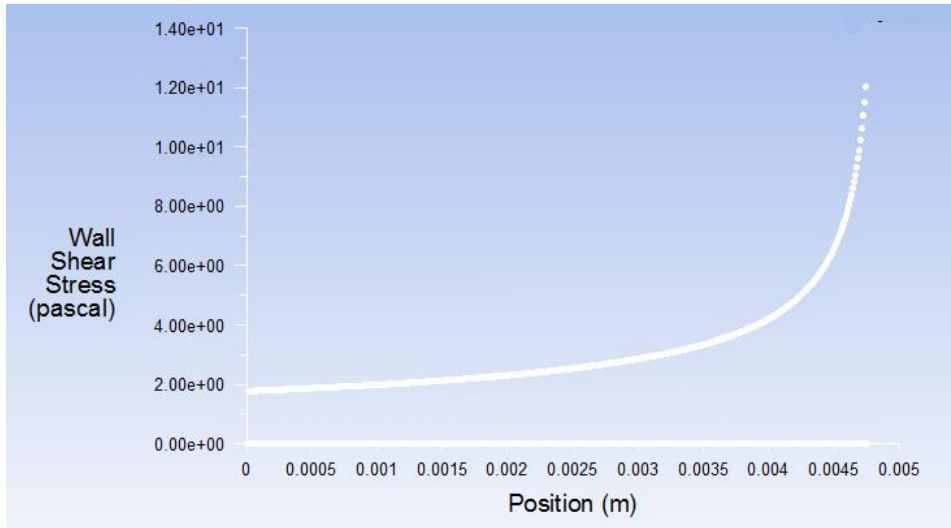
## ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2



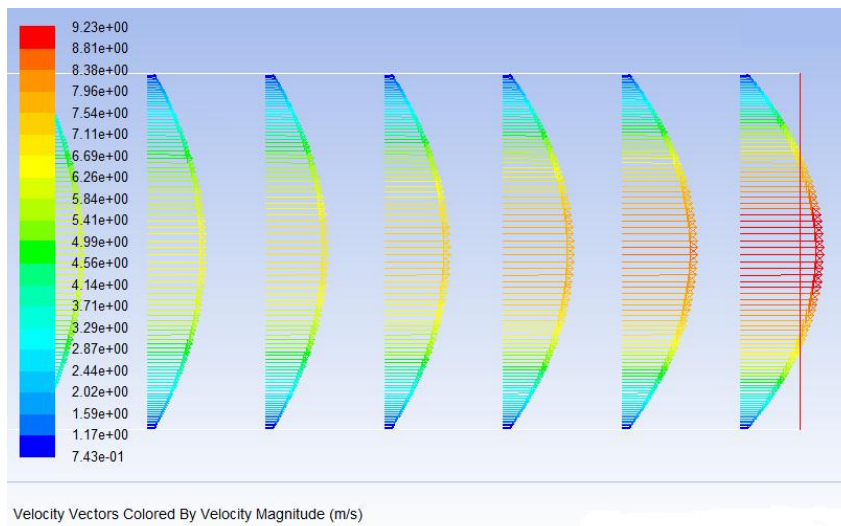
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)



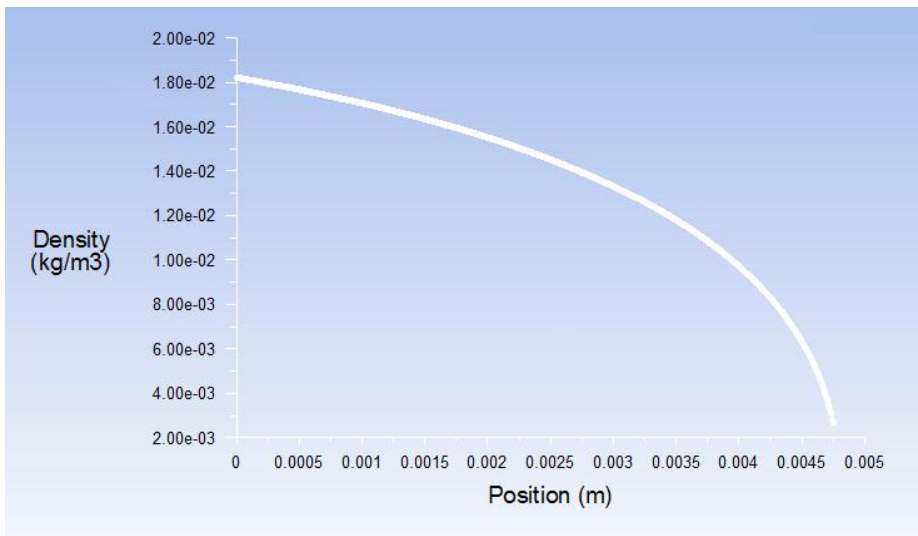
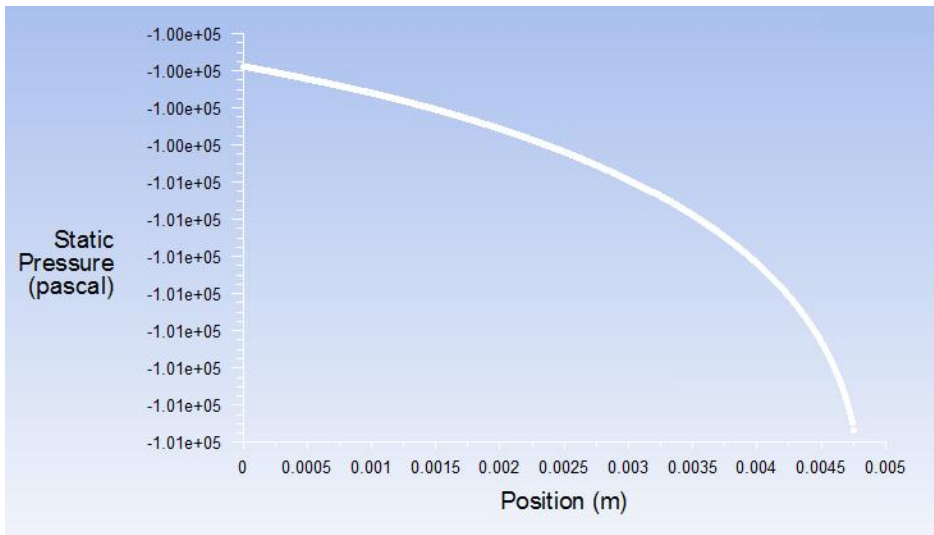
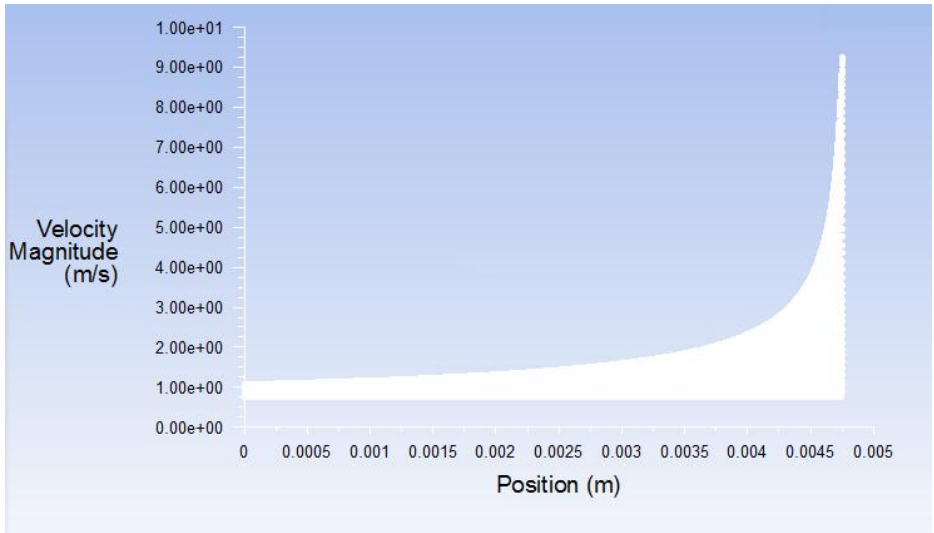


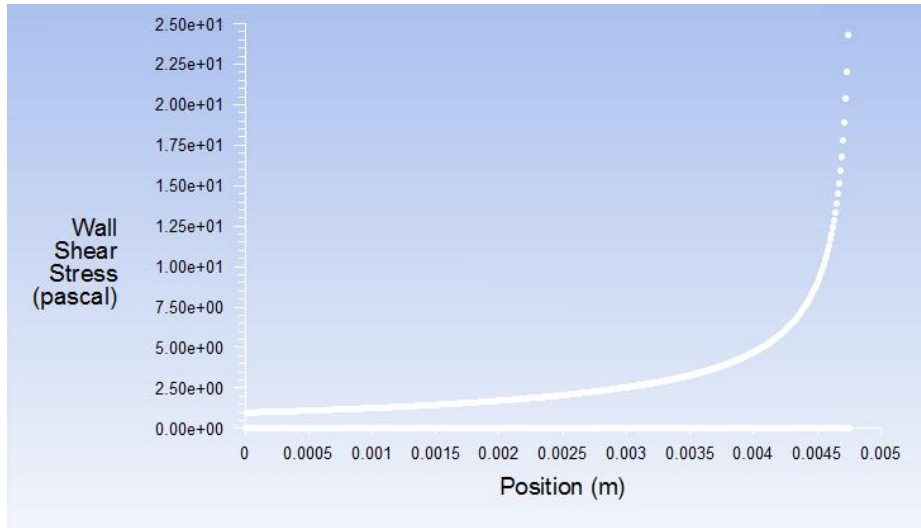


ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ  $U_{gas}$

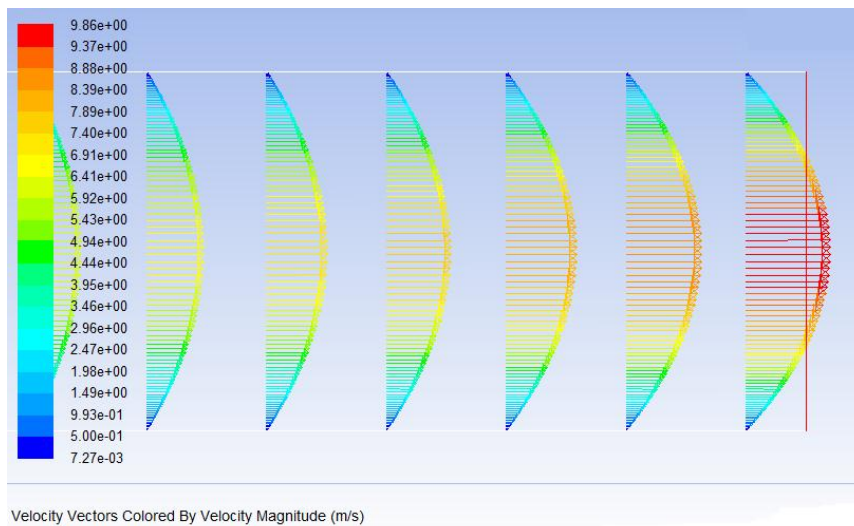


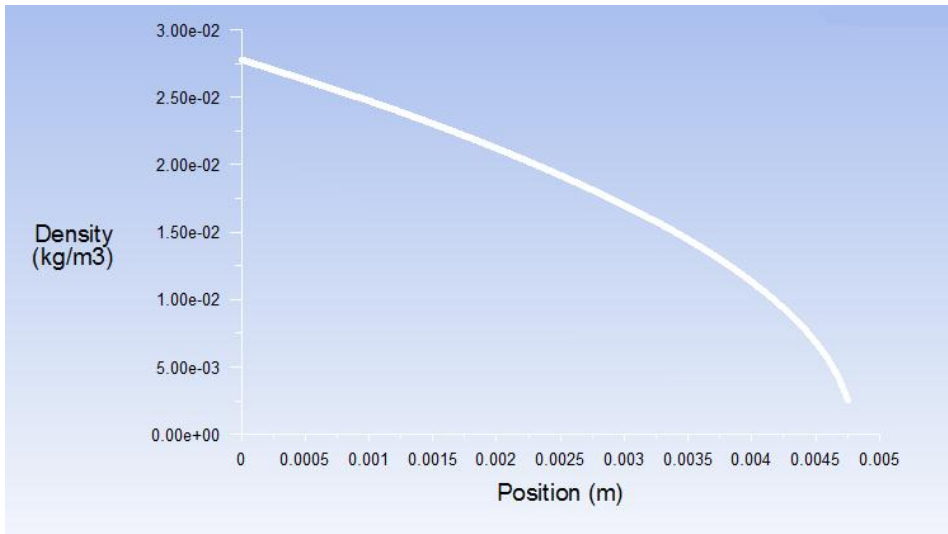
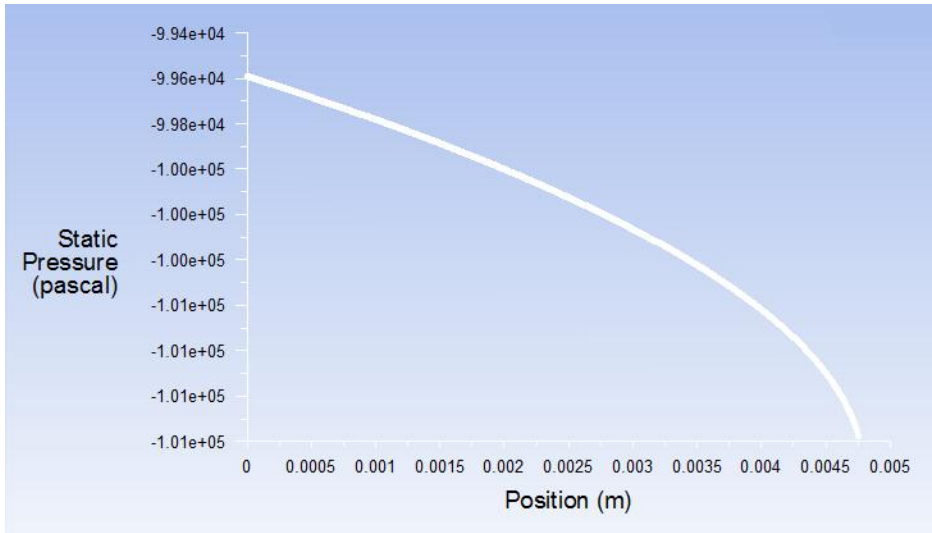
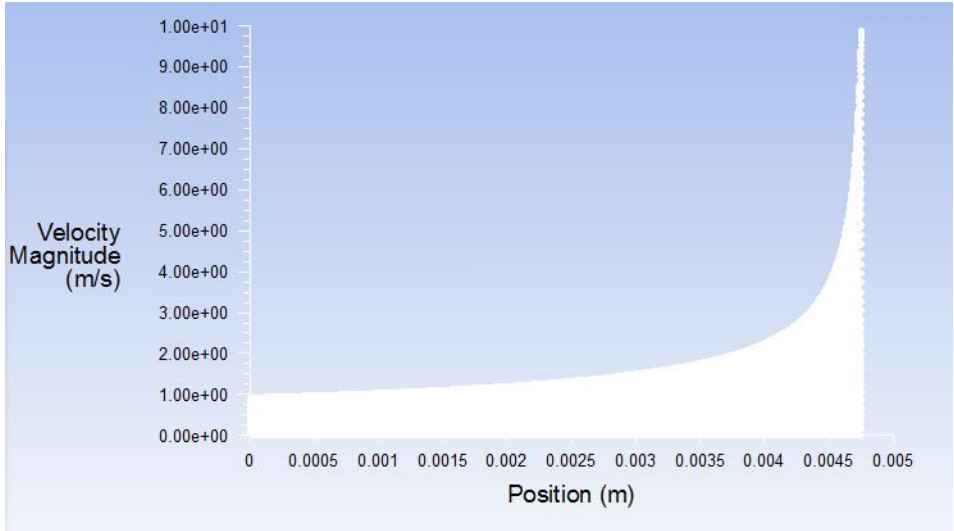


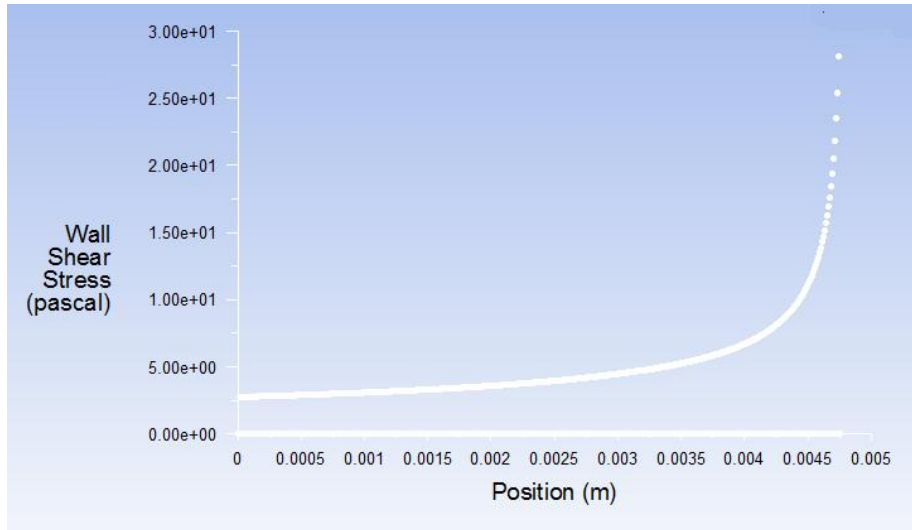




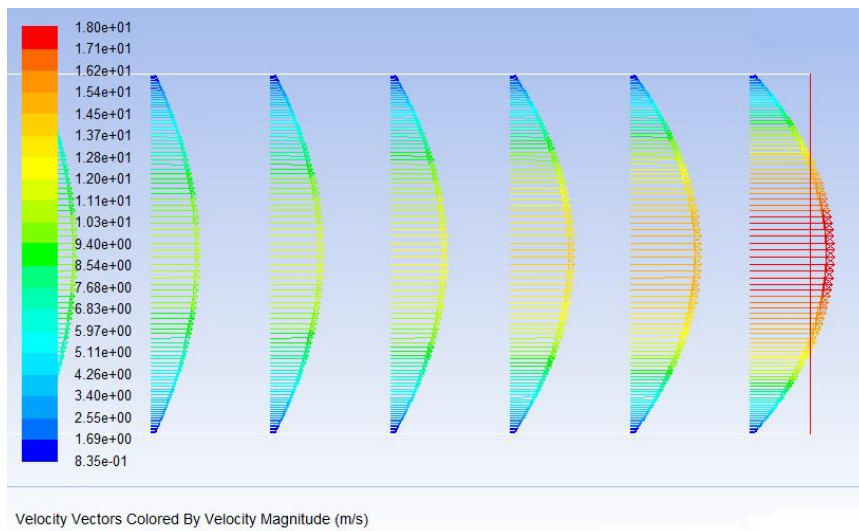
### ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3

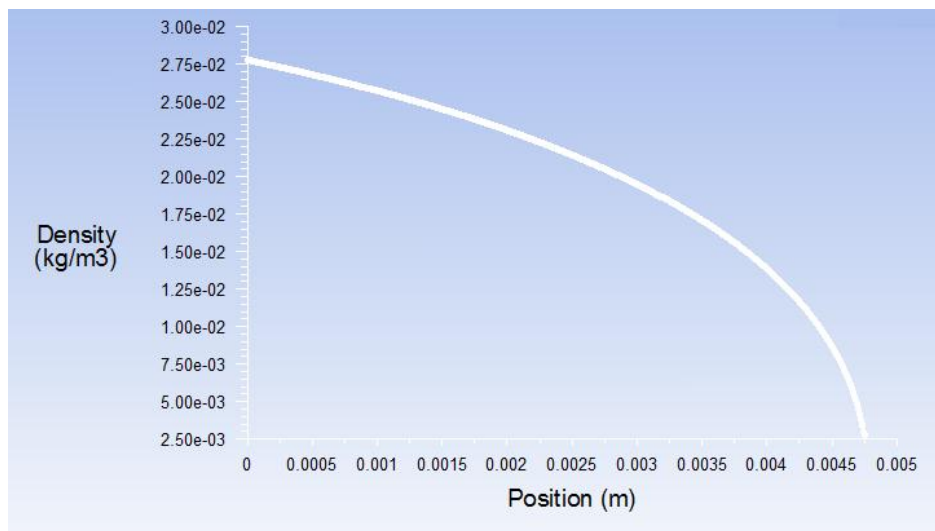
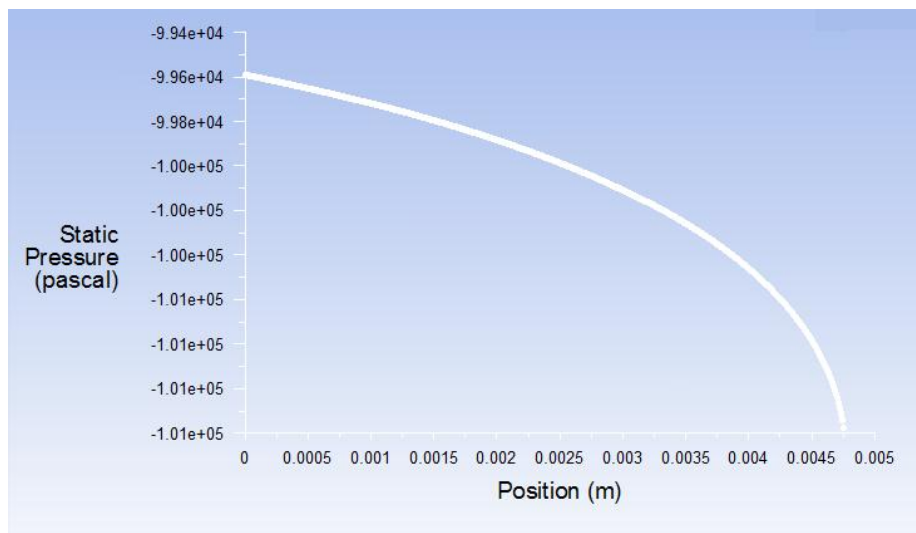
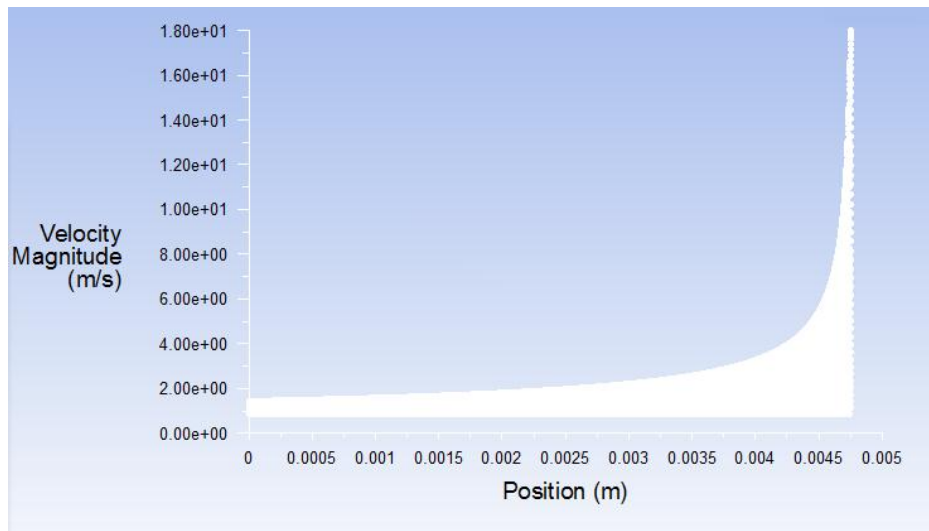


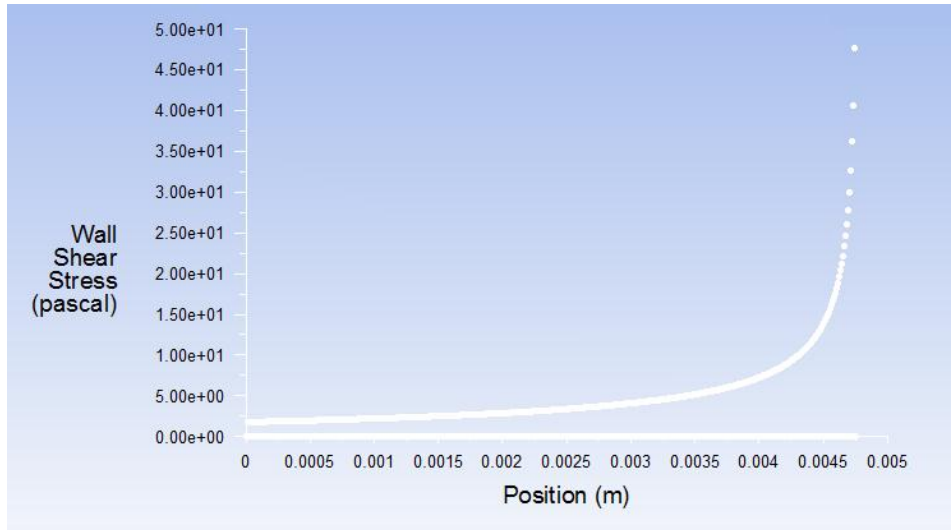




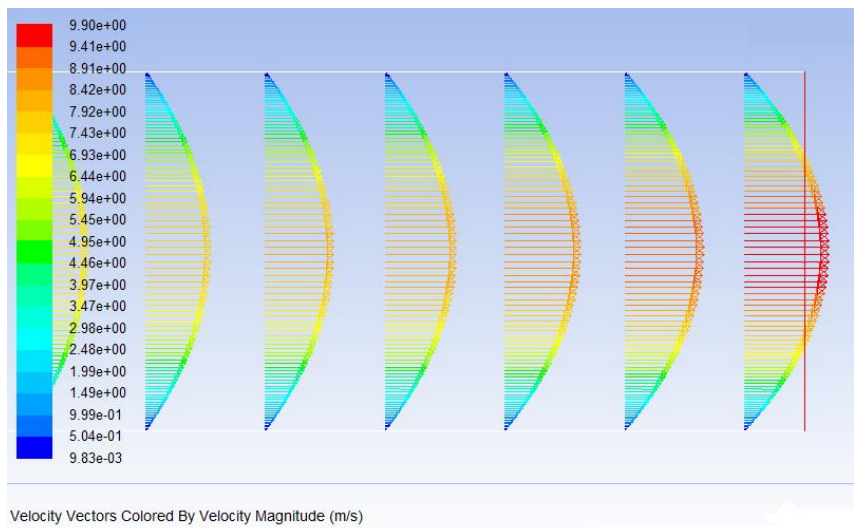
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ Ugas

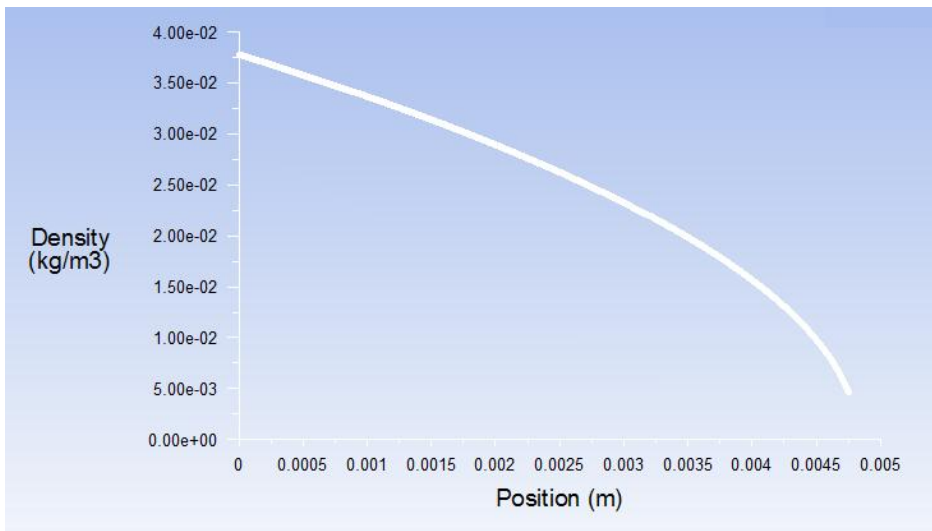
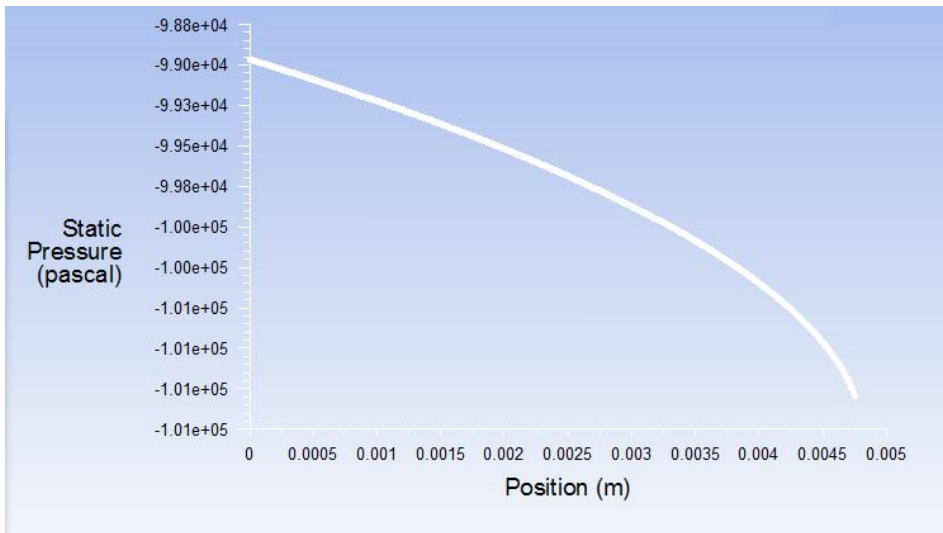
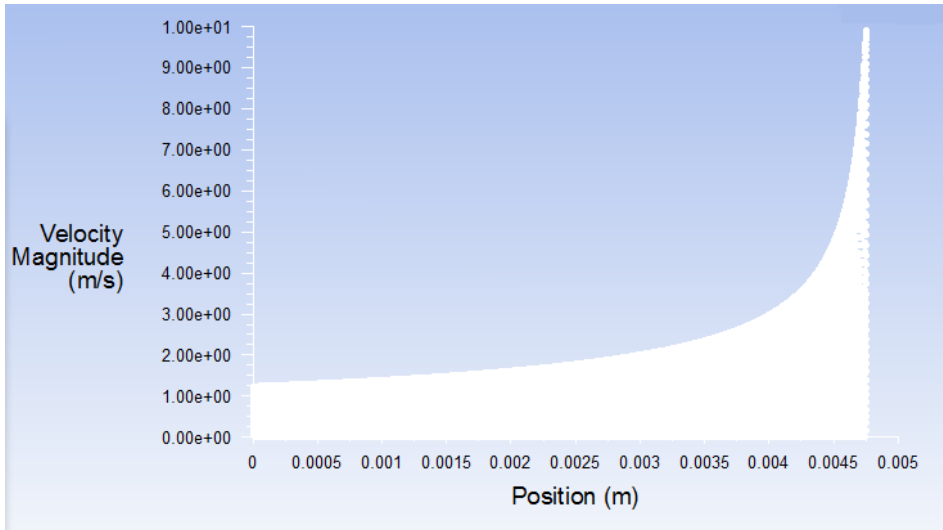


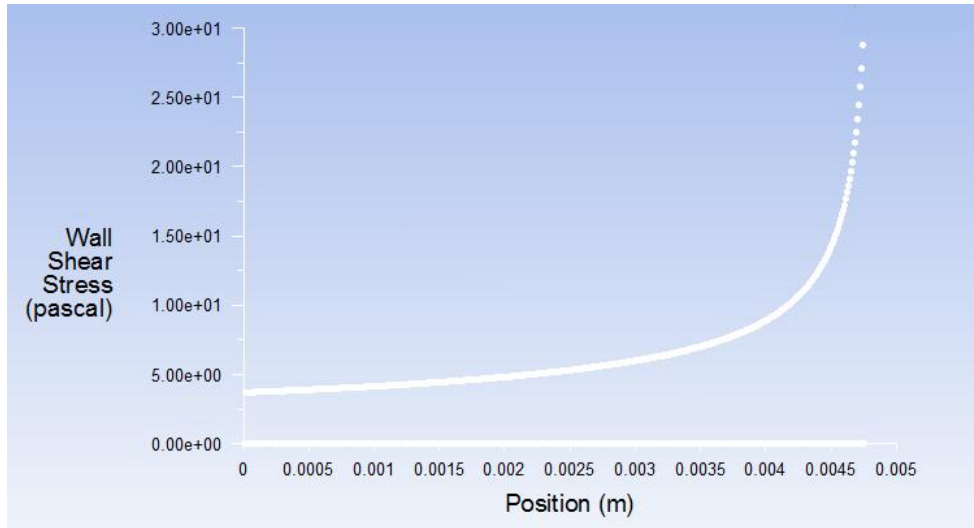




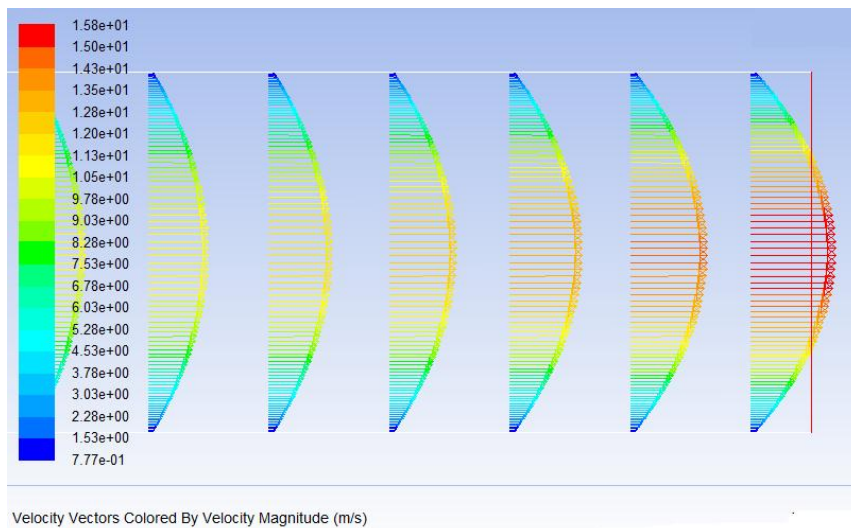
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4



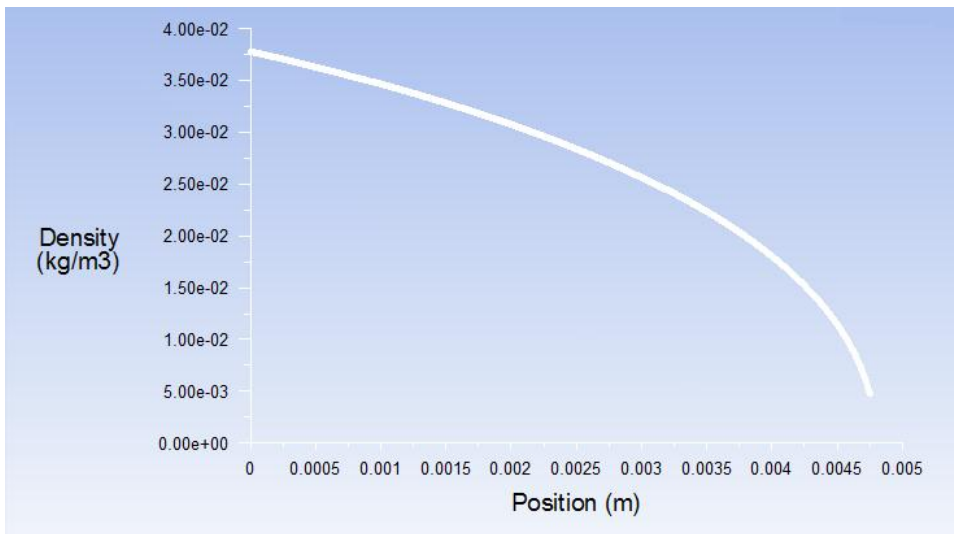
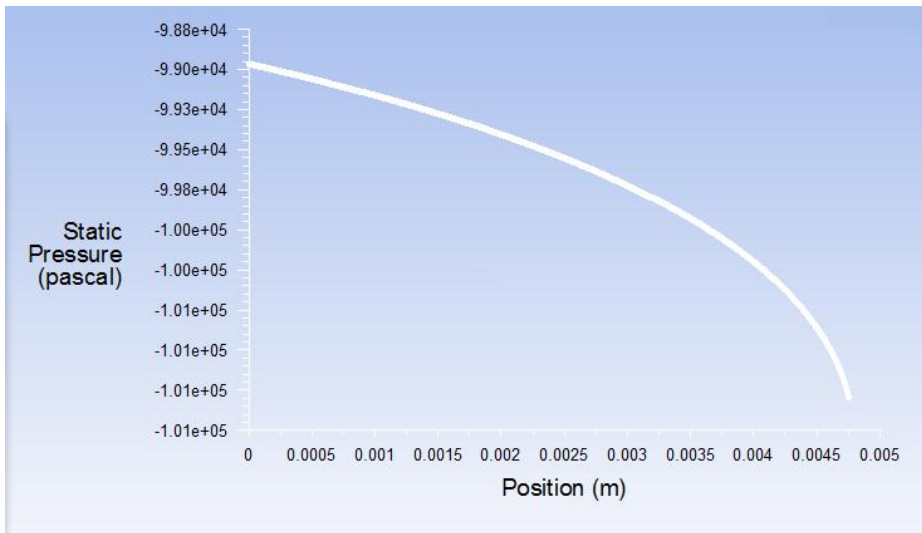
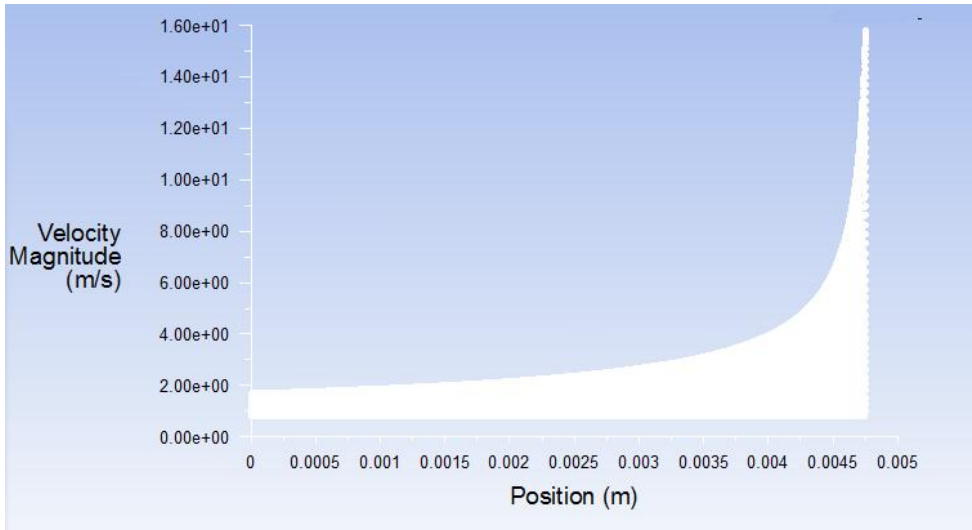


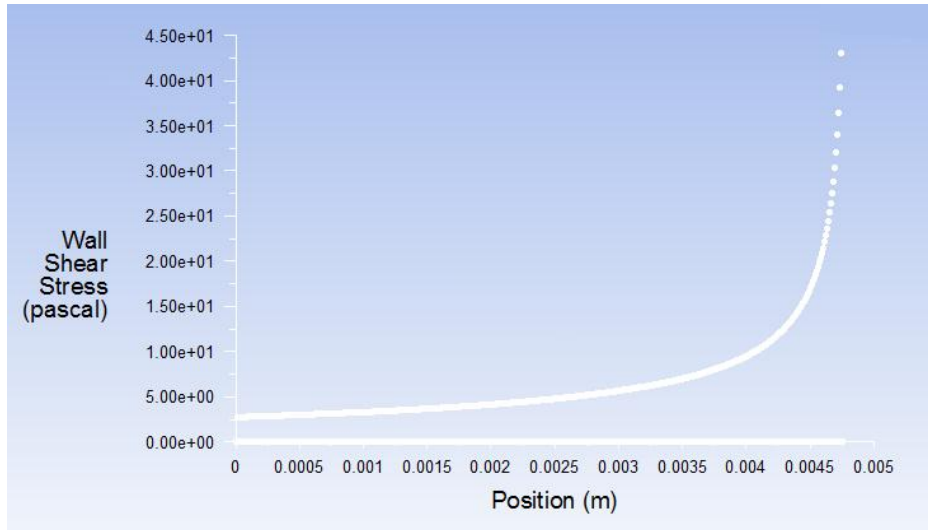


ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ Ugas

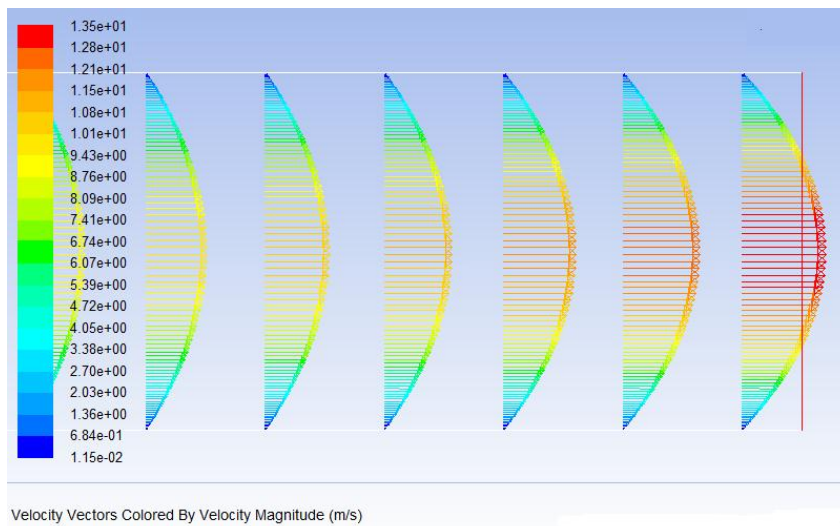


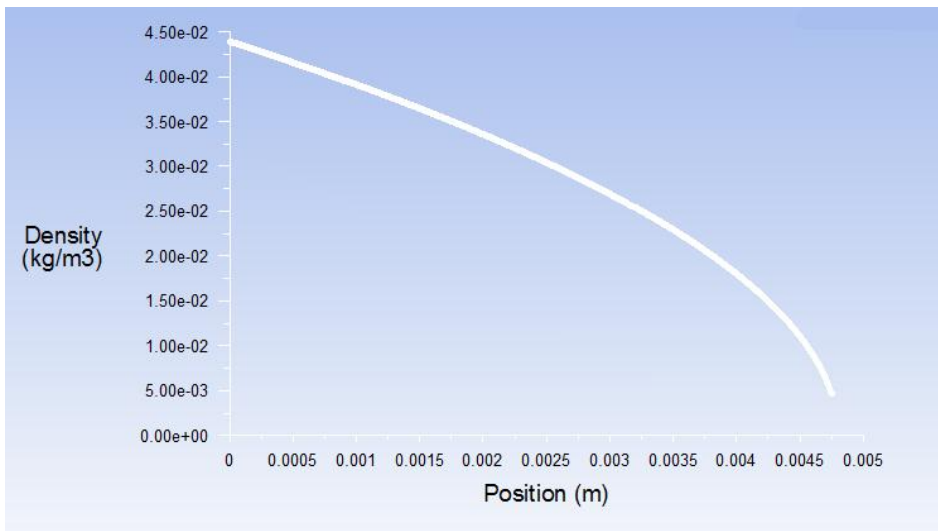
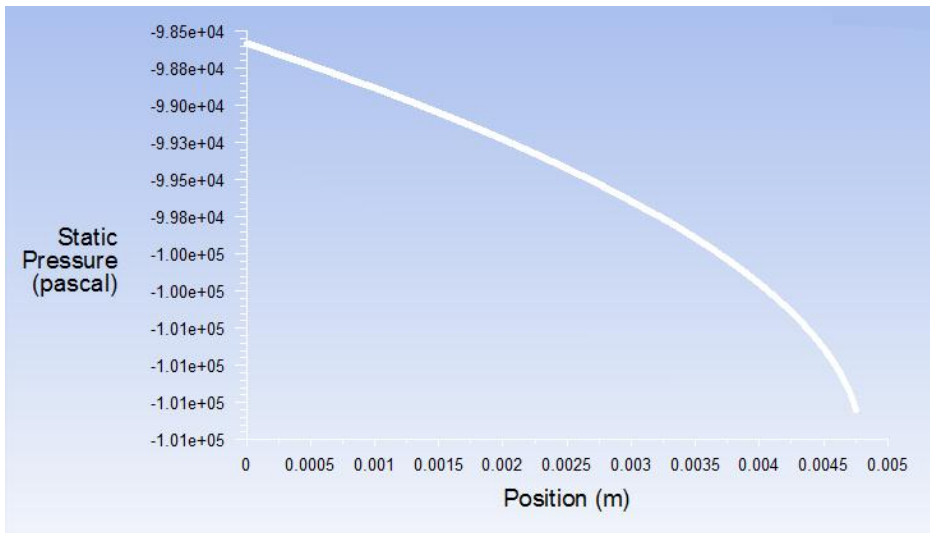
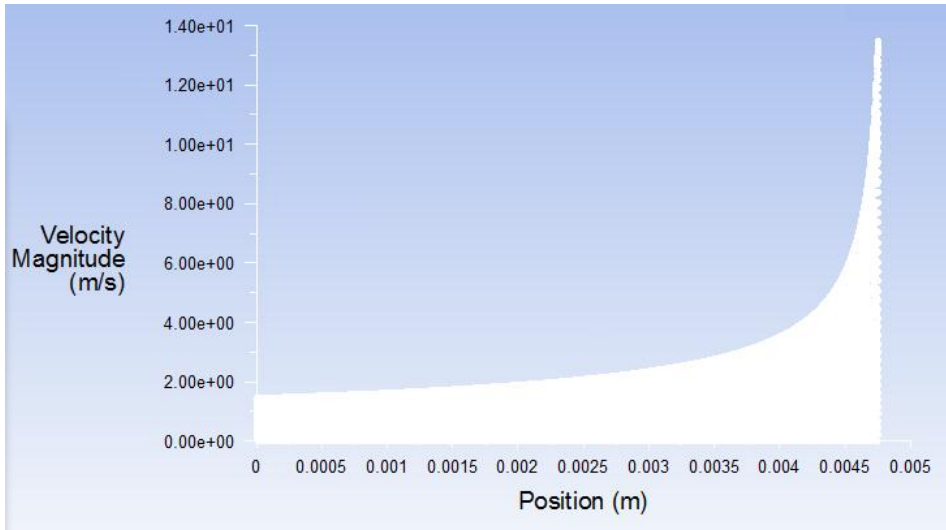


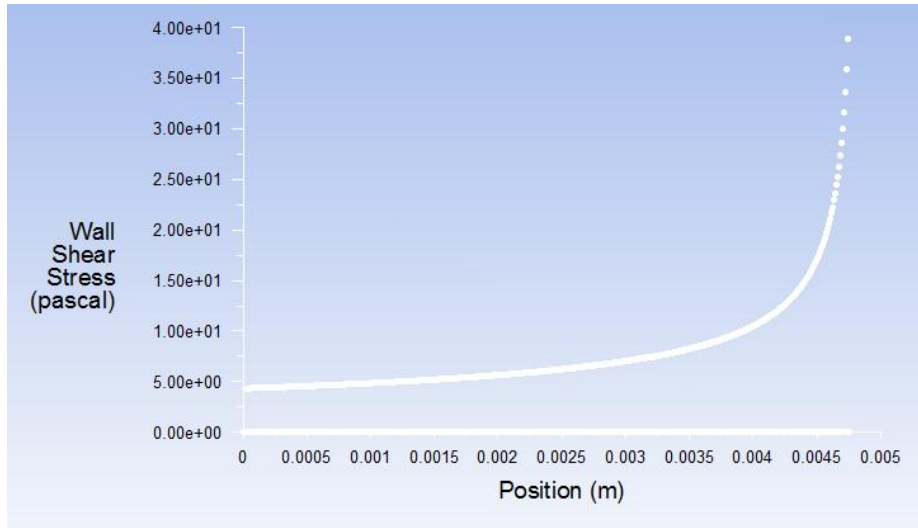




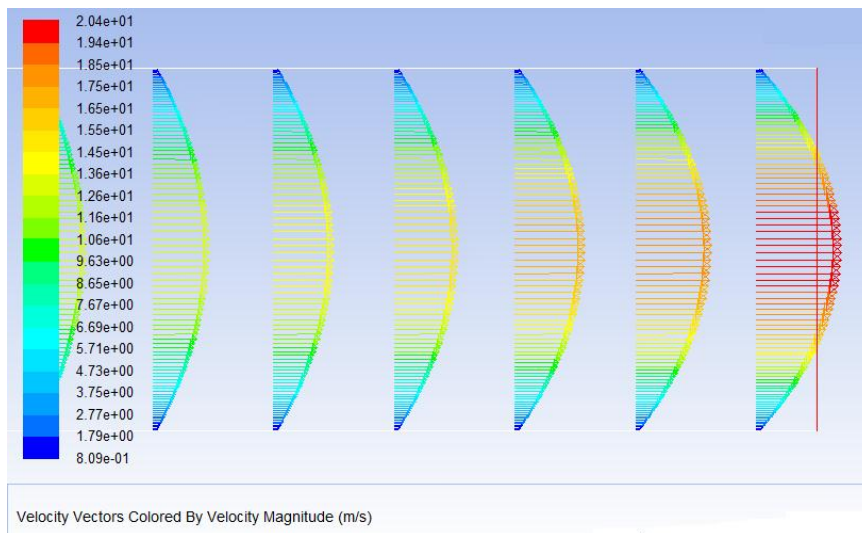
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 5

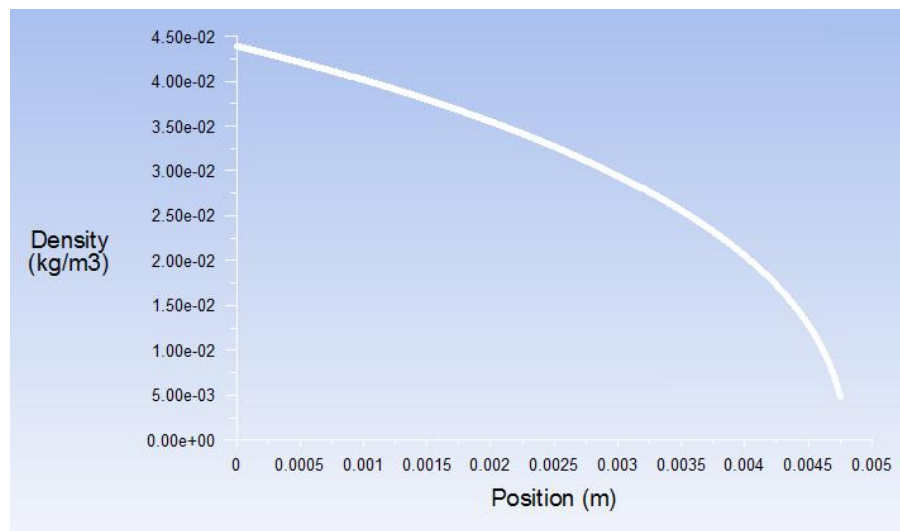
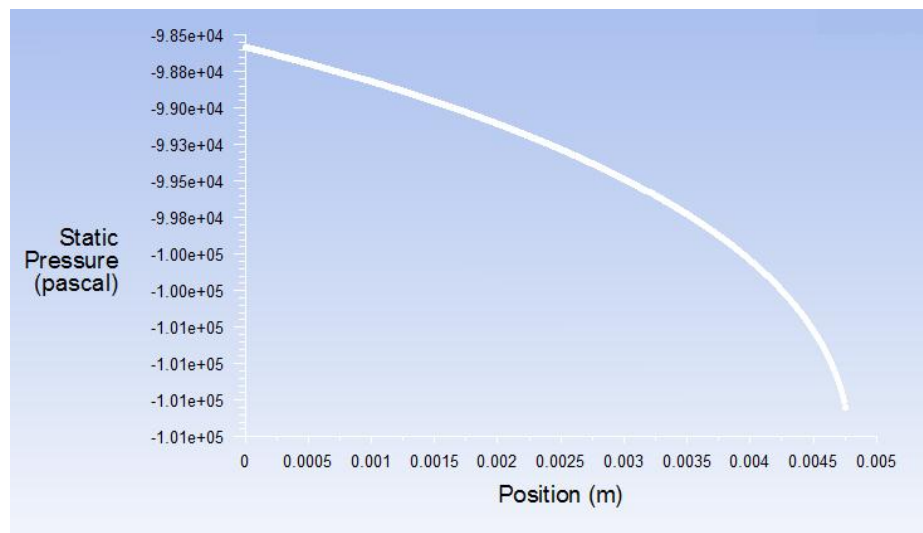
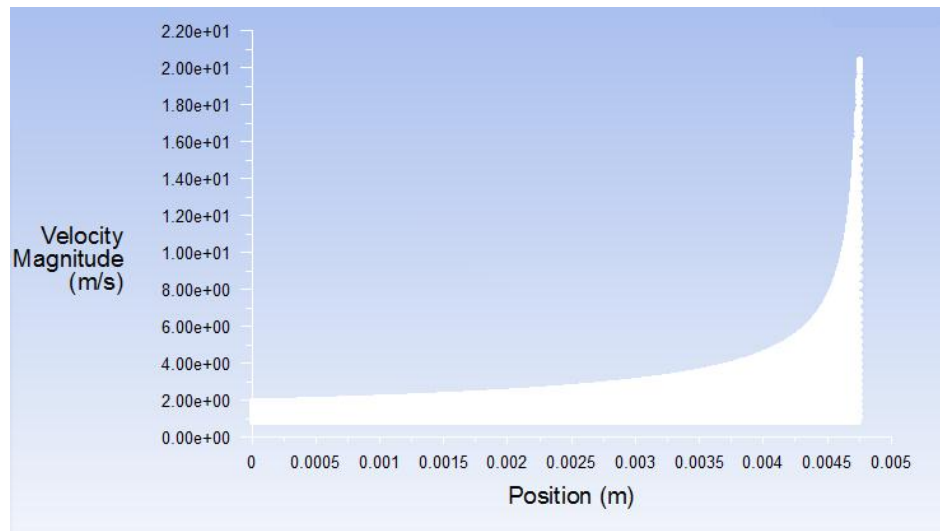


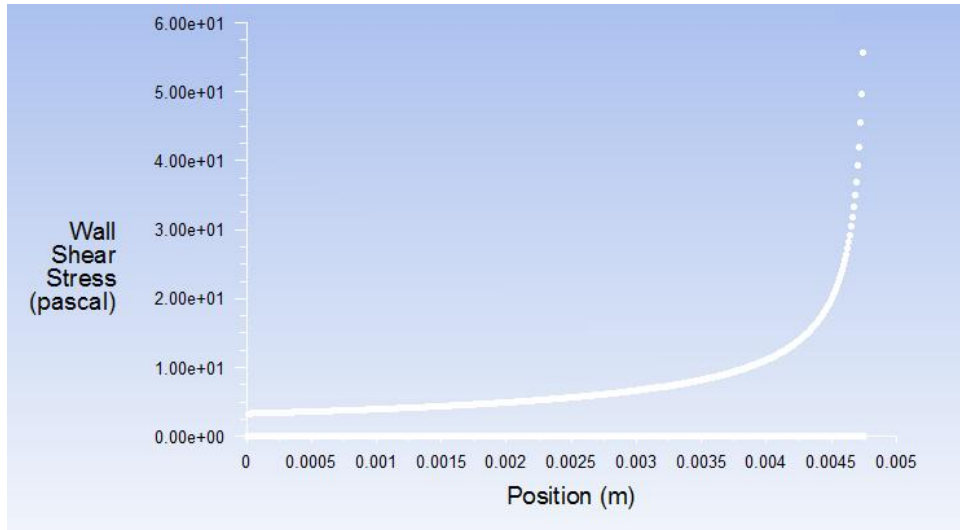




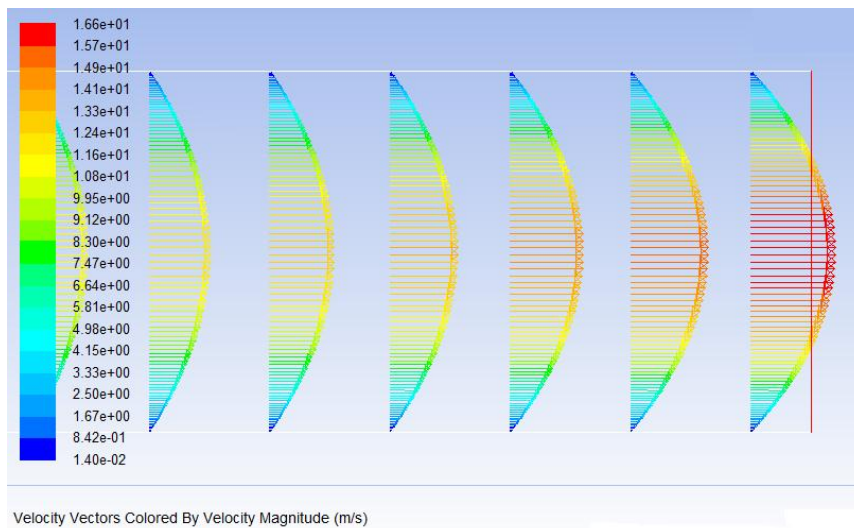
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 5 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ U<sub>gas</sub>

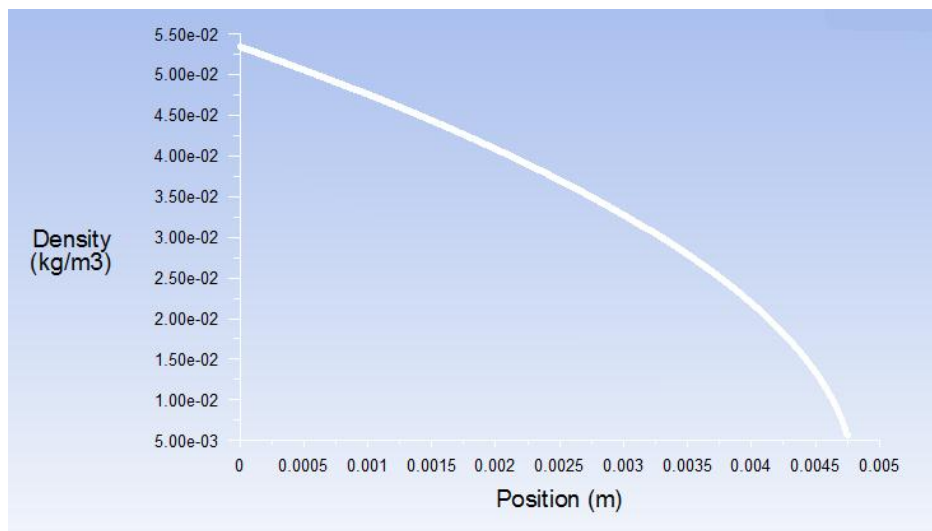
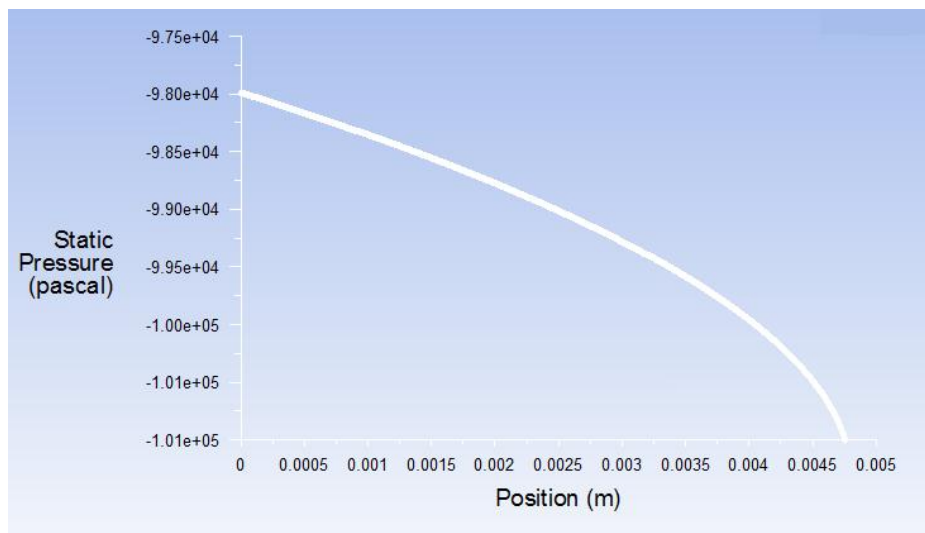
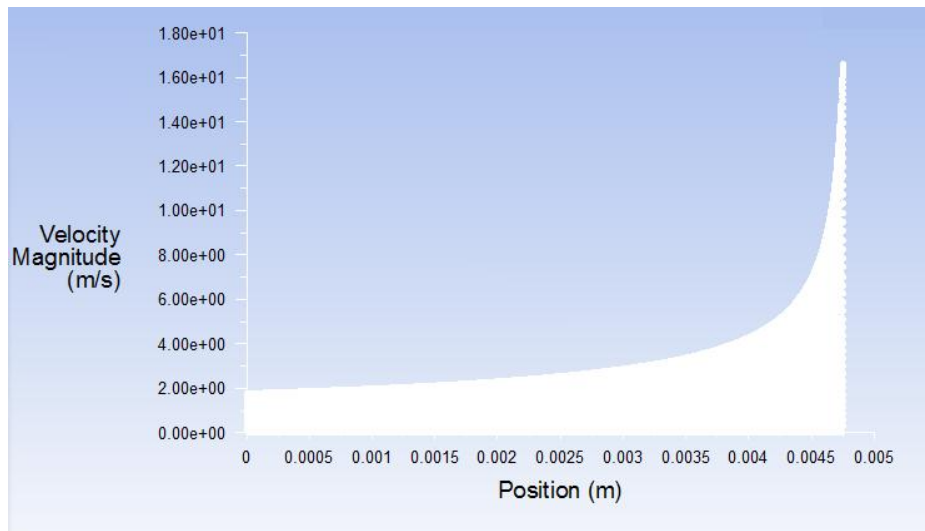


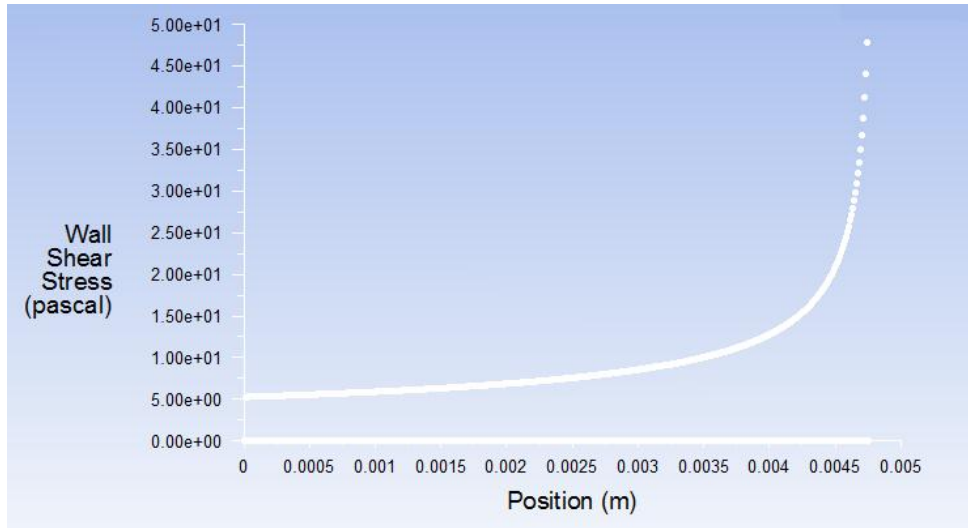




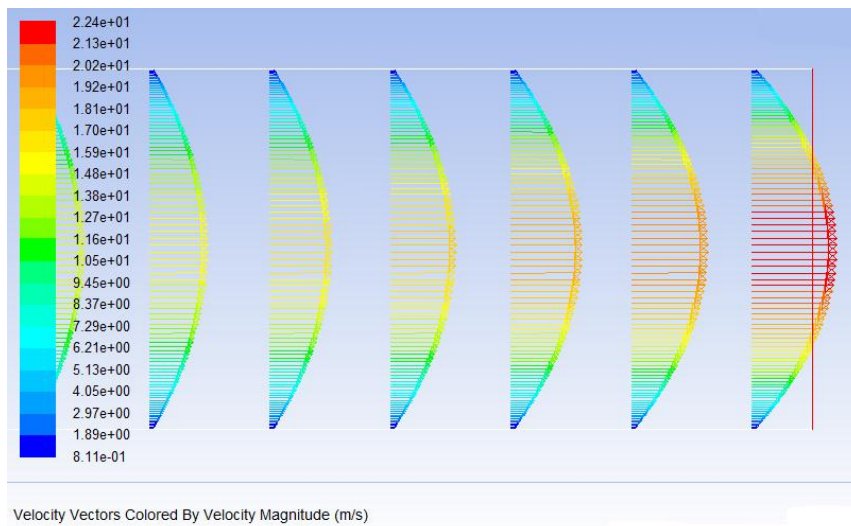
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 6



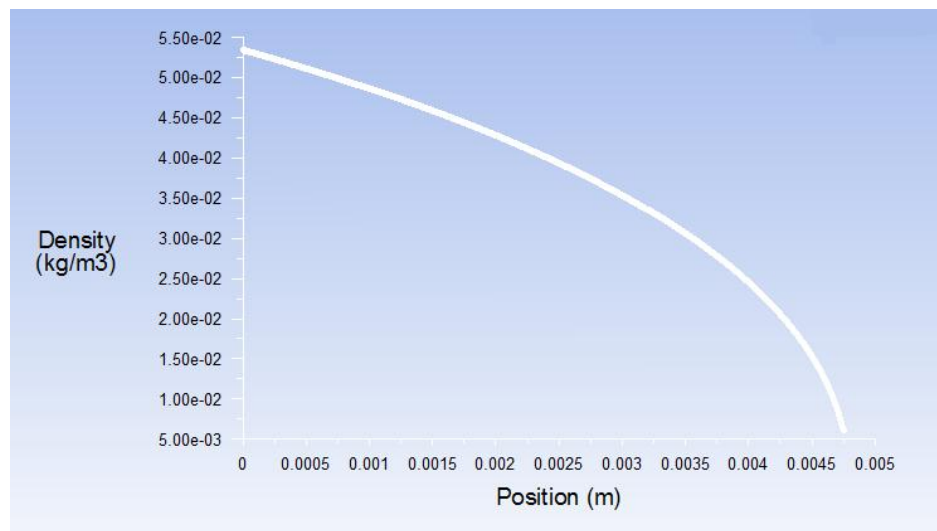
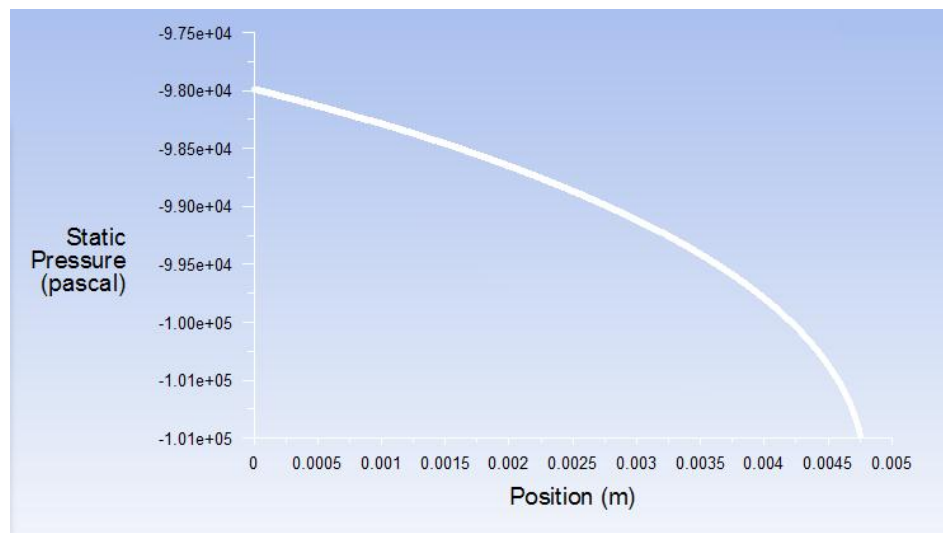
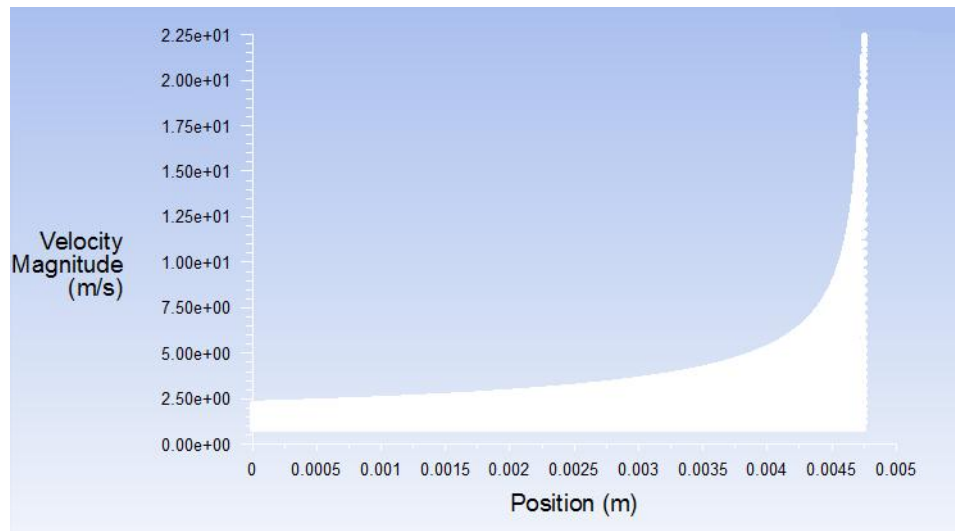


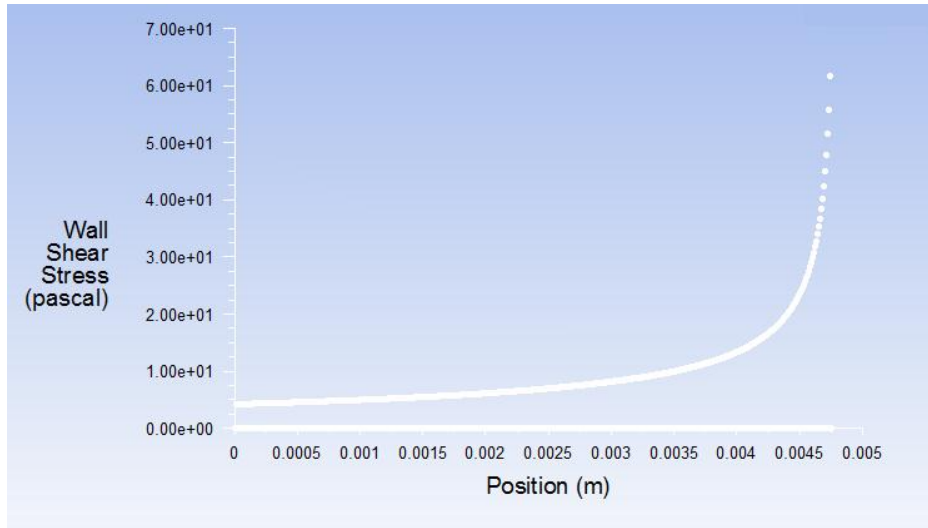


ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 6 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ U<sub>gas</sub>

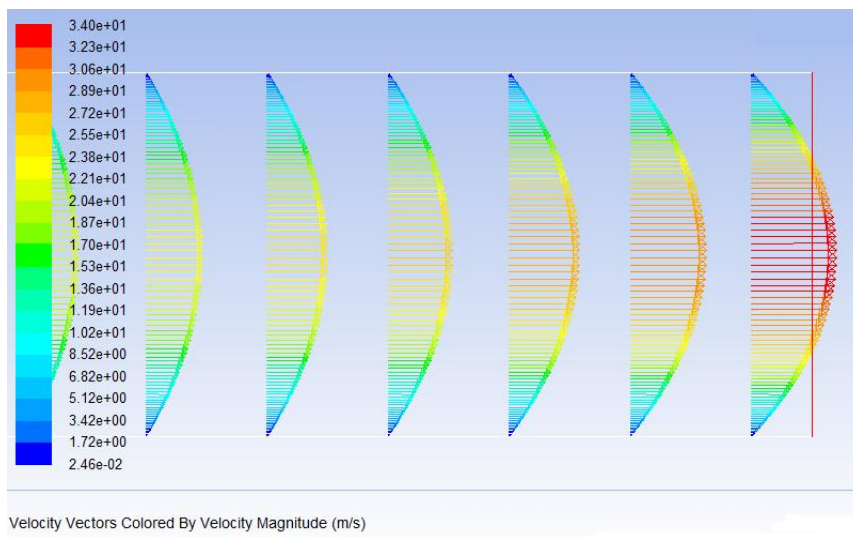


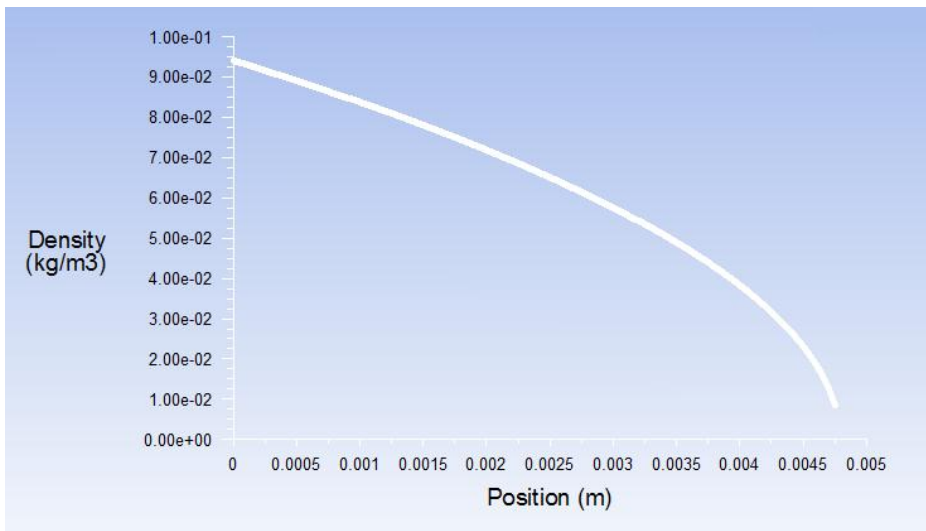
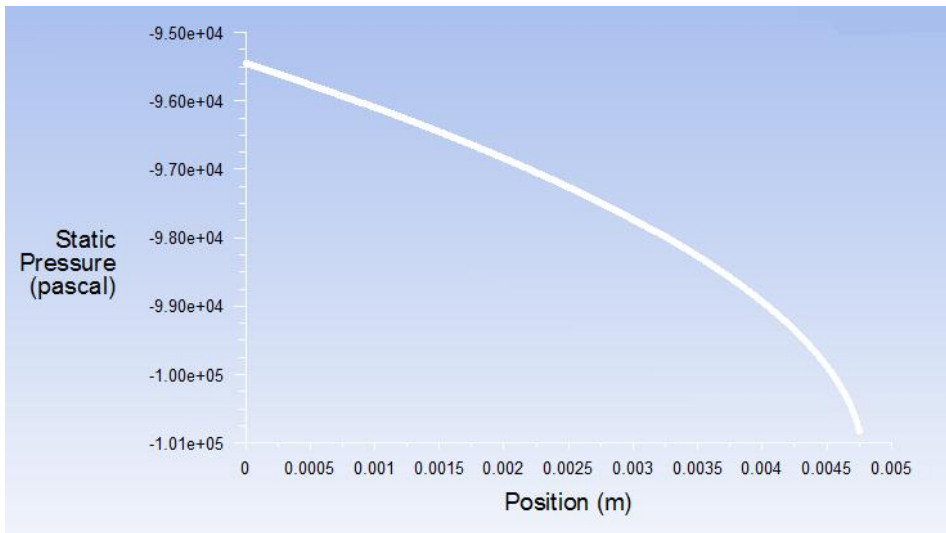
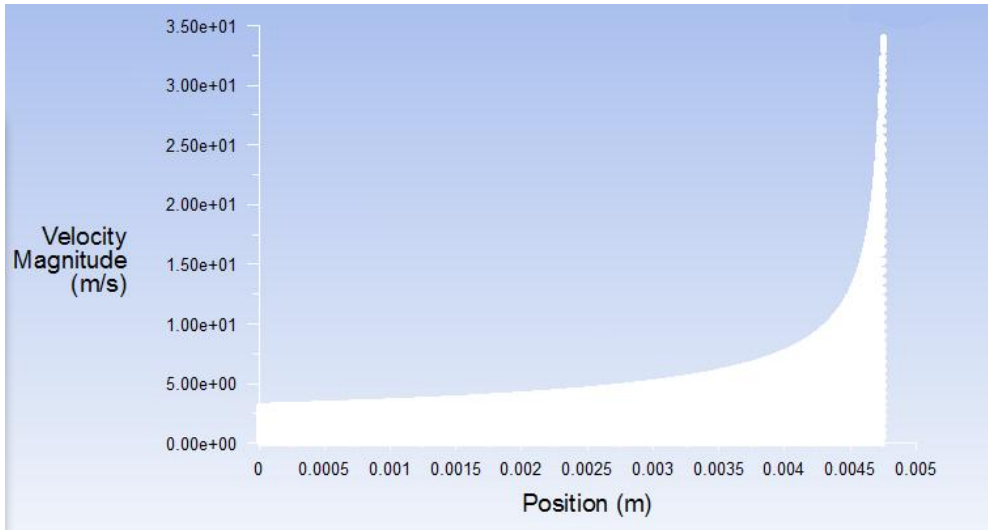


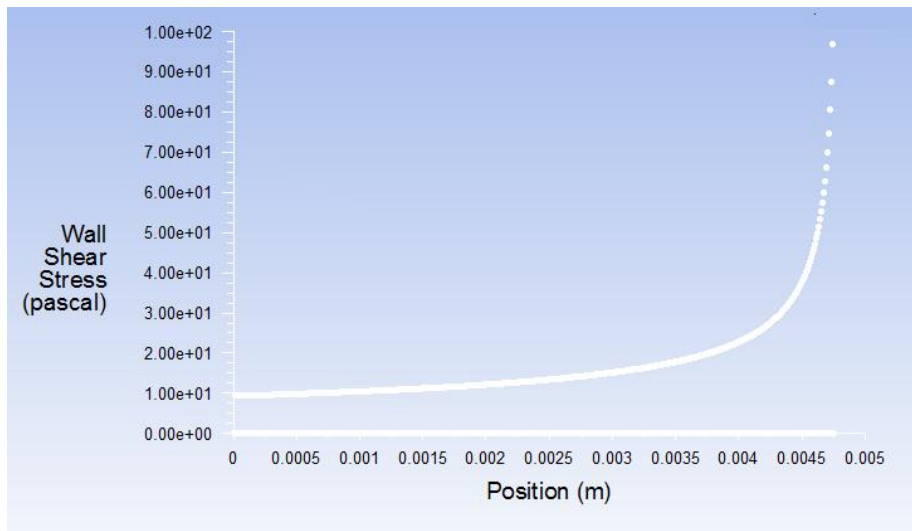




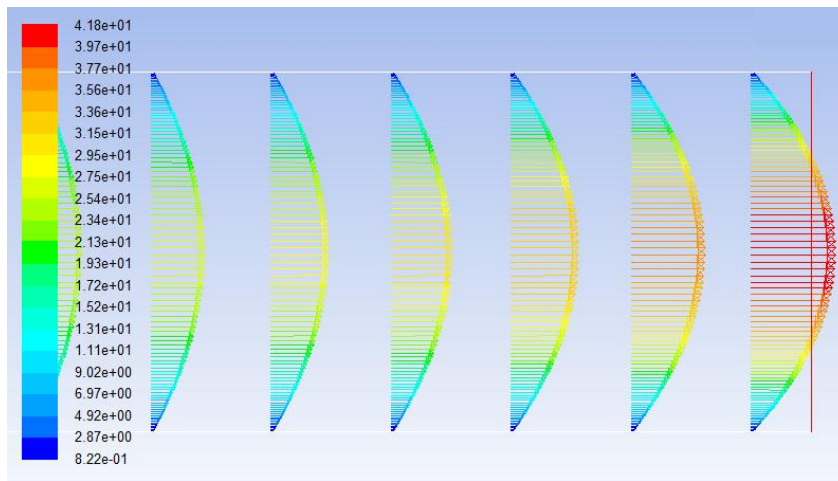
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 7



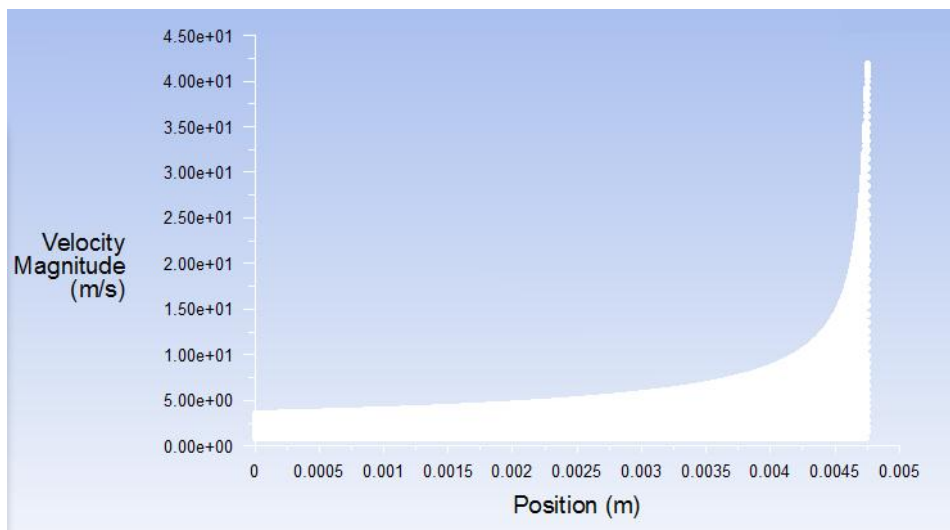


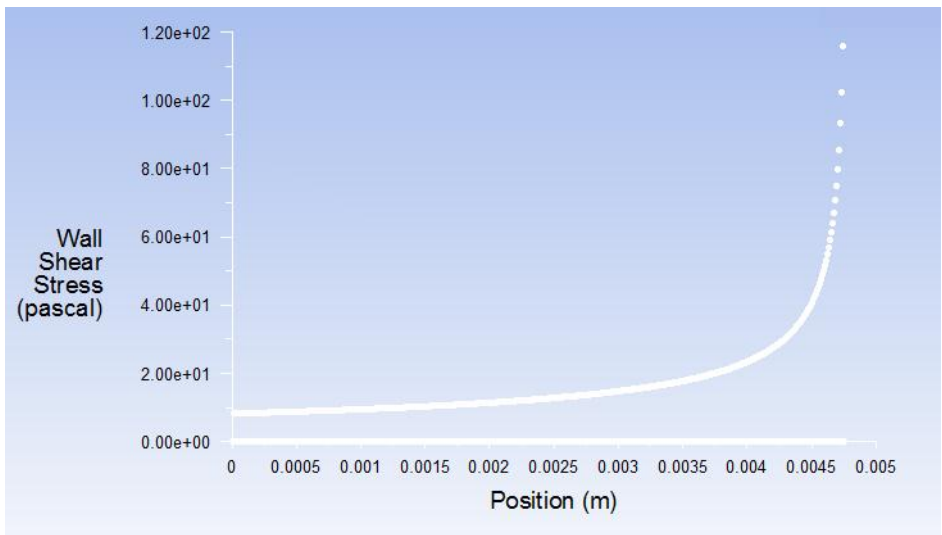
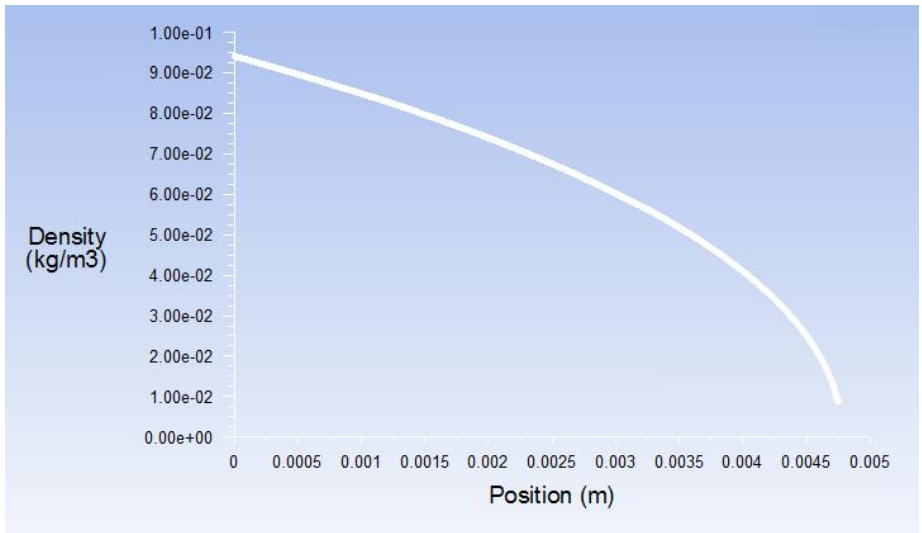
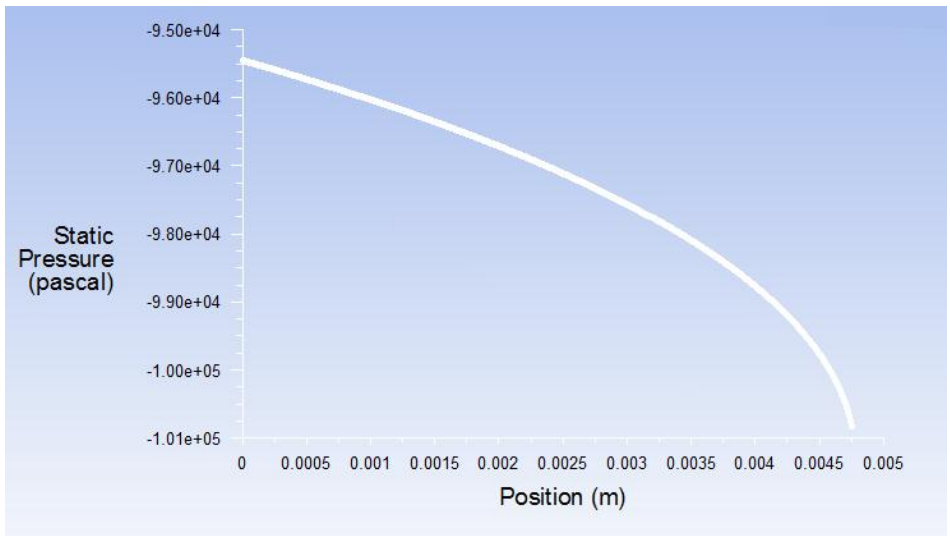


ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 7 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ U<sub>gas</sub>

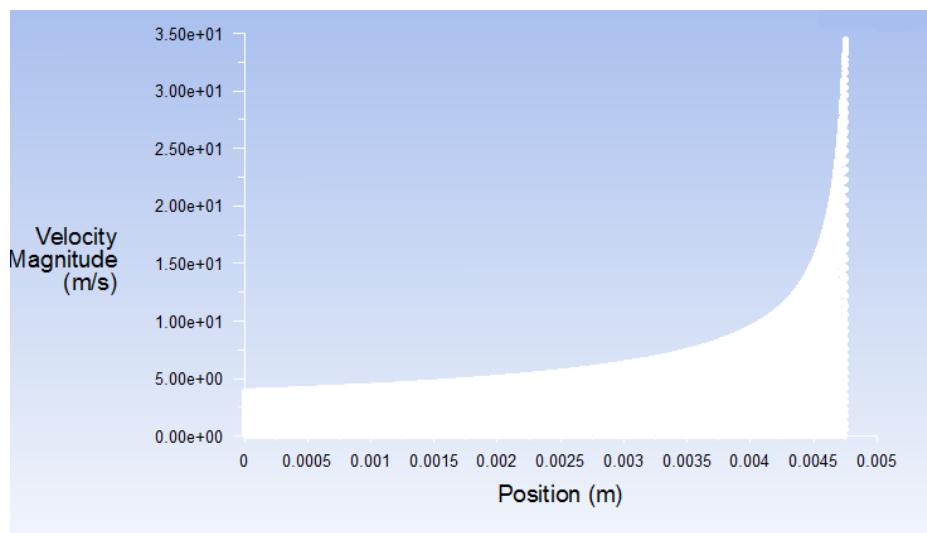
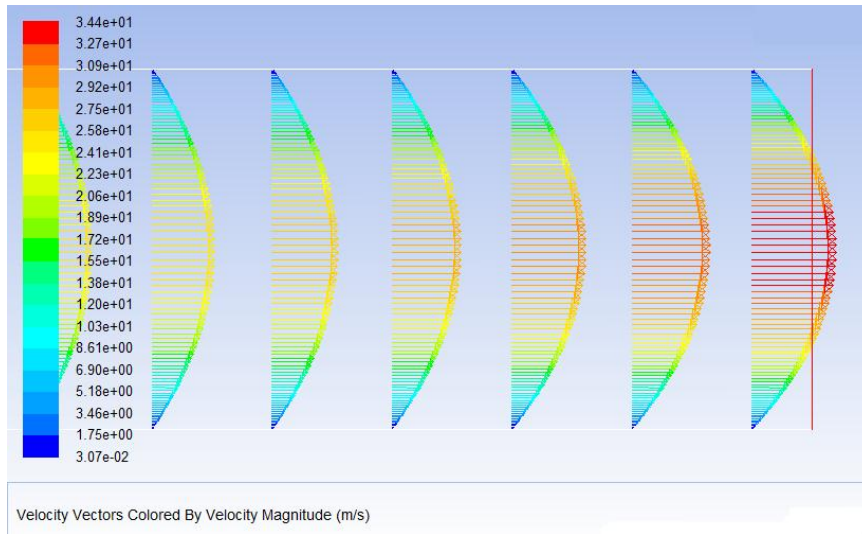


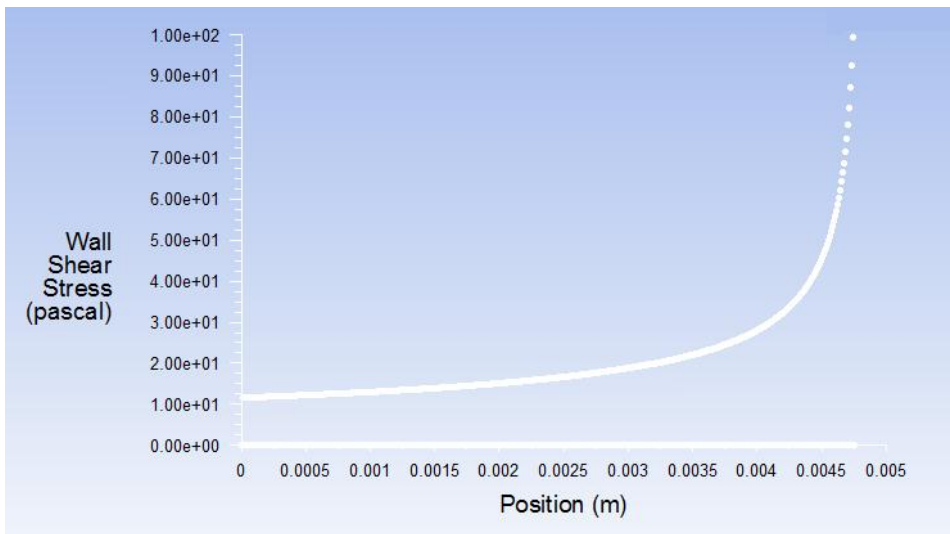
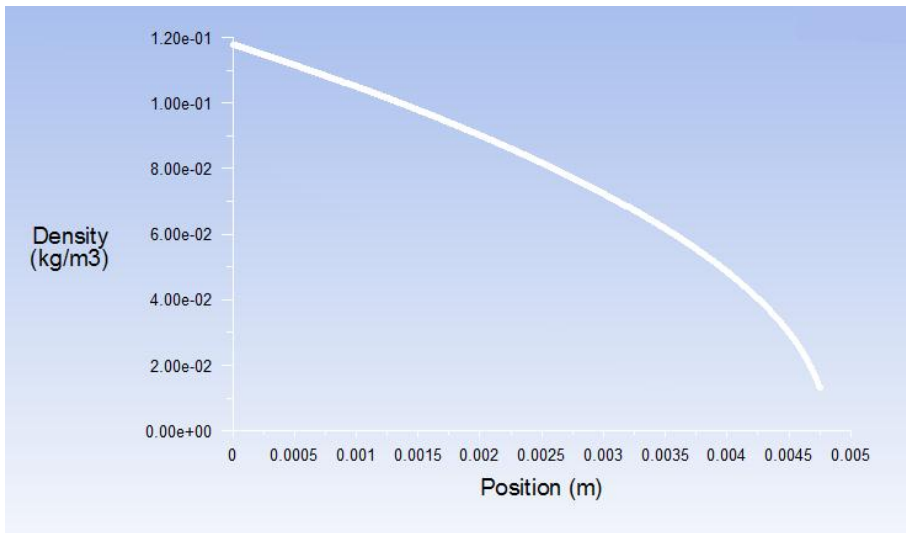
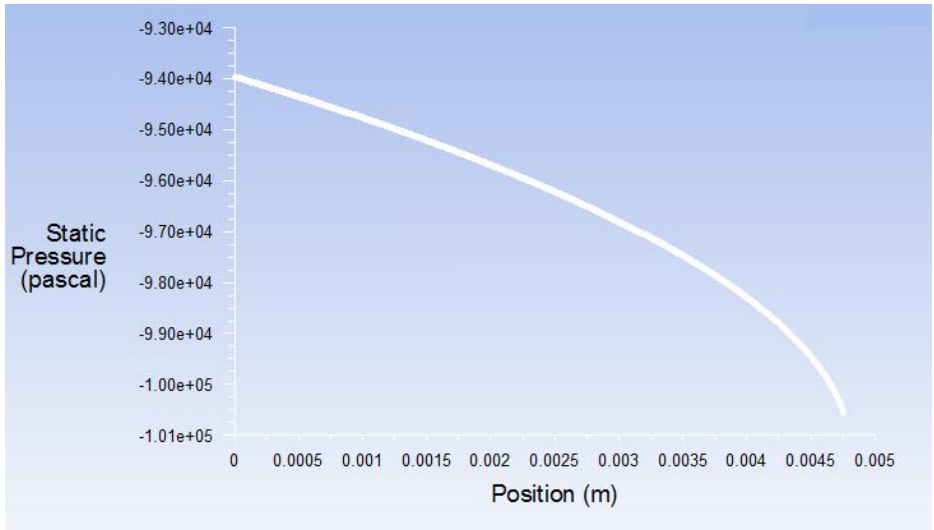
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)



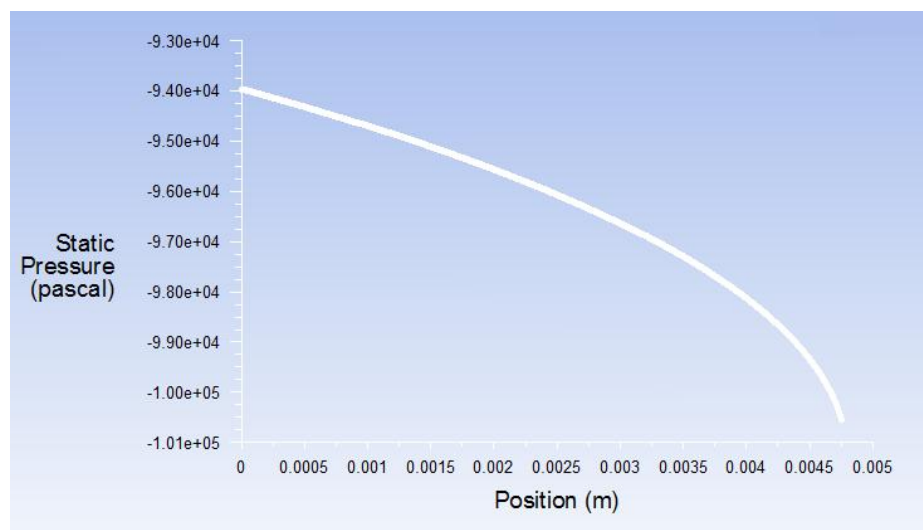
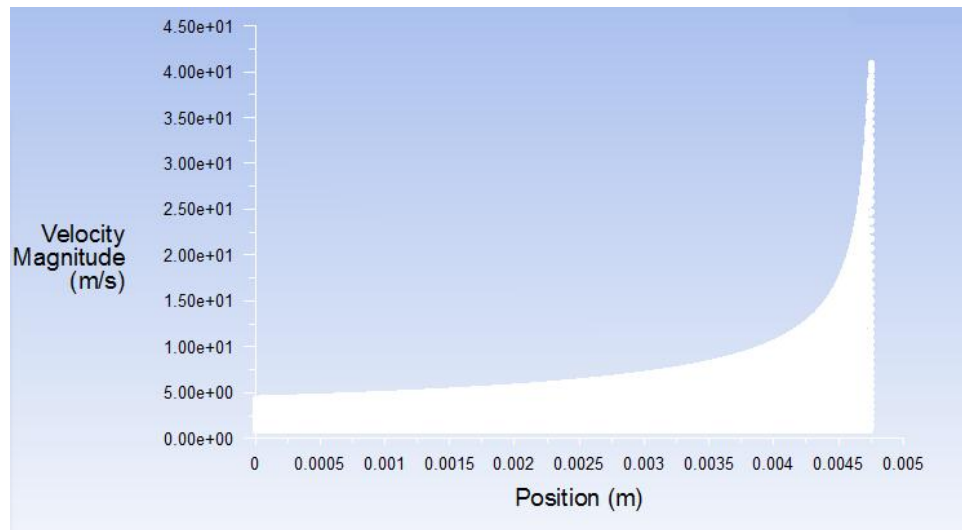
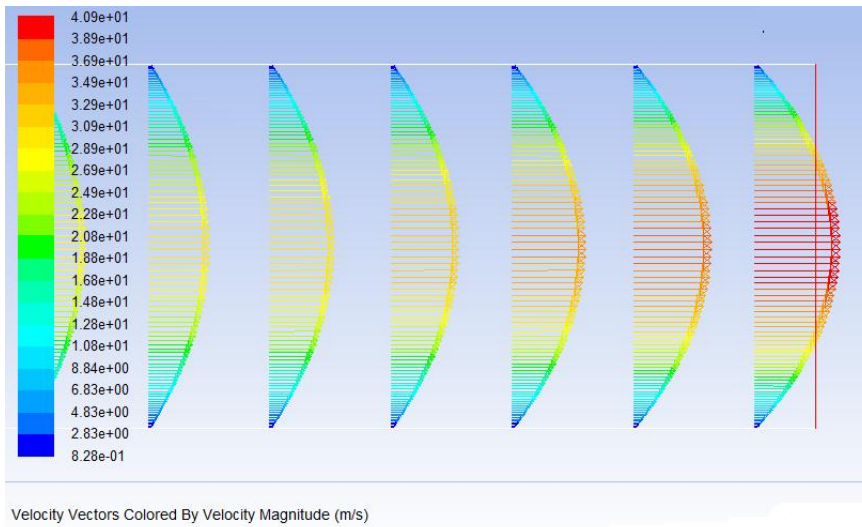


## ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 8

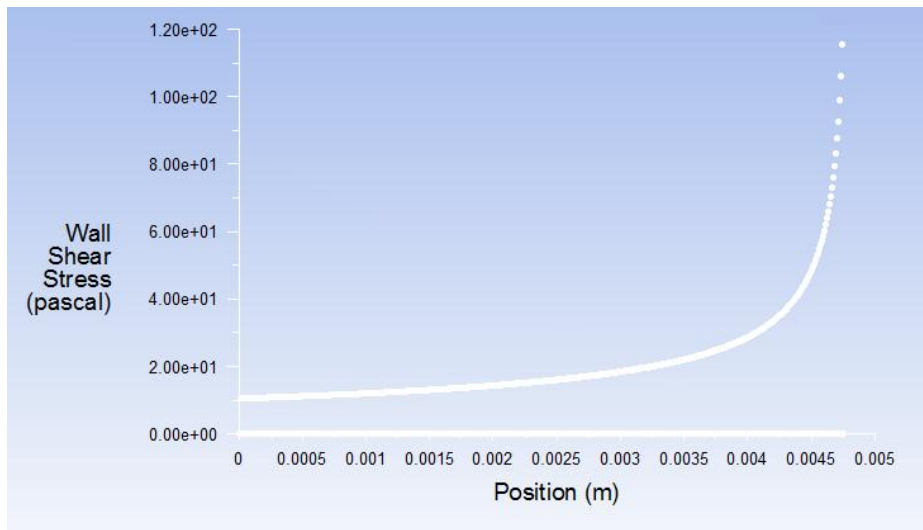
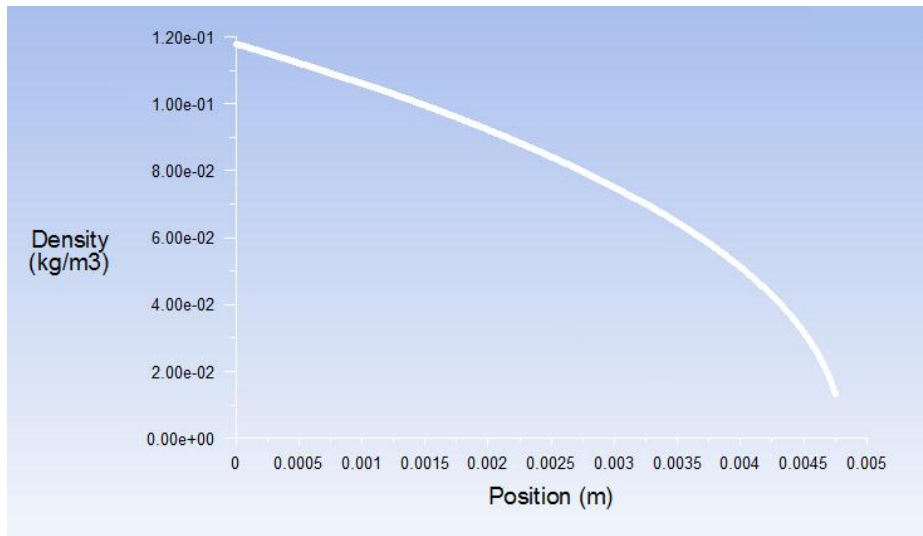




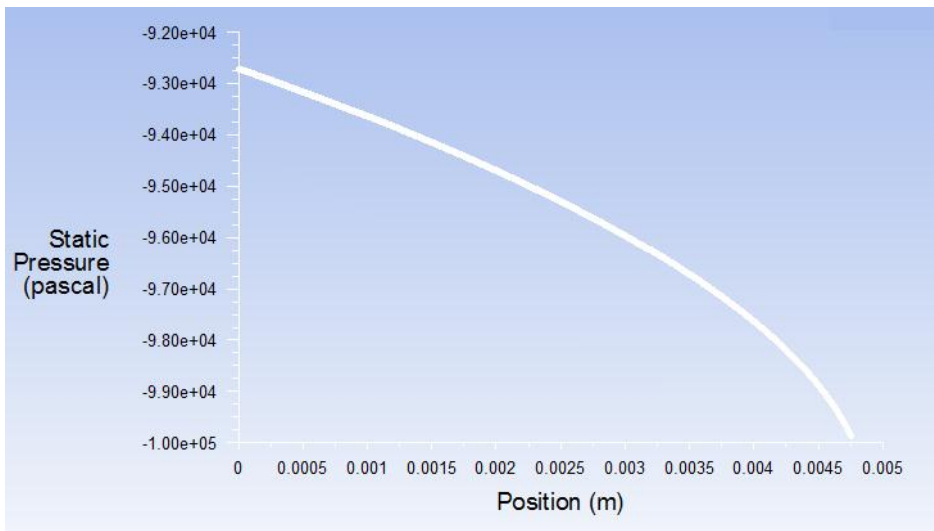
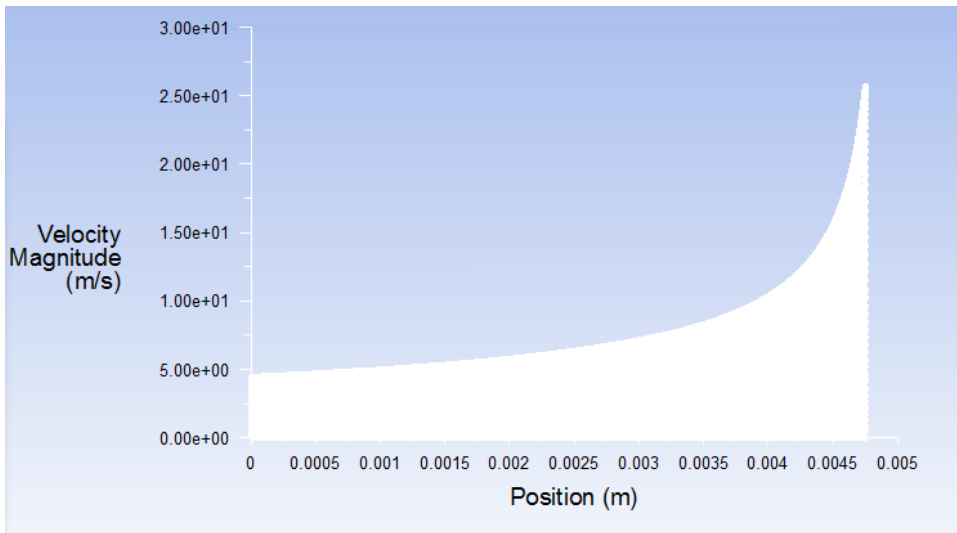
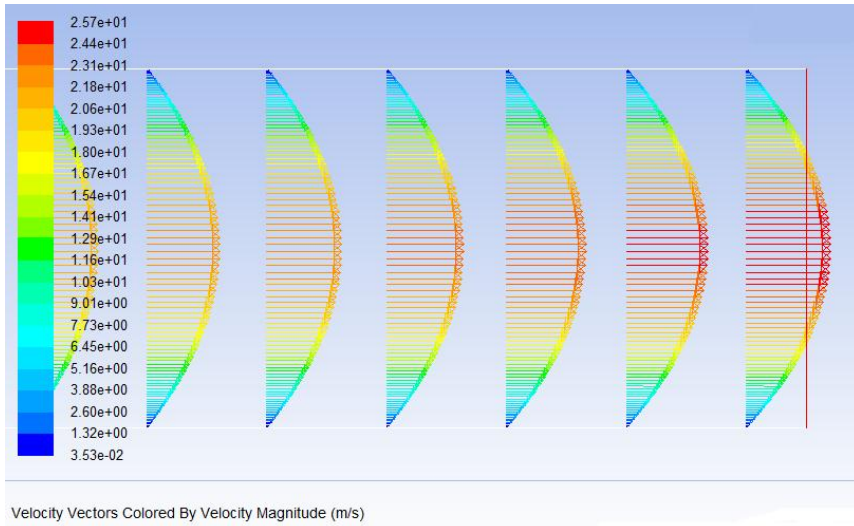
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 8 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ Ugas

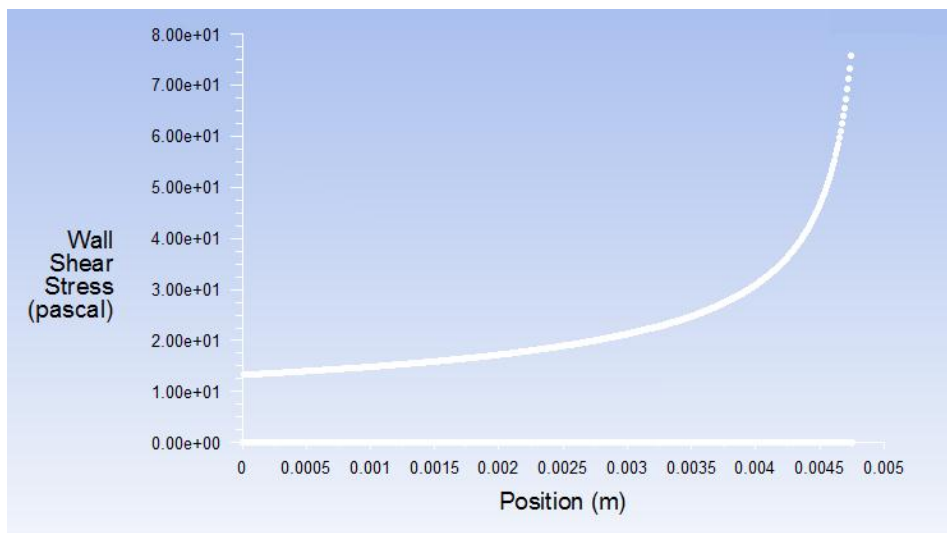
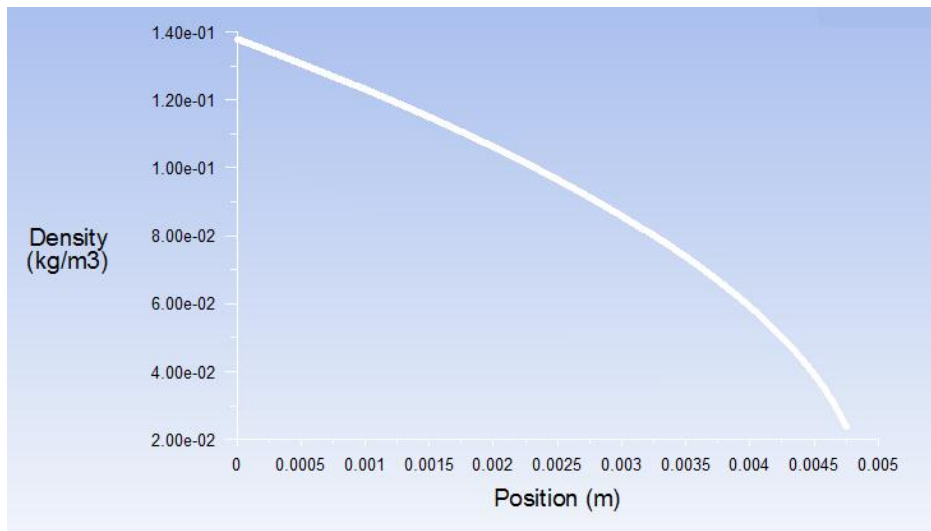




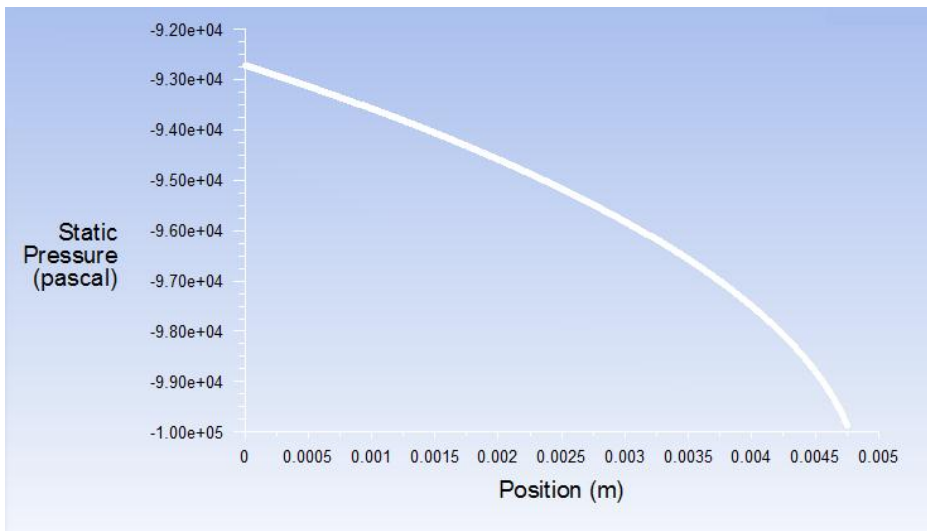
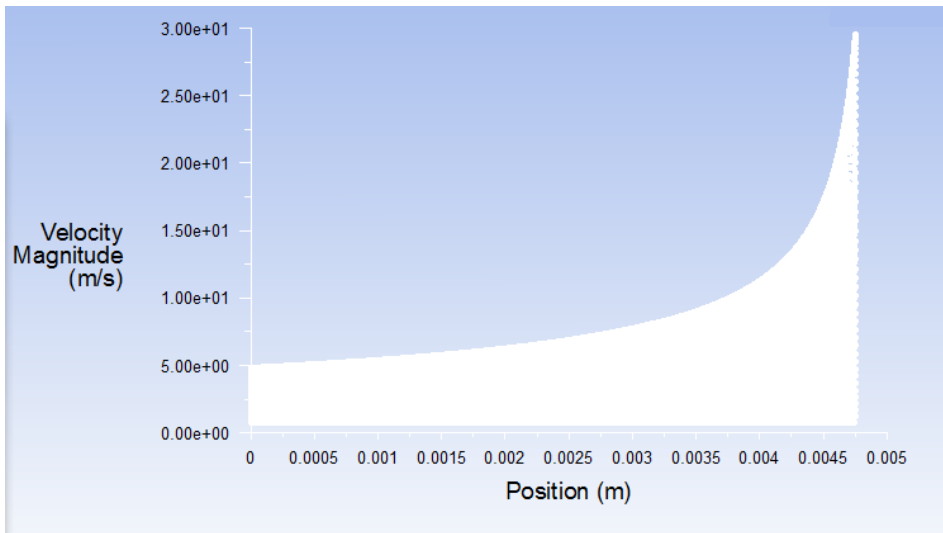
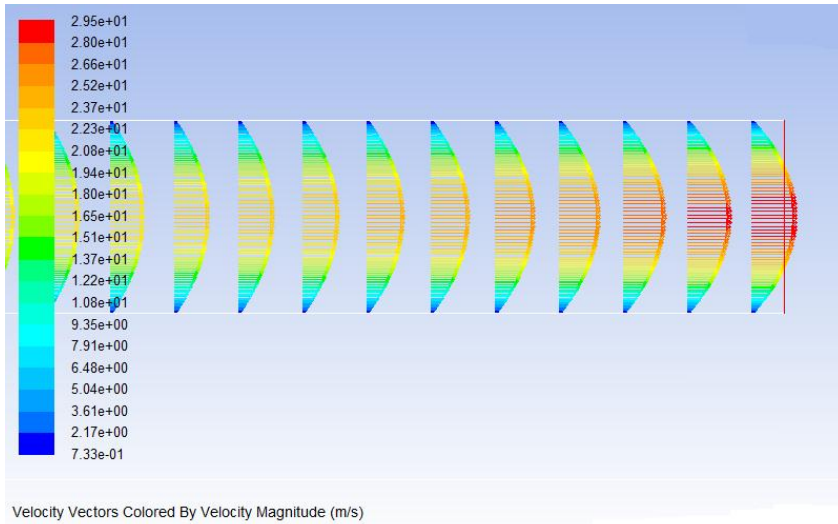


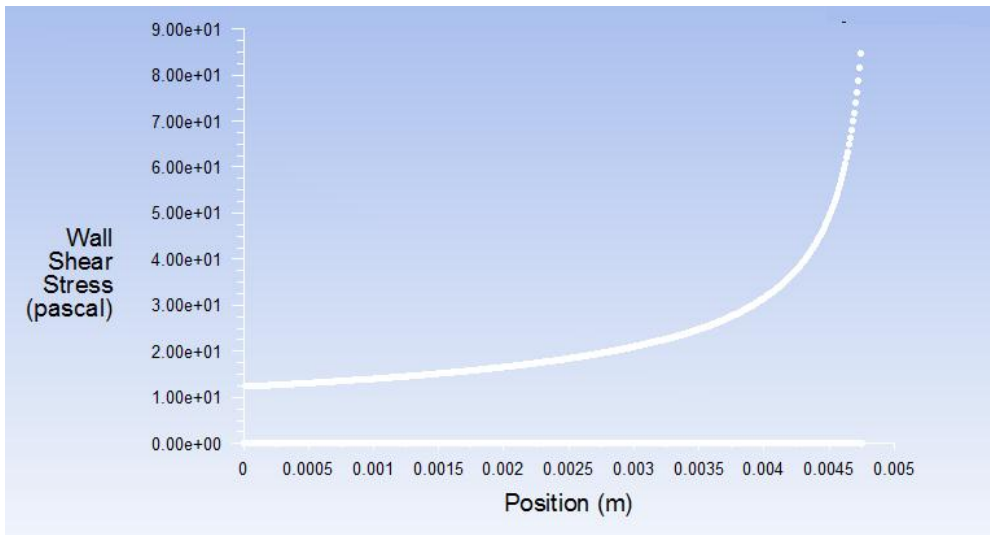
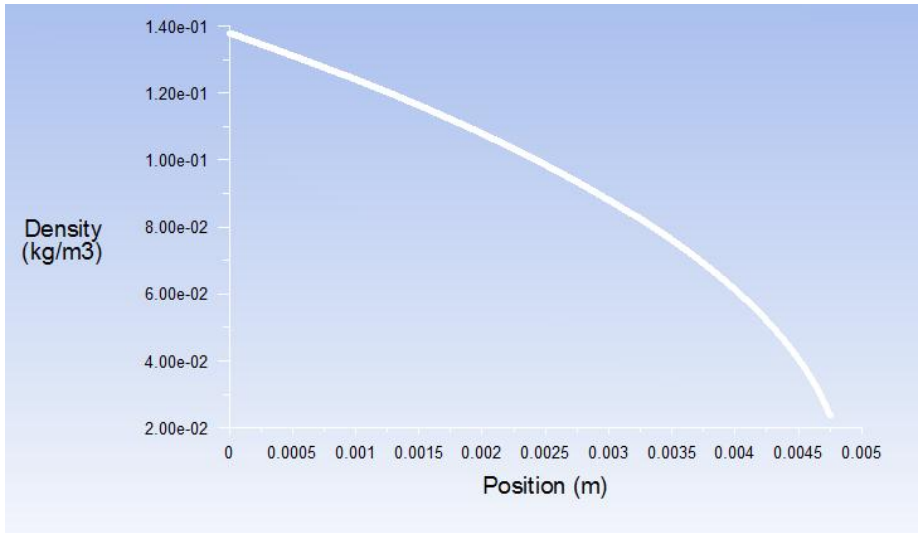
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 9



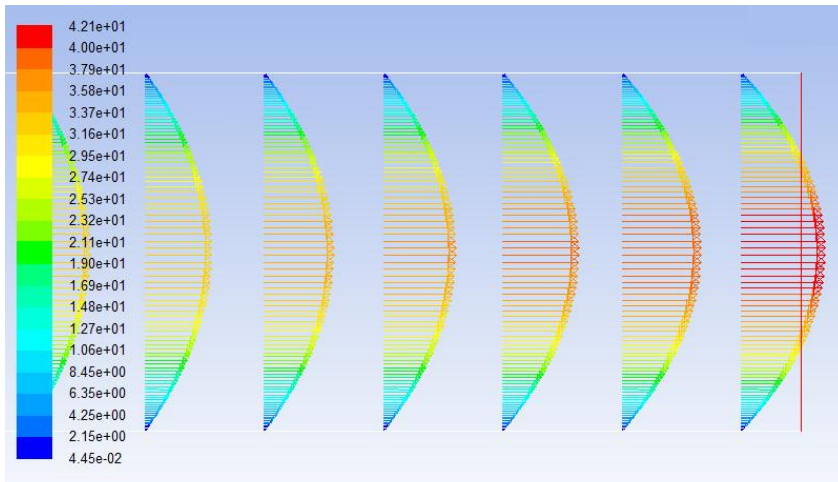


ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 9 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ  $U_{gas}$

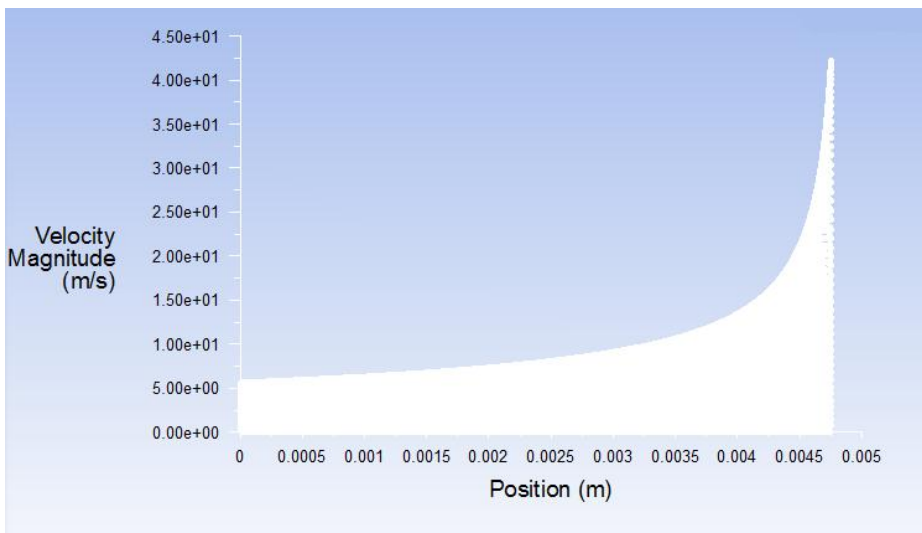


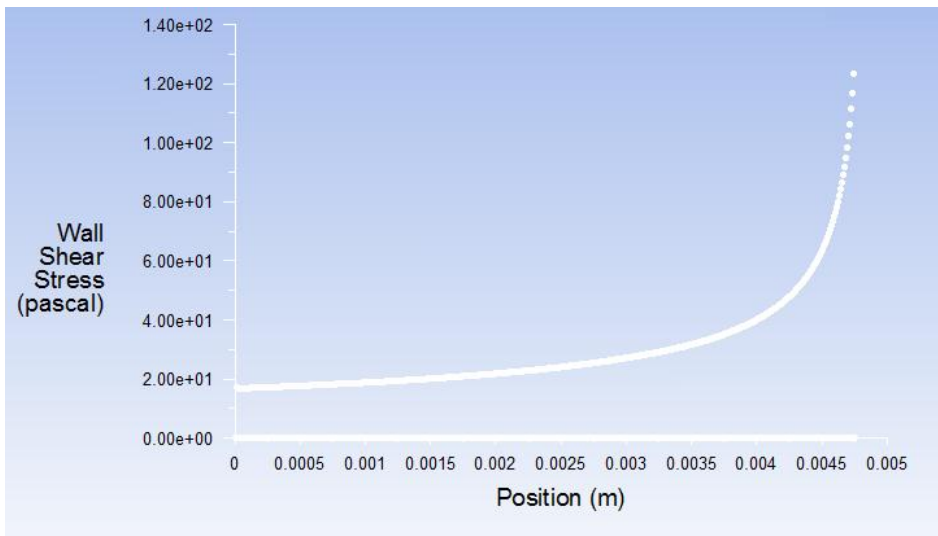
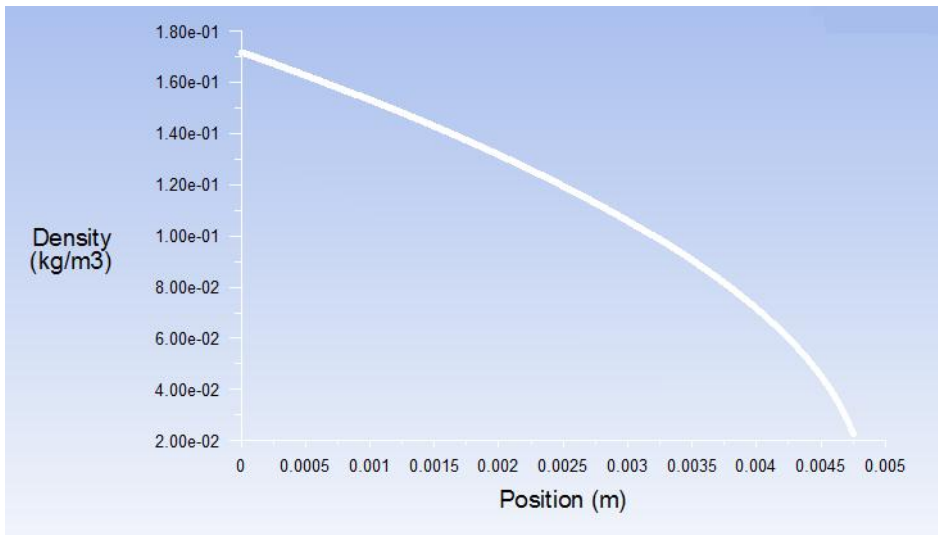
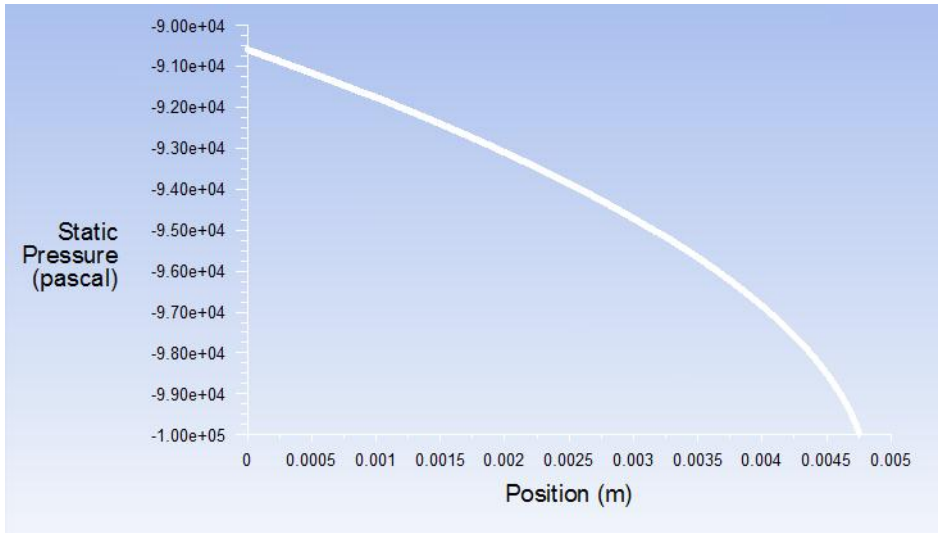


# ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 10

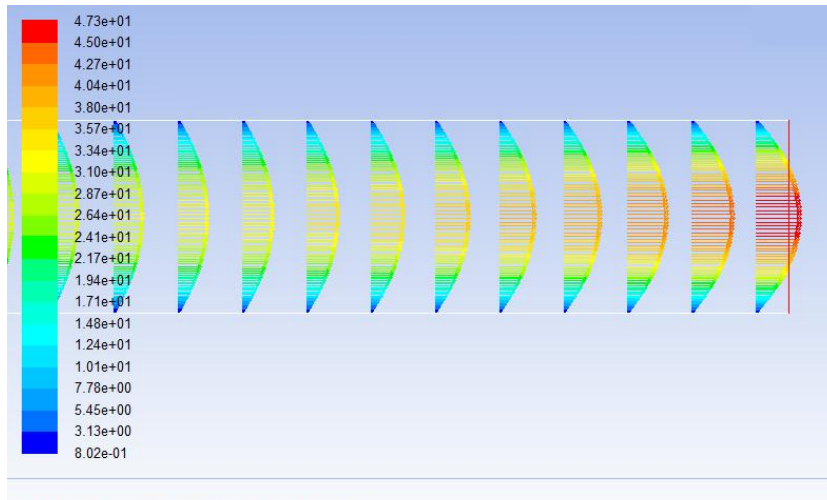


Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)

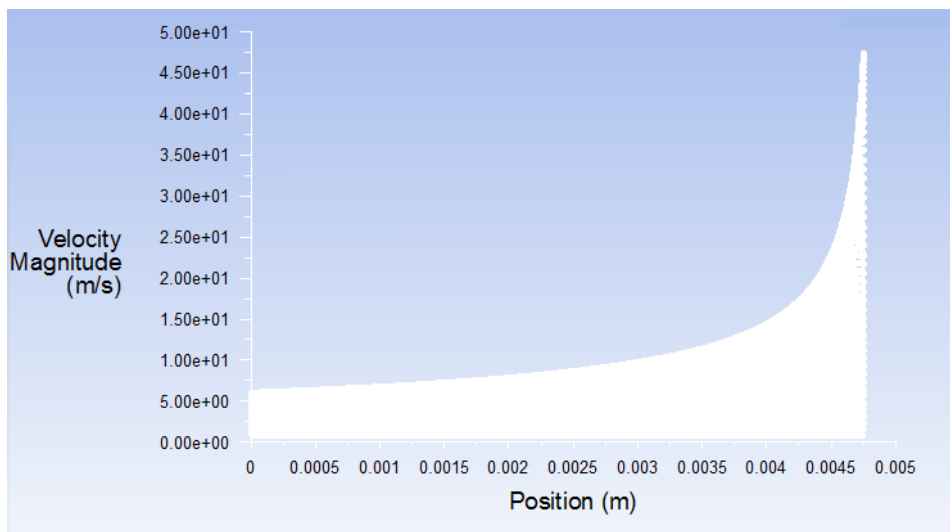




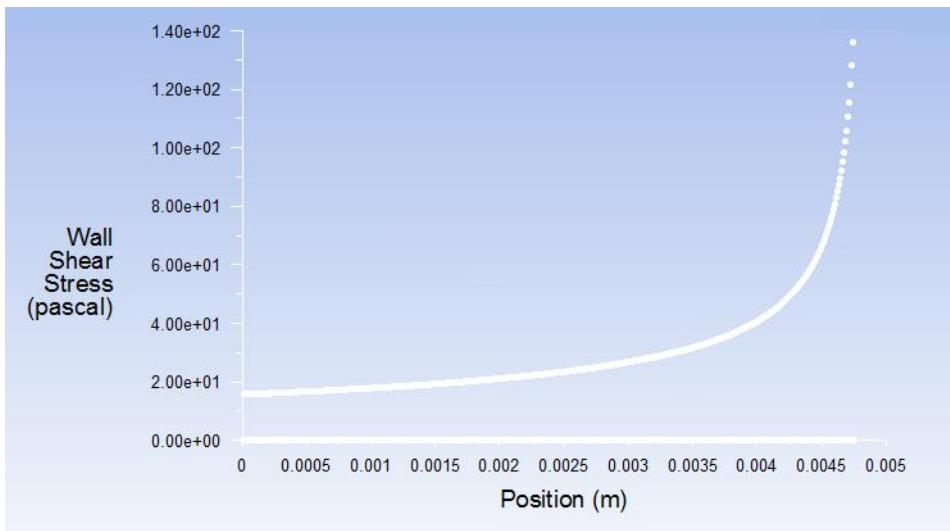
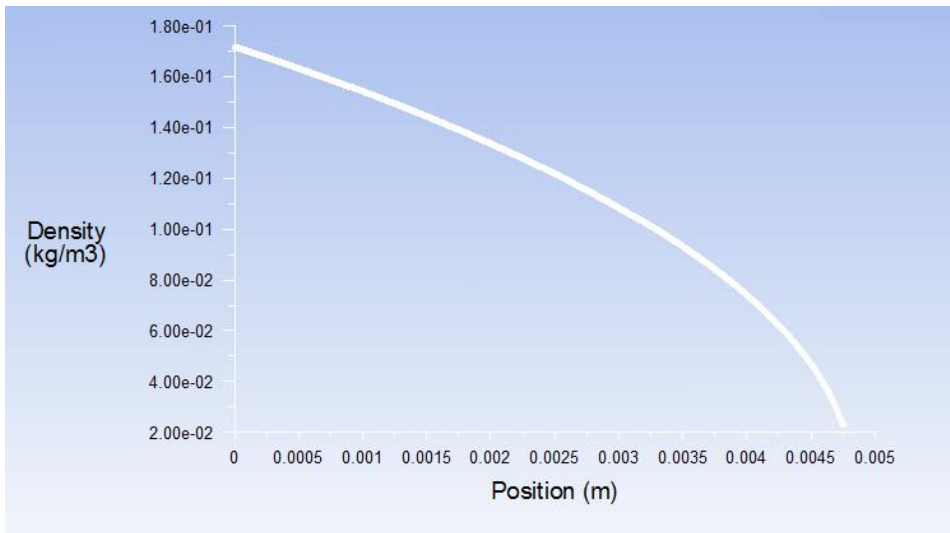
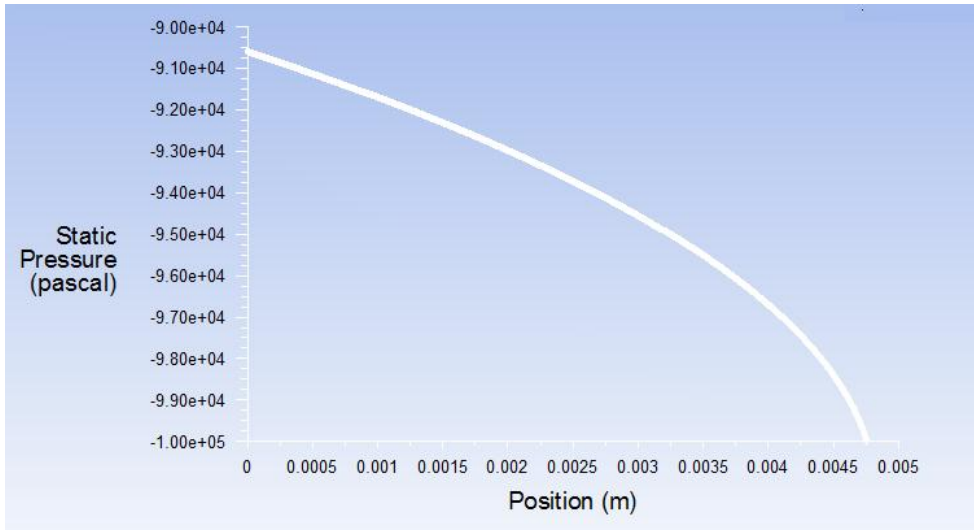
## ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 10 ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΗΚΗ Ugas



Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)







B) αγωγός βάθους 18,27μm – ροή αέρα

Στη συνέχεια σχεδιάστηκε αγωγός διαστάσεων 18,27x286,78x5000μm και προσομοιώθηκε η ροή αέρα. ( $\mu=1,7894 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ )

Οι πιέσεις εισόδου και εξόδου που χρησιμοποιήθηκαν:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ (Pa)	ΠΙΕΣΗ ΕΞΟΔΟΥ (Pa)	ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ (Pa)
1	12000	133,32	6066,66
2	11000	133,32	5566,66
3	10000	133,32	5066,66
4	9000	133,32	4566,66
5	8000	133,32	4066,66
6	7000	133,32	3566,66
7	6000	133,32	3066,66
8	5000	133,32	2566,66
9	4000	133,32	2066,66
10	3000	133,32	1566,66
11	2000	133,32	1066,66
12	1000	133,32	566,66

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε στο Α) προκύπτουν τα ακόλουθα δεδομένα:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\delta$	$K_n$	ΜΕΣΗ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Pa)
1	29,85030690	0,029681437	21,6248
2	27,39011407	0,032347437	19,8069
3	24,92992123	0,035539623	17,9878
4	22,46972840	0,039430828	16,1675
5	20,00953557	0,044278889	14,3463
6	17,54934274	0,050486221	12,5241
7	15,08914990	0,058717688	10,7012
8	12,62895707	0,070156229	8,8776
9	10,16876424	0,087129565	7,05359
10	7,70857141	0,114936991	5,22929
11	5,24837857	0,168814042	3,40495
12	2,78818574	0,317769361	1,5808

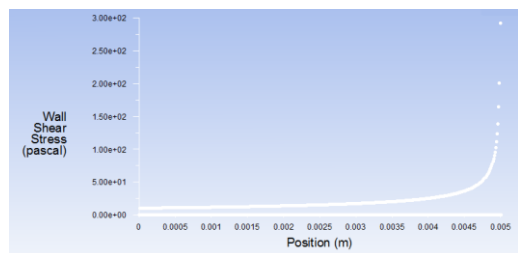
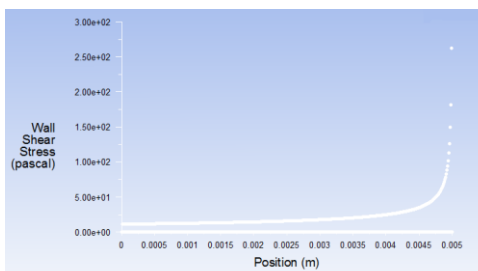
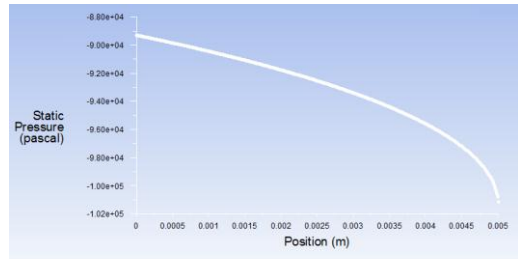
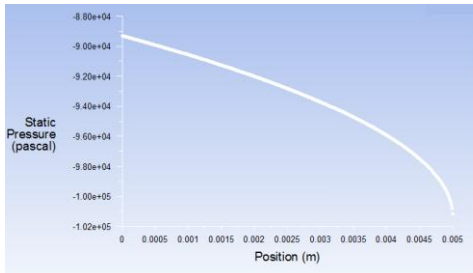
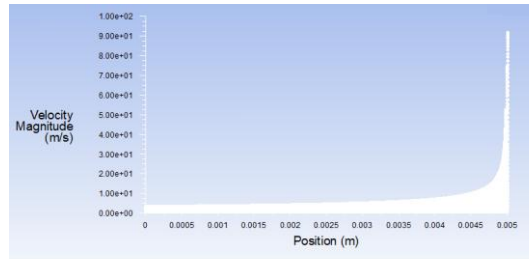
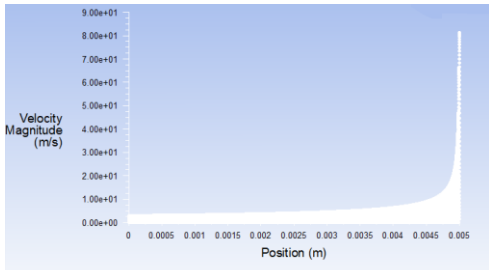
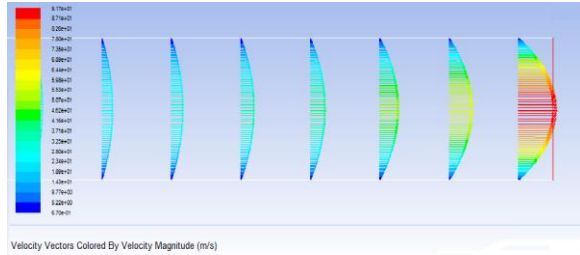
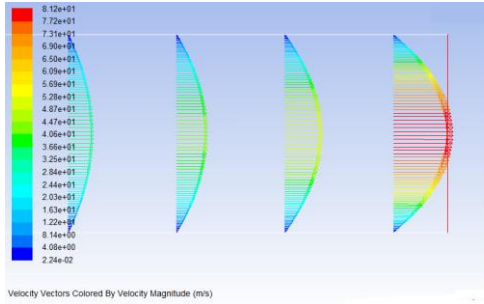
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\delta u/\delta y$	$\lambda$	$U_{gas}$ (m/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)
1	1208494,46700	5,42E-07	0,655342201	1,36E-09
2	1106901,75500	5,91E-07	0,654165301	1,14E-09
3	1005241,98100	6,49E-07	0,652712575	9,45E-10
4	903515,14470	7,20E-07	0,650893422	7,65E-10
5	801738,01270	8,09E-07	0,648586248	6,05E-10
6	699904,99610	9,22E-07	0,645580653	4,63E-10
7	598032,86020	1,07E-06	0,641553006	3,40E-10
8	496121,60500	1,28E-06	0,635905999	2,36E-10
9	394187,43710	1,59E-06	0,627490088	1,51E-10
10	292237,06270	2,10E-06	0,613668263	8,49E-11
11	190284,45290	3,08E-06	0,586881502	3,76E-11
12	88342,46116	5,81E-06	0,512885075	9,28E-12

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΔΕΔΟΜΕΝΟ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ /ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)
1	1,38E-09	1,36E-09	1,02E+00
2	1,16E-09	1,14E-09	1,02E+00
3	9,71E-10	9,45E-10	1,03E+00
4	8,09E-10	7,65E-10	1,06E+00
5	6,69E-10	6,05E-10	1,11E+00
6	5,50E-10	4,63E-10	1,19E+00
7	4,49E-10	3,40E-10	1,32E+00
8	3,56E-10	2,36E-10	1,51E+00
9	2,70E-10	1,51E-10	1,79E+00
10	1,91E-10	8,49E-11	2,25E+00
11	1,19E-10	3,76E-11	3,16E+00
12	5,16E-11	9,28E-12	5,56E+00

Μετά την εφαρμογή της οριακής συνθήκης ολίσθησης μέσω κινούμενων τοιχωμάτων προκύπτουν οι ακόλουθες παροχές με αποτέλεσμα οι λόγοι να διαμορφωθούν ως εξής:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΔΕΔΟΜΕΝΟ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT με u- gas(kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ /ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ FLUENT με u-gas ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)
1	1,38E-09	1,69E-09	8,20E-01
2	1,16E-09	1,44E-09	8,05E-01
3	9,71E-10	1,22E-09	7,98E-01
4	8,09E-10	7,65E-10	1,06E+00
5	6,69E-10	6,05E-10	1,11E+00
6	5,50E-10	4,63E-10	1,19E+00
7	4,49E-10	3,40E-10	1,32E+00
8	3,56E-10	2,36E-10	1,51E+00
9	2,70E-10	2,59E-10	1,04E+00
10	1,91E-10	1,67E-10	1,14E+00
11	1,19E-10	9,05E-11	1,31E+00
12	5,16E-11	3,78E-11	1,36E+00

Για την περίπτωση 1 ( $P_{in}=12000\text{Pa}$  και  $P_{out}=133,32\text{Pa}$ ) παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από το fluent, για την ταχύτητα, την πίεση και τη διατμητική τάση. Αριστερά απεικονίζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν χωρίς τη συνθήκη ολίσθησης και δεξιά τα αντίστοιχα που προέκυψαν εφαρμόζοντας ταχύτητα ολίσθησης στα τοιχώματα.



Γ) αγωγός βάθους 18,27μm – ροή αργού

Σχεδιάστηκε αγωγός διαστάσεων 18,27x286,78x5000μm και προσομοιώθηκε η ροή αργού. ( $\mu=2,242 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ )

Οι πιέσεις εισόδου και εξόδου που χρησιμοποιήθηκαν:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ (Pa)	ΠΙΕΣΗ ΕΞΟΔΟΥ (Pa)	ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ (Pa)
1	12000	133,32	6066,66
2	11000	133,32	5566,66
3	10000	133,32	5066,66
4	9000	133,32	4566,66
5	8000	133,32	4066,66
6	7000	133,32	3566,66
7	6000	133,32	3066,66
8	5000	133,32	2566,66
9	4000	133,32	2066,66
10	3000	133,32	1566,66
11	2000	133,32	1066,66
12	1000	133,32	566,66

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε στο Α) προκύπτουν τα ακόλουθα δεδομένα:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\delta$	$K\eta$	ΜΕΣΗ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Pa)
1	27,98822	0,031656175	21,62850
2	25,6815	0,034499547	19,80970
3	23,37477	0,037904112	17,98990
4	21,06805	0,042054204	16,16900
5	18,76132	0,047224811	14,34730
6	16,4546	0,053845124	12,52470
7	14,14788	0,062624239	10,70160
8	11,84115	0,074823798	8,87781
9	9,534428	0,092926388	7,05369
10	7,227704	0,122583873	5,22932
11	4,92098	0,180045422	3,40496
12	2,614256	0,338910898	1,58080

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ/ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)
1	2,04607E-09	1,50E-09	1,37E+00
2	1,78656E-09	1,26E-09	1,42E+00
3	1,5384E-09	1,04E-09	1,48E+00
4	1,28282E-09	8,43E-10	1,52E+00
5	1,07282E-09	6,66E-10	1,61E+00
6	8,57625E-10	5,10E-10	1,68E+00
7	6,86303E-10	3,74E-10	1,83E+00
8	5,22032E-10	2,60E-10	2,01E+00
9	3,77901E-10	1,66E-10	2,27E+00
10	2,51246E-10	9,34E-11	2,69E+00
11	1,47199E-10	4,14E-11	3,55E+00
12	6,09891E-11	1,02E-11	5,97E+00

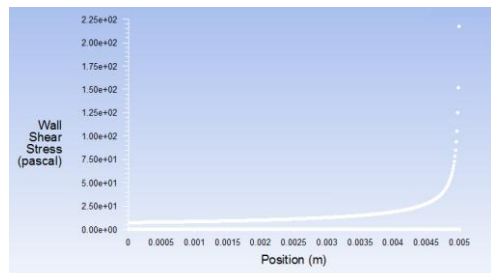
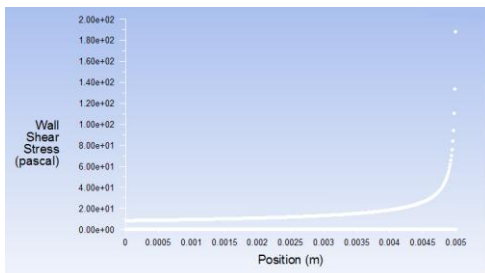
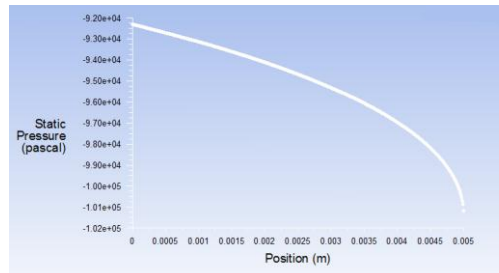
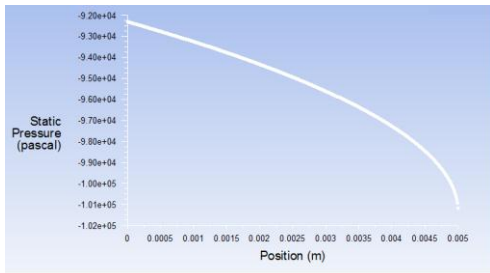
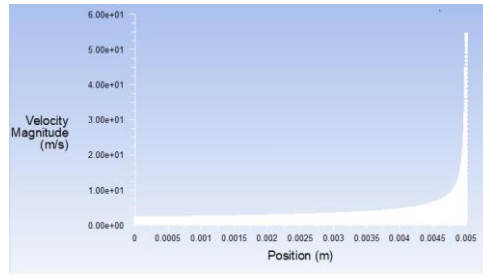
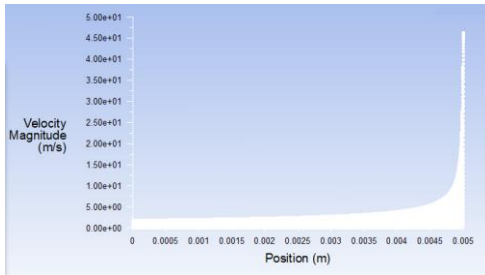
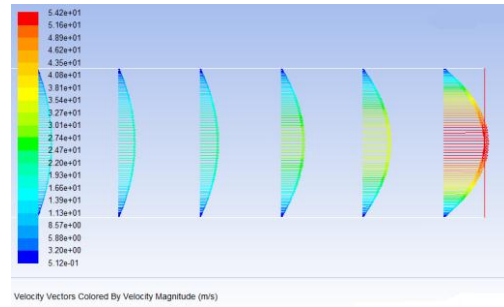
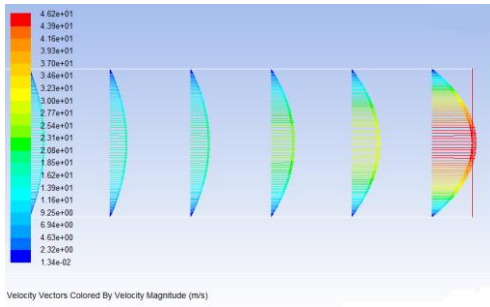
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\theta_u/\theta_y$	$\lambda$	$u_{gas}$ (m/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)
1	893739,66940	5,78E-07	0,516901769	1,50E-09
2	818582,64460	6,30E-07	0,515958149	1,26E-09
3	743384,29750	6,93E-07	0,514799671	1,04E-09
4	668140,49590	7,68E-07	0,513352588	8,43E-10
5	592863,63640	8,63E-07	0,511521142	6,66E-10
6	517549,58680	9,84E-07	0,509139620	5,10E-10
7	442214,87600	1,14E-06	0,505957874	3,74E-10
8	366851,65290	1,37E-06	0,501497505	2,60E-10
9	291474,79340	1,70E-06	0,494855736	1,66E-10
10	216087,60330	2,24E-06	0,483951385	9,34E-11
11	140700,82640	3,29E-06	0,462825499	4,14E-11
12	65322,31405	6,19E-06	0,404469374	1,02E-11

Μετά την εφαρμογή της οριακής συνθήκης ολίσθησης μέσω κινούμενων τοιχωμάτων προκύπτουν οι ακόλουθες παροχές με αποτέλεσμα οι λόγοι να διαμορφωθούν ως εξής:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΜΕ ΠΡΟΣΘΗΚΗ U <sub>gas</sub> (kg/sec)	ΑΠΟ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)
1	2,04607E-09	1,84E-09	1,11E+00
2	1,78656E-09	1,57E-09	1,13E+00
3	1,5384E-09	1,33E-09	1,16E+00
4	1,28282E-09	1,10E-09	1,16E+00
5	1,07282E-09	8,98E-10	1,19E+00
6	8,57625E-10	7,14E-10	1,20E+00
7	6,86303E-10	5,50E-10	1,25E+00
8	5,22032E-10	4,08E-10	1,28E+00
9	3,77901E-10	2,84E-10	1,33E+00
10	2,51246E-10	1,83E-10	1,37E+00
11	1,47199E-10	1,03E-10	1,42E+00
12	6,09891E-11	3,69E-11	1,65E+00

Για την περίπτωση 9 ( $P_{in}=4000\text{Pa}$  και  $P_{out}=133,32\text{Pa}$ ) παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από το fluent, για την ταχύτητα, την πίεση και τη διατμητική τάση. Αριστερά απεικονίζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν χωρίς τη συνθήκη ολίσθησης και δεξιά τα αντίστοιχα που προέκυψαν εφαρμόζοντας ταχύτητα ολίσθησης στα τοιχώματα.





Δ) αγωγός βάθους 18,27μm – ροή ηλίου

Σχεδιάστηκε αγωγός διαστάσεων 18,27x286,78x5000μm και προσομοιώθηκε η ροή ηλίου. ( $\mu=1,99 \cdot 10^{-5}$  Pa s)

Οι πιέσεις εισόδου και εξόδου που χρησιμοποιήθηκαν:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ (Pa)	ΠΙΕΣΗ ΕΞΟΔΟΥ (Pa)	ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ (Pa)
1	12000	133,32	6066,66
2	11000	133,32	5566,66
3	10000	133,32	5066,66
4	9000	133,32	4566,66
5	8000	133,32	4066,66
6	7000	133,32	3566,66
7	6000	133,32	3066,66
8	5000	133,32	2566,66
9	4000	133,32	2066,66
10	3000	133,32	1566,66
11	2000	133,32	1066,66
12	1000	133,32	566,66

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε στο Α) προκύπτουν τα ακόλουθα δεδομένα:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\delta$	$K\eta$	ΜΕΣΗ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Pa)
1	10,922943770	0,081113665	21,69610
2	10,022700170	0,088399332	19,69680
3	9,122456558	0,097122962	17,70330
4	8,222212950	0,107756878	15,70680
5	7,321969342	0,121005697	13,71020
6	6,421725734	0,137969144	11,71360
7	5,521482126	0,160464162	9,71699
8	4,621238518	0,191723495	7,72536
9	3,720994910	0,238108361	5,72323
10	2,820751302	0,314100715	3,72709
11	1,920507694	0,461336345	1,73045
12	1,020264086	0,868402615	1,58080

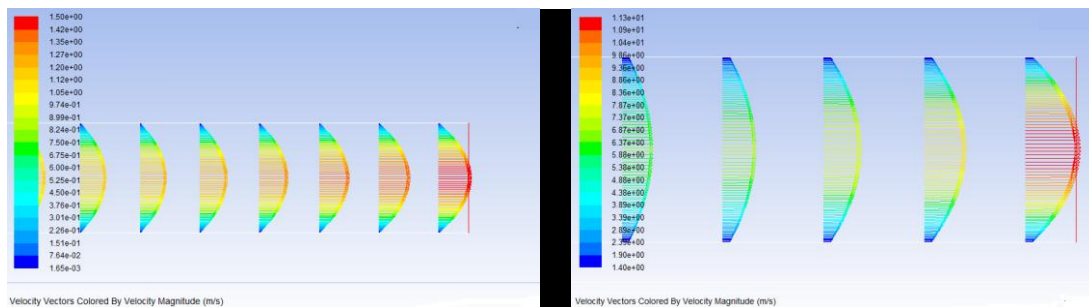
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\theta_u/\theta_y$	$\lambda$	$u_{gas}$ (m/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)
1	10,922943770	0,081113665	21,69610	2,18E-10
2	10,022700170	0,088399332	19,69680	1,83E-10
3	9,122456558	0,097122962	17,70330	1,51E-10
4	8,222212950	0,107756878	15,70680	9,45E-11
5	7,321969342	0,121005697	13,71020	9,60E-11
6	6,421725734	0,137969144	11,71360	7,30E-11
7	5,521482126	0,160464162	9,71699	5,31E-11
8	4,621238518	0,191723495	7,72536	3,63E-11
9	3,720994910	0,238108361	5,72323	2,25E-11
10	2,820751302	0,314100715	3,72709	1,18E-11
11	1,920507694	0,461336345	1,73045	4,16E-12
12	1,020264086	0,868402615	1,58080	1,15E-12

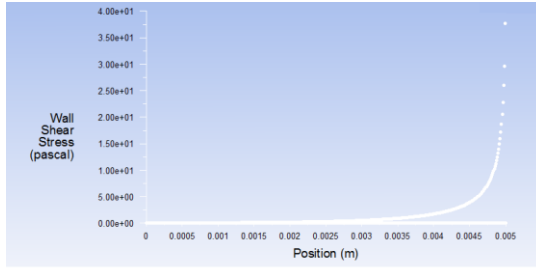
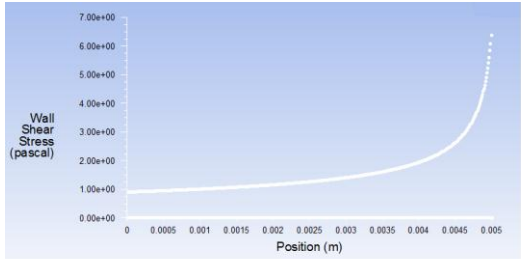
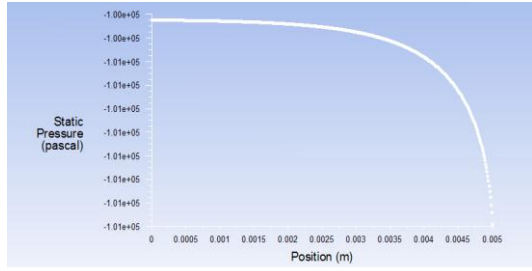
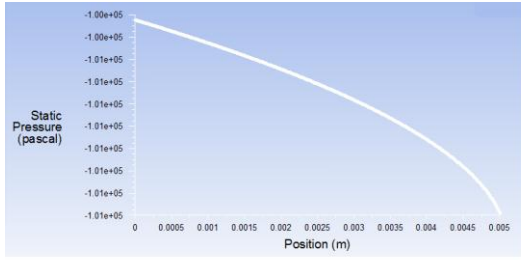
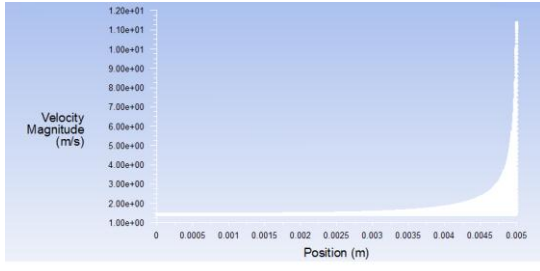
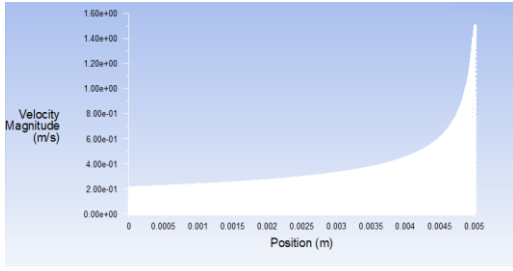
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΟ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	3,74E-10	2,18E-10	1,71E+00
2	3,34E-10	1,83E-10	1,82E+00
3	2,94E-10	1,51E-10	1,94E+00
4	2,55E-10	9,45E-11	2,70E+00
5	2,19E-10	9,60E-11	2,28E+00
6	1,84E-10	7,30E-11	2,53E+00
7	1,52E-10	5,31E-11	2,86E+00
8	1,22E-10	3,63E-11	3,35E+00
9	9,26E-11	2,25E-11	4,11E+00
10	6,59E-11	1,18E-11	5,58E+00
11	4,11E-11	4,16E-12	9,90E+00
12	1,82E-11	1,15E-12	1,59E+01

Μετά την εφαρμογή της οριακής συνθήκης ολίσθησης μέσω κινούμενων τοιχωμάτων προκύπτουν οι ακόλουθες παροχές με αποτέλεσμα οι λόγοι να διαμορφωθούν ως εξής:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT ΜΕ Ugas (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΟ FLUENT ΜΕ Ugas ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	3,74E-10	2,97E-10	1,26E+00
2	3,34E-10	2,60E-10	1,28E+00
3	2,94E-10	2,25E-10	1,30E+00
4	2,55E-10	1,87E-10	1,37E+00
5	2,19E-10	1,58E-10	1,39E+00
6	1,84E-10	1,30E-10	1,42E+00
7	1,52E-10	1,05E-10	1,45E+00
8	1,22E-10	8,28E-11	1,47E+00
9	9,26E-11	6,26E-11	1,48E+00
10	6,59E-11	4,45E-11	1,48E+00
11	4,11E-11	2,84E-11	1,45E+00
12	1,82E-11	1,39E-11	1,30E+00

Για την περίπτωση 12 ( $P_{in}=1000\text{Pa}$  και  $P_{out}=133,32\text{Pa}$ ) παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από το fluent, για την ταχύτητα, την πίεση και τη διατμητική τάση. Αριστερά απεικονίζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν χωρίς τη συνθήκη ολίσθησης και δεξιά τα αντίστοιχα που προέκυψαν ορίζοντας ταχύτητα ολίσθησης στα τοιχώματα.





Ε) αγωγός βάθους 29,63 μm – ροή αέρα

Σχεδιάστηκε αγωγός διαστάσεων 29,63x282,75x5000μm και προσομοιώθηκε η ροή αέρα. ( $\mu=1,7894 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ )

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ (Pa)	ΠΙΕΣΗ ΕΞΟΔΟΥ (Pa)	ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ (Pa)
1	12000	133,32	6066,66
2	11000	133,32	5566,66
3	10000	133,32	5066,66
4	9000	133,32	4566,66
5	8000	133,32	4066,66
6	7000	133,32	3566,66
7	6000	133,32	3066,66
8	5000	133,32	2566,66
9	4000	133,32	2066,66
10	3000	133,32	1566,66
11	2000	133,32	1066,66
12	1000	133,32	566,66

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε στο Α) προκύπτουν τα ακόλουθα δεδομένα:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\delta$	$K_n$	ΜΕΣΗ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Pa)
1	48,410733470	0,018301726	34,83750
2	44,420833470	0,019945596	31,94560
3	40,430933470	0,021913914	29,04250
4	36,441033470	0,024313251	26,12870
5	32,451133470	0,027302590	23,20530
6	28,461233470	0,031130063	20,27330
7	24,471333470	0,036205628	17,33350
8	20,481433470	0,043258691	14,38720
9	16,491533470	0,053724537	11,43560
10	12,501633470	0,070870739	8,48007
11	8,511733468	0,104091605	5,52218
12	4,521354680	0,195958969	2,56374

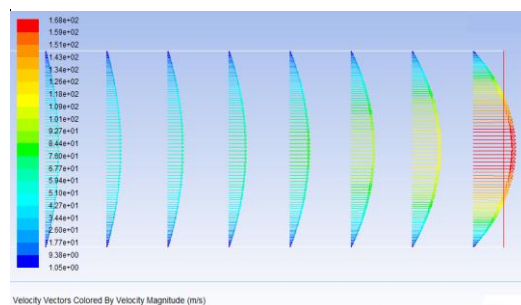
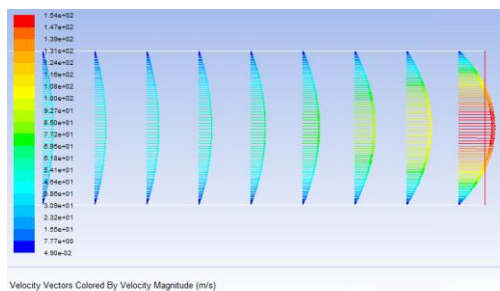
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\theta_u/\theta_y$	$\lambda$	$u_{gas}$ (m/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)
1	1946881,60	5,42E-07	1,05576	5,71E-09
2	1785268,80	5,91E-07	1,05507	4,80E-09
3	1623030,10	6,49E-07	1,05385	3,97E-09
4	1460193,40	7,20E-07	1,05193	3,22E-09
5	1296820,20	8,09E-07	1,04910	2,54E-09
6	1132966,40	9,22E-07	1,04503	1,95E-09
7	968676,65	1,07E-06	1,03917	1,43E-09
8	804023,70	1,28E-06	1,03056	9,93E-10
9	639074,55	1,59E-06	1,01732	6,35E-10
10	473905,78	2,10E-06	0,99516	3,57E-10
11	308605,12	3,08E-06	0,95181	1,58E-10
12	143273,72	5,81E-06	0,83189	3,90E-11

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΟ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	6,46E-09	5,71E-09	1,13E+00
2	5,57E-09	4,80E-09	1,16E+00
3	4,71E-09	3,97E-09	1,19E+00
4	3,91E-09	3,22E-09	1,22E+00
5	3,18E-09	2,54E-09	1,25E+00
6	2,52E-09	1,95E-09	1,29E+00
7	1,95E-09	1,43E-09	1,36E+00
8	1,45E-09	9,93E-10	1,46E+00
9	1,01E-09	6,35E-10	1,59E+00
10	6,41E-10	3,57E-10	1,80E+00
11	3,53E-10	1,58E-10	2,23E+00
12	1,37E-10	3,90E-11	3,52E+00

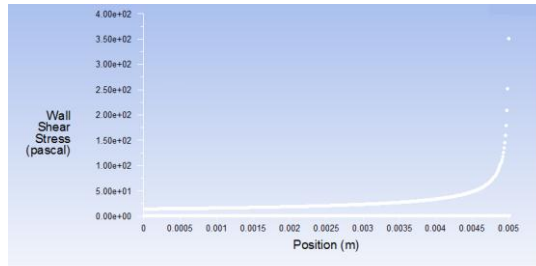
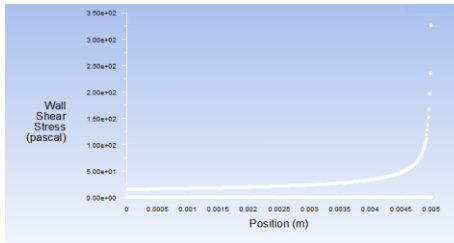
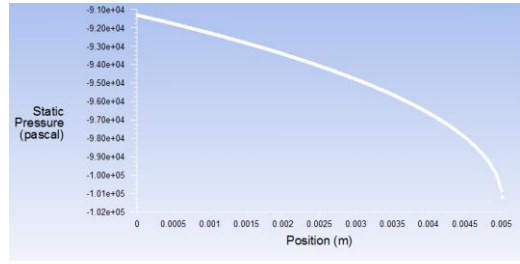
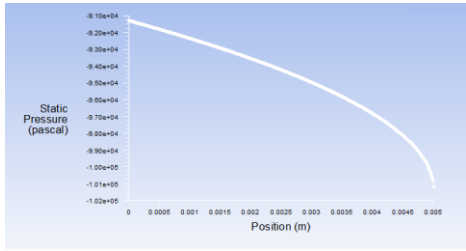
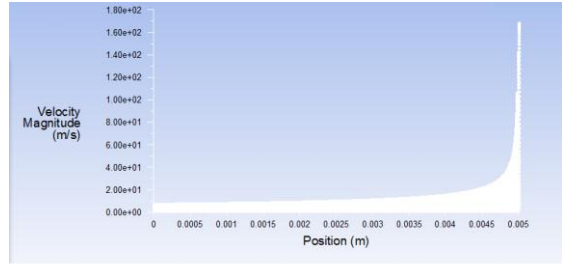
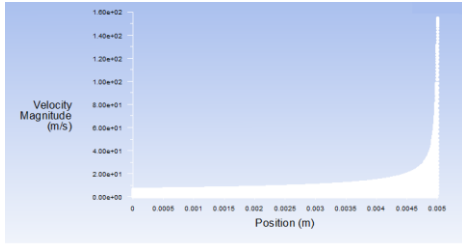
Μετά την εφαρμογή της οριακής συνθήκης ολίσθησης μέσω κινούμενων τοιχωμάτων προκύπτουν οι ακόλουθες παροχές με αποτέλεσμα οι λόγοι να διαμορφωθούν ως εξής:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΌ ΤΟ FLUENT ΜΕ $U_{gas}$ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	6,46E-09	6,50E-09	9,94E-01
2	5,57E-09	5,52E-09	1,01E+00
3	4,71E-09	4,63E-09	1,02E+00
4	3,91E-09	3,81E-09	1,03E+00
5	3,18E-09	3,07E-09	1,04E+00
6	2,52E-09	2,41E-09	1,04E+00
7	1,95E-09	1,83E-09	1,06E+00
8	1,45E-09	1,33E-09	1,09E+00
9	1,01E-09	9,06E-10	1,11E+00
10	6,41E-10	5,41E-10	1,19E+00
11	3,53E-10	2,84E-10	1,24E+00
12	1,37E-10	1,06E-10	1,30E+00

Για την περίπτωση 10 ( $P_{in}=3000Pa$  και  $P_{out}=133,32Pa$ ) παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από το fluent, για την ταχύτητα, την πίεση και τη διατμητική τάση. Αριστερά απεικονίζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν χωρίς τη συνθήκη ολίσθησης και δεξιά τα αντίστοιχα που προέκυψαν ορίζοντας ταχύτητα ολίσθησης στα τοιχώματα.







Z) αγωγός βάθους 29,63 μm – ροή αργού

Σχεδιάστηκε αγωγός διαστάσεων 29,63x285x5000μm και προσομοιώθηκε η ροή αργού. ( $\mu=2,242 \cdot 10^{-5}$  Pa s)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ (Pa)	ΠΙΕΣΗ ΕΞΟΔΟΥ (Pa)	ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ (Pa)
1	12000	133,32	6066,66
2	11000	133,32	5566,66
3	10000	133,32	5066,66
4	9000	133,32	4566,66
5	8000	133,32	4066,66
6	7000	133,32	3566,66
7	6000	133,32	3066,66
8	5000	133,32	2566,66
9	4000	133,32	2066,66
10	3000	133,32	1566,66
11	2000	133,32	1066,66
12	1000	133,32	566,66

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε στο Α) προκύπτουν τα ακόλουθα δεδομένα:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\delta$	$K\eta$	ΜΕΣΗ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Pa)
1	45,957679497	0,019278606	35,29790
2	42,169954497	0,021010219	32,36370
3	38,382229497	0,023083599	29,41930
4	34,594504497	0,025611004	26,46530
5	30,806779497	0,028759903	23,50220
6	27,019054497	0,032791673	20,53110
7	23,231329497	0,038138153	17,55280
8	19,443604497	0,045567683	14,56850
9	15,655879497	0,056592158	11,57920
10	11,868154497	0,074653561	8,58625
11	8,080429497	0,109647637	5,5912
12	4,292704497	0,20639669	2,59575

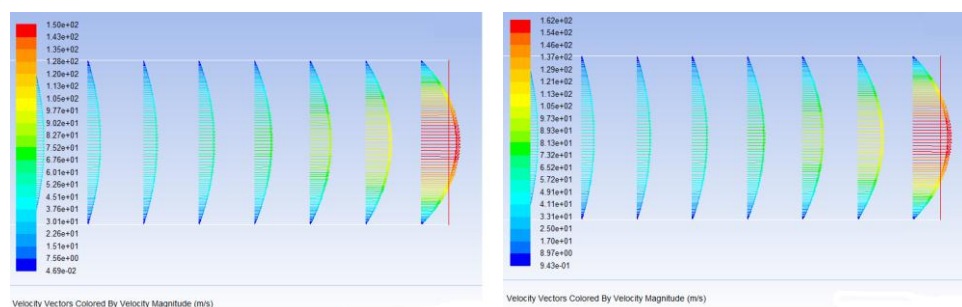
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	θu/θγ	λ	u <sub>gas</sub> (m/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)
1	1574393,3988	5,78E-07	0,91056	6,60E-09
2	1443519,1793	6,30E-07	0,90986	5,53E-09
3	1312190,0089	6,93E-07	0,90870	4,57E-09
4	1180432,6494	7,68E-07	0,90696	3,71E-09
5	1048269,4023	8,63E-07	0,90444	2,92E-09
6	915749,3310	9,84E-07	0,90087	2,24E-09
7	782908,1178	1,14E-06	0,89576	1,65E-09
8	649799,2864	1,37E-06	0,88830	1,14E-09
9	516467,4398	1,70E-06	0,87684	7,32E-10
10	382972,7921	2,24E-06	0,85771	4,11E-10
11	249384,4781	3,29E-06	0,82033	1,82E-10
12	115778,3229	6,19E-06	0,71689	4,49E-11

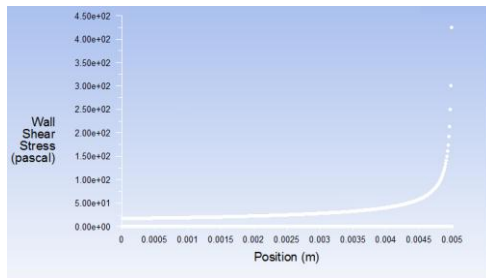
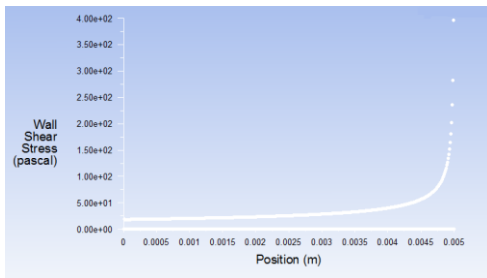
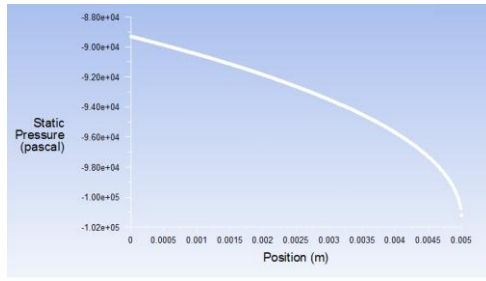
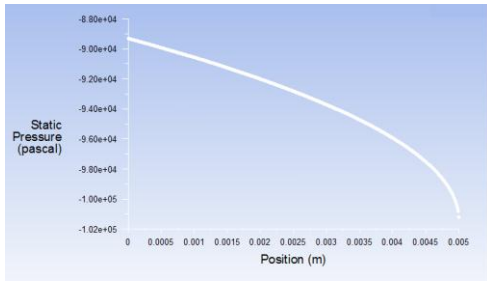
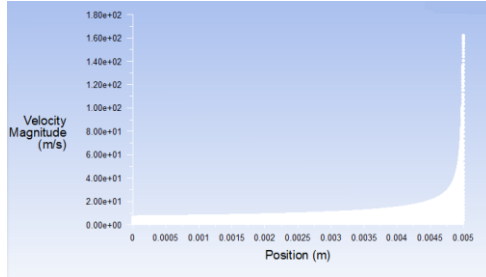
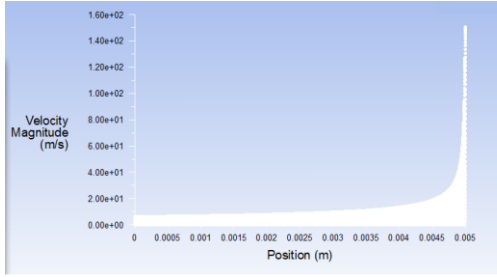
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΟ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	8,19E-09	6,60E-09	1,24E+00
2	7,05E-09	5,53E-09	1,27E+00
3	5,94E-09	4,57E-09	1,30E+00
4	4,90E-09	3,71E-09	1,32E+00
5	3,96E-09	2,92E-09	1,35E+00
6	3,11E-09	2,24E-09	1,39E+00
7	2,36E-09	1,65E-09	1,43E+00
8	1,74E-09	1,14E-09	1,52E+00
9	1,20E-09	7,32E-10	1,64E+00
10	7,19E-10	4,11E-10	1,75E+00
11	4,34E-10	1,82E-10	2,38E+00
12	1,60E-10	4,49E-11	3,56E+00

Μετά την εφαρμογή της οριακής συνθήκης ολίσθησης μέσω κινούμενων τοιχωμάτων προκύπτουν οι ακόλουθες παροχές με αποτέλεσμα οι λόγοι να διαμορφωθούν ως εξής:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT ΜΕ $U_{gas}$ (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΌ ΤΟ FLUENT ΜΕ $U_{gas}$ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	8,19E-09	7,59406E-09	1,08E+00
2	7,05E-09	6,45066E-09	1,09E+00
3	5,94E-09	5,41014E-09	1,10E+00
4	4,90E-09	4,4603E-09	1,10E+00
5	3,96E-09	3,60131E-09	1,10E+00
6	3,11E-09	2,83334E-09	1,10E+00
7	2,36E-09	2,15651E-09	1,09E+00
8	1,74E-09	1,56111E-09	1,11E+00
9	1,20E-09	1,06873E-09	1,12E+00
10	7,19E-10	6,61584E-10	1,09E+00
11	4,34E-10	3,4519E-10	1,26E+00
12	1,60E-10	1,2025E-10	1,33E+00

Για την περίπτωση 12 ( $P_{in}=1000Pa$  και  $P_{out}=133,32Pa$ ) παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από το fluent, για την ταχύτητα, την πίεση και τη διατμητική τάση. Αριστερά απεικονίζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν χωρίς τη συνθήκη ολίσθησης και δεξιά τα αντίστοιχα που προέκυψαν ορίζοντας ταχύτητα ολίσθησης στα τοιχώματα.





H) αγωγός βάθους 29,63 μm – ροή ηλίου

Σχεδιάστηκε αγωγός διαστάσεων 29,63x282,55x5000μm και προσομοιώθηκε η ροή ηλίου. ( $\mu=1,99 \cdot 10^{-5}$  Pa s)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ (Pa)	ΠΙΕΣΗ ΕΞΟΔΟΥ (Pa)	ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ (Pa)
1	12000	133,32	6066,66
2	11000	133,32	5566,66
3	10000	133,32	5066,66
4	9000	133,32	4566,66
5	8000	133,32	4066,66
6	7000	133,32	3566,66
7	6000	133,32	3066,66
8	5000	133,32	2566,66
9	4000	133,32	2066,66
10	3000	133,32	1566,66
11	2000	133,32	1066,66
12	1000	133,32	566,66

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε στο Α) προκύπτουν τα ακόλουθα δεδομένα:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	$\delta$	$K_n$	ΜΕΣΗ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Pa)
1	16,384415661	0,054075777	35,53960
2	15,034050249	0,058932888	32,54970
3	13,683684837	0,064748641	29,55820
4	12,333319425	0,071837919	26,56540
5	10,982954013	0,080670464	23,57130
6	9,632588601	0,091979429	20,57620
7	8,282223189	0,106976108	17,58020
8	6,931857777	0,127815663	14,58340
9	5,581492365	0,158738907	11,58620
10	4,231126953	0,209400476	8,58877
11	2,880761541	0,307557563	5,59176
12	1,530396129	0,578935077	2,59578

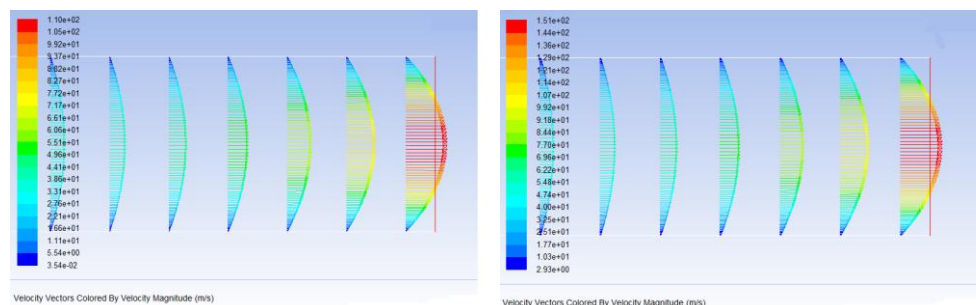
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	θu/θy	λ	ug <sub>gas</sub> (m/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)
1	1785909,5477	1,62E-06	2,89723	7,38E-10
2	1635663,3166	1,77E-06	2,89183	6,20E-10
3	1485336,6834	1,94E-06	2,88521	5,13E-10
4	1334944,7236	2,16E-06	2,87699	4,15E-10
5	1184487,4372	2,42E-06	2,86659	3,28E-10
6	1033979,8995	2,76E-06	2,85315	2,51E-10
7	883427,1357	3,21E-06	2,83517	1,84E-10
8	732834,1709	3,83E-06	2,81003	1,28E-10
9	582221,1055	4,76E-06	2,77263	8,19E-11
10	431596,4824	6,28E-06	2,71130	4,60E-11
11	280992,9648	9,23E-06	2,59265	2,04E-11
12	130441,2060	1,74E-05	2,26551	5,03E-12

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT (kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΟ FLUENT ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	1,25843E-09	7,38335E-10	1,70E+00
2	1,1096E-09	6,20392E-10	1,79E+00
3	9,65117E-10	5,12699E-10	1,88E+00
4	8,26809E-10	4,15256E-10	1,99E+00
5	6,93527E-10	3,28069E-10	2,11E+00
6	5,69525E-10	2,51136E-10	2,27E+00
7	4,57814E-10	1,84461E-10	2,48E+00
8	3,54765E-10	1,28047E-10	2,77E+00
9	2,63471E-10	8,18985E-11	3,22E+00
10	1,79923E-10	4,60166E-11	3,91E+00
11	1,07852E-10	2,03964E-11	5,29E+00
12	4,48435E-11	5,02988E-12	8,92E+00

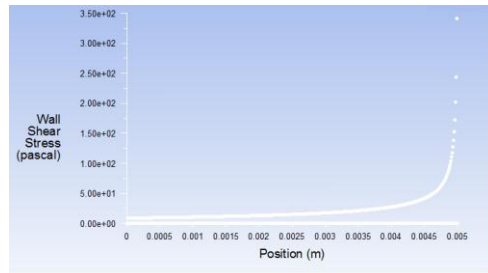
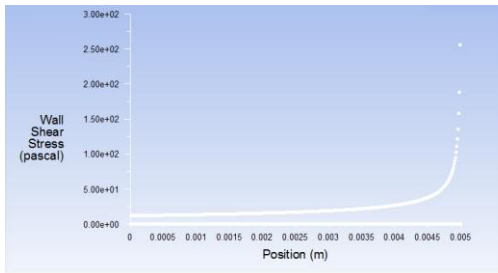
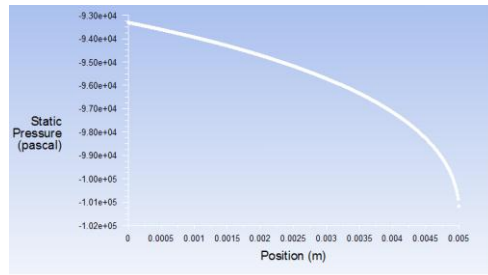
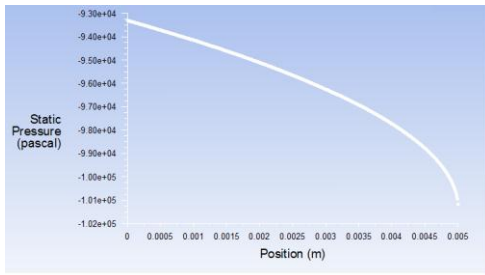
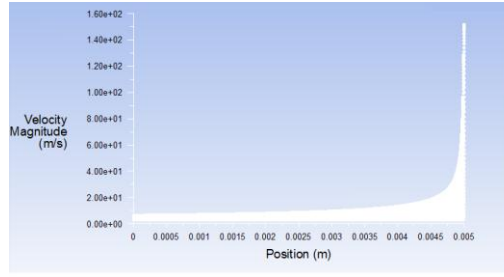
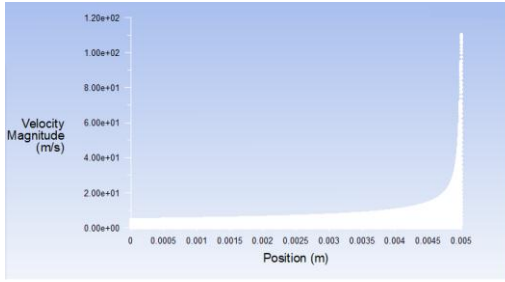
Μετά την εφαρμογή της οριακής συνθήκης ολίσθησης μέσω κινούμενων τοιχωμάτων προκύπτουν οι ακόλουθες παροχές με αποτέλεσμα οι λόγοι να διαμορφωθούν ως εξής:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ (kg/sec)	ΠΑΡΟΧΗ ΜΑΖΑΣ FLUENT ΜΕ U gas(kg/sec)	ΛΟΓΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ / ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗΣ ΑΠΟ ΤΟ FLUENT ΜΕ Ugas ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ
1	1,25843E-09	1,06864E-09	1,18E+00
2	1,1096E-09	9,24388E-10	1,20E+00
3	9,65117E-10	7,90357E-10	1,22E+00
4	8,26809E-10	6,66548E-10	1,24E+00
5	6,93527E-10	5,52956E-10	1,25E+00
6	5,69525E-10	4,49571E-10	1,27E+00
7	4,57814E-10	3,56376E-10	1,28E+00
8	3,54765E-10	2,73322E-10	1,30E+00
9	2,63471E-10	1,95955E-10	1,34E+00
10	1,79923E-10	1,33977E-10	1,34E+00
11	1,07852E-10	8,17368E-11	1,32E+00
12	4,48435E-11	3,83489E-11	1,17E+00

Για την περίπτωση 5 ( $P_{in}=8000\text{Pa}$  και  $P_{out}=133,32\text{Pa}$ ) παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από το fluent, για την ταχύτητα, την πίεση και τη διατμητική τάση. Αριστερά απεικονίζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν χωρίς τη συνθήκη ολίσθησης και δεξιά τα αντίστοιχα που προέκυψαν ορίζοντας ταχύτητα ολίσθησης στα τοιχώματα.

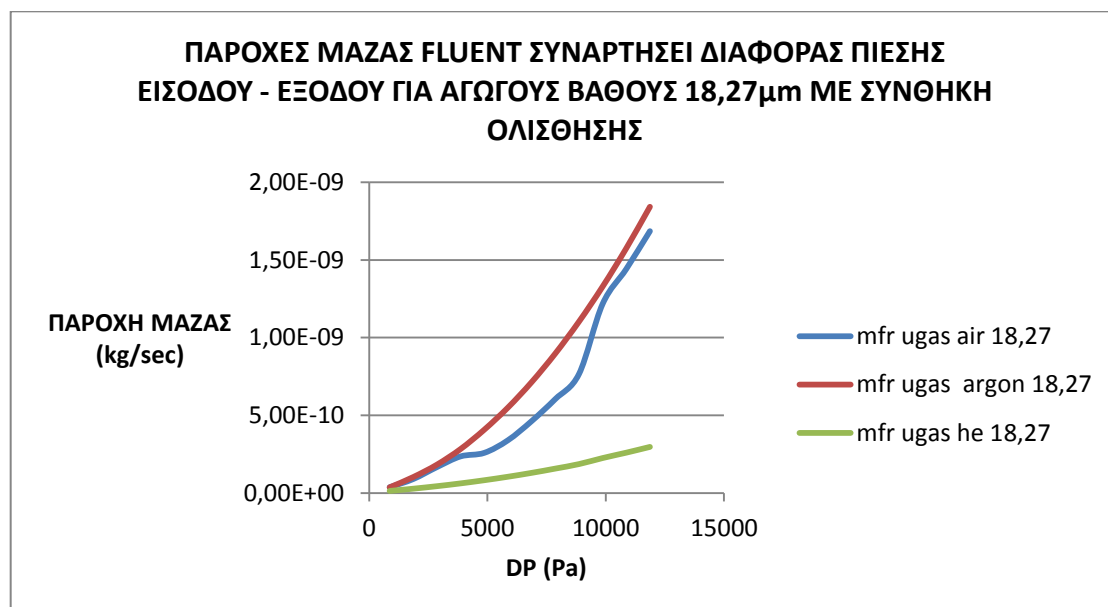
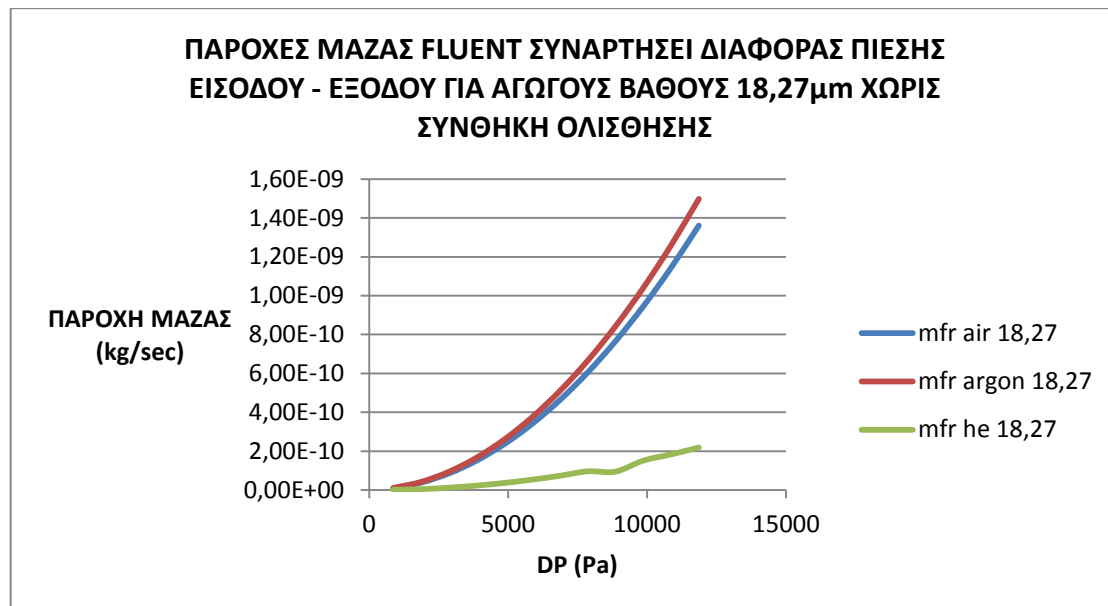




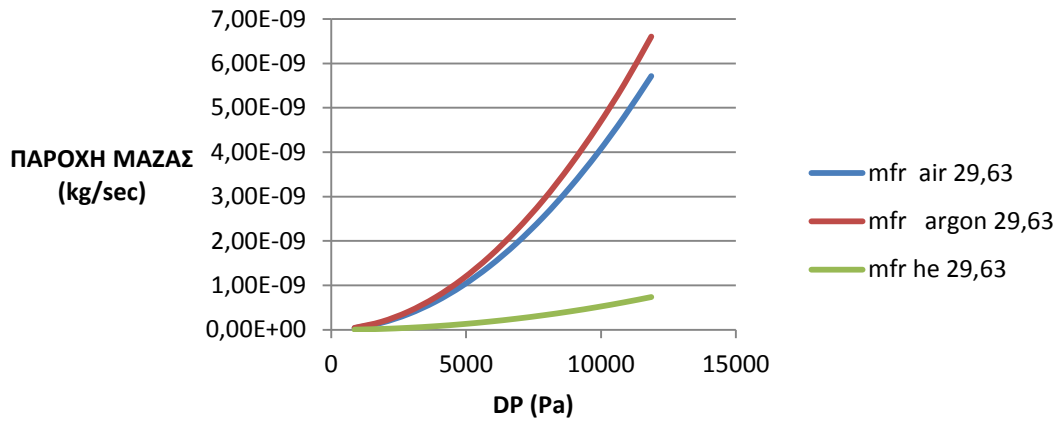


B2.

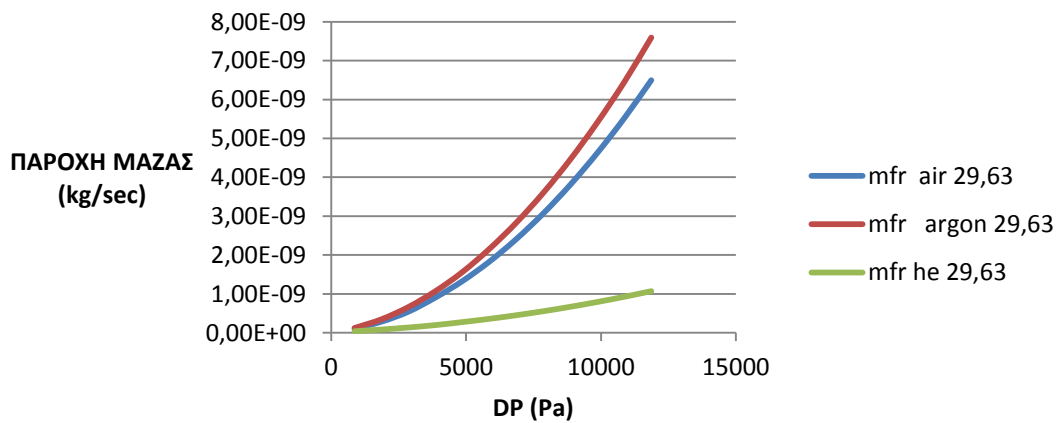
Με βάση τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στο B1 προκύπτουν οι ακόλουθες γραφικές παραστάσεις.



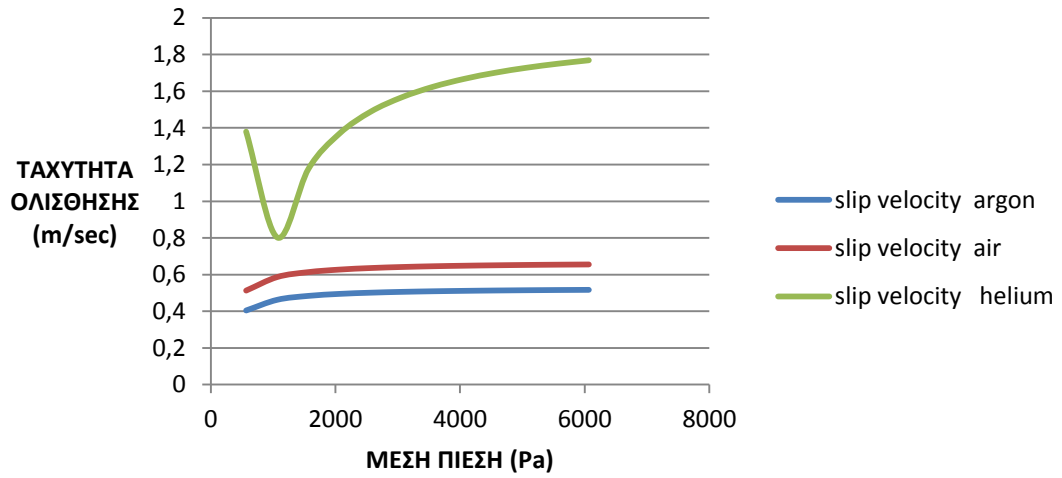
**ΠΑΡΟΧΕΣ ΜΑΖΑΣ FLUENT ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΠΙΕΣΗΣ  
ΕΙΣΟΔΟΥ - ΕΞΟΔΟΥ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟΥΣ ΒΑΘΟΥΣ 29,63μm ΧΩΡΙΣ  
ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**



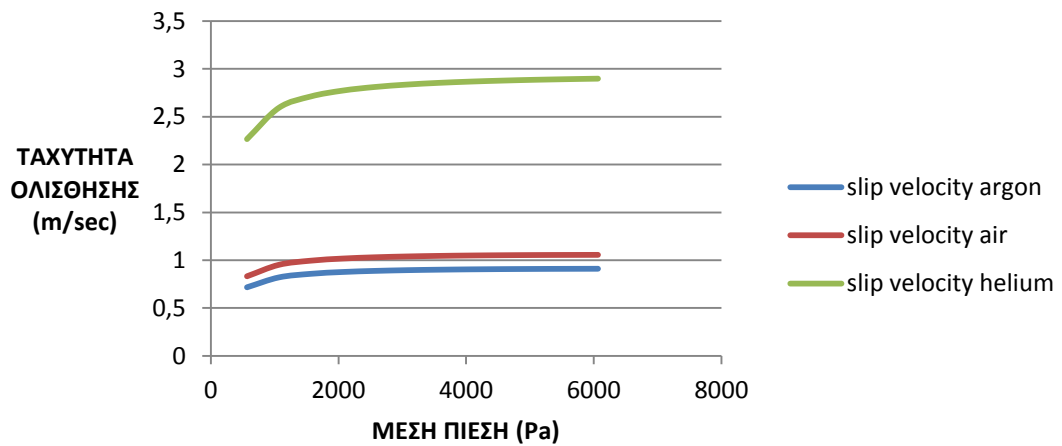
**ΠΑΡΟΧΕΣ ΜΑΖΑΣ FLUENT ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΠΙΕΣΗΣ  
ΕΙΣΟΔΟΥ - ΕΞΟΔΟΥ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟΥΣ ΒΑΘΟΥΣ 29,63μm ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ  
ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**



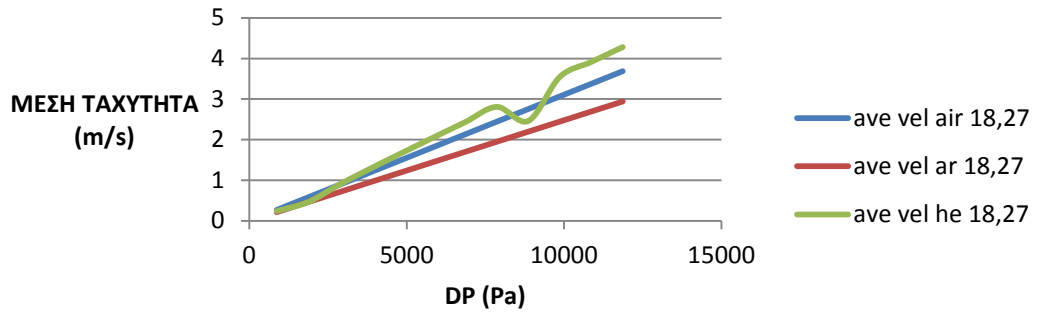
**ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΑ 3 ΑΕΡΙΑ ΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ ΒΑΘΟΥΣ 18,27 $\mu$ m**



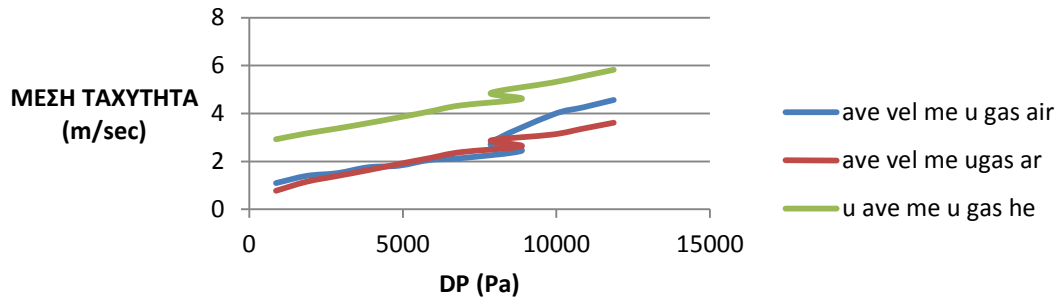
**ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΑ 3 ΑΕΡΙΑ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΒΑΘΟΥΣ 29,63 $\mu$ m**

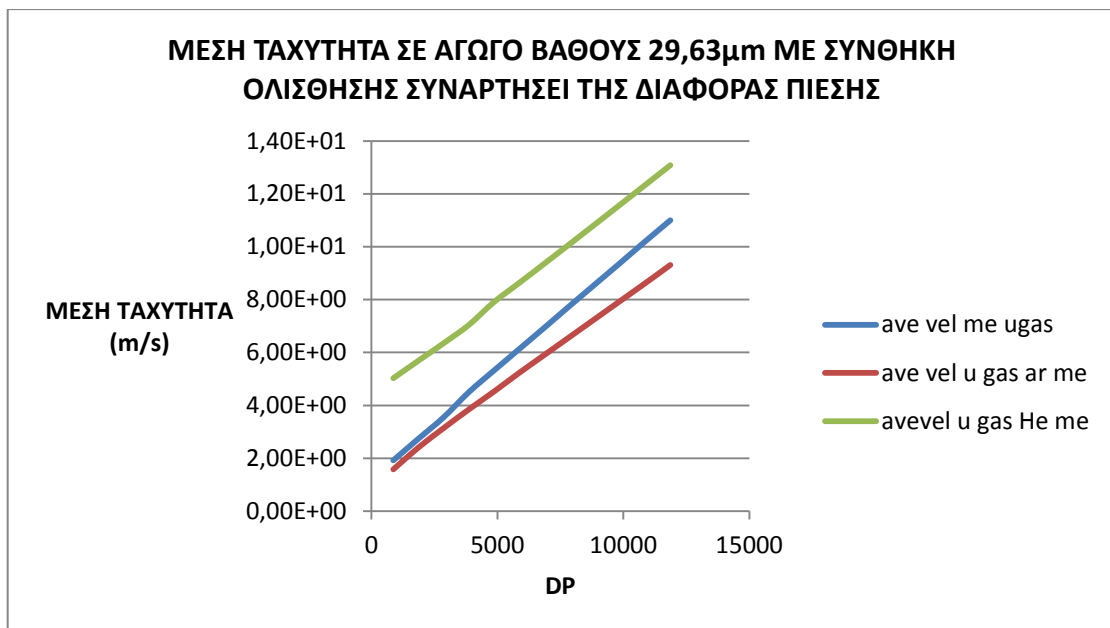


**ΜΕΣΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 18,27 $\mu$ m  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΠΙΕΣΗΣ**

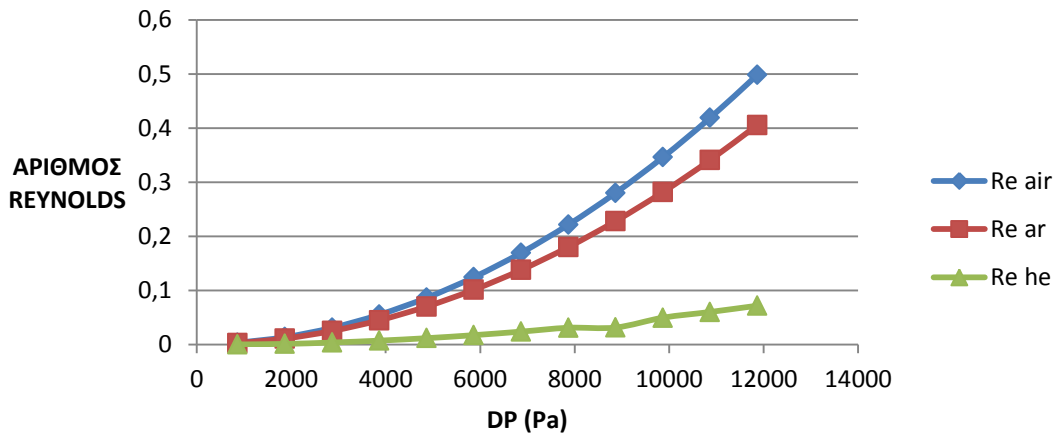


**ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟ 18,27 $\mu$ m ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΠΙΕΣΗΣ**

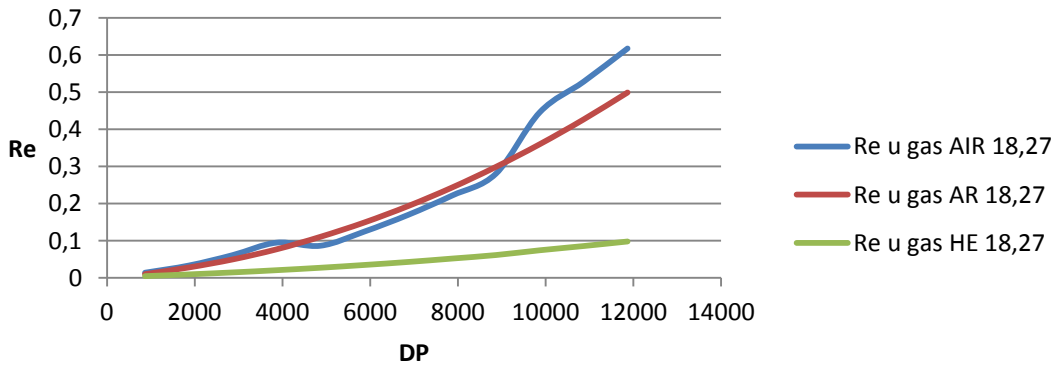




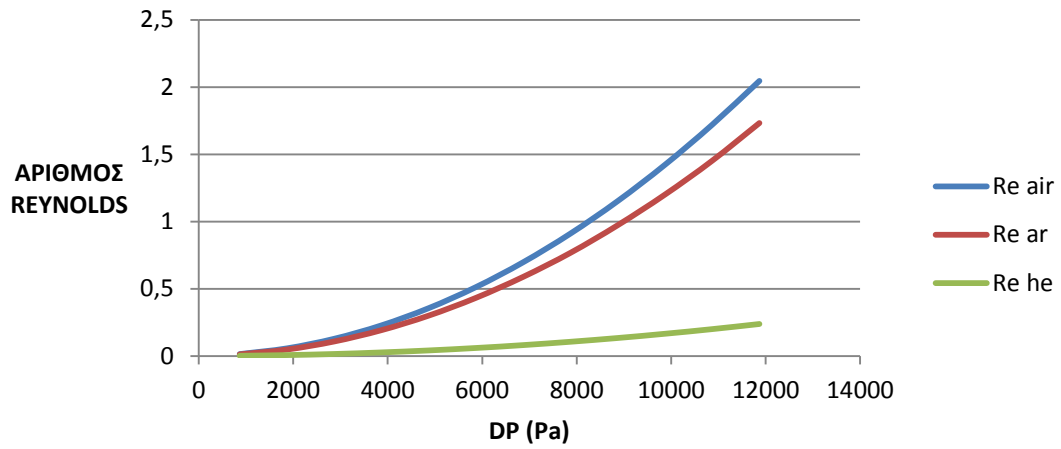
**Ο ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΠΙΕΣΗΣ  
ΕΙΣΟΔΟΥ - ΕΞΟΔΟΥ ΓΙΑ ΤΑ 3 ΑΕΡΙΑ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΒΑΘΟΥΣ 18,27  $\mu\text{m}$**



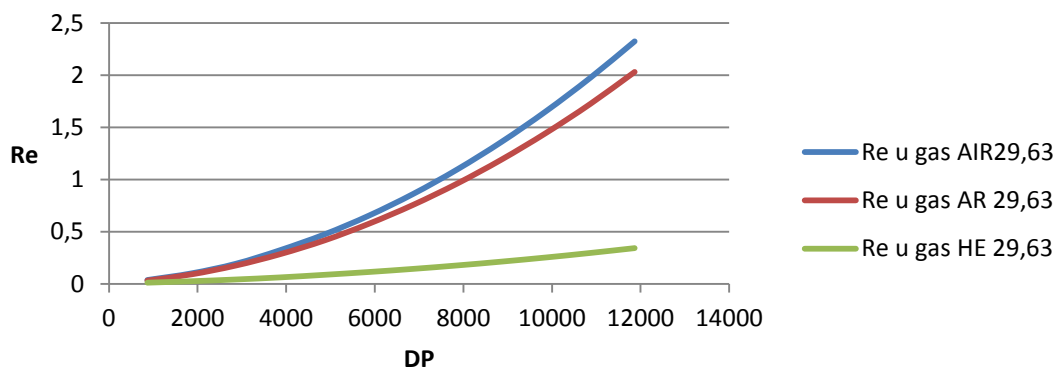
**ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS ΣΕ ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 18,27 $\mu\text{m}$  ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ  
ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΠΙΕΣΗΣ ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**



**Ο ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΠΙΕΣΗΣ  
ΕΙΣΟΔΟΥ - ΕΞΟΔΟΥ ΓΙΑ ΤΑ 3 ΑΕΡΙΑ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΒΑΘΟΥΣ 29,63μm**

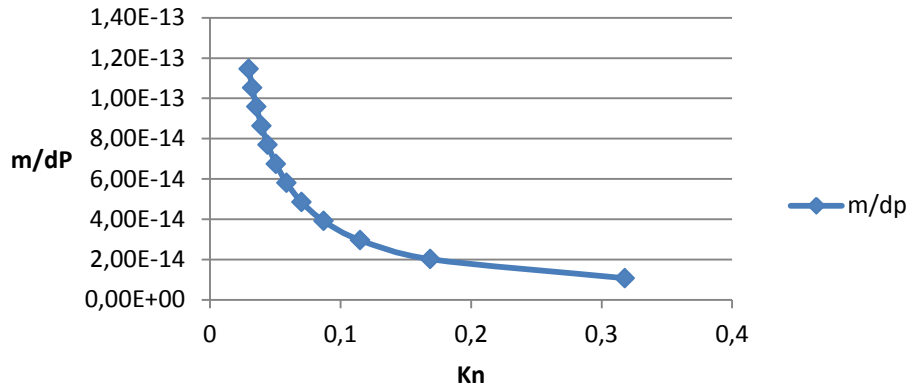


**ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS ΣΕ ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 29,63μm ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ  
ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΠΙΕΣΗΣ ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**

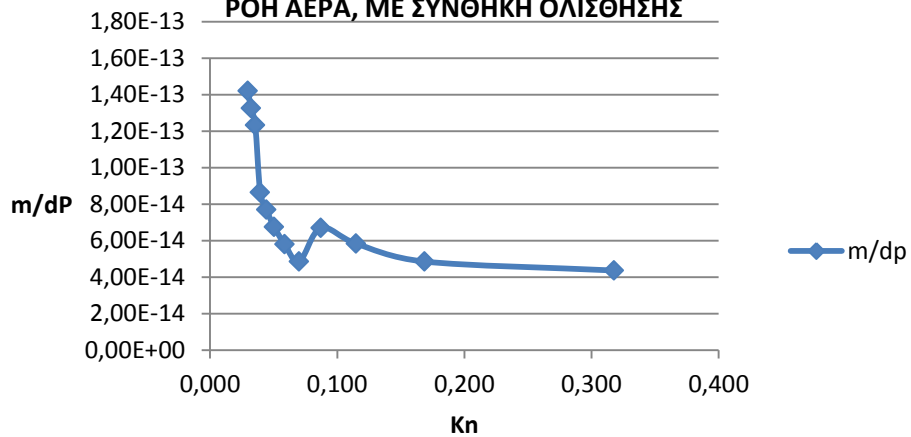




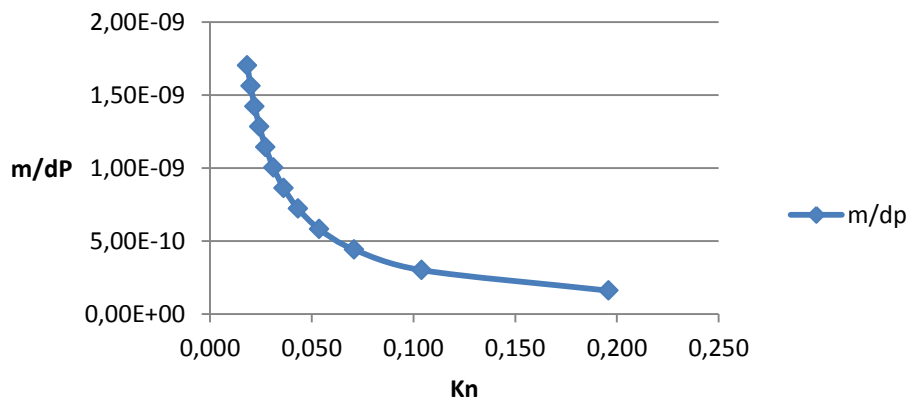
**ΛΟΓΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΠΡΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΙ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΝΥΔΣΕΝ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟ 18,27  $\mu\text{m}$   
ΚΑΙ ΡΟΗ ΑΕΡΑ**



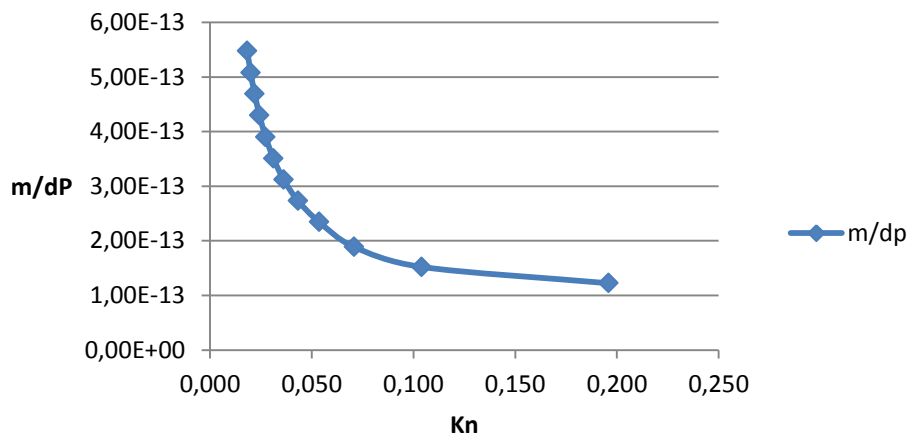
**ΛΟΓΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΠΡΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΙ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΝΥΔΣΕΝ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 18,27,  
ΡΟΗ ΑΕΡΑ, ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**

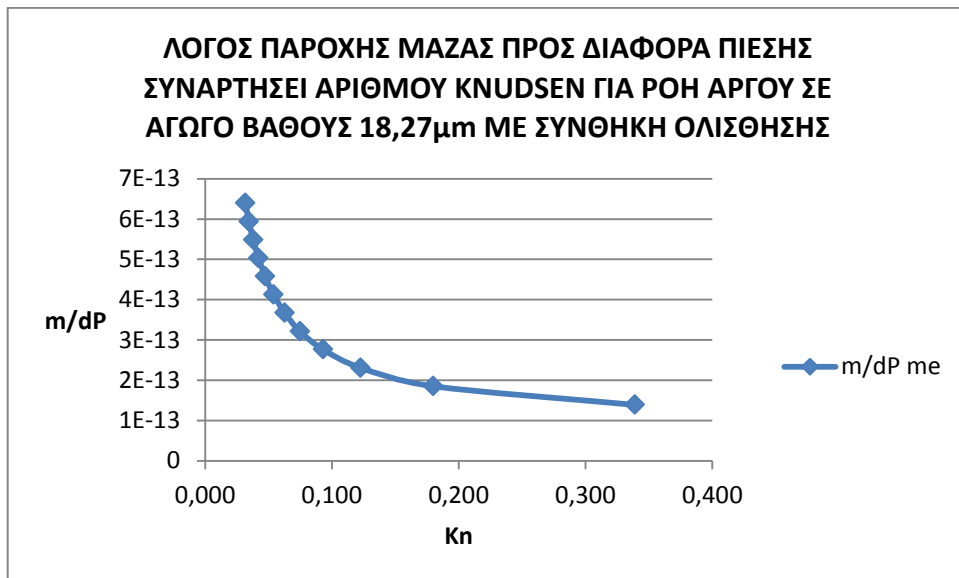
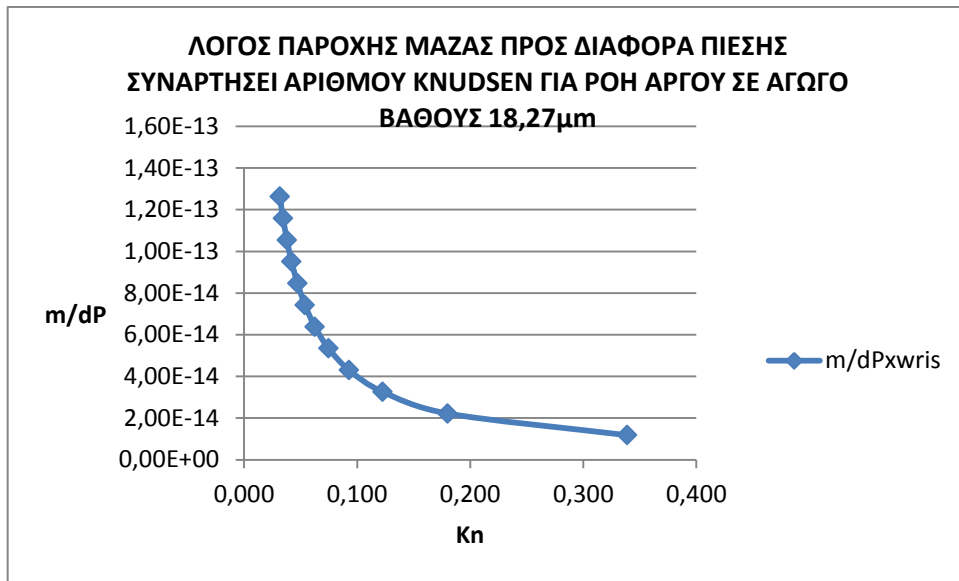


**ΛΟΓΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΠΡΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΝΟΥΣΕΝ ΓΙΑ ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 30 $\mu$ m  
ΓΙΑ ΡΟΗ ΑΕΡΑ**

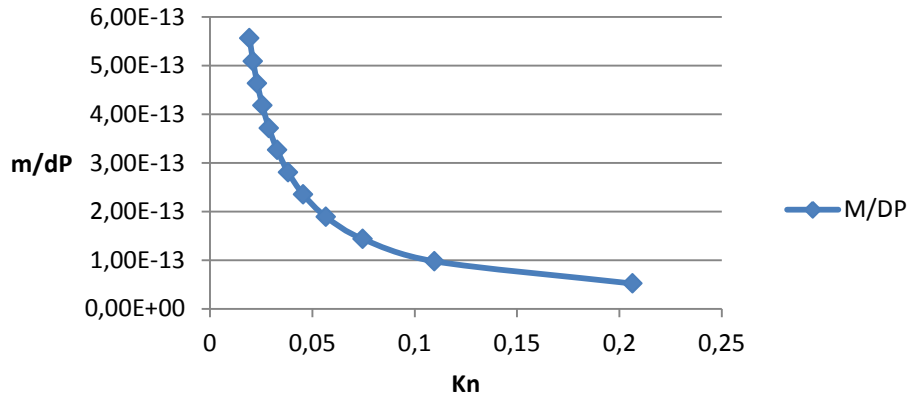


**ΛΟΓΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΠΡΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ ΓΙΑ ΡΟΗ  
ΑΕΡΑ ΣΕ ΑΓΩΓΟ 30 $\mu$ m ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**

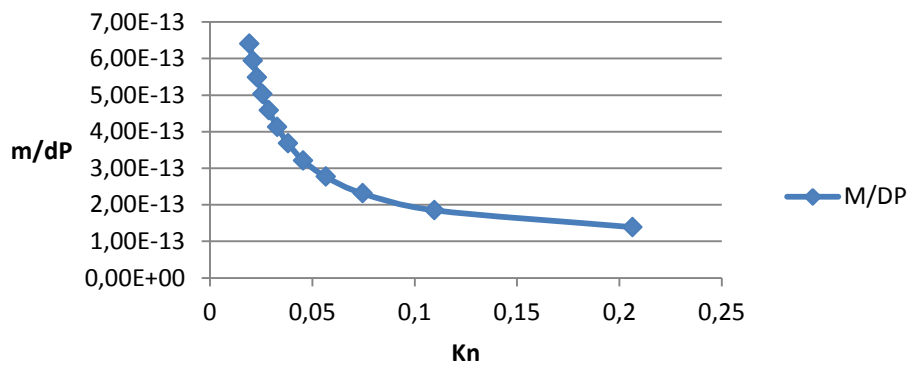




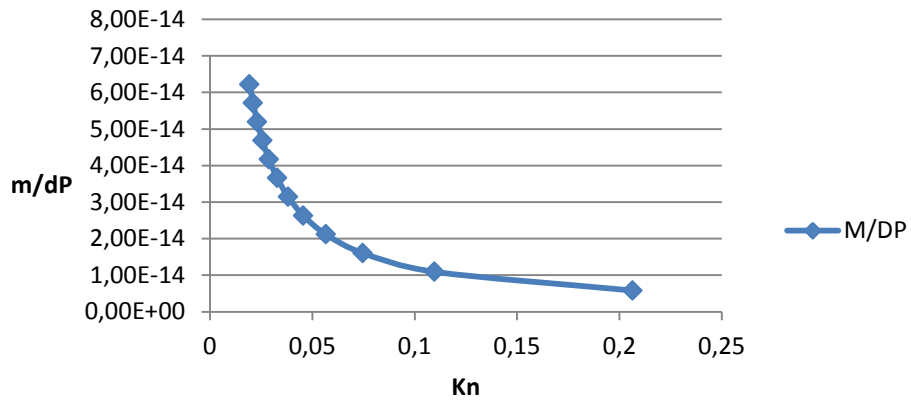
**ΛΟΓΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΠΡΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΝΟΥΣΕΝ ΓΙΑ ΡΟΗ ΑΡΓΟΥ ΣΕ  
ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 29,63μm**



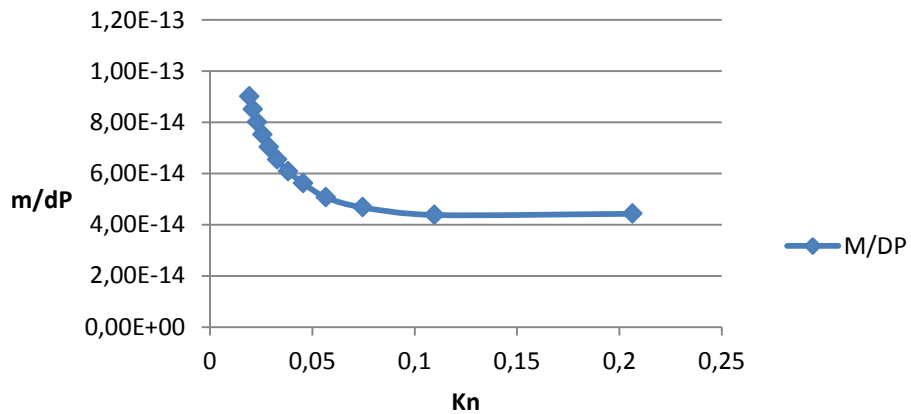
**ΛΟΓΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΠΡΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΝΟΥΣΕΝ ΓΙΑ ΡΟΗ ΑΡΓΟΥ ΣΕ  
ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 29,63μm ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**



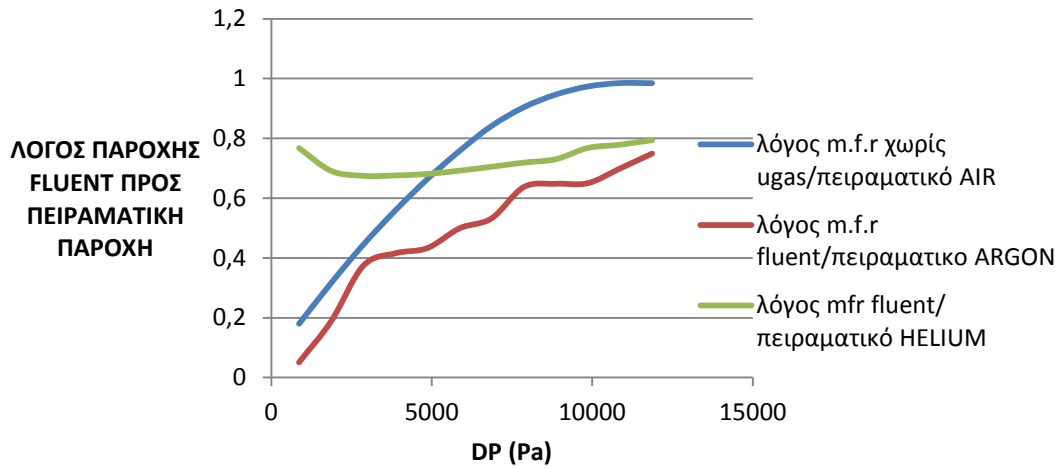
**ΛΟΓΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΠΡΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΝΟΥΣΕΝ ΓΙΑ ΡΟΗ ΗΛΙΟΥ ΣΕ  
ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 29,63**



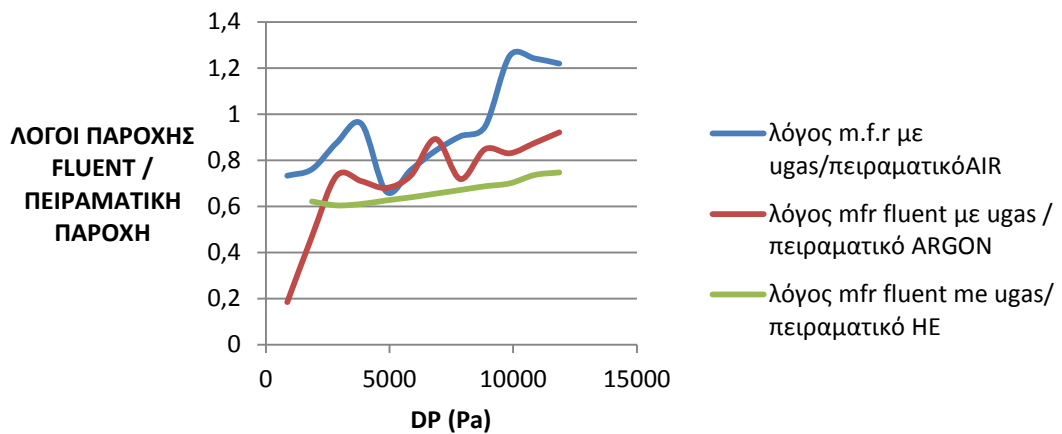
**ΛΟΓΟΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΑΖΑΣ ΠΡΟΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ  
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΝΟΥΣΕΝ ΓΙΑ ΡΟΗ ΗΛΙΟΥ ΣΕ  
ΑΓΩΓΟ ΒΑΘΟΥΣ 29,63 ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**



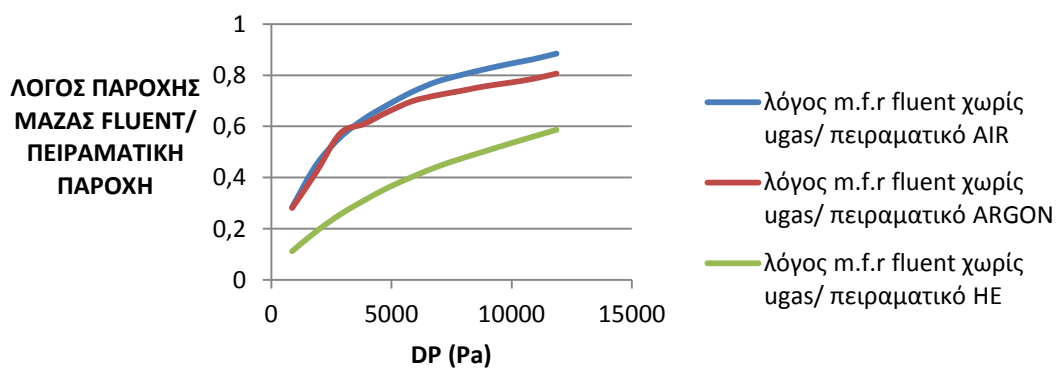
**ΓΙΑ ΑΓΩΓΟΥΣ ΒΑΘΟΥΣ 18,27 $\mu$ m ΧΩΡΙΣ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**

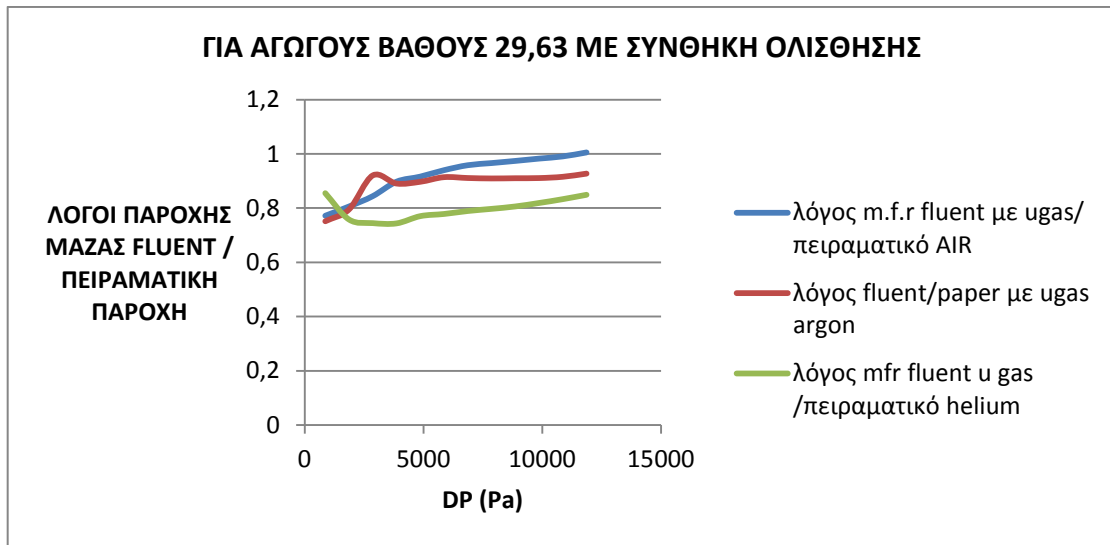


**ΓΙΑ ΑΓΩΓΟΥΣ 18,27 $\mu$ m ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**



**ΓΙΑ ΑΓΩΓΟΥΣ ΒΑΘΟΥΣ 29,63 $\mu$ m ΧΩΡΙΣ ΣΥΝΘΗΚΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ**





#### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τα παραπάνω αποτελέσματα γίνεται αντιληπτό ότι η προσθήκη συνθήκης ολίσθησης μειώνει τις αποκλίσεις μεταξύ αποτελεσμάτων fluent και πειραματικών δεδομένων.

Οι αποκλίσεις αυτές είναι μικρότερες, για χαμηλότερες τιμές αριθμού Knudsen.

Παρατηρείται ότι οι τιμές παροχής μάζας του ηλίου είναι χαμηλότερες σε σχέση με των άλλων αερίων, λόγω της χαμηλότερης πυκνότητας του ηλίου.

Ο αριθμός Re υπολογίστηκε θεωρώντας χαρακτηριστικό μήκος την υδραυλική διάμετρο των αγωγών. Η μέγιστη τιμή του για αγωγούς βάθους 18,27μm ήταν περίπου 0,7, ενώ για αγωγούς βάθους 29,63 μm ήταν περίπου 2,5.

Από τα διαγράμματα του fluent φαίνεται ότι η κατανομή της πίεσης είναι μη γραμμική με αρνητική καμπυλότητα και η μη γραμμικότητα οφείλεται στην αλλαγή της πυκνότητας του αερίου κατά μήκος του αγωγού μεγάλου μήκους.

Οι υψηλότερες τιμές ταχύτητας ολίσθησης παρατηρήθηκαν στη ροή ηλίου.

Όπως φαίνεται από τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας του ρευστού κατά μήκος των αγωγών, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται σημαντικά στην έξοδο του αγωγού.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### ΑΡΓΟ

Το χημικό στοιχείο Αργό είναι ένα άχρωμο ευγενές αέριο με ατομικό αριθμό 18 και ατομικό βάρος 39,948 . Έχει θερμοκρασία τήξης  $-189,3\text{ C}^\circ$  και θερμοκρασία βρασμού  $-186\text{ C}^\circ$ . Το σύμβολό του είναι Ar.

Το αργό περιέχεται, σε μικρές αναλογίες, στον ατμοσφαιρικό αέρα. Χρησιμοποιείται ευρύτατα σε λαμπτήρες φωτισμού. Ως στοιχείο ανακαλύφθηκε το 1894 από τον Άγγλο φυσικό Τζον Ουίλιαμ Στρατ, γνωστό και ως Λόρδο Ρέιλυ. Το Αργό ήταν το δεύτερο ευγενές αέριο που ανακαλύφθηκε μετά το Ήλιο.

General properties	
Name, symbol, number	argon, Ar, 18
Element category	noble gases
Group, period, block	18, 3, p
Standard atomic weight	39.948(1)
Electron configuration	[Ne] 3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup>
Electrons per shell	2, 8, 8

(en.wikipedia.org)



Physical properties	
Phase	gas
Density	(0 °C, 101.325 kPa) 1.784 g/L
Liquid density at b.p.	1.40 g·cm <sup>-3</sup>
Melting point	83.80 K, -189.35 °C, -308.83 °F
Boiling point	87.30 K, -185.85 °C, -302.53 °F
Triple point	83.8058 K (-189°C), 69 kPa
Critical point	150.87 K, 4.898 MPa
Heat of fusion	1.18 kJ·mol <sup>-1</sup>
Heat of vaporization	6.43 kJ·mol <sup>-1</sup>
Molar heat capacity	5R/2 = 20.786 J·mol <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
Vapor pressure	
P (Pa)	1    10    100    1 k    10 k    100 k
at T (K)	47    53    61    71    87

(en.wikipedia.org)

## ΗΛΙΟ

Το ήλιο είναι το χημικό στοιχείο με ατομικό αριθμό 2 και ατομική μάζα 4,002602 amu. Αντιπροσωπεύεται από το σύμβολο He. Είναι άχρωμο, άοσμο, άγευστο, μη τοξικό, ιδανικό, μονοατομικό αέριο, που είναι επικεφαλής (πρώτο) των ευγενών αερίων του Περιοδικού Συστήματος των Χημικών στοιχείων. Το σημείο ζέσεως και το σημείο τήξης του είναι τα χαμηλότερα που υπάρχουν ανάμεσα σε όλες τις χημικές ουσίες. Ουσιαστικά παραμένει αέριο εκτός αν είναι κάτω από εξαιρετικές συνθήκες. Είναι το δεύτερο (2ο), μετά το υδρογόνο, πιο άφθονο χημικό στοιχείο στο σύμπαν και υπολογίστηκε ότι αποτελεί το 24% της στοιχειακής μάζας του Γαλαξία μας. Η μάζα του αντιστοιχεί στο 12πλάσιο της συνολικής μάζας όλων των βαρύτερων από το ήλιο στοιχείων (μαζί).

General properties	
Name, symbol, number	helium, He, 2
Element category	noble gases
Group, period, block	18, 1, s
Standard atomic weight	4.002602(2)
Electron configuration	1s <sup>2</sup>
Electrons per shell	2 (Image)

Physical properties	
Phase	gas
Density	(0 °C, 101.325 kPa) 0.1786 g/L
Liquid density at m.p.	0.145 g·cm <sup>-3</sup>
Melting point	(at 2.5 MPa) 0.95 K, -272.20 °C, -457.96 °F
Boiling point	4.22 K, -268.93 °C, -452.07 °F
Critical point	5.19 K, 0.227 MPa
Heat of fusion	0.0138 kJ·mol <sup>-1</sup>
Heat of vaporization	0.0829 kJ·mol <sup>-1</sup>
Molar heat capacity	5R/2 = 20.786 J·mol <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
<b>Vapor pressure (defined by ITS-90)</b>	
P (Pa)	1   10   100   1 k   10 k   100 k
at T (K)	1.23   1.67   2.48   4.21

## ΑΕΡΑΣ

Temperature - $t$ - ( $^{\circ}\text{C}$ )	Density - $\rho$ - ( $\text{kg/m}^3$ )	Specific heat capacity - $c_p$ - ( $\text{kJ/kg.K}$ )	Thermal conductivity - $\lambda$ - ( $\text{W/m.K}$ )	Kinematic viscosity - $\nu$ - $\times 10^{-6}$ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	Expansion coefficient - $\beta$ - $\times 10^{-3}$ ( $1/\text{K}$ )	Prandtl's number - $Pr$ -
-150	2.793	1.026	0.0116	3.08	8.21	0.76
-100	1.980	1.009	0.0160	5.95	5.82	0.74
-50	1.534	1.005	0.0204	9.55	4.51	0.725
0	1.293	1.005	0.0243	13.30	3.67	0.715
20	1.205	1.005	0.0257	15.11	3.43	0.713
40	1.127	1.005	0.0271	16.97	3.20	0.711
60	1.067	1.009	0.0285	18.90	3.00	0.709
80	1.000	1.009	0.0299	20.94	2.83	0.708
100	0.946	1.009	0.0314	23.06	2.68	0.703
120	0.898	1.013	0.0328	25.23	2.55	0.70
140	0.854	1.013	0.0343	27.55	2.43	0.695
160	0.815	1.017	0.0358	29.85	2.32	0.69
180	0.779	1.022	0.0372	32.29	2.21	0.69
200	0.746	1.026	0.0386	34.63	2.11	0.685
250	0.675	1.034	0.0421	41.17	1.91	0.68
300	0.616	1.047	0.0454	47.85	1.75	0.68
350	0.566	1.055	0.0485	55.05	1.61	0.68
400	0.524	1.068	0.0515	62.53	1.49	0.68

## Βιβλιογραφία

Σωκράτης Τσαγγάρης, "Μηχανική των Ρευστών", Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2005

A. Kaparianos , D. Misdanitis , D. Mathioulakis , D. Valougeorgis, "Gas flow in micro channels in the slip and early transition regimes: Measurements and comparisons with kinetic theories of gases"

G. Karniadakis , A. Beskok , N. Aluru , "Microflows and nanoflows", Springer 2005

G. E. Karniadakis , A. Beskok , "A model for flows in channels, pipes, and ducts at micro and nano scales"

R.W. Barber , D.R. Emerson , X.J. Gu , "Rarefied gas dynamics in micro-devices"

R. Arkilic , M. Schmidt , K. Breuer, "Gaseous slip flow in long microchannels"

G. Morini , M. Spiga , " Slip flows in rectangular microtubes"

C. Aubert , S. Colin , "High order boundary conditions for gaseous flows in rectangular microducts"

The MEMS Handbook Mohamed Gad-el-Hak

[en.wikipedia.org](http://en.wikipedia.org)

<http://www.engineeringtoolbox.com>

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θεωρώ υποχρέωσή μου να ευχαριστήσω τον καθηγητή κύριο Μαθιουλάκη Δημήτριο για την καθοδήγηση που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Η συνεργασία μας ήταν άψογη και αποκόμισα πολλές γνώσεις και εμπειρίες, που θα αποτελούν οδηγό για την μετέπειτα επαγγελματική μου πορεία.

Ακόμη, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου απέναντι στους ανθρώπους της τεχνικής υποστήριξης του Ansys για το Κέντρο Ηλεκτρονικών Υπολογιστών του ΕΜΠ, κυρία Στεφανάτου και κύριο Heydenreich, διότι ήταν πάντα πρόθυμοι να λύσουν οποιοδήποτε πρόβλημα προέκυπτε σε σχέση με τη χρήση του προγράμματος.

Επίσης δεν θα μπορούσα να παραλείψω να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και όλους όσους με στήριξαν σε αυτή προσπάθεια.