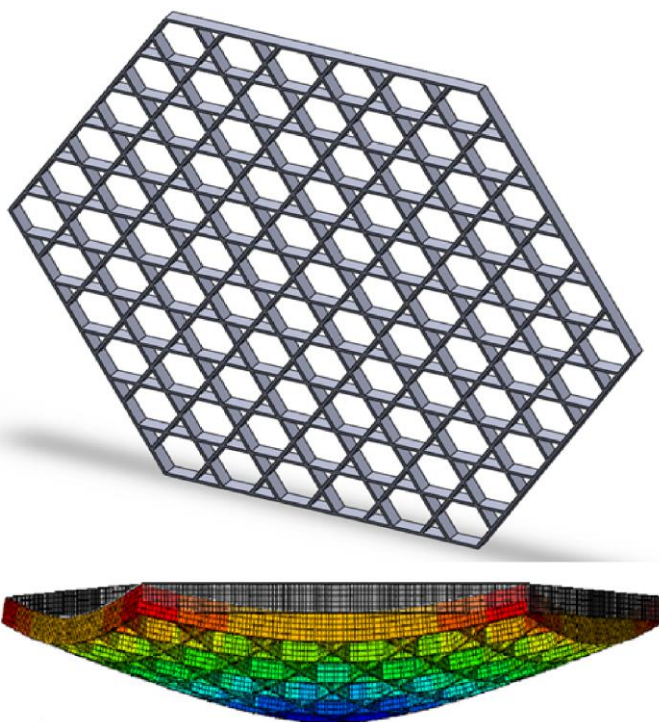




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ – ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

## Ανάλυση ανισότροπων κυψελωτών υλικών

Διπλωματική εργασία του  
Ευθυμίου Εμμανουήλ



Επιβλέπων Καθηγητής: Αντώνης Γιαννακόπουλος, Καθηγητής Ε.Μ.Π.  
Μέλη Επιτροπής: Παναγιώτης Τσόπελας, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.  
Βασίλειος Σπιτάς, Αν.Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα Οκτώβριος 2020



Σελίδα Τίτλου

**Διπλωματική εργασία**

**Ανάλυση ανισότροπων κυψελωτών υλικών**

Ευθυμίου Εμμανουήλ

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

**Επιβλέπων:** Γιαννακόπουλος Αντώνιος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την ..... Οκτωβρίου του 2020

.....  
Γιαννακόπουλος Αντώνιος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Τσόπελας Παναγιώτης  
Αν.Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Σπιτάς Βασίλειος  
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2020

.....  
Ευθυμίου Εμμανουήλ

Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Copyright © Εμμανουήλ Ευθυμίου 2020

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

Από την αρχαιότητα ο άνθρωπος άρχισε να παρατηρεί το φυσικό του περιβάλλον, αρχικά από καθαρή περιέργεια για τον κόσμο και ύστερα για τη διερεύνηση τρόπων και μεθόδων βελτίωσης της ζωής του. Με την πάροδο του χρόνου και την συστηματική μελέτη των μαθηματικών και συγκεκριμένα της γεωμετρίας, κατέληξε σε ένα συμπέρασμα: η φύση είναι γεμάτη από παραδείγματα επαναλαμβανόμενων μοτίβων τα οποία χρησιμοποιούνται για την κάλυψη ενός χώρου.

Το πρώτο έναυσμα που οδήγησε σε αυτό το συμπέρασμα ήταν οι κυψέλες των μελισσών οι οποίες παρουσιάζουν εξαγωνική γεωμετρία. Καθώς ο χρόνος περνούσε, ανακαλύφθηκε

πληθώρα παρόμοιων φαινομένων όπως οι φυσαλίδες και το σφουγγάρι, εντείνοντας την ανάγκη κατανόησης της αιτίας πίσω από του μηχανισμούς δημιουργίας τέτοιων σχημάτων.

Ο γνωστός μαθηματικός και γεωμέτρης, Ευκλείδης γνώριζε πως η χρήση εξαγώνων εξοικονομεί υλικό ενώ ταυτόχρονα καλύπτει με τον πιο εύχρηστο τρόπο ένα χώρο. Την επιστημονική παρατήρηση όμως συνόδευε πάντοτε η μίμηση, με παραδείγματα όπως το πάνθεον της Ρώμης ή οι χάρτινες κυψέλες που κατασκευάστηκαν στην αρχαία Κίνα.

Στα τέλη του 19ου αιώνα και με την εξέλιξη της τεχνολογίας, εφευρέσεις όπως το μικροσκόπιο έδωσαν στον άνθρωπο νέα «όπλα» για την εξερεύνηση της φύσεως σε κλίμακες που μέχρι τότε κανείς δεν φανταζόταν ότι είναι εφικτό. Προς έκπληξη του, ο «κόσμος της μικροκλίμακας» περιέχει πολύ περισσότερα παραδείγματα κυψελωτών μοτίβων από ότι μπορούσε να φανταστεί. Από τα μάτια εντόμων όπως η κοινή μύγα τις νιφάδες χιονιού, τα οστά και το ξύλο, είναι ξεκάθαρο πως η φύση λατρεύει τις αλληπάλληλες επαναλήψεις γεωμετρικών μοτίβων.

Χάρη στην επιστήμη της Μηχανικής, η ανθρωπότητα ξεκλείδωσε τα μυστικά γύρω από αυτά τα φαινόμενα και κατάφερε να δημιουργήσει τεχνητά κυψελωτά υλικά καρπώνοντας έτσι τα οφέλη τους. Αρχικά τα κυψελωτά υλικά θεωρούνταν χρήσιμα μόνο από λογιστικής άποψης, παρά τις αναφορές από επιστήμονες όπως ο Γαλιλαίος για τις ποικίλες ιδιότητες του.

Περαιτέρω έρευνα έδειξε πως τα υλικά που παρουσιάζουν κενό (δηλαδή) κυψελωτή δομή έχουν αρκετά υψηλή αντοχή (δεδομένου του κενού που εμπεριέχουν) και μειωμένο βάρος.

Το συμπέρασμα αυτό κατέστησε την άμεση εφαρμογή τους σε τομείς όπως η ναυπηγική τεχνολογία, η αεροναυπηγική και η αυτοκινητοβιομηχανία. Παρά το γεγονός ότι τα κυψελωτά υλικά χρησιμοποιούνται στους παραπάνω τομείς ως το κύριο τμήμα (πυρήνας) ανάμεσα σε δύο στρώσεις διαφορετικών υλικών, η έρευνα των μηχανικών ιδιοτήτων τους καθ'αυτών είναι περιορισμένη.

Σκοπός του παρόντος πονήματος είναι η διερεύνηση των εν λόγω ιδιοτήτων των κυψελωτών πυρήνων χωρίς την χρήση των επιρόσθετων στρώσεων που συναντώνται στις περισσότερες εφαρμογές τους, ώστε να εξάγουμε αποτελέσματα ανεπηρέαστα για τη συμπεριφορά τους.

Αρχικά θα μελετήσουμε κυψελωτά υλικά επαληθεύοντας την ορθότητα ήδη γνωστών στη διεθνή κοινότητα, εξισώσεων και στη συνέχεια θα επεκταθούμε σε τροποποιήσεις που αφορούν της γεωμετρία αλλά και το υλικό από το οποίο αποτελούνται με στόχο την διερεύνηση της επίδρασης τους. Επιπλέον θα χρησιμοποιήσουμε λογισμικά προσομοίωσης και πειραματική διάταξη καθώς ο συνδυασμός τους αποτελεί αναπόσπαστο τμήμα της ολοκληρωμένης ερευνητικής μελέτης.

Η φύση της εργασίας όμως περιλαμβάνει και παράθεση αναλυτικών βημάτων υπό τη μορφή παραρτημάτων καθώς ο αναγνώστης ενθαρρύνεται να ακολουθήσει τον επιστημονικό ιρμό της και να κατανοήσει σε βάθος τη μεθοδολογία εκπόνησης της.

## Λέξεις κλειδιά

Κυψελωτό στερεό, κυψελωτός πυρήνας, ισότροπα κυψελωτά υλικά, ανισότροπα κυψελωτά υλικά, ορθότροπα κυψελωτά υλικά, μέτρο ελαστικότητας, λόγος poisson, σχετική πυκνότητα, κάμψη εσχάρας, κάμψη ισοδύναμης κυψελοειδούς πλάκας, ακαμψία, δυσκαμψία, βύθιση, μετατόπιση.

## Abstract

Ever since antiquity, mankind started to observe the natural environment, firstly through pure curiosity about the world and secondly for the search of ways and methods to improve his life. Through the advent of time and the thorough investigation of mathematics, particularly geometry, he concluded that nature is full of examples of repeated patterns used to cover a particular space.

The first trigger towards such a conclusion were bee hive cells, which feature hexagonal geometry. As time went by, a certain number of similar phenomena like bubbles and sponges were discovered, further increasing the need to understand the cause behind the mechanism of creation of such shapes.

The famous mathematician and geometrician, Euclid, knew that the use of hexagons saves material while at the same time covers spaces, in the most practical way. Scientific observations however went always hand in hand with imitation, with examples ranging from the pantheon in Rome and the paper honeycombs first designed in ancient China.

At the end of the 19<sup>th</sup> century, with the advancement of technology, inventions like the microscope gave humanity new tools for the exploration of nature at scales that until that time none could have ever imagined. From the eyes of insects like the common fly, snowflakes, bones and wood, it became clear that nature loves these repeated geometric motives.

Thanks to Mechanics, man was able to unlock the secrets surrounding these natural occurrences and was able to create artificial cellular materials, so as to reap their benefits. At first honeycomb materials were thought to have only applicable use for logistical reasons, despite reports from scientist like Galileo for their various properties.

Further research showed that hollow materials, as in cellular structure, have high enough strength (based on the fact that they contain voids) and reduced weight. This conclusion led to their immediate implementation in sectors such as marine and aerospace engineering as well as the automotive industry. Although honeycombs are used in the above scientific fields as the main body (core) between two layers of different materials, research into the mechanical behavior of the core itself is limited.

This thesis aims to investigate the mechanical properties of honeycomb cores without the use of additional layers found in most common applications, so as to extract unaffected results about their behavior.

Firstly we will study cellular materials, validating the use of already known equations in the worldwide community and then we will subject them to modifications which concern their geometry as well their base material in order to examine their effect. Furthermore we will use simulation programs and an experimental setup since their combination consists an integral part of a fulfilled scientific study.

The nature of this paper also includes analytical steps, presented in the appendixes, as the reader is encouraged to follow its pace and obtain an in depth understanding of the methodology.

## Keywords

Cellular solid, honeycomb core, isotropic cellular materials, anisotropic cellular materials, orthotropic cellular materials, youngs modulus, poisson's ratio, relative density, grid bending, cellular plate bending, stiffness, deflection, displacement.



## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Αντώνη Γιαννακόπουλο για την ανάληψη και επίβλεψη της διπλωματικής μου εργασίας, την αδιάκοπη συμμετοχή του σε κάθε αντιξοότητα που προέκυψε και τις συμβολές του, τον κ. Παναγιώτη Τσόπελα για τις συνεχείς εύστοχες παρατηρήσεις, και σημειώσεις του, καθώς επίσης και τον κ. Βασίλειο Σπιτά για την συμμετοχή του στην παρούσα εργασία και για την προσφορά του τρισδιάστατου εκτυπωτή που χρησιμοποιήσαμε στο εργαστήριο του.

Αισθάνομαι την ανάγκη όμως να εκφράσω ένα μεγάλο Ευχαριστώ στους ανωτέρω Καθηγητές καθώς εκτός από εξάαιρετοι Επιστήμονες είναι και θαυμάσιοι Άνθρωποι.

Θέλω να απευθύνω θερμές ευχαριστίες και στην κ. Ευαγγελία Κοντού, Καθηγήτρια ΕΜΠ, για την προσφορά των εργαστηριακών εγκαταστάσεων της στις οποίες διεξήχθη το πειραματικό μέρος της εργασίας και στον κ.Γεώργιο Τσιάτα Διδάκτορα της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του ΕΜΠ για τη βοήθεια του στο συγγραφικό μέρος της παρούσας διπλωματικής θέσης.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υπ.Διδάκτορα της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών, κ.Χρήστο Βακουφτσή για την βοήθεια και επιμέλεια του στο αντικείμενο της τρισδιάστατης εκτύπωσης και τον υπ.Διδάκτορα της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, κ.Χρήστο Κνισοβίτη για τις εύστοχες παρατηρήσεις του.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω και να αφιερώσω την διπλωματική μου εργασία στην κινητήρια δύναμη πίσω από κάθε μου προσπάθεια, στη σύντροφο μου Νιράκη Αγγελική, για την υπομονή, κατανόηση και στήριξη της καθόλη την διάρκεια συγγραφής του παρόντος πονήματος καθώς και τους γονείς μου, Νικόλαο-Γεράσιμο Ευθυμίου και Γεωργία Καλμπάκη.

Στους

*Νιράκη Αγγελική  
Νικόλαο-Γεράσιμο Ευθυμίου  
Γεωργία Καλμπάκη*

# Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή.....	σ.13
1.1. Κυψελωτά στερεά.....	σ.13
1.2. Κυψελωτά υλικά-διαδικασία παραγωγής.....	σ.22
1.3. Ανάλυση μηχανικών ιδιοτήτων κυψελωτών υλικών.....	σ.26
1.4. Η τρισδιάστατη εκτύπωση.....	σ.35
2. Το ισότροπο κυψελωτό υλικό.....	σ.41
2.1. Μεθοδολογία προσομοίωσης.....	σ.41
2.2. Πυρήνας κανονικών εξαγωνικών κυψελών.....	σ.42
2.3. Πυρήνας κυψελών reentrant.....	σ.52
2.4. Πυρήνας τριγωνικών κυψελών.....	σ.58
2.5. Πυρήνας μη κανονικών εξαγωνικών κυψελών.....	σ.63
3. Το ανισότροπο κυψελωτό υλικό.....	σ.74
3.1. Ανισότροπος πυρήνας κανονικών εξαγωνικών κυψελών.....	σ.74
3.1.1. Διπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών.....	σ.75
3.1.2. Οκταπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών.....	σ.82
3.1.3. Τετραπλασιασμός μέτρου ελαστικότητας υλικού οριζόντιων δοκών.....	σ.86
3.2. Ανισότροπος πυρήνας κυψελών reentrant.....	σ.93
3.2.1. Διπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών.....	σ.94
3.2.2. Οκταπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών.....	σ.99
3.2.3. Τετραπλασιασμός μέτρου ελαστικότητας υλικού οριζόντιων δοκών.....	σ.102
3.3. Ανισότροπος πυρήνας τριγωνικών κυψελών.....	σ.106
3.3.1. Διπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών.....	σ.106
3.3.2. Οκταπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών.....	σ.113

3.3.3. Τετραπλασιασμός μέτρου ελαστικότητας υλικού οριζόντιων δοκών.....	σ.117
4. Τρισδιάστατη εκτύπωση και προσομοίωση εφελκυσμού εσχάρας.....	σ.124
4.1. Προεργασία εκτύπωσης.....	σ.124
4.2. Εκτύπωση εσχάρας.....	σ.126
4.3. Μέτα-επεξεργασία εκτύπωση.....	σ.127
4.4. Προσομοίωση εφελκυσμού εσχάρας.....	σ.128
4.4.1. Εφελκυσμός δισδιάστατης (2-d) εσχάρας.....	σ.128
4.4.2. Εφελκυσμός τρισδιάστατης (3-d) εσχάρας.....	σ.133
5. Προσομοίωση και πειραματική μελέτη κάμψης εσχάρας.....	σ.140
5.1. Κάμψη δισδιάστατης εσχάρας με κατανεμημένο φορτίο.....	σ.140
5.2. Κάμψη τρισδιάστατης εσχάρας με κατανεμημένο φορτίο.....	σ.146
5.3. Κάμψη δισδιάστατης εσχάρας με ‘συγκεντρωμένο φορτίο’.....	σ.151
5.4. Κάμψη τρισδιάστατης εσχάρας με ‘συγκεντρωμένο φορτίο’.....	σ.153
5.5. Διερεύνηση αιτιών βύθισης.....	σ.156
5.5.1. Υπολογισμός ακαμψίας και μέτρου διάτμηση.....	σ.156
5.5.2. Διπλασιασμός και τριπλασιασμός πάχους των δοκών.....	σ.159
5.6. Πειραματική μελέτη.....	σ.160
6. Συμπεράσματα και Προεκτάσεις.....	σ.175
7. Βιβλιογραφία.....	σ.179
Παράρτημα Α.....	σ.183
Παράρτημα Β.....	σ.210



# Κεφάλαιο 1.Εισαγωγή

## 1.1. Κυψελωτά στερεά

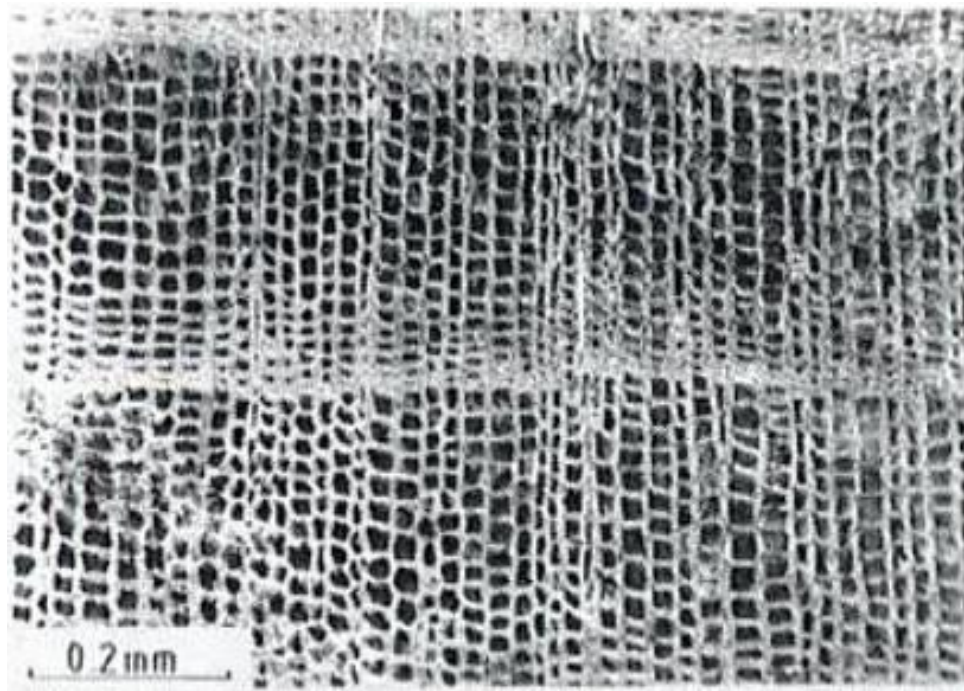
Από την αρχαιότητα ο άνθρωπος ήρθε σε επαφή με τα κυψελωτά στερεά (cellular solids) και τις κυψελωτές διατάξεις (cellular structures) που υπάρχουν στο φυσικό του περιβάλλον. Το πιο σημαντικό παράδειγμα τέτοιων διατάξεων παρατηρείται στις κυψέλες των μελισσών οι οποίες αποτελούνται από εξαγωνικά γεωμετρικά πρότυπα (βλ. Σχήμα 1.1).



**Σχήμα 1.1.** Απόκομα εικόνας διάταξης εξαγωνικών κυψελών (honeycomb) των μελισσών.  
(<https://www.shutterstock.com/image-photo/unfinished-honey-making-honeycombs-238250119>)

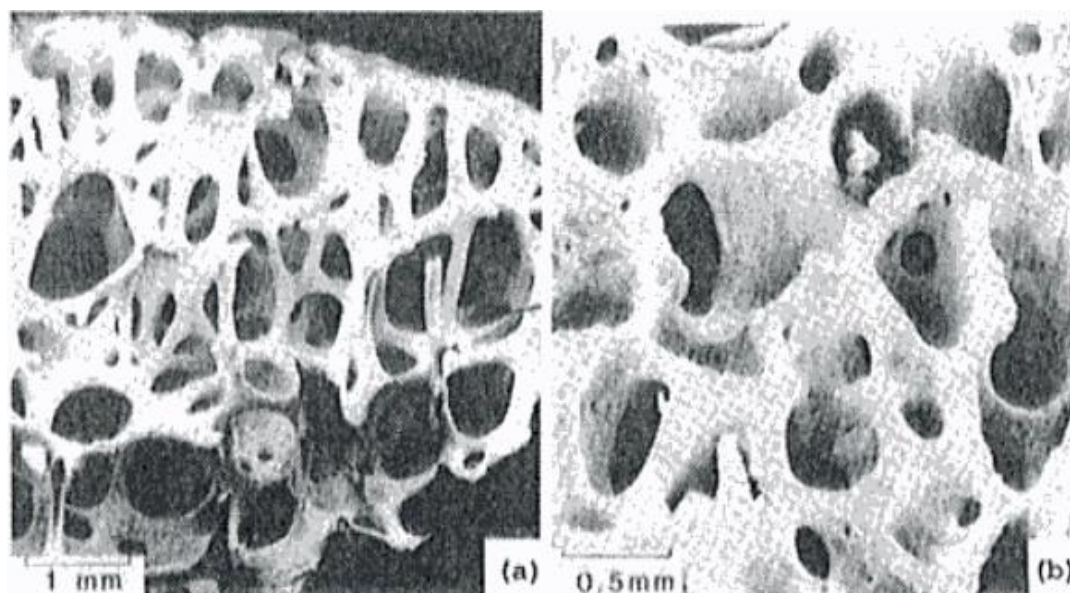
Οι κυψέλες αυτές έχουν ως δομικό συστατικό το κερι. Για την παραγωγή του κεριού οι μέλισσες χρησιμοποιούν μέλι, εκκρινόμενο από τους αδένες τους, το οποίο με τη σειρά του παράγεται από τη γύρη και το νέκταρ που συλλέγουν από τα λουλούδια. Ο λόγος παραγόμενου κεριού προς δαπανούμενο μέλι ισούται με 0.125, γεγονός που καθιστά την κατασκευή των κυψελών μία πρόκληση για τις μέλισσες. Επιπλέον το μέλι εξυπηρετεί και τις διατροφικές τους ανάγκες και κατ'επέκταση δημιουργείται μία μείζον ανάγκη για σωστή χρήση με βάση τη ζήτηση του (George, 2017).

Η λύση το παραπάνω πρόβλημα, δηλαδή η εξοικονόμηση της ποσότητας μελιού (και κατ'επέκταση κεριού) που χρησιμοποιείται για τη δημιουργία κυψελών βρίσκεται στη σχεδίαση εξαγωνικών επαναλαμβανόμενων πρότυπων. Με αυτή τη γεωμετρία καθίσταται εφικτή η κάλυψη του χώρου με χρήση της λιγότερο δυνατής ποσότητας υλικού καθώς παρουσιάζει το μικρότερο ολικό μήκος συγκριτικά με κυψέλες διαφορετικών σχημάτων (π.χ. τριγωνικές, τετραγωνικές). Υπεύθυνη για αυτό το μοτίβο κατασκευής κυψελών είναι η φυσική επιλογή σύμφωνα με το Δαρβίνο (Ball, 2016).



**Σχήμα 1.2.** Οι ίνες ξύλου από το δένδρο ‘κέδρος’ έχουν κυψελωτή δομή (Gibson and Ashby, 1997).

Ένα διαφορετικό παράδειγμα κυψελωτής δομής που παρατηρείται στη φύση αποτελεί το ξύλο. Στην μικροκλίμακα το ξύλο απαρτίζεται από ενισχυμένες συνθετικές ίνες οι οποίες σχηματίζουν κυψέλες (βλ. Σχήμα 1.2). Οι ίνες αυτές αποτελούνται από κρυσταλλική κυτταρίνη ενσωματωμένη σε μία μήτρα ημικυτταρίνης και λιγνίνης (Gibson and Ashby, 1997).



**Σχήμα 1.3.** Εικόνες σπογγώδους οστού του μηριαίου οστού από σαρωτική ηλεκτρονική μικροσκοπία, στις οποίες απεικονίζεται η ανοικτή κυψελωτή δομή (Gibson and Ashby, 1997).

Ένα ακόμη παράδειγμα κυψελωτής δομής αποτελούν τα οστά του ανθρώπου (βλ. Σχήμα 1.3) τα οποία διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

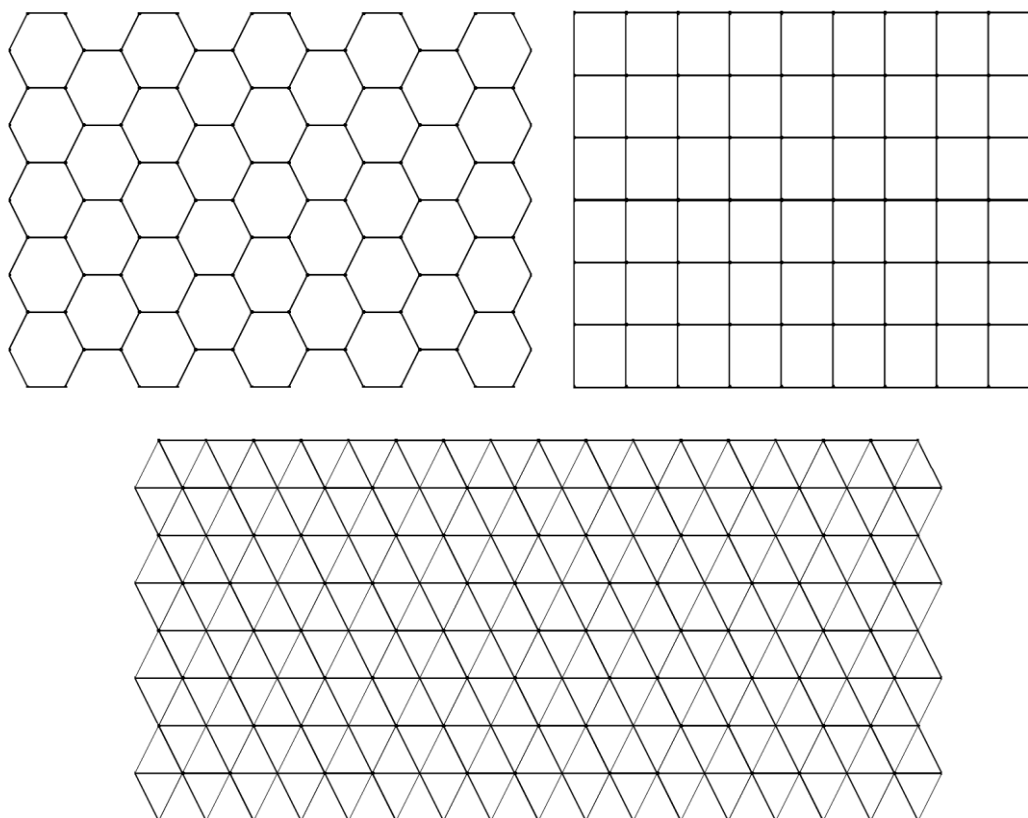
- Δοκιδοτά ή σπογγώδη οστά (trabecular bones) και
- Συμπαγή ή φλοιώδη οστά (cordical bones)

Τα σπογγώδη οστά αποτελούν το 20% του σκελετού και παρουσιάζουν κενά στη δομή τους συνεπώς απεικονίζονται ως κυψελωτά στερεά (Καμπιτάκης, 2012).

Ο Γαλιλαίος αναφέρει πως το στερεό σώμα το οποίο παρουσιάζει κενά στη γεωμετρία του έχει υψηλή αντοχή σε σχέση με το συμπαγές στερεό ενώ ταυτόχρονα παρουσιάζει σημαντικά μειωμένο βάρος. Κατά συνέπεια «εάν οι άνθρωποι θέλουν να κατασκευάσουν πιο ανθεκτικά υλικά θα πρέπει να δημιουργήσουν κενά σε αυτά» (Galilei, 1638).

Τα κυψελωτά στερεά (cellular solids) μοιράζονται ένα κοινό χαρακτηριστικό, την ύπαρξη κενού, ανεξαρτήτως της γεωμετρίας των κυψελών τους. Με βάση όμως τη γεωμετρία διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

- Κυψελωτά (honeycombs)
- Αφρό (foam)



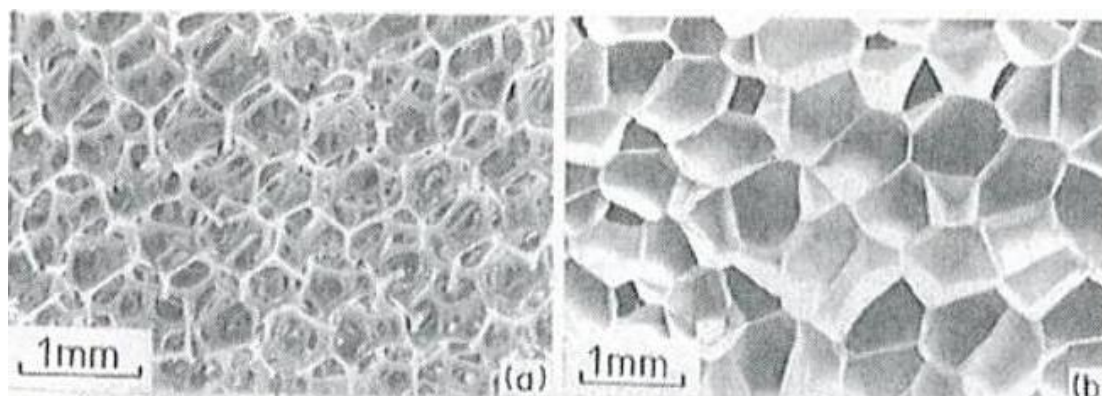
**Σχήμα 1.4.** Εξαγωνικές (πάνω αριστερά), τετραγωνικές (πάνω δεξιά) και τριγωνικές (κάτω) κυψέλες.

Όταν σε μία διάταξη υπάρχει γεωμετρική ‘τάξη’ (δηλαδή συμμετρία) στην κατανομή των κυψελών τότε χαρακτηρίζεται ως κυψελωτή (honeycomb) ανεξάρτητα από το σχήμα των κυψελών (εξάγωνα, τετράγωνα, τρίγωνα κτλ.). Το Σχήμα 1.4 εμπεριέχει παραδείγματα από honeycomb με διαφορετική γεωμετρία κυψελών.

Επιπλέον μερικές φορές παρατηρούνται σε κυψελωτές διατάξεις δύο διαφορετικά είδη κυψελών (π.χ. εξαγωνικές και τριγωνικές). Βάση αυτής της παρατήρησης προκύπτει μία ερμηνεία

του παραπάνω ορισμού του honeycomb ως μία διάταξη που μπορεί να αναπαραχθεί από ένα και μόνο δομικό στοιχείο (στην περίπτωση δύο διαφορετικών γεωμετριών των κυψελών ως δομικό στοιχείο νοείται ένα ζεύγος τους) (Gibson and Ashby, 1997).

Στην περίπτωση έλλειψης γεωμετρικής 'τάξης' όπου η κατανομή των κυψελών χαρακτηρίζεται από τυχαιότητα στο χώρο και το σχήμα των κυψελών είναι ακανόνιστο τότε η διάταξη ονομάζεται αφρός (foam). Σημειώνεται επίσης πως στις κυψέλες του αφρού παγιδεύεται ρευστό (υγρό ή αέριο). Οι κυψέλες του αφρού μπορεί να είναι κλειστές (closed cells) ή ανοικτές (open cells). Στην τελευταία περίπτωση (βλ. Σχήμα 1.5) το αέριο ή υγρό της μίας κυψέλης επικοινωνεί με το γειτονικό (Gibson and Ashby, 1997).

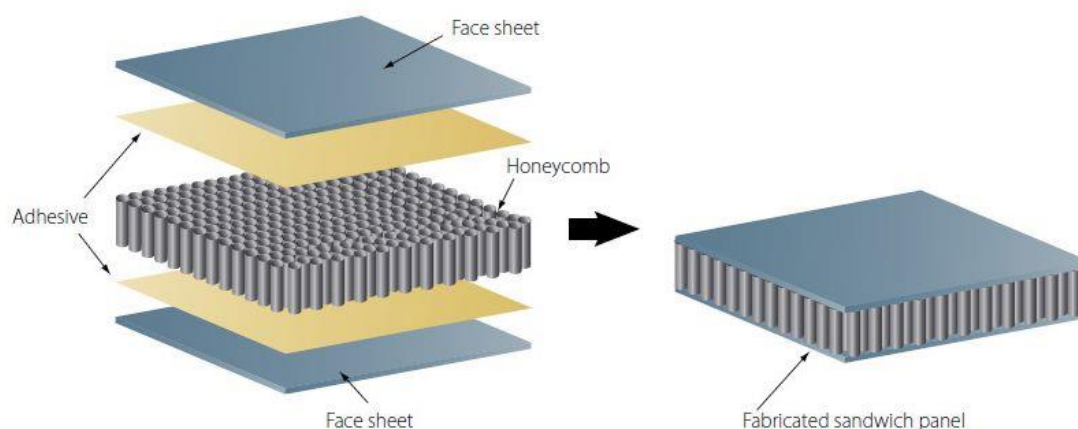


**Σχήμα 1.5.** Απόκομα εικόνας αφρού πολουρεθάνης ανοικτών κυψελών (a), πολυαιθυλενίου (b) κλειστών κυψελών (Gibson and Ashby, 1997).

Ο τομέας της διακόσμησης αποτέλεσε το πρώτο έναυσμα για τη δημιουργία τεχνητών κυψελωτών πρότυπων, επινόηση που αποδίδεται στον Hans Heilbrun το 1901. Λίγο αργότερα (1915) ανακαλύφθηκε μία νέα κυψελωτή κατασκευή από τον Hugo Junkers («Honeycomb Structure», 2020)

Η νέα αυτή δομή (βλ. Σχήμα 1.6) σύνθετου υλικού (composite) αποτελούταν από τρία μέρη διαφορετικών υλικών: το πλαίσιο που είναι δύο φύλλα (panels ή sheets), τις επιφάνειες προσκόλλησης (adhesive layers) και τον κυψελωτό πυρήνα (honeycomb core) που αποτελείται από κυψελωτά στοιχεία (Petrović et al., 2015).

Εξαιτίας της γεωμετρικής της διάταξης ονομάστηκε honeycomb panel (ή honeycomb sandwich).

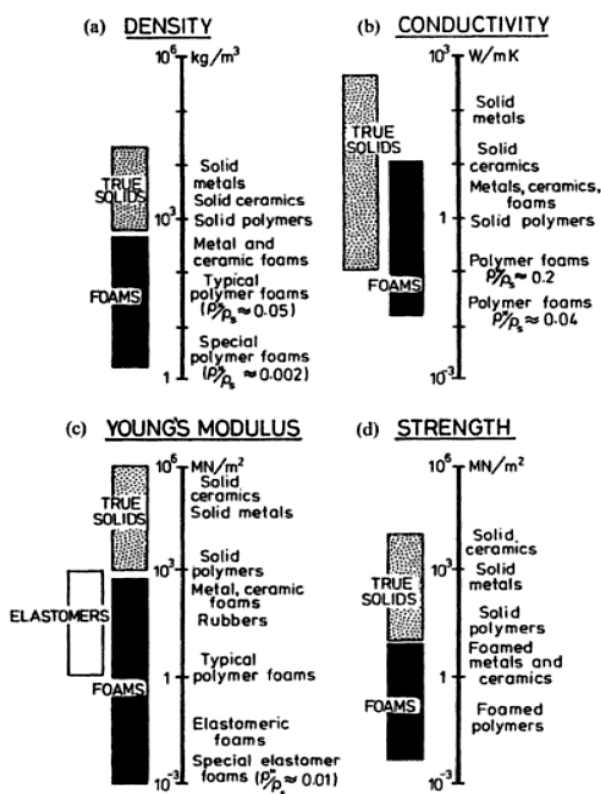


**Σχήμα 1.6.** Η κατασκευή honeycomb sandwich (<http://m.china-composites.net/Content/upload/201734796/201711121042347399148.jpg>).



Οι περισσότερες εφαρμογές των κυψελωτών υλικών παρουσιάζονται με την παραπάνω διάταξη, οι κυριότερες των οποίων είναι οι κατασκευές.

Στον κατασκευαστικό τομέα τα κυψελωτά υλικά χρησιμοποιούνται στην αεροπορική, την αεροδιαστημική βιομηχανία, την αυτοκινητοβιομηχανία καθώς και στην κατασκευή κτιρίων. Ο λόγος της ευρείας εφαρμογής τους στον κατασκευαστικό τομέα οφείλεται κυρίως στη χαμηλή σχετική πυκνότητα (relative density,  $\rho^*/\rho_s$ ) τους, στην σχετικά υψηλή δυσκαμψία (stiffness) που εκφράζεται μέσω του μέτρου ελαστικότητας (Young's modulus), την αντοχή (strength) και την χαμηλή θερμική αγωγιμότητα, συγκριτικά με τα αντίστοιχα συμπαγή στερεά. Το Σχήμα 1.7 απεικονίζει τα παραπάνω μεγέθη για συμπαγή στερεά και αφρώδη υλικά (Gibson and Ashby, 1997).



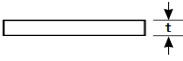

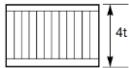
**Σχήμα 1.7.** Μέτρο ελαστικότητας (Young's Modulus,c), αντοχή (strength,d), σχετική πυκνότητα (relative density,a) και αγωγιμότητα (β) (Gibson and Ashby, 1997).

Επιπλέον η χαμηλή σχετική πυκνότητα των κυψελωτών πυρήνων σημαίνει πως έχουν χαμηλότερη μάζα (συνεπώς και βάρος) από τα αντίστοιχα συμπαγή υλικά.

Η μείωση του βάρους σε συνδυασμό με την σχετικά μεγάλη αντοχή τους οδηγεί σε υψηλό λόγο αντοχής-βάρους (strength-weight ratio). Οι αεροπορικές βιομηχανίες καθώς και οι αυτοκινητοβιομηχανίες αντιμετωπίζουν το πρόβλημα μείωσης βάρους από την πρώτη στιγμή εμφάνισης τους, συνεπώς η εφαρμογή κυψελωτών υλικών είναι ύψιστης σημασίας [Ashby, 2003].

Στην περίπτωση του honeycomb sandwich το βάρος της κατασκευής αυξάνεται σε σχέση με του κυψελωτού πυρήνα καθώς προστίθενται σε αυτόν οι επιφάνειες προσκόλλησης και οι επιφάνειες των φύλλων. Ως συνέπεια το βάρος φθάνει στα επίπεδα του συμπαγούς στερεού, ενώ η αντοχή και η ακαμψία του αυξάνονται σημαντικά (Hexcel Co, 2016).

Σύμφωνα με τον Πίνακα 1.1, όταν το πάχος του honeycomb sandwich διπλασιαστεί, το βάρος διατηρείται σχεδόν ίδιο (3% μεγαλύτερο), η ακαμψία επταπλασιάζεται, ενώ η αντοχή αυξάνεται κατά 3.5 φορές. Η περαιτέρω αύξηση της ακαμψίας και της αντοχής ως επακόλουθο του τετραπλασιασμού του αρχικού πάχους δεν περιγράφεται γραμμικά. Συγκεκριμένα η ακαμψία αυξάνεται κατά 37 φορές ενώ η αντοχή κατά 9.25 (Hexcel Co, 2016).

Πάχος (thickness)	Συμπαγές στερεό	Honeycomb sandwich	Honeycomb sandwich (αύξηση πάχους)
			
Σχετική ακαμψία (relative stiffness,%)	100	700	3700
Σχετική αντοχή (relative strength,%)	100	350	925
Σχετικό βάρος (relative weight,%)	100	103	106

**Πίνακας 1.1.** Συγκριτικές τιμές σχετικής ακαμψίας, αντοχής και βάρους συμπαγούς στερεού και honeycomb sandwich (Hexcel Co, 2016).

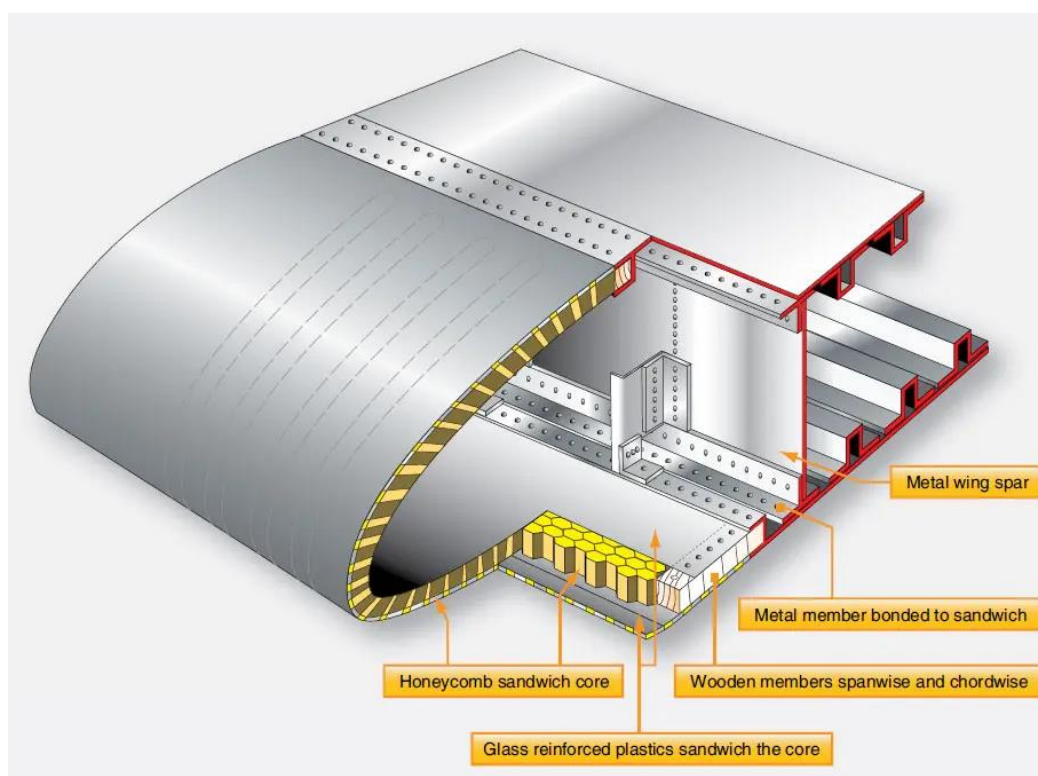
Συμπεραίνουμε λοιπόν πως είναι δυνατόν με σχετική διατήρηση του βάρους να αυξήσουμε σε μεγάλο βαθμό την αντοχή και την ακαμψία μέσω της διάταξης honeycomb sandwich. Το Σχήμα 1.8 παρουσιάζει τα βασικά μέρη αεροσκάφους της πολιτικής αεροπορίας στα οποία χρησιμοποιούνται honeycomb sandwich (Petrović et al., 2015):

1. Προστατευτικό κέλυφος ραντάρ	16. Οροφή και τοιχώματα καμπίνας
2. Μηχανισμός προσγείωσης	17. Σκάλα επιβίβασης/αποβίβασης
3. Ντουλάπες, τουαλέτες	18. Διάφραγμα πίεσης
4. Διαχωριστικά	19. Πτερύγια κάθετου σταθεροποιητή
5. Καλύματα σημείου ένωση πτέρυγας-ατράκτου	20. Κινητό πτερύγιο ουραίας πτέρυγας
6. Πτέρυγα	21. Πτερύγια οριζόντιου σταθεροποιητή
7. Επιφάνειες ελέγχου πτήσης	22. Σύστημα ελέγχου ανόδου/ καθόδου
8. Δάπεδο καμπίνας επιβατών	23. Κωνοειδές σύστημα εξάτμισης
9. Κάλυμα κινητήρων και αναστροφών ώσης	
10. Πυλώνες στήριξης	
11. Κάθετα πτερύγια	
12. Κάτω μέρος ατράκτου	
13. Δάπεδο φορτίου	
14. Καλύματα αντισταθμιστικών πηδαλίων	
15. Κάδοι αποθήκευσης αποσκευών	



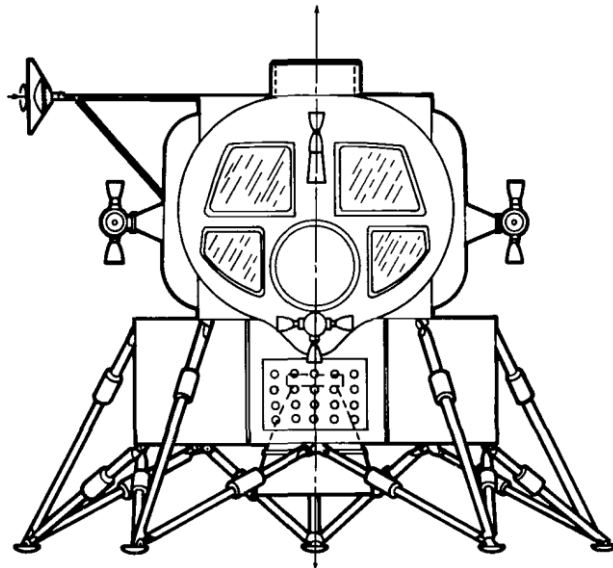
**Σχήμα 1.8.** Τμήματα αεροσκάφους τα οποία εμπεριέχουν honeycomb sandwich (Petrović et al., 2015).

Το ακόλουθο Σχήμα 1.9 παρουσιάζει μία τομή πτερυγίου αεροσκάφους όπου απεικονίζεται ο κυψελωτός πυρήνας καθώς και τα φύλλα που τον πλαισιώνουν.

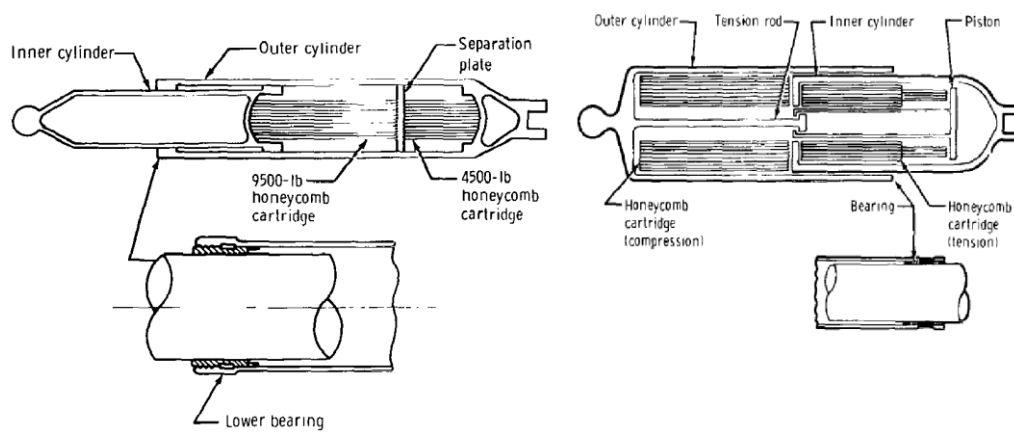


**Σχήμα 1.9)** Εστίαση σε πτερύγιο αεροσκάφους (<https://www.flight-mechanic.com/wp-content/uploads/2017/07/1-39.jpg>).

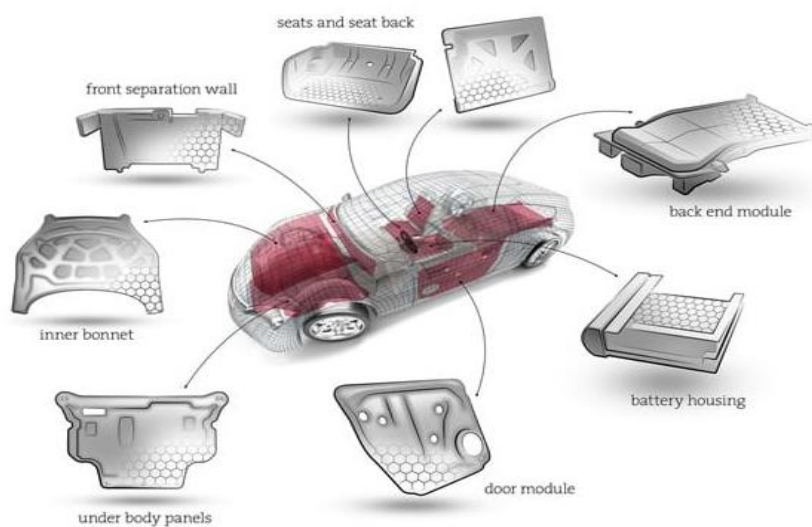
Στην αεροδιαστημική βιομηχανία ένα από τα μεγαλύτερα παραδείγματα εφαρμογής κυψελωτών υλικών είναι το σύστημα προσελήνωσης (Landing or Lunar Module, LM) του Apollo 11 (βλ. Σχήμα 1.10 και 1.11). Το εν λόγω σύστημα αποτελείται από δύο κατηγορίες ‘γόντων’ (struts), το βασικό και το δευτερεύον στα οποία εμπεριέχονται κυψελωτοί πυρήνες. Κύριος λόγος για τον οποίο επιλέχθηκαν είναι η δυνατότητα απορρόφησης ενέργειας (εξαίτιας της μεγάλης πλαστικής παραμόρφωσης) κατά την προσαδάφιση στη σελήνη, ιδιότητα που χαρακτηρίζει τα κυψελωτά υλικά (Rogers, 1972).



Σχήμα 1.10. Απόκομα εικόνας του Apollo 11 (Rogers, 1972).



Σχήμα 1.11. Απόκομα εικόνων βασικού (αριστερά) και δευτερεύοντος (δεξιά) 'γόνατου' (Rogers, 1972).

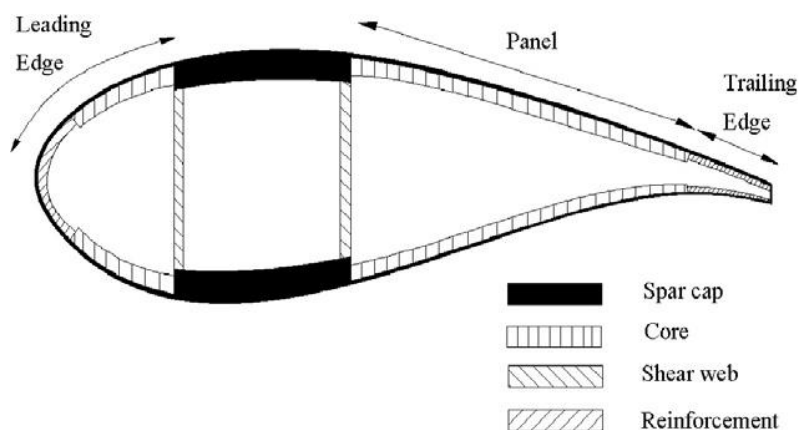


Σχήμα 1.12. Μέρη εφαρμογής honeycomb sandwich σε αυτοκίνητο  
(<https://www.plasticsandrubberasia.cn/en/wp-content/uploads/2019/03/Sandwich-Material-to-International-Automotive-Industry.jpg>)

Μία ακόμη βιομηχανία στην οποία η μείωση του βάρους αποτελεί μείζον ζήτημα είναι η αυτοκινητοβιομηχανία. Στο Σχήμα 1.12 απεικονίζονται μέρη ενός αυτοκινήτου στα οποία βρίσκουν εφαρμογή τα honeycomb sandwich.

Στον ενεργειακό τομέα τα honeycomb panels χρησιμοποιούνται στα πτερύγια (blades) των ανεμογεννητριών (Α/Γ) καθώς προσφέρουν μεγάλη αντοχή σε στατικά και αεροδυναμικά φορτία (Chen et al., 2013).

Στο Σχήμα 1.13 απεικονίζεται μία αεροτομή καθώς και τα τμήματα της που εμπεριέχουν honeycomb panels.



Σχήμα 1.13. Τυπική αεροτομή πτερυγίου Α/Γ (Chen et al., 2013).

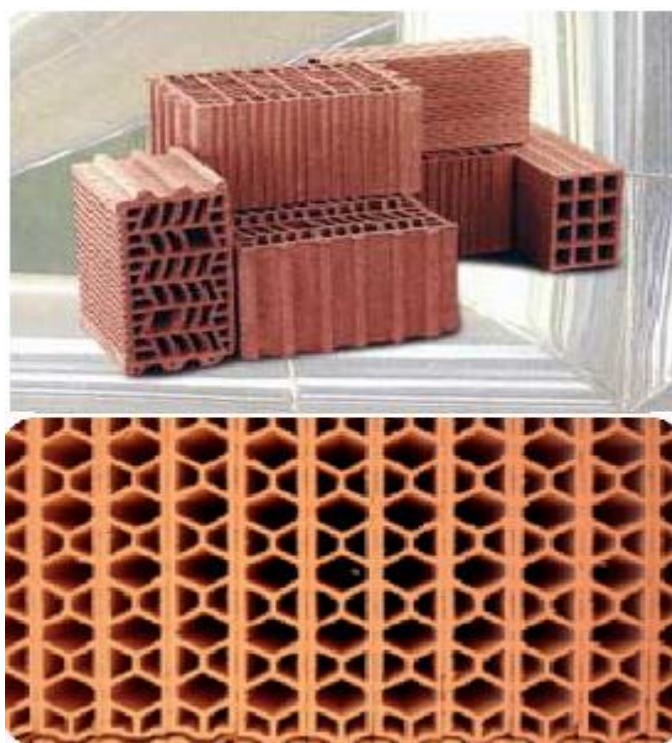


Σχήμα 1.14. Ουρανοξύστης (Sinosteel) υπο κατασκευή στην πόλη Tianjin της Κίνας (a), ουρανοξύστες (Nanotower) στο Ντουμπάι (b) (Montuori et al., 2015)

Επιπλέον πρέπει να αναφέρουμε πως τα κυψελωτά υλικά έχουν βρεί πρόσφατα εφαρμογές στην αρχιτεκτονική (βλ. Σχήμα 1.14), χάρη στην ιδιότητα εξοινόμησης υλικού κατασκευής και χώρου (όπως και στις κυψέλες των μελλισσών) αλλά και του μεγάλου λόγου αντοχής/βάρους. Ως συνέπεια εμφανίζονται ολοένα και περισσότερα κτίρια που ενσωματώνουν το κυψελωτό πρότυπο στο σχεδιασμό τους (Montuori et al., 2015).

Τα κυψελωτά στερεά (βλ. Σχήμα 1.7) παρουσιάζουν εξαιρετικά χαμηλή θερμική αγωγιμότητα (δυσκολεύουν δηλαδή τη διέλευση της θερμότητας). Κύριο αίτιο για αυτή την ιδιότητα τους είναι το κενό που εμπεριέχουν. Παρά το γεγονός ότι το μεγαλύτερο ποσοστό χρήσης κυψελωτών στερεών σε αυτόν τον τομέα αποδίδεται στον αφρό, τα κυψελωτά υλικά έχουν βρεί και αυτά εφαρμογή, με χαρακτηριστικό παράδειγμα τα τούβλα που χρησιμοποιούνται στα κτίρια [Gibson and Ashby, 1997].

Το Σχήμα 1.15 απεικονίζει διάφορα κυψελωτά πρότυπα σε κεραμικά τούβλα. Τέλος πρέπει να αναφέρουμε πως εκτός από μόνωση της θερμότητας παρουσιάζεται και το χαρακτηριστικό της ηχομόνωσης στις εν λόγω κατασκευές κεραμικών (Corbella, 2016).



**Σχήμα 1.15.** Απόκομα εικόνων κυψελωτών τούβλων χρήσεως στον κτιριακό τομέα με ποικίλα σχήματα κυψελών (Corbella, 2016).

## 1.2. Κυψελωτά υλικά–διαδικασία παραγωγής

Όταν τα μόρια μίας χημικής ένωσης, ενώνονται μέσω μίας χημικής αντίδρασης σχηματίζουν ένα μακρομόριο. Κάθε μόριο της ένωσης ονομάζεται μονομερές, η αντίδραση πολυμερισμός ενώ το μακρομόριο πολυμερές. Με κριτήριο τις θερμικές και μηχανικές τους ιδιότητες διακρίνονται στα θερμοπλαστικά, τα θερμοσκληρόμενα και τα ελαστομερή (Ανδρέουλος και Ταραντίλη, 2019):

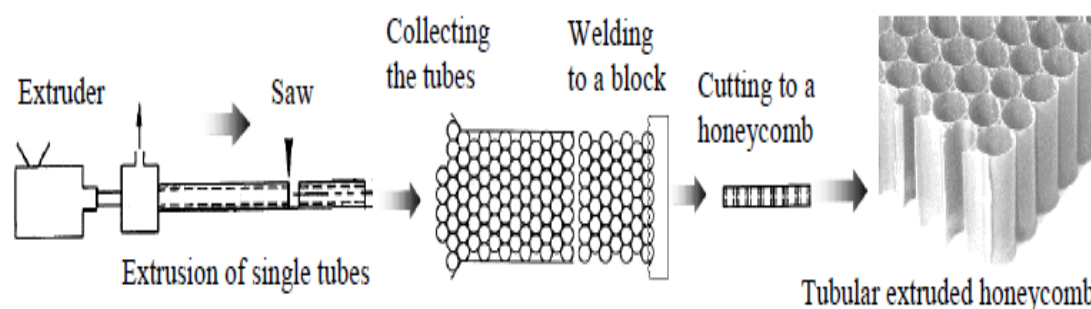
**Θερμοπλαστικά (thermoplastic):** Πολυμερή τα οποία με θέρμανση (κοντά στο σημείο τήξης τους) γίνονται ευκατέργαστα. Μόλις παύση η επιβολή θερμότητας στερεοποιούνται. Παρουσιάζουν χαμηλό μέτρο ελαστικότητας σε σχέση με τα μεταλλικά ή τα κεραμικά υλικά. Παραδείγματα θερμοπλαστικών υλικών είναι το πολυπροπυλένιο, το πολυαιθυλένιο και το τερεφθαλικό πολυαιθυλένιο (Κουτσός, 2008).

**Θερμοσκληρόμενα ή θερμοσταθερά (thermoset):** Πολυμερή των οποίων η σκληρότητα αυξάνεται με θέρμανση κατά τρόπο που δεν είναι δυνατή η ανάκτηση της αρχικής κατάστασης. Παραδείγματα θερμοσταθερών υλικών είναι οι εποξειδικές ρητίνες και οι ρητίνες φαινόλης. (Κουτσός, 2008).

**Ελαστομερή ή ελαστικά (elastomers):** Είναι τα πολυμερή για τα οποία η παραμόρφωση παραμένει στην ελαστική περιοχή για αρκετά υψηλές τιμές ( $\approx 200\%$ ). Παραδείγματα ελαστομερών υλικών είναι το καουτσούκ (natural rubber) και οι σιλικόνες (silicon) (Κουτσός, 2008).

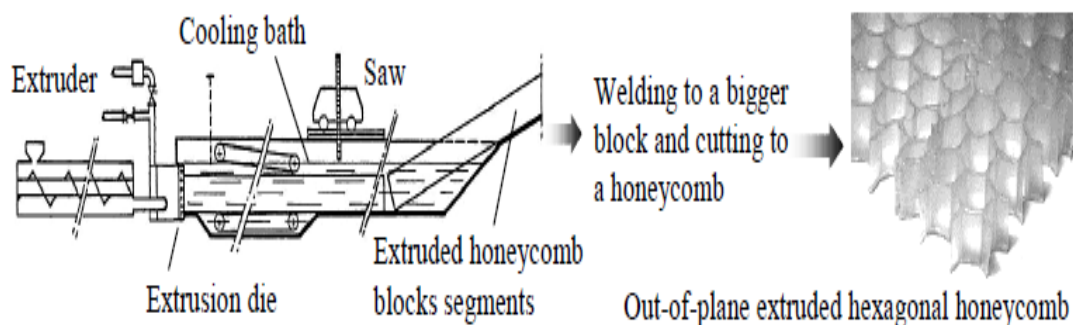
Εκτός όμως από τα πολυμερή υλικά υπάρχουν κυψελωτές δομές από μεταλλικά υλικά όπως το αλουμίνιο (Al) καθώς και από κεραμικά όπως το καρβίδιο του πυριτίου (SiC). Οι κυψελωτοί πυρήνες αλουμινίου χρησιμοποιούνται κυρίως στην αεροπορική βιομηχανία. Το μέτρο ελαστικότητας των κεραμικών υλικών είναι μεγαλύτερο από τα μεταλλικά υλικά και κατά συνέπεια από τα πολυμερή, όμως τα εν λόγω υλικά παρουσιάζουν υψηλή ευθραυστότητα (Ashab, 2003;Μαρκόπουλος, 2014).

Οι διαθέσιμες μέθοδοι για την κατασκευή θερμοπλαστικών (και μη) κυψελωτών πυρήνων ποικίλουν. Μία σύνηθης μέθοδος (βλ. Σχήμα 1.16) είναι η κατασκευή σωληνωτών κυψελών (tubular honeycomb) μέσω της διεργασίας της εκβολής τήγματος υλικού (extrusion) από κυλινδρική μήτρα (extrusion die). Στη συνέχεια το θερμοπλαστικό υλικό στερεοποιείται δίνοντας έτσι το κυλινδρικό σχημα στο προϊόν. Ύστερα οι σωλήνες περικόπτονται στην επιθυμητή διάσταση μέσω κοπτικού εργαλείου (saw), στοιβάζονται και συγκολλούνται. Τέλος μέσω μίας τελικής κοπής αποδίδεται η μορφοποίηση σε κυψελωτό πυρήνα (Pflug et al., 2003).



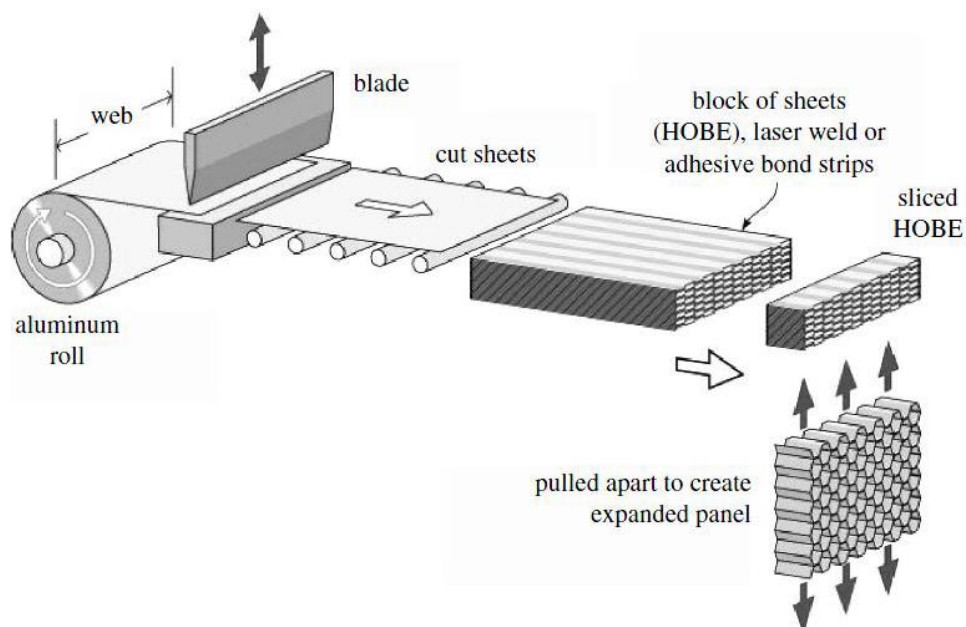
**Σχήμα 1.16.** Κατασκευή θερμοπλαστικού σωληνωτού honeycomb (Pflug et al., 2003).

Ο δεύτερος τρόπος δημιουργίας θερμοπλαστικών κυψελών (βλ. Σχήμα 1.17) προέρχεται πάλι από την διεργασία της εκβολής υλικού μέσω εξαγωνικής μήτρας, και περιλαμβάνει την ψύξη και στερεοποίηση του (cooling bath). Εν συνεχεία δημιουργούνται μεγάλα τμήματα του υλικού στα οποία 'εμπεριέχονται' πολλές κυψέλες. Η κάθε κυψέλη διαχωρίζεται μέσω κοπής στην επιθυμητή διάσταση από ένα πριόνι. Στη συνέχεια οι κυψέλες συγκολλούνται για το σχηματισμό του πυρήνα και μέσω της τελικής κοπής μορφοποιούνται στις τελικές διαστάσεις (Pflug et al., 2003).



**Σχήμα 1.17.** Κατασκευή θερμοπλαστικού εξαγωνικού πυρήνα.  
(Pflug et al., 2003).

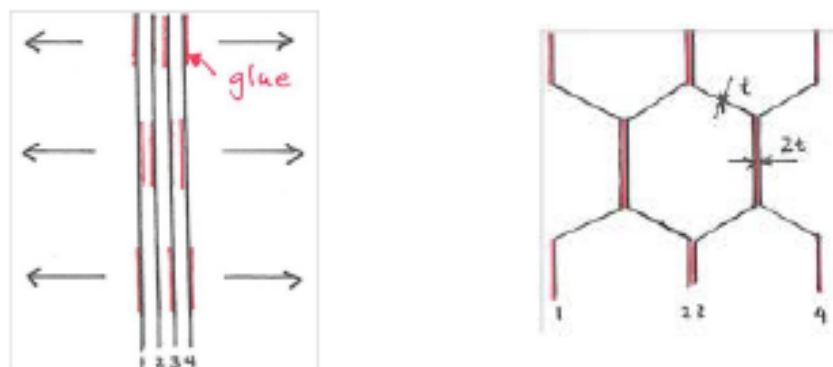
Ο τρίτος τρόπος κατασκευής κυψελωτών πυρήνων ονομάζεται μέθοδος επέκτασης ή HOBE (honeycomb before expansion process) και χρησιμοποιείται κυρίως για κυψέλες από χαρτί και αλουμίνιο (βλ. Σχήμα 1.18). Λεπτές λωρίδες υλικού κόπτονται μέσω του κοπτικού εργαλείου και ύστερα ενώνονται μέσω κόλλας ή συγκόλλησης με λέιζερ (για αλουμινίου) σε συγκεκριμένα τμήματα της επιφάνειάς τους (Kilicaslan, 2014).



**Σχήμα 1.18.** Κατασκευή κυψελωτού πυρήνα με τη μέθοδο HOBE  
(Kilicaslan, 2014)

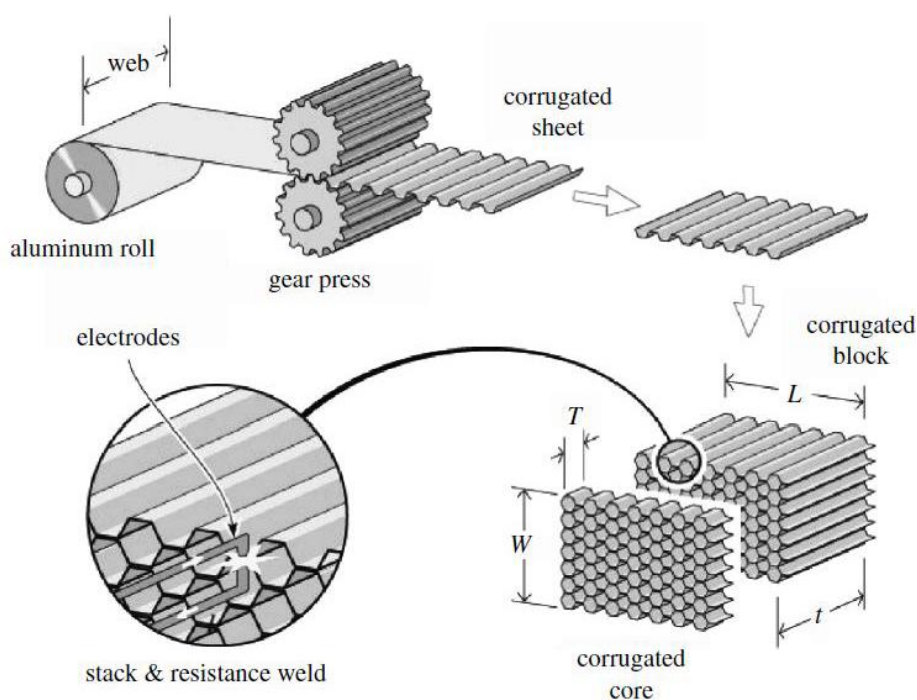
Σημειώνεται πως με αυτή τη μέθοδο δημιουργούνται κυψέλες με ανομοιόμορφη κατανομή πάχους, δηλαδή το πάχος των οριζόντιων πλευρών κάθε κυψέλης (επιφάνειες ραφής ή προσκόλλησης) έχουν μεγαλύτερο (περίπου διπλάσιο) πάχος από ότι οι κεκλιμένες πλευρές όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 1.19, γεγονός που οδηγεί σε ανισοτροπικό πυρήνα (Gibson, 2015).





**Σχήμα 1.19.** Οι επιφάνειες συγκόλλησης (α) και δημιουργία κυψελωτού πυρήνα (β) με τη μέθοδο HOBE (Gibson, 2015)

Ο τέταρτος τρόπος κατασκευής κυψελωτών πυρήνων (μεταλλικών) είναι μέσω της κατεργασίας της αυλάκωσης με δύο ράουλα (βλ. Σχήμα 1.20). Τα ράουλα αυτά αποτελούνται από δύο γρανάζια, τα οποία διαμορφώνουν λεπτές λωρίδες του υλικού σε ‘κυματοειδής’ λωρίδες (corrugated stripes) μέσω της πλαστικής παραμόρφωσης που προκαλούν. Οι λωρίδες, αφού κοπούν στην επιθυμητή διάσταση, ενώνονται μεταξύ τους μέσω συγκόλλησης. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται corrugation process και εφαρμόζεται για πυρήνες αλουμινίου (Cohal, 2017).

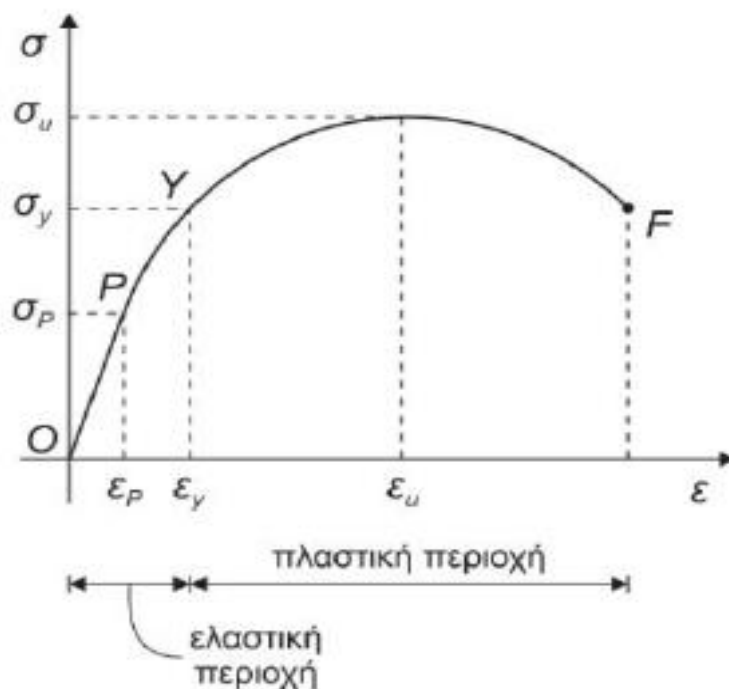


**Σχήμα 1.20.** Η μέθοδος corrugation process κατασκευής κυψελωτών πυρήνων (Kilicaslan, 2014)

Η τελευταία μέθοδος που θα αναφέρουμε έγκειται στη δημιουργία θερμοπλαστικών κυψελωτών υλικών και ονομάζεται τρισδιάστατη εκτύπωση προτύπων (3-d printing) την οποία θα εξετάσουμε ενδελεχώς σε επόμενη παράγραφο καθώς μέσω αυτής θα δημιουργήσουμε το πρότυπο μας.

### 1.3. Ανάλυση μηχανικών ιδιοτήτων κυψελωτών υλικών

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε με την ελαστική συμπεριφορά κυψελωτών πυρήνων θερμοπλαστικού υλικού. Η καταπόνηση κάθε στερεού σώματος, δηλαδή η εφαρμογή δυνάμεων σε αυτό, έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία εσωτερικών δυνάμεων οι οποίες με τη σειρά τους αναπτύσσουν τάσεις (stresses) που οδηγούν στην δημιουργία τροπών (strains). Οι τάσεις και οι τροπές μπορεί να είναι είτε ορθές ( $\sigma, \epsilon$ ) είτε διατμητικές ( $\tau, \gamma$ ). Η σχέση των τάσεων και των τροπών για μονοαξονικό εφελκυσμό περιγράφεται από το διάγραμμα τάσεων-τροπών (βλ. Σχήμα 1.21). Το σύμβολο P χαρακτηρίζει το όριο αναλογίας και αναφέρεται στο όριο της γραμμικώς ελαστικής περιοχής στην οποία έγκειται η ανάλυση μας. Τα σύμβολα Y, U, F χαρακτηρίζουν το πέρας της ελαστικής περιοχής, τη μέγιστη εφελκυστική τάση και το όριο θραύσης αντίστοιχα (Κατσαβούσης, 2017).



**Σχήμα 1.21.** Τυπική καμπύλη τάσεων-τροπών μονοαξονικού εφελκυσμού (<https://eclass.duth.gr/modules/document/?course=TME266>).

Η ορθή τάση μονοαξονικής καταπόνησης συνδέεται με την ορθή παραμόρφωση μέσω του νόμου του Hooke και ορίζεται ως η κλίση της ευθείας:

$$E = Y = \frac{F}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

Όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του Young (Youngs modulus). Οι ορθές παραμορφώσεις κατά τις διευθύνσεις των αξόνων x και y συνδέονται μεταξύ τους μέσω του λόγου poisson ( $\nu$ ).

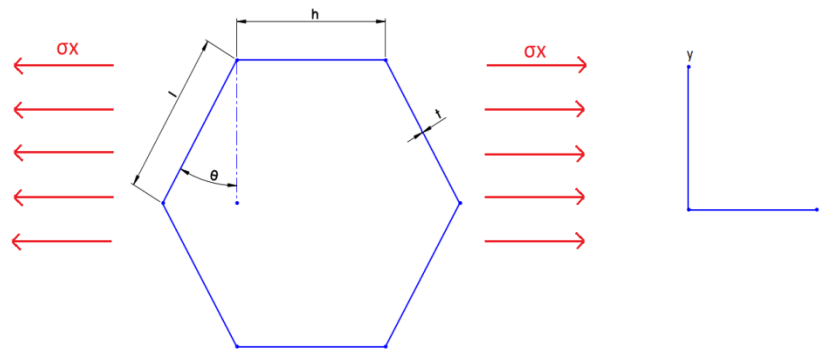
$$\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

και

$$\nu_{yx} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$$

Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε τον μονοαξονικό εφελκυσμό πυρήνα εξαγωνικών κυψελών εστιάζοντας σε μία κυψέλη και θα αναλύσουμε τις μεθόδους υπολογισμού του λόγου poisson ( $\nu$ ) και του μέτρου ελαστικότητας ( $E$ ) ενός αντιπροσωπευτικού τμήματος του κυψελωτού πυρήνα (effective). Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε πως οι κυψελωτοί πυρήνες είναι ανομοιογενείς, δηλαδή δεν αποτελούνται από το ίδιο υλικό καθόλη την έκταση τους καθώς υπάρχει κενό. Βέβαια μπορούν να θεωρηθούν ομοιογενείς σε επίπεδο δομικών στοιχείων (structural members), καθώς το υλικό παραμένει ίδιο στις περιοχές όπου υπάρχει υλικό στην κατασκευή. Επιπλέον ο πυρήνας θεωρείται ορθότροπος στον τρισδιάστατο χώρο (out of plane) καθώς παρουσιάζει διαφορετικές ιδιότητες κατά τη διεύθυνση του άξονα  $z$  από ότι στις διευθύνσεις  $x$  και  $y$ . Στην επίπεδη τασική κατάσταση (in plane) όμως ο πυρήνας νοείται ισότροπος καθώς παρουσιάζει ίδιες ιδιότητες και στις δύο κατευθύνσεις.

Οι «Gibson L.J» και «Ashby M.F» ύστερα χρόνια ερευνών, στο σύγγραμμα τους με τίτλο «Cellular Solids: Structure and Properties-Second Edition» παρουσίασαν την πιο εκτεταμένη (και μέχρι τότε μοναδική) ανάλυση πάνω στα κυψελωτά υλικά, τμήμα της οποίας παρουσιάζεται παρακάτω (βλ. Σχήμα 1.22):



**Σχήμα 1.22.** Μονοαξονικός εφελκυσμός εξαγωνικής κυψέλης κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x$ .

Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται μία εξαγωνική κυψέλη (μέρος ισότροπου πυρήνα), μήκους οριζόντιων τοιχωμάτων (δοκών)  $h$ , κεκλιμένων  $l$  υπό γωνία  $\theta$  και πάχους  $t$  με βάθος  $b$ , που υφίσταται μονοαξονικό εφελκυσμό κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x$  (επίπεδη τασική κατάσταση, in plane). Η ορθή τάση που επιδρά στην κεκλιμένη δοκό μήκους  $l$ , πάχους  $t$  και βάθους  $b$  είναι (Gibson and Ashby, 1997):

$$\sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{F}{l \cdot \cos\theta \cdot b}$$

Η μετατόπιση που προκαλείται ισούται με:

$$\delta = \frac{F \cdot l^3 \cdot \cos\theta}{12 \cdot E_s \cdot I} = \frac{\sigma_x \cdot l \cdot \cos\theta \cdot b \cdot l^3 \cdot \cos\theta}{12 \cdot E_s \cdot I} = \frac{\sigma_x \cdot l^4 \cdot \cos^2\theta \cdot b}{12 \cdot E_s \cdot I}$$

Όπου  $E_s$  είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού και  $I$  η ροπή αδρανείας ( $I=b*t^3/12$ ). Η τροπή  $\varepsilon_x$  υπολογίζεται:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l}{L} = \frac{\delta * \cos\theta}{(h+l*\sin\theta)} = \frac{\sigma_x * l^4 * \cos^3 \theta * b}{12 * E_s * I * (h+l*\sin\theta)} = \frac{\sigma_x * l^4 * \cos^3 \theta * b}{12 * E_s * b * \frac{t^3}{12} * (h+l*\sin\theta)}$$

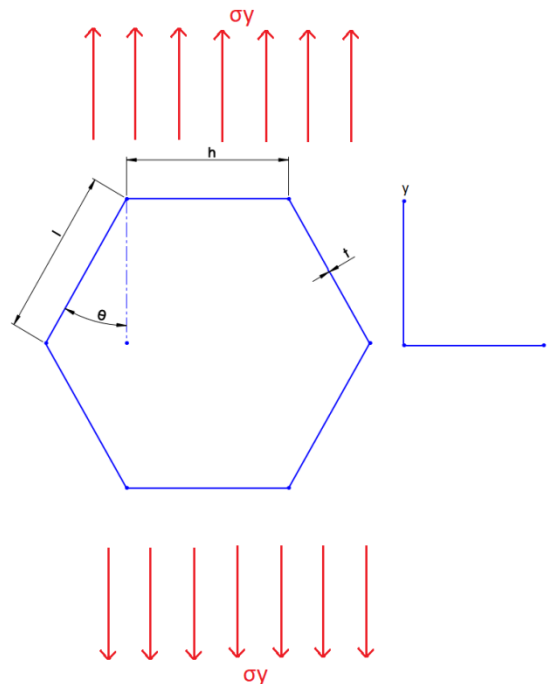
$$\rightarrow \varepsilon_x = \frac{\sigma_x * l^4 * \cos^3 \theta}{E_s * t^3 * (h+l*\sin\theta)}$$

Το μέτρο ελαστικότητας  $E_x$  δίνεται από τη σχέση:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{\sigma_x}{\frac{\sigma_x * l^4 * \cos^3 \theta}{E_s * t^3 * (h+l*\sin\theta)}} = \frac{E_s * t^3 * (h+l*\sin\theta)}{l^4 * \cos^3 \theta} = \frac{E_s * t^3 * l * (\frac{h}{l} + \sin\theta)}{l^4 * \cos^3 \theta}$$

$$E_x = E_s * \left(\frac{t}{l}\right)^3 * \frac{(h/l + \sin\theta)}{\cos^3 \theta} \quad (1.1)$$

Στη συνέχεια θα αντιστρέψουμε τη φόρτιση και θα ασκήσουμε εφελκυστικές δυνάμεις κατά τη διεύθυνση του άξονα  $y$  (βλ. Σχήμα 1.23).



Σχήμα 1.23. Εφελκυσμός κατά τη διεύθυνση του άξονα  $y$ .

Ενώ για την τάση έχουμε:

$$\sigma_y = \frac{F}{(h+l*\sin\theta)*b}$$

Η μετατόπιση που προκαλείται είναι ίση με:

$$\delta = \frac{F \cdot l^3 \cdot \sin \theta}{12 \cdot E_S \cdot I} = \frac{\sigma_y \cdot (h + l \cdot \sin \theta) \cdot b \cdot l^3 \cdot \sin \theta}{12 \cdot E_S \cdot I}$$

Ενώ αντίστοιχα για την τροπή έχουμε:

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta l}{L} = \frac{\delta \cdot \sin \theta}{l \cdot \cos \theta} = \frac{\sigma_y \cdot (h + l \cdot \sin \theta) \cdot b \cdot l^3 \cdot \sin^2 \theta}{12 \cdot E_S \cdot I \cdot l \cdot \cos \theta}$$

$$\rightarrow \varepsilon_y = \frac{\sigma_y \cdot (h + l \cdot \sin \theta) \cdot b \cdot l^3 \cdot \sin^2 \theta}{12 \cdot E_S \cdot \frac{b \cdot t^3}{12} \cdot l \cdot \cos \theta} = \frac{\sigma_y \cdot (h + l \cdot \sin \theta) \cdot l^2 \cdot \sin^2 \theta}{E_S \cdot t^3 \cdot \cos \theta}$$

Και συνεπώς το μέτρο ελαστικότητας προκύπτει:

$$E_y = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} = \frac{\sigma_y}{\frac{\sigma_y \cdot (h + l \cdot \sin \theta) \cdot l^2 \cdot \sin^2 \theta}{E_S \cdot t^3 \cdot \cos \theta}} = \frac{E_S \cdot t^3 \cdot \cos \theta}{(h + l \cdot \sin \theta) \cdot l^2 \cdot \sin^2 \theta}$$

$$\rightarrow E_y = \frac{E_S \cdot t^3 \cdot \cos \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right) \cdot l^3 \cdot \sin^2 \theta} = \frac{E_S \cdot t^3 \cdot \cos \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right) \cdot l^3 \cdot \sin^2 \theta}$$

$$E_y = E_S \cdot \left(\frac{t}{l}\right)^3 \cdot \frac{\cos \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right) \cdot \sin^2 \theta} \quad (1.2)$$

Σε αυτό το σημείο θα εξετάσουμε τις μαθηματικές εκφράσεις που διέπουν το λόγο poisson για τις διευθύνσεις x και y αντίστοιχα (Gibson and Ashby, 1997):

$$\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{-\frac{\delta \cdot \sin \theta}{l \cdot \cos \theta}}{\frac{\delta \cdot \cos \theta}{(h + l \cdot \sin \theta)}} = \frac{\sin \theta \cdot (h + l \cdot \sin \theta)}{l \cdot \cos^2 \theta} = \frac{l \cdot \left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right) \cdot \sin \theta}{l \cdot \cos^2 \theta}$$

$$\nu_{xy} = \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right) \cdot \sin \theta}{\cos^2 \theta} \quad (1.3)$$

$$\nu_{yx} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} = -\frac{-\frac{\delta \cdot \cos \theta}{(h + l \cdot \sin \theta)}}{\frac{\delta \cdot \sin \theta}{l \cdot \cos \theta}} = \frac{l \cdot \cos^2 \theta}{\sin \theta \cdot (h + l \cdot \sin \theta)} = \frac{l \cdot \cos^2 \theta}{l \cdot \left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right) \cdot \sin \theta}$$

$$\nu_{yx} = \frac{\cos^2 \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right) * \sin \theta} \quad (1.4)$$

Οι μαθηματικές διατυπώσεις 1.1-1.4 ισχύουν για κάθε περίπτωση εξαγωνικού ισότροπου πυρήνα όπως θα εξετάσουμε σε επόμενο κεφάλαιο.

Επιπλέον μία ακόμη μαθηματική έκφραση που πρέπει να ικανοποιείται είναι η ισότητα των γινομένων του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson αντιθέτων διευθύνσεων (Gibson and Ashby, 1997), δηλαδή:

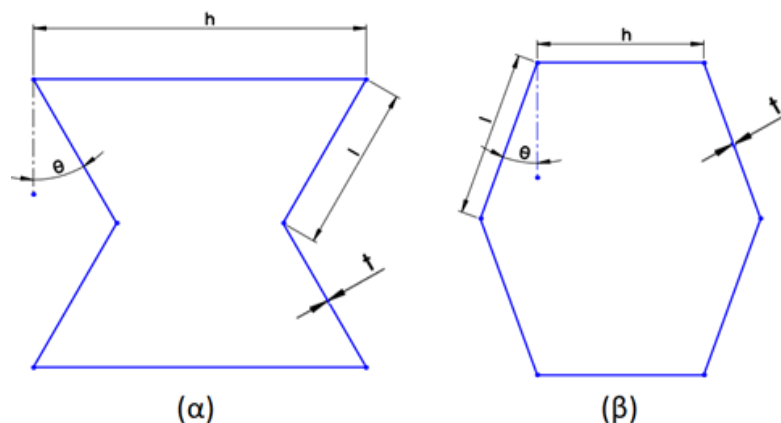
$$E_x * \nu_{yx} = E_y * \nu_{xy} \quad (1.5)$$

Η παραπάνω έκφραση ικανοποιείται και για ανισότροπο κυψελωτό πυρήνα, όπως θα εξετάσουμε στο κεφάλαιο 3 στο οποίο και θα χρησιμοποιηθεί ως μέθοδος επαλήθευσης των υπολογισμών μας. Για κανονικά εξάγωνα, δηλαδή για εξάγωνα για τα οποία ισχύει  $h=1$  και  $\theta=30^\circ$  οι σχέσεις 1.1,1.2 και 1.3,1.4 απλοποιούνται τις ακόλουθες μαθηματικές εκφράσεις (Gibson and Ashby, 1997):

$$E_x = E_y = E_s * 2.3 * \left(\frac{t}{l}\right)^3 \quad (1.6)$$

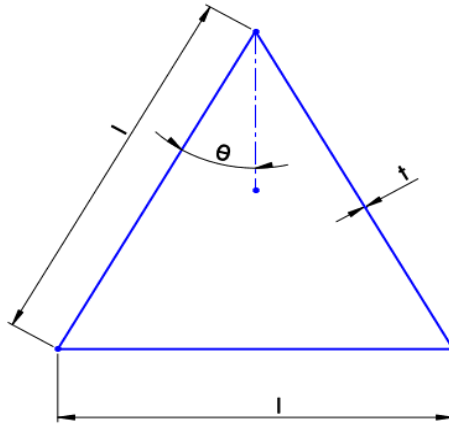
$$\nu_{xy} = \nu_{yx} = 1 \quad (1.7)$$

Για τα μη κανονικά εξάγωνα ισχύουν οι εξισώσεις 1.1-1.5. Περιπτώσεις μη κανονικών εξάγωνων αποτελούν για παράδειγμα όσα έχουν γωνία  $\theta \neq 30^\circ$  ή/και  $h \neq 1$  όπως φαίνεται στο ακόλουθο Σχήμα 1.24, όπου απεικονίζονται δύο μη κανονικά εξάγωνα υπο γωνία  $\theta=30^\circ$  και  $\theta=20^\circ$  αντίστοιχα. Η πρώτη από τις δύο εξαγωνικές γεωμετρίες παρουσιάζει λόγο  $h/l=2$  και ονομάζεται reentrant.



Σχήμα 1.24. Μη-κανονικά εξάγωνα reentrant (α) και εξάγωνο υπό γωνία  $\theta=20^\circ$  (β).

Οι «Gibson L.J» και «Ashby M.F» παραθέτουν στη σελίδα 160 του βιβλίου «Cellular Solids: Structure and Properties-Second Edition» τις εξισώσεις υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson για τριγωνικές κυψέλες μήκους πλευράς  $l$  ( $h=0$ ), πάχους  $t$  και υπό γωνία  $\theta=30^\circ$  (βλ. Σχήμα 1.25):

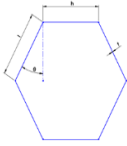
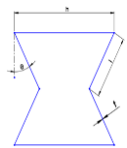
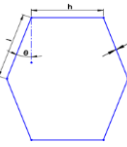
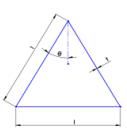


Σχήμα 1.25. Τριγωνική κυψέλη υπό γωνία  $\theta$ .

$$E_x = E_y = E_s * 1.15 * \left(\frac{t}{l}\right) \quad (1.8)$$

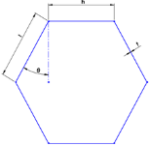
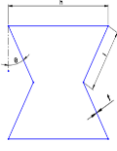
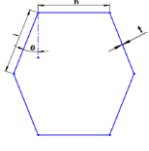
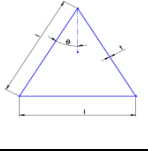
$$\nu_{xy} = \nu_{yx} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \quad (1.9)$$

Οι Πίνακες 1.2 και 1.3 συγκεντρώνουν τις παραπάνω μαθηματικές εκφράσεις του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson για κάθε είδος honeycomb.

Είδος κυψελών	Σχηματική απεικόνιση	Γεωμετρικά στοιχεία	$E_x$	$E_y$
Κανονικά εξάγωνα		$h=1,$ $\theta=30^\circ$	$E_x = E_s * \left(\frac{t}{l}\right)^3 * \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos^3\theta}$	$E_y = E_s * \left(\frac{t}{l}\right)^3 * \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin^2\theta}$
Μη-κανονικά εξάγωνα (reentrant)		$\frac{h}{l} = 2$ $\theta=-30^\circ$	$E_x = E_s * \left(\frac{t}{l}\right)^3 * \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos^3\theta}$	$E_y = E_s * \left(\frac{t}{l}\right)^3 * \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin^2\theta}$
Μη-κανονικά εξάγωνα		$h=1,$ $\theta \neq 30^\circ$	$E_x = E_s * \left(\frac{t}{l}\right)^3 * \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos^3\theta}$	$E_y = E_s * \left(\frac{t}{l}\right)^3 * \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin^2\theta}$
Τριγωνικά		$h=0,$ $\theta=30^\circ$	$E_x = E_s * 1.15 * \left(\frac{t}{l}\right)$	$E_y = E_s * 1.15 * \left(\frac{t}{l}\right)$

**Πίνακας 1.2.** Μαθηματικές εκφράσεις του μέτρου ελαστικότητας για κάθε είδος honeycomb (Gibson and Ashby, 1997).



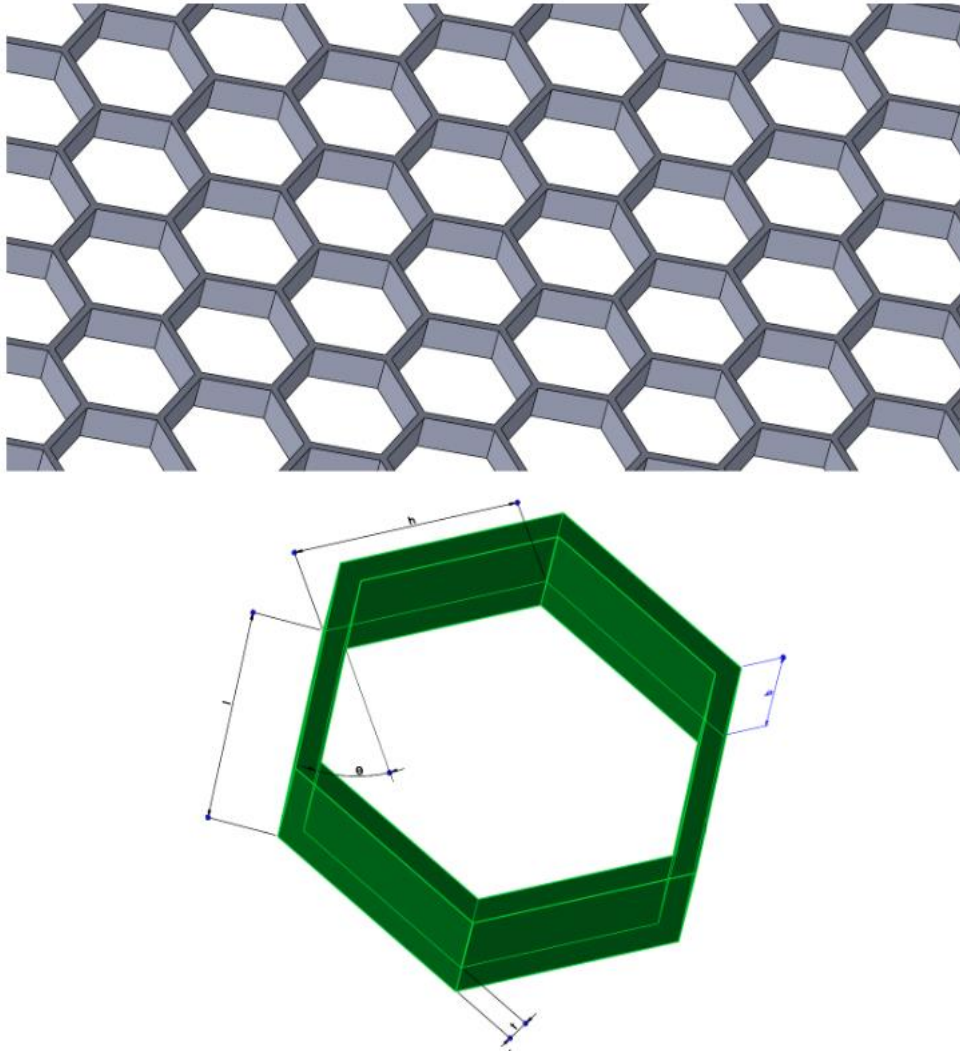
Είδος κυψε- λών	Σχηματική απεικόνιση	Γεωμετρικά στοιχεία	$\nu_{xy}$	$\nu_{yx}$
Κανονικά εξάγωνα		$h=1,$ $\theta=30^\circ$	$\nu_{xy} = \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin\theta}{\cos^2 \theta}$	$\nu_{yx} = \frac{\cos^2 \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin\theta}$
Μη-κανονικά εξάγωνα (reentrant)		$\frac{h}{l}=2$ $\theta=-30^\circ$	$\nu_{xy} = \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin\theta}{\cos^2 \theta}$	$\nu_{yx} = \frac{\cos^2 \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin\theta}$
Μη-κανονικά εξάγωνα		$h=1,$ $\theta \neq 30^\circ$	$\nu_{xy} = \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin\theta}{\cos^2 \theta}$	$\nu_{yx} = \frac{\cos^2 \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \sin\theta}$
Τριγωνικά		$h=0,$ $\theta=30^\circ$	$\nu_{xy} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$	$\nu_{yx} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

**Πίνακας 1.3.** Μαθηματικές εκφράσεις του λόγου poisson για κάθε είδος honeycomb (Gibson and Ashby, 1997).

Προηγουμένως είχε αναφερθεί πως ένα μεγάλο πλεονέκτημα των κυψελωτών υλικών έναντι των αντίστοιχων συμπαγών είναι το μικρό βάρος τους που οφείλεται στην μικρότερη σχετική πυκνότητα τους. Η μαθηματική έκφραση της σχετικής πυκνότητας εξαρτάται από τα μήκη  $h, l$  καθώς και από τη γωνία  $\theta$  (Gibson and Ashby, 1997):

$$\frac{\rho}{\rho_s} = \frac{\left(\frac{h}{l}+2\right)}{2*\cos\theta*\left(\frac{h}{l}+\sin\theta\right)} * \left(\frac{t}{l}\right) \quad \text{για κάθε είδους honeycomb} \quad (1.10)$$

Όπου  $\rho_s$  είναι η πυκνότητα του υλικού και  $\rho$  η πυκνότητα τμήματος του κυψελωτού πυρήνα (effective). Θα εξετάσουμε τώρα το μέτρο ελαστικότητας, το λόγο poisson και το μέτρο διάτμησης για μονοαξονική καταπόνηση κατά τη διεύθυνση του άξονα  $z$  στον τρισδιάστατο χώρο (out of plane). Στο Σχήμα 1.26 απεικονίζονται ένας εξαγωνικός κυψελωτός πυρήνας στο χώρο (out of plane) καθώς και μία απο τις κυψέλες του, με μήκη  $h, l$  πάχος  $t$  και βάθος  $b$ .



**Σχήμα 1.26.** Κυψέλες (honeycomb) στον τρισδιάστατο χώρο (πάνω), εστίαση σε μία κυψέλη (κάτω).

Στο βιβλίο «[Cellular Solids: Structure and Properties-Second Edition](#)» οι «[Gibson L.J](#)» και «[Ashby M.F](#)» εκτός από τα προηγούμενα όρισαν το μέτρο ελαστικότητας, το λόγο poisson και το μέτρο διατμήσης ως εξής (σελίδες 149-150):

$$E_z = E_s * \left(\frac{\rho}{\rho_s}\right) = E_s * \left[\frac{\left(\frac{h}{l}+2\right)}{2 * \left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) * \cos\theta}\right] * \left(\frac{t}{l}\right) \quad (1.11)$$

Όπου για κανονικά εξάγωνα ισχύει :  $(E_z/E_s)=1.15*(t/l) \approx (t/l)$  ενώ για το λόγο poisson έχουμε:

$$\nu_{zx} = \nu_{zy} = \nu_s \quad (1.12)$$

και μέσω της σχέσης 1.5 και 1.12 προκύπτει:

$$\mathbf{v}_{xz} = \frac{E_x}{E_z} * \mathbf{v}_s \approx \mathbf{0} \quad (1.13)$$

$$\mathbf{v}_{yz} = \frac{E_y}{E_z} * \mathbf{v}_s \approx \mathbf{0} \quad (1.14)$$

Όσον αφορά τα μέτρα διάτμησης  $G_{xz}$  και  $G_{yz}$  διέπονται απο τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$G_{xz} \leq G_s * \left(\frac{1}{2}\right) * \frac{\left(\frac{h}{l}\right) + 2 * \sin^2 \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right) * \cos \theta} * \left(\frac{t}{l}\right) \quad (1.15)$$

$$G_{yz} \leq G_s * \frac{\cos \theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right)} * \left(\frac{t}{l}\right) \quad (1.16)$$

όπου

$$G_s = \frac{E_s}{2 * (1 + \nu_s)} \quad (1.17)$$

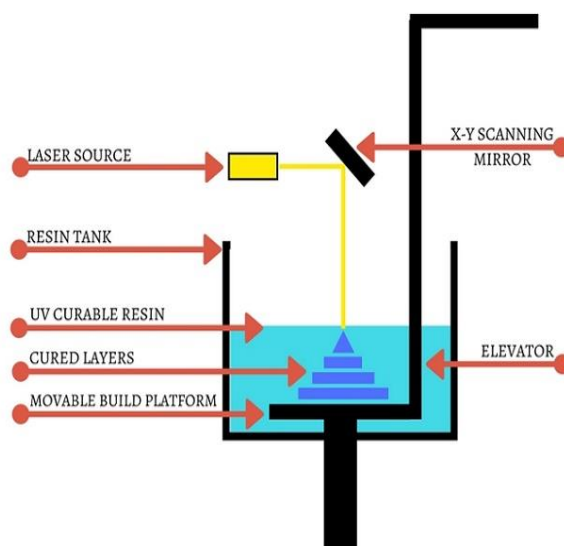
Τα οποία για honeycombs κανονικών κυψελών είναι ίσα με:

$$G_{xz} = G_{yz} = G_s * \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) * \left(\frac{t}{l}\right) \quad (1.18)$$

## 1.4. Η τρισδιάστατη εκτύπωση

Η τρισδιάστατη εκτύπωση υπήρχε για αρκετά χρόνια ως θεωρητική έννοια στην επιστημονική κοινότητα. Παρότι είχαν καταγραφεί διάφορες μέθοδοι για την επίτευξη αυτού του σκοπού, καμία δεν μπορούσε να εφαρμοστεί με ικανοποιητικό ποσοστό επιτυχίας. Το 1983 σηματοδοτεί την πρώτη επιτυχημένη εκτύπωση ενός εξαρτήματος, δηλαδή ενός πρότυπου στον τρισδιάστατο χώρο. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε ονομάζεται θερμική θεραπεία (ή curing process) και εφαρμόζεται σε υλικά που ευρίσκονται στην υγρή τους κατάσταση με στόχο την μετατροπή τους σε στερεά μέσω της έκθεσης τους σε υπεριώδες φως (U.V). Η χρήση αυτής της μεθόδου και συνεπώς η επινόηση της τρισδιάστατης εκτύπωσης οφείλεται στον Chuck Hull, ο οποίος την ονόμασε Στερεολιθογραφία (Stereolithography, SLA).

Η αρχή λειτουργίας της μεθόδου έχει ως εξής: σε μία δεξαμενή υγρής ρητίνης (liquid resin tank) αποθηκεύεται το προς θερμική θεραπεία υλικό (UV curable resin). Μία δέσμη υπεριώδους ακτινοβολίας (laser) ανακλάται σε ένα ανιχνευτικό κάτοπτρο (xy scanning mirror) ώστε η δέσμη να 'χτυπά' τη ρητίνη 'θεραπεύοντας' την θερμικά. Το αποτέλεσμα είναι η δημιουργία μίας λεπτής στρώσης στερεής ρητίνης (cured layer). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου έχουμε αρκετές στρώσεις οι οποίες σχηματίζουν το επιθυμητό πρότυπο (βλ. Σχήμα 1.27). Για την κατάλληλη μετακίνηση στους άξονες XYZ, η διάταξη διαθέτει μηχανισμό μετακίνησης (movable build platform, elevator) («[How Stereolithography \(SLA\) 3D Printing Works?](#)», 2018).



**Σχήμα 1.27.** Η μέθοδος τρισδιάστατης εκτύπωσης μέσω στερεολιθογραφίας (<https://manufactur3dmag.com/wp-content/uploads/2018/01/The-Working-of-SLA-3D-printing-technology.jpg>).

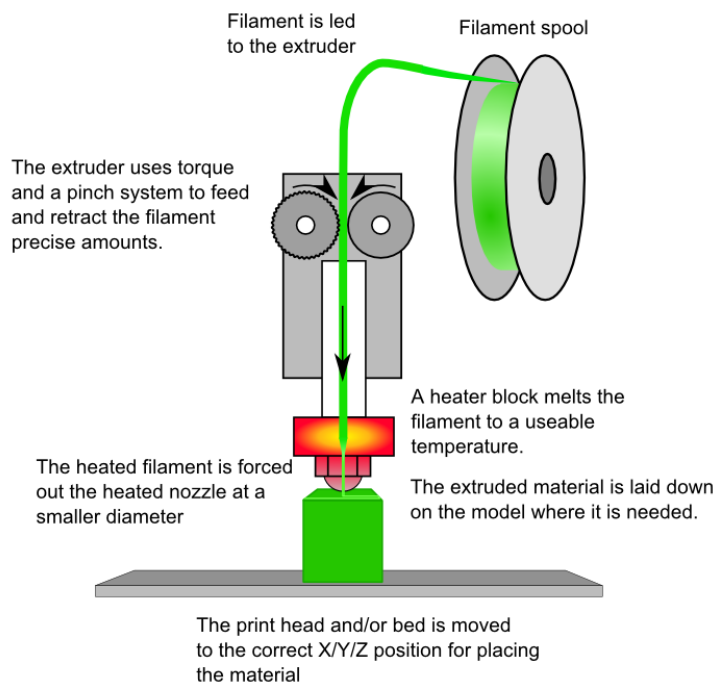


**Σχήμα 1.28.** Απόκομα εικόνων του μοντέλου SLA-1 (αριστερά) και του πρώτου αντικειμένου που εκτυπώθηκε (δεξιά) («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016).

Η στερεολιθογραφία χρησιμοποιεί συνήθως φωτοευαίσθητες ρητίνες και οι ιδιότητες του κατασκευασθέντος αντικειμένου εξαρτώνται και από το χρόνο θερμικής θεραπείας και από τις ιδιότητες του υλικού. Τα εκτυπωμένα αντικείμενα έχουν μέγιστες διαστάσεις 2100x700x800 mm, το πάχος κάθε στρώσης κυμαίνεται από 0,016mm έως 0.127mm ενώ το πεδίο γεωμετρικών ανοχών διαμορφώνεται στο  $\pm 0.15$ mm. Πρέπει να αναφέρουμε όμως πως η παραπάνω διαδικασία είναι χρονοβόρα και το κόστος της σχετικά υψηλό εξαιτίας του φωτοπολυμερούς υλικού που χρησιμοποιεί («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016).

Η μέθοδος τρισδιάστατης εκτύπωσης που θα χρησιμοποιήσουμε στην παρούσα εργασία έχει τις ρίζες της στην εναπόθεση συντηγμένου νήματος (Fused Deposition Modeling, FDM, ή

Fused Filament Fabrication, FFF). Επινοήθηκε λίγο αργότερα από τη στερεολιθογραφία (1989) από τον Scott Crump («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016).



**Σχήμα 1.29.** Η μέθοδος κατασκευής συντηγμένων νημάτων (FFF,FDM)  
(<https://reprap.org/mediawiki/images/2/22/FFF.png>).

Η αρχή λειτουργίας της μεθόδου (βλ. Σχήμα 1.29) βασίζεται στην διεργασία της εξώθησης θερμοπλαστικού υλικού (extrusion) μέσω από μία μήτρα. Αρχικά το υλικό είναι συγκεντρωμένο σε ένα καρούλι με τη μορφή νήματος (filament stool). Στη συνέχεια τα ράουλα (rollers) κατευθύνουν το νήμα προς τον θερμαντή (heater). Τα ράουλα επίσης ελέγχουν και την ποσότητα του προς εναπόθεση νήματος. Η θερμοτητα που παράγεται από τον θερμαντή καθιστά το νήμα ευκατέργαστο καθώς πλησιάζει στο σημείο τήξης του. Ύστερα οδηγείται προς τη μήτρα η οποία είναι ένα ακροφύσιο (nozzle) από όπου εξέρχεται με μειωμένη διάμετρο και εναποτίθεται στην επιφάνεια εκτύπωσης (print bed) όπου και στερεοποιείται, σχηματίζοντας έτσι την πρώτη στρώση (layer). Η εναπόθεση της επόμενης στρώσης στο επιθυμητό σημείο πραγματοποιείται με μετακίνηση του ακροφύσιου καθώς και της ίδιας της επιφάνειας εκτύπωσης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου κατασκευαστεί το αντικείμενο. Το πεδίο ανοχών διαμορφώνεται στα  $\pm 0.254\text{mm}$  («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016).

Στην απόδοση του πρότυπου δύναται να χρησιμοποιηθεί εκτός από το βασικό υλικό και ένα υλικό υποβοήθεας (βλ. Σχήμα 1.30), το οποίο τοποθετείται εξωτερικά ή/και εσωτερικά του αντικειμένου («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016).



**Σχήμα 1.30.** Τα υλικά κατασκευής και υποστήριξης της μεθόδου FFF («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016).

Πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016):

- Εφαρμογή σε κάθε χώρο καθώς τα υλικά εκτύπωσης δεν χρειάζονται ειδική μεταχείριση (δεν είναι τοξικά).
- Εξοικονόμηση χρημάτων σε σύγκριση με εκτυπωτές άλλων μεθόδων.
- Εύκολη μετα-επεξεργασία

Μειονεκτήματα είναι («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016):

- Το πάχος κάθε στρώσης κυμαίνεται μεταξύ 0.127mm και 0.33mm γεγονός που επηρεάζει την ακρίβεια.
- Χαμηλή αντοχή των αντικειμένων σε καταπόνηση κατά τη διεύθυνση του άξονα z
- Οι μέγιστες διαστάσεις του αντικειμένου: 600x500x600mm

Η παραπάνω διαδικασία εκτύπωσης που περιγράφεται από το σχήμα 1.29 αποτελεί ένα βήμα της συνολικής διαδικασίας που απαιτείται. Τα βήματα που απαιτεί η εκτύπωση διαχωρίζονται σε τρεις κατηγορίες («Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity», 2016):

- **Προεργασία (preprocessing)**: Σε αυτό το βήμα εμπίπτουν οι διαδικασίες σχεδιασμού και ψηφίδωσης του πρότυπου. Αρχικά χρησιμοποιούμε ένα σχεδιαστικό πρόγραμμα όπως το Autocad ή το Solidworks για την παραγωγή του σχεδίου. Ύστερα μετατρέπουμε το αρχείο αυτό σε αρχείο ψηφίδωσης ή στερεολιθογραφίας (επέκταση .STL) μέσω του διαχωρισμού του πρότυπου σε τριγωνικά στοιχεία καθόλη την έκταση του (Tesselation). Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε εξειδικευμένα λογισμικά που ονομάζονται Slicers όπως το UltimakerCura. Τέλος εξάγουμε από το λογισμικό το αρχείο σε μορφή κώδικα G.

- **Εκτύπωση (3-d printing)**: Σε αυτό το βήμα εισάγουμε το αρχείο κώδικα G στον εκτυπωτή και διενεργούμε την εκτύπωση. Ο χρόνος ολοκλήρωσης εξαρτάται τόσο από το μοντέλο του εκτυπωτή, όσο και από το υλικό εκτύπωσης καθώς και τις διαστάσεις του αντικειμένου.
- **Μεταεργασία (Postprocessing)**: Η διαδικασία αυτή αποτελείται από την εξαγωγή του αντικειμένου από τον εκτυπωτή, τον καθαρισμό του και την πιθανή εγχρωμάτωσή του.

Η τρισδιάστατη εκτύπωση είναι μία τεχνολογία με πολύ ευρύ πεδίο εφαρμογών όπως είναι η αυτοκινητοβιομηχανία, η ιατρική και οδοντιατρική βιομηχανία, η αεροπορική βιομηχανία καθώς και η ψυχαγωγία και οι τέχνες. Υπάρχουν πολλά επιχειρήματα υπέρ της χρήσης της έναντι διαφορετικών κατασκευαστικών μεθόδων όπως ([«Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity»](#), 2016):

- Κατασκευή πολύπλοκων συναρμολογημάτων ως εξαρτήματα
- Τα αντικείμενα που τυπώνονται μπορούν να τροποποιηθούν εύκολα μέσω τροποποίησης των σχεδίων (CAD)
- Ταχύτερη κατασκευή σύνθετων εξαρτημάτων
- Εξοικονόμηση υλικού καθώς χρησιμοποιείται μόνο ο απαραίτητος αριθμός στρώσεων
- Μείωση του κόστους αποθήκευσης καθώς η παραγωγή ανταποκρίνεται καλύτερα στην ζήτηση εξαιτίας της γρήγορης κατασκευής
- Άμεση επιβεβαίωση της ορθότητας σχεδίων

Ενώ μειωνεκτήματα της είναι ([«Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity»](#), 2016):

- Περιορισμός διαστάσεων εξαρτημάτων
- Μικρότερη αντοχή κατασκευών καθώς η εκτύπωση της μίας στρώσης πάνω στην άλλη έχει ως αποτέλεσμα την ‘ανομοιόμορφη κατανομή’ αντοχής
- Υψηλό κόστος για μαζική παραγωγή (προσωρινά)
- Περιορισμός στα υλικά χρήσης καθώς και στις αποχρώσεις

Στον Πίνακα 1.4 απεικονίζονται τα συνηθέστερα θερμοπλαστικά υλικά που χρησιμοποιούνται για την τρισδιάστατη εκτύπωση (3-d). Σημειώνεται πως οι αναγραφόμενες τιμές προέρχονται από δοκιμή στατικής φόρτισης σε θερμοκρασία δωματίου (22°C).

<i>Όνομασία</i>	<i>Συντόμευση</i>	<i><math>E_s</math> (MPa)</i>	<i><math>\nu_s</math></i>
Ακρυλονιτρίλιο-Βουταδιένιο -Στυρένιο (Acrylonitrile-Butadiene- Styrene)	ABS	1900-3300	0.3500-0.3700
Πολυγαλακτικό οξύ ή πολυλακτίδιο (Polyactic acid)	PLA	98.00-5102	0.3600
Πολυαιθυλένιο χαμηλής- υψηλής πυκνότητας (Polyethylene Low Density- High Density)	PE-LD PE-HD	200.0-500.0 600.0-1860	0.4500-0.5000 0.3800-0.5000
Πολυπροπυλένιο (Polypropylene)	PP	1100-2000	0.4400
Τερεφθαλικό Πολυαιθυλένιο τροποποιημένο με γλυκόλη (Polyethylene Terephthalate Glycol)	PET-G	1793-2689 2000-2110	0.3700-0.4400

**Πίνακας 1.4.** Μέτρο ελαστικότητας και λόγος poisson υλικών 3-d printing  
(Bierogel et al., 2014), (Farah and Anderson, 2016),  
(<https://www.phoenixtechnologies.net/media/371/PET%20Properties%202008.pdf>),  
(<https://dielectricmfg.com/knowledge-base/petg/>)



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Το ισότροπο κυψελωτό υλικό

### 2.1. Μεθοδολογία προσομοίωσης

Στην παρούσα ενότητα θα ασχοληθούμε με το σχεδιασμό και την ανάλυση ισότροπων κυψελωτών πυρήνων χρησιμοποιώντας το λογισμικό AutoCAD και Abaqus.

Το λογισμικό Abaqus/CAE είναι πρόγραμμα ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Analysis, FEA) και ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία της υποβοηθούμενης από ηλεκτρονικό υπολογιστή μηχανικής (Computer Aided Engineering, CAE). Ιδρύθηκε το 1978 και το οφείλει το πρώτο τμήμα της ονομασίας του στην πρώτη υπολογιστική μηχανική, τον Άβακα, και το δεύτερο στη φράση Complete Abaqus Environment της οποίας τα αρχικά εμπίπτουν με κατηγορία του (CAE). Προγραμματίστηκε στη γλώσσα Python και υπάρχουν τρεις εφαρμογές του (Wikipedia, 2020):

- Abaqus Standard/Explicit: Περιέχει το βασικό λογισμικό (Standard) καθώς και το προηγμένο (Explicit) για πιο πολύπλοκα προβλήματα (συνήθως μη γραμμικά)
- Abaqus/CFD: Περιέχει εφαρμογές υπολογιστικής ρευστομηχανικής (Computational Fluid Dynamics)
- Abaqus/Electromagnetic: Περιέχει εφαρμογές υπολογιστικού ηλεκτρομαγνητισμού (Computational Electromagnetism)

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιηθεί η Standard/Explicit εφαρμογή του Abaqus έκδοσης 6.12.

Το λογισμικό AutoCAD είναι πρόγραμμα υποβοηθούμενης από ηλεκτρονικό υπολογιστή σχεδίασης (Computer Aided Design, CAD) το οποίο επινοήθηκε το 1977 και εκδόθηκε πρώτη φορά το 1979. Η έκδοση που θα χρησιμοποιήσουμε είναι η AutoCAD 2017. Θεωρείται ένα από τα πιο δημοφιλή προγράμματα σχεδίασης με ευρύ πεδίο εφαρμογών όπως η βιομηχανία, η μηχανική και η αρχιτεκτονική εξαιτίας της γρήγορης και αξιόπιστης δημιουργίας δισδιάστατων (2-d) σχεδίων (Wikipedia, 2020).

Η μεθοδολογία που θα ακολουθήσουμε περιγράφεται από εξής βήματα:

- Προεργασία (pre-process)
- Προσομοίωση (simulation)
- Μέτα-εργασία (post-process)

Η προεργασία περιλαμβάνει τη διαδικασία της σχεδίασης του κυψελωτού πυρήνα και της καταχώρησης των απαραίτητων δεδομένων εισόδου στο λογισμικό Abaqus ενώ η μέτα-εργασία περιλαμβάνει την εξαγωγή και αρχικοποίηση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης.

Οι προσομοιώσεις θα διεξαχθούν για ιστροπικούς κυψελωτούς πυρήνες σε επίπεδη τασική κατάσταση (ή εντατική κατάσταση) αποτελούμενους αρχικά από κανονικές εξαγωνικές κυψέλες και ύστερα από μη κανονικές καθώς και από τριγωνικές.

Επειδή η ανάλυση μας έγκειται στην ισοτροπία, τα στοιχεία αυτά κατ'επέκταση έχουν τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά καθώς και το ίδιο υλικό καθόλη την έκτασή τους (άξονες  $x$  και  $y$ ) ώστε να παρουσιάζουν τις ίδιες ιδιότητες.

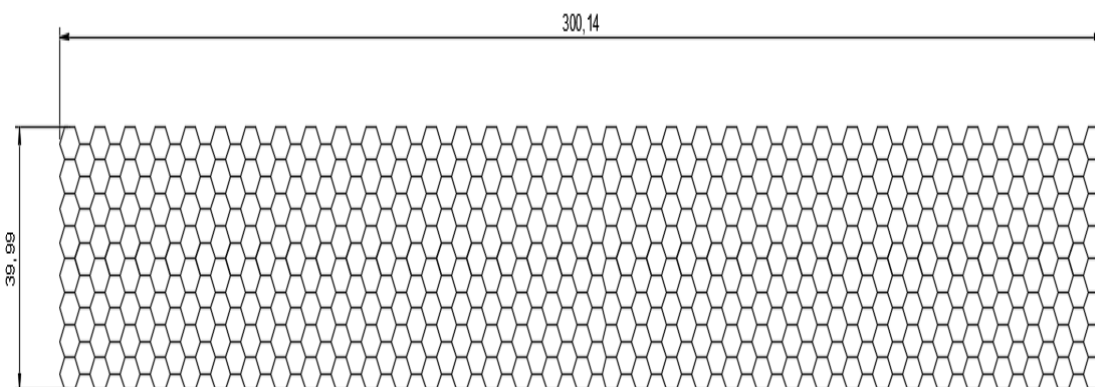
Το υλικό το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε είναι τροποποιημένο με γλυκόλη τερεφθαλικό πολυαιθυλαίνιο (PET-G) μέτρου ελαστικότητας  $E_s=2000$  MPa και λόγου poisson  $\nu_s=0.40$ . Τονίζεται επίσης πως το Abaqus δεν αναγνωρίζει μονάδες μέτρησης για τα καταχωρημένα

μεγέθη και συνεπώς ο χειριστής πρέπει να γνωρίζει από την αρχή σε τι μονάδες θα ληφθούν τα αποτελέσματα. Στις προσομοιώσεις μας σε όλη την έκταση του παρόντος συγγράμματος θα εκφράσουμε το μέτρο ελαστικότητας σε MPa, τη μετατόπιση σε mm και τη δύναμη σε N.

## 2.2. Πυρήνας κανονικών εξαγωνικών κυψελών

Αρχικά θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά ισότροπου κυψελωτού πυρήνα κανονικών εξαγώνων (όπου  $h=1$  και  $\theta=30^\circ$ ) διαστάσεων 300x40mm κατά προσέγγιση.

Για το σκοπό αυτό σχεδιάζουμε στο λογισμικό AutoCAD (αναλυτικές οδηγίες σχεδίασης παρατίθενται στο παράρτημα Α.1) κυψελωτή διάταξη με βάση τις προαναφερθείσες διαστάσεις του πυρήνα και με πλευρές εξαγώνου  $h=1=2.886\text{mm}$  υπό γωνία  $\theta=30^\circ$  (βλ. Σχήμα 2.1).



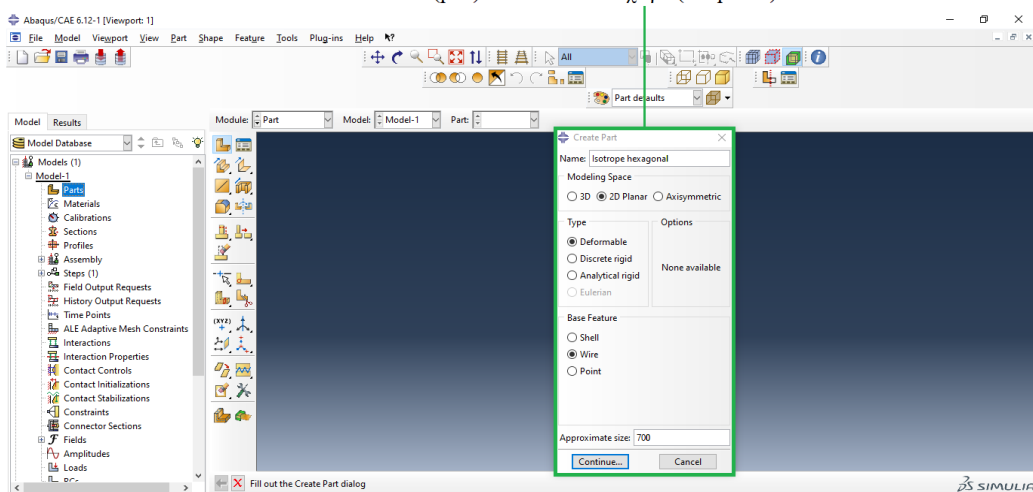
Σχήμα 2.1. Κυψελωτός πυρήνας διαστάσεων 300.14x40mm.

Στη συνέχεια εισάγουμε το σχέδιο μας στο λογισμικό Abaqus/CAE μέσω του παραθύρου δημιουργίας εξαρτήματος (create part) της επιλογής Parts του δένδρου επιλογών που βρίσκεται στο αριστερό τμήμα του πλαισίου (interface) (βλ. Σχήματα 2.2 και 2.3). Αναλυτικές κατευθυντήριες γραμμές για την διαδικασία της προεργασίας παρατίθενται στο παράρτημα Β.1 (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

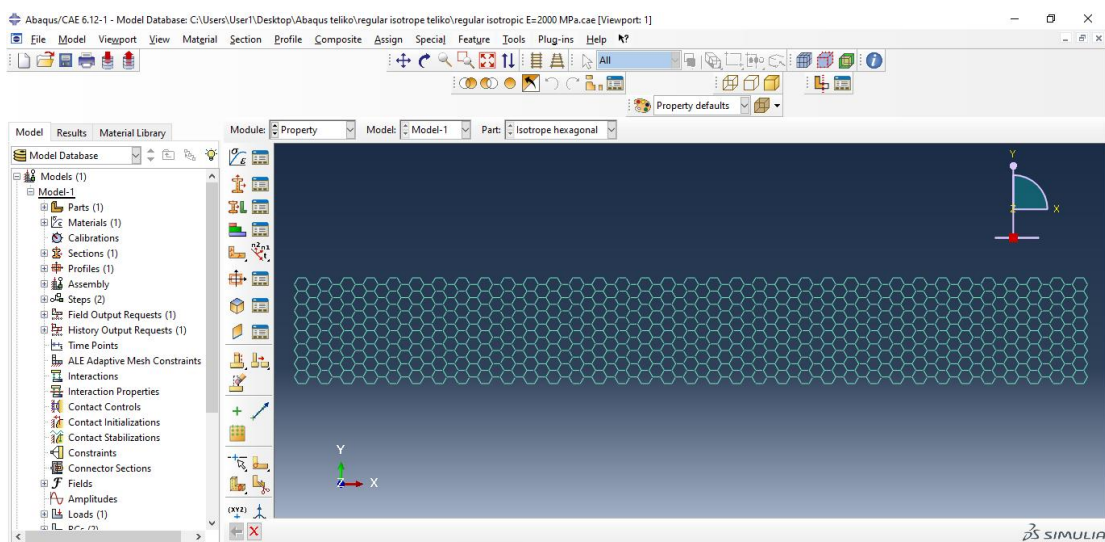
Παρατηρούμε πως δίνεται η επιλογή καταχώρησης ονομασίας, ορισμός του χώρου (modeling space) της προσομοίωσης, του είδους του εξαρτήματος, του βασικού χαρακτηριστικού (base feature) και του μεγέθους (approximate size). Ονομάζουμε το εξάρτημα Isotrope hexagonal, επιλέγουμε διδιάστατο χώρο (2-d planar) καθώς έχουμε επίπεδη τασική κατάσταση, ως είδος παραμορφώσιμο και χαρακτηριστικό wire (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Επιλέγουμε να δώσουμε στο χώρο μεγαλύτερες διαστάσεις από ότι έχει ο πυρήνας και γι'αυτό καταχωρούμε 700mm.

Δημιουργία παραμορφώσιμου (deformable) εξαρτήματος  
(part) σε διδιάστατο χώρο (2-d planar)



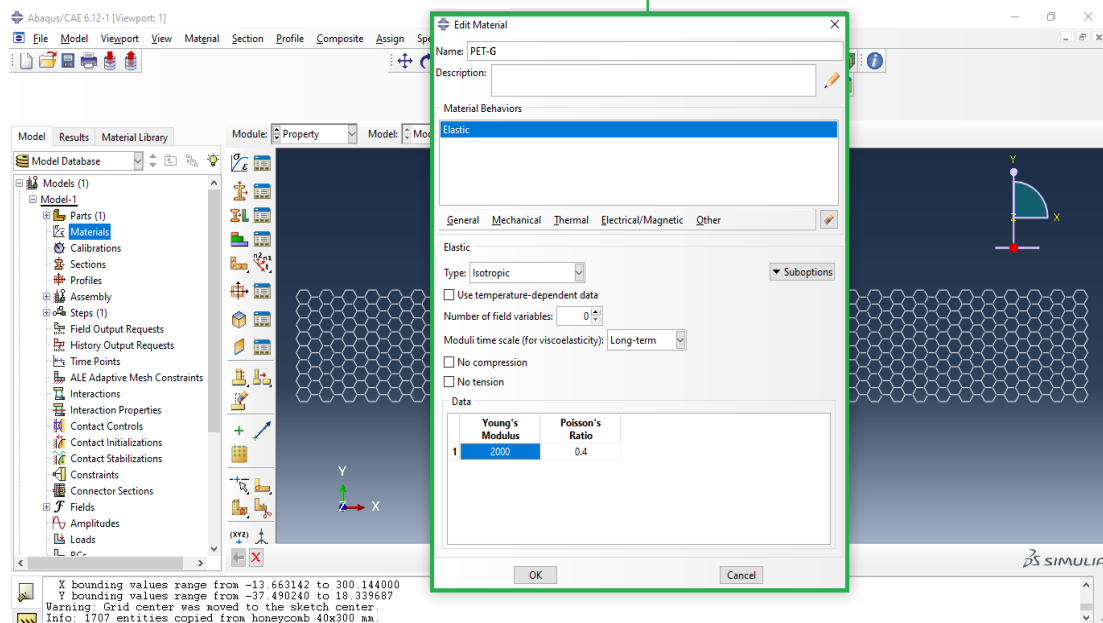
Σχήμα 2.2. Εισαγωγή του σχεδίου του κυψελωτού πυρήνα στο λογισμικό  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



Σχήμα 2.3. Ο εισαχθείς στο λογισμικό πυρήνας  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Στη συνέχεια θα καθορίσουμε το υλικό των κυψελωτών στοιχείων μέσω της επιλογής materials του δένδρου επιλογών. Στο αναδυόμενο παράθυρο που εμφανίζεται καταχωρούμε το όνομα του υλικού (PET-G), την ελαστική συμπεριφορά (mechanical →elasticity), το μέτρο ελαστικότητας  $E_s$  και το λόγο poisson  $\nu_s$  (2000 MPa και 0.4 αντίστοιχα). Το Σχήμα 2.4 παρουσιάζει τις ιδιότητες του υλικού που επιλέξαμε.

Το παράθυρο καταχώρησης ιδιοτήτων υλικού

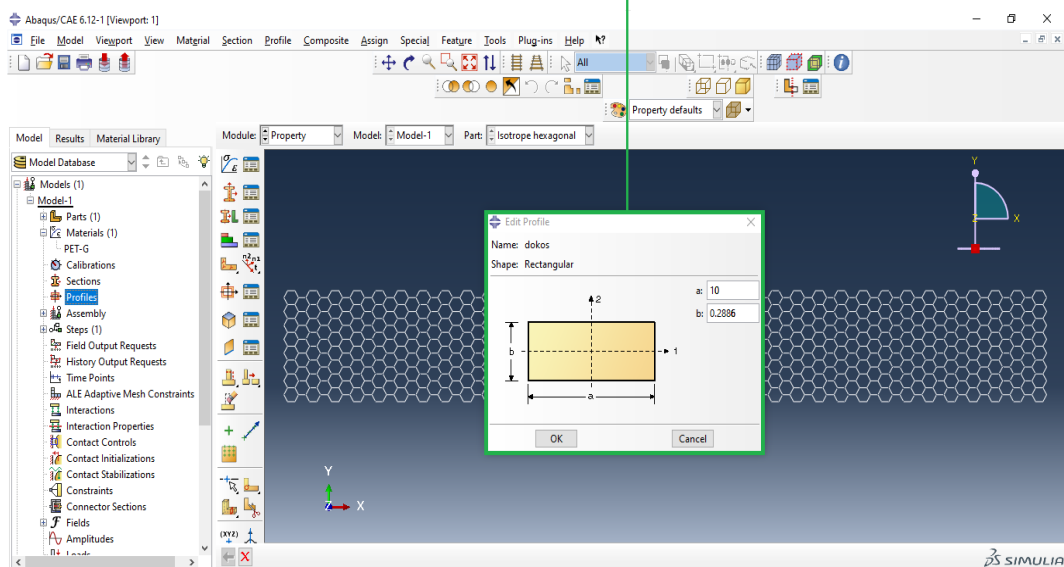


Σχήμα 2.4. Επιλογή ιδιοτήτων του υλικού (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Επόμενο βήμα είναι ο ορισμός του σχήματος διατομής των πλευρών των κυψελωτών στοιχείων μέσω της επιλογής profile. Επειδή η ανάλυση μας περιλαμβάνει δοκούς Euler-Bernoulli καταχωρούμε ως πάχος των δοκών  $t=0.2886\text{mm}$  ώστε ο λόγος  $t/l \leq 0.1$ .

Επιπροσθέτως επιλέγουμε βάθος (διεύθυνση z) ίσο με 10mm. Το πάχος αναγράφεται ως μεταβλητή b ενώ το βάθος ως a στο λογισμικό (βλ. Σχήμα 2.5).

Το παράθυρο επεξεργασίας προφίλ διατομής

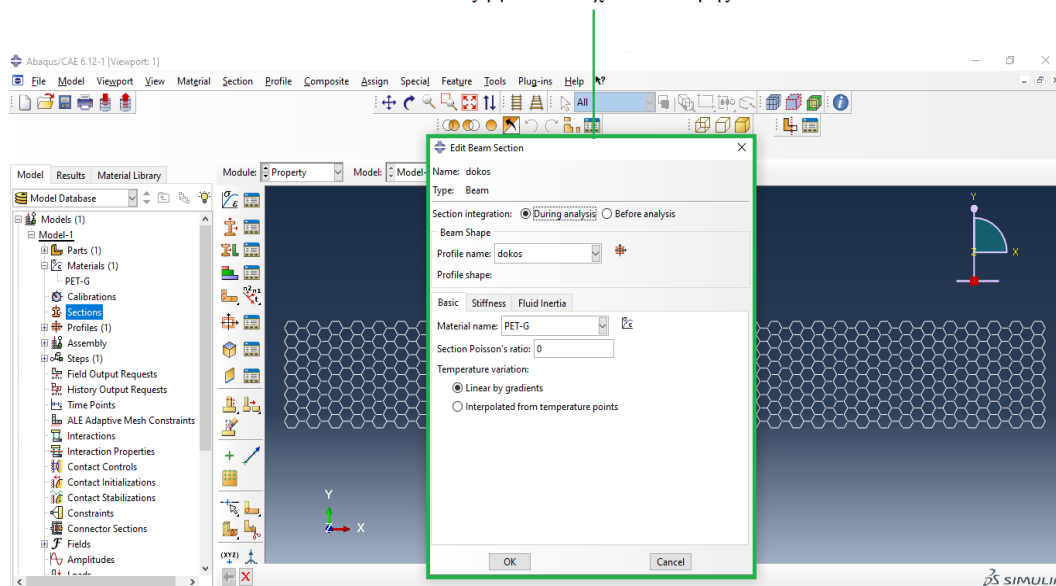


Σχήμα 2.5. Ορισμός σχήματος, πάχους και βάθους διατομής (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Υστερα από τον καθορισμό του προφίλ έπεται η καταχώρηση της διατομής από την επιλογή Sections (βλ. Σχήμα 2.6). Επιλέγουμε ως κατηγορία δοκό (beam) και ονομάζουμε τη διατομή dokos. Στο παράθυρο επεξεργασίας διατομής που εμφανίζεται παρατηρούμε πως επιλέγονται αυτόματα οι καταχωρήσεις υλικού και προφίλ που ορίσαμε προηγουμένως (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Επιπροσθέτως μπορούμε να ορίσουμε την ενσωμάτωση της διατομής πριν ή κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, όπου επιλέγουμε το δεύτερο (during analysis).

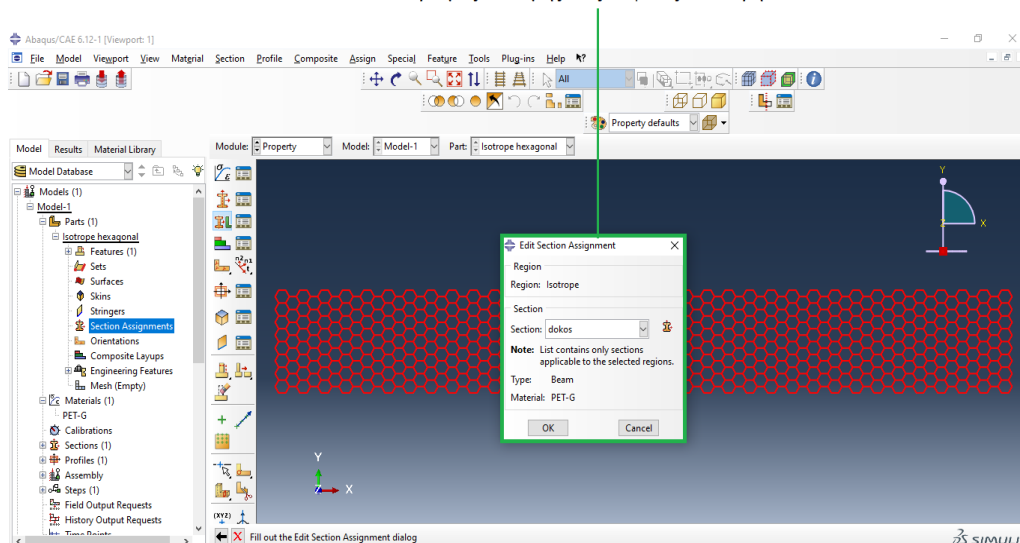
Επεξεργασία στοιχείων διατομής



Σχήμα 2.6. Καταχώρηση του υλικού και του προφίλ στη διατομή (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

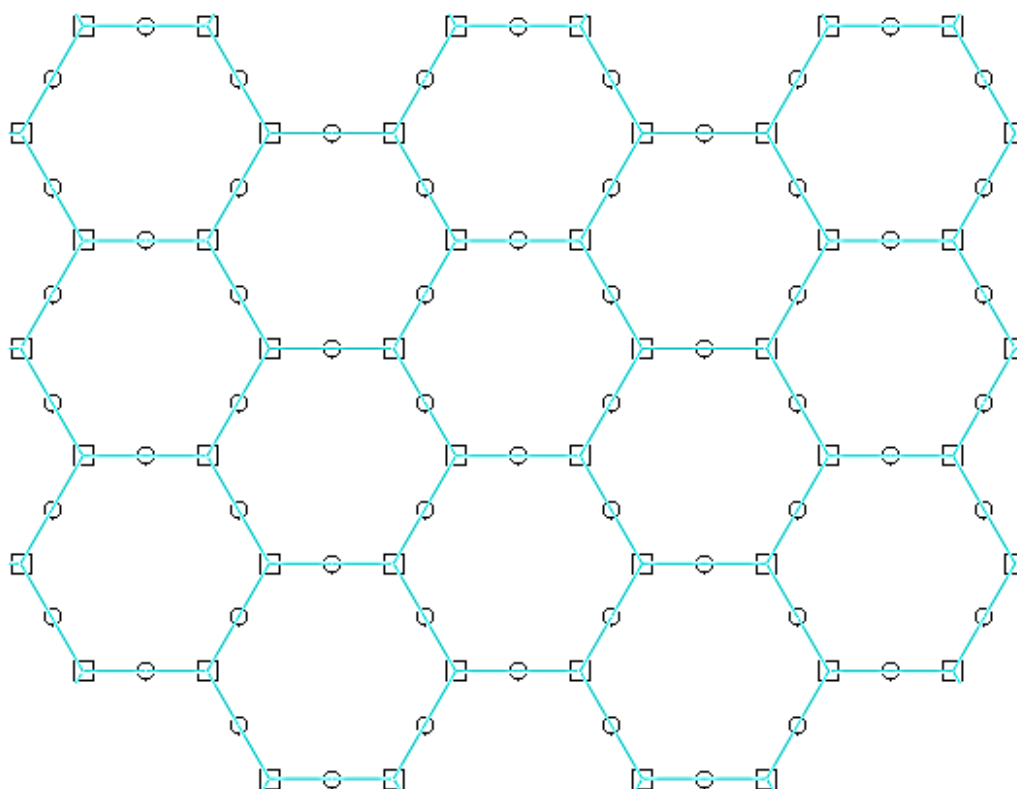
Επειδή ο κυψελωτός πυρήνας είναι ισότροπος, κάθε στοιχείο του έχει το ίδιο υλικό, σχήμα και συνεπώς ορίζουμε τη διατομή σε ολόκληρη την έκταση του (βλ. Σχήμα 2.7) μέσω της εντολής Section Assignments.

Ορισμός διατομής στις κυψέλες του πυρήνα



Σχήμα 2.7. Ορισμός της διατομής δοκού σε ολόκληρο τον κυψελωτό πυρήνα (κόκκινο χρώμα) (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

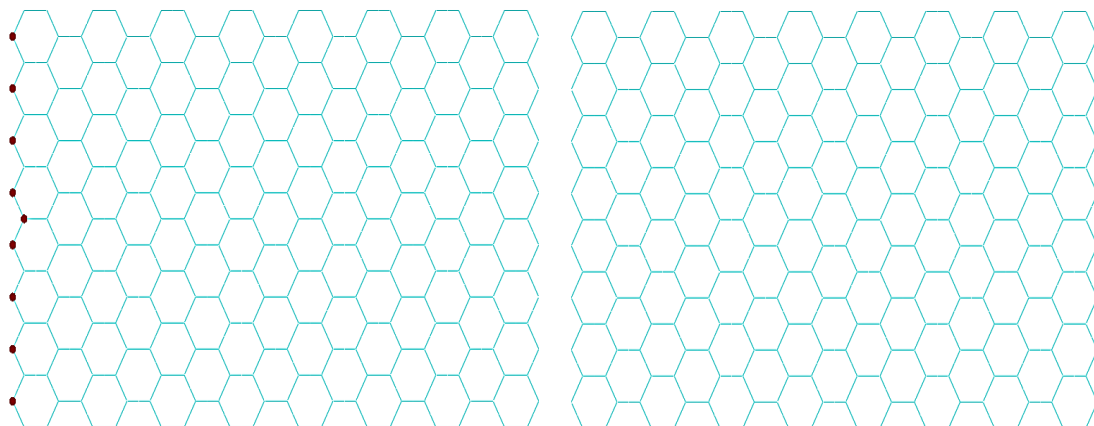
Σε αυτό το σημείο πρέπει να διαχωρίσουμε τις κυψέλες μας σε πεπερασμένα στοιχεία (meshing). Για να πραγματοποιηθεί η εν λόγω διαδικασία επιλέγουμε την εντολή seed part (ορισμός κόμβων) από όπου καταχωρούμε ως απόσταση μεταξύ δύο κόμβων (ή μέγεθος του πεπερασμένου στοιχείου) την τιμή 1.443. Καθραυτό τον τρόπο έχουμε τρεις κόμβους σε κάθε πλευρά των εξαγώνων ή δύο πεπερασμένα στοιχεία (βλ. σχήμα 2.8). Η επιλογή της προαναφερθείσας τιμής προέκυψε ύστερα από διερεύνηση (mesh convergence study) όπου αποδείχτηκε πως μικρότερες τιμές δεν επηρεάζουν ουσιαστικά τα αποτελέσματα. Επικυρώνουμε τον διαχωρισμό επιλέγοντας την εντολή mesh part, και επιλέγουμε το είδος των πεπερασμένων στοιχείων μέσω της εντολής Assign Element Types από όπου ορίζουμε ως στοιχείο τη δοκό αποτελούμενη από δύο κόμβους (για αναλυτικές οδηγίες ο αναγνώστης παραπέμπεται στο παράρτημα Β.1).



**Σχήμα 2.8.** Καθορισμός κόμβων (seeds) και πεπερασμένων στοιχείων (meshing) στις κυψέλες του πυρήνα (εστίαση σε τμήμα του πυρήνα).

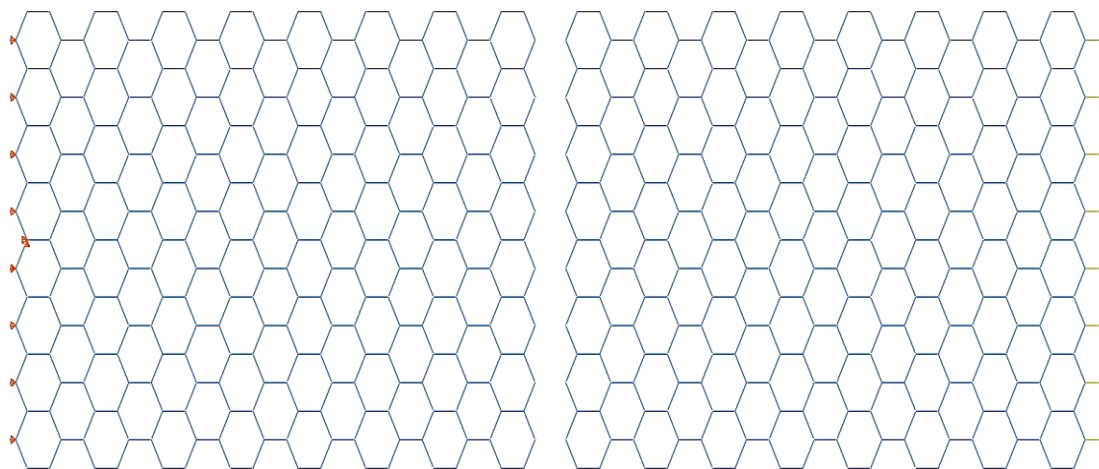
Πλέον είμαστε σε θέση να ορίσουμε τα σημεία εφαρμογής των συνοριακών συνθηκών (Boundary Conditions) και της φόρτισης. Εφόσον εξετάζουμε τη συμπεριφορά του πυρήνα σε μονοαξονικό εφελκυσμό κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x$ , θα ασκήσουμε δύναμη σε όλους του ακριανούς κόμβους του δεξιού τμήματος του ενώ στο αριστερό τμήμα του θα εφαρμόσουμε συνοριακές συνθήκες.

Οι κόμβοι στους οποίους εφαρμόζουμε τη δύναμη καθώς και οι κόμβοι εφαρμογής συνοριακών συνθηκών αποτελούν τη συστοιχία (σετ)  $Cf_x$  και  $BC_s$  αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 2.9).



**Σχήμα 2.9.** Κόμβοι των σετ  $BC_s$  (αριστερά) και  $Cf_x$  (δεξιά) [εστίαση σε αντίστοιχα τμήματα του πυρήνα].

Οι συνοριακές συνθήκες αποτελούνται από περιορισμούς μετατόπισης ως προς τον άξονα  $x$  (κυλίσεις) πλην του κεντρικού κόμβου στον οποίο θα εφαρμοστεί επιπρόσθετος περιορισμός κατά  $y$  (άρθρωση). Η αιτία τοποθέτησης της άρθρωσης στο σημείο αυτό έγκειται στον υπολογισμό της κατακόρυφης μετατόπισης του πυρήνα κατά απόλυτη τιμή όπως θα εξετάσουμε παρακάτω. Η τάξη μεγέθους των δυνάμεων δεν επηρεάζει τον στόχο της προσομοίωσης (υπολογισμός  $E_x$ ,  $v_{xy}$ ) και συνεπώς οι εφελκυστικές δυνάμεις έχουν μέτρο 1N και φορά προς το θετικό άξονα  $x$  (βλ. Σχήμα 2.10).

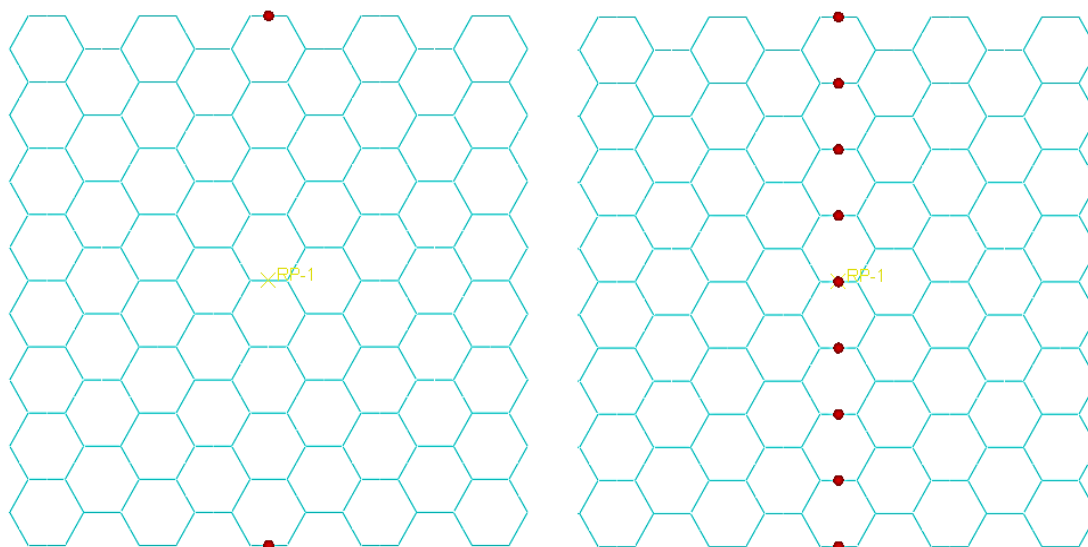


**Σχήμα 2.10.** Οι συνοριακές συνθήκες (αριστερά) και οι εφελκυστικές δυνάμεις (δεξιά) [εστίαση σε τμήματα του πυρήνα].

Τελευταίο βήμα για διεξαγωγή της προσομοίωσης είναι ο καθορισμός της περιοχής άντλησης αποτελεσμάτων. Χρειαζόμαστε ένα αντιπροσωπευτικό τμήμα (effective) του πυρήνα με βάση τα αποτελέσματα του οποίου θα υπολογίζουμε το λόγο poisson και το μέτρο ελαστικότητας.

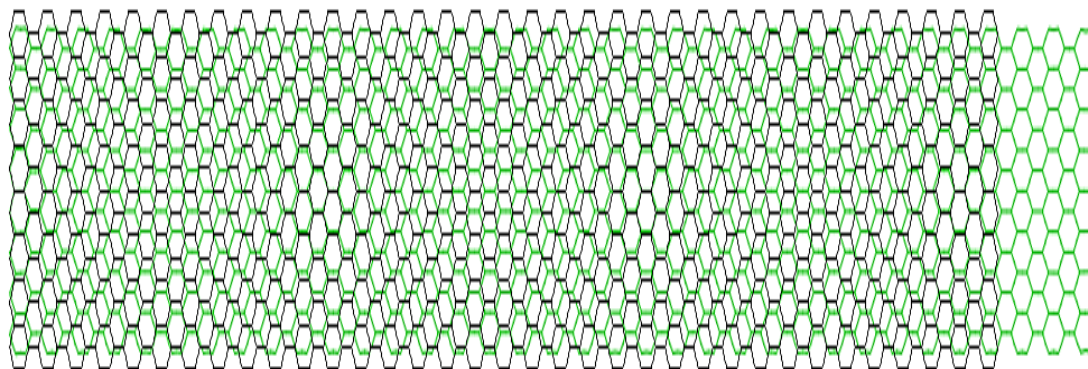
Για τη διερεύνηση του λόγου poisson δημιουργούμε τις συστοιχίες κόμβων  $nodal2$  και  $tomh$  οι οποίες αποτελούνται από δύο και εννέα κόμβους αντίστοιχα στον κατακόρυφο κατακόρυφο άξονα συμμετρίας και από τις οποίες θα λάβουμε αποτελέσματα σχετικά με τις μετατοπίσεις κατά  $y$  ( $U_y$ ) και  $x$  ( $U_x$ ) αντίστοιχα. Για τη διερεύνηση του μέτρου ελαστικότητας απαιτείται ο υπολογισμός της τάσης  $\sigma_x$ , ο οποίος μπορεί να πραγματοποιηθεί χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των συγκεντρωμένων δυνάμεων που εφαρμόζονται στο σετ  $Cf_x$  (concentrated forces,  $Cf_x$ ) ή μέσω των δυνάμεων τομής των κόμβων του σετ  $tomh$  (section forces,  $Sf_x$ ).

Στο Σχήμα 2.11 απεικονίζονται οι συστοιχίες κόμβων nodal2 και tomh. Η ένδειξη RP αναφέρεται στο κέντρο του κυψελωτού πυρήνα (Reference Point).



**Σχήμα 2.11.** Κόμβοι των σετ nodal2 (αριστερά) και tomh (δεξιά).

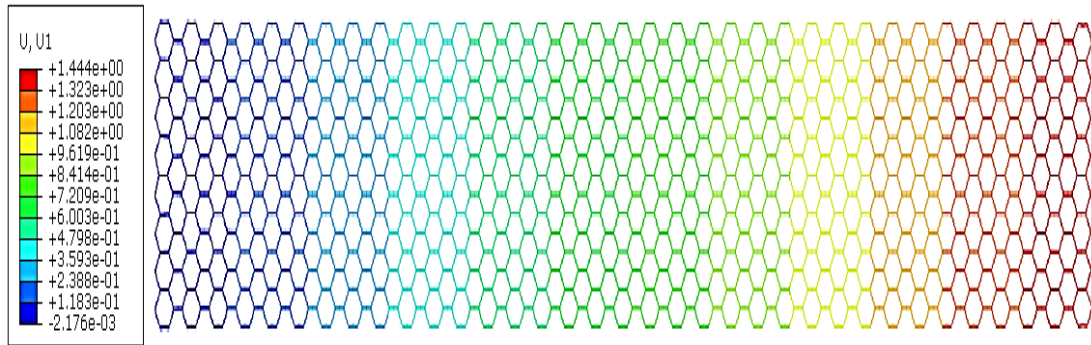
Εκτελώντας την προσομοίωση λαμβάνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα (σημειώνεται πως η εικόνα παραμορφωμένης κατάστασης προκύπτει χάρη σε ένα συντελεστή κλίμακας παραμόρφωσης του οποίου η τιμή αναγράφεται στο υπόμνημα κάθε σχήματος παραμορφωμένης κατάστασης):



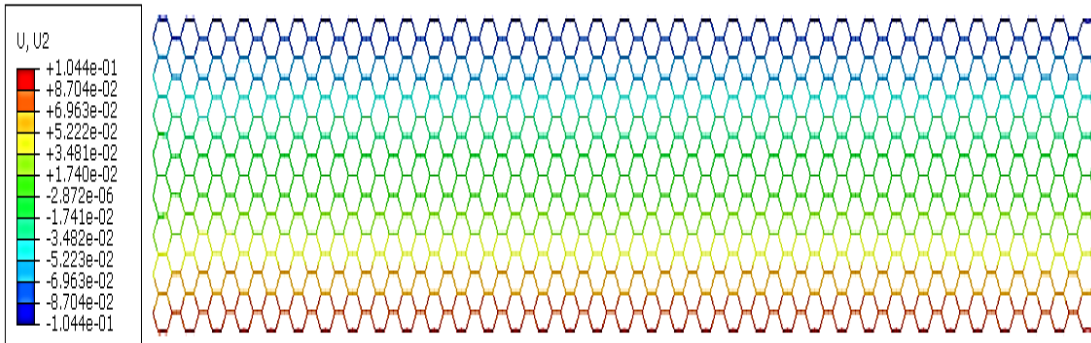
**Σχήμα 2.12.** Η αρχική (μαύρο χρώμα) και η παραμορφωμένη (πράσινο χρώμα) κατάσταση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=2.080\*10)

Από το Σχήμα 2.12 παρατηρούμε την επιμήκυνση του πυρήνα κατά τη διεύθυνση x καθώς και τη θλίψη κατά τη διεύθυνση y. Εκτός από τις δύο αυτές καταστάσεις, το λογισμικό μας επιτρέπει την εποπτεία μεγεθών (γραφικώς) πάνω στην παραμορφωμένη κατάσταση (π.χ. μετατόπιση κατά x,y δυνάμεις τομής, κ.α.) όπως απεικονίζεται στα Σχήματα 2.13, 2.14 και 2.15.

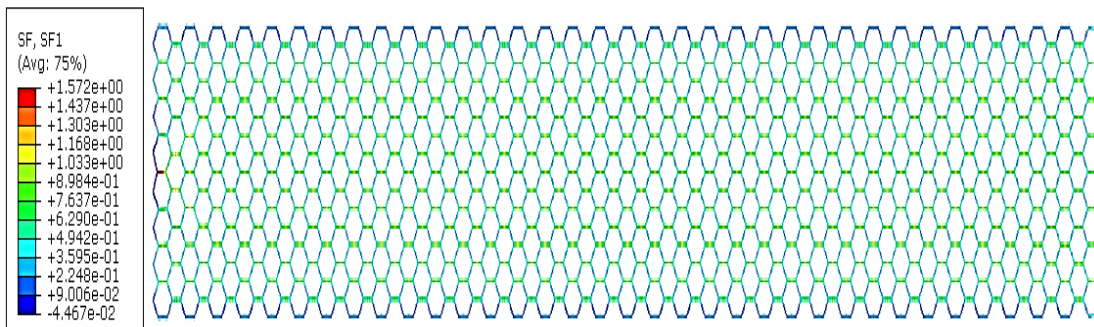




**Σχήμα 2.13.** Κλίμακα τιμών και γραφική απεικόνιση μετατόπισης κατά τον άξονα x ( $U_x$ ).



**Σχήμα 2.14.** Κλίμακα τιμών και γραφική απεικόνιση μετατόπισης κατά τον άξονα y ( $U_y$ ).



**Σχήμα 2.15.** Κλίμακα τιμών και γραφική απεικόνιση δυνάμεων τομής (Section Forces,  $S_f$ ) διευθύνσεως x.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,09730
2	-0,09730

**Πίνακας 2.1.** Αποτελέσματα μετατόπισης  $U_y$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,7120
2	0,7120
3	0,7120
4	0,7120
5	0,7120
6	0,7120
7	0,7120
8	0,7120
9	0,7120

**Πίνακας 2.2.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ tomh.

Όσον αφορά τις δυνάμεις που ασκούνται στους κόμβους επιλέγουμε ως μέγεθος τις δυνάμεις τομής κατά x άξονα για τους κόμβους του σετ tomh όπου λαμβάνουμε:

Κόμβοι	$Sf_x(N)$
1	0,3090
2	1,071
3	1,020
4	1,070
5	1,071
6	1,020
7	1,071
8	1,070
9	0,3090

**Πίνακας 2.3.** Αποτελέσματα δυνάμεων ( $Sf_x$ ) κόμβων του σετ tomh.

Ενώ επιλέγοντας τις συγκεντρωμένες δυνάμεις κατά τον άξονα x στους κόμβους του σετ  $Cf_x$  λαμβάνουμε:

Κόμβοι	Cf <sub>x</sub> (N)
1	1.000
2	1.000
3	1.000
4	1.000
5	1.000
6	1.000
7	1.000
8	1.000
9	1.000

**Πίνακας 2.4.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Cf<sub>x</sub>) κόμβων του σετ Cf<sub>x</sub>.

Για να υπολογίσουμε το λόγο poisson θα χρειαστούμε την παραμόρφωση κατά x και κατά y. Ισχύει ότι:

- $\epsilon_y = U_{xmedian}/L_{initial}$
- $\epsilon_x = U_y/H_{initial}$

Όπου  $U_{xmedian} = [\sum U_x]/N$  (με N το σύνολο των κόμβων) και  $U_y = -[|U_{y1}| + |U_{y2}|]$  (το πρόσημο ‘-’ αντιπροσωπεύει την θλίψη). Το μήκος  $L_{initial} = 150.07\text{mm}$  (η τομή είναι στη μέση) ενώ το ύψος  $H_{initial} = 40\text{mm}$ . Συνεπώς έχουμε :

- $U_{xmedian} = 6.408/9 = 0.712\text{mm}$  και
- $U_y = -[0.0973 + 0.0973] = -0.1950\text{mm}$
- $\epsilon_x = U_{xmedian}/L_{initial} = 0.712/150.07 = 4.750 \cdot 10^{-3}$  mm,
- $\epsilon_y = U_y/H_{initial} = -0.195/40 = -4.880 \cdot 10^{-3}$  mm,

Οπότε ο λόγος poisson προκύπτει:

$$\nu_{xy} = -\frac{-4.880 \cdot 10^{-3}}{4.75 \cdot 10^{-3}} = 1.030$$

Επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας κατά τον x άξονα. Με  $\sigma_x = [\sum Sf_x]/(H_{initial} \cdot b)$  και b το βάθος (10mm) των κυψελών που ορίσαμε μέσω του προφίλ της διατομής. Προκύπτει  $\sigma_x = 8.011/(40 \cdot 10) = 0.02003 \text{MPa}$  οπότε:

$$E_x = \frac{0.02003}{4.75 \cdot 10^{-3}} = 4.220 \text{MPa}$$

Ενώ για την τάση από το σετ Cf<sub>x</sub> με  $H_{effective} = 40\text{mm}$  προκύπτει  $\sigma_x = 8/(40 \cdot 10) = 0.020 \text{MPa}$  και:

$$E_x = \frac{0.020}{4.75 \cdot 10^{-3}} = 4.220 \text{MPa}$$

Οι δύο τάσεις  $\sigma_x$  καθώς και τα μέτρα ελαστικότητας των σετ τομή και  $Cf_x$  είναι ταυτόσημες όπως περιμέναμε εξάλλου. Εκτός από τους κόμβους των δύο αυτών σετ, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την τάση και με μία άλλη συστοιχία η οποία θα περιλαμβάνει τις δυνάμεις αντίδρασης (reaction forces).

Οι κόμβοι της εν λόγω συστοιχίας θα περιλαμβάνουν όλους τους κόμβους του σετ BC<sub>s</sub> (πλην του κόμβου της άρθρωσης (το αποτέλεσμα είναι ίδια με όποιον από τους τρεις τρόπους υπολογίσουμε την τάση  $\sigma_x$ ). Θα συγκρίνουμε τώρα τα αποτελέσματά μας με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις εξισώσεις των Gibson&Ashby. Από την σχέση 1.1 έχουμε:

$$E_x = \frac{(2.886/2.886) + \sin 30^\circ}{\cos^3(30^\circ)} * \left(\frac{0.2886}{2.886}\right)^3 * 2000 = 4.610 \text{ MPa}$$

και

$$\nu_{xy} = \frac{\left[\left(\frac{2.886}{2.886}\right) + \sin 30^\circ\right] * \sin 30^\circ}{\cos^2(30^\circ)} = 1.000$$

Παρατηρούμε ότι η απόκλιση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης μας είναι μικρή, συγκεκριμένα για το λόγο poisson ισούται με:  $[(1.030-1)/1]*100= 3.000\%$  και για το μέτρο ελαστικότητας:  $[(4.220-4.610)/4.610]*100=8.460\%$ . Τα παραπάνω αποτελέσματα συγκεντρώνονται στον Πίνακα 2.5.

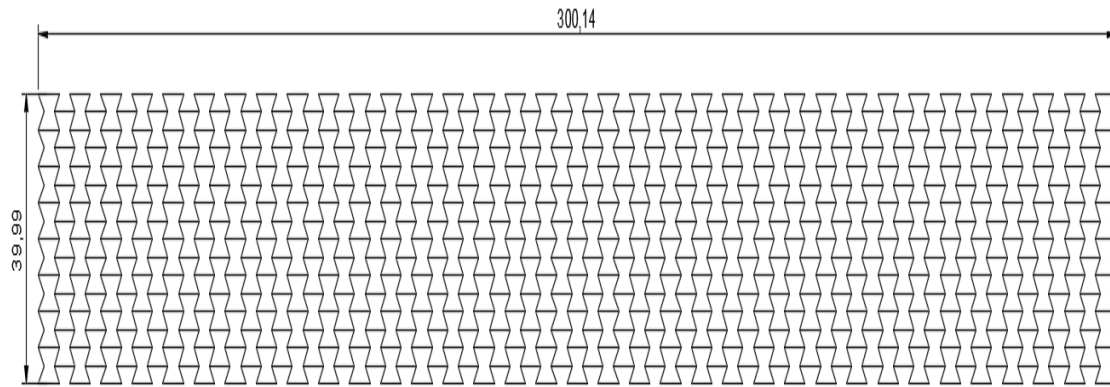
Ισότροπος πυρήνας κανονικών εξαγωνικών κυψελών	Προσομοίωση	Gibson&Ashby	Απόκλιση (%)
$E_x$ (MPa)	4.220	4.610	8.460
$\nu_{xy}$	1.030	1.000	3.000

**Πίνακας 2.5.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα μέτρου ελαστικότητας και λόγου poisson για ισότροπο πυρήνα κανονικών εξαγωνικών κυψελών.

Το αποτέλεσμα του μέτρου ελαστικότητας παρουσιάζει μία σχετικά υψηλή τιμή (>5%), είναι όμως εντός του αποδεκτού ορίου αποκλίσεων (<10%). Όσον αφορά το λόγο poisson, εμφανίζεται ποσοστό <5%. Σημειώνεται πως επιλογή μικρότερου λόγου πάχους-μήκους (t/l) των δοκών οδηγεί σε μείωση της απόκλισης του μέτρου ελαστικότητας. Ύστερα από διερεύνηση προέκυψε πως για ποσοστό απόκλισης <5% πρέπει ο λόγος αυτός να είναι <0.05.

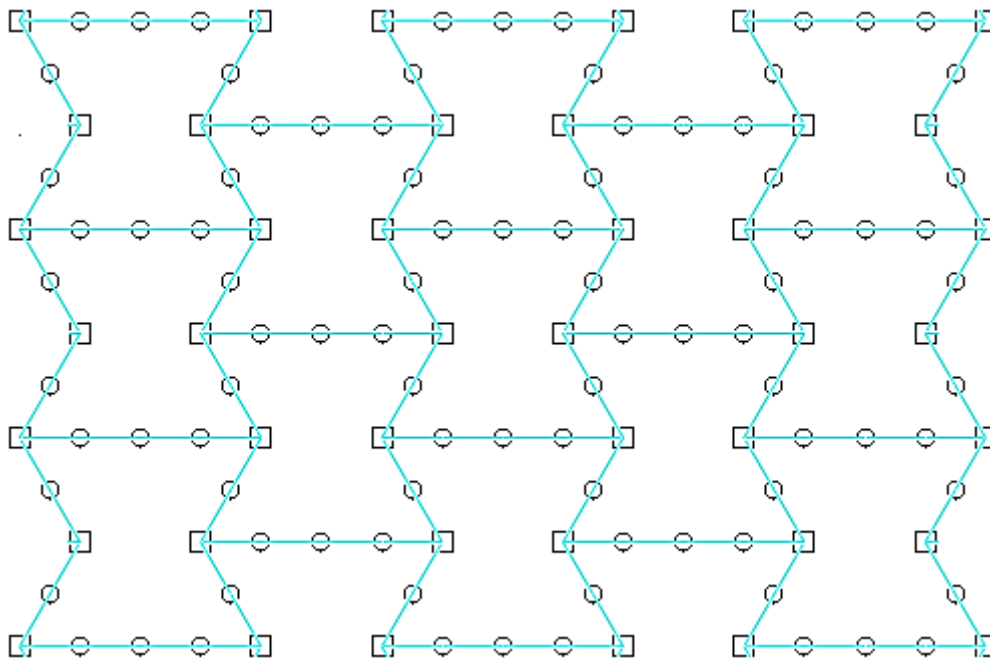
### 2.3. Πυρήνας κυψελών reentrant

Σε αυτή την παράγραφο θα εξετάσουμε την συμπεριφορά ισότροπου πυρήνα αποτελούμενο από 'reentrant' εξαγωνικές κυψέλες με βάση την μεθοδολογία που αναπτύχθηκε προηγουμένως, υπολογίζοντας το μέτρο ελαστικότητας ( $E_x$ ) και τον λόγο poisson ( $\nu_x$ ) κατά την διεύθυνση του άξονα x. Στο σχεδιαστικό λογισμικό AutoCAD σχεδιάζουμε κυψελωτό πυρήνα με εξαγωνικές κυψέλες reentrant όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.16 (αναλυτικές οδηγίες σχεδίασης βρίσκονται στο παράρτημα Α.2). Κάθε κυψέλη έχει μήκος οριζόντιων πλευρών  $h=5.772\text{mm}$  και κεκλιμένων  $l=2.886\text{mm}$  υπό γωνία  $\theta=-30^\circ$ . Συνεπώς ο λόγος  $(h/l)=2$  όπως ορίζεται για ισότροπες κυψέλες reentrant.



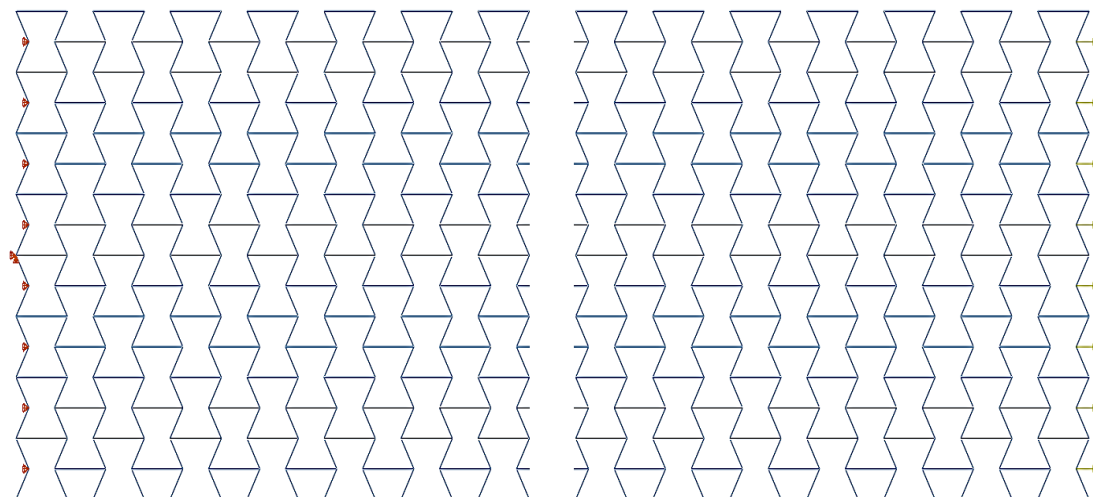
**Σχήμα 2.16.** Πυρήνας αποτελούμενος από reentrant κυψέλες.

Εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία με πριν, ορίζουμε ως πάχος για τις δοκούς την τιμή  $t=0.2886\text{mm}$ . Συνεπώς ο λόγος  $t/l \leq 0.1$  και  $t/h=0.05 < 0.1$  (για οριζόντιες δοκούς) οπότε ικανοποιείται η συνθήκη για Euler-Bernoulli beams για όλα τα στοιχεία. Κάθε οριζόντια δοκός διαχωρίζεται σε τέσσερα πεπερασμένα στοιχεία ενώ οι κεκλιμένες σε δύο (μήκος πεπερασμένου στοιχείου= $1.443\text{mm}$ ) σύμφωνα με το Σχήμα 2.17.



**Σχήμα 2.17.** Διαχωρισμός κυψελών reentrant σε κόμβους (εστίαση σε τμήμα του πυρήνα).

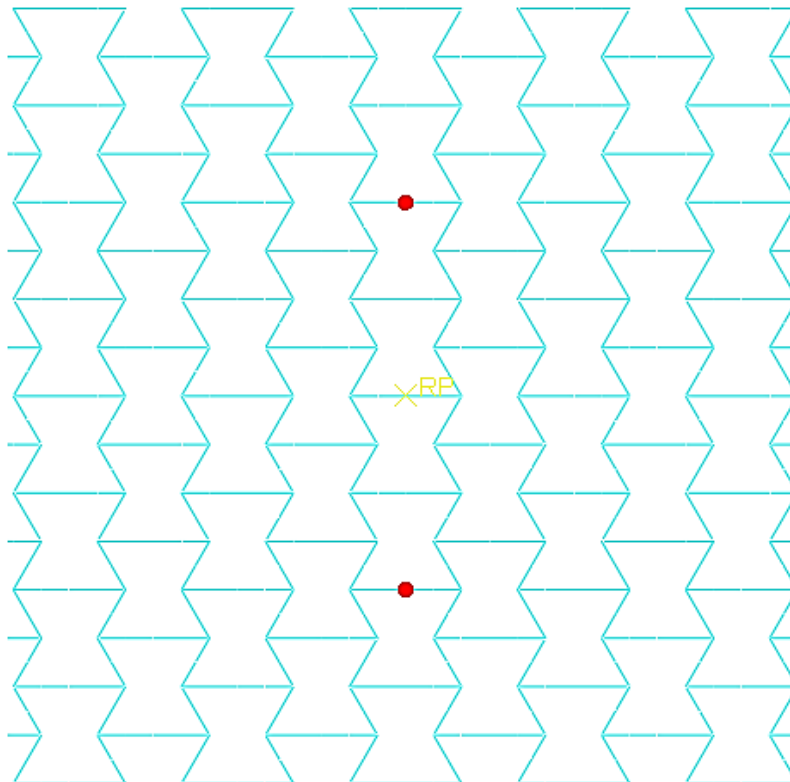
Όσον αφορά τις συνοριακές συνθήκες και την φόρτιση, παραμένουν ίδιες με την περίπτωση των κανονικών εξαγώνων όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.18 (σετ  $BC_s, Cf_x$ ).



**Σχήμα 2.18.** Οι συνοριακές συνθήκες (εστίαση σε αριστερό τμήμα του πυρήνα) και η εφελκυστική φόρτιση (εστίαση σε δεξί τμήμα).

Όπως και πριν δημιουργούμε συστοιχίες κόμβων για την διερεύνηση των μετατοπίσεων  $U_y$ ,  $U_x$  καθώς και των δυνάμεων που ασκούνται στους κόμβους. Στην εξεταζόμενη περίπτωση θα χρησιμοποιήσουμε δύο σετ.

Το πρώτο ονομάζεται nodal2 και αποτελείται από δύο κόμβους σε απόσταση 10mm εκατέρωθεν του κέντρου του πυρήνα (Reference Point, RP) σύμφωνα με το παρακάτω Σχήμα 2.19. Η απόσταση μεταξύ τους είναι ίση με  $H_{initial}=20\text{mm}$ .

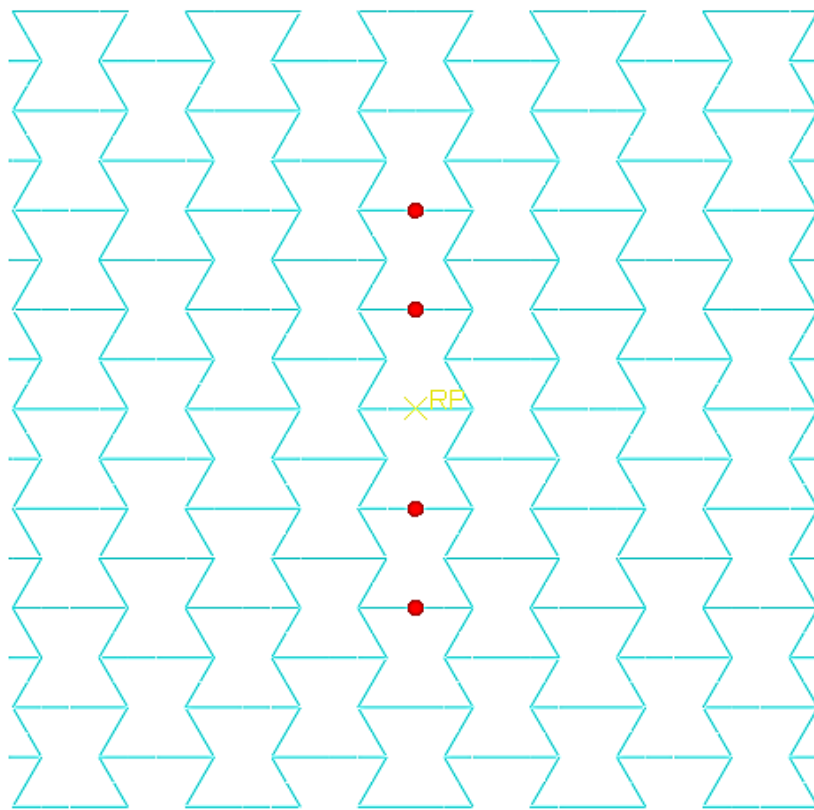


**Σχήμα 2.19.** Κόμβοι διερεύνησης μετατόπισης κατά  $y$  ( $U_y$ ).

Το δεύτερο σετ ονομάζεται *tomh* και αποτελείται από τέσσερις κόμβους οι οποίοι αντιστοιχούν σε ύψος 20mm εκατέρωθεν του κέντρου (βλ. Σχήμα 2.20).

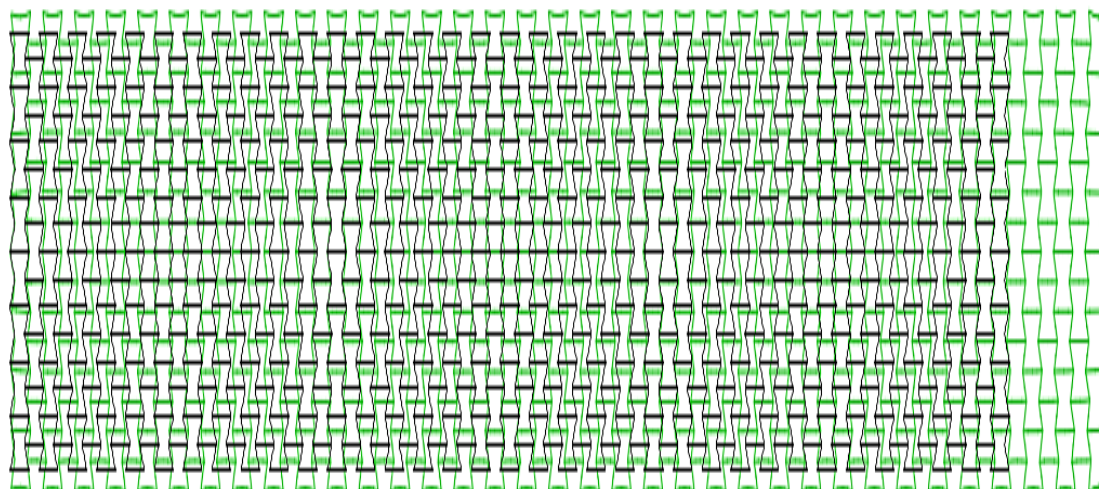
Το εν λόγω σετ χρησιμοποιείται για τη διερεύνηση της μετατόπισης  $U_x$  και της τάσης  $\sigma_x$ . Η οριζόντια απόσταση από την αρχή των αξόνων είναι  $L_{initial}=150.07\text{mm}$ . Σημειώνεται πως για τον υπολογισμό της τάσης  $\sigma_x$  μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε εναλλακτικά και τις συγκεντρωμένες δυνάμεις (concentrated forces,  $Cf_x$ ) που ασκούνται στην δεξιά πλευρά της διάταξης (σετ  $Cf_x$ , με  $H_{initial}=H=40\text{mm}$ ) καθώς δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα τάσης με τις δυνάμεις τομής ( $Sf_x$ ) του set *tomh*. Ισχύει δηλαδή:

$$\frac{\sum Cf_x}{(H_{initial} = H) * b} = \frac{\sum Sf_x}{(H_{initial} = \frac{H}{2}) * b}$$



**Σχήμα 2.20.** Κόμβοι διερεύνησης μετατόπισης κατά  $x$  ( $U_x$ ) και τάσης  $\sigma_x$ .

Ο λόγος που δεν επεκτείνουμε την τομή σε ολόκληρο το ύψος και δεν χρησιμοποιούμε τους κατακόρυφα ακριανούς κόμβους όπως στην περίπτωση των κανονικών εξαγώνων είναι η ευαισθησία των εξαγώνων reentrant στις άκρες του πυρήνα. Τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε είναι τα ακόλουθα:



**Σχήμα 2.21.** Η αρχική (μαύρο χρώμα) και η παραμορφωμένη (πράσινο χρώμα) κατάσταση του πυρήνα (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=1.960\*10).

Παρατηρούμε πως ο πυρήνας εφελκύεται κατά τη διεύθυνση x και κατά τη διεύθυνση y όπως ορίζεται εξάλλου για πυρήνα με κυψέλες reentrant.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	-0,04600
2	0,04600

**Πίνακας 2.6.** Αποτελέσματα μετατόπισης  $U_y$  για τους κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,7420
2	0,7430
3	0,7420
4	0,7430

**Πίνακας 2.7.** Αποτελέσματα μετατόπισης  $U_x$  κόμβων του σετ tomh.



Κόμβοι	Sf <sub>x</sub> (N)
1	1,090
2	1,083
3	1,090
4	1,083

**Πίνακας 2.8.** Αποτελέσματα δυνάμεων Sf<sub>x</sub> για τους κόμβους του σετ tomh.

Από τον Πίνακα 2.6 έχουμε:

- $U_y = |U_{y1}| + |U_{y2}| = 0.092 \text{ mm}$  και
- $\varepsilon_y = U_y / H_{\text{initial}} = 0.092 / 20 = 4.600 * 10^{-3}$

Από τον Πίνακα 2.7 έχουμε:

- $U_x = (\sum U_x) / N = 2.97 / 4 = 0.743 \text{ mm}$  και
- $\varepsilon_x = U_x / L_{\text{initial}} = 0.743 / 150.07 = 4.951 * 10^{-3}$

Και συνεπώς ο λόγος poisson προκύπτει:

$$\nu_{xy} = -\frac{4.6 * 10^{-3}}{4.951 * 10^{-3}} = -0.9291$$

Η εξίσωση των Gibson&Ashby (1.3) για  $\theta = -30^\circ$  δίνει λόγο poisson:

$$\nu_{xy} = \frac{[2 - 0.5] * (-0.5)}{0.866^2} = -1.000$$

Συνεπώς η απόκλιση των υπολογισμών μας είναι ίση με  $[(-0.9291 - (-1)) / (-1)] * 100 = 7.090\%$ .  
Από τον Πίνακα 2.8 έχουμε:

- $\sigma_x = (\sum Sf_x) / (H * b) = 4.35 / (20 * 10) = 0.02180 \text{ MPa}$

και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτει:

$$E_x = \frac{0.0218}{4.951 * 10^{-3}} = 4.403 \text{ MPa}$$

Η εξίσωση των Gibson&Ashby (1.1) για  $h/l=2$  και  $\theta = -30^\circ$  δίνει μέτρο ελαστικότητας:

$$E_x = 2000 * \left(\frac{0.2886}{2.886}\right)^3 * \frac{2 - 0.5}{0.866^3} = 4.610 \text{ MPa}$$

Οπότε η απόκλιση είναι ίση με  $[(|4.403-4.61|/4.61)*100= 4.490 \%$ . Συγκεντρωτικά για τον πυρήνα με reentrant κυψέλες έχουμε τον Πίνακα 2.9:

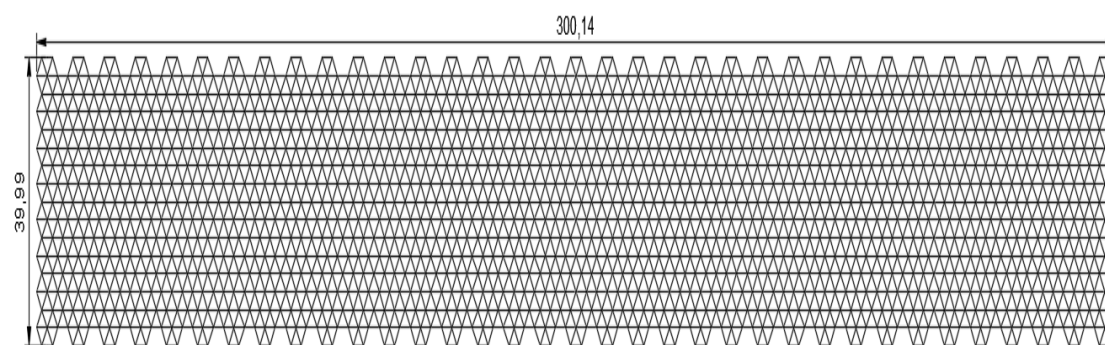
Ισότροπος πυρήνας reentrant κυψελών	Προσομοίωση	Gibson&Ashby	Απόκλιση (%)
$\nu_{xy}$	-0.9291	-1.000	7.090
$E_x$ (MPa)	4.403	4.610	4.490

**Πίνακας 2.9.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα κυψελωτών εξαγώνων reentrant.

## 2.4. Πυρήνας τριγωνικών κυψελών

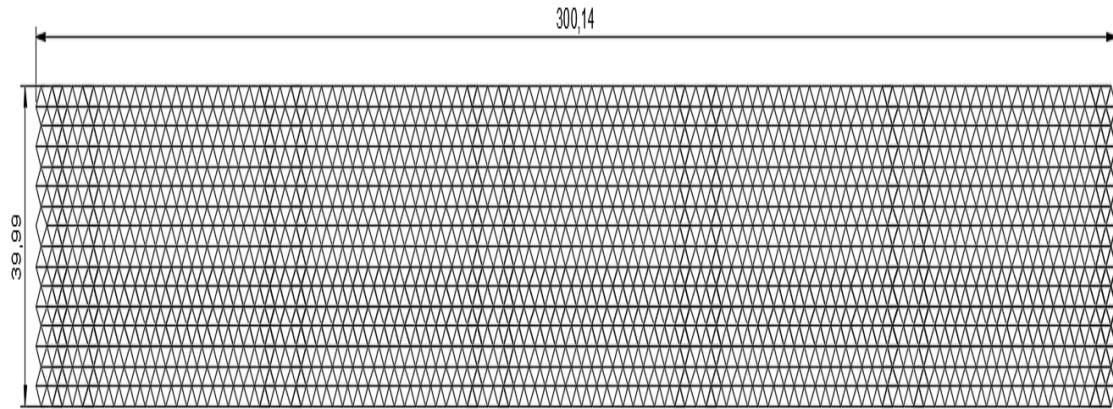
Σε αυτή την παράγραφο θα ασχοληθούμε με την μελέτη του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson πυρήνα που αποτελείται από τριγωνικές κυψέλες. Η σχεδίαση του πυρήνα σε αυτή την περίπτωση παρουσιάζει μία ιδιομορφία σε σχέση με τα κανονικά και τα reentrant εξάγωνα. Ενώ στη σχεδίαση των reentrant πρακτικά διπλασιάσαμε το μήκος των οριζόντιων πλευρών και μειώσαμε τη γωνία  $\theta$  από  $30^\circ$  σε  $-30^\circ$  δεν αλλάξαμε την μεταξύ τους συνδεσμολογία.

Στην περίπτωση των ισότροπων τριγωνικών κυψελών θεωρούμε μήκος  $h=l=2.886\text{mm}$  και γωνία  $\theta=-30^\circ$ . Μία αρχική σχεδιαστική προσέγγιση περιλαμβάνει την επεξεργασία του Σχήματος 2.1, διαχωρίζοντας τα κανονικά εξάγωνα σε 6 τρίγωνα το καθένα (βλ. Σχήμα 2.22).



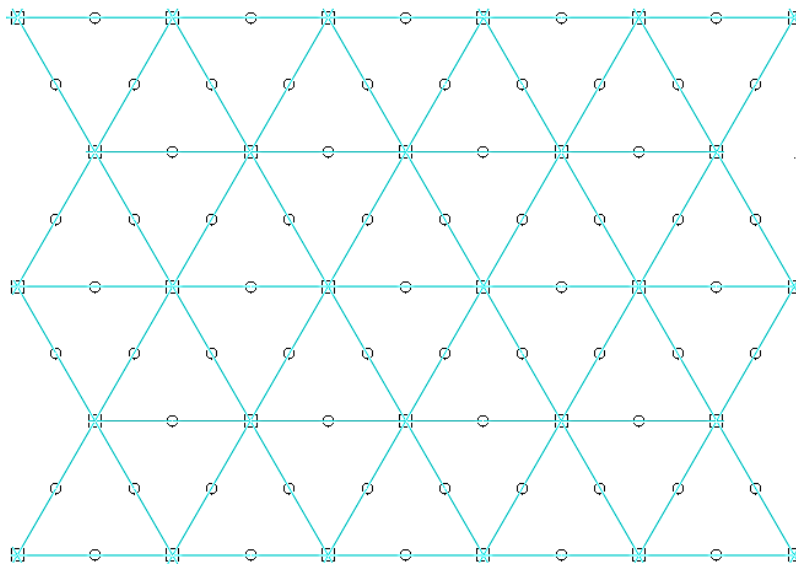
**Σχήμα 2.22.** Αρχική σχεδιαστική προσέγγιση πυρήνα τριγωνικών κυψελών.

Η παραπάνω συνδεσμολογία (ύστερα από δοκιμή προσομοίωσης) δεν επαληθεύει τα αποτελέσματα των εξισώσεων (1.8) και (1.9) και συνεπώς είναι λανθασμένη. Η σωστή συνδεσμολογία προκύπτει από τον διαχωρισμό των εξαγώνων σε 6 τριγωνικά στοιχεία έκαστο και επικάλυψη των μεταξύ τους κενών, όταν αυτά είναι συνδεδεμένα με κοινό κόμβο κατά x και κοινή πλευρά κατά y. Το σωστό σχέδιο απεικονίζεται στο Σχήμα 2.23.



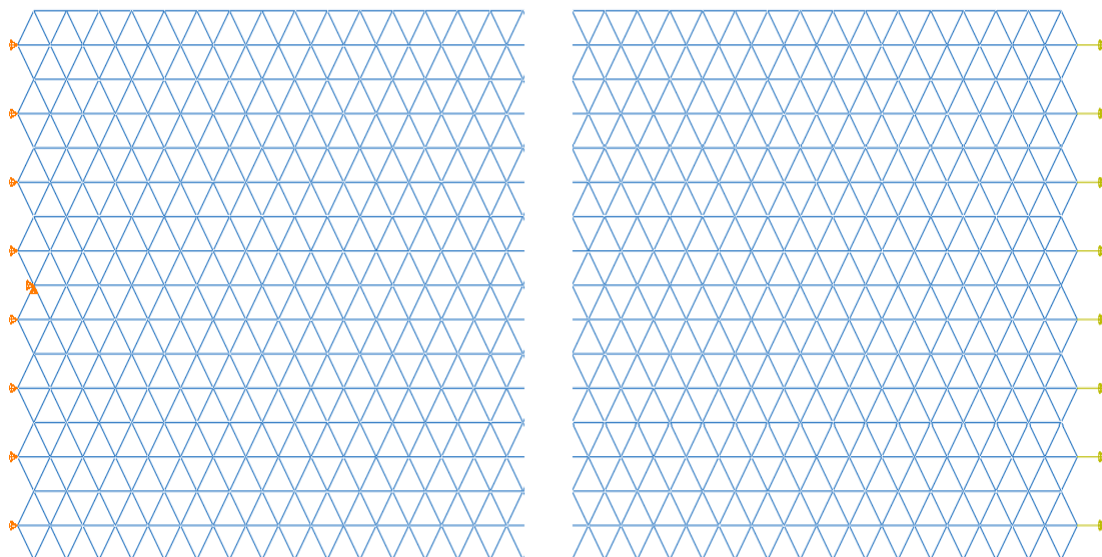
**Σχήμα 2.23.** Πυρήνας τριγωνικών κυψελών

Ακολουθώντας τα βήματα που αναλύθηκαν στην παράγραφο 2.2 ορίζουμε ως πάχος  $t=0.2886\text{mm}$  κάθε πλευράς των τριγώνων ώστε ο λόγος  $t/l \leq 0.1$  και ως απόσταση κόμβων (ή μήκος πεπερασμένου στοιχείου) την τιμή  $1.443\text{mm}$  και κατά συνέπεια κάθε πλευρά απαρτίζεται από 3 κόμβους ή 2 πεπερασμένα στοιχεία (βλ. Σχήμα 2.24).



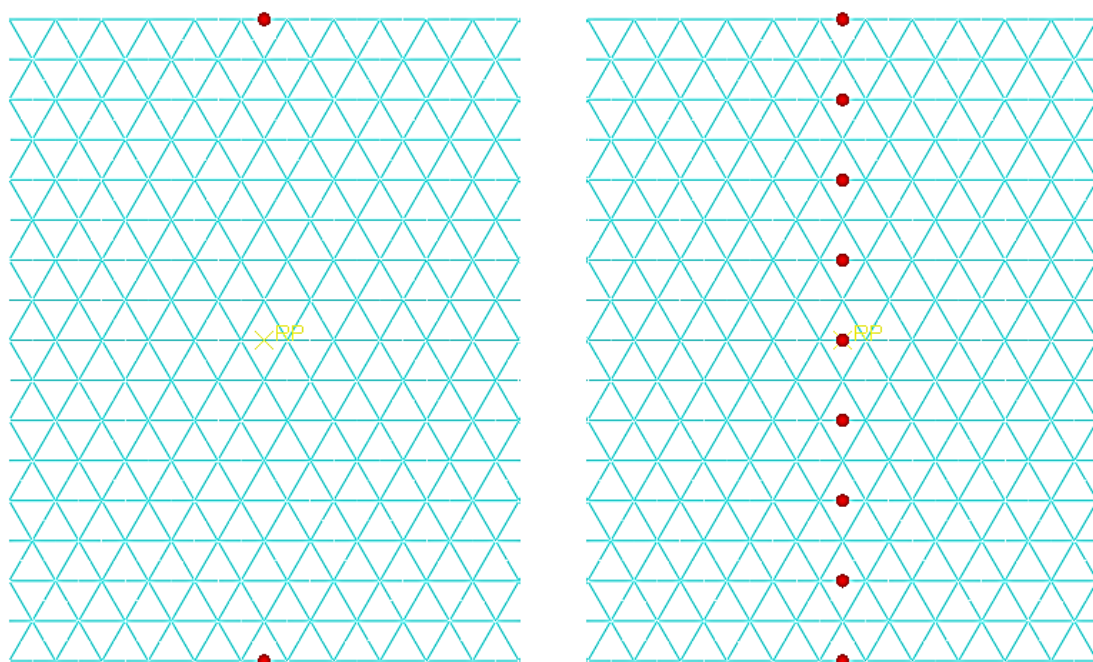
**Σχήμα 2.24.** Διαχωρισμός πυρήνα σε κόμβους και πεπερασμένα στοιχεία (εστίαση σε τμήμα).

Όπως και πριν, οι συνοριακές συνθήκες και οι δυνάμεις ασκούνται στους ακριανούς κόμβους εκατέρωθεν του πυρήνα αντίστοιχα (σετ  $BC_s$ ,  $Cf_x$ , βλ. Σχήμα 2.25).



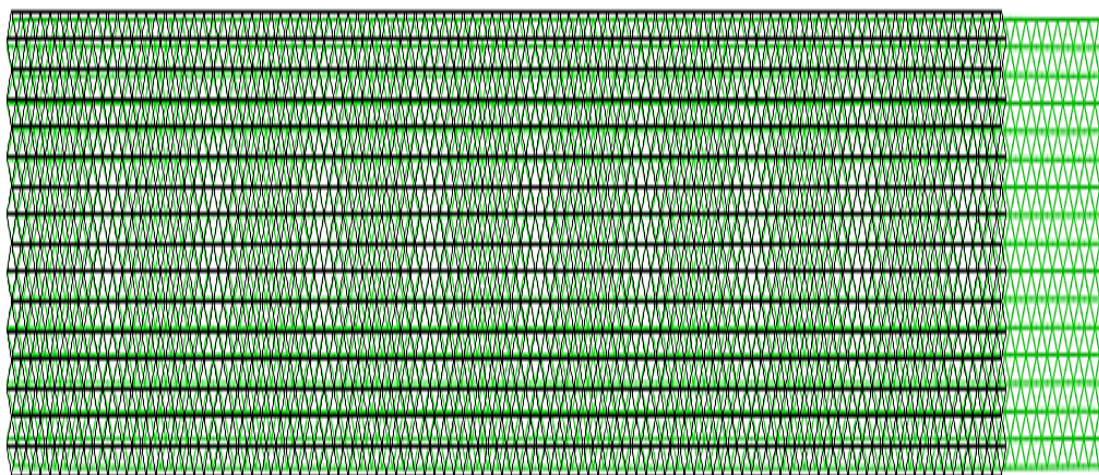
**Σχήμα 2.25.** Οι συνοριακές συνθήκες (εστίαση σε αριστερό τμήμα πυρήνα) και η φόρτιση (εστίαση σε δεξί τμήμα).

Τα σετ που θα χρησιμοποιήσουμε για την διερεύνηση των μετατοπίσεων  $U_x$  και  $U_y$  είναι τα nodal2 και tomh αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 2.26). Για τη διερεύνηση της τάσεως  $\sigma_x$  θα χρησιμοποιήσουμε το σετ Cf<sub>x</sub> που περιλαμβάνει όλους του κόμβους στους οποίους ασκούνται δυνάμεις (όπως αποδείξαμε στην παράγραφο 2.2 μία τέτοια επιλογή δίνει ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα από τη διερεύνηση των Section Forces του σετ tomh).



**Σχήμα 2.26.** Τα σετ nodal2 (αριστερά) και tomh (δεξιά).

Από την διεκπεραίωση της προσομοίωσης λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:



**Σχήμα 2.27.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $1.212 \cdot 10^3$ ).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	-0,0005300
2	0,0005300

**Πίνακας 2.10.** Αποτελέσματα μετατόπισης  $U_y$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,01230
.....	.....
9	0,01230

**Πίνακας 2.11.** Αποτελέσματα μετατόπισης  $U_x$  κόμβων του σετ toth.

Κόμβοι	$Cf_x$ (N)
1	1.000
.....	.....
8	1.000

**Πίνακας 2.12.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) κόμβων του σετ  $Cf_x$ .

Από τον Πίνακα 2.10 υπολογίζουμε:

- $U_y = -(|U_{y1}| + |U_{y2}|) = -1.06 * 10^{-3} \text{ mm}$  και
- $\epsilon_y = U_y / H_{\text{initial}} = -1.06 * 10^{-3} / 40.00 = -2.65 * 10^{-5}$

Από τον Πίνακα 2.11 έχουμε :

- $U_{x\text{median}} = (\sum U_x) / N = 0.1107 / 9 = 0.0123 \text{ mm}$  και
- $\epsilon_x = U_x / L_{\text{initial}} = 0.0123 / 150.07 = 8.2 * 10^{-5}$

και συνεπώς ο λόγος poisson προκύπτει:

$$\nu_{xy} = -\frac{-2.65 * 10^{-5}}{8.2 * 10^{-5}} = 0.3232$$

Η εξίσωση των Gibson&Ashby (1.9) για  $\theta=30^\circ$  και  $h=0$  δίνει λόγο poisson:

$$\nu_{xy} = \frac{0.5^2}{0.866^2} = 0.3333$$

Η απόκλιση των υπολογισμών μας από την παραπάνω έκφραση είναι:  
 $(0.3233 - 0.3333) / 0.3333 * 100 = 3.000\%$ .

Όσον αφορά την τάση  $\sigma_x$  από τον Πίνακα 2.12 παίρνουμε:

- $\sigma_x = (\sum C f_x) / (H * b) = 8 / (40 * 10) = 0.020 \text{ MPa}$

και η τιμή αυτή μας δίνει μέτρο ελαστικότητας ίση με:

$$E_x = \frac{0.020}{8.2 * 10^{-5}} = 243.90 \text{ MPa}$$

Η εξίσωση των Gibson&Ashby (1.8) για  $\theta=30^\circ$  δίνει μέτρο ελαστικότητας:

$$E_x = 2000 * 1.15 * \left( \frac{0.2886}{2.886} \right) = 230.0 \text{ MPa}$$

Η απόκλιση των υπολογισμών μας από το παραπάνω αποτέλεσμα είναι:

$(243.9 - 230) / 230 * 100 = 6.043\%$ . Συγκεντρωτικά για τον πυρήνα με τριγωνικές κυψέλες έχουμε (βλ. Πίνακα 2.13):

Ισότροπος πυρήνας τριγωνικών κυψελών	προσομοίωση	Gibson&Ashby	Απόκλιση (%)
$\nu_{xy}$	0.3232	0.3300	2.061
$E_x$	243.90	230.0	6.043

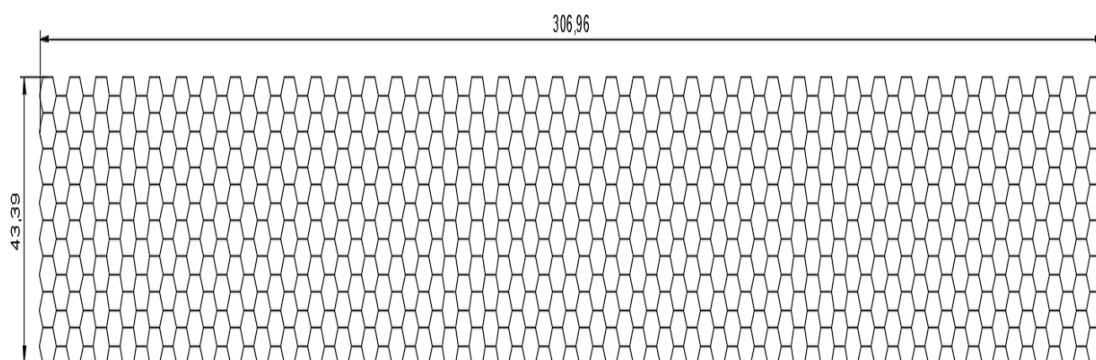
**Πίνακας 2.13.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα λόγου poisson και μέτρου ελαστικότητας πυρήνα τριγωνικών κυψελών.

## 2.5. Πυρήνες μη κανονικών εξαγωνικών κυψελών

Όπως και στην παράγραφο 2.2, θα μελετήσουμε το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο poisson κυψελωτού πυρήνα αποτελούμενο από εξαγωνικές κυψέλες με μοναδική διαφοροποίηση στη γωνία  $\theta$ . Αρχικά θα σχεδιάσουμε κυψέλες υπό γωνία  $\theta=20^\circ$  και ύστερα με  $\theta=15^\circ$ .

### Περίπτωση εξαγώνων υπό γωνία $\theta=20^\circ$

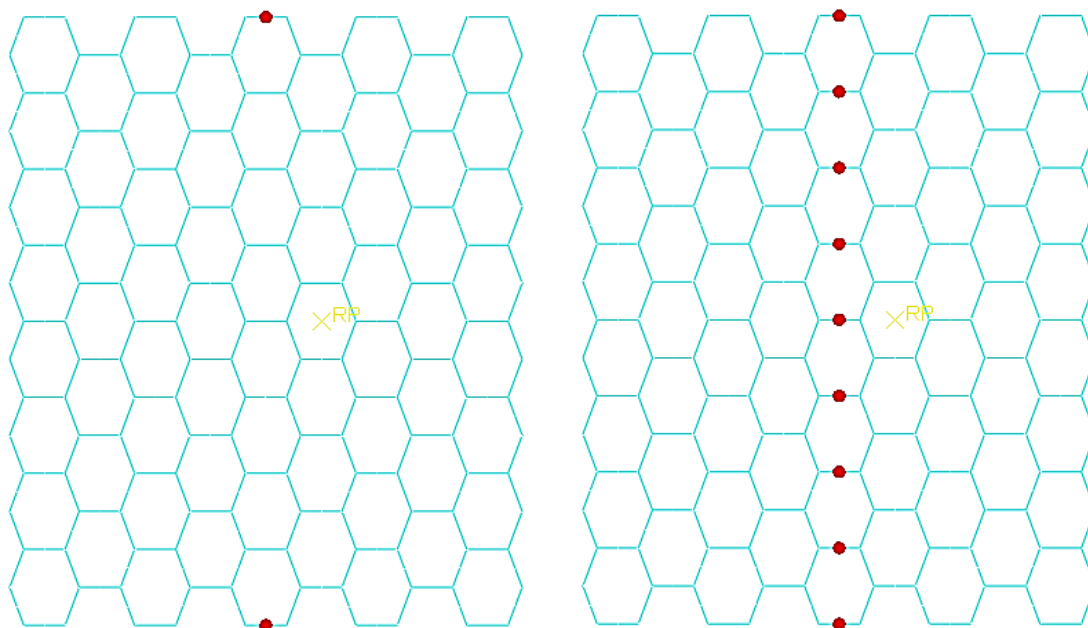
Στο λογισμικό AutoCAD σχεδιάζουμε ισότροπο πυρήνα με κυψέλες των οποίων οι διαστάσεις  $h, l$  παραμένουν ίσες με τις αντίστοιχες της παραγράφου 2.2 (2.886mm). Εξαιτίας της αλλαγής κλίσης, και με απαίτηση για 8 σειρές στοιχείων το ύψος του πυρήνα αυξάνεται από 40mm σε  $H=43.39\text{mm}$  ενώ το μήκος από 300.14mm σε  $L=306.96\text{mm}$  σύμφωνα με το Σχήμα 2.28.



**Σχήμα 2.28.** Κυψελωτός πυρήνας εξαγώνων υπό γωνία  $\theta=20^\circ$ .

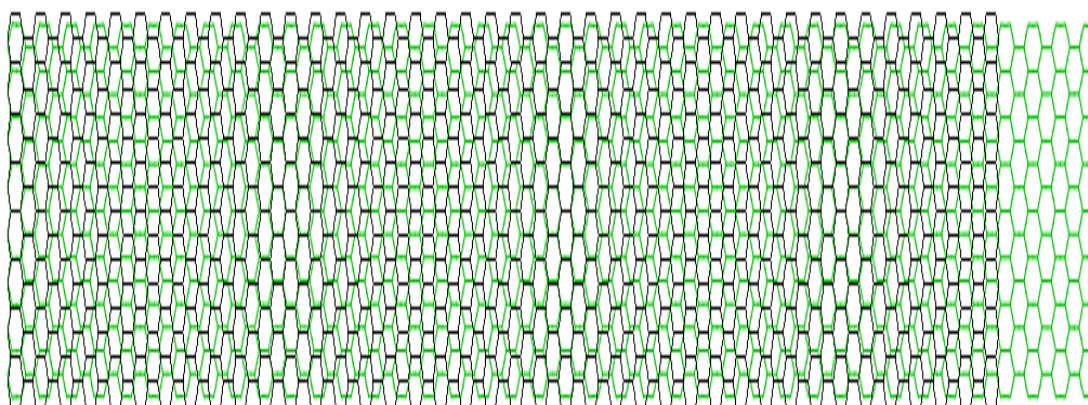
Η απόσταση μεταξύ δύο κόμβων παραμένει σταθερή στην τιμή των 1.443 mm και οι συνοριακές συνθήκες (σετ  $BC_s$ ) καθώς και η φόρτιση (σετ  $Cf_x$ ) παραμένουν ίδιες όπως στην περίπτωση κανονικών εξαγώνων.

Επειδή το κεντρικό σημείο του πυρήνα εμπίπτει με 'στήλη' 7 κυψελών και όχι 8 επιλέγεται η τοποθέτηση των σετ nodal2 και tomh στην γειτονική αριστερή της (βλ. Σχήμα 2.29).



**Σχήμα 2.29.** Κόμβοι των σετ nodal2 (αριστερά) και tomh (δεξιά).

Η απόσταση των δύο σετ από την αρχή των αξόνων είναι  $L_{initial} = 149.606$  mm ενώ το ύψος τους (ή απόσταση ακριανών κόμβων) ισούται με  $H_{initial} = 43.39$ mm. Από την προσομοίωση λαμβάνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:



**Σχήμα 2.30.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=1.590\*10).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,07400
2	-0,07400

**Πίνακας 2.14.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ nodal2.



Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,9300
.....	.....
9	0,9300

**Πίνακας 2.15.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ tomh.

Κόμβοι	$Sf_x$ (N)
1	0,3090
2	1,071
3	1,020
4	1,070
5	1,071
6	1,020
7	1,071
8	1,070
9	0,3090

**Πίνακας 2.16.** Αποτελέσματα δυνάμεων τομής (Section Forces) κόμβων του σετ tomh.

Από τα παραπάνω υπολογίζουμε:

- $U_y = -0.148$  mm και
- $\epsilon_y = -0.148/43.39 = -3.41 \cdot 10^{-3}$
- $U_x = 8.37/9 = 0.93$  mm και
- $\epsilon_x = 0.93/149.606 = 6.22 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_x = 8.011/(43.39 \cdot 10) = 0.01850$  MPa

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{-3.41 \cdot 10^{-3}}{6.22 \cdot 10^{-3}} = 0.5482$$

$$E_x = \frac{0.0185}{6.22 \cdot 10^{-3}} = 2.974 \text{ MPa}$$

Από τις εξισώσεις (1.1) και (1.3) των Gibson&Ashby προκύπτει λόγος poisson και μέτρο ελαστικότητας ίσο με:

$$\nu_{xy} = \frac{[1 + \sin 20^\circ] * \sin 20^\circ}{[\cos 20^\circ]^2} = 0.5200$$

$$E_x = 2000 * \left(\frac{0.2886}{2.886}\right)^3 * \frac{[1 + \sin 20^\circ]}{[\cos 20^\circ]^3} = 3.240 \text{ MPa}$$

Η απόκλιση των υπολογισμών μας από τις τιμές των Gibson&Ashby για το λόγο poisson και το μέτρο ελαστικότητας είναι:

- $(0.5482-0.52)/0.52 * 100 = 5.423\%$  και
- $(|(2.974-3.24)/3.24| * 100) = 8.21\%$  αντίστοιχα.

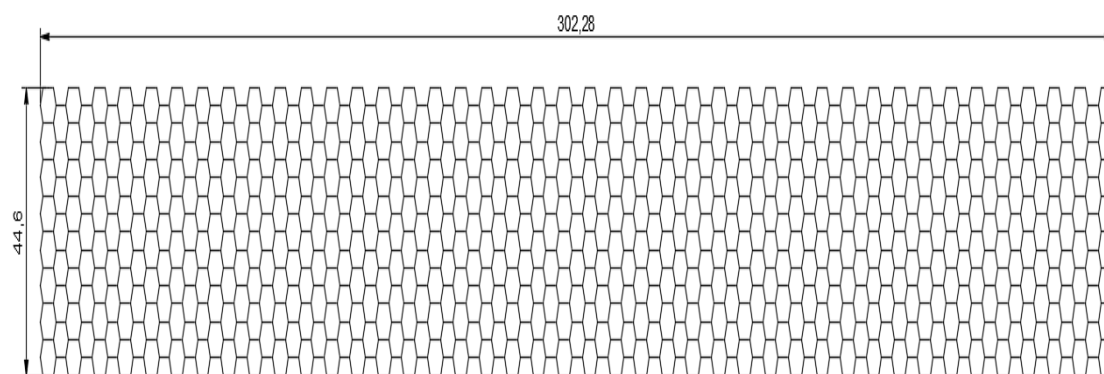
Ο Πίνακας 2.17 συγκεντρώνει τα αποτελέσματα για την προσομοίωση πυρήνα εξαγώνων υπό γωνία  $\theta=20^\circ$ :

Ισότροπος πυρήνας μη κανονικών εξαγώνων ( $\theta=20^\circ$ )	προσομοίωση	Gibson&Ashby	Απόκλιση (%)
$\nu_{xy}$	0.5482	0.5200	5.423
$E_x$	2.974	3.240	8.210

**Πίνακας 2.17.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πυρήνα εξαγωνικών κυψελών υπό γωνία  $\theta=20^\circ$ .

#### Περίπτωση εξαγώνων υπό γωνία $\theta=15^\circ$

Σε αυτό το σημείο θα ελαττώσουμε περαιτέρω τη γωνία  $\theta$  στην τιμή των  $15^\circ$  και θα εξετάσουμε το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο poisson του πυρήνα. Στο λογισμικό AutoCAD σχεδιάζουμε το πρότυπο του πυρήνα όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.31.

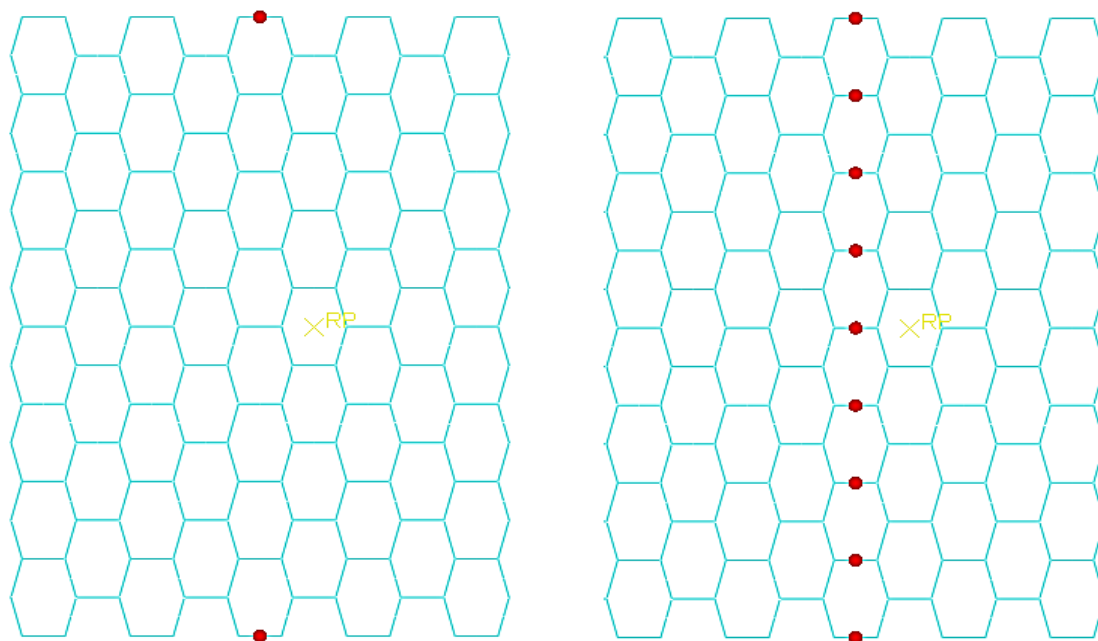


**Σχήμα 2.31.** Πυρήνας εξαγωνικών κυψελών υπό γωνία  $\theta=15^\circ$ .

Το μήκος του πυρήνα στην περίπτωση μας είναι  $L=302.28\text{mm}$  και το ύψος  $H=44.6\text{mm}$ . Όπως και στην προηγούμενη προσομοίωση δημιουργούμε τα σετ nodal2 και toml για διερεύνηση

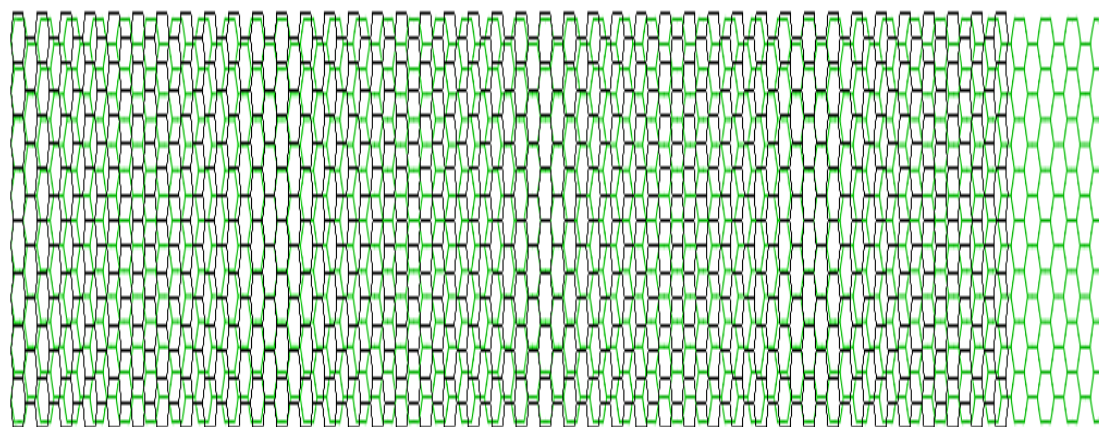
της  $U_y$  και των  $U_x, \sigma_x$  αντίστοιχα. Οι συνοριακές συνθήκες καθώς και η φόρτιση παραμένουν ίδιες όπως και προηγουμένως.

Τα σετ nodal2 και tomh (βλ. Σχήμα 2.32) απέχουν από την αρχή των αξόνων απόσταση  $L_{initial} = 147.49\text{mm}$  καθώς όπως και πριν, η κεντρική στήλη εξαγώνων αποτελείται από 7 εξάγωνα και όχι 8, και γι' αυτό μεταφέρουμε τα δύο αυτά σετ στην γειτονική αριστερή στήλη. Η απόσταση των κόμβων του σετ nodal2 (και των δύο ακριανών κόμβων του σετ tomh) ισούται με  $H_{initial} = 44.6\text{mm}$ .



Σχήμα 2.32. Τα σετ nodal2 (αριστερά) και tomh (δεξιά).

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι τα εξής:



Σχήμα 2.33. Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση του πυρήνα εξαγωνικών κυψελών υπό γωνία  $\theta = 15^\circ$  (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης  $= 1.413 \cdot 10$ ).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,05900
2	-0,05900

**Πίνακας 2.18.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	1,032
.....	.....
9	1,032

**Πίνακας 2.19.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ toml.

Κόμβοι	$Sf_x$ (N)
1	0,3090
2	1,071
3	1,020
4	1,070
5	1,071
6	1,020
7	1,071
8	1,070
9	0,3090

**Πίνακας 2.20.** Αποτελέσματα δυνάμεων τομής (Section Forces) κόμβων του σετ  $Sf_x$ .

Από τα παραπάνω υπολογίζουμε:

- $U_y = -0.118$  mm και
- $\epsilon_y = -0.118/44.6 = -2.65 \cdot 10^{-3}$
- $U_x = 9.288/9 = 1.032$  mm και
- $\epsilon_x = 1.032/147.49 = 7.000 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_x = 8.011/(44.6 \cdot 10) = 0.0180$  MPa

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{-2.65 * 10^{-3}}{7 * 10^{-3}} = 0.3790$$

$$E_x = \frac{0.018}{7 * 10^{-3}} = 2.571 \text{ MPa}$$

Ενώ από τις εξισώσεις των Gibson&Ashby (1.3, 1.1) υπολογίζουμε:

$$\nu_{xy} = \frac{[1 + \sin 15^\circ] * \sin 15^\circ}{[\cos 15^\circ]^2} = 0.3492$$

$$E_x = 2000 * \left(\frac{0.2886}{2.886}\right)^3 * \frac{[1 + \sin 15^\circ]}{[\cos 15^\circ]^3} = 2.794 \text{ MPa}$$

Η απόκλιση των τιμών που προκύπτουν από την προσομοίωση σε σύγκριση με τις τιμές των Gibson&Ashby για το λόγο poisson και το μέτρο ελαστικότητας είναι:

- $[(0.3792-0.3492)/0.3492]*100= 8.534\%$  και
- $[(|2.571-2.794|)/2.794]*100= 7.981\%$  αντίστοιχα

Ο Πίνακας 2.21 συγκεντρώνει τα προηγούμενα αποτελέσματα.

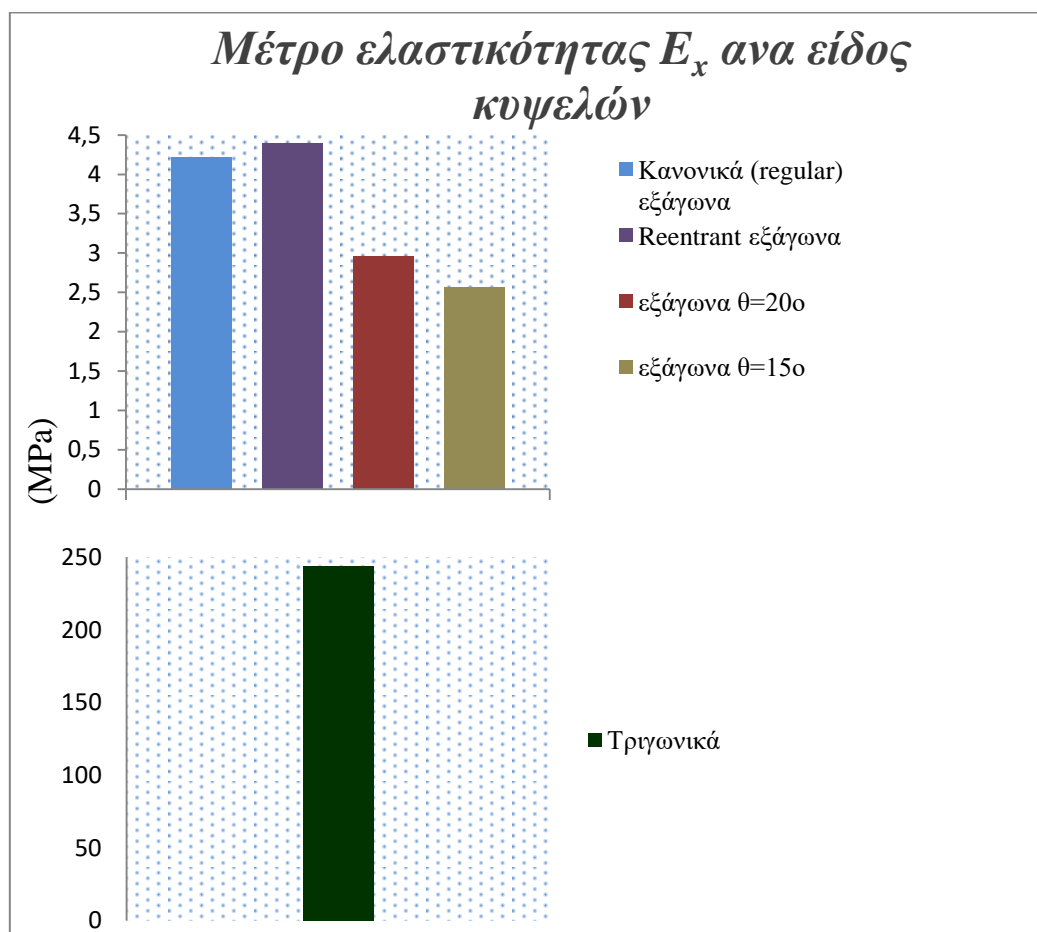
Ισότροπος πυρήνας μη κανονικών εξαγώνων ( $\theta=15^\circ$ )	προσομοίωση	Gibson&Ashby	Απόκλιση(%)
$\nu_{xy}$	0.3790	0.3392	8.534
$E_x$	2.571	2.794	7.981

**Πίνακας 2.21.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα κυψελωτού πυρήνα με εξάγωνα γωνίας  $\theta=15^\circ$ .

Συγκεντρωτικά για όλες τις περιπτώσεις κυψελών προκύπτει Πίνακας 2.22 και το Σχήμα 2.34:

Συγκεντρωτικά		Προσομοίωση	Gibson&Ashby	Απόκλιση (%)
Κανονικά (regular) εξάγωνα	$E_x$ (MPa)	4.220	4.610	8.460
	$\nu_{xy}$	1.030	1.000	3.000
Reentrant εξάγωνα	$E_x$ (MPa)	4.403	4.610	4.490
	$\nu_{xy}$	-0.9291	-1.000	7.090
Τριγωνικά (triangular)	$E_x$ (MPa)	243.90	230.0	6.043
	$\nu_{xy}$	0.3232	0.3333	3.000
εξάγωνα $\theta=20^\circ$	$E_x$ (MPa)	2.974	3.240	8.210
	$\nu_{xy}$	0.5482	0.5200	5.423
εξάγωνα $\theta=15^\circ$	$E_x$ (MPa)	2.571	2.794	7.981
	$\nu_{xy}$	0.3790	0.3492	8.534

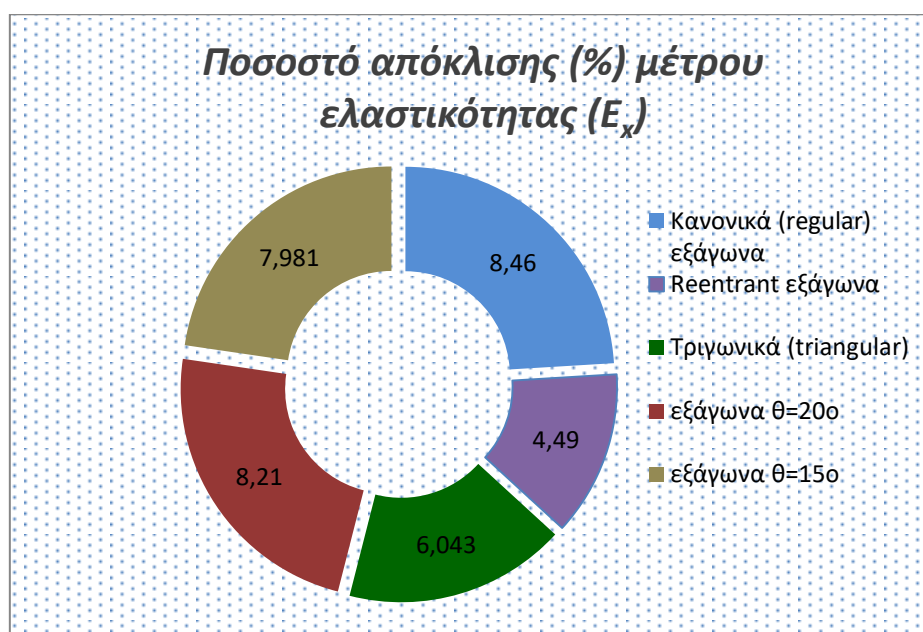
Πίνακας 2.22. Συγκεντρωτικά αποτελέσματα  $E_x$  και  $\nu_{xy}$  για όλες τις περιπτώσεις κυψελών.



Σχήμα 2.34. Μέτρο ελαστικότητας για κάθε είδος ισότροπου κυψελωτού πυρήνα.

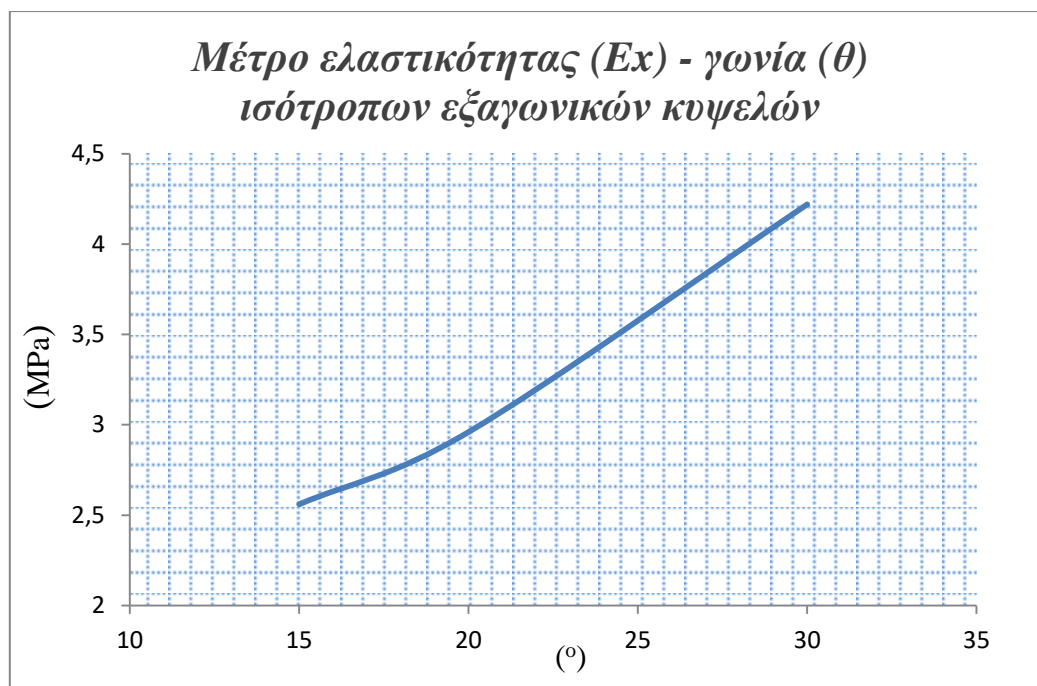
Από τα παραπάνω ευρήματα συμπεραίνουμε πως το μέτρο ελαστικότητας του πυρήνα αποτελούμενου από τριγωνικές κυψέλες είναι σαφέστατα μεγαλύτερο του αντίστοιχου μέτρου ελαστικότητας κανονικών εξαγωνικών κυψελών και reentrant κυψελών. Συγκεκριμένα είναι περίπου 58 (57.82) και 56 (55.60) φορές μεγαλύτερο από τις κυψέλες κανονικών και reentrant εξαγώνων αντίστοιχα. Όσον αφορά τη σύγκριση του με το μέτρο ελαστικότητας μη κανονικών εξαγώνων, παρουσιάζεται αυξημένο περίπου κατά 82 (82.43) και 95 (95.32) φορές. Το μέτρο ελαστικότητας για κάθε περίπτωση του πυρήνα απεικονίζεται στο παραπάνω Σχήμα 2.34.

Όσον αφορά την απόκλιση του μέτρου ελαστικότητας της προσομοίωσης με το αντίστοιχο της αναλυτικής λύσης των Gibson&Ashby, ο πυρήνας των κανονικών εξαγώνων παρουσιάζει το μεγαλύτερο ποσοστό (8.46%) ενώ ο πυρήνας εξαγώνων reentrant το χαμηλότερο (4.772%). Τα ποσοστά απόκλισης προσομοίωσης-αναλυτικής λύσης παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα 2.35.



**Σχήμα 2.35.** Απόκλιση μέτρου ελαστικότητας προσομοίωσης-αναλυτικής λύσης (Gibson&Ashby) για κάθε περίπτωση κυψελών.

Μία παρατήρηση που πρέπει να αναφερθεί αφορά το μέτρο ελαστικότητας των μη κανονικών εξαγώνων σε σχέση με το αντίστοιχο των κανονικών. Η μείωση της γωνίας  $\theta$  κατά  $10^\circ$  και  $15^\circ$  κάθε κυψέλης του πυρήνα οδηγεί σε μείωση του μέτρου ελαστικότητας κατά 1.26 και 1.66 MPa αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 2.36).



**Σχήμα 2.36.** Μέτρο ελαστικότητας πυρήνα κανονικών και μη κανονικών εξαγωνικών κυψελών.

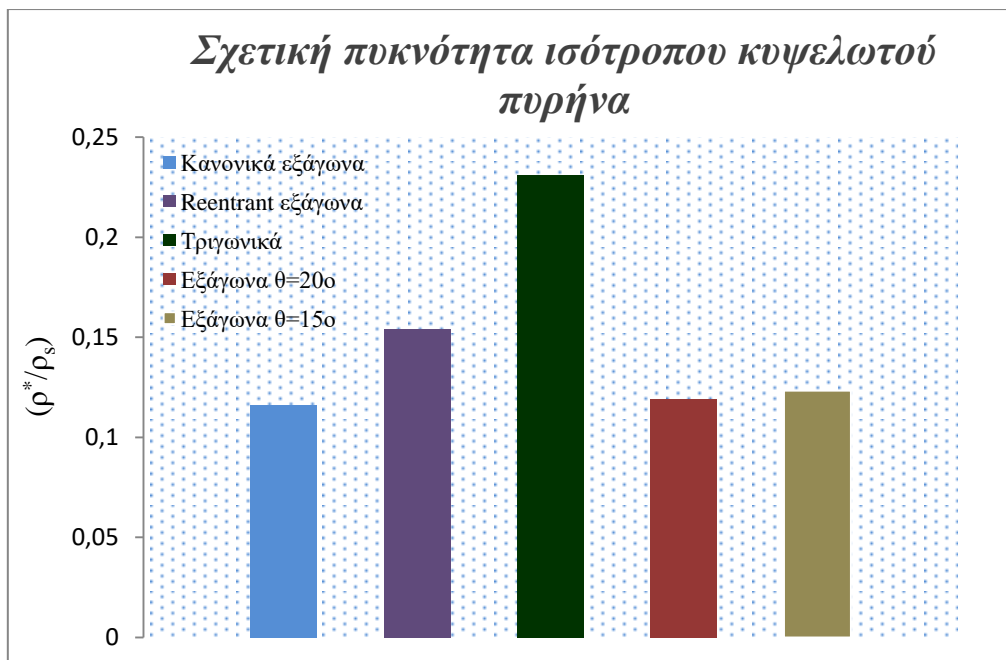
Προηγουμένως είχε αναφερθεί πως το πλεονέκτημα των honeycombs έναντι του συμπαγούς στερεού είναι ο υψηλός λόγος αντοχής/βάρους. Το βάρος συνδέεται με την σχετική πυκνότητα του κυψελωτού υλικού και από την έκφραση 1.10 λαμβάνουμε για τις εξετασθείσες κυψέλες τον Πίνακα 2.23:

Είδος κυψελών	Σχετική πυκνότητα ( $\rho^*/\rho_s$ )
Εξαγωνικές (κανονικές)	0.1160
Εξαγωνικές (reentrant)	0.1540
Τριγωνικές	0.2310
Εξαγωνικές ( $\theta=20^\circ$ )	0.1190
Εξαγωνικές ( $\theta=15^\circ$ )	0.1233

**Πίνακας 2.23.** Σχετική πυκνότητα για όλες τις περιπτώσεις κυψελών ισότροπου πυρήνα.

Παρατηρούμε πως ο πυρήνας με τριγωνικές κυψέλες παρουσιάζει τη μεγαλύτερη σχετική πυκνότητα, όπως περιμέναμε, ενώ ο πυρήνας κανονικών εξαγωνικών κυψελών τη χαμηλότερη. Παρά τη σχεδόν διπλάσια (1.99) σχετική πυκνότητα έναντι των κανονικών κυψελών, ο πυρήνας τριγωνικών στοιχείων παραμένει ο πιο δύσκαμπτος καθώς έχει αρκετά υψηλότερο μέτρο ελαστικότητας και συνεπώς μεγαλύτερη αντοχή. Τα ευρήματα του Πίνακα 2.23 παρουσιάζονται γραφικώς στο Σχήμα 2.37.





**Σχήμα 2.37.** Σχετική πυκνότητα για κάθε είδος ισότροπου κυψελωτού πυρήνα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup> ΤΟ ΑΝΙΣΟΤΡΟΠΟ ΚΥΨΕΛΩΤΟ ΥΛΙΚΟ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο ασχοληθήκαμε με την διερεύνηση του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson, κατά την διεύθυνση του άξονα x, αντιπροσωπευτικού τμήματος ισότροπου κυψελωτού πυρήνα. Στην παρούσα ενότητα θα εξετάσουμε τα εν λόγω μεγέθη σε περιπτώσεις ανισότροπου πυρήνα αποτελούμενο από κυψέλες κανονικών εξάγωνων, reentrant και τριγωνικών.

Οι ανισοτροπικές περιπτώσεις που θα εξετάσουμε αναφέρονται σε δύο κατηγορίες:

- Γεωμετρική ανισοτροπία
- Ανισοτροπία υλικού

Στην πρώτη κατηγορία θα μεταβάλουμε γεωμετρικά χαρακτηριστικά των κυψελών, συγκεκριμένα το πάχος ( $t'$ ) των οριζόντιων πλευρών, διατηρώντας την αρχική τιμή που ορίσαμε στο κεφάλαιο 2 στις κεκλιμένες πλευρές.

Κατά αντιστοίχιση στην περίπτωση ανισοτροπίας υλικού θα μεταβάλουμε το μέτρο ελαστικότητας του υλικού των οριζόντιων πλευρών ( $E'_s$ ) επεμβαίνοντας στην ομοιογένεια που παρουσιάζει ο πυρήνας σε επίπεδο δομικών στοιχείων (structural members), με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός συνθετικού υλικού (composite).

Στις περιπτώσεις ανισοτροπίας δεν ισχύουν οι εξισώσεις των Gibson&Ashby για το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο poisson, γεγονός το οποίο δεν αναγράφεται στην σχετική βιβλιογραφία (συνιστώνται οι ίδιες μαθηματικές εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για ισότροπο κυψελωτό πυρήνα) και που θα εξετάσουμε παρακάτω. Συνεπώς το κριτήριο επαλήθευσης των αποτελεσμάτων μας είναι η μαθηματική έκφραση 1.5.:

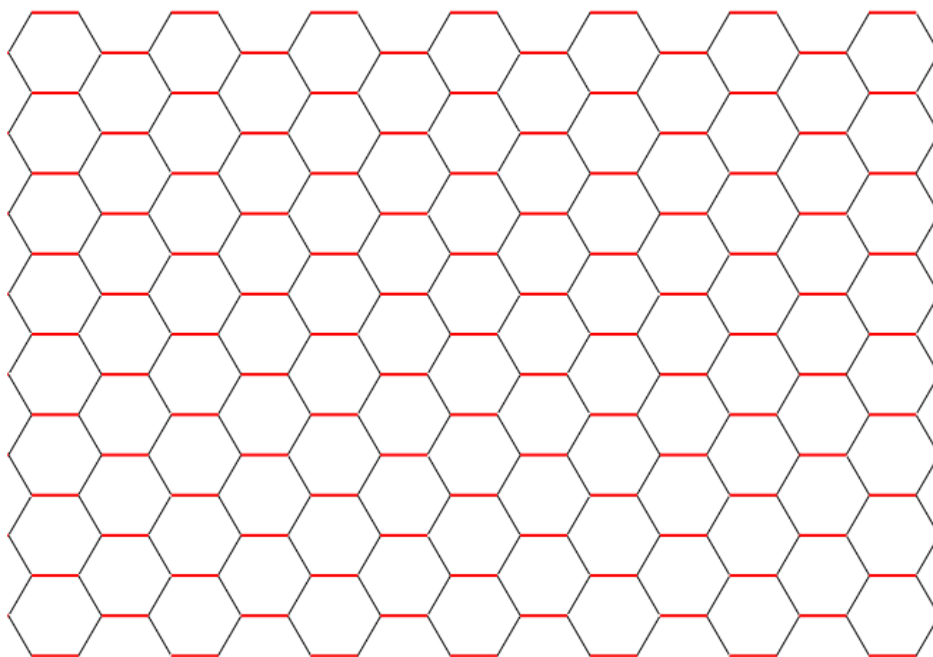
$$E_x \nu_{yx} = E_y \nu_{xy}$$

Οπότε για να εφαρμόσουμε το εν λόγω κριτήριο είναι απαραίτητη η φόρτιση του πυρήνα και κατά την διεύθυνση του άξονα y.

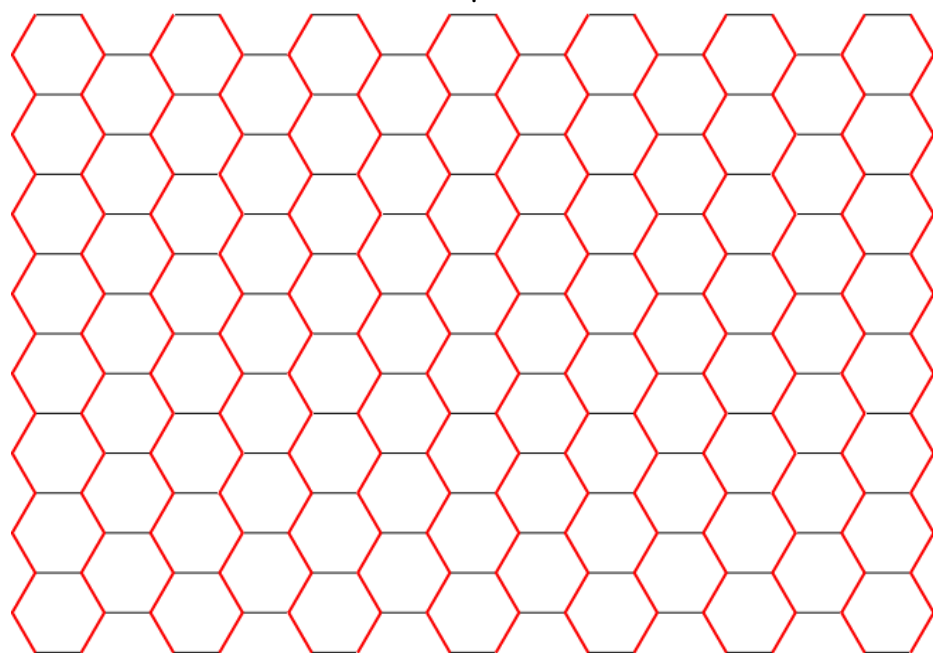
### 3.1. Ανισότροπος πυρήνας κανονικών εξαγωνικών κυψελών

Ξεκινώντας τις προσομοιώσεις όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο θα μελετήσουμε πρώτα τον κυψελωτό πυρήνα εξαγωνικών στοιχείων. Το σχέδιο το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε είναι ίδιο με το Σχήμα 2.1 καθώς οι μεταβολές στο πάχος και στο μέτρο ελαστικότητας του υλικού θα πραγματοποιηθούν μέσω του Abaqus.

Για το σκοπό αυτό δημιουργούμε δύο συστοιχίες αποτελούμενες από όλα τα οριζόντια και κεκλιμένα τοιχώματα αντίστοιχα (βλ. Σχήματα 3.1, 3.2). Ονομάζουμε τα δύο αυτά σετ anisotrope και isotrope ώστε να ξεχωρίζουμε το σετ μεταβολής παραμέτρων από το σετ με τα 'παλαιά' χαρακτηριστικά.



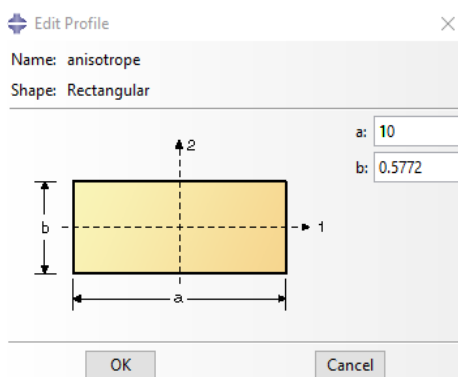
**Σχήμα 3.1.** Επιλογή όλων των οριζόντιων τοιχωμάτων ως μέλη του σετ 'anisotrope' (εστίαση σε τμήμα του πυρήνα).



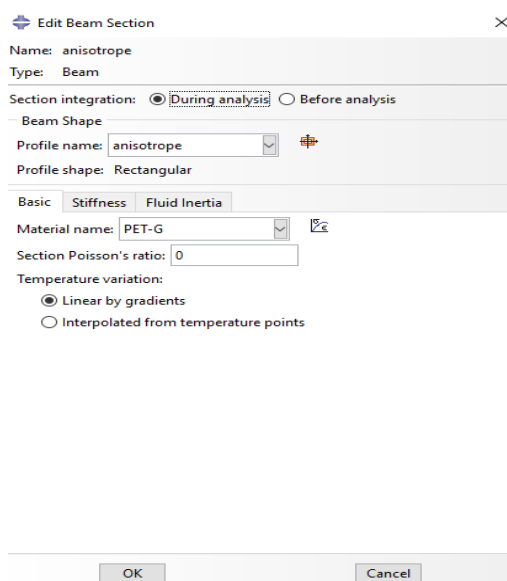
**Σχήμα 3.2.** Επιλογή των κεκλιμένων τοιχωμάτων ως μέλη του σετ 'isotrope' (εστίαση σε τμήμα του πυρήνα).

### 3.1.1. Διπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών

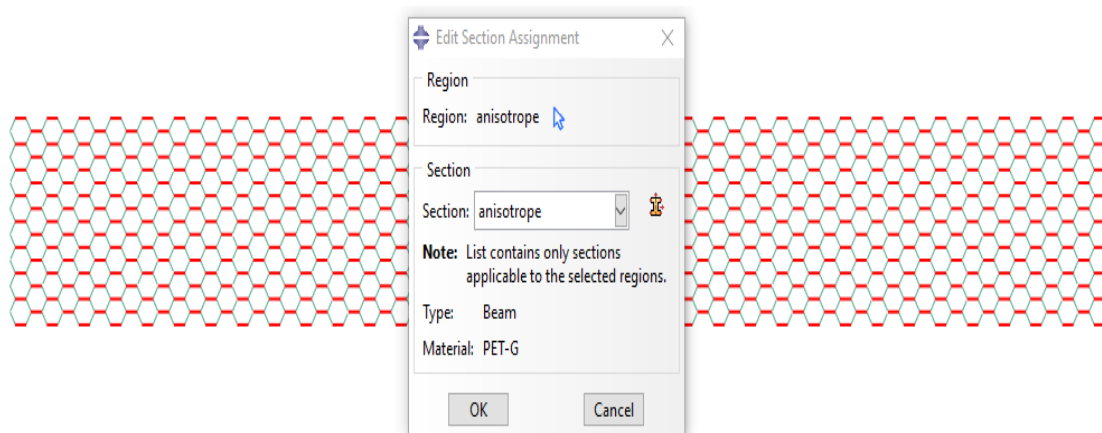
Επιλέγοντας τη συστοιχία 'anisotrope' ορίζουμε ως πάχος  $t'=2*t=0.5772\text{mm}$  μέσω του προφίλ διατομής (βλ. σχήμα 3.3). Η διατομή εξακολουθεί να είναι δοκός με βάθος 10mm. Στη συνέχεια δημιουργούμε τη νέα διατομή (βλ. Σχήμα 3.4) με βάση το καινούργιο προφίλ. Το νέο προφίλ και η νέα διατομή ονομάζονται και αυτές 'anisotrope'.



Σχήμα 3.3. Δημιουργία του προφίλ ανισοτροπίας πάχους  $t'=2t$ .

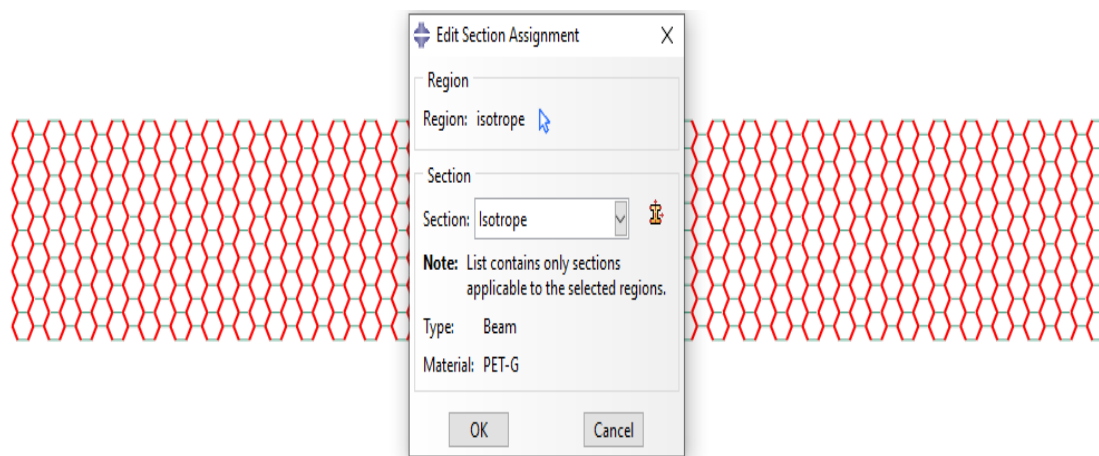


Σχήμα 3.4. Δημιουργία της νέας διατομής.



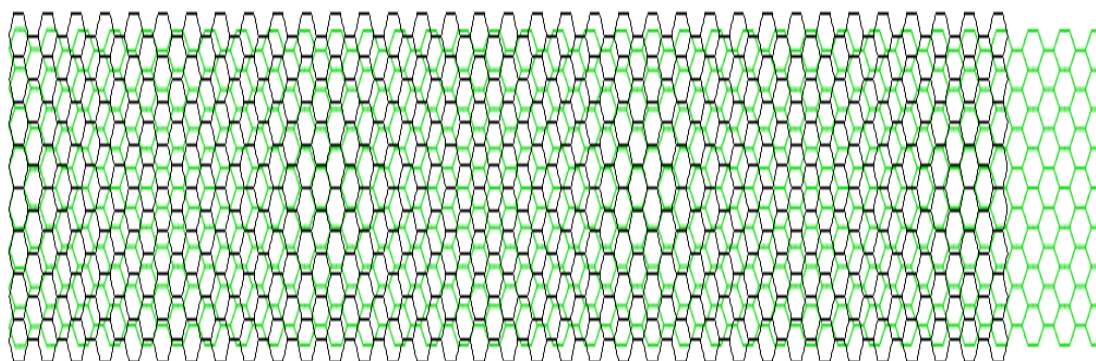
Σχήμα 3.5. Ορισμός της διατομής 'anisotrope' στο σετ οριζόντιων πλευρών 'anisotrope'.

Στην συνέχεια πρέπει να ορίσουμε την νέα αυτή διατομή στο σετ 'anisotrope' μέσω της εντολής section assignments (βλ. Σχήμα 3.5). Επόμενο βήμα είναι ο ορισμός του προφίλ με το παλαιό πάχος (0.2886) στο σετ 'isotrope' όπως φαίνεται στο ακόλουθο Σχήμα 3.6.



**Σχήμα 3.6.** Ορισμός της διατομής με το αρχικό πάχος στο σετ 'isotrope'.

Διατηρώντας ίδιες συνοριακές συνθήκες (σετ BC<sub>s</sub>), φόρτιση (σετ Cf<sub>x</sub>) και συστοιχίες κόμβων για διερεύνηση U<sub>y</sub>, U<sub>x</sub>, σ<sub>x</sub> με την ενότητα 2.2 (nodal2, tomh) λαμβάνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:



**Σχήμα 3.7.** Η αρχική (μαύρο χρώμα) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=2.240\*10).

Κόμβοι	U <sub>y</sub> (mm)
1	0,08800
2	-0,08800

**Πίνακας 3.1.** Αποτελέσματα U<sub>y</sub> για τους κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,6680
.....	.....
9	0,6680

**Πίνακας 3.2.** Αποτελέσματα  $U_x$  για τους κόμβους του σετ tomh.

Κόμβοι	$Sf_x$ (N)
1	0,4400
2	1,020
3	1,010
4	1,020
5	1,020
6	1,010
7	1,020
8	1,020
9	0,4400

**Πίνακας 3.3.** Αποτελέσματα (Section Forces) για τους κόμβους του σετ tomh.

Από τους προηγούμενους πίνακες υπολογίζουμε:

- $U_y = -0.176$  mm και
- $\epsilon_y = -4.4 * 10^{-3}$
- $U_x = 6.012/9 = 0.668$  mm και
- $\epsilon_x = 4.451 * 10^{-3}$
- $\sigma_x = 8/(40 * 10) = 0.020$  MPa

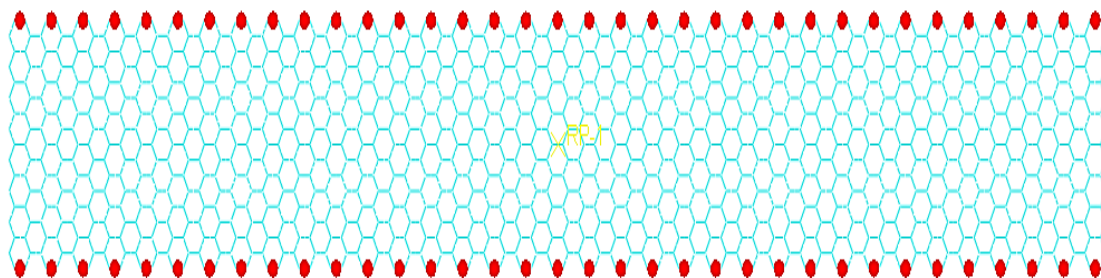
Και κατά συνέπεια ο λόγος poisson:

$$\nu_{xy} = -\frac{-4.4 * 10^{-3}}{4.451 * 10^{-3}} = 0.9890$$

Ενώ το μέτρο ελαστικότητας:

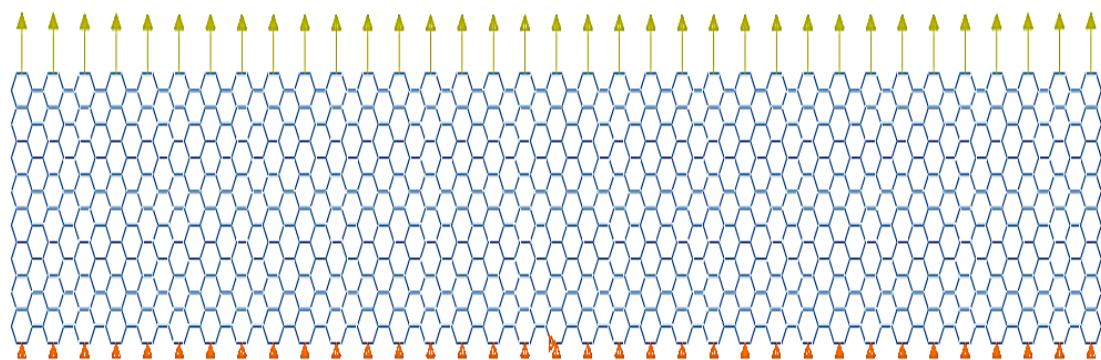
$$E_x = \frac{0.020}{4.451 * 10^{-3}} = 4.493 \text{ MPa}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα το λόγο poisson  $\nu_{yx}$  και το μέτρο ελαστικότητας  $E_y$ . Για το σκοπό αυτό θα ασκήσουμε εφελκυστικές δυνάμεις κατά την  $y$  διεύθυνση δημιουργώντας τις συστοιχίες  $Cf_y$  και  $BC_{s,y}$  εκατέρωθεν του κέντρου (RP-1) κατά τον άξονα  $y$  (βλ. Σχήμα 3.8).



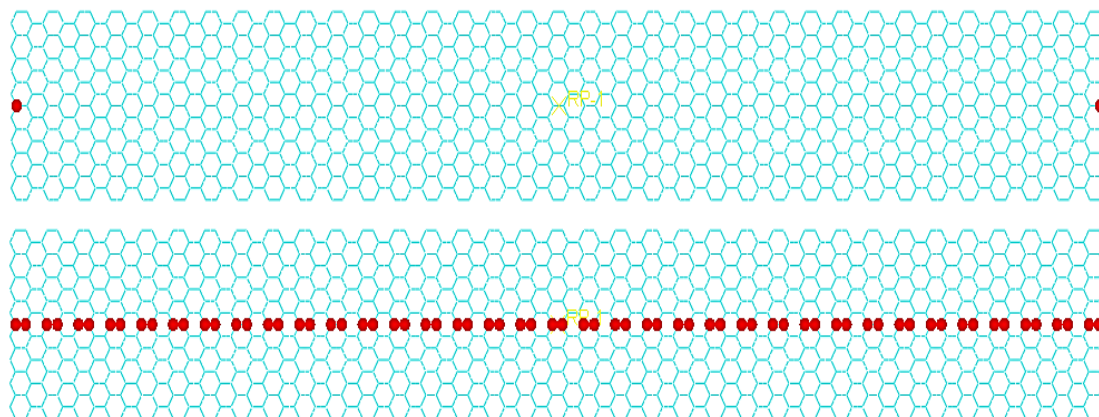
**Σχήμα 3.8.** Οι κόμβοι των σετ  $BC_{s,y}$  (κάτω) και  $Cf_y$  (πάνω) εφαρμογής συνοριακών συνθηκών και φόρτισης αντίστοιχα.

Σε όλους τους κόμβους του σετ  $BC_{s,y}$  εφαρμόζουμε κυλίσεις κατά  $y$  ( $U_y=0$ ) και στον μεσαίο κόμβο του ίδιου σετ εφαρμόζουμε επιπλέον μία κύλιση κατά  $x$  ( $U_x=0$ ) έτσι ώστε ο κόμβος αυτός να λειτουργεί ως άρθρωση (κάτω από RP-1 σε απόσταση 20mm). Στους κόμβους του σετ  $Cf_y$  ασκούμε δύναμη  $Cf_y=1N$  όπως στο παρακάτω Σχήμα 3.9.



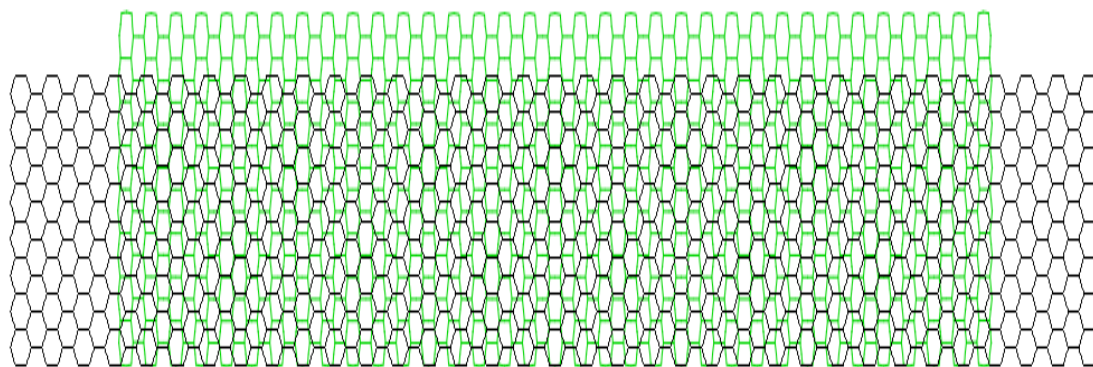
**Σχήμα 3.9.** Η φόρτιση (πάνω) και οι συνοριακές συνθήκες (κάτω).

Πρέπει σε αυτό το σημείο να ορίσουμε τα σετ που θα χρησιμοποιήσουμε για τη διερεύνηση των μετατοπίσεων. Για τη διερεύνηση της  $U_x$  δημιουργούμε το σετ nodal2 αποτελούμενο από τους δύο ακριανούς κόμβους εκατέρωθεν του κέντρου κατά τον άξονα  $x$  ενώ για τη διερεύνηση της  $U_y$  δημιουργούμε το σετ tomlh αποτελούμενο από 70 κόμβους μήκους  $L_{initial}=300.14mm$  σε ύψος  $H_{initial}=20mm$  (βλ. Σχήμα 3.10). Για τη διερεύνηση της τάσεως  $\sigma_y$  θα χρησιμοποιήσουμε το σετ  $Cf_y$  (εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί το σετ tomlh αρκεί να εξάγουμε το άθροισμα των απόλυτων τιμών των δυνάμεων τομής  $Sf_y$ ).



**Σχήμα 3.10.** Τα σετ nodal2 (πάνω) και tomh (κάτω).

Η προσομοίωση οδηγεί στα ακόλουθα αποτελέσματα:



**Σχήμα 3.11.** Η αρχική (μαύρο χρώμα) και η παραμορφωμένη (πράσινο χρώμα) κατάσταση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $7.711 \cdot 10$ ).

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	-0,3730
2	0,3730

**Πίνακας 3.4.** Αποτελέσματα  $U_x$  για τους κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,05560	36	0,05530
2	0,05580	37	0,05530
3	0,05530	38	0,05530
4	0,05550	39	0,05530
5	0,05510	40	0,05530



6	0,05520	41	0,05530
7	0,05500	42	0,05530
8	0,05500	43	0,05530
9	0,05500	44	0,05530
10	0,05500	45	0,05530
11	0,05510	46	0,05530
12	0,05500	47	0,05530
13	0,05520	48	0,05530
14	0,05510	49	0,05530
15	0,05520	50	0,05530
16	0,05520	51	0,05530
17	0,05530	52	0,05530
18	0,05520	53	0,05520
19	0,05530	54	0,05520
20	0,05530	55	0,05520
21	0,05530	56	0,05520
22	0,05530	57	0,05530
23	0,05530	58	0,05510
24	0,05530	59	0,05510
25	0,05530	60	0,05500
26	0,05530	61	0,05500
27	0,05530	62	0,05520
28	0,05530	63	0,05530
29	0,05530	64	0,05580
30	0,05530	65	0,05560
31	0,05530	66	0,05550
32	0,05530	67	0,05500
33	0,05530	68	0,05510
34	0,05530	69	0,05500
35	0,05530	70	0,05500

**Πίνακας 3.5.** Τιμές  $U_y$  για το σετ τομh.

Κόμβοι	Cf <sub>y</sub> (N)
1	1.000
.....	.....
35	1.000

**Πίνακας 3.6.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) για τους κόμβους του σετ Cf<sub>y</sub>.

Από τους παραπάνω πίνακες εξάγουμε τα εξής αποτελέσματα:

- $U_x = -( |U_{x1}| + |U_{x2}| ) = -0.746 \text{ mm}$  και
- $\epsilon_x = U_x/L = -0.746/300.14 = -2.486 \cdot 10^{-3}$
- $U_y = (\sum U_y)/N = 3.87/70 = 0.0552 \text{ mm}$
- $\epsilon_y = U_y/H_{\text{initial}} = 0.0552/20 = 2.76 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_y = (\sum Cf_y)/(L \cdot b) = 35/(300.14 \cdot 10) = 0.01166 \text{ MPa}$

και συνεπώς ο λόγος poisson προκύπτει:

$$\nu_{yx} = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} = -\frac{-2.486 \cdot 10^{-3}}{2.76 \cdot 10^{-3}} = 0.9010$$

Ενώ το μέτρο ελαστικότητας υπολογίζεται ίσο με:

$$E_y = \frac{\sigma_y}{\epsilon_y} = \frac{0.01166}{2.76 \cdot 10^{-3}} = 4.224 \text{ MPa}$$

Κατά συνέπεια η σχέση 1.5 δίνει:

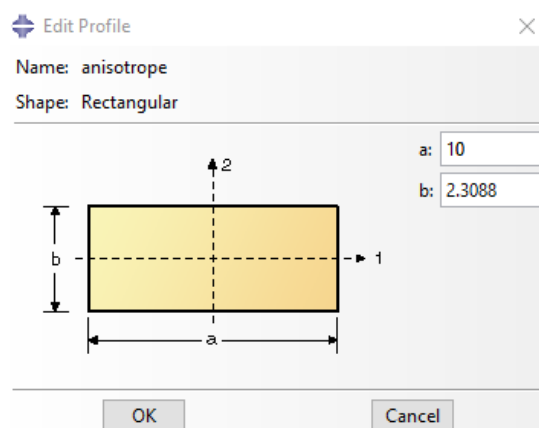
$$E_x \cdot \nu_{yx} = E_y \cdot \nu_{xy} \rightarrow 4.493 \cdot 0.9010 = 4.224 \cdot 0.9890 \\ \rightarrow 4.050 \approx 4.180$$

Η απόκλιση των δύο αυτών γινομένων είναι της τάξεως του:

$$[(4.050 - 4.180)/4.180] \cdot 100 = 3.110\%$$

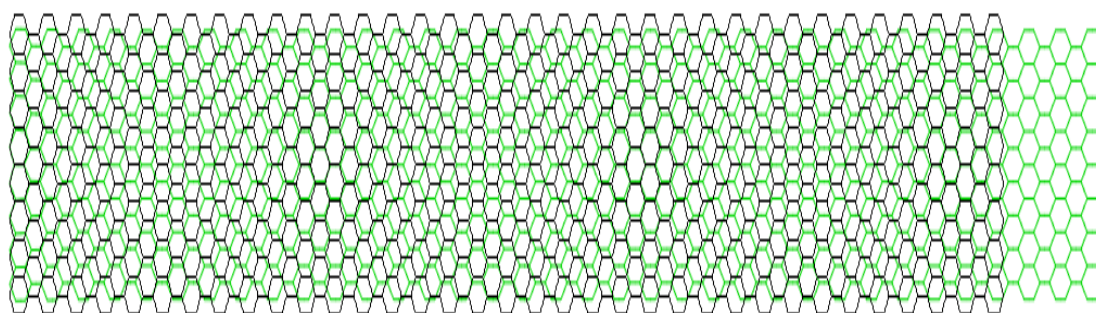
### 3.1.2. Οκταπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών

Θα μελετήσουμε τώρα την επίπτωση που έχει στο λόγο poisson και στο μέτρο ελαστικότητας του πυρήνα ο οκταπλασιασμός του πάχους των οριζόντιων πλευρών. Το νέο αυτό πάχος ισούται με  $t' = 2.3088 \approx 2.310 \text{ mm}$  (βλ. Σχήμα 3.12).



**Σχήμα 3.12.** Το νέο πάχος πλευρών του σετ anisotrope.

Εφαρμόζοντας την ίδια μεθοδολογία με πριν ορίζουμε το νέο πάχος στα στοιχεία του σετ anisotrope. Οι συνοριακές συνθήκες καθώς και η φόρτιση παραμένουν ίδιες και κατά την x και y διεύθυνση. Από την προσομοίωση λαμβάνουμε:



**Σχήμα 3.13.** Γραφική απεικόνιση αρχικής (μαύρο χρώμα) και παραμορφωμένης (πράσινο χρώμα) κατάστασης (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=2.304\*10).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,08483
2	-0,08483

**Πίνακας 3.13.** Αποτελέσματα  $U_y$  των κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,6490
.....	.....
9	0,6490

**Πίνακας 3.14.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ tomh.

Κόμβοι	Sf <sub>x</sub> (N)
1	0,4991
2	1,000
.....	.....
8	1,000
9	0,4991

**Πίνακας 3.15.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Section Forces) κόμβων του σετ tomh.

Από τους παραπάνω πίνακες υπολογίζουμε:

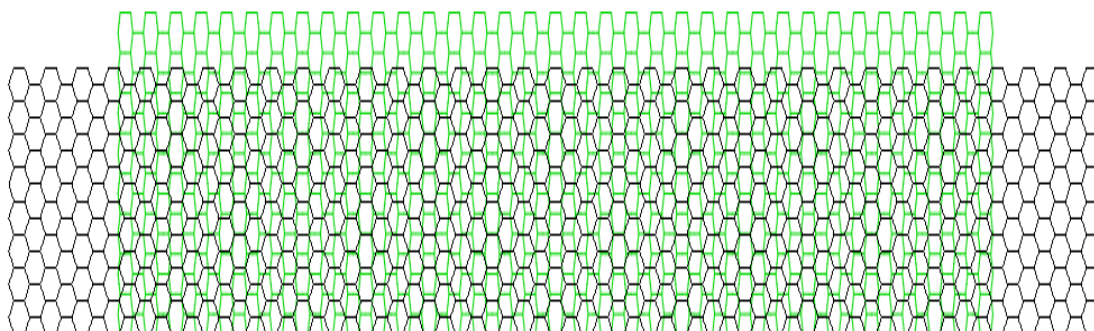
- $U_y = -0.1697$  mm και
- $\epsilon_y = -0.1697/40 = -4.243 \cdot 10^{-3}$
- $U_x = 0.649$  mm και
- $\epsilon_x = 0.649/150.07 = 4.33 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_x = 8/(40 \cdot 10) = 0.020$  MPa

Κατά συνέπεια ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{4.243 \cdot 10^{-3}}{4.33 \cdot 10^{-3}} = 0.9800$$

$$E_x = \frac{0.020}{4.33 \cdot 10^{-3}} = 4.620 \text{ MPa}$$

Ενώ με φόρτιση κατά την y διεύθυνση έχουμε:



**Σχήμα 3.14.** Η αρχική (μαύρο χρώμα) και η παραμορφωμένη (πράσινο χρώμα) κατάσταση φόρτισης κατά y (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=8.090\*10).

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	-0,3610
2	0,3610

**Πίνακας 3.16.** Αποτελέσματα  $U_x$  για τους κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,0511
.....	.....
70	0,0511

**Πίνακας 3.17.** Αποτελέσματα  $U_y$  για τους κόμβους του σετ tomlh.

Κόμβοι	$Cf_y$ (N)
1	1.000
.....	.....
35	1.000

**Πίνακας 3.18.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) για τους κόμβους του σετ  $Cf_y$ .

Από τους παραπάνω πίνακες εξάγουμε τις εξής τιμές:

- $U_x = -0.722$  mm και
- $\epsilon_x = U_x/L = -0.72/300.14 = -2.41 \cdot 10^{-3}$
- $U_y = 3.58/70 = 0.05114$  mm και
- $\epsilon_y = U_y/H_{initial} = 0.0518/20 = 2.56 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_y = (\sum Cf_y)/(L \cdot b) = 35/(300.14 \cdot 10) = 0.01166$  MPa

Οπότε ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{yx} = -\frac{-2.41 \cdot 10^{-3}}{2.56 \cdot 10^{-3}} = 0.9414$$

$$E_y = \frac{0.01166}{2.56 \cdot 10^{-3}} = 4.560 \text{ MPa}$$

Και η σχέση 1.5 δίνει:

$$E_x * \nu_{yx} = E_y * \nu_{xy} \rightarrow 4.62 * 0.9414 = 4.560 * 0.9800$$

$$\rightarrow 4.350 \approx 4.470$$

Και συνεπώς η απόκλιση των γινομένων είναι ίση με:

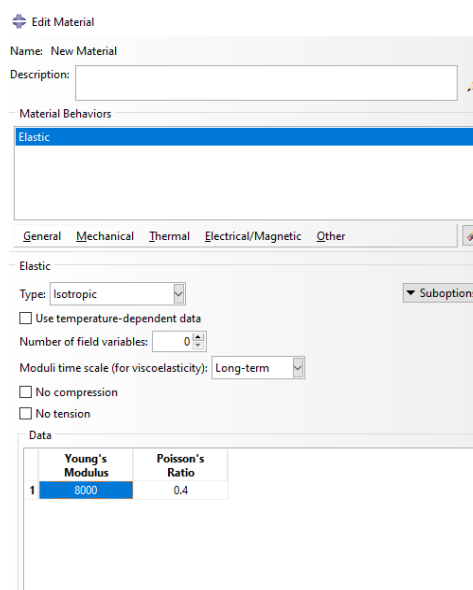
$$[(4.350 - 4.470) / 4.470] * 100 = 2.684\%$$

### 3.1.3. Τετραπλασιασμός μέτρου ελαστικότητας υλικού οριζόντιων δοκών

Σε αυτό το σημείο θα διερευνήσουμε το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο poisson του κυψελωτού πυρήνα μεταβάλλοντας μία ιδιότητα του υλικού των οριζόντιων πλευρών (σετ anisotrope) και συγκεκριμένα το μέτρο ελαστικότητας τους  $E_s$ .

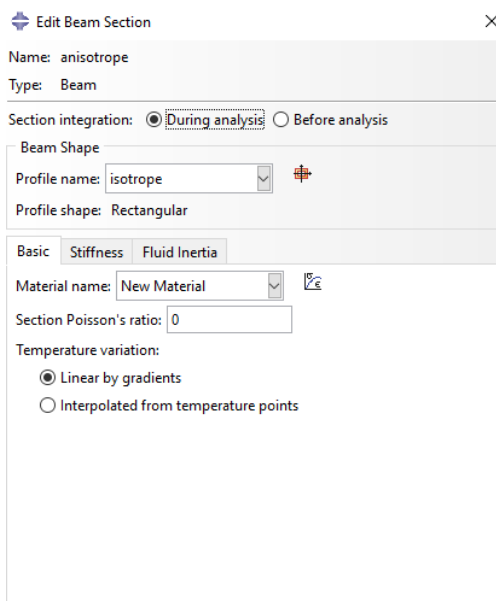
Από την επιλογή materials καταχωρούμε ένα νέο υλικό το οποίο ονομάζουμε 'New Material' στο οποίο ορίζουμε μέτρο ελαστικότητας τετραπλάσιο του υλικού PET-G, οπότε  $E_s' = 8000$  MPa (βλ. Σχήμα 3.15).

Εξαιτίας αυτής της μετατροπής μίας ιδιότητας του υλικού πάει να ισχύει η ισοτροπία καθώς πλέον ο πυρήνας αποτελείται από δύο διαφορετικά υλικά και θεωρείται συνθετικό υλικό (composite).



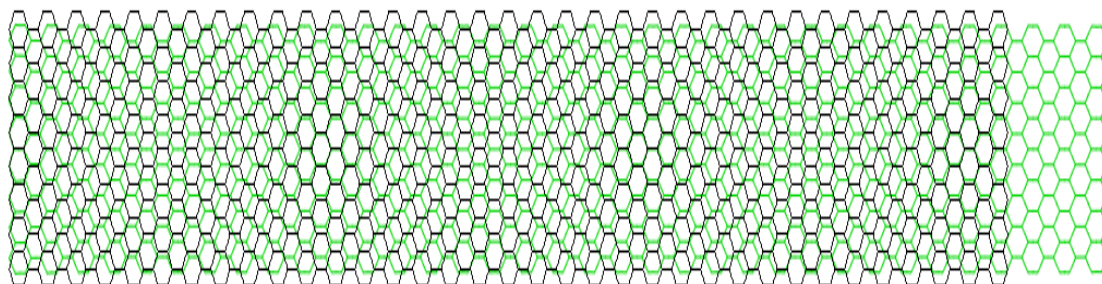
Σχήμα 3.15. Το νέο υλικό και το μέτρο ελαστικότητας του.

Συνεχίζοντας ορίζουμε τη διατομή anisotrope με το νέο υλικό καθώς και με το προφίλ των κεκλιμένων (isotrope) πλευρών καθώς δεν μεταβάλλουμε τίποτε στη γεωμετρία των δοκών (βλ. Σχήμα 3.16).



**Σχήμα 3.16.** Η νέα διατομή των οριζόντιων δοκών με το νέο υλικό.

Οι συνοριακές συνθήκες, η φόρτιση και οι συστοιχίες κόμβων διερεύνησης μετατοπίσεων και τάσεως παραμένουν ίδιες με πριν τόσο για τον εφελκυσμό κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x$  όσο και για τον εφελκυσμό κατά  $y$ . Ξεκινώντας με την εφελκυστική φόρτιση κατά τον άξονα  $x$  λαμβάνουμε τα ακόλουθα:



**Σχήμα 3.17.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη κατάσταση (πράσινο) του κυψελωτού πυρήνα (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=2.214\*10).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,09050
2	-0,09050

**Πίνακας 3.19.** Αποτελέσματα  $U_y$  για τους κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,6732
.....	.....
9	0,6732

**Πίνακας 3.20.** Αποτελέσματα  $U_x$  για τους κόμβους του σετ tomh.

Κόμβοι	$Sf_x$ (N)
1	0,4010
2	1,033
3	1,014
4	1,033
5	1,033
6	1,014
7	1,033
8	1,033
9	0,4010

**Πίνακας 3.21.** Αποτελέσματα δυνάμεων τομής (Section Forces) κόμβων του σετ tomh.

Από τους παραπάνω πίνακες υπολογίζουμε:

- $U_y = -0.1810$  mm και
- $\varepsilon_y = -4.53 \cdot 10^{-3}$
- $U_x = 0.6732$  mm και
- $\varepsilon_x = 4.49 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_x = 0.020$  MPa

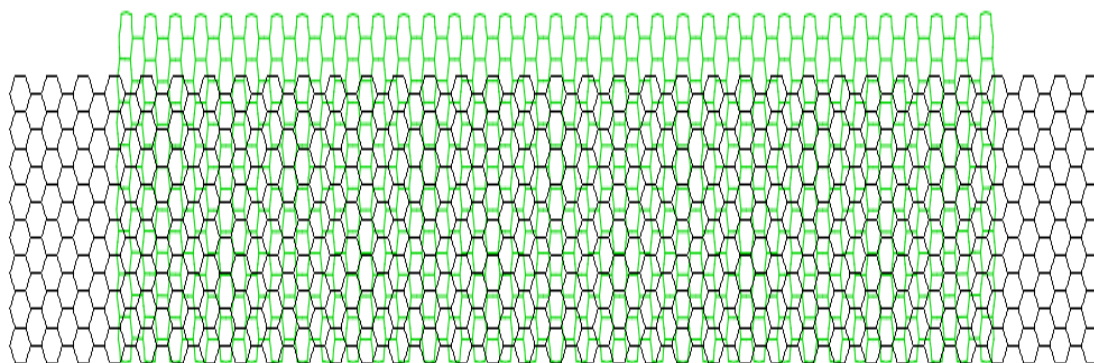
Και συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{-4.530 \cdot 10^{-3}}{4.49 \cdot 10^{-3}} = 1.010$$

$$E_x = \frac{0.020}{4.49 \cdot 10^{-3}} = 4.454 \text{ MPa}$$



Ο εφελκυσμός κατά τη διεύθυνση του άξονα y μας δίνει:



**Σχήμα 3.18.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=7.451\*10).

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	-0,3820
2	0,3820

**Πίνακας 3.22.** Αποτελέσματα  $U_x$  για τους κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,05910	25	0,05830	49	0,05830
2	0,05934	26	0,05830	50	0,05830
3	0,05850	27	0,05830	51	0,05830
4	0,05872	28	0,05830	52	0,05830
5	0,05803	29	0,05830	53	0,05810
6	0,05820	30	0,05830	54	0,05820
7	0,05770	31	0,05830	55	0,05812
8	0,05790	32	0,05830	56	0,05820
9	0,05790	33	0,05830	57	0,05822
10	0,05780	34	0,05830	58	0,05800
11	0,05800	35	0,05830	59	0,05800
12	0,05790	36	0,05830	60	0,0580
13	0,05810	37	0,05830	61	0,0580
14	0,05800	38	0,05830	62	0,05820

15	0,05820	39	0,05830	63	0,05900
16	0,05812	40	0,05830	64	0,05934
17	0,05822	41	0,05830	65	0,05910
18	0,05820	42	0,05830	66	0,05872
19	0,05830	43	0,05830	67	0,05800
20	0,05830	44	0,05830	68	0,05803
21	0,05830	45	0,05830	69	0,05800
22	0,05830	46	0,05830	70	0,05800
23	0,05830	47	0,05830		
24	0,05830	48	0,05830		

**Πίνακας 3.23.** Αποτελέσματα  $U_y$  για κόμβους του σετ  $Cf_y$ .

Κόμβοι	$Cf_y$ (N)
1	1.000
.....	.....
35	1.000

**Πίνακας 3.24.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) κόμβων του σετ  $Cf_y$ .

Από τα παραπάνω αποτελέσματα υπολογίζουμε:

- $U_x = -0.764$  mm και
- $\epsilon_x = U_x/L = -0.764/300.14 = -2.55 \cdot 10^{-3}$
- $U_y = 4.08/70 = 0.0583$  mm και
- $\epsilon_y = U_y/H_{initial} = 0.0583/20 = 2.92 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_y = (\sum Cf_y)/(L \cdot b) = 35/(300.14 \cdot 10) = 0.01166$  MPa

Οπότε ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{yx} = -\frac{-2.55 \cdot 10^{-3}}{2.92 \cdot 10^{-3}} = 0.8733$$

$$E_y = \frac{0.01166}{2.92 \cdot 10^{-3}} = 3.993 \text{ MPa}$$

Και η σχέση (1.5) δίνει:

$$E_x \cdot \nu_{yx} = E_y \cdot \nu_{xy}$$

$$\rightarrow 4.454 \cdot 0.8733 = 3.993 \cdot 1.010$$

$$\rightarrow 3.89 \approx 4.033$$

Η απόκλιση των γινομένων είναι ίση με:

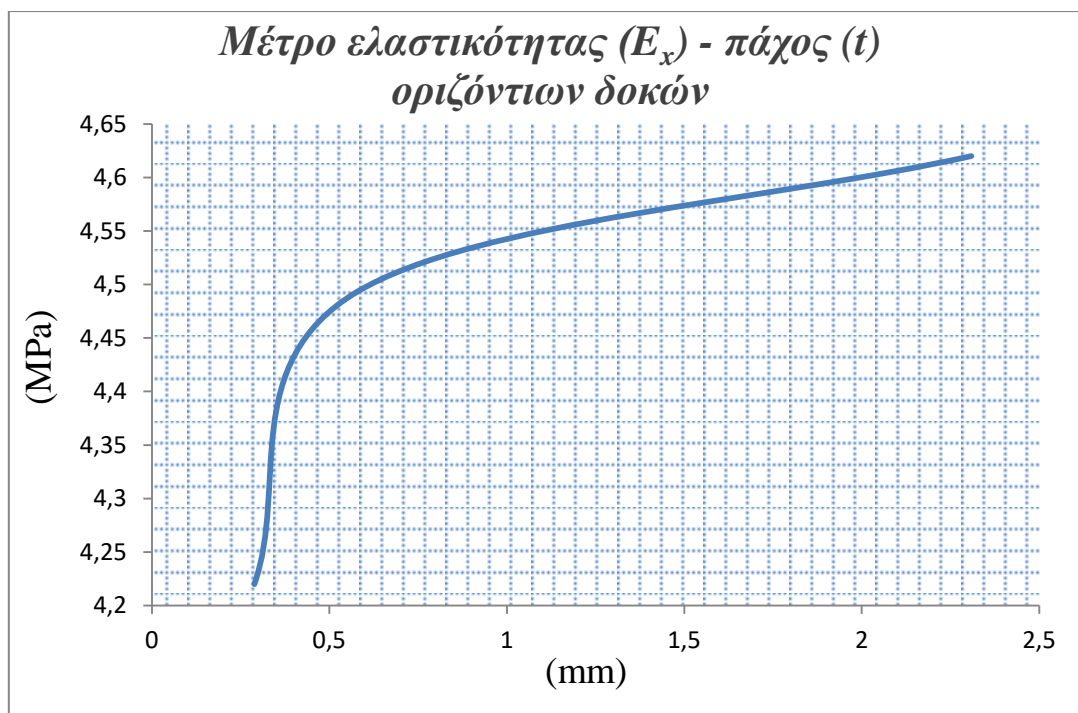
$$[(3.89 - 4.033) / 4.033] \cdot 100 = 3.550\%$$

Στον παρακάτω Πίνακα 3.25 συγκεντρώνονται όλα τα αποτελέσματα του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson για κάθε περίπτωση ανισοτροπίας του πυρήνα κανονικών εξαγωνικών κυψελών.

Ανισότροπος κυψελωτός πυρήνας κανονικών εξαγωνικών κυψελών	t' (2t)	t'' (8t)	E <sub>s</sub> ' (4E <sub>s</sub> )
$\nu_{xy}$	0.9890	0.9800	1.010
E <sub>x</sub> (MPa)	4.493	4.620	4.454
$\nu_{yx}$	0.9010	0.9414	0.8733
E <sub>y</sub> (MPa)	4.224	4.560	3.993
Απόκλιση γινομένων (%)	3.110	2.684	3.550

**Πίνακας 3.25.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα προσομοίωσης ανισότροπου πυρήνα κανονικών εξαγώνων.

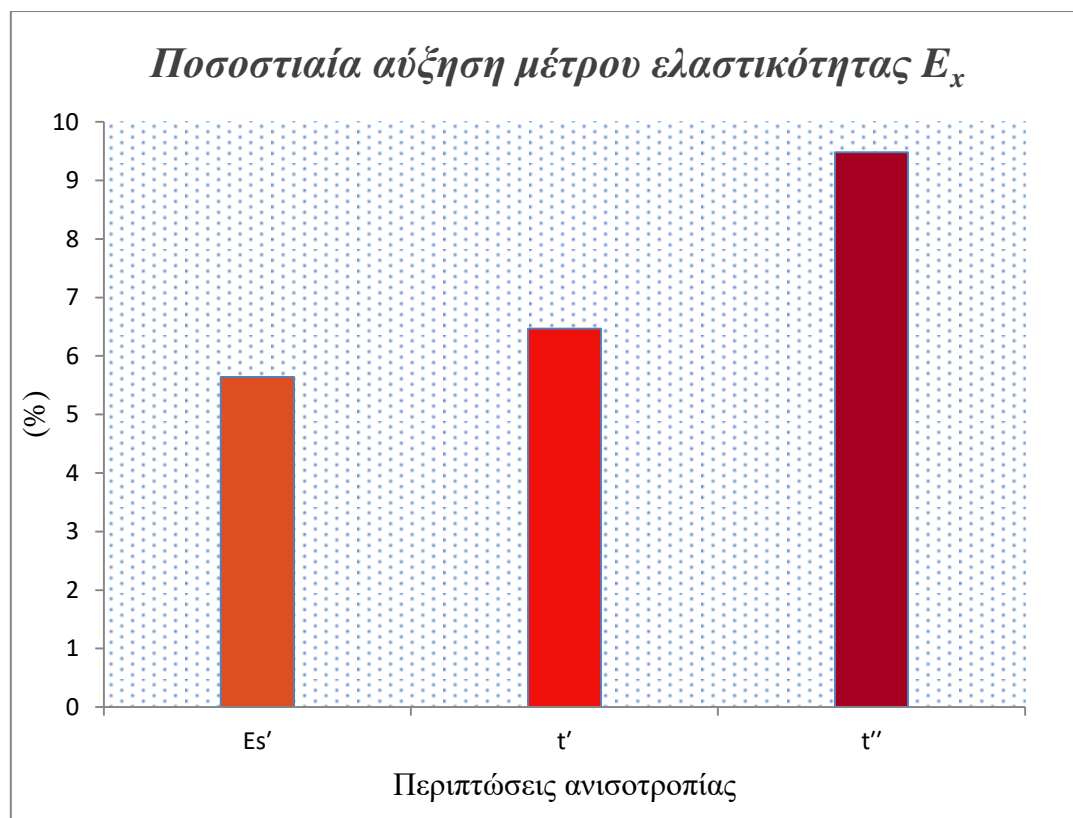
Το Σχήμα 3.19 παρουσιάζει τη σχέση του μέτρου ελαστικότητας και του πάχους των δοκών.



**Σχήμα 3.19.** Γραφική απεικόνιση αύξησης μέτρου ελαστικότητας  $E_x$  με αύξηση του πάχους οριζόντιων δοκών.

Από το Σχήμα 3.19 παρατηρούμε πως το μέτρο ελαστικότητας  $E_x$  αυξάνεται με κάθε ανισοτροπική τροποποίηση που διενεργήθηκε.

Συγκεκριμένα η μεγαλύτερη τιμή του παρατηρείται για αύξηση του πάχους οριζοντίων δοκών κατά 8 φορές. Στο διάγραμμα 3.20 απεικονίζεται η αύξηση του μέτρου ελαστικότητας για κάθε περίπτωση ανισοτροπίας ως ποσοστό του μέτρου ελαστικότητας ισότροπου πυρήνα.



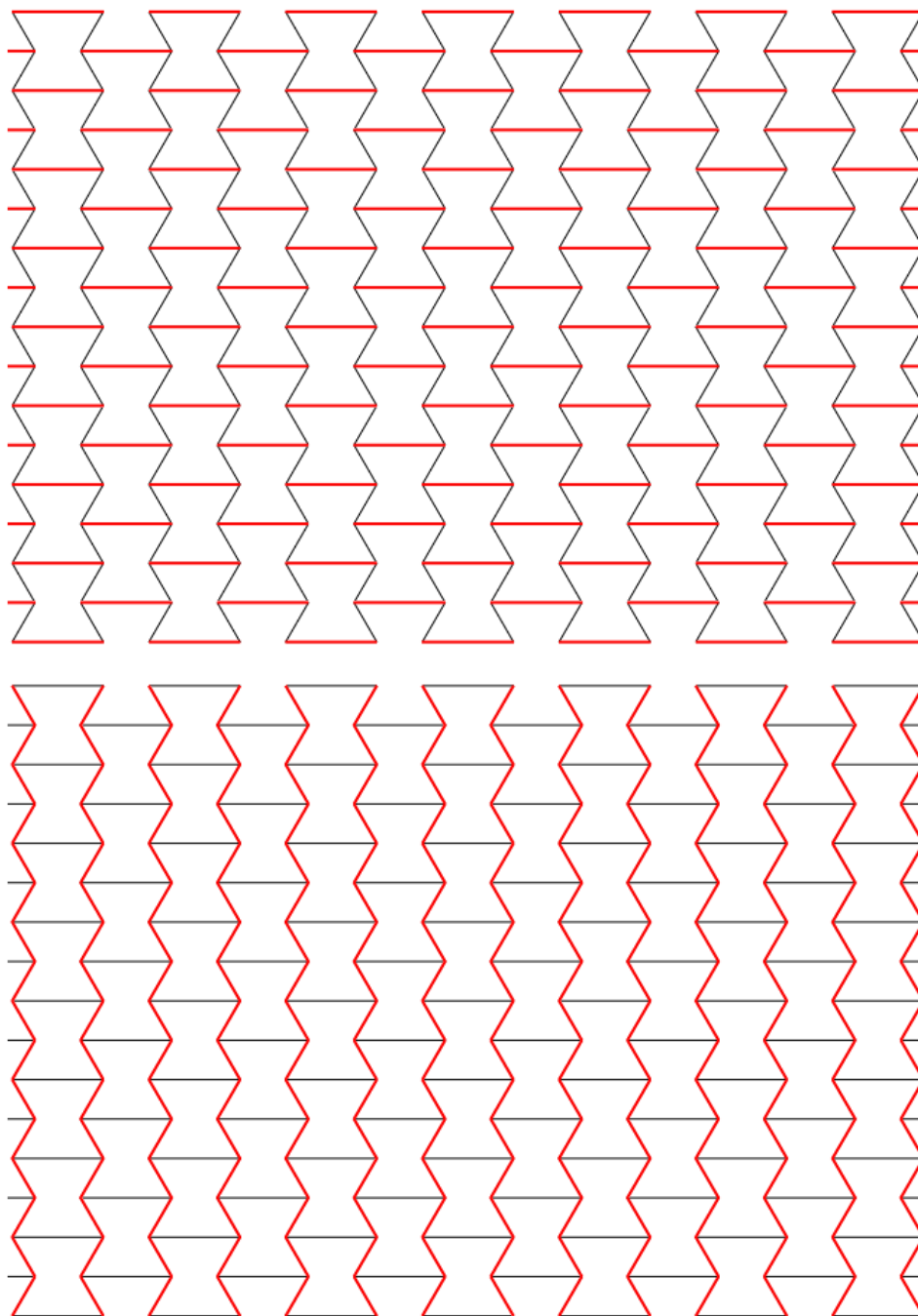
**Σχήμα 3.20.** Ποσοστιαία αύξηση  $E_x$  για κάθε περίπτωση ανισοτροπίας.

Το ποσοστό αύξησης του  $E_x$  για τις περιπτώσεις ανισοτροπίας  $E_s'$ ,  $t'$ ,  $t''$  συγκριτικά με το  $E_x$  της ισοτροπικής περίπτωσης είναι 5.64%, 6.47% και 9.48 % αντίστοιχα.

### 3.2. Ανισότροπος πυρήνας κυψελών reentrant

Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε τις επιπτώσεις της γεωμετρικής καθώς και της ανισοτροπίας υλικού στο μέτρο ελαστικότητας και το λόγο poisson όταν ο πυρήνας μας αποτελείται από reentrant κυψέλες.

Ακολουθώντας τα ίδια βήματα που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 3.1, δημιουργούμε τις συστοιχίες anisotrope και isotrope που εμπεριέχουν τις οριζόντιες και τις κεκλιμένες δοκούς αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 3.21).

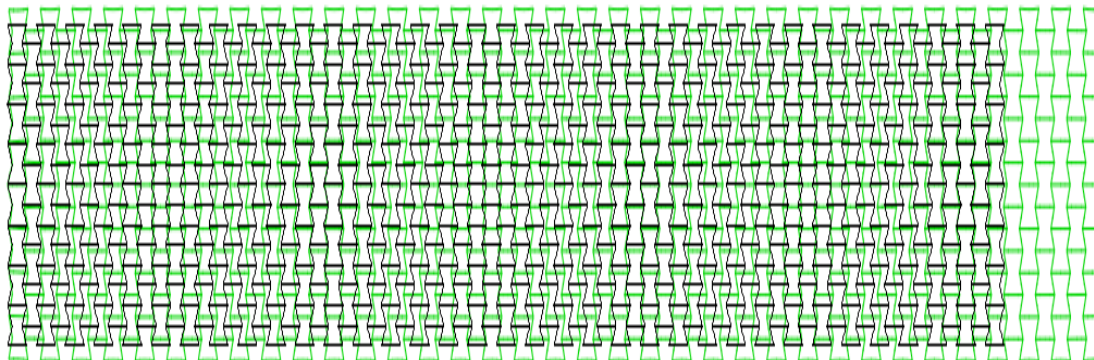


**Σχήμα 3.21.** Τα σετ anisotrope (πάνω) και isotrope (κάτω)  
[εστίαση σε τμήμα του πυρήνα].

### 3.2.1. Διπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών

Όπως και πριν θα εξετάσουμε δύο περιπτώσεις γεωμετρικής ανισοτροπίας, αυξάνοντας το πάχος των οριζόντιων δοκών κατά 2 και 8 φορές. Ξεκινώντας με την πρώτη περίπτωση ορίζουμε ως πάχος των δοκών του σετ anisotrope  $t'=0.5772\text{mm}$ .

Οι συνοριακές συνθήκες (σετ  $BC_s$ ) η φόρτιση (σετ  $Cf_x$ ) καθώς οι κόμβοι διερεύνησης μετατοπίσεων  $U_x$  (nodal2),  $U_y$  (tomh) και τάσεως  $\sigma_x$  (tomh) παραμένουν ίδια όπως στην παράγραφο 2.3. Από την προσομοίωση του εφελκυσμού κατά τη διεύθυνση του άξονα x λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:



**Σχήμα 3.22.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση του κυψελωτού πυρήνα (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=2.170\*10).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	-0,04374
2	0,04374

**Πίνακας 3.26.** Αποτελέσματα  $U_y$  για τους κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,6871
.....	.....
4	0,6871

**Πίνακας 3.27.** Αποτελέσματα  $U_x$  για τους κόμβους του σετ tomh.

Κόμβοι	$Sf_x$ (N)
1	1,032
.....	.....
4	1,032

**Πίνακας 3.28.** Αποτελέσματα δυνάμεων τομής (Section Forces) για τους κόμβους του σετ tomh.

Από τους παραπάνω πίνακες υπολογίζουμε:

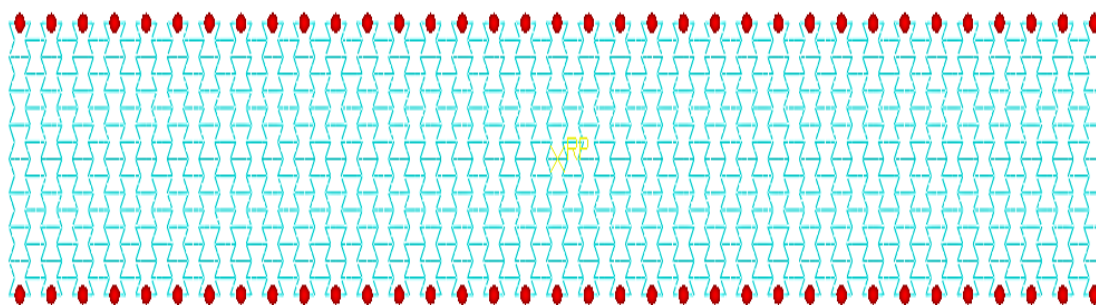
- $U_y = 0.08748$  mm και
- $\epsilon_y = 4.374 \cdot 10^{-3}$
- $U_x = 0.6871$  mm και
- $\epsilon_x = 4.578 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_x = 0.02064$  MPa

Οπότε ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{4.374 * 10^{-3}}{4.578 * 10^{-3}} = -0.9554$$

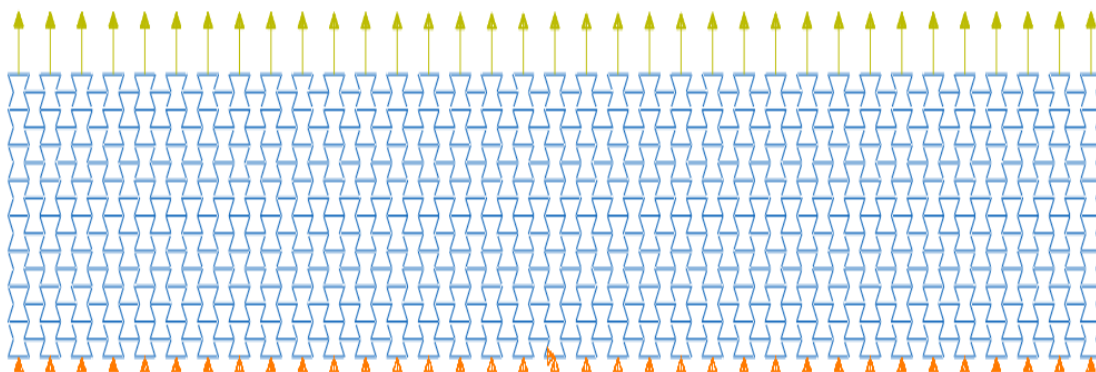
$$E_x = \frac{0.02064}{4.578 * 10^{-3}} = 4.510 \text{ MPa}$$

Όσον αφορά την φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα y, δημιουργούμε δύο σετ για τις δυνάμεις ( $Cf_y$ ) και τις συνοριακές συνθήκες ( $BC_{s,y}$ ) όπως και στην περίπτωση κανονικών εξαγώνων (βλ. Σχήμα 3.23).



**Σχήμα 3.23.** Τα σετ  $Cf_y$  (πάνω) και  $BC_{s,y}$  (κάτω).

Οι συνοριακές συνθήκες και η φόρτιση παραμένουν ίδιες όπως και στην περίπτωση της φόρτισης κατά y των κανονικών εξαγώνων (βλ. Σχήμα 3.24).

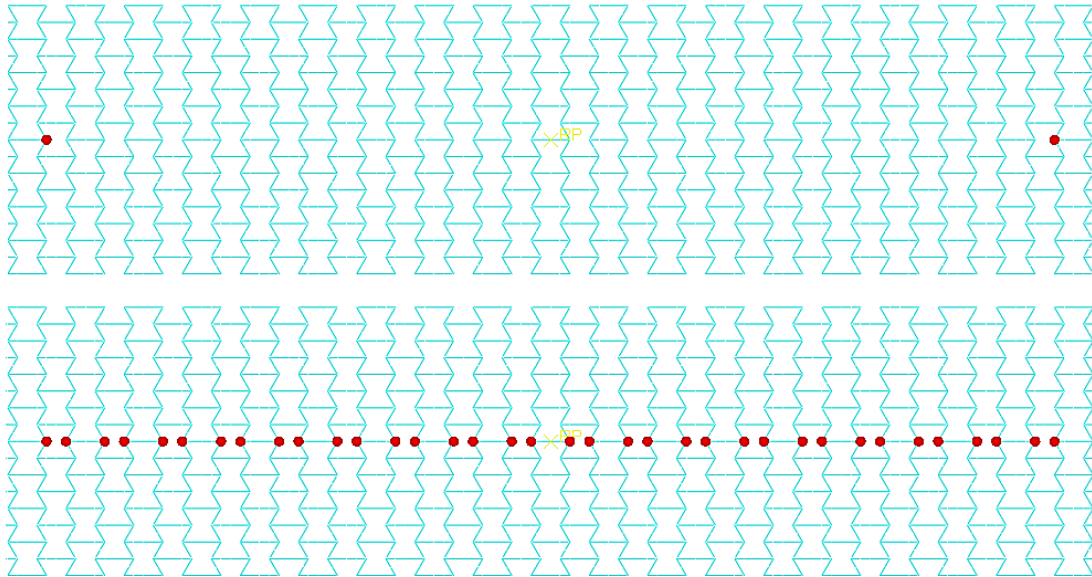


**Σχήμα 3.24.** Οι συνοριακές συνθήκες (κάτω) και η εφελκυστική φόρτιση (πάνω).

Όπως και στην φόρτιση κατά τον άξονα x δημιουργούμε δύο σετ διερεύνησης μετατόπισης  $U_x$  και  $U_y$ . Τα σετ αυτά ονομάζονται nodal2 και tomlh όπως και πριν περιέχουν 2 και 36 κόμβους αντίστοιχα σε ύψος  $H_{initial}=20\text{mm}$ . Η απόσταση μεταξύ των δύο κόμβων του σετ nodal2 καθώς και η απόσταση των δύο ακριανών κόμβων του σετ tomlh ισούται με  $L_{initial}=L/2=300,14/2=150.07\text{mm}$  (βλ. Σχήμα 3.25). Τα δύο αυτά σετ είναι συμμετρικά το καθένα ως προς κατακόρυφο άξονα συμμετρίας που διέρχεται από το κέντρο του πυρήνα. Οι κόμβοι που επιλέχθηκαν αντιστοιχούν στους μισούς της 'αντίστοιχης' περίπτωσης φόρτισης των κανονικών



εξαγώνων και ο λόγος επιλογής τους είναι η ευαισθησία των εξαγώνων reentrant, γεγονός που προκαλεί απόκλιση στα αποτελέσματα (όπως και στην φόρτιση κατά τον άξονα x).

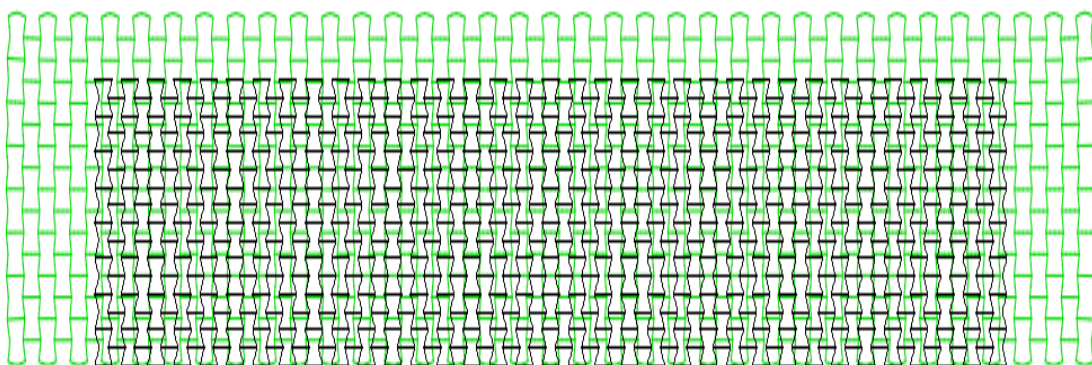


**Σχήμα 3.25.** Κόμβοι των σερ nodal2 (πάνω) και του σερ tomh (κάτω)  
[εστίαση σε τμήμα του πυρήνα].

Για τη διερεύνηση της τάσης  $\sigma_y$  μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το σερ Cf<sub>y</sub>. Σημειώνεται πως χρησιμοποιώντας το σερ tomh με σκοπό την εξαγωγή των τιμών των δυνάμεων τομής (Section Forces) θα λάβουμε το ίδιο αποτέλεσμα τάσεως. Συνεπώς ισχύει:

$$\frac{\sum C f_y}{(L_{initial} = L) * b} = \frac{\sum S f_y}{(L_{initial} = \frac{L}{2}) * b}$$

Από την προσομοίωση λαμβάνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:



**Σχήμα 3.26.** Η αρχική και η παραμορφωμένη (μαύρο και πράσινο χρώμα αντίστοιχα) κατάσταση πυρήνα κυψελών reentrant (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=8.320\*10).

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,18430
2	-0,18430

**Πίνακας 3.29.** Αποτελέσματα μετατόπισης  $U_x$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,05600
.....	.....
36	0,05600

**Πίνακας 3.30.** Αποτελέσματα μετατόπισης  $U_y$  κόμβων του σετ toph.

Κόμβοι	$Cf_y$ (N)
1	1.000
.....	.....
35	1.000

**Πίνακας 3.31)** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) του σετ  $Cf_y$ .

Από τους παραπάνω πίνακες υπολογίζουμε:

- $U_x = |U_{x1}| + |U_{x2}| = 0.3686$  mm και
- $\epsilon_x = U_x / L_{initial} = 0.3686 / 150.07 = 2.456 * 10^{-3}$
- $U_y = (\sum U_y) / N = 2.016 / 36 = 0.056$  mm και
- $\epsilon_y = U_y / H_{initial} = 0.056 / 20 = 2.8 * 10^{-3}$
- $\sigma_y = (\sum Cf_y) / (L_{initial} * b) = 35 / (300.14 * 10) = 0.01166$  MPa

Σημειώνεται πως με χρήση των section forces ( $Sf_y$ ) βρίσκουμε  $\sigma_y = (\sum Sf_y) / (L_{initial} * b) = 17.49 / (150.07 * 10) = 0.01166$  MPa οπότε επαληθεύεται η χρήση των δυνάμεων φόρτισης καθώς δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα. Ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{yx} = -\frac{2.456 * 10^{-3}}{2.8 * 10^{-3}} = -0.8771$$

$$E_y = \frac{0.01166}{2.8 * 10^{-3}} = 4.164 \text{ MPa}$$

Και συνεπώς η μαθηματική έκφραση 1.5 δίνει:

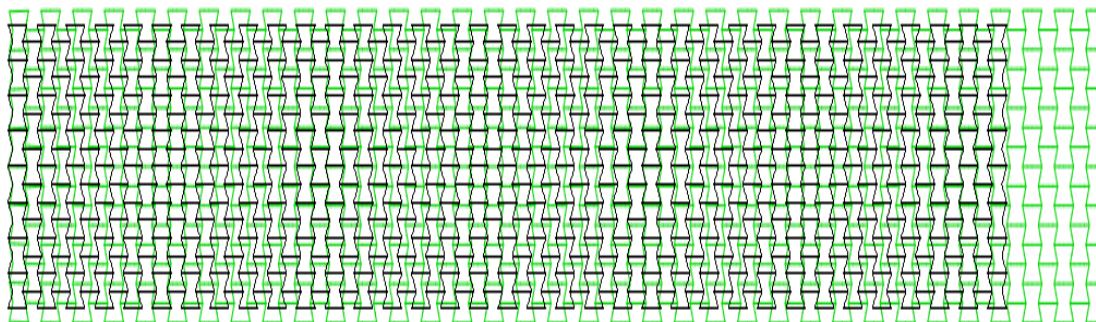
$$E_x \cdot v_{yx} = E_y \cdot v_{xy} \rightarrow 4.510 \cdot (-0.8771) = 4.164 \cdot (-0.9554) \\ \rightarrow 3.96 \approx 3.98$$

Η απόκλιση των γινομένων είναι:

$$[(3.96 - 3.98) / 3.98] \cdot 100 = 0.503\%$$

### 3.2.2. Οκταπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών

Όπως και πριν αυξάνουμε το πάχος των οριζόντιων δοκών στην τιμή  $t'' = 2.3088 \text{ mm}$  ώστε να είναι 8 φορές μεγαλύτερο του αρχικού. Για την φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα x έχουμε τα εξής αποτελέσματα:



**Σχήμα 3.27.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση του πυρήνα (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης =  $2.293 \cdot 10$ ).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	-0,04241
2	0,04241

**Πίνακας 3.32.** Αποτελέσματα  $U_y$  για κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,6530
.....	.....
4	0,6530

**Πίνακας 3.33.** Αποτελέσματα  $U_x$  για κόμβους του σετ tomh.

Κόμβοι	Sf <sub>x</sub> (N)
1	1,001
.....	.....
4	1,001

**Πίνακας 3.34.** Αποτελέσματα δυνάμεων τομής (Section Forces) για κόμβους του σετ tomh.

Από τα παραπάνω υπολογίζουμε:

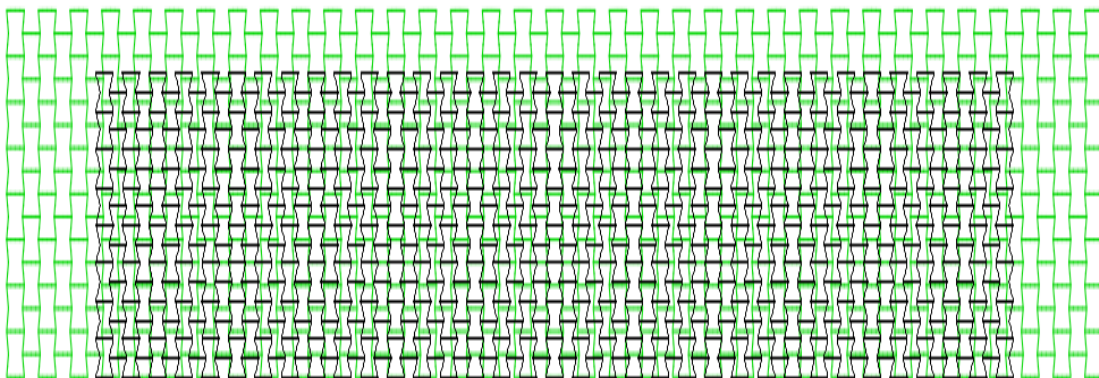
- $U_y = 0.08482$  mm και
- $\epsilon_y = 0.08482/20 = 4.241 * 10^{-3}$
- $U_x = 0.653$  mm και
- $\epsilon_x = 0.653/150.07 = 4.351 * 10^{-3}$
- $\sigma_x = 4.004/(20 * 10) = 0.02002$  MPa

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{4.241 * 10^{-3}}{4.351 * 10^{-3}} = -0.9800$$

$$E_x = \frac{0.02002}{4.351 * 10^{-3}} = 4.601 \text{ MPa}$$

Συνεχίζοντας την ανάλυση μας ασκούμε εφελκυστικές κατά την διεύθυνση y όπως και πριν και λαμβάνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:



**Σχήμα 3.28.** Γραφική απεικόνιση αρχικής (μαύρο) και παραμορφωμένης (πράσινο) κατάστασης (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=8.100\*10).

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,1910
2	-0,1910

**Πίνακας 3.35.** Αποτελέσματα  $U_x$  για τους κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,05113
.....	.....
36	0,05113

**Πίνακας 3.36.** Αποτελέσματα  $U_y$  για κόμβους του σετ tomlh.

Κόμβοι	$Cf_y$ (N)
1	1.000
.....	.....
35	1.000

**Πίνακας 3.37.** Αποτελέσματα δυνάμεων φόρτισης (Concentrated Forces) για κόμβους του σετ  $Cf_y$ .

Από τα παραπάνω αποτελέσματα υπολογίζουμε:

- $U_x = 0.382\text{mm}$  και
- $\epsilon_x = 0.382/150.07 = 2.55 \cdot 10^{-3}$
- $U_y = 1.841/36 = 0.05113\text{mm}$  και
- $\epsilon_y = 0.05113/20 = 2.556 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_y = 35/(300.14 \cdot 10) = 0.01166 \text{ MPa}$

Ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας είναι:

$$\nu_{yx} = \frac{2.55 \cdot 10^{-3}}{2.556 \cdot 10^{-3}} = -0.9980$$

$$E_y = \frac{0.01166}{2.556 \cdot 10^{-3}} = 4.562 \text{ MPa}$$

Συνεπώς η έκφραση 1.5 δίνει:

$$E_x \cdot \nu_{yx} = E_y \cdot \nu_{xy}$$

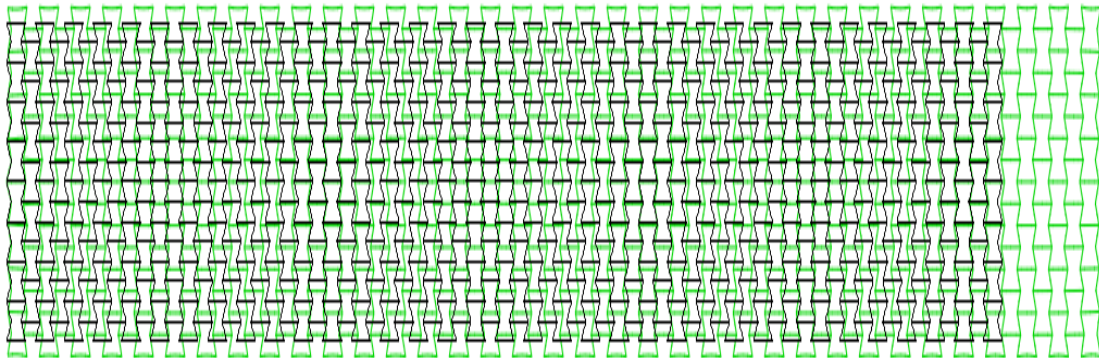
$$\begin{aligned} &\rightarrow 4.601 * (-0.9980) = 4.562 * (-0.9800) \\ &\rightarrow 4.592 \approx 4.471 \end{aligned}$$

Οπότε η απόκλιση ισούται με:

$$[(4.592-4.471)/4.471]*100=2.710\%.$$

### 3.2.3. Τετραπλασιασμός μέτρου ελαστικότητας υλικού οριζόντιων δοκών

Θα μελετήσουμε τώρα το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο poisson του κυψελωτού πυρήνα reentrant στοιχείων αυξάνοντας το μέτρο ελαστικότητας του υλικού των οριζόντιων δοκών κατά 4 φορές οπότε  $E_s'=8000$  MPa, δημιουργώντας έτσι ένα συνθετικό πυρήνα. Για φόρτιση κατά την διεύθυνση του άξονα x τα αποτελέσματα είναι:



**Σχήμα 3.29.** Γραφική απεικόνιση αρχικής (μαύρο) και παραμορφωμένης (πράσινο) κατάστασης (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=2.143\*10).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	-0,04454
2	0,04454

**Πίνακας 3.38.** Αποτελέσματα  $U_y$  για κόμβους του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,6910
.....	.....
4	0,6910

**Πίνακας 3.39.** Αποτελέσματα  $U_x$  για κόμβους του σετ tomh.

Κόμβοι	Sf <sub>x</sub> (N)
1	1,051
.....	.....
4	1,051

**Πίνακας 3.40.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Section Forces) για κόμβους του σετ tomh.

Οπότε υπολογίζουμε:

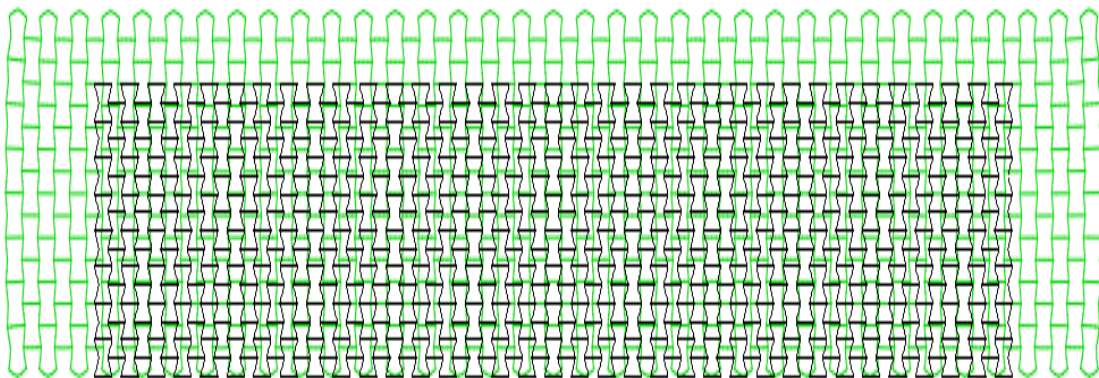
- $U_y = 0.0891$  mm και
- $\varepsilon_y = 4.46 * 10^{-3}$
- $U_x = 0.691$  mm και
- $\varepsilon_x = 4.61 * 10^{-3}$
- $\sigma_x = 0.02102$  MPa

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας ισούται με:

$$\nu_{xy} = -\frac{4.46 * 10^{-3}}{4.61 * 10^{-3}} = -0.9680$$

$$E_x = \frac{0.02102}{4.61 * 10^{-3}} = 4.560 \text{ MPa}$$

Για τη φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα y έχουμε:



**Σχήμα 3.30.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=8.440\*10).

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,1810
2	-0,1810

**Πίνακας 3.41.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,05970
.....	.....
36	0,05970

**Πίνακας 3.42.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ tomh.

Κόμβοι	$Cf_y$ (N)
1	1.000
.....	.....
35	1.000

**Πίνακας 3.43.** Αποτελέσματα δυνάμεων φόρτισης (Concentrated Forces) κόμβων του σετ  $Cf_y$ .

Από τα προηγούμενα υπολογίζουμε:

- $U_x = 0.362$  mm και
- $\epsilon_x = 2.412 \cdot 10^{-3}$
- $U_y = 0.0597$  mm και
- $\epsilon_y = 2.99 \cdot 10^{-3}$
- $\sigma_y = 0.01166$  MPa

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας είναι:

$$\nu_{yx} = -\frac{2.412 \cdot 10^{-3}}{2.99 \cdot 10^{-3}} = -0.8070$$

$$E_y = \frac{0.01166}{2.99 \cdot 10^{-3}} = 3.900 \text{ MPa}$$

Και το γινόμενο της έκφρασης 1.5 ισούται με:



$$E_x \cdot \nu_{yx} = E_y \cdot \nu_{xy}$$

$$\rightarrow 4.56 \cdot (-0.807) = 3.9 \cdot (-0.9680)$$

$$\rightarrow 3,680 \approx 3,780$$

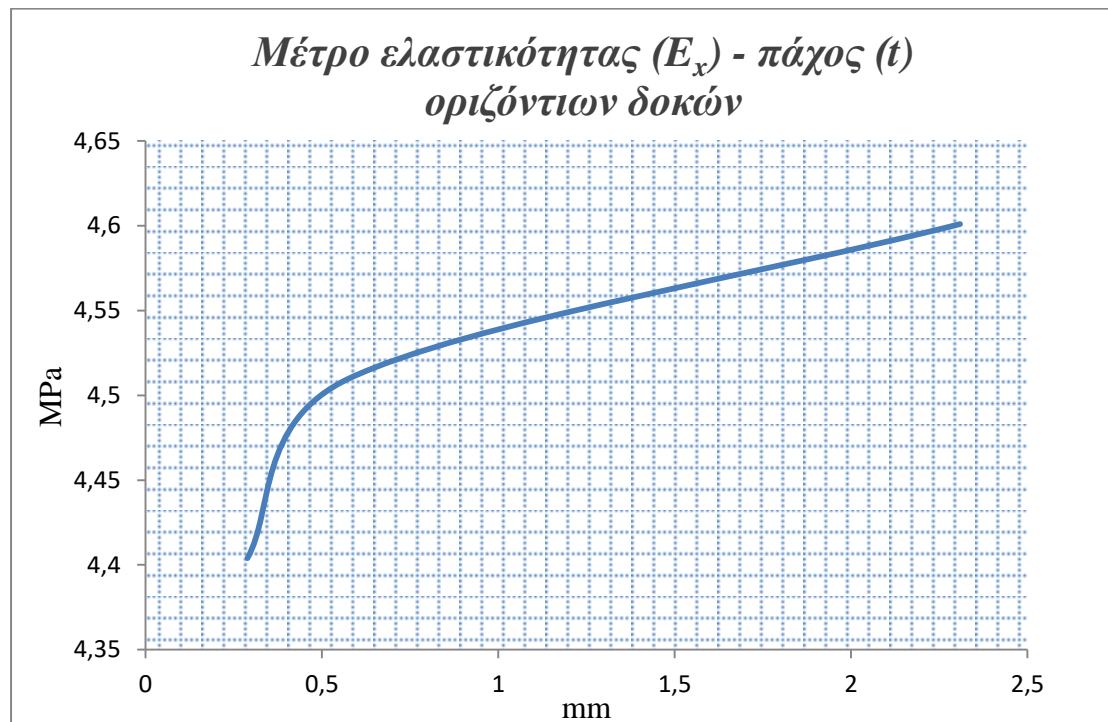
Η απόκλιση υπολογίζεται ίση με:

$$[(|3.68-3.78|)/3.78] \cdot 100 = 2.650\%$$

Συγκεντρωτικά για τον κυψελωτό πυρήνα αποτελούμενο από reentrant κυψέλες προκύπτει ο Πίνακας 3.44:

Ανισότροπος πυρήνας κυψελών reentrant	$t'$ ( $2t$ )	$t''$ ( $8t$ )	$E_s'$ ( $4E_s$ )
$\nu_{xy}$	-0,9554	-0,9800	-0,9680
$E_x$ (MPa)	4,510	4,601	4,560
$\nu_{yx}$	-0,8771	-0,9980	-0,8070
$E_y$ (MPa)	4,164	4,562	3,900
Απόκλιση γινομένων $\alpha_s$ (%)	0.503	2.710	2.650

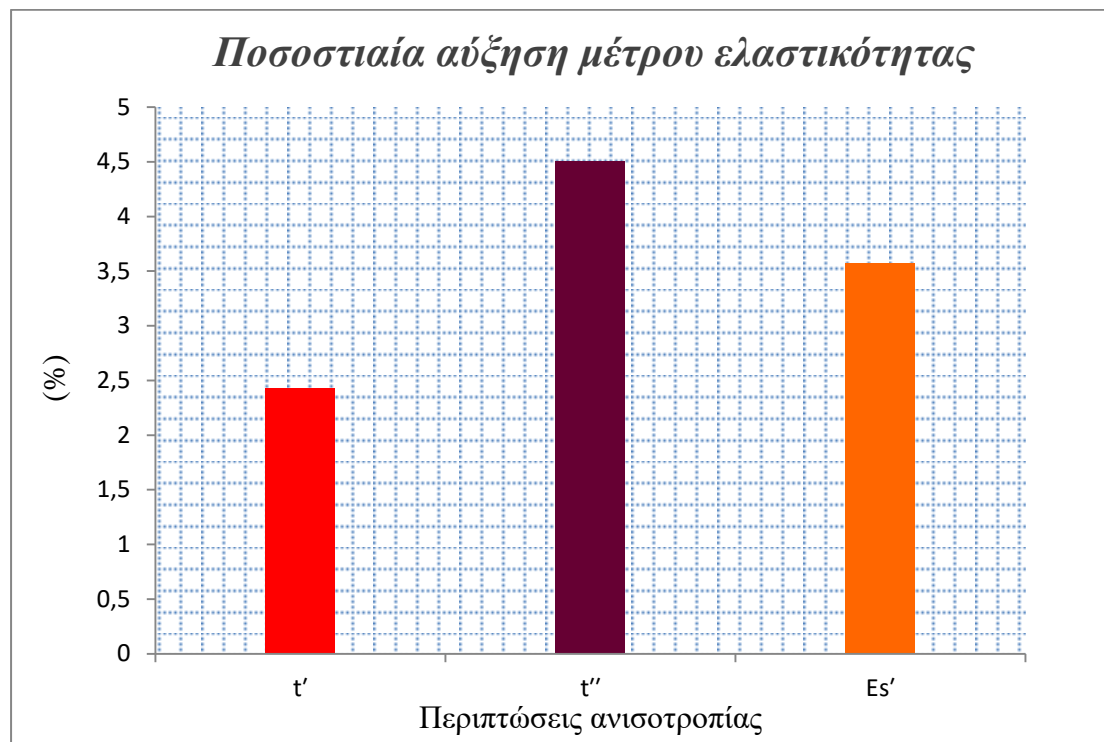
**Πίνακας 3.44.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα προσομοίωσης για reentrant κυψέλες.



**Σχήμα 3.31.** Απεικόνιση μέτρου ελαστικότητας  $E_x$  για περιπτώσεις διπλασιασμού και οκταπλασιασμού του πάχους.

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει το Σχήμα 3.31 όπου απεικονίζεται το μέτρο ελαστικότητας  $E_x$  για όλες τις παρεμβάσεις γεωμετρικής ανισοτροπίας.

Η αύξηση του μέτρου ελαστικότητας των ανισοτροπικών περιπτώσεων συγκριτικά με την ιστροπική περίπτωση δίνεται στο ακόλουθο Σχήμα 3.32.



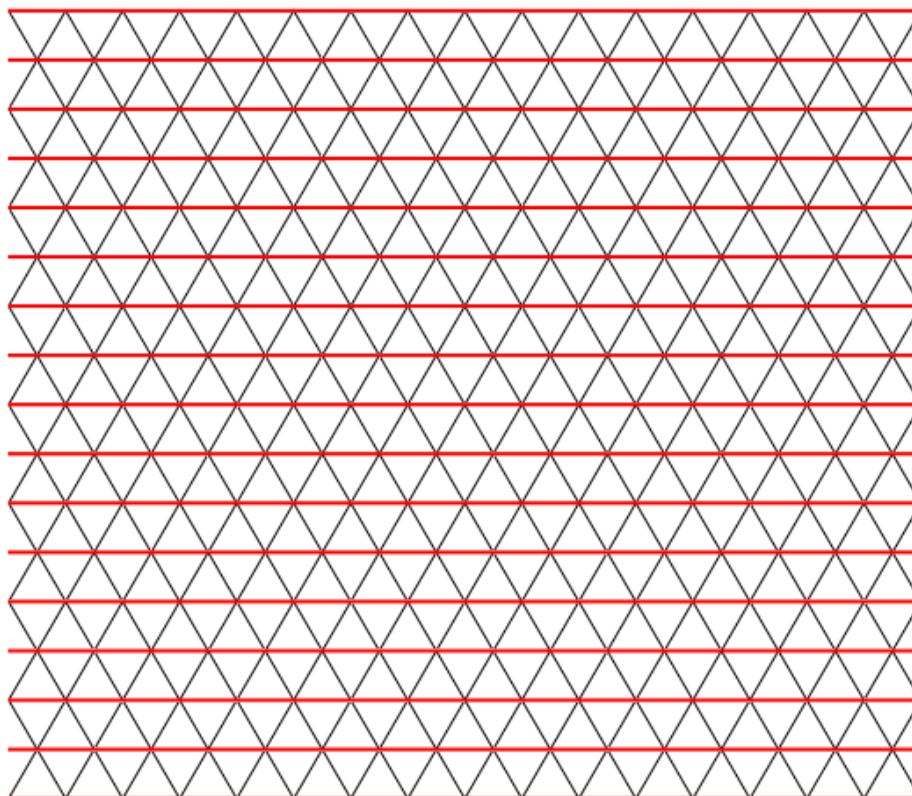
**Σχήμα 3.32.** Αύξηση του μέτρου ελαστικότητας  $E_x$  ανά περίπτωση ανισοτροπίας σε σχέση με την ιστροπική περίπτωση.

### 3.3. Ανισότροπος πυρήνας τριγωνικών κυψελών

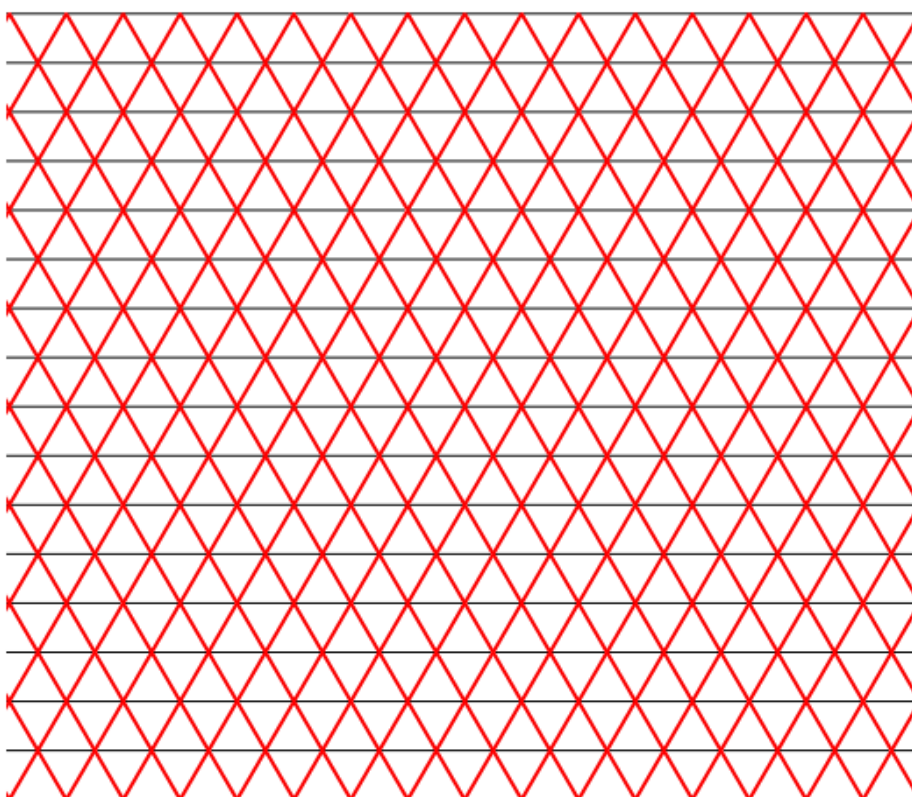
Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε ανισότροπο πυρήνα αποτελούμενο από τριγωνικές κυψέλες και όπως προηγουμένως θα υπολογίσουμε το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο poisson για κάθε περίπτωση ανισοτροπίας.

#### 3.3.1. Διπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών

Η πρώτη περίπτωση ανισοτροπίας που θα εξετάσουμε περιλαμβάνει το διπλασιασμό του πάχους των οριζόντιων δοκών,  $t'=0.5772\text{mm}$ . Για το σκοπό αυτό δημιουργούμε τις συστοιχίες anisotrope και isotrope (βλ. Σχήμα 3.33 και 3.34) οι οποίες αποτελούνται από τις οριζόντιες και κεκλιμένες δοκούς αντίστοιχα.



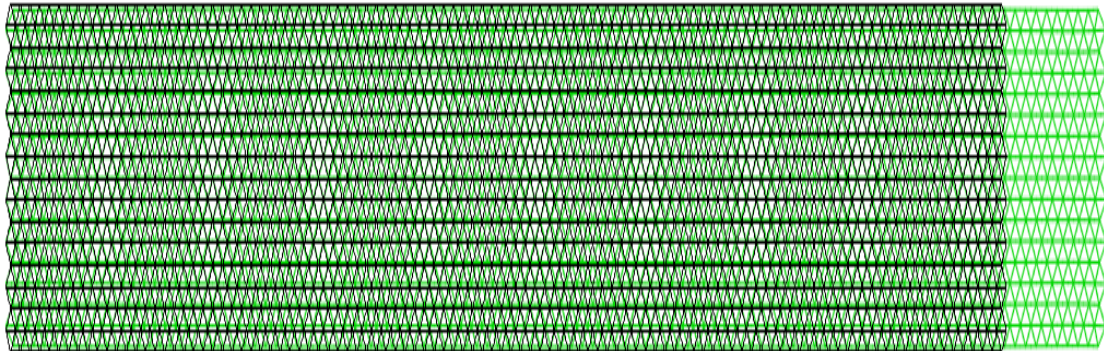
**Σχήμα 3.33.** Το σετ anisotrope (εστίαση σε τμήμα του πυρήνα).



**Σχήμα 3.34.** Το σετ isotrope (εστίαση σε τμήμα του πυρήνα).

Στη συνέχεια δημιουργούμε τις διατομές anisotrope και isotrope αντίστοιχα που εμπεριέχουν το νέο και το αρχικό πάχος όπως και στις προηγούμενες παραγράφους 3.1, 3.2. Οι συνορια-

κές συνθήκες καθώς, η φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα x καθώς και τα σετ διερεύνησης μετατοπίσεων (nodal2, toph) και τάσεως ( $Cf_x$ ) παραμένουν ίδια όπως στην παράγραφο 2.4. Από την προσομοίωση λαμβάνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:



**Σχήμα 3.35.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση του πυρήνα (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $2.400 \cdot 10^3$ ).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	-0,0002700
2	0,0002700

**Πίνακας 3.45.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,006220
.....	.....
9	0,006220

**Πίνακας 3.46.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ toph.

Κόμβοι	$Cf_x$ (N)
1	1.000
.....	.....
8	1.000

**Πίνακας 3.47.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) κόμβων του σετ  $Cf_x$ .

Από τα παραπάνω υπολογίζουμε:

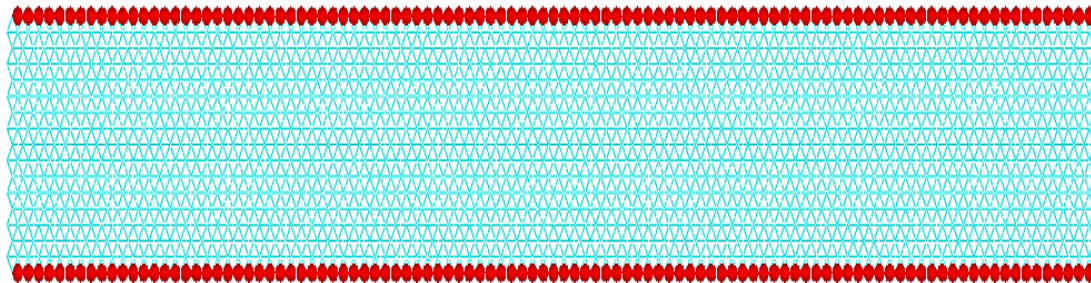
- $U_y = -5.4 \cdot 10^{-4}$  mm και
- $\varepsilon_y = -1.35 \cdot 10^{-5}$
- $U_x = 0.00622$  mm και
- $\varepsilon_x = 4.15 \cdot 10^{-5}$
- $\sigma_x = 0.020$  MPa

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{-1.35 \cdot 10^{-5}}{4.15 \cdot 10^{-5}} = 0.3253$$

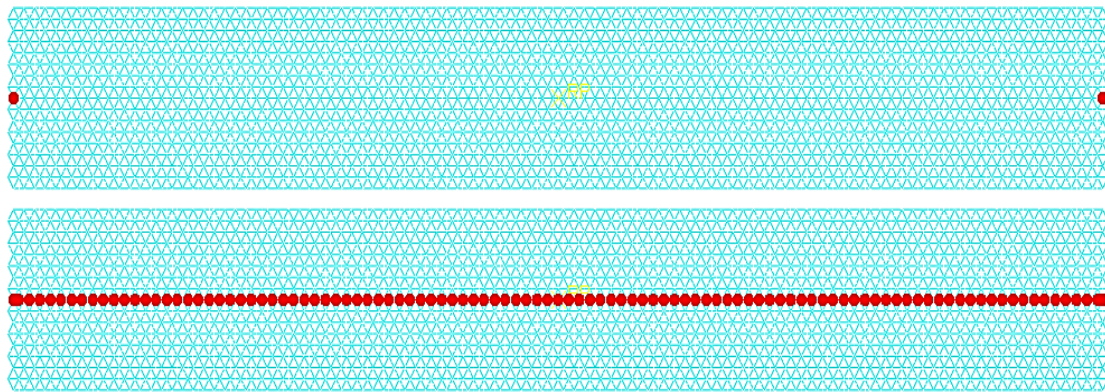
$$E_x = \frac{0.020}{4.15 \cdot 10^{-5}} = 481.93 \text{ MPa}$$

Για τη φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα  $y$  οι συνοριακές συνθήκες (σετ  $BC_{s,y}$ ) περιλαμβάνουν μία κύλιση ( $U_y=0$ ) στο κέντρο κάθε τριγώνου στο κατώτατο τμήμα του πυρήνα. Στο κεντρικό σημείο του κατώτατου τμήματος τοποθετείται μία κύλιση κατά  $y$  ( $U_y=0$ ) ώστε να δημιουργηθεί άρθρωση. Οι δυνάμεις εφαρμόζονται σε κάθε κόμβο του σετ  $Cf_y$ , δηλαδή στο κέντρο κάθε τριγώνου στο ανώτατο τμήμα του πυρήνα. Τα παραπάνω σετ απεικονίζονται στο Σχήμα 3.36.



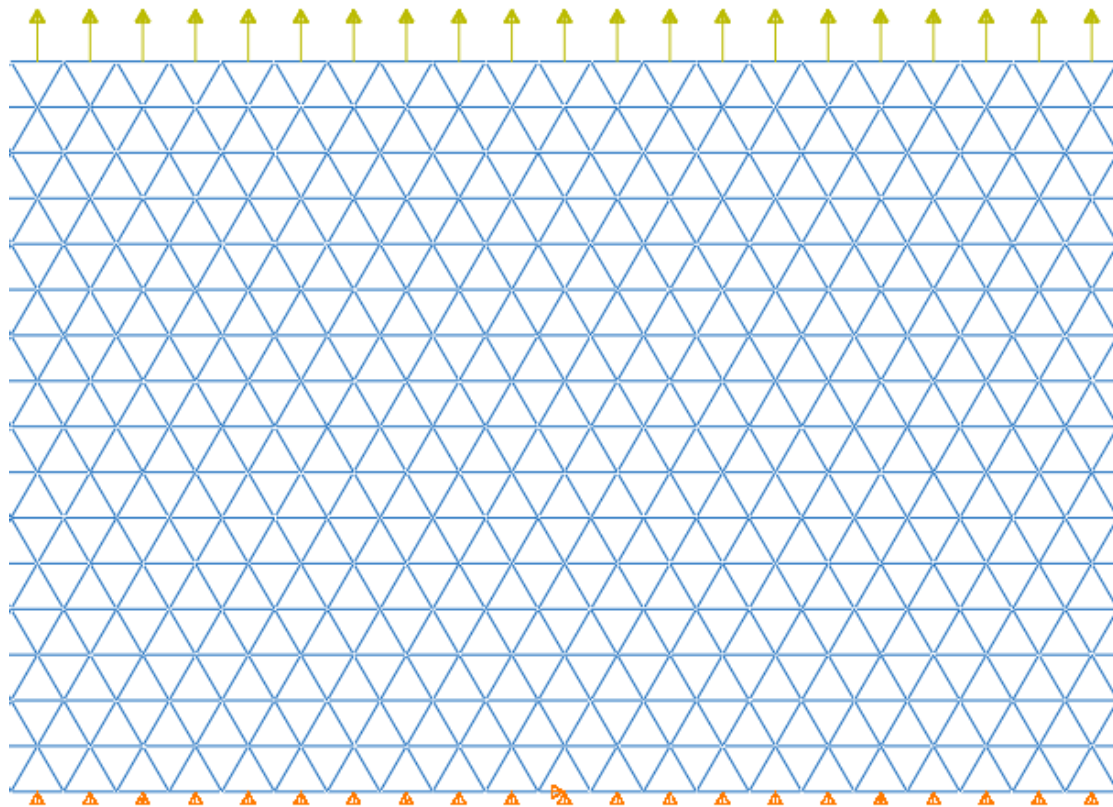
**Σχήμα 3.36.** Τα σετ  $BC_{s,y}$  (πάνω) και  $Cf_y$  (κάτω).

Οι κόμβοι διερεύνησης των μετατοπίσεων  $U_x$   $U_y$  απαρτίζουν τα σετ nodal2 και tomlh αντίστοιχα τα οποία βρίσκονται σε ύψος  $H_{initial}=20$ mm (βλ. Σχήμα 3.37). Η απόσταση των κόμβων του σετ nodal2 καθώς και των ακριανών κόμβων του σετ tomlh υπολογίζεται στα  $L_{initial}=300.14$ mm.



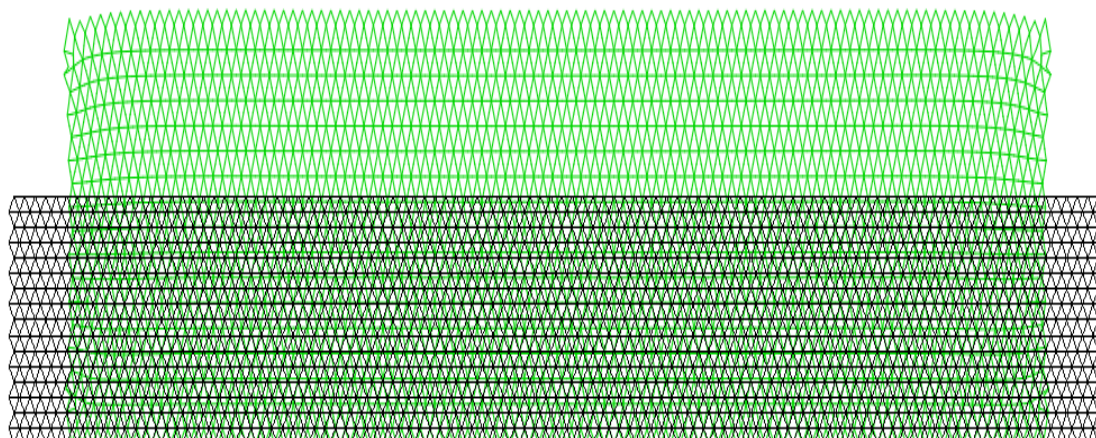
**Σχήμα 3.37.** Κόμβοι των σετ nodal2 (πάνω) και tomh (κάτω).

Οι συνοριακές συνθήκες και η εφελκυστική φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα  $y$  παρουσιάζονται στο ακόλουθο Σχήμα 3.38.



**Σχήμα 3.38.** Οι συνοριακές συνθήκες (κάτω) και η φόρτιση (πάνω) κατά τη διεύθυνση του άξονα  $y$  (εστίαση σε τμήμα του πυρήνα).

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι τα εξής:



**Σχήμα 3.39.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση του πυρήνα για φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα  $y$  (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $4.490 \cdot 10^3$ ).

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,003562
2	-0,003430

**Πίνακας 3.48.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,003210	28	0,003350	55	0,003340	82	0,003350
2	0,003210	29	0,003350	56	0,003340	83	0,003344
3	0,003214	30	0,003350	57	0,003340	84	0,003344
4	0,003230	31	0,003343	58	0,003340	85	0,003350
5	0,003271	32	0,003342	59	0,003340	86	0,003350
6	0,003240	33	0,003340	60	0,003340	87	0,003350
7	0,003260	34	0,003340	61	0,003340	88	0,003311
8	0,003334	35	0,003343	62	0,003340	89	0,003320
9	0,003270	36	0,003342	63	0,003340	90	0,003330
10	0,003300	37	0,003340	64	0,003340	91	0,003350
11	0,003311	38	0,003340	65	0,003340	92	0,003350
12	0,003320	39	0,003341	66	0,003340	93	0,003350
13	0,003330	40	0,003340	67	0,003340	94	0,003340

14	0,003340	41	0,003340	68	0,003340	95	0,003300
15	0,003342	42	0,003341	69	0,003340	96	0,003271
16	0,003350	43	0,003340	70	0,003340	97	0,003350
17	0,003350	44	0,003340	71	0,003340	98	0,003334
18	0,003350	45	0,003340	72	0,003341	99	0,003342
19	0,003350	46	0,003340	73	0,003341	100	0,003350
20	0,003350	47	0,003340	74	0,003342	101	0,003290
21	0,003350	48	0,003340	75	0,003342	102	0,003260
22	0,003344	49	0,003340	76	0,003350	103	0,003240
23	0,003344	50	0,003340	77	0,003350	104	0,003230
24	0,003350	51	0,003340	78	0,003350	105	0,003214
25	0,003350	52	0,003340	79	0,003350		
26	0,003350	53	0,003340	80	0,003343		
27	0,003350	54	0,003340	81	0,003343		

**Πίνακας 3.49.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ tomh.

Κόμβοι	$Cf_y$ (N)
1	1.000
.....	.....
103	1.000

**Πίνακας 3.50.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) κόμβων του σετ  $Cf_y$ .

Από τα προηγούμενα υπολογίζουμε:

- $U_x = -6.992 \cdot 10^{-3}$  mm και
- $\epsilon_x = -2.33 \cdot 10^{-5}$
- $U_y = 3.328 \cdot 10^{-3}$  mm και
- $\epsilon_y = 1.664 \cdot 10^{-4}$
- $\sigma_y = 0.03432$  MPa

Ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας είναι:

$$\nu_{yx} = -\frac{-2.33 \cdot 10^{-5}}{1.664 \cdot 10^{-4}} = 0.1400$$



$$E_y = \frac{0.03432}{1.664 * 10^{-4}} = 206.3 \text{ MPa}$$

Συνεπώς η εξίσωση 1.5 δίνει:

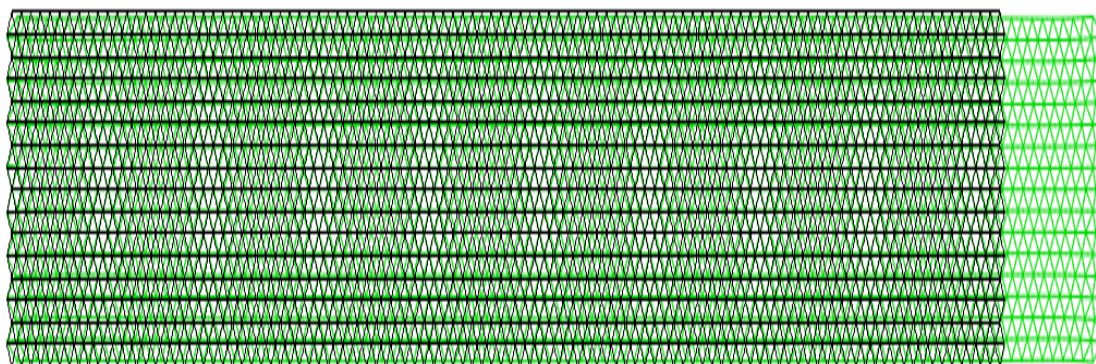
$$\begin{aligned} E_x * \nu_{yx} &= E_y * \nu_{xy} \\ \rightarrow 481.93 * 0.14 &= 206.3 * 0.3253 \\ \rightarrow 67.50 &\approx 67.11 \end{aligned}$$

Η απόκλιση των υπολογισμών μας είναι:

$$[(67.50-67.11)/67.11]*100=0.5811\%$$

### 3.3.2. Οκταπλασιασμός πάχους οριζόντιων δοκών

Όπως και πριν αυξάνουμε το πάχος αυτή τη φορά στην τιμή των 2.3088mm δηλαδή στο οκταπλάσιο του αρχικού πάχους. Οι συνοριακές συνθήκες, οι δυνάμεις και τα σετ διερεύνησης μετατοπίσεων παραμένουν ίδια όπως και προηγουμένως τόσο για τη φόρτιση κατά x όσο και για την φόρτιση κατά y. Από εφαρμογή εφελκυστικών δυνάμεων κατά την διεύθυνση x παίρνουμε:



**Σχήμα 3.40.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση για φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα x (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=9.360\*10<sup>3</sup>).

Κόμβοι	U <sub>y</sub> (mm)
1	-6,700E-05
2	6,700E-05

**Πίνακας 3.51.** Αποτελέσματα U<sub>y</sub> κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,001590
.....	.....
9	0,001590

**Πίνακας 3.52.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ tomh.

Κόμβοι	$Cf_x$ (N)
1	1.000
.....	.....
8	1.000

**Πίνακας 3.53.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) του σετ  $Cf_x$ .

Από τα παραπάνω αποτελέσματα υπολογίζουμε:

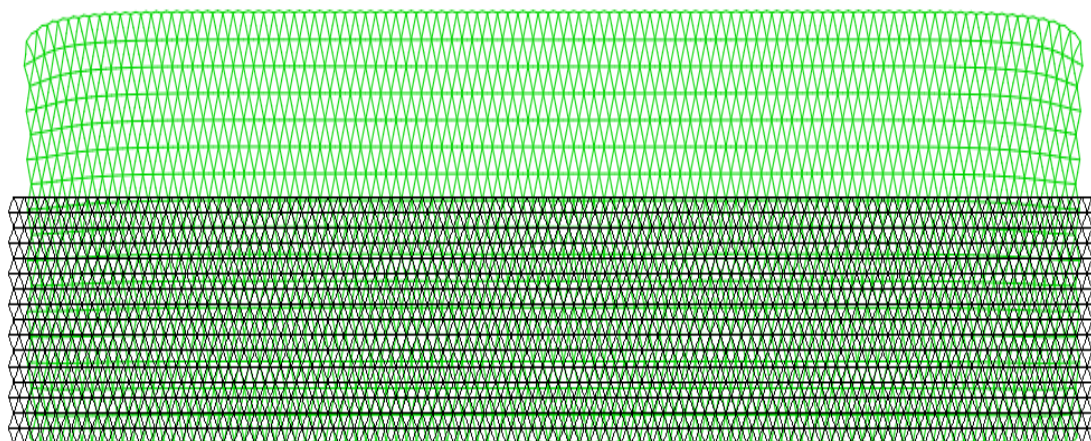
- $U_y = -1.34 \cdot 10^{-4}$  mm και
- $\epsilon_y = -3.35 \cdot 10^{-6}$
- $U_x = 0.00159$  mm και
- $\epsilon_x = 1.06 \cdot 10^{-5}$
- $\sigma_x = 0.02$  MPa

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{-3.35 \cdot 10^{-6}}{1.06 \cdot 10^{-5}} = 0.3160$$

$$E_x = \frac{0.020}{1.06 \cdot 10^{-5}} = 1887 \text{ MPa}$$

Για την φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα y έχουμε:



**Σχήμα 3.41.** Αρχική (μαύρο) και παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση φορτίσεως κατά τη διεύθυνση του άξονα y (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=5.442\*10<sup>3</sup>).

Κόμβοι	U <sub>x</sub> (mm)
1	0,0008940
2	-0,0008600

**Πίνακας 3.54.** Αποτελέσματα U<sub>x</sub> κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	U <sub>y</sub> (mm)	Κόμβοι	U <sub>y</sub> (mm)	Κόμβοι	U <sub>y</sub> (mm)	Κόμβοι	U <sub>y</sub> (mm)
1	0,002534	28	0,002760	55	0,002760	82	0,002760
2	0,002534	29	0,002760	56	0,002760	83	0,002760
3	0,002543	30	0,002760	57	0,002760	84	0,002760
4	0,002562	31	0,002760	58	0,002760	85	0,002760
5	0,002640	32	0,002760	59	0,002760	86	0,002760
6	0,002590	33	0,002760	60	0,002760	87	0,002760
7	0,002610	34	0,002760	61	0,002760	88	0,002700
8	0,002730	35	0,002760	62	0,002760	89	0,002710
9	0,002660	36	0,002760	63	0,002760	90	0,002720
10	0,002680	37	0,002760	64	0,002760	91	0,002760
11	0,002700	38	0,002760	65	0,002760	92	0,002760

12	0,002710	39	0,002760	66	0,002760	93	0,002750
13	0,002720	40	0,002760	67	0,002760	94	0,002740
14	0,002740	41	0,002760	68	0,002760	95	0,002680
15	0,002743	42	0,002760	69	0,002760	96	0,002640
16	0,002760	43	0,002760	70	0,002760	97	0,002754
17	0,002751	44	0,002760	71	0,002760	98	0,002730
18	0,002754	45	0,002760	72	0,002760	99	0,002743
19	0,002750	46	0,002760	73	0,002760	100	0,002751
20	0,002760	47	0,002760	74	0,002760	101	0,002660
21	0,002760	48	0,002760	75	0,002760	102	0,002610
22	0,002760	49	0,002760	76	0,002760	103	0,002590
23	0,002760	50	0,002760	77	0,002760	104	0,002562
24	0,002760	51	0,002760	78	0,002760	105	0,002543
25	0,002760	52	0,002760	79	0,002760		
26	0,002760	53	0,002760	80	0,002760		
27	0,002760	54	0,002760	81	0,002760		

**Πίνακας 3.55.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ toμη.

Κόμβοι	$Cf_y$ (N)
1	1.000
.....	.....
103	1.000

**Πίνακας 3.56.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) κόμβων του σετ  $Cf_y$ .

Από τα παραπάνω αποτελέσματα υπολογίζουμε:

- $U_x = -1,754 \cdot 10^{-3}$  mm και
- $\epsilon_x = -5.844 \cdot 10^{-6}$
- $U_y = 2.733 \cdot 10^{-3}$  mm και
- $\epsilon_y = 1.367 \cdot 10^{-4}$
- $\sigma_y = 0.03432$  MPa

Ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{yx} = -\frac{-5.844 \cdot 10^{-6}}{1.367 \cdot 10^{-4}} = 0.04280$$

$$E_y = \frac{0.03432}{1.367 \cdot 10^{-4}} = 251.1 \text{ MPa}$$

Και η απόκλιση των γινομένων από την εξίσωση 1.5 υπολογίζεται:

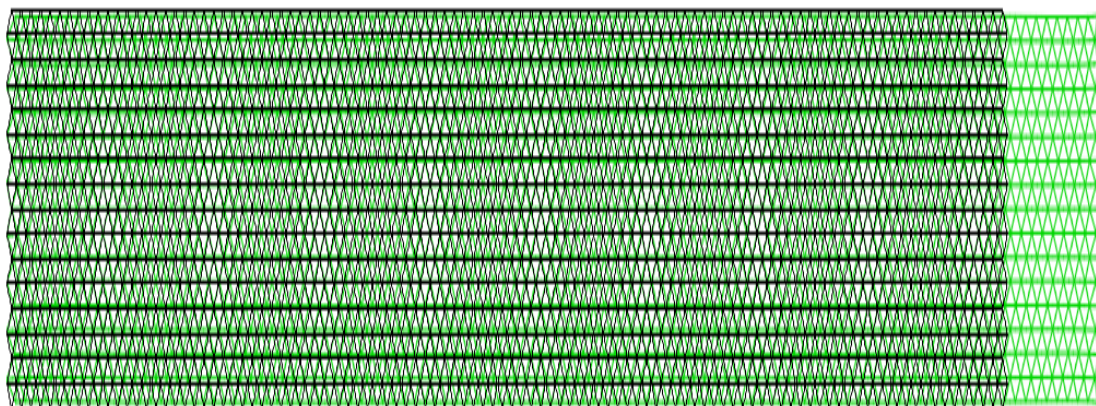
$$\begin{aligned} E_x \cdot \nu_{yx} &= E_y \cdot \nu_{xy} \\ \rightarrow 1887 \cdot 0.04280 &= 251.1 \cdot 0.3160 \\ \rightarrow 80.80 &\approx 79.40 \end{aligned}$$

$$[(80.80 - 79.40) / 79.40] \cdot 100 = 1.763\%$$

### 3.3.3. Τετραπλασιασμός μέτρου ελαστικότητας υλικού οριζόντιων δοκών

Σε αυτή την ενότητα θα εξετάσουμε το λόγο poisson και το μέτρο ελαστικότητας του πυρήνα με τροποποίηση στο υλικό των οριζόντιων δοκών όπως και στις περιπτώσεις των κανονικών και reentrant κυψελών.

Συγκεκριμένα θα αυξήσουμε το μέτρο ελαστικότητας του υλικού των οριζόντιων δοκών κατά 4 φορές, δηλαδή  $E_s' = 8000$  MPa. Από την προσομοίωση λαμβάνουμε τα επόμενα αποτελέσματα:



**Σχήμα 3.42.** Η αρχική (μαύρο) και η τελική (πράσινο) κατάσταση φόρτισης κατά τη διεύθυνση του άξονα x (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $4.750 \cdot 10^3$ ).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	-0,0001300
2	0,0001340

**Πίνακας 3.57.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,003140
.....	.....
9	0,003140

**Πίνακας 3.58.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ toml.

Κόμβοι	$Cf_x$
1	1.000
.....	.....
8	1.000

**Πίνακας 3.59.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) κόμβων του σετ  $Cf_x$ .

Από τα προηγούμενα υπολογίζουμε:

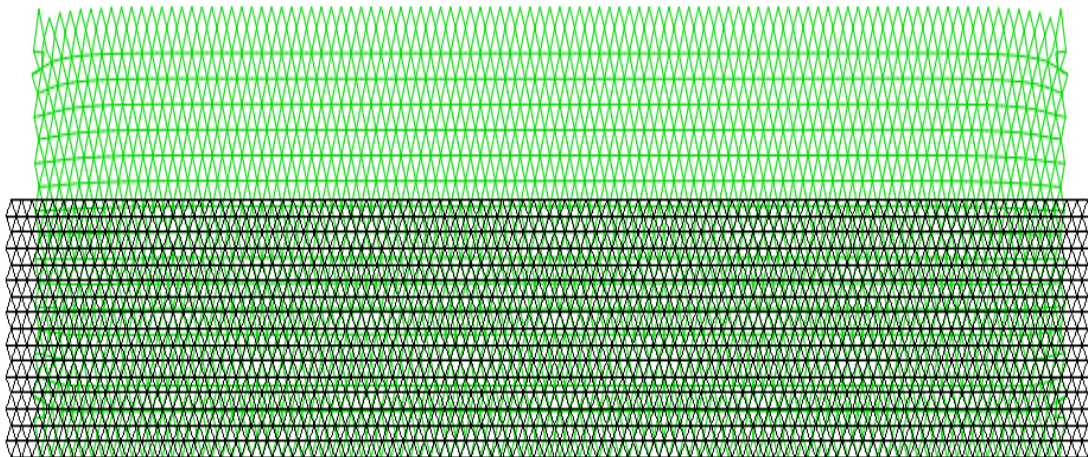
- $U_y = -2.64 * 10^{-4}$  mm και
- $\epsilon_y = -6.6 * 10^{-6}$
- $U_x = 0.00314$  mm και
- $\epsilon_x = 2.092 * 10^{-5}$
- $\sigma_x = 0.02$  MPa

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας είναι :

$$\nu_{xy} = -\frac{-6.6 * 10^{-6}}{2.092 * 10^{-5}} = 0.3160$$

$$E_x = \frac{0.020}{2.092 * 10^{-5}} = 956.02 \text{ MPa}$$

Για τη φόρτιση κατά τη διεύθυνση του άξονα y έχουμε:



**Σχήμα 3.43.** Η αρχική (μαύρο) και η τελική (πράσινο) κατάσταση για φόρτιση κατά την y διεύθυνση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=4.310\*10<sup>3</sup>).

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,001800
2	-0,001730

**Πίνακας 3.60.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ nodal2.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)	Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,003390	28	0,003490	55	0,003482	82	0,003490
2	0,003390	29	0,003490	56	0,003482	83	0,003490
3	0,003391	30	0,003490	57	0,003482	84	0,003490
4	0,003400	31	0,003490	58	0,003482	85	0,003490
5	0,003430	32	0,003490	59	0,003482	86	0,003490
6	0,003410	33	0,003483	60	0,003482	87	0,003490
7	0,003420	34	0,003483	61	0,003482	88	0,003453
8	0,003472	35	0,003490	62	0,003482	89	0,003461
9	0,003440	36	0,003484	63	0,003482	90	0,003470
10	0,003450	37	0,003483	64	0,003482	91	0,003490
11	0,003453	38	0,003483	65	0,003483	92	0,003490
12	0,003461	39	0,003484	66	0,003483	93	0,003482
13	0,003470	40	0,003484	67	0,003483	94	0,003480
14	0,003480	41	0,003483	68	0,003483	95	0,003450
15	0,003480	42	0,003484	69	0,003483	96	0,003430
16	0,003490	43	0,003482	70	0,003484	97	0,003490
17	0,003484	44	0,003482	71	0,003482	98	0,003472
18	0,003490	45	0,003482	72	0,003484	99	0,003480
19	0,003482	46	0,003482	73	0,003484	100	0,003484
20	0,003490	47	0,003482	74	0,003490	101	0,003440
21	0,003490	48	0,003482	75	0,003484	102	0,003420
22	0,003490	49	0,003482	76	0,003490	103	0,003410
23	0,003490	50	0,003482	77	0,003490	104	0,003400
24	0,003490	51	0,003482	78	0,003490	105	0,003391
25	0,003490	52	0,003482	79	0,003490		
26	0,003490	53	0,003482	80	0,003490		
27	0,003490	54	0,003482	81	0,003490		

**Πίνακας 3.61.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ τομή.



Κόμβοι	Cf <sub>y</sub> (N)
1	1.000
.....	.....
103	1.000

**Πίνακας 3.62.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) κόμβων του σετ Cf<sub>y</sub>.

Υπολογίζουμε λοιπόν:

- $U_x = -3.53 \cdot 10^{-3}$  mm και
- $\epsilon_x = -1.18 \cdot 10^{-5}$
- $U_y = 3.48 \cdot 10^{-3}$  mm και
- $\epsilon_y = 1,74 \cdot 10^{-4}$
- $\sigma_y = 0.3432$  MPa

Ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{yx} = -\frac{-1.18 \cdot 10^{-5}}{1,74 \cdot 10^{-4}} = 0.06782$$

$$E_y = \frac{0.03432}{1,74 \cdot 10^{-4}} = 197.24 \text{ MPa}$$

Και συνεπώς η εξίσωση 1.5 δίνει:

$$\begin{aligned} E_x \cdot \nu_{yx} &= E_y \cdot \nu_{xy} \\ \rightarrow 956.02 \cdot 0.06782 &= 197.24 \cdot 0.316 \\ \rightarrow 64.84 &\approx 62.33 \end{aligned}$$

Η απόκλιση των γινομένων είναι ίση με:

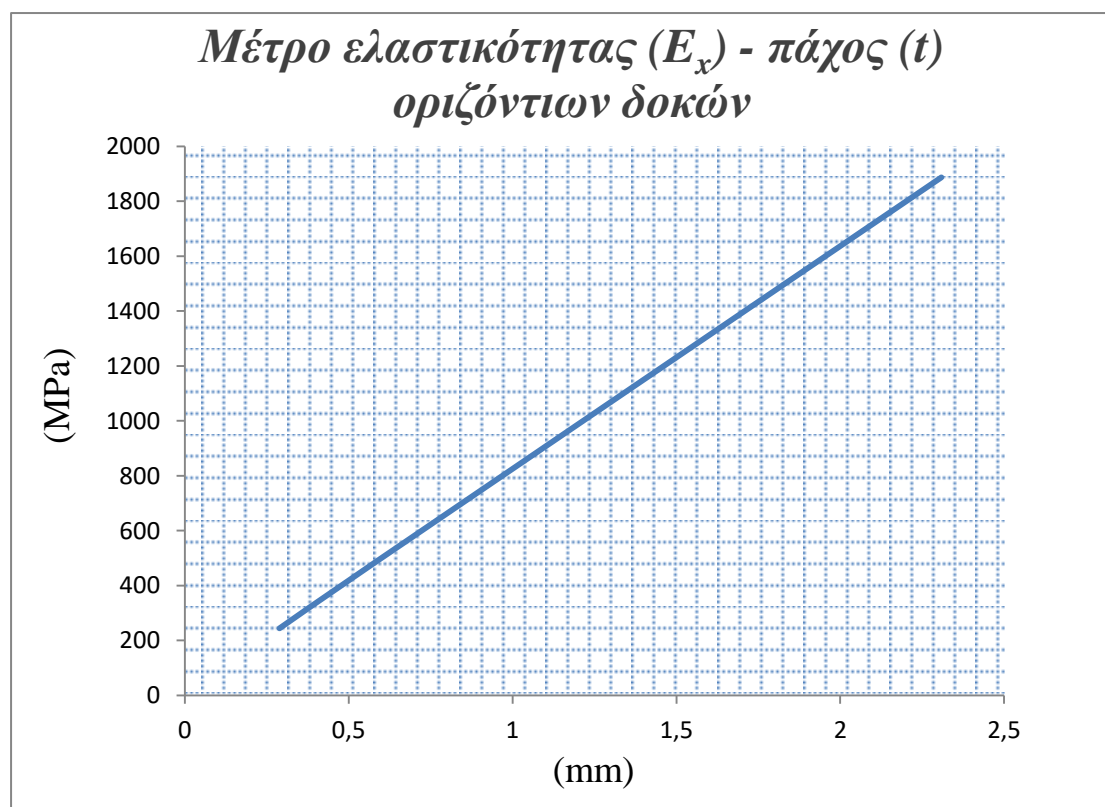
$$[(64.84 - 62.33) / 62.33] \cdot 100 = 4.027\%$$

Συγκεντρωτικά για τις ανισότροπες περιπτώσεις πυρήνα τριγωνικών κυψελών έχουμε:

Ανισότροπος πυρήνας τριγωνικών κυψελών	$t'$ ( $2t$ )	$t''$ ( $8t$ )	$E_s'$ ( $4E_s$ )
$\nu_{xy}$	0.3253	0.3160	0.3160
$E_x$ (MPa)	481.93	1887	956.02
$\nu_{yx}$	0.1400	0.04280	0.06782
$E_y$ (MPa)	206.3	251.1	197.24
Απόκλιση γινομένων $\alpha$ (%)	0.5811	1.763	4.027

**Πίνακας 3.63.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πυρήνα τριγωνικών κυψελών.

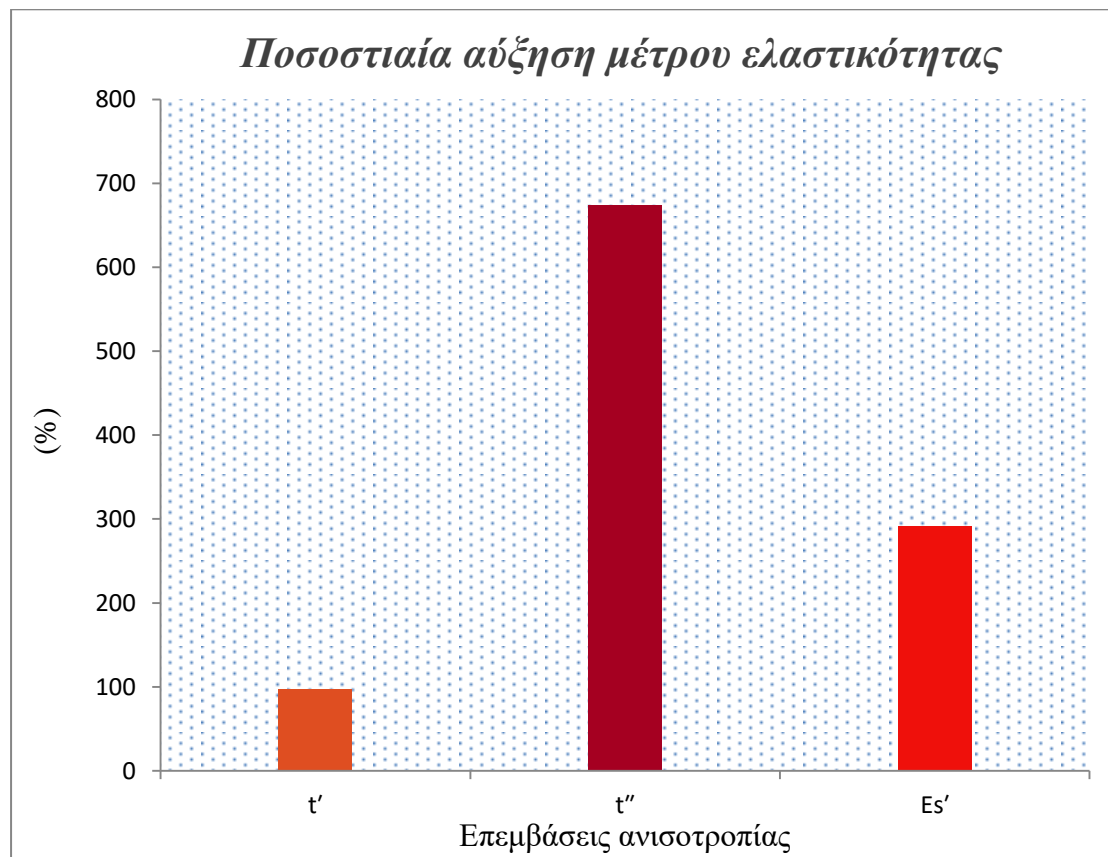
Στο Σχήμα 3.44 απεικονίζεται το μέτρο ελαστικότητας  $E_x$  για την ισότροπη και για τις γεωμετρικά ανισοτροπικές περιπτώσεις ως συνάρτηση του πάχους των δοκών (διπλασιασμός, οκταπλασιασμός πάχους).



**Σχήμα 3.44.** Μέτρο ελαστικότητας  $E_x$  για περιπτώσεις ισοτροπίας και γεωμετρικής ανισοτροπίας.

Παρατηρούμε πως για τις τριγωνικές κυψέλες το μέτρο ελαστικότητας αυξάνεται γραμμικά με επέμβαση στο πάχος των οριζόντιων δοκών σε αντίθεση με τις κυψέλες reentrant ή κανονικών εξαγώνων.

Στο επόμενο διάγραμμα παρατίθεται η αύξηση του μέτρου ελαστικότητας για κάθε περίπτωση ανισοτροπίας (γεωμετρική και υλικού).



**Σχήμα 3.45.** Αύξηση του μέτρου ελαστικότητας για κάθε ανισοτροπική περίπτωση πυρήνα τριγωνικών κυψελών (συγκριτικά με ισότροπη περίπτωση).

Παρατηρούμε πως η μεγαλύτερη αύξηση (673.4%) σημειώθηκε στην περίπτωση οκταπλασιασμού του πάχους των οριζόντιων δοκών ενώ η μικρότερη (97.5%) στην περίπτωση διπλασιασμού των δοκών. Ο τετραπλασιασμός του μέτρου ελαστικότητας του υλικού των ίδιων δοκών οδήγησε σε αύξηση 291.8%.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Τρισδιάστατη εκτύπωση και προσομοίωση εφελκυσμού εσχάρας

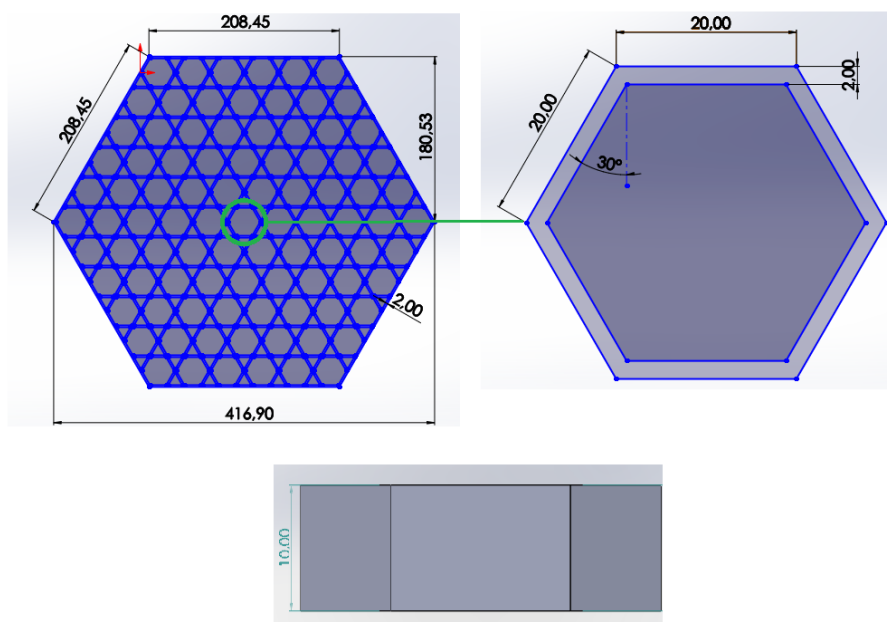
Σε αυτό το κεφάλαιο θα πραγματοποιήσουμε την τρισδιάστατη εκτύπωση μίας εσχάρας (ή κυψελοειδούς ισοδύναμης πλάκας) και θα διερευνήσουμε το μέτρο ελαστικότητας ( $E_x$ ) καθώς και το λόγο poisson ( $\nu_{xy}$ ) της σε εφελκυστική μονοαξονική φόρτιση.

Για την εκτύπωση θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο Creality CR-10S5 με μέγιστες διαστάσεις εκτύπωσης 500x500x500mm (πρακτικό όριο 450mm). Λαμβάνοντας υπόψη αυτόν τον σχεδιαστικό περιορισμό σε συνδυασμό με την επιθυμία για μέγιστο αριθμό κυψελών και την διάταξη κοινού κόμβου μεταξύ τους υπολογίζουμε ως βέλτιστες διαστάσεις κυψελών :  $h=l=20\text{mm}$ . Η θεωρητική (2-d) μέγιστη διάσταση της εσχάρας είναι η απόσταση  $f=2*l*\sin\theta+h=440\text{mm}$  (από περιορισμό εκτύπωσης) και συνεπώς εφόσον  $h=l$  οι τιμές των πλευρών των εξαγώνων ισούται με 20mm. Ως αποτέλεσμα η απόσταση  $d$  πρέπει να ισούται με  $2*l*\cos\theta=381.05\text{mm}$ .

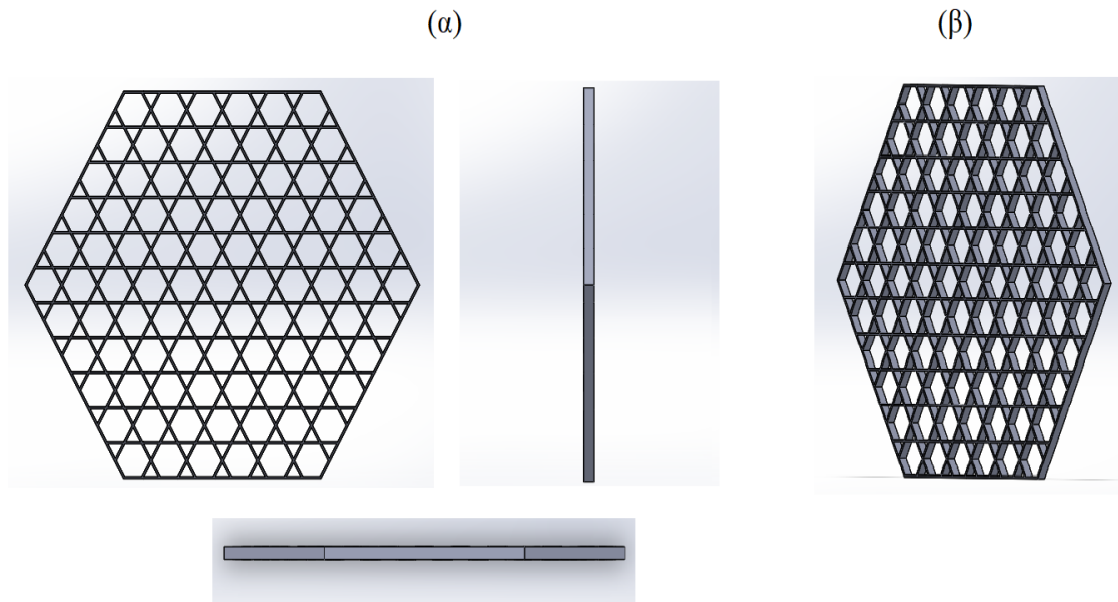
Εξαιτίας όμως της τρισδιάστατης διάταξης των κυψελών, στις περιοχές κόμβων τα τοιχώματα τους εισέρχονται το ένα στο άλλο (intersecting walls) και ως αποτέλεσμα οι προαναφερθείσες αποστάσεις  $f$  και  $d$  θα είναι διαφορετικές από τις αντίστοιχες της 2-d σχεδίασης.

### 4.1. Προεργασία εκτύπωσης

Στο σχεδιαστικό πλαίσιο του λογισμικού Solidworks σχεδιάζουμε την ακόλουθη εσχάρα (αναλυτικές οδηγίες σχεδίασης παρατίθενται στο παράρτημα A5). Οι διαστάσεις των τοιχωμάτων της εσχάρας είναι  $H=L=208.45\text{mm}$ , υπό γωνία  $\theta=30^\circ$ , οι αποστάσεις  $f$  και  $d$  ισούται με 416.90mm και 361.05mm αντίστοιχα ενώ ο αριθμός των κυψελών που εμπεριέχει είναι 91. Επιπλέον το πάχος των τοιχωμάτων τους είναι 2mm ώστε να ισχύει η συνθήκη  $(t/l)=0.1$ . Το βάθος της εσχάρας (διεύθυνση  $z$ ) ισούται με 10mm (βλ. Σχήμα 4.1 και 4.2).

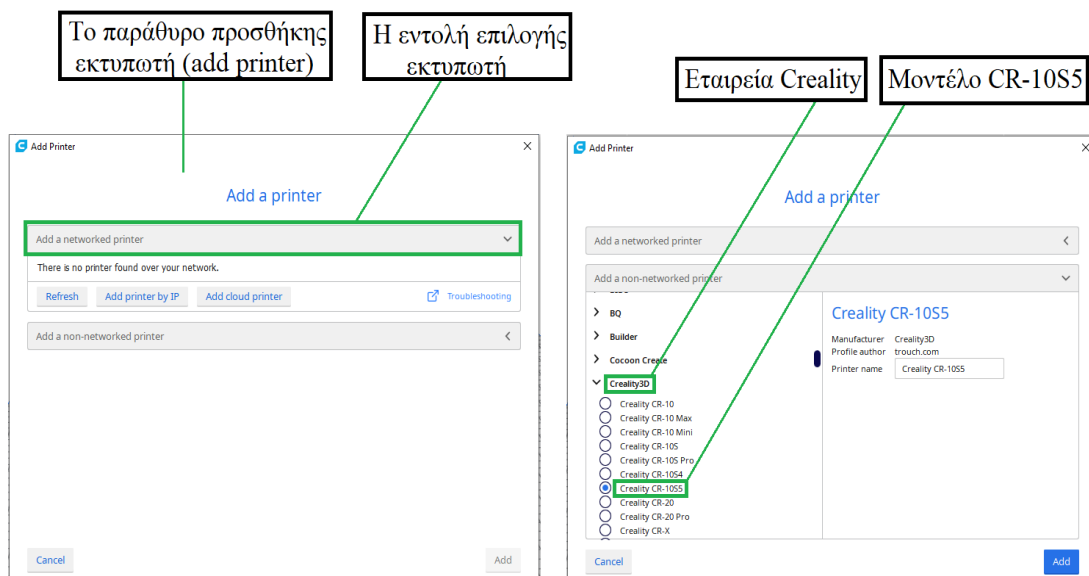


**Σχήμα 4.1.** Η εσχάρα σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), κυψελωτό στοιχείο σε πρόσοψη (πάνω δεξιά) και κάτοψη (κάτω).



**Σχήμα 4.2.** (α). Εσχάρα σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), δεξιά πλάγια όψη (δεξιά) και κάτοψη (κάτω), (β). Εσχάρα σε πλάγια όψη.

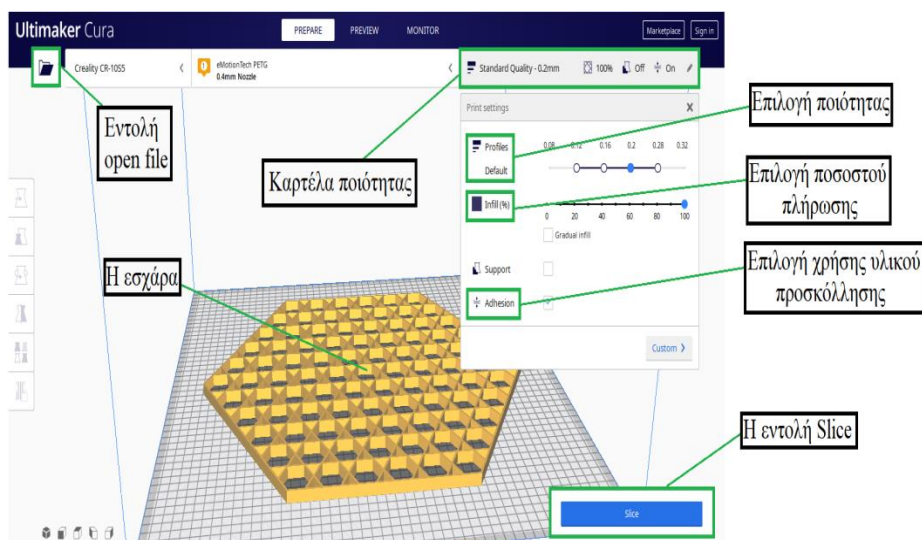
Επόμενο βήμα είναι η αποθήκευση του σχεδίου μας ως αρχείο στερεολιθογραφίας (επέκταση .STL file). Στη συνέχεια θα πραγματοποιήσουμε διαχωρισμό σε τριγωνικά στοιχεία μέσω του προγράμματος Ultimaker Cura όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.3.



**Σχήμα 4.3.** Επιλογή του μοντέλου του εκτυπωτή.

Στη συνέχεια από την εντολή open file επιλέγουμε το αρχείο μας (STL) και εισάγουμε την εσχάρα στο πλαίσιο του προγράμματος (βλ. Σχήμα 4.4). Ύστερα από την καρτέλα που βρίσκεται δίπλα από την εντολή open file ορίζουμε το υλικό (PET-G) και την ποιότητα (profile) ως προτεινόμενη (recommended) στα 0.2mm. Η επιλογή του ποσοστού πλήρωσης (infill) είναι εξαιρετικά σημαντική καθώς μας δείχνει πόσο υλικό θα χρησιμοποιηθεί σε κάθε πλευρά της κατασκευής και συνεπώς ορίζουμε 100%.

Επιπροσθέτως εφόσον θα χρησιμοποιήσουμε υλικό προσκόλλησης οφείλουμε να επιλέξουμε την εντολή adhesion. Εφόσον ολοκληρωθούν τα βήματα αυτά, επιλέγουμε Slice ώστε να διαχωριστεί σε τρίγωνα (βλ. Σχήμα 4.4.).

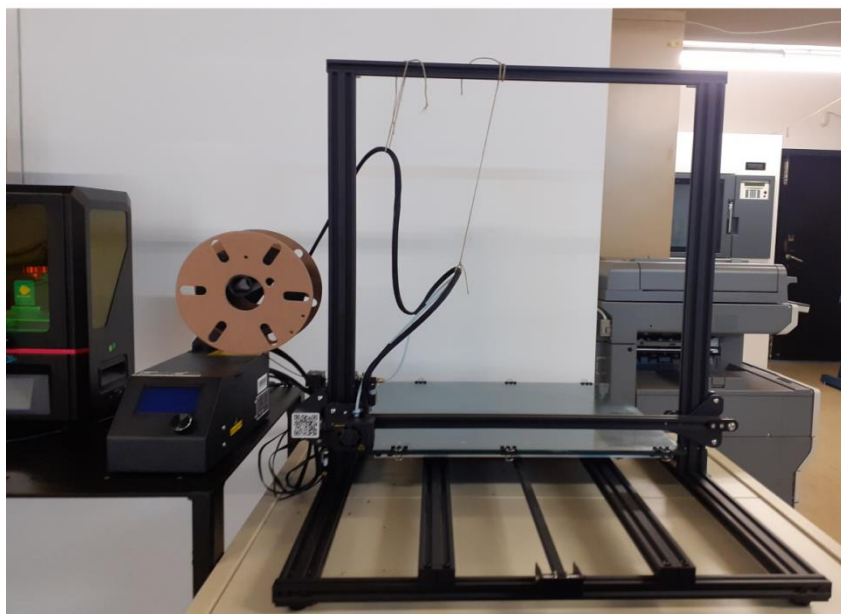


**Σχήμα 4.4.** Εντολή ανοίγματος αρχείου, καρτέλα ποιότητας και εντολή Slice.

Μετά το διαχωρισμό εμφανίζεται ένα παράθυρο στη θέση του Slice με χρήσιμες πληροφορίες όπως η μάζα της κατασκευής (271g) και ο χρόνος ολοκλήρωσης (περίπου 43 ώρες). Επιλέγοντας αποθήκευση σε αρχείο (save to file) δημιουργούμε το αρχείο κώδικα G το οποίο διαβάζει ο εκτυπωτής. Το αρχείο αυτό μεταφέρεται στον εκτυπωτή μέσω εξωτερικού δίσκου μεταφοράς δεδομένων. Πλέον είμαστε έτοιμοι για την εκτύπωση.

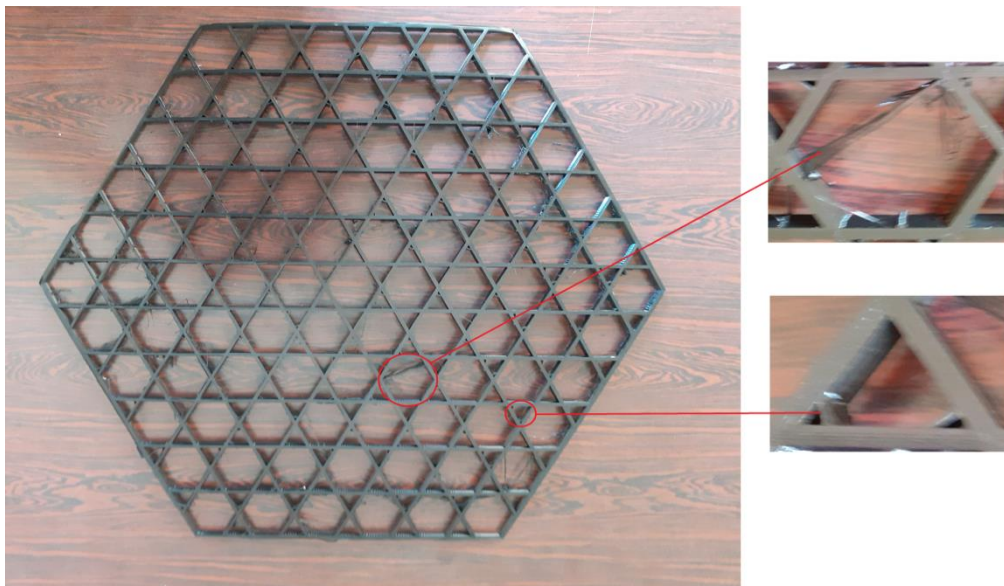
## 4.2. Εκτύπωση εσχάρας

Εισάγοντας το αρχείο κώδικα G στο μοντέλο CR-10S5 (βλ. Σχήμα 4.5) ξεκινάμε τη διαδικασία της εκτύπωσης. Ο χρόνος ολοκλήρωσης είναι 46 ώρες και 47 λεπτά, λίγο μεγαλύτερος δηλαδή από τον εκτιμώμενο.



**Σχήμα 4.5.** Ο εκτυπωτής Creality CR10-S5 (προσφορά του Εργαστηρίου Ταχείας Κατασκευής Πρωτοτύπων&Εργαλείων, υπεύθυνου Καθηγητή ΕΜΠ Βασιλείου Σπιτά, τομέας Μηχανολογικών Κατασκευών&Αυτομάτου Ελέγχου, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ)

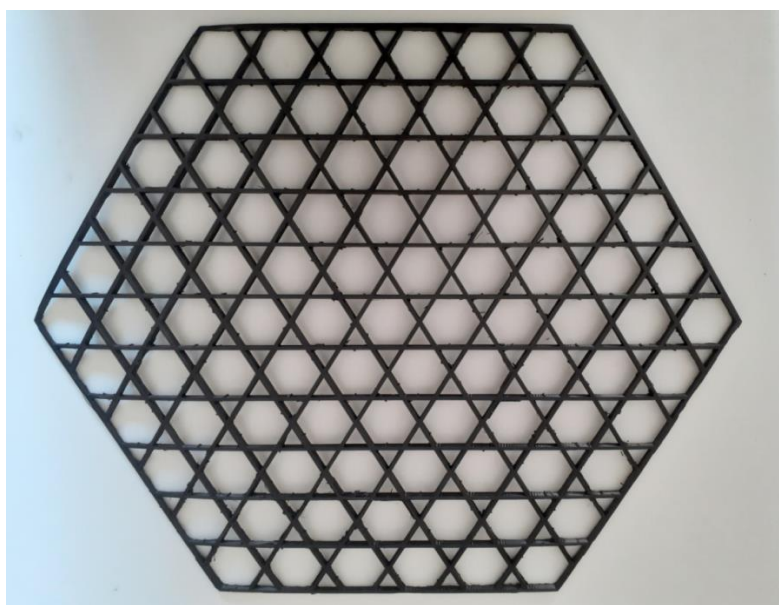
Το αποτέλεσμα της παραπάνω διαδικασίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.6. Παρατηρούμε πως υπάρχουν νήματα τα οποία βρίσκονται εντός των κυψελών φαινόμενο συχνό κατά την τρισδιάστατη εκτύπωση καθώς και πολύ λεπτές λωρίδες στα εξωτερικά τοιχώματα της εσχάρας (υλικό προσκόλλησης). Η αφαίρεση τους από την κατασκευή μας θα γίνει στο επόμενο βήμα της μέτα-επεξεργασίας.



**Σχήμα 4.6.** Η εκτυπωμένη εσχάρα (αριστερά) και εστίαση σε περιοχές παραμενουσών νημάτων (δεξιά πάνω, κάτω).

### 4.3. Μέτα-επεξεργασία εκτύπωσης

Σε αυτό το στάδιο με τη χρήση ενός κοπτικού εργαλείου (κόπτης χαρτιού) αφαιρούμε όλα τα νήματα τα οποία προεξέχουν από τις επιφάνειες της κατασκευής μας. Στη συνέχεια αφαιρούμε τυχόν προεξοχές από τις επιφάνειες της εσχάρας με χρήση υαλόχαρτου. Στο Σχήμα 4.7 απεικονίζεται η ισοδύναμη κυψελοειδής πλάκα ύστερα από την επεξεργασία.



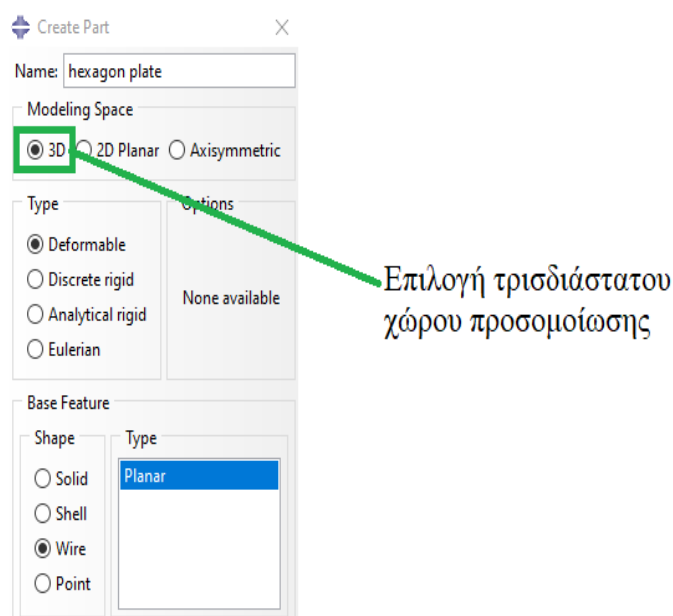
**Σχήμα 4.7.** Η εσχάρα ύστερα από την επεξεργασία.

## 4.4. Προσομοίωση εφελκυσμού εσχάρας

Σε αυτή την παράγραφο θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά της εσχάρας όταν αυτή καταπονείται μονοαξονικά από εφελκυστικές δυνάμεις. Αρχικά θα προσομοιώσουμε την δισδιάστατη (2-d) εσχάρα εντός ενός 3-d plane και ύστερα την τρισδιάστατη (3-d) ώστε να διερευνήσουμε την απόκλιση τους.

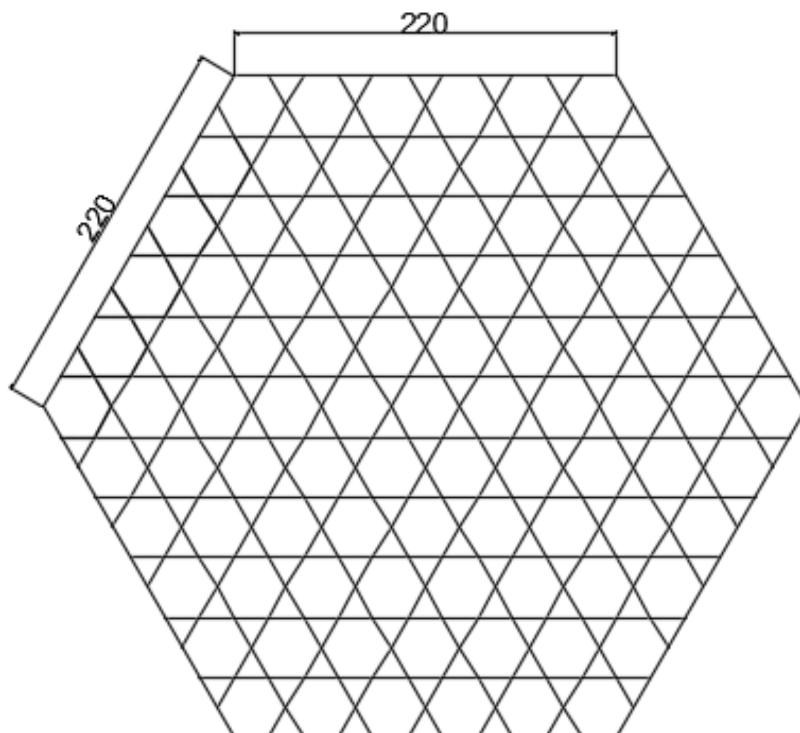
### 4.4.1. Εφελκυσμός δισδιάστατης (2-d) εσχάρας

Στο σχεδιαστικό περιβάλλον του Abaqus εισάγουμε το αρχείο της εσχάρας (2-d) το οποίο έχουμε σχεδιάσει στο λογισμικό AutoCAD (βλ. παράρτημα A4), σε τρισδιάστατο χώρο (3-d plane, βλ. Σχήμα 4.8). Στο παρακάτω Σχήμα (4.9) απεικονίζεται το σχέδιο της εσχάρας αποτυπωμένο σε δύο διαστάσεις. Τα μήκη  $h, l$  έκαστου εξαγώνου είναι ίσα με 20mm, και η γωνία  $\theta$  ισούται με  $30^\circ$  καθώς η κυψελωτή μας διάταξη είναι ισότροπη. Όσον αφορά τις διαστάσεις της πλάκας έχουμε  $h=l=220\text{mm}$  και γωνία  $\theta=30^\circ$  συνεπώς η απόσταση  $f=440\text{mm}$  και  $d=381.05\text{mm}$ .



Σχήμα 4.8. Εισαγωγή δισδιάστατης εσχάρας εντός τρισδιάστατου χώρου.



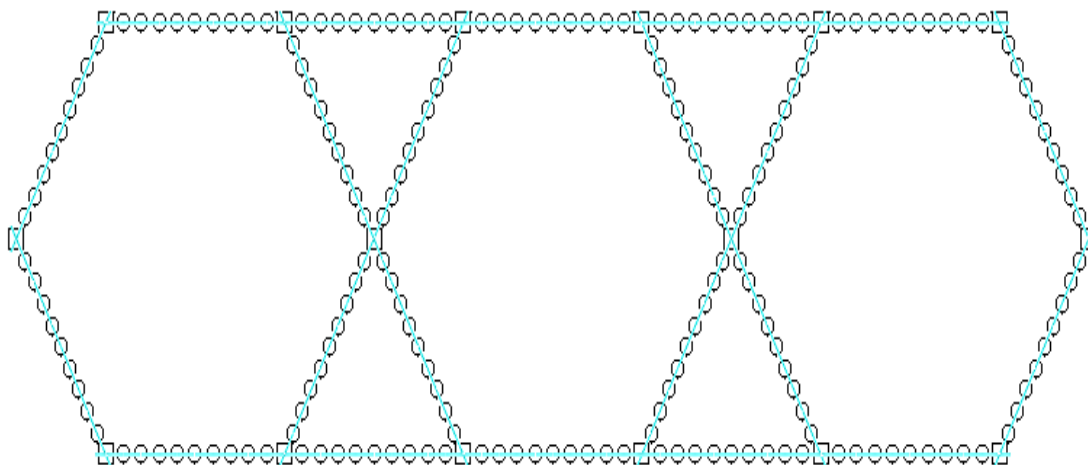


**Σχήμα 4.9.** Η εσχάρα (2-d).

Όπως και στο κεφάλαιο 2 έτσι και εδώ ορίζουμε προφίλ διατομής (profile) με πάχος  $t=2\text{mm}$  και βάθος  $b=10\text{mm}$ . Στη συνέχεια επιλέγουμε τις ιδιότητες του υλικού,  $E_s=2000\text{ MPa}$  και  $\nu_s=0.40$  και δίνουμε στο υλικό το όνομα PET-G.

Δημιουργούμε τη διατομή δοκού (beam section) εν ονόματι isotrope με το προφίλ και το υλικό που ορίσαμε πριν. Στη συνέχεια ορίζουμε τη διατομή αυτή σε όλα τα στοιχεία της εξαγωνικής πλάκας (section assignments).

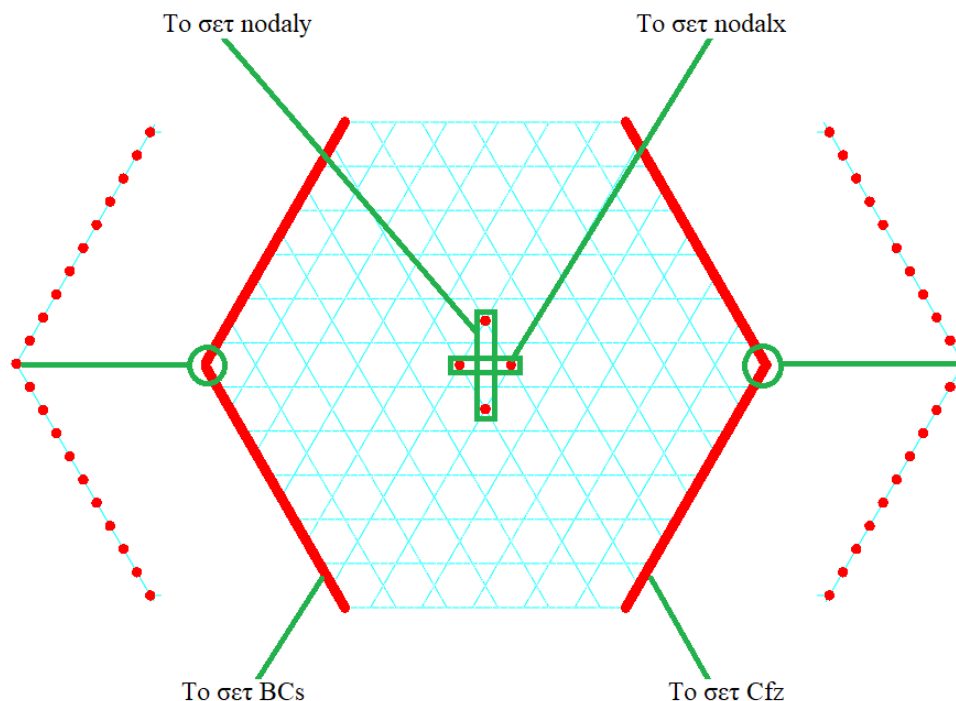
Ύστερα ορίζουμε προσανατολισμό διατομής δοκών (beam section orientation) όπως στο κεφάλαιο 2 και στη συνέχεια πραγματοποιούμε διαχωρισμό σε πεπερασμένα στοιχεία (meshing). Μετά από έρευνα βέλτιστου μεγέθους πεπερασμένων στοιχείων καταλήγουμε σε seed size 2mm και προκύπτουν τα πεπερασμένα στοιχεία που απεικονίζονται Σχήμα 4.10.



**Σχήμα 4.10.** Διαχωρισμός σε κόμβους και πεπερασμένα στοιχεία (εστίαση σε 3 κυψέλες).

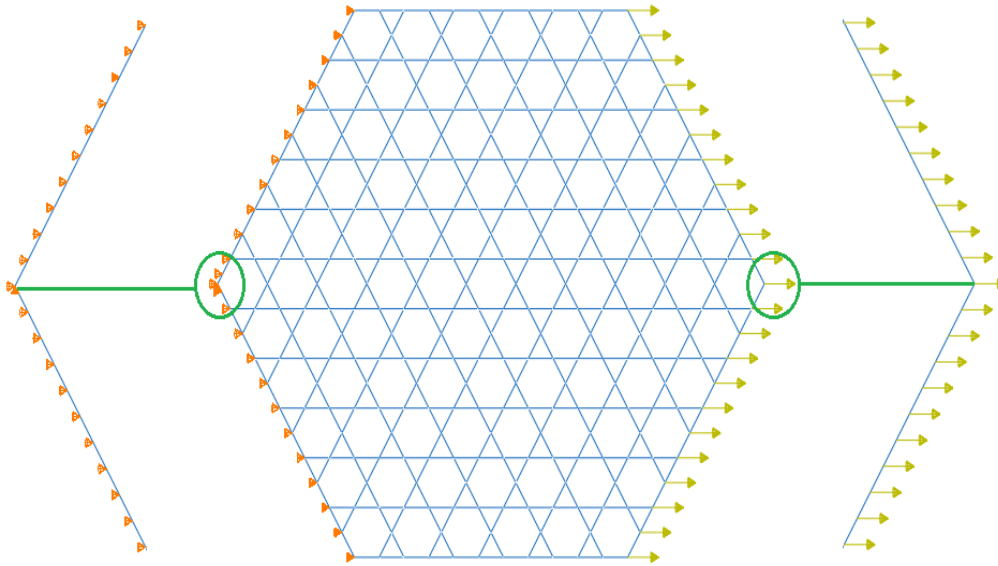
Τα στοιχεία (element types) είναι δοκοί 2 κόμβων (κωδικός B31). Όπως αναλύεται και στο παράρτημα Β.1, δημιουργούμε ένα βήμα φόρτισης (load) με 1 increment και στη συνέχεια καθορίζουμε τις συνοριακές συνθήκες. Για το σκοπό αυτό δημιουργούμε δύο σετ αποτελούμενα από όλους τους κόμβους των αριστερών κεκλιμένων πλευρών της διάταξης ( $BC_s$ ) και από τον ακραίο αριστερό κόμβο (arthrwsh) αντίστοιχα.

Επιπλέον για την εφαρμογή των δυνάμεων δημιουργούμε σετ αποτελούμενο από όλους τους κόμβους των δεξιών κεκλιμένων πλευρών ( $Cf_x$ ). Για τη διερεύνηση του μέτρου ελαστικότητας  $E_x$  και του λόγου poisson  $\nu_{xy}$  δημιουργούμε τα σετ nodaly και nodalx αποτελούμενα από δύο κόμβους το καθένα του κεντρικού εξαγώνου της διάταξης. Οι προαναφερθείσες συστοιχίες κόμβων απεικονίζονται στο Σχήμα 4.11.



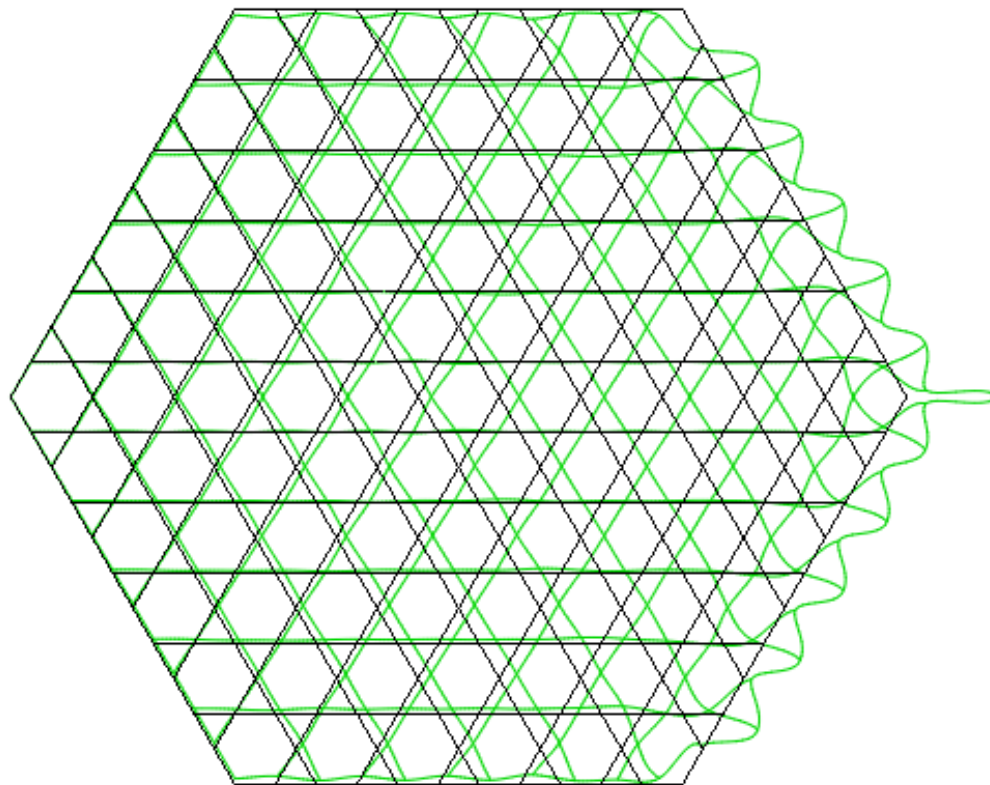
**Σχήμα 4.11.** Τα σετ  $BC_s$  και  $Cf_x$  (ακραίες κεκλιμένες πλευρές εκατέρωθεν της εσχάρας) και τα σετ arthrwsh (ακραίος αριστερός κόμβος), nodaly, nodalx με εστίαση σε κυκλωμένες περιοχές.

Στους κόμβους του σετ  $BC_s$  ορίζουμε ως οριακή συνθήκη κύλιση κατά  $x$  ( $U_x=0$ ) ενώ στον κόμβο του σετ arthrwsh ορίζουμε μία άρθρωση ( $U_x=U_y=0$ ). Στο κόμβους του σετ  $Cf_x$  εφαρμόζουμε δύναμη μεγέθους 1N ( $Cf_1=1N$ ). Το επόμενο Σχήμα (4.12) δείχνει τις συνοριακές συνθήκες καθώς και τη φόρτιση της πλάκας.



**Σχήμα 4.12.** Οι συνοριακές συνθήκες (αριστερό τμήμα εσχάρας) και η φόρτιση (δεξί τμήμα εσχάρας). Εστίαση σε περιοχές συνοριακών συνθηκών και φόρτισης (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα).

Από την προσομοίωση λαμβάνουμε τα επόμενα αποτελέσματα:



**Σχήμα 4.13.** Η αρχική (λευκό) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $1.057 \cdot 10^2$ ).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,008460
2	-0,008460

**Πίνακας 4.1.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ nodaly.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,09184
2	0,06270

**Πίνακας 4.2.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ nodalx.

Κόμβοι	$Cf_x$ (N)
1	1.000
.....	.....
221	1.000

**Πίνακας 4.3.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) του σετ  $Cf_x$ .

Από τα ευρήματα αυτά υπολογίζουμε:

- $U_y = -[|U_{y1}| + |U_{y2}|] = -0.01692\text{mm}$
- $U_x = [U_{x1} + U_{x2}] / 2 = 0.07730\text{mm}$
- $\epsilon_y = U_y / H_{\text{initial}} = -2.442 * 10^{-4}$ , με  $H_{\text{initial}} = 69.28\text{mm}$
- $\epsilon_x = U_x / L_{\text{initial}} = 1.933 * 10^{-3}$ , με  $L_{\text{initial}} = 40\text{mm}$
- $\sigma_x = (\sum Cf_x) / (H * b) = 221 / (381.05 * 10) = 0.05800 \text{ MPa}$ , με  $H = d_{(2-d)} = 381.05\text{mm}$

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

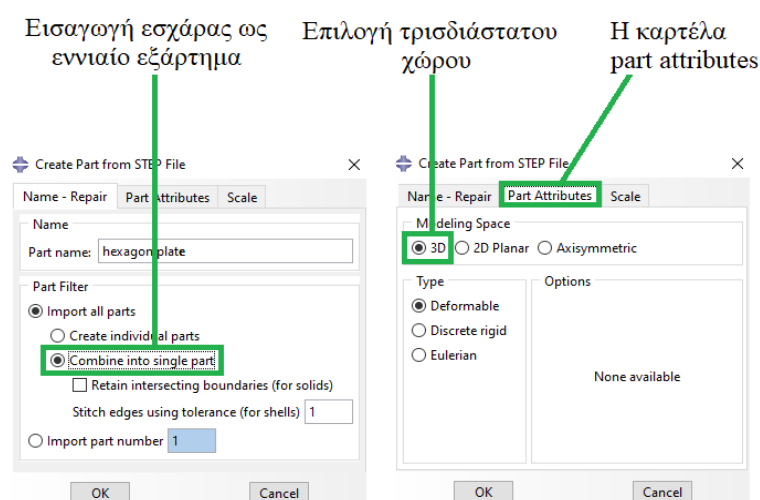
$$\nu_{xy} = - \frac{-2.442 * 10^{-4}}{1.933 * 10^{-3}} = 0.1263$$

$$E_x = \frac{0.058}{1.933 * 10^{-3}} = 30.01 \text{ MPa}$$

#### 4.4.2. Εφελκυσμός τρισδιάστατης (3-d) εσχάρας

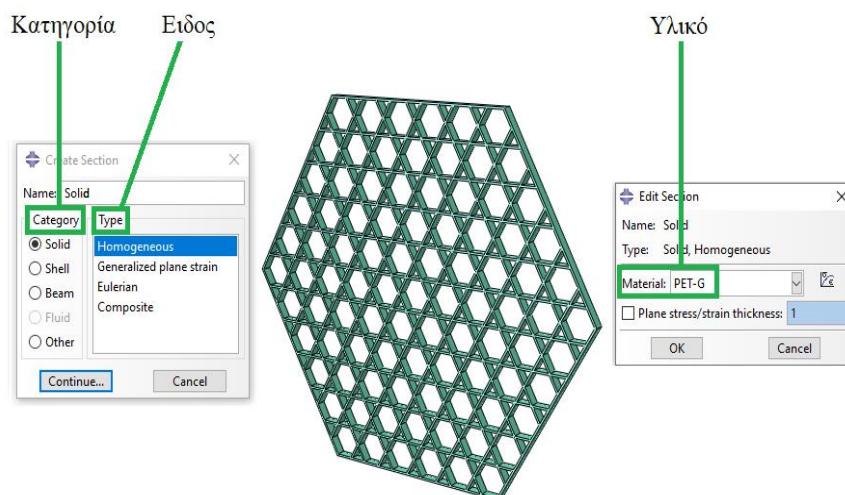
Σε αυτή την παράγραφο θα ασχοληθούμε με τον εφελκυσμό της τρισδιάστατης εσχάρας κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το σχέδιο εσχάρας που χρησιμοποιήσαμε για την τρισδιάστατη εκτύπωση, σχεδιασμένο στο λογισμικό Solidworks, αποθηκεύεται ως αρχείο step (step file, επέκταση .STEP).

Από το Abaqus εισάγουμε την τρισδιάστατη ισοδύναμη κυψελοειδή πλάκα μέσω της εντολής import→part. Παρατηρούμε πως εμφανίζεται ένα παράθυρο δημιουργίας εξαρτήματος από το αρχείο step, στην οποία επιλέγουμε την εισαγωγή της εξαγωνικής πλάκας ως ενιαίο part μέσω της εντολής combine into single part. Επιπλέον από την καρτέλα part attributes επιλέγουμε ως χώρο προσομοίωσης τον τρισδιάστατο χώρο όπως απεικονίζεται στο παρακάτω Σχήμα 4.14.



Σχήμα 4.14. Εισαγωγή τρισδιάστατης εσχάρας στο Abaqus.

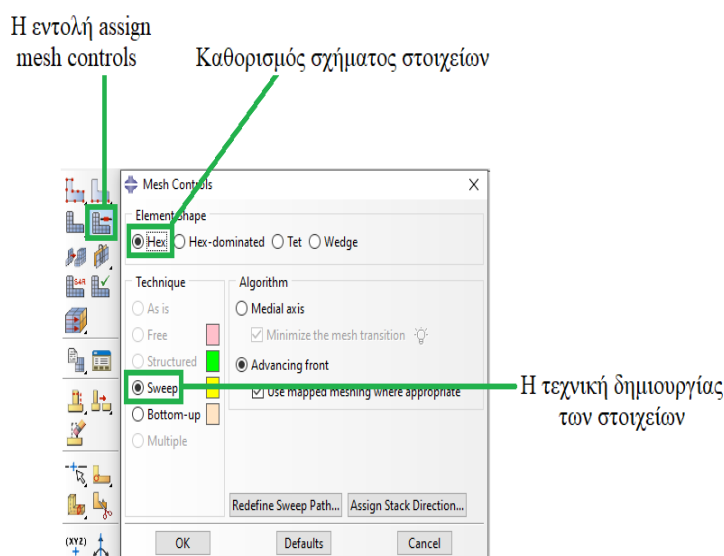
Επόμενο βήμα στην προετοιμασία της προσομοίωσης είναι ο ορισμός του υλικού, το οποίο έχει μέτρο ελαστικότητας  $E_s=2000\text{MPa}$  και λόγο poisson  $\nu_s=0.40$ . Στη συνέχεια επιλέγουμε τη δημιουργία διατομής από την καρτέλα της οποίας επιλέγουμε ως κατηγορία στερεό (solid), ως είδος ομοιογενής (homogeneous), καθώς έχει παντού το ίδιο υλικό, και ως όνομα Solid. Ύστερα στο παράθυρο επεξεργασίας (edit section) που εμφανίζεται επιλέγουμε το υλικό που ορίσαμε πριν σύμφωνα με το Σχήμα 4.15.



Σχήμα 4.15. Η δημιουργία διατομής στερεού (αριστερά), η εισαγωγή από προηγούμενο βήμα εξαγωνική πλάκα και το υλικό της διατομής (δεξιά).

Ως ορισμός της διατομής πραγματοποιείται όπως και στην δισδιάστατη εσχάρα (ή όπως στα κεφάλαια 2 και 3) μέσω της εντολής section assignments όπου επιλέγουμε ολόκληρη την πλάκα. Παρατηρούμε πως στην εξεταζόμενη περίπτωση δεν χρειάστηκε να ορίσουμε κάποιο προφίλ διατομής καθώς η τρισδιάστατη γεωμετρία το έχει ήδη καθορισμένο.

Στη συνέχεια θα πραγματοποιήσουμε διαχωρισμό σε πεπερασμένα στοιχεία με απόσταση κόμβων (seed size) 2mm. Αρχικά επιλέγουμε το σχήμα των στοιχείων καθώς και την τεχνική παραγωγής τους μέσω της εντολής assign mesh controls. Από το αναδυόμενο παράθυρο επιλέγουμε ως σχήμα (shape) hex καθώς σε αυτή την κατηγορία εμπεριέχονται τα κυβικά και ως τεχνική (technique) sweep σύμφωνα με το ακόλουθο Σχήμα 4.16.

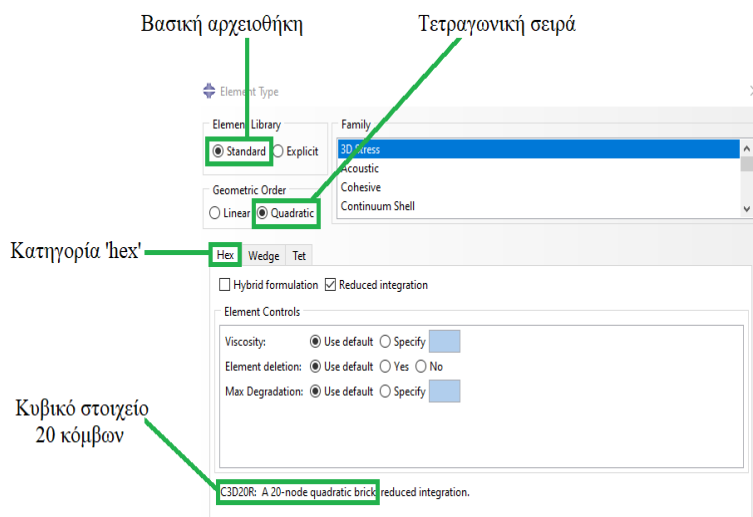


**Σχήμα 4.16.** Επιλογή σχήματος πεπερασμένων στοιχείων και τεχνικής δημιουργίας.

Η τεχνική αυτή επιλέχθηκε καθώς προσφέρει τη δυνατότητα σάρωσης κατά τον διαχωρισμό που σημαίνει πως καθώς το Abaqus ξεκινά να δημιουργεί τα πεπερασμένα στοιχεία σε ευθεία γραμμή, μόλις συναντήσει κάποια αλλαγή κλίσης (η κατασκευή μας έχει πολλές μεταβολές κλίσης) επεξεργάζεται (σαρώνει) την νέα επιφάνεια και προσαρμόζει τον διαχωρισμό κατάλληλα.

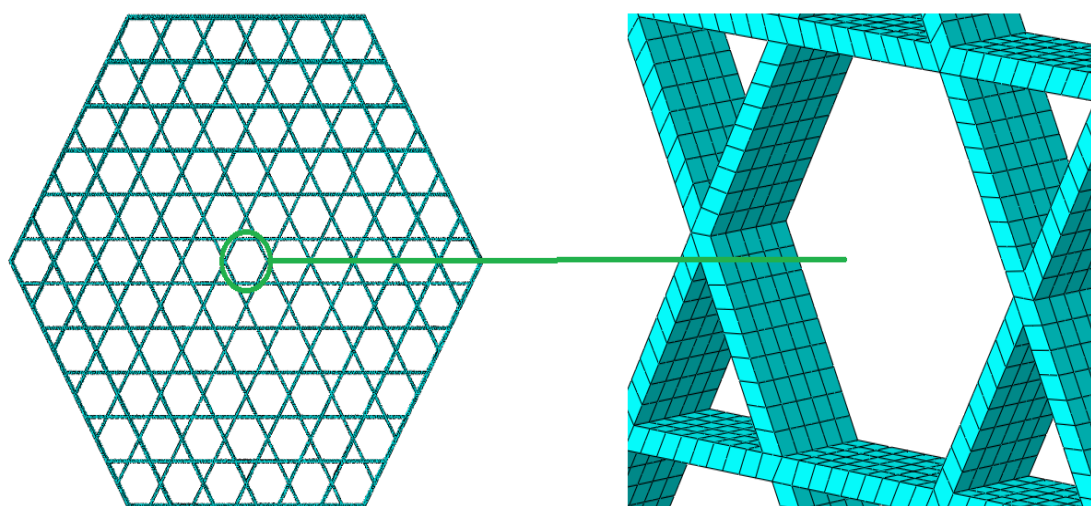
Εφόσον ο διαχωρισμός πραγματοποιηθεί, επιλέγουμε το είδος των στοιχείων με την εντολή assign element types όπως και στα κεφάλαια 2 και 3. Επιλέγουμε τετραγωνική γεωμετρική σειρά (quadratic), κατηγορία hex, 'οικογένεια 3-d' και μείωση ενσωμάτωσης στοιχείων (reduced integration) για καλύτερη κατανομή τους σύμφωνα με το Σχήμα 4.17.

Σημειώνεται πως οι επιλογές αυτές έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία κυβικών στοιχείων αποτελούμενα από 20 κόμβους χωρίς όμως να μειώνεται το μέγεθος του πεπερασμένου στοιχείου (seed size=2mm). Πέραν της βελτίωσης των αποτελεσμάτων, η επιλογή αυτή είναι εξαιρετικής σημασίας καθώς δίνει τη δυνατότητα επιλογής περισσότερων κόμβων εντός του στοιχείου γεγονός που θα εξετάσουμε σε επόμενο κεφάλαιο.



**Σχήμα 4.17.** Καθορισμός του είδους των πεπερασμένων στοιχείων.

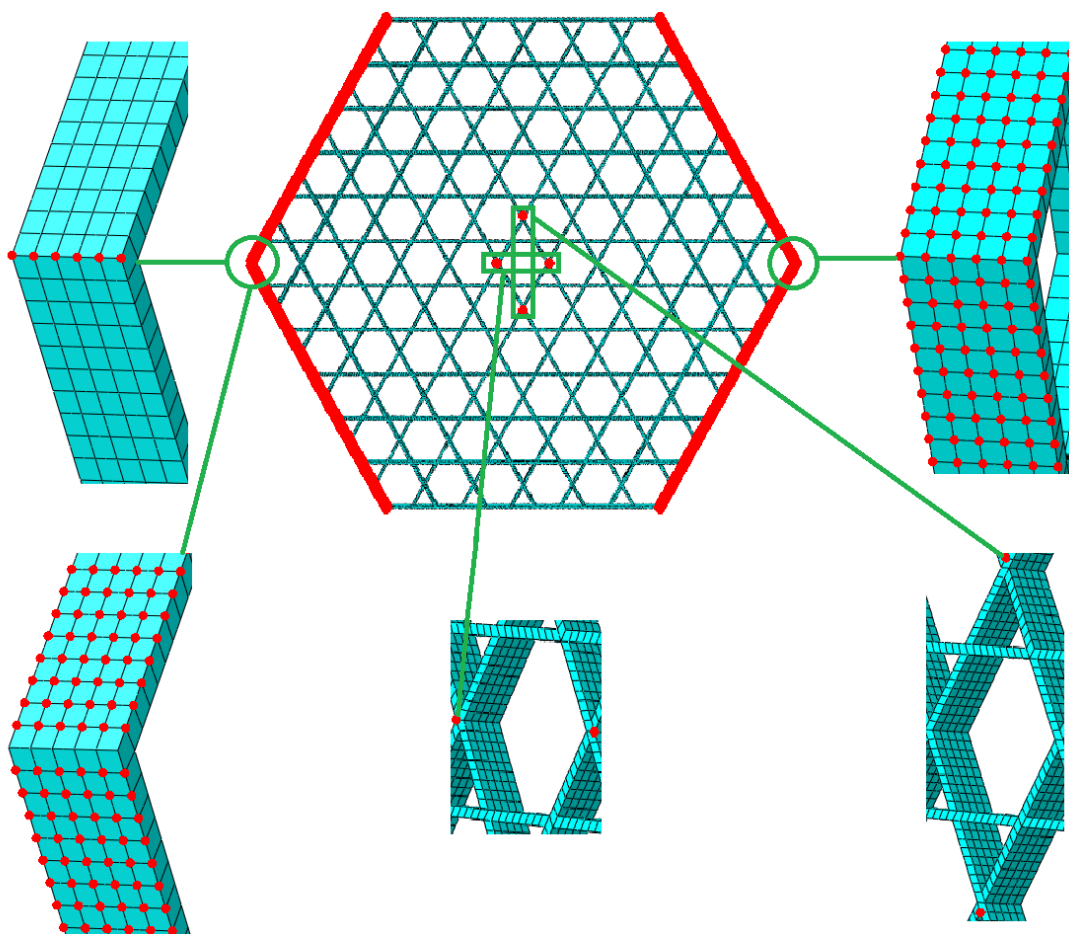
Τα πεπερασμένα στοιχεία στα οποία διαχωρίσαμε την εσχάρα απεικονίζονται παρακάτω (βλ. Σχήμα 4.18).



**Σχήμα 4.18.** Εστίαση σε πεπερασμένα στοιχεία κεντρικής κυψέλης της εσχάρας σε πλάγια όψη (δεξιά εικόνα).

Σε αυτό το σημείο θα δημιουργήσουμε τις απαραίτητες συστοιχίες κόμβων για την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών, των φορτίσεων καθώς και για τη διερεύνηση του λόγου poisson και του μέτρου ελαστικότητας ( $\nu_{xy}, E_x$ ). Για τις συνοριακές συνθήκες δημιουργούμε όπως και στην περίπτωση της δισδιάστατης πλάκας δύο set που ονομάζονται  $BC_s$  και  $arthrwhsh$  αντίστοιχα. Το πρώτο περιλαμβάνει όλους τους κόμβους που ευρίσκονται στις κεκλιμένες επιφάνειες στο άκρως αριστερό μέρος της εσχάρας (καθόλο το βάθος των 10mm) ενώ το δεύτερο περιλαμβάνει τους ακριανούς κόμβους στο ίδιο τμήμα της και για το ίδιο βάθος.

Για την εφαρμογή των δυνάμεων αλλά και για τη διερεύνηση της τάσης  $\sigma_x$  δημιουργούμε το set  $Cf_x$  αποτελούμενο από τους κόμβους των κεκλιμένων επιφανειών στο άκρως δεξιό τμήμα της πλάκας και καθόλο το βάθος των 10mm. Τέλος για τη διερεύνηση του λόγου poisson χρησιμοποιούμε τα set  $nodaly$  και  $nodalx$  τα οποία αποτελούνται από τους ίδιους κόμβους που εφαρμόστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο 4.3.1. Το Σχήμα 4.19 αποτελεί γραφική απεικόνιση των περιγραφέντων set.

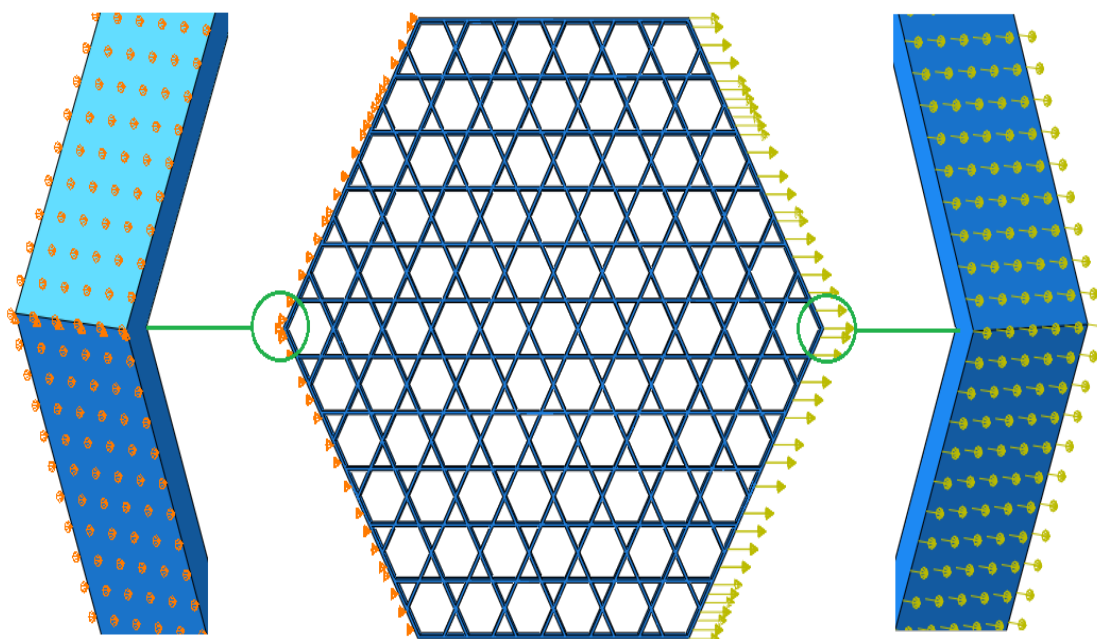


**Σχήμα 4.19.** Το σετ arthrwh (πάνω αριστερά), τμήμα του σετ  $BC_s$  (κάτω αριστερά), τμήμα του σετ  $Cf_x$  (πάνω δεξιά), τα σετ nodalx και nodaly (κεντρικά κάτω, δεξιά κάτω αντίστοιχα) σε εστιασμένες πλάγιες προβολές και πρόσοψη της εσχάρας (κεντρικά πάνω).

Σημειώνεται πως οι κόμβοι των σετ nodaly και nodalx βρίσκονται στην άνω επιφάνεια της ισοδύναμης πλάκας ( $b=0$ ). Εξαιτίας της ομοιόμορφης κατανομής του φορτίου και των συνοριακών συνθηκών η τοποθέτησή τους κατά αυτόν τον τρόπο είναι εφικτή χωρίς να επηρεάζει τα αποτελέσματα.

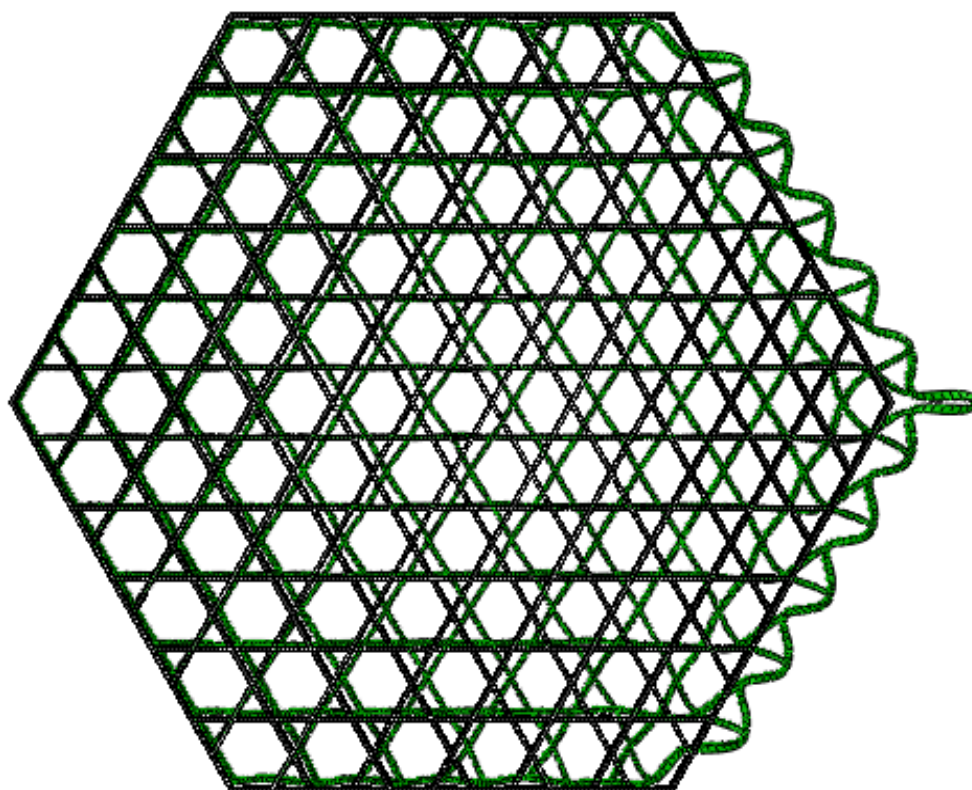
Στους κόμβους του σετ  $BC_s$  εφαρμόζουμε περιορισμό μετατόπισης κατά  $x$  (κυλίσεις  $U_x=0$ ) ενώ στους κόμβους του σετ arthrwh εφαρμόζουμε περιορισμούς μετατόπισης κατά  $x$  και  $y$  (αρθρώσεις  $U_x=U_y=0$ ). Τέλος στους κόμβους του σετ  $Cf_x$  εφαρμόζουμε δυνάμεις μεγέθους  $1N$ . Οι συνοριακές συνθήκες και η φόρτιση απεικονίζονται στο σχήμα 4.20.





**Σχήμα 4.20.** Οι συνοριακές συνθήκες σε εστιασμένη επιφάνεια υπό πλάγια όψη (αριστερά), η φόρτιση σε εστιασμένη επιφάνεια σε πλάγια όψη (δεξιά) και η πρόσοψη της εσχάρας (κέντρο).

Μετά το πέρας της προσομοίωσης λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:



**Σχήμα 4.21.** Αποτελέσματα προσομοίωσης όπου με μαύρο χρώμα απεικονίζεται η αρχική κατάσταση και με πράσινο η παραμορφωμένη (συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=2.200\*10).

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,03832
2	-0,03762

**Πίνακας 4.4.** Αποτελέσματα  $U_y$  κόμβων του σετ nodaly.

Κόμβοι	$U_x$ (mm)
1	0,3380
2	0,4703

**Πίνακας 4.5.** Αποτελέσματα  $U_x$  κόμβων του σετ nodalx.

Κόμβοι	$Cf_x$ (N)
1	1.000
.....	.....
1254	1.000

**Πίνακας 4.6.** Αποτελέσματα δυνάμεων (Concentrated Forces) κόμβων του σετ  $Cf_x$

Από τα αποτελέσματα αυτά υπολογίζουμε:

- $U_y = -0.07594$  mm
- $U_x = 0.4042$  mm
- $\epsilon_y = -1.100 \cdot 10^{-3}$  με  $H_{initial} = 69.28$  mm
- $\epsilon_x = 0.01011$  με  $L_{initial} = 40$  mm
- $\sigma_x = 0.3474$  MPa με  $H = d = 361.05$  mm

Συνεπώς ο λόγος poisson και το μέτρο ελαστικότητας προκύπτουν:

$$\nu_{xy} = -\frac{-1.1 \cdot 10^{-3}}{0.01011} = 0.1090$$

$$E_x = \frac{0.3474}{0.01011} = 34.40 \text{ MPa}$$

Συλλογικά για τις προσομοιώσεις δισδιάστατης και τρισδιάστατης εσχάρας λαμβάνουμε τον Πίνακα 4.7:

Εσχάρα	2-d	3-d	Απόκλιση (%)
$\nu_{xy}$	0.1263	0.1090	15.90%
$E_x$ (MPa)	30.01	34.40	12.80%

**Πίνακας 4.7.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα εφελκυσμού εσχάρας.

Η απόκλιση που προκύπτει είναι εντός των επιθυμητών ορίων με βάση τις διαστάσεις των πεπερασμένων στοιχείων (beams, solid elements) γεγονός που θα εξετάσουμε και στο επόμενο κεφάλαιο.

Τέλος αξίζει να σημειωθεί πως στην περίπτωση της δισδιάστατης εσχάρας (2-d) δεν ισχύουν οι εξισώσεις των Gibson&Ashby για το λόγο poisson (εξίσωση 1.3) και το μέτρο ελαστικότητας (εξίσωση 1.1) διότι η συνδεσμολογία των εξαγώνων της εσχάρας είναι διαφορετική από την αναγραφόμενη από τους προαναφερθείς συγγραφείς (η συνδεσμολογία αυτή χρησιμοποιείται στα κεφάλαια 2.2, 2.5 και 3.1 για ισότροπο και ανισότροπο πυρήνα κανονικών και μη εξαγώνων).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Προσομοίωση και πειραματική μελέτη κάμψης εσχάρας

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά της εσχάρας που εκτυπώσαμε και προσομοιώσαμε σε εφελκυσμό στην προηγούμενη ενότητα, σε κάμψη, φορτισμένη μονοαξονικά δηλαδή κατά τη διεύθυνση του άξονα z.

Η κάμψη αρχικά θα πραγματοποιηθεί με καταναμημένο φορτίο σχεδόν σε ολόκληρη την επιφάνεια της και ύστερα με 'συγκεντρωμένο' φορτίο στην κεντρική κυψέλη της (δηλαδή με καταναμημένο στους γεωμετρικούς κόμβους της κυψέλης).

Οι παραπάνω προσομοιώσεις, όπως και η προσομοίωση του εφελκυσμού, θα διεξαχθούν για την δισδιάστατη (2-d) και για την τρισδιάστατη (3-d) εσχάρα, εντός του 3-d χώρου.

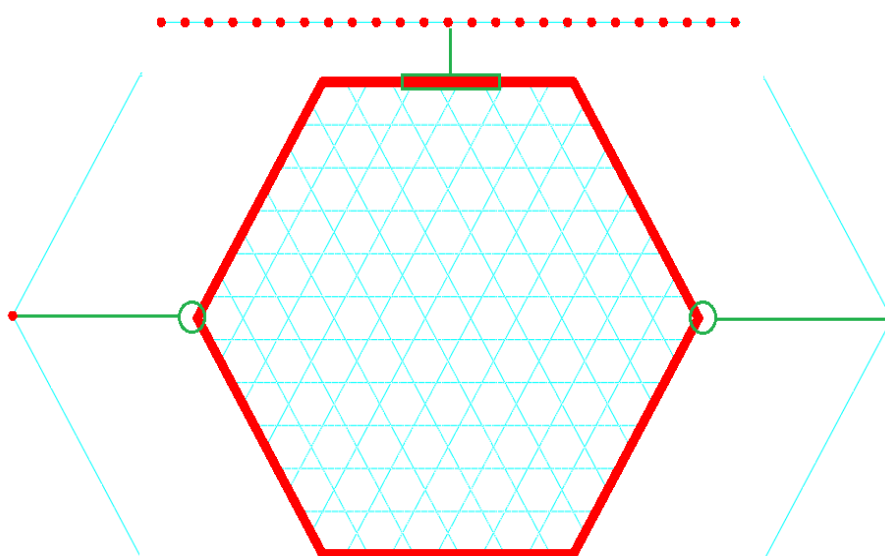
### 5.1. Κάμψη δισδιάστατης (2-d) εσχάρας με καταναμημένο φορτίο

Στο σχεδιαστικό περιβάλλον του Abaqus ακολουθούμε τα ίδια βήματα που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 4.4.1 και ορίζουμε προφίλ διατομής πάχους 2mm, βάθους 10mm, είδος διατομής δοκού και υλικό PET-G με ίδιο μέτρο ελαστικότητας και λόγο poisson. Το μέγεθος των πεπερασμένων στοιχείων παραμένει 2mm καθώς και το είδος τους (δοκοί).

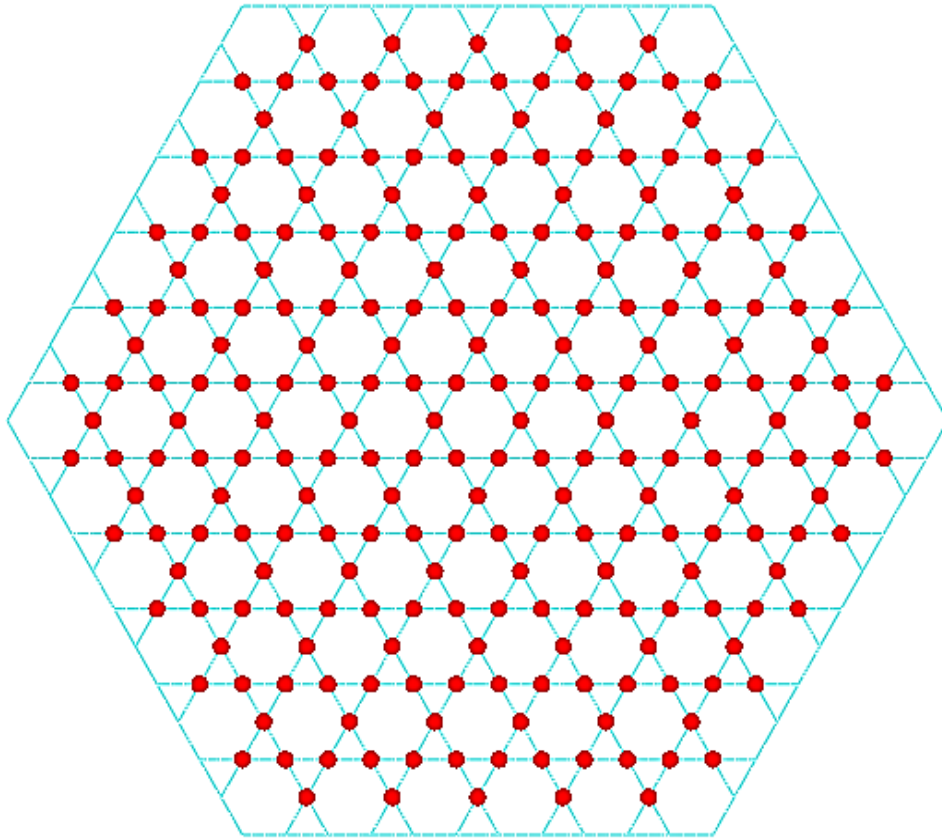
Για τις συνοριακές συνθήκες δημιουργούμε τις συστοιχίες κόμβων  $BC_s$ , plhrhs arthrwsh και arthrwsh ενώ για τη φόρτιση το σετ  $Cf_z$ . Για τη διερεύνηση της μετατόπισης κατά τον άξονα z ( $U_z$ ) θα χρησιμοποιήσουμε το ίδιο σετ  $Cf_z$ .

Σημειώνεται πως το σετ  $BC_s$  περιλαμβάνει όλους τους κόμβους των εξωτερικών πλευρών της εσχάρας (κεκλιμένων και οριζοντίων) πλην τους ακριανούς στο αριστερό και δεξί τμήμα της, οι οποίοι ανήκουν στα σετ plhrhs arthrwsh και arthrwsh αντίστοιχα.

Το σετ  $Cf_z$  εμπεριέχει όλους τους εσωτερικούς κόμβους της πλάκας οι οποίοι δεν γειτνιάζουν με τα τοιχώματα της. Τα προαναφερθέντα σετ απεικονίζονται στα δύο ακόλουθα Σχήματα 5.2 και 5.2.

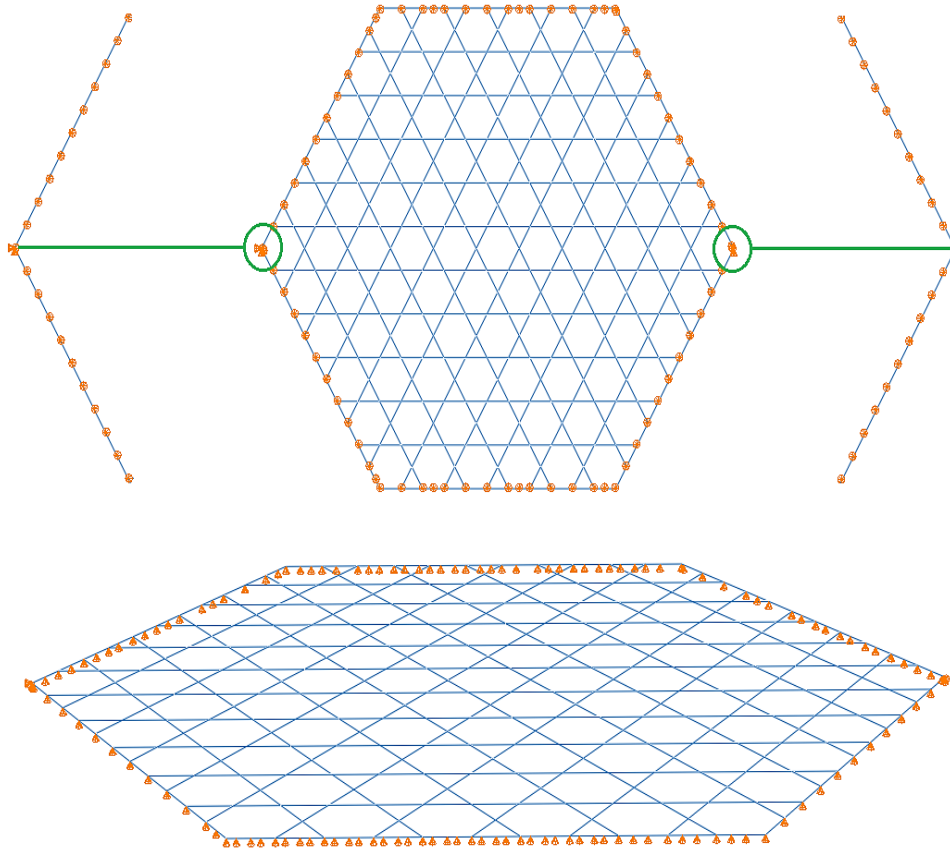


**Σχήμα 5.1.** Οι συνοριακές συνθήκες (κέντρο), τα σετ plhrhs arthrwsh (αριστερά), arthrwsh (δεξιά) και εστίαση στο άνω τμήμα του σετ  $BC_s$  (πάνω).



**Σχήμα 5.2.** Οι κόμβοι του σετ  $Cf_2$ .

Στους κόμβους της συστοιχίας  $BC_s$  εφαρμόζουμε περιορισμό μετατόπισης κατά τον άξονα  $z$  ( $U_z=0$ ) ενώ στους κόμβους των σετ  $plhrhs$   $arthrwsh$  και  $arthrwsh$  εφαρμόζουμε περιορισμούς μετατόπισης κατά  $x,y,z$  ( $U_x=U_y=U_z=0$ ) και  $y,z$  ( $U_y=U_z=0$ ) αντίστοιχα σύμφωνα με την παρακάτω σχηματική απεικόνιση (5.3).



**Σχήμα 5.3.** Γραφική απεικόνιση των συνοριακών συνθηκών, πρόσοψη (κέντρο), εστίαση στην άκρο αριστερή (αριστερά) και δεξιά (δεξιά) κυκλωμένη περιοχή, πλάγια όψη (κάτω).

Το κατανεμημένο φορτίο που θα εφαρμόσουμε στο εσωτερικό μέρος της εσχάρας διαχωρίζεται σε συγκεντρωμένες δυνάμεις (concentrated forces) το οποίο εφαρμόζεται σε κάθε κόμβο του σετ  $Cf_z$ . Παρατηρούμε πως κάθε κόμβος του εν λόγω σετ γειτνιάζει με δύο εξαγωνικές και δύο τριγωνικές κυψέλες και συνεπώς η εκάστοτε δύναμη ισούται με:

$$F_{\text{κόμβου}} = 2 * q * \frac{A_{\text{εξαγώνου}}}{6} + 2 * q * \frac{A_{\text{τριγώνου}}}{3}$$

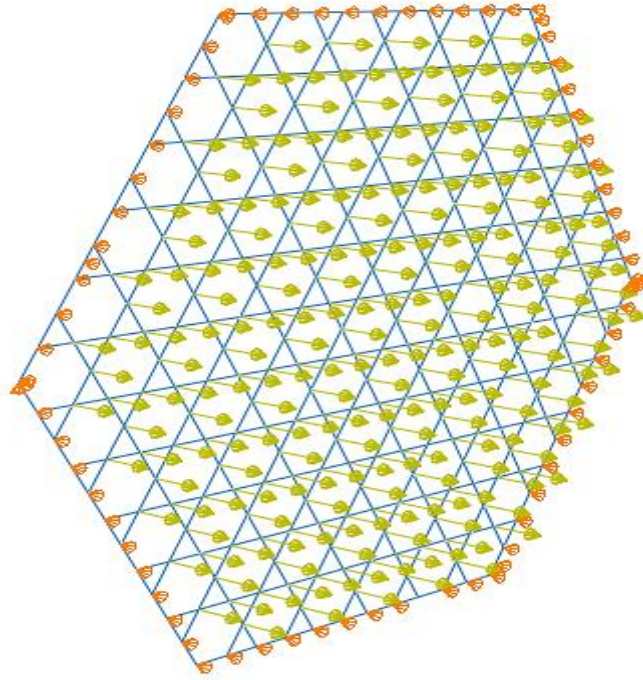
Όπου  $q$  ( $\text{N}/\text{mm}^2$ ) το φορτίο που αντιστοιχεί στην περιοχή και  $A_{\text{εξαγώνου}}$ ,  $A_{\text{τριγώνου}}$  οι επιφάνειες των εξαγωνικών και τριγωνικών κυψελών. Οι μαθηματικές εκφράσεις των εμβαδών είναι:

- $A_{\text{εξαγώνου}} = 2 * l * \cos\theta * (h + l * \sin\theta)$
- $A_{\text{τριγώνου}} = l^2 * \sin\theta * \cos\theta$

Με αντικατάσταση λαμβάνουμε:

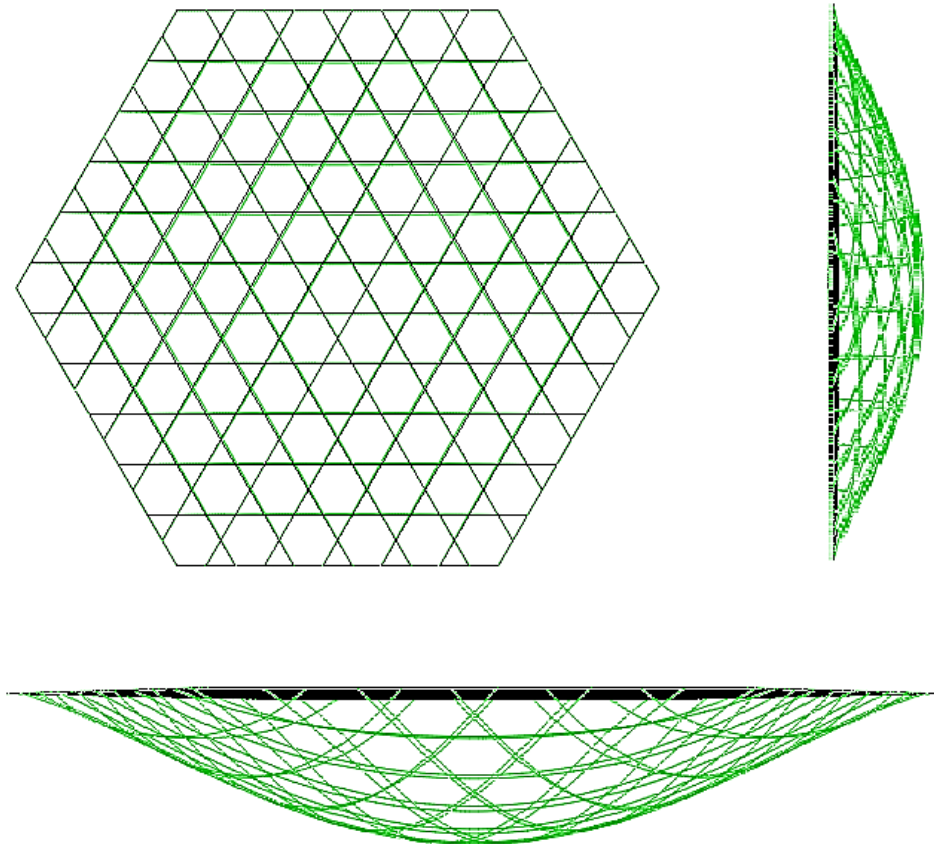
$$F_{\text{κόμβου}} = \left(\frac{2}{3}\right) * q * l * \cos\theta * (h + 2 * l * \sin\theta)$$

Με απαίτηση για  $F_{\text{κόμβου}} = -1\text{N}$ , ώστε να ασκείται δύναμη τάξεως 1N σε καθένα από τους  $N=240$  γεωμετρικούς κόμβους (φορά προς τα κάτω) και με πλευρές  $h=l=20\text{mm}$  και γωνία  $\theta=30^\circ$  λαμβάνουμε  $q=-2.165 \text{N}/\text{mm}^2$ . Οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε κόμβο παρουσιάζονται στο επόμενο Σχήμα 5.4.

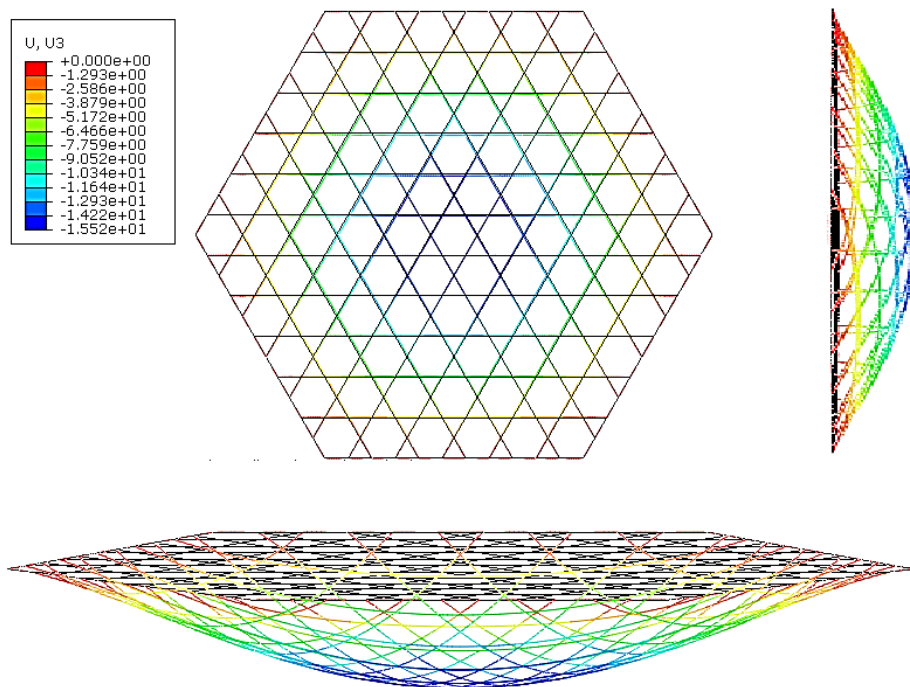


**Σχήμα 5.4.** Απεικόνιση δυνάμεων (κίτρινο χρώμα) σε πλάγια πίσω όψη εσχάρας.

Σε αυτό το σημείο είμαστε έτοιμοι να πραγματοποιήσουμε την προσομοίωση μας από την οποία εξάγουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:



**Σχήμα 5.5.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), πλάγια όψη από τα δεξιά (πάνω δεξιά) και άνοψη (κάτω).  
[Συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $2.840 \cdot 10^0$ ]



**Σχήμα 5.6.** Γραφική απεικόνιση μετατόπισης  $U_z$  με κλίμακα μεγέθους σε πρόσοψη (αριστερά), δεξιά πλάγια όψη (δεξιά) και άνοψη (κάτω).

Παρατηρούμε πως η μεγαλύτερη (κατά απόλυτη τιμή) μετατόπιση παρατηρείται στο κέντρο της εσχάρας (μπλε χρώμα), ενώ στα σημεία εφαρμογής συνοριακών συνθηκών η μετατόπιση είναι μηδενική (κόκκινο χρώμα) όπως ήταν αναμενόμενο.

Συγκεκριμένα η τιμή της μετατόπισης  $U_z$  για κάθε κόμβο δίνεται από Πίνακα 5.1:

Κόμβοι	$U_z$ (mm)	Κόμβοι	$U_z$ (mm)	Κόμβοι	$U_z$ (mm)	Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-1,583	61	-8,600	121	-5,602	181	-15,10
2	-3,510	62	-2,151	122	-4,041	182	-14,24
3	-5,602	63	-5,602	123	-2,151	183	-13,84
4	-4,041	64	-6,823	124	-4,374	184	-11,53
5	-2,151	65	-5,602	125	-3,510	185	-8,30
6	-4,374	66	-3,510	126	-6,823	186	-11,53
7	-4,540	67	-1,583	127	-4,540	187	-11,90
8	-2,320	68	-4,374	128	-6,552	188	-10,40
9	-4,540	69	-6,552	129	-4,540	189	-8,600
10	-6,552	70	-8,300	130	-6,552	190	-6,552
11	-4,374	71	-11,53	131	-8,600	191	-4,540
12	-2,732	72	-13,10	132	-11,90	192	-2,320
13	-3,510	73	-13,84	133	-13,10	193	-4,540
14	-5,602	74	-14,24	134	-14,24	194	-4,041
15	-6,823	75	-13,10	135	-13,84	195	-5,602
16	-7,720	76	-11,90	136	-13,10	196	-11,53
17	-6,552	77	-13,10	137	-11,53	197	-10,80
18	-8,600	78	-13,84	138	-10,80	198	-11,52
19	-8,600	79	-13,10	139	-11,53	199	-11,90



20	-8,300	80	-11,90	140	-14,24	200	-13,10
21	-2,151	81	-11,53	141	-14,24	201	-14,24
22	-4,041	82	-9,722	142	-15,10	202	-6,552
23	-3,510	83	-8,300	143	-15,50	203	-5,602
24	-1,583	84	-10,40	144	-15,50	204	-4,041
25	-2,732	85	-11,90	145	-15,50	205	-4,374
26	-3,510	86	-11,53	146	-15,10	206	-8,600
27	-4,041	87	-9,722	147	-15,50	207	-8,300
28	-4,374	88	-7,720	148	-15,10	208	-9,722
29	-4,540	89	-7,720	149	-13,84	209	-3,510
30	-4,540	90	-4,041	150	-13,10	210	-2,732
31	-4,374	91	-8,300	151	-11,90	211	-3,510
32	-4,041	92	-6,552	152	-14,24	212	-13,10
33	-3,510	93	-4,374	153	-14,24	213	-8,600
34	-2,732	94	-4,540	154	-13,10	214	-4,374
35	-1,583	95	-2,320	155	-10,80	215	-6,552
36	-1,583	96	-2,151	156	-9,722	216	-2,151
37	-4,041	97	-2,151	157	-7,720	217	-9,722
38	-7,720	98	-4,540	158	-5,602	218	-8,300
39	-9,722	99	-8,600	159	-4,041	219	-2,151
40	-10,80	100	-10,40	160	-2,151	220	-1,583
41	-11,53	101	-11,90	161	-4,374	221	-4,540
42	-9,722	102	-14,24	162	-3,510	222	-4,540
43	-8,300	103	-15,10	163	-1,583	223	-6,552
44	-10,40	104	-15,50	164	-2,732	224	-7,720
45	-11,90	105	-15,50	165	-1,583	225	-6,823
46	-11,53	106	-15,10	166	-2,320	226	-7,720
47	-10,80	107	-14,24	167	-4,374	227	-5,602
48	-9,722	108	-14,24	168	-8,300	228	-3,510
49	-7,720	109	-14,24	169	-9,722	229	-1,583
50	-6,823	110	-13,10	170	-11,90	230	-2,732
51	-5,602	111	-10,80	171	-11,90	231	-3,510
52	-1,583	112	-9,722	172	-13,10	232	-5,602
53	-5,602	113	-8,600	173	-13,84	233	-1,583
54	-7,720	114	-11,53	174	-9,722	234	-2,151
55	-2,151	115	-11,90	175	-8,300	235	-4,041
56	-2,320	116	-10,40	176	-8,600	236	-2,320
57	-6,552	117	-8,600	177	-10,40	237	-4,374
58	-8,600	118	-8,300	178	-7,720	238	-2,151
59	-8,300	119	-9,722	179	-6,823	239	-4,041
60	-6,552	120	-7,720	180	-7,720	240	-1,583

**Πίνακας 5.1.** Αποτελέσματα  $U_z$  κόμβων του σετ  $Cf_z$ .

Ενώ οι μικρότερες μετατοπίσεις εμφανίζονται στους γεωμετρικούς κόμβους του κεντρικού εξαγώνου σύμφωνα με τον Πίνακα 5.2:

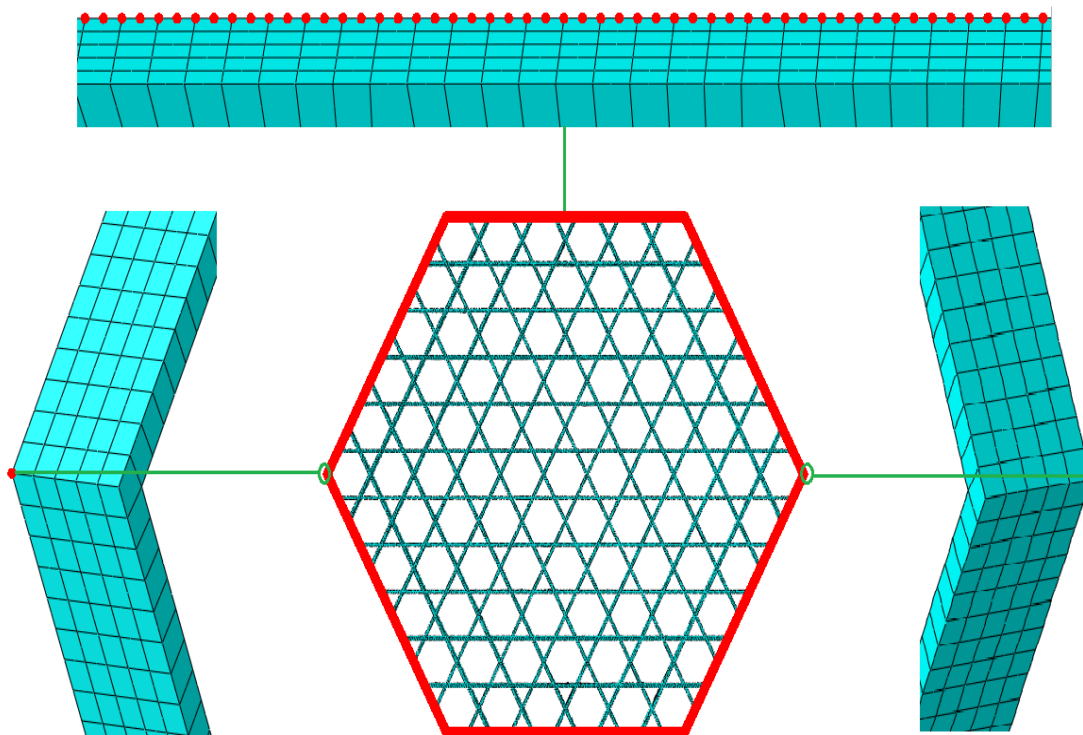
Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-15,50
.....	.....
6	-15,50

**Πίνακας 5.2.** Αποτελέσματα  $U_z$  κόμβων κεντρικού εξαγώνου.

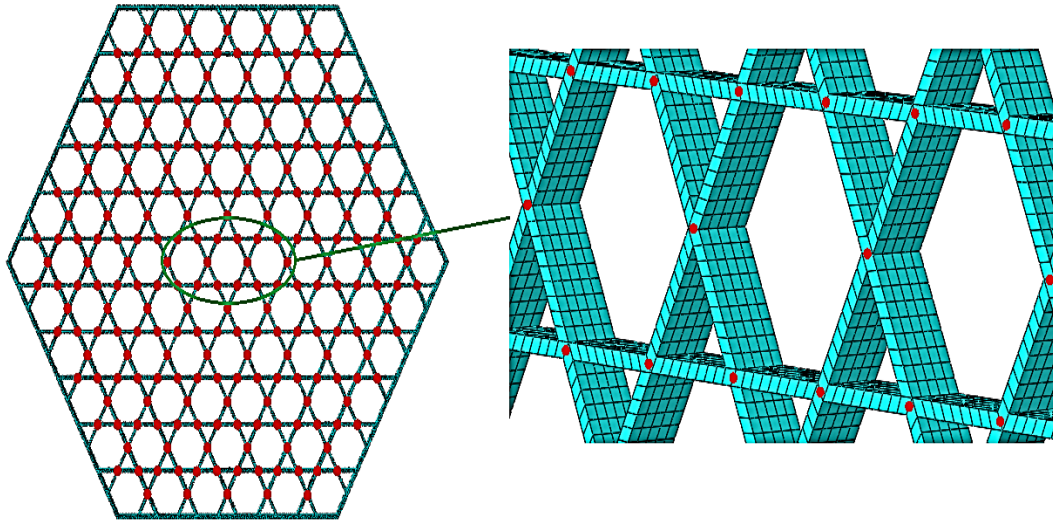
Η μέση τιμή των μεγαλύτερων κατά απόλυτη τιμή μετατοπίσεων  $U_{zmedian}$  ισούται με 15.50mm.

## 5.2. Κάμψη τρισδιάστατης εσχάρας με καταναμημένο φορτίο

Σε αυτή την παράγραφο θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά της τρισδιάστατης εσχάρας σε κάμψη με καταναμημένο φορτίο όπως στην προηγούμενη περίπτωση. Με βάση το μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε στην παράγραφο 4.3.2 (ίδια διατομή, ίδιο υλικό και ίδια πεπερασμένα στοιχεία) επιλέγουμε τους κόμβους των σετ  $BC_s$ ,  $plhrhs$   $arthrwsh$ ,  $arthrwsh$  και  $Cf_z$  σύμφωνα με τα Σχήματα 5.7 και 5.8.

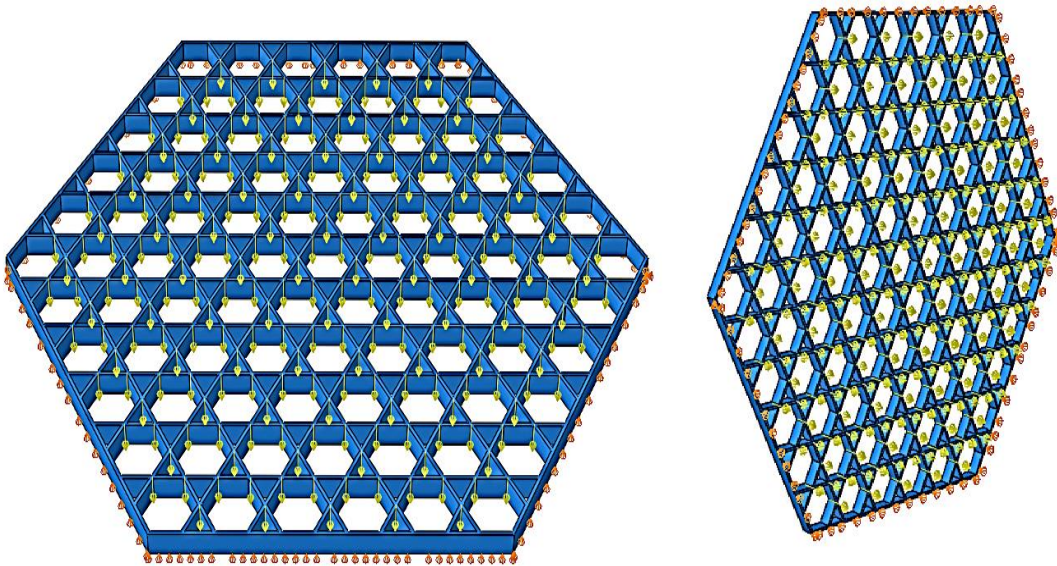


**Σχήμα 5.7.** Κόμβοι εφαρμογής συνοριακών συνθηκών (πρόσοψη, κέντρο), εστίαση σε άνω τμήμα των περιμετρικών  $BC_s$  (πάνω), τα σετ  $plhrhs$   $arthrwsh$  και  $arthrwsh$  σε πλάγια όψη (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα).



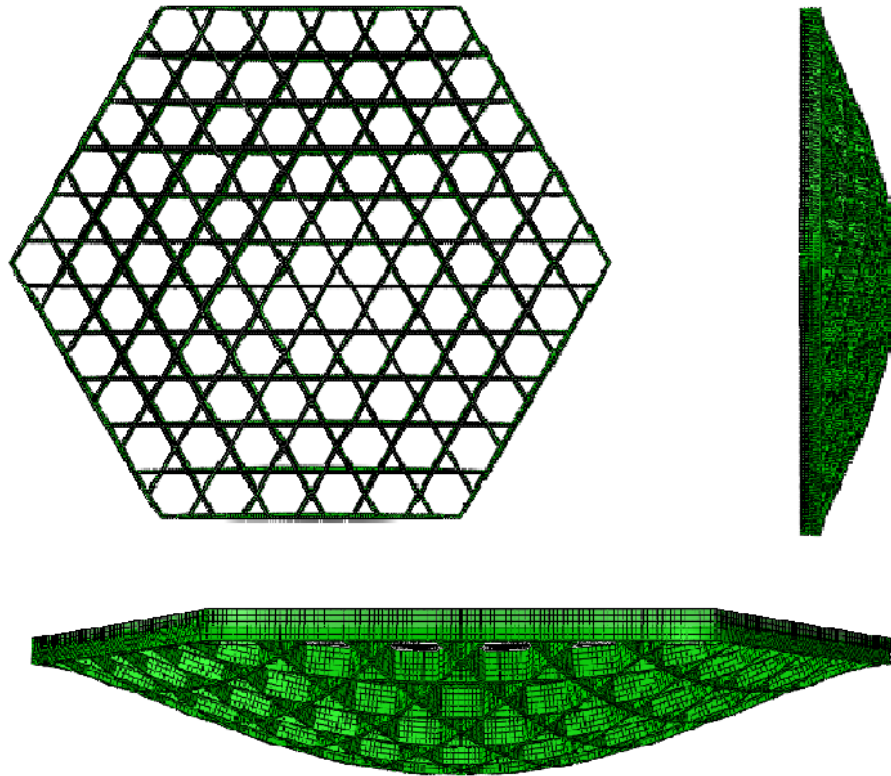
**Σχήμα 5.8.** Κόμβοι του σετ  $Cf_2$  (αριστερά), εστίαση σε τμήμα 3 εξαγώνων (δεξιά).

Οι κόμβοι που αναφέρονται σε συνοριακές συνθήκες βρίσκονται σε βάθος πλάκας -10mm ενώ οι κόμβοι στους οποίους εφαρμόζονται δυνάμεις σε 0mm. Επιπροσθέτως τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων είναι στη μέση του πάχους ( $t=1\text{mm}$ ) γεγονός το οποίο δεν θα ήταν εφικτό εάν δεν είχαμε επιλέξει και τα συγκεκριμένα πεπερασμένα στοιχεία (20 node quadratic brick έναντι των 8 node) που μας δίνουν τη δυνατότητα επιλογής ενδιάμεσων σημείων χωρίς να επηρεάζουν το μέγεθος τους. Σημειώνεται πως και οι συνοριακές συνθήκες επιλέγονται για τους ενδιάμεσους κόμβους κατά μήκος του στοιχείου (βλ. Σχήμα 5.9).

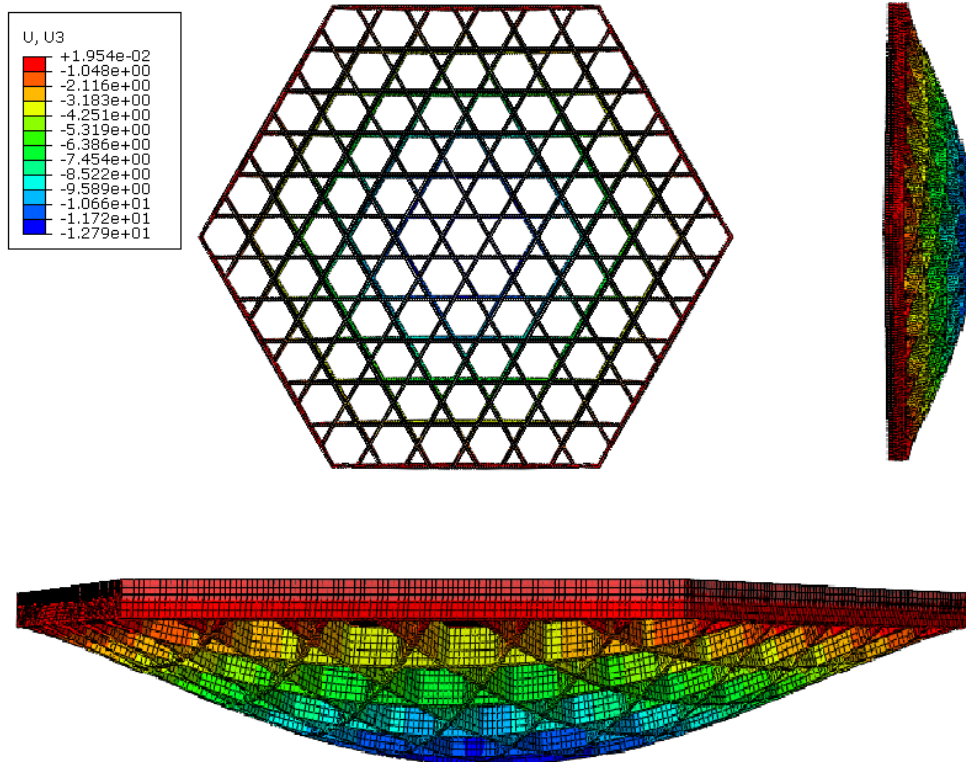


**Σχήμα 5.9.** Η φόρτιση (κίτρινο χρώμα) και οι συνοριακές συνθήκες (πορτοκαλί χρώμα) σε πλάγια άνοψη (αριστερά) και πλάγια πίσω όψη (δεξιά).

Οι δυνάμεις που εφαρμόσαμε έχουν την ίδια τάξη μεγέθους με την περίπτωση της διδιάστατης εσχάρας (1N). Πρέπει να αναφέρουμε όμως πως εξαιτίας της γεωμετρίας που προκύπτει από τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων οι επιφάνειες των εξαγώνων και των τριγώνων είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες στην 2-d εσχάρα κατά ποσοστό  $<5\%$  και συνεπώς το φορτίο που αντιστοιχεί σε δυνάμεις 1N ισούται με  $q=-2.440 \cdot 10^{-3}$  MPa (φορά προς τα κάτω). Πραγματοποιώντας την προσομοίωση λαμβάνουμε τα ακόλουθα:



**Σχήμα 5.10.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), δεξιά πλάγια όψη (πάνω δεξιά), και άνοψη (κάτω) [συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $3.260 \cdot 10^0$ ].



**Σχήμα 5.11.** Γραφική απεικόνιση της μετατόπισης  $U_z$  με κλίμακα τιμών σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), δεξιά πλάγια όψη (πάνω δεξιά) και άνοψη (κάτω).

Αναλυτικά η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων δίνει τα ακόλουθα αποτελέσματα για κάθε κόμβο εφαρμογής δυνάμεως:

Κόμβοι	$U_z$ (mm)	Κόμβοι	$U_z$ (mm)	Κόμβοι	$U_z$ (mm)	Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-3,520	61	-11,41	121	-8,050	181	-5,680
2	-1,800	62	-4,690	122	-9,521	182	-4,684
3	-1,330	63	-5,680	123	-3,822	183	-8,050
4	-1,330	64	-2,972	124	-3,690	184	-9,521
5	-1,870	65	-1,870	125	-1,870	185	-10,80
6	-3,900	66	-6,890	126	-3,823	186	-5,470
7	-3,430	67	-5,470	127	-5,470	187	-6,890
8	-1,384	68	-8,050	128	-3,823	188	-6,413
9	-2,322	69	-9,521	129	-7,130	189	-4,690
10	-3,700	70	-11,73	130	-8,592	190	-11,41
11	-3,800	71	-6,412	131	-9,820	191	-11,73
12	-3,650	72	-3,410	132	-9,522	192	-10,80
13	-3,390	73	-9,820	133	-9,820	193	-9,820
14	-3,029	74	-8,592	134	-9,522	194	-9,820
15	-3,020	75	-10,80	135	-11,73	195	-10,80
16	-1,390	76	-3,720	136	-11,41	196	-10,80
17	-2,974	77	-2,870	137	-10,80	197	-11,41
18	-3,650	78	-1,870	138	-10,80	198	-11,73
19	-3,823	79	-12,73	139	-12,40	199	-12,40
20	-3,410	80	-12,40	140	-11,73	200	-11,73
21	-1,384	81	-1,384	141	-11,73	201	-11,73
22	-1,384	82	-7,130	142	-10,80	202	-11,73
23	-2,013	83	-7,130	143	-4,690	203	-10,80
24	-3,822	84	-3,822	144	-2,972	204	-9,820
25	-5,470	85	-3,410	145	-6,413	205	-9,521
26	-3,690	86	-4,690	146	-5,681	206	-8,592
27	-1,870	87	-6,890	147	-8,051	207	-9,522
28	-1,384	88	-6,413	148	-9,820	208	-9,820
29	-3,823	89	-4,690	149	-9,521	209	-7,130
30	-3,690	90	-1,390	150	-11,73	210	-11,41
31	-2,014	91	-3,432	151	-10,80	211	-2,014
32	-2,972	92	-3,680	152	-11,73	212	-7,130
33	-2,371	93	-1,870	153	-11,41	213	-6,411
34	-1,870	94	-7,130	154	-12,40	214	-6,890
35	-2,013	95	-6,412	155	-12,73	215	-6,890
36	-5,470	96	-2,321	156	-5,470	216	-7,124
37	-1,384	97	-6,890	157	-7,124	217	-7,124
38	-2,940	98	-5,470	158	-5,470	218	-4,690
39	-4,690	99	-5,680	159	-8,050	219	-2,972
40	-1,870	100	-2,972	160	-6,890	220	-6,412
41	-3,690	101	-4,690	161	-9,520	221	-2,322

42	-2,013	102	-3,410	162	-8,050	222	-5,470
43	-2,013	103	-3,690	163	-8,930	223	-3,410
44	-8,930	104	-5,470	164	-9,820	224	-3,822
45	-9,520	105	-6,890	165	-8,591	225	-3,690
46	-8,050	106	-3,690	166	-9,820	226	-1,870
47	-6,412	107	-6,890	167	-5,681	227	-2,321
48	-3,322	108	-8,051	168	-1,870	228	-1,383
49	-4,684	109	-6,413	169	-5,680	229	-9,520
50	-12,73	110	-8,051	170	-6,412	230	-7,124
51	-12,40	111	-8,931	171	-4,690	231	-8,591
52	-11,73	112	-9,522	172	-6,890	232	-10,80
53	-12,73	113	-6,890	173	-8,050	233	-12,40
54	-12,73	114	-8,050	174	-8,930	234	-2,321
55	-12,73	115	-8,930	175	-5,470	235	-3,032
56	-8,940	116	-5,470	176	-3,690	236	-1,384
57	-8,051	117	-9,820	177	-3,823	237	-3,410
58	-6,890	118	-9,820	178	-3,410	238	-7,130
59	-4,690	119	-8,592	179	-2,972	239	-7,130
60	-10,80	120	-6,412	180	-6,411	240	-1,870

**Πίνακας 5.3.** Αποτελέσματα  $U_z$  κόμβων του σετ  $Cf_z$ .

Ενώ για τους κόμβους του κεντρικού εξαγώνου έχουμε:

Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-12,73
.....	.....
6	-12,73

**Πίνακας 5.4.** Αποτελέσματα μετατόπισης  $U_z$  κόμβων κεντρικού εξαγώνου.

Συνεπώς η μέση τιμή της μέγιστης (κατά απόλυτη τιμή) μετατόπισης κατά  $z$  των κεντρικών γεωμετρικών κόμβων είναι  $U_{zmedian}=12.73\text{mm}$ . Η μέση μέγιστη τιμή των μετατοπίσεων για τις περιπτώσεις δισδιάστατης και τρισδιάστατης εσχάρας καθώς και η απόκλιση τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.5.

Κάμψη κατανεμημένου φορτίου	2-d εσχάρα	3-d εσχάρα	Απόκλιση (%)
$U_{zmedian}$ (mm)	15.50	12.73	21.80

**Πίνακας 5.5.** Απόκλιση αποτελεσμάτων βύθισης (μέση μέγιστη απόλυτη τιμή κεντρικών κόμβων) κατά τη διεύθυνση του άξονα  $z$ .

Παρατηρούμε πως η απόκλιση μεταξύ της δισδιάστατης και τρισδιάστατης εσχάρας είναι αποδεκτή (όπως και στην περίπτωση του εφελκυσμού) με βάση το γεγονός ότι αναφερόμαστε σε μέλη με μικρή σχετική διάσταση (μήκος), όπου μία μικρή διαφορά στη στιβαρότητα σύνδεσης επηρεάζει πολύ τα αποτελέσματα. Αυτή η διαφορά στιβαρότητας προκύπτει γιατί στα 3-d solid elements το προσομοίωμα της σύνδεσης είναι πιο λεπτομερές σε αντίθεση με το προσομοίωμα των 2-d beams. Σημειώνεται πως αυτές οι αποκλίσεις δεν θα παρουσιάζονταν σε κατασκευές μεγαλύτερου χαρακτηριστικού μήκους (π.χ. κατασκευές Πολιτικού Μηχανικού).

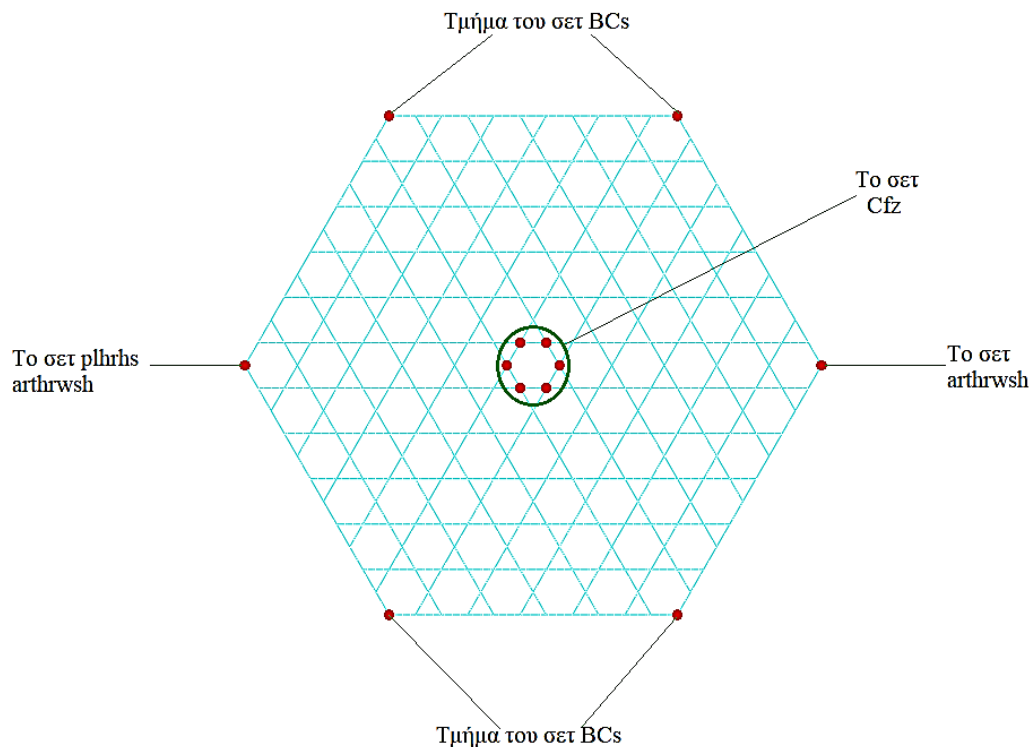
### 5.3. Κάμψη δισδιάστατης εσχάρας με ‘συγκεντρωμένο’ φορτίο

Θα εξετάσουμε τώρα την περίπτωση εφαρμογής φόρτισης στο κεντρικό κυψελωτό στοιχείο της εσχάρας. Το φορτίο αυτό κατανέμεται σε 6 σημεία και η απαίτηση δύναμης σε κάθε κόμβο ισούται με -1N. Η εξίσωση του φορτίου είναι:

$$F_{\text{κόμβου}} = q * \frac{A_{\text{εξαγώνου}}}{6} \rightarrow q = 6 * \frac{F_{\text{κόμβου}}}{A_{\text{εξαγώνου}}}$$

Οπότε με  $A_{\text{εξαγώνου}} = 2 * l * \cos\theta * (h + l * \sin\theta) = 173.20 \text{ mm}^2$  λαμβάνουμε  $q = -0.03464 \text{ N/mm}^2$ .

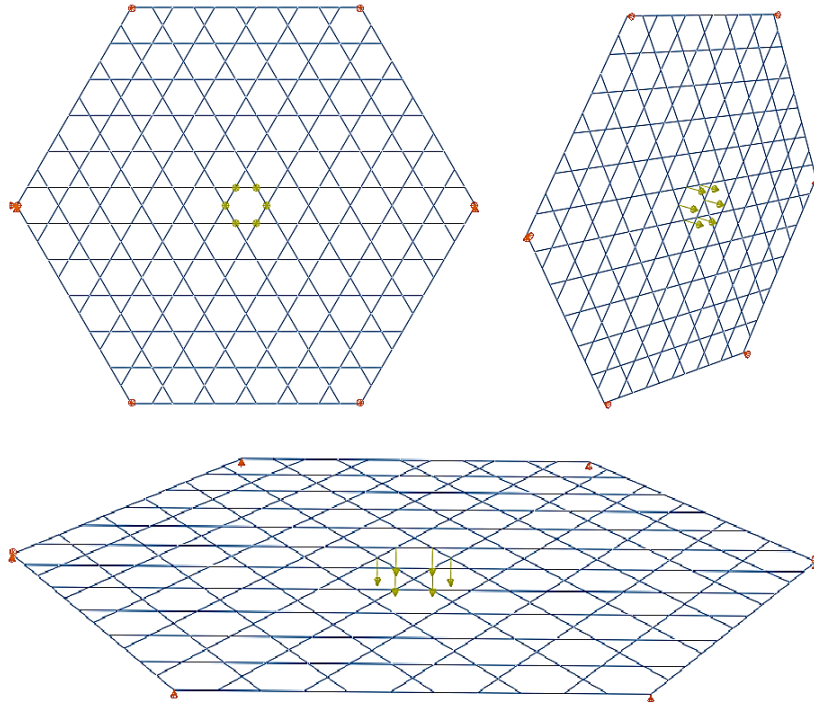
Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση δημιουργούμε τα σεν BC<sub>s</sub>, plhrhs arthrwh, arthrwh και Cf<sub>z</sub> σύμφωνα με το Σχήμα 5.12.



**Σχήμα 5.12.** Τα σεν BC<sub>s</sub>, plhrhs arthrwh, arthrwh, Cf<sub>z</sub>.

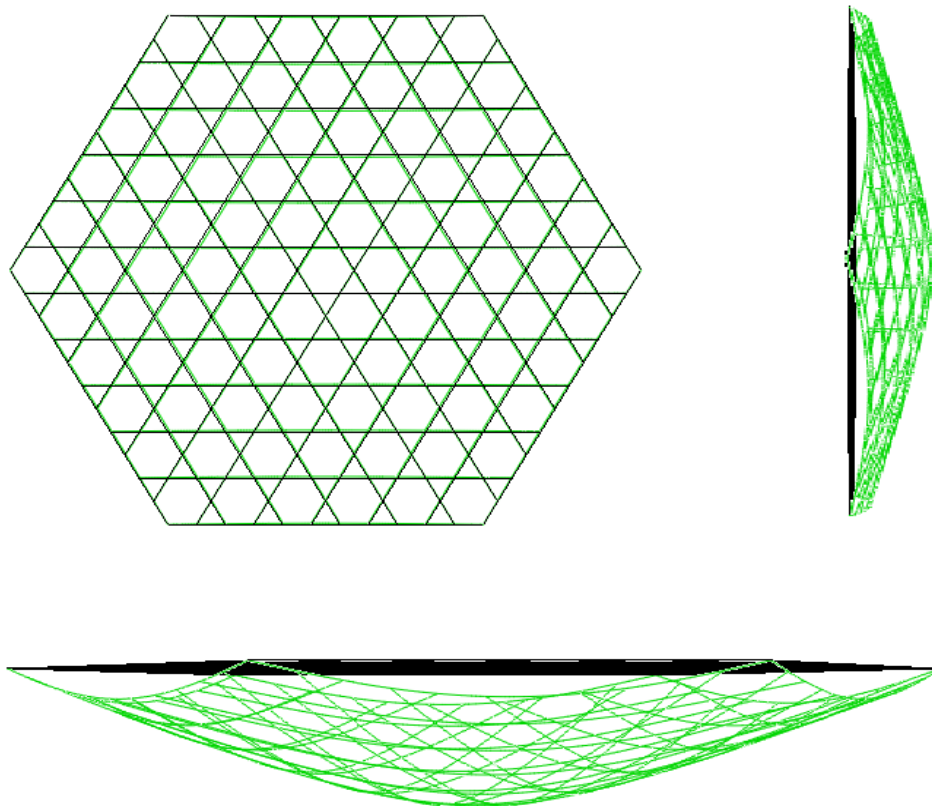
Στους κόμβους του σεν BC<sub>s</sub> εφαρμόζουμε κυλίσεις κατά z ( $U_z=0$ ) ενώ στους κόμβους των σεν plhrhs arthrwh και arthrwh εφαρμόζουμε περιορισμούς μετατοπίσεων κατά x,y,z ( $U_x=U_y=U_z=0$ ) και y,z ( $U_y=U_z=0$ ) αντίστοιχα.

Στο σεν Cf<sub>z</sub> εφαρμόζουμε δυνάμεις μεγέθους -1N (φορά προς τα κάτω). Οι δυνάμεις και οι συνοριακές συνθήκες αποτυπώνονται στο Σχήμα 5.13.



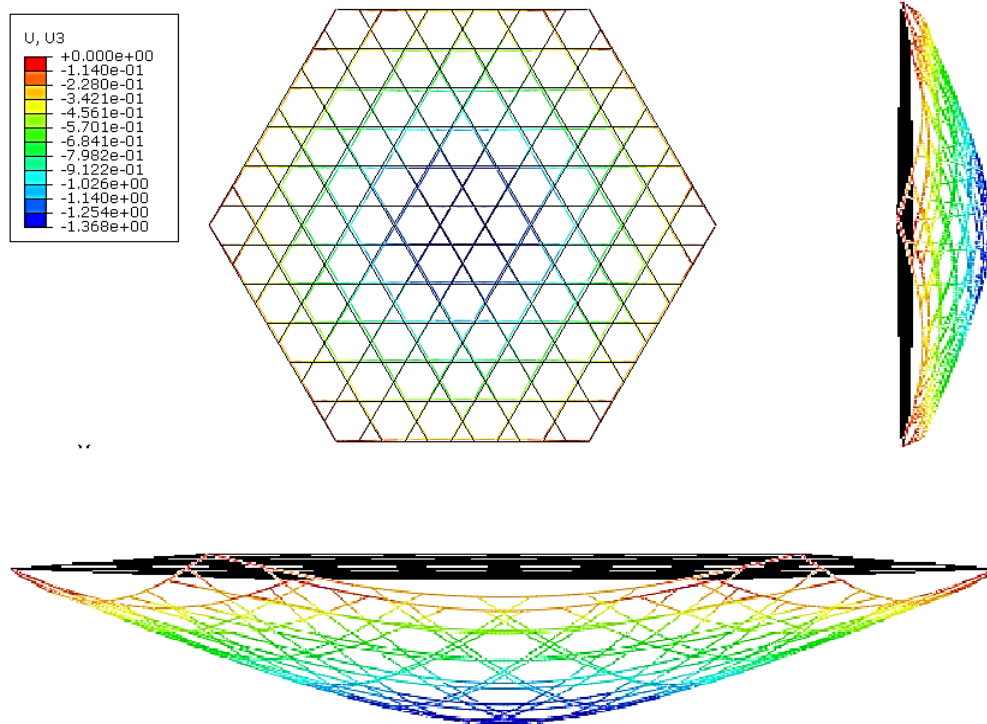
**Σχήμα 5.13.** Συνοριακές συνθήκες (πορτοκαλί χρώμα) και φόρτιση (κίτρινο χρώμα) σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), πλάγια όψη (πάνω δεξιά) και πλάγια άνοψη (κάτω).

Από την προσομοίωση της κάμψης λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:



**Σχήμα 5.14.** Η αρχική (μαύρο) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση της εσχάρας σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), δεξιά πλάγια όψη (πάνω δεξιά) και άνοψη (κάτω) [συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης=3.220\*10].





**Σχήμα 5.15.** Γραφική απεικόνιση μετατόπισης  $U_z$  πλάκας με κλίμακα μεγέθους σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), δεξιά πλάγια όψη (πάνω δεξιά) και άνοψη (κάτω).

Αναλυτικά για τους κόμβους της κεντρικής κυψέλης έχουμε:

Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-1,363
.....	.....
6	-1,363

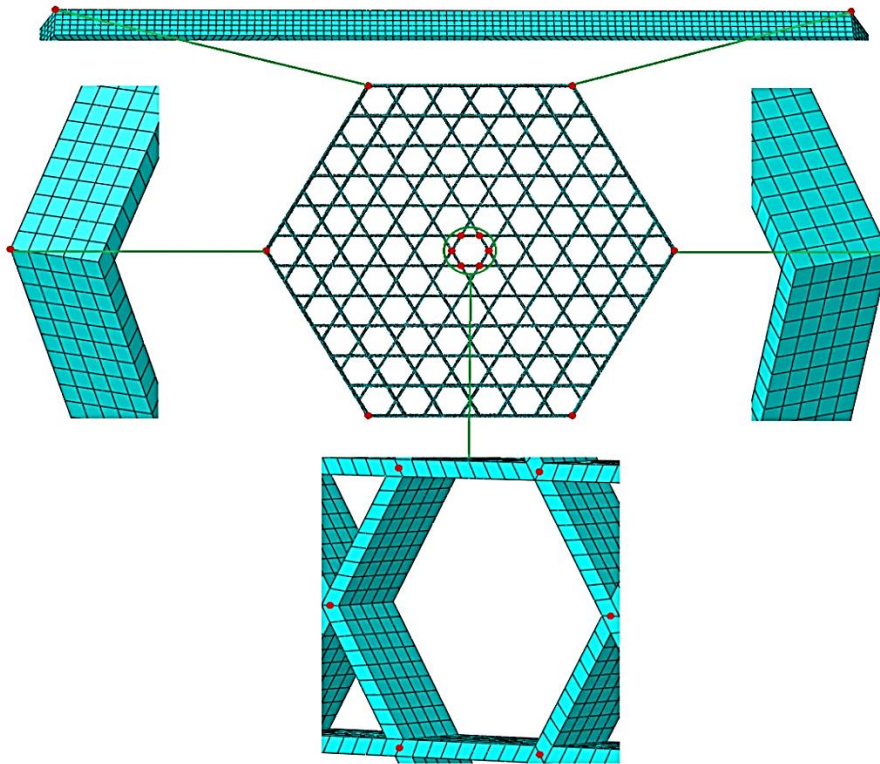
**Πίνακας 5.6.** Αποτελέσματα  $U_z$  κόμβων του σετ  $Cf_z$ .

Από τα παραπάνω προκύπτει μία μέση απόλυτη τιμή  $U_{zmedian}=1.363mm$ .

## 5.4. Κάμψη τρισδιάστατης εσχάρας με ‘συγκεντρωμένο’ φορτίο

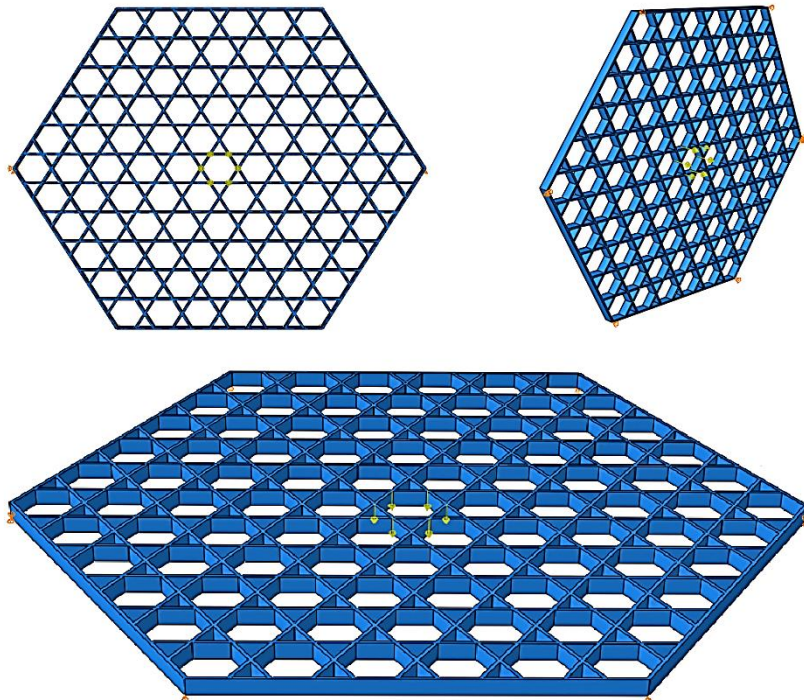
Σε αυτό το σημείο θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά της τρισδιάστατης εσχάρας όταν επιδρούν σε αυτή οι ίδιες δυνάμεις που εφαρμόστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο για την διδιάστατη περίπτωση.

Επιπλέον οι συνοριακές συνθήκες παραμένουν ίδιες και προσαρμόζονται κατάλληλα όπως και οι δυνάμεις στην 3-d κατασκευή μας. Τα παρακάτω Σχήματα 5.16 και 5.17 απεικονίζουν τις συστοιχίες απαραίτητων κόμβων και την εφαρμογή συνοριακών συνθηκών και δυνάμεων.



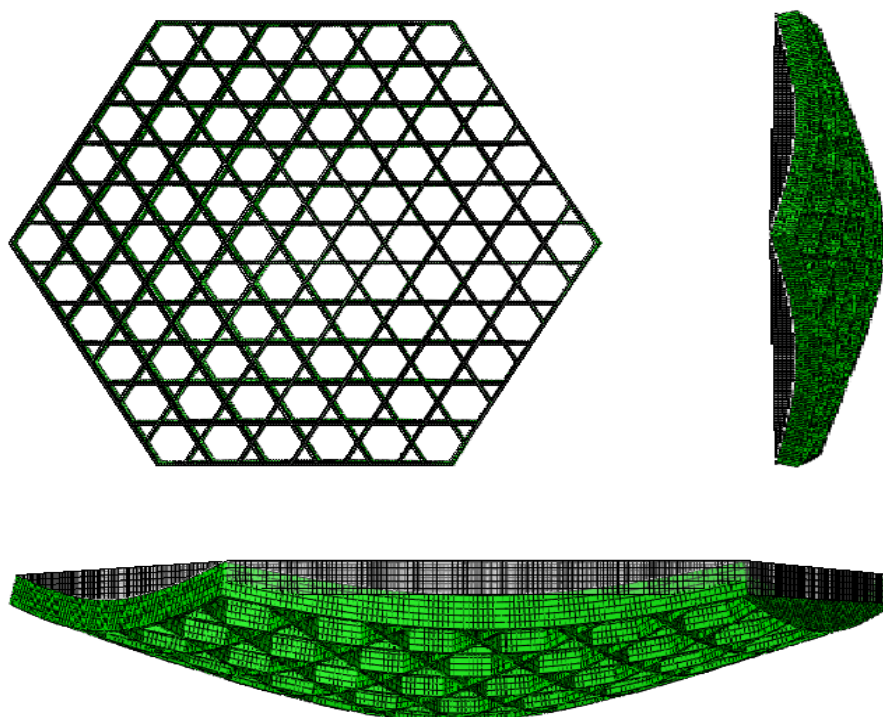
**Σχήμα 5.16.** Άνω τμήμα του σετ  $BC_s$  (πάνω), τα σετ plhrhs arthrwh, arthrwh (αριστερά και δεξιά αντίστοιχα) και το σετ  $Cf_z$  (κάτω).

Στους κόμβους του σετ  $BC_s$  εφαρμόζουμε κυλίσεις κατά  $z$  ( $U_z=0$ ) ενώ στους κόμβους των σετ plhrhs arthrwh και arthrwh εφαρμόζουμε περιορισμούς κατά  $x,y,z$  ( $U_x=U_y=U_z=0$ ) και  $y,z$  ( $U_y=U_z=0$ ) αντίστοιχα, όπως και στην προηγούμενη παράγραφο. Οι κόμβοι που αποτελούν το σετ  $Cf_z$  δέχονται δύναμη  $-1N$  (φορά προς τα κάτω)..

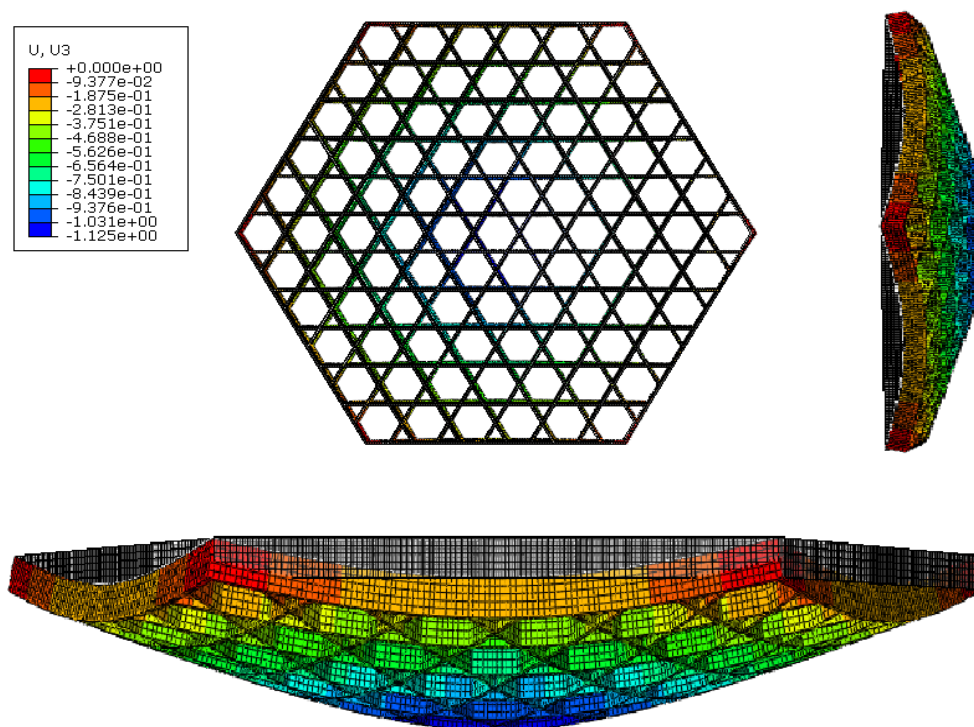


**Σχήμα 5.17.** Οι συνοριακές συνθήκες και η φόρτιση σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), πλάγια όψη (πάνω δεξιά) και πλάγια άνοψη (κάτω).

Μετά το πέρας της προσομοίωσης λαμβάνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:



**Σχήμα 5.18.** Γραφική απεικόνιση αρχικής (μαύρο) και παραμορφωμένης (πράσινο) κατάστασης σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), δεξιά πλάγια όψη (πάνω δεξιά) και άνοψη (κάτω) [συντελεστής κλίμακας παραμόρφωσης= $3.710 \cdot 10$ ].



**Σχήμα 5.19.** Απεικόνιση μετατόπισης  $U_z$  και κλίμακα μεγέθους σε πρόσοψη (πάνω αριστερά), δεξιά πλάγια όψη (πάνω δεξιά) και άνοψη (κάτω).

Αναλυτικά για τους κόμβους του κεντρικού εξαγώνου έχουμε:

Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-1,120
.....	.....
6	-1,120

**Πίνακας 5.7.** Αποτελέσματα  $U_z$  κόμβων του σετ Cf<sub>z</sub>.

Η μέση απόλυτη τιμή των έξι αυτών μετατοπίσεων είναι 1.12mm. Ο Πίνακας 5.8 συγκεντρώνει τα αποτελέσματα της μετατόπισης κατά z στους γεωμετρικούς κόμβους της κεντρικής κυψέλης της δισδιάστατης και της τρισδιάστατης εσχάρας.

Κάμψη εσχάρας σε κεντρικό εξαγώνο με συγκεντρωμένο φορτίο	2-d εσχάρα	3-d εσχάρα	Απόκλιση (%)
$U_{zmedian}$	1.363	1.120	21.70

**Πίνακας 5.8.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα μέσης μετατόπισης κατά z κεντρικών κόμβων για δισδιάστατη και τρισδιάστατη περίπτωση.

Παρατηρούμε ότι η απόκλιση της μετατόπισης  $U_z$  της δισδιάστατης και τρισδιάστατης εσχάρας παραμένει σχεδόν σταθερή για τις περιπτώσεις κατανομημένου και συγκεντρωμένου φορτίου (21.80% και 21.70% αντίστοιχα).

## 5.5. Διερεύνηση αιτιών βύθισης

Σε αυτό το σημείο πρέπει να μελετήσουμε τις πιθανές αιτίες της βύθισης που παρατηρείται στις προηγούμενες προσομοιώσεις κάμψης. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε δύο κριτήρια, το πρώτο από τα οποία αναφέρεται στην ακαμψία D και στο μέτρο διάτμησης  $G_{xz}=G_{yz}$  (εξίσωση 1.18), και το δεύτερο στον υπολογισμό της μετατόπισης  $U_z$  με διπλασιασμό και τριπλασιασμό του πάχους των δοκών των κυψελών της εσχάρας.

### 5.5.1. Υπολογισμός ακαμψίας και μέτρου διάτμησης

Πρωτού ξεκινήσουμε την διερεύνηση θα αναφερθούμε στο είδος ενός τέτοιου προβλήματος. Αρχικά θα εξετάσουμε την πιθανότητα θεώρησης μίας ομογενοποιημένης πλάκας kirchhoff η οποία έχει ακτίνα  $R=L*\cos\theta$  όπου L η πλευρά της εσχάρας (208.45mm) και βάθος ή πάχος  $b=10\text{mm}$  (το βάθος της εσχάρας). Η πλάκα παρουσιάζει λόγο  $b/L=0.0276<0.1$  οπότε η θεώρηση αυτή είναι επιτρεπτή.

Η φόρτιση κατά τη διεύθυνση των αξόνων x ή y (που εξετάσαμε στο κεφάλαιο 4 για την εσχάρα), μίας τέτοιας πλάκας ονομάζεται μεμβρανικό πρόβλημα (membrane problem) ενώ η κάμψη της (που εξετάσαμε στο παρόν κεφάλαιο για την εσχάρα) εμπίπτει στη θεωρία πλάκας kirchhoff.

Πρωταρχικό βήμα στη διερεύνηση μας είναι ο υπολογισμός του μέτρου διάτμησης  $G_{xy}=G_{yx}$ . Η μέγιστη βύθιση για τις περιπτώσεις κατανεμημένου ( $W_{max}^q$ ) και συγκεντρωμένου φορτίου ( $W_{max}^p$ ) χρησιμοποιείται με βάση τις ακόλουθες εξισώσεις του Πίνακα 5.9 στους υπολογισμούς της ακαμψίας η οποία ύστερα μας επιτρέπει να βρούμε το μέτρο διάτμησης. Οι εξισώσεις αυτές βασίζονται στη θεωρία πλακών του βιβλίου «Theory of Plates and Shells» των «Timoshenko and Woinowsky»:

Ακαμψία/Μέτρο διάτμησης	Εξίσωση
$D_q = \frac{q \cdot R^4}{64 \cdot W_{qmax}} * \left( \frac{5 + \nu_{zx}}{1 + \nu_{zx}} \right)$	5.1
$D_p = \frac{P \cdot R^2}{16 \cdot \pi \cdot W_{pmax}} * \left( \frac{3 + \nu_{zx}}{1 + \nu_{zx}} \right)$	5.2
$G_{xz} = \frac{6 \cdot D \cdot (1 - \nu_{zx})}{b^3}$	5.3
$D = \frac{E_x \cdot b^3}{12 \cdot (1 - \nu_{xy}^2)}$	5.4

**Πίνακας 5.9.** Μαθηματικές εκφράσεις ακαμψίας και μέτρου διάτμησης (Timoshenko and Woinowsky, 1959).

Με βάση τις εξισώσεις 5.1 και 5.2 όπου  $W_{max}=|U_z|$  θα υπολογίσουμε την ακαμψία D (δείκτες q,p εκφράζουν περιπτώσεις κατανεμημένου και συγκεντρωμένου φορτίου αντίστοιχα) και ύστερα το μέτρο διάτμησης  $G_{xz}$  (5.3). Οι υπολογισμοί μας θα πραγματοποιηθούν για την δισδιάστατη (2-d) και την τρισδιάστατη (3-d) εσχάρα.

Στη συνέχεια με χρήση της εξίσωσης 5.4 θα υπολογίσουμε την ακαμψία της ομογενοποιημένης πλάκας με δεδομένα το μέτρο ελαστικότητας  $E_x$  και το λόγο poisson  $\nu_{xy}$  που υπολογίσαμε στο κεφάλαιο 4 (βλ. Πίνακα 4.7).

#### Περίπτωση κατανεμημένου φορτίου

Αρχικά ξεκινώντας με την δισδιάστατη εσχάρα υπό κατανεμημένο φορτίο  $q=2.165 \cdot 10^{-3}$  MPa, όπου  $R=1 \cdot \cos\theta=220 \cdot \cos 30^\circ=190.52$ mm,  $W_{max}^q=15.50$  mm και  $\nu_{zx}=\nu_s=0.4$  (σχέση 1.12) έχουμε:

- $D_q=11091.10$  Nmm
- $G_{xz}=39.93$  MPa

Θα εξετάσουμε τώρα την περίπτωση της διάτμησης όπου μέσω της σχέσης 1.17 υπολογίζουμε το μέτρο διάτμησης του υλικού στα  $G_s=714.30$  MPa και ύστερα από την εξίσωση 1.18 βρίσκουμε  $G_{xz}=41.24$  MPa. Παρατηρούμε πως η τιμή του μέτρου διάτμησης  $G_{xz}$  που υπολογίσαμε σχεδόν συμπίπτει με την τιμή της εξίσωσης 1.18, με απόκλιση της τάξης του 3.18% και συνεπώς η παραμόρφωση της εσχάρας είναι διατμητικού τύπου, οπότε η κάμψη δεν λογίζεται υπαίτια για τη βύθιση.

Στη συνέχεια για την τρισδιάστατη περίπτωση υπό φορτίο  $q=2.44 \cdot 10^{-3}$  MPa, με  $R=208.45 \cdot \cos 30^\circ=180.5$ mm,  $W_{max}^q=12.73$  mm και  $\nu_{zx}=\nu_s=0.4$  υπολογίζουμε:

- $D_q=12251.80$  Nmm

- $G_{xz}=44.11 \text{ MPa}$

Όσον αφορά το μέτρο διάτμησης, η τιμή του έχει απόκλιση 6.96% από την τιμή των Gibson&Ashby (σχέση 1.18) συνεπώς η επιρροή της διάτμησης στην βύθιση είναι προφανής επομένως και πάλι διαπιστώνουμε πως η κάμψη δεν ευθύνεται για την βύθιση.

#### Περίπτωση 'συγκεντρωμένου' φορτίου

Θα ξεκινήσουμε τη διερεύνηση με την δισδιάστατη ομογενοποιημένη πλάκα στην οποία ασκούνται συνολικές δυνάμεις  $P=6\text{N}$ . Η βύθιση που προκύπτει από την προσομοίωση ισούται με  $W_{\max}^p=1.363\text{mm}$  ενώ ο λόγος  $\nu_{zx}=0.4$ . Από τους υπολογισμούς μας προκύπτουν τα ακόλουθα:

- $D_p=7723.92 \text{ Nmm}$
- $G_{xz}=27.81 \text{ MPa}$

Το μέτρο διάτμησης παρουσιάζει απόκλιση 32.60% έναντι του υπολογισθέντος από την εξίσωση 1.18, γεγονός που ευθύνεται στις συνοριακές συνθήκες (4 κυλίσεις κατά z, 1 πλήρης άρθρωση και 1 άρθρωση κατά z και y) καθώς τα εξωτερικά όρια (πλευρές) της εσχάρας δεν είναι στηριγμένα σε κάθε κόμβο.

Απαιτείται λοιπόν η προσθήκη ενός διορθωτικού συντελεστή  $\lambda$  ώστε το μέτρο διάτμησης που υπολογίσαμε να λάβει την τιμή που προέκυψε από τη σχέση 1.18, η τιμή του οποίου είναι:  $\lambda=1.483$ .

Για την 3-d πλάκα οι δυνάμεις και ο λόγος poisson  $\nu_{zx}$  παραμένουν σταθερά στις τιμές 6N και 0.4 αντίστοιχα ενώ η βύθιση ισούται με  $W_{\max}^p=1.12\text{mm}$ . Υπολογίζουμε λοιπόν:

- $D_p=8437.02 \text{ Nmm}$
- $G_{xz}=30.37\text{MPa}$

Η απόκλιση του μέτρου διάτμησης υπολογίζεται στα 26.36% . Ο λόγος για τον οποίο δεν συγκλίνει στην τιμή της εξίσωσης 5.4 (41.239MPa) είναι ο ίδιος με την περίπτωση της 2-d πλάκας που αναφέρθηκε προηγουμένως και συνεπώς ο διορθωτικός συντελεστής που απαιτείται ισούται με:  $\lambda=1.36$ .

Σε αυτό το σημείο θα εξετάσουμε τα αποτελέσματα της ακαμψίας που προκύπτουν από το μέτρο ελαστικότητας με βάση τον εφελκυσμό της εσχάρας θεωρώντας την ως ομογενοποιημένη πλάκα. Για τις περιπτώσεις της δισδιάστατης και τρισδιάστατης πλάκας υπολογίζουμε:

- $D=2541.40 \text{ Nmm}$ , με  $E_x=30.01 \text{ MPa}$  και  $\nu_{xy}=0.1263$  (από Πίνακα 4.7)
- $D=2941.14 \text{ Nmm}$ , με  $E_x=34.40 \text{ MPa}$  και  $\nu_{xy}=0.1090$  (από Πίνακα 4.7)

Τα αποτελέσματα αυτά είναι ασύμβατα με τις τιμές ακαμψίας που υπολογίσαμε προηγουμένως και ως συνέπεια η κάμψη δεν μπορεί να θεωρηθεί υπαίτια για τη βύθιση. Επιπροσθέτως η ακαμψία που προκύπτει με βάση το μέτρο ελαστικότητας (4.61MPa) και το λόγο poisson (1) για ισότροπο κυψελωτό πυρήνα (εξισώσεις 1.1 και 1.3) προσεγγίζει το άπειρο ( $D \rightarrow \infty$ ) σύμφωνα με την εξίσωση 5.4 και συνεπώς η απόκλιση των παραπάνω τιμών απειρίζεται. Συμπεραίνουμε λοιπόν ξανά πως η βύθιση δεν οφείλεται στην κάμψη. Τα ευρήματα αυτά συγκεντρώνονται στον Πίνακα 5.10.

Ομογενοποιημένη πλάκα kirchhoff	Κατανεμημένο φορτίο		Συγκεντρωμένο φορτίο	
	2-d	3-d	2-d	3-d
D (Nmm)	11.091.10	12251.80	7723.92	8437.02
$G_{xz}$ (MPa)	39.93	44.11	27.81	30.37
$G_{xz}$ (MPa) [Gibson&Ashby]	41.24	41.24	41.24	41.24
Απόκλιση (%)	3.180	6.960	32.60	26.36

**Πίνακας 5.10.** Σύγκριση αποτελεσμάτων ακαμψίας (D) και μέτρου διάτμησης ( $G_{xz}$ ) κατανεμημένου και συγκεντρωμένου φορτίου ομογενοποιημένης πλάκας.

### 5.5.2. Διπλασιασμός και τριπλασιασμός πάχους των δοκών

Για το σκοπό διερεύνησης των αιτιών της βύθισης θα διπλασιάσουμε και θα τριπλασιάσουμε το πάχος των δοκών και των συμπαγών στερεών στοιχείων ( $t'=2t$ ,  $t''=3t$ ) ώστε υπολογίσουμε τη μετατόπιση των κόμβων του κεντρικού εξαγώνου. Από την προσομοίωση λαμβάνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-7,020
.....	.....
6	-7,020

**Πίνακας 5.11.** Αποτελέσματα  $U_z$  για  $t'=2t$  (2-d κάμψη κατανεμημένου φορτίου).

Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-4,270
.....	.....
6	-4,270

**Πίνακας 5.12.** Αποτελέσματα  $U_z$  για  $t''=3t$  (2-d κάμψη κατανεμημένου φορτίου).

Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-0,6712
.....	.....
6	-0,6712

**Πίνακας 5.13.** Αποτελέσματα  $U_z$  για  $t'=2t$  (2-d κάμψη 'συγκεντρωμένου' φορτίου).

Κόμβοι	$U_z$ (mm)
1	-0,4410
.....	.....
6	-0,4410

**Πίνακας 5.14.** Αποτελέσματα  $U_z$  για  $t''=3t$  (2-d κάμψη 'συγκεντρωμένου' φορτίου).

Οπότε για τις περιπτώσεις κατανεμημένου και συγκεντρωμένου φορτίου προκύπτουν αντίστοιχα οι μέσες απόλυτες τιμές  $U'_{zmedian}=7.020$  mm,  $U''_{zmedian}=4.27$   $U'_{zmedian}=0.6712$ mm και  $U''_{zmedian}=0.441$ mm

Παρατηρούμε ότι η τιμή της μετατόπισης μειώθηκε κατά 54.70% και 50.80% με διπλασιασμό του πάχους για την περίπτωση κατανεμημένου και συγκεντρωμένου φορτίου αντίστοιχα ενώ κατά 66.50% και 60.63% με τριπλασιασμό του. Συνεπώς με διπλασιασμό του πάχους η μετατόπιση σχεδόν υποδιπλασιάζεται ενώ με τριπλασιασμό περίπου υποτριπλασιάζεται.

Τα ευρήματα αυτά μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι υπαίτιες για την κάμψη είναι οι διαμητικές δυνάμεις.

## 5.6. Πειραματική μελέτη

Κάθε προσομοίωση εξομοιώνει (αναπαριστά) ένα πείραμα ή ένα φυσικό φαινόμενο που υπάρχει στον πραγματικό κόσμο. Συνεπώς η διενέργεια ενός πειράματος αποτελεί αναπόσπαστο τμήμα μίας ολοκληρωμένης προσομοίωσης (και αντίστροφα).

Στην περίπτωση μας θα διεξάγουμε πείραμα κάμψης με σκοπό να υπολογίσουμε τη βύθιση που θα προκύψει. Ο εργαστηριακός εξοπλισμός που θα χρησιμοποιήσουμε περιλαμβάνει μία μηχανή μονοαξονικής καταπόνησης εν ονόματι 'Instron 1121' (βλ. Σχήμα 5.20) ενώ οι συνθήκες περιβάλλοντος χώρου του εργαστηρίου, δηλαδή η θερμοκρασία και η σχετική υγρασία μετρήθηκαν ίσες με  $T=22.30^{\circ}\text{C}$  και  $\phi=53.50\%$  αντίστοιχα.





**Σχήμα 5.20.** Μηχανή Instron 1121  
(προσφορά του Εργαστηρίου της κ.Ευαγγελίας Κοντού Καθηγήτριας ΕΜΠ,  
τομέας Μηχανικής, Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών &  
Φυσικών Επιστημών ΕΜΠ).

Για να αναπαραστήσουμε την προσομοίωση στο φυσικό κόσμο είναι απαραίτητη η κατασκευή μίας βάσης στηρίξεων όπου θα τοποθετηθεί η εσχάρα με σκοπό την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών. Η βάση καθώς και οι στηρίξεις αποτελούνται από πολυ-μεθακρυλικό μεθύλιο ή ακρυλικό ύαλο (πλέξιγκλας). Αρχικά πάνω σε τμήμα πλάκας πλέξιγκλας σημειώθηκαν τα όρια των εξωτερικών πλευρών της εσχάρας καθώς και η κεντρική κυψέλη καθώς σε εκείνη θα εφαρμοστεί το φορτίο.

Στη συνέχεια μέσω κατεργασίας αποβολής υλικού δημιουργήθηκαν οι θέσεις των στηρίξεων πάνω στη βάση. Οι στηρίξεις τοποθετήθηκαν στη βάση στις προσημειωμένες θέσεις τους (βλ. Σχήμα 5.21).



**Σχήμα 5.21.** Δημιουργία θέσης στήριξης (πάνω αριστερά), στήριξη (πάνω δεξιά), η βάση με τις τοποθετημένες στηρίξεις σε κάτωψη και πρόσοψη (κάτω αριστερά και δεξιά).

Επειδή οι δυνάμεις πρέπει να εφαρμοστούν στους γεωμετρικούς κόμβους του κεντρικού εξαγώνου, γεγονός το οποίο δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί με την παρούσα εργαστηριακή μηχανή ως έχει, κατασκευάζουμε κυκλικό πλακίδιο διαμέτρου  $d=40\text{mm}$  (πλεξιγκλάς) το οποίο θα τοποθετηθεί πάνω από την εν λόγω εξαγωνική κυψέλη (βλ. Σχήμα 5.22). Για να είναι ομοιόμορφη η κατανομή του φορτίου στην επιφάνεια κατασκευάζουμε εσοχή ‘υποδοχής’ σφαιριδίου (μπίλια) με βάση το οποίο θα ασκηθεί η δύναμη. Η μπίλια τοποθετείται στην άκρη της αρπάγης και αποτελείται από ανθρακούχο χάλυβα (carbon steel).



**Σχήμα 5.22.** Κυκλικό πλακίδιο από πλεξιγκλάς.

Στη συνέχεια τοποθετούμε την εσχάρα στην περιοχή διεξαγωγής του πειράματος εντός της μηχανής (βλ. Σχήμα 5.23). Εξαιτίας της αρχικής καμπυλότητας της εσχάρας (4mm) σε σημείο εφαρμογής στηρίξεως παρατηρείται μη επαφή, γεγονός το οποίο αντιμετωπίζεται με τοποθέτηση λεπτής λωρίδας ανάμεσα τους (βλ. Σχήμα 5.24).



**Σχήμα 5.23.** Τοποθέτηση εσχάρας εντός πειραματικής διατάξεως.



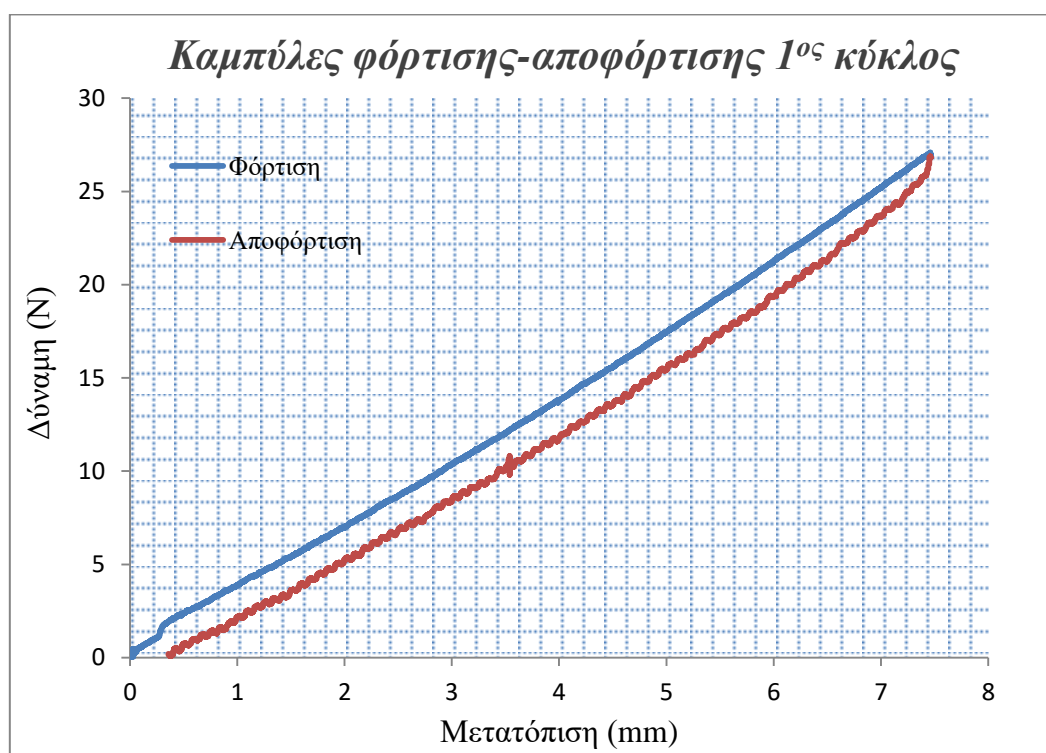
**Σχήμα 5.24.** Η αρπάγη, το σφαιρίδιο, το κυκλικό πλακίδιο, η εσχάρα, η λωρίδα, η στήριξη και η βάση.

Το πείραμα της κάμψης θα διεξαχθεί 3 φορές με διαφορετική ταχύτητα αρπάγης και θέση (αντιωρολογιακή περιστροφή) εσχάρας. Μετά την ολοκλήρωση του 1<sup>ου</sup> κύκλου στρέφουμε την εσχάρα κατά 60°, επαναλαμβάνουμε το πείραμα και στη συνέχεια κατά 120° (βλ. Πίνακα 5.15).

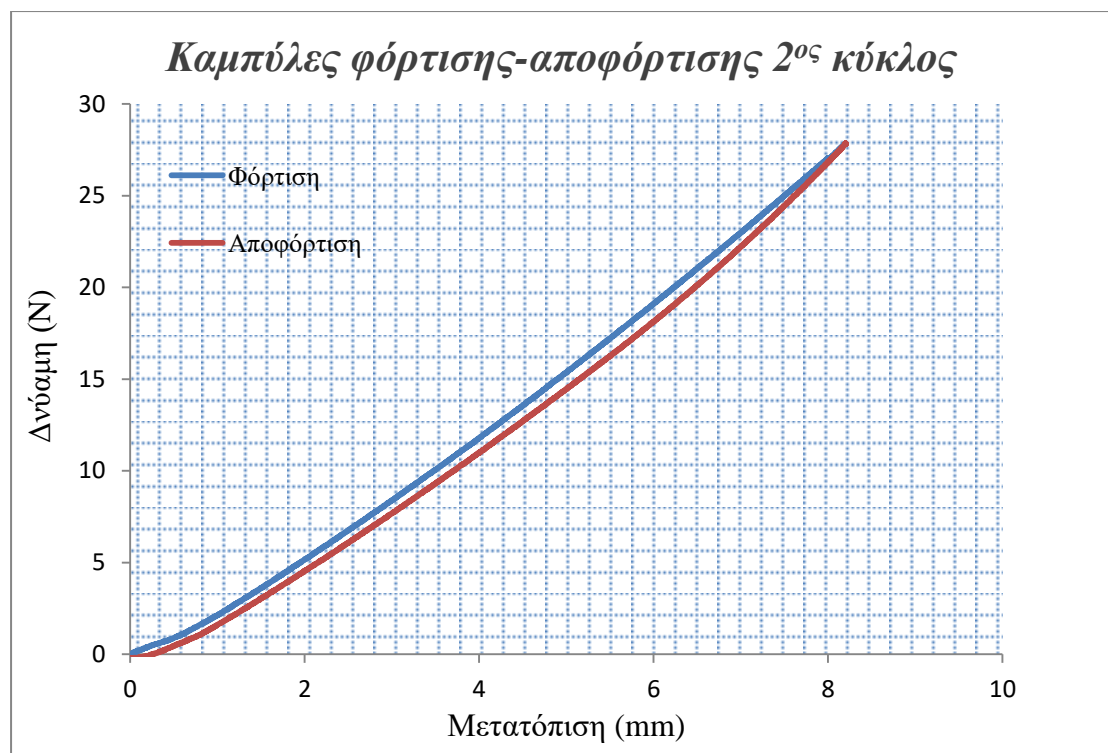
Κύκλος φόρτισης-αποφόρτισης	Ταχύτητα (mm/λεπτό)	Θέση εσχάρας
1 <sup>ος</sup>	0.8	0°
2 <sup>ος</sup>	4	60°
3 <sup>ος</sup>	4	120°

**Πίνακας 5.15.** Περιπτώσεις διεξαγωγής πειράματος.

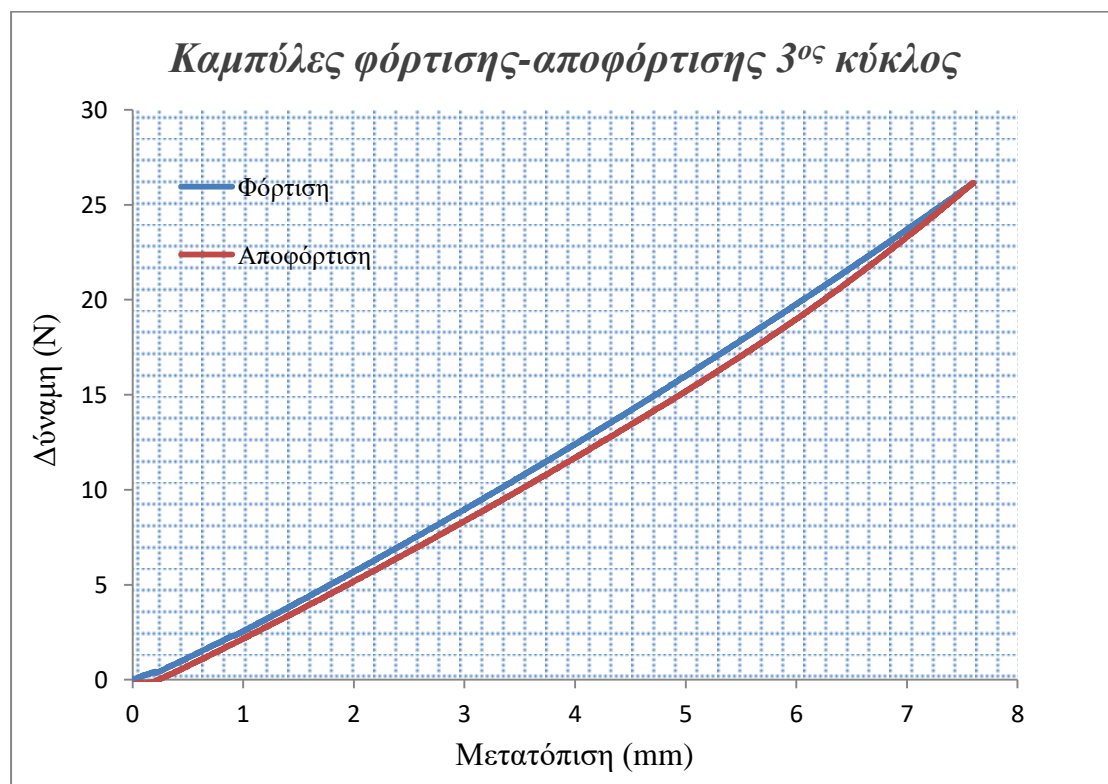
Τα πειραματικά αποτελέσματα που ελήφθησαν για κάθε κύκλο φόρτισης-αποφόρτισης παρουσιάζονται στα ακόλουθα γραφήματα:



**Σχήμα 5.25.** Καμπύλες φόρτισης-αποφόρτισης (δύναμης-μετατόπισης), 1<sup>ου</sup> κύκλου.



Σχήμα 5.26. Καμπύλες φόρτισης-αποφόρτισης 2<sup>ου</sup> κύκλου.



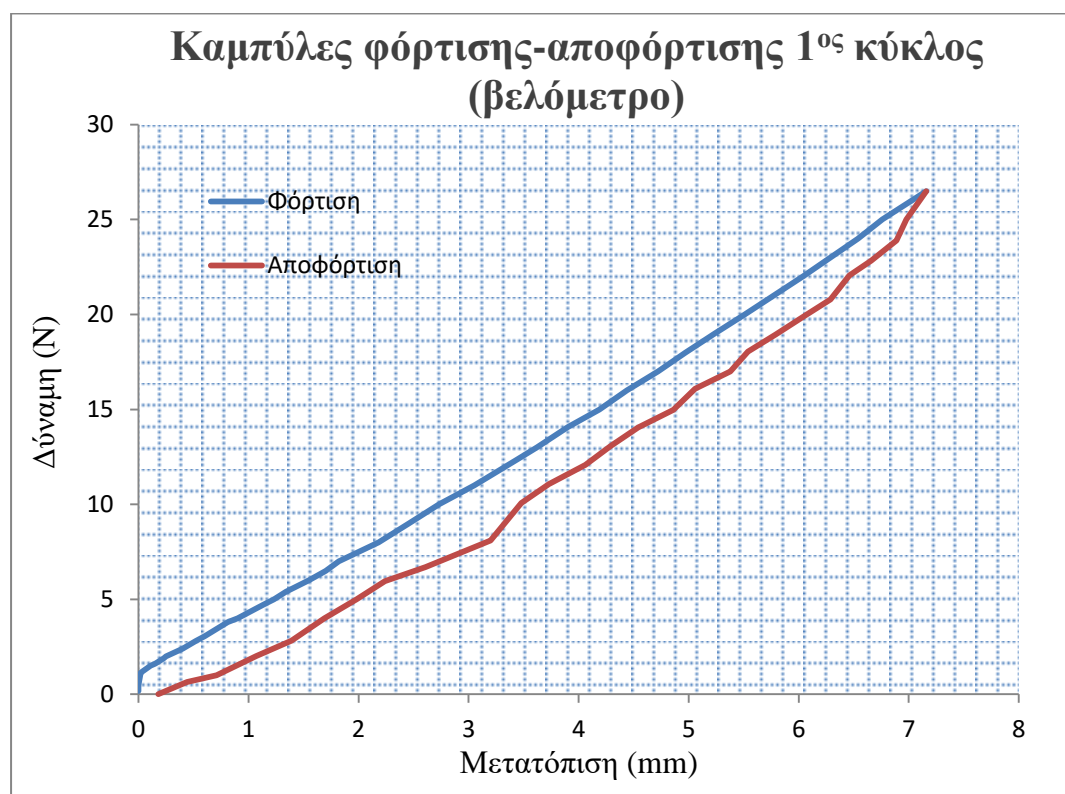
Σχήμα 5.27. Καμπύλες φόρτισης-αποφόρτισης 3<sup>ου</sup> κύκλου.

Με χρήση μετρητικού οργάνου (βελόμετρο) υπολογίζουμε τη δύναμη και την αντίστοιχη μετατόπιση για τον πρώτο κύκλο φόρτισης-αποφόρτισης από όπου προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας:

Φόρτιση		Αποφόρτιση	
F(N)	U <sub>z</sub> (mm)	F(N)	U <sub>z</sub> (mm)
0.1800	0.000	26.50	7.160
0.4800	0.000	25.00	6.980
1.140	0.02000	23.90	6.890
1.500	0.1100	22.83	6.660
1.600	0.1500	22.10	6.460
1.900	0.2300	20.80	6.290
2.000	0.2500	19.92	6.050
2.400	0.4000	18.93	5.790
2.800	0.5200	18.10	5.540
3.050	0.600	17.00	5.380
3.800	0.8100	16.10	5.060
4.000	0.9000	15.00	4.860
4.600	1.100	14.04	4.540
4.800	1.160	13.10	4.290
5.000	1.230	12.10	4.060
5.400	1.340	11.10	3.730
6.000	1.550	10.10	3.480
6.500	1.700	8.100	3.200
7.000	1.820	6.700	2.610
8.000	2.180	5.960	2.240
8.760	2.390	5.000	1.980
9.000	2.460	4.000	1.690
10.00	2.730	2.820	1.390
11.00	3.050	2.010	1.070
12.40	3.440	1.000	0.7100
13.00	3.620	0.6500	0.4400
14.10	3.900	0.000	0.1800
15.00	4.190	-	-

16.00	4.440	-	-
17.00	4.720	-	-
18.00	4.970	-	-
19.00	5.240	-	-
20.00	5.510	-	-
22.00	6.040	-	-
24.00	6.540	-	-
25.00	6.760	-	-
26.50	7.160	-	-

**Πίνακας 5.16.** Μετρήσεις βελόμετρου 1<sup>ου</sup> κύκλου φόρτισης-αποφόρτισης.



**Σχήμα 5.28.** Καμπύλη φόρτισης-αποφόρτισης με βάση τις μετρήσεις βελόμετρου για τον 1<sup>ο</sup> κύκλο.

Πειραματικά αποτελέσματα	Κύκλος φόρτισης			
	1 <sup>ος</sup>	1 <sup>ος</sup> (βελόμετρο)	2 <sup>ος</sup>	3 <sup>ος</sup>
$U_{z,experimental}$	8.030	7.160	8.270	8.190

**Πίνακας 5.17.** Αποτελέσματα πειράματος για κάθε κύκλο φόρτισης.

Παρατηρούμε (βλ. Πίνακα 5.17) πως τα αποτελέσματα του 1<sup>ου</sup> κύκλου φόρτισης που λαμβάνουμε με χρήση του βελόμετρου παρουσιάζουν απόκλιση ίση με 10.83% συγκριτικά με τα αποτελέσματα της μηχανής. Το γεγονός αυτό οφείλεται κυρίως στο ανθρώπινο σφάλμα κατά τη λήψη μετρήσεων καθώς, στον τρόπο στήριξης και χρήσης του μετρητικού οργάνου.

Σε αυτό το σημείο θα πραγματοποιήσουμε σύγκριση του βέλους κάμψης προσομοίωσης και πειράματος. Γι'αυτό το σκοπό θα υπολογίσουμε την αντίστοιχη τιμή του βέλους κάμψης της προσομοίωσης (δισδιάστατη, 2-d εσχάρα) στις τελικές τιμές δύναμης φόρτισης του πειράματος ως εξής:

$$W_{simulation} = \left(\frac{U_z}{N}\right) * F_{load,max}$$

Όπου η τιμή  $U_z=1.363mm$  (πίνακας 5.8 για 2-d προσομοίωση) και  $N$  το πλήθος των κόμβων εφαρμογής (6), ενώ η δύναμη  $F_{load,max}$  λαμβάνεται για κάθε κύκλο ξεχωριστά. Η βύθιση που προκύπτει από τα πειραματικά αποτελέσματα για κάθε κύκλο:

$$W_{experimental} = U_{z,max} \text{ (εκάστοτε κύκλου)}$$

Συνεπώς προκύπτει ο πίνακας 5.18:

Σύγκριση προσομοίωσης-πειράματος	Κύκλος φόρτισης			
	1 <sup>ος</sup>	1 <sup>ος</sup> (βελόμετρο)	2 <sup>ος</sup>	3 <sup>ος</sup>
$F_{load,max}(N)$	26.42	26.50	28.40	26.80
$W_{simulation}(mm)$	6.002	6.020	6.452	6.090
$W_{experimental}(mm)$	8.030	7.160	8.270	8.190
Απόκλιση (%)	25.30	15.92	22.00	25.64

**Πίνακας 5.18.** Σύγκριση αποτελεσμάτων προσομοίωσης-πειράματος.

Παρατηρούμε πως η απόκλιση της προσομοίωσης από το πείραμα είναι υψηλή και ανέρχεται σε ποσοστό που ξεπερνά το 20% σε κάθε κύκλο φόρτισης (πλην αποτελεσμάτων βελόμετρου) γεγονός που μας οδηγεί στην επανεξέταση της ομοιότητας των παραμέτρων τους. Ύστερα από διερεύνηση προκύπτει πως η προσομοίωση διαφοροποιείται από το πείραμα με 4 τρόπους:



- **Συνοριακές συνθήκες:** Στην προσομοίωση έχουμε τοποθετήσει δύο επιπλέον κυλίσεις κατά x και y στον αριστερό κόμβο της εσχάρας και μία ακόμη κύλιση κατά y στον δεξί κόμβο.
- **Βάθος, πάχος κεκλιμένων δοκών:** Παρατηρούμε πως η εσχάρα μας εμφανίζει μία ανομοιομορφία στο πάχος και στο βάθος των κεκλιμένων δομικών στοιχείων του συμπίπτουν στον αριστερό και άνω αριστερό κόμβο της (σχήμα 4.7). Μέσω μετρητικού οργάνου (παχύμετρο) υπολογίζουμε το πάχος και το βάθος των εν λόγω στοιχείων στα  $t=1.2\text{mm}$  και  $b=5\text{mm}$  αντίστοιχα.
- **Πάχος εσχάρας (ή βάθος κυψελών):** Παρατηρούμε πως η κυψελοειδής πλάκα μας έχει διαφορετικό πάχος από αυτό που καταχωρήσαμε στην προσομοίωση (10mm) γεγονός που οφείλεται σε επιπλοκή της τρισδιάστατης εκτύπωσης. Η τιμή του πάχους αυτού καταγράφεται στα  $b=9.310\text{mm}$ .
- **Μέτρο ελαστικότητας υλικού:** Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού ( $E_s$ ) που εισήχθη ως δεδομένο στην προσομοίωση λήφθηκε από τιμές δημοσιευμένες στη διεθνή βιβλιογραφία. Κάθε δοκιμή που στοχεύει στον υπολογισμό του προαναφερθέντος μεγέθους διεξάγεται υπό διαφορετικές εργαστηριακές συνθήκες. Συνεπώς είναι λογικό το μέτρο ελαστικότητας να διαφοροποιείται κατά μία μικρή τιμή, την οποία για να υπολογίσουμε θα χρειαστούμε πρόσβαση σε εργαστηριακές εγκαταστάσεις που στην παρούσα χρονική στιγμή δεν διαθέτουμε.
- **Αρχική καμπυλότητα εσχάρας:** Η εσχάρα μας παρουσιάζει μία αρχική καμπυλότητα όπως κατασκευάστηκε από τον τρισδιάστατο εκτυπωτή η οποία ύστερα από μέτρηση ευρέθη ίση με 3.820mm στην περιοχή του κεντρικού εξαγώνου (μέγιστη τιμή).

Εισάγοντας τα νέα δεδομένα (πλην τέταρτης και πέμπτης περιπτώσεως) στο λογισμικό λαμβάνουμε τα αποτελέσματα (βλ. Πίνακα 5.19):

A/A	Κατηγορία	Αποτελέσματα τελικής προσομοίωσης, $U_z(\text{mm})$	Αναγωγή σε τιμές ( $W_{\text{simulation}}$ ) κύκλου φόρτισης			
			1 <sup>ος</sup>	1 <sup>ος</sup> (βελόμετρο)	2 <sup>ος</sup>	3 <sup>ος</sup>
1	Συνοριακές συνθήκες	1.363	6.002	6.020	6.452	6.090
2	Βάθος, πάχος 4 δοκών	1.380	6.064	6.080	6.520	6.150
3	Βάθος εσχάρας	1.690	7.424	7.441	7.980	7.523
4	Συνδυαστική	1.700	7.490	7.503	8.050	7.591

**Πίνακας 5.19.** Απόκλιση προσομοιώσεων-πειράματος για κάθε κατηγορία διαφοροποίησης.

Παρατηρούμε πως η 3<sup>η</sup> κατηγορία διαφοροποίησης δίνει σαφέστατα πολυ μικρότερη απόκλιση σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα, ενώ ο συνδυασμός τους, δηλαδή η όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση της προσομοίωσης στο πείραμα παρουσιάζει τις μικρότερες αποκλίσεις. Τα αποτελέσματα αυτής της τελικής προσομοίωσης και του πειράματος παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.20.

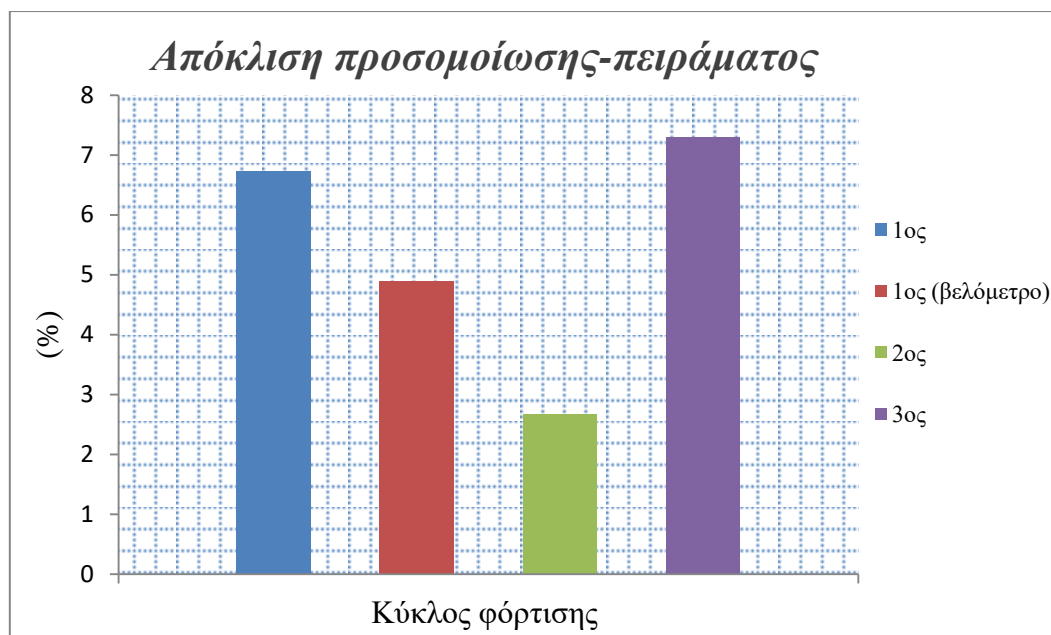
Συγκεντρωτικά αποτελέσματα	Προσομοίωση (αναγωγή σε κύκλο φόρτισης)			
	1 <sup>ος</sup>	1 <sup>ος</sup> (βελόμετρο)	2 <sup>ος</sup>	3 <sup>ος</sup>
$F_{load,max}(N)$	26.42	26.50	28.40	26.80
Βύθιση $W_{simulation}(mm)$	7.490	7.510	8.050	7.593
Βύθιση $W_{experimental}(mm)$	8.030	7.160	8.270	8.190

**Πίνακας 5.20.** Συγκεντρωτικά αποτελέσματα τελικής προσομοίωσης-πειράματος.

Κύκλος φόρτισης	Απόκλιση αποτελεσμάτων προσομοίωσης-πειράματος (%)
1 <sup>ος</sup>	6.724
1 <sup>ος</sup> (βελόμετρο)	4.890
2 <sup>ος</sup>	2.660
3 <sup>ος</sup>	7.290

**Πίνακας 5.21.** Απόκλιση τελικής προσομοίωσης-πειράματος για κάθε κύκλο φόρτισης.

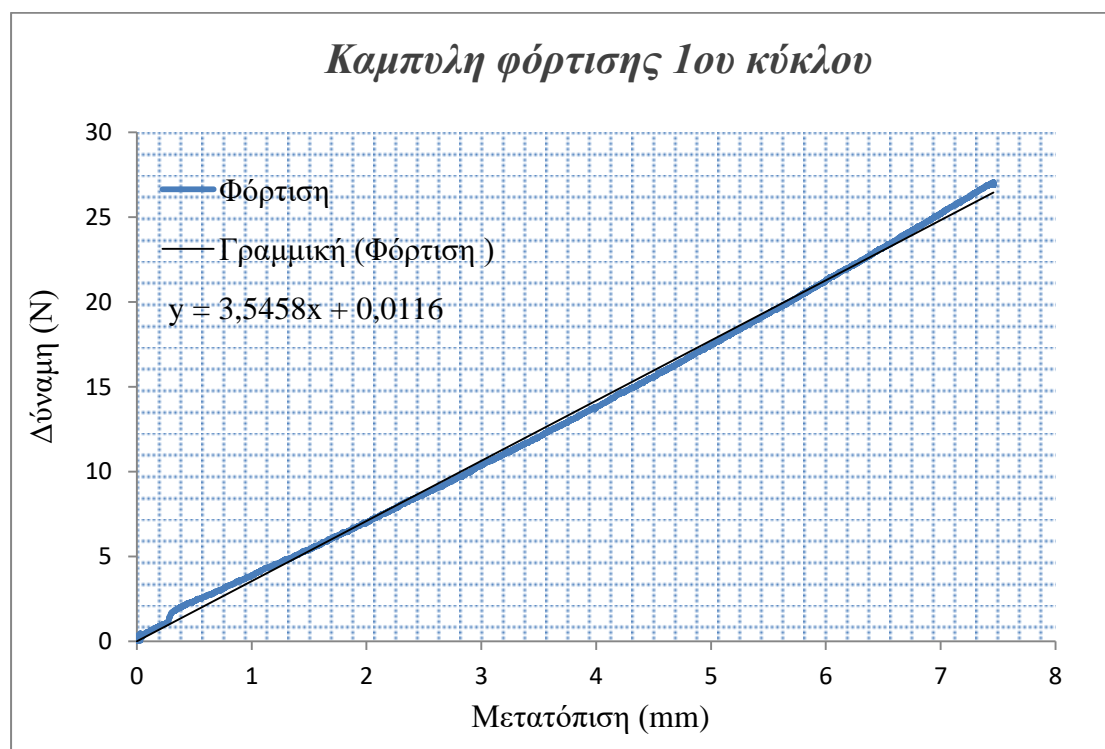
Παρατηρούμε πως με τις απαραίτητες διορθώσεις στις παραμέτρους της προσομοίωσης η απόκλιση τη από τα πειραματικά αποτελέσματα (βλ. Σχήμα 5.29) είναι <8% για κάθε κύκλο φόρτισης, ποσοστό αρκετά ικανοποιητικό, ενώ η μέγιστη τιμή της παρατηρείται στον 3<sup>ο</sup> κύκλο (7.290%) και η ελάχιστη στον 2<sup>ο</sup> (2.660%).



**Σχήμα 5.29.** Απόκλιση αποτελεσμάτων μετατόπισης κατά τον άξονα z προσομοίωσης από κάθε κύκλο πειραματικής φόρτισης.

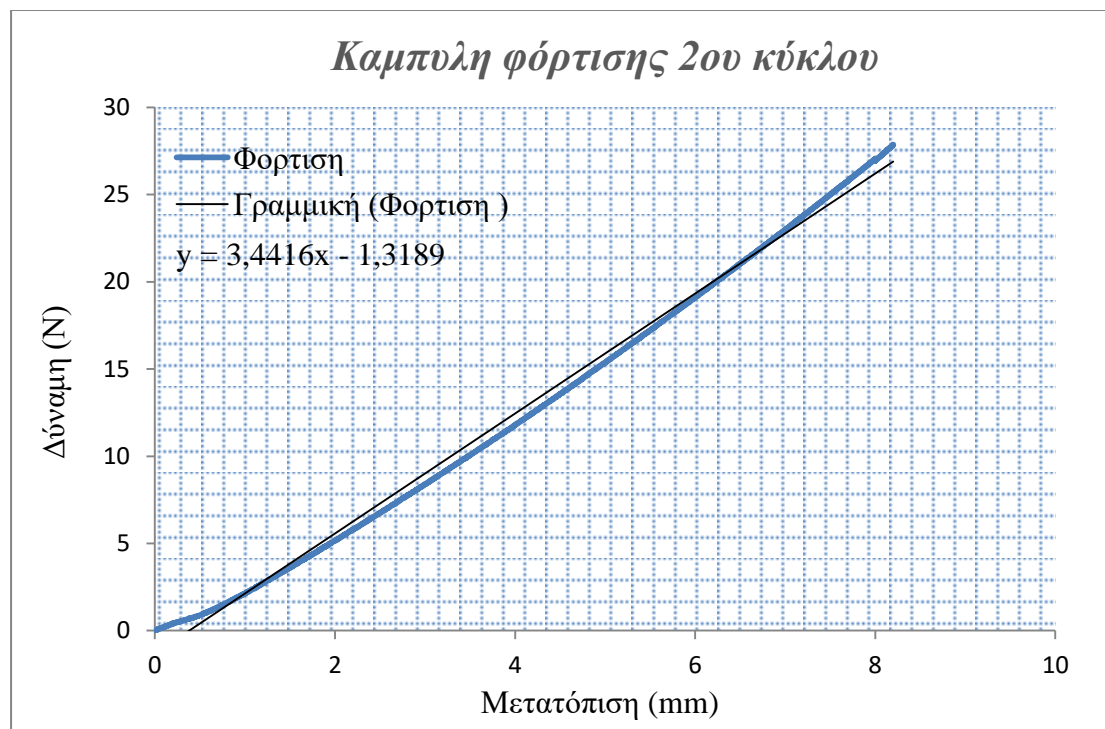
Τέλος πρέπει να αναφερθούμε και σε ένα ακόμη μέγεθος το οποίο μπορεί να εξαχθεί από τις καμπύλες δύναμης-μετατόπισης και να συγκριθεί με την αντίστοιχη τιμή που προκύπτει από την προσομοίωση, τη δυσκαμψία (stiffness).

Από τις καμπύλες φόρτισης-αποφόρτισης επιλέγουμε τη δημιουργία γραφήματος που περιλαμβάνει μόνο την καμπύλη φόρτισης (για καλύτερη εποπτεία) καθώς την απεικόνιση της επαπτόμενης σε αυτήν ευθείας (βλ. Σχήμα 5.30).



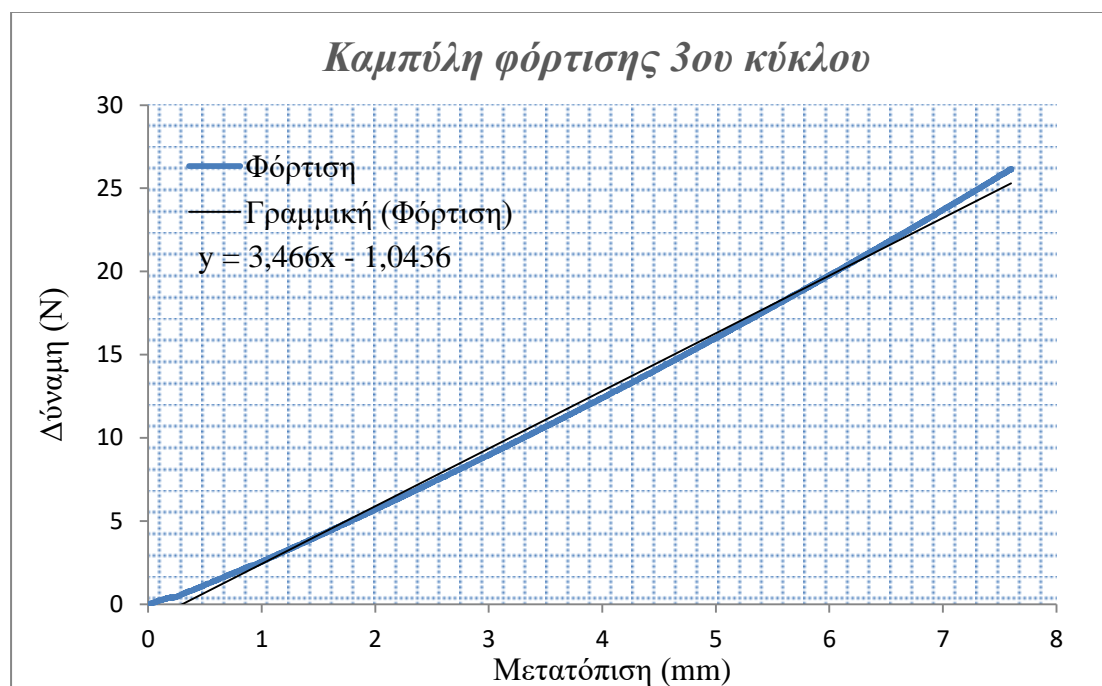
**Σχήμα 5.30.** Εφαπτόμενη στην καμπύλη φόρτισης 1<sup>ου</sup> κύκλου.

Η δυσκαμψία ( $k$ ) προκύπτει από την εξίσωση της ευθείας  $y=3.5458x+0.0116$ , συγκεκριμένα ισούται με την τιμή του συντελεστή  $\alpha$ , δηλαδή  $k=3.550$  N/mm.

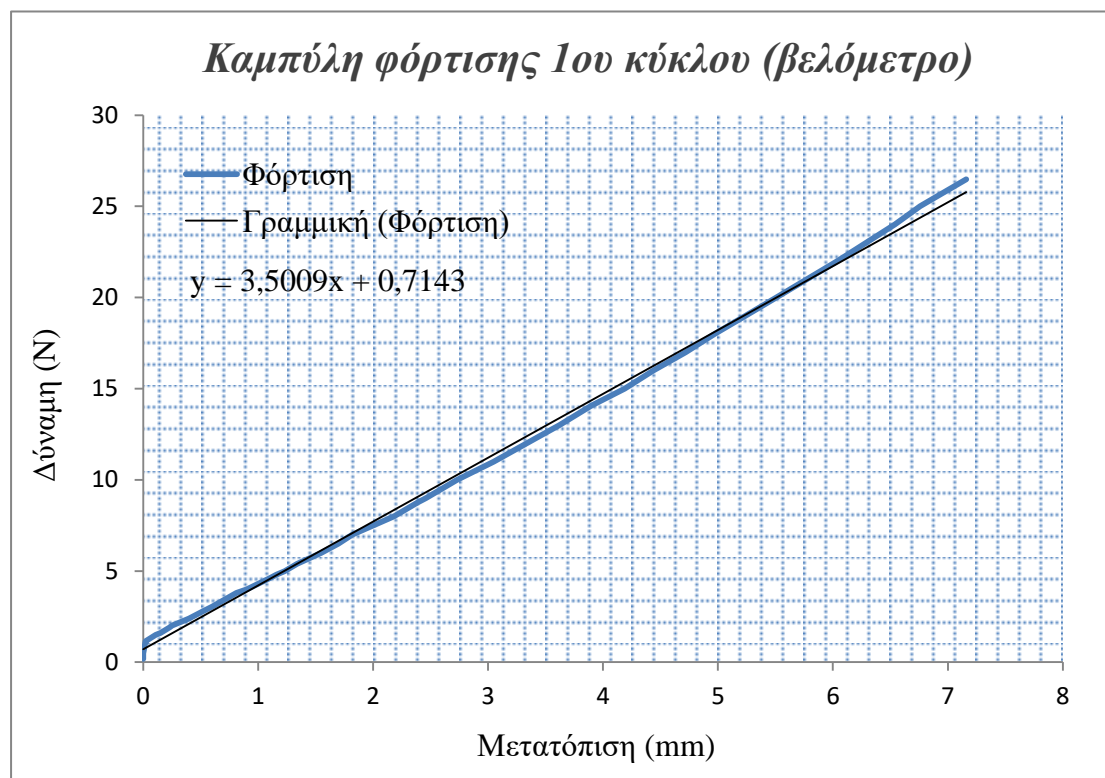


Σχήμα 5.31. Εφαπτόμενη στην καμπύλη φόρτισης 2<sup>ου</sup> κύκλου.

Αντιστοίχως η δυσκαμψία που προκύπτει από τον δεύτερο κύκλο φόρτισης (βλ. Σχήμα 5.30) υπολογίζεται μέσω της εξίσωσης  $y=3.4416x-1.4189$  και λογίζεται ίση με  $k=3.442$  N/mm.



Σχήμα 5.32. Εφαπτόμενη καμπύλης φόρτισης 3<sup>ου</sup> κύκλου.



**Σχήμα 5.33.** Εφαπτόμενη καμπύλης φόρτισης 1<sup>ου</sup> κύκλου (βελόμετρο).

Από την καμπύλη του Σχήματος 5.31 λαμβάνουμε εξίσωση  $y=3.466x-1.0436$  και συνεπώς δυσκαμψία ίση με  $k=3.470$  N/mm. Τέλος από την καμπύλη φόρτισης 1<sup>ου</sup> κύκλου με βάση τα αποτελέσματα του μετρητικού οργάνου (βελόμετρο) λαμβάνουμε την εξίσωση  $y=3.5009x+0,7143$  οπότε η τιμή της δυσκαμψίας υπολογίζεται  $k=3.501$  N/mm (βλ. Σχήμα 5.32).

Ο Πίνακας 5.22 συγκεντρώνει τα αποτελέσματα δυσκαμψίας για κάθε κύκλο φόρτισης:

Πειραματικός κύκλος φόρτισης	Δυσκαμψία (k) [N/mm]
1 <sup>ος</sup>	3.550
1 <sup>ος</sup> (βελόμετρο)	3.442
2 <sup>ος</sup>	3.470
3 <sup>ος</sup>	3.501

**Πίνακας 5.22.** Αποτελέσματα δυσκαμψίας έκαστου κύκλου φόρτισης.

Παρατηρούμε πως οι τιμές της δυσκαμψίας είναι πολύ κοντά η μία στην άλλη όπως εξάλλου ήταν αναμενόμενο. Από την τελική προσομοίωση που πραγματοποιήσαμε προηγουμένως είχαμε λάβει (πίνακας 5.19) τιμή μετατόπισης  $U_z=1.700$  mm τα οποία αντιστοιχούσαν σε δύναμη φόρτισης 6N. Συνεπώς η δυσκαμψία που προκύπτει από την προσομοίωση υπολογίζεται:

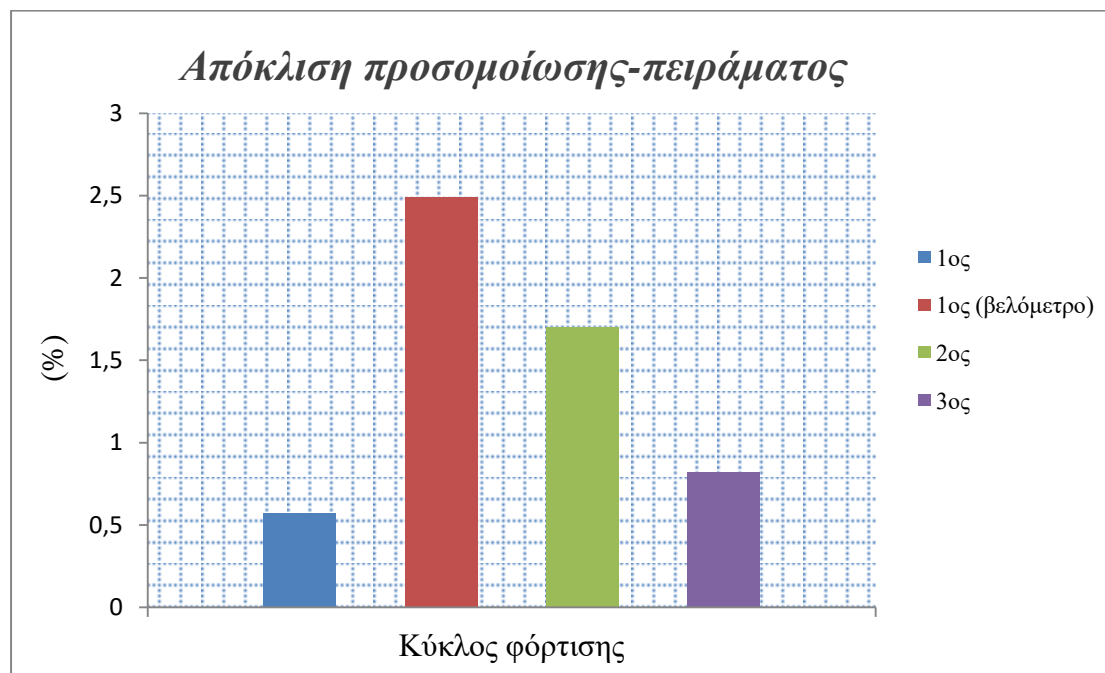
$$K_{simulation} = \frac{F}{U_z} = \frac{6.000}{1.700} = 3.530 \text{ N/mm}$$

Ο ακόλουθος πίνακας (5.23) παραθέτει την απόκλιση του αποτελέσματος της ακαμψίας που προκύπτει από την προσομοίωση σε σχέση με την πειραματική ακαμψία κάθε κύκλου φόρτισης.

Πειραματικός κύκλος φόρτισης	Πειραματική δυσκαμψία $k_{experimental}$ (N/mm)	Δυσκαμψία προσομοίωσης $k_{simulation}$ (N/mm)	Απόκλιση (%)
1 <sup>ος</sup>	3.550	3.530	0.5700
1 <sup>ος</sup> (βελόμετρο)	3.442	3.530	2.493
2 <sup>ος</sup>	3.470	3.530	1.700
3 <sup>ος</sup>	3.501	3.530	0.822

**Πίνακας 5.23.** Απόκλιση αποτελεσμάτων δυσκαμψίας προσομοίωσης-πειράματος.

Παρατηρούμε πως τα αποτελέσματα μας παρουσιάζουν απόκλιση μικρότερη του 2.5% γεγονός που επαληθεύει την ορθότητα του πειράματος αλλά και της προσομοίωσης. Η μεγαλύτερη απόκλιση παρατηρείται στις τιμές που καταγράφηκαν με το βελόμετρο (2.493%) ενώ η μικρότερη στον ίδιο κύκλο φόρτισης (0.5700%). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται γραφικώς στο Σχήμα 5.34.



**Σχήμα 5.34.** Απόκλιση αποτελεσμάτων δυσκαμψίας προσομοίωσης και πειράματος.

## Κεφάλαιο 6 Συμπεράσματα και Προεκτάσεις

Κατά την συγγραφή της παρούσας διπλωματικής εργασίας προέκυψαν αρκετά συμπεράσματα καθώς και προτάσεις για μελλοντική διερεύνηση, τα οποία θα παρουσιάσουμε σε αυτό το κεφάλαιο διαχωρισμένα με βάση τα κεφάλαια στα οποία αναφέρονται.

Αρχικά πρέπει να τονίσουμε τη σημασία της χρήσης ενός σχεδιαστικού λογισμικού (όπως το AutoCAD και το Solidworks) για την παραγωγή των προτύπων κυψελωτών πυρήνων καθώς τα εν λόγω προγράμματα μείωσαν σημαντικά το χρόνο σχεδίασης ενώ ταυτόχρονα πρόσφεραν καλύτερη αξιοπιστία έναντι του σχεδιαστικού πλαισίου του λογισμικού Abaqus/CAE.

Από την ανάλυση του ισότροπου κυψελωτού πυρήνα που διενεργήθηκε στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρατηρήσαμε πως οι κυψέλες τριγωνικών στοιχείων προσφέρουν το μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας από όλες τις άλλες πιθανές γεωμετρίες που εξετάστηκαν. Συγκεκριμένα η ισότροπη τριγωνική διάταξη έχει περίπου 58 φορές μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας από την αντίστοιχη εξαγωνική διάταξη (κανονικά εξάγωνα) και 55 φορές μεγαλύτερο από τις κυψέλες reentrant εξαγώνων.

Αναφορικά με τους πυρήνες μη-κανονικών εξαγώνων αποτελούμενων από κυψέλες υπό γωνία  $\theta=20^\circ$  και  $\theta=15^\circ$ , οι τριγωνικές κυψελωτές διατάξεις παρουσιάζουν 82 και 95 φορές μεγαλύτερη τιμή του μέτρου ελαστικότητας αντίστοιχα. Συνεπάγεται λοιπόν πως ο πυρήνας τριγωνικών κυψελών έχει μεγαλύτερη δυσκαμψία από όλους του υπόλοιπους.

Η σχετική πυκνότητα του πυρήνα τριγωνικών κυψελών είναι σχεδόν διπλάσια της αντίστοιχης του πυρήνα κανονικών εξαγώνων και 1.5 φορές μεγαλύτερη από την πυκνότητα του πυρήνα κυψελών σχήματος reentrant.

Συγκριτικά με τους πυρήνες μη κανονικών εξαγωνικών κυψελών υπό γωνίες  $20^\circ$  και  $15^\circ$ , ο πυρήνας τριγωνικών παρουσιάζει περίπου διπλάσια σχετική πυκνότητα (1.94 και 1.87 αντίστοιχα). Παρά αυτή την αύξηση όμως ο πυρήνας τριγωνικών κυψελών παρουσιάζει το μεγαλύτερο λόγο αντοχής-βάρους καθώς όπως αναφέρθηκε προηγουμένως έχει αρκετές φορές μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας.

Ο πυρήνας κυψελών reentrant παρουσιάζει λίγο μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας από τον πυρήνα κανονικών εξαγωνικών κυψελών (4.340% αύξηση). Το ποσοστό αυτό είναι ακόμη μεγαλύτερο εάν συγκρίνουμε τον εν λόγω πυρήνα με τους πυρήνες μη-κανονικών εξαγώνων υπό γωνίες  $20^\circ$  και  $15^\circ$  (48.10% και 71.30% αντίστοιχα).

Επιπροσθέτως το μέτρο ελαστικότητας εξαγωνικών κυψελών μειώνεται καθώς ελαττώνεται η γωνία  $\theta$ . Σε κατασκευές που προέρχονται από αυτοματοποιημένες παραγωγικές διαδικασίες υψηλής ακρίβειας η απόκλιση της γωνίας δεν είναι αρκετά μεγάλη ώστε να έχει ουσιαστική επίδραση. Όμως σε κυψελωτούς πυρήνες που δεν προέρχονται από τέτοια παραγωγή βιομηχανικής κλίμακας, είναι σύνηθες φαινόμενο η παρατήρηση αρκετά υψηλών αποκλίσεων, γεγονός που μπορεί να μειώσει ή να αυξήσει το μέτρο ελαστικότητας και συνεπώς τη δυσκαμψία (κυρίως σε μεγάλες κατασκευές).

Όσον αφορά το λόγο poisson, ο κυψελωτός πυρήνας κανονικών εξαγώνων παρουσιάζει τη μεγαλύτερη τιμή ενώ ο πυρήνας κυψελών reentrant τη μικρότερη. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε και τη σπουδαιότητα των εξισώσεων υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson, έργο που οφείλεται στην εργασία των Gibson&Ashby. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζουν σχετικά μικρές αποκλίσεις από τις αναλυτικές λύσεις που προτείνονται από τους παραπάνω συγγραφείς.

Με γνώμονα το μέτρο ελαστικότητας ο πυρήνας κανονικών εξαγώνων παρουσιάζει τη μεγαλύτερη απόκλιση (8.460%) προσομοίωσης-αναλυτικής λύσης, ενώ τη μικρότερη (4.490%)

εμφανίζουν οι κυψέλες reentrant. Η απόκλιση της μεθόδου FEA από τις λύσεις των προαναφερθέντων συγγραφέων αναφορικά με το λόγο poisson ακολουθεί αντίθετο μοτίβο, με τον πυρήνα κανονικών εξαγώνων να εκθέτει τη μικρότερη τιμή (3.000%) και τον πυρήνα μη-κανονικών εξαγώνων ( $\theta=15^\circ$ ) να παρουσιάζει τη μεγαλύτερη (8.534%). Πρέπει να αναφέρουμε επίσης πως τα αποτελέσματα της αρχικής προσέγγισης του πυρήνα τριγωνικών κυψελών ήταν ασύμβατα με τα αποτελέσματα των Gibson&Ashby και γι' αυτό το λόγο οδηγήκαμε στην ορθή συνδεσμολογία των τριγωνικών κυψελών. Αυτό το γεγονός συνέβη διότι ακόμη και μικρές μεταβολές στην κλίση των άνω εξωτερικών επιφανειών του πυρήνα έχει μεγάλη επιρροή στα αποτελέσματα μας.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το ποσοστό επιρροής των εσοχών ανάλογα με το μέγεθος τους και την κλίση τους στο μέτρο ελαστικότητας του ισότροπου πυρήνα τριγωνικών στοιχείων, το οποίο θεωρούμε και ως μία πρόταση για μελλοντική διερεύνηση.

Τέλος ένα εξαιρετικά σημαντικό συμπέρασμα του 2<sup>ου</sup> κεφαλαίου είναι η αύξηση της ακρίβειας (μείωση της απόκλισης προσομοίωσης-αναλυτικής λύσης) των αποτελεσμάτων που προκύπτει με μείωση του λόγου πάχους-μήκους ( $t/l$ ). Στη διάταξη κανονικών εξαγώνων όπου και εξετάστηκαν διάφορες τιμές προέκυψε πως η απόκλιση ελαττώνεται σε ποσοστό μικρότερο του 5% για τιμές  $t/l < 0.05$ . Σημειώνεται πως το συμπέρασμα αυτό ισχύει και αντίστροφα (αύξηση του λόγου  $t/l$  οδηγεί σε αύξηση της απόκλισης).

Αυξάνοντας το πάχος των οριζόντιων δοκών σε τιμή διπλάσια και οκταπλάσια του αρχικού παρατηρήθηκε αύξηση του μέτρου ελαστικότητας ( $E_x$ ) του πυρήνα κανονικών εξαγωνικών κυψελών σύμφωνα με τα αποτελέσματα του κεφαλαίου 3. Ο τετραπλασιασμός του μέτρου ελαστικότητας του υλικού είχε την ίδια επίδραση στο μέτρο ελαστικότητας του πυρήνα. Συγκεκριμένα ο διπλασιασμός του πάχους οδήγησε σε αύξηση της τάξης του 6.470%, ο οκταπλασιασμός σε 9.480% και ο τετραπλασιασμός του μέτρου ελαστικότητας του υλικού σε 5.550%.

Επιπλέον σημειώνεται πως ο λόγος poisson ( $\nu_{xy}$ ) μειώθηκε σε κάθε περίπτωση ανισοτροπίας (σε σχέση με την ιστροπική περίπτωση) με τον οκταπλασιασμό του πάχους να οδηγεί στη μικρότερη τιμή του.

Για τον πυρήνα αποτελούμενο από reentrant κυψέλες παρατηρήσαμε πως στις αντίστοιχες περιπτώσεις ανισοτροπίας το μέτρο ελαστικότητας αυξήθηκε σε έκαστη συγκριτικά με την τιμή του ισότροπου πυρήνα. Με διπλασιασμό του πάχους των οριζόντιων δοκών λάβαμε ποσοστό αύξησης ίσο με 2.430%, με οκταπλασιασμό 4.500% και με τετραπλασιασμό του μέτρου ελαστικότητας του υλικού 3.570%. Επιπροσθέτως ο λόγος poisson παρουσίασε μειωτική τάση σε κάθε περίπτωση με χαμηλότερη τιμή εκείνη που προέκυψε από οκταπλασιασμό του πάχους των οριζόντιων δοκών.

Όσον αφορά τον πυρήνα με τριγωνικές κυψέλες σημειώθηκε αύξηση του μέτρου ελαστικότητας (όπως και στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις) με κάθε ανισοτροπική επέμβαση. Πιο αναλυτικά παρατηρήθηκε αύξηση της τάξης του 97.60%, 674.0% και 292.0% για τις περιπτώσεις διπλασιασμού πάχους, οκταπλασιασμού πάχους και τετραπλασιασμού του μέτρου ελαστικότητας του υλικού αντίστοιχα.

Σχετικά με το λόγο poisson η περίπτωση διπλασιασμού του πάχους οριζόντιων δοκών παρουσίασε τη μεγαλύτερη τιμή ενώ οι περιπτώσεις οκταπλασιασμού του πάχους και τετραπλασιασμού του μέτρου ελαστικότητας του υλικού έδωσαν μικρότερη τιμή (και ίση μεταξύ τους).

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε πως η επίδραση της ανισοτροπίας, όσον αφορά το μέτρο ελαστικότητας του πυρήνα, ήταν σαφέστατα μεγαλύτερη στις τριγωνικές κυψέλες από ότι στις υπόλοιπες. Τέλος πρέπει να αναφέρουμε πως οι εξισώσεις των Gibson&Ashby για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson (μαθηματικές εκφράσεις 1.1 και 1.3 αντίστοιχα) δεν ισχύουν σε περιπτώσεις ανισοτροπίας, γεγονός που αντικρούει τα αναγραφόμενα από τους παραπάνω συγγραφείς στις σελίδες 169-172 του συγγράμματος 'Cellular Solids:Structure and Properties-Second Edition'.



Σημειώνεται πως το συμπέρασμα αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό χωρίς τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αφού οι εξισώσεις που αναφέρονται είναι οι ίδιες που προτείνονται για την περίπτωση ισότροπου πυρήνα.

Στη συνέχεια (Κεφάλαιο 4) πραγματοποιώντας την τρισδιάστατη εκτύπωση συνειδητοποιήσαμε τη σπουδαιότητα της συγκεκριμένης τεχνολογίας. Με μοναδικά δεδομένα εισόδου τον κώδικα G που προέκυψε από το λογισμικό UltimakerCura βρεθήκαμε σε θέση να αναπαραστήσουμε στο φυσικό κόσμο το πρότυπο μας με χαμηλό κόστος παραγωγής (περίπου 20€ κόστος υλικού).

Ο μεγάλος χρόνος κατασκευής όμως ήταν περιοριστικός παράγοντας καθώς στην περίπτωση μας, όπου η εσχάρα 'πίεσε' τον εκτυπωτή στα όρια του (εξαιτίας των διαστάσεων της) και χρειάστηκε λίγο λιγότερο από δύο ημέρες για την ολοκλήρωση της. Κατά τη διάρκεια της εκτύπωσης είναι απαραίτητη η εποπτεία της διαδικασίας, ειδικά στις περιπτώσεις μεγάλων πρότυπων καθώς και στην περίπτωση μας υπάρχει κίνδυνος αποκόλλησης από την επιφάνεια απόθεσης υλικού γεγονός που μπορεί να επιφέρει αρνητικές συνέπειες στο τελικό προϊόν ή/και ζημιά στον ίδιο τον εκτυπωτή.

Στην περίπτωση μας ήταν αδύνατη η επίβλεψη της εκτύπωσης για το χρονικό διάστημα που χρειάστηκε με συνέπεια την απόκλιση μερικών διαστάσεων από τις σχεδιασθείσες. Παρόλα αυτά το τελικό προϊόν ήταν σε γενικές γραμμές πολύ κοντά στο θεωρητικό δεδομένου των συνθηκών.

Επιπλέον ο χρόνος μετά-επεξεργασίας ήταν πρακτικά ελάχιστος (<15min) και περιορίστηκε στην αφαίρεση παραμενουσών νημάτων πάνω στην εσχάρα (φαινόμενο πολύ συχνό στην τρισδιάστατη εκτύπωση). Με βάση τα εκθέματα που παρατηρήσαμε στο εργαστήριο συμπεραίνουμε πως η διαδικασία του 3-d printing αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι του σύγχρονου μηχανικού.

Ύστερα από την εκτύπωση πραγματοποιήθηκε προσομοίωση εφελκυσμού της δισδιάστατης και τρισδιάστατης εσχάρας από όπου λάβαμε τιμές για το μέτρο ελαστικότητας και το λόγο poisson του πυρήνα διαφορετικές από τις προτεινόμενες κατά Gibson&Ashby (εξαιτίας διαφορετικής συνδεσμολογίας των κυψελών).

Τέλος παρατηρήθηκε αποδεκτή απόκλιση του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου poisson (>12% και >15% αντίστοιχα) μεταξύ της προσομοίωσης με δοκούς (2-d εσχάρα) και κυβικών (solid elements) στοιχείων (3-d εσχάρα). Το αποτέλεσμα αυτό εξηγείται από το γεγονός ύπαρξης διαφοράς στιβαρότητας σύνδεσης που με τη σειρά της οφείλεται στην καλύτερη προσομοίωση σύνδεσης των solid elements έναντι των beams.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρατηρήσαμε πως η απόκλιση μεταξύ της βύθισης της δισδιάστατης και τρισδιάστατης προσομοίωσης της εσχάρας είναι εντός των αποδεκτών ορίων και στις δύο περιπτώσεις φορτίσεως της. Το αποτέλεσμα αυτό έγκειται στους ίδιους λόγους που παρουσιάστηκαν πριν για την περίπτωση του εφελκυσμού.

Η θεώρηση της ομογενοποιημένης πλάκας Kirchhoff καθώς και οι εξισώσεις ακαμψίας του Timoshenko αποτελούν εξαιρετικό εργαλείο διερεύνησης του είδους της παραμόρφωσης καθώς με μικρή απόκλιση (<7%) απέδειξαν πως η βύθιση που προκαλείται στην εσχάρα ευθύνεται σε διατμητικές δυνάμεις και όχι στην κάμψη.

Τέλος από την διεξαγωγή του πειράματος κάμψης και σύγκρισης του με τα αποτελέσματα βύθισης της προσομοίωσης συμπεραίνουμε τη σπουδαιότητα της διαδικασίας της προσομοίωσης καθώς δίνει τη δυνατότητα αναπαραστάσης ενός φυσικού φαινομένου με εξαιρετική ακρίβεια (μεγαλύτερη απόκλιση αποτελεσμάτων βύθισης <7.3% και δυσκαμψίας <2.5%). Τονίζεται όμως πως η αξιοπιστία της σύγκρισης έγκειται στην ορθή καταχώρηση των παραμέτρων στην προσομοίωση ώστε να βρίσκεται όσο το δυνατόν πιο κοντά στο πραγματικό πείραμα. Επιπλέον πρέπει να αναφέρουμε πως η χρήση μετρητικών οργάνων για την εξαγωγή αποτελεσμάτων της πειραματικής διαδικασίας πρέπει να εφαρμόζεται λεπτομερώς, λαμβάνο-

ντας υπόψη κάθε παράγοντα που δύναται να επηρεάσει την αξιοπιστία τους (συμπεριλαμβανομένου και του ανθρώπινου σφάλματος).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 Βιβλιογραφία

### Βιβλία και δημοσιεύσεις:

1. Ashab A., Wong Y.C., Lu G., Ruan D. (2003)  
«Indentation Tests of aluminium honeycombs»  
Journal of Physics: Conference Series, vol. 451, p. 1-11  
DOI:10.1088/1742-6596/451/1/012003
2. Bierogel C. and Grellmann W. (2014)  
«Quasi-static tensile test, -Poisson ratio of thermoplastic material-data» p. 80-142  
DOI:10.1007/978-3-642-55166-6\_20
3. Chen J., Wang Q., Shen W.Z., Pang X., Li S., Guo X. (2013)  
«Structural optimization study of composite wind turbine blade»  
Journal of Materials and Design, vol.46, p. 247-255  
DOI:10.1016/j.matdes.2012.10.036
4. Cohal V. (2017)  
«Spot Welding of Honeycomb Structures»  
IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 227.012029, p. 1-6  
DOI:10.1088/1757-899X/227/1/012029
5. Corbella D., Fernandez F., Oliveras F.H., Armisen P. (2016)  
«New designs of the ceramic bricks of horizontal hexagonal hollow», p.1-7  
Proceedings of the Joint Conference on Mechanical, Design Engineering & Advanced Manufacturing  
([http://oa.upm.es/30730/1/Ceramic\\_Brick\\_UPM.pdf](http://oa.upm.es/30730/1/Ceramic_Brick_UPM.pdf))
6. European Union (2016)  
«Training in 3D Printing to Foster Eu Innovation & Creativity Project number: 2016-1-R001-KA202-024578, 2016  
p.8-13,14,17,19,20,27-50,63-64,66,69,73,75-76,80  
([https://3d-p.eu/wp-content/uploads/2018/08/IO3\\_3DP-courseware\\_EN.pdf](https://3d-p.eu/wp-content/uploads/2018/08/IO3_3DP-courseware_EN.pdf))
7. Farah S., Anderson D.G., Langer R. (2018)  
«Physical and Mechanical Properties of PLA, and Their Functions in Widespread Applications-A Comprehensive Review»  
Advanced Drug Delivery Reviews, vol.65, p.1-26  
DOI:10.1016/j.addr.2016.06.012
8. Galilei G. (1638)  
«Dialogues Concerning Two New Sciences»  
(Translated from the Italian and Latin into English by Crew H., et al.)  
The Macmillan Company 1914  
([http://files.libertyfund.org/files/753/0416\\_Bk.pdf](http://files.libertyfund.org/files/753/0416_Bk.pdf))
9. Gibson L.J. and Ashby M.F. (1997)  
«Cellular Solids: Structure and Properties-Second Edition»  
Cambridge University Press  
DOI:10.1017/CBO9781139878326
10. Kiliçaslan C. (2014)  
«Experimental and numerical investigation of the quasi-static and high strain rate crushing behavior of single and multi-layer zig-zag 1050 H14 Al trapezoidal corrugated core sandwich structures»

11. Montuori G.M., Fadda M., Perrella G., Melle E. (2015)  
«Hexagrid-hexagonal tube structures for tall buildings: patterns, modeling and, design», p. 912-940  
The structural design of tall and special buildings, Wiley Online Library  
DOI:10.1002/tal.1218
12. Petrović Z., Lazarević I. (2015)  
«Design and Analysis of the Flat Honeycomb Sandwich Structures»  
Scientific Technical Review, vol.65, p. 50-56  
(<https://scindeks-clanci.ceon.rs/data/pdf/1820-0206/2015/1820-02061501050P.pdf>)
13. Pflug J., Verpoest I., Vangrimde B., Bratfisch P., Vandepitte D. (2003)  
«Continuously produced honeycomb cores», p. 1-10  
Katholieke Universiteit Leuven  
([https://www.researchgate.net/publication/242111263\\_Continuously\\_produced\\_honeycomb\\_cores](https://www.researchgate.net/publication/242111263_Continuously_produced_honeycomb_cores))
14. Rogers W.F. (1972)  
«Apollo Experience Report-Lunar Module Landing Gear Subsystem»  
National Aeronautics and Space Administration Technical Note d-6850, p.1-52  
DOI:19720018253
15. Timoshenko S. and Woinowsky-Krieger S. (1959)  
«Theory of Plates and Shells»  
Second Edition, McGraw-Hill Book Company Inc.  
ISBN 0-07-064779-8

Άρθρα ιστοσελίδων, σημειώσεις μαθημάτων, εικόνες, τεχνικά εγχειρίδια:

16. Ανδρέουλος Α. Ταραντίλη Π. (2019)  
«Βασικές έννοιες-Μοριακά βάρη Πολυμερών Κεφάλαιο 1»  
Σημειώσεις μαθήματος Μηχανική Πολυμερών  
(<https://courses.chemeng.ntua.gr/polmech/yliko>)
17. Κατσαβούνης Σ. (2017)  
«Μηχανική ΙΙ-Αντοχή Υλικών»  
(<https://eclass.duth.gr/modules/document/?course=TME266>)
18. Καμπιτάκης Γ.Π. (2012)  
«Σπογγώδες και φλοιώδες οστό: Η διαφοροποίηση του ιστού προαναγγέλλει και τη δράση της διαφοροποίησης των αντιοστεοπορικών φαρμάκων;»  
Θεραπευτικά ζητήματα του οστικού μεταβολισμού, Χειμερινό επιστημονικό σεμινάριο μυοσκελετικών παθήσεων, σ.  
([http://www.epemy.gr/assets/files/klinika/Plastira\\_2012/SeminarioA/Paraskevi/B/4.G.Kampakis.pdf](http://www.epemy.gr/assets/files/klinika/Plastira_2012/SeminarioA/Paraskevi/B/4.G.Kampakis.pdf))
19. Κουτσός Β. (2008)  
«Στοιχεία Δομής Κατεργασιών και Μηχανικών Ιδιοτήτων Πολυμερών»  
Μηχανικές και Θερμικές Ιδιότητες Υλικών,  
([https://www.materials.uoc.gr/el/undergrad/courses/ETY349/2008/notes/Mathhma4\\_Polymerh.pdf](https://www.materials.uoc.gr/el/undergrad/courses/ETY349/2008/notes/Mathhma4_Polymerh.pdf))
20. Μαρκόπουλος Α.(2014)  
«Κεραμικά υλικά»  
Εφαρμογές Προηγμένων υλικών  
(<http://courseware.mech.ntua.gr/ml00001/mathimata/Ceramics.pdf>)

21. Autodesk Inc. (2010)  
«AutoCAD Architecture 2011» User's Guide  
([https://images.autodesk.com/adsk/files/autocad\\_aca\\_user\\_guide\\_english.pdf](https://images.autodesk.com/adsk/files/autocad_aca_user_guide_english.pdf))
22. Ball P. (2016)  
«Why Nature Prefers Hexagons-the geometric rules behind fly eyes, honeycombs, and soap bubbles»  
Nautilus Science Connected  
(<http://nautil.us/issue/35/boundaries/why-nature-prefers-hexagons>)
23. Dassault Systèmes SIMULIA Co. (2012)  
«Analysis User's Manual» Abaqus version 6.12
24. Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. (1995-2014)  
«INTRODUCING SOLIDWORKS»  
(<https://files.solidworks.com/pdf/introsw.pdf>)
25. Dielectric Manufacturing (nd)  
«Polyethylene Terephthalate Glycol (PETG) Material Properties»  
DM Dielectric Manufacturing  
(<https://dielectricmfg.com/knowledge-base/petg/>)
26. George S. (2017)  
«Why Are Honeycomb Cells Hexagonal?»  
ScienceFriday  
(<https://www.sciencefriday.com/educational-resources/why-do-bees-build-hexagonal-honeycomb-cells/>)
27. Gibson L.J. (2015)  
«Cellular Solids:Structure, Properties and Applications»  
Massachusetts Institute of Technology  
([https://ocw.mit.edu/courses/materials-science-and-engineering/3-054-cellular-solids-structure-properties-and-applications-spring-2015/lecture-notes/MIT3\\_054S15\\_L2\\_Proc.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/materials-science-and-engineering/3-054-cellular-solids-structure-properties-and-applications-spring-2015/lecture-notes/MIT3_054S15_L2_Proc.pdf))
28. Hexcel Co. (2016)  
«A comprehensive guide to standard Hexcel honeycomb materials, configurations and mechanical properties»  
Hexweb Honeycomb Attributes and Properties, p.1-36  
([https://www.hexcel.com/user\\_area/content\\_media/raw/HexWebHoneycombAttributesandProperties.pdf](https://www.hexcel.com/user_area/content_media/raw/HexWebHoneycombAttributesandProperties.pdf))
29. «Honeycomb Structure» (2020)  
CompositesPress Social network on composites  
(<https://www.compositespress.com/wikicomposites/honeycomb-structure/>)
30. Huan Y. (2019)  
«Thermhex Presents New Sandwich Material to International Automotive Industry»  
Plastics and Rubber Asia  
(<https://www.plasticsandrubberasia.cn/en/wp-content/uploads/2019/03/Sandwich-Material-to-International-Automotive-Industry.jpg>)
31. MANUFACTUR3D (2018)  
«How Stereolithography (SLA) 3D Printing Works?»  
MANUFACTUR3D  
(<https://manufactur3dmag.com/stereolithography-sla-3d-printing-works/>)  
(<https://manufactur3dmag.com/wp-content/uploads/2018/01/The-Working-of-SLA-3D-printing-technology.jpg>)
32. Okuma K.  
«Unfinished honey making in honeycombs»  
(<https://www.shutterstock.com/image-photo/unfinished-honey-making-honeycombs-238250119>)

33. «Polyethylene Terephthalate key Properties»  
Phoenix Technologies International LLC  
(<https://www.phoenixtechnologies.net/media/371/PET%20Properties%202008.pdf>)
34. RepRap (2019)  
«Fused filament fabrication»  
(<https://reprap.org/mediawiki/images/2/22/FFF.png>)
35. «Sandwich Structures»  
Tasuns Composite Technology Co.,Ltd  
<http://m.china-composites.net/info/sandwich-structures-22060296.html>
36. Wikipedia (2020)  
«Abaqus»  
(<https://en.wikipedia.org/wiki/Abaqus>)
37. Wikipedia (2020)  
«AutoCAD»  
(<https://en.wikipedia.org/wiki/AutoCAD>)
38. «Wings (Part three)»  
Flight Mechanic  
<https://www.flight-mechanic.com/wp-content/uploads/2017/07/1-39.jpg>

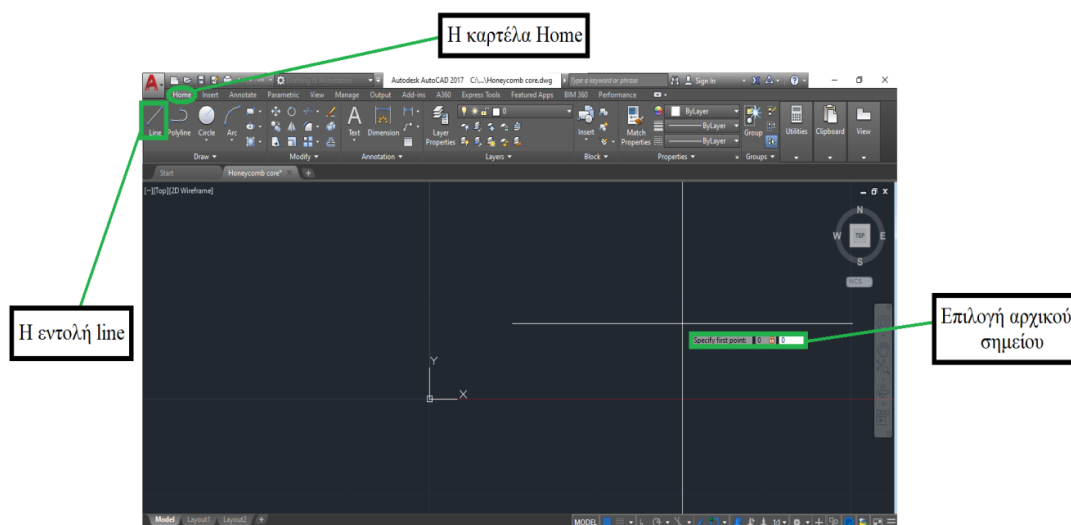
## Παράρτημα Α

## A.1. Σχεδίαση 2-d εξαγωνικού κυψελωτού πυρήνα με χρήση του λογισμικού AutoCAD

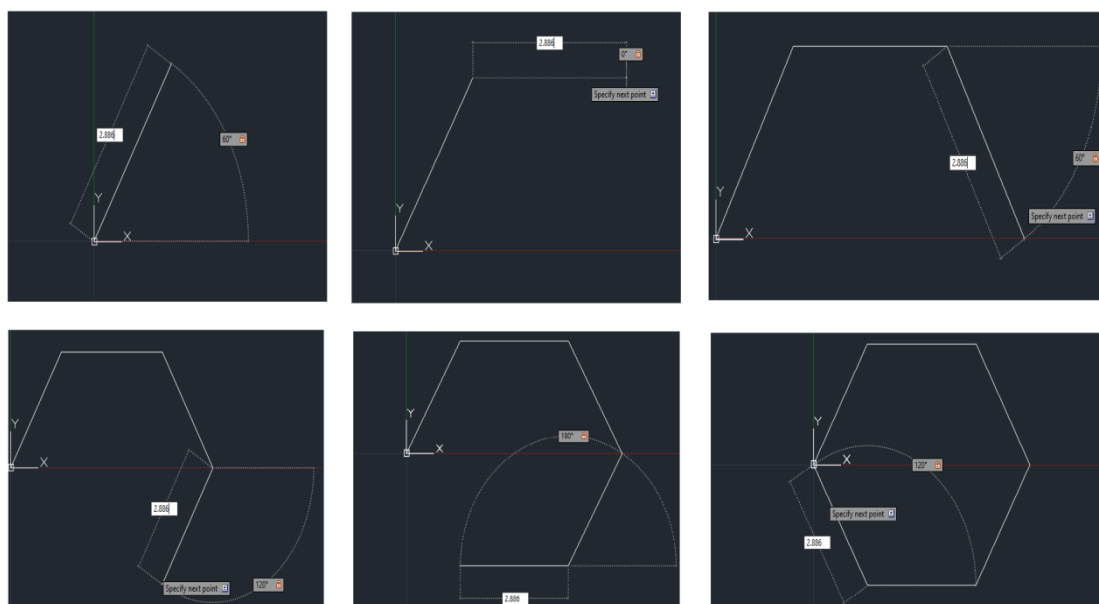
Οι σχεδιαστικές παράμετροι του κυψελωτού πυρήνα (honeycomb core) είναι:

- Ύψος πυρήνα :  $H=40\text{mm}$  μήκος πυρήνα  $L\approx 300\text{mm}$
- 8 σειρές (layers) σε ακριανές στήλες
- Ισότροπα κανονικά εξάγωνα :  $h=1$ ,  $\theta=30^\circ$
- Πλευρές  $h=1=40/(8*2*\cos 30^\circ)=2.886\text{mm}$

Από το σχεδιαστικό πλαίσιο του AutoCAD επιλέγουμε την καρτέλα Home και ύστερα την εντολή εισαγωγής γραμμής (line), καταχωρώντας ως αρχικό σημείο (specify first point) την αρχή των αξόνων (0.0) σύμφωνα με το Σχήμα A1.1 (Autodesk Inc., 2010).



Σχήμα A.1.1. Επιλογή εντολής line και αρχικού σημείου (Autodesk Inc., 2010).



Σχήμα A.1.2. Βήματα σχεδίασης πλευρών εξαγωνικής κυψέλης (από πάνω αριστερά προς κάτω δεξιά).

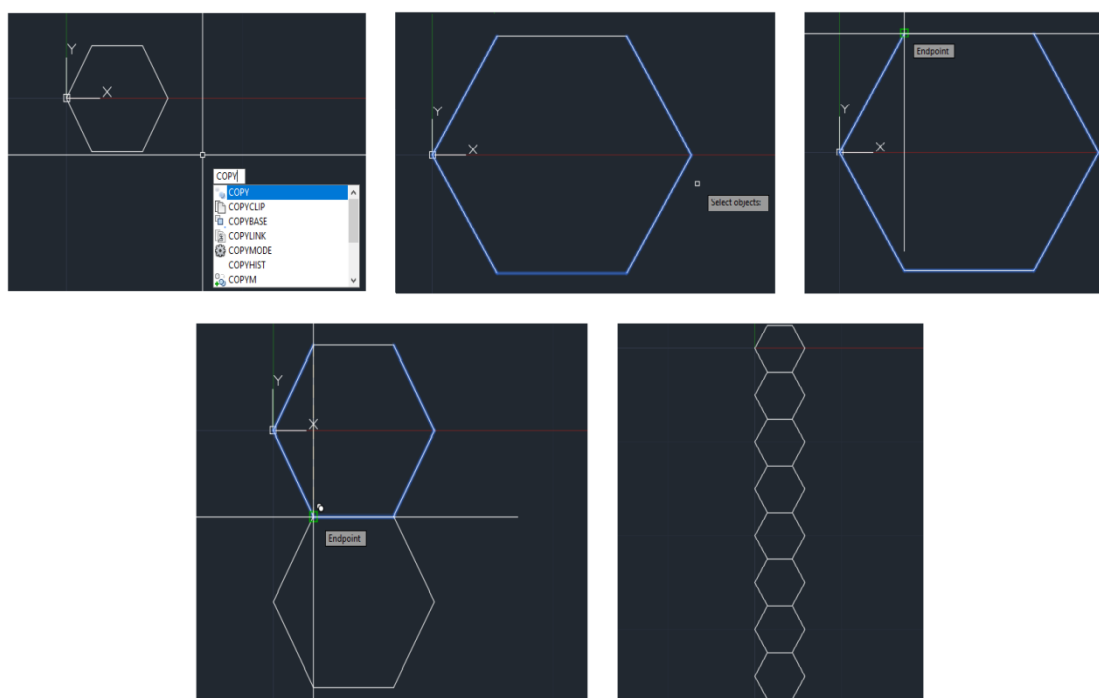


Στη συνέχεια καταχωρούμε το μήκος της πλευράς του εξαγώνου (2.886mm) και τη τιμή της γωνίας σύμφωνα με τον οριζόντια άξονα x ( $60^\circ$ ). Πληκτρολογώντας enter προχωράμε στην δημιουργία της επόμενης πλευράς η οποία είναι οριζόντια με ίδιο μήκος υπό γωνία ( $0^\circ$ ). Ύστερα δημιουργούμε την τρίτη πλευρά ίδιου μήκους υπό γωνία  $60^\circ$  (αρνητικές γωνίες δεν καταχωρούνται, η επιλογή γίνεται με βάση την απεικόνιση που μας παρουσιάζει το λογισμικό). Η τέταρτη, η πέμπτη και η έκτη πλευρά έχει ίδιο μήκος υπό γωνία  $60^\circ$ ,  $0^\circ$  και  $60^\circ$  από τον άξονα x αντίστοιχα. Το παραπάνω Σχήμα Α.1.2 εκθέτει τα προηγούμενα βήματα.

Σε αυτό το σημείο έχουμε σχεδιάσει μία κυψέλη και χρειαζόμαστε την αναπαραγωγή της σε διαφορετικά σημεία του πυρήνα. Πληκτρολογώντας τη φράση copy εμφανίζεται η αντίστοιχη εντολή στο σχεδιαστικό πλαίσιο (Autodesk Inc., 2010).

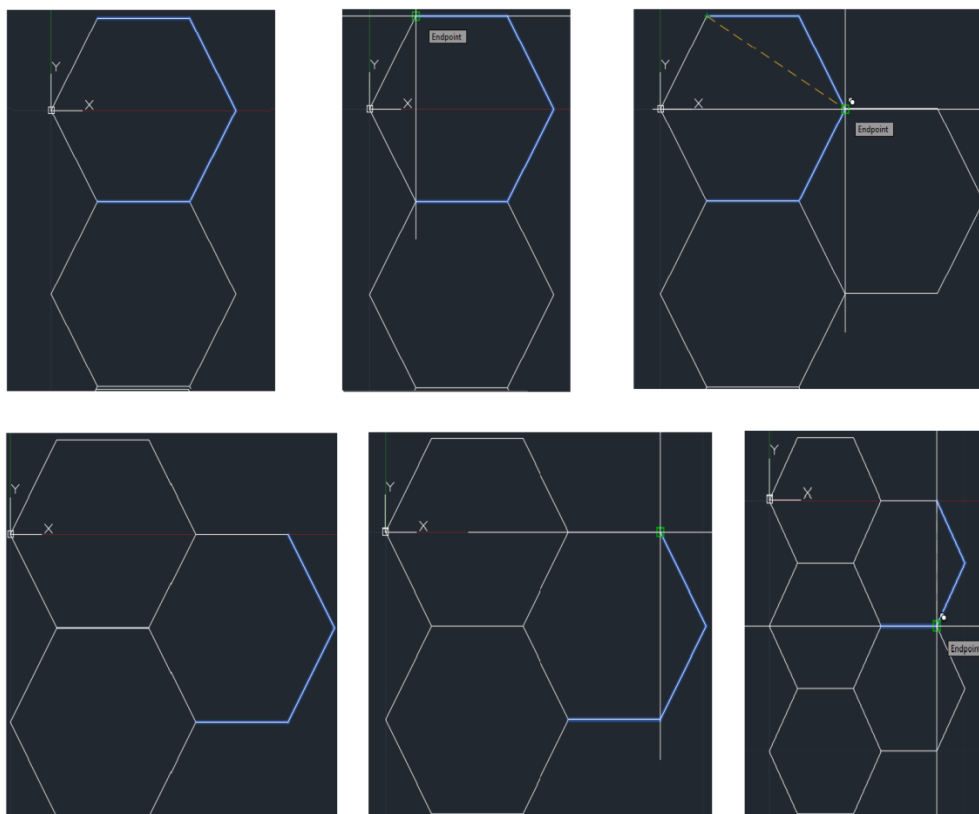
Έχουμε πλέον τη δυνατότητα να επιλέξουμε ποιες πλευρές του εξαγώνου επιθυμούμε να αναπαραστήσουμε σε διαφορετικά σημεία στο χώρο. Σε αυτή τη φάση σχεδίασης θα δημιουργήσουμε την πρώτη στήλη του πυρήνα αποτελούμενη από οκτώ κυψέλες και γι' αυτό επιλέγουμε όλες τις πλευρές του εξαγώνου πλην της ανώτερης όπως φαίνεται στο Σχήμα Α.1.3.

Ύστερα επιλέγουμε ένα αρχικό σημείο βάσης (base point) ως προς το οποίο πραγματοποιείται η αναπαραγωγή και ένα τελικό στο οποίο θα επικολληθεί (επιλέγουμε σημείο όταν εμφανισθεί η ένδειξη endpoint). Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία δημιουργούμε τη στήλη μας (βλ. Σχήμα Α.1.3).

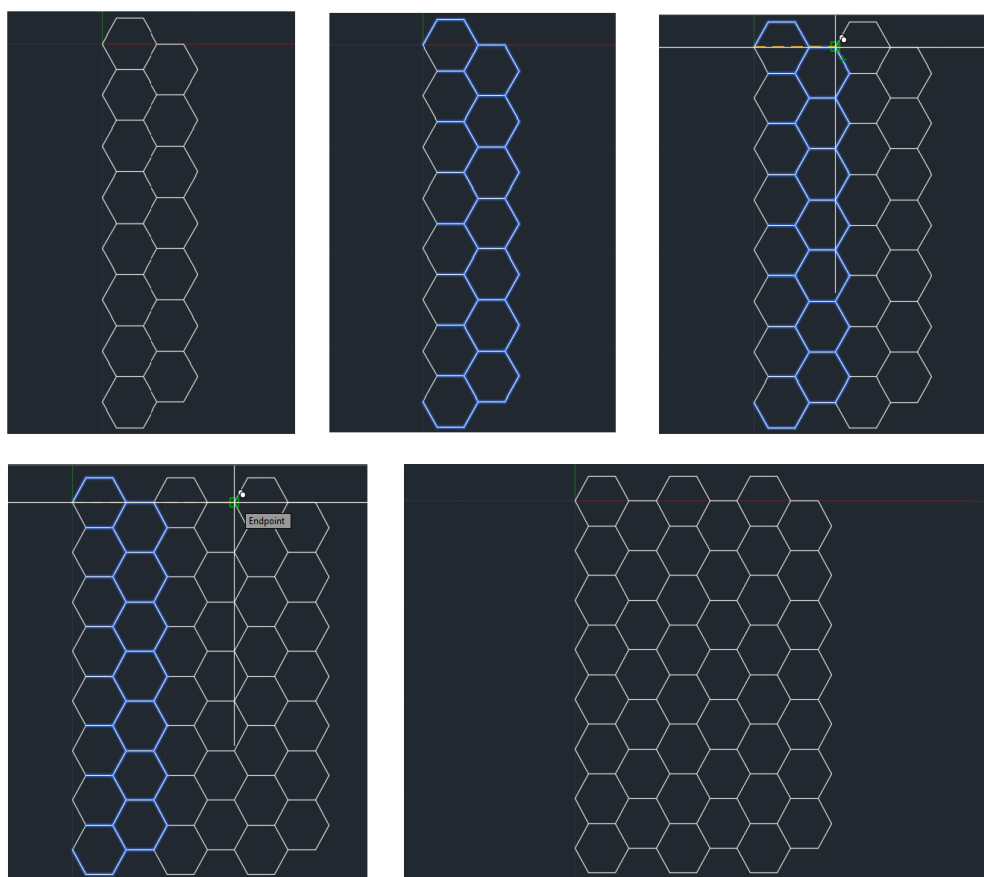


**Σχήμα Α.1.3.** Διαδικασία αναπαραγωγής κυψέλης με χρήση της εντολής copy (από πάνω αριστερά μέχρι δεξιά κάτω)

Θα σχεδιάσουμε τώρα τη δεύτερη στήλη όπου το κάθε κυψελωτό στοιχείο έχει δύο πλευρές κοινές με τα αντίστοιχα στοιχεία της πρώτης στήλης. Για την πρώτη κυψέλη επιλέγουμε τέσσερις πλευρές με αρχικό σημείο αποκόλλησης καθώς και τελικό σημείο επικόλλησης σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα. Για να δημιουργήσουμε το επόμενο στοιχείο της δεύτερης στήλης επιλέγουμε τρεις πλευρές από το πρώτο τις οποίες αναπαράγουμε κάθετα στο σημείο που βρίσκεται κάτω και δεξιά της πρώτης κυψέλης (βλ. Σχήμα Α.1.4).



Σχήμα Α.1.4. Δημιουργία δύο κυψελών της δεύτερης στήλης.

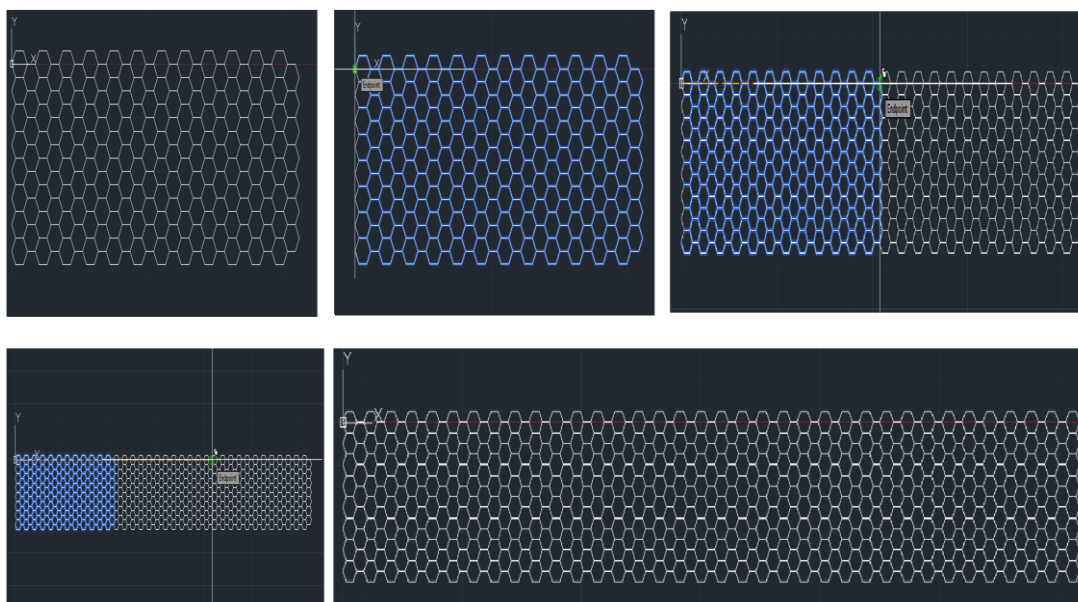


Σχήμα Α.1.5. Διαδικασία αναπαραγωγής με πολλαπλές στήλες.

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία της κάθετης αναπαραγωγής σχεδιάζουμε τη δεύτερη στήλη η οποία αποτελείται από επτά κυψέλες (βλ. Σχήμα Α.1.5, 1<sup>η</sup> εικόνα). Στη συνέχεια επιλέγουμε όλες τις κυψέλες της δεύτερης στήλης καθώς και όλες τις πλευρές της πρώτης στήλης πλην των 14 ‘εξωτερικών’ κεκλιμένων όπως φαίνεται στην δεύτερη από τα αριστερά εικόνα του σχήματος Α.1.5.

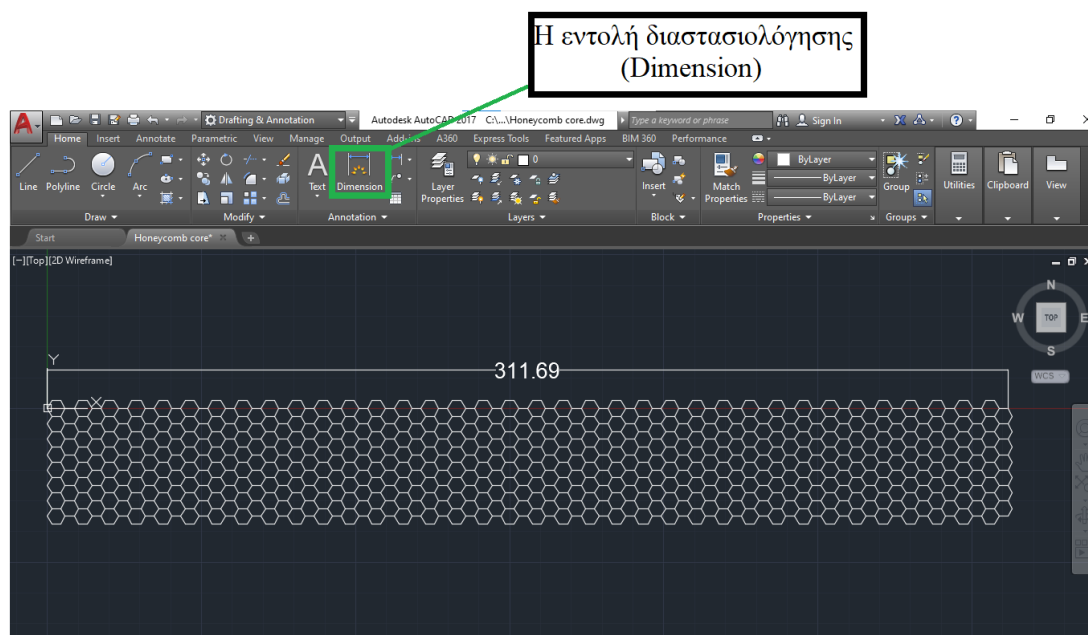
Το σημείο αποκόλλησης βρίσκεται στον άκρο αριστερό κόμβο της πρώτης κυψέλης της πρώτης στήλης ενώ το σημείο επικόλλησης στον ανώτατο δεξιό κόμβο της πρώτης κυψέλης της δεύτερης στήλης. Σημειώνεται πως το σημείο αποκόλλησης θα παραμείνει το ίδιο για τις περαιτέρω αναπαραγωγές μας ενώ το σημείο επικόλλησης θα μεταφέρεται στον ανώτατο και δεξιό κόμβο της τελευταίας στήλης. Πραγματοποιώντας τη διαδικασία άλλη μία φορά καταλήγουμε σε σχέδιο με 6 στήλες (βλ. κάτω δεξιά εικόνα Σχήματος Α.1.5).

Η ανωτέρω διαδικασία μπορεί να συνεχισθεί μέχρις ότου φθάσουμε στο επιθυμητό μήκος ( $\approx 300\text{mm}$ ). Προς εξοικονόμηση χρόνου όμως επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρι να έχουν σχεδιαστεί 24 στήλες όπως απεικονίζεται στην πρώτη εικόνα του σχήματος Α.1.6. Στη συνέχεια επιλέγουμε όλες τις πλευρές των κυψελών πλην των 14 κεκλιμένων όπως και προηγουμένως (βλ. δεύτερη εικόνα από αριστερά Σχήμα Α.1.6).



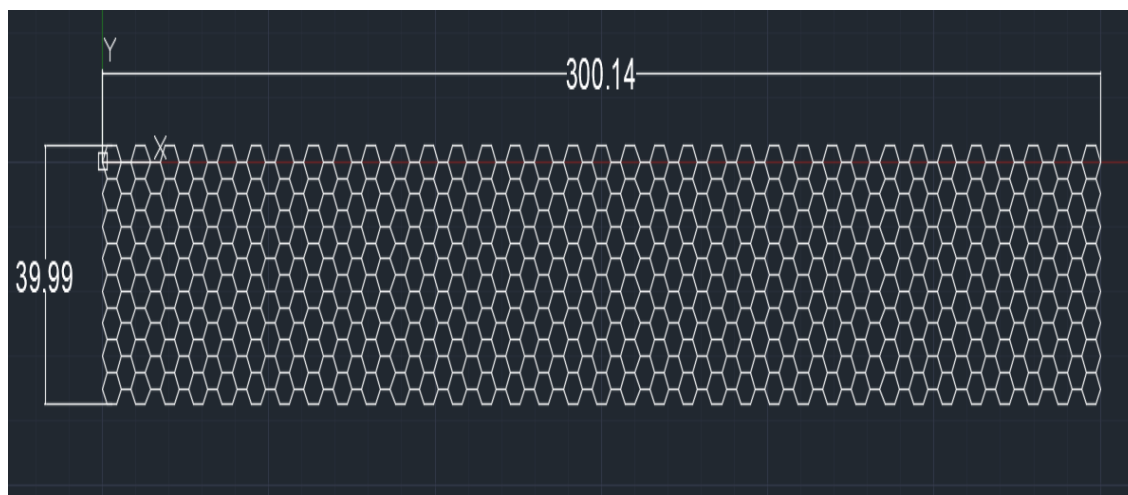
**Σχήμα Α.1.6.** Επέκταση κυψελών στο όριο μήκους του πυρήνα.

Για να διαπιστώσουμε το μήκος  $L$  στο οποίο έχουμε φθάσει επιλέγουμε την εντολή διαστασιολόγησης (Dimension) και ύστερα δύο ακριανούς κόμβους εκατέρωθεν του πυρήνα (βλ. Σχήμα Α.1.7). Η τιμή που λαμβάνουμε είναι  $311.69\text{mm}$  και συνεπώς πρέπει να αφαιρέσουμε 3 στήλες ώστε να έχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα (Autodesk Inc., 2010).



**Σχήμα Α.1.7.** Διαστασιολόγηση μήκους του πυρήνα (Autodesk Inc., 2010).

Η αφαίρεση πραγματοποιείται με επιλογή όλων των πλευρών από τις τρεις ακριανές στήλες και χρήση του πλήκτρου delete. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε ξανά την εντολή Dimension ώστε να εποπτεύσουμε τις διαστάσεις του πυρήνα. Λαμβάνουμε μήκος  $L=300.14\text{mm}$  το οποίο είναι το επιθυμητό. Όσον αφορά το ύψος, πραγματοποιούμε επιβεβαίωση των αρχικών περιορισμών και λαμβάνουμε τιμή  $H=39.99\approx 40\text{mm}$  (βλ. Σχήμα Α.1.8).



**Σχήμα Α.1.8.** Ο τελικός κυψελωτός πυρήνας.

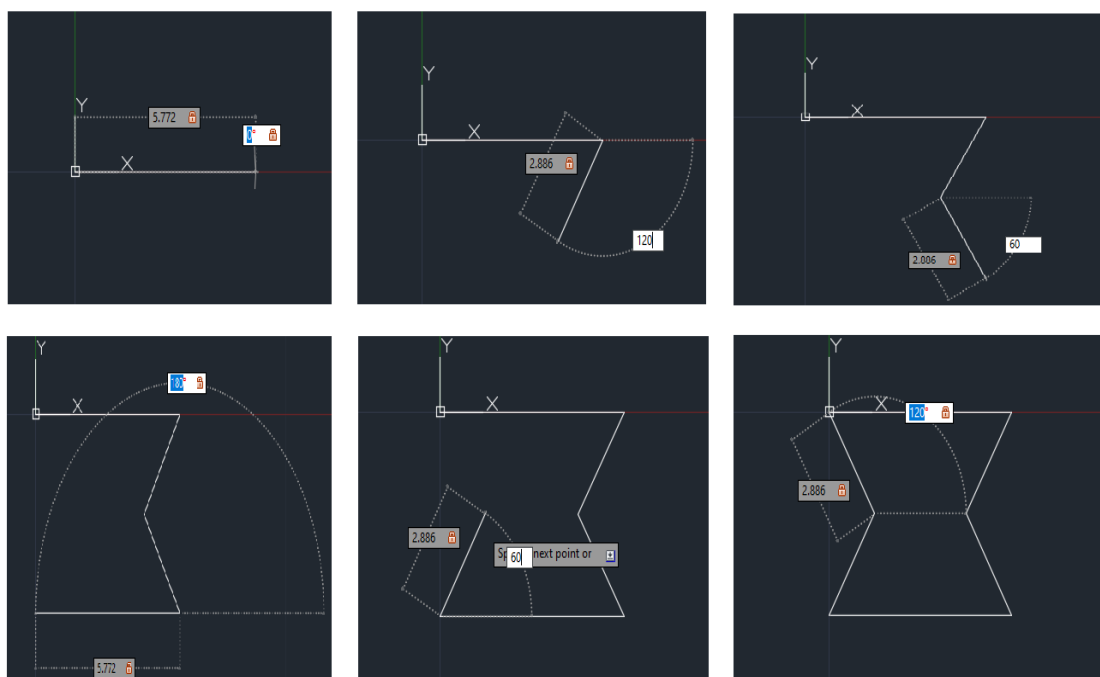
Σημειώνεται πως με την ίδια μέθοδο σχεδιάζονται οι πυρήνες μη κανονικών εξαγωνικών κυψελών υπό γωνία  $\theta=20^\circ$  και  $\theta=15^\circ$ .

## **A.2. Σχεδίαση 2-d κυψελωτού πυρήνα μη κανονικών εξαγώνων (reentrant) με χρήση του λογισμικού AutoCAD**

Στη σχεδίαση κυψελωτού πυρήνα με reentrant στοιχεία λαμβάνουμε υπόψη τα ακόλουθα:

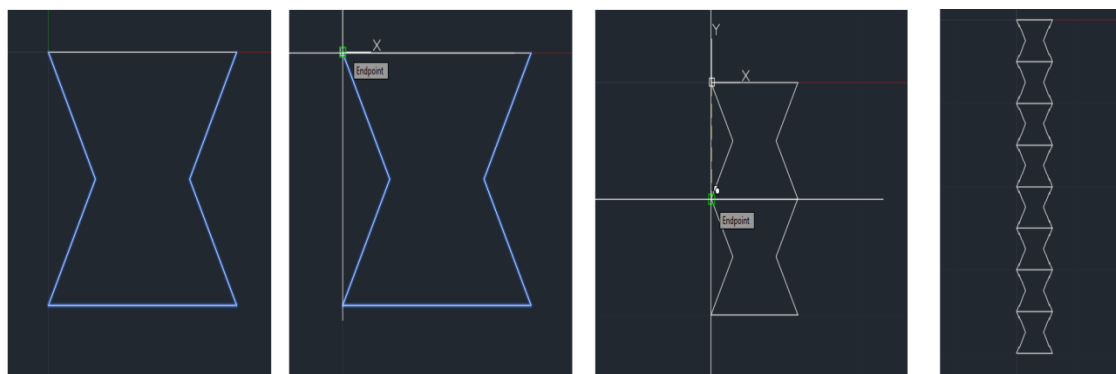
- Ύψος πυρήνα  $H=40\text{mm}$ ,  $L\approx 300\text{mm}$
- Ισοτροπική διάταξη, μη κανονικά εξαγώνια,  $h/l=2$ ,  $\theta=-30^\circ$
- Μήκος κεκλιμένων πλευρών  $l=40/(8*2*\cos-30^\circ)=2.886\text{mm}$
- Μήκος οριζόντιων πλευρών  $h=5.772\text{mm}$

Όπως και προηγουμένως ξεκινάμε τη σχεδίαση στην αρχή των αξόνων, δημιουργώντας την πρώτη κυψέλη reentrant σύμφωνα με το Σχήμα A.2.1, με χρήση της εντολής line.



**Σχήμα A.2.1.** Δημιουργία πρώτης κυψέλης.

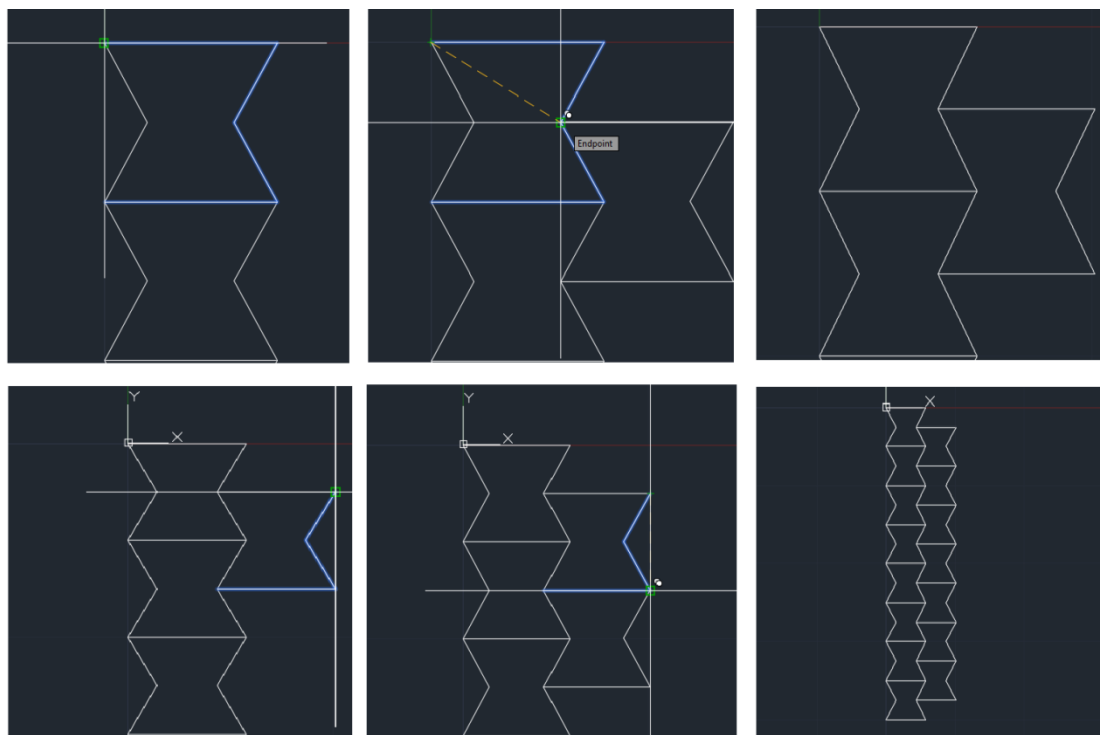
Στη συνέχεια επιλέγουμε όλες τις πλευρές της κυψέλης πλην την ανώτατη οριζόντια μέσω της εντολής copy, και επιλέγουμε για σημείο βάσης το ανώτατο αριστερό κόμβο ενώ για σημείο επικόλλησης τον κατώτατο αριστερό. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρις ότου σχηματιστούν 8 σειρές σύμφωνα με το Σχήμα A.2.2.



**Σχήμα A.2.2.** Σχεδίαση 1ης στήλης.

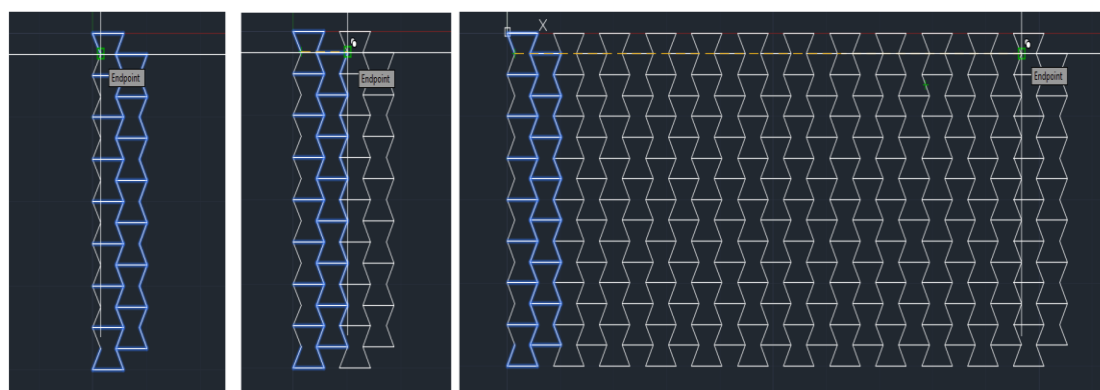
Για να δημιουργήσουμε την 2<sup>η</sup> στήλη αρχικά επιλέγουμε όλες τις πλευρές της πρώτης κυψέλης πλην των αριστερά κεκλιμένων με την εντολή copy με σημείο βάσης τον ανώτατο αριστερό κόμβο και επικόλλησης το μεσαίο από δεξιά (βλ. πάνω εικόνες Σχήματος Α.2.3).

Εφόσον σχεδιάσουμε με αυτόν τον τρόπο το πρώτο στοιχείο της 2<sup>ης</sup> στήλης, επιλέγουμε τις δεξιά κεκλιμένες και την κάτω οριζόντια πλευρά του, με σημείο βάσης τον ανώτατο δεξί κόμβο και σημείο αποκόλλησης τον κατώτατο δεξί (βλ. κάτω εικόνες Σχήματος Α.2.3).



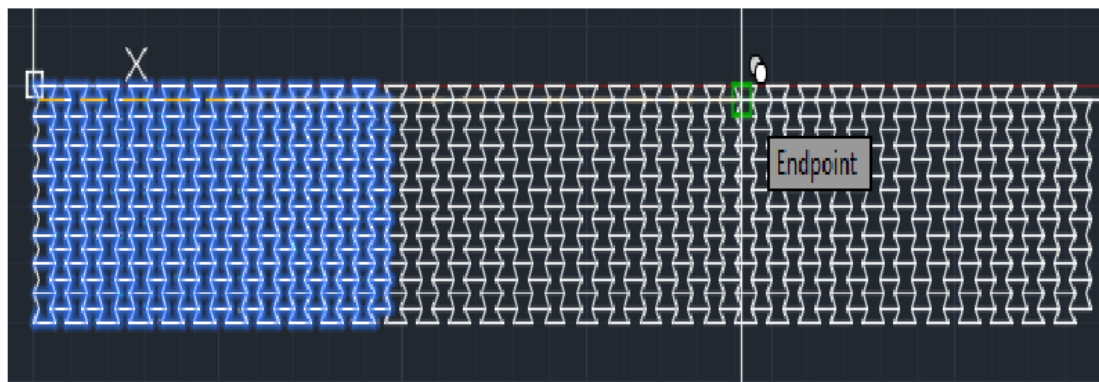
Σχήμα Α.2.3. Σχεδίαση της 2<sup>ης</sup> στήλης.

Στη συνέχεια πραγματοποιούμε οριζόντια αναπαραγωγή της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> στήλης όπως και στην περίπτωση των κανονικών εξαγώνων. Επιλέγοντας όλες τις πλευρές που απεικονίζονται στην αριστερή εικόνα του σχήματος Α.2.4 και με σημείο βάσης τον αριστερά κεντρικό κόμβο της πρώτης κυψέλης επικολλούμε τα επιλεγμένα στοιχεία στον άνω δεξιά κόμβο του πρώτου στοιχείου της δεύτερης στήλης (βλ. εικόνα 2 Σχήματος Α.2.4).



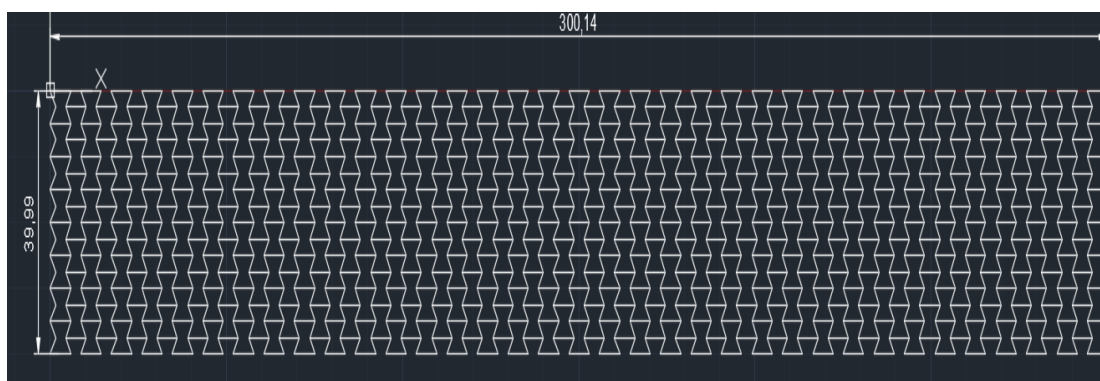
Σχήμα Α.2.4. Αναπαραγωγή 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> στήλης κατά τη διεύθυνση του άξονα x.

Η παραπάνω διαδικασία όπως και στο παράρτημα Α.1, μπορεί να συνεχισθεί μέχρις ότου σχεδιάσουμε ολόκληρο των πυρήνα, όμως για εξοικονόμηση χρόνου επιλέγουμε την οριζόντια αναπαραγωγή (2 φορές) του μέχρι τώρα σχεδιασθέντος τμήματος σύμφωνα με το Σχήμα Α.2.5.



**Σχήμα Α.2.5.** Προσέγγιση ολικού μήκους  $L$  του πυρήνα.

Ύστερα από διαστασιολόγηση (εντολή dimension) προέκυψε μήκος  $L=287.16\text{mm}$ , συνεπώς πρέπει να προσθέσουμε 3 στήλες ώστε να λάβουμε το επιθυμητό μήκος  $L=300.14\text{mm}$ . Ο πυρήνας που προκύπτει απεικονίζεται στο Σχήμα Α.2.6.



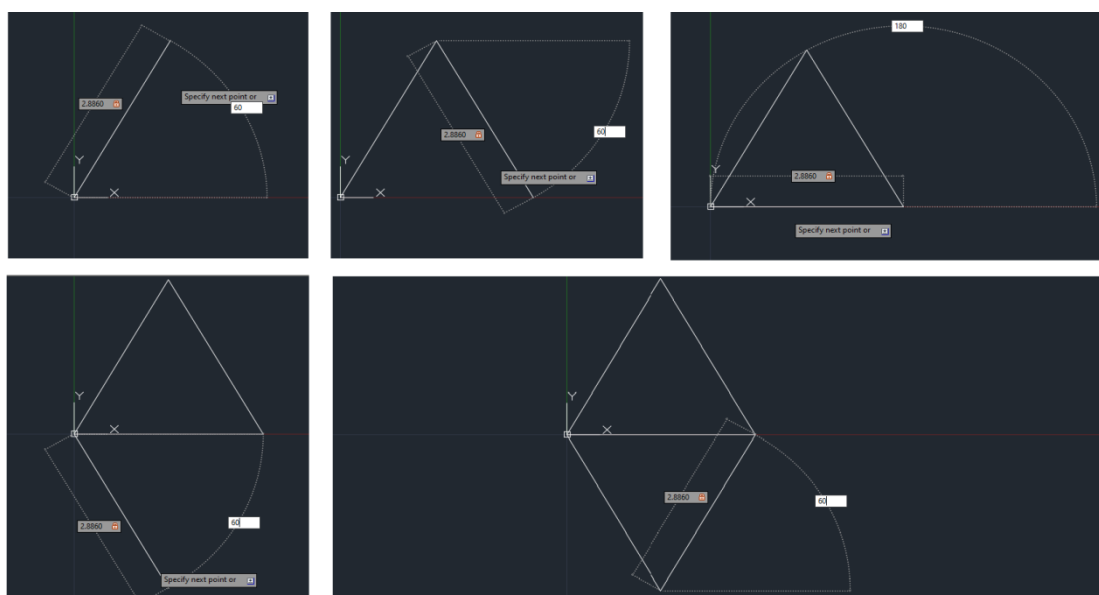
**Σχήμα Α.2.6.** Πυρήνας κυψελών reentrant.

### A.3. Σχεδίαση 2-d τριγωνικού κυψελωτού πυρήνα με χρήση του λογισμικού AutoCAD

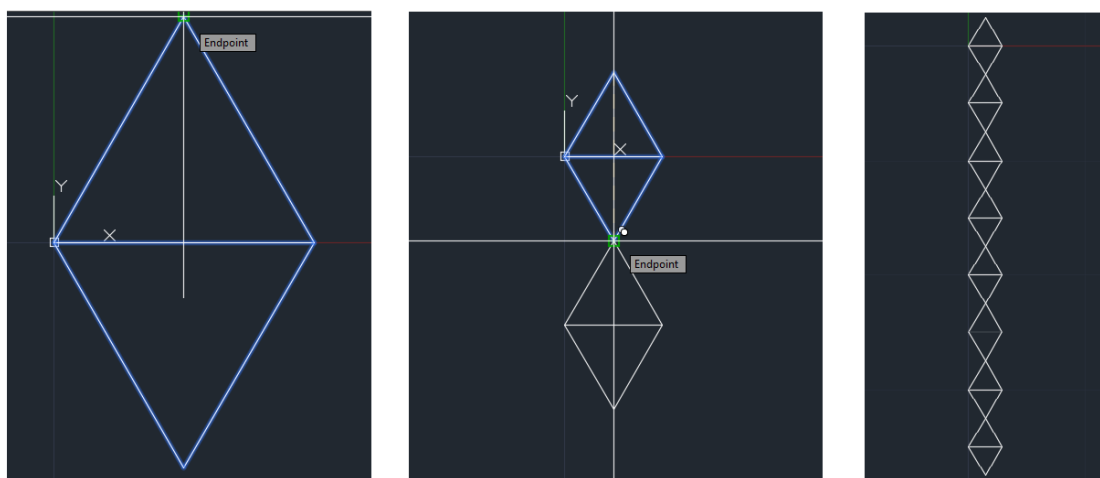
Οι σχεδιαστικές παράμετροι για τη δημιουργία πυρήνα αποτελούμενο από τριγωνικά στοιχεία είναι οι εξής:

- Ύψος  $H=40\text{mm}$ , μήκος  $L\approx 300\text{mm}$
- Ισοτροπική διάταξη,  $\theta=30^\circ$
- Μήκος πλευράς  $l=40/(16*\cos 30^\circ)$
- 16 σειρές (layers)

Ξεκινώντας τη σχεδίαση όπως και στο παράρτημα Α.1 και Α.2 σχεδιάζουμε το πρώτο τριγωνικό στοιχείο όπως φαίνεται στο Σχήμα Α.3.1 (πάνω εικόνες). Πρωτού ξεκινήσουμε την κατακόρυφη αναπαραγωγή είναι απαραίτητο να σχεδιάσουμε και δεύτερο τριγωνικό στοιχείο (βλ. Σχήμα Α.3.1, κάτω εικόνες).



Σχήμα Α.3.1. Δημιουργία δύο πρώτων τριγωνικών κυψελών.



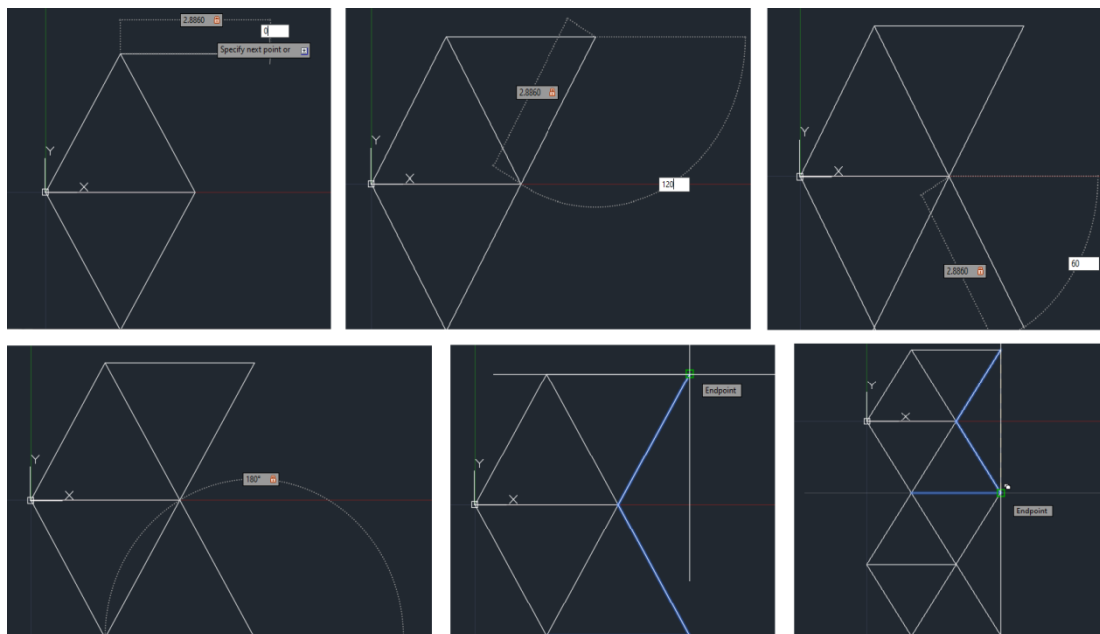
Σχήμα Α.3.2. Σχεδιασμός 1<sup>ης</sup> στήλης.



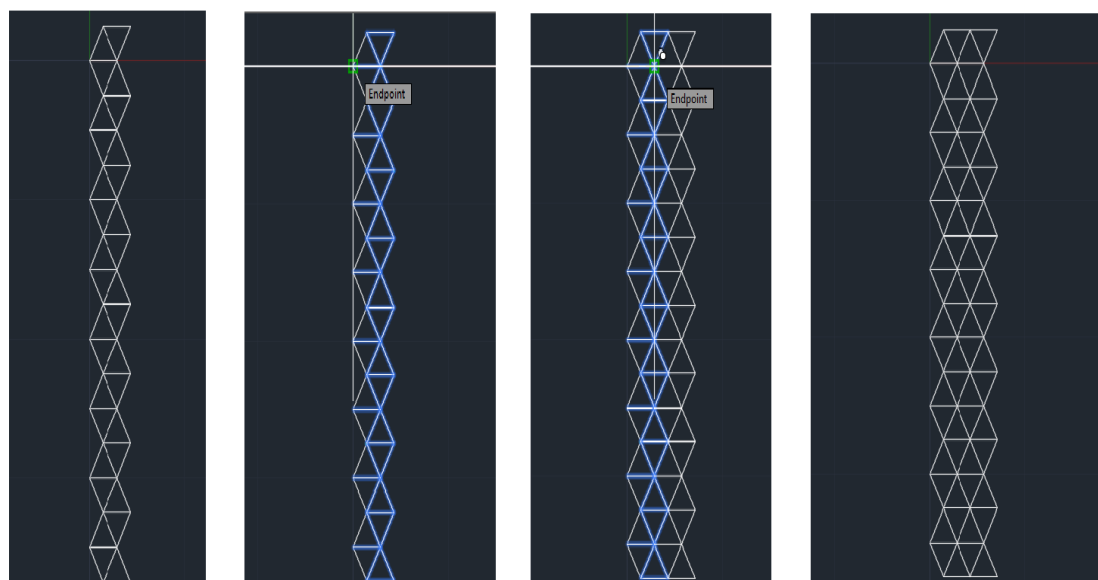
Ύστερα μέσω της εντολής `cory` επιλέγουμε τα δύο αυτά τριγωνικά στοιχεία (ή το ρόμβο) σχεδιάζουμε την πρώτη στήλη όπως στα παραρτήματα Α.1 και Α.2, με σημείο βάσης το ανώτατο σημείο του ρόμβου και σημείο επικόλλησης το κατώτατο σύμφωνα με το Σχήμα Α.3.2.

Στη συνέχεια για τη δημιουργία των δύο πρώτων τριγώνων ή του πρώτου ρόμβου της 2<sup>ης</sup> στήλης μέσω της εντολής `line` εισάγουμε τις γραμμές που απεικονίζονται στις εικόνες 1,2,3,4 (πάνω αριστερά προς δεξιά και αριστερή κάτω) του σχήματος Α.3.3.

Από την εντολή `cory` επιλέγουμε τις πλευρές που απεικονίζονται στο Σχήμα Α.3.3 (κάτω κέντρο) καθώς και το σημείο βάσης και επικόλλησης ως το άνω δεξιό και κάτω δεξιό αντίστοιχα (κάτω δεξιά εικόνα Σχήμα Α.3.3).



**Σχήμα Α.3.3.** Δημιουργία των πρώτων δύο τριγώνων της 2<sup>ης</sup> στήλης.

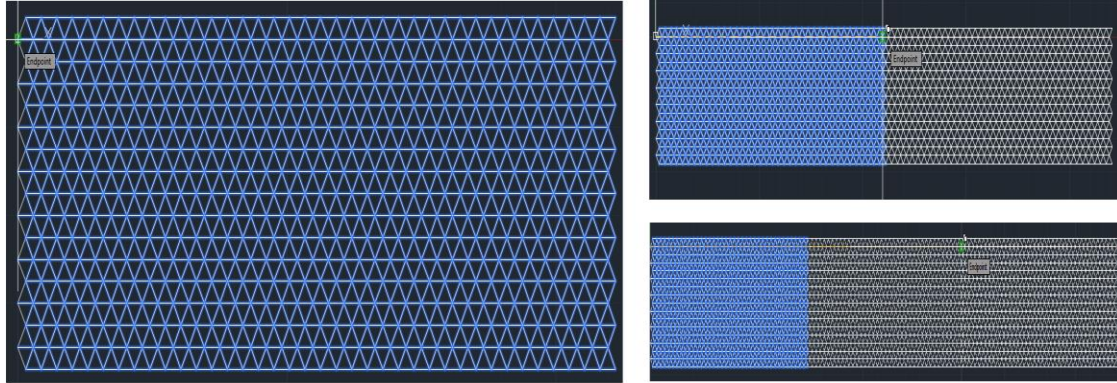


**Σχήμα Α.3.4.** Αναπαραγωγή των δύο αρχικών στηλών.

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία σχηματίζουμε τη δεύτερη στήλη (εικόνα πάνω αριστερά Σχήμα Α.3.4). Ύστερα επιλέγουμε για αναπαραγωγή όλες τις πλευρές της 2<sup>ης</sup> στήλης και τις οριζόντιες πλευρές της 1<sup>ης</sup> στήλης (εικόνα 2 σχήμα Α.3.4) με σημείο βάσης τον κόμβο σύζευ-

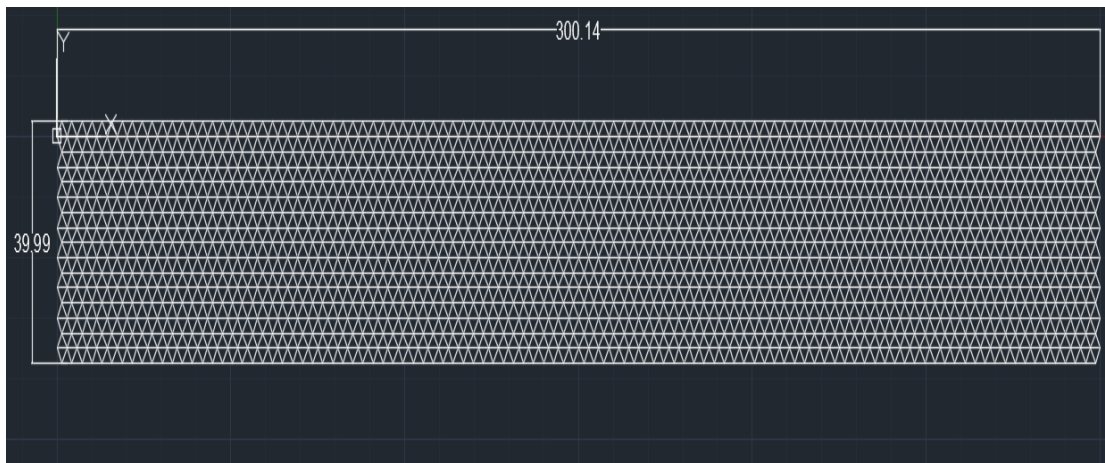
ξης των αριστερά κεκλιμένων πλευρών του πάνω ρόμβου της πρώτης στήλης και σημείο επικόλλησης (για κάθε αναπαραγωγή) τον κατώτερο κόμβο του ανώτατου τριγώνου της τελευταίας στήλης.

Όπως και πριν, η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί μέχρις ότου ολοκληρωθεί η σχεδίαση, όμως για εξοικονόμηση χρόνου επιλέγουμε τη δημιουργία ενός ικανοποιητικού ποσοστού του πυρήνα (~1/3) το οποίο ύστερα επιλέγουμε για αναπαραγωγή δύο φορές (βλ. Σχήμα Α.3.5).



Σχήμα Α.3.5) Αναπαραγωγή τμήματος του πυρήνα μία (πάνω δεξιά) και δύο φορές (κάτω δεξιά).

Με χρήση της εντολής dimension λαμβάνουμε μήκος 329mm. Συνεπώς ένα τμήμα (10 στήλες) της σχεδίασης πρέπει να αποκοπεί. Ύστερα και από την τελευταία αυτή επεξεργασία λαμβάνουμε το Σχήμα Α.3.6 διαστάσεων του πυρήνα:  $L=300.14\text{mm}$  και  $H=39.99\approx 40\text{mm}$ .



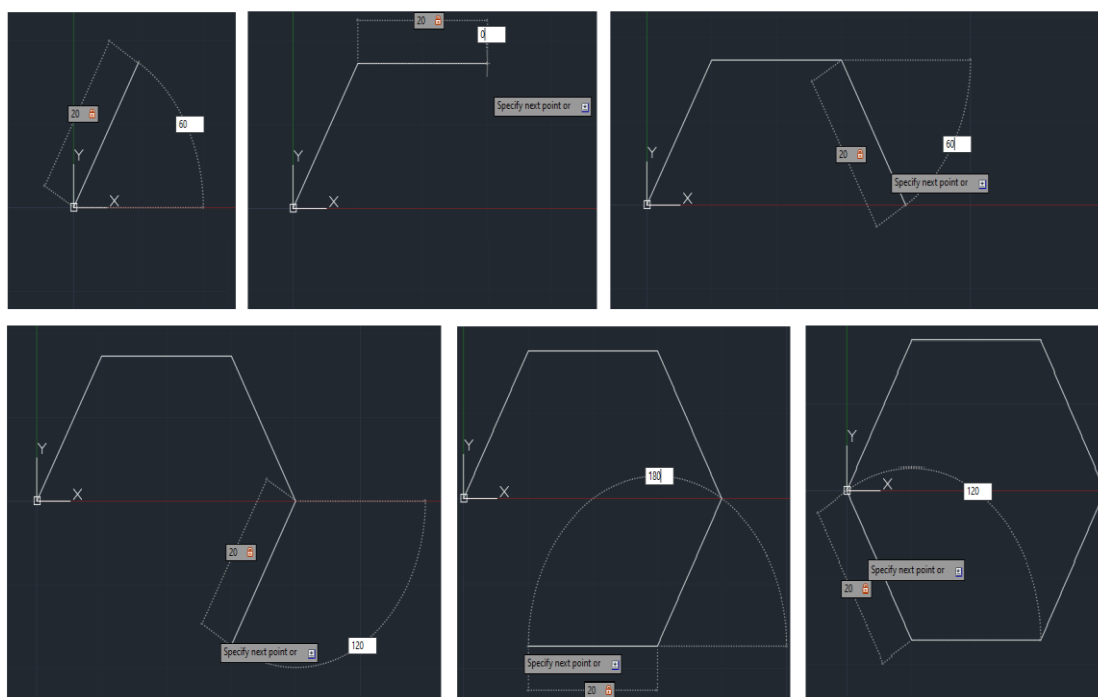
Σχήμα Α.3.6) Τελικό σχέδιο τριγωνικού κυψελωτού πυρήνα.

#### **A.4. Σχεδίαση 2-d εσχάρας με χρήση του λογισμικού AutoCAD**

Στο σχεδιαστικό πλαίσιο του AutoCAD σχεδιάζουμε μία εσχάρα (ή ισοδύναμη κυψελοειδή πλάκα) με τους ακόλουθους περιορισμούς:

- Κυψέλες από κανονικά εξάγωνα :  $h=1, \theta=30^\circ$
- Εσχάρα σχήματος κανονικού εξαγώνου,  $H=L, \theta=30^\circ$
- 6 κυψέλες ως πρώτη εσωτερική σειρά περιμετρικά της εσχάρας
- Απόσταση  $f=440\text{mm}$  (από περιορισμό εκτύπωσης), συνεπώς  $H=L=440/2=220\text{mm}$
- Συνδεσμολογία κυψελών κοινού κόμβου (δύο κυψέλες έχουν ένα κοινό κόμβο)
- Μήκος πλευράς κυψέλης  $h=1=220/11=20\text{mm}$  (6 κυψέλες + 5 διάκενα μήκους πλευράς κυψέλης)

Όπως και προηγουμένως ξεκινάμε τη σχεδίαση από την αρχή των αξόνων, δημιουργώντας το πρώτο κυψελωτό στοιχείο μέσω της εντολής line σύμφωνα με το Σχήμα A.4.1.

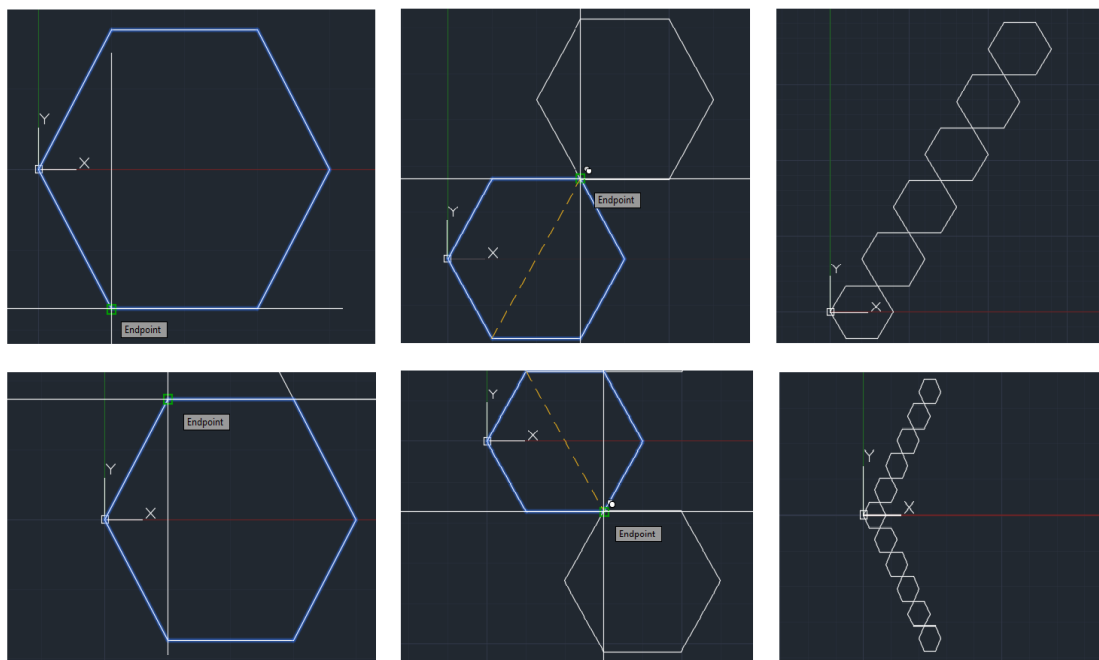


**Σχήμα A.4.1.** Σχεδίαση 1<sup>ης</sup> κυψέλης.

Θα δημιουργήσουμε πρώτα τα περιμετρικά στοιχεία των αριστερά κεκλιμένων πλευρών της εσχάρας και ύστερα θα επεκταθούμε στο εσωτερικό της και στις δεξιά κεκλιμένες πλευρές.

Επιλέγοντας όλες τις πλευρές του κυψελωτού στοιχείου μέσω της εντολής copy με σημείο βάσης τον κατώτατο αριστερά κόμβο επικολλούμε στον ανώτατο δεξιά και πάνω κόμβο το εξάγωνο μας.

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία 4 φορές συμπληρώνουμε τα υπόλοιπα στοιχεία της πρώτης κεκλιμένης πλευράς (εικόνα πάνω δεξιά σχήματος A.4.2). Στη συνέχεια με την ίδια μέθοδο, με σημείο βάσης τον ανώτατο αριστερό κόμβο και επικόλλησης τον κατώτατο δεξί κόμβο σχεδιάζουμε τα στοιχεία της δεύτερης κεκλιμένης πλευράς (κάτω εικόνες σχήματος A.4.2).

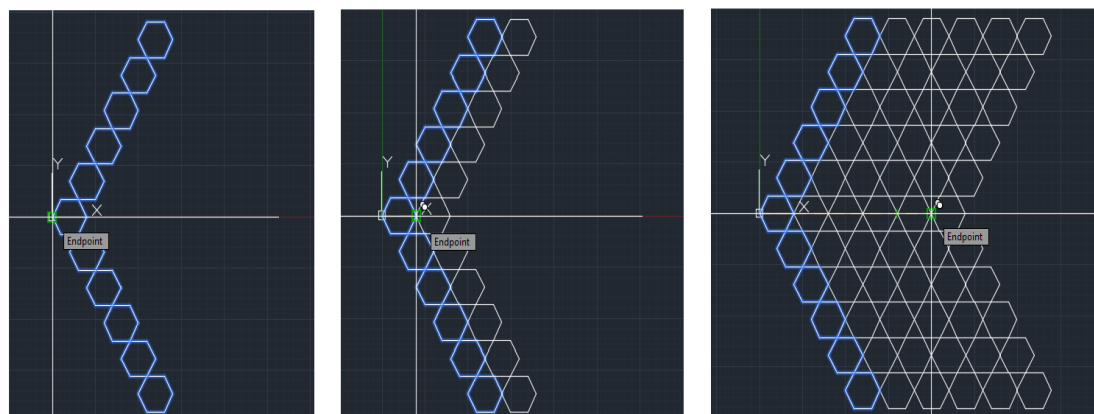


**Σχήμα Α.4.2.** Σχεδίαση 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> κεκλιμένης στήλης.

Στη συνέχεια θα σχεδιάσουμε τα κυψελωτά στοιχεία της ανώτατης και κατώτατης σειράς της εσχάρας ενώ ταυτόχρονα θα επεκταθούμε στο εσωτερικό της προς εξοικονόμηση χρόνου.

Για να το πετύχουμε αυτό επιλέγουμε όλα τα στοιχεία που έχουμε σχεδιάσει έως τώρα με σημείο βάσης τον κόμβο που βρίσκεται στην αρχή των αξόνων και σημείο επικόλλησης τον απέναντι ακριανό κόμβο του (αριστερή και κεντρική εικόνα σχήματος Α.4.3).

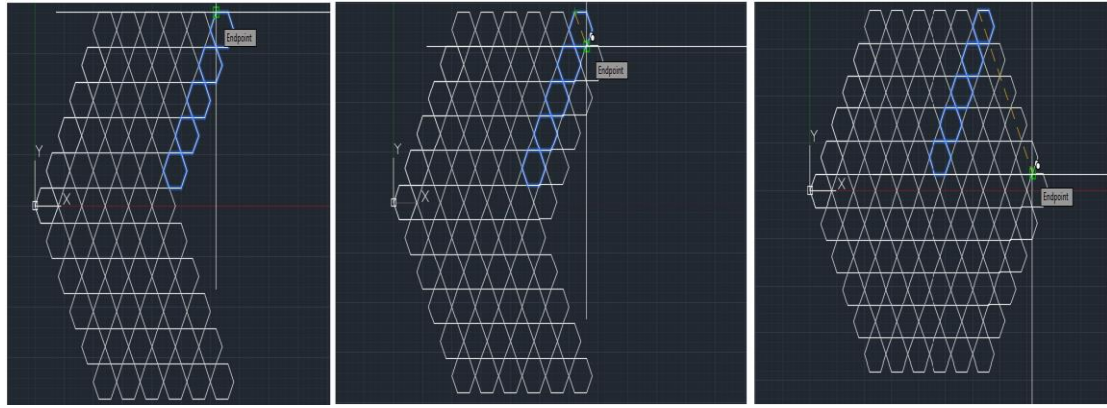
Η διαδικασία επαναλαμβάνεται 4 φορές μέχρις ότου σχηματιστούν 6 κυψέλες στο άνω και κάτω τμήμα της προς κατασκευή εσχάρας (δεξιά εικόνα σχήματος Α.4.3)



**Σχήμα Α.4.3.** Σχηματισμός ανώτατης και κατώτατης σειράς με ταυτόχρονη επέκταση στο εσωτερικό της εσχάρας.

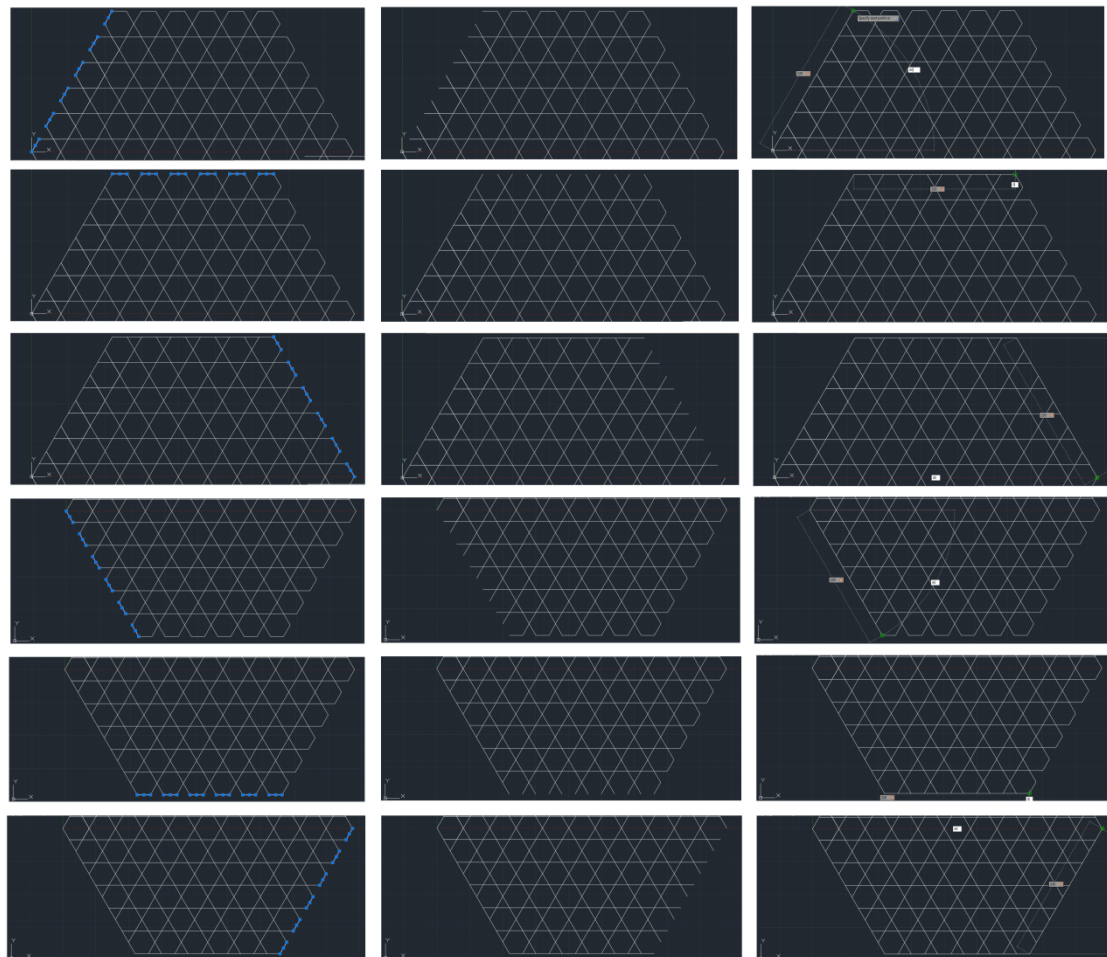
Για την ολοκλήρωση του σχεδιασμού των κυψελών της εσχάρας επιλέγουμε 5 εξάγωνα από ακριανή δεξιά κεκλιμένη στήλη (αριστερή εικόνα σχήματος Α.4.4) με σημείο βάσης τον ανώτατο αριστερό κόμβο του πρώτου εξαγώνου και επικόλλησης τον κατώτατο δεξιά κόμβο σχηματίζοντας έτσι άλλη μία κεκλιμένη στήλη (κεντρική εικόνα σχήματος Α.4.4).

Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρις ότου συμπληρωθεί η εσχάρα όπου σχηματίζεται η εξαγωνική γεωμετρία της (δεξιά εικόνα σχήματος Α.4.4).

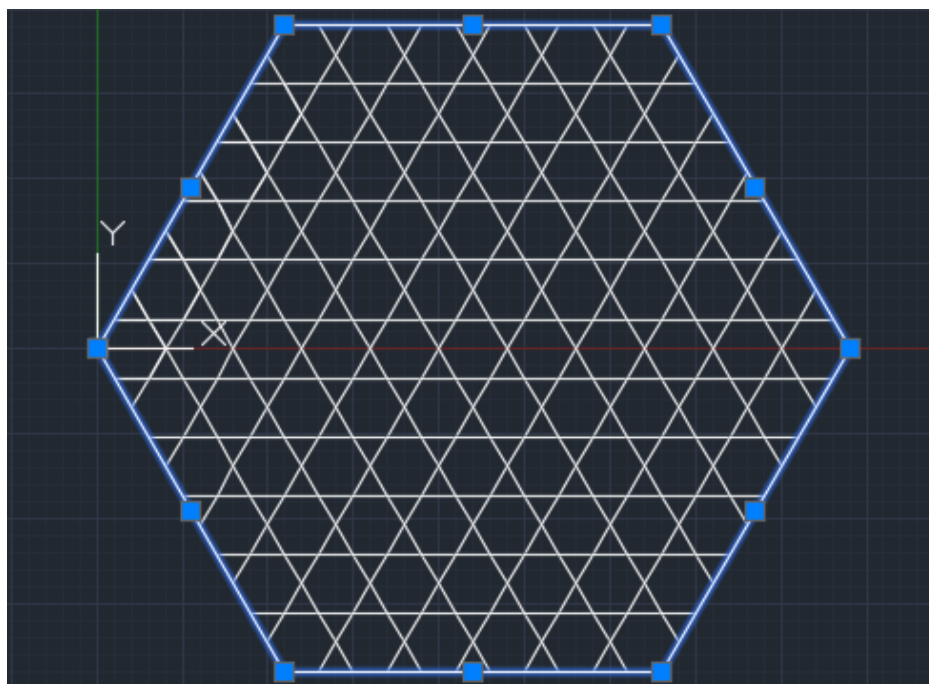


**Σχήμα Α.4.4.** Συμπλήρωση κυψελωτών στοιχείων εσχάρας.

Σε αυτό το σημείο η εσχάρα μας είναι σχεδόν έτοιμη, εκκρεμεί η προσθήκη των εξωτερικών πλευρών της, ευθείες οι οποίες συνδέουν τις τα εξωτερικά κυψελωτά στοιχεία. Υπάρχουν δύο τρόποι σχεδίασης, ο 1<sup>ος</sup> περιλαμβάνει την ένωση των ακριανών τοιχωμάτων των εξωτερικών κυψελών με ευθείες, γεγονός που τον καθιστά χρονοβόρο, ενώ ο 2<sup>ος</sup> βασίζεται στην διαγραφή των εξωτερικών πλευρών των κυψελών και την τοποθέτηση 6 ενιαίων ευθειών. Επιλέγουμε τον 2<sup>ο</sup> τρόπο ο οποίος παρουσιάζεται στο Σχήμα Α.4.5 και Α.4.6.

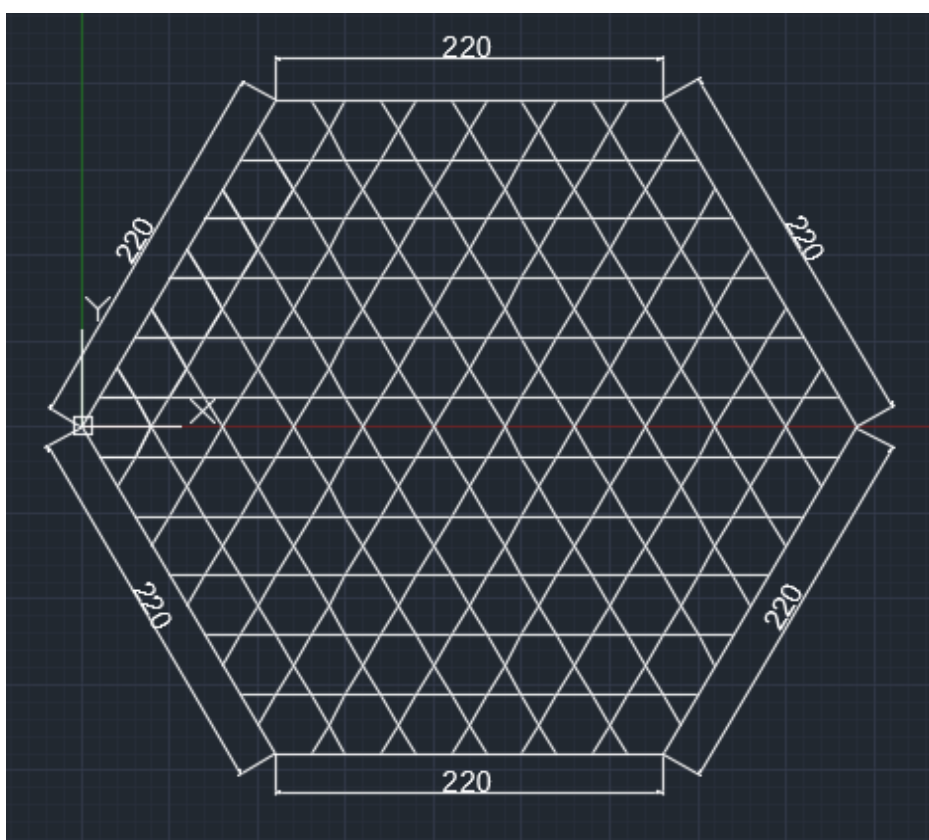


**Σχήμα Α.4.5.** Σχεδίαση εξωτερικών πλευρών εσχάρας.



**Σχήμα Α.4.6.** Οι εξωτερικές πλευρές της εσχάρας.

Τέλος όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις (παραρτήματα Α.1,Α.2,Α.3) πραγματοποιούμε διαστασιολόγηση ώστε να βεβαιωθούμε για το αποτέλεσμα μας. Οι εξωτερικές διαστάσεις καθώς και το τελικό σχέδιο της εσχάρας παρουσιάζονται στο Σχήμα Α.4.7.



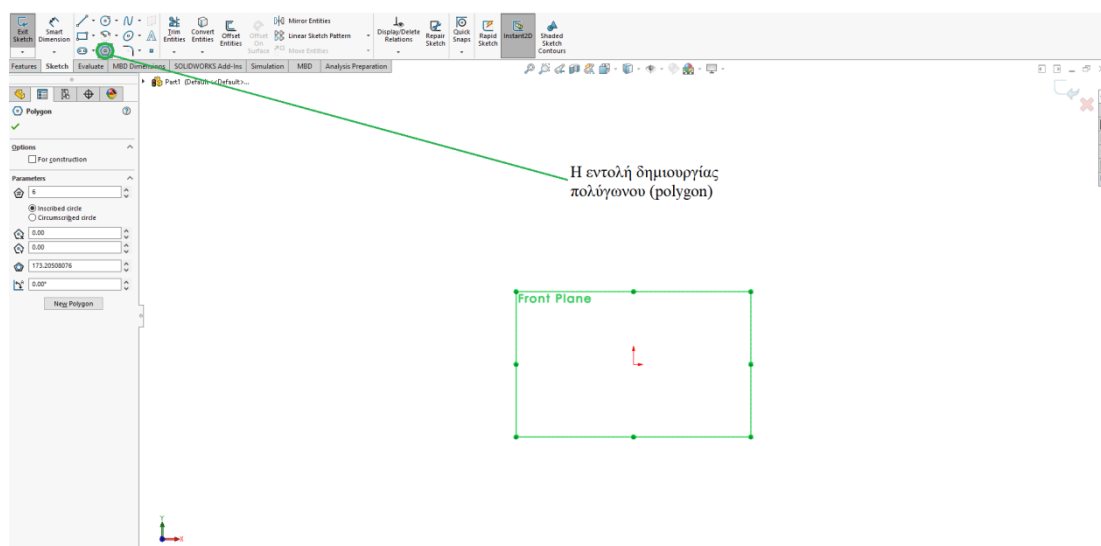
**Σχήμα Α.4.7.** Η εσχάρα ή ισοδύναμη κυψελοειδής πλάκα.

### **A.5. Σχεδίαση 3-d εσχάρας με χρήση του λογισμικού Solidworks**

Στο σχεδιαστικό πλαίσιο του λογισμικού Solidworks σχεδιάζουμε εσχάρα (ή ισοδύναμη κυψελοειδή πλάκα) με βάση τις ακόλουθες παραμέτρους:

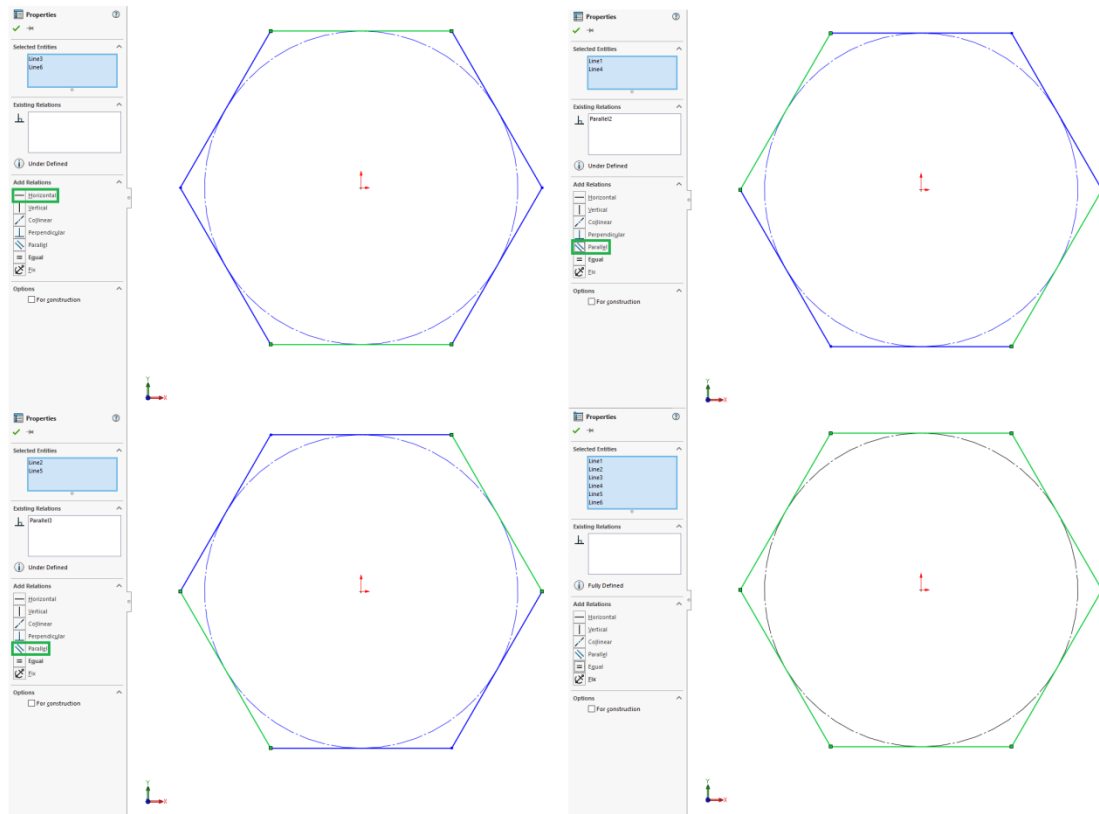
- Κυψέλες κανονικών εξαγώνων μήκους  $h=1=20\text{mm}$  υπό γωνία  $\theta=30^\circ$
- Έξι κυψέλες κατά μήκος (περιμετρικά) κάθε πλευράς της εσχάρας.
- Εσχάρα σχήματος κανονικού εξαγώνου με πάχος κυψελών και πλευρών  $t=2\text{mm}$ , μήκος  $H=L=208.45\text{mm}$  (εξαιτίας τρισδιάστατου σχεδιασμού στις περιοχές σύνδεσης κυψελών υπάρχει διείσδυση της μίας στην άλλη συνεπώς το μήκος  $<220\text{mm}$ ) και γωνίας  $\theta=30^\circ$
- Συνδεσμολογία κυψελών κοινού κόμβου (όπως στο Παράρτημα Α.4)
- Βάθος εσχάρας  $b=10\text{mm}$
- Απόσταση  $f=416.90\text{mm}$

Επιλέγοντας τη δημιουργία νέου εξαρτήματος ('part') ορίζουμε ως σχεδιαστικό πλαίσιο το εμπρόσθιο (front plane) και ξεκινάμε τη σχεδίαση της πρώτης κυψέλης μέσω της εντολής polygon από όπου επιλέγουμε τον αριθμό των πλευρών του πολύγωνου (6) και στη συνέχεια το κέντρο σχεδίασης ως την αρχή των αξόνων (κόκκινοι άξονες εντός του front plane) σύμφωνα με το Σχήμα Α.5.1 (Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).

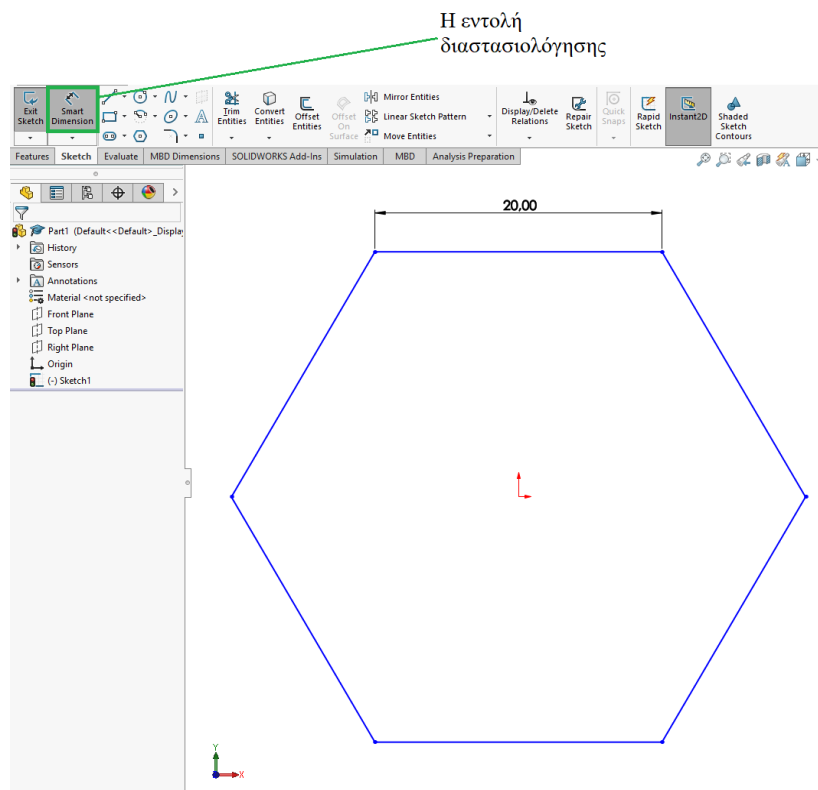


**Σχήμα Α.5.1.** Η εντολή εισαγωγής πολύγωνου (Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).

Πρωτού καταχωρήσουμε τις διαστάσεις της κυψέλης πρέπει να ορίσουμε τις σχέσεις (relations) των πλευρών. Επιλέγουμε την άνω και την κάτω πλευρά ως οριζόντιες (horizontal) και ύστερα τις κεκλιμένες σαν παράλληλες ανά δύο ζεύγη (πάνω αριστερή με κάτω δεξιά, πάνω δεξιά με κάτω αριστερή). Στη συνέχεια επιλέγουμε όλες τις πλευρές και καταχωρούμε την μεταξύ τους ισότητα (equal). Τα παραπάνω απεικονίζονται στο Σχήμα Α.5.2. Ύστερα διαγράφουμε τον εσωτερικό κύκλο και επιλέγουμε τη διαστασιολόγηση της κυψέλης μέσω της εντολής smart dimension (βλ. Σχήμα Α.5.3) από όπου καταχωρούμε μήκος πλευράς 20mm. Σημειώνεται πως εξαιτίας της γεωμετρίας και των σχέσεων μεταξύ των πλευρών η γωνία  $\theta$  έχει ήδη καταχωρηθεί ίση με  $30^\circ$  και προβολή της στο σχέδιο ισοδυναμεί με υπερδιαστασιολόγηση (Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).



Σχήμα Α.5.2. Καθορισμός σχέσης μεταξύ πλευρών.

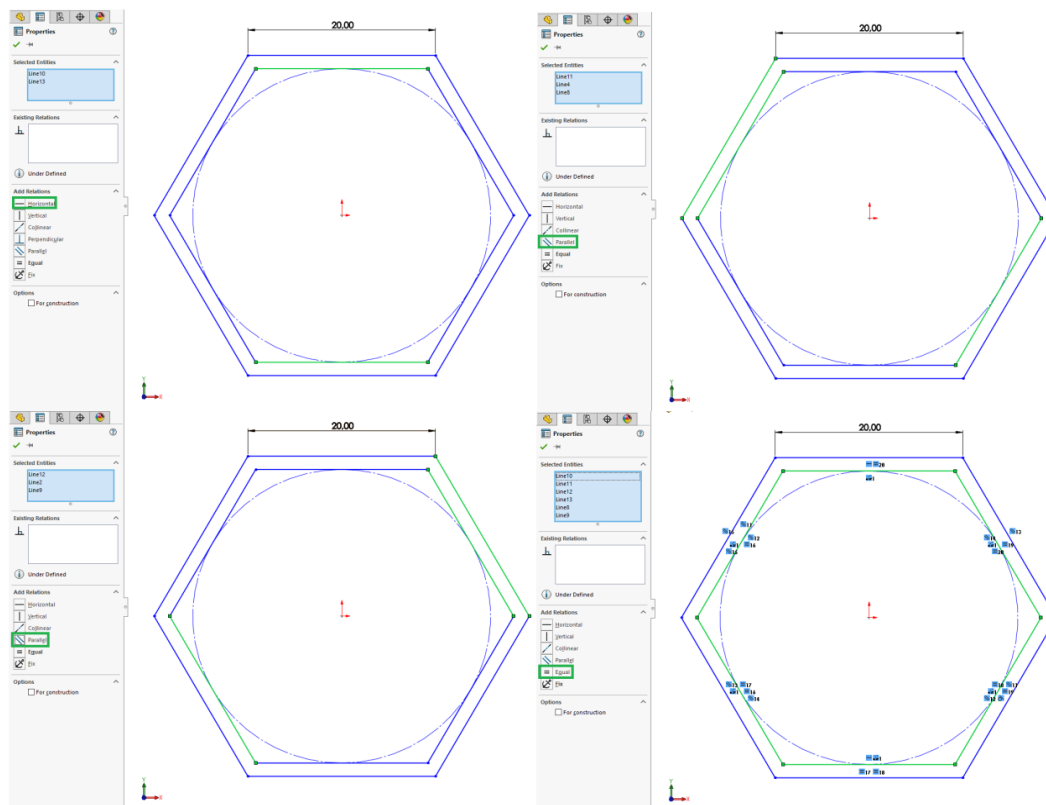


Σχήμα Α.5.3. Καταχώρηση διαστάσεων  $h, l$   
(Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).

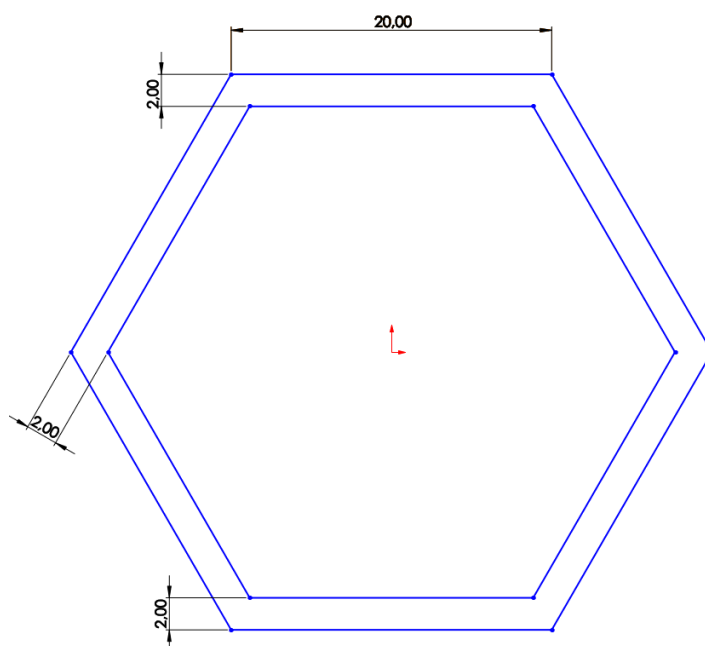


Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία δημιουργούμε ένα εσωτερικό πολύγωνο για το οποίο ορίζουμε τις άνω και κάτω πλευρές ως οριζόντιες και τις κεκλιμένες ως παράλληλες ανά δύο ζεύγη αναφορικά με μία από τις πλευρές του εξωτερικού πολυγώνου (βλ. Σχήμα Α.5.4).

Επιλέγουμε όλες οι πλευρές του εσωτερικού εξαγώνου να είναι ίσες μεταξύ τους όπως και προηγούμενως.



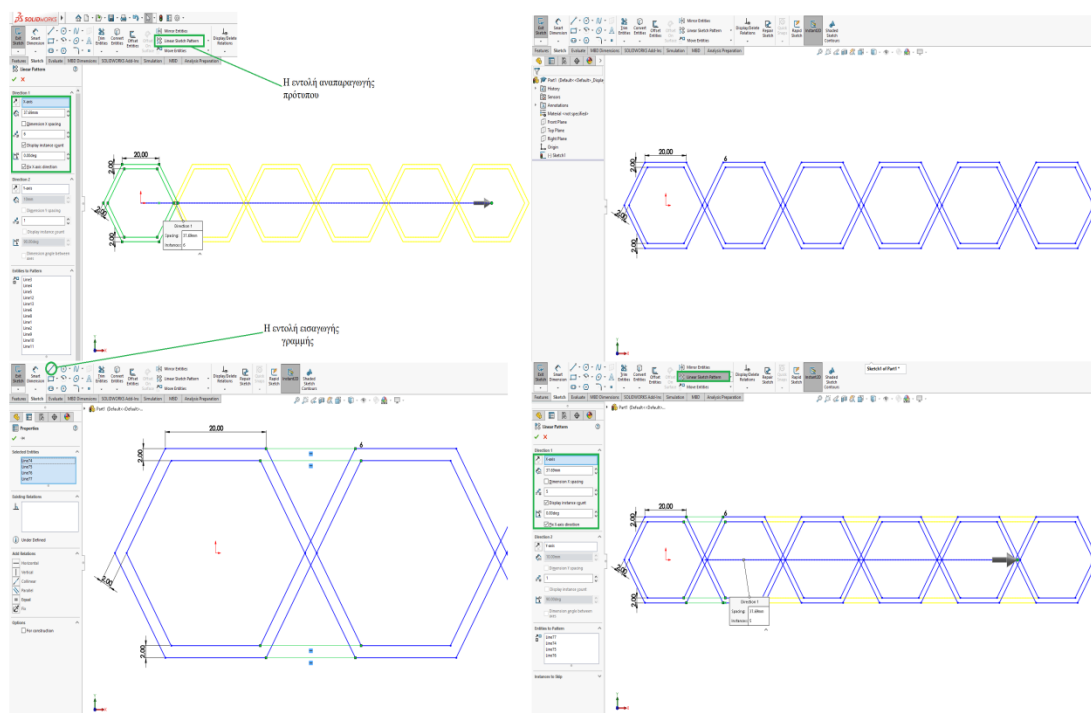
Σχήμα Α.5.4. Δημιουργία και καταχώρηση σχέσεων μεταξύ των πλευρών εσωτερικού εξαγώνου.



Σχήμα Α.5.5. Διαστασιολόγηση πάχους κυψέλης.

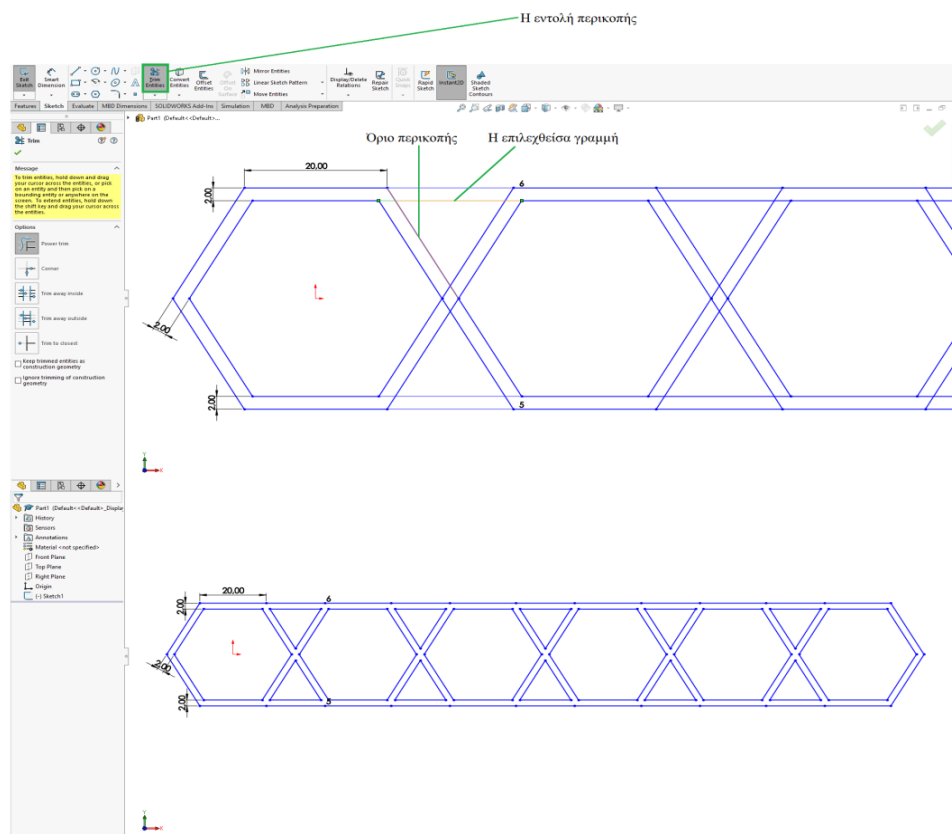
Ύστερα σβήνουμε τον εσωτερικό κύκλο του μικρού εξαγώνου και ορίζουμε το πάχος ως την απόσταση μεταξύ των πλευρών εξωτερικού και εσωτερικού πολυγώνου στα 2mm μέσω της εντολής smart dimension (βλ. Σχήμα Α.5.5).

Στη συνέχεια μέσω της εντολής αναπαραγωγής πρότυπου (linear sketch pattern) επιλέγουμε όλες τις πλευρές του εξωτερικού και εσωτερικού πολυγώνου με χρήση μίας κατεύθυνσης κατά τον άξονα x υπό γωνία 0° σε απόσταση  $40 - (2/\cos 30^\circ) = 37.69\text{mm}$ , με αριθμό αναπαραγωγής 6 (βλ. Σχήμα Α.5.6 εικόνα πάνω αριστερά). Το αποτέλεσμα φαίνεται στην άνω δεξιά εικόνα του σχήματος Α.5.6. Ύστερα ενώνουμε τις κυψέλες (εσωτερικά και εξωτερικά πολύγωνα) μέσω της εντολής εισαγωγής γραμμής (line) και αναπαριστούμε αυτή την ένωση μέσω της εντολής linear sketch pattern που χρησιμοποιήσαμε πριν, με μοναδική διαφορά τον αριθμό αναπαραγωγής (5) όπως φαίνεται στις κάτω εικόνες του σχήματος Α.5.6 (Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).



**Σχήμα Α.5.6.** Αναπαραγωγή κυψελών κατά τον άξονα x (πάνω) και ένωση τους (κάτω)  
(Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).

Στη συνέχεια περικόπτουμε τις περιοχές των γραμμών που διεισδύουν η μία στην άλλη μέσω της εντολής trim entities από όπου επιλέγουμε για κάθε γραμμή ξεχωριστά το όριο περικοπής της μέχρις ότου κατασκευασθεί το πρότυπο που απεικονίζεται στο Σχήμα Α.5.7 (Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).



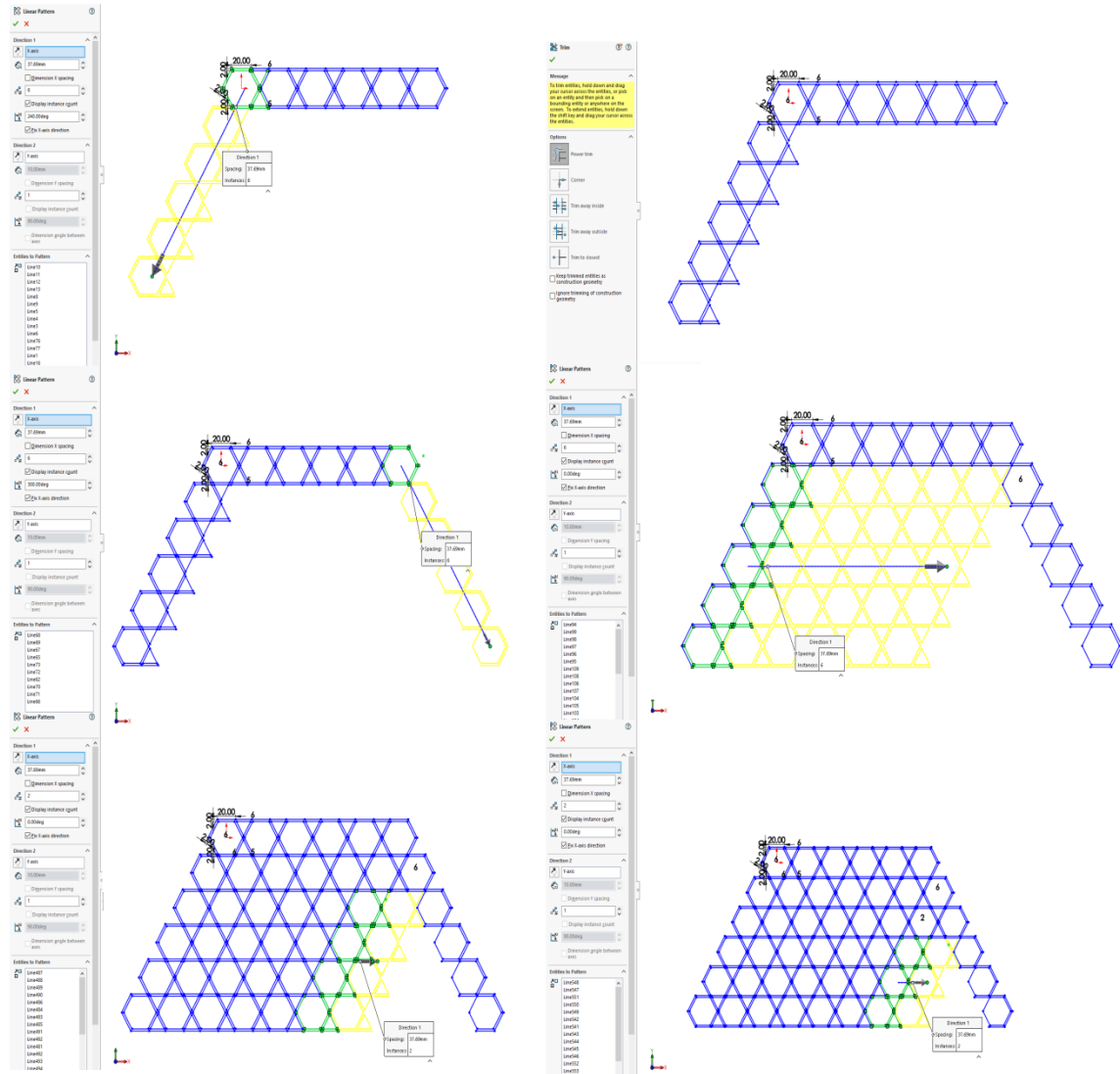
**Σχήμα A.5.7.** Περικοπή περιοχών διείδυσης  
(Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).

Στη συνέχεια επιλέγουμε τις πλευρές που απεικονίζονται με πράσινο χρώμα στην πάνω αριστερή εικόνα του σχήματος A.5.8 και με την εντολή αναπαραγωγής άλλα 5 εξάγωνα κατά την κατεύθυνση που δείχνει το βέλος ( $240^\circ$ ).

Σχεδιάζουμε ύστερα κατ'αντιστοιχία τα 5 εξάγωνα της δεξιάς πλευράς επιλέγοντας τα στοιχεία που χρωματίζονται στην κεντρική αριστερή εικόνα του σχήματος A.5.8 με γωνία αναπαραγωγής  $300^\circ$ .

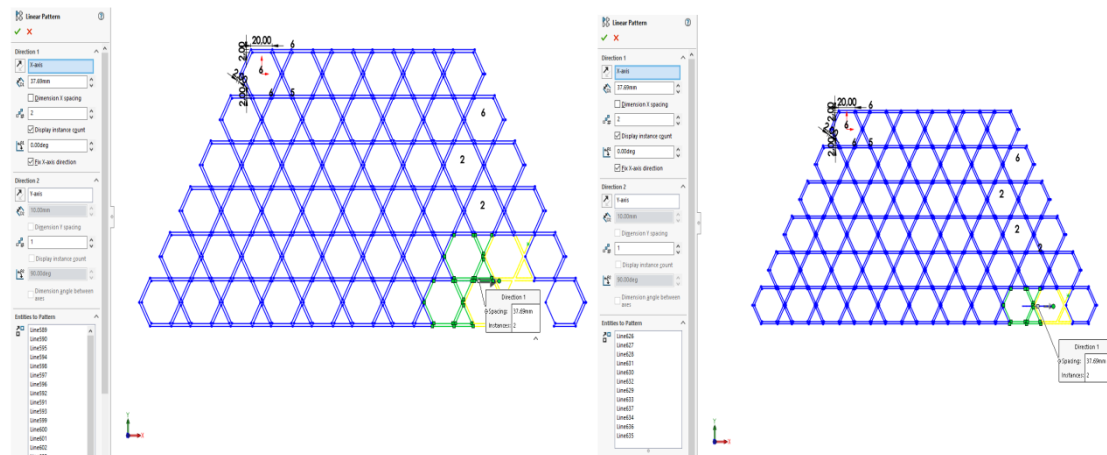
Για να επεκτείνουμε την αναπαραγωγή στο εσωτερικό επιλέγουμε τα στοιχεία που απεικονίζονται στην δεξιά κεντρική εικόνα του σχήματος A.5.8 υπό γωνία αναπαραγωγής  $0^\circ$ .

Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία επιλέγοντας τα στοιχεία που απεικονίζονται με το ίδιο χρώμα (πράσινο) στην κάτω αριστερή και δεξιά εικόνα του ίδιου σχήματος. Σημειώνεται πως η απόσταση αναπαραγωγής παραμένει ίδια (37.69mm) για όλες περιπτώσεις.



Σχήμα Α.5.8. Δημιουργία άνω τμήματος της εσχάρας.

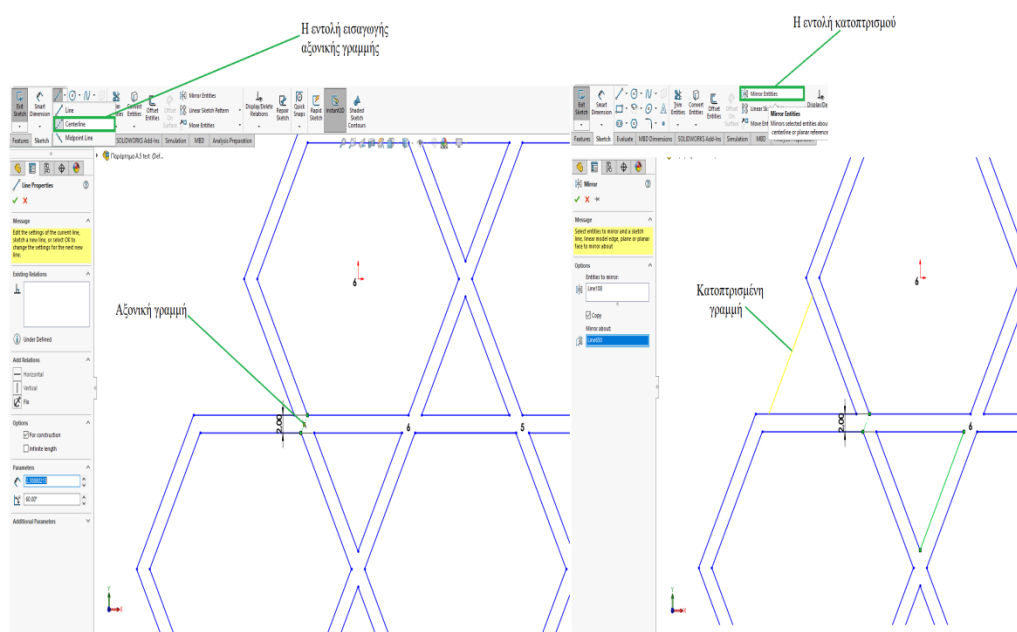
Ολοκληρώνουμε τη διαδικασία αναπαραγωγής επιλέγοντας τα στοιχεία που απεικονίζονται στο Σχήμα Α.5.9.



Σχήμα Α.5.9. Ολοκλήρωση διαδικασίας αναπαραγωγής.

Στη συνέχεια μέσω της εντολής trim entities περικόπτουμε τις γραμμές που εισέρχονται η μία στην άλλη ή γραμμές που γεφυρώνουν διαφορετικά μεταξύ τους σχήματα (π.χ. γραμμές που ενώνουν εξάγωνα με γειτονικούς τριγωνικούς σχηματισμούς).

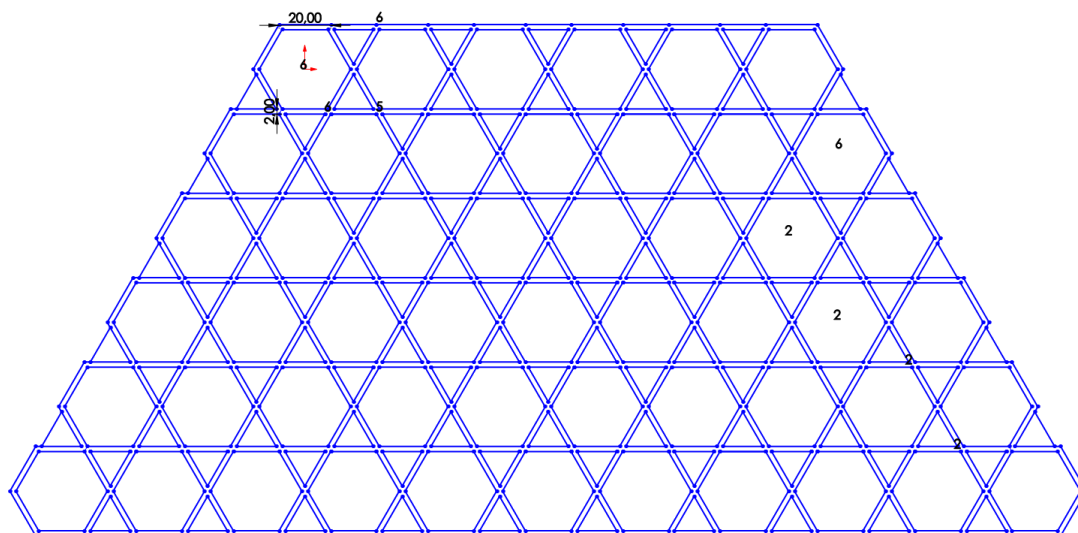
Σε αυτό το σημείο πρέπει να συμπληρώσουμε τα κενά στις εξωτερικές πλευρές αριστερά και δεξιά του σχεδίου με τους τριγωνικούς σχηματισμούς που λείπουν. Γι' αυτό το σκοπό χρησιμοποιούμε την εντολή centerline για την εισαγωγή αξονικής γραμμής η οποία λειτουργεί ως γραμμή κατοπτρισμού και ενώνουμε τα σημεία που απεικονίζονται στο Σχήμα Α.5.10. Ύστερα επιλέγουμε (πράσινο χρώμα) τη γραμμή που θα 'κατοπτριστεί' μέσω της εντολής mirror entities καθώς και την αξονική γραμμή (βλ. δεξιά εικόνα σχήματος Α.5.10). Η προεπισκόπηση της γραμμής που θα δημιουργηθεί εμφανίζεται με κίτρινο χρώμα (Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).



**Σχήμα Α.5.10.** Κατοπτρισμός γραμμής (Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).

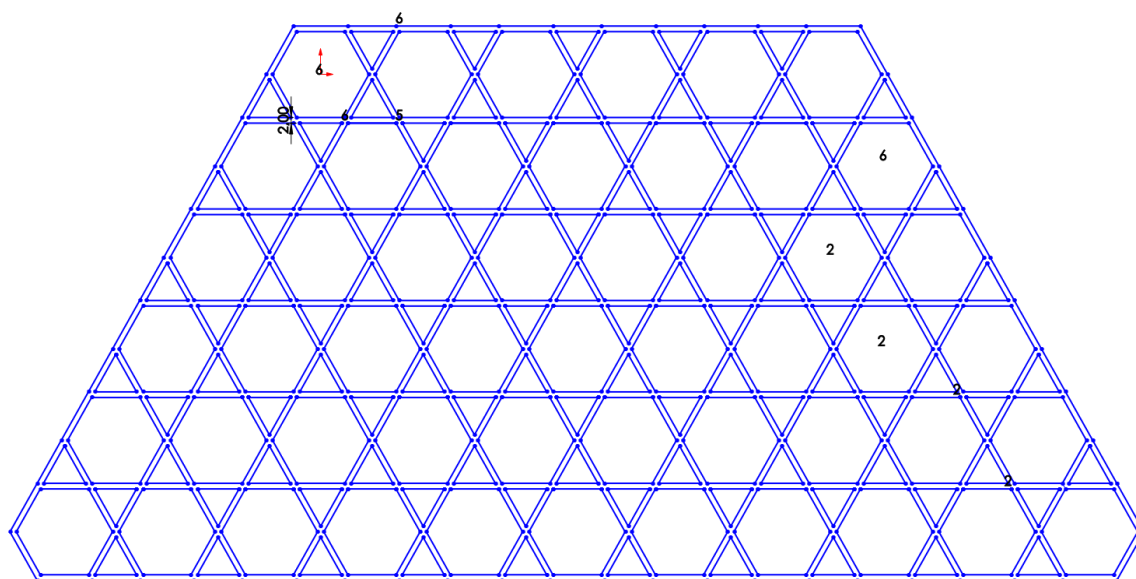
Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία συμπληρώνοντας όλους τους τριγωνικούς σχηματισμούς που λείπουν από τις εξωτερικές πλευρές αριστερά του σχεδίου επιλέγοντας όλες τις κάτω πλευρές των τριγώνων που βρίσκονται στην κατεύθυνση νοητής ευθείας υπό κλίση  $240^\circ$ , με βάση την αξονική γραμμή.

Στη συνέχεια και με τον ίδιο τρόπο συμπληρώνουμε την αντίστοιχη δεξιά πλευρά του σχεδίου λαμβάνοντας το Σχήμα Α.5.11. Εφόσον ολοκληρωθεί η διαδικασία σβήνουμε τις αξονικές γραμμές.



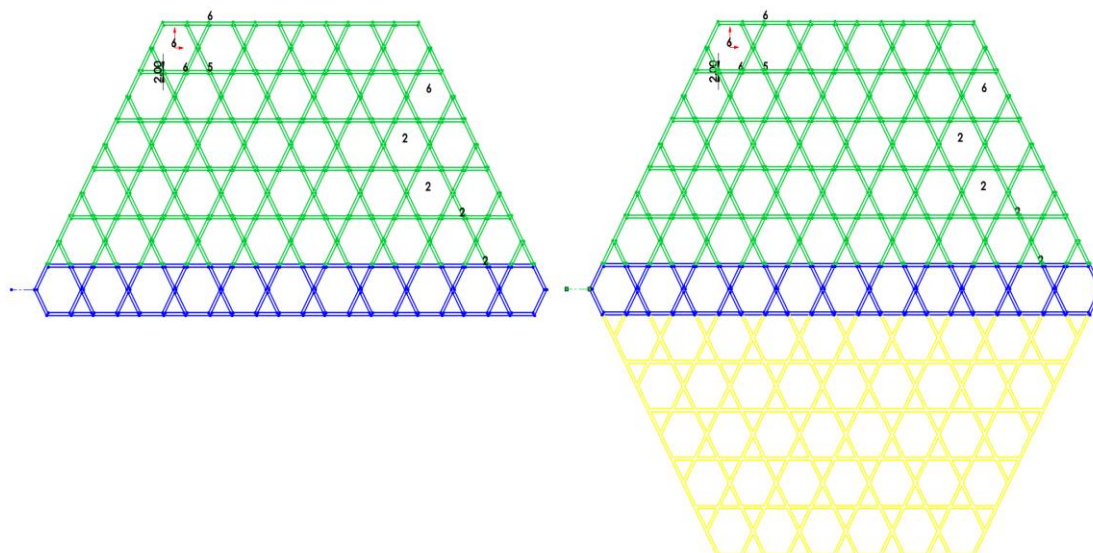
**Σχήμα Α.5.11.** Συμπλήρωση τριγωνικών σχηματισμών εξωτερικών πλευρών.

Πλέον μπορούμε μέσω της εντολής line να ενώσουμε τις εξωτερικές γραμμές των πλευρικών πολυγώνων. Ύστερα περικόπτουμε τις γραμμές των τριγώνων που προεξέχουν, λαμβάνοντας το Σχήμα Α.5.12.



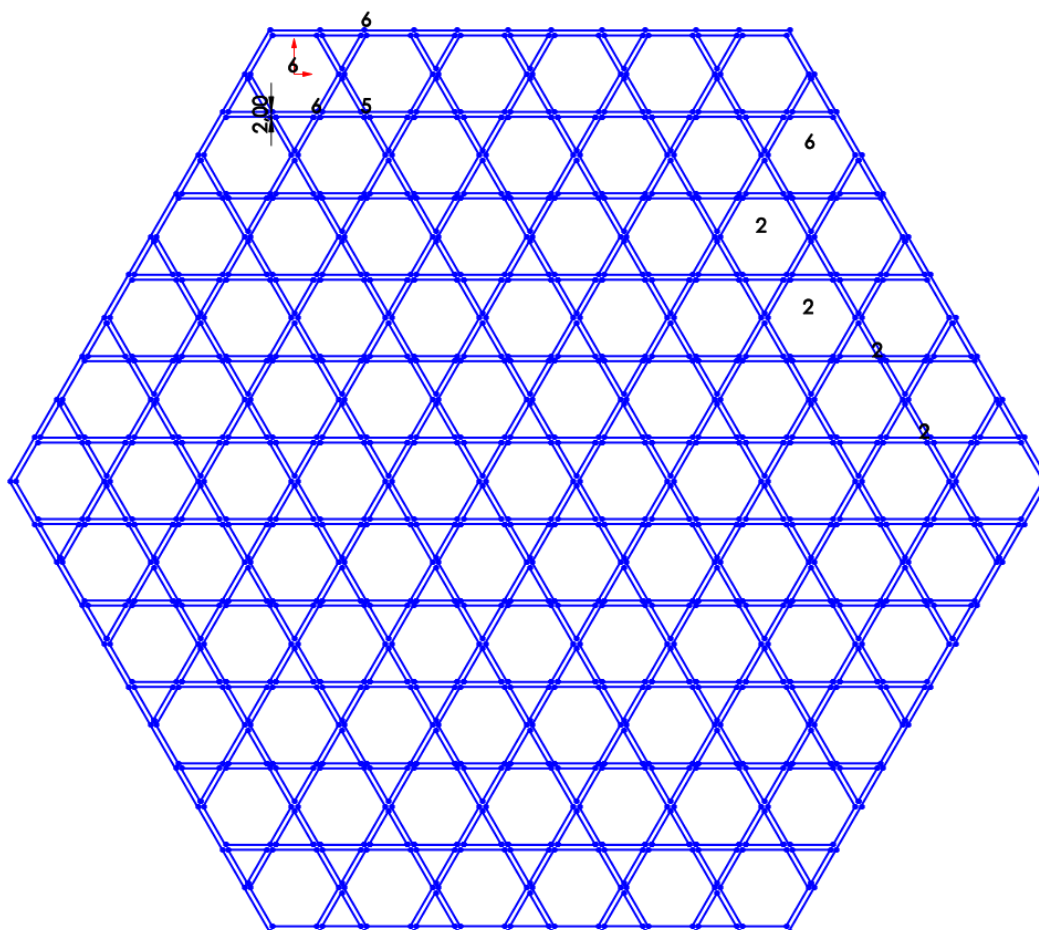
**Σχήμα Α.5.12.** Ολοκλήρωση σχεδίασης του άνω τμήματος εσχάρας.

Για τη σχεδίαση του κάτω τμήματος της εσχάρας εισάγουμε αξονική γραμμή με αρχικό σημείο τον άκρο αριστερό κόμβο της εσχάρας (αριστερή εικόνα σχήματος Α.5.13) και ύστερα μέσω της εντολής κατοπτρισμού επιλέγουμε όλα τα στοιχεία που απεικονίζονται με πράσινο χρώμα στο Σχήμα Α.5.13.



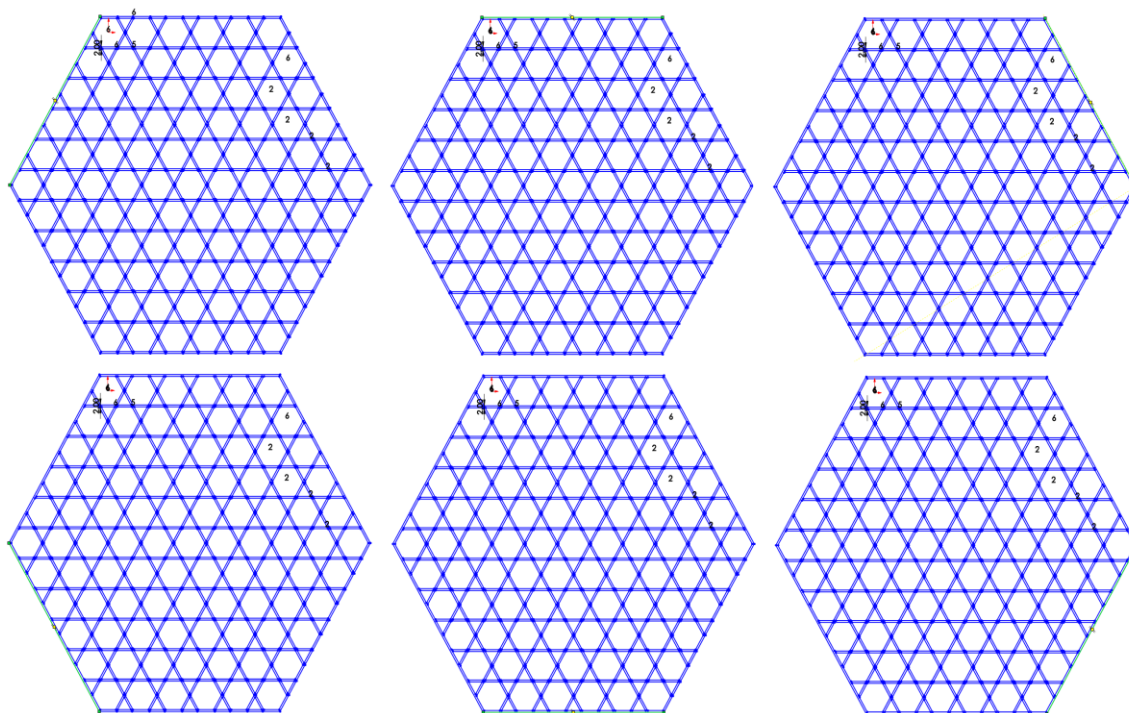
**Σχήμα Α.5.13.** Κατοπτρισμός άνω τμήματος της εσχάρας.

Στη συνέχεια σβήνουμε την αξονική γραμμή και περικόπτουμε προεξέχουσες ευθείες μέχρις ότου λάβουμε το Σχήμα Α.5.14.



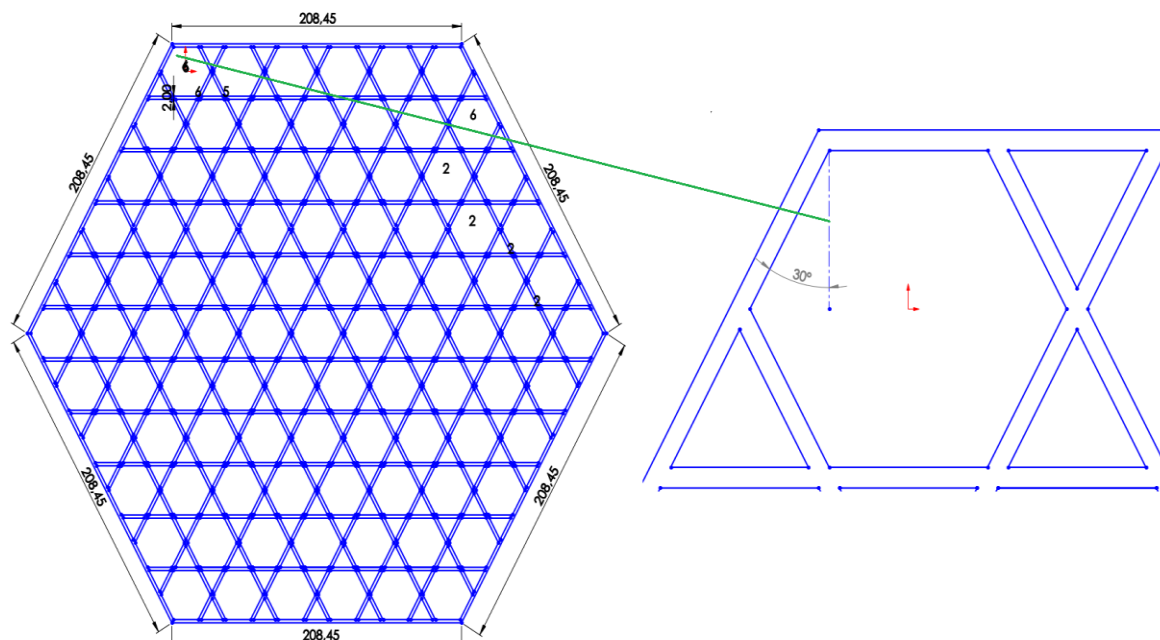
**Σχήμα Α.5.14.** Η σχεδιασθείσα εσχάρα.

Τέλος για λόγους καλύτερης εποπτείας σβήνουμε όλες τις περιμετρικές γραμμές της εσχάρας και τις αντικαθιστούμε με 6 ενιαίες ευθείες (βλ. Σχήμα Α.5.15). Για τη διαπίστωση της ορθότητας, διαστασιολογούμε τις εξωτερικές πλευρές της εσχάρας.



Σχήμα Α.5.15. Σχεδίαση περιμετρικών πλευρών.

Ύστερα για την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων πραγματοποιούμε διαστασιολόγηση των εν λόγω εξωτερικών πλευρών καθώς και της γωνίας  $\theta$  (βλ. Σχήμα Α.5.16).

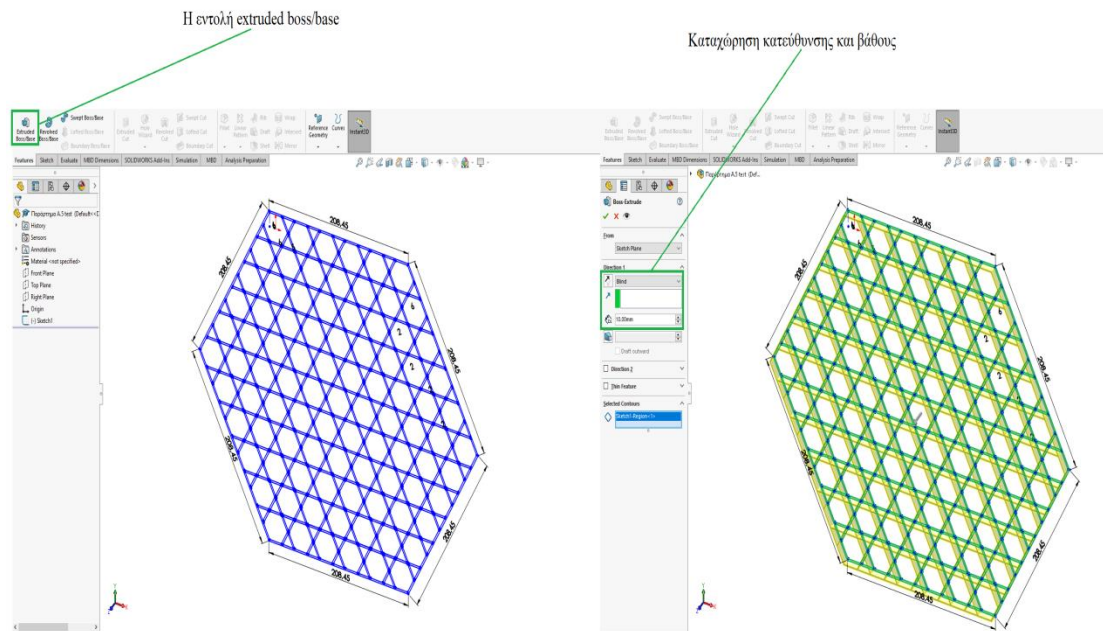


Σχήμα Α.5.16. Διαστασιολόγηση εξωτερικών πλευρών (αριστερά) και γωνίας  $\theta$  (δεξιά).

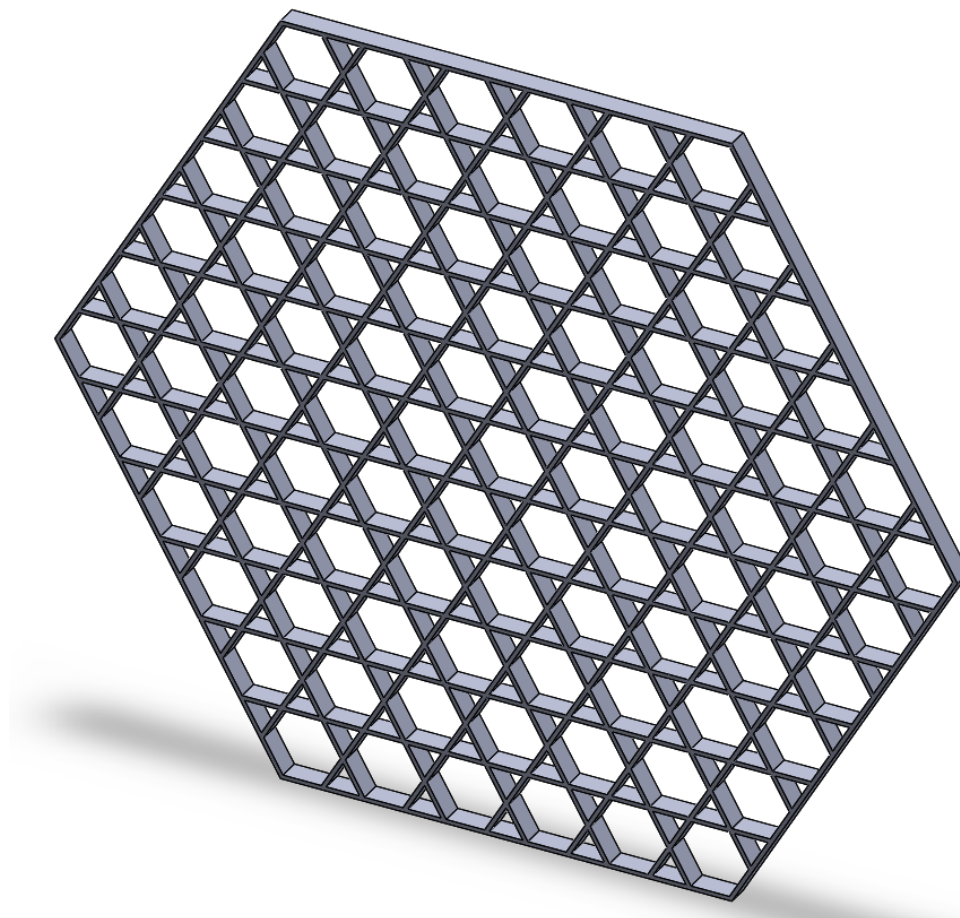
Πλέον μπορούμε να σχεδιάσουμε το τρισδιάστατο μοντέλο της εσχάρας μέσω της επιλογής extruded boss/base. Επιλέγοντας ως τρόπο τον blind και καταχωρώντας βάθος 10mm ορίζου-



με την περιοχή που θέλουμε να επεκταθεί όπως φαίνεται στο Σχήμα Α.5.17 (Dassault Systèmes SOLIDWORKS Co. 1995-2014).



Σχήμα Α.5.17. Ορισμός βάθους και κατεύθυνσης.



Σχήμα Α.5.18. Η εσχάρα ή ισοδύναμη κυψελοειδής πλάκα.

## Παράρτημα Β

## **B.1. Προεργασία προσομοίωσης ισότροπου κυψελωτού πυρήνα**

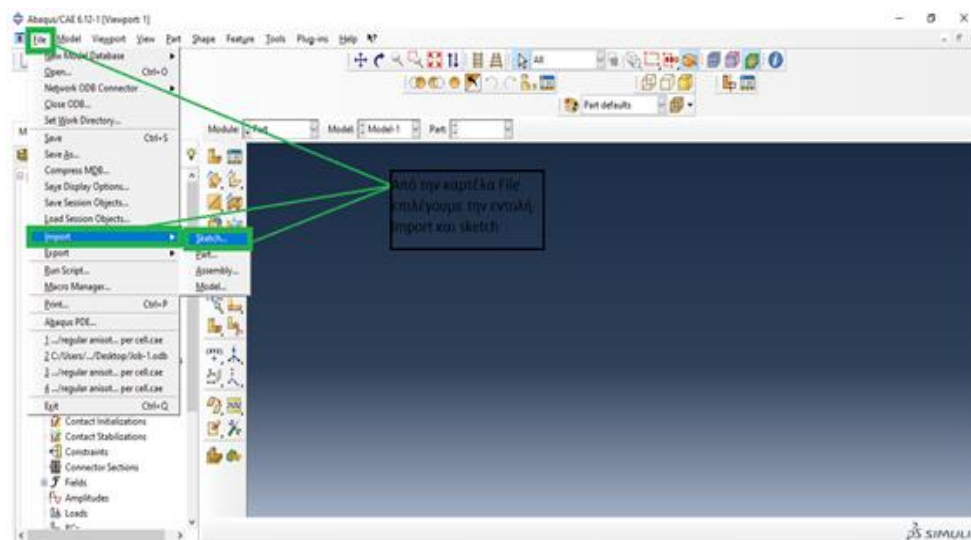
Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε την διαδικασία προετοιμασίας της προσομοίωσης μέσω της περίπτωσης μονοαξονικής φόρτισης ισότροπου κυψελωτού πυρήνα αποτελούμενο από κανονικά εξάγωνα.

Από την έναρξη λειτουργίας του λογισμικού Abaqus/CAE (έκδοση 6.12) επιλέγουμε το βασικό/προηγμένο μοντέλο (βλ. Σχήμα B.1.1) καθώς η προσομοίωσες μας δεν εμπεριέχουν στοιχεία υπολογιστικής ρευστομηχανικής ή υπολογιστικού ηλεκτρομαγνητισμού.



**Σχήμα B.1.1.** Λειτουργία Standard/Explicit model (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

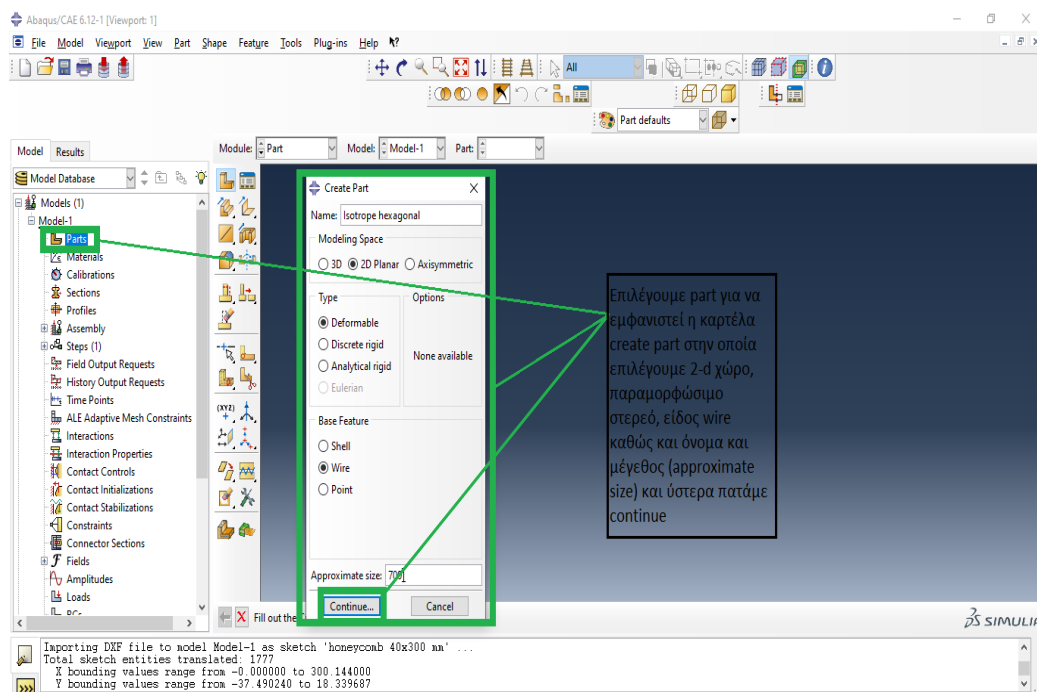
Επόμενο βήμα είναι η εισαγωγή στο Abaqus του διδιάστατου σχεδίου (2-d sketch) που σχεδιάσαμε μέσω του λογισμικού AutoCAD (βλ. Σχήμα A.1.8, Παράρτημα A1), το οποίο πραγματοποιούμε μέσω της καρτέλας file από όπου επιλέγουμε την εντολή import και sketch σύμφωνα με το Σχήμα B.1.2.



**Σχήμα B.1.2.** Η εντολή import sketch για την εισαγωγή του σχεδίου (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Στην καρτέλα που εμφανίζεται επιλέγουμε να εμφανιστούν τα αρχεία με επέκταση .dxf (αρχεία AutoCAD) και εισάγουμε το σχέδιο μας. Το λογισμικό Abaqus τώρα έχει αποθηκεύσει στη μνήμη του το αρχείο μας και πλέον μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε για την κατασκευή ενός εξαρτήματος (part). Στο δένδρο επιλογών που βρίσκεται αριστερά του πλαισίου του Abaqus, με διπλό αριστερό κλικ στο εικονίδιο part, εμφανίζουμε την καρτέλα δημιουργίας part (create part).

Σε αυτήν συμπληρώνουμε στοιχεία της κατασκευής μας όπως το όνομα (π.χ. isotrope hexagonal), τον χώρο της ανάλυσης μας (2-d planar), το είδος της (παραμορφώσιμο) καθώς και τον τύπο των στοιχείων της (wire) και το μέγεθος της (επιλέγουμε μεγαλύτερο μέγεθος από το μέγεθος την κατασκευής μας, π.χ. 700mm) όπως απεικονίζεται στο Σχήμα Β.1.3.

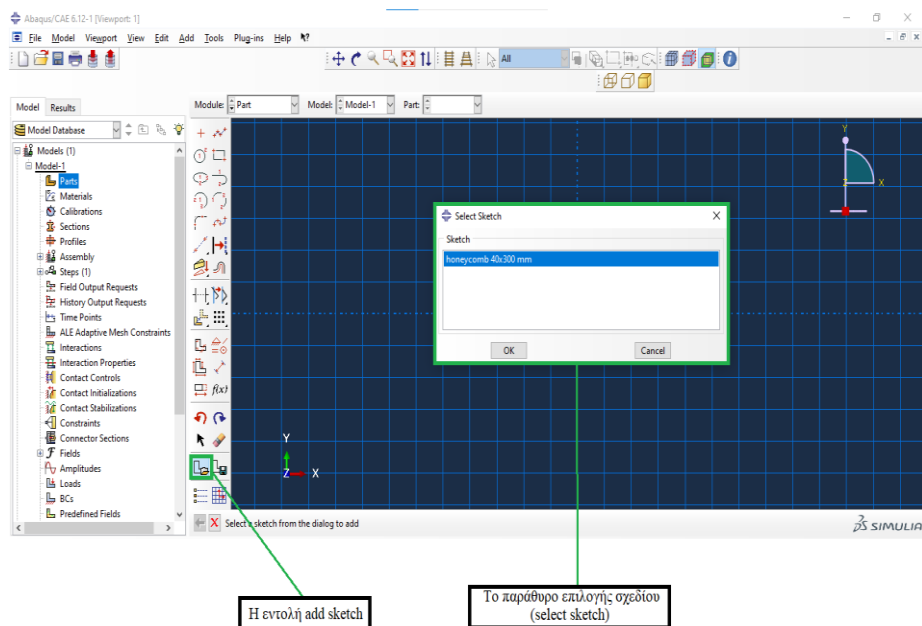


Σχήμα Β.1.3. Η καρτέλα δημιουργίας εξαρτήματος  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Στη συνέχεια μεταβαίνουμε στο σχεδιαστικό χώρο του Abaqus. Η σχεδίαση της κυψελωτής μας κατασκευής θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί απευθείας εδώ χωρίς να χρειαστεί να χρησιμοποιήσουμε κάποιο σχεδιαστικό πρόγραμμα όπως το AutoCAD.

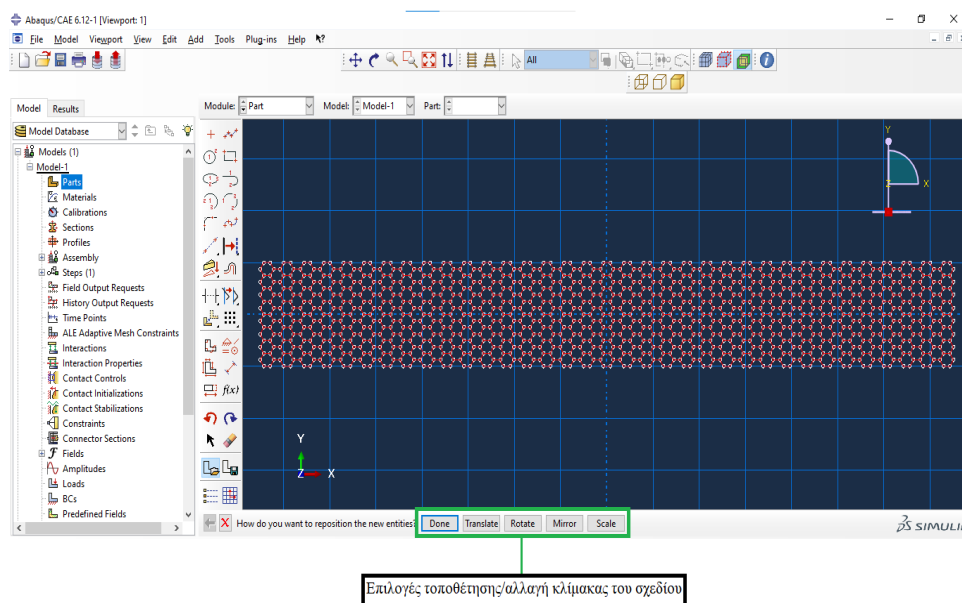
Όμως προκύπτουν ορισμένες επιπλοκές στη σχεδίαση μίας τέτοιας κατασκευής εντός του Abaqus οι οποίες επηρεάζουν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και γι αυτό το λόγο συνιστάται η σχεδίαση σε διαφορετικό λογισμικό.

Από τις εντολές που βρίσκονται αριστερά του σχεδιαστικού χώρου του Abaqus επιλέγουμε την εντολή add sketch η οποία μας επιτρέπει να προσθέσουμε το σχέδιο που είχαμε εισάγει προηγουμένως. Επιλέγουμε το πρότυπο μας ώστε να προχωρήσουμε το επόμενο βήμα σύμφωνα με το Σχήμα Β.1.4.



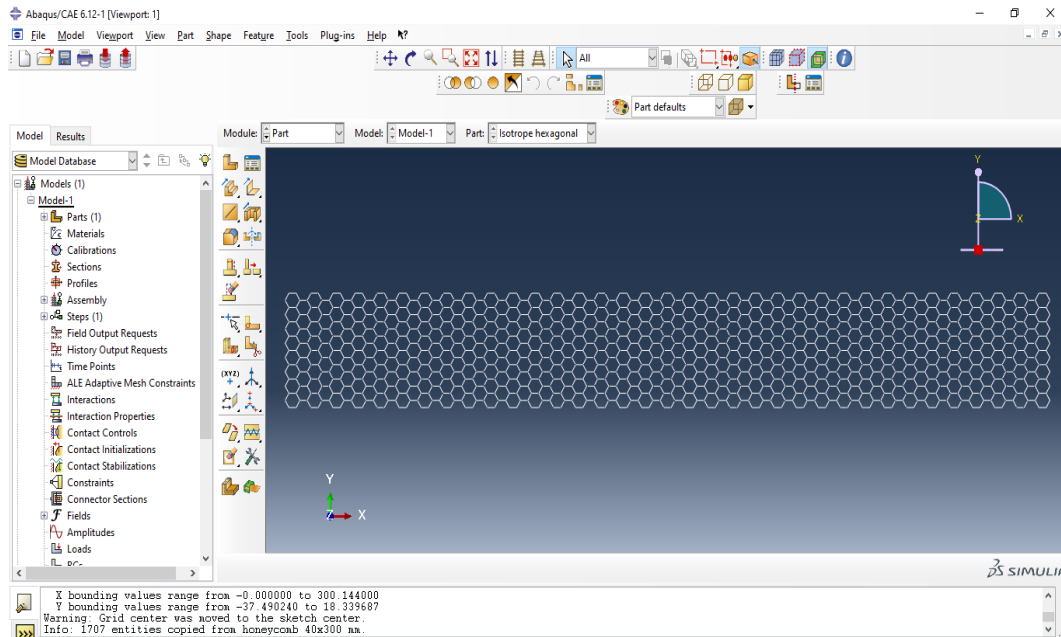
**Σχήμα Β.1.4.** Η εντολή προσθήκης σχεδιαστικού προτύπου (add sketch)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Στη συνέχεια μας παρέχετε η δυνατότητα να τοποθετήσουμε το sketch με διάφορες επιλογές εντός του σχεδιαστικού χώρου, όπως η περιστροφή (rotate), η μετατόπιση (translate), ο κατοπτρισμός (mirror). Επιπροσθέτως έχουμε τη επιλογή να αλλάξουμε τις διαστάσεις του σχεδίου μας (scale). Επειδή όμως το πρότυπο μας θα προσομοιωθεί όπως έχει σχεδιαστεί επιλέγουμε done ώστε να προχωρήσουμε περαιτέρω (βλ. Σχήμα Β.1.5).



**Σχήμα Β.1.5.** Δυνατότητες τοποθέτησης/αλλαγής κλίμακας του σχεδίου  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

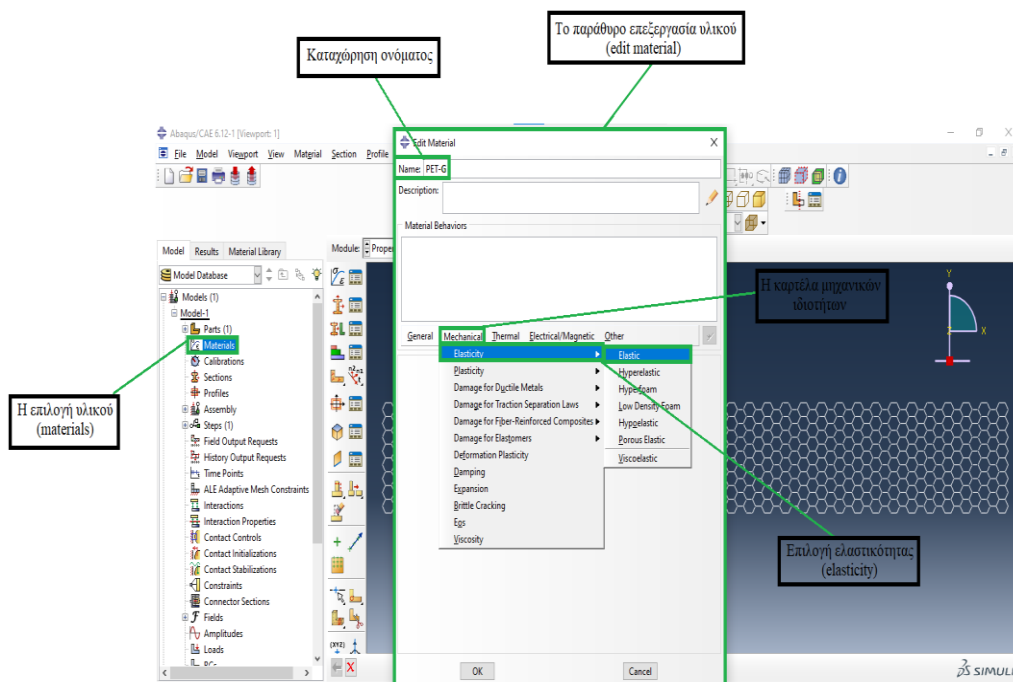
Στη συνέχεια στην θέση του παραθύρου τοποθέτησης του sketch εμφανίζεται ξανά η επιλογή done με την οποία ολοκληρώνουμε την δημιουργία του κυψελωτού πυρήνα ο οποίος πλέον ενσωματώνεται στο σχεδιαστικό χώρο του Abaqus (βλ. Σχήμα Β.1.6).



**Σχήμα Β.1.6.** Ο κυψελωτός πυρήνας ενσωματωμένος ως part στο Abaqus  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

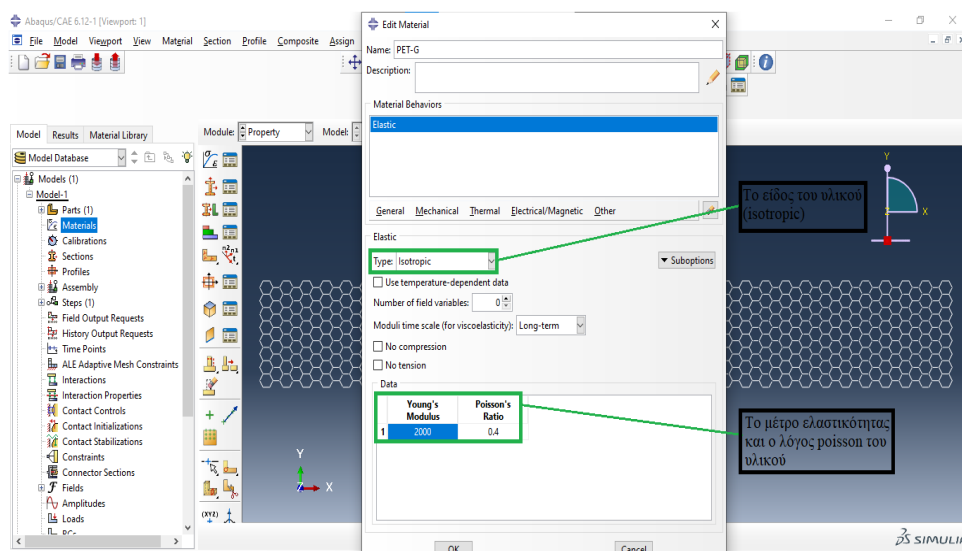
Επόμενο βήμα στην προσομοίωση μας είναι ο ορισμός του υλικού της κατασκευής μας και η διατομή των επιμέρους στοιχείων της. Το υλικό καθορίζεται από την επιλογή materials που βρίσκεται στο δένδρο επιλογών.

Με επιλογή της εντολής εμφανίζεται το παράθυρο επεξεργασίας υλικού (edit material) το οποίο απεικονίζεται στο Σχήμα Β.1.7 και το οποίο περιέχει δυνατότητες επεξεργασίας του ονόματος καθώς των ιδιοτήτων του όπως οι μηχανικές ιδιότητες από τις οποίες επιλέγουμε ελαστικότητα (elasticity) και ελαστικό (elastic).



**Σχήμα Β.1.7.** Παράθυρο επιλογής μηχανικών ιδιοτήτων  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

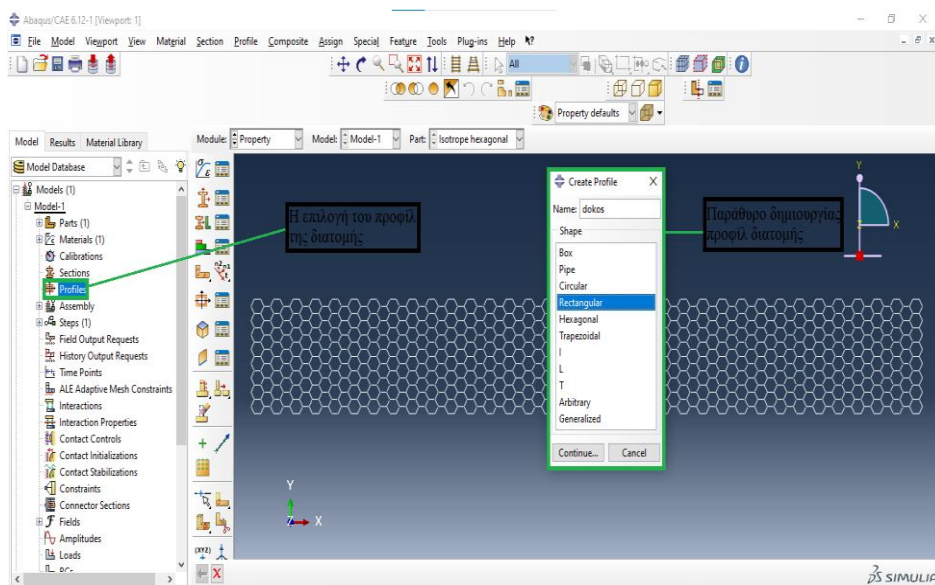
Υστερα εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο (βλ. Σχήμα Β.1.8) το οποίο περιέχει τις υποκαρτέλες είδους (type) και δεδομένων (data) του υλικού στις οποίες επιλέγουμε ισотροπικό (isotropic) και καταχωρούμε το μέτρο ελαστικότητας του υλικού (PET-G),  $E_s=2000$  MPa και το λόγο Poisson  $\nu_s=0.40$ .



**Σχήμα Β.1.8.** Υποκαρτέλες είδους και δεδομένων υλικού  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

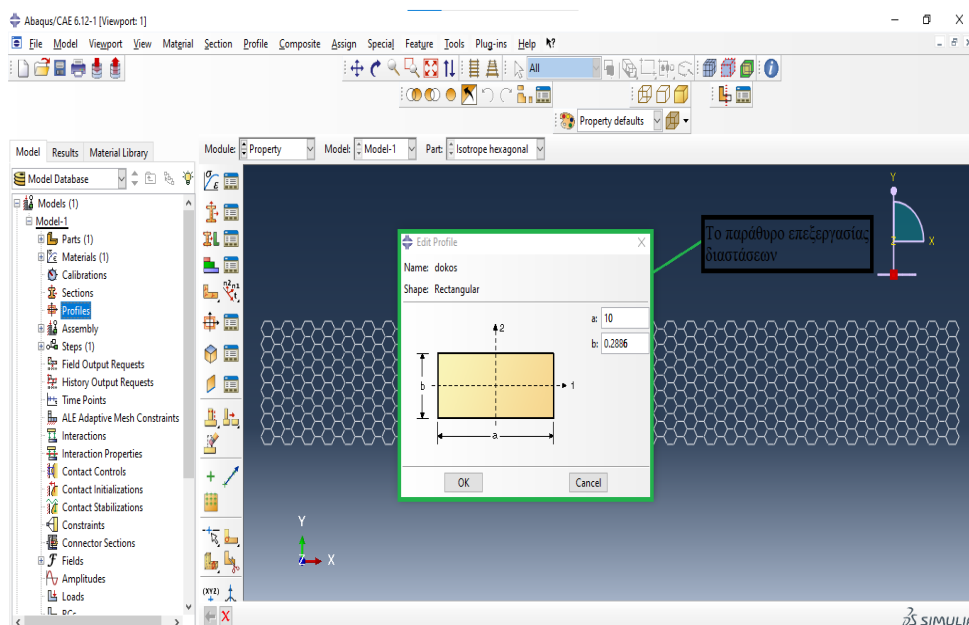
Υστερα πρέπει να καθορίσουμε τις διαστάσεις καθώς και το είδος της διατομής των στοιχείων της κατασκευής μας καθώς και να ορίσουμε τη διατομή αυτή σε όλα τα στοιχεία.

Από το δένδρο επιλογών η εντολή profiles μας δίνει τη δυνατότητα επεξεργασίας των διαστάσεων της διατομής καθώς του είδους της (βλ. Σχήμα Β.1.9) μέσω του παραθύρου δημιουργίας προφίλ διατομής (create profile) που εμφανίζεται στο οποίο συμπληρώνουμε το όνομα (dokos) και το είδος (ορθογωνική, rectangular) της διατομής.

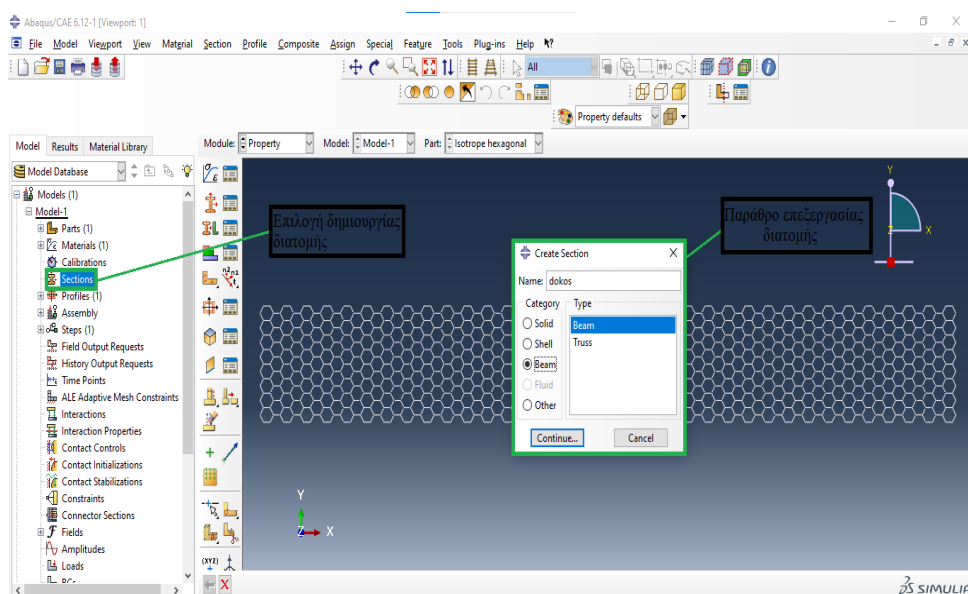


**Σχήμα Β.1.9.** Καταχώρηση ονόματος και είδους του προφίλ της διατομής  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Στη συνέχεια παρουσιάζεται το παράθυρο επεξεργασίας των διαστάσεων της διατομής (edit profile) όπως παρατίθεται στο Σχήμα Β.1.10. Σημειώνεται πως ο άξονας 1 που αναγράφεται αναφέρεται στον άξονα z ενώ ο άξονας 2 στον άξονα y. Ορίζουμε λοιπόν ως βάθος 10mm ( $a=10\text{mm}$ ) και ως πάχος 0.2886mm ( $b=0.2886\text{mm}$ ). Το πάχος ορίζεται έτσι ώστε ο λόγος πάχους προς μήκος να είναι μικρότερος ή ίσος του 0.1 καθώς αναφερόμαστε σε δοκούς Euler-Bernoulli  $[(t/l)\leq 0.1]$ .



**Σχήμα Β.1.10.** Καθορισμός διαστάσεων του προφίλ της διατομής (edit profile)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



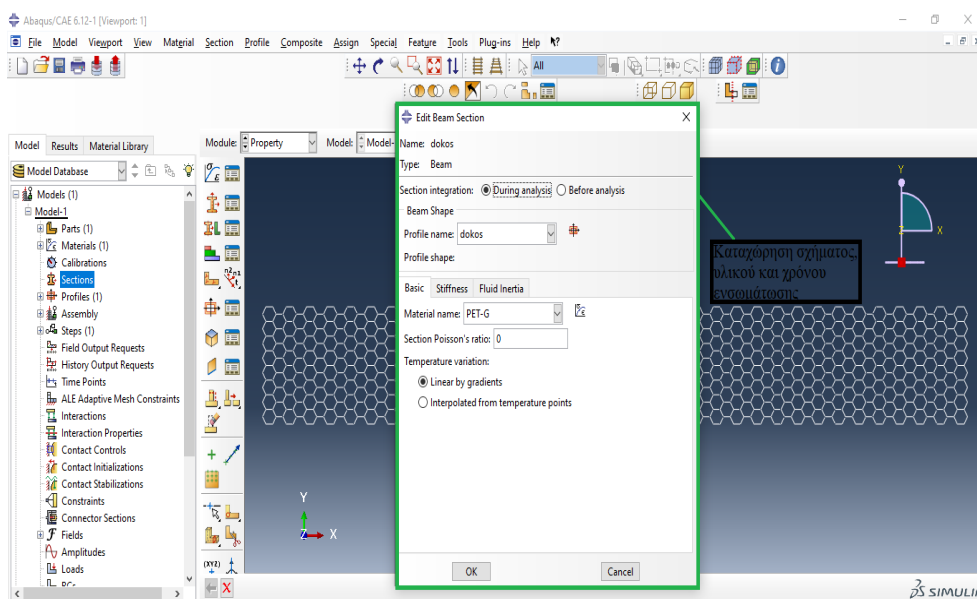
**Σχήμα Β.1.11.** Δημιουργία της διατομής (create section)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Ακολουθεί το βήμα δημιουργίας της διατομής το οποίο πραγματοποιείται μέσω της επιλογής διατομής (section) του δένδρου επιλογών. Στο αναδυόμενο παράθυρο δημιουργίας (create section) καθορίζουμε το όνομα (dokos) καθώς και την κατηγορία (δοκός, beam) και το είδος (δοκός, beam). Στη συνέχεια εμφανίζεται το παράθυρο επεξεργασίας της διατομής δοκού που ορίσαμε (edit beam section).



Παρατηρούμε ότι στο σχήμα της διατομής (beam shape) έχει προεπιλεγεί το προφίλ isotrope που ορίσαμε προηγουμένως καθώς και το υλικό PET-G (material name). Επιπροσθέτως έχουμε τη δυνατότητα να ορίσουμε και κάποιες άλλες παραμέτρους όπως την χρονική ενσωμάτωση των διατομών όπου επιλέγουμε να πραγματοποιηθεί κατά τη διάρκεια της ανάλυσης (during analysis) καθώς επίσης και τον λόγο Poisson της διατομής, ο οποίος όμως έχει ορισθεί προηγουμένως στην καρτέλα υλικού ( $\nu_s=0.40$ ) οπότε δεν τον επεξεργαζόμαστε σε αυτό το βήμα.

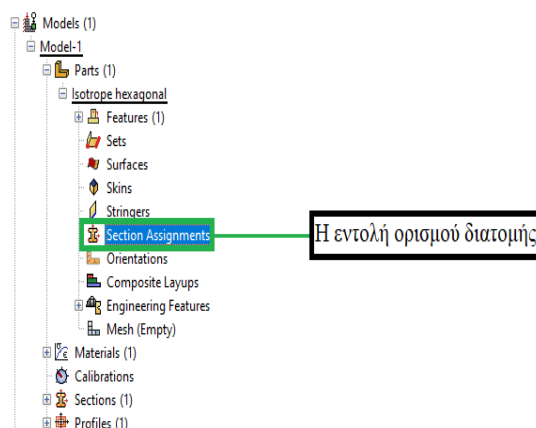
Επιπλέον παρατηρούμε πως υπάρχει επιλογή για την δυσκαμψία (stiffness) από όπου μπορούμε να ορίσουμε το λόγο πάχους προς μήκος (ο οποίος όμως καθορίστηκε προηγουμένως και συνεπώς δεν χρειάζεται επεξεργασία). Τα παραπάνω απεικονίζονται στα σχήματα B.1.11 και B.1.12.



**Σχήμα B.1.12.** Το παράθυρο επεξεργασίας της διατομής (edit beam section) (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

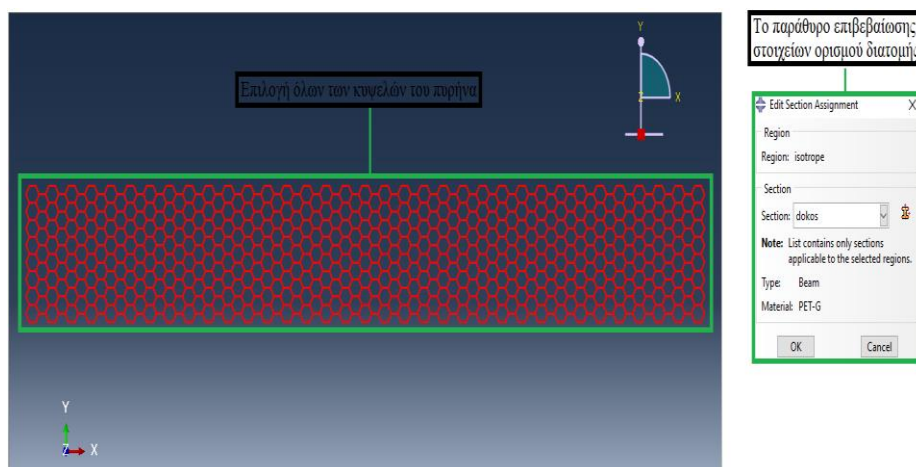
Σε αυτό το σημείο έχουμε δημιουργήσει την επιθυμητή διατομή των κυψελών του πυρήνα μας. Πρέπει να την ορίσουμε όμως στα εν λόγω στοιχεία, γεγονός που πραγματοποιείται μέσω της επιλογής section assignments του δένδρου επιλογών, η οποία βρίσκεται εντός των επιλογών του part.

Για να εμφανιστεί πρέπει να επεκτείνουμε την επιλογή part (+) που υπάρχει αριστερά του εικονιδίου όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Παρατηρούμε πως εμφανίζεται το όνομα το part μας (Isotrope hexagonal) και επεκτείνοντας ξανά εμφανίζουμε την εντολή section assignments (βλ. Σχήμα B.1.13).



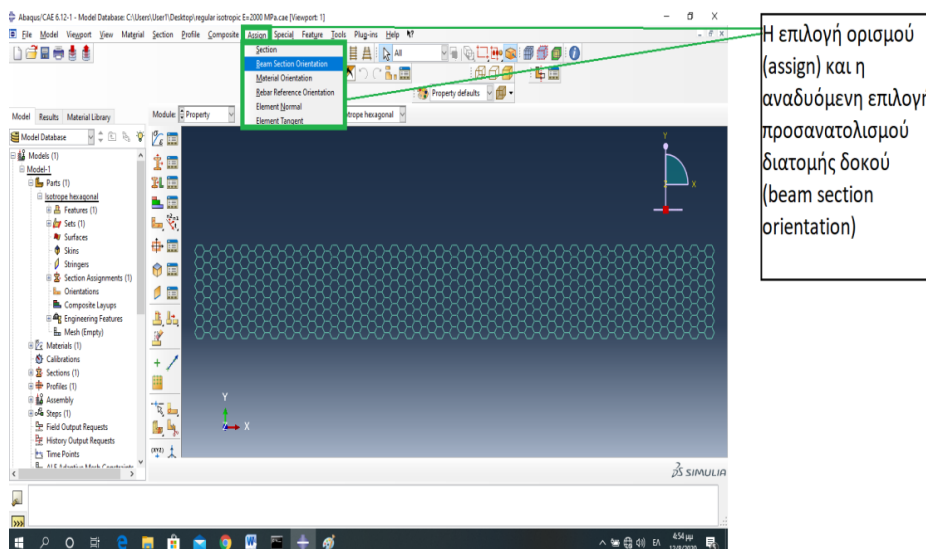
**Σχήμα Β.1.13.** Η εντολή ορισμού διατομής (section assignments).

Στη συνέχεια επιλέγουμε όλες τις κυψέλες του πυρήνα (κόκκινο χρώμα) και ονομάζουμε αυτή την συστοιχία isotrope (επιλογή create set στο κάτω μέρος). Στο αναδυόμενο παράθυρο (βλ. Σχήμα Β.1.14) επεξεργασίας ορισμού διατομής (edit section assignment) εποπτεύουμε την καταχώρηση διατομής dokos που δημιουργήσαμε προηγουμένως καθώς και το είδος (beam) και το υλικό (PET-G).

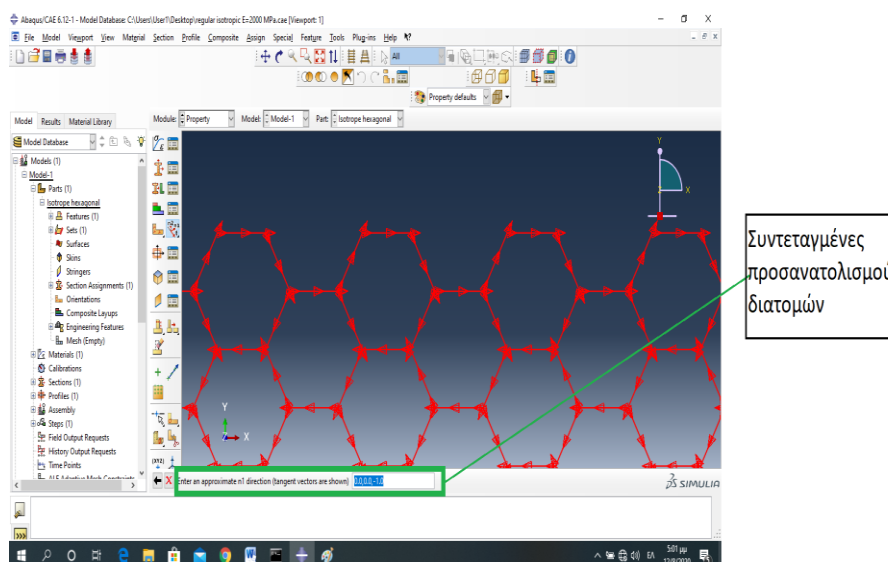


**Σχήμα Β.1.14.** Επιλογή στοιχείων για ορισμό διατομής και το παράθυρο επεξεργασίας (edit section assignment).

Σε αυτό το σημείο πρέπει να ορίσουμε τον προσανατολισμό της διατομής των δοκών με χρήση της εντολής assign beam section orientation. Στη συνέχεια επιλέγουμε τις συντεταγμένες προσανατολισμού των διατομών για ωρολογιακή κατεύθυνση (0.0,0.0,-1.0) και επιβεβαιώνουμε τον προσανατολισμό αυτό μέσω παρατήρησης των βελών στα επιμέρους στοιχεία. Τα ανωτέρω απεικονίζονται στα σχήματα Β.1.15 και Β.1.16.



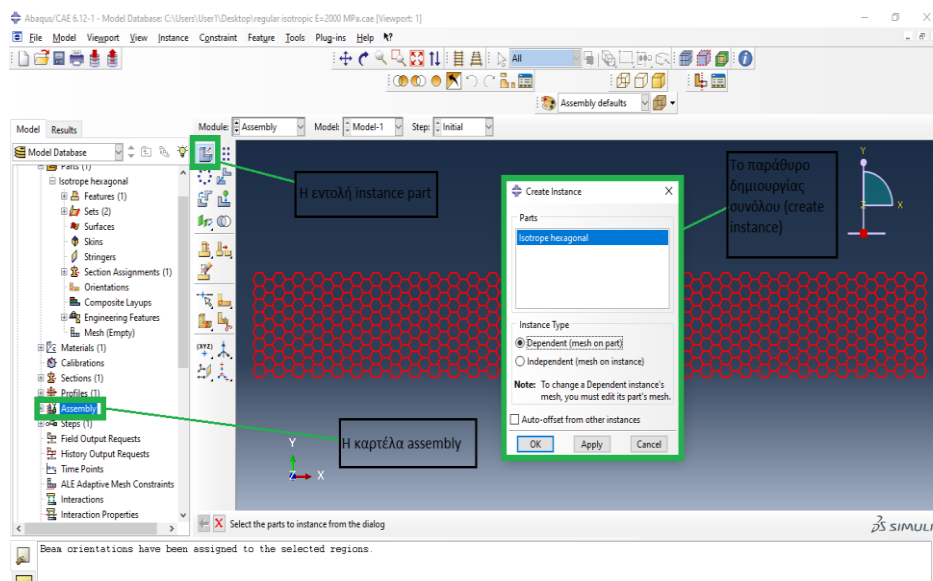
**Σχήμα Β.1.15.** Η επιλογή ορισμού προσανατολισμού διατομής δοκών (assign beam section orientation) (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



**Σχήμα Β.1.16.** Καταχώρηση συντεταγμένων προσανατολισμού και εποπτεία ωρολογιακής φοράς στα επιμέρους εξάγωνα (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί πως το λογισμικό Abaqus για την προσομοίωση χρησιμοποιεί συναρμολογήματα (assemblies) και όχι εξαρτήματα.

Πρέπει να δημιουργήσουμε λοιπόν ένα συναρμολόγημα το οποίο θα αποτελείται εξολοκλήρου από το part μας.



**Σχήμα Β.1.17.** Κατασκευή του συνόλου (assembly) από το εξάρτημα (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Με επιλογή της καρτέλας assembly του δένδρου επιλογών εμφανίζεται μία στήλη στα δεξιά της με περισσότερες επιλογές (ένα δεύτερο δένδρο επιλογών). Αυτό συνέβαινε και στις προηγούμενες επιλογές part, material, profiles και sections και περιέχει πιο αναλυτικά τις επιμέρους δυνατότητες κάθε επιλογής.

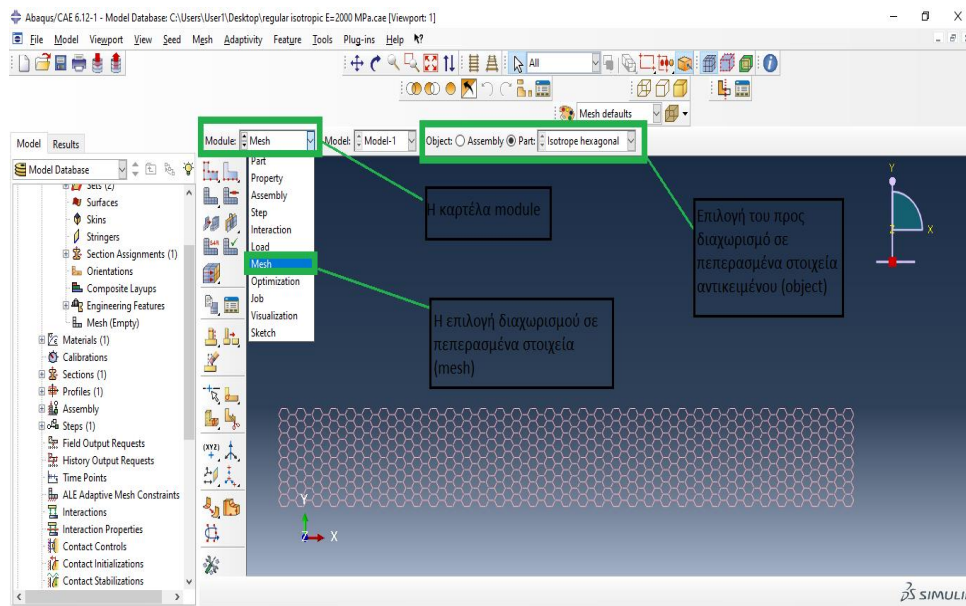
Από την εντολή instance part εμφανίζεται το παράθυρο δημιουργίας του assembly (create instance) όπου μπορούμε να καταχωρήσουμε τον κυψελωτό πυρήνα ως σύνολο.

Επιλέγουμε το εξάρτημα μας (Isotrope hexagonal) καθώς και το είδος του συνόλου ως εξαρτώμενο από αυτό (dependent).

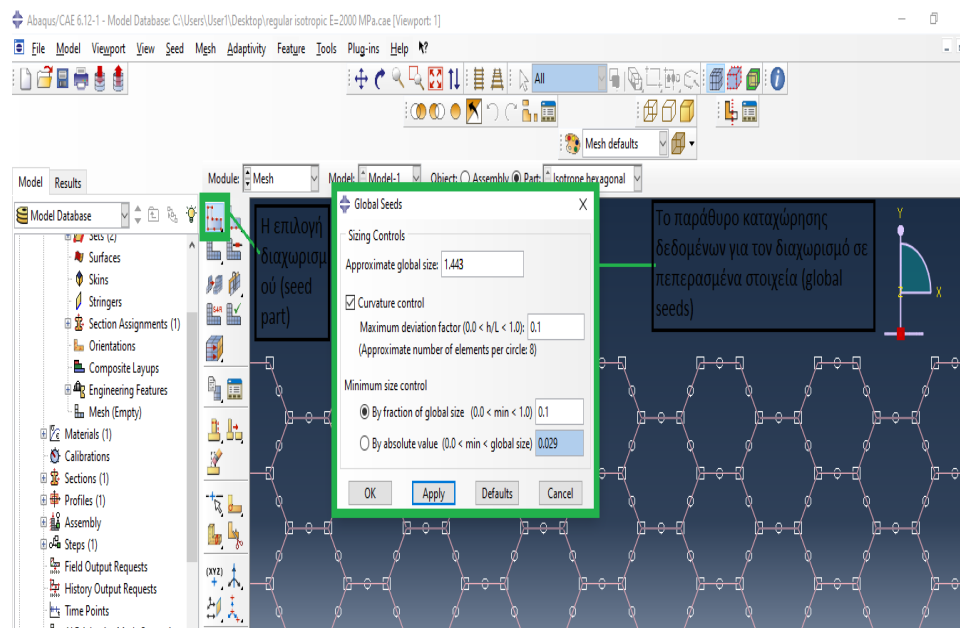
Η καταχώρηση αυτή έχει ως σκοπό την σύνδεση του συναρμολογήματος με το εξάρτημα, έτσι ώστε ο διαχωρισμός σε πεπερασμένα στοιχεία (meshing) να πραγματοποιηθεί στο εξάρτημα και να μεταφερθεί αυτόματα στο σύνολο. Τα παραπάνω απεικονίζονται Σχήμα Β.1.17.

Επόμενο βήμα είναι ο διαχωρισμός των εξαγωνικών κυψελών σε πεπερασμένα στοιχεία. Για το σκοπό αυτό επιλέγουμε από την καρτέλα module την επιλογή mesh καθώς ως αντικείμενο διαχωρισμού το εξάρτημα (object:part). Στην καρτέλα module επίσης περιέχονται και κάποιες προηγούμενες επιλογές μας όπως part, property (εμπεριέχει την επιλογή material και section) και assembly, τις οποίες θα μπορούσαμε να επιλέξουμε και από εδώ. Η επιλογή seed part μας επιτρέπει να καταχωρήσουμε τα δεδομένα για τον διαχωρισμό σε κόμβους (nodes). Τα δεδομένα αυτά είναι το μέγεθος του πεπερασμένου στοιχείου (approximate global size), ο συντελεστής μέγιστης απόκλισης (maximum deviation factor) που εμφανίζεται με επιλογή του ελέγχου καμπυλότητας (curvature control) και ο έλεγχος του ελαχίστου μεγέθους (minimum size control) ως τμήμα του μεγέθους (fraction of global size).

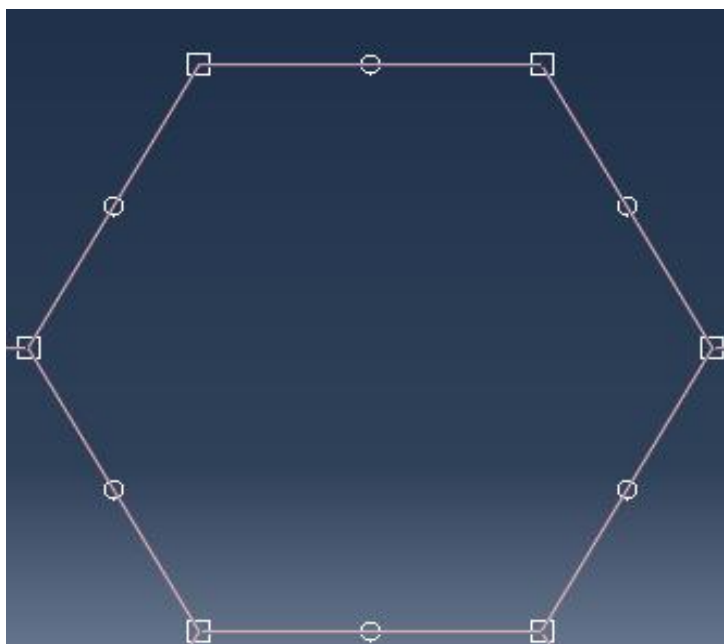
Ύστερα από δοκιμές (mesh convergence study) επιλέγεται ως μέγεθος η τιμή 1.443mm, δηλαδή ο διαχωρισμός κάθε γραμμής σε δύο πεπερασμένα στοιχεία (ή 3 κόμβους, nodes). Θα μπορούσαμε να επιλέξουμε διαχωρισμό σε περισσότερα στοιχεία όμως μία τέτοια επιλογή δεν έχει ουσιαστική επίπτωση στα αποτελέσματά μας. Ως συντελεστή μέγιστης απόκλισης καταχωρούμε και ως τιμή ελέγχου του ελαχίστου μεγέθους καταχωρούμε την τιμή 0.1. Τα ανωτέρω παρουσιάζονται στα σχήματα Β.1.18-Β.1.20.



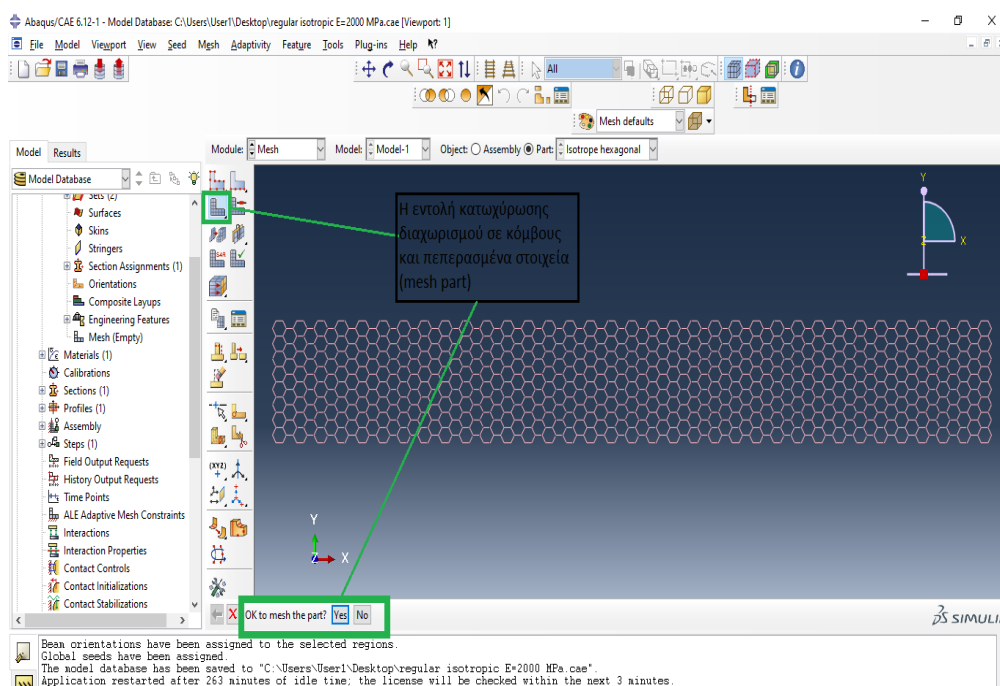
**Σχήμα Β.1.18.** Η καρτέλα module και η επιλογή mesh  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



**Σχήμα Β.1.19.** Η εντολή διαχωρισμού σε κόμβους (seed part)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



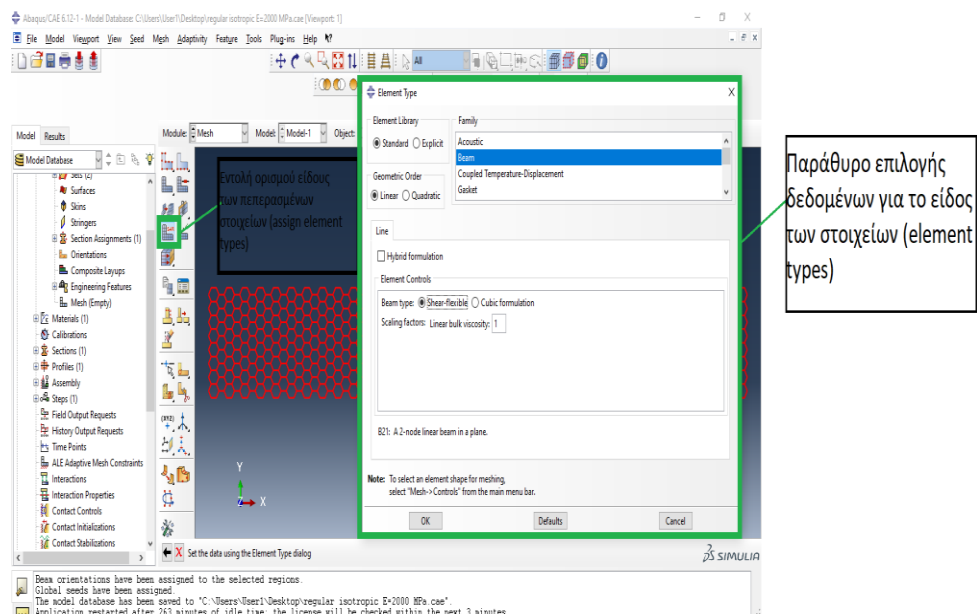
**Σχήμα Β.1.20.** Προεπισκόπηση διαχωρισμού σε κόμβους μίας κυψέλης.



**Σχήμα Β.1.21.** Επικύρωση του διαχωρισμού σε nodes και finite elements (mesh part) (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Για να κατοχυρώσουμε τον διαχωρισμό σε κόμβους και σε πεπερασμένα στοιχεία επιλέγουμε την εντολή mesh part όπως φαίνεται στο Σχήμα Β.1.21. Επιπλέον πρέπει να ορίσουμε το είδος των πεπερασμένων στοιχείων.

Γι αυτό το σκοπό επιλέγουμε την εντολή ορισμού είδους στοιχείων (assign element types) και ύστερα επιλέγουμε ολόκληρο τον κυψελωτό πυρήνα. Στο παράθυρο που αναδεικνύεται (Β.1.22) κατοχυρώνουμε ως 'οικογένεια' τη δοκό (beam). Παρατηρούμε ότι εμφανίζεται ένας κωδικός σχετικά με τις επιλογές μας (B21)



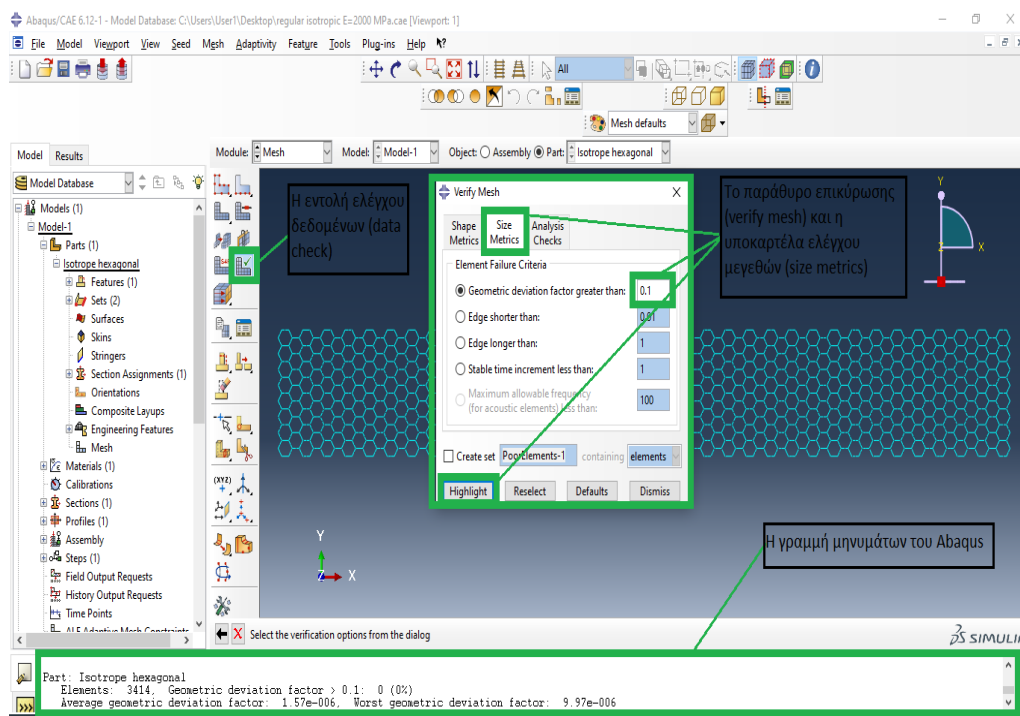
**Σχήμα Β.1.22.** Επιλογή του είδους των στοιχείων (assign element types)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Σε αυτό το σημείο θα πραγματοποιήσουμε έλεγχο σχετικά με το συντελεστή απόκλισης που είχαμε ορίσει σε προηγούμενο βήμα. Με την εντολή ελέγχου δεδομένων (data check) και επιλογή ολόκληρης της κατασκευής μας εμφανίζεται το παράθυρο επικύρωσης (verify mesh).

Από την υποκαρτέλα ελέγχου μεγεθών (size metrics) επιλέγουμε μέσω της εντολής highlight να εντοπιστεί οποιαδήποτε γεωμετρική απόκλιση μεγαλύτερη της τιμής 0.1 (βλ Σχήμα Β.1.23).

Στον πυρήνα δεν υπάρχει γεωμετρική απόκλιση μεγαλύτερη της προαναφερθείσας τιμής και γι'αυτό λαμβάνουμε μήνυμα από το λογισμικό Abaqus μέσω της καρτέλας μηνυμάτων που βρίσκεται στο κάτω μέρος του πλαισίου του.

Πρόσθετα στοιχεία τα οποία παρουσιάζονται περιλαμβάνουν τον αριθμό των πεπερασμένων στοιχείων (3414), καθώς και την υψηλότερη τιμή γεωμετρικής απόκλισης ( $9.97 \cdot 10^{-6}$ ).



**Σχήμα Β.1.23.** Η διαδικασία ελέγχου δεδομένων για το διαχωρισμό σε πεπερασμένα στοιχεία (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

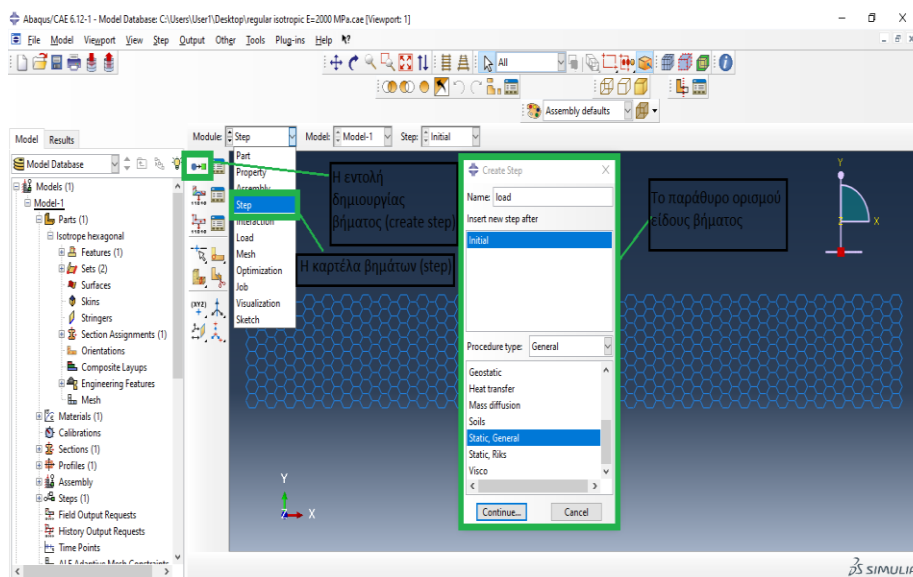
Για να προχωρήσουμε περαιτέρω πρέπει να ορίσουμε το βήμα (step) στο οποίο θα πραγματοποιηθεί η ανάλυση. Το λογισμικό Abaqus έχει πάντοτε ενσωματωμένο ένα αρχικό βήμα (initial) το οποίο δεν μπορούμε να επεξεργαστούμε, οπότε η ανάλυση μας θα πραγματοποιηθεί σε ένα ακόλουθο βήμα το οποίο δημιουργούμε μέσω της εντολής create step από την καρτέλα βημάτων (step) που βρίσκεται εντός των επιλογών του module.

Στο αναδυόμενο παράθυρο (βλ. Σχήμα Β.1.24) επιλέγουμε την εισαγωγή βήματος ύστερα του initial, το όνομα του βήματος (load) καθώς και το είδος της ανάλυσης που στην περίπτωση μας είναι στατική (static,general).

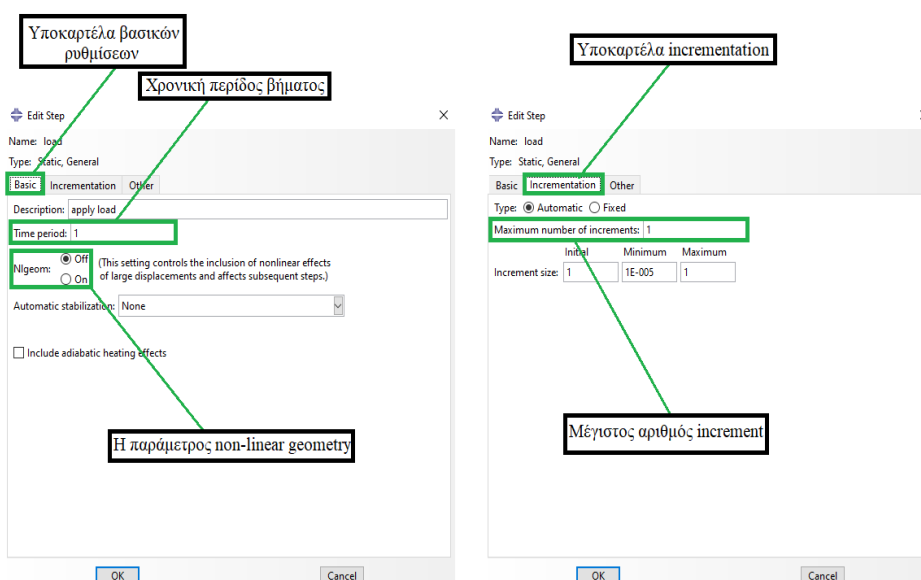
Στο παράθυρο επεξεργασίας βήματος (edit step) που εμφανίζεται (βλ. Σχήμα Β.1.25) μέσω της υποκαρτέλας βασικών ρυθμίσεων (basic) επιλέγουμε χρονική περίοδο 1sec (time period) καθώς και την απενεργοποίηση της ρύθμισης μη γραμμικών φαινομένων (non-linear geometry) η οποία χρησιμοποιείται για παραμορφώσεις μεγαλύτερες του 5% (αριστερή εικόνα σχήματος Β.1.25).

Στη συνέχεια στην υποκαρτέλα καρτέλα incrementation (δεξιά εικόνα σχήματος Β.1.25) επιλέγουμε τον διαχωρισμό της χρονικής περιόδου του βήματος μας σε 1 περίοδο (maximum number of increments) καθώς και το είδος ως αυτόματο (automatic).





**Σχήμα Β.1.24.** Η δημιουργία του βήματος load  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

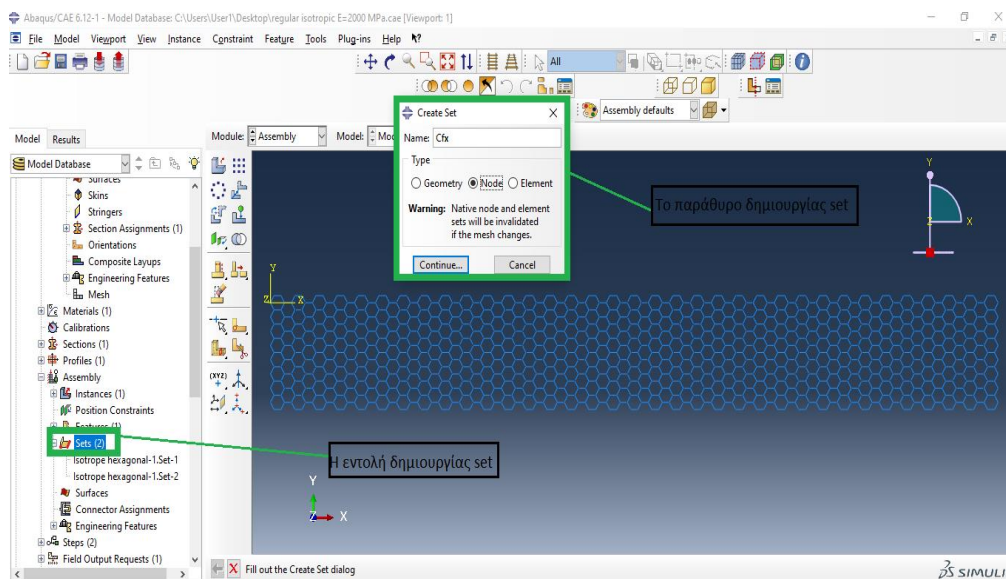


**Σχήμα Β.1.25.** Η υποκαρτέλα βασικών επιλογών (αριστερά) και η υποκαρτέλα διαχωρισμού βήματος (δεξιά).

Πλέον μπορούμε να ορίσουμε τις συνοριακές συνθήκες (Boundary Conditions, BCs) και τη φόρτιση. Για να πραγματοποιηθεί πιο εύκολα η επιλογή των κόμβων που θα εφαρμοστούν οι δυνάμεις και οι συνοριακές συνθήκες δημιουργούμε συστοιχίες (sets) αποτελούμενες από τους εν λόγω κόμβους.

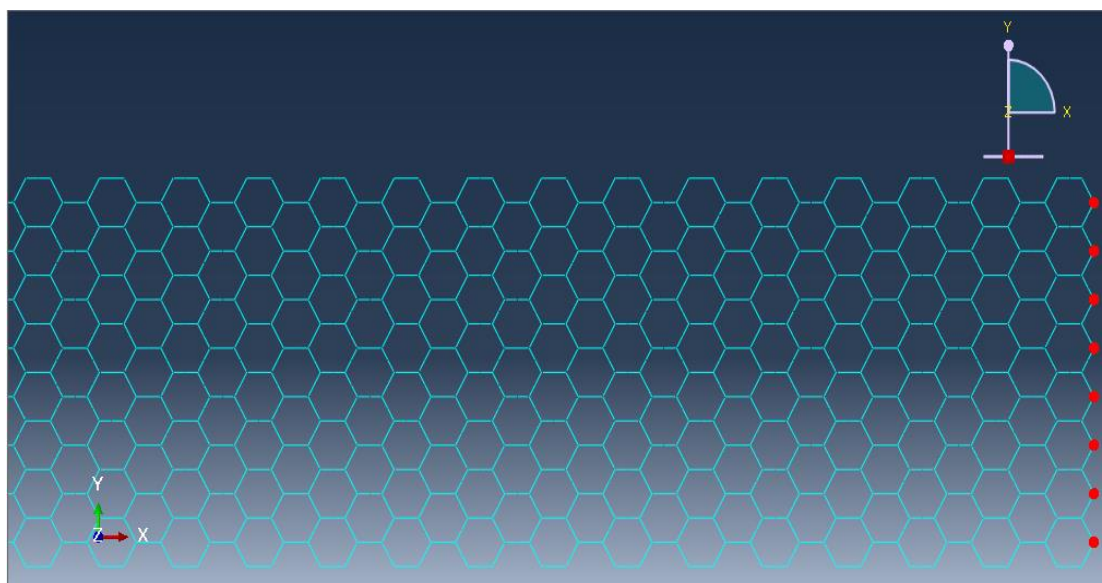
Αρχικά επεκτείνουμε την επιλογή assembly (+) του δένδρου επιλογών και με χρήση της εντολής sets εμφανίζεται το παράθυρο δημιουργίας συστοιχίας, στο οποίο καταχωρούμε το όνομα (Concentrated Forces Cf<sub>x</sub>, άξονας, x) καθώς και το είδος των στοιχείων από τα οποία προέρχεται η συστοιχία (nodes) σύμφωνα με το Σχήμα Β.1.26 [παρατηρούμε ότι δίπλα στην εντολή sets υπάρχει ο αριθμός δύο (2) που υποδεικνύει πως υπάρχουν ήδη δύο set καταχωρημένα στο λογισμικό που αναφέρονται στον ορισμό διατομής (isotrope) και στον ορισμό προσανατολισμού της διατομής].

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε πως το λογισμικό Abaqus διαθέτει αυτόματη ρύθμιση δημιουργίας σετ για αρκετές από τις λειτουργίες του (π.χ. ορισμός διατομής) η οποία μπορεί να απενεργοποιηθεί με την κατάλληλη επιλογή που βρίσκεται αριστερά της εντολής κατοχύρωσης (done).

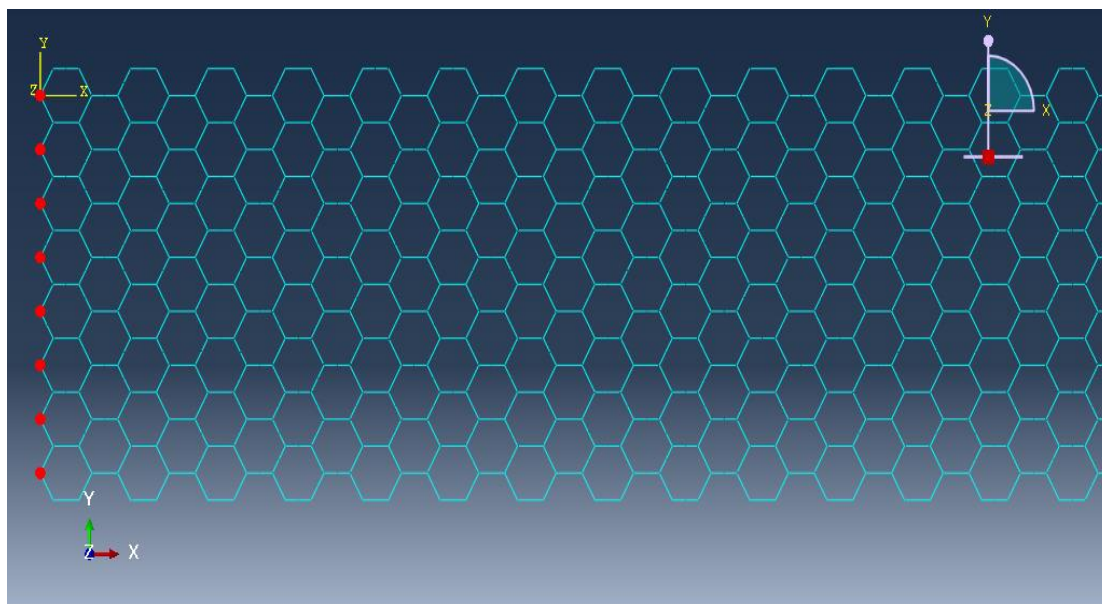


**Σχήμα Β.1.26.** Η δημιουργία συστοιχίας και το παράθυρο καθορισμού είδους των στοιχείων της (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Η φόρτιση θα εφαρμοστεί σε 8 κόμβους που βρίσκονται στο δεξί πέρας του πυρήνα (Σχήμα Β.1.27). Στη συνέχεια θα επεκτείνουμε τον αριθμό των συστοιχιών, προσθέτοντας σε αυτές σετ το οποίο περιλαμβάνει τους αντίστοιχους 8 κόμβους της αριστερής πλευράς του πυρήνα (Σχήμα Β.1.28) στους οποίους θα εφαρμοστούν οι συνοριακές συνθήκες και που ονομάζεται BCs.



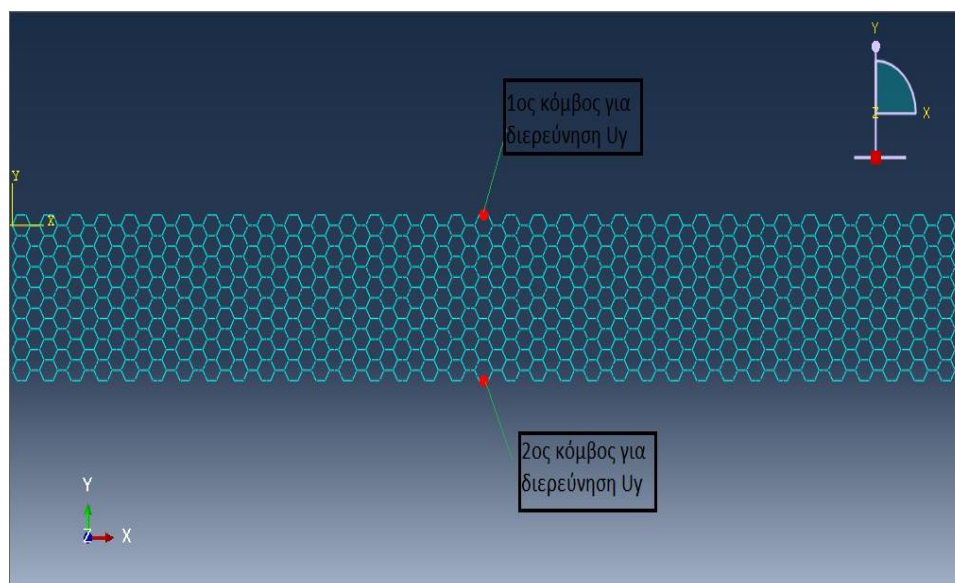
**Σχήμα Β.1.27** Επιλογή κόμβων προς φόρτιση για τη δημιουργία συστοιχίας (Cf<sub>x</sub>).



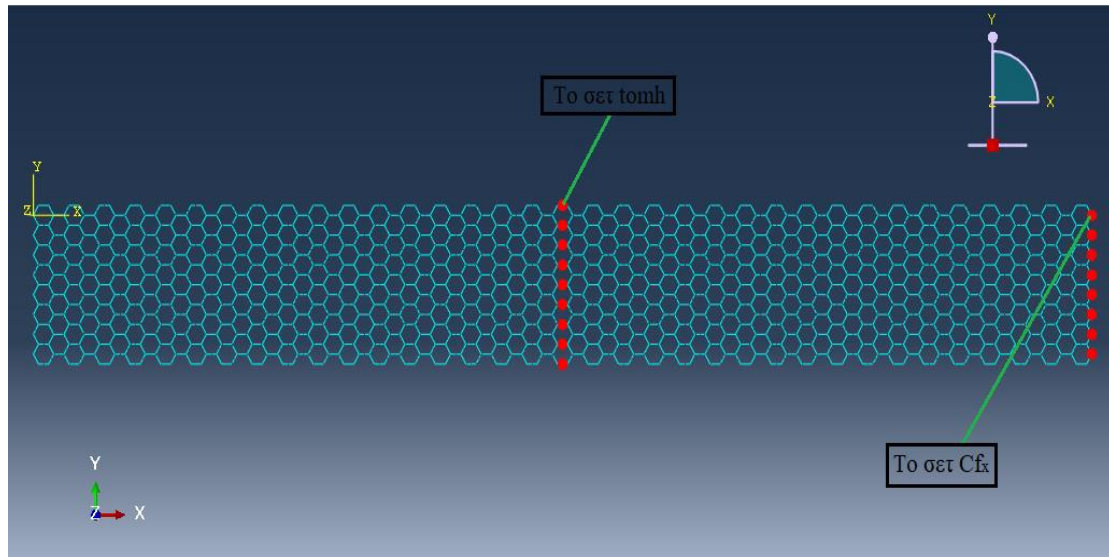
**Σχήμα Β.1.28.** Επιλογή κόμβων εφαρμογής συνριακών συνθηκών για τη δημιουργία συστοιχίας (BCs).

Επειδή σκοπός της παρούσας ενότητας είναι η μελέτη του μέτρου ελαστικότητας κατά την κατεύθυνση του άξονα  $x$  ( $E_x$ ) καθώς και η διερεύνηση του λόγου poisson ( $\nu_{xy}$ ) ενός αντιπροσωπευτικού τμήματος του πυρήνα (effective), θα χρειαστούμε δύο επιπλέον σετ αποτελούμενα από 2 και 9 κόμβους αντίστοιχα. Το εν λόγω αντιπροσωπευτικό τμήμα είναι μία τομή σε απόσταση κατά άξονα  $x$   $L_{initial}=L/2=150.07\text{mm}$  και ύψους  $H_{initial}=H=40\text{mm}$ .

Το σετ των δύο κόμβων θα ονομαστεί nodal2 και θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της μετατόπισης (displacement) κατά τον άξονα  $y$  ( $U_y$ ) ενώ το σετ των 9 κόμβων για την εύρεση της μετατόπισης κατά τον άξονα  $x$  ( $U_x$ ) καθώς και της τάσης  $\sigma_x$  της διατομής του πυρήνα θα ονομαστεί tomh. Σημειώνεται πως για τον υπολογισμό της τάσης  $\sigma_x$  θα χρησιμοποιήσουμε δύο συστοιχίες (tomh και  $Cf_x$ ). Στα παρακάτω σχήματα (B.1.29, B.1.30) απεικονίζονται τα τρία αυτά σετ.



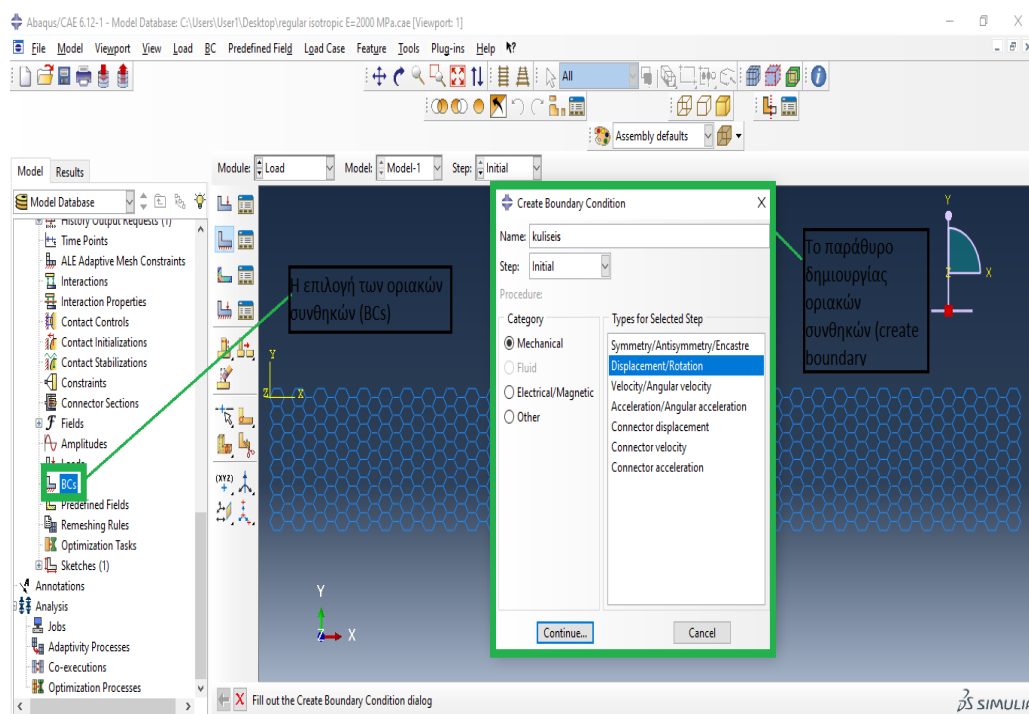
**Σχήμα Β.1.29.** Επιλογή των κόμβων του σετ nodal2 για διερεύνηση της μετατόπισης  $U_y$ .



**Σχήμα Β.1.30.** Επιλεγμένοι κόμβοι των σετ tomh (αριστερά) και Cf<sub>x</sub> (δεξιά).

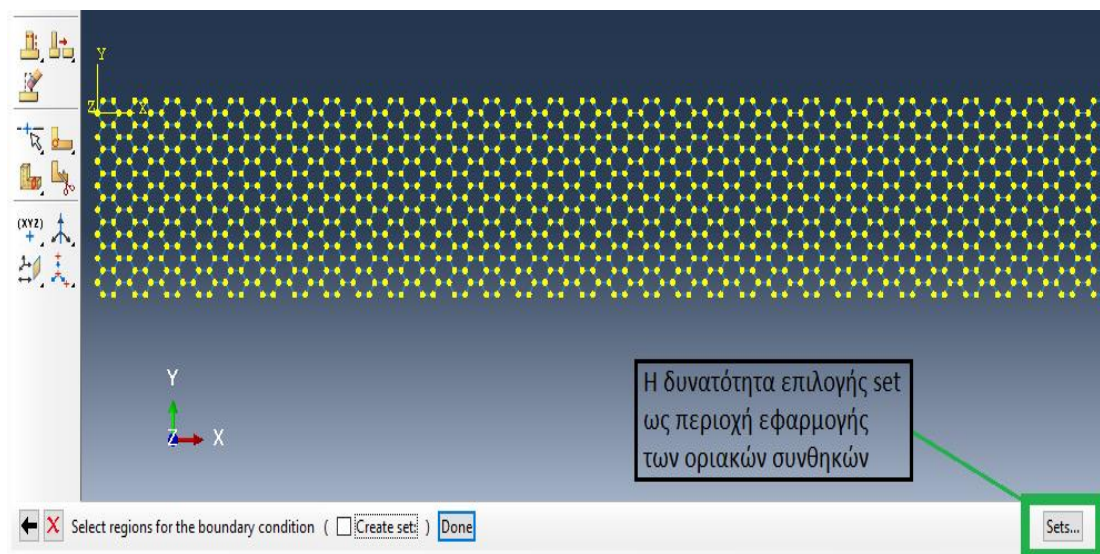
Στη συνέχεια για τον ορισμό των συνοριακών συνθηκών επιλέγουμε την εντολή BCs του δένδρου επιλογών ώστε να εμφανιστεί το παράθυρο δημιουργίας συνοριακών συνθηκών (create boundary condition).

Καταχωρούμε την ονομασία (kuliseis), το βήμα στο οποίο θα οριστούν (επιλέγουμε οι συνοριακές συνθήκες να εφαρμοστούν σε διαφορετικό βήμα από το βήμα άσκησης δυνάμεων, initial), την κατηγορία (mechanical) καθώς και το είδος (displacement/rotation). Το Σχήμα Β.1.31 περιγράφει τις παραπάνω καταχωρήσεις.

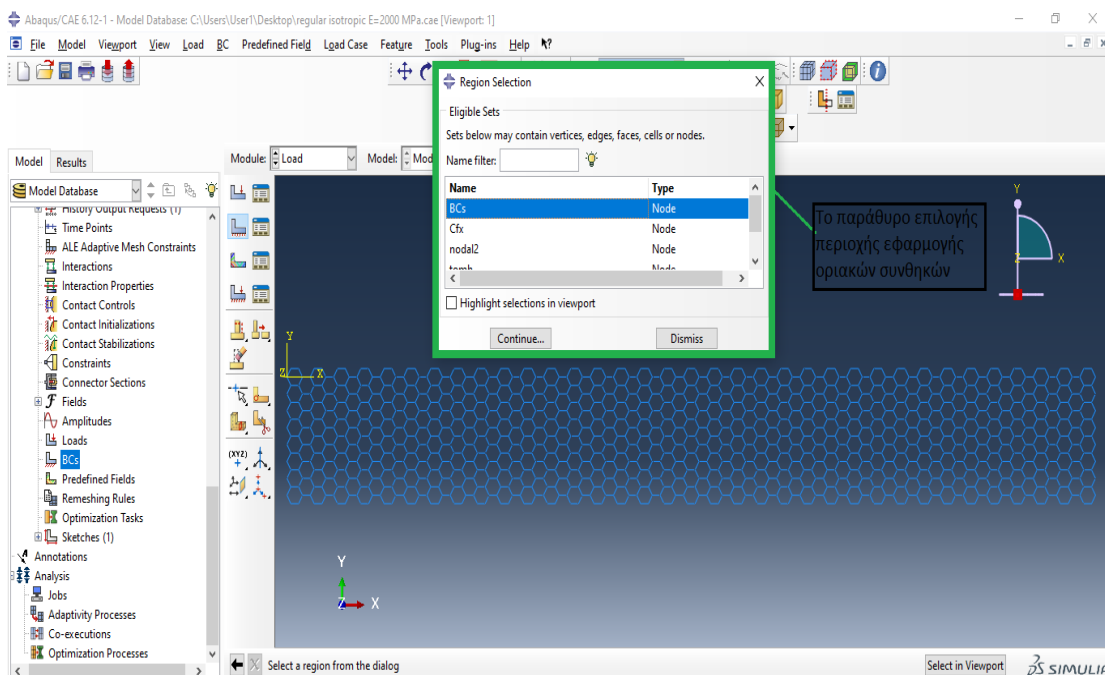


**Σχήμα Β.1.31.** Επιλογή του ονόματος, της κατηγορίας, του είδους καθώς και του βήματος εφαρμογής των συνοριακών συνθηκών (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Για την επιλογή της περιοχής εφαρμογής των συνοριακών συνθηκών επιλέγουμε το set που δημιουργήσαμε προηγουμένως ( $BC_s$ ) μέσω της επιλογής sets που βρίσκεται στο δεξί μέρος της γραμμής οδηγιών του Abaqus όπως φαίνεται στο Σχήμα Β.1.32.



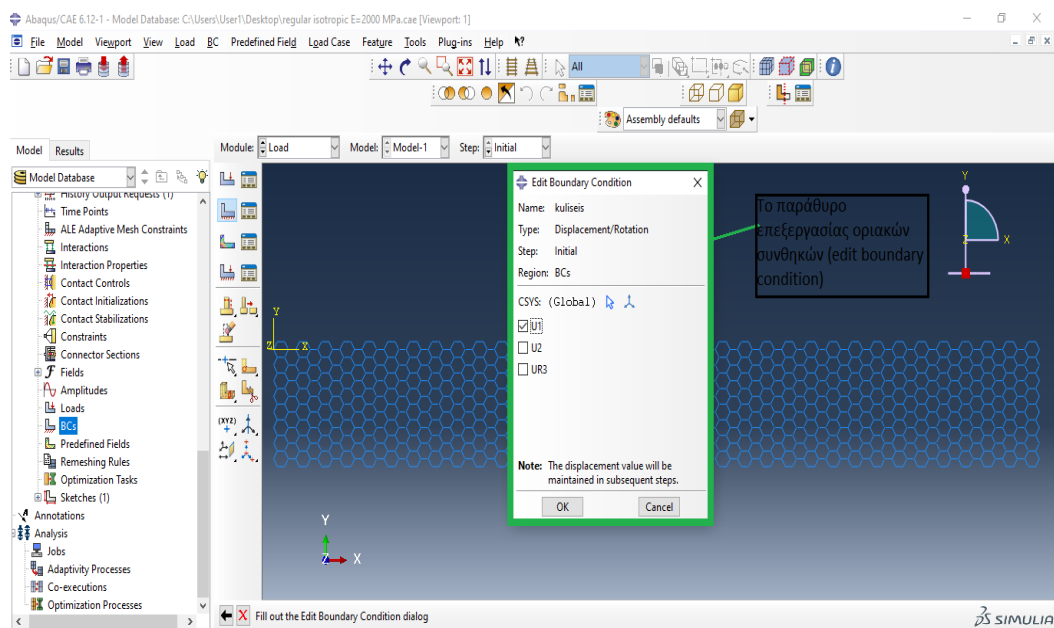
Σχήμα Β.1.32. Η δυνατότητα επιλογής set ως περιοχή  $BC_s$ .



Σχήμα Β.1.33. Το παράθυρο επιλογής περιοχής εφαρμογής  $BC_s$  με βάση τις συστοιχίες (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Στη συνέχεια όπως παρατηρούμε από το Σχήμα Β.1.33, εμφανίζεται το παράθυρο επιλογής set ως περιοχή εφαρμογής συνοριακών συνθηκών όπου καταχωρούμε το set  $BC_s$ .

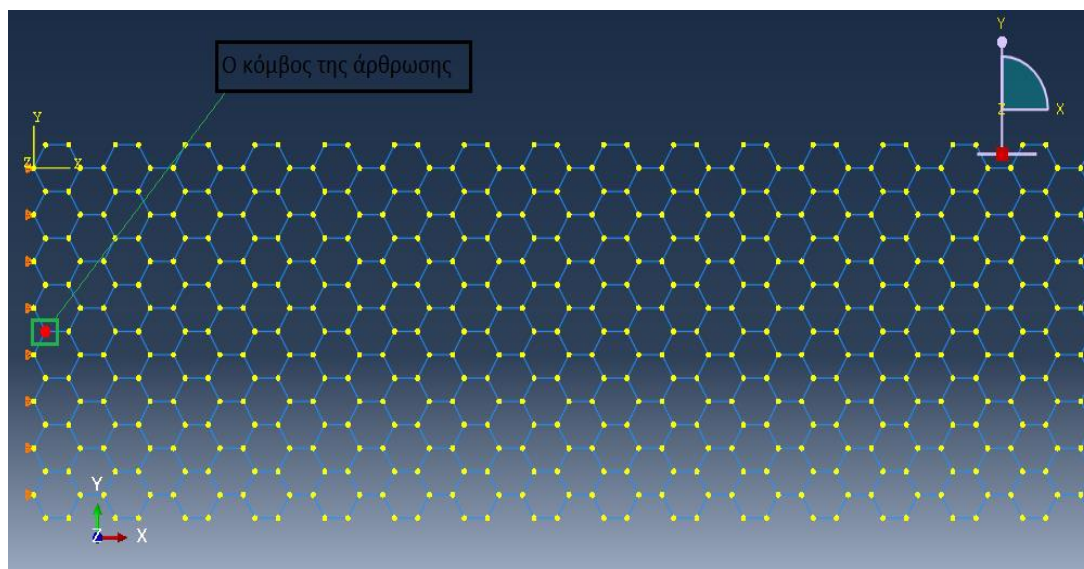
Ύστερα από το παράθυρο επεξεργασίας συνοριακών συνθηκών (edit boundary conditions) που εμφανίζεται, επιλέγουμε την απαγόρευση μετατόπισης κατά x άξονα ( $U_x$ ) σύμφωνα με το Σχήμα Β.1.34.



**Σχήμα Β.1.34.** Ορισμός των συνοριακών συνθηκών (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Για το σκοπό της ανάλυσης μας χρειάζεται και μία ακόμη οριακή συνθήκη, αυτή της άρθρωσης ( $U_x=U_y=0$ ) εφαρμοσμένη στην μέση της αριστερής άκρης του πυρήνα.

Επειδή πρόκειται για οριακή συνθήκη σε 1 κόμβο, δεν χρειάζεται δημιουργία συστοιχίας και γι' αυτό επιλέγουμε τον εν λόγω κόμβο απευθείας (βλ. Σχήμα Β.1.35).

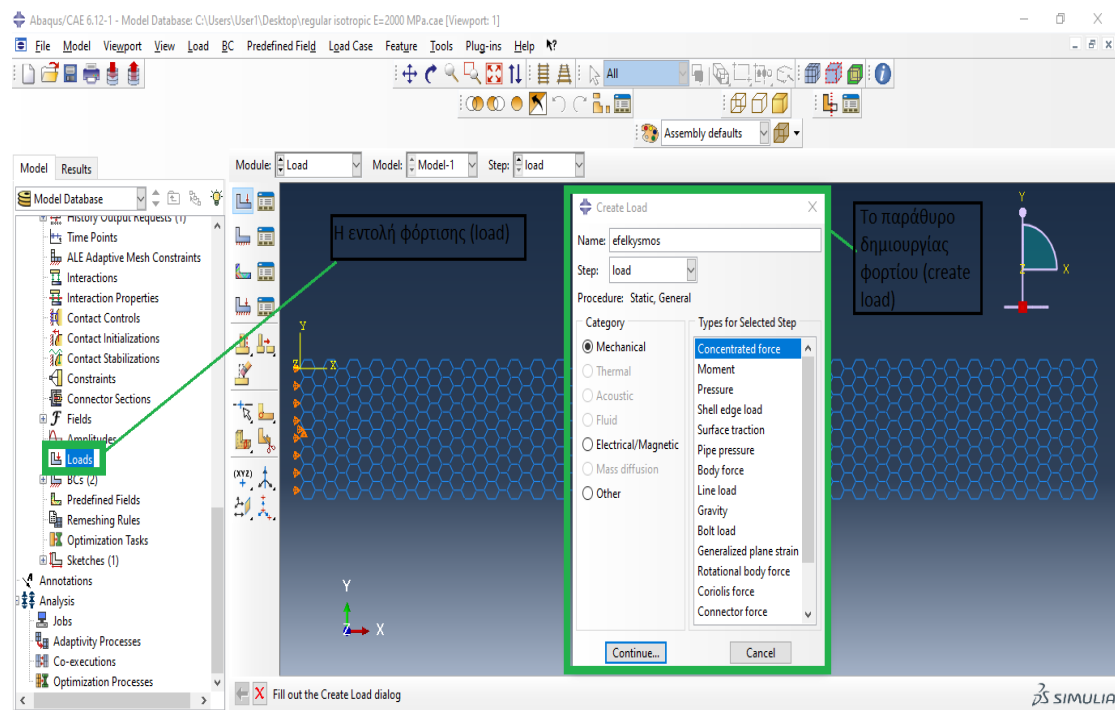


**Σχήμα Β.1.35.** Επιλογή του κόμβου της άρθρωσης στη μέση του αριστερού μέρους του πυρήνα.

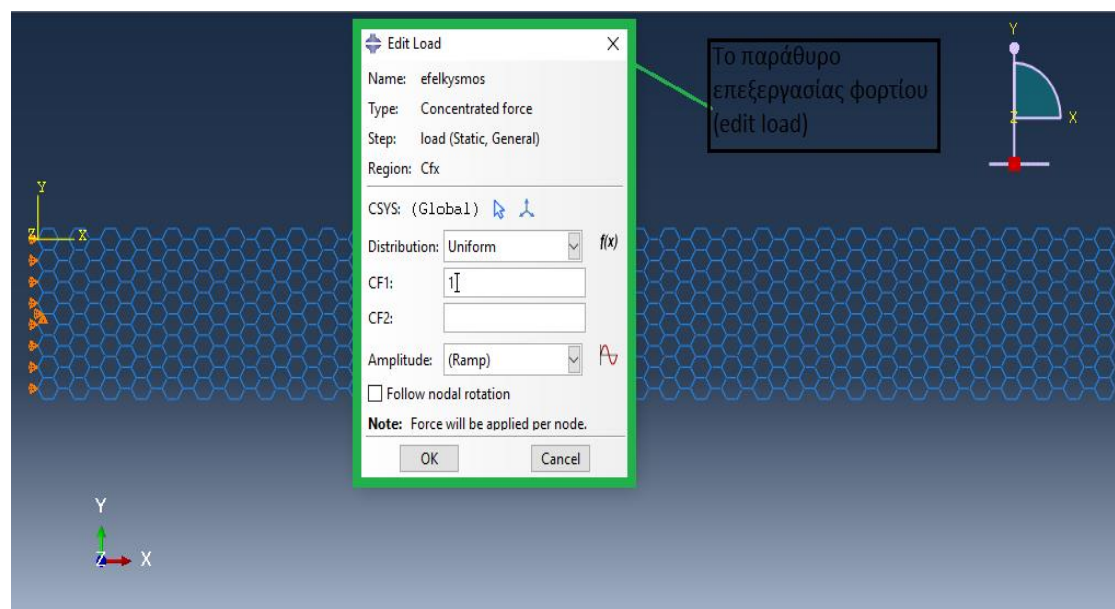
Κατά την επιλογή του κόμβου αυτού παρατηρούμε πως έχουν εμφανιστεί τα αντιπροσωπευτικά εικονίδια των συνοριακών συνθηκών που ορίσαμε πριν. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία δημιουργούμε τα φορτία επιλέγοντας την εντολή load του δένδρου επιλογών.

Στο παράθυρο δημιουργίας φορτίου που απεικονίζεται στο Σχήμα Β.1.36 επιλέγουμε το όνομα (efelkysmos), το βήμα (load), την κατηγορία (mechanical) και το είδος της φόρτισης (concentrated force).

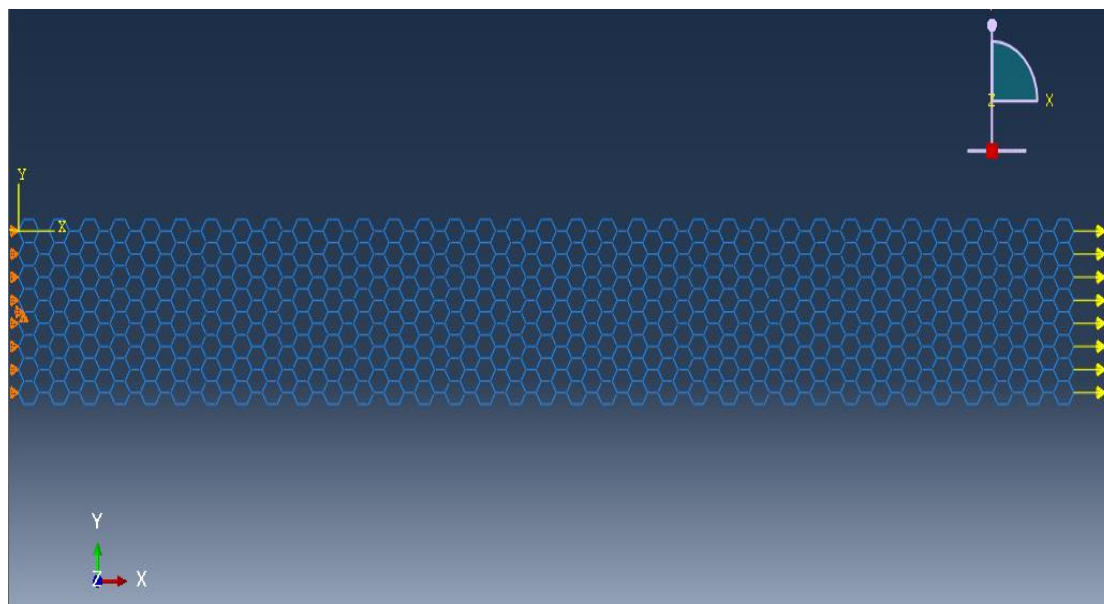
Όσον αφορά την περιοχή άσκησης φορτίων επιλέγουμε το σεν  $Cf_x$  με τον ίδιο τρόπο που επιλέξαμε το σεν  $BC_s$  για τις συνοριακές συνθήκες. Στο παράθυρο επεξεργασίας φόρτισης (edit load) που εμφανίζεται επιλέγουμε την κατεύθυνση φόρτισης κατά άξονα  $x$  ( $CF_1$ ) και μοναδιαία τιμή σύμφωνα με το Σχήμα Β.1.37. Πλέον μπορούμε να έχουμε και μία εποπτική εικόνα των συνοριακών συνθηκών και των φορτίσεων (βλ. Σχήμα Β.1.38).



Σχήμα Β.1.36. Καθορισμός του βήματος, της κατηγορίας και του είδους της φόρτισης (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



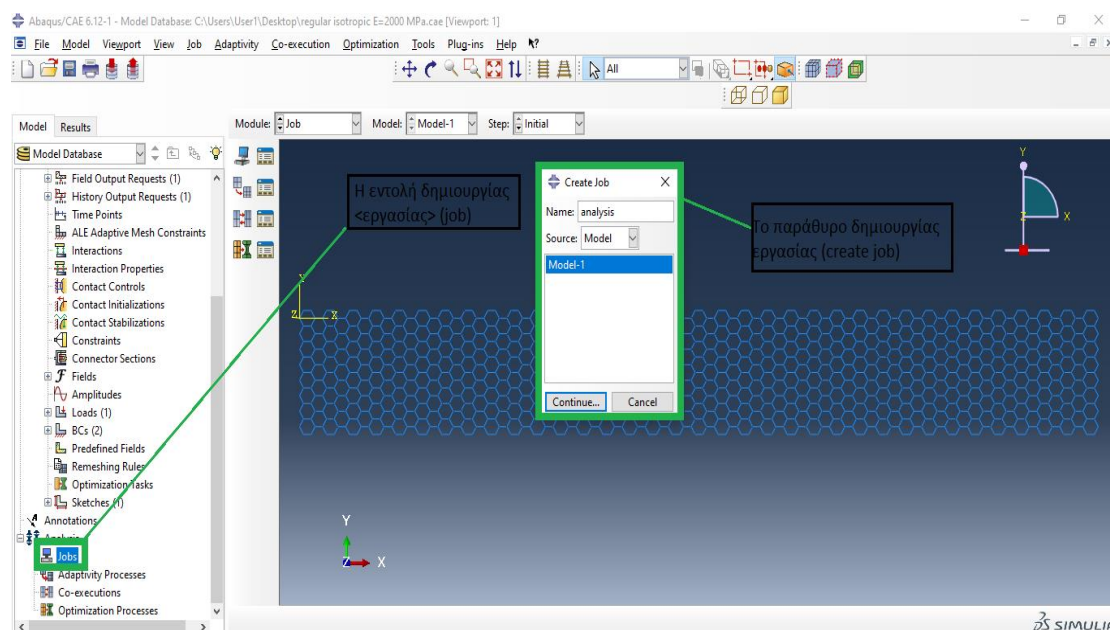
Σχήμα Β.1.37. Επεξεργασία της φοράς και της τιμής της φόρτισης.



**Σχήμα Β.1.38.** Οι συνοριακές συνθήκες (αριστερά) και η εφελκυστική φόρτιση (δεξιά).

Το λογισμικό Abaqus για να πραγματοποιήσει οποιαδήποτε ανάλυση προϋποθέτει την δημιουργία μίας ‘εργασίας’ (job), στην οποία θα αναφέρεται το μοντέλο από το οποίο θα αντλεί τα δεδομένα (στην περίπτωση μας το μοντέλο στο οποίο έχουμε καταχωρήσει τα δεδομένα του πυρήνα ονομάζεται model-1).

Σύμφωνα με το Σχήμα Β.1.39, επιλογή της εντολής job εμφανίζει το παράθυρο δημιουργίας εργασίας (create job) στο οποίο επιλέγουμε το εν λόγω μοντέλο μας από την υποκαρτέλα πηγών (source). Επιπλέον ονομάζουμε την εργασία που θα πραγματοποιήσουμε (analysis) και συνεχίζουμε.

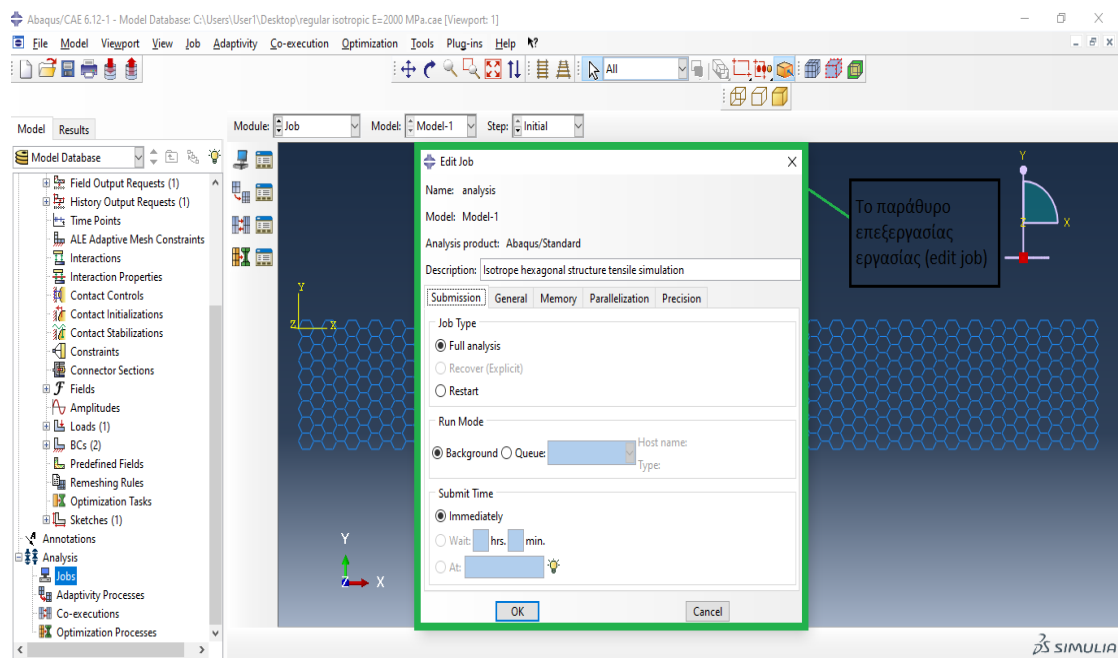


**Σχήμα Β.1.39.** Η εντολή δημιουργίας εργασίας (job)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Παρατηρούμε πως εμφανίζεται ένα ακόμη παράθυρο, εκείνο της επεξεργασίας της εργασίας που ορίσαμε προηγουμένως (edit job). Εδώ μπορούμε να ορίσουμε το είδος της ανάλυσης



(πλήρης) μέσω της καρτέλας submission, την εξαγωγή συγκεκριμένων δεδομένων σε αρχεία (general), το ποσοστό της μνήμης του υπολογιστή που θα χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση (memory), τη χρήση ή μη πολλαπλών επεξεργαστών (parallelization) καθώς επίσης και την περιγραφή που επιθυμούμε να δώσουμε (description) σχετικά με την προσομοίωση (πληκτρολογούμε Isotrope hexagonal structure tensile simulation). Τα ανωτέρω απεικονίζονται στο Σχήμα Β.1.40.



**Σχήμα Β.1.40.** Το παράθυρο επεξεργασίας εργασίας (edit job)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Πλέον έχουμε ολοκληρώσει τη διαδικασία προετοιμασίας της προσομοίωσης μας και είμαστε έτοιμοι να μεταβούμε στην πραγματοποίησή της.

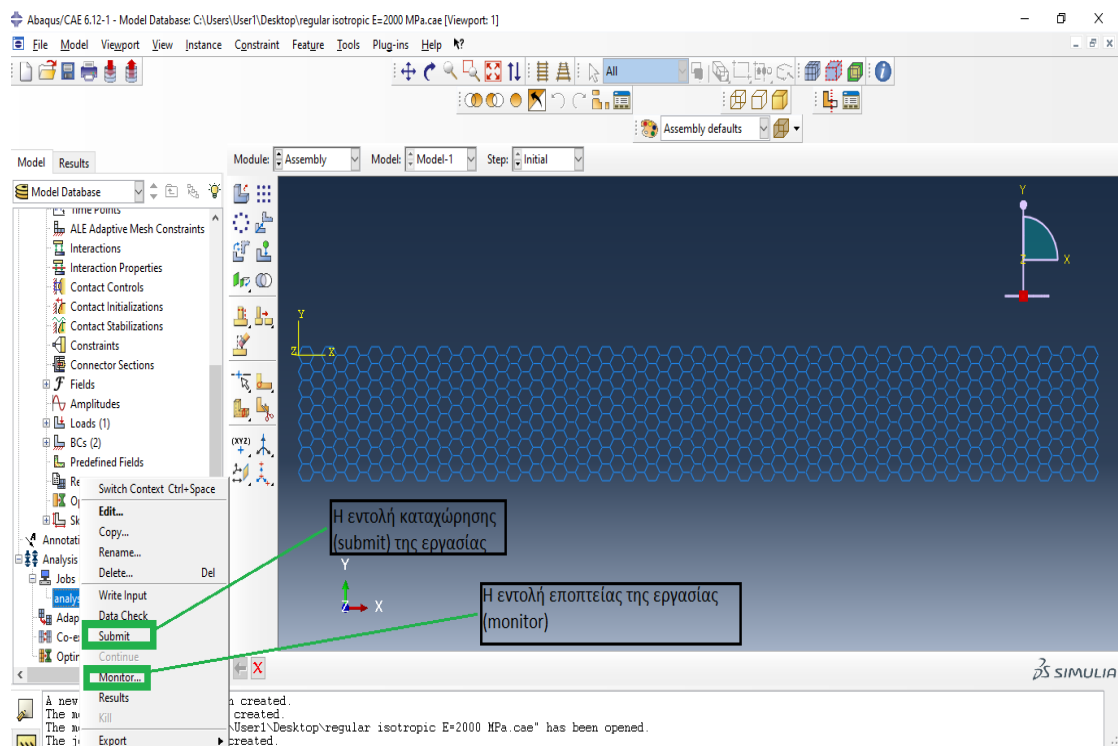
## **B.2. Προσομοίωση ισότροπου κυψελωτού πυρήνα**

Στο παράρτημα αυτό θα εξετάσουμε την προσομοίωση καθαυτή και όπως στην προηγούμενη παράγραφο B.1 θα χρησιμοποιήσουμε το παράδειγμα του ισότροπου κυψελωτού πυρήνα κανονικών εξαγώνων.

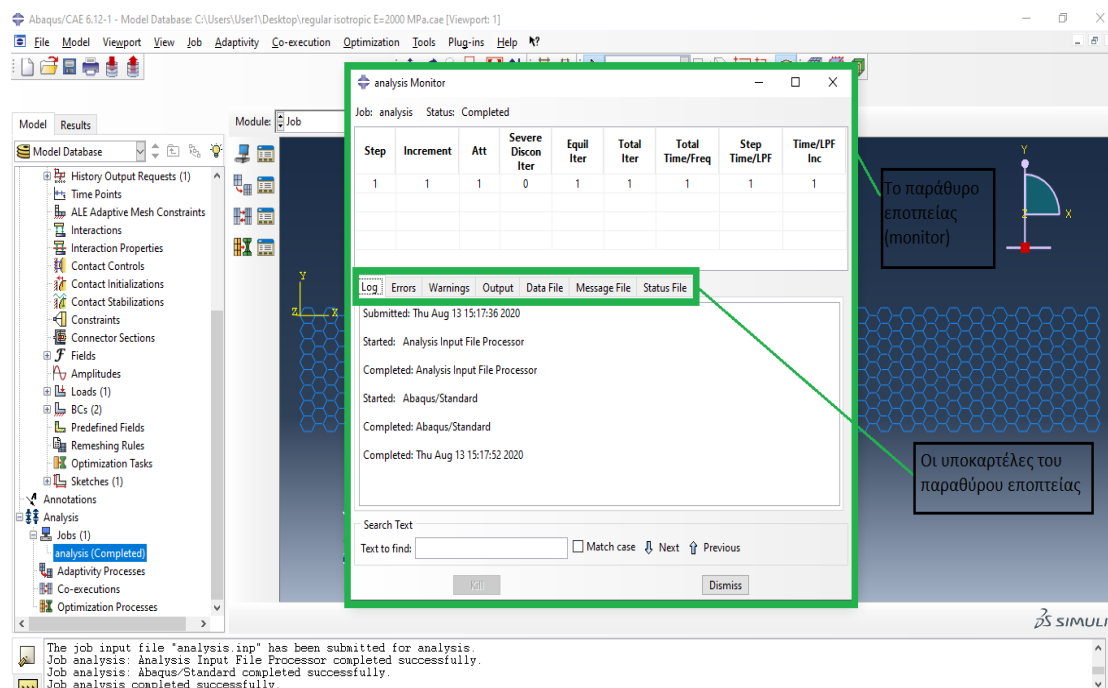
Συνεχίζοντας τη διαδικασία από το παράρτημα B.1, παρατηρούμε πως στην εντολή job του δένδρου επιλογών που δημιουργήσαμε προηγουμένως (σχήμα B.1.40) έχει προστεθεί ο αριθμός ένα (1) στα δεξιά του. Επεκτείνουμε την εντολή και με δεξί κλικ στην εργασία analysis που δημιουργήσαμε εμφανίζονται πιθανές ενέργειες που μπορούμε να πραγματοποιήσουμε όπως μετονομασία (rename), έλεγχος δεδομένων (data check), καταχώρηση (submit) και εποπτεία (monitor) όπως φαίνεται στο Σχήμα B.2.1.

Επιλέγουμε submit ώστε να ξεκινήσει η προσομοίωση και στη συνέχεια επιλέγουμε monitor ώστε να παρακολουθήσουμε την εξέλιξη της προσομοίωσης. Στο παράθυρο που εμφανίζεται (βλ. Σχήμα B.2.2) μπορούμε να δούμε πληροφορίες σχετικά με την διαδικασία της προσομοίωσης από την υποκαρτέλα log, όπως την ημερομηνία καταχώρησης, την εκκίνηση της επεξεργασίας δεδομένων εισόδου (analysis input file processor), την ολοκλήρωση της, την εκκίνηση της προσομοίωσης, την ολοκλήρωση της καθώς την ημερομηνία πραγματοποίησης της προσομοίωσης.

Στην υποκαρτέλα σφαλμάτων (errors) εμφανίζονται με θαυμαστικό (!) τυχόν σφάλματα τα οποία μπορεί να είναι αρκετά σημαντικά σε σημείο που η ανάλυση να μην μπορεί να πραγματοποιηθεί, στην υποκαρτέλα προειδοποιήσεων (warnings) εμφανίζονται μηνύματα σχετικά με διορθώσεις που πρέπει να κάνουμε ώστε η ανάλυση να πραγματοποιηθεί καλύτερα, στην υποκαρτέλα εξαγωγής (output) παρουσιάζονται τα αρχεία εξαγωγής που δημιουργεί το Abaqus (επέκταση .odb), στην υποκαρτέλα data file παρουσιάζονται στοιχεία σχετικά με τα δεδομένα εισόδου, ενώ στις υποκαρτέλες message file και status file εμφανίζονται μηνύματα που αφορούν την ανάλυση και την κατάσταση της αντίστοιχα.

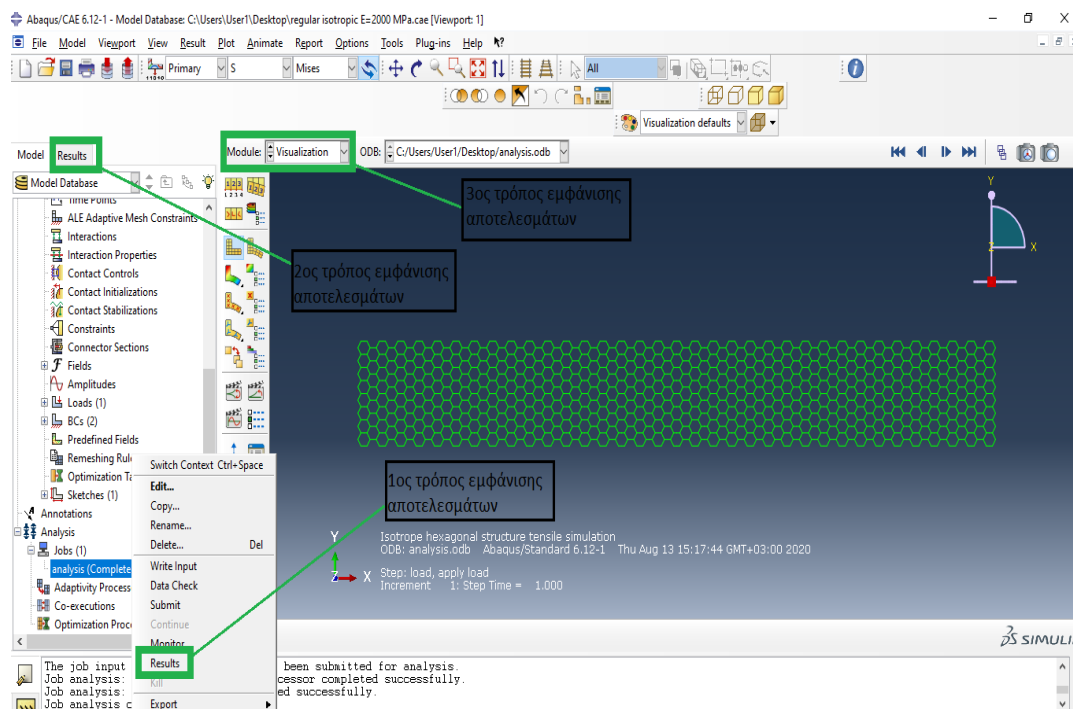


**Σχήμα B.2.1.** Η εντολή καταχώρησης της εργασίας (submit) και εποπτείας (monitor) (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



**Σχήμα Β.2.2.** Το παράθυρο εποπτείας της προσομοίωσης (monitor)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

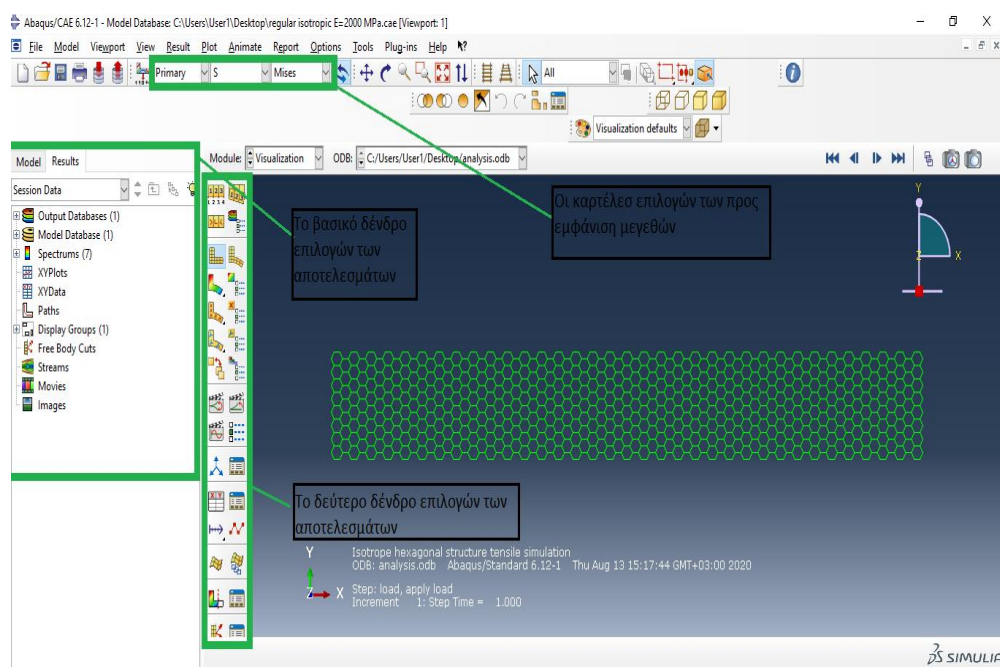
Παρατηρούμε πως η ανάλυση μας ολοκληρώθηκε με επιτυχία χωρίς κανένα σφάλμα, μέσα στο βήμα load που είχαμε ορίσει (1 step). Στη δεξιά μεριά της εντολής analysis (κάτω από εντολή job που βρίσκεται στο δένδρο επιλογών) έχει προστεθεί η φράση ‘ολοκληρωμένη’ (completed) που υποδηλώνει την πραγματοποίηση της προσομοίωσης.



**Σχήμα Β.2.3.** Τρόποι μετάβασης σε καρτέλα αποτελεσμάτων (results)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Για να μπορέσουμε να δούμε τα αποτελέσματα της ανάλυσης μας πρέπει να μεταβούμε στην καρτέλα αποτελεσμάτων (results), διαδικασία που επιτυγχάνεται με τρεις τρόπους. Ο πρώτος τρόπος είναι να επιλέξουμε results από τις διάφορες ενέργειες που εμφανίζονται με δεξιά κλικ στην εντολή analysis (κάτω από monitor). Ο δεύτερος τρόπος είναι να επιλέξουμε την καρτέλα results που βρίσκεται στο άνω αριστερό τμήμα του πλαισίου του Abaqus και δεξιά της καρτέλας model. Τέλος ο τρίτος τρόπος είναι να επιλέξουμε την εντολή visualization από την καρτέλα module. Οι παραπάνω τρόποι παρουσιάζονται στο Σχήμα Β.2.3.

Επιλέγουμε τον τρίτο τρόπο και μεταβαίνουμε στα αποτελέσματα (βλ. Σχήμα Β.2.4). Παρατηρούμε πως το πλαίσιο (interface) του Abaqus έχει αλλάξει. Εμφανίζονται δύο νέα δένδρα (ένα βασικό και ένα δεύτερο) καθώς επίσης και 3 καρτέλες στο άνω τμήμα του interface, η καρτέλα εποπτείας κατάστασης (primary) στην οποία μπορούμε να επιλέξουμε την κατάσταση της κυψελωτής διάταξης (βασική ή παραμορφωμένη, primary or deformed), η καρτέλα επιλογής μεγέθους προς εποπτεία (π.χ. τάση (S) ή μετατόπιση (U)) και η καρτέλα επιλογής συγκεκριμένου μεγέθους με βάση την προηγούμενη (π.χ. τάση Mises ή μετατόπιση κατά τον άξονα y (U<sub>y</sub>)).



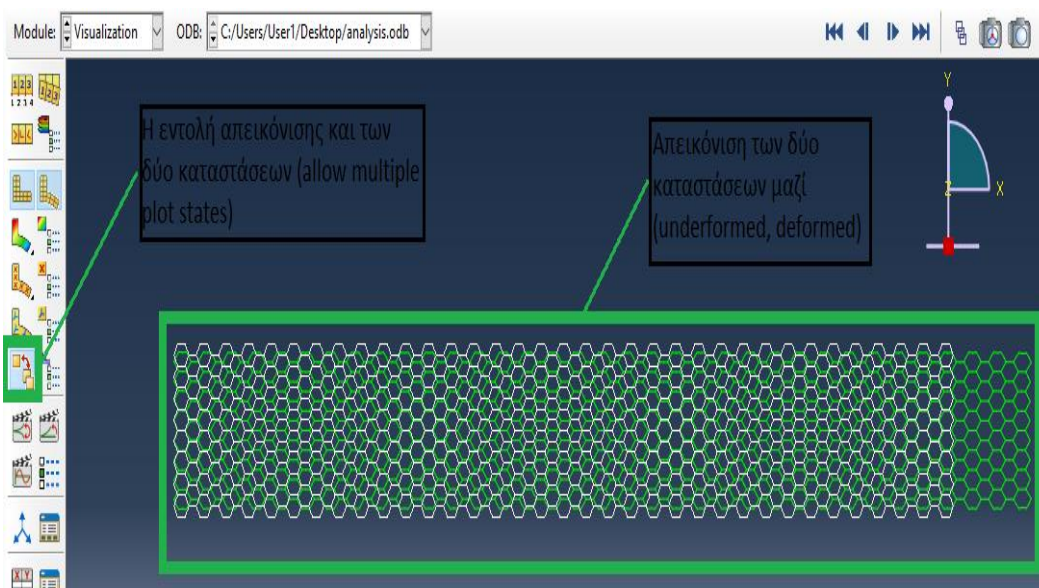
**Σχήμα Β.2.4.** Το πλαίσιο των αποτελεσμάτων  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Αρχικά ας παρατηρήσουμε την αρχική κατάσταση της κατασκευής μας καθώς και την παραμορφωμένη χωρίς την εποπτεία κάποιου μεγέθους. Για το πετύχουμε επιλέγουμε από το δεύτερο δένδρο επιλογών τις εντολές plot undeformed shape και plot deformed shape σύμφωνα με το ακόλουθο Σχήμα Β.2.5.

Επίσης έχουμε τη δυνατότητα εποπτείας και των δύο καταστάσεων μαζί, γεγονός που βοηθά στην άμεση αναγνώριση του μεγέθους της παραμόρφωσης, μέσω της εντολής allow multiple plot states και ύστερα με επιλογή των δύο προηγούμενων καταστάσεων (βλ. Σχήμα Β.2.6).

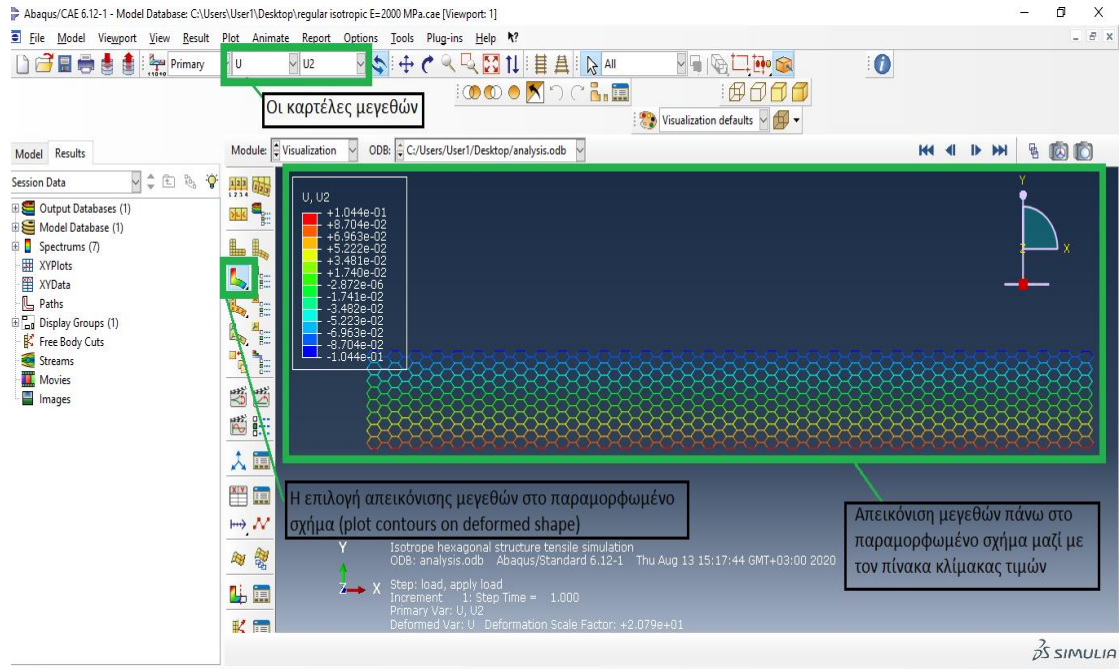


Σχήμα Β.2.5. Η αρχική (α) και η παραμορφωμένη (β) κατάσταση.



Σχήμα Β.2.6. Η αρχική (λευκό) και η παραμορφωμένη (πράσινο) κατάσταση.

Σε περίπτωση που θέλουμε να εστιάσουμε συγκεκριμένα μεγέθη πάνω στην κυψελωτή διάταξη μας (π.χ. μετατόπιση κατά τον άξονα  $y$ ,  $U_y$ ) επιλέγουμε την εντολή απεικόνισης μεγεθών στην παραμορφωμένη κατάσταση (plot contours on deformed shape) από το δεύτερο δένδρο καθώς και τα μεγέθη  $U$  και  $U_2$  από τις καρτέλες μεγεθους κα συγκεκριμένου μεγέθους του άνω τμήματος του interface του Abaqus όπως φαίνεται στο επόμενο Σχήμα Β.2.7.



**Σχήμα Β.2.7.** Απεικόνιση μεγεθών πάνω στην παραμορφωμένη κατάσταση (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Παρατηρούμε πως εμφανίζεται ένας πίνακας, ο οποίος περιέχει 12 κλίμακες σε καθεμία από τις οποίες αντιστοιχεί συγκεκριμένο χρώμα, όπου αναφέρονται όλες οι διαφορετικές τιμές που λαμβάνει το επιλεγμένο προς απεικόνιση μέγεθος.

Κατά συνέπεια εμφανίζεται και η μέγιστη (άνω όριο κόκκινης κλίμακας) και η ελάχιστη τιμή (κάτω όριο μπλε κλίμακας). Οι τιμές αυτές είναι σχετικές με την αρχή τον αξόνων ΧοΥ.

Στην περίπτωση μας η αρχή τον αξόνων βρίσκεται πάνω και αριστερά στην κατασκευή, οπότε οι ενδεικτικές τιμές  $+1.044 \cdot 10^{-1}$  και  $-1.044 \cdot 10^{-1}$  της μετατόπισης κατά άξονα y ενώ έπρεπε να είναι και οι δύο αρνητικές (θλίψη κατά y) παρουσιάζουν αντίθετα πρόσημα. Αυτό συμβαίνει γιατί η θετική τιμή βρίσκεται ακόμη στο θετικό τμήμα του άξονα y. Για τους υπολογισμούς μας θα λάβουμε υπόψη το αρνητικό άθροισμα των απόλυτων τιμών.

### **B.3. Εξαγωγή αποτελεσμάτων προσομοίωσης**

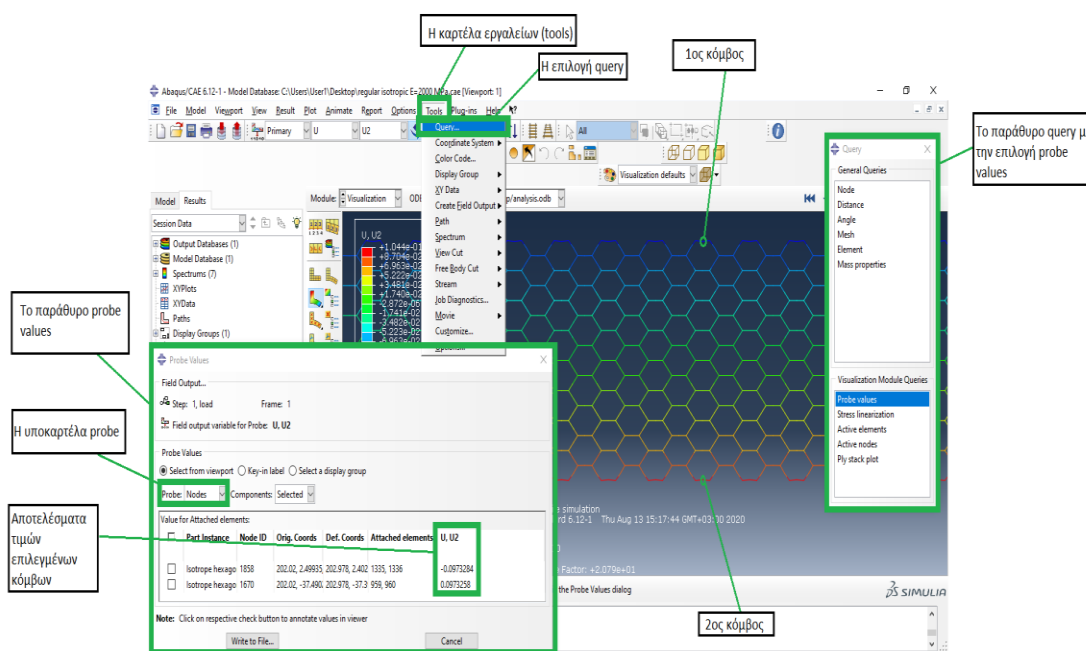
Σε αυτή την παράγραφο θα εξετάσουμε τις μεθόδους καταγραφής/εξαγωγής των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης με τη βοήθεια του παραδείγματος που χρησιμοποιήθηκε στις προηγούμενες παραγράφους.

Υπάρχουν δύο τρόποι για να εξάγουμε τα αποτελέσματα οποιουδήποτε μεγέθους, ο πρώτος είναι ο χειροκίνητος τρόπος όπου επιλέγουμε να εμφανίσουμε την τιμή ενός μεγέθους σε ένα κόμβο ή σε ένα πεπερασμένο στοιχείο και ο δεύτερος είναι να επιλέξουμε την παρουσίαση των τιμών ενός μεγέθους σε ένα σύνολο (set) κόμβων ή πεπερασμένων στοιχείων.

Όσον αφορά μεγέθη για τα οποία χρειαζόμαστε μικρό σύνολο τιμών (π.χ. μετατόπιση  $U_y$  σε δύο κόμβους) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον πρώτο τρόπο για ευκολία. Από την καρτέλα εργαλείων (tools) που βρίσκεται στο ανώτατο τμήμα του interface του Abaqus επιλέγουμε την εντολή query ώστε να εμφανιστεί το παράθυρο query. Από εκείνο επιλέγουμε την εντολή probe values.

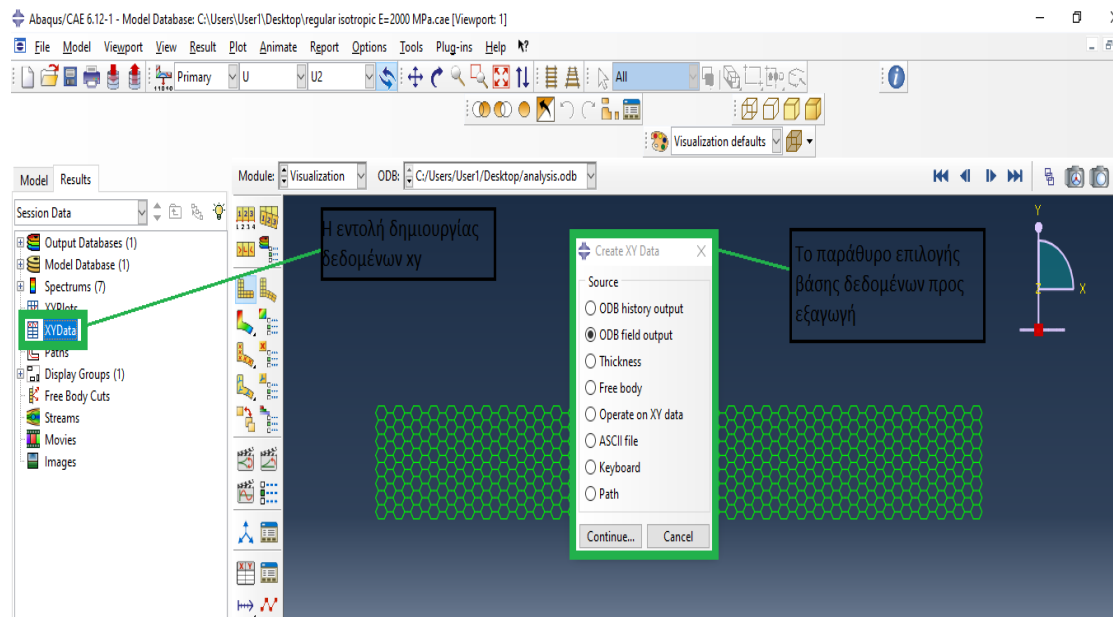
Στο αναδυόμενο παράθυρο probe values επιλέγουμε από την υποκαρτέλα probes την κατηγορία κόμβων (nodes). Τώρα μπορούμε να επιλέξουμε οποιονδήποτε κόμβο επιθυμούμε για να εμφανιστεί η τιμή του ενδιαφερόμενου μεγέθους. Επιλέγουμε τους δύο ακριανούς (κατά  $y$ ) κόμβους που βρίσκονται στη μέση της κυψελωτής διάταξης μας (προηγουμένως είχαμε δημιουργήσει set με αυτούς τους κόμβους που είχαμε ονομάσει nodal2).

Παρατηρούμε πως οι τιμές για τους δύο κόμβους εμφανίζονται κάτω από την ένδειξη  $U, U_2$ . Σε περίπτωση που θέλουμε να εμφανιστούν τιμές διαφορετικού μεγέθους επιλέγουμε από την καρτέλα μεγεθών το επιθυμητό μέγεθος. Τα παραπάνω απεικονίζονται στο Σχήμα B.3.1.



**Σχήμα B.3.1.** Εξαγωγή αποτελεσμάτων με χρήση του 1<sup>ου</sup> τρόπου (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

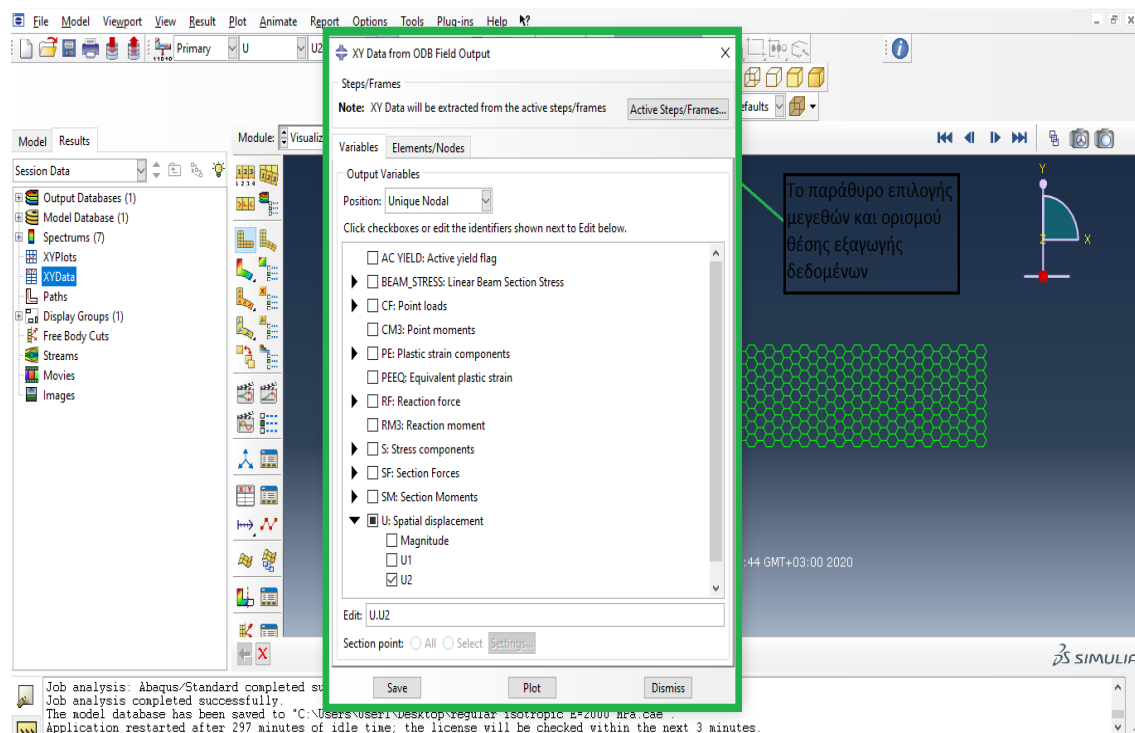
Ο δεύτερος τρόπος έγκειται στη χρήση της εντολής δημιουργίας δεδομένων XY (XY data) βασικού δένδρου επιλογών. Στο παράθυρο create xy data που εμφανίζεται επιλέγουμε ως πηγή των δεδομένων (source) την αρχειοθήκη δεδομένων εξόδου (odb field output) σύμφωνα με το Σχήμα B.3.2.



**Σχήμα Β.3.2.** Επιλογή δημιουργίας δεδομένων εξόδου xy και πηγής δεδομένων (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Στη συνέχεια το λογισμικό μας παραπέμπει στο παράθυρο επιλογής μεγεθών καθώς και κόμβων ή πεπερασμένων στοιχείων για οποία ενδιαφερόμαστε να μάθουμε τις τιμές των συγκεκριμένων μεγεθών (βλ. Σχήμα Β.3.3).

Από την υποκαρτέλα variables επιλέγουμε ως θέση (position) ένα κόμβο (unique nodal) και ως μεγέθη επιλέγουμε την μετατόπιση κατά y ( $U_y=U_2$ ) επεκτείνοντας την επιλογή μεγέθους spatial displacement (U).



**Σχήμα Β.3.3.** Επιλογή δεδομένων εξαγωγής και θέσης άντλησης δεδομένων (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

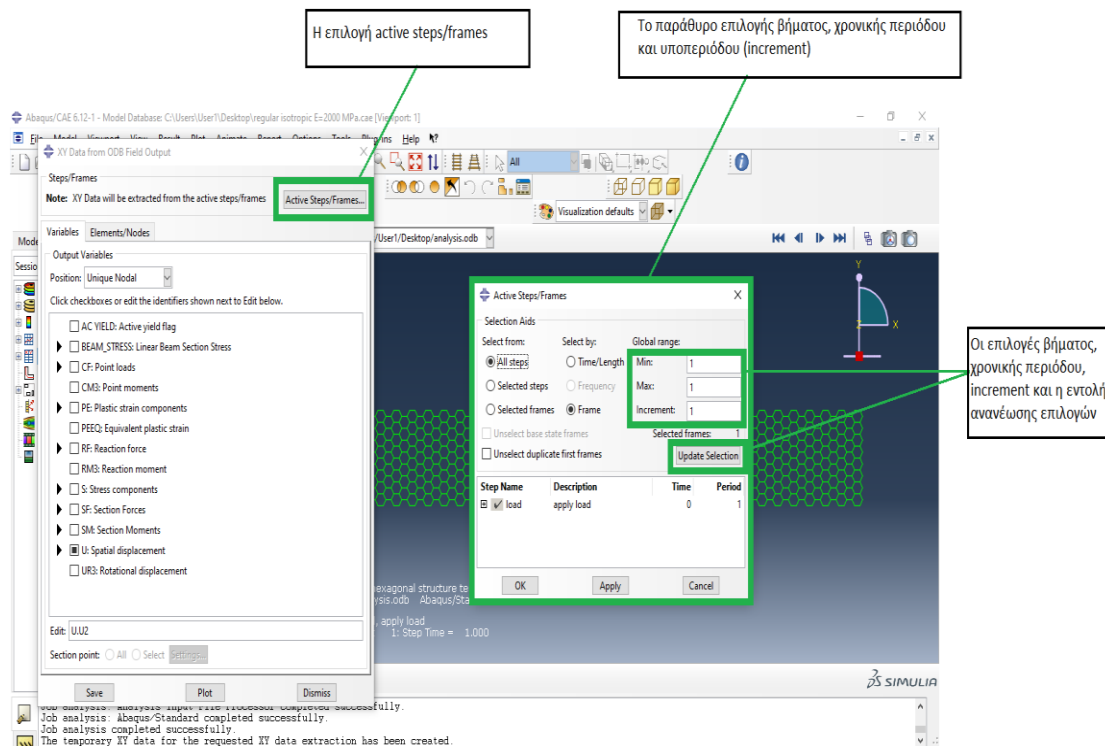


Μία βασική διαφοροποίηση αυτής της μεθόδου εξαγωγής δεδομένων είναι η δυνατότητα επιλογής χρονικής περιόδου και υποπεριόδου βήματος (increment) για την οποία θέλουμε τα αποτελέσματα μας.

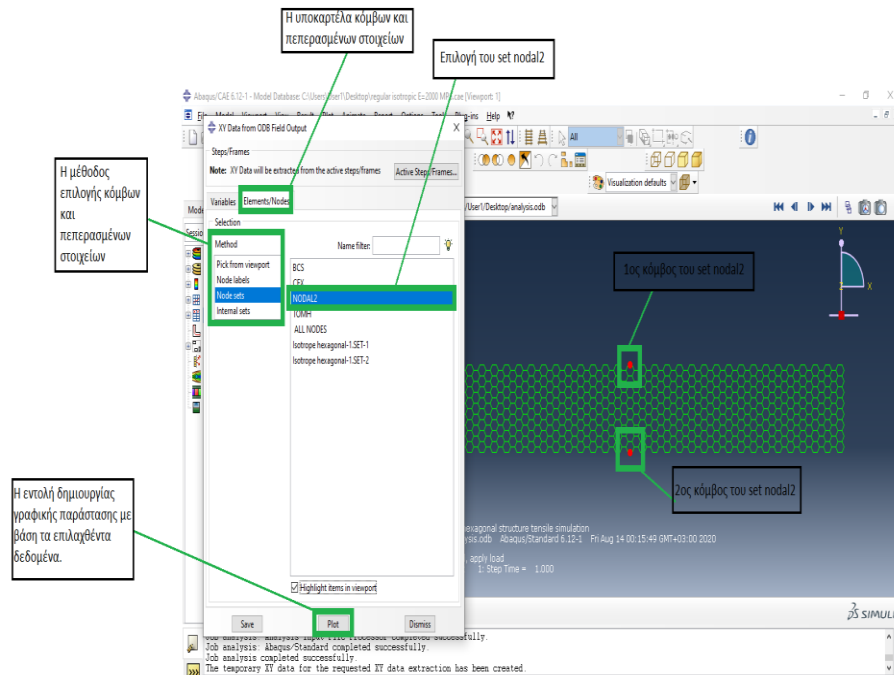
Μέσω της επιλογής active steps/frames που βρίσκεται στο άνω δεξί τμήμα του παραθύρου επιλογής δεδομένων μεταβαίνουμε στο παράθυρο επιλογής χρονικής περιόδου, βήματος και increment όπως φαίνεται στο ακόλουθο Σχήμα Β.3.4.

Στην περίπτωση μας τα δεδομένα που μας ενδιαφέρουν αναφέρονται στην τελική κατάσταση οπότε συμπληρώνουμε στις επιλογές μας 1 βήμα, 1 χρονική περίοδος και 1 increment. Στη συνέχεια επιλέγουμε ανανέωση επιλογών (update selection), apply και ok.

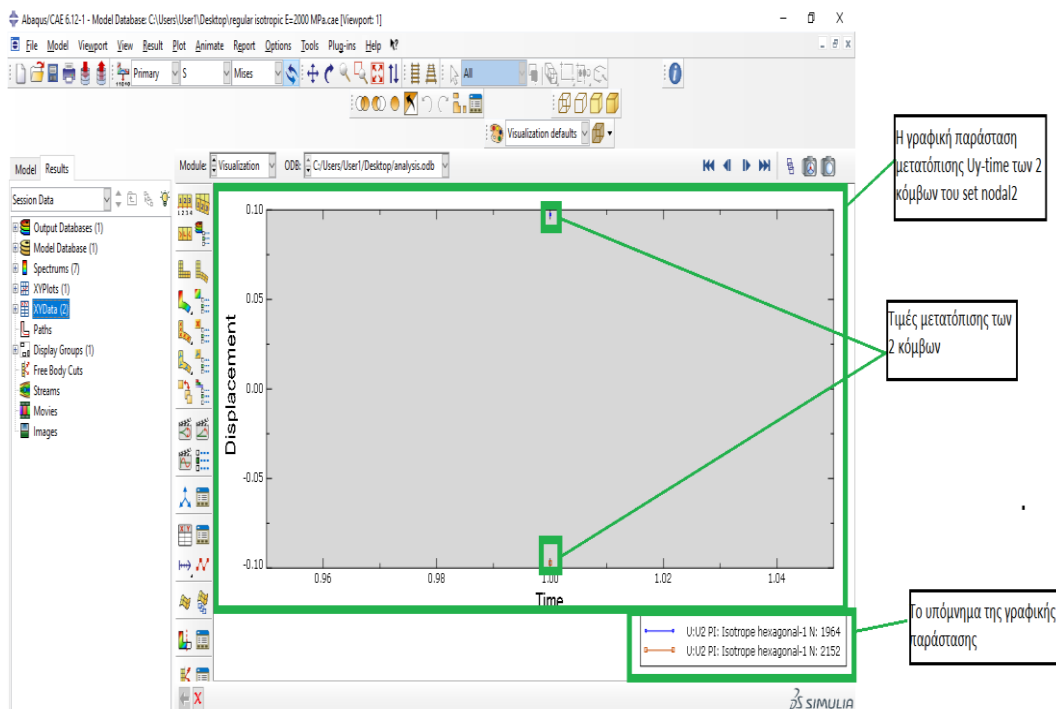
Επόμενο βήμα είναι η επιλογή των κόμβων που μας ενδιαφέρει να αντλήσουμε τα αποτελέσματα. Επιλέγοντας την υποκαρτέλα elements/nodes μας δίνεται η δυνατότητα επιλογής των set που έχουμε δημιουργήσει. Κατωχρώνουμε ως μέθοδο (method) τα set των κόμβων (node sets) και επιλέγουμε το set nodal2. Τέλος κάνουμε κλικ στην επιλογή highlight items in viewport ώστε να εμφανιστεί το εν λόγω set στην κυψελωτή διάταξη και να ελέγξουμε την ορθότητα του (βλ. Σχήμα Β.3.5).



**Σχήμα Β.3.4.** Επιλογή βήματος, χρονικής περιόδου και increment για εξαγωγή δεδομένων (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



**Σχήμα Β.3.5.** Επιλογή σελ κόμβων για άντληση δεδομένων  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



**Σχήμα Β.3.6.** Γραφική παράσταση μετατόπισης κατά  $y$ -χρόνου ( $U_y$ -time)  
για τους κόμβους του set nodal2 (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Για τη δημιουργία της γραφικής παράστασης με βάση τα δεδομένα μας επιλέγουμε την εντολή plot. Στο παραπάνω Σχήμα Β.3.6 απεικονίζεται η γραφική παράσταση. Επιπλέον παρατηρούμε τη δημιουργία ενός υπομνήματος στο οποίο αναφέρονται τα μεγέθη στα οποία αναφέρονται οι τιμές ( $U_y$ ), το εξάρτημα (Isotrope hexagonal) καθώς και οι κόμβοι στους οποίους αντιστοιχούν (N:1964, N:2152).

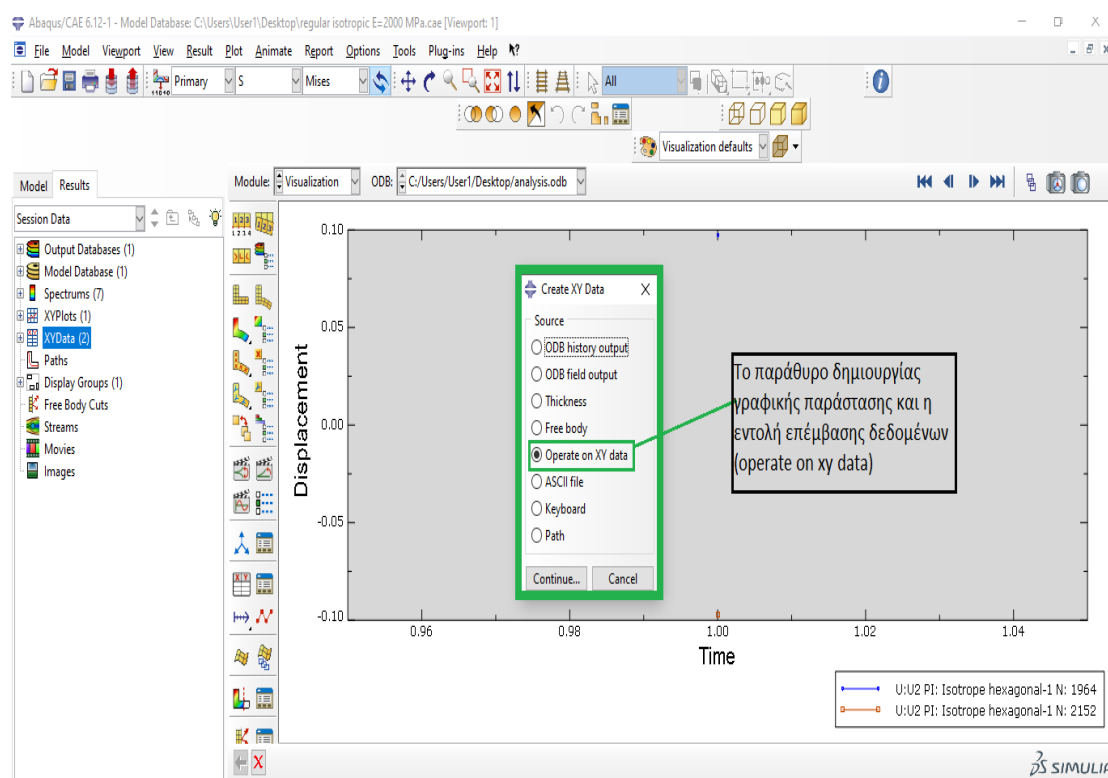
Επιπλέον στις επιλογές XYdata και XYplots του δένδρου επιλογών έχουν εμφανιστεί οι αριθμοί δύο και ένα αντίστοιχα που υποδεικνύουν πως υπάρχουν 2 καταχωρήσεις δεδομένων (από τους κόμβους του σεν nodal2) και 1 γραφική παράσταση.

Επιπροσθέτως η χρονική στιγμή που εμφανίζεται στο γράφημα είναι 1 όπως είχαμε ορίσει προηγουμένως. Παρόλα αυτά δεν μπορούμε να υπολογίσουμε ακόμη την ακριβή τιμή που χρειαζόμαστε για τη μετατόπιση. Πρέπει πρώτα να μετατρέψουμε τη γραφική παράσταση σαν ένα δεδομένο και ύστερα να εξάγουμε τα αποτελέσματα της σε αρχείο excel.

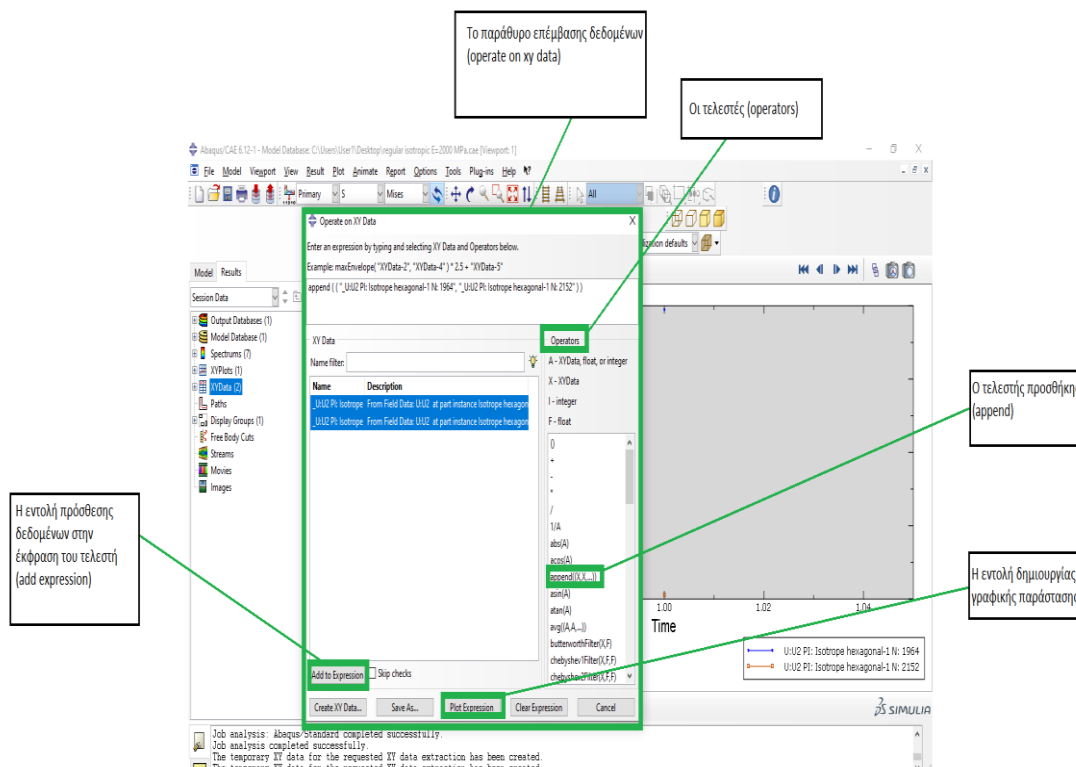
Γι' αυτό το λόγο επιλέγουμε ξανά με διπλό κλικ την επιλογή XYdata και στο παράθυρο δημιουργίας γραφικής παράστασης επιλέγουμε την εντολή επέμβασης στα δεδομένα (operate on xydata) σύμφωνα με το Σχήμα Β.3.7.

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παράθυρο επέμβασης δεδομένων στο οποίο μπορούμε να επιλέξουμε τον επιθυμητό τελεστή λειτουργίας (operators). Επιλέγουμε τον τελεστή προσθήκης δεδομένων (append) και ύστερα επιλέγουμε τις τιμές των μετατοπίσεων. Η εντολή πρόσθεσης σε έκφραση (add expression) μας επιτρέπει να μεταφέρουμε της τιμές μας εντός του τελεστή προσθήκης (βλ. Σχήμα Β.3.8).

Ονομάζουμε τη γραφική παράσταση  $U_y-t$  μέσω της εντολής αποθήκευση ως (save as). Ύστερα επιλέγουμε την εντολή δημιουργίας γραφικής παράστασης (plot expression) και παρατηρούμε πως δημιουργείται μία κατακόρυφη γραμμή που ενώνει τις δύο αυτές τιμές (βλ. Σχήμα Β.3.9).

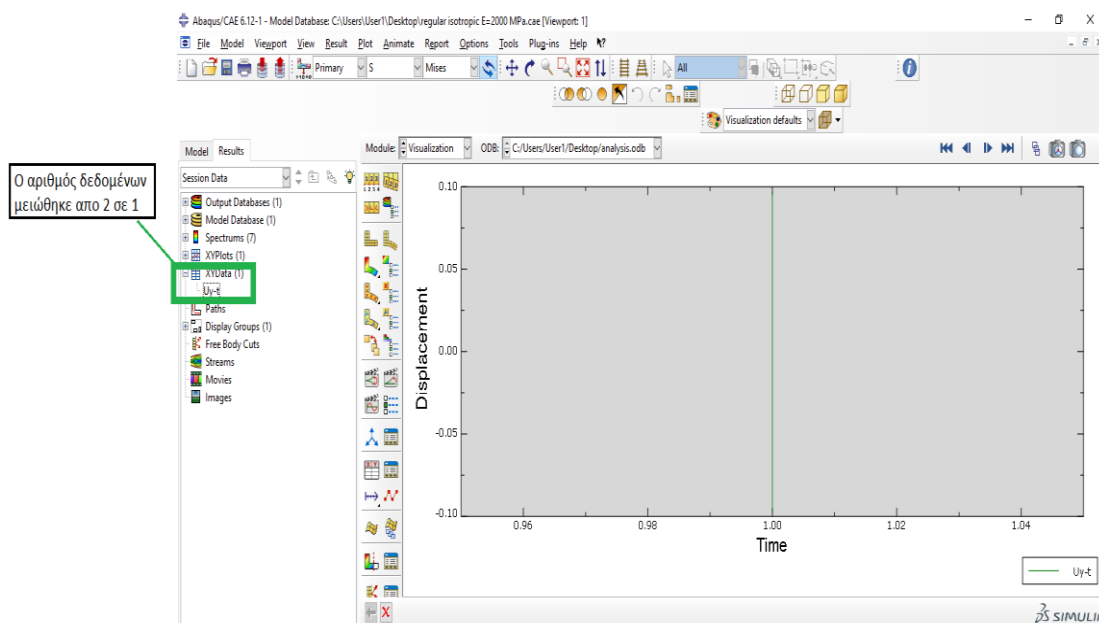


**Σχήμα Β.3.7.** Η εντολή επέμβασης στα δεδομένα (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).



**Σχήμα Β.3.8.** Ο τελεστής προσθήκης δεδομένων (append)  
(Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

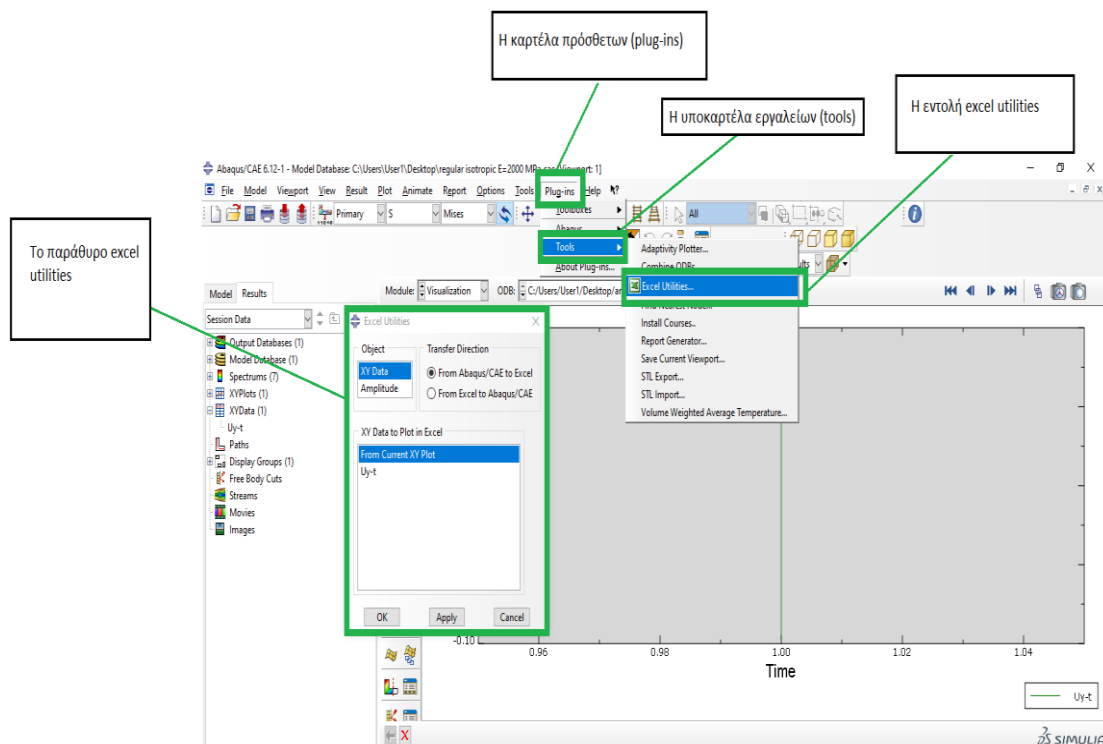
Από τη νέα γραφική παράσταση (βλ. Σχήμα Β.3.9) παρατηρούμε πως ο αριθμός δίπλα στην επιλογή XYdata έχει μειωθεί από 2 σε 1 όπως περιμέναμε.



**Σχήμα Β.3.9.** Η καταχώρηση των δεδομένων της προηγούμενης γραφικής παράστασης ως ένα δεδομένο (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Τελικό βήμα για την απόκτηση δεδομένων είναι η επιλογή της εντολής excel utilities που μας επιτρέπει να εξάγουμε δεδομένα σε αρχείο excel (και αντίστροφα). Η εν λόγω εντολή βρίσκεται στην υποκαρτέλα εργαλείων (tools) η οποία με τη σειρά της βρίσκεται στην καρτέλα

πρόσθετων (plug-ins). Επιλογή της μας παραπέμπει στο παράθυρο excel utilities όπως φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα Β.3.10.



**Σχήμα Β.3.10.** Εξαγωγή δεδομένων μέσω του παραθύρου excel utilities (Dassault Systèmes SIMULIA Co. 2012).

Από το παράθυρο excel utilities επιλέγουμε ως αντικείμενο (object) τα δεδομένα (xydata), ως κατεύθυνση μεταφοράς δεδομένων (transfer direction) από το Abaqus προς excel και ως δεδομένα για τη μεταφορά την γραφική παράσταση  $U_y-t$  ή την τωρινή (from current xy plot).

Επιλέγοντας apply το Abaqus αρχικοποιεί τα δεδομένα σε excel. Από το αρχείο αυτό παίρνουμε τον ακόλουθο Πίνακα Β.1.

Κόμβοι	$U_y$ (mm)
1	0,097330
2	-0,09730

**Πίνακας Β.1.** Τιμές μετατόπισης  $U_y$  για το σετ κόμβων nodal2.

Παρατηρούμε πως στο παράθυρο excel utilities έχουμε την επιλογή να μετατρέψουμε σε excel μόνο ένα δεδομένο (xydata) κάθε φορά. Σε περίπτωση που έχουμε λίγους κόμβους όπως προηγουμένως (2) δεν θα χρειαζόταν η διαδικασία προσθήκης των δεδομένων μέσω του τελεστή append καθώς θα μπορούσαμε να εκτελέσουμε δύο φορές τη διαδικασία αρχικοποίησης και να πάρουμε τις παραπάνω τιμές από το excel.

Παραλείποντας όμως τη διαδικασία μετατροπής πολλαπλών δεδομένων σε ένα δεδομένο, ο 2<sup>ος</sup> τρόπος εξαγωγής δεδομένων ταυτίζεται με τον 1<sup>ο</sup>. Γι' αυτό στην περίπτωση εξαγωγής δεδομένων από λίγους κόμβους συνιστάται η 1<sup>η</sup> μέθοδος. Όμως πολλές φορές χρειάζεται να εξάγουμε δεδομένα από πολλούς κόμβους (π.χ. στην φόρτιση κατά  $y$  των ανισότροπων κυψε-

λωτών πυρήνων του κεφαλαίου 3 έχουμε τομή αποτελούμενη από περισσότερους από 70 κόμβους) και γι' αυτό χρησιμοποιούμε τη 2<sup>η</sup> μέθοδο.