

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ «ΕΠΙΣΤΗΜΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΠΛΗΜΜΥΡΑΣ ΣΕ ΗΠΙΟ ΑΝΑΓΛΥΦΟ

Βασίλης Μπέλλος

Αθήνα, Οκτώβριος 2011

«ΕΠΙΣΤΗΜΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

Επιβλέπων: Καθηγητής Γ. Τσακίρης

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Διατμηματικού -Διεπιστημονικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών, Έπιστήμη και Τεχνολογία των Υδατικών Πόρων'.

Έχοντας ολοκληρώσει αυτό τον κύκλο σπουδών, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή στην παρούσα εργασία, κ. Τσακίρη, για την πολύτιμη βοήθεια και υποστήριξη σε όλα τα επίπεδα.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους υπόλοιπους καθηγητές που στελέχωσαν το μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών και ιδιαίτερα τον κ. Μαμάση, για τη βοήθεια του με την παροχή των δεδομένων του Σπερχειού ποταμού.

Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές μου για την εποικοδομητική αυτή χρονιά και ιδιαίτερα τη συνάδελφο Ινώ Παπαγεωργάκη για τις πολύτιμες συμβουλές της, πάνω στα ζητήματα που είχαν να κάνουν με το λογισμικό ArcMap.

Οι τελευταίες ευχαριστίες αφορούν την οικογένειά μου, για την πολύπλευρή της στήριξη σε αυτή μου την προσπάθεια και επιπρόσθετα τον πατέρα μου, για τις καίριες επιστημονικές του υποδείξεις.

Αθήνα, Οκτώβριος 2011

Βασίλης Μπέλλος

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</u>

ABSTRACT

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1	Γενικά	1
1.2	Πλημμύρες και φυσικές καταστροφές	2
1.3	Οδηγία 2007/60 για τη διαχείριση πλημμυρικής διακινδύνευσης	2
1.4	Αριθμητικά μοντέλα	4
1.5	Διάρθρωση διπλωματικής εργασίας	5
<u>KE</u>	ΑΛΑΙΟ 2 - ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ	
2.1	Γενικά	7
2.2	Οι πρώτες προσεγγίσεις μέσω πειραμάτων	8
2.3	Μονοδιάστατα αριθμητικά μοντέλα	10
2.4	Δισδιάστατα αριθμητικά μοντέλα	12
2.5	Εμπορικά πακέτα λογισμικού	17
<u>KE</u>	ΑΛΑΙΟ 3 - ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	
3.1	Γενικά	21
3.2	Εξισώσεις Navier-Stokes	22
3.3	Μετασχηματισμός εξισώσεων Navier-Stokes	23
3.4	Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων σε δύο διαστάσεις (2D-SWE)	31
3.5	Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων σε μία διάσταση (1D-SWE)	33
<u>KE</u>	ΑΛΑΙΟ 4 - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ	
4.1	Μερικές διαφορικές Εξισώσεις	35
4.2	Αριθμητικές μέθοδοι	36

4.3	Πεπερασμένες διαφορές	37
4.4	Αριθμητικά σχήματα	39
4.5	Ποιοτικά κριτήρια αριθμητικών σχημάτων	39
4.6	Αριθμητικό σχήμα McCormack	41
4.7	Αρχικές και οριακές συνθήκες	45
KE	ΦΑΛΑΙΟ 5 - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ diplomac	

5.1	Γεν	ικά	47
5.2	Πεδ	ίο ροής και υπολογιστικό πεδίο	47
5.3	Τεχ	νικά χαρακτηριστικά αλγορίθμου	48
5.4	Αρχ	(ικές και οριακές συνθήκες	49
5.5	Εισ	αγωγή τεχνητής διάχυσης	51
5.6	Κατ	ώφλι προσδιορισμού ξηρού πυθμένα	54
5.7	Υπα	οθετικά αριθμητικά σενάρια	55
5.	7.1	Πρώτο σενάριο	55
5.	7.2	Δεύτερο σενάριο	58
5.	7.3	Τρίτο σενάριο	60
5.	7.4	Τέταρτο Σενάριο	63

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 - ΣΕΝΑΡΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ diplomac

6.1	Γενικά	79
6.2	Υδρολογική λεκάνη Σπερχειού	79
6.3	Υπολογιστικό πεδίο σεναρίου εφαρμογής και εξαγωγή δεδομένων	81
6.4	Δεδομένα σεναρίου εφαρμογής	82
6.5	Αποτελέσματα αριθμητικού μοντέλου	84

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

7.1	Συμπερασματικά σχόλια	144
7.2	Προτάσεις για βελτίωση του αριθμητικού μοντέλου	145
7.3	Προτάσεις για εξέλιξη της έρευνας	146

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 - ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

<u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</u>

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο πλαίσιο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, αναπτύχθηκε αριθμητικό μοντέλο επίλυσης της διόδευσης πλημμυρικού κύματος σε δύο διαστάσεις σε ξηρό πυθμένα, το οποίο ονομάστηκε *diplomac*. Η γλώσσα προγραμματισμού στην οποία αναπτύχθηκε το μοντέλο είναι η Fortran. Στο αριθμητικό μοντέλο *diplomac* μπορεί να εισαχθεί οποιοδήποτε τυχαίο ανάγλυφο.

Το θεωρητικό υπόβαθρο του εν λόγω μοντέλου είναι οι Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων (Shallow Water Equations - SWE) σε δύο διαστάσεις (two-dimensional - 2D). Η αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε είναι η μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών (Finite Difference Method - FDM), ενώ το αριθμητικό σχήμα που χρησιμοποιήθηκε είναι το ρητό αριθμητικό σχήμα δεύτερης τάξης ακρίβειας McCormack, το οποίο είναι δύο βημάτων (πρόβλεψη - διόρθωση).

Το μοντέλο δέχεται ως εισροή είτε ένα υδρογράφημα, είτε σταθερή παροχή (τα οποία συνιστούν και τις ανάντη οριακές συνθήκες), ενώ όσον αφορά στις κατάντη οριακές συνθήκες, θα πρέπει να προσδιορίζεται κάποιος τελικός αποδέκτης (θάλασσα ή λίμνη). Εκατέρωθεν του υπολογιστικού πεδίου δεν χρειάζονται συγκεκριμένες οριακές συνθήκες (open boundary conditions).

Ως δεδομένο εισόδου είναι το Ψηφιακό Ανάγλυφο του Εδάφους που μπορεί να εξαχθεί με διάφορους τρόπους, όπως από κάποιο λογισμικό Γεωγραφικού Συστήματος Πληροφοριών (GIS). Επίσης υπάρχει και η δυνατότητα εισαγωγής ανομοιογενούς υπολογιστικού πεδίου όσον αφορά στο συντελεστή τριβών πυθμένα Manning.

Η δυσκολία προσδιορισμού των κινούμενων ορίων μεταξύ ξηρού και υγρού πυθμένα αντιμετωπίστηκε με την εισαγωγή κατωφλίου βάθους νερού που διακρίνει αν ο πυθμένας εντός υπολογιστικού δικτύου είναι ξηρός ή υγρός. Επίσης για υπολογιστικούς λόγους, έγινε εισαγωγή τεχνητής διάχυσης με κάποια μεταβλητή, στο αριθμητικό σχήμα McCormack.

Για τον έλεγχο (validation) του αριθμητικού, ελέγχθηκαν μία σειρά από υποθετικά αριθμητικά σενάρια, τα οποία είναι συνήθη στη σχετική βιβλιογραφία και στα οποία το μοντέλο έδωσε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Τέλος, έγινε πρακτική εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου *diplomac* σε πεδινό ανάγλυφο των εκβολών του Σπερχειού ποταμού, με βασικό στόχο την κατάρτιση χαρτών πλημμυρικού κινδύνου, όπως αυτός ορίζεται από την Κοινοτική Οδηγία 2007/60.

Συγκεκριμένα για την εφαρμογή, για διάφορες περιόδους επαναφοράς, χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο είτε με ανάντη συνθήκες ένα υδρογράφημα (που αντιστοιχούσε σε κάποια περίοδο επαναφοράς), είτε με σταθερή παροχή που αντιστοιχούσε στην αιχμή (peak) του εκάστοτε υδρογραφήματος. Το πεδίο εφαρμογής επιλέχθηκε διότι σε πεδινά ανάγλυφα μόνο μία δισδιάστατη προσέγγιση του φαινομένου της διόδευσης του πλημμυρικού κύματος μπορεί να έχει ρεαλιστικά αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα του μοντέλου από την εφαρμογή στο Σπερχειό ποταμό κρίνονται ικανοποιητικά και λογικά.

Συμπερασματικά, το αριθμητικό μοντέλο *dilpomac* που προτείνεται στην εν λόγω μεταπτυχιακή εργασία είναι ένα δυναμικό υπολογιστικό εργαλείο για την προσομοίωση της διόδευσης πλημμυρικού κύματος σε δύο διαστάσεις. Οι παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν για υπολογιστικούς λόγους (κατώφλι προσδιορισμού ξηρού πυθμένα και τεχνητή διάχυση) είναι ικανοποιητικές. Επίσης η δυνατότητα εισαγωγής ανομοιογενούς υπολογιστικού πεδίου όσον αφορά στο συντελεστή Manning είναι δυνατόν να προσδώσει μεγαλύτερη ακρίβεια στους υπολογισμούς

Υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης του μοντέλου, όπως η επιτάχυνση των υπολογισμών με διάφορες αριθμητικές τεχνικές ή η δυνατότητα προσομοίωσης ενός φάσματος φαινομένων (π.χ. θραύση φράγματος ή διόδευση πλημμυρικού κύματος σε δομημένο περιβάλλον) με κατάλληλες τροποποιήσεις στον αλγόριθμο του αριθμητικό μοντέλου.

ABSTRACT

1. Introduction

In this study, a numerical model (called *diplomac*) is developed based on the twodimensional (2D) Shallow Water Equations (SWE) or Saint-Venant Equations, using the well-known McCormack numerical scheme. The model can simulate the propagation of a flood wave on dry bed in two dimensions. An additional objective of the present study is the use of the model for the creation of flood hazard maps based on 2007/60 EU.

2. Literature review

The first approach of flood wave propagation was experimental. Many researchers studied this phenomenon experimentally, for example: Schloktisch (1917) studied the small wave propagation, Eguiazaroff (1935) performed wave propagation measurements, Dressler (1952, 1954) found that hydraulic resistance is the controlling factor of the propagation of the dam-break wave, Montuori (1965), Yevjevich and Barnes (1970).

The advances in computer technology led researchers to model the wave propagation by numerical simulations and numerical modelling. The numerical models can be classified in one-dimensional (1D), two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D). According to the method used, they can be also classified into three categories: Finite-Difference (FDM), Finite-Element (FEM) and Finite-Volume methods (FVM).

Concerning 1D models based on FDM, Amein (1968) and Preissman (1971) used implicit numerical schemes for their numerical models. Terzidis and Strelkoff (1970) studied surges and shocks in open channels. Koutitas and Xanthopoulos (1977) developed a numerical model for the dam-break simulation. Explicit numerical schemes for their numerical models were used by Kordas and Witkowska, (1976), Rajar (1978), Chen (1980), Chen and Armbruster (1980), Odstrčil (1984), Fennema and Chaudhry (1986) Bellos and Sakkas (1987) developed a 1D numerical model

that simulates a flood wave in dry bed. Miller and Chaudhry (1989) developed a numerical model for curved channels.

Concerning 1D models based on FEM 1, Keuning (1976), King (1976), Cooley and Moin (1976), Di Monaco and Molinaro (1982, 1984), Anastasiadou-Partheniou and Terzides (1988) developed their numerical models with this method. Katopodes (1980) developed a numerical model based on FEM for small Froude numbers and a numerical model based on Petrov-Galerkin's technique with shock capturing capability.

2D numerical models can be distinguished in: a) those based on simplified partial differnetial equations b) those based on 2D-SWE. Works on the first category are Cunge (1975), Hromadka II et al (1986), Zanobetti et al (1970), Xanthopoulos and Koutitas (1976), Lesleighter (1983), Laura and Wang (1984).

In second category, Matsuomi (1983) developed a numerical model based on FDM with Leap-Frog numerical scheme. Zech et al (1983) developed a numerical model based on FDM with an explicit numerical scheme. Michouev and Slavedich (1983) developed a numerical model based on FDM. Garcia and Kahavita (1986), Jovanović and Djordjević (1995), Fiedler and Ramirez (2000), Liang et al (2007) developed numerical models based on FDM with McCormack numerical scheme. Finally, Guangcai et al (2010) developed a numerical model based on FDM with McCormack numerical scheme in implicit form.

Concerning 2D models based on FEM, Gee and McArtur (1978) developed a numerical model based on FEM with Galerkin technique, Katopodes and Wu (1986) developed a numerical model based on FEM with fourth order accuracy. Samuels (1983) developed numerical models based on FEM. Rajar and Četina (1983) developed a numerical model based on FEM with Patankar technique.

Concerning 2D based on FVM, the most representive works are: Bermudez and Vazquez (1994), Anastasiou and Chan (1997), Hubbard and Garcia-Navarro (2000), Zoppou and Roberts (2000), Soares-Frazao et al (2003), Zhou et al (2004), Behladj et al (2006), Vázquez et al (2009), Erpicum et al (2010), Roshandel et al (2010), Tan and Chu (2011).

It should be also mentioned that there are several software packages that simulate the flood wave propagation, such as MIKE11, MIKE21. FLDWAV, HEC-RAS, TELEMAC-2D, CCHE2D, etc.

3. Governing Equations

The governing equations that describe unsteady, open channel flow are widely known as Shallow Water Equations (SWE) or Saint-Venant's Equations. These

partial differential equations are based on mass and momentum conservation and are valid under a number of assumptions.

The 2D-SWE are derived from depth-integrating Navier-Stokes Equations. With suitable modifications, these equations can be transformed to the matrix form shown below:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = D \tag{1}$$

where

$$W = \begin{vmatrix} h \\ uh \\ vh \end{vmatrix} \qquad F = \begin{vmatrix} uh \\ u^2h + \frac{gh^2}{2} \\ uvh \end{vmatrix} \qquad G = \begin{vmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + \frac{gh^2}{2} \\ v^2h + \frac{gh^2}{2} \end{vmatrix} \qquad D = \begin{vmatrix} 0 \\ gh(S_0^x - S_f^x) \\ gh(S_0^y - S_f^y) \\ gh(S_0^y - S_f^y) \end{vmatrix}$$
(2)

and h is the water depth, u is the flow velocity at horizontal direction x, v is the flow velocity in horizontal direction y, g is the gravitational acceleration, S_0^x is the bottom slope in horizontal direction x, S_0^y is the bottom slope in horizontal direction y (m/s) S_f^x is the bottom friction term in horizontal direction x, S_f^y is the bottom friction term at horizontal direction y, where

$$S_{f}^{x} = \frac{n^{2}u\sqrt{u^{2} + v^{2}}}{h^{\frac{4}{3}}}$$
 and $S_{f}^{x} = \frac{n^{2}v\sqrt{u^{2} + v^{2}}}{h^{\frac{4}{3}}}$ (3)

and n is Manning coefficient $(s/m^{1/3})$.

4. McCormack numerical scheme

The only way to solve the governing partial differential equations (1) is an approximate numerical simulation using a numerical scheme based on a numerical method. The *diplomac* numerical model is developed based on FDM with McCormack numerical scheme.

The McCormack numerical scheme is an improved version of well-known Lax-Wendroff numerical scheme and is suitable for discontinuous flows. This scheme is an explicit numerical scheme which includes two steps (prediction and correction), with an accuracy of second order. Forward and backward, space differences are used. These two steps of the numerical scheme are described below (Equations (4) and (5): prediction step

$$W_{i,j}^{*} = W_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+1,j}^{k} - F_{i,j}^{k} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(G_{i,j+1}^{k} - G_{i,j}^{k} \right) + \Delta t D_{i,j}^{k}$$
(4)

correction step

$$W_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left[W_{i,j}^{k} + W_{i,j}^{*} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i,j}^{*} - F_{i-1,j}^{*} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(G_{i,j}^{*} - G_{i,j-1}^{*} \right) + \Delta t D_{i,j}^{*} \right]$$
(5)

McCormack numerical scheme is stable under Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) condition:

$$CFL \le 1$$
 (5)

where

$$CFL = \left(\sqrt{u^2 + v^2} + c\right) \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

and c is the celerity (m/s).

5. Numerical model diplomac

The *diplomac* numerical model is developed in Fortran language. As it said, is based on FDM with McCormack numerical scheme. An appropriate intro data is a Data Terrain Model (DTM) file of the computational area. Time step is determined by Courant number which is input data. There is also possibility for entering different Manning's n coefficients in the computational field.

As concerned of the boundary conditions, the around boundaries are determined by open boundary conditions. The upstream boundary conditions are determined by a hydrograph or a steady flow and the discharge-water depth curves. The downstream boundary conditions are determined by a final outlet such as sea or lake.

McCormack numerical scheme has accuracy of second order. The computational errors are convection errors and not diffusion errors. For computational reasons, in *diplomac* numerical model a diffusion factor is added. More specifically, the first term of correction step is modified:

$$W_{i,j}^{k} = \omega W_{i,j}^{k} + \frac{1}{4} (1 - \omega) \left(W_{i+1,j}^{k} + W_{i-1,j}^{k} + W_{i,j+1}^{k} + W_{i,j-1}^{k} \right)$$
(6)

where ω is a diffusion factor which ranges from 0 to 1.

The difficulty of the moving boundaries between dry and wet bottom in the computational field was overcome with the introduction of a threshold that distinguishes the dry and wet area.

6. Validation of *diplomac* numerical model

There are no experiments that can be used to validate the *diplomac* numerical model. In order to validate the numerical model, a set of numerical examples were performed.

The first numerical experiment is about flow in subcritical conditions. Specifically, in a trapezoidal channel (Fig. 1) with Manning coefficient n=0.03, constant inflow Q=200 m³/s. The upstream boundary conditions are discharge and normal depth for this conditions (y_n =0.95 m). The downstream boundary conditions are also the normal depth. Courant number, diffusion factor and dry threshold are assumed C=0.8, ω =0.9, h_d=0.03 m, respectively. The results of the numerical implementation after 1000 s (Figs 2-4) are satisfatory.



Figure 1 Channel of first numerical example







Figure 3 Cross-section at traverse axis of symmetry of first numerical example

The second numerical example is about flow in supercritical conditions. Specifically, in a trapezoidal channel (Fig. 4) with Manning n coefficient n=0.03, constant inflow Q=200 m³/s. The upstream boundary conditions are discharge and normal depth for this conditions (y_n =0.18 m). There is no specification of downstream boundary conditions. Courant number, diffusion factor and dry threshold are assumed C=0.8, ω =0.9, h_d=0.03 m, respectively. The results of the numerical implementation after 1000 s (Figs 5-7) are also considered satisfactory.



Figure 4 Channel of second numerical example







Figure 6 Cross-section at traverse axis of symmetry of second numerical example

The third numerical example is the hypothetical case with a water column (100 x 100 m) is let a horizontal field (Fig. 7). The results of *diplomac* implementation are reasonable and satisfactory (Figs 8-12). Courant number, diffusion factor and dry threshold are assumed C=0.8, ω =0.9, h_d=0.03 m, respectively.



Figure 7Initial conditions of third numerical example



Figure 8 Results of third numerical example at time t=10 s

ABSTRACT



Figure 9 Results of third numerical example at time t=50 s



Figure 10 Results of third numerical example at time t=100 s



Figure 11 Results of third numerical example at time t=100 s

The fourth numerical example has inflow through a hydrograph (Fig. 12) in a channel of parabolic cross-section (Fig. 13). The length of first section of the channel with positive bottom slope $S_0=0.5\%$ is 1000 m. The length of second section of channel with negative bottom slope $S_0=-0.5\%$ is also 1000 m. Manning coefficient is n=0.03.



ABSTRACT



Figure 13Channel of fourth numerical example

The results of *diplomac* implementation are reasonable and satisfactory (Figs 14-19). Courant number, diffusion factor and dry threshold are assumed C=0.8, ω =0.9, h_d=0.03 m, respectively.



Figure 14 3D presentation and water depth ground plan / flow velocity profile of fourth numerical example at time t=0.25 h



Figure 15 3D presentation and water depth ground plan / flow velocity profile of fourth numerical example at time t=1 h



Figure 16 3D presentation and water depth ground plan / flow velocity profile of fourth numerical example at time t=3 h



Figure 17 3D presentation and water depth ground plan / flow velocity profile of fourth numerical example at time t=4 h



Figure 18 Water profile at streamwise axis of symmetry of fourth numerical example at time t=4 h



Figure 19 Cross-section at traverse axis of symmetry of fourth numerical example at time t=4 h

7. An application of *diplomac* numerical model

An application of *diplomac* numerical model was attempted in the downstream plain area of Sperhios river estuarine (Fig. 17). Several scenarios were implemented reference to the corresponding return periods (Fig. 18). The downstream boundary conditions are sea.

As the upstream boundary conditions are concerned a constant discharge (which is the peak of flood hydrograph) of a certain return period were used. In a second case as upstream boundary conditions a complete hydrograph was used. The DTM was exported by the well-known GIS software, Arc-Map.







Figure 18 Flood hydrographs with reference to the corresponding return period

For illustration purpose the results are presented (Figs 20-25) for constant discharge of return period T=10 years.



Figure 20 3D view of implementation results with constant discharge $Q=1250 \text{ m}^3/\text{s}$ (T=10 years) at time t=1 h



Figure 21 3D view of implementation results with constant discharge $Q=1250 \text{ m}^3/\text{s}$ (T=10 years) at time t=2 h



Figure 223D view of implementation results with constant discharge Q=1250 m^3/s
(T=10 years) at time t=4 h (permanent situation)

ABSTRACT



Figure 23 Hazard map with constant discharge Q=1250 m^3/s (T=10 years) at time t=1 h



Figure 24 Hazard map with constant discharge Q=1250 m^3 /s (T=10 years) at time t=2 h



Figure 25 Hazard map with constant discharge Q=1250 m³/s (T=10 years) at time t=4 h (permanent situation)

The boundaries of the inundated area are also presented with reference to time for several return periods (Figs 26-28), the flood boundaries with reference to the return period (Fig. 29) and indicative cross-sections (Figs 30-32) with reference to return period.



Figure 26 Flood boundaries with constant discharge Q=1250 m³/s (T=10 years) at several time moments



Figure 27 Flood boundaries with constant discharge $Q=2650 \text{ m}^3/\text{s}$ (T=100 years) at several time moments



Figure 28 Flood boundaries with constant discharge $Q=4000 \text{ m}^3/\text{s}$ (T=500 years) at several time moments







Figure 31 Cross-section at y=2000 m for several return periods



Figure 32 Cross-section at y=4000 m for several return periods



Figure 33 Cross-section at y=6000 m for several return periods

Finally results from the second attempt in which the in the inflow is given by a hydrograph. Indicatively are presented the flood boundaries for time intervals and for return period T=10 years (Fig. 34).



Figure 34 Flood boundaries in several time moments for the hydrograph of return period *T*=10 years

8. Conclusions

The simulation of flood wave propagation in two-dimensions with numerical model *diplomac* is considered satisfactory based on implementation results of validation tests of the numerical model.

The objective of the present study was to devise a numerical model for the simulation of the wave propagation in two dimensions. The model *diplomac* was devised using the McCormack numerical scheme.

The model was tested with simple applications and data from the literature. Although the validation of the model needs further work it seemed that, in all the applications examined, performed satisfactorily.

Finally the model was applied in a case of the real world. The flat terrain of the Sperhios river basin was selected and the flood of various return periods was routed through this terrain giving rational results. The model *diplomac* is a dynamic tool which after several improvements will be very useful for devising flood hazard maps according the directive 2007/60.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Γενικά

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία γίνεται η παρουσίαση της προσπάθειας ανάπτυξης ενός αριθμητικού μοντέλου το οποίο ονομάστηκε *diplomac*. Το μοντέλο αυτό αφορά τον υπολογισμό της διόδευσης πλημμυρικού κύματος που προκαλείται από κάποιο φυσικό φαινόμενο, όπως π.χ. οι ραγδαίες βροχοπτώσεις ή από την αστοχία κάποιου τεχνικού έργου, όπως π.χ. η θραύση φράγματος αποθήκευσης νερού, σε ξηρό πυθμένα και σε οποιοδήποτε ανάγλυφο.

Ο υπολογισμός της διόδευσης πλημμυρικού κύματος, ουσιαστικά σημαίνει τον προσδιορισμό των υδραυλικών χαρακτηριστικών (ταχύτητα και βάθος νερού) στο χώρο διάδοσης του πλημμυρικού κύματος κατά τη διάρκεια εξέλιξης του φαινομένου.

Το αριθμητικό μοντέλο *diplomac* βασίστηκε πάνω στις μερικές διαφορικές εξισώσεις Αβαθών Υδάτων (Shallow Water Equations - SWE) σε δύο διαστάσεις (twodimensional - 2D), γνωστές και ως εξισώσεις Saint-Venant, οι οποίες στηρίζονται στην ολοκλήρωση κατά βάθος των εξισώσεων κίνησης των ρευστών οι οποίες είναι γνωστές και ως εξισώσεις Navier-Stokes. Οι δε εξισώσεις Navier-Stokes, προκύπτουν από την εφαρμογή των αρχών της διατήρησης της μάζας και ορμής σε έναν στοιχειώδη όγκο νερού (control volume).

Η επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων έγινε με την αριθμητική μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών (Finite Difference Method - FDM) και το αριθμητικό σχήμα McCormack.

Το αριθμητικό μοντέλο αναπτύχθηκε στη γλώσσα προγραμματισμού Fortran 90/95, ενώ για τα γραφικά αποτελέσματα χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά Surfer, ArcMap και Excel.

1.2 Πλημμύρες και φυσικές καταστροφές

Η πάλη του ανθρώπινου είδους για την αντιμετώπιση δυσμενών φυσικών φαινομένων ξεκινάει από τη στιγμή που ο άνθρωπος δημιουργεί την οργανωμένη κοινωνία, σταματάει να δέχεται μοιρολατρικά τα φυσικά φαινόμενα και προσπαθεί να βελτιώσει το βιοτικό του επίπεδο.

Η διαχείριση των φυσικών καταστροφών ήταν ανέκαθεν πρόκληση για τις ανθρώπινες κοινωνίες. Ο περιορισμός των απωλειών από ένα ακραίο φυσικό φαινόμενο, τόσο των ανθρώπινων ζωών όσο και της οικονομικής δραστηριότητας, οδήγησε στη δημιουργία έργων υποδομής τα οποία βελτίωναν συνεχώς το επίπεδο διαβίωσης.

Από την κατασκευή των πρώτων κατοικιών για την προφύλαξη από τα φυσικά φαινόμενα μέχρι σήμερα, η αντίθεση αυτή ανθρώπου και φύσης ήταν μία παράμετρος για τη 'γραμμική' αύξηση της τεχνολογικής προόδου και απολαβή μέρους των οφελών αυτής, από την κοινωνία.

Οι πλημμύρες είναι ένα τέτοιο φυσικό φαινόμενο με καταστρεπτικές επιπτώσεις για τις εκάστοτε πληγείσες περιοχές, το οποίο έχει απασχολήσει τις ανθρώπινες κοινωνίες από την αρχαιότητα.

Η πολυπλοκότητα του φαινομένου αυτού, σε συνδυασμό με τις πολλές παραμέτρους από τις οποίες εξαρτάται (υδρολογικές, τοπογραφικές, υδραυλικές συνθήκες), εμπόδισε εδώ και πολλά χρόνια να γίνει δυνατή μία συστηματική κατάρτιση ενός θεσμικού πλαισίου διαχείρισης της πλημμύρας, σε αντίθεση με άλλους τεχνολογικούς τομείς όπως είναι η κατασκευή κτιρίων. Με αυτό το υπαρκτό κενό έρχεται αντιμέτωπη η προσπάθεια της Ε.Ε. η οποία έχει καταρτίσει την Κοινοτική Οδηγία 2007/60 για τη διαχείριση πλημμυρικού κινδύνου.

Παρά τις επιμέρους κριτικές, η Οδηγία 2007/60 αποτελεί σήμερα ένα ορθολογικό οδηγό για την αντιμετώπιση των πλημμυρών μέσα από μία διαδικασία διαχείρισης της πλημμυρικής διακινδύνευσης (Tsakiris et al, 2009).

1.3 Οδηγία 2007/60 για τη διαχείριση πλημμυρικής διακινδύνευσης

Η Κοινοτική Οδηγία 2007/60 έρχεται να συμπληρώσει την Κοινοτική Οδηγία 2000/60, σύμφωνα με την οποία επιβάλλεται σε κάθε κράτος - μέλος της Ε.Ε. η ανάπτυξη σχεδίων διαχείρισης λεκάνης απορροής ποταμού για κάθε περιοχή λεκάνης απορροής ποταμού, με στόχο την επίτευξη καλής οικολογικής και χημικής κατάστασης και τον μετριασμό των επιπτώσεων των πλημμυρικών συμβάντων.

Εν τούτοις, η Οδηγία 2000/60 δεν εστιάζει στη μείωση της πλημμυρικής διακινδύνευσης. Η Οδηγία 2007/60 έρχεται να καλύψει το παραπάνω κενό, έτσι ώστε

να μπει ένα θεσμικό πλαίσιο για τη διαχείριση ενός καταστροφικού γεγονότος, όπως είναι ένα πλημμυρικό συμβάν.

Στη συνέχεια, γίνεται μία σύντομη επισκόπηση των σημαντικότερων σημείων της οδηγίας. Στην αρχή της Κοινοτικής Οδηγίας 2007/60, δίνεται ο παρακάτω ορισμός:

'Πλημμύρα' είναι η προσωρινή κάλυψη από νερό εδάφους το οποίο, υπό φυσιολογικές συνθήκες, δεν καλύπτεται από νερό. Αυτό περιλαμβάνει πλημμύρες από ποτάμια, ορεινούς χείμαρρους, εφήμερα ρεύματα της Μεσογείου και πλημμύρες από τη θάλασσα σε παράκτιες περιοχές, δύναται δε να εξαιρεί πλημμύρες από συστήματα αποχέτευσης.

Τα κράτη - μέλη της Ε.Ε. θα πρέπει να διεξάγουν προκαταρκτική αξιολόγηση των περιοχών που κινδυνεύουν από πλημμύρες σε κάθε λεκάνη απορροής ποταμού ή τμήμα διεθνούς περιοχής λεκάνης απορροής ποταμού που βρίσκεται στην επικράτειά τους. Στην αξιολόγηση περιλαμβάνονται τουλάχιστον τα εξής:

- χάρτες της περιοχής της λεκάνης απορροής του ποταμού στην κατάλληλη κλίμακα, οι οποίοι περιλαμβάνουν τα όρια των λεκανών και των υπολεκανών απορροής ποταμών και εφόσον υπάρχουν, παράκτιων ζωνών, οι οποίοι περιγράφουν τα τοπογραφικά χαρακτηριστικά και τη χρήση γης
- περιγραφή των πλημμυρών οι οποίες σημειώθηκαν κατά το παρελθόν και είχαν σημαντικές αρνητικές επιπτώσεις στις ανθρώπινες ζωές, στις οικονομικές δραστηριότητες και στο περιβάλλον, καθώς και της έκτασης της πλημμύρας, των οδών αποστράγγισης και της αξιολόγησης των αρνητικών επιπτώσεων που προκάλεσαν
- περιγραφή των σημαντικών πλημμυρών οι οποίες σημειώθηκαν κατά το παρελθόν, εκ των οποίων θα μπορούσαν, ενδεχομένως, να προβλεφθούν οι σημαντικές αρνητικές συνέπειες παρόμοιων φαινομένων στο μέλλον
- αξιολόγηση των δυνητικών αρνητικών συνεπειών των μελλοντικών πλημμυρών στην ανθρώπινη υγεία, το περιβάλλον, την πολιτιστική κληρονομιά, την οικονομική δραστηριότητα σε συνδυασμό με άλλες παραμέτρους, όπως η τοπογραφία ή τις υφιστάμενες υποδομές προστασίας

Αφού γίνει αυτή η αξιολόγηση, θα πρέπει να γίνει καταγραφή των γεωγραφικών περιοχών όπου υπάρχει κίνδυνος πλημμύρας. Εφόσον έχει γίνει η καταγραφή αυτών, θα πρέπει να καταρτιστούν χάρτες πλημμυρικού κινδύνου και χάρτες πλημμυρικής διακινδύνευσης. Στις μεν πρώτες κατατάσσονται οι γεωγραφικές περιοχές οι οποίες θα μπορούσαν να πλημμυρίσουν σύμφωνα με τα παρακάτω σενάρια:

- Πλημμύρες χαμηλής πιθανότητας ή σενάρια ακραίων φαινομένων
- Πλημμύρες μέσης πιθανότητας (περίοδος επαναφοράς ≥ 100 χρόνια)
- Πλημμύρες υψηλής πιθανότητας, ανάλογα με την περίπτωση

ενώ τα υδραυλικά χαρακτηριστικά τα οποία θα πρέπει να υπολογιστούν και να παρουσιαστούν είναι τα εξής:

- Η έκταση της πλημμύρας
- Το βάθος ή η στάθμη νερού
- Η ταχύτητα ροής

Οι δε χάρτες πλημμυρικής διακινδύνευσης θα πρέπει να είναι ενδεικτικοί των δυνητικών αρνητικών συνεπειών που προκαλεί ένα πλημμυρικό γεγονός, επομένως θα πρέπει να καταγράφονται σε αυτούς:

- ο ενδεικτικός αριθμός κατοίκων που ενδέχεται να πληγούν στην εκάστοτε περιοχή
- ο τύπος της οικονομικής δραστηριότητας στην εκάστοτε περιοχή
- καταγραφή εγκαταστάσεων στην εκάστοτε περιοχή, οι οποίες μπορούν να προκαλέσουν σημαντική μόλυνση με μία ενδεχόμενη καταστροφή τους

Θα πρέπει επίσης να καταρτιστούν σχέδια διαχείρισης της πλημμυρικής διακινδύνευσης λαμβάνοντας πτυχές όπως:

- το κόστος και τα οφέλη
- την έκταση της πλημμύρας και τις οδούς και περιοχές αποστράγγισης των πλημμυρών με δυνατότητα συγκράτησης των πλημμυρών, όπως οι φυσικές πλημμυρικές περιοχές
- τους περιβαλλοντικούς στόχους του άρθρου 4 της οδηγίας 2000/60/EK,
- τη διαχείριση του εδάφους και των υδάτων,
- τον χωροταξικό σχεδιασμό,
- τη χρήση της γης,
- τη διαφύλαξη της φύσης,
- τη ναυσιπλοΐα και τις λιμενικές υποδομές.

Τα σχέδια διαχείρισης της πλημμυρικής διακινδύνευσης θα πρέπει εστιάζουν στην πρόληψη, την προστασία και την ετοιμότητα. Επίσης, είναι δυνατόν να περιλαμβάνονται και κάποια μη κατασκευαστικά μέτρα αντιμετώπισης μία ενδεχόμενης πλημμύρας, καθώς και η ελεγχόμενη κατάκλυση ορισμένων περιοχών σε περίπτωση πλημμύρας.

Τέλος, όσον αφορά τις περιπτώσεις των ποταμών που δεν ρέουν αποκλειστικά στα σύνορα ενός κράτους-μέλους, το εκάστοτε κράτος-μέλος δε θα πρέπει να λαμβάνει μέτρα τα οποία αυξάνουν σημαντικά τους κινδύνους πλημμύρας, ανάντη ή κατάντη, σε άλλες χώρες στην ίδια λεκάνη ή υπολεκάνη απορροής ποταμού, εκτός εάν έχει γίνει συντονισμός των μέτρων αυτών και έχει βρεθεί συμφωνημένη λύση μεταξύ των ενδιαφερόμενων κρατών-μελών.

1.4 Αριθμητικά μοντέλα

Τα αριθμητικά μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί για τη διόδευση ενός πλημμυρικού κύματος μπορούν να διακριθούν στα εμπορικά πακέτα λογισμικού (που μπορεί να

έχουν κόστος αγοράς είτε όχι και επίσης να είναι είτε κλειστού είτε ανοιχτού κώδικα) και στα αριθμητικά μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί από διάφορες ερευνητικές ομάδες και δεν είναι διαθέσιμα στο κοινό (η πλειονότητα των μοντέλων). Τα αριθμητικά μοντέλα τα οποία ανήκουν στη δεύτερη κατηγορία είναι προφανές ότι δεν μπορούν να έχουν ευρύτερη χρήση εκτός από την ερευνητική ομάδα που ανέπτυξε το εκάστοτε αριθμητικό μοντέλο.

Όσον αφορά τα εμπορικά πακέτα λογισμικού, η πλειονότητα αυτών είτε διέπονται από αρκετά μειονεκτήματα, όπως είναι οι αρκετές απλουστεύσεις εις βάρος του τελικού αποτελέσματος, η υπερβολική εξειδίκευση σε ζητήματα ρευστομηχανικής, το μεγάλο υπολογιστικό κόστος, το μεγάλο χρηματικό κόστος, η μη δυνατότητα ποιοτικού ελέγχου των αποτελεσμάτων λόγω κλειστού κώδικα, με πολλά εμπορικά λογισμικά να συνδυάζουν παραπάνω από ένα μειονέκτημα.

Η κατάρτιση χαρτών πλημμυρικού κινδύνου σε πεδινές περιοχές, που σημαίνει την εύρεση της πλημμυρικής ζώνης, τα βάθη και τις ταχύτητες ροής νερού, όπως ορίζεται από την κοινοτική οδηγία 2007/60, σε ένα πεδίο εφαρμογής που έχει ήπιο ανάγλυφο, για διάφορες περιόδους επαναφοράς, ήταν η αρχική αφορμή για την ανάπτυξη του αριθμητικού μοντέλου *diplomac*, το οποίο προσπαθεί να προσπελάσει τα παραπάνω μειονεκτήματα.

Η χάραξη της πλημμυρικής κοίτης για κάθε πλημμυρικό γεγονός είναι σημαντικότερη στις πεδινές περιοχές από ότι στις πιο 'ορεινές' διαδρομές ενός ποταμού, καθώς η πλειονότητα τόσο του πληθυσμού, αλλά και της οικονομικής ζωής βρίσκεται σε πεδινές περιοχές. Επομένως, για λόγους ακρίβειας, θα πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα στην επιστημονική-τεχνική μέθοδο που θα ακολουθηθεί για την κατάρτιση των χαρτών πλημμυρικού κινδύνου.

Το γεγονός ότι η κύρια εφαρμογή του εν λόγω αριθμητικού μοντέλου έγινε σε ήπιο ανάγλυφο δε σημαίνει ότι αδυνατεί να περιγράψει τη ροή νερού σε μεγαλύτερες κλίσεις, αλλά διότι προσπαθεί να καλύψει το κενό των αριθμητικών μοντέλων των οποίων το θεωρητικό υπόβαθρο στηρίζεται στη θεώρηση ότι η διόδευση του πλημμυρικού κύματος γίνεται σε μία διάσταση (one-dimensional - 1D) και τα οποία αδυνατούν επί της ουσίας να περιγράψουν τη διόδευση του πλημμυρικού κύματος όταν αυτό βρίσκεται σε πεδινή περιοχή, εφόσον δεν ισχύει πλέον ότι η ταχύτητα ροής κατά μήκος του ποταμού είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη εγκάρσια.

1.5 Διάρθρωση μεταπτυχιακής εργασίας

Η βασική διάρθρωση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας έχει ως εξής:

Σε πρώτη φάση θα γίνει μία βιβλιογραφική επισκόπηση της ερευνητικής δραστηριότητας όσον αφορά στη διόδευση του πλημμυρικού κύματος, καθώς και μία παρουσίαση των εμπορικών πακέτων λογισμικού.

Ακολουθεί η παρουσίαση των μερικών διαφορικών εξισώσεων SWE, καθώς και το θεωρητικό τους υπόβαθρο. Επίσης παρουσιάζεται και πώς προκύπτουν, ποιές είναι θεωρήσεις που έγιναν, καθώς και οι προϋποθέσεις εφαρμογής των εν λόγω εξισώσεων.

Στη συνέχεια αναλύονται οι αριθμητικές μέθοδοι με ιδιαίτερη έμφαση στη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, ενώ παρουσιάζεται και το αριθμητικό σχήμα McCormack το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία.

Έπειτα παρουσιάζονται τα βασικά στοιχεία του αριθμητικού μοντέλου *diplomac* καθώς και διάφορες τεχνικές του λεπτομέρειες. Παρουσιάζονται διάφορα σενάρια (συνήθη στη βιβλιογραφία, όταν γίνεται ο έλεγχος κάποιου αριθμητικού μοντέλου) εφαρμογής του αριθμητικού μοντέλου με τα οποία γίνεται έλεγχος της συμπεριφοράς του, ενώ σε μερικές περιπτώσεις γίνεται και σύγκριση με αναλυτικές λύσεις. Επίσης παρουσιάζεται εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου στον ποταμό Σπερχειό.

Τέλος, ακολουθούν τα συμπεράσματα από την ανάπτυξη και εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου, καθώς και προτάσεις για την περαιτέρω ανάπτυξη της εργασίας, αλλά και γενικότερα της έρευνας στον τομέα αυτόν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

2.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται προσπάθεια μίας σύντομης και ενδεικτικής παρουσίασης της ιστορικής εξέλιξης της ερευνητικής δραστηριότητας πάνω στη διόδευση πλημμυρικού κύματος, από τη σκοπιά της υδραυλικής ανοιχτών αγωγών, σε θεωρητικό, πειραματικό και αριθμητικό-υπολογιστικό επίπεδο.

Λόγω της έντονης τάσης των τελευταίων δεκαετιών να δίνεται έμφαση στις υπολογιστικές προσεγγίσεις του ζητήματος (η οποία τάση βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στην ευρεία εξέλιξη των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών - Η/Υ), η εν λόγω βιβλιογραφική επισκόπηση εστιάζει σε μεγάλο βαθμό στην παρουσίαση ερευνητών που ανέπτυξαν αριθμητικά μοντέλα.

Παρά όμως τη συνεχή τάση να παραμερίζονται οι πειραματικές έρευνες σε σχέση με τις αντίστοιχες υπολογιστικές, δεν μπορεί να παραγνωριστεί η τεράστια σημασία των τελευταίων πάνω στην επιστημονική εξέλιξη και για αυτό γίνεται προσπάθεια ενδεικτικής παρουσίασης και της πειραματικής ερευνητικής δραστηριότητας στον τομέα αυτόν.

Όσον αφορά στο θεωρητικό επίπεδο του προβλήματος που περιγράφει τη διόδευση του πλημμυρικού κύματος, οι κύριες βάσεις του έχουν μπει από το 19ο αιώνα. Η εξέλιξη σε αυτόν τον τομέα αφορά κατά κύριο λόγο στις εναλλακτικές μαθηματικές αναλύσεις και προσεγγίσεις, χωρίς επί της ουσίας να υπάρχει μία σημαντική ερευνητική τομή.

Είναι προφανές ότι η επισκόπηση που ακολουθεί δεν μπορεί να εξαντληθεί στα όρια της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας. Δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στις κομβικές τομές που έχουν γίνει σε ερευνητικό επίπεδο μέσα στην πορεία των χρόνων, καθώς και στις πιο πρόσφατες επιστημονικές εργασίες πάνω στο αντικείμενο.

Η συντριπτική πλειοψηφία των ερευνητών χρησιμοποιεί ως θεωρητικό υπόβαθρο τις Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων (Shallow Water Equations - SWE), γνωστές και ως εξισώσεις Saint-Venant, σε μία (one-dimensional - 1D) ή δύο διαστάσεις (twodimensional - 2D), οι οποίες προέκυψαν από την ολοκλήρωση κατά βάθος ροής των εξισώσεων Navier-Stokes που περιγράφουν την κίνηση των ρευστών.

Οι εν λόγω εξισώσεις παρουσιάστηκαν από τον μηχανικό και μαθηματικό Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant το 1871 (Barré de Saint Venant, 1871) και αναφέρονται στο μονοδιάστατο πρόβλημα. Μεγάλο τμήμα των ερευνητών, χαρακτηρίζει τις SWE σε μία ή δύο διαστάσεις και ως εξισώσεις Saint-Venant σε μία ή δύο διαστάσεις αντίστοιχα.

Οι αριθμητικές μέθοδοι που έχουν χρησιμοποιηθεί για την επίλυση των SWE, μπορούν να διακριθούν κατά κύριο λόγο σε τρεις κατηγορίες: στη Μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών (Finite-Difference Method - FDM), στη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite-Element Method - FEM) και στη Μέθοδο των Πεπερασμένων Όγκων (Finite-Volume Method- FVM).

Οι κύριες αιτίες δημιουργίας πλημμυρικού κύματος είναι οι ραγδαίες βροχοπτώσεις και η αστοχία κάποιου υδραυλικού έργου αποθήκευσης νερού (όπως π.χ. είναι κάποιο φράγμα). Η ενδεχόμενη καταστροφή φράγματος (dam-break problem) και η επακόλουθη δημιουργία πλημμυρικού κύματος στην κατάντη περιοχή, έχει επίσης απασχολήσει πληθώρα ερευνητών, σε θεωρητικό, πειραματικό και αριθμητικό-υπολογιστικό επίπεδο.

Οι δύο βασικές περιοχές έρευνας πάνω στη θραύση φράγματος είναι: α) ο προσδιορισμός των χαρακτηριστικών ροής όταν το φράγμα αστοχεί, όπως είναι ο τύπος του πλημμυρικού υδρογραφήματος και της αστοχίας, τα οποία εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από τα υλικά κατασκευής του φράγματος. β) η επίλυση της διόδευσης του πλημμυρικού κύματος, δηλαδή η επιλογή της μεθόδου υπολογισμού, καθώς και των εξισώσεων, αλλά και των διαστάσεων που περιγράφουν το φαινόμενο. Η εν λόγω βιβλιογραφική επισκόπηση εστιάζει καθαρά στη δεύτερη περιοχή, καθώς έχει άμεση συνάφεια με το αντικείμενο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας. Ενδεικτικά παρατίθενται κάποιοι ερευνητές για την πρώτη περιοχή: Fread (1984), Singh and Scarlatos (1985), Tsakiris and Spiliotis (2011)) κ.α.

Τέλος, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται σε επιστημονικές εργασίες που αφορούν τη διόδευση πλημμυρικού κύματος, σε ξηρό πυθμένα, καθώς και σε εργασίες που χρησιμοποιούν τη μέθοδο FDM και το αριθμητικό σχήμα McCormack, λόγω συνάφειας επιστημονικού αντικειμένου με την παρούσα μεταπτυχιακή εργασία.

2.2 Οι πρώτες προσεγγίσεις μέσω πειραμάτων

Όπως προαναφέρθηκε, η πειραματική προσέγγιση παραμερίστηκε προς όφελος της αντίστοιχης υπολογιστικής, καθώς είχε σημαντικά μειονεκτήματα όπως το μεγάλο κόστος ή της χρονοβόρας διαδικασίας. Το γεγονός αυτό βέβαια, δε σημαίνει ότι σταμάτησαν τα πειράματα, αλλά σταμάτησαν τα φυσικά ομοιώματα μεγάλης

κλίμακας που απαιτούσαν υπέρογκο χρόνο και κόστος και αντικαταστάθηκαν από μικρότερες πειραματικές προσεγγίσεις, οι οποίες είχαν ως κύριο σκοπό τον έλεγχο (validation) αριθμητικών μοντέλων.

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται οι πιο σημαντικές πειραματικές μελέτες που αποτέλεσαν τομή και έγιναν στα πλαίσια της έρευνας του φαινομένου της διόδευσης πλημμυρικού κύματος. Οι πειραματικές αυτές μελέτες είναι από τη δεκαετία του '10 μέχρι και τη δεκαετία του '80 και αφορούσαν κατά κύριο λόγο τη μελέτη της μετάδοσης κυμάτων σε εργαστηριακούς ή πραγματικούς αγωγούς.

Μεταξύ των ερευνητών που ασχολήθηκαν ειδικά με την εργαστηριακή μελέτη μετάδοσης πλημμυρικών κυμάτων είναι ο Schoklitsh (1917), ο οποίο χρησιμοποίησε ως βάση τα πειραματικά αποτελέσματα των Darcy και Bazin κατά τη μελέτη της μετάδοσης μικρών κυματισμών σε μικρό ξύλινο εργαστηριακό αγωγό.

Ο Eguiazaroff (1937) πραγματοποίησε μετρήσεις μετάδοσης κυμάτων σε εργαστήριο, καθώς και στο κανάλι Maxnitz.

Ο Dressler τεκμηρίωσε θεωρητικά και πειραματικά (1952, 1954) ότι η υδραυλική αντίσταση είναι από τους κυρίαρχους παράγοντες στη διάδοση ενός πλημμυρικού κύματος. Οι πειραματικές του μελέτες έγιναν σε οριζόντιο αγωγό ορθογωνικής διατομής, με πυθμένα μεταβλητής τραχύτητας.

Εκτεταμένα πειράματα ολικής και μερικής ρήξης φράγματος έγιναν από το U.S. Army Corps of Engineers στο σταθμό Waterways Experiment Station - W.E.S. (1960, 1961). Τα πειράματα αυτά διεξήχθησαν σε αγωγό ορθογωνικής διατομής πλάτους 1.40 m και μήκους 122 m.

Σημαντικές πειραματικές μετρήσεις έγιναν επίσης από πληθώρα ερευνητών όπως οι Levin (1951) σε θραύση φράγματος, Nougaro (1952) σε μετάδοση κυματισμών σε τεχνητό αγωγό, Hayashi (1953) στο ίδιο θέμα επίσης.

Ο Supino (1954) μελέτησε το σχηματισμό υδραυλικού άλματος σε αγωγούς μεγάλου πλάτους, ο Tifonov (1954) την κίνηση πλημμυρικού κύματος σε ξηρό πυθμένα ενώ ο Semenido (1956) μελέτησε ασταθείς ροές σε τεχνητό αγωγό μήκους 7000 m.

Οι Ippen and Kulin (1957) μελέτησαν την επίδραση της τραχύτητας του πυθμένα στη μετάδοση κυματισμών και οι Zienkiewicz and Sandover (1957) το κύμα που προκύπτει από την απότομη μεταβολή της ροής σε ανοιχτούς αγωγούς.

Στο Laboratoire National d' Hydralique (1959) έγιναν μεταξύ άλλων μετρήσεις μετάδοσης πλημμυρικών κυμάτων σε πρισματικούς αγωγούς, καθώς και σε αγωγούς μεταβλητής διατομής.

Ο Montuori (1965) μελέτησε τη μετάδοση πλημμυρικού κύματος σε ορθογωνικό εργαστηριακό αγωγό και σε τεχνητό αγωγό προσαγωγής υδροηλεκτρικής εγκατάστασης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

Οι Nougaro et al (1963) μελέτησαν τη μετάδοση δευτερευόντων κυματισμών σε τραπεζοειδή αγωγό μήκους 57 m, οι Vinogradova and Kononkova (1965) διεξήγαγαν πειράματα διόδευσης πλημμυρικού κύματος σε αγωγό διαστάσεων 30.0 x 2.5 m, ενώ οι Yevjevich and Barnes (1970) πραγματοποίησαν πειράματα διάδοσης πλημμυρικού κύματος σε εργαστηριακό αγωγό μεγάλου μήκους (250 m).

Οι Chervet and Dalleves (1970), Dracos (1970) πραγματοποίησαν πειράματα σε εργαστηριακό αγωγό ορθογωνικής διατομής, καθώς και σε φυσικό ομοίωμα. Οι De Jong and Miller (1971) μελέτησαν τη μετάδοση κύματος σε αγωγό ορθογωνικής διατομής, ενώ οι Tscantz and Miller (1971) και Miller and Tscantz (1972) πραγματοποίησαν επί μία τριετία εκτός άλλων και πειράματα μετάδοσης κύματος που προκύπτει από τη θραύση φράγματος και ειδικότερα την επίδραση της κλίσης και της τραχύτητας πυθμένα.

Πλήρης ιστορική και βιβλιογραφική αναδρομή υπάρχει στην εργασία των Miller and Yevjevich (1975). Οι παραπάνω πειραματικές εργασίες αναφέρονται κατά κύριο λόγο σε μονοδιάστατες ροές.

Πειραματικές εργασίες οι οποίες μελετούσαν το φαινόμενο σε δύο διαστάσεις έχουν γίνει κυρίως για προβλήματα σταθερής ροής από τους Ippen and Dawson (1951), Rouse et al (1952). Τα πειράματα αυτά αφορούσαν το σχεδιασμό ανοιχτών αγωγών με διεύρυνση, σε συνθήκες υπερκρίσιμης ροής.

Επίσης, σε μικρότερη κλίμακα ενδεικτικά, οι Rajar and Četina (1983) κατασκεύασαν υδραυλικό ομοίωμα σε κλίμακα 1:200 ενός φράγματος ύψους 20 m, οι Michouev and Sladkevich (1983) χρησιμοποίησαν πειραματικά αποτελέσματα από διάταξη θράυσης φράγματος σε αγωγό με απότομη διεύρυνση, οι Memos et al (1983) μελέτησαν πειραματικά τη μετάδοση κύματος σε οριζόντια επιφάνεια.

2.3 Μονοδιάστατα αριθμητικά μοντέλα

Όπως προαναφέρθηκε, η υπολογιστική προσέγγιση του φαινομένου της διόδευσης του πλημμυρικού κύματος κυριαρχεί τις τελευταίες δεκαετίες. Στην ενότητα αυτή γίνεται μία σύντομη ενδεικτική παρουσίαση των ερευνητών που ασχολήθηκαν με αριθμητικές επιλύσεις, καθώς και τα μοντέλα που ανέπτυξαν, τα οποία βασίζονται στις 1D SWE. Όπως φαίνεται και από την βιβλιογραφία που παρατίθεται παρακάτω, ο κύριος όγκος των εργασιών είναι στη δεκαετία του '70, του '80 και στις αρχές της δεκαετίας του '90.

Τα μονοδιάστατα αριθμητικά μοντέλα δε σταμάτησαν να αναπτύσσονται, ούτε έχασαν το ερευνητικό ενδιαφέρον, καθώς δίνουν αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα σε πολλές περιπτώσεις (άλλωστε και γνωστά λογισμικά όπως είναι το DAMBRK-FLDWAV, το MIKE 11 το HEC-RAS κ.α., είναι μονοδιάστατα αριθμητικά μοντέλα), αλλά δεν εμπεριέχουν κάποια σημαντική ερευνητική τομή στο αντικείμενο. Την αριθμητική μέθοδο FDM, εφάρμοσαν μεταξύ άλλων οι Amein (1968), Preissman (1971), χρησιμοποιώντας πεπλεγμένα αριθμητικά σχήματα. Οι Terzidis and Strelkoff (1970), μελέτησαν τα κύματα (surges) και τις ασυνέχειες (shocks) σε ανοιχτούς αγωγούς. Οι Κουτίτας και Ξανθόπουλος (1977) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο για τη μονοδιάστατη προσομοίωση θραύσης φράγματος. Ρητά αριθμητικά σχήματα επίλυσης των 1D SWE χρησιμοποίησαν οι Kordas and Witkowska, (1976), Rajar (1978), Chen (1980), Chen and Armbruster (1980), Odstrčil (1984), Fennema and Chaudhry (1986). Οι Bellos and Sakkas (1987) ανέπτυξαν ένα μονοδιάστατο αριθμητικό μοντέλο διόδευσης πλημμυρικού κύματος σε ξηρό πυθμένα. Οι Miller and Chaudhry (1989) ανάπτυξαν ένα αντίστοιχο μονοδιάστατο αριθμητικό μοντέλο σε καμπυλόγραμμους αγωγούς. Οι Rahman and Chaudhry (1998) επίσης ανέδειξαν τη σημαντικότητα της τοπικής πύκνωσης του υπολογιστικού πλέγματος σε ένα πλημμυρικό κύμα έπειτα από θραύση φράγματος.

Την αριθμητική μέθοδο FEM (αν και η μέθοδός αυτή χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο σε δισδιάστατες ή τρισδιάστατες προσεγγίσεις), χρησιμοποίησαν οι Keuning (1976), King (1976), Cooley and Moin (1976), oι Di Monaco and Molinaro (1982, 1984), oι Anastasiadou-Partheniou and Terzides (1988).

Ο Katopodes (1980) ανέπτυξε αριθμητικό μοντέλο με τη μέθοδο FEM για μικρούς αριθμούς Froude (όπου σύμφωνα με τον συγγραφέα εμφανίζονταν ενοχλητικοί παρασιτικοί κυματισμοί στις περιοχές που υπερισχύουν οι όροι μεταφοράς) και τη συνέχεια παρουσίασε αριθμητικό μοντέλο με τη μέθοδο FEM που βασίζεται στην τεχνική Petrov-Galerkin. Το παραπάνω μοντέλο έχει αξιοσημείωτη ικανότητα προσδιορισμού και περιγραφής υδραυλικών αλμάτων (shock capturing capability).

Όσον αφορά τη μέθοδο FVM, δεν υπάρχει κάποια σχετική εργασία επίλυσης των 1D SWE με την εν λόγω μέθοδο, γεγονός που είναι λογικό, καθώς αυτή χρησιμοποιείται επίσης κατά κύριο λόγο σε δισδιάστατες ή τρισδιάστατες προσεγγίσεις.

Τέλος, ειδική αναφορά πρέπει να γίνει στη μέθοδο των 'χαρακτηριστικών', η οποία είναι μέθοδος επίλυσης γραμμικών διαφορικών εξισώσεων, όπου οι αριθμητικές τιμές υπολογίζονται πάνω στις 'χαρακτηριστικές' καμπύλες της ροής. Η μέθοδος αυτή ήταν η πρώτη προσπάθεια υπολογιστικής προσέγγισης του φαινομένου της διόδευσης του πλημμυρικού κύματος και χρησιμοποιήθηκε από την ερευνητική κοινότητα κατά κύριο λόγο τη δεκαετία του '60. Αν και θεωρητικά είναι ο πιο ακριβής τρόπος επίλυσης ενός συστήματος εξισώσεων υπερβολικού τύπου (όπως είναι οι εξισώσεις SWE), λόγω του περίπλοκου προγραμματισμού που απαιτούσε για την ανάπτυξη αριθμητικών μοντέλων, δε χρησιμοποιήθηκε ευρέως και αντικαταστάθηκε από τις τρεις γνωστές μεθόδους που αναπτύχθηκαν και πιο πάνω.

Γνωστοί ερευνητές που ανέπτυξαν μονοδιάστατα αριθμητικά μοντέλα με τη μέθοδο των 'χαρακτηριστικών' είναι οι: Montuori (1965), Fletscer and Hamilton (1967),

Chervet and Dalleves (1970), Vasiliev (1971), Dracos (1970), Cunge (1970), Sakkas and Strelkoff (1973), Schamber and Katopodes (1984) $\kappa.\alpha$.

2.4 Δισδιάστατα αριθμητικά μοντέλα

Η δεκαετία του '90 χαρακτηρίστηκε από την ευρεία παραγωγή και διάδοση των Personal Computers (PC). Από τα περίπλοκα, ογκώδη και ακριβά υπολογιστικά συστήματα που υπήρχαν μόνο σε ερευνητικά και πανεπιστημιακά ιδρύματα, η τεχνολογική πρόοδος έφτασε στα PC. Το γεγονός αυτό, με την παράλληλη ταχεία ανάπτυξη με εκθετικούς ρυθμούς, της υπολογιστικής ισχύος στους Η/Υ, επέτρεψε την ερευνητική κοινότητα να αναπτύξει αριθμητικά μοντέλα τα οποία ανταποκρίνονται καλύτερα στην περιγραφή των υπό εξέταση φυσικών φαινομένων.

Στο ζήτημα της διόδευσης του πλημμυρικού κύματος, η εξέλιξη της ερευνητικής δραστηριότητας, ακολουθεί και αυτή την παραπάνω πορεία, όπου η ανάπτυξη δισδιάστατων αριθμητικών μοντέλων είναι πολύ μεγάλη. Αν και τα πρώτα δισδιάστατα αριθμητικά μοντέλα αναπτύχθηκαν τις δεκαετίες του '70 και '80, η ουσιαστική τους ανάπτυξη είναι συντελείται τις δύο τελευταίες δεκαετίες.

Σε αυτή την ενότητα γίνεται μία προσπάθεια παρουσίασης της ερευνητικής δραστηριότητας πάνω στην ανάπτυξη αριθμητικών μοντέλων που περιγράφουν το φαινόμενο της διόδευσης πλημμυρικού κύματος σε δύο διαστάσεις, τα οποία σήμερα βασίζονται κατά κύριο λόγο στην επίλυση των 2D-SWE, με διάφορες αριθμητικές μεθόδους. Λόγω της συνάφειας με το θέμα της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, η παρουσίαση αυτή προσπαθεί να είναι πληρέστερη και εκτενέστερη σε σχέση με τις προηγούμενες.

Γενικά, μπορεί να γίνει η παρακάτω διάκριση στα αριθμητικά μοντέλα ανάλογα με τις εξισώσεις πάνω στις οποίες βασίζονται για την προσομοίωση της δισδιάστατης πλημμυρικής ροής:

- στα αριθμητικά μοντέλα στα οποία οι προς επίλυση διαφορικές εξισώσεις
 έχουν απλοποιηθεί με την παράλειψη μερικών όρων
- στις αριθμητικές μοντέλα στα οποία οι διαφορικές εξισώσεις είναι πλήρεις (2D-SWE)

Στην πρώτη κατηγορία, οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα απλοποιούνται με την παράλειψη όρων ανάλογα με τον ζητούμενο βαθμό ακρίβειας. Οι προσεγγίσεις αυτές, ήταν οι πρώτες απόπειρες περιγραφής του φαινομένου της διόδευσης του πλημμυρικού κύματος σε δύο διαστάσεις και απασχόλησαν την ερευνητική κοινότητα μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του '80.

Οι όροι που παραλείπονται είναι συνήθως οι όροι αδράνειας (inertia terms), οι οποίοι για προβλήματα μετάδοσης πλημμυρικών κυμάτων σε πεδινές εκτάσεις προκύπτουν ασήμαντοι σε σχέση με τους όρους τριβών (Cunge, 1975, Hromadka II et al, 1986).

Τελικά από το σύστημα των μερικών διαφορικών εξισώσεων παραμένουν η εξίσωση συνέχειας, ενώ οι δύο εξισώσεις ορμής καταλήγουν σε εξισώσεις ανεξαρτήτως του χρόνου, όπου η παροχή μεταξύ δύο περιοχών προκύπτει ως συνάρτηση του υδραυλικού φορτίου σε σχέση με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής, με τη χρήση ημιεμπειρικών εξισώσεων τύπου Manning.

Τη μέθοδο αυτή την εφάρμοσαν πρώτοι οι Zanobetti et al (1970), για την επίλυση του προβλήματος των πλημμυρών στο δέλτα του ποταμού Mekong. Το πεδίο ροής διαιρείται σε κελιά (cells) και μεταξύ των περιοχών αυτών εφαρμόζονται οι εξισώσεις συνέχειας και εξισώσεις ανάλογες με την εξίσωση εκχειλιστή, όπου η παροχή μεταξύ δύο παρακείμενων περιοχών υπολογίζεται ως συνάρτηση του μεταξύ των υδραυλικού φορτίου.

Στην κατηγορία των λύσεων αυτών μπορεί να καταταγεί και το μαθηματικό μοντέλο των Xanthopoulos and Koutitas (1976). Στη λύση αυτή η εξίσωση συνέχειας και οι απλοποιημένες εξισώσεις ορμής διακριτοποιούνται σε ορθογωνική κάναβο και λύνονται με ένα ρητό αριθμητικό σχήμα πεπερασμένων διαφορών. Για τον έλεγχο (validation) του μοντέλου τους χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα που προέκυψαν από πειράματα μετάδοσης πλημμυρικού κύματος σε ορθογωνικό εργαστηριακό αγωγό.

Αργότερα ο Lesleighter (1983), για την αντιμετώπιση πρακτικών προβλημάτων υπολογισμού πλημμυρών στην Βιρμανία ανάπτυξε ένα απλοποιημένο μαθηματικό μοντέλο, διαιρώντας το πεδίο σε τετράπλευρα.

Οι Laura and Wang (1984), παρουσίασαν ένα παρόμοιο μοντέλο όπου το πεδίο ροής διαιρείται σε τριγωνικές περιοχές. Το μοντέλο αυτό εφαρμόσθηκε σε μία περιοχή του Puerto Rico. Παρόμοια τεχνική εφαρμόσθηκε από τους Hromadka II et al (1986).

Στη δεύτερη κατηγορία, οι αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι οι γνωστές (FDM, FEM, FVM). Οι εξισώσεις που αποτελούν το θεωρητικό υπόβαθρο των μοντέλων και είναι οι 2D-SWE. Η κατηγορία αυτή είναι η κυρίαρχη σημερινή τάση στα αριθμητικά μοντέλα που περιγράφουν το φαινόμενο της διόδευσης πλημμυρικού κύματος.

Στη μέθοδο FDM στηρίχθηκε ο Matsuomi (1983), ο οποίος χρησιμοποίησε το αριθμητικό σχήμα Leap-Frog σε ξηρό πυθμένα με ειδική αντιμετώπιση του μετώπου του κύματος. Ο προσδιορισμός των βαθών και των ταχυτήτων γίνεται σε διαφορετικά σημεία του πεδίου (έκκεντρος κάναβος).

Οι Zech et al (1983) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο με δυνατότητα περιγραφής της προέλασης και της απόσυρσης πλημμυρικών κυμάτων. Στηρίζεται σε ένα ρητό αριθμητικό σχήμα με τη μέθοδο FDM σε έκκεντρο κάναβο. Επειδή ο συντελεστής
τριβών υπολογίζεται με τον τύπο του Manning, όταν τα βάθη ροής είναι μικρά παίρνει μεγάλες τιμές, οπότε η αδυναμία αυτή αντιμετωπίστηκε με την πρόσθεση στο πραγματικό βάθος νερού ενός αντίστοιχου πλασματικού. Αναγκαία προϋπόθεση για να θεωρηθεί μία περιοχή κατακλυσμένη είναι το βάθος νερού να είναι μεγαλύτερη από 2 cm.

Οι Michouev and Slavedich (1983) μελέτησαν το πρόβλημα της πλημμύρας που προκύπτει από τη μερική καταστροφή φράγματος. Αναπτύχθηκε ρητό αριθμητικό σχήμα με τη μέθοδο FDM, τα αποτελέσματα του οποίου ελέγχθηκαν με αντίστοιχα πειραματικά.

Ο Bellos (1984) παρουσίασε μαθηματικό μοντέλο κατάλληλο για τη μελέτη της διόδευσης πλημμυρικών κυμάτων σε οποιαδήποτε τοπογραφία. Το μοντέλο αναπτύχθηκε με τη μέθοδο FDM και στηρίζεται στο γνωστό αριθμητικό σχήμα δύο βημάτων McCormack. Προϋποθέτει κάποιο ελάχιστο βάθος νερού στις κατάντη του κύματος επιφάνειες και είναι ικανό να προσομοιώσει δισδιάστατες ροές σε επιφάνειες διαφόρων τύπων με ήπιες κλίσεις πυθμένα.

Οι Garcia and Kahavita (1986) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο με τη μέθοδο FDM, χρησιμοποιώντας το αριθμητικό σχήμα McCormack με σταδιακό υπολογισμό των μεγεθών κατά την προέλαση του χρόνου (time-splitting). Οι διαφορικές εξισώσεις περιλαμβάνουν όρους τυρβώδους διάχυσης και ο σχετικός συντελεστής διάχυσης (diffusion coefficient) θεωρείται σταθερός. Το υπολογιστικό δίκτυο είναι σταθερό και ενιαίο για τις ταχύτητες και τα βάθη ροής. Το μοντέλο δημιουργεί αριθμητικό ιξώδες με την εισαγωγή τυρβώδους διάχυσης, αλλά αντίστοιχα παρουσιάζει αρκετή ευστάθεια. Το σχήμα έχει ελεγχθεί σε μονοδιάστατα προβλήματα μετάδοσης κυματισμών και σε προβλήματα θραύσης φράγματος με ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Οι Jovanović and Djordjević (1995) παρουσίασαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο FDM και το αριθμητικό σχήμα McCormack, ενώ έλεγξαν το μοντέλο (validation) μετά από πειράματα που έκαναν οι ίδιοι.

Οι Fiedler and Ramirez (2000) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο FDM και το αριθμητικό σχήμα McCormack, σε οποιαδήποτε τοπογραφία, όπου οι εμπρόσθιες και οι οπίσθιες διαφορές εναλλάσσονταν στο βήμα πρόβλεψης και στο βήμα διόρθωσης κατά την διάρκεια των χρονικών βημάτων. Για υπολογιστικούς λόγους, στις αρχικές συνθήκες το υπολογιστικό πεδίο παίρνει πολύ μικρές τιμές βάθους νερού. Επίσης, στο μοντέλο εισήχθη τεχνητή διάχυση, ενώ ο όρος των τριβών λόγω πυθμένα διακριτοποιήθηκε με πεπλεγμένο τρόπο, με στόχο την επιτάχυνση των υπολογισμών.

Οι Liang et al (2007) παρουσίασαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο FDM και το αριθμητικό σχήμα McCormack με μερικές τροποποιήσεις, ούτως ώστε να έχει την ιδιότητα της TVD (Total Variation

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

Diminishing), ενός όρου δηλαδή τεχνητής διάχυσης ο οποίος μπορεί να περιγράψει και τις απότομες ασυνέχειες στο υπολογιστικό πεδίο (shock capturing capability). Το μοντέλο ελέγχθηκε (validated) και με πειραματικά δεδομένα, όπως το φυσικό μοντέλο που προσομοίωσε τη θραύση του φράγματος Malpasset κ.α.

Οι Guangcai et al (2010) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο για την επίλυση των 2D-SWE με τη μέθοδο των FDM και το αριθμητικό σχήμα McCormack σε πεπλεγμένη μορφή.

Αριθμητικά μοντέλα με τη μέθοδο FEM αναπτύχθηκαν από τους Gee and McArtur (1978), για την επίλυση προβλημάτων δισδιάστατης ροής κατά την οριζόντια, αλλά και κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Χρησιμοποιήθηκε η τεχνική Galerkin όπως αυτή εφαρμόστηκε στα αντίστοιχα μονοδιάστατα προβλήματα (King, 1976).

Αργότερα, οι Katopodes and Wu (1986), παρουσίασαν δισδιάστατο αριθμητικό μοντέλο με τη μέθοδο FEM, 4ης τάξης ακρίβειας. Η μέθοδος είναι ρητή ως προς το χρόνο και για αυτό κατάλληλη για προβλήματα που εμπεριέχουν ασυνέχειες.

Επίσης ο Samuels (1983), πρότεινε τρία δισδιάστατα αριθμητικά μοντέλα επίλυσης δισδιάστατων προβλημάτων με τη χρήση της μεθόδου FEM, τα οποία στηρίζονται σε μεθόδους υπολογισμού συμπιεστών ρευστών.

Οι Rajar and Četina (1983) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο με τη μέθοδο FEM, το οποίο είναι κατάλληλο για την πρόβλεψη δισδιάστατης ροής σε απότομα καμπυλωμένους αγωγούς. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, το πεδίο ροής διαιρείται σε στοιχειώδεις όγκους προσανατολισμένους στις ροϊκές γραμμές. Σε κάθε ένα από τους όγκους αυτούς εφαρμόζεται ένα αριθμητικό σχήμα που στηρίζεται στη μέθοδο Patankar (1980). Το μοντέλο δοκιμάστηκε σε σταθερή ροή, αλλά σύμφωνα με το συγγραφέα μπορεί να περιγράψει ασταθείς ροές με την προσθήκη της χρονικής παραγώγου ως όρου πηγής (source term).

Οι Bellos et al (1991), παρουσίασαν αριθμητικό μοντέλο επιλύοντας τις 2D-SWE με τη μέθοδο FDM ,έχοντας μετασχηματίσει το δισδιάστατο πεδίο ροής σε ορθογωνικό με παράλληλο μετασχηματισμό και των εξισώσεων ροής, ενώ έγινε έλεγχος (validation) του μοντέλου με πειράματα σε αγωγό μεταβλητής διατομής από τους ίδιους.

Η ανάπτυξη των αριθμητικών μοντέλων για την επίλυση των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM ξεκινάει από τα μέσα της δεκαετίας του '90. Οι Bermudez and Vazquez (1994) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM και πρότειναν μία μέθοδο διακριτοποίησης πυθμένα με κλίση.

Οι Anastasiou and Chan (1997) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM σε ακανόνιστο υπολογιστικό πλέγμα (unstructured triangular mesh) με αριθμητικό σχήμα δεύτερης τάξης ακρίβειας. Οι Hubbard and Garcia-Navarro (2000) παρουσίασαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM και πρότειναν ένα αριθμητικό σχήμα βασισμένο στη μέθοδο Bermudez and Vasquez.

Οι Zoppou and Roberts (2000) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM, όπου προσομοιώνεται η δισδιάστατή ροή πλημμυρικού κύματος έπειτα από θραύση φράγματος.

Οι Soares-Frazao et al (2003), παρουσίασαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM και σύγκριναν το μοντέλο με πειράματα που έκαναν οι ίδιοι, προσομοιώνοντας το πλημμυρικό κύμα που προκύπτει μετά από ενδεχόμενη θραύση φράγματος, ενώ ο αγωγός κατάντη του φράγματος διευρύνεται απότομα.

Οι Zhou et al (2004) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM και σύγκριναν το μοντέλο με πειραματικά δεδομένα, όπως είναι η ενδεχόμενη θραύση φράγματος.

Οι Behladj et al (2006) παρουσίασαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM σε ακανόνιστο υπολογιστικό πλέγμα (unstructured mesh), ενώ έγινε εφαρμογή του μοντέλου στον ποταμό Ourika στο Μαρόκο. Για να αυξηθεί η ακρίβεια του αριθμητικού σχήματος που χρησιμοποιήθηκε, έγινε εφαρμογή της τεχνικής MUSCL (Monotonic Upstream Schemes for Conservation Laws).

Οι Vázquez et al (2009) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM. Στην εργασία αυτή σημειώνεται ότι για υπολογιστικούς λόγους (για να διατηρηθεί σταθερό το ισοζύγιο μάζας που προκύπτει από τις τιμές υπολογισμού στο πεδίο σύμφωνα με το εκάστοτε αριθμητικό σχήμα), θεωρείται ένα κατώφλι βάθους νερού, κάτω από το οποίο το κελί υπολογισμού θεωρείται ξηρό. Όσο πιο μικρό είναι αυτό το κατώφλι, τόσο πιο ακριβείς είναι οι λύσεις. Από την άλλη όμως, ο αριθμός Courant πρέπει να είναι πολύ μικρός (με αποτέλεσμα το πολύ μικρό χρονικό βήμα και το μεγάλο υπολογιστικό κόστος) και ταυτόχρονα δημιουργούνται ταλαντώσεις στο μέτωπο του κύματος, λόγω υπολογιστικών σφαλμάτων (oscillations).

Οι Erpicum et al (2010) παρουσίασαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM ενώ έγινε έλεγχος (validation) του εν λόγω μοντέλου με μία σειρά από υποθετικά υπολογιστικά σενάρια καθώς και με πειραματικά δεδομένα που προέκυψαν από φυσικό ομοίωμα θραύσης φράγματος.

Οι Roshandel et al (2010) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM.

Οι Tan and Chu (2011) ανέπτυξαν αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM και το αριθμητικό σχήμα LBA (Lagrangian Block Advection) και σύγκριναν το μοντέλο με πειράματα που έκαναν οι ίδιοι, προσομοιώνοντας μία ενδεχόμενη θραύση φράγματος όπου κατάντη βρίσκεται μία ιδεατή πόλη.

Τέλος, επίσης ειδική αναφορά πρέπει να γίνει στη μέθοδο των 'χαρακτηριστικών', όπου και σε αυτή την περίπτωση των δισδιάστατων αριθμητικών μοντέλων, ήταν η πρώτη προσπάθεια υπολογιστικής προσέγγισης του φαινομένου της διόδευσης του πλημμυρικού κύματος σε δύο διαστάσεις και αντικαταστάθηκε από τις τρεις γνωστές μεθόδους που αναπτύχθηκαν και πιο πάνω, για τους προαναφερόμενους λόγους.

Αριθμητικό μοντέλο αναπτύχθηκε με τη μέθοδο των 'χαρακτηριστικών' από τους Katopodes and Strelkoff, (1978, 1979). Κατά τους συγγραφείς, ο αλγόριθμος του αριθμητικού μοντέλου αναπτύσσεται σε ορθογωνικό και κινούμενο δίκτυο κόμβων και οι πληροφορίες μεταδίδονται στον επόμενο χρόνο πάνω στις χαρακτηριστικές επιφάνειες. Το σχήμα είναι δεύτερης τάξης ακρίβειας με μειονέκτημα τον πολύπλοκο αλγόριθμο.

Επίσης οι Shmitz et al (1983), χρησιμοποίησαν τη μέθοδο των χαρακτηριστικών σε ένα πεδίο όπου προϋπάρχει νερό με ένα αριθμητικό σχήμα 3ης τάξης ακρίβειας, κατάλληλο για υποκρίσιμες και υπερκρίσιμες ροές. Το αριθμητικό σχήμα είναι πεπλεγμένο και έχει τη δυνατότητα τοπικών συμπυκνώσεων και αραιώσεων του δικτύου. Σύμφωνα με τους συγγραφείς παρουσιάζονται προβλήματα διατήρησης της μάζας στις μεταβατικές περιοχές, μεταξύ υπερκρίσιμης και υποκρίσιμης ροής καθώς και σε σημεία με απότομή μεταβολή της γεωμετρίας (γωνίες).

2.5 Εμπορικά πακέτα λογισμικού

Όπως προαναφέρθηκε, η έντονη τάση των τελευταίων δεκαετιών αντιμετώπισης του φαινομένου της διόδευσης πλημμυρικού κύματος προς τις αριθμητικές-υπολογιστικές λύσεις, συμβάδισε με την παράλληλη ανάπτυξη των Η/Υ και της υπολογιστικής τους ισχύος. Μία παράμετρος της εν λόγω προόδου, ήταν η ανάπτυξη εμπορικών λογισμικών πακέτων, 'φιλικών' προς το χρήστη.

Σε αυτή την κατεύθυνση κινήθηκαν και αρκετά πανεπιστημιακά ιδρύματα και ερευνητικά κέντρα, όπου ανέπτυξαν εμπορικά πακέτα λογισμικού που προσομοιώνουν το φαινόμενο της διόδευσης πλημμυρικού κύματος με διάφορες τεχνικές. Λόγω της ευρείας τους ανάπτυξης, γίνεται ειδική αναφορά των λογισμικών αυτών στην παρούσα ενότητα.

Να σημειωθεί ότι ο χαρακτηρισμός 'εμπορικός' δε σημαίνει ότι το λογισμικό αποκτάται με την καταβολή αντιτίμου, αλλά ότι διατίθεται από έναν επίσημο οργανισμό (πανεπιστημιακό ίδρυμα ή ερευνητικό κέντρο) με ταυτόχρονες οδηγίες χρήσης (manual) και ο οποίος έχει ελέγξει το αριθμητικό μοντέλο, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί από διάφορους χρήστες για μία ευρεία ποικιλία περιπτώσεων, ακολουθώντας τις οδηγίες.

Επίσης σημειώνεται ότι μπορεί ένα λογισμικό να διατίθεται δωρεάν, αλλά να μη διαθέτει ταυτόχρονα στο χρήστη τον αλγόριθμό του. Ή μπορεί να διατίθεται επί

πληρωμή και να διαθέτει ταυτόχρονα στο χρήστη, τον αλγόριθμό του. Επομένως μπορεί να γίνουν δύο ανεξάρτητες μεταξύ τους διακρίσεις στα εμπορικά λογισμικά, σε δωρεάν και μη και σε αυτά που είναι ανοιχτού κώδικα (open-source code) ή όχι.

Τα λογισμικά MIKE11, MIKE21 είναι από τα πιο γνωστά λογισμικά σε αυτόν τον τομέα και αναπτύχθηκαν από το Danish Hydraulic Institute (DHI). Ανήκουν στο πακέτο προγραμμάτων για τους υδατικούς πόρους που έχει αναπτύξει το εν λόγω ινστιτούτο. Το λογισμικό MIKE11 χρησιμοποιήθηκε ευρέως για τη μονοδιάστατη προσομοίωση της διόδευσης πλημμυρικού κύματος, ενώ το λογισμικό MIKE21, αν αι χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο στις παράκτιες ζώνες, είναι δυνατόν να προσομοιώσει ένα πλημμυρικό κύμα που προκύπτει έπειτα από ενδεχόμενη θραύση φράγματος σε δύο διαστάσεις. Χρησιμοποιούν ως μέθοδος αριθμητική επίλυσης τη μεθοδο FDM, ενώ μπορούν να συνεργαστούν και με λογισμικά GIS. Βασικό όμως μειονέκτημα των εν λόγω λογισμικών είναι η πολύ υψηλή τιμή τους.

Το λογισμικό FLDWAV είναι η εξέλιξη του λογισμικού DAMBRK και είναι από τα πιο διαδεδομένα και γνωστά λογισμικά προσομοίωσης της θραύσης φράγματος και του πλημμυρικού κύματος που προκύπτει από αυτή, σε μία διάσταση. Αναπτύχθηκε από τη National Weather Service (NWS) και είναι δωρεάν. Η μέθοδος επίλυσης είναι η FDM, ενώ το αριθμητικό σχήμα που χρησιμοποιείται, είναι το γνωστό πεπλεγμένο αριθμητικό σχήμα Preissman. Μειονέκτημα του εν λόγω λογισμικού είναι ότι είναι δύσχρηστο, καθώς δε διαθέτει κάποια επιφάνεια εργασίας, ενώ τα δεδομένα εισάγονται με τη μορφή αρχείων και ο αλγόριθμος εκτελείται μέσω κάποιου compiler της γλώσσας προγραμματισμού Fortran.

Το λογισμικό CCHE2D αναπτύχθηκε από το National Center for Computational Hydroscience and Engineering του University of Mississippi είναι ένα δωρεάν λογισμικό, το οποίο βασίζεται στην επίλυση των 2D-SWE με τη μέθοδο FVM. Μπορεί να προσομοιώσει τη δισδιάστατη ροή νερού σε οποιοδήποτε ανάγλυφο, ενώ μπορεί να πάρει GIS δεδομένα για το ανάγλυφο του εδάφους. Επίσης υπάρχει η δυνατότητα υπολογισμού των φερτών υλικών, καθώς και η πρόβλεψη μελλοντικών μορφολογικών αλλαγών που επιφέρουν αυτά.

Το λογισμικό TELEMAC-2D αναπτύχθηκε από την εταιρεία ηλεκτροδότησης της Γαλλίας, Electricité de France (EDF), είναι δωρεάν και είναι ανοιχτού κώδικα. Ανήκει στην κατηγορία πακέτων TELEMAC και επιλύει τις 2D-SWE με τη μέθοδο FEM. Μπορεί επίσης να λειτουργήσει σε διάφορα λειτουργικά συστήματα (Windows, Unix). Μειονέκτημά του είναι ότι δεν είναι αρκετά φιλικό προς το χρήστη, καθώς ο βασικός αλγόριθμος λειτουργεί μέσω κάποιου compiler της γλώσσας προγραμματισμού Fortran, ενώ υπάρχει και βοηθητικό λογισμικό για την εμφάνιση των αποτελεσμάτων (Graphical User Interface - GUI).

Σε αυτή την ενότητα, των εμπορικών λογισμικών που προσομοιώνουν τη διόδευση πλημμυρικού κύματος, είναι δυνατόν να ενταχθεί και το λογισμικό HEC-RAS της U.S.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

Army Corps of Engineer, το οποίο διατίθεται δωρεάν. Είναι ένα πολύ γνωστό αριθμητικό μοντέλο και χρησιμοποιείται ευρέως για διάφορες εφαρμογές. Η θεωρητική του βάση είναι η αρχή διατήρησης ενέργειας του Bernoulli και μπορεί να προσομοιώσει σε μία διάσταση και για σταθερή παροχή, τη ροή εντός ανοιχτών αγωγών σε οποιαδήποτε τυχαία διατομή. Τα τελευταία, όμως, χρόνια έχει δοθεί και η δυνατότητα προσομοίωσης ασταθούς ροής, με μία απλοποιημένη μορφή των εξισώσεων συνέχειας και διατήρησης ορμής. Η μέθοδος υπολογισμού είναι η FDM και χρησιμοποιείται πεπλεγμένο αριθμητικό σχήμα. Τέλος, το εν λόγω λογισμικό έχει δυνατότητα να συνεργάζεται με λογισμικά GIS.

Το λογισμικό RiverFLO-2D αναπτύχθηκε από την εταιρεία FLO-2D Software, Inc. και ανήκει στο ολοκληρωμένο πακέτο λογισμικών FLO-2D (αλγόριθμοι υπολογισμού υδρολογικών και υδραυλικών χαρακτηριστικών επιφανειακών και υπόγειων νερών, καθώς και μεταφοράς φερτών υλικών). Η μέθοδος επίλυσης των 2D-SWE είναι η FEM. Επίσης βασικό μειονέκτημα του εν λόγω λογισμικού είναι η πολύ υψηλή τιμή του.

Το λογισμικό EFDC αναπτύχθηκε από την United States Enviromental Protection Agency (EPA) και είναι δωρεάν. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη συμπεριφορά διάφορων υδατικών συστημάτων σε μία, δύο ή τρεις διαστάσεις. Μπορεί να γίνει εφαρμογή και σε ποτάμια, όπου επιλύονται οι SWE σε μία ή δύο διαστάσεις. Η μέθοδος επίλυσης είναι η FDM, ενώ χρησιμοποιείται ένα ημιπεπλεγμένο αριθμητικό σχήμα. Μειονέκτημα του εν λόγω λογισμικού είναι ότι είναι δύσχρηστο, καθώς δεν διαθέτει κάποια επιφάνεια εργασίας, ενώ τα δεδομένα εισάγονται με τη μορφή αρχείων και ο αλγόριθμος εκτελείται μέσω κάποιου compiler της γλώσσας προγραμματισμού Fortran.

Το λογισμικό WOLF-2D είναι μέρος του πακέτου λογισμικών WOLF (υδρολογική και υδραυλική προσομοίωση) που έχει αναπτυχθεί από τον τομέα HACH (Hydrology, Applied Hydrodynamics and Hydraulic Construction) του University of Liège και προσομοιώνει τη δισδιάστατη ροή νερού επιλύοντας τις 2D-SWE με τη μέθοδο FVM. Μέρος του πακέτου λογισμικών είναι και το WOLF-AG, ένα λογισμικό βελτιστοποίησης βασισμένο στους γενετικούς αλγόριθμους, όπου μπορεί να ρυθμίσει (calibration) τις παραμέτρους των υπόλοιπων λογισμικών σε συνδυασμό μεταξύ τους (π.χ. υδραυλικές και υδρολογικές παραμέτρους). Αν και έχει εφαρμοστεί σε αρκετές περιπτώσεις, δεν διατίθεται προς το παρόν στο κοινό.

Η εταιρεία Deltares του Delft University of Technology έχει αναπτύξει τα λογισμικά Sobek και Delft3D τα οποία δεν είναι δωρεάν αλλά είναι ανοιχτού κώδικα (open source code). Το μεν πρώτο προσομοιώνει την τρισδιάστατη ροή του νερού, τη μεταφορά φερτών υλικών και την ποιότητα του νερού σε ποτάμια και παράκτιες περιοχές, ενώ το δεύτερο προσομοιώνει σε μία ή δύο διαστάσεις, τη ροή νερού (επιφανειακά και υπόγεια), τη μεταφορά φερτών υλικών και την ποιότητα νερού, ενώ μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για πρόβλεψη πλημμύρας (flood forecasting).

Το λογισμικό ISIS-2D της εταιρείας Halcrow προσομοιώνει μονοδιάστατες και δισδιάστατες πλημμυρικές ροές, με τη μέθοδο FDM και με διάφορες αριθμητικές τεχνικές. Επίσης υπάρχει η δυνατότητα συνεργασίας με λογισμικά GIS. Βασικό μειονέκτημα του εν λόγω λογισμικού είναι η πολύ υψηλή τιμή του.

Για λόγους πληρότητας παρουσιάζονται και τα πιο εξειδικευμένα εμπορικά λογισμικά, τα οποία χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο στην Υπολογιστική Ρευστομηχανική (Computational Fluid Dynamics - CFD). Το λογισμικό FLOW-3D της εταιρείας Flow Science, Inc. είναι ένα πολύ ισχυρό υπολογιστικό εργαλείο που μπορεί να προσομοιώσει τη ροή νερού σε μία, δύο ή τρεις διαστάσεις με διάφορες αριθμητικές μεθόδους και τεχνικές. Είναι δυνατόν να προσομοιώσει και τη ροή νερού με ελεύθερη επιφάνεια, όπως είναι η διόδευση ενός πλημμυρικού κύματος.

Το λογισμικό FLUENT της εταιρείας ANSYS είναι επίσης ένα ισχυρό υπολογιστικό εργαλείο, που μπορεί να προσομοιώσει διάφορα φαινόμενα ρευστομηχανικής, στα οποία περιλαμβάνονται και η ροή νερού με ελεύθερη επιφάνεια, σε μία δύο ή τρεις διαστάσεις. Επίσης υπάρχει η δυνατότητα εισαγωγής στο λογισμικό συναρτήσεων (functions), με τη μορφή υπορουτίνας (subroutine), οι οποίες έχουν αναπτυχθεί από το χρήστη. Και τα δύο προαναφερόμενα λογισμικά, αν και είναι ισχυρά υπολογιστικά εργαλεία, έχουν το μειονέκτημα ότι είναι πολύ ακριβά, ενώ ταυτόχρονα είναι εξειδικευμένα σε ζητήματα CFD και όχι στην προσομοίωση της ασταθούς ροής νερού με ελεύθερη επιφάνεια.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

3.1 Γενικά

Όπως προαναφέρθηκε, το αριθμητικό μοντέλο *diplomac* βασίστηκε πάνω στις μερικές διαφορικές Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων (Shallow Water Equations - SWE) γνωστές και ως εξισώσεις Saint-Venant, σε δύο διαστάσεις (two dimensional - 2D) που μπορούν να περιγράψουν την ασταθή ανομοιόμορφη ροή του νερού με ελεύθερη επιφάνεια.

Στην ασταθή ροή (unsteady flow), τα υδραυλικά στοιχεία της ροής (βάθος και ταχύτητα - παροχή του νερού) μεταβάλλονται σε συνάρτηση με το χρόνο σε αντίθεση με τη σταθερή (steady flow), ενώ στην ανομοιόμορφη (non-uniform flow) ροή τα υδραυλικά στοιχεία της ροής μεταβάλλονται σε συνάρτηση με το χώρο, σε αντίθεση με την ομοιόμορφη ροή (uniform flow). Είναι προφανές ότι στη φύση, η ροή του νερού είναι κατά κύριο λόγο ασταθής ανομοιόμορφη.

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μία σύντομη θεωρητική τεκμηρίωση για το πώς προέκυψαν οι εξισώσεις αυτές και ποιές είναι οι θεωρήσεις - απλοποιήσεις που έγιναν κατά τους διάφορους μετασχηματισμούς.

Οι 2D-SWE προκύπτουν από την ολοκλήρωση κατά βάθος των γνωστών εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση των ρευστών, Navier-Stokes και βασίζονται στις παρακάτω προϋποθέσεις (Abott (1979), Τερζίδης (1982)):

- Το νερό είναι ασυμπίεστο και ομογενές, δηλαδή η πυκνότητά του είναι σταθερή σε όλο το πεδίο ροής ανεξαρτήτως χρόνου
- Εισάγεται η έννοια των μέσων ταχυτήτων κατά μήκος και εγκάρσια της ροής,
 με τη θεώρηση ότι οι μεταβολές των ταχυτήτων κατά την κατακόρυφη
 διεύθυνση είναι αμελητέες (η ροή είναι πλήρως αναμειγμένη κατά την κατακόρυφη
- Οι συνιστώσες της ταχύτητας κατά την κατακόρυφη διεύθυνση παραλείπονται ως αμελητέες

- Η κατανομή των πιέσεων σε οποιοδήποτε κατακόρυφο επίπεδο είναι η υδροστατική
- Η κλίση του πυθμένα είναι μικρή ούτως ώστε να μην υπάρχει ουσιαστική διαφορά μεταξύ του βάθους ροής, είτε αυτό μετριέται κατακόρυφα, είτε κάθετα στον πυθμένα
- Δεν υπάρχουν ασυνέχειες ή απότομες μεταβολές στο πεδίο ροής
- Δεν υπάρχει εισροή (source) όπως π.χ. βροχόπτωση ή και εκροή (sink) όπως
 π.χ. εξάτμιση ή διήθηση
- Οι εσωτερικές δυνάμεις τριβής (δυναμική συνεκτικότητα ή ιξώδες) και οι αντίστοιχες εξωτερικές (τριβές στον πυθμένα και στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού) μπορούν να προσομοιωθούν με συντελεστές που προκύπτουν από ημιεμπειρικές εκφράσεις (π.χ. Manning, Chezy κ.λπ.) και οι οποίες ισχύουν σε συνθήκες ομοιόμορφης ροής

3.2 Εξισώσεις Navier-Stokes

Οι εξισώσεις Navier-Stokes είναι απόρροια του πρώτου και του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα, οι οποίοι νόμοι όταν εφαρμόζονται σε έναν 'όγκο ελέγχου' ροής νερού (control volume) έχουν ως εξής (Chaudhry, 2008):

Εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(3.1)

Εξισώσεις διατήρησης ορμής

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u$$
(3.2)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v$$
(3.3)

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 w$$
(3.4)

όπου:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$
(3.5)

και u, v, w οι συνιστώσες της ταχύτητας κατά τις διευθύνσεις x, y, z αντίστοιχα, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, μ η δυναμική συνεκτικότητα, p είναι η πίεση και ρ η πυκνότητα του ρευστού.

3.3 Μετασχηματισμός εξισώσεων Navier-Stokes

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται ο μετασχηματισμός των παραπάνω εξισώσεων Navier-Stokes σε εξισώσεις ροής με ελεύθερη επιφάνεια (Chaudhry, 2008).

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση συνέχειας (3.1) κατά βάθος προκύπτει:

$$\int_{Z_b}^{Z_s} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{Z_b}^{Z_s} \frac{\partial u}{\partial x} dz + w(Z_s) - w(Z_b) = 0$$
(3.6)

όπου Z_s και Z_b (s: surface, b: bottom) είναι οι συντεταγμένες πάνω στον κατακόρυφο άξονα z της επιφάνειας του νερού και του πυθμένα, αντίστοιχα. Τα παραπάνω ολοκληρώματα σύμφωνα με τον κανόνα του Leibnitz μπορούν να μετασχηματιστούν ως εξής:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{Z_{b}}^{Z_{s}} u dz - u(Z_{s})\frac{\partial Z_{s}}{\partial x} + u(Z_{b})\frac{\partial Z_{b}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\int_{Z_{b}}^{Z_{s}} v dz - v(Z_{s})\frac{\partial Z_{s}}{\partial y} + v(Z_{b})\frac{\partial Z_{b}}{\partial y}$$
(3.7)

Αν η συνάρτηση Z_s(x,y,t) προσδιορίζει τη συντεταγμένη στον κατακόρυφο άξονα z της ελεύθερης επιφάνειας του νερού και αν υποτεθεί ότι δεν υπάρχει επί της ουσίας επίδραση του ανέμου (που σημαίνει ότι κανένα μόριο του νερού στην ελεύθερη επιφάνειά της ροής δεν μετακινείται από την κατακόρυφη στήλη αυτή), τότε η κατακόρυφη ταχύτητα των μορίων νερού στην ελεύθερη επιφάνεια της ροής διαμορφώνεται ως εξής:

$$w(Z_s) = \frac{DZ_s}{Dt} = \frac{\partial Z_s}{\partial t} + u(Z_s)\frac{\partial Z_s}{\partial x} + v(Z_s)\frac{\partial Z_s}{\partial y}$$
(3.8)

Αν θεωρηθεί ότι ο πυθμένας δεν μεταβάλλεται και F_b=Z_b(x,y)-z=0, όπου η συνάρτηση Z_b(x,y) προσδιορίζει τη συντεταγμένη στον κατακόρυφο άξονα z του πυθμένα, τότε

αντίστοιχα η κατακόρυφη ταχύτητα των μορίων νερού στον πυθμένα διαμορφώνεται ως εξής:

$$w(Z_b) = \frac{DF_b}{Dt} = u(Z_b)\frac{\partial Z_b}{\partial x} + v(Z_b)\frac{\partial Z_b}{\partial y}$$
(3.9)

Λαμβάνοντας υπόψη τις μέσες ταχύτητες ως προς το βάθος ροής:

$$\overline{u} = \frac{1}{d} \int_{Z_b}^{Z_s} u dz \qquad \overline{v} = \frac{1}{d} \int_{Z_b}^{Z_s} v dz$$
(3.10)

όπου d το βάθος ροής (Z_s - Z_b).

Αντικαθιστώντας τις Εξ. (3.7), (3.8), (3.9) στην εξίσωση συνέχειας (3.6) και θεωρώντας την ταχύτητα σταθερή στον κατακόρυφο άξονα της ροής (Εξ. (3.10)), τότε η εξίσωση συνέχειας μπορεί να πάρει την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}d)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{v}d)}{\partial y} = 0$$
(3.11)

Όσον αφορά τις εξισώσεις διατήρησης ορμής, εφόσον η ταχύτητα ροής στον κατακόρυφο άξονα θεωρείται αμελητέα τότε:

$$\frac{Dw}{Dt} \approx 0 \qquad \text{ Kal } \quad \mu \nabla^2 w \approx 0 \tag{3.12}$$

οπότε και η Εξ. (3.5) μετασχηματίζεται:

$$g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \tag{3.13}$$

Ολοκληρώνοντας την παραπάνω Εξ. (3.13) κατά τον κατακόρυφο άξονα και θεωρώντας την ατμοσφαιρική πίεση μηδενική, τότε έχουμε τον παρακάτω μετασχηματισμό:

$$p = \rho g_z \left(z - Z_s \right) \tag{3.14}$$

και αντίστοιχα:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = g_z \frac{\partial Z}{\partial x}$$
(3.15)

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = g_z \frac{\partial Z}{\partial y}$$
(3.16)

Οι εξισώσεις ορμής (3.2) και (3.3) μπορούν να μετασχηματιστούν πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση συνέχειας (3.1) με τις παραμέτρους u ή v αντίστοιχα, προσθέτοντάς την στην Εξ. (3.2) ή (3.3) αντίστοιχα και λαμβάνοντας υπόψη τον μετασχηματισμό (3.15-3.16) ως εξής:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} + \frac{\partial (uw)}{\partial z} = g_x + g_z \frac{\partial Z_s}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u$$
(3.17)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial (uv)}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial (vw)}{\partial z} = g_y + g_z \frac{\partial Z_s}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v$$
(3.18)

Στη συνέχεια ολοκληρώνονται οι Εξ. (3.17), (3.18) ως προς την κατακόρυφη διεύθυνση z. Το αριστερό σκέλος της Εξ. (3.17) προκύπτει σύμφωνα με τον κανόνα του Leibnitz:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{Z_{b}}^{Z_{s}} u dz - u(Z_{s}) \frac{\partial Z_{s}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_{b}}^{Z_{s}} u^{2} dz - u^{2}(Z_{s}) \frac{\partial Z_{s}}{\partial x} + u^{2}(Z_{b}) \frac{\partial Z_{b}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_{b}}^{Z_{s}} u v dz$$
$$- u(Z_{s})v(Z_{s}) \frac{\partial Z_{s}}{\partial y} + u(Z_{b})v(Z_{b}) \frac{\partial Z_{b}}{\partial y} + u(Z_{s})w(Z_{s}) - u(Z_{b})v(Z_{b})$$
(3.19)

Θεωρώντας ότι η ταχύτητα ροής κατανέμεται ομοιόμορφα στον κατακόρυφο άξονα z και σύμφωνα με τις Εξ. (3.8) και (3.9), η Εξ. (3.19) γράφεται:

$$\frac{\partial(\overline{u}d)}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{u}^2d)}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{u}\overline{v}d)}{\partial t}$$
(3.20)

ενώ με την ίδια διαδικασία το αριστερό σκέλος της Εξ. (3.18) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\frac{\partial(\overline{v}d)}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{u}\overline{v}d)}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{v}^2d)}{\partial t}$$
(3.21)

Το δεξιό σκέλος των Εξ. (3.17), (3.18) έπειτα από την ολοκλήρωση προκύπτει ως εξής:

$$\left(g_{x}+g_{z}\frac{\partial(Z_{s})}{\partial x}\right)h+\int_{Z_{b}}^{Z_{s}}\frac{\mu}{\rho}\nabla^{2}udz$$
(3.22)

$$\left(g_{y}+g_{z}\frac{\partial(Z_{s})}{\partial y}\right)h+\int_{Z_{b}}^{Z_{s}}\frac{\mu}{\rho}\nabla^{2}vdz$$
(3.23)

Εφόσον το επίπεδο x-y είναι παράλληλο στον πυθμένα, η παράμετρος Z_b είναι σταθερή. Συνεπώς:

$\frac{\partial Z_s}{\partial Z_s} =$	$=\frac{\partial(Z_b+d)}{\partial(Z_b+d)}$	$\underline{\partial d}$
∂x	∂x	∂x
∂Z_s	$\frac{\partial (Z_b + d)}{\partial (Z_b + d)}$	∂d
∂y	∂y	∂y

Ο δεύτερος όρος των Εξ. (3.22), (3.23) αντιστοιχεί στην επίδραση των διατμητικών τάσεων. Η δυναμική συνεκτικότητα μ στην τυρβώδη ροή μπορεί να αντικατασταθεί με ένα συντελεστή τριβής. Επίσης, υπάρχει διάκριση μεταξύ των τάσεων που εμφανίζονται στο επίπεδο x,y από τις αντίστοιχες των επιπέδου x,z και y-z. Ο

δεύτερος όρος της Εξ. (3.22) που αντιστοιχεί στις διατμητικές τάσεις της εξίσωσης διατήρησης ορμής κατά τη x διεύθυνση, μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\varepsilon_{xy}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \varepsilon_{zx}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$
(3.26)

όπου οι όροι ε_{xy}, ε_{zx} είναι συντελεστές τριβής. Στην πραγματικότητα, οι διατμητικές τάσεις του πυθμένα είναι πολύ μεγαλύτερες από τις υπόλοιπες, που σημαίνει ότι ο πρώτος όρος της Εξ. (3.26) μπορεί να αγνοηθεί. Ολοκληρώνοντας ως προς την κατακόρυφη διεύθυνση z, η Εξ. (3.26) μετασχηματίζεται:

$$\int_{Z_b}^{Z_s} \varepsilon_{zx} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz = \varepsilon_{zx} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=Z_s} - \varepsilon_{zx} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=Z_b} = \tau_{s_x} - \tau_{b_x}$$
(3.27)

όπου οι όροι τ_{sx} και τ_{bx} είναι οι διατμητικές τάσεις στην επιφάνεια του νερού και στον πυθμένα αντίστοιχα κατά τη διεύθυνση x. Με τον ίδιο τρόπο, ο δεύτερος όρος της Εξ. (3.23) μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\int_{Z_b}^{Z_s} \varepsilon_{zy} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} dz = \varepsilon_{zy} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=Z_s} - \varepsilon_{zy} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=Z_b} = \tau_{s_y} - \tau_{b_y}$$
(3.28)

Οι διατμητικές τάσεις στην επιφάνεια του νερού τ_{sx}, τ_{sy} που οφείλονται στον άνεμο μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες, ενώ οι αντίστοιχες τάσεις του πυθμένα τ_{bx}, τ_{by} μπορούν να υπολογιστούν με εμπειρικούς τύπους, όπως η εξίσωση Chezy:

$$\tau_b = \frac{\rho g}{C^2} V^2 \tag{3.29}$$

όπου C είναι ο συντελεστής Chezy και V η συνισταμένη της ταχύτητας ροής:

$$V = \sqrt{\overline{u}^2 + \overline{v}^2} \tag{3.30}$$

Επομένως οι διατμητικές τάσεις που εμφανίζονται στον πυθμένα μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$\tau_{bx} = \tau_b \cos\theta = \frac{\rho g}{C^2} \overline{u} V \tag{3.31}$$

$$\tau_{by} = \tau_b \sin \theta = \frac{\rho g}{C^2} \bar{v} V \tag{3.32}$$

όπου θ είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος της συνισταμένης της ταχύτητας και του άξονα x.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, οι εξισώσεις διατήρησης της ορμής έχουν μετασχηματιστεί ως εξής έπειτα από την ολοκλήρωσή τους κατά τον κατακόρυφο άξονα z:

$$\frac{\partial(\overline{u}d)}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{u}^2d)}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{u}\overline{v}d)}{\partial y} = \left(g_x - g_z\frac{\partial d}{\partial x}\right)gd - \frac{g}{C^2}\overline{u}\sqrt{\overline{u}^2 + \overline{v}^2}$$
(3.33)

$$\frac{\partial(\overline{v}d)}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{u}\overline{v}d)}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v}^2d)}{\partial y} = \left(g_y - g_z\frac{\partial d}{\partial y}\right)gd - \frac{g}{C^2}\overline{v}\sqrt{\overline{u}^2 + \overline{v}^2}$$
(3.34)

Οι παραπάνω εξισώσεις είναι οι εξισώσεις διατήρησης της ορμής σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων x,y, το οποίο επίπεδο που ορίζεται από αυτό το σύστημα είναι παράλληλο με τον πυθμένα. Στο ίδιο αυτό σύστημα αναφέρεται και η εξίσωση διατήρησης της μάζας (Εξ. (3.11)).

Για να μετασχηματίσουμε τις παραπάνω Εξ. (3.11), (3.33), (3.34) σε ένα νέο γενικευμένο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ (Σχήμα 3.1) στο οποίο τμηματικά ο πυθμένας έχει σταθερή κλίση, πρέπει να περιστραφεί το πρώτο σύστημα αναφοράς.



Σχήμα 3.1 Προσδιορισμός γωνιών α_x, α_y, α_z

Η περιστροφή αυτή μπορεί να πάρει την παρακάτω μαθηματική έκφραση μετά από μερικές διανυσματικές πράξεις, όπου οι συντεταγμένες του γενικευμένου συστήματος προσδιορίζονται από συνάρτηση με μεταβλητές τις γωνίες που σχηματίζονται από τον πυθμένα και τους άξονες x,y α_x, α_y:

$$\begin{vmatrix} \overline{x} \\ \overline{y} \\ \overline{z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos a_x & -\cos\phi \cos a_x / \sin\phi & \tan a_x \cos a_z \\ 0 & -\cos a_y / \sin\phi & \tan a_y \cos a_z \\ -\sin a_x & -\sin a_y \cos^2 a_x / \sin\phi & \cos a_z \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$
(3.35)

όπου:

$$\cos a_z = 1 / \sqrt{1 + \tan^2 a_x + \tan^2 a_y}$$
(3.36)

$$\cos\phi = \sin a_x \tag{3.37}$$

$$\cos a_y = \sqrt{1 - \sin^2 a_x \sin^2 a_y}$$
 (3.38)

$$\sin\phi = \sqrt{1 - \sin^2 a_x \sin^2 a_y} \tag{3.39}$$

Οι όροι g_x, g_y, g_z μπορούν να προσδιοριστούν τώρα ως εξής:

$$g_x = g \sin a_x \tag{3.40}$$

$$g_{y} = g \frac{\sin a_{y} \cos^{2} a_{x}}{\sin \phi}$$
(3.41)

$$g_z = -g\cos a_z \tag{3.42}$$

Για λόγους απλοποίησης, είναι δυνατόν να γίνει η παρακάτω θεώρηση, όπου το σφάλμα αυτής είναι κάτω από 3%, για γωνίες μικρότερες από 10°:

$$\sin a_x \sin a_y \approx \sin^2 a_x \approx \sin^2 a_y \approx 0 \tag{3.43}$$

Σύμφωνα με την παραπάνω θεώρηση:

$$\sin\phi = 1 \qquad \cos\phi = 0 \tag{3.44}$$

Από τη συνάρτηση (3.35) και σύμφωνα με την παραπάνω θεώρηση (3.44):

$\overline{x} = x \cos a_x + z \tan a_x \cos a_z$	(3.45)
$\overline{y} = y \cos a_y + z \tan a_y \cos a_z$	(3.46)

Οι εξαρτημένες μεταβλητές των εξισώσεων διατήρησης μάζας και ορμής παίρνουν την παρακάτω μορφή στο γενικευμένο σύστημα αναφοράς:

$h = \frac{d}{\cos a_z}$	(3.47)
$\overline{u} = \overline{u} \cos a_x$	(3.48)
$\overline{v} = \overline{v} \cos a_y$	(3.49)

όπου h είναι το βάθος ροής το οποίο μετριέται κατακόρυφα και \overline{u} , \overline{v} οι συνιστώσες της ταχύτητας ροής κατά τις διευθύνσεις \overline{x} και \overline{y} αντίστοιχα. Επίσης, σύμφωνα με τις Εξ. (3.45), (3.46):

$$\frac{\partial}{\partial x} = \cos a_x \frac{\partial}{\partial \overline{x}} + \tan a_x \cos a_z \frac{\partial}{\partial \overline{z}}$$
(3.50)

$$\frac{\partial}{\partial y} = \cos a_y \frac{\partial}{\partial \overline{y}} + \tan a_y \cos a_z \frac{\partial}{\partial \overline{z}}$$
(3.51)

Επίσης είναι δυνατόν να αποδειχθεί ότι οι δεύτεροι όροι των παραπάνω Εξ. (3.50), (3.51) είναι πολύ μικροί επομένως μπορούν να αγνοηθούν. Συνεπώς, με τους τελευταίους μετασχηματισμούς, οι εξισώσεις διατήρησης μάζας και ορμής μπορούν να πάρουν την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (uh)}{\partial x} + \frac{\partial (vh)}{\partial x} = 0$$
(3.52)

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2h)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} = gh\left[\cos a_x S_0^x - (\cos a_x \cos a_z)^2 \frac{\partial h}{\partial x} - S_f^x\right]$$
(3.53)

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2h)}{\partial x} = gh\left[\cos a_y S_0^y - \left(\cos a_y \cos a_z\right)^2 \frac{\partial h}{\partial y} - S_f^y\right]$$
(3.54)

όπου:

$$S_0^x = \sin a_x \qquad S_0^y = \sin a_y \tag{3.55}$$

$$S_{f}^{x} = \frac{u\sqrt{u^{2} + v^{2}}}{(C\cos a_{z})^{2}h} \qquad S_{f}^{x} = \frac{v\sqrt{u^{2} + v^{2}}}{(C\cos a_{z})^{2}h}$$
(3.56)

Σημειώνεται ότι οι συντεταγμένες του συστήματος αναφοράς x, y αναφέρονται στο γενικευμένο σύστημα αναφοράς.

3.4 Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων σε δύο διαστάσεις (2D-SWE)

Για μικρές κλίσεις του πυθμένα, οι Εξ. (3.52), (3.53), (3.54) μπορούν να πάρουν την παρακάτω μορφή πίνακα, σε μορφή συντηρητικού νόμου, με την οποία είναι γνωστές ως 'Εξισώσεις Ρηχών Υδάτων' (Shallow Water Equations - SWE) ή Εξισώσεις Saint-Venant, σε δύο διαστάσεις (two dimensional - 2D):

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = D$$
(3.57)

όπου:

$$W = \begin{vmatrix} h \\ uh \\ vh \end{vmatrix} \qquad F = \begin{vmatrix} uh \\ u^2h + \frac{gh^2}{2} \\ uvh \end{vmatrix} \qquad G = \begin{vmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + \frac{gh^2}{2} \end{vmatrix} \qquad D = \begin{vmatrix} 0 \\ gh(S_0^x - S_f^x) \\ gh(S_0^y - S_f^y) \end{vmatrix}$$
(3.58)

και συνοψίζοντας:

- h βάθος νερού (m)
- u ταχύτητα νερού κατά την οριζόντια διεύθυνση x (m/s)
- ν ταχύτητα νερού κατά την οριζόντια διεύθυνση y (m/s)
- g επιτάχυνση της βαρύτητας (m/s²)
- S₀^x κλίση πυθμένα κατά την οριζόντια διεύθυνση x
- S₀^y κλίση πυθμένα κατά την οριζόντια διεύθυνση y
- S^x απώλειες λόγω τριβής στον πυθμένα (κλίση γραμμής ενέργειας) κατά την οριζόντια διεύθυνση x
- S^y απώλειες λόγω τριβής στον πυθμένα (κλίση γραμμής ενέργειας) κατά την οριζόντια διεύθυνση y

Οι όροι της κλίσης γραμμής ενέργειας μπορούν να γραφούν χρησιμοποιώντας την εξίσωση Manning αντί για αυτή του Chezy:

$$S_{f}^{x} = \frac{n^{2}u\sqrt{u^{2} + v^{2}}}{h^{\frac{4}{3}}} \qquad \text{Kal} \qquad S_{f}^{y} = \frac{n^{2}v\sqrt{u^{2} + v^{2}}}{h^{\frac{4}{3}}}$$
(3.59)

όπου n o συντελεστής Manning (s/m^{1/3}).

Άλλη μορφή των παραπάνω εξισώσεων είναι και αυτή:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = D$$
(3.60)

όπου:

$$W = \begin{vmatrix} h \\ u \\ v \end{vmatrix} \qquad F = \begin{vmatrix} uh \\ \frac{1}{2}u^2 + gh \\ uv \end{vmatrix} \qquad G = \begin{vmatrix} vh \\ uv \\ \frac{1}{2}v^2 + gh \end{vmatrix} \qquad D = \begin{vmatrix} 0 \\ gh(S_0^x - S_f^x) \\ gh(S_0^y - S_f^y) \end{vmatrix}$$
(3.61)

Το πλεονέκτημα της συντηρητικής μορφής των εξισώσεων σε σχέση με τη μη συντηρητική, είναι η διατήρηση των χαρακτηριστικών της ροής. Αν και οι Εξ. (3.57), (3.58) και (3.60), (3.61) δεν είναι σε πλήρη μορφή συντηρητικού νόμου, καθώς ο πίνακας D δεν έχει μηδενικά όλα τα στοιχεία του (με αποτέλεσμα τα στοιχεία αυτά να συμπεριφέρονται είτε ως εισροές είτε ως εκροές), η συμβολή αυτών των όρων είναι σχετικά μικρή, οπότε τα πλεονεκτήματα της συντηρητικής μορφής δεν χάνονται.

3.5 Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων σε μία διάσταση (1D-SWE)

Για λόγους πληρότητας, παρατίθενται και οι 1D-SWE, γνωστές και ως εξισώσεις Saint-Venant σε μία διάσταση (συνήθως όταν αναφέρονται οι εξισώσεις Saint-Venant εννοούνται σε μία διάσταση αν δεν γίνει περαιτέρω διευκρίνιση), οι οποίες προκύπτουν πάλι από τις εξισώσεις συνέχειας και διατήρησης της ορμής με τη διαφορά ότι η κατά μήκος ταχύτητα ροής του νερού είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη εγκάρσια και κατακόρυφη. Η θεώρηση αυτή ισχύει κατά κύριο λόγο σε πιο μικρές διατομές και πιο απότομες κλίσεις, σε σχέση με τη θεώρηση πάνω στην οποία στηρίχθηκαν οι 2D-SWE.

Πολλοί ερευνητές έχουν παραθέσει διάφορους τρόπους για το πώς μετασχηματίζονται οι εξισώσεις συνέχειας και διατήρησης της ορμής στις 1D-SWE. Ενδεικτικά αναφέρονται οι παρακάτω: Stoker (1957), Chow (1959), Strelkoff (1969). Για λόγους οικονομίας, οι εξισώσεις 1D-SWE απλά παρατίθενται, χωρίς να παρουσιάζεται η θεωρητική τους τεκμηρίωση:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = D \tag{3.62}$$

όπου:

$$W = \begin{vmatrix} A \\ Q \end{vmatrix} \qquad F = \begin{vmatrix} Q \\ V^2 A + g A \overline{y} \end{vmatrix} \qquad D = \begin{vmatrix} +q_i \\ g A (S_0 - S_f) + q_i V_i \end{vmatrix}$$
(3.63)

και:

- A εμβαδόν υγρής διατομής (m²)
- Q παροχή (m³/s)
- V η ταχύτητα του νερού (m/s)
- qι πλευρική εκροή ανά μονάδα μήκους του αγωγού (m²/s)
- S₀ η κλίση πυθμένα
- S_f απώλειες λόγω τριβής στον πυθμένα (κλίση της γραμμής ενέργειας)
- V₁ συνιστώσα της ταχύτητας εισροής κατά τη διεύθυνση της ροής (m/s)
- y η απόσταση του κέντρου βάρους της διατομής από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού (m)

Η κλίση της γραμμής ενέργειας υπολογίζεται σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση:

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{\frac{4}{3}}}$$
(3.64)

όπου n ο συντελεστής n Manning και R η υδραυλική ακτίνα της εκάστοτε διατομής (ο λόγος του εμβαδού της υγρής διατομής προς την αντίστοιχη βρεχόμενη περίμετρο).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

4.1 Μερικές διαφορικές εξισώσεις

Μερική διαφορική εξίσωση είναι η διαφορική εξίσωση στην οποία η άγνωστη συνάρτηση είναι συνάρτηση πολλαπλών ανεξάρτητων μεταβλητών και των μερικών παραγώγων τους. Πολλά φυσικά φαινόμενα περιγράφονται είτε από κάποια μερική διαφορική εξίσωση, είτε από ένα σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων πρώτου ή δευτέρου βαθμού, όπως οι εξισώσεις που διέπουν την κίνηση των ρευστών Navier-Stokes, ή τις SWE που έχουν παρουσιαστεί και αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις διακρίνονται σε υπερβολικές, παραβολικές και ελλειπτικές διαφορικές εξισώσεις. Η κατηγοριοποίηση αυτή μπορεί να γίνει μαθηματικά θεωρώντας μία μερική διαφορική εξίσωση δευτέρου βαθμού σε γενική μορφή:

$$a\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + c\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + d\frac{\partial f}{\partial x} + e\frac{\partial f}{\partial y} + gf + h = 0$$
(4.1)

όπου f είναι η συνάρτηση f(x,y) δύο μεταβλητών x, y και α, b, c, d, e, g, h είναι είτε σταθερές είτε συναρτήσεις των μεταβλητών x, y. Υπολογίζοντας τη 'διακρίνουσα' της παραπάνω εξίσωσης Δ=b²-4αc είναι δυνατόν να κατηγοριοποιήσουμε την εκάστοτε μερική διαφορική εξίσωση. Αν η 'διακρίνουσα' Δ είναι αρνητική, τότε η μερική διαφορική εξίσωση είναι ελλειπτική, αν είναι μηδενική τότε είναι παραβολική και αν είναι θετική είναι υπερβολική.

Η φυσική σημασία της παραπάνω διάκρισης έχει ως εξής: στις ελλειπτικές εξισώσεις όλα τα σημεία του πεδίου αλληλοεπηρεάζονται, στις παραβολικές τα σημεία του πεδίου εξαρτώνται από τα προηγούμενα και στις υπερβολικές η όποια διάδοση της 'πληροφορίας' στο πεδίο, γίνεται πάνω σε γραμμές ή επίπεδα (αναλόγως των διαστάσεων που εξετάζεται το εκάστοτε φυσικό φαινόμενο) οι οποίες ονομάζονται 'χαρακτηριστικές'.

Γνωστές ελλειπτικές εξισώσεις είναι οι εξισώσεις Laplace και Poisson, ενώ αντίστοιχα τυπική περίπτωση παραβολικής εξίσωσης είναι η εξίσωση της θερμότητας. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τη μετάδοση κύματος ή την ασταθή ροή (άρα και κατ' επέκταση και οι 2D-SWE που έχουν περιγραφεί σε προηγούμενο κεφάλαιο) είναι υπερβολικού τύπου.

4.2 Αριθμητικές μέθοδοι

Η επίλυση μίας μερικής διαφορικής εξίσωσης (ή ενός αντίστοιχου συστήματος) δεν είναι πάντα δυνατή, όπως και στην προκειμένη περίπτωση, όπου οι 2D-SWE είναι ένα μη γραμμικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων το οποίο δεν μπορεί να επιλυθεί με αναλυτικό τρόπο.

Η μη γραμμικότητα αυτή πολλών μερικών διαφορικών εξισώσεων, οδήγησε από τη δεκαετία του '60 στην ανάπτυξη των αριθμητικών μεθόδων, όπου το πρόβλημα της μη ύπαρξης αναλυτικής λύσης των εξισώσεων αυτών αντιμετωπίστηκε με τον υπολογισμό των αριθμητικών τιμών που λαμβάνουν αυτές, σε ένα συγκεκριμένο πεδίο εφαρμογής.

Οι αριθμητικές αυτές μέθοδοι βρήκαν εφαρμογή σε πολλές μερικές διαφορικές εξισώσεις και κατ' επέκταση σε πολλά φυσικά φαινόμενα και πολλούς επιστημονικού κλάδους, όπως η ρευστομηχανική, η αεροναυπηγική, η μετεωρολογία κ.α.

Μεγάλη συνεισφορά στην περαιτέρω χρησιμοποίηση των αριθμητικών μεθόδων είχε η ανάπτυξη των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών (Η/Υ), αλλά ιδιαίτερα η τεχνολογική τους αναβάθμιση και η επακόλουθη αύξηση της υπολογιστικής τους ισχύος, όπου πλέον προβλήματα που απαιτούσαν επίπονους και χρονοβόρους υπολογισμούς ήταν δυνατόν να επιλυθούν σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα μέσα από αλγόριθμους που αναπτύχθηκαν πάνω σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού σε Η/Υ.

Οι αριθμητικές μέθοδοι μπορούν να διακριθούν σε τρεις κατηγορίες: στις Πεπερασμένες Διαφορές (Finite Difference Method - FDM), στα Πεπερασμένα Στοιχεία (Finite Element Method - FEM) και στους Πεπερασμένους Όγκους (Finite Volume Method - FVM).

Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζονται τα βασικά στοιχεία της μεθόδου των Πεπερασμένων Διαφορών. Ενδεικτικά, όσον αφορά στις άλλες αριθμητικές μεθόδους που προαναφέρθηκαν, στα μεν Πεπερασμένα Στοιχεία γίνεται διακριτοποίηση του υπολογιστικού πεδίου σε στοιχεία, ενώ στους Πεπερασμένους Όγκους γίνεται διακριτοποίηση του υπολογιστικού πεδίου σε στοιχεία, ενώ στους Πεπερασμένους (όγκους).

4.3 Πεπερασμένες διαφορές

Στις Πεπερασμένες Διαφορές, το υπολογιστικό πεδίο διακριτοποιείται σε κόμβους. Για να εφαρμοστεί η μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών για την αριθμητική επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων που διέπουν την κίνηση των ρευστών (άρα και τις SWE) γίνεται δεκτή η θεώρηση Euler για την κίνηση των ρευστών.

Σημειώνεται ότι δύο είναι οι βασικές θεωρήσεις για την κίνηση των ρευστών, αυτή του Lagrange και αυτή του Euler.

Στη μεν πρώτη, η μάζα του ρευστού θεωρείται ότι αποτελείται από ένα άπειρο πλήθος συγκεκριμένων σωματιδίων που ορίζονται από την αρχική του θέση κατά την έναρξη της κίνησης, ενώ ο εξωτερικός παρατηρητής είναι υποχρεωμένος να παρακολουθεί την κίνηση καθενός από αυτά, όσο η θέση τους μεταβάλλεται συνεχώς με την πάροδο του χρόνου.

Στη δε δεύτερη, κατά την κίνηση ενός ρευστού σε ένα πεδίο, θεωρούνται συγκεκριμένες θέσεις του πεδίου, αμετάβλητες στο χρόνο, στις οποίες ο εξωτερικός παρατηρητής παρακολουθεί την κίνηση του ρευστού από τον τρόπο με τον οποίο εμπλεκόμενα στην κίνηση φυσικά μεγέθη αλλάζουν τις τιμές τους, όσο χρόνο το κινούμενο ρευστό διέρχεται από τις θέσεις αυτές.

Σύμφωνα με τη θεώρηση Euler, είναι δυνατόν να διακριτοποιηθεί με ένα συγκεκριμένο χωρικό βήμα το πεδίο κίνησης ενός ρευστού και να σχηματισθούν διάφορες θέσεις (κόμβοι) στις οποίες θα υπολογίζονται κάθε φορά με συγκεκριμένο χρονικό βήμα τα χαρακτηριστικά της κίνησης αυτής με πεπερασμένες διαφορές (στην προκειμένη περίπτωση το βάθος και η ταχύτητα του νερού). Η διακριτοποίηση αυτή γίνεται αφενός στο χρόνο και αφετέρου σε μία, δύο ή τρεις διαστάσεις στο χώρο, αναλόγως το είδος των μερικών διαφορικών εξισώσεων που είναι προς επίλυση.

Ακολουθεί παράδειγμα μίας συνάρτησης f η οποία έχει εξαρτάται από την ανεξάρτητη μεταβλητή x. Η μερική παράγωγός της f ως προς x σύμφωνα με τον μαθηματικό της ορισμό στο σημείο x₀ έχει ως εξής:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$
(4.2)

Αν η συνάρτηση f ορίζεται στο σημείο x_0 , τότε στο σημείο $x_0+\Delta x$ και σύμφωνα με τον τύπο του Taylor.

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \sum_{1}^{n} \frac{\Delta x^n \partial^n f}{n! \partial x^n} = f(x_0) + \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \Delta x^2 \frac{\partial^2 f}{2\partial x^2} + \dots$$
(4.3)

Αν κρατηθεί μόνο ο πρώτο όρος της παραπάνω σειράς, τότε η παραπάνω Εξ. (4.3) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$
(4.4)

Από την παραπάνω Εξ. (4.4) φαίνεται ότι με μία πρώτη προσέγγιση (αποκόπτοντας όρους της σειράς Taylor) και για ένα πεπερασμένο Δx το οποίο μπορεί να πάρει μικρή σχετικά τιμή, είναι δυνατόν να προσεγγισθεί με σχετική ακρίβεια η μερική παράγωγος όπως αυτή ορίζεται στην Εξ. (4.2), με μία πεπερασμένη διαφορά όπως φαίνεται στην Εξ. (4.4).

Οι γενικοί τύποι των πεπερασμένων διαφορών είναι τρεις: εμπρόσθια διαφορά, οπίσθια διαφορά και κεντρική διαφορά, όπως αντίστοιχα παριστάνονται παρακάτω, τόσο σε μαθηματική μορφή (Εξ. (4.5), (4.6), (4.7)), όσο και σε σχηματική (Σχήμα 4.1):

$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}$$
(4.5)

$$\frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$
(4.6)

$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}$$
(4.7)



4.4 Αριθμητικά σχήματα

Η τεχνική επίλυσης ενός υπολογιστικού πεδίου με τις πεπερασμένες διαφορές γίνεται με τα αριθμητικά σχήματα. Τα αριθμητικά σχήματα προκύπτουν από διάφορους μετασχηματισμούς των σειρών Taylor και για διάφορες προσεγγίσεις (πόσοι όροι της σειράς δεν αποκόπτονται κάθε φορά), όπου προκύπτει η μαθηματική έκφραση υπολογισμού ενός κόμβου του υπολογιστικού πεδίου από τους όμορούς του.

Ανάλογα με το φυσικό φαινόμενο και ανάλογα με το πώς διαδίδεται η 'πληροφορία' σε ένα υπολογιστικό πεδίο, διάφορα αριθμητικά σχήματα είναι κατάλληλα για την προσομοίωση συγκεκριμένων φυσικών φαινομένων, ενώ αδυνατούν να προσομοιώσουν επαρκώς κάποια άλλα. Επομένως, η επιλογή του κατάλληλου αριθμητικού σχήματος για την περιγραφή ενός φυσικού φαινομένου αποτελεί ζήτημα κομβικής σημασίας για την ανάπτυξη των αριθμητικών μοντέλων.

Ανάλογα με τον αριθμό των όρων της σειράς Taylor που δεν αποκόπτονται, ορίζεται και η ακρίβεια του σχήματος. Π.χ. σε ένα απλό σχήμα εμπρόσθιας διαφοράς, όπου η σειρά Taylor αποκόπτεται από το δεύτερο όρο και μετά, το σχήμα ονομάζεται πρώτης τάξης ακρίβειας (Ο(Δx)). Αντίστοιχα, σε ένα σχήμα κεντρικής διαφοράς αν γίνουν οι υπολογισμοί, η ακρίβεια είναι δεύτερης τάξης (Ο(Δx²)). Είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερης τάξης ακρίβειας είναι της μερικής διαφορικής εξίσωσης.

Αυτό φαίνεται και στο Σχ. 4.1, όπου η προσέγγιση της κεντρικής διαφοράς προσεγγίζει ακριβέστερα την πραγματική λύση της πρώτης παραγώγου της συνάρτησης f, από ότι η εμπρόσθια ή η οπίσθια διαφορά.

Τα αριθμητικά σχήματα μπορούν να διακριθούν σε δύο κατηγορίες, τα ρητά (explicit) και τα πεπλεγμένα (implicit). Η βασική τους διάκριση είναι ότι στα μεν ρητά η τιμή του κάθε κόμβου μπορεί να υπολογιστεί άμεσα σε κάθε χωρικό βήμα, στα δε πεπλεγμένα δημιουργείται ένα σύστημα n αγνώστων με n εξισώσεις (όπου n o αριθμός των κόμβων), το οποίο σύστημα επιλύεται με διάφορες τεχνικές στο τέλος κάθε χρονικού βήματος (π.χ. Thomas, Gauss-Seidel κ.α.).

Γνωστά ρητά αριθμητικά σχήματα είναι τα: FTCS, Upwind, Leapfrog, Lax, Lax-Wendroff, McCormack κ.α., ενώ γνωστά πεπλεγμένα αριθμητικά σχήματα είναι τα: Crank-Nicolson, Implicit FTCS, Wendroff, ADI, Box κ.α.

4.5 Ποιοτικά κριτήρια αριθμητικών σχημάτων

Τα αριθμητικά σχήματα δεν είναι μία απλά τυχαία αλληλουχία αλγεβρικών πράξεων. Η ποιότητά τους αξιολογείται από συγκεκριμένα κριτήρια, τα οποία προκύπτουν από μαθηματική ανάλυση. Παρακάτω, παρατίθενται τα εν λόγω κριτήρια και γίνεται μία σύντομη επεξήγηση για το κάθε ένα (Κουτίτας, 1982):

- Κριτήριο συνέπειας
- Κριτήριο σύγκλισης
- Κριτήριο ευστάθειας

Όσον αφορά στο κριτήριο συνέπειας, ένα αριθμητικό σχήμα είναι συνεπές όταν ο τελεστής διαφορών τείνει προς τον διαφορικό τελεστή, καθώς το χωρικό βήμα τείνει προς το μηδέν. Όταν δηλαδή για μία συνάρτηση f(x) η οποία διακριτοποιείται στο χώρο με βήμα Δx ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\nabla f(x)}{\Delta x} = \frac{\partial f}{\partial x}$$
(4.8)

Όσον αφορά στο κριτήριο σύγκλισης, σύγκλιση υφίσταται όταν η αριθμητική λύση τείνει προς την αναλυτική καθώς το χωρικό βήμα τείνει προς το μηδέν.

Όσον αφορά στο κριτήριο ευστάθειας, το εκάστοτε αριθμητικό σχήμα είναι ευσταθές όταν κατά τη διαδικασία υπολογισμών, τα σφάλματα που εισάγονται από βήμα σε βήμα παραμένουν σε πεπερασμένα όρια και δεν τείνουν στο άπειρο. Με μαθηματική ανάλυση είναι δυνατόν να βρεθεί αν κάποιο αριθμητικό σχήμα είναι ευσταθές ή όχι και κάτω από ποιές προϋποθέσεις.

Το κριτήριο ευστάθειας είναι από τα πιο σημαντικά κατά την ανάπτυξη του αριθμητικού μοντέλου, καθώς για τα υπάρχοντα αριθμητικά σχήματα έχει γίνει η απαραίτητη μαθηματική ανάλυση όσον αφορά στα κριτήρια συνέπειας και σύγκλισης και είναι δεδομένη. Από την άλλη, το κριτήριο ευστάθειας μπορεί να ισχύει για όλες τις περιπτώσεις σε κάποια αριθμητικά σχήματα, για άλλα όμως αριθμητικά σχήματα ισχύει κάτω από συγκεκριμένες προϋποθέσεις.

Μία από τις πιο σημαντικές διαφορές μεταξύ ρητών και πεπλεγμένων σχημάτων, είναι ότι στα μεν ρητά σχήματα η ευστάθεια εξαρτάται από το μέγεθος του χρονικού βήματος, ενώ στα πεπλεγμένα όχι. Επομένως κατά την ανάπτυξη του εκάστοτε αριθμητικού σχήματος πρέπει να λαμβάνεται υπόψη αν το αριθμητικό σχήμα που χρησιμοποιείται για την υπολογιστική διαδικασία διέπεται από κάποιο κριτήριο ευστάθειας και αν ισχύει το παραπάνω, το εν λόγω κριτήριο να λαμβάνεται υπόψη στον προγραμματισμό του μοντέλου.

Τέλος, όσον αφορά στα σφάλματα που προκύπτουν από την υπολογιστική διαδικασία, αυτά μπορούν να διακριθούν σε σφάλματα αποκοπής (truncation errors), που αφορούν την τάξη ακρίβειας (πόσοι όροι αποκόπτονται στη σειρά Taylor) και τα σφάλματα στρογγυλοποίησης των αριθμητικών τιμών (rounding errors).

Επίσης, τα σφάλματα αποκοπής μπορούν να διακριθούν σε σφάλματα διάχυσης, τα οποία εμφανίζονται σε σχήματα πρώτης τάξης ακρίβειας και σε σφάλματα διασποράς τα οποία εμφανίζονται σε σχήματα δεύτερης τάξης ακρίβειας (Tannehill et al, 1997).

4.6 Αριθμητικό σχήμα McCormack

Το ρητό αριθμητικό σχήμα δεύτερης τάξης ακρίβειας McCormack είναι μία από τις μετεξελίξεις του γνωστού αριθμητικού σχήματος Lax-Wendroff (Lax and Wendroff, 1964). Είναι σχήμα δύο βημάτων (πρόβλεψης και διόρθωσης) και χρησιμοποιούνται εναλλάξ εμπρόσθιες και οπίσθιες διαφορές. Είναι ευσταθές με την προϋπόθεση ότι ικανοποιείται το κριτήριο ευστάθειας Courant-Friedrichs-Lewy (CFL condition).

Είναι ένα αριθμητικό σχήμα το οποίο μπορεί να περιγράψει τις απότομες μεταβολές (shock capturing capability) του εκάστοτε υπολογιστικού πεδίου (McCormack, 1970), επομένως η χρήση του για την αριθμητική επίλυση των SWE είναι ικανή να περιγράψει τις ενδεχόμενες απότομες μεταβολές στην κατάσταση της ροής (π.χ. υδραυλικά άλματα), παρά την προϋπόθεση μη ασυνεχειών ή απότομων μεταβολών στο εκάστοτε υπολογιστικό πεδίο για την εφαρμογή των SWE, που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο της θεωρητικής τεκμηρίωσης των SWE.

Πριν παρατεθεί η διακριτοποίηση των SWE σύμφωνα με το αριθμητικό σχήμα McCormack, παρουσιάζεται σε σχηματική μορφή (Σχ. 4.2) η απεικόνιση ενός υπολογιστικού πεδίου διακριτοποιημένου με τη μορφή κανάβου, τόσο στο χώρο, όσο και στο χρόνο, όπου i διεύθυνση x, j η διεύθυνση y, k η χρονική στιγμή, Δt το χρονικό και Δx, Δy τα χωρικά βήματα για την αντίστοιχη διεύθυνση:



Σχήμα 4.2 Σχηματική απεικόνιση διακριτοποίησης υπολογιστικού πεδίου στο χώρο και στο χρόνο

Ακολουθεί η διακριτοποίηση μίας απλής εξίσωσης μετάθεσης κύματος σε δύο διαστάσεις, τόσο σε μαθηματική (Εξ. (4.9), (4.10)), όσο και σε σχηματική μορφή (Σχήματα (4.3), (4.4)), με στόχο την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου McCormack.

Έστω η απλή εξίσωση μετάθεσης της συνάρτησης f σε δύο διαστάσεις x, y με ταχύτητα u και v αντίστοιχα:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$
(4.9)

Η διακριτοποίηση της Εξ. (4.9) σύμφωνα με το αριθμητικό σχήμα McCormack γίνεται σε δύο βήματα και έχει ως εξής:

βήμα πρόβλεψης

$$f_{i,j}^{*} = f_{i,j}^{k} - u \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(f_{i+1,j}^{k} - f_{i,j}^{k} \right) - v \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(f_{i,j+1}^{k} - f_{i,j}^{k} \right)$$
(4.10)



Σχήμα 4.3 Σχηματική απεικόνιση πρώτου βήματος (πρόβλεψης) αριθμητικού σχήματος McCormack

βήμα διόρθωσης

$$f_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left[f_{i,j}^{k} + f_{i,j}^{*} - u \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(f_{i,j}^{*} - f_{i-1,j}^{*} \right) - v \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(f_{i,j}^{*} - f_{i,j-1}^{*} \right) \right]$$
(4.11)



Σχήμα 4.4 Σχηματική απεικόνιση δεύτερου βήματος (διόρθωσης) αριθμητικού σχήματος McCormack

Οι SWE όπως παρουσιάστηκαν και σε προηγούμενο κεφάλαιο, έχουν την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = D$$
(4.12)

όπου:

$$W = \begin{vmatrix} h \\ uh \\ vh \end{vmatrix} \qquad F = \begin{vmatrix} uh \\ u^2h + \frac{gh^2}{2} \\ uvh \end{vmatrix} \qquad G = \begin{vmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + \frac{gh^2}{2} \end{vmatrix} \qquad D = \begin{vmatrix} 0 \\ gh(S_0^x - S_f^x) \\ gh(S_0^y - S_f^y) \end{vmatrix}$$
(4.13)

Αν διακριτοποιηθεί το παραπάνω σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων σύμφωνα με το αριθμητικό σχήμα McCormack, παίρνει την παρακάτω μορφή:

βήμα πρόβλεψης

$$W_{i,j}^{*} = W_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+1,j}^{k} - F_{i,j}^{k} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(G_{i,j+1}^{k} - G_{i,j}^{k} \right) + \Delta t D_{i,j}^{k}$$
(4.14)

βήμα διόρθωσης

$$W_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left[W_{i,j}^{k} + W_{i,j}^{*} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i,j}^{*} - F_{i-1,j}^{*} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(G_{i,j}^{*} - G_{i,j-1}^{*} \right) + \Delta t D_{i,j}^{*} \right]$$
(4.15)

ή σε αναλυτική μορφή:

βήμα πρόβλεψης

$$h_{i,j}^{*} = h_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left((uh)_{i+1,j}^{k} - (uh)_{i,j}^{k} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left((vh)_{i,j+1}^{k} - (vh)_{i,j}^{k} \right)$$
(4.16)

$$(uh)_{i,j}^{*} = (uh)_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\left(u^{2}h + \frac{gh^{2}}{2} \right)_{i+1,j}^{k} - \left(u^{2}h + \frac{gh^{2}}{2} \right)_{i,j}^{k} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left((uh)_{i,j+1}^{k} - (uh)_{i,j}^{k} \right) + \Delta tgh_{i,j}^{k} \left(S_{0}^{x} - S_{f}^{x} \right)_{i,j}^{k}$$

$$(4.17)$$

$$(vh)_{i,j}^{*} = (vh)_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left((uvh)_{i+1,j}^{k} - (uvh)_{i,j}^{k} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(\left(v^{2}h + \frac{gh^{2}}{2} \right)_{i,j+1}^{k} - \left(v^{2}h + \frac{gh^{2}}{2} \right)_{i,j}^{k} \right) + \Delta tgh_{i,j}^{k} \left(S_{0}^{y} - S_{f}^{y} \right)_{i,j}^{k}$$

$$(4.18)$$

βήμα διόρθωσης

$$h_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left[h_{i,j}^{k} + h_{i,j}^{*} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left((uh)_{i,j}^{*} - (uh)_{i-1,j}^{*} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left((vh)_{i,j}^{*} - (uh)_{i,j-1}^{*} \right) \right]$$
(4.19)

$$(uh)_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left[(uh)_{i,j}^{k} + (uh)_{i,j}^{*} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\left(u^{2}h + \frac{gh^{2}}{2} \right)_{i,j}^{*} - \left(u^{2}h + \frac{gh^{2}}{2} \right)_{i-1,j}^{*} \right] - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left((uvh)_{i,j}^{*} - (uvh)_{i,j-1}^{*} \right) + \Delta tgh_{i,j}^{*} \left(S_{0}^{x} - S_{f}^{x} \right)_{i,j}^{*} \right]$$

$$(4.20)$$

$$(vh)_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left[(vh)_{i,j}^{k} + (vh)_{i,j}^{*} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (uvh)_{i,j}^{*} - (uvh)_{i-1,j}^{*} \right] - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[\left(v^{2}h + \frac{gh^{2}}{2} \right)_{i,j}^{*} - \left(v^{2}h + \frac{gh^{2}}{2} \right)_{i,j-1}^{*} \right] + \Delta tgh_{i,j}^{*} \left(S_{0}^{y} - S_{f}^{y} \right)_{i,j-1}^{*} \right]$$

$$(4.21)$$

όπου σε κάθε χρονική στιγμή οι ταχύτητες μπορούν να υπολογισθούν:

$$u_{i,j}^{k+1} = \frac{(uh)_{i,j}^{k+1}}{h_{i,j}^{k+1}} \qquad v_{i,j}^{k+1} = \frac{(vh)_{i,j}^{k+1}}{h_{i,j}^{k+1}}$$
(4.22)

Το αριθμητικό σχήμα McCormack είναι ευσταθές υπό το κριτήριο Courant-Friedrichs-Lewy (CFL condition) ή αλλιώς κριτήριο Courant:

$$CFL \le 1$$
 (4.23)

όπου (Katopodes and Strelkoff, 1979):

$$CFL = \left(\sqrt{u^2 + v^2} + c\right)\frac{\Delta t}{\Delta x}$$
(4.24)

και c η ταχύτητα προέλασης των κυματισμών (celerity) η οποία:

$$c = \sqrt{gh} \tag{4.25}$$

Ο αριθμός CFL ονομάζεται και αριθμός Courant (C).

4.7 Αρχικές και οριακές συνθήκες

Από τα πιο σημαντικά δεδομένα τα οποία πρέπει να προσδιοριστούν, είναι οι τιμές των μεταβλητών στους κόμβους που βρίσκονται στα χωρικά όρια του υπολογιστικού πεδίου (οριακές συνθήκες - boundary conditions), καθώς και οι τιμές των

μεταβλητών σε όλο το υπολογιστικό πεδίο τη χρονική στιγμή t=0 (αρχικές συνθήκες ή οριακές χρονικές συνθήκες - initial conditions).

Χωρίς αυτές τις συνθήκες είναι εύκολα αντιληπτό ότι δεν μπορεί να γίνει καμία εφαρμογή κάποιου αριθμητικού σχήματος σε ένα υπολογιστικό πεδίο, καθώς απαιτούνται αρχικά δεδομένα ούτως ώστε να ξεκινήσουν οι υπολογισμοί. Οι αρχικές και οριακές συνθήκες επηρεάζουν πολύ την πορεία των υπολογισμών, οπότε θα πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα για τον προσδιορισμό τους.

Οι οριακές συνθήκες μπορεί να προσδιοριστούν είτε με την απόδοση στους οριακούς κόμβους του υπολογιστικού πεδίου με συγκεκριμένες γνωστές τιμές των μεγεθών που υπεισέρχονται στους υπολογισμούς (όπως π.χ. από κάποιες πραγματικές μετρήσεις που έγιναν στο συγκεκριμένο υπολογιστικό πεδίο), είτε με τους οριακούς κόμβους να λαμβάνουν τιμές οι οποίες προσδιορίζονται από μία μαθηματική έκφραση διαφορετικού τύπου από το υπόλοιπο υπολογιστικό πεδίο (όπως είναι η μέθοδος των 'χαρακτηριστικών').

Οι οριακές συνθήκες που θα πρέπει να προσδιορίζονται σε αριθμητικά μοντέλα που βασίζονται στις 2D-SWE, διακρίνονται σε δύο περιπτώσεις. Σε περίπτωση που η ροή είναι υπερκρίσιμη, στο ανάντη όριο του υπολογιστικού πεδίου θα πρέπει να προσδιορίζονται τρεις μεταβλητές (βάθη και οριζόντιες ταχύτητες ροής), ενώ στο αντίστοιχο κατάντη δεν χρειάζεται να προσδιοριστεί κάποια μεταβλητή. Σε περίπτωση που η ροή είναι υποκρίσιμη, στο ανάντη όριο του υπολογιστικός κατάντη δεν χρειάζεται να προσδιοριστεί κάποια μεταβλητή. Σε περίπτωση που η ροή είναι υποκρίσιμη, στο ανάντη όριο του υπολογιστικού πεδίου θα πρέπει να αντίστοιχο κατάντη δεν χρειάζεται να προσδιοριστεί κάποια μεταβλητή. Σε περίπτωση που η ροή είναι υποκρίσιμη, στο ανάντη όριο του υπολογιστικού πεδίου θα πρέπει να προσδιορίζονται δύο υδραυλικές μεταβλητές, ενώ στο αντίστοιχο κατάντη μία (Abbott, 1979).

Επίσης είναι δυνατόν να μην υπάρχουν συγκεκριμένες οριακές συνθήκες (open boundary conditions), όπως συμβαίνει συνήθως σε μετεωρολογικά αριθμητικά μοντέλα ή σε αριθμητικά μοντέλα που προσομοιώνουν τη θαλάσσια κίνηση του νερού. Ανάλογα με το αριθμητικό μοντέλο, μπορεί να χρησιμοποιείται για οριακές συνθήκες μία από τις παραπάνω περιπτώσεις ή και συνδυασμός αυτών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 APIΘMHTIKO MONTEΛO diplomac

5.1 Γενικά

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται η παρουσίαση του αριθμητικού μοντέλου που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, το οποίο ονομάστηκε *diplomac*. Όπως έχει προαναφερθεί, το εν λόγω αριθμητικό μοντέλο βασίστηκε πάνω στην επίλυση των Εξισώσεων Αβαθών Υδάτων σε δύο διαστάσεις (2D Shallow Water Equations in two dimensions - 2D-SWE), με την αριθμητικό μέθοδο FDM και το ρητό αριθμητικό σχήμα McCormack.

Η πρώτη φάση παρουσίασης του αλγορίθμου αφορά την περιγραφή των τεχνικών του χαρακτηριστικών, των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν (φυσικών και υπολογιστικών) και των οριακών συνθηκών. Επίσης παρουσιάζονται οι δυνατότητες και οι προδιαγραφές του εν λόγω αριθμητικού μοντέλου. Σε δεύτερη φάση, γίνεται ο έλεγχος (validation) του αριθμητικού μοντέλου με διάφορα υποθετικά αριθμητικά σενάρια, συνήθη στη σχετική βιβλιογραφία.

Συγκεκριμένα, για διάφορα υδρογραφήματα που αντιστοιχούν σε διάφορες περιόδους επαναφοράς, καταρτίζονται οι χάρτες του πλημμυρικού κινδύνου (χάρτες όπου παρουσιάζεται η κοίτη πλημμυρικής κατάκλυσης, καθώς και οι ταχύτητες ροής), όπως προβλέπει η Κοινοτική Οδηγία 2007/60, η οποία έχει αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο.

5.2 Πεδίο ροής και υπολογιστικό πεδίο

Η αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε στο αριθμητικό μοντέλο *diplomac* είναι η FDM με μία μικρή παραλλαγή η οποία δανείστηκε από τη μέθοδο FVM. Γενικά, στη μέθοδο FDM, το εκάστοτε πεδίο εφαρμογή διακριτοποιείται με κάναβο και σε κάθε κόμβο του κανάβου αυτού υπολογίζονται τα εκάστοτε μεγέθη.

Στην περίπτωση του αριθμητικού μοντέλου *diplomac*, το πεδίο ροής διακριτοποιείται επίσης με κάναβο, αλλά τώρα το υπολογιστικό πεδίο, δηλαδή οι κόμβοι υπολογισμού

των μεγεθών που υπολογίζονται σε κάθε χρονικό βήμα (ταχύτητα και βάθος ροής), υπολογίζονται στο κέντρο του κάθε κελιού του κανάβου (Σχήμα 5.1).



Σχήμα 5.1 Αριθμητική μέθοδος διακριτοποίησης πεδίου ροής που χρησιμοποιήθηκε στο μοντέλο diplomac

5.3 Τεχνικά χαρακτηριστικά αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος του αριθμητικού μοντέλου *diplomac* δημιουργήθηκε με τη γλώσσα προγραμματισμού Fortran 90/95. Ως απαραίτητα δεδομένα εισόδου εισάγονται το εκάστοτε ανάγλυφο του υπολογιστικού πεδίου με το αρχείο εισόδου 'dtm.txt'. Υπάρχει επίσης η δυνατότητα εισαγωγής του υδρογραφήματος ως ανάντη οριακή συνθήκη, με το αρχείο εισόδου 'ydrografima.txt', καθώς και των καμπύλων στάθμης-παροχής που χαρακτηρίζουν την εν λόγω διατομή που αποτελεί ανάντη οριακή συνθήκη, με το αρχείο εισόδου 'hq_curves.txt'. Η εναλλακτική επιλογή είναι η εφαρμογή του μοντέλου σε ένα υπολογιστικό πεδίο ροής, με σταθερή παροχή.

Τέλος, υπάρχει η δυνατότητα εισαγωγής αρχείου όπου σε κάθε κελί του αναγλύφου αντιστοιχεί και ένας διαφορετικός συντελεστής n Manning. Η εναλλακτική απλοποιητική επιλογή είναι η θεώρηση ενός μέσου συντελεστή n Manning σε όλο το

υπολογιστικό πεδίο ή σε διάφορα τμήματα αυτού. Το αρχείο αυτό εισόδου των συντελεστών n Manning είναι το αρχείο manning.txt.

Δεδομένα εξόδου είναι δυνατόν να εξαχθούν σε όσες χρονικές στιγμές είναι επιθυμητό, αρκεί να δηλωθεί σε πόσες και σε ποιές. Συνεπώς, σε κάθε χρονική στιγμή που έχει δηλωθεί, εξάγονται τα παρακάτω δεδομένα: τα βάθη ροής σε όλο το υπολογιστικό πεδίο (vathi.txt), οι ταχύτητες ροής κατά τη διεύθυνση x σε όλο το υπολογιστικό πεδίο (uuu.txt), οι ταχύτητες ροής κατά τη διεύθυνση y σε όλο το υπολογιστικό πεδίο (vvv.txt), τα μέγιστα βάθη που έχουν εμφανιστεί σε κάθε κόμβο του υπολογιστικού πεδίου μέχρι τη χρονική στιγμή εγγραφής των δεδομένων εξόδου (vathi2.txt) και όσες διατομές (cross-sections) και μηκοτομές (profiles) ροής νερού έχουν δηλωθεί από την αρχή της εφαρμογής του μοντέλου (xxx.txt και yyy.txt).

Για λόγους ελέγχου, κατά την εφαρμογή του μοντέλου, σε κάθε χρονικό βήμα γίνεται ένας έλεγχος όγκου νερού, δηλαδή συγκρίνεται ο όγκος νερού που υπάρχει στο υπολογιστικό πεδίο αφού προστεθεί στον όγκο νερού που έχει απορρεύσει από αυτό, με τον όγκο νερού που έχει εισρεύσει σε αυτό. Το εν λόγω ισοζύγιο μάζας, είναι μία καλή πρώτη ένδειξη ότι το μοντέλο εκτελείται σωστά.

Η παραλλαγή της αριθμητικής μεθόδου FDM που παρουσιάστηκε πιο πάνω, είναι πρακτικά χρήσιμη, εφόσον εισάγονται ως δεδομένα εισόδου του αναγλύφου του πεδίου ροής, τοπογραφικά δεδομένα GIS, καθώς τα εν λόγω τοπογραφικά δεδομένα αφορούν το υψόμετρο του εδάφους στο κέντρο κάθε κελιού (pixel).

Στο αριθμητικό μοντέλο *diplomac* μπορεί να εισαχθεί ως δεδομένο εισόδου, ένα οποιοδήποτε ψηφιακό ανάγλυφο το οποίο έχει εξαχθεί με κάποιο λογισμικό GIS, με την προϋπόθεση ότι πεδίο θα είναι ορθογωνικό, θα είναι γνωστές οι διαστάσεις της κάθε πλευράς, καθώς και το μέγεθος του κελιού (pixel). Με αυτά τα δεδομένα είναι δυνατόν και ο προσδιορισμός του αριθμού των κόμβων του υπολογιστικού πεδίου.

Τέλος, το χρονικό βήμα των υπολογισμών δεν είναι σταθερό. Προκύπτει σε κάθε επανάληψη με βάση το κριτήριο Courant-Friedrichs-Lewy (CFL condition) που είναι απαραίτητο για την ευστάθεια του αριθμητικού σχήματος. Επομένως ως δεδομένο εισόδου είναι απαραίτητος ο προσδιορισμό του αριθμού Courant.

5.4 Αρχικές και οριακές συνθήκες

Στο αριθμητικό μοντέλο *diplomac* μπορούν να εισαχθούν διάφορες αρχικές συνθήκες (initial conditions), αν και εφόσον υπάρχουν πραγματικές μετρήσεις σε κάποιο υδατόρευμα. Διαφορετικά, οι αρχικές συνθήκες είναι η μηδενική τιμή των υδραυλικών μεγεθών (βάθος και ταχύτητα ροής) σε όλο το υπολογιστικό πεδίο κατάσταση που προσομοιώνει τη διόδευση πλημμυρικού κύματος σε ξηρό πυθμένα (dry bed).
Άλλωστε, η βασική απορροή ενός ποταμού πριν την έλευση ενός πλημμυρικού κύματος δεν παίζει ιδιαίτερο ρόλο στη συμπεριφορά της απορροής έπειτα από ένα πλημμυρικό κύμα, λόγω του μικρού σχετικά μεγέθους της. Επομένως η θεώρηση του ξηρού πυθμένα σε όλο το υπολογιστικό πεδίο μπορεί να περιγράψει σχετικά ικανοποιητικά μία πραγματική κατάσταση.

Εκατέρωθεν του υπολογιστικού πεδίου, το αριθμητικό μοντέλο *diplomac* δεν διέπεται από συγκεκριμένες οριακές συνθήκες (open boundary conditions). Το μοντέλο είναι ικανό να περιγράψει τη ροή του νερού εντός μίας διατομής, όπου η στάθμη του νερού είναι σε οριζόντια θέση (κάτι που αντιστοιχεί στην ελάχιστη δυνατή ενέργεια και ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα) και σταματάει στα τοιχώματα της εκάστοτε διατομής.

Ως ανάντη οριακές συνθήκες (upstream boundary conditions), ορίζεται είτε ένα υδρογράφημα εισόδου, είτε μία σταθερή παροχή, στους κόμβους στους οποίους εμφανίζεται ροή νερού για την εκάστοτε παροχή. Στους υπόλοιπους κόμβους της ανάντη οριακής διατομής, μηδενίζονται τα υδραυλικά μεγέθη υπολογισμού (ταχύτητες και βάθος ροής).

Επειδή κατά κύριο λόγο στη φύση η ανάντη διατομή δεν έχει συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα (εκτός κι αν εξετάζεται ένα υποθετικό αριθμητικό σενάριο ή η διατομή του υπό μελέτη ποταμού είναι διευθετημένη), η στάθμη του νερού δεν μπορεί να υπολογιστεί άμεσα από κάποια σχέση (π.χ. εξίσωση Manning με τη θεώρηση της τμηματικά σταθερής ομοιόμορφης παροχής).

Για αυτό το λόγο, ως δεδομένο εισόδου μαζί με το υδρογράφημα δίδονται και οι καμπύλες στάθμης-παροχής που χαρακτηρίζουν αυτή τη διατομή, αν και εφόσον υπάρχουν αυτές. από πραγματικές μετρήσεις. Διαφορετικά, με τη βοήθεια άλλου αλγόριθμου που αναπτύχθηκε για τη συγκεκριμένη αυτή περίπτωση, υπολογίζονται οι καμπύλες στάθμης-παροχής στην εκάστοτε διατομή, με τη θεώρηση της τμηματικά σταθερής ομοιόμορφης παροχής, για δεδομένη κλίση πυθμένα και συντελεστή n Manning, με βάση τη γνωστή εξίσωση Manning:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S_0^{\frac{1}{2}}$$
(5.1)

όπου:

- Q παροχή (m³/s)
- n συντελεστής Manning (s/m^{1/3})
- A εμβαδόν υγρής διατομής (m²)
- R υδραυλική ακτίνα (m)

S₀ κλίση πυθμένα

Για τις κατάντη οριακές συνθήκες (downstream boundary conditions) που αφορούν διατομές οι οποίες διακρίνονται από το χαμηλότερο υψόμετρο του υπολογιστικού πεδίου, υπάρχουν δύο περιπτώσεις. Σε περίπτωση όπου η ροή κατάντη είναι υπερκρίσιμη, δεν χρειάζεται καμία οριακή συνθήκη. Η υπερκρίσιμη ροή χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι τα στοιχεία της ροής δεν επηρεάζονται από την κατάσταση που υπάρχει κατάντη αυτής. Συνεπώς, το αριθμητικό μοντέλο μπορεί να υπολογίσει τις τιμές στους κόμβους που ανήκουν στην κατάντη οριακή διατομή, χωρίς να δίνεται κάποια οριακή συνθήκη.

Στην περίπτωση όμως όπου η ροή κατάντη είναι υποκρίσιμη, θα πρέπει να δίνεται είτε μία γνωστή στάθμη κάποιου τελικού αποδέκτη (π.χ. θάλασσα ή λίμνη), είτε ένα γνωστό υδρογράφημα.

Υπάρχει επίσης και η περίπτωση όπου το πεδίο ροής διακρίνεται από αρνητικές κλίσεις από κάποιο σημείο και μετά, με άμεση συνέπεια το νερό να μη ρέει, αλλά να σχηματίζει κάποια λίμνη. Σε αυτήν την περίπτωση δεν χρειάζεται κάποια κατάντη οριακή συνθήκη, το μοντέλο είναι ικανό να περιγράψει αυτόματα την κατάσταση αυτή.

Τέλος, αν ως ανάντη οριακή συνθήκη έχει οριστεί μία σταθερή παροχή, μπορεί να γίνει η θεώρηση ότι εντός του υπολογιστικού πεδίου δεν υπάρχει διάχυση λόγω τριβής των μορίων νερού μεταξύ τους (φυσικό φαινόμενο που περιγράφεται με τη δυναμική συνεκτικότητα ή ιξώδες του εκάστοτε ρευστού) και η παροχή εξόδου είναι η ίδια με αυτή της εισόδου. Σε αυτή την περίπτωση, είναι δυνατόν ως κατάντη οριακή συνθήκη να οριστεί η στάθμη που αντιστοιχεί στην κατάντη οριακή διατομή, για την σταθερή παροχή που έχει οριστεί ως ανάντη οριακή συνθήκη.

5.5 Εισαγωγή τεχνητής διάχυσης

Το αριθμητικό σχήμα McCormack είναι δεύτερης τάξης ακρίβειας, γεγονός που σημαίνει ότι τα σφάλματα αποκοπής είναι της τάξης της τρίτης παραγώγου των σειρών Taylor. Επίσης σημαίνει ότι τα σφάλματα που υπεισέρχονται στους υπολογισμούς είναι σφάλματα διασποράς και όχι διάχυσης.

Αν και το αριθμητικό σχήμα McCormack έχει την ικανότητα περιγραφής ασυνεχειών (shock capturing capability), εν τούτοις παρουσιάζει ταλαντώσεις (oscillations) οι οποίες ονομάζονται στη βιβλιογραφία ως 'wiggles'. Τα λάθη αυτά είναι ιδιαίτερα εμφανή στις ασυνέχειες του υπολογιστικού πεδίου. Για να αντιμετωπιστεί αυτή η κατάσταση η οποία είναι συνηθισμένη στα αριθμητικά σχήματα, έχουν προταθεί

διάφορες τεχνικές εισαγωγής τεχνητών όρων διάχυσης σε αυτά, όπου γίνεται απόσβεση των λαθών, χωρίς παράλληλα να αλλοιώνονται οι υπόλοιποι υπολογισμοί.

Πριν παρατεθούν κάποιες τεχνικές, δίνονται για ακόμα μία φορά οι 2D-SWE, όπως αυτές έχουν διακριτοποιηθεί με το αριθμητικό σχήμα McCormack και έχουν παρουσιαστεί σε προηγούμενο κεφάλαιο:

βήμα πρόβλεψης

$$W_{i,j}^{*} = W_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+1,j}^{k} - F_{i,j}^{k} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(G_{i,j+1}^{k} - G_{i,j}^{k} \right) + \Delta t D_{i,j}^{k}$$
(5.2)

βήμα διόρθωσης

$$W_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left[W_{i,j}^{k} + W_{i,j}^{*} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i,j}^{*} - F_{i-1,j}^{*} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(G_{i,j}^{*} - G_{i,j-1}^{*} \right) + \Delta t D_{i,j}^{*} \right]$$
(5.3)

Διάφοροι ερευνητές (Chaudhry (2008), Fiedler and Ramirez (2000)), χρησιμοποίησαν την τεχνική που πρότειναν οι Jameson et al (1981) και η οποία παρουσιάζεται παρακάτω.

Σύμφωνα με αυτήν την τεχνική, υπολογίζονται οι παρακάτω ποσότητες:

$$L_{x}W = \left[\varepsilon_{x_{i+\frac{1}{2},j}}\left(W_{i+1,j} - W_{i,j}\right) - \varepsilon_{x_{i+\frac{1}{2},j}}\left(W_{i,j} - W_{i-1,j}\right)\right]$$
(5.4)

$$L_{y}W = \left[\varepsilon_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}(W_{i,j+1} - W_{i,j}) - \varepsilon_{y_{i,j-\frac{1}{2}}}(W_{i,j} - W_{i,j-1})\right]$$
(5.5)

όπου:

$$\varepsilon_{x_{i+\frac{1}{2},j}} = k \frac{\Delta x}{\Delta t} \max\left(\eta_{x_{i+1,j}}, \eta_{x_{i,j}}\right)$$
(5.6)

$$\varepsilon_{x_{i-\frac{1}{2},j}} = k \frac{\Delta x}{\Delta t} \max\left(\eta_{x_{i-1,j}}, \eta_{x_{i,j}}\right)$$
(5.7)

$$\varepsilon_{y_{i+\frac{1}{2},j}} = k \frac{\Delta y}{\Delta t} \max\left(\eta_{y_{i,j+1}}, \eta_{y_{i,j}}\right)$$
(5.8)

$$\varepsilon_{y_{i-\frac{1}{2},j}} = k \frac{\Delta y}{\Delta t} \max\left(\eta_{y_{i,j-1}}, \eta_{y_{i,j}}\right)$$
(5.9)

και

$$\eta_{x_{i,j}} = \frac{\left|h_{i+1,j} - 2h_{i,j} + h_{i-1,j}\right|}{\left|h_{i+1,j}\right| + \left|2h_{i,j}\right| + \left|h_{i-1,j}\right|}$$
(5.10)

$$\eta_{y_{i,j}} = \frac{\left|h_{i,j+1} - 2h_{i,j} + h_{i,j-1}\right|}{\left|h_{i,j+1}\right| + \left|2h_{i,j}\right| + \left|h_{i,j-1}\right|}$$
(5.11)

Ο συντελεστής k κυμαίνεται από 0.5 έως 3 (Fiedler and Ramirez, 2000).

Στη συνέχεια, προστίθεται ακόμα ένα βήμα στη διαδικασία του αριθμητικού σχήματος McCormack, το οποίο μπορεί να ονομαστεί βήμα διάχυσης:

βήμα διάχυσης

$$W_{i,j}^{k+1} = W_{i,j}^{k+1} + L_x W_{i,j}^{k+1} + L_y W_{i,j}^{k+1}$$
(5.12)

Άλλοι ερευνητές (Liang et al (2006, 2007)) εφάρμοσαν στο αριθμητικό σχήμα McCormack μαθηματική τεχνική η οποία να προσδίδει στο εν λόγω αριθμητικό σχήμα την ιδιότητα TVD (Total Variation Diminishing) για να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα των ανεπιθύμητων σφαλμάτων που έχει προαναφερθεί.

Στο αριθμητικό μοντέλο *diplomac*, το εν λόγω πρόβλημα της εισαγωγής τεχνητήςαριθμητικής διάχυσης στο αριθμητικό σχήμα δεύτερης τάξης ακρίβειας McCormac, αντιμετωπίστηκε αντικαθιστώντας τον πρώτο όρο του βήματος διόρθωσης ως εξής:

$$W_{i,j}^{k} = \omega W_{i,j}^{k} + \frac{1}{4} (1 - \omega) \left(W_{i+1,j}^{k} + W_{i-1,j}^{k} + W_{i,j+1}^{k} + W_{i,j-1}^{k} \right)$$
(5.13)

όπου ω συντελεστής διάχυσης ο οποίος κυμαίνεται από 0 έως 1.

Η τεχνική αυτή εφαρμόστηκε ικανοποιητικά σε μονοδιάστατα μοντέλα ασταθούς ροής (Bellos and Hrissanthou (2009)) και προσαρμόστηκε ούτως ώστε να ανταποκρίνεται στην προκειμένη περίπτωση της δισδιάστατης ροής.

Επίσης, ο εν λόγω συντελεστής διάχυσης έχει σημαντική συνεισφορά στην ευστάθεια του αριθμητικού σχήματος σε ακραίες ασυνεχείς καταστάσεις (πολύ απότομες, στα όρια του κάθετου τοίχου κλίσεις του εδάφους), όπως παρατηρήθηκε από διάφορα υποθετικά αριθμητικά σενάρια.

5.6 Κατώφλι προσδιορισμού ξηρού πυθμένα

Σε θεωρητικό επίπεδο, οι 2D-SWE έχουν εφαρμογή σε πεδίο όπου υπάρχει νερό και είναι σχετικά αβαθές. Το ότι έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα τα οποία επιλύουν τις 2D-SWE ακόμα και σε ξηρό πυθμένα με ικανοποιητικά αποτελέσματα, γίνεται με υπέρβαση της ισχύος των θεωρητικών εξισώσεων και οφείλεται κατά κύριο λόγο στα εκάστοτε αριθμητικά σχήματα που χρησιμοποιούνται, καθώς και σε διάφορες αριθμητικές τεχνικές που αναπτύσσονται στην εφαρμογή του μοντέλου.

Αν παρατηρηθεί, στις 2D-SWE που έχουν αναλυθεί και παρουσιαστεί εκτενώς σε προηγούμενο κεφάλαιο, υπάρχει ένας όρος τριβής πυθμένα ο οποίος έχει το βάθος ροής στον παρονομαστή. Είναι προφανές, ότι αν γίνει προσπάθεια επίλυσης των 2D-SWE με τελείως ξηρό πυθμένα (με αρχικό βάθος νερού δηλαδή μηδενικό), ο αλγόριθμος δε θα μπορεί να λειτουργήσει.

Αρχικά, η δυσκολία αυτή των κινούμενων ορίων μεταξύ ξηρού και υγρού πυθμένα (εφόσον ένα πλημμυρικό κύμα προελαύνει και διαδίδεται σε περιοχές που μέχρι πρότινος ήταν ξηρές), αντιμετωπίστηκε με τη μέθοδο των 'χαρακτηριστικών', γεγονός που όπως αναλύθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο δημιουργούσε πολύπλοκα και δύσχρηστα αριθμητικά μοντέλα.

Με τα αριθμητικά σχήματα που μπορούν να περιγράψουν ασυνέχειες (shock capturing capability), το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε με το να θεωρηθεί ένα πολύ μικρό αμελητέο αρχικό βάθος σε όλο το υπολογιστικό πεδίο, για υπολογιστικούς λόγους (Fiedler and Ramirez, 2000 κ.α.).

Άλλη αντιμετώπιση, η οποία εφαρμόστηκε και στο αριθμητικό μοντέλο diplomac, ήταν να θεωρηθεί κατώφλι βάθους νερού, το οποίο να προσδιορίζει αν ένας υπολογιστικό κόμβος είναι ξηρός ή όχι (Liang et al, 2006). Αν το βάθος ροής είναι κάτω από αυτό το κατώφλι, τότε οι ταχύτητες ροής μηδενίζονται. Η τιμή που παίρνει το εν λόγω κατώφλι έχει άμεση συνάφεια με το χωρικό βήμα. Η ύπαρξή του δεν οφείλεται αποκλειστικά σε υπολογιστικούς λόγους.

Ως γνωστόν, στα πολύ μικρά βάθη ροής, οι όροι που προσδιορίζουν τις τριβές του πυθμένα αυξάνονται δυσανάλογα μεγαλύτερα σε σχέση με τους υπόλοιπους που προσδιορίζουν τη ροή του νερού. Το κατώφλι αυτό του μηδενισμού των ταχυτήτων ροής, μπορεί να προσομοιώσει την υπέρμετρη αύξηση των τριβών πυθμένα.

Ως ορθότερη αντιμετώπιση του ζητήματος, αλλά με πολυπλοκότερο αλγόριθμο, έχει προταθεί η ημιπεπλεγμένη διακριτοποίηση του όρου τριβών στις 2D-SWE, όπου ο συντελεστής n Manning αυξάνεται καθώς μειώνεται το βάθος από το κατώφλι και μετά (Liang et al, 2006).

5.7 Υποθετικά αριθμητικά σενάρια

Στην ενότητα αυτή, επιλέγονται διάφορα υποθετικά αριθμητικά σενάρια ροής που έχουν προταθεί για τον έλεγχο (validation) μοντέλων που περιγράφουν την ασταθή ροή του νερού, εν είδει 'crash test'. Δεν έγινε κάποιος παράλληλος έλεγχος με δεδομένα που προέκυψαν από πειράματα, καθώς η πλειονότητα των πειραμάτων δισδιάστατης ροής αφορούν περιπτώσεις όπου η ροή διευθετείται από κάθετα τοιχώματα, με αποτέλεσμα η προσομοίωση των πειραμάτων αυτών να αφορά ειδικές οριακές συνθήκες. Επειδή το αριθμητικό μοντέλο *diplomac* βασίστηκε σε ανοιχτές οριακές συνθήκες συνθήκες.

5.7.1 Πρώτο σενάριο

Ένας πρώτος έλεγχος έγινε με τη λεγόμενη μέθοδο time marching, όπου για δεδομένη διατομή, κλίση εδάφους και σταθερή παροχή, επιλύονται οι 2D-SWE. Το πρώτο σενάριο αφορά αγωγό τραπεζοειδούς διατομής (Σχήμα 5.2), πλάτους πυθμένα 600 m, με κλίση πρανών 100:1 (Οριζόντια:Κατακόρυφα - Ο:Κ) και μήκους 500 m με κλίση πυθμένα S_0 =0.01%. Ο συντελεστής n Manning είναι n=0.03 σε όλο τον αγωγό.

Για παροχή εισροής Q=200 m³/s, το κανονικό βάθος ροής, προκύπτει y_n=0.95 m από την εξίσωση Manning (Εξ. (5.1)) προσαρμοσμένη σε αγωγό μεγάλου πλάτους, όπου υπολογίζεται η παροχή ανά μονάδα πλάτους (η υδραυλική ακτίνα και το εμβαδόν υγρής διατομής συμπίπτουν με το βάθος ροής:

$$q = \frac{1}{n} y^{\frac{5}{3}} S_0^{\frac{1}{2}}$$
(5.14)

όπου:

- q παροχή ανά μονάδα πλάτους (m²/s)
- n συντελεστής Manning (s/m^{1/3})
- y βάθος ροής (m)
- S₀ κλίση πυθμένα

Το βάθος που υπολογίστηκε είναι μεγαλύτερο από το κρίσιμο βάθος για αυτόν τον αγωγό και αυτή την παροχή. Το εν λόγω κρίσιμο βάθος υπολογίστηκε από την παρακάτω Εξ. (5.15) για τραπεζοειδή διατομή με κοινή κλίση πρανών εκατέρωθεν, y_c=0.22 m.

$$y_{c} = \frac{1}{b + my_{c}} \sqrt[3]{\frac{Q^{2}}{g}(b + 2m)y_{c}}$$
(5.15)

όπου:

- y_c κρίσιμο βάθος (m)
- b πλάτος πυθμένα (m)
- m κοινή κλίση πρανών (m:1 O:K)
- Q παροχή (m³/s)
- g επιτάχυνση της βαρύτητας (m/s²)



Σχήμα 5.2 Αγωγός πρώτου σεναρίου

Με αυτά τα δεδομένα, θεωρώντας ως ανάντη οριακές συνθήκες την εισερχόμενη παροχή και τη στάθμη που αντιστοιχεί σε αυτή την παροχή, και ως κατάντη οριακές συνθήκες τη στάθμη η οποία αντιστοιχεί σε βάθος y_n =0.95 m (καθώς η ροή είναι υποκρίσιμη), το μοντέλο εκτελέστηκε για 1000 s. Τα χωρικά βήματα ορίστηκαν 10 m και για τις δύο διευθύνσεις, ενώ ο αριθμός Courant ορίστηκε C=0.8. Το κατώφλι του ξηρού πυθμένα εκτιμήθηκε ίσο με h_d=0.03 m. Σε σύγκριση με προηγούμενες χρονικές στιγμές, στα 1000 s, η κατάσταση ροής έχει μονιμοποιηθεί. Τα αποτελέσματα του μοντέλου παρουσιάζονται παρακάτω (Σχήματα 5.3-5.5).



Σχήμα 5.3 Μηκοτομή (profile) νερού στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού για το πρώτο σενάριο



Σχήμα 5.4 Διατομή (cross-section) νερού στον άξονα συμμετρίας εγκάρσια του αγωγού για το πρώτο σενάριο



Σχήμα 5.5 Προφίλ ταχυτήτων ροής σε κάτοψη για το πρώτο σενάριο

Παρατηρείται ότι το μοντέλο δίνει τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Το βάθος ροής παραμένει σταθερό καθ' όλη τη μηκοτομή του νερού, ενώ σε όλες τις διατομές, η στάθμη είναι οριζόντια. Επίσης η ταχύτητα ροής παραμένει σταθερή και ίση με αυτή που αντιστοιχεί για την παροχή εισροής στον αγωγό.

5.7.2 Δεύτερο σενάριο

Εφόσον έχει ελεγχθεί η δυνατότητα περιγραφής του μοντέλου των υποκρίσιμων ροών, γίνεται έλεγχος και για τις υπερκρίσιμες ροές. Στο δεύτερο σενάριο ελέγχεται πάλι ο αγωγός που έχει ελεγχθεί στο πρώτο, με τη διαφορά ότι η κλίση του πυθμένα είναι S₀=3% (Σχήμα 5.6).



Σχήμα 5.6 Αγωγός δευτέρου σεναρίου

Η παροχή εισροής ορίστηκε πάλι Q=200 m³/s. Για αυτή την παροχή, το κανονικό βάθος ροής, προκύπτει y_n=0.18 m με τον ίδιο τρόπο που προσδιορίστηκε και το κανονικό βάθος στο προηγούμενο σενάριο. Το κρίσιμο βάθος παραμένει y_c=0.22 m, επομένως, η ροή είναι υπερκρίσιμη. Συνεπώς δεν χρειάζεται καμία κατάντη συνθήκη, το μοντέλο είναι ικανό να προσδιορίσει μόνο του τα υδραυλικά χαρακτηριστικά που αντιστοιχούν στην κατάντη έξοδο του αγωγού.

Με αυτά τα δεδομένα και θεωρώντας ως ανάντη οριακές συνθήκες την εισερχόμενη παροχή και τη στάθμη που αντιστοιχεί σε αυτή την παροχή, το μοντέλο εκτελέστηκε επίσης για 1000 s. Τα χωρικά βήματα ορίστηκαν 10 m και για τις δύο διευθύνσεις, ενώ ο αριθμός Courant ορίστηκε C=0.8. Το κατώφλι του ξηρού πυθμένα εκτιμήθηκε ίσο με h_d=0.03 m. Σε σύγκριση με προηγούμενες χρονικές στιγμές, στα 1000 s, η κατάσταση ροής έχει μονιμοποιηθεί. Τα αποτελέσματα του μοντέλου παρουσιάζονται παρακάτω (Σχήματα 5.7-5.9).



Σχήμα 5.7 Μηκοτομή (profile) νερού στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού για το δεύτερο σενάριο, για τα πρώτα 200 m



Σχήμα 5.8 Διατομή (cross-section) νερού στον άξονα συμμετρίας εγκάρσια του αγωγού για το δεύτερο σενάριο





Και σε αυτή την περίπτωση της υπερκρίσιμης ροής, το μοντέλο δίνει τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Το βάθος ροής παραμένει σταθερό καθ' όλη τη μηκοτομή του νερού (η μηκοτομή εμφανίζεται για τα πρώτα 200 m για λόγους παρουσίασης, καθώς και στο υπόλοιπο τμήμα του αγωγού παρατηρείται η ίδια κατάσταση του σταθερού βάθους), ενώ σε όλες τις διατομές, η στάθμη είναι οριζόντια. Επίσης η ταχύτητα ροής παραμένει σταθερή και ίση με αυτή που αντιστοιχεί για την παροχή εισροής στον αγωγό.

5.7.3 Τρίτο σενάριο

Σε αυτό το σενάριο, εξετάζονται τα αποτελέσματα του μοντέλο στην υποθετική περίπτωση που αφεθεί σε οριζόντιο επίπεδο στήλη νερού. Πολλοί ερευνητές έχουν θέσει το αριθμητικό τους μοντέλο σε αυτόν τον έλεγχο (Anastasiou and Chan (1997), Erpicum et al (2010)).

Στο συγκεκριμένο σενάριο, η στήλη νερού είναι διαστάσεων 100 x 100 m και βάθους 1 m (Σχήμα 5.10). Το χωρικό βήμα και για τις δύο διευθύνσεις είναι 10 m, ο συντελεστής Manning είναι n=0.03 και ο αριθμός Courant C=0.8. Το κατώφλι του ξηρού πυθμένα εκτιμήθηκε ίσο με h_d=0.03 m.Επίσης, είναι προφανές ότι δεν προσδιορίστηκαν συγκεκριμένες οριακές συνθήκες, αλλά ως αρχικές συνθήκες ορίστηκε η στήλη νερού (το αρχικό βάθος νερού δηλαδή).

Για το σενάριο αυτό, έγινε εκτέλεση του μοντέλου για 6 διαφορετικές χρονικές στιγμές αφότου αφεθεί η στήλη νερού, για t=10 s, t=20 s, t=50 s, t=100 s, t=200 s και για t=500 s. Ακολουθούν τα αποτελέσματα (Σχήματα 5.11-5.16) όπου στο μεν αριστερό σκέλος απεικονίζεται μία τρσιδιάστατη όψη της στήλη νερού, ενώ στο δεξιό σκέλος, κάτοψη με τις ισοϋψίες στάθμης νερού της στήλη, καθώς και το προφίλ των ταχυτήτων.





$\mathsf{KE}\Phi\mathsf{A}\mathsf{A}\mathsf{A}\mathsf{IO}\ 5-\mathsf{A}\mathsf{P}\mathsf{I}\Theta\mathsf{M}\mathsf{H}\mathsf{T}\mathsf{I}\mathsf{K}\mathsf{O}\ \mathsf{M}\mathsf{O}\mathsf{N}\mathsf{T}\mathsf{E}\mathsf{A}\mathsf{O}\ \mathsf{diplomac}$



Σχήμα 5.11 Αποτελέσματα τρίτου σεναρίου για t=10 s



Σχήμα 5.12 Αποτελέσματα τρίτου σεναρίου για t=20 s



Σχήμα 5.13 Αποτελέσματα τρίτου σεναρίου για t=50 s



Σχήμα 5.14 Αποτελέσματα τρίτου σεναρίου για t=100 s



Σχήμα 5.15 Αποτελέσματα τρίτου σεναρίου για t=200 s



Σχήμα 5.16 Αποτελέσματα τρίτου σεναρίου για t=500 s

Τα αποτελέσματα του αριθμητικού μοντέλου είναι ικανοποιητικά και έχουν συνέπεια με την πραγματικότητα. Η στήλη νερού απλώνεται συμμετρικά σε μορφή κύκλου, όπως επίσης και οι ταχύτητες και διευθύνσεις ροής.

5.7.4 Τέταρτο σενάριο

Σε αυτό το σενάριο, εξετάζεται αγωγός του οποίου η διατομή η οποία έχει σχήμα παραβολής δευτέρου βαθμού και είναι πλάτους 1000 m. Στα πρώτα 1000 m κατά μήκος, η κλίση του αγωγού είναι θετική και ίση με S=0.5%, ενώ στα επόμενα 1000 m, η κλίση του αγωγού είναι αρνητική και ίση με S=-0.5% (Σχήμα 5.17).



Σχήμα 5.17 Τρισδιάστατη άποψη αγωγού τέταρτου σεναρίου

Ως αρχική συνθήκη ορίζεται ο ξηρός πυθμένας (dry bed). Ως ανάντη οριακή συνθήκη ορίζεται υδρογράφημα (Σχήμα 5.18), ενώ δεν ορίζεται καμία κατάντη οριακή συνθήκη παρά το γεγονός ότι η ροή είναι υποκρίσιμη, καθώς λόγω αρνητικής κλίσης το νερό θα πρέπει να 'λιμνάσει' στο κατά μήκος κέντρο του αγωγού.

Το χωρικό βήμα και για τις δύο διευθύνσεις είναι 10 m, ενώ ο συντελεστής n Manning είναι n=0.03. Ο αριθμός Courant είναι C=0.8 και το κατώφλι ξηρού πυθμένα είναι h_d=0.03 m Ακολουθούν τα αποτελέσματα του μοντέλου για το εν λόγω σενάριο, για διάφορες χρονικές στιγμές (Σχήματα 5.19-5.47).





Σχήμα 5.19 Τρισδιάστατη άποψη και κάτοψη βαθών / προφίλ ταχυτήτων στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 5.20 Μηκοτομή (profile) νερού στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού για τα πρώτα 500 m, στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 5.21 Διατομή (cross-section) νερού ανάντη οριακής συνθήκης στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 5.22 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=100 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 5.23 Τρισδιάστατη άποψη και κάτοψη βαθών / προφίλ ταχυτήτων στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 5.24 Μηκοτομή (profile) νερού στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού για τα πρώτα 1000 m, στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 5.25 Διατομή (cross-section) νερού ανάντη οριακής συνθήκης στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 5.26 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=100 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 5.27 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=500 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 5.28 Τρισδιάστατη άποψη και κάτοψη βαθών / προφίλ ταχυτήτων στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 5.29 Μηκοτομή (profile) νερού στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού για τα πρώτα 1600 m, στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 5.30 Διατομή (cross-section) νερού ανάντη οριακής συνθήκης στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 5.31 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=100 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 5.32 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=500 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 5.33 Διατομή (cross-section) στον άξονα συμμετρίας εγκάρσια του αγωγού στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 5.34 Τρισδιάστατη άποψη και κάτοψη βαθών / προφίλ ταχυτήτων στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 5.35 Μηκοτομή (profile) νερού στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού για τα πρώτα 1600 m, στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 5.36 Διατομή (cross-section) νερού ανάντη οριακής συνθήκης στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 5.37 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=100 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 5.38 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=500 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 5.39 Διατομή (cross-section) στον άξονα συμμετρίας εγκάρσια του αγωγού στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 5.40 Τρισδιάστατη άποψη και κάτοψη βαθών / προφίλ ταχυτήτων στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 5.41 Μηκοτομή (profile) νερού στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού για τα πρώτα 1600 m, στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 5.42 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=100 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 5.43 Διατομή (cross-section) νερού στη θέση y=500 m στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 5.44 Διατομή (cross-section) στον άξονα συμμετρίας εγκάρσια του αγωγού στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 5.45 Τρισδιάστατη άποψη και κάτοψη βαθών / προφίλ ταχυτήτων στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=4 h



Σχήμα 5.46 Μηκοτομή (profile) νερού στον άξονα συμμετρίας κατά μήκος του αγωγού για τα πρώτα 1600 m, στο τέταρτο σενάριο τη χρονική στιγμή t=4 h



Σχήμα 5.47 Διατομή (cross-section) στον άξονα συμμετρίας εγκάρσια του αγωγού στο τέταρτο σενάριο και τη χρονική στιγμή t=4 h

Παρατηρείται ότι το μοντέλο δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Το νερό βρίσκεται σε οριζόντια θέση σε όλες τις διατομές και σε όλες τις εγκάρσιες διατομές σε όλες τις χρονικές στιγμές, ενώ το εκάστοτε προφίλ του νερού, καθώς και αυτό των ταχυτήτων, κινείται σε ρεαλιστικά πλαίσια.

Μόλις το μέτωπο του νερού συναντήσει την αρνητική κλίση του αγωγού, αρχίζει και σχηματίζεται λίμνη, όπου η στάθμη του νερού διαμορφώνεται σε οριζόντιο επίπεδο.

Τη χρονική στιγμή t=3 h, όπου διακόπτεται η εισροή νερού λόγω υδρογραφήματος, παρατηρείται και από τα αποτελέσματα του μοντέλου ότι η ανάντη εισροή όντως διακόπτεται και το υπόλοιπο νερό που έχει εισρεύσει στον αγωγό λόγω του υδρογραφήματος, συνεχίζει να εισρέει προς τη σχηματισμένη λίμνη.

Τη χρονική στιγμή t=4 h, η κατάσταση έχει μονιμοποιηθεί, έχει σχηματιστεί λίμνη στο κέντρο του αγωγού και οι ταχύτητες ροής είναι σχεδόν μηδενικές, γεγονός που προσομοιώνει την ηρεμία. Η κατάσταση αυτή συνεχίζει όσες ώρες ακόμα και να εφαρμοστεί το μοντέλο, γεγονός που είναι λογικό, καθώς δεν υπάρχει κάποιος λόγος, όπως είναι η βαρύτητα, ούτως ώστε να υπάρχει ροή νερού (οι δυνάμεις που ασκούνται στην επιφάνεια του νερού λόγω ανέμου δεν υπεισέρχονται στις 2D-SWE).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΣΕΝΑΡΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ diplomac

6.1 Γενικά

Στο πλαίσιο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, γίνεται πρακτική εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου *diplomac*, για την κατάρτιση χαρτών πλημμυρικού κινδύνου στο πεδινό τμήμα του ποταμού Σπερχειού, ακριβώς ανάντη των εκβολών του ποταμού στη θάλασσα.

Η επιλογή του πεδινού τμήματος έγινε λόγω του γεγονότος ότι οι συνήθεις μονοδιάστατες προσεγγίσεις της διόδευσης πλημμυρικού κύματος σε πεδινό ανάγλυφο δεν επαρκούν, καθώς η μονοδιάστατη θεώρηση ροής, ότι οι ταχύτητες ροής κατά μήκος του ποταμού είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες εγκάρσιες και κατακόρυφες δηλαδή, δεν ισχύει στο ήπιο ανάγλυφο, όπου οι οριζόντιες συνιστώσες της ταχύτητας (εγκάρσιες και κατά μήκος) είναι της ίδιας τάξης μεγέθους.

Λόγω και του αυξημένου ενδιαφέροντος προσδιορισμού της πλημμυρικής κατάκλυσης στις πεδινές περιοχές, καθώς εκεί είναι οι κύριες οικονομικές δραστηριότητες, απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στην προσέγγιση που εξετάζεται το φαινόμενο. Η δισδιάστατη προσέγγιση λοιπόν, είναι επιβαλλόμενη όταν καταρτίζονται χάρτες πλημμυρικού κινδύνου σε ήπιο ανάγλυφο.

6.2 Υδρολογική λεκάνη Σπερχειού

Ο Σπερχειός ποταμός βρίσκεται στη βορειανατολική Στερεά Ελλάδα (Σχήμα 6.1) και απορρέει εντός της υδρολογικής λεκάνης του Σπερχειού (Σχήμα 6.2), έκτασης 1900 km² και μέσου υψομέτρου περί τα 625 m. Η εν λόγω υδρολογική λεκάνη ανήκει στο υδατικό διαμέρισμα της βορειοανατολικής Στερεάς Ελλάδας. Ο υδροκρίτης της λεκάνης ορίζεται δυτικά από το όρος Τυμφρηστός, βόρεια από το όρος Όθρυς, και νότια από τους ορεινούς όγκους των Βαρδουσίων, της Οίτης και του Καλλίδρομου. Εντός της υδρολογικής λεκάνης βρίσκεται και η πόλη της Λαμίας.



Σχήμα 6.1 Θέση υδρολογικής λεκάνης Σπερχειού ποταμού



Σχήμα 6.2 Υδρολογική λεκάνη Σπερχειού ποταμού

6.3 Υπολογιστικό πεδίο σεναρίου εφαρμογής και εξαγωγή δεδομένων

Όπως προαναφέρθηκε, στα πλαίσια του σεναρίου εφαρμογής, επιλέχθηκε ορθογωνικό τμήμα της λεκάνης απορροής εντός του οποίου ρέει ο ποταμός Σπερχειός και βρίσκεται ακριβώς ανάντη των εκβολών αυτού στη θάλασσα (Σχήματα 6.3-6.4). Η περιοχή αυτή αποτελεί και το υπολογιστικό πεδίο του σεναρίου εφαρμογής.



Σχήμα 6.3 Υπολογιστικό πεδίο σεναρίου εφαρμογής

Έχοντας δεδομένο το ψηφιακό ανάγλυφο του εδάφους (στην προκειμένη περίπτωση το δεδομένο ψηφιακό ανάγλυφο είναι σε μορφή raster, όπου το κάθε κελί (pixel) έχει διαστάσεις 25 x 25 m), είναι δυνατή η εξαγωγή κατάλληλου αρχείου ψηφιακού αναγλύφου της περιοχής του σεναρίου εφαρμογής, μέσω κάποιου λογισμικού GIS (στην προκειμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό ArcMap), ούτως ώστε να εισαχθεί ως δεδομένο εισόδου στο αριθμητικό μοντέλο *diplomac* (αρχείο dtm.txt).

Σε πρώτη φάση, ορίζεται σχεδιαστικά στο λογισμικό ArcMap η περιοχή αυτή. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η εκάστοτε περιοχή που επιλέγεται θα πρέπει να είναι αυστηρά ορθογώνια, λόγω δομής του αλγορίθμου του αριθμητικού μοντέλου *diplomac*. Αφού οριστεί η εν λόγω περιοχή, πάλι με το λογισμικό ArcMap, αφαιρείται από το υπόλοιπο ψηφιακό ανάγλυφο και έπειτα μετατρέπεται από μορφή raster σε μορφή σημείων (points). Τα σημεία αυτά είναι επί της ουσίας τα κέντρα του κάθε κελιού (pixel) και στο κάθε ένα υπάρχει η πληροφορία του υψομέτρου. Αφού έχει γίνει και η τελευταία αυτή μετατροπή, εξάγεται σε αρχείο το υψόμετρο αυτών των σημείων.

6.4 Δεδομένα σεναρίου εφαρμογής

Η παραπάνω περιοχή που αποτελεί το υπολογιστικό πεδίο εφαρμογής, έχει διαστάσεις (x,y): 6175 x 14050 m και εμβαδό περί τα 87 km². Με δεδομένο ότι το κάθε κελί (pixel) έχει διαστάσεις 25 x 25 m, ο αριθμός κόμβων στη διεύθυνση x είναι i=247 και αντίστοιχα στη διεύθυνση y είναι j=562.

Για τον προσδιορισμό των ανάντη οριακών συνθηκών, χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία που αντλήθηκαν από υδρολογική μελέτη που εκπονήθηκε στην περιοχή (Κουτσογιάννης κ.α., 2003). Επειδή ο κύριος στόχος της παρουσίασης αυτής είναι μία ενδεικτική εφαρμογή του μοντέλου, δεν ακολουθήθηκαν πιστά τα δεδομένα, αλλά η τάξη μεγέθους τους.

Συγκεκριμένα, σύμφωνα με την εν λόγω μελέτη, σε διάφορα σημεία της υδρολογικής λεκάνης του Σπερχειού, προέκυψαν υδρογραφήματα για διάφορες περιόδους επαναφοράς και για διάφορες βροχές σχεδιασμού. Στο σενάριο εφαρμογής, τα υδρογραφήματα εισροής σε σχέση με την περίοδο επαναφοράς εισάγονται σε πιο απλοποιημένη μορφή (Σχήμα 6.5).



Σχήμα 6.4 Υδρογραφήματα εισροής σεναρίου εφαρμογής για διάφορες περιόδους επαναφοράς

Ως ανάντη οριακές συνθήκες δοκιμάστηκαν δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση, εισάγεται ως δεδομένο εισόδου μία σταθερή παροχή, ίση με την παροχή αιχμής του εκάστοτε υδρογραφήματος που αντιστοιχεί σε μία περίοδο επαναφοράς. Στη δεύτερη περίπτωση, εισάγεται ως δεδομένο εισόδου το εκάστοτε υδρογράφημα που αντιστοιχεί σε μία περίοδο επαναφοράς. Επειδή δεν υπάρχουν δεδομένα μετρήσεων από τα οποία μπορεί να εξαχθεί κάποια καμπύλη στάθμης-παροχής, κατασκευάζεται καμπύλη στάθμης-παροχής η οποία προκύπτει από το κανονικό βάθος ροής σε συνάρτηση με την εκάστοτε παροχή (η διαδικασία αυτή έχει αναλυθεί εκτενώς σε προηγούμενο κεφάλαιο). Ανάντη του υπολογιστικού πεδίου, η κλίση του ποταμού προσδιορίστηκε με τη βοήθεια του λογισμικού ArcMap ίση με S=0.01, ενώ ο συντελεστής n Manning θεωρήθηκε n=0.03.

Για τον προσδιορισμό των κατάντη οριακών συνθηκών, όπως έχει προαναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, απαιτείται η ύπαρξη τελικού αποδέκτη, όπως είναι η θάλασσα. Επειδή δεν υπάρχουν δεδομένα βυθομέτρησης στα σημεία εκβολής του ποταμού, προστέθηκαν επιπλέον κόμβοι στο υπολογιστικό πεδίο κατά τη διεύθυνση y, στους οποίους μειώνεται συνεχώς το υψόμετρο του ψηφιακού αναγλύφου, με σταθερή κλίση η οποία υπολογίζεται από τον τελευταίο και προτελευταίο κόμβο κατά τη διεύθυνση y, που έχει εξαχθεί από τα δεδομένα GIS. Συνεπώς εμφανίζονται και περιοχές που διακρίνονται από υψόμετρα με αρνητικές τιμές. Με δεδομένο ότι η στάθμη της θάλασσας είναι στα +0.0 m, οι περιοχές αυτές είναι δυνατόν να ορίζουν τη θάλασσα και επομένως να οριστούν αυτές ως κατάντη οριακή συνθήκη.

Ως αρχικές συνθήκες, μηδενίζονται τα υπολογιστικά μεγέθη (βάθος και ταχύτητες ροής) σε όλο το υπολογιστικό πεδίο, εκτός από την περιοχή που κατακλύζεται από θάλασσα, όπου και ως αρχική συνθήκη ορίζεται το εκάστοτε βάθος νερού, ενώ οι ταχύτητες ροής θεωρούνται μηδενικές, κατάσταση που προσομοιώνει τη θάλασσα.

Τέλος, παρουσιάζεται σε σχηματική μορφή (Σχήμα 6.5) η τρισδιάστατη απεικόνιση του υπολογιστικού πεδίου, όπου αναπαριστώνται οι ανάντη και οι κατάντη οριακές συνθήκες, καθώς και οι αρχικές συνθήκες.





6.5 Αποτελέσματα αριθμητικού μοντέλου

Σε αυτή την ενότητα, γίνεται παρουσίαση και σύντομος σχολιασμός των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εκτέλεση του αριθμητικού μοντέλου *diplomac* για το σενάριο εφαρμογής.

Σε πρώτη φάση, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν θεωρώντας ως ανάντη οριακή συνθήκη, σταθερή παροχή που αντιστοιχεί στην παροχή αιχμής της εκάστοτε περιόδου επαναφοράς (Σχήματα 6.5-6.126). Στην περίπτωση αυτή, σε όλο το υπολογιστικό πεδίο και για όλες τις παροχές, ο συντελεστής n Manning θεωρήθηκε ότι έχει την τιμή n=0.03. Ο αριθμός Courant προσδιορίστηκε C=0.2 και το κατώφλι του ξηρού πυθμένα h_d=0.03 m, ενώ ο συντελεστής διάχυσης ω=0.9.

Σε δεύτερη φάση, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ενδεικτική εφαρμογή του μοντέλου για το υδρογράφημα που αντιστοιχεί στην πλημμύρα που έχει περίοδο επαναφοράς T=10 έτη (Σχήματα 6.127-6.138). Στην περίπτωση αυτή, σε όλο το υπολογιστικό πεδίο, ο συντελεστής n Manning θεωρήθηκε ότι έχει την τιμή n=0.03. Ο αριθμός Courant προσδιορίστηκε C=0.2 και το κατώφλι του ξηρού πυθμένα h_d=0.03 m, ενώ ο συντελεστής διάχυσης ω=0.9.

Σε τρίτη φάση, δοκιμάστηκε η εισαγωγή διάφορων συντελεστών n Manning στο υπολογιστικό πεδίο και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής αυτής (Σχήματα 6.140-6.145). Λόγω έλλειψης δεδομένων όπως είναι η χρήση γης, η φυτοκάλυψης κ.λπ., οι συντελεστές n Manning λαμβάνουν ενδεικτικές τιμές. Το μοντέλο εφαρμόστηκε θεωρώντας ως ανάντη οριακή συνθήκη σταθερή παροχή, που αντιστοιχεί στην αιχμή του υδρογραφήματος περιόδου επαναφοράς T=10 έτη (Q=1250 m³/s). Ο αριθμός Courant προσδιορίστηκε C=0.2 και το κατώφλι του ξηρού πυθμένα h_d=0.03 m, ενώ ο συντελεστής διάχυσης ω=0.9.

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται, είναι σε διάφορες χρονικές στιγμές: η τρισδιάστατη απεικόνιση του υπολογιστικού πεδίου (μία γενική άποψη και μία λεπτομέρεια του υπολογιστικού πεδίου), οι χάρτες πλημμυρικού κινδύνου (ταχύτητες και βάθη ροής), κάποιες ενδεικτικές διατομές (cross-sections) σε διάφορες θέσεις και κάποια σύγκριση των ορίων πλημμυρικής κατάκλυσης σε συνάρτηση είτε με τη χρονική στιγμή, είτε με την περίοδο επαναφοράς.



Σχήμα 6.5 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.6 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.7 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h


Σχήμα 6.8 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.9 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.10 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)



Σχήμα 6.11 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.12 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.13 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.14 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.15 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.16 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)



Σχήμα 6.17 Ανάντη οριακή διατομή (cross-section), για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (*T*=10 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.18 Διατομή (cross-section) στη θέση y=2000 m, για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.19 Διατομή (cross-section) στη θέση y=4000 m, για σταθερή παροχή Q=1250 m3/s (T=10 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.20 Διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m, για σταθερή παροχή Q=1250 m3/s (T=10 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.21 Διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m, για σταθερή παροχή Q=1250 m3/s (T=10 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.22 Διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m, για σταθερή παροχή Q=1250 m3/s (T=10 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.23 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.24 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.25 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.26 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.27 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.28 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)



Σχήμα 6.29 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.30 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.31 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.32 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.33 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.34 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)



Σχήμα 6.35 Ανάντη οριακή διατομή (cross-section), για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.36 Διατομή (cross-section) στη θέση y=2000 m, για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.37 Διατομή (cross-section) στη θέση y=4000 m, για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.38 Διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m, για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.39 Διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m, για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.40 Διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m, για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.41 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.42 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.43 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.44 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.45 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.46 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)



Σχήμα 6.47 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.48 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.49 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.50 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.51 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.52 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)



Σχήμα 6.53 Ανάντη οριακή διατομή (cross-section), για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.54 Διατομή (cross-section) στη θέση y=2000 m, για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.55 Διατομή (cross-section) στη θέση y=4000 m, για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.56 Διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m, για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.57 Διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m, για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.58 Διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m, για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.59 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.60 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.61 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.62 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.63 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.64 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h



Σχήμα 6.65 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.66 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.67 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.68 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.69 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.70 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)



Σχήμα 6.71 Ανάντη οριακή διατομή (cross-section), για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.72 Διατομή (cross-section) στη θέση y=2000 m, για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.73 Διατομή (cross-section) στη θέση y=4000 m, για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.74 Διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m, για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.75 Διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m, για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.76 Διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m, για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.77 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.78 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.79 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.80 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.81 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.82 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h



Σχήμα 6.83 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.84 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.85 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.86 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.87 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.88 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h



Σχήμα 6.89 Ανάντη οριακή διατομή (cross-section), για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.90 Διατομή (cross-section) στη θέση y=2000 m, για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.91 Διατομή (cross-section) στη θέση y=4000 m, για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.92 Διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m, για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.93 Διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m, για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.94 Διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m, για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.95 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.96 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.97 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.98 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.99 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.100 Τρισδιάστατη απεικόνιση αποτελεσμάτων για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)


Σχήμα 6.101 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.25 h



Σχήμα 6.102 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=0.5 h



Σχήμα 6.103 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=1 h



Σχήμα 6.104 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=2 h



Σχήμα 6.105 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=3 h



Σχήμα 6.106 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) τη χρονική στιγμή t=4 h (μόνιμη κατάσταση)



Σχήμα 6.107 Ανάντη οριακή διατομή (cross-section), για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.108 Διατομή (cross-section) στη θέση y=2000 m, για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.109 Διατομή (cross-section) στη θέση y=4000 m, για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.110 Διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m, για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.111 Διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m, για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.112 Διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m, για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη) - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.113 Όρια πλημμυρικής κατάκλυσης σε διάφορες χρονικές στιγμές, για σταθερή παροχή Q=1250 m³/s (T=10 έτη)



Σχήμα 6.114 Όρια πλημμυρικής κατάκλυσης σε διάφορες χρονικές στιγμές, για σταθερή παροχή Q=1600 m³/s (T=20 έτη)



Σχήμα 6.115 Όρια πλημμυρικής κατάκλυσης σε διάφορες χρονικές στιγμές, για σταθερή παροχή Q=2200 m³/s (T=50 έτη)



Σχήμα 6.116 Όρια πλημμυρικής κατάκλυσης σε διάφορες χρονικές στιγμές, για σταθερή παροχή Q=2650 m³/s (T=100 έτη)



Σχήμα 6.117 Όρια πλημμυρικής κατάκλυσης σε διάφορες χρονικές στιγμές, για σταθερή παροχή Q=3200 m³/s (T=200 έτη)



Σχήμα 6.118 Όρια πλημμυρικής κατάκλυσης σε διάφορες χρονικές στιγμές, για σταθερή παροχή Q=4000 m³/s (T=500 έτη)



Σχήμα 6.119 Όρια πλημμυρικής κατάκλυσης για διάφορες περιόδους επαναφοράς



Σχήμα 6.120 Ανάντη οριακή διατομή (cross-section), για παροχές-αιχμή που αντιστοιχούν σε διάφορες περιόδους επαναφοράς - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.121 Διατομή (cross-section) στη θέση y=2000 m, για παροχές-αιχμή που αντιστοιχούν σε διάφορες περιόδους επαναφοράς - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.122 Διατομή (cross-section) στη θέση y=4000 m, για παροχές-αιχμή που αντιστοιχούν σε διάφορες περιόδους επαναφοράς - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.123 Διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m, για παροχές-αιχμή που αντιστοιχούν σε διάφορες περιόδους επαναφοράς - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.124 Διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m, για παροχές-αιχμή που αντιστοιχούν σε διάφορες περιόδους επαναφοράς - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.125 Διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m, για παροχές-αιχμή που αντιστοιχούν σε διάφορες περιόδους επαναφοράς - μόνιμη κατάσταση

Παρατηρείται ότι το αριθμητικό μοντέλο *diplomac* δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, τα οποία κινούνται σε ρεαλιστικά πλαίσια. Ένας δείκτης που μπορεί να αποτελέσει κριτήριο αξιολόγησης είναι το ισοζύγιο μάζας νερού όπως έχει αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο), το οποίο είναι σταθερό σε κάθε χρονικό βήμα και με σχετικά μικρές τιμές (της τάξης του ±5%).

Σε κάθε διατομή η στάθμη του νερού βρίσκεται σε οριζόντια θέση. Επίσης, από τα Σχήματα 6.119-6.125, προκύπτει ότι όσο μεγαλώνει η περίοδος επαναφοράς (με επακόλουθο την αύξηση της παροχής εισροής), αυξάνεται και η κατακλυζόμενη επιφάνεια, γεγονός που είναι προφανές. Το εμβαδόν των εκτάσεων που πλημμυρίζουν σε συνάρτηση με την περίοδο επαναφοράς εμφανίζεται στο παρακάτω Σχήμα 6.126.



Σχήμα 6.126 Εμβαδόν πλημμυρικής κατάκλυσης σε συνάρτηση με την περίοδο επαναφοράς

Στη συνέχεια ακολουθούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ενδεικτική εφαρμογή του μοντέλου για το πλημμυρικό υδρογράφημα που αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς T=10 έτη (Σχήμα 6.4). Το εν λόγω υδρογράφημα έχει διάρκεια 60 h, ενώ η παροχή αιχμής του είναι Q=1250 m³/s. Στο υδρογράφημα συνυπολογίστηκε και η βασική απορροή του ποταμού, η οποία εκτιμήθηκε Q=20 m³/s.



Σχήμα 6.127 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου τη χρονική στιγμή t=10 h κατά την εφαρμογή υδρογραφήματος για T=10 έτη



Σχήμα 6.128 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου τη χρονική στιγμή t=20 h κατά την εφαρμογή υδρογραφήματος για T=10 έτη



Σχήμα 6.129 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου τη χρονική στιγμή t=30 h κατά την εφαρμογή υδρογραφήματος για T=10 έτη



Σχήμα 6.130 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου τη χρονική στιγμή t=40 h κατά την εφαρμογή υδρογραφήματος για T=10 έτη



Σχήμα 6.131 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου τη χρονική στιγμή t=50 h κατά την εφαρμογή υδρογραφήματος για T=10 έτη



Σχήμα 6.132 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου τη χρονική στιγμή t=60 h κατά την εφαρμογή υδρογραφήματος για T=10 έτη



Σχήμα 6.133 Χάρτης πλημμυρικού κινδύνου τη χρονική στιγμή t=70 h κατά την εφαρμογή υδρογραφήματος για T=10 έτη



Σχήμα 6.134 Όρια πλημμυρικής κατάκλυσης σε διάφορες χρονικές στιγμές κατά την εφαρμογή υδρογραφήματος για T=10 έτη



Σχήμα 6.135 Διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m, για το υδρογράφημα που αντιστοιχεί σε T=10 έτη σε διάφορες χρονικές στιγμές



Σχήμα 6.136 Διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m, για το υδρογράφημα που αντιστοιχεί σε T=10 έτη σε διάφορες χρονικές στιγμές



Σχήμα 6.137 Διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m, για το υδρογράφημα που αντιστοιχεί σε T=10 έτη σε διάφορες χρονικές στιγμές

Τα παραπάνω αποτελέσματα κρίνονται ικανοποιητικά. Παρατηρείται ότι στις χρονικές στιγμές οι οποίες βρίσκονται στο ανοδικό σκέλος του υδρογραφήματος που αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς T=10 έτη (μέχρι τη χρονική στιγμή t=30 h), τα όρια της πλημμυρικής κατάκλυσης διευρύνονται. Έπειτα από τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στην παροχή αιχμής, (t=30 h), όπου το υδρογράφημα βρίσκεται σε καθοδική φάση (από τη χρονική στιγμή t=30 h και μετά), τα όρια πλημμυρικής κατάκλυσης μειώνονται. Τα εμβαδά που αντιστοιχούν στις εκτάσεις που έχουν πλημμυρίσει σε συνάρτηση με διάφορες χρονικές στιγμές απεικονίζονται στο παρακάτω Σχήμα 6.138.



Σχήμα 6.138 Εμβαδόν πλημμυρικής κατάκλυσης σε συνάρτηση διάφορες χρονικές στιγμές

Επειδή το υδρογράφημα εφαρμογής είναι συμμετρικό, η στιγμιαία παροχή εισόδου στο υπολογιστικό πεδίο στις 10 h είναι ίση με την αντίστοιχη για t=50 h, κ.ο.κ. Στις πρώτες ανάντη διατομές, οι στάθμες νερού στις χρονικές στιγμές που βρίσκονται στο ανοδικό σκέλος του υδρογραφήματος συμπίπτουν με τις αντίστοιχες συμμετρικές τους, που βρίσκονται στο καθοδικό σκέλος (π.χ. η στάθμη νερού στις πρώτες ανάντη διατομές η στιγμή t=10 h, συμπίπτει με την αντίστοιχη για τη χρονική στιγμή t=50 h, καθώς η στιγμιαία παροχή είναι ίδια).

Η κατάσταση αυτή αλλάζει προς τα κατάντη του υπολογιστικού πεδίου, καθώς η στιγμιαία παροχή εισόδου διανύει κάποια απόσταση μέχρι να φτάσει εκεί. Κατά τη διαδρομή της αυτή, η παροχή μειώνεται (φαινόμενο διάχυσης του πλημμυρικού κύματος, λόγω δυναμικής συνεκτικότητας του νερού). Για αυτό το λόγο παρουσιάζονται μόνο οι κατάντη διατομές του υπολογιστικού πεδίου, όπου είναι εμφανές αυτό το φαινόμενο (Σχήματα 6.135-6.137). Το γεγονός αυτό μπορεί επίσης να παρατηρηθεί και από το εμβαδόν που καταλαμβάνουν οι πλημμυρικές

κατακλύσεις σε σχέση με τη χρονική στιγμή (Σχήμα 6.138). Όπως φαίνεται το εμβαδό της πλημμυρικής κατάκλυσης που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή t=10 h δεν συμπίπτει με το αντίστοιχο εμβαδόν στη στη χρονική στιγμή t=50 h, παρόλο που οι στιγμιαία παροχή εισόδου συμπίπτει για τις δύο αυτές χρονικές στιγμές.

Επίσης, έπειτα από σύγκριση που έγινε μεταξύ των ορίων πλημμυρικής κατάκλυσης που προκύπτουν με εφαρμογή σταθερής παροχής που αντιστοιχεί στην παροχή αιχμής για περίοδο επαναφοράς T=10 έτη ανάντη του υπολογιστικού πεδίου και των ορίων πλημμυρικής κατάκλυσης που προκύπτουν τη χρονική στιγμή t=30 h (όπου τα εν λόγω όρια βρίσκονται στην αιχμή τους), παρατηρήθηκε ότι αυτά σχεδόν συμπίπτουν.

Το γεγονός αυτό, επιτρέπει την κατάρτιση χαρτών πλημμυρικού κινδύνου θεωρώντας ως είσοδο τη σταθερή παροχή που αντιστοιχεί στην αιχμή ενός υδρογραφήματος μίας περιόδου επαναφοράς αντί για την εφαρμογή του ίδιου του υδρογραφήματος, με ασφάλεια. Το πλεονέκτημα εφαρμογής της σταθερής παροχής έναντι του υδρογραφήματος είναι ότι στην πρώτη περίπτωση απαιτείται πολύ λιγότερος χρόνος για τη διαδικασία των υπολογισμών.

Τέλος, παρουσιάζεται και η περίπτωση όπου δοκιμάστηκε η εισαγωγή διάφορων συντελεστών n Manning στο υπολογιστικό πεδίο. Όπως προαναφέρθηκε, λόγω έλλειψης δεδομένων, οι συντελεστές n Manning λαμβάνουν ενδεικτικές τιμές, οι οποίες ποικίλλουν από n=0.03 έως n=0.05 (Σχήμα 6.139). Η παρουσίαση γίνεται σε σύγκριση με την περίπτωση όπου σε όλο το υπολογιστικό πεδίο ο συντελεστής n Manning είναι ίσος με n=0.03.



Σχήμα 6.139 Συντελεστές n Manning στο υπολογιστικό πεδίο



Σχήμα 6.140 Σύγκριση ορίων πλημμυρικής κατάκλυσης - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.141 Σύγκριση στάθμης νερού στη διατομή (cross-section) στη θέση y=2000 m - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.142 Σύγκριση στάθμης νερού στη διατομή (cross-section) στη θέση y=4000 m - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.143 Σύγκριση στάθμης νερού στη διατομή (cross-section) στη θέση y=6000 m - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.144 Σύγκριση στάθμης νερού στη διατομή (cross-section) στη θέση y=8000 m - μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 6.145 Σύγκριση στάθμης νερού στη διατομή (cross-section) στη θέση y=10000 m - μόνιμη κατάσταση

Παρατηρείται ότι τα όρια της πλημμυρικής κατάκλυσης διευρύνονται στην περίπτωση όπου το υπολογιστικό πεδίο διακρίνεται από ανομοιογένεια στους συντελεστές n Manning από την αντίστοιχη ομοιογενή. Συγκεκριμένα, στην πρώτη περίπτωση το εμβαδό της πλημμυρικής ζώνης κυμαίνεται περί τα 21.4 km², ενώ όπως προαναφέρθηκε για τη δεύτερη περίπτωση, το αντίστοιχο εμβαδό κυμαίνεται περί τα 19.3 km².

Είναι γνωστό ότι όσο αυξάνεται η τραχύτητα σε ένα δεδομένο αγωγό, για μία δεδομένη παροχή το βάθος αυξάνεται επίσης. Επομένως είναι λογική αυτή η αύξηση της πλημμυρικής κατάκλυσης, καθώς στην πρώτη περίπτωση ο συντελεστής κυμαίνεται σε τιμές από n=0.03 και πάνω, ενώ στην δεύτερη περίπτωση ο συντελεστής παραμένει σταθερός στην τιμή n=0.03.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

7.1 Συμπερασματικά σχόλια

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία παρουσιάστηκε αριθμητικό μοντέλο επίλυσης των 2D-SWE με τη μέθοδο FDM και το αριθμητικό σχήμα McCormack. Το μοντέλο αναπτύχθηκε στη γλώσσα προγραμματισμού Fortran και ονομάστηκε *diplomac*.

Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου diplomac, τόσο κατά τον έλεγχο αυτού (validation), όσο και κατά την εφαρμογή του εν λόγω μοντέλου στον ποταμό Σπερχειό (σενάριο εφαρμογής), προκύπτει ότι το αριθμητικό μοντέλο diplomac είναι ένα σχετικά αξιόπιστο υπολογιστικό εργαλείο, όσον αφορά στην επίλυση της διόδευσης πλημμυρικού κύματος σε μεγάλο εύρος αναγλύφων με τη δισδιάστατη θεώρηση, καθώς και στην κατάρτιση χαρτών πλημμυρικού κινδύνου.

Η προσομοίωση της ροής νερού σε ξηρό πυθμένα είναι ικανοποιητική, ενώ υπάρχει η δυνατότητα υπολογισμού της διόδευσης πλημμυρικού κύματος, τόσο με ασταθείς οριακές συνθήκες (εφαρμογή υδρογραφήματος), όσο και με σταθερές (εφαρμογή σταθερής παροχής).

Η δυνατότητα του μοντέλου να δέχεται διαφορετικούς συντελεστές n Manning στο υπολογιστικό πεδίο, είναι δυνατόν να προσομοιώσει με μεγαλύτερη ακρίβεια το πλημμυρικό κύμα που προκαλείται.

Εντελώς επιγραμματικά, η πρωτοτυπία της εν λόγω μεταπτυχιακής εργασίας βρίσκεται:

- στον αλγόριθμο επίλυσης, ο οποίος αναπτύχθηκε εξ ολοκλήρου στα πλαίσια
 της εν λόγω μεταπτυχιακής εργασίας
- στην παραλλαγή της μεθόδου FDM, όπου όλες οι μεταβλητές υπολογίζονται στο κέντρο κάθε κελιού (cell)

- στην ικανοποιητική προσομοίωση των κινούμενων ορίων μεταξύ ξηρού και υγρού πυθμένα με την εισαγωγή κατωφλιού προσδιορισμού του ξηρού πυθμένα
- στην εισαγωγή τεχνητής διάχυσης στο αριθμητικό σχήμα McCormack με τον συντελεστή ω
- στη δυνατότητα του αριθμητικού μοντέλου να δέχεται διαφορετικό συντελεστή manning σε κάθε κελί (pixel) του υπολογιστικού πεδίου

7.2 Προτάσεις για βελτίωση του αριθμητικού μοντέλου

Σε πρώτη φάση είναι δυνατόν να γίνει πιο ενδελεχής διερεύνηση, όσον αφορά την αξιοπιστία του αριθμητικού μοντέλου *diplomac*, τόσο σε υπολογιστικό-αριθμητικό επίπεδο, όσο και σε πειραματικό. Το μοντέλο μπορεί να ελεγχθεί τόσο σε διάφορα υποθετικά αριθμητικά σενάρια, όσο και με αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν από πειραματικές διαδικασίες.

Επίσης, ένας περαιτέρω έλεγχος που μπορεί να γίνει, είναι ο έλεγχος του μοντέλου σε ένα πραγματικό πεδίο ροής όπου υπάρχουν μετρήσεις παροχής, συνεπώς το ανάντη όριο του υπολογιστικού πεδίου μπορεί να επιλεχθεί με βάση κάποιο σημείο μέτρησης, ενώ θα γίνεται έλεγχος του μοντέλου (validation) με τις μετρήσεις των υπόλοιπων σημείων, κατάντη αυτού.

Η δυνατότητα εισαγωγής κατάλληλων οριακών συνθηκών, ικανών να περιγράψουν κάθετα τοιχώματα, μπορεί να δώσει ένα εύρος επιλογής στα πειράματα τα οποία προσφέρονται για έλεγχο (validation). Ταυτόχρονα, δίνεται η δυνατότητα προσομοίωση πολλών άλλων φαινομένων, όπως είναι η θραύση φράγματος, οι διευθετήσεις υδατορευμάτων σε ορθογωνική διατομή, ή ακόμα και η προσομοίωση διόδευσης πλημμυρικού κύματος σε κάποια πόλη.

Ένα σκέλος του προβλήματος της θραύσης φράγματος (dam-break problem) είναι η διόδευση του πλημμυρικού κύματος έπειτα από πιθανή αστοχία του σώματος του φράγματος, φαινόμενο το οποίο με κατάλληλες τροποποιήσεις είναι δυνατόν να προσομοιωθεί από το εν λόγω αριθμητικό μοντέλο.

Βελτιώσεις είναι δυνατόν να γίνουν και στην ίδια τη δομή του αλγόριθμου, με κύριο γνώμονα την επιτάχυνση της διαδικασία των υπολογισμών. Αυτό αφορά τόσο στη βελτίωση του αλγορίθμου σε διάφορα πιθανά σφάλματα επιπέδου προγραμματισμού, όσο και στον έλεγχο διαφόρων αριθμητικών τεχνικών που έχουν τη δυνατότητα επιτάχυνσης των υπολογισμών. Όπως έχει αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, εναλλακτική αριθμητική τεχνική διακριτοποίησης του όρου τριβών είναι δυνατόν να αυξήσει την ταχύτητα των υπολογισμών σημαντικά.

7.3 Προτάσεις για εξέλιξη της έρευνας

Μία πρόταση για την περαιτέρω εξέλιξη της ερευνητικής δραστηριότητας πάνω σε αυτό το ζήτημα, είναι η σύγκριση του αριθμητικού μοντέλου *diplomac* με άλλα αριθμητικά μοντέλα (κατά κύριο λόγο εμπορικά λογισμικά, όπως τα λογισμικά CCHE2D, TELEMAC κ.α.), με σκοπό την αξιολόγησή του, καθώς και η ανάπτυξη άλλων αριθμητικών μοντέλων με άλλες αριθμητικές μεθόδους (π.χ. FVM).

Επίσης, η θεωρητική διερεύνηση του ζητήματος (ποιές εξισώσεις χρησιμοποιούνται στο μοντέλο και κάτω από ποιές προϋποθέσεις, πώς επιλύονται αυτές, ποιά είναι η μέθοδος διακριτοποίησής τους, ποιά είναι τα σφάλματα που υπεισέρχονται στους υπολογισμούς κ.λπ.), αν και έχει συντελεστεί σε μεγάλο βαθμό, δεν έχει πάψει να αποτελεί μία πρόκληση στην ερευνητική κοινότητα, με ακόμα ανοιχτό ερευνητικό πεδίο.

Η θεωρητική διερεύνηση είναι δυνατόν να πάρει και πρακτικές προεκτάσεις, όπως είναι η περαιτέρω διερεύνηση της τεχνητής διάχυσης όπως έχει εισαχθεί στο εν λόγω μοντέλο και η σύγκρισή της με άλλες τεχνικές ή η διερεύνηση του τρόπου επίλυσης των κινούμενων ορίων στον ξηρό πυθμένα (όπου στο εν λόγω μοντέλο έχει επιλεχθεί η εισαγωγή κατωφλιού που διακρίνει ξηρό και υγρό πυθμένα).

Στα πλαίσια της εκπόνησης της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, έγινε ενδελεχής επισκόπηση της βιβλιογραφίας πάνω σε ζητήματα διόδευση πλημμυρικού κύματος. Διαπιστώθηκε ότι ενώ υπάρχει πληθώρα πειραμάτων που αφορούν τη διόδευση πλημμυρικού κύματος με οριακές συνθήκες που προσδιορίζονται από κάθετα τοιχώματα αγωγών, δεν υπάρχουν πειράματα που αφορούν ένα τυχαίο ανάγλυφο χωρίς συγκεκριμένες οριακές συνθήκες. Τα αποτελέσματα που μπορούν να εξαχθούν από τη διεξαγωγή ανάλογων πειραμάτων, όπου βέβαια απαιτείται και ανάλογη κλίμακα, μπορεί να αποτελέσουν μία σημαντική επιβεβαίωση των εκάστοτε υπολογιστικών προσεγγίσεων.

Το πρόβλημα της θραύσης φράγματος (dam-break problem) είναι επίσης ένα αυτόνομο πεδίο έρευνας, το οποίο μπορεί να προσεγγισθεί τόσο πειραματικά όσο και θεωρητικά-υπολογιστικά και για τα δύο σκέλη του (εκτίμηση τρόπου αστοχίας και εύρεση αρχικού υδρογραφήματος, καθώς και διόδευση πλημμυρικού κύματος κατάντη του ταμιευτήρα).

Επίσης, με τη βοήθεια λογισμικών GIS, είναι δυνατή και η κατάρτιση χαρτών διαχείρισης κινδύνου πλημμύρας, σύμφωνα με την Κοινοτική Οδηγία 2007/60, εφόσον υπάρχουν δεδομένα όπως οι χρήσεις γης κ.α.

Τέλος, σημαντική παράμετρος στους υπολογισμούς είναι ο συντελεστής τριβών πυθμένα, n Manning. Ο τρόπος προσδιορισμού του αποτελεί ένα ακόμα πεδίο έρευνας. Π.χ. η εκτίμηση των συντελεστών n Manning μπορεί να γίνει είτε σε συνεργασία με κάποιο λογισμικό GIS, ούτως ώστε να γίνει συνδυαστική εργασία με

διάφορους χάρτες (χρήσεων γης, πετρωμάτων κ.λπ.), για τον προσδιορισμό των εν λόγω συντελεστών σε όλο το πεδίο ροής, είτε έχοντας πραγματικά δεδομένα την ανάντη και την κατάντη οριακή συνθήκη, να εφαρμοστεί κάποια μη γραμμική μέθοδος βελτιστοποίησης (π.χ. γενετικοί αλγόριθμοι) για τη ρύθμιση (calibration) των συντελεστών n Manning, μέσω κάποιου μοντέλου επίλυσης της διόδευσης πλημμυρικού κύματος.

Τέλος, σημαντικό πεδίο ελέγχου αλλά και εφαρμογής αποτελεί η χρήση του μοντέλου σε ανάγλυφο με εμπόδια και κατασκευές (π.χ. κτίρια, γέφυρες κ.λπ.). Η ένταξη τέτοιων στοιχείων είτε ως μεμονωμένων εμποδίων, είτε ως ισοδύναμος συντελεστής n Manning, έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον σε δομημένες περιοχές όπου και το διακύβευμα (και επομένως και η διακινδύνευση), είναι μεγάλο. Ο εμπλουτισμός των δυνατοτήτων του προτεινόμενου μοντέλου αποτελεί σίγουρα ένα πεδίο για μελλοντική έρευνα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Abbott, M. B., 1979. *Computational Hydraulics.* Pitman Publishing Ltd., London, England, 324 p.
- Amein, M., 1968. *An implicit method for numerical flood routing*. Water Resources Research, 4(4): 719-726.
- Anastasiadou-Partheniou, L., and Terzidis, G., 1988. *A dissipative finite element model for discontinuous unsteady flow in open channels.* Agricultural Water Management, 13(1988): 157-168.
- Anastasiou, K., and Chan, C. T., 1997. Solution of the 2D Shallow Water Equations using the *Finite Volume Method on unstructured triangular mesh.* International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 24: 1225-1245.
- Barré de Saint-Venant, A. J. C., 1871. *Théorie du mouvement non-permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l' introduction des marées dans leur lit.* C. R. Acad. Sc. Paris, 73: 147-154.
- Behladj, H., Tail, A., Ouazar, D., 2006. *Computing two-dimensional flood wave propagation using unstructured finite volume method: Application to the Ourika Valley.* International Journal on Finite Volumes, Vol.3, No 1: 1-21.
- Bellos, C. V., 1984. *Flood surge propagation on land of a given topography.* Proc. 5th Int. Conf. Water Resources planning Management, Athens, Greece: 8.59-8.71.
- Bellos, C. V., and Sakkas, J. G., 1987. *1D dam-break flood wave propagation on dry bed.* Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 113(12): 1510-1524.
- Bellos, C. V., Soulis, J. V. and Sakkas J. G., 1991. *Computation of two-dimensional dambreak induced flows.* Adv Water Resources. Vol 14, No 1: 31-41.

- Bellos, V. and Hrissanthou, V., 2009. *Numerical Simulation of a Dam-Break Flood Wave.* 7th International Conference of European Water Resources Association (EWRA), Water Resources Conservancy and Risk Reduction Under Climatic Instability, Limassol, Cyprus.
- Bermudez, A., and Vazquez, M. E., 1994. *Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms.* Comput. Fluids, 23: 1049–1071.
- Chaudhry, M. H., 2008. *Open Channel Flow (Second Edition)*. Springer Editions, New York, NY, 523 p.
- Chen, C., 1980. *Laboratory verification of a dam-break flood model.* Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 106(4): 535-556.
- Chen, C., and Armbruster, J. T., 1980. *Dam-break wave model: formulation and verification*. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 106(5): 747-767.
- Chow, V. T., 1959. Open-Channel Hydraulics. McGraw-Hill, New York, NY, 678 p.
- Chervet, A., and Dalleves, P., 1970. *Calcul de l' onde de submersion consecutive a la rupture d' un barrage*. Schweizerische Bauzeitung, 88 Jahrgang, Heft 19: 22/1-22/12.
- Cooley, R. L., and Moin, S. A., 1976. *Finite element solution of Saint-Venant equations.* Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 102(6): 759-775.
- Cunge, J. A., 1970. *Calcul de propagation des ondes de rupture d'un barrage.* La Houille Blance, No1: 25-33.
- Cunge, J. A., 1975. *Two dimensional modeling of flood plains.* Water Resources publ. Fort Collins, Vol 2, Colorado: 705-762.
- De Jong, Remy L. A., and Miller, W. A., 1971. *Experimental investigation of hydraulic transients in river-reservoir systems Phase III.* Research Report No 22, Water Resources Research Center, University of Tennessee, October: 45 p
- Di Monaco, A., and Molinaro, P., 1982. *Finite element solution of the Lagrangian equations of unsteady free surface flows on dry river beds.* Finite Elements in Water Resources, K. P. Holz et al eds., Springer, Berlin, Germany: 4-25-4.35.
- Di Monaco, A., and Molinaro, P., 1984. *Lagrangian finite-element model of dam-break wave on dry bed versus experimental data.* Proceedings HYDROSOFT Conference, Portoroz, Yugoslavia: 2.111-2.120.
- Dracos, Th., 1970. *Die Berechnung Instationârer Abflüsse in offene Gerinnen beliebiger Geometrie.* Schweizerische Bauzeitung, Zurich, Switzerland, 88(19): 21/1-21/8.

- Dressler, R. F., 1952. *Hydraulic resistance effect upon the dam-break functions.* Journal of Research of the National Bureau of Standards, vol. 49, no. 3: 217–225.
- Dressler, R. F., 1954. *Comparison of theories and experiments for the hydraulic dam-break wave.* International Association of Scientific Hydrology, Pub. No. 38: 319-328.
- Eguiazaroff, I. B., 1935. *Regulation of the water level in the reaches of canalized rivers and regulation of the flow below the last cock dam according to whether the water power is or is not used.* 16th International Congress of Navigation, Report No 8, Inlnad Navigation, 2nd question, Brussels, Belgium: sec. 1.
- Erpicum, S., Dewals, B. J., Archambeau, P. and Pirotton, M. 2010. *Dam break flow computation based on efficient flux vector splitting.* Journal of Computational and Applied Mathematics, 234: 2143-2151.
- Fennema, R. J., and Chaudhry, M. H., 1986. *Explicit numerical schemes for unsteady free-surface flows with shocks*. Water Resources Research, 22(13): 1923-1930.
- Fiedler, F. R. and Ramirez, J. A., 2000. *A numerical method for simulating discontinuous shallow flow over an infiltrating surface.* International Journal for Numerical Methods in Fluid, 32: 219-240.
- Fletcher, A. G., and Hamilton, W. S., 1967. Flood routing in an irregular channel. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 93, No. EM3, Proc. Paper 5282, June: 45-62.
- Fread, D. L., 1984. *A breach erosion model for earthen dams*. Proceedings of the Speciality Conference on Delineation of Landslide, Flash Flood, and Debris Flow Hazards in Utah, Utah State University, Logan, Utah, 30 p.
- Gee, M. D., and McArthur, R. C., 1978. *Development of generalized free surface flow models using finite element techniques.* Proceedings of the Second International Conference on Finite Elements in Water Resources, Pentech Press, Aldershot: 61–77.
- Garcia, R., and Kahawita, R. A., 1986. *Numerical solution of the St. Venant equations with the McCormack finite-difference scheme.* International Journal of Numerical Methods in Fluids, 6: 259-274.
- Guangcai, S., Wenli, W., Liu, Y. L., 2010. *Numerical scheme for simulation of 2D flood waves*. International Conference on Computational and Information Science, Chengdu, Sichuan, China: 846-849.
- Hayashi, T., 1953. *Mathematical theory and experiment of flood waves.* Trans., Japan Soc. Civil Engineers (Tokyo), No 18: 13-26.

- Hromadka II, T. V., and Yen, C. C., 1986. *A diffusion hydrodynamic model (DHM).* Advances in Water Resources, Vol. 9: 118-170.
- Hubbard, M. E., and Garcia-Navarro, P., 2000. *Flux difference splitting and the balancing of source terms and flux gradients*. J. Comput. Phys., 165, 89–125.
- Ippen, A. T., and Dawson, J. H., 1951. *Design of supercritical contractions.* Transactions, ASCE: Vol 116.
- Ippen, A. T., and Kulin, G., 1957. The effect of boundary resistance on solitary waves. Houille Blanche, No 3: 390-407.
- Jameson, A., Schmidt, W. and Turkel, E., 1981. *Numerical Solutions of the Euler equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes.* Proc. AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, CA: AIAA–81–1259.
- Jovanović, M. and Djordjević, D, 1995. *Experimental verification of the McCormack* numerical scheme. Advances in Engineering Software, 23: 61-67.

Katopodes, N., and Strelkoff, T., 1978. *Computing two-dimensional dam-break flood waves*. J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng., 104(9): 1269–1288.

- Katopodes, N. D., and Strelkoff, T., 1979. *Two-dimensional shallow water-wave models*. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 105(4): 317-334.
- Katopodes, N., 1980. *Finite element model for open channel flow near critical conditions.* Finite elements in Water Resources III, S. Y. Wang et al. eds., University of Mississippi Press: 5.37-5.46.
- Katopodes, N. D., 1984a. *A dissipative Galerkin scheme for open-channel flow.* Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 110(4): 450-466.
- Katopodes, N. D., 1984b. *Two-dimensional surges and shocks in open-channels*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 110(6): 794-812.
- Katopodes, N. D., and Wu, C. T., 1986. *Explicit computation of discontinuous channel flow.* Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 102(4): 459-468.
- Keuning, D. H., 1976. *Application of finite-element method to open-channel flow*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 102(4): 459-468.
- King, I. P., 1976. Finite element models for unsteady flow routing through irregular channels. Finite Elements in Water Resources I, C. A. Brebbia et al eds., Pentech Press, London, England: 4.165-4.184.

- Kordas, B., and Witkowska, H., 1976. *Mathematical model of a dam-break wave*. Proc. Inter. Symp. on Unsteady Flow in Open Channels, Newcastle-upon-Tyne, England: C2.19-C2.28
- Laboratoire National d' Hydralique, 1959. *Mouvement nonpermanent dans les canaux à section prismatique et variable quelconque.* National Hydraulic Laboratory, Châtou, France: Report T218B.
- Laura, R. A., and Wang, J. D., 1984. *Two dimensional flood routing on steep slopes.* Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 110(8): 1121-1135.
- Lax, P. D., and Wendroff, B., 1964. *Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy.* Communications on Pure Applied Mathematics, vol. 17: 381-398.
- Lesleighter, E. G., 1983. *Flood plain flow using a two-dimensional numerical simulation*. International Conference on the Hydraulic Aspects of Floods and Flood Control, Sept. 13-15, London: 207-215.
- Levin, L., 1951. *Etude experimental du regime transitoire engendre par la rupture d' un barrage.* Acad. sci. (paris) Comptes rendus, Vol 233: 646-648.
- Liang, D., Lin, B. and Falconer, F. A., 2006. *Simulation of rapidly varying flow using an efficient TVD-McCormack scheme.* International Journal for Numerical Methods in Fluids, 53: 811-826.
- Liang, D., Falconer, F. A. and Lin, B., 2007. *Coupling surface and subsurface flows in a depth averaged flood wave model.* Journal of Hydrology, 337: 147-158.
- Liang, D., Lin, B. and Falconer, F. A., 2007. *A boundary-fitted numerical model for flow routing with shock-capturing capability.* Journal of Hydrology, 332: 477-486.
- Matsutomi, H., 1983. *Numerical computations of two-dimensional inundation of rapidly varied flows due to breaking of dams.* XX IAHR Congress, Proc., Subject A.d., Vol. 11, Spet. 5-9, Moskow, USSR: 479-488.
- McCormack, R. W., 1970. *Numerical solution of the interaction of a shock wave with a laminar boundary layer.* Second Conference of Numerical Methods in Fluid Dynamics, Berkeley: September 15-19.
- Memos, C. D., Georgakakos, A., Vomvoris, S., 1983. Some experimental results of the twodimensional dam-break problem. XX IAHR Congress, Proc., Subject A.d., Vol. 11, Sept. 5-9, Moskow, USSR: 555-563.

- Michouev, A. V., and Sladkevich, M. S., 1983. *Ecoulement dans le bief aval dans le cas d' une rupture partielle d' un barage.* XX IAHR Congress, Proc., Subject A.d., Vol. 11, Spet. 5-9, Moskow: 512-519.
- Miller, S., and Chaudhry, M. H., 1989. *Dam-break flows in curved channel.* J. Hydraul. Eng., 115(11): 1465–1478.
- Miller, W. A. and Tschantz, B. A., 1972. *Laboratory investigation of one-dimensional wave motion in open channels*. Paper presented at the National Water Resources Engineering Meeting, ASCE, Atlanta, Georgia, USA, January 24-28: 40p.
- Miller, W. A. and Yevjevich, V., 1975. *Unsteady flow in open channels, Vol III.* Water Resources publ., Fort Collins, Colorado, USA,: 447 p.
- Montuori, C., 1965. *Introduction d' un debit constant dans un canal vide*. XI IAHR Congress, Leningrand, USSR: Paper 3.55.
- Nougaro, J., 1952. *Recherches expérimentales sur les intumescences dans les canaux découverts.* Acad. sci. (paris) Comptes rendus, Vol 235, No 15: 788-791.
- Nougaro, J., Thirriot, C., and Pialot, J., 1963. *Contribution à l' etude des ondulations secondaires accompagnant le front d' intumescences positives.* VII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Pisa: Mem. III-A-6.
- Odstrčil, D., 1984. *Numerical solution of a dam-break waves propagation in open channels with a dry bed.* Proc. HYDROSOFT Conference, Portoroz, Yugoslavia: 2.121-2.134.
- Patankar, S. V., 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* Mc Graw Hill, New York, NY, USA: 197 p.
- Preissman, A., 1971. *Modèles pour le calcul de la propagation des crues.* La Houille Blanche, Vol. 3: 219-224. (in French).
- Rahman, M., and Chaudhry, M. H., 1998. *Simulation of dam-break flow with grid adaptation.* Adv. Water Resour., 21: 1–9.
- Rajar, R., 1978. *Mathematical simulation of dam-break flow.* Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 104(7): 1011-1026.
- Rajar, R., and Četina, M., 1983. *Two-dimensional dam-break flow in steep curved channels.* XX IAHR Congress, Proc., Subject A. D., Vol. 11, Sept. 5-9, Moskow: 571-579.
- Roshandel, A., Hedayat, N., Kiamanesh, H., 2010. *Simulation of Dam-break using Fiinte Volume Method.* World Academy of Science, Engineering and Technology, 71: 112-115.

- Rouse, H., Bhoota, B. V., and En-Yen Hsu, 1951. *Design of channel expansions.* Transactions, ASCE: Vol 116.
- Sakkas, J. G., and Strelkoff, Th., 1973. *Dam-break flood in a prismatic dry channel.* Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 99(12): 2195-2216.
- Samuels, P. G., 1983. *Two-dimensional modeling of flood flows using the finite element method.* International Conference on the Hydraulics Aspects of Floods and Flood Control, Sept. 13-15, London, England: 229-240.
- Schamber, D. R., and Katopodes, N. D., 1984. One-dimensional models for partially breached dams. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 110(8): 1086-1102.
- Schloktisch, A., 1917. *Über Dammbruchwellen*. Sitzungberichten der Königlichen Akademie der Wissenschaften, Vienna, vol. 126, no. IIa: 1489–1514.
- Schmitz, G., Seus, G. J., and Czirwitzky, H. J., 1983. *Simulating two-dimensional fluid flow.* International Conference of the Hydraulic Aspects of Floods and Flood Control, Sept. 13-15, London, England: 195-206.
- Semenido, V. I., 1956. *Verification of computation of unsteady movement in open channel.* Gidroteknika i Melioratsiya, U.S.S.R., No 7: 51-52. (in Russian).
- Singh, K. P., and Scarlatos. P. D., 1985. *Breach Erosion of Earthfill Dams and Flood Routing: BEED Model*, Research Report, Army Research Office, Battelle, Research Triangle Park, North Carolina: 131 p.
- Soares-Frazão, S., Lories, D., Taminiau, S., Zech, Y., 2003. *Dam-break flow in channel with sudden enlargement.* XXX IAHR Congress, Thessaloniki, Greece: 221-228.
- Stoker, J. J., 1957. Water Waves. Interscience Publishers Inc., New York, NY, 567 p.
- Strelkoff, T., 1969. *One-dimensional Equations of Open-channel Flow.* Jour. Hyd. Div., Amer. Soc. Civ. Engs., vol. 95, HY3: 861-866.
- Supino, G., 1954. *Le oscillazioni del risalto idraulico durante una propagazione ondosa.* Energia Electrica, Vol. 31, no 2: 90-94.
- Tan, L. W. and Chu, V. H., 2011. Flood wave dynamics using Lagrangian Block Advection. 4th International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization. Kuala Lumpur, Malaysia: art. No 5775567.
- Tannehill, J. C., Anderson, D. A., Pletcher, R. H., 1997. *Computational fluid mechanics and heat transfer (second edition)*. Taylor & Francis publishers, Washington, DC, 792 p.

- Terzidis, G., and Strelkoff, Th., 1970. *Computation of open-channel surges and shocks.* Journal of Hydraulics Division, ASCE, 96(12): 2581-2610.
- Tifonov, E. K., 1954. *Unsteady flow in open channels with zero initial depth, for wave in dry bed.* V.N.I.I.G. im. Vedeneeva, Leningrand, USSR. (manuscript in Russian).'
- Tsakiris, G., Nalbantis, I., Pistrika, A., 2009. *Critical technical issues on the EU flood directive*. European Water 25/26: 39-51.
- Tsakiris, G., and Spiliotis, M., 2011. *Dam-breach hydrograph modeling: an innovative semianalytical approach*. Water Engineering and Management in a Changing Environment, Catania, Sicily, Italy.
- Tschantz, B. A. and Miller, W. A., 1971. *Experimental investigation of hydraulic transients in river-reservoir systems-Phase II.* Research Report No 21, Water Resources Research Center, University of Tennessee, October: 60 p.
- Vasiliev, O. F., 1971. *Numerical solution of the nonlinear problems of unsteady flows in open channels*. Proceedings of the second International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Lecture Notes in Physics, Vol 8: 410-421.
- Vázquez-Cendón, M. E., Cea, L. and Puertas, J., 2009. *The Shallow Water Model: The relevance of geometry and turbulence.* Monografías de la Real Academia de Ciencias de Zaragoza, 31: 217-236.
- Vinogradova, E. A., and Kononkova, G. E., 1965. *Experimental investigation of release wave transformation on a river-type reservoir model.* Selected Soviet Hydrology Papers, AGU, no 5: 496 p.
- WES (Waterways Experiment Station), 1960. *Conditions of minimum resistance*. Floods resulting from suddenly breached dams, Miscelaneous Paper No 2-374, U.S. Army Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi, USA: Report 1.
- WES (Waterways Experiment Station), 1961. *Conditions of high resistance*. Floods resulting from suddenly breached dams, Miscelaneous Paper No 2-374,, U.S. Army Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi, USA: Rerport 2.
- Xanthopoulos, Th., and Koutitas, Ch., 1976. *Numerical simulation of a two-dimensional flood wave propagation due to a dam failure.* Journal of Hydraulic Research, 14(4): 321-331.
- Yevjevich, V., and Barnes A. H., 1970. *Flood routing through storm drains Part II, physical facilities and experiments.* Hydrology Paper no. 44, Colorado State University, November, 43 p.

- Zienkiewicz, O. C., and Sandover, J. A., 1957. *Conservation form of the equations of fluid dynamics in general nonsteady coordinates.* American Inst. Aeronautics and Astronautics (AIAA), Vol. 23, No 11: 1819:1820.
- Zanobetti, D., Lorgere, H., Preissmann, A., Cunge, J. A., 1970. *Le modele mathematique du Delta Mekong.* La Houille Blanche, No 1: 4 et 5.
- Zech, Y., Sorel, M. C., and Vansnick, M., 1983. *Mathematical modelling of floods in rivers and uncovering of flood plains*. International Conference on the Hydraulic Aspects of Floods and Flood Control, Sept. 13-15, London, England: 217-227.
- Zhou, J. G., Causon, D. M., Mingham, C. G. and Ingram, D. M., 2004. *Numerical Prediction of dam-break flows in general geometries with complex bed topography.* Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 130, No 4: 332-340.
- Zoppou, C., and Roberts, S., 2000. *Numerical solution of the two-dimensional unsteady dam break.* Appl. Math. Model., 24, 457–475.
- Κούτιτας, Χ., 1982. Υπολογιστική Υδραυλική. Ξάνθη: 199 σελ.
- Κουτίτας, Χ., και Ξανθόπουλος, Θ., 1977. Αριθμητική επίλυση μονοδιάστατης διαδόσεως πλημμυρικού κύματος λόγω θραύσης φράγματος. Τεχνικά Χρονικά, Μάιος-Ιούνιος: 229-232.
- Κουτσογιάννης, Δ., Μαμάσης Ν., Ευστρατιάδης Α., 2003. Υδρολογική μελέτη λεκάνης Σπερχειού. Στο πλαίσιο της Μελέτης: 'Υδρολογική - Υδραυλική μελέτη για την αντιπλημμυρική προστασία της νέας διπλής σιδηροδρομικής γραμμής κατά τη διέλευσή της από την περιοχή του ποταμού Σπερχειού', για την ΕΡΓΑ ΟΣΕ ΑΕ, Ανάδοχος: Δ. Σωτηρόπουλος & Συνεργάτες Ανώνυμη Μελετητική Εταιρεία, Αθήνα.
- Τερζίδης, Γ., 1982. *Μαθήματα Υδραυλικής 3. ανοικτοί αγωγοί*. Εκδ. Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 383 σελ.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στο παρόν παράρτημα παρατίθεται ο αλγόριθμος του αριθμητικού μοντέλου *diplomac*, το οποίο αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας και παρουσιάστηκε στον εν λόγω τεύχος:

```
program diplomac
real,dimension(600)::x,y,qq2,hh2
real,dimension(40)::t1,time,cross,qq1
real,dimension(300,600)::z,h,u,v,h1,u1,v1,h2,u2,v2,zy,hu,hv,hu1,hv1,hu2,hv2
,h3,u3,v3,sox,soy,n,h4,zy2
real::na,dx,dy,dt,sfx,sfy,ww,ffe,ffw,ffc,ff,ggn,ggs,ggc,gg,dd,ome,umax,vmax
, hmax, dtc, cc, hdry, mass1, mass2, mass3, mass, fr, tsum, ttt, soarx, qqarx, hharx
character(40)::numchr,numchr2
integer::i,j,tt,im,jm,ip,ic,iqs,iqe,kk,ikk,mm,imm,ccc
x(1) = 0.5 * dx
y(1) = 0.5 * dy
do i=2, im
x(i) = x(i-1) + dx
end do
do j=2,jm
y(j)=y(j−1)+dy
end do
open(77,file='dtm.txt')
do i=1,im
do j=1,jm
read(77,'(1f8.5)') z(i,j)
end do
end do
close(77)
do i=1,1
do j=1,jm
sox(i,j) = (z(i,j) - z(i+1,j))/dx
end do
end do
do i=im, im
do j=1,jm
sox(i,j) = (z(i-1,j) - z(i,j))/dx
end do
end do
```
```
do i=1,im
do j=1,1
soy(i,j)=(z(i,j)-z(i,j+1))/dy
end do
end do
do i=1,im
do j=jm,jm
soy(i,j) = (z(i,j-1) - z(i,j))/dy
end do
end do
do i=2,im-1
do j=1,jm
sox(i,j) = (z(i-1,j)-z(i+1,j)) / (2*dx)
end do
end do
do i=1,im
do j=2,jm-1
soy(i,j) = (z(i,j-1) - z(i,j+1)) / (2*dy)
end do
end do
open(99,file='ydrografima.txt')
do i=1,4
read(99,'(1x,1f10.4,1x,1f10.4)') t1(i),qq1(i)
end do
close(99)
open(88,file='hq curves.txt')
do i=1,210
read(88,'(2x,1f12.5,2x,1f12.5)') qq2(i),hh2(i)
end do
close(88)
loop1:do while (tsum.lt.ttt)
do i=1,4
if (tsum.ge.t1(i)) then
qqarx=(tsum-t1(i))/(t1(i+1)-t1(i))*(qq1(i+1)-qq1(i))+qq1(i)
end if
end do
do i=1,210
if (qqarx.ge.qq2(i)) then
hharx=(qqarx-qq2(i))/(qq2(i+1)-qq2(i))*(hh2(i+1)-hh2(i))+hh2(i)
end if
end do
do j=iqs,iqe
do i=75,95
if (hharx-z(i,j).le.0) then
h(i,j)=0
v(i,j)=0
hv(i,j)=h(i,j)*v(i,j)
h2(i,j)=0
v2(i,j)=0
hv2=h2(i,j)*v2(i,j)
```

```
h1(i,j)=0
v1(i,j)=0
hv1(i,j)=h1(i,j)*v1(i,j)
else
h(i,j) = hharx - z(i,j)
v(i,j)=(1/na)*(h(i,j)**(2./3.))*((soarx)**0.5)
hv(i,j) = h(i,j) * v(i,j)
h2(i,j) = hharx - z(i,j)
v2(i,j) = (1/na) * (h(i,j) * (2./3.)) * ((soarx) * 0.5)
hv2=h2(i,j)*v2(i,j)
h1(i,j) = hharx - z(i,j)
v1(i,j) = (1/na) * (h(i,j) ** (2./3.)) * ((soarx) **0.5)
hv1(i,j)=h1(i,j)*v1(i,j)
end if
end do
end do
do j=1,jm
do i=1,im
if (0.7-z(i,j).gt.0) then
h(i,j) = 0.7 - z(i,j)
h1(i,j)=0.7-z(i,j)
h2(i,j)=0.7-z(i,j)
u(i,j)=0
u1(i,j)=0
u2(i,j)=0
v(i,j)=0
v1(i,j)=0
v2(i,j)=0
end if
end do
end do
umax=u(1,1); vmax=v(1,1); hmax=h(1,1)
do i=1,im
do j=1,jm
if (umax.lt.u(i,j)) then
umax=u(i,j)
end if
if (vmax.lt.v(i,j)) then
vmax=v(i,j)
end if
if (hmax.lt.h(i,j)) then
hmax=h(i,j)
end if
end do
end do
dtc=dx/((umax**2+vmax**2)**0.5+((g*hmax)**0.5))
dt=dtc*cc
if (dtc.gt.50) then
dt=50
end if
```

```
tt=tt+1
tsum=tsum+dt
do j=ip,jm-1
do i=ip,im-1
ww=h(i,j)
ffe=h(i+1,j)*u(i+1,j)
ffc=h(i,j)*u(i,j)
ff=ffe-ffc
ggn=h(i,j+1)*v(i,j+1)
ggc=h(i,j)*v(i,j)
gg=ggn-ggc
dd=0
h1(i,j) = ww - (dt/dx) * ff - (dt/dy) * gg + dt * dd
if(h1(i,j).le.0) then
h1(i, j) = 0
end if
end do
end do
do j=ip,jm-1
do i=ip,im-1
ww=hu(i,j)
ffe=(h(i+1,j)*u(i+1,j)**2)+0.5*g*h(i+1,j)**2
ffc=(h(i,j)*u(i,j)**2)+0.5*g*h(i,j)**2
ff=ffe-ffc
ggn=h(i,j+1)*u(i,j+1)*v(i,j+1)
ggc=h(i,j)*u(i,j)*v(i,j)
gg=ggn-ggc
if (h(i,j).gt.hdry) then
sfx=((n(i,j)**2)*(u(i,j))*(((u(i,j)**2)+(v(i,j)**2))**0.5))/((h(i,j))**(4./
3.))
dd=g*h(i,j)*(sox(i,j)-sfx)
hu1(i,j)=ww-(dt/dx)*ff-(dt/dy)*gg+dt*dd
else
hu1(i,j)=0
end if
if (h1(i,j).gt.0) then
u1(i,j)=hu1(i,j)/h1(i,j)
else
u1(i,j)=0
end if
end do
end do
do j=ip,jm-1
do i=ip,im-1
ww=hv(i,j)
ffe=h(i+1,j)*u(i+1,j)*v(i+1,j)
ffc=h(i,j)*u(i,j)*v(i,j)
ff=ffe-ffc
ggn=(h(i,j+1)*v(i,j+1)**2)+0.5*g*h(i,j+1)**2
ggc=(h(i,j)*v(i,j)**2)+0.5*g*h(i,j)**2
```

```
gg=ggn-ggc
if (h(i,j).gt.hdry) then
sfy=((n(i,j)**2)*(v(i,j))*(((u(i,j)**2)+(v(i,j)**2))**0.5))/((h(i,j))**(4./
3.))
dd=g*h(i,j)*(soy(i,j)-sfy)
hv1(i,j)=ww-(dt/dx)*ff-(dt/dy)*gg+dt*dd
else
hv1(i,j)=0
end if
if (h1(i,j).gt.0) then
v1(i,j)=hv1(i,j)/h1(i,j)
else
v1(i,j)=0
end if
end do
end do
do j=ic,jm-1
do i=ic, im-1
ww=ome*h(i,j)+0.25*(1-ome)*(h(i+1,j)+h(i-1,j)+h(i,j+1)+h(i,j-1))
ffc=h1(i,j)*u1(i,j)
ffw=h1(i-1,j)*u1(i-1,j)
ff=ffc-ffw
gqc=h1(i,j)*v1(i,j)
ggs=h1(i,j-1)*v1(i,j-1)
gg=ggc-ggs
dd=0
h2(i,j)=0.5*(h1(i,j)+ww-(dt/dx)*ff-(dt/dy)*gg+dt*dd)
if(h2(i,j).le.0) then
h2(i, j) = 0
end if
end do
end do
do j=ic,jm-1
do i=ic, im-1
ww=ome*hu(i,j)+0.25*(1-ome)*(hu(i+1,j)+hu(i-1,j)+hu(i,j+1)+hu(i,j-1))
ffc=(h1(i,j)*u1(i,j)**2)+0.5*g*h1(i,j)**2
ffw=(h1(i-1,j)*u1(i-1,j)**2)+0.5*g*h1(i-1,j)**2
ff=ffc-ffw
ggc=h1(i,j)*u1(i,j)*v1(i,j)
ggs=h1(i,j-1)*u1(i,j-1)*v1(i,j-1)
gg=ggc-ggs
if (h1(i,j).gt.hdry) then
sfx=((n(i,j)**2)*(u1(i,j))*(((u1(i,j)**2)+(v1(i,j)**2))**0.5))/((h1(i,j))**
(4./3.))
dd=g*h1(i,j)*(sox(i,j)-sfx)
hu2(i,j)=0.5*(hu1(i,j)+ww-(dt/dx)*ff-(dt/dy)*gg+dt*dd)
else
hu2(i,j)=0
end if
if (h2(i,j).gt.0) then
```

```
u2(i,j)=hu2(i,j)/h2(i,j)
else
u2(i,j)=0
end if
end do
end do
do j=ic,jm-1
do i=ic, im-1
ww=ome*hv(i,j)+0.25*(1-ome)*(hv(i+1,j)+hv(i-1,j)+hv(i,j+1)+hv(i,j-1))
ffc=h1(i,j)*u1(i,j)*v1(i,j)
ffw=h1(i-1,j)*u1(i-1,j)*v1(i-1,j)
ff=ffc-ffw
ggc=(h1(i,j)*v1(i,j)**2)+0.5*g*h1(i,j)**2
ggs=(h1(i,j-1)*v1(i,j-1)**2)+0.5*g*h1(i,j-1)**2
gg=ggc-ggs
if (h1(i,j).gt.hdry) then
sfy=((n(i,j)**2)*(v1(i,j))*(((u1(i,j)**2)+(v1(i,j)**2))**0.5))/((h1(i,j))**
(4./3.))
dd=g*h1(i,j)*(soy(i,j)-sfy)
hv2(i,j)=0.5*(hv1(i,j)+ww-(dt/dx)*ff-(dt/dy)*gg+dt*dd)
else
hv2(i,j)=0
end if
if (h2(i,j).gt.0) then
v2(i,j)=hv2(i,j)/h2(i,j)
else
v2(i,j)=0
end if
end do
end do
do j=iqs,iqs
do i=1,im
mass1=mass1+hv(i,j)*dt*dx
end do
end do
mass2=0
do j=ic,jm-1
do i=1,im
mass2=mass2+h2(i,j)*dx*dy
end do
end do
do j=jm-1,jm-1
do i=1,im
mass3=mass3+hv2(i,j)*dx
end do
end do
mass=((mass2+mass3-mass1)/mass1)*100
```

```
do j=1,jm
if(h2(i,j).gt.h4(i,j)) then
h4(i,j) = h2(i,j)
end if
end do
end do
if (tsum.gt.ttt) then
do i=1,im
do j=1,jm
h3(i,j)=(1-(ttt-tsum+dt)/dt)*h(i,j)+(1-(tsum-ttt)/dt)*h2(i,j)
u3(i,j)=(1-(ttt-tsum+dt)/dt)*u(i,j)+(1-(tsum-ttt)/dt)*u2(i,j)
v3(i,j)=(1-(ttt-tsum+dt)/dt)*v(i,j)+(1-(tsum-ttt)/dt)*v2(i,j)
end do
end do
end if
do i=2,im-1
do j=2,jm-1
u1(i,j)=0; v1(i,j)=0; h1(i,j)=0; hu1(i,j)=0; hv1(i,j)=0
u(i,j)=u2(i,j);
                  v(i,j)=v2(i,j);
                                       h(i,j)=h2(i,j);
                                                           hu(i,j)=hu2(i,j);
hv(i,j) = hv2(i,j)
end do
end do
end do loop1
do i=1, im
do j=1,jm
if(h3(i,j).lt.hdry) then
h3(i,j)=0
end if
if(h4(i,j).lt.hdry) then
h4(i,j)=0
end if
zy(i,j) = h3(i,j) + z(i,j)
zy2(i,j) = h4(i,j) + z(i,j)
end do
end do
open(40,file="vathi"//trim(adjustl(numchr))//".txt")
do j=1,jm
do i=1,im
write(40,'(2x,1f10.4,5x,1f10.4,5x,1f10.4)') x(i),y(j),h3(i,j)
end do
end do
close(40)
open(50,file="uuu"//trim(adjustl(numchr))//".txt")
do j=1,jm
do i=1, im
write(50, '(2x, 1f10.4, 5x, 1f10.4, 5x, 1f20.15)') x(i), y(j), u3(i, j)
end do
end do
close(50)
open(60,file="vvv"//trim(adjustl(numchr))//".txt")
```

```
do j=1,jm
do i=1,im
write(60, '(2x, 1f10.4, 5x, 1f10.4, 5x, 1f20.15)') x(i), y(j), v3(i, j)
end do
end do
close(60)
open(70, file="zy"//trim(adjustl(numchr))//".txt")
do j=1,jm
do i=1, im
write(70, '(2x,1f10.3,5x,1f10.3,5x,1f10.3)') x(i),y(j),zy(i,j)
end do
end do
close(60)
do mm=1,imm
ccc=cross(mm)
write(numchr2,*) mm
open(80, file="xxx"//trim(adjustl(numchr))//trim(adjustl(numchr2))//".txt")
do j=ccc,ccc
do i=1,im
write(80,'(2x,1f10.4,5x,1f10.4,5x,1f10.4)') x(i),z(i,j),zy(i,j)
end do
end do
close(80)
end do
open(90,file="yyy"//trim(adjustl(numchr))//".txt")
do i=32,32
do j=1,jm
write(90,'(2x,1f10.4,5x,1f10.4,5x,1f10.4)') y(j),z(i,j),zy(i,j)
end do
end do
close(90)
open(100,file="zy2"//trim(adjustl(numchr))//".txt")
do j=1,jm
do i=1,im
write(100, '(2x,1f10.4,5x,1f10.4,5x,1f10.4)') x(i),y(j),zy2(i,j)
end do
end do
close(100)
open(110,file="vathi2"//trim(adjustl(numchr))//".txt")
do j=1,jm
do i=1,im
write(110, '(2x, 1f10.4, 5x, 1f10.4, 5x, 1f10.4) ') x(i), y(j), h4(i, j)
end do
end do
close(110)
close(66)
end do
stop
end
```