



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Ανάπτυξη αριθμητικής μεθοδολογίας υπολογισμού της τροχιάς  
μοντέλων ψαριού στο πεδίο ροής υδροστροβίλων αντίδρασης**

**ΓΕΩΡΓΙΟΣ Π. ΚΟΤΣΙΡΑΣ**

**Επιβλέπων :** Ιωάννης Σ. Αναγνωστόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2020





National Technical University of Athens

SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING

FLUIDS SECTION

DIPLOMA THESIS

**Development of a numerical methodology for fish models  
tracking in the flow field of reaction hydroturbines**

**GEORGIOS P. KOTSIRAS**

**Supervisor:** Ioannis S. Anagnostopoulos

Professor NTUA

Athens, July 2020

Copyright © Γεώργιος Π. Κοτσιράς, 2020

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



## *Ευχαριστίες*

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε στο Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κατά το ακαδημαϊκό έτος 2019-2020.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας, κ. Ιωάννη Αναγνωστόπουλο, για την ανάθεση ενός τόσο ενδιαφέροντος θέματος καθώς και για την αμεσότητα της συνεργασίας, την άριστη καθοδήγηση και την άμεση βοήθεια του σε οποιονδήποτε προβληματισμό μου καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Στη συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Χαράλαμπο Κόττα-Χουλάκη για την άψογη συνεργασία μας και την ανταλλαγή απόψεων και προβληματισμών, που βοήθησαν στην καλύτερη κατανόηση και εμβάθυνση του θέματος.

Δεν μπορώ να παραλείψω τον καλό μου φίλο Βαγγέλη, όχι μόνο για τη συνεργασία μας στο Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών το τελευταίο ακαδημαϊκό έτος, αλλά και σε όλη τη διάρκεια των σπουδών.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τους φίλους μου, που είναι πάντα δίπλα μου για να με στηρίζουν και να προσφέρουν ανιδιοτελώς τη βοήθεια τους σε οτιδήποτε και αν χρειαστώ.

Γεώργιος Π. Κοτσιράς

Αθήνα, Ιούλιος 2020

## ***Περίληψη***

Οι συνεχώς αυξανόμενες ενεργειακές απαιτήσεις σε συνδυασμό με την ανάγκη απεξάρτησης από τους ορυκτούς πόρους, έχουν οδηγήσει στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέσω ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, όπως είναι η υδραυλική. Για την αξιοποίηση της υδραυλικής ενέργειας κατασκευάζονται νέοι υδροηλεκτρικοί σταθμοί, οι οποίοι όμως έχουν και κάποιες περιβαλλοντικές επιπτώσεις, όπως είναι ο τραυματισμός, ακόμη και θάνατος, της ιχθυοπανίδας που διέρχεται από τους υδροστροβίλους που υπάρχουν σε αυτούς. Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως στόχο την ανάπτυξη αριθμητικής μεθοδολογίας για τον υπολογισμό της τροχιάς μοντέλων ψαριού στο πεδίο ροής υδροστροβίλων αντίδρασης. Για το λόγο αυτό, αναπτύχθηκε κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran 95. Η μοντελοποίηση του ψαριού έγινε με τη χρήση σφαιρικών σωματιδίων Lagrange με μάζα (Lagrangian particles). Υπολογίζοντας την τροχιά που ακολουθούν διαφορετικά μοντέλα ψαριού, προσδιορίστηκαν οι μηχανισμοί τραυματισμού τους και βρέθηκε το ποσοστό σύγκρουσης με τα πτερύγια του δρομέα. Γνωρίζοντας λοιπόν την τροχιά των ψαριών στο εσωτερικό ενός υδροστροβίλου και προσδιορίζοντας ταυτόχρονα τους μηχανισμούς τραυματισμού τους, είναι δυνατή η ανάπτυξη υδροστροβίλων αλλά και γενικότερα υδροδυναμικών μηχανών φιλικών προς την ιχθυοπανίδα.

## *Abstract*

The ever-increasing energy demands combined with the need to refrain from mineral resources, have led to production of electricity from renewable energy sources, as hydropower. In order for it to be exploited, hydroelectric stations are build, which often have impact on the environment and its biodiversity, by injuring, sometimes fatally, the fish fauna passing through the hydroturbines. This diploma thesis aims to develop a numerical methodology which will calculate the trajectory of fish models in the flow field of reaction hydroturbines. The method used was the development of Fortran 95 programming language code. The modelling of fish was based on the Lagrangian particles. Calculating the path followed by various fish models, the fish injury mechanisms were identified and the collision, to the impeller's blades, rate was found. Having studied the fishpath within a hydroturbine and simultaneously, having identified the fish injury mechanisms, it is safe to conclude that developing fish fauna friendly hydroturbines as long as other hydrodynamic engines is possible.



## **Περιεχόμενα**

Ευχαριστίες .....	vi
Περίληψη .....	vii
Abstract .....	viii
Περιεχόμενα.....	ix
Κατάλογος σχημάτων .....	xi
Κατάλογος πινάκων .....	xiii
Εισαγωγή .....	1
1. Υδροστρόβιλοι και υδροηλεκτρική ενέργεια.....	2
1.1 Ανανεώσιμες πηγές ενέργειας.....	2
1.1. Υδροδυναμική ενέργεια και υδροηλεκτρικά έργα (ΥΗΕ) .....	3
1.2. Βασικές αρχές στροβιλομηχανών .....	10
1.3. Τύποι και λειτουργία υδροστροβίλων.....	11
1.4. Γενική περιγραφή του υδροστροβίλου Francis.....	14
1.5. Τρίγωνα ταχυτήτων.....	16
1.6. Βασικές εξισώσεις λειτουργίας υδροστροβίλου .....	18
1.6.1. Ενεργειακή εξίσωση .....	18
1.6.2. Εξίσωση Euler (θεώρημα ροπής της ορμής).....	19
2. Πεδίο ροής στον υδροστρόβιλο Francis .....	21
2.1. Επίλυση πεδίου ροής.....	21
2.2 Κατασκευή δισδιάστατου πλέγματος στη FORTRAN .....	26
2.2.1. Αρχικό αραιό πλέγμα.....	26
2.2.2. Τελικό πυκνό πλέγμα.....	28
2.3. Επιλογή μεθόδου παρεμβολής .....	29
2.3.1. Σταθμισμένη παρεμβολή αντίστροφης απόστασης .....	31
3. Γραμμές ροής στον υδροστρόβιλο .....	39
3.1. Εισαγωγικά περί γραμμών ροής.....	39
3.2. Εύρεση γραμμών ροής .....	40
3.2.1. Μέθοδος Euler .....	41
3.2.2. Επιλογή χρονικού βήματος.....	43
3.3 Υπολογισμός μεγεθών κατά μήκος των γραμμών ροής.....	46
4. Υπολογισμός τροχιάς μοντέλων ψαριού .....	53
4.1 Προσομοίωση μοντέλων ψαριού μέσω σωματιδίου Lagrange .....	53
4.1.1 Περιγραφή εξίσωσης τροχιάς σφαιρικού σωματιδίου Lagrange.....	53

---

4.1.2 Ανάλυση δυνάμεων .....	54
4.2 Τελική εξίσωση υπολογισμού τροχιάς σφαιρικού σωματιδίου .....	59
4.3 Αλγόριθμος υπολογισμού .....	60
4.4 Τροχιές διαφορετικών σωματιδίων και εύρεση μεγεθών κατά μήκος τους.....	63
4.5 Μελέτη κίνησης περισσότερων σωματιδίων.....	67
4.6 Απεικόνιση του ψαριού ως έλλειψη.....	69
5. Μηχανισμοί τραυματισμού ψαριών .....	72
5.1 Πίεση.....	73
5.2 Σπηλαίωση .....	76
5.3 Διατμητικές τάσεις .....	78
5.3.1 Ορισμός διατμητικών τάσεων στα ρευστά.....	78
5.3.2 Μηχανισμός ανάπτυξης διατμητικών τάσεων στα ψάρια .....	79
5.4 Σύγκρουση με τα πτερύγια του δρομέα .....	83
5.4.1 Πιθανότητα σύγκρουσης με τα πτερύγια του δρομέα .....	83
5.4.2 Υπολογισμός ποσοστού σύγκρουσης με τα πτερύγια του δρομέα.....	84
5.4.3 Ανάπτυξη πτερυγίων δρομέα φιλικού προς τα ψάρια .....	87
6. Επίλογος.....	89
6.1 Συμπεράσματα .....	89
6.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	91
Παράρτημα.....	92
Βιβλιογραφία .....	99

## Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 1.1: Τυπική διάταξη ενός υδροηλεκτρικού έργου (Πηγή: envinergy.com) .....	5
Σχήμα 1.2: Ιστορικά στοιχεία ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στην Ελλάδα (TWh) (Πηγή: ΗΑΕΕ, 2019).....	9
Σχήμα 1.3: Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από υδροδυναμική ενέργεια σε σχέση με άλλες μορφές (Πηγή: ΗΑΕΕ, 2019).....	9
Σχήμα 1.4: Δρομείς διαφορετικών τύπων υδροστροβίλων (Πηγή: open.edu) .....	12
Σχήμα 1.5: Διάγραμμα επιλογής κατάλληλου υδροστροβίλου συναρτήσει της παροχής και του διαθέσιμου υδραυλικού ύψους πτώσης (Πηγή: Courtesy Sulzer Hydro Ltd, Zurich) .....	13
Σχήμα 1.6: Διαφορετικές μορφές ροής (Πηγή: pumpsandsystems.com) .....	13
Σχήμα 1.7: Απεικόνιση υδροστροβίλου Francis (Πηγή: santuarioannunziata.it).....	15
Σχήμα 1.8: Τρίγωνα ταχυτήτων εισόδου και εξόδου από τα πτερύγια του δρομέα (Πηγή: Polák, Polák, & Hudousková, 2016).....	17
Σχήμα 1.9: Συνιστώσες του διανύσματος της ταχύτητας (Πηγή: Παπαντώνης, 2016).....	17
Σχήμα 2.1: Γεωμετρία υδροστροβίλου Francis .....	22
Σχήμα 2.2: Πεδίο πιέσεων στον υδροστροβίλο (επίλυση από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών) .....	24
Σχήμα 2.3: Κατανομή ταχύτητας $u$ στον υδροστροβίλο (επίλυση από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών) .....	25
Σχήμα 2.4: Κατανομή ταχύτητας $v$ στον υδροστροβίλο (επίλυση από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών) .....	25
Σχήμα 2.5: Μέτρο συνισταμένης ταχύτητας $U$ (επίλυση από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών) .....	26
Σχήμα 2.6: Πλέγμα παρεμβολής.....	27
Σχήμα 2.7: Εξάρτηση γραμμών ροής από το χωρικό βήμα.....	29
Σχήμα 2.8: Απεικόνιση περιοχής σάρωσης της παρεμβολής IDW .....	32
Σχήμα 2.9: Διάγραμμα σχετικού βάρους παρεμβολής σε σχέση με την απόσταση για διάφορες τιμές της δύναμης $p$ (Πηγή: ArcGIS).....	33
Σχήμα 2.10: Διάγραμμα μέσου απόλυτου και μέσου τετραγωνικού σφάλματος για την πίεση για διάφορες τιμές της δύναμης $p$ .....	34
Σχήμα 2.11: Διάγραμμα μέσου απόλυτου και μέσου τετραγωνικού σφάλματος για την ταχύτητα $u$ για διάφορες τιμές της δύναμης $p$ .....	35
Σχήμα 2.12: Διάγραμμα μέσου απόλυτου και μέσου τετραγωνικού σφάλματος για την ταχύτητα $v$ για διάφορες τιμές της δύναμης $p$ .....	35
Σχήμα 2.13: Κατανομή πίεσης στον υδροστροβίλο .....	37
Σχήμα 2.14: Ταχύτητα $u$ στον υδροστροβίλο.....	37
Σχήμα 2.15: Ταχύτητα $v$ στον υδροστροβίλο.....	37
Σχήμα 2.16: Μέτρο συνισταμένης ταχύτητας $U$ στον υδροστροβίλο .....	38
Σχήμα 3.1: Σωματίδια ρευστού (Πηγή: uplabs.com).....	39
Σχήμα 3.2: Αποκλίση γραμμής ροής για διαφορετικά χρονικά βήματα.....	43
Σχήμα 3.3: Απόκλιση γραμμής ροής για διαφορετικά χρονικά βήματα στην περιοχή του δρομέα.....	44
Σχήμα 3.4: Γραμμές ροής στον υδροστροβίλο .....	45
Σχήμα 3.5: Γραμμές ροής για διάφορες θέσεις.....	46

Σχήμα 3.6: Γωνιακή θέση .....	47
Σχήμα 3.7: Συγκριτικό διάγραμμα ταχύτητας $u$ για διάφορες γραμμές ροής .....	47
Σχήμα 3.8: Συγκριτικό διάγραμμα ταχύτητας $v$ για διάφορες γραμμές ροής .....	48
Σχήμα 3.9: : Συγκριτικό διάγραμμα μέτρου συνισταμένης ταχύτητας $U$ για διάφορες γραμμές ροής.....	49
Σχήμα 3.10: Συγκριτικό διάγραμμα πίεσης $P$ για διάφορες γραμμές ροής.....	49
Σχήμα 3.11: Συγκριτικό διάγραμμα ρυθμού μεταβολής πίεσης για διάφορες γραμμές ροής για $\Delta t = 0.005 \text{ sec}$ .....	50
Σχήμα 3.12: Συγκριτικό διάγραμμα ρυθμού μεταβολής πίεσης για διάφορες γραμμές ροής για $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ .....	51
Σχήμα 3.13: Συγκριτικό διάγραμμα ρυθμού μεταβολής πίεσης για διάφορες γραμμές ροής για $\Delta t = 0.02 \text{ sec}$ .....	51
Σχήμα 3.14: Συγκριτικό διάγραμμα διατμητικής τάσης για διάφορες γραμμές ροής .....	52
Σχήμα 4.1: Δυνάμεις που επιδρούν σε σφαιρικό σωματίδιο Lagrange .....	54
Σχήμα 4.2: Επιφάνεια προβολής σφαιρικού σωματιδίου (Πηγή: quora.com).....	57
Σχήμα 4.3: Τροχιές σωματιδίων διαφορετικών διαμέτρων .....	64
Σχήμα 4.4: Συγκριτικό διάγραμμα μέτρου συνισταμένης ταχύτητας $U$ σωματιδίων διαμέτρου $d = 100 \mu\text{m}$ και γραμμών ροής .....	65
Σχήμα 4.5: Συγκριτικό διάγραμμα μέτρου συνισταμένης ταχύτητας $U$ σωματιδίων διαμέτρου $d = 2000 \mu\text{m}$ και γραμμών ροής .....	66
Σχήμα 4.6: Συγκριτικό διάγραμμα μέτρου συνισταμένης ταχύτητας $U$ σωματιδίων διαμέτρου $d = 10000 \mu\text{m}$ και γραμμών ροής.....	66
Σχήμα 4.7: Απεικόνιση σωματιδίων κατά την αρχική θέση εκκίνησης .....	67
Σχήμα 4.8: Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων για διαφορετικές χρονικές στιγμές .....	69
Σχήμα 4.9: Παρουσίαση ψαριού με σφαιρικά σωματίδια και με έλλειψη (Πηγή: nationcarfting.com).....	69
Σχήμα 4.10: Τροχιά ψαριού για πέντε διαφορετικές θέσεις εκκίνησης.....	71
Σχήμα 5.1: Σημεία ανάπτυξης μηχανισμών τραυματισμού των ψαριών κατά τη διέλευση τους από έναν υδροστρόβιλο (Πηγή: τροποποιήθηκε από Odeh, 1999) .....	72
Σχήμα 5.2: Λόγος πίεσης έκθεσης/πίεσης εγκλιματισμού του ψαριού για βάθος $h=5 \text{ m}$ .....	75
Σχήμα 5.3: Φθορά πτερυγίων υδροστροβίλου λόγω της σπηλαίωσης (Πηγή: Brennen, 1994) .....	77
Σχήμα 5.4: Διατμητικές τάσεις για σφαιρικά σωματίδια διαμέτρου $d = 100 \mu\text{m}$ .....	81
Σχήμα 5.5: Διατμητικές τάσεις για σφαιρικά σωματίδια διαμέτρου $d = 1000 \mu\text{m}$ .....	82
Σχήμα 5.6: Διατμητικές τάσεις για σφαιρικά σωματίδια διαμέτρου $d = 2000 \mu\text{m}$ .....	82
Σχήμα 5.7: Έλεγχος σύγκρουσης τροχιών με πτερύγια για μοντέλο ψαριού μήκους $0.02 \mu\text{m}$ , λόγο μήκος/πλάτος 1:2 και σωματιδίων διαμέτρου $d = 100 \mu\text{m}$ .....	84
Σχήμα 5.8: Έλεγχος σύγκρουσης τροχιών με πτερύγια για μοντέλο ψαριού μήκους $0.02 \mu\text{m}$ , λόγο μήκος/πλάτος 1:2 και σωματιδίων διαμέτρου $d = 1000 \mu\text{m}$ .....	85
Σχήμα 5.9: Έλεγχος σύγκρουσης τροχιών με πτερύγια για μοντέλο ψαριού μήκους $0.02 \mu\text{m}$ , λόγο μήκος/πλάτος 1:2 και σωματιδίων διαμέτρου $d = 2000 \mu\text{m}$ .....	85
Σχήμα Δ.1: Στοιχειώδης επιφάνεια .....	97

## **Κατάλογος πινάκων**

Πίνακας 1.1: Υδροδυναμικό στις μείζονες περιοχές του πλανήτη .....	6
Πίνακας 1.2: Τεχνικά χαρακτηριστικά των κυριότερων μεγάλων υδροηλεκτρικών έργων της Ελλάδας.....	7
Πίνακας 1.3: Τεχνικά χαρακτηριστικά των κυριότερων μικρών υδροηλεκτρικών έργων της Ελλάδας.....	8
Πίνακας 2.1: Σημείο λειτουργίας υδροστροβίλου Francis .....	23
Πίνακας 3.1: Χρόνος υπολογισμού εκατό γραμμών ροής με διαφορετικά χρονικά βήματα ..	44
Πίνακας 4.1: Συντελεστές υπολογισμού του συντελεστή αντίστασης για διάφορες τιμές του τοπικού αριθμού Reynolds $Re_p$ .....	58
Πίνακας 4.2: Αρχικές θέσεις και ταχύτητες σφαιρικών σωματιδίων .....	63
Πίνακας 4.3: Πίνακας διαμέτρων σφαιρικών σωματιδίων Lagrange .....	64
Πίνακας 5.1: Μηχανισμοί τραυματισμού ψαριών και συμπτώματα .....	73
Πίνακας 5.2: Πίεση εγκλιματισμού και λόγος πίεσης έκθεσης/πίεση εγκλιματισμού για διάφορα βάθη .....	74
Πίνακας 5.3: Ποσοστό σύγκρουσης με πτερύγια ψαριών με μήκος 0.02 m και με λόγο μήκος/πλάτος 1:2 .....	86
Πίνακας 5.4: Ποσοστό σύγκρουσης με πτερύγια ψαριών με μήκος 0.02 m και με λόγο μήκος/πλάτος 1:4 .....	86
Πίνακας 5.5: Ποσοστό σύγκρουσης με πτερύγια ψαριών με μήκος 0.03 m και με λόγο μήκος/πλάτος 1:2 .....	86
Πίνακας 5.6: Ποσοστό σύγκρουσης με πτερύγια ψαριών με μήκος 0.03 m και με λόγο μήκος/πλάτος 1:4 .....	87



## **Εισαγωγή**

Τα τελευταία χρόνια οι υδροστροβίλοι χρησιμοποιούνται ευρέως στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, αξιοποιώντας την υδραυλική ενέργεια του νερού. Παρά τα σημαντικά οφέλη της υδροηλεκτρικής ενέργειας, προκύπτουν και διάφορα προβλήματα. Ένα από αυτά είναι ο τραυματισμός, ακόμη και θανάσιμος, της ιχθυοπανίδας που διέρχεται μέσα από τους υδροστροβίλους που υπάρχουν στα διάφορα υδροηλεκτρικά έργα. Συνεπώς, ο πληθυσμός διάφορων ειδών μειώνεται σημαντικά, με αποτέλεσμα είδη ψαριών και χελιών να απειλούνται με εξαφάνιση. Για το λόγο αυτό, αναπτύσσονται νέοι τύποι υδροστροβίλων, οι οποίοι είναι φιλικόι προς την ιχθυοπανίδα, σε σύγκριση με τους συμβατικούς, στους οποίους τα ποσοστά θνησιμότητας είναι αρκετά μεγάλα.

Στο πλαίσιο αυτό της ανάπτυξης υδροστροβίλων φιλικών προς την ιχθυοπανίδα, η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην ανάπτυξη αριθμητικής μεθοδολογίας, για τον υπολογισμό της τροχιάς μοντέλων ψαριού στο πεδίο ροής υδροστροβίλων αντίδρασης. Παράλληλα, προσδιορίζονται και οι μηχανισμοί που οδηγούν στον τραυματισμό της ιχθυοπανίδας.

Η εργασία έχει χωριστεί σε έξι επιμέρους κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο αναφέρονται κάποια γενικά στοιχεία για την υδροηλεκτρική ενέργεια και τα υδροηλεκτρικά έργα, καθώς επίσης γίνεται και μια σύντομη περιγραφή των βασικών αρχών λειτουργίας ενός υδροστροβίλου αντίδρασης. Στο δεύτερο κεφάλαιο, κατασκευάζεται το πλέγμα για την επίλυση του πεδίου ροής και την εύρεση των γραμμών ροής, η οποία γίνεται στο τρίτο κεφάλαιο. Η ανάπτυξη αριθμητικής μεθοδολογίας για τον υπολογισμό της τροχιάς μοντέλων ψαριού γίνεται στο τέταρτο κεφάλαιο. Στο επόμενο κεφάλαιο καθορίζονται οι μηχανισμοί τραυματισμού του ψαριού, ενώ στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εργασίας και γίνονται προτάσεις για μελλοντική έρευνα του θέματος.

# ***1. Υδροστρόβιλοι και υδροηλεκτρική ενέργεια***

## ***1.1 Ανανεώσιμες πηγές ενέργειας***

Η ενέργεια συνδέεται άρρηκτα με την ανθρώπινη ύπαρξη και την εξέλιξη του πολιτισμού. Από τα προϊστορικά χρόνια ο άνθρωπος χρησιμοποιούσε τη μυϊκή ενέργεια, τόσο τη δική του όσο και των ζώων, για να ικανοποιήσει τις βασικές ανάγκες επιβίωσης. Με το πέρασμα των χρόνων και κυρίως μετά τη βιομηχανική επανάσταση και τη χρησιμοποίηση του ηλεκτρισμού, η ενέργεια αρχίζει να παίζει όλο και πιο σημαντικό ρόλο στη ζωή του ανθρώπου. Σήμερα στις ανεπτυγμένες κοινωνίες, ο άνθρωπος μπορεί χάρη στην ενέργεια να έχει φως και θέρμανση στο σπίτι του, να κάνει μπάνιο με ζεστό νερό, να παρακολουθεί τηλεόραση, να πηγαίνει στη δουλειά του ή και να δουλεύει από το σπίτι μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή καθώς και πολλά άλλα. Η ενέργεια που χρησιμοποιείται προέρχεται κυρίως από ορυκτούς πόρους όπως το πετρέλαιο, ο άνθρακας και το φυσικό αέριο. Οι όλο και μεγαλύτερες ενεργειακές ανάγκες του ανθρώπου οδήγησαν και σε αλόγιστη χρησιμοποίηση των πόρων αυτών, οι οποίοι είναι ρυπογόνοι. Αποτέλεσμα αυτού ήταν να προκύψουν σοβαρά περιβαλλοντικά προβλήματα, όπως το φαινόμενο του θερμοκηπίου, η ατμοσφαιρική ρύπανση, η καταστροφή των δασών, η μόλυνση των υδάτων και η απώλεια της βιοποικιλότητας. Τα περιβαλλοντικά αυτά προβλήματα σε συνδυασμό με τη μελλοντική εξάντληση των ορυκτών πόρων, οδήγησαν στην αναζήτηση και εκμετάλλευση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (ΑΠΕ).

Οι πιο σημαντικές ανανεώσιμες πηγές ενέργειας είναι η ηλιακή ενέργεια, η αιολική, η υδραυλική, η βιομάζα, η γεωθερμική και η θαλάσσια. Τα πλεονεκτήματα των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας είναι ποικίλα. Αρχικά, είναι ανεξάντλητες πηγές ενέργειας και συμβάλλουν στη μείωση της εξάρτησης από τους συμβατικούς εξαντλήσιμους ορυκτούς πόρους. Επίσης, είναι ήπιες μορφές ενέργειας, με την έννοια ότι για την εκμετάλλευσή τους δεν απαιτείται κάποια ενεργητική παρέμβαση όπως η εξόρυξη, η άντληση ή η καύση, καθώς και φιλικές προς το περιβάλλον αφού δεν αποδεσμεύουν διοξείδιο του άνθρακα ή τοξικά και ραδιενεργά απόβλητα, σε αντίθεση με τα ορυκτά καύσιμα. Ένα άλλο πλεονέκτημα τους είναι ότι έχουν μικρό λειτουργικό κόστος που δεν εξαρτάται από τις διακυμάνσεις της οικονομίας και κυρίως από την διακύμανση της τιμής του πετρελαίου. Τέλος, είναι ευέλικτες εφαρμογές που μπορούν να παράγουν ενέργεια ανάλογη με τις ανάγκες του εκάστοτε πληθυσμού, καταργώντας την ανάγκη για τεράστιες μονάδες παραγωγής ενέργειας αλλά και μεταφοράς της ενέργειας σε



μεγάλες αποστάσεις. Παρά τα σημαντικά τους πλεονεκτήματα έχουν και μειονεκτήματα όπως ο μικρός συντελεστής απόδοσης και η εξάρτηση τους από την εποχή του έτους και το γεωγραφικό πλάτος και κλίμα της περιοχής όπου εγκαθίστανται. Ωστόσο, τα περιβαλλοντικά προβλήματα από τη χρήση συμβατικών μορφών ενέργειας καθώς και η εξάντληση τους, καθιστά επιτακτική ανάγκη την αξιοποίηση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.

### ***1.1. Υδροδυναμική ενέργεια και υδροηλεκτρικά έργα (ΥΗΕ)***

Υδραυλική ενέργεια είναι η ενέργεια που αποταμιεύεται ως δυναμική ενέργεια μέσα σε βαρυντικό πεδίο με τη συσσώρευση μεγάλων ποσοτήτων νερού σε υψομετρική διαφορά από τη συνέχιση της ροής του ελεύθερου νερού ([el.wikipedia.org](http://el.wikipedia.org)). Η ενέργεια του υγρού είναι ανανεώσιμη καθώς προέρχεται από μια φάση του υδρολογικού κύκλου, τις ατμοσφαιρικές κατακρημνίσεις (βροχοπτώσεις και χιονοπτώσεις). Κινητήρια δύναμη του υδρολογικού κύκλου είναι η δράση του ήλιου, οπότε συνάγεται ότι η υδραυλική ενέργεια προέρχεται από την ηλιακή ενέργεια.

Μέρος της ποσότητας του νερού που προέρχεται από τον υδρολογικό κύκλο σε μια υδρολογική λεκάνη αποτελεί το επιφανειακό νερό των ποταμών και υδατορευμάτων γενικότερα. Το νερό αυτό λόγω της βαρύτητας ρέει συνεχώς προς χαμηλότερες στάθμες μέχρι να καταλήξει στη στάθμη της θάλασσας. Εάν το νερό μιας φυσικής ροής συλλεχθεί σε μια υψηλότερη στάθμη  $z_E$ , οδηγηθεί σε μια χαμηλότερη στάθμη  $z_A$  αφού διέλθει μέσω ενός υδροστροβίλου, γίνεται δυνατή η μετατροπή της ανά μονάδα μάζας ενέργειας  $g \cdot (z_E - z_A)$  της διερχόμενης παροχής σε μηχανική ενέργεια, αφού αφαιρεθούν οι πάσης φύσεως απώλειες (Παπαντώνης, 2016).

Η μηχανική ενέργεια που παράγεται, δηλαδή η κινητήρια ροπή στη στρεφόμενη άτρακτο, δεν είναι δυνατόν να μεταφερθεί ικανοποιητικά στον τόπο κατανάλωσης και για αυτό μετατρέπεται επί τόπου σε ηλεκτρική ενέργεια. Το σύνολο των έργων και του εξοπλισμού μέσω των οποίων η υδραυλική ενέργεια μετατρέπεται σε μηχανική και στη συνέχεια σε ηλεκτρική ονομάζεται υδροηλεκτρικό έργο (Παπαντώνης, 2016).

Το υδροηλεκτρικό έργο είναι ένα σύνθετο έργο που περιλαμβάνει έργα πολιτικού μηχανικού και ηλεκτρομηχανολογικό εξοπλισμό. Στα έργα του πολιτικού μηχανικού ανήκουν η συγκέντρωση και παροχέτευση του νερού, ενώ η μετατροπή της υδραυλικής ενέργειας σε μηχανική και ηλεκτρική εξασφαλίζεται από τον ηλεκτρομηχανολογικό εξοπλισμό, δηλαδή

τους υδροστροβίλους, τις ηλεκτρογεννήτριες, τους μετασχηματιστές, τους αυτοματισμούς και άλλα.

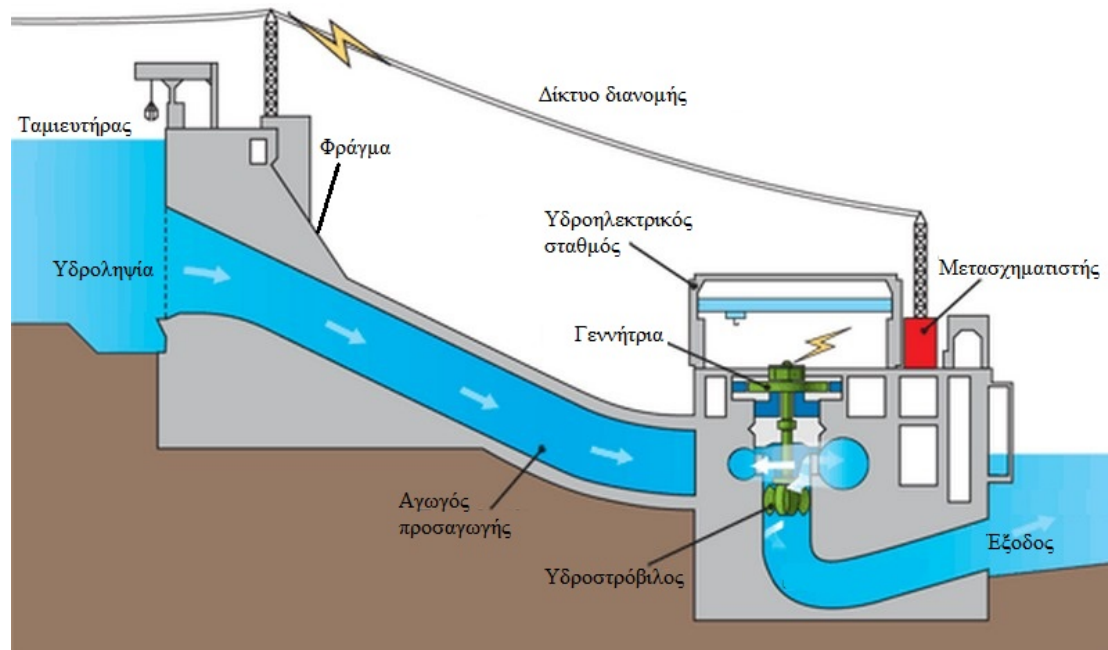
Τα υδροηλεκτρικά έργα μπορούν να διακριθούν σε μικρά και μεγάλα. Ένα κριτήριο διάκρισης αποτελεί η εγκατεστημένη ονομαστική ισχύς μονάδας. Έτσι μικρά μπορούν να χαρακτηριστούν όσα έχουν ονομαστική ισχύ έως και 15 MW. Το όριο αυτό αποτελεί ένα διοικητικό όριο που θέτει η υφιστάμενη νομοθεσία στη χώρα μας. Ένα μικρό υδροηλεκτρικό έργο μπορεί να συνδέεται με μια ορεινή υδροληψία χωρίς ανάντη ταμιευτήρα ή να διαθέτει μικρό ταμιευτήρα για περιορισμένη ρύθμιση της ροής. Ανεξάρτητα όμως με το αν είναι μικρά ή μεγάλα, η αρχή λειτουργίας παραμένει ίδια. Μια τυπική διάταξη ενός υδροηλεκτρικού έργου παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.1.

Τα πλεονεκτήματα των υδροηλεκτρικών έργων, εκτός από το ότι δεν μολύνουν το περιβάλλον, είναι αρκετά. Είναι εγχώριες πηγές ενέργειας και συμβάλλουν στην μείωση της εξάρτησης από εξαντλήσιμους συμβατικούς ενεργειακούς πόρους. Η κατασκευή τους συνδυάζεται και με άλλες διευθετήσεις όπως είναι ύδρευση, άρδευση, ρύθμιση πλημμύρας, αλιείας, ενώ κατασκευάζονται και έργα υποδομής όπως γέφυρες και δρόμοι που βοηθούν στην αξιοποίηση απομακρυσμένων περιοχών. Επίσης, η διάρκεια ζωής των υδροηλεκτρικών έργων είναι μεγάλη, της τάξης των 20-30 ετών για μικρά και 50 ετών για τα μεγάλα, ενώ μπορεί να αυξηθεί με ανανέωση του ηλεκτρομηχανολογικού εξοπλισμού.

Το πιο σημαντικό πλεονέκτημα όμως σε σύγκριση με άλλες μονάδες παραγωγής ανανεώσιμων πηγών ενέργειας είναι η δυνατότητα πολύ γρήγορης παραλαβής και απόρριψης φορτίου ώστε να γίνεται δυνατή η παρακολούθηση της μεταβολής της ζήτησης της ηλεκτρικής ενέργειας και η κάλυψη των αιχμών ζήτησης του διασυνδεδεμένου δικτύου. Από οικονομικής πλευράς η δυνατότητα αυτή είναι σημαντική επειδή το κόστος της kWh αιχμής είναι πολλαπλάσιο της kWh βάσεως. Για να επιτευχθεί το πλεονέκτημα αυτό είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός ταμιευτήρα, δηλαδή μιας κλειστής κοιλότητας που δημιουργείται ανάντη ενός φράγματος. Οι μονάδες αυτές κατά τη διάρκεια της χαμηλής ζήτησης, συνήθως τη νύχτα, λειτουργούν αντλώντας νερό από τον κάτω ταμιευτήρα προς τον άνω αποταμιεύοντα ενέργεια, την οποία μπορούν να αποδώσουν κατά τις ώρες αιχμής.

Τα υδροηλεκτρικά έργα πέρα από τα σημαντικά πλεονεκτήματα έχουν και ορισμένα μειονέκτημα. Η κατασκευή ενός υδροηλεκτρικού έργου και ιδιαίτερα ενός μεγάλου αποτελεί μια δαπανηρή αλλά και αρκετά χρονοβόρα κατασκευή που μπορεί να φτάσει και τα δέκα έτη,

ενώ καταλαμβάνει και αρκετά μεγάλη έκταση. Κατά την κατασκευή τους λοιπόν προκαλείται έντονη περιβαλλοντική αλλοίωση, όχι μόνο στην περιοχή του φράγματος, αλλά και στη γύρω



Σχήμα 1.1: Τυπική διάταξη ενός υδροηλεκτρικού έργου (Πηγή: envinergy.com)

περιοχή, διαταράσσοντας έτσι το οικοσύστημα. Ένα επίσης σημαντικό μειονέκτημα είναι ότι χρειάζονται μεγάλη παροχή νερού. Αυτό μπορεί να τα κάνει ευάλωτα σε περιόδους ξηρασίας με αποτέλεσμα τη μείωση της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, οδηγώντας έτσι σε αύξηση της τιμής του ηλεκτρικού ρεύματος για τους καταναλωτές και τις επιχειρήσεις. Για το λόγο αυτό απαιτείται μεγάλη διάρκεια μελετών και επεξεργασίας των υδρολογικών στοιχείων της περιοχής. Παράλληλα, εμποδίζουν την ελεύθερη κίνηση της ιχθυοπανίδας, ενώ μπορούν να προκαλέσουν ακόμα και θανάσιμο τραυματισμό ορισμένων ψαριών κατά τη διέλευσή τους μέσω του υδροστροβίλου, οδηγώντας έτσι σε εξαφανισμό ψαριών του γλυκού νερού.

### Υδροηλεκτρική ενέργεια ανά τον κόσμο

Όλο και περισσότερες χώρες αυξάνουν την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέσω υδροηλεκτρικής ενέργειας. Σύμφωνα με την έκθεση της IHA (International Hydropower Association) για το 2018 παρουσιάστηκε άνοδος της υδροηλεκτρικής ενέργειας κατά 21.8 GW.

Στον Πίνακα 1.1 παρουσιάζεται το υδροδυναμικό στις μείζονες περιοχές του πλανήτη για το 2018.

Πίνακας 1.1: Υδροδυναμικό στις μείζονες περιοχές του πλανήτη

Περιοχή	Εγκατεστημένη ισχύς (MW, 2018)	Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας (TWh)
Νότια και κεντρική Ασία	148511	439
Αφρική	36264	138
Ανατολική Ασία και περιοχή Ειρηνικού	480426	1534
Ευρώπη	251707	643
Νότια Αμερική	170792	726
Βόρεια και κεντρική Αμερική	204056	720
ΣΥΝΟΛΟ	1291757	4200

(Πηγή: IHA, 2019)

### Υδροηλεκτρική ενέργεια στην Ελλάδα

Στην Ελλάδα οι υδροηλεκτρικοί σταθμοί είναι εγκατεστημένοι κυρίως στο βορειοδυτικό τμήμα της χώρας όπου βρίσκονται και οι περισσότερες οροσειρές. Η ανάπτυξη του υδροδυναμικού της Ελλάδας συμπίπτει με την ίδρυση της ΔΕΗ Δημόσιας επιχείρησης κοινής Ωφέλειας από το 1950. Πριν το 1950 είχαν τεθεί σε λειτουργία πολύ μικρά υδροηλεκτρικά εργοστάσια (Γλαύκος, Βέρμιο, Αγία Χανίων, Αγ. Ιωάννης Σερρών) συνολικής εγκατεστημένης ισχύος περίπου 6 MW. Από το 1950 περίπου έως το 1975 κατασκευάστηκαν οχτώ μεγάλοι υδροηλεκτρικοί σταθμοί συνολικής ισχύος 1410 MW: Άγρας, Λάδων, Λούρος, Ταυρωπός, Κρεμαστά, Καστράκι, Εδεσσαίος, Πολύφυτο.

Οι υδροηλεκτρικοί σταθμοί σήμερα κατατάσσονται σε τέσσερα κυρίως συγκροτήματα. Αυτά είναι:

- Συγκρότημα Αχελώου (Κρεμαστά, Καστράκι, Στράτος I και II, Γκιώνα και Γλαύκος) συνολικής εγκατεστημένης ισχύος 925.6 MW

- Συγκρότημα Αλιάκμονα (Πολύφυτο, Σφηκιά, Ασώματα, Μακροχώρι, Άγρας, Εδεσσαίος, Βέρμιο) συνολικής εγκατεστημένης ισχύος 879.3 MW
- Συγκρότημα Αράχθου (Πηγές Αωού, Πουρνάρι I και II, Λούρος) συνολικής εγκατεστημένης ισχύος 553.9 MW
- Συγκρότημα Νέστου (Θησαυρός, Πλατανόβρυση) συνολικής εγκατεστημένης ισχύος 500 MW

Στον Πίνακα 1.2 παρουσιάζονται οι μεγάλοι υδροηλεκτρικοί σταθμοί της Ελλάδας μαζί με τα κύρια τεχνικά τους χαρακτηριστικά.

Πίνακας 1.2: Τεχνικά χαρακτηριστικά των κυριότερων μεγάλων υδροηλεκτρικών έργων της Ελλάδας

α/α	Έργο	Τοποθεσία	Τύπος	Πλήθος υδροσ.	Έτος	MW	GWh/έτος
1	Κρεμαστά	Αιτωλοακαρνανία	Francis	4	1966	432.7	848
2	Καστράκι	Αιτωλοακαρνανία	Francis	4	1969	320	598
3	Στράτος I	Αιτωλοακαρνανία	Francis	2	1986	150	237
4	Πολυφύτου	Ν. Κοζάνης	Francis	3	1975	375	420
5	Σφηκιάς	Ν. Ημαθίας	Francis	3	1986	315	380
6	Ασωμάτων	Ν. Ημαθίας	Francis	2	1985	108	130
7	Πηγές Αώου	Ν. Ιωαννίνων	Pelton	2	1991	210	165
8	Πουρναρίου I	Ν. Άρτας	Francis	3	1981	300	235
9	Πουρναρίου II	Ν. Άρτας	Bulb/S type	2/1	1999	33.6	45
10	Θησαυρού	Ν. Δράμας	Francis	3	1998	384	440
11	Πλατανόβρυσης	Ν. Δράμας	Francis	2	1999	116	240
12	Λάδωνας	Ν. Αρκαδίας	Francis	2	1955	70	260
13	Ταυρωπός	Ν. Καρδίτσας	Pelton	3	1962	129.9	198
14	Άγρα	Ν. Πέλλας	Francis	2	1954	50.0	35
15	Εδεσσαίου	Ν. Πέλλας	Francis	1	1970	19.0	25.0

(Πηγή: Αργυράκης, 2018)

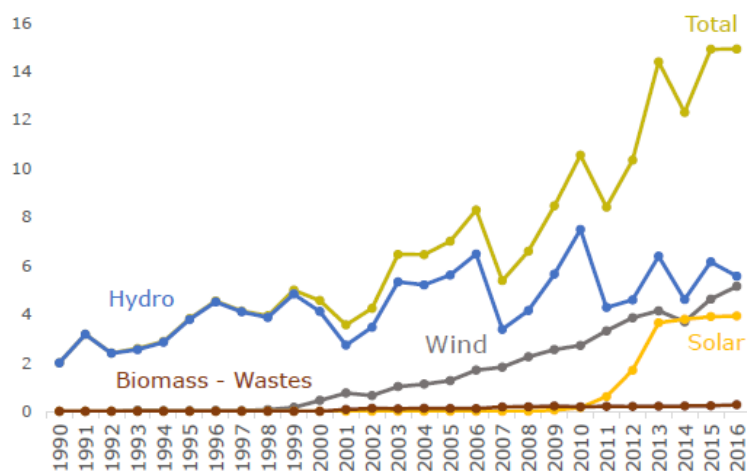
Στον Πίνακα 1.3 παρουσιάζονται τα μικρά υδροηλεκτρικά έργα της χώρας μας που συνεισφέρουν στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, μαζί με κάποια τεχνικά χαρακτηριστικά τους.

Πίνακας 1.3: Τεχνικά χαρακτηριστικά των κυριότερων μικρών υδροηλεκτρικών έργων της Ελλάδας

α/α	Έργο	Τοποθεσία	Τύπος	Πλήθος υδροσ	Έτος	MW	GWh/έτος
1	Αγ. Βαρβάρας	Ημαθία	Karlan S-type	1	2008	0.92	4.0
2	Αγ. Ιωάννης	Σέρρες	Francis	2	1931	0.60	0.71
3	Αλατόπετρα	Γρεβενά	F/P	1/1	2013	4.95	14.50
4	Αλμυρός	Χανιά	Francis	1	1954	0.30	1.25
5	Βερμίου	Ν. Ημαθίας	Francis	2	1936	1.50	6.0
6	Βορεινό	Έδεσσα	Pelton	1	2007	4.10	20.0
7	Γιτάνη	Ηγουμενίτσα	Karlan S-type	2	2006	4.20	17.50
8	Γκιώνα	Φωκίδα	Francis	1	1987	8.50	34.0
9	Γλαύκος	Αχαΐα	F/P	4	1922	3.70	10.30
10	Ελεούσα	Θεσσαλονίκη	Karlan S-type	2	2008	6.60	30.0
11	Ιλαρίωνας	Κοζάνη	Francis	1	2014	4.20	22.0
12	Λούρος	Ν. Πρεβέζης	Francis	3	1954	10.30	50.0
13	Μακροχώρι	Ημαθία	Karlan S-type	3	1992	10.80	30.0
14	Οινούσα	Σέρρες	Pelton	1	2004	1.20	3.80
15	Παπαδιά	Φλώρινα	Pelton	1	2010	0.50	2.30
16	Σμόκοβο	Καρδίτσα	Francis	2	2008	10.40	10.70
17	Στράτος II	Αργίριο	Karlan S-type	2	1989	6.20	12.0

(Πηγή: ΔΕΗ Ανανεώσιμες Α.Ε.)

Στο Σχήμα 1.2 παρουσιάζεται η συνεισφορά της υδροηλεκτρικής ενέργειας στην συνολική παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα, συγκριτικά με άλλες ανανεώσιμες πηγές ενέργειας.



Σχήμα 1.2: Ιστορικά στοιχεία ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στην Ελλάδα (TWh) (Πηγή: ΗΑΕΕ, 2019)

Σύμφωνα με το Σχήμα 1.2 η υδροηλεκτρική ενέργεια συμβάλλει περισσότερο από τις υπόλοιπες ανανεώσιμες πηγές ενέργειας στη συνολική παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, ωστόσο παρουσιάζει και μεγάλες διακυμάνσεις ανά έτος ανάλογα με τις καιρικές συνθήκες. Με βάση το Σχήμα 1.3 το 2016 η υδροηλεκτρική ενέργεια ανήλθε στις 5.5 TWh που αντιστοιχεί στο 11.4% της συνολικής παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Μάλιστα για το έτος 2018 το 18.18% της ηλεκτρικής ενέργειας καλύφθηκε από υδροηλεκτρικούς σταθμούς.



Σχήμα 1.3: Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από υδροδυναμική ενέργεια σε σχέση με άλλες μορφές (Πηγή: ΗΑΕΕ, 2019)

Η υδροηλεκτρική ενέργεια στην Ελλάδα αναμένεται να αξιοποιηθεί περισσότερο τα επόμενα χρόνια, προκειμένου να καλυφθούν οι μελλοντικοί στόχοι που έχουν τεθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας αλλά και για την απεξάρτηση από τη χρήση υδρογονανθράκων.

## 1.2. Βασικές αρχές στροβιλομηχανών

Οι μηχανές, μέσω των οποίων γίνεται εναλλαγή της μηχανικής ενέργειας του στρεφόμενου μέρους σε μηχανική ενέργεια του ρευστού και αντίστροφα μέσω συνεχούς ροής του ρευστού και σταθερής περιστροφικής κίνησης ονομάζονται στροβιλομηχανές (Παπαντώνης, 2016). Με βάση τον παραπάνω ορισμό μια στροβιλομηχανή χαρακτηρίζεται από τα ακόλουθα:

- Τη ροή του ρευστού. Το ρευστό μπορεί να είναι νερό, αέρας, ατμός, καυσαέρια κλπ. Επίσης, σε ένα μόνιμο σημείο λειτουργίας η ροή του ρευστού χαρακτηρίζεται από τη σταθερή ροή μάζας. Το ρευστό μπορεί να είναι συμπιεστό ή ασυμπίεστο. Στα συμπιεστά ρευστά κατατάσσονται ο ατμός, τα καυσαέρια και ο αέρας. Το νερό είναι από τα πιο γνωστά ασυμπίεστα ρευστά. Αξίζει να αναφερθεί ότι ο αέρας για χαμηλές τιμές του αριθμού Mach θεωρείται ως ασυμπίεστος.
- Τη σταθερή περιστροφική κίνηση που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά της μηχανικής ενέργειας είτε από το ρευστό στη μηχανή, είτε από τη μηχανή στο ρευστό. Η μεταφορά αυτή εκδηλώνεται μέσω της στρεπτικής ροπής  $M$  που αναπτύσσεται σε στρεφόμενη άτρακτο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  ( $\frac{rad}{sec}$ ). Συνεπώς, η αντίστοιχη μηχανική ισχύς  $N$  που προκύπτει είναι ίση με:

$$N = M \cdot \omega \quad (1.1)$$

Οι στροβιλομηχανές που προσδίδουν ισχύ στο ρευστό ονομάζονται εργοστροβιλομηχανές. Το στρεφόμενο τμήμα της μηχανής στο οποίο γίνεται η μεταφορά ενέργειας ονομάζεται περωτή. Η απαιτούμενη ισχύς για την περιστροφή της περωτής εξασφαλίζεται από έναν κινητήρα συζευγμένο με τη μηχανή. Ο κινητήρας παρέχει στην άτρακτο στρεπτική ροπή η οποία στρέφει την περωτή με σταθερή γωνιακή ταχύτητα για δεδομένο σημείο λειτουργίας. Στις εργοστροβιλομηχανές κατατάσσονται οι αντλίες, οι ανεμιστήρες, οι φυσητήρες, οι στροβιλοσυμπιεστές.



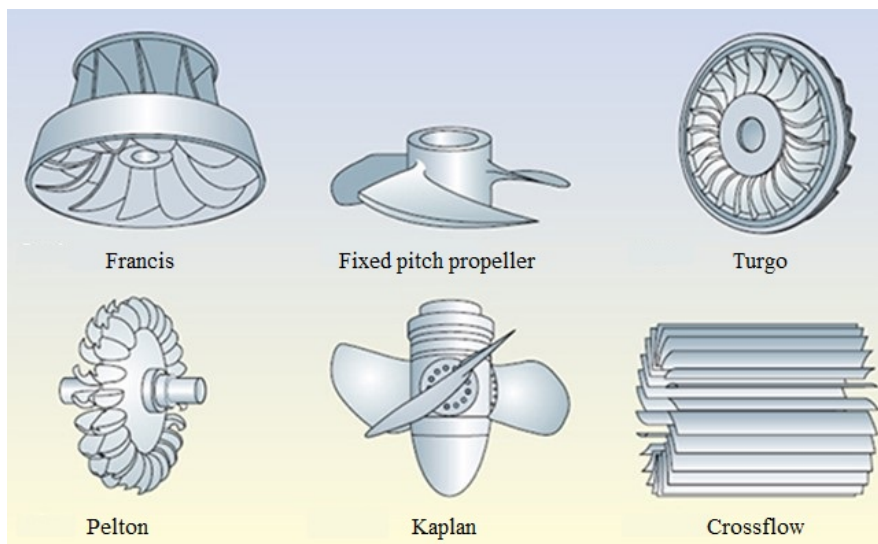
Αντίθετα, οι στροβιλομηχανές μέσω των οποίων μετατρέπεται η ενέργεια του ρευστού σε μηχανική ενέργεια ονομάζονται κινητήριες στροβιλομηχανές ή στρόβιλοι. Το στρεφόμενο μέρος σε αυτή την περίπτωση ονομάζεται δρομέας. Η κινητήρια ροπή στη στρεφόμενη άτρακτο μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια μέσω γεννήτριας συζευγμένης στην άτρακτο του στροβίλου. Παράγεται λοιπόν ηλεκτρική ενέργεια η οποία διανέμεται στο ηλεκτρικό δίκτυο για αξιοποίηση.

### ***1.3. Τύποι και λειτουργία υδροστροβίλων***

Οι υδροστρόβιλοι, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, είναι μηχανές μέσω των οποίων η ενέργεια του ρευστού, συνήθως νερού, μετατρέπεται σε μηχανική ενέργεια, δηλαδή σε κινητήρια ροπή στην περιστρεφόμενη άτρακτο του δρομέα. Η ενέργεια του νερού είναι η δυναμική ενέργεια που εκφράζεται από την στάθμη του σε σχέση με τη στάθμη της θάλασσας. Αξιοποιώντας λοιπόν την ενέργεια αυτή του νερού ο υδροστρόβιλος παράγεται ηλεκτρική ενέργεια, η οποία στη συνέχεια μεταφέρεται στα σημεία κατανάλωσης.

Οι υδροστρόβιλοι μπορούν να διαχωριστούν σε διάφορους τύπους, καθένας με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά του. Αρχικά διακρίνονται σε υδροστροβίλους αντιδράσεως και δράσεως με βάση τον βαθμό αντιδράσεως. Ο βαθμός αντιδράσεως της βαθμίδας ενός υδροστροβίλου ορίζεται ως ο λόγος της μεταβολής της στατικής πίεσης της ροής από την είσοδο μέχρι την έξοδο της περωτής προς τη συνολική μεταβολή της στατικής πίεσης από την είσοδο της περωτής μέχρι την έξοδο από τη βαθμίδα (Παπαντώνης, 2016). Όταν η στατική πίεση μεταξύ εισόδου και εξόδου περωτής μεταβάλλεται, τότε η περωτή είναι αντιδράσεως. Αντίθετα, όταν δεν υπάρχει μεταβολή της πίεσης η περωτή ονομάζεται περωτή δράσεως, δηλαδή  $r_e = 0$ . Οι υδροστρόβιλοι αντιδράσεως είναι ολικής προσβολής, δηλαδή ολόκληρος ο δρομέας λειτουργεί αξονοσυμμετρικά, ενώ οι δράσεως είναι μερικής προσβολής και ένα μόνο τμήμα του δρομέα συμμετέχει στην ενεργειακή μεταβολή.

Οι πιο συνηθισμένοι τύποι υδροστροβίλων δράσεως είναι οι Pelton, Turgo και Cross-Flow ή Banki. Από την άλλη οι υδροστρόβιλοι τύπου Francis, Kaplan, Deriaz και Bulb είναι οι πιο συνηθισμένοι υδροστρόβιλοι αντιδράσεως. Στο Σχήμα 1.4 παρουσιάζονται οι δρομείς για διαφορετικούς τύπους υδροστροβίλων.

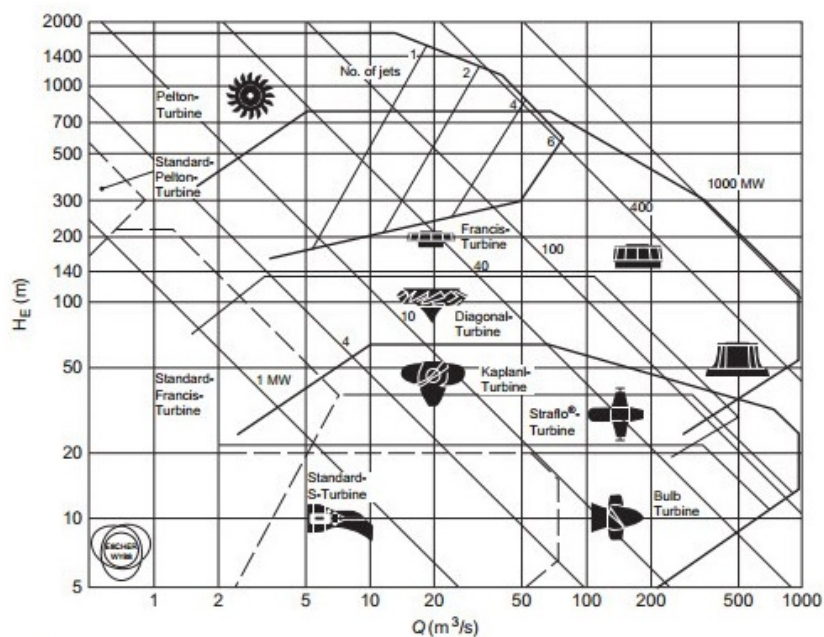


Σχήμα 1.4: Δρομείς διαφορετικών τύπων υδροστροβίλων (Πηγή: open.edu)

Ο μοναδικός τύπος υδροστροβίλου δράσεως που έχει επικρατήσει είναι ο υδροστρόβιλος Pelton, ενώ οι υπόλοιποι χρησιμοποιούνται πολύ σπάνια. Από τους υδροστροβίλους αντιδράσεως ο Francis χρησιμοποιείται για μεσαίες τιμές της υδραυλικής πτώσης ( $H=50-500$  m περίπου), ενώ για μικρότερες τιμές υδραυλικής πτώσης χρησιμοποιούνται οι υδροστρόβιλοι τύπου Deriaz διαγώνιας ροής και διάφορες διαμορφώσεις υδροστροβίλων αξονικής ροής όπως είναι ο Kaplan.

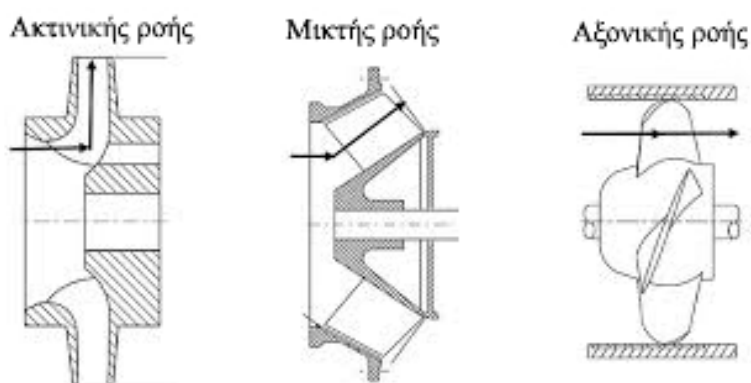
Δεδομένου ότι και η διαθέσιμη παροχή αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την επιλογή κατάλληλου τύπου υδροστροβίλου, παρατίθεται το διάγραμμα του Σχήματος 1.5. Το συγκεκριμένο διάγραμμα εκφράζει το πρόγραμμα παραγωγής της εταιρείας Sulzer-Escher Wuss και επιτρέπει την επιλογή τύπου υδροστροβίλου με βάση τη διαθέσιμη υδραυλική πτώση και την παροχή στο κανονικό σημείο λειτουργίας. Επίσης, υπάρχουν και οι ευθείες σταθερής ισχύος για επιλογή τύπου υδροστροβίλου ανάλογα με τις ανάγκες για την παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια.

Οι υδροστρόβιλοι μπορούν να διαχωριστούν επίσης σε οριζόντιου και κατακόρυφου άξονα, ανάλογα με τη θέση του άξονα. Ένας άλλος διαχωρισμός γίνεται σύμφωνα με τη γεωμετρική μορφή που έχει η δίοδος του ρευστού μέσα από το στρόβιλο. Στους λεγόμενους αξονικούς στροβίλους, η δίοδος του ρευστού είναι περίπου παράλληλη με τον άξονα της μηχανής, ενώ όταν η δίοδος είναι κατά κύριο λόγο κάθετη με τον άξονα του στροβίλου, τότε πρόκειται για ακτινικούς στροβίλους.



Σχήμα 1.5: Διάγραμμα επιλογής κατάλληλου υδροστροβίλου συναρτήσει της παροχής και του διαθέσιμου υδραυλικού ύψους πτώσης (Πηγή: Courtesy Sulzer Hydro Ltd, Zurich)

Τέλος σε περιπτώσεις που δεν υπάρχει προεξάρχουσα διεύθυνση, δηλαδή έχουμε κατεύθυνση της διόδου της ροής που δεν είναι κοντά στην αξονική ή την ακτινική, τότε πρόκειται για στροβίλο μικτής ροής (Παπαηλίου, Μαθιουδάκης, & Γιαννάκογλου, 2000). Η διαφοροποίηση αυτή φαίνεται στο Σχήμα 1.6 που παρουσιάζονται οι μηχανές ανάλογα με το είδος της ροής.



Σχήμα 1.6: Διαφορετικές μορφές ροής (Πηγή: pumpsandsystems.com)

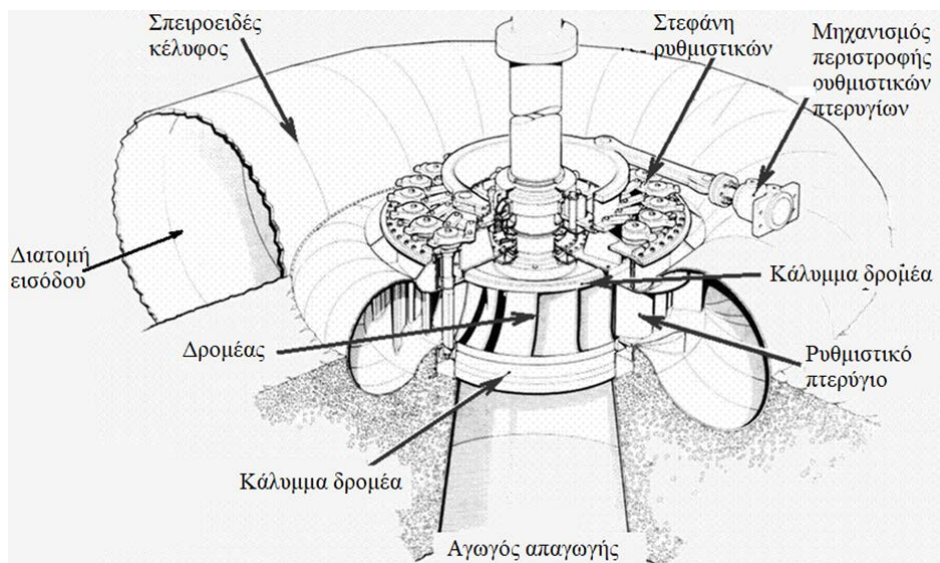
#### 1.4. Γενική περιγραφή του υδροστροβίλου Francis

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, για τη ανάπτυξη αριθμητικής μεθοδολογίας υπολογισμού της τροχιάς μοντέλων ψαριού στο πεδίο ροής υδροστροβίλων αντίδρασης, χρησιμοποιήθηκε ένας απλοποιημένος υδροστρόβιλος Francis. Η λειτουργία ενός σύγχρονου υδροστροβίλου, όπως και ο Francis, βασίζεται στην αφαίρεση της συστροφής που έχει η ροή στην είσοδο του δρομέα. Παρουσιάζονται λοιπόν αναλυτικά παρακάτω τα μέρη από τα οποία αποτελείται ένας υδροστρόβιλος αντιδράσεως όπως ο Francis (Σχήμα 1.7), δηλαδή το τμήμα εισόδου, τον δρομέα και τον αγωγό απαγωγής.

Το τμήμα εισόδου είναι ένας αγωγός κυκλικής διατομής ακολουθούμενος από ένα σπειροειδές κέλυφος σχεδόν κυκλικής διατομής, η οποία ελαττώνεται σταδιακά κατά την περιφερειακή διεύθυνση, ώστε να διαμορφώνονται ομοιόμορφες συνθήκες ροής και ομοιόμορφη τροφοδοσία του δρομέα. Το διερχόμενο υγρό κατά τη διέλευση του από το τμήμα εισόδου αποκτά μια αρχική τιμή συστροφής. Για μεγιστοποίηση της μηχανικής αντοχής του σπειροειδούς κελύφους, λόγω των μεγάλων στατικών πιέσεων που δέχεται, στο τμήμα όπου τροφοδοτείται ο δρομέας τοποθετείται στεφάνη σταθερών οδηγητικών πτερυγίων. Η στεφάνη των οδηγητικών πτερυγίων είναι τοποθετημένη σε περιοχή σύγκλισης της ροής για να μην υπάρχει κίνδυνος αποκόλλησης αυτής. Τα οδηγητικά πτερύγια στοχεύουν στη μείωση των διαστάσεων του αγωγού, ο οποίος κατασκευάζεται με μεγαλύτερη γωνία σπείρας, ώστε να προσδίδει μεγαλύτερη συστροφή στο υγρό. Επίσης, αφαιρούν την επιπλέον τιμή της συστροφής, η οποία προσδίδεται στο υγρό από το σπειροειδές κέλυφος.

Η τελική τιμή της συστροφής στην είσοδο του δρομέα διαμορφώνεται από τη στεφάνη των ρυθμιστικών πτερυγίων που τοποθετείται μεταξύ των οδηγητικών πτερυγίων και της διατομής εισόδου του δρομέα. Για να αποκτήσουν όλα τα στοιχεία του υγρού ομοιόμορφη συστροφή, η στεφάνη των ρυθμιστικών πτερυγίων τοποθετείται σε επίπεδο κάθετο προς τον άξονα περιστροφής του δρομέα, διαμορφώνοντας έτσι μια καθαρά ακτινική ροή. Επίσης, η στεφάνη των ρυθμιστικών πτερυγίων αποτελεί όργανο ρύθμισης του σημείου λειτουργίας του υδροστροβίλου, καθώς με την περιστροφή των ρυθμιστικών πτερυγίων, εκτός από τη μεταβολή της συστροφής, επιτυγχάνεται μεταβολή του διακένου και άρα διατομής μεταξύ δύο διαδοχικών πτερυγίων. Έτσι, μεταβάλλεται η διερχόμενη παροχή και συνεπώς η ισχύς του υδροστροβίλου για σταθερή ταχύτητα περιστροφής και διαθέσιμη υδραυλική πτώση. Τα ρυθμιστικά πτερύγια είναι πάντα ζυγά σε αριθμό ώστε ο μηχανισμός περιστροφής τους να έχει

άξονα συμμετρίας κατά ένα μεσημβρινό επίπεδο και να είναι δυνατή η κατασκευή τους σε δύο ή τέσσερα τμήματα, τα οποία στη συνέχεια συγκολλούνται.



Σχήμα 1.7: Απεικόνιση υδροστροβίλου Francis (Πηγή: santuarioannunziata.it)

Ο περιστρεφόμενος δρομέας αποτελεί το τμήμα του υδροστροβίλου που μετατρέπει την ενέργεια του υγρού σε μηχανική ενέργεια, δηλαδή το τμήμα στο οποίο αναπτύσσεται η μηχανική κινητήρια ροπή. Τα πτερύγια του δρομέα των υδροστροβίλων Francis εκτείνονται μεταξύ της πλήμνης και της στεφάνης στην οποία είναι πακτωμένα. Ο δίσκος της στεφάνης αποσκοπεί στην αύξηση της μηχανικής στιβαρότητας του δρομέα και κυρίως των πτερυγίων όπου αναπτύσσονται δυνάμεις από την διερχόμενη ροή και φυγοκεντρικές δυνάμεις λόγω περιστροφής. Το πλήθος των πτερυγίων του δρομέα Francis επιλέγεται συνήθως περιττό ώστε να αποφεύγεται ο κίνδυνος συντονισμού και ταλαντώσεων λόγω του αναγκαστικά άρτιου πλήθους των ρυθμιστικών πτερυγίων. Με σταθερό το πλήθος των πτερυγίων του δρομέα Francis, όσο μειώνεται η διαθέσιμη υδραυλική πτώση ο δρομέας γίνεται σταδιακά όλο και περισσότερο μεικτής ροής. Η πλήμνη του δρομέα κατασκευάζεται συνήθως ολόσωμη, δηλαδή αποτελεί χυτό τεμάχιο.

Ο αγωγός απαγωγής χρησιμοποιείται για την οδήγηση του υγρού στην διάρρηξη απαγωγής ή στον κάτω ταμιευτήρα, επιβραδύνοντας παράλληλα και την ταχύτητα εξόδου. Για να αποφευχθεί ο κίνδυνος αποκόλλησης της ροής διαμορφώνεται ευθύγραμμο κωνικό αποκλίνον τμήμα κατάντη της διατομής εξόδου του δρομέα. Στους υδροστροβίλους κατακόρυφου άξονα ο αγωγός απαγωγής καμπυλώνεται έπειτα κατά  $90^\circ$  έτσι ώστε η διατομή εξόδου να είναι οριζόντια. Στους υδροστροβίλους Francis μικρού μεγέθους οριζόντιου άξονα, ο αγωγός

απαγωγής είναι κωνικός, καμπυλώνεται κατά  $90^\circ$  μέχρι την ελεύθερη επιφάνεια της διώρυγας απαγωγής ή του κάτω ταμιευτήρα και κατασκευάζεται από χαλυβοέλασμα.

Τα παραπάνω τμήματα που περιγράφηκαν συμμετέχουν είτε άμεσα είτε έμμεσα στη μετατροπή της υδραυλικής ενέργειας σε μηχανική. Σε έναν υδροστρόβιλο όμως υπάρχουν και άλλα τμήματα απαραίτητα για τη λειτουργία του, όπως τμήματα που εξασφαλίζουν τη στεγανότητα με το περιβάλλον (εξωτερικό κέλυφος, στυπιοθλίπτες), τη μεταφορά της μηχανικής ισχύος (άτρακτος, συμπλέκτες, έδρανα), την παραλαβή των αναπτυσσόμενων δυνάμεων (ωστικό έδρανο) και άλλα.

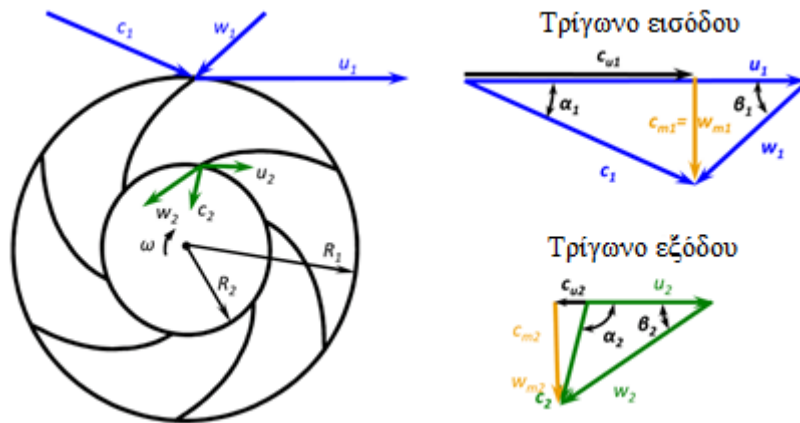
### 1.5. Τρίγωνα ταχυτήτων

Η εύρεση της ταχύτητας στο πεδίο ροής του υδροστρόβιλου αποτελεί μια πολύπλοκη διαδικασία. Η θεωρία των τριγώνων ταχυτήτων επιτρέπει τον υπολογισμό των συνιστωσών της ταχύτητας κατά την είσοδο και έξοδο της ροής στο δρομέα ενός υδροστρόβιλου.

Για την ανάλυση της ροής στο δρομέα είναι χρήσιμη η εισαγωγή της σχετικής ταχύτητας  $\vec{w}$ . Στην περίπτωση όπου ο δρομέας στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$ , η ταχύτητα του στρεφόμενου συστήματος ως προς το απόλυτο σε θέση με ακτίνα  $\vec{r}$  είναι ίση με  $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ . Για τη συγκεκριμένη θέση, αν η ταχύτητα του ρευστού ως προς το απόλυτο σύστημα είναι ίση με  $\vec{c}$ , τότε η αντίστοιχη σχετική ταχύτητα  $\vec{w}$  προκύπτει από τη διανυσματική εξίσωση:

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \quad (1.2)$$

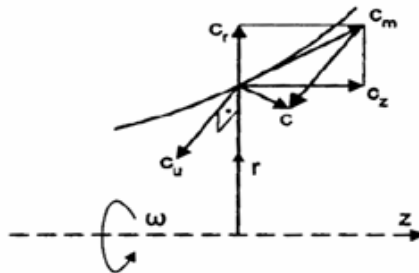
Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της απόλυτης ταχύτητας και της περιφερειακής ταχύτητας συμβολίζεται με  $\alpha$ , ενώ η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ σχετικής και περιφερειακής ταχύτητας συμβολίζεται με  $\beta$ . Το τρίγωνο ταχυτήτων με τις ταχύτητες και τις γωνίες που αναφέρθηκαν παρουσιάζονται στο Σχήμα 1.8.



Σχήμα 1.8: Τρίγωνα ταχυτήτων εισόδου και εξόδου από τα πτερύγια του δρομέα (Πηγή: Polák, Polák, & Hudousková, 2016)

Η αξονοσυμμετρική διαμόρφωση και οι συνθήκες λειτουργίας στον δρομέα του υδροστρόβιλου επιτρέπουν τη χρησιμοποίηση ενός πολικού συστήματος συντεταγμένων περί του άξονα περιστροφής για την ανάλυση των ταχυτήτων. Έτσι, μπορούμε να αναλύσουμε το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{c}$  σε ένα σημείο του πεδίου στις τρεις ακόλουθες συνιστώσες: την ακτινική  $c_r$ , την αξονική  $c_z$  και την περιφερειακή  $c_u$  με τα αντίστοιχα μοναδιαία διανύσματα  $\vec{i}_r, \vec{i}_z, \vec{i}_u$  (Σχήμα 1.9). Συνεπώς για το διάνυσμα της απόλυτης ταχύτητας θα ισχύει:

$$\vec{c} = \vec{i}_r c_r + \vec{i}_z c_z + \vec{i}_u c_u \quad (1.3)$$



Σχήμα 1.9: Συνιστώσες του διανύσματος της ταχύτητας (Πηγή: Παπαντώνης, 2016)

Η ακτινική και η αξονική συνιστώσα της απόλυτης ταχύτητας δίνουν τη μεσημβρινή συνιστώσα  $c_m$  της ταχύτητας, δηλαδή ισχύει  $\vec{c}_m = \vec{i}_r c_r + \vec{i}_z c_z$ . Η μεσημβρινή συνιστώσα της ταχύτητας κείται στο μεσημβρινό επίπεδο. Η περιφερειακή συνιστώσα δεν μπορεί να παρασταθεί στο μεσημβρινό επίπεδο μιας και είναι κάθετη σε αυτό. Έτσι προκύπτει μια νέα έκφραση για την απόλυτη ταχύτητα  $\vec{c} = \vec{i}_m c_m + \vec{i}_u c_u$  όπου  $\vec{i}_m$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κατά τη μεσημβρινή διεύθυνση.

## 1.6. Βασικές εξισώσεις λειτουργίας υδροστροβίλου

### 1.6.1. Ενεργειακή εξίσωση

Σε έναν υδροστρόβιλο, η ανά μονάδα μάζας ολική ενέργεια του ρευστού  $E$  (*Joule/kg*) που μπορεί να μετατραπεί σε μηχανική περιγράφεται από την εξίσωση Bernoulli:

$$E = \frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + U + gz \quad (1.4)$$

στην οποία με  $c$  συμβολίζεται το μέτρο της ταχύτητας του ρευστού, με  $p$  η στατική του πίεση, με  $\rho$  η πυκνότητα του, με  $U$  η εσωτερική του ενέργεια που χαρακτηρίζεται από την απόλυτη θερμοκρασία του ρευστού, με  $g$  η επιτάχυνση βαρύτητας και με  $z$  το ύψος ως προς κάποια στάθμη αναφοράς. Από την παραπάνω εξίσωση γίνεται φανερό ότι η συνολική ενέργεια αποτελείται από την κινητική ενέργεια  $\left(\frac{c^2}{2}\right)$ , την ενέργεια εντατικής κατάστασης  $\left(\frac{p}{\rho}\right)$ , την εσωτερική ενέργεια ( $U$ ) και την δυνητική ενέργεια του ρευστού λόγω βαρύτητας ( $gz$ ). Συνεπώς, η διαφορά ενέργειας μεταξύ διατομής εισόδου (e) και διατομής εξόδου (a) του υδροστροβίλου θα είναι ίση με:

$$E_e - E_a \pm \delta E = \left(\frac{c_e^2}{2} + \frac{p_e}{\rho} + U_e + gz_e\right) - \left(\frac{c_a^2}{2} + \frac{p_a}{\rho} + U_a + gz_a\right) \quad (1.5)$$

όπου  $\delta E$  είναι η ενέργεια υπό μορφή θερμότητας που συναλλάσσεται με το περιβάλλον. Η ενέργεια αυτή θεωρείται αμελητέα και παραλείπεται από την εξίσωση. Επίσης από την παραπάνω εξίσωση μπορεί να αμεληθεί και ο όρος της εσωτερικής ενέργειας στην περίπτωση που το εργαζόμενο μέσο είναι το νερό. Αυτό συμβαίνει γιατί το νερό, ως ασυμπίεστο ρευστό, έχει μεγάλη πυκνότητα και ειδική θερμότητα, γεγονός που θα οδηγούσε σε σημαντική μεταφορά ενέργειας λόγω θερμότητας με αλλαγές στη θερμοκρασία. Η ασυμπίεστη μάζα του νερού όμως εμποδίζει την μετατροπή ενέργειας σε μηχανικό έργο, αφού σύμφωνα με τη θερμοδυναμική για την παραγωγή έργου θα πρέπει να υπάρξει και μεταβολή του όγκου του ρευστού (Παπαντώνης, 2016). Με βάση τα παραπάνω οδηγούμαστε στην ακόλουθη απλοποιημένη σχέση:

$$E_e - E_a = \left(\frac{c_e^2}{2} + \frac{p_e}{\rho} + gz_e\right) - \left(\frac{c_a^2}{2} + \frac{p_a}{\rho} + gz_a\right) \quad (1.6)$$



Άμεσα προκύπτει και η θεωρητική ισχύς του υδροστροβίλου  $N$ :

$$N = \dot{m} \cdot (E_e - E_a) \quad (1.7)$$

Η πραγματική ισχύς υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψιν τις ενεργειακές απώλειες λόγω μηχανικών τριβών στα διάφορα έδρανα και σε απώλειες τριβών στο εσωτερικό του υδροστροβίλου λόγω συνεκτικότητας του ρευστού.

### 1.6.2. Εξίσωση Euler (θεώρημα ροπής της ορμής)

Το θεώρημα της ροπής της ορμής περιγράφεται στη γενική του μορφή από την εξίσωση:

$$M_P + M_T + M_G - M_K = \frac{dB_u}{dt} + M_S \quad (1.8)$$

στην οποία συμβολίζονται με:

$M_P$  η ροπή λόγω στατικής πίεσης που αναπτύσσεται στην εξωτερική επιφάνεια του σώματος,

$M_T$  η ροπή λόγω δυνάμεων συνεκτικότητας του ρευστού που αναπτύσσονται στην εξωτερική επιφάνεια  $E$  του σώματος,

$M_G$  η ροπή των εξωτερικών δυνάμεων λόγω βαρύτητας στο ρευστό το οποίο περιβάλλεται από την επιφάνεια  $E$  του σώματος,

$M_K$  η ροπή λόγω του στερεού σώματος  $K$  πάνω στο ρευστό,

$B_u$  η ροπή της εν θέσει ορμής του ρευστού ως προς τον άξονα αναφοράς, δηλαδή της συστροφής του ρευστού για κάποια χρονική στιγμή,

$M_S$  η ροπή της ορμής, δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της συστροφής του ρευστού που εισέρχεται και εξέρχεται από την επιφάνεια αναφοράς  $E$  για δεδομένη χρονική στιγμή.

Σε έναν υδροστρόβιλο, εφαρμόζοντας την παραπάνω εξίσωση επάνω στο δρομέα, εξαιτίας αξονοσυμμετρικής γεωμετρίας του, της αξονοσυμμετρικής ροής του ρευστού και της μόνιμης κατάστασης λειτουργία του με σταθερές στροφές η ροπή  $M_u$  που εναλλάσσεται σε μηχανική ενέργεια μεταξύ εισόδου (1) και εξόδου (2) από τον στρόβιλο είναι:

$$M_u = \rho_1 c_{u1} c_{n1} r_1 E_1 - \rho_2 c_{u2} c_{n2} r_2 E_2 > 0 \quad (1.9)$$

Άμεση συνέπεια από την παραπάνω εξίσωση είναι και η περιφερειακή ισχύς  $N_u$  που αναπτύσσεται λόγω της ροπής  $M_u$  στην περωτή, που δίνεται από τη σχέση:

$$N_u = M_u \cdot \omega \quad (1.10)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή της συνέχειας στην παροχή μάζας που περνάει μέσα από τον υδροστρόβιλο και συνδέοντας τη γωνιακή ταχύτητα με την περιφερειακή, η ισχύς μπορεί να δοθεί και από την εξίσωση:

$$N_u = \dot{m}_u \cdot (u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}) \quad (1.11)$$

Η περιφερειακή ισχύς δίνεται και από την ακόλουθη εξίσωση:

$$N_u = \gamma \cdot Q_u \cdot H_u \quad (1.12)$$

όπου με  $\gamma$  συμβολίζεται το ειδικό βάρος,  $Q_u$  η διερχόμενη παροχή όγκου και  $H_u$  το θεωρητικό ύψος του δρομέα. Από τις δύο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει η σχέση:

$$H_u = \frac{1}{g} (u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}) \quad (1.13)$$

η οποία ονομάζεται εξίσωση Euler για το ασυμπίεστο ρευστό. Η παραπάνω εξίσωση εκφράζει το θεωρητικό ύψος που η πτερωτή μπορεί να μετατρέψει σε μηχανική ενέργεια.

## ***2. Πεδίο ροής στον υδροστροβίλο Francis***

### ***2.1. Επίλυση πεδίου ροής***

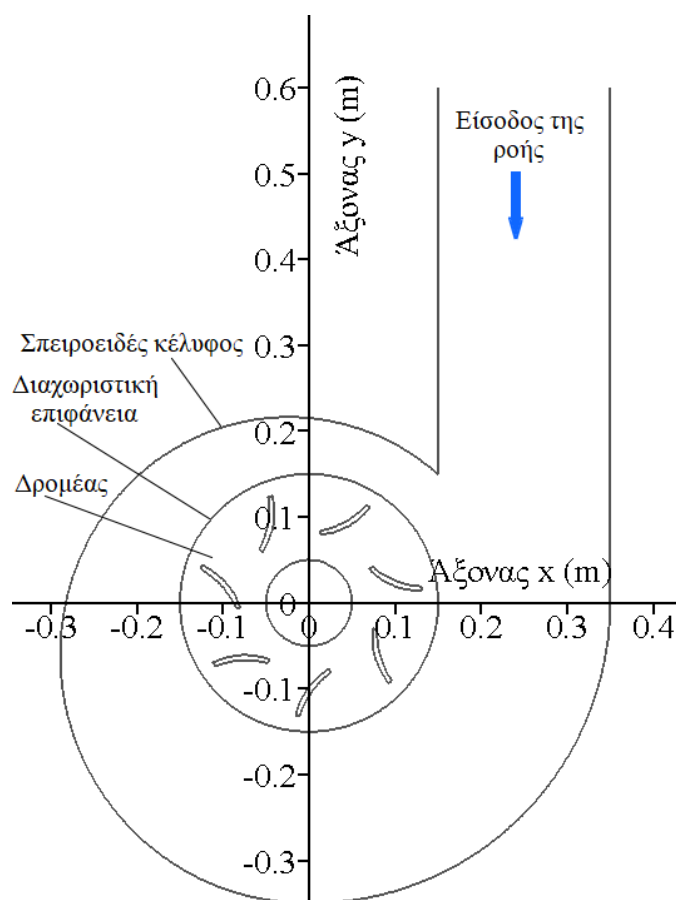
Η εύρεση της τροχιάς μοντέλων ψαριού στο πεδίο ροής υδροστροβίλων αντίδρασης και ο προσδιορισμός των μηχανισμών τραυματισμών τους, απαιτούν την επίλυση του πεδίου ροής στον υδροστροβίλο.

Στη σημερινή εποχή λόγω και της τεράστιας εξέλιξης των ηλεκτρονικών υπολογιστών, πολύπλοκα προβλήματα ρευστομηχανικής επιλύονται με τη συμβολή ενός νέου κλάδου της μηχανικής των ρευστών που ονομάζεται υπολογιστική ρευστομηχανική (Computational Fluid Dynamics). Έτσι, σύνθετα προβλήματα προσομοιώνονται καλύτερα και επιλύονται γρηγορότερα χάρη στην υπολογιστική ρευστομηχανική.

Για την επίλυση ενός προβλήματος υπολογιστικής ρευστομηχανικής απαραίτητη προϋπόθεση είναι η μαθηματική θεμελίωση του, δηλαδή η εύρεση των εξισώσεων που περιγράφουν το φαινόμενο μαζί με τις οριακές συνθήκες. Στη συνέχεια απαιτείται να γίνει αδιαστατοποίηση του μαθηματικού προβλήματος, ώστε να προκύψουν οι αδιάστατες παράμετροι του προβλήματος και η λύση να αποκτήσει γενικότητα για σειρά πεδίων ροής και οριακών συνθηκών που εκφράζονται από το ίδιο αδιαστατοποιημένο μαθηματικό μοντέλο, δίνοντας μας ταυτόχρονα και μια καλύτερη εποπτεία του. Το τελευταίο βήμα της διαδικασίας αριθμητικής επίλυσης είναι η διακριτοποίηση του χώρου σε κόμβους, για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων (Μπεργελές, 2012).

Σε απλά προβλήματα υπολογιστικής ρευστομηχανικής, όπως είναι για παράδειγμα η εύρεση της ροής σε μια οριζόντια πλάκα ή η αναπτυσσόμενη ροή σε σωλήνα κυκλικής διατομής είναι εύκολη η μαθηματική θεμελίωση, η αδιαστατοποίηση των εξισώσεων, η διακριτοποίηση του χώρου και συνεπώς η επίλυση του πεδίου ροής. Στην περίπτωση όμως ενός υδροστροβίλου είναι ιδιαίτερα σύνθετη η παραπάνω διαδικασία, λόγω της γεωμετρίας του υδροστροβίλου αλλά και της πολυπλοκότητας των εξισώσεων που περιγράφουν τη ροή σε αυτόν. Για το λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί διάφορα πακέτα, τόσο για το σχεδιασμό της γεωμετρίας, όσο και για την επίλυση του πεδίου ροής.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, όπως έχει αναφερθεί, το βασικό αντικείμενο μελέτης είναι η ανάπτυξη αριθμητικής μεθοδολογίας για την εύρεση της τροχιάς μοντέλων ψαριού σε υδροστροβίλο Francis, η οποία γίνεται με ανάπτυξη κώδικα σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran 95. Η διαδικασία επίλυσης για την εύρεση του πεδίου ροής στον υδροστροβίλο, που παρουσιάστηκε παραπάνω, ήταν αρκετά πολύπλοκη για να γίνει με χρήση της Fortran 95. Για το λόγο αυτό, η επίλυση του πεδίου ροής έγινε από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου μέσω του λογισμικού Ansys Fluent. Η γεωμετρία του απλοποιημένου υδροστροβίλου Francis στον οποίο έγινε η επίλυση του πεδίου ροής φαίνεται στο Σχήμα 2.1, ενώ το σημείο λειτουργίας του υδροστροβίλου δίνεται στον Πίνακα 2.1.



Σχήμα 2.1: Γεωμετρία υδροστροβίλου Francis

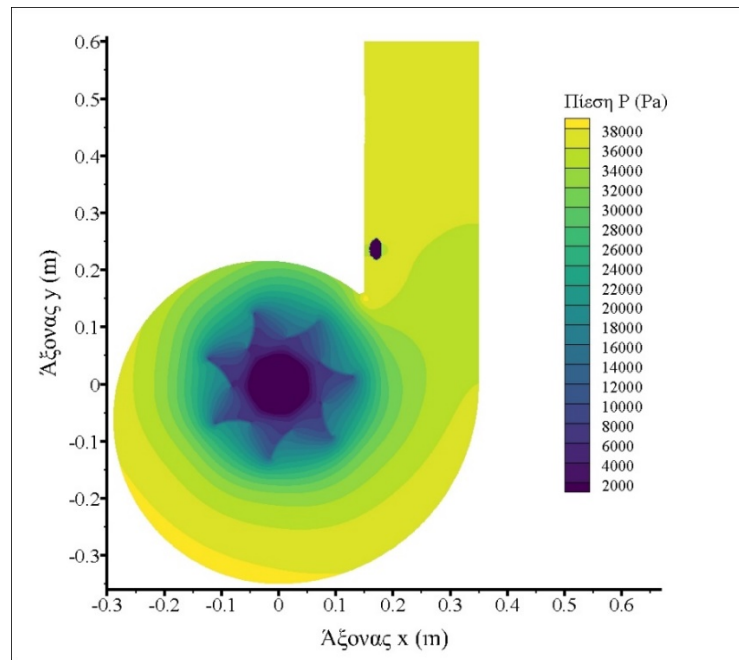
Από την επίλυση του πεδίου ροής που έγινε από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών, τα αποτελέσματα εξάχθηκαν σε ένα αρχείο, όπου αποθηκεύτηκαν 182690 σημεία  $(x, y)$  μαζί με τις τιμές των συνιστωσών της ταχύτητας  $u, v$  στις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  αντίστοιχα και τις τιμές της πίεσης  $P$  στα σημεία αυτά.

Πίνακας 2.1: Σημείο λειτουργίας υδροστροβίλου Francis

Σημείο λειτουργίας υδροστροβίλου	
Παροχή (m <sup>3</sup> /s)	0.03
Υδραυλικό ύψος (m)	2.5
Ταχύτητα περιστροφής δρομέα (rpm)	333

Τα σημεία που αποθηκεύονται στο αρχείο δεν είναι ομαδοποιημένα και ούτε απέχουν μεταξύ τους το ίδιο χωρικό βήμα  $dx$  και  $dy$  κατά τις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  αντίστοιχα. Ο λόγος είναι ότι κατά την επίλυση της ροής στο ANSYS, έγινε χρήση μη δομημένου πλέγματος (Unstructured Grid). Τα μη δομημένα πλέγματα αποτελούνται από στοιχεία που δεν έχουν συγκεκριμένη διάταξη και δομή στο χώρο. Το σημαντικότερο πλεονέκτημά τους που τα καθιστά κατάλληλα για το πρόβλημα μας, είναι η ευκολία προσαρμογής τους σε σύνθετες γεωμετρίες και ο μικρότερος χρόνος κατασκευής τους, σε σχέση με τα δομημένα πλέγματα (Structured Grids).

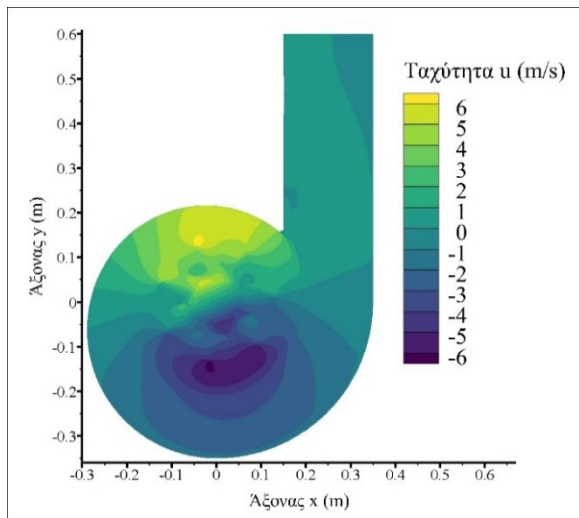
Στο Σχήμα 2.2 παρουσιάζεται το πεδίο πιέσεων στον υδροστρόβιλο, όπως αυτό προέκυψε από την επίλυση του πεδίου ροής από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



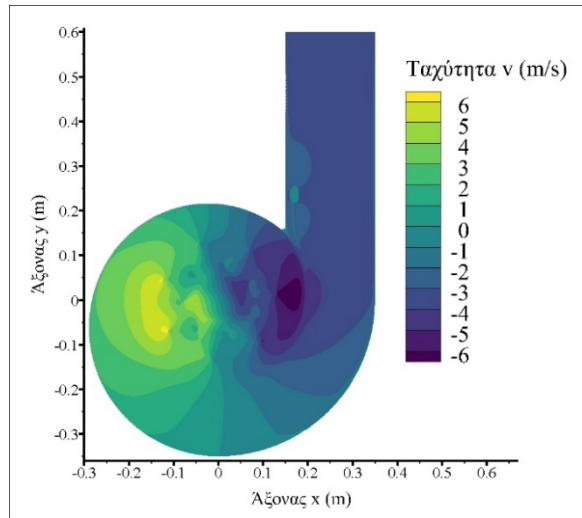
Σχήμα 2.2: Πεδίο πιέσεων στον υδροστρόβιλο (επίλυση από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών)

Από το παραπάνω σχήμα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η πίεση αποκτά τις μέγιστες τιμές της στον αγωγό εισόδου και μειώνεται κοντά στον δρομέα. Επίσης, κατά την έξοδο παρατηρούμε ότι η πίεση μηδενίζεται. Αυτό σημαίνει ότι ο υποθετικός υδροστρόβιλος δεν είναι συνδεδεμένος με κάποιον αγωγό απαγωγής και το ρευστό εκβάλλεται απευθείας σε πίεση ίση με την ατμοσφαιρική.

Οι συνιστώσες της ταχύτητας κατά τις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  δίνονται στα Σχήματα 2.3 και 2.4 αντίστοιχα, ενώ στη Σχήμα 2.5 παρουσιάζεται το μέτρο της συνισταμένης ταχύτητας στο εσωτερικό του υδροστροβίλου.

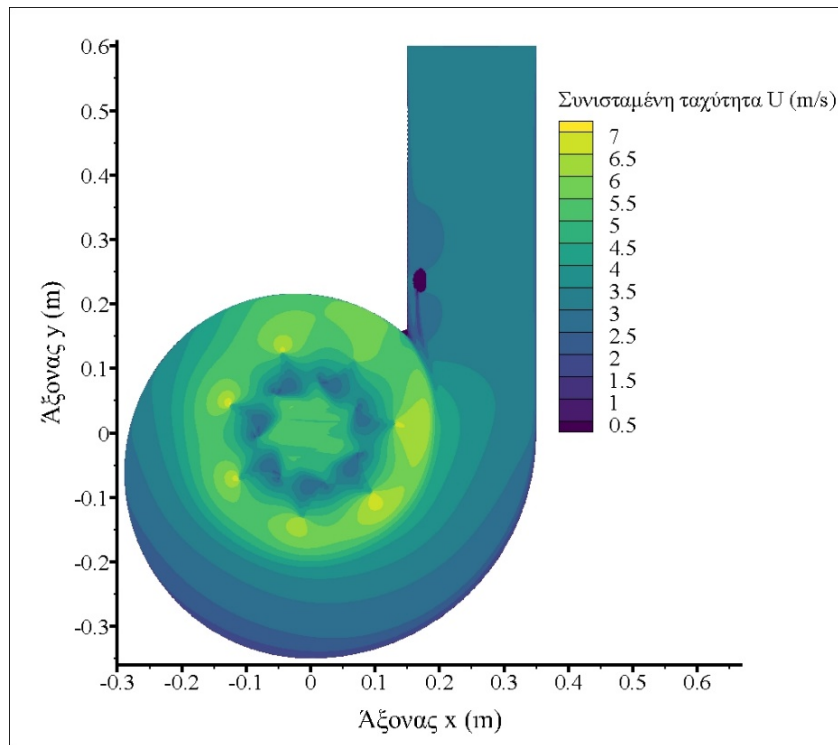


Σχήμα 2.3: Κατανομή ταχύτητας  $u$  στον υδροστρόβιλο (επίλυση από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών)



Σχήμα 2.4: Κατανομή ταχύτητας  $v$  στον υδροστρόβιλο (επίλυση από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών)

Από τα παραπάνω σχήματα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι υπάρχει μια περιοχή κοντά στο σημείο  $(x, y)=(0.17, 0.23)$  που η πίεση και η ταχύτητα είναι μηδέν. Αυτό συμβαίνει γιατί κατά την επίλυση του πεδίου ροής από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών είχε τοποθετηθεί στο συγκεκριμένο σημείο ένα μοντέλο ψαριού. Αυτό δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα για τις τιμές της πίεσης και της ταχύτητας στις υπόλοιπες θέσεις.



Σχήμα 2.5: Μέτρο συνισταμένης ταχύτητας  $U$  (επίλυση από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών)

## 2.2 Κατασκευή δισδιάστατου πλέγματος στη FORTRAN

### 2.2.1. Αρχικό αραιό πλέγμα

Για τη μελέτη του πεδίου ροής με ανάπτυξη κώδικα σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran 95 είναι απαραίτητη η κατασκευή ενός δισδιάστατου πλέγματος, στο οποίο κάθε κόμβος του θα αντιστοιχίζεται με ένα σημείο του υδροστρόβιλου. Η κατασκευή αυτού του πλέγματος γίνεται σε δύο στάδια. Πρώτα κατασκευάζεται ένα αραιό πλέγμα και στη συνέχεια το τελικό πλέγμα που είναι πιο πυκνό ώστε να προκύψουν ακριβέστερα αποτελέσματα. Το αρχικό αραιό πλέγμα καθιστά την παρεμβολή ευκολότερη, καθώς δίνει τη δυνατότητα να συγκεντρωθούν τα αρχικά δεδομένα σημεία σε κελιά. Επίσης, μπορούμε να ελέγχουμε το πλήθος των σημείων που τοποθετούνται στα κελιά.



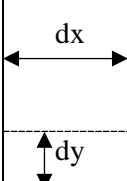
Το πλέγμα θα εκτείνεται στην διεύθυνση  $x$  από  $-0.30\text{ m}$  έως  $0.36\text{ m}$  και στην  $y$  από  $-0.36\text{ m}$  έως  $0.61\text{ m}$ , ώστε να περικλείεται ολόκληρη η γεωμετρία του υδροστροβίλου. Για να κατασκευαστεί το πλέγμα στη Fortran με βάση τα σημεία από το Ansys απαιτείται χρήση κάποιας μεθόδου παρεμβολής.

Κάθε σημείο, από τα δεδομένα αρχικά σημεία, με βάση την τετμημένη και την τεταγμένη του αντιστοιχίζεται σε έναν κόμβο IG, JG, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.6, δηλαδή:

$$IG = \frac{\text{int}(x_i - x_{min})}{dx} + 1$$

$$JG = \frac{\text{int}(y_i - y_{min})}{dy} + 1$$

όπου  $x_i$  και  $y_i$  είναι οι συντεταγμένες των αρχικών σημείων,  $x_{min} = -0.30\text{ m}$  και  $y_{min} = -0.36\text{ m}$  οι συντεταγμένες του κάτω γωνιακού σημείου του πλέγματος όπου  $IG=1$  και  $JG=1$ ,  $dx$  και  $dy$  τα χωρικά βήματα στις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  αντίστοιχα, ενώ με τη χρήση του  $\text{int}$  γίνεται μετατροπή του αποτελέσματος σε ακέραιο αριθμό, μιας και οι κόμβοι έχουν ακέραιες τιμές. Οι τιμές IG και JG των κόμβων που υπολογίζονται αποθηκεύονται σε έναν τρισδιάστατο πίνακα. Η τρίτη διάσταση του μητρώου αυτού χρησιμοποιείται, ώστε να γίνεται έλεγχος του πλήθους των σημείων που αποθηκεύονται στον κάθε κόμβο. Ενδεικτικά δόθηκε ως μέγιστος αριθμός των σημείων που μπορούν να υπάρξουν σε μία θέση  $NMAX=50$ . Για το λόγο αυτό δόθηκαν και τιμές στο χωρικό βήμα  $dx = dy = 0.002\text{ m}$ . Με βάση αυτό το χωρικό βήμα το αραιό πλέγμα αποτελείται από 330 κόμβους στην  $x$  κατεύθυνση και από 485 στην  $y$ .

$(x, y) = (-0.3, 0.61)$	IG=1 JG=N	IG=2 JG=N				IG=N-1 JG=N	IG=N JG=N	$(x, y) = (0.36, 0.61)$
	IG=1 JG=N-1	IG=2 JG=N-1				IG=N-1 JG=N-1	IG=N JG=N-1	
				●				
	IG=1 JG=2	IG=2 JG=2				IG=N-1 JG=2	IG=N JG=2	
$(x, y) = (-0.3, -0.36)$	IG=1 JG=1	IG=2 JG=1				IG=N-1 JG=1	IG=N JG=1	$(x, y) = (0.36, -0.36)$

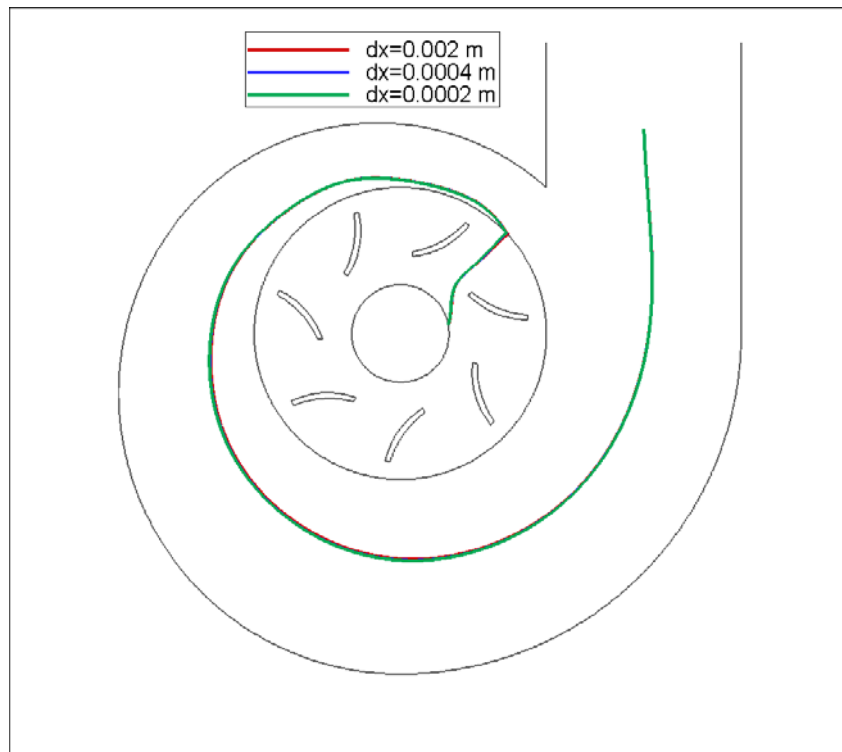
Σχήμα 2.6: Πλέγμα παρεμβολής

Συνεπώς, με την κατασκευή του αραιού πλέγματος μπορούμε να καθορίζουμε πόσα σημεία θα τοποθετηθούν σε κάθε κόμβο αλλά κυρίως να παράγουμε το τρισδιάστατο μητρώο που χρησιμοποιείται στην κατασκευή του τελικού πυκνού πλέγματος, για να μπορεί να γίνει η παρεμβολή των σημείων, μιας και όπως θα αποδειχθεί χρειάζεται να γνωρίζουμε τα γειτονικά σημεία του παρεμβαλλόμενου σημείου.

### 2.2.2. Τελικό πυκνό πλέγμα

Έχοντας δημιουργήσει το αρχικό αραιό πλέγμα, μπορούμε να προχωρήσουμε στην κατασκευή και του τελικού πυκνού πλέγματος. Η πυκνότητα του πλέγματος καθορίζεται από την επιλογή του χωρικού βήματος. Το βήμα  $dx$  για τον οριζόντια άξονα  $x$  και το βήμα  $dy$  για τον κατακόρυφο άξονα  $y$  του πυκνού πλέγματος έχει άνω και κάτω όρια. Όσον αφορά το άνω όριο σίγουρα πρέπει να είναι μικρότερο από αυτό του αρχικού αραιού πλέγματος, ώστε να έχει νόημα ο ορισμός του και να έχουμε ακριβέστερα αποτελέσματα. Από την άλλη, η μικρότερη τιμή που μπορεί να πάρει εξαρτάται κυρίως από το περιβάλλον της Fortran και τις εκάστοτε απαιτήσεις μνήμης. Ύστερα από δοκιμές που έγιναν βρέθηκε ότι για  $dx = dy = 0.0002 \text{ m}$  είναι οι μικρότερες τιμές, μιας και αν επιλεγόταν βήμα μιας τάξης μεγέθους μικρότερο, όπως για παράδειγμα  $dx = 0.00001 \text{ m}$ , οι απαιτήσεις μνήμης οδηγούσαν σε σφάλμα λόγω των μεγάλων μητρώων που δημιουργούνταν.

Ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στη μνήμη που απαιτείται διαδραματίζει το τρισδιάστατο μητρώο που περιγράφηκε και παραπάνω. Ωστόσο, παρόλο που το βήμα αυτό δε δημιουργούσε πρόβλημα στην εκτέλεση του κώδικα, τον καθιστούσε αργό και η εξαγωγή των σημείων σε αρχείο για την γραφική απεικόνιση του πεδίου πιέσεων και ταχυτήτων στο λογισμικό Tecplot 360 ήταν εξαιρετικά χρονοβόρα. Έτσι επιλέχθηκε  $dx = dy = 0.0004 \text{ m}$ , χωρίς να μεταβάλλεται το αποτέλεσμα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.7, και το τελικό πλέγμα που προκύπτει αποτελείται από 1651 κόμβους κατά την  $x$  κατεύθυνση και 2426 κόμβους κατά την  $y$ .



Σχήμα 2.7: Εξάρτηση γραμμών ροής από το χωρικό βήμα

### 2.3. Επιλογή μεθόδου παρεμβολής

Έχοντας πλέον καθορίσει το βήμα για το τελικό δισδιάστατο πυκνό πλέγμα, ακολουθεί η παρεμβολή των σημείων από το Ansys. Για την παρεμβολή των σημείων, έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι παρεμβολής, κάθε μια με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά της. Υπάρχουν αρκετοί τρόποι με τους οποίους αυτές κατηγοριοποιούνται, όπως για παράδειγμα εάν είναι ακριβείς ή προσεγγιστικές, καθολικές ή τοπικές, δηλαδή εάν χρησιμοποιούν πληροφορίες από όλο το πλέγμα είτε μόνο από γειτονικά σημεία. Επίσης υπάρχουν μέθοδοι παρεμβολής για δομημένα και αδόμητα πλέγματα καθώς και στοχαστικές ή ντετερμινιστικές.

Στην περίπτωση μας όλες οι μέθοδοι παρεμβολής για δομημένο πλέγμα όπως πολυωνυμική παρεμβολή ή παρεμβολή μέσω κυβικών Spline δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως αναφέραμε και παραπάνω τα σημεία από το Ansys προέρχονται από μη δομημένο πλέγμα και δεν είναι ομαδοποιημένα.

Για την παρεμβολή σε μη δομημένα πλέγματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εξής μέθοδοι παρεμβολής:

- Παρεμβολή φυσικής γειτνίασης (Natural neighbor interpolation)
- Σταθμισμένη παρεμβολή αντίστροφης απόστασης (Inverse distance weighted interpolation-IDW)
- Παρεμβολή κατά Kriging (Kriging interpolation)
- Παρεμβολή μέσω συνάρτησης ακτινικής βάσης (Radial basis function interpolation-RBF)

Θεωρητικά όλες οι μέθοδοι παρεμβολής για μη δομημένα πλέγματα θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν. Πρακτικά όμως η εφαρμογή όλων είναι αδύνατη. Αυτό συμβαίνει λόγω του μεγάλου αριθμού των σημείων που οδηγούν σε μεγάλο υπολογιστικό κόστος αλλά και σε σφάλματα.

Για παράδειγμα, σε μια προσπάθεια παρεμβολής που έγινε με χρήση του αλγορίθμου «Algorithm 600 QSHEP2D», που παρεμβάλλει σημεία αδόμητου δισδιάστατου πλέγματος σύμφωνα με την τετραγωνική μέθοδο του Shepard, τα αποτελέσματα ήταν ικανοποιητικά για το πεδίο των πιέσεων σε όλη την διάταξη εκτός από τα σημεία κοντά στα πτερύγια, όπου οι τιμές που προέκυψαν δεν είχαν προσεγγιστεί με ικανοποιητικό τρόπο. Αυτό πιθανότατα συνέβη γιατί η μέθοδος αυτή είναι καθολική, δηλαδή για την εύρεση του ζητούμενου σημείου χρησιμοποιεί τιμές από όλο το πλέγμα.

Μια άλλη μέθοδος που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί είναι η παρεμβολή κατά Kriging. Η μέθοδος αυτή είναι μια γεωστατική μέθοδος και χρησιμοποιείται κυρίως στην εδαφολογία, στη γεωχημεία καθώς και σε περιβαλλοντικές εφαρμογές. Έχει διάφορες παραλλαγές, όμως όλες στοχεύουν στην εξαγωγή μιας συνάρτησης καθορισμένης χωρικής διασποράς μέσω άλλων διαφόρων συναρτήσεων. Σε όλες τις μεθόδους απαραίτητη είναι η εκτίμηση του βαθμού μεταβολής της χωρικής διασποράς των σημείων. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω του βαριογράμματος που δείχνει τη μεταβολή της μέσης διαφοράς των τιμών των σημείων, συναρτήσει της απόστασης. Ένα πρόβλημα της μεθόδου είναι το μεγάλο υπολογιστικό κόστος για μεγάλο πλήθος σημείων που καθιστά παράλληλα δύσκολη την εκτίμηση του βαριογράμματος και απαιτεί αρκετή εμπειρία από το χρήστη όσον αφορά την στατική φύση της διακύμανσης, γεγονός που κάνει δύσκολη τη χρήση της μεθόδου αυτής στην περίπτωση μας.

### 2.3.1. Σταθμισμένη παρεμβολή αντίστροφης απόστασης

Η σταθμισμένη παρεμβολή αντίστροφης απόστασης (Inverse distance weighted interpolation-IDW) είναι μια τοπική μέθοδος παρεμβολής που υπολογίζει τις τιμές σε άγνωστα σημεία χρησιμοποιώντας τις τιμές τυχαίων γνωστών σημείων. Η βασική υπόθεση της μεθόδου είναι ότι τα σημεία που προσομοιώνονται επηρεάζονται κυρίως από τα γειτονικά σημεία και καθόλου ή ελάχιστα από σημεία που βρίσκονται πιο μακριά. Σε κάθε δεδομένο σημείο με γνωστή τιμή δίνεται και ένα βάρος, η επίδραση του οποίου στο σημείο προσομοίωσης εξασθενεί αυξανόμενης της απόστασης. Κάθε σημείο δηλαδή ασκεί μια τοπική επιρροή γύρω από αυτό και η οποία ελαττώνεται όσο αυξάνεται η απόσταση.

Η πιο γνωστή μέθοδος του χρησιμοποιεί την σταθμισμένη παρεμβολή αντίστροφης απόστασης είναι η μέθοδος Shepard, η οποία χαρακτηρίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$F(x_o, y_o) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i f_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (2.1)$$

όπου

- $F(x_o, y_o)$  είναι η τιμή της μεταβλητής που προσομοιώνεται για τη θέση  $(x_o, y_o)$
- $n$  είναι ο αριθμός των σημείων των οποίων οι τιμές είναι γνωστές και τα οποία χρησιμοποιούνται στην παρεμβολή,
- $f_i$  είναι η τιμή της συνάρτησης στα σημεία που παρεμβάλλονται και
- $w_i$  είναι η συνάρτηση βάρους που αντιστοιχεί σε κάθε γνωστό σημείο που χρησιμοποιείται στην παρεμβολή

Στο Σχήμα 2.8 φαίνεται η συνάρτηση βάρους που αντιστοιχεί σε ένα γνωστό σημείο σε σχέση με την απόσταση του από τα γειτονικά σημεία.

Η σχέση υπολογισμού των βαρών δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

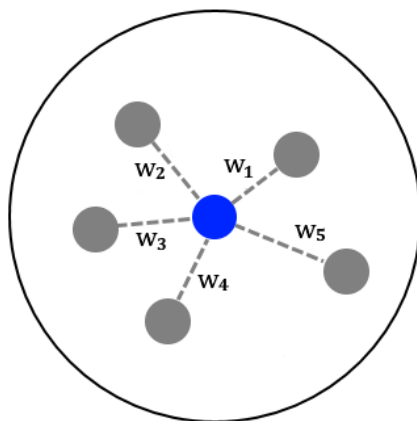
$$w_i = \left(\frac{1}{h_i}\right)^p \quad (2.2)$$

όπου

- $p$  είναι ένας αυθαίρετος θετικός πραγματικός αριθμός και

- $h_i$  είναι η απόσταση κάθε σημείου προσομοίωσης στη θέση  $(x_o, y_o)$  και κάθε γνωστού σημείου στη θέση  $(x_i, y_i)$  και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$h_i = \sqrt{(x_o - x_i)^2 + (y_o - y_i)^2}$$

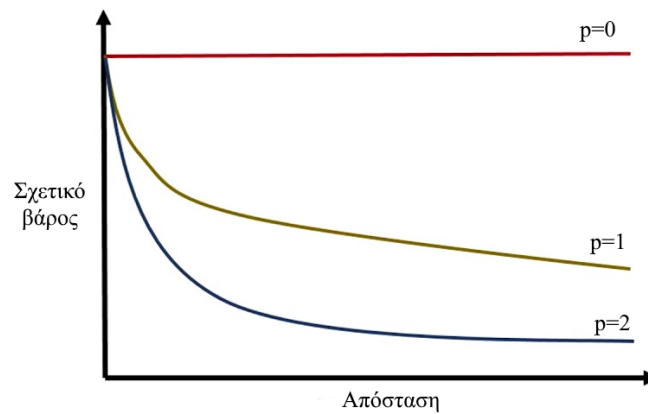


Σχήμα 2.8: Απεικόνιση περιοχής σάρωσης της παρεμβολής IDW

Ιδιαίτερης σημασίας στην παρεμβολή αντίστροφης σταθμισμένης απόστασης αποτελεί η επιλογή της τιμής  $p$ . Όσο αυξάνεται η απόσταση ενός γνωστού σημείου και ενός σημείου προσομοίωσης, η επίδραση του πρώτου στο δεύτερο μειώνεται εκθετικά όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.9.

Η μείωση των βαρών εξαρτάται από την τιμή του  $p$ . Εάν  $p = 0$  δεν παρατηρείται μείωση με την απόσταση και συνεπώς τα βάρη παραμένουν αμετάβλητα. Έτσι, για κάθε σημείο η τιμή που θα προκύπτει μετά την παρεμβολή θα είναι ένας μέσος όρων των τιμών των γνωστών σημείων που συμμετέχουν στην παρεμβολή. Όσο το  $p$  αυξάνεται οι τιμές των βαρών μειώνεται σημαντικά αυξανόμενης της απόστασης των σημείων μεταξύ τους.

Γενικά, για μεγαλύτερες τιμές της δύναμης  $p$ , τόσο μεγαλύτερη επίδραση έχουν τα γειτονικά σημεία και η επιφάνεια που προκύπτει από τη συνάρτηση της παρεμβολής είναι πιο λεπτομερής και συνεπώς λιγότερο ομαλή. Αντιθέτως, μικρότερες τιμές της δύναμης  $p$  αυξάνουν την επίδραση των σημείων τα οποία είναι πιο απομακρυσμένα, οδηγώντας έτσι την καμπύλη της συνάρτησης παρεμβολής σε πιο ομαλή μορφή.



Σχήμα 2.9: Διάγραμμα σχετικού βάρους παρεμβολής σε σχέση με την απόσταση για διάφορες τιμές της δύναμης  $p$  (Πηγή: ArcGIS)

### Επιλογή τιμής δύναμης $p$

Προκειμένου να επιλεγεί η βέλτιστη τιμή της δύναμης  $p$ , μιας και δεν υπάρχουν συγκεκριμένα όρια της, υπολογίζεται το μέσο απόλυτο σφάλμα και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των συνιστωσών της ταχύτητας και της πίεσης. Η βέλτιστη επιλογή τιμής αντιστοιχεί και στο μικρότερο σφάλμα, το οποίο θα υποδηλώνει και το λιγότερο επισφαλές αποτέλεσμα. Το μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error) δίνεται από τη σχέση:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - x_i|}{n} \quad (2.3)$$

ενώ το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Root Mean Square Error) δίνεται από τη σχέση:

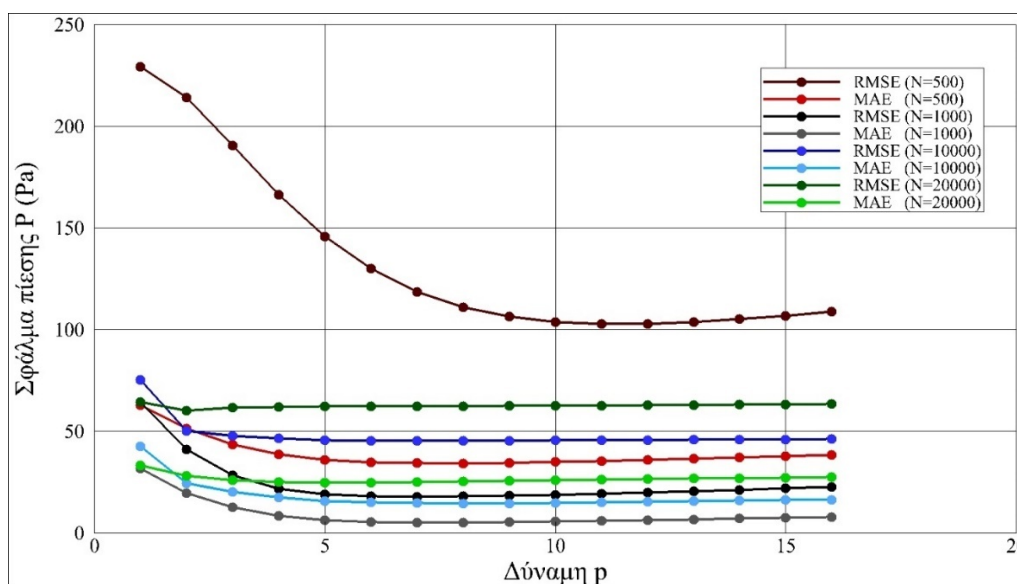
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}{n}} \quad (2.4)$$

όπου  $n$  είναι ο αριθμός των σημείων δειγματοληψίας,  $y_i$  η τιμή που προκύπτει από την παρεμβολή και  $x_i$  η αρχική δεδομένη τιμή.

**Μέθοδος cross-validation**

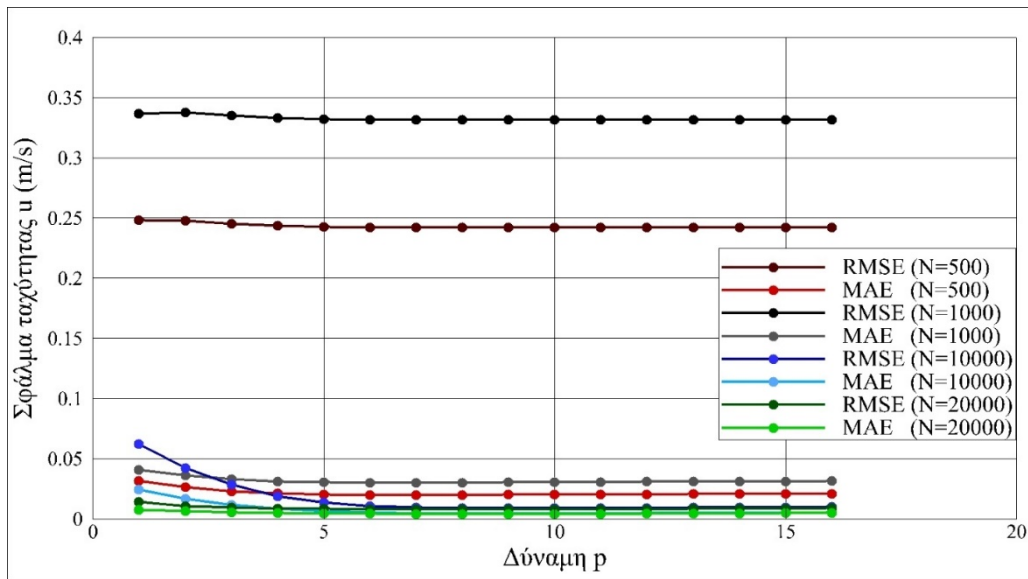
Η μέθοδος cross-validation είναι μία μέθοδος που χρησιμοποιείται για την μελέτη της ακρίβειας των τιμών που βρέθηκαν από μία μέθοδο παρεμβολής. Στη συγκεκριμένη μέθοδο κάθε φορά παραλείπουμε από την διαδικασία της παρεμβολής το σημείο που θέλουμε να υπολογίσουμε. Αφού βρεθεί η τιμή του σημείου με βάση τη χρησιμοποιούμενη μέθοδο παρεμβολής, στη συνέχεια υπολογίζεται η διαφορά μεταξύ της γνωστής τιμής και της τιμής που προκύπτει από την παρεμβολή. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλα τα σημεία. Οι διαφορές των γνωστών τιμών του πεδίου και των σημείων που προκύπτουν από την παρεμβολή αποτελούν τα σφάλματα παρεμβολής για κάθε σημείο δειγματοληψίας.

Αυτή η διαδικασία μπορεί να γίνει για κάθε σημείο ξεχωριστά από τα 182690 σημεία. Κάτι τέτοιο όμως είναι αρκετά χρονοβόρο λόγω του μεγάλου πλήθους σημείων που έχουμε. Έτσι λοιπόν χρησιμοποιούμε λιγότερα σημεία, μειώνοντας έτσι το υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας. Ξεκινώντας από το πρώτο σημείο και παραλείποντας τα επόμενα 500, 1000, 10000 ή 20000 σημεία, υπολογίστηκαν το μέσο απόλυτο και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των συνιστωσών της ταχύτητας και της πίεσης, για διαφορετικές τιμές της δύναμης  $p$ . Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 2.10, 2.11 και 2.12.

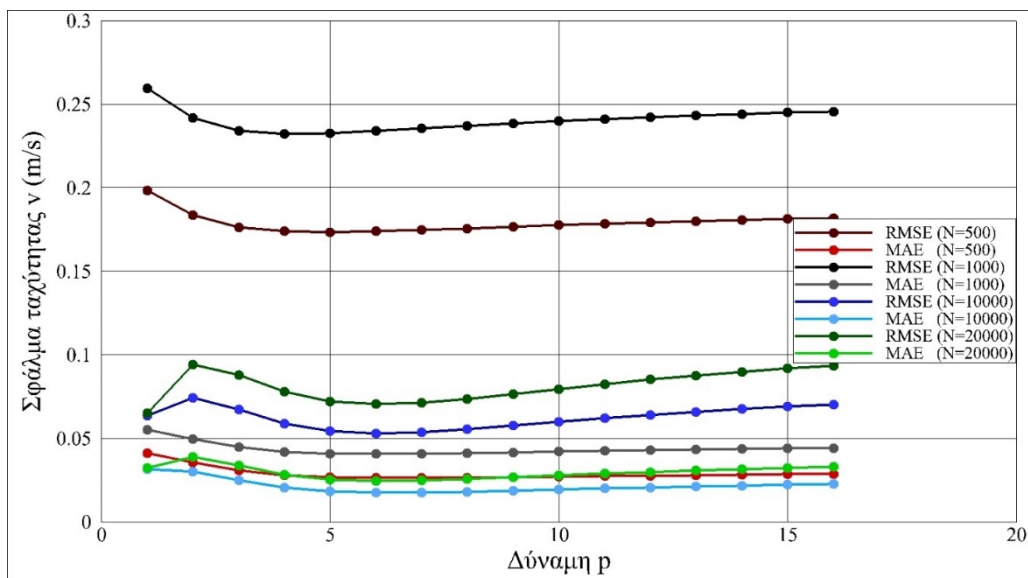


Σχήμα 2.10: Διάγραμμα μέσου απόλυτου και μέσου τετραγωνικού σφάλματος για την πίεση για διάφορες τιμές της δύναμης  $p$





Σχήμα 2.11: Διάγραμμα μέσου απόλυτου και μέσου τετραγωνικού σφάλματος για την ταχύτητα u για διάφορες τιμές της δύναμης p



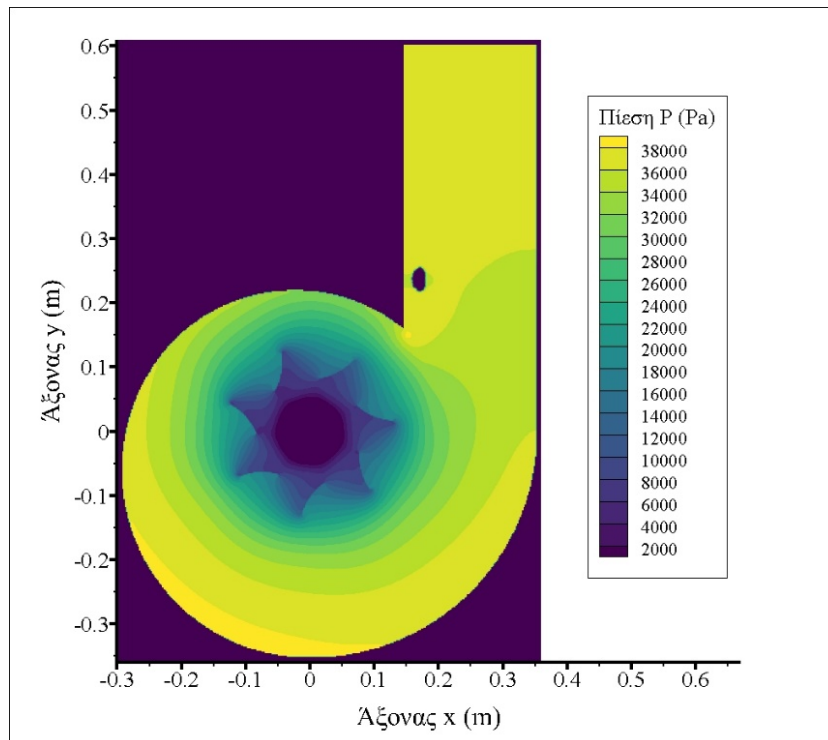
Σχήμα 2.12: Διάγραμμα μέσου απόλυτου και μέσου τετραγωνικού σφάλματος για την ταχύτητα v για διάφορες τιμές της δύναμης p

Από τα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις, ανεξάρτητα από το πλήθος των σημείων που χρησιμοποιήθηκαν για έλεγχο και για όλα τα μεγέθη, ταχύτητες και πίεση, το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο μέσο απόλυτο σφάλμα. Όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά μεταξύ των δύο

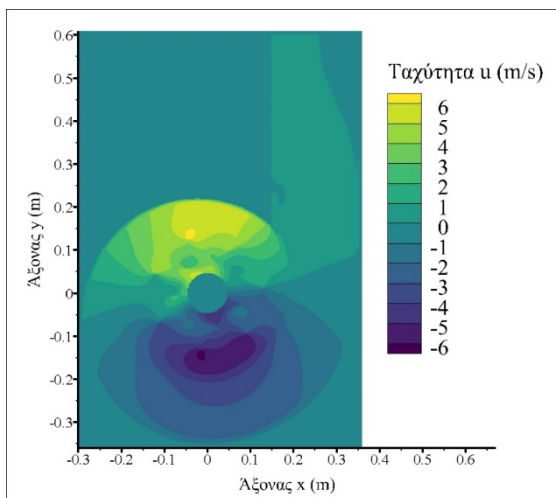
σφαλμάτων, τόσο μεγαλύτερη είναι και η διασπορά των σημείων. Μια άλλη παρατήρηση είναι ότι οι καμπύλες των δύο σφαλμάτων έχουν την ίδια μορφή.

Γενικά και τα δύο σφάλματα παρατηρούμε ότι περίπου μέχρι την τιμή  $p = 5$  της δύναμης μειώνονται, ενώ στη συνέχεια η μείωση είτε είναι πολύ μικρή ή αυξάνεται για μεγαλύτερες τιμές της δύναμης. Το μεγαλύτερο σφάλμα παρουσιάζεται για  $p = 1$ . Κατά τη γραφική απεικόνιση του πεδίου ταχύτητας και πιέσεων για τις διάφορες τιμές της δύναμης  $p$  βρέθηκε ότι δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές από την τιμή  $p = 2$  έως την τιμή  $p = 5$ , ενώ διαφοροποίηση υπήρχε μόνο για  $p = 1$ . Για το λόγο αυτό επιλέχθηκε η τιμή  $p = 2$ , η οποία χρησιμοποιείται και τις περισσότερες φορές στη βιβλιογραφία, πετυχαίνοντας έτσι και μια πιο ομαλή καμπύλη παρεμβολής. Στη συνέχεια παρατίθενται το πεδίο πίεσης (Σχήμα 2.13), οριζόντιας ταχύτητας  $u$  (Σχήμα 2.14), κατακόρυφης ταχύτητας  $v$  (Σχήμα 2.15) καθώς και το μέτρο της συνισταμένης ταχύτητας  $U$  (Σχήμα 2.16) μέσα στον υδροστροβίλο Francis, όπως προέκυψαν από τη διαδικασία της παρεμβολής.

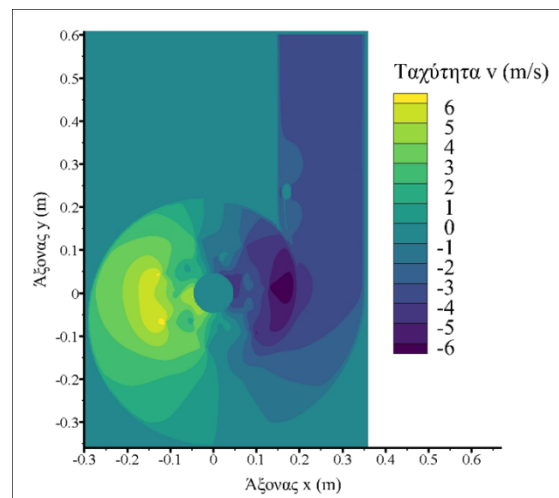
Από την κατανομή της πίεσης μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι τα σημεία εκτός του υδροστροβίλου έχουν μηδενική πίεση. Διαπιστώνουμε επίσης ότι καθώς κινούμαστε προς τον δρομέα του υδροστροβίλου μειώνεται, γεγονός που είναι αναμενόμενο κατά τη λειτουργία του υδροστροβίλου.



Σχήμα 2.13: Κατανομή πίεσης στον υδροστροβίλο



Σχήμα 2.14: Ταχύτητα  $u$  στον υδροστροβίλο

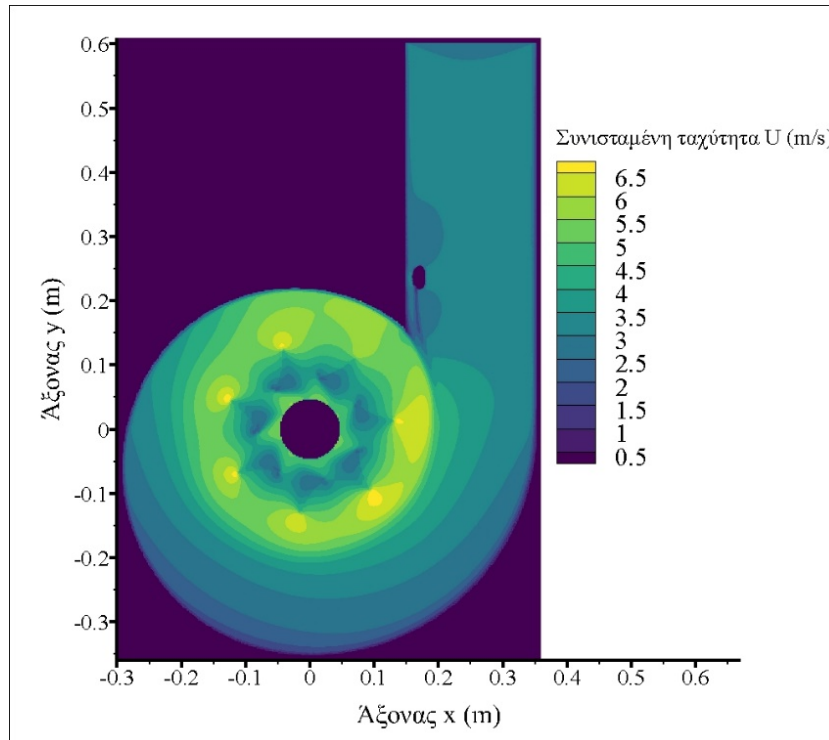


Σχήμα 2.15: Ταχύτητα  $v$  στον υδροστροβίλο

Η οριζόντια ταχύτητα  $u$  στον αγωγό εισόδου του υδροστροβίλου είναι σχεδόν μηδενική. Καθώς προχωράμε προς το εσωτερικό του υδροστροβίλου και προς τα αρνητικά του άξονα  $y$  αυτή αποκτά αρνητική τιμή ώστε να μπορεί να στρίψει η ροή. Στη γωνιακή θέση  $270^\circ$  η ταχύτητα αποκτά θετικές τιμές, καθώς η ροή στρίβει προς το εσωτερικό του υδροστροβίλου

και απομακρύνεται από το σπειρωειδές κέλυφος. Καλύτερη εποπτεία όσων αναφέρθηκαν θα γίνει στην επόμενη ενότητα, όπου και θα βρεθούν οι γραμμές ροής.

Η κατακόρυφη ταχύτητα  $v$  έχει πιο απλή κατανομή. Στον θετικό ημιάξονα που η ροή είναι προς τα κάτω αυτή έχει αρνητική τιμή, ενώ στον αρνητικό ημιάξονα που η ροή κινείται προς τα πάνω η ταχύτητα  $v$  έχει θετική τιμή. Σε κάθε σημείο, η συνισταμένη των δύο ταχυτήτων δίνει την ταχύτητα του πεδίου ροής και την κατεύθυνση του.



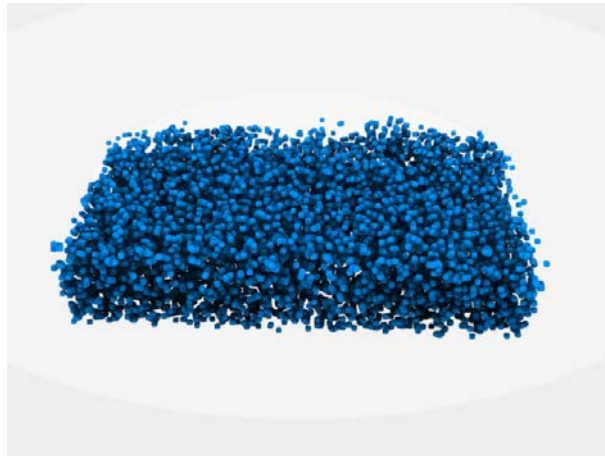
Σχήμα 2.16: Μέτρο συνισταμένης ταχύτητας  $U$  στον υδροστρόβιλο

Από τα παραπάνω διαγράμματα που προέκυψαν με βάση το τελικό πυκνό δομημένο πλέγμα, μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι είναι όμοια με αυτά που είχαν προκύψει από την επίλυση στο Ansys που έγινε από Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών. Αυτό σημαίνει ότι η μέθοδος παρεμβολής που χρησιμοποιήθηκε ήταν αρκετά ικανοποιητική και το σφάλμα της ήταν μικρό, οδηγώντας έτσι σε ορθά αποτελέσματα.

### **3. Γραμμές ροής στον υδροστροβίλο**

#### **3.1. Εισαγωγικά περί γραμμών ροής**

Για την εύρεση των γραμμών ροής αλλά και για τον υπολογισμό διάφορων μεγεθών κατά μήκος τους, θα χρησιμοποιηθεί η έννοια του σωματιδίου. Ως σωματίδιο θεωρούμε το τμήμα του συνεχούς μέσου που περικλείεται κάποια χρονική στιγμή σε μια απειροστή περιοχή ενός σημείου του χώρου. Το σωματίδιο χαρακτηρίζεται από τη θέση του κάποια χρονική στιγμή. Συνεπώς το συνεχές μέσο αποτελείται από το σύνολο των σωματιδίων του (Σχήμα 3.1). Το σωματίδιο μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι συνώνυμο με το υλικό σημείο της μηχανικής του στερεού σώματος (Τσαγγάρης, 2015). Για την περιγραφή της κίνησης των σωματιδίων χρειαζόμαστε ένα σύστημα αναφοράς. Έτσι λοιπόν, ορίζουμε ως σύστημα αναφοράς το δισδιάστατο επίπεδο  $x, y$  που προκύπτει από την τομή του υδροστροβίλου.



Σχήμα 3.1: Σωματίδια ρευστού (Πηγή: uplabs.com)

Για το πεδίο ταχυτήτων που έχουμε στο εσωτερικό του υδροστροβίλου, ορίζεται για κάθε χρονική στιγμή σε κάθε θέση του πεδίου ροής η κατεύθυνση της ταχύτητας για κάθε μη ιδιόμορφο σημείο<sup>1</sup>. Οι ολοκληρωτικές γραμμές του πεδίου ταχυτήτων κάποια χρονική στιγμή  $t = t_0$  ονομάζονται γραμμές ροής του πεδίου για την συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Από τον

---

<sup>1</sup> Ιδιόμορφα ονομάζονται τα σημεία εκείνα του ρευστού όπου η ταχύτητα είναι μηδέν ή άπειρη.

ορισμό διαπιστώνουμε λοιπόν ότι οι γραμμές ροής του πεδίου έχουν σε κάθε σημείο τους εφαπτομενικό το διάνυσμα της ταχύτητας την εν λόγω χρονικής στιγμής.

Από τον ορισμό προκύπτει η διαφορική εξίσωση των γραμμών ροής για τη χρονική στιγμή  $t_o$ :

$$\vec{v} \times d\vec{r} = 0 \quad (3.1)$$

ή

$$d\vec{r} = \vec{v} d\lambda \quad (3.2)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις γράφονται σε βαθμωτή μορφή ως εξής :

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} = d\lambda, t = t_o \quad (3.3)$$

### 3.2. Εύρεση γραμμών ροής

Για τον υπολογισμό των γραμμών ροής απαιτείται η επίλυση των διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης:

$$\begin{aligned} u &= \frac{dx}{dt} \\ v &= \frac{dy}{dt} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις έχουν ως αρχική συνθήκη τις συντεταγμένες  $(x_o, y_o)$ , που είναι οι συντεταγμένες του σημείου από όπου θα ξεκινάει η εκάστοτε γραμμή ροής τη χρονική στιγμή  $t = t_o$ . Για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων της μορφής  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  χρησιμοποιούνται μέθοδοι αριθμητικής ολοκλήρωσης οι οποίες διακρίνονται σε μεθόδους απλού βήματος και μεθόδους πολλών ή πολλαπλών βημάτων. Οι μέθοδοι απλού βήματος επιτρέπουν τον υπολογισμό της τιμής  $y_{i+1}$  της λύσης στο σημείο  $x_{i+1}$  με πληροφορία η οποία αντλείται μόνο από το διάστημα  $[x_i, x_{i+1}]$ . Αντίθετα οι μέθοδοι πολλαπλών βημάτων απαιτούν πληροφορία είτε για τις τιμές  $y_i$  είτε για τις τιμές  $f_i$  (Γιαννάκογλου, Αναγνωστόπουλος, & Μπεργελές, 2003). Χαρακτηριστική μέθοδος απλού βήματος είναι η μέθοδος Euler, ενώ οι μέθοδοι πρόβλεψης-διόρθωσης ανήκουν στις μεθόδους πολλών βημάτων.

### 3.2.1. Μέθοδος Euler

Η πιο απλή μονοβηματική μέθοδος επίλυσης διαφορικών εξισώσεων είναι η μέθοδος Euler η οποία αναφέρεται και ως «πολυγωνική μέθοδος του Cauchy». Η μέθοδος Euler βασίζεται στη σχέση:

$$y(x_0 + \Delta x) = y(x_0) + \Delta x f(x_0, y(x_0)) + O(\Delta x^2) \quad (3.5)$$

ή ισοδύναμα στη μορφή

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + \Delta x f(x_i, y(x_i)) + O(\Delta x^2) \quad (3.6)$$

που προκύπτει από το ανάπτυγμα Taylor

$$\begin{aligned} y(x_0 + \Delta x) = y(x_0) + \frac{\Delta x}{1!} f(x_0, y(x_0)) + \frac{\Delta x^2}{2!} f'(x_0, y(x_0)) \\ + \frac{\Delta x^3}{3!} f''(x_0, y(x_0)) + \dots \end{aligned} \quad (3.7)$$

Το σημείο  $x_0$  αποτελεί το σημείο αναφοράς γύρω από το οποίο αναπτύσσεται η λύση της διαφορικής εξίσωσης. Ο όρος  $O(\Delta x^2)$  εκφράζει όρους τάξης του  $\Delta x^2$  ή και μεγαλύτερους που παραλείπονται από το ανάπτυγμα Taylor.

Αν δεχθούμε ως αρχική συνθήκη την  $y(x_0) = y_0 = \text{γνωστό}$  και μια διαμέριση του πεδίου ορισμού της λύσης σε  $N + 1$  ισαπέχοντα σημεία  $(x_0, x_1, x_2, \dots, x_{N-1}, x_N)$ , τότε η παραπάνω σχέση γράφεται στη μορφή:

$$\begin{aligned} y_1 &= y(x_0) + \Delta x f(x_0, y(x_0)) \\ y_{i+1} &= y_i + \Delta x f(x_i, y_i) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Η μέθοδος Euler έχει σφάλμα

$$|\varepsilon_i| = |y_i - y(x_i)| = O(\Delta x) \quad (3.9)$$

το οποίο είναι πρώτης τάξης, ακόμα και αν το τοπικό σφάλμα αποκοπής είναι τάξης  $O(\Delta x^2)$ .

**Σχετική κίνηση ως προς τον στρεφόμενο δρομέα**

Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 1.5, το ρευστό κατά την είσοδο του στον δρομέα του υδροστρόβιλου αποκτά μια σχετική ταχύτητα σε σχέση με το στρεφόμενο σύστημα αναφοράς. Η σχετική ταχύτητα διαμορφώνει και μια τροχιά του ρευστού διαφορετική από αυτή της απόλυτης ταχύτητας. Η σχετική ταχύτητα του  $\vec{w}$  θα δίνεται από την εξίσωση:

$$\vec{w} = \vec{c} - \vec{u} \quad (3.10)$$

όπου με  $\vec{c}$  συμβολίζεται η απόλυτη ταχύτητα του ρευστού και  $\vec{u}$  η ταχύτητα του στρεφόμενου συστήματος ως προς το απόλυτο που δίνεται από τη σχέση  $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ , όπου  $\vec{\omega}$  είναι η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα και  $\vec{r}$  η ακτινική απόσταση. Θεωρούμε ότι ο δρομέας περιστρέφεται με σταθερές στροφές το λεπτό, άρα η γωνιακή ταχύτητα του δίνεται από τη σχέση:

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} \quad (3.11)$$

όπου  $N = 333$  οι στροφές του δρομέα σε  $\frac{rpm}{min}$ .

Έτσι λοιπόν, όταν μια γραμμή ροής εισέρχεται στον δρομέα, δηλαδή το μέτρο της ακτινικής απόσταση  $\vec{r}$  γίνει ίσο με  $r = \sqrt{(x_f^2 + y_f^2)} = 0.15 \text{ m}$  ή μικρότερο, τότε ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία στο τέλος κάθε χρονικού βήματος.

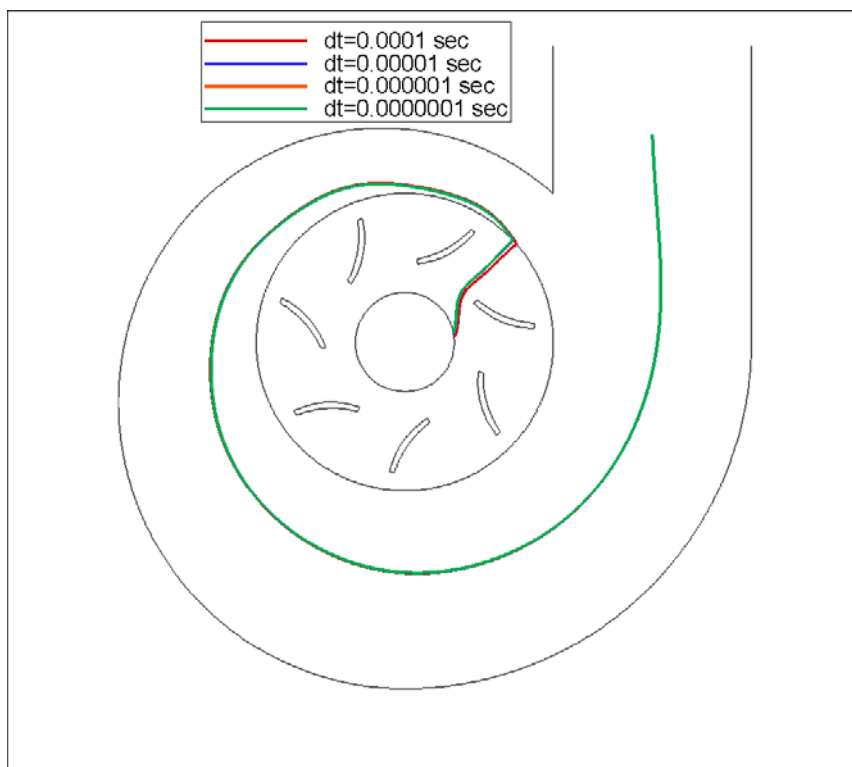
Έχοντας υπολογίσει τις συντεταγμένες  $(x_f, y_f)$  της θέσης στην οποία βρισκόμαστε, η γωνιακή θέση δίνεται από τη σχέση  $\text{γωνιακή θέση} = \text{atan}\left(\frac{y_f}{x_f + E^{-20}}\right)$ , όπου η ποσότητα  $E^{-20}$  εισάγεται ώστε να μην μηδενιστεί η γωνία για  $x_f = 0$  και δημιουργηθεί πρόβλημα στους υπολογισμούς. Αν  $x_f < 0$  τότε η γωνιακή θέση γίνεται  $\text{γωνιακή θέση} = \text{γωνιακή θέση} + \pi$ . Στη συνέχεια η γωνιακή θέση διορθώνεται κατά  $\text{γωνιακή θέση} = \text{γωνιακή θέση} + \omega \cdot dt$  και οι νέες συντεταγμένες γίνονται:

$$\begin{aligned} x_f &= r \cdot \cos(\text{γωνιακή θέση}) \\ y_f &= r \cdot \sin(\text{γωνιακή θέση}) \end{aligned} \quad (3.12)$$



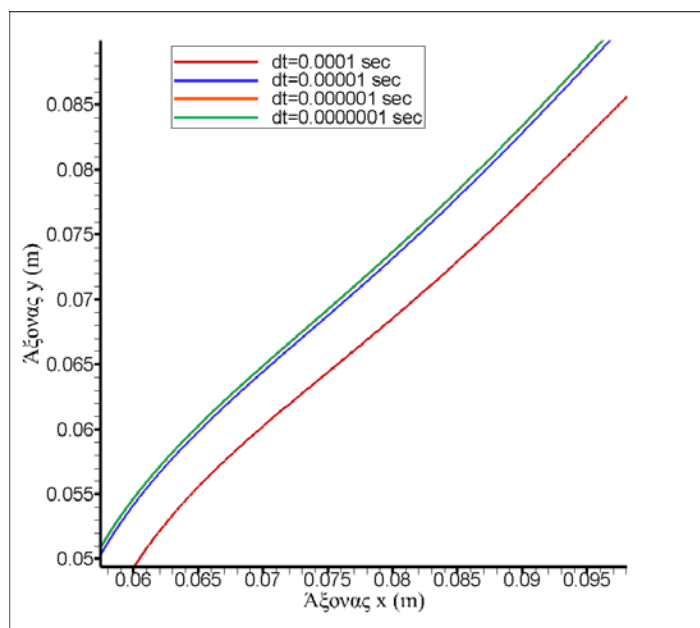
### 3.2.2. Επιλογή χρονικού βήματος

Όπως αναφέρθηκε, η μέθοδος Euler είναι μια απλή μέθοδος ολοκλήρωσης, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε επισφαλή αποτελέσματα. Προκειμένου να διαπιστωθεί η ακρίβεια της μεθόδου, έγινε μια παραμετρική ανάλυση για το χρονικό βήμα  $dt$  που θα χρησιμοποιηθεί στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων. Για το λόγο αυτό υπολογίστηκε η απόκλιση μιας γραμμής ροής, υπολογιζόμενης με τα ακόλουθα χρονικά βήματα:  $dt = 1 \times 10^{-4} \text{ sec}$ ,  $dt = 1 \times 10^{-5} \text{ sec}$ ,  $dt = 1 \times 10^{-6} \text{ sec}$ ,  $dt = 1 \times 10^{-7} \text{ sec}$ . Οι αποκλίσεις της γραμμής για κάθε ένα από τα χρονικά βήματα φαίνονται στο Σχήμα 3.2.



Σχήμα 3.2: Αποκλίση γραμμής ροής για διαφορετικά χρονικά βήματα

Από το παραπάνω σχήμα είναι εμφανές ότι δεν προκύπτουν σημαντικές αποκλίσεις της γραμμής ροής για την περιοχή εκτός του δρομέα. Καθώς όμως η γραμμή ροής εισέρχεται στον δρομέα, υπάρχει διαφοροποίηση ανάλογα με το χρονικό βήμα. Προκειμένου να φανεί καλύτερα αυτή η διαφοροποίηση παρουσιάζεται στο σχήμα Σχήμα 3.3 μια περιοχή του δρομέα.



Σχήμα 3.3: Απόκλιση γραμμής ροής για διαφορετικά χρονικά βήματα στην περιοχή του δρομέα

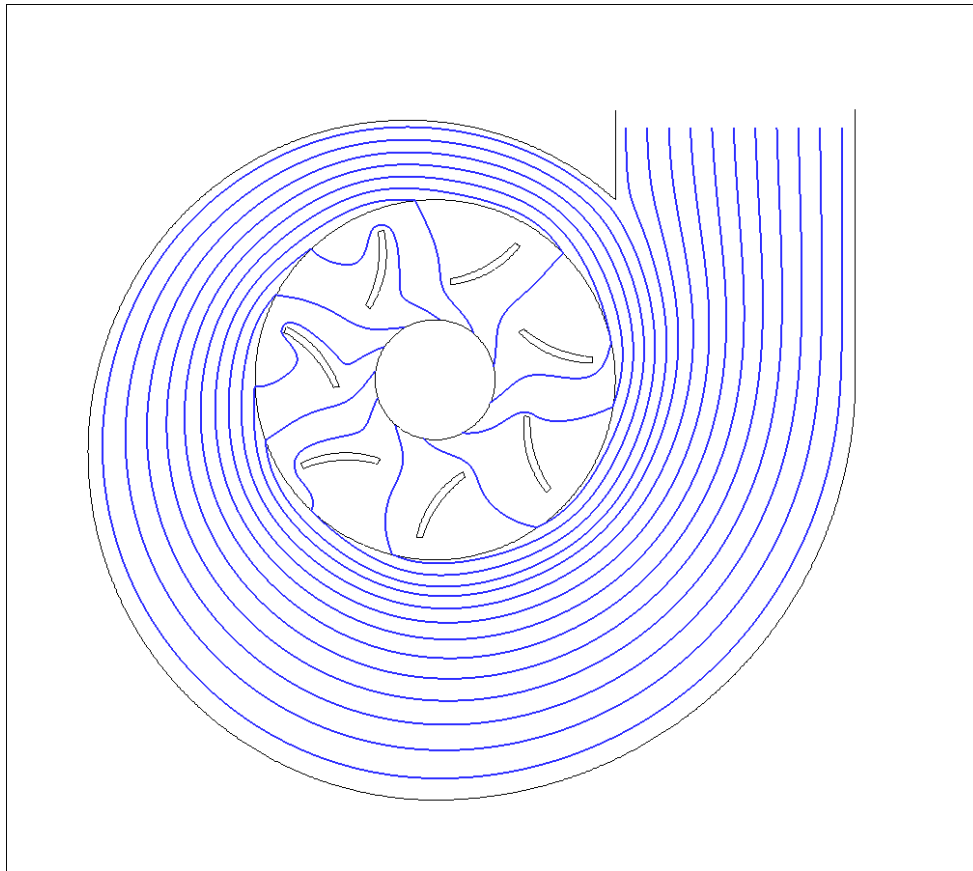
Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι για χρονικό βήμα  $dt = 1 \times 10^{-4} \text{ sec}$  υπάρχει μεγάλη απόκλιση σε σχέση με το  $dt = 1 \times 10^{-7} \text{ sec}$  που είναι το ακριβέστερο. Για τα υπόλοιπα δύο, η διαφορά είναι αρκετά μικρή και μάλιστα για  $dt = 1 \times 10^{-6} \text{ sec}$  φαίνεται οι γραμμές ροής να ταυτίζονται, καθώς οι η πράσινη καμπύλη ( $dt = 1 \times 10^{-7} \text{ sec}$ ) καλύπτει την πορτοκαλί ( $dt = 1 \times 10^{-6} \text{ sec}$ )

Στον Πίνακα 3.1 υπολογίζεται ο χρόνος που απαιτείται για τον υπολογισμό εκατό γραμμών ροής. Ο υπολογισμός δεν γίνεται για το χρονικό βήμα  $dt = 1 \times 10^{-4} \text{ sec}$ , αφού όπως βρέθηκε υπάρχει σημαντική απόκλιση από τα υπόλοιπα. Για την εύρεση του χρόνου αυτού χρησιμοποιήθηκε η υπορουτίνα «CPUTIME», η οποία βρίσκεται στις βιβλιοθήκες της Fortran 95. Σημειώνεται ότι στους χρόνους αυτούς δε συμπεριλαμβάνεται η αποθήκευση των τιμών σε αρχείο.

Πίνακας 3.1: Χρόνος υπολογισμού εκατό γραμμών ροής με διαφορετικά χρονικά βήματα

Χρονικό βήμα $dt$ (sec)	Χρόνος υπολογισμού γραμμών ροής (sec)
$1 \times 10^{-5}$	7.48
$1 \times 10^{-6}$	39.65
$1 \times 10^{-7}$	515.88

Από τον πίνακα παρατηρείται ότι η χρονική διαφορά για τον υπολογισμό των γραμμών ροής ανάμεσα στα δύο πρώτα βήματα δεν είναι αρκετά μεγάλη. Αντίθετα, για το χρονικό βήμα  $dt = 1 \times 10^{-7} \text{ sec}$  η διαδικασία υπολογισμού καθίσταται εξαιρετικά χρονοβόρα σε σύγκριση με τα άλλα δύο χρονικά βήματα. Δεδομένου ότι, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, δεν παρουσιάζονται σημαντικές αποκλίσεις για τα χρονικά βήματα  $dt = 1 \times 10^{-6} \text{ sec}$  και  $dt = 1 \times 10^{-7} \text{ sec}$ , επιλέγεται ως χρονικό βήμα  $dt = 1 \times 10^{-6} \text{ sec}$  για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων και εύρεση των γραμμών ροής στον υδροστρόβιλο. Στο Σχήμα 3.4 παρουσιάζονται ενδεικτικά ορισμένες γραμμές ροής για διαφορετικές θέσεις.

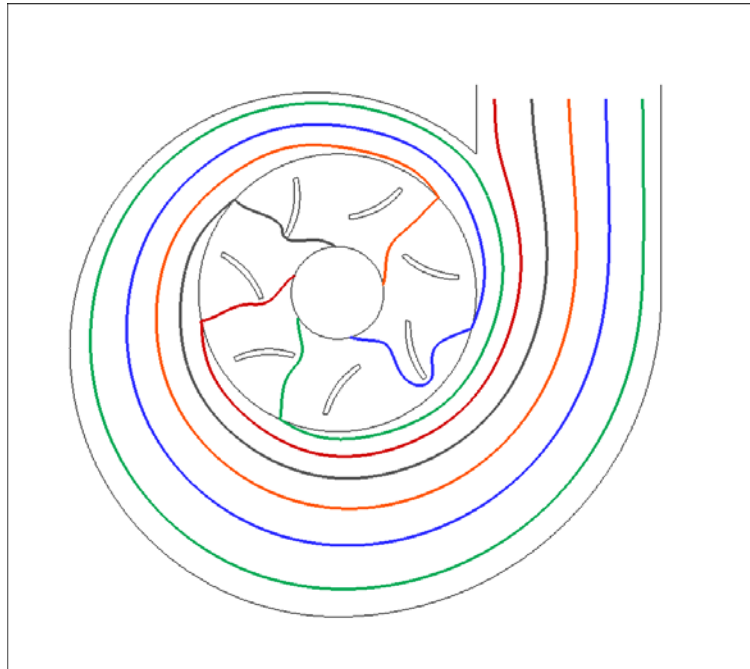


Σχήμα 3.4: Γραμμές ροής στον υδροστρόβιλο

Από το παραπάνω σχήμα φαίνεται ότι όσες γραμμές ροής εισέρχονται στον δρομέα σε θέση που βρίσκεται ανάμεσα στα περύγια, τότε οδηγούνται στην έξοδο του δρομέα πιο ομαλά. Αντίθετα, αν στη θέση εισόδου υπάρχει περύγιο, τότε ακολουθούν πορεία γύρω από αυτό. Μάλιστα, αν κάποιες τροχιές είχαν και λίγη αδράνεια, όπως αυτές που εκκινούν από τις θέσεις 2 και 4 από τα αριστερά του αγωγού εισόδου, τότε θα προσέκρουαν στα περύγια

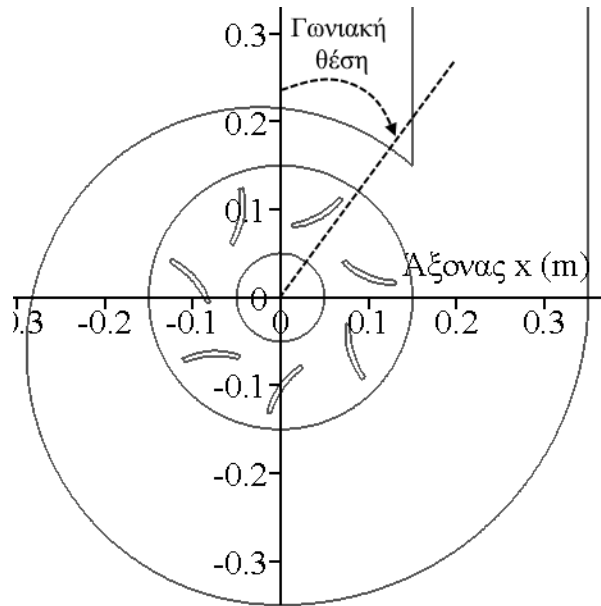
### 3.3 Υπολογισμός μεγεθών κατά μήκος των γραμμών ροής

Στην προηγούμενη ενότητα αναφέρθηκε ο τρόπος υπολογισμού των γραμμών ροής με τη μέθοδο Euler. Στην ενότητα αυτή θα υπολογιστούν διάφορα μεγέθη κατά μήκος των γραμμών ροής όπως ταχύτητα, πίεση, ρυθμός μεταβολής πίεσης και διατμητικές τάσεις. Τα μεγέθη αυτά σχετίζονται και με τους μηχανισμούς τραυματισμού του ψαριού που θα παρουσιαστούν αναλυτικά στην ενότητα 5. Επιλέχθηκαν προς μελέτη πέντε γραμμές ροής που διέρχονται από τα σημεία  $(x_0, y_0)$ :  $(0.17, 0.21)$ ,  $(0.21, 0.21)$ ,  $(0.25, 0.21)$ ,  $(0.29, 0.21)$ ,  $(0.33, 0.21)$  όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.5:



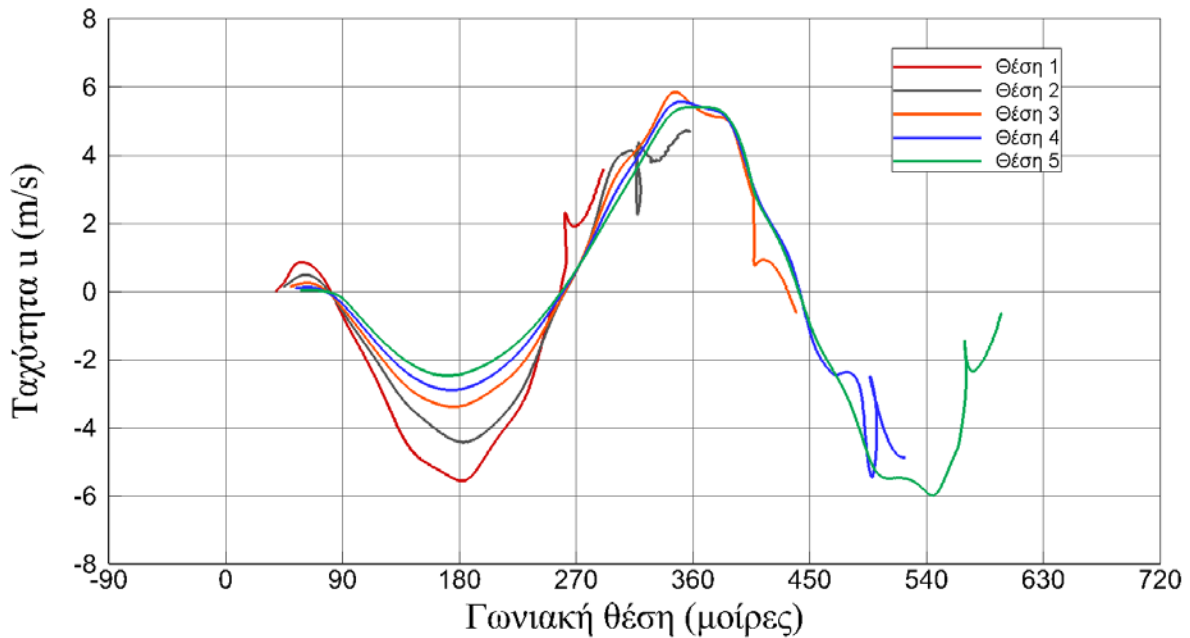
Σχήμα 3.5: Γραμμές ροής για διάφορες θέσεις

Προκειμένου να είναι καλύτερη η απεικόνιση των μεγεθών επάνω στις γραμμές ροής, έγινε μετασχηματισμός των συντεταγμένων κάθε χρονική στιγμή σε πολικές συντεταγμένες ώστε να παρασταθούν τα μεγέθη σε σχέση με τη γωνιακή θέση όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.6:



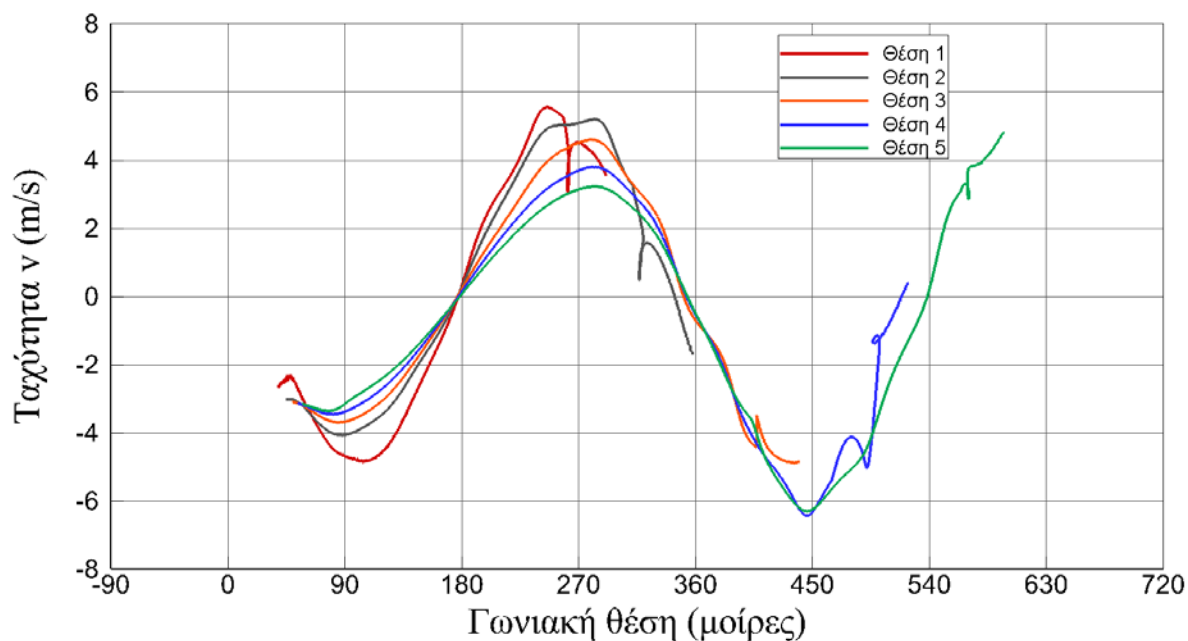
Σχήμα 3.6: Γωνιακή θέση

Το πρώτο μέγεθος που μελετήθηκε κατά μήκος των γραμμών ροής είναι η ταχύτητα του πεδίου κατά τις διευθύνσεις  $x$  και  $y$ . Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.7 και στο Σχήμα 3.8 αντίστοιχα.



Σχήμα 3.7: Συγκριτικό διάγραμμα ταχύτητας  $u$  για διάφορες γραμμές ροής

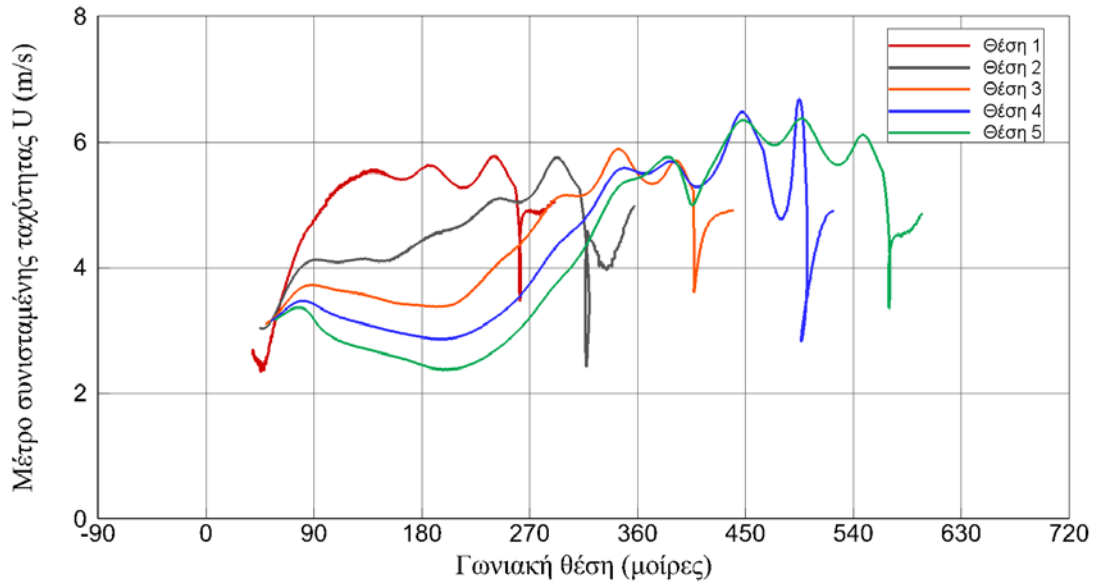
Από το διάγραμμα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η μορφή των καμπυλών είναι ίδια για όλες τις γραμμές ροής. Επίσης η μεταβολή της ταχύτητας  $u$  μέχρι 180 μοίρες είναι μεγαλύτερη για τις γραμμές ροής που βρίσκονται πιο κοντά στον δρομέα από αυτές που βρίσκονται πιο κοντά στο σπειροειδές κέλυφος του υδροστρόβιλου. Παρατηρούμε επίσης, ότι λίγο πριν τις 270 μοίρες η ταχύτητα αποκτά κοινή τιμή για όλες τις γραμμές ροής και μάλιστα πολύ κοντά στο μηδέν.



Σχήμα 3.8: Συγκριτικό διάγραμμα ταχύτητας  $v$  για διάφορες γραμμές ροής

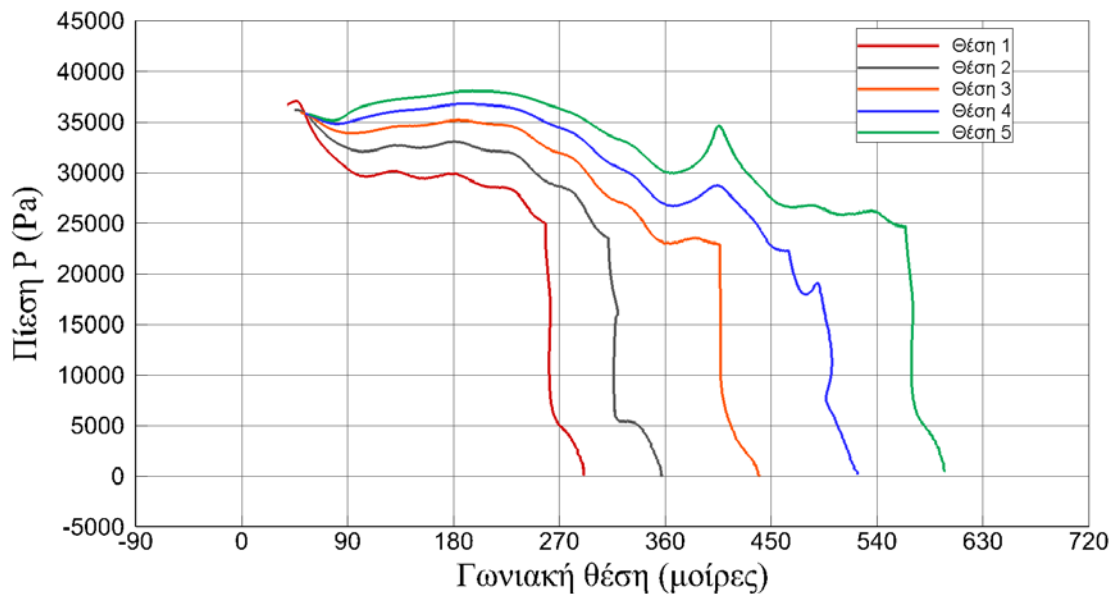
Οι καμπύλες έχουν την ίδια μορφή για τις ταχύτητες όλων των γραμμών ροής. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι γραμμές ροής πιο κοντά στο δρομέα έχουν μεγαλύτερες μεταβολές ταχύτητας συγκριτικά με αυτές κοντά στο κέλυφος. Επίσης κοντά στις 180 μοίρες η ταχύτητα  $v$  μηδενίζεται για όλες τις γραμμές ροής

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει και η συνισταμένη ταχύτητα  $U$  η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.9.



Σχήμα 3.9: : Συγκριτικό διάγραμμα μέτρου συνισταμένης ταχύτητας  $U$  για διάφορες γραμμές ροής

Το επόμενο μέγεθος που μελετήθηκε είναι η κατανομή της πίεσης στις γραμμές ροής. Τα αποτελέσματα από την ανάλυση συνοψίζονται Σχήμα 3.10:

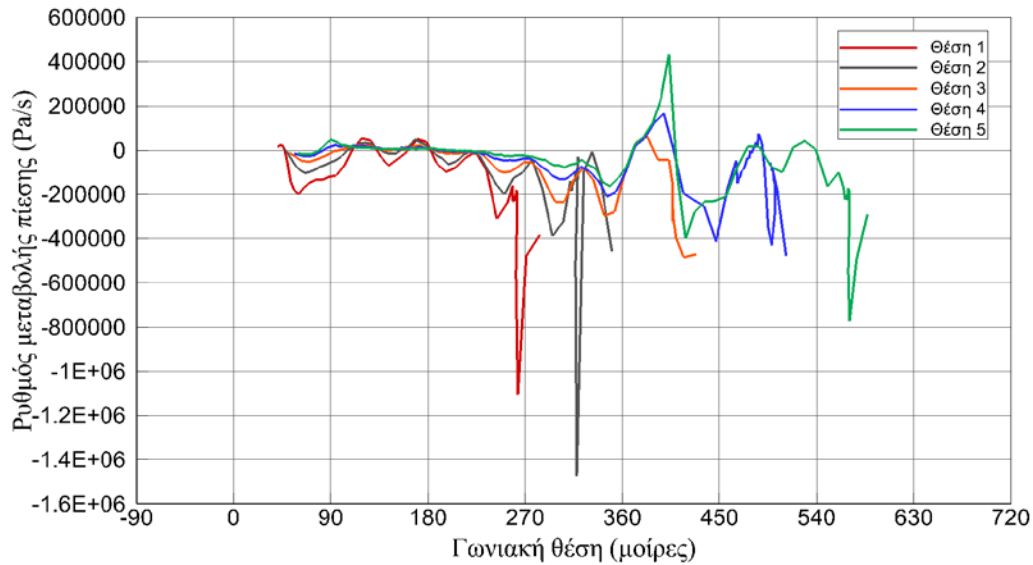


Σχήμα 3.10: Συγκριτικό διάγραμμα πίεσης  $P$  για διάφορες γραμμές ροής

Όπως και για ταχύτητες έτσι και για την πίεση οι καμπύλες έχουν παρόμοια μορφή. Οι γραμμές ροής που βρίσκονται πιο κοντά στο εσωτερικό του υδροστρόβιλου βρίσκονται και σε χαμηλότερο πεδίο πίεσης από αυτές που βρίσκονται κοντά στο σπειροειδές κέλυφος.

Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι μόλις οι γραμμές ροής εισέρχονται στον δρομέα, η πίεση αρχίζει να μειώνεται απότομα, έως ότου μηδενιστεί μόλις αυτές εξέλθουν από αυτόν.

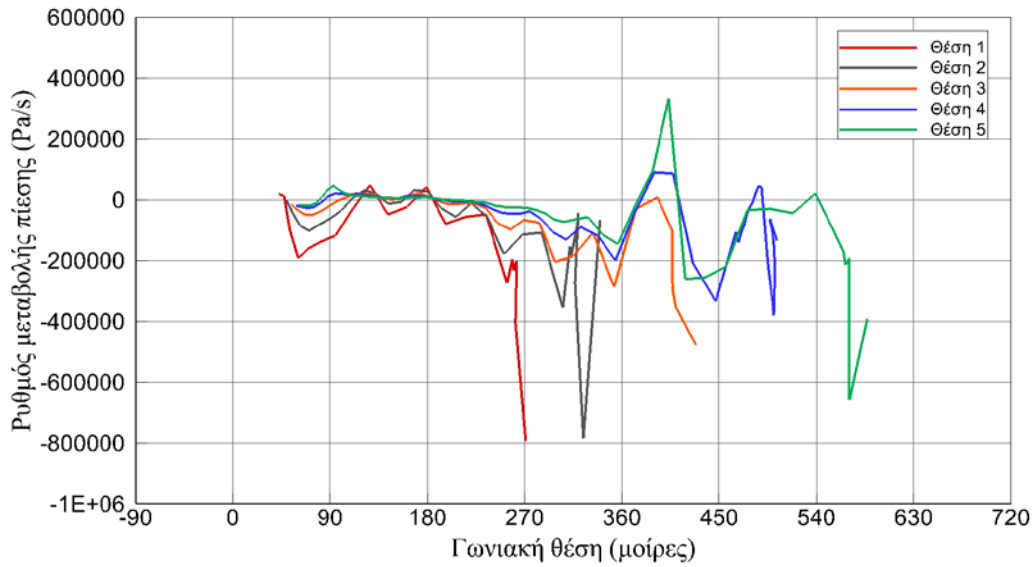
Ένα άλλο μέγεθος που μελετήθηκε είναι ο ρυθμός μεταβολής της πίεσης. Ο ρυθμός μεταβολής της πίεσης αποτελεί σημαντικό παράγοντα τραυματισμού των ψαριών, όπως παρουσιάζεται αναλυτικότερα στην ενότητα 5. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν για διαφορετικά χρονικά διαστήματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.11, 3.12 και 3.13.



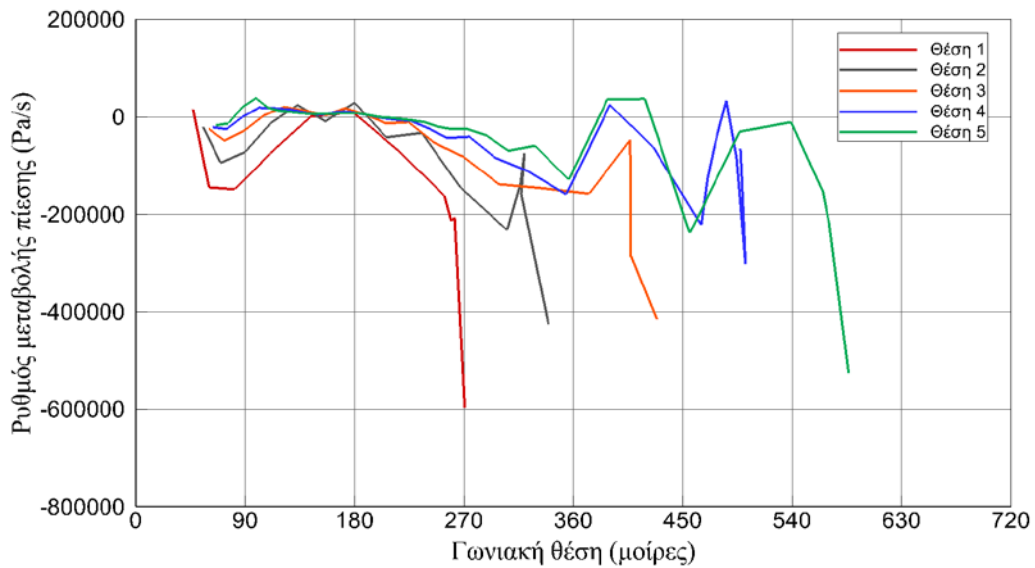
Σχήμα 3.11: Συγκριτικό διάγραμμα ρυθμού μεταβολής πίεσης για διάφορες γραμμές ροής για  $\Delta t = 0.005 \text{ sec}$

Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι υπάρχουν πολλά σημεία με υψηλές τιμές του ρυθμού μεταβολής πίεσης σε κάθε τροχιά. Επίσης, καθώς το χρονικό διάστημα γίνεται μεγαλύτερο, οι καμπύλες των σημείων γίνονται πιο ομαλές. Από το Σχήμα 3.11 και το Σχήμα 3.12, όπου το χρονικό διάστημα είναι μικρότερο, είναι εμφανής η μεγάλη τιμή του ρυθμού μεταβολής πίεσης που εμφανίζεται για τις γραμμές ροής των θέσεων 1 και 2, οι οποίες διέρχονται πιο κοντά στα πτερύγια από τις υπόλοιπες. Η γραμμή ροής της θέσης 3, η οποία διέρχεται πιο μακριά από τα πτερύγια σε σχέση με τις υπόλοιπες, εμφανίζει και μικρότερες τιμές για το ρυθμό μεταβολής



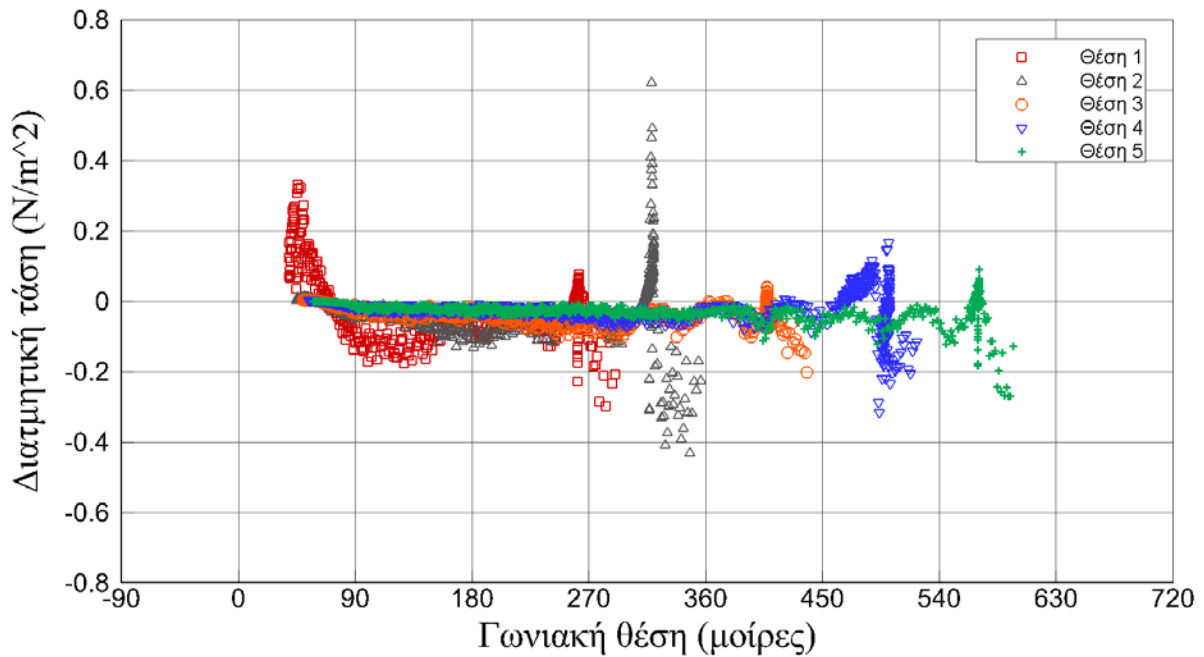


Σχήμα 3.12: Συγκριτικό διάγραμμα ρυθμού μεταβολής πίεσης για διάφορες γραμμές ροής για  $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$



Σχήμα 3.13: Συγκριτικό διάγραμμα ρυθμού μεταβολής πίεσης για διάφορες γραμμές ροής για  $\Delta t = 0.02 \text{ sec}$

Το τελευταίο μέγεθος το οποίο υπολογίστηκε ήταν η διατμητική τάση. Το διάγραμμα που προέκυψε φαίνεται στο Σχήμα 3.14, ενώ η διαδικασία υπολογισμού περιγράφεται αναλυτικά στην ενότητα 5.3, όπου και αναλύεται η διατμητική τάση ως μηχανισμός τραυματισμού των ψαριών.



Σχήμα 3.14: Συγκριτικό διάγραμμα διατμητικής τάσης για διάφορες γραμμές ροής

Από το Σχήμα 3.14 παρατηρείται ότι η γραμμή ροής που ξεκινάει από τη θέση 2 και διέρχεται πιο κοντά σε περύγιο σε σχέση με τις υπόλοιπες, παρουσιάζει τις μέγιστες τιμές μετά την είσοδο στον δρομέα του υδροστροβίλου και κοντά σε αυτό. Επίσης, η γραμμή ροής της θέσης 1 εμφανίζει τις μέγιστες τιμές της διατμητικής τάσης σε γωνιακή θέση περίπου 45 μοιρών. Συμπεραίνουμε λοιπόν πως στο συγκεκριμένο σημείο κοντά στα τοιχώματα στη θέση 1, η μεταβολή της ταχύτητας είναι μεγάλη, οδηγώντας και σε μεγάλες τιμές διατμητικής τάσης. Για όλες τις γραμμές ροής παρατηρείται ότι εμφανίζουν μεγάλες τιμές διατμητικής τάσης μόλις εισέρχονται στον δρομέα του υδροστροβίλου και κοντά στα περύγια.

## 4. Υπολογισμός τροχιάς μοντέλων ψαριού

### 4.1 Προσομοίωση μοντέλων ψαριού μέσω σωματιδίου Lagrange

Η μοντελοποίηση των ψαριών στον υδροστρόβιλο μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. Ο πιο απλός τρόπος είναι να θεωρηθεί το ψάρι ως ένα σωματίδιο χωρίς μάζα (massless particle), υποθέτοντας ότι η ταχύτητα του  $\vec{u}_p$  είναι ίδια με την ταχύτητα του ρευστού  $\vec{u}_f$ . Έτσι θα παρασύρεται από το ρευστό κατά μήκος των γραμμών ροής χωρίς να επιδρά πάνω του η οπισθέλκουσα δύναμη (drag force), η άνωση καθώς και άλλες ογκικές δυνάμεις (body forces) ή επιφανειακές δυνάμεις. Έτσι λοιπόν, η τροχιά που θα ακολουθήσει θα είναι ίδια με αυτή της πορείας της γραμμής ροής από το σημείο από το οποίο εισέρχεται στον υδροστρόβιλο. Τα αποτελέσματα λοιπόν για την τροχιά ταυτίζονται με την ανάλυση που έγινε για τις γραμμές ροής στην ενότητα 3.

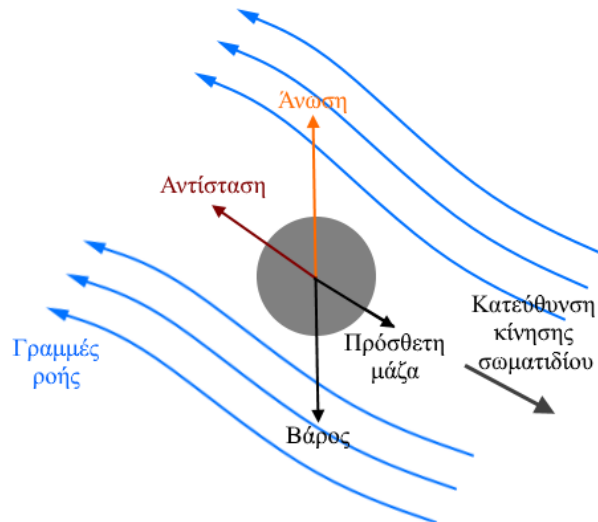
Ένας άλλος τρόπος μοντελοποίησης του ψαριού, είναι να παρασταθεί ως σφαιρικό σωματίδιο Lagrange με μάζα. Η προσέγγιση αυτή είναι πιο ρεαλιστική από την προηγούμενη, παρόλο που το υπολογιστικό κόστος και ο χρόνος είναι μεγαλύτερος.

#### 4.1.1 Περιγραφή εξίσωσης τροχιάς σφαιρικού σωματιδίου Lagrange

Σε αυτή την περίπτωση, το σωματίδιο Lagrange δε μεταφέρεται παθητικά στο πεδίο ροής και η ταχύτητα του δεν είναι ίδια με αυτή του ρευστού. Αντίθετα η ταχύτητα του σωματιδίου υπολογίζεται από την επίλυση της ακόλουθης διαφορικής εξίσωσης (Richmond & Romero-Gomez, 2014), στο δεξί μέλος της οποίας είναι οι δυνάμεις που επιδρούν πάνω στο σωματίδιο,

$$m_p \frac{d\vec{u}_p}{dt} = \vec{F}_d + \vec{F}_p + \vec{F}_{um} + \vec{F}_g \quad (4.1)$$

όπου  $m_p$  είναι η μάζα του σωματιδίου,  $\vec{u}_p$  η ταχύτητα του σωματιδίου,  $\vec{F}_d$  η αντίσταση,  $\vec{F}_p$  η πίεση,  $\vec{F}_{um}$  η δύναμη πρόσθετης μάζας και  $\vec{F}_g$  η βαρυτική δύναμη, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1: Δυνάμεις που επιδρούν σε σφαιρικό σωματίδιο Lagrange

#### 4.1.2 Ανάλυση δυνάμεων

##### Βαρυτική δύναμη $\vec{F}_g$

Ένα σωματίδιο που βρίσκεται σε ένα βαρυντικό πεδίο δέχεται μια δύναμη (βάρος) στην κατεύθυνση της επιτάχυνσης βαρύτητας  $\vec{g}$ . Συνεπώς, η βαρυντική δύναμη ανά μονάδα μάζας του σωματιδίου δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{F}_g = m_p \vec{g} \quad (4.2)$$

όπου  $m_p$  η μάζα του του σωματιδίου.

##### Δύναμη λόγω πίεσης και διατμητικής τάσης $\vec{F}_p$

Στα στερεά σώματα, όπως και στα ρευστά, την εντατική κατάσταση τη διακρίνουμε σε ορθή εντατική κατάσταση και διατμητική εντατική κατάσταση. Η ορθή εντατική κατάσταση στο σφαιρικό σωματίδιο εκφράζεται από την κάθετη επιφανειακή δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας. Το ανηγμένο αυτό μέγεθος ονομάζεται πίεση  $P$ . Η δύναμη που ασκείται από το ρευστό στο σφαιρικό σωματίδιο λόγω της πίεσης είναι:

$$\vec{P} = - \int_E p \vec{n} dE \quad (4.3)$$

όπου  $E$  είναι η επιφάνεια ελέγχου,  $\vec{n}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα στην επιφάνεια του σωματιδίου που «βλέπει» προς τα έξω. Το επιφανειακό ολοκλήρωμα εκτείνεται σε όλη την επιφάνεια ελέγχου. Από τον υπολογισμό του επιφανειακού ολοκληρώματος προκύπτει ότι:

$$\vec{P} = -\nabla p V_p \quad (4.4)$$

όπου  $V_p$  είναι ο όγκος του σωματιδίου και  $\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y}$  η κλίση πίεσης. Αντικαθιστώντας τον όγκο προκύπτει ότι:

$$\vec{P} = -\nabla p \frac{m_p}{\rho_p} \quad (4.5)$$

Το σφαιρικό σωματίδιο στην διατμητική εντατική κατάσταση δέχεται μια διατμητική τάση

$$\vec{T} = \frac{m_p}{\rho_p} \nabla \vec{\tau} \quad (4.6)$$

Επομένως η συνολική δύναμη στο σφαιρικό σωματίδιο λόγω της τοπικής πίεσης και της διατμητικής τάσης είναι:

$$\vec{F}_p = \frac{m_p}{\rho_p} (-\nabla p + \nabla \vec{\tau}) \quad (4.7)$$

Κάνοντας χρήση των εξισώσεων Navier-Stokes (4.8) για το ασυμπίεστο ρευστό (Παράρτημα Α):

$$\rho_f \frac{D\vec{u}_f}{Dt} = \rho_f \vec{g} - \nabla p + \mu \Delta \vec{u}_f \quad (4.8)$$

προκύπτει για τη συνολική δύναμη λόγω πίεσης και διατμητικής τάσης (Sommerfeld, 2014):

$$\vec{F}_p = m_p \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{D\vec{u}_f}{Dt} - \vec{g} \right) \quad (4.9)$$

Ο δεύτερος όρος αντιστοιχεί στη δύναμη λόγω άνωσης. Η άνωση είναι μια δύναμη που αντιλαμβάνεται το σωματίδιο σε αντίθετη κατεύθυνση από το βάρος του. Σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη, η άνωση είναι ίση με το βάρος του ρευστού που μετατοπίζεται από το σωματίδιο. Έτσι, η άνωση είναι ανάλογη του όγκου του ρευστού, της επιτάχυνσης βαρύτητας και της πυκνότητας του ρευστού και μπορεί να γραφεί ως:

$$F_{buoyant} = \rho_f V_f g \quad (4.10)$$

Η εξίσωση (4.9) προκύπτει για μη ομοιόμορφη ροή για την περιοχή Stokes. Για τον υπολογισμό της δύναμης σε περιοχές με μεγαλύτερες τιμές του αριθμού Reynolds χρειάζεται να εισαχθούν συντελεστές αντίστασης οι οποίοι πρέπει να προσδιοριστούν είτε πειραματικά

είτε μέσω άμεσης αριθμητικής προσομοίωσης (direct numerical simulations). Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής οι υπολογισμοί έγιναν χρησιμοποιώντας την έκφραση για την περιοχή Stokes, θεωρώντας δηλαδή χαμηλότερες τιμές του αριθμού Reynolds.

### Δύναμη αντίστασης ή οπισθέλκουσας $\vec{F}_d$

Η αντίσταση ή οπισθέλκουσα είναι δύναμη που εμφανίζεται κατά την κίνηση σωμάτων εντός του ρευστού λόγω της διαφοράς πίεσης που επικρατεί στις δύο πλευρές ενός σώματος. Το μέγεθος της αντίστασης που ασκείται σε ένα σωματίδιο κινούμενο σε ρευστό εξαρτάται από τη σχετική ταχύτητα του σωματιδίου σε σχέση με το ρευστό, τη συνεκτικότητα και την πυκνότητα του ρευστού, το σχήμα και την επιφάνεια του σωματιδίου. Η αντίσταση έχει πάντοτε τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος αλλά αντίθετη φορά και δίνεται από τη σχέση:

$$F_d = \frac{1}{2} \rho_f C_d u^2 A \quad (4.11)$$

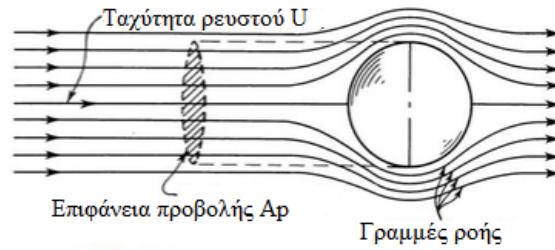
όπου  $\rho_f$  η πυκνότητα του ρευστού,  $C_d$  ο συντελεστής αντίστασης σώματος,  $u$  η σχετική ταχύτητα σώματος-ρευστού και  $A$  η επιφάνεια προβολής (projected area) του κινούμενου σωματιδίου.

Για ένα σωματίδιο που κινείται σε ρευστό, η δύναμη αντίστασης δρα στην κατεύθυνση  $\vec{u}_f - \vec{u}_p$ , όπου  $\vec{u}_f$  η ταχύτητα του ρευστού στη θέση όπου βρίσκεται το σωματίδιο. Συνεπώς η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\vec{F}_d = \frac{1}{2} \rho_f C_d |\vec{u}_f - \vec{u}_p| (\vec{u}_f - \vec{u}_p) A_p \quad (4.12)$$

### Επιφάνεια προβολής σωματιδίου $A_p$

Ένα σφαιρικό σωματίδιο έχει όγκο  $V_p = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi d_p^3}{6}$ . Η επιφάνεια προβολής  $A_p$  του σωματιδίου είναι η επιφάνεια ενός κύκλου που ισούται με  $A_p = \frac{\pi d_p^2}{4}$ , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.2.



Σχήμα 4.2: Επιφάνεια προβολής σφαιρικού σωματιδίου (Πηγή: quora.com)

### Συντελεστής αντίστασης $C_d$

Ο συντελεστής αντίστασης  $C_d$  εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου, τη συνεκτικότητα του ρευστού, το σχήμα του σωματιδίου και την τραχύτητα της επιφάνειάς του. Ένα χρήσιμο αδιάστατο μέγεθος είναι ο τοπικός αριθμός Reynolds του σωματιδίου,  $Re_p$ , που χαρακτηρίζει την εξάρτηση του συντελεστή αντίστασης από την ταχύτητα. Συνεπώς, είναι ο λόγος της αδρανειακής δύναμης του σωματιδίου προς τη δύναμη συνεκτικότητας και δίνεται από τη σχέση:

$$Re_p = \frac{\rho_f |\vec{u}_f - \vec{u}_p| d_p}{\mu} \quad (4.13)$$

Για τον υπολογισμό του συντελεστή αντίστασης έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα που συσχετίζουν τον συντελεστή με τον τοπικό αριθμό Reynolds. Ένα μοντέλο υπολογισμού του συντελεστή αντίστασης, το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία, ήταν αυτό που αναπτύχθηκε από τους Morsi-Alexander. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, ο συντελεστής αντίστασης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$C_d = \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{Re_p} + \frac{\alpha_3}{Re_p^2} \quad (4.14)$$

όπου  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  συντελεστές των οποίων οι τιμές δίνονται στον Πίνακα 4.1 συναρτήσει του τοπικού αριθμού Reynolds.

Πίνακας 4.1: Συντελεστές υπολογισμού του συντελεστή αντίστασης για διάφορες τιμές του τοπικού αριθμού Reynolds  $Re_p$

εύρος	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
$Re_p < 0.1$	0	24	0
$0.1 < Re_p < 1$	3.690	22.73	0.0903
$1 < Re_p < 10$	1.222	29.1667	-3.8889
$10 < Re_p < 100$	0.6167	46.50	-116.67
$100 < Re_p < 1000$	0.3644	98.33	-2778
$1000 < Re_p < 5000$	0.357	148.62	-47500
$5000 < Re_p < 10000$	0.46	-490.546	578700
$Re_p > 10000$	0.5191	-1662.5	5416700

(Πηγή: Karunarathne & Tokheim , 2017)

### Δύναμη πρόσθετης μάζας $\vec{F}_{um}$

Κατά την κίνηση του σωματιδίου μέσα σε ένα πεδίο ρευστού, αυτό παρασύρει και κάποια μάζα ρευστού που το περιβάλλει λόγω της σχετικής επιτάχυνσης του ή επιβράδυνσης ως προς το ρευστό. Έτσι λοιπόν, προστίθεται στην εξίσωση κίνησης του, μια δύναμη η οποία ονομάζεται δύναμη πρόσθετης μάζας (added mass force) ή εικονικής μάζας (virtual mass force). Η δύναμη αυτή δίνεται από τη σχέση (Sommerfeld, 2014):

$$\vec{F}_{um} = 0.5 m_f \left( \frac{D\vec{u}_f}{Dt} - \frac{d\vec{u}_p}{dt} \right) \quad (4.15)$$



## 4.2 Τελική εξίσωση υπολογισμού τροχιάς σφαιρικού σωματιδίου

Εισάγοντας τις σχέσεις για τον υπολογισμό των δυνάμεων στην εξίσωση (4.1), αυτή γράφεται ως εξής:

$$m_p \frac{d\vec{u}_p}{dt} = \frac{1}{2} \rho_f C_d |\vec{u}_f - \vec{u}_p| (\vec{u}_f - \vec{u}_p) A_p + m_p \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{D\vec{u}_f}{Dt} - \vec{g} \right) + m_p \vec{g} + 0.5 m_f \left( \frac{D\vec{u}_f}{Dt} - \frac{d\vec{u}_p}{dt} \right) \quad (4.16)$$

Διαιρώντας με τη μάζα του σωματιδίου  $m_p$  προκύπτει:

$$\frac{d\vec{u}_p}{dt} = \frac{1}{m_p} \frac{1}{2} \rho_f C_d |\vec{u}_f - \vec{u}_p| (\vec{u}_f - \vec{u}_p) A_p + \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{D\vec{u}_f}{Dt} + \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right) \vec{g} + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{D\vec{u}_f}{Dt} - \frac{d\vec{u}_p}{dt} \right) \quad (4.17)$$

ή

$$\frac{d\vec{u}_p}{dt} + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{d\vec{u}_p}{dt} = \frac{1}{\rho_p V_p} \left( \frac{C_d \mu}{2 d_p} \right) \left( \frac{\rho_f d_p |\vec{u}_f - \vec{u}_p|}{\mu} \right) (\vec{u}_f - \vec{u}_p) A_p + 1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{D\vec{u}_f}{Dt} + \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right) \vec{g} \quad (4.18)$$

Αντικαθιστώντας τον όγκο  $V_p = \frac{\pi d_p^3}{6}$  και την μετωπική επιφάνεια  $A_p$  του σωματιδίου  $A_p = \frac{\pi d_p^2}{4}$  προκύπτει η σχέση:

$$\frac{\frac{d\vec{u}_p}{dt}}{\left(1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)} = \left( \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \right) \left( \frac{C_d Re_p}{24} \right) (\vec{u}_f - \vec{u}_p) + 1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{D\vec{u}_f}{Dt} + \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right) \vec{g} \quad (4.19)$$

Στην παραπάνω εξίσωση ο όρος  $\left( \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \right)$  είναι αρκετά χρήσιμος καθώς σχετίζεται με το χρόνο χαλάρωσης του σωματιδίου (particle relaxation time) για τον οποίο ισχύει:

$$t_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu}$$

Ο χρόνος χαλάρωσης είναι ένα μέγεθος μέτρησης του χρόνου που απαιτείται ώστε ένα σωματίδιο να προσαρμοστεί σε αλλαγές του πεδίου ροής. Μικρός χρόνος χαλάρωσης σημαίνει

ότι ένα σωματίδιο θα συνεχίσει να κινείται πολύ κοντά στη γραμμή ροής που κινούνταν έπειτα από αλλαγές στο πεδίο ροής. Από την άλλη μεγάλος χρόνος χαλάρωσης σημαίνει ότι το σωματίδιο δε θα ανταποκριθεί άμεσα στις αλλαγές του πεδίου ροής και θα αποκλίνει από την γραμμή ροής που κινούνταν.

Ο όρος  $\frac{D\vec{u}_f}{Dt}$  αποτελεί την υλική παράγωγο. Η υλική παράγωγος εκφράζει τη χρονική μεταβολή του εξεταζόμενου μεγέθους πάνω σε ένα σωματίδιο. Ένας παρατηρητής κινούμενος μαζί με το σωματίδιο διαπιστώνει τη μεταβολή της υλικής παραγωγού. Για την υλική παράγωγο σε διδιάστατο πεδίο ροής ισχύει:

$$\frac{D\vec{u}_f}{Dt} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_{xf}}{\partial t} \\ \frac{\partial u_{yf}}{\partial t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{xf} \frac{\partial u_{xf}}{\partial x} & u_{yf} \frac{\partial u_{xf}}{\partial y} \\ u_{xf} \frac{\partial u_{yf}}{\partial x} & u_{yf} \frac{\partial u_{yf}}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Στην παραπάνω σχέση με  $u_{xf}$  και  $u_{yf}$  συμβολίζονται οι ταχύτητες του ρευστού κατά την κατεύθυνση  $x$  και  $y$  αντίστοιχα.

### 4.3 Αλγόριθμος υπολογισμού

Για την εύρεση της θέσης του σωματιδίου κάθε χρονική στιγμή διαθέτουμε το σύστημα των ακόλουθων διαφορικών εξισώσεων:

$$\frac{d\vec{u}_p}{dt} \left( 1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) = \left( \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \right) \left( \frac{C_d Re_p}{24} \right) (\vec{u}_f - \vec{u}_p) + 1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{D\vec{u}_f}{Dt} + \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) \vec{g} \quad (4.21\alpha)$$

$$\frac{d\vec{x}_p}{dt} = \vec{u}_p \quad (4.21\beta)$$

Από την πρώτη διαφορική εξίσωση υπολογίζεται η ταχύτητα του σωματιδίου  $\vec{u}_p$  και από τη δεύτερη διαφορική η θέση του  $\vec{x}_p$ . Αναλύοντας τις εξισώσεις στις κατευθύνσεις  $x$  και  $y$  προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{du_{xp}}{dt} \left( 1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) &= \left( \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \right) \left( \frac{C_d Re_p}{24} \right) (u_{xf} - u_{xp}) \\ &+ 1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{\partial u_{xf}}{\partial t} + u_{xf} \frac{\partial u_{xf}}{\partial x} + u_{yf} \frac{\partial u_{xf}}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4.22\alpha)$$

$$\frac{dx_p}{dt} = u_{xp} \quad (4.22\beta)$$

$$\frac{du_{yp}}{dt} \left( 1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) = \left( \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \right) \left( \frac{C_d Re_p}{24} \right) (u_{yf} - u_{yp}) + \quad (4.23\alpha)$$

$$1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{\partial u_{yf}}{\partial t} + u_{xf} \frac{\partial u_{yf}}{\partial x} + u_{yf} \frac{\partial u_{yf}}{\partial y} \right) + \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) g$$

$$\frac{dy_p}{dt} = u_{yp} \quad (4.23\beta)$$

Η διαδικασία επίλυσης ξεκινάει ορίζοντας μία αρχική θέση  $(x_p^0, y_p^0)$  για τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  από όπου θα ξεκινάει το σωματίδιο. Επίσης, δίνεται και μια αρχική ταχύτητα  $\vec{u}_p = (u_{xp}^0, u_{yp}^0)$ . Η αρχική αυτή ταχύτητα του σωματιδίου είναι ίση με την ταχύτητα του ρευστού στο συγκεκριμένο σημείο.

Στις παραπάνω εξισώσεις οι ταχύτητες του ρευστού και του σωματιδίου είναι του προηγούμενου χρονικού βήματος ή οι αρχικές συνθήκες, όταν είμαστε στην πρώτη επανάληψη, δηλαδή στο πρώτο χρονικό βήμα. Αν θεωρήσουμε τις συνιστώσες των ταχυτήτων στις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  όπως φαίνεται παρακάτω,

$$\vec{u}_f^n = (u_{xf}^n, u_{yf}^n)$$

$$\vec{u}_p^n = (u_{xp}^n, u_{yp}^n)$$

τότε η τιμή του απολύτου  $|\vec{u}_f^n - \vec{u}_p^n|$ , για την εύρεση του τοπικού αριθμού Reynolds  $Re_p$ , υπολογίζεται με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\vec{u}_f^n - \vec{u}_p^n = (u_{xf}^n - u_{xp}^n, u_{yf}^n - u_{yp}^n)$$

$$|\vec{u}_f^n - \vec{u}_p^n| = \sqrt{(u_{xf}^n - u_{xp}^n)^2 + (u_{yf}^n - u_{yp}^n)^2}$$

Άρα, τελικά προκύπτει για τον τοπικό Reynolds η απλοποιημένη σχέση :

$$Re_p^n = \frac{\rho_f \left( \sqrt{(u_{xf}^n - u_{xp}^n)^2 + (u_{yf}^n - u_{yp}^n)^2} \right) d_p}{\mu} \quad (4.24)$$

Έχοντας υπολογιστεί ο Reynolds, υπολογίζεται άμεσα και ο συντελεστής αντίστασης  $C_d$ . Γνωρίζοντας πλέον το συντελεστή αντίστασης και τον τοπικό αριθμό Reynolds του σωματιδίου οι παραπάνω εξισώσεις διαμορφώνονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{u_{x_p}^{n+1} - u_{x_p}^n}{dt} \left( 1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) &= \left( \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \right) \left( \frac{C_d Re_p}{24} \right) (u_{x_f}^n - u_{x_p}^{n+1}) \\ &+ 1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{\partial u_{x_f}}{\partial t} + u_{x_f} \frac{\partial u_{x_f}}{\partial x} + u_{y_f} \frac{\partial u_{x_f}}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4.25\alpha)$$

$$\frac{x_p^{n+1} - x_p^n}{dt} = u_{x_p}^{n+1} \quad (4.25\beta)$$

$$\begin{aligned} \frac{u_{y_p}^{n+1} - u_{y_p}^n}{dt} \left( 1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) &= \left( \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \right) \left( \frac{C_d Re_p}{24} \right) (u_{y_f} - u_{y_p}^{n+1}) \\ &+ 1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{\partial u_{y_f}}{\partial t} + u_{x_f} \frac{\partial u_{y_f}}{\partial x} + u_{y_f} \frac{\partial u_{y_f}}{\partial y} \right) + \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) g \end{aligned} \quad (4.26\alpha)$$

$$\frac{y_p^{n+1} - y_p^n}{dt} = u_{y_p}^{n+1} \quad (4.26\beta)$$

Θεωρώντας  $F_D = \left( \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \right) \left( \frac{C_d Re_p}{24} \right)$  προκύπτει:

$$u_{x_p}^{n+1} = \frac{u_{x_p}^n + \frac{dt}{\left(1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)} F_D u_{x_f}^n + \frac{dt}{\left(1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)} 1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{\partial u_{x_f}}{\partial t} + u_{x_f} \frac{\partial u_{x_f}}{\partial x} + u_{y_f} \frac{\partial u_{x_f}}{\partial y} \right)}{1 + \frac{dt}{\left(1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)} F_D} \quad (4.27)$$

$$u_{y_p}^{n+1} = \frac{u_{y_p}^n + \frac{dt}{\left(1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)} F_D u_{y_f}^n + \frac{dt}{\left(1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)} 1.5 \frac{\rho_f}{\rho_p} \left( \frac{\partial u_{y_f}}{\partial t} + u_{x_f} \frac{\partial u_{y_f}}{\partial x} + u_{y_f} \frac{\partial u_{y_f}}{\partial y} \right) + \frac{dt}{\left(1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)} \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) g}{1 + \frac{dt}{\left(1 + 0.5 \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)} F_D} \quad (4.28)$$

Υπολογίζοντας τη νέα ταχύτητα του σωματιδίου  $\vec{u}_p^{n+1} = (u_{x_p}^{n+1}, u_{y_p}^{n+1})$  υπολογίζονται και οι συντεταγμένες για τη νέα του θέση  $\vec{x}^{n+1} = (x_p^{n+1}, y_p^{n+1})$  ως εξής:

$$\begin{aligned}x_p^{n+1} &= x_p^n + dt u_{x_p}^{n+1} \\y_p^{n+1} &= y_p^n + dt u_{y_p}^{n+1}\end{aligned}\tag{4.29}$$

Στον υπολογισμό της θέσης του σωματιδίου χρησιμοποιείται η μέθοδος Euler, όπως και στον υπολογισμό των γραμμών ροής. Το βήμα που χρησιμοποιείται είναι  $dt = 1 \times 10^{-6} \text{ sec}$ .

#### 4.4 Τροχιές διαφορετικών σωματιδίων και εύρεση μεγεθών κατά μήκος τους

Παρόμοια διαδικασία με αυτή που ακολουθήθηκε για τις περιπτώσεις των γραμμών ροής ακολουθείται και για την περίπτωση του σφαιρικού σωματιδίου. Τα σωματίδια ξεκινούν την τροχιά τους από τις ίδιες θέσεις με αυτές των γραμμών ροής και έχουν ταχύτητα, ίση με την ταχύτητα του πεδίου ροής της θέσης που ξεκινούν. Η πυκνότητα τους είναι ίση με την πυκνότητα του ρευστού ( $\rho_f = 999.06 \text{ kg/m}^3$ ). Στον Πίνακα 4.2 παρουσιάζονται οι θέσεις εκκίνησης των σωματιδίων και η ταχύτητα τους.

Πίνακας 4.2: Αρχικές θέσεις και ταχύτητες σφαιρικών σωματιδίων

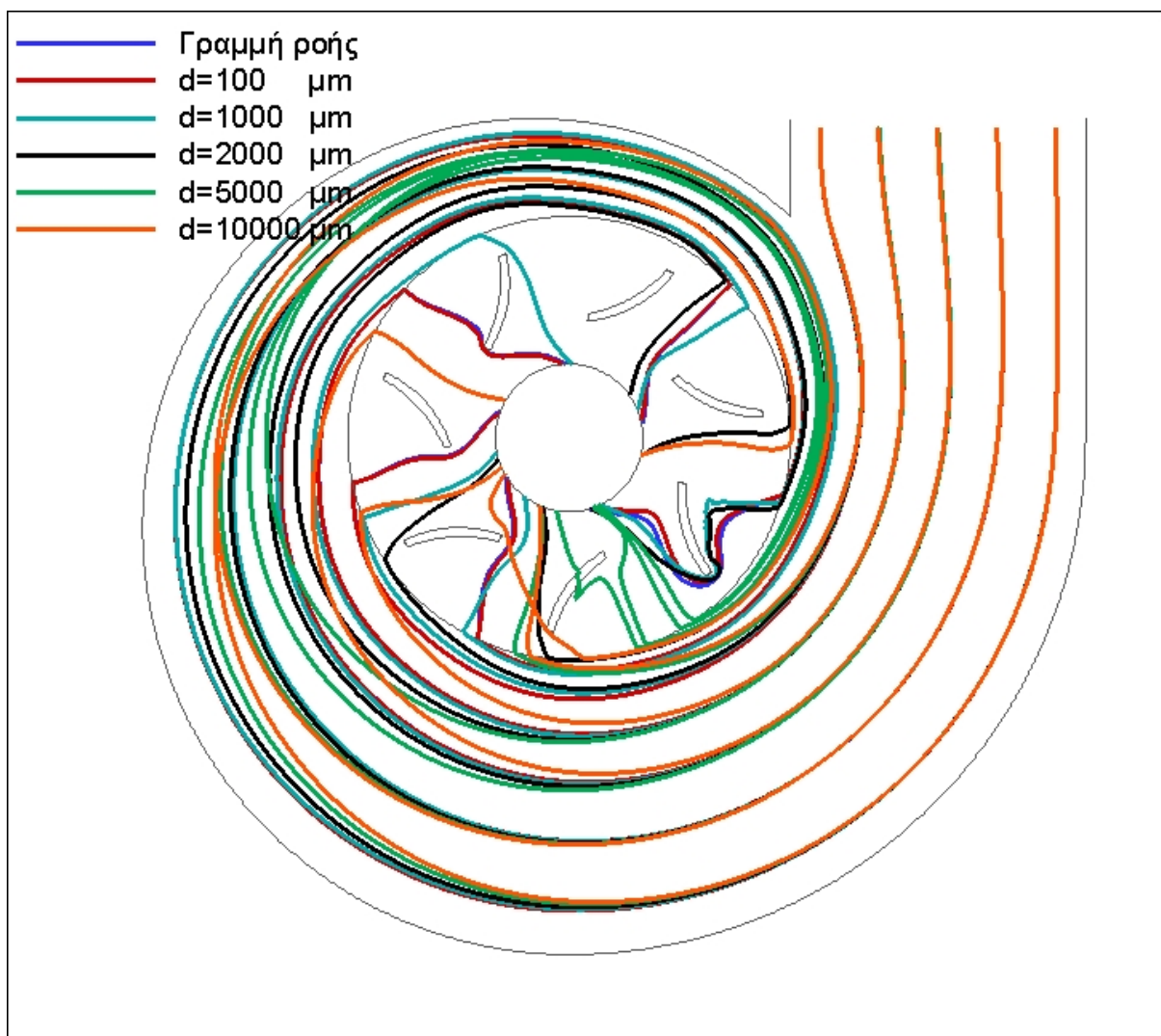
α/α σωματιδίου	θέση κατά x (m)	Θέση κατά y (m)	Ταχύτητα u (m/s)	Ταχύτητα v (m/s)
1	0.17	0.21	-0.00819	-2.6923
2	0.21	0.21	0.14979	-3.0292
3	0.25	0.21	0.13987	-3.0987
4	0.29	0.21	0.08539	-3.1435
5	0.33	0.21	0.02639	-3.1598

Προκειμένου να βρεθεί η επίδραση που έχει η διάμετρος κάθε σωματιδίου στην τροχιά που αυτό θα ακολουθήσει, χρησιμοποιούνται πέντε σωματίδια με διαφορετικές διαμέτρους. Στον Πίνακα 4.3 παρατίθενται οι διαμέτροι των σφαιρικών σωματιδίων που μελετήθηκαν.

Πίνακας 4.3: Πίνακας διαμέτρων σφαιρικών σωματιδίων Lagrange

Σωματίδια μοντελοποίησης	Διάμετρος d ( $\mu\text{m}$ )
1	100
2	1000
3	2000
4	5000
5	10000

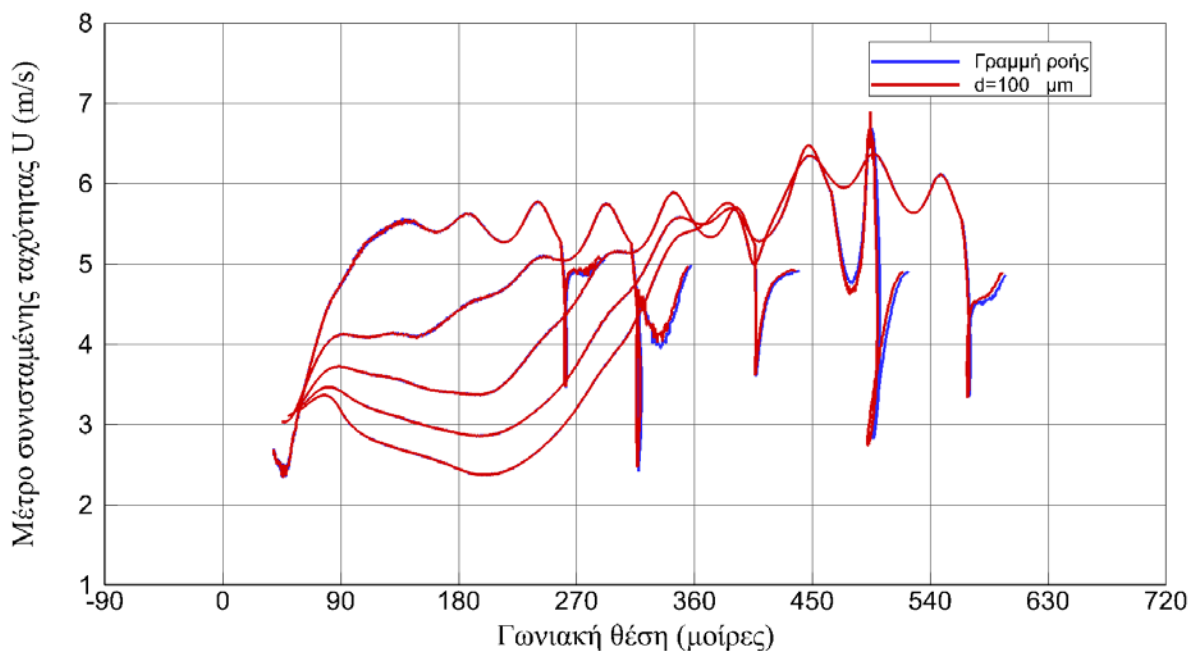
Στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζονται οι τροχιές των σωματιδίων καθώς και οι γραμμές ροής για τις πέντε διαφορετικές θέσεις.



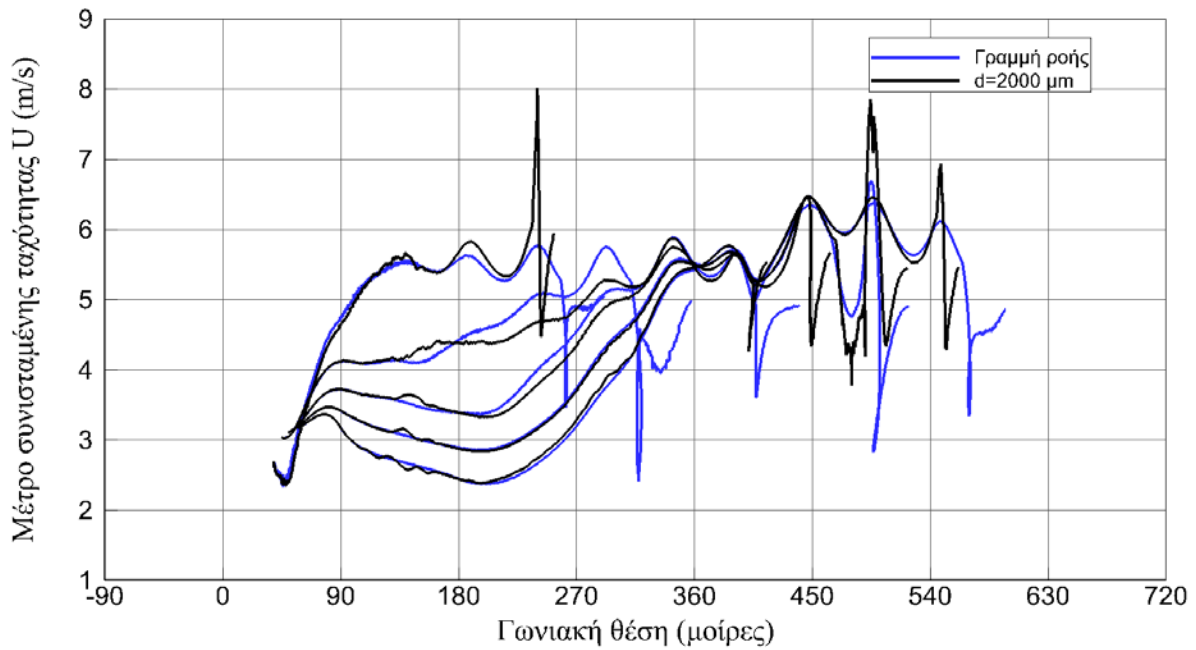
Σχήμα 4.3: Τροχιές σωματιδίων διαφορετικών διαμέτρων

Διαπιστώνεται ότι η τροχιά που ακολουθούν τα σωματίδια μοιάζει αρκετά με τις γραμμές ροής. Μάλιστα για το σωματίδιο με τη μικρότερη διάμετρο,  $d = 100 \mu m$ , η τροχιά του ταυτίζεται με την πορεία των γραμμών ροής. Τα υπόλοιπα σωματίδια, λόγω της μεγαλύτερης αδράνειας που έχουν, εμφανίζουν μεγαλύτερες αποκλίσεις στις τροχιές τους σε σχέση με τις γραμμές ροής. Τα δύο μεγαλύτερα σωματίδια φαίνεται να συγκρούονται με τα πτερύγια, κάτι το οποίο δε συμβαίνει για τα σωματίδια μικρότερης διαμέτρου.

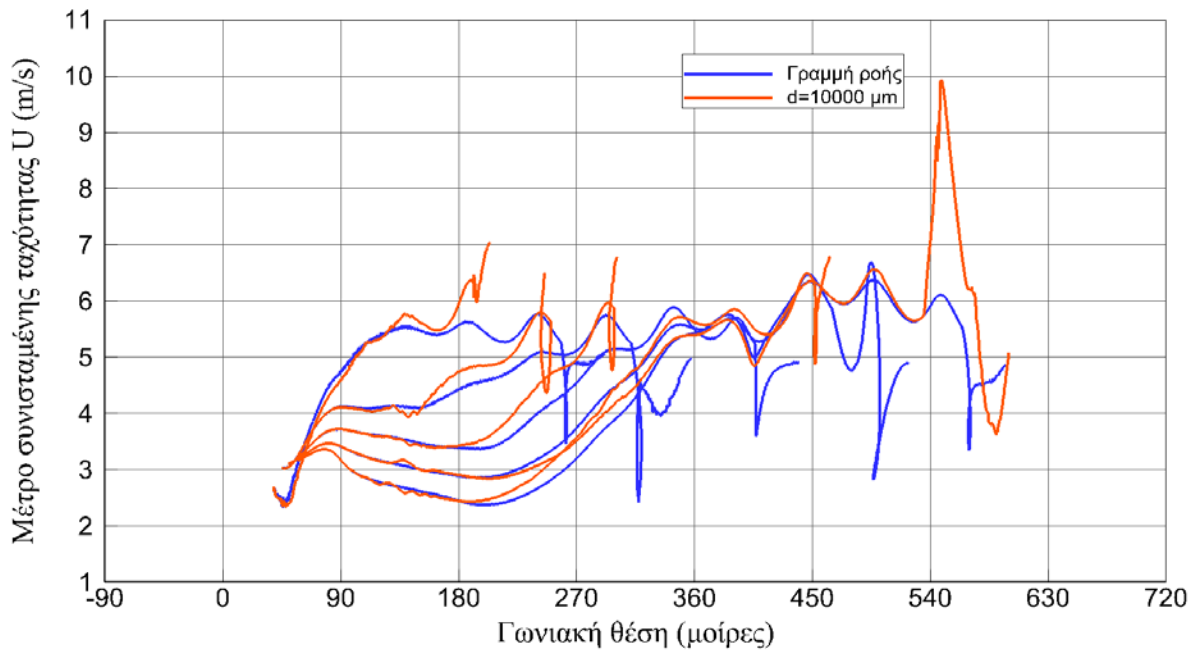
Στα Σχήματα 4.4, 4.5 και 4.6 δίνεται το μέτρο της συνισταμένης ταχύτητας  $U$  των σφαιρικών σωματιδίων διαμέτρου  $d = 100 \mu m$ ,  $d = 2000 \mu m$ ,  $d = 10000 \mu m$  και των γραμμών ροής αντίστοιχα. Μεγαλύτερη απόκλιση ως προς τις γραμμές ροής εμφανίζει το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου  $d = 10000 \mu m$ , το οποίο είναι αναμενόμενο καθώς όπως φάνηκε και από το Σχήμα 4.3 η τροχιά του αποκλίνει περισσότερο από τις γραμμές ροής συγκριτικά με τα υπόλοιπα σωματίδια.



Σχήμα 4.4: Συγκριτικό διάγραμμα μέτρου συνισταμένης ταχύτητας  $U$  σωματιδίων διαμέτρου  $d = 100 \mu m$  και γραμμών ροής



Σχήμα 4.5: Συγκριτικό διάγραμμα μέτρου συνισταμένης ταχύτητας  $U$  σωματιδίων διαμέτρου  $d = 2000 \mu\text{m}$  και γραμμών ροής

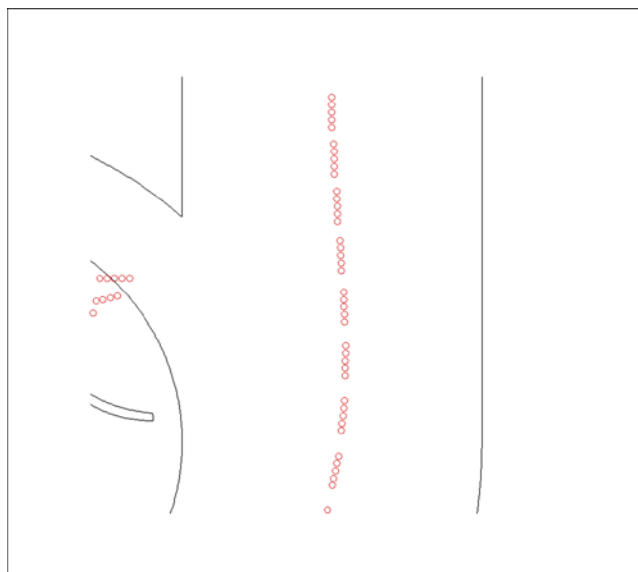


Σχήμα 4.6: Συγκριτικό διάγραμμα μέτρου συνισταμένης ταχύτητας  $U$  σωματιδίων διαμέτρου  $d = 10000 \mu\text{m}$  και γραμμών ροής



## 4.5 Μελέτη κίνησης περισσότερων σωματιδίων

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκε η τροχιά που θα ακολουθήσει ένα σφαιρικό σωματίδιο. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον όμως παρουσιάζει η μελέτη της κίνησης πολλών σωματιδίων που αφήνονται ταυτόχρονα από την ίδια θέση στον άξονα  $x$  αλλά με μια απόσταση μεταξύ τους κατά τον άξονα  $y$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.7.



Σχήμα 4.7: Απεικόνιση σωματιδίων κατά την αρχική θέση εκκίνησης

Τα σωματίδια αυτά, κατά την στιγμή που αφήνονται βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία γραμμή, απεικονίζοντας θεωρητικά ολόκληρο το μήκος του ψαριού. Στα σωματίδια αυτά δεν επιβάλλεται η εξίσωση ισορροπίας της στροφορμής και ούτε αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Συνεπώς, σε κάθε επόμενο χρονικό βήμα βρίσκονται κοντά το ένα στο άλλο αλλά όχι πάνω στην ίδια ευθεία. Έτσι δεν είναι δυνατόν να απεικονιστεί ολόκληρο το μήκος του ψαριού και αυτό θα φαίνεται σαν να «σπάει». Για το λόγο αυτό, τα σημεία αναδιατάσσονται πάνω στην ίδια ευθεία σε κάθε χρονικό βήμα. Η ευθεία αυτή βρίσκεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

Στην περίπτωση μας, εφόσον η καμπύλη προσέγγισης είναι ευθεία, το πολυώνυμο προσέγγισης θα είναι πρώτου βαθμού όπως αποδεικνύεται αναλυτικά και στο Παράρτημα Β και θα δίνεται από τη σχέση:

$$f(x) = a_0 + a_1x \quad (4.30)$$

Η ευθεία αυτή θα διέρχεται από το μέσο όρο του κέντρου μάζας των σφαιρικών σημείων. Οι συντεταγμένες αυτού του σημείου υπολογίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=0}^N x_i}{N} \\ \bar{y} &= \frac{\sum_{i=0}^N y_i}{N}\end{aligned}\tag{4.31}$$

όπου  $N$  είναι το πλήθος των σωματιδίων που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση του ψαριού.

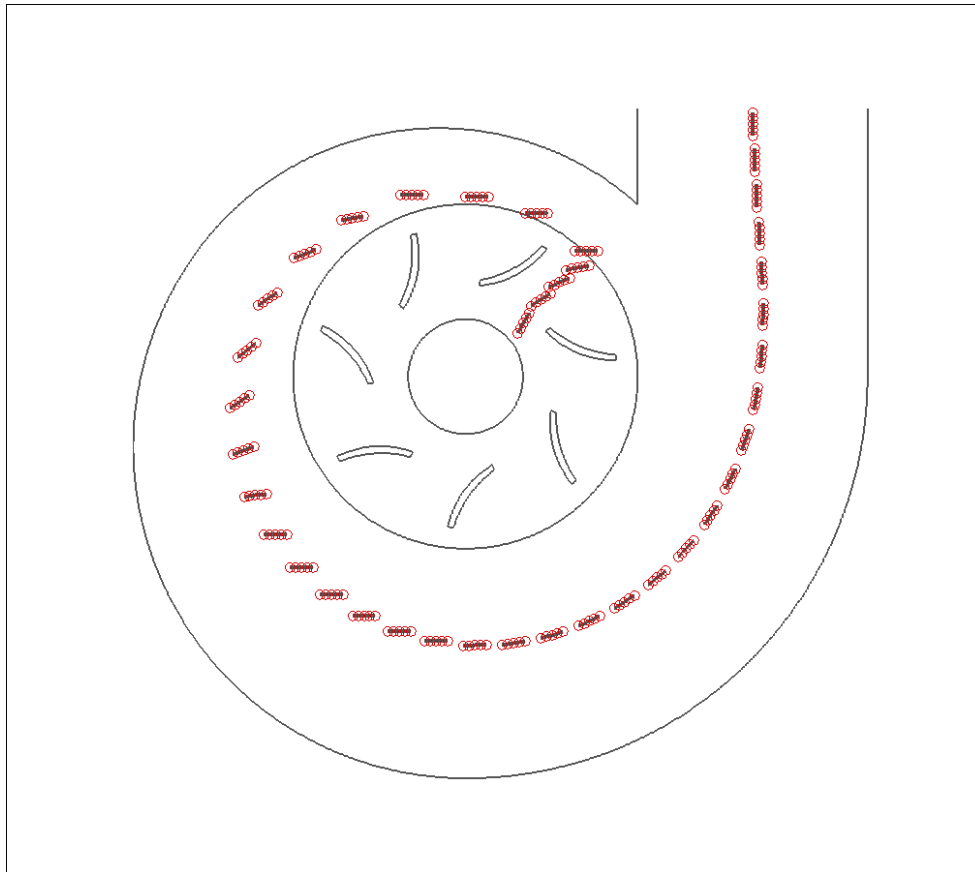
Η κλίση της ευθείας είναι ίση με το συντελεστή  $a_1$ . Ο συντελεστής αυτός δίνεται από τη σχέση:

$$a_1 = \frac{\sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}\tag{4.32}$$

Με γνωστό το «κέντρο» της ευθείας και κατάλληλες τριγωνομετρικές σχέσεις δεδομένου ότι  $a_1 = \tan\theta$  επανατοποθετούμε τα σωματίδια σε ισαπέχουσες αποστάσεις εκατέρωθεν του κεντρικού σημείου. Οι αποστάσεις των άκρων του ευθύγραμμου τμήματος από το κεντρικό σημείο είναι ίση με μισό μήκος ψαριού δηλαδή:

$$[(x_0 - \bar{x})^2 + (y_0 - \bar{y})^2]^{\frac{1}{2}} = [(x_N - \bar{x})^2 + (y_N - \bar{y})^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{\text{μήκος ψαριού}}{2}\tag{4.33}$$

όπου οι δείκτες 0 και  $N$  συμβολίζουν το πρώτο και το τελευταίο σωματίδιο αντίστοιχα, θεωρώντας ως πρώτο αυτό που έχει μεγαλύτερη τιμή τεταγμένης. Η ευθεία που σχηματίζεται φαίνεται στο Σχήμα 4.8.



Σχήμα 4.8: Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων για διαφορετικές χρονικές στιγμές

#### 4.6 Απεικόνιση του ψαριού ως έλλειψη

Η υπολογισμός της τροχιάς των μοντέλων ψαριού, όπως έχει αναφερθεί, γίνεται με σφαιρικά σωματίδια (Lagrangian particles). Για την καλύτερη γραφική απεικόνιση του ψαριού όμως και τον έλεγχο σύγκρουσης με τα πτερύγια του δρομέα, η οποία γίνεται στην ενότητα 5, αυτό προσομοιάστηκε ως έλλειψη (Σχήμα 4.9), καθώς είναι μια καμπύλη με την οποία το σχήμα του έχει ομοιότητα.



Σχήμα 4.9: Παρουσίαση ψαριού με σφαιρικά σωματίδια και με έλλειψη (Πηγή: nationcarfting.com)

Μια έλλειψη με κέντρο το  $(0, 0)$  που έχει τον μεγάλο άξονα στον  $x$  και τον μικρό στον  $y$  δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (4.34)$$

όπου  $2a =$  μήκος μεγαλου άξονα και  $2b =$  μήκος μικρού άξονα.

Η ιδέα ήταν να δημιουργηθεί μια έλλειψη με κύριες κορυφές το κέντρο μάζας του πρώτου και του τελευταίου σωματιδίου και κέντρο της το κέντρο μάζας του μεσαίου σωματιδίου προσομοίωσης του ψαριού. Η απόσταση μεταξύ των δύο κορυφών θα ισούται με το μήκος του ψαριού, δηλαδή  $2a =$  μήκος ψαριού, ενώ για το πλάτος θα ισχύει  $2b =$  πλατος ψαριού. Το ψάρι όμως κατά τη διέλευση του από τον υδροστρόβιλο, δεν είναι παράλληλα με τον άξονα  $x$  και βρίσκεται σε κάποια γωνία, ενώ το κέντρο του δε βρίσκεται στο  $(0, 0)$ . Έτσι λοιπόν, δεν αρκεί η απλή παραπάνω εξίσωση έλλειψης και χρησιμοποιείται η εξίσωση έλλειψης που έχει κέντρο κάποιο τυχαίο σημείο στο επίπεδο και βρίσκεται σε κάποια γωνία σε σχέση με τον άξονα  $x$ . Όπως προκύπτει (Παράρτημα Γ) η εξίσωση της έλλειψης που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με τον άξονα  $x$  και έχει κέντρο στο σημείο  $(h, k)$  δίνεται ως εξής:

$$\frac{((x - h)\cos\theta + (y - k)\sin\theta)^2}{a^2} + \frac{((x - h)\sin\theta - (y - k)\cos\theta)^2}{b^2} = 1 \quad (4.35)$$

Αναπτύσσοντας την παραπάνω εξίσωση προκύπτει μια άλλη της μορφής:

$$Ay^2 + By + \Gamma = 0 \quad (4.36)$$

όπου

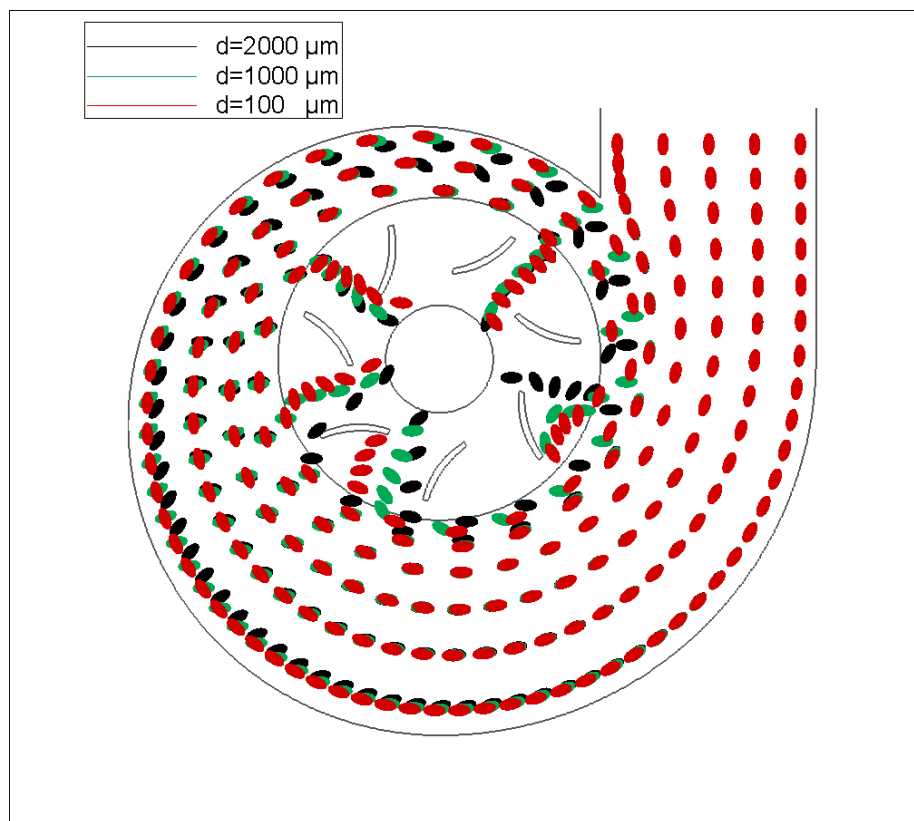
$$A = \frac{\sin^2 \theta}{a^2} + \frac{\cos^2 \theta}{b^2} \quad (4.37\alpha)$$

$$B = \frac{2(x - h)\cos\theta\sin\theta}{a^2} - \frac{2k\sin^2\theta}{a^2} - \frac{2(x - h)\cos\theta\sin\theta}{b^2} - \frac{2k\cos^2\theta}{b^2} \quad (4.37\beta)$$

$$\Gamma = \frac{(x - h)^2 \cos^2 \theta}{a^2} - \frac{2k(x - h)\cos\theta\sin\theta}{a^2} + \frac{k^2 \sin^2 \theta}{a^2} + \frac{(x - h)^2 \sin^2 \theta}{b^2} + \frac{2k(x - h)\cos\theta\sin\theta}{b^2} + \frac{k^2 \cos^2 \theta}{b^2} - 1 \quad (4.37\gamma)$$

Στην παραπάνω εξίσωση το σημείο  $(h, k)$  αντιστοιχεί στο κέντρο μάζας του μεσαίου σωματιδίου. Η γωνία  $\theta$  υπολογίζεται από τη σχέση  $\theta = \text{atan}\left(\frac{y_n - y_1}{x_n - x_1}\right)$ , όπου  $(x_1, y_1)$  και  $(x_n, y_n)$  οι συντεταγμένες του πρώτου και του τελευταίου σωματιδίου αντίστοιχα. Για κάθε τιμή του  $x$  υπολογίζονται οι τιμές του  $y$  από την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης. Τα ζεύγη  $(x, y)$  που προκύπτουν αποτελούν τα σημεία της έλλειψης.

Στο Σχήμα 4.10 παρουσιάζεται η τροχιά του ψαριού για πέντε διαφορετικές θέσεις εκκίνησης και για μοντελοποίηση με τρία σωματίδια διαφορετικών διαμέτρων. Η ταχύτητα που έχει το ψάρι στις αρχικές αυτές θέσεις είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κεντρικού σωματιδίου, που είναι ίση με την ταχύτητα του πεδίου ροής στη συγκεκριμένη θέση (Πίνακας 4.2). Το μήκος ψαριού είναι  $0,02 \text{ m}$  ενώ ο λόγος μήκος/πλάτος είναι 2:1.



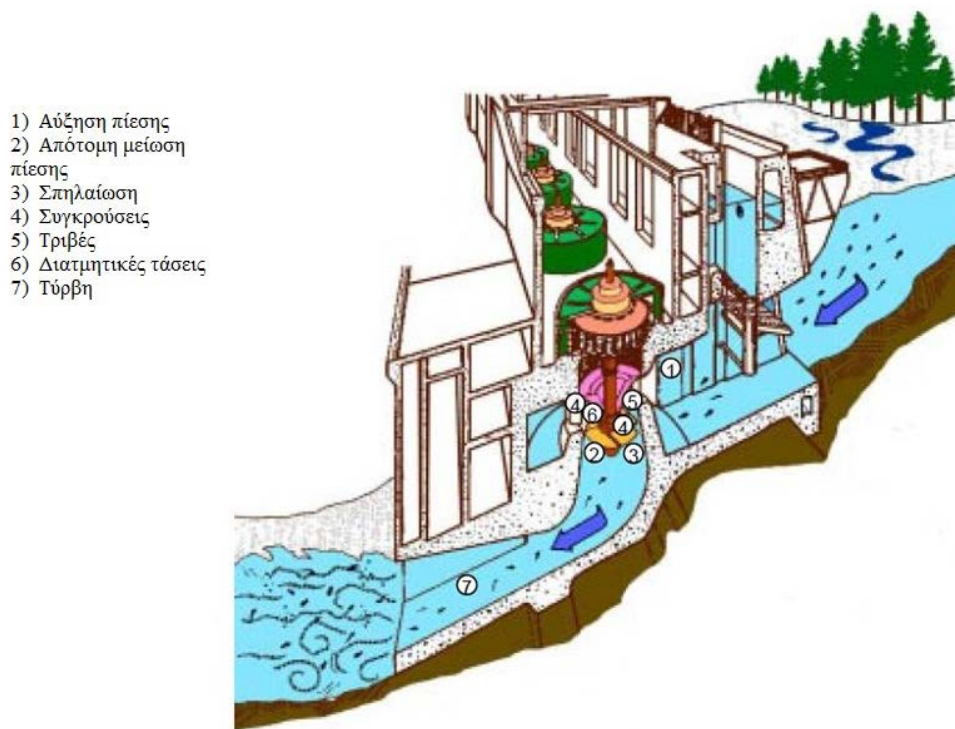
Σχήμα 4.10: Τροχιά ψαριού για πέντε διαφορετικές θέσεις εκκίνησης

Στο Σχήμα 4.10 ορισμένες τροχιές συγκρούονται με τα πτερύγια του υδροστροβίλου, κάτι το οποίο δε συνέβαινε στην περίπτωση της τροχιάς ενός σωματιδίου. Αυτό σχολιάζεται διεξοδικά στην ενότητα 5.4, όπου μελετάται η σύγκρουση ενός ψαριού με τα πτερύγια ως μηχανισμός τραυματισμού του.

## 5. Μηχανισμοί τραυματισμού ψαριών

Η διέλευση ενός ψαριού από έναν υδροστρόβιλο, ενδέχεται να προκαλέσει τραυματισμούς στο ψάρι, κάποιοι από τους οποίους μπορεί να αποδειχθούν και θανάσιμοι. Οι μηχανισμοί αυτοί, όπως φαίνονται και στο Σχήμα 5.1, είναι οι εξής (Cada G. F., 1997):

- Απότομες και ραγδαίες αλλαγές πίεσης
- Σπηλαίωση
- Διατμητικές τάσεις
- Τύρβη
- Συγκρούσεις με τοιχώματα
- Τριβές



Σχήμα 5.1: Σημεία ανάπτυξης μηχανισμών τραυματισμού των ψαριών κατά τη διέλευση τους από έναν υδροστρόβιλο (Πηγή: τροποποιήθηκε από Odeh, 1999)

Οι μηχανισμοί αυτοί προκαλούν διαφορετικά είδη τραυματισμών, τα οποία παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.1: Μηχανισμοί τραυματισμού ψαριών και συμπτώματα

Μηχανισμοί	Συμπτώματα
Μηχανικοί	Ακρωτηριασμοί: ολική ή μερική απώλεια τμημάτων του σώματος του ψαριού
	Κοψίματα στα πτερύγια
	Απώλεια λεπιών
	Μελανιές
	Πληγές στο δέρμα: μπορεί να περιλαμβάνουν απλές εκδορές στην επιδερμίδα ή να είναι βαθύτερες προκαλώντας βλάβη στο μυϊκό ιστό
Πίεση	Αιμορραγίες: εμφανείς εκροές αίματος σε διαφορετικά μέρη του σώματος του ψαριού (μάτια, πτερύγιο)
	Χρωματικές ανωμαλίες: Αλλαγές στο φυσικό χρωματισμό του δέρματος του ψαριού με την εμφάνιση μαύρων κηλίδων
	Καταστροφή της κύστης αέρα (air bladder)
	Εμβολή: εξωτερικά εμφανείς φυσαλίδες αέρα κάτω από το δέρμα του ψαριού
Διατμητικές τάσεις	Βλάβη στα βράγχια
	Σχισμές στο επίφραγμα (operculum)
Σπηλαιώση	Σοβαρές αιμορραγίες
	Βλάβες στον ιστό του ψαριού

(Πηγή: Dadswell, Rulifson, & Daborn, 2011)

## 5.1 Πίεση

Μέσα στον υδροστρόβιλο το ψάρι υπόκειται σε γρήγορες και απότομες αλλαγές πίεσης. Οι πιθανοί τραυματισμοί που μπορεί να συμβούν στο ψάρι εξαρτώνται από τη σφοδρότητα των αλλαγών πίεσης που υφίσταται αλλά και από το είδος του ψαριού.

Η αύξηση του πεδίου πίεσης που συμβαίνει στους περισσότερους υδροστροβίλους δεν προκαλεί άμεσο τραυματισμό στο ψάρι. Μάλιστα σε πολλά πειράματα, όπου έχουν δοκιμασθεί μεγαλύτερες αυξήσεις πίεσης από ότι σε έναν υδροστρόβιλο δε φαίνεται να προκάλεσαν σοβαρούς τραυματισμούς (Cada G. F., 1997). Αντίθετα, η πτώση πίεσης μέσα στον υδροστρόβιλο φαίνεται να είναι καθοριστική για τον τραυματισμό των ψαριών. Η επίδραση από την πτώση πίεσης δεν σχετίζεται μόνο με τη χαμηλή απόλυτη πίεση που βιώνει το ψάρι στον υδροστρόβιλο αλλά και στο ποσοστό μεταβολής πίεσης σε σχέση με την πίεση

εγκλιματισμού του ψαριού (acclimation pressure<sup>2</sup>). Για παράδειγμα, ένα ψάρι που βρίσκεται σε νερό πίεσης 101 *kPa* μπορεί να μην επηρεαστεί καθόλου κατά τη σύντομη διέλευση του από μια περιοχή του υδροστροβίλου χαμηλής πίεσης (π.χ. 60 *kPa*). Εάν το ψάρι όμως βρίσκεται σε μεγαλύτερο βάθος νερού, έχει προσαρμοστεί σε μεγαλύτερη πίεση (π.χ. 300 *kPa*). Έτσι, κατά την είσοδο του από την ίδια περιοχή του υδροστροβίλου, η μεταβολή της σχετικής πίεσης που θα βιώσει θα είναι πολύ μεγαλύτερη (Cada G. F., 1997).

Αν η πτώση πίεσης είναι στιγμιαία, το ψάρι δε θα μπορέσει να εκτονώσει τον αέρα από την κύστη αέρα (air bladder). Η διογκωμένη κύστη μπορεί ακόμη και να σκιστεί και να οδηγήσει σε θάνατο ή και σε αδυναμία διαφυγής του ψαριού σε περίπτωση που απειληθεί από κάποιον άλλον θηρευτή. Σύμφωνα με αποτελέσματα ερευνών, ο θανάσιμος τραυματισμός μπορεί να αποφευχθεί εάν η ελάχιστη πίεση είναι 30% της πίεσης εγκλιματισμού του ψαριού, δηλαδή εάν ο λόγος της πίεσης έκθεσης/πίεση εγκλιματισμού είναι 0.3 ή μεγαλύτερος (US Army Corps of Engineers, 1991).

Ο παραπάνω λόγος παίρνει τις ελάχιστες τιμές, κατά την έξοδο από το δρομέα. Δεδομένου ότι δεν υπάρχει αγωγός εκφυγής, η ροή καταλήγει σε ατμοσφαιρική πίεση μετά την έξοδο από το δρομέα. Συνεπώς, στην έξοδο η σχετική πίεση είναι 0 *kPa* και η απόλυτη 101.325 *kPa*.

Στον Πίνακα 5.2 παρατίθενται οι τιμές της πίεσης εγκλιματισμού για διάφορα βάθη, καθώς και οι τιμές του λόγου της πίεσης έκθεσης/πίεσης εγκλιματισμού που προκύπτουν κατά την έξοδο του ψαριού από τον υδροστροβίλο. Ως πίεση έκθεσης λαμβάνεται η ελάχιστη απόλυτη πίεση ίση με 101.325 *kPa*.

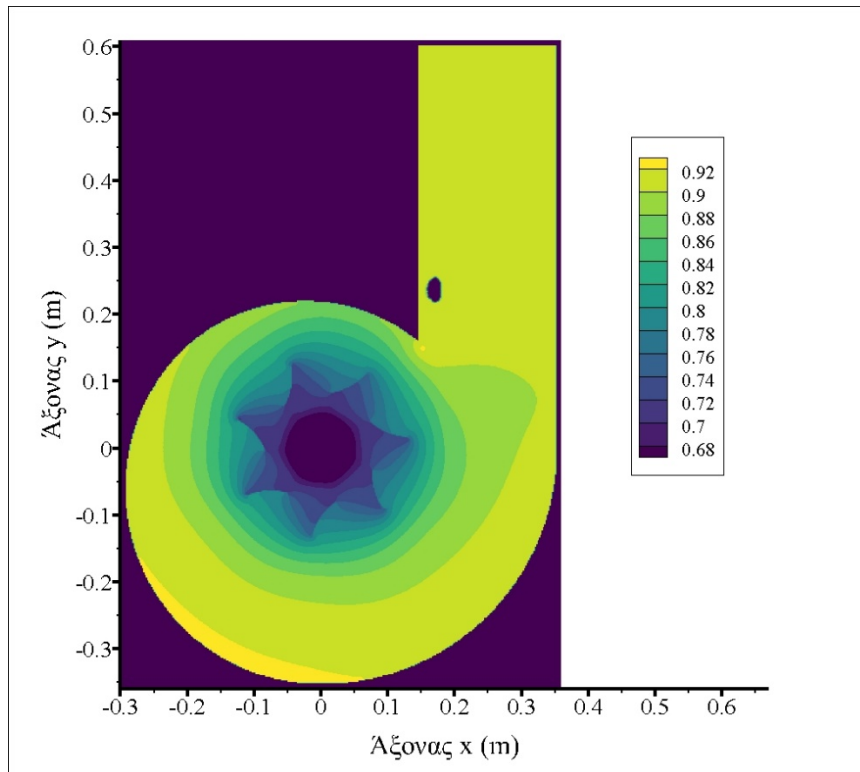
Πίνακας 5.2: Πίεση εγκλιματισμού και λόγος πίεσης έκθεσης/πίεση εγκλιματισμού για διάφορα βάθη

Βάθος <i>h</i> (m)	Πίεση εγκλιματισμού ( <i>kPa</i> )	Πίεση έκθεσης/Πίεση εγκλιματισμού
0	101.325	1
2.5	126.455	0.80
5	151.584	0.68
7.5	176.714	0.57
10	201.843	0.51

<sup>2</sup> Εγκλιματισμός είναι η διαδικασία κατά την οποία ένας οργανισμός προσαρμόζεται σε μια αλλαγή του περιβάλλοντος (αλλαγή υψομέτρου, θερμοκρασίας, πίεσης, υγρασίας, pH κ.α.)



Από τον παραπάνω πίνακα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι ένα ψάρι που έχει εγκλιματιστεί σε μικρότερα βάθη, τόσο λιγότερο ευάλωτο είναι σε τραυματισμό από την πτώση πίεσης, αφού ο κρίσιμος λόγος έχει μεγαλύτερες τιμές από 0.3. Ενδεικτικά, παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.2 οι τιμές του λόγου πίεσης έκθεσης/πίεσης εγκλιματισμού μέσα στον υδροστρόβιλο, για ένα ψάρι που έχει εγκλιματιστεί σε βάθος 5 m.



Σχήμα 5.2: Λόγος πίεσης έκθεσης/πίεσης εγκλιματισμού του ψαριού για βάθος  $h=5$  m

Από το παραπάνω σχήμα επιβεβαιώνεται ότι ένα ψάρι που έχει εγκλιματιστεί σε βάθος  $h = 5$  m δεν κινδυνεύει να τραυματιστεί από την πτώση πίεσης, τουλάχιστον για το συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας του υδροστρόβιλου. Εάν το υδραυλικό ύψος είναι μεγαλύτερο και ο υδροστρόβιλος συνδεθεί με έναν αγωγό απαγωγής, τότε ο λόγος της πίεσης έκθεσης/πίεσης εγκλιματισμού μπορεί να γίνει μικρότερος από τον κρίσιμο λόγο.

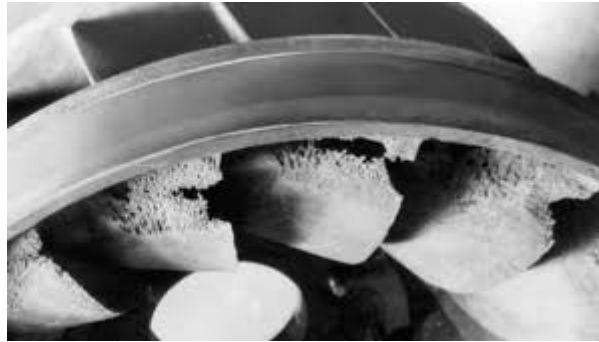
Όπως αναφέρθηκε, η αντοχή των ψαριών σε μια πτώση πίεσης εξαρτάται και από το είδος του ψαριού. Η τιμή του κρίσιμου λόγου που δόθηκε είναι μια τιμή που έχει προκύψει από κάποιες πειραματικές διαδικασίες και ενδέχεται να διαφέρει ανάλογα με το είδος του ψαριού, καθώς και την κατάσταση στην οποία βρίσκεται.

## 5.2 Σπηλαίωση

Το φαινόμενο της σπηλαίωσης αναπτύσσεται σε μια περιοχή της ροής όταν η στατική πίεση τείνει τοπικά να γίνει μικρότερη από την από την πίεση ατμοποίησης του υγρού, οπότε αυτό ατμοποιείται και αναπτύσσεται ένας θύλακας ατμοποιημένου υγρού, δηλαδή ατμού (Παπαντώνης, 2016). Η πίεση ατμοποίησης του κάθε υγρού είναι χαρακτηριστικό θερμοδυναμικό μέγεθος του υγρού και εξαρτάται από τη θερμοκρασία του.

Στην περιοχή όπου η στατική πίεση τείνει να γίνει μικρότερη από την πίεση ατμοποίησης αναπτύσσεται θύλακας ατμοποίησης στον οποίο η πίεση διατηρείται σταθερή και ίση προς την πίεση ατμοποίησης  $p_s$ . Κατάντη του ατμοποιημένου θύλακα, και σε περιοχή όπου η στατική πίεση τείνει να αυξηθεί πάνω από την πίεση ατμοποίησης, η μάζα του ατμού θα πρέπει να επανυγροποιηθεί. Η μετάβαση από τη φάση του ατμού στην υγρή φάση δε γίνεται στιγμιαία και για αυτό κατάντη του θύλακα παρατηρείται μια μεταβατική περιοχή στην οποία συνυπάρχουν και οι δύο φάσεις. Η πυκνότητα της υγρής φάσης είναι πολύ μεγαλύτερη από την πυκνότητα της φάσης του ατμού. Εξαιτίας αυτής της μεγάλης διαφοράς στις δύο πυκνότητες, το φαινόμενο της επανυγροποίησης συνοδεύεται τοπικά από αύξηση στατικής πίεσης κρουστικής μορφής. Η κρουστική αύξηση της στατικής πίεσης εξηγείται από το ότι κατά την επανυγροποίηση μιας φυσαλίδας ατμού, ο όγκος υγρού που αντιστοιχεί στη μάζα του ατμού είναι πολύ μικρός. Συνεπώς με την επανυγροποίηση της φυσαλίδας σχηματίζεται ένα κενό που τείνει να καταληφθεί από το περιβάλλοντα υγρό το οποίο επιταχύνεται γρήγορα αλλά και επίσης πολύ γρήγορα η ταχύτητα μηδενίζεται όταν ολόκληρος ο όγκος της πρώην φυσαλίδας καταληφθεί από το περιβάλλον υγρό. Η απότομη αυτή επιβράδυνση των υγρών στοιχείων έχει ως αποτέλεσμα με βάση το θεώρημα της ορμής την ανάπτυξη σημαντικών υπερπιέσεων (Παπαντώνης, 2016).

Οι έντονες κρουστικές υπερπιέσεις που μπορούν να φτάσουν μέχρι τα  $10^6$  *psi* λαμβάνουν χώρα κοντά στην περιρρεόμενη επιφάνεια με υψηλή συχνότητα. Στους υδροστροβίλους η πιθανή περιοχή ανάπτυξης του φαινομένου στον δρομέα είναι η περιοχή εξόδου του δρομέα, όπου η μέση στατική πίεση είναι χαμηλή. Τα κρουστικά κύματα όταν χτυπούν την στερεή επιφάνεια προκαλούν δονήσεις, μείωση απόδοσης της ροής αλλά και καταπονήσεις. Η καταπόνηση της επιφάνειας έχει ως αποτέλεσμα τη σημαντική φθορά του υλικού μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.3.



Σχήμα 5.3: Φθορά πτερυγίων υδροστροβίλου λόγω της σπηλαιώσης (Πηγή: Brennen, 1994)

Η επίδραση που έχει η σπηλαιώση στα ψάρια είναι παρόμοια με αυτή των στερεών τοιχωμάτων. Καθώς οι φυσαλίδες χτυπούν ένα ψάρι μπορούν να το τραυματίσουν. Για να αποφευχθεί το φαινόμενο της σπηλαιώσης σε έναν υδροστροβίλο, έχει αναπτυχθεί η αδιάστατη παράμετρος σπηλαιώσης  $\sigma$ . Η παράμετρος αυτή χαρακτηρίζει αποκλειστικά την τοποθέτηση του υδροστροβίλου και δίνεται από τον λόγο:

$$\sigma = \frac{H_{\theta}}{H} = \frac{H_{atm} - H_{\pi} - H_s}{H} \quad (5.1)$$

όπου

$H_{atm}$  είναι η ατμοσφαιρική πίεση,

$H_{\pi}$  το ύψος τοθέτησης του υδροστροβίλου σε σχέση με τη στάθμη του νερού κατάληξης,

$H_s$  η τάση των ατμών του υγρού,

$H$  η διαθέσιμη υδραυλική πτώση.

Για να μην αναπτυχθεί το φαινόμενο της σπηλαιώσης, άρα και η πιθανότητα τραυματισμού των ψαριών, η τιμή της  $\sigma$  θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από μια κρίσιμη τιμή  $\sigma_{κρ} = \frac{H_{κρ}}{H}$ . Η τιμή του  $\sigma_{κρ}$  ενός υδροστροβίλου προσδιορίζεται εργαστηριακά.

## 5.3 Διατμητικές τάσεις

### 5.3.1 Ορισμός διατμητικών τάσεων στα ρευστά

Οι διατμητικές τάσεις αποτελούν έναν μηχανισμό τραυματισμού των ψαριών, κατά τη διέλευση τους από έναν υδροστρόβιλο. Αιτία ανάπτυξης τους αποτελεί η συνεκτικότητα των ρευστών. Συνεκτικότητα ή ιξώδες είναι χαρακτηριστική φυσική ιδιότητα των ρευστών, και είναι το αίτιο εμφάνισης της διατμητικής εντατικής κατάστασης στη μάζα τους. Συνεκτικότητα είναι η ιδιότητα των ρευστών να ανθίστανται στη διάτμηση τους, δηλαδή στην κίνηση ενός στοιχείου ως προς το διπλανό του. Από φαινομενολογικής σκοπιάς η συνεκτικότητα μοιάζει με την τριβή δύο στερεών σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή και κινούνται σχετικά. Για αυτό το λόγο ονομάζεται και εσωτερική τριβή (Τσαγγάρης, 2015). Η φύση όμως των δύο δυνάμεων είναι εντελώς διαφορετική.

Εάν θεωρήσουμε δύο γειτονικά στοιχεία ρευστού που βρίσκονται σε σχετική κίνηση τότε αναπτύσσεται μεταξύ τους εφαπτομενική δύναμη, η οποία ονομάζεται διατμητική δύναμη  $d\vec{T}$ . Η διατμητική αυτή δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας λέγεται διατμητική τάση και δίνεται από τη σχέση:

$$d\vec{T} = \tau dE \vec{\tau}_o \quad (5.2)$$

όπου  $\vec{\tau}_o$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κατά κατεύθυνση παράλληλη σε στοιχείο επιφάνειας  $dE$ .

Οι διατμητικές τάσεις  $\tau_{xy}$  σε δισδιάστατο επίπεδο, όπως αποδεικνύεται και στο Παράρτημα Δ, δίνονται από τη σχέση:

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (5.3)$$

Για την εύρεση των μερικών παραγώγων  $\frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}$  που είναι απαραίτητες για τον υπολογισμό της διατμητικής τάσης, εκφράζουμε τις παραγώγους ως συνδυασμό των τιμών της συνάρτησης σε διακριτές θέσεις στη γειτονιά του υπό εξέταση σημείου. Συνεπώς, ο χώρος επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης διακριτοποιείται με  $N$  αριθμητικά σημεία. Τα σημεία αυτά τα οποία ονομάζονται αριθμητικοί κόμβοι, συνήθως ισαπέχουν μεταξύ τους απόσταση  $dx$ . Στην παρακάτω σχέση παρουσιάζονται οι εκφράσεις κεντρικών διαφορών σε ομοιόμορφο αριθμητικό πλέγμα με ακρίβεια τάξης  $\Delta x^2$ :

$$\left(\frac{dH}{dx}\right)_i = \frac{-H_{i-1} + H_{i+1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (5.4)$$

Στα μητρώα  $U(I,J)$  και  $V(I,J)$  έχουν αποθηκευτεί οι τιμές των συνιστωσών της ταχύτητας κατά την  $x$  και  $y$  διεύθυνση αντίστοιχα. Ο δείκτης  $I$  ορίζει τον αριθμητικό κόμβο κατά την  $x$  διεύθυνση και ο δείκτης  $J$  κατά την  $y$  διεύθυνση. Έτσι λοιπόν η παραπάνω σχέση εφαρμόζεται στον αλγόριθμο υπολογισμού ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{-U(I, J-1) + U(I, J+1)}{2\Delta y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{-V(I-1, J) + V(I+1, J)}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (5.5)$$

### 5.3.2 Μηχανισμός ανάπτυξης διατμητικών τάσεων στα ψάρια

Η ταχύτητα του νερού είναι ιδιαίτερα σημαντική για τη μεταφορά των υδρόβιων πληθυσμών και της τροφής τους. Ομοιόμορφες ταχύτητες ροής δεν είναι επιβλαβείς για τους πληθυσμούς. Όταν όμως η ταχύτητα αλλάξει απότομα σε τέτοια κλίμακα συγκρίσιμη με το μέγεθος του ψαριού, τότε οι διατμητικές τάσεις και οι δυνάμεις λόγω τύρβης που αναπτύσσονται μπορούν να προκαλέσουν τραυματισμούς στα ψάρια.

Ένα ψάρι που διέρχεται από δύο γειτονικές μάζες νερού διαφορετικών ταχυτήτων, αντιλαμβάνεται αλλαγή της ταχύτητας κατά μήκος της απόστασης. Ένα μέγεθος περιγραφής της αλλαγής της ταχύτητας κατά μήκος μια απόστασης είναι ο ρυθμός παραμόρφωσης  $e$  (strain rate) για τον οποίο ισχύει:

$$e = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (5.6)$$

Αν το ρευστό ήταν μη συνεκτικό, τότε το ψάρι απλώς θα περιστρεφόταν λόγω των διαφορετικών ταχυτήτων χωρίς να δέχεται κάποια δύναμη. Έτσι πιθανότατα δε θα κινδύνευε με κάποιο τραυματισμό, τουλάχιστον από δυνάμεις λόγω συνεκτικότητας. Αφού το νερό όμως είναι συνεκτικό ρευστό, το ψάρι δέχεται μια δύναμη λόγω της μάζας νερού που συναντάει, η οποία έχει διαφορετική ταχύτητα από αυτή που κινείται το ψάρι. Ανάλογα με το μέγεθος του ψαριού, η δύναμη μπορεί να είναι επιβλαβής για αυτό ή να μην προκαλεί κανέναν τραυματισμό.

Ένα ψάρι που συγκρούεται με κάποιο στερεό τοίχωμα του υδροστροβίλου θα δέχεται μια δύναμη που θα είναι ίση με την μάζα του ψαριού πολλαπλασιασμένης με την επιβράδυνση. Η δύναμη λοιπόν αυτή θα είναι μεγαλύτερη σε ένα μεγάλο ψάρι που χτυπάει με ένα στερεό τοίχωμα και επιβραδύνει απότομα από ένα μικρότερο ψάρι που θα έχει την ίδια επιβράδυνση. Η ίδια συνθήκη ισχύει αν ένα ψάρι, αντί να προσκρούσει σε κάποιο στερεό τοίχωμα, «χτυπήσει» πάνω σε μία μάζα νερού με διαφορετική ταχύτητα από αυτή που κινείται (Cada, Carlson, Ferguson, Richmond, & Sale, 1999).

Η επίδραση αυτής της δύναμης εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, όπως το μέγεθος του ψαριού, το στάδιο της ζωής του και τον τρόπο που χτυπάει με τη μάζα του νερού. Όσον αφορά το τελευταίο παράγοντα, αν το ψάρι προσκρούσει στο στερεό τοίχωμα με μικρή επιφάνεια η δύναμη που θα δεχτεί στο συγκεκριμένο σημείο θα είναι πολύ μεγαλύτερη από τη δύναμη που θα δεχόταν αν κατά την πρόσκρουση συμμετείχε μια ολόκληρη πλευρά του σώματος του ψαριού. Το ίδιο ισχύει αν αντί για στερεό τοίχωμα συγκρουστεί με μάζα νερού διαφορετικής ταχύτητας. Η δύναμη αυτή από τη μάζα νερού μπορεί να κατανεμηθεί ομοιόμορφα σε όλο το σώμα του ψαριού ή μπορεί να εντοπιστεί σε ένα συγκεκριμένο σημείο στο σώμα του ψαριού. Ανάλογα λοιπόν με το σημείο εφαρμογής και τον τρόπο κατανομής της, διαμορφώνεται και το μέγεθος της σοβαρότητας πιθανού τραυματισμού του ψαριού.

Διατμητικές μπορούν να αναπτυχθούν όχι μόνο όταν ένα ψάρι χτυπήσει πάνω σε κάποιο στερεό τοίχωμα του υδροστροβίλου, αλλά και στην περιοχή του οριακού στρώματος του ρευστού κοντά στα τοιχώματα, χωρίς φυσική επαφή με αυτά. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η σφοδρότητα της διατμητικής δύναμης αναμένεται να είναι μεγαλύτερη αν αυτή εφαρμοστεί σε μια μικρή περιοχή του σώματος του ψαριού, παρά σε μια μεγαλύτερη.

Στο εσωτερικό των υδροστροβίλων η ροή του ρευστού είναι περισσότερο τυρβώδης παρά στρωτή. Η διατμητική τάση στις τυρβώδεις ροές μπορεί να υπολογιστεί, άλλα είναι πιο πολύπλοκο από τη στρωτή ροή. Η διατμητική τάση για τυρβώδεις ροές δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_{\text{τυρβωδης}} = (\mu + \varepsilon) \left( \frac{du}{dy} \right) \quad (5.7)$$

όπου ο συντελεστής  $\varepsilon$  είναι μια αύξηση του ιξώδους λόγω της τύρβης (eddy or turbulent viscosity).

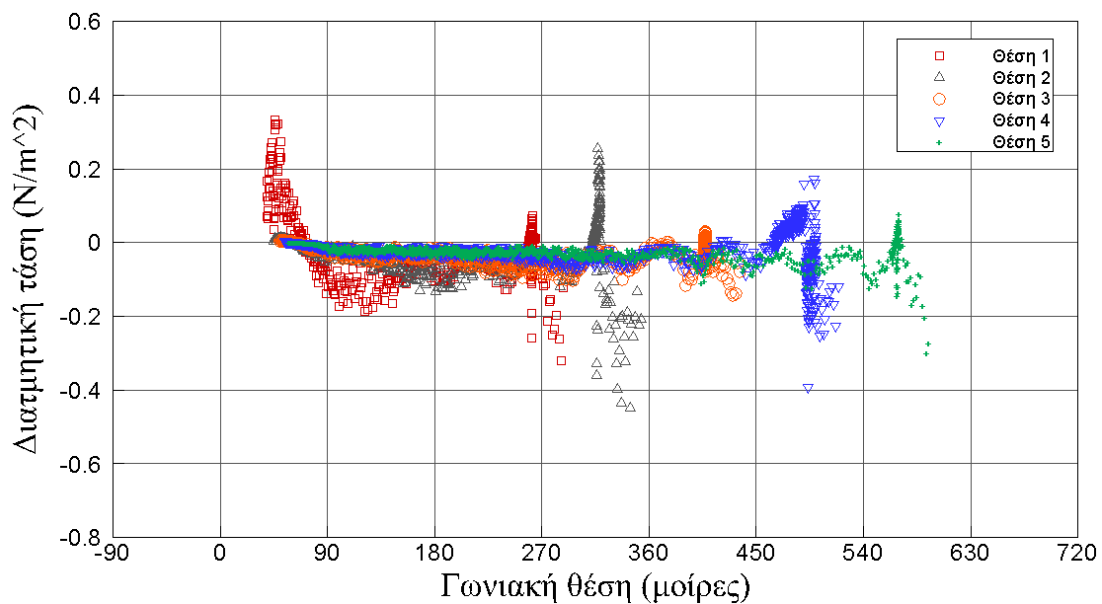
Οι τιμές του  $\varepsilon$  δεν δίνονται από πίνακες, όπως για το δυναμικό. Το μέγεθος του εξαρτάται από το πόσο τυρβώδης είναι η ροή. Αν η ροή είναι εντελώς στρωτή, τότε  $\varepsilon = 0$ , ενώ αν η ροή είναι πλήρως τυρβώδης, η επίδραση του δυναμικού ιξώδους είναι αμελητέα ( $\mu \ll 0$ ).

**Αποτελέσματα υπολογισμών**

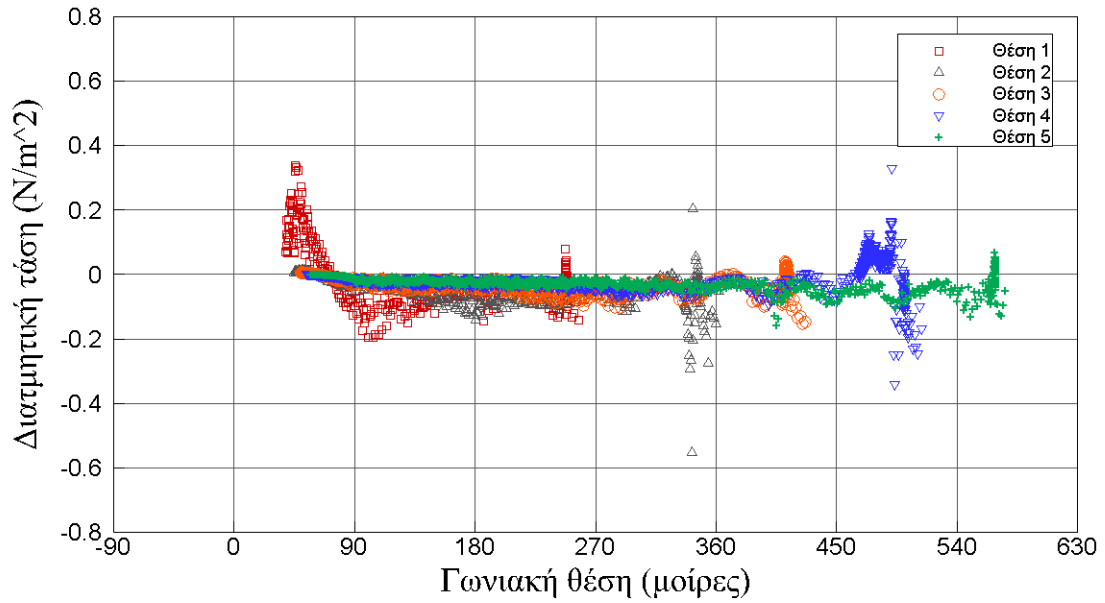
Για τον υπολογισμό των διατμητικών τάσεων δεν λήφθηκε υπόψιν ο συντελεστής  $\epsilon$ . Λαμβάνοντας υπόψιν νερό θερμοκρασίας  $15^\circ \text{C}$ , η δυναμική συνεκτικότητα του είναι ίση με  $\mu = 1.1373 \cdot 10^{-3} (\text{Pa} \cdot \text{s})$ . Κάθε χρονική στιγμή το ψάρι βρίσκεται ως προς μια γωνία  $\theta$  σε σχέση με τους άξονες  $x, y$ . Συνεπώς, για τον υπολογισμό της διατμητικής τάσης απαιτείται μετασχηματισμός της ως προς ένα νέο σύστημα συντεταγμένων  $(x', y')$ . Η διατμητική τάση για το νέο αυτό σύστημα, όπως αποδεικνύεται αναλυτικά στο Παράρτημα Δ, είναι:

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (5.8)$$

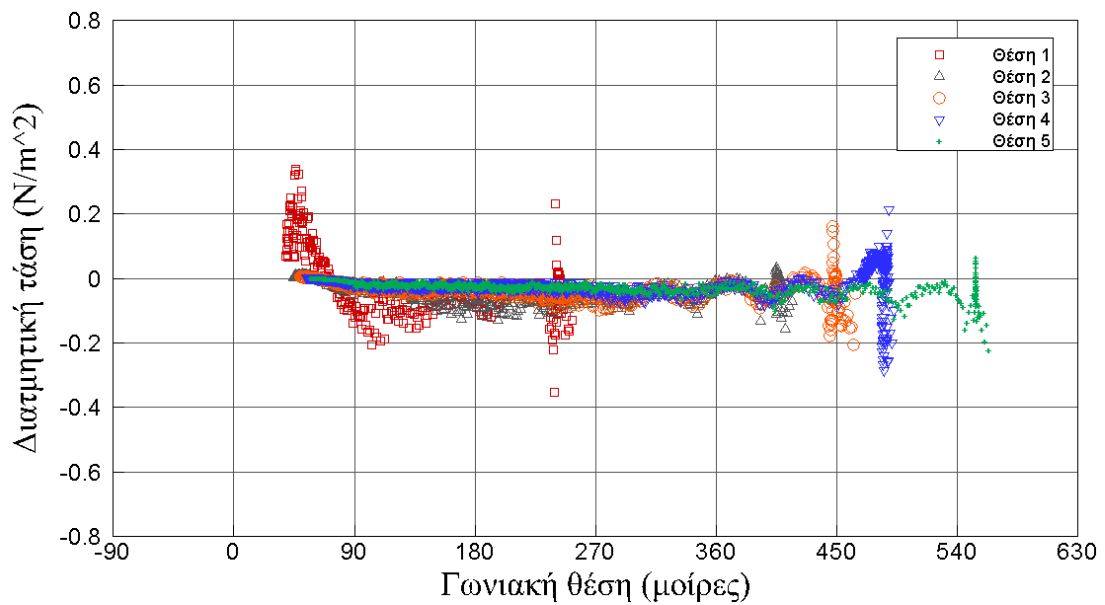
Στα παρακάτω σχήματα (Σχήμα 5.4, 5.5, 5.6) παρουσιάζονται οι διατμητικές τάσεις για πέντε διαφορετικές τροχιές και για τα σωματίδια διαφορετικών διαμέτρων.



Σχήμα 5.4: Διατμητικές τάσεις για σφαιρικά σωματίδια διαμέτρου  $d = 100 \mu\text{m}$



Σχήμα 5.5: Διατμητικές τάσεις για σφαιρικά σωματίδια διαμέτρου  $d = 1000 \mu m$



Σχήμα 5.6: Διατμητικές τάσεις για σφαιρικά σωματίδια διαμέτρου  $d = 2000 \mu m$



## ***5.4 Σύγκρουση με τα πτερύγια του δρομέα***

Κατά τη διέλευση του ψαριού μέσα από τον υδροστροβίλο εγκυμονεί ο κίνδυνος τραυματισμού του λόγω σύγκρουσης ή τριβής με τα πτερύγια του υδροστροβίλου και με άλλα τμήματά του. Οι μηχανισμοί τραυματισμού μπορούν να διακριθούν πιο αναλυτικά ως ακολούθως:

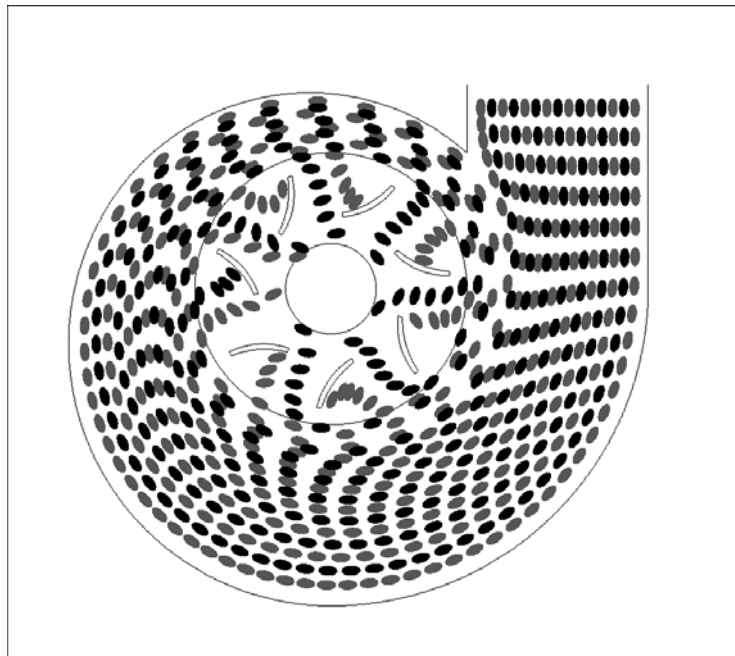
- Σύγκρουση με την ακμή προσβολής του πτερυγίου
- Τρίψιμο της επιφάνειας του ψαριού ανάμεσα σε μια στενή περιοχή που μπορεί να δημιουργηθεί μεταξύ ενός πτερυγίου και ενός γειτονικού εξαρτήματος
- Εκδορές λόγω τριβής σε στερεά τοιχώματα του υδροστροβίλου
- Χτύπημα σε κάποιο τοίχωμα του υδροστροβίλου
- Κόψιμο του ψαριού από περιστρεφόμενο πτερύγιο αμέσως μετά το πέρασμα του από την ακμή εκφυγής των ρυθμιστικών πτερυγίων

### ***5.4.1 Πιθανότητα σύγκρουσης με τα πτερύγια του δρομέα***

Η πιθανότητα τραυματισμού ή ακόμα και θανάτου ενός ψαριού από χτύπημα είναι συνάρτηση πολλών παραγόντων που έχουν να κάνουν τόσο με το ψάρι όσο και με τα χαρακτηριστικά του υδροστροβίλου. Όσον αφορά το ψάρι, χαρακτηριστικά όπως το μήκος του, η μάζα, το είδος, το στάδιο ζωής στο οποίο βρίσκεται είναι αυτά που διαμορφώνουν και την πιθανότητα τραυματισμού του. Από την άλλη, χαρακτηριστικά του υδροστροβίλου όπως ο αριθμός των πτερυγίων του δρομέα, η απόσταση μεταξύ τους, η ταχύτητα περιστροφής τους καθώς και το πόσο αιχμηρές είναι οι ακμές προσβολής και εκφυγής τους, διαμορφώνουν και αυτά με τη σειρά τους την πιθανότητα τραυματισμού του ψαριού. Εκτός από τα παραπάνω χαρακτηριστικά υπάρχουν και άλλα που διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στη θνησιμότητα των ψαριών και έχουν να κάνουν με τη σχέση ψαριού-υδροστροβίλου, όπως για παράδειγμα ο προσανατολισμός του ψαριού τη στιγμή της σύγκρουσης με την επιφάνεια των πτερυγίων και η σχετική ταχύτητα κίνησης του ψαριού ως προς την ταχύτητα περιστροφής των πτερυγίων του δρομέα.

#### 5.4.2 Υπολογισμός ποσοστού σύγκρουσης με τα πτερύγια του δρομέα

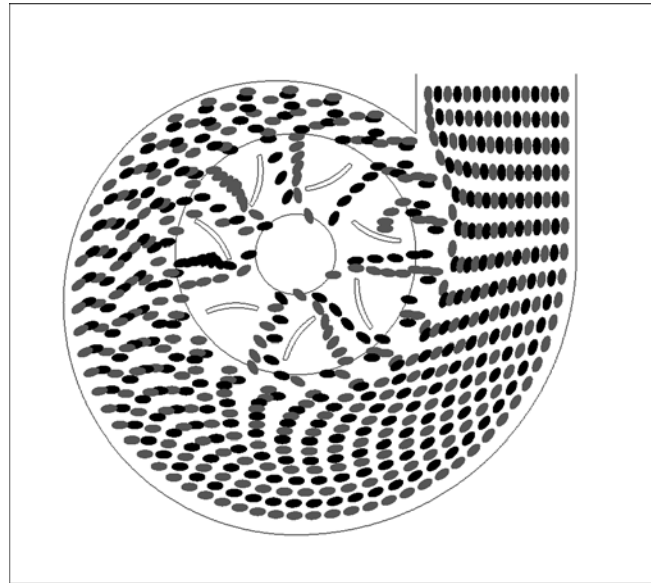
Για την εύρεση του ποσοστού σύγκρουσης με τα πτερύγια, σχεδιάστηκαν οι τροχιές που ακολουθούν τα διαφορετικά μοντέλα ψαριού. Η μελέτη έγινε για δεκαπέντε τροχιές, ενώ χρησιμοποιήθηκαν δύο μοντέλα ψαριών, ένα μικρότερο μήκους  $0.02\text{ m}$  και ένα μεγαλύτερο μήκους  $0.03\text{ m}$ . Όσον αφορά το πλάτος των ψαριών, χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικά μοντέλα ψαριού, το ένα με λόγο μήκος/πλάτος  $1:2$  και το άλλο με λόγο  $1:4$ . Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται τα μοντέλα ψαριών με μήκος  $0.02\text{ m}$  και λόγο μήκος/πλάτος  $1:2$ . Στο Σχήμα 5.7 για τη μοντελοποίηση χρησιμοποιήθηκαν σφαιρικά σωματίδια διαμέτρου  $d = 100\ \mu\text{m}$ , στο Σχήμα 5.8 διαμέτρου  $d = 1000\ \mu\text{m}$  και στο Σχήμα 5.9 διαμέτρου  $d = 2000\ \mu\text{m}$ .



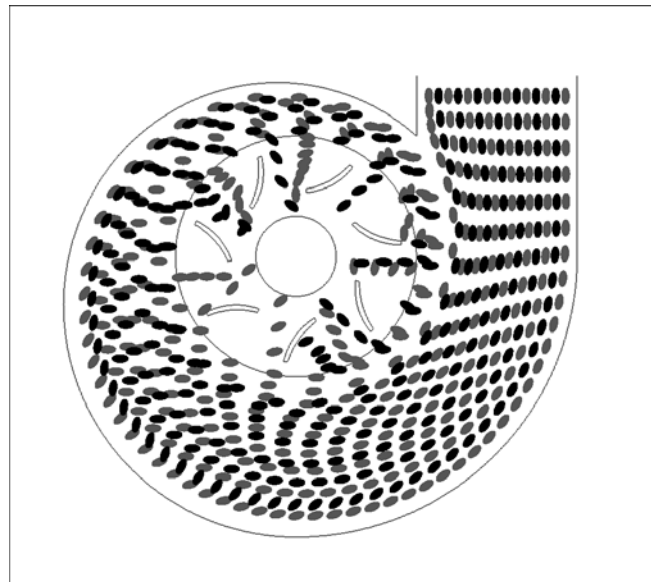
Σχήμα 5.7: Έλεγχος σύγκρουσης τροχιών με πτερύγια για μοντέλο ψαριού μήκους  $0.02\ \mu\text{m}$ , λόγο μήκος/πλάτος  $1:2$  και σωματιδίων διαμέτρου  $d = 100\ \mu\text{m}$

Εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι υπάρχουν τροχιές ψαριών που συγκρούονται με τα πτερύγια. Αυτό δε συνέβαινε στην περίπτωση των γραμμών ροής και στην περίπτωση όπου είχαμε μόνο ένα σφαιρικό σωματίδιο Lagrange, όπου αυτό ακολουθούσε πορεία γύρω από το πτερύγιο. Εισάγοντας όμως περισσότερα σωματίδια για να προσομοιωθεί το μήκος του ψαριού και παρουσιάζοντας το ως έλλειψη στη συνέχεια για να έχει και πάχος, τότε αυτό ενδέχεται να συγκρουστεί με τα πτερύγια. Αυτό είναι αναμενόμενο και ανταποκρίνεται στην

πραγματικότητα, λόγω της μεγαλύτερης αδράνειας που έχει το ψάρι σε σχέση με ένα μικρό σφαιρικό σωματίδιο.



Σχήμα 5.8: Έλεγχος σύγκρουσης τροχιών με πτερύγια για μοντέλο ψαριού μήκους  $0.02 \mu m$ , λόγο μήκους/πλάτος 1:2 και σωματιδίων διαμέτρου  $d = 1000 \mu m$



Σχήμα 5.9: Έλεγχος σύγκρουσης τροχιών με πτερύγια για μοντέλο ψαριού μήκους  $0.02 \mu m$ , λόγο μήκους/πλάτος 1:2 και σωματιδίων διαμέτρου  $d = 2000 \mu m$

Στους Πίνακες 5.3, 5.4, 5.5 και 5.6 παρουσιάζεται συνοπτικά ο αριθμός των τροχιών που συγκρούονται με τα πτερύγια για όλα τα διαφορετικά μοντέλα ψαριών που αναφέρθηκαν

παραπάνω καθώς και ενός με σωματίδια διαμέτρου  $d = 5000 \mu m$  και υπολογίζεται το ποσοστό σύγκρουσης με τα πτερύγια.

Πίνακας 5.3: Ποσοστό σύγκρουσης με πτερύγια ψαριών με μήκος  $0.02 m$  και με λόγο μήκος/πλάτος 1:2

Διάμετρος σωματιδίων προσομοίωσης ( $\mu m$ )	Αριθμός τροχιών που συγκρούονται με πτερύγια	Ποσοστό σύγκρουσης (%)
100	7	46.7
1000	3	20.0
2000	3	20.0
5000	3	20.0

Πίνακας 5.4: Ποσοστό σύγκρουσης με πτερύγια ψαριών με μήκος  $0.02 m$  και με λόγο μήκος/πλάτος 1:4

Διάμετρος σωματιδίων προσομοίωσης ( $\mu m$ )	Αριθμός τροχιών που συγκρούονται με πτερύγια	Ποσοστό σύγκρουσης (%)
100	6	40.0
1000	1	6.7
2000	1	6.7
5000	4	26.7

Πίνακας 5.5: Ποσοστό σύγκρουσης με πτερύγια ψαριών με μήκος  $0.03 m$  και με λόγο μήκος/πλάτος 1:2

Διάμετρος σωματιδίων προσομοίωσης ( $\mu m$ )	Αριθμός τροχιών που συγκρούονται με πτερύγια	Ποσοστό σύγκρουσης (%)
100	8	53.3
1000	5	33.3
2000	6	40.0
5000	6	40.0

Πίνακας 5.6: Ποσοστό σύγκρουσης με πτερύγια ψαριών με μήκος 0.03 m και με λόγο μήκος/πλάτος 1:4

Διάμετρος σωματιδίων προσομοίωσης ( $\mu m$ )	Αριθμός τροχιών που συγκρούονται με πτερύγια	Ποσοστό σύγκρουσης (%)
100	7	46.7
1000	3	20.0
2000	2	13.3
5000	6	40.0

Από τους παραπάνω πίνακες φαίνεται ότι προσομοίωση με σωματίδια Lagrange διαμέτρου  $d = 5000 \mu m$  οδηγεί σε υψηλότερα ποσοστά σύγκρουσης με τα πτερύγια. Αυτό πιθανότατα συμβαίνει λόγω της μεγαλύτερης αδράνειας που έχουν, με αποτέλεσμα να μην μπορούν να κινηθούν γύρω από τα πτερύγια, αλλά να συγκρούονται με αυτά. Επίσης, τα ποσοστά σύγκρουσης των μοντέλων ψαριού με λόγο μήκος/πλάτος 1:2 είναι μεγαλύτερα των μοντέλων με λόγο 1:4, τόσο για μήκος ψαριού 0.02 m όσο και για μήκος 0.03 m. Πολλά ψάρια συγκρούονται πλευρικά και όχι μετωπικά. Έτσι, έχοντας μικρότερο πλάτος δεν χτυπούν στα πτερύγια και διέρχονται γύρω από αυτά. Τέλος, όσον αφορά τη σύγκριση μεταξύ ίδιου λόγου αλλά διαφορετικού μήκους, τα μοντέλα ψαριού με μήκος 0.02 m έχουν μικρότερο ποσοστό σύγκρουσης με τα αντίστοιχα μήκους 0.03 m. Συμπερασματικά λοιπόν, μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι μεγαλύτερα ψάρια έχουν και μεγαλύτερο ποσοστό σύγκρουσης.

#### 5.4.3 Ανάπτυξη πτερυγίων δρομέα φιλικού προς τα ψάρια

Ένας υδροστρόβιλος Francis που θα είναι φιλικός προς τα ψάρια θα πρέπει να μπορεί παράλληλα να λειτουργεί και στις βέλτιστες συνθήκες. Μερικές προδιαγραφές που θα πρέπει να διαθέτει για να προκαλεί όσο το δυνατόν λιγότερο ή και καθόλου τραυματισμούς στα ψάρια που διέρχονται από αυτόν είναι:

- Μειωμένος αριθμός πτερυγίων δρομέα. Λιγότερα πτερύγια θα μειώσουν την πιθανότητα σύγκρουσης ενός ψαριού με αυτά και θα αυξήσουν το διαθέσιμο χώρο περάσματος ενός ψαριού, οδηγώντας έτσι και σε μικρότερη πιθανότητα εκδορών από τριβές. Τα νέα πτερύγια θα είναι μακρύτερα προκειμένου η παροχή να διατηρείται ίδια

και να μην μειώνεται η απόδοση της μηχανής καθώς και να αποφευχθεί η σπηλαιώση (Odeh, 1999).

- Αύξηση πάχους ακμών προσβολής πτερυγίων. Χρησιμοποιώντας πιο παχιές ακμές προσβολής στα πτερύγια αυξάνεται η πιθανότητα το ψάρι να κινηθεί ομαλά γύρω από αυτή παρά να συγκρουστεί με αυτή, αν ήταν πιο λεπτή και μυτερή.
- Μικρότερες ταχύτητες περιστροφής του δρομέα (Cada G. F., 1997). Αν ο δρομέας περιστρέφεται με χαμηλότερες ταχύτητες, τότε και η ταχύτητα σύγκρουσης του ψαριού με τα πτερύγια θα είναι μικρότερη. Αυτό κατά συνέπεια θα οδηγήσει και σε χαμηλότερο ποσοστό τραυματισμού και θνησιμότητας των ψαριών.
- Μείωση των κενών μεταξύ κινητών και ακίνητων μερών του υδροστροβίλου (Cada G. F., 1997). Σε αυτή την περίπτωση το ψάρι δε θα μπορεί να εγκλωβιστεί ανάμεσα σε κινητά και ακίνητα μέρη. Έτσι αποφεύγεται ο κίνδυνος τεμαχισμού του από τα κινητά πτερύγια και συνεπώς ο άμεσος θάνατος του.
- Οδήγηση ψαριού κοντά στο πόδι των πτερυγίων του δρομέα. Ψάρια που συγκρούονται κοντά στο πόδι των πτερυγίων έχουν και μικρότερη πιθανότητα τραυματισμού από τη σύγκρουση κοντά στην κεφαλή των πτερυγίων λόγω των μικρότερων ταχυτήτων σύγκρουσης. Συνεπώς υδροστροβίλοι που έχουν σχεδιαστεί να απομακρύνουν τα ψάρια μακριά από την περιφέρεια του δρομέα προκαλούν και μικρότερα ποσοστά τραυματισμού (Cada G. F., 1997).

## 6. Επίλογος

### 6.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία προσομοιώθηκε η τροχιά διαφορετικών μοντέλων ψαριού σε έναν απλοποιημένο υδροστροβίλο Francis δισδιάστατης ροής, με την ανάπτυξη και εφαρμογή υπολογιστικού κώδικα σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran 95 και έγινε σύγκριση με την πορεία που ακολουθούν οι αντίστοιχες γραμμές ροής. Επίσης, προσδιορίστηκαν οι μηχανισμοί που οδηγούν στον τραυματισμό της ιχθυοπανίδας κατά τη διέλευσή της μέσω του υδροστροβίλου.

Για τη δημιουργία κατάλληλου δισδιάστατου πλέγματος υπολογισμών στη Fortran, ώστε να μπορεί να είναι αξιοποιήσιμο το πεδίο ροής από το Ansys, η επίλυση του οποίου έγινε από το Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, χρησιμοποιήθηκε ως μέθοδος παρεμβολής, η σταθμισμένη παρεμβολή αντίστροφης απόστασης (Inverse distance weighted interpolation). Για να βρεθεί η ακρίβεια της σταθμισμένης παρεμβολής αντίστροφης απόστασης χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος cross-validation. Με βάση τη συγκεκριμένη μέθοδο, υπολογίστηκαν για διάφορα σημεία η απόκλιση της αρχικής δεδομένης τιμής τους και της τιμής που προκύπτει από την παρεμβολή. Υπολογίζοντας στη συνέχεια το μέσο απόλυτο και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για την πίεση και την ταχύτητα, βρέθηκε η ακρίβεια της χρησιμοποιούμενης μεθόδου παρεμβολής.

Για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων, ώστε να βρεθούν οι γραμμές ροής, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Euler. Προκειμένου να επιλεγεί κατάλληλο χρονικό βήμα, ώστε τα αποτελέσματα να είναι ακριβή, υπολογίστηκε μια γραμμή ροής με διαφορετικά χρονικά βήματα και ο χρόνος που απαιτούνταν για τον υπολογισμό πλήθους γραμμών ροής. Για να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβεια με όσο το δυνατό μικρότερο υπολογιστικό χρόνο, χρησιμοποιήθηκε χρονικό βήμα  $dt = 1 \times 10^{-6} \text{ sec}$ .

Για τον υπολογισμό της τροχιάς μοντέλων ψαριού, χρησιμοποιήθηκαν σφαιρικά σωματίδια Lagrange με μάζα διαφορετικών διαμέτρων. Αφήνοντας τα σωματίδια να εκκινήσουν από διαφορετικές θέσεις στην είσοδο του υδροστροβίλου, υπολογίστηκε η τροχιά τους. Μιας και καθένα από αυτά ακολουθούσε τη δική του τροχιά, ήταν απαραίτητη η αναδιάταξη τους σε κάθε χρονικό βήμα, ώστε να μην «σπάει» το ψάρι. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, βρέθηκε σε κάθε χρονική στιγμή η ευθεία που προσέγγιζε αυτά τα σημεία η οποία

είχε μήκος ίσο με το μήκος του ψαριού. Γύρω από την ευθεία αυτή αναπτύχθηκε μια έλλειψη, για την καλύτερη απεικόνιση των μοντέλων ψαριού.

Αφού βρέθηκε η τροχιά των διαφορετικών μοντέλων ψαριού, έγινε δυνατός ο προσδιορισμός των μηχανισμών τραυματισμού τους. Όσον αφορά τη μεταβολή πίεσης, βρέθηκε ότι τα ψάρια που έχουν εγκλιματιστεί σε πίεση κοντά στην ατμοσφαιρική, δηλαδή στην επιφάνεια της θάλασσας, είναι λιγότερα ευάλωτα σε μεταβολές πίεσης από ότι τα ψάρια που έχουν εγκλιματιστεί σε μεγαλύτερα βάθη. Επίσης, βρέθηκε ότι στο δρομέα του υδροστροβίλου, όπου η πίεση φτάνει στην ελάχιστη τιμή της, είναι και το σημείο όπου ένα ψάρι είναι πιο πιθανό να τραυματιστεί. Για το συγκεκριμένο πεδίο ροής, όλα τα μοντέλα ψαριών που είχαν εγκλιματιστεί σε βάθος έως 10 m, δεν κινδύνευαν να τραυματιστούν από την πτώση πίεσης καθώς ο λόγος της πίεσης έκθεσης/πίεσης εγκλιματισμού ήταν μεγαλύτερος της τιμής 0.3 που έχει βρεθεί ως κρίσιμη τιμή από πειραματικά δεδομένα.

Για τις διατμητικές τάσεις, όπως αναφέρθηκε, δεν λήφθηκε υπόψιν η τυρβώδης συνεκτικότητα της ροής. Για όλα τα σωματίδια αυτές κυμαίνονταν από  $-0.5 \frac{N}{m^2}$  έως  $0.4 \frac{N}{m^2}$ . Οι τιμές αυτές δεν προκαλούν τραυματισμό στα ψάρια.

Για την εύρεση του ποσοστού σύγκρουσης με τα πτερύγια του δρομέα χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα ψαριού διαφορετικού μήκους. Χρησιμοποιήθηκαν επίσης μοντέλα με λόγο μήκος/πλάτος 1:2 και 1:4. Βρέθηκε ότι τα μοντέλα ψαριού μεγαλύτερου μήκους είχαν και μεγαλύτερο ποσοστό σύγκρουσης με τα πτερύγια του δρομέα.

Τέλος, η μέθοδος υπολογισμού της τροχιάς με χρήση σφαιρικών σωματιδίων Lagrange με μάζα, φαίνεται να παρουσιάζει ικανοποιητικά αποτελέσματα, καθώς τα σωματίδια αυτά και ειδικότερα όσα έχουν μικρότερη διάμετρο άρα και μικρότερη αδράνεια, ακολουθούν τροχιά παρόμοια με την πορεία των γραμμών ροής. Επίσης, ένα σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ο μικρός υπολογιστικός χρόνος σε σχέση με πιο απαιτητικές μεθόδους (π.χ. overset).



## **6.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα**

Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία υπήρχαν αρκετές ιδέες που θα μπορούσαν να εφαρμοστούν αλλά δεν ήταν δυνατόν λόγω του περιορισμένου χρόνου, μιας και χρειαζόταν περισσότερη εμβάθυνση.

Στη διαδικασία επίλυσης θα μπορούσαν να συνυπολογιστούν και οι δυνάμεις επί του αντικειμένου που εδώ αμελούνται και υπολογίζονται μόνο για κάθε σωματίδιο ξεχωριστά. Επίσης, η εύρεση της τροχιάς των μοντέλων ψαριού θα μπορούσε να γίνει με την ανάπτυξη και εφαρμογή ακριβέστερης μεθόδου, όπως για παράδειγμα *overset* ή δυναμική επίλυση. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της ακριβέστερης μεθόδου με την υπάρχουσα, θα ήταν δυνατό να εκτιμηθεί η ακρίβεια της παρούσας.

Ένα ακόμη σημείο στην εργασία που χρήζει περαιτέρω ανάλυση είναι αυτό του υπολογισμού των διατμητικών τάσεων. Στον υπολογισμό δεν ελήφθη η τυρβώδης συνεκτικότητα της ροής, η οποία μπορεί να ληφθεί από την αριθμητική επίλυση της ροής.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα παρουσίαζε και η μελέτη διαφορετικής γεωμετρίας, για παράδειγμα με μικρότερο αριθμό πτερυγίων δρομέα, ώστε να διαπιστωθεί αν μειώνεται η πιθανότητα τραυματισμού του ψαριού από τους διάφορους μηχανισμούς. Ακόμα, η ανάλυση θα μπορούσε να γίνει και σε διαφορετικά σημεία λειτουργίας του υδροστροβίλου. Τέλος, μια τρισδιάστατη μοντελοποίηση και επίλυση θα έδινε ακόμα πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα.

## Παράρτημα

### Παράρτημα Α

#### Εξισώσεις διατήρησης της ορμής σε νευτώνιο ρευστό (εξισώσεις Navier-Stokes)

Οι εξισώσεις διατήρησης ορμής σε νευτώνιο ρευστό δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{Du}{Dt} &= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu' \operatorname{div} \vec{v} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\
 \rho \frac{Dv}{Dt} &= \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \mu' \operatorname{div} \vec{v} \right] \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\
 \rho \frac{Dw}{Dt} &= \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left[ 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \mu' \operatorname{div} \vec{v} \right]
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Οι εξισώσεις αυτές λέγονται εξισώσεις Navier-Stokes για το συμπίεστο ρευστό. Υποθέτοντας ότι το ρευστό είναι ασυμπίεστο ( $\rho = \text{const}$ ) όπως το νερό, τότε οι παραπάνω εξισώσεις απλοποιούνται χρησιμοποιώντας τη σχέση  $\operatorname{div} \vec{v} = 0$ . Υποθέτοντας και  $\mu = \text{const}$  προκύπτουν οι εξισώσεις Navier-Stokes για το ασυμπίεστο ρευστό στις καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{Du}{Dt} &= \rho g_x + \mu \Delta u - \frac{\partial p}{\partial x} \\
 \rho \frac{Dv}{Dt} &= \rho g_y + \mu \Delta v - \frac{\partial p}{\partial y} \\
 \rho \frac{Dw}{Dt} &= \rho g_z + \mu \Delta w - \frac{\partial p}{\partial z}
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

όπου  $\Delta$  είναι ο τελεστής Laplace που δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{A.3}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις γράφονται σε διανυσματική μορφή:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \vec{g} - \text{grad}p + \mu \Delta \vec{v} \quad (\text{A.4})$$

## Παράρτημα Β

### Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

Η θεωρία στην οποία βασίζεται η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων είναι η ελαχιστοποίηση της απόκλισης μεταξύ της ευθείας και  $N+1$  δεδομένων σημείων. Αν θεωρήσουμε  $f(x_i)$  το πολυώνυμο προσέγγισης, τότε η παραπάνω απόκλιση για τιμές εισόδου  $x_i$ ,  $i = 0, \dots, N$  δίνεται από τη σχέση:

$$e_i = f(x_i) - y_i \quad (\text{B.1})$$

όπου  $y_i$  είναι η τεταγμένη της τιμής εισόδου  $x_i$ .

Η ελαχιστοποίηση αυτής της απόκλισης αποτυπώνεται στην ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγώνων των  $N + 1$  κομβικών σημείων, δηλαδή πρέπει:

$$\sum_{i=0}^N (e_i)^2 = \text{ελάχιστο} \quad (\text{B.2})$$

Το πολυώνυμο προσέγγισης βαθμού  $n$  δίνεται στη γενική του μορφή ως:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n \quad (\text{B.3})$$

Άρα η απόκλιση  $e_i$  ορίζεται από τη σχέση:

$$e_i = f(x_i) - y_i = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_{n-1}x_i^{n-1} + a_nx_i^n \quad (\text{B.4})$$

Με βάση τα παραπάνω το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί γράφεται ως εξής:

$$E = \sum_{i=0}^N (e_i)^2 = (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_{n-1}x_i^{n-1} + a_nx_i^n - y_i)^2 = \text{ελάχιστο} \quad (\text{B.5})$$

Η ελαχιστοποίηση της ποσότητας  $E$  επιτυγχάνεται με εκείνες τις τιμές των συντελεστών του πολυωνύμου που μηδενίζουν τις παραγώγους

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = \sum_{i=0}^N 2 (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_{n-1} x_i^{n-1} + a_n x_i^n - y_i) x_i^k = 0 \quad (\text{B.6})$$

και ταυτόχρονα οι δεύτερες παράγωγοι έχουν θετικές τιμές.

Οι  $n + 1$  παραπάνω εξισώσεις οδηγούν στο ακόλουθο σύστημα γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{bmatrix} (N+1) & \sum_{i=0}^N x_i & \dots & \sum_{i=0}^N x_i^n \\ \sum_{i=0}^N x_i & \sum_{i=0}^N x_i^2 & \dots & \sum_{i=0}^N x_i^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^N x_i^n & \sum_{i=0}^N x_i^{n+1} & \dots & \sum_{i=0}^N x_i^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^N y_i \\ \sum_{i=0}^N y_i x_i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^N y_i x_i^n \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

## Παράρτημα Γ

Εξίσωση έλλειψης με κέντρο τυχαίο σημείο και στραμμένη ως προς μια γωνία σε σχέση με τον άξονα  $x$

Αρχικά υποθέτουμε ότι έχουμε ένα σημείο  $(x, y)$  το οποίο βρίσκεται σε γωνία  $\varphi$  σε σχέση με τον άξονα  $x$ . Για τις πολικές συντεταγμένες του σημείου αυτού ισχύει:

$$\begin{aligned} x &= r \cos\varphi \\ y &= r \sin\varphi \end{aligned} \quad (\text{Γ.1})$$

όπου  $r$  είναι η απόσταση του σημείου από την αρχή των αξόνων. Περιστρέφοντας το σημείο με αντιωρολογιακή φορά κατά μία γωνία  $\theta$  και κρατώντας σταθερή την απόσταση  $r$ , προκύπτει ένα νέο σημείο  $(u, v)$ , το οποίο βρίσκεται σε γωνία  $\varphi + \theta$  σε σχέση με τον άξονα  $x$ . Έτσι οι πολικές συντεταγμένες του σημείου αυτού θα είναι:

$$\begin{aligned} u &= r \cos(\varphi + \theta) \\ v &= r \sin(\varphi + \theta) \end{aligned} \quad (\text{Γ.2})$$

Χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους τριγωνομετρικούς μετασχηματισμούς για το ημίτονο και το συνημίτονο, συσχετίζουμε τις συντεταγμένες του με τις αρχικές μεταβλητές. Έχουμε λοιπόν:

$$\begin{aligned} u &= r \cos\varphi \cos\theta - r \sin\varphi \sin\theta = (r \cos\varphi) \cos\theta - (r \sin\varphi) \sin\theta \\ v &= r \sin\varphi \cos\theta + r \cos\varphi \sin\theta = (r \sin\varphi) \cos\theta + (r \cos\varphi) \sin\theta \end{aligned} \quad (\text{Γ.3})$$

Με αντικατάσταση των  $x, y$  προκύπτει:

$$\begin{aligned} u &= x \cos \theta - y \sin \theta \\ v &= y \cos \theta + x \sin \theta \end{aligned} \quad (\Gamma.4)$$

Έτσι λοιπόν προκύπτει η εξίσωση μίας έλλειψης η οποία έχει στραφεί κατά μια γωνία  $\theta$ . Η αντίστροφη διαδικασία μπορεί να γίνει για στροφή κατά  $2\pi - \theta$ , οπότε θα ισχύει:

$$\begin{aligned} u &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ v &= y \cos \theta - x \sin \theta \end{aligned} \quad (\Gamma.5)$$

Εφαρμόζοντας τις μεθόδους για εξίσωση μετασχηματισμένης έλλειψης, προκύπτει η παρακάτω εξίσωση έλλειψης που έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και έχει στραφεί κατά μια γωνία  $\theta$  ως προς τον άξονα  $x$ :

$$\frac{(x \cos \theta + y \sin \theta)^2}{a^2} + \frac{(x \sin \theta - y \cos \theta)^2}{b^2} = 1 \quad (\Gamma.6)$$

Αν το κέντρο της έλλειψης δε βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, αλλά σε ένα σημείο  $(h, k)$ , τότε η εξίσωση δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{((x - h) \cos \theta + (y - k) \sin \theta)^2}{a^2} + \frac{((x - h) \sin \theta - (y - k) \cos \theta)^2}{b^2} = 1 \quad (\Gamma.7)$$

## Παράρτημα Δ

### Διαμητικές τάσεις

Οι υλικές εξισώσεις του νευτώνειου ρευστού είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} &= -p \vec{I} + \vec{\tau} \\ \vec{\tau} &= 2\mu \vec{D} + \mu' \text{tr} \vec{D} \vec{I} \\ \text{tr} \vec{D} &= \text{div} \vec{v} \end{aligned} \quad (\Delta.1)$$

όπου  $\vec{\tau}$  είναι ο πίνακας των διαμητικών τάσεων,  $\vec{I}$  είναι ο μοναδιαίος πίνακας,  $p$  είναι η θερμοδυναμική πίεση,  $\mu$  είναι ο δυναμικός συντελεστής συνεκτικότητας ή ιξώδες,  $\mu'$  είναι το ιξώδες όγκου και  $\text{tr} \vec{D}$  παριστάνει το ίχνος του ταυστή ρυθμού παραμόρφωσης  $\vec{D}$ . Ο ταυστής ρυθμού παραμόρφωσης  $\vec{D}$  δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{D} = \frac{1}{2}(\text{grad}^t \vec{v} + \text{grad} \vec{v}) = \begin{bmatrix} u_x & \frac{1}{2}(v_x + u_y) & \frac{1}{2}(u_z + w_x) \\ \frac{1}{2}(v_x + u_y) & v_y & \frac{1}{2}(v_z + w_y) \\ \frac{1}{2}(u_z + w_x) & \frac{1}{2}(v_z + w_y) & w_z \end{bmatrix} \quad (\Delta.2)$$

Οι παραπάνω σχέσεις γράφονται αναλυτικά σε καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu' \text{div} \vec{v} \\ \sigma_{yy} &= -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \mu' \text{div} \vec{v} \\ \sigma_{zz} &= -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \mu' \text{div} \vec{v} \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \sigma_{xz} &= \sigma_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \sigma_{yz} &= \sigma_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (\Delta.3)$$

Από τις υλικές εξισώσεις παρατηρούμε ότι τα νευτώνεια ρευστά είναι γραμμικά υλικά και ισότροπα. Από τις προηγούμενες εξισώσεις προκύπτει ότι:

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = -3p + (2\mu + 3\mu') \text{div} \vec{v} \quad (\Delta.4)$$

Η μηχανική πίεση ορίζεται συχνά από τη σχέση:

$$p_M = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (\Delta.5)$$

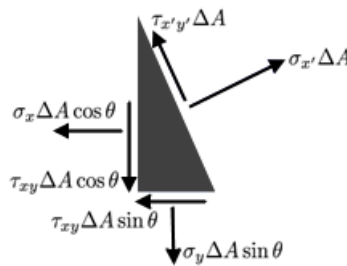
δηλαδή σαν μέσος όρος των κάθετων τάσεων. Συνεπώς προκύπτει ότι η μηχανική πίεση είναι διαφορετική της θερμοδυναμικής:

$$p_M = p - \left( \frac{2}{3}\mu + \mu' \right) \text{div} \vec{v} \quad (\Delta.6)$$

Στην περίπτωση που το ρευστό είναι ασυμπίεστο, δηλαδή  $\text{div} \vec{v} = 0$  ή όταν  $\mu' = \frac{2}{3}\mu$ , τότε οι δύο πιέσεις είναι ίσες.

Μετασχηματισμός τάσης στην επίπεδη εντατική κατάσταση

Ας θεωρήσουμε ένα σημείο  $O$  γύρω από το οποίο επικρατεί επίπεδη εντατική κατάσταση που περιγράφεται από τις τάσεις  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ . Αν το σύστημα των συντεταγμένων στραφεί κατά μια γωνία  $\theta$  τότε προκύπτει ένα νέο σύστημα συντεταγμένων  $(x', y')$  όπου η νέα επίπεδη εντατική κατάσταση περιγράφεται από τις τάσεις  $\sigma_{x'}, \sigma_{y'}, \tau_{x'y'}$ . Για να υπολογιστούν οι νέες τάσεις χρειάζεται να μετασχηματιστούν οι δυνάμεις που δρούσαν στο παλιό σύστημα συντεταγμένων στο νέο σύστημα. Εάν θεωρήσουμε μια στοιχειώδη επιφάνεια (Σχήμα Δ.1) κοντά στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων, της οποίας οι πλευρές είναι κάθετες προς τους άξονες  $x, y$  και η κεκλιμένη έδρα έχει επιφάνεια  $\Delta A$ , τότε οι επιφάνειες της κατακόρυφης και της οριζόντιας έδρας είναι  $\Delta A \cdot \cos\theta$  και  $\Delta A \cdot \sin\theta$  αντίστοιχα.



Σχήμα Δ.1: Στοιχειώδης επιφάνεια

Οι δυνάμεις που δρουν στις τρεις έδρες φαίνονται στο παραπάνω σχήμα. Οι εξισώσεις στατικής ισορροπίας των δυνάμεων ως προς τους άξονες  $x'$  και  $y'$  είναι :

$$\sum F_{x'} = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_{x'} \Delta A - (\tau_{xy} \Delta A \sin\theta) \cos\theta - (\tau_{xy} \Delta A \cos\theta) \sin\theta - (\sigma_x \Delta A \cos\theta) \cos\theta - (\sigma_y \Delta A \sin\theta) \sin\theta = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + \tau_{xy} (2 \sin\theta \cos\theta)$$

$$\sum F_{y'} = 0$$

$$\tau_{x'y'} \Delta A + (\tau_{xy} \Delta A \sin\theta) \sin\theta - (\tau_{xy} \Delta A \cos\theta) \cos\theta - (\sigma_y \Delta A \sin\theta) \cos\theta + (\sigma_x \Delta A \cos\theta) \sin\theta = 0$$

$$\tau_{x'y'} = (\sigma_y - \sigma_x) \sin\theta \cos\theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

Εφαρμόζοντας τις ακόλουθες τριγωνομετρικές ιδιότητες:

$$\sin 2\theta = 2\sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

και αντικαθιστώντας τις στις παραπάνω εξισώσεις προκύπτουν οι διαμητικές τάσεις στο νέο σύστημα συντεταγμένων ( $x', y'$ ):

$$\begin{aligned}\sigma_{x'} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \\ \sigma_{y'} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \\ \tau_{x'y'} &= -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta\end{aligned}\tag{\Delta.9}$$



## **Βιβλιογραφία**

- Brennen, C. E. (1994). *Hydrodynamics of Pumps*. Concepts ETI, Inc and Oxford University Press.
- Cada, G. F. (1997). Shaken, not stirred: The recipe for a fish-friendly turbine. *International Conference on Hydropower*. Atlanta, Georgia, United States: American Society of Civil Engineers.
- Cada, G., Carlson, T., Ferguson, J., Richmond, M., & Sale, M. (1999). Exploring the Role of Shear Stress and Severe Turbulence in Downstream Fish Passage. *Waterpower Conference 1999*. American Society of Civil Engineers.
- Dadswell, M. J., Rulifson, R. A., & Daborn, G. R. (2011, January 09). Potential Impact of Large-Scale Tidal Power Developments in the Upper Bay of Fundy on Fisheries Resources of the Northwest Atlantic. *Fisheries*, 11(4), 26-35.
- Karunaratne, S. S., & Tokheim, L.-A. (2017). Comparison of the Influence of Drag Models in CFD Simulation of Particle Mixing and Segregation in a Rotating Cylinder. *The 58th Conference on Simulation and Modeling*, (σσ. 151-156). Reykjavik.
- Odeh, M. (1999). *A Summary of Environmentally Friendly Turbine Design Concepts*.
- Richmond, M. C., & Romero-Gomez, P. (2014). Fish passage through hydropower turbines: Simulating blade strike using the discrete element method. *Earth Environ. Sci.* 22. IOP Conf. Ser.
- Sommerfeld, M. (2014). Forces on particles and bubbles. *Particles in flows*. Prague.
- US Army Corps of Engineers. (1991). *Revised Compendium on the Success of Passage of Small Fish Through Turbines*. North Pacific Division, Portland, Oregon.
- Αργυράκης, Ι. Γ. (2018). Οι Υδροηλεκτρικοί Σταθμοί της ΔΕΗ Α.Ε. και η συμβολή τους στην κάλυψη των Ενεργειακών Αναγκών της Χώρας. *1ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μεγάλων Φραγμάτων, 1*. Λάρισα.
- Γιαννάκογλου, Κ. Χ., Αναγνωστόπουλος, Ι., & Μπεργελές, Γ. (2003). *Αριθμητική Ανάλυση για Μηχανικούς*. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο [ΕΜΠ].
- Μπεργελές, Γ. (2012). *Υπολογιστική Ρευστομηχανική*. Αθήνα: Εκδόσεις Συμμεών.
- Παπαηλίου, Κ. Δ., Μαθιουδάκης, Κ. Μ., & Γιαννάκογλου, Κ. Χ. (2000). *Εισαγωγή στις θερμικές στροβιλομηχανές*. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο (ΕΜΠ).
- Παπαντώνης, Δ. (2016). *Υδροδυναμικές μηχανές, Αντλίες - Υδροστρόβιλοι - Υδροδυναμικές μεταδόσεις*. Αθήνα: Εκδόσεις Τσότρας.
- Τσαγγάρης, Σ. (2015). *Μηχανική των Ρευστών*. Αθήνα: Εκδόσεις Τσότρας.