

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

*Διπλωματική Εργασία*

Αναλυτική προσομοίωση πειραμάτων εξόλκευσης σε  
ανακυκλιζόμενες φορτίσεις μετά τη διαρροή

Φοιτητής :  
Μαυρογιώργος Παναγιώτης

Επιβλέπων :  
Ομ. Καθηγητής Τάσιος Π. Θεοδόσιος

Οκτώβριος 2011

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

*Διπλωματική Εργασία*

Αναλυτική προσομοίωση πειραμάτων εξόλκευσης σε  
ανακυκλιζόμενες φορτίσεις μετά τη διαρροή

Φοιτητής :  
Μαυρογιώργος Παναγιώτης

Ομ. Καθηγητής  
Τάσιος Π. Θεοδόσιος

.....  
.....  
.....

Καθηγήτρια  
Βιντζηλαίου Ελισάβετ

.....  
.....  
.....

Καθηγητής  
Γιαννόπουλος Πλούταρχος

.....  
.....  
.....

Οκτώβριος 2011

Copyright © 2011 Μαυρογιώργος Παναγιώτης

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τους συγγραφείς.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τους συγγραφείς και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου.

# Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	vii
Κατάλογος σχημάτων	xi
Κατάλογος πινάκων	xii
Ευχαριστίες	xiv
Πρόλογος	xv
<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1 Αντικείμενο – Στόχος . . . . .	1
1.2 Διάρθρωση . . . . .	2
<b>2 Συνάφεια</b>	<b>4</b>
2.1 Γενικά στοιχεία . . . . .	4
2.1.1 Παράγοντες που επηρεάζουν τη συνάφεια . . . . .	5
2.2 Η επιστημονική κατάσταση του θέματος . . . . .	6
2.3 Προσομοίωμα Tassios . . . . .	8
2.3.1 Μονοτονικές φορτίσεις . . . . .	8
2.3.2 Ανακυκλιζόμενες φορτίσεις . . . . .	9
2.4 Προσομοίωμα Eligenhausen . . . . .	12
2.4.1 Μονοτονικές φορτίσεις . . . . .	12
2.4.2 Ανακυκλιζόμενες φορτίσεις . . . . .	13
2.5 CEB Model Code . . . . .	15
2.5.1 Σύγκριση Model Code 1990 και 2010 . . . . .	15
2.6 Συνάφεια μετά τη διαρροή . . . . .	17
2.6.1 Shima et al. . . . .	18
2.6.2 Ruiz et al. . . . .	18
2.6.3 Model Code 2010 . . . . .	19

<b>3</b>	<b>Καταστατικοί νόμοι</b>	<b>26</b>
3.1	Σκυρόδεμα . . . . .	26
3.1.1	Θλίψη . . . . .	26
3.1.2	Εφελκυσμός . . . . .	27
3.2	Χάλυβας . . . . .	27
3.3	Συνάφεια . . . . .	30
3.3.1	Προσομοίωμα Tassios . . . . .	30
3.3.2	Προσομοίωμα Eligenhausen . . . . .	31
3.3.3	Σύγκριση προσομοιωμάτων Tassios και Eligenhausen . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Αλγόριθμοι</b>	<b>35</b>
4.1	Γενικά στοιχεία . . . . .	35
4.2	Κλασσική εξόλκευση – εισπίεση . . . . .	36
4.3	Παράπλευρες διατμητικές τάσεις . . . . .	38
4.4	Μια ακριβέστερη προσέγγιση . . . . .	41
4.5	Ημιτελές κλείσιμο ρωγμών κατά τη θλίψη . . . . .	45
4.6	Μήκος Ομοιοθεσίας . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Αποτελέσματα</b>	<b>51</b>
5.1	Διάρθρωση αναλύσεων . . . . .	51
5.2	Αποτελέσματα αναλύσεων . . . . .	52
5.2.1	Μονοτονική φόρτιση πριν και μετά τη διαρροή . . . . .	52
5.2.2	Ανακυκλιζόμενη φόρτιση πριν και μετά τη διαρροή . . . . .	53
5.2.3	Επιρροή μεγέθους υπέρβασης τάσης διαρροής . . . . .	55
5.2.4	Παράπλευρες στηρικτικές τάσεις . . . . .	56
5.2.5	Εξέλιξη της ολίσθησης στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου . . . . .	57
5.2.6	Σύγκριση αποτελεσμάτων καταστατικών νόμων . . . . .	61
5.3	Διαγράμματα . . . . .	62
5.4	Συμπεράσματα . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Ανακεφαλαίωση – Επίλογος</b>	<b>77</b>
6.1	Ελλείψεις – Τομείς για περαιτέρω έρευνα . . . . .	77
	<b>Παραρτήματα</b>	<b>80</b>
	<b>Α΄ Python</b>	<b>81</b>
	<b>Python</b>	<b>81</b>
A΄.1	Τι είναι η Python; . . . . .	81
A΄.2	Υπολογιστική Μηχανική . . . . .	82
A΄.3	Υπολογιστική Μηχανική και Python . . . . .	83

---

<b>B' pyBond</b>	<b>84</b>
B'.1 Βιβλιοθήκες . . . . .	84
B'.2 Πρόγραμμα . . . . .	85
<b>Γ' Μέθοδος σύγκλισης</b>	<b>87</b>
<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>91</b>

# Κατάλογος σχημάτων

2.1	Στάδια εξέλιξης συνάφειας σε μονοτονικές φορτίσεις σύμφωνα με το <i>State of the Art Report</i> της <i>FIB</i> . . . . .	6
2.2	Καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης σε μονοτονικές φορτίσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα <i>Tassios</i> . . . . .	10
2.3	Εντατική κατάσταση σημείου A. . . . .	10
2.4	Εντατική κατάσταση σημείου B. . . . .	11
2.5	Εντατική κατάσταση σημείου C. . . . .	11
2.6	Καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα <i>Tassios</i> . . . . .	20
2.7	Γενική μορφή προσομοιώματος τοπικής συνάφειας - τοπικής ολίσθησης κατά <i>Eligenhausen</i> (από <i>Eligenhausen</i> κ.ά. (1983)). . . . .	21
2.8	Κύρια χαρακτηριστικά του καταστατικού νόμου τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης κατά <i>Eligenhausen</i> . . . . .	21
2.9	Υπολογισμός αποσβεσθείσας ενέργειας για τον δείκτη βλάβης $d$ κατά τον <i>Eligenhausen</i> . . . . .	22
2.10	Συσχέτιση δείκτη βλάβης $d$ με την αδιαστατοποιημένη αποσβεσθείσα ενέργεια $E/E_0$ κατά τον <i>Eligenhausen</i> . . . . .	22
2.11	Συσχέτιση δείκτη βλάβης $\gamma$ με το δείκτη βλάβης $d$ κατά τον <i>Eligenhausen</i> . . . . .	23
2.12	Υπολογισμός αποσβεσθείσας ενέργειας για τον δείκτη βλάβης $d_f$ κατά τον <i>Eligenhausen</i> . . . . .	23
2.13	Συσχέτιση δείκτη βλάβης $d_f$ με την αδιαστατοποιημένη αποσβεσθείσα ενέργεια $E_f/E_{f0}$ κατά τον <i>Eligenhausen</i> . . . . .	24
2.14	Γενική μορφή του καταστατικού νόμου τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης κατά <i>CEB</i> . . . . .	24
2.15	Σύγκριση καταστατικών νόμων τοπικής ολίσθησης – τοπικής συνάφειας των <i>Model Code 1990</i> και <i>Model Code 2010</i> για καλά περισιγμένο σκυρόδεμα <i>C30</i> ανάλογα με τις ισχύουσες συνθήκες συνάφειας (βλ. εν 2.5). . . . .	25

2.16	Λόγος Poisson κατά την φόρτιση και την αποφόρτιση μετά την τάση διαρροής. . . . .	25
3.1	Καταστατικός νόμος σκυροδέματος C25 σε θλίψη. . . . .	27
3.2	Βασικά προσομοιώματα καταστατικού νόμου τάσεων–παραμορφώσεων χάλυβα σε μονοτονικές φορτίσεις μετά τη διαρροή. . . . .	28
3.3	Σχηματική αναπαράσταση των διαφορών μεταξύ ισότροπης και κινηματικής κράτυνσης στους χώρους διαρροής $\sigma - \epsilon$ . . . . .	29
3.4	Καταστατικός νόμος χάλυβα για μονοτονικές φορτίσεις. . . . .	29
3.5	Καταστατικός νόμος χάλυβα για ανακυκλιζόμενες φορτίσεις. . . . .	30
3.6	Σύγκριση μονοτονικού καταστατικού νόμου του προσομοιώματος Eligenhausen με την γραμμικοποίηση που υλοποιήθηκε στο πρόγραμμα. . . . .	32
3.7	Σύγκριση προσομοιώματος Eligenhausen όπως αυτό υλοποιήθηκε με τα πειραματικά αποτελέσματα από τα οποία προέκυψε και με την υλοποίησή του από τους Eligenhausen et al. . . . .	33
3.8	Σύγκριση προσομοιωμάτων Tassios και Eligenhausen και της προτεινόμενης από το <i>Model Code 2010</i> καμπύλης. . . . .	34
4.1	Κλασσικό δοκίμιο εξόλκευσης. . . . .	37
4.2	Ισορροπία διακριτού στοιχείου $dx$ του κλασσικού δοκιμίου εξόλκευσης. . . . .	37
4.3	Δοκίμιο εξόλκευσης ισορροπούμενο από παράπλευρες διατμητικές τάσεις. . . . .	40
4.4	Τομή δοκιμίου ισορροπούμενου από παράπλευρες διατμητικές τάσεις, σε απόσταση $x$ από την ακραία διατομή. . . . .	40
4.5	Πραγματικοί “Χώροι” μέσα στους οποίους γίνεται εξόλκευση ράβδου. . . . .	42
4.6	Κατά προσέγγιση φόρτιση “θεμελίου” με τάσεις συναφείας λόγω εξόλκευσης όπου $D_c$ είναι το υποτιθέμενο πλάτος του “δοκιμίου”. . . . .	42
4.7	Ορθές και διατμητικές τάσεις δρώσες σε κατά μήκος τομές παράλληλες στον άξονα της εξολκευόμενης ράβδου. . . . .	43
4.8	Προτεινόμενη κατανομή εξωτερικών του “δοκιμίου” στηρικτικών διατμητικών τάσεων. . . . .	43
4.9	Ημιτελής κλείσιμο ρωγμών όταν επαναθλίβονται κατά την ανακύκλιση. . . . .	45
4.10	Σταδιακή εξέλιξη των τάσεων σκυροδέματος και χάλυβα στη θλιβόμενη ζώνη της διατομής ( $x$ ), πριν, τη στιγμή και μετά το κλείσιμο των χειλέων της ρωγμής. . . . .	46
4.11	Απλοποιημένη υπόθεση για “εξισορρόπηση” δυνάμεων στη θλιβόμενη διατομή. . . . .	47
4.12	Επιστρατευόμενη θλιπτική τάση σκυροδέματος για μηδενικές παραμορφώσεις συναρτήσε του ανοίγματος ρωγμής σε μονοτονικές φορτίσεις (από Τάσιος και Πλαϊνής (1980)). . . . .	47



4.13	Τιμές του συντελεστή ομοιοθεσίας $\ell_{om}$ και η επίδρασή του στον καταστατικό νόμο τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης. . . . .	49
5.1	Ιστορία φόρτισης. . . . .	52
5.2	Προβολές στο οριζόντιο επίπεδο των γραφικών παραστάσεων των προτεινόμενων εξισώσεων για την πρόβλεψη της αδιαστατοποιημένης ολίσθησης $k_2$ στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου υπό ανακυκλιζόμενες φορτίσεις. . . . .	60
5.3	Προβολές στο οριζόντιο επίπεδο των γραφικών παραστάσεων των προτεινόμενων εξισώσεων για την πρόβλεψη της αδιαστατοποιημένης ολίσθησης $k_2$ στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου υπό ανακυκλιζόμενες φορτίσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Eligenhausen. . . . .	61
5.4	Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε <b>μονοτονική φόρτιση πριν τη διαρροή</b> για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, $\sigma_{s,0} = 500$ MPa, για <b>κλασσικό δοκίμιο</b> σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	63
5.5	Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε <b>μονοτονική φόρτιση πριν και μετά τη διαρροή</b> για $N = 1$ , για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, για <b>κλασσικό δοκίμιο</b> σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	64
5.6	Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε <b>μία πλήρη ανακύκλιση πριν τη διαρροή</b> για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, $\sigma_{s,0} = 500$ MPa, για <b>κλασσικό δοκίμιο</b> σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	65
5.7	Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε <b>μία πλήρη ανακύκλιση μετά τη διαρροή</b> για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, $\sigma_{s,0} = 550$ MPa, για <b>κλασσικό δοκίμιο</b> σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	66
5.8	Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, <b>πριν και μετά τη διαρροή</b> για $N = 1$ , για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, για <b>κλασσικό δοκίμιο</b> σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	67
5.9	Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, <b>πριν και μετά τη διαρροή</b> για $N = 2$ , για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, για <b>κλασσικό δοκίμιο</b> σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	68

5.10	Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, πριν και μετά τη διαρροή για $N = 3$ , για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	69
5.11	Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, πριν και μετά τη διαρροή για $N = 4$ , για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	70
5.12	Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, πριν και μετά τη διαρροή για $N = 5$ , για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	71
5.13	Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μία πλήρη ανακύκλιση πριν τη διαρροή για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, $\sigma_{s,0} = 500$ MPa, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Eligenhausen. . . . .	72
5.14	Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μία πλήρη ανακύκλιση μετά τη διαρροή για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $d_x = 1.0$ mm, $\sigma_{s,0} = 550$ MPa, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Eligenhausen. . . . .	73
5.15	Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μονοτονική φόρτιση για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $\ell_{ext} = 300$ mm, $d_x = 1.0$ mm, $\sigma_{s,0} = 500$ MPa, για δοκίμιο στηριζόμενο με εξωτερικές τάσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	74
5.16	Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μία πλήρη ανακύκλιση πριν τη διαρροή για $f_{ck} = 20$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $D_c = 100$ mm, $d_s = 14$ mm, $\ell = 1000$ mm, $\ell_{ext} = 300$ mm, $d_x = 1.0$ mm, $\sigma_{s,0} = 500$ MPa, για δοκίμιο στηριζόμενο με εξωτερικές τάσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios. . . . .	75
Γ'.1	Αρχικά διαστήματα μεθόδου Brent. . . . .	87
Γ'.2	Νέα διαστήματα μεθόδου Brent. . . . .	88

# Κατάλογος πινάκων

2.1	Σύγκριση <i>Model Code 1990</i> και <i>Model Code 2010</i> για αστοχία εξόλκευσης (περισφιγμένο σκυρόδεμα). . . . .	16
2.2	Σύγκριση <i>Model Code 1990</i> και <i>Model Code 2010</i> για αστοχία διάρρηξης (απερίσφιγκτο σκυρόδεμα). . . . .	16
4.1	Συνοριακές συνθήκες κλασσικού δοκιμίου . . . . .	37
5.1	Δεδομένα αναλύσεων για τη διερεύνηση της εξέλιξης των ολισθήσεων στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου. . . . .	57
5.2	Απόλυτες τιμές ολίσθησης ( $s_0$ ) και αδιαστατοποιημένες τιμές ολίσθησης ( $k_2$ ) στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου συναρτήσει του αριθμού των ανακυκλίσεων $N$ (βλ. σχ. 5.1). . . . .	58

*στους γονείς μου*

## Ευχαριστίες

Κατά τη σύνταξη αυτής της διπλωματικής εργασίας, βοηθήθηκα από διάφορα άτομα, προς τα οποία, ως ελάχιστη, αν και συμβολική, ένδειξη ευγνωμοσύνης οφείλω να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες.

Πρέπει να αρχίσω από την κα. Ευαγγελία Μπονατάκη, η οποία κατά τα αρχικά στάδια της εργασίας, και παρά τις πολλές επαγγελματικές της υποχρεώσεις, έβρισκε πάντα το χρόνο και τη διάθεση να με βοηθήσει. Ομοίως πρέπει να ευχαριστήσω τη κα. Ισαβέλλα Βασιλοπούλου, η οποία με πολύ καλή διάθεση διεξήγαγε ορισμένες αναλύσεις οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν στο θεωρητικό τμήμα της εργασίας και πιο συγκεκριμένα στο κεφάλαιο των αλγορίθμων. Και στις δυο σας χρωσταω ένα ειλικρινές *ευχαριστώ*.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω απο καρδιάς τον κο. Τάσιο και για το χρόνο που διέθεσε, αλλά κυρίως για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε.

## Πρόλογος

Η συνάφεια αποτελεί ίσως τη σημαντικότερη ιδιότητα του οπλισμένου σκυροδέματος. Η παρούσα μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία ασχολείται με το, αμέσως συναφές με αυτή, πρόβλημα της πρόβλεψης της παρατηρούμενης ολίσθησης στο άκρο εξολκευόμενων, ευθύγραμμων ράβδων οπλισμένου σκυροδέματος σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις μετά τη διαρροή του χάλυβα.

Το πρόβλημα αυτό συνδέεται και με το θέμα επαρκούς παράθεσης ματιζόμενων ράβδων αλλά, κυρίως, με το ζήτημα της διαθέσιμης γωνίας πλαστικής στροφής στις κρίσιμες περιοχές δομικών στοιχείων υπό σεισμική δράση.

Για τη διερεύνηση του προβλήματος αυτού αναπτύχθηκε το πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή **pyBond**. Στο κυρίως κείμενο της εργασίας αναλύονται τόσο οι καταστατικοί νόμοι των υλικών, όσο και οι αλγόριθμοι που αναπτύχθηκαν για την περιγραφή του φαινομένου. Η εργασία ολοκληρώνεται με την παρουσίαση ορισμένων εφαρμογών.

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Η εργασία αυτή αποτελεί μια συμβολή στην πρόβλεψη του μεγέθους των ολισθήσεων λόγω του φαινομένου της εξόλκευσης ράβδων οπλισμένου σκυροδέματος.

### 1.1 Αντικείμενο – Στόχος

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται μια αναλυτική μεθοδολογία πρόβλεψης της ολίσθησης ευθύγραμμων ράβδων με νευρώσεις τοποθετημένων σε μάζα σκυροδέματος οι οποίες υπόκεινται σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις μετά τη διαρροή του χάλυβα.

Προκειμένου να επιτευχθεί ο στόχος αυτός με τη δέουσα ακρίβεια, είναι απαραίτητο να ληφθούν υπόψη οι μη γραμμικοί καταστατικοί νόμοι που περιγράφουν τη συμπεριφορά του σκυροδέματος, του χάλυβα και της συνάφειας που αναπτύσσεται μεταξύ τους, τόσο για μονοτονικές όσο και για ανακυκλιζόμενες φορτίσεις.

Στο πλαίσιο της εργασίας, αναπτύχθηκε λογισμικό, το οποίο εφαρμόζει την προαναφερθείσα μεθοδολογία και επιτρέπει τη διερεύνηση όλων των βασικών παραμέτρων που υπεισέρχονται στο φαινόμενο. Προκειμένου να είναι χρήσιμο το πρόγραμμα, καταβλήθηκε προσπάθεια ώστε να είναι:

- κατά το δυνατόν ακριβέστερο,
- να προσφέρει σημαντική εποπτεία,
- και να είναι εύκολο στη χρήση του (εισαγωγή δεδομένων, εξαγωγή αποτελεσμάτων, ταχύτητα υπολογισμού).

Το προαναφερθέν πρόγραμμα χρησιμοποιήθηκε προκειμένου να υπολογιστεί η σχετική αύξηση των ολισθήσεων στο “εξωτερικό” άκρο εξολκευόμενης δοκού υποκείμενης σε πλήρεις ανακυκλίσεις, πριν και μετά τη διαρροή, καθώς και της αύξησης του απαιτούμενου μήκους αγκύρωσης της ράβδου, εάν απαιτείται μηδενική ολίσθηση του “εσωτερικού” άκρου της ράβδου.

## 1.2 Διάρθρωση

Η εργασία διαρθρώνεται συνολικά σε 6 κεφάλαια, ενώ ακολουθούν και παραρτήματα.

Το παρόν κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή, στην οποία ορίζεται το πρόβλημα, το πλαίσιο και ο στόχος της εργασίας.

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση του φαινομένου της συνάφειας. Αρχικά εξετάζονται οι βασικές παράμετροι που την επηρεάζουν, και παρουσιάζεται η εξέλιξη του φαινομένου. Κατόπιν, εξετάζονται τα βασικά προσομοιώματα του καταστατικού νόμου τοπικής ολίσθησης – τοπικής συνάφειας, τόσο για μονοτονικές όσο και για ανακυκλιζόμενες φορτίσεις. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με μία σύντομη βιβλιογραφική επισκόπηση αναφορικά με τη συμπεριφορά της συνάφειας μετά τη διαρροή του χάλυβα.

Στο κεφάλαιο 3 αναπτύσσονται οι καταστατικοί νόμοι των υλικών (μονοτονικοί και ανακυκλιζόμενοι) που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμα το οποίο αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της εργασίας.

Στο κεφάλαιο 4 εξετάζονται οι αλγόριθμοι που αποτελούν τη ραχοκοκκαλιά της μεθοδολογίας. Αρχικά αναπτύσσεται ο βασικός αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε στο πρόγραμμα, ενώ στη συνέχεια αναλύονται ορισμένες επεκτάσεις που είναι δυνατό να γίνουν σε αυτόν ώστε να βελτιωθεί αφενός η ακρίβεια και αφετέρου το εύρος των προβλημάτων που μπορούν να επιλυθούν μέσω αυτού.

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής του προγράμματος για ορισμένες μόνο ενδεικτικές περιπτώσεις. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην παρούσα εργασία δεν γίνεται πλήρης διερεύνηση των παραμέτρων που υπεισέρχονται στο φαινόμενο ούτε εξετάζεται η αλληλεπίδραση μεταξύ τους (βλ. εν. 5.1).

Στο κεφάλαιο 6 γίνεται μια σύντομη ανακεφαλαίωση και διατυπώνονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

Στο συνοδευτικά παραρτήματα εξετάζονται θέματα, σχετικά με το καθαρά προγραμματιστικό τμήμα της εργασίας, με τις απαιτήσεις για τη χρήση του προγράμματος, αλλά και για τον τρόπο με τον οποίο επιτυγχάνεται η σύγκλιση της επαναληπτικής διαδικασίας που χρησιμοποιείται.

Στο τέλος παρατίθεται η βασική βιβλιογραφία που κρίθηκε απαραίτητη για την εκπόνηση της εργασίας.

Τόσο για την ανάπτυξη του προαναφερθέντος προγράμματος όσο και για τη συγγραφή της εργασίας, χρησιμοποιήθηκαν αποκλειστικά προγράμματα ανοικτού λογισμικού (*open source*). Πιο συγκεκριμένα, για την ανάπτυξη του προγράμματος χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα Python, ενώ για τη στοιχειοθεσία της εργασίας χρησιμοποιήθηκε το XeTeX<sup>1</sup>. Εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά, τα σχήματα και οι εικόνες

<sup>1</sup><http://en.wikipedia.org/wiki/XeTeX>



είναι πρωτότυπα και σχεδόν στο σύνολο τους έχουν γίνει μέσω  $\text{\LaTeX}$  με χρήση του πακέτου Tikz<sup>2</sup>.

Τα αρχεία κώδικα του κειμένου αλλά και των σχημάτων είναι ελευθέρως διαθέσιμα<sup>3</sup> ενώ το ίδιο ισχύει και για τον κώδικα του προγράμματος<sup>4</sup>

---

<sup>2</sup><http://www.texample.net/tikz/>

<sup>3</sup><https://bitbucket.org/pmav99/diplomatiki>

<sup>4</sup><https://bitbucket.org/pmav99/pybond>

# Κεφάλαιο 2

## Συνάφεια

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια συνοπτική βιβλιογραφική ανασκόπηση του φαινομένου της συνάφειας οπλισμού και σκυροδέματος. Παρουσιάζονται τα βασικότερα προσομοιώματα, τόσο για μονοτονικές φορτίσεις όσο και για ανακυκλιζόμενες, ενώ γίνεται και μία σύντομη αναφορά στα σύγχρονα κανονιστικά πλαίσια.

Αναλυτικότερα, στην ενότητα 2.1 γίνεται μια γενικότερη περιγραφή του φαινομένου της συνάφειας και των παραμέτρων που την επηρεάζουν.

Στην ενότητα 2.2 γίνεται αναφορά στην εξέλιξη του φαινομένου της συνάφειας σύμφωνα με το *State of the Art Report* της FIB (2000).

Ακολούθως στις ενότητες 2.3 και 2.4 γίνεται αναφορά στα προσομοιώματα των Tassios και Eligenhausen αντίστοιχα, τα οποία περιγράφουν την συμπεριφορά του φαινομένου σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις.

Στην ενότητα 2.5 γίνεται σύγκριση των κανονιστικών διατάξεων του *Model Code 1990* και του πρόσφατου *Model Code 2010*, το οποίο και θα αποτελέσει τη βάση σχεδιασμού των σύγχρονων Κανονισμών από εδώ και πέρα.

Το κεφάλαιο κλείνει με την ενότητα 2.6 όπου και εξετάζεται η επιρροή της διαρροής του οπλισμού στην απόκριση συνάφειας.

### 2.1 Γενικά στοιχεία

Συνάφεια είναι ο όρος που χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη μεταφορά δυνάμεων από το σκυρόδεμα προς τον χάλυβα και αντιστρόφως. Αποτελεί ίσως τη σημαντικότερη ιδιότητα του οπλισμένου σκυροδέματος. Χάρης σε αυτή είναι δυνατή η συνεργασία των δύο υλικών.

Η συνάφεια επηρεάζει τις κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα ποικιλοτρόπως. Όσον αφορά τις Οριακές Καταστάσεις Λειτουργικότητας (ΟΚΛ) η συνάφεια παίζει καθοριστικό ρόλο στον προσδιορισμό του ανοίγματος των ρωγμών και στις καμπυλότητες διαρροής και αστοχίας. Όσον αφορά πάλι τις Οριακές Καταστάσεις Αστοχίας

(ΟΚΑ) η συνάφεια επηρεάζει δραστικά τις αγκυρώσεις παντός τύπου, καθώς και τη δυνατότητα στροφής των περιοχών σχηματισμού πλαστικών αρθρώσεων.

Η συνάφεια κατά κύριο λόγο οφείλεται στη μηχανική σύνδεση μεταξύ των ραβδώσεων του οπλισμού και του σκυροδέματος. Η χημική συνοχή και η τριβή συνεισφέρουν και αυτές στη δημιουργία της, αλλά δευτερευόντως.

Κατά τη μεταφορά των δυνάμεων, η ένταση στο σκυρόδεμα και στον οπλισμό του μεταβάλλεται κατά το μήκος των στοιχείων. Όταν οι ασκούμενες εντάσεις δημιουργούν διαφορετικές παραμορφώσεις στα δύο υλικά, τότε παρατηρείται η σχετική ολισθήση του ενός ως προς το άλλο. Στην περίπτωση των ράβδων με νευρώσεις, οι ολισθήσεις αυτές επιτείνονται ακόμη περισσότερο εξαιτίας των υψηλών εντάσεων που αναπτύσσονται στο σκυρόδεμα στην περιοχή γύρω από τη ράβδο. Η συνολική τιμή των ολισθήσεων οφείλεται τόσο στις σχετικές μετακινήσεις της διεπιφάνειας των δύο υλικών, όσο και στην διατμητικές παραμορφώσεις του σκυροδέματος. Η μέτρηση των ολισθήσεων γίνεται πάντα ως προς την απαραμόρφωτη επιφάνεια του σκυροδέματος.

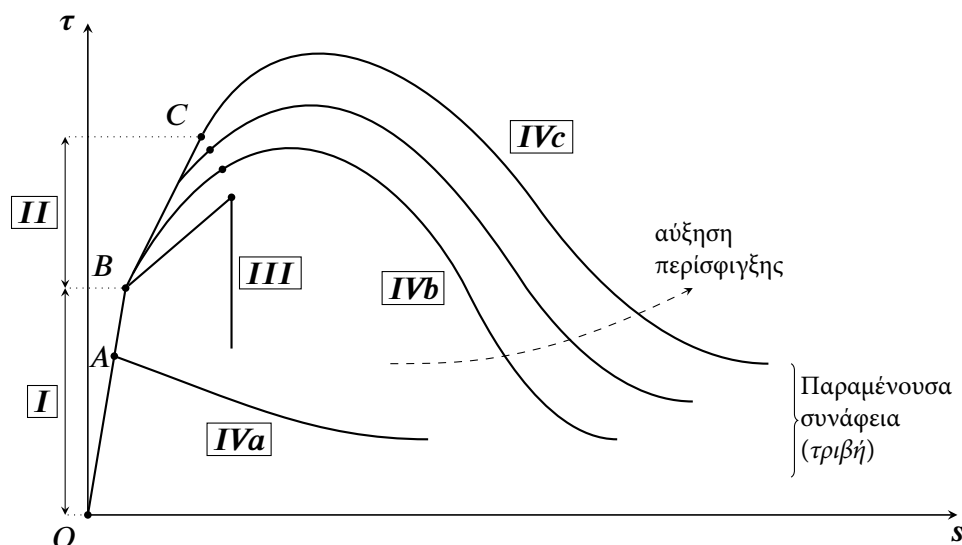
### 2.1.1 Παράγοντες που επηρεάζουν τη συνάφεια

Το ενδιαφέρον των Μηχανικών για τη συνάφεια ξεκινάει από πολύ νωρίς, καθώς ήδη από τις αρχές του 1900 έγιναν οι πρώτες δημοσιεύσεις επί του θέματος, (Mörsch 1908; Abrams 1913).

Οι σημαντικότερες πειραματικές έρευνες για τη συνάφεια σε νευροχάλυβες έχουν γίνει από τους Eligehausen κ.ά. (1983) (125 δοκίμια) και Balázs (1992) (106 δοκίμια). Πιο πρόσφατα είναι τα πειράματα του Weathersby (2003) ο οποίος ερεύνησε τη συνάφεια χάλυβα και σκυροδέματος σε δυναμικές και οιονεί μόνιμες φορτίσεις και των Verderame, Ricci κ.ά. (2009) και Verderame, De Carlo κ.ά. (2009) οι οποίοι μελέτησαν τη συμπεριφορά των λείων χαλύβων

Οι παράγοντες που επηρεάζουν τη συνάφεια είναι πολλοί, χωρίς όμως μέχρι σήμερα να έχουν διερευνηθεί επαρκώς όλοι. Οι σημαντικότεροι από αυτούς είναι οι ακόλουθοι:

- η γεωμετρία των νευρώσεων του χάλυβα (αν υπάρχουν),
- η θέση των ράβδων ως προς τη διεύθυνση σκυροδέτησης (οριζόντια ή κατακόρυφη),
- η επικάλυψη της ράβδου,
- η περίσφιγξη της ράβδου,
- η δράση βλήτρου (*dowel action*),
- η αντοχή του σκυροδέματος (θλιπτική – εφελκυστική),
- η διάρκεια των δράσεων (βραχείας ή μακράς διάρκειας, στιγμιαίες, κρουστικές κτλ),



Σχήμα 2.1 – Στάδια εξέλιξης συνάφειας σε μονοτονικές φορτίσεις σύμφωνα με το *State of the Art Report* της FIB.

- ο τύπος των δράσεων (μονότονες, επαναλαμβανόμενες ή ανακυκλιζόμενες).
- η διάβρωση.

Για τον αντισεισμικό σχεδιασμό των κτιρίων, η σημαντικότερη ίσως παράμετρος, αλλά ίσως και η λιγότερο μελετημένη από όλες, είναι η συμπεριφορά της συνάφειας σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις.

## 2.2 Η επιστημονική κατάσταση του θέματος

Στο πλαίσιο της ομάδας εργασίας της FIB για τα προσομοιώματα συνάφειας,<sup>1</sup> εκδόθηκε το *State of the Art Report* (FIB 2000) στο οποίο και γίνεται εκτενής ανασκόπηση των προσομοιωμάτων που έχουν προταθεί για την περιγραφή του καταστατικού νόμου τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης. Σύμφωνα με αυτό, ο μηχανισμός της συνάφειας σε μονοτονική φόρτιση εμφανίζει τέσσερα διακριτά στάδια (σχήμα 2.1):

**ΣΤΑΔΙΟ I (Μή ρηγματωμένο σκυρόδεμα).** Για χαμηλές τιμές συνάφειας (τμήμα OB με  $t_B \simeq 0.5 f_{ct}$ ) υπάρχει μόνο χημική πρόσφυση, η οποία συνοδεύεται και από τη μηχανική πρόσφυση του σκυροδέματος με την (αδρομερή) επιφάνεια της ράβδου, αλλά η επίδραση της είναι μικρή. Τοπικά στο σκυρόδεμα γύρω από τις

<sup>1</sup>FIB Task Group 4.5 - Bond Models

νευρώσεις της ράβδου, αναπτύσσονται υψηλές τάσεις θλιπτικές στο σκυρόδεμα, η συμπεριφορά του όμως παραμένει ελαστική. Λόγω της χαμηλής τιμής των τάσεων, οι σχετικές ολισθήσεις της ράβδου ως προς το σκυρόδεμα είναι μικρές και οφείλονται κυρίως στις παραμορφώσεις του σκυροδέματος. Στις λείες ράβδους, όπως έχει αποδειχτεί και πειραματικά, η δυνατότητα ανάπτυξης μηχανικής πρόσφυσης είναι περιορισμένη (ΟΑ). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την έντονη ολίσθηση της ράβδου πολύ σύντομα μετά την υπέρβαση της χημικής συνοχής (ΣΤΑΔΙΟ IVa)

ΣΤΑΔΙΟ II (*Πρώτη ρηγματώση*). Όσο η τιμή της συνάφειας αυξάνει (τιμήμα BC), οι δεσμοί της χημικής πρόσφυσης καταλύονται. Πλέον, και καθώς οι σχετικές ολισθήσεις αυξάνονται, οι νευρώσεις του οπλισμού εισάγουν αυξημένες πιέσεις στην περιβάλλουσα μάζα σκυροδέματος, η οποία και αστοχεί μόνο τοπικά σε θλίψη. Παράλληλα, αναπτύσσεται εγκάρσιος εφελκυσμός ο οποίος με τη σειρά του δημιουργεί τις πρώτες ρηγματώσεις. Παρά την αύξηση των διατμητικών τάσεων του σκυροδέματος μεταξύ των νευρώσεων, ακόμα δεν παρατηρείται διάρρηξη του σκυροδέματος, αν και πλέον η σχετική ολίσθηση της ράβδου ως προς το σκυρόδεμα αρχίζει να γίνεται αντιληπτή. Η αλλαγή μηχανισμού της συνάφειας απεικονίζεται με την αλλαγή κλίσης του σχετικού διαγράμματος. Όπως είναι φυσικό, οι λείες ράβδοι αδυνατούν να αναπτύξουν συνάφεια αυτού του είδους.

ΣΤΑΔΙΟ III (*Διαμήκειες ρηγματώσεις*). Για τιμές συνάφειας περίπου ίσες με  $1 - 3f_{ct}$ , και εξαιτίας της ανάπτυξης ακτινικών εφελκυστικών τάσεων, αναπτύσσονται διαμήκειες ρηγματώσεις που οφείλονται στη διάρρηξη του σκυροδέματος. Η ανάπτυξη των ρωγμών αυτών περιορίζεται από το περιβάλλον σκυρόδεμα (επικάλυψη), από την ύπαρξη εγκάρσιων οπλισμών και από την ύπαρξη εγκάρσιας θλίψης.

Σε μέλη με ελαφρύ εγκάρσιο οπλισμό ή μικρές επικαλύψεις, το στάδιο αυτό λήγει μόλις οι διαμήκειες ρωγμές φτάσουν στην επιφάνεια του στοιχείου και ακολουθεί από έντονη πτώση της συνάφειας (ΣΤΑΔΙΟ IVb). Αντιθέτως, σε μέλη με ισχυρό εγκάρσιο οπλισμό ή μεγάλες επικαλύψεις, εξαιτίας της περίσφιγξης που προσφέρουν, οι ρωγμές διάρρηξης περιορίζονται σε μια μικρή περιοχή γύρω από τη ράβδο (ΣΤΑΔΙΟ IVc).

ΣΤΑΔΙΟ IVa (*Λείες ράβδοι - Αστοχία εξόλκευσης*). Στις λείες ράβδους, μετά την καταστροφή της χημικής πρόσφυσης ΣΤΑΔΙΟ I) η μεταφορά των δυνάμεων δεν εξασφαλίζεται παρά μόνο μέσω της τριβής. Η ύπαρξη εγκάρσιας θλίψης και η συστολή ξήρανσης συνεπικουρούν στην ανάπτυξη της συνάφειας, ενώ αντίθετα η φθορά (*λείανση*) της διεπιφάνειας σκυροδέματος – χάλυβα, περιορίζουν τη δυνατότητα ανάπτυξής της, ιδιαίτερα κατά τις ανακυκλίσεις.

ΣΤΑΔΙΟ IVb (Αστοχία διάρρηξης). Στην περίπτωση ράβδων με νευρώσεις, με ελαφρύ ή μέτριο εγκάρσιο οπλισμό οι διαμήκεις ρηγματώσεις του Σταδίου III διαπερνούν ολόκληρη την επικάλυψη της ράβδου, με αποτέλεσμα να παρατηρείται έντονη μείωση της συνάφειας. Στην περίπτωση επαρκούς εγκάρσιου οπλισμού (συνδετήρες), παρά τη διάρρηξη του σκυροδέματος, εξασφαλίζεται ικανοποιητική συνάφεια εξαιτίας της περίσφιγξης που αυτός προσφέρει. Συχνά οι ολισθήσεις που παρατηρούνται δεν είναι αποδεκτές (άνοιγμα ρωγμών κτλ).

ΣΤΑΔΙΟ IVc (Αστοχία εξόλκευσης). Στις ράβδους με νευρώσεις με βαρύ εγκάρσιο οπλισμό, οι διαμήκεις ρηγματώσεις περιορίζονται στην περιοχή γύρω από τη ράβδο, χωρίς να διαπεράσουν ολόκληρη την επικάλυψη. Η αστοχία σε αυτή την περίπτωση είναι αστοχία εξόλκευσης (*pull out*).

## 2.3 Προσομοίωμα Tassios

Ο Tassios, στηριζόμενος σε πειραματικά δεδομένα της εποχής, παρουσίασε το προσομοίωμά του το 1980 (Tassios 1980). Στη συνέχεια, σε μεταγενέστερο στάδιο, έγιναν τροποποιήσεις και βελτιώσεις του αρχικού προσομοιώματος. Αρχικά το 1981 (Tassios και Yannopoulos 1981) και στη συνέχεια το 1991 (Yannopoulos και Tassios 1991). Τα βασικά χαρακτηριστικά του είναι η απλότητα και η ευκολία εφαρμογής. Πρέπει πάντως να σημειωθεί ότι αγνοούνται βασικές παράμετροι όπως η μείωση της απόκρισης σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις συναρτήσει του μεγέθους της ολίσθησης.

### 2.3.1 Μονοτονικές φορτίσεις

Η μονοτονική καμπύλη του νόμου τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης προσομοιώνεται μέσω μιας σειράς ευθύγραμμων τμημάτων (σχήμα 2.2). Η μορφή της καμπύλης υπαγορεύεται από το μηχανισμό αστοχίας, ενώ για τον προσδιορισμό των τιμών της καμπύλης γίνεται συσχέτισή της με χαρακτηριστικές τιμές της αντοχής του σκυροδέματος. Πιο συγκεκριμένα σε περιοχές υψηλής συνάφειας για απερίσφιγκτο σκυρόδεμα προτείνεται ότι:

- το σημείο A (σχήμα 2.3) αντιστοιχεί στην εσωτερική (εγκάρσια) ρηγματώση με  $\tau_A \simeq f_{ct}$ .
- το σημείο B (σχήμα 2.4) αντιστοιχεί στην εμφάνιση διαμήκων ρωγμών διάρρηξης. Το στάδιο αυτό οι ολισθήσεις είναι  $\tau_B \simeq 2 f_{ct}$ .
- το πλατό μεταξύ C (σχήμα 2.5) και D αντιστοιχεί στην πλήρη απόσχιση των προβολίσκων του σκυροδέματος μεταξύ διαδοχικών νευρώσεων. Η τιμή της τοπικής συνάφειας είναι περίπου ίση με  $f_{cc}/3$  και είναι η μέγιστη τιμή που παρατηρείται.

- μετά το πλατό, ακολουθεί ένας πτωτικός κλάδος. Οι τάσεις συνάφειας απομειώνονται μέχρι να απομείνει μόνο η παραμένουσα τάση συνάφειας  $\tau_r$ .

Στην περίπτωση των λείων χαλύβων, η τάση συνάφειας αδυνατεί να φτάσει σε υψηλές τιμές ολίσθησης, ενώ δε μπορεί να δημιουργηθεί ούτε το πλατό των τάσεων.

### 2.3.2 Ανακυκλιζόμενες φορτίσεις

Η γενική μορφή του προσομοιώματος σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις απεικονίζεται στο σχήμα 2.6. Μετά την αρχική φόρτιση, κατά την οποία το προσομοίωμα ακολουθεί τον μονοτονικό καταστατικό νόμο τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης (διαδρομή ABCD), ξεκινάει η αποφόρτιση του προσομοιώματος. Η αποφόρτιση (ή η επαναφόρτιση) γίνεται με πολύ έντονη κλίση. Η κλίση αυτή θεωρείται ίση με την κλίση του αρχικού κλάδου της μονοτονικής καμπύλης (250 MPa/mm).

Η αποφόρτιση συνεχίζεται με την ίδια κλίση και μετά την αντιστροφή του προσήμου των τάσεων συνάφειας, μέχρι η τάση να φτάσει στο 1/4 της μέγιστης τάσης κατά απόλυτο τιμή (διαδρομή EF). Από το σημείο αυτό και έπειτα, οι τάσεις συνάφειας παραμένουν σταθερές (διαδρομή FG), ενώ γίνεται η θεώρηση ότι οφείλονται αποκλειστικά και μόνο στην τριβή (*frictional bond*). Κατά την πρώτη αποφόρτιση και μόνο, μετά την αντιστροφή του προσήμου των ολισθήσεων, ακολουθείται μία καμπύλη όμοια σε μορφή με τη μονοτονική καμπύλη με μειωμένες όμως τις τάσεις συνάφειας κατά το 1/3 (διαδρομή GA'B'C'D').

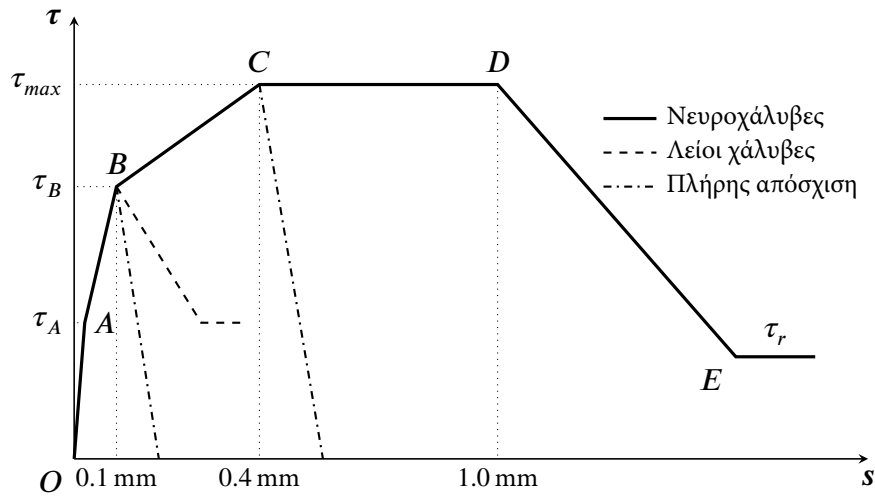
Κατά την επαναφόρτιση (διαδρομή HIJKLM), μετά την αντιστροφή του προσήμου των ολισθήσεων, η απόκριση δεν ακολουθεί την μονοτονική καμπύλη, αλλά συνεχίζει να αντιστέκεται μόνο χάρις στην τριβή, μέχρις ότου οι ολισθήσεις να ξεπεράσουν τη μέγιστη τιμή που έχει παρατηρηθεί μέχρι στιγμής. Από το σημείο αυτό και έπειτα το προσομοίωμα προβλέπει ότι ο καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης ακολουθεί μια καμπύλη όμοια με την μονοτονική μειωμένη όμως κατά τον ακόλουθο συντελεστή που εξαρτάται από τον αριθμό των ανακυκλίσεων.

$$k_{T,m} = 1 - \sqrt{\frac{n}{10}} \quad [2.1]$$

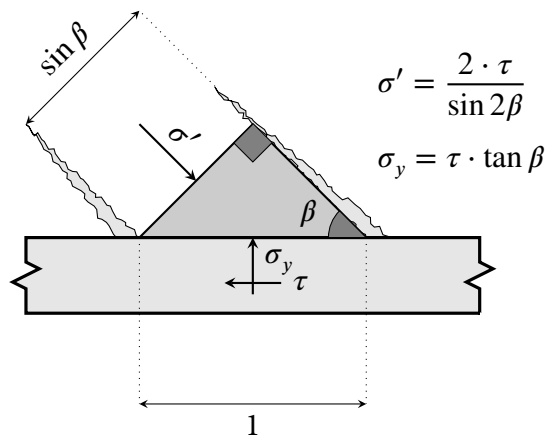
Στην περίπτωση μεγάλων τιμών των ολισθήσεων, η απομένουσα τιμή της τάσεως συνάφειας  $\tau_r$  πολλαπλασιάζεται με τον ακόλουθο μειωτικό συντελεστή:

$$k_{T,r} = 1 - \sqrt{\frac{n}{40}} \quad [2.2]$$

Όλες οι επακόλουθες αποφορτίσεις (διαδρομή MNOPQR) και επαναφορτίσεις (διαδρομή RSTUVW) ακολουθούν τους κανόνες που μόλις περιγράφηκαν.

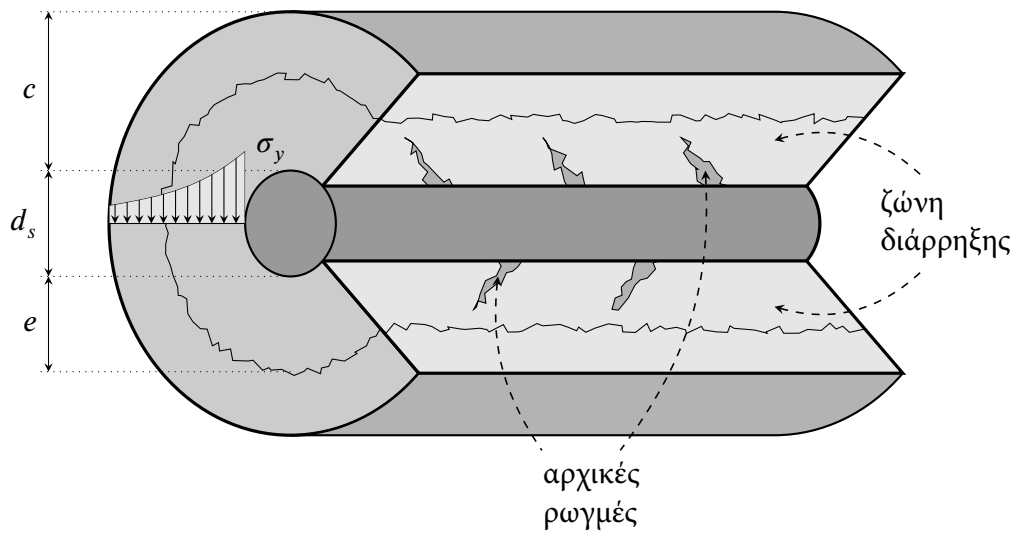


Σχήμα 2.2 – Καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης σε μονοτονικές φορτίσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα Tassios.

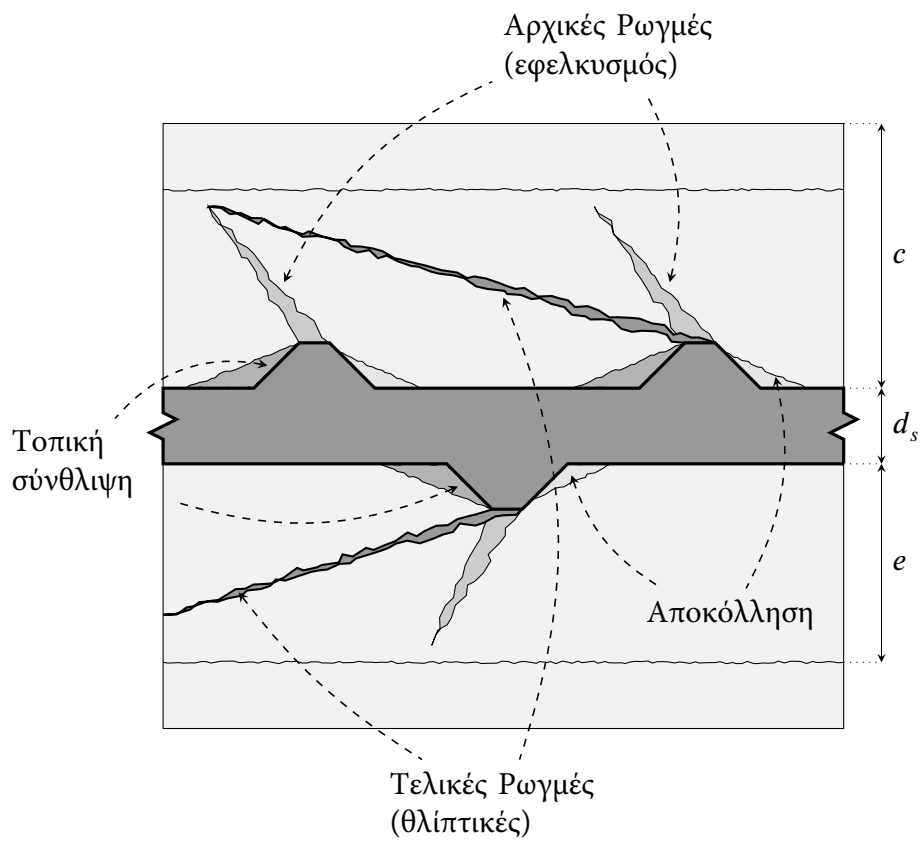


Σχήμα 2.3 – Εντατική κατάσταση σημείου A.





Σχήμα 2.4 – Εντατική κατάσταση σημείου Β.



Σχήμα 2.5 – Εντατική κατάσταση σημείου C.

## 2.4 Προσομοίωμα Eligenhausen

Το προσομοίωμα των Eligenhausen κ.ά. (1983) ισχύει για καλά περισφιγμένο σκυρόδεμα και, σύμφωνα με τους συγγραφείς, μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για την εξόλκευση (*pull out*) όσο και για εισπίεση της ράβδου (*push in*). Τα βασικά χαρακτηριστικά του φαίνονται στο σχήμα 2.7.

Κατά την αρχική φόρτιση, ο καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης ακολουθεί τη μονοτονική καμπύλη (διαδρομή OABCD). Η καμπύλη αυτή ονομάζεται *μονοτονική περιβάλλουσα*.

Κατά την αλλαγή προσήμου της φόρτισης, ακολουθεί έντονη απώλεια συνάφειας, μέχρι να επιτευχθεί η συνάφεια τριβής  $\tau_f$  (διαδρομή EFG). Περαιτέρω φόρτιση, στην αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική, δεν οδηγεί σε αύξηση της συνάφειας, έως ότου ο κλάδος οφειλόμενος στην τριβή να τμηθεί με την αντίστροφη μονοτονική περιβάλλουσα (διαδρομή GHI). Αν συνεχιστεί η φόρτιση στην αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική, τότε ακολουθείται μια καμπύλη όμοια σε μορφή με την με την μονοτονική περιβάλλουσα αλλά με μειωμένες τιμές (διαδρομή IA<sub>1</sub>J). Η διαδρομή OA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> αποκαλείται *μειωμένη περιβάλλουσα*.

Τη νέα αλλαγή προσήμου, ακολουθεί και πάλι ένας έντονα πτωτικός κλάδος, μέχρι η συνάφεια να φτάσει την συνάφεια τριβής. Η συνάφεια δεν αυξάνεται έως ότου ο κλάδος της τριβής να τμηθεί με την προηγούμενη αποφόρτιση (διαδρομή JLN). Στο σημείο αυτό, ο κλάδος της προηγούμενης αποφόρτισης ακολουθείται μέχρι τη νέα *μειωμένη περιβάλλουσα* (A'B'C'D'). Περαιτέρω αύξηση της φόρτισης, ακολουθεί τη νέα περιβάλλουσα.

Σε περίπτωση που κατά τις ανακυκλίσεις, η αλλαγή προσήμου συμβαίνει για μικρότερες τιμές ολισθήσεων από αυτές των προηγούμενων κύκλων, τότε η συμπεριφορά του προσομοιώματος είναι όμοια με αυτή ενός απολύτως πλαστικού σώματος, με τη διαφορά ότι οι τάσεις του κλάδου της τριβής μειώνονται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των επαναλήψεων.

### 2.4.1 Μονοτονικές φορτίσεις

Για την περιγραφή του καταστατικού νόμου τοπικής ολίσθησης – τοπικής συνάφειας για μονοτονικές φορτίσεις, προτάθηκε από τους συγγραφείς μια απλοποιημένη καμπύλη (σχ. 2.8) η οποία περιγράφεται από την εξίσωση [2.3]. Σημειώνεται ότι, η προτεινόμενη καμπύλη ταιριάζει με τη μέση τιμή των πειραματικών αποτελεσμάτων,

αλλά ότι υπάρχει διασπορά σε όλες τις παραμέτρους.

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_1 \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^\alpha & s \leq s_1 \\ \tau_1 & s_1 \leq s \leq s_2 \\ \tau_1 + \frac{\tau_3 - \tau_1}{s_3 - s_2} \cdot (s - s_2) & s_2 \leq s \leq s_3 \\ \tau_3 & s_3 \leq s \end{cases} \quad [2.3]$$

Οι προτεινόμενες τιμές για την παραπάνω συνάρτηση είναι οι ακόλουθες:

$$s_1 = 1.0 \text{ mm}$$

$$s_2 = 3.0 \text{ mm}$$

$$s_3 = 10.5 \text{ mm}$$

$$\tau_1 = 13.5 \text{ MPa}$$

$$\tau_3 = 5.0 \text{ MPa}$$

$$a = 0.40$$

Η παράμετρος  $s_3$  λαμβάνεται ίση με την απόσταση μεταξύ των νευρώσεων του οπλισμού.

## 2.4.2 Ανακυκλιζόμενες φορτίσεις

Η υποβάθμιση της μονοτονικής περιβάλλουσας κατά τις ανακυκλίσεις εξαρτάται από τη βλάβη που υφίσταται το σκυρόδεμα. Οι μειωμένες περιβάλλουσες, υπολογίζονται πολλαπλασιάζοντας τις παραμέτρους  $\tau_1$  και  $\tau_3$  με μειωτικούς συντελεστές που εξαρτώνται από μία και μόνο παράμετρο η οποία ονομάζεται δείκτης βλάβης  $d$  (*damage factor*) [εξ. 2.4 και σχ. 2.10]. Για μηδενική βλάβη, ο δείκτης λαμβάνει την τιμή 0 και η περιβάλλουσα ταυτίζεται με τη μονοτονική. Για πλήρη βλάβη, ο δείκτης λαμβάνει την τιμή 1 και η συνάφεια θεωρείται ότι έχει καταστραφεί πλήρως.

Οι παράμετροι που κυρίως επηρεάζουν τη βλάβη του σκυροδέματος είναι:

- το μήκος των *δοντιών* του σκυροδέματος μεταξύ των νευρώσεων του οπλισμού.
- το μέγεθος της ολίσθησης που πραγματοποιήθηκε στους προηγούμενους κύκλους
- ο αριθμός των κύκλων.

Όλες οι προαναφερθείσες παράμετροι είναι δυνατό να συσχετιστούν με την αποσβεσθείσα ενέργεια των προηγούμενων κύκλων, για αυτό και ο δείκτης βλάβης συσχετίζεται απευθείας με αυτή. Γίνεται η θεώρηση ότι μόνο ένα τμήμα της συνολικής ενέργειας προξενεί βλάβη στο σκυρόδεμα, ενώ το υπόλοιπο καταναλώνεται για την υπερνίκηση των τριβών και μετατρέπεται σε θερμότητα.

Από αναλύσεις που έκαναν οι συγγραφείς, φάνηκε ότι η μέγιστη τάση συνάφειας  $\tau_1$  υποβαθμίζεται γρηγορότερα από την παραμένουσα τάση συνάφειας  $\tau_3$ , αλλά ότι υπάρχει έντονη συσχέτιση μεταξύ του ρυθμού της υποβάθμισης των δύο μεγεθών. Η αδιαστατοποιημένη αποσβεσθείσα ενέργεια  $\left(\frac{E}{E_0}\right)$  των προηγούμενων κύκλων υπολογίζεται σύμφωνα με το σχήμα 2.9.

Για τον υπολογισμό της απομείωσης της  $\tau_3$ , εισάγεται ο συντελεστής  $\gamma$  που εξαρτάται μόνο από το δείκτη βλάβης  $d$  [εξ. 2.5 και σχ. 2.11]. Τελικά ο υπολογισμός των απομειωμένων τιμών  $\tau_1^n$  και  $\tau_3^n$  μετά από  $n$  κύκλους γίνεται μέσω των εξισώσεων [2.6] και [2.7] αντίστοιχα.

$$d = 1 - e^{-1.2 \cdot \left(\frac{E}{E_0}\right)^{1.1}} \quad [2.4]$$

$$\gamma = 1 - \frac{d}{2 - d} \quad [2.5]$$

$$\tau_1^n = (1 - d) \cdot \tau_1^{n=0} \quad [2.6]$$

$$\tau_3^n = \gamma \cdot \tau_3^{n=0} \quad [2.7]$$

Η οφειλόμενη στην τριβή τάση συνάφειας  $\tau_f$  επηρεάζεται κυρίως από τον αριθμό των ανακυκλίσεων και τη μέγιστη ολίσθηση που έχει παρατηρηθεί στους προηγούμενους κύκλους  $s_{max}$ . Οι συγγραφείς συσχέτισαν την τιμή της με την τιμή της παραμένουσας ολίσθησης του ίδιου κύκλου  $\tau_3$ . Ο υπολογισμός της κατά την πρώτη αναστροφή της φόρτισης γίνεται βάσει της εξίσωσης [2.8].

$$\tau_f^{n=1} = \begin{cases} \tau_3^{n=1} \cdot \left(1.8 \cdot \frac{s_{max}}{s_3} + 0.1\right) & \frac{s_{max}}{s_3} \geq 0.5 \\ \tau_3^{n=1} & \frac{s_{max}}{s_3} < 1.0 \end{cases} \quad [2.8]$$

Σε όλους τους κύκλους που ακολουθούν, η τιμή της  $\tau_f$  υπολογίζεται [εξ. 2.10] πολλαπλασιάζοντας την  $\tau_f^{n=1}$  με το μειωτικό συντελεστή  $d_f$  [εξ. 2.9]. Η λόγω τριβής αδιαστασιοποιημένη αποσβεσθείσα ενέργεια, υπολογίζεται σύμφωνα με το σχήμα 2.12.

$$d_f = 1 - e^{-1.2 \cdot \left(\frac{E_f}{E_{f,0}}\right)^{2/3}} \quad [2.9]$$

$$\tau_f^{n \geq 2} = (1 - d_f) \cdot \tau_f^{n=1} = 0 \quad [2.10]$$

Τόσο κατά την φόρτιση όσο και κατά την αποφόρτιση, η κλίση του διαγράμματος τοπικής ολίσθησης – τοπικής συνάφειας (διαδρομές EFG και JKL στο σχήμα 2.7) λαμβάνεται σταθερή και ίση με 180 MPa/mm.

## 2.5 CEB Model Code

Ο *Model Code 1990* (CEB 1993) είναι το πρώτο κανονιστικό πλαίσιο στο οποίο δίνεται στη συνάφεια έμφαση ανάλογη της σημασίας της. Παρόλα αυτά, ακόμη και στην αναθεωρημένη έκδοσή του 2010 (FIB 2010a), δεν υπάρχουν οδηγίες σχετικά με τις ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, παρά μόνο για τις μονοτονικές.

Η γενική μορφή της μονοτονικής φόρτισης φαίνεται στο σχήμα 2.14 και περιγράφεται από την εξίσωση [2.11]. Η μορφή του προτεινόμενου καταστατικού νόμου είναι ουσιαστικά η μορφή που προτείνεται από το προσομοίωμα του Eligenhausen (εν. 2.4).

$$\tau(0) = \begin{cases} \tau_{max} \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^\alpha & s \leq s_1 \\ \tau_{max} & s_1 \leq s \leq s_2 \\ \tau_{max} + \frac{\tau_f - \tau_{max}}{s_3 - s_2} \cdot (s - s_2) & s_2 \leq s \leq s_3 \\ \tau_f & s_3 \leq s \leq s_{max} \end{cases} \quad [2.11]$$

Το καμπύλο τμήμα θεωρείται ότι αντιστοιχεί στην διείδυση των νευρώσεων του χάλυβα στη μάζα του σκυροδέματος. Το στάδιο αυτό χαρακτηρίζεται από τοπική σύνθλιψη του περιβάλλοντος τις νευρώσεις σκυροδέματος και από μικρορηγματώσεις. Το πλατό των τάσεων συνάφειας εμφανίζεται μόνο παρουσία περίσφιγξης ή/και μεγάλης επικάλυψης. Η φυσική σημασία του πλατό είναι ότι παρά τις μεγάλες ρηγματώσεις η περιοχή διατηρεί εν πολλοίς την ακεραιότητα της. Ο φθίνων κλάδος του διαγράμματος αντιστοιχεί στην απομείωση της συνάφειας εξαιτίας της διατμητικής αστοχίας του σκυροδέματος. Απουσία περίσφιγξης, παρατηρείται αστοχία τύπου διάρρηξης στο σκυροδέμα, συνοδευόμενη από απότομη μείωση της παρατηρούμενης απόκρισης μόλις η συνάφεια φτάσει στη μέγιστη τιμή της.

### 2.5.1 Σύγκριση Model Code 1990 και 2010

Στο *Model Code 1990* προβλέπονται 4 περιπτώσεις συνάφειας ανάλογα με τις συνθήκες συνάφειας και την παρουσία ή μη περίσφιγξης. Οι συνθήκες συνάφειας εξαρτώνται από τη θέση της ράβδου, το είδος του στοιχείου, και από τη διεύθυνση σκυροδέτησης. Αντίθετα, στο *Model Code 2010* προβλέπονται επιπρόσθετα ακόμα δύο περιπτώσεις, καθώς γίνεται διάκριση μεταξύ απερίσφιγκτου σκυροδέματος, ελαφρά περισφιγμένου σκυροδέματος (*συνδεδήρες*) και καλά περισφιγμένου σκυροδέματος. Στις περιπτώσεις χωρίς ή με ελαφριά περίσφιγξη θεωρείται ότι η μορφή αστοχίας είναι τύπου διάρρηξης (*splitting*), ενώ όταν υπάρχει ισχυρή περίσφιγξη η μορφή αστοχίας θεωρείται ότι είναι τύπου εξόλκευσης (*pull out*).

Αστοχία Εξόλκευσης						
		Καλές συνθήκες		Άλλες συνθήκες		
		MC 1990	MC 2010	MC 1990	MC 2010	
$\tau_{max}$	[MPa]	2.50	2.50	1.25	1.25	$\times \sqrt{f_{ck}}$
$\tau_f$	[MPa]	0.40	0.40	0.40	0.40	$\times \tau_{max}$
$s_1$	[mm]	1.0	1.0	1.0	1.8	
$s_2$	[mm]	3.0	2.0	3.0	3.6	
$s_3$	[mm]	$c_{clear}^1$	$c_{clear}^1$	$c_{clear}^1$	$c_{clear}^1$	
$\alpha$	[-]	0.40	0.40	0.40	0.40	

<sup>1</sup> Είναι η απόσταση μεταξύ των νευρώσεων.

**Πίνακας 2.1** – Σύγκριση *Model Code 1990* και *Model Code 2010* για αστοχία εξόλκευσης (περισφιγμένο σκυρόδεμα).

Αστοχία Διάρρηξης						
		Καλές συνθήκες		Άλλες συνθήκες		
		MC 1990	MC 2010	MC 1990	MC 2010	
$\tau_{max}$	[MPa]	$2.0 \sqrt{f_{ck}}$	$7.0 \left( \frac{f_{ck}}{20} \right)^{1/4}$	$1.0 \sqrt{f_{ck}}$	$5.0 \left( \frac{f_{ck}}{20} \right)^{1/4}$	
$\tau_f$	[MPa]	0.15	0.00	0.15	0.00	$\times \tau_{max}$
$s_1$	[mm]	0.6	$s(\tau_{max})$	0.6	$s(\tau_{max})$	
$s_2$	[mm]	0.6	$s_1$	0.6	$s_1$	
$s_3$	[mm]	1.0	$1.2 s_1$	2.5	$1.2 s_1$	
$\alpha$	[-]	0.40	0.40	0.40	0.40	

**Πίνακας 2.2** – Σύγκριση *Model Code 1990* και *Model Code 2010* για αστοχία διάρρηξης (απερίσφιγτο σκυρόδεμα).

Στον πίνακα 2.1 γίνεται σύγκριση των τιμών των παραμέτρων μεταξύ των δύο κανονισμών για αστοχία τύπου εξόλκευσης (περισφιγμένο σκυρόδεμα) και στον πίνακα 2.2 για αστοχία τύπου διάρρηξης (απερίσφιγτο σκυρόδεμα). Οι τιμές των πινάκων δεν έχουν ισχύ αν η τάση του χάλυβα ξεπεράσει την τάση διαρροής.

Στο περισφιγμένο σκυρόδεμα (σχ. 2.15), για καλές συνθήκες συνάφειας το *Model Code 1990* είναι λιγότερο συντηρητικό όσον αφορά το εύρος του πλατώ των τάσεων σε σχέση με το *Model Code 2010*. Στο απερίσφιγτο σκυρόδεμα η μόνη διαφορά είναι στις τιμές της ολίσθησης που παρουσιάζεται το πλατώ των τάσεων. Όσον αφορά τη

μέγιστη τιμή της τάσης συνάφειας, δεν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των δύο κανονισμών.

Η βασικότερη διαφορά μεταξύ τους είναι ότι στον *Model Code 2010* γίνεται προσπάθεια να ληφθεί υπόψη η επίδραση δύο πρόσθετων παραμέτρων εισάγοντας επιμέρους πολλαπλασιαστικούς συντελεστές. Έτσι, η απομείωση της συνάφειας όταν ο χάλυβας ξεπερνάει την τάση διαρροής λαμβάνεται υπόψη μέσω του συντελεστή  $\Omega_y$  [εξ. 2.15] και η αύξησή της όταν υπάρχει εγκάρσια πίεση λαμβάνεται υπόψη μέσω του συντελεστή  $\Omega_p$  [εξ. 2.12] που υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\Omega_p = \begin{cases} 1.0 & \text{για } \sigma_c > 0 \\ 1.0 - \tanh \left[ 0.2 \left( \frac{\overline{\sigma}_\perp}{0.1 \cdot f_c} \right) \right] & \text{για } \sigma_c \leq 0 \end{cases} \quad [2.12]$$

όπου  $\overline{\sigma}_\perp$  είναι η μέση θλιπτική τάση (κάθετα στον άξονα της ράβδου) κανονικοποιημένη ως προς τον όγκο σκυροδέματος που περιβάλλει τη ράβδο με διάμετρο  $3d_s$ , ενώ  $f_c$  είναι η μέση τάση του σκυροδέματος.

## 2.6 Συνάφεια μετά τη διαρροή

Μία από τις λιγότερο μελετημένες πτυχές της συνάφειας οπλισμού και σκυροδέματος είναι η συμπεριφορά της μετά τη διαρροή του χάλυβα, ιδιαίτερα δε όσον αφορά ανακυκλιζόμενες φορτίσεις.

Όταν ο χάλυβας εφελκύεται, εξαιτίας του φαινομένου Poisson, η διάμετρός του μειώνεται. Μετά τη διαρροή του χάλυβα, και πιο συγκεκριμένα μόλις ξεκινάει η κράτυνση, το φαινόμενο εντείνεται και η μείωση της διαμέτρου γίνεται σημαντική λόγω της γρήγορης αύξησης του λόγου του Poisson από την ελαστική προς την πλαστική τιμή του ( $\approx 0.5$ ). Ως φυσικό επακόλουθο αυτού, η επιφάνεια του χάλυβα που βρίσκεται σε επαφή με το σκυρόδεμα μειώνεται δραστικά και κατά συνέπεια επέρχεται η μείωση της παρατηρούμενης συνάφειας. Το μέγεθος της μείωσης εξαρτάται τόσο από το μέγεθος της έντασης του χάλυβα, όσο και από την γεωμετρία αυτού. Συνήθως για τάσεις μικρότερες της τάσης διαρροής το φαινόμενο αγνοείται.

Κατά την αποφόρτιση από την αρχική εφελκυστική τάση, η διατομή της ράβδου επανέρχεται γρήγορα στην αρχική της διάσταση λόγω του φαινομένου Poisson. Ως συνέπεια αυτού, παρατηρείται ταχεία αναίρεση του αιτίου που αρχικά είχε προκαλέσει την αλλοίωση του καταστατικού νόμου τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης (για  $\sigma'_s \approx 0.7f_{sy}$  – βλ. σχήμα 2.16). Όταν μάλιστα, κατά τη διάρκεια των ανακυκλίσεων, οι τάσεις του χάλυβα γίνουν θλιπτικές, τότε ο λόγος του Poisson λαμβάνει “θετικές τιμές”, διογκώνεται δηλαδή η ράβδος, βελτιώνοντας με τον τρόπο αυτό την “επαφή” της ράβδου με το περιβάλλον σκυρόδεμα, άρα και την απόκριση συνάφειας.

Στην παρούσα εργασία, οι προαναφερθείσες μεταβολές συμπεριφοράς δεν ελήφθησαν υπόψη, αλλά, έγινε συμβατικά δεκτό, ότι κατά μέσο όρο, η επίδραση τους

είναι περίπου της αυτής τάξης μεγέθους και ως εκ τούτου “αλληλοεξουδετερώνονται”.

### 2.6.1 Shima et al.

Οι πρώτοι που μελέτησαν το φαινόμενο ήταν οι Shima κ.ά. 1987, οι οποίοι κατόπιν πειραμάτων κατέληξαν στη σχέση 2.13 η οποία συσχετίζει την τάση συνάφειας  $\tau$  με την ολίσθηση  $s$  και την παραμόρφωση του χάλυβα  $\varepsilon_s$ . Κατά τους συγγραφείς, η προτεινόμενη σχέση έχει εφαρμογή τόσο πριν όσο και μετά τη διαρροή του χάλυβα, ενώ μπορεί να εφαρμοστεί και για ανακυκλιζόμενες φορτίσεις.

$$\tau = 0.73 \cdot f_c \cdot \frac{\left[ \ln \left( 1 + 5000 \cdot \frac{s}{d_s} \right) \right]^3}{1 + \varepsilon_s \cdot 10^5} \quad [2.13]$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι στα πειράματα πάνω στα οποία βασίστηκε η παραπάνω σχέση, μελετήθηκε η επιρροή μόνο της εφελκυστικής διαρροής του χάλυβα. Η δυνατότητας εφαρμογής της στην περίπτωση της θλιπτικής διαρροής είναι μάλλον αμφίβολη.

### 2.6.2 Ruiz et al.

Διαφορετική προσέγγιση ακολουθήθηκε από τους Ruiz κ.ά. 2007, οι οποίοι πρότειναν η μείωση της συνάφειας να ληφθεί υπόψη μέσω του μειωτικού συντελεστή  $K_b$ . Σε συγκρίσεις που έκαναν οι συγγραφείς με τα πειράματα των Shima κ.ά. 1987 προέκυψε ικανοποιητική σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Ο μειωτικός αυτός συντελεστής λαμβάνεται κατά την εξίσωση [2.14].

$$K_b(\varepsilon_s) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_y} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_s}} \leq 1 & \text{για } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{bu} \\ 0 & \text{για } \varepsilon_{bu} < \varepsilon_s \end{cases} \quad [2.14]$$

όπου το μέγεθος  $\varepsilon_{bu}$  εξαρτάται από τη γεωμετρία του χάλυβα (ύψος νευρώσεων και διάμετρος).

Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι πως το αν τελικά θα γίνει απομείωση της συνάφειας εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά ( $\varepsilon_{bu}$ ) και όχι από την ένταση του χάλυβα ( $\varepsilon_s$ ). Το μέγεθος της απομείωσης, εξαρτάται από τη γεωμετρία και από τα ελαστικά χαρακτηριστικά του χάλυβα.



### 2.6.3 Model Code 2010

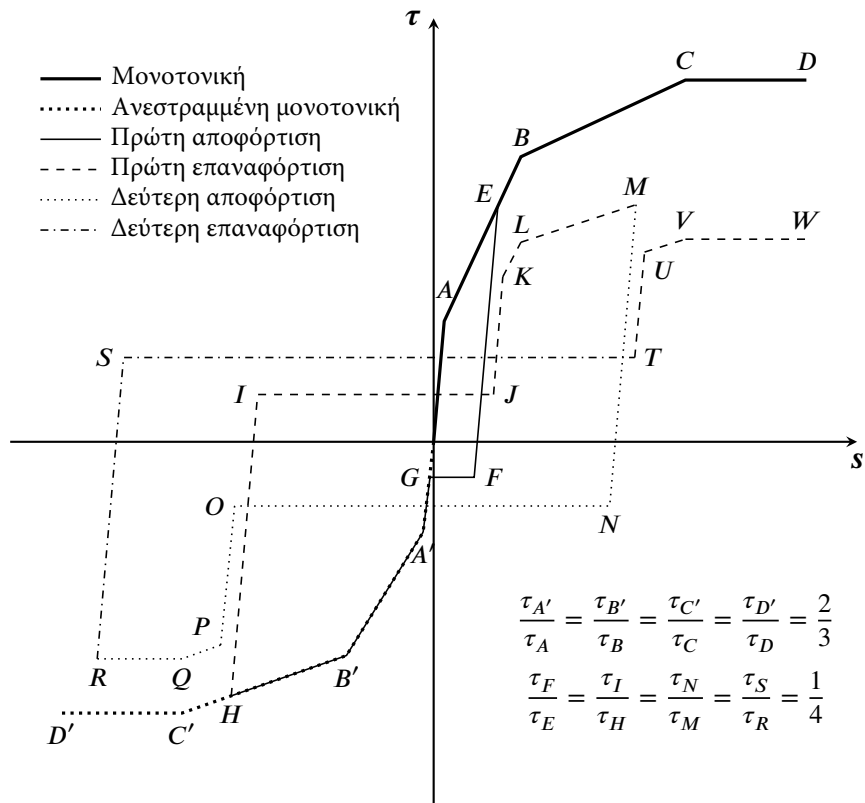
Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 2.5, ο *Model Code 2010* είναι ο πρώτος Κανονισμός στον οποίο λαμβάνεται υπόψη η μείωση της συνάφειας μετά τη διαρροή του χάλυβα. Η μείωση γίνεται μέσω του συντελεστή  $\Omega_y$ , ο οποίος υπολογίζεται μέσω της εξίσωσης [2.15].

$$a = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}} \quad [2.15\alpha']$$

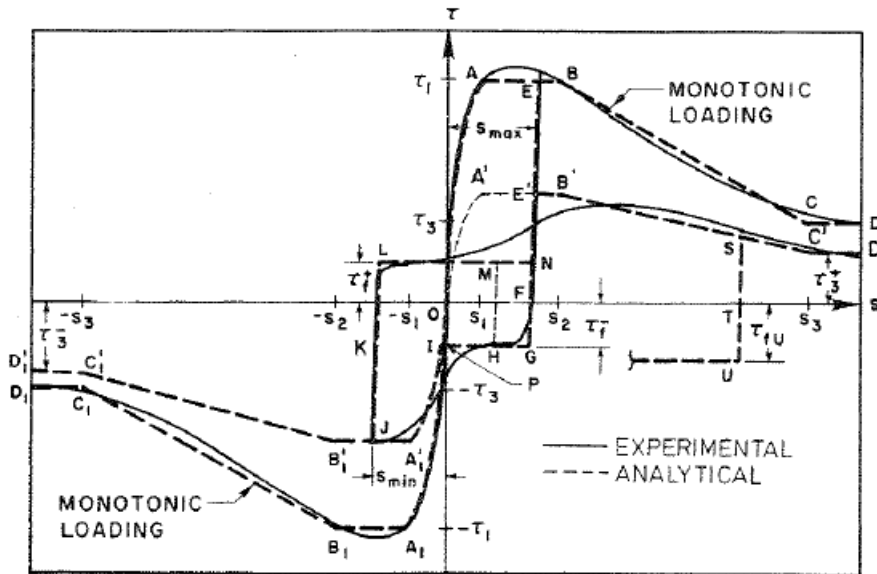
$$b = \left(2 - \frac{f_t}{f_y}\right)^2 \quad [2.15\beta']$$

$$\Omega_y = \begin{cases} 1.0 & \text{για } \varepsilon_{sy} \geq \varepsilon_s \\ 1.0 - 0.85 \left(1 - e^{-5ab}\right) & \text{για } \varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \end{cases} \quad [2.15\gamma']$$

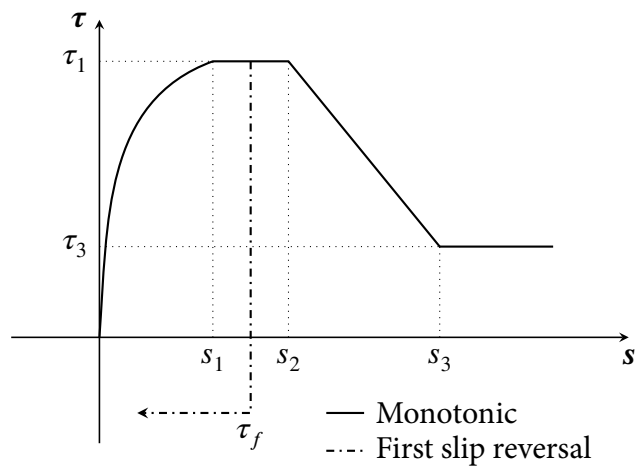
Πρέπει να σημειωθεί ότι η παραπάνω σχέση λαμβάνει υπόψη μόνο τα εντατικά μεγέθη της ράβδου (*παραμόρφωση διαρροής*  $\varepsilon_y$ ) ενώ αγνοεί τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της. Επιπρόσθετα, στον Κανονισμό δε γίνεται καμία αναφορά σχετικά με την εφαρμογή της σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις.



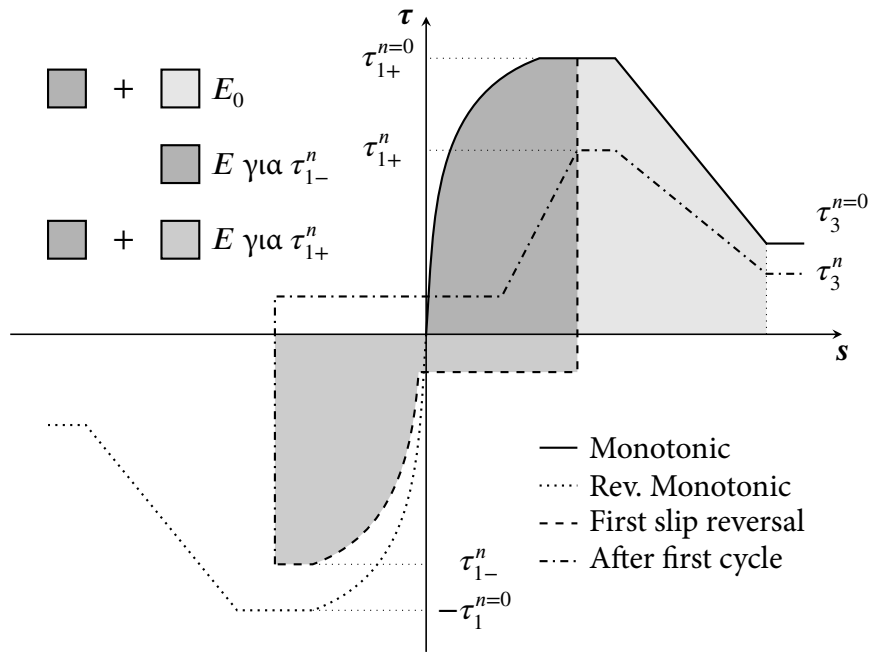
Σχήμα 2.6 – Καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα Tassios.



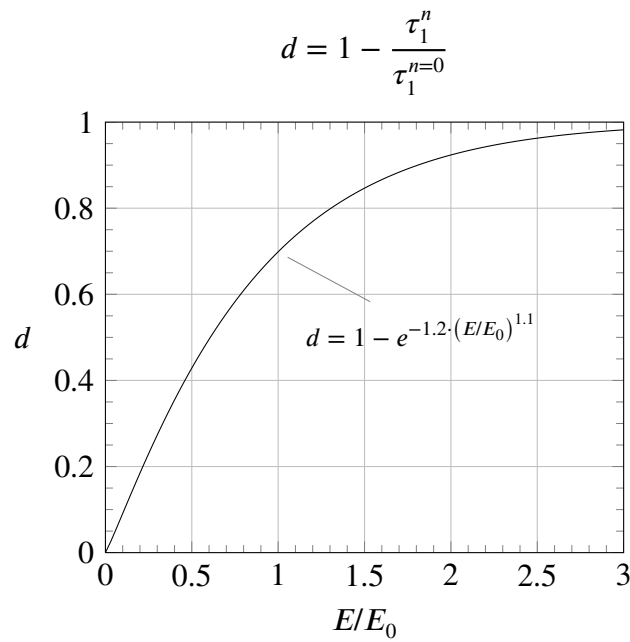
Σχήμα 2.7 - Γενική μορφή προσομοιώματος τοπικής συνάφειας - τοπικής ολίσθησης κατά Eligenhausen (από Eligenhausen κ.ά. (1983)).



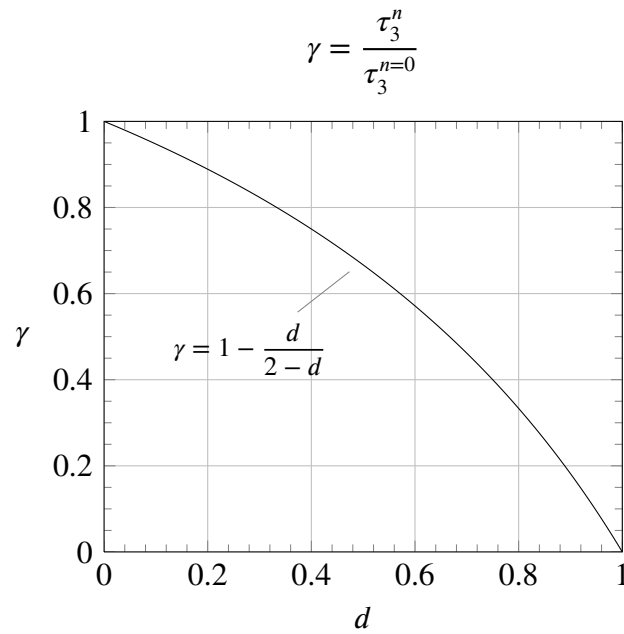
Σχήμα 2.8 - Κύρια χαρακτηριστικά του καταστατικού νόμου τοπικής συνάφειας - τοπικής ολίσθησης κατά Eligenhausen.



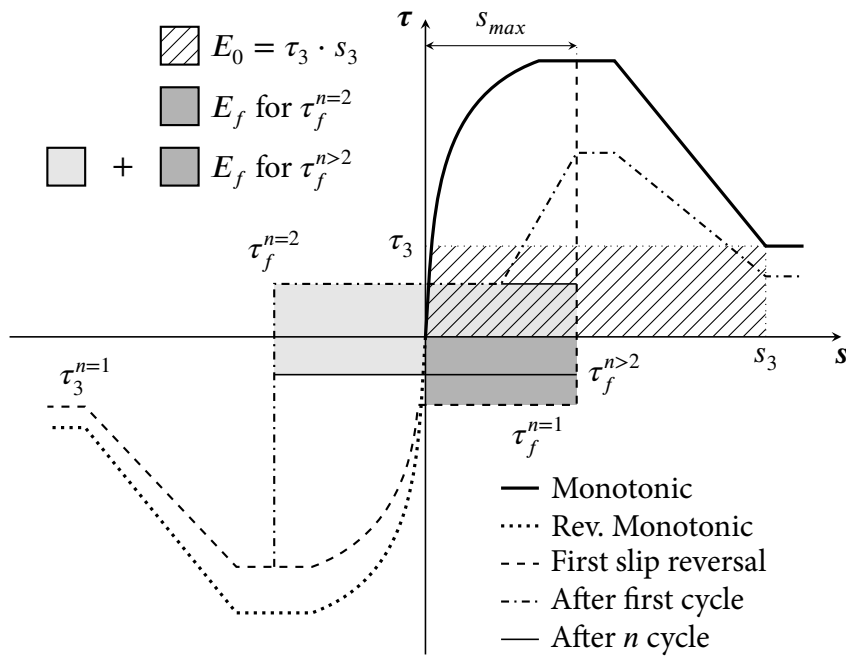
Σχήμα 2.9 – Υπολογισμός αποσβεσθείσας ενέργειας για τον δείκτη βλάβης  $d$  κατά τον Eligenhausen.



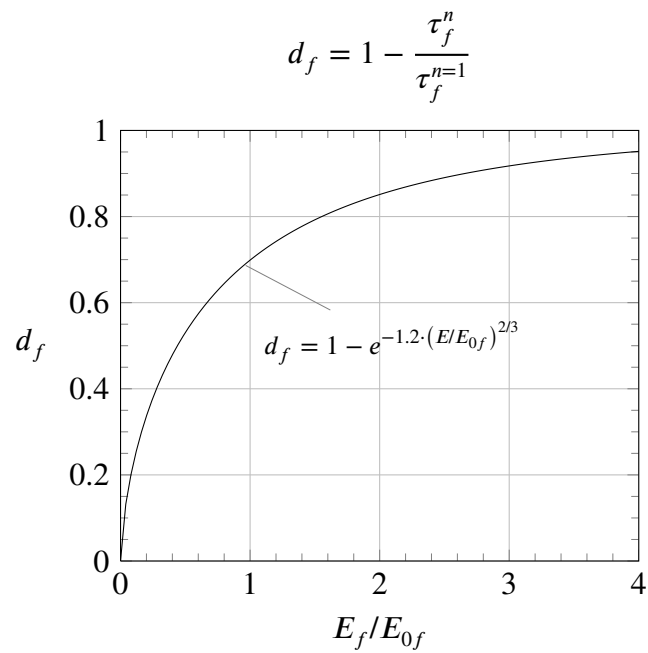
Σχήμα 2.10 – Συσχέτιση δείκτη βλάβης  $d$  με την αδιαστατοποιημένη αποσβεσθείσα ενέργεια  $E/E_0$  κατά τον Eligenhausen.



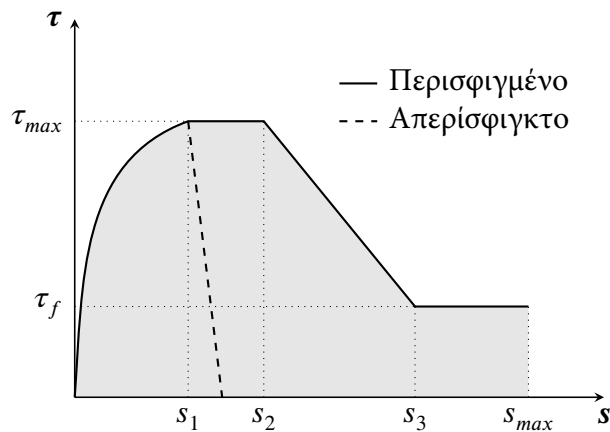
Σχήμα 2.11 – Συσχέτιση δείκτη βλάβης  $\gamma$  με το δείκτη βλάβης  $d$  κατά τον Eligenhausen.



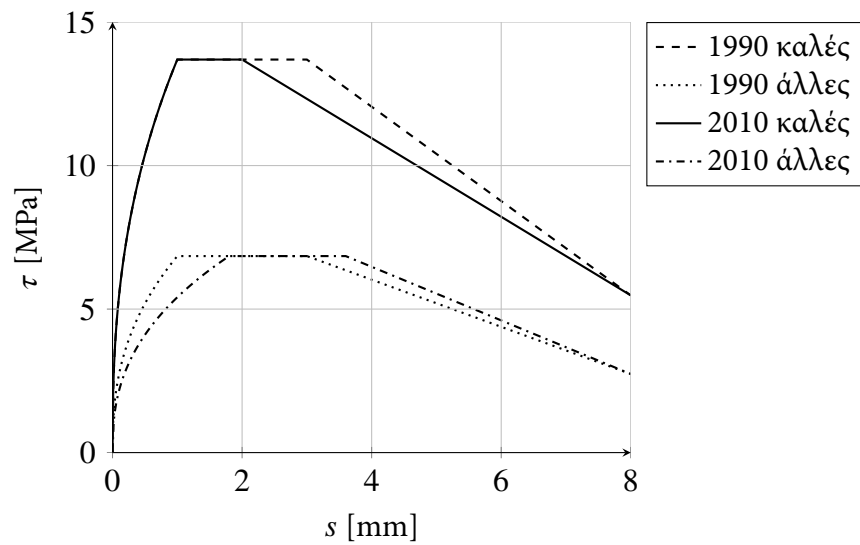
Σχήμα 2.12 – Υπολογισμός αποσβεσθείσας ενέργειας για τον δείκτη βλάβης  $d_f$  κατά τον Eligenhausen.



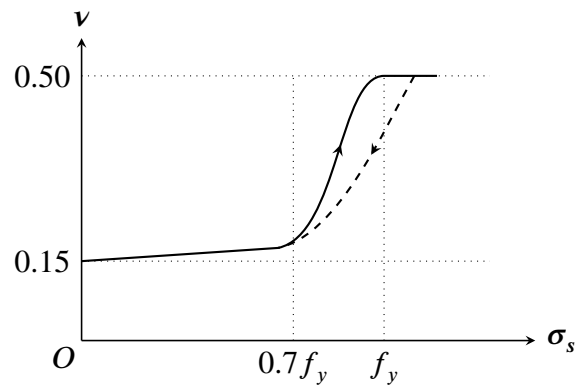
Σχήμα 2.13 – Συσχέτιση δείκτη βλάβης  $d_f$  με την αδιαστατοποιημένη αποσβεσθείσα ενέργεια  $E_f/E_{f0}$  κατά τον Eligenhausen.



Σχήμα 2.14 – Γενική μορφή του καταστατικού νόμου τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης κατά CEB.



Σχήμα 2.15 – Σύγκριση καταστατικών νόμων τοπικής ολίσθησης – τοπικής συνάφειας των *Model Code 1990* και *Model Code 2010* για καλά περισφιγμένο σκυρόδεμα C30 ανάλογα με τις ισχύουσες συνθήκες συνάφειας (βλ. εν 2.5).



Σχήμα 2.16 – Λόγος Poisson κατά την φόρτιση και την αποφόρτιση μετά την τάση διαρροής.

# Κεφάλαιο 3

## Καταστατικοί νόμοι

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση των καταστατικών νόμων που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμα το οποίο γράφτηκε για την παρούσα εργασία.

Στην ενότητα 3.1 δίνονται οι σχέσεις που περιγράφουν τον καταστατικό νόμο του σκυροδέματος σε θλίψη και εφελκυσμό, ενώ στην ενότητα 3.2 δίνονται οι αντίστοιχες σχέσεις για τον χάλυβα. Στην ενότητα 3.3 περιγράφονται οι καταστατικοί νόμοι τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης σύμφωνα με τα προσομοιώματα Tassios και Eligenhausem όπως αυτά εφαρμόστηκαν.

### 3.1 Σκυρόδεμα

Για λόγους απλοποίησης, θεωρήθηκε ότι το σκυρόδεμα ακολουθεί απόλυτα ελαστική συμπεριφορά. Η θεώρηση αυτή μπορεί να θεωρηθεί επαρκώς ακριβής, με την προϋπόθεση ότι οι τάσεις του σκυροδέματος κατά τις ανακυκλίσεις δεν ξεπερνούν το 40% της μέγιστης θλιπτικής αντοχής. Η συνθήκη αυτή εξασφαλίζεται σχετικά εύκολα αν η διάμετρος του σκυροδέματος του δοκιμίου που εξετάζεται είναι μεγαλύτερη από πέντε φορές την διάμετρο της εξολκευόμενης ράβδου.

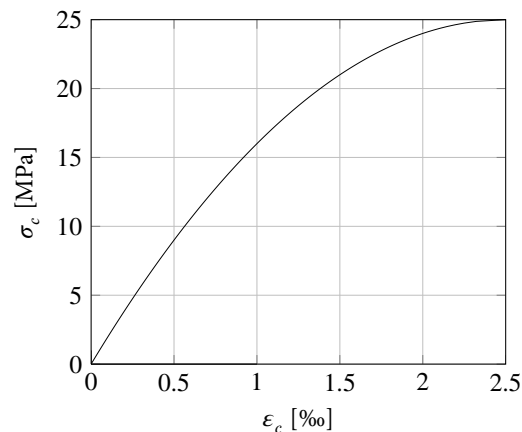
Σημειώνεται πάντως, ότι η ενσωμάτωση ενός ακριβέστερου προσομοιώματος, το οποίο θα λαμβάνει υπόψη τις πλαστικές παραμορφώσεις του σκυροδέματος εξαιτίας των ανακυκλίσεων δεν παρουσιάζει ιδιαίτερες τεχνικές δυσκολίες.

#### 3.1.1 Θλίψη

Ο καταστατικός νόμος του σκυροδέματος σε θλίψη είναι παραβολικός και εκφράζεται από την εξίσωση [3.1]. Η γραφική απεικόνιση της εξίσωσης φαίνεται στο σχήμα 3.1.

$$\epsilon_c = \epsilon_{cu} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_c}{f_{ck}}} \right) \quad \text{για } \sigma_c \leq f_{ck} \quad [3.1]$$





Σχήμα 3.1 – Καταστατικός νόμος σκυροδέματος C25 σε θλίψη.

### 3.1.2 Εφελκυσμός

Για λόγους απλοποίησης, οι παραμορφώσεις του σκυροδέματος σε εφελκυσμό, θεωρείται ότι είναι γραμμικά εξαρτημένες από το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος σε εφελκυσμό [εξ. 3.2].

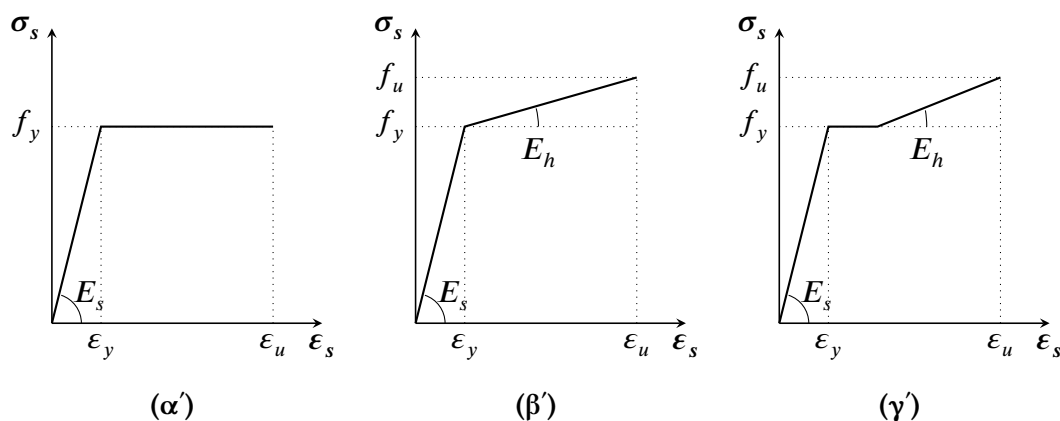
$$\epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c \cdot 4} \quad [3.2]$$

## 3.2 Χάλυβας

Η συνήθης θεώρηση για τον καταστατικό νόμο τάσεων – παραμορφώσεων του χάλυβα είναι ότι για τάσεις μικρότερες από την τάση διαρροής η συμπεριφορά του είναι γραμμικά ελαστική. Στην περίπτωση όμως που οι τάσεις του ξεπεράσουν το όριο αυτό, η συμπεριφορά του αλλάζει καθώς παρατηρείται σημαντική αύξηση των παραμορφώσεων για μικρές αυξήσεις του επιβαλλόμενου φορτίου, εμφανίζεται δηλαδή το φαινόμενο της κράτυνσης (*strain hardening*).

Στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορα προσομοιώματα για την περιγραφή της συμπεριφοράς του σε φορτίσεις που ξεπερνούν το όριο διαρροής. Τα βασικότερα από αυτά απλοποιούν το φαινόμενο μέσω γραμμικών κλάδων και είναι τα ακόλουθα:

- ελαστικό – πλαστικό (*elastic – plastic*) (σχ. 3.2α').
- ελαστικό – ελαστοπλαστικό (*elastic – elastoplastic*) (σχ. 3.2β').
- ελαστικό – πλαστικό – ελαστοπλαστικό (*elastic – plastic – elastoplastic*) (σχ. 3.2γ').



Σχήμα 3.2 – Βασικά προσομοιώματα καταστατικού νόμου τάσεων–παραμορφώσεων χάλυβα σε μονοτονικές φορτίσεις μετά τη διαρροή.

Όσον αφορά την περιγραφή της πλαστικής συμπεριφοράς του χάλυβα σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, υπάρχουν 2 βασικές προσεγγίσεις<sup>1</sup>:

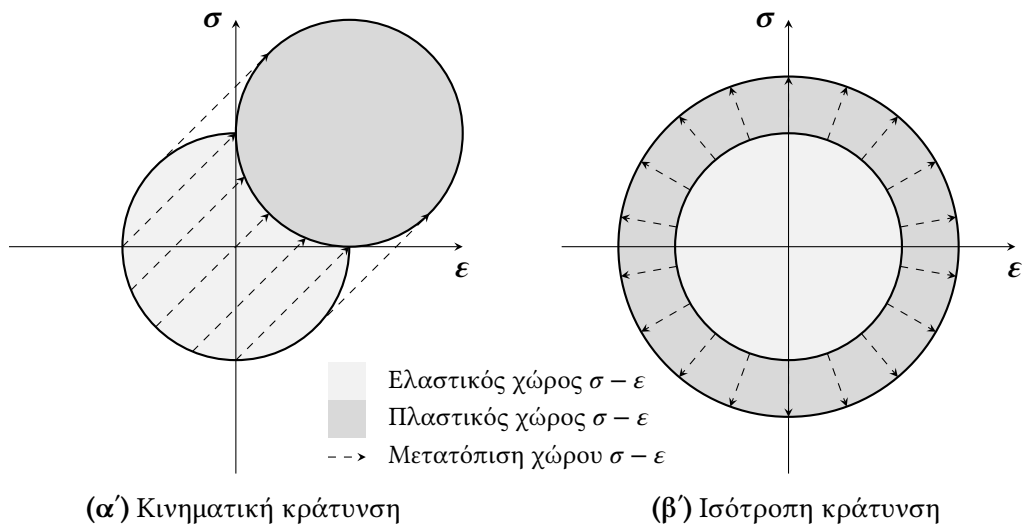
- η κινηματική κράτυνση (*kinematic strain hardening*) (σχ. 3.3α')
- η ισότροπη κράτυνση (*isotropic strain hardening*) (σχ. 3.3β')

Η διάκριση μεταξύ των δύο γίνεται ανάλογα με τη μεταβολή της επιφάνειας διαρροής. Αν η επιφάνεια διαρροής αυξάνεται ομοιόμορφα χωρίς μεταβολές στο σχήμα της ή μετατοπίσεις, τότε έχουμε ισότροπη κράτυνση. Αν όμως η επιφάνεια διαρροής απλά μετατοπίζεται, χωρίς μεταβολές στο σχήμα της, τότε μιλάμε για κινηματική κράτυνση [σχ. 3.3]. Τα γνωστότερα προσομοιώματα αυτού του τύπου είναι αυτό των Ramberg και Osgood (1943) που χρησιμοποιεί μια καμπύλη τριών παραμέτρων και το προσομοίωμα των Menegotto και Pinto (1973).

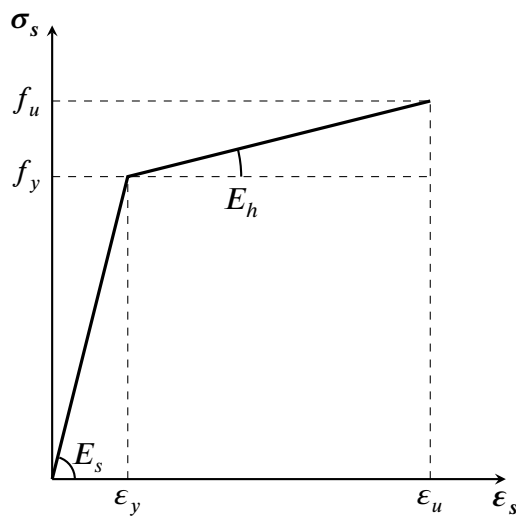
Στην παρούσα εργασία έγινε η θεώρηση ότι ο χάλυβας ακολουθεί έναν απλοποιημένο διγραμμικό νόμο τόσο σε θλίψη όσο και σε εφελκυσμό (ελαστική – ελαστοπλαστική συμπεριφορά). Αναλυτικότερα όσον αφορά τις μονοτονικές φορτίσεις, έγινε η παραδοχή ότι η συμπεριφορά του χάλυβα είναι γραμμική και ανάλογη του ελαστικού μέτρου Ελαστικότητας του χάλυβα  $E_s$  όσο η αναπτυσσόμενη τάση  $\sigma_s$  είναι μικρότερη από το όριο διαρροής  $f_y$ . Στην πλαστική περιοχή η συμπεριφορά του χάλυβα εξακολουθεί να είναι γραμμική αλλά η κλίση του διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων ( $\sigma - \epsilon$ ) είναι ίση με το πλαστικό μέτρο Ελαστικότητας του χάλυβα  $E_h$  (σχ. 3.4).

Όσον αφορά τις ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, έγινε η θεώρηση ότι ο χάλυβας ακολουθεί κινηματική κράτυνση. Αναλυτικότερα, τόσο ο κλάδος της αποφόρτισης όσο και της επαναφόρτισης έχουν κλίση ίση με το μέτρο ελαστικότητας  $E_s$ , ενώ το εύρος τους είναι ίσο με δύο φορές την τάση διαρροής  $f_y$  (σχ. 3.5).

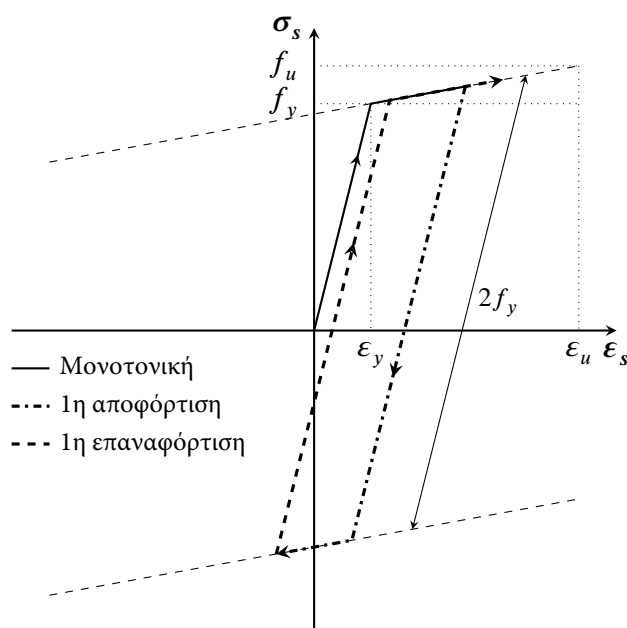
<sup>1</sup>Στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχει πληθώρα εργασιών σχετικών με το θέμα. Αναφέρονται ενδεικτικά οι πηγές Suresh (1998, ενότ. 3.8) και Simó και Hughes (1998).



Σχήμα 3.3 – Σχηματική αναπαράσταση των διαφορών μεταξύ ισότροπης και κινηματικής κράτυνσης στους χώρους διαρροής  $\sigma - \epsilon$ .



Σχήμα 3.4 – Καταστατικός νόμος χάλυβα για μονοτονικές φορτίσεις.



Σχήμα 3.5 – Καταστατικός νόμος χάλυβα για ανακυκλιζόμενες φορτίσεις.

### 3.3 Συνάφεια

Στο πλαίσιο της διπλωματικής αυτής χρησιμοποιήθηκαν δύο καταστατικοί νόμοι τοπικής ολίσθησης – τοπικής συνάφειας, και συγκεκριμένα αυτοί που προβλέπονται από το προσομοίωμα Tassios (εν.2.3) και αυτός του Eligehausen κ.ά. (εν.2.4). Στο βαθμό που ήταν δυνατό, ακολουθήθηκαν τα αρχικά προσομοιώματα των συγγραφέων, αν και, όπου αυτό κρίθηκε αναγκαίο, έγιναν μικρο-τροποποιήσεις.

#### 3.3.1 Προσομοίωμα Tassios

Προκειμένου, ο προκύπτων καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης, να είναι κοντύτερα στην παρατηρούμενη από τα πειράματα συμπεριφορά, έγινε μία μικρή τροποποίηση στο προσομοίωμα. Έτσι λοιπόν, στις ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, μετά την πρώτη αποφόρτιση, αντί η παρατηρούμενη συνάφεια να μένει σταθερή μέχρι οι ολισθήσεις να ξεπεράσουν τη μέγιστη ολίσθηση  $s_{max}$  που έχει παρατηρηθεί στους προηγούμενους κύκλους, η συνάφεια μένει σταθερή μέχρι την ολίσθηση  $s_{max}/2$  ενώ από το σημείο αυτό και έπειτα, η συνάφεια αυξάνει γραμμικά μέχρι την τιμή που έχει η μειωμένη περιβάλλουσα για ολίσθηση ίση με την  $s_{max}$ . Κατόπιν, ακολουθείται κανονικά η μειωμένη περιβάλλουσα. Ο ακριβώς αντίστροφος κανόνας ακολουθείται και στην περίπτωση των αρνητικών ολισθήσεων  $s_{min}$ . Οι διαφορές που προκύπτουν από την τροποποίηση είναι πολύ μικρές.

### 3.3.2 Προσομοίωμα Eligenhausen<sup>2</sup>

Αρχικά, στην υλοποίηση του προσομοιώματος του Eligenhausen, επιδιώκοντας ο καταστατικός νόμος να είναι κατά το δυνατόν πλησιέστερος στην πραγματικότητα, είχε γίνει παρόμοια τροποποίηση με αυτή που πραγματοποιήθηκε στο προσομοίωμα Tassios. (εν. 3.3.1).

Σημειώνεται, ότι αντίστοιχη τροποποίηση με αυτήν έκανε και ο Filippou (1985), με τη διαφορά ότι αντί για 2 ευθύγραμμα τμήματα χρησιμοποίησε μία καμπύλη τετάρτου βαθμού. Υπενθυμίζεται ότι στο πρωτότυπο προσομοίωμα, ακολουθείτο ο κλάδος τριβής  $\tau_f$  μέχρι όπου ολίσθηση να ξεπεράσει τη μέγιστη ολίσθηση  $s_{max}$  που είχε παρατηρηθεί στους προηγούμενους κύκλους, ενώ από το σημείο εκείνο αυξάνεται γραμμικά (με πολύ έντονη κλίση) μέχρι να συναντήσει την μειωμένη περιβάλλουσα (εν. 2.4.2).

Στην πορεία όμως, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά των Eligenhausen κ.ά., διαπιστώθηκε ότι το πρόσθετο εμβαδόν που υπολογίζεται με τον τρόπο αυτό σε κάθε ανακύκλιση, οδηγεί σε σημαντικά ταχύτερη υποβάθμιση της συνάφειας κατά τις ανακυκλίσεις, ιδιαίτερα μάλιστα όσο η μέγιστη ολίσθηση αυξάνει. Για το λόγο αυτό αποφασίστηκε τελικά να ακολουθηθεί το προσομοίωμα ως έχει.

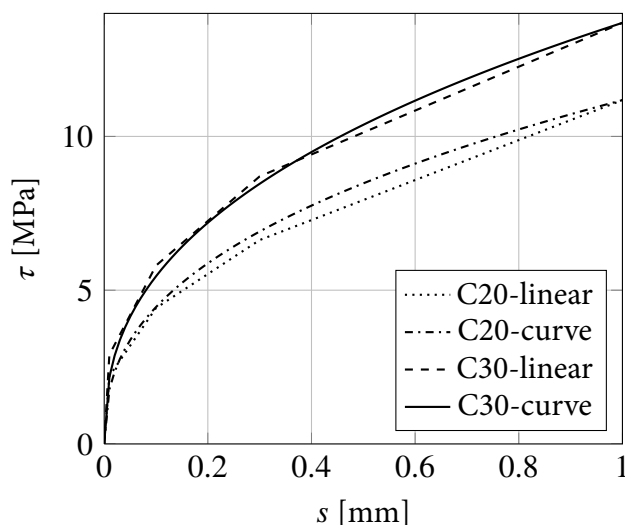
Ανεξάρτητα από τα παραπάνω, κυρίως για λόγους προγραμματιστικής ευκολίας, υπήρξαν ορισμένες διαφοροποιήσεις σε σχέση με το αρχικό προσομοίωμα και οι οποίες αφορούν (i) την μονοτονική καμπύλη η οποία προσεγγίστηκε μέσω διαδοχικών ευθύγραμμων τμημάτων (ii) την κλίση του διαγράμματος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης κατά την αποφόρτιση, η οποία λαμβάνεται ίση με την κλίση<sup>3</sup> του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος που σχηματίζει τη μονοτονική καμπύλη του καταστατικού νόμου τοπικής ολίσθησης – τοπικής συνάφειας (εν. 2.4.1) (iii) προκειμένου να μπορεί να γίνει διερεύνηση για διάφορες κατηγορίες σκυροδέματος, για τη μονοτονική καμπύλη χρησιμοποιήθηκαν οι χαρακτηριστικές τιμές του *Model Code 2010* (σχ. 3.6).

Εν γένει, η “υλοποίηση” μπορεί να θεωρηθεί ότι ακολουθεί ικανοποιητικά το προσομοίωμα, γεγονός που καθίσταται σαφές και από το σχήμα 3.7 στο οποίο γίνεται σύγκριση του προσομοιώματος όπως αυτό υλοποιήθηκε, με τα πειραματικά αποτελέσματα και την αρχική υλοποίηση των συγγραφέων. Η σύγκριση είναι γραφική και όχι αναλυτική, αλλά δεδομένης της αβεβαιότητας που υπεισέρχεται στο φαινόμενο της συνάφειας, κρίνεται επαρκής.

Αναλυτικότερα, για αρκετά μεγάλο αριθμό κύκλων ( $n > 10$ ) η παρούσα υλοποίηση είναι ελαφρά συντηρητική, υποεκτιμώντας ελαφρώς την αναμενόμενη συνάφεια και τους οφειλόμενους στην τριβή κλάδους συνάφειας. Όσον αφορά πάντως τις ολιγοκυκλικές επαναλήψεις, ( $n < 3$ ), οι οποίες αποτελούν και το βασικό πεδίο

<sup>2</sup>Σημειώνεται εδώ ότι, στην παράγραφο αυτή, το  $n$  συμβολίζει πλήρεις ανακυκλίσεις και όχι ημίκυκλους όπως γίνεται στο υπόλοιπο κείμενο. Η διαφοροποίηση αυτή έγινε για να είναι δυνατή η απευθείας σύγκριση με τα αποτελέσματα των Eligenhausen κ.ά.

<sup>3</sup>Ανάλογα με την αντοχή του σκυροδέματος λαμβάνει τιμές της τάξης των 200 – 250 MPa. Υπενθυμίζεται ότι η προβλεπόμενη από το προσομοίωμα κλίση είναι 180 MPa.



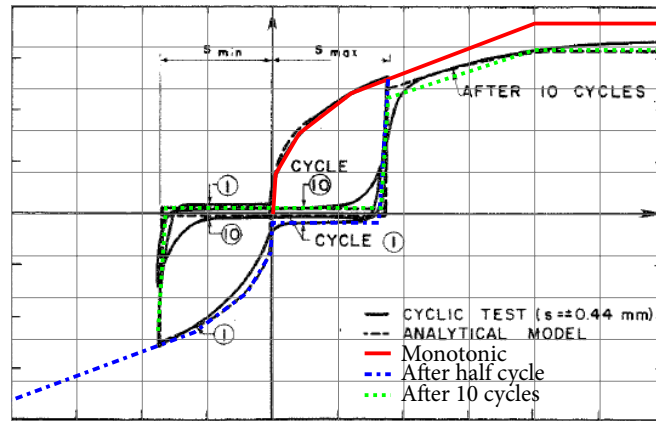
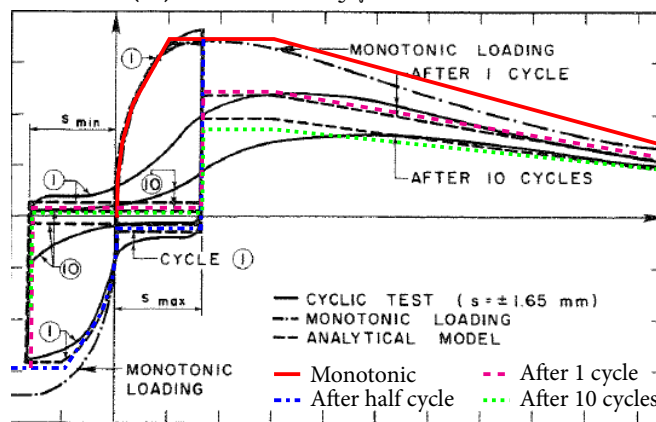
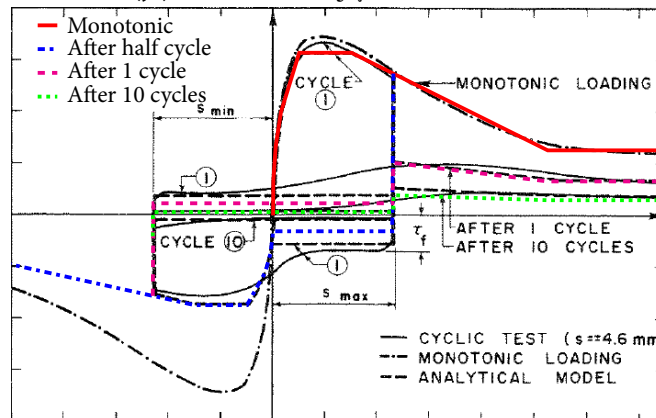
Σχήμα 3.6 – Σύγκριση μονοτονικού καταστατικού νόμου του προσομοιώματος Eligenhausen με την γραμμικοποίηση που υλοποιήθηκε στο πρόγραμμα.

ενδιαφέροντος για τον αντισεισμικό σχεδιασμό, πρακτικά, υπάρχει ταύτιση των αποτελεσμάτων.

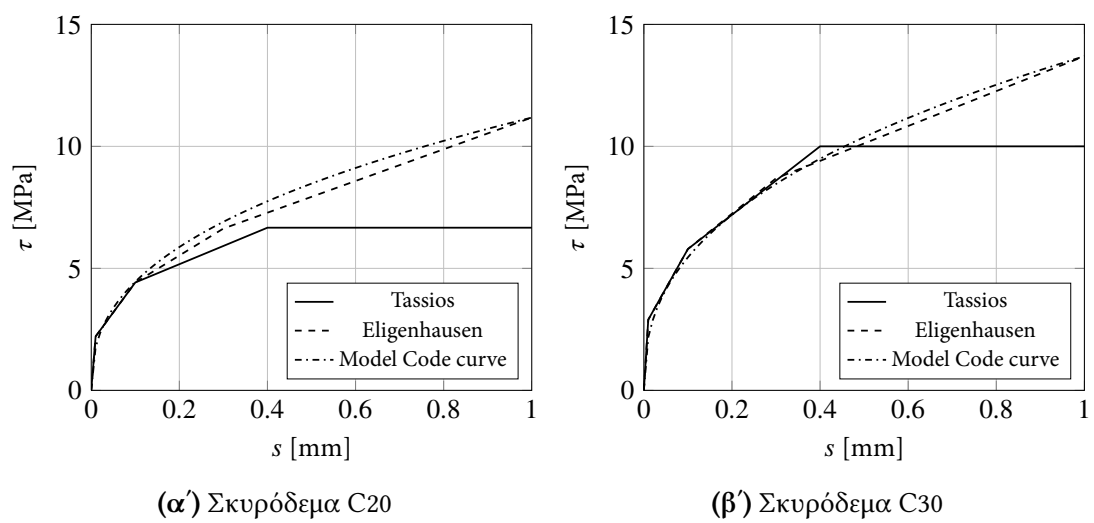
### 3.3.3 Σύγκριση προσομοιωμάτων Tassios και Eligenhausen

Τα δύο προσομοιώματα που υλοποιήθηκαν παρουσιάζουν αρκετά διαφορετικά χαρακτηριστικά. Πρέπει πάντως να παρατηρηθεί ότι υπάρχει μια θεμελιώδης διαφορά προϋποθέσεων ανάμεσα στα δύο προσομοιώματα. Το προσομοίωμα Tassios αφορά άοπλο και απερίσφιγκτο σκυρόδεμα, ενώ το προσομοίωμα Eligenhausen εφαρμόζεται σε σκυρόδεμα το οποίο περιέχει εγκάρσιο προς τη ράβδο οπλισμό ή/και εγκάρσια πίεση.

Η παρουσία του οπλισμού αυτού κάνει δυνατή την επίτευξη αφενός υψηλών τιμών συναφείας, και αφετέρου συγκριτικά μεγάλων τιμών ολισθήσεων, προτού ξεκινήσει η απομείωση της απόκρισης συναφείας. Στο σχήμα 3.8 γίνεται σύγκριση των 2 προσομοιωμάτων και της προβλεπόμενης καμπύλης από το *Model Code 2010*, για κατηγορίες σκυροδέματος C20 και C30. Όπως γίνεται εμφανές, για συνήθεις κατηγορίες σκυροδέματος η υιοθετηθείσα γραμμικοποίηση των προσομοιωμάτων αποτελεί επαρκή προσέγγιση της προτεινόμενης από το *Model Code 2010* καμπύλης.

(α') Ανακυκλίσεις για  $s = 0.44\text{mm}$ (β') Ανακυκλίσεις για  $s = 1.65\text{mm}$ (γ') Ανακυκλίσεις για  $s = 4.60\text{mm}$ 

Σχήμα 3.7 – Σύγκριση προσομοίωσης Eligenhausen όπως αυτό υλοποιήθηκε με τα πειραματικά αποτελέσματα από τα οποία προέκυψε και με την υλοποίησή του από τους Eligenhausen et al.



Σχήμα 3.8 – Σύγκριση προσομοιωμάτων Tassios και Eligenhausen και της προτεινόμενης από το *Model Code 2010* καμπύλης.α'

α' Υπενθυμίζεται ότι το πρώτο αφορά άοπλο και απερίσιφγκτο σκυρόδεμα ενώ το δεύτερο προϋποθέτει την ύπαρξη εγκάρσιου οπλισμού.



# Κεφάλαιο 4

## Αλγόριθμοι

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται ο αλγόριθμός που χρησιμοποιήθηκε στην εργασία, καθώς και οι τροποποιήσεις που πρόκειται να γίνουν στη συνέχεια. Πιο αναλυτικά, στην ενότητα 4.1 γίνεται μία σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση των εργασιών που χρησιμοποίησαν αντίστοιχη προσέγγιση με την παρούσα εργασία.

Στην ενότητα 4.2 παρουσιάζεται ο αλγόριθμός και οι εξισώσεις που τον περιγράφουν για την περίπτωση της κλασσικής εξόλκευσης, η οποία και αποτελεί τη βάση της παρούσας εργασίας.

Στη συνέχεια γίνεται η περιγραφή των φυσικών φαινομένων που πρόκειται να ενταχθούν στο μέλλον. Πιο συγκεκριμένα, στην ενότητα 4.3 αναλύονται οι εξισώσεις που αφορούν την στήριξη του δοκιμίου με πλευρικές τάσεις, ενώ στην ενότητα 4.5 εξετάζεται το φαινόμενο της επαναλαμβανόμενης εξόλκευσης – εισπίεσης όταν λαμβάνεται υπόψη το σύνολο της διατομής και όχι μόνο η περιοχή κοντά στη ράβδο.

### 4.1 Γενικά στοιχεία

Ο αλγόριθμός που χρησιμοποιήθηκε, τουλάχιστον όσον αφορά τη σύλληψή του, δεν είναι πρωτότυπος. Αναπτύχθηκε αρχικά από τους Tassios και Yannopoulos<sup>1</sup>, ενώ οι Haskett κ.ά. (2008) σε ανεξάρτητη ερευνητική δουλειά ακολούθησαν ουσιαστικά την ίδια προσέγγιση με τους πρώτους.

Οι Tassios και Yannopoulos τον χρησιμοποίησαν για να επιλύσουν προβλήματα αξονικά φορτισμένων δοκιμίων υπό ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, όταν η τάση του χάλυβα δεν ξεπερνάει τη διαρροή. Από την άλλη οι Haskett κ.ά. επιχείρησαν να συσχετίσουν τη μακροσκοπική συμπεριφορά των δοκιμίων ( $P-\delta$ ) με τον καταστατικό νόμο τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης ( $\tau-\sigma$ ) με σχέσεις που δεν εξαρτώνται από το μήκος συνάφειας.

---

<sup>1</sup>Tassios και Yannopoulos 1981; Yannopoulos και Tassios 1991.

Η παρούσα εργασία η οποία, αν και σε προγραμματιστικό τουλάχιστον επίπεδο, είναι ανεξάρτητη από αυτή των Tassios και Γιαννοπουλος, εν τούτοις, όσον αφορά το ερευνητικό της αντικείμενο, αποτελεί επέκταση της τελευταίας στην περιοχή μετά τη διαρροή του χάλυβα. Πέρα από αυτό, στην παρούσα εργασία έγινε μια πρώτη διερεύνηση για την περαιτέρω επέκταση του αλγορίθμου έτσι ώστε να ληφθούν υπόψη και άλλα φυσικά φαινόμενα και το προσομοίωμα να είναι σε θέση να περιγράψει συνεπέστερα τις συνθήκες που απαντώνται στις φυσικές κατασκευές.

## 4.2 Κλασσική εξόλκευση – εισπίεση

Στο κλασσικό πείραμα εξόλκευσης, οι τάσεις του χάλυβα εξισορροπούνται μέσω θλιπτικών τάσεων που ασκούνται στο σκυρόδεμα, στο εξολκευόμενο (φορτισμένο) άκρο του δοκιμίου. Το *Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος* (ΔΕΣ) του δοκιμίου απεικονίζεται στο σχήμα 4.1. Αντίστοιχα με την εξόλκευση, στο πείραμα της εισπίεσης, οι τάσεις του χάλυβα εξισορροπούνται μέσω θλιπτικών τάσεων που ασκούνται στο *αφόρτιστο* άκρο του δοκιμίου.

Η ισορροπία μίας φέτας απειροστά μικρού μήκους ( $dx$ ) του δοκιμίου, φαίνεται στο σχήμα 4.2. Ακολουθώς δίνονται η εξίσωση ισορροπίας της ράβδου [εξ. 4.1], η εξίσωση ισορροπίας του στοιχείου [εξ. 4.2] και η εξίσωση υπολογισμού των σχετικών ολισθήσεων της ράβδου έναντι του σκυρόδεματος [εξ. 4.3].

$$\sigma_{s,i+1} = \sigma_{s,i} - \tau_{b,i} \cdot \frac{\pi \cdot d_s \cdot dx}{A_s} \quad [4.1]$$

$$\sigma_{c,i+1}^s = \sigma_{c,i}^s - (\sigma_{s,i+1} - \sigma_{s,i}) \cdot \frac{A_s}{A_c} \quad [4.2]$$

$$s_{i+1} = s_i - \frac{dx}{2} \cdot [(\epsilon_{s,i+1} + \epsilon_{s,i}) - (\epsilon_{c,i+1} + \epsilon_{c,i})] \quad [4.3]$$

Χρησιμοποιώντας τις ανωτέρω σχέσεις, και έχοντας γνωστά τα σχετικά μεγέθη σε μία διατομή, είναι δυνατό να υπολογιστούν οι εντάσεις και οι παραμορφώσεις σε μια γειτονική της. Με τον τρόπο αυτό, και ακολουθώντας μια επαναληπτική διαδικασία, είναι δυνατό να προσδιοριστεί βήμα-βήμα η κατανομή των εντατικών μεγεθών κατά μήκος του δοκιμίου. Μόνη προϋπόθεση για αυτό είναι η ύπαρξη ορισμένων γνωστών συνοριακών συνθηκών, οι οποίες για την περίπτωση της κλασσικής εξόλκευσης και εισπίεσης δίνονται στον πίνακα 4.1.

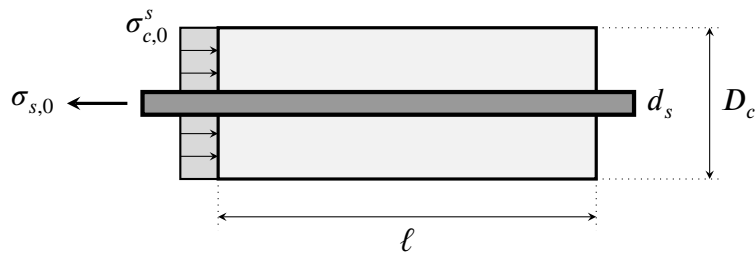
Όπως γίνεται φανερό από τις εξισώσεις, τα ανεξάρτητα μεγέθη είναι (i) η τάση του σκυροδέματος  $\sigma_c$ , (ii) η τάση του χάλυβα  $\sigma_s$ , (iii) η τοπική συνάφεια  $\tau$ , (iv) και η τοπική ολίσθηση  $s$ , ενώ οι διαθέσιμες εξισώσεις είναι μόνο τρεις. Αυτό έχει ως συνέπεια να μην είναι δυνατή η απευθείας επίλυση του συστήματος των εξισώσεων. Για το λόγο αυτό υιοθετείται μία επαναληπτική διαδικασία η οποία συνοψίζεται στα εξής:

Εξόλκευση			Εισπίεση		
	Φορτισμένο	Αφόρτιστο		Φορτισμένο	Αφόρτιστο
$\sigma_s$	$> 0$	$= 0$	$\sigma_s$	$< 0$	$= 0$
$\sigma_c$	$< 0$	$= 0$	$\sigma_c$	$= 0$	$= 0$
$s$	$> 0$	$= 0$	$s$	$< 0$	$= 0$
$\tau$	$= 0$	$= 0$	$\tau$	$= 0$	$= 0$

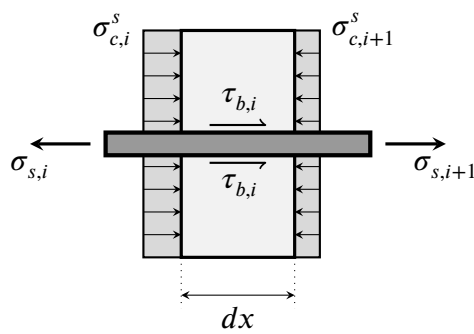
(α') Εξόλκευση

(β') Εισπίεση

Πίνακας 4.1 – Συνοριακές συνθήκες κλασσικού δοκιμίου



Σχήμα 4.1 – Κλασσικό δοκίμιο εξόλκεσης.



Σχήμα 4.2 – Ισορροπία διακριτού στοιχείου dx του κλασσικού δοκιμίου εξόλκεσης.

1. Ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες στο φορτισμένο και στο αφόρτιστο άκρο του δοκιμίου.
2. Υιοθετείται μια αυθαίρετη τιμή ολίσθησης  $s$  η οποία επιβάλλεται στο φορτισμένο άκρο του δοκιμίου. Με τον τρόπο αυτό ορίζονται οι αριθμητικές τιμές των συνοριακών συνθηκών.
3. Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εξισώσεις υπολογίζονται διατομή – διατομή οι τάσεις και οι παραμορφώσεις κατά μήκος του δοκιμίου.
4. Γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων της επίλυσης με τις συνοριακές συνθήκες που αναμένονται στο πίσω άκρο του δοκιμίου.
5. Αν η σύγκλιση δεν είναι ικανοποιητική, γίνεται επιστροφή στο βήμα (2) και εκλέγεται μια νέα, διορθωμένη, τιμή ολίσθησης.

Η διαδικασία της σύγκλισης επιταχύνεται μέσω της μεθόδου που περιγράφεται στο Παράρτημα Γ'. Σημειώνεται ότι αντί της ολίσθησης, θα μπορούσε ισοδύναμα να ορίζεται αυθαίρετα η τιμή της τάσης του χάλυβα  $\sigma_s$ . Η εκλογή της ολίσθησης ως του αγνώστου μεγέθους συνεπάγεται ότι οι πλήρεις ανακυκλίσεις γίνονται για σταθερή τάση χάλυβα (*force control*). Στην περίπτωση που είχε επιλεγεί η  $\sigma_s$  ως άγνωστο μέγεθος, οι πλήρεις ανακυκλίσεις θα γίνονταν για σταθερή τιμή ολίσθησης (*displacement control*).<sup>2</sup> Ο λόγος που επιλέχθηκε τελικά η ολίσθηση είναι γιατί ένας από τους στόχους της διπλωματικής αυτής είναι η διερεύνηση της εξέλιξης της ολίσθησης στο άκρο μιας εξολκευόμενης ράβδου που υπόκειται σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις πριν και μετά τη διαρροή (εν. 5.2.5).

### 4.3 Στήριξη δοκιμίου με παράπλευρες διατμητικές τάσεις

Το κλασσικό δοκίμιο εξόλκευσης, η λειτουργία του οποίου περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, δεν απαντάται στις πραγματικές κατασκευές. Στην πράξη η ισορροπία του “δοκιμίου” δεν είναι δυνατόν να επιτευχθεί μέσω τάσεων που ασκούνται στο εμπρός ή στο πίσω τμήμα του δοκιμίου, αλλά αντίθετα επιτυγχάνεται μέσω των διατμητικών τάσεων που ασκούνται στη ράβδο από το περιβάλλον σκυρόδεμα.<sup>3</sup>

Στην ενότητα αυτή θα αναπτυχθεί ένας αλγόριθμος υπολογισμού των τάσεων και των παραμορφώσεων που αναπτύσσονται κατά μήκος ενός δοκιμίου που στηρίζεται από παράπλευρες διατμητικές τάσεις. Το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου αυ-

<sup>2</sup>Σημειώνεται ότι γενικά τα displacement controlled πειράματα θεωρούνται ακριβέστερα.

<sup>3</sup>Για την ακρίβεια, η μάζα του σκυροδέματος που βρίσκεται πολύ κοντά στη ράβδο, συμπαρασύρεται από αυτή, με αποτέλεσμα οι τάσεις να μην αναπτύσσονται μόνο στη διεπιφάνεια σκυροδέματος – χάλυβα αλλά και σκυροδέματος – σκυροδέματος.

τής είναι ότι δεν είναι δυνατό να είναι γνωστό εκ των προτέρων το μήκος στο οποίο ασκούνται οι “στηρικτικές τάσεις” κατά μήκος του δοκιμίου.

Υπενθυμίζεται ότι αυτό που έχει σημασία στην προκειμένη περίπτωση είναι να επιτευχθεί η ισορροπία δυνάμεων στο σύνολο του δοκιμίου. Κατά συνέπεια, έχοντας ως δεδομένη την εξωτερική δύναμη εξόλκευσης, ο μόνος διαθέσιμος περιορισμός για τον προσδιορισμό της μορφής των εξωτερικών τάσεων είναι το ολοκλήρωμα του στερεού που σχηματίζουν κατά το μήκος του δοκιμίου να ισούται με την εξωτερική δύναμη. Υποθέτοντας λοιπόν τριγωνική ή παραβολική κατανομή, το πρόβλημα της εύρεσης της μορφής τους ανάγεται στον προσδιορισμό της μέγιστης τιμής των τάσεων στο εξολκευόμενο άκρο του δοκιμίου και του μήκους στο οποίο ασκούνται.

Το ενεργό μήκος αγκύρωσης του δοκιμίου  $\ell_{b,act}$  είναι ίσο με ένα ποσοστό του συμβατικά υπολογιζόμενου μήκους αγκύρωσης  $\ell_b$ . Στην ανάλυση που θα ακολουθήσει το μήκος αυτό θα θεωρηθεί ίσο με τα 3/4 του  $\ell_b$ . Υπενθυμίζεται ότι το μήκος  $\ell_b$  υπολογίζεται για την τάση διαρροής του χάλυβα.

$$\ell_{b,act} \simeq \frac{3}{4} \cdot \ell_b \quad [4.4]$$

Το μήκος στο οποίο ασκούνται οι στηρίζουσες διατμητικές τάσεις, προκύπτει κατά αναλογία με το λόγο των ασκούμενων στη ράβδο τάσεων προς την τάση διαρροής.

$$\ell_{ext} = \ell_{b,act} \cdot \frac{\sigma_{s,0}}{f_y} \quad [4.5]$$

Η ισορροπία των εξωτερικών δυνάμεων του δοκιμίου (σχ. 4.3) προκύπτει ως ακολούθως:

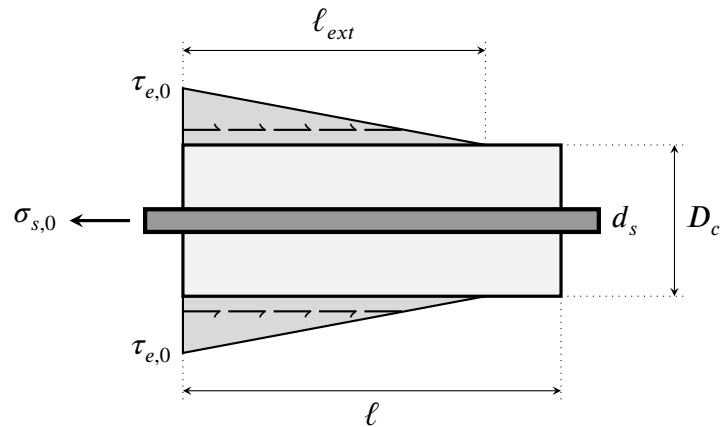
$$\frac{1}{2} \cdot \tau_{e,0} \cdot \ell_{ext} \cdot \pi \cdot D_c = \sigma_{s,0} \cdot \frac{\pi \cdot d_s^2}{4} \quad [4.6]$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση [4.5] στην [4.6] και λύνοντας ως προς  $\tau_{e,0}$ , προκύπτει ότι:

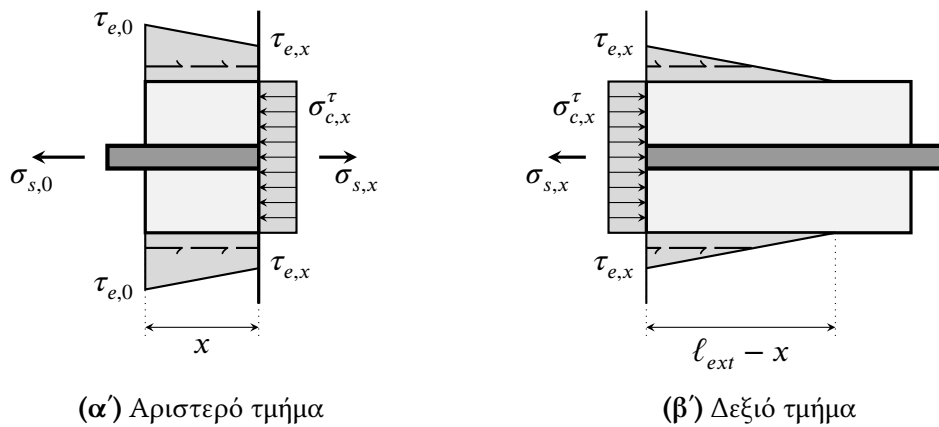
$$\tau_{e,0} = \frac{d_s^2 \cdot f_y}{2 \cdot D_c \cdot \ell_{b,act}} \quad [4.7]$$

Η τιμή των στηριζουσών διατμητικών τάσεων σε απόσταση  $x < \ell_{ext}$  από το άκρο του δοκιμίου είναι (σχ. 4.4):

$$\tau_{e,x} = \tau_{e,0} \cdot \left(1 - \frac{x}{\ell_{ext}}\right) \quad [4.8]$$



Σχήμα 4.3 – Δοκίμιο εξόλκευσης ισορροπούμενο από παράπλευρες διατμητικές τάσεις.



(α') Αριστερό τμήμα

(β') Δεξιό τμήμα

Σχήμα 4.4 – Τομή δοκίμιου ισορροπούμενο από παράπλευρες διατμητικές τάσεις, σε απόσταση  $x$  από την ακραία διατομή.

Εξαιτίας των παράπλευρων διατμητικών τάσεων, εμφανίζονται ορθές τάσεις στο περιβάλλον σκυρόδεμα. Αν κάνουμε μια τυχαία τομή σε απόσταση  $x < l_{ext}$  από το φορτισμένο άκρο και πάρουμε την ισορροπία του δεξιού τμήματος έχουμε ότι:

$$\sigma_{c,x}^r = \sigma_{s,x} \cdot \frac{\pi \cdot d_s^2}{4} - \frac{\tau_{e,x}}{2} \cdot (l_{ext} - x) \cdot \pi \cdot D_c \quad [4.9]$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση [4.8] στην εξίσωση [4.9] και κάνοντας πράξεις προκύπτει ότι:

$$\sigma_{c,x}^r = \sigma_{s,x} \cdot \left( \frac{d_s}{D_c} \right)^2 - \frac{2 \cdot l_{ext} \cdot \tau_{e,0}}{D_c} \cdot \left( 1 - \frac{x}{l_{ext}} \right)^2 \quad [4.10]$$

Τέλος αντικαθιστώντας την εξίσωση [4.7] στην εξίσωση [4.10] προκύπτει ότι οι εσωτερικές ορθές τάσεις του σκυροδέματος λόγω των εξωτερικών διατμητικών τάσεων είναι:

$$\sigma_{c,x}^r = \left( \frac{d_s}{D_c} \right)^2 \cdot \left[ \sigma_{s,x} - f_y \cdot \frac{\ell_{ext}}{\ell_{b,act}} \cdot \left( 1 - \frac{x}{\ell_{ext}} \right)^2 \right] \quad [4.11]$$

Για τις αριθμητικές όμως εφαρμογές, δε θα χρησιμοποιηθεί η παραπάνω έκφραση. Για τη διερεύνηση των συνεπειών της παράπλευρης στηρικτικής μεθόδου στην εξόλκευση της ράβδου, θα χρησιμοποιηθεί ο ίδιος αλγόριθμος με την κλασσική εξόλκευση, τροποποιώντας όμως την εξίσωση [4.2] ως εξής:

$$\sigma_{c,i+1} = \sigma_{c,i} - (\sigma_{s,i+1} - \sigma_{s,i}) \cdot \frac{A_s}{A_c} + \tau_{e,x} \cdot \frac{4 \cdot dx}{D_c} \quad [4.12]$$

Σημειώνεται, πάντως, ότι με αυτή τη στηρικτική μέθοδο θα παρουσιασθούν μόνο ορισμένα, ενδεικτικά παραδείγματα. Η κύρια διερεύνηση του θέματος “εξόλκευση μετά τη διαρροή”, θα διεξαχθεί με το κλασσικό δοκίμιο εξόλκευσης.

## 4.4 Μια ακριβέστερη προσέγγιση

Πρέπει να παρατηρηθεί ότι οι προσεγγίσεις που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους συνιστούν απλοποιητικές προσεγγίσεις των πραγματικών χώρων εξόλκευσης που συναντώνται στις κατασκευές και οι οποίοι παρουσιάζουν μεγάλη ποικιλία. Ορισμένες περιπτώσεις παρουσιάζονται στο σχήμα 4.5.

Πιο συγκεκριμένα, η περίπτωση του σχήματος 4.5β', και δεδομένου ότι η αγκυρούμενη ράβδος σε κάποιο ενδιάμεσο σημείο  $K$  παύει να εφελκύεται,<sup>4</sup> μπορεί να θεωρηθεί πλησιέστερη προς το “δοκίμιο με παράπλευρες διατμητικές τάσεις στήριξης” (εν. 4.3) Η περίπτωση του σχήματος 4.5α' ωστόσο, (σημαντικότερη ίσως λόγω των συνήθως υψηλών γωνιακών απαιτήσεων στο ισόγειο), απαιτεί ειδικότερο σχολιασμό.

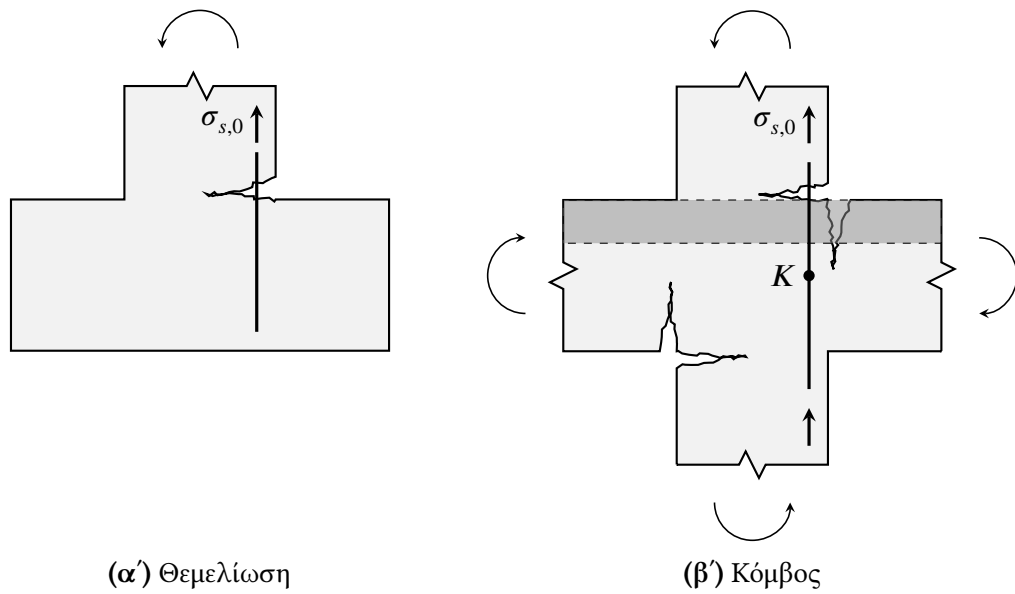
Αναφερόμενοι στο σχήμα 4.6 θέτουμε το ερώτημα:

Ποια θα είναι η κατανομή των τάσεων (διατμητικών κυρίως) κατά μήκος των κατακόρυφων τομών  $\alpha - \alpha'$  και  $\beta - \beta'$  σε απόσταση  $D_c/2$  εκατέρωθεν της ράβδου;

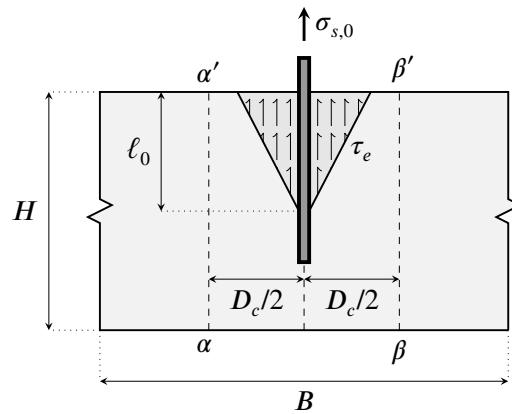
Η κατανομή αυτή θα μας επέτρεπε να αποσπάσουμε το “δοκίμιο”  $\alpha\alpha' - \beta\beta'$  μελετώντας το χωριστά, όπως<sup>5</sup> περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο.

<sup>4</sup>Προϋπόθεση για να συμβεί αυτό αποτελεί, φυσικά, το ύψος της δοκού να είναι επαρκώς μεγάλο, ώστε να μπορεί να αγκυρωθεί η ράβδος εντός του μήκους αυτού. Σε διαφορετική περίπτωση, παρατηρούνται σχετικές ολισθήσεις της ράβδου καθ' όλο το μήκος της.

<sup>5</sup>...εν μέρει τουλάχιστον αυθαίρετα.

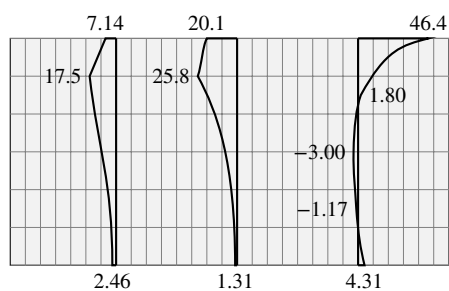


Σχήμα 4.5 – Πραγματικοί “Χώροι” μέσα στους οποίους γίνεται εξόλκευση ράβδου.



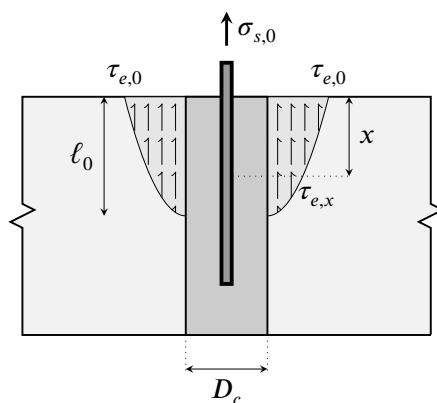
Σχήμα 4.6 – Κατά προσέγγιση φόρτιση “θεμελίου” με τάσεις συναφείας λόγω εξόλκευσης όπου  $D_c$  είναι το υποτιθέμενο πλάτος του “δοκιμίου”.





τάσεις :	$\tau$	$\tau$	$\sigma$
θέση :	$\ell_0/3$	$\ell_0/6$	$\ell_0/6$

Σχήμα 4.7 – Ορθές και διατμητικές τάσεις δρώσες σε κατά μήκος τομές παράλληλες στον άξονα της εξολκευόμενης ράβδου.



Σχήμα 4.8 – Προτεινόμενη κατανομή εξωτερικών του “δοκμίου” στηρικτικών διατμητικών τάσεων.

Για την προσέγγιση της κατανομής αυτής και την καλύτερη κατανόηση του θέματος, διενεργήθηκε ένα ενδεικτικό παράδειγμα εξόλκευσης ράβδου σε ελαστικό ημίσφαιρο μέσω πεπερασμένων στοιχείων.<sup>6</sup> Τα αριθμητικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα εξής:

$$B = 3 \text{ m}$$

$$H = 0.6 \text{ m}$$

$$\ell_0 = 0.3 \text{ m}$$

$$\tau_{\varepsilon}^{max} = 100 \text{ KN/m}$$

<sup>6</sup>Θερμές ευχαριστίες εκφράζονται προς την κα. Βασιλοπούλου για την εκπόνηση του παραδείγματος.

Η ανάλυση έγινε με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Sofistik®. Στο σχήμα 4.7 φαίνονται οι κατανομές των εξωτερικών διατμητικών τάσεων σε απόσταση  $\ell_0/6$  και  $\ell_0/3$  από τον άξονα της εξολκευόμενης ράβδου και των ορθών τάσεων σε απόσταση  $\ell_0/6$ . Όπως γίνεται εμφανές, η γενική μορφή της τριγωνικής κατανομής των εξωτερικών διατμητικών τάσεων “στήριξης”  $\tau_e$  η οποία εφαρμόστηκε στα προηγούμενα δεν είναι ορθή. Εύλογο καταρχήν είναι οι τάσεις αυτές να συγκεντρώνονται κυρίως εκατέρωθεν του εκάστοτε ενεργού μήκους  $\ell_0$  του οποίου η τιμή που χρησιμοποιήθηκε είναι κατά προσέγγιση σωστή<sup>7</sup> [εξ. 4.13].

$$\ell_0 = \ell_b \cdot \frac{\sigma_{s,0}}{f_{sy}} \quad [4.13]$$

Εντός αυτού του μήκους, ακριβέστερη θα ήταν μια παραβολική κατανομή των εξωτερικών στηρικτικών διατμητικών τάσεων του “δοκμίου” (σχ. 4.8).

$$\sigma_{s,0} \cdot \frac{\pi \cdot d_s^2}{4} = \pi \cdot D_c \cdot \frac{2}{3} \cdot \ell_0 \cdot \tau_{e,0} \quad [4.14]$$

$$\tau_{e,0} = \frac{3}{8} \cdot \frac{d_s^2}{D_c \cdot \ell_b} \cdot f_{s,y} \quad [4.15]$$

Τέλος επειδή για την εφαρμογή του αλγορίθμου απαιτείται η τιμή  $\tau_{e,x}$  λαμβάνεται ότι:

$$\tau_{e,x} = \tau_{e,0} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{x}{\ell_b} \right)^2 \right] \quad [4.16]$$

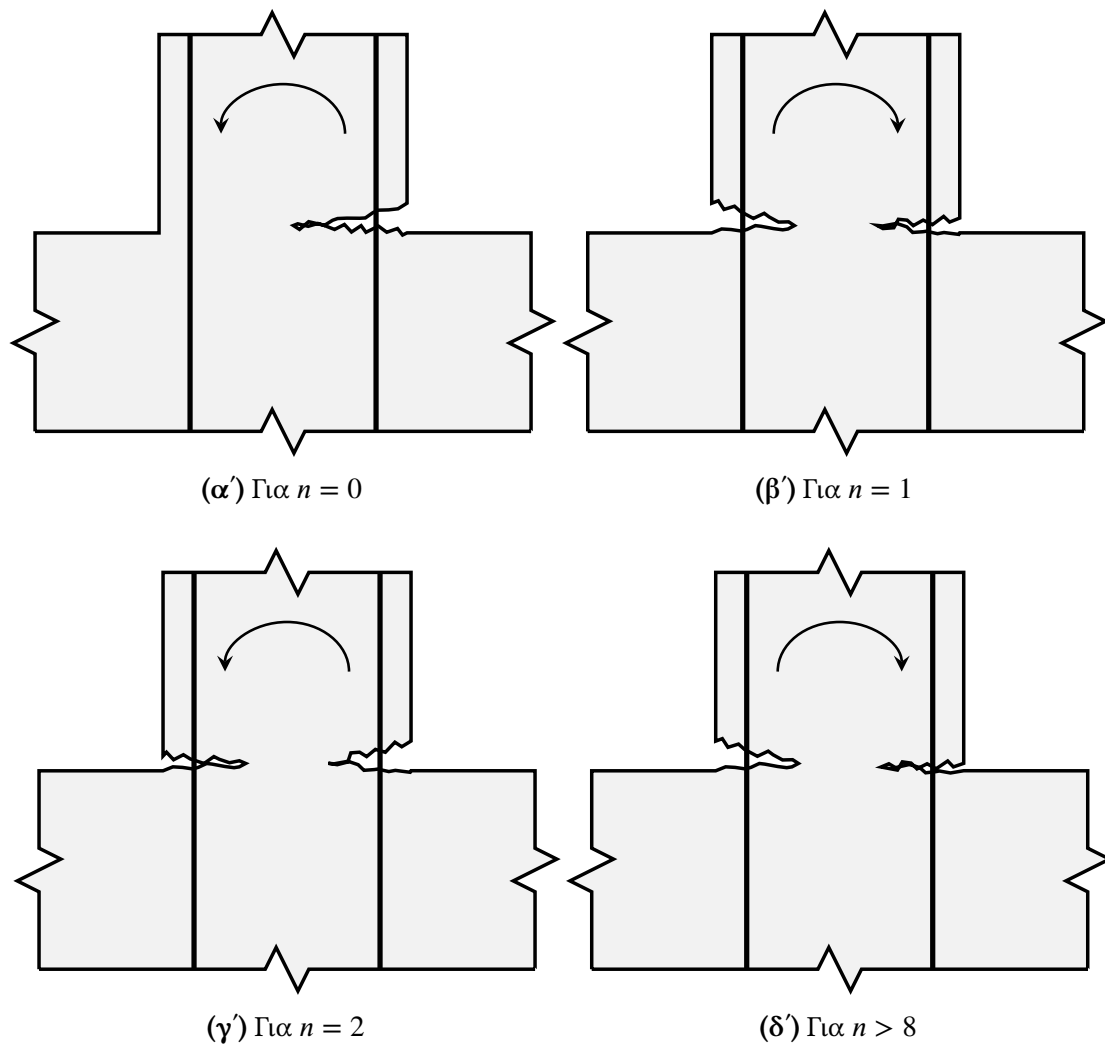
Παρόλα αυτά, το ιδανικό θα ήταν να ακολουθηθεί η εξής θαμιστική διαδικασία:

- Να υιοθετηθεί παραβολική κατανομή  $\tau_{e,x}$  στο δοκίμιο πλάτους  $D_c$  και να βρεθεί η κατανομή των τάσεων συναφείας  $\tau_b$ .
- Εργαζόμενοι στη θεμελιολωρίδα, να εφαρμοστούν ως εξωτερικό φορτίο οι τάσεις  $\tau_b$  στη θέση του άξονα της θεμελιολωρίδας και να υπολογιστούν οι  $\tau'_{e,x}$  σε απόσταση  $D_c/2$  από τον άξονα.
- Να εφαρμοστούν οι  $\tau'_{e,x}$  στις πλευρές του “δοκμίου” και να ελεγχθεί η μεταβολή των  $\tau'_b$  κ.ο.κ.

Φαίνεται όμως ότι αυτή η θεωρητικότερη ακρίβεια δεν συνεπάγεται ουσιώδεις διαφορές τελικών αποτελεσμάτων εξόλκευσης.

Οφείλει να παρατηρηθεί ότι οι εγκάρσιες (οριζόντιες) τάσεις  $\sigma_y$  που ασκούνται κάθετα στην περίμετρο της ράβδου, 4.7 αποδεικνύονται γενικά πολύ μικρές στην περίπτωση του ενδεικτικού παραδείγματος που αναλύθηκε προηγουμένως. Εξαιρέση

<sup>7</sup>Τάσιος 2009.

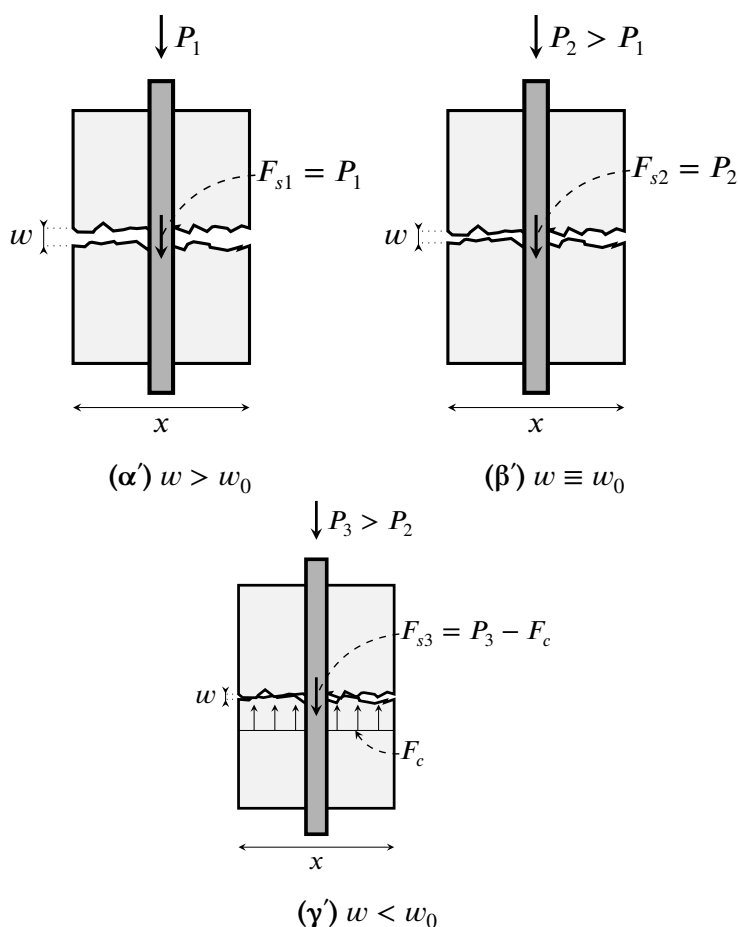


Σχήμα 4.9 – Ημιτελές κλείσιμο ρωγμών όταν επαναθλίβονται κατά την ανακύκλιση.

αποτελεί το ανώτερο τμήμα της ράβδου ( $x \simeq \ell_0/6$ ) όπου και εμφανίζονται ισχυρές εφελκυστικές ορθές τάσεις, οι οποίες όμως δεν υπάρχουν στην πραγματικότητα διότι, ως γνωστόν, οι τάσεις συναφείας μηδενίζονται ούτως ή άλλως στην ίδια περιοχή. Το φαινόμενο αυτό αγνοείται από την τριγωνική κατανομή που χρησιμοποιήθηκε.

## 4.5 Ημιτελές κλείσιμο ρωγμών κατά τη θλίψη

Στις ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, λαμβάνοντας υπόψη όχι μόνο την περιοχή γύρω από τη ράβδο (σχ. 4.9) αλλά το σύνολο της διατομής, γίνεται αντιληπτό ότι μετά το άνοιγμα της αρχικής ρωγμής (σχ. 4.9α') και εξαιτίας της αδρομέρειάς της, το άνοιγμα

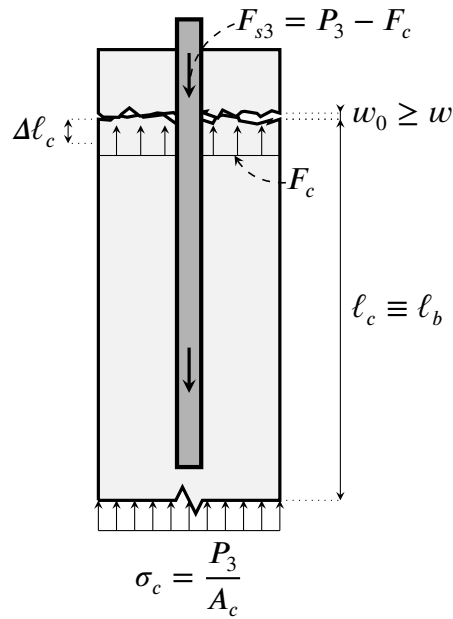


Σχήμα 4.10 – Σταδιακή εξέλιξη των τάσεων σκυροδέματος και χάλυβα στη θλιβόμενη ζώνη της διατομής ( $x$ ), πριν, τη στιγμή και μετά το κλείσιμο των χειλέων της ρωγμής.

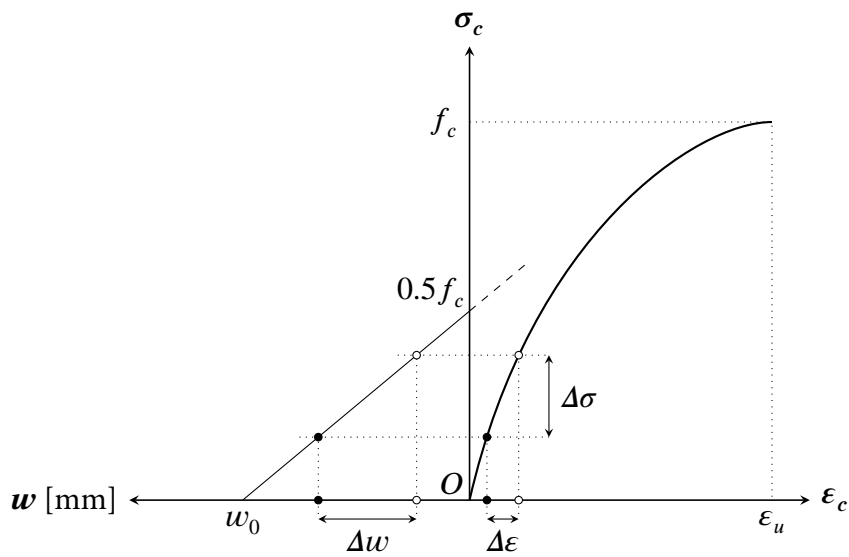
της δεν κλείνει τελείως κατά τη θλιπτική φάση (σχ. 4.9β' και 4.9γ'). Η θλιπτική δύναμη  $\left(\frac{M}{z} + \frac{N}{2}\right)$  αναλαμβάνεται πρόωρα από το σκυροδέμα (πριν από τον αλγεβρικό μηδενισμό του ανοίγματος της ρωγμής – δηλαδή για άνοιγμα ρωγμής  $w_0 \geq w \geq 0$  όπου  $w_0 \simeq 0.2 - 0.3\text{mm}$ ) και κατά συνέπεια μέρος της εισπίεσης δεν πραγματοποιείται. Ως αποτέλεσμα αυτού, η επόμενη εφελκυστική φάση ξεκινάει χωρίς να έχει προηγηθεί η πλήρης αντιστροφή της προηγούμενης εξόλκευσης. Βέβαια, όπως είναι φυσικό, το πρόωρο αυτό σταμάτημα της αποφόρτισης, εξασθενίζει με τις ανακυκλίσεις,<sup>8</sup> παραμένει όμως σημαντικό για τους πρώτους 4 με 5 κύκλους (σχ. 4.9δ').<sup>9</sup>

<sup>8</sup>Καθώς οι ανακυκλίσεις προχωρούν, η επιστρατευόμενη θλιπτική τάση του σκυροδέματος για μηδενική παραμόρφωση βαίνει μειούμενη.

<sup>9</sup>Ως αποτέλεσμα αυτού, αναμένεται ότι, προϊόντων των ανακυκλίσεων, θα αυξηθεί η παρατηρούμενη εξόλκευση στο άκρο της διατομής (βλ. εν. 5.2.5).



Σχήμα 4.11 – Απλοποιημένη υπόθεση για “εξισορρόπηση” δυνάμεων στη θλιβόμενη διατομή.



Σχήμα 4.12 – Επιστρατευόμενη θλιπτική τάση σκυροδέματος για μηδενικές παραμορφώσεις συναρτήσει του ανοίγματος ρωγμής σε μονοτονικές φορτίσεις (από Τάσιος και Πλαϊνής (1980)).

Αναλυτικότερα και εστιάζοντας στη θλιβόμενη ζώνη της διατομής πλάτους  $x$ , για ανοίγματα ρωγμής  $w > w_0$  (σχ. 4.10α') αναπτύσσονται μηδενικές τάσεις στο σκυρόδεμα. Η κατάσταση αυτή συνεχίζεται μέχρις ότου το άνοιγμα ρωγμής γίνει ίσο με  $w_0$  (σχ. 4.10β'). Μόλις τα χείλη της ρωγμής έρθουν σε επαφή (σχ. 4.10γ') αρχίζουν να αναπτύσσονται θλιπτικές δυνάμεις στη διατομή ( $F_c$ ). Γενικότερα, καθώς το άνοιγμα της ρωγμής μειώνεται ( $\Delta w$ ), αναπτύσσονται πρόσθετες θλιπτικές τάσεις στο σκυρόδεμα ( $\Delta\sigma$ ), οι οποίες και προξενούν πρόσθετες ελαστικές παραμορφώσεις ( $\Delta\epsilon$ ). Οι παραμορφώσεις αυτές ισοδυναμούν με πρόσθετη βράχυνση του στοιχείου σκυροδέματος  $\Delta\ell_c$  (σχ. 4.11), η οποία με τη σειρά της προξενεί μείωση της ακραίας διείδυσης της ράβδου και η οποία πλέον υπολογίζεται ως εξής:

$$s'_0 = s_0 - \Delta\ell_c \quad [4.17]$$

Σε μία προσπάθεια να ποσοτικοποιηθεί αυτή η μείωση της διείδυσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το σχήμα 4.12 (Τάσιος και Πλαϊνης 1980), στο οποίο γίνεται συσχέτιση της επιστρατευόμενης θλίψης για μηδενικές παραμορφώσεις συναρτήσει του ανοίγματος ρωγμής  $w$  και στο οποίο για λόγους απλοποίησης θεωρείται ότι η συσχέτιση  $w - \sigma_c$  είναι γραμμική:

$$\frac{\sigma_c}{0.5f_c} + \frac{w}{w_0} = 1 \quad [4.18]$$

ή ισοδύναμα ότι:

$$\frac{|\Delta\sigma|}{0.5f_c} = \frac{|\Delta w|}{w_0} \quad [4.19]$$

Η μετακίνηση του σκυροδέματος στο άκρο του δοκιμίου  $\Delta\ell_c$  δίνεται από τη σχέση [4.20]. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση αυτή το  $\Delta w$  από την εξίσωση 4.19 προκύπτει η εξίσωση [4.21].

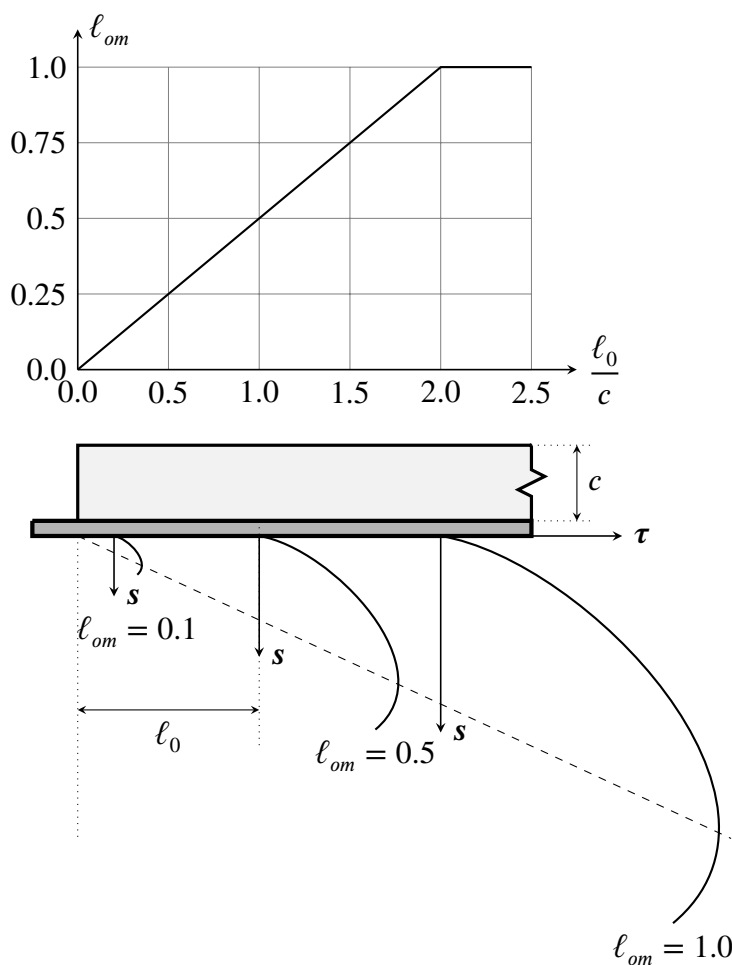
$$\Delta\ell_c = \ell \cdot \Delta\epsilon + \Delta w \quad [4.20]$$

$$= \ell \frac{\Delta\sigma}{E_c} + 2 \frac{w_0}{f_c} \Delta\sigma \quad [4.21]$$

Λύνοντας την τελευταία ως προς  $\Delta\sigma$ , προκύπτει η εξίσωση 4.22:

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta\ell_c}{\frac{\ell}{E_c} + 2 \frac{w_0}{f_c}} \quad [4.22]$$

Όπως είναι προφανές, προκειμένου να ληφθεί υπόψη το φαινόμενο, είναι αναγκαίο, κατά το στάδιο αυτό της ανακύκλισης, και προτού ξεκινήσει η επαναληπτική διαδικασία, να υπολογιστούν οι νέες οριακές συνθήκες  $\sigma_c$  και  $\Delta\ell_c$ . Στην παρούσα φάση δεν έχουν υλοποιηθεί οι απαιτούμενες από τον αλγόριθμο τροποποιήσεις.



Σχήμα 4.13 – Τιμές του συντελεστή ομοιοθεσίας  $\ell_{om}$  και η επίδρασή του στον καταστατικό νόμο τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης.

## 4.6 Μήκος Ομοιοθεσίας

Στο άκρο του δοκιμίου, οι εσωτερικές ρωγμές είναι ευκολότερο να ανοίξουν με αποτέλεσμα ο καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης να είναι περισσότερο εξασθενημένος σε σχέση με το εσωτερικό του δοκιμίου. Η παράμετρος αυτή μπορεί να ληφθεί υπόψη χρησιμοποιώντας το μειωτικό συντελεστή  $\ell_{om}$ , με τον οποίο και πολλαπλασιάζεται το διάγραμμα  $\tau - s$ .

Καθώς η ποσοτικοποίηση της μείωσης δεν είναι εύκολη, θεωρήθηκε ότι η τιμή του συντελεστή αυξάνεται γραμμικά από το 0 ως το 1, συναρτήσει της απόστασης του σημείου από το πλέον γειτονικό άκρο. Η παραδοχή ότι η τιμή του συντελεστή στο άκρο είναι μηδενική, που πρακτικά ισοδυναμεί με το ότι και η συνάφεια στο άκρο

είναι μηδενική, είναι απόλυτα συμβατή με τη θεωρία ελαστικότητας, σύμφωνα με την οποία οι διατμητικές τάσεις σε δύο κάθετες πλευρές οφείλουν να είναι ίσες.<sup>10</sup> Από ένα σημείο του δοκιμίου και πέρα, η επίδραση του άκρου μηδενίζεται και ως εκ τούτου, ο συντελεστής ομοιοθεσίας γίνεται ίσος με τη μονάδα. Συμβατικά θεωρείται ότι το μήκος επίδρασης του συντελεστή ομοιοθεσίας είναι από  $2c$  ως  $3c$  όπου  $c$  είναι το πάχος της επικάλυψης. Ο υπολογισμός του συντελεστή μπορεί να γίνει μέσω του σχ. 4.13.

Στις αναλύσεις του κεφαλαίου 5, ο συντελεστής δεν χρησιμοποιήθηκε. Παρ'όλα αυτά, στο πρόγραμμα υπάρχει η δυνατότητα να ληφθεί υπόψη η επίδραση του τόσο στο φορτισμένο όσο και στο αφόρτιστο άκρο.

---

<sup>10</sup>Οι διατμητικές τάσεις στις ακραίες διατομές του δοκιμίου (κάθετα στον άξονα του) είναι, λόγω ισορροπίας, προφανώς μηδέν.



# Κεφάλαιο 5

## Αποτελέσματα

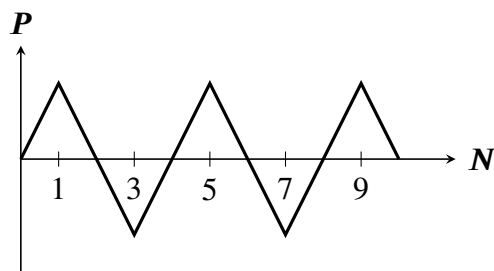
Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων που έγιναν με το πρόγραμμα. Στην παρούσα εργασία δεν γίνεται πλήρης διερεύνηση του προβλήματος, αλλά εξετάζονται ενδεικτικά ορισμένες μόνο περιπτώσεις. Η διάρθρωση αυτών γίνεται στην ενότητα 5.1, ενώ στην ενότητα 5.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα τους. Καθώς πολλά από τα σχήματα αυτού του κεφαλαίου καταλαμβάνουν ολόκληρη τη σελίδα στην οποία βρίσκονται, προκειμένου να είναι ομαλότερη η ροή του κειμένου, προτιμήθηκε να σχήματα αυτά να παρουσιαστούν συγκεντρωμένα στην ενότητα 5.3. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την κριτική των αποτελεσμάτων που γίνεται στην ενότητα 5.4.

### 5.1 Διάρθρωση αναλύσεων

Στα παρακάτω, εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά, οι αναλύσεις έχουν γίνει για το κλασσικό δοκίμιο εξόλκευσης (εν. 4.2), θεωρώντας ότι ισχύει το προσομοίωμα Tassios (εν. 2.3). Ακόμη έχει γίνει η θεώρηση ότι κάθε πλήρης ανακύκλιση χωρίζεται σε 4 μέρη. Αναλυτικότερα, με  $N = 1$  συμβολίζεται η εξόλκευση (*μονοτονική φόρτιση*), με  $N = 2$  η αποφόρτιση, με  $N = 3$  η εισπίεση και με  $N = 4$  η επαναφόρτιση. Με  $N = 5$  ολοκληρώνεται ο πρώτος κύκλος φορτίσεων ( $2^{\text{η}}$  *εξόλκευση*). Αυτό το πρόγραμμα φορτίσεων αναλύεται εποπτικότερα στο σχήμα 5.1.

Οι αναλύσεις που διενεργήθηκαν καλύπτουν τις ακόλουθες περιπτώσεις

- Μονοτονική φόρτιση πριν και μετά τη διαρροή του χάλυβα (εν. 5.2.1).
- Πλήρεις ανακυκλίσεις πριν και μετά τη διαρροή του χάλυβα (εν. 5.2.2).
- Διερεύνηση της επιρροής του μεγέθους της υπέρβασης της τάσης διαρροής του χάλυβα (εν. 5.2.3).
- Σύγκριση του κλασσικού δοκιμίου εξόλκευσης με το δοκίμιο το στηριζόμενο μέσω εξωτερικών τάσεων δοκίμιο. (εν. 5.2.4).



Σχήμα 5.1 – Ιστορία φόρτισης.

- Διερεύνηση της εξέλιξης των ολισθήσεων στο άκρο του δοκιμίου καθώς και του απαιτούμενου μήκους αγκύρωσης της ράβδου για ορισμένες τυπικές περιπτώσεις που απαντώνται στην πράξη (μία που αντιστοιχεί σε σύγχρονες κατασκευές και μία που αντιστοιχεί σε παλαιότερες – εν. 5.2.5).
- Σύγκριση των αποτελεσμάτων των καταστατικών νόμων των Tassios και Eligenhausen (εν. 5.2.6).

## 5.2 Αποτελέσματα αναλύσεων

### 5.2.1 Μονοτονική φόρτιση πριν και μετά τη διαρροή

Στο σχήμα 5.4 φαίνεται η κατανομή των τάσεων και των παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μονοτονική φόρτιση πριν τη διαρροή του χάλυβα. Τόσο η μορφή όσο και το μέγεθος των διαφόρων μεγεθών βρίσκεται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα που υπάρχουν στη βιβλιογραφία (Τάσιος 2009). Χαρακτηριστικά σημεία τα οποία πρέπει να σημειωθούν είναι:

- Οι τάσεις του χάλυβα, με εξαίρεση το εσωτερικό του δοκιμίου όπου και οι τάσεις αυτές σχεδόν μηδενίζονται, φαίνεται να ακολουθούν σχεδόν γραμμική κατανομή.
- Οι τάσεις του σκυροδέματος, όπως αναμένεται άλλωστε λόγω ισορροπίας, με εξαίρεση το πρόσημο, είναι πανομοιότυπες με αυτές του χάλυβα.
- Καθώς κανένα υλικό δεν έχει περάσει ακόμα στην πλαστική περιοχή του η κατανομή των παραμορφώσεων τους ακολουθεί την κατανομή των τάσεων (ελαστική περιοχή).
- Ο ρυθμός αύξησης των ολισθήσεων αυξάνει όσο αυξάνει το μέγεθος των παραμορφώσεων του χάλυβα και του σκυροδέματος.
- Οι “γωνίες” στην κατανομή των τάσεων συναφείας κατά μήκος του δοκιμίου οφείλονται στο ότι ο καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης προσεγγίστηκε μέσω ευθυγράμμων τμημάτων αντί για μία καμπύλη.

Στο σχήμα 5.5 φαίνεται η κατανομή των τάσεων και των παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μονοτονική φόρτιση πριν και μετά τη διαρροή του χάλυβα. Όπως γίνεται φανερό, στις περιοχές που δεν έχει διαρρεύσει ο χάλυβας, τα διάφορα μεγέθη δε διαφοροποιούνται ούτε ως προς τη μορφή με την οποία κατανέμονται κατά μήκος του δοκιμίου, ούτε ως προς τις τιμές που λαμβάνουν. Πρακτικά, η κατανομή τους και η τιμή τους είναι ανεξάρτητη της δύναμης εξόλκευσης που ασκείται στο άκρο του δοκιμίου. Εν πολλοίς, μπορεί να ειπωθεί ότι μετά τη διαρροή του χάλυβα παρατηρείται μία παράλληλη μετατόπιση των καμπυλών προς το εσωτερικό του δοκιμίου.

Στην περιοχή όμως της διαρροής, τα πράγματα διαφοροποιούνται αρκετά. Μετά την υπέρβαση της διαρροής παρατηρούνται τα εξής:

- Στις περιοχές όπου έχει διαρρεύσει ο χάλυβας, σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν στην ενότητα 2.6, παρατηρείται μείωση της απόκρισης της τάσης συνάφειας (σχ. 5.5στ').<sup>1</sup> Σημειώνεται ότι η μείωση της συνάφειας μπορεί να οφείλεται και στις υψηλές τιμές ολισθήσεων (φθιτός κλάδος καταστατικού νόμου τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης). Άμεση απόρροια αυτού είναι και η μείωση της κλίσης των τάσεων σκυροδέματος και χάλυβα (σχ. 5.5α' και σχ. 5.5β' αντίστοιχα).
- Όπως είναι αναμενόμενο, εμφανίζονται πολύ μεγάλες παραμορφώσεις στον χάλυβα, ενώ οι αντίστοιχες παραμορφώσεις του σκυροδέματος δε διαφοροποιούνται ιδιαίτερα (σχ. 5.5γ' και σχ. 5.5δ' αντίστοιχα). Αυτό οφείλεται και στο ότι το σκυρόδεμα παραμένει κοντά στον γραμμική περιοχή του διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων.
- Δεδομένου ότι οι παραμορφώσεις του σκυροδέματος δεν αλλάζουν ιδιαίτερα, οι ολισθήσεις αυξάνονται ουσιαστικά ευθέως ανάλογα με τις παραμορφώσεις του χάλυβα (σχ. 5.5ε' και εξ. 4.3)

### 5.2.2 Ανακυκλιζόμενη φόρτιση πριν και μετά τη διαρροή

Στο σχήμα 5.6 φαίνεται η ιστορία της κατανομής των τάσεων και παραμορφώσεων για μία πλήρη ανακύκλιση ενός κλασσικού δοκιμίου, σύμφωνα με το προσομοίωμα Tassios για φορτίσεις πριν τη διαρροή του χάλυβα. Τα σημεία τα οποία αξίζει να υπογραμμιστούν είναι:

- Με την ανακύκλιση παρουσιάζεται μείωση της μέγιστης παρατηρούμενης απόκρισης της συνάφειας, ενώ παράλληλα αυξάνεται το μήκος του δοκιμίου στο

<sup>1</sup>Το γεγονός αυτό εξηγεί την οριζόντια μετατόπιση όλων των καμπυλών προς το εσωτερικό του δοκιμίου. Υπενθυμίζεται ότι το στερεό (ο όγκος) των τάσεων συνάφειας πρέπει να είναι ίσο με τη δύναμη εξόλκευσης  $P$ . Κατά συνέπεια, η μειωμένη συνάφεια στο άκρο του δοκιμίου επιβάλλει τη συμμετοχή μεγαλύτερου μήκους του δοκιμίου, προκειμένου να επέλθει η ισορροπία.

οποίο αναπτύσσονται οι τάσεις συνάφειας ( $N = 5$  στο σχ. 5.6στ'). Ουσιαστικά η συνάφεια που "χάνεται" λόγω της ανακύκλισης αναπληρώνεται με την επιστράτευση των τμημάτων εκείνων του δοκιμίου τα οποία έχουν ακόμα αποθέματα συνάφειας να δώσουν. Άμεση συνέπεια αυτού είναι η αύξηση του μήκους του δοκιμίου που συμμετέχει "ενεργά" στην παραλαβή της δύναμης εξόλκευσης<sup>2</sup> ( $N = 5$  στα σχ. 5.6α' και 5.6β').

- Η μειωμένη απόκριση συνάφειας κατά τη δεύτερη εξόλκευση ( $N = 5$ ), έχει ως συνέπεια να μειώνεται η κλίση των κατανομών των τάσεων του σκυροδέματος και του χάλυβα, άρα κατ' επέκταση να υπάρχουν υψηλότερες τάσεις σε μεγαλύτερο μήκος του δοκιμίου. Αυτό έχει ως συνέπεια να παρατηρείται και αύξηση της ολισθήσεως στο εξολκευόμενο άκρο του δοκιμίου (σχ. 5.6ε').
- Οι ολισθήσεις στο άκρο της ράβδου, κατά την εισπίεση είναι της αυτής τάξης μεγέθους των ολισθήσεων κατά την εξόλκευση (σχ. 5.6ε').<sup>3</sup>
- Κατά την εισπίεση ( $N = 3$ ) εμφανίζονται ολισθήσεις και στο αφόρτιστο άκρο του δοκιμίου, οι οποίες όμως είναι αρκετά μικρότερες σε σχέση με αυτές που παρατηρούνται στο φορτισμένο άκρο. Η ύπαρξη τάσεων στην περιοχή αυτή οφείλεται σε λόγους ισορροπίας (στήριξη του δοκιμίου από πίσω), ενώ οι σχετικά χαμηλές τιμές των ολισθήσεων οφείλονται στο ότι οι αντίστοιχες τάσεις του χάλυβα στην περιοχή αυτή είναι μικρές (εξ. 4.3).
- Όπως γίνεται εμφανές από την κατανομή των ολισθήσεων κατά μήκος του δοκιμίου (σχ. 5.6ε'), σε όλα τα στάδια της ανακύκλισης, υπάρχει μια περιοχή στην οποία οι ολισθήσεις είναι μηδενικές.<sup>4</sup> Αυτό συνεπάγεται ότι η κατανομή των ολισθήσεων στο εμπρός και στο πίσω άκρο του δοκιμίου είναι πρακτικά ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Στην περιοχή των μηδενικών ολισθήσεων, οι τάσεις του χάλυβα και του σκυροδέματος ακολουθούν σταθερή κατανομή.
- Κατά τις αποφόρτιση ( $N = 2$ ) και την επαναφόρτιση ( $N = 4$ ) εμφανίζονται παραμένουσες τάσεις στο εσωτερικό του δοκιμίου, τόσο στο χάλυβα όσο και στο σκυροδέμα (σχ. 5.6α' και σχ. 5.6β' αντίστοιχα). Κατά την αποφόρτιση της εισπίεσης οι παραμένουσες τάσεις του σκυροδέματος είναι εφελκυστικές, αλλά

<sup>2</sup>Κατ' ουσίαν πρόκειται για το μήκος αγκύρωσης.

<sup>3</sup>Το μέγεθος αυτό των ολισθήσεων εξαρτάται άμεσα από το νόμο συνάφειας που έχει επιλεγεί, και πιο συγκεκριμένα από το μέγεθος της υποβάθμισης της συνάφειας κατά την πρώτη αντιστροφή του προσήμου των ολισθήσεων. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, που χρησιμοποιείται το προσομοίωμα Tassios, η υποβάθμιση είναι σημαντική ( $\approx 30\%$ ) εξ ου και το αποτέλεσμα αυτό. Αν θεωρηθεί ότι κατά την "παρθενική" εισπίεση η παρατηρούμενη συνάφεια είναι αντίστοιχη της μονοτονικής φόρτισης, το μέγεθος των ολισθήσεων είναι σημαντικά μικρότερο ( $\approx 50\%$ ).

<sup>4</sup>Στην πράξη αυτό είναι ένας από τους βασικούς περιορισμούς της μεθόδου. Προκειμένου να επιτευχθεί αριθμητική σύγκλιση, πρέπει το μήκος του δοκιμίου να είναι επαρκές ώστε, εντός αυτού, να μηδενίζονται οι ολισθήσεις.

η τιμή τους είναι μικρότερες από την εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος. Οι παραμορφώσεις του σκυροδέματος και του χάλυβα είναι αντίστοιχες με αυτές των τάσεων (σχ. 5.6γ' και σχ. 5.6δ' αντίστοιχα).

- Επιπρόσθετα, κατά τις αποφόρτιση και την επαναφόρτιση ( $N = 2$  και  $N = 4$  αντίστοιχα), εμφανίζονται και παραμένουσες ολισθήσεις στο δοκίμιο (σχ. 5.6ε') οι οποίες είναι ομόσημες των ολισθήσεων που παρουσιάζονται κατά τις φορτίσεις ( $N = 1$  και  $N = 3$  αντίστοιχα).
- Όπως φαίνεται από την κατανομή των τάσεων συναφείας (σχ. 5.6στ') και των ολισθήσεων (σχ. 5.6ε') το διάγραμμα των ολισθήσεων εμφανίζει σημείο καμπής στα σημεία που μηδενίζονται οι τάσεις συναφείας.

Στην περίπτωση που η ανακύκλιση γίνεται για τάσεις που ξεπερνούν την τάση διαρροής (σχ. 5.7), εξακολουθούν να ισχύουν όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως, όμως, επιπρόσθετα, πρέπει να σημειωθούν και τα ακόλουθα:

- Με την ανακύκλιση, το μήκος εντος του οποίου ο χάλυβας διαρρέει αυξάνεται (σχ. 5.7α'). Η αύξηση αυτή οφείλεται στην υποβάθμιση της συνάφειας λόγω ανακύκλισης.<sup>5</sup>
- Το αυξημένο μήκος διαρροής συνεπάγεται μεγάλες παραμορφώσεις στο χάλυβα άρα και μεγάλες ολισθήσεις (σχ. 5.7ε'). Οι ολισθήσεις αυτές βρίσκονται συγκεντρωμένες στο φορτισμένο άκρο του δοκιμίου (περιοχή διαρροής).
- Οι παραμένουσες ολισθήσεις κατά την αποφόρτιση ( $N = 2$ ) είναι ιδιαίτερα σημαντικές.<sup>6</sup> Πρακτικά όλη η πλαστική παραμόρφωση του χάλυβα μετατρέπεται σε παραμένουσα ολίσθηση.
- Αντίθετα, οι ολισθήσεις κατά την εισπίεση ( $N = 3$ ) αλλά και κατά την επαναφόρτιση ( $N = 4$ ) είναι σημαντικά μειωμένες. Αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό αν ληφθεί υπόψη ότι στα στάδια αυτά θα πρέπει να αντιστραφούν οι πλαστικές παραμορφώσεις που έχει λάβει ο χάλυβας κατά την εξόλκευση.

Εκτός της περιοχής διαρροής, δεν παρουσιάζονται ιδιαίτερες διαφοροποιήσεις όσον αφορά το μέγεθος και την κατανομή των διαφόρων μεγεθών, σε σχέση με τις ανακυκλίσεις πριν τη διαρροή του χάλυβα. Η επιρροή του μεγέθους της υπέρβασης της τάσης διαρροής του χάλυβας μελετάται πιο διεξοδικά στην ενότητα 5.2.3.

### 5.2.3 Επιρροή μεγέθους υπέρβασης τάσης διαρροής

Στα σχήματα που ακολουθούν (σχ. 5.8 ως σχ. 5.12) παρουσιάζεται για όλα τα στάδια μίας πλήρους ανακύκλισης ( $N = 1$  ως  $N = 5$ ) η επιρροή του μεγέθους υπέρβασης της τάσης διαρροής.

<sup>5</sup>Μικρότερη συνάφεια συνεπάγεται ηπιότερη μεταβολή των τάσεων του σκυροδέματος και του χάλυβα.

<sup>6</sup>Σχετικά με το σύμβολο  $N_i$  βλέπε σχ. 5.1.

Όπως γίνεται άμεσα αντιληπτό, η τάξη μεγέθους της υπέρβασης της τάσης διαρροής δεν αλλάζει τη μορφή της κατανομής των διάφορων μεγεθών κατά μήκος του δοκιμίου. Αυτό που παρατηρείται γενικά είναι η παράλληλη μετατόπιση των καμπυλών προς το εσωτερικό του δοκιμίου. Εξάιρεση σε αυτόν τον κανόνα παρουσιάζεται μόνο στην εισπίεση ( $N = 3$ ) και στην επαναφόρτιση ( $N = 4$ ) όπου, στην περιοχή διαρροής του χάλυβα, οι παραμορφώσεις του χάλυβα  $\epsilon_s$ , οι ολισθήσεις  $s$  και οι τάσεις συναφείας  $\tau$  εμφανίζουν πολύ απότομες μεταβολές της τιμής τους, μεταβάλλοντας μάλιστα και το πρόσημο τους, εντός του μήκους αυτού. Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται στην κράτυνση του χάλυβα.

Όταν οι τάσεις του χάλυβα είναι πολύ υψηλές, οι πλαστικές παραμορφώσεις είναι τόσο σημαντικές ώστε κατά την εισπίεση, παρόλο που αντιστρέφεται το πρόσημο των τάσεων (γίνεται αρνητικό - σχ. 5.10α'), οι παραμορφώσεις του χάλυβα παραμένουν θετικές σε σχέση με την αρχική κατάσταση (σχ. 5.10γ'). Ως συνέπεια αυτού παρατηρούνται χαμηλές τιμές ολισθήσεων στην περιοχή αυτή (σχ. 5.10ε'), άρα και χαμηλές τιμές συναφείας (σχ. 5.10στ'). Κατά την επαναφόρτιση, όπως φαίνεται και από τα αντίστοιχα διαγράμματα (σχ. 5.11γ', 5.11ε' και 5.11στ') εμφανίζεται παρόμοια συμπεριφορά.

#### 5.2.4 Παράπλευρες στηρικτικές τάσεις

Στα διαγράμματα που ακολουθούν φαίνονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων για την περίπτωση της στήριξης του δοκιμίου με παράπλευρες διατμητικές τάσεις. Τα διαγράμματα που παρουσιάζονται είναι τα αντίστοιχα των σχημάτων 5.4 και 5.6. Πιο συγκεκριμένα, στο διάγραμμα 5.15 παρουσιάζεται η κατανομή των τάσεων και των παραμορφώσεων για μονοτονική φόρτιση πριν τη διαρροή και στο διάγραμμα 5.16 εμφανίζεται η ιστορία της κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων πριν τη διαρροή για μία πλήρη ανακύκλιση.

Όσον αφορά τη μονοτονική φόρτιση, μία βασική διαφορά σε σχέση με το κλασικό δοκίμιο είναι ότι στην περίπτωση του δοκιμίου του στηριζόμενου μέσω παράπλευρων διατμητικών τάσεων, οι τάσεις και οι παραμορφώσεις στο πίσω άκρο του δοκιμίου είναι, όπως αναμενόταν άλλωστε, μηδενικές. Πέρα από αυτό, διαφοροποιήσεις υπάρχουν στην κατανομή των τάσεων και των παραμορφώσεων του σκυροδέματος (σχ. 5.15β' και 5.15δ'). Εντούτοις, η κατανομή των αντίστοιχων μεγεθών του χάλυβα δε φαίνεται να επηρεάζεται ουσιωδώς από τον τρόπο στήριξης του δοκιμίου (σχ. 5.15α' και 5.15γ'). Οι δε ολισθήσεις και οι αντίστοιχες τάσεις συναφείας φαίνεται να είναι παρόμοιες με το κλασικό δοκίμιο τόσο όσον αφορά τη μορφή αλλά και το μέγεθος τους (σχ. 5.15ε' και 5.15στ').

Στις ανακυκλιζόμενες φορτίσεις (σχ. 5.16) παρουσιάζονται διαφορές σε σχέση με το κλασικό δοκίμιο στην κατανομή των τάσεων και των παραμορφώσεων, τόσο του

Περίπτωση	Συνάφεια	$f_{yk}$ [MPa]	$f_{ck}$ [MPa]	$\ell$ [mm]	$D_c$ [mm]	$d_s$ [mm]	$\sigma'_s$ [MPa]	$q$ %
$O_1$	Tassios	400	20	1600	70	18	400	0.0
$O_2$	Tassios	400	20	1600	70	18	420	5.0
$O_3$	Tassios	400	20	1600	70	18	440	10.0
$N_1$	Tassios	500	25	1600	120	20	500	0.0
$N_2$	Tassios	500	25	1600	120	20	525	5.0
$N_3$	Tassios	500	25	1600	120	20	550	10.0
$E_1$	Eligen.	500	25	1600	120	20	500	0.0
$E_2$	Eligen.	500	25	1600	120	20	525	5.0
$E_3$	Eligen.	500	25	1600	120	20	550	10.0

Πίνακας 5.1 – Δεδομένα αναλύσεων για τη διερεύνηση της εξέλιξης των ολισθήσεων στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου.

χάλυβα όσο και του σκυροδέματος.<sup>7</sup> Και πάλι όμως, η κατανομή και η τάξη μεγέθους των ολισθήσεων και των τάσεων συναφείας είναι αντίστοιχη με το κλασσικό δοκίμιο εξόλκευσης. Επίπρόσθετα, ο ρυθμός αύξησης της ολίσθησης στο εξολκευόμενο άκρο δε φαίνεται να διαφέρει στις δύο στηρικτικές μεθόδους.

### 5.2.5 Εξέλιξη της ολίσθησης στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου

Ένα από τα θέματα που παρουσιάζουν ιδιαίτερο πρακτικό ενδιαφέρον είναι η εξέλιξη των ολισθήσεων στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου υποκειμένης σε πλήρεις ανακυκλίσεις. Στον πίνακα 5.1 παρουσιάζονται συνοπτικά τα δεδομένα των αναλύσεων που διενεργήθηκαν με σκοπό τη διερεύνηση αυτή. Οι αναλύσεις χωρίζονται στις εξής κατηγορίες, τις  $O_i$  που αντιστοιχούν σε συνθήκες που απαντώνται σε παλαιότερες κατασκευές και τις  $N_i$  και  $E_i$ , οι οποίες αντιστοιχούν σε συνθήκες που απαντώνται σε νεότερες κατασκευές. Για τις δύο πρώτες κατηγορίες χρησιμοποιήθηκε το προσομοίωμα συνάφειας Tassios, ενώ για την τελευταία το προσομοίωμα συνάφειας Eligenhuasen. Ο δείκτης  $i$  αναφέρεται στην τάση φόρτισης της ράβδου κατά τις ανακυκλίσεις (1 για τάση ίση με την τάση διαρροής, 2 για υπέρβαση της τάσης διαρροής κατά 5% και 3 για υπέρβαση της τάσης διαρροής κατά 10%). Ως  $q$  ορίζεται το ποσοστό υπέρβασης της τάσης διαρροής από την τάση εξόλκευσης [εξ. 5.1]. Πρέπει πάντως να σημειωθεί ότι στην παρούσα εργασία γίνεται μόνο μία ενδεικτική

<sup>7</sup>Πρέπει να σημειωθεί ότι παρ' όλο που η κατανομή των τάσεων κατά μήκος του δοκιμίου εξαρτάται άμεσα από το μήκος στο οποίο ασκούνται οι στηρικτικές διατμητικές τάσεις, εντούτοις, η τιμή των ολισθήσεων στο άκρο του δοκιμίου δε φαίνεται να εξαρτάται από το μήκος αυτό.

$N$	$s_0$ [mm]				$k_2$ [-]			
	1	5	9	13	1	5	9	13
$O_1$	0.64	1.08	1.30	1.58	1.00	1.68	2.02	2.46
$O_2$	1.09	1.92	2.35	2.91	1.00	1.75	2.14	2.65
$O_3$	2.83	5.46	7.03	9.46	1.00	1.93	2.49	3.35
$N_1$	0.58	0.96	1.15	1.39	1.00	1.65	1.98	2.39
$N_2$	1.05	1.83	2.23	2.75	1.00	1.74	2.12	2.62
$N_3$	2.91	5.63	7.27	9.88	1.00	1.94	2.50	3.40
$E_1$	0.56	0.57	0.58	0.58	1.00	1.02	1.03	1.03
$E_2$	0.92	0.96	0.97	0.98	1.00	1.04	1.05	1.06
$E_3$	2.09	2.33	2.42	2.48	1.00	1.12	1.16	1.19

**Πίνακας 5.2** – Απόλυτες τιμές ολίσθησης ( $s_0$ ) και αδιαστατοποιημένες τιμές ολίσθησης ( $k_2$ ) στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου συναρτήσει του αριθμού των ανακυκλίσεων  $N$  (βλ. σχ. 5.1).

διερεύνηση και ότι δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι το θέμα έχει αναλυθεί διεξοδικά. Προκειμένου να εξαχθούν ασφαλέστερα συμπεράσματα είναι αναγκαίο να διενεργηθούν και άλλες αναλύσεις.

$$q = 1 - \frac{\sigma'_s}{f_{yk}} \quad \text{για } \sigma'_s \geq f_{sy} \quad [5.1]$$

Προκειμένου να καταστεί ευκολότερη η εξαγωγή συμπερασμάτων για τη διαθέσιμη πλαστική γωνία στροφής δομικών μελών, θα χρησιμοποιηθεί ο αδιάστατος συντελεστής  $k_2^N$  [εξ. 5.2] ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος της ολίσθησης στο εξολκευόμενο άκρο κατά το στάδιο ανακύκλισης  $N$  προς την ολίσθηση στο εξολκευόμενο άκρο κατά την μονοτονική εξόλκευση:

$$k_2^N = \frac{s_0^N}{s_0^1} \quad [5.2]$$

Στον πίνακα 5.2 εμφανίζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα των αναλύσεων που διενεργήθηκαν σχετικά με την εξέλιξη των ολισθήσεων στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου συναρτήσει του αριθμού των ανακυκλίσεων.

Με βάση τα παραπάνω, είναι δυνατό να υπολογιστεί μία εξίσωση υπολογισμού του  $k_2$  συναρτήσει των  $q$  και  $N$ .<sup>8</sup> Σημειώνεται ότι αν και οι εξισώσεις που ακολουθούν

<sup>8</sup>Για τον υπολογισμό των παραμέτρων των εξισώσεων που ακολουθούν, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό που μπορεί να βρεθεί στη διεύθυνση <http://code.google.com/p/pythonequations/>.



είναι συνεχείς, η χρήση τους έχει νόημα μόνο για εκείνες τις τιμές του  $N$  οι οποίες αφορούν εξόλκευση ( $N = \{5, 9, 13\}$ ).

Η απλούστερη προσέγγιση είναι να θεωρηθεί ότι η επιφάνεια που σχηματίζουν τα σημεία  $(q, N, k_2)$  είναι ένα επίπεδο στο χώρο με εξίσωση της μορφής:

$$k_2 = a + b \cdot q + c \cdot N \quad [5.3]$$

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα 5.2 για τις περιπτώσεις που αφορούν το προσομοίωμα Tassios (τις  $O_i$  και  $N_i$  δηλαδή, προκύπτει ότι η βέλτιστη τιμή των παραμέτρων είναι:<sup>9</sup>

$$a = 0.82264$$

$$b = 5.71667$$

$$c = 0.12875$$

Από τη σύγκριση των τιμών του  $k_2$  που προέκυψαν από τις αναλύσεις και αυτών που προκύπτουν από την εφαρμογή της εξίσωσης, γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η παραπάνω προσέγγιση είναι σχετικά χονδροειδής.<sup>10</sup> Καλύτερη ακρίβεια μπορεί να επιτευχθεί αν χρησιμοποιηθεί ένα πολυώνυμο μεγαλύτερου βαθμού:<sup>11</sup>

$$k_2 = a + b \cdot q + c \cdot N + d \cdot q \cdot N \quad [5.4]$$

Για την περίπτωση αυτή, η βέλτιστη λύση προκύπτει για τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων:

$$a = 1.20514$$

$$b = -1.93333$$

$$c = 0.08625$$

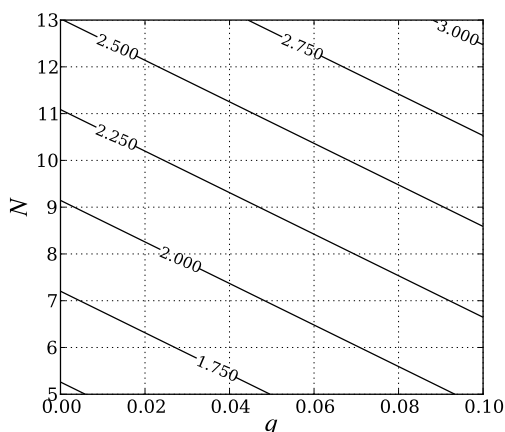
$$d = 0.85$$

Στο σχήμα 5.2 φαίνεται η προβολή των παραπάνω επιφανειών στο οριζόντιο επίπεδο. Βάσει των παραπάνω αναλύσεων, τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν είναι τα ακόλουθα:

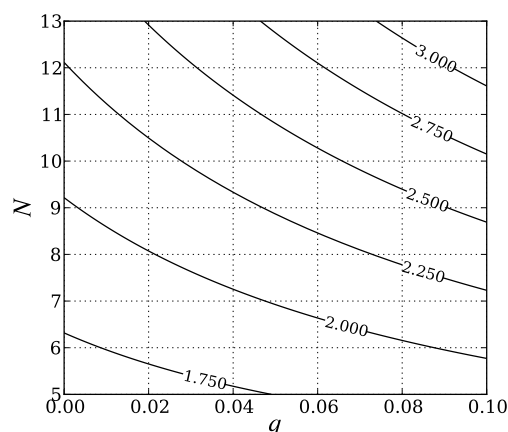
<sup>9</sup>Σε όλες τις αναλύσεις, ως κριτήριο επιλογής για την τιμή των παραμέτρων, χρησιμοποιήθηκε η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των απολύτων σφαλμάτων.

<sup>10</sup>Αν και, δεδομένων των σκοπών της ανάλυσης και της ακρίβειας της μεθόδου, ενδεχομένως η ακρίβεια αυτή να είναι επαρκής.

<sup>11</sup>Ο “βέλτιστος” βαθμός του ζητούμενου πολυωνύμου παρεμβολής είναι κάτι που δεν έχει εξεταστεί στο πλαίσιο της παρούσης εργασίας. Υπενθυμίζεται μόνο ότι τα πολυώνυμα υψηλού βαθμού, εκτός του ότι παρουσιάζουν αυξημένη δυσκολία εφαρμογής, επιπρόσθετα, εκτός του εύρους των σημείων τα οποία χρησιμοποιούνται για την παρεμβολή γίνονται ολοένα και πιο ανακριβή όσο αυξάνεται ο βαθμός τους.



(α') Εξίσωση 5.3 για Tassios



(β') Εξίσωση 5.4 για Tassios

Σχήμα 5.2 – Προβολές στο οριζόντιο επίπεδο των γραφικών παραστάσεων των προτεινόμενων εξισώσεων για την πρόβλεψη της αδιαστατοποιημένης ολίσθησης  $k_2$  στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου υπό ανακυκλιζόμενες φορτίσεις.

- Το  $k_2$  βαίνει αυξανόμενο συναρτήσει του αριθμού των ανακυκλίσεων.
- Το  $k_2$  αυξάνεται όταν η τάση εξόλκευσης υπερβαίνει την τάση διαρροής.
- Το  $k_2$  αυξάνεται γρηγορότερα συναρτήσει του αριθμού των ανακυκλίσεων  $N$  όσο μεγαλύτερο είναι το  $q$ .
- Οι συνθήκες (επικάλυψη, ποιότητα σκυροδέματος, χάλυβα κ.τ.λ.) δεν δείχνουν να επηρεάζουν το  $k_2$  (σύγκριση  $O_i - N_i$ ).

Όσον αφορά τις αναλύσεις  $E_i$ , αυτές δηλαδή που χρησιμοποιούν για τη συνάφεια το προσομοίωμα του Eligenhausen, τα πράγματα διαφοροποιούνται σημαντικά. Στην περίπτωση αυτή, οι αντίστοιχες παράμετροι της εξίσωσης [5.3] είναι οι:

$$a = 0.97528$$

$$b = 1.3$$

$$c = 0.00417$$

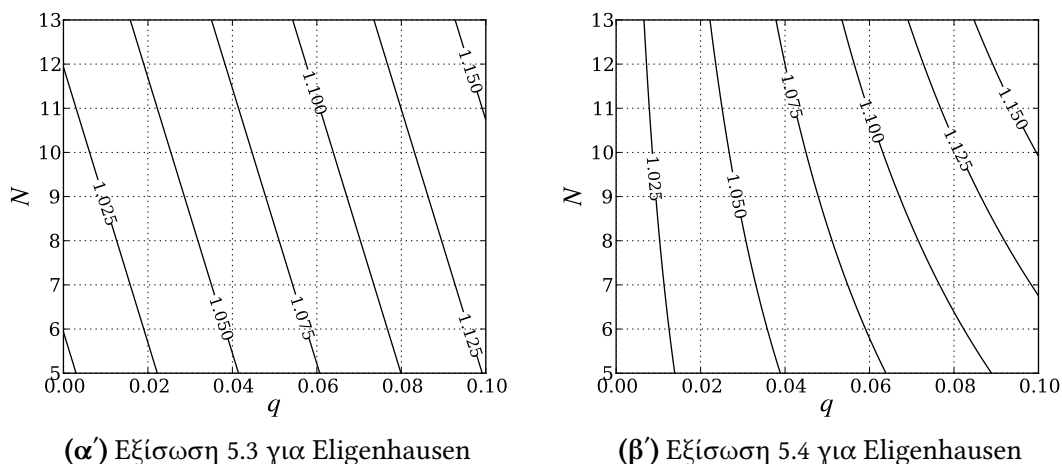
ενώ αυτές της εξίσωσης [5.4] είναι οι:

$$a = 1.00903$$

$$b = 0.625$$

$$c = 0.00042$$

$$d = 0.075$$



**Σχήμα 5.3** – Προβολές στο οριζόντιο επίπεδο των γραφικών παραστάσεων των προτεινόμενων εξισώσεων για την πρόβλεψη της αδιαστατοποιημένης ολίσθησης  $k_2$  στο άκρο εξολκευόμενης ράβδου υπό ανακυκλιζόμενες φορτίσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Eligenhausen.

Η προβολή των νέων εξισώσεων στο οριζόντιο επίπεδο φαίνεται στο σχήμα 5.3. Είναι αμέσως εμφανές ότι οι τιμές του  $k_2$  που προκύπτουν από τη χρήση του προσομοιώματος Eligenhausen είναι σαφώς πολύ χαμηλότερες από τις αντίστοιχες του προσομοιώματος Tassios. Εκτενέστερος σχολιασμός αυτού, θα γίνει στη συνέχεια (εν. 5.2.6). Από εκεί και πέρα, φαίνεται ότι:

- για χαμηλές τιμές του  $q$  το  $k_2$  είναι πρακτικά ανεξάρτητο του αριθμού των ανακυκλίσεων.
- όσο αυξάνει το  $q$  τόσο πιο έντονη γίνεται η αύξηση του  $k_2$  συναρτήσει του αριθμού των ανακυκλίσεων.
- η χρήση επιφανειών υψηλότερου βαθμού δε φαίνεται να είναι απαραίτητη.

### 5.2.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων καταστατικών νόμων

Τα προσομοιώματα των Tassios και Eligenhausen, παρουσιάζουν i) διαφορές στον μονοτονικό καταστατικό νόμο και ii) διαφορές στην απομείωση της συνάφειας λόγω ανακύκλισης. Οι διαφορές αυτές αναπτύχθηκαν αναλυτικότερα στην ενότητα 3.3.3. Από τις δύο κατηγορίες διαφορών η πρώτη δεν είναι τόσο σημαντική καθώς δεν οδηγεί σε διαφορές στην κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων, αλλά μόνο σε διαφορές στα μεγέθη. Για το λόγο αυτό, κρίθηκε σκοπιμότερο να εστιάσουμε στη σύγκριση των κανόνων απομείωσης της συνάφειας λόγω ανακυκλίσεων.

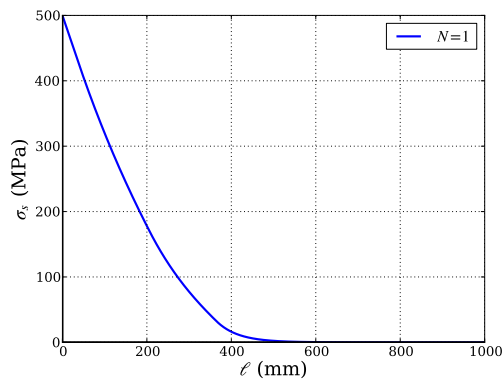
Τα σχήματα 5.13 και 5.14 είναι τα αντίστοιχα τω 5.6 και 5.7 μόνο που στην περίπτωση αυτή έχει χρησιμοποιηθεί το προσομοίωμα Eligenhausen. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από τη σύγκριση των σχημάτων, η μονοτονική φόρτιση, όπως ήταν και αναμενόμενο άλλωστε, δεν παρουσιάζει ουσιαστικές διαφορές μεταξύ των δύο περιπτώσεων. Όσον αφορά όμως τις ανακυκλίσεις τα πράγματα διαφοροποιούνται. Το προσομοίωμα του Eligenhausen είναι πολύ πιο συντηρητικό όσον αφορά την υποβάθμιση της παρατηρούμενης συνάφειας για χαμηλές τιμές ολισθήσεων και για ολιγοκυκλικές φορτίσεις. (εν. 3.3.2). Για την ακρίβεια μάλιστα, για τιμές ολισθήσεων μέχρι μισό περίπου χιλιοστό και για λιγότερες από 5 πλήρεις ανακυκλίσεις, προβλέπει πρακτικά μηδενική υποβάθμιση της συνάφειας (σχ. 3.7α'). Αυτό φαίνεται πολύ ξεκάθαρα στο σχήμα 5.13 όπου, κατά τη δεύτερη εξόλκευση της ράβδου ( $N = 5$ ), η κατανομή τόσο των τάσεων όσο και των παραμορφώσεων, πρακτικά ταυτίζεται με αυτή της πρώτης ( $N = 1$ ). Επιπρόσθετα, η αυξημένη συνάφεια συνεπάγεται ότι το "ενεργό" μήκος του δοκιμίου που συμμετέχει στην ανάληψη της δύναμης εξόλκευσης δεν αυξάνεται με τις ανακυκλίσεις, αλλά αντιθέτως μένει ουσιαστικά σταθερό σε σχέση με το αντίστοιχο μήκος του προσομοιώματος Tassios.

Υπενθυμίζεται εδώ, ότι οι παραδοχές των δύο προσομοιωμάτων είναι πολύ διαφορετικές μεταξύ τους. Το προσομοίωμα Eligenhausen προϋποθέτει την ύπαρξη εγκάρσιου οπλισμού, εν αντιθέσει με το προσομοίωμα Tassios το οποίο αφορά άοπλο και απερίσφιγκτο σκυρόδεμα. Εν πάση περιπτώσει, στο βαθμό που μπορεί να θεωρηθεί ότι η υλοποίηση των προσομοιωμάτων είναι ακριβής, το πεδίο εφαρμογής τους είναι κάτι που πρέπει να διερευνηθεί σε μεγαλύτερο βάθος.

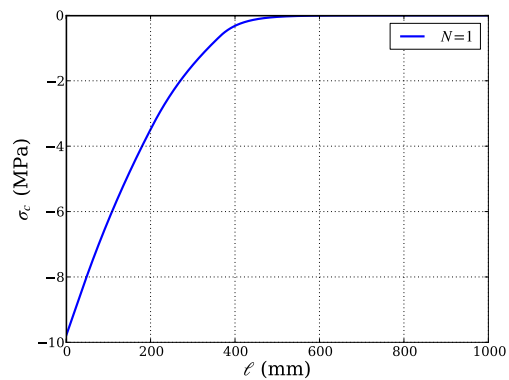
Στην περίπτωση που υπάρχει υπέρβαση της τάσης διαρροής (σχ. 5.14) δεδομένου ότι οι ολισθήσεις είναι μεγαλύτερες, η υποβάθμιση είναι μεν σημαντικότερη, αλλά, τουλάχιστον για τις περιπτώσεις που ελέγχθηκαν, το μέγεθος της εξακολουθεί να μην είναι συγκρίσιμο με το αντίστοιχο του προσομοιώματος Tassios.

### 5.3 Διαγράμματα

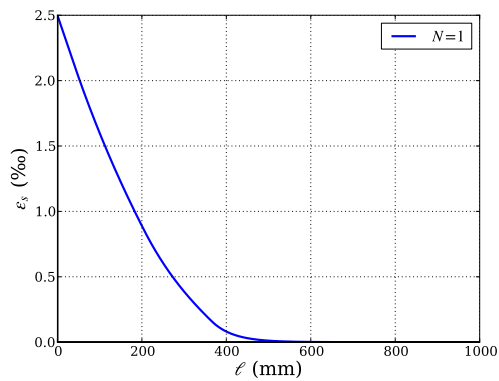
Ακολουθούν τα διαγράμματα που μνημονεύθηκαν στην προηγούμενη ενότητα.



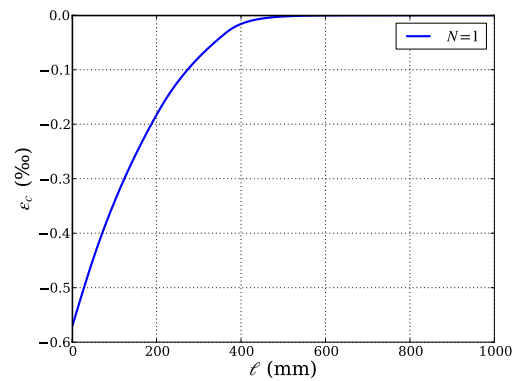
(α') Τάσεις χάλυβα



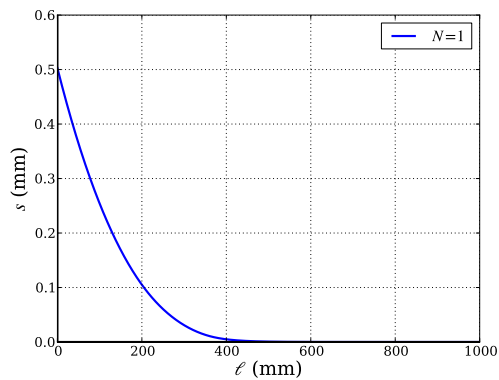
(β') Τάσεις σκυροδέματος



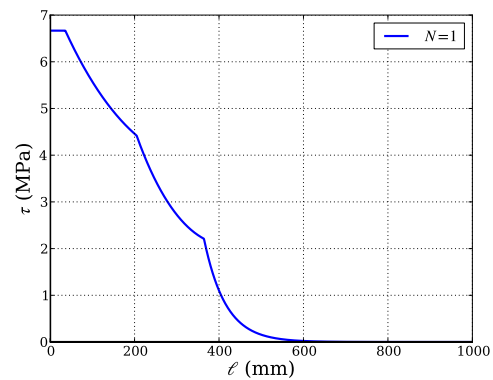
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

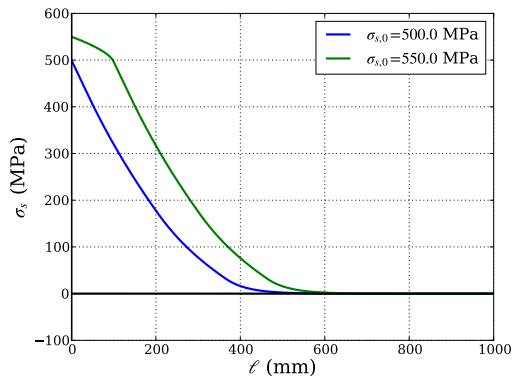


(ε') Ολισθήσεις

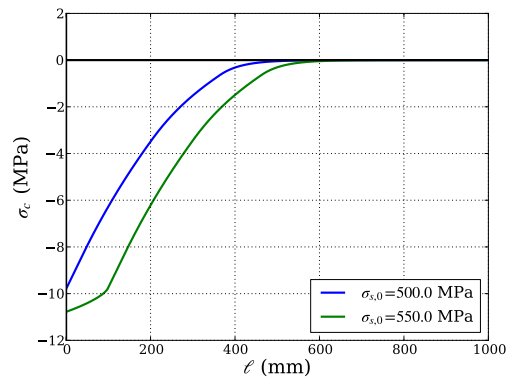


(στ') Τάσεις συναφείας

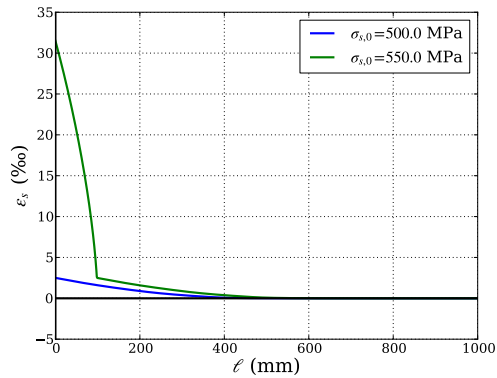
Σχήμα 5.4 – Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μονοτονική φόρτιση πριν τη διαρροή για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm,  $\sigma_{s,0} = 500$  MPa, για κλασικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.



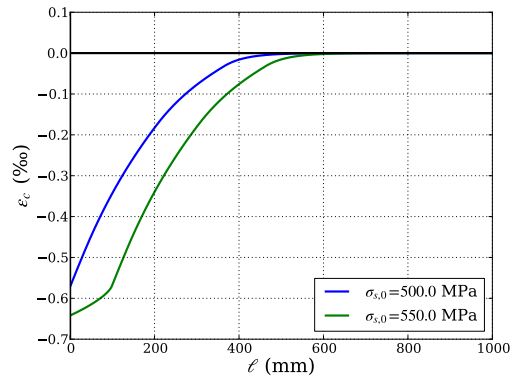
(α') Τάσεις χάλυβα



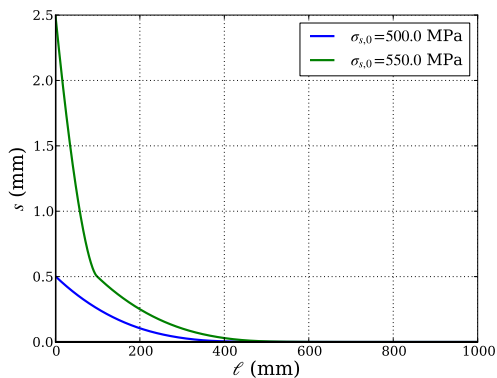
(β') Τάσεις σκυροδέματος



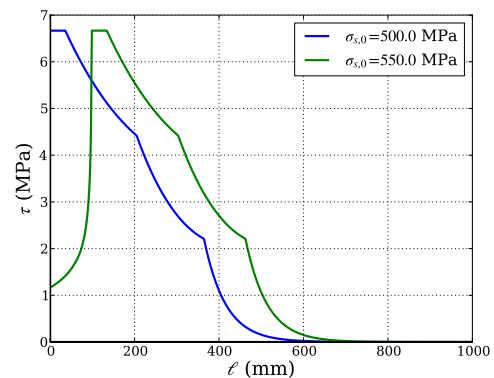
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

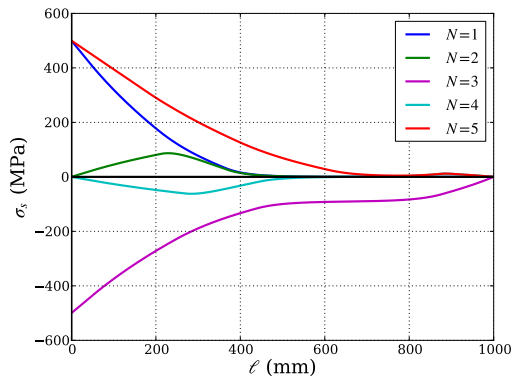


(ε') Ολισθήσεις

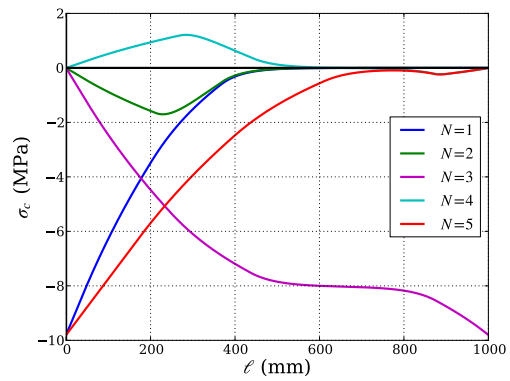


(στ') Τάσεις συναφείας

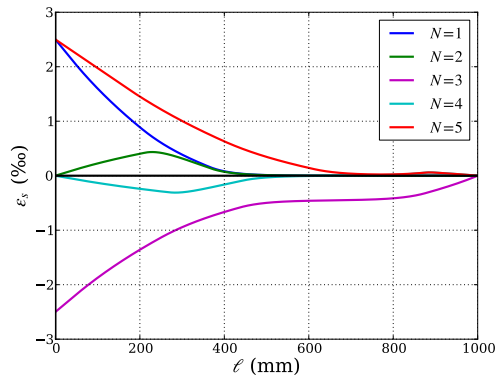
Σχήμα 5.5 – Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μονοτονική φόρτιση πριν και μετά τη διαρροή για  $N = 1$ , για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.



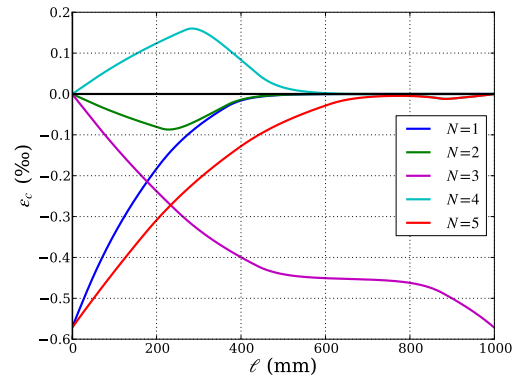
(α') Τάσεις χάλυβα



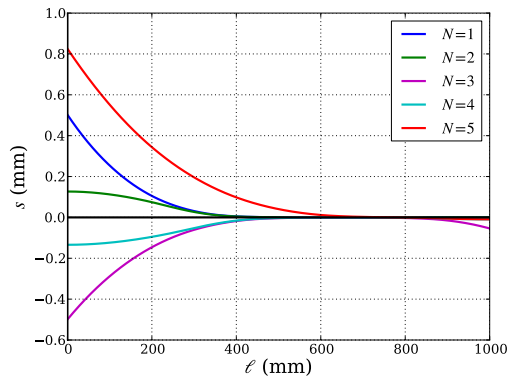
(β') Τάσεις σκυροδέματος



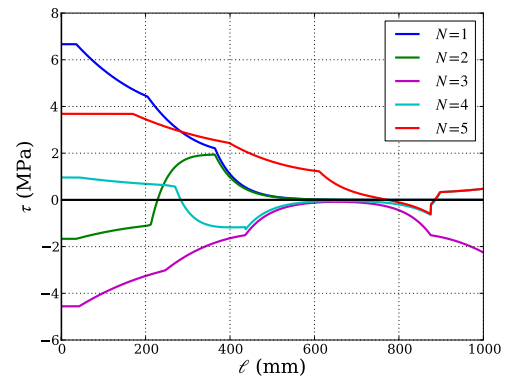
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

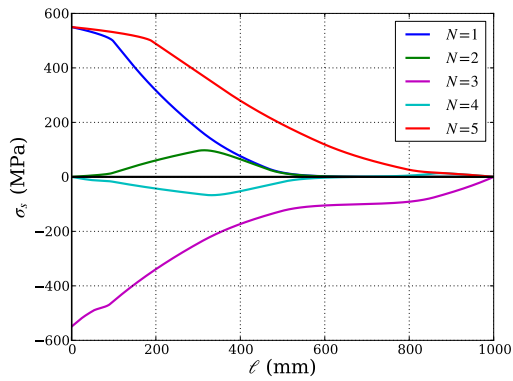


(ε') Ολισθήσεις

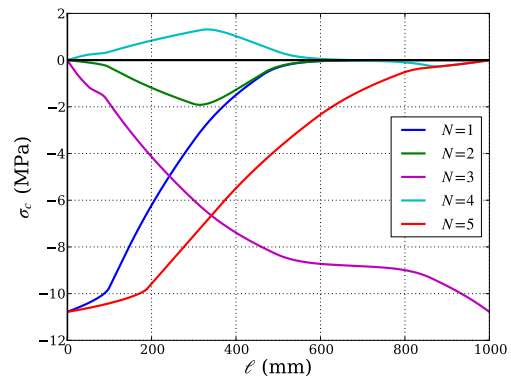


(στ') Τάσεις συναφείας

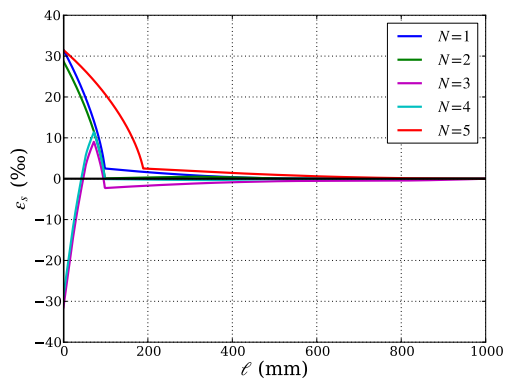
Σχήμα 5.6 – Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μία πλήρη ανακύκλιση πριν τη διαρροή για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm,  $\sigma_{s,0} = 500$  MPa, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.



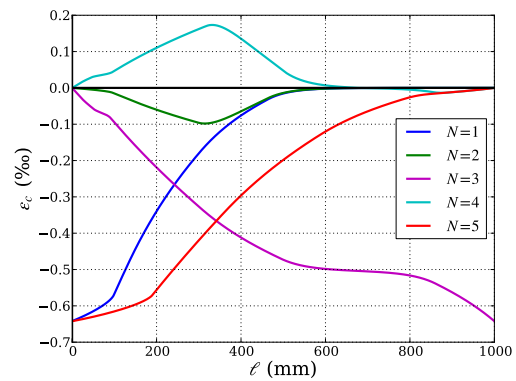
(α') Τάσεις χάλυβα



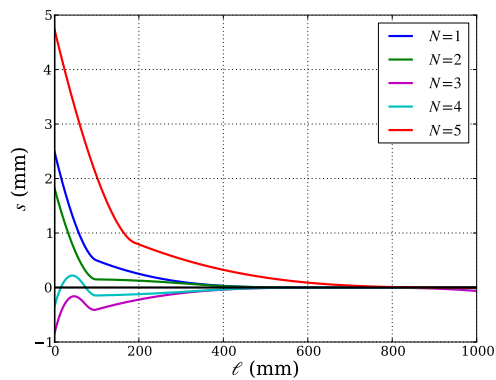
(β') Τάσεις σκυροδέματος



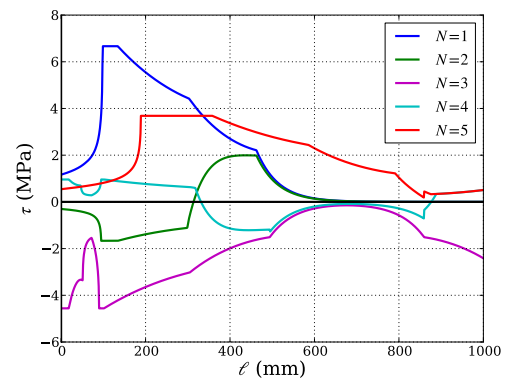
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος



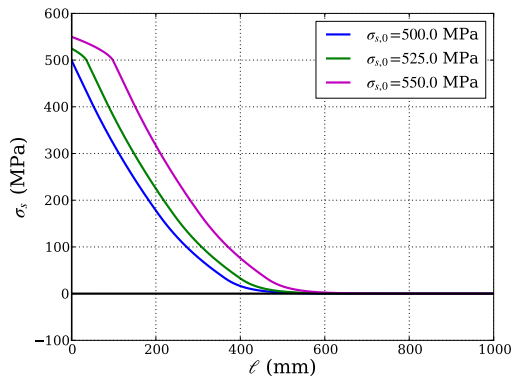
(ε') Ολισθήσεις



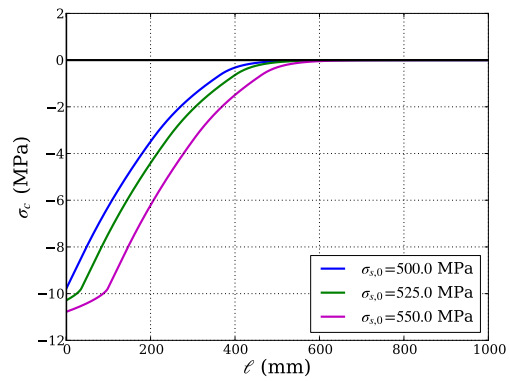
(στ') Τάσεις συναρμείας

Σχήμα 5.7 – Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μία πλήρη ανακύκλιση μετά τη διαρροή για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm,  $\sigma_{s,0} = 550$  MPa, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάρμειας Tassios.

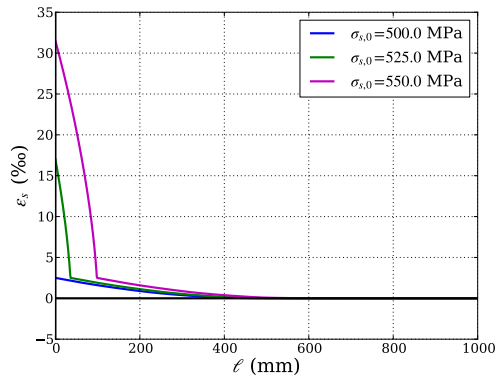




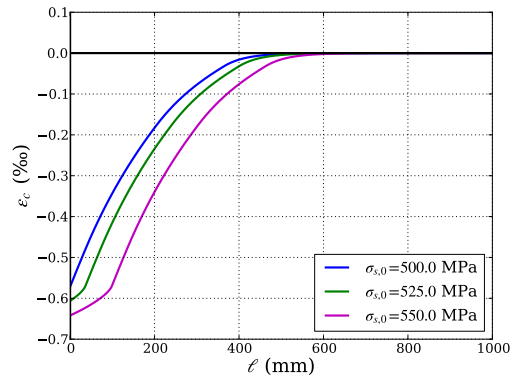
(α') Τάσεις χάλυβα



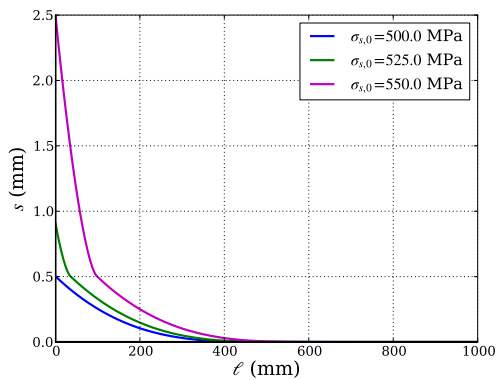
(β') Τάσεις σκυροδέματος



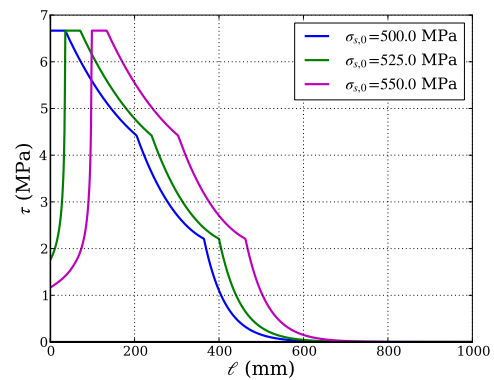
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

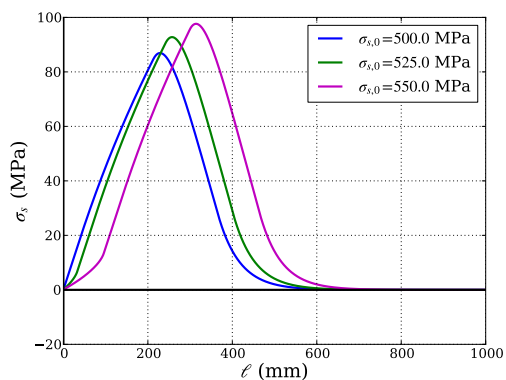


(ε') Ολισθήσεις

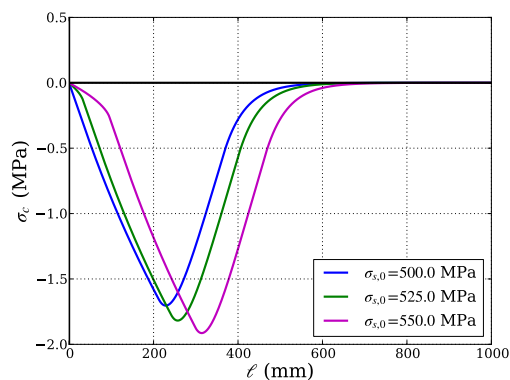


(στ') Τάσεις συναφείας

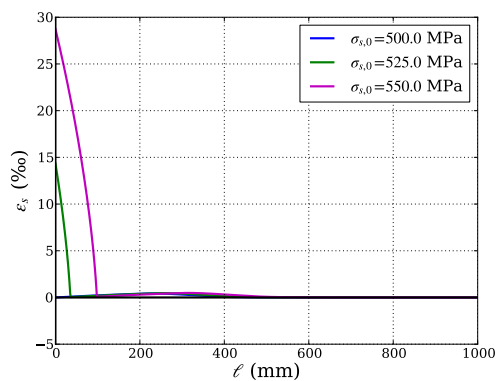
Σχήμα 5.8 – Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, πριν και μετά τη διαρροή για  $N = 1$ , για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm, για κλασικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.



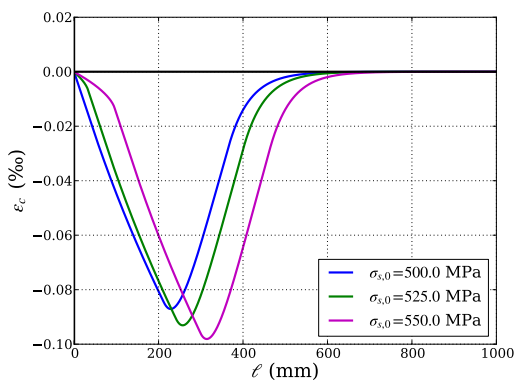
(α') Τάσεις χάλυβα



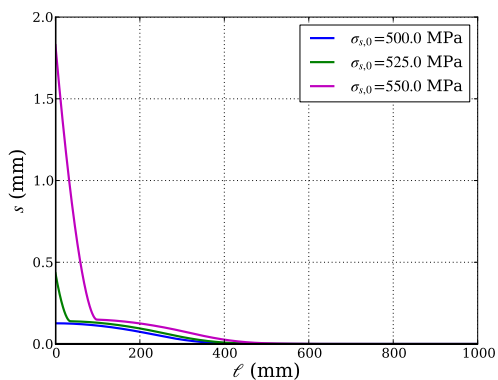
(β') Τάσεις σκυροδέματος



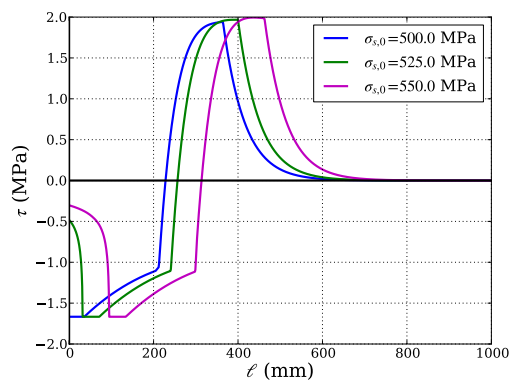
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

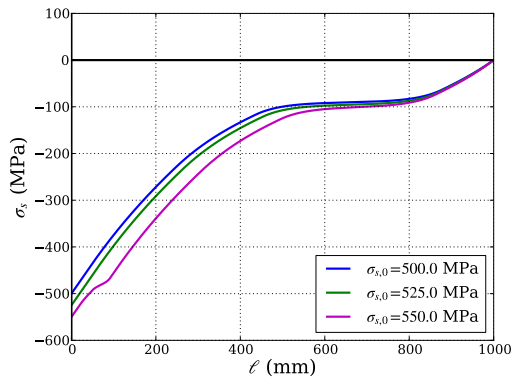


(ε') Ολισθήσεις

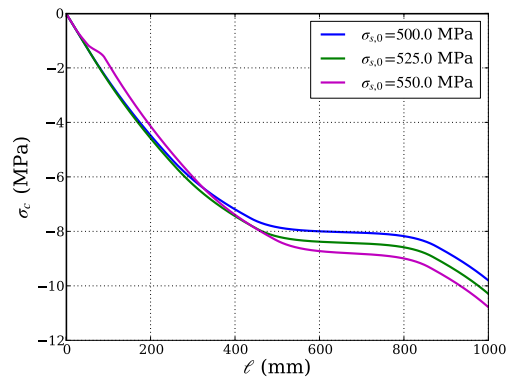


(στ') Τάσεις συναφείας

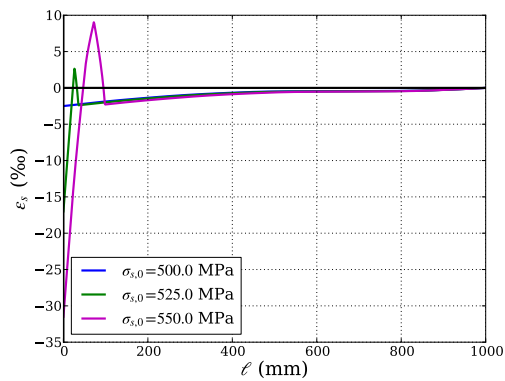
Σχήμα 5.9 – Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, πριν και μετά τη διαρροή για  $N = 2$ , για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.



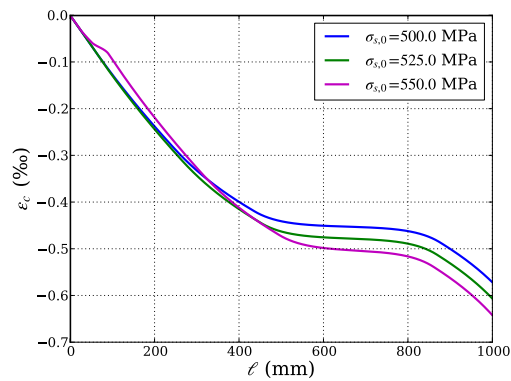
(α') Τάσεις χάλυβα



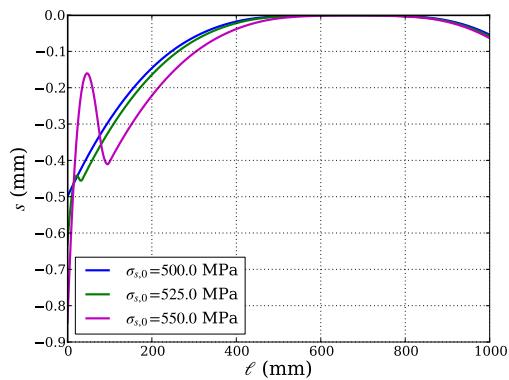
(β') Τάσεις σκυροδέματος



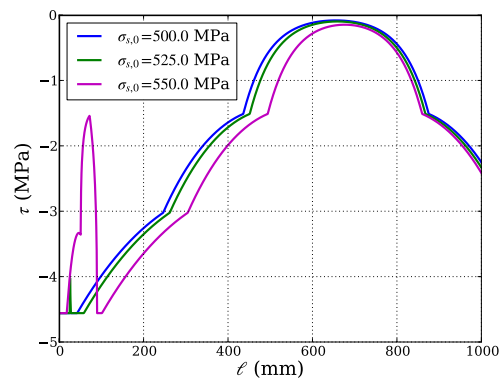
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

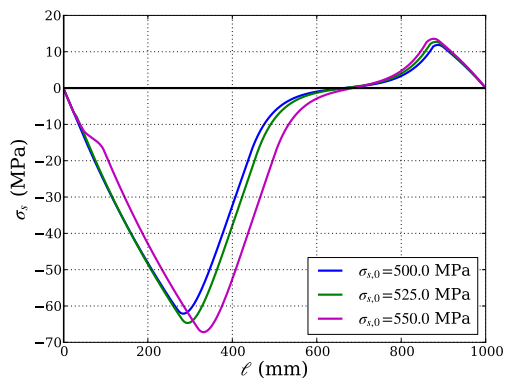


(ε') Ολισθήσεις

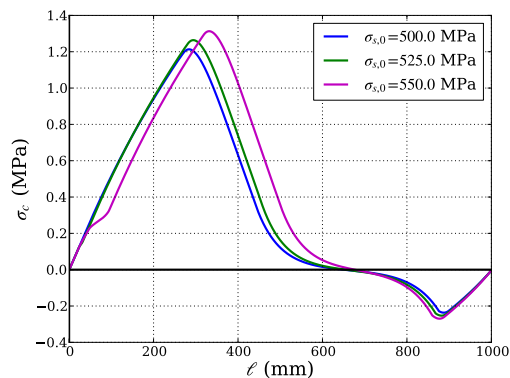


(στ') Τάσεις συναφείας

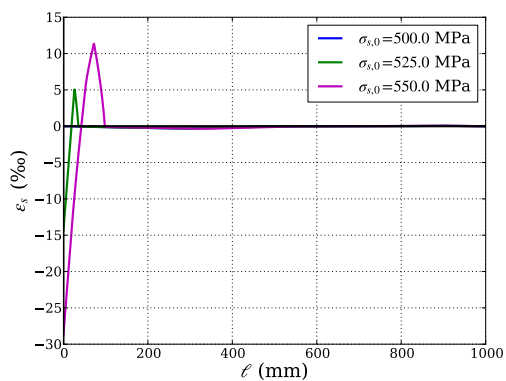
Σχήμα 5.10 – Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, πριν και μετά τη διαρροή για  $N = 3$ , για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συναφείας Tassios.



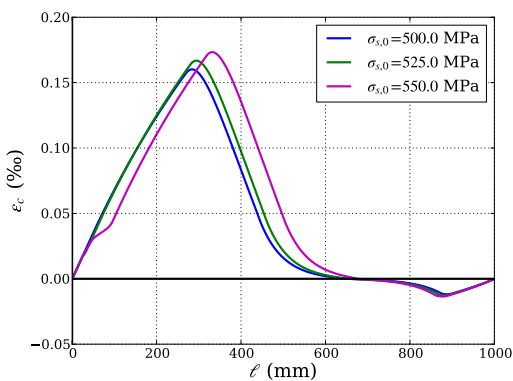
(α') Τάσεις χάλυβα



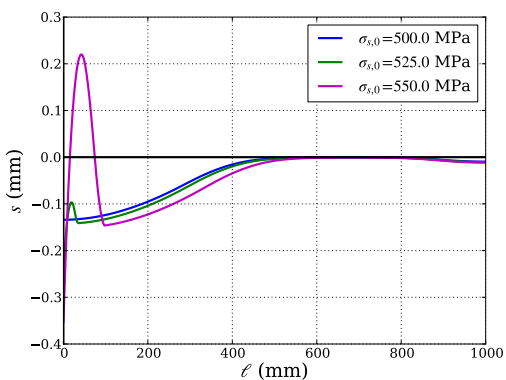
(β') Τάσεις σκυροδέματος



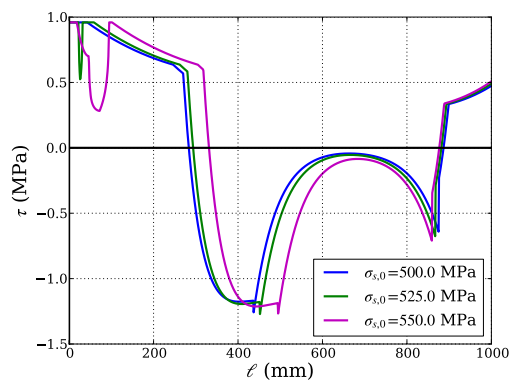
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

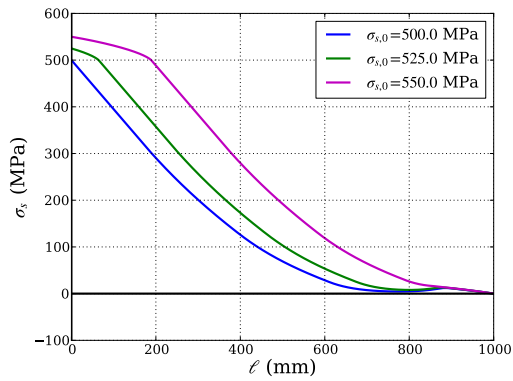


(ε') Ολισθήσεις

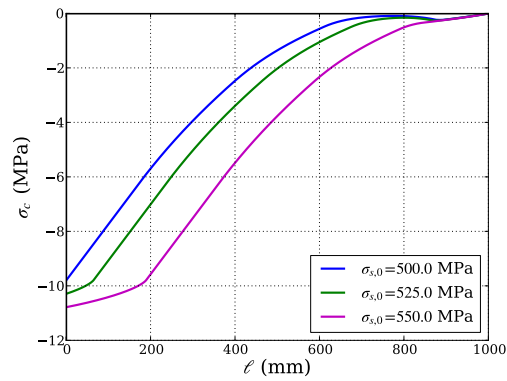


(στ') Τάσεις συναφείας

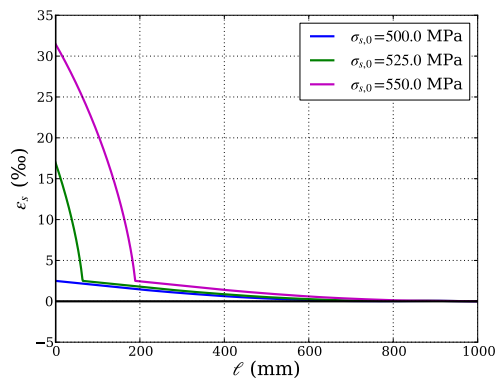
Σχήμα 5.11 – Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, πριν και μετά τη διαρροή για  $N = 4$ , για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm, για κλασσικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.



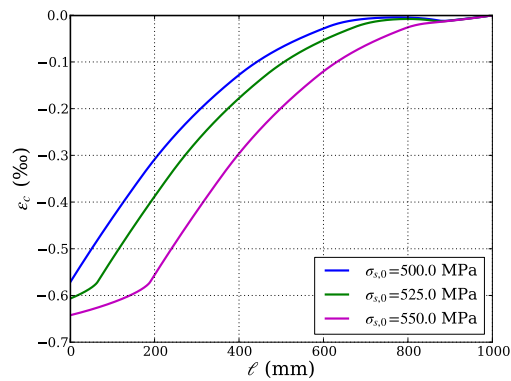
(α') Τάσεις χάλυβα



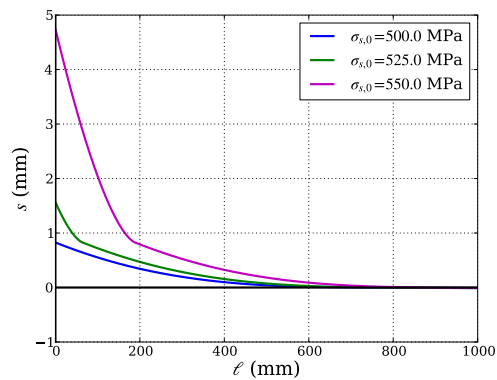
(β') Τάσεις σκυροδέματος



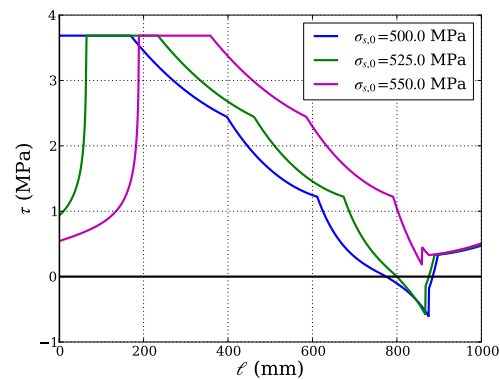
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

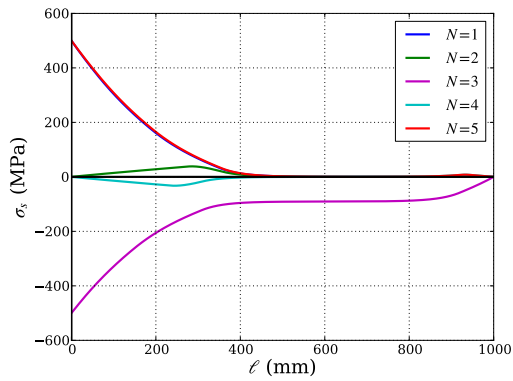


(ε') Ολισθήσεις

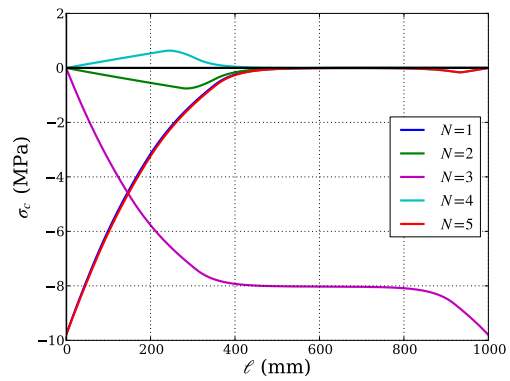


(στ') Τάσεις συναφείας

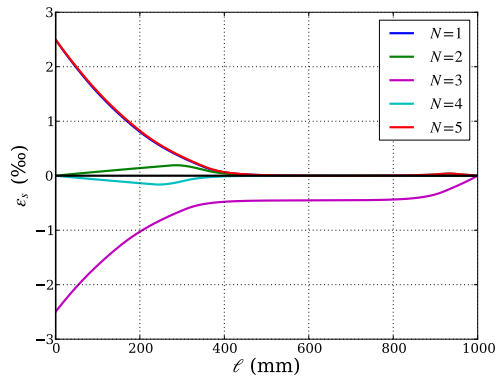
Σχήμα 5.12 – Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου, πριν και μετά τη διαρροή για  $N = 5$ , για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm, για κλασικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.



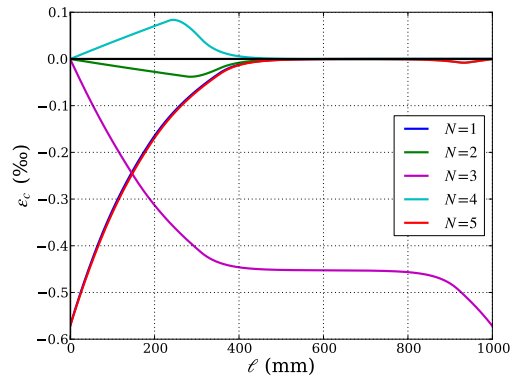
(α') Τάσεις χάλυβα



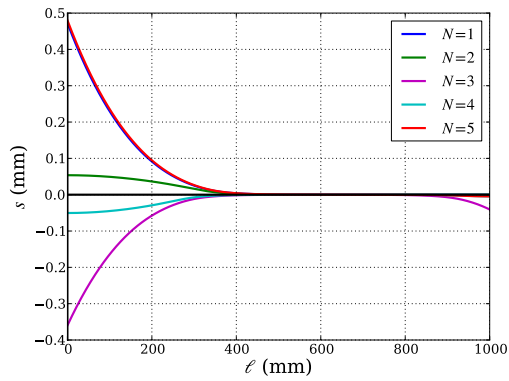
(β') Τάσεις σκυροδέματος



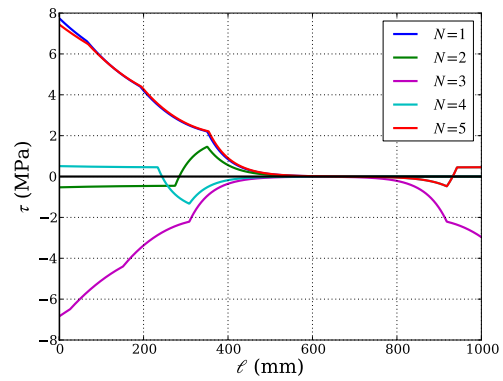
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

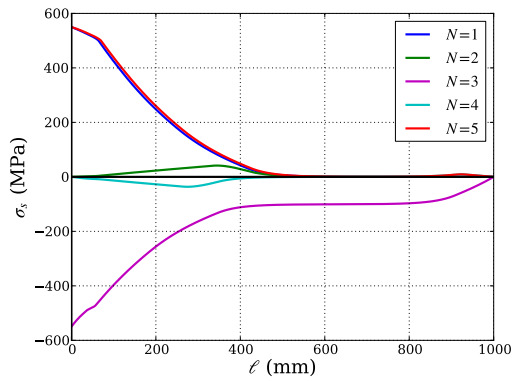


(ε') Ολισθήσεις

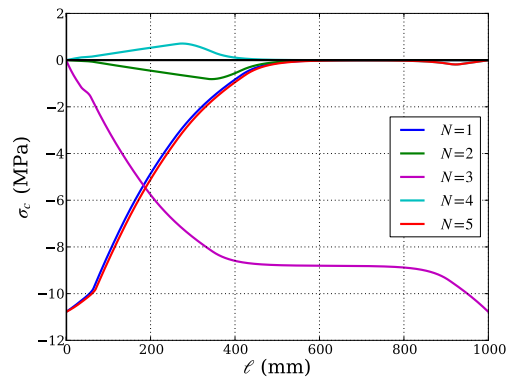


(στ') Τάσεις συναφείας

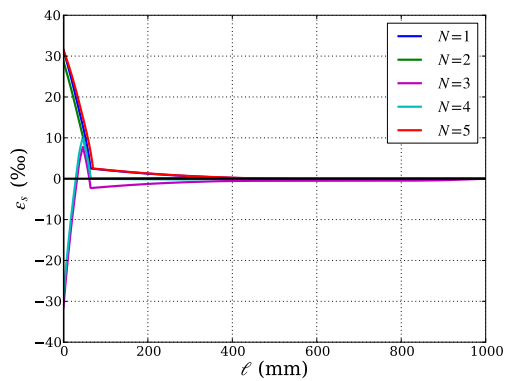
Σχήμα 5.13 – Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μία πλήρη ανακύκλιση πριν τη διαρροή για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $d_x = 1.0$  mm,  $\sigma_{s,0} = 500$  MPa, για κλασικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Eligenhausen.



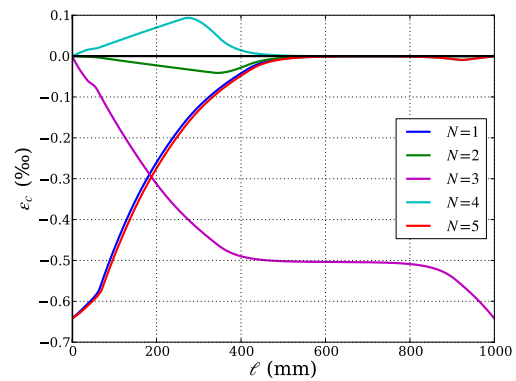
(α') Τάσεις χάλυβα



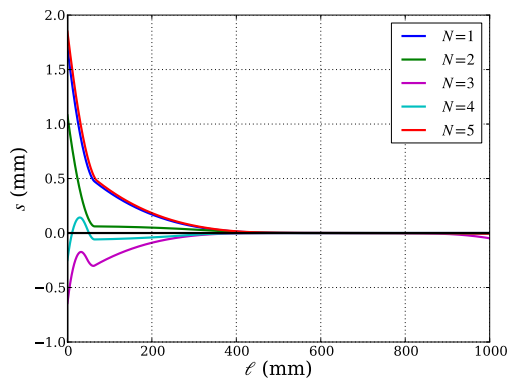
(β') Τάσεις σκυροδέματος



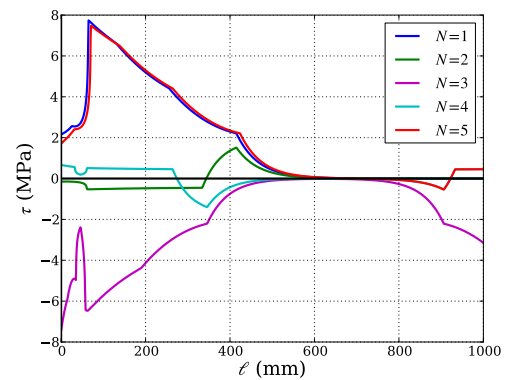
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος

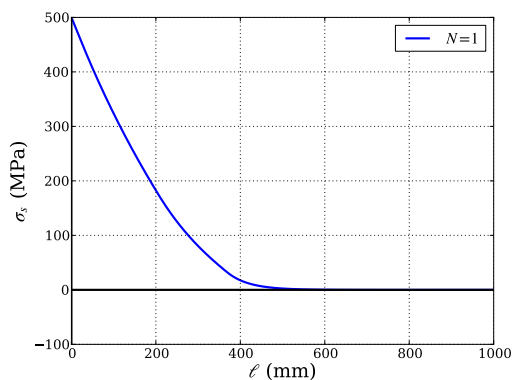


(ε') Ολισθήσεις

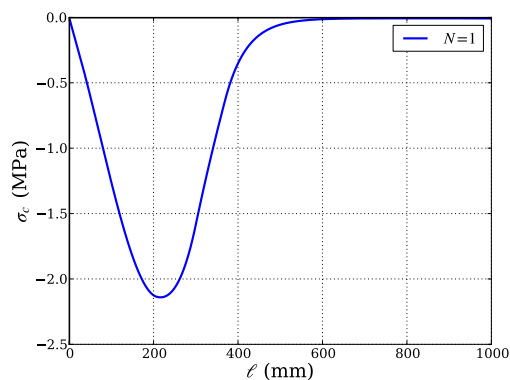


(στ') Τάσεις συναφείας

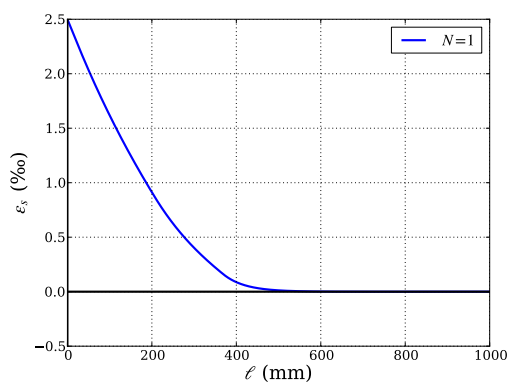
Σχήμα 5.14 – Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μία πλήρη ανακύκλιση μετά τη διαρροή για  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ,  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ,  $D_c = 100 \text{ mm}$ ,  $d_s = 14 \text{ mm}$ ,  $\ell = 1000 \text{ mm}$ ,  $d_x = 1.0 \text{ mm}$ ,  $\sigma_{s,0} = 550 \text{ MPa}$ , για κλασικό δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Eligenhausen.



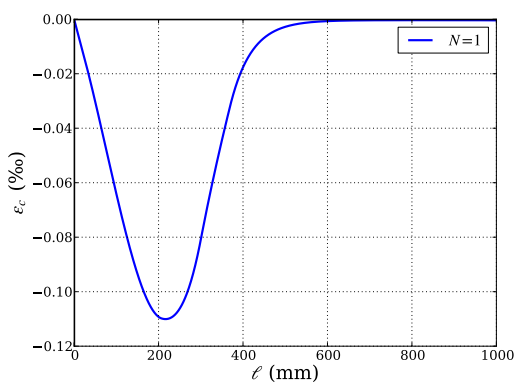
(α') Τάσεις χάλυβα



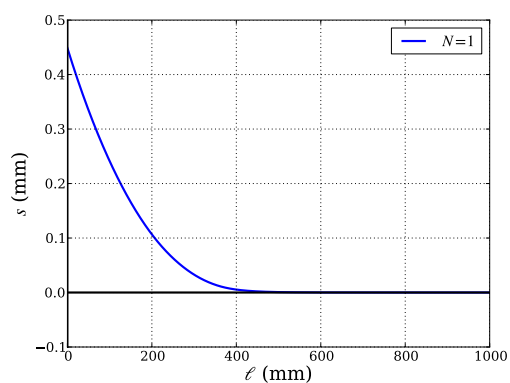
(β') Τάσεις σκυροδέματος



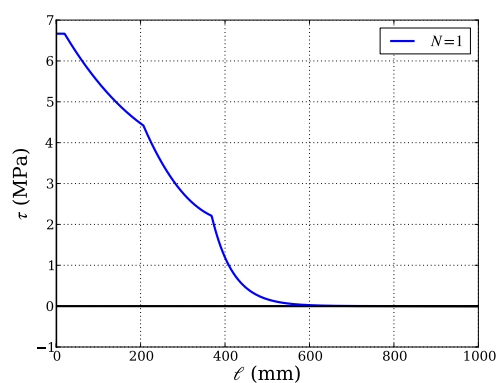
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος



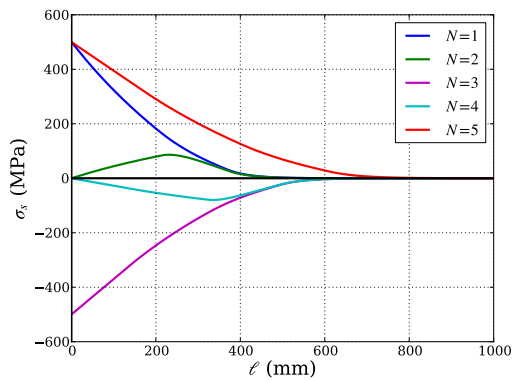
(ε') Ολισθήσεις



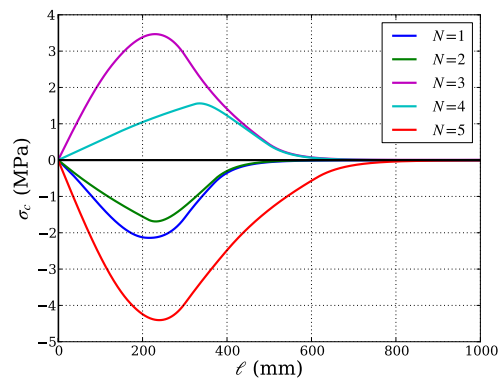
(στ') Τάσεις συναφείας

Σχήμα 5.15 – Κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μονοτονική φόρτιση για  $f_{ck} = 20$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $D_c = 100$  mm,  $d_s = 14$  mm,  $\ell = 1000$  mm,  $\ell_{ext} = 300$  mm,  $d_x = 1.0$  mm,  $\sigma_{s,0} = 500$  MPa, για δοκίμιο στηριζόμενο με εξωτερικές τάσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.

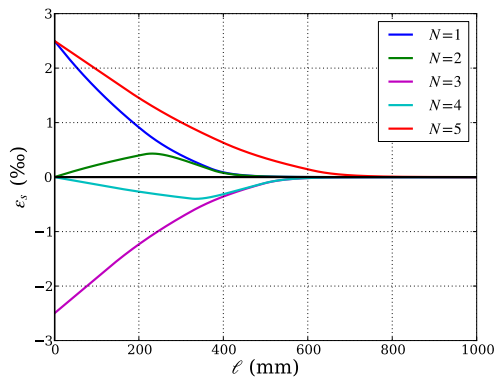




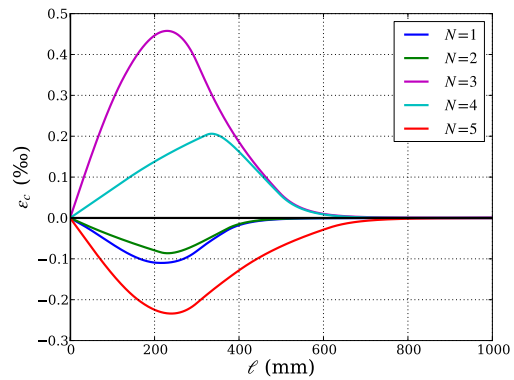
(α') Τάσεις χάλυβα



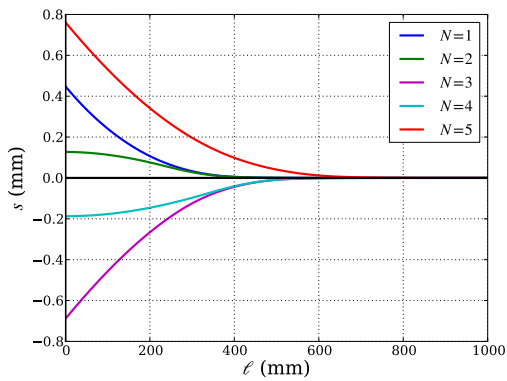
(β') Τάσεις σκυροδέματος



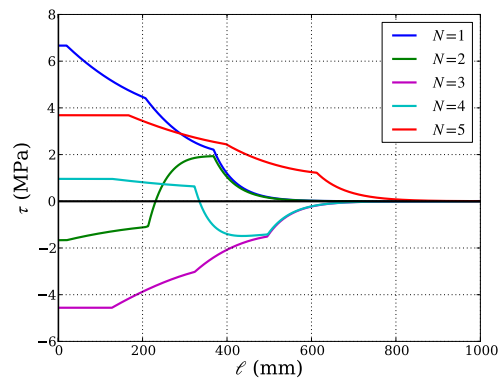
(γ') Παραμορφώσεις χάλυβα



(δ') Παραμορφώσεις σκυροδέματος



(ε') Ολισθήσεις



(στ') Τάσεις συναφείας

Σχήμα 5.16 – Ιστορία κατανομής τάσεων και παραμορφώσεων κατά μήκος δοκιμίου υποκειμένου σε μία πλήρη ανακύκλιση πριν τη διαρροή για  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ,  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ,  $D_c = 100 \text{ mm}$ ,  $d_s = 14 \text{ mm}$ ,  $\ell = 1000 \text{ mm}$ ,  $\ell_{ext} = 300 \text{ mm}$ ,  $d_x = 1.0 \text{ mm}$ ,  $\sigma_{s,0} = 500 \text{ MPa}$ , για δοκίμιο στηριζόμενο με εξωτερικές τάσεις σύμφωνα με το προσομοίωμα συναφείας Tassios.

## 5.4 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε μία σύντομη διερεύνηση του φαινομένου της εξόλκευσης ράβδων οπλισμένου σκυροδέματος σε ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, μετά τη διαρροή. Συνοπτικά, τα βασικότερα σημεία που προέκυψαν από την ανάλυση είναι τα ακόλουθα:

1. Οι ολισθήσεις της ράβδου οφείλονται πρωτίστως στις παραμορφώσεις του χάλυβα και βρίσκονται συγκεντρωμένες κυρίως στο εξολκευόμενο άκρο της ράβδου.
2. Μετά τη διαρροή, οι ολισθήσεις αυξάνονται σημαντικά. Οι ολισθήσεις στο τμήμα της ράβδου που δεν έχει διαρρεύσει είναι αμελητέες μπροστά σε αυτές του τμήματος που έχει διαρρεύσει.
3. Η υποβάθμιση της συνάφειας λόγω των ανακυκλίσεων οδηγεί σε αύξηση των ολισθήσεων στο άκρο της εξολκευόμενης ράβδου.
4. Ο τύπος στήριξης του δοκιμίου δε φαίνεται να επηρεάζει ιδιαίτερα το μέγεθος της ολίσθησης στο εξολκευόμενο άκρο.
5. Ο καταστατικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης και πιο συγκεκριμένα ο τρόπος υποβάθμισής του συναρτήσει των ανακυκλίσεων, παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην πρόβλεψη των ολισθήσεων. Η μορφή και οι τιμές του μονοτονικού καταστατικού νόμου επηρεάζουν μόνο την τιμή των ολισθήσεων.
6. Το μέγεθος υπέρβασης της τάσης διαρροής δεν αλλάζει ούτε την κατανομή των διαφόρων μεγεθών στην εκτός διαρροής περιοχή ούτε και την τιμή τους. Κατ' ουσίαν το μόνο που παρατηρείται είναι μια οριζόντια μετατόπιση των διαφόρων μεγεθών προς το εσωτερικό του δοκιμίου. Οι όποιες αλλαγές παρουσιάζονται, οφείλονται στην κράτυνση του χάλυβα, αφορούν κυρίως την τιμή των διαφόρων μεγεθών και είναι συγκεντρωμένες στην περιοχή διαρροής.
7. Η πρόβλεψη της εξέλιξη των ολισθήσεων συναρτήσει των ανακυκλίσεων και της τάσης εξόλκευσης στο άκρο είναι δυνατή και μπορεί να γίνει ακόμα και με γραμμική συσχέτιση των διαφόρων παραμέτρων.
8. Στις ανακυκλιζόμενες φορτίσεις, παρουσιάζονται μεγάλες διαφορές τόσο στα απόλυτα μεγέθη, όσο και στο ρυθμό αύξησης των ολισθήσεων στο άκρο, μεταξύ των προσομοιωμάτων Tassios και Eligenhansen. Οι διαφορές οφείλονται στο διαφορετικό τρόπο απομείωσης της συνάφειας συναρτήσει των ανακυκλίσεων.

# Κεφάλαιο 6

## Ανακεφαλαίωση – Επίλογος

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκε το πρόβλημα της εξόλκευσης ράβδων οπλισμένου σκυροδέματος υπό ανακυκλιζόμενες φορτίσεις μετά τη διαρροή. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή μέσω του οποίου είναι δυνατό να επιτευχθεί με ευκολία και εποπτικότητα, η διερεύνηση της εξέλιξης του φαινομένου.

Στο πλαίσιο αυτό, και χρησιμοποιώντας το προαναφερθέν πρόγραμμα, έγινε μία προκαταρκτική διερεύνηση του προβλήματος και εξήχθησαν ορισμένα χρήσιμα συμπεράσματα. Πρέπει να τονιστεί ότι το θέμα δεν έχει εξαντληθεί καθώς δεν έχουν διερευνηθεί πλήρως ούτε όλες οι παράμετροι του προβλήματος, και κυρίως, ούτε και η αλληλεπίδραση μεταξύ τους.

Παρόλα αυτά, θεωρούμε ότι η εργασία αυτή αποτελεί μία χρήσιμη συμβολή σε ένα σημαντικό για την αντισεισμική Μηχανική θέμα και μπορεί να βοηθήσει αφενός στην καλύτερη κατανόηση του φαινομένου και αφετέρου (όπως ελπίζουμε) στην μετουσίωση της κατανόησης αυτής σε εφαρμόσιμη γνώση.

### 6.1 Ελλείψεις – Τομείς για περαιτέρω έρευνα

Η εργασία αυτή, και το πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή που αποτέλεσε το κυρίως αντικείμενό της, έγινε στα, κατά το μάλλον ή ήττον, περιορισμένα χρονικά πλαίσια μιας διπλωματική εργασίας. Ως εκ τούτου δεν δύναται να πληρεί προϋποθέσεις ούτε τελειότητας, ούτε πληρότητας. Κατά τη διάρκεια της εκπόνησής της, ανέκυψε μια σειρά θεμάτων τα οποία, άλλοτε λόγω έλλειψης χρόνου και άλλοτε λόγω έλλειψης αξιόπιστων επιστημονικών δεδομένων, δεν κατέστη δυνατό να υλοποιηθούν/ενσωματωθούν. Τα βασικότερα εξ αυτών είναι τα εξής:

- Η ενσωμάτωση ενός προσομοιώματος το οποίο θα λαμβάνει υπόψη τη μη γραμμική συμπεριφορά του σκυροδέματος.

- Η ενσωμάτωση λεπτομερέστερων προσομοιωμάτων για το χάλυβα ούτως ώστε να μπορεί να ληφθούν υπόψη φαινόμενα όπως η ισότροπη κράτυνση αλλά και η μη γραμμική συμπεριφορά του χάλυβα για τάσεις μεταξύ της τάσης αναλογίας και της τάσης διαρροής.
- Δεδομένης της σημασίας που φαίνεται να έχει ο τρόπος υποβάθμισης της συνάφειας συναρτήσεων των ανακυκλίσεων, η περαιτέρω διερεύνηση τόσο του πεδίου εφαρμογής αυτών που ήδη έχουν υλοποιηθεί αλλά και η υλοποίηση και άλλων καταστατικών νόμων τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης.
- Η επιρροή της διαρροής του χάλυβα πρακτικά δε λαμβάνεται υπόψη για τη θλίψη, αλλά ακόμα και για τον εφελκυσμό, η επιρροή γίνεται μέσω “εξωτερικά” εφαρμοζόμενων συντελεστών και δεν είναι κάτι το οποίο προβλέπεται άμεσα από τα προσομοιώματα για τη συνάφεια.

Πέρα από αυτά, το πρόγραμμα, στην παρούσα φάση, μπορεί εύκολα να χρησιμοποιηθεί για τη διεξοδικότερη διερεύνηση της εξέλιξης του μεγέθους της ολίσθησης στο άκρο εξογκωμένων ράβδων, καθώς και των παραγόντων που την επηρεάζουν. Εκτός αυτού, είναι δυνατό να διερευνηθούν και άλλα συναφή μεγέθη όπως το μήκος αγκύρωσης ευθύγραμμων ράβδων.

Τέλος, είναι δυνατή η εξέλιξη του προγράμματος, προς διάφορες κατευθύνσεις, οι κυριότερες των οποίων είναι οι ακόλουθες:

- Να μπορούν να γίνουν διαφορετικού τύπου αναλύσεις, όπως οι επαναλαμβανόμενες (*repeating*) φορτίσεις.<sup>1</sup>
- Ο κώδικας ως έχει, μπορεί σχετικά εύκολα να αποτελέσει τη βάση για ένα άλλο πρόγραμμα το οποίο θα είναι σε θέση να καλύψει και άλλα συναφή προβλήματα όπως αυτό της πρόβλεψης του φορτίου ρηγματώσης, του πλάτους των ρωγμών και της απόστασης μεταξύ τους σε Μερικώς Προεντεταμένους Φορείς.
- Να ξεπερασθεί ο βασικότερος, ίσως, περιορισμός του προγράμματος, δηλαδή η αδυναμία του να επιλύσει δοκίμια των οποίων το μήκος είναι μικρότερο του απαιτούμενου ( $l < l_b$ ). Στα δοκίμια αυτά, παρουσιάζονται ολισθήσεις και στο πίσω άκρο του δοκιμίου. Αυτό έχει ως συνέπεια μεγαλύτερες τιμές ολισθήσεων στο εσωτερικό του δοκιμίου, άρα και μεγαλύτερες τιμές απόκρισης συνάφειας, οι οποίες τελικά βοηθούν στην εξασφάλιση της ισορροπίας του δοκιμίου.
- Η εξέλιξη και η υλοποίηση του αλγορίθμου που αφορά την πρόωρη ανάπτυξη θλιπτικών τάσεων στο σκυρόδεμα κατά τη φάση της εισπίεσης, εξαιτίας του ημιτελούς κλεισίματος των ρωγμών (εν. 4.5).

<sup>1</sup>Η υλοποίηση του συγκεκριμένου αντικειμένου πρακτικά έχει σχεδόν ολοκληρωθεί, αλλά καθώς, λόγω των χρονικών περιορισμών της διπλωματικής, δεν έχει ελεγχθεί ενδελεχώς προτιμήθηκε να μην παρουσιαστούν από εδώ.

- Η εξέλιξη και η υλοποίηση του ακριβέστερου αλγορίθμου που αφορά τη στήριξη του δοκιμίου μέσω εξωτερικών διατημητικών τάσεων.

# Παραρτήματα

Στα παραρτήματα που ακολουθούν, αναπτύσσονται κάποια τμήματα τα οποία αν και παρέχουν χρήσιμες πληροφορίες για το θέμα, κρίθηκε ότι δεν είναι απαραίτητη η παρουσία τους στο κυρίως σώμα της διπλωματικής.

Αναλυτικότερα, στο παράρτημα Α΄ γίνεται μία συνοπτική παρουσίαση της γλώσσας προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε ενώ αναλύονται και οι λόγοι που οδήγησαν στην επιλογή της.

Στο παράρτημα Β΄ δίνονται περισσότερες πληροφορίες για το πρόγραμμα που αποτέλεσε το κυρίως αντικείμενο της διπλωματικής αυτής.

Στο παράρτημα Γ΄ περιγράφεται λεπτομερώς η αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκλιση του αλγορίθμου.

# Παράρτημα Α΄

## Python

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια παρουσίαση της γλώσσας προγραμματισμού, ενώ εξηγούνται και οι λόγοι που την καθιστούν κατάλληλο εργαλείο για την επίλυση των θεμάτων της Υπολογιστικής Μηχανικής.

Πιο συγκεκριμένα, στην ενότητα Α΄.1 αναλύονται τα βασικά χαρακτηριστικά της ως γλώσσα προγραμματισμού. Στην ενότητα Α΄.2 περιγράφεται η εξέλιξη της Υπολογιστικής Μηχανικής, ενώ στην ενότητα Α΄.3 αναλύονται οι λόγοι που καθιστούν την Python κατάλληλη για τα προβλήματά της.

### Α΄.1 Τι είναι η Python;

Η *Python* είναι μια σύγχρονη γλώσσα προγραμματισμού που συνδυάζει την απλότητα και τις υψηλές δυνατότητες. Σύμφωνα με την ιστοσελίδα<sup>1</sup> της γλώσσας:

Η *Python* είναι μια εύκολη στην εκμάθηση αλλά συνάμα ισχυρή, σύγχρονη γλώσσα προγραμματισμού. Έχει αποδοτικές δομές δεδομένων υψηλού επιπέδου και μια απλή αλλά αποτελεσματική προσέγγιση στον αντικειμενοστραφή προγραμματισμό. Η κομψή σύνταξη της *Python* και οι δυναμικοί τύποι της, μαζί με τη λειτουργία της ως διερμηνευόμενη αντί μεταγλωττιζόμενη (*interpreted instead of compiled*) γλώσσα, την καθιστούν την ιδανική γλώσσα για δημιουργία σεναρίων εντολών (*scripts*) και για ταχεία ανάπτυξη εφαρμογών σε πολλούς τομείς και στις περισσότερες πλατφόρμες.

Πέρα από αυτά, αξίζει να σημειωθεί ότι η *Python*:

- είναι Ελεύθερη και Ανοικτού Κώδικα (*Free and Open Source*), γεγονός που εγγυάται την δυνατότητα απόκτησης και χρήσης της.

---

<sup>1</sup><http://www.python.org>

- τρέχει σε όλα τα βασικά λειτουργικά συστήματα (*cross-platform*).
- υποστηρίζεται από μια μεγάλη και ενθουσιώδη κοινότητα χρηστών.

Τα παραπάνω στοιχεία, την καθιστούν ιδιαίτερα κατάλληλη για χρήση σε ακαδημαϊκά περιβάλλοντα, καθώς επιτρέπει την απρόσκοπτη και χωρίς περιορισμούς συνεργασία ατόμων από όλο τον κόσμο.

## Α'2 Υπολογιστική Μηχανική

Σύμφωνα με τη WIKIPEDIA<sup>2</sup>:

Υπολογιστική μηχανική (*Computational Mechanics*) είναι η επιστήμη που ασχολείται με τη χρήση των υπολογιστικών μεθόδων για τη μελέτη φαινομένων που διέπονται από τις αρχές της μηχανικής.

Παραδοσιακά, η κύρια γλώσσα προγραμματισμού στον τομέα της Υπολογιστικής Μηχανικής ήταν η *Fortran*. Οι λόγοι για την μέχρι πρότινος σχεδόν καθολική επικράτηση της είναι:

- ο προσανατολισμός της στην ταχύτατη εκτέλεση αριθμητικών πράξεων
- οι πλήρεις αλλά και κυρίως ώριμες βιβλιοθήκες της (σταθερές και ελεγμένες)
- η αξιοπιστία και η ποιότητα των μεταγλωττιστών της (*compilers*)
- η ύπαρξη πολλών προγραμμάτων γραμμένων ήδη σε αυτή.
- η παρουσία της στο πρόγραμμα σπουδών των πολυτεχνείων όλου του κόσμου.

Παρά τα προφανή και σημαντικά πλεονεκτήματά της, η κατάσταση τα τελευταία χρόνια έχει αρχίσει να διαφοροποιείται καθώς:

- η υπολογιστική ισχύς έχει πολλαπλασιαστεί<sup>3</sup>, άρα η σημασία της ταχύτητας εκτέλεσης του κώδικα δεν έχει την ίδια σημασία με παλαιότερα. Για την ακρίβεια η ταχύτητα ανάπτυξης κώδικα (ανθρώπινες ώρες) συχνά θεωρείται περισσότερο σημαντική από την ταχύτητα εκτέλεσής του (ώρες μηχανής)
- είναι σχετικά εύκολο πλέον να χρησιμοποιηθούν οι βιβλιοθήκες της μέσα από άλλες, γλώσσες προγραμματισμού.

<sup>2</sup>[http://en.wikipedia.org/wiki/Computational\\_mechanics](http://en.wikipedia.org/wiki/Computational_mechanics)

<sup>3</sup>Πρόκειται για τον πολύ γνωστό Νόμο του Moore που προβλέπει τον διπλασιασμό της υπολογιστικής ισχύς κάθε δύο περίπου χρόνια



Για τους λόγους αυτούς, τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια στροφή προς προγραμματιστικές πλατφόρμες υψηλότερου επιπέδου (π.χ. *Matlab*<sup>4</sup>, *Maple*<sup>5</sup>, *Mathematica*<sup>6</sup>, *R*<sup>7</sup>, *Octave*<sup>8</sup>, *Sage*<sup>9</sup>). Ο βασικότερος λόγος για αυτή την αλλαγή είναι η αυξημένη παραγωγικότητα που προσφέρει η απλή και καθαρή σύνταξή τους, αλλά και η ευκολία παρουσίασης αποτελεσμάτων (*visualisation*). Εκτός από τις προαναφερθείσες πλατφόρμες, οι οποίες είναι ξεκάθαρα εστιασμένες στους επιστημονικούς υπολογισμούς (*Scientific Computations*), είναι δυνατό να δημιουργηθούν εφάμιλλων δυνατοτήτων προγραμματιστικά περιβάλλοντα, χρησιμοποιώντας λιγότερο εξειδικευμένες γλώσσες προγραμματισμού, όπως η *Python*, και απολαμβάνοντας με τον τρόπο αυτό και τα πλεονεκτήματα της χρήσης μιας γενικής γλώσσας σεναριακού προγραμματισμού (*scripting*).

### Α΄.3 Υπολογιστική Μηχανική και Python

Τα στοιχεία που την καθιστούν ως μια από τις πλέον κατάλληλες γλώσσες προγραμματισμού για την Υπολογιστική Μηχανική είναι:

- Η απλή και καθαρή σύνταξη της που επιτρέπει την ταχύτατη ανάπτυξη κώδικα.
- Η ευελιξία που προσφέρει αναφορικά με τον τύπο του προγραμματισμού που θα χρησιμοποιηθεί στον κώδικα (αντικειμενοστραφή, διαδικαστικό, συναρτησιακό κτλ).
- Η ευκολία με την οποία μπορεί να “δέσει” διαφορετικά προγράμματα και περιβάλλοντα εργασίας. Όπως χαρακτηριστικά λέγεται η *Python* είναι μια γλώσσα-κόλλα (*glue-language*).
- Η δυνατότητα χρήσης εξειδικευμένων βιβλιοθηκών γραμμένων σε γλώσσες μέσου επιπέδου όπως είναι η *Fortran* ή *C* και η *C++*.
- Η πληθώρα βιβλιοθηκών για την εύκολη γρήγορη και ποιοτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων (πχ *matplotlib*).

---

<sup>4</sup><http://www.mathworks.com/products/matlab/>

<sup>5</sup><http://www.maplesoft.com/products/maple/>

<sup>6</sup><http://www.wolfram.com/mathematica/>

<sup>7</sup><http://www.r-project.org/>

<sup>8</sup><http://www.gnu.org/software/octave/>

<sup>9</sup><http://www.sagemath.org/>

# Παράρτημα Β΄

## pyBond

Στο παράρτημα αυτό, αρχικά παρουσιάζονται οι βασικές βιβλιοθήκες που χρησιμοποιήθηκαν ενώ στη συνέχεια γίνεται η περιγραφή της δομής του προγράμματος pyBond.

### Β΄.1 Βιβλιοθήκες

Χωρίς να είναι οι μοναδικές, οι βασικές βιβλιοθήκες της *Python* που σχετίζονται με την υπολογιστική μηχανική είναι οι ακόλουθες:

- `numpy`<sup>1</sup> η οποία είναι η βασική βιβλιοθήκη για την ανάπτυξη κώδικα σχετικού με την υπολογιστική μηχανική και η οποία επιτρέπει την εύκολη κλήση βιβλιοθηκών γραμμένων σε *C* ή σε *Fortran*.
- `scipy`<sup>2</sup> η οποία επιτρέπει τη δημιουργία ενός προγραμματιστικού περιβάλλοντος αντίστοιχου με το *Matlab*.
- `matplotlib`<sup>3</sup> η οποία δημιουργεί γραφήματα πολύ υψηλής ποιότητας (publication quality), αντιστοιχών με αυτά τα οποία παράγονται από το *Matlab* ή το *Mathematica*.

Εκτενείς οδηγίες εγκατάστασης και παραδείγματα χρήσης τους μπορούν εύκολα να βρεθούν στους αντίστοιχους ιστότοπους. Προκειμένου να γίνει ταχύτερη η εκτέλεση του κώδικα του προγράμματος, χρησιμοποιήθηκε και η *Cython* η οποία είναι μία γλώσσα προγραμματισμού με παρόμοια σύνταξη με την *Python*, η οποία όμως απαιτεί τη δήλωση τύπων (*type declaration*) για τα αντικείμενα και επιτρέπει τη μεταγλώττιση (*compiling*) του κώδικα σε γλώσσα μηχανής (*binary*).

---

<sup>1</sup><http://numpy.scipy.org/>

<sup>2</sup><http://www.scipy.org/>

<sup>3</sup><http://matplotlib.sourceforge.net/>

## B'.2 Πρόγραμμα

Ο κώδικας του προγράμματος που αποτελεί το αντικείμενο αυτής της διπλωματικής διατίθεται ελεύθερα<sup>4</sup> υπό την άδεια GPL v.3<sup>5</sup> ή νεώτερη αυτής.

Η τεχνική προγραμματισμού είναι αντικειμενοστραφής. Για την ανάπτυξη των κλάσεων χρησιμοποιήθηκε απλή κληρονομικότητα (*single inheritance*) και σύνθεση (*composition*). Ορίστηκαν οι ακόλουθες βασικές κλάσεις αντικειμένων:

**Specimen** όπου ορίζονται οι βασικές ιδιότητες του δοκιμίου.

**Concrete** όπου ορίζονται οι μέθοδοι που περιγράφουν τις παραμορφώσεις και τις τάσεις του σκυροδέματος.

**Steel** όπου ορίζονται οι μέθοδοι που περιγράφουν τις παραμορφώσεις και τις τάσεις του χάλυβα.

**Bond** όπου ορίζονται οι μέθοδοι που περιγράφουν τη συνάφεια οπλισμού και σκυροδέματος.

Πέρα από αυτές, ορίστηκαν κλάσεις που εξειδικεύουν ακόμα περισσότερο τα διαθέσιμα αντικείμενα. Πιο συγκεκριμένα, οι κλάσεις αυτές είναι οι:

**ModelCode2010** όπου ορίζεται μία κλάση σκυροδέματος σύμφωνα με το *Model Code 2010*.

**B500C** όπου ορίζεται μια κλάση χάλυβα σύμφωνα με τις προδιαγραφές της κατηγορίας *B500C*.

**Tassios** όπου ορίζεται ο κατασταστικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης σύμφωνα με το προσομοίωμα *Tassios*.

**Eligenhausen** όπου ορίζεται ο κατασταστικός νόμος τοπικής συνάφειας – τοπικής ολίσθησης σύμφωνα με το προσομοίωμα *Eligenhausen*.

Για την διεξαγωγή των αναλύσεων, ορίστηκαν οι κλάσεις:

**PullOutClassicTassios** η οποία χρησιμοποιείται για τη διεξαγωγή αναλύσεων με το κλασσικό δοκίμιο εξόλκευσης σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας *Tassios*.

**PullOutClassicEligenhausen** η οποία χρησιμοποιείται για τη διεξαγωγή αναλύσεων με το κλασσικό δοκίμιο εξόλκευσης σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας *Eligenhausen*.

<sup>4</sup><https://bitbucket.org/pmav99/pybond/>

<sup>5</sup><http://www.gnu.org/licenses/gpl-3.0.html>

**PullOutExternalTassios** η οποία χρησιμοποιείται για τη διεξαγωγή αναλύσεων με το στηριζόμενο μέσω εξωτερικών τάσεων δοκίμιο σύμφωνα με το προσομοίωμα συνάφειας Tassios.

Τέλος για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων των αναλύσεων ορίστηκαν οι κλάσεις:

**ClassicResults** η οποία χρησιμοποιείται για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των κλάσεων που αφορούν το κλασσικό δοκίμιο εξόλκευσης.

**ExternalResults** η οποία χρησιμοποιείται για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των κλάσεων που αφορούν το στηριζόμενο μέσω εξωτερικών τάσεων δοκίμιο.

Πέρα από παραπάνω, συντάχθηκαν και ορισμένες βοηθητικές συναρτήσεις οι οποίες έχουν να κάνουν κυρίως με τους γεωμετρικούς υπολογισμούς που απαιτούνται από τους καταστατικούς νόμους των υλικών αλλά και με την απεικόνιση των αποτελεσμάτων.

Εξαιτίας της αντικειμενοστραφούς φύσης του κώδικα, διορθώσεις ή/και επεκτάσεις του είναι δυνατό να γίνουν με σχετική ευκολία.

Όσον αφορά εξωτερικές βιβλιοθήκες–εξαρτήσεις, απαραίτητες είναι η `numpy` και η `scipy`, ενώ για τη γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων απαιτείται και η `matplotlib` (εν. B'.1).

Καθώς η *Python* είναι διερμηνευόμενη γλώσσα, δεν υπάρχουν προβλήματα για την εκτέλεση του κώδικα σε οποιαδήποτε πλατφόρμα μπορεί να εγκατασταθεί η έκδοση 2.7<sup>6</sup> και οι βιβλιοθήκες που αναφέρθηκαν προηγουμένως.<sup>7</sup>

---

<sup>6</sup>όχι όμως Python 3!

<sup>7</sup>Πρακτικά αυτό σημαίνει όλα τα βασικά λειτουργικά συστήματα (*Windows*, *Linux* και *Mac OS*).

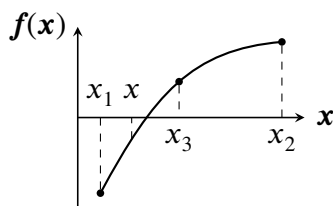
# Παράρτημα Γ'

## Μέθοδος σύγκλισης

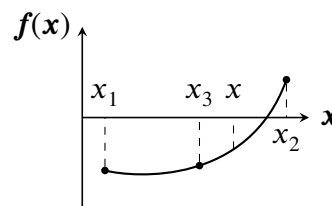
Για την σύγκλιση του αλγορίθμου χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος *Brent* (Brent 2002). Σύμφωνα με τον Kiusalaas 2005, η μέθοδος προτείνεται για την εύρεση ριζών όταν η παράγωγος της ζητούμενης συνάρτησης είναι δύσκολο ή αδύνατο να υπολογιστεί. Κατ' ουσίαν, πρόκειται για μία επαναληπτική διαδικασία που συνδυάζει διχοτόμηση (*bisection*) και τετραγωνική παρεμβολή (*quadratic interpolation*).

Προϋπόθεση για τη χρήση της είναι ο περιορισμός της αναζητούμενης λύσης εντός ενός διαστήματος στα άκρα του οποίου οι τιμές της συνάρτησης έχουν διαφορετικό πρόσημο (*bracketing*). Αναλυτικότερα η μέθοδος υποθέτει ότι η ρίζα της εξίσωσης  $f(x) = 0$  βρίσκεται εντός ενός του διαστήματος  $(x_1, x_2)$ . Η αναζήτηση της λύσης ξεκινάει διχοτομώντας το διάστημα αυτό έτσι ώστε η ρίζα να βρίσκεται εντός του διαστήματος  $(x_1, x_3)$  ή  $(x_3, x_2)$  (σχήματα Γ'.1α' και Γ'.1β' αντίστοιχα) όπου  $x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ .

Κατά τη διχοτόμηση έγινε ο υπολογισμός του  $f_1 = f(x_1)$ , του  $f_2 = f(x_2)$  και του  $f_3 = f(x_3)$ , άρα πλέον είναι γνωστά τρία σημεία πάνω στην καμπύλη (μαύροι κύκλοι στο σχήμα Γ'.1). Με αυτά είναι δυνατόν να εφαρμοστεί ανεστραμμένη τετραγωνική παρεμβολή (*inverse quadratic interpolation*), να θεωρηθεί δηλαδή ότι το  $x$  είναι μια τετραγωνική συνάρτηση του  $f$ . Αν το  $x$  που θα βρεθεί από αυτή τη διαδικασία βρι-

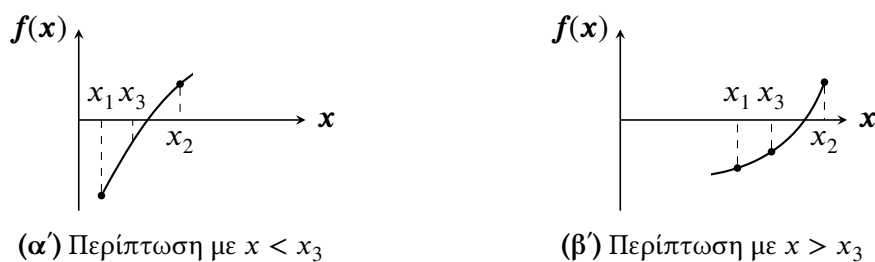


(α') Περίπτωση με  $x < x_3$



(β') Περίπτωση με  $x > x_3$

Σχήμα Γ'.1 – Αρχικά διαστήματα μεθόδου Brent.



Σχήμα Γ'.2 – Νέα διαστήματα μεθόδου Brent.

σκεται εντός του μειωμένου διαστήματος (σχήμα Γ'.1) τότε το αποτέλεσμα γίνεται αποδεκτό, ενώ διαφορετικά γίνεται εκ νέου διχοτόμηση, μέχρις ότου να βρεθεί μία λύση η οποία βρίσκεται εντός τους διαστήματος.

Στη συνέχεια, το  $x$  το οποίο βρέθηκε μετονομάζεται σε  $x_3$ , ενώ το  $x_3$  μετονομάζεται σε  $x_1$  ή  $x_2$  ανάλογα με την περίπτωση, έτσι ώστε  $x_1 < x_3 < x_2$  (σχήμα Γ'.2). Πλέον η διάταξη των σημείων είναι όμοια με την αρχική αλλά το διάστημα εντός του οποίου βρίσκεται η λύση  $(x_1, x_2)$  είναι μικρότερο από το αρχικό. Στο σημείο αυτό έχει ολοκληρωθεί ο πρώτος κύκλος των επαναλήψεων. Στον επόμενο κύκλο, επιχειρείται ξανά ανεστραμμένη τετραγωνική παρεμβολή, και, αν αυτό δεν είναι δυνατό, γίνονται διχοτομήσεις μέχρι να βρεθεί μία αποδεκτή λύση.

Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν ικανοποιηθεί το ακόλουθο κριτήριο σύγκλισης  $|x - x_3| < \epsilon$ , όπου  $\epsilon$  είναι μια προκαθορισμένη, επαρκώς μικρή ποσότητα.

# Βιβλιογραφία

- Abrams (1913). *Tests of Bond Between Concrete and Steel*. General Books LLC. ISBN: 9781152048171. URL: <http://books.google.com/books?id=V6JorAAACAAJ>.
- Balázs, György L. (1992). "Fatigue of bond". Στο: *ACI Materials Journal* 88.6. ISSN: 0889-325X. URL: <http://tinyurl.com/Balazs-Fatigue-of-bond>.
- Béton, Fédération Internationale du (2000). *Bond of reinforcement in concrete: state-of-art report*. CEB – FIB. ISBN: 9782883940505. URL: <http://books.google.com/books?id=KUSzbpEzu9kC>.
- Brent, R.P. (2002). *Algorithms for Minimization Without Derivatives*. Dover books on mathematics. Dover Publications. ISBN: 9780486419985. URL: <http://books.google.com/books?id=6Ay2biHG-GEC>.
- Comité Euro-International du Béton (1993). *CEB-FIP Model Code 1990*. Thomas Telford Ltd, σ. 437. ISBN: 978-0-7277-3543-0. DOI: 10.1680/ceb-fipmc1990.35430. URL: [http://isbndb.com/d/book/ceb\\\_fip\\\_model\\\_code\\\_1990.html](http://isbndb.com/d/book/ceb\_fip\_model\_code\_1990.html).
- Eligehausen, R., E.P. Popov και V.V. Bertero (1983). *Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations: experimental results and analytical model*. Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, σ. 180. URL: <http://books.google.com/books?id=IygIAQAAIAAJ>.
- Fédération Internationale du Béton (2010a). *Model Code 2010 - First complete draft*. v. 1. fib, σ. 292. ISBN: 978-2-88394-095-6. URL: <http://books.google.com/books?id=T55SYgEACAAJ>.
- (2010b). *Model Code 2010 - First complete draft*. v. 2. fib, σ. 288. ISBN: 978-2-88394-096-3. URL: <http://fib.epfl.ch/publications/fib/56/>.
- Filippou, Filip (1985). *A simple model for reinforcing bar anchorages under cyclic excitations*. University of California, Berkeley, σ. 71.
- Haskett, Matthew, D.J. Oehlers και M.S. Mohamed Ali (2008). "Local and global bond characteristics of steel reinforcing bars". Στο: *Engineering Structures* 30, σσ. 376–383. DOI: 10.1016/j.engstruct.2007.04.007. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0141029607001800>.

- Kiusalaas, J. (2005). *Numerical Methods in Engineering with Python*. 1st. Cambridge University Press, σ. 424. ISBN: 9780511128103. URL: [www.cambridge.org/9780521852876](http://www.cambridge.org/9780521852876).
- Menegotto, Marco και P.E. Pinto (1973). "Method of Analysis for Cyclically Loaded RC Plane Frames, Including Changes in Geometry and Non-Elastic Behavior of Elements Under Combined Normal Force and Bending". Στο: *International Association for Bridge and Structural Engineering, Preliminary Report for Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well-Defined Repeated Loads, Lisbon, Portugal*, σσ. 15–22. URL: <http://nisee.berkeley.edu/elibrary/Text/200603092>.
- Mörsch, E. (1908). *Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung*. Wittwer. URL: <http://books.google.com/books?id=IDVLAAMAAAJ>.
- Ramberg, Walter και William R. Osgood (1943). *Description of stress-strain curves by three parameters*. National Advisory Committee for Aeronautics. URL: <http://nisee.berkeley.edu/elibrary/Text/LIB050291>.
- Ruiz, M. Fernández, A. Muttoni και P.G. Gambarova (2007). "Analytical Modeling of the Pre- and Postyield Behavior of Bond in Reinforced Concrete". Στο: *Journal of Structural Engineering* 133.10, σσ. 1364–1372. ISSN: 07339445. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:10(1364). URL: <http://link.aip.org/link/JSENDH/v133/i10/p1364/s1\&Agg=doi>.
- Shima, Hiroshi, Lie-Liung Chou και Hajime Okamura (1987). "Micro and macro models for bond in reinforced concrete". Στο: *Journal of the Faculty of Engineering* 39.2, σσ. 133–194. URL: [http://www.infra.kochi-tech.ac.jp/shima/paper/1987/Bondmodels\(UTokyo\).pdf](http://www.infra.kochi-tech.ac.jp/shima/paper/1987/Bondmodels(UTokyo).pdf).
- Simó, J.C. και T.J.R. Hughes (1998). *Computational inelasticity*. Interdisciplinary applied mathematics: Mechanics and materials. Springer. ISBN: 9780387975207. URL: <http://books.google.com/books?id=ftL2AJL8OPYC>.
- Suresh, S. (1998). *Fatigue of materials*. Cambridge solid state science series. Cambridge University Press. ISBN: 9780521578479. URL: <http://books.google.com/books?id=j4w6frFAiQcC>.
- Tassios, Theodossios P. (1980). "Bond between concrete and steel under cyclic loadings". Στο: *Cemento* 6–7.
- Tassios, Theodossios P. και Ploutarxos. J. Yannopoulos (1981). "Analytical Studies on Reinforced Concrete Members Under Cyclic Loading Based on Bond Stress-Slip Relationships". Στο: *ACI Journal (Proceedings)* 3.78, σσ. 206–216. URL: <http://ti.nyurl.com/Tassios-Yannopoulos>.
- Verderame, G. M., P. Ricci, G. De Carlo και G. Manfredi (2009). "Cyclic bond behaviour of plain bars. Part I: Experimental investigation". Στο: *Construction and Building Materials* 23.12, σσ. 3499 –3511. ISSN: 09500618. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.



- 2009.07.002. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061809002281>.
- Verderame, G. M., G. De Carlo, P. Ricci και G. Fabbrocino (2009). “Cyclic bond behaviour of plain bars. Part II: Analytical investigation”. Στο: *Construction and Building Materials* 23.12, σσ. 3512 —3522. ISSN: 09500618. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2009.07.001. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S095006180900227X>.
- Weathersby, J.H. (2003). “Investigation of bond slip between concrete and steel reinforcement under dynamic loading conditions”. Διδακτορική διατρ. Louisiana State University. URL: <http://etd.lsu.edu/docs/available/etd-0321103-171804/>.
- Yannopoulos, Ploutarxos. J. και Theodossios P. Tassios (1991). “Reinforced Concrete Axial Elements Analyzed under Monotonic and Cyclic Actions”. Στο: *ACI Structural Journal* 88.1, σσ. 3—11. URL: <http://tinyurl.com/Yannopoulos-Tassios>.
- Τάσιος, Θεοδόσιος Π. (2009). *Θεωρία επισκευών και ενισχύσεων*. Συμμετρία, σ. 296. ISBN: 9789602662786. URL: <http://tinyurl.com/Tassios-Episkeves>.
- Τάσιος, Θεοδόσιος Π. και Πλαΐνης (1980). *Εργαστηριακά αποτελέσματα από Εργαστήριο Οπλισμένου Σκυροδέματος ΕΜΠ*.