ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ ΓΡΑΜΜΗΣ ΑΝΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΡΟΜΕΩΝ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΩΝ

Διπλωματική Εργασία

Νικόλαος Καραλής
Α.Μ.: 021 14624

Επιβλέπων Καθηγητής
Βασίλειος Α. Ριζιώτης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ ΙΟΥΛΙΟΣ 2019

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ ΓΡΑΜΜΗΣ ΑΝΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΡΟΜΕΩΝ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΩΝ

Διπλωματική Εργασία

Νικόλαος Καραλής
Α.Μ.: 021 14624

Επιβλέπων Καθηγητής
Βασίλειος Α. Ριζιώτης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής
Βουτσινάς Σπυρίδων, Καθηγητής ΕΜΠ
Μπούρης Δημήτριος, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ
Βασίλειος Ριζιώτης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ ΙΟΥΛΙΟΣ 2019

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Ριζιώτη Βασίλειο για την δυνατότητα που μου έδωσε να συνεργαστούμε και την πολύτιμη βοήθεια του για την πραγματοποίηση της διπλωματικής εργασίας. Με τη συγκεκριμένη εργασία μου δόθηκε η ευκαιρία να εμβαθύνω σε ένα θέμα της αεροδυναμικής: την αεροδυναμική ανάλυση ενός πολύπλοκου μηχανικά συστήματος όπως ο κύριος δρομέας του ελικοπτέρου.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Ανδρόνικο Θεολόγο, υποψήφιο διδάκτορα στο εργαστήριο αεροδυναμικής της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών, για την πολύτιμη βοήθειά του στη χρήση του κώδικα GenUVP και για τη συνολική συνεργασία κατά τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Περίληψη

Στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία περιγράφεται η ανάπτυξη υπολογιστικού κώδικα για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων που αναπτύσσονται στον κύριο δρομέα ελικοπτέρου. Με τον συγκεκριμένο υπολογιστικό κώδικα τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στα πτερύγια του δρομέα υπολογίζονται εφαρμόζοντας τη θεωρία γραμμής άνωσης. Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης ανάλυσης είναι ανάπτυξη του ελεύθερου ομόρρου που ακολουθεί το δρομέα. Ο ελεύθερος ομόρρους μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από ένα σύνολο κλειστών δακτυλίων στροβιλότητας. Στην εργασία αυτή δείχνεται ότι οι δακτύλιοι αυτοί μπορούν να αντικατασταθούν από τα σωματίδια στροβιλότητας. Τα σωματίδια αυτά δημιουργούνται μετά από συγκεκριμένο αριθμό χρονικών βημάτων. Επιπλέον δείχνεται ότι ένα σύνολο σωματιδίων στροβιλότητας μπορούν να ομαδοποιηθούν σχηματίζοντας τα ομαδοποιημένα-σωματίδια στροβιλότητας. Ο κύριος στόχος από την χρήση αυτών των σωματιδίων είναι να επιτευχθεί μεγάλη οικονομία σε υπολογιστικό χρόνο χωρίς να αλλοιώνονται τα αποτελέσματα.

Abstract

In the context of current thesis, the development of a new computational code is described. This code is used for the calculation of aerodynamic loads that developed in the helicopter main rotor. With the current computational code, the aerodynamic loads developed on the rotor blades are calculated by applying the lifting-line theory. One of the main aspects of this analysis is the development of the free wake following the rotor. The free wake can be regarded as an assembly of infinitesimal vortex-rings. In this thesis it is shown that the vortex-rings can be replaced by the vortex-particles. These particles are created after a certain number of time steps. Also, it is shown that a set of vortex particles can be grouped together to form the merged-vortex particles. The main object of using these particles is to achieve a great economy in computational time without altering the results.

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή 1

1.1 Σκοπός της εργασίας 2

1.2 Δομή εργασίας 3

2 Κύριος δρομέας ελικοπτέρου και βασικά κινηματικά-γεωμετρικά χαρακτηριστικά 5

2.1 Τύποι κύριων δρομέων ελικοπτέρου 5

2.2 Συστήματα συντεταγμένων 7

2.3 Συσχέτιση συστημάτων συντεταγμένων 8

2.4 Διακριτοποίηση πτερυγίου 10

3 Θεωρία γραμμής άνωσης 12

3.1 Τρίγωνο ταχυτήτων στην αεροτομή του πτερυγίου 12

3.2 Επαγόμενη ταχύτητα – κυκλοφορία 14

3.3 Αεροδυναμικά φορτία 17

3.4 Κοντινός ομόρρους πτερυγίου 18

4 Ελεύθερος ομόρρους πτερυγίου – πεδίο ταχυτήτων 21

4.1 Ελεύθερος ομόρρους πτερυγίου 21

4.2 Σωματίδια στροβιλότητας 22

4.2.1 Ομαδοποίηση σωματιδίων στροβιλότητας 24

4.3 Μετακίνηση του ελεύθερου ομόρρου 25

5 Διορθώσεις στα δυναμικά φορτία (μη-συνεκτικά φορτία) 28

5.1 Δυναμική απώλεια στήριξης 28

5.2 Το μοντέλο ONERA [9], [10] 30

6 Εφαρμογή της θεωρίας γραμμής άνωσης 34

6.1 Χαρακτηριστικά ελικοπτέρου 34

6.2 Εξισορρόπηση κύριου δρομέα ελικοπτέρου 35

6.3 Έλεγχος αριθμητικών παραμέτρων ομόρρου 38

6.4 Σύγκριση μεθόδου πλαισίων με θεωρία γραμμή άνωσης 42

6.4.1 Βασικά συμπεράσματα συγκρίσεων 58

7 Συμπεράσματα 60

Βιβλιογραφία 61

1

Εισαγωγή

Τα ελικόπτερα είναι αεροσκάφη αρκετά δημοφιλή εξαιτίας της ικανότητάς τους να απογειώνονται και να προσγειώνονται κατακόρυφα, χωρίς τη χρήση αεροδιαδρόμου, να αιωρούνται και να κινούνται προς όλες τις διευθύνσεις. Οι ικανότητές τους αυτές τους επιτρέπουν να εκτελούν αποστολές τόσο στην πολιτική όσο και στην πολεμική αεροπορία. Για την πολιτική αεροπορία, στις αποστολές περιλαμβάνονται η μεταφορά προσωπικού ή αντικειμένων, οι κατασκευές όπου μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως αερογερανοί, πυρόσβεση, έρευνα και διάσωση. Για την πολεμική αεροπορία μπορούν να τροποποιηθούν και να χρησιμοποιηθούν σε αποστολές μεταφοράς προσωπικού, ασθενών ή να οπλισθούν για να χρησιμοποιηθούν ως μαχητικά.

Το σύστημα πρόωσης σε έναν κοινό τύπο ελικοπτέρου αποτελείται από τον κύριο δρομέα ο οποίος είναι τοποθετημένος σε οριζόντια θέση στο μπροστινό τμήμα της ατράκτου και έναν ουραίο δρομέα τοποθετημένο σε κατακόρυφη θέση στο πίσω μέρος του ελικοπτέρου. Ο κύριος δρομέας αποτελείται από δύο ή περισσότερα πτερύγια μεγάλου μήκους ενώ ο ουραίος δρομέας από πολύ μικρότερα. Η λειτουργία του κύριου δρομέα του ελικοπτέρου είναι η παραγωγή των απαιτούμενων δυνάμεων ανύψωσης και ελέγχου. Λόγω της περιστροφικής κίνησης του κύριου δρομέα αναπτύσσεται ροπή στρέψης η οποία τείνει να περιστρέψει την άτρακτο. Η στροφή της ατράκτου αντισταθμίζεται με την πλευρική δύναμη, που παράγεται από τον ουραίο δρομέα, με αποτέλεσμα τη σταθεροποίηση του ελικοπτέρου.

Οι κύριες κινήσεις που μπορεί να πραγματοποιήσει ένα ελικόπτερο στον αέρα είναι η αιώρηση (hover) η κίνηση προς τα εμπρός (forward flight) και η αυτοπεριστροφή (autorotation) [1]. Η *αιώρηση* είναι η κατάσταση στην οποία το αεροσκάφος μπορεί να παραμείνει για παρατεταμένο χρονικό διάστημα σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Λόγω της μηδενικής ταχύτητας πτήσης, η φόρτιση στο δρομέα είναι αξονοσυμετρική. Η *κίνηση προς τα εμπρός* είναι η κατάσταση στην οποία το ελικόπτερο εκτελεί μία κίνηση με μικρή ή μεγάλη ταχύτητα σε μία διεύθυνση. Στην περίπτωση αυτή, η ταχύτητα πτήσης προστίθεται στην περιστροφική κίνηση του δρομέα και τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται σε κάθε πτερύγιο μεταβάλλονται ανάλογα με την αζιμουθιακή τους θέση. Λόγω της

κίνησης του ελικοπτέρου προς τα εμπρός, η ταχύτητα του ανέμου στα πτερύγια στην πλευρά προχώρησης είναι μεγαλύτερη από ότι στην πλευρά υποχώρησης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, στο τμήμα προχώρησης, η σχετική ταχύτητα του ανέμου προστίθεται στην περιφεριακή ταχύτητα κίνησης του πτερυγίου ενώ στο τμήμα υποχώρησης αφαιρείται. Η διαφορά αυξάνεται όσο αυξάνεται η ταχύτητα πτήσης και οδηγεί σε ασσυμετρία των αεροδυναμικών φορτίων. Προκειμένου να εξισορροπηθεί η ασσυμετρία και να επιτευχθούν σταθερές συνθήκες πτήσης, μετακινείται από το χειριστή ο παλινδρομικός δίσκος (swashplate) μεταβάλλοντας συνεχώς τη γωνία βήματος των πτερυγίων. Η *αυτοπεριστροφή* είναι μία ιδιαίτερη κατάσταση όπου ο κινητήρας δεν παράγει ισχύ και το ελικόπτερο εκτελεί αναγκαστική καθοδική πορεία. Στην κατάσταση αυτή με τη μεταβολή της γωνίας βήματος των πτερυγίων (pitch) εξασφαλίζεται η ασφαλής προσγείωση του ελικοπτέρου.

1.1 Σκοπός της εργασίας

Ο σκοπός της εργασίας είναι ο υπολογισμός των αεροδυναμικών φορτίων που αναπτύσσονται στον κύριο δρομέα ελικοπτέρου. Ο υπολογισμός των αεροδυναμικών φορτίων είναι χρήσιμος για τη βελτίωση της αεροδυναμικής σχεδίασης του δρομέα όπως επίσης και για την εξισορρόπησή του. Τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στα πτερύγια εξαρτώνται από τη γεωμετρία τους και από τη σχετική κίνηση του ρεύματος αέρα στην επιφάνειά τους. Το κάθε πτερύγιο εκτελεί μία σύνθετη κίνηση: περιστροφή γύρω από έναν άξονα και ταυτόχρονα μετακίνηση στη διεύθυνση κίνησης του ελικοπτέρου. Επιπλέον κατά την περιστροφή εκτελεί κινήσεις με μικρότερο εύρος μετακίνησης όπως η κίνηση μπρος-πίσω (lead-lag), πτερύγιση (flapping), και συνεχή μεταβολή της γωνίας βήματος των πτερυγίων (pitching). Κατάντι των πτερυγίων απελευθερώνεται ένα φύλλο στροβιλότητας, ο ομόρρους, ο οποίος είναι ένας σύνθετος και ασταθής σχηματισμός. Ο ομόρρους κυριαρχείται από ισχυρές δίνες στα ακροπτερύγια οι οποίες επηρεάζουν άμεσα τη φόρτιση των πτερυγίων.

Οι κύριες υπολογιστικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την αεροδυναμική ανάλυση του δρομέα είναι η θεωρία γραμμής άνωσης (lifting line theory), η θεωρία επιφάνειας άνωσης (theory of lifting surface) καθώς και πλεγματικές μέθοδοι υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD). Οι δύο πρώτες ανήκουν στην κατηγορία των στροβιλών μεθόδων και είναι μέθοδοι χαμηλότερης τάξης αλλά χρησιμοποιούνται γιατί έχουν μικρότερες απαιτήσεις σε υπολογιστικό χρόνο. Το μειονέκτημά τους είναι ότι το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο και μη-συνεκτικό. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με τη χρήση διορθωτικών συντελεστών για τη συμπιεστότητα αλλά και τη συνεκτικότητα. Η μέθοδος CFD είναι περισσότερο αξιόπιστη αλλά απαιτεί περισσότερο υπολογιστικό χρόνο και υπολογιστική ισχύ.

Στην συγκεκριμένη εργασία περιγράφεται η θεωρία γραμμής άνωσης και ο τρόπος που εφαρμόζεται για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων που αναπτύσσονται στον κύριο δρομέα ενός

ελικοπτέρου. Η ανάλυση που έγινε βασίσθηκε στη χρήση υπολογιστικού κώδικα που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ. Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκε ο υπολογιστικός κώδικας GenUVP (Generalized Unsteady Vortex Particle Method) ο οποίος έχει αναπτυχθεί στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ. Ο κώδικας GenUVP επιλύει τη μη-μόνιμη ροή γύρω από ένα σύνολο στερεών σωμάτων τα οποία μπορούν να κινηθούν ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. Με τον GenUVP έγινε εξισορρόπηση του δρομέα και υπολογίσθηκαν τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στα πτερύγιά του.

1.2 Δομή εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από 7 Κεφάλαια. Στο **Κεφάλαιο** 1 γίνεται αναφορά στις κύριες κινήσεις που μπορεί να πραγματοποιήσει ένα ελικόπτερο και πως φορτίζεται ο κύριος δρομέας του ελικοπτέρου. Επιπλέον, αναφέρονται οι κύριες υπολογιστικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την αεροδυναμική ανάλυση του δρομέα και περιγράφεται ο σκοπός της διπλωματικής εργασίας.

Στο **Κεφάλαιο** 2 παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά και οι τύποι δρομέων ελικοπτέρου. Επιπλέον, ορίζονται τα συστήματα συντεταγμένων που χρησιμοποιούνται για την αεροδυναμική ανάλυση του δρομέα και τα κινηματικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου.

Στο **Κεφάλαιο** 3 περιγράφεται η θεωρία γραμμής άνωσης η οποία εφαρμόζεται για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων που αναπτύσσονται στα πτερύγια του κύριου δρομέα ελικοπτέρου. Η γραμμή άνωσης, που αντικαθιστά το πτερύγιο, είναι μέρος ενός συνόλου κλειστών δινοσωλήνων οι οποίοι συνθέτουν τον *κοντινό ομόρρου* του πτερυγίου.

Στο **Κεφάλαιο** 4 περιγράφεται η δομή του *ελεύθερου ομόρρου* που ακολουθεί το πτερύγιο. Σε κάθε χρονικό βήμα ο ελεύθερος ομόρρους εμπλουτίζεται με νέους κλειστούς δακτυλίους με αποτέλεσμα να αυξάνεται. Μετά από αρκετά χρονικά βήματα παράγονται τα σωματίδια στροβιλότητας τα οποία αντικαθιστούν τους κλειστούς δακτυλίους. Για οικονομία σε υπολογιστικό χρόνο, τα σωματίδια στροβιλότητας ομαδοποιούνται.

Στο **Κεφάλαιο** 5 περιγράφεται το μοντέλο ONERA το οποίο είναι ένα εμπειρικό μοντέλο με το οποίο μπορεί να εκτιμηθεί η επίδραση της συμπιεστότητας στη ροή. Στη θεωρία γραμμής άνωσης, έχουν γίνει οι παραδοχές ότι ο αέρας έχει χαρακτηριστικά ασυμπίεστου και μη-συνεκτικού ρευστού. Με τις παραδοχές αυτές αποκτώνται τα δυναμικά αεροδυναμικά φορτία. Τα αποτελέσματα από τη θεωρία γραμμής άνωσης διορθώνονται λαμβάνοντας υπόψιν φαινόμενα δυναμικής αστάθειας λόγω της μεταβολής του αριθμού Mach.

Στο **Κεφάλαιο** 6 παρουσιάζεται η εφαρμογή του υπολογιστικού κώδικα της θεωρίας γραμμής άνωσης στην περίπτωση της κίνησης του ελικοπτέρου προς τα εμπρός (forward flight). Υπολογίζονται οι αεροδυναμικοί συντελεστές και τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στον κύριο δρομέα του ελικοπτέρου ανάλογα με την ταχύτητα πτήσης. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δρομέα προέρχονται από το ελικόπτερο BO-105 σε κλίμακα 1:2.5.

Τέλος στο **Κεφάλαιο** 7 διατυπώνονται τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας.

2

Κύριος δρομέας ελικοπτέρου και βασικά κινηματικά-γεωμετρικά χαρακτηριστικά

2.1 Τύποι κύριων δρομέων ελικοπτέρου

Ο κύριος δρομέας του ελικοπτέρου είναι ένα περιστρεφόμενο σύστημα με το οποίο παράγεται η άνωση. Τα κύρια μέρη από τα οποία αποτελείται ο κύριος δρομέας είναι ο ιστός, ο ομφαλός του στροφείου και τα πτερύγια. Ο τρόπος στερέωσης των πτερυγίων στον ομφαλό του στροφείου καθορίζει και τον τύπο του δρομέα. Οι κύριοι τύποι δρομέων είναι το πλήρως αρθρωτό σύστημα, το ημιάκαμπτο σύστημα και το άκαμπτο σύστημα [1].

Στο *πλήρως αρθρωτό σύστημα*, Εικόνα 2.1, κατά την περιστροφή επιτρέπεται στο πτερύγιο να πραγματοποιήσει κινήσεις προήγησης/υστέρησης (lead/lag) δηλαδή μετακίνηση κατά τη φορά περιστροφής, πτερύγησης (flapping) δηλαδή μετακίνηση στον κατακόρυφο άξονα και μεταβολή του βήματος (feather), Σχήμα 2.1. Στο *ημιάκαμπτο σύστημα* συνήθως στερεώνονται δύο πτερύγια, τα οποία μπορούν να πραγματοποιήσουν κινήσεις πτερύγησης, όμως ως ένα ενιαίο σώμα ενώ η κίνηση προήγησης/υστέρησης απορροφάται και μετριάζεται από την κάμψη του πτερυγίου. Επιπλέον μπορεί να πραγματοποιηθεί μεταβολή στη γωνία του βήματος συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης. Στο *άκαμπτο σύστημα* τα πτερύγια είναι στερεά συνδεδεμένα με την κεφαλή του δρομέα. Τα άκαμπτα συστήματα τείνουν να συμπεριφέρονται όπως τα πλήρως αρθρωτά, όμως δεν υπάρχουν οι σύνδεσμοι ώστε τα πτερύγια να πραγματοποιήσουν κινήσεις προήγησης/υστέρησης και πτερύγησης. Η κίνηση η οποία μπορούν να πραγματοποιήσουν τα πτερύγια είναι η μεταβολή του βήματος (pitch) συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης. Η κίνηση αυτή πραγματοποιείται μέσω ενός ταλαντευόμενου δίσκου (swash plate), η θέση του οποίου καθορίζεται από τον χειριστή του ελικοπτέρου μέσω του χειριστηρίου βήματος (collective control) και του κυκλικού χειριστηρίου (cyclic control). Η μετακίνηση του δίσκου και συνεπώς η μεταβολή της γωνίας βήματος περιγράφεται από μία σχέση Fourier κρατώντας τους πρώτους όρους της, δηλαδή,

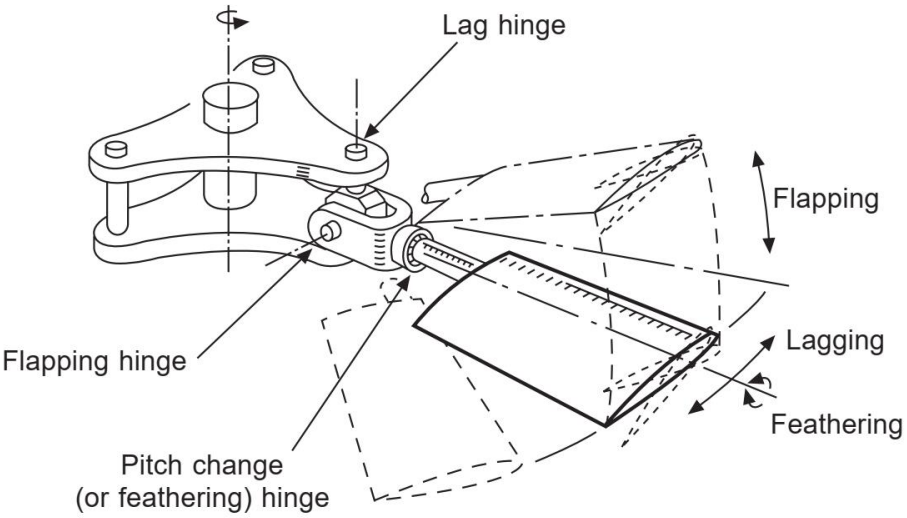
$$\theta(\psi) = \theta_0 + \theta_c \cos\psi + \theta_s \sin\psi. \tag{2.1}$$

Η αζιμουθιακή γωνία $\psi = \psi(t)$ μεταβάλλεται ως προς το χρόνο, συνεπώς η πρώτη και δεύτερη χρονική παράγωγος είναι

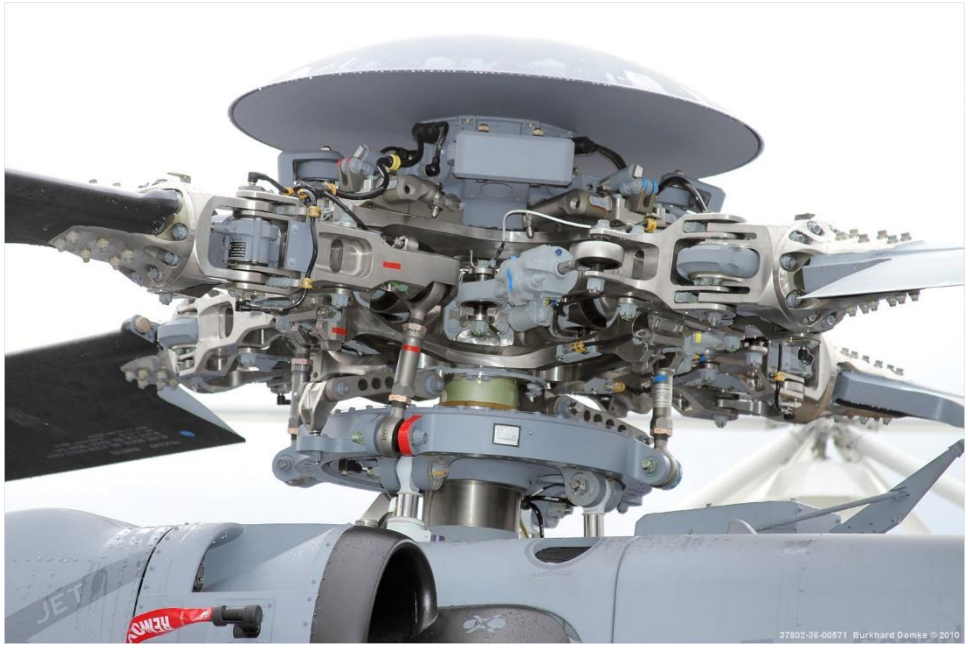
$$\dot{\theta}(\psi) = -\omega\theta_c \sin\psi + \omega\theta_s \cos\psi, \tag{2.2}$$

$$\ddot{\theta}(\psi) = -\omega^2\theta_c \cos\psi - \omega^2\theta_s \sin\psi. \tag{2.3}$$

Οι σταθερές θ_0, θ_c, θ_s εξαρτώνται από τη θέση της ταλαντευόμενης πλάκας και δηλώνουν την γωνία βήματος, τη γωνία εγκάρσιου βήματος και τη γωνία διαμήκους βήματος, αντίστοιχα.



Σχήμα 2.1 Οι κινήσεις που μπορεί να πραγματοποιήσει ένα πλήρως αρθρωτό σύστημα δρομέα [2].



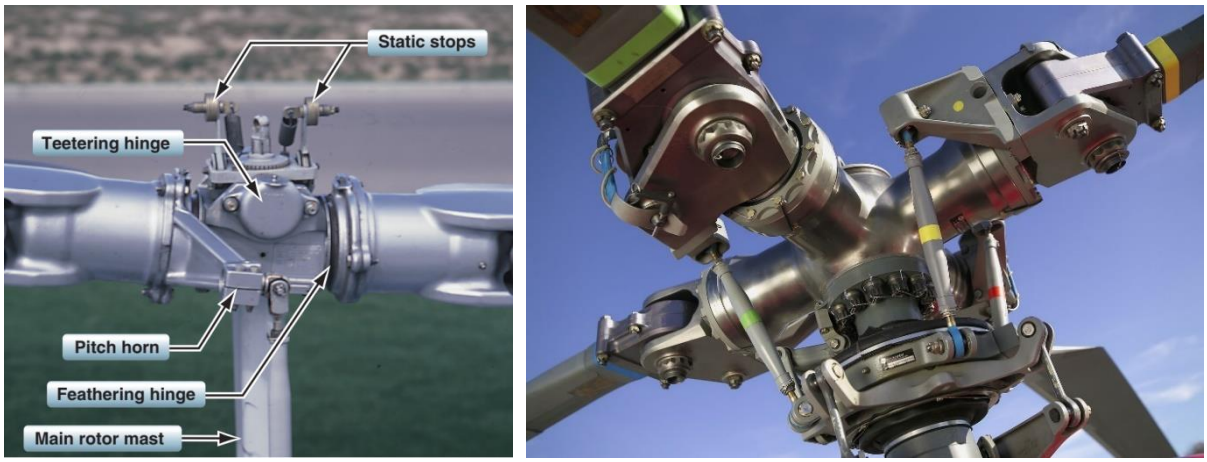
Εικόνα 2.1 Πλήρως αρθρωτό σύστημα δρομέα ελικοπτέρου, Sikorsky CH-148 Cyclone [3].

Επειδή όλα τα πτερύγια του δρομέα ισαπέχουν μεταξύ τους, η αρχική αζιμουθιακή θέση ενός πτερυγίου n_{bl} είναι

$$\psi_{0_{bl}} = 2\pi \frac{n_{bl} - 1}{N_{bl}}, \tag{2.4}$$

όπου N_{bl} είναι ο συνολικός αριθμός των πτερυγίων. Όταν ο δρομέας σε κατάσταση λειτουργίας περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω, η αζιμουθιακή θέση ενός πτερυγίου τη χρονική στιγμή t υπολογίζεται από τη σχέση

$$\psi_{bl} = \omega t + \psi_{0_{bl}} = \omega t + 2\pi \frac{n_{bl} - 1}{N_{bl}}. \tag{2.5}$$



(α) (β)

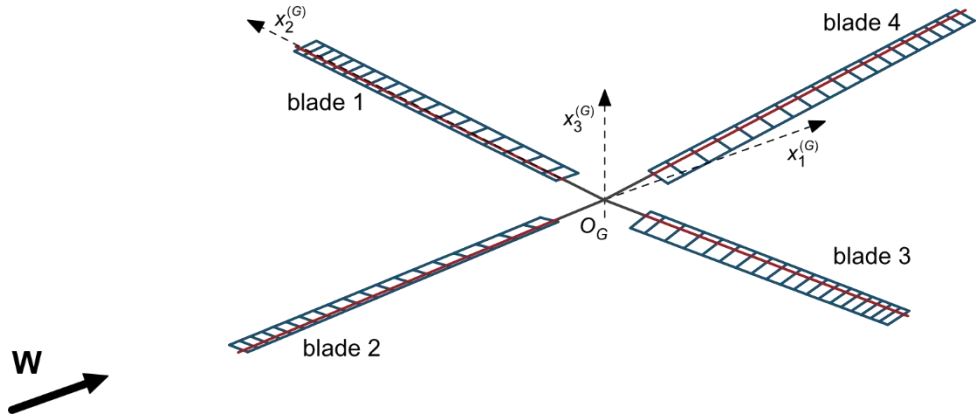
Εικόνα 2.2 (α) Ημιάκαμπτο σύστημα δρομέα [1] και (β) άκαμπτο σύστημα δρομέα ελικοπτέρου BO-105C [4]

2.2 Συστήματα συντεταγμένων

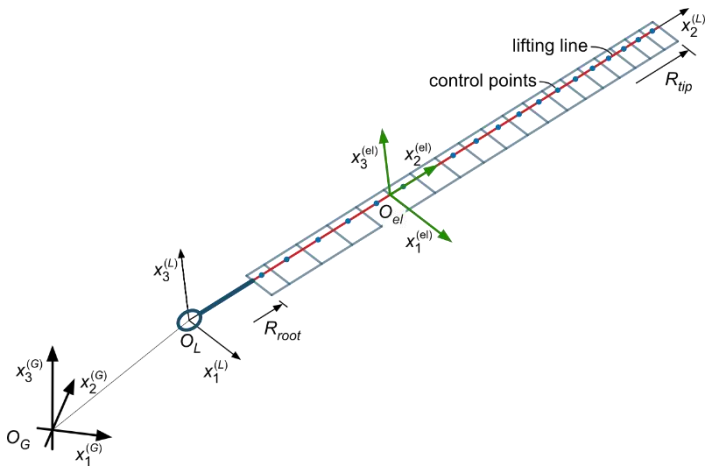
Η μελέτη της κίνησης των πτερυγίων του δρομέα γίνεται με τη χρήση τριών συστημάτων συντεταγμένων, ένα γενικό σύστημα (*Global*), ένα τοπικό σύστημα του πτερυγίου (*Local)*, και ένα σύστημα συντεταγμένων τοποθετημένο σε κάθε στοιχείο του πτερυγίου (*element*). Στο γενικό σύστημα συντεταγμένων $(x_1, x_2, x_3)^{(G)}$ η αρχή των αξόνων O_G βρίσκεται στο κέντρο βάρος του ελικοπτέρου. Ο άξονας $x_1^{(G)}$ είναι τοποθετημένος έτσι ώστε οι θετικές τιμές να δείχνουν την κατεύθυνση της ελεύθερης ροής του ανέμου $\boldsymbol{W}$ και ο άξονας $x_3^{(G)}$ είναι τοποθετημένος έτσι ώστε οι θετικές τιμές να δείχνουν την ανοδική πορεία του δρομέα, Σχήμα 2.2.

Στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων $(x_1, x_2, x_3)^{(L)}$ η αρχή των αξόνων O_L βρίσκεται στο σημείο στήριξης του κάθε πτερυγίου στον ιστό του δρομέα, όπου ο άξονας $x_2^{(L)}$ ταυτίζεται με τον άξονα του πτερυγίου, Σχήμα 2.3. Στην συγκεκριμένη ανάλυση, όπου μελετάται μόνο ο κύριος δρομέας του

ελικοπτέρου, η θέση του γενικού συστήματος ταυτίζεται με τη θέση του τοπικού συστήματος συντεταγμένων. Στο σύστημα συντεταγμένων του στοιχείου $(x_1, x_2, x_3)^{(el)}$, η αρχή των αξόνων O_{el} είναι τοποθετημένη στο όριο του στοιχείου που βρίσκεται κοντά στη ρίζα του πτερυγίου, ο άξονας $x_1^{(el)}$ ταυτίζεται με τη χορδή της αεροτομής και άξονας $x_2^{(el)}$ ταυτίζεται με τον άξονα του πτερυγίου, Σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.2 Η αρχική θέση του δρομέα ως προς το σύστημα αναφοράς $(x, y, z)_G$.



Σχήμα 2.3 Το σταθερό κύριο σύστημα συντεταγμένων$(x_1, x_2, x_3)^{(G)}$, το τοπικό σύστημα συντεταγμένων $(x_1, x_2, x_3)^{(L)}$ του πτερυγίου και το σύστημα συντεταγμένων $(x_1, x_2, x_3)^{(el)}$ σε κάθε στοιχείο του πτερυγίου.

2.3 Συσχέτιση συστημάτων συντεταγμένων

Είναι αρκετά χρήσιμο να ορισθεί το επίπεδο του δρομέα (Rotor Disk), το οποίο χρησιμεύει ως ένα επίπεδο αναφοράς διευκολύνοντας την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Επειδή ο ιστός του δρομέα είναι πάντα κάθετος στο επίπεδο του δρομέα, η θέση του μπορεί να προσδιορισθεί ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων ακολουθώντας μία αλληλουχία στροφών. Μπορεί να ορισθεί ένα σύστημα συντεταγμένων $(x_1, x_2, x_3)^{(RD)}$, όπου ο άξονας $x_3^{(RD)}$ ταυτίζεται με τον άξονα του ιστού του δρομέα.

Το διάνυσμα θέσης σε ένα σημείο στο επίπεδο του δρομέα $\boldsymbol{x}^{(BD)}$, μπορεί να εκφρασθεί ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων σύμφωνα με τη σχέση

$$\boldsymbol{x}^{(G)} = \boldsymbol{A}_{RD}\boldsymbol{x}^{(RD)}. \tag{2.6}$$

Το μέγεθος $\boldsymbol{A}_{RD}$ είναι το μητρώο στροφής το οποίο προκύπτει από την αλληλουχία των στροφών που πρέπει να πραγματοποιηθούν ώστε ο ιστός του δρομέα να μεταφερθεί από το γενικό σύστημα συντεταγμένων στην τελική του θέση. Οι στροφές γίνονται διαδοχικά και είναι η μετατόπιση του δρομέα (tilt), η οποία είναι η στροφή με γωνία q_t ως προς τον άξονα $x_2^{(G)}$, η γωνία διατοιχισμού (roll attitude), η οποία είναι η στροφή με γωνία q_{ra} ως προς τον άξονα $x_1^{(G)}$ και η γωνία πρόνευσης (pitch attitude), η οποία είναι η στροφή του δρομέα με γωνία q_{pa} ως προς τον άξονα $x_2^{(G)}$. Το μητρώο στροφής δίνεται στη μορφή

$$\boldsymbol{A}_{RD} = \boldsymbol{A}_2(q_t)\boldsymbol{A}_1(q_{ra})\boldsymbol{A}_2(q_{pa}). \tag{2.7}$$

Εάν υποτεθεί ότι το επίπεδο του δρομέα μπορεί να περιστρέφεται ακολουθώντας τα πτερύγια του δρομέα, πρέπει να ληφθεί υπόψιν και η αζιμουθιακή θέση, η οποία είναι η στροφή με γωνία ψ ως προς τον άξονα $x_3^{(G)}$. Συνεπώς, η (2.6) γίνεται

$$\boldsymbol{x}^{(G)} = \boldsymbol{A}_P\boldsymbol{x}^{(RD)}, \tag{2.8}$$

όπου

$$\boldsymbol{A}_P = \boldsymbol{A}_3(\psi)\boldsymbol{A}_2(q_t)\boldsymbol{A}_1(q_{ra})\boldsymbol{A}_2(q_{pa}). \tag{2.9}$$

Η θέση σε ένα σημείο στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του πτερυγίου μπορεί να μετασχηματισθεί στο γενικό σύστημα σύμφωνα με τη σχέση

$$\boldsymbol{x}^{(G)} = \boldsymbol{A}_L\boldsymbol{x}^{(L)}, \tag{2.10}$$

όπου το μητρώο $\boldsymbol{A}_L$ είναι το γινόμενο των μητρώων στροφής σύμφωνα με τη σχέση

$$\boldsymbol{A}_L = \boldsymbol{A}_2(\theta)\boldsymbol{A}_1(q_c)\boldsymbol{A}_3(\psi)\boldsymbol{A}_2(q_t)\boldsymbol{A}_1(q_{ra})\boldsymbol{A}_2(q_{pa}). \tag{2.11}$$

Το μητρώο στροφής $\boldsymbol{A}_2(\theta)$ περιγράφει τη στροφή του πτερυγίου με τη γωνία βήματος $\theta(\psi)$, σχέση (2.1) και το μητρώο στροφής $\boldsymbol{A}_1(q_c)$ περιγράφει τη στροφή του πτερυγίου με τη γωνία κώνου q_c.

Μελετώντας ένα στοιχείο (element) του πτερυγίου, η θέση του μπορεί να προσδιορισθεί ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων σύμφωνα με τη σχέση

$$\boldsymbol{x}^{(G)} = \boldsymbol{A}_{el}\boldsymbol{x}^{(el)}, \tag{2.12}$$

όπου το μητρώο $\boldsymbol{A}_{el}$ είναι το γινόμενο των μητρώων στροφής σύμφωνα με τη σχέση

$$\boldsymbol{A}_{el} = \boldsymbol{A}_3(q_{swpt})\boldsymbol{A}_1(q_{prb})\boldsymbol{A}_2(\theta)\boldsymbol{A}_1(q_c)\boldsymbol{A}_3(\psi)\boldsymbol{A}_2(q_t)\boldsymbol{A}_1(q_{ra})\boldsymbol{A}_2(q_{pa}). \tag{2.13}$$

Το μητρώο στροφής $\boldsymbol{A}_3(q_{swpt})$ περιγράφει τη στροφή του στοιχείου με τη γωνία οπισθόκλησης q_{swpt} και το μητρώο στροφής $\boldsymbol{A}_1(q_{prb})$ τη στροφή του στοιχείου με τη γωνία κάμψης q_{prb}. Οι δύο αυτές στροφές πραγματοποιούνται ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του πτερυγίου $(x_1, x_2, x_3)^{(L)}$.

Στις παραπάνω σχέσεις στα μητρώα στροφής $\boldsymbol{A}_i$, ο δείκτης $(i = 1,2,3)$ δείχνει τον άξονα ως προς τον οποίο πραγματοποιείται η στροφή. Σε ένα σύστημα συντεταγμένων (x_1, x_2, x_3) το μητρώο στροφής για μια γωνία q ως προς τον άξονα x_1 ορίζεται από τη σχέση

$$\boldsymbol{A}_1(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q & -\sin q \\ 0 & \sin q & \cos q \end{bmatrix}. \tag{2.14}$$

Αντίστοιχα, ως προς τον άξονα x_2 είναι

$$\boldsymbol{A}_2(q) = \begin{bmatrix} \cos q & 0 & \sin q \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin q & 0 & \cos q \end{bmatrix}, \tag{2.15}$$

και ως προς τον x_3 είναι

$$A_3(q) = \begin{bmatrix} \cos q & -\sin q & 0 \\ \sin q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.16}$$

2.4 Διακριτοποίηση πτερυγίου

Στη θεωρία γραμμής άνωσης, η γεωμετρία του πτερυγίου αντικαθίσταται από έναν προσδεμένο στρόβιλο μεταβλητής έντασης, τη γραμμή άνωσης. Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος, το πτερύγιο διακριτοποιείται σε N_{Strip} τμήματα. Σε ένα διακριτό τμήμα i η γεωμετρία του ορίζεται από τη διατομή του (αεροτομή), το μήκος χορδής του τμήματος (chord) και την συστροφή (twist). Η γραμμή άνωσης είναι τοποθετημένη στη θέση $c_i/4$ της αεροτομής, όπου c_i το μήκος της χορδής της αεροτομής. Επιπλέον, ορίζεται η θέση του αεροδυναμικού κέντρου της ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων $(x_1, x_2, x_3)^{(L)}$. Χαρακτηριστικό της γεωμετρικής διαμόρφωσης του πτερυγίου είναι η γωνία αρχικής κάμψης του (prebend angle) και η γωνία οπισθόκλισης (swept angle), η οποία παρατηρείται παρατηρείται στο άκρο του πτερυγίου.

Λόγω της διακριτοποίησης του πτερυγίου, η γραμμή άνωσης είναι χωρισμένη σε N_{STRIP} ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία ορίζονται από τους κόμβους N_{NODE}, όπου

$N_{NODE} = N_{STRIP} + 1.$

Στο μέσο κάθε ευθύγραμμου τμήματος της γραμμής άνωσης τοποθετείται το σημείο ελέγχου, στο οποίο επαληθεύεται η συνθήκη μη-εισχώρησης. Οι συντεταγμένες της θέσης του σημείου ελέγχου σε διανυσματική μορφή $\boldsymbol{x}_{CP_i}^{(L)} = (x_1, x_2, x_3)_{CP_i}^{(L)}$ υπολογίζονται από τη σχέση

$$\boldsymbol{x}_{CP_i}^{(L)} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{x}_{i+1})^{(L)}. \tag{2.17}$$

3

Θεωρία γραμμής άνωσης

Τα πτερύγια του δρομέα ελικοπτέρου είναι τριδιάστατα σώματα με μεγάλο λόγο επιμήκους (aspect ratio). Η περιστροφική κίνηση του δρομέα εξαναγκάζει το εργαζόμενο μέσο (αέρας) να κινηθεί γύρω από την επιφάνεια των πτερυγίων του με αποτέλεσμα την παραγωγή άνωσης.

Μία από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων, που αναπτύσσονται σε κάθε πτερύγιο του δρομέα, είναι η *θεωρία γραμμής άνωσης* του Prandtl [5]. Στη θεωρία του Prandtl γίνεται η παραδοχή ότι ο αέρας είναι ρευστό ασυμπίεστο και μη-συνεκτικό. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, το πτερύγιο, ένα τριδιάστατο σώμα, αντικαθίσταται από μία φέρουσα *γραμμή μεταβλητής κυκλοφορίας, γραμμή άνωσης*, τοποθετημένη στο $1/4$ της χορδής των αεροτομών. Από τη γραμμή αυτή εκρέουν δινοσωλήνες οι οποίοι, ακολουθώντας τις αρχές του Helmholtz, ενώνονται μεταξύ τους σχηματίζοντας κλειστούς δακτυλίους (κλειστοί δινοσωλήνες). Το σύνολο των κλειστών δινοσωλήνων συνθέτει τον *κοντινό ομόρρου* του πτερυγίου.

Το πτερύγιο του δρομέα εκτελεί μία σύνθετη κίνηση με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται συνεχώς η γωνία πρόσπτωσης σε αυτό. Από το θεώρημα του Kelvin ισχύει ότι σε μία υλική γραμμή, που περιλαμβάνει την αεροτομή, η κυκλοφορία πρέπει να διατηρείται. Συνεπώς, από κάθε αεροτομή του πτερυγίου απελευθερώνεται στρόβιλος με ένταση ίση με Γ και φορά αντίθετη από την κυκλοφορία στην αεροτομή. Το σύνολο των στροβίλων που απελευθερώνονται σχηματίζουν τον ελεύθερο ομόρρου ή *μακρινό ομόρρου* του πτερυγίου. Η γεωμετρία του μακρινού ομόρρου, που ακολουθεί το κάθε πτερύγιο, είναι ελικοειδής, εξαιτίας της περιστροφικής κίνησης του δρομέα και της ταυτόχρονης μετακίνησής του.

3.1 Τρίγωνο ταχυτήτων στην αεροτομή του πτερυγίου

Σε ένα τμήμα του πτερυγίου στη θέση y, ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του, η περιφερειακή ταχύτητα εξ' αιτίας της περιστροφικής κίνησης σε διανυσματική μορφή γράφεται $\boldsymbol{U}_B = (-\omega y, 0{,}0)$, όπου ω είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα. Στη θέση αυτή η αεροτομή έχει γωνία βήματος θ και γωνία μηδενικής άνωσης α_0. Λόγω της ταχύτητας πτήσης, ο

αέρας πυκνότητας ρ κινείται ως προς την αεροτομή με ταχύτητα $\boldsymbol{U} = (U_x, U_y, U_z)$. Η γεωμετρική γωνία που σχηματίζει η ροή με τον αεροτομή είναι

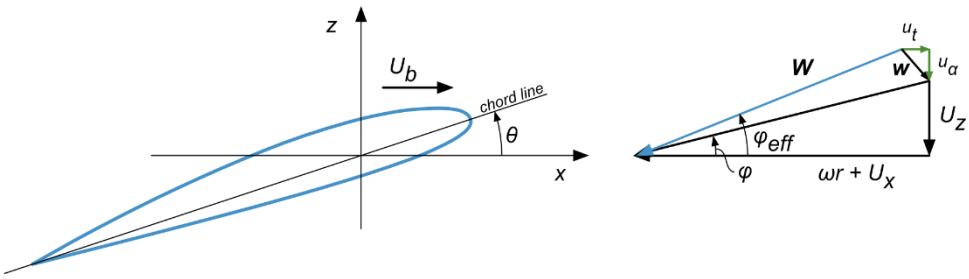
$$\varphi = \tan^{-1}\frac{U_z}{U_{B_x}}, \tag{3.18}$$

όπου η συνιστώσα U_z αντιστοιχεί στην ταχύτητα ανόδου. Λόγω της στροβιλότητας που αναπτύσσεται γύρω από το πτερύγιο επάγεται στην αεροτομή ταχύτητα $\boldsymbol{w} = (u_t, u_r, u_a)$. Η επαγόμενη ταχύτητα $\boldsymbol{w}$ αναλύεται στην περιφερειακή συνιστώσα u_t, στην ακτινική συνιστώσα u_r και στην αξονική συνιστώσα u_α, η οποία θεωρείται αμελητέα. Η επαγόμενη ταχύτητα μεταβάλλει την πραγματική ταχύτητα του ρευστού σε $\boldsymbol{W} = (W_x, W_y, W_z)$ και τη γωνία που σχηματίζει με το τμήμα της αεροτομής σε φ_{eff}, Σχήμα 3.1. Το διάνυσμα της πραγματικής ταχύτητας της ροής μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{U} + \boldsymbol{w} - \boldsymbol{U}_B, \tag{3.19}$$

όπου το μέτρο της είναι

$$W = |\boldsymbol{W}| = \sqrt{(\omega r + U_x - u_t)^2 + (U_z + u_\alpha)^2}. \tag{3.20}$$



Σχήμα 3.1 Τρίγωνο ταχυτήτων σε αεροτομή του πτερυγίου

Η επαγόμενη ταχύτητα είναι πολύ μικρότερη από την ταχύτητα του ανέμου, συνεπώς για την επαγόμενη γωνία προσβολής ισχύει

$$a_i = \tan^{-1}\frac{w}{U_z} \approx \frac{w}{U_z}. \tag{3.21}$$

Η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα της ροής $\boldsymbol{W}$ ως προς το στοιχείο του πτερυγίου είναι

$$\varphi_{eff} = \frac{W_z}{W_x}, \tag{3.22}$$

και η γωνία προσβολής της ροής του αέρα στην αεροτομή υπολογίζεται από τη σχέση

$$\alpha = \varphi_{eff} - \theta. \tag{3.23}$$

3.2 Επαγόμενη ταχύτητα – κυκλοφορία

Λόγω της μορφολογίας του πτερυγίου και της γωνίας με την οποία προσπίπτει το ρεύμα ροής του αέρα σε αυτό, δημιουργείται στο επάνω μέρος μία επιφάνεια χαμηλότερης πίεσης σε σχέση με την κάτω. Εξ' αιτίας της διαφοράς των πιέσεων στις δύο επιφάνειες, το ρευστό εξαναγκάζεται να κινηθεί από την επιφάνεια υψηλής πίεσης προς αυτήν της χαμηλής. Με τη συνεχή μεταβολή της γωνίας προσβολής δημιουργούνται στρόβιλοι οι οποίοι αποκολλούνται από την ακμή εκφυγής του πτερυγίου. Η στροβιλή περιοχή κατάντι του πτερυγίου αποτελεί έναν σύνθετο σχηματισμό (ελεύθερος ομόρρους), του οποίου η γεωμετρία είναι ελικοειδής, λόγω της περιστροφικής κίνησης του δρομέα και της ταυτόχρονης μετακίνησής του.

Σύμφωνα με τη θεωρία Kutta–Joukowski σε ένα μικρό τμήμα του πτερυγίου (αεροτομή) υπάρχει μία προσδεδεμένη δίνη κυκλοφορίας έντασης Γ. Σε μία κλειστή καμπύλη (αεροτομή) C η δίνη αυτή ορίζεται ως το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του πεδίου της ταχύτητας,

$$\Gamma = \oint_C \boldsymbol{V} \cdot d\boldsymbol{l}, \tag{3.24}$$

όπου $\boldsymbol{V}$ είναι το διάνυσμα της ταχύτητας επάνω στην αεροτομή, και $d\boldsymbol{l}$ είναι το διάνυσμα του στοιχειώδους μήκους στην περιφέρεια της αεροτομής. Η μαθηματική αυτή διατύπωση περιγράφει την ανάπτυξη της κυκλοφρίας λόγω της ροής γύρω από ένα στερεό σώμα.

Ο πρώτος που χρησιμοποίησε την ιδέα των δινοσωλήνων στην ανάλυση ασυμπίεστης και μη-συνεκτικής ροής ήταν ο Γερμανός φυσικομαθηματικός και ιατρός Hermann von Helmholtz. Ο Helmholtz καθιέρωσε, για τη συμπεριφορά της στροβιλότητας, αρχές οι οποίες είναι γνωστές ως θεωρήματα Helmholtz [6]. Σύμφωνα με τα θεωρήματα αυτά, η ένταση του δινοσωλήνα είναι σταθερή σε όλο το μήκος του και ο δινοσωλήνας δεν μπορεί να ξεκινάει και να τελειώνει στο ρευστό: θα πρέπει να επεκτείνονται τα όρια του ρευστού ή να δημιουργούνται κλειστοί δακτύλιοι. Επιπλέον σύμφωνα με το θεώρημα Helmholtz, ο δινοσωλήνας ο οποίος σχηματίζεται στο ρευστό έχει σταθερή ένταση όσο αυτός μετακινείται. Έτσι τα στοιχεία στροβιλότητας, δηλαδή οι γραμμές, σωλήνες και επιφάνειες στροβιλότητας, παραμένουν στοιχεία στροβιλότητας με το χρόνο.

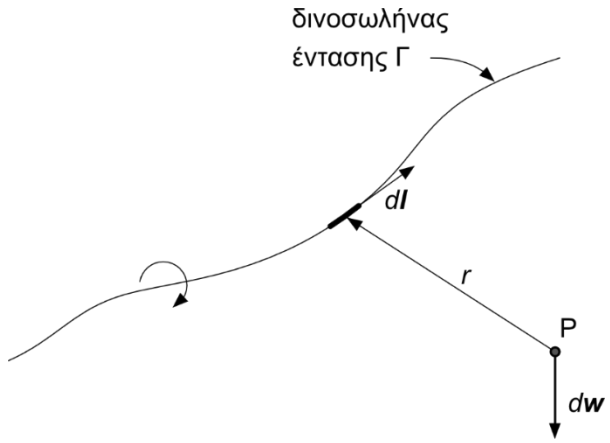
Από το σύνολο των κλειστών δινοσωλήνων των φύλλων στροβιλότητας επάγεται ταχύτητα σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου. Η επαγόμενη ταχύτητα υπολογίζεται με τη χρήση του νόμου των Biot-Savart ο οποίος εφαρμόζεται στον ηλεκτρομαγνητισμό για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου που παράγεται από σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα.

Μία ιδιόμορφη γραμμή στροβιλότητας (δινοσωλήνας) η οποία έχει καμπύλη μορφή και σταθερή ένταση Γ, σύμφωνα με το νόμο Biot-Savart, επάγει ταχύτητα σε ένα οποιαδήποτε αυθαίρετο σημείο

P, Σχήμα 3.2. Η ταχύτητα $d\boldsymbol{w}$ που επάγεται από ένα απειροστό τμήμα $d\boldsymbol{l}$ του δινοσωλήνα στο αυθαίρετο σημείο P που απέχει απόσταση $\boldsymbol{r}$ από αυτόν, εκφράζεται από τη σχέση

$$d\boldsymbol{w} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|^3}. \tag{3.25}$$

Η (3.25) είναι μία από τις πιο θεμελιώδεις εξισώσεις για τις ασυμπίεστες και μη συνεκτικές ροές.



Σχήμα 3.2 Η ταχύτητα που επάγεται από έναν δινοσωλήνα στο σημείο P.

Η ταχύτητα που επάγεται σε ένα σημείο P από ένα μικρό ευθύγραμμο τμήμα (12) του δινοσωλήνα έντασης Γ, Σχήμα 3.3, υπολογίζεται ολοκληρώνοντας την (3.25). Η επαγόμενη ταχύτητα προκύπτει στη μορφή

$$\boldsymbol{w}_{12} = \frac{\Gamma}{4\pi d}(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)\widehat{\boldsymbol{w}}_{12}. \tag{3.26}$$

Στην (3.26) d είναι η απόσταση του σημείου P από το δινοσωλήνα, β_1 και β_2 είναι οι γωνίες που σχηματίζουν τα διανύσματα $\boldsymbol{r}_1$ και $\boldsymbol{r}_2$ με το δινοσωλήνα. Τα μεγέθη αυτά υπολογίζονται από τις σχέσεις

$$d = \frac{|\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2|}{|\boldsymbol{r}_0|},$$

$$\cos\beta_1 = \frac{\boldsymbol{r}_0 \cdot \boldsymbol{r}_1}{|\boldsymbol{r}_0| \cdot |\boldsymbol{r}_1|},$$

$$\cos\beta_2 = \frac{\boldsymbol{r}_0 \cdot \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_0| \cdot |\boldsymbol{r}_2|},$$

όπου $\boldsymbol{r}_0$ είναι το διάνυσμα του ευθύγραμμου τμήματος (12),

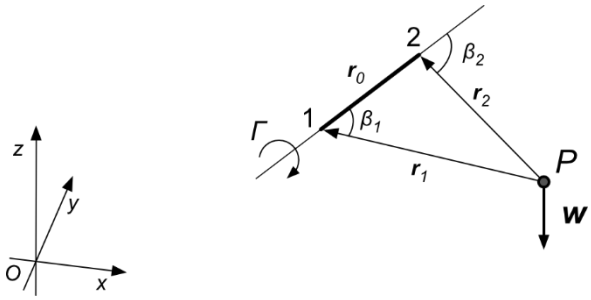
$$\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1.$$

Το διάνυσμα διεύθυνσης της επαγόμενης ταχύτητας στο σημείο P είναι

$$\widehat{\boldsymbol{w}}_{12} = \frac{\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2|}. \tag{3.27}$$

Αντικαθιστώντας την (3.27) στην (3.26) προκύπτει

$$\boldsymbol{w}_{12} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{|\boldsymbol{r}_0|}{|\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2|} \frac{\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2|} \left(\frac{\boldsymbol{r}_0 \cdot \boldsymbol{r}_1}{|\boldsymbol{r}_0| \cdot |\boldsymbol{r}_1|} - \frac{\boldsymbol{r}_0 \cdot \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_0| \cdot |\boldsymbol{r}_2|} \right). \tag{3.28}$$



Σχήμα 3.3 Η ταχύτητα που επάγεται σε ένα σημείο από ένα ευθύγραμμο τμήμα του δινοσωλήνα.

Όταν στο πεδίο έχουν σχηματισθεί ένα πλήθος από δινοσωλήνες, η επαγόμενη ταχύτητα σε ένα σημείο ελέγχου i υπολογίζεται ως το άθροισμα των ταχυτήτων που επάγονται από το σύνολο των δινοσωλήνων. Συνεπώς, σε μία θέση η επαγόμενη ταχύτητα μπορεί να γραφεί

$$\boldsymbol{w}^i = \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{N}} (\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{n}_i) \Gamma_j, \tag{3.29}$$

όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των δινοσωλήνων. Στην περίπτωση του ελεύθερου ομόρρου που ακολουθεί το πτερύγιο του δρομέα, οι δινοσωλήνες είναι κλειστοί και έχουν το σχήμα τετράπλευρου. Η ποσότητα $\boldsymbol{a}_j^i$ υπολογίζεται ως το άθροισμα των τεσσάρων πλευρών σύμφωνα με τη σχέση

$$\boldsymbol{a}_j^i = \sum_{k=1}^{4} \frac{1}{4\pi} \int \boldsymbol{dl} \times \frac{\boldsymbol{r}^i - \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}^i - \boldsymbol{r}|^3}. \tag{3.30}$$

Λαμβάνοντας υπόψιν και την (3.28), ο συντελεστής επαγώμενης ταχύτητας σε ένα ευθύγραμμο τμήμα του δινοσωλήνα είναι

$$\boldsymbol{u}_{12} = \frac{1}{4\pi} \int_1^2 \boldsymbol{dl} \times \frac{\boldsymbol{r}^i - \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}^i - \boldsymbol{r}|^3} = \frac{1}{4\pi} \frac{|\boldsymbol{r}_0|}{|\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2|} \frac{\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2|} \left(\frac{\boldsymbol{r}_0 \cdot \boldsymbol{r}_1}{|\boldsymbol{r}_0||\boldsymbol{r}_1|} - \frac{\boldsymbol{r}_0 \cdot \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_0||\boldsymbol{r}_2|} \right) f(\varepsilon, d), \tag{3.31}$$

όπου ο συντελεστής αποκοπής $f(\varepsilon, d)$ δίνεται στη μορφή

$$f(\varepsilon, d) = 1 - e^{-\left(\frac{d}{\varepsilon}\right)^2}. \tag{3.32}$$

Στην παραπάνω σχέση το μέγεθος ε παίρνει τιμές μικρότερες της μονάδας οι οποίες εξαρτώνται από τη διακριτοποίηση της γραμμής άνωσης. Η κυκλοφορία μπορεί να υπολογισθεί χρησιμοποιώντας την εξίσωση του μονοπλάνου. Σύμφωνα με αυτήν ισχύει

$$\rho W\Gamma = \frac{dC_L}{d\alpha}[\alpha - \alpha_0]\frac{\rho}{2}W^2c \approx 2\pi[\alpha - \alpha_0]\frac{\rho}{2}W^2c. \tag{3.33}$$

Μετά από απλοποιήσεις, η (3.33) μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\Gamma = \frac{dC_L}{d\alpha}[\alpha - \alpha_0]\frac{1}{2}Wc \approx 2\pi[\alpha - \alpha_0]\frac{1}{2}Wc. \tag{3.34}$$

3.3 Αεροδυναμικά φορτία

Σε ένα μικρό τμήμα του πτερυγίου πλάτους dy, αναπτύσσεται η άνωση dL και η επαγόμενη αντίσταση dD. Στο στοιχείο της πτέρυγας με μήκος χροδής c, οι δυνάμεις υπολογίζονται από τις σχέσεις

$$dL = C_L\frac{\rho}{2}W^2cdr, \tag{3.35}$$

$$dD = C_D\frac{\rho}{2}W^2cdr. \tag{3.36}$$

Στις παραπάνω σχέσεις οι ποσότητες C_L και C_D αποτελούν τους τοπικούς συντελεστές άνωσης και αντίστασης, αντίστοιχα. Στο τμήμα αυτό του πτερυγίου, λόγω της κυκλοφορίας του προσδεδεμένου δινοσωλήνα και με βάση τη θεωρία των Kutta-Joukowski, παράγεται άνωση ανά μονάδα εκπετάσματος

$$L' = \frac{dL}{dy} = \rho W\Gamma, \tag{3.37}$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του αέρα και W είναι το μέτρο της πραγματικής ταχύτητας του αέρα που προσπίπτει στο τμήμα του πτερυγίου. Ο συντελεστής άνωσης C_L στο συγκεκριμένο τμήμα του πτερυγίου είναι

$$C_L = \frac{L'}{q}, \tag{3.38}$$

όπου με q ορίζεται η δυναμική πίεση

$$q = \frac{\rho}{2}W^2c.$$

Από τις (3.37) και (3.38) προκύπτει

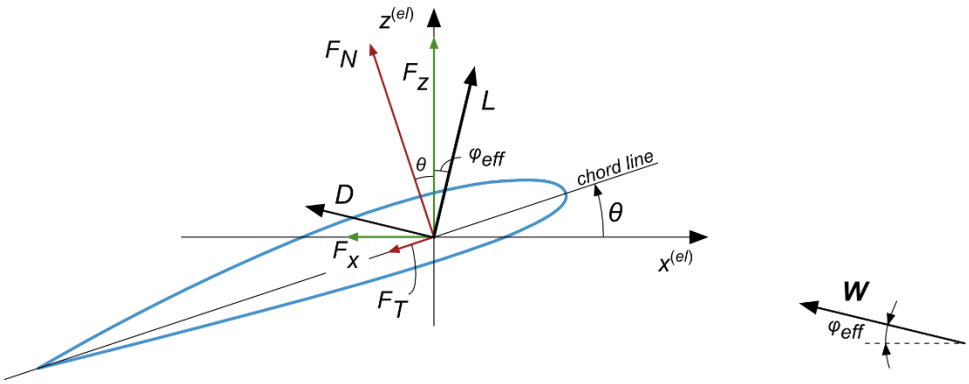
$$C_L = \frac{2\Gamma}{Wc}, \tag{3.39}$$

Με τη θεωρία γραμμής άνωσης υπολογίζεται μόνο η δυναμική άνωση, συνεπώς για το συντελεστή αντίστασης λαμβάνεται

$$C_D = 0.$$

Οι δυνάμεις άνωσης και αντίστασης που εφαρμόζονται στο κέντρο πίεσης της αεροτομής ορίζονται σε σχέση με τη ροή του αέρα στην αεροτομή. Οι δυνάμεις αυτές μπορούν να αναλυθούν ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του πτερυγίου, στις δυνάμεις F_X, F_Z, Σχήμα 3.4. Οι συντελεστές των δυνάμεων F_X, F_Z, είναι αντίστοιχα,

$$\begin{aligned} C_X &= -C_L \sin\phi_{eff} + C_D \cos\phi_{eff}, \\ C_Z &= C_L \cos\phi_{eff} + C_D \sin\phi_{eff}. \end{aligned} \tag{3.40}$$



Σχήμα 3.4 Οι συνιστώσες της δύναμης που ασκείται σε ένα τμήμα της πτέρυγας.

Οι δυνάμεις F_X, F_Z μπορούν να αναλυθούν σε μία ορθή δύναμη F_N και μία περιφερειακή δύναμη F_T οι οποίες ορίζονται ως προς τη χορδή της αεροτομής. Οι αντίστοιχες δυνάμεις είναι

$$\begin{aligned} F_N &= q\, C_N\, dy, \\ F_T &= q\, C_T\, dy. \end{aligned} \tag{3.41}$$

Για τις παραπάνω σχέσεις, οι συντελεστές των δυνάμεων είναι

$$\begin{aligned} C_N &= C_Z \cos\theta + C_X \sin\theta, \\ C_T &= -C_Z \sin\theta + C_X \cos\theta. \end{aligned} \tag{3.42}$$

3.4 Κοντινός ομόρρους πτερυγίου

Ο κοντινός ομόρρους είναι ένα προσδεμένο φύλλο στροβιλότητας στο πτερύγιο του δρομέα, Σχήμα 3.5. Αποτελείται από τη γραμμή άνωσης, η οποία είναι τοποθετημένη στο 1/4 της χορδής των

αεροτομών, και τα τμήματα των δινοσωλήνων που σχηματίζουν κλειστούς δακτυλίους με τη γραμμή άνωσης. Για να υπολογισθεί η κυκλοφορία στη γραμμή άνωσης είναι απαραίτητο να προσδιορισθεί η γεωμετρία του κοντινού ομόρρου. Η γεωμετρία του υπολογίζεται χωρίς να ληφθεί υπόψιν η επίδραση της επαγόμενης ταχύτητας από τον σχηματισμένο ελεύθερο ομόρρου που έχει δημιουργηθεί από το δρομέα.

Για τον υπολογισμό της γεωμετρίας του λαμβάνεται υπόψιν η ταχύτητα πτήσης του ελικοπτέρου $\boldsymbol{U}^{(G)} = (U_1, U_2, U_3)$ η οποία ορίζεται στο γενικό σύστημα συντεταγμένων $(x_1, x_2, x_3)^{(G)}$. Εκτός από την ταχύτητα του ανέμου, λαμβάνεται υπόψιν η ταχύτητα του πτερυγίου $\boldsymbol{U}_B^{(G)}$ λόγω της περιστροφή. Από τις ταχύτητες αυτές υπολογίζεται η σχετική ταχύτητα της ροής σε κάθε στοιχείο του πτερυγίου, σύμφωνα με τη σχέση

$$\boldsymbol{u}_{nw}^{(el)} = \boldsymbol{U}^{(el)} - \boldsymbol{U}_B^{(el)}, \tag{3.43}$$

όπου $\boldsymbol{U}^{(el)}$ είναι η ταχύτητα πτήσης του ελικοπτέρου στο τοπικό σύστημα που ορίζεται σε κάθε τμήμα του πτερυγίου. Ο μετασχηματισμός γίνεται σύμφωνα με τη σχέση

$$\boldsymbol{U}^{(el)} = \boldsymbol{A}_{el}^T \boldsymbol{U}^{(G)}, \tag{3.44}$$

όπου $\boldsymbol{A}_{el}^T$ είναι ο ανάστροφος του μητρώου στροφής από το τοπικό σύστημα του στοιχείου του πτερυγίου στο γενικό σύστημα συντεταγμένων, σχέση (2.13). Η ταχύτητα λόγω της περιστροφικής κίνησης σε κάθε στοιχείου του πτερυγίου είναι

$$\boldsymbol{U}_B^{(el)} = \boldsymbol{A}_{el}^T \boldsymbol{U}_B^{(G)}, \tag{3.45}$$

όπου $\boldsymbol{U}_B^{(G)}$ είναι η ταχύτητα του πτερυγίου ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων. Η ταχύτητα αυτή υπολογίζεται από τη σχέση

$$\boldsymbol{U}_B^{(G)} = \dot{\boldsymbol{A}}_L^T \boldsymbol{x}^{(L)}, \tag{3.46}$$

όπου $\dot{\boldsymbol{A}}_L^T = \partial \boldsymbol{A}_L^T / \partial \alpha$ είναι ο ρυθμός μεταβολής του ανάστροφου μητρώου στροφής από το τοπικό σύστημα του πτερυγίου στο γενικό σύστημα συντεταγμένων, σχέση (2.11).

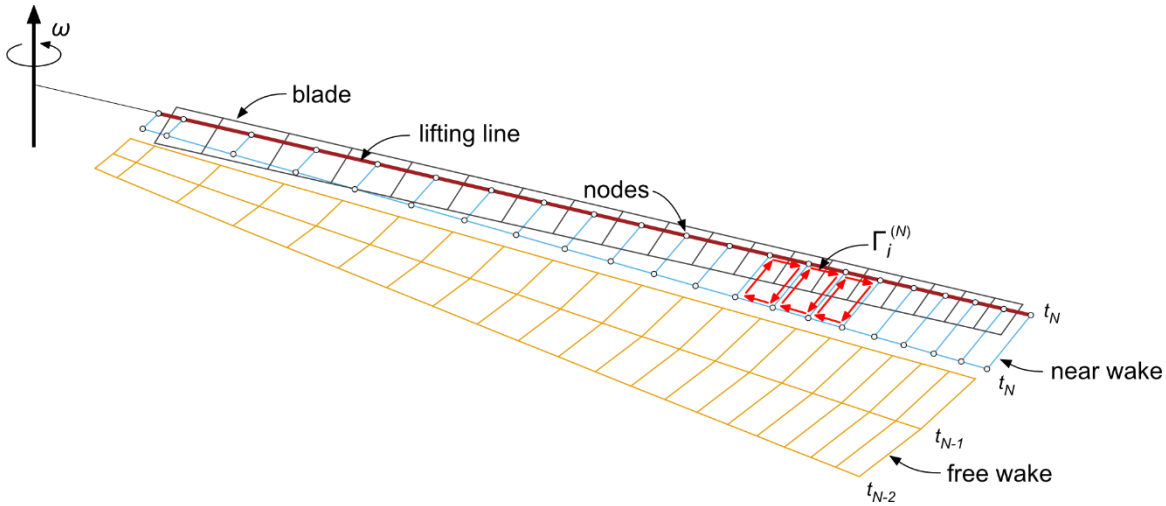
Η σχετική ταχύτητα στο γενικό σύστημα συντεταγμένων υπολογίζεται από τη σχέση

$$\boldsymbol{u}_{nw} = \boldsymbol{A}_{el} \boldsymbol{u}_{nw}^{(el)}. \tag{3.47}$$

Οι θέσεις των σημείων του κοντινού ομόρρου έχουν συντεταγμένες,

$$\boldsymbol{X}_{nwake}^{(G)} = \boldsymbol{X}^{(G)} + \boldsymbol{u}_{nw} \Delta t, \tag{3.48}$$

όπου $\boldsymbol{X}^{(G)}$ είναι οι συντεταγμένες της γραμμής άνωσης στο γενικό σύστημα συντεταγμένων. Η τιμή της κυκλοφορίας $\Gamma_i^{(N)}$ σε κάθε κλειστό δακτύλιο υπολογίζεται στο σημείο ελέγχου επάνω στη γραμμή άνωσης.



Σχήμα 3.5 Ο κοντινός ομόρρους και οι κλειστοί βρόγχοι κυκλοφορίας $\Gamma_i^{(N)}$.

4

Ελεύθερος ομόρρους πτερυγίου – πεδίο ταχυτήτων

Ο ελεύθερος ομόρρους περιλαμβάνει το σύνολο των δινών που παράγονται από την κίνηση των πτερυγίων του δρομέα. Η γεωμετρία του συνεχώς μεταβάλλεται λόγω της μετακίνησης και παραμόρφωσης των δινών και επιπλέον, λόγω της συνεχής ενσωμάτωσης νέων δινών. Η κάθε δίνη που παράγεται από τα πτερύγια αποτυπώνεται ως ένας κλειστός δακτύλιος κυκλοφορίας (κλειστός δινοσωλήνας). Σύμφωνα με τις αρχές του Helmholtz, η ένταση σε έναν κλειστό δινοσωλήνα διατηρείται με το χρόνο, όμως μεταβάλλεται συνεχώς η γεωμετρία του. Η μεταβολή της γεωμετρίας οφείλεται στην ταχύτητα που επάγεται από το σύνολο των κλειστών δινοσωλήνων του ελεύθερου ομόρρου. Η συνεχής αύξηση του μεγέθους του ομόρρου οδηγεί στη συνεχώς αυξανόμενη απαίτηση για υπολογιστική ισχύ και υπολογιστικό χρόνο. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται εισάγοντας τα σωματίδια στροβιλότητας. Ένα σωματίδιο στροβιλότητας αντικαθιστά το δακτύλιο κλειστού δινοσωλήνα και έχει ένταση ίση με αυτήν του δινοσωλήνα. Η περαιτέρω οικονομία σε υπολογιστική ισχύ επιτυγχάνεται δημιουργώντας τα ομαδοποιημένα σωματίδια στροβιλότητας.

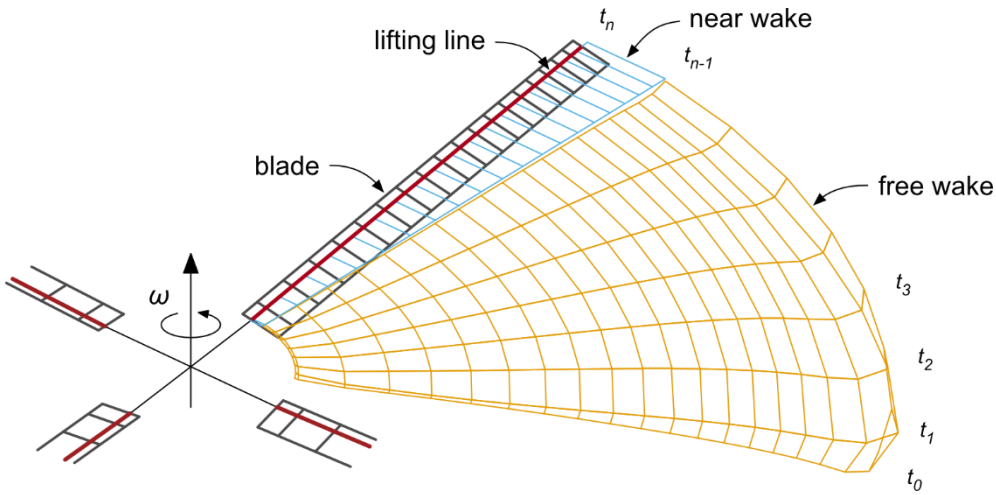
4.1 Ελεύθερος ομόρρους πτερυγίου

Ο ελεύθερος ομόρρους ακολουθεί τον κοντινό ομόρρου και αποτελείται από τους κλειστούς δακτυλίους κυκλοφορίας που δημιουργήθηκαν από τη γραμμή άνωσης σε προγενέστερα χρονικά βήματα. Ο κάθε δακτύλιος έχει σχήμα τετράπλευρου, Σχήμα 4.1. Το χαρακτηριστικό των κλειστών δακτυλίων είναι ότι, ενώ η κυκλοφορία με την οποία δημιουργήθηκαν διατηρείται, το σχήμα τους μεταβάλλεται σε κάθε χρονικό βήμα. Η μεταβολή του σχήματος προσδιορίζεται υπολογίζοντας την ταχύτητα που επάγεται σε κάθε κόμβο του κλειστού δακτυλίου. Για τον υπολογισμό της επαγόμενης ταχύτητας $\boldsymbol{U}_{fw}^{(G)}$, λαμβάνεται υπόψιν η συνεισφορά από την κυκλοφορία στους δακτυλίους στον κοντινό ομόρρου, τον ελεύθερο ομόρρου και τα σωματίδια στροβιλότητας. Η συνολική ταχύτητα σε κάθε κόμβο σε έναν δακτύλιο του ελεύθερου ομόρρου προκύπτει από την πρόσθεση της επαγόμενης ταχύτητας $\boldsymbol{U}_{fw}^{(G)}$ με την ταχύτητα της ελεύθερης ροής του αέρα,

$$\boldsymbol{u}_{fw} = \boldsymbol{U}_{fw}^{(G)} + \boldsymbol{U}_{wind}^{(G)}. \tag{4.49}$$

Οι θέσεις των κόμβων των δακτυλίων τη χρονική στιγμή n υπολογίζεται, ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων, από τη σχέση

$$\boldsymbol{X}_{fwake}^{(n)} = \boldsymbol{X}_{fwake}^{(n-1)} + \boldsymbol{u}_{fw}\Delta t. \tag{4.50}$$



Σχήμα 4.1 Ο κοντινός και ο μακρινός ομόρρους όπως σχηματίζονται από την κίνηση του πτερυγίου.

4.2 Σωματίδια στροβιλότητας

Μετά από αρκετά χρονικά βήματα ο ομόρρους, που ακολουθεί το κάθε πτερύγιο του δρομέα, έχει επεκταθεί αρκετά. Αυτό σημαίνει ότι οι ανάγκες για υπολογιστική ισχύ και κατ' επέκταση ο υπολογιστικός χρόνος για κάθε χρονικό βήμα αυξάνονται. Για να αντιμετωπισθεί αυτό το πρόβλημα κάθε κλειστός δακτύλιος του ελεύθερου ομόρρου αντικαθίσταται από ένα σωματίδιο στροβιλότητας, Σχήμα 4.2. Το σωματίδιο αυτό τοποθετείται στο γεωμετρικό κέντρο του δακτυλίου και υπολογίζεται η ισοδύναμη τιμή της στροβιλότητας, Σχήμα 4.3.

Σε έναν κλειστό δακτύλιο στον ελεύθερο ομόρρου, που ορίζεται από τους κόμβους A, B, C, D, οι συντεταγμένες των σημείων του περιγράφονται ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων $(x_1, x_2, x_3)^{(G)}$. Τα διανύσματα του μήκους των πλευρών του είναι

$$\delta\boldsymbol{l}_1 = \boldsymbol{X}_B - \boldsymbol{X}_A, \tag{4.51}$$

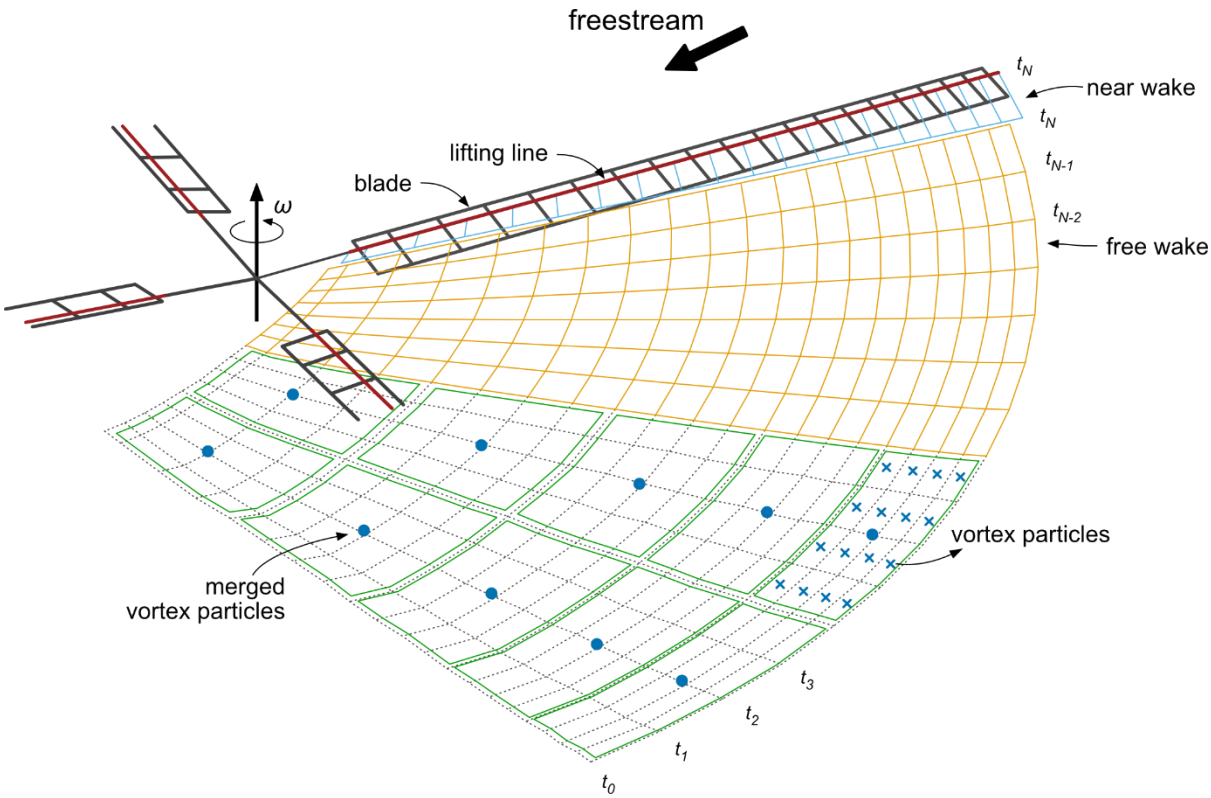
$$\delta\boldsymbol{l}_2 = \boldsymbol{X}_C - \boldsymbol{X}_B, \tag{4.52}$$

$$\delta\boldsymbol{l}_3 = \boldsymbol{X}_D - \boldsymbol{X}_C, \tag{4.53}$$

$$\delta\boldsymbol{l}_4 = \boldsymbol{X}_A - \boldsymbol{X}_D. \tag{4.54}$$

Το διάνυσμα θέσης του γεωμετρικού κέντρου του δακτυλίου είναι η θέση του σωματιδίου,

$$\boldsymbol{X}_k^{t_{mw}} = \frac{\boldsymbol{X}_A + \boldsymbol{X}_B + \boldsymbol{X}_C + \boldsymbol{X}_D}{4}. \tag{4.55}$$



Σχήμα 4.2 Ο σχηματισμός των σωματιδίων στροβιλότητας στον ομόρρου που ακολουθεί το πτερύγιο.

Η ένταση της στροβιλότητας που έχει το σωματίδιο υπολογίζεται από τη σχέση

$$\boldsymbol{\Omega}^{(t_{mw})} = \Gamma_{k,1}\delta\boldsymbol{l}_1 + \Gamma_{k,2}\delta\boldsymbol{l}_2 + \Gamma_{k,3}\delta\boldsymbol{l}_3 + \Gamma_{k,4}\delta\boldsymbol{l}_4, \tag{4.56}$$

όπου $\Gamma_{k,i}$ $(i = 1,2,3,4)$ είναι η ισοδύναμη ποσότητα της κυκλοφορίας που αντιστοιχεί σε κάθε πλευρά του δακτυλίου και t_{mw} είναι μία χρονική παράμετρος που συνδέεται με τη δημιουργία του σωματιδίου. Η κυκλοφορία $\Gamma_{k,i}$ δίνεται από τις σχέσεις

$$\Gamma_{k,1} = 0, \tag{4.57}$$

$$\Gamma_{k,2} = \frac{1}{2}\left(\Gamma_{\mathrm{i}}^{(\mathrm{t_m})} + \Gamma_{i+1}^{(t_m)}\right), \tag{4.58}$$

$$\Gamma_{k,3} = \Gamma_i^{(t_m)} - \Gamma_i^{(t_m+1)}, \tag{4.59}$$

$$\Gamma_{k,4} = \frac{1}{2}\left(\Gamma_{\mathrm{i}}^{(\mathrm{t_m})} - \Gamma_{i-1}^{(t_m)}\right), \tag{4.60}$$

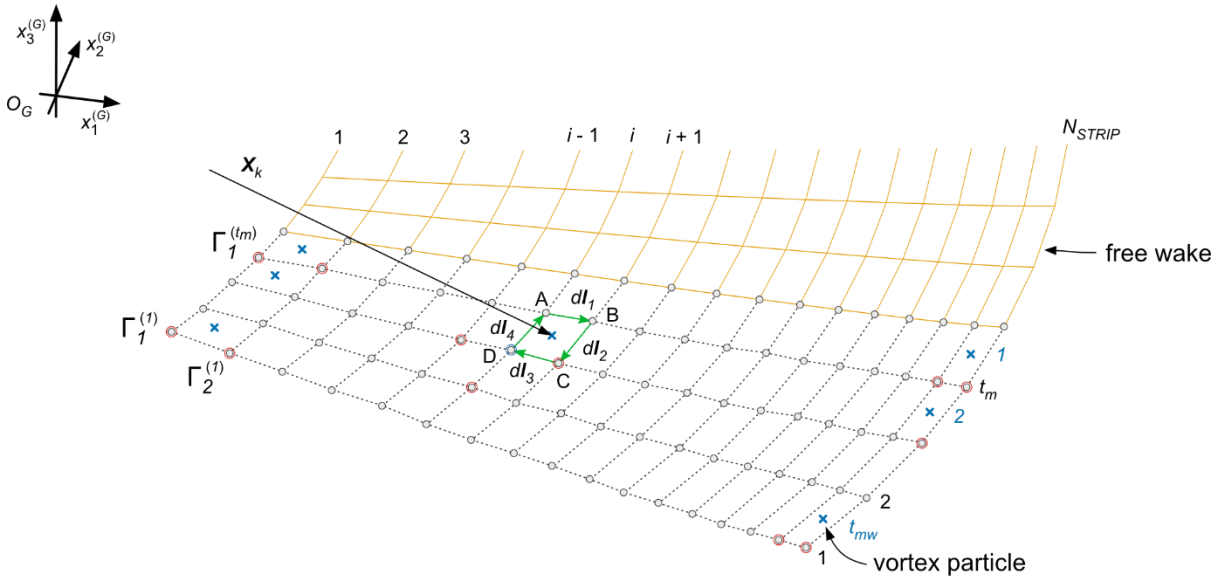
όπου $\Gamma_i^{(t_m)}$ είναι η τιμή της κυκλοφορίας σε έναν κόμβο του ομόρρου τη χρονική στιγμή t_m. Για τα όρια του μακρινού ομόρρου ισχύουν οι σχέσεις,

$$\Gamma_{k,2} = \Gamma_i^{(t_m)}, \qquad i = N_{STRIP}, \tag{4.61}$$

$$\Gamma_{k,3} = \Gamma_i^{(t_m)}, \qquad t_m = 1, \tag{4.62}$$

$$\Gamma_{k,4} = \Gamma_i^{(t_m)}, \qquad i = 1. \tag{4.63}$$

Η θέση $i = 1$ αναφέρεται στην πρώτη λωρίδα και ο αριθμός N_{STRIP} είναι ο συνολικός αριθμός των λωρίδων.



Σχήμα 4.3 Σχηματισμός σωματιδίων στροβιλότητας

4.2.1 Ομαδοποίηση σωματιδίων στροβιλότητας

Ένα σύνολο από σωματίδια στροβιλότητας σε ένα τμήμα του ελεύθερου ομόρρου μπορούν να ομαδοποιηθούν δημιουργώντας σωματίδια στροβιλότητας με ισοδύναμες ιδιότητες. Η συνολική ένταση της στροβιλότητας ενός ομαδοποιημέου σωματιδίου είναι

$$\mathbf{\Omega}_{\mathrm{p}}^{(mtw)} = \sum_{t_{mw}=1}^{N_{time}} \sum_{n=1}^{N_{SPAN}} \mathbf{\Omega}_{\mathrm{n}}^{(t)}, \tag{4.64}$$

όπου N_{time} είναι ο αριθμός των χρονικών βημάτων και N_{SPAN} είναι ο αριθμός των σωματιδίων που βρίσκονται στην ίδια διεύθυνση της γραμμής άνωσης. Η διανυσματική θέση του νέου σωματιδίου στροβιλότητας υπολογίζεται από τη σχέση

$$\mathbf{X}_{\mathrm{p}}^{(mtw)} = \sum_{t=1}^{N_{time}} \sum_{n=1}^{N_{SPAN}} \frac{\boldsymbol{X}_n^t}{N_{SPAN} N_{time}}. \tag{4.65}$$

4.3 Μετακίνηση του ελεύθερου ομόρρου

Ο ομόρρους που ακολουθεί τα πτερύγια του δρομέα μετακινείται σε κάθε χρονικό βήμα. Η μετακίνηση αυτή οφείλεται στην ταχύτητα που επάγεται σε κάθε σημείο του από το σύνολο των κλειστών δινοσωλήνων του ομόρρου και των σωματιδίων στροβιλότητας. Η θέση των σημείων του μακρινού ομόρρου τη χρονική στιγμή n υπολογίζεται από τη σχέση

$$\mathbf{X}_{wake}^{(n)} = \mathbf{X}_{wake}^{(n-1)} + \boldsymbol{U}_w \Delta t, \tag{4.66}$$

όπου $\boldsymbol{U}_w$ είναι η ταχύτητα που επάγεται από το σύνολο των κλειστών δινοσωλήνων. Το σύνολο των δινοσωλήνων και στοιχείων στροβιλότητας συντίθενται από τους προσδεδεμένους δινοσωλήνες στα πτερύγια του δρομέα, τα δινοπέταλα του κοντινού ομόρρου των πτερυγίων, τους κλειστούς δινοσωλήνες στον ελεύθερο ομόρρου και τα σωματίδια στροβιλότητας.

Η ταχύτητα από τους προσδεδεμένους δινοσωλήνες στα πτερύγια του δρομέα είναι

$$\boldsymbol{U}_w^{(body)} = \sum_{nb=1}^{N_{BLADE}} \sum_{nel=1}^{N_{STRIP}} \boldsymbol{U}_{nb,nel} \Gamma_{nb,nel}, \tag{4.67}$$

όπου $\boldsymbol{U}_{nb,nel}$ είναι η ταχύτητα που επάγεται από κάθε διακριτό τμήμα του δινοσωλήνα, σχέση (3.29).

Η ταχύτητα που επάγεται από τα δινοπέταλα του κοντινού ομόρρου υπολογίζεται από τη σχέση

$$\boldsymbol{U}_w^{(N_{wake})} = \sum_{nb=1}^{N_{BLADE}} \sum_{nel=1}^{N_{STRIP}} \left(\boldsymbol{U}_{nb,nel}^{(bc)} + \boldsymbol{U}_{nb,nel}^{(cd)} + \boldsymbol{U}_{nb,nel}^{(da)} \right) \Gamma_{nb,nel}, \tag{4.68}$$

όπου $\boldsymbol{U}_{nb,nel}^{(bc)}$, $\boldsymbol{U}_{nb,nel}^{(cd)}$, $\boldsymbol{U}_{nb,nel}^{(da)}$ είναι οι ταχύτητες που επάγονται από κάθε διακριτό τμήμα του δινοσωλήνα, Σχήμα 4.4.

Η ταχύτητα που επάγεται από έναν κλειστό δακτύλιο στον ελεύθερο ομόρρου, Σχήμα 4.3, υπολογίζεται ως το άθροισμα των ταχυτήτων που επάγεται από κάθε πλευρά

$$\boldsymbol{U}_w^{(F_{wake})} = \boldsymbol{U}_{w,i}^{(AB)} + \boldsymbol{U}_{w,i}^{(BC)} + \boldsymbol{U}_{w,i}^{(CD)} + \boldsymbol{U}_{w,i}^{(DA)}. \tag{4.69}$$

Οι επιμέρους ποσότητες της επαγόμενης ταχύτητας υπολογίζονται από τις σχέσεις, όπου για την πλευρά (AB) είναι

$$\boldsymbol{U}_{w,i}^{(AB)} = \boldsymbol{U}_{nb,nel} \Gamma_{nb,nel}^{(t_m)}, \tag{4.70}$$

για την πλευρά (BC) είναι

$$\boldsymbol{U}_{w,i}^{(BC)} = \boldsymbol{U}_{nb,nel}\Gamma_{nb,nel}^{(t_m)}. \tag{4.71}$$

για την πλευρά (CD) είναι

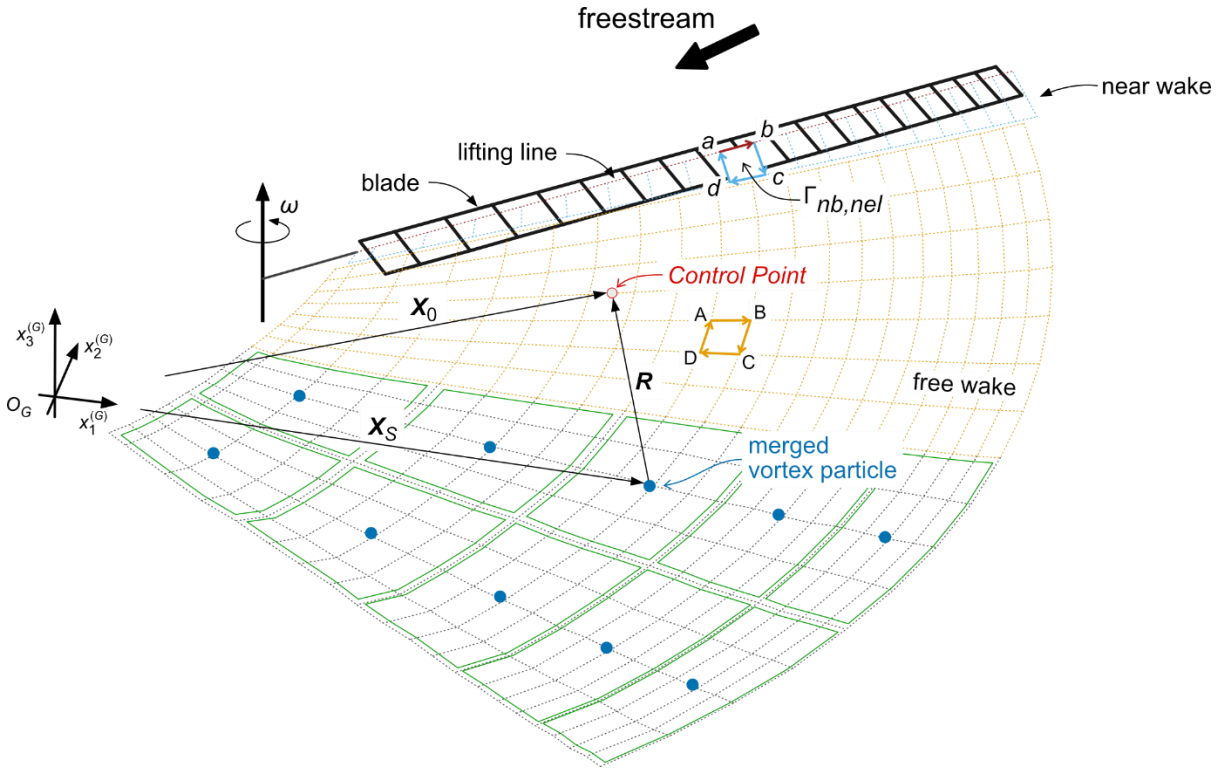
$$\boldsymbol{U}_{w,i}^{(BC)} = \boldsymbol{U}_{nb,nel}\left(\Gamma_{nb,nel}^{(t_m)} - \Gamma_{nb,nel}^{(t_m-1)}\right). \tag{4.72}$$

για την πλευρά (DA) είναι

$$\boldsymbol{U}_{w,i}^{(BC)} = \boldsymbol{U}_{nb,nel}\left(\Gamma_{nb,nel}^{(t_m)} - \Gamma_{nb,nel-1}^{(t_m)}\right). \tag{4.73}$$

Στα όρια του ελεύθερου ομόορρου, δηλαδή στην ρίζα και στην άκρη του πτερυγίου όπως και στο σύνορο με τον κοντινό ομόρρου, η επαγόμενη ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση

$$\boldsymbol{U}_{w,i}^{(AB)} = \boldsymbol{U}_{nb,nel}\Gamma_{nb,nel}^{(t_m)}. \tag{4.74}$$



Σχήμα 4.4 Υπολογισμός επαγόμενης ταχύτητας από τα στοιχεία στροβιλότητας σε ένα σημείο ελέγχου.

Ένα σωματίδιο στροβιλότητας, ως προς το γενικό σύστημα συντεταγμένων βρίσκεται στη θέση $\boldsymbol{X}_S$. Η απόσταση από ένα σημείο ελέγχου το οποίο βρίσκεται στη θέση $\boldsymbol{X}_0$ είναι

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{X}_0 - \boldsymbol{X}_S. \tag{4.75}$$

Η ταχύτητα που επάγεται από αυτό το σωματίδιο είναι

$$\boldsymbol{U}_{VP} = \frac{\boldsymbol{\Omega}_S \times \boldsymbol{R}}{4\pi|\boldsymbol{R}|} f. \tag{4.76}$$

Στην παραπάνω σχέση $\boldsymbol{\Omega}_S$ είναι η ένταση της στροβιλότητας η οποία για τα μεμονωμένα σωματίδια δίνεται από τη σχέση (4.56) και για τα ομαδοποιημένα από την (4.64). Η ποσότητα f υπολογίζεται από τη σχέση

$$f = \frac{1}{|\boldsymbol{R}|}. \tag{4.77}$$

Όταν όμως η απόσταση του σημείου ελέγχου από το σωματίδιο είναι πολύ μικρή, δηλαδή ισχύει $|\boldsymbol{R}| \leq 10^{-5}$, τότε η f υπολογίζεται από τη σχέση

$$f = \frac{1}{|\boldsymbol{R}|}\left[1 - \exp\left(-\frac{|\boldsymbol{R}|^3}{\varepsilon^3}\right)\right]. \tag{4.78}$$

Η ταχύτητα που επάγουν το σύνολο των σωματίδιων στροβιλότητας N_{vort} είναι

$$\boldsymbol{U}_w^{(particles)} = \sum_{nv=1}^{N_{vort}} \boldsymbol{U}_{VP}^{(nv)}. \tag{4.79}$$

5

Διορθώσεις στα δυναμικά φορτία (μη-συνεκτικά φορτία)

Οι διορθώσεις στα αεροδυναμικά φορτία που υπολογίζονται με τη θεωρία γραμμής άνωσης γίνονται με τη χρήση του μοντέλου ONERA. Το μοντέλο ONERA αναπτύχθηκε από τους Tran and Petot το 1981 [7] στο εθνικό κέντρο ερευνών της Γαλλίας, *Office National d'Etudes et de Recherches Aerospatiales*. Το ONERA είναι ένα ημιεμπειρικό αεροδυναμικό μοντέλο το οποίο προβλέπει τη *δυναμική απώλεια στήριξης* (dynamic stall) η οποία προκαλείται από μη-μόνιμες φορτίσεις σε μία αεροτομή. Το μοντέλο αυτό συντίθεται από δύο διαφορικές εξισώσεις. Το πρώτο μέρος αποτελείται από μία γραμμική αεροδυναμική εξίσωση που συνδέεται με τη μη-μόνιμη ελεύθερη ροή. Το δεύτερο μέρος αποτελείται από μία μη-γραμμική εξίσωση που συσχετίζεται με τις συνθήκες απώλειας στήριξης όταν $\alpha > \alpha_S$, όπου α_S είναι η γωνία απώλειας στήριξης σε ψευδομόνιμες συνθήκες.

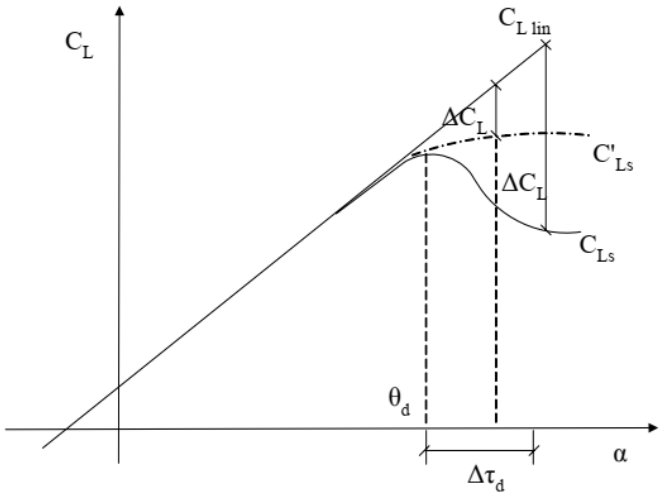
5.1 Δυναμική απώλεια στήριξης

Η δυναμική απώλεια στήριξης είναι ένα αεροδυναμικό μη-μόνιμο φαινόμενο το οποίο έχει μεγάλη επίδραση στην απόδοση του δρομέα του ελικοπτέρου, και συμβαίνει όταν η γωνία προσβολής της αεροτομής γίνει μεγαλύτερη από την στατική γωνία απώλειας στήριξης [8] με αποτέλεσμα τη δημιουργία άνισων δυνάμεων άνωσης. Με την κίνηση του ελικοπτέρου προς τα εμπρός το πτερύγιο του δρομέα μεταβαίνει από την περιοχή προχώρησης, όπου μετακινείται στη διεύθυνση κίνησης του ελικοπτέρου, στην περιοχή υποχώρησης, όπου μετακινείται αντίθετα από τη διεύθυνση κίνησης του ελικοπτέρου. Το φαινόμενο της δυναμικής απώλειας στήριξης παρατηρείται όταν το ελικόπτερο έχει μεγάλο ρυθμό προχώρησης και το πτερύγιο του δρομέα βρίσκεται στην πλευρά υποχώρησης (retreating blade). Στην περιοχή υποχώρησης, σε κάθε σημείο του πτερυγίου, η ταχύτητα του ελικοπτέρου αφαιρείται από την περιφερειακή ταχύτητα του πτερυγίου. Το αντίθετο συμβαίνει στην περιοχή προχώρησης (advancing blade) όπου η ταχύτητα του ελικοπτέρου αθροίζεται με την περιφερειακή ταχύτητα του πτερυγίου. Στην ταχύτητα με την οποία κινείται το πτερύγιο συμπεριλαμβάνεται και η ταχύτητα παραμόρφωσής του. Η άνωση, επειδή είναι ανάλογη του

τετραγώνου της ταχύτητας, είναι μεγαλύτερη στην περιοχή προχώρησης από ότι στην περιοχή υποχώρησης. Η άνιση κατανομή της άνωσης αντιμετωπίζεται με την μεταβολή της γωνίας βήματος του πτερυγίου.

Σε ένα στοιχειώδες τμήμα του πτερυγίου, όταν η γωνία υπερβεί τη στατική γωνία απώλειας στήριξης, παρατηρείται αντιστροφή της ροής στο οριακό στρώμα. Ακολουθεί ο διαχωρισμός της ροής από το εμπρόσθιο τμήμα της αεροτομής και στη συνέχεια η δημιουργία δίνης με αποτέλεσμα την απώλεια ροπής. Η δίνη μεταφέρεται επάνω από την αεροτομή, επάγοντας μεγαλύτερη άνωση και μεταφέροντας το κέντρο πίεσης προς τα πίσω. Όταν η δίνη φθάσει στο πίσω άκρο της αεροτομής, η ροή πάνω από την επάνω επιφάνεια της αεροτομής είναι πλήρως διαχωρισμένη. Το φαινόμενο αυτό χαρακτηρίζεται ως *απώλεια στήριξης*. Όταν η γωνία προσβολής γίνει αρκετά μικρή, η ροή προσκολλάται στην αεροτομή από εμπρός προς τα πίσω.

Για να προσομοιωθεί το χαρακτηριστικό της δυναμικής απώλειας στήριξης, η καμπύλη της στατικής άνωσης C_{Ls} μετασχηματίζεται στην καμπύλη C'_{Ls}, Σχήμα 5.1. Ο μετασχηματισμός ξεκινάει από το σημείο της μέγιστης στατικής τιμής άνωσης που αντιστοιχεί στη γωνία προσβολής θ_b και συνεχίζει για ένα χρονικό διάστημα $\Delta\tau_d$.



Σχήμα 5.1 Τροποποίηση της καμπύλης άνωσης για την μοντελοποίηση της καμπύλης υστέρησης της δυναμικής απώλειας άνωσης [9].

Η δυναμική απώλεια στήριξης μπορεί να μελετηθεί με την χρήση της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD). Επειδή όμως η επίλυση απαιτεί αρκετό υπολογιστικό χρόνο, έχουν αναπτυχθεί ημιεμπειρικά μοντέλα όπως το ONERA. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται το μοντέλο ONERA όπως περιγράφεται από τους Voutsinas and Riziotis [9] και Wang et al. 2016 [10].

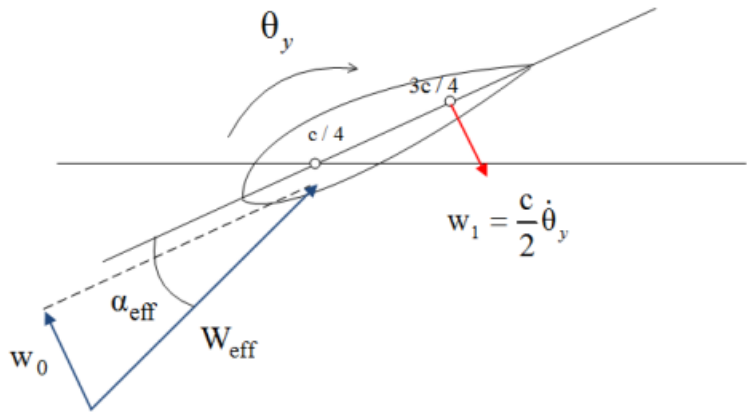
5.2 Το μοντέλο ONERA [9], [10]

Για το μοντέλο ONERA εξετάζεται μία αεροτομή η οποία μπορεί να στρέφεται με γωνία βήματος θ_y. Η στροφή αυτή πραγματοποιείται ως προς το αεροδυναμικό κέντρο που βρίσκεται σε απόσταση $c/4$ από το χείλος προσβολής (leading edge), Σχήμα 5.2. Για την ανάλυση εισάγονται δύο μεταβλητές ελέγχου η w_0, που είναι η συνιστώσα της πραγματικής ταχύτητας ροής και είναι κάθετη στη χορδή και η w_1, που είναι παράμετρος της ταχύτητας περιστροφής λόγω της στρέψης. Οι δύο αυτοί παράμετροι ορίζονται από τις σχέσεις

$$w_0 = W_{eff} \sin \alpha_{eff}, \tag{5.1}$$

$$w_1 = \frac{c}{2}\dot{\theta}_y, \tag{5.2}$$

όπου W_{eff} είναι η πραγματική ταχύτητα προσβολής της αεροτομής, α_{eff} είναι η πραγματική γωνία προσβολής, c το μήκος της χορδής και η τελεία στη $\dot{\theta}_y$ δηλώνει την παραγώγιση ως προς το χρόνο.



Σχήμα 5.2 Συνιστώσες της τοπικής ταχύτητας στην αεροτομή για το μοντέλο ONERA [10].

Στο μοντέλο ONERA οι φορτίσεις συντίθενται από δύο μέρη, το δυναμικό μέρος που σημειώνεται με τον αριθμό 1 και ένα πρόσθετο που σημειώνεται με τον αριθμό 2. Η δύναμη της άνωσης γράφεται στη μορφή

$$L = L_1 + L_2 = \underbrace{\frac{\rho c}{2}\left(W_{eff}\Gamma_{1L} + \frac{s^L c}{2}\dot{w}_0 + \frac{k^L c}{2}\dot{w}_1\right)}_{L_1} + \underbrace{\frac{\rho c}{2}W_{eff}\Gamma_{2L}}_{L_2}, \tag{5.3}$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού, οι παράμετροι s^L και k^L υπολογίζονται από τις σχέσεις

$$s^L = \pi + 5\pi[(1 - M^2)^{0.285} - 1],$$

$$k^L = \frac{\pi}{2} + 1.96\pi\left(\sqrt{1 - M^2} - 1\right),$$

και M είναι ο αριθμός Mach. Στην εξίσωση (5.3) οι κυκλοφορίες Γ_{1L} και Γ_{2L} ορίζουν την ανοδική δύναμη και είναι κανονικοποιημένες με το μισό της χορδής, $c/2$. Η Γ_{1L} αντιστοιχεί στην προσκολλημένη ροή (δυναμική ροή άνωσης), ενώ η Γ_{2L}αντιστοιχεί στη διόρθωση λόγω αποκόλλησης της ροής. Οι δύο ισοδύναμες παράμετροι κυκλοφορίας για τη δύναμη άνωσης Γ_{1L} και Γ_{2L} προσδιορίζονται από τη λύση των διαφορικών εξισώσεων 1ης και 2ης τάξης, αντίστοιχα,

$$\dot{\Gamma}_{1L} + \frac{\lambda^L}{\tau}\Gamma_{1L} = \frac{1}{2}\frac{\lambda^L}{\tau}\left(\frac{dC_L}{d\alpha}\right)_{lin} W_{eff}\sin\left[2\left(\alpha_{eff} - \alpha_0\right)\right] + \frac{\lambda^L}{\tau}\sigma^L w_1 + \left(\alpha^L\left(\frac{dC_L}{da}\right)_{lin} + d^L\right)\dot{w}_0 + \alpha^L\sigma^L\dot{w}_1, \tag{5.4}$$

$$\ddot{\Gamma}_{2L} + \frac{a^L}{\tau\dot{\Gamma}_{2L}} + r^L\frac{\Gamma_{2L}}{\tau^2} = -\left[\frac{r^L}{\tau^2}W_{eff}\,\Delta C_L + \frac{E^L}{\tau}\dot{w}_0\right], \tag{5.5}$$

όπου στην (5.4) α_0 είναι η γωνία προσβολής με μηδενική άνωση και οι παράμετροι λ^L, α^L, σ^L, d^L δίνονται από τις σχέσεις

$$\lambda^L = 0.17 - 0.13M, \qquad \alpha^L = 0.53 + 0.25\left(\sqrt{1 - M^2} - 1\right),$$

$$\sigma^L = 2\pi/\sqrt{1 - M^2}, \qquad d^L = \sigma_1^L|\Delta C_L|.$$

Για την (5.5) οι παράμετροι a^L, r^L και E^L δίνονται από τις σχέσεις

$$\sqrt{r^L} = r_0^L + r_2^L\Delta C_L^2, \qquad a^L = a_0^L + a_2^L\Delta C_L^2,$$

$$E^L = E_2^L\Delta C_L^2.$$

Στις σχέσεις (5.4) και (5.5), ο λόγος $(dC_L/d\alpha)_{lin}$ είναι η κλίση του γραμμικού μέρους της καμπύλης $C_L - \alpha$, και η ποσότητα ΔC_L είναι η διαφορά του ιξώδους συντελεστή άνωσης στην πραγματική μόνιμη κατάσταση από το "γραμμικό" μέρος της φαινόμενης γωνίας α_{eff}, Σχήμα 5.3. Στις σχέσεις (5.4) και (5.5) χρησιμοποιείται η χρονική παράμετρος τ η οποία είναι

$$\tau = \frac{c}{2W_{eff}}.$$

Οι σταθερές ποσότητες που εμπλέκονται στις παραπάνω παραμέτρους λαμβάνουν τις τιμές που δίνονται στον Πίνακα 5.1. Η δύναμη αντίστασης και η ροπή στρέψης σε ένα τμήμα του πτερυγίου εκφράζονται με αντίστοιχο τρόπο σύμφωνα με τις σχέσεις

$$D = D_1 + D_2 = \underbrace{\frac{\rho c}{2}\left(W_{eff}^2 C_{Dlin} + \frac{\sigma^D c}{2}\dot{w}_0\right)}_{D_1} + \underbrace{\frac{\rho c}{2}W_{eff}\Gamma_{2D}}_{D_2}, \tag{5.6}$$

$$M = M_1 + M_2 = \underbrace{\frac{\rho c^2}{2}\left(W_{eff}^2 C_{Mlin} + \frac{(\bar{\sigma}^M + d^M)c}{2}\dot{w}_0 + \sigma^M W_{eff} w_1 + \frac{s^M c}{2}\dot{w}_1\right)}_{M_1} + \underbrace{\frac{\rho c^2}{2} W_{eff}\Gamma_{2M}}_{M_2}. \tag{5.7}$$

Όμοια με την κυκλοφορία Γ_{2L}, οι Γ_{2D} και Γ_{2M} είναι δύο ισοδύναμες συνιστώσες κυκλοφορίας για τον υπολογισμό της διόρθωσης λόγω της αποκόλλησης της ροής από την αντίσταση και ροπή περιστροφής, αντίστοιχα. Οι ισοδύναμοι παράμετροι κυκλοφορίας για τη δύναμη αντίστασης Γ_{2D} και ροπή πρόνευσης Γ_{2M} προκύπτουν από τις λύσης των δύο διαφορικών εξισώσεων δεύτερης τάξης

$$\ddot{\Gamma}_{2D} + \frac{\alpha^D}{\tau}\dot{\Gamma}_{2D} + r^D\frac{\Gamma_{2D}}{\tau^2} = -\left[\frac{r^D}{\tau^2}W_{eff}\,\Delta C_D + \frac{E^D}{\tau}\dot{w}_0\right], \tag{5.8}$$

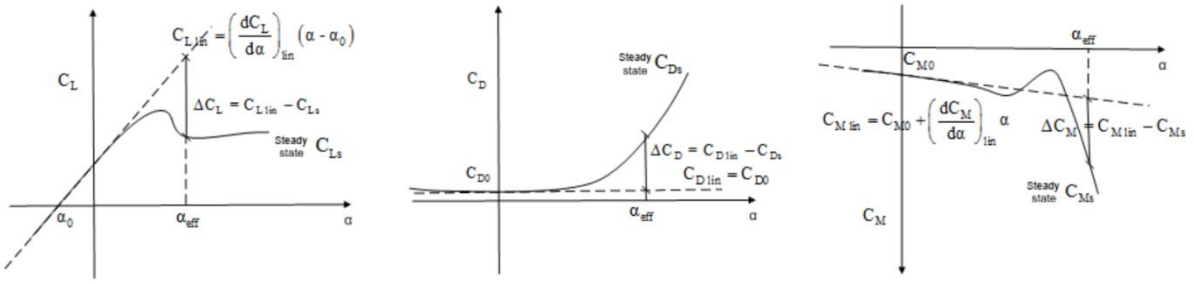
$$\ddot{\Gamma}_{2M} + \frac{\alpha^D}{\tau}\dot{\Gamma}_{2M} + r^M\frac{\Gamma_{2M}}{\tau^2} = -\left[\frac{r^M}{\tau^2}W_{eff}(\Delta C_M) + \frac{E^M}{\tau}\dot{w}_0\right]. \tag{5.9}$$

Οι C_{Dlin} και C_{Mlin} είναι το γραμμικό μέρος των συντελεστών αντίστασης και ροπής, όπως δείχνεται στο Σχήμα 5.3. Οι παράμετροι του μοντέλου r^l, a^l και E^l $(l = D, M)$ είναι

$$\sqrt{r^l} = r_0^l + r_2^l\Delta C_L^2, \qquad \alpha^l = \alpha_0^l + \alpha_2^l\Delta C_L^2,$$

$$E^l = E_2^l\Delta C_L^2.$$

Στις σχέσεις (5.8) και (5.9), οι ΔC_D και ΔC_M είναι διαφορές του ιξώδους συντελεστή αντίστασης και ροπής, αντίστοιχα, στην πραγματική μόνιμη κατάσταση από το "γραμμικό" μέρος της πραγματικής γωνίας α_{eff}, Σχήμα 5.3. Η συμπιεστότητα της ροής λαμβάνεται υπόψιν μέσω της έκφρασης των παραμέτρων ως συναρτήσεις του τοπικού αριθμού Mach της ροής ο οποίος υπολογίζεται από την πραγματική ταχύτητα W_{eff}.



Σχήμα 5.3 Στατικές παράμετροι που εξαρτώνται από το μοντέλο ONERA, [10]

Στις σχέσεις (5.6) και (5.7) οι παράμετροι του μοντέλου σ^D, $\bar{\sigma}^M$, d^M, s^M και σ^M υπολογίζονται από τις σχέσεις

$$\sigma^D = \sigma_0^D \alpha_{eff} + \sigma_1^D |\Delta C_L|,$$

$$\bar{\sigma}^M = -\frac{\pi}{4}[1 + 1.4M^2],$$

$$d^M = \sigma_1^M |\Delta C_L|,$$

$$s^M = -\frac{3\pi}{16}\left[-1.26 - 1.53\tan^{-1}\big(15(M - 0.7)\big)\right],$$

$$\sigma_0^M + s^M = -\frac{\pi}{2}[1 + 1.4M^2],$$

$$\sigma^M = \sigma_0^M + \sigma_1^M |\Delta C_L|.$$

Οι σταθερές ποσότητες που εμπλέκονται στις παραπάνω παραμέτρους λαμβάνουν τις τιμές που δίνονται στον Πίνακα 5.2.

Πίνακας 5.1 Εύρος των σταθερών τιμών που εμπλέκονται στις μεταβλητές των σχέσεων (5.4) και (5.5), [9]

Δύναμη άνωσης	
$\sigma_1^L = 0.00 \div -0.15$	
$r_0^L = 0.10 \div 0.40$	$r_2^L = 0.00 \div 0.50$
$a_0^L = 0.10 \div 0.40$	$a_2^L = 0.00 \div 0.60$
$E_2^L = (0.00 \div -0.20)\frac{180}{\pi}$	

Πίνακας 5.2 Εύρος των σταθερών τιμών που εμπλέκονται στις μεταβλητές των σχέσεων (5.6) και (5.7), [9]

Δύναμη αντίστασης		*Ροπή πρόνευσης*	
$\sigma_0^D = 0.000 \div 0.003$	$\sigma_1^D = 0.000 \div 0.003$	$\sigma_0^M = -0.0017$	$\sigma_1^M = 0.00 \div 0.15$
$r_0^D = 0.10 \div 0.40$	$r_2^D = 0.00 \div 0.50$	$r_0^M = 0.10 \div 0.40$	$r_2^M = 0.00 \div 0.50$
$a_0^D = 0.10 \div 0.50$	$a_2^D = 0.00 \div 0.60$	$a_0^M = 0.10 \div 0.40$	$a_2^M = 0.00 \div 0.60$
$E_2^D = 0.00 \div -0.05$		$E_2^M = 0.00 \div 0.60$	

6

Εφαρμογή της θεωρίας γραμμής άνωσης

Η θεωρία γραμμής άνωσης που περιγράφηκε στα Κεφάλαια 3 και 4 εφαρμόζεται για την περίπτωση της ευθείας πτήσης. Η γεωμετρία του κύριου δρομέα που χρησιμοποιείται προέρχεται από τον κύριο δρομέα του ελικοπτέρου BO-105 σε κλίμακα 1:2.5. Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκε ο υπολογιστικός κώδικας που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ.

Για την αεροδυναμική ανάλυση ήταν απαραίτητη η εξισορρόπηση του δρομέα για τις συγκεκριμένες συνθήκες πτήσης. Η εξισορρόπηση έγινε χρησιμοποιώντας τον υπολογιστικό κώδικα GenUVP, ο οποίος αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ. Με τον ίδιο υπολογιστικό κώδικα υπολογίσθηκαν τα αεροδυναμικά φορτία προκειμένου να συγκριθούν με τα αντίστοιχα που παράγονται από τη θεωρία γραμμής άνωσης.

6.1 Χαρακτηριστικά ελικοπτέρου

Ο κύριος δρομέας του BO-105 αποτελείται από 4 πτερύγια και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του είναι $\omega = 109.9557\ \mathrm{rad/s}$. Τα πτερύγια του κύριου δρομέα έχουν σταθερό μήκος χορδής και η αεροτομή είναι NACA 23012. Τα χαρακτηριστικά της γεωμετρίας του πτερυγίου δίνονται στον Πίνακα 6.1. Ο αέρας θεωρείται ασυμπίεστο και μη συνεκτικό μέσο με πυκνότητα $\rho = 1.207\ \mathrm{kg/m^3}$ με την ταχύτητα του ήχου να είναι $s = 340\ \mathrm{m/s}$.

Πίνακας 6.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά πτερυγίου κύριου δρομέα

ακτίνα ιστού	$R_{hub} = 0.44\ \mathrm{m}$
ακτίνα ρίζας πτερυγίου	$R_{root} = 0.48\ \mathrm{m}$
ακτίνα ακροπτερυγίου	$R_{tip} = 2.00\ \mathrm{m}$
μήκος χορδής	$c = 0.121\ \mathrm{m}$
διακριτοποίηση πτερυγίου	$N_{strip} = 20$

6.2 Εξισορρόπηση κύριου δρομέα ελικοπτέρου

Η εξισορρόπηση του κύριου δρομέα έγινε με τη χρήση του υπολογιστικού κώδικα GenUVP. Στον κώδικα GenUVP χρησιμοποιείται ελεγκτής αναλογικής και ολοκληρωτικής συνιστώσας (PI-controller) ο οποίος περιγράφεται από τη συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{c(s)} = K_p + \frac{K_I}{s}, \tag{6.10}$$

όπου K_p είναι το κέρδος της αναλογικής συνιστώσας και K_I είναι το κέρδος του ολοκληρωτή. Η έξοδος του ελεγκτή στο πεδίο του χρόνου δίνεται με την εξίσωση

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau, \tag{6.11}$$

όπου $e(\tau)$ είναι το σφάλμα.

Στην εξισορρόπηση του δρομέα η έξοδος είναι οι παράμετροι της γωνίας βήματος του πτερυγίου, οι οποίες είναι οι γωνίες θ, θ_c, θ_s. Συνεπώς η έξοδος του ελεγκτή σε μητρωϊκή μορφή γράφεται

$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{bmatrix} \theta \\ \theta_c \\ \theta_s \end{bmatrix}. \tag{6.12}$$

Με τα στοιχεία εξόδου από τον ελεγκτή υπολογίζονται τα αεροδυναμικά φορτία που εφαρμόζονται στο κέντρο μάζας του ελικοπτέρου, τα οποία είναι η ορθή δύναμη $F_z^{(G)}$ και οι συνιστώσες των ροπών $M_x^{(G)}$ και $M_y^{(G)}$. Το ελικόπτερο για να ισορροπεί είναι απαραίτητο για τις συνιστώσες των συνολικών ροπών να ισχύει $Mt_x^{(G)} = Mt_y^{(G)} = Mt_z^{(G)} = 0$ και η παραγόμενη ώση να είναι ίση με το βάρος του ελικοπτέρου, δηλαδή $T = 3680\,N$. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, όπου μελετάται μόνο η λειτουργία του κύριου δρομέα, η συνιστώσας της ροπής στη διεύθυνση z, $Mt_z^{(G)}$ είναι διάφορη του μηδενός. Η συνιστώσα αυτή θα μηδενισθεί από τη λειτουργία του ουραίου δρομέα. Η διαφορά των μεγεθών που ορίζονται ως στόχος με τα υπολογιζόμενα μεγέθη ορίζει το σφάλμα το οποίο σε μητρωϊκή μορφή γράφεται

$$\boldsymbol{e}(t) = \begin{bmatrix} -F_z^{(G)} + T \\ -M_x^{(G)} + Mt_x^{(G)} \\ M_y^{(G)} - Mt_y^{(G)} \end{bmatrix}. \tag{6.13}$$

Τα μητρώα κέρδους για την αναλογική συνιστώσα και τον ολοκληρωτή είναι αντίστοιχα

$$\boldsymbol{K}_p = 10^{-4}\begin{bmatrix} T_{C0} & 0 & 0 \\ 0 & T_{C0} & 0 \\ 0 & 0 & T_{C0} \end{bmatrix}, \tag{6.14}$$

$$\boldsymbol{K}_I = 10^{-4}\begin{bmatrix} T_{C1} & 0 & 0 \\ 0 & T_{C2} & 10^{-1}T_{C2} \\ 0 & 10^{-1}T_{C3} & T_{C3} \end{bmatrix}, \tag{6.15}$$

όπου οι συντελεστές T_{C0}, T_{C1}, T_{C2}, T_{C3} είναι σταθερές οι οποίες εκτιμήθηκαν μετά από δοκιμές και δίνονται στον Πίνακα 6.2. Η σχέση (6.11) για τις τιμές εξόδου από τον ελεγκτή-PI σε μητρωική μορφή μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\boldsymbol{u}^{new}(t) = \boldsymbol{u}^{old}(t) + \boldsymbol{D}_{VAR}\frac{180}{\pi}. \tag{6.16}$$

Για τα στοιχεία του διανύσματος $\boldsymbol{D}_{VAR}$ εισάγεται ο περιορισμός ώστε η διαφορά της νέας από την παλαιά τιμή να μην ξεπερνά τις $0.25°$. Συνεπώς

$$D_{VAR_i} = \frac{D_{V_i}}{|D_{V_i}|}\min\left(|D_{V_i}|, \frac{1}{4}\frac{\pi}{180}\right), \tag{6.17}$$

όπου

$$D_{V_i} = \sum_{j=1}^{3} K_{p_{i,j}}\left(e_j - e_{0_j}\right) + \frac{1}{2}K_{I_{i,j}}\left(e_j - e_{0_j}\right)dt. \tag{6.18}$$

Στην (6.18) e_{0_j} είναι οι τιμές του σφάλματος από το προηγούμενο χρονικό βήμα και dt το χρονικό βήμα. Το συνολικό σφάλμα υπολογίζεται από την εξίσωση

$$e = |\boldsymbol{e}| = \sqrt{e^2(1) + e^2(2) + e^2(3)}. \tag{6.19}$$

Πίνακας 6.2 Οι τιμές των παραμέτρων στα μητρώα των Κερδών.

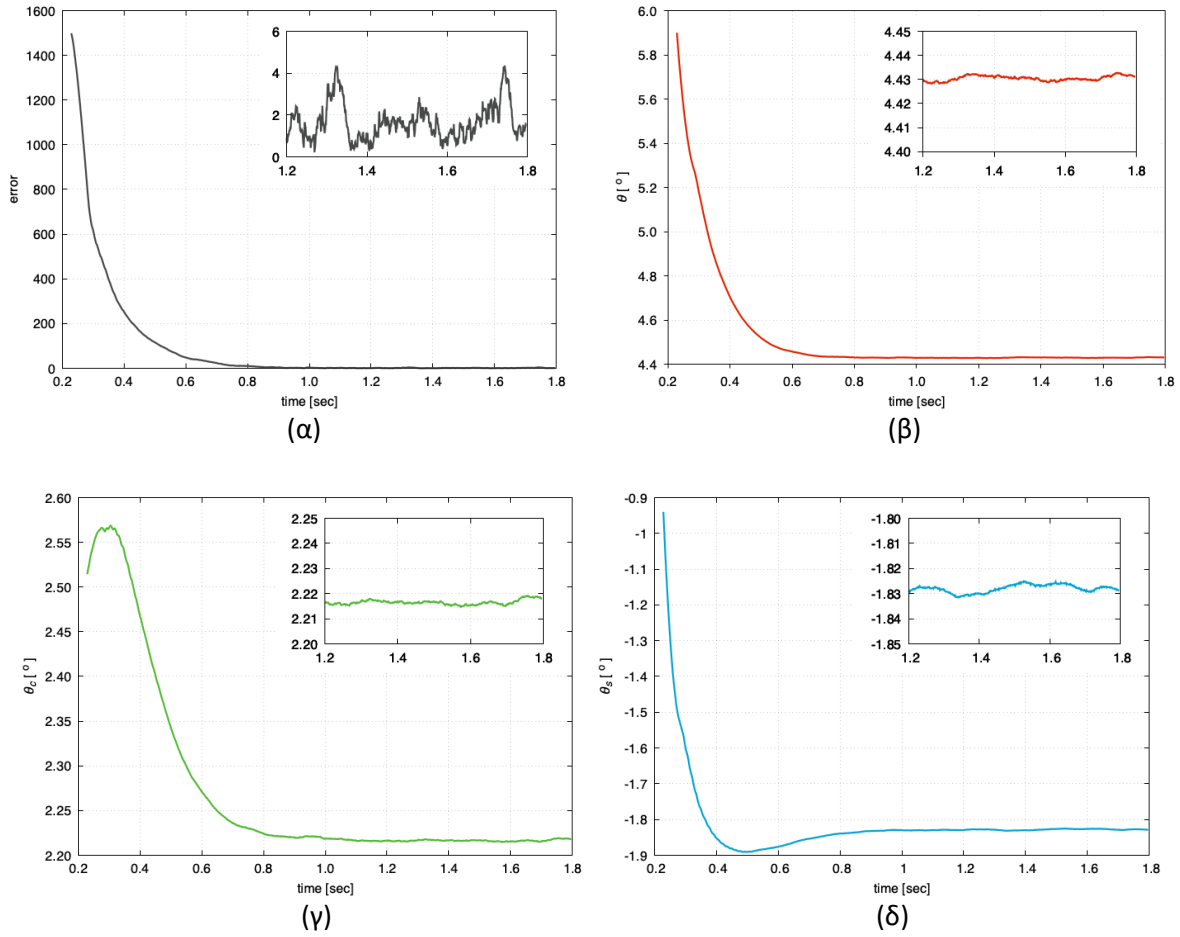
T_{C0}	1.0
T_{C1}	3.0
T_{C2}	5.0
T_{C3}	3.0

Η εξισορρόπηση πραγματοποιήθηκε για ένα εύρος ταχυτήτων πτήσης από 25 έως 50 m/s. Ως δεδομένα εισόδου χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές των παραμέτρων από το αεροελαστικό μοντέλο για το ελικόπτερο BO-105, Πίνακας 6.3, [11]. Οι γωνίες πρόνευσης και διατοιχισμού του δρομέα δεν

επαναϋπολογίσθηκαν. Στο Σχήμα 6.1 δίνονται ενδεικτικά τα αποτελέσματα για ταχύτητα πτήσης $25\ \mathrm{m/s}$. Τα αποτελέσματα περιλαμβάνουν τη μεταβολή του σφάλματος συναρτήσει του χρόνου και τους συντελεστές για τον υπολογισμό της γωνίας βήματος των πτερυγίων, θ_0, θ_c, θ_s. Όταν η τιμή του σφάλματος συγκλίνει στην τιμή 0, θεωρείται ότι η εξισορρόπηση έχει ολοκληρωθεί.

Πίνακας 6.3 Τα δεδομένα εισόδου για την αντιστάθμιση του δρομέα [22]

ταχύτητα πτήσης [m/s]	**κλήση πτερυγίου**			**κλήση δρομέα**		**ώση**
	θ_0	θ_c	θ_s	roll	pitch	[N]
25	5.86	2.25	-0.78	0.813	2.050	3627
30	5.81	1.97	-1.03	0.652	1.518	3720
35	5.91	1.68	-1.32	0.171	0.701	3727
40	6.01	1.40	-1.61	-0.324	-0.124	3734
45	6.58	1.21	-2.13	-1.503	1.303	3747
50	7.14	1.02	-2.65	-2.682	-2.482	3760

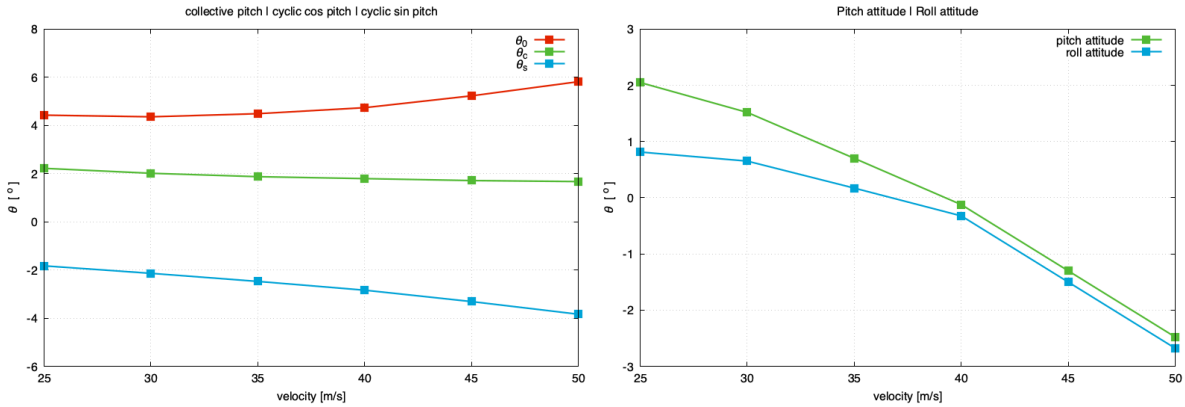


Σχήμα 6.1 Οι τιμές (α) της μεταβολής του σφάλματος και των συντελεστών της γωνίας κλήσης των πτερυγίων (β) θ, (γ) θ_c, (δ) θ_s κατά την εξισορρόπηση του ελικοπτέρου για ταχύτητα πτήσης $25\ m/s$.

Για το σύνολο των ταχυτήτων πτήσεως τα αποτελέσματα από την εξισορρόπηση δίνονται στον Πίνακα 6.4. Η μεταβολή των μεγεθών του Πίνακα 6.4 ως συνάρτηση της ταχύτητας πτήσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.2.

Πίνακας 6.4 Οι τιμές των συντελεστών για τη γωνία κλήσης των πτερυγίων θ_0, θ_c, θ_s ως συνάρτηση της ταχύτητας πτήσης

ταχύτητα πτήσης [m/s]	**κλήση πτερυγίου**		
	θ_0	θ_c	θ_s
25	4.430	2.220	-1.830
30	4.359	2.015	-2.141
35	4.490	1.874	-2.476
40	4.739	1.793	-2.840
45	5.231	1.712	-3.314
50	5.820	1.670	-3.840



(α) (β)

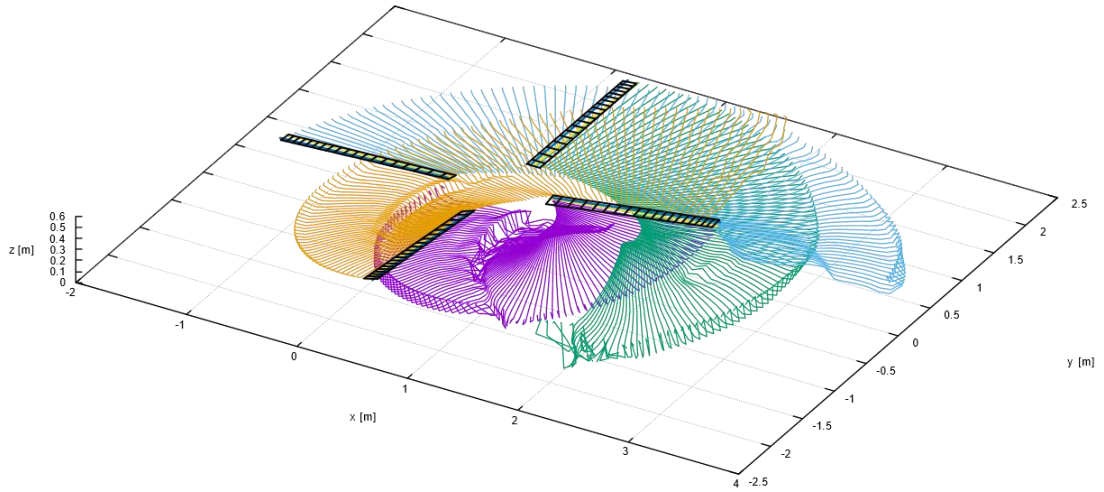
Σχήμα 6.2 (α) Οι παράμετροι της γωνίας βήματος του πτερυγίου και (β) οι τιμές των γωνιών διατοιχισμού και πρόνευσης του δρομέα.

6.3 Έλεγχος αριθμητικών παραμέτρων ομόρρου

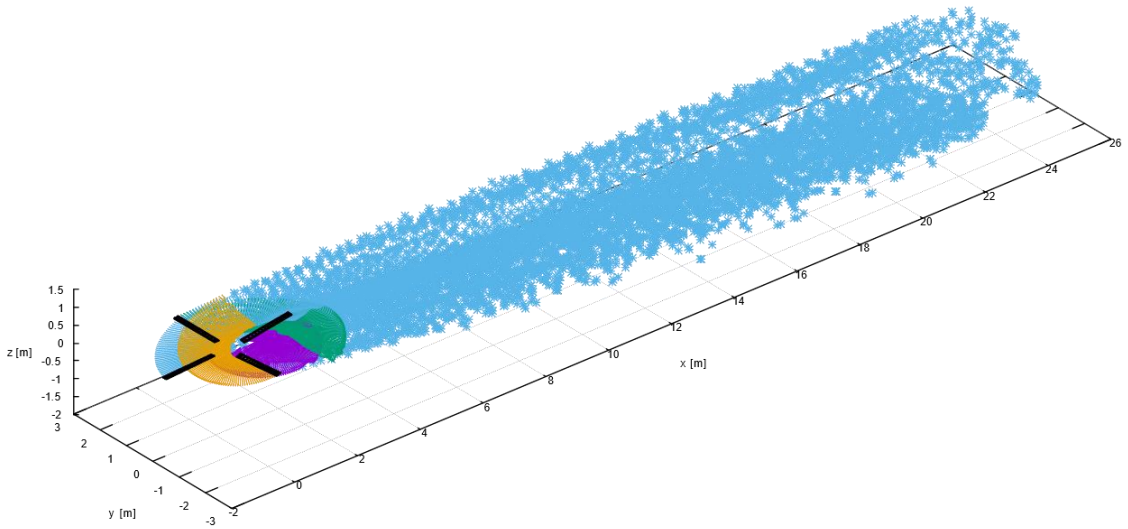
Η θεωρία γραμμής άνωσης εφαρμόζεται για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων όταν η ταχύτητα πτήσης του ελικοπτέρου είναι $50\ \mathrm{m/s}$. Για την επιλεγμένη ταχύτητα πτήσης διερευνάται η ακρίβεια της μεθόδου όταν στον ελεύθερο ομόρρου τα σωματίδια στροβιλότητας ομαδοποιηθούν. Αρχικά αποκτώνται τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στον κύριο δρομέα όταν στον ελεύθερο ομόρρου οι κλειστοί δινοσωλήνες αντικατασταθούν από σωματίδια στροβιλότητας (single particles). Η επίλυση ολοκληρώνεται μετά από 900 χρονικά βήματα όπου το χρονικό βήμα είναι $dt = 3.1746\ e\text{-}4$ sec. Το χρονικό βήμα αντιστοιχεί σε στροφή του δρομέα $2°$ ενώ το σύνολο των χρονικών βημάτων σε 5 πλήρεις περιστροφές. Τα σωματίδια στροβιλότητας σχηματίζονται μετά από 90 χρονικά βήματα, δηλαδή μετά από στροφή του δρομέα $180°$. Η μορφή του ελεύθερου ομόρρου

δείχνεται στο Σχήμα 6.3 και η κατανομή των σωματιδίων στροβιλότητας στο χώρο μετά την ολοκλήρωση της επίλυσης φαίνεται στο Σχήμα 6.4.

Το ίδιο πρόβλημα επιλύεται, όμως τα σωματίδια στροβιλότητας ομαδοποιούνται (merged particles) ανά 4 χρονικά και ανά 4 χωρικά επίπεδα. Στην περίπτωση αυτή, οι υπολογισμοί ολοκληρώθηκαν μετά από 1440 χρονικά βήματα, δηλαδή 8 πλήρεις περιστροφές.



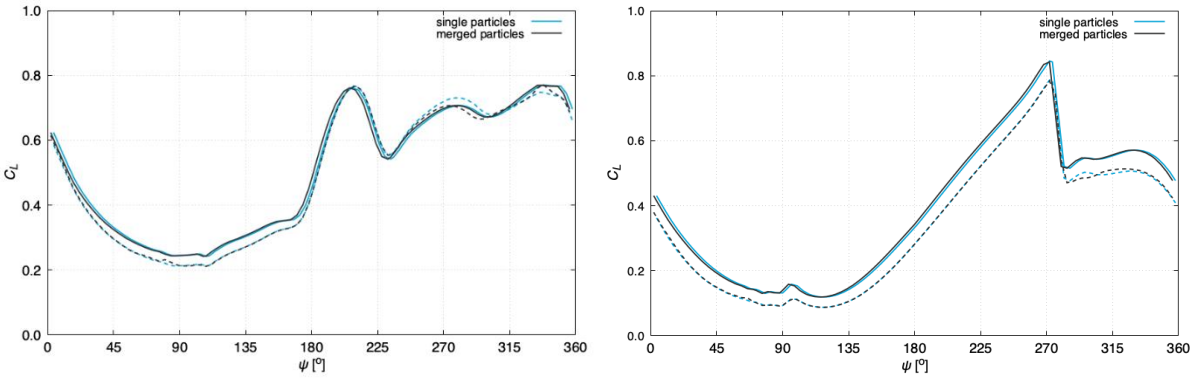
Σχήμα 6.3 Η μορφή του ελεύθερου ομόρρου που παράγεται από την κίνηση του δρομέα με ταχύτητα πτήσης $50\ m/s$.



Σχήμα 6.4 Η μορφή του ελεύθερου ομόρρου με τα σωματίδια στροβιλότητας που παράγονται από την κίνηση του δρομέα με ταχύτητα πτήσης $50\ m/s$.

Στο Σχήμα 6.5 παρουσιάζεται η μεταβολή του συντελεστή άνωσης C_L συναρτήσει της αζιμουθιακής γωνίας στις θέσεις $R_1 = 1.259$ m και $\mathrm{R}_2 = 1.874$ m. Η θέση R_1 αντιστοιχεί στο μέσο περίπου του πτερυγίου ενώ η θέση R_2 είναι πολύ κοντά στο ακροπτερύγιο. Στα διαγράμματα αυτά, η πλευρά υποχώρησης ξεκινάει από την αζιμουθιακή θέση $\psi = 90°$ έως τη θέση $\psi = 270°$. Στο Σχήμα 6.5(α) δείχνεται ότι ο συντελεστής άνωσης, σε μία θέση κοντά στο μέσο του πτερυγίου, λαμβάνει μεγάλες

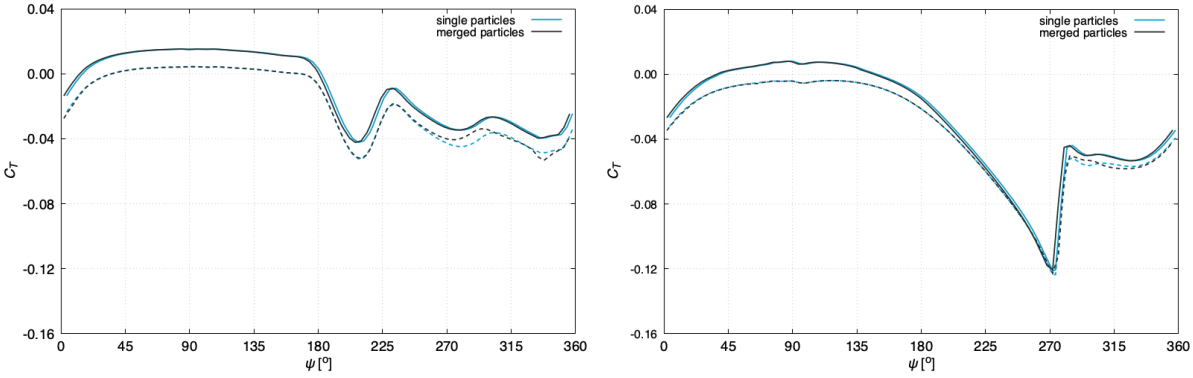
τιμές από την αζιμουθιακή θέση $\psi = 180°$ έως τη θέση $360°$. Κοντά στο ακροπτερύγιο ο συντελεστής άνωσης, στην περιοχή υποχώρησης, συνεχώς αυξάνεται λαμβάνοντας τη μέγιστη τιμή κοντά στις $270°$, Σχήμα 6.5(β). Μετά από αυτή την τιμή παρατηρείται απότομη πτώση. Στα δύο γραφήματα αποτυπώνεται η διόρθωση που έχει γίνει με το μοντέλο δυναμικής απώλειας άνωσης ONERA.



(α) (β)

Σχήμα 6.5 Η μεταβολή του συντελεστή άνωσης C_L συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης (α) στη θέση $R_1 = 1.259\ m$ και (β) στη θέση $R_2 = 1.874\ m$. Με διακεκομμένη γραμμή δίνεται ο δυναμικός συντελεστής άνωσης και με συμπαγής έπειτα από τη διόρθωση με το μοντέλο ONERA.

Στο Σχήμα 6.6 παρουσιάζεται ο συντελεστής των εφαπτομενικών δυνάμεων. Κοντά στη μέση του πτερυγίου, Σχήμα 6.6(α), και στην περιοχή από τη θέση των $45°$ έως τη θέση των $180°$ ο συντελεστής είναι σχεδόν σταθερός και έχει τη μεγαλύτερη τιμή. Στο ακροπτερύγιο στη θέση $270°$ όπου ο συντελεστής άνωσης παρουσιάζει μέγιστο, ο συντελεστής των εφαπτομενικών δυνάμεων έχει τη μικρότερη τιμή. Επίσης, οι μεγαλύτερες θετικές τιμές παρατηρούνται στην περιοχή από $45°$ έως $135°$.

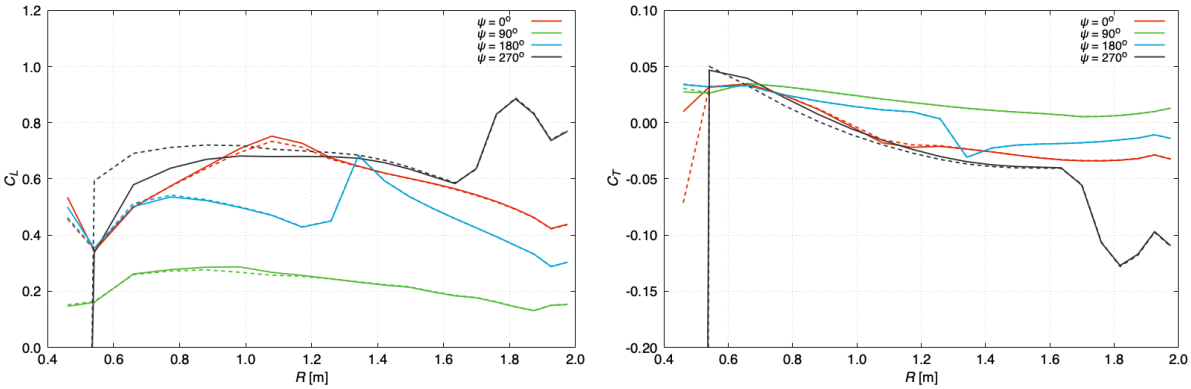


(α) (β)

Σχήμα 6.6 Η μεταβολή του συντελεστή των εφαπτομενικών δυνάμεων C_T συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης (α) στη θέση $R = 1.259\ m$ και (β) στη θέση $R = 1.874\ m$. Με διακεκομμένη γραμμή δίνεται ο δυναμικός συντελεστής άνωσης και με συμπαγής έπειτα από τη διόρθωση με το μοντέλο ONERA.

Η μεταβολή του συντελεστή άνωσης C_L και του συντελεστή των εφαπτομενικών δυνάμεων C_T σε όλο το μήκος του πτερυγίου αποτυπώνεται στο Σχήμα 6.7. Στα συγκεκριμένα γραφήματα παρουσιάζεται η μεταβολή των συντελεστών σε τέσσερεις αζιμουθιακές θέσεις του πτερυγίου: $0°$, $90°$, $180°$ και

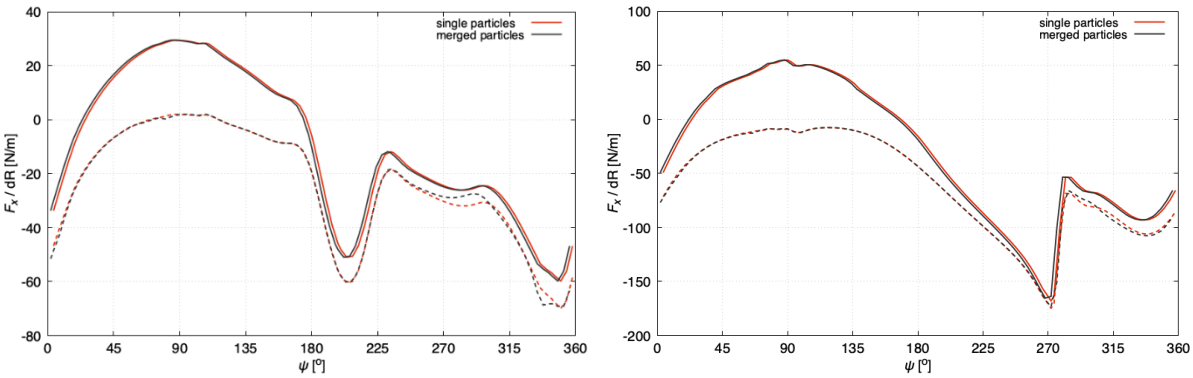
$270°$. Με διακεκομμένη γραμμή είναι τα αποτελέσματα από τη θεωρία γραμμής άνωσης και με συμπαγή γραμμή έπειτα από τη διόρθωση με το μοντέλο ONERA.



(α) (β)

Σχήμα 6.7 Η μεταβολή (α) του συντελεστή άνωσης C_L και (β) του συντελεστή C_T σε όλο το μήκος του πτερυγίου. Με διακεκομμένη γραμμή δίνεται ο δυναμικός συντελεστής άνωσης και με συμπαγής έπειτα από τη διόρθωση με το μοντέλο ONERA.

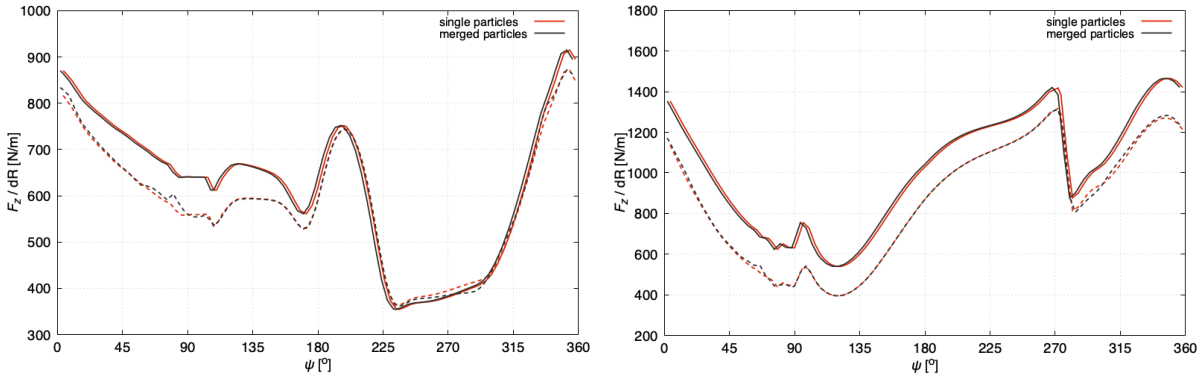
Για τις θέσεις R_1 και R_2, όπου παρουσιάσθηκε η μεταβολή των συντελεστών C_L και C_T, δείχνεται η μεταβολή της κατανομής των δυνάμεων ανά μονάδα πλάτους F_x/dR και F_z/dR συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης, Σχήμα 6.8 και Σχήμα 6.9, αντίστοιχα. Η μορφή των καμπυλών για την πλευρική δύναμη F_x/dR προσεγγίζει αρκετά αυτή του συντελεστή C_T, και παρουσιάζονται στις ίδιες αζιμουθιακές θέσεις η μέγιστη και ελάχιστη τιμή. Αντίθετα, για την κατανομή της δύναμης F_z/dR παρατηρείται ότι αυξάνεται από τη θέση $\psi = 270°$ λαμβάνοντας τη μεγαλύτερη τιμή στη θέση $\psi = 360°$. Η περιοχή αυτή αντιστοιχεί στην περιοχή προχώρησης του πτερυγίου. Μετά τις $360°$ η τιμή της δύναμης μειώνεται συνεχώς. Στη θέση R_1 του πτερυγίου και στην αζιμουθιακή θέση κοντά στις $180°$ παρουσιάζεται απότομη αύξηση και στη συνέχεια μία απότομη μείωση της δύναμης. Στη θέση αυτή μεταβαίνει το πτερύγιο από την προχώρησης στην περιοχή υποχώρησης. Στο ακροπτερύγιο η τιμή της F_z/dR στην αζιμουθιακή θέση περίπου στις $270°$ παρουσιάζει απότομη μείωση της τιμής της.



(α) (β)

Σχήμα 6.8 Η μεταβολή της κατανομής της δύναμης F_x/dR_i σε κάθε στοιχειώδες τμήμα του πτερυγίου, (α) στη θέση $R_1 = 1.259\ m$ και (β) στη θέση $R_2 = 1.874\ m$. Με διακεκομμένη γραμμή δίνεται ο δυναμικός συντελεστής άνωσης και με συμπαγής έπειτα από τη διόρθωση με το μοντέλο ONERA.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα από τα μεμονωμένα και τα ομαδοποιημένα σωματίδια, διαπιστώνεται ότι δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές, τόσο στους συντελεστές των δυνάμεων όσο και στις δυνάμεις. Το γεγονός αυτό καθιστά την επιλογή της ομαδοποίησης των σωματιδίων αξιόπιστη.



(α) (β)

Σχήμα 6.9 Η μεταβολή της κατανομής της δύναμης F_z/dR_i σε κάθε στοιχειώδες τμήμα του πτερυγίου, (α) στη θέση $R_1 = 1.259\ m$ και (β) στη θέση $R_2 = 1.874\ m$. Με διακεκομμένη γραμμή δίνεται ο δυναμικός συντελεστής άνωσης και με συμπαγής έπειτα από τη διόρθωση με το μοντέλο ONERA.

6.4 Σύγκριση μεθόδου πλαισίων με θεωρία γραμμή άνωσης

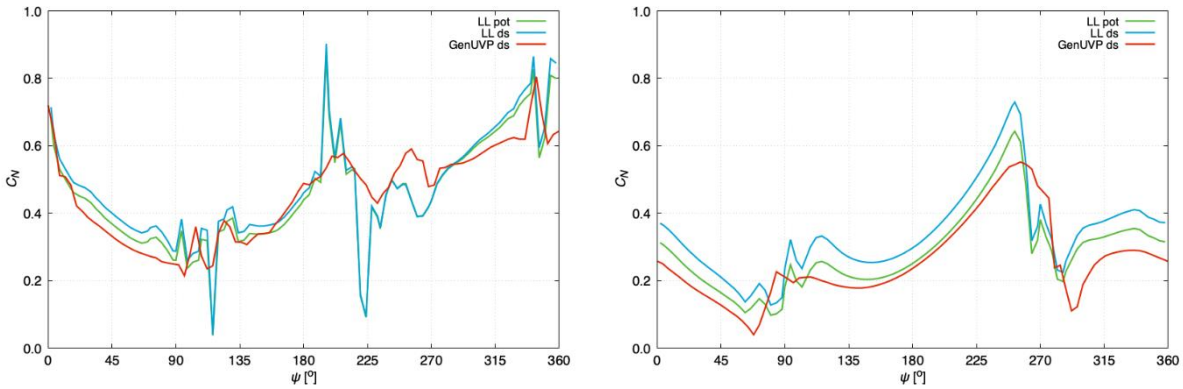
Στην προηγούμενη παράγραφο αποδείχθηκε ότι η ομαδοποίηση των σωματιδίων στροβιλότητας δεν αλλοιώνει τα αποτελέσματα από την αεροδυναμική ανάλυση του δρομέα. Έχει όμως αρκετά μεγάλη σημασία για την αξιοπιστία του υπολογιστικού κώδικα γραμμής άνωσης, να διαπιστωθεί ότι τα αποτελέσματα είναι συγκρίσιμα με αυτά που προκύπτουν από άλλες μεθόδους. Για το λόγο αυτό τα αποτελέσματα από την αεροδυναμική ανάλυση με τον υπολογιστικό κώδικα γραμμής άνωσης συγκρίνονται με αυτά του κώδικα GenUVP. Εξετάζεται η περίπτωση της ευθείας πτήσης του ελικοπτέρου με ταχύτητες πτήσης από $25\ \mathrm{m}/s$ έως $50\ \mathrm{m}/s$.

Για την αποτύπωση της φόρτισης του πτερυγίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του, έχουν επιλεχθεί δύο θέσεις, μία κοντά στο μέσο του πτερυγίου και μία κοντά στο ακροπτερύγιο. Επειδή η διακριτοποίηση του πτερυγίου στον υπολογιστικό κώδικα του *Lifting Line* είναι διαφορετική από αυτήν στον κώδικα του *GenUVP*, η ενδιάμεση θέση του πτερυγίου για τον κώδικα του *Lifting Line* είναι $R_1^{(LL)} = 1.259\ \mathrm{m}$ και για τον κώδικα του GenUVP είναι $R_1^{(GenUVP)} = 1.260\ \mathrm{m}$. Αντίστοιχα οι θέσεις κοντά στο ακροπτερύγιο είναι $R_2^{(LL)} = 1.874\ \mathrm{m}$ και $R_2^{(GenUVP)} = 1.885\ \mathrm{m}$.

Για τον κώδικα του *Lifting Line* παρουσιάζονται τα μεγέθη από τη δυναμική επίλυση (potential) όπως επίσης και της δυναμικής απώλειας στήριξης (dynamic stall). Από τον κώδικα του *GenUVP* παρουσιάζονται μόνο τα αποτελέσματα από την επίλυση της δυναμικής απώλειας στήριξης.

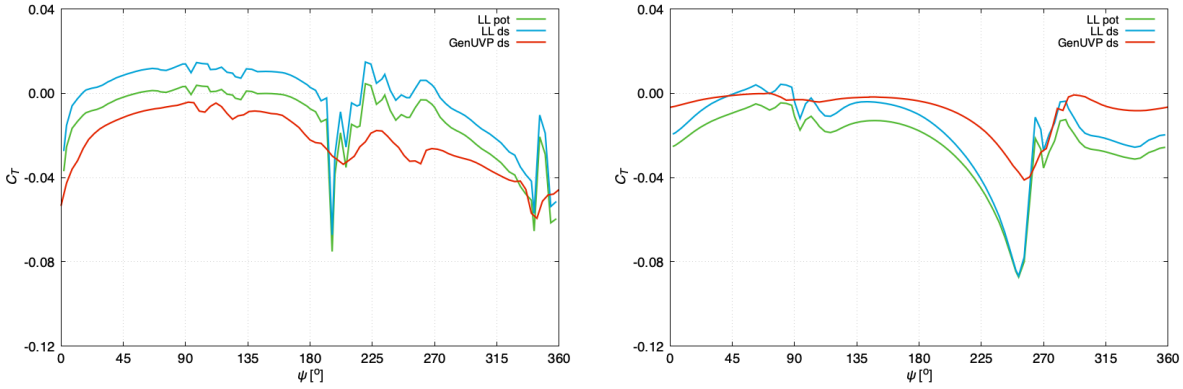
Τα αποτελέσματα από την αεροδυναμική ανάλυση, Σχήμα 6.10 έως Σχήμα 6.51, περιλαμβάνουν τη μεταβολή των συντελεστών ορθής και περιφερειακής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης και τη μεταβολή των συντελεστών κατά μήκος του πτερυγίου. Η μεταβολή του συντελεστή ροπής συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης δίνεται για τη δυναμική απώλεια στήριξης, όπως υπολογίζεται από τους δύο κώδικες. Επιπλέον, παρουσιάζεται η μεταβολή της κατανομής της ορθής και περιφερειακής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου, F_z/dR και F_x/dR, αντίστοιχα, συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης σε όλο το μήκος του πτερυγίου.

Ταχύτητα πτήσης $25\ m/s$



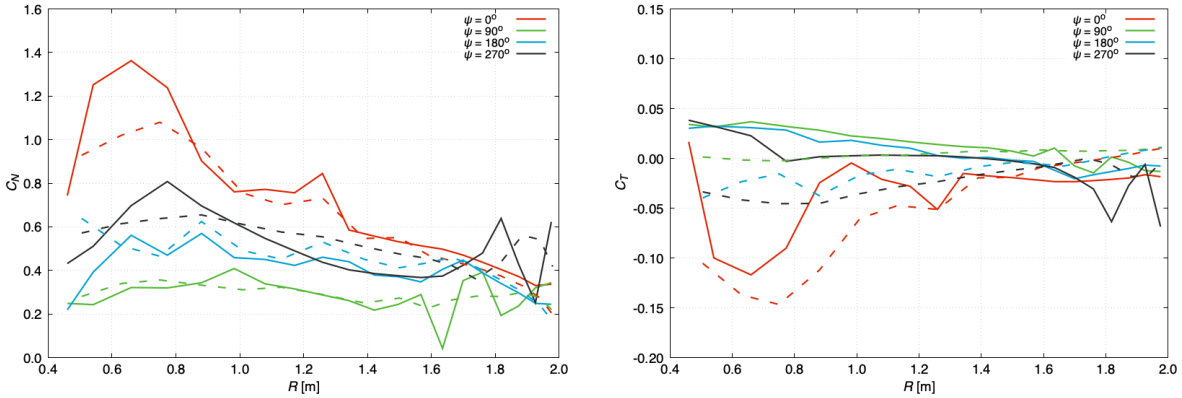
(α) (β)

Σχήμα 6.10 Η μεταβολή του συντελεστή της ορθής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



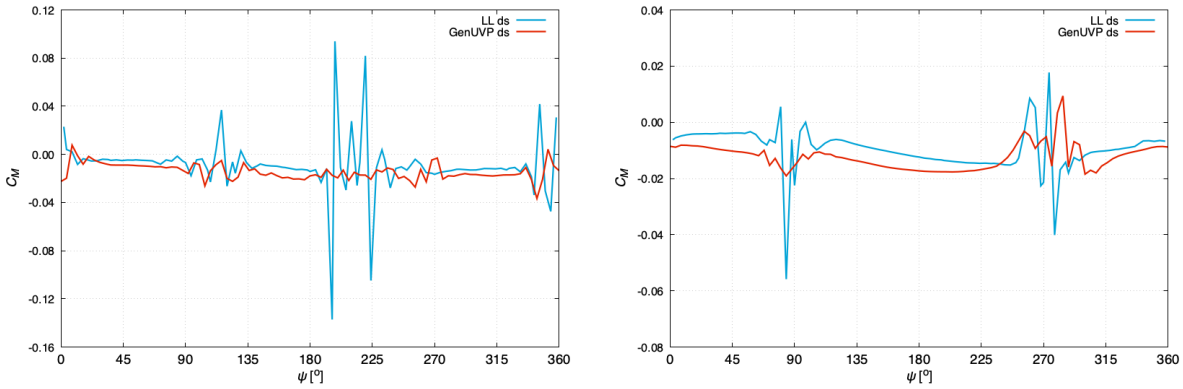
(α) (β)

Σχήμα 6.11 Η μεταβολή του συντελεστή της εφαπτομενικής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



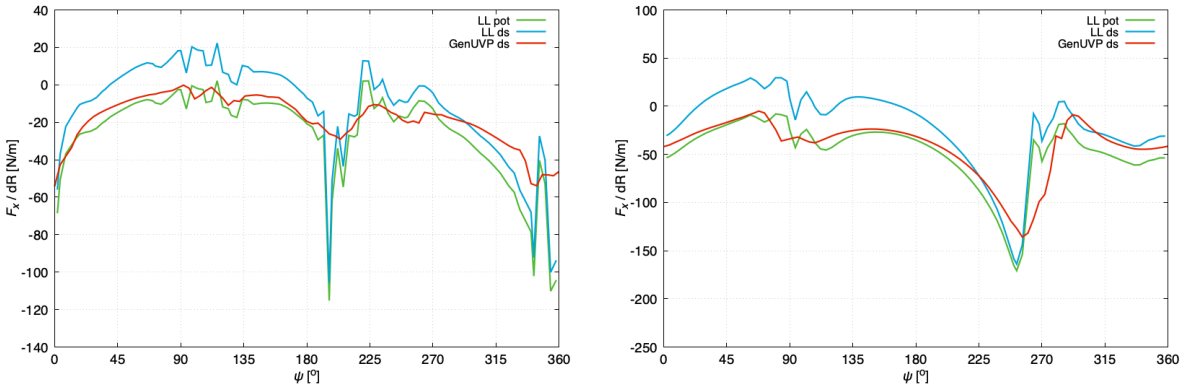
(α) (β)

Σχήμα 6.12 Η μεταβολή του συντελεστή της (α) της ορθής δύναμης και (β) της εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.



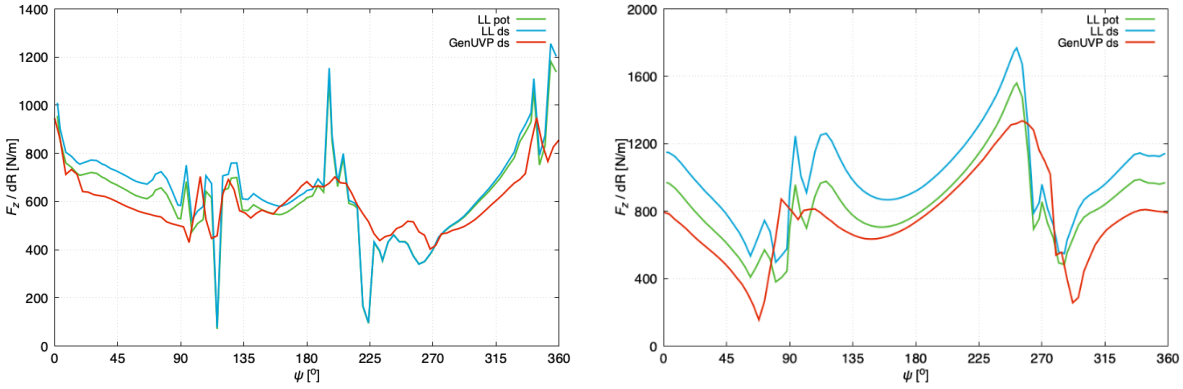
(α) (β)

Σχήμα 6.13 Η μεταβολή του συντελεστή άνωσης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



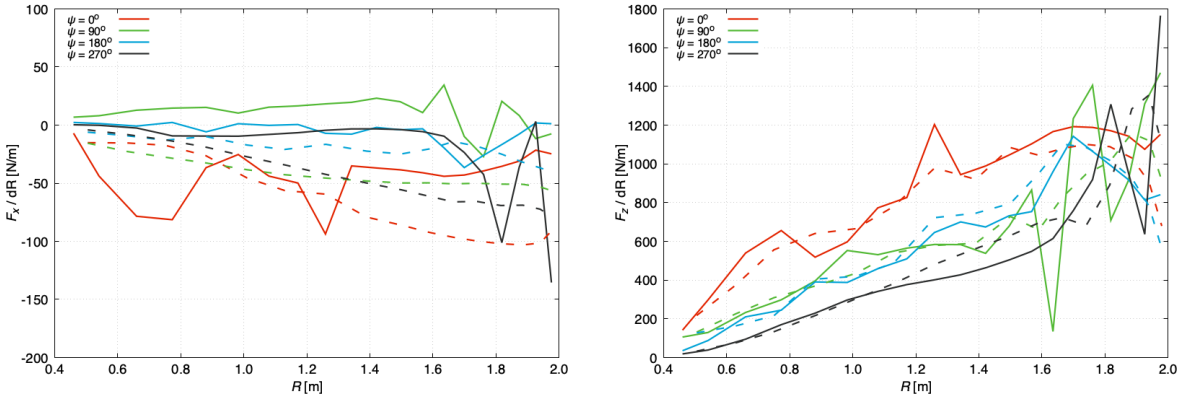
(α) (β)

Σχήμα 6.14 Η μεταβολή της εφαπτομενικής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_x/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

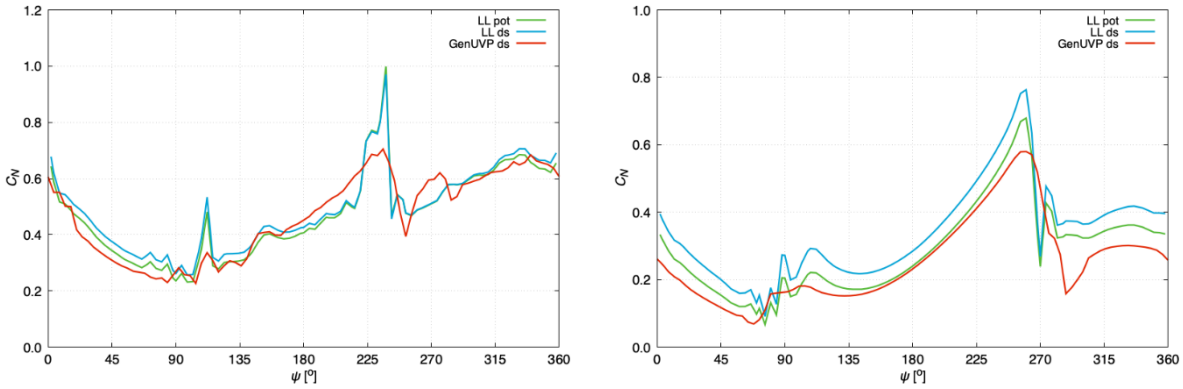
Σχήμα 6.15 Η μεταβολή της ορθής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_z/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

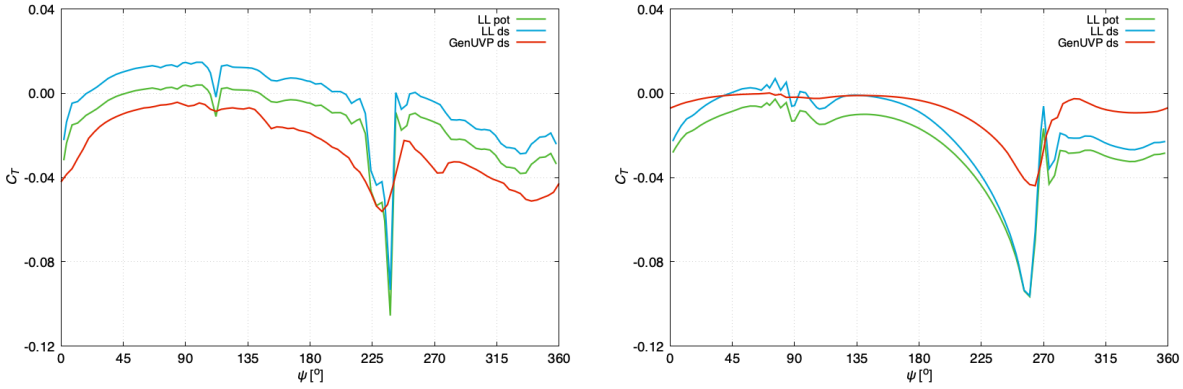
Σχήμα 6.16 Η μεταβολή (α) της εφαπτομενικής δύναμης και (β) της ορθής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.

Ταχύτητα πτήσης $30\ m/s$



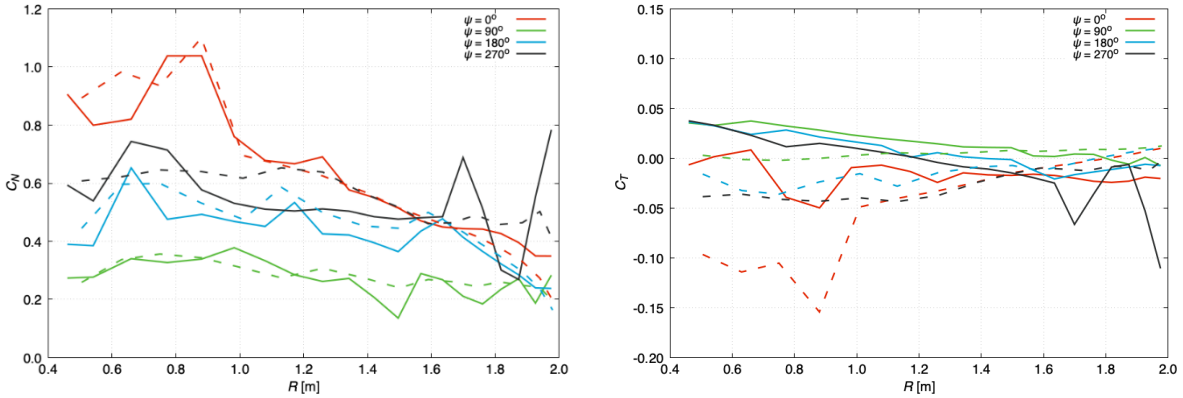
(α) (β)

Σχήμα 6.17 Η μεταβολή του συντελεστή της ορθής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



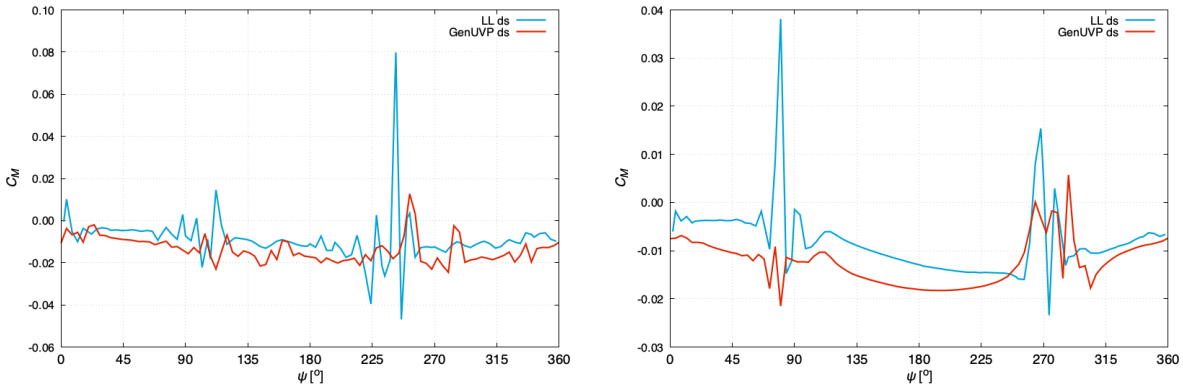
(α) (β)

Σχήμα 6.18 Η μεταβολή του συντελεστή της εφαπτομενικής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



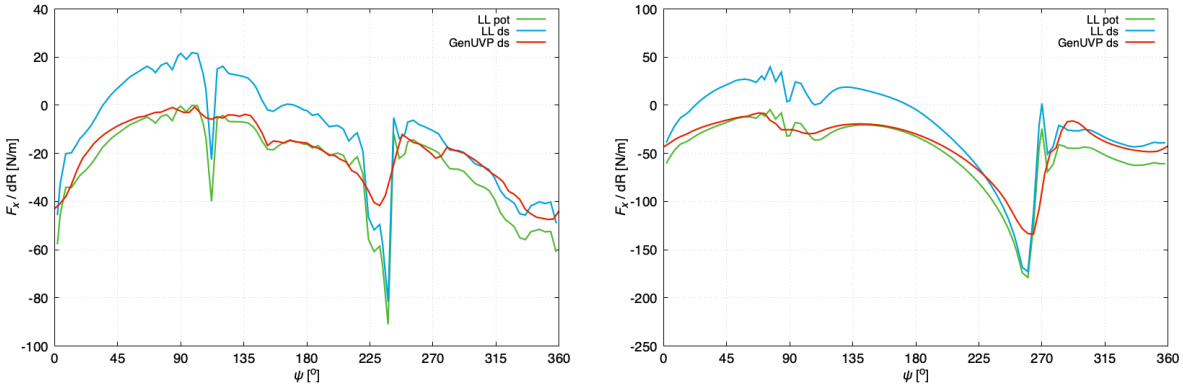
(α) (β)

Σχήμα 6.19 Η μεταβολή του συντελεστή της (α) της ορθής δύναμης και (β) της εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.



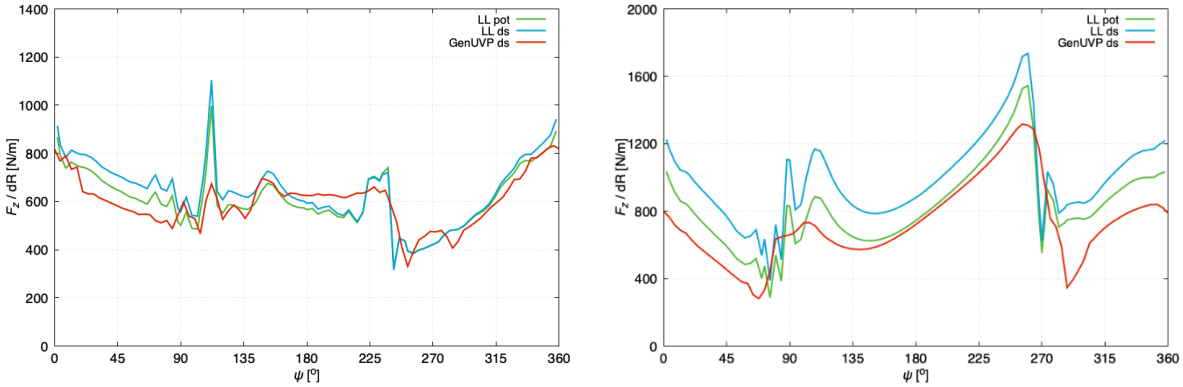
(α) (β)

Σχήμα 6.20 Η μεταβολή του συντελεστή άνωσης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



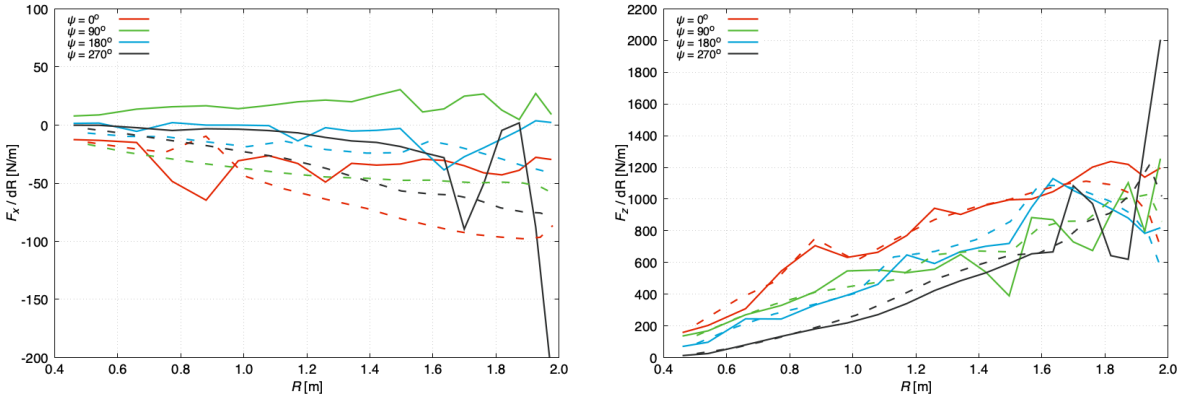
(α) (β)

Σχήμα 6.21 Η μεταβολή της εφαπτομενικής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_x/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

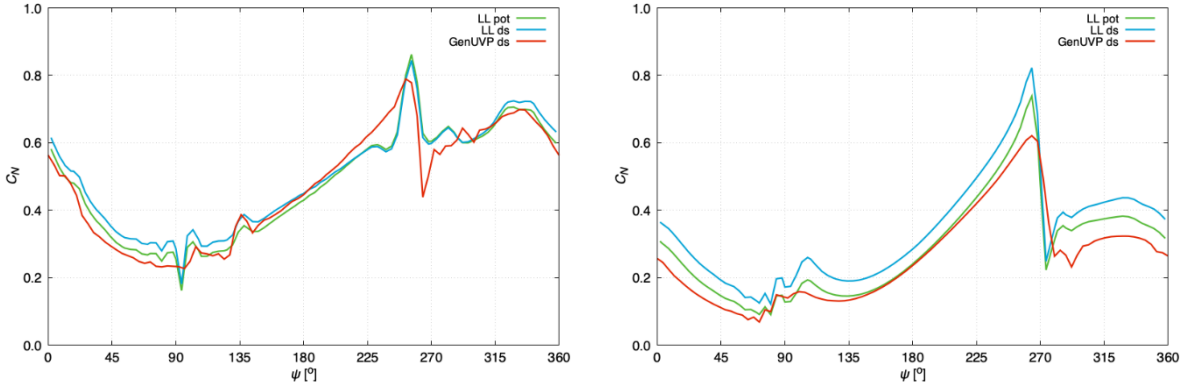
Σχήμα 6.22 Η μεταβολή της ορθής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_z/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

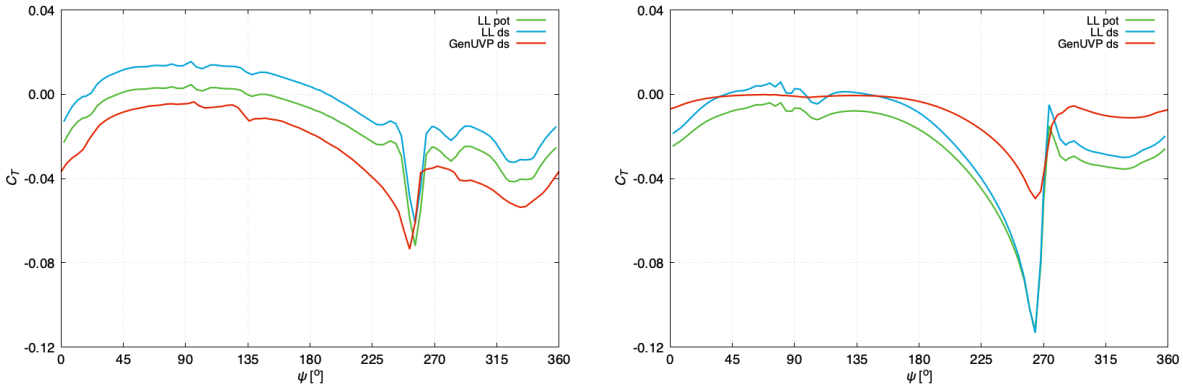
Σχήμα 6.23 Η μεταβολή (α) της εφαπτομενικής δύναμης και (β) της ορθής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.

Ταχύτητα πτήσης 35 m/s



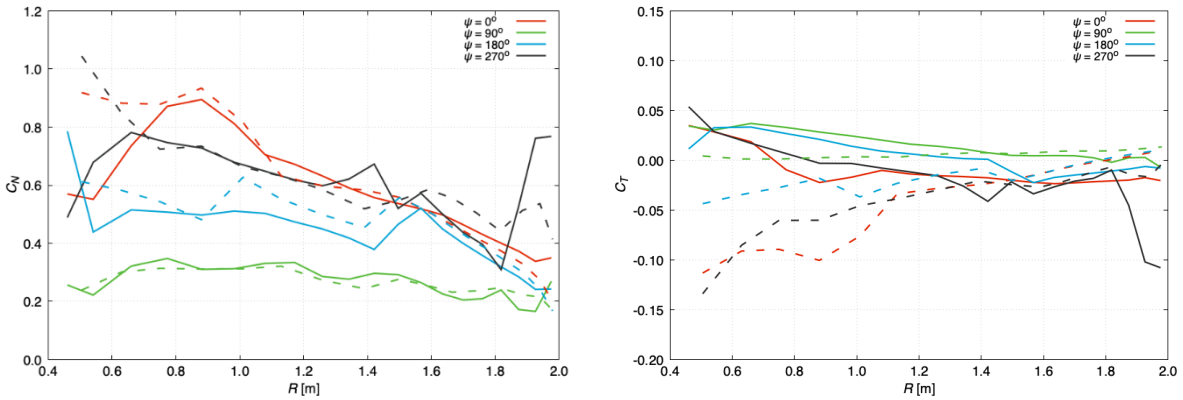
(α) (β)

Σχήμα 6.24 Η μεταβολή του συντελεστή της ορθής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



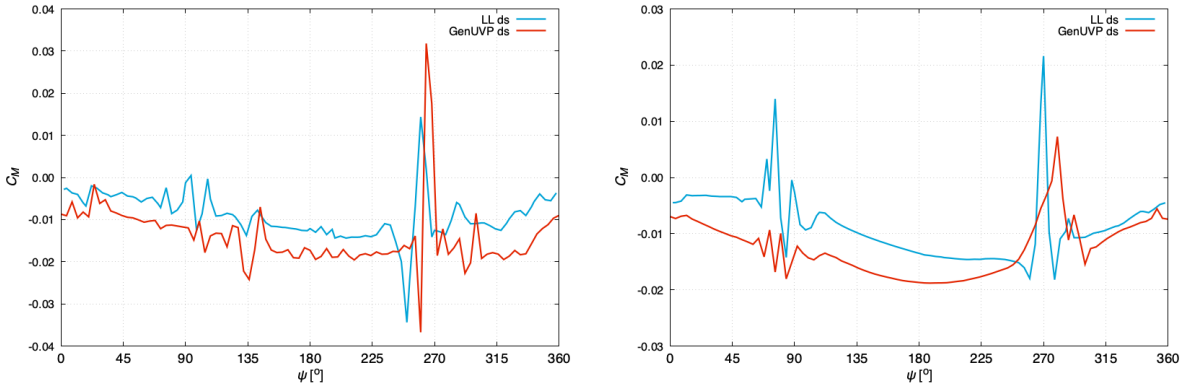
(α) (β)

Σχήμα 6.25 Η μεταβολή του συντελεστή της εφαπτομενικής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



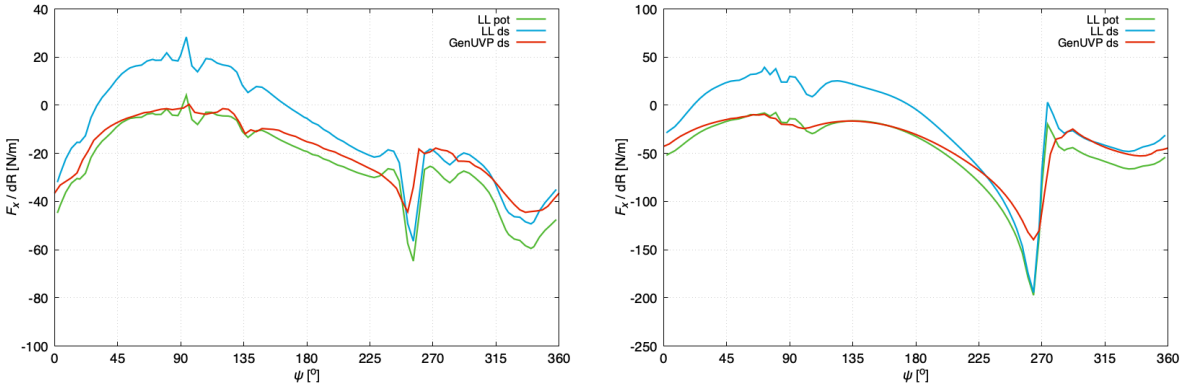
(α) (β)

Σχήμα 6.26 Η μεταβολή του συντελεστή της (α) της ορθής δύναμης και (β) της εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.



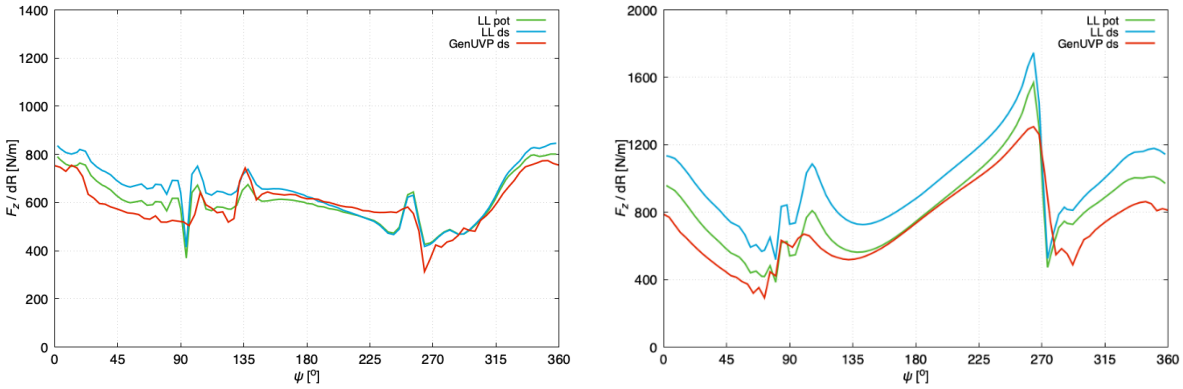
(α) (β)

Σχήμα 6.27 Η μεταβολή του συντελεστή άνωσης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



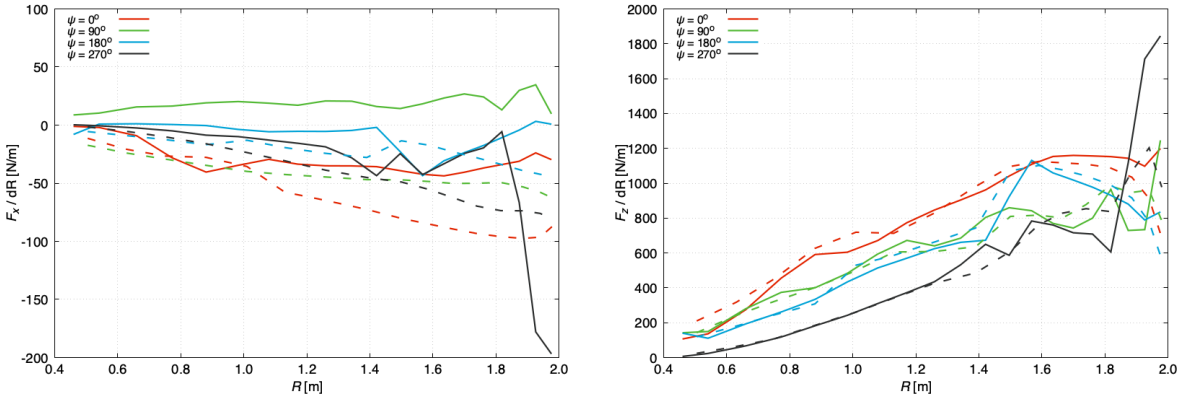
(α) (β)

Σχήμα 6.28 Η μεταβολή της εφαπτομενικής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_x/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

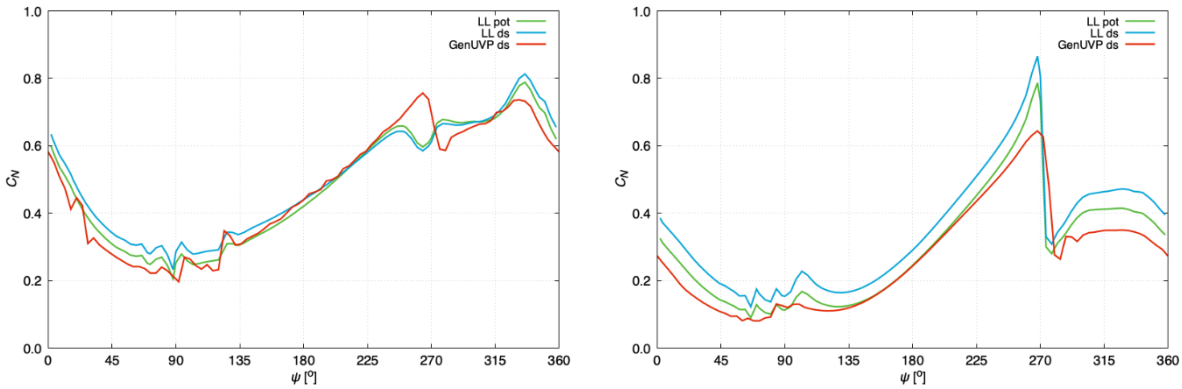
Σχήμα 6.29 Η μεταβολή της ορθής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_z/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

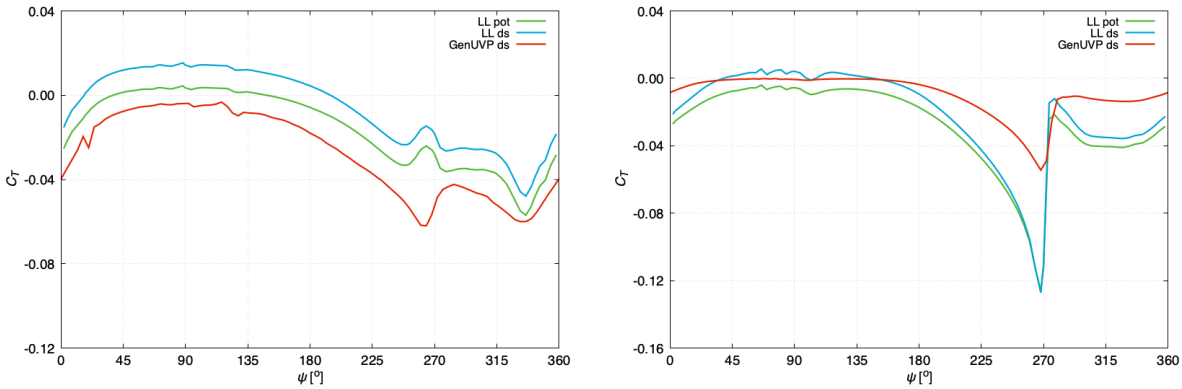
Σχήμα 6.30 Η μεταβολή (α) της εφαπτομενικής δύναμης και (β) της ορθής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.

Ταχύτητα πτήσης $40\ m/s$



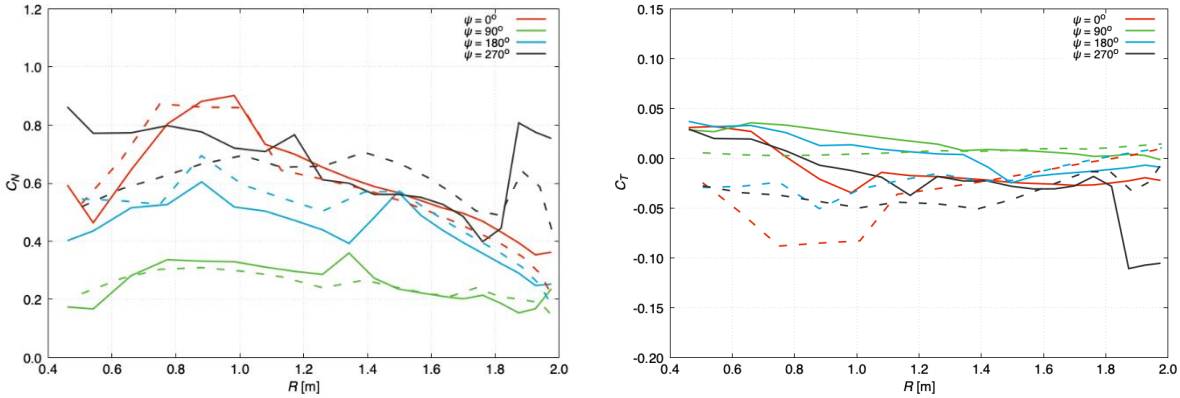
(α) (β)

Σχήμα 6.31 Η μεταβολή του συντελεστή της ορθής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



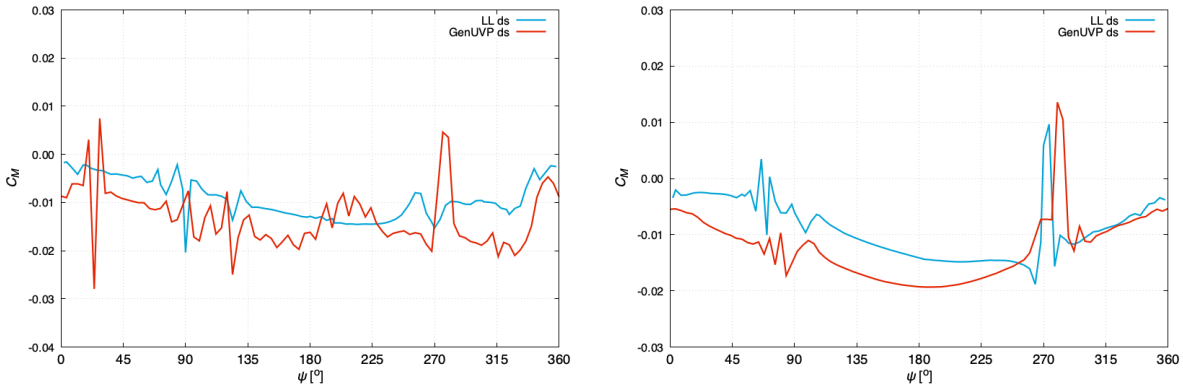
(α) (β)

Σχήμα 6.32 Η μεταβολή του συντελεστή της εφαπτομενικής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



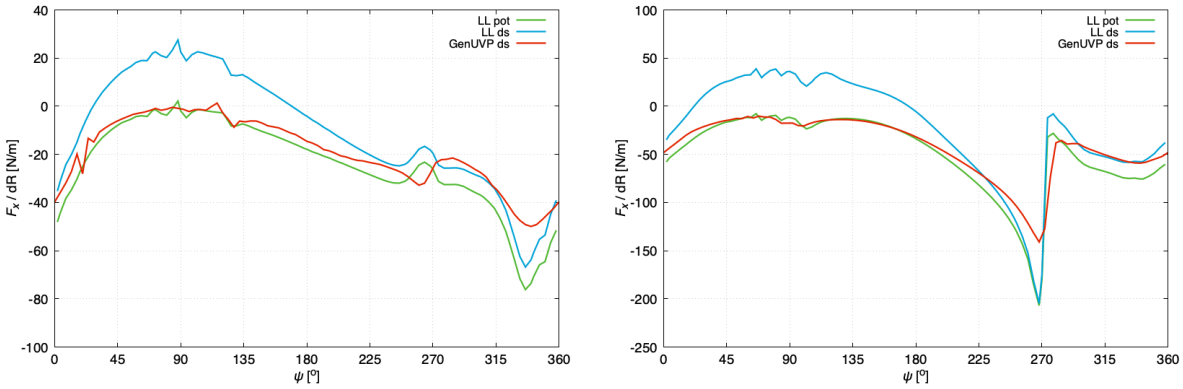
(α) (β)

Σχήμα 6.33 Η μεταβολή του συντελεστή της (α) της ορθής δύναμης και (β) της εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.



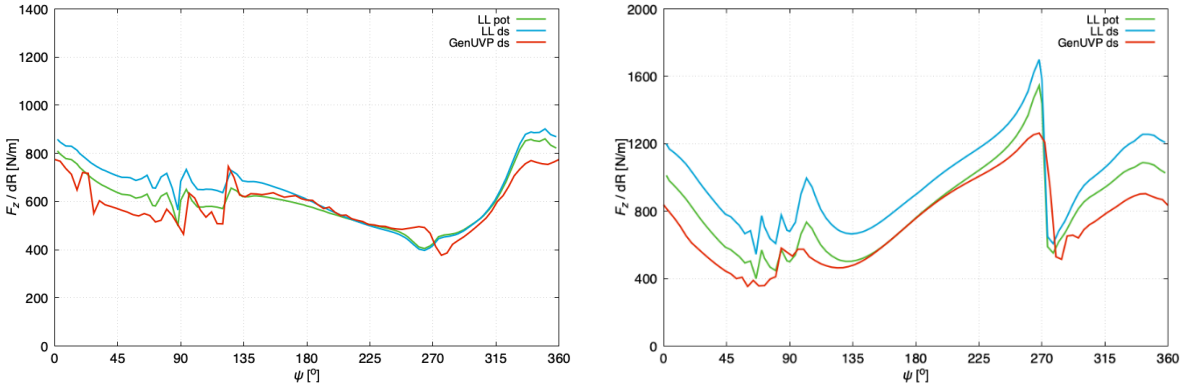
(α) (β)

Σχήμα 6.34 Η μεταβολή του συντελεστή άνωσης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



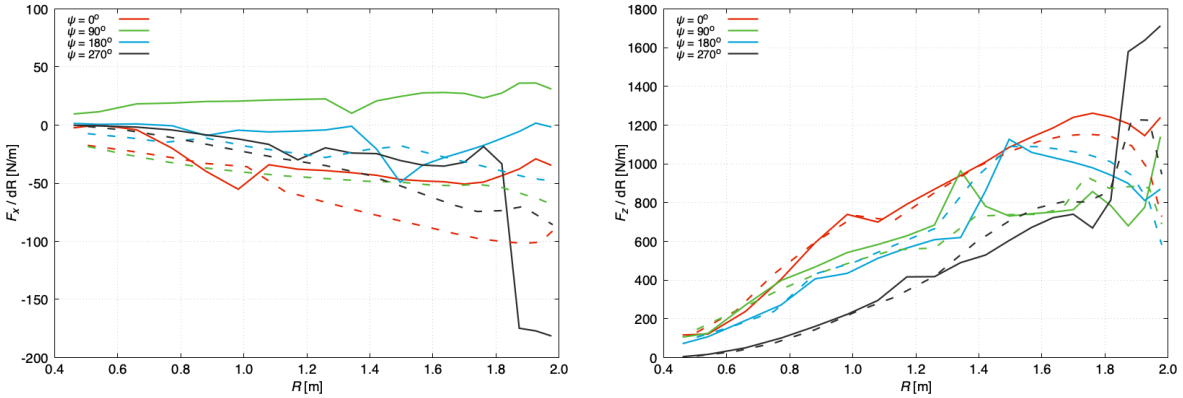
(α) (β)

Σχήμα 6.35 Η μεταβολή της εφαπτομενικής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_x/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

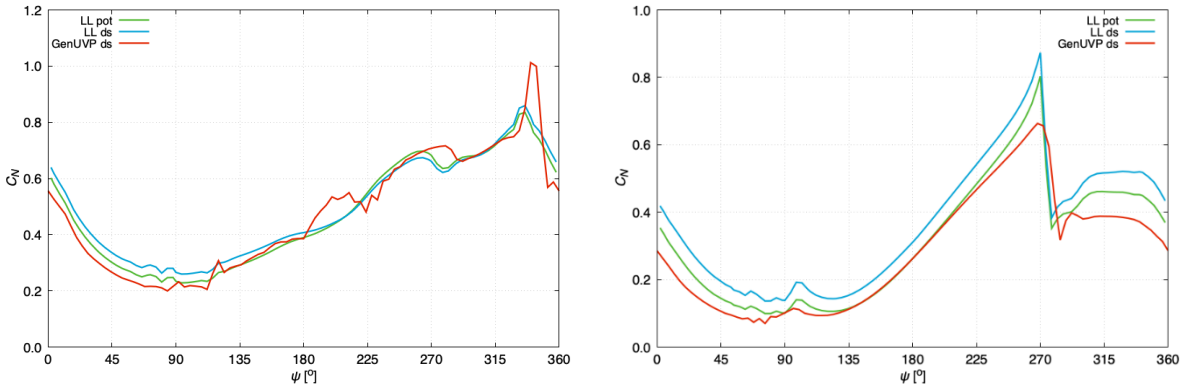
Σχήμα 6.36 Η μεταβολή της ορθής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_z/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

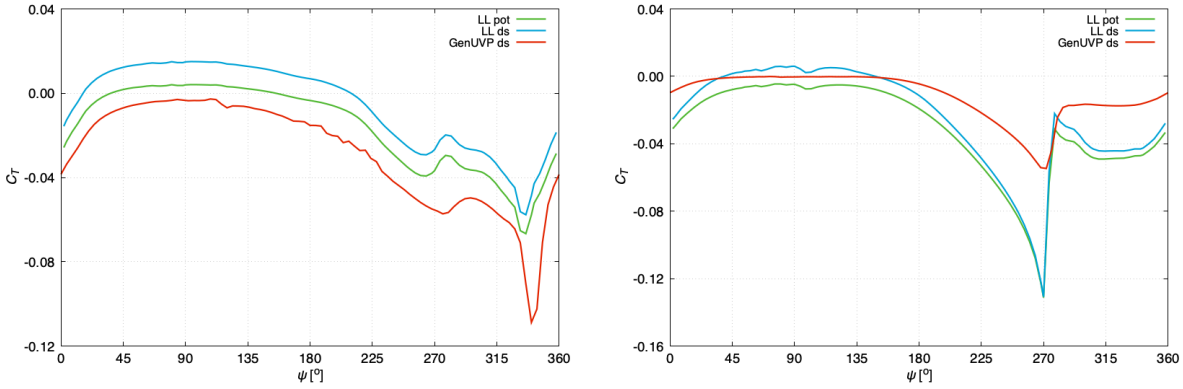
Σχήμα 6.37 Η μεταβολή (α) της εφαπτομενικής δύναμης και (β) της ορθής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.

Ταχύτητα πτήσης $45\ m/s$



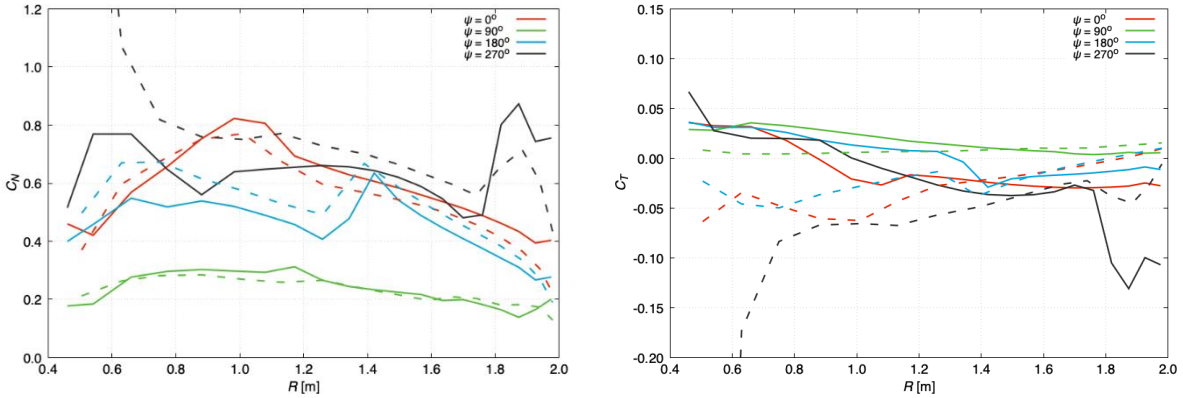
(α) (β)

Σχήμα 6.38 Η μεταβολή του συντελεστή της ορθής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



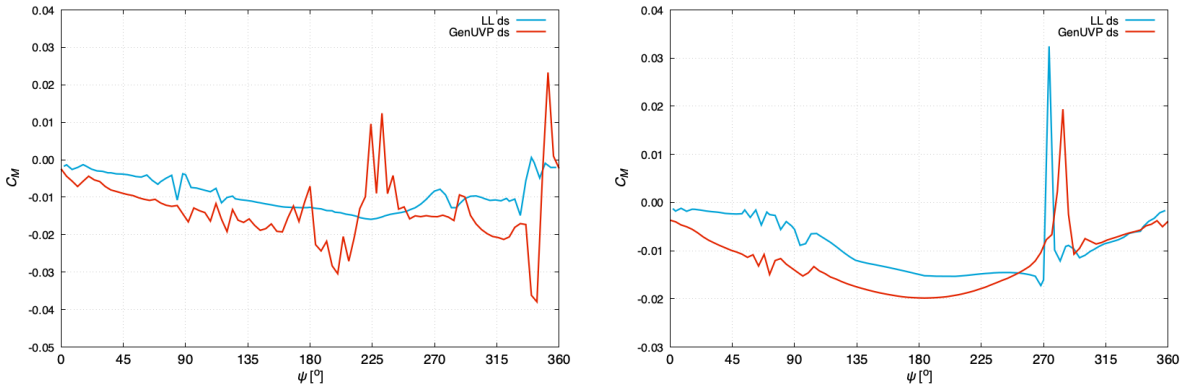
(α) (β)

Σχήμα 6.39 Η μεταβολή του συντελεστή της εφαπτομενικής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



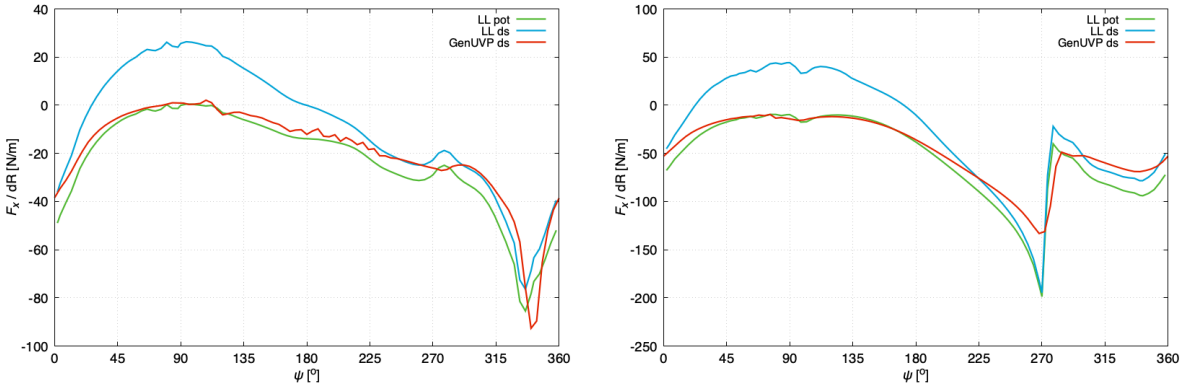
(α) (β)

Σχήμα 6.40 Η μεταβολή του συντελεστή της (α) της ορθής δύναμης και (β) της εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.



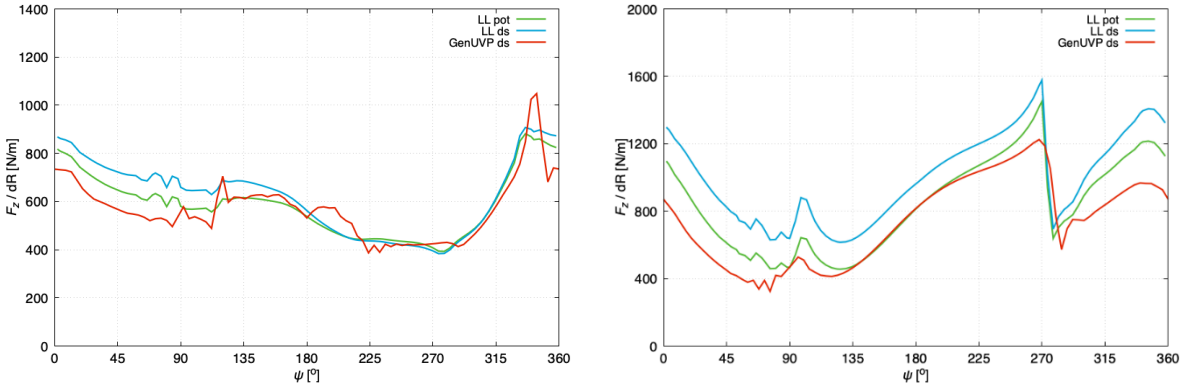
(α) (β)

Σχήμα 6.41 Η μεταβολή του συντελεστή άνωσης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



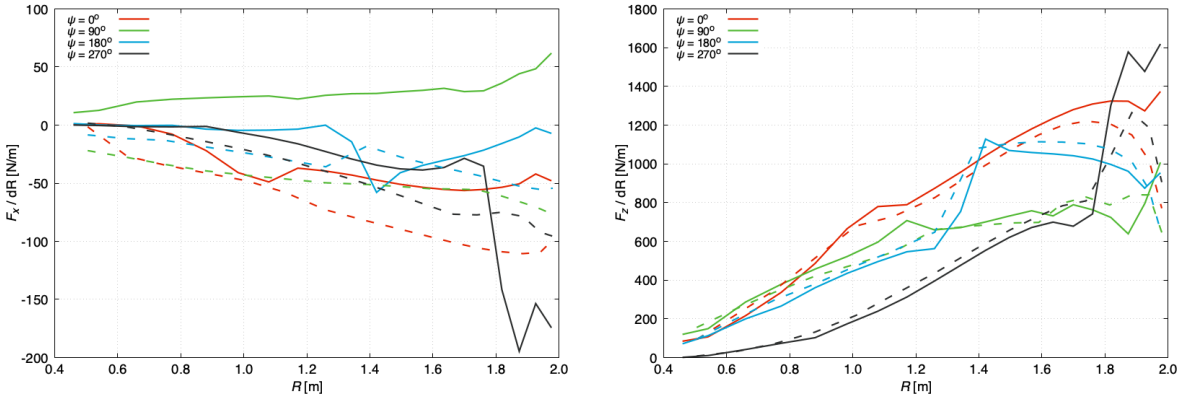
(α) (β)

Σχήμα 6.42 Η μεταβολή της εφαπτομενικής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_x/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

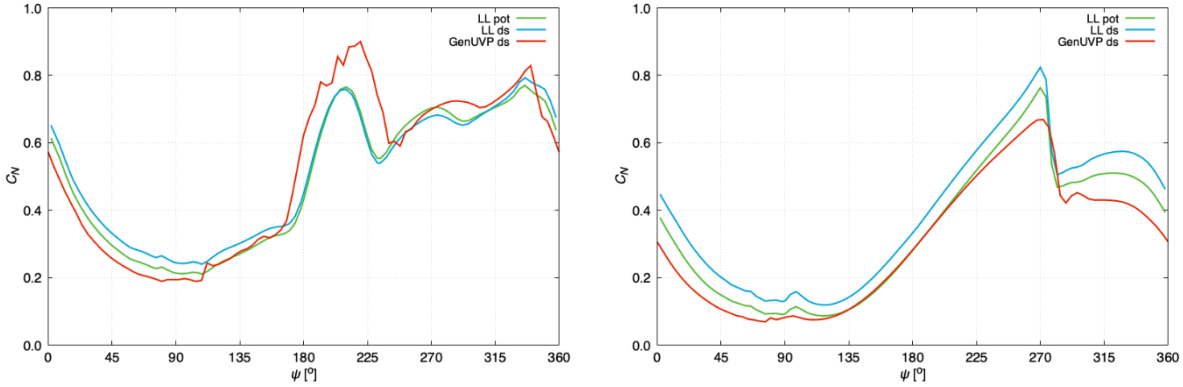
Σχήμα 6.43 Η μεταβολή της ορθής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_z/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

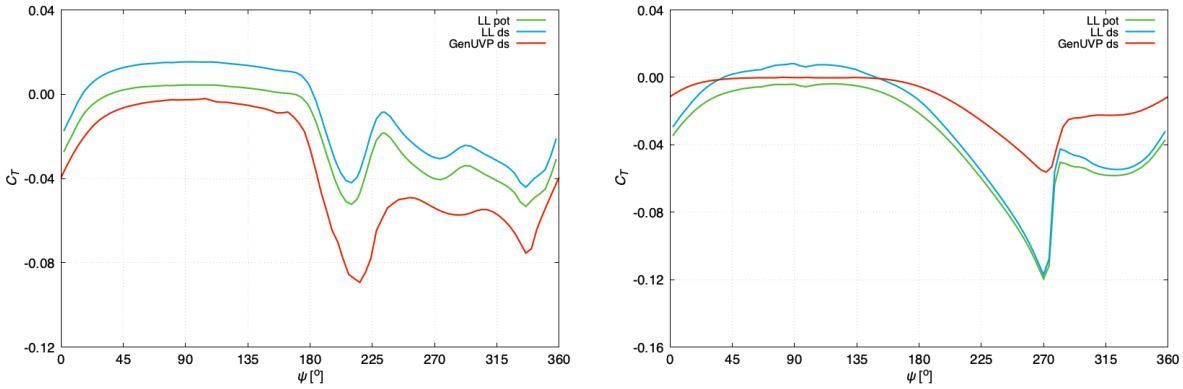
Σχήμα 6.44 Η μεταβολή (α) της εφαπτομενικής δύναμης και (β) της ορθής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.

Ταχύτητα πτήσης $50\ m/s$



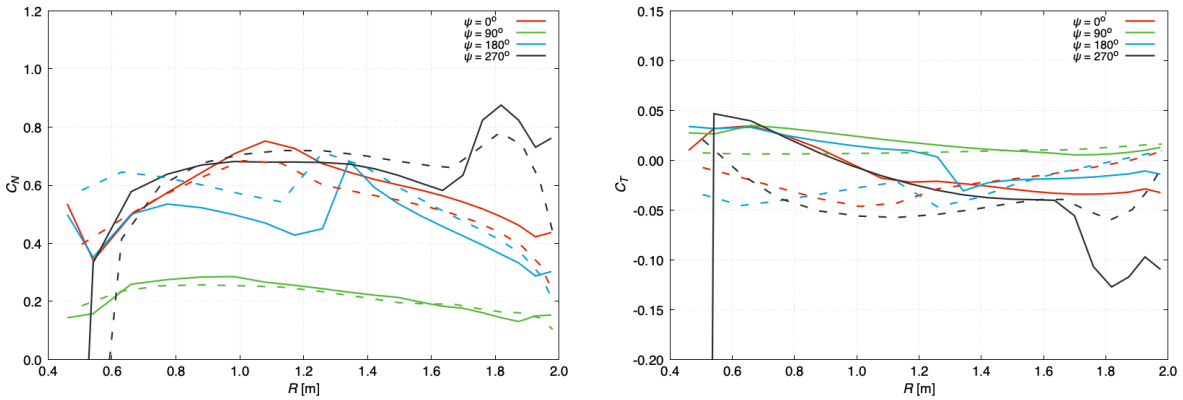
(α) (β)

Σχήμα 6.45 Η μεταβολή του συντελεστή της ορθής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



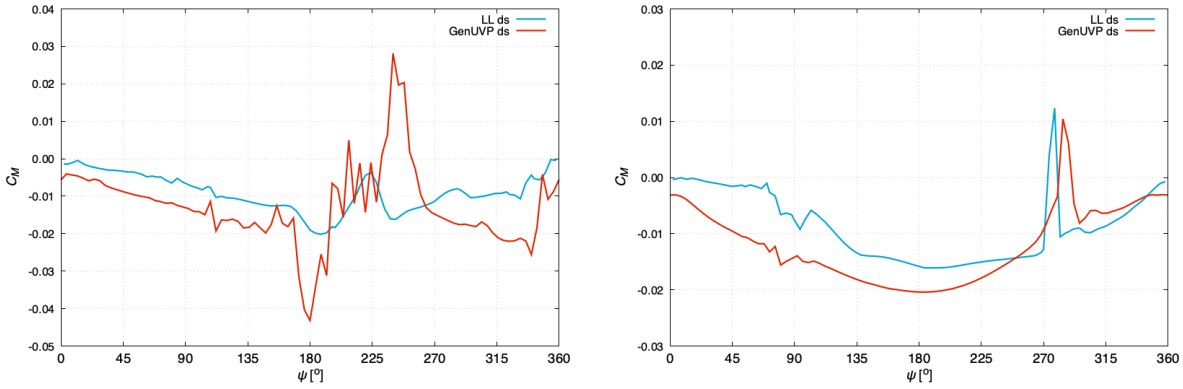
(α) (β)

Σχήμα 6.46 Η μεταβολή του συντελεστή της εφαπτομενικής δύναμης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



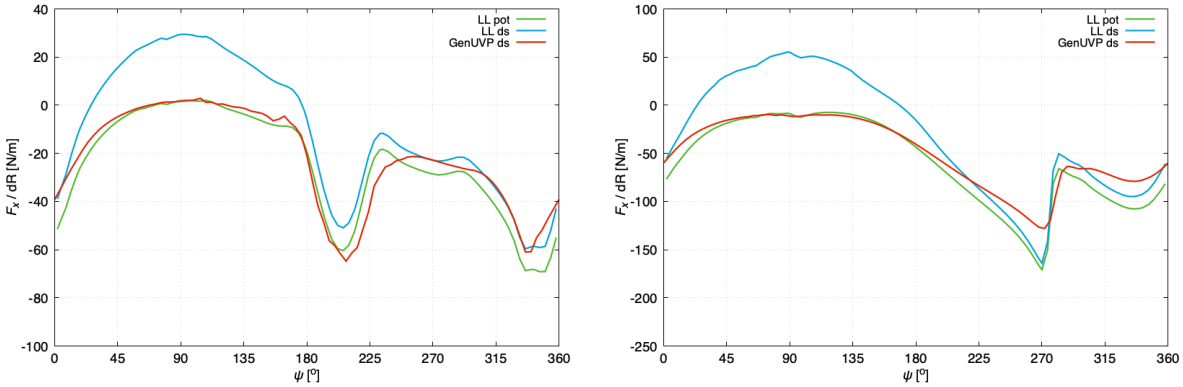
(α) (β)

Σχήμα 6.47 Η μεταβολή του συντελεστή της (α) της ορθής δύναμης και (β) της εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.



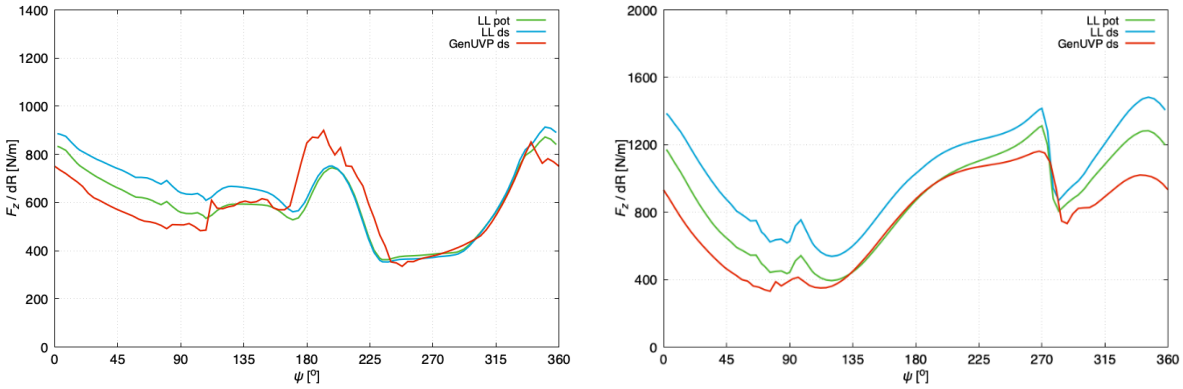
(α) (β)

Σχήμα 6.48 Η μεταβολή του συντελεστή άνωσης συναρτήσει της αζιμουθιακής θέσης του πτερυγίου (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



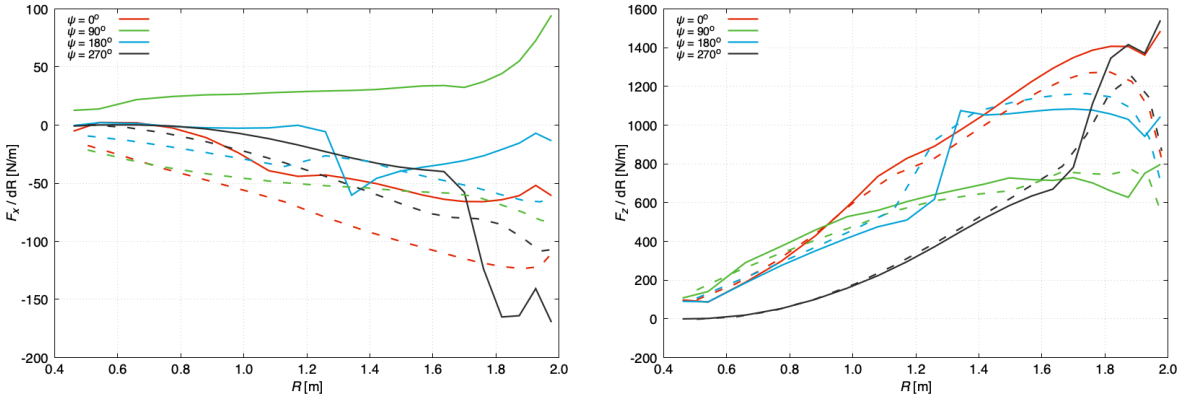
(α) (β)

Σχήμα 6.49 Η μεταβολή της εφαπτομενικής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_x/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.



(α) (β)

Σχήμα 6.50 Η μεταβολή της ορθής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου F_z/dR (α) σε μία ενδιάμεση θέση και (β) κοντά στο ακροπτερύγιο.

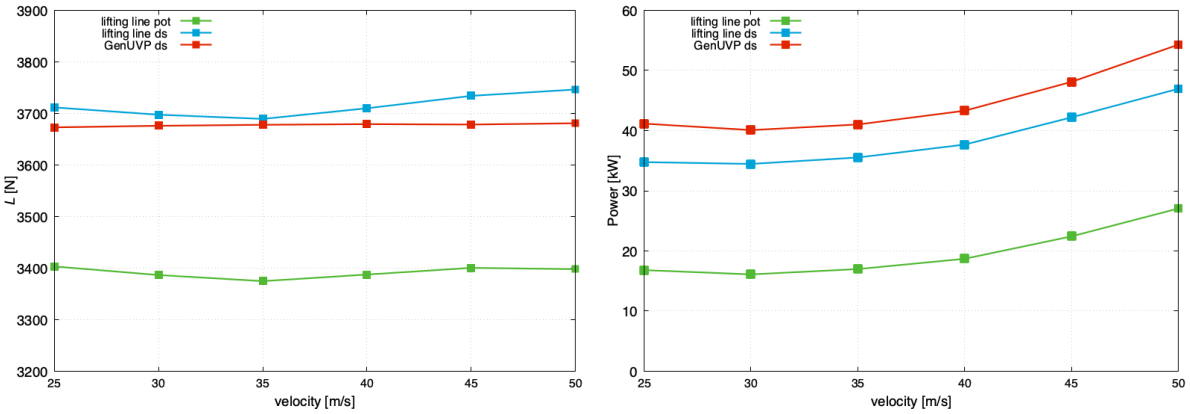


(α) (β)

Σχήμα 6.51 Η μεταβολή (α) της εφαπτομενικής δύναμης και (β) της ορθής δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου σε διάφορες αζιμουθιακές θέσεις. Με συμπαγή γραμμή δίνονται τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του Lifting Line και με διακεκομμένη τα αποτελέσματα από τη δυναμική απώλεια στήριξης του GenUVP.

Για το συγκεκριμένο εύρος ταχυτήτων η μέση μεταβολή της άνωσης και της ισχύος που καταναλώνεται από την κίνηση του δρομέα δείχνεται στα διαγράμματα στο Σχήμα 6.52. Στο Σχήμα 6.52(α) συγκρίνονται τα αποτελέσματα από τους δύο υπολογιστικούς κώδικες. Από τη θεωρία γραμμής άνωσης αποτυπώνεται η μεταβολή της μέσης δύναμης άνωσης όπως προκύπτει από την δυναμική λύση και η δυναμική απώλεια στήριξης (dynamic stall), όπως προκύπτει μετά τη διόρθωση με το ONERA. Η τιμή $L = 3680$ N είναι σταθερή για τον κώδικα GenUVP γιατί αυτή είναι η τιμή που επιλέχθηκε να γίνει εξισορρόπηση του δρομέα. Από τον κώδικα GenUVP παρουσιάζεται μόνο το αποτέλεσμα από τη δυναμική απώλεια στήριξης. Η ισχύς που καταναλώνεται από την περιστροφή του δρομέα υπολογίζεται με τη σχέση

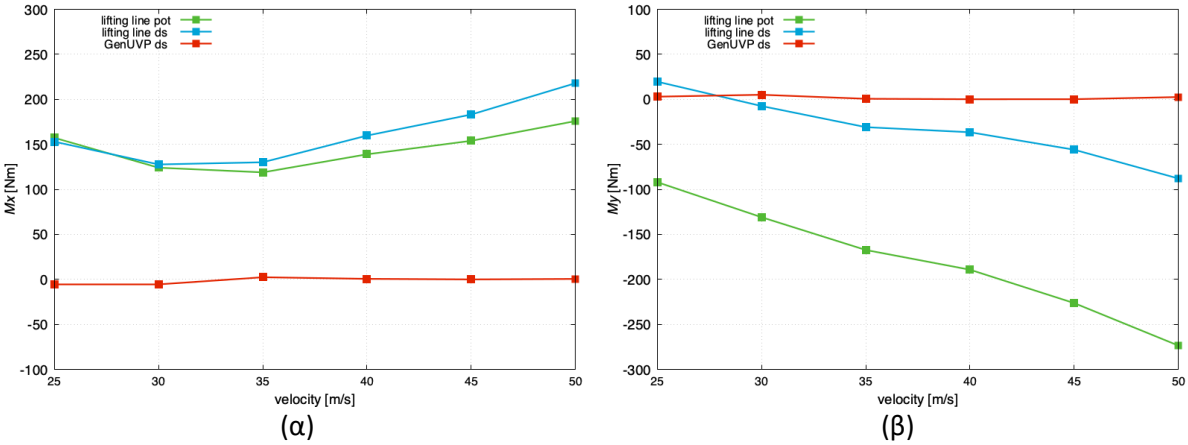
$$P = M_z \omega. \tag{6.20}$$



(α) (β)

Σχήμα 6.52 (α) Η μεταβολή της άνωσης L και (β) της ισχύος που καταναλώνεται από το δρομέα, συναρτήσει της ταχύτητας πτήσης.

Στο Σχήμα 6.53 δίνεται η μεταβολή των ροπών M_x και M_y, οι οποίες οφείλονται στα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στο δρομέα. Οι ροπές αυτές έχουν υπολογιστεί, και στα δύο υπολογιστικά μοντέλα, στο κέντρο του δρομέα. Στα διαγράμματα δείχνεται η μεταβολή της δυναμικής ροπής και της ροπής από την δυναμική απώλεια στήριξης.



Σχήμα 6.53 Η μεταβολή της ροπής (α) M_x και (β) M_y συναρτήσει της ταχύτητας πτήσης.

6.4.1 Βασικά συμπεράσματα συγκρίσεων

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τους δύο υπολογιστικούς κώδικες, διαπιστώνεται ότι δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά στις τιμές του συντελεστή των ορθών δυνάμεων C_N, ενώ υπάρχουν διαφορές για το συντελεστή των εφαπτομενικών δυνάμεων C_T. Για το συντελεστή ροπής, παρατηρείται ότι για τις ταχύτητες πτήσης $25\ \mathrm{m/s}$ και $30\ \mathrm{m/s}$ από τον κώδικα της θεωρίας γραμμής άνωσης παράγονται καμπύλες με απότομες μεταβολές των τιμών σε σχέση με τον GenUVP. Το αντίθετο συμβαίνει για τις ταχύτητες $40\ \mathrm{m/s}$, $45\ \mathrm{m/s}$ και $50\ \mathrm{m/s}$ όπου, στην ενδιάμεση θέση του πτερυγίου, η μορφή των καμπυλών είναι αρκετά διαφορετική. Επιπλέον, παρατηρούνται μικρές διαφορές στα γραφήματα κατανομής των δυνάμεων, ορθών και περιφερειακών.

Από τα γραφήματα μεταβολής της κατανομής της ορθής και περιφερειακής δύναμης ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου, F_z/dR και F_x/dR, διαπιστώνεται ότι από τον κώδικα γραμμής άνωσης υπολογίζονται μεγαλύτερες τιμές σε σχέση με τον κώδικα GenUVP. Η μεγαλύτερη τιμή παρατηρείται στην αζιμουθιακή θέση των $90°$. Η θέση αυτή αντιστοιχεί στο μπροστινό τμήμα του δρομέα, στο σημείο μετάβασης από την περιοχή προχώρησης στην περιοχή υποχώρησης του πτερυγίου.

Τα γραφήματα που έχουν παραχθεί από τον κώδικα της θεωρίας γραμμής άνωσης παρουσιάζουν μία ιδιομορφία. Στις μικρές ταχύτητες πτήσης, οι καμπύλες εμφανίζουν διακυμάνσεις και απότομες

μεταβολές στις τιμές τους. Οι μεταβολές αυτές εξομαλύνονται όσο η ταχύτητα πτήσης αυξάνεται. Το φαινόμενο αυτό πιθανόν να οφείλεται στην επιλογή των συντελεστών αποκοπής που επιλέχθηκαν.

Στα συγκεντρωτικά διαγράμματα, Σχήμα 6.52 και Σχήμα 6.53, αποτυπώνονται οι μεταβολές των μεγεθών συναρτήσει της ταχύτητας πτήσης, Η καμπύλη της δύναμης άνωσης που υπολογίζεται από τη θεωρία γραμμή άνωσης παρουσιάζει μικρή απόκλιση των τιμών σε σχέση με αυτήν από το GenUVP. Στο Σχήμα 6.52(β) η καμπύλη της ισχύος έχει την ίδια μορφή και στους δύο κώδικες όμως υπάρχει σημαντική διαφορές στις αντίστοιχες τιμές. Η εξισοορρόπηση του κύριου δρομέα με τον κώδικα GenUVP έγινε ώστε για τις ροπές να ισχύει $M_x^{(G)} = M_y^{(G)} = 0$. Όμως οι αντίστοιχες τιμές που υπολογίζονται από τη θεωρία γραμμής άνωσης φαίνεται ότι έχουν μεγάλες διαφορές. Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι οι δύο υπολογιστικοί κώδικες δίνουν αρκετά κοντινές τιμές για τη δύναμη άνωσης, ενώ οι ροπές παρουσιάζουν σημαντική απόκλιση.

7

Συμπεράσματα

Με την παρούσα εργασία παρουσιάσθηκε η ανάπτυξη υπολογιστικού κώδικα ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για την αεροδυναμική ανάλυση του κύριου δρομέα ελικοπτέρου. Ο υπολογιστικός κώδικας βασίζεται στη θεωρία γραμμής άνωσης και στο ημιεμπειρικό μοντέλο ONERA για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων που αναπτύσσονται στα πτερύγια του δρομέα ελικοπτέρου. Στον συγκεκριμένο κώδικα ένα μέρος από τον ελεύθερο ομόρρου αποτελείται από κλειστούς δινοσωλήνες και το υπόλοιπο από σωματίδια στροβιλότητας. Τα σωματίδια είναι είτε μεμονωμένα, δηλαδή κάθε ένα αντικαθιστά έναν κλειστό δινοσωλήνα, είτε ομαδοποιούνται, δηλαδή προέρχονται από ένα σύνολο σωματιδίων. Από την αριθμητική ανάλυση δείχθηκε, για συγκεκριμένη ταχύτητα πτήσης, ότι η ομαδοποίηση των σωματιδίων δεν αλλοιώνει το αποτέλεσμα της ανάλυσης. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της χρήσης των σωματιδίων είναι η σημαντική μείωση του υπολογιστικού χρόνου που απαιτείται για την επίλυση.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση με τη χρήση της θεωρίας γραμμής άνωσης, συγκρίθηκαν με αντίστοιχα που προέκυψαν από τη χρήση του κώδικα GenUVP. Ένα σημαντικό συμπέρασμα που εξάγεται από την ανάλυση είναι ότι τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της θεωρίας γραμμής άνωσης είναι συγκρίσιμα με τα αντίστοιχα που προκύπτουν από τη χρήση του GenUVP. Δε διαπιστώθηκε σημαντική απόκλιση στα γραφήματα των συντελεστών άνωσης και περιφερειακών δυνάμεων, όπως επίσης και στην κατανομή των δυνάμεων στο πτερύγιο. Υπάρχουν σημαντικές διαφορές μόνο στα γραφήματα των ροπών που αναπτύσσονται στον ιστό του δρομέα.

Βιβλιογραφία

[1] Federal Aviation Administration, "Helicopter Flying Handbook," United States Department of Transportation, Federal Aviation Administration, Airman Testing Standards Branch, Oklahoma City, 2012.

[2] A. Bramwell, G. Done and D. Balmford, Bramwell's Helicopter Dynamics, 2nd edition ed., Butterworth-Heinemann, 2001.

[3] [Online]. Available: http://www.b-domke.de/AviationImages/Rotorhead/37802.html.

[4] [Online]. Available: https://www.flyingbulls.at/en/fleet/bo105-c/.

[5] L. Prandtl and A. Betz, "Vier abhandlungen zur hydrodynamik und aerodybamik," *Göttingen,* pp. 88-92, 1972.

[6] J. Katz and A. Plotkin, Low-Speed Aerodynamics, Campbridge University Press, 2001.

[7] C. T. Tran and D. Petot, "Semi-empirical model for the dynamic stall of airfoils in view to the application to the calculation of responses of a helicopter blade in forward flight.," *Vertica,* vol. 5, p. 35–53, 1981.

[8] J. G. Leishman, "Challenges in modelling the unsteady aerodynamics of wind turbines," *Wind Energy,* vol. 5, no. 2-3, pp. 85-132, 2002.

[9] S. G. Voutsinas and V. A. Riziotis, lecture notes: Aeroelastic Modeling of Wind Turbines, National Technical University of Athens.

[10] K. Wang, V. A. Riziotis and S. G. Voutsinas, "Aeroelastic stability of idling wind turbines," *Journal of Physics: Conference Series,* vol. 753, no. 4, p. 042008, 2016.

[11] V. A. Riziotis and S. G. Voutsinas, "Modelling of wind tunnel interference on helicopter measurements and assessment of the currently used corrections based on the HeliNOVI database.," *32nd European Rotorcraft Forum,* pp. 408-427, 2006.