



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Ρευστών  
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής  
& Βελτιστοποίησης

Βελτιστοποίηση Ανεμοθώρακα Αγωνιστικής  
Μοτοσυκλέτας για Μείωση της Οπισθέλκουσας με  
χρήση της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου

Διπλωματική Εργασία

Παναγιώτης Φυκούρας

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Ιούλιος 2020, Αθήνα





Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Ρευστών  
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής  
& Βελτιστοποίησης

## Βελτιστοποίηση Ανεμοθώρακα Αγωνιστικής Μοτοσυκλέτας για Μείωση της Οπισθέλκουσας με χρήση της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου

Διπλωματική Εργασία

Παναγιώτης Φυκούρας

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2020

### Περίληψη

Η διπλωματική εργασία ασχολείται με την εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου για τη βελτιστοποίηση ανεμοθώρακα αγωνιστικής μοτοσυκλέτας· βασικός στόχος της βελτιστοποίησης είναι η μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας, ευρισκομένη σε ευθύγραμμη κίνηση και χρονικά αμετάβλητες συνθήκες. Επιμέρους στόχοι της διπλωματικής εργασίας είναι, η μελέτη της επίδραση της στροφικής κίνηση των τροχών και της εξάτμισης στα ροϊκά πεδία και στα αποτελέσματα των αεροδυναμικών συντελεστών, η διερεύνηση των διαφορών οι οποίες προκύπτουν στα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας από τη χρήση διαφορετικών σχημάτων διακριτοποίησης και η επίδραση της θέσης και του σχήματος της εξάτμισης στην αεροδυναμική απόδοση της μοτοσυκλέτας. Στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας, δημιουργήθηκε σχέδιο CAD της γεωμετρίας της μοτοσυκλέτας και του αναβάτη σε περιβάλλον σχεδίασης, το οποίο ακολουθεί τυπικές διαστάσεις και χαρακτηριστικά που εμφανίζονται σε μοτοσυκλέτες τύπου superbike. Για την αεροδυναμική ανάλυση της μοτοσυκλέτας επιλύονται οι εξισώσεις Reynolds Averaged Navier-Stokes με τη χρήση του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras. Η γένεση του πλέγματος και η επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος επιτεύχθηκε με χρήση του λογισμικού υπολογιστικής ρευστομηχανικής OpenFOAM. Στη συνέχεια, η επίλυση του συζυγούς προβλήματος καθώς και βελτιστοποίηση του fairing πραγματοποιήθηκε με χρήση κώδικα της 'Μονάδας Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης' προγραμματισμένος σε περιβάλλον OpenFOAM. Η οπτικοποίηση των ροϊκών πεδίων έγινε μέσω λογισμικού Paraview. Επιτεύχθηκε μείωση στο συντελεστή οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας της τάξης του 8% μέσω αλλαγής του fairing που προέκυψε από βελτιστοποίηση μορφής και μείωση της τάξης του 0.5% από εναλλακτικά σχέδια της εξάτμισης της μοτοσυκλέτας.



National Technical University of Athens  
School of Mechanical Engineering  
Fluids Department  
Parallel CFD & Optimization Unit

## Shape Optimization on Racing Motorcycle Fairing to Reduce Drag using the Continuous Adjoint Method

Diploma Thesis

Panagiotis Fykouras

Supervisor: Kyriakos C. Giannakoglou, Professor NTUA

Athens, 2020

### *Abstract*

The diploma thesis presents the use of the continuous adjoint method for optimizing the fairing of a racing motorcycle; the main goal of the optimization is to reduce the drag coefficient, when the motorcycle is in steady-state straight line motion. Secondary goals of the diploma thesis are, the effects of the rotational motion the wheels and the exhaust gas flow in the flow field and flow coefficient results, investigating the differences occurring in the flow field when using different discretization schemes and the effect of the shape and placement of the exhaust with regards to the aerodynamic performance of the motorcycle. In the context of the diploma thesis, a CAD model of the motorcycle and rider were designed. The shape of the motorcycle follows typical characteristics and dimensions found in superbike-type motorcycles. The equations used for aerodynamic analysis purposes are the Reynolds Averaged Navier-Stokes equations with the Spalart-Allmaras turbulence model. Mesh generation and solution of the primal problem was accomplished in the openFOAM environment. In addition, the solution of the adjoint problem is computed through software developed by the Parallel CFD & Optimization Unit, which is incorporated into the openFOAM environment. For visualization purposes of the flow field data, the software Paraview was used. Through shape optimization, an 8% reduction in the motorcycle's drag coefficient was achieved. Also, by altering the shape and placement of the exhaust, an additional 0.5% drag reduction was achieved.

## Ευχαριστίες

Καταρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω βαθύτατα τους γονείς μου, Γαβριήλ και Ειρήνη και τον αδερφό μου, Κώστα, για διαρκή υποστήριξη τους, τις θυσίες τους και την υπομονή τους. Χωρίς εκείνους δεν θα μπορούσα να βρίσκομαι σε θέση να κυνηγάω τα όνειρα μου και για αυτό το λόγο τους είμαι παντοτινά ευγνώμων.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου, κ. Κυριάκο Γιαννάκογλου, για τη διαρκή καθοδήγησή του, κατά την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας καθώς και για το χρόνο που αφιέρωσε σε διορθώσεις και συναντήσεις. Επίσης, του είμαι ευγνώμων για την ευκαιρία που μου έδωσε ώστε να ασχοληθώ με ένα θέμα που με ενδιέφερε πραγματικά πολύ.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. Ευάγγελο Παπουτσή-Κιαχαγιά για τη συνεχή υποστήριξή του, καθ' όλη τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας, καθώς, και για τις αμέτρητες ώρες που αφιέρωσε για να λύσει τις, τεχνικές και μη, απορίες μου, η συνεισφορά του ήταν καθοριστική για την υλοποίηση της διπλωματικής αυτής εργασίας.

Ευχαριστώ θερμά τους φίλους και συναδέλφους με τους οποίους μοιράστηκα τα προπτυχιακά μου χρόνια στη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω το Κέντρο Ηλεκτρονικών Υπολογιστών του ΕΜΠ για την άδεια χρήσης του λογισμικού Solidworks που μου παρείχε, λογισμικό το οποίο ήταν απαραίτητο για τη σχεδίαση της μοτοσυκλέτας.



*'Everyone knows how to build engines,  
Aerodynamics is where performance lies'*

## Ακρωνύμια

ΕΜΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΕΘΣ	Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
ΜΠΥΡ&Β	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης
ΥΡΔ	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική
ΣΔΕ	Συνήθειες Διαφορικές Εξισώσεις
ΜΔΕ	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις
ΚΗΥ	Κέντρο Ηλεκτρονικών Υπολογιστών
<hr/>	
CFD	Computational Fluid Dynamics
NTUA	National Technical University of Athens
PCopt	Parallel CFD & Optimization unit
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
CAD	Computer-Aided Design



# Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	ix
<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1 Αεροδυναμική στο Μηχανοκίνητο Αθλητισμό . . . . .	1
1.2 Αεροδυναμική στη Μαζική Παραγωγή Μοτοσυκλετών . . . . .	4
1.3 Σκοπός της Εργασίας . . . . .	5
1.4 Λογισμικό OpenFOAM . . . . .	7
<b>2 Οι Εξισώσεις Navier-Stokes</b>	<b>9</b>
2.1 Συνεχές Μέσο και Συμπιεστότητα Ρευστών . . . . .	9
2.2 Εξισώσεις Navier-Stokes Ασυμπέστου Ρευστού . . . . .	12
2.2.1 Εξίσωση Συνέχειας . . . . .	12
2.2.2 Εξίσωση Ορμής . . . . .	13
2.3 Τύρβη . . . . .	14
2.4 Εξισώσεις RANS . . . . .	15
2.5 Μοντέλα Τύρβης . . . . .	17
2.5.1 Μοντέλο Spalart-Allmaras . . . . .	17
<b>3 Βελτιστοποίηση Μορφής</b>	<b>21</b>
3.1 Διαδικασία της Βελτιστοποίησης . . . . .	21
3.2 Γεωμετρία της Μοτοσυκλέτας . . . . .	22
3.3 Δημιουργία Πλέγματος . . . . .	26
3.3.1 Υπολογιστικό Χωρίο . . . . .	26
3.3.2 Γένεση Πλέγματος . . . . .	26
3.4 Παραμετροποίηση του Ανεμοθώρακα . . . . .	31
3.4.1 Καμπύλες B-Splines . . . . .	33
3.4.2 Χωρικές B-Splines . . . . .	34
3.5 Το Πρωτεύον Πρόβλημα . . . . .	35
3.5.1 Παραδοχές του Μοντέλου . . . . .	35
3.5.2 Οριακές Συνθήκες . . . . .	36
3.5.3 Σχήματα Διακριτοποίησης . . . . .	38
3.5.4 Υπολογισμός Δυνάμεων . . . . .	39
3.5.5 Διαδικασία Επίλυσης του Πρωτεύοντος Προβλήματος . . . . .	40

3.6	Το Συζυγές Πρόβλημα . . . . .	41
3.6.1	Επαυξημένη Συνάρτηση Στόχου . . . . .	42
3.6.2	Συνάρτηση-Στόχος και Διαφόριση της . . . . .	43
3.6.3	Συζυγείς Εξισώσεις . . . . .	45
3.6.4	Συζυγείς Οριακές Συνθήκες . . . . .	48
3.6.5	Τελική Έκφραση των Παραγώγων Ευαισθησίας . . . . .	52
3.6.6	Μέθοδος Απότομης Καθόδου . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Αποτελέσματα</b>	<b>55</b>
4.1	Αποτελέσματα Πρωτεύοντος Προβλήματος . . . . .	55
4.1.1	Συντελεστής Οπισθέλκουσας Συναρτήσεως της Ταχύτητας Ροής . . . . .	61
4.1.2	Επίδραση Παραδοχών . . . . .	62
4.2	Αποτελέσματα του Συζυγούς Προβλήματος . . . . .	67
4.3	Κουτί Ελέγχου . . . . .	71
4.3.1	Παραμετροποίηση Εμπρόσθιου Τμήματος του Fairing . . . . .	74
4.3.2	Παραμετροποίηση Πλευρικού Τμήματος του Fairing . . . . .	74
4.3.3	Παραμετροποίηση του Fairing με Ενιαίο Κουτί Ελέγχου . . . . .	77
4.4	Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης Μορφής . . . . .	79
4.5	Αποτελέσματα Μελέτης Θέσης Εξάτμισης . . . . .	82
4.5.1	Γωνία Τελικού Εξάτμισης . . . . .	82
4.5.2	Μη-Συμμετρικά Σχέδια Εξάτμισης . . . . .	84
4.6	Σύνοψη Αποτελεσμάτων . . . . .	87
<b>5</b>	<b>Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα</b>	<b>91</b>
	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>97</b>

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Αεροδυναμική στο Μηχανοκίνητο Αθλητισμό

Η αεροδυναμική είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τον μηχανοκίνητο αθλητισμό. Η αεροδυναμική μελέτη, ανάλυση και ο σχεδιασμός αεροδυναμικών βοηθημάτων με σκοπό την αύξηση επιδόσεων των αγωνιστικών αυτοκινήτων παρατηρείται από τις αρχές της δεκαετίας του 60 στη Formula 1. Ο Enzo Ferrari είχε πει *'Aerodynamics are for people who can't build engines'*. Η προηγούμενη φράση αντικατοπτρίζει σε μεγάλο βαθμό την έλλειψη υπολογιστικών πόρων της εποχής εκείνης και παράλληλα παρέχει προοπτική τόσο στην αλματώδη εξέλιξη της ισχύος των ηλεκτρονικών υπολογιστών όσο και στην εξέλιξη υπολογιστικών μεθόδων για αεροδυναμική ανάλυση. Επιπλέον, η αύξηση του εύρους χρήσης αεροδυναμικών βοηθημάτων που παρατηρήθηκε τις τελευταίες τρεις δεκαετίες, τόσο στο μηχανοκίνητο αθλητισμό όσο και σε επίπεδο αυτοκινητοβιομηχανίας, καθιστά την αεροδυναμική μελέτη οχημάτων συνήθη πρακτική και απολύτως απαραίτητη. Συνεπώς, η φράση του Ferrari θα έπρεπε να είναι κάπως έτσι *'Everyone knows how to build engines, Aerodynamics is where performance lies'*.

Ένας τομέας οχημάτων στον οποίον η αεροδυναμική ανάλυση και μελέτη φαινομενικά δεν παρουσιάζει πρωταρχικό τομέα έρευνας είναι αυτός των δίτροχων οχημάτων και συγκεκριμένα των μοτοσυκλετών, ειδικά σε σχέση με οχήματα τεσσάρων τροχών. Η λέξη 'φαινομενικά' αποδίδεται στο ότι παρατηρώντας τις αγωνιστικές μοτοσυκλέτες της δεκαετίας του 60, είναι εμφανής η χρήση καλυμμάτων αεροδυναμικού σχήματος όπως φαίνεται στο σχήμα 1.1α'. Το γενικό σχήμα των καλυμμάτων (fairing) δεν έχει μεγάλες διαφοροποιήσεις στη γενική του μορφή προχωρώντας, από τις πρώιμες αυτές αγωνιστικές μοτοσυκλέτες στις αγωνιστικές μοτοσυκλέτες του 'σήμερα'. Σημαντική αλλαγή

στον σχεδιασμό fairing αγωνιστικής χρήσης παρουσιάστηκε το 2016 όπου πρωτοεμφανίστηκαν αεροδυναμικά βοηθήματα σε μοτοσυκλέτες του παγκοσμίου πρωταθλήματος ταχύτητας MotoGP. Τα αεροδυναμικά βοηθήματα με διαμόρφωση αεροτομής τα οποία βρίσκονται στερεωμένα στο εμπρόσθιο μέρος του fairing φαίνονται στο σχήμα 1.1γ'.



(α') Honda RC110, Τετράχρονος μονοκύλινδρος κινητήρας 50 cm<sup>3</sup>, 1961-1962.



(β') Honda NSR500, Διχρόνος τετρακύλινδρος κινητήρας 500 cm<sup>3</sup>, 1984-2002.



(γ') Honda RC213V, Τετράχρονος τετρακύλινδρος κινητήρας 1000 cm<sup>3</sup>, 2012-Σήμερα. Τα αεροδυναμικά βοηθήματα διευκρινίζονται με τα βέλη.

### Σχήμα 1.1: Εξέλιξη fairing αγωνιστικών μοτοσυκλετών.

Αναφέρθηκε παραπάνω ο όρος αεροδυναμική ανάλυση· ειδικότερα με αυτόν χαρακτηρίζεται η μελέτη του πεδίου ροής το οποίο διαμορφώνεται γύρω από τη μοτοσυκλέτα για συνθήκες ροής ισοδύναμες με αυτές της ταχύτητας της μοτοσυκλέτας. Η αλληλεπίδραση της μοτοσυκλέτας με το πεδίο ροής έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση δύναμης αεροδυναμικής φύσεως. Οι συνιστώσες αυτής, σε ένα σωματόδετο καρτεσιανό σύστη-

μα συντεταγμένων, είναι:

- Η οπισθέλκουσα δύναμη (*drag force*) ασκούμενη παράλληλα στη διεύθυνση κίνησης της μοτοσυκλέτας και έχοντας αντίθετη, με αυτή, φορά. Η επίδραση της οπισθέλκουσας είναι εξαιρετικά σημαντική σε αγωνιστικές μοτοσυκλέτες καθώς επηρεάζει άμεσα τις επιδόσεις και τις απαιτούμενες προδιαγραφές του κινητήρα. Για παράδειγμα, για να επιτευχθεί αύξηση της μέγιστης ταχύτητας μοτοσυκλέτας κατά 10% θα χρειαστεί αύξηση της ισχύος στους τροχούς (δηλαδή το ποσοστό ισχύος του κινητήρα μετά τις διάφορες μηχανικές απώλειες) πάνω από 30% διατηρώντας αμετάβλητα τα αεροδυναμικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά [1]. Η οπισθέλκουσα δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho U^2 A \quad (1.1)$$

όπου:

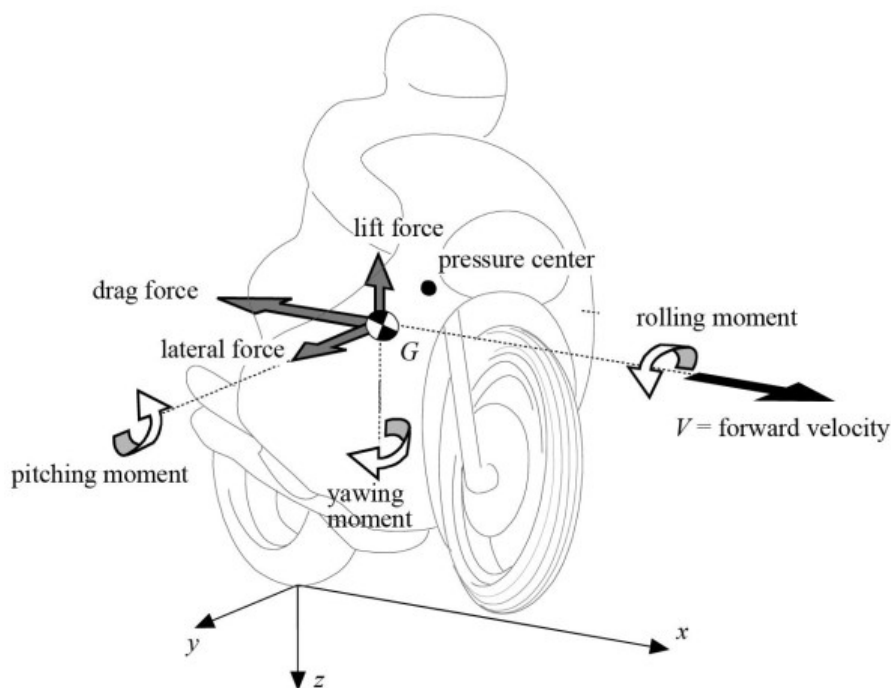
- $C_d$ : ο συντελεστής οπισθέλκουσας (drag coefficient).
  - $\rho \left[\frac{kg}{m^3}\right]$ : η πυκνότητα του ρευστού, στη προκειμένη περίπτωση του αέρα.
  - $U \left[\frac{m}{s}\right]$ : η ταχύτητα της ροής.
  - $A [m^2]$ : η μετωπική επιφάνεια του σώματος.
- Η ανωστική δύναμη, ή απλώς, άνωση (*lift force*) ασκούμενη κάθετα στη διεύθυνση της οπισθέλκουσας και με κατεύθυνση αυτήν του σχήματος 1.2. Η παρουσία δύναμης άνωσης επιφέρει μείωση κάθετου φορτίου στους τροχούς και, συνεπώς, μείωση της πρόσφυσης των ελαστικών στο οδόστρωμα, δεδομένο που καθιστά την ύπαρξη άνωσης επικίνδυνη. Ειδικά σε αγωνιστικές μοτοσυκλέτες, όπου οι ταχύτητες που αναπτύσσονται είναι μεγάλες, κρίνεται αναγκαία η ελαχιστοποίηση της άνωσης. Κάτι τέτοιο επιτυγχάνεται μέσω σχεδιασμού κατάλληλου fairing καθώς και μέσω της χρήσης αεροδυναμικών βοηθημάτων όπως φαίνονται στο σχήμα 1.1γ'. Η άνωση δίνεται από τη σχέση [1]:

$$F_l = \frac{1}{2} C_l \rho U^2 A \quad (1.2)$$

όπου:

- $C_l$ : ο συντελεστής άνωσης (lift coefficient).
- Εγκάρσια δύναμη (*lateral force*), χάριν απλότητας, ασκούμενη κάθετα σε οπισθέλκουσα και άνωση. Τέτοιες δυνάμεις εμφανίζονται είτε κατά την εκτέλεση ελιγμών από τη μοτοσυκλέτα είτε λόγω γεωμετρικής ασυμμετρίας στη κατεύθυνση κίνησης καθώς η μοτοσυκλέτα κινείται ευθύγραμμα. Τέτοιες δυνάμεις δεν είναι αντικείμενο μελέτης της διπλωματικής αυτής εργασίας.

Είναι φανερό από τα παραπάνω ότι στο ανώτερο επίπεδο δίτροχου μηχανοκίνητου α-



**Σχήμα 1.2:** Αεροδυναμικές δυνάμεις και ροπές [1]. Το κέντρο βάρους της μοτοσυκλέτας παρουσιάζεται με το κεφαλαίο γράμμα  $G$ . Σημειώνεται ότι το σύστημα συντεταγμένων το οποίο παρουσιάζεται στο παρόν σχήμα έχει οριστεί υπό τη σκοπιά της δυναμικής σχήματος. Στη διπλωματική εργασία ο άξονας  $x$  έχει οριστεί αντίθετος της φοράς του σχήματος καθώς αεροδυναμικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η κίνηση του ρευστού και όχι της μοτοσυκλέτας. Συνεπώς, βάσει του κανόνα του δεξιού χεριού, ο άξονας  $y$  παραμένει ως έχει και ο άξονας  $z$  αλλάζει φορά.

θλητισμού η αεροδυναμική μελέτη, ανάλυση και βελτιστοποίηση του σχήματος των fairing διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο τόσο στις επιδόσεις όσο και στη δυναμική της μοτοσυκλέτας και είναι πλέον ένας εκ των πρωταρχικών τομέων εξέλιξης.

## 1.2 Αεροδυναμική στη Μαζική Παραγωγή Μοτοσυκλετών

Περνώντας από αγωνιστικές εφαρμογές σε μοτοσυκλέτες μαζικής παραγωγής η αεροδυναμική ανάλυση δεν παύει να διαδραματίζει σημαντικότερο ρόλο. Παρατηρείται συχνά ότι αεροδυναμικές, και γενικότερα, μηχανολογικές τεχνολογίες οι οποίες έχουν ως σημείο εφαρμογής το μηχανοκίνητο αθλητισμό μετά το πέρασμα του χρόνου βρίσκουν εφαρμογή και σε οχήματα παραγωγής. Χαρακτηριστικό παράδειγμα της προηγούμενης πρότασης είναι η *Suzuki GSX1300R Hayabusa*, που φαίνεται στο σχήμα 1.3β'. Ο σχεδιασμός του συνόλου των fairing της μοτοσυκλέτας έγινε με τη χρήση αεροσφήραγας

για μείωση της οπισθέλκουσας με απώτερο σκοπό την επίτευξη μέγιστης τελικής ταχύτητας σε σχέση με τις μοτοσυκλέτες των υπόλοιπων ιαπωνικών κατασκευαστών<sup>1</sup>. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τεχνολογίας να κατευθύνεται από αγωνιστικές εφαρμογές σε μοτοσυκλέτες παραγωγής είναι η *Ducati Panigale V4R*, που φαίνεται στο σχήμα 1.3γ', στην οποία εμφανίζονται αεροδυναμικά βοηθήματα αντίστοιχα με αυτά αγωνιστικών μοτοσυκλετών.

Πέρα από τη κατηγορία των μοτοσυκλετών τύπου superbikes, η αεροδυναμική ανάλυση και βελτιστοποίηση βρίσκει εφαρμογή τόσο σε μοτοσυκλέτες τουριστικής όσο και γενικής χρήσης όπου οι απόλυτες επιδόσεις είναι δευτερευούσης σημασίας. Καθένας που έχει βρεθεί πίσω από το τιμόνι μοτοσυκλέτας διαπιστώνει γρήγορα ότι η κάλυψη από τον επερχόμενο αέρα είναι συνυφασμένη με την άνεση και την ικανότητα να καλυφθούν μεγάλες αποστάσεις με μοτοσυκλέτα. Πέρα από εμπειρικές διαπιστώσεις, η οπισθέλκουσα δύναμη και συγκεκριμένα ο συντελεστής οπισθέλκουσας δύναμης του εξεταζόμενου σώματος  $C_d$  επηρεάζει σημαντικά την κατανάλωση καυσίμου [2]. Φυσικά το επίπεδο επίδρασης του συντελεστή οπισθέλκουσας είναι ανάλογο της επιφάνειας του εξεταζόμενου σώματος και συνεπώς μικρότερο σε μοτοσυκλέτες από ότι οχήματα μεγαλύτερου μεγέθους. Παρόλα αυτά μπορεί να δώσει συγκριτικό πλεονέκτημα σε κατασκευαστές έναντι του ανταγωνισμού ειδικά στις προαναφερθείσες κατηγορίες τουριστικής και γενικής χρήσης.

### 1.3 Σκοπός της Εργασίας

Από τα παραπάνω καθίσταται αναγκαία η ανάλυση και βελτιστοποίηση των fairing ως προς τις αεροδυναμικές τους ιδιότητες. Ο πρωταρχικός στόχος της εργασίας είναι:

- η μοντελοποίηση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς μοτοσυκλέτας, ευρισκομένης σε ευθύγραμμη κίνηση, σε χρονικά αμετάβλητες συνθήκες και η βελτιστοποίηση του fairing, με σκοπό τη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$ , με τη μέθοδο απότομης καθόδου (steepest descent).

Η μέθοδος απότομης καθόδου είναι μέλος των αιτιοκρατικών μεθόδων βελτιστοποίησης (gradient-based optimization method) δηλαδή μεθόδων που χρησιμοποιούν την έννοια της παραγώγου της συνάρτησης στόχου [3]. Συνάρτηση-στόχος (objective fu-

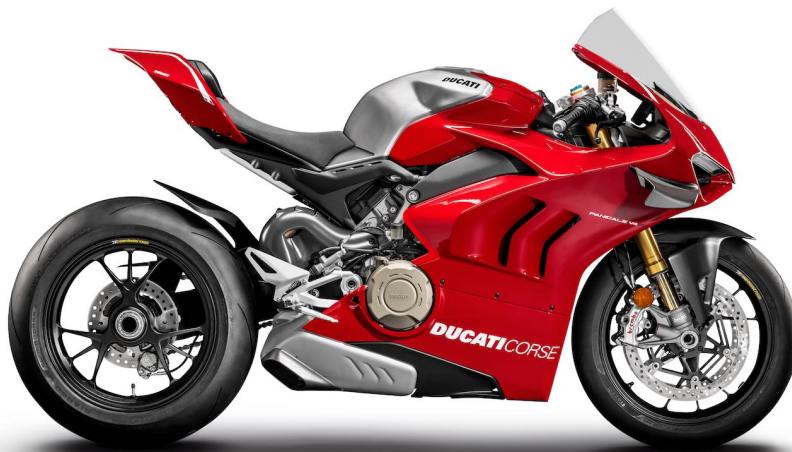
<sup>1</sup> Ο τίτλος της γρηγορότερης μοτοσυκλέτας παραγωγής δίνεται στη μοτοσυκλέτα που (αποδεδειγμένα μέσω δοκιμών ακριβείας) επιτυγχάνει τη μέγιστη τελική ταχύτητα μια συγκεκριμένη χρονιά και παράλληλα είναι διαθέσιμη προς πώληση στο ευρύ κοινό. Αυτό το τίτλο επιδίωκαν να πετύχουν οι Ιάπωνες κατασκευαστές *Honda*, *Kawasaki*, *Yamaha* και *Suzuki*. Η *Suzuki GSX1300R Hayabusa* ήταν η απάντηση στη *Honda CBR1100XX Blackbird* της οποίας το όνομα προέρχεται από το αεροσκάφος *Lockheed SR-71 Blackbird*, το πιο γρήγορο επανδρωμένο air-breathing αεροσκάφος. Το όνομα *Hayabusa*, στα ιαπωνικά, προέρχεται από το ομώνυμο γεράκι (*Peregrine falcon*) το οποίο τρέφεται κυνηγώντας κοτσύφια (*Blackbirds*). Ο ανταγωνισμός μεταξύ των εργοστασίων τελείωσε μετά από άτυπη παρέμβαση της ιαπωνικής κυβέρνησης ονόματι 'Συμφωνία Κυρίων' (*Gentlemen's Agreement*) η οποία παρακίνησε τους κατασκευαστές να περιορίσουν τη μέγιστη ταχύτητα των μοτοσυκλετών παραγωγής στα  $300 \frac{Km}{h}$  δίνοντας τέλος σε μία δεκαετία ανταγωνισμού.



(α') *Honda CBR1100XX Blackbird*, Τετράχρονος τετρακύλινδος κινητήρας 1100 cm<sup>3</sup>, 1996-2007.



(β') *Suzuki GSX1300R Hayabusa*, Τετράχρονος τετρακύλινδος κινητήρας 1300 cm<sup>3</sup>, 1999-Σήμερα.



(γ') *Ducati Panigale V4R*, Τετράχρονος τετρακύλινδος κινητήρας 1000 cm<sup>3</sup>, 2019-Σήμερα.

**Σχήμα 1.3:** Εξέλιξη *Fairing* μοτοσυκλετών παραγωγής.

action) ενός προβλήματος βελτιστοποίησης είναι η συνάρτηση η οποία τίθεται προς μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση. Στις αιτιοκρατικές μεθόδους υπολογίζεται ή προσεγγίζεται η τιμή της παραγώγου γεγονός το οποίο τις καθιστά δυσκολότερες στη προγραμματιστική ανάπτυξη αλλά ταχύτερες ως προς τη σύγκλιση. Η σχέση 1.1 του συντελεστή οπισθέλκουσας επιλέγεται ως συνάρτηση-στόχος και μέσω της χρήσης της συνεχούς συζυγούς μεθόδου (continuous adjoint method) υπολογίζεται η κλίση της συνάρτησης-στόχος.



Για την αεροδυναμική ανάλυση της μοτοσυκλέτας επιλύονται οι εξισώσεις Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS). Η εύρεση των ροικών πεδίων του πρωτεύοντος προβλήματος (primal problem) επιτεύχθηκε με χρήση του λογισμικού υπολογιστικής ρευστομηχανικής OpenFOAM. Στη συνέχεια, η επίλυση του συζυγούς προβλήματος (adjoint problem) καθώς και βελτιστοποίηση του fairing πραγματοποιήθηκε με χρήση κώδικα της Μονάδας Παράλληλης Υπολογιστικής & Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης (ΜΠΥΡ&Β) προγραμματισμένος σε περιβάλλον OpenFOAM.

Πέρα από τη βελτιστοποίηση του fairing, παρατίθενται και κάποιες επιπλέον μικρότερες μελέτες οι οποίες σχετίζονται με την επίδραση διαφόρων παραδοχών λειτουργίας της μοτοσυκλέτας και εναλλακτικές σχεδιαστικές επιλογές ως προς τη γεωμετρία της. Συγκεκριμένα:

- η μελέτη της επίδραση της στροφικής κίνηση των τροχών και της εξάτμισης στα ροϊκά πεδία και στα αποτελέσματα των αεροδυναμικών συντελεστών ώστε να εξακριβωθεί η ανάγκη να συμπεριληφθούν οι παραδοχές αυτές στο υπολογιστικό μοντέλο.
- η διερεύνηση των διαφορών οι οποίες προκύπτουν στα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας από τη χρήση διαφορετικών σχημάτων διακριτοποίησης.
- η επίδραση της θέσης και του σχήματος της εξάτμισης στην αεροδυναμική απόδοση της μοτοσυκλέτας.

## 1.4 Λογισμικό OpenFOAM

Όπως προαναφέρθηκε, το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε για τη επίλυση του αρχικού προβλήματος είναι το λογισμικό ανοιχτού κώδικα (open source) OpenFOAM. Το OpenFOAM (**O**pen **s**ource **F**ield **O**peration **A**nd **M**anipulation) είναι λογισμικό υπολογιστικής ρευστομηχανικής του οποίου ο κώδικας αναπτύχθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 80 στο Imperial College του Λονδίνου από το Henry Weller [4]. Το OpenFOAM είναι γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού C++ και κυκλοφόρησε από την OpenCFD Ltd το 2004 [5] περιλαμβάνοντας επιλύτες για μεγάλο εύρος εφαρμογών, από ρευστομηχανική μέχρι προβλήματα οικονομικών. Διαθέτει επίσης τη δυνατότητα παράλληλης επίλυσης προβλημάτων μέσω του πρωτοκόλλου openMPI το οποίο είναι μια εκτέλεση του public domain πρωτοκόλλου MPI (**M**essage **P**assing **I**nterface) [6].

Στο πλαίσιο εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας, χρησιμοποιήθηκε το cluster της ΜΠΥΡ&Β και η έκδοση 2.3.1 του OpenFOAM. Πέρα από τις δυνατότητες παράλληλης επίλυσης, το OpenFOAM περιλαμβάνει διάφορα εργαλεία γένεσης πλέγματος, όπως τα *blockMesh* και *snappyHexMesh* τα οποία χρησιμοποιήθηκαν και στη διπλωματική αυτή εργασία, καθώς και εργαλεία οπτικοποίησης αποτελεσμάτων όπως το *Paraview*. Το OpenFOAM δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα επιλογής σχημάτων διακριτοποίησης για τους διαφόρους όρους που εμφανίζονται στις, προς επίλυση, εξισώσεις και για τα οποία γίνεται εκτενέστερη αναφορά στην παράγραφο 3.5.3. Όντας λογισμικό ανοιχτού

κώδικα, το OpenFOAM δίνει τη δυνατότητα προσαρμογής του κώδικα στους χρήστες ώστε να καλύπτονται οι εκάστοτε ανάγκες τους.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο κώδικας της ΜΠΥΡ&Β ο οποίος έχει ως βάση την έκδοση 2.3.1 του OpenFOAM αλλά διαθέτει δυνατότητα επίλυσης των συζυγών εξισώσεων αότου λυθεί το πρωτεύον πρόβλημα. Τα συζυγή πεδία ροής χρησιμοποιούνται, καταρχάς, για τη οπτική αξιολόγηση επιφανειών της μοτοσυκλέτας ως προς τη συνάρτηση-στόχος μέσω της δημιουργίας ενός χάρτη ευαισθησίας όπως παρουσιάζεται στη παράγραφο 4.2. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται βελτιστοποίηση της γεωμετρίας μέσω παραμετροποίησης των περιοχών ενδιαφέροντος, συγκεκριμένα του fairing της μοτοσυκλέτας, θέτοντας σημεία ελέγχου βασισμένα σε ογκομετρικές B-Splines. Ο κώδικας της ΜΠΥΡ&Β δίνει τη δυνατότητα μετακίνησης του υπολογιστικού πλέγματος με το πέρας κάθε κύκλου βελτιστοποίησης (optimization cycle) δεδομένο που καθιστά αποδοτικότερη και ταχύτερη τη διαδικασία βελτιστοποίησης καθώς εξαλείφεται η ανάγκη νέου πλέγματος. Η προηγούμενη διαδικασία παρατίθεται με λεπτομέρεια στο κεφάλαιο 3.

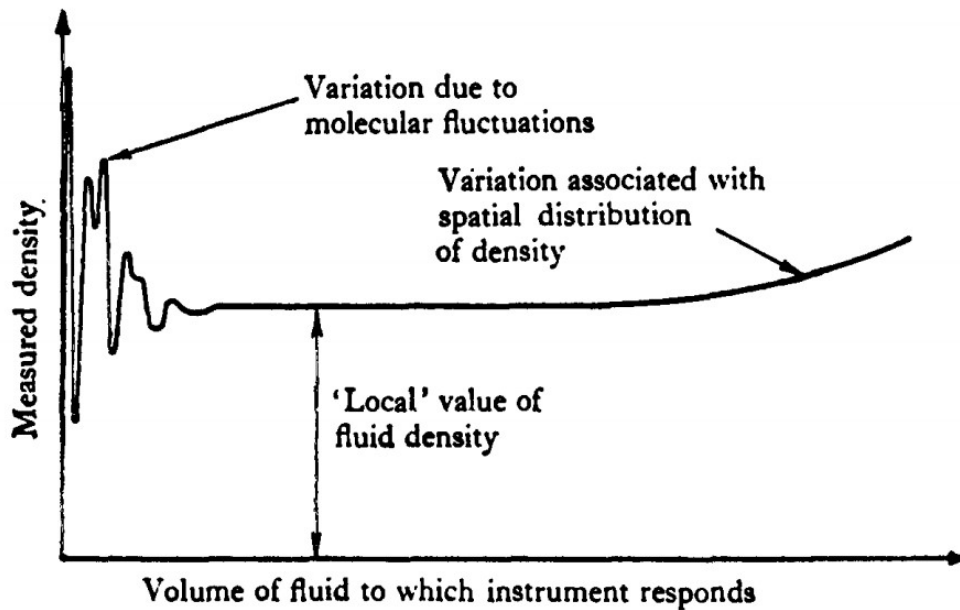
## Κεφάλαιο 2

# Οι Εξισώσεις Navier-Stokes

### 2.1 Συνεχές Μέσο και Συμπιεστότητα Ρευστών

Με το όρο ρευστά χαρακτηρίζονται μέσα, γενικώς υγρά και αέρια, τα οποία παρουσιάζουν ευκολία ως προς τη παραμόρφωσή τους υπό την επίδραση κάποιας δύναμης [7]. Σε αντίθεση με τα στερεά, τα οποία έχουν καθορισμένο σχήμα, ένα στοιχείο ρευστού (a portion of fluid) δεν παρουσιάζει συγκεκριμένο σχήμα, επίσης, τα διάφορα μικροσκοπικά στοιχεία ενός ομοιογενούς ρευστού μπορούν να αναδιαταχθούν στο χώρο διατηρώντας αναλλοίωτες τις μακροσκοπικές ιδιότητες του. Η σχετική κίνηση μεταξύ διαφορετικών μερών του ρευστού συμβαίνει υπό την επίδραση δυνάμεων και η μελέτη των, εν λόγω, κινήσεων απασχολεί την επιστήμη της Δυναμικής Ρευστών. Στην περίπτωση μελέτης ενός ρευστού σε μικροσκοπικό επίπεδο, μεγέθη όπως ταχύτητα και σύνθεση παρουσιάζουν σημαντικότερη ανομοιομορφία γεγονός που καθιστά αναγκαία τη εδραίωση ενός μοντέλου μακροσκοπικής κλίμακας, κλίμακας δηλαδή πολύ μεγαλύτερης από το μέγεθος των μορίων του μέσου και αντίστοιχης του προβλήματος που μελετάται. Ένα τέτοιο μοντέλο είναι αυτό του συνεχούς μέσου.

Το μοντέλο συνεχούς μέσου υποθέτει ότι κάθε στοιχείο ρευστού παρουσιάζει ομοιογένεια ιδιοτήτων, όπως μάζα και ορμή, σε όλο τον όγκο του. Η υπόθεση του συνεχούς μέσου αντιτίθεται στη παρατηρούμενη δομή της ύλης σε μικροσκοπικό επίπεδο, όπως προαναφέρθηκε, όμως στις μακροσκοπικές κλίμακες που μελετώνται από τη Μηχανική Ρευστών περιγράφει ικανοποιητικά τα παρατηρούμενα φαινόμενα. Η ακρίβεια της υπόθεσης συνεχούς μέσου εξακριβώνεται μέσω πειραματικών δεδομένων όπως παρατηρείται στο σχήμα 2.1. Όπως προαναφέρθηκε, οι διαφορές μεταξύ ρευστών και στερεών έγκεινται στις διαφορές της φύσης των μορίων από τα οποία αποτελούνται καθώς και σε διαφορές στο μέγεθος ενδομοριακών δυνάμεων. Ο διαχωρισμός μεταξύ υγρών και αερίων παρουσιάζει πολυπλοκότητα πέρα από διαφορές της πυκνότητας μεταξύ των δύο φάσεων· σημαντική ιδιότητα που ξεχωρίζει υγρά και αέρια είναι η εγγενής ελαστικότητα



**Σχήμα 2.1:** Η επίδραση του όγκου ενός στοιχείου ρευστού στη μετρούμενη πυκνότητα του, εν λόγω, στοιχείου [7]. Στο άξονα  $x$  παρατίθεται η τάξη μεγέθους του όγκου του στοιχείου ρευστού ενώ στον άξονα  $y$  η μετρούμενη πυκνότητα. Για μικρές τιμές του όγκου ρευστού η μετρούμενη πυκνότητα παρουσιάζει ταλαντωτική συμπεριφορά η οποία αποδίδεται στην ανομοιομορφή σύνθεση των ρευστών σε μοριακό επίπεδο, για μέσες τιμές του όγκου ρευστού παρατηρείται σταθερή τιμή στη μετρούμενη πυκνότητα η οποία ισχυροποιεί την υπόθεση συνεχούς μέσου ενώ για μεγάλες τιμές του όγκου ρευστού η μετρούμενη ποσότητα παρουσιάζει χωρικές μεταβολές. Χωρικές μεταβολές πυκνότητας παρουσιάζονται στη μετεωρολογία, σε τάξεις μεγέθους πολύ μεγαλύτερες του εύρους ενδιαφέροντος της διπλωματικής εργασίας.

τους, η συμπιεστότητα (compressibility). Η συμπιεστότητα ενός ρευστού περιγράφει το βαθμό στον οποίο αλλάζει ο ειδικός όγκος του όταν αυτό υποβάλλεται σε κίνηση λόγω μεταβολών πίεσης στον περιβάλλοντα χώρο. Τα αέρια παρουσιάζουν σημαντική τάση προς συμπίεση η οποία αυξάνεται καθώς αυξάνονται οι διαφορές πιέσεων στις οποίες υποβάλλονται. Τα υγρά αντιθέτως παρουσιάζουν σχεδόν ασυμπίεστη συμπεριφορά. Στη διπλωματική εργασία, αντικείμενο μελέτης είναι η αεροδυναμική συμπεριφορά μοτοσυκλετών στον μηχανοκίνητο αθλητισμό. Οι μοτοσυκλέτες, είτε σε επίπεδο μαζικής παραγωγής είτε σε επίπεδο μηχανοκίνητου αθλητισμού, δεν ξεπερνούν ταχύτητες της τάξης των  $350 \frac{km}{h}^1$ . Επίσης, η τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας τυπικών σωμάτων (bluff bodies) παρουσιάζει σταθερή συμπεριφορά κατά την αύξηση της ταχύτητας ρο-

<sup>1</sup> Εξαιρούνται μοτοσυκλέτες, και δίκυκλα γενικότερα, τα οποία έχουν σκοπό τη κατάρριψη ρεκόρ ταχύτητας εδάφους (land speed record). Τέτοια οχήματα επιτυγχάνουν ταχύτητες πολύ μεγαλύτερες των  $350 \frac{km}{h}$  (το ρεκόρ υψηλότερης ταχύτητας δίκυκλου με εμβολοφόρους κινητήρες των  $605,697 \frac{km}{h}$  επιτεύχθηκε στις 25 Σεπτεμβρίου 2010 από το Rocky Robinson με τη μοτοσυκλέτα Top Oil-Ack Attack streamliner στο Bonneville των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής [8]) αλλά τέτοιες περιπτώσεις οχημάτων χαρακτηρίζονται τουλάχιστον ιδιόζουσες και είναι εκτός του εύρους μελέτης της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

ής, στο εύρος ταχυτήτων που ενδιαφέρει τη διπλωματική εργασία ( $100 \sim 300 \frac{km}{h}$ ) [9]. Παρατίθεται μικρή παραμετρική μελέτη της σχέσης του συντελεστή οπισθέλκουσας συναρτήσει της ταχύτητας κίνησης της μοτοσυκλέτας, στην παράγραφο 4.1.1. Στη διπλωματική εργασία, επιλέχθηκε, η ταχύτητα κίνησης της μοτοσυκλέτας, να ισούται  $u = 35 \frac{m}{s} = 126 \frac{km}{h}$ . Η επιλογή αυτή έγινε ώστε, οι μελέτες και τα συμπεράσματα που θα προκύψουν να έχουν εφαρμογή τόσο στο μηχανοκίνητο αθλητισμό όσο και στο πλαίσιο της μαζικής παραγωγής. Επίσης, το όριο ταχύτητας, για τις περισσότερες ευρωπαϊκές χώρες, βρίσκεται ανάμεσα σε  $120 \frac{km}{h}$  και  $130 \frac{km}{h}$ .

Η ταχύτητα του ήχου δίνεται από τη σχέση 2.1 ενώ ο αριθμός Mach από τη σχέση 2.3 [10]. Συνεπώς υπολογίζονται  $c = 347.19 \frac{m}{s}$  και ο αριθμός Mach  $M = 0.1$ .

$$c = \sqrt{\gamma RT} \quad (2.1)$$

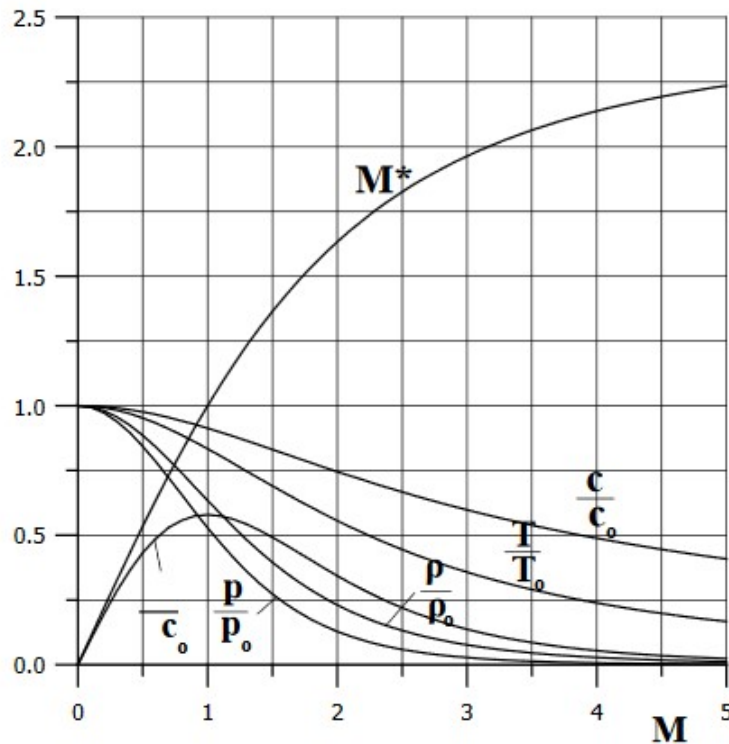
$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2.2)$$

$$M = \frac{u}{c} \quad (2.3)$$

όπου:

- $c [\frac{m}{s}]$ : η ταχύτητα του ήχου, υποθέτοντας ισηντροπική μεταβολή τέλειου αερίου.
- $\gamma$ : ο λόγος ειδικών θερμοχωρητικοτήτων του αερίου, στη περίπτωση του αέρα και υποθέτοντας ότι παρουσιάζει συμπεριφορά τέλειου αερίου,  $\gamma = 1.4$ .
- $C_p [\frac{J}{kgK}]$ : η ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση.
- $C_v [\frac{J}{kgK}]$ : η ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο.
- $R [\frac{J}{kgK}]$ : η ειδική σταθερά των αερίων, στη περίπτωση του ξυρού (dry) αέρα  $R = 287 \frac{J}{kgK}$ .
- $T [\frac{m}{s}]$ : η θερμοκρασία του αέρα, έστω τυπική θερμοκρασία στη επιφάνεια της θάλασσας  $T = 27 \text{ }^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$ .

Για αριθμό Mach  $M = 0.1$ , που υπολογίστηκε παραπάνω, η πυκνότητα παραμένει σταθερή, βάση του σχήματος 2.2. Εξετάζοντας ακόμα τη μέγιστη εμφανιζόμενη ταχύτητα αγωνιστικών μοτοσυκλετών των  $350 \frac{km}{h}$ , δηλαδή αριθμό Mach  $M = 0.28$ , η πυκνότητα και πάλι μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Από όλα τα παραπάνω, γίνεται η υπόθεση ασυμπίεστου ρευστού για τη διπλωματική εργασία.



Σχήμα 2.2: Ισεντροπικές μεταβολές μεγεθών συναρτήσει του αριθμού Mach της ροής [10].

## 2.2 Εξισώσεις Navier-Stokes Ασυμπίεστου Ρευστού

Οι εξισώσεις Navier-Stokes (NS) είναι ένα σύστημα μη γραμμικών μερικών διαφορικών εξισώσεων το οποίο συνδυάζει την υπόθεση του συνεχούς μέσου, για την οποία έγινε αναφορά στη παράγραφο 2.1, με νόμους της κλασικής Μηχανικής.

### 2.2.1 Εξίσωση Συνέχειας

Η εξίσωση συνέχειας (continuity equation) ή εξίσωση διατήρησης μάζας εκφράζει το βασικό νόμο της κλασικής Μηχανικής, ότι η μάζα δεν καταστρέφεται ούτε δημιουργείται από το μηδέν. Υπό τη σκοπιά της δυναμικής ρευστών, η εξίσωση της συνέχειας ορίζεται, στη διαφορική της μορφή, ως εξής [10]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.4)$$

όπου:

- $\mathbf{u} = (u, v, w)$ <sup>2</sup>: η στιγμιαία ταχύτητα του ρευστού σε διανυσματική μορφή.
- $t$ : ο χρόνος.

Δεδομένης της υπόθεσης ασυμπίεστου ρευστού, για την οποία έγινε αναφορά στο κεφάλαιο 2.4, συνεπάγεται:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.5)$$

άρα η εξίσωση συνέχειας για ασυμπίεστο ρευστό ορίζεται:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.6)$$

Η σχέση 2.6 μπορεί να γραφτεί σε μορφή υπολοίπου ως [11]:

$$R^p = -\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.7)$$

όπου:

- $j = x, y, z$ : ο δείκτης  $j$  δηλώνει τις διευθύνσεις του χώρου.
- $u_j$ : η συνιστώσα της ταχύτητας  $\mathbf{u}$  στη κατεύθυνση  $j$ .

Η σχέση 2.7 ακολουθεί τη σύμβαση Einstein (Einstein notation) κατά την οποία επαναλαμβανόμενοι δείκτες στον ίδιο όρο δηλώνουν άθροιση. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιηθεί σύμβαση Einstein για την παράθεση εξισώσεων.

## 2.2.2 Εξίσωση Ορμής

Ο δεύτερος νόμος της κλασικής Μηχανικής, γνωστός και ως δεύτερος νόμος του Newton, εκφράζει ότι η χρονική μεταβολή της ορμής ισούται με αυτήν του συνόλου των δυνάμεων οι οποίες δρουν σε ένα σώμα, στη συγκεκριμένη περίπτωση, το ρευστό. Για ασυμπίεστο ρευστό, η εξίσωση διατήρησης της ορμής (momentum equation) δίνεται, στη διαφορική της μορφή, ως [11]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})] \quad (2.8)$$

όπου:

---

<sup>2</sup> Τα διανύσματα θα παρουσιάζονται με έντονη γραφή (bold typing) στη διπλωματική εργασία.

- $p \left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ : η πίεση διαιρεμένη με τη πυκνότητα.
- $\nu \left[\frac{m^2}{s}\right]$ : η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού, για αέρα στους  $27^\circ C$ ,  $\nu = 1.57 \cdot 10^{-5} \left[\frac{m^2}{s}\right]$ .
- $\nu_t \left[\frac{m^2}{s}\right]$ : η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού για την οποία θα γίνει αναφορά στη παράγραφο 2.4.

Η σχέση 2.8 για χρονικά αμετάβλητες (steady state) συνθήκες μπορεί να γραφτεί σε μορφή υπολοίπου ως:

$$R_i^u = u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)] = 0 \quad (2.9)$$

## 2.3 Τύρβη

Η τύρβη (turbulence) <sup>3</sup> είναι μια στοχαστική ιδιότητα της ροής η οποία παρουσιάζεται υπό τη μορφή ακανόνιστων διαταραχών ταχύτητας [10]. Οι τυρβώδεις ροές είναι μη-μόνιμες και, γενικότερα, παρουσιάζουν έντονα τριδιάστατο χαρακτήρα. Η χαρακτηριστική τους ιδιότητα είναι η εμφάνιση ισχυρών διαταραχών στροβιλισμού συνέπεια των οποίων είναι η σημαντική ανάμιξη της ροής. Αποτέλεσμα των διαταραχών είναι η εμφάνιση ροϊκών πεδίων τα οποία θα εμφανίζονταν σε περίπτωση αύξησης της συνεκτικότητας κατά μερικές τάξεις μεγέθους [12]. Συνεπώς, υπό μία έννοια, η επίδραση της τύρβης στο ροϊκά πεδία συνδέεται με φαινόμενη αύξηση της συνεκτικότητας του ρευστού.

Στη διπλωματική εργασία γίνεται υπόθεση ότι η ροή που μελετάται είναι πλήρως τυρβώδης, γεγονός που δικαιολογείται από τον υψηλό αριθμό Reynolds της ροής. Ο αριθμός Reynolds δίνεται από τη σχέση [10]:

$$Re = \frac{U_\infty L_\infty}{\nu} \quad (2.10)$$

όπου:

- $U_\infty \left[\frac{m}{s}\right]$ : η ταχύτητα αδιατάρακτης ροής, στη συγκεκριμένη περίπτωση,  $U_\infty = 35 \frac{m}{s}$ , όπως αναφέρθηκε στη παράγραφο 2.1.
- $L_\infty [m]$ : το χαρακτηριστικό μήκος της γεωμετρίας που μελετάται  $L_\infty = 2 m$  (τυπικό μήκος μοτοσυκλέτας στη x διεύθυνση).

<sup>3</sup>Ο sir Horace Lamp είχε πει το 1932 *'I am an old man now, and when i die and go to Heaven there are two matters on which i hope for enlightenment. One is quantum electrodynamics and the other is turbulent motion of fluis. And about the former I am rather optimistic.'*



Συνεπώς  $Re = 4.5 \cdot 10^5$ . Ο αριθμός Reynolds τους προβλήματος είναι μεγαλύτερος κατά μια, τουλάχιστον, τάξη μεγέθους από το κρίσιμο αριθμό  $Re$  ( $Re_c \propto 10^3 \sim 10^4$  για τυπικά ροϊκά προβλήματα [10]) στον οποίο μεταβαίνει η ροή από στρωτή σε τυρβώδη. Στις παραγράφους 2.2.1 και 2.2.2 παρατέθηκαν οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής για ασυμπίεστο ρευστό: στις συγκεκριμένες εξισώσεις οι τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών είναι στιγμιαίες καθώς η ροή, που μελετάται, είναι τυρβώδης. Ένας τρόπος αντιμετώπισης της τύρβης, από υπολογιστική σκοπιά, είναι η άμεση επίλυση του ροϊκού προβλήματος. Η άμεση λύση του ροϊκού προβλήματος (**D**irect **N**umerical **S**imulation - **D**NS) απαιτεί, τόσο σημαντική πυκνότητα διακριτοποίησης του υπολογιστικού χωρίου όσο και εξαιρετικά μικρά χρονικά βήματα επίλυσης [13]: επιλέγεται συνήθως σε προβλήματα ασυμπίεστου ρευστού, για μικρές τιμές του αριθμού Reynolds (αρκετά μικρότερες από τις τιμές του αριθμού Reynolds τυπικών εφαρμογών) και για απλές γεωμετρίες [9]. Στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας, η τάξη μεγέθους ενδιαφέροντος είναι μερικά μέτρα και συνεπώς πολύ μεγαλύτερη από τη τάξη μεγέθους η οποία σχετίζεται με τυρβώδεις κινήσεις (turbulent motions) που παρατηρούνται στα οριακά στρώματα (boundary layers) και στον ομόρρου (wake). Οι διακυμάνσεις (fluctuations) στις υπολογιζόμενες δυνάμεις πάνω στο σώμα, οι οποίες σχετίζονται με τις τυρβώδεις διαταραχές, είναι μικρές, συνεπώς μεγαλύτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το μέσο (time-averaged) τυρβώδες πεδίο ροής το οποίο διαμορφώνεται γύρω από τη μοτοσυκλέτα. Η εύρεση του μέσου τυρβώδους πεδίου ροής επιτυγχάνεται μέσω επίλυσης των εξισώσεων time-averaged Navier-Stokes ή όπως συνήθως ονομάζονται Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS).

## 2.4 Εξισώσεις RANS

Η μέθοδος Reynolds averaging βασίζεται στην αποσύνδεση (decomposition) της εκάστοτε στιγμιαίας ανεξάρτητης μεταβλητής  $f(x, y, z, t)$  του προβλήματος σε ένα άθροισμα της μέσης, χρονικά (time-averaged), τιμής  $\bar{f}(x, y, z)$  και της διαταραχής (fluctuation)  $f'(x, y, z)$ , επίσης ισχύει,  $\bar{f}' = 0$  [14]. Στο διάγραμμα 2.3 παρουσιάζεται ποιοτικά η στιγμιαία ταχύτητα  $u$  συναρτήσει του χρόνου, η μέση τιμή  $\bar{u}$  με τη διαταραχή  $u'$  καθώς και η μέση τιμή της διαταραχής  $\bar{u}'$ . Οι ανεξάρτητες μεταβλητές ταχύτητας και πίεσης γράφονται ως εξής:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.11)$$

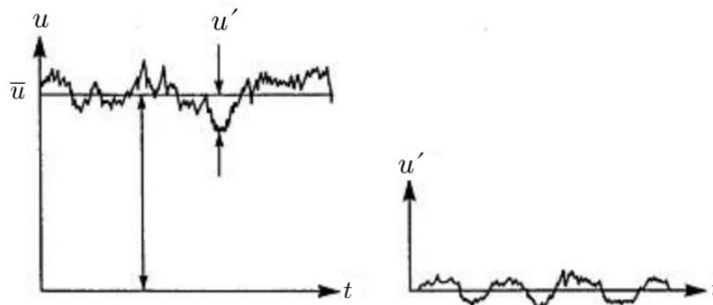
$$p = \bar{p} + p' \quad (2.12)$$

Για ασυμπίεστες ροές η, κατά Reynolds, εξίσωση ορμής γράφεται ως εξής [14]:

$$\overline{u_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}} = \frac{\partial}{\partial x_j} [-\overline{p} \delta_{ij} + \nu (\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}) - \overline{u'_i u'_j}] \quad (2.13)$$

όπου:

- $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}$  : το σύμβολο του Kroneker.



**Σχήμα 2.3:** Αριστερά, η στιγμιαία ταχύτητα  $u$  συναρτήσει του χρόνου η οποία αποτελείται από τη μέση τιμή  $\bar{u}$  και τη διαταραχή  $u'$ . Δεξιά,  $\bar{u}' = 0$ .

Παρατηρώντας τις σχέσεις 2.9 και 2.13 καθίσταται εμφανές ότι κατά τη λήψη μέσων τιμών της εξίσωσης ορμής κατά Reynolds παρουσιάζεται ένας επιπλέον όρος. Ο όρος  $-\overline{u'_i u'_j}$  ονομάζεται τάσεις Reynolds (Reynolds Stress) και για τον υπολογισμό του χρειάζεται περαιτέρω μοντελοποίηση ώστε να είναι επιλύσιμες οι εξισώσεις RANS. Η μοντελοποίηση των τάσεων Reynolds γίνεται μέσω της υπόθεσης Boussinesq κατά την οποία [15]:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.14)$$

όπου:

- $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ : η τυρβώδης κινητική ενέργεια.

Συνεπώς, από τα παραπάνω προκύπτει ότι, το πρόβλημα της μοντελοποίησης των τάσεων Reynolds ανάγεται σε πρόβλημα εύρεσης της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας  $\nu_t$ . Για την εύρεση της κινηματικής συνεκτικότητας έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι οι οποίες αποκαλούνται μοντέλα τύρβης.

## 2.5 Μοντέλα Τύρβης

Κατά την επίλυση των RANS εξισώσεων, όπως προαναφέρθηκε, παρουσιάζεται η ανάγκη για μοντελοποίηση των τάσεων Reynolds. Αυτό συμβαίνει καθώς, κατά τη διαδικασία του Reynolds averaging εμφανίζεται μεγαλύτερο πλήθος αγνώστων από τις υπάρχουσες εξισώσεις γεγονός που καθιστά τις εξισώσεις RANS μη-κλειστές [13]. Το πρόβλημα του 'κλεισίματος' των εξισώσεων (closure problem) επιλύεται με μοντελοποίηση των τάσεων Reynolds και ανάγεται, μέσω της υπόθεσης Boussinesq, σε πρόβλημα υπολογισμού της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας  $\nu_t$ . Τα μοντέλα που χρησιμοποιούν την υπόθεση Boussinesq ονομάζονται μοντέλα τυρβώδους συνεκτικότητας (eddy viscosity models) και χωρίζονται στις εξής κατηγορίες [16]:

- *Μηδενικής τάξης ή Αλγεβρικά* : Είναι μοντέλα στα οποία η εύρεση της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας επιτυγχάνεται μέσω αλγεβρικών σχέσεων μεταξύ των ροϊκών μεταβλητών.
- *Πρώτης τάξης*: Είναι μοντέλα στα οποία η εύρεση της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας υπολογίζεται μέσω μιας ΜΔΕ.
- *Δεύτερης τάξης*: Είναι μοντέλα στα οποία η εύρεση της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας υπολογίζεται μέσω δύο ΜΔΕ.

Στη διπλωματική εργασία για τη μοντελοποίηση της τύρβης γίνεται χρήση μοντέλου Spalart-Allmaras, το οποίο είναι μοντέλο πρώτης τάξης.

### 2.5.1 Μοντέλο Spalart-Allmaras

Το μοντέλο τύρβης Spalart-Allmaras (SA), όπως προαναφέρθηκε, είναι ένα μοντέλο πρώτης τάξης. Αναπτύχθηκε για χρήση, κυρίως, σε προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής, στα οποία παρουσιάζει αξιοπρεπή ακρίβεια αποτελεσμάτων. Το μοντέλο SA δεν υπολογίζει την τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα  $\nu_t$  μέσω επίλυσης μιας ΜΔΕ αλλά εισάγει μια νέα μεταβλητή για τη μοντελοποίηση της τύρβης, τη  $\tilde{\nu}$ . Μετά τον υπολογισμό της  $\tilde{\nu}$ , υπολογίζεται αλγεβρικά το  $\nu_t$ . Οι σχέσεις που διέπουν το μοντέλο παρατίθενται στη συνέχεια [17]:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v_1} \quad (2.15)$$

όπου:

- $f_{v_1}$  δίνεται από τη σχέση:

$$f_{v_1} = \frac{X^3}{X^3 + C_{v_1}^3} \quad (2.16)$$

όπου:

- $X$ : ο λόγος της μεταβλητής  $\tilde{\nu}$  προς τη κινηματική συνεκτικότητα.

$$X = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (2.17)$$

Η ΜΔΕ μέσω της οποίας χαρακτηρίζει το μοντέλο SA:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = C_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} - (C_{w1}f_w + \frac{C_{b1}}{\kappa^2}f_{t2})\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 + \frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}[(\nu + \tilde{\nu})\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}] + C_{b2}\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}\right] \quad (2.18)$$

όπου:

- $d$ : η απόσταση κάθε σημείου υπολογισμού από το κοντινότερο τοίχωμα.

Επιπλέον, ορίζονται οι εξής συναρτήσεις:

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} \quad (2.19)$$

$$S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (2.20)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (2.21)$$

$$f_{v2} = 1 - \frac{X}{1 + Xf_{v1}} \quad (2.22)$$

$$f_w = g\left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6}\right) \quad (2.23)$$

$$g = r + C_{w2}(r^6 - r) \quad (2.24)$$

$$r = \min\left[\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2}, 10\right] \quad (2.25)$$

$$f_{t_2} = C_{t_3} e^{-C_{t_3} X^2} \quad (2.26)$$

Στη συνέχεια παρατίθενται οι σταθερές του μοντέλου:

- $\sigma = \frac{2}{3}$ ,
- $C_{b_1} = 0.1355$ ,
- $C_{b_2} = 0.622$ ,
- $\chi = 0.41$ ,
- $C_{w_1} = 3.239$ ,
- $C_{w_2} = 0.3$ ,
- $C_{w_3} = 2$ ,
- $C_{v_1} = 7.1$ ,
- $C_{t_3} = 1.2$ ,
- $C_{t_4} = 0.5$ ,



# Κεφάλαιο 3

## Βελτιστοποίηση Μορφής

### 3.1 Διαδικασία της Βελτιστοποίησης

Ο σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι η βελτιστοποίηση του fairing μοτοσυκλέτας για μείωση της οπισθέλκουσας, όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 1.3. Στην παράγραφο 3.1 θα περιγραφεί η διαδικασία βελτιστοποίησης, σε μορφή βημάτων. Μέσω της περιγραφής κάθε βήματος, στις επόμενες παραγράφους το κεφαλαίου 3, γίνεται εμβάθυνση στη θεωρία και τις τεχνικές λεπτομέρειες που χρησιμοποιήθηκαν στη διπλωματική εργασία. Στη γενική της μορφή, η διαδικασία βελτιστοποίησης αποτελείται από τα εξής βήματα [18]:

1. Δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα του χωρίου (computational domain) της μοτοσυκλέτας.
2. Παραμετροποιείται η, προς βελτιστοποίηση, περιοχή και υπολογίζονται οι παραμετρικές συντεταγμένες  $U$ .
3. Επιλύεται το πρωτεύον πρόβλημα, και συγκεκριμένα, οι εξισώσεις RANS με τη χρήση του αλγόριθμου SIMPLE.
4. Υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης-στόχου  $F$ , συγκεκριμένα, του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$  και ορίζεται κριτήριο τερματισμού της διαδικασίας βελτιστοποίησης.
5. Επιλύεται το συζυγές πρόβλημα.
6. Υπολογίζεται η κλίση της συνάρτησης-στόχου  $\delta F/\delta x_m$  ως προς τις καρτεσιανές συντεταγμένες  $x_m$  των οριακών κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος, όπου  $m = 1 \dots 3$  οι διευθύνσεις  $x, y, z$ .

7. Προβάλλονται οι επιφανειακές παράγωγοι ευαισθησίας στους κόμβους του χωρίου ελέγχου για τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού σύμφωνα με τη σχέση:

$$\frac{\delta F}{\delta b_i} = \frac{\delta F}{\delta x_m^j} \frac{\delta x_m^j}{\delta b_i}, \quad j = 1 \dots n_p, \quad (3.1)$$

όπου  $b_i$  οι μεταβλητές σχεδιασμού,  $n_p$  ο αριθμός των οριακών κόμβων του πλέγματος οι οποίοι τίθενται προς μετακίνηση και  $j$  ο εκάστοτε οριακός κόμβος. Η ποσότητα  $\delta x_m^j / \delta b_i$  υπολογίζεται αναλυτικά από την παραγωγή της σχέσης 3.6 ως προς  $b_i$ .

8. Χρησιμοποιώντας την κλίση της συνάρτησης-στόχου, του βήματος  $\delta$ , και τη μέθοδο της απότομης καθόδου ανανεώνονται οι συντεταγμένες των σημείων  $b_i$  του χωρίου ελέγχου. Τα οριακά σημεία του πλέγματος τίθενται σταθερά ώστε να αποτραπεί αλληλοκάλυψη μεταξύ παραμετροποιημένων και μη-παραμετροποιημένων κόμβων.
9. Υπολογίζονται οι θέσεις των νέων επιφανειακών και χωρικών πλεγματικών κόμβων βάσει των παραμετρικών συντεταγμένων  $\mathbf{U}$  του κάθε κόμβου μέσω της σχέσης 3.6.
10. Επιστροφή στο βήμα 3.

Η παραπάνω διαδικασία παρατίθεται και υπό τη μορφή διαγράμματος ροής στο σχήμα 3.1. Στις επόμενες παραγράφους θα γίνει εκτενέστερη αναφορά σε καθένα από τα παραπάνω βήματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

## 3.2 Γεωμετρία της Μοτοσυκλέτας

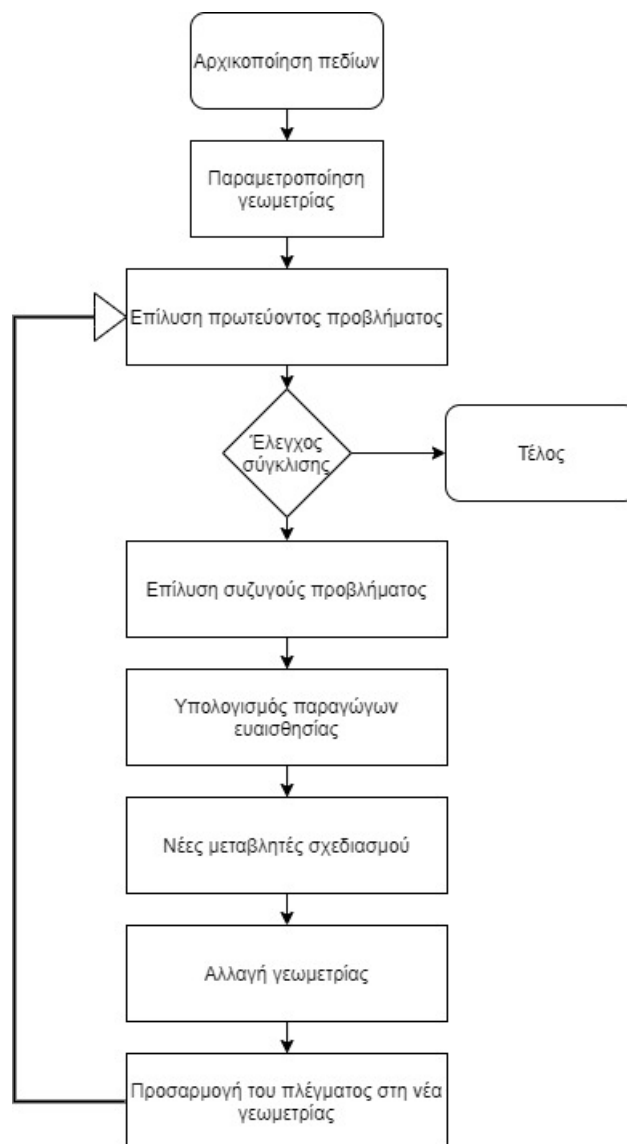
Στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας σχεδιάστηκε μοντέλο μοτοσυκλέτας καθώς και τυπικός αναβάτης σε ημιόρθια θέση οδήγησης στο λογισμικό σχεδίασης Solidworks<sup>1</sup>. Το μοντέλο που δημιουργήθηκε παρατίθεται στο σχήμα 3.2. Το κράνος του αναβάτη καθώς και το πίσω ψαλίδι (swingarm)<sup>2</sup>, βρέθηκαν ήδη σχεδιασμένα<sup>3</sup> και συνεπώς χρησιμοποιήθηκαν χωρίς να επανασχεδιαστούν. Η σχεδίαση του μοντέλου καθώς και το συνολικό σχήμα ακολουθεί τυπικές διαστάσεις που εμφανίζονται σε μοτοσυ-

<sup>1</sup> Το Solidworks είναι ένα εμπορικό λογισμικό σχεδίασης το οποίο χρησιμοποιήθηκε στο πλαίσιο εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας μέσω άδειας η οποία διατίθεται από το ΚΗΥ του ΕΜΠ σε φοιτητές του ιδρύματος.

<sup>2</sup> Το πίσω ψαλίδι είναι το μέρος της μοτοσυκλέτας πάνω στο οποίο εδράζεται ο πίσω τροχός καθώς και η πίσω ανάρτηση. Το πίσω ψαλίδι συνδέεται μηχανικά με το σασί στο ύψος που βρίσκονται τα στηρίγματα για τα πόδια του οδηγού, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2δ'

<sup>3</sup> Τα δύο κομμάτια (parts) τα οποία χρησιμοποιήθηκαν έτοιμα, βρέθηκαν από το ιστότοπο <https://grabcad.com/>.





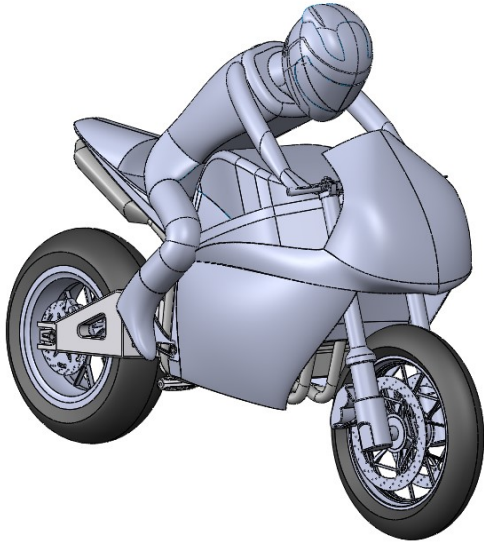
**Σχήμα 3.1:** Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης με τη χρήση συζυγούς μεθόδου.

κλέτες τύπου superbike. Ειδικότερα, για τον σχεδιασμό των fairings δόθηκε μεγάλη προσοχή ούτως ώστε η γεωμετρία να είναι αξιοπρεπώς αεροδυναμική.

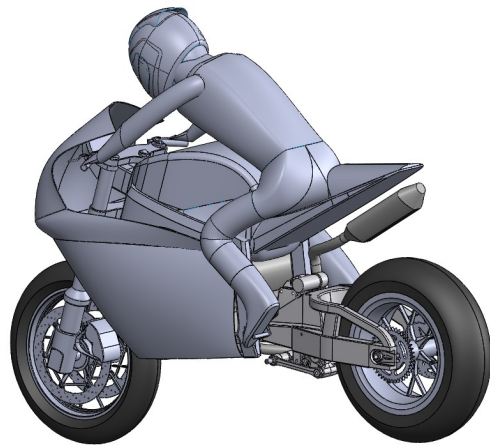
Το μοντέλο της μοτοσυκλέτας είναι σε μεγάλο βαθμό συμμετρικό, αυτό επιτρέπει την επίλυση του μισού πεδίου ροής και, συνεπώς, μειώνεται αισθητά το υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Το τελικό της εξάτμισης μπορεί να είναι σε πληθώρα θέσεων, όπως φαίνεται στις φωτογραφίες των παραγράφων 1.1 και 1.2. Κατά τη σχεδίαση του μοντέλου της μοτοσυκλέτας, επιλέχθηκε συνειδητά η θέση του τελικού της εξάτμισης να είναι κάτω από τη σέλα της μοτοσυκλέτας ούτως ώστε να διασφαλίζεται η συμμετρία της γεωμετρίας κατά τη βελτιστοποίηση. Αξίζει να σημειωθεί ότι, ζέχωρα από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, έγινε μια μικρή μελέτη για την επίδραση της θέσης της εξάτμισης στο συντελεστή οπισθέλκουσας τα αποτελέσματα της οποίας

παρατίθενται στην παράγραφο 4.5.2.

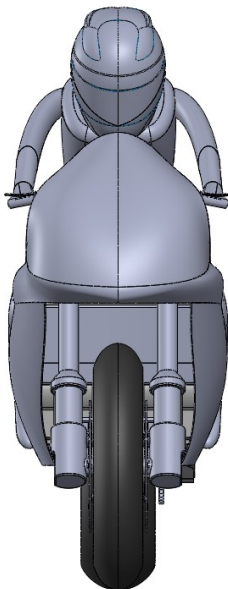
Η σχεδίαση του αναβάτη ακολούθησε παρόμοια λογική αν και οι σωματικές διαστάσεις μάλλον τείνουν σε αυτές ενός μικρόσωμου αναβάτη. Επίσης, η ημιόρθια θέση επιλέχθηκε ως μια τυπική θέση οδήγησης σε μοτοσυκλέτα τύπου superbike.



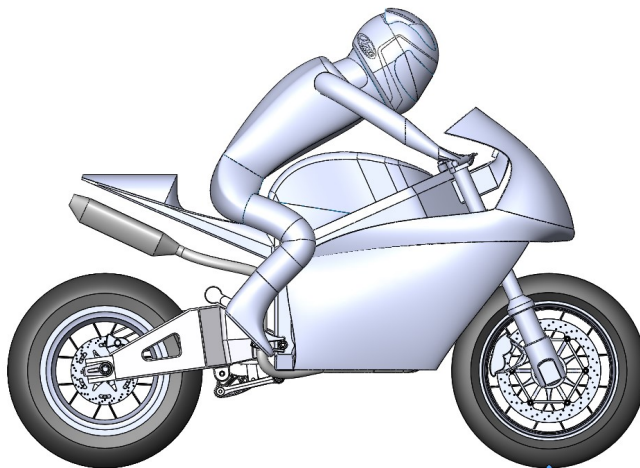
(α') Πλάγια-εμπρός όψη της μοτοσυκλέτας.



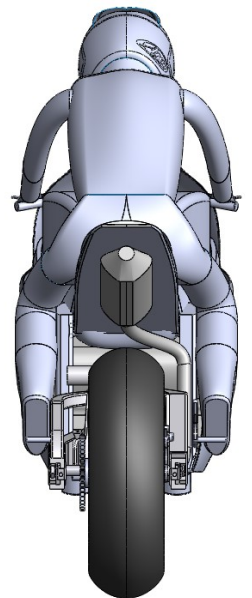
(β') Πλάγια-πίσω όψη της μοτοσυκλέτας.



(γ') Πρόοψη της μοτοσυκλέτας.



(δ') Αριστερή πλάγια όψη της μοτοσυκλέτας. Με μπλε χρώμα φαίνεται το σημείο που έχει ορισθεί ως αρχή των αξόνων (origin).



(ε') Πίσω όψη της μοτοσυκλέτας.

**Σχήμα 3.2:** Όψεις του μοντέλου της μοτοσυκλέτας από πρόγραμμα σχεδίασης Solidworks.

Το μοντέλο CAD που σχεδιάστηκε παρουσιάζει, ομολογουμένως, αξιόλογη λεπτομέρεια σε μέρη όπως οι τροχοί και το πίσω ψαλίδι, η οποία δεν είναι απαραίτητη για την αεροδυναμική ανάλυση. Για τη δημιουργία πλέγματος αφαιρέθηκαν λεπτομέρειες του σχεδίου οι οποίες πιθανόν να δημιουργούσαν δυσκολία. Τέτοιες λεπτομέρειες είναι το σύστημα φρένων τόσο εμπρός όσο και πίσω. Με τον όρο 'σύστημα φρένων', εννοούνται οι δαγκάνες (calipers) καθώς και οι στηρίξεις αυτών, οι οποίες είναι εμφανείς στο σχήμα 3.2δ'. Μεγάλη σημασία για τη δημιουργία, τόσο του αεροδυναμικού μοντέλου όσο και για βελτιστοποίηση γενικότερα, παρουσιάζει η επιλογή του σημείου αρχής των αξόνων ή origin. Το σημείο origin επιλέχθηκε κατά τη σχεδίαση του μοντέλου και βρίσκεται στο σημείο επαφής του εμπρός τροχού με το οδόστρωμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2δ'. Η θέση του σημείου origin θα παραμείνει σταθερή κατά τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας και όταν δίνεται η θέση κάποιας οντότητας, θα ορίζεται ως διάλυσμα της σχετικής θέσης από το σημείο origin.

## 3.3 Δημιουργία Πλέγματος

### 3.3.1 Υπολογιστικό Χωρίο

Πρώτο βήμα στη διαδικασία βελτιστοποίησης είναι η δημιουργία πλέγματος, διαδικασία που πραγματοποιήθηκε μέσω εργαλείων του λογισμικού OpenFOAM. Συγκεκριμένα, για τη δημιουργία του υπολογιστικού χωρίου χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο blockMesh. Οι διαστάσεις του υπολογιστικού χωρίου του προβλήματος επιλέχθηκαν ως εξής:

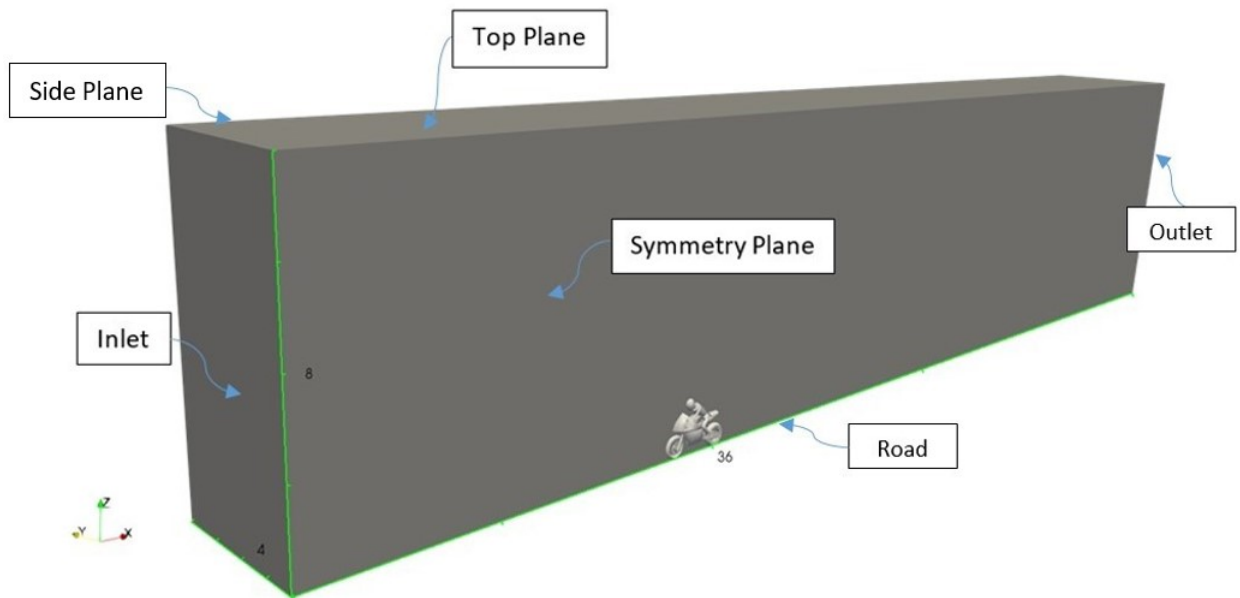
Διαστάσεις Μοτοσυκλέτας [m]		$x$	$y$	$z$	
(κατά προσέγγιση)		2	0.52	1.5	
Ποσοστό επί των διαστάσεων της μοτοσυκλέτας σε κάθε διεύθυνση		Εμπρός	Πίσω	Πλάι	Πάνω
		$5x$	$13x$	$8y$	$5z$
Διαστάσεις Υπολογιστικού Χωρίου [m]		$x$	$y$	$z$	
		36	4	8	
Αριθμός κελιών σε		$x$	$y$	$z$	
σε κάθε διεύθυνση		180	20	40	

**Πίνακας 3.1:** Οι υποθέσεις ως προς το μέγεθος του υπολογιστικού χωρίου συναρτήσει των διαστάσεων της μοτοσυκλέτας, οι τελικές διαστάσεις του υπολογιστικού χωρίου καθώς και ο αριθμός των κελιών σε κάθε διεύθυνση.

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι πρόβλημα που μελετάται, στη διπλωματική εργασία, παρουσιάζει συμμετρία κατά το επίπεδο  $xz$  συνεπώς κρίνεται δυνατή η επίλυση του μισού ροϊκού πεδίου, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.2. Κατά τη δημιουργία του υπολογιστικού χωρίου ορίζονται και τα οριακά (boundary) patches, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3. Επίσης, η επιλογή του αριθμού κελιών σε κάθε διεύθυνση είναι τέτοια ώστε τα κελιά που δημιουργούνται να έχουν κυβικό σχήμα με πλευρά 0.2 m, η επιλογή αυτή δικαιολογείται στην παράγραφο 3.3.2. Τα κελιά τα οποία δημιουργούνται μέσω του εργαλείου blockMesh ονομάζονται αρχικά (initial) ή 'πίσω' (background) κελιά.

### 3.3.2 Γένεση Πλέγματος

Για τη δημιουργία πλέγματος γύρω από τη γεωμετρία χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο snappyHexMesh. Το εργαλείο snappyHexMesh χρησιμοποιείται για τη δημιουργία μη-δομημένου πλέγματος, εξαεδρικών κελιών, σε πολύπλοκες τριδιάστατες γεωμετρίες, όπως στη προκειμένη περίπτωση, καθώς πετυχαίνει την απαραίτητη ποιότητα και δίνει τη δυνατότητα παράλληλης πλεγματοποίησης. Η δυνατότητα παραλληλοποίησης της διαδικασίας πλεγματοποίησης προσφέρει ταχύτερη δημιουργία πλέγματος καθώς και δυνατότητα παράλληλης επίλυσης της ροής μέσω του πρωτοκόλλου MPI. Τα αρχεία που δέχεται ως είσοδος είναι αρχεία τύπου .stl (Stereolithography) και η πλεγματοποίηση ακολουθεί τα εξής βασικά βήματα [19]:



**Σχήμα 3.3:** Το υπολογιστικό χωρίο με επίπεδο συμμετρίας το  $xz$  καθώς και οι διαστάσεις κάθε διεύθυνσης με πράσινο χρώμα. Παρατίθενται επίσης τα patches στα όρια του υπολογιστικού χωρίου καθώς και το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται στη διπλωματική εργασία.

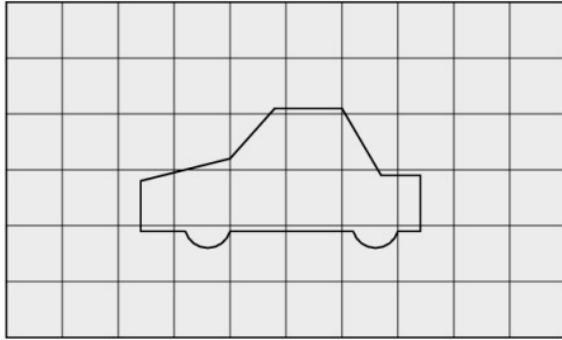
- Διαίρεση (castellation) των αρχικών εξάεδρων σε μικρότερα κοντά στις καθορισμένες επιφάνειες για ακριβέστερη αποτύπωση των επιφανειών όπως φαίνεται στα σχήματά 3.4α' και 3.4β'. Οι επιφάνειες καθορίζονται μέσω των .stl αρχείων και τα αρχικά κελιά μέσω του εργαλείου blockMesh για το οποίο έγινε αναφορά στη παράγραφο 3.3.1.
- Στο πέρας της διαδικασίας διαίρεσης αφαιρούνται τα κελιά τα οποία βρίσκονται στο εσωτερικό της επιφάνειας, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4γ'. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται πύκνωση επιφανειών μακριά από τη γεωμετρία, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4δ'.
- Προσκόλληση (snapping), είναι μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία το πυκνωμένο ήδη πλέγμα προσαρμόζεται στην επιφάνεια, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4ε', όπου και αφαιρούνται τα εναπομείναντα, εσωτερικά της επιφάνειας, κελιά. Η γένεση του αρχικού πλέγματος με κύβους ή, γενικότερα, εξάεδρα με λόγον επιμήκους<sup>4</sup> κοντά στο 1 είναι απαραίτητη καθώς, σε αντίθετη περίπτωση, η διαδικασία του snapping είναι αργή και πιθανώς να μην ολοκληρωθεί με επιτυχία. Για αυτόν το λόγο, επιλέχθηκε να είναι κυβικό το σχήμα των αρχικών κελιών στην παράγραφο 3.3.1.
- Προσθήκη στρωμάτων κελιών (layering) σε περιοχές κοντά στην επιφάνεια, όπου

<sup>4</sup> Ως λόγος επιμήκους (aspect ratio) ενός κελιού ορίζεται ο λόγος της μεγαλύτερης προς τη μικρότερη πλευρά (edge).

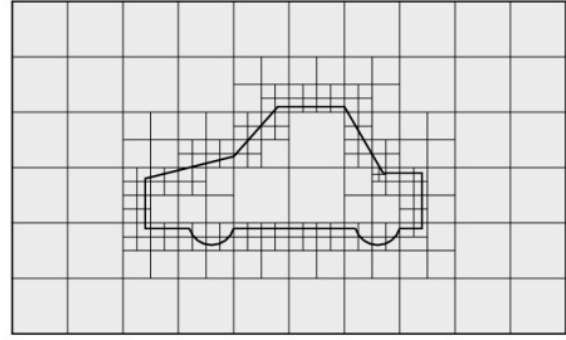
από τις παραπάνω διαδικασίες, μπορεί τα κελιά να παρουσιάζουν ακανόνιστο (irregular) σχήμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4τ'.

Το υπολογιστικό χωρίο έχει δημιουργηθεί αφήνοντας πάνω από το διπλάσιο χώρο πίσω από τη μοτοσυκλέτα σε σχέση με εμπρός, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.5. Αυτό συμβαίνει ώστε να υπάρχει χώρος για την ομαλοποίηση του πεδίου ροής του ομόρρου, γεγονός το οποίο βοηθά στην σύγκλιση του υπολογιστικού μοντέλου [20]. Για καλύτερη εποπτεία του πλέγματος η γεωμετρία χωρίστηκε σε πέντε .stl αρχεία στα οποία δόθηκε τόσο επιφανειακή πύκνωση (surface refinement), όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8, όσο και πύκνωση του γύρω χώρου (region refinement) όπως φαίνεται στο σχήμα 3.7. Το επίπεδο πύκνωσης στις περιοχές του fairing ορίστηκε μεγαλύτερο από την αντίστοιχη επιφανειακή πύκνωση στις υπόλοιπες περιοχές (π.χ. στο σασί και το κινητήρα της μοτοσυκλέτας), όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8. Χρησιμοποιήθηκαν επίσης στρώματα (layers) τόσο κοντά στη γεωμετρία όσο και στο δρόμο. Επίσης τέθηκε ένα κουτί πύκνωσης (refinement box) το οποίο εκτείνεται εμπρός και πίσω από τη μοτοσυκλέτα. Το κουτί πύκνωσης αφενός χρησιμοποιήθηκε για να υπάρχει πύκνωση και, συνεπώς, μεγαλύτερη ακρίβεια στα ροϊκά πεδία στις παράπλευρες περιοχές κοντά στη μοτοσυκλέτα, αφετέρου ώστε να είναι ομαλή η μετάβαση του πλέγματος από τα αρχικά κυβικά κελιά στα, σημαντικά μικρότερα, επιφανειακά κελιά.

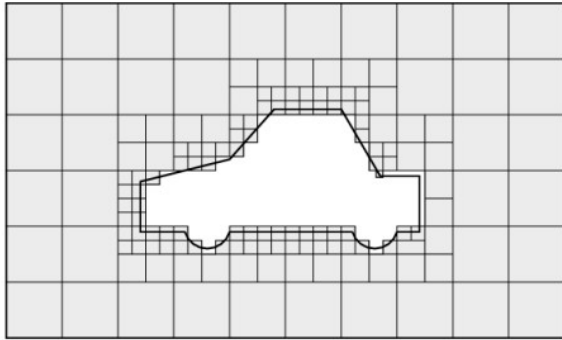
Η ανεξέλεγκτη πύκνωση των περιοχών της γεωμετρίας αυξάνει κατακόρυφα το υπολογιστικό κόστος χωρίς απαραίτητα να αυξάνει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Ειδικότερα, σε εφαρμογές βελτιστοποίησης όπου θα γίνουν πολλαπλοί υπολογιστικοί κύκλοι, το πυκνό πλέγμα επηρεάζει σημαντικά την ταχύτητα εκπλήρωσης της διαδικασίας. Για τη διατήρηση χαμηλού υπολογιστικού κόστους και παράλληλα επίτευξη της απαραίτητης ακρίβειας αποτελεσμάτων, το αποδεκτό εύρος, για τον αριθμό κελιών του υπολογιστικού χωρίου, τέθηκε στα  $6 \sim 7$  εκατομμύρια κελιά. Μετά τη διαδικασία πλεγματοποίησης ο τελικός αριθμός υπολογιστικών κελιών ανέρχεται στα  $6.58 \cdot 10^6$  κελιά, αριθμός που κρίνεται αποδεκτός.



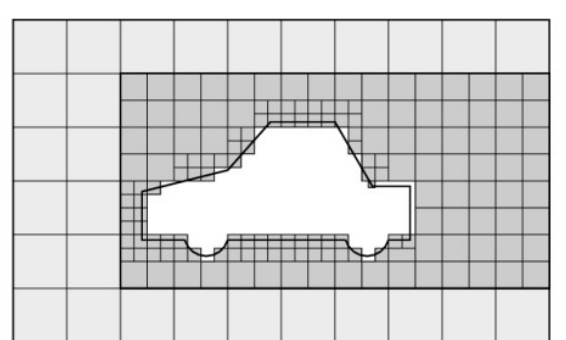
(α') Αρχικοποίηση πλέγματος, συνήθως με κελιά κυβικού σχήματος, μέσω εργαλείων όπως το *blockMesh*.



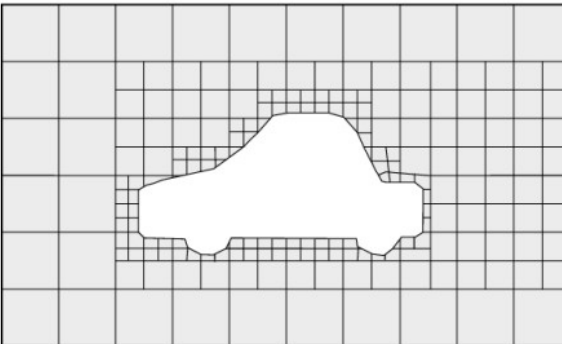
(β') Η διαδικασία της διαίρεσης του πλέγματος εφαρμόζοντας επιφανειακή πύκνωση.



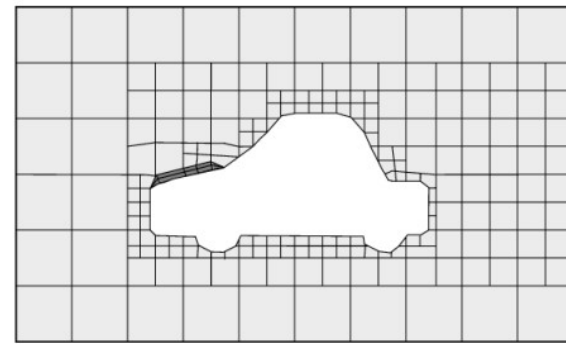
(γ') Η διαδικασία της αφαίρεσης κελιών που έχουν μεγάλο μέρος του όγκου τους εντός της επιφάνειας.



(δ') Πύκνωση περιοχών ενδιαφέροντος μέσω διαίρεσης σε απόσταση από τις επιφάνειες.

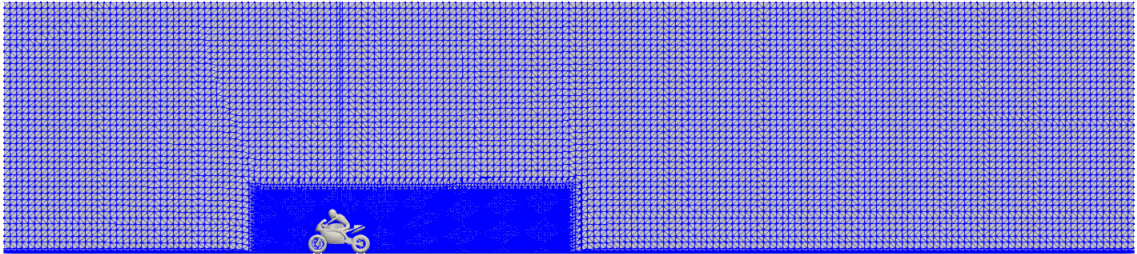


(ε') Η διαδικασία της επιφανειακής προσκόλλησης του πλέγματος στην επιφάνεια και αφαίρεση των εναπομεινάντων, εσωτερικών της επιφάνειας, κελιών.

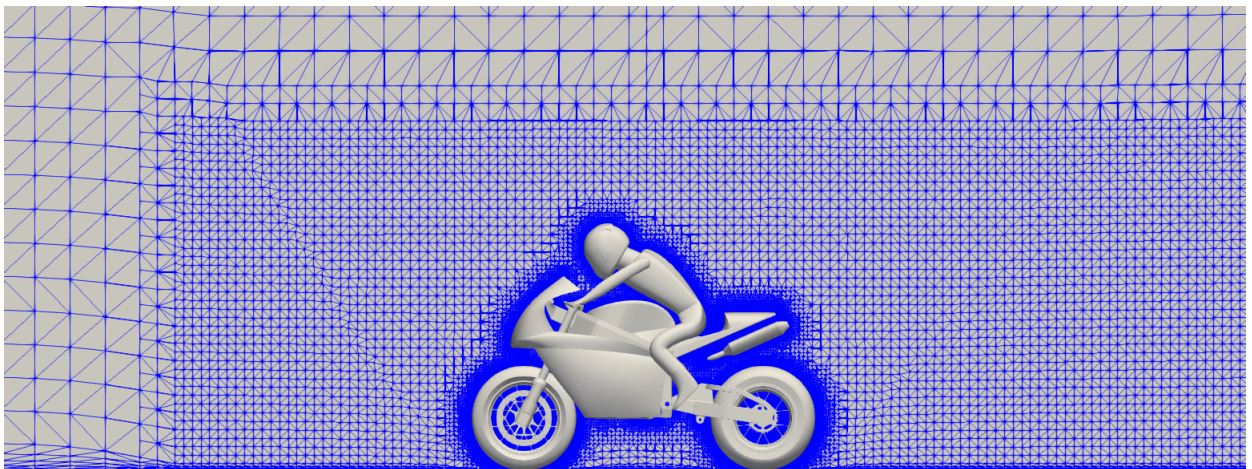


(ς') Προσθήκη στρωμάτων εξαεδρικών κελιών ή *layering* κοντά στις επιφάνειες.

**Σχήμα 3.4:** Ποιοτική απεικόνιση βημάτων μέσω των οποίων δημιουργείται το πλέγμα από το *snappyHexMesh*.

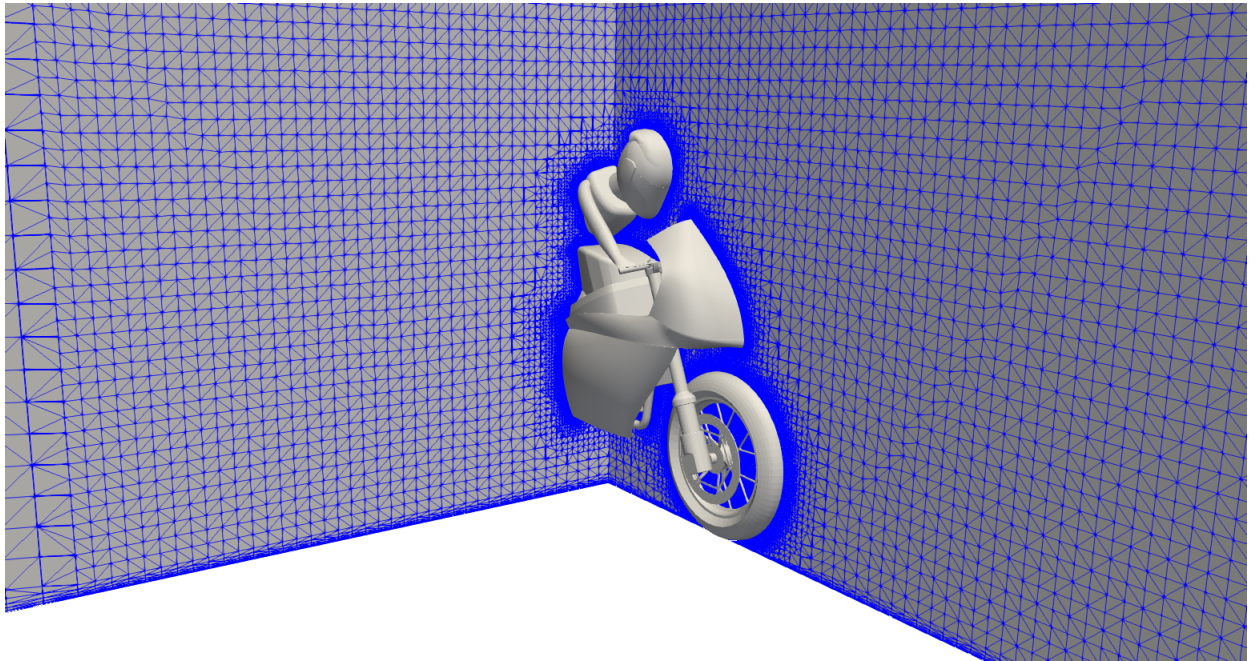


**Σχήμα 3.5:** Μακρινή όψη του υπολογιστικού χωρίου και του κουτιού πύκνωσης για οπτικοποίηση των διαστάσεων τους συναρτήσει των διαστάσεων της μοτοσυκλέτας.

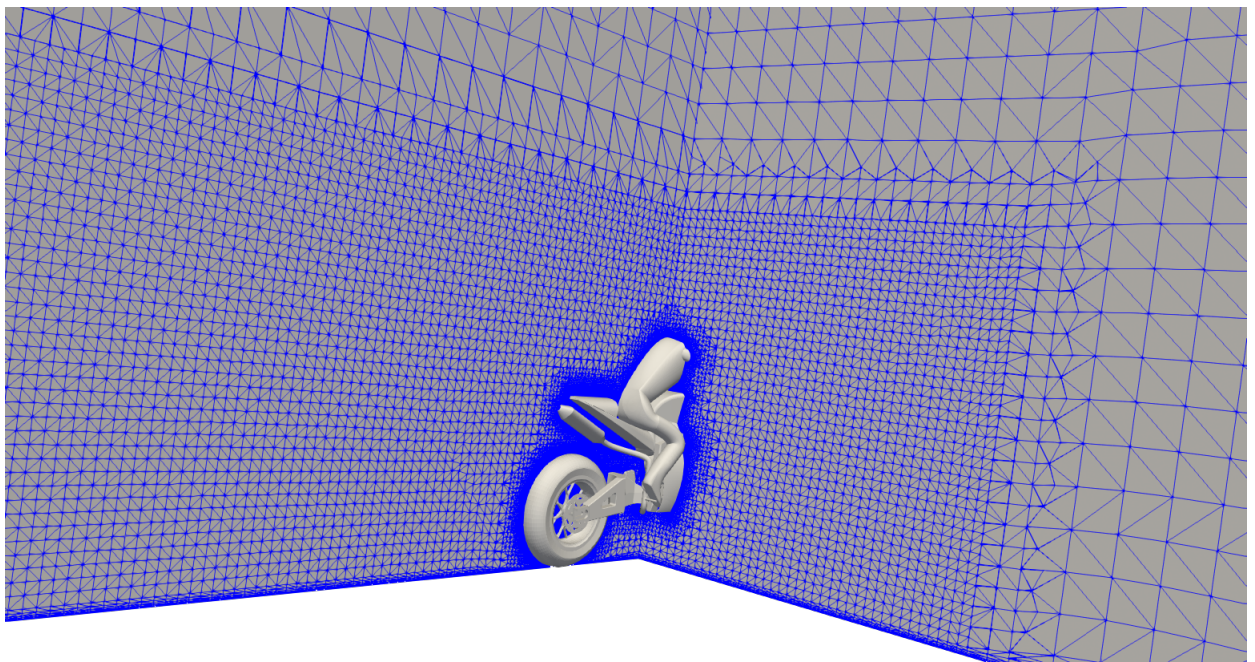


**Σχήμα 3.6:** Κοντινή όψη του υπολογιστικού χωρίου όπου είναι διακριτό το μέγεθος των κελιών στο κουτί πύκνωσης σε σχέση με τα κυβικά κελιά.





(α') Εμπρόσθια οπτική πλευρά

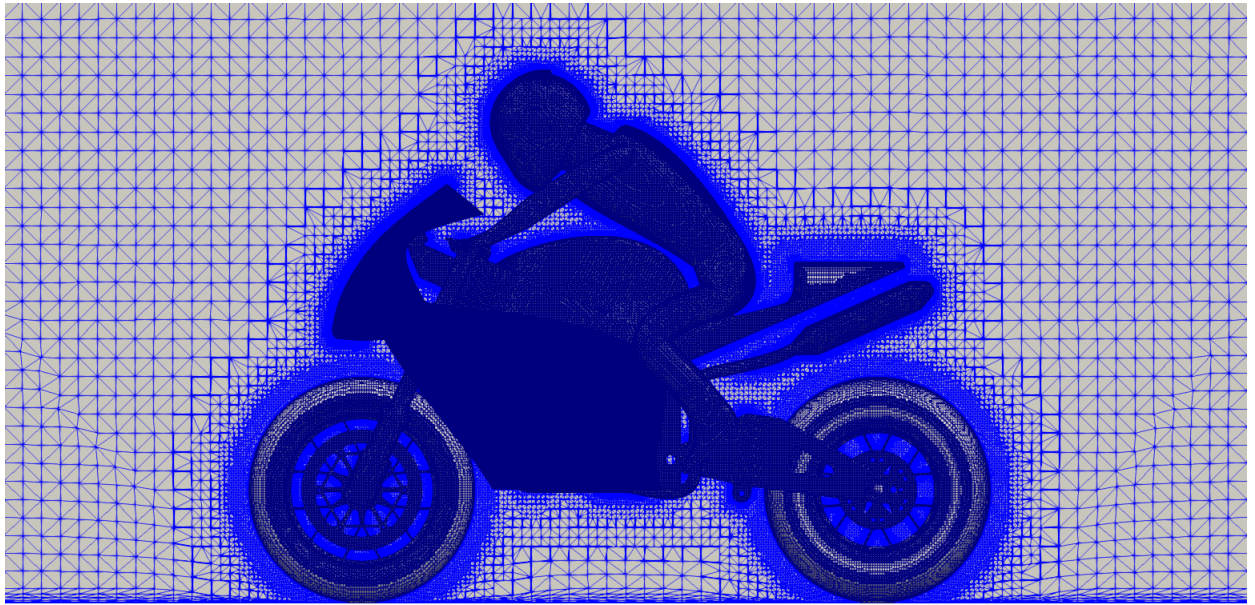


(β') Οπίσθια οπτική πλευρά

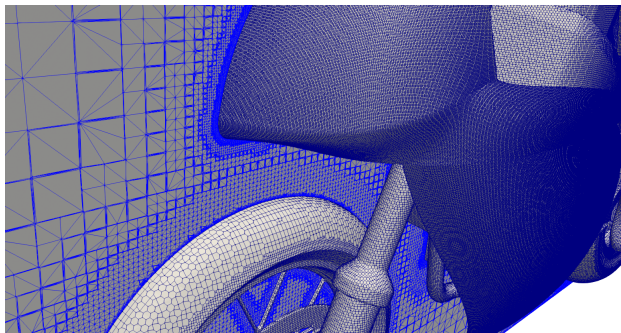
**Σχήμα 3.7:** Τομές για οπτικοποίηση πλέγματος κατά το επίπεδο συμμετρίας  $xz$  και στο επίπεδο για  $x = 0.7 \text{ m}$  κάθετα στο επίπεδο συμμετρίας.

### 3.4 Παραμετροποίηση του Ανεμοθώρακα

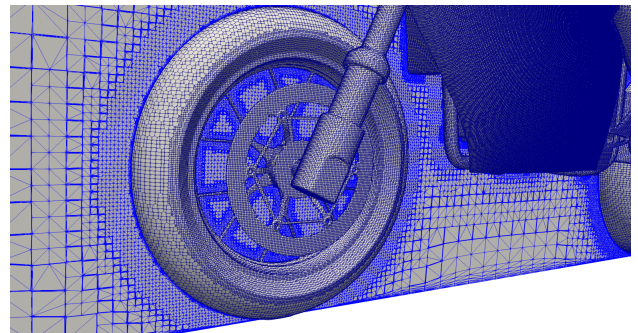
Δεύτερο βήμα της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι η παραμετροποίηση του σχήματος προς βελτιστοποίηση, δηλαδή του fairing. Οι περιοχές, οι οποίες παραμετροποιήθηκαν,



(α') Δεξιά πλάγια όψη όπου γίνεται αντιληπτή η πύκνωση της επιφάνειας σε σχέση με την πύκνωση του κουτιού πύκνωσης.



(β') Πλέγμα πάνω στο fairing.



(γ') Πλέγμα στους τροχούς

**Σχήμα 3.8:** Πύκνωση των διαφόρων στοιχείων της μοτοσυκλέτας και πλέγμα το επίπεδο συμμετρίας.

παρατίθενται με ακρίβεια και πληθώρα σχημάτων στην παράγραφο 4.3. Στην παράγραφο 3.4 παρατίθεται το θεωρητικό υπόβαθρο πίσω από τη διαδικασία παραμετροποίησης.

Η διαδικασία παραμετροποίησης και μορφοποίησης του πλέγματος βασίζεται σε χωρικές (volumetric) B-Splines και επιτυγχάνεται μέσω της μεθόδου FFD-Free Form Deformation [18]. Η μέθοδος FFD χρησιμοποιεί σημεία ελέγχου (control points) στον τριδιάστατο υπολογιστικό χώρο υπό τη μορφή δομημένου πλέγματος (structured grid) με σκοπό τη μετατόπιση κελιών του υπολογιστικού χωρίου εσωτερικά των ορίων του χώρου που ορίζουν τα σημεία ελέγχου. Η μέθοδος FFD αναπτύχθηκε και συνδυάστηκε με τον επιλύτη συζυγών εξισώσεων από τη ΜΠΥΡ&Β. Για την επιτυχημένη εφαρμογή της μεθόδου επιτελούνται οι εξής διεργασίες:

- Η παραμετροποίηση μέρους της επιφάνειας ή ολόκληρης της επιφάνειας μέσω του ορισμού σημείων ελέγχου, όπως προαναφέρθηκε.
- Η μετατόπιση των επιφανειών και χωρικών κόμβων (nodes) ενδιαφέροντος με το πέρασ κάθθε κύκλου βελτιστοποίησης για την ανανέωση της γεωμετρίας.

### 3.4.1 Καμπύλες B-Splines

Έστω  $b_i, i \in [0, n]$  τα σημεία ελέγχου της παραμετροποιημένης καμπύλης  $x(u)$ . Για μια καμπύλη B-Spline, το  $x(u)$  δίνεται από τη σχέση [18]:

$$x(u) = U_{i,p}(u)b_i, \quad i = 0 \dots n \quad (3.2)$$

όπου  $U_{i,p}$  είναι η  $i$ -οστή συνάρτηση βάσης, βαθμού  $p$ . Θέτοντας, στη συνέχεια, επιπλέον σημεία ελέγχου, στις διευθύνσεις  $y$  και  $z$  αντίστοιχα, η σχέση 3.2 μπορεί να ορισθεί για διδιάστατες και τριδιάστατες καμπύλες.

Η καμπύλη  $x$ , που προκύπτει, είναι μια τμηματική (piecewise) πολυωνυμική συνάρτηση της οποίας το κάθε πολώνυμο είναι, το πολύ, βαθμού  $p$ . Για να ορισθεί η συνάρτηση βάσης  $U_{i,p}(u)$ , καθίσταται αναγκαία η σύνταξη ενός συνόλου κόμβων, κατά αύξουσα σειρά, το οποίο αποκαλείται διάνυσμα κόμβων (knot vector) για το οποίο ισχύει ότι  $\xi_i, i \in [0, m]$  όπου  $m = n + p + 1$ . Οι κόμβοι μπορούν να παρουσιάζουν πολλαπλότητα μεγαλύτερη της μονάδας. Το διάνυσμα κόμβων που χρησιμοποιείται, ορίζεται ως εξής:

$$\xi = \left[ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \frac{1}{N}, \dots, \frac{N+1}{N}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right] \quad (3.3)$$

όπου  $N = n - p + 1$ . Η χρήση του διανύσματος κόμβων αυτού, έχει ως αποτέλεσμα, οι παραγόμενες καμπύλες να είναι σφιγτές (clamped), δηλαδή να περνούν από το αρχικό και το τελικό σημείο ελέγχου. Επίσης, ο αριθμός των σημείων ελέγχου πρέπει να ξεπεράσει τον βαθμό της καμπύλης κατά, τουλάχιστον, ένα.

Δύο διαδοχικοί κόμβοι ορίζουν το εύρος (knot span). Η συνάρτηση βάσης μηδενικού βαθμού (zero order basis function) ορίζεται ως εξής:

$$U_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \xi_i \leq u < \xi_{i+1} \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (3.4)$$

Οι συναρτήσεις βάσης υψηλότερων βαθμών δίνονται από τον αναδρομικό τύπο:

$$U_{i,p}(u) = \frac{u - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} U_{i,p-1}(u) + \frac{\xi_{i+p+1} - u}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+p}} U_{i+1,p-1}(u) \quad (3.5)$$

Σε περίπτωση που κατά τον υπολογισμό των συναρτήσεων βάσης προκύψουν όροι της μορφής  $\frac{0}{0}$ , τότε η τιμή τους ορίζεται 0. Κάθε συνάρτηση βάσης (και, κατά συνέπεια, κάθε σημείο ελέγχου) επηρεάζει μόνο σημεία με παραμετρικές συντεταγμένες οι οποίες βρίσκονται στο εύρος  $p + 1$ , το οποίο ορίζεται από το  $[\xi, \xi_{i+p+1})$ . Συνεπώς, οι B-Splines παρουσιάζουν την ιδιότητα της τοπικής επίδρασης. Το επίπεδο εύρους της τοπικής επίδρασης ελέγχεται μέσω των βαθμών της καμπύλης. Για μικρές τιμές του βαθμού καμπύλης επέρχεται τοπικότερη επίδραση. Η συνέχεια των καμπυλών είναι μη-άπειρη μόνο στους κόμβους και δίνεται από τη σχέση  $C^{p-k}$  όπου  $k$  η πολλαπλότητα του εκάστοτε κόμβου.

### 3.4.2 Χωρικές B-Splines

Επεκτείνοντας τις έννοιες που παρατέθηκαν στη παράγραφο 3.4.1, έστω  $b_m^{ijk}$ ,  $i \in [0, I]$ ,  $j \in [0, J]$ ,  $k \in [0, K]$  οι καρτεσιανές συντεταγμένες του  $ijk$ -οστού σημείου ελέγχου ενός τριδιάστατου δομημένου χωρίου ελέγχου. Ο αριθμός των σημείων ελέγχου είναι  $I$ ,  $J$  και  $K$  για κάθε μία από τις διευθύνσεις του χωρίου ελέγχου. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες  $x = [x_1, x_2, x_3]^T = [x, y, z]^T$  των σημείων του υπολογιστικού πλέγματος τα οποία βρίσκονται εσωτερικά του επιλεγμένου χωρίου ελέγχου δίνονται από τη σχέση [18]:

$$x_m(u, v, w) = U_{i,pu}(u)V_{j,pv}(v)W_{k,pw}(w)b_m^{ijk} \quad (3.6)$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση,  $\mathbf{U} = [u_1, u_2, u_3]^T = [u, v, w]^T$  είναι οι παραμετρικές συντεταγμένες των πλεγματικών σημείων·  $U, V, W$  οι συναρτήσεις βάσης και  $pu, pv, pw$  οι βαθμοί των καμπυλών οι οποίοι μπορούν να διαφέρουν κατά κατεύθυνση. Σε περίπτωση που είναι γνωστές οι παραμετρικές συντεταγμένες  $\mathbf{U}$ , ο υπολογισμός των καρτεσιανών συντεταγμένων για οποιοδήποτε παραμετροποιημένο πλέγμα είναι μια απλή διαδικασία με μικρό υπολογιστικό κόστος. Ειδικότερα, οι παραμετρικές συντεταγμένες μπορούν να υπολογιστούν με ακρίβεια καθώς απαιτείται mapping από  $\mathbb{R}^3(x, y, z) \rightarrow \mathbb{R}^3(u, v, w)$ , συνεπώς, οι volumetric B-Splines μπορούν να αποδώσουν οποιαδήποτε γεωμετρία με ακρίβεια μηχανής<sup>5</sup>.

Δεδομένου ότι είναι γνωστές οι θέσεις των σημείων ελέγχου, το διάλυμα κόμβων και οι συναρτήσεις βάσης, υπολογίζονται οι παραμετρικές συντεταγμένες  $\mathbf{U}$  των κόμβων μέσω της επίλυσης (για κάθε κόμβο) του συστήματος:

$$\mathbf{R}(u_1, u_2, u_3) = \begin{bmatrix} x_1(u_1, u_2, u_3) - x_{1,r} = 0 \\ x_2(u_1, u_2, u_3) - x_{2,r} = 0 \\ x_3(u_1, u_2, u_3) - x_{3,r} = 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

όπου  $\mathbf{r} = [x_r, y_r, z_r]^T$  οι καρτεσιανές συντεταγμένες του εκάστοτε σημείου που αναζητούνται οι παραμετρικές συντεταγμένες του και  $x_m(u, v, w)$  υπολογίζονται, βάσει των

<sup>5</sup> Σε υπολογιστικές διαδικασίες, ως ακρίβεια μηχανής ορίζεται το επίπεδο στο οποίο ένας υπολογιστής μπορεί να θεωρήσει δύο ποσότητες ίσες βάσει της πεπερασμένης ακρίβειας που διαθέτει.

δοθέντων  $\mathbf{b}$ , μέσω την σχέσης 3.6. Το  $3 \times 3$  σύστημα της σχέσης 3.7 μπορεί να λυθεί με τη χρήση της μεθόδου Newton-Raphson για το εκάστοτε σημείο αφού πρώτα υπολογιστεί και αντιστραφεί η Ιακωβιανή  $\partial x_m / \partial u_j$ ,  $m, j \in [1, 3]$ . Η Ιακωβιανή ορίζουσα υπολογίζεται αναλυτικά μέσω έκφρασης κλειστής μορφής<sup>6</sup> η οποία προέρχεται από το διαφορισμό της σχέσης 3.6 συναρτήσε των συνιστωσών του  $\mathbf{U}$ . Δεδομένης της ανεξαρτησίας του κάθε σημείου από τα υπόλοιπα πλεγματικά σημεία η διαδικασία που περιγράφηκε μπορεί να παραλληλοποιηθεί.

Η παραπάνω διαδικασία συντελείται μια φορά και μπορεί να θεωρηθεί ως μια διαδικασία εκπαίδευσης της μεθόδου. Αφότου μετακινήθουν τα σημεία ελέγχου  $\mathbf{b}$ , οι καρτεσιανές συντεταγμένες για κάθε πλεγματικό σημείο, εσωτερικά του χωρίου ελέγχου, υπολογίζονται, με μικρό υπολογιστικό κόστος, μέσω της σχέσης 3.6. Επιπλέον, αφού το  $x_m$  εξαρτάται μόνο από τις παραμετρικές συντεταγμένες των πλεγματικών σημείων ( $u, v, w$ ) και το  $\mathbf{b}$ , τα παραμορφωμένα πλέγματα είναι ανεξάρτητα βημάτων (step-independent).

## 3.5 Το Πρωτεύον Πρόβλημα

Τρίτο βήμα στη διαδικασία βελτιστοποίησης είναι η επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος. Η επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος ανάγεται σε επίλυση των διακριτοποιημένων εξισώσεων RANS με χρήση του μοντέλου Spalart-Allmaras μέσω του αλγόριθμου SIMPLE, όπως προαναφέρθηκε. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της χρήσης της έκδοσης 2.3.1 του OpenFOAM. Αρχικά θα γίνει αναφορά στις παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν, στη συνέχεια θα γίνει αναφορά τόσο στις οριακές συνθήκες του προβλήματος όσο και στα σχήματα διακριτοποίησης τα οποία χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση και, τέλος, θα παρατεθούν τα βασικά βήματα του αλγόριθμου SIMPLE.

### 3.5.1 Παραδοχές του Μοντέλου

Η δημιουργία μοντέλου για την αεροδυναμική μελέτη απαιτεί παραδοχές ώστε να συνάδει με τη πραγματικότητα και, παράλληλα, να απλοποιούνται περιοχές οι οποίες θα έκαναν τη μελέτη υπολογιστικά ασύμφορη. Στη διπλωματική εργασία γίνονται οι εξής παραδοχές:

- Η μοτοσυκλέτα κινείται με ταχύτητα μέτρου  $35 \frac{m}{s}$  και φορά αυτή του σχήματος 1.2. Ο δρόμος θεωρείται κινούμενος με ταχύτητα ίδιου μέτρου και φορά αυτή του σχετικού συστήματος συντεταγμένων, το οποίο φαίνεται στο σχήμα 3.3.
- Οι τροχοί περιστρέφονται για ακτίνα τροχού  $r = 0.29995 \text{ m}$  και ταχύτητα κίνησης  $35 \frac{m}{s}$ , η γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 116.69 \frac{r}{s}$ .

<sup>6</sup> Εκφράσεις κλειστής μορφής είναι μαθηματικές εκφράσεις οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν μετά από πεπερασμένο αριθμό βημάτων.

- Η παροχή καυσαερίων της εξάτμισης λαμβάνεται υπόψη, τόσο κατά την υπολογιστική διαδικασία των πεδίων ροής όσο και στον υπολογισμό των δυνάμεων. Γίνονται οι παρακάτω υποθέσεις εργασίας: ο κινητήρας που χρησιμοποιείται, είναι τετράχρονος ( $k = 4$ ), έχει όγκο εμβολισμού  $V_h = 600 \text{ cm}^3$ , και για ταχύτητα  $35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  παρουσιάζει ταχύτητα περιστροφής  $n = 15000 \text{ rpm}$ . Η ισχύς του κινητήρα  $P = 90 \text{ kW}$ , ο βαθμός απόδοσης  $\eta = 0.3$  και η ενεργειακή συγκέντρωση του καυσίμου  $\theta_U = 42000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  (τυπικές τιμές για τα μεγέθη κινητήρα σε μοτοσυκλέτες τέτοιου είδους). Για μια εκτίμηση της παροχής καυσαερίων χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω απλές σχέσεις [21]:

–  $\dot{V}_h = V_h \frac{n}{30k}$ : Η παροχή όγκου αέρα του κινητήρα  $\dot{V}_h = 0.075 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ .

–  $\dot{m}_{gas} = \frac{P}{\eta\theta_U}$ : Η παροχή μάζας του καυσίμου είναι  $\dot{m}_{gas} = 0.0706 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ . Δεδομένου ότι η τυπική πυκνότητα της βενζίνης είναι  $\rho_{gas} = 755 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Συνεπώς  $\dot{V}_{gas} = \dot{m}_{gas}/\rho_{gas} = 9.4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ . Άρα  $\dot{V}_h \gg \dot{V}_{gas}$ , συνεπώς η επίδραση του καυσίμου στη συνολική παροχή όγκου της εξάτμισης είναι ασήμαντη και θα αμεληθεί.

Επίσης, γίνεται η υπόθεση σταθερής παροχής όγκου από την εξάτμιση: στη πραγματικότητα, η παροχή όγκου της εξάτμισης κάθε άλλο παρά σταθερή είναι (καθώς είναι ανάλογη των στροφών του κινητήρα) αλλά στο πλαίσιο την διπλωματικής εργασίας θεωρείται αποδεκτή αυτή η υπόθεση. Τελικά, για διάμετρο εξάτμισης  $D = 38 \text{ mm}$  η ταχύτητα εξόδου των καυσαερίων είναι:  $u_{exhaust} = 66.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### 3.5.2 Οριακές Συνθήκες

Κατά τη μελέτη ενός προβλήματος υπολογιστικής ρευστομηχανικής, υπάρχει η ανάγκη να ορισθούν οι συνθήκες για τις οποίες θα λυθεί το ροϊκό πρόβλημα. Κάτι τέτοιο επιτυγχάνεται μέσω επιβολής των συνθηκών αυτών, για τις ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος, στα όρια του υπολογιστικού χωρίου. Οι ανεξάρτητες μεταβλητές των εξισώσεων RANS με χρήση του μοντέλου SA είναι η ταχύτητα  $u$ , η πίεση  $p$  και η μεταβλητή του μοντέλου τύρβης  $\tilde{\nu}$ .

Στο OpenFOAM, όταν χρησιμοποιείται το μοντέλο SA, θεωρείται και η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα  $\nu_t$  ως ανεξάρτητη μεταβλητή ενώ στην πραγματικότητα δεν είναι. Τα  $\tilde{\nu}$  και  $\nu_t$  συνδέονται μέσω της σχέσης 2.15: σε όλα, σχεδόν, τα όρια του υπολογιστικού χωρίου, η οριακή συνθήκη για το  $\nu_t$  προκύπτει μέσω του  $\tilde{\nu}$ . Τα όρια στα οποία η οριακή συνθήκη για το  $\nu_t$  δεν προκύπτει μέσω του  $\tilde{\nu}$  είναι οι τοίχοι, δηλαδή, η μοτοσυκλέτα και ο δρόμος. Συγκεκριμένα, σε αυτές τις δύο περιπτώσεις επιβάλλεται οριακή συνθήκη στο  $\nu_t$  ώστε να επιβληθεί ο νόμος του τοίχου: σε όλες τις άλλες περιπτώσεις ορίων του υπολογιστικού χωρίου, δεν θα αναφέρεται οριακή συνθήκη για το  $\nu_t$ .

Στη συνέχεια, παρατίθενται οι οριακές συνθήκες για καθένα από τα οριακά patches:

- Είσοδος (Inlet):

- Η ταχύτητα στην είσοδο ορίζεται με συνθήκη Dirichlet<sup>7</sup>, κατά συνιστώσες, (35, 0, 0).
- Η πίεση στην είσοδο ορίζεται με συνθήκη zero gradient (Neumann).
- Η μεταβλητή του μοντέλου τύρβης  $\tilde{\nu}$  ορίζεται στην είσοδο με συνθήκη Dirichlet,  $1.8 \cdot 10^{-4}$ <sup>8</sup>.
- Έξοδος (Outlet):
  - Η ταχύτητα στην έξοδο ορίζεται με συνθήκη Neumann zero Gradient.
  - Η πίεση στην έξοδο ορίζεται με συνθήκη Dirichlet,  $p = 0$  (πίεση αναφοράς).
  - Η μεταβλητή του μοντέλου τύρβης  $\tilde{\nu}$  στην έξοδο ορίζεται με συνθήκη zero gradient.
- Δρόμος (Road):
  - Η ταχύτητα ορίζεται με συνθήκη Dirichlet, κατά συνιστώσες, (35, 0, 0). Η συγκεκριμένη οριακή συνθήκη επιβάλλεται λόγω της υπόθεσης κινούμενου δρόμου, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.5.1.
  - Η πίεση ορίζεται με συνθήκη zero gradient.
  - Η μεταβλητή του μοντέλου τύρβης  $\tilde{\nu}$  ορίζεται με συνθήκη Dirichlet,  $\tilde{\nu} = 0$ .
  - Η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα  $\nu_t$  ορίζεται με συνθήκη τύπου wall function<sup>9</sup>, και συγκεκριμένα nutUSpaldingWallFunction με τιμή  $\nu_t = 0$ .
- Πλευρικό και πάνω όριο (Side & Top), τα συγκεκριμένα patches παρατίθενται μαζί καθώς μοντελοποιούνται με τον ίδιο τρόπο:
  - Η ταχύτητα ορίζεται με συνθήκη μη-εισχώρησης (Slip) δηλαδή συνθήκη μη-εισχώρησης.
  - Η πίεση ορίζεται, όπως η ταχύτητα, ορίζεται με συνθήκη μη-εισχώρησης.
  - Η μεταβλητή του μοντέλου τύρβης  $\tilde{\nu}$  ορίζεται με συνθήκη μη-εισχώρησης.

<sup>7</sup> Η συνθήκη Dirichlet ή fixed value υποδηλώνει ορισμό της τιμής της μεταβλητής που μελετάται, αντίθετα η συνθήκη Neumann υποδηλώνει ορισμό της παραγώγου της μεταβλητής (συνήθως, παράγωγος ίση με μηδέν, εξού και η οριακή zero gradient).

<sup>8</sup> Για την εύρεση των οριακών συνθηκών του μοντέλου SA θεωρήθηκε ο λόγος της μεταβλητής  $\tilde{\nu}$  προς τη κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού  $X = 13.65$ .

<sup>9</sup> Η λογική πίσω από τις wall functions οριακές συνθήκες είναι ο υπολογισμός της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας κοντά στο τοίχωμα με σκοπό να προκύπτει κατάλληλη κατανομή της ταχύτητας στο οριακό στρώμα. Αυτό συμβαίνει συνήθως κατά την επίλυση High-Reynolds (ο αριθμός Reynolds είναι της τύρβης και όχι της ροής) μοντέλων όπου η πύκνωση του πλέγματος κοντά στο όριο του υπολογιστικού χωρίου δεν είναι αρκετή ώστε να μοντελοποιηθεί το προφίλ ταχύτητας του οριακού στρώματος. Με τη χρήση wall functions διασφαλίζεται η ικανοποιητική μοντελοποίηση του οριακού στρώματος χωρίς την ανάγκη πύκνωσης κοντά στα σε στερεά τοιχώματα το οποίο θα ήταν υπολογιστικά κοστοβόρο.

- Η γεωμετρία της μοτοσυκλέτας:
  - Η ταχύτητα ορίζεται με συνθήκη μη-ολίσθησης (no-Slip) στα μέρη της μοτοσυκλέτας τα οποία παραμένουν ακίνητα. Οι τροχοί, για τους οποίους υποτίθεται περιστροφική κίνηση, όπως αναφέρθηκε στη παράγραφο 3.5.1, θεωρούνται ως περιστρεφόμενοι τοίχοι (rotating walls) με γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 116.69 \frac{r}{s}$ . Η παροχή των καυσαερίων ορίζεται ως συνθήκη Dirichlet μέτρου  $66.1 \frac{m}{s}$  υπό γωνία  $25^\circ$  σε σχέση με τον άξονα  $x$ , δηλαδή  $(59.907, 0, 27.935) [\frac{m}{s}]$ .
  - Η πίεση πάνω στα τοιχώματα (κινούμενα και μη) ορίζεται με συνθήκη zero Gradient.
  - Η μεταβλητή του μοντέλου τύρβης  $\tilde{\nu}$  ορίζεται πάνω στα τοιχώματα με συνθήκη Dirichlet,  $\tilde{\nu} = 0$ .
  - Η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα  $\nu_t$  πάνω στα τοιχώματα ορίζεται με συνθήκη τύπου wall function, και συγκεκριμένα, σε περιβάλλον openFOAM, nutUSpaldingWallFunction με τιμή  $\nu_t = 0$ .
- Το patch Symmetry Plane ορίζει το επίπεδο συμμετρίας του υπολογιστικού χώρου, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3. Η οριακή συνθήκη για το επίπεδο συμμετρίας σε όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού ορίζεται ως symmetryPlane.

### 3.5.3 Σχήματα Διακριτοποίησης

Όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 1.4, το OpenFOAM δίνει τη δυνατότητα επιλογής των σχημάτων διακριτοποίησης κατά την επίλυση. Τα σχήματα διακριτοποίησης υποδεικνύουν στον επιλύτη τον υπολογιστικό τρόπο με τον οποίο θα αντιμετωπιστούν όροι όπως οι παράγωγοι. Στη διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικά σετ ρυθμίσεων του μοντέλου τα οποία και καθορίζουν την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Τα σετ ρυθμίσεων που χρησιμοποιήθηκαν εμπεριέχουν τα εξής σχήματα:

Όροι	Σχήματα Διακριτοποίησης	
	Δεύτερης Τάξης	Πρώτης Τάξης
Gradient $\nabla$	cellLimited Gauss linear	cellLimited Gauss linear
Divergence $\nabla \cdot$	bounded Gauss linearUpwind	bounded Gauss upwind
Laplacian $\nabla^2$	Gauss linear corrected	Gauss linear corrected

**Πίνακας 3.2:** Τα σχήματα διακριτοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν με τις ονομασίες που αναφέρονται στην έκδοση 2.3.1 του OpenFOAM.

Ο όρος Gauss χαρακτηρίζει τη μέθοδο με την οποία γίνεται η ολοκλήρωση των μεγθών (Gauss Intergration). Όταν υπάρχει ο όρος linear το σχήμα διακριτοποίησης ορίζεται ως σχήμα δεύτερης τάξης. Τα σχήματα δεύτερης τάξης παρουσιάζουν μεγαλύτερη ακρίβεια αποτελεσμάτων σε σχέση με τα αντίστοιχα πρώτης αλλά δυσκολεύουν



στη σύγκριση του μοντέλου [22], η διαφορά στα αποτελέσματα μεταξύ των δύο σετ ρυθμίσεων παρατίθεται στην παράγραφο 4.1.

### 3.5.4 Υπολογισμός Δυνάμεων

Οι αεροδυναμικές δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα οφείλονται στην πίεση καθώς και στη κατανομή, ορθών και διατμητικών, τάσεων (shear distribution) πάνω σε αυτό [23]. Όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 1.1, η συνισταμένη δύναμη  $\mathbf{F}$  που ασκείται στο σώμα ανάγεται σε τρεις συνιστώσες από τις οποίες οι συνιστώσες ενδιαφέροντος είναι η οπισθέλκουσα (Drag) και η άνωση (Lift). Η συνισταμένη δύναμή δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{F} = \iint_S p \mathbf{n} ds - \iint_S \tau_{ij} n_j ds \quad (3.8)$$

όπου:

- $\mathbf{n}$ : το κάθετο, στην επιφάνεια, διάνυσμα με κατεύθυνση προς τα έξω.
- $\tau_{ij}$ : ο τανυστής διατμητικών τάσεων.

Η αξιολόγηση των αεροδυναμικών ιδιοτήτων της μοτοσυκλέτας ως προς την άνωση και την οπισθέλκουσα πραγματοποιείται μέσω των συντελεστών  $C_d$  και  $C_l$  οι οποίοι δίνονται από τις σχέσεις 1.1 και 1.2 επιλύοντας για τον εκάστοτε συντελεστή ως εξής:

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (3.9)$$

$$C_l = \frac{F_l}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (3.10)$$

Η διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στον συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$ : για τη καλύτερη σύγκριση των αποτελεσμάτων ο συντελεστής οπισθέλκουσας αδιαστατοποιείται με μοναδιαία επιφάνεια. Συνεπώς η σχέση 3.9 γίνεται:

$$C_d A = \frac{F_d}{\frac{1}{2} \rho U^2} \quad (3.11)$$

Κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης, η αλλαγή του fairing, κατά την  $y$  διεύθυνση, επηρεάζει τη μετωπική επιφάνεια της μοτοσυκλέτας. Το OpenFOAM δέχεται την επιφάνεια  $A$  ως είσοδο για τον υπολογισμό του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$  και εδώ ορίζεται ως  $A = 1 \text{ m}^2$ . Με αυτό το τρόπο διασφαλίζεται η συνοχή των αποτελεσμάτων καθώς η αυξομείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας πλέον μπορεί να αποδοθεί στη καλύτερη αεροδυναμική απόδοση του εκάστοτε fairing και όχι σε πιθανή αυξομείωση της μετωπικής επιφάνειας. Στη συνέχεια της διπλωματικής εργασίας, όταν θα γίνεται αναφορά σε συντελεστή οπισθέλκουσας θα νοείται η ποσότητα  $C_d A$ , αντίστοιχα θα

αντιμετωπίζονται και οι υπόλοιποι αεροδυναμικοί συντελεστές. Στην περίπτωση που επιλύεται η μισή μοτοσυκλέτα, η επιφάνεια θα τίθεται ως  $A = 0.5 \text{ m}^2$  ώστε τα αποτελέσματα να είναι συγκρίσιμα με αυτά που θα προέκυπταν από την επίλυση όλης της μοτοσυκλέτας για μοναδιαίο εμβαδόν.

Στο OpenFOAM, για τον υπολογισμό των συντελεστών  $C_d$  και  $C_l$ , δίνεται από το χρήστη, η κατεύθυνση του μοναδιαίου διανύσματος της εκάστοτε δύναμης καθώς και η επιφάνεια ολοκλήρωσης μέσω των .stl αρχείων<sup>10</sup>. για την οπισθέλκουσα, η διεύθυνση ορίζεται ως (1 0 0) και για την άνωση ως (0 0 1). Επίσης, για τον υπολογισμό του  $C_m$ <sup>11</sup> δίνεται από το χρήστη το σημείο υπολογισμού των ροπών  $Cof_R$  καθώς και ένα χαρακτηριστικό μήκος  $L_{ref}$ . Αυτό το σημείο επιλέχθηκε ως (0.684, 0, 0) [m] το οποίο είναι το μέσο της απόστασης μεταξύ των τροχών και  $L_{ref} = 1.368 \text{ m}$  το μεταξόνιο. Συνεπώς, ορίζεται ο συντελεστής άνωσης που αποδίδεται στο σημείο επαφής του εμπρός τροχού με το οδόστρωμα από τη σχέση  $C_{l,front} = \frac{C_l}{2} + C_m$ .

### 3.5.5 Διαδικασία Επίλυσης του Πρωτεύοντος Προβλήματος

Η διαδικασία επίλυσης του πρωτεύοντος προβλήματος μέσω χρήσης του OpenFOAM βάσει του αλγορίθμου SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) αποτελείται από τα παρακάτω αλγοριθμικά βήματα [14]:

- Ορίζονται οι οριακές συνθήκες.
- Υπολογίζονται οι κλίσεις ταχύτητας και πίεσης.
- Επιλύεται η διακριτοποιημένη εξίσωση ορμής για τον υπολογισμό ενός ενδιάμεσου (intermediate) πεδίου ταχύτητας. Αυτό επιτυγχάνεται είτε μέσω μιας αρχικής πρόβλεψης είτε μέσω χρήσης δεδομένων της προηγούμενης επανάληψης για πεδίο πίεσης.
- Υπολογίζεται η ροή μάζας (mass flux) στις διεπιφάνειες των κελιών.
- Υπολογίζεται η διορθωμένη πίεση.
- Ανανεώνεται το πεδίο πίεσης βάσει του επιπέδου χαλάρωσης που έχει επιλεγεί.
- Ανανεώνονται οι διορθώσεις της πίεσης στα όρια του υπολογιστικού χωρίου.
- Διορθώνεται της ροής μάζας στις διεπιφάνειες των κελιών βάσει του ανανεωμένου πεδίου πίεσης.
- Διορθώνονται τα πεδία ταχύτητας βάσει του ανανεωμένου πεδίου πίεσης.

<sup>10</sup> Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατός ο υπολογισμός συντελεστών  $C_d$  και  $C_l$  τόσο σε όλη τη μοτοσυκλέτα όσο και σε κάθε τμήμα της ξεχωριστά.

<sup>11</sup>  $C_m$  είναι ο συντελεστής ροπής (Moment Coefficient), στη συγκεκριμένη περίπτωση υποδηλώνει την τάση της μοτοσυκλέτας να στραφεί γύρω από τον άξονα  $y$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 1.2.

- Επαναλαμβάνονται τα παραπάνω βήματα μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση.

Οι παράμετροι της παραπάνω αλγοριθμικής διαδικασίας, όπως ο ορισμός των οριακών συνθηκών (για τις οποίες έγινε αναφορά στην παράγραφο 3.5.2), ορίζονται μέσω αρχικών τυποποιημένης μορφής για κάθε OpenFOAM case. Αξίζει να σημειωθεί ότι, οι όροι χαλάρωσης για τη ταχύτητα  $u$  και για τη μεταβλητή του μοντέλου τύρβης  $\tilde{\nu}$  ορίστηκαν ως 0.5 και για τη πίεση  $p$  0.2. Για τη διευκόλυνση της σύγκλισης, χρησιμοποιήθηκε αρχικοποίηση των πεδίων μέσω επίλυσης με μοντέλο δυναμικής ροής (potential flow) μέσω του εργαλείου potentialFoam. Η επίλυση του ροϊκού προβλήματος επιτυγχάνεται μέσω του εργαλείου simpleFoam.

### 3.6 Το Συζυγές Πρόβλημα

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης ανάγονται συνήθως σε προβλήματα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης μιας ή περισσότερων συναρτήσεων  $F$  στο χώρο σχεδιασμού στον οποίο το διάνυσμα  $\mathbf{b}$  των μεταβλητών σχεδιασμού, μεγέθους  $N$ , λαμβάνει τιμές. Η συνάρτηση  $F$  ονομάζεται συνάρτηση-στόχος και, στην περίπτωση προβλημάτων ενός στόχου (SOO-Single Objective Optimization), η βελτιστοποίηση αποκαλείται μονοκριτηριακή. Στη διπλωματική εργασία, η βελτιστοποίηση γίνεται με τη συνεχή συζυγή μέθοδο· ο όρος 'συνεχής' υποδηλώνει ότι πρώτα γραμμικοποιούνται και διακριτοποιούνται η συνάρτηση-στόχος και οι ροϊκές εξισώσεις και, στη συνέχεια, παράγονται οι, προς επίλυση, συζυγείς εξισώσεις σε μορφή μερικών διαφορικών εξισώσεων [3]. Ως συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση έχει ορισθεί η σχέση 3.9 του συντελεστή οπισθέλκουσας ως εξής [24]:

$$F = F(\mathbf{U}(\mathbf{b}), \mathbf{b}) = C_d(\mathbf{U}(\mathbf{b}), \mathbf{b}), \quad \mathbf{b} \in \mathbb{R}^N \quad (3.12)$$

$$\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_N) \quad (3.13)$$

όπου  $N$  ο αριθμός των σημείων ελέγχου των ογκομετρικών B-Splines πολλαπλασιασμένα με τις συντεταγμένες του κάθε σημείου, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για τη παραμετροποίηση του χώρου ελέγχου (για τη παραμετροποίηση του fairing γίνεται αναφορά στη παράγραφο 4.3) και  $\mathbf{U}$  το διάνυσμα στο οποίο αποθηκεύονται τα αποτελέσματα των ροϊκών μεταβλητών, οι κατανομές πίεσης  $p$  και ταχύτητας  $\mathbf{u}$ , του πρωτεύοντος προβλήματος στον εκάστοτε κύκλο βελτιστοποίησης. Επίσης, το διάνυσμα  $\mathbf{U}$  εκφράζεται συναρτήσει των μεταβλητών σχεδιασμού  $\mathbf{b}$ , αυτό συμβαίνει καθώς οι κατανομές πίεσης και ταχύτητας εξαρτώνται από την εκάστοτε γεωμετρία του fairing και, συνεπώς, από το διάνυσμα  $\mathbf{b}$ , άρα ισχύει ότι  $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\mathbf{b})$ . Ο υπολογισμός της συνάρτησης στόχου, η επίλυση των συζυγών εξισώσεων καθώς και ο υπολογισμός των παραγώγων ευαισθησίας υλοποιήθηκε με υπολογιστικά εργαλεία τα οποία αναπτύχθηκαν από τη ΜΠΥΡ&Β. Στις επόμενες παραγράφους περιγράφονται τα τελευταία βήματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης· θα παρατεθούν ο σχηματισμός της επαυξημένης συνάρτησης στόχου

$F_{aug}$ , η διαφόριση της συνάρτησης στόχου, συζυγείς πεδιακές εξισώσεις καθώς και οι αντίστοιχες συζυγείς οριακές εξισώσεις.

### 3.6.1 Επαυξημένη Συνάρτηση Στόχου

Στη διπλωματική εργασία γίνεται η υπόθεση της 'παγωμένης τύρβης' (frozen turbulence), δηλαδή, οι παράγωγοι της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας  $\nu_t$  συναρτήσε των μεταβλητών σχεδιασμού  $\mathbf{b}$  θεωρούνται μηδέν:

$$\frac{\partial \nu_t}{\partial b_n} = 0 \quad (3.14)$$

Στόχος της συζυγούς μεθόδου είναι ο υπολογισμός των παραγώγων ευαισθησίας, δηλαδή της ποσότητας  $\delta F / \delta b_n$ . Το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι το υπολογιστικό κόστος είναι ανεξάρτητο του αριθμού  $N$ , όπου  $N$  είναι τα ελεύθερα σημεία ελέγχου πολλαπλασιασμένα με το πλήθος συντεταγμένων του καθενός σημείου.

Η επαυξημένη συνάρτηση στόχου ορίζεται ως εξής [24]

$$F_{aug} = F + \int_{\Omega} v_i R_i^u d\Omega + \int_{\Omega} q R^p d\Omega \quad (3.15)$$

όπου:

- $\Omega$ : το υπολογιστικό χωρίο.
- $v_i$ : οι συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας.
- $R_i^u$ : τα υπόλοιπα των εξισώσεων διατήρησης της ορμής.
- $q$ : η συζυγής πίεση.
- $R^p$ : το υπόλοιπο της εξίσωσης διατήρησης της παροχής όγκου.

Δεδομένου ότι οι σχέσεις 2.7 και 2.9 πρέπει να ισχύουν,  $F_{aug} = F$ . Μέσω του θεωρήματος Leibniz, η σχέση 3.15 διακριτοποιείται συναρτήσε του  $b_n$  ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} &= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} v_i R_i^u d\Omega + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} q R^p d\Omega \\ &= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \int_{\Omega} v_i \frac{\delta R_i^u}{\delta b_n} d\Omega + \int_{\Omega} q \frac{\delta R^p}{\delta b_n} d\Omega + \int_S (v_i R_i^u + q R^p) n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS \end{aligned} \quad (3.16)$$

όπου:

- $S = S(\mathbf{b}) = \partial\Omega$ : η οριακή επιφάνεια (boundary surface) του υπολογιστικού χωρίου  $\Omega$ . Η οριακή επιφάνεια μπορεί να αναχθεί σε ένωση των επιμέρους πα-

ράπλευρων επιφανειών ως εξής  $S = S_I \cup S_O \cup S_T \cup S_S \cup S_{Sym} \cup S_W \cup S_{W_P}$ , όπου  $I, O, T, S, Sym, W, W_P$  είναι η είσοδος (Inlet), έξοδος (Outlet), επάνω όριο (Top Plane), πλευρικό όριο (Side Plane), επίπεδο συμμετρίας (Symmetry Plane). Μη-παραμετροποιημένα στερεά τοιχώματα θεωρούνται η γεωμετρία της μοτοσυκλέτας, εκτός του fairing και ο δρόμος. Ως παραμετροποιημένο στερεό τοίχωμα θεωρείται το fairing.

- $n_k$ : οι συνιστώσες του μοναδιαίου διανύσματος  $\mathbf{n}$  το οποίο είναι κάθετο στην επιφάνεια.
- $x_k$ : τα σημεία τα οποία περιγράφουν την επιφάνεια  $S$ .

Είναι εμφανές ότι το μόνο όριο της επιφάνειας  $S$  που μπορεί να ελεγχθεί είναι το  $W_P$ . Συνεπώς η σχέση 3.16 γράφεται ως εξής:

$$\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = \frac{\delta F}{\delta b_n} + \int_{\Omega} v_i \frac{\delta R_i^u}{\delta b_n} d\Omega + \int_{\Omega} q \frac{\delta R^p}{\delta b_n} d\Omega + \int_{S_{W_P}} (v_i R_i^u + q R^p) n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS \quad (3.17)$$

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι οι συμβολισμοί  $\delta\Phi/\delta b_n$  και  $\partial\Phi/\partial b_n$  έχουν σημαντική διαφορά. Με το συμβολισμό  $\delta\Phi/\delta b_n$  ορίζεται η ολική ή υλική (material) παράγωγος της τυχαίας ποσότητας  $\Phi$  καθώς παρουσιάζεται μεταβολή στο  $b_n$ . Αντίστοιχα η μερική παράγωγος  $\partial\Phi/\partial b_n$ , δηλώνει τη διαφοροποίηση τη ποσότητας  $\Phi$ , λόγω αλλαγών στη γεωμετρία, και δεν συμπεριλαμβάνει διαφοροποίηση λόγω χωρικής μεταβολής. Οι δύο ποσότητες συνδέονται από τη σχέση:

$$\frac{\delta\Phi}{\delta b_n} = \frac{\partial\Phi}{\partial b_n} + \frac{\delta\Phi}{\delta x_k} \frac{\delta x_k}{\delta b_n} \quad (3.18)$$

Αντίστοιχα, για τον υπολογισμό της ολικής παραγώγου της τυχαίας ποσότητας  $\Phi$  σε επιφάνεια ισχύει ότι:

$$\frac{\delta_S\Phi}{\delta b_n} = \frac{\partial\Phi}{\partial b_n} + \frac{\delta\Phi}{\delta x_k} n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_m \quad (3.19)$$

### 3.6.2 Συνάρτηση-Στόχος και Διαφόριση της

Σε περιπτώσεις που η συνάρτηση-στόχος εξαρτάται από ποσότητες οι οποίες υπολογίζονται μέσω επιφανειακών ολοκληρωμάτων όπως στην περίπτωση της οπισθέλκουσας, η εξίσωση της συνάρτησης-στόχου ορίζεται ως εξής [24]:

$$F = \int_S F_S dS = \int_S F_{S_i} n_i dS \quad (3.20)$$

Διαφορίζοντας τη σχέση 3.20:

$$\frac{\delta F}{\delta b_n} = \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS \quad (3.21)$$

Στη συνέχεια, διαφορίζεται το ολοκλήρωμα του δεξιού μέλους της σχέσης 3.21 ως εξής:

$$\frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS = \int_{W_P} \frac{\delta F_{S_i}}{\delta b_n} n_i dS + \int_{W_P} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{W_P} F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \quad (3.22)$$

και λόγω της σχέσης 3.19, η 3.22 γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS &= \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial b_n} n_i dS + \int_{W_P} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\ &+ \int_{W_P} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{W_P} F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Μέσω του κανόνα της αλυσίδας (chain rule) η μερική παράγωγος  $\partial F_{S_i} / \partial b_n$  γίνεται:

$$\frac{\partial F_{S_i}}{\partial b_n} = \frac{\partial F_{S_i}}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial b_n} + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial b_n} + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial \tau_{kj}} \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} \quad (3.24)$$

όπου  $\tau_{kj} = (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial v_k}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right)$  είναι ο τανυστής τάσεων.

Αντικαθιστώντας τη σχέση 3.24 στη 3.23:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS &= \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial u_k} n_i \frac{\partial u_k}{\partial b_n} dS + \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial \tau_{kj}} n_i \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_{W_P} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{W_P} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{W_P} F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Στη σχέση 3.25 εμφανίζονται παράγωγοι γεωμετρικών ποσοτήτων οι οποίες μπορούν να αναπτυχθούν περαιτέρω μέσω των ιδιοτήτων της διαφορικής γεωμετρίας ως εξής:

$$\frac{\delta n_i}{\delta b_n} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\delta X_k}{\delta b_n} n_k \right) \quad (3.26)$$

$$\frac{\delta(dS)}{b_n} = -\kappa \frac{\delta X_k}{\delta b_n} n_k dS \quad (3.27)$$

όπου:

- $\partial_t/\partial x_i$ : η εφαπτομενική παράγωγος.
- $\kappa$ : η μέση καμπυλότητα (mean curvature) της επιφάνειας.

Αντικαθιστώντας 3.26 και 3.27 στην 3.25:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS &= \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial u_k} n_i \frac{\partial u_k}{\partial b_n} dS + \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial \tau_{kj}} n_i \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_{W_P} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{W_P} F_{S_i} \frac{\partial_t}{\partial x_i} \left( \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k \right) dS - \int_{W_P} F_{S_i} n_i \kappa \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \end{aligned} \quad (3.28)$$

Εν τέλει, η σχέση 3.21 για την παράγωγο ευαισθησίας της συνάρτησης- στόχος  $\delta F/\delta b_n$  μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F}{\delta b_n} &= \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial u_k} n_i \frac{\partial u_k}{\partial b_n} dS + \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_{W_P} \frac{\partial F_{S_i}}{\partial \tau_{kj}} n_i \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_{W_P} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{W_P} F_{S_i} \frac{\partial_t}{\partial x_i} \left( \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k \right) dS - \int_{W_P} F_{S_i} n_i \kappa \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \end{aligned} \quad (3.29)$$

### 3.6.3 Συζυγείς Εξισώσεις

Παρατηρώντας τη σχέση 3.16, εμφανίζονται εκφράσεις μερικής παραγωγίσης των μεταβλητών σχεδιασμού. Όροι όπως ο  $\partial R_i^v/\partial b_n$  μπορούν να δημιουργηθούν διαφορίζοντας τις σχέσεις 2.7 και 2.9 ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού [24]. Επίσης, ισχύει η επόμενη έκφραση:

$$\frac{\partial}{\partial b_n} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial b_n} \right) \quad (3.30)$$

Το αντίστοιχο όμως δεν ισχύει, συνήθως, στην περίπτωση της ολικής παραγωγού:

$$\frac{\delta}{\delta b_n} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) \neq \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\delta \Phi}{\delta b_n} \right) \quad (3.31)$$

Συνεπώς, η διαφορίση των σχέσεων 2.7 και 2.9 λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση 3.31 υλοποιείται ως εξής:

$$\frac{\partial R^p}{\partial b_n} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_j}{\partial b_n} \right) \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} = \frac{\partial v_j}{\partial b_n} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + v_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_i}{\partial b_n} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial p}{\partial b_n} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \frac{\partial}{\partial b_n} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.33)$$

Η υπόθεση της 'παγωμένης τύρβης' λήφθηκε υπόψη κατά τη γραφή της σχέσης 3.33. Μέσω της χρήσης του θεωρήματος Green-Gauss και αντικαθιστώντας τη σχέση 3.32, το χωρικό ολοκλήρωμα  $\int_{\Omega} q \frac{\partial R^p}{\partial b_n} d\Omega$  που εμφανίζεται στη σχέση 3.17 μπορεί να γραφτεί ως:

$$\int_{\Omega} -q \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_j}{\partial b_n} \right) d\Omega = - \int_S q \frac{\partial v_j}{\partial b_n} n_j dS + \int_{\Omega} \frac{\partial q}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial b_n} d\Omega \quad (3.34)$$

Ακολουθώντας αντίστοιχη πορεία, βάσει της σχέσης 3.33, οι μη-συνεκτικοί όροι  $\int_{\Omega} v_i \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} d\omega$  γράφονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} u_i \frac{\partial v_j}{\partial b_n} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} d\Omega + \int_{\Omega} u_i v_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_i}{\partial b_n} \right) d\Omega &= \int_{\Omega} u_j \frac{\partial v_i}{\partial b_n} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} d\Omega \\ &+ \int_S u_i v_j n_j \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS - \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i v_j) \frac{\partial u_i}{\partial b_n} d\Omega \end{aligned} \quad (3.35)$$

Για τον όρο πίεσης ισχύει:

$$\int_{\Omega} u_i \frac{\partial}{\partial b_n} \left( \frac{\partial p}{\partial b_n} \right) d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial b_n} d\Omega + \int_S u_i n_i \frac{\partial p}{\partial b_n} dS \quad (3.36)$$

Οι όροι συνεκτικότητας αναπτύσσονται ως εξής:

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega} u_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \frac{\partial}{\partial b_n} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] d\Omega &= \int_{\Omega} (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial b_n} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) d\Omega \\ &- \int_S u_i (\nu + \nu_t) \frac{\partial}{\partial b_n} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) n_j dS \Rightarrow \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
-\int_{\Omega} u_i \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial}{\partial b_n} (\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i})] d\Omega &= \int_{\Omega} (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\frac{\partial v_i}{\partial b_n}) d\Omega \\
&+ \int_{\Omega} (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_i} (\frac{\partial v_j}{\partial b_n}) d\Omega \\
&- \int_S u_i (\nu + \nu_t) \frac{\partial}{\partial b_n} (\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}) n_j dS
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Αναπτύσσοντας τα δύο χωρικά ολοκληρώματα στη σχέση 3.37 περαιτέρω ως εξής:

$$\int_{\Omega} (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\frac{\partial v_i}{\partial b_n}) d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}] \frac{\partial v_i}{\partial b_n} d\Omega + \int_S (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_j \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_i} (\frac{\partial v_j}{\partial b_n}) d\Omega &= - \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}] \frac{\partial v_j}{\partial b_n} d\Omega + \int_S (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_i \frac{\partial v_j}{\partial b_n} dS \\
&= - \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial u_j}{\partial x_i}] \frac{\partial v_i}{\partial b_n} d\Omega + \int_S (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} n_j \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Αντικαθιστώντας από τη σχέση 3.35 μέχρι 3.39 στη σχέση 2.9 και χρησιμοποιώντας τη σχέση 3.29 δημιουργείται η έκφραση για την επαυξημένη συνάρτηση στόχου ως εξής:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{\text{aug}}}{\delta b_n} &= \int_S [u_i v_j n_j + (\nu + \nu_t) (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k] \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS \\
&+ \int_S (u_j n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_S (-u_i n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial \tau_{ij}} n_k) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS \\
&+ \int_{W_P} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{W_P} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{W_P} F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \\
&+ \int_{W_P} (u_i R_i^u + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
&+ \int_{\Omega} (u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} (v_j u_i) - \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})] + \frac{\partial q}{\partial x_i}) \frac{\partial v_i}{\partial b_n} d\Omega \\
&+ \int_{\Omega} -\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \frac{\partial p}{\partial b_n} d\Omega
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Οι εκφράσεις  $\partial v_i / \partial b_n$  και  $\partial p / \partial b_n$  τίθενται μηδέν ώστε να αποφευχθεί η ανάγκη για τον υπολογισμό μερικών παραγώγων του  $\mathbf{U}$  συναρτήσει των μεταβλητών σχεδιασμού και, συνεπώς, εμφανίζονται οι μέσες συζυγείς ροϊκές εξισώσεις (mean adjoint flow

equations):

$$R^p = -\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.41)$$

$$R_i^u = u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} (v_j u_i) - \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})] + \frac{\partial q}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, 3 \quad (3.42)$$

Η σχέση 3.41 ονομάζεται συζυγής εξίσωση συνέχειας ενώ η σχέση 3.42 ονομάζεται συζυγής εξίσωση ορμής. Παρότι υπάρχει εμφανής ομοιότητα μεταξύ των εξισώσεων του συζύγου ροϊκού προβλήματος και των αντίστοιχων εξισώσεων του πρωτεύοντος προβλήματος, η βασική διαφορά τους έγκειται στο ότι οι συζυγείς ροϊκές εξισώσεις είναι γραμμικές. Έχοντας ικανοποιήσει τις συζυγείς ροϊκές εξισώσεις, η σχέση για την επαυξημένη συνάρτηση στόχου 3.40 λαμβάνει την εξής μορφή:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{\text{aug}}}{\delta b_n} &= \int_S [u_i v_j n_j + (\nu + \nu_t) (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k] \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_S (u_j n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_S (-u_i n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial \tau_{ij}} n_k) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_{W_P} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{W_P} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{W_P} F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \\ &+ \int_{W_P} (u_i R_i^v + q R^p + F_\Omega) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \end{aligned} \quad (3.43)$$

### 3.6.4 Συζυγείς Οριακές Συνθήκες

Όπως και στην περίπτωση του πρωτεύοντος προβλήματος, έτσι και για το συζυγές ροϊκό πρόβλημα υπάρχει ανάγκη επιβολής συνθηκών στα όρια του υπολογιστικού χωρίου [24].

- Είσοδος (Inlet): Για τις συνιστώσες της ταχύτητας επιβάλλεται συνθήκη Dirichlet και zero Neumann για την πίεση, όπως να αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.5.2. Επίσης, η επιφάνεια των οριακών patches και, συνεπώς, της εισόδου παραμένει σταθερή, συνεπώς ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\delta v_i}{\delta b_n} = \frac{\partial v_i}{\partial b_n} = 0 \quad (3.44)$$

$$\frac{\delta x_k}{\delta b_n} = 0 \quad (3.45)$$

Συνεπώς, το πρώτο ολοκλήρωμα της σχέσης 3.43 γίνεται μηδέν. Με σκοπό να επιτευχθεί ο μηδενισμός του δεύτερου και τρίτου ολοκληρώματος της σχέσης 3.43 επιβάλλονται οι εξής σχέσεις:

$$u_i v_j = u_{\langle n \rangle} = -\frac{\partial F_{S_{I,i}}}{\partial p} n_i \quad (3.46)$$

$$u_{\langle t \rangle}^I = \frac{\partial F_{S_{I,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_{I,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (3.47)$$

$$u_{\langle t \rangle}^{II} = \frac{\partial F_{S_{I,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_{I,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (3.48)$$

όπου:

- $t_i^I, t_i^{II}$ : Οι συνιστώσες των εφαπτόμενων μοναδιαίων διανυσμάτων.
- $u_{\langle t \rangle}^I, u_{\langle t \rangle}^{II}$ : Οι συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας, οι οποίες είναι παράλληλες στα μοναδιαία διανύσματα  $t_i^I$  και  $t_i^{II}$  αντίστοιχα.

Δεδομένου ότι δεν προκύπτει κάποια οριακή συνθήκη για τη συζυγή πίεση  $q$  από το μηδενισμό περαιτέρω ολοκληρωμάτων, ορίζεται μηδενική συνθήκη Neumann σε αυτή.

- Έξοδος (Outlet): Αντίστοιχα με την είσοδο, ισχύουν τόσο η σχέση 3.45 όσο και οι οριακές συνθήκες για την πίεση συνεπώς ισχύει:

$$\frac{\delta p}{\delta b_n} = \frac{\partial p}{\partial b_n} = 0 \quad (3.49)$$

Από τα παραπάνω είναι εμφανές ότι το δεύτερο ολοκλήρωμα της σχέσης 3.43 ισούται με μηδέν. Επίσης, δεδομένης της απόστασης της εξόδου από την επιφάνεια της μοτοσυκλέτας μπορεί να θεωρηθεί ομοιογενής κατανομή ταχύτητας στην έξοδο, συνεπώς το τρίτο ολοκλήρωμα μπορεί να θεωρηθεί μηδέν. Για τον μηδενισμό του πρώτου ολοκληρώματος πρέπει:

$$u_i v_j n_j + (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k = 0, i = 1, 2, 3 \quad (3.50)$$

Η σχέση 3.50 συμπεριλαμβάνει ποσότητες οι οποίες δεν είναι γνωστές, τη συζυγή πίεση και τις συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας. Συνεπώς, μια εξ αυτών πρέπει να παρεμβληθεί από το εσωτερικό του υπολογιστικού χωρίου. Η ποσότητα που επιλέγεται είναι η κάθετη στην επιφάνεια συζυγής ταχύτητα  $u_{\langle n \rangle}$ . Η οριακή συνθήκη της συζυγούς πίεσης υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας τη σχέση 3.50

με το, κάθετο στην επιφάνεια, μοναδιαίο διάνυσμα  $n_i$  ως εξής:

$$q = u_{\langle n \rangle} v_{\langle n \rangle} + 2(\nu + \nu_t) \frac{\partial u_{\langle n \rangle}}{\partial n} + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k n_i = 0 \quad (3.51)$$

Οι οριακές συνθήκες για τις εφαπτομενικές συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας δημιουργούνται μέσω πολλαπλασιασμού της σχέσης 3.50 με τις συνιστώσες των εφαπτόμενων μοναδιαίων διανυσμάτων  $t_i^l$ , όπου  $l = 1, 2$ , και επιλύοντας την εξής, τύπου *Robin*, οριακή συνθήκη:

$$v_{\langle n \rangle} u_{\langle t \rangle}^l + (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial u_{\langle t \rangle}^l}{\partial n} + \frac{\partial u_{\langle n \rangle}}{\partial t^l} \right) + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k n_i = 0 \quad (3.52)$$

- Επάνω όριο, πλευρικό όριο, δρόμος (Top, Side and Road) και μη-παραμετροποιημένο μέρος της μοτοσυκλέτας: Οι οριακές συνθήκες των παράπλευρων επιφανειών του υπολογιστικού χωρίου και του μη-παραμετροποιημένου μέρους της μοτοσυκλέτας παρουσιάζουν ομοιότητα με τις οριακές συνθήκες που επιβάλλονται στην είσοδο. Για τις συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$u_{\langle n \rangle} = -\frac{\partial F_{S_{w,i}}}{\partial p} n_i \quad (3.53)$$

$$u_{\langle t \rangle}^I = \frac{\partial F_{S_{w,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_{w,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (3.54)$$

$$u_{\langle t \rangle}^{II} = \frac{\partial F_{S_{w,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_{w,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (3.55)$$

Η οριακή συνθήκη για τη συζυγή πίεση  $q$  τίθεται ως zero Neumann.

- Επίπεδο συμμετρίας (Symmetry Plane): Η συνάρτηση-στόχος δεν ορίζεται στο επίπεδο συμμετρίας, συνεπώς ώστε να μηδενιστούν οι υπολειπόμενοι όροι της σχέσης 3.43 πρέπει να ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$u_{\langle n \rangle} = 0 \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial u_{\langle t \rangle}^I}{\partial n} = 0 \quad (3.57)$$

Για τη συζυγή πίεση τίθεται ως οριακή συνθήκη zero Neumann.

- Παραμετροποιημένη επιφάνεια της μοτοσυκλέτας: Η παραμετροποιημένη επιφάνεια της μοτοσυκλέτας, δηλαδή το *fairing*, αλλάζει κατά τη διαδικασία της βελτιστο-

ποίησης συνεπώς ισχύουν τα εξής:

$$\frac{\delta x_k}{\delta b_n} \neq 0 \quad (3.58)$$

$$\frac{\delta v_i}{\delta b_n} = 0 \quad (3.59)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση 3.19, ισχύει το εξής:

$$\frac{\partial v_i}{\partial b_n} = -\frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \quad (3.60)$$

Μέσω της σχέσης 3.60, το πρώτο ολοκλήρωμα της σχέσης 3.43 μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \int_{W_P} [u_i v_{<n>} + (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial v_i} n_k] \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS = \\ & - \int_{W_P} [(\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial v_i} n_k] \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS \quad (3.61) \end{aligned}$$

Μετά την αντικατάσταση, οι υπολειπόμενοι όροι προέρχονται από τα πρωτεύοντα και συζυγή πεδία καθώς και από την επιφανειακή μεταβολή, συνεπώς οι όροι του πρώτου ολοκληρώματος μπορούν να υπολογιστούν και να συμπεριληφθούν κατά τον υπολογισμό της παραγώγου ευαισθησίας. Για το μηδενισμό των υπόλοιπων ολοκληρωμάτων, αρκεί να τεθούν οι παρακάτω σχέσεις:

$$u_{<n>} = -\frac{\partial F_{S_{W_P,i}}}{\partial p} n_i \quad (3.62)$$

$$u_{<t>}^I = \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (3.63)$$

$$u_{<t>}^{II} = \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (3.64)$$

### 3.6.5 Τελική Έκφραση των Παραγώγων Ευαισθησίας

Αφότου ικανοποιηθούν οι συζυγείς ροϊκές εξισώσεις και οι οριακές συνθήκες αυτών, η παράγωγος ευαισθησίας παίρνει την εξής μορφή [24]:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & - \int_{S_{W_P}} [(\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial v_i} n_k] \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS \\
& + \int_{S_{W_P}} n_i \frac{\partial F_{S_{W_P,i}}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{W_P}} F_{S_{W_P,i}} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{W_P}} F_{S_{W_P,i}} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \\
& + \int_{S_{W_P}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
& - \int_{S_{W_P}} \left[ \left( -u_{\langle n} + \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial \tau_{lm}} n_k n_l n_m \right) \left( \tau_{ij} \frac{\delta(n_i n_j)}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k n_i n_j \right) \right] dS \\
& - \int_{S_{W_P}} \left[ \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial \tau_{lm}} n_k t_l^I t_m^I \left( \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^I t_j^I)}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^I t_j^I \right) \right] dS \\
& - \int_{S_{W_P}} \left[ \left( \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial \tau_{lm}} n_k (t_l^{II} t_m^{II} + t_l^I t_m^{II}) \right) \left( \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^{II} t_j^{II})}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^{II} t_j^{II} \right) \right] dS \\
& - \int_{S_{W_P}} \left[ \frac{\partial F_{S_{W_P,k}}}{\partial \tau_{lm}} n_k t_l^I t_m^{II} \left( \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^{II} t_j^{II})}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^{II} t_j^{II} \right) \right] dS \quad (3.65)
\end{aligned}$$

όπου  $W_P$  είναι το fairing της μοτοσυκλέτας (ή μέρος του) το οποίο έχει παραμετροποιηθεί.

### 3.6.6 Μέθοδος Απότομης Καθόδου

Η ελαχιστοποίηση της οπισθέλκουσας και, κατά συνέπεια, του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$  επιτυγχάνεται με τη μέθοδο της απότομης καθόδου (steepest descent). Η μέθοδος της απότομης καθόδου είναι μέρος των μεθόδων ανίχνευσης κατά γραμμή [3]. Καταρχή, δίνεται από το χρήστη το σημείο  $\mathbf{b}^0 \in \mathbb{R}^N$  της συνάρτησης στόχου. Το σημείο αυτό, προσδιορίζεται εκ νέου σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης  $n$  ως εξής:

$$\mathbf{b}^{n+1} = \mathbf{b}^n - \eta^n \nabla F(\mathbf{b}^n) \quad (3.66)$$

όπου:

- $n$ : Ο 'πάνω' δείκτης προσδιορίζει τον αριθμό του εκάστοτε κύκλου βελτιστοποίησης.
- $-\nabla F(\mathbf{b})$ : Το αντίθετο του τοπικού διανύσματος κλίσης της συνάρτησης  $F(\mathbf{b})$ .

- $\eta^n$ : Η βαθμωτή θετική ( $\eta^n > 0$ ) ποσότητα που ρυθμίζει το μήκος του βήματος στη κατεύθυνση που υποδηλώνει ο όρος  $-\nabla F(\mathbf{b}^n)$  (step length).

Η μέθοδος της απότομης καθόδου χαρακτηρίζεται από το ότι απαιτεί, σε κάθε νέα θέση, τον υπολογισμό τη κλίσης της συνάρτησης στόχου επί της επιφάνειας ενδιαφέροντος που στη προκειμένη περίπτωση είναι η παραμετροποιημένη επιφάνεια  $W_P$ . Συνεπώς, σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης πρέπει να επιλύεται το πρωτεύον και συζυγές πρόβλημα. Η αποδοτικότητα της μεθόδου εξαρτάται από την αρχική λύση  $\mathbf{b}^0$ .





# Κεφάλαιο 4

## Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο 3 παρατέθηκε η διαδικασία βελτιστοποίησης και έγινε αναφορά τόσο στο θεωρητικό υπόβαθρο όσο και στις επιλογές του υπολογιστικού μοντέλου για κάθε βήμα της διαδικασίας. Στο κεφάλαιο 4 παρατίθενται τα αποτελέσματα αρχικά για το πρωτεύον πρόβλημα, για το συζυγές πρόβλημα, για τη διαδικασία βελτιστοποίησης και τις μελέτες για τις οποίες έγινε αναφορά στην παράγραφο 1.3.

### 4.1 Αποτελέσματα Πρωτεύοντος Προβλήματος

Η επίλυση του πλήρους μοντέλου εμπεριέχει όλες τις υποθέσεις για τις οποίες έγινε αναφορά στην παράγραφο 3.5.1, δηλαδή ο δρόμος τίθεται κινούμενος με την ταχύτητα της μοτοσυκλέτας, οι τροχοί στρέφονται γωνιακά και συμπεριλαμβάνεται η επίδραση της εξάτμισης. Όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 3.5.3, το πρωτεύον πρόβλημα λύθηκε αρχικά για δύο περιπτώσεις σχημάτων διακριτοποίησης. Στη συνέχεια, παρατίθενται τα αποτελέσματα για τους συντελεστές οπισθέλκουσας και άνωσης πινακοποιημένα και σχήματα με τα ροϊκά πεδία. Αξίζει να σημειωθεί ότι, για καλύτερη οπτικοποίηση των ροϊκών πεδίων γίνεται χρήση της τεχνικής LIC<sup>1</sup>.

Εξετάζοντας τα ροϊκά πεδία που προέκυψαν από την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος γίνονται οι παρακάτω παρατηρήσεις:

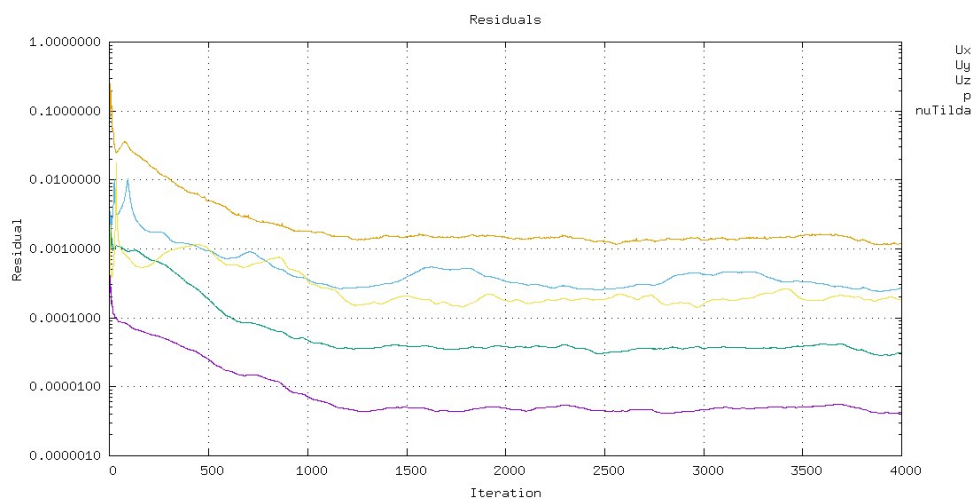
- Παρατηρώντας αρχικά το σχήμα 4.2, είναι εμφανής η περιοχή ανακοπής της ροής στο εμπρόσθιο τμήμα της μοτοσυκλέτας όπου η πίεση λαμβάνει τη μέγιστη

---

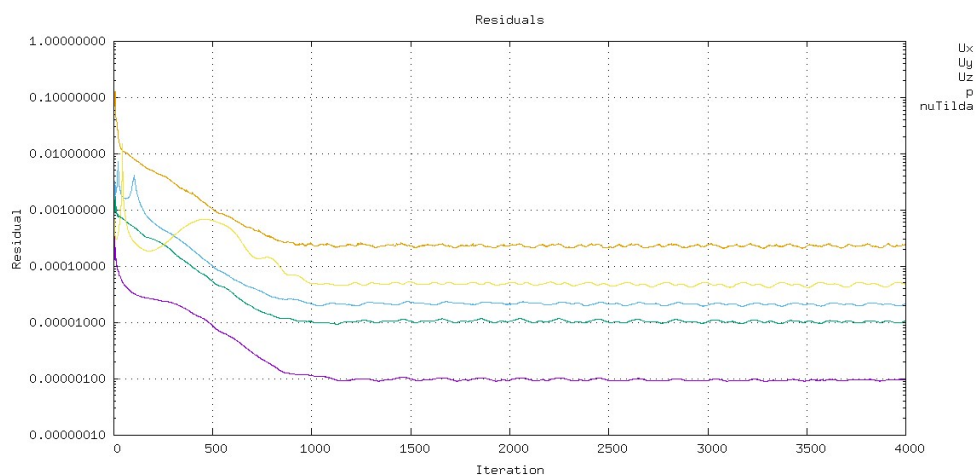
<sup>1</sup> LIC (line integral convolution) είναι μια τεχνική post-Processing που χρησιμοποιείται σε προβλήματα αεροδυναμικής για καλύτερη οπτικοποίηση των πεδίων ταχύτητας. Το μέγεθος που ολοκληρώνεται είναι συνήθως το πεδίο της ταχύτητας, σε περιπτώσεις που ενδιαφέρει να αποδοθεί LIC πάνω σε επιφάνειες ως μέγεθος ολοκλήρωσης χρησιμοποιήθηκαν οι διατμητικές τάσεις στα τοιχώματα (wall Shear Stress).

Μοντέλο	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_l$	$\Delta C_l$ (%)
Δεύτερης Τάξης	0.2786	+8.4	-0.00657	-80.7
Πρώτης Τάξης	0.3020		-0.00126	

**Πίνακας 4.1:** Αποτελέσματα των συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης καθώς και οι ποσοστιαίες διαφορές μεταξύ των σχημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης. Υπενθυμίζεται ότι τα αποτελέσματα του πίνακα αφορούν την επίλυση τής μισής μοτοσυκλέτας και για τον υπολογισμό των συντελεστών,  $A = 0.5 \text{ m}^2$



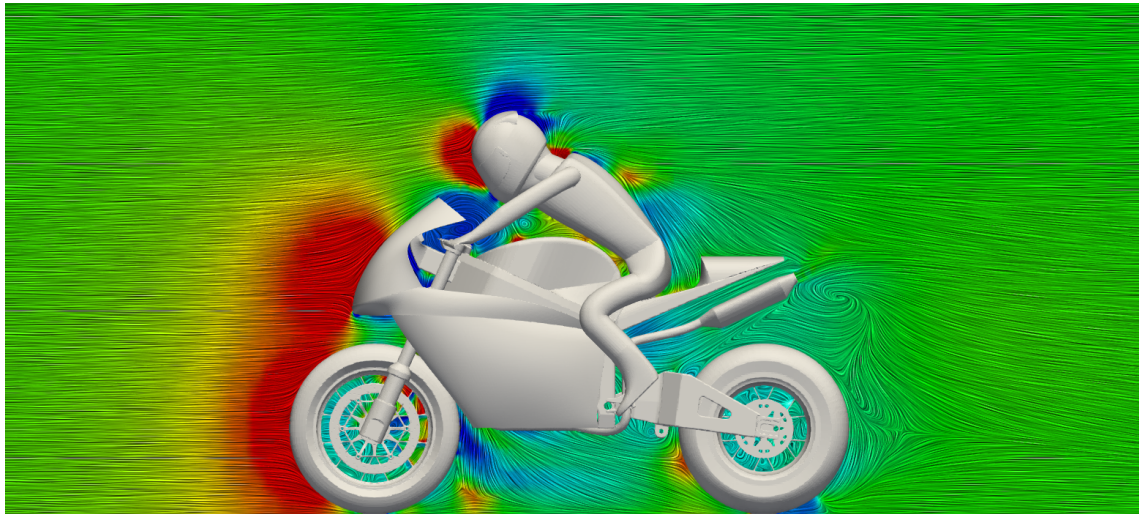
(α') Τα υπόλοιπα των εξισώσεων ροής στην περίπτωση σχήματος δεύτερης τάξης.



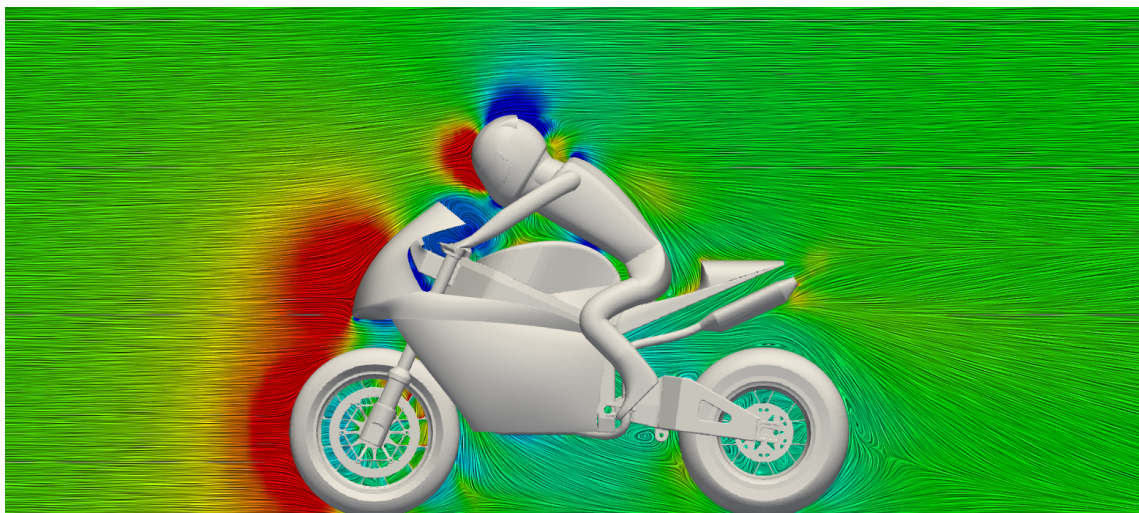
(β') Τα υπόλοιπα των εξισώσεων ροής στην περίπτωση σχήματος πρώτης τάξης.

**Σχήμα 4.1:** Τα υπόλοιπα των εξισώσεων ροής του πρωτεύοντος προβλήματος για τις δύο περιπτώσεις σχημάτων διακριτοποίησης.

τιμή της. Και στις δύο περιπτώσεις των σχημάτων διακριτοποίησης, το ροϊκό πεδίο στην περιοχή του σημείου ανακοπής δεν παρουσιάζει μεγάλη διαφοροποίηση, όπως ήταν αναμενόμενο. Αυτό το συμπέρασμα οπτικοποιείται εύκολα και στο



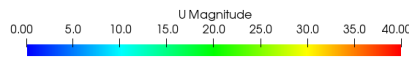
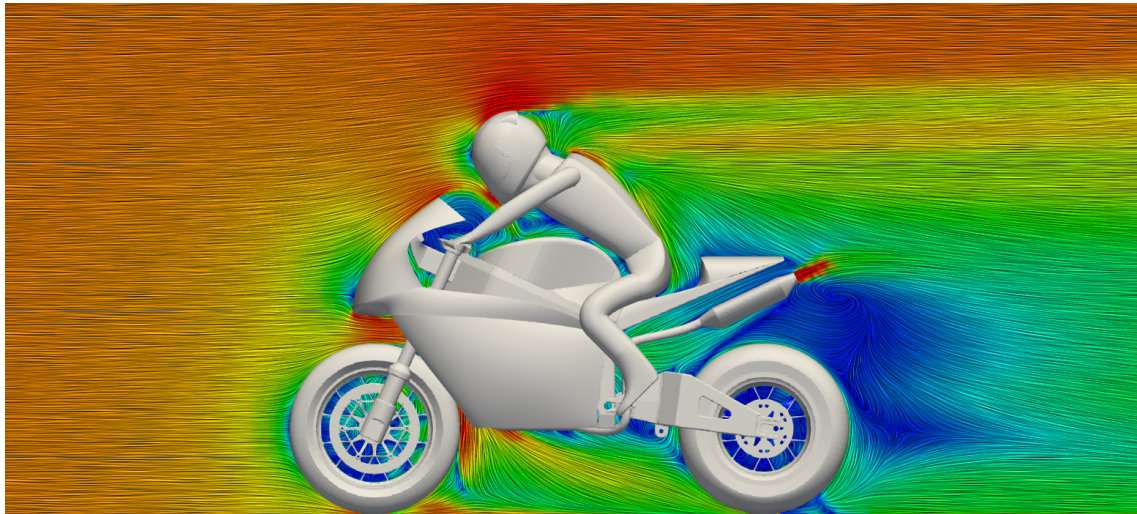
(α') Πίεση στο επίπεδο συμμετρίας με σχήματα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης.



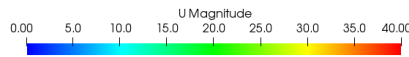
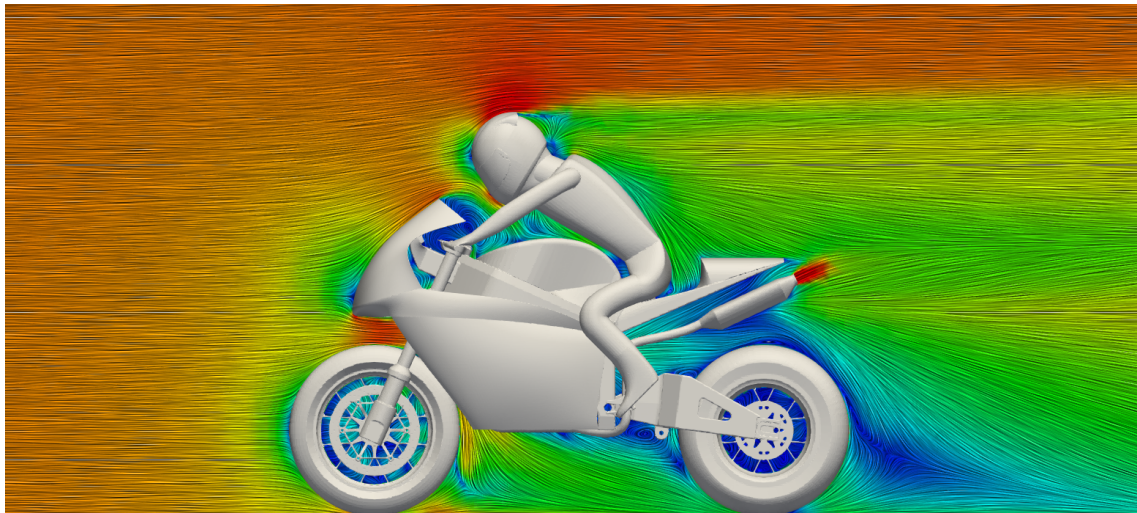
(β') Πίεση στο επίπεδο συμμετρίας με σχήματα διακριτοποίησης πρώτης τάξης.

**Σχήμα 4.2:** Πίεση με LIC στο επίπεδο συμμετρίας για σύγκριση μεταξύ των σχημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης.

σχήμα 4.5α' όπου είναι εμφανής η αρκετά ικανοποιητική προσέγγιση της κατανομής πίεσης από το μοντέλο με σχήμα πρώτης τάξης σε σχέση με αντίστοιχο δεύτερης τάξης. Αξίζει να σημειωθεί ότι στα σχήματα 4.5α' και 4.5β' χρησιμοποιήθηκε μεγαλύτερο εύρος (range) για τη πίεση κατά τη δημιουργία των τομών των ροϊκών πεδίων, ειδικά στο θετικό τμήμα του εύρους, ώστε να αποδοθεί καλύτερα η κατανομή πίεσης στην επιφάνεια και να γίνουν ευκολότερα εμφανείς τυχόν



(α') Το μέτρο της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας με σχήματα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης.

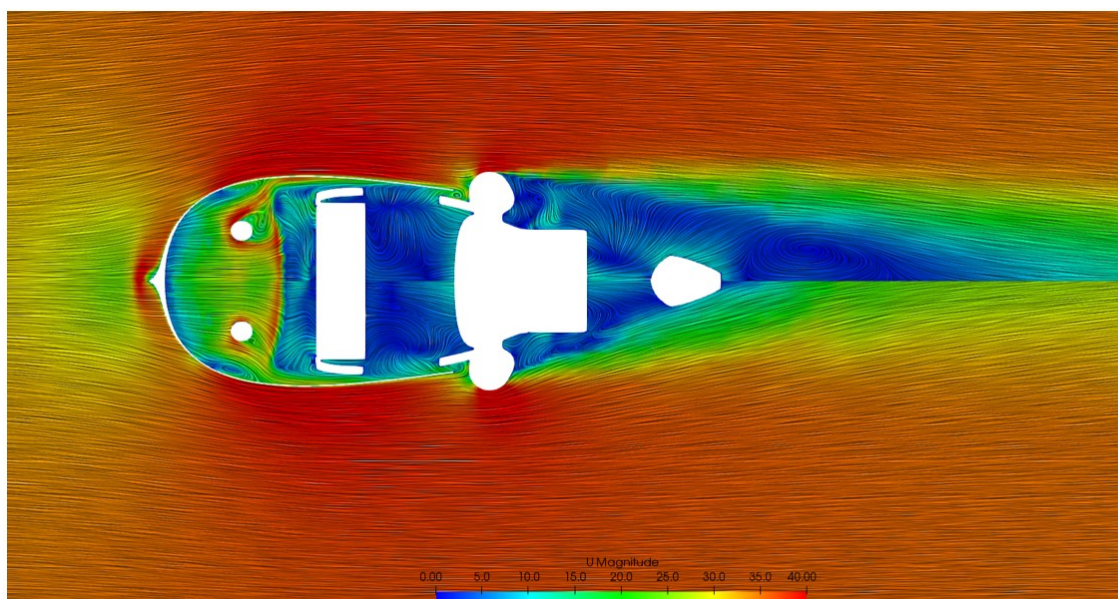


(β') Το μέτρο της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας με σχήματα διακριτοποίησης πρώτης τάξης.

**Σχήμα 4.3:** Το μέτρο της ταχύτητας με LIC στο επίπεδο συμμετρίας για σύγκριση μεταξύ των σχημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης.

διαφορές. Αντίστοιχα συμπεράσματα για το εμπρόσθιο τμήμα της μοτοσυκλέτας προκύπτουν και από το πεδίο της ταχύτητας του σχήματος 4.3.

- Σημαντική διαφορά ως προς τα αποτελέσματα των πεδίων εμφανίζονται στο οπίσθιο τμήμα της μοτοσυκλέτας, και συγκεκριμένα, στον ομόρρου. Ειδικότερα

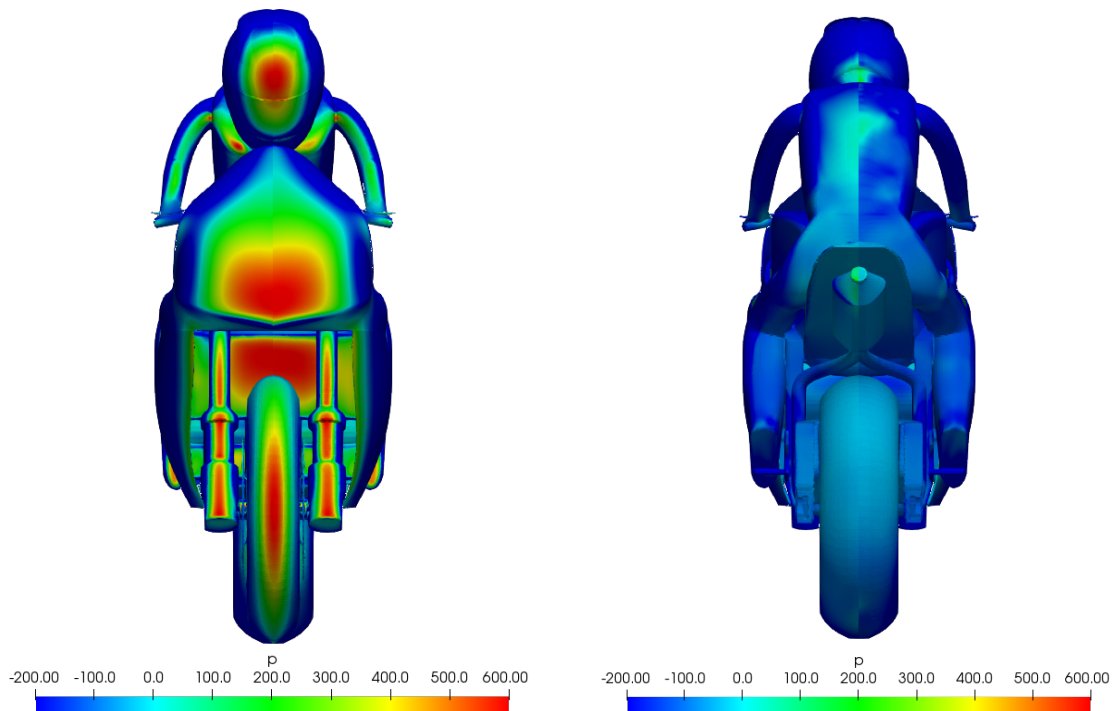


**Σχήμα 4.4:** Το μέτρο της ταχύτητας σε ύψος  $z = 0.7 \text{ m}$ , επίπεδο το οποίο παρίσταται με κόκκινη γραμμή κάτω από εύρος της ταχύτητας. Στο επάνω μέρος είναι η ροή για σχήμα δεύτερης τάξης, στο κάτω μέρος η ροή για σχήμα πρώτης τάξης.

στο σχήμα 4.3α' παρατηρείται μια περιοχή αποκόλλησης της ροής σημαντικού μεγέθους η οποία στο σχήμα 4.3β' παρουσιάζεται σημαντικά μικρότερη. Η διαφορά στον ομόρρου είναι εμφανής στο σχήμα 4.4 όπου παρατηρείται η περιοχή ανακυκλοφορίας στην περίπτωση του μοντέλου με σχήμα δεύτερης τάξης ενώ το μοντέλο με σχήμα πρώτης τάξης δεν παρουσιάζει κάτι τέτοιο.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των αεροδυναμικών συντελεστών του πίνακα 4.1, προκύπτουν τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Παρουσιάζεται μια αύξηση της τάξης του 8.4% στο συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$  στην περίπτωση του μοντέλου με τη χρήση σχήματος πρώτης τάξης σε σχέση με τη χρήση σχήματος δεύτερης τάξης. Η διαφορά αυτή κρίνεται μικρή και αποδίδεται στη σημαντική πύκνωση του πλέγματος στη περιοχή του fairing.
- Η τιμή του συντελεστή άνωσης  $C_l$  για το σχήμα δεύτερης τάξης είναι τετραπλάσια αυτής του σχήματος πρώτης τάξης. Παρόλα αυτά, τα αποτελέσματα για το συντελεστή άνωσης είναι της τάξης του  $10^{-3}$ , και στις δύο περιπτώσεις, συνεπώς οι τιμές δεν παρουσιάζουν ενδιαφέρον καθώς κρίνονται μικρές.
- Το μοντέλο με τη χρήση σχήματος πρώτης τάξης παρουσιάζει καλύτερη σύγκλιση σε σχέση με τη χρήση σχήματος δεύτερης τάξης όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1, όπως αναμενόταν.



(α') Εμπρόσθια όψη κατανομής πίεσης πάνω στην επιφάνεια της μοτοσυκλέτας. Αριστερά για σχήμα δεύτερης τάξης, δεξιά για σχήμα πρώτης τάξης.

(β') Πίσω όψη κατανομής πίεσης πάνω στην επιφάνεια της μοτοσυκλέτας. Αριστερά για σχήμα πρώτης τάξης, δεξιά για σχήμα δεύτερης τάξης.

**Σχήμα 4.5:** Η διαφορές στη κατανομή πίεση πάνω στην επιφάνεια της μοτοσυκλέτας, μεταξύ των σχημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης. Συμπεριλαμβάνεται η κίνηση του δρόμου, η στροφική κίνηση των τροχών καθώς και η επίδραση της εξάτμισης.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, ακόμα και στην περίπτωση του σχήματος πρώτης τάξης τα υπόλοιπα των εξισώσεων παρουσιάζουν μια μικρή ταλαντωτική συμπεριφορά: ο κώδικας της ΜΠΥΡ&Β μπορεί να υπολογίσει ένα μέσο πεδίο ροής<sup>2</sup> υπολογίζοντας μια μέση τιμή των ροϊκών μεταβλητών ξεκινώντας από την επανάληψη που επιλέγει ο χρήστης μέχρις ότου τελειώσει η υπολογιστική διαδικασία. Κατά την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος επιλέχθηκε να γίνεται averaging των πεδίων από τη 1500<sup>η</sup> επανάληψη μέχρι το τέλος της διαδικασίας. Τα αποτελέσματα που παρατίθενται στη συνέχεια και αφορούν το πρωτεύον πρόβλημα είναι προϊόν averaging και όχι η τελευταία τιμή της υπολογιστικής διαδικασίας. Επίσης, και στη διαδικασία της βελτιστοποίησης ακολουθήθηκε η πρακτική της χρήσης του averaged πρωτεύοντος πεδίου ροής.

<sup>2</sup> Για την αποφυγή σύγχυσης πρέπει να σημειωθεί ότι, το averaging που επιτελείται σε αυτό το σημείο δεν σχετίζεται με αυτό που γίνεται κατά τη διατύπωση των RANS εξισώσεων. Τα μέσα πεδία που υπολογίζονται εδώ είναι κλασικό averaging, άθροισμα π.χ. πίεσης από όλες τις επαναλήψεις δια το πλήθος των επαναλήψεων.

#### 4.1.1 Συντελεστής Οπισθέλκουσας Συναρτήσεως της Ταχύτητας Ροής

Όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 2.1, ο συντελεστής οπισθέλκουσας παρουσιάζει μικρή διακύμανση στο εύρος ταχυτήτων που λειτουργούν οι μοτοσυκλέτες, τόσο σε επίπεδο μηχανοκίνητου αθλητισμού όσο και σε επίπεδο μαζικής παραγωγής. Λαμβάνοντας αυτό υπόψη, η επιλογή της ταχύτητας της μοτοσυκλέτας, και κατά συνέπεια της ροής, έγινε με γνώμονα τη διεύρυνση των συμπερασμάτων και των μελετών στην διπλωματική εργασία. Όστε να εξεταστεί η συμπεριφορά του συντελεστή οπισθέλκουσας συναρτήσεως της ταχύτητας της ροής, επιλύθηκε το πρωτεύον πρόβλημα, με σχήμα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης για ταχύτητες 200, 250 και 300  $\frac{km}{h}$ . Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής παρατίθενται στον πίνακα 4.2.

Ταχύτητα Ροής [ $\frac{km}{h}$ ]	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_l$	$\Delta C_l$ (%)
126	0.2786	~	-0.007	~
200	0.2740	-1.65	-0.001	84.8
250	0.2698	-3.16	-0.004	39.1
300	0.2711	-2.69	-0.005	23.9

**Πίνακας 4.2:** Σύγκριση αποτελεσμάτων του συντελεστή οπισθέλκουσας συναρτήσεως διαφορετικών ταχυτήτων ροής, από την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος για τη μισή μοτοσυκλέτα μοτοσυκλέτα με σχήμα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης.

Εξετάζοντας τα αποτελέσματα του πίνακα 4.2, παρατηρείται μια διακύμανση στο συντελεστή οπισθέλκουσας της τάξης του 2.5% η οποία είναι μικρή. Ειδικά, για ταχύτητα της ροής 200  $\frac{km}{h}$ , η οποία είναι μια τυπική ταχύτητα λειτουργίας αγωνιστικών μοτοσυκλετών, η διαφορά στο συντελεστή οπισθέλκουσας είναι 1.65%. Η μείωση στο συντελεστή οπισθέλκουσας σχετίζεται με τη μειούμενη επίδραση της εξάτμισης καθώς αυξάνεται η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας. Το συμπέρασμα αυτό εξηγείται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην παράγραφο 4.1.2. Επίσης, ένας από τους δευτερεύοντες στόχους της διπλωματικής εργασίας είναι η επίδραση του σχήματος και της θέσης της εξάτμισης στο συντελεστή οπισθέλκουσας, και, συνεπώς, με τη επιλογή της μικρότερης ταχύτητας, καθίσταται δυνατή αυτή η μελέτη. Ο συντελεστής άνωσης παρουσιάζει μικρές διακυμάνσεις και το πρόσημό του διατηρείται κατά την αύξηση της ταχύτητας της ροής. Συνεπώς, η επιλογή της ταχύτητας των 126  $\frac{km}{h}$  επιτρέπει την εξαγωγή συμπερασμάτων τόσο για αγωνιστικές μοτοσυκλέτες όσο και για μοτοσυκλέτες παραγωγής.

#### 4.1.2 Επίδραση Παραδοχών

Για τις παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη δημιουργία του μοντέλου έγινε αναφορά στην παράγραφο 3.5.1. Στην παράγραφο 4.1.2 θα διερευνηθεί η επίδραση των παραδοχών τόσο στα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας όσο και από ροϊκής σκοπιάς ώστε να διαπιστωθεί η σημαντικότητα κάθε υπόθεσης κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Αξίζει να σημειωθεί ότι, για τις περιπτώσεις που διερευνήθηκαν παρακάτω έγινε χρήση μοντέλου με σχήμα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης. Οι περιπτώσεις που διερευνήθηκαν είναι οι εξής:

1. Πλήρες μοντέλο· περιλαμβάνει κινούμενο δρόμο, τη στροφική κίνηση των τροχών και την επίδραση της εξάτμισης.
2. Μοντέλο χωρίς να συμπεριλαμβάνεται η επίδραση της εξάτμισης.
3. Μοντέλο με ακίνητους τροχούς και δρόμο και χωρίς την επίδραση της εξάτμισης. Η περίπτωση αυτή παρομοιάζει το περιβάλλον αεροσήραγγας η οποία δεν διαθέτει κινούμενο οδόστρωμα.

Περιπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_l$	$\Delta C_l$ (%)	$C_{l_{front}}$	$\Delta C_{l_{front}}$ (%)
1. Πλήρες Μοντέλο	0.2786	~	-0.007	~	0.1280	~
2. Χωρίς Εξάτμιση	0.2770	-0.59	-0.007	0	0.1265	-1.17
3. Χωρίς Κίνηση Τροχών/Δρόμου & Χωρίς Εξάτμιση	0.2912	+4.52	0.020	+386	0.1370	7.03

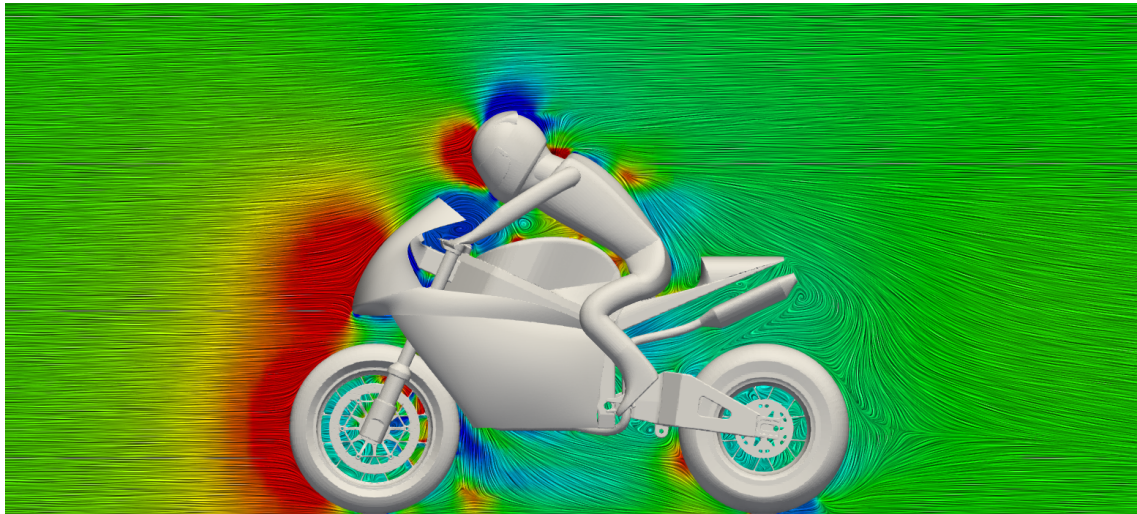
**Πίνακας 4.3:** Αποτελέσματα των συντελεστών οπισθέλκουσας και άνωσης καθώς και οι ποσοστιαίες διαφορές τους μεταξύ των διαφόρων περιπτώσεων. Συμπεριλαμβάνεται επίσης η κατανομή του συντελεστή άνωσης στο εμπρός ελαστικό  $C_{l_{front}}$  καθώς και η ποσοστιαία διαφορά του ανά περίπτωση. Υπενθυμίζεται ότι, οι συντελεστές είναι υπολογισμένοι για εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας  $A = 0.5 \text{ m}^2$

Εξετάζοντας τα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας του πίνακα 4.3 και τα ροϊκά πεδία προκύπτουν οι παρακάτω παρατηρήσεις:

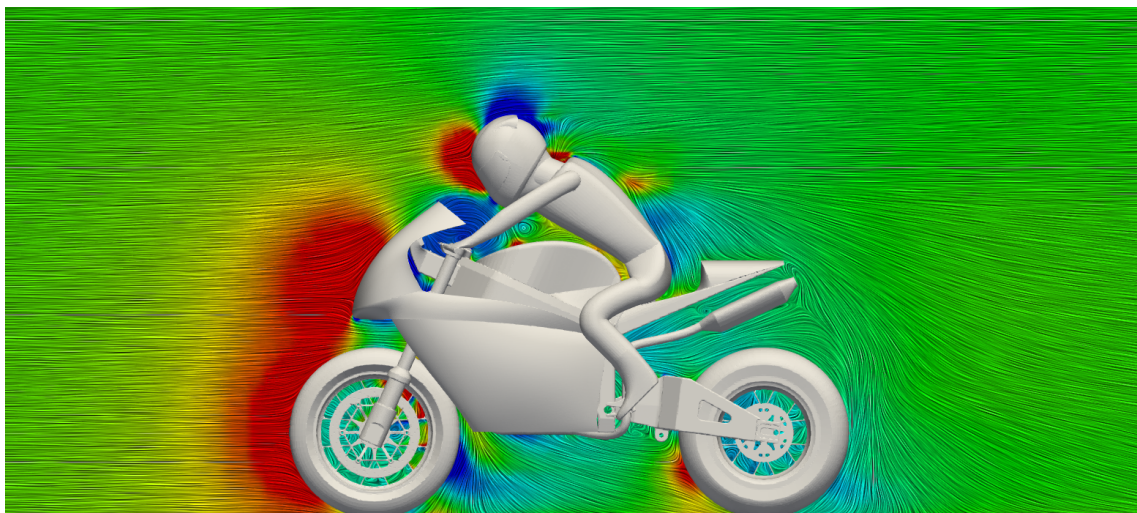
- Στην περίπτωση 2, παρατηρείται μείωση 0.59% στο συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$ , γεγονός που είναι αναμενόμενο. Η μείωση αποδίδεται στο ότι, στην περίπτωση 1, η εξάτμιση δρούσε ως μια επιφάνεια παροχής μάζας και συνεπώς σημείο εμφάνισης υψηλής ταχύτητας και άρα χαμηλής πίεσης<sup>3</sup>. Η χαμηλή πίεση στο πίσω μέρος της μοτοσυκλέτας επέφερε αύξηση στη διαφορά πίεσης μεταξύ του εμπρός και του πίσω μέρους και, συνεπώς, αύξηση στο συντελεστή οπισθέλκουσας η οποία στην περίπτωση 2 παύει να υπάρχει.
- Η επίδραση της εξάτμισης, ως μια περιοχή χαμηλής πίεσης, μικραίνει καθώς αυξάνεται η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας γεγονός που παρατηρείται εξετάζοντας τα αποτελέσματα του πίνακα 4.2. Η διαφορά πίεσης μεταξύ της περιοχής της εξάτμισης και της πίεσης αναφοράς μικραίνει καθώς οι ταχύτητες των δυο περιοχών τείνουν να ταυτιστούν. Για ταχύτητα  $200 \frac{km}{h}$  ( $55.55 \frac{m}{s}$ ) παρατηρείται

<sup>3</sup> Έχει γίνει υπόθεση ασυμπίεστου ρευστού συνεπώς ισχύει το θεώρημα Bernoulli.





(α') Η κατανομή πίεσης στο επίπεδο συμμετρίας χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

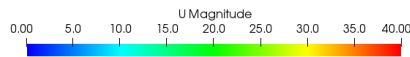
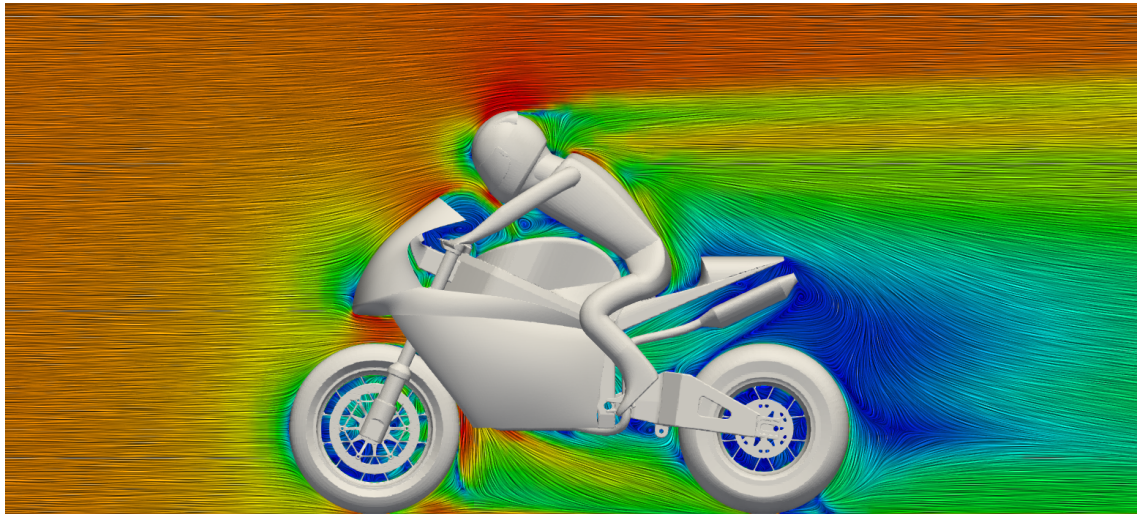


(β') Η κατανομή πίεσης στο επίπεδο συμμετρίας με ακίνητους τροχούς και δρόμο σταματημένο, χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

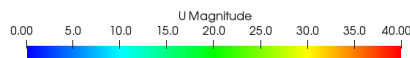
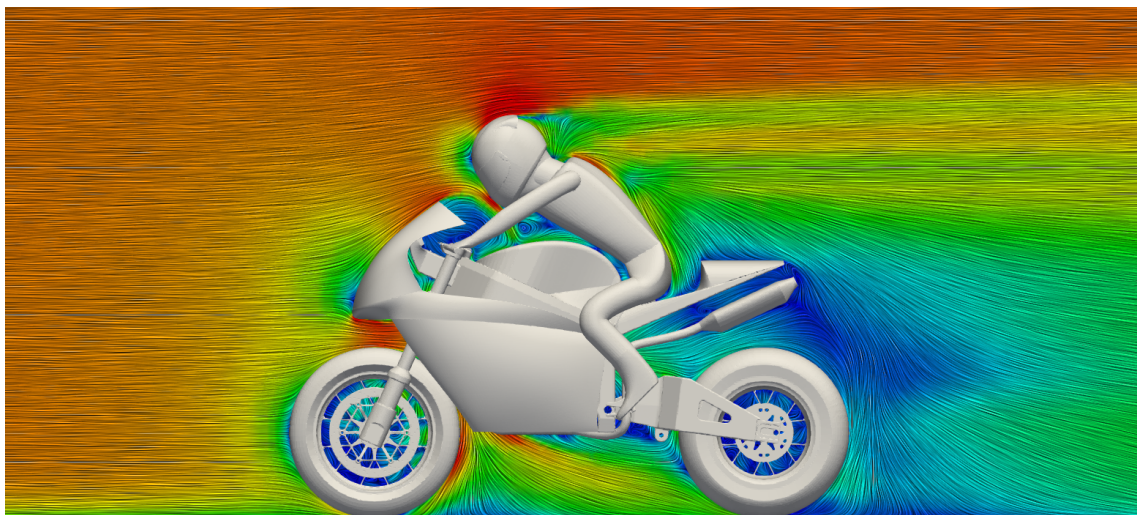
**Σχήμα 4.6:** Η κατανομή πίεσης στο επίπεδο συμμετρίας για τις περιπτώσεις απλοποίησης του πλήρους μοντέλου.

μικρή μείωση της τάξης του 1.65% η οποία φτάνει μέχρι το 2.5% σε μεγαλύτερες ταχύτητες.

- Η περίπτωση 3 παρουσιάζει αύξηση 4.52% στο συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$ . Αυτό συμβαίνει διότι εντείνεται η περιοχή ανακοπής της ροής πάνω στην επιφάνεια



(α') Το μέτρο της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

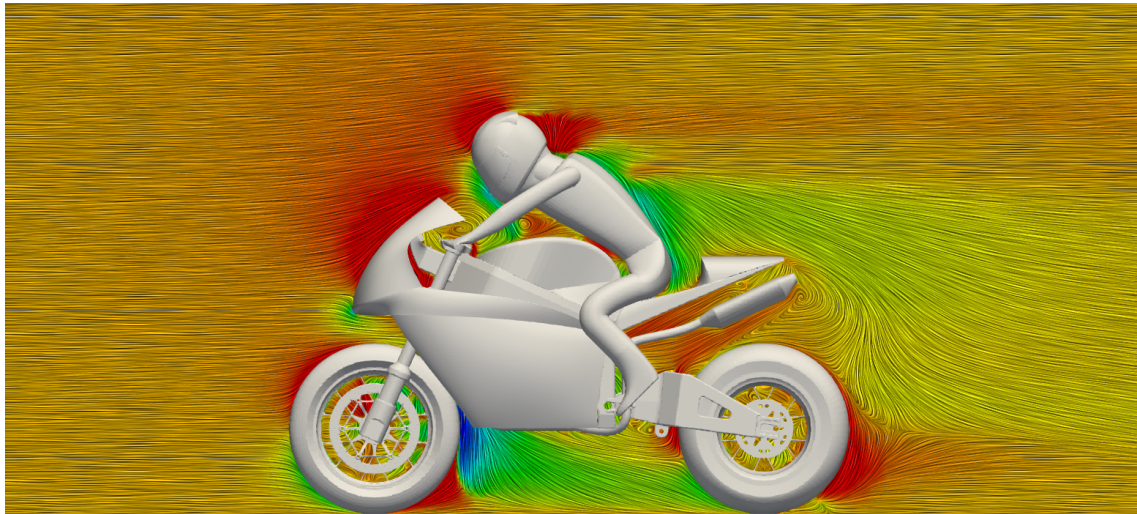


(β') Το μέτρο της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας με ακίνητους τροχούς και δρόμο σταματημένο, χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

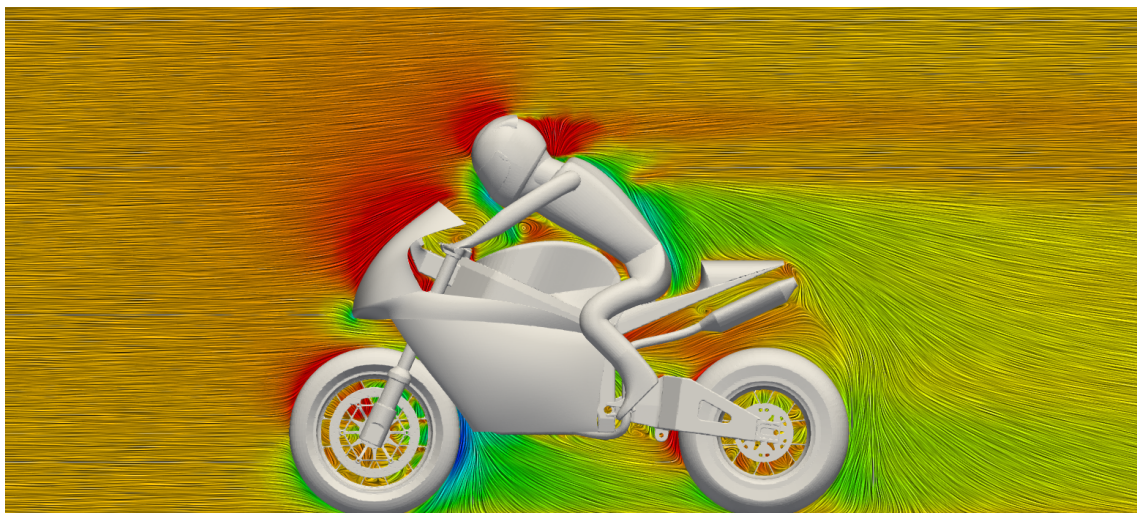
**Σχήμα 4.7:** Η συνιστώσα  $z$  της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας για τις περιπτώσεις απλοποίησης του πλήρους μοντέλου.

του ψυγείου όπως φαίνεται στο σχήμα 4.10α'.

- Η περιοχή αποκόλλησης, στο πίσω μέρος της μοτοσυκλέτας, η οποία εμφανίζεται στις περιπτώσεις 1 και 2, όπως φαίνεται στα σχήματα 4.3α', 4.7α' και 4.9, είναι αισθητά μειωμένη στην περίπτωση 3 γεγονός που, σε συνδυασμό με τη με-



(α') Το μέτρο της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

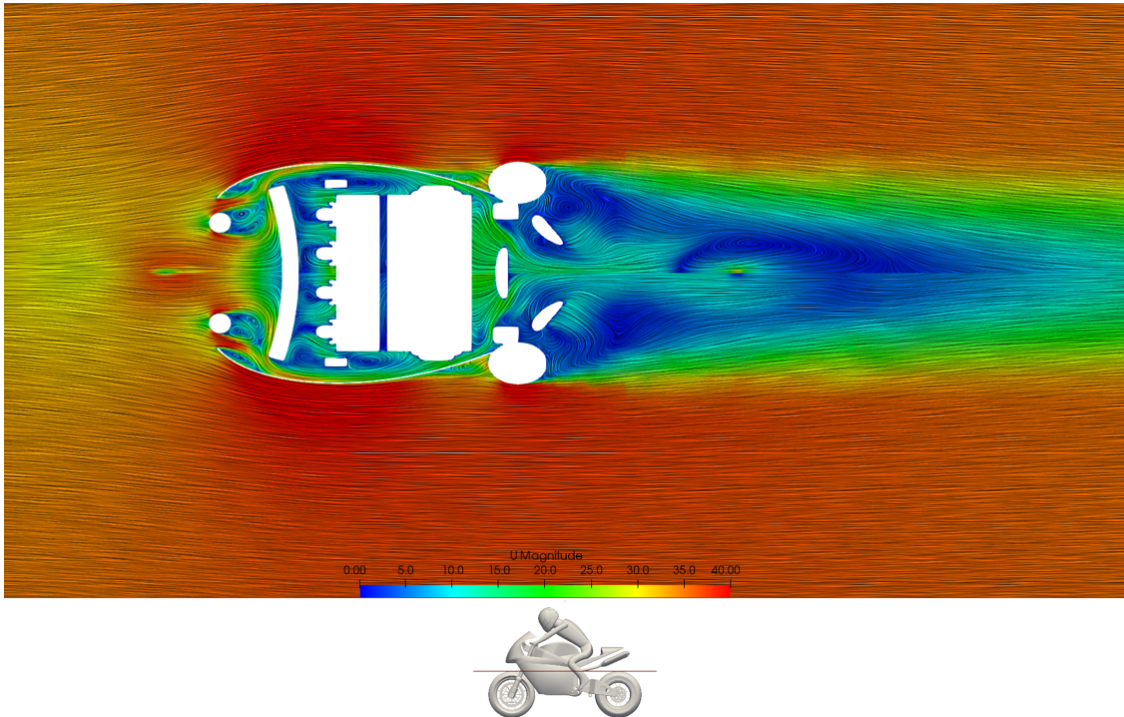


(β') Η συνιστώσα  $z$  της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας με ακίνητους τροχούς και δρόμο σταματημένο, χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

**Σχήμα 4.8:** Η συνιστώσα  $z$  της ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας για τις περιπτώσεις απλοποίησης του πλήρους μοντέλου.

γαλύτερη περιοχή ανακοπής, έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$ .

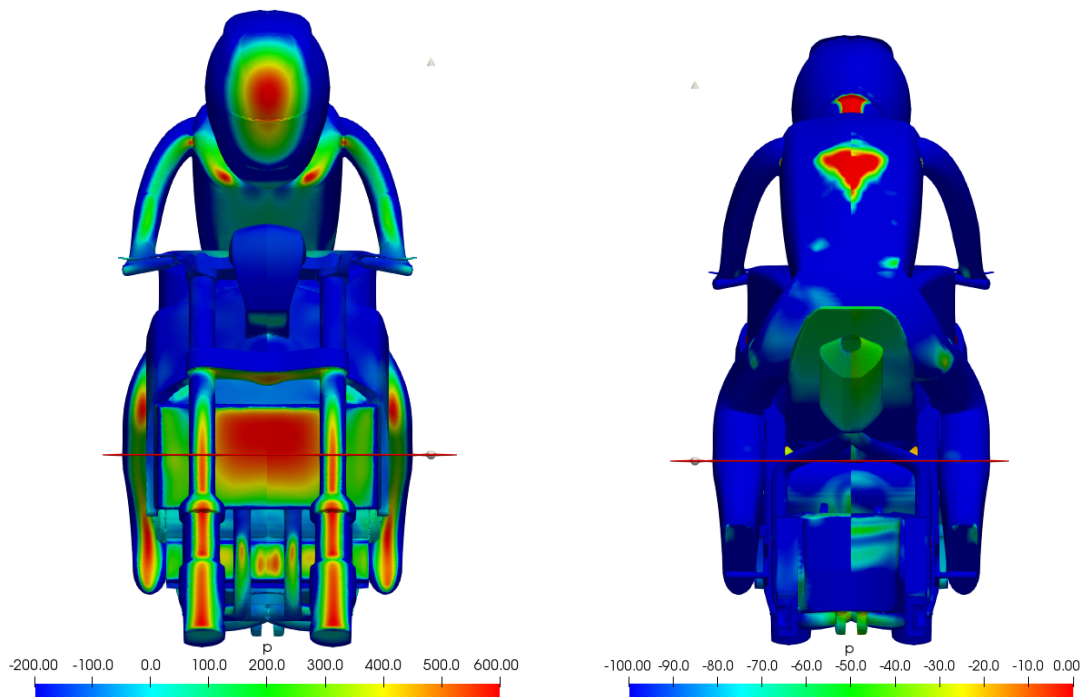
- Ενδιαφέρον παρουσιάζει και ο συντελεστής άωσης  $C_i$  στην περίπτωση 3: σε αντίθεση με τις περιπτώσεις 1 και 2 όπου ο συντελεστής άωσης λαμβάνει μι-



**Σχήμα 4.9:** Το μέτρο της ταχύτητας σε ύψος  $z = 0.6 \text{ m}$ , επίπεδο το οποίο παρίσταται με κόκκινη γραμμή κάτω από εύρος της ταχύτητας. Στο επάνω μέρος είναι η ροή του πλήρους μοντέλου, στο κάτω μέρος η ροή για την περίπτωση με ακίνητους τροχούς και δρόμο σταματημένο, χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

κρές τιμές, στην περίπτωση 3 παρουσιάζει τιμή της τάξης του  $10^{-2}$  δηλαδή μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από τις άλλες περιπτώσεις. Η αύξηση του συντελεστή άνωσης αποδίδεται στην ύπαρξη μιας περιοχής χαμηλής πίεσης στο πίσω μέρος του εμπρός τροχού, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.6. Η ροή, στην περίπτωση 3, εισέρχεται από το κεντρικό τμήμα, κάτω από το fairing και παραμένει προσκολλημένη, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.7β', μέχρις ότου το έδαφος να δρα ως επιφάνεια ανακοπής, αυξάνοντας τοπικά την πίεση. Σε αυτή την ανακοπή της ροής αποδίδεται η αύξηση στο συντελεστή  $C_{i_{front}}$ · δηλαδή, στην περίπτωση 3, επάγεται μια επιπλέον τάση για σηκωθεί ο εμπρός τροχός. Στην περίπτωση 2, η ροή ακολουθεί αντίστοιχη πορεία με σημαντική διαφορά ότι δεν σταματάει στο έδαφος αλλά τέμνει τη ροή η οποία ακολουθεί την περιστροφή του τροχού. Το φαινόμενο που περιγράφηκε οπτικοποιείται στο σχήμα 4.8 το οποίο παρουσιάζει τη  $z$  συνιστώσα της ταχύτητας η οποία επιλέχθηκε ώστε να είναι ευκρινέστερο το φαινόμενο.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι, οι περιστρεφόμενοι τροχοί και ο κινούμενος δρόμος αλλάζουν ροϊκά το πρόβλημα, και, συνεπώς, θα συμπεριληφθούν ως υποθέσεις κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, αντίθετα, η επίδραση της εξάτμισης δεν διαφοροποιεί σημαντικά το πρόβλημα, όπως παρατηρείται τόσο από τα αποτελέσματα όσο και από τα ροϊκά πεδία, και θα παραλειφθεί ώστε να μειωθεί η πολυπλοκότητα του μοντέλου.



(α') Εμπρόσθια όψη κατανομής πίεσης πάνω στην επιφάνεια της μοτοσυκλέτας. Αριστερά για την περίπτωση του πλήρους μοντέλου, δεξιά για την περίπτωση με ακίνητους τροχούς και δρόμο σταματημένο, χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

(β') Πίσω όψη κατανομής πίεσης πάνω στην επιφάνεια της μοτοσυκλέτας. Αριστερά για την περίπτωση του πλήρους μοντέλου, δεξιά για την περίπτωση με ακίνητους τροχούς και δρόμο σταματημένο, χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

**Σχήμα 4.10:** Η διαφορές στη κατανομή πίεσης πάνω στην επιφάνεια της μοτοσυκλέτας, μεταξύ του πλήρους μοντέλου και της περίπτωσης με ακίνητους τροχούς και δρόμο σταματημένο, χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.

## 4.2 Αποτελέσματα του Συζυγούς Προβλήματος

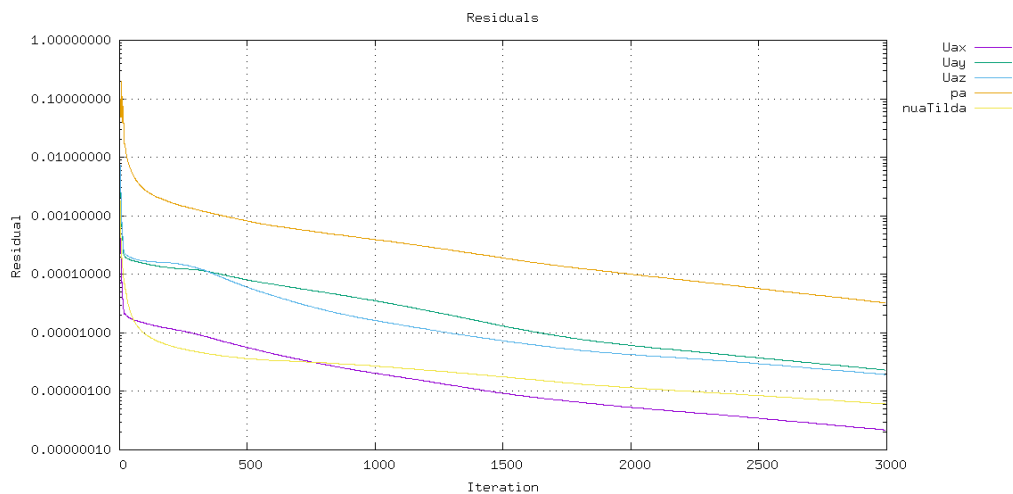
Η επίλυση του συζυγούς προβλήματος δίνει τη δυνατότητα δημιουργίας ενός χάρτη ευαισθησίας (sensitivity map) της επιφάνειας του fairing ως προς τη συνάρτηση-στόχος: μέσω του χάρτη ευαισθησίας είναι δυνατή η αναγνώριση τμημάτων της επιφάνειας με το μεγαλύτερο περιθώριο για βελτίωση. Για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος είναι αναγκαία η επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος. Επίσης, μεγάλη σημασία φέρει το επίπεδο σύγκλισης του πρωτεύοντος προβλήματος κατά την επίλυση του συζυγούς. Κατά τη διατύπωση των συζυγών εξισώσεων στην παράγραφο 3.6.3, έγινε η υπόθεση ότι υπόλοιπα των δύο εξισώσεων  $R_i^u$  και  $R^p$  είναι μηδέν. Φυσικά, στις υπολογιστικές διαδικασίες, τα υπόλοιπα δεν είναι ποτέ πραγματικά μηδέν αλλά τείνουν στο μηδέν: μπορεί να ειπωθεί, γενικά, ότι η καλή σύγκλιση των υπολοίπων των εξισώσεων ροής και, κυρίως, η ταλαντωτική συμπεριφορά τους επηρεάζει θετικά τη σύγκλιση των συζυγών εξισώσεων. Σημαντική διαφορά των συζυγών εξισώσεων σε σχέση με τις αντίστοιχες του πρωτεύοντος είναι ότι οι συζυγείς εξισώσεις είναι γραμμικές. Αυτό, εκ

πρώτης όψης, φαίνεται ως θετικό στοιχείο, στην πραγματικότητα η γραμμικότητα των εξισώσεων μπορεί, υπό την παρουσίαση ταλαντώσεων στα υπόλοιπα των εξισώσεων ροής, να δυσχεράνει τη σύγκλιση τους.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε τόσο για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος όσο και γενικότερα για τη διαδικασία βελτιστοποίησης συμπεριλαμβάνει τα εξής:

- *Χρήση σχήματος διακριτοποίησης πρώτης τάξης:* Επιλέχθηκε το σχήμα πρώτης τάξης λόγω του καλύτερου επιπέδου σύγκλισης. Επίσης, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 4.1, στην εμπρόσθια επιφάνεια του fairing, οι κατανομές ταχύτητας και πίεσης είναι παρεμφερείς και από θέμα αποτελεσμάτων η διαφορά στον συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$  είναι ικανοποιητική και αποδεκτή.
- *Οι τροχοί τίθενται περιστρεφόμενοι και ο δρόμος κινούμενος:* Συμπεριλαμβάνοντας τις συγκεκριμένες υποθέσεις κατά τη μοντελοποίηση θεωρείται πολύ σημαντικό καθώς σε αντίθετη περίπτωση το αποτέλεσμα παρουσιάζει σημαντικές διαφορές τόσο ροϊκά όσο και από θέμα των συντελεστών ροής.

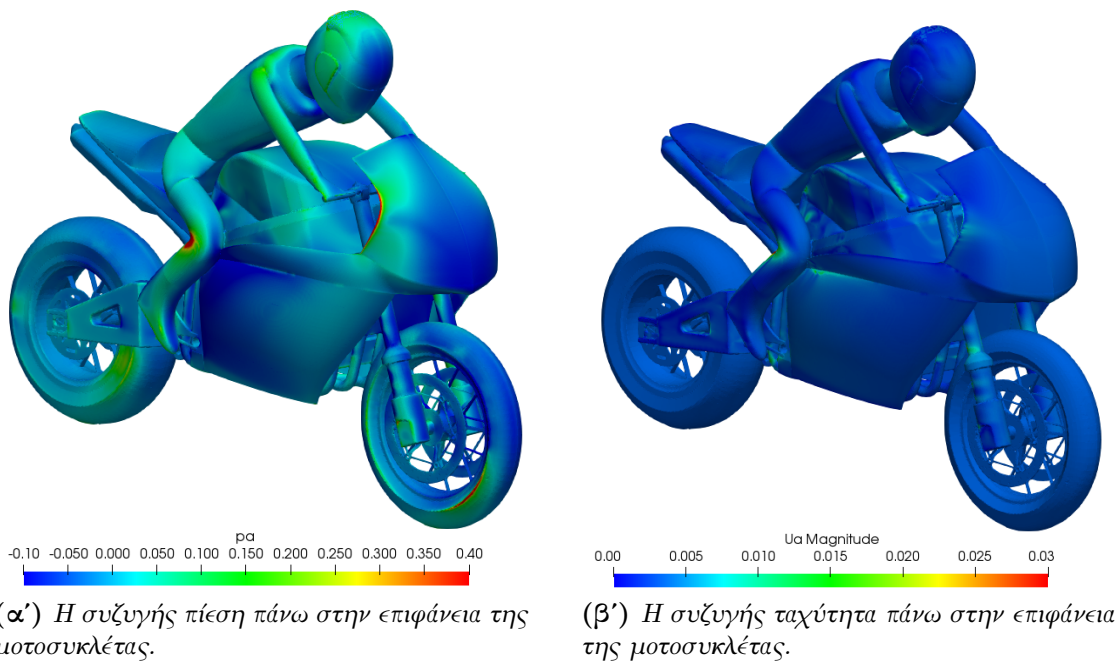
Στη συνέχεια παρατίθενται τα σχήματα 4.12 και 4.13 για τα συζυγή πεδία ροής και το σχήμα 4.14 όπου φαίνεται ο χάρτης ευαισθησίας.



**Σχήμα 4.11:** Τα υπόλοιπα των εξισώσεων του συζυγούς προβλήματος.

Μέσω της επίλυσης του συζυγούς προβλήματος προκύπτουν οι παρακάτω παρατηρήσεις για τα ροϊκά πεδία:

- Στην περίπτωση της συζυγούς πίεσης παρατηρείται μεγάλη ομοιομορφία της κατανομής τόσο στη επιφάνεια της μοτοσυκλέτας όσο και στο επίπεδο συμμετρίας σε σχέση με πρωτεύον πρόβλημα, όπως φαίνεται στα σχήματα 4.12α' και 4.13α'.
- Η συζυγής ταχύτητα επίσης παρουσιάζει σημαντική ομοιομορφία και εμφανίζονται διακυμάνσεις στο εσωτερικό τμήμα του fairing και γενικότερα σε κοντινή απόσταση από τη γεωμετρία γεγονός το οποίο είναι εμφανές στα σχήματα 4.12β'

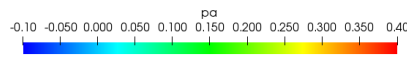


**Σχήμα 4.12:** Τα ροϊκά πεδία της συζυγούς πίεσης και ταχύτητας πάνω στην επιφάνεια της μοτοσυκλέτας.

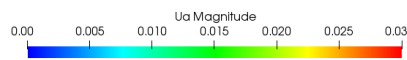
και 4.13β'. Επίσης εμφανίζεται μια περιοχή στο εμπρός τμήμα της μοτοσυκλέτας η οποία θυμίζει τον ομόρρο που εμφανίζεται στο πρωτεύον πρόβλημα: τα ροϊκά πεδία μοιάζουν με την περίπτωση που η μοτοσυκλέτα κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Η παράγωγος ευαισθησίας δίνεται από τη σχέση 3.1 η οποία αναφέρεται στην παράγραφο 3.1. Η ποσότητα η οποία παρατίθεται στο χάρτη ευαισθησίας δεν είναι τίποτα άλλο από τον όρο  $\delta F / \delta x_m^j$  όταν αυτός είναι προσημασμένος και πολλαπλασιασμένος επί το κάθετο στην επιφάνεια διάνυσμα  $n_i$  με διεύθυνση από το ρευστό προς το σώμα. Ο χάρτης ευαισθησίας παρουσιάζει τη φορά, στη διεύθυνση που υποδηλώνει το διάνυσμα  $n_i$ , στην οποία πρέπει να κινηθούν τα σημεία της παραμετροποιημένης επιφάνειας ώστε να μικρύνει η τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$ . Παρατηρώντας το χάρτη ευαισθησίας στο σχήμα 4.14 είναι εμφανές ότι από τα δύο νοητά τμήματα που μπορεί να χωρισθεί το fairing, το εμπρός (front) και το πλευρικό (side), το πλευρικό φαίνεται να έχει τα μεγαλύτερα περιθώρια βελτίωσης. Βάσει αυτών των συμπερασμάτων θα γίνει η παραμετροποίηση της γεωμετρίας, επίσης η διαδικασία βελτιστοποίησης χωρίστηκε σε δύο περιπτώσεις:

- *Παραμετροποίηση μόνο του εμπρόσθιου τμήματος του fairing:* Επιτελέστηκε, αρχικά, βελτιστοποίηση στο εμπρόσθιο μέρος του fairing.
- *Παραμετροποίηση ολόκληρης της γεωμετρίας του fairing:* Βάσει των ευρημάτων του χάρτη ευαισθησίας κρίθηκε σημαντική η διερεύνηση της περίπτωσης της βελτιστοποίησης ολόκληρου του fairing.



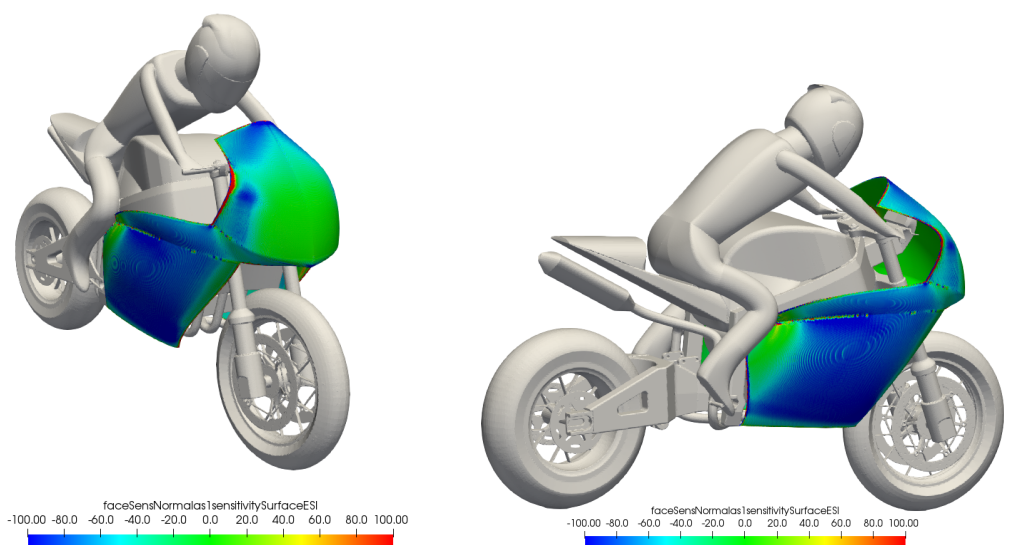
(α') Η συζυγής πίεση στο επίπεδο συμμετρίας.



(β') Το μέτρο της συζυγούς ταχύτητας στο επίπεδο συμμετρίας.

**Σχήμα 4.13:** Τα ροϊκά πεδία του συζυγούς προβλήματος στο επίπεδο συμμετρίας. Δεν συμπεριλαμβάνεται το σώμα της μοτοσυκλέτας καθώς οι περιοχές ενδιαφέροντος παρατηρούνται στα σημεία κοντά στη γεωμετρία τα οποία δεν θα ήταν εμφανή εάν συμπεριλαμβανόταν και η μοτοσυκλέτα.





(α') Πλάγια-εμπρός όψη του χάρτη ευαισθησίας πάνω στην επιφάνεια του fairing.

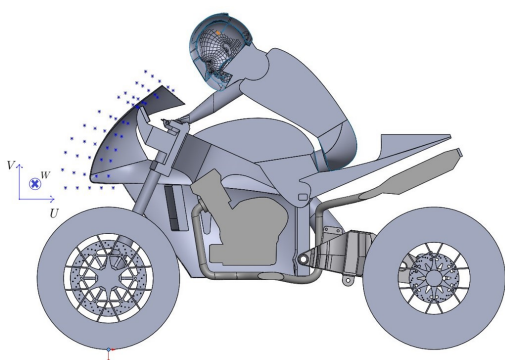
(β') Πλάγια-πίσω όψη του χάρτη ευαισθησίας πάνω στην επιφάνεια του fairing.

**Σχήμα 4.14:** Ο χάρτης ευαισθησίας παρουσιάζει τη κίνηση που πρέπει να υποστούν τα σημεία του εμπρόσθιου fairing ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο συντελεστής οπισθέλκουσας  $C_d$ , με μπλε χρώμα υποδηλώνεται κίνηση προς τα έξω, με κόκκινο χρώμα η κίνηση προς τα μέσα.

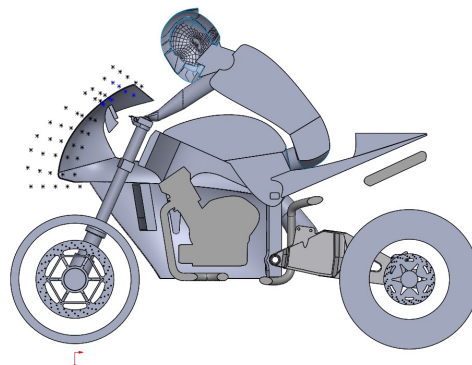
### 4.3 Κουτί Ελέγχου

Ο βασικότερος παράγοντας που συντέλεσε στη σχεδίαση του μοντέλου της μοτοσυκλέτας ήταν η ανάγκη να μπορούν να επιλεγούν οι θέσεις των σημείων του κουτιού ελέγχου με ακρίβεια, ειδικά στην περίπτωση του fairing της μοτοσυκλέτας το οποίο ως γεωμετρία παρουσιάζει πολυπλοκότητα. Η πολυπλοκότητα της γεωμετρίας έγκειται τόσο στη σημαντική καμπυλότητα που παρουσιάζει το fairing όσο και στις μικρές αποστάσεις μεταξύ των περιοχών προς βελτιστοποίηση και αυτών που δεν είναι επιθυμητή η αλλαγή.

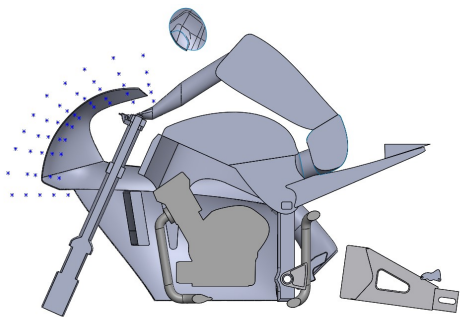
Οι θέσεις των σημείων επιλέχθηκαν συγκεκριμένα ώστε να ακολουθούν ικανοποιητικά την καμπυλότητα της γεωμετρίας και ώστε να αποφεύγεται η παραμετροποίηση άλλων γεωμετρικών στοιχείων της μοτοσυκλέτας, όπως για παράδειγμα του τιμονιού της μοτοσυκλέτας ή του πίνακα οργάνων. Επίσης, η δυνατότητα να γίνουν τομές του μοντέλου σε παράλληλα επίπεδα μέσω του λογισμικού *Solidworks* επιτέλεσε σημαντικό ρόλο στη διαδικασία της δημιουργίας του κουτιού ελέγχου και βάσει αυτής της τεχνικής διασφαλίστηκε ακρίβεια στη τοποθέτηση των σημείων. Στα σχήματα 4.15 και 4.16 είναι εμφανή τα επίπεδα που δημιουργήθηκαν μέσω των τομών που έγιναν καθώς και τα σημεία που τοποθετήθηκαν σε κάθε επιμέρους επίπεδο. Αξίζει να σημειωθεί ότι η αποφυγή παραμετροποίησης παράταιρων περιοχών είναι ένα αυξανόμενο δύσκολο εγχείρημα το οποίο γίνεται πρακτικά αδύνατο όταν οι, εν λόγω, περιοχές εφάπτονται



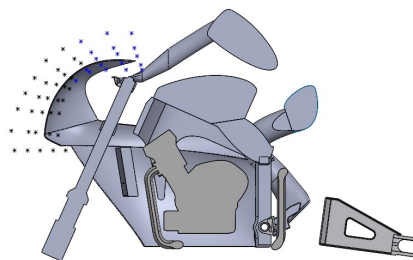
(α') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο επίπεδο  $y = 0 \text{ mm}$ . Παρατίθεται και το σχετικό σύστημα παραμετρικών συντεταγμένων.



(β') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο επίπεδο  $y = 50 \text{ mm}$ .



(γ') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο επίπεδο  $y = 100 \text{ mm}$ .



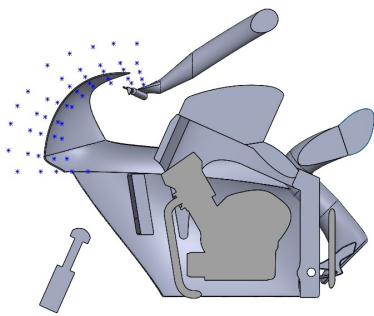
(δ') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο επίπεδο  $y = 125 \text{ mm}$ .

**Σχήμα 4.15:** Τα σημεία του κουτιού ελέγχου στα πρώτα τέσσερα επίπεδα στα οποία το fairing παρουσιάζει τη μεγαλύτερη καμπυλότητα.

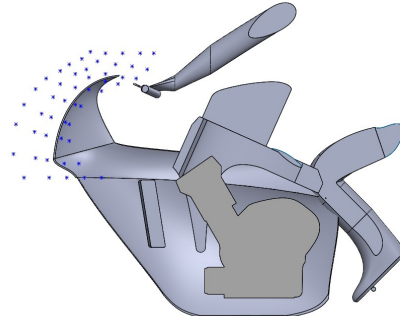
μεταξύ τους.

Στο κώδικα της ΜΠΥΡ&Β, για τον ορισμό των σημείων ελέγχου πρέπει να ορισθούν τα εξής:

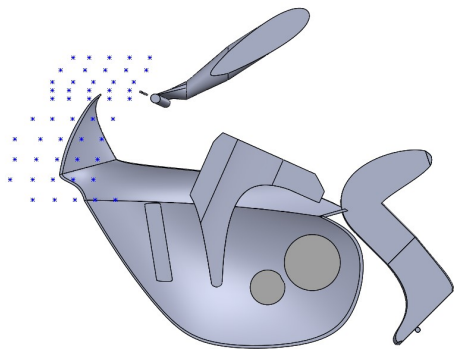
- Το όνομα του εκάστοτε κουτιού ελέγχου. Δίνεται η δυνατότητα χρήσης πολλαπλών κουτιών γεγονός που χρησιμοποιήθηκε για την παραμετροποίηση τόσο του εμπρόσθιου τμήματος του fairing όσο και του πλευρικού ταυτόχρονα.
- Το σύστημα συντεταγμένων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το σύστημα συντεταγμένων είναι καρτεσιανό και συμπίπτει με αυτό του CAD.
- Ο τρόπος εισαγωγής των συντεταγμένων των σημείων του κουτιού ελέγχου. Στη διπλωματική εργασία τα σημεία δόθηκαν μέσω αρχείου που κατασκευάστηκε εκτός του κώδικα. Ο τρόπος εισαγωγής των σημείων ορίζεται ως τρεις εμφανείς επαναλήψεις οι οποίες από έξω προς τα μέσα είναι  $z, y, x$ .



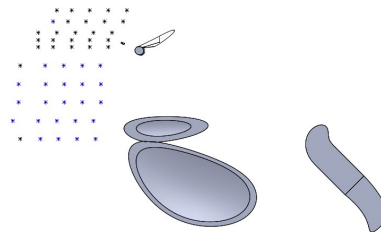
(α') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο  $\epsilon$ -πίπεδο  $y = 150 \text{ mm}$ .



(β') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο  $\epsilon$ -πίπεδο  $y = 175 \text{ mm}$ .



(γ') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο  $\epsilon$ -πίπεδο  $y = 200 \text{ mm}$ .



(δ') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο  $\epsilon$ -πίπεδο  $y = 250 \text{ mm}$ .

**Σχήμα 4.16:** Τα σημεία του κουτιού ελέγχου στα τελευταία τέσσερα επίπεδα στα οποία το *fairing* παρουσιάζει μικρότερη σχετικά καμπυλότητα. Χρησιμοποιήθηκαν και σημεία στο επίπεδο  $y = 300 \text{ mm}$  τα οποία είναι πανομοιότυπα με αυτά του επιπέδου  $y = 250 \text{ mm}$  απλώς μετατοπισμένα και, συνεπώς, δεν δείχνονται στο σχήμα.

- Ο αριθμός των σημείων σε κάθε μια από τις παραμετρικές διευθύνσεις  $U, V, W$  που, εν τέλει, καθορίζει το πλήθος των παραμετρικών σημείων.
- Ο βαθμός της συνάρτησης βάσης για κάθε παραμετρική διεύθυνση ξεχωριστά. Για τις συναρτήσεις βάσης έγινε αναφορά στην παράγραφο 3.4.1.
- Οι περιορισμοί κίνησης των σημείων ελέγχου σε κάθε παραμετρική διεύθυνση ξεχωριστά. Αυτό γίνεται για την επίτευξη ομαλής διακύμανσης μεταξύ γειτονικών σημείων και, συνεπώς, διασφάλιση της παραγωγισιμότητας. Ο εκάστοτε περιορισμός δίνεται σε σχέση με το αρχικό (min) και το τελικό (max) σημείο κάθε διεύθυνσης. Για παράδειγμα, όταν ορίζεται περιορισμός κατά  $U \max 2$ , αυτό σημαίνει ότι το τελευταίο και προτελευταίο σημείο κατά τη  $U$  διεύθυνση θα παραμείνουν ακίνητα, για κάθε  $V, W$ . Ο περιορισμός κίνησης προς μία κατεύθυνση δεν συνεπάγεται απαραίτητα περιορισμό και προς τις άλλες δύο και, συνεπώς,

πρέπει να ορισθούν ξεχωριστά.

Η θέση των σημείων ελέγχου καθορίζεται βάσει του διανύσματος της σχετικής θέσης του εκάστοτε σημείου σε σχέση με το σημείο origin μέσω του CAD. Στη διπλωματική εργασία ο βαθμός της συνάρτησης βάσης ορίσθηκε ως 3, σε όλες τις περιπτώσεις βελτιστοποίησης. Επίσης, κατά την επιλογή του αριθμού των σημείων στη κάθετη, στο fairing, διεύθυνση χρησιμοποιήθηκαν πέντε σημεία, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.15· ο συγκεκριμένος αριθμός προέκυψε μέσω δοκιμών καθώς παρουσίασε τη καλύτερη συμπεριφορά κατά τη διαδικασία της μετακίνησης του πλέγματος μεταξύ των κύκλων βελτιστοποίησης. Η επιλογή του αριθμού των σημείων προς τις λοιπές διευθύνσεις έγινε με γνώμονα την ικανοποιητική κάλυψη της γεωμετρίας.

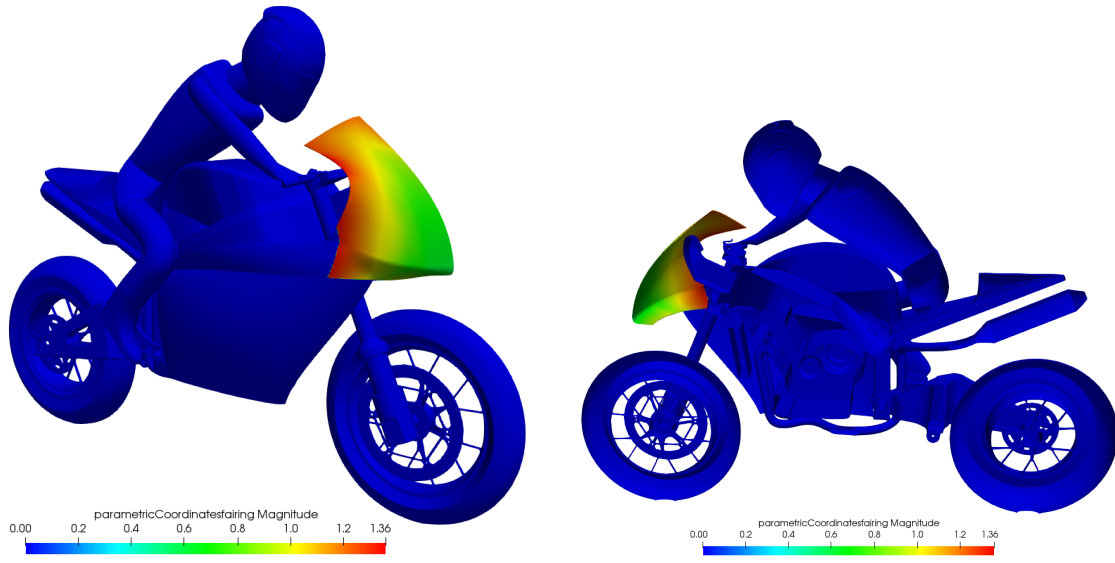
Στις παραγράφους 4.3.1 και 4.3.2 παρατίθενται τα κουτιά ελέγχου που χρησιμοποιήθηκαν τελικά στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Οι συγκεκριμένες υλοποιήσεις των κουτιών ελέγχου παρουσίασαν την καλύτερη συμπεριφορά κατά τη διαδικασία μετακίνησης του πλέγματος. Αξίζει να σημειωθεί ότι πέρα από την χρήση ξεχωριστών κουτιών ελέγχου, έγιναν δοκιμές για τη δημιουργία ενός ενιαίου κουτιού ελέγχου το οποίο θα παραμετροποιούσε ολόκληρη την επιφάνεια του fairing. Η συγκεκριμένη υλοποίηση για το ενιαίο κουτί ελέγχου δεν χρησιμοποιήθηκε καθώς παρουσίασε μη-ικανοποιητική συμπεριφορά κατά την διαδικασία μεταφοράς του πλέγματος. Για λόγους πληρότητας, η περίπτωση του ενιαίου κουτιού ελέγχου παρατίθεται στην παράγραφο 4.3.3. Σημαντική διευκρίνιση, τα κουτιά ελέγχου εξετάστηκαν χρησιμοποιώντας το ίδιο πλέγμα: τα ευρήματα για τη συμπεριφορά των κουτιών ενδεχομένως να διαφέρουν με χρήση διαφορετικού πλέγματος.

#### **4.3.1 Παραμετροποίηση Εμπρόσθιου Τμήματος του Fairing**

Τα σημεία τα οποία παρατίθενται στα σχήματα 4.15 και 4.16 αποτελούν το κουτί ελέγχου που χρησιμοποιήθηκε στη πρώτη διαδικασία βελτιστοποίησης. Στο σχήμα 4.15α είναι εμφανές και το σχετικό σύστημα παραμετρικών συντεταγμένων. Ειδικότερα, είναι εμφανείς οι τομές που χρησιμοποιήθηκαν ξεκινώντας από το επίπεδο συμμετρίας και έχοντας θέσει ως τελικό επίπεδο το  $y = 300 \text{ mm}$ . Στην περίπτωση του εμπρόσθιου κουτιού, επιτεύχθηκε η παραμετροποίηση μόνο του fairing όπως φαίνεται στο σχήμα 4.17. Οι επιλογές των ρυθμίσεων παραμετροποίησης για τη μετακίνηση των σημείων ελέγχου από τον αλγόριθμο παρατίθενται στη συνέχεια.

#### **4.3.2 Παραμετροποίηση Πλευρικού Τμήματος του Fairing**

Η παραμετροποίηση ολόκληρης της επιφάνειας του fairing επιτεύχθηκε μέσω της δημιουργίας δύο ακόμα κουτιών ελέγχου τα οποία δημιουργήθηκαν με αντίστοιχη δια-



(α') Πλάγια-εμπρός όψη της παραμετροποιημένης περιοχής πάνω στην επιφάνεια του fairing.

(β') Πλάγια-πίσω όψη της παραμετροποιημένης περιοχής πάνω στην επιφάνεια του fairing.

**Σχήμα 4.17:** Η παραμετροποιημένη περιοχή του εμπρόσθιου fairing, οι χρωματισμένες περιοχές είναι αυτές οι οποίες θα κινηθούν από τον αλγόριθμο ενώ οι περιοχές με το μπλέ χρώμα όχι.

	$U$	$V$	$W$	Περιορισμός Κίνησης	$min$	$max$
Αριθμός σημείων	5	9	10	Διεύθυνση $U$	2	1
Βαθμός Συν. Βάσης	3	3	3	Διεύθυνση $V$	1	1
Σύνολο Σημείων $N$	450			Διεύθυνση $W$	1	1

**Πίνακας 4.4:** Οι ρυθμίσεις οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν κατά διαδικασία βελτιστοποίησης για το εμπρόσθιο fairing καθώς και ο περιορισμός (confinement) της κίνησης των σημείων για τις εκάστοτε παραμετρικές διευθύνσεις. Οι παραπάνω ρυθμίσεις αναφέρονται στο κουτί ελέγχου που παρατίθεται στα σχήματα 4.15 και 4.16.

δικασία με το εμπρόσθιο κουτί. Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι η περιοχή εσωτερικά του fairing, στο πλευρικό τμήμα της γεωμετρίας, παρουσίασε δυσκολία ως προς την αποφυγή παραμετροποίησης της λόγω της μικρής απόστασής της από το fairing. Λόγω της μικρότερης καμπυλότητας της γεωμετρίας του πλευρικού fairing η τοποθέτηση των σημείων είναι αισθητά ευκολότερη σε αντίθεση με την εμπρόσθια περιοχή. Για διευκόλυνση κατά την αναφορά τους στο κείμενο, το εμπρός κουτί θα ονομάζεται 1, το μεγάλο πλευρικό θα ονομάζεται 2 και το μικρό πλευρικό 3. Οι ρυθμίσεις για τα κουτιά 2 και 3 παρατίθενται στους πίνακες 4.5 και 4.6:

Στο σχήμα 4.18 παρατίθεται η παραμετροποιημένη επιφάνεια των μετά την χρήση των τριών κουτιών ελέγχου ενώ στο σχήμα 4.19 παρατίθεται τα σημεία των κουτιών 2 και 3. Σημειώνεται ότι, τα κουτιά πρέπει να μην αλληλοκαλύπτονται, για αυτό το λόγο είναι εμφανείς στο σχήμα 4.18ά' μια μικρή περιοχή μεταξύ των κουτιών η οποία δεν

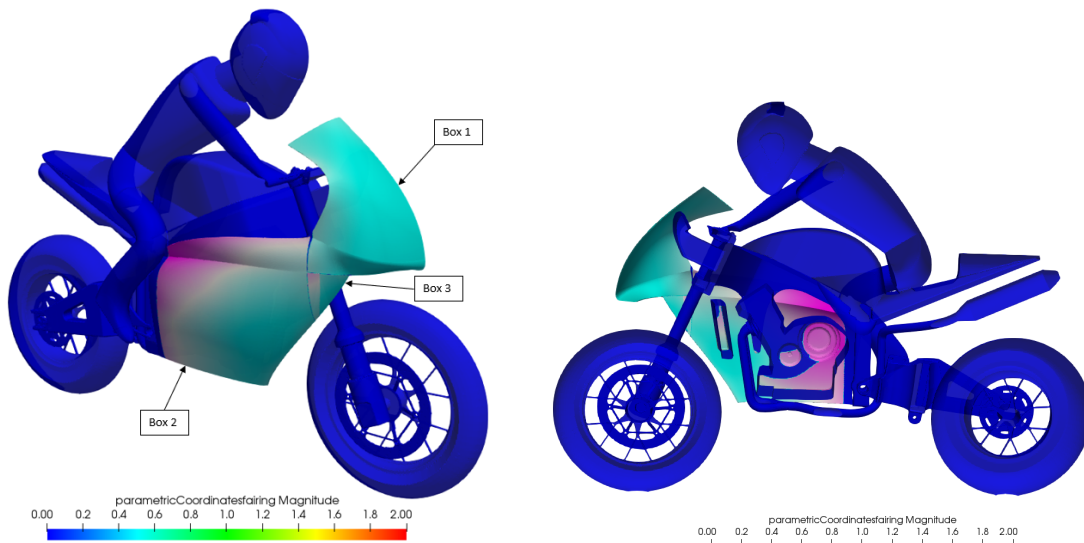
	$U$	$V$	$W$	Περιορισμός Κίνησης	$min$	$max$
Αριθμός σημείων	5	5	12	Διεύθυνση $U$	2	1
Βαθμός Συν. Βάσης	3	3	3	Διεύθυνση $V$	1	1
Σύνολο Σημείων $N$	300			Διεύθυνση $W$	1	1

**Πίνακας 4.5:** Οι ρυθμίσεις οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν κατά διαδικασία βελτιστοποίησης για το κουτί 2 καθώς ο περιορισμός της κίνησης των σημείων των παραμετρικών διευθύνσεων.

	$U$	$V$	$W$	Περιορισμός Κίνησης	$min$	$max$
Αριθμός σημείων	5	5	6	Διεύθυνση $U$	2	1
Βαθμός Συν. Βάσης	3	3	3	Διεύθυνση $V$	1	1
Σύνολο Σημείων $N$	150			Διεύθυνση $W$	1	1

**Πίνακας 4.6:** Οι ρυθμίσεις οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν κατά διαδικασία βελτιστοποίησης για το κουτί 3 καθώς ο περιορισμός της κίνησης των σημείων των παραμετρικών διευθύνσεων.

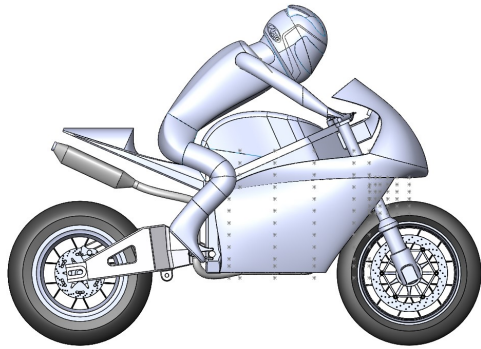
έχει παραμετροποιηθεί.



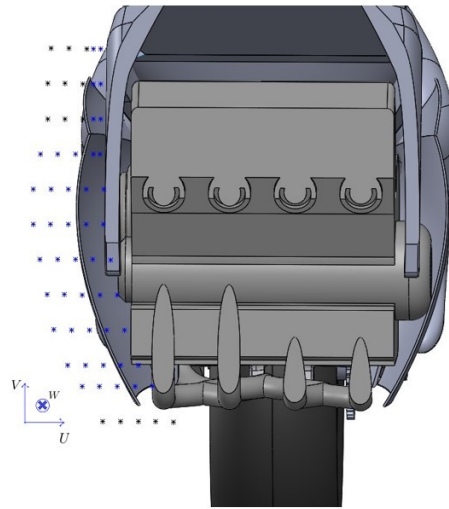
(α') Πλάγια-εμπρός όψη της παραμετροποιημένης περιοχής πάνω στην επιφάνεια ολόκληρου του fairing. Ως εμπρός τμήμα του fairing ορίζεται η περιοχή box 1 ενώ ως πλευρικό οι περιοχές box 2 και box 3.

(β') Πλάγια-πίσω όψη της παραμετροποιημένης περιοχής πάνω στην επιφάνεια του ολόκληρου του fairing.

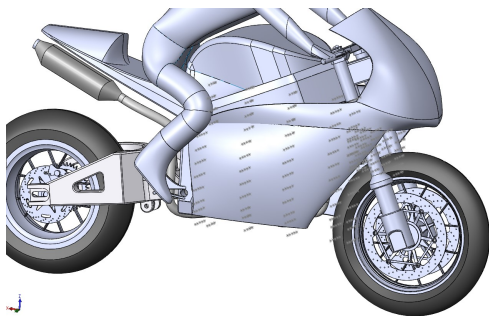
**Σχήμα 4.18:** Η παραμετροποιημένη περιοχή ολόκληρου του fairing, οι χρωματισμένες περιοχές είναι αυτές οι οποίες θα κινηθούν από τον αλγόριθμο ενώ οι περιοχές με το μπλέ χρώμα όχι.



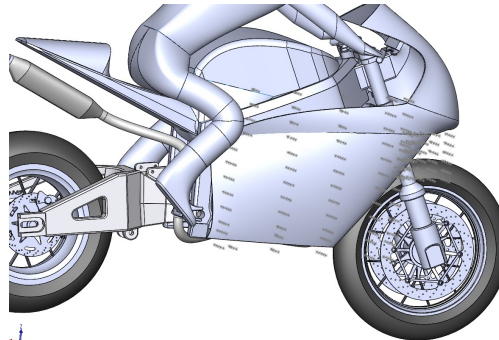
(α') Τα σημεία των πλαϊνών κουτιών ελέγχου από την αριστερή πλάγια όψη.



(β') Σημεία του κουτιού ελέγχου στο επίπεδο  $x = 395 \text{ mm}$ . Παρατίθεται και το σχετικό σύστημα παραμετρικών συντεταγμένων που χρησιμοποιήθηκε για τα κουτιά 2 & 3.



(γ') Η πλάγια-εμπρός όψη των σημείων των πλαϊνών κουτιών ελέγχου.



(δ') Η πλάγια-πίσω όψη των σημείων των πλαϊνών κουτιών ελέγχου.

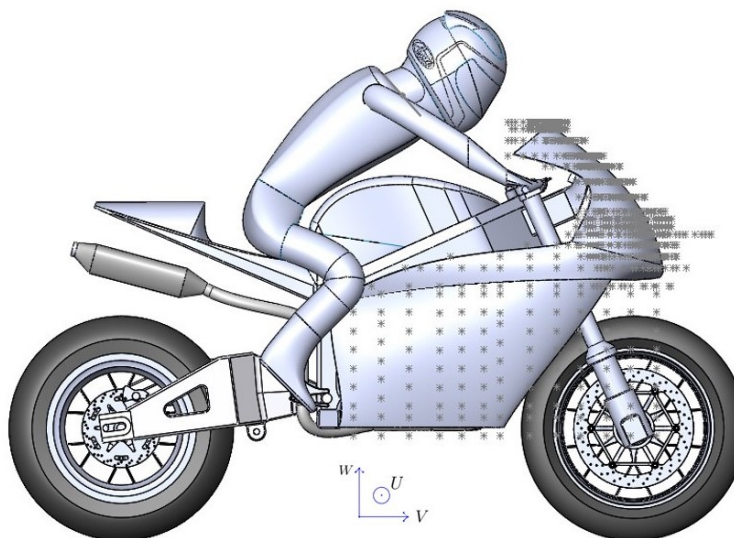
**Σχήμα 4.19:** Τα σημεία των κουτιών ελέγχου 2 και 3 σε διάφορες όψεις. Το παραμετρικό σύστημα συντεταγμένων για τα κουτιά 2 και 3 διαφοροποιείται σε σχέση με εκείνο του κουτιού 1.

### 4.3.3 Παραμετροποίηση του Fairing με Ενιαίο Κουτί Ελέγχου

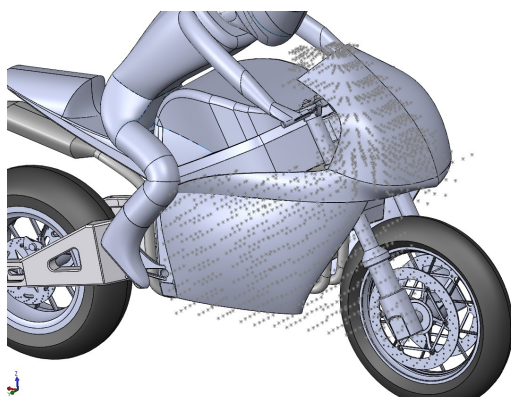
Το ενιαίο κουτί ελέγχου που παρουσιάζεται, δημιουργήθηκε για την αποφυγή χρήσης πολλαπλών κουτιών: η ύπαρξη πολλαπλών κουτιών ελέγχου έχει ως αποτέλεσμα την ύπαρξη περιοχών του fairing οι οποίες, έστω και οριακά, θα παραμένουν μη-παραμετροποιήσιμες, όπως στην περίπτωση των κουτιών της παραγράφου 4.3.2.

	$U$	$V$	$V$	Περιορισμός Κίνησης	$min$	$max$
Αριθμός σημείων	5	13	21	Διεύθυνση $U$	2	1
Βαθμός Συν. Βάσης	3	3	3	Διεύθυνση $V$	1	1
Σύνολο Σημείων $N$		1365		Διεύθυνση $W$	1	1

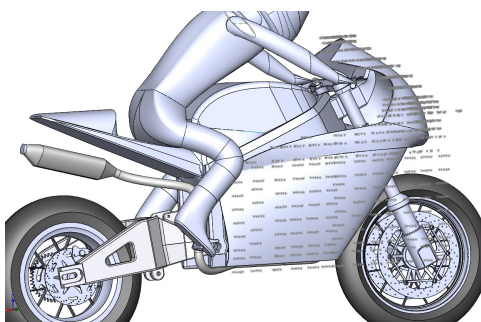
**Πίνακας 4.7:** Οι ρυθμίσεις οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν κατά διαδικασία βελτιστοποίησης για το ενιαίο κουτί καθώς ο περιορισμός της κίνησης των σημείων των παραμετρικών διευθύνσεων.



( $\alpha'$ ) Τα σημεία του ενιαίου κουτιού ελέγχου από την αριστερή πλάγια όψη.



( $\beta'$ ) Η πλάγια-εμπρός όψη των σημείων του ενιαίου κουτιού ελέγχου.



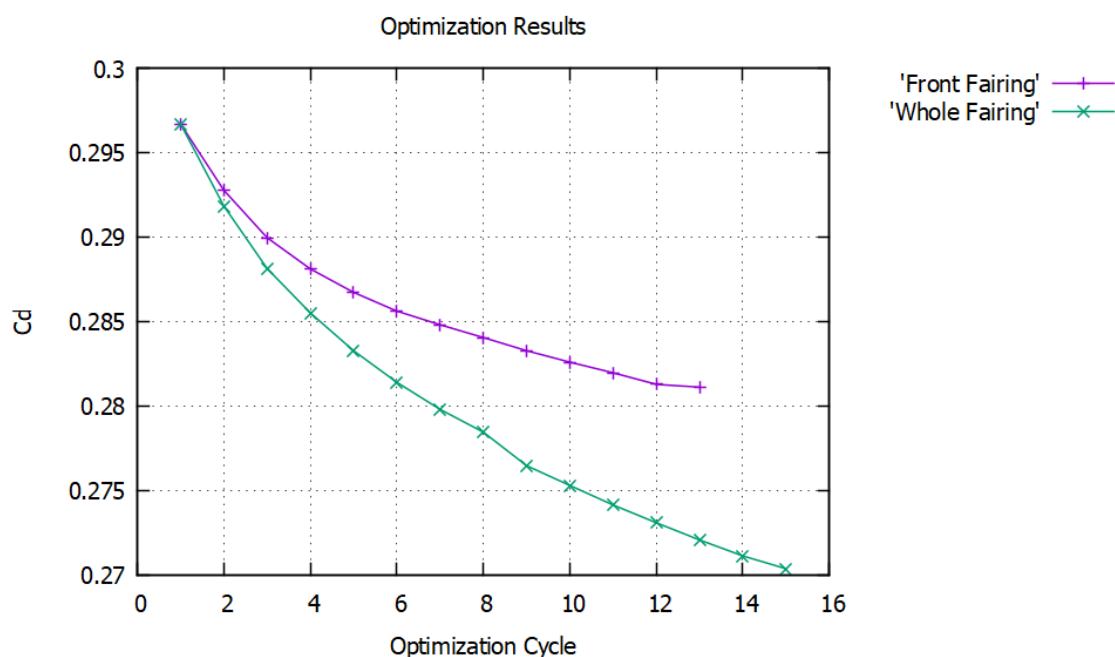
( $\gamma'$ ) Η πλάγια-πίσω όψη των σημείων του ενιαίου κουτιού ελέγχου.

**Σχήμα 4.20:** Τα σημεία του ενιαίου κουτιού ελέγχου σε διάφορες όψεις και το σχετικό σύστημα παραμετρικών συντεταγμένων που χρησιμοποιήθηκε. Η οπτικοποίηση των σημείων είναι δύσκολη λόγω του μεγάλου πλήθους τους.



## 4.4 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης Μορφής

Η διαδικασία βελτιστοποίησης επιτελέστηκε αρχικά για το εμπρός τμήμα του fairing και, στη συνέχεια, για ολόκληρο το fairing. Σημειώνεται ότι έγινε χρήση μοντέλου διακριτοποίησης πρώτης τάξης με averaging των πεδίων του πρωτεύοντος προβλήματος για την επίλυση του συζυγούς. Στο σχήμα 4.21 παρατίθεται η μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης για τις δύο περιπτώσεις που διερευνήθηκαν. Για την ακριβέστερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων του συντελεστή οπισθέλκουσας, το fairing του τελευταίου κύκλου βελτιστοποίησης, σε κάθε περίπτωση, αξιολογήθηκε αεροδυναμικά μέσω, εκ νέου, επίλυσης του πρωτεύοντος προβλήματος με σχήμα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης. Τα αποτελέσματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης καθώς και ο υπολογισμός του συντελεστή οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας με σχήμα δεύτερης τάξης παρατίθεται στον πίνακα 4.8.



**Σχήμα 4.21:** Η μεταβολή του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_d$  της μοτοσυκλέτας συναρτήσει των κύκλων βελτιστοποίησης. Με μοβ χρώμα παρατίθεται το  $C_d$  της μοτοσυκλέτας για βελτιστοποίηση του εμπρός τμήματος του fairing και με πράσινο  $C_d$  της μοτοσυκλέτας για βελτιστοποίηση ολόκληρου του fairing.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης του πίνακα 4.8 είναι εμφανές ότι, υπάρχει διαφορά στα αποτελέσματα μεταξύ των σχημάτων διακριτοποίησης, το οποίο ήταν αναμενόμενο, αλλά και στις δύο περιπτώσεις καταγράφεται πολύ ικανοποιητικά η τάση στη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας. Το γεγονός αυτό ισχυροποιεί την επιλογή χρήσης σχημάτων πρώτης τάξης για την διαδικασία της

Περιπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)
	Πρώτης Τάξης		Δεύτερης Τάξης	
1. Αρχικό Fairing	0.2976	~	0.2770	~
2. Εμπρός Τμήμα Fairing	0.2811	-5.54	0.2661	-3.92
3. Εμπρός & Πλευρικό Τμήμα Fairing	0.2704	-9.16	0.2559	-7.59

**Πίνακας 4.8:** Τα αποτελέσματα του συντελεστή οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας από τη διαδικασία βελτιστοποίησης τόσο για σχήματα διακριτοποίησης πρώτης όσο και δεύτερης τάξης. Σημειώνεται ότι, επιλύεται η μισή γεωμετρία άρα  $A = 0.5 \text{ m}^2$ .

βελτιστοποίησης.

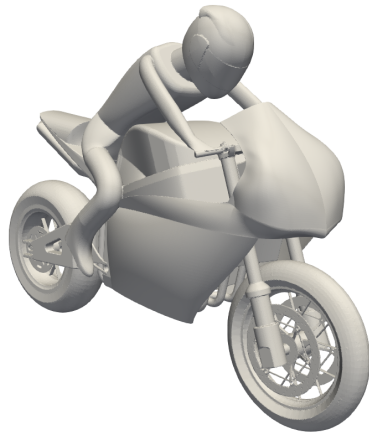
Στο σχήμα 4.22 παρατίθενται οι γεωμετρίες για το fairing που προέκυψαν από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, για τις δύο περιπτώσεις κουτιών ελέγχου. Αξίζει να σημειωθεί ότι στο σχήμα 4.22γ' είναι εμφανής η γραμμή-όριο μεταξύ των 3 κουτιών ελέγχου· η εμφάνιση αυτής της γραμμής είναι αναμενόμενη λόγω του περιορισμού κίνησης των οριακών σημείων ελέγχου κάθε κουτιού.

Από τις δοκιμές που έγιναν, κατά της διαδικασίας της βελτιστοποίησης, στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας προέκυψαν οι εξής παρατηρήσεις:

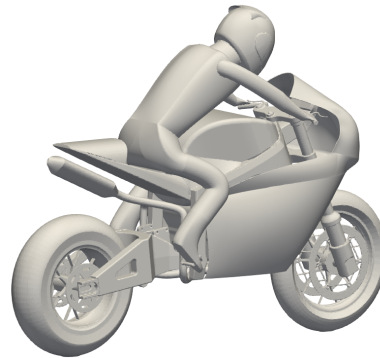
- Το πλέγμα της γεωμετρίας ενδιαφέροντος καθορίζει σημαντικά την θέση που πρέπει να τεθούν τα σημεία ελέγχου. Ο αλγόριθμος φάνηκε να επιτελεί με μεγαλύτερη επιτυχία τη μετακίνηση του πλέγματος όταν τα σημεία ελέγχου βρίσκονταν σε περιοχές που παρουσίαζαν παρεμφερή πύκνωση πλέγματος.
- Υπήρξαν περιπτώσεις όπου ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης σταμάτησε σε κάποιο κύκλο βελτιστοποίησης, πριν από εκείνο που είχε οριστεί στο κριτήριο τερματισμού της διαδικασίας και ο λόγος τερματισμού ήταν η μεγάλη στρέβλωση (skewness) του πλέγματος κατά τη μετακίνηση του. Ξεκινώντας από την προηγούμενη επανάληψη και εισάγοντας, στον αλγόριθμό, τις αρχικές θέσεις των σημείων ελέγχου παρατηρήθηκε ότι ο αλγόριθμος ενδεχομένως να ολοκληρώσει με επιτυχία μερικούς ακόμα κύκλους βελτιστοποίησης.

Μιας και το επίκεντρο της διπλωματικής εργασίας είναι η βελτιστοποίηση του fairing της μοτοσυκλέτας θεωρήθηκε ενδιαφέρουσα η διερεύνηση της ύπαρξης του fairing στις μοτοσυκλέτες και ειδικότερα η επίδραση που θα είχε η απουσία του στις αεροδυναμικές επιδόσεις της μοτοσυκλέτας. Στον πίνακα 4.9 παρατίθενται τα αποτελέσματα στην περίπτωση απουσίας το fairing καθώς και η σύγκριση μεταξύ της αρχικής γεωμετρίας καθώς και αυτής που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση μορφής.

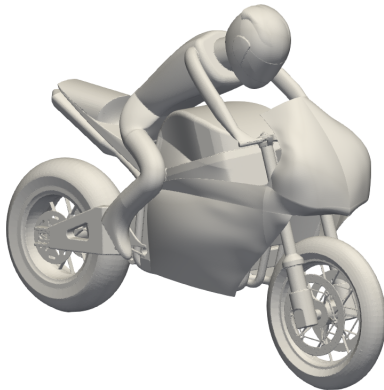
Εξετάζοντας τα αποτελέσματα του πίνακα 4.9, η απουσία του fairing έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας αλλά ταυτόχρονα αυξάνεται σημαντικά ο συντελεστής άνωσης και ο συντελεστής άνωσης στον εμπρός τροχό. Η απουσία του fairing, δηλαδή, έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της τάσης του εμπρός τροχού να σηκωθεί από το έδαφος συντελώντας έτσι στη μείωση της ευστάθειας της μοτοσυκλέτας. Φυσικά, το φαινόμενο εντείνεται σε μεγάλες ταχύτητες καθώς η δύναμη



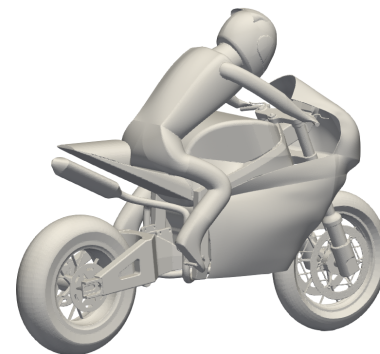
(α') Πλάγια-εμπρός όψη της μοτοσυκλέτας που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση του εμπρός τμήματος του fairing.



(β') Πλάγια-πίσω όψη της μοτοσυκλέτας που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση του εμπρός τμήματος του fairing.



(γ') Πλάγια-εμπρός όψη της μοτοσυκλέτας που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση ολόκληρου του fairing.



(δ') Πλάγια-πίσω όψη της μοτοσυκλέτας που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση ολόκληρου του fairing.

**Σχήμα 4.22:** Τα αποτελέσματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης, για τις δύο περιπτώσεις κουτιών ελέγχου, παρατίθενται συγκεντρωμένα για οπτική αξιολόγηση.

Περιπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_l$	$\Delta C_l$ (%)	$C_{l_{front}}$	$\Delta C_{l_{front}}$ (%)
1. Αρχικό Fairing	0.2770	~	-0.007	~	0.1270	~
2. Χωρίς Fairing	0.2709	-2.20	0.024	452	0.1467	15.7
3. Τελικό Fairing	0.2559	-7.59	0.004	162	0.1210	-4.49

**Πίνακας 4.9:** Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ της αρχικής γεωμετρίας της μοτοσυκλέτας, της περίπτωσης που δεν υπήρχε fairing και της τελικής γεωμετρίας η οποία προέκυψε από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Σημειώνεται ότι, οι περιπτώσεις που συγκρίνονται έχουν επιλυθεί με σχήμα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης και δεν συμπεριλαμβάνουν την επίδραση της εξάτμισης.

και, συνεπώς η τάση του τροχού να σηκωθεί από το έδαφος είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας (σχέση 1.2). Η ύπαρξη του fairing αυξάνει λίγο το συντελεστή οπισθέλκουσας παράλληλα όμως αυξάνει σημαντικά την ευστάθεια του οχήματος και, συνεπώς, καθίσταται απαραίτητη σε αγωνιστικές μοτοσυκλέτες. Ενδιαφέρον επίσης παρουσιάζει η περίπτωση του τελικού fairing όπου ο συντελεστής άνωσης παρουσιάζει αύξηση αλλά ο συντελεστής άνωσης στο εμπρός ελαστικό μειώνεται σε σχέση με το αρχικό fairing. Δηλαδή, το τελικό fairing παρουσιάζει τόσο μείωση στο συντελεστή οπισθέλκουσας όσο και μεγαλύτερη ευστάθεια της μοτοσυκλέτας μέσω μείωσης του συντελεστή άνωσης στο εμπρός ελαστικό.

## 4.5 Αποτελέσματα Μελέτης Θέσης Εξάτμισης

Πέρα από τη βελτιστοποίηση του fairing για τη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας, επιτελέστηκε και μια μικρότερη μελέτη η οποία αφορά τη επίδραση της θέσης του τελικού της εξάτμισης στους αεροδυναμικούς συντελεστές. Όπως προαναφέρθηκε, η επιλογή να τεθεί, καταρχήν, η εξάτμιση κάτω από τη σέλα της μοτοσυκλέτας στο επίπεδο συμμετρίας έγινε για λόγους μείωσης του υπολογιστικού κόστους καθώς δίνεται η δυνατότητα επίλυσης του μισού υπολογιστικού χωρίου.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει, αρχικά, η επίδραση που έχει η γωνία του τελικού της εξάτμισης και, κατά συνέπεια, η γωνία με την οποία εξέρχεται η δέσμη των καυσαερίων. Δευτερευόντως, εξετάστηκαν δύο διαφορετικά σχέδια για την εξάτμιση, τα οποία, όντας μη-συμμετρικά, δεν χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης αλλά παρουσιάζουν ενδιαφέρον αεροδυναμικά. Σημειώνεται ότι για το εκάστοτε διαφορετικό σχέδιο, το διάνυσμα το οποίο καθορίζει τη διεύθυνση της δέσμης των καυσαερίων επιλέχθηκε αναλόγως κρατώντας το μέτρο της ταχύτητας ίσο με  $66.1 \frac{m}{s}$  και η διατομή της επιφάνειας εξόδου παρέμεινε ίση με  $38 \text{ mm}^2$ .

### 4.5.1 Γωνία Τελικού Εξάτμισης

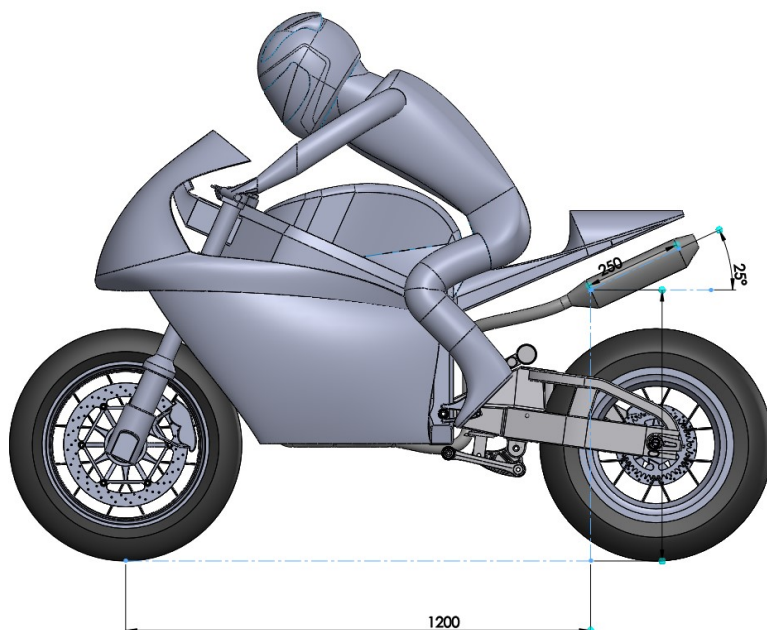
Το πρώτο κομμάτι της μελέτης σχετίζεται με την επίδραση της γωνία του τελικού της εξάτμισης στο συντελεστή οπισθέλκουσας. Αρχικά, το τελικό της εξάτμισης σχεδιάστηκε ώστε να παρουσιάζει γωνία  $25^\circ$  σε σχέση με τον άξονα  $x$ . Η γωνία των  $25^\circ$  χρησιμοποιήθηκε σε όλες περιπτώσεις αποτελεσμάτων που έχουν παρατεθεί μέχρι αυτό το σημείο. Οι περιπτώσεις που διερευνήθηκαν είναι για γωνίες  $\pm 5^\circ$ . Σημειώνεται ότι, η διερεύνηση για την επίδραση της γωνίας της εξάτμισης έγινε επιλύοντας το πρωτεύον πρόβλημα με σχήμα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης στο μισό υπολογιστικό χωρίο, άρα  $A = 0.5 \text{ m}^2$ .

Τα αποτελέσματα για την επίδραση της γωνίας του τελικού της εξάτμισης παρατίθενται στον πίνακα 4.10.

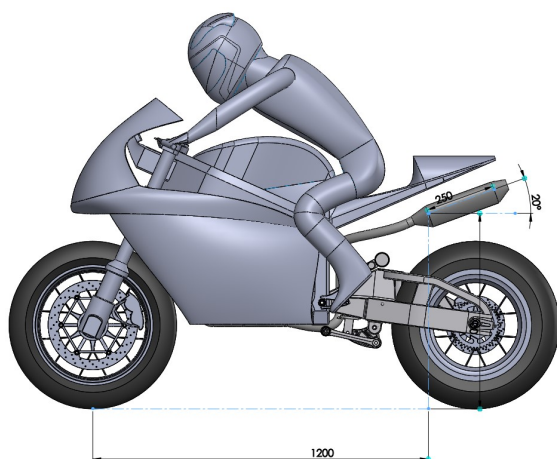
Για τις περιπτώσεις αυξομείωσης της γωνίας του τελικού της εξάτμισης προκύπτουν τα

Περιπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_l$	$\Delta C_l$ (%)
1. $25^\circ$	0.2786	~	-0.007	~
2. $20^\circ$	0.2806	0.73	-0.009	-36.9
3. $30^\circ$	0.2818	1.14	-0.008	-21.7

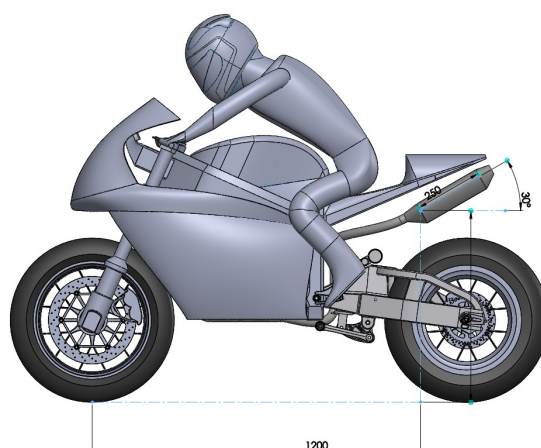
**Πίνακας 4.10:** Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ της αρχικής γωνία των  $25^\circ$  και για γωνίες  $\pm 5^\circ$ .



( $\alpha'$ ) Το τελικό της εξάτμισης σε γωνία  $25^\circ$ .



( $\beta'$ ) Το τελικό της εξάτμισης σε γωνία  $20^\circ$ .



( $\gamma'$ ) Το τελικό της εξάτμισης σε γωνία  $30^\circ$ .

**Σχήμα 4.23:** Πλάγια όψη της μοτοσυκλέτας όπου φαίνονται οι διαφορές στην εξάτμιση αλλάζοντας τη γωνία του τελικού.

εξής:

- Ο συντελεστής οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας λαμβάνει τη μικρότερη τιμή του μέσω χρήσης της αρχικής εξάτμισης με τη γωνία  $25^\circ$ .
- Ο συντελεστής άνωσης παρουσιάζει μείωση για τις περιπτώσεις  $\pm 5^\circ$  αλλά οι τιμές παραμένουν μικρές, της τάξης του  $10^{-3}$ .

Συνεπώς, η αρχική διάταξης της εξάτμισης, δηλαδή σε γωνία  $25^\circ$ , παρουσιάζει τις καλύτερες αεροδυναμικές επιδόσεις.

#### 4.5.2 Μη-Συμμετρικά Σχέδια Εξάτμισης

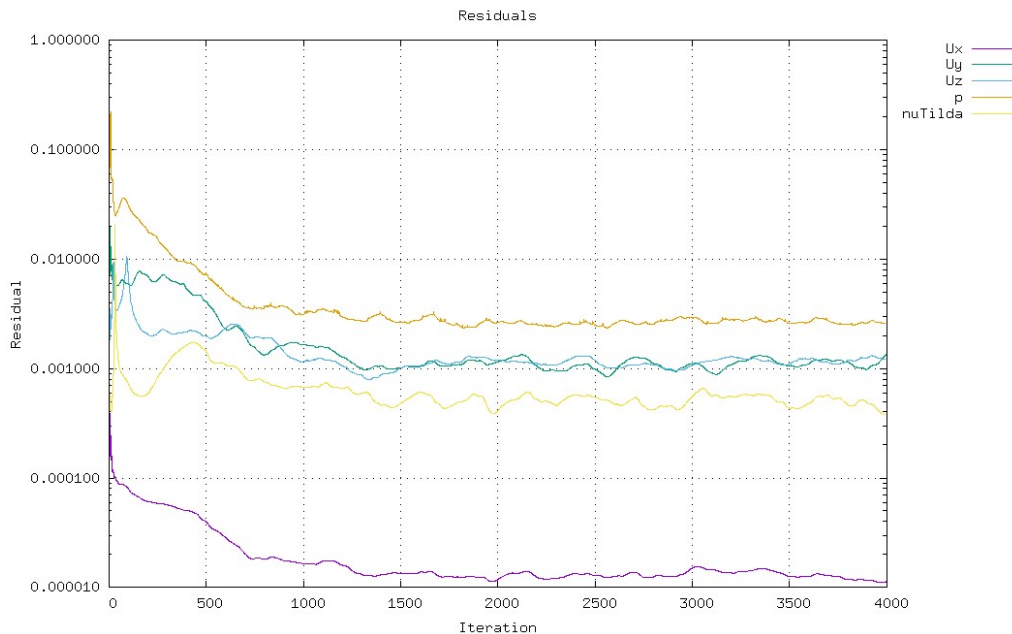
Στην περίπτωση διερεύνησης των μη-συμμετρικών σχεδίων εξάτμισης, επιλύθηκε το πρωτεύον πρόβλημα για ολόκληρη τη μοτοσυκλέτα τόσο για το αρχικό σχέδιο της εξάτμισης όσο και για τα δύο, προς διερεύνηση, σχέδια. Χρησιμοποιήθηκε σχήμα δεύτερης τάξης και η μετωπική επιφάνεια τέθηκε ως  $A = 1 \text{ m}^2$ . Τα δύο σχέδια που δοκιμάστηκαν έχουν επιλεχθεί λόγω της συχνότητας εμφάνισης τους τόσο σε αγωνιστικές μοτοσυκλέτες όσο και σε μοτοσυκλέτες παραγωγής. Το πρώτο σχέδιο που μελετήθηκε αντιστοιχεί στην τυπική υλοποίηση εξατμίσεων στο πλάι και πίσω και παρατίθεται στο σχήματα 4.25. Το δεύτερο σχέδιο, που παρατίθεται στο σχήμα 4.26, αντιστοιχεί σε μια μοντέρνα υλοποίηση του πλευρικού τύπου εξατμίσεων η οποία δεν εκτείνεται μέχρι το ψαλίδι της μοτοσυκλέτας αλλά σταματάει λίγο πίσω από τα πόδια του αναβάτη. Τα αποτελέσματα της υπολογιστικής διαδικασίας, για τα μη-συμμετρικά σχέδια εξάτμισης παρατίθενται στον πίνακα 4.12.

Κατά τον υπολογισμό των πεδίων του πρωτεύοντος προβλήματος για ολόκληρη τη μοτοσυκλέτα παρατηρήθηκε διαφορά στα αποτελέσματα των αεροδυναμικών συντελεστών σε σχέση με τα αντίστοιχα της περίπτωσης της μισής μοτοσυκλέτας. Διευκρινίζεται ότι, χρησιμοποιήθηκε αντίστοιχο πλέγμα και στις δύο περιπτώσεις. Για λόγους πληρότητας, τα αποτελέσματα και των δύο περιπτώσεων παρατίθενται στον πίνακα 4.11, ενώ τα υπόλοιπα των εξισώσεων του πρωτεύοντος προβλήματος για ολόκληρη τη μοτοσυκλέτα στο σχήμα 4.24.

Περιπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_l$	$\Delta C_l$ (%)
1. Μισό Χωρίο	0.2786	+3.09	-0.007	+150
2. Ολόκληρο Χωρίο	0.2872		0.008	

**Πίνακας 4.11:** Σύγκριση αποτελεσμάτων κατά την επίλυση της μισής και ολόκληρης μοτοσυκλέτας.

Η διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων του συντελεστή οπισθέλκουσας που παρατηρήθηκε, κατά την επίλυση του μισό και ολόκληρου του χωρίου, αποδίδεται στη διαφορά σύγκλισης μεταξύ των δύο περιπτώσεων: η περίπτωση του μισού χωρίου παρουσιάζει καλύτερα επίπεδα σύγκλιση σχέση με αυτή του ολόκληρου χωρίου, δεδομένης της



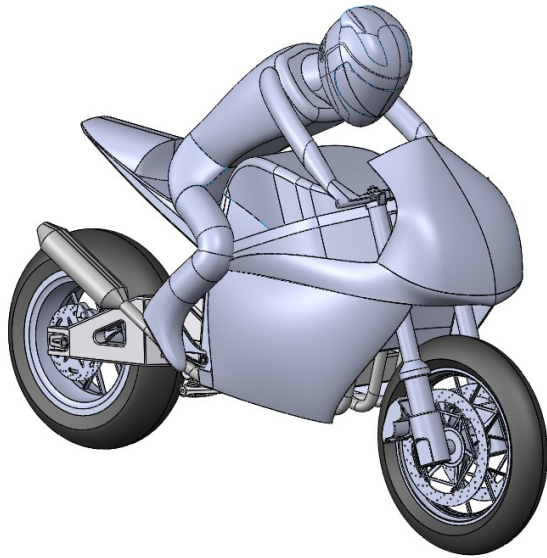
**Σχήμα 4.24:** Τα υπόλοιπα των εξισώσεων του πρωτεύοντος προβλήματος κατά την επίλυση ολόκληρης της μοτοσυκλέτας.

χρήσης των ίδιο σχημάτων διακριτοποίησης. Παρατηρείται εντονότερη ταλαντωτική συμπεριφορά στα υπόλοιπα των εξισώσεων κατά την επίλυση ολόκληρης της μοτοσυκλέτας σε σχέση με αυτά του σχήματος 4.1α', για τη μισή μοτοσυκλέτα. Επίσης, σε ένα βαθμό επηρεάζει η μικρή, αλλά υπαρκτή, μη-συμμετρικότητα του σχεδίου. Η διαφοροποίηση, αυτή, στα αποτελέσματα μεταξύ των δύο περιπτώσεων δεν επιτρέπει την άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των περιπτώσεων, συνεπώς, θα συγκρίνονται ξεχωριστά.

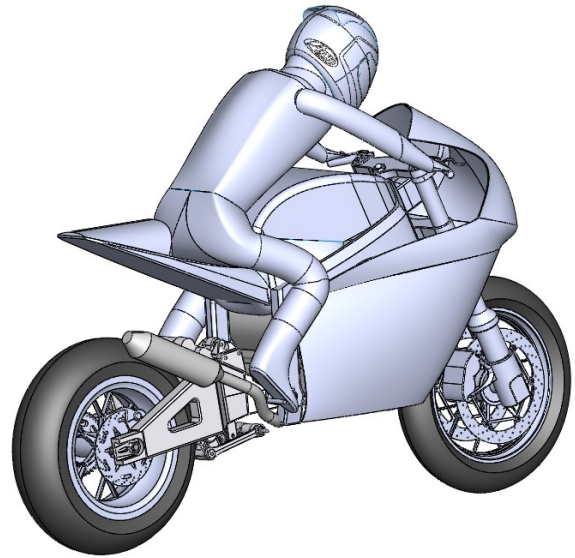
Περιπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_l$	$\Delta C_l$ (%)
1. Αρχική Εξάτμιση	0.2872	~	0.008	~
2. Μακριά Πλευρική Εξάτμιση	0.2867	-0.17	0.005	-37.5
3. Κοντή Πλευρική Εξάτμιση	0.2871	-0.03	0.007	-12.5

**Πίνακας 4.12:** Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ της αρχικής γεωμετρίας της εξάτμισης και των δύο μη-συμμετρικών σχεδίων, επιλύοντας ολόκληρη τη γεωμετρία.

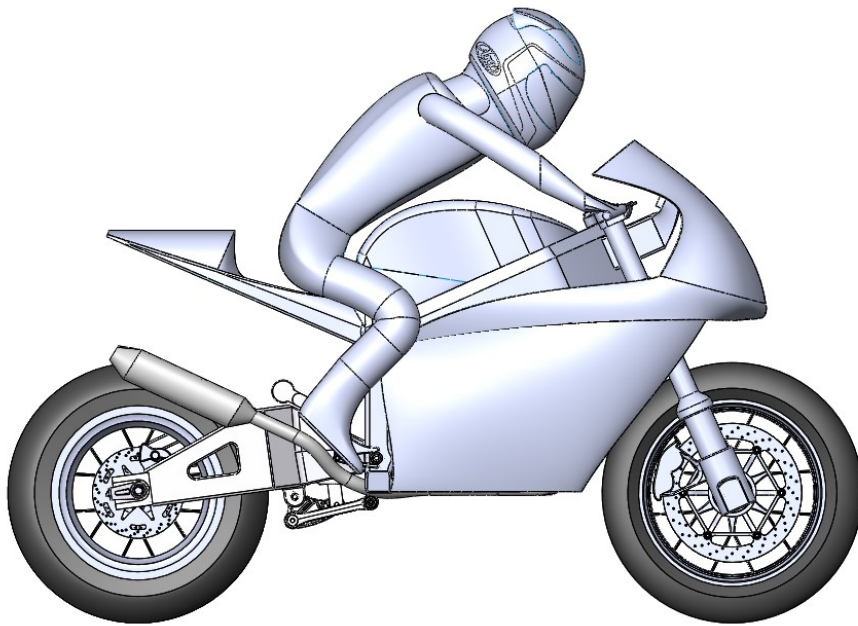
Εξετάζοντας τα αποτελέσματα των αεροδυναμικών συντελεστών που προήλθαν από την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος είναι εμφανές ότι, η επίδραση των μη-συμμετρικών σχημάτων είναι πολύ μικρή. Η μακριά πλευρική εξάτμιση, του σχήματος 4.25, παρουσιάζει τον μικρότερο, κατά 0.17%, συντελεστή οπισθέλκουσας σε σχέση με την αρχική εξάτμιση· η κοντή πλευρική, του σχήματος 4.26, παρουσιάζει μικρή μείωση 0.03% στο συντελεστή οπισθέλκουσας. Ο συντελεστής άνωσης μειώνεται στην περίπτωση 2 και αυξάνεται στην περίπτωση 3 αλλά η τιμή του παραμένει μικρή, της τάξης του  $10^{-3}$ .



(α') Πλάγια-εμπρός όψη της μοτοσυκλέτας με τη μακριά πλευρική εξάτμιση.



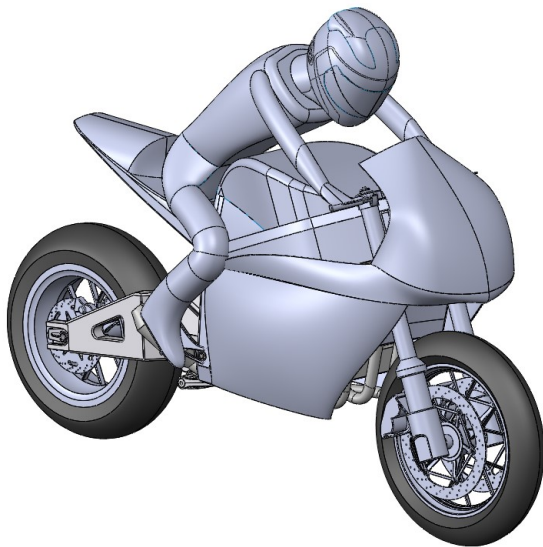
(β') Πλάγια-πίσω όψη της μοτοσυκλέτας με τη μακριά πλευρική εξάτμιση.



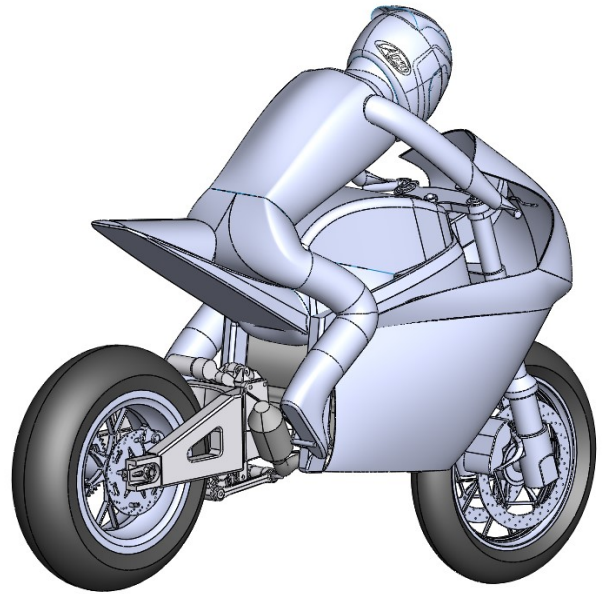
(γ') Πλάγια όψη της μοτοσυκλέτας με τη μακριά πλευρική εξάτμιση.

**Σχήμα 4.25:** Η μακριά πλευρική εξάτμιση σε διάφορες όψεις. Σημειώνεται ότι, η γωνία του τελικού της εξάτμισης με τον άξονα  $x$  είναι  $25^\circ$  και η δέσμη των καυσαερίων έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική εξάτμιση.

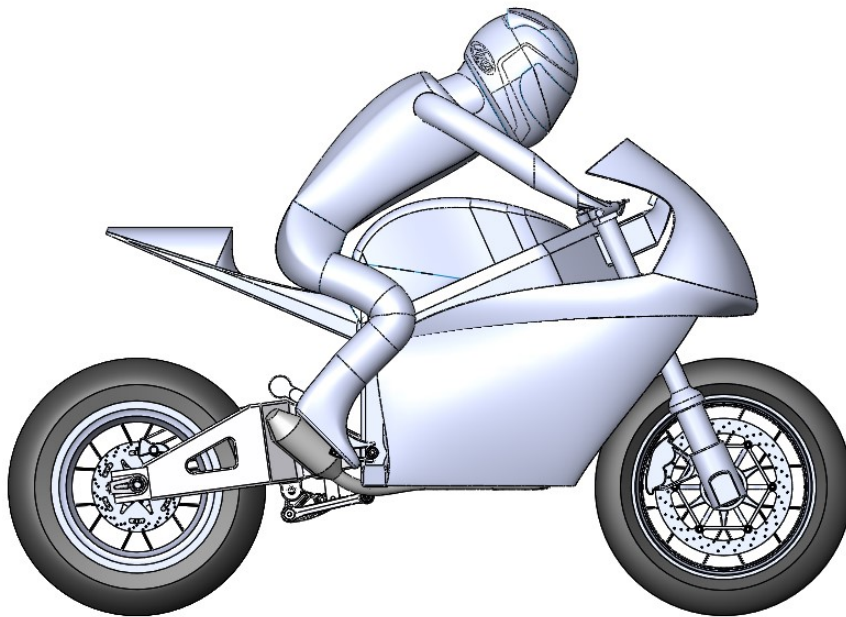




(α') Πλάγια-εμπρός όψη της μοτοσυκλέτας με τη κοντή πλευρική εξάτμιση.



(β') Πλάγια-πίσω όψη της μοτοσυκλέτας με τη κοντή πλευρική εξάτμιση.



(γ') Πλάγια όψη της μοτοσυκλέτας με τη κοντή πλευρική εξάτμιση.

**Σχήμα 4.26:** Η κοντή πλευρική εξάτμιση σε διάφορες όψεις. Σημειώνεται ότι, ενώ το μέτρο της ταχύτητας της δέσμης παραμένει  $66.1 \frac{m}{s}$ , το διάνυσμα της διεύθυνσης της δέσμης έχει συνιστώσα και προς τον άξονα  $y$ .

## 4.6 Σύνοψη Αποτελεσμάτων

Στις προηγούμενες παραγράφους του κεφαλαίου 4 παρατέθηκαν, μεταξύ άλλων, τα αποτελέσματα για τη διαδικασία βελτιστοποίηση καθώς και τα ευρήματα από τη διερεύνηση

για τη θέση της εξάτμισης. Ακολουθεί σύνοψη αποτελεσμάτων από τις μελέτες που επιτελέστηκαν στη διπλωματική εργασία: παρατίθενται, δηλαδή, τα αποτελέσματα του πρωτεύοντος προβλήματος, με σχήμα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης και συμπεριλαμβανομένης της επίδρασης της εξάτμισης, για τις εξής περιπτώσεις:

1. Για την περίπτωση της μισής μοτοσυκλέτας, άρα  $A = 0.5 \text{ m}^2$ :
  - (α') το αρχικό fairing με την αρχική διάταξη της εξάτμισης, δηλαδή κάτω από τη σέλα και σε γωνία  $25^\circ$ .
  - (β') το τελικό fairing που προέκυψε από την διαδικασία βελτιστοποίησης χωρίς την επίδραση της εξάτμισης.
  - (γ') το τελικό fairing που προέκυψε από την διαδικασία βελτιστοποίησης με την αρχική διάταξη της εξάτμισης, δηλαδή κάτω από τη σέλα και σε γωνία  $25^\circ$ . Η συγκεκριμένη περίπτωση συνδυάζει τα στοιχεία που παρουσίασαν τη μεγαλύτερη μείωση στο συντελεστή οπισθέλκουσας κατά την επίλυση της μισής μοτοσυκλέτας.
2. Για την περίπτωση ολόκληρης της μοτοσυκλέτας, άρα  $A = 1 \text{ m}^2$ :
  - (α') το αρχικό fairing με την αρχική διάταξη της εξάτμισης, δηλαδή κάτω από τη σέλα και σε γωνία  $25^\circ$ .
  - (β') το αρχικό fairing με την εξάτμιση σε μακριά πλευρική διάταξη.
  - (γ') το τελικό fairing που προέκυψε από τη διαδικασία βελτιστοποίησης με την αρχική διάταξη της εξάτμισης, χωρίς την επίδραση της.
  - (δ') το τελικό fairing που προέκυψε από την διαδικασία βελτιστοποίησης με την εξάτμιση σε μακριά πλευρική διάταξη. Η συγκεκριμένη περίπτωση συνδυάζει τα στοιχεία που παρουσίασαν τη μεγαλύτερη μείωση στο συντελεστή οπισθέλκουσας κατά την επίλυση ολόκληρης της μοτοσυκλέτας.
  - (ε') το τελικό fairing που προέκυψε από την διαδικασία βελτιστοποίησης με την αρχική διάταξη της εξάτμισης, δηλαδή κάτω από τη σέλα και σε γωνία  $25^\circ$ . Η συγκεκριμένη περίπτωση συνδυάζει τα στοιχεία που παρουσίασαν τη μεγαλύτερη μείωση στο συντελεστή οπισθέλκουσας κατά την επίλυση της μισής μοτοσυκλέτας αλλά επιλύεται για ολόκληρη τη μοτοσυκλέτα ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Σημειώνεται ότι, οι περιπτώσεις της μισής και της ολόκληρης μοτοσυκλέτας εξετάζονται ξεχωριστά λόγω της διαφοροποίησης των αποτελεσμάτων μεταξύ των περιπτώσεων, για την οποία έγινε αναφορά στην παράγραφο 4.5.2. Η σύνοψη των αποτελεσμάτων παρατίθεται στον πίνακα 4.13.

Περίπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_l$	$\Delta C_l$ (%)
Επίλυση της μισής μοτοσυκλέτας				
Περίπτωση 1α'	0.2786	~	-0.007	~
Περίπτωση 1β'	0.2559	-8.13	0.004	165
Περίπτωση 1γ'	0.2595	-6.87	-0.002	69.5
Επίλυση ολόκληρης της μοτοσυκλέτας				
Περίπτωση 2α'	0.2872	~	0.008	~
Περίπτωση 2β'	0.2867	-0.17	0.005	-37.5
Περίπτωση 2γ'	0.2571	-10.5	0.001	87.5
Περίπτωση 2δ'	0.2604	-9.33	-0.003	-138
Περίπτωση 2ε'	0.2591	-9.78	-0.001	-113

**Πίνακας 4.13:** Σύγκριση αποτελεσμάτων από την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος για τη μισή μοτοσυκλέτα και ολόκληρη τη μοτοσυκλέτα.

Εξετάζοντας τα αποτελέσματα του πίνακα 4.13, προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Για την επίλυση της μισής μοτοσυκλέτας:
  - η μείωση που παρατηρείται στο συντελεστή οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας χρησιμοποιώντας το fairing που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση είναι μικρότερη όταν συμπεριλαμβάνεται η επίδραση της εξάτμισης, το οποίο είναι αναμενόμενο. Χωρίς τη επίδραση της εξάτμισης, η μείωση ανέρχεται σε 8.13% ενώ συμπεριλαμβάνοντας την επίδραση της εξάτμισης, η μείωση που προκύπτει από την αλλαγή του fairing είναι 6.87%. Η επίδραση της εξάτμισης στο τελικό fairing διπλασιάζεται σε σχέση με το αρχικό, από 0.59% (πίνακας 4.3) σε 1.26%.
  - ο συντελεστής άνωσης λαμβάνει αρνητικό πρόσημο συμπεριλαμβανομένης της εξάτμισης και θετικό χωρίς. Η τιμή του παραμένει μικρή της τάξης του  $10^{-3}$ .
- Για την επίλυση ολόκληρης της μοτοσυκλέτας:
  - ο συντελεστής οπισθέλκουσας παρουσιάζει μεγαλύτερη μείωση, κατά την επίλυση ολόκληρης της μοτοσυκλέτας σε σχέση με την επίλυση της μισής, της τάξης του 2.91%.
  - η επίδραση της εξάτμισης στο τελικό fairing, κατά την επίλυση ολόκληρης της μοτοσυκλέτας, είναι της τάξης του 0.72%.
  - Χρησιμοποιώντας το τελικό fairing, η περίπτωση της εξάτμισης κάτω από τη σέλα της μοτοσυκλέτας παρουσιάζει μικρότερο συντελεστή οπισθέλκουσας, κατά 0.45%, σε σχέση με την περίπτωση της μακριάς πλευρικής εξάτμισης.
  - Ο συντελεστής άνωσης παρουσιάζει παρουσιάζει ταλαντωτική συμπεριφορά στο πρόσημο και μικρές τιμές της τάξης του  $10^{-3}$  συνεπώς δεν μπορούν να προκύψουν εμφανή συμπεράσματα.



## Κεφάλαιο 5

# Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

Ο βασικός στόχος της διπλωματικής εργασίας ήταν η βελτιστοποίηση του fairing αγωνιστικής μοτοσυκλέτας για μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης έγινε με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου μέσω λογισμικού της ΜΠΥΡ&Β προγραμματισμένο σε περιβάλλον OpenFOAM. Επίσης, διερευνήθηκε η επίδραση της θέσης και του σχήματος της εξάτμισης της μοτοσυκλέτας στον συντελεστή οπισθέλκουσας.

Στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας σχεδιάστηκε μοντέλο αγωνιστικής μοτοσυκλέτας και αναβάτη μέσω του λογισμικού σχεδίασης Solidworks. Η μοτοσυκλέτα ακολουθεί τυπικές διαστάσεις μοτοσυκλετών τύπου superbike και ο αναβάτης έχει τεθεί σε ημιόρθια θέση οδήγησης. Το μοντέλο σχεδιάστηκε τμηματικά ξεκινώντας από τον εμπρός τροχό και προχωρώντας προς τα πίσω. Η τμηματική σχεδίαση επιτρέπει τη δημιουργία εναλλακτικών σχεδίων για το εκάστοτε κομμάτι χωρίς την ανάγκη επανασχεδιασμού ολόκληρης της μοτοσυκλέτας. Επίσης, επιτρέπει τον εύκολο διαχωρισμό των κομματιών (parts) σε αρχεία .stl γεγονός που απλοποιεί τη δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος στο OpenFOAM.

Η επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος έγινε με τη χρήση του αλγορίθμου SIMPLE· χρησιμοποιήθηκαν τόσο σχήματα διακριτοποίησης πρώτης τάξης όσο και δεύτερης. Λόγω των μικρών διαστάσεων της μοτοσυκλέτας, είναι δυνατή η πύκνωση του πλέγματος του fairing χωρίς να μεγαλώνει σημαντικά ο αριθμός των κελιών· η πύκνωση της επιφάνειας της μοτοσυκλέτας επιφέρει διαφορές, κάτω από 10%, στα αποτελέσματα του συντελεστή οπισθέλκουσας μεταξύ σχημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης. Για την επίλυση του προβλήματος ακολουθήθηκαν τα εξής:

- η χρήση σχημάτων πρώτης τάξης για τη διαδικασία της βελτιστοποίησης (δηλαδή κατά την επίλυση του συζυγούς προβλήματος) και σχημάτων δεύτερης τάξης για την ακριβέστερη αεροδυναμική αξιολόγηση της τελικής γεωμετρίας. Στο τέλος, η διερεύνηση της επίδρασης της εξάτμισης έγινε με χρήση σχημάτων δεύτερης

τάξης.

- η επίδραση της στροφικής κίνησης των τροχών και η κίνηση του δρόμου επηρεάζουν τόσο τα ροϊκά πεδία όσο και τα αποτελέσματα των αεροδυναμικών συντελεστών και συνιστάται να συμπεριλαμβάνονται κατά την αξιολόγηση των αεροδυναμικών επιδόσεων μοτοσυκλετών.
- η επίδραση της εξάτμισης στο συντελεστή οπισθέλκουσας είναι ουσιαστική σε μικρές ταχύτητες, της τάξης των  $130 \frac{km}{h}$  και μειώνεται όσο αυξάνεται η ταχύτητα κίνησης της μοτοσυκλέτας.

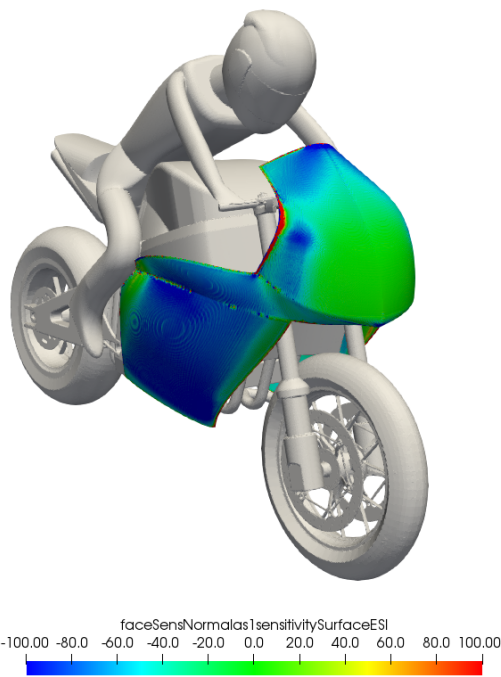
Η επίλυση του συζυγούς προβλήματος έγινε μέσω του κώδικα της ΜΠΥΡ&Β χρησιμοποιώντας τα ροϊκά πεδία του πρωτεύοντος προβλήματος. Η επίλυση του συζυγούς προβλήματος προϋποθέτει την ικανοποιητική σύγκλιση του πρωτεύοντος και, συνεπώς, χρησιμοποιήθηκαν σχήματα διακριτοποίησης πρώτης τάξης, τα οποία παρουσιάζουν καλύτερη σύγκλιση σε σχέση με τα αντίστοιχα δεύτερης τάξης. Μέσω επίλυσης του συζυγούς προβλήματος δημιουργήθηκε ένας χάρτης ευαισθησίας (sensitivity map) του fairing βάσει του οποίου αναγνωρίστηκαν τα τμήματά του με μεγαλύτερο περιθώριο βελτίωσης. Τα πλευρικά τμήματα του fairing παρουσιάζουν το μεγαλύτερο περιθώριο βελτίωσης και μικρότερο βαθμό βελτίωσης αναμένεται από το εμπρός τμήμα.

Τα σημεία των κουτιών ελέγχου δημιουργήθηκαν μέσα στο περιβάλλον Solidworks· έγιναν τομές στη γεωμετρία του fairing από το επίπεδο συμμετρίας  $xz$  και κινούμενοι προς τα θετικά του άξονα  $y$  τέθηκαν σημεία τα οποία ακολουθούν την καμπυλότητα του fairing, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.2. Ειδικότερα, στο εμπρός τμήμα του fairing τα σημεία τέθηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε αποφεύγεται η παραμετροποίηση τμημάτων όπως ο πίνακας οργάνων της μοτοσυκλέτας ή το τιμόνι. Φυσικά, όταν τμήματα του fairing εφάπτονται με το σώμα της μοτοσυκλέτας η αποφυγή παραμετροποίησης και άλλων επιφανειών γίνεται σχεδόν αδύνατη.

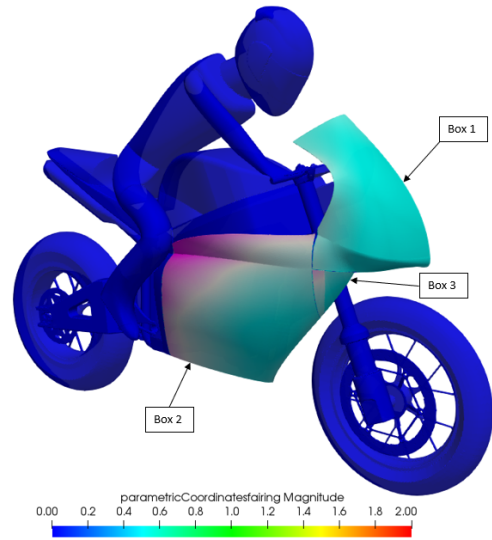
Αρχικά, έγινε βελτιστοποίηση μόνο στο εμπρός τμήμα του fairing και στη συνέχεια σε ολόκληρο το fairing. Επιτεύχθηκε μείωση στο συντελεστή οπισθέλκουσας ολόκληρης της μοτοσυκλέτας της τάξης του 8% μέσω αλλαγής του σχήματος του fairing. Τα αποτελέσματα του αρχικού και των σχημάτων του fairing που προέκυψαν από τη διαδικασία βελτιστοποίησης παρατίθενται στον πίνακα 5.1 ενώ το τελικό fairing παρατίθεται στο σχήμα 5.3.

Περιπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)
	Πρώτης Τάξης		Δεύτερης Τάξης	
Αρχικό Fairing	0.2976	~	0.2770	~
Εμπρός Τμήμα Fairing	0.2811	-5.54	0.2661	-3.92
Εμπρός & Πλευρικό Τμήμα Fairing	0.2704	-9.16	0.2559	-7.59

**Πίνακας 5.1:** Τα αποτελέσματα του συντελεστή οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας από τη διαδικασία βελτιστοποίησης τόσο για σχήματα διακριτοποίησης πρώτης όσο και δεύτερης τάξης χωρίς να συμπεριλαμβάνεται η επίδραση της εξάτμισης.

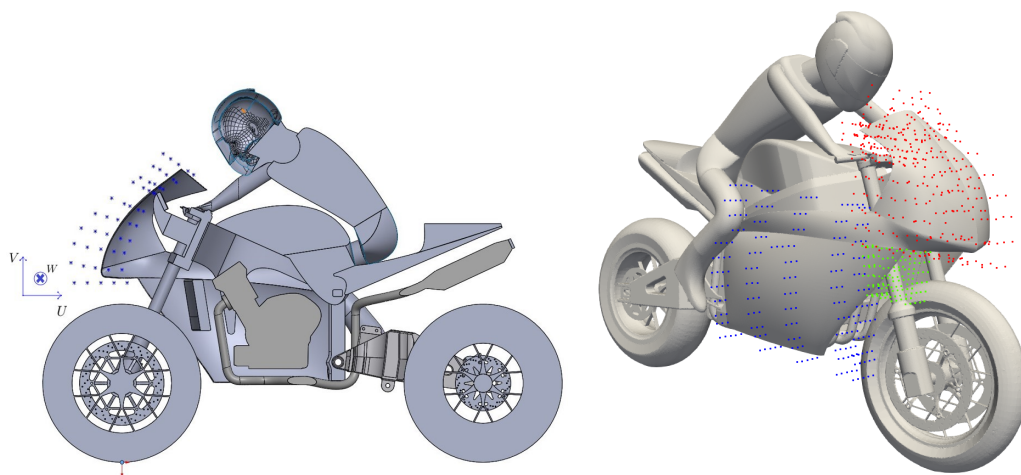


(α') Πλάγια-εμπρός όψη του χάρτη ευαισθησίας στο fairing της μοτοσυκλέτας.



(β') Πλάγια-εμπρός όψη της παραμετροποιημένης περιοχής πάνω στην επιφάνεια ολόκληρου του fairing.

**Σχήμα 5.1:** Ο χάρτης ευαισθησίας υποδεικνύει την κίνηση που πρέπει να υποστούν τα σημεία του εμπρόσθιου fairing ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο συντελεστής οπισθέλκουσας  $C_d$ , με μπλε χρώμα υποδηλώνεται κίνηση προς τα έξω, με κόκκινο χρώμα η κίνηση προς τα μέσα. Ως εμπρός τμήμα του fairing ορίζεται η περιοχή box 1 ενώ ως πλευρικό οι περιοχές box 2 και box 3.



**Σχήμα 5.2:** Αριστερά τα σημεία των κουτιών ελέγχου στο επίπεδο συμμετρίας  $xz$ , δεξιά εμπρός-πλάγια όψη της μοτοσυκλέτας όπου παρατίθενται όλα τα σημεία των κουτιών ελέγχου.

Η μελέτη του σχήματος και της θέσης της εξάτμισης επιτελέστηκε αρχικά εξετάζοντας διάφορες γωνίες εξόδου των καυσαερίων στην περίπτωση της εξάτμισης στο επίπεδο συμμετρίας  $xz$ . Στη συνέχεια, μελετήθηκαν δύο μη-συμμετρικά σχέδια εξατμίσεων και συγκρίθηκαν με το σχέδιο στο επίπεδο συμμετρίας. Η εξάτμιση στο επίπεδο συμμετρίας και σε γωνία  $25^\circ$  παρουσίασε την καλύτερη αεροδυναμική επίδοση ως προς το συντελεστή οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας με 0.5 % μείωση σε σχέση με το επόμενο, σε επιδόσεις, σχέδιο. Στον πίνακα 5.2 παρατίθενται η συνολική μείωση στο συντελεστή οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας χρησιμοποιώντας το αρχικό και τελικό fairing καθώς και την εξάτμιση στο επίπεδο συμμετρίας και σε γωνία  $25^\circ$ .

Περιπτώσεις	$C_d$	$\Delta C_d$ (%)
Αρχικό Fairing	0.2786	-6.87
Τελικό Fairing	0.2595	

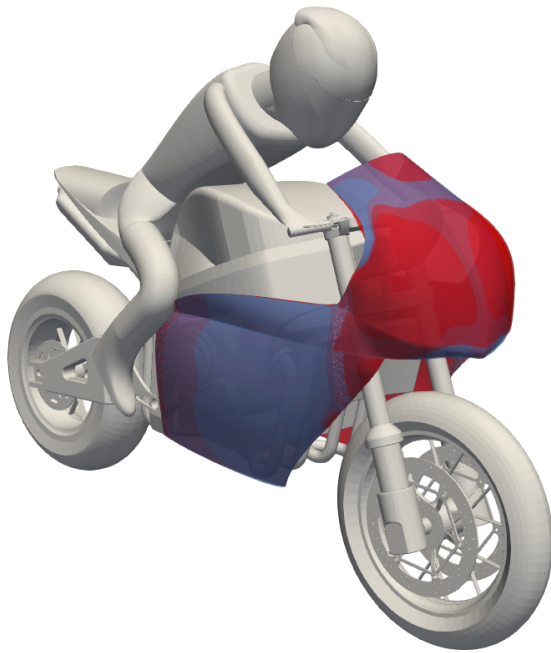
**Πίνακας 5.2:** Ο συντελεστής οπισθέλκουσας της μοτοσυκλέτας στις περιπτώσεις αρχικού και τελικού fairing καθώς και η ποσοστιαία διαφορά τους συμπεριλαμβανομένης της εξάτμισης στο επίπεδο συμμετρίας και σε γωνία  $25^\circ$ . Η επίλυση έγινε με σχήματα διακριτοποίησης δεύτερης τάξης.

Από την εργασία που έγινε, καθίσταται εμφανές ότι η αεροδυναμική ανάλυση μοτοσυκλετών και η βελτιστοποίηση εξαρτημάτων με σκοπό την καλύτερη αεροδυναμική απόδοση της μοτοσυκλέτας είναι ένα πεδίο έρευνας που παρουσιάζει βάθος καθώς και σημαντικά περιθώρια εξέλιξης. Στο μηχανοκίνητο αθλητισμό, η χρήση και ανάπτυξη αεροδυναμικών βοηθημάτων είναι ήδη πραγματικότητα και στα επόμενα χρόνια προμηνύεται περαιτέρω εξέλιξη. Στο πλαίσιο των μοτοσυκλετών παραγωγής, οι, όλο και αυστηρότερες, νομοθεσίες που σχετίζονται με την κατανάλωση καυσίμου και τη ρύπανση των κινητήρων εσωτερικής καύσης θα ωθήσουν τους κατασκευαστές μοτοσυκλετών σε άλλους τρόπους ανάπτυξης των επιδόσεων των μοτοσυκλετών. Συνεπώς, η αεροδυναμική ανάλυση θα διαδραματίσει καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη και εξέλιξη νέων μοντέλων.

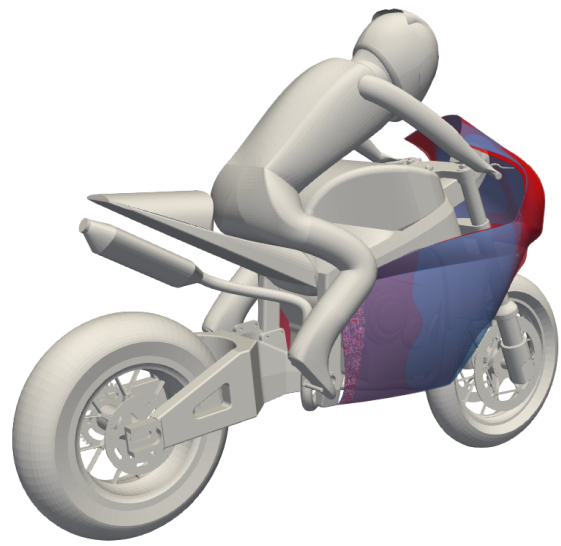
Μεγάλο ενδιαφέρον για μελλοντική μελέτη παρουσιάζουν:

- η βελτιστοποίηση αεροδυναμικών εξαρτημάτων πάνω στο fairing για αύξηση κάθετης δύναμης (downforce) ή για αύξηση του λόγου  $C_l/C_d$  της μοτοσυκλέτας.
- η βελτιστοποίηση του fairing για αύξηση κάθετης δύναμης σε καταστάσεις στροφής όπου η μοτοσυκλέτα βρίσκεται υπό μεγάλη κλίση.
- η βελτιστοποίηση των παραπάνω περιπτώσεων σε συνδυασμό με την επιστήμη της δυναμικής οχήματος σε ένα πολυεπιστημονικό (multidisciplinary) πλαίσιο.

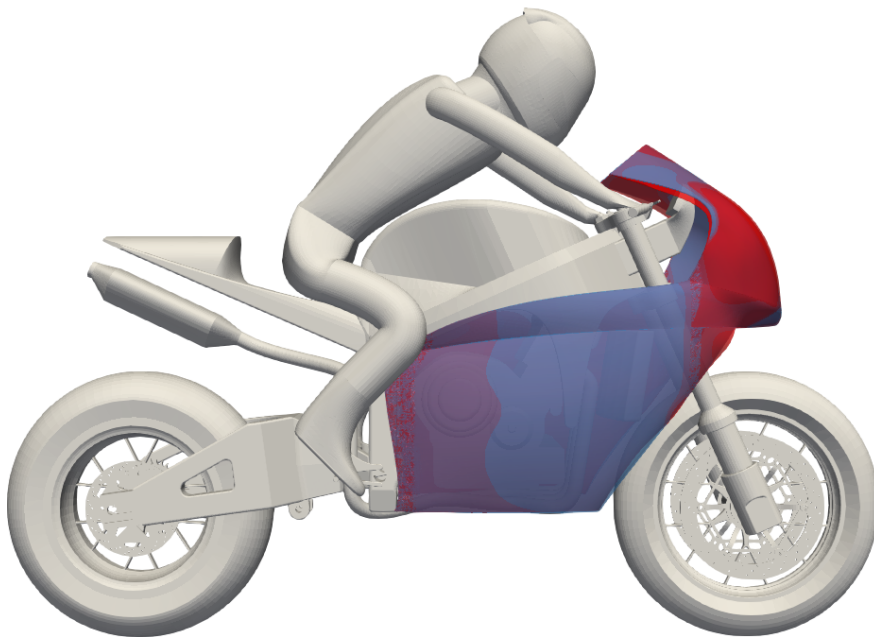




(α') Πλάγια-εμπρός όψη της μοτοσυκλέτας με τη διαφορά αρχικού και τελικού fairing.



(β') Πλάγια-πίσω όψη της μοτοσυκλέτας με τη διαφορά αρχικού και τελικού fairing.



(γ') Αριστερή πλάγια όψη της μοτοσυκλέτας με τη διαφορά αρχικού και τελικού fairing.

**Σχήμα 5.3:** Το αρχικό και τελικό fairing με χρήση της εξάτμισης στο επίπεδο συμμετρίας σε γωνία  $25^\circ$ . Το μπλέ χρώμα αντιστοιχεί στο αρχικό fairing και το κόκκινο στο fairing που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση.



# Βιβλιογραφία

- [1] Cossalter, V.: *Motorcycle Dynamics*. Vittorio Cossalter, 2006.
- [2] J Abinesh1, Arunkumar, J: *CFD analysis of aerodynamic drag reduction and improve fuel economy*. International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, 3(4):430–440, October 2014.
- [3] Γιαννάκογλου, Κ.Χ.: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Εκδόσεις ΕΜΠ, τέταρτη έκδοση, 2006.
- [4] *Openfoam, the openfoam foundation*. <https://openfoam.org/>, 2019 (accessed October 29, 2019).
- [5] *Wikipedia, openfoam*,. <https://en.wikipedia.org/wiki/OpenFOAM>, 2019 (accessed October 29, 2019).
- [6] *CFD direct, the architects of openfoam*. <https://cfd.direct>, 2020 (accessed March 5, 2020).
- [7] Batchelor, G. K.: *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge Mathematical Library. Cambridge University Press, 2000.
- [8] *Wikipedia, motorcycle land-speed record*,. [https://en.wikipedia.org/wiki/Motorcycle\\_land-speed\\_record](https://en.wikipedia.org/wiki/Motorcycle_land-speed_record), 2019 (accessed November 11, 2019).
- [9] McLean, D.: *Understanding Aerodynamics: Arguing from the Real Physics*. Wiley, 2012.
- [10] Τσαγγάρης, Σωκράτης: *Μηχανική των Ρευστών*. Εκδόσεις Τσότρας, 2015.

- [11] Landau, L D: *Fluid Mechanics: Volume 6 (Course of Theoretical Physics S)*. Butterworth-Heinemann, 1987.
- [12] Γιαννάκογλου, Κ.Χ: *Συνεκτικές Ροές στις Στροβιλομηχανές*. Εκδόσεις ΕΜΠ, δεύτερη έκδοση, 2004.
- [13] Pope, S. B.: *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [14] Pletcher, R.H., Tannehill, J.C., and Anderson, D.: *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Second Edition*. Series in Computational and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences. Taylor & Francis, 1997.
- [15] Schmitt, F. G.: *About Boussinesq's turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity*. Comptes Rendus Mécanique, 335(9-10):617–627, Oct 2007.
- [16] Launder, B. and Hanjalic, K.: *Modelling Turbulence in Engineering and the Environment: Second-Moment Routes to Closure*. Cambridge University Press, United Kingdom, October 2011.
- [17] Spalart, P. and Allmaras, S.: *A one-equation turbulence model for aerodynamic flows*. AIAA, 439, January 1992. 10.2514/6.1992-439.
- [18] Papoutsis-Kiachagias E.M., Giannakoglou K.C.: *A parameterization and mesh movement strategy based on volumetric b-splines. applications to shape optimization*. January 2015.
- [19] *CFD direct, openFOAM v6 user guide: 5.4 mesh generation with snappy-hexmesh*. <https://cfd.direct/openfoam/user-guide/v6-snappyHexMesh/>, 2019 (accessed December 12, 2019).
- [20] Sadreghighi, I.: *Mesh Generation in CFD*. CFD Open Series. December 2019.
- [21] Ρακόπουλος, Κ.Δ: *Μηχανές Εσωτερικής Καύσης I*. ΦΟΥΝΤΑΣ.
- [22] Ferziger, J. H. and Peric, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 2002.

- [23] Katz, Joseph and Plotkin, Allen: *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge University Press, 2nd edition, 2001.
- [24] Papoutsis-Kichagias, E: *Adjoint Methods for Turbulent Flows, Applied to Shape or Topology Optimization and Robust Design*. PhD thesis, Laboratory Of Thermal Turbomachines, National Technical University Of Athens, Athens, 2013.