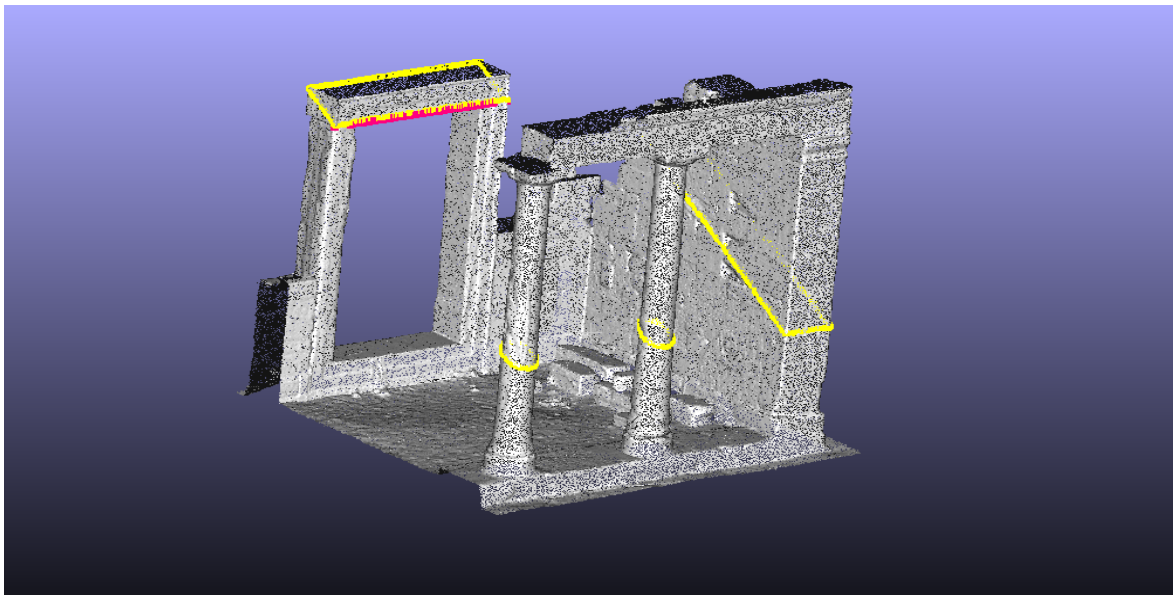




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ & ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑΣ

Ανάπτυξη αλγορίθμου εντοπισμού ακμών σε νέφος σημείων από ψηφιακές εικόνες



Διπλωματική Εργασία

Μαρία Μελίνα Δολαψάκη

Επιβλέπων:

Ανδρέας Γεωργόπουλος

Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα Μάρτιος 2020

Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο, θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον κο Αντρέα Γεωργόπουλο για την πολύτιμη βοήθειά του και την υποστήριξή του. Τον ευχαριστώ για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε με την ανάθεση της διπλωματικής εργασίας, τη συμβολή του καθ' όλη την διάρκεια της και τον ενθουσιασμό που επέδειξε για την προσπάθειά μου.

Ως μαθήτρια, μπορώ μόνο να επαινέσω εκείνους τους εκπαιδευτικούς, που καταφέρνουν να εμπνεύσουν, να μεταδώσουν την αγάπη τους για το αντικείμενο των σπουδών τους και να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των παιδιών τους. Ήμουν τυχερή να έχω γνωρίσει πολλούς άξιους ανθρώπους και δασκάλους όλα αυτά τα χρόνια. Είναι συγκινητικό να βλέπεις τις προσπάθειες σου να καρπίζονται, αλλά και να νιώθεις πως σε στηρίζουν εκείνοι που σε εμπιστεύτηκαν. Τέτοιες εμπειρίες είναι που επηρεάζουν τελικά ένα νέο άνθρωπο και δίνουν τον αναγκαίο ενθουσιασμό, ευελπιστώ, να ανακαλύψουν τις κλίσεις τους και να είναι ευχαριστημένοι στο εν δυνάμει εργασιακό τους περιβάλλον. Για τα παραπάνω, ευχαριστώ και πάλι για την ευκαιρία που μου δόθηκε με τη συγκεκριμένη διπλωματική.

Θα ήθελα απευθύνω στον καθηγητή κ. Κοντοκώστα Δημήτρη ευχαριστίες για τις παρατηρήσεις και τα σχόλια του σε θέματα Γεωμετρίας, καθώς δόθηκε ώθηση και η αναγκαία επιβεβαίωση που χρειαστήκαμε με τον κο Αντρέα, ώστε να εξελιχθεί επιτυχώς η εργασία.

Τις ευχαριστίες μου εκφράζω στην υποψήφια διδάκτορα και μέλος ΕΤΕΠ του Εργαστηρίου Φωτογραμμετρίας κα Ταπεινάκη Σεβαστή για την απλόχερη βοήθεια της στους ελέγχους των αποτελεσμάτων της εργασίας και τις εύστοχες ιδέες και παρατηρήσεις της.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω και τους διδακτορικούς φοιτητές του κο Δουλάμη, που αφιέρωσαν τον χρόνο τους και μοιράστηκαν τις ιδέες του σε θέματα προγραμματιστικά που αντιμετώπισα, ιδιαίτερα τον Νίκο Μπακαλό.

Abstract

In the context of the present thesis, a program was created in order to detect planes and their edges in unorganized point clouds. The program was developed in the Jupyter and Spyder software using various open source libraries. The programming language is Python, an open source software.

In particular, a desired edge of the object is inserted from an image into the algorithm. The plane, to which the desired edge belongs, was created using the properties of Analytical and Projected Geometry. The goal is to select the appropriate edge among the 3D edges that belong to the object's point cloud. This is achieved by searching for those edges that belong to that identified plane, which is common to the reference system of both the space and the image. The detection of the desired 3D edge is finally accomplished by applying the Ransac algorithm and sufficient acceptance criteria, while investigating edges inside the detected plane.

The program and process were implemented in a majority of applications and finally, evaluated by performing various tests. The conclusions mainly focus on the accuracy with which the edges were detected and the obstacles the algorithm may face in the process of selecting the appropriate edge.

Περίληψη

Στο πλαίσιο εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας δημιουργήθηκε ένα πρόγραμμα εντοπισμού επιπέδων και ακμών σε μη οργανωμένα νέφη σημείων. Το πρόγραμμα αναπτύχθηκε στο πρόγραμμα του Jupyter και Spyder με τη χρήση διαφόρων βιβλιοθηκών ανοιχτού κώδικα. Η γλώσσα προγραμματισμού στην οποία γράφτηκε ο κώδικας είναι ανοιχτού λογισμικού (open source) γνωστή ως Python.

Πιο συγκεκριμένα, εισάγεται μία ζητούμενη ακμή του αντικειμένου από μια εικόνα στον αλγόριθμο. Το επίπεδο, στο οποίο ανήκει η ζητούμενη ακμή, δημιουργήθηκε με την χρήση των σχέσεων και ιδιοτήτων της Αναλυτικής και της Προβολικής γεωμετρίας. Στόχος είναι η επιλογή της κατάλληλης ακμής ανάμεσα στις τρισδιάστατες ακμές που ανήκουν στο νέφος σημείων του αντικειμένου. Αυτό επιτυγχάνεται με την αναζήτηση εκείνων των ακμών που ανήκουν μέσα στο συγκεκριμένο επίπεδο, το οποίο είναι κοινό, τόσο στο σύστημα αναφοράς του χώρου, όσο και στις εικόνες. Η ανίχνευση της ζητούμενης τρισδιάστατης ακμής, τελικά, πραγματοποιείται με την εφαρμογή του αλγορίθμου Ransac και επαρκών κριτηρίων αποδοχής, έπειτα από τη διερεύνηση μέσα στο ανιχνευμένο επίπεδο.

Το πρόγραμμα και η διαδικασία πραγματοποιήθηκε σε διάφορες εφαρμογές και τέλος, αξιολογήθηκε πραγματοποιώντας διάφορους ελέγχους. Τα συμπεράσματα επικεντρώνονται κυρίως στην ακρίβεια με την οποία ανιχνεύθηκαν οι ακμές και στα εμπόδια που μπορεί να αντιμετωπίσει ο αλγόριθμος κατά τη διαδικασία επιλογής της κατάλληλης ακμής.

Περιεχόμενα

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	13
II. ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΣ ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΕΣ	15
2.1. ANALYSIS OF GEOMETRIC PROPERTIES OF NEIGHBORHOODS (AGPN)	20
2.2. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΪΑΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΥ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΚΑΙ ΑΚΜΩΝ ΣΕ ΜΗ ΟΡΓΑΝΩΜΕΝΑ ΝΈΦΗ ΣΗΜΕΪΩΝ	23
2.3. CONTOUR DETECTION IN UNSTRUCTURED 3D POINT CLOUDS	24
2.4. PLANE DETECTION IN POINT CLOUD DATA	26
III. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	31
3.1. ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΙΔΈΑ	31
3.2. ΥΛΟΠΟΪΗΣΗ ΙΔΈΑΣ	32
3.3. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ (ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ)	32
3.3.1. ΣΤΟΙΧΕΪΑ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΪΑΣ	32
3.3.2. ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΣΗΜΕΪΟΥ ΚΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΧΩΡΟ	34
3.3.3. ΕΠΪΠΕΔΑ ΣΤΟΝ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΧΩΡΟ	35
3.3.4. ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΈΤΡΩΝ Α,Β,Γ,Δ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΓΙΑ ΤΡΙΑΔΕΣ ΣΗΜΕΪΩΝ	37
3.3.5. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΕΥΘΕΪΑΣ ΣΤΟ ΧΩΡΟ	38
3.3.6. ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΪΟΥ ΑΠΟ ΕΠΪΠΕΔΟ	40
3.4.1. ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ	41
3.4.2. ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΤΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ	42
3.5. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΈΝΩΝ	43
3.5.1. ΣΤΡΟΦΈΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ	44
3.5.2. ΜΕΤΑΘΕΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ	46
3.5.3. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ	46
3.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΈΣ ΤΕΧΝΙΚΈΣ	47
3.6.1 ΓΛΩΣΣΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΡΥΘΩΝ - ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΣΤΡΑΦΈΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ	48
3.6.2. ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΡΥΘΩΝ - ΒΙΒΛΙΟΘΈΚΕΣ ΑΝΟΙΧΤΟΥ ΚΩΔΙΚΑ	50
3.6.3. ΤΕΧΝΙΚΈΣ ΕΚΤΪΜΗΣΗΣ ΠΑΡΑΜΈΤΡΩΝ- ΕΠΙΛΟΓΗ RANSAC	51

3.6.7. ΣΥΓΚΡΙΣΗ LINEAR ΜΕΘΟΔΟΥ ΜΕ RANSAC	60
3.6.8. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Μ3C2 ΌΠΩΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ CLOUDCOMPARE	62
IV. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	65
4.1. ΑΡΧΙΚΕΣ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	65
4.2. ΓΕΝΙΚΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΗΚΑΝ	68
4.3. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΩΝ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΕΝΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	70
4.4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ- ΤΕΧΝΗΤΟ ΝΕΦΟΣ ΧΙΛΙΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ.....	73
4.4.1. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	77
4.4.2. ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΓΡΑΜΜΗΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΝΕΦΟΥΣ ΧΙΛΙΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ.....	79
4.4.3. ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	80
4.5. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΑΚΡΪΒΕΙΕΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	83
4.5.Ι. ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ Α Β Γ Δ ΤΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	83
4.5.ΙΙ. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ Α Β Γ Δ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	86
4.5.ΙΙΙ. ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	88
V. ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΝΑΪΟ ΤΗΣ ΔΗΜΗΤΡΑΣ	92
5.1. ΔΕΔΟΜΕΝΑ.....	92
5.2. ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	95
5.3. ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ - ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΟΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ	101
5.3.1. IS_MODEL_VALID:.....	103
5.3.2. MODEL_TRUE:.....	104
5.3.3. DIST_POINT_TO_POINT:.....	105
5.3.4. FINDIF_BELONGSTO_PHOTO:	106
5.4. ΤΕΛΙΚΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	106
5.5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	110
5.6. ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ - ΈΛΕΓΧΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ «ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ 1»	114
VI. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΙΚΑ ΣΧΌΛΙΑ	118
6.1. ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ ΕΛΈΓΧΟΥ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΑΝΑΦΟΡΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΚΑΙ ΤΙΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΟΜΕΝΕΣ ΔΥΣΚΟΛΪΕΣ	118
6.1.1. ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΜΕΓΆΛΩΝ ΤΙΜΩΝ ΚΑΤΆ ΤΟΝ ΈΛΕΓΧΟ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΕΙΚΟΝΟΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΑΝΑΜΕΣΆ ΣΤΗΝ ΑΚΜΪ ΕΙΣΌΔΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΪΣ	118

6.1.2. ΈΛΕΓΧΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΕ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΕΣ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΛΗΨΗΣ.....	122
6.1.3. ΈΛΕΓΧΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΤΙΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΤΩΝ ΈΝΤΟΝΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ ΤΩΝ ΖΗΤΟΥΜΕΝΩΝ ΑΚΜΩΝ ΜΕΤΑΎ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ.	123
6.1.4. ΈΛΕΓΧΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΠΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΤΑΙ Η ΜΙΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΔΥΟ ΈΔΡΕΣ ΤΗΣ ΖΗΤΟΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ	129
6.2. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΞ΄ΕΛΙΞΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	131
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	135

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

ΕΙΚΟΝΑ 1 ΑΡΓΙΑΛΑΣ, ΚΑΡΑΝΤΖΑΛΟΣ ,2017:	18
ΕΙΚΟΝΑ 2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΔΥΟ ΤΥΠΩΝ ΑΚΜΩΝ.....	20
ΕΙΚΟΝΑ 3 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ AGPN	21
ΕΙΚΟΝΑ 4 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ AGPN ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	21
ΕΙΚΟΝΑ 5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	22
ΕΙΚΟΝΑ 6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	22
ΕΙΚΟΝΑ 7.Α ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΑΝΊΧΝΕΥΣΗΣ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ.....	26
ΕΙΚΟΝΑ 7. 1 ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΑΝΊΧΝΕΥΣΗΣ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ.ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΤΟ ΠΡΩΤΟ ΕΠΊΠΕΔΟ ΑΝΊΧΝΕΎΕΤΑΙ ΜΈΣΑ ΣΤΟ ΠΡΩΤΟ ΜΠΛΟΚ ΣΚΑΛΑΣ, ΜΕΣΑΊΑ ΕΙΚΟΝΑ: ΤΟ ΔΕΎΤΕΡΟ ΕΠΊΠΕΔΟ ΑΝΊΧΝΕΎΕΤΑΙ ΚΑΙ ΔΕΞΙΑ ΕΙΚΟΝΑ ΤΟ ΤΡΊΤΟ ΕΠΊΠΕΔΟ ΑΝΊΧΝΕΎΕΤΑΙ.....	28
ΕΙΚΟΝΑ 8 ΠΗΓΗ:ΦΕΛΛΟΥΡΗΣ Α. (2011), ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ: 35	
ΕΙΚΟΝΑ 9 ΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ , 2017	35
ΕΙΚΟΝΑ 10 ΚΛΊΜΑΚΑ ΤΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ ΣΕ ΕΠΊΓΕΙΑ ΛΗΨΗ ΜΕ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΆΞΟΝΑ.΄ ΠΗΓΗ:ΠΈΤΣΑ,2000 .41	
ΕΙΚΟΝΑ 11 ΣΎΣΤΗΜΑ ΣΎΝΤΕΤΑΓΜΈΝΩΝ ΣΕ ΕΠΊΓΕΙΑ ΛΗΨΗ.΄ ΠΗΓΗ:ΠΈΤΣΑ,2000	42
ΕΙΚΟΝΑ 12 Γεωδαιτικό ΣΎΣΤΗΜΑ ΣΎΝΤΕΤΑΓΜΈΝΩΝ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΊΗΘΗΚΕ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΡΟΤΥΠΕΣ ΣΎΝΤΕΤΑΓΜΈΝΕΣ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΉΘΗΚΑΝ ΣΤΟΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ..΄ ΠΗΓΗ:ΠΈΤΣΑ,2000	42
ΕΙΚΟΝΑ 13 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΟΜΟΊΟΤΗΤΑΣ.....	43
ΕΙΚΟΝΑ 14 ΕΙΚΟΝΑ ΜΕ ΣΤΡΟΦΈΣ΄,ΠΗΓΗ:ΠΈΤΣΑ,Ε.,ΔΕΚΈΜΒΡΙΟΣ 2000, ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΈΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΡΟΒΛΉΜΑΤΑ ΤΗΣ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΊΑΣ,Σελ.40.....	46

ΕΙΚΟΝΑ 15Α ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ RANSAC, ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΈΝΑ ΜΙΚΡΟ ΣΥΝΟΛΟ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ, ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΜΕ ΕΠΙΛΥΣΗ ΌΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝΤΑΙ ΌΛΑ ΤΑ ΔΕΔΟΜΈΝΑ.....	52
ΕΙΚΟΝΑ 15 Α: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΠΡΩΤΩΝ ΒΗΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ RANSAC ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΌ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΌΥ ΜΟΝΤΕΛΌΥ ΕΥΘΕΪΑΣ.....	53
ΕΙΚΟΝΑ 15 Β: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΌΥ ΤΡΙΤΌΥ ΒΗΜΑΤΌΣ ΤΌΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΌΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΌΥ RANSAC ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΌ ΤΌΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΌΥ ΜΟΝΤΕΛΌΥ ΕΥΘΕΪΑΣ.....	54
ΕΙΚΟΝΑ 15 C: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΌΥ ΤΕΤΑΡΤΌΥ ΒΗΜΑΤΌΣ ΤΌΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΌΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΌΥ RANSAC ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΌ ΤΌΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΌΥ ΜΟΝΤΕΛΌΥ ΕΥΘΕΪΑΣ.....	54
ΕΙΚΟΝΑ 15 D: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΌΥ ΠΕΜΠΤΌΥ ΚΑΙ ΕΚΤΌΥ ΒΗΜΑΤΌΣ ΤΌΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΌΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΌΥ RANSAC ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΌ ΤΌΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΌΥ ΜΟΝΤΕΛΌΥ ΕΥΘΕΪΑΣ.....	55
ΕΙΚΟΝΑ 16: ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΌΗΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΌΥ RANSAC” ,SUNGLOK CHOI, BMVC, 2009.....	57
ΕΙΚΟΝΑ 16 Α ΣΥΓΚΡΙΣΗ LINEAR ΜΕΘΌΔΌΥ ΜΕ RANSAC.....	61
ΕΙΚΟΝΑ 17 : ΠΑΡΌΥΣΙΑΣΗ ΛΕΙΤΌΥΡΓΙΑΣ M3C2 ΑΛΓΟΡΙΘΜΌΥ	63
ΕΙΚΟΝΑ 18: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΈΝΩΝ ΣΕ ΕΠΪΓΕΙΑ ΛΗΨΗ (1), ΒΑΣΙΚΈΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΌΙ ΕΣΩΤΕΡΙΚΌΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΌΛΙΣΜΌΥ (2) .	66
ΕΙΚΟΝΑ 19 ΠΡΟΣΟΜΌΙΩΣΗ ΘΈΣΗΣ ΑΚΜΗΣ 30 ΣΗΜΕΪΩΝ ΣΤΌ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΌ ΣΥΣΤΗΜΑ	68
ΕΙΚΟΝΑ 20 : ΤΌ ΚΟΙΝΌ ΕΠΪΠΕΔΌ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΤΗΣ ΕΙΚΌΝΑΣ ΜΕ ΤΗΝ ΑΚΜΗ ΣΤΟΝ ΧΪΡΌ	71
ΕΙΚΟΝΑ 21: “Ό ΠΪΝΑΚΑΣ ΤΩΝ Α, Β, Γ, Δ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΕΞΕΤΑΖΌΜΕΝΑ ΕΠΪΠΕΔΑ”	72
ΕΙΚΟΝΑ 22 : Ό ΠΪΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΛΌΓΩΝ ΤΩΝ Α, Β, Γ, Δ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΌΥΣ ΓΙΑ ΤΑ ΕΞΕΤΑΖΌΜΕΝΑ ΕΠΪΠΕΔΑ.....	73
ΕΙΚΟΝΑ 23 Α ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ	74
ΕΙΚΟΝΑ 23 Β ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ	75
ΕΙΚΟΝΑ 23 C ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΕΧΝΗΤΌΥ ΝΕΦΌΥΣ ΣΗΜΕΪΩΝ ΣΤΌ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΤΌΥ ΧΪΡΌΥ	75
ΕΙΚΟΝΑ 23 D ΕΦΑΡΜΌΓΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΌΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΌΛΙΣΜΌΥ	76
ΕΙΚΟΝΑ 24	76
ΕΙΚΟΝΑ 24 I	76
ΕΙΚΟΝΑ 24 II	76
ΕΙΚΟΝΑ 24 III ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΌΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΈΝΩΝ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΗΝ ΕΙΚΌΝΑ	77
ΕΙΚΟΝΑ 25 ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΑΚΜΗΣ ΤΗΣ ΕΙΚΌΝΑΣ ΚΑΙ ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΣΤΌ ΑΠΌΤΈΛΕΣΜΑ ΤΌΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΌΥ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΈΝΩΝ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΗΝ ΕΙΚΌΝΑ	77
ΕΙΚΟΝΑ 26 ΠΑΡΌΥΣΙΑΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ LEAST SQUARES.....	78

ΕΙΚΟΝΑ 27 : ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ LEAST SQUARES	78	
ΕΙΚΟΝΑ 28: ΚΩΔΙΚΑΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΠΟΥ ΑΝΗΚΟΥΝ ΣΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ	80	
ΕΙΚΟΝΑ 29: ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΝΕΦΟΥΣ ΧΙΛΙΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ: ΜΕ ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ ΦΑΙΝΕΤΑΙ Η ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΑΚΜΗ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΑΠΟ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΙ ΜΕ ΚΟΚΚΙΝΟΙ Ο ΘΟΡΥΒΟΣ. ΕΦΑΡΜΟΓΗ RANSAC ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	81	
ΕΙΚΟΝΑ 30 : ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΥ $Z=0$	87	
ΕΙΚΟΝΑ 31 ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΓΩΝΙΩΝ ΤΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ϕ_1, ϕ_2	88	
ΕΙΚΟΝΑ 31 Ι,ΙΙ,ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ Ι , ΑΣΚΗΣΕΙΣ, HTTP://ECOURSES.DVNET.NTUA.GR/FSR/16183/Gewdaisia%20I_Asknseis.pdf	89	
ΕΙΚΟΝΑ 32 ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΕΓΓΡΑΦΗΣ ΑΡΧΕΙΟΥ ΕΝΟΣ ΟΡΓΑΝΩΜΕΝΟΥ ΝΕΦΟΥΣ ΣΗΜΕΙΩΝ	93	
ΕΙΚΟΝΑ 33: ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΕΓΓΡΑΦΗΣ ΑΡΧΕΙΟΥ ΕΝΟΣ ΜΗ ΟΡΓΑΝΩΜΕΝΟΥ ΝΕΦΟΥΣ ΣΗΜΕΙΩΝ.	94	
ΕΙΚΟΝΑ 34: ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΣΤΟ CLOUDCOMPARE ΤΟΥ 3D ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ ΤΟΥ ΝΑΟΥ ΚΑΙ ΜΕ ΛΕΥΚΟ ΧΡΩΜΑ ΤΟ ΚΟΜΜΑΤΙ ΤΟΥ ΝΕΦΟΥΣ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ.....	94	
ΕΙΚΟΝΑ 35 ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΙ ΚΑΘΕ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ,ΕΞΑΓΩΓΗ ΣΥΜΒΑΤΗ ΜΕ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ BINGO	97	
ΕΙΚΟΝΑ 36: ΕΙΣΑΧΘΕΪΣΑ ΑΚΜΗ ΣΗΜΕΙΩΜΕΝΗ ΜΕ ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ ΠΑΝΩ ΣΕ ΕΙΚΟΝΑ ΤΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΟΜΕΝΟΥ ΝΕΦΟΥΣ ΣΗΜΕΙΩΝ	98	
ΕΙΚΟΝΑ 37 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ	100	
ΕΙΚΟΝΑ 38 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΌΣΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΟΥ ΝΕΦΟΥΣ ΑΝΗΚΟΥΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗΚΕ ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΛΗΨΗΣ.	101	
ΕΙΚΟΝΑ 39 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΑΚΜΩΝ ΤΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ ΣΤΟ ΑΡΧΕΙΟ ΤΟΥ ΝΕΦΟΥΣ ΤΟΥ ΝΑΟΥ ΤΗΣ ΔΗΜΗΤΡΑΣ.	102	
ΕΙΚΟΝΑ 40 ΕΠΙΛΟΓΗ ΛΑΘΟΣ ΑΚΜΗΣ ΑΠΟ RANSAC.....	103	
ΕΙΚΟΝΕΣ 1-2 ΚΑΙ 3-4 1 ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΗΣ ΊΔΙΑΣ ΑΚΜΗΣ ΣΕ ΔΥΟ ΕΙΚΟΝΕΣ, ΌΠΩΣ ΕΠΕΞΗΓΕΪΤΑΙ ΣΤΗΝ 5Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	111	
ΕΙΚΟΝΑ 41	113	
ΕΙΚΟΝΑ 42	ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΚΜΗ	113
ΕΙΚΟΝΑ 43 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΚΟΝΣΟΛΑ ΤΗΣ ΡΥΤΗΘΝ	114	
ΕΙΚΟΝΑ 44 ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΝΕΦΟΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΟΥ ΝΑΟΥ ΤΗΣ ΔΗΜΗΤΡΑΣ	115	

ΕΙΚΟΝΑ 45 ΑΚΤΙΝΕΣ ΑΚΜΩΝ, ΠΡΟΒΟΛΗ ΤΟΥΣ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΤΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ ΚΑΙ ΔΕΣΜΕΣ ΤΟΥΣ, $c < c'$, ΑΛΛΑΓΗ ΚΛΙΜΑΚΑΣ.....	116
--	-----

ΕΙΚΟΝΕΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ, ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

FIGURE 1 FIGURE 2, ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΡΟΖ ΧΡΩΜΑ, ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΟ ΝΕΦΟΣ ΜΕ ΠΡΑΣΙΝΟ	119
--	-----

FIGURE 3 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ M3C2.....	120
--	-----

FIGURE 4 ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΤΩΝ ΔΥΟ ΝΕΦΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΑΙ Η ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΤΟΥΣ.....	120
---	-----

FIGURE 5 FIGURE 6 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΦΘΟΡΩΝ ΠΟΥ ΈΧΕΙ ΥΠΟΣΤΕΪ ΤΟ ΜΝΗΜΕΙΟ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΗΣ ΜΟΡΦΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΟΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ, ΈΝΑΝΤΙ ΕΥΘΕΙΑΣ ΓΡΑΜΜΗΣ.....	121
--	-----

FIGURE 7: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΡΟΖ ΧΡΩΜΑ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΟ ΝΕΦΟΣ ΜΕ ΚΙΤΡΙΝΟ ΧΡΩΜΑ.....	123
--	-----

FIGURE 8 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΚΜΗ.....	124
--	-----

FIGURE 9 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΟ ΝΕΦΟΣ ΜΕ ΠΡΑΣΙΝΟ	124
--	-----

FIGURE 10 Η ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ, ΔΙΑΦΑΙΝΕΤΑΙ ΠΟΣΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ ΡΟΛΟ ΠΑΙΖΕΙ Η ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΜΕΝΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ c ΣΕ ΚΑΘΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ.....	125
---	-----

FIGURE 11 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ,.....	125
--	-----

FIGURE 12 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΟ ΝΈΦΟΣ ΜΕ ΠΡΑΣΙΝΟ	125
FIGURE 13 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΤΟΝ Μ3C2 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ	126
FIGURE 14 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ ΣΤΗΝ 4G0R6621	126
FIGURE 15 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΡΟΖ ΧΡΩΜΑ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΟ ΝΈΦΟΣ ΜΕ ΠΡΑΣΙΝΟ ΣΤΗΝ 4G0R6621.....	126
FIGURE 16 Μ3C2 ΈΛΕΓΧΟΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΗ ΖΗΤΟΥΜΕΝΗ, ΟΙ ΑΚΡΑΪΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΝΑΦΈΡΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΦΘΟΡΕΣ ΤΟΥ ΝΑΟΥ	127
FIGURE 17 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ ΣΤΗΝ 4G0R6615, ΕΜΦΑΝΗΣ Η ΑΣΤΟΧΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΪΑΣ.....	127
FIGURE 18 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΠΡΑΣΙΝΟ ΧΡΩΜΑ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΟ ΝΈΦΟΣ ΜΕ ΜΠΛΕ ΣΤΗΝ 4G0R6621	128
FIGURE 19 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΗΝ ΕΙΚΌΝΑ 4G0R6621 (ΡΟΖ) ΚΑΙ ΣΤΗΝ 4G0R6615 (ΠΡΑΣΙΝΟ).....	128
FIGURE 20 ΣΤΑ ΚΟΙΝΑ ΣΗΜΕΪΑ ΤΩΝ ΔΥΟ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΩΝ ΑΚΜΩΝ, Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡ. Μ3C2 ΥΠΟΔΕΙΚΝΪΥΕΙ ΤΙΣ ΑΠΟΚΛΪΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΪ ΤΟΥΣ	128
FIGURE 21 ΘΈΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΚΕΙΜΈΝΟΥ ΚΑΤΆ ΤΗ ΛΪΨΗ ΤΗΣ ΕΙΚΌΝΑΣ.....	129
FIGURE 22 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΑΚΜΩΝ ΔΕΞΙΑ ΚΑΙ ΑΡΙΣΤΕΡΆ ΑΠΌ ΤΗΝ ΖΗΤΟΥΜΕΝΗ ΑΚΜΗ	130
FIGURE 23 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΝΙΧΝΕΥΜΕΝΗΣ ΑΚΜΗΣ ΜΕ ΡΟΖ ΧΡΩΜΑ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΚΜΗΣ ΣΤΟ ΝΈΦΟΣ ΜΕ ΠΡΑΣΙΝΟ ΣΤΗΝ 4G0R6661.....	130

FIGURE 24 : Ο Μ3C2 ΥΠΟΔΕΙΚΝΥΕΙ ΤΙΣ ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ, ΜΕ ΓΚΡΙ ΧΡΩΜΑ ΕΊΝΑΙ ΌΣΑ ΣΗΜΕΊΑ ΔΕΝ ΒΡΈΘΗΚΕ ΝΑ ΈΧΟΥΝ ΚΟΙΝΆ ΣΗΜΕΊΑ ΜΕ ΤΗΝ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΜΈΝΗ ΣΤΗΝ ΖΗΤΌΥΜΕΝΗ ΑΚΜΉ130

FIGURE 25 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ, ΑΚΜΉ 9 (ΡΟΖ ΧΡΩΜΑ) ΚΑΙ ΑΚΜΉ 10 (ΓΑΛΆΖΙΟ ΧΡΩΜΑ).....131

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΑΚΡΟΝΥΜΙΩΝ

Ε.Μ.Π : Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

TIFF : Tagged Image File Format

URL : Uniform Resource Locator

M3C2 : Multiscale Model to Model Cloud Comparison

MB MegaByte

GB GigaByte

PCL Point Cloud Library

SnR : Signal-to-noise rati

OOP: Object-Oriented Programming

RAM : Random Access Memory

MP : Mega Pixel

DXF : Drawing Exchange Format

I . Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια, και με την πρόοδο που έχει γίνει στην τεχνολογία εναέριων και επίγειων σαρωτών laser, τα πυκνά νέφη σημείων χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο για την γεωμετρική τεκμηρίωση αντικειμένων και μνημείων πολιτιστικής κληρονομιάς. Βασικό παραγόμενο υπόβαθρο της γεωμετρικής τεκμηρίωσης είναι αναμφισβήτητα και τα γραμμικά ή διανυσματικά δισδιάστατα σχέδια, τα οποία εκτιμάται ότι δεν πρόκειται να αντικατασταθούν, τουλάχιστον σε ό,τι αφορά στις αρχιτεκτονικές μελέτες αποκατάστασης.

Βασική επιδίωξη της εργασίας είναι ο εντοπισμός, αρχικά, επιπέδων και έπειτα η ανίχνευση των ακμών του απεικονιζόμενου αντικειμένου, με απώτερο σκοπό την πλήρως ή μερικώς αυτοματοποιημένη παραγωγή γραμμικού σχεδίου από μη οργανωμένα νέφη σημείων.

Η εξαγωγή ακμών από εικόνες είναι ένα από τα πιο σημαντικά θέματα στους τομείς της επεξεργασίας εικόνας και της όρασης υπολογιστών, που μελετάται τα τελευταία χρόνια. Γενικά, η ανίχνευσή τους πραγματοποιείται με βάση το όριο μεταξύ περιοχών διαφορετικής φωτεινότητας ή υψής. Οι μέθοδοι όμως που έχουν χρησιμοποιηθεί για την ανίχνευση ακμών στις εικόνες δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστούν σε μη οργανωμένα νέφη σημείων, γιατί αυτά έχουν προφανώς διαφορετική δομή από τις εικόνες. Μία εικόνα είναι ένας πίνακας, ενώ ένα νέφος σημείων είναι ένα ακανόνιστο κατανομημένο σύνολο δεδομένων. Η διαφοροποίηση αυτή στη δομή τους, είχε ως συνέπεια την ακαταλληλότητα μεθόδων ανίχνευσης ακμών στις εικόνες και οδήγησε στο να αναδειχθεί η ανίχνευση και η εξαγωγή των ακμών από μη οργανωμένα νέφη σημείων ως ένα σημαντικό ερευνητικό ζήτημα.

Συνοπτικά, η διάρθρωση της διπλωματικής αποτελείται από τα παρακάτω. Καταρχάς, αναφέρονται οι αντίστοιχες προσπάθειες των σημερινών ερευνητών προς την κατεύθυνση της αυτόματης διανυσματοποίησης. Έπειτα παρουσιάζεται η κεντρική ιδέα και οι θεωρητικές έννοιες που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση της εργασίας, με στόχο την ανάπτυξη του αλγορίθμου. Στη συνέχεια, προβάλλεται η μεθοδολογία που εφαρμόζεται και συντελεί στην υλοποίηση του αλγορίθμου. Ταυτόχρονα, γίνεται ανάλυση των διαδικασιών που ενίσχυσαν την επιτυχία του αλγορίθμου και σε επόμενο βήμα προγραμματίζεται η πρακτική εφαρμογή στο ναό της Δήμητρας στη Νάξο. Τέλος, σχολιάζονται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου σε σχέση με την επιτυχία του και την ακρίβεια των αποτελεσμάτων ενώ δίνονται συμπερασματικά σχόλια και προτάσεις για την εξέλιξή του.

I I . Αντίστοιχες προσπάθειες

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, η ανίχνευση ακμών μέσα σε νέφη σημείων αποτελεί προβληματικό κεφάλαιο για τους σημερινούς ερευνητές που εργάζονται προς την κατεύθυνση της αυτόματης διανυσματοποίησης. Ταυτόχρονα, εκτός των αποτυπώσεων που πραγματοποιούνται με επίγειες λήψεις, τα τελευταία χρόνια αποτελεί σημαντικό ζήτημα το έργο μοντελοποίησης τρισδιάστατων πόλεων στα πεδία της τηλεπισκόπησης και της φωτογραμμετρίας.

Η ανίχνευση τρισδιάστατων ακμών και την εξαγωγή ακμών κοινών χαρακτηριστικών πραγματοποιείται μέσα σε νέφη σημείων που λήφθηκαν είτε με τη βοήθεια επίγειου σαρωτή laser (laser scanner) είτε με άλλες μεθόδους (π.χ. διαδικασίες SfM/MVS) ή Lidar Sensor, που δεν θα αναλυθεί εκτενώς στην εργασία αυτή. Οι προσπάθειες των ερευνητών για την ανίχνευση ακμών μέσα σε νέφη μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε δύο ομάδες.

(1) Οι άμεσες μέθοδοι αναγνωρίζουν πρώτα τα σημεία που ανήκουν σε κτίρια μέσα σε ένα νέφος σημείων, έπειτα, διαχωρίζουν και κατηγοριοποιούν τα σημεία κτιρίων σε επίπεδα. Τέλος, εντοπίζουν ακμές και επιλέγονται οι ακμές κοινών χαρακτηριστικών, για παράδειγμα επίπεδα περιγράμματος και επίπεδα τομής ακμών. Για να εξαχθούν τα όρια μιας στέγης ή περιγράμματα προσόψεων στις αναφερόμενες μεθόδους είναι απαραίτητη η χρήση μεθόδων εκτίμησης των ορίων που ανιχνεύονται.

(2) Έμμεσες μέθοδοι, που πρώτα μετατρέπουν ένα νέφος σημείων σε εικόνα και έπειτα προβάλλονται οι δισδιάστατες ακμές πίσω στο νέφος σημείων για να εξαχθούν οι ακμές.

Στις άμεσες μεθόδους ανήκουν οι μέθοδοι εκτίμησης των ορίων, που ανιχνεύονται ανάλογα με την πυκνότητα του παραγόμενου νέφους σημείων που χρησιμοποιείται. Προτείνονται δύο ομάδες μεθόδων εκτίμησης ορίων. Ένα νέφος σημείων, που δεν είναι υψηλής ποιότητας και μεγάλης πυκνότητας σημείων, προκαλεί δυσκολίες στο εξεταζόμενο ζήτημα. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία εξαγονται τα όρια των οροφών των κτιρίων χρησιμοποιώντας διακριτά χωρικά τρόποι αντιμετώπισης. Με τη βελτίωση της πυκνότητας σημείων στα νέφη προτείνονται δύο ομάδες μεθόδων εκτίμησης ορίων.

Στην πρώτη ομάδα μεθόδων γίνεται εξαγωγή των ορίων χρησιμοποιώντας δίκτυα ακανόνιστων τριγώνων. Στην περίπτωση δημιουργίας δικτύων TIN (Triangular Irregular Network) οι ακμές στα αρχεία TIN εμφανίζονται μόνο στα εξωτερικά τους όρια ή στο εσωτερικό όριο τους. Τα σημεία των ορίων είναι τα σημεία που ανήκουν στο περίγραμμα των μεγαλύτερων ακμών TIN.

Στη δεύτερη ομάδα μεθόδων γίνεται εξαγωγή ορίων σύμφωνα με τους αλγορίθμους ανίχνευσης καμπύλων των περιγραμμάτων των αντικειμένων. Στην περίπτωση αυτή οι αλγόριθμοι ανιχνεύουν τις μεταβολές της καμπυλότητας των γύρω εξεταζόμενων στοιχείων, ώστε να αντιμετωπιστούν περίπλοκα περιγράμματα. Έτσι, τα σημεία που βρίσκονται κοντινότερα στην αλλαγή καμπυλότητας στην ακμές επιλέγονται και θεωρούνται σημεία περιγράμματος.

Στην φωτογραμμετρία η ανίχνευση των ακμών ως τομών των επιπέδων είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, αλλά και πιο επιτυχημένη από ό,τι σε αεροφωτογραφίες μεγάλης κλίμακας. Βασικό προαπαιτούμενο στον τομέα της φωτογραμμετρίας για την δημιουργία μοντέλων των αντικειμένων είναι η ύπαρξη εικόνων και σε δεύτερη ανάλυση τα στοιχεία βαθμονόμησης της μηχανής και του εξωτερικού προσανατολισμού των εικόνων. Οι μέθοδοι ανίχνευσης ακμών ως τομών των επιπέδων βασίζονται στις τοπολογικές σχέσεις μεταξύ των επίπεδων τμημάτων του αντικειμένου. Αφού ολοκληρωθεί η τμηματοποίηση επίπεδων στοιχείων σε ένα νέφος, οι τοπολογικές σχέσεις παρουσιάζονται ως ένας πίνακας γειτνίασης και έπειτα όλα τα ζεύγη γειτονικών τμημάτων τέμνονται, ώστε να εξαχθούν οι ακμές ως τομές των επιπέδων, πράγμα εύκολο να ανιχνευθεί.

Τέλος, ορισμένες προσεγγίσεις χρησιμοποιούν επιφανειακά μοντέλα ή επιφάνειες με βάση τα σημειακά δεδομένα, οι οποίες μπορούν να ανιχνεύσουν ακμές κοινών χαρακτηριστικών σε ορισμένα ακανόνιστα αντικείμενα και πιο σύνθετες επιφάνειες. Ειδικά, για τις μεθόδους που αφορούν το γωνιακό χάσμα (angular gap, βλ. Gumhold et al. October 2001 και Prautzsch 2001), έχει προταθεί και αναπτυχθεί κυρίως η Βιβλιοθήκη PCL (Point Cloud Library)

Μερικές από τις μεθόδους που αναφέρονται χρησιμοποιούνται ευρέως ως συνηθισμένες σύγχρονες μέθοδοι που χρησιμοποιούν τρισδιάστατες σαρώσεις δεδομένων. Άξιο παρατήρησης είναι ότι καμία μέθοδος δεν είναι αυτοτελής προς το παρόν, ούτε έχει γενική ισχύ σε κάθε εφαρμογή. Μάλιστα οι παραπάνω μέθοδοι

μπορούν να εντοπίσουν μόνο απλές μορφές ακμών, όπως την τομή δύο επιπέδων, χαρακτηριστικές σε υφή και χρώμα ακμές και περιγράμματα τοίχων, τόσο σε κομμάτια των κτιρίων ή τμήματα επίπεδων αντικείμενων. Παρατηρείται, επίσης, ότι ειδικότερα στις έμμεσες μεθόδους μπορεί να προκληθούν παραλείψεις ορισμένων γεωμετρικών πληροφοριών του εξεταζόμενου κάθε φορά αντικείμενου κατά τη διαδικασία μετατροπής του νέφους σημείων σε εικόνα.

Στις βιβλιογραφικές αναφορές γίνεται ανάλυση των μειονεκτημάτων των μεθόδων αυτών. Τα μειονεκτήματα περιλαμβάνουν:

- Την δυσκολία των μεθόδων αυτών να ανιχνεύσουν ένα μικρό και περιορισμένο επίπεδο σε ένα θορυβώδες νέφος σημείων
- Την δημιουργία ακμών στις περιπτώσεις που δημιουργούνται μη αναμενόμενες γραμμές σε μη επίπεδες επιφάνειες, όταν τα δεδομένα γίνονται πολύπλοκα.
- Την επιτυχημένη εφαρμογή ορισμένων μεθόδων μονάχα σε μικρά νέφη σημείων ή με ένα μόνο αντικείμενο.

Για την εξαγωγή ακμών στον αστικό χώρο έχουν επιπλέον σχεδιαστεί και υλοποιηθεί αλγόριθμοι ανίχνευσης βασισμένοι στα “συμφραζόμενα” (contextual detectors), δηλαδή από την γειτονική σημασιολογική πληροφορία, αλλά αυτοί οι αλγόριθμοι εξαρτώνται άμεσα από το στόχο της εφαρμογής που χρησιμοποιούνται. Παρόμοιες τεχνικές ανίχνευσης βασίζονται σε snakes, στατιστικά εργαλεία και νευρωνικά δίκτυα. Οι αλγόριθμοι βέλτιστης εξαγωγής ακμών επιλέχθηκαν ώστε να πληρούνται τα ακόλουθα κριτήρια ανίχνευσης της ακμής:

- Την αύξηση του λόγου $\frac{\text{σήματος}}{\text{θόρυβο}}$ (SnR) με την απομάκρυνση των εσφαλμένων ακμών
- Την επιτυχή ανίχνευση των ακμών
- Τον ορθό εντοπισμό θέσης και τη μοναδικότητα απόκρισης κάθε ακμής
- Την επιπρόσθετη δυνατότητα εξαγωγής των καμπυλόγραμμων ακμών, εκτός των γραμμικών, με προϋπόθεση την ύπαρξη ικανοποιητικής συνεκτικότητας και μήκους ακμής.

Εξαγωγή ακμών: Είδος εξαγόμενων ακμών μέσω των επιλεγμένων αλγορίθμων εξαγωγής ακμών



Επιλογή βέλτιστων αλγορίθμων εξαγωγής ακμών



- Αλγόριθμος **CANNY** (1983)
- Αλγόριθμος **ROTHWELL** (1994)
- Αλγόριθμος **LOG-LIN** των IVERSON – ZUCKER (1995)
- Αλγόριθμος **BEZDEK** (1998)
- Αλγόριθμος **EDISON** των MEER – GEORGESCU (2001)

Προφίλ ακμής μορφής **σκεπής**



Όλοι οι αλγόριθμοι

Προφίλ ακμής μορφής **ράμπας**



Όλοι οι αλγόριθμοι

Ακμές **συνένωσης**



Rothwell, LOG-LIN, EDISON

8

ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ-ΕΡΕΑΕΚ II

Εικόνα 1 Αργιαλάς, Καράντζαλος, 2017:

Εκτός από τις μεθόδους που εξετάστηκαν, ειδικά για την εικόνα 6, έχουν προταθεί πολλές εξαιρετικές μέθοδοι για την επιτυχία τους ανίχνευσης ακμών, όπως ο αναθεωρημένος τελεστής Canny και ο Edison. Η εκτεταμένη ανασκόπηση των καθιερωμένων μεθόδων ανίχνευσης μπορεί να βρεθεί στη βιβλιογραφία.

Η Μηχανική μάθηση είναι υποπεδίο της επιστήμης των υπολογιστών που αναπτύχθηκε από τη μελέτη της αναγνώρισης προτύπων και της υπολογιστικής θεωρίας μάθησης στην τεχνητή νοημοσύνη. Το 1959, ο Άρθουρ Σάμουελ ορίζει τη μηχανική μάθηση ως "Πεδίο μελέτης που δίνει στους υπολογιστές την ικανότητα να μαθαίνουν, χωρίς να έχουν ρητά προγραμματιστεί".[2] Η μηχανική μάθηση διερευνά τη μελέτη και την κατασκευή αλγορίθμων που μπορούν να μαθαίνουν από τα δεδομένα[3] και να κάνουν προβλέψεις σχετικά με αυτά. Τέτοιοι αλγόριθμοι λειτουργούν κατασκευάζοντας μοντέλα από πειραματικά δεδομένα, προκειμένου να κάνουν προβλέψεις βασιζόμενες στα δεδομένα ή να εξάγουν αποφάσεις που εκφράζονται ως το αποτέλεσμα.

Στο πεδίο της ανάλυσης δεδομένων, η μηχανική μάθηση είναι μια μέθοδος που χρησιμοποιείται για την επινόηση πολύπλοκων μοντέλων και αλγορίθμων που οδηγούν στην πρόβλεψη. Τα αναλυτικά μοντέλα επιτρέπουν στους ερευνητές, τους επιστήμονες δεδομένων, τους μηχανικούς και τους αναλυτές να παράγουν αξιόπιστες αποφάσεις και αποτελέσματα και να αναδείξουν αλληλοσυσχετίσεις μέσω της μάθησης από ιστορικές σχέσεις και τάσεις στα δεδομένα.[8]

Εν κατακλείδι, ιδιαίτερη έμφαση πρέπει να δοθεί στις διαφορές των μεθόδων που χρησιμοποιούνται σε μία εικόνα και σε ένα νέφος σημείων. Όπως ήδη σημειώθηκε, οι καθορισμένες ως τώρα μέθοδοι ανίχνευσης ακμών σε εικόνες δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν απευθείας σε τρισδιάστατα νέφη σημείων. Οι κύριοι λόγοι παρουσιάζονται παρακάτω:

- Η δομή των νεφών και εικόνων είναι διαφορετική. Μία εικόνα θεωρείται ως ένας πίνακας (matrix), ενώ ένα νέφος σημείων αποτελεί ένα ανοργάνωτο και ακαθόριστα παραγόμενο διάσπαρτο σύνολο σημείων.
- Οι παρουσιαζόμενες πληροφορίες είναι διαφορετικές. Μια εικόνα εμπεριέχει κρυπτογραφημένες χωρικές πληροφορίες και άφθονες φασματικές. Συγκριτικά, ένα νέφος 3D-σημείων περιέχει σαφείς χωρικές πληροφορίες και, μερικές φορές, την ανακλώμενη ένταση. Ωστόσο, η ένταση ή οι φασματικές πληροφορίες δεν μπορούν να περιγράψουν τις πλήρεις γεωμετρικές ιδιότητες στα νέφη 3D σημείων. Σύμφωνα με τους ορισμούς τόσο οι εικόνες, όσο και τα χαρακτηριστικά των νεφών 3D σημείων, δίνουν τη δυνατότητα να καθοριστούν οι 3D ακμές ως 3D ασυνέχειες των γεωμετρικών ιδιοτήτων στην υποκείμενη 3D σκηνή.
- Οι τυχόν γείτονες σε κάθε περίπτωση είναι διαφορετικοί. Μία εικόνα είναι στοιχισμένη ως ένα μοτίβο πλέγματος και το γειτονικό pixel μπορεί εύκολα να εντοπιστεί, ενώ ένα νέφος είναι ανοργάνωτο και το γειτονικό σημείο είναι πιο πολύπλοκο να προσδιοριστεί σε σχέση μάλιστα και με το σημείο μιας εικόνας. Γενικά μέσα σε ένα νέφος σημείων βρίσκονται τρία είδη γειτόνων, οι σφαιρικοί οι κυλινδρικοί και οι k-πιο κοντινοί γείτονες με βάση τη γειτονιά. Ανάλογα με τους τρεις αυτούς τύπους γειτόνων, αναπτύχθηκαν διαφορετικές μέθοδοι για την εύρεσή τους και η αλλαγή της μεθόδου αναζήτησης μεταβάλλει αντιστοίχως και τη γειτονιά.

Ένα ενδιαφέρον άρθρο ανίχνευσης ακμών σε εικόνες δημοσιεύτηκε από τους Pellegrino et al. (2004) που, βέβαια δε θα αναφερθεί. Στην εργασία επιλέχθηκε η παρουσίαση ξεχωριστά μερικών μεθόδων ανίχνευσης ακμών και επιπέδων σε επίγειες

λήψεις (Yang, 2010 και Μητροπούλου, 2017), καθώς και σε τρισδιάστατες μοντελοποιήσεις των πόλεων (Hackel et al. 2015, αλγόριθμος AGPN, Huan et al. 2016)

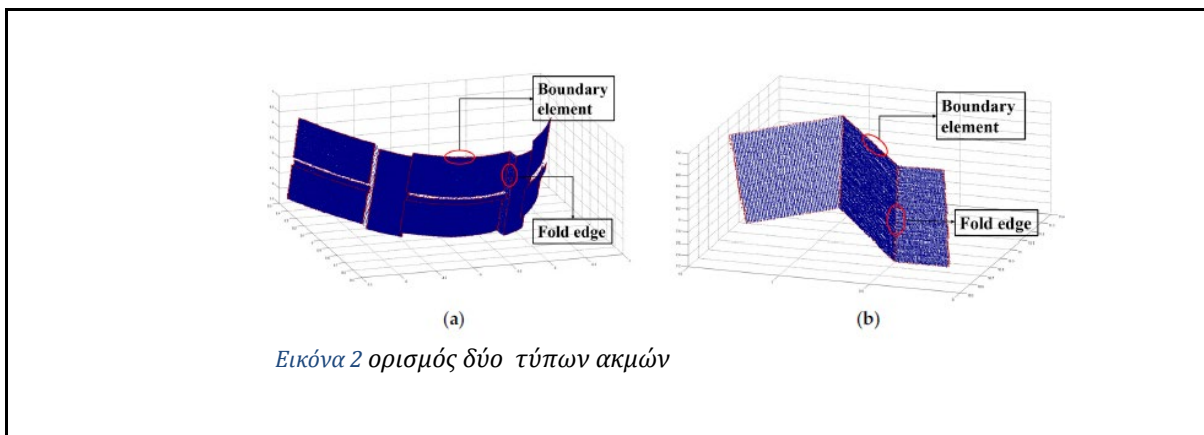
2.1. Analysis of Geometric Properties of Neighborhoods (AGPN)

Στο άρθρο των Huan et al. (2016), προτείνεται μια αυτοματοποιημένη και αποτελεσματική μέθοδος που ονομάζεται AGPN, η οποία εντοπίζει τα άκρα των 3D ακμών και ανιχνεύει τις ακμές κοινών χαρακτηριστικών από τα νέφη 3D σημείων. Αποτελεί τη μέθοδο ανάλυσης των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των γειτόνων και συμπεριλαμβάνονται δύο βασικά βήματα: η ανίχνευση ακμών και ο εντοπισμός των χαρακτηριστικών της γραμμής.

Μαθηματικά, στο συγκεκριμένο άρθρο, οι 3D ακμές αντιμετωπίζονται με τους παρακάτω δύο τρόπους (βλ. Εικόνα 2):

(1) Ως οριακά στοιχεία, τα οποία συσχετίζονται συχνά με ένα απότομο γωνιακό κενό στο σχήμα που σχηματίζεται από τις γειτονιές τους. Τα οριακά στοιχεία είναι οι ακμές που ανήκουν σε περιγράμματα στέγης, περιγράμματα προσόψεων, γραμμές άλματος ύψους και άλλους τύπους επιφανειών περιγράμματα.

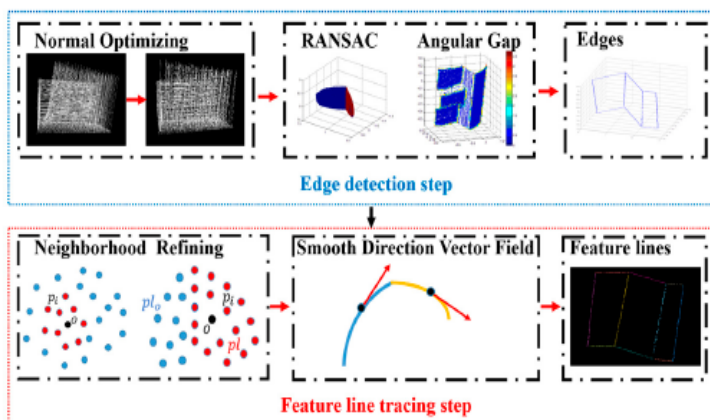
(2) Ως ακμές "δίπλωσης", στις οποίες εμφανίζονται απότομες αλλαγές "κατεύθυνσης" ανάμεσα στις κανονικές κατευθύνσεις της γειτονικής επιφάνειας. Γενικά, υπάρχουν δύο καμπύλες ή επίπεδες διασταυρούμενες επιφάνειες στη γειτονιά της μίας πλευράς αλλαγής κατεύθυνσης.



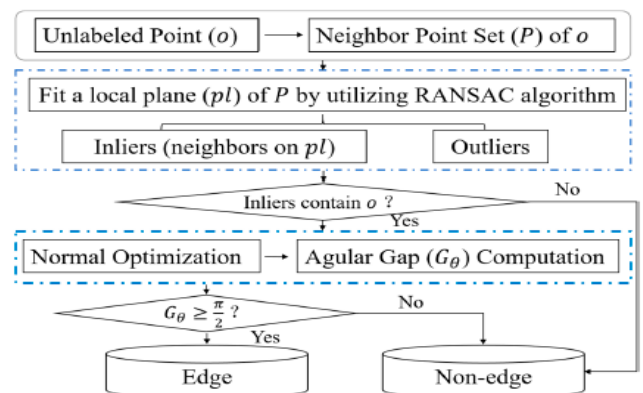
Στο βήμα της ανίχνευσης των ακμών, ο αλγόριθμος AGPN αναλύει τις γεωμετρικές ιδιότητες για κάθε γειτονικό σημείο και έπειτα συνδυάζει τον αλγόριθμο RANdom SAmple Consensus (RANSAC) και τη μέτρηση του γωνιακού χάσματος, για την ανίχνευση των άκρων στις ακμές. Στο βήμα εντοπισμού γραμμής χαρακτηριστικών, οι γραμμές χαρακτηριστικών εντοπίζονται με μια μικτογενή μέθοδο που βασίζεται στην ανάπτυξη περιοχής και την τοποθέτηση του μοντέλου στα ανιχνευόμενα άκρα, ενώ παράλληλα εξαρτάται και από την πυκνότητα των δεδομένων (σημείων εισόδου). Σε αυτό το βήμα, βελτιώνονται οι γειτονίες κάθε αναζήτησης και επαναπροσδιορίζονται δύο αναπτυσσόμενα κριτήρια, για να ξεπεραστούν οι αβεβαιότητες της διαδικασίας παραγωγής περιοχών και προσαρμογής του μοντέλου.

Τα πλεονεκτήματα της προτεινόμενης μεθόδου AGPN περιλαμβάνουν:

1. Την επεξεργασία εικόνας ή του νέφους σημείων. Για παράδειγμα πραγματοποιείται η προεπεξεργασία, η αναγνώριση αντικειμένων (segmentation), που παρ' όλο που δεν είναι απαραίτητες, μειώνουν την πολυπλοκότητα της επεξεργασίας του νέφους τρισδιάστατων σημείων.
2. η προτεινόμενη μέθοδος ανίχνευσης ακμής στην AGPN μπορεί να ανιχνεύσει όλους τους καθορισμένους τύπους 3D ακμών και να μην είναι ευαίσθητοι στο θόρυβο.
3. το βήμα εντοπισμού ακμής χαρακτηριστικών στο AGPN χρησιμοποιείται για τη διάκριση χωρικός παρακείμενων, ομοαξονικών γραμμών σε σύνθετες γειτονίες καμπυλωτές ακμές κ.α.

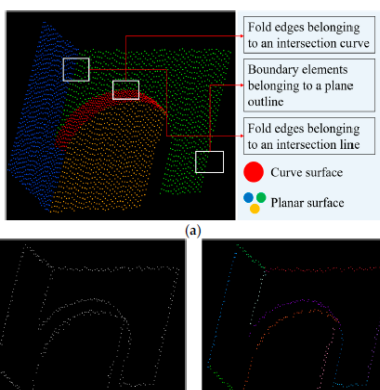


Εικόνα 4 Επισκόπηση της λειτουργίας του AGPN αλγορίθμου

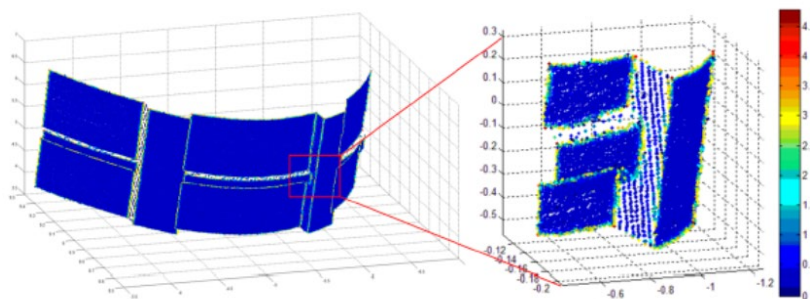


Εικόνα 3 Διάγραμμα Ροής αλγορίθμου AGPN

Η προσέγγιση αυτή επιβεβαιώθηκε πειραματικά χρησιμοποιώντας πολύπλοκα τεχνητά αντικείμενα και μεγάλης κλίμακας αστικά περιβάλλοντα. Τα πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι η προτεινόμενη λύση με τον AGPN μπορεί να ανιχνεύσει όλους τους καθορισμένους τύπους ακμών, ανεξάρτητα από το πόσο περίπλοκα είναι τα στοιχεία των αντικειμένων. Το βήμα εντοπισμού γραμμής χαρακτηριστικών μπορεί να εντοπίσει ακμές κοινών χαρακτηριστικών σε μια περίπλοκη γειτονιά με πολλές διασταυρούμενες ή παράλληλες γραμμές. Σε σύγκριση με μεθόδους τελευταίας τεχνολογίας, το προτεινόμενο AGPN μπορεί να επιτύχει ποιοτικά και ανώτερα αποτελέσματα ποσοτικά.



Εικόνα 6 Αποτελέσματα αλγορίθμου



Εικόνα 5 Αποτελέσματα αλγορίθμου

Επιπλέον, αναλύονται οι αβεβαιότητες των αποτελεσμάτων της προτεινόμενης μεθόδου από δύο πλευρές, δηλαδή γίνονται ρυθμίσεις στις παραμέτρους και στην πυκνότητα ύπαρξης σημείων. Στην ανάλυση των παραμέτρων του μοντέλου, παρουσιάζεται η μεταβολή του βαθμού επιτυχίας και των λανθασμένων τιμών χρησιμοποιώντας διαφορετικές παραμέτρους.

Κατόπιν, επιτυγχάνεται ένα καλό αποτέλεσμα σύμφωνα με την απόσταση μεταξύ των σημείων εισόδου και την τάση των διακυμάνσεων. Στην ανάλυση της επίδρασης της πυκνότητας των δεδομένων εισόδου, τα πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι τα δύο βήματα δεν επηρεάζονται από την πυκνότητα των δεδομένων εισόδου. Αντιθέτως με τα αποτελέσματα του AGPN, συνήθως παρατηρείται ότι οι λεπτομέρειες ενός σύνθετου αντικειμένου εξαρτώνται κυρίως από αυτό.

Ωστόσο, υπάρχει ένας περιορισμός στο γεγονός, ότι η υπερφόρτωση προκύπτει όταν οι παράμετροι της γραμμής χαρακτηριστικών εντοπισμού είναι αυστηρές ή υπάρχει ένα κενό σε μια μακρά γραμμή χαρακτηριστικών. Σε μελλοντικό χρόνο, θα γίνουν προσπάθειες επίλυσης αυτού του προβλήματος. Επιπλέον, θα ήταν ενδιαφέρον να εφαρμοστούν οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι για την αναγνώριση αντικειμένων σε εκτεταμένα νέφη σημείων, για παράδειγμα σε μια πόλη ή σε μεγαλύτερο νέφος σημείων που αφορά πολλαπλά αντικείμενα.

Η εγγενής ιδιότητα μιας ακμής είναι ότι βασίζεται στη τοπική γειτονιά ενός σημείου και όχι στο ίδιο το σημείο. Βάσει αυτής της αρχής, σχεδιάστηκε ένας αλγόριθμος AGPN για τον καθορισμό αν ένα σημείο αποτελεί στοιχείο μιας ακμής, ή όχι, με την ανάλυση των γεωμετρικών ιδιοτήτων της γειτονιάς του σημείου. Στη γειτονιά ενός οριακού στοιχείου, υπάρχει μόνο μία καμπύλη ή επίπεδη επιφάνεια. Στη γειτονιά ενός άκρου δίπλωσης, υπάρχουν δύο ή περισσότερες διασταυρούμενες επιφάνειες.

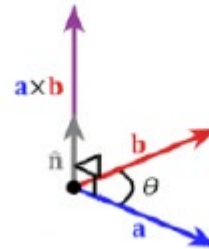
Πρωτεργάτες της συγκεκριμένης αρχής, οι Bazazian et al το 2015, ανέπτυξαν μία τεχνική εξαγωγής ακμών σε νέφη σημείων. Η τεχνική αυτή μπόρεσε να ανιχνεύσει ακμές αναλύοντας τις ιδιοτιμές του πίνακα διασποράς που υπολογίζεται από τους k πλησιέστερους γείτονες (k nearest neighbors algorithm) του κάθε σημείου. Ένας ακόμη αλγόριθμος εξαγωγής ακμών προτείνεται από τους Hackel et al το 2016. Οι συγγραφείς επισημαίνουν τη σημασία ανίχνευσης ακμών κατά μήκος των οποίων ο προσανατολισμός τους αλλάζει απότομα. Χρησιμοποιούν μια μέθοδο δύο σταδίων. Πρώτον, δίνεται σε κάθε σημείο του νέφους των σημείων μια βαθμολογία με έναν δυαδικό ταξινομητή (binary classifier), χρησιμοποιώντας χαρακτηριστικά που εξήχθησαν από τα γειτονικά του σημεία. Στο επόμενο βήμα, εκτελείται μία ακόμη δυαδική ταξινόμηση για να επιλεγθεί το βέλτιστο σύνολο των σημείων, τα οποία είναι σημεία της τελικά εξαγόμενης ακμής. Πάνω στην ίδια αρχή βασίστηκε και η Μητροπούλου (2017) στην εργασία της για τον εντοπισμό ακμών ως τομές επιπέδων.

2.2. Ανάπτυξη διαδικασίας εντοπισμού επιπέδων και ακμών σε μη οργανωμένα νέφη σημείων

Πιο συγκεκριμένα, τα βήματα της προτεινόμενης αυτής μεθόδου (Μητροπούλου 2017) είναι τα παρακάτω. Αρχικά δημιουργήθηκε ένα πρόγραμμα στο οποίο εισάγεται ένα μη οργανωμένο νέφος σημείων με αποτέλεσμα να ανιχνεύονται οι ακμές του ως τομές επιπέδων, δηλαδή ευθείες στον χώρο, με τη βοήθεια της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Αυτό

προϋποθέτει τον εντοπισμό αρχικά των επιπέδων, ο οποίος πραγματοποιείται με την τεχνική του αλγορίθμου Ransac.

Η ευθεία στο χώρο ορίζεται από ένα σημείο της, το οποίο υπολογίστηκε με την Μέθοδο των Πολλαπλασιαστών Lagrange με δύο συνθήκες, και από το παράλληλο στην ευθεία διάνυσμα, το οποίο βρέθηκε με την βοήθεια του εξωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων στο χώρο. Η εξαγωγή των σημείων της κοινής ευθείας πραγματοποιήθηκε με την προβολή στην κοινή ευθεία του διανύσματος, που έχει αρχή ένα σημείο της κοινής ευθείας των επιπέδων και πέρας ένα σημείο του νέφους των σημείων. Με αυτόν τον τρόπο, υπολογίστηκαν οι συντεταγμένες των προβαλλόμενων σημείων, δηλαδή των σημείων της ακμής.



Τελευταίο στάδιο είναι η εξαγωγή των σημείων των ακμών, διαδικασία η οποία βασίζεται στην προβολή διανύσματος σε διάνυσμα. Το πρόγραμμα αναπτύχθηκε στο Microsoft Visual Studio και έγινε χρήση της βιβλιοθήκης ανοικτού κώδικα Point Cloud Library (PCL).

2.3. Contour detection in unstructured 3D point clouds

Στο άρθρο των Hackel et al. (2015) περιγράφεται μια μέθοδος για την αυτόματη ανίχνευση των περιγραμμάτων, δηλαδή των γραμμών κατά μήκος των οποίων μεταβάλλεται έντονα ο προσανατολισμός της επιφάνειας. Η μέθοδος χρησιμοποιείται σε νέφη μεγάλης κλίμακας, που προέρχονται από αεροφωτογραφίες ή δορυφορικές εικόνες και σαρώσεις Lidar, με σκοπό την αποτύπωση εκτενών εκτάσεων και μοντέλων πόλεων. Τα περιγράμματα είναι σημαντικά ενδιάμεσα χαρακτηριστικά για τη δομή των νεφών σημείων και τη μετατροπή τους σε υψηλής ποιότητας επιφανειακά ή σημειακά μοντέλα και χρησιμοποιούνται ευρέως σε εφαρμογές οπτικοποίησης και χαρτογράφησης. Εντούτοις, η ανίχνευσή τους σε αδόμητα, ανομοιογενή νέφη αποδεικνύεται ιδιαίτερα δύσκολη και οι υπάρχοντες αλγόριθμοι ανίχνευσης γραμμής αποτυγχάνουν σε μεγάλο βαθμό. Πραγματοποιούνται προσπάθειες ανίχνευσης περιγράμματος από σημεία ως πρόβλημα επίλυσης δύο σταδίων. Τα δύο στάδια αναφέρονται στη κατασκευή ενός ανιχνευτή περιγράμματος, και χρησιμεύουν στην

επίλυση του προβλήματος του αλγορίθμου ως ένα διδακτικό μαθησιακό έργο πρόβλεψης.

Στο πρώτο στάδιο, προβλέπεται μια βαθμολογία περιγράμματος για κάθε μεμονωμένο σημείο με ένα δυαδικό ταξινομητή, χρησιμοποιώντας ένα σύνολο χαρακτηριστικών που εξάγονται από τη γεωμετρία μιας τοπικής γειτονιάς του σημείου και τις πιθανότητες λάθους κατά την ομαδοποίηση του σημείου μέσα σε μία κλάση. Τα αποτελέσματα του περιγράμματος χρησιμεύουν ως βάση για να κατασκευαστεί ένα γράφημα των υποψηφίων περιγραμμάτων, λαμβάνοντας υπόψη τη δομή της γραμμής.

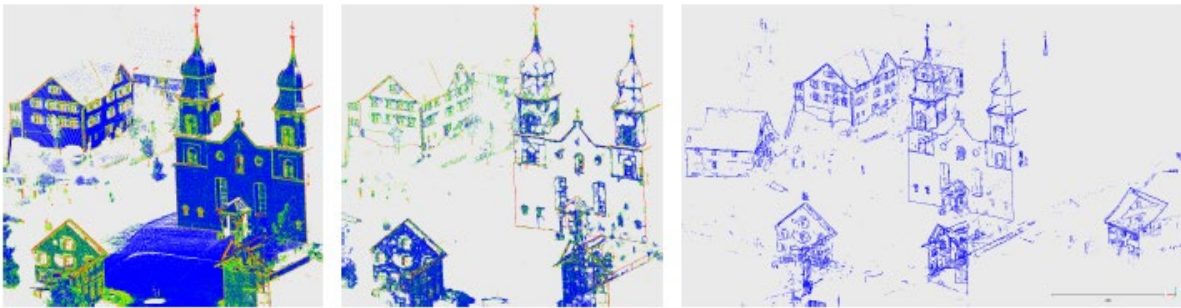
Η μέθοδος μπορεί να χειριστεί νέφη σημείων με περισσότερα από 10^7 σημεία σε μερικά λεπτά και υπερβαίνει κατά πολύ τον βασικό αλγόριθμο που εκτελεί την ανίχνευση ακμών με τη μέθοδο Canny σε μια εικόνα του νέφους σημείων. Κατά το πρώτο βήμα, χρησιμοποιώντας την εποπτευόμενη μάθηση, ο ανιχνευτής μαθαίνει ποιες είναι οι ιδιότητες (στα μάτια των χρηστών που επισημαίνουν τα δεδομένα εκπαίδευσης) ενός σημείου σε ένα περίγραμμα. Στην πράξη, αυτό δίνει πολύ καλύτερα αποτελέσματα από τις απλές τιμές καμπυλότητας, ειδικά όσον αφορά στην ακρίβεια.

Το δεύτερο στάδιο επιλέγει ένα βέλτιστο σύνολο περιγραμμάτων από τους υποψηφίους. Αυτό ισοδυναμεί με μια περαιτέρω δυαδική ταξινόμηση σε ένα MRF (Markov Random Field) υψηλότερης τάξης, των οποίων οι αριθμοί κωδικοποιούν μια προτίμηση για συνδεδεμένα περιγράμματα και επιβάλλουν περιορισμούς για χαλαρά άκρα ακμών. Τα σημεία υψηλής βαθμολογίας χρησιμεύουν ως σημεία "seed" για την κατασκευή ενός γραφήματος περιγράμματος. Ένα βέλτιστο υποσύνολο των ακμών γραφήματος επιλέγεται στη συνέχεια σε μια άλλη δυαδική εργασία επισημάνσης σε τυχαία σειρά υψηλότερης τάξης, για να ληφθούν τα τελικά περιγράμματα. Αξίζει να αναφερθεί ότι το δεύτερο βήμα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα παγκόσμιο μοντέλο για τη σύνδεση των μεμονωμένων σημείων ακμής με ένα δίκτυο περιγράμματος, λαμβάνοντας παράλληλα υπόψη τα στοιχεία που συλλέχθηκαν κατά μήκος μεγαλύτερων (υποψηφίων) γραμμών. αντί να συνδέει μεμονωμένα σημεία, για παράδειγμα στον κλασικό ανιχνευτή Canny.

Τα τρία κύρια βήματα της μεθόδου ανίχνευσης ακμών περιγράμματος φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Ξεκινώντας από το ακατέργαστο νέφος σημείων χωρίς να υποστεί προεπεξεργασία, τα βήματα είναι τα εξής.

Για κάθε μεμονωμένο σημείο:

- προβλέπεται η πιθανότητα να βρίσκεται μέσα σε ένα περίγραμμα.
- Εντοπίζονται τα σημεία με τακτικά διαστήματα με υψηλά αποτελέσματα περιγράμματος και
- συνδέονται σε ένα γράφημα των υποψηφίων περιγραμμάτων.
- Επιλέγεται ένα βέλτιστο υποσύνολο αυτών των υποψηφίων, ως οι επιλεγμένες ακμές περιγράμματος, σε επίπεδο εμπιστοσύνης με ένα τυχαίο πεδίο υψηλότερης τάξης, που καθορίζεται από τα άκρα της ακμής και τις σχέσεις γειννιάσής της.



Εικόνα 7.α Εικονογράφηση του αλγορίθμου ανίχνευσης περιγράμματος.

(αριστερά) Ο δυαδικός ταξινομητής προβλέπει σημεία στίγματος (κόκκινο: υψηλή πιθανότητα περιγράμματος, μπλε: χαμηλή πιθανότητα περιγράμματος). (μεσαία) Σημεία σποράς με υψηλά αποτελέσματα περιγράμματος συνδέονται σε ένα υπερβολικό γράφημα των υποψηφίων περιγράμματος. οι υποψήφιοι επανεξετάζονται με έναν άλλο γύρο ταξινόμησης. (δεξιού) υποψηφίου περιορίζονται σε ένα βέλτιστο σύνολο περιγραμμάτων από τη συμπερίληψη του MRF.

2.4. Plane Detection in Point Cloud Data,

Στο άρθρο των Yang και Forstner (2010) παρουσιάζεται μια νέα προσέγγιση στο ζήτημα της ανίχνευσης των επιπέδων μέσα σε τρισδιάστατο νέφος σημείων. Ο RANSAC εφαρμόζεται για τον εντοπισμό των επιπέδων. Η βασική ιδέα είναι να εκτιμηθούν οι παράμετροι του μοντέλου χρησιμοποιώντας τον ελάχιστο δυνατό αριθμό δεδομένων και στη συνέχεια να ελεγχθεί ποια από τα υπόλοιπα σημειακά δεδομένα t εκτιμήθηκαν

από το μοντέλο. Με βάση την παρατήρηση ότι ο RANSAC μπορεί να βρει λάθος επίπεδα εάν τα δεδομένα έχουν πολύπλοκη γεωμετρία, γίνεται χρήση του ακόλουθου πλάνου για την εξαγωγή των επιπέδων:

- Το νέφος σημείων χωρίζεται σε μικρά ορθογώνια μπλοκ για να επιβεβαιωθεί ότι θα υπάρχουν μέχρι τρία επίπεδα σε ένα τετράγωνο.
- Ο RANSAC εφαρμόζεται για την εξαγωγή των επιπέδων του κάθε block
- Η αρχή MDL χρησιμοποιείται για αποφανθεί ο αλγόριθμος πόσα επίπεδα υπάρχουν στο κάθε block. Τελικά ενδεχομένως υπάρχουν μηδέν έως τρία επίπεδα ανά block.
- Επιπλέον, μπορεί να εφαρμοστεί χωρική αύξηση για να συνδεθούν όλα τα γειτονικά επίπεδα που ανήκουν σε ορισμένες τοπικές εύρος τιμών. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά στην συνέχεια εξάγονται για την ερμηνεία τεχνητών αντικειμένων (Schmittwilken et al., 2009).

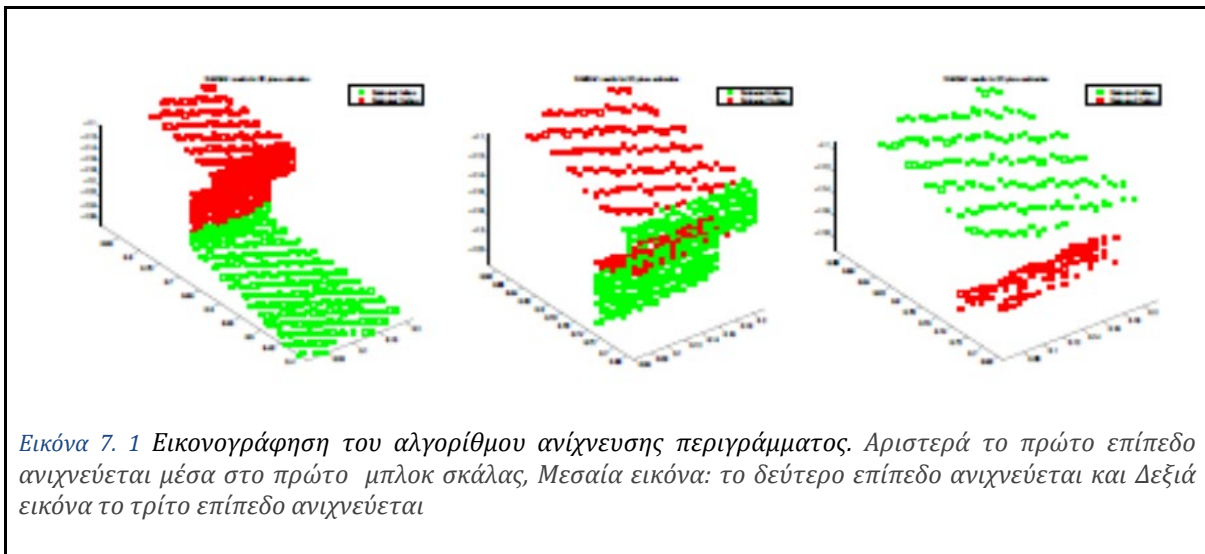
Algorithm 1 RANSAC for plane detection

```
1:  $bestSupport = 0$ ;  $bestPlane(3,1) = [0, 0, 0]$ 
2:  $bestStd = \infty$ ;  $i = 0$ 
3:  $\epsilon = 1 - foreseeable-support/length(point-list)$ 
4:  $N = round(log(1 - \alpha)/log(1 - (1 - \epsilon)^3))$ 
5: while  $i \leq N$  do
6:    $j =$  pick 3 points randomly among ( $point-list$ )
7:    $pl = pts2plane(j)$ 
8:    $dis = dist2plane(pl, point-list)$  τυπικη αποκλιση
9:    $s = find(abs(dis) \leq t)$ 
10:   $st = Standard-deviation(s)$ 
11:  if ( $length(s) > bestSupport$ ) or ( $length(s) = bestSupport$  and  $st < bestStd$ ) then
12:     $bestSupport = length(s)$ 
13:     $bestPlane = pl$ ;  $bestStd = st$ 
14:  end if
15:   $i = i + 1$ 
16: end while
```

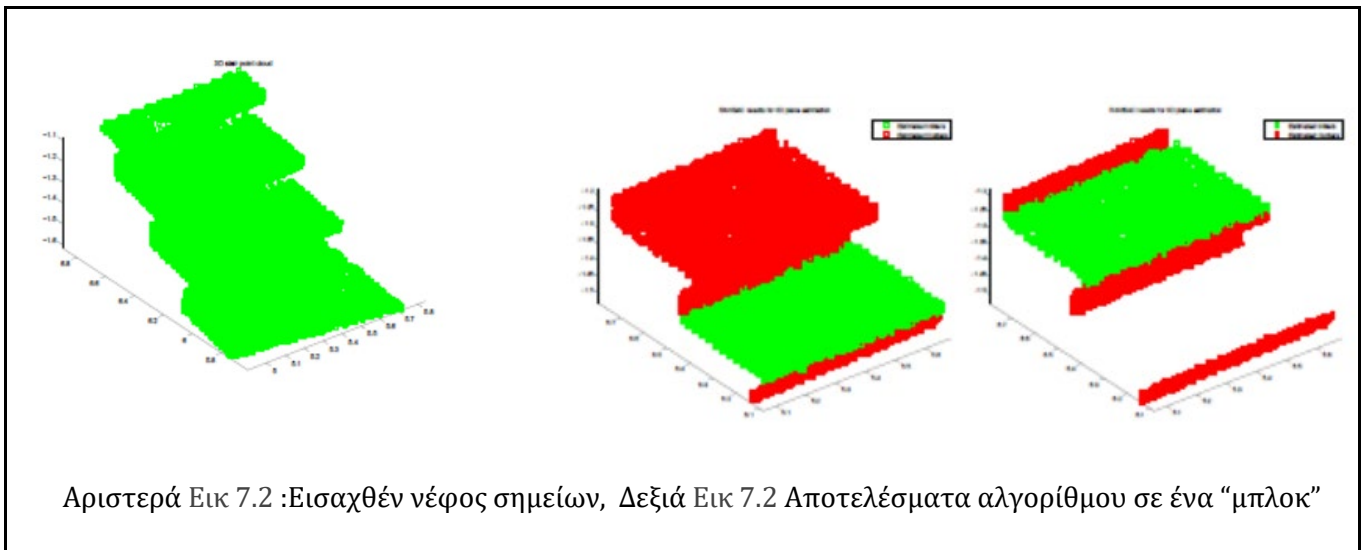
Algorithm 2 Proposed algorithm for plane detection

- 1: partition point cloud into rectangular blocks
 - 2: Assume: a maximum of three planes in each block
 - 3: Initialize: $\Phi_0, \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$
 - 4: **for** each block **do**
 - 5: calculate Φ_0 , as in eq. 1.4
 - 6: apply RANSAC to extract a plane
 - 7: calculate Φ_1 , as in eq. 1.5
 - 8: remove the points belonging to the first plane
 - 9: apply RANSAC to extract a plane
 - 10: calculate Φ_2 , as in eq. 1.6
 - 11: remove the points belonging to the second plane
 - 12: apply RANSAC to extract a plane
 - 13: calculate Φ_3 , as in eq. 1.7
 - 14: calculate $i^* = \arg_i \max \frac{\exp(-\Phi_i)}{\sum_{i=0}^3 \exp(-\Phi_i)}$, i^* planes detected
 - 15: **end for**
-

Προτείνεται, δηλαδή, μια νέα προσέγγιση για την ανίχνευση επιπέδων στα δεδομένα του νέφους σημείων. Πραγματοποιήθηκε η εξαγωγή του μήκους που περιγράφεται για τα ανιχνευμένα σημεία στον τρισδιάστατο χώρο και η αναθεώρηση της βασικής προσέγγισης RANSAC, για την ανίχνευση επιπέδων.



Με την ενσωμάτωση των RANSAC και MDL, η προσέγγιση θα μπορούσε να αποφύγει την ανίχνευση λανθασμένων επιπέδων λόγω της σύνθετης γεωμετρίας των τρισδιάστατων δεδομένων. Η προτεινόμενη προσέγγιση φαίνεται πως διατηρεί υψηλές επιδόσεις, τόσο σε συνθετικά όσο και σε πραγματικά δεδομένα. Οι μελλοντικές εργασίες θα δημιουργήσουν μια ενιαία περιγραφή μήκους πλαισίου άλλων βασικών σχημάτων, όπως σφαίρα, κύλινδρο και κώνο.



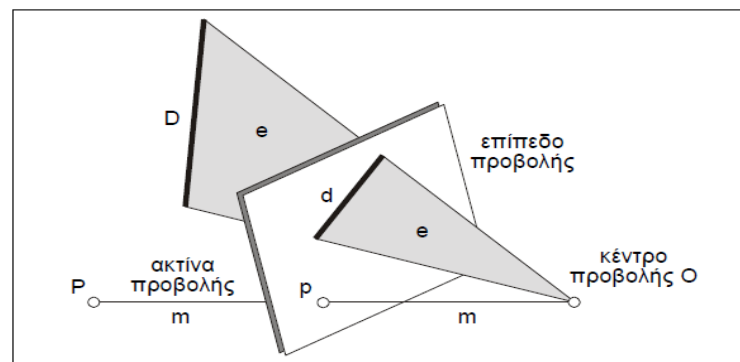
I I I . Ανάπτυξη αλγορίθμου

3.1. Κεντρική Ιδέα

Στην παρούσα εργασία, δημιουργήθηκε ένα πρόγραμμα για την ανίχνευση ακμών στο νέφος σημείων ενός αντικειμένου με την βοήθεια εικόνας ή εικόνων στις οποίες αυτό απεικονίζεται.

Η ανίχνευση θα πραγματοποιηθεί αρχικά πάνω στην εικόνα που θα εισαχθεί, με τη βοήθεια της τεχνικής του Ransac και της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, για τον προσδιορισμό της ακμής με την καλύτερη δυνατή ακρίβεια. Τελικός στόχος είναι η εύρεση των σημείων της ακμής στην πραγματική θέση τους στο γεωδαιτικό χώρο, με τη βοήθεια της Αναλυτικής Γεωμετρίας και τις σχέσεις και ιδιότητες των επιπέδων στον Τρισδιάστατο Χώρο.

Η διαδικασία που ακολουθείται βασίζεται στη δημιουργία ενός κοινού συστήματος αναφοράς μεταξύ της εικόνας και του χώρου, για να συνδεθούν μεταξύ τους. Αυτό πραγματοποιείται με στροφή και μετάθεση της θέσης των σημείων της εικόνας ως προς τη γεωδαιτική θέση του πρωτεύοντος σημείου όπως υποδεικνύουν ο εσωτερικός και εξωτερικός προσανατολισμός της εικόνας.



Σχήμα 2.1. Κεντρική προβολή σημείου ($P \rightarrow p$) και ευθείας ($D \rightarrow d$) του χώρου.

Εικόνα 7.3 Απεικόνιση του κοινού επιπέδου e που δημιουργείται από το πρωτεύον σημείο και της ακμής στην εικόνα κατά τη λήψη και την απεικόνιση της ακμής στον τρισδιάστατο χώρο

Πλέον, το επίπεδο που σχηματίζουν τα σημεία της επιλεγμένης ακμής της εικόνας με το **προβολικό κέντρο**, είναι κοινό με το επίπεδο που σχηματίζουν τα σημεία της ίδιας ακμής στο χώρο με το **σημείο λήψης** (Σχήμα 8). Με τον τρόπο αυτό, καθίσταται γνωστό το επίπεδο στο οποίο κινούνται τα σημεία της ακμής στο χώρο και δύναται η ανίχνευση των σημείων της μέσα στο δοσμένο νέφος σημείων. Η συνθήκη αυτή είναι που τελικά επιφέρει την εύρεση των αντίστοιχων σημείων του χώρου της περιγραφόμενης ακμής από το πλήθος των σημείων του νέφους.

3.2. Υλοποίηση Ιδέας

Στο κεφάλαιο αυτό, θα περιγραφούν οι θεωρητικές έννοιες της εργασίας οι οποίες υλοποιούν, αποδεικνύουν, είτε ενισχύουν τις ιδέες που υποστηρίζονται στη συγκεκριμένη διπλωματική. Αρχικά, παρουσιάζονται κάποια από τα απαραίτητα στοιχεία της Αναλυτικής Γεωμετρίας και στη συνέχεια αναφέρονται στοιχεία προγραμματισμού των υπολογιστών.

3.3. Μαθηματικό υπόβαθρο (Προβολική και Αναλυτική Γεωμετρία)

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι απαραίτητες έννοιες και τα στοιχεία της Αναλυτικής Γεωμετρίας και αποσαφηνίζονται επαρκώς για την κατανόηση του μαθηματικού υποβάθρου της διπλωματικής εργασίας.

3.3.1. Στοιχεία Αναλυτικής Γεωμετρίας

Στο κεφάλαιο αυτό εξηγούνται και αναφέρονται οι έννοιες του σημείου, ευθείας και επιπέδων στον τρισδιάστατο χώρο και αρκετές σχέσεις του χώρου που τα συνδέουν μεταξύ τους. Σχετικά με τις προαπαιτούμενες γνώσεις και το συμβολισμό που χρησιμοποιείται, αναφέρεται ότι τα σημεία του τρισδιάστατου χώρου συμβολίζονται ως εξής: $M(x, y, z)$ είναι το σημείο M με συντεταγμένες (x, y, z) . Όμοια το σημείο $M1(x1, y1, z1)$, κ.ο.κ. Το σύνολο των πραγματικών αριθμών συμβολίζεται με \mathbb{R} και δηλώνει το σύνολο των τριάδων πραγματικών αριθμών

$$\mathbb{R}^3 + \{ (x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{R} \}$$

Επίσης, τον τρισδιάστατο χώρο, δηλαδή το σύνολο όλων των σημείων $M(x, y, z)$ με τυχούσες πραγματικές συντεταγμένες $x, y, z \in \mathfrak{R}$.

(Κεχαγιάς Θ., 2009)

Αρχικά, θα πρέπει να διευκρινιστούν οι έννοιες *φορέας* και *διεύθυνση*. Έτσι, την ευθεία που περιέχει μία δοσμένη ημιευθεία Ax ή ένα δοσμένο ευθύγραμμο τμήμα AB θα καλείται *φορέας της ημιευθείας Ax* ή του ευθύγραμμου τμήματος AB . Στο σύνολο των ευθειών του χώρου, δύο ευθείες λέγονται παράλληλες αν είναι ομοεπίπεδες και δεν έχουν κοινά σημεία ή συμπίπτουν. Αυτή η σχέση παραλληλίας είναι μία σχέση ισοδυναμίας που διαχωρίζει το σύνολο των ευθειών του (συνήθη) χώρου σε κλάσεις ισοδυναμίας. Κάθε κλάση ισοδυναμίας λέγεται *διεύθυνση* (Χρυσάκης, 1992).

Γεωμετρικά, τα διανύσματα περιγράφονται στον χώρο ως προσανατολισμένα ευθύγραμμο τμήματα. Κάθε προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα AB του χώρου ονομάζεται εφαρμοστό διάνυσμα με αρχή το A και πέρας το B και συμβολίζεται με \underline{AB} ή πιο συνηθισμένα (A, B) .

Φορέας του εφαρμοστού διανύσματος \underline{AB} λέγεται ο φορέας του ευθύγραμμου τμήματος AB , διεύθυνση του \underline{AB} λέγεται η διεύθυνση του φορέα του, φορά του \underline{AB} η φορά της ημιευθείας AB και μέτρο (συμβολικά: $|\underline{AB}|$) το μήκος (AB) του ευθύγραμμου τμήματος AB .

Δύο εφαρμοστά διανύσματα \underline{AB} και $\underline{\Gamma\Delta}$ που έχουν την ίδια διεύθυνση (δηλαδή οι φορείς τους είναι παράλληλοι) ονομάζονται συγγραμμικά. Αν οι ημιευθείες AB και $\Gamma\Delta$ είναι ομόρροπες ή αντίρροπες τότε, και τα διανύσματα \underline{AB} και $\underline{\Gamma\Delta}$ είναι, αντίστοιχα, ομόρροπα ή αντίρροπα.

Ίσα είναι δύο διανύσματα όταν έχουν i) την ίδια διεύθυνση, ii) την ίδια φορά και iii) το ίδιο μέτρο.

Τέλος, μοναδιαίο καλείται ένα διάνυσμα που έχει μέτρο ίσο με 1 και μηδενικό καλείται ένα διάνυσμα που έχει μέτρο ίσο με 0, δηλαδή η αρχή και το πέρας του συμπίπτουν.

Αλγεβρικά, ένα διάνυσμα \underline{AB} στον χώρο περιγράφεται ως μια διατεταγμένη τριάδα (α, β, γ) , όπου (α, β, γ) το σημείο που αποτελεί το πέρας του εάν θεωρηθεί ότι η αρχή του

Α ταυτίζεται με την αρχή των αξόνων (διάνυσμα θέσης).(Μητροπούλου , 2017). Τα διανύσματα θα συμβολίζονται με έντονους μικρούς χαρακτήρες, π.χ. p, q , όποτε δεν είναι απαραίτητη η εμβάθυνση στη θεωρία των διανυσμάτων, παρά απλώς γίνεται αναφορά.

3.3.2. Συντεταγμένες σημείου και διανύσματος στο χώρο

Στη συνέχεια θα δειχθεί πως σε κάθε σημείο του χώρου αλλά και σε κάθε διάνυσμα του χώρου αντιστοιχίζεται η διατεταγμένη τριάδα των συντεταγμένων του. Για το σκοπό αυτό θεωρείται πρώτα ένα κατάλληλο σύστημα αναφοράς.

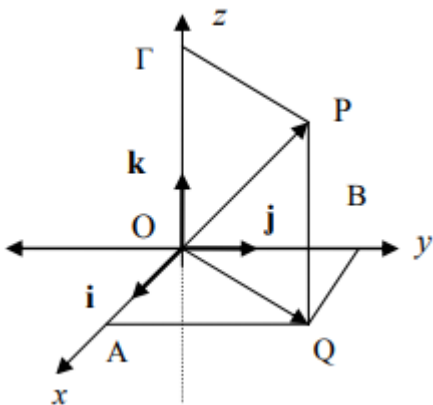
Καρτεσιανό ή ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων αναφοράς $Oxyz$ ή (O, i, j, k) στο χώρο είναι τρεις άξονες $x'x, y'y$ και $z'z$ τέτοιοι ώστε:

- να έχουν κοινή αρχή O ,
- ανά δύο να είναι μεταξύ τους κάθετοι,
- να έχουν αντίστοιχα μοναδιαία διανύσματα i, j, k και ισομήκη και
- η τριάδα (i, j, k) των μοναδιαίων διανυσμάτων να ορίζει δεξιόστροφο σύστημα.

Έστω P τυχαίο σημείο του χώρου, τον οποίο θεωρείται εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα αναφοράς (O, i, j, k) . Έστω Q η ορθή προβολή του σημείου P στο επίπεδο xOy και A, B, Γ οι ορθές προβολές του Q πάνω στους άξονες $x'x, y'y$ και $z'z$, αντίστοιχα.

Αν είναι $OA = xi$, $OB = yj$ και $OG = zk$, τότε:

$$OP = OA + OB + OG = xi + yj + zk$$



Στο σημείο P αντιστοιχίζεται η διατεταγμένη τριάδα (x, y, z) των συντεταγμένων του, οι οποίες κατά σειρά ονομάζονται τετμημένη, τεταγμένη και κατηγμένη. Γράφουμε το σημείο P ως $P(x, y, z)$. Επίσης, αντιστοιχίζεται στο διάνυσμα θέσης του σημείου P η ίδια τριάδα συντεταγμένων και συμβολίζεται ως $OP = (x, y, z)$.

Εικόνα 8 Πηγή: Φελλούρης Α. (2011),
Σημειώσεις:

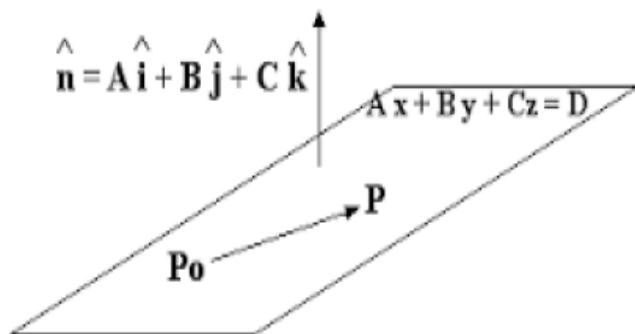
Διανυσματικού Λογισμού, Σελ 86,
[ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4](#)

Στη συνέχεια, για το τυχαίο διάνυσμα $a \in R^3$, θεωρείται ένα διάνυσμα ίσο του με αρχή O, έστω το $OP = a$. Αν είναι $OP = (x, y, z)$, τότε αντιστοιχίζονται στο a οι συντεταγμένες του διανύσματος OP και είναι:

$$a = OP = xi + yj + zk = (x, y, z)$$

3.3.3. Επίπεδα στον Τρισδιάστατο Χώρο

Κάθε πρωτοβάθμια εξίσωση ως προς x, y, z παριστάνει στο χώρο των τριών διαστάσεων ένα επίπεδο. Είναι δυνατό να προσδιοριστεί ένα επίπεδο στον χώρο από ένα σημείο του και από τη γνώση της κλίσεως του επιπέδου, δηλαδή του προσανατολισμού του. Η κλίση αυτή ορίζεται από διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο.



Έστω επίπεδο που διέρχεται από το σημείο $P_0(x_0, y_0, z_0)$ το οποίο είναι το διάνυσμα θέσης και είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{n} = Ai + Bj + Ck$. Στην περίπτωση αυτή το επίπεδο θα είναι το σύνολο όλων των σημείων $P(x, y, z)$ για τα οποία το διάνυσμα P_0P είναι ορθογώνιο στο διάνυσμα \vec{n} , δηλαδή:

Εικόνα 9 Μητροπούλου, 2017

$$\vec{n} \times \vec{POP} = 0.$$

Επομένως: Το επίπεδο που διέρχεται από το σημείο $P_0(x_0, y_0, z_0)$ και είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ έχει:

Διανυσματική Εξίσωση: $\vec{n} \times \vec{POP} = 0$

Καρτεσιανή Εξίσωση: $Ax + By + Cz = D$, όπου $D = Ax_0 + By_0 + Cz_0$

Ένα επίπεδο καθορίζεται από 3 σημεία

$$M_1(x_1, y_1, z_1) \quad M_2(x_2, y_2, z_2) \quad M_3(x_3, y_3, z_3).$$

Τα τρία σημεία M_1, M_2, M_3 δεν πρέπει να ανήκουν σε μια ευθεία και έχουν αντίστοιχα διανύσματα $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$. Το επίπεδο E που καθορίζεται από τα σημεία M_1, M_2, M_3 ορίζεται να είναι το σύνολο των διανυσμάτων \vec{r} / σημείων (x, y, z) που ικανοποιούν την διανυσματική εξίσωση.

$$\vec{r}(u, v) = \vec{r}_1 + u \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + v \cdot (\vec{r}_3 - \vec{r}_1) \text{ όπου } u, v \in \mathbb{R}.$$

Εάν $M(x, y, z)$ είναι τυχαίο σημείο του επιπέδου, τότε το $\vec{M1M}$ είναι γραμμικός σύνδυασμος των $\vec{M1M2}, \vec{M1M3}$. Δηλαδή, υπάρχουν αριθμοί s και t τέτοιοι ώστε:

$$\vec{M1M} = s \cdot \vec{M1M2} + t \vec{M1M3}$$

και προσδιορίζει ένα σημείο του επιπέδου. Άρα η παραμετρική μορφή της εξίσωσης είναι

$$(x - x_1, y - y_1, z - z_1) = s(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) + t(x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1)$$

δηλαδή

$$(x, y, z) = (1 - s - t) \cdot (x_1, y_1, z_1) + s(x_2, y_2, z_2) + t(x_3, y_3, z_3).$$

3.3.4. Εύρεση των παραμέτρων A,B,Γ,Δ του χώρου για τριάδες σημείων

Για να βρεθεί η αναλυτική εξίσωση του επιπέδου γίνονται τα εξής:

Τα διανύσματα $\overrightarrow{M1M2}$ και $\overrightarrow{M1M3}$ βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, άρα το εξωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{M1M2} \times \overrightarrow{M1M3}$ είναι κάθετο στο επίπεδο και συνεπώς το μικτό γινόμενο μηδενίζεται,

$$\overrightarrow{M1M2} \times \overrightarrow{M1M3} \cdot \overrightarrow{M1M} = 0$$

Αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες προκύπτει:

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.1)$$

Δηλαδή ένα σημείο M(x,y,z) ικανοποιεί την (1.1) αν ανήκει στο επίπεδο E, που ορίζουν τα σημεία (x₁, y₁, z₁), (x₂, y₂, z₂), (x₃, y₃, z₃). Η σχέση ισχύει και αντίστροφα.

δηλαδή η (1.1) αναλύεται :

$$(x - x_1) \cdot \begin{vmatrix} y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} - (y - y_1) \cdot \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} + (z - z_1) \cdot \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} = 0$$

Θέτοντας:

$$A = \begin{vmatrix} y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix},$$

$$D = -x_1 \cdot \begin{vmatrix} y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} + y_1 \cdot \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} - z_1 \cdot \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}.$$

$$A = (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_1)(y_3 - y_1)$$

$$B = (z_2 - z_1)(x_3 - x_1) - (z_3 - z_1)(x_2 - x_1)$$

$$C = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)$$

προκύπτει η εξίσωση:

$$Ax + By + Cz - (Ax_1 + By_1 + Cz_1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$Ax+By+Cz+D=0 \quad (1.2)$$

Προτάσεις

i) Κάθε επίπεδο E στον τρισδιάστατο χώρο μπορεί να περιγραφεί από μία εξίσωση της μορφής (1.2) όπου A, B, C, D πραγματικοί αριθμοί. Σε κάθε εξίσωση της μορφής (1.2) αντιστοιχεί ένα επίπεδο. Η εξίσωση της μορφής (1.2) λέγεται κανονική εξίσωση ή γενική εξίσωση του επιπέδου.

Πράγματι εάν (x_1, y_1, z_1) ικανοποιεί την εξίσωση

$$Ax_1+By_1+Cz_1+D=0 \quad (1.3)$$

τότε για κάθε άλλο σημείο (x, y, z) που την ικανοποιεί ισχύει:

$$A(x-x_1)+B(y-y_1)+C(z-z_1)+D=0 \quad (1.4)$$

δηλαδή το διάνυσμα $(x-x_1, y-y_1, z-z_1)$ είναι κάθετο στο (A,B,C) και συνεπώς το (x, y, z) βρίσκεται στο επίπεδο που περνάει από το (x_1, y_1, z_1) και είναι κάθετο στο διάνυσμα (A,B,C) .

ii) Η εξίσωση του επιπέδου που διέρχεται από δύο σημεία (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) και είναι παράλληλο στο διάνυσμα $p=(a,b,c)$ είναι

$$r(u,v)=r_1+u \cdot (r_2-r_1)+v \cdot p \quad \text{όπου } u,v \in \mathbb{R}.$$

iii) Ένα διάνυσμα p είναι παράλληλο στο επίπεδο $Ax+By+Cz+D=0$ αν

$$\alpha \cdot A + b \cdot B + c \cdot C = 0 \quad (1.6)$$

3.3.5. Παραμετρική μορφή ευθείας στο χώρο

Μία ευθεία καθορίζεται από ένα σημείο $P(x_1, x_2, x_3)$, και ένα διάνυσμα $\underline{a} = (u, v, w)$ στη διεύθυνση της ευθείας, και έχει παραμετρική παράσταση:

$$(x,y,z)=(x_1,y_1, z_1)+s (u,v,w) \quad (1.7)$$

Η αναλυτική μορφή προκύπτει ως ένα σύστημα δύο εξισώσεων, και παριστάνει την ευθεία ως τομή δύο επιπέδων. Απαλείφοντας το s από τις (1.7) προκύπτει, εάν $uv \neq 0$,

$$\frac{x - x_1}{u} = \frac{y - y_1}{v} = \frac{z - z_1}{w} \quad (1.8)$$

που δίνει το σύστημα εξισώσεων

$$vx - uy - (vx_1 - uy_1) = 0$$

$$wy - vz - (wy_1 - vz_1) = 0.$$

Προτάσεις

Γενικότερα, θεωρούνται δύο εξισώσεις:

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

i) Εάν

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2} \quad (1.8.i)$$

οι δύο εξισώσεις ικανοποιούνται ακριβώς από τα ίδια σημεία, δηλαδή τα επίπεδα συμπίπτουν. Η σχέση ισχύει και αντιστρόφως.

ii) Εάν

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2} \quad (1.8.ii)$$

τότε τα δύο επίπεδα είναι παράλληλα: είναι και τα δύο κάθετα στο διάνυσμα. Η σχέση ισχύει και αντιστρόφως.

$$(A_1, B_1, C_1) = k(A_2, B_2, C_2) \quad (1.9)$$

iii) Εάν

$$\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \quad \text{ή} \quad \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$$

τότε τα δύο επίπεδα δεν είναι παράλληλα, και τέμνονται σε μία ευθεία.

Το διάνυσμα διεύθυνσης της ευθείας είναι κάθετο στα (A_1, B_1, C_1) και (A_2, B_2, C_2) , άρα είναι συγγραμμικό με το διάνυσμα $\vec{u} = (A_1, B_1, C_1) \times (A_2, B_2, C_2)$.

iv) Δύο επίπεδα E_1, E_2 είναι κάθετα μεταξύ τους αν

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0. \quad (1.10)$$

Η σχέση ισχύει και αντιστρόφως.

v) Η δίεδρη γωνία θ μεταξύ δύο επιπέδων E_1, E_2 προσδιορίζεται από τη σχέση

$$\cos \theta = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad (1.11)$$

3.3.6. Απόσταση σημείου από επίπεδο

Έστω επίπεδο $E: Ax + By + Cz + D = 0$ και σημείο $M_1(x_1, y_1, z_1)$. Η απόσταση του σημείου από το επίπεδο είναι

$$d(M, E) = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \quad (1.12)$$

Εν κατακλείδι, Αν είναι $A(x_A, y_A, z_A)$ και $B(x_B, y_B, z_B)$, τότε το διάνυσμα \mathbf{AB} έχει συντεταγμένες $(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$, δηλαδή είναι

$$\mathbf{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A).$$

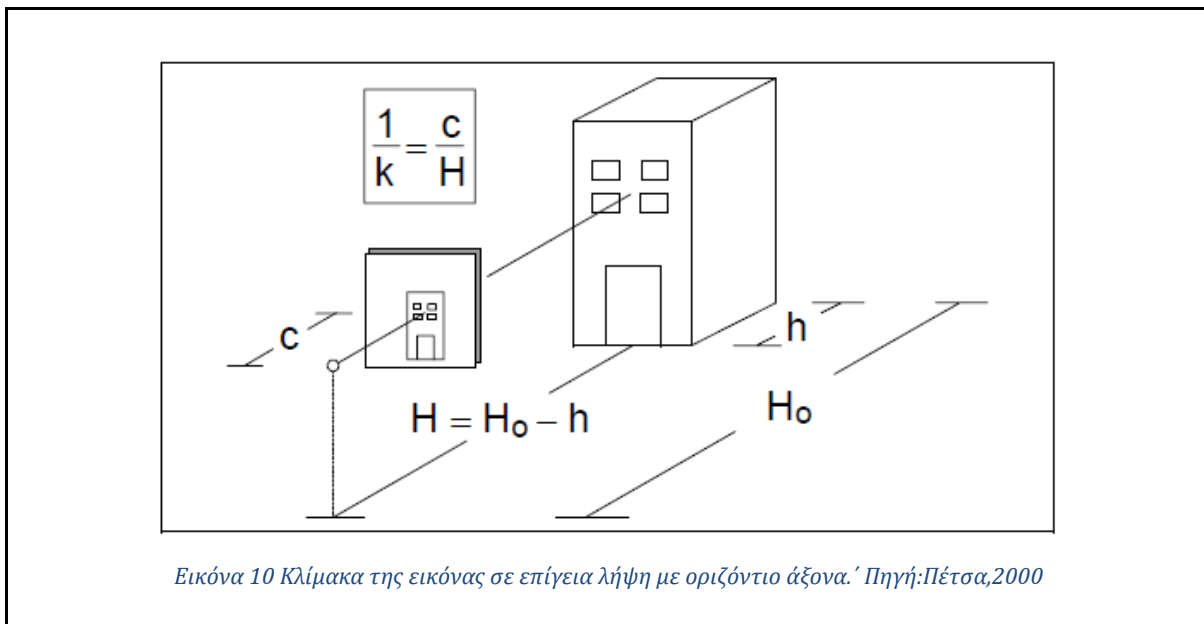
Επιπλέον ισχύει:

$$|\mathbf{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

3.4.1. Το σύστημα αναφοράς του χώρου

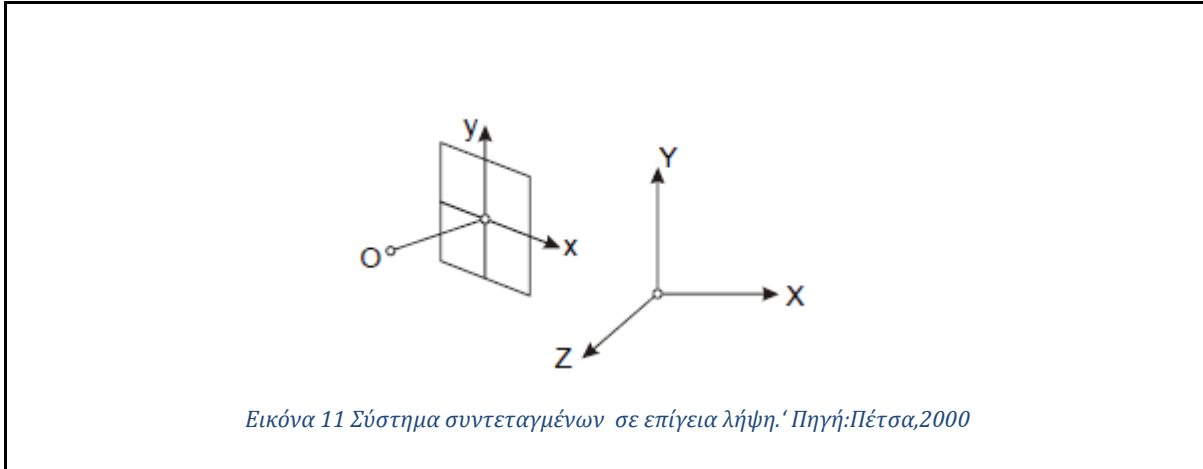
Είναι απαραίτητο να έχει οριστεί ένα σύστημα αναφοράς του χώρου, δηλαδή ένα δεξιόστροφο τρισσορθογώνιο καρτεσιανό σύστημα XYZ. Γενικά, ιδιαίτερα στην περίπτωση της αεροφωτογραμμετρίας το σύστημα αυτό είναι το γεωδαιτικό σύστημα (κρατικό ή τοπικό) με κατακόρυφο άξονα Z. Στις περιπτώσεις επίγειων λήψεων, πάντως, αποδεικνύεται συχνά βολικότερη η χρήση στραμμένου συστήματος, με οριζόντιο άξονα Z περίπου παράλληλο προς τον οριζόντιο άξονα λήψης. (Πέτσα, 2000).

Στην περίπτωση που μελετάται, παρατηρείται η λήψη φωτογραφιών ουσιαστικά για παραγωγή κατακόρυφης τομής, δηλαδή επίγειες λήψεις.

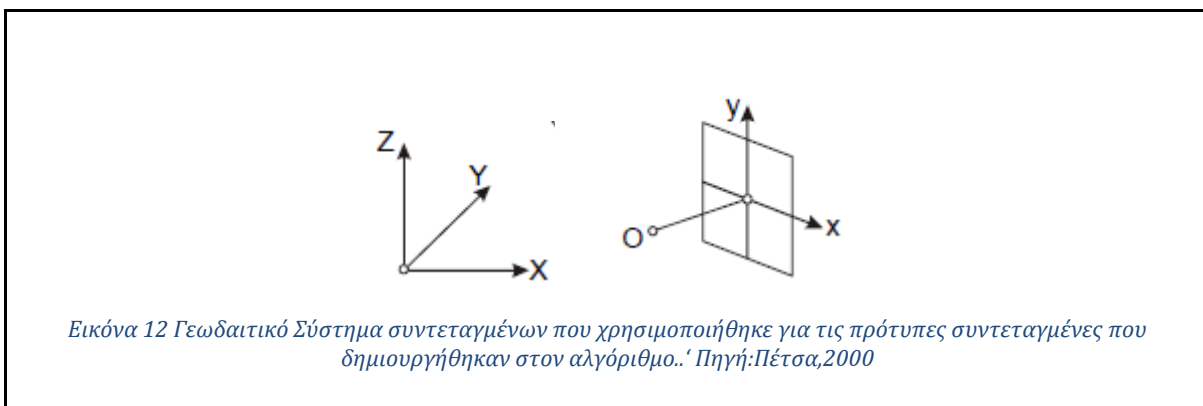


Το σύστημα του χώρου που χρησιμοποιείται έχει τους ίδιους άξονες με το γεωδαιτικό σύστημα αλλά περιγράφει την στιγμή της λήψης. Αφού η λήψη είναι επίγεια,

περιγράφεται ως ένα σύστημα με αρχή το σημείο $O(X_0, Y_0, Z_0)$ και στραμμένο οριζόντιο άξονα Z , ώστε να είναι περίπου παράλληλος με τον οριζόντιο άξονα λήψης της μηχανής.



Τα σημεία όμως, που προγραμματίστηκαν για τις δοκιμές στην ανάπτυξη του αλγορίθμου, αναφέρονται στο γεωδαιτικό σύστημα με κατακόρυφο τον άξονα Z . Αυτό συμβαίνει για την γενική ισχύ και την μείωση της πολυπλοκότητας της εργασίας.



3.4.2. Το σύστημα αναφοράς της εικόνας

Τα στοιχεία αυτά είναι που περιγράφουν το σύστημα εικονοσυντεταγμένων που περιγράφει την θέση των σημείων της εικόνας, με αρχή το σημείο λήψης, και κατά συνέπεια το πρωτεύον σημείο και δεξιόστροφο σύστημα εικονοσυντεταγμένων xy όπως εμφανίζεται στην φωτογραφία **(1)**. Οι εικονοσυντεταγμένες αποτελούν το “μέσον”, προκειμένου να υπολογιστούν τελικά συντεταγμένες σημείων του χώρου.

Απώτερος στόχος, βέβαια, είναι να βρεθεί ένας τρόπος σύνδεσης των επιπέδων που δημιουργούν οι συντεταγμένες στην εικόνα και στο νέφος σημείων.

3.5. Μετασχηματισμός συντεταγμένων

Πρέπει να σημειωθεί πως, προς το παρόν, δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί κάποια συσχέτιση μεταξύ των συστημάτων του χώρου και της εικόνας, γιατί ανήκουν σε διαφορετικά και ασύμβατα τρισδιάστατα συστήματα. Αντίθετα, προς το παρόν υπάρχουν δύο συστήματα αναφοράς που ορίζουν το 2D σύστημα συντεταγμένων πάνω στην εικόνα (x,y) και $-c$ η σταθερά μηχανής, με κέντρο $O(0,0)$, και το τρισσορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων του χώρου με κέντρο το σημείο λήψης (X_0,Y_0,Z_0) . Η ύπαρξη δύο συστημάτων αναφοράς δημιουργεί δύο διαφορετικά επίπεδα, που δεν σχετίζονται μεταξύ τους, δυσκολεύοντας τις εργασίες που ερευνώνται. Για να συσχετιστούν μεταξύ τους είναι αναγκαίο οι συντεταγμένες, κατά προτίμηση της εικόνας, να μετασχηματιστούν σε ένα κοινό σύστημα αναφοράς. Με αυτόν τον τρόπο θα ταυτιστεί το επίπεδο που θα οριστεί στον χώρο της εικόνας με το ζητούμενο επίπεδο του χώρου.

Για τον σκοπό αυτό χρειάστηκε να γίνει μεταφορά των σημείων της εικόνας από ένα διδιάστατο σύστημα των συντεταγμένων της εικόνας στο σύστημα XYZ του γεωδαιτικού χώρου. Για την επίλυση του προβλήματος αυτού, πραγματοποιείται ένας τρισδιάστατος μετασχηματισμός στερεού σώματος ο οποίος επιτρέπει την διατήρηση του σχήματος του στερεού. Αυτός μοιάζει πολύ με έναν μετασχηματισμό ομοιότητας (χωρίς εφαρμογή κλίμακας), καθώς τα δύο συστήματα, xy της εικόνας και $x''y''z''$ που ζητάται να παραχθεί, διαφέρουν και κατά μία γωνία τριών συνιστωσών στο χώρο, κατά την αρχή των συστημάτων που δεν είναι κοινή, αλλά και κλίμακα λ .

Οι μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν δύο συστήματα αναφοράς είναι:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

ψευδοσ/τος
εικόνας
εικόνας

Εικόνα 13 Μετασχηματισμός Ομοιότητας

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$: οι συνιστώσες της μετάθεσης

R : ο πίνακας στροφών.

λ: κλίμακα

Είναι απαραίτητο να υπολογιστούν τα στοιχεία αυτά του μετασχηματισμού συντεταγμένων. Για να προσδιοριστεί η θέση ενός στερεού στο χώρο αρκεί να καθοριστεί η θέση ενός σημείου της: Στις εφαρμογές της φωτογραμμετρίας επιλέγονται το προβολικό κέντρο X_0, Y_0, Z_0 και η διεύθυνση μιας ευθείας της, δηλαδή ο άξονας λήψης - ω, φ, κ στο χώρο. Σύμφωνα με αυτά τα στοιχεία πραγματοποιείται μια μετάθεση και στροφή των συντεταγμένων ως προς το σύστημα του χώρου .

Αντίστοιχα, από την σχέση 1.13 παράγεται η σχέση συγγραμμικότητας ,που επιτρέπει την σύνδεση των εικονοσυντεταγμένων με τις γεωδαιτικές. Λόγω της σχέσης συγγραμμικότητας για μια εικόνα με στροφές ω, φ, κ ισχύει ότι:

$$\begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -c \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \mathbf{R} \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$

1.14

Η συνθήκη συγγραμμικότητας διατυπώνεται, για κάθε σημείο που μετράται στην εικόνα και συνδέει τις εικονοσυντεταγμένες του x, y με τις συντεταγμένες του X, Y, Z στο γεωδαιτικό σύστημα μέσω των τριών βασικών στοιχείων x_0, y_0, c του εσωτερικού προσανατολισμού και των έξι στοιχείων $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa$ του εξωτερικού προσανατολισμού.

3.5.1. Στροφές συστήματος αναφοράς

Οι στροφές αυτές των συντεταγμένων, όπως αναφέρονται και στη σχέση 1.14 περιγράφονται από έναν πίνακα στροφής R. Ο R είναι ο ορθογώνιος πίνακας στροφής που προκύπτει από το γινόμενο τριών επιμέρους πινάκων στροφής Euler. Ο πίνακας R στην εργασία αυτή εκφράζει τη στροφή που δέχεται η εικόνα κατά x, y, z άξονες τη στιγμή της λήψης σε σχέση με το χώρο. Για δεξιόστροφα συστήματα αναφοράς η σειρά των διαδοχικών στροφών συνήθως είναι :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\kappa \mathbf{R}_\varphi \mathbf{R}_\omega = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \kappa & \cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \sin \varphi \cos \kappa & \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \varphi \cos \kappa \\ -\cos \varphi \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \varphi \sin \kappa & \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \varphi \sin \kappa \\ \sin \varphi & -\sin \omega \cos \varphi & \cos \omega \cos \varphi \end{bmatrix}$$

(1.15)

Μία από τις συνηθέστερες παρανοήσεις είναι να νομίζει κανείς ότι ο πίνακας στροφής της εικόνας εκφράζει τις στροφές που πρέπει να υποστεί η εικόνα προκειμένου να γίνει παράλληλη στο γεωδαιτικό σύστημα. Αν όμως συμβεί αυτό, τότε η εικόνα θα “απομακρυνθεί” ακόμα περισσότερο από την παραλληλία προς το γεωδαιτικό σύστημα. **Ο πίνακας στροφής της εικόνας περιγράφει την στροφή που έχει ήδη η εικόνα ως προς το γεωδαιτικό σύστημα – και επομένως οφείλει να υποστεί το γεωδαιτικό σύστημα ώστε να γίνει παράλληλο με εκείνο της εικόνας – και όχι τις στροφές που επιφέρονται στο σύστημα της εικόνας.** Για να εφαρμοστεί ο πίνακας στις συντεταγμένες της εικόνας θα χρησιμοποιηθεί η σχέση του **ανάστροφου** πίνακα στροφών, που εκφράζει τη στροφή που πρέπει να υποστεί η εικόνα για να γίνει παράλληλη με το γεωδαιτικό σύστημα.

Στην περίπτωση γενικού πίνακα στροφής ο ανάστροφος δεν θα προκύψει απλώς με την αλλαγή των προσήμων των γωνιών στροφής, αλλά πρέπει να αλλάξει και η σειρά τους. Πράγματι, για να επανέλθει μετά από στροφή ω , φ , κ το σύστημα στην αρχική θέση πρέπει προφανώς να ακολουθηθεί αντίστροφη πορεία αρχίζοντας από το τέλος. Δηλαδή να γίνει στροφή $-\kappa$, κατόπιν $-\varphi$ και τέλος $-\omega$. Έτσι, βάσει και της 1.15 για τον ανάστροφο του R είναι:

$$R(-\omega)R(-\varphi)R(-\kappa) = (R(\omega))^T (R(\varphi))^T (R(\kappa))^T = (R(\kappa)R(\varphi)R(\omega))^T = R^T = R^{-1}$$

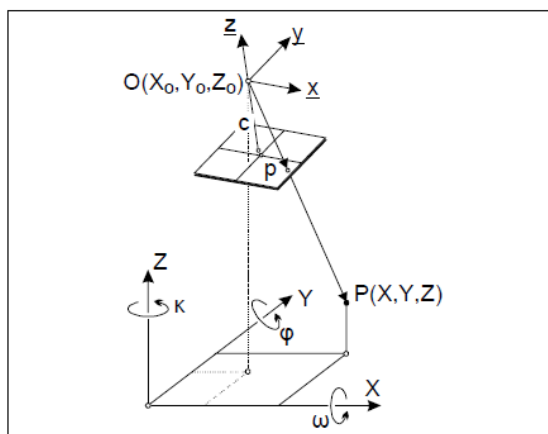
Συνοψίζοντας: ο ανάστροφος (= αντίστροφος) ενός ορθοκανονικού πίνακα ο οποίος περιγράφει σειρά στροφών προκύπτει ως γινόμενο των επιμέρους πινάκων στροφής με αντίστροφη σειρά και αντίθετο πρόσημο γωνιών.

3.5.2. Μετάθεση συστήματος αναφοράς

Η μετάθεση των συντεταγμένων, όπως υποδεικνύει η σχέση 1.13, πραγματοποιείται στο σύστημα της εικόνας με στόχο το γεωδαιτικό σύστημα και το σύστημα της εικόνας να έχουν κοινή αρχή το σημείο λήψης και κέντρο της φωτογραφίας X_0, Y_0, Z_0 . Έτσι οι συντεταγμένες της εικόνας δέχονται μια μετάθεση των συντεταγμένων από το σημείο $O(0,0,0)$ στο σημείο X_0, Y_0, Z_0 όπως φαίνεται στη σχέση 1.13.

3.5.3. Μετασχηματισμός Στερεού Σώματος

Ο μετασχηματισμός, βέβαια, που εφαρμόζεται δεν πρέπει σε καμία περίπτωση να συγγέεται με την συνθήκη συγγραμμικότητας, καθώς αποτελεί έναν μετασχηματισμό στερεού σώματος. Η συνθήκη συγγραμμικότητας εφαρμόζεται για να επιτρέψει τη σύνδεση των εικονοσυντεταγμένων με τις γεωδαιτικές. Αντίθετα, στην εργασία αυτή οι γεωδαιτικές συντεταγμένες είναι άγνωστες, άρα είναι αδύνατη η σύνδεσή τους με τις εικονοσυντεταγμένες με αυτή τη σχέση.



Εικόνα 14: Εικόνα με στροφές, Πηγή: Πέτσα, Δεκέμβριος 2000, Θεμελιώδεις Έννοιες και Θεμελιώδη Προβλήματα της Φωτογραμμετρίας, Σελ.40

Ο μετασχηματισμός που θα εφαρμοστεί στις εικονοσυντεταγμένες μοιάζει πολύ με την σχέση συγγραμμικότητας, αλλά διαφέρει ως προς την κλίμακα η οποία δεν υπεισέρχεται στη σχέση μη αποκαθιστώντας πλήρως τις δέσμες σημείων στο χώρο. Αυτό θα επιτευχθεί με την βοήθεια της αναλυτικής γεωμετρίας και των σχέσεων μεταξύ επιπέδων στα επόμενα βήματα.

Προς το παρόν εφαρμόζεται η σχέση με τον παρακάτω τρόπο.

$$[x, y]^T = R_{\omega\phi\kappa} [x'' - Xo, \psi'' - Yo, z'' - Zo]^T \Leftrightarrow$$

$$[x, y]^T \cdot R_{\omega\phi\kappa}^{-1} = [x'' - Xo, \psi'' - Yo, z'' - Zo]^T \Leftrightarrow$$

$$[x'', y'', z'']^T = [x, y]^T \cdot R_{\omega\phi\kappa}^{-1} + [Xo, Yo, Zo]^T \quad (1.16)$$

Η μεταφορά των συντεταγμένων της εικόνας πραγματοποιείται, σύμφωνα με τις στροφές του σημείου λήψης -και προβολικού κέντρου εικόνας- και τη θέση του ως προς το γεωδαιτικό χώρο τη στιγμή λήψης της φωτογραφίας.

3.6 Υπολογιστικές τεχνικές

Αλγόριθμο ονομάζεται κάθε πεπερασμένα και αυστηρά καθορισμένη σειρά οδηγιών με στόχο την επίλυση ενός προβλήματος, ενώ στο τέλος προκύπτει ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα. Μπορεί να αναπαρασταθεί με τη χρήση φυσικής γλώσσας, όσο και με την χρήση διαγραμματικών τεχνικών και κωδικοποιείται σε ειδικές γλώσσες υπολογιστή για τον προγραμματισμό του αλγορίθμου. Πρόγραμμα κατονομάζεται ο αλγόριθμος που περιέχει τις εντολές σε μορφή κώδικα που μπορεί να εκτελέσει ο υπολογιστής που ολοκληρώνουν μια ορισμένη εργασία, επιλύοντας ένα πρόβλημα. Η συγγραφή, διόρθωση και συντήρηση τέτοιων προγραμμάτων ήταν επιτακτική ανάγκη και είχε ως αποτέλεσμα την δημιουργία γλωσσών υψηλού επιπέδου. Αυτές θυμίζουν την φυσική γλώσσα αλλά έχουν δικό τους αλφάβητο, λεξιλόγιο και συντακτικό, όπως για παράδειγμα οι γλώσσες C, C++, C#, Java, PHP, Javascript, Perl, Lisp, Basic, Ruby και η Python που είναι και οι πιο δημοφιλείς. Ανάλογα με το είδος του προγράμματος που πρόκειται να αναπτυχθεί, επιλέγεται και η κατάλληλη προγραμματιστική γλώσσα.

Η επιλογή του προγραμματιστικού παραδείγματος το οποίο θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται από το πρόβλημα το οποίο τίθεται προς επίλυση, αλλά και από τη γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιείται. Οι τρόποι οργάνωσης είναι ο διαδικαστικός (procedural ή imperative), ο συναρτησιακός (functional) και στην περίπτωση της διπλωματικής αυτής, ο αντικειμενοστραφής. Συνηθίζεται, αυτοί οι τρόποι οργάνωσης ή τεχνικές οργάνωσης των προγραμμάτων να ονομάζονται προγραμματιστικά παραδείγματα (programming paradigms).

3.6.1 Γλώσσα Προγραμματισμού Python - Αντικειμενοστραφής Προγραμματισμός

Η ιδέα του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού ή της αντικειμενοστραφούς σχεδίασης (Object-Oriented Programming ή OOP για συντομία), όπως λέει και το όνομά του, συνδέεται άμεσα με τα αντικείμενα και κατά συνέπεια, όπως θα φανεί και στη συνέχεια, και με τις κλάσεις. Ένα πρόγραμμα περιγράφει "ενέργειες" (επεξεργασία) που εφαρμόζονται πάνω σε δεδομένα. Αντίθετα με τις παραδοσιακές προγραμματιστικές τεχνικές, η αντικειμενοστραφή προσέγγιση δίνει έμφαση στα δεδομένα, παρά στον κώδικα, δηλαδή στην ενέργεια. Το πρόγραμμα αναπτύσσεται γύρω από τα δεδομένα (data-centric) τα οποία ορίζουν από μόνα τους τον τρόπο με τον οποίο υπόκεινται σε διαχείριση (Μαργαρίτης & Τσιομπίκας, 2004). Έτσι, εκλαμβάνει ως πρωτεύοντα δομικά στοιχεία ενός προγράμματος τα δεδομένα, από τα οποία δημιουργούνται με κατάλληλη μορφοποίηση τα αντικείμενα (objects). Στα προγράμματα, ένα αντικείμενο είναι η ομαδοποίηση κώδικα και δεδομένων, τα οποία αντιμετωπίζονται ενιαία. Τα δεδομένα αποτελούν τα χαρακτηριστικά και οι ενέργειες καθορίζουν τη συμπεριφορά ενός αντικειμένου. Παραδείγματα σε αντικειμενοστραφείς γλώσσες προγραμματισμού είναι η Java, Eiffel, Smalltalk, C++ και φυσικά η Python.

Ο αντικειμενοστραφής προγραμματισμός μοντελοποιείται με βάση την παρατήρηση ότι στον πραγματικό κόσμο, τα αντικείμενα αποτελούνται από πολλά μικρότερα αντικείμενα. Αλλά όμως η δυνατότητα συνδυασμού αντικειμένων είναι μόνο μία γενική αρχή του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού. Περιλαμβάνει επίσης αρχές και χαρακτηριστικά που κάνουν τη δημιουργία και τη χρήση αντικειμένων ευκολότερη και πιο ευέλικτη. Το σημαντικότερο από αυτά τα χαρακτηριστικά είναι η κλάση (Lemay & Cadenhead, 2003/1999).

Μία κλάση είναι ένα πρότυπο που χρησιμοποιείται για τη δημιουργία πολλαπλών αντικειμένων με παρόμοια χαρακτηριστικά. Οι κλάσεις περιέχουν όλα τα χαρακτηριστικά ενός συγκεκριμένου συνόλου αντικειμένων. Όταν γράφεται ένα πρόγραμμα σε μία αντικειμενοστραφή γλώσσα προγραμματισμού, δεν ορίζονται μεμονωμένα αντικείμενα. Αντί αυτών, ορίζονται κλάσεις αντικειμένων.

Τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού είναι:

- η κληρονομικότητα

Δημιουργείται ένα νέο αντικείμενο παίρνοντας ως βάση ένα άλλο ήδη υπάρχον. Το νέο αντικείμενο θα έχει τα χαρακτηριστικά του παλιού ενώ θα μπορεί να τα τροποποιήσει, να τα επεκτείνει και να προσθέσει καινούρια για να καλύψει συγκεκριμένες ανάγκες.

- ο πολυμορφισμός

Αντικείμενα που ανήκουν σε παρόμοιες κλάσεις μπορούν να έχουν κοινό τρόπο προσπέλασης, με αποτέλεσμα ο χρήστης να μπορεί να τα χειριστεί με τον ίδιο τρόπο χωρίς να χρειάζεται να μάθει νέες διαδικασίες.

- η ενθυλάκωση

Οι διαδικασίες κρύβονται από το χρήστη και τα ίδια τα δεδομένα προσδιορίζουν τους τρόπους διαχείρισης τους. (Μητροπούλου 2017)

Δεν επιτρέπουν όλες οι γλώσσες προγραμματισμού τη χρήση όλων των προγραμματιστικών παραδειγμάτων. Για παράδειγμα, υπάρχουν γλώσσες που επιτρέπουν τη δημιουργία μόνο διαδικαστικών προγραμμάτων όπως η Fortran. Υπάρχουν άλλες που επιτρέπουν τη δημιουργία μόνο (ή κυρίως) συναρτησιακών προγραμμάτων, όπως η Lisp και οι πολλές παραλλαγές της. Ενώ υπάρχουν και γλώσσες που επιτρέπουν, με περισσότερη ή λιγότερη ευκολία, να εφαρμοστούν περισσότερα από ένα προγραμματιστικά παραδείγματα. Η Python ανήκει σε αυτήν την κατηγορία καθώς επιτρέπει να γραφεί κώδικας που χρησιμοποιεί και τα τρία προγραμματιστικά παραδείγματα.

Για τις εργασίες αυτής της διπλωματικής έγινε μελέτη, εμβάθυνση και τέλος χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Python. Τα προγράμματα σε Python είναι συμπαγή, ευανάγνωστα, και γράφονται και συντηρούνται γρηγορότερα σε σχέση με άλλες δημοφιλείς γλώσσες προγραμματισμού, όπως οι C, C++ και Java. Η Python είναι μια γλώσσα προγραμματισμού γενικής χρήσης, πάρα πολύ υψηλού επιπέδου, απλή και εύκολη στην εκμάθηση, ισχυρή, δυναμική, αποδοτική, παραγωγική και επεκτάσιμη. Είναι κατάλληλη και για αρχάριους και για έμπειρους προγραμματιστές και υποστηρίζει, χωρίς να αναγκάζει, μια απλή αλλά συνάμα αρκετά αποτελεσματική προσέγγιση στον αντικειμενοστραφή προγραμματισμό. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για εκπαιδευτικούς σκοπούς όσο και για την ανάπτυξη ολοκληρωμένων

εφαρμογών. Η σύνταξή της είναι κομψή για να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία σεναρίων εντολών.

Αναπτύσσεται ως λογισμικό ανοικτού κώδικα και ο συντονισμός και η διαχείριση γίνεται από τον μη κερδοσκοπικό οργανισμό Python Software Foundation (PSF) (www.python.org/psf). Ως αποστολή του PSF αναφέρεται η ανάδειξη, η προστασία και η προαγωγή της Python, καθώς και η υποστήριξη της ανάπτυξης μιας ποικίλης και διεθνούς κλίμακας κοινότητας προγραμματιστών της Python. Η Python βρίσκεται σε υψηλή θέση στη λίστα των δημοφιλέστερων γλωσσών προγραμματισμού. Επίσης, χρησιμοποιείται από μεγάλες εταιρείες και οργανισμούς του χώρου της Πληροφορικής και όχι μόνο. Γενικότερα, η Python μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη γρήγορη ανάπτυξη ολοκληρωμένων εφαρμογών σε διάφορες περιοχές ενδιαφέροντος και στις περισσότερες πλατφόρμες υλικού υπολογιστών και λειτουργικών Συστημάτων (Windows, Unix, Linux, Mac, OS X, κ.λπ.). Διαθέτει πληθώρα έτοιμων βιβλιοθηκών που είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν εύκολα και άμεσα. Οι βιβλιοθήκες μπορούν να επεκταθούν με νέα τμήματα γραμμένα σε C ή C++ (Αγγελιδάκης, 2015).

3.6.2. Λειτουργικά συστήματα της Python - Βιβλιοθήκες Ανοιχτού Κώδικα

Τα παραδείγματα αναπτύχθηκαν στην έκδοση 3.7.3 της Python και σε περιβάλλον Windows και οι βιβλιοθήκες που χρησιμοποιήθηκαν είναι η `numpy`, `math`, `matplotlib`, `sumpy`. Επιλέχθηκε η συγκεκριμένη γλώσσα λόγω της ευελιξίας της και των πλεονεκτημάτων που αναφέρθηκαν και προσφέρει.

Η εργαλειοθήκη NumPy της Python αποτελεί βασική υποδομή για επιστημονικές εφαρμογές καθώς υποστηρίζει εύκολα, πλήρως και πολυδιάστατους πίνακες και συναρτήσεις γραμμικής άλγεβρας. Το NumPy διευκολύνει τον χρήστη του στο να κάνει υπολογισμούς με πίνακες, να διαβάζει και να γράφει σύνολα δεδομένων και να συνεργάζεται με άλλες γλώσσες προγραμματισμού όπως C και C++. Άλλη σημαντική εργαλειοθήκη είναι η Matplotlib που χρησιμεύει για κατασκευή γραφικών παραστάσεων και οπτικοποίηση. Επίσης, το Sumpy είναι βιβλιοθήκη της Python για συμβολικά μαθηματικά, καθιστώντας δυνατό τον προγραμματισμό εξισώσεων και την πραγματοποίηση πράξεων μεταξύ μεταβλητών, με στόχο την επίλυσή τους. Στόχος του είναι να γίνει ένα πλήρες σύστημα υπολογιστικής άλγεβρας (CAS), διατηρώντας τον κώδικα όσο το δυνατόν απλούστερο ώστε να είναι κατανοητό και εύκολα επεκτάσιμο.

3.6.3. Τεχνικές εκτίμησης παραμέτρων- επιλογή Ransac Αλγόριθμος RANdom SAmple Consensus (RANSAC)

Ο αλγόριθμος RANSAC (Fischler and Bolles, 1981) αποτελεί μια από τις δημοφιλέστερες τεχνικές εκτίμησης παραμέτρων. Οι γενικές τεχνικές εκτίμησης παραμέτρων βασίζονται στην παραδοχή ότι ο θόρυβος του δείγματος των δεδομένων είναι Gaussian θόρυβος με μηδενική μέση τιμή και εξομαλύνεται μετά την παράμετρο βελτιστοποίησης, η οποία υπολογίζει κατά μέσο όρο τα δεδομένα. Ωστόσο, αυτή η υπόθεση δεν ισχύει όταν υπάρχουν ακαθόριστα σφάλματα που μπορεί να προκύψουν με ακραίες τιμές θορύβου ή με λάθος μετρήσεις κατά τη δειγματοληψία. Αυτό το είδος σφαλμάτων στην πραγματικότητα δεν ταιριάζει με το μοντέλο και είναι απορριπτέο κατά τη διάρκεια της συνόρθωσης, προκειμένου να επιτευχθεί καλύτερη προσαρμογή στο μοντέλο.

Κίνητρο:

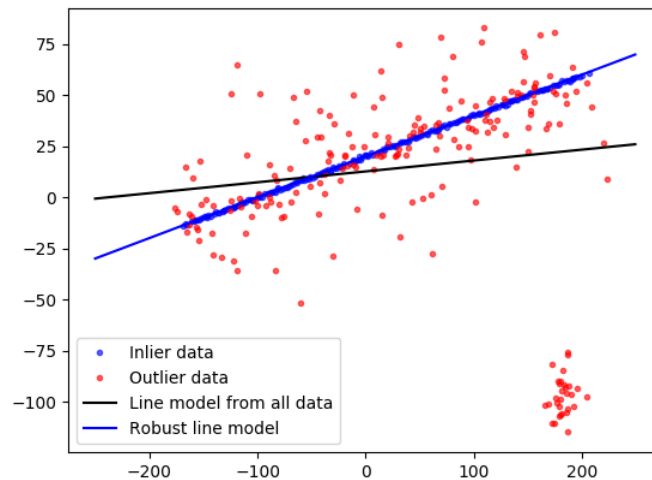
Ο RANSAC έχει ως στόχο να καθορίσει τις παραμέτρους λειτουργίας όταν υπάρχουν δείγματα με ακαθόριστα λάθη που μπορεί να παραπλανήσουν την εκτίμηση των παραμέτρων.

Παραδοχές- Υποθέσεις

Το RANSAC υποθέτει ότι τα δεδομένα αποτελούνται από inliers που μπορούν να εξηγηθούν από το μοντέλο και τα outliers που είναι ακαθόριστα λάθος δείγματα που δεν ταιριάζουν καθόλου στο μοντέλο. Χρησιμοποιώντας λοιπόν τα όρια όταν επιλύεται το μοντέλο, θα αυξήσουν το τελικό σφάλμα πρόβλεψης, καθώς δεν περιέχουν σχεδόν καθόλου πληροφορίες σχετικά με το μοντέλο. Επιπλέον, το RANSAC επιλύει το παραμετρικό μοντέλο μόνο με inliers ενώ αγνοούνται τα outliers . Εντούτοις, η διαχωρισμός των δεδομένων σε inliers-outliers θα ήταν μία ισχυρή παραδοχή, αλλά είναι και η κύρια διαφορά του RANSAC από τις άλλες μεθόδους. Επιπλέον, ακόμη και αν αυτή η υπόθεση δεν ισχύει για ένα σύνολο δεδομένων, η RANSAC δεν θα βλάψει την εκτίμηση των παραμέτρων, καθώς σε αυτή την κατάσταση θα θεωρούσε ολόκληρο το σύνολο δεδομένων ως inliers και επιλύει το μοντέλο μαζί τους.

Προκειμένου να απορρίψει τις αβεβαιότητες κατά τη διάρκεια της επίλυσης, το RANSAC χρησιμοποιεί ένα μικρό σύνολο δειγμάτων για να επιλύσει ένα μοντέλο αντί να χρησιμοποιηθούν όλα τα δεδομένα και κατόπιν μεγεθύνεται το σετ με άλλα κατάλληλα δείγματα. Χρησιμοποιώντας ένα μικρό σύνολο, αυτόματα υποθέτει ότι το

μοντέλο μπορεί να εκτιμηθεί με μικρό αριθμό inliers. Ωστόσο, είναι μια απλή παραδοχή και ισχύει για τις περισσότερες περιπτώσεις. π.χ. ώστε να αντιληφθεί μια γραμμική συνάρτηση, επαρκούν δύο δείγματα δεδομένων.



Εικόνα 15α Επίλυση μοντέλου με Ransac, χρησιμοποιώντας ένα μικρό σύνολο δειγμάτων, συγκριτικά με επίλυση όπου χρησιμοποιούνται όλα τα δεδομένα.

Πηγή: https://scikit-image.org/docs/dev/auto_examples/transform/plot_ransac.html

Μέθοδος:

Ο RANSAC επιλέγει ομοιόμορφα και τυχαία ένα υποσύνολο δειγμάτων δεδομένων και το χρησιμοποιεί για να υπολογίσει τις παραμέτρους του μοντέλου. Κατόπιν προσδιορίζει τα δείγματα που βρίσκονται εντός ανοχής σφάλματος των παραγόμενων μοντέλων. Αυτά τα δείγματα θεωρούνται ότι αποτελούν το παραγόμενο μοντέλο και αποτελούν το συγχωνευμένο σύνολο του δείγματος δεδομένων που επιλέχθηκε. Εδώ, τα δείγματα δεδομένων στη συγχώνευση συμπεριφέρονται ως inliers και οι υπόλοιποι ως outliers από την RANSAC. Εάν η μέτρηση των δειγμάτων στην ενότητά τους είναι αρκετά υψηλή, επιλύει το τελικό μοντέλο της συναίνεσης (*Consensus*) με τη χρήση τους. Επαναλαμβάνει αυτή τη διαδικασία για έναν αριθμό επαναλήψεων και επιστρέφει το μοντέλο που έχει το μικρότερο μέσο σφάλμα μεταξύ των παραγόμενων μοντέλων. Ως ένας αλγόριθμος τυχαίων δεδομένων, ο RANSAC δεν εγγυάται την εύρεση του βέλτιστου παραμετρικού μοντέλου λαμβάνοντας υπόψη τα inliers. Όμως, η πιθανότητα να επιτευχθεί η βέλτιστη λύση μπορεί να διατηρηθεί σε ένα κατώτερο όριο, αν επιτευχθεί ικανοποιητική αντιστοίχιση κατάλληλων τιμών στις παραμέτρους του αλγορίθμου.

Προϋποθέσεις:

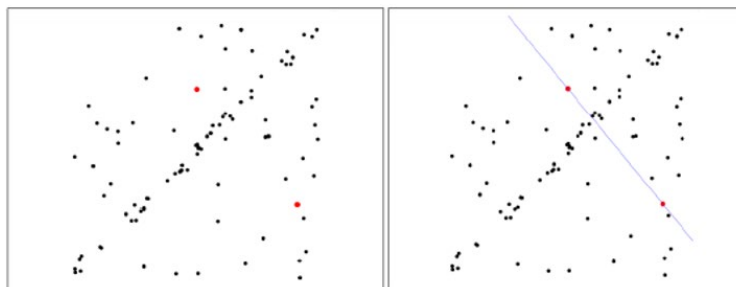
Στην πραγματικότητα, ο RANSAC δεν είναι ένας πλήρως αυτοσυντηρούμενος αλγόριθμος. Αντίθετα, είναι ένας συμπληρωματικός αλγόριθμος ο οποίος χρησιμοποιεί το μοντέλο και την λειτουργία της απόστασης για να γίνει επιτυχής εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου ενώ συναντώνται outliers . Απλώς εφαρμόζει ένα διαχωρισμό των συνόλων δεδομένων και επιλύει το μοντέλο μόνο με χρήση των inliers σύμφωνα με τη βέλτιστη μέθοδο και τη λειτουργία απόστασης στο μοντέλο.

Επομένως, πριν χρησιμοποιηθεί ο RANSAC πρέπει να έχουν καθοριστεί ένα μοντέλο, μια λειτουργία απόστασης και ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Έτσι, ο αλγόριθμος RANSAC γίνεται εντελώς ευπροσάρμοστος και του επιτρέπεται να λειτουργεί με οποιοδήποτε μοντέλο εκτίμησης, οποιαδήποτε λειτουργία απόστασης και οποιαδήποτε μέθοδο βελτιστοποίησης.

Βασική ιδέα:

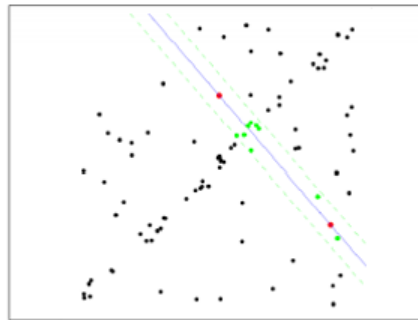
Η βασική ιδέα του αλγορίθμου είναι ο βέλτιστος καταμερισμός inliers και outliers με συνέπεια τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου μόνο από inliers. Η αρχή λειτουργίας του αλγορίθμου συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

1. Επιλέγει τυχαία τον ελάχιστο αριθμό δεδομένων που απαιτούνται για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου.
2. Υπολογίζει τις παραμέτρους του μοντέλου, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που είχε επιλέξει τυχαία στο πρώτο βήμα.



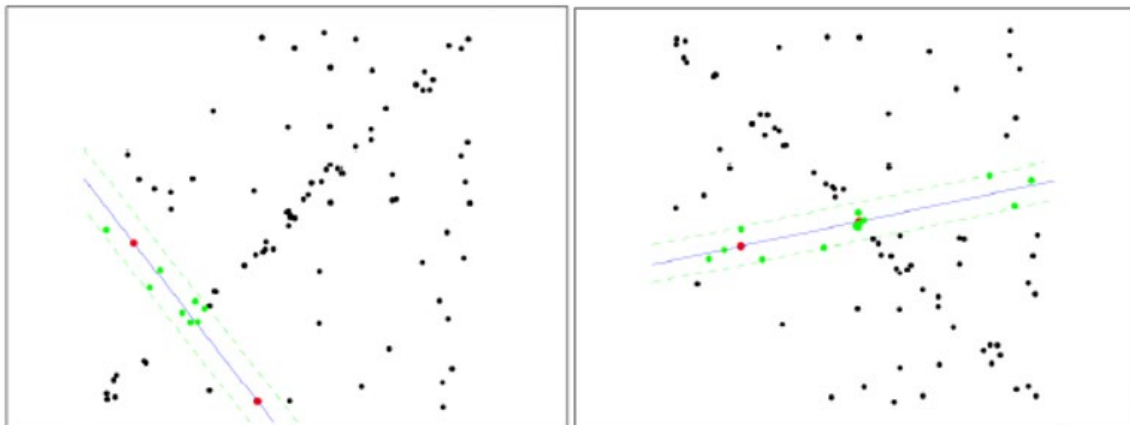
Εικόνα 15 a: Εκτέλεση των δύο πρώτων βημάτων του αλγορίθμου RANSAC για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου ευθείας

3. Σημειώνει τον αριθμό των δεδομένων που μπορεί να συμπεριλάβει στο μοντέλο, βάσει μιας προκαθορισμένης τιμής (threshold).



Εικόνα 15 b: Εκτέλεση του τρίτου βήματος του αλγορίθμου αλγορίθμου RANSAC για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου ευθείας

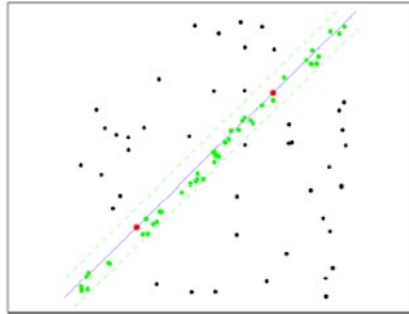
4. Επαναλαμβάνει τη διαδικασία των τριών πρώτων βημάτων για όλα τα δεδομένα.



Εικόνα 15 c: Εκτέλεση του τέταρτου βήματος του αλγορίθμου αλγορίθμου RANSAC για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου ευθείας

5. Το μοντέλο που έχει συμπεριλάβει στη λύση του τα περισσότερα δεδομένα είναι το επικρατέστερο. Επιτυγχάνεται έτσι, εύρεση τουλάχιστον μιας ευθείας ή ευθύγραμμου τμήματος του μοντέλου.

6. Υπολογίζει το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο με τη βοήθεια των ελαχίστων τετραγώνων από τα δεδομένα του επικρατέστερου μοντέλου.



Εικόνα 15 d: Εκτέλεση του πέμπτου και έκτου βήματος του αλγορίθμου RANSAC για τον υπολογισμό του μαθηματικού μοντέλου ευθείας

Πρόκειται για έναν μη-ντετερμινιστικό αλγόριθμο, με την έννοια ότι παράγει ένα λογικό αποτέλεσμα μόνο με μία ορισμένη πιθανότητα, με την πιθανότητα να αυξάνεται καθώς επιτρέπονται περισσότερες επαναλήψεις. Η μία επιλογή θα ήταν να επαναληφθεί η διαδικασία για όλα τα δεδομένα και για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αυτών. Η συγκεκριμένη επιλογή θα είχε αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους και σε χρόνο. Επομένως, το βασικό ερώτημα είναι, με ποια πιθανότητα και κατ' επέκταση πόσες επαναλήψεις θα πρέπει να πραγματοποιηθούν αυτές έτσι ώστε το μαθηματικό μοντέλο να υπολογιστεί μόνο από δεδομένα inliers.

Ροή δεδομένων:

Για να γίνουν καλύτερα κατανοητά τα όσα καταφέρει ο αλγόριθμος RANSAC, παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής γενικά παρακάτω. Για διευκόλυνση κατανόησης παρουσιάζονται τα εξής δεδομένα-παραμέτροι.

Έστω:

- N =αριθμός δεδομένων
- w = αναλογία inliers N = αναλογία inliers σε σχέση με τον αριθμό όλων των δεδομένων

- s =αριθμός παραμέτρων μαθηματικού μοντέλου
- K =επαναλήψεις
- P =πιθανότητα της επιλογής μας (συνήθως 99%)
- Η πιθανότητα P επιλογής μόνο inliers δεδομένων είναι ίση με: ws
- Η πιθανότητα P μη επιλογής μόνο inliers δεδομένων είναι ίση με: $1-ws$
- Η πιθανότητα P μη επιλογής ενός καλού δείγματος δεδομένων, πραγματοποιώντας K επαναλήψεις, είναι ίση με: $1-ws^K$
- Η ζητούμενη πιθανότητα P επιλογής δείγματος μόνο από inliers δεδομένα πραγματοποιώντας K επαναλήψεις, τουλάχιστον μία φορά είναι ίση με:

$$P = 1 - (1 - ws^K) \Leftrightarrow K = \frac{\log(1-P)}{\log(1-ws)}$$

Στην παραπάνω σχέση θα πρέπει να είναι γνωστή εκ των προτέρων η αναλογία των inliers δεδομένων σε σχέση με το σύνολο των δεδομένων (w), πράγμα το οποίο είναι αδύνατο αφού θα πρέπει πρώτα να έχει υπολογιστεί το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο. Παρ' όλα αυτά, ο αριθμός των επαναλήψεων K θα πρέπει να είναι γνωστός πριν την εκτέλεση του αλγορίθμου, γι' αυτό εφαρμόζεται η παρακάτω διαδικασία που θα περιγραφεί αλγοριθμικά με χρήση ψευδοκώδικα:

- ❖ Αρχικοποίησε επαναλήψεις_ $K=\infty$, δείγμα=0, πιθανότητα_ $P=99\%$
- ❖ Όσο επαναλήψεις_ $K >$ δείγμα επανάλαβε:
 - Επίλεξε τυχαία το δείγμα.
 - ❑ Υπολόγισε τις παραμέτρους του μοντέλου.
 - ❑ Σημείωσε τον αριθμό των δεδομένων που μπορεί να συμπεριληφθούν στο μοντέλο, βάσει μιας προκαθορισμένης τιμής (threshold).
 - ❑ Υπολόγισε το $w = \text{αριθμός inliers} / N$
 - ❑ Υπολόγισε τις επαναλήψεις_ $K = \log(1-P) / \log(1 - w^s)$
 - ❑ Αύξησε το δείγμα
- ❖ Υπολόγισε το βέλτιστο μοντέλο.
- ❖ Τερμάτισε

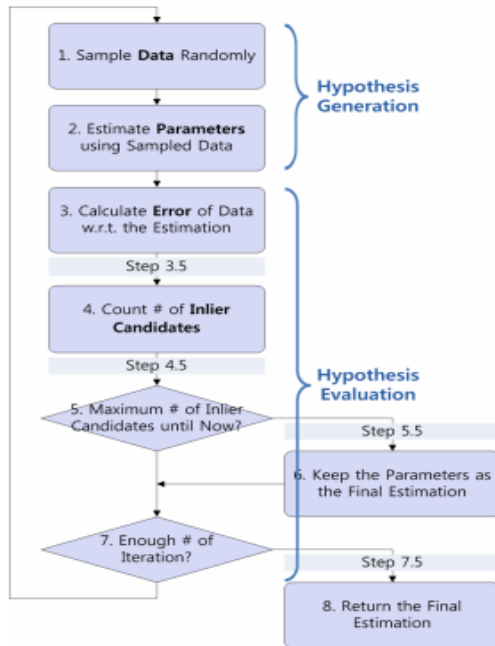


Figure 1: Flowchart of RANSAC

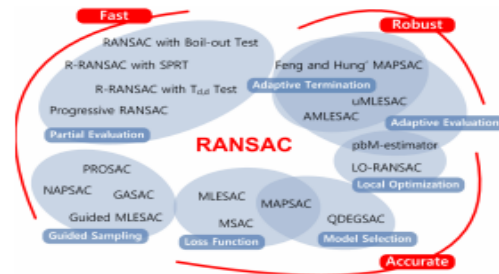


Figure 2: RANSAC Family

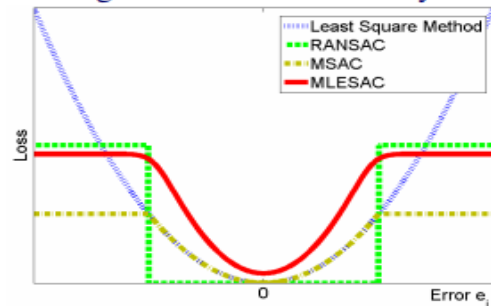


Figure 3: Loss Functions

Εικόνα 16: Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Ransac", Sunglok Choi, BMVC, 2009

Στο σημείο αυτό παρουσιάζονται τα αλγοριθμικά βήματα που συντελούν στην δημιουργία του αλγορίθμου Ransac. Έπειτα παρουσιάζεται και η πραγματοποίηση μιας σύγκρισης των μεθόδων Linear Regression και Ransac για την απόδειξη ότι για το πρόβλημά που εξετάζει η συγκεκριμένη διπλωματική η μέθοδος Ransac αποτελεί και την ιδανική.

Πρωτότυπο:

Given:

- data - a set of observed data points
- model - a model that can be fitted to data points
- n - the minimum number of data values required to fit the model
- k - the maximum number of iterations allowed in the algorithm
- t - a threshold value for determining when a data point fits a model
- d - the number of close data values required to assert that a model fits well to data

Return:

bestfit - model parameters which best fit the data (or nil if no good model is found)

```

iterations = 0
bestfit = nil
besterr = something really large
while iterations < k
  -maybeinliers = n randomly selected values from data
  -maybeinliers = model parameters fitted to maybeinliers
  -alsoinliers = empty set
  for every point in data not in maybeinliers
    if point fits maybeinliers with an error smaller than t
      add point to alsoinliers
    if the number of elements in alsoinliers is > d
      % this implies that we may have found a good model
      % now test how good it is
      bettermodel = model parameters fitted to all points in
maybeinliers and alsoinliers
      thiserr = a measure of how well model fits these points
      if thiserr < besterr
        bestfit = bettermodel
        besterr = thiserr
      increment iterations
return bestfit

```

** The algorithm flow is referenced from Wikipedia (<http://en.wikipedia.org/wiki/RANSAC>)*

Μεταφρασμένο

ΔΕΔΟΜΕΝΑ:

N= ένα σύνολο παρατηρούμενων δεδομένων σημείων

Μοντέλο= ένα μοντέλο που είναι προσαρμοσμένο σύμφωνα με τα δεδομένα σημεία

m= ο ελάχιστος αριθμός δεδομένων τιμών που απαιτούνται για να περιγραφεί το μοντέλο

r - ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων που επιτρέπονται στον αλγόριθμο
t - μία τιμή threshold που καθορίζει πότε τα δεδομένα σημεία προσαρμόζονται στο μοντέλο που επιλέχθηκε
d - ο αριθμός των απαιτούμενων τιμών δεδομένων που χρειάζονται για να εξασφαλιστεί η προσαρμογή των δεδομένων στο μοντέλο που επιλέχθηκε

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ:

bestfit - οι παράμετροι που περιγράφουν αποτελεσματικότερα τα δεδομένα (αλλιώς null αν δεν βρεθεί αρκετά καλό μοντέλο)

-K_επαναλήψεις = 0

-bestfit = null

-besterr = ∞ (τεράστιος αριθμός)

-while K_επαναλήψεις < r

-maybeinliers = m τυχαία επιλεγμένες τιμές από τα δεδομένα

-maybeinliers = παράμετροι του μοντέλου προσαρμοσμένοι στο μοντέλο

-alsoinliers = κενό σύνολο δεδομένων

-for κάθε σημείο των δεδομένων not in maybeinliers

-if point fits maybeinliers με ένα σφάλμα μικρότερο του t:

-πρόσθεσε σημείο στο alsoinliers

-if ο αριθμός δεδομένων στο alsoinliers είναι > d

%αυτό σημαίνει ότι πιθανά βρέθηκε ένα ισχυρό μοντέλο

%τώρα γίνεται δοκιμή του πόσο ικανό είναι το μοντέλο που βρέθηκε

-bettermodel = οι παράμετροι του μοντέλου που είναι προσαρμοσμένοι σε όλα τα σημεία μέσα στα maybeinliers and alsoinliers

-thiserr = ένα μέτρο υπολογισμού του πόσο καλά προσαρμόζεται το μοντέλο στα σημεία αυτά

-if thiserr < besterr

-bestfit = bettermodel

-besterr = thiserr

-αύξηση αριθμού επαναλήψεων K_επαναλήψεις

-return bestfit

3.6.7. Σύγκριση Linear Μεθόδου με Ransac

```
import numpy as np

from matplotlib import pyplot as plt

from sklearn import linear_model, datasets

n_samples = 1000
n_outliers = 50

X, y, coef = datasets.make_regression(n_samples=n_samples, n_features=1,
                                     n_informative=1, noise=10,
                                     coef=True, random_state=0)

# Add outlier data
np.random.seed(0)
X[:n_outliers] = 3 + 0.5 * np.random.normal(size=(n_outliers, 1))
y[:n_outliers] = -3 + 10 * np.random.normal(size=n_outliers)

# Fit line using all data
lr = linear_model.LinearRegression()
lr.fit(X, y)

# Robustly fit linear model with RANSAC algorithm
ransac = linear_model.RANSACRegressor()
ransac.fit(X, y)
inlier_mask = ransac.inlier_mask_
outlier_mask = np.logical_not(inlier_mask)
```

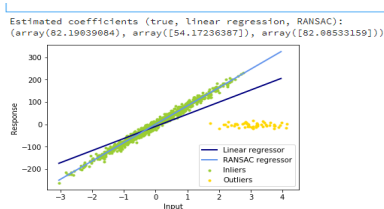
```

# Predict data of estimated models
line_X = np.arange(X.min(), X.max())[:, np.newaxis]
line_y = lr.predict(line_X)
line_y_ransac = ransac.predict(line_X)

# Compare estimated coefficients
print("Estimated coefficients (true, linear regression, RANSAC):")
print(coef, lr.coef_, ransac.estimator_.coef_)

lw = 2
plt.scatter(X[inlier_mask], y[inlier_mask], color='yellowgreen', marker='.',
            label='Inliers')
plt.scatter(X[outlier_mask], y[outlier_mask], color='gold', marker='.',
            label='Outliers')
plt.plot(line_X, line_y, color='navy', linewidth=lw, label='Linear regressor')
plt.plot(line_X, line_y_ransac, color='cornflowerblue', linewidth=lw,
            label='RANSAC regressor')
plt.legend(loc='lower right')
plt.xlabel("Input")
plt.ylabel("Response")
plt.show()

```



In []:

In []:

Εικόνα 16 α Σύγκριση Linear μεθόδου με Ransac

Το πόσο καλά προσαρμόζεται το μοντέλο παλινδρόμησης (regression model) με τη μέθοδο που χρησιμοποιείται προσδιορίζεται με το συντελεστή προσδιορισμού R^2 . Έτσι δηλώνεται ποια ποσότητα μεταβολής στο y μπορεί να εξηγηθεί από την εξάρτηση από το x χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο μοντέλο παλινδρόμησης. Μεγαλύτερο R^2 δείχνει μια καλύτερη προσαρμογή και σημαίνει ότι το μοντέλο μπορεί να εξηγήσει καλύτερα την μεταβολή της εξόδου με διαφορετικές εισόδους.

Η τιμή $R^2 = 1$ αντιστοιχεί σε $SSR = 0$, δηλαδή στην τέλεια εφαρμογή, δεδομένου ότι οι τιμές των προβλεπόμενων και των πραγματικών απαντήσεων ταιριάζουν απόλυτα μεταξύ τους.

Για την αιτιολόγηση της χρήσης του αλγορίθμου RANSAC στην επίλυση του προβλήματος της διπλωματικής αυτής εργασίας έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιώντας το σύννηθες χρησιμοποιούμενο μοντέλο του Linear Regression με το μοντέλο που προκύπτει από το RANSAC με χρήση αλγορίθμου στην Python . Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 σε ένα παράδειγμα από που επιλύθηκε έχει μεγαλύτερη τιμή στο μοντέλο του Ransac, άρα προσαρμόζεται και καλύτερα στην ευθεία που προσδιορίζεται. (η επίλυση στην άσκηση)

Πηγές: [Robust linear model estimation using RANSAC — scikit-learn 0.22.2 documentation](#)

Και (<https://realpython.com/linear-regression-in-python/>, Implementing Linear Regression in Python)

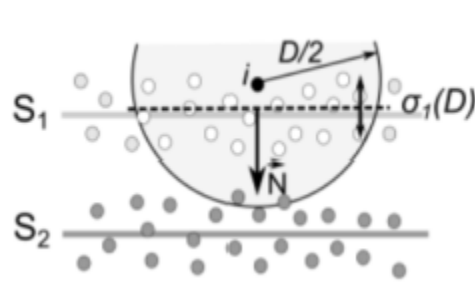
3.6.8. Αλγόριθμος M3C2 όπως χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα CloudCompare

Γενικότερα, όσον αφορά στη σύγκριση μεταξύ δύο νεφών τρισδιάστατων αντικειμένων, η βέλτιστη μέθοδος εξαγωγής των αποτελεσμάτων της σύγκρισης παράγεται μέσω του αλγορίθμου M3C2 (multiscale Model to Model Cloud Comparison, Barnhart et al, 2013). Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος συνδυάζει δύο μοναδικά χαρακτηριστικά:

- Λειτουργεί απευθείας πάνω στα νέφη σημείων χωρίς να είναι απαραίτητη η δημιουργία επιφάνειας στα μοντέλα
- Υπολογίζει την μέση απόσταση μεταξύ δύο νεφών σημείων κατά μήκος τον προσανατολισμό της επιφάνειας των ακμών, εντοπίζοντας τους διαφορετικούς προσανατολισμούς κάθε επιφάνειας.

- Για κάθε μέτρηση αποστάσεων εκτιμάται ένα επίπεδο εμπιστοσύνης, ανάλογα με την τραχύτητα του νέφους σημείων και του σφάλμα προσδιορισμού.

Πιο συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος M3C2 λειτουργεί μετρώντας σημειακές αποστάσεις μεταξύ δύο νεφών σημείων εξαρτώμενος από δύο παραμέτρους ορισμένες από το χρήστη: D (normal scale) και d (projection scale). Στην προκειμένη περίπτωση χρήσης του, υπολογίζονται τα διανύσματα των επιφανειών που εξετάζονται στις τρεις διαστάσεις του χώρου. Για κάθε σημείο (i) του νέφους σημείων υπολογίζεται το διάνυσμα (N) που προσαρμόζεται σε ακτίνα μήκους $\frac{D}{2}$. Η τυπική απόκλιση των αποστάσεων μεταξύ των γειτονικών σημείων που περιγράφουν καλύτερα το επίπεδο καταγράφεται και χρησιμοποιείται ως μέτρο προσδιορισμού της τραχύτητας $\sigma_1(D)$ στην κλίμακα ακτίνας (i)



Εικόνα 17 : Παρουσίαση λειτουργίας M3C2 αλγορίθμου

I V. Μεθοδολογία και Υλοποίηση Αλγορίθμου

Για την συγκεκριμένη διπλωματική η μέθοδος προσέγγισης που χρησιμοποιήθηκε είναι παρόμοια του επαγωγικού συλλογισμού. Συγκεκριμένα, μελετήθηκαν, αρχικά, απλές περιπτώσεις και δεδομένα του προβλήματος, θεωρήθηκαν αρκετά στοιχεία γνωστά (ειδικό) και μοιράστηκε το ολικό πρόβλημα που μελετάται σε επιμέρους τμήματα ώστε, όταν συνδεθούν, να επιλυθεί επαρκώς (γενικό) το πρόβλημα.

Αφού εξασφαλίστηκε ότι η προσομοίωση του προβλήματος είναι λειτουργική, προγραμματίστηκαν τα βήματα για την εφαρμογή του αλγορίθμου στα πραγματικά στοιχεία, αποτέλεσμα των εργασιών στο ναό της Δήμητρας στη Νάξο. Με τις πραγματοποιηθείσες εργασίες στο ναό παρήχθησαν το τρισδιάστατο μοντέλο εδάφους του ναού της Δήμητρας και οι συντεταγμένες του νέφους σημείων (Στεφάνου 2017, Γιαννακούλα 2018).

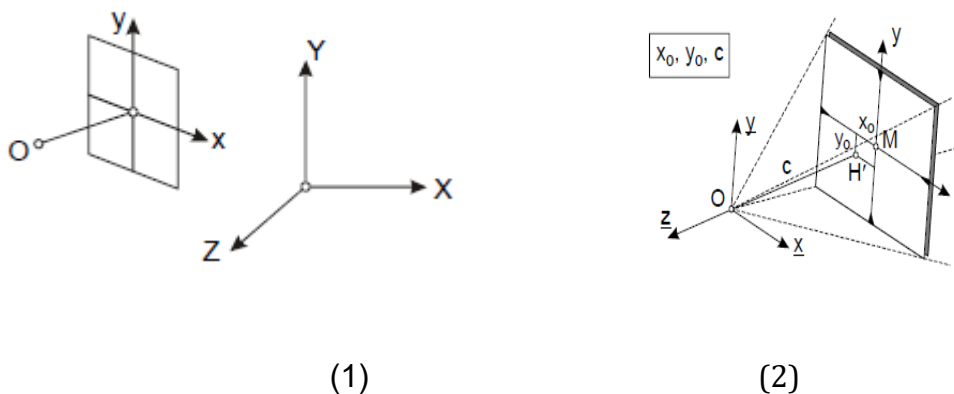
4.1. Αρχικές υποθέσεις για την προσομοίωση του προβλήματος

Αρχικά, για την δημιουργία ενός πρότυπου προβλήματος προγραμματίστηκε η ύπαρξη μιας κατακόρυφης ακμής τριάντα σημείων ενός αντικειμένου στο χώρο. Συγκεκριμένα για τα σημεία αυτά της ακμής, οι γεωδαιτικές συντεταγμένες X, Y παραμένουν σταθερές και μεταβάλλεται το ύψος Z . Για να μελετηθούν επαρκώς η θέση της ζητούμενης ακμής στο χώρο, όσο και στην εικόνα, θεωρήθηκε πως είναι, επίσης, γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού αλλά και εξωτερικού προσανατολισμού τη στιγμή της λήψης της εικόνας. Προσδιορίστηκαν, με την εφαρμογή της συνθήκης συγγραμμικότητας οι εικονοσυντεταγμένες των σημείων της ακμής αυτής. Αργότερα, όταν ο αλγόριθμος αποδείχθηκε λειτουργικός, η ακμή των τριάντα σημείων αντικαταστάθηκε με ένα πυκνό νέφος χιλίων σημείων επίπλαστο και τυχαίο γύρω από την ζητούμενη ακμή. Στο νέφος αυτό επιλέχθηκαν με δοκιμές, άλλοτε τα διακόσια πενήντα, τα πεντακόσια ή τα οκτακόσια σημεία να ανήκουν στην ζητούμενη ακμή του χώρου από τα συνολικά χίλια σημεία που προγραμματίστηκαν. Έτσι, γίνεται πιο εύκολα αντιληπτή η επιτυχής -ή μη- εφαρμογή του αλγορίθμου σε περισσότερο πολύπλοκα δεδομένα.

Αυτές οι υποθέσεις, δύνανται να δώσουν πληροφορίες για τα σχηματιζόμενα επίπεδα:

- ❖ Το επίπεδο στο σύστημα της εικόνας, μεταξύ εικονοσυντεταγμένων της ακμής προς εντοπισμό με το προβολικό κέντρο της εικόνας και
- ❖ Το επίπεδο στο σύστημα του χώρου, μεταξύ γεωδαιτικών συντεταγμένων της λεγόμενης ακμής στο χώρο με το σημείο λήψης.

Αξίζει να αναφερθεί, πως η γνώση του εσωτερικού προσανατολισμού επιτρέπει την πιστή γεωμετρική ανακατασκευή της δέσμης των προβολικών ακτίνων, η οποία βέβαια θα πρέπει στη συνέχεια να ενταχθεί στο σύστημα του χώρου, δηλαδή το γεωδαιτικό σύστημα.



Εικόνα 18: Συστήματα συντεταγμένων σε επίγεια λήψη (1), βασικές παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού (2).

Τα στοιχεία του εσωτερικού συνήθως προσδιορίζονται με βαθμονόμηση της φωτογραφικής μηχανής. Προς το παρόν, οι βασικές παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού που ορίζουν την δέσμη δίνονται και είναι οι εξής τρεις:

- Οι δύο εικονοσυντεταγμένες x_0, y_0 του πρωτεύοντος σημείου, θεωρήθηκαν (0, 0) και
- η σταθερά c της μηχανής. Εν προκειμένω θεωρείται φακός 50 mm.

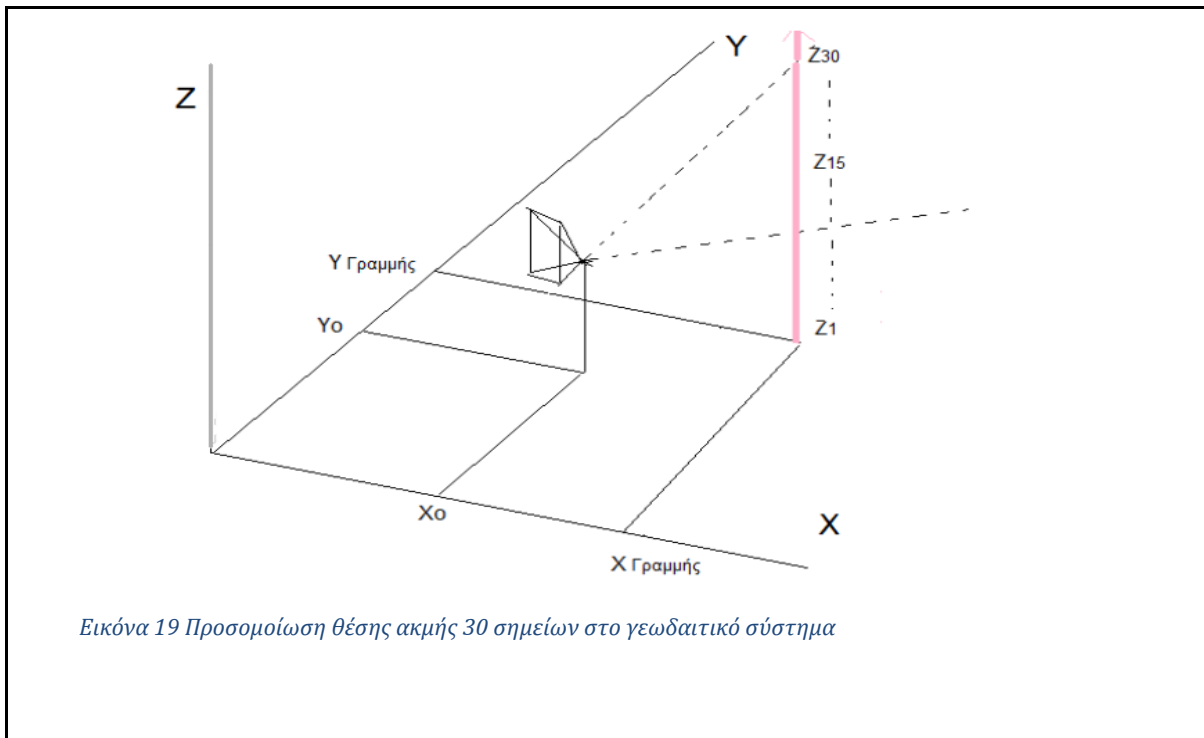
Η αποκατεστημένες ακτίνες συνιστούν στην πραγματικότητα ένα στερεό σώμα, η δέσμη των ακτίνων, επομένως υπόκειται στους 6 βαθμούς ελευθερίας ενός στερεού σώματος. Γνωστός εξωτερικός προσανατολισμός σημαίνει ότι έχει αποκατασταθεί τόσο η θέση των ακτίνων στον χώρο (με τις τρεις πρώτες παραμέτρους), όσο και ο προσανατολισμός τους (με τις τρεις τελευταίες παραμέτρους).

- **τρεις μεταθέσεις** παράλληλες στους τρεις άξονες X, Y και Z. Οι τρεις γεωδαιτικές συντεταγμένες του σημείου λήψης, επιλέχθηκαν $[X_0, Y_0, Z_0] = [100.0, 106.0, 109.0]$ m, που ουσιαστικά ορίζουν τις τρεις ανωτέρω μεταθέσεις,
- και **τις τρεις στροφές** περί τους άξονες – στροφή ω περί τον X, στροφή φ περί τον Y, στροφή κ περί τον Z – που ορίζουν την διεύθυνση του άξονα λήψης. Με τις στροφές αυτές συντάσσεται ο πίνακας στροφών R, ενώ επιλέχθηκαν, αυθαίρετα και προς χάριν της προσομοίωσης, οι τιμές $\omega=80^\circ$, $\varphi=5^\circ$, $\kappa=30^\circ$.

Με τον ορισμό ενός τέτοιου πίνακα στροφής προγραμματίζεται ο προσδιορισμός μιας επίγειας λήψης, ως περίπτωση για την προσομοίωση. Βέβαια, ο αλγόριθμος είναι προγραμματισμένος να λειτουργεί σε κάθε είδους λήψεις, όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2. Για αυτό και στην παραγωγή ακμής των χιλίων σημείων εξετάστηκε η περίπτωση αεροφωτογράφισης, με πίνακα στροφής $\omega=5^\circ$, $\varphi=4^\circ$, $\kappa=10^\circ$ για την ίδια ακμή.

Η κατακόρυφη ακμή τριάντα σημείων ενός αντικειμένου στο χώρο που προγραμματίστηκε έχει συντεταγμένες $X=106$ m, $Y=115$ m σταθερά και Z με ελάχιστη τιμή 104.8 m και μέγιστη 113.5 m. Μέση τιμή είναι το 109 όσο και το Z_0 του σημείου λήψης, με σκοπό τα σημεία της εικόνας να έχουν τόσο θετικές όσο και αρνητικές συντεταγμένες στις εικονοσυντεταγμένων τους (στην y τετμημένη στην εικόνα).

Έτσι, μέσω της σχέσης συγγραμμικότητας είναι δυνατό να υπολογιστεί η θέση-απεικόνιση της ακμής στην εικόνα και να είναι πλέον διαθέσιμα τα στοιχεία της ακμής, τόσο στον χώρο, όσο και στην εικόνα.



4.2. Γενικά αλγοριθμικά βήματα που προγραμματίστηκαν

Γενικά, η εργασία αυτή συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα για τα οποία αναπτύχθηκε ο αλγόριθμος, ώστε να τα ικανοποιεί. Η γενική λειτουργία του προγράμματος παρουσιάζεται παρακάτω:

1. Μια εικόνα προστίθεται στον αλγόριθμο με την εντολή "load image".
2. Γίνεται επιλογή μιας ακμής πάνω στην εικόνα, με επιλογή δύο σημείων χειροκίνητα από τον χρήστη.
3. Η επιλεγμένη ακμή προσδιορίζεται με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων με την καλύτερη δυνατή ακρίβεια.

4. Πραγματοποιείται στροφή και μετάθεση στις εικονοσυντεταγμένες της εικόνας κατά ω , φ , κ και X_0 , Y_0 , Z_0 αντίστοιχα, όπως υποδεικνύει ο εξωτερικός προσανατολισμός της εικόνας. Σκοπός είναι ο μετασχηματισμός όλων των εικονοσυντεταγμένων, μαζί και της ακμής, σε συντεταγμένες του συστήματος αναφοράς του χώρου και η ταύτιση του πρωτεύοντος σημείου με το σημείο λήψης στο χώρο.
5. Τα μετασχηματισμένα σημεία του προηγούμενου βήματος, καθώς και οι συντεταγμένες του νέφους σημείων στο χώρο αναφέρονται σε ένα κοινό σύστημα συντεταγμένων, αυτό του χώρου. Στο σύστημα αυτό τα επίπεδα που σχηματίζουν οι ακμές στον χώρο και στην μετασχηματισμένη από την εικόνα ακμή ταυτίζονται.
6. Εφαρμογή του αλγορίθμου Ransac με μικρό *threshold* για την εξασφάλιση της προσαρμογής με μεγάλη ακρίβεια της μετασχηματιζόμενης, πλέον 3D, ακμής στα δεδομένα.
7. Υπολογισμός των παραμέτρων του επιπέδου που ορίζεται από 2 σημεία της επιλεγμένης ακμής στο ψευδο-σύστημα και του σημείου λήψης (X_0, Y_0, Z_0).
8. Διερεύνηση μέσα στο νέφος σημείων για την επιλογή σημείων πάνω ή κοντά στο επίπεδο που ορίστηκε:
 - 8.1. Υπολογισμός απόστασης των σημείων του νέφους από το επίπεδο.
 - 8.2. Όσα σημεία έχουν απόσταση μικρότερη από μία ορισμένη τιμή-κατώφλι (*threshold*) θεωρούνται *inliers* του επιπέδου, ενώ όσα όχι, απορρίπτονται (*outliers*).
9. Εύρεση πίνακα δεδομένων με όλα τα *inliers* σημεία του νέφους που σχηματίζουν την αντίστοιχη ζητούμενη ακμή στο γεωδαιτικό χώρο.
10. Απόρριψη των *outliers* σημείων από το νέφος και επανάληψη διαδικασίας Ransac για την απόρριψη τυχόν θορύβου στον πίνακα των *inliers* που προστέθηκε στο τελικό προϊόν, από παράλληλες ακμές στη ζητούμενη, μέσα στο νέφος σημείων του χώρου. Η εφαρμογή των παραπάνω αλγοριθμικών βημάτων προσαρμόστηκε στις περιπτώσεις των προσομοιώσεων που αναπτύχθηκαν και τέλος, στην πρακτική εφαρμογή στο ναό της Δήμητρας.

Η προσομοίωση της ακμής τριάντα σημείων (Εικόνα 19) χρησιμοποιήθηκε κυρίως για την επιβεβαίωση της επιτυχίας της διαδικασίας μετασχηματισμού της ακμής της εικόνας στο σύστημα του χώρου. Η διαδικασία αυτή αναφέρεται στο τέταρτο και πέμπτο αλγοριθμικό βήμα. Έπειτα, ελέγχεται η εγκυρότητα της διαδικασίας που ακολουθείται, για την εξασφάλιση της ενιαίας ισχύος της επίλυσης στις διαφορετικές εφαρμογές που αναπτύσσονται.

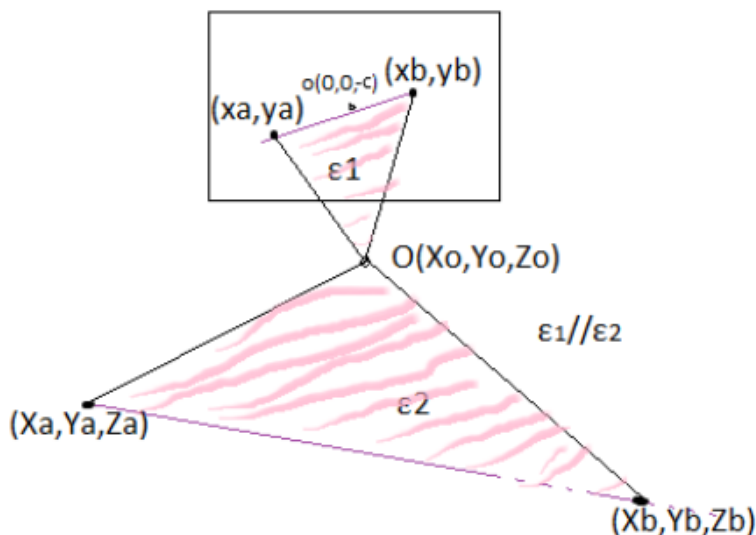
4.3. Εκτίμηση αποτελεσμάτων της διαδικασίας μετασχηματισμού και υπολογισμός παραμέτρων των σχηματισμένων επιπέδων

Αρχικά, αναζητείται η ύπαρξη ενός τρόπου σύνδεσης των επιπέδων που δημιουργούν οι συντεταγμένες των ακμών. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2 (παράγραφος μετασχηματισμού συντεταγμένων) μέχρι τώρα, δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί κάποιος συσχετισμός μεταξύ των συστημάτων του χώρου και της εικόνας, γιατί ανήκουν σε διαφορετικά και ασύμβατα τρισδιάστατα συστήματα. Αντίθετα, προς το παρόν υπάρχουν 2 συστήματα αναφοράς, δημιουργώντας δύο διαφορετικά επίπεδα, τα οποία είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους. Για να συγκριθούν μεταξύ τους είναι αναγκαίο να μετασχηματιστούν οι συντεταγμένες σε ένα κοινό σύστημα αναφοράς με τις μαθηματικές σχέσεις του κεφαλαίου 2, σχέση 1.13.

Για την επίλυση του προβλήματος αυτού, πραγματοποιείται η αναγωγή των συντεταγμένων μέσα στη φωτογραφία, ώστε να βρίσκονται στο ίδιο σύστημα αναφοράς με τα σημεία του χώρου. Η διαδικασία του αναφερόμενου μετασχηματισμού στερεού σώματος καθιστά δυνατή τη σύνδεση των διανυσμάτων της εικόνας με εκείνα του χώρου, δηλαδή συνδέονται οι εικονοσυντεταγμένες (x,y) με τις γεωδαιτικές (X,Y,Z) της ευθείας που επιλέχθηκε. Πλέον μπορούν να εμφανίζονται σε κοινό σύστημα, τόσο οι παρατηρήσεις της εικόνας, όσο και οι γεωδαιτικές συντεταγμένες και να μελετούνται μετασχηματισμένα τα δεδομένα στο σύστημα αυτό. Αποτέλεσμα είναι η δημιουργία ενός κοινού επιπέδου, που συνδέει τον γεωδαιτικό χώρο και την εικόνα, διευκολύνοντας τις εργασίες της διπλωματικής.

Ο μετασχηματισμός αναλύεται στις διαδικασίες της **μετάθεσης και της στροφής** των συντεταγμένων ως προς το σύστημα του χώρου, όπως υποδεικνύει η σχέση 1.16 του δεύτερου κεφαλαίου. Εφαρμόζεται στις εικονοσυντεταγμένες η μετάθεση της αρχής αξόνων στο σημείο λήψης του χώρου και στροφή των τριών αξόνων όσο υποδηλώνει η επίλυση του εξωτερικού προσανατολισμού της εικόνας αναφοράς. Για τη διαδικασία αυτή, χρησιμοποιείται ο ανάστροφος πίνακας R στροφών των x,y,z αξόνων κατά γωνίες ω, φ, κ αντίστοιχα, κεφ. 2, σχέση 1.15.

Αξίζει να αναφερθεί, πως ο αλγόριθμος καταφέρνει να συνδέσει τις εικονοσυντεταγμένες με εκείνες του χώρου, χωρίς να είναι απαραίτητη η εφαρμογή της σχέσης συγγραμμικότητας για την επίτευξη του ζητούμενου συσχετισμού. Η καινοτομία στη διαδικασία αυτή συνίσταται στο γεγονός ότι δεν είναι απαραίτητη, πλέον, η ύπαρξη, παρά ελάχιστων στοιχείων, για να ανιχνευθεί μια ακμή μέσα στο νέφος σημείων. Στην εφαρμογή του αλγορίθμου σε πραγματικές συνθήκες δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία για να εφαρμοστεί η σχέση συγγραμμικότητας, καθώς αναζητούνται οι συντεταγμένες του χώρου χωρίς τη γνώση της κλίμακας μεταξύ της θέσης της φωτογραφικής μηχανής και του αντικειμένου που απεικονίζεται στις εικόνες της. Η αναζήτηση γίνεται με τη βοήθεια μοναχά του μετασχηματισμού στερεού σώματος, χωρίς ανάπλαση στο μέγεθος του αντικειμένου (κλίμακα). Με τη βοήθεια της Προβολικής και Αναλυτικής Γεωμετρίας, δηλαδή, δίνεται λύση στη δυσκολία με την οποία έρχονται αντιμέτωποι οι μηχανικοί σε πολλές φωτογραμμετρικές εφαρμογές, στις οποίες ζητείται να είναι γνωστές εκ των προτέρων οι συντεταγμένες του χώρου, ή η αποκατάσταση της κλίμακας μεταξύ των δύο συστημάτων αναφοράς.



Εικόνα 20 : Το κοινό επίπεδο της ακμής της εικόνας με την ακμή στον χώρο

Αφού μετά τον μετασχηματισμό το προβολικό κέντρο της εικόνας και το σημείο λήψης του χώρου ταυτίζονται, τα επίπεδα που συγκρίνονται είναι αυτά που σχηματίζουν οι ακμές με το σημείο λήψης X_o, Y_o, Z_o . Συγκεκριμένα, η σύγκριση πραγματοποιείται ανάμεσα στα δύο επίπεδα που σχηματίζει η ακμή στον χώρο με το σημείο λήψης και η ακμή μετά τον μετασχηματισμό των εικονοσυντεταγμένων της αντίστοιχης ακμής με το σημείο λήψης. Για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων με την παραπάνω σχέση, είναι αναγκαίο να υπολογιστούν οι παράμετροι A, B, Γ, Δ των 2 επιπέδων. Για την εύρεση

των παραμέτρων των επιπέδων, που αναφέρονται, απαιτούνται τρία χαρακτηριστικά σημεία του καθενός επιπέδου, μη συνευθειακά. Το σημείο λήψης αποτελεί το ένα από τα τρία αναγκαία σημεία, που είναι κοινό στα δύο επίπεδα και γνωστό λόγω εξωτερικού προσανατολισμού. Τα άλλα δύο ανήκουν στις ακμές που ερευνώνται. Για την ακμή της εικόνας, επιλέχθηκε το πρώτο σημείο και το τελευταίο που την περιγράφει, το ίδιο και για τις συντεταγμένες του χώρου που δημιουργήθηκαν στην προσομοίωση.

Η απόδειξη της παραλληλίας, αλλά και ταύτισης των επιπέδων επιτυγχάνεται, αν η ακμή του χώρου και η ακμή των συντεταγμένων μετά τον μετασχηματισμό, είναι δύο ευθείες παράλληλες και συνεπίπεδες που σχεδόν ταυτίζονται. Δηλαδή, πρέπει να ισχύει η σχέση (1.8.ii) του κεφαλαίου 2. Το ιδανικό σενάριο είναι να ταυτίζονται πλήρως τα δύο επίπεδα του χώρου και του μετασχηματισμού, για να θεωρούνται ως

ένα σύστημα αναφοράς και οι λόγοι $\frac{A1}{A2} = \frac{B1}{B2} = \frac{C1}{C2} = \frac{D1}{D2}$, να είναι ίσοι με έναν καθαρό

αριθμό k . Αν τα δύο επίπεδα ήταν απλώς παράλληλα, $\frac{D1}{D2} \neq 1$, τότε θα ήταν κατά έναν k αριθμό παράλληλα τα επίπεδα, αλλά δε θα ταυτίζονται πλήρως, γεγονός που δεν αποτελεί ικανή συνθήκη για να λειτουργήσει ο αλγόριθμος.

Έτσι, στην προσομοίωση μιας ακμής 30 σημείων κατακόρυφων στο έδαφος με Z (ύψος) διαφορετικό και X, Y συντεταγμένες σταθερές, οι $A1, B1, \Gamma 1, \Delta 1$ εμφανίζονται στην εικόνα 21, στην πρώτη γραμμή με τη σειρά οι αντίστοιχες παράμετροι. Οι παράμετροι του μετασχηματισμένου επιπέδου είναι στην επόμενη σειρά της εικόνας 21.

	0	1	2	3
0	8.7000000	-0.0000000	0.0000000	-130.5000000
1	0.0000625	-0.0000000	0.0000000	-0.0009382

Εικόνα 21: "Ο πίνακας των A, B, Γ, Δ παραμέτρων για τα εξεταζόμενα επίπεδα"

Οι λόγοι κάθε στήλης είναι σταθεροί, ίσοι με $hh=139098.673797$, όπως φαίνεται στην εικόνα 22. Η περίπτωση κατακόρυφης ακμής, αποτελεί ειδική περίπτωση επιπέδου, δεν υπάρχουν οι παράμετροι B, Γ στα επίπεδα. Δεν αποτελεί, όμως, λόγο ανησυχίας, γιατί σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση ακμής με διαφορετική κλίση, που μπορούν να υπάρξουν όλες οι παράμετροι επιπέδων, ελέγχθηκε και ισχύει ο περιορισμός (1.8.ii).

hh

	0	1	2	3
0	139098.674	0.000	0.000	139098.674

Εικόνα 22 : Ο πίνακας των λόγων των A, B, Γ, Δ παραμέτρων μεταξύ τους για τα εξεταζόμενα επίπεδα

Ο καθαρός αριθμός στον hh πίνακα, δηλώνει την σχέση των επιπέδων, πόσες φορές μεγαλύτερο είναι το επίπεδο του χώρου ως προς τις μετασχηματισμένες συντεταγμένες, δεν έχει, βέβαια, φυσική σημασία καθορισμένη και δεν χρησιμοποιείται ως δεδομένο εν προκειμένω, γιατί, στα πραγματικά δεδομένα της εφαρμογής, αυτό το στοιχείο δεν μπορεί να υπολογιστεί. Συγκεκριμένα, δεν μπορεί να είναι γνωστές εκ των προτέρων οι θέσεις των σημείων του χώρου, αντίθετα αυτό είναι το ζητούμενο. Άρα και η σχέση μεταξύ των επιπέδων και ο λόγος λ στην πραγματικότητα είναι άγνωστος.

Κατόπιν των παραπάνω, είναι σίγουρη πλέον η επιτυχία της διαδικασίας μετασχηματισμού και η ταύτιση των επιπέδων σε ένα κοινό σύστημα, όπως αποδείχθηκε με την εφαρμογή της προσομοίωσης του προβλήματος. Αν, μάλιστα, αντικατασταθούν στο επίπεδο του χώρου οι συντεταγμένες της ακμής αυτές το ικανοποιούν χωρίς σφάλμα, όπως ακριβώς είναι επιθυμητό (πρόταση (1.3) του δεύτερου κεφαλαίου).

4.4. Προσομοίωση προβλήματος- Τεχνητό νέφος χιλίων σημείων

Στην προσομοίωση δημιουργήθηκε ένα νέφος χιλίων σημείων, με τυχαίο τρόπο, με την προϋπόθεση να υπάρχουν σε κοντινή απόσταση εκατοστών και χιλιοστών εκατοντάδες σημεία γύρω από μία ακμή, που θα συνθέσουν ένα πυκνό νέφος σημείων γύρω από μία ζητούμενη ακμή. Το νέφος προγραμματίστηκε με τη βοήθεια των random λειτουργιών στη βιβλιοθήκη numpy να διαθέτει σφάλμα γύρω από τη γραμμή που ζητείται από κάτι χιλιοστά έως δέκατα του μέτρου, ώστε να υπάρχει αρκετός θόρυβος γύρω από την ακμή που αναπτύσσεται. Αξίζει να αναφερθεί, ότι κάθε φορά που ο αλγόριθμος τρέχει, παράγονται νέα τυχαία σημεία ανταποκρινόμενα στους παραπάνω περιορισμούς.

Η ακμή υπολογίζεται με μέθοδο Ransac τρισδιάστατων δεδομένων μέσα στο νέφος και υπολογίζονται πόσα είναι τα inliers, δηλαδή τα σημεία που αποτελούν την ακμή. Για την ίδια ακμή είναι γνωστά, επίσης και τα στοιχεία της ακμής, δηλαδή οι εικονοσυντεταγμένες των σημείων της, επάνω στην εικόνα μέσω της σχέσης συγγραμμικότητας. Ελέγχονται ξανά οι μετασχηματισμένες συντεταγμένες, με τις εικονοσυντεταγμένες της ακμής των inliers του νέφους χιλίων σημείων, για την απόδειξη της ταύτισης των επιπέδων. Πραγματικά τα δύο επίπεδα ταυτίζονται.

Τα βήματα προγραμματιστικά είναι:

```
#####  
# dhmioyrgia pinaka POINT CLOUD 1000 simeiw  
P=np.zeros((1000,3))  
x=15.0  
y=4.0  
z=25.0  
b=1000  
P=start_points1(x,y,z,b)
```

Εικόνα 23 α Αλγοριθμικά βήματα

Ενώ καλούνται οι συναρτήσεις:

```
def start_points1(x,y,z,b):  
  
    # fwtografizw se mia thesi sto xwro apo to antikeimeno: (15,4,25)  
    ##### epigeiow sistimatos sint/nes gia A=pinA(15,25,4) ( den xrisimopoiithike)  
    azer = np.zeros((b,3))  
    for i in range(3):  
        if i==0:  
            azer[:, i] = x  
  
        elif i==1:  
            azer[:, i] = y  
  
        elif i==2:  
            for item in range(b):  
                #ousiastika ta z anaferontai sta diaforetika yyi sto xwro  
                azer[item, i]=z  
                z=z+0.03  
  
    return azer
```

```

def make_noise(b,P_c):
    noise = np.random.normal(size=P_c.shape)
    noise=noise*0.1
    print (noise)
    for i in range (b-1):
        if divmod(i,20)[1]==0:
            noise[i,:]=0

        elif divmod(i,25)[1]==0:
            noise[i,:]=noise[i,:]*10**-2

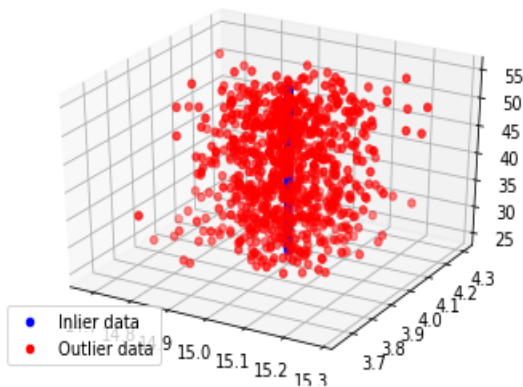
        elif divmod(i,5)[1]==0:
            noise[i,:]=noise[i,:]*10**-5

        elif divmod(i,10)[1]==0:
            noise[i,:]=noise[i,:]*20

    P_c=np.add(P_c,noise)
    return P_c

```

Εικόνα 23 b Αλγοριθμικά βήματα



3D απεικόνισι του επιπλαστου point cloud, inliers γραμμis ΧWROU
 ta inliers einai: 194

Τα inliers σημεία που ανήκουν στη ζητούμενη ακμή παρουσιάζονται στην εικόνα 23c. Για την οπτικοποίηση και μόνο της πραγματοποιούμενης διαδικασίας εφαρμόστηκε ο Ransac, για να φανούν πόσα σημεία κάθε φορά θα θεωρούνται inliers, από τα χίλια σημεία του νέφους.

Εικόνα 23 c Απεικόνιση τεχνητού νέφους σημείων στο σύστημα αναφοράς του χώρου

Μετά από πολλές δοκιμές, αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθούν περίπου 200 inliers με threshold 0.0014 m, σύμφωνα με το οποίο δέχεται ως inliers τα σημεία . Αυτή η περίπτωση παρουσιάζεται παρακάτω.

Αυτή η απεικονιζόμενη μπλε γραμμή είναι και αυτή που ζητείται να βρεθεί με το πέρας του συγκεκριμένου προγράμματος, ενώ με κόκκινο χρώμα απεικονίζονται τα outliers σημεία τα οποία πρέπει να απορριφθούν από τη λύση του αλγορίθμου. Ο προγραμματισμός του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού της εικόνας φαίνεται παρακάτω (εικ. 23.d) και ο υπολογισμός των εικονοσυντεταγμένων των

σημείων του νέφους γίνεται με την εφαρμογή της σχέσης συγγραμμικότητας (πίνακας pim).

```

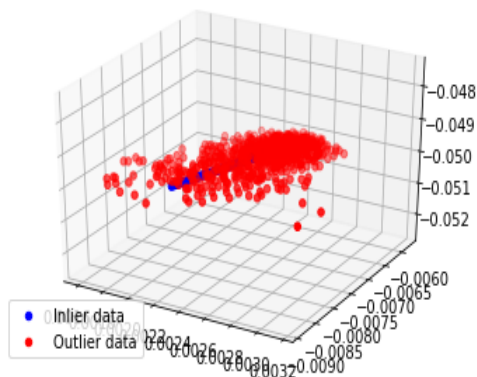
X0=15.0
Y0=3.0
Z0=10.0
O=np.array([[X0,Y0,Z0]]) #simeio prwteuon
c=0.050 # c fwtoγραφικis gia efarmogi eswterikou prosanatolismou
R=R_wfk(5.0,4.0,10.0) # pinakas R strofwn
pim=Upimage(P,c,X0,Y0,Z0,R) # efarmogi eswterikou eswterikou k paragwgi simeiwv pim tis eikonas.

```

Εικόνα 23 d Εφαρμογή εξωτερικού προσανατολισμού

Στον πίνακα pim περιέχονται οι θέσεις όλων των σημείων του επίπλαστου νέφους πάνω στην εικόνα 24 i . Η απεικόνιση τους και μόνο πάνω στην εικόνα είναι η εξής.

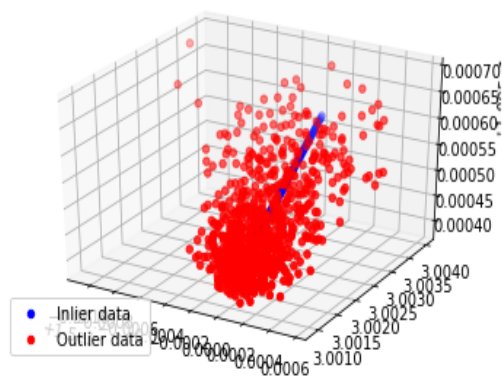
1: 3D απεικόνιση του pim pinaka, inliers-outliers akmis eikonas:



ta inliers einai: 197

Εικόνα 24 ii

2: 3D απεικόνιση του pim_θ pinaka metasximatismenou point cloud



ta inliers einai: 199

Εικόνα 24 i

Τα σημεία της (εικόνας 24 i) δέχονται τον μετασχηματισμό συντεταγμένων, όπως έχει ήδη αναλυθεί, για την εξασφάλιση της ύπαρξης ενός κοινού συστήματος αναφοράς, στο οποίο ανάγονται το νέφος σημείων στο χώρο και τα μετασχηματισμένα σημεία (Εικόνα 24 ii). Εφαρμόζοντας τον Ransac σε όλα τα στάδια των συντεταγμένων, στο νέφος σημείων, στο 2D σύστημα της εικόνας, και στις μετασχηματισμένες συντεταγμένες παρατηρείται πως ο μέγιστος αριθμός inliers, όπως ορίζει το επίπλαστο νέφος σημείων είναι 194 σημεία. Παρατηρείται βέβαια, παρόλο που η τιμή threshold ορίστηκε πολύ μικρότερη, από ότι ορίστηκε στο γεωδαιτικό χώρο, συγκεκριμένα ίση με $1.4 \cdot 10^{-6}m$, ο αριθμός των inliers στις εικόνες (24 i,ii) είναι μεγαλύτερος. Ακόμα μεγαλύτερος εμφανίζεται, μερικές φορές, ο αριθμός inliers μετά το μετασχηματισμό.

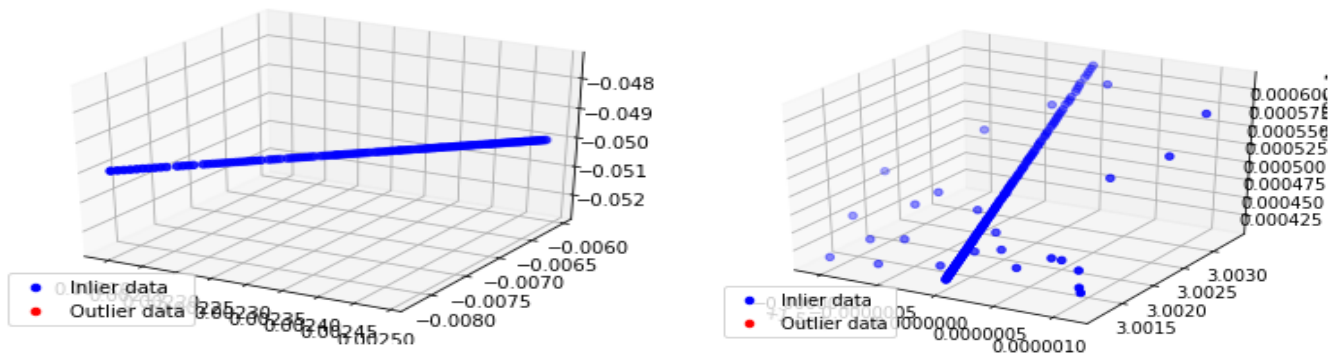
Σε μέγεθος νέφους πολλών χιλιάδων σημείων, αυτή η διαφορά μπορεί να είναι δραματικά μεγάλη και να επηρεάσει την επιτυχία του αλγορίθμου. Έτσι, λήφθηκε η απόφαση να εκτιμάται η βέλτιστη εξίσωση ακμής, όχι αφού μετασχηματιστεί, αλλά στην εικόνα.

Τα βήματα του μετασχηματισμού της ακμής περιγράφονται σε κώδικα στη Python με και παρουσιάζονται παρακάτω.

```
#efarmogi strofis sintetagmenwn pim kata w,f,k (exwterikou pros) kai metathesi sto X0Y0Z0:
# pim_theta=[ (X0,Y0,Z0)-(R^-1*pim^-1+)^-1]
R_1=np.linalg.inv(R)
pim_1=np.matrix.transpose(pim)
xyzp_1=np.zeros((3,1))
xyzp_1=np.dot(R_1,pim_1)
xyzp_1=(xyzp_1.T)
pim_theta=np.array(0+xyzp_1)
```

Εικόνα 24 iii Μετασχηματισμός συντεταγμένων της ακμής στην εικόνα

3D apeikonisi twv inliers tou pim akmis eikonas 3D apeikonisi twv inliers tou pim akmis eikonas, opws proballontai ston pim_theta pinaka:



Εικόνα 25 Εμφάνιση ακμής της εικόνας και εμφάνιση στο αποτέλεσμα του μετασχηματισμού συντεταγμένων της ακμής στην εικόνα

4.4.1. Εφαρμογή μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων

Επιλέγονται πάνω στην εικόνα το μέγιστο και το ελάχιστο σημείο της 2D ακμής που ανιχνεύεται, κατά την χ τεταγμένη για τα σημεία που ανήκουν στον πίνακα των inliers της εικόνας. Στα σημεία αυτά, εφαρμόζεται ο αλγόριθμος least squares που «έτρεξε» στο μοντέλο των εικονοσυντεταγμένων της ακμής μέσα στην εικόνα. Αποτέλεσμα του αλγορίθμου είναι οι παράμετροι της ευθείας α, β (για ευθεία $y = \alpha x + \beta$) για το μοντέλο. Σύμφωνα με τα δύο σημεία που αναφέρθηκαν, οι παράμετροι που περιγράφουν την

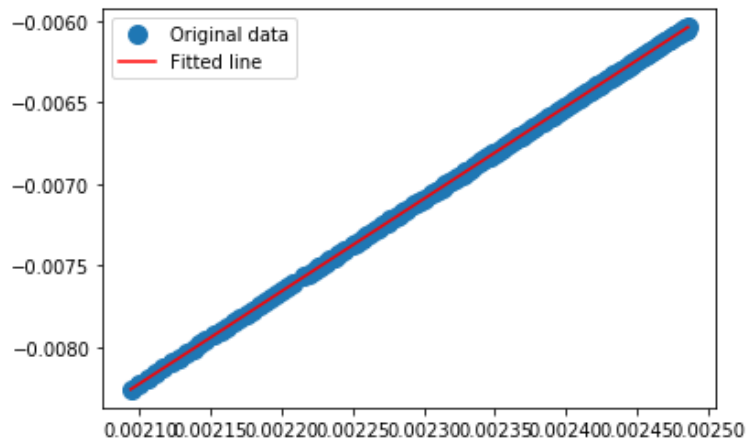
ακμή, προσαρμόζονται στα δεδομένα της ακμής με μία τάξη μεγέθους των $6.285887945982338 \cdot 10^{-8}$ μέτρων. Τόσο καλή ακρίβεια σχεδόν σημαίνει ότι προσαρμόζεται τέλεια στα δεδομένα.

```
#####
#Return the least-squares solution to a linear matrix equation (from pim matrix inliers).
#Fit a line,  $y = ax + b$ , through some noisy data-points:

def least_squares(inliers_P):
    y = inliers_P[:,1]
    x=inliers_P[:,0]
    #By examining the coefficients, we see that the line should have a gradient of roughly 1 and cut the y-axis at,
    #more or less, -1.
    #We can rewrite the line equation as  $y = Ap$ , where  $A = [[x \ 1]]$  and  $p = [[m], [c]]$ . Now use lstsq to solve for p:
    A= np.vstack([inliers_P[:,0], np.ones(len(inliers_P[:,0]))]).T
    a, l = np.linalg.lstsq(A, y, rcond=None)[0]
    line_par=np.array([a, l])

    _ = plt.plot(x, y, 'o', label='Original data', markersize=10)
    _ = plt.plot(x, a*x + l, 'r', label='Fitted line')
    _ = plt.legend()
    plt.show()
    # edw elegxos debug=[y-(ax-b)]==0 ?
    debug=(inliers_P[:,1].max()-line_par[0]*inliers_P[:,0].max()-line_par[1])
    print (debug)
    return line_par
#####
```

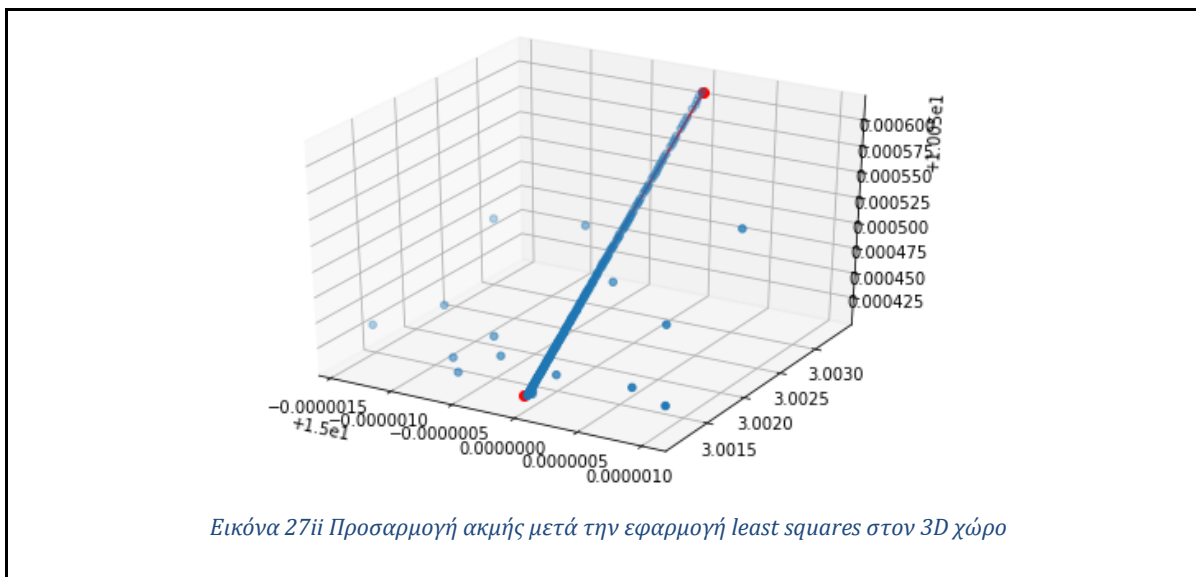
Εικόνα 26 παρουσίαση συνάρτησης least squares



Εικόνα 27 : Προσαρμογή ακμής με τη χρήση συνάρτησης least squares

Τα δύο, αυτά, μετασχηματισμένα σημεία με ακραίες τιμές, υποδεικνύουν τη θέση της ακμής και στο 3D χώρο για τα inliers στοιχεία της ακμής μετά τον μετασχηματισμό. Η

προσαρμογή της κόκκινης γραμμής από τα 2 σημεία φαίνεται στην (εικόνα 27 ii) και είναι αρκετά καλή.



Έχει εξασφαλιστεί, τελικά, ότι το επίπεδο που ορίζεται από τα δύο αυτά ακραία σημεία και το σημείο λήψης περιγράφεται με την καλύτερη δυνατή ακρίβεια. Οι παράμετροι A,B,Γ,Δ υπολογίζονται για το επίπεδο και πλέον είναι δυνατή η εκκίνηση της διερεύνησης μέσα στο νέφος σημείων για τα γεωδαιτικά σημεία που περιγράφουν την πραγματική θέση της ακμής στο χώρο.

4.4.2. Αναζήτηση γραμμής στην προσομοίωση του νέφους χιλίων σημείων

Γνωρίζοντας τις παραμέτρους A, B, Γ, Δ του επιπέδου που σχηματίζει η μετασχηματισμένη ακμή με το σημείο λήψης, μπορεί να πραγματοποιηθεί η αναζήτηση των σημείων του χώρου, που ικανοποιούν, δηλαδή ανήκουν σε αυτό το επίπεδο. Αυτό επιτυγχάνεται με τον έλεγχο μέσα στο νέφος του χώρου, σημείο προς σημείο, ώστε να προσδιοριστεί ποια από αυτά ανήκουν στο ζητούμενο επίπεδο. Για κάθε σημείο υπολογίζεται η απόστασή του από το επίπεδο που υπολογίστηκε, μέσω της σχέσης (1.12) του δευτέρου κεφαλαίου. Αν η απόσταση του σημείου είναι μικρότερη από μία ορισμένη (threshold) τιμή, αυτό θεωρείται σημείο που ικανοποιεί την εξίσωση του επιπέδου $Ax+By+\Gamma z+\Delta=0$. Αυτή η τιμή ελέγχου επιλέγεται σε σχέση με την ακρίβεια του παραγόμενου νέφους σημείων και την πηγή προέλευσής του. Αφού η ακρίβεια παραγωγής των inliers σημείων επιλέχθηκε να είναι 1.4 χιλιοστά, τόσο επιλέχθηκε και

η τιμή κατωφλιού. Η διερεύνηση μέσα στο νέφος για την επιλογή σημείων πάνω ή κοντά στο επίπεδο που ορίστηκε παρουσιάζεται σε κώδικα της Python παρακάτω:

```
# edw shortest distance of every point from designated plane

abcd=np.zeros((1,4))
k=0
abcd=ABCDk(x11,x22,X0,Y0,Z0,k,abcd)
abcd
thres=0.0014
biggest_dist_inl=0
biggest_dist=0
j=0
for i in range (b):
    dist=shortest_distance(P,i,abcd,k)
    if (-thres<=dist) and (dist<=thres):
        j+=1
        if dist>biggest_dist_inl :

            biggest_dist_inl=dist

    if dist>biggest_dist :
        biggest_dist=dist
Plane=np.zeros((j,3))

j=0
for i in range (b):
    dist=shortest_distance(P,i,abcd,k)
    if (-thres<=dist) and (dist<=thres):
        Plane[j,:]=P[i,:]
        j+=1

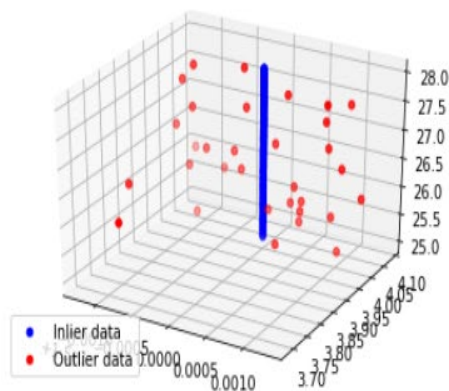
print ( biggest_dist_inl, 'is the biggest distance between inliers and plane')
print (biggest_dist, 'is the biggest distance between all data and the plane')
print ('The points that were included in the above restrictions are ', Plane.shape[0])
print (      , 'while the number of the actual inliers of the line in the point cloud are ', np.sum(p_P==True) )
print ('this kind of noise in the data has to be eliminated indispensably')
```

```
debug is
0.0
0.0013095998432740583 is the biggest distance between inliers and plane
0.3345020475544403 is the biggest distance between all data and the plane
The points that were included in the above restrictions are 202
, while the number of the actual inliers of the line in the point cloud are 190
this kind of noise in the data has to be eliminated indispensably
```

Εικόνα 28: Κώδικας και τα αποτελέσματα του για τη διερεύνηση σημείων που ανήκουν στο ζητούμενο επίπεδο

4.4.3. Βελτιστοποίηση αποτελεσμάτων του αλγορίθμου

Τα σημεία που ικανοποιούν τον παραπάνω περιορισμό αποθηκεύονται σε ένα πίνακα matrix συντεταγμένων στον αλγόριθμο. Τα σημεία που εμπεριέχονται δεν είναι μόνο τα σημεία της ακμής που αναζητείται, αλλά και όσες ακόμα ακμές στο νέφος σημείων είναι παράλληλες με τη ζητούμενη μέσα στο επίπεδο που ερευνάται, αλλά και άλλα σημεία του νέφους που ενδεχομένως δεν ανήκουν σε ακμές, αλλά μόνο στο επίπεδο. Παράδειγμα αποτελεί η εικόνα 29, όπου φαίνεται ότι υπάρχουν σημεία που υπεισέρχονται ως θόρυβος στο αποτέλεσμα, χωρίς να ανήκουν στην ζητούμενη ακμή, δηλαδή τα αναφερόμενα στο υπόμνημα της εικόνας ως outliers.



170

Apo ta 190 inliers του χωρου που dimiourgithikan, ta 170 simeia anixneytikan stin zitoymeni akmi.

Εικόνα 29: Στην προσομοίωση νέφους χιλίων σημείων: Με μπλε χρώμα φαίνεται η επιλεγμένη ακμή μετά την εφαρμογή του κριτηρίου απόστασης από το ζητούμενο επίπεδο και με κόκκινοι ο θόρυβος. Εφαρμογή Ransac αλγορίθμου

Η ζητούμενη ακμή, τελικά, προκύπτει με εφαρμογή του αλγορίθμου Ransac στα inliers σημεία του επιπέδου. Το αποτέλεσμα του αλγορίθμου παρουσιάζεται στην εικόνα 29. Ο θόρυβος που υπεισέρχεται κατά την εύρεση των σημείων που ανήκουν στο επίπεδο που υπολογίστηκε, μπορεί να οδηγήσει, τελικά, στην επιλογή της λανθασμένης ακμής, αντί της αρχικής που ζητείται και είναι αναγκαίο το ζήτημα αυτό να επιλυθεί. Για την βελτιστοποίηση αυτή του αλγορίθμου, πραγματοποιήθηκε διερεύνηση για την παραγωγή κριτηρίων και περιορισμών, ώστε η τελική ακμή που επιλέγει ο αλγόριθμος να είναι πάντα η αναμενόμενη και η επιθυμητή.

Στο σημείο αυτό να αναφερθεί, πως χρειάστηκε, με αφορμή τα παραπάνω, να προβλεφθούν πιθανές αστοχίες στην επιλογή της ζητούμενης ακμής και αντιμετωπίζονται ξεχωριστά οι ακραίες συνθήκες, στις οποίες ο αλγόριθμος μπορεί να παραγάγει λάθος αποτέλεσμα. Στόχος των δράσεων αυτών είναι η δραματική ελάττωση της πιθανότητας λάθους. Αυτές οι αστοχίες δεν ήταν δυνατό να προβλεφθούν πλήρως πριν την εφαρμογή του αλγορίθμου στην πραγματική εφαρμογή με τα δεδομένα από τις μετρήσεις στον ναό της Δήμητρας, για αυτό και το σημείο αυτό παραλείφθηκε στην δημιουργία της προσομοίωσης.

Συγκεκριμένα, δεν χρειάστηκε η παραγωγή κριτηρίων, μιας και με μια απλή εφαρμογή του αλγορίθμου Ransac, ο θόρυβος εξαλείφεται πλήρως (εικόνα 29). Αιτία αποτελεί ο προγραμματισμός ενός νέφους σημείων γύρω από μόνο μία ακμή. Αν υπήρχε ένα νέφος σημείων πολλών παράλληλων και σχεδόν συνεπίπεδων ακμών, θα ήταν φανερό το πρόβλημα αυτό του αλγορίθμου. Αφού, όμως, η αδυναμία αυτή εμφανίζεται στην πρακτική εφαρμογή, αντιμετωπίστηκε σε αυτήν την φάση για να υπάρξει γενική ισχύς στον αλγόριθμο και για οποιοδήποτε άλλο αντικείμενο επιλεγθεί να χρησιμοποιηθεί. Είναι προφανές ότι με την χρήση, ενδεχομένως να υπάρξουν και άλλες περιπτώσεις βελτιστοποίησης, οι οποίες είναι δυνατόν να συμπεριληφθούν και έτσι ο αλγόριθμος να γίνεται συνεχώς ισχυρότερος.

Αναλυτικά οι περιορισμοί αυτοί θα αναφερθούν στο επόμενο κεφάλαιο της πρακτικής εφαρμογής, μιας και η έρευνά τους βασίστηκε στο αντικείμενο αυτό. Θα γίνει παράλληλα και αναλυτική παρουσίαση των αλγοριθμικών βημάτων που επιλέχθηκαν να χρησιμοποιηθούν στην επίλυση.

Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι, για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων από το χρήστη του αλγορίθμου, αποφασίστηκε να δοθεί το δικαίωμα στον χρήστη του προγράμματος να επέμβει στην έκβαση του αλγορίθμου. Για το σκοπό αυτό, προγραμματίστηκε η απαίτηση επιβεβαίωσης από τον χρήστη για το εαν η ακμή -που αρχικά εισήχθη- είναι και αυτή που σωστά επιλέχθηκε από τον αλγόριθμο. Τα σημεία της επιλεγμένης ακμής εξάγονται σε μορφή .txt από τον αλγόριθμο και παρουσιάζονται στο χρήστη στο πρόγραμμα CloudCompare, σε συνδυασμό με το νέφος σημείων του ναού της Δήμητρας (αρχείο obj). Ο χρήστης απαντά με “ναι” ή “όχι”, για να επιλέξει ο αλγόριθμος αν πρέπει να συνεχίσει την αναζήτηση της σωστής ακμής, ή να τερματίσει. Η απάντηση “ναι” επιβεβαιώνει στον αλγόριθμο ότι επιλέχθηκε η σωστή ακμή, ενώ η απάντηση “όχι” τον

ενημερώνει ότι επιλέχθηκε η λάθος ακμή και συνεχίζει η αναζήτηση της σωστής, έως ότου το αποτέλεσμα να είναι το ζητούμενο.

4.5. Παράρτημα: Ακρίβειες προσδιορισμού υπολογισμένων στοιχείων της εργασίας

4.5. I . Σφάλματα προσδιορισμού των παραμέτρων A B Γ Δ των επιπέδων

Δεν αρκεί, όμως, η εύρεση των παραμέτρων στο κοινό σύστημα, αλλά απαιτείται και ο προσδιορισμός του σφάλματος προσδιορισμού τους. Σε αυτό το παράρτημα γίνεται ο υπολογισμός των σφαλμάτων προσδιορισμού των παραμέτρων A,B,Γ,Δ που φαίνεται να περιγράφουν το κοινό επίπεδο φωτογραφίας και του χώρου για την προγραμματισμένη ακμή τριάντα σημείων:

$$f(x) = A \cdot x + B \cdot y + \Gamma \cdot z + \Delta = 0. \quad (3.0.0)$$

Τα σφάλματα αυτά είναι ζωτικής σημασίας και πρέπει να υπολογίζονται καθώς καθορίζουν την ακρίβεια του τελικού παράγωγου προϊόντος. Οφείλουν την ύπαρξη τους στο βαθμό αβεβαιότητας προσδιορισμού των εικονοσυντεταγμένων. Θεωρείται ότι οι εικονοσυντεταγμένες έχουν μετρηθεί με αβεβαιότητα σ , δηλαδή την ίδια και στις δύο διευθύνσεις των αξόνων ($\sigma = \sigma_x = \sigma_y$) η οποία ορίστηκε ίση με $0.7 \text{ mm} (=7 \cdot 10^{-4} \text{ m})$, δηλαδή χρησιμοποιήθηκε μια τιμή σφαλμάτων, όσο το σφάλμα RMS, που συνήθως ζητείται σε φωτογραμμετρικές εφαρμογές, μετά την εφαρμογή εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού στον αεροτριγωνισμό. Τα παρακάτω αποτελέσματα υπολογίζονται με την προϋπόθεση επιτυχημένης αποκατάστασης του εσωτερικού προσανατολισμού, δηλαδή απαλλαγμένες από Δx , Δy σφάλματα στις εικονοσυντεταγμένες που επιφέρει ο εσωτερικός προσανατολισμός της κάμερας.

Ισχύει ότι, για την εύρεση ενός επιπέδου του χώρου, αρκεί η γνώση τουλάχιστον τριών του σημείων μη-συνευθειακών (σχέσεις 1.1 και 1.2 αναλυτικής γεωμετρίας). Οι σχέσεις αυτές με τη βοήθεια της βιβλιοθήκης `sumpy` της Python, προγραμματίζονται σε γλώσσα υπολογιστή επιτρέποντας την επίλυση αλφαριθμητικών συναρτησιακών σχέσεων και την αυτοματοποίηση των εργασιών. Οι παρακάτω συναρτήσεις προγραμματίστηκαν στο περιβάλλον αυτό.

$$fA(x, y, z) = (z_3 - z_1) \cdot (y_2 - y_1) - (y_3 - y_1) \cdot (z_2 - z_1) \quad (3.1)$$

$$fB(x, y) = (x_2 - x_1) \cdot (z_3 - z_1) - (z_2 - z_1) \cdot (x_3 - x_1) \quad (3.2)$$

$$fC(x, y) = (x_2 - x_1) \cdot (y_3 - y_1) - (y_2 - y_1) \cdot (x_3 - x_1) \quad (3.3)$$

$$fD(x, y) = -x_1 \cdot A + y_1 \cdot B - z_1 \cdot C \quad (3.4)$$

Να σημειωθεί ότι για την εύρεση των σφαλμάτων χρησιμοποιήθηκαν 3 τυχαία σημεία της ευθείας του χώρου που μελετάται ως τώρα, το πρώτο, το τριακοστό (τελευταίο) σημείο της τεχνητής ακμής και το σημείο λήψης X0,Y0,Z0. Τα σημεία αυτά ικανοποιούν επακριβώς την ευθεία χωρίς σφάλματα. Χρησιμοποιήθηκε ο νόμος μετάδοσης σφαλμάτων στις σχέσεις 3.1 έως 3.4. Γενικά,

Νόμος μετάδοσης σφαλμάτων

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2$$

Έτσι, εφαρμόζεται για τις παραμέτρους A, B, Γ, Δ ξεχωριστά. Το σφάλμα της παραμέτρου A υπολογίζεται:

$$\sigma_A = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f_A}{\partial x_1}\right)^2 \cdot x_1 + \left(\frac{\partial f_A}{\partial x_2}\right)^2 \cdot x_2 + \left(\frac{\partial f_A}{\partial x_3}\right)^2 \cdot x_3 + \left(\frac{\partial f_A}{\partial y_1}\right)^2 \cdot y_1 + \left(\frac{\partial f_A}{\partial y_2}\right)^2 \cdot y_2 + \left(\frac{\partial f_A}{\partial y_3}\right)^2 \cdot y_3 + \left(\frac{\partial f_A}{\partial z_1}\right)^2 \cdot z_1 + \left(\frac{\partial f_A}{\partial z_2}\right)^2 \cdot z_2 + \left(\frac{\partial f_A}{\partial z_3}\right)^2 \cdot z_3}$$

Αντίστοιχα, αναπτύσσεται ο τύπος για τις παραμέτρους B, Γ, Δ, με f_B, f_Γ, f_Δ συναρτήσεις στο προγραμματιστικό περιβάλλον της Python.

Μέσω του τύπου μετάδοσης τετραγωνικού σφάλματος στις σχέσεις, επιτυγχάνεται η εύρεση των σφαλμάτων για κάθε μία παράμετρο του επιπέδου (σχέσεις (3.1) έως (3.3)). Για την παράμετρο Δ εφαρμόζεται μεταξύ των σφαλμάτων $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$ η μετάδοση του σφάλματος, όπως φαίνεται στη σχέση 3.8.1. Με τη βοήθεια της βιβλιοθήκης sympy γίνονται πράξεις μεταξύ συμβολο-χαρακτήρων, αυτοματοποιείται η εύρεση των μερικών παραγώγων των σχέσεων υπολογιστικά και η αντικατάστασή τους στους παραπάνω τύπους. Αποτέλεσμα του αλγορίθμου αλφαριθμητικά και με αντικατάσταση των τιμών των παραγόντων φαίνεται ακριβώς παρακάτω.

$$\sigma a = \sqrt{4.9e - 11 * (-y1 + y2)^2 + 4.9e - 11 * (y1 - y3)^2 + 4.9e - 11 * (-y2 + y3)^2 + 4.9e - 11 * (-z1 + z3)^2 + 3.43e - 16 * (z1 - z2)^2 + 4.9e - 11 * (z2 - z3)^2}. \quad (3.5.1)$$

$$\sigma a = 5.0305086231229324 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (3.5.2)$$

$$\sigma b = \sqrt{4.9e - 11 * (-x1 + x2)^2 + 4.9e - 11 * (x1 - x3)^2 + 4.9e - 11 * (-x2 + x3)^2 + 4.9e - 11 * (-z1 + z3)^2 + 4.9e - 11 * (z1 - z2)^2 + 4.9e - 11 * (z2 - z3)^2}. \quad (3.6.1)$$

$$\sigma b = 5.01474826248151 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (3.6.2)$$

$$\sigma c = \sqrt{3.43e - 16 * (-x1 + x2)^2 + 4.9e - 11 * (x1 - x3)^2 + 4.9e - 11 * (-x2 + x3)^2 + 4.9e - 11 * (-y1 + y3)^2 + 4.9e - 11 * (y1 - y2)^2 + 4.9e - 11 * (y2 - y3)^2}. \quad (3.7.1)$$

$$\sigma c = 3.979450867716867 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (3.7.2)$$

$$\sigma d = \sqrt{(x1^2) * \sigma a^2 + (y1^2) * \sigma b^2 + (z1^2) * \sigma c^2} \quad (3.8.1)$$

$$\sigma d = 0.0007704123 \text{ m} \quad (3.8.2)$$

Το συνολικό σφάλμα των τεσσάρων παραμέτρων εμπεριέχεται στην σχέση 3.9.1, αν εφαρμοστεί στην εξίσωση επιπέδου (Σχέση 3.0.0) ο τύπος μετάδοσης τετραγωνικού σφάλματος.

$$s_{abcd} = \sqrt{(x1^2) * sa^2 + (y1^2) * sb^2 + (z1^2) * sc^2 + sd^2} \quad (3.9.1)$$

$$s_{abcd} = 0.001089527 \text{ m} \quad (3.9.2)$$

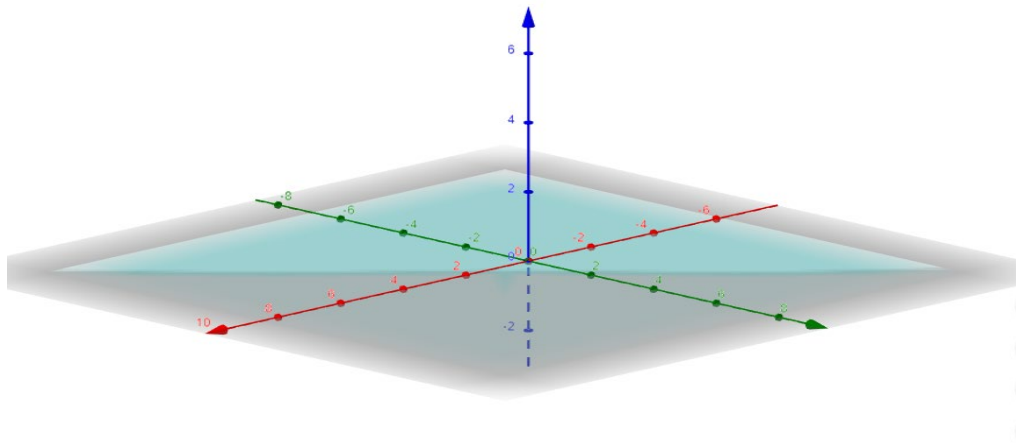
Είναι αναγκαίο να βρεθεί ένας τρόπος να μεταφραστεί αυτό το σφάλμα και γεωμετρικά.

4.5. I I . Γεωμετρικός προσδιορισμός σφαλμάτων Α Β Γ Δ επιπεδων

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναφέρθηκε ότι είναι δυνατός ο προσδιορισμός ενός επιπέδου στο χώρο από ένα σημείο του και από τη γνώση της κλίσης του επίπεδου, δηλαδή του προσανατολισμού του. Η κλίση αυτή ορίζεται από διάνυσμα n κάθετο στο επίπεδο. Συμπερασματικά, οι παράμετροι Α, Β, Γ, Δ ξεχωριστά δεν περιγράφουν επαρκώς το κάθε επίπεδο στο οποίο αναφέρονται, αλλά αυτό επιτυγχάνεται, επιπρόσθετα, μέσω σύγκρισης της γωνίας που σχηματίζουν τα κάθετα διανύσματα (n_1, n_2) των δύο επιπέδων μεταξύ τους.

Ισχύει $n_1 = (A_1, B_1, \Gamma_1)$ και $n_2 = (A_2, B_2, \Gamma_2)$ από την σχέση του 2ου κεφαλαίου.

Η θέση του επιπέδου σε σχέση με κάποιο άλλο επίπεδο, υπολογίζεται σε συνάρτηση με το σημείο εφαρμογής του κάθε ενός επιπέδου. Για τη συγκεκριμένη μελέτη είναι πρόσφορη η σύγκρισή τους με ένα κοινό τρίτο επίπεδο, για να μπορεί να γίνεται η ταυτοποίηση των διαφορών τους. Το σταθερό επίπεδο που επιλέχθηκε στις εργασίες είναι το $z=0$ δηλαδή $A=B=\Delta=0$ και $\Gamma=1$ (επίπεδο $z=0$), με κάθετο διάνυσμα $n=(0,0,1)$.

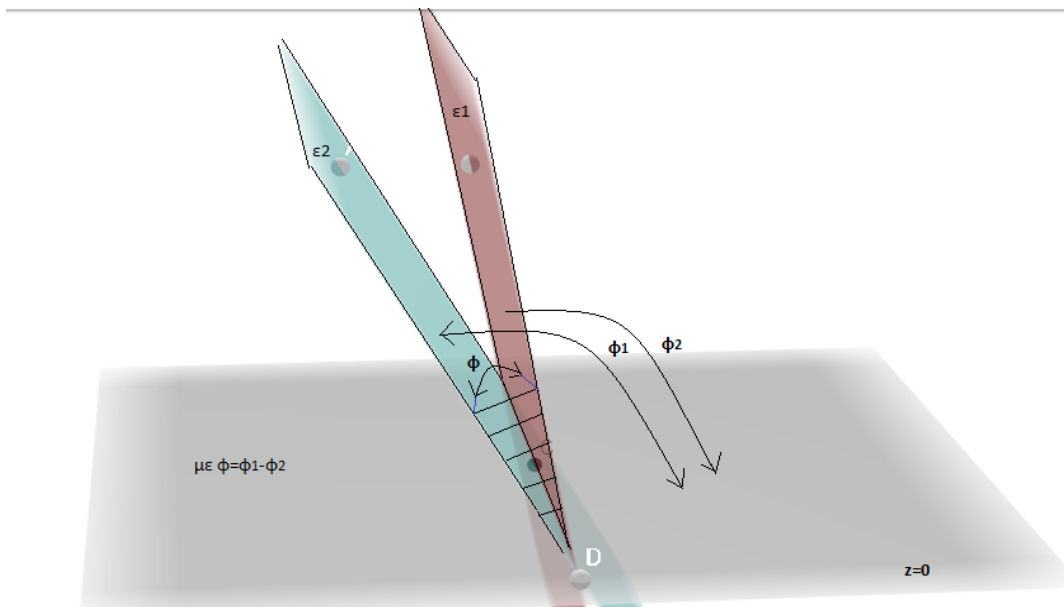


Εικόνα 30 : Απεικόνιση σταθερού επιπέδου $z=0$

Η γωνία φ μεταξύ 2 διανυσμάτων n_1 και n_2 του χώρου, περιγράφεται από τη σχέση (1.5) αναλυτικής γεωμετρίας. Τα επίπεδα που συγκρίνονται κάθε φορά είναι το $z=0$ με το επίπεδο εκείνο το οποίο φαίνεται να περιγράφει την εξεταζόμενη ακμή στη φωτογραφία χωρίς τα σφάλματά που μετρήθηκαν και το $z=0$ με το επίπεδο εκείνο το οποίο φαίνεται να περιγράφει την εξεταζόμενη ακμή με εφαρμογή και των σφαλμάτων των παραμέτρων που υπολογίστηκαν στις σχέσεις 3.5 έως 3.8. Για να οριστεί επιλέγονται τα χαρακτηριστικά του σημεία $(X_0, \Psi_0, Z_0) = (15, 3, 10)$ και τα δύο σημεία της ακμής στη φωτογραφία μετά την εφαρμογή της μετάθεσης και στροφής στις εικονοσυντεταγμένες (επιλέγεται το πρώτο και το τελευταίο σημείο της ευθείας). Το διάνυσμα που την περιγράφει είναι:

$$z_1 = (A_1, B_1, \Gamma_1)$$

$$z_1 = (8.700103849636486, 0.0001787226108598193, 0.00015142664438095143).$$



Εικόνα 31 Διαφορές γωνιών των επιπέδων ϕ_1, ϕ_2

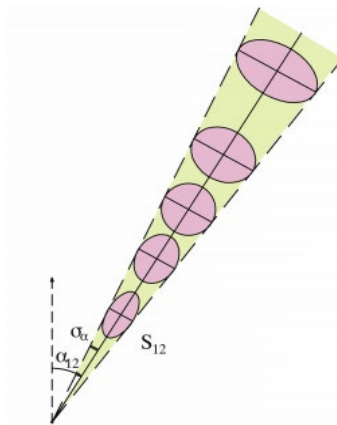
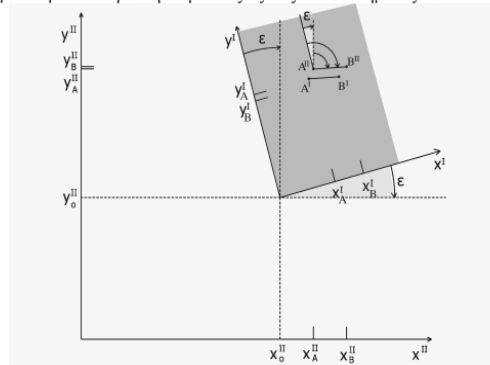
Η γωνία ϕ_1 δηλαδή υποδηλώνει την γωνία μεταξύ των 2 αυτών επιπέδων υπολογιζόμενη από την σχέση 1.5. Η επόμενη γωνία, ϕ_2 , θα υπολογιστεί ανάμεσα στο επίπεδο $z=0$ με το επίπεδο της ευθείας στο οποίο προστέθηκε το σφάλμα των παραμέτρων A, B, Γ, Δ, δηλαδή $n_2=(n_1)+(\sigma_A, \sigma_B, \sigma_\Gamma)$.

Η διαφορά των γωνιών $\Delta\theta$ ορίζεται ως τη διαφορά των γωνιών ϕ_1, ϕ_2 δηλώνοντας το μέγεθος του γωνιακού σφάλματος που υπεισέρχεται στην εργασία. Η διαφορά αυτή μετρήθηκε ίση με $6.3336 \cdot 10^{-5}$ μοίρες = $5.7 \cdot 10^{-5}$ grad = 0.57 cc = $1.1054184652550122 \cdot 10^{-6}$ rad. Για να ελεγχθεί το μέγεθος και η φυσική σημασία του, το γωνιακό σφάλμα αυτό μεταφράζεται γραμμικά.

4.5. I I I . Ερμηνεία του γραμμικού σφάλματος

Η ερμηνεία του γραμμικού σφάλματος έχει στόχο να αποδείξει ότι ο προσδιορισμός του επιπέδου της εικόνας είναι αρκετά σταθερός και δεν υπόκειται σε μεγάλα σφάλματα. Για να αποδειχθεί ότι ο αλγόριθμος είναι εύρωστος και η επίλυση του επιπέδου ισχυρή, γίνονται τα παρακάτω.

Η γωνία στροφής (ϵ) είναι η γωνία με την οποία πρέπει να στραφούν δεξιόστροφα οι άξονες του συστήματος I για να γίνουν παράλληλοι με τους άξονες του συστήματος II.



Εικόνα 31 i,ii, Γεωδαισία I, Ασκήσεις,
http://ecourses.dbnet.ntua.gr/fsr/16183/Gewdaisia%20I_Asknseis.pdf

Ανάλογα με την απόσταση λήψης στον y άξονα τη στιγμή λήψης της φωτογραφίας μεταδίδεται το γωνιακό σφάλμα γραμμικά. Για τέσσερα μέτρα απόσταση λήψης χονδρικά, όπως στην εφαρμογή και την προσομοίωση της εργασίας αυτής, το γωνιακό σφάλμα μεταφρασμένο σε γραμμικό σφάλμα ισούται με:

$$1.105 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \cdot 4\text{m} = 4.42167 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 4.4 \mu\text{m}.$$

Για την επεξήγηση των αποτελεσμάτων αυτών, ο προσδιορισμός του επιπέδου γίνεται με κλίμακα της εικόνας που ισούται με $\frac{1}{80}$ (τέσσερα μέτρα απόσταση λήψης κατά τον y άξονα και φακό ίσο με 50 χιλιοστά) . Ένα σφάλμα $4.4 \mu\text{m}$ πολλαπλασιασμένο με το συντελεστή κλίμακας 80 καταλήγει σε 0.000352 m , δηλαδή 0.3 χιλιοστά στο έδαφος.

Επομένως, αποδεικνύεται ότι τα αποτελέσματα αλγορίθμου είναι αληθή και είναι εύρωστος ο προσδιορισμός του επιπέδου με μικρή αβεβαιότητα, χωρίς να υπόκειται σε μεγάλα σφάλματα.

V . Πρακτική εφαρμογή στο ναό της Δήμητρας

Η ανάπτυξη του λογισμικού για την ανίχνευση των ακμών πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού Python, χρησιμοποιώντας τα αλγοριθμικά βήματα του κεφαλαίου 4.2. Το τελικό αποτέλεσμα του προγράμματος προβάλλεται στον χρήστη στο πρόγραμμα CloudCompare, το οποίο καλείται μέσα από την Python, για την οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων. Στη συνέχεια, ακολουθεί αναλυτική παρουσίαση της διαδικασίας παραγωγής των αποτελεσμάτων.

5.1. Δεδομένα

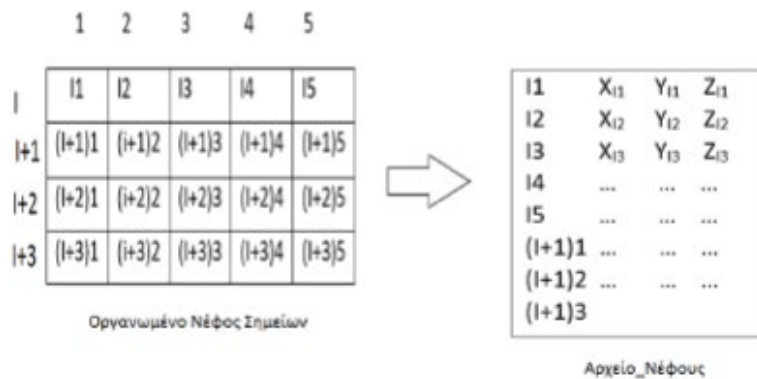
Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την ανίχνευση των ακμών ήταν τμήματα από το νέφος σημείων τα οποία απεικονίζουν ένα μέρος του ναού της Δήμητρας στη Νάξο. Το νέφος προήλθε από εργασίες υπαίθρου για Μεταπτυχιακή Εργασία (Στεφάνου 2018). Για την παραγωγή του πραγματοποιήθηκε και επίγεια σάρωση laser με τον σαρωτή FARO 130 αβεβαιότητας +/- 3 με 4 χιλιοστόμετρων. Το νέφος αυτό προήλθε από τον συνδυασμό αυτού με το αντίστοιχο που παρήχθη μέσω του αλγορίθμου SfM/MVS, όπως τον εφαρμόζει το Photoscan/Metashape και είναι πολύ πυκνό, με μέσο βήμα 5 χιλιοστόμετρων.

Λόγω της βασικής επιδίωξης της εργασίας, που είναι η ανίχνευση ακμών σε νέφη σημείων, τα τμήματα του νέφους επιλέχθηκαν με τρόπο, ώστε να αποτελούνται από επιφάνειες όσο το δυνατόν διαφορετικών χαρακτηριστικών. Η συνθήκη αυτή αποσκοπεί στην απόδειξη της ισχύος του αλγορίθμου για κάθε περίπτωση ακμής που θα τεθεί προς αναζήτηση. Συνολικά το νέφος που εισάγεται στον αλγόριθμο αποτελείται από 737,765 σημεία.

Ταυτόχρονα, επιλέχθηκαν κάποιες εικόνες από εκείνες που προέκυψε το τρισδιάστατο μοντέλο του ναού στο πρόγραμμα Photoscan. Για τις εικόνες που απεικονίζουν το τμήμα του νέφους που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο, έγινε εξαγωγή αρχείου με τα στοιχεία εξωτερικού προσανατολισμού κάθε εικόνας. Έτσι, είναι γνωστές, ταυτόχρονα, οι συντεταγμένες των σημείων λήψης και οι στροφές ω , φ , κ για κάθε εικόνα που εισάγεται στον αλγόριθμο.

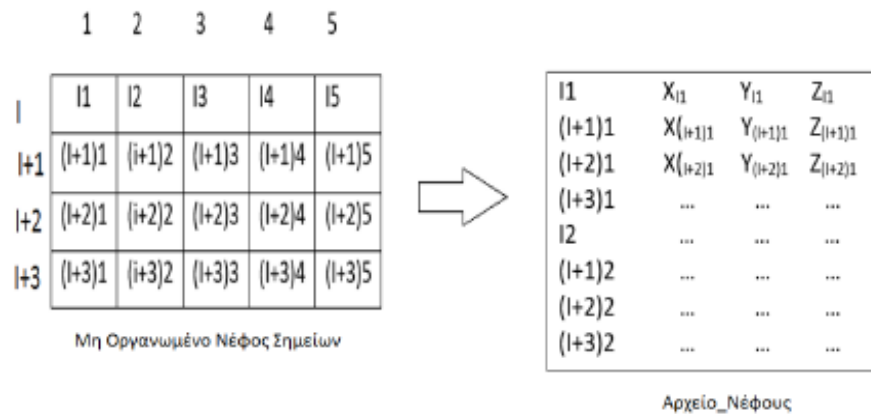
Σημαντικό χαρακτηριστικό του νέφους, το οποίο έπαιξε καθοριστικό ρόλο στην μέθοδο ανάπτυξης του προγράμματος συνολικά, είναι ότι το νέφος είναι μη οργανωμένο, δηλαδή το αρχείο του νέφους έχει δομή μη οργανωμένη (unorganised point cloud). Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναλυθούν οι διαφορές ενός οργανωμένου και ενός μη οργανωμένου νέφους σημείων.

Ένα οργανωμένο νέφος σημείων, είναι ένα νέφος που οι εγγραφές στο αρχείο του έχουν δομή εικόνας, δηλαδή η εγγραφή των σημείων γίνεται κατά σειρά. Αυτό σημαίνει ότι στην πρώτη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη σειρά και στην πρώτη στήλη, στην δεύτερη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη σειρά και στην δεύτερη στήλη, στην τρίτη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη σειρά και στην τρίτη στήλη και ούτω καθεξής. Στην εικόνα που ακολουθεί απεικονίζεται ένα παράδειγμα οργανωμένου νέφους σημείων και του αρχείου του. (Μητροπούλου, 2017)



Εικόνα 32 Απεικόνιση εγγραφής αρχείου ενός οργανωμένου νέφους σημείων

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, που το νέφος των σημείων έχει μετρηθεί με επίγειο σαρωτή, ο οποίος σαρώνει από πάνω προς τα κάτω, οι εγγραφές στο αρχείο του νέφους γίνονται κατά στήλη, δηλαδή το νέφος έχει μη οργανωμένη δομή. Αυτό σημαίνει ότι στην πρώτη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη σειρά και στην πρώτη στήλη, στην δεύτερη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη στήλη και στην δεύτερη σειρά, στην τρίτη εγγραφή είναι το σημείο που βρίσκεται στην πρώτη στήλη και στην τρίτη σειρά και ούτω καθεξής. Στην εικόνα που ακολουθεί απεικονίζεται ένα παράδειγμα μη οργανωμένου νέφους σημείων και του αρχείου του (Μητροπούλου, 2017).



Εικόνα 33: Απεικόνιση εγγραφής αρχείου ενός μη οργανωμένου νέφους σημείων.



Εικόνα 34: Απεικόνιση στο CloudCompare του 3D μοντέλου εδάφους του ναού και με λευκό χρώμα το κομμάτι του νέφους που χρησιμοποιείται στην εφαρμογή του αλγορίθμου.

5.2. Λειτουργία αλγόριθμου

Το πρόγραμμα είναι μεγέθους 0.368 MegaByte. Επίσης, δεν έχει υψηλές απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους και χρόνο εκτέλεσης, στοιχεία τα οποία αναμένεται να επηρεαστούν από τη χρήση μεγαλύτερων σε μέγεθος νεφών. Το λειτουργικό σύστημα του υπολογιστή που χρησιμοποιείται είναι installed RAM memory 8 GB, Processor i7-6500U CPU@ 2.50 GHz 2.60 GHz, System Type 64-bit operating system και 250 GB SSD σκληρό δίσκο. Τα χαρακτηριστικά του λειτουργικού συστήματος είναι ισχυρά χωρίς να είναι ιδιαίτερα εξειδικευμένα. Για την εφαρμογή στο συγκεκριμένο νέφος του ναού, ο συνολικός χρόνος προσπέλασης είναι 20 seconds. Για να ξεκινήσει η λειτουργία του αλγορίθμου, ο χρήστης επιλέγει την ακμή που αναζητά και την εικόνα στην οποία η ακμή απεικονίζεται. Τα δύο πρώτα αλγοριθμικά βήματα του κεφαλαίου 4.2 αντιστοιχούν στα εξής:

Αρχικά, στο Autocad εισάγεται μια εικόνα του ναού της Δήμητρας με ορισμένο σύστημα αναφοράς της εικόνας, με αρχή το εικονοκέντρο (εν προκειμένω το κέντρο) της εικόνας. Η φωτογραφική μηχανή είναι full frame με διαστάσεις (0.036x0.024 m²). Επιλέγονται χειροκίνητα δύο σημεία μιας ακμής της εικόνας και εισάγονται οι εικονοσυντεταγμένες τους στον αλγόριθμο, για να μπορεί να ξεκινήσει η λειτουργία του. Δυστυχώς, λόγω πολυπλοκότητας και οικονομίας χρόνου, δεν έγιναν τα βήματα 1, 2 όπως αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 4.2, καθώς θα ήταν χρονοβόρα η διαδικασία ελέγχου τους και επισφαλή τα αποτελέσματά τους. Αποφασίστηκε αρχικώς, να μην εφαρμοστεί στις εικονοσυντεταγμένες αυτές καμία διόρθωση από την αποκατάσταση του εσωτερικού προσανατολισμού, με αποτέλεσμα αυτές να εισάγονται στον αλγόριθμο με αναπόφευκτο αρχικό σφάλμα.

Ακολούθως εισάγεται το νέφος των επτακοσίων-πενήντα χιλιάδων σημείων του χώρου από txt αρχείο σε έναν (nx3) πίνακα δεδομένων, τριών στηλών για τις συντεταγμένες τους X, Y, Z. Κάθε σειρά (n) του πίνακα αναφέρεται σε ένα σημείο του μη-οργανωμένου νέφους.

```

:
# READ A TXT FILE AND CONVERT IT INTO MATRIX named P
# https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.loadtxt.html#numpy.loadtxt
with open('naosDimitrasNaxosMelina_PointcCloud.txt') as f:
    x=np.loadtxt(f)

P=np.zeros((x.shape[0],3))
for i in range (3):
    P[:,i]=x[:,i]

P=np.around(P,5)
#print(P)
#(stroggulopoiisi sto 4o dekadiko psifio)

#(12 sec to run )

```

Εισαγωγή των σημείων του νέφους του ναού στον αλγόριθμο και μετατροπή αρχείου σε πίνακα δεδομένων (nx3) μορφής.

Τέλος, χρειάζεται να εισαχθεί και ο εξωτερικός προσανατολισμός των εικόνων. Η εξαγωγή των στοιχείων αυτών από το Photoscan. Επιλέχθηκε η μορφή για το πρόγραμμα Bingo που προκύπτει αρχείο .txt. Το αρχείο txt έχει την μορφή που εμφανίζεται στην παρακάτω εικόνα. Η σειρά των στοιχείων είναι με τη σειρά, παρουσιαζόμενες ανά στήλη:

Όνομα εικόνας, Xο, Yο, Zο, φ, ω, κ .

Η σειρά των στροφών ω, φ, κ κατά x, y, z άξονες, αντίστοιχα, στο αρχείο των προσανατολισμών, για την παραγωγή του πίνακα στροφής, πρέπει να τονιστεί ότι δεν είναι τυχαίος. Ανάλογα με τη σειρά των στροφών του πίνακα R, κατά τους τρεις άξονες, προκύπτει κάθε φορά και διαφορετικός συνδυασμός στροφών στο χώρο. Το αρχείο εξάγεται από το Photoscan, για να χρησιμοποιηθεί στο πρόγραμμα Bingo, το οποίο έχει προγραμματιστεί να δουλεύει σε μοίρες και με σειρά στροφών: $R\phi\omega\kappa = R\kappa \cdot R\omega \cdot R\phi$. Για να περιγραφεί δηλαδή η στροφή που δέχονται οι εικονοσυντεταγμένες και να είναι παράλληλες με το γεωδαιτικό σύστημα, πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο ανάστροφος πίνακας $R_{\phi\omega\kappa}^{-1}$ του $R\phi\omega$, που έχει δοθεί στον πίνακα της εικόνας: 35. Με αυτή τη μορφή εφαρμόζεται στις σχέσεις μετασχηματισμού που θα χρειαστούν στα αλγοριθμικά βήματα της εργασίας.

* < Photo_ID >	< Easting >	< Northing >	< Height >	< Phi >	< Omega >	< Kappa >	< Camera_ID >
ORIA 4G0R6560.JPG	1011.392	1023.416	103.957	-124.2536	-93.3764	-75.4706	S000000
ORIA 4G0R6561.JPG	1009.813	1023.017	103.962	-120.5432	-86.6443	-79.0474	S000000
ORIA 4G0R6564.JPG	1005.612	1020.659	104.111	-98.8979	-67.9404	-101.8794	S000000
ORIA 4G0R6565.JPG	1004.434	1019.855	104.084	-101.6687	-59.8527	-99.6878	S000000
ORIA 4G0R6613.JPG	1017.080	1017.996	103.614	120.3764	-29.3730	88.4372	S000000
ORIA 4G0R6615.JPG	1015.862	1018.529	103.851	130.0873	-44.0143	74.5052	S000000
ORIA 4G0R6621.JPG	1016.227	1022.567	103.802	117.2937	-85.1613	83.2087	S000000
ORIA 4G0R6724.JPG	1013.226	1015.228	104.000	122.3646	-61.4238	80.5447	S000000
ORIA 4G0R6730.JPG	1015.547	1013.691	103.984	119.6362	-37.9082	87.3489	S000000
ORIA 4G0R6765.JPG	1012.543	1012.068	103.926	164.8308	73.3010	164.2185	S000000
ORIA 4G0R6783.JPG	1009.436	1008.497	104.094	-123.4161	48.3361	-118.5773	S000000
ORIA 4G0R6802.JPG	1019.043	1003.248	102.886	119.2238	79.1310	119.7486	S000000

Εικόνα 35 Εξωτερικοί Προσανατολισμοί κάθε επιλεγμένης εικόνας, εξαγωγή συμβατή με το πρόγραμμα Bingo

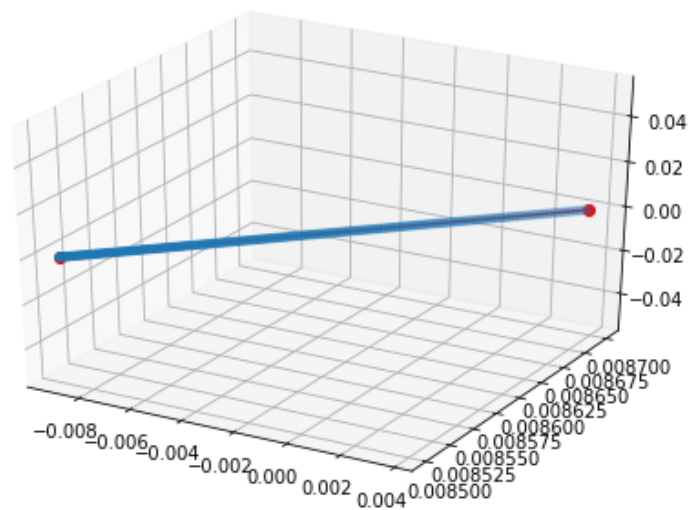
Δεν έγινε προγραμματισμός της αυτόματης επιλογής των στοιχείων της εικόνας αναφοράς, αλλά χειροκίνητη μεταφορά από το txt αρχείο στο πρόγραμμα της πρακτικής εφαρμογής. Αξίζει αργότερα να επιλυθεί το θέμα αυτό, σε δεύτερη ανάλυση, μετά το πέρας της διπλωματικής εργασίας.

Πραγματοποιήθηκε προσαρμογή του κώδικα που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση της προσομοίωσης χιλίων σημείων, ώστε να ικανοποιεί τα στοιχεία της εφαρμογής στο Ναό της Δήμητρας σε νέο project. Η πρώτη δοκιμή πραγματοποιήθηκε για την εικόνα 36, για την οποία επιλέγεται να παρουσιαστούν τα αποτελέσματα του αλγορίθμου. Η χρησιμοποιούμενη ακμή στην εικόνα 36 εμφανίζεται με κόκκινο χρώμα.



Εικόνα 36: Εισαχθείσα ακμή σημειωμένη με κόκκινο χρώμα πάνω σε εικόνα του απεικονιζόμενου νέφους σημείων

Η επιλεγμένη από το χρήστη ακμή, αφού εισαχθεί στο πρόγραμμα με χρήση δύο χαρακτηριστικών σημείων της, παρουσιάζεται στο χρήστη και παράλληλα υπολογίζονται και οι παράμετροι της ευθείας που την περιγράφουν:



2D grammi pou antiprosopwpeyei tin epilegmeni stin eikona akmi

Αξίζει να αναφερθεί ότι, στην πρακτική εφαρμογή στο ναό της Δήμητρας, ο προσδιορισμός της ακμής της εικόνας με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων δεν πραγματοποιείται με τη χρήση σημείων σε όλο το μήκος της ακμής της εικόνας, όπως αναφέρεται στο 3ο αλγοριθμικό βήμα. Αντίθετα, δημιουργήθηκε συνάρτηση στην οποία εισάγονται δύο σημεία και επιστρέφονται στον αλγόριθμο οι παράμετροι που περιγράφουν την ευθεία που σχηματίζουν τα δύο σημεία .

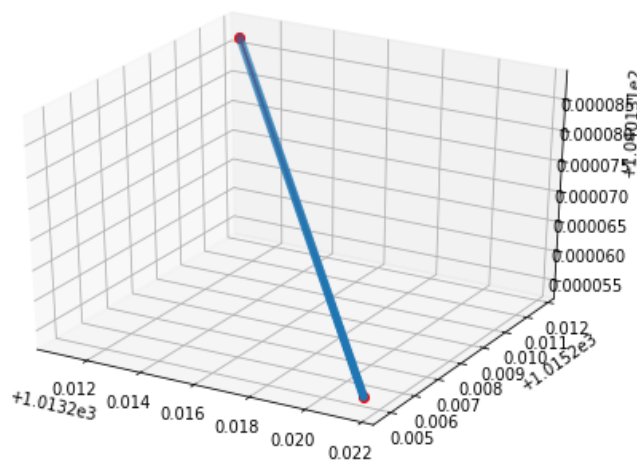
Σε επόμενο βήμα πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός στερεού σώματος, σχέση (1.16) του δεύτερου κεφαλαίου, που τοποθετεί την ακμή της εικόνας και το προβολικό κέντρο στο ίδιο επίπεδο με εκείνο της ακμής στο χώρο. Τα αποτελέσματα του βήματος οπτικοποιούνται για διευκόλυνση του χρήστη στην εικόνα 37 :

```
#efarmogi strofis sintetagmenwn pim kata w,f,k (exwterikou pros) kai metathesi sto X0Y0Z0:
# pim_theta=[ (X0,Y0,Z0)-(R^-1*pim^-1+)^-1]

__=pim
pim=np.zeros((bb,3))
for i in range(3):
    if i==2:
        pim[:,i]=-c
    else:
        pim[:,i]=__[:,i]

R_1=np.linalg.inv(R)
pim_1=np.matrix.transpose(pim)
xyzp_1=np.zeros((3,1))
xyzp_1=np.dot(R_1,pim_1)
xyzp_1=(xyzp_1.T)
pim_theta=np.array(0+xyzp_1)

_=show_3d_line(pim_theta,0.000014)
```



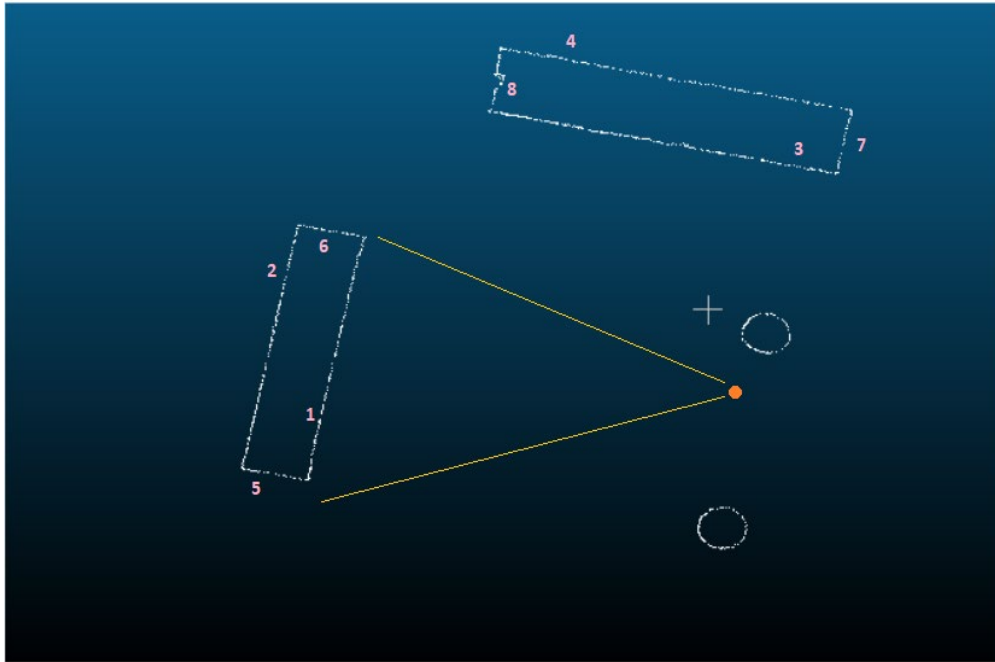
Εικόνα 37 Αποτελέσματα της συνάρτησης μετασχηματισμού

Τα δύο σημεία της εικόνας που εισήχθησαν από το χρήστη μετασχηματίζονται και χρησιμοποιούνται μαζί με το σημείο λήψης στον υπολογισμό του ζητούμενου επιπέδου A, B, Γ, Δ. Έπειτα διεξάγεται η διερεύνηση των σημείων που ανήκουν σε αυτό το επίπεδο μέσα στο νέφος του ναού. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον χρήστη με κατώφλι απόστασης γύρω από το επίπεδο, έξι χιλιοστά:

```
debug is
0.0
0.005991305984287387 is the biggest distance between inliers and plane
3.9441958934655497 is the biggest distance between all data and the plane
The points that were included in the above restrictions are 1594
this kind of noise in the data has to be eliminated indispensably
```

Εικόνα 37b Αλγοριθμικά αποτελέσματα της συνάρτησης μετασχηματισμού

Μετά την επιβολή του κριτηρίου απόστασης 6mm από το ζητούμενο επίπεδο, εντοπίζονται όσα σημεία ανήκουν στο ορισμένο επίπεδο του μετασχηματισμού, όπως φαίνεται στην εικόνα 37b. Στο παράδειγμα αυτά είναι σχεδόν χίλια εξακόσια σημεία. Έγινε εξαγωγή των σημείων αυτών σε ένα αρχείο txt και εισήχθησαν στο CloudCompare για οπτικοποίηση της θέσης τους. Σημειώνεται, ότι η θέση του σημείου λήψης είναι η πορτοκαλί κουκίδα της εικόνας 38 και οι ακτίνες της φωτογραφίας που λήφθηκε στη θέση αυτή, βρίσκονται εντός των κίτρινων ορίων που σημειώθηκαν στην εικόνα 38.



Εικόνα 38 παρουσίαση όσων σημείων του νέφους ανήκουν στο επίπεδο που υπολογίστηκε και του σημείου λήψης.

Παρατηρείται, ότι δεν παρουσιάζεται μόνο μία ακμή στο αρχείο σημείων, αντίθετα, εμφανίζονται όλα τα σημεία του νέφους που ικανοποιούν το επίπεδο A, B, Γ, Δ, άρα και όλες οι ακμές, που ανήκουν στο επίπεδο αναφοράς. Η τελική ακμή που ζητείται να βρεθεί από τον αλγόριθμο, είναι μία από αυτές που εμφανίζονται στην εικόνα 38, εδώ η ακμή (1). Ο αλγόριθμος θα βελτιστοποιηθεί σύμφωνα με τις παρατηρήσεις που γίνονται στη συγκεκριμένη εφαρμογή και ιδιαίτερα, στην περίπτωση της επιλεγμένης οριζόντιας ακμής της εικόνας 36. Τελικός σκοπός, η παραγωγή κριτηρίων και περιορισμών, ώστε η τελική ακμή που επιλέγει ο αλγόριθμος να είναι πάντα η ακμή που ζητείται από τον χρήστη, απορρίπτοντας όλες τις ακμές που δεν περιγράφουν την ζητούμενη.

5.3. Βελτιστοποίηση αλγορίθμου - Ορισμός συνθηκών επιλογής της ζητούμενης ακμής

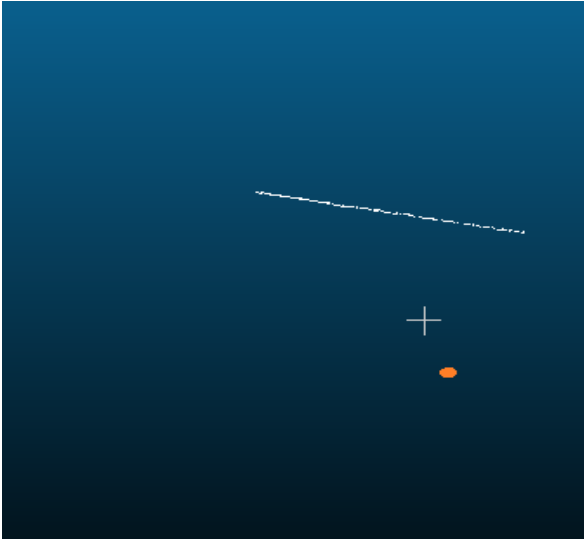
Αρχικά, παρουσιάζονται οι ακμές που υπολογίστηκαν ότι ανήκουν στο ζητούμενο επίπεδο πάνω στο νέφος σημείων του ναού της Δήμητρας (Εικόνα 39). Η ακμή που ζητήθηκε σημειώνεται με κόκκινο χρώμα πάνω στην εικόνα 39.



Εικόνα 39 παρουσίαση των ακμών της εικόνας στο αρχείο του νέφους του ναού της Δήμητρας.

Η εφαρμογή του αλγορίθμου Ransac χωρίς κριτήρια αποδοχής της ακμής, δεν επιλέγει την σωστή ακμή. Αυτό συμβαίνει λόγω του ότι το μόνο κριτήριο που ως τώρα εξετάζει ο αλγόριθμος Ransac βασίζεται στην αναλογία των inliers σημείων σε σχέση με τα συνολικά σημεία, καθώς και τη διασπορά τους για ορισμένη threshold τιμή. Χωρίς ορισμένα κριτήρια, είναι τυχαία η επιλογή της τελικής ακμής από τον αλγόριθμο. Αντίστοιχο παράδειγμα αποτελεί η τελική επιλεγμένη ακμή (3) στην εικόνα 40. Παρατηρείται, μάλιστα, ότι η ακμή που επιλέγεται δεν ανήκει στην εικόνα που εισάγεται στον αλγόριθμο. Η παρουσιαζόμενη ακμή στην εικόνα 40 είναι εκτός του πλαισίου της εικόνας ($36 \times 24 \text{ mm}^2$) που λήφθηκε και πρέπει να απορριφθεί από τις προτεινόμενες ακμές από τον αλγόριθμο Ransac.

Επομένως είναι αναγκαίος ο ορισμός κριτηρίων ελέγχου. Ένα από αυτά είναι ο έλεγχος αν, επιστρέφοντας στην εικόνα, η προσδιορισθείσα ακμή απεικονίζεται ή όχι. Κατά τη σύγκριση των εικονοσυντεταγμένων με την κλίση της αρχικής ακμής που εισήχθη στον αλγόριθμο και των αντίστοιχων εικονοσυντεταγμένων της επιλεγμένης διπλανής ακμής, εντοπίζονται διαφορές. Οι αποκλίσεις είναι σημαντικές και της τάξης κάποιων pixel.



Με αφορμή τις παραπάνω παρατηρήσεις δημιουργούνται συναρτήσεις οι οποίες απορρίπτουν τις ακμές που δεν προσαρμόζονται στην κάθε εισηγμένη ακμή κατά την εκκίνηση λειτουργίας του αλγορίθμου. Τα βήματα που ακολουθούνται σε κάθε συνάρτηση παρουσιάζονται παρακάτω:

5.3.1.

Εικόνα 40 Επιλογή λάθος ακμής από Ransac

`is_model_valid:`

Επιστροφή στον κώδικα boolean τιμής `belongsto_selected_line= True or False` με το αποτέλεσμα του ελέγχου αντιστοιχίας της επιλεγμένης από τον Ransac ακμής με την ακμή που εισάγεται από το χρήστη στην εικόνα.

1. Ο έλεγχος πραγματοποιείται αφού η επιλεγμένη ακμή μετασχηματιστεί στις εικονοσυντεταγμένες της, χρησιμοποιώντας την συνθήκη συγγραμμικότητας.

2. Ελέγχεται η κλίση της μετασχηματιζόμενης ακμής με την κλίση της ακμής που εισήχθη και υπολογίστηκε στην αρχή εφαρμογής του αλγορίθμου. Για την αρχική εικόνα εισαγωγής η ακμή περιγράφεται από την ακμή $y=a x+b$, με a, b παραμέτρους της ακμής. Για την μετασχηματιζόμενη ακμή ισχύει ότι:

$$y=a' x+b', \text{ με } a', b' \text{ οι παράμετροι της ακμής}$$

3. Οι εικονοσυντεταγμένες της μετασχηματιζόμενης ακμής ονομάζονται `res_x`, `res_y` και υπολογίζονται τα x, y από τις σχέσεις

$$y' = a \cdot res_x + b \text{ και } x' = \frac{1}{a} \cdot res_y - \left(\frac{b}{a}\right)$$

4. Οι διαφορές $\Delta x, \Delta y$ μετριοούνται στο σύστημα των εικονοσυντεταγμένων ως εξής:

$$\Delta x = res_x - x' , \Delta y = res_y - y'.$$

5. Οι διαφορές εικονοσυντεταγμένων εκφράζουν τον βαθμό της προσαρμογής της επιλεγμένης ακμής από τον Ransac. Επειδή οι μετρήσεις γίνονται πάνω σε εικόνα, δηλαδή σε χιλιοστά, επιλέγονται οι αποδεκτές τιμές διαφορών να είναι κοντά στο ένα pixel, δηλαδή 0.4mm στην ιδανική περίπτωση που ο εσωτερικός προσανατολισμός είναι αποκατεστημένος. Λόγω του ότι παρατηρήθηκε σε ακραίες περιπτώσεις το σφάλμα αυτό να ισούται με 2.3 χιλιοστά ακόμα και σε σωστά ανιχνευμένες ακμές από τον αλγόριθμο, επιλέχθηκε να οριστεί threshold για την αποδοχή της ακμής στα τέσσερα χιλιοστά. Το σφάλμα αυτό θα διερευνηθεί σε επόμενο κεφάλαιο.
6. Αν η ακμή επαληθεύει τον περιορισμό επιστρέφει στον Κώδικα boolean τιμή `belongsto_selected_line=True`, αλλιώς απορρίπτεται, επιστρέφοντας `belongsto_selected_line=False` boolean τιμή.

5.3.2. model_True:

Η συνάρτηση ονόματι **is_model_valid** καλείται από την συνάρτηση **model_True**, με στόχο να αποφασίσει ποιες ακμές είναι οι ικανές να χρησιμοποιηθούν ως inliers και outliers των ζητούμενων ακμών. Η λειτουργία της παρουσιάζεται παρακάτω:

model_True:

- Ορισμός boolean τιμής `valid_model=False` και μετρητής επαναλήψεων `i=0`
- `while valid_model==False` και `i<2` :
 1. Εφόσον εξετάζεται η πρώτη επανάληψη του ελέγχου στον αλγόριθμο Ransac:
 - 1.1 Εφαρμόζεται μία φορά ο αλγόριθμος Ransac και προκύπτει ο πίνακας inliers σημείων της διαδικασίας
 - 1.2 Αποθήκευση του πίνακα matrix των inliers συντεταγμένων.

1.3 Ελέγχεται αν `is_model_valid==False`:

- ❑ Τα outliers σημεία από τον έλεγχο Ransac γίνεται ο νέος input πίνακας σημείων στον οποίο θα εφαρμοστεί ο αλγόριθμος Ransac. αποθηκεύονται στον πίνακα `loops_Ransac`
- Ελέγχεται αν `is_model_valid==True`:
 - ❑ Τα outliers σημεία από τον έλεγχο Ransac αποθηκεύονται σε `(matrix)` πίνακα συντεταγμένων για να επιστραφούν στον κώδικα.
- Επιστροφή στον κώδικα των πινάκων `inliers` και `outliers` σημείων.

Από την εικόνα 38 διαφαίνεται ότι με την εφαρμογή του συγκεκριμένου κριτηρίου, οι ακμές (3), (4), (7) και (8) θα απορριφθούν από τον αλγόριθμο αυτομάτως. Ανάμεσα στις υπόλοιπες ακμές, δηλαδή τις ακμές (1), (2), (5) και (6), παρατηρείται πως ανά δύο αυτές είναι παράλληλες. Το μόνο κριτήριο που παρατηρήθηκε ότι μπορεί να λειτουργήσει υπέρ της επιτυχίας του αλγόριθμου στην επιλογή της ζητούμενης ακμής, αφορά στην απόσταση μεταξύ της επιλεγμένης ακμής και το σημείο λήψης. Στην εικόνα 1 οι δύο σχεδιασμένες κίτρινες γραμμές περικλείουν τα σημεία που εμφανίζονται μέσα στο πλαίσιο της εικόνας κατά τη λήψη. Στόχος είναι να περιοριστεί η αναζήτηση των ακμών με κριτήριο την απόσταση των σημείων κάθε ακμής από το σημείο λήψης. Το κριτήριο αυτό χρησιμοποιείται επειδή θεωρείται πιθανότερο η ακμή που αναζητείται να είναι και η πιο κοντινή στο σημείο λήψης. Με αφορμή την παραπάνω παρατήρηση, επιλέγεται η χρήση αυτού του περιορισμού, συγκρίνοντας κάθε φορά τις αποστάσεις δύο παραγόμενων ακμών με τη βοήθεια του αλγόριθμου Ransac. Από τις δύο ακμές επιλέγεται εκείνη με την μικρότερη απόσταση από το σημείο λήψης.

5.3.3. `dist_point_to_point`:

Η συγκεκριμένη συνάρτηση εφαρμόζεται στα `inliers` σημεία της ακμής που ανιχνεύτηκε από τον αλγόριθμο Ransac. Στόχο έχει να υπολογίζει την μέγιστη σημειακή απόσταση κάθε μιας επιλεγμένης έγκυρης ακμής με το σημείο λήψης.

Με τον τρόπο αυτό γίνεται δυνατή η σύγκριση ανά δύο των εξαγόμενων ακμών, για την επιλογή της ιδανικής ακμής. Εφόσον μετρηθούν οι δύο μέγιστες σημειακές αποστάσεις μεταξύ των δύο εξεταζόμενων ακμών, η μικρότερη απόσταση μεταξύ αυτών των δύο ανήκει και στην κοντινότερη ακμή στο σημείο λήψης. Είναι σαφές, πως λόγω της προοπτικής που δημιουργεί η θέση της φωτογραφικής μηχανής σε σχέση με το αντικείμενο, παρουσιάζονται έντονες εκτροπές αναγλύφου και ο περιορισμός που τίθεται, αντιμετωπίζει καλύτερα τη δυσκολία αυτή.

Αξίζει να σημειωθεί, ότι αν ο έλεγχος αυτός διεξαχθεί ανάμεσα στις ελάχιστες σημειακές αποστάσεις μεταξύ της ακμής και του σημείου, ή ανάμεσα στις ελάχιστες σημειακές αποστάσεις κάθε σημείου της ακμής με το σημείο λήψης, υπάρχει μεγάλη περίπτωση το κριτήριο αυτό να εκπέσει σε σημαντικά σφάλματα.

Με τη βοήθεια της συγκεκριμένης συνάρτησης επιστρέφουν στον κώδικα οι μέγιστες αποστάσεις των ακμών από το σημείο λήψης, ώστε να επιλεγεί τελικά η ακμή που βρίσκεται πιο κοντά στην μηχανή, μιας και είναι πιο πιθανό να αναζητά ο χρήστης την ακμή αυτή. Αν βέβαια αυτό δεν ισχύει, δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη να διαφωνήσει με την επιλογή της κοντινότερης ακμής και επιλέγεται η δεύτερη πιο κοντινή ακμή.

5.3.4. FindIf_belongsto_photo:

Η συνάρτηση αυτή χρησιμοποιείται στην επιλεγμένη ακμή για να περιοριστεί η έκτασή της στο πλαίσιο, frame, της εικόνας ($0.036 \times 0.024 \text{m}^2$) και να υπάρχει καλύτερος έλεγχος της τελικής επιλεγμένης ακμής. Η συνάρτηση υλοποιήθηκε καθώς παρατηρείται ότι τα αντικείμενα μπορεί έχουν έντονα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ιδιαιτερότητες. Στην περίπτωση του ναού, συγκεκριμένα, υπάρχουν αλλοιώσεις και οι ακμές που φαινομενικά μοιάζουν με ευθείες, μπορεί στην πραγματικότητα να μην είναι. Ο περιορισμός της ακμής στο πλαίσιο της εικόνας εξασφαλίζει τον έλεγχο της θέσης της ακμής στο νέφος.

5.4. Τελικά αλγοριθμικά βήματα βελτιστοποίησης

Η λειτουργία του προγράμματος, στο οποίο εφαρμόζονται οι παραπάνω λειτουργίες των συναρτήσεων, παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα:

i=0

Υπαρξη_ικανής_ακμής=False

Όσο Υπαρξη_ικανής_ακμής=False επανάλαβε:

Για την πρώτη επανάληψη (if i==0:):

1. Καλείται η συνάρτηση model_True
2. Αποθήκευση inliers,outliers από την εφαρμογή του Ransac
3. Καλείται η συνάρτηση dist_point_to_point και το αποτέλεσμα της συνάρτησης αποθηκεύεται στο dist1
4. i=1

Για όλες τις υπόλοιπες επαναλήψεις (else:):

1. Καλείται η συνάρτηση model_True
2. Αποθήκευση inliers,outliers από την εφαρμογή του Ransac
3. Καλείται η συνάρτηση dist_point_to_point και το αποτέλεσμα της συνάρτησης αποθηκεύεται στο dist2
4. i+=1

Αν dist1>dist2 :

1. Επιλογή ακμής=inliers2
2. Εμφάνιση επιλεγμένης ακμής στο CloudCompare και ερώτηση του χρήστη αν η ακμή είναι αυτή που αναζητείται.
3. Επιστρέφεται τιμή boolean Υπαρξη_ικανής_ακμής= True or False ανάλογα με την απάντηση του χρήστη

Αν dist1<dist2 :

1. Επιλογή ακμής=inliers2
2. Εμφάνιση επιλεγμένης ακμής στο CloudCompare και ερώτηση του χρήστη αν η ακμή είναι αυτή που αναζητείται.
3. Επιστρέφεται τιμή boolean Υπαρξη_ικανής_ακμής= True or False ανάλογα με την απάντηση του χρήστη

Αλλιώς ($\text{dist1}==\text{dist2}$) :

Δείξε στον χρήστη και τις 2 ακμές και ζήτα του να διαλέξει μεταξύ των απαντήσεων :

A: Αναζητείται η ακμή A

B: Αναζητείται η ακμή B

C: Καμία από τις δύο ακμές δεν είναι η ζητούμενη.

Αν η απάντηση είναι η A ή B, τότε

$\text{Υπαρξη_ικανής_ακμής}=\text{True}$

Αν η απάντηση είναι η C, τότε:

$\text{Υπαρξη_ικανής_ακμής}=\text{False}$

Αν $\text{Υπαρξη_ικανής_ακμής}==\text{False}$:

Αν $\text{dist1}>\text{dist2}$:

$\text{inliers1}=\text{inliers2}$

$\text{dist1}=\text{dist2}$

Αν $\text{Υπαρξη_ικανής_ακμής}==\text{True}$:

1. $\text{result}=\text{FindIf_belongsto_photo}$ (Επιλογή ακμής)
2. Αποθήκευση τελικής ακμής σε αρχείο και οπτικοποίησή της.

Παρουσίαση κώδικα:

```
loops_Ransac=Plane
check=False
i=0
while check==False :
    # or while check==False or null inliers_Pl (skepsou ksana poy tha mpei to while)
    # pinakes inliers and outliers of each loop
    if i<=1:
#1st loop
        inliers1,loops_Ransac,Dx1,Dy1=model_True(loops_Ransac)
        # outliers are considered the next input of the ransac-loop !
        dist1=dist_point_to_point(inliers1,0)
        i=1
#2nd and all the rest loops:
        inliers2,loops_Ransac,Dx2,Dy2=model_True(loops_Ransac)
        # outliers are considered the next input of the ransac-loop !
        dist2=dist_point_to_point(inliers2,0)
        i+=1

    if dist1>dist2 :
        epilogi=inliers2
        Dx,Dy=Dx2,Dy2
        # DEIXE TIN STON XRISTI KAI RWTA TON AN AYTI EINAI I SWSTI AKMI. check= True or False gia sinexeia-i mi- tou Loop
        _=File_exportTo_CloudCompare(epilogi)
        check=ask_user() #epistrefei timi true false
        print (check)
        if check==False:
            epilogi=inliers1
            # DEIXE TIN STON XRISTI KAI RWTA TON AN AYTI EINAI I SWSTI AKMI. check= True or False gia sinexeia-i mi- tou Loop

            _=File_exportTo_CloudCompare(epilogi)
            check=ask_user() #epistrefei timi true false
    elif dist1<dist2 :
        epilogi=inliers1
        Dx,Dy=Dx1,Dy1
        # DEIXE TIN STON XRISTI KAI RWTA TON AN AYTI EINAI I SWSTI AKMI. check= True or False gia sinexeia-i mi- tou Loop
        _=File_exportTo_CloudCompare(epilogi)
        check=ask_user() #epistrefei timi true false
        if check==False:
            epilogi=inliers2
            # DEIXE TIN STON XRISTI KAI RWTA TON AN AYTI EINAI I SWSTI AKMI. check= True or False gia sinexeia-i mi- tou Loop
            _=File_exportTo_CloudCompare(epilogi)
            check=ask_user() #epistrefei timi true false
    else:
        while True:
            print ('Choose the edge that was selected on the original photo. Is it A edge, B edge, or C not one of them is the r.
            data = input("Pick an answer from A to C as explained:")
            if data.lower() not in ('a', 'b', 'c'):
                print("Not an appropriate choice.") # EMFANISE KAI TIS 2 KAI BALE TO XRISTI NA DIALEKSEI
            else:
                break

        if data.lower() in ('a', 'b'):
            check=True
        else:
            check=False

    if check==False:
        if dist1>dist2 :
            inliers1=inliers2
            dist1=dist2
            Dx1=Dx2
            Dy1=Dy2

if check==True:
    result=FindIf_belongsto_photo(epilogi)
    _=File_exportTo_CloudCompare(result)
```

5.5. Αποτελέσματα πειραματικής εφαρμογής του αλγόριθμου

Η βελτιστοποίηση του προγράμματος που αναπτύχθηκε εξασφάλισε την ενιαία ισχύ του αλγόριθμου σε οποιαδήποτε περίπτωση εισαγόμενης ακμής στο πρόγραμμα. Για να διαπιστωθεί η ορθότητα της διαδικασίας, πραγματοποιήθηκαν διάφορες δοκιμές στο νέφος των σημείων και στις διαφορετικές εικόνες. Οι ακμές που επιλέχθηκαν στις εικόνες ανήκουν σε επίπεδα με διαφορετικά χαρακτηριστικά και ικανοποιούν μία σειρά ειδικών περιπτώσεων επιλογής ακμών προς ανίχνευση, που θα παρουσιαστεί παρακάτω. Είναι πιθανό πολλές προϋποθέσεις να καλύπτονται, ταυτόχρονα, ακόμα και από μια εικόνα.

1. Ύπαρξη πολλών ακμών παράλληλων με αυτή που επιλέχθηκε μέσα στο νέφος. Στόχος είναι να αποδειχθεί ότι, ακόμα και έτσι, επιλέγεται η κατάλληλη ακμή από τον αλγόριθμο.
2. Επιλογή πάνω στις εικόνες ακμών με διαφορετικές προβολές τους. Συγκεκριμένα:
 - α. Επιλογή μιας ακμής ξεκάθαρα ορατής, σχεδόν μετωπικά με την φωτογραφική μηχανή.
 - β. Επιλογή μιας ακμής με εντονότερη κλίση ω, φ, κ ως προς το σημείο λήψης
3. Η απόσταση λήψης της φωτογραφικής μηχανής από το αντικείμενο να διαφέρει (κλίμακα).
 - α. Αρχικά να είναι κοντά στην ζητούμενη ακμή και
 - β. σε επόμενη φωτογραφία να βρίσκεται σε μεγαλύτερη απόσταση.
4. Εφαρμογή αλγόριθμου σε μία ακμή με έντονες διαβρώσεις και φθορές στο μήκος της, λόγω της αλλοίωσης που έχει υποστεί το μνημείο από το χρόνο και τις περιβαλλοντικές συνθήκες (ρύποι, όξινη βροχή κ.ά).

5. Βέλτιστη απεικόνιση μιας ακμής στην εικόνα σε σχέση με τη γωνία λήψης της μηχανής.
- α. Επιλογή μιας ακμής για την οποία είναι εμφανείς και οι δύο έδρες της
 - β. Επιλογή μιας ακμής για την οποία είναι εμφανής η μία από τις δύο έδρες της (Παράδειγμα: οι Εικόνες 1-2 και 3-4)
6. Επιλογή ακμών που διαφέρει το μήκος της προβολής τους πάνω στην εικόνα.
- α. Εφαρμογή του αλγόριθμου σε ένα μικρό τμήμα μιας επιλεγμένης ακμής
 - β. Εφαρμογή του αλγόριθμου επιλέγοντας σημεία που περιγράφουν το συνολικό μήκος μιας ζητούμενης ακμής.



Εικόνες 1-2 και 3-4 1 Απεικόνιση της ίδιας ακμής σε δύο εικόνες, όπως επεξηγείται στην 5η περίπτωση

Οι εικόνες που επιλέχθηκαν, σύμφωνα με τα παραπάνω κριτήρια, ήταν πέντε και συνολικά ο αλγόριθμος ανίχνευσης εφαρμόστηκε σε δέκα ακμές. Οι πέντε από αυτές είναι διαφορετικές ακμές μεταξύ τους, ενώ στις υπόλοιπες ακμές, ελέγχθηκαν τα αποτελέσματα ανίχνευσης από διαφορετικές φωτογραφίες, στις οποίες αυτές απεικονίζονται. Τελικός έλεγχος έγινε πάνω στην ίδια εικόνα, χρησιμοποιώντας

εικονοσυντεταγμένες εισόδου που περιγράφουν μικρό κομμάτι της συνολικής ακμής και ολόκληρη την ακμή για να συγκριθεί η ποιότητα των εξαγόμενων ακμών. Σε αρχείο excel παρουσιάζεται παρακάτω η ομαδοποίηση ακμών και κριτηρίων ανά ακμή που χρησιμοποιήθηκε.

Η τιμή της προκαθορισμένης τιμής (threshold) για την ανίχνευση των σημείων πάνω στο ορισμένο επίπεδο, αλλά και για την εφαρμογή του αλγορίθμου Ransac και είναι 6 χιλιοστά. Ανάλογα και με την κάθε ακραία περίπτωση που θα εξεταστεί, παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα του αλγόριθμου εκτενώς στο 5ο κεφάλαιο.

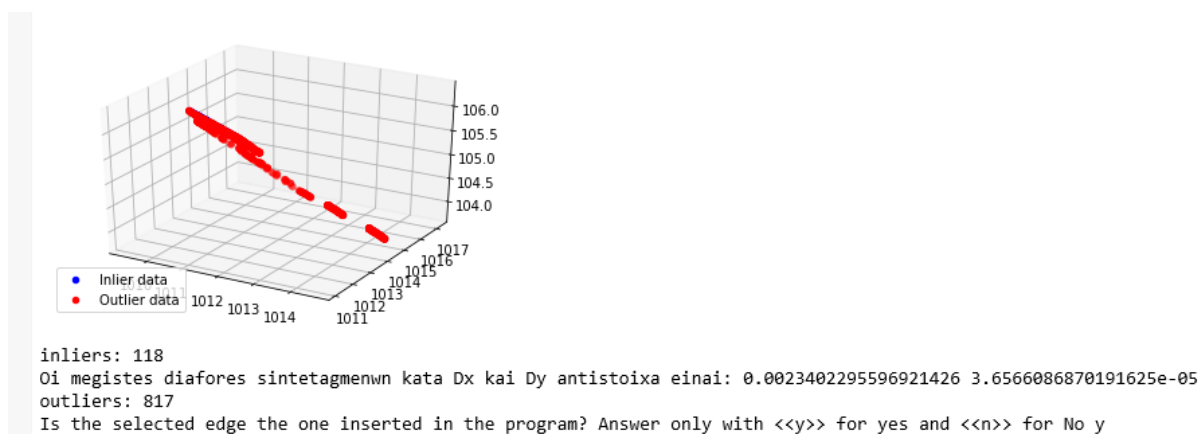
Εφαρμογές ανίχνευσης ακμών/ Ειδικές εξεταζόμενες περιπτώσεις	Εικόνα	Επιλογή ακμής πάνω στην εικόνα	Περίπτωση 1	Περίπτωση 2	Περίπτωση 3	Περίπτωση 4	Περίπτωση 5	Περίπτωση 6
1η ακμή	4G0R6724		■	■ β	■ α	■	■ α	■ β
2η ακμή	4G0R6724			■ β	■ α		■ α	■ β
3η ακμή	4G0R6802		■	■ α	■ β		■ α	■ β
4η ακμή	4G0R6621			■ β	■ α		■ α	■ β
5η ακμή	4G0R6621		■	■ α	■ α			■ α
6η ακμή	4G0R6615		■	■ β	■ α		■ α	■ α
7η ακμή	4G0R6615			■ β	■ α		■ α	■ β
8η ακμή	4G0R6561		■	■ α	■ α		■ β	■ α
9η ακμή	4G0R6561		■	■ α	■ β		■ α	■ β
10η ακμή	4G0R6561		■	■ α	■ β	■	■ α	■ α

Εικόνα 41 ,Εικόνα 42 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου για κάθε ακμή

Εφαρμογές ανίχνευσης ακμών/ Ειδικές εξεταζόμενες περιπτώσεις	Εικόνα	σ σφάλμα (+/-) προσρμογής ανιχνευμένης ακμής	Μαx τιμή σφάλματος προσρμογής	Συγκριση ίδιας ακμής σε 2 εικόνες	σ σφάλμα (+/-) σύγκρισης	Μαx τιμή σφάλματος σύγκρισης
1η ακμή	4G0R6724	0.008 m	0.032 m			
2η ακμή	4G0R6724	0.005 m	0.0119 m			
3η ακμή	4G0R6802	0.005 m	0.0283 m			
4η ακμή	4G0R6621	0.006 m	0.0142 m	☆	(-0.012-0.003) m	0.0208 m
5η ακμή	4G0R6621	0.006 m	0.0266 m	▼		
6η ακμή	4G0R6615	0.0150 m	0.1057 m	▼	0.006 m	0.0523 m
7η ακμή	4G0R6615	0.005 m	0.0208 m	☆		
8η ακμή	4G0R6561	(-0.06 - 0.018) m	0.06 m	☆	>=0.06 m	>=0.06 m
9η ακμή	4G0R6561	0.003 m	0.012 m	▼ ◆		
10η ακμή	4G0R6561			◆	0.0015m	>=0.0269 m

5.6. Επιτυχία αλγόριθμου - Έλεγχος αποτελεσμάτων «περίπτωσης 1»

Στην εικόνα 36 που εξετάστηκε και παρουσιάζεται νωρίτερα, εφαρμόζεται ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Η επιτυχία του αλγόριθμου αποδεικνύεται με την ανίχνευση της συγκεκριμένης ακμής μέσα στο νέφος του ναού, που φάνηκε να είναι η πιο ιδιαίτερη περίπτωση από όσες εξετάστηκαν για την εργασία αυτή. Στην εικόνα που ακολουθεί, απεικονίζονται τα αποτελέσματα για την συγκεκριμένη ακμή που επιλέχθηκε πάνω στην εικόνα 36.



Εικόνα 43 Αποτελέσματα του προγράμματος στην κονσόλα της Python

Τα αποτελέσματα του προγράμματος εξάγονται στο πρόγραμμα CloudCompare όπου εμφανίζεται η θέση της ανιχνευμένης ακμής πάνω στο τρισδιάστατο μοντέλο του ναού της Δήμητρας και επιβεβαιώνει ο χρήστης τον αλγόριθμο για τη σωστή ή μη έκβασή του. Στην συνέχεια η ανιχνευμένη ακμή αποθηκεύεται σε αρχείο .txt ή dxf.

Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας ανίχνευσης των ακμών, οι πληροφορίες και τα αρχεία εξόδου που διατίθενται συνολικά, είναι το τελικό αρχείο σε μορφή txt ή dxf των συντεταγμένων των ακμών που επιλέχθηκαν από το χρήστη. Οι προς εξαγωγή ακμές, μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε λογισμικά επεξεργασίας τρισδιάστατων διανυσματικών δεδομένων.



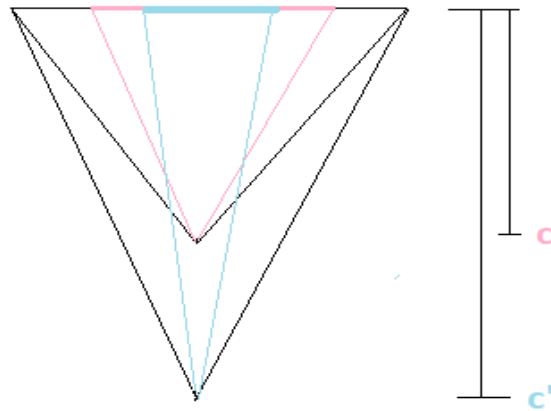
Εικόνα 44 Απεικόνιση ανιχνευμένης ακμής πάνω στο νέφος σημείων του ναού της Δήμητρας

Αξίζει να αναφερθεί, ότι για τη βέλτιστη έκβαση του αλγόριθμου παρατηρήθηκε ότι είναι αναγκαία η χρήση της βαθμονομημένης σταθεράς της φωτογραμμετρικής μηχανής (c) για κάθε εφαρμογή. Η αποκατάσταση του εσωτερικού προσανατολισμού κάθε εικόνας δεν χρησιμοποιήθηκε στον αλγόριθμο και έτσι υπεισέρχονται σφάλματα εικονοσυντεταγμένων, λόγω της παράλειψης αυτής.

Για την ανίχνευση ακμών στις εικόνες χρησιμοποιήθηκαν μονάχα δύο από τα σημεία της εικόνας και δεν πραγματοποιήθηκε προσαρμογή περισσότερων σημείων της ακμής με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων Αυτό οφείλεται στο ότι η διαστρόφη του φακού δεν φαίνεται να επηρέασε τον αλγόριθμο. Η τιμή της σταθεράς μηχανής, c, δόθηκε χειροκίνητα στον αλγόριθμο, αναφερόμενη σε εστίαση στο άπειρο και δεν πραγματοποιήθηκε διόρθωση της τιμής της με βαθμονόμηση. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται πόσο βελτίωσε τον αλγόριθμο η προσαρμογή της βαθμονομημένης τιμής σταθεράς μηχανής σε μία απόσταση λήψης από το αντικείμενο, ανάλογη με αυτή που απεικονίζεται σε κάθε φωτογραφία.

Αν τα δεδομένα της αποκατάστασης του εσωτερικού προσανατολισμού είχαν ενταχθεί πλήρως στην εφαρμογή, το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να επιλυθεί αυτομάτως. Για τις επίγειες λήψεις της πρακτικής εφαρμογής με απόσταση λήψης γύρω στα τέσσερα με πέντε μέτρα, δόθηκε η τιμή της σταθεράς μηχανής $c = 0.0245$ m, αντί της ονομαστικής τιμής 0.024 της άπειρης εστίασης. Σε εφαρμογές με μεγαλύτερες αποστάσεις λήψης επιλέχθηκαν τιμές λίγα μικρότερα μικρότερες από την τιμή

0.0245m. Παραδείγματος χάριν, στην εικόνα 4G0R6802 χρησιμοποιήθηκε c ίσο με 0.0243 m.



Εικόνα 45 Ακτίνες ακμών, προβολή τους στο επίπεδο της εικόνας και δέσμες τους, $c < c'$, αλλαγή κλίμακας

V I . Συμπερασματικά σχόλια

6.1. Σχολιασμός των διαδικασιών ελέγχου του αλγόριθμου - Παρατηρήσεις αναφορικά με την επιτυχία και τις παρουσιαζόμενες δυσκολίες

Σύμφωνα με τους πίνακες στις εικόνες 41 και 42, εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος σε δέκα ακμές για να μελετηθούν οι ακραίες περιπτώσεις που μπορεί να αντιμετωπίσει ένας χρήστης. Τα αποτελέσματα ελέγχθηκαν για την προσαρμογή τους στην ζητούμενη ακμή μέσα στο νέφος για κάθε εφαρμογή, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο M3C2. Παρακάτω παρουσιάζονται οι προβληματικές παρατηρήσεις μετά την εφαρμογή του αλγόριθμου.

6.1.1. Εμφάνιση μεγάλων τιμών κατά τον έλεγχο προσαρμογής των εικονοσυντεταγμένων ανάμεσα στην ακμή εισόδου και της ανιχνευμένης ακμής

Στην εικόνα 43 παρουσιάζονται συνδυαστικά με τα αποτελέσματα ανίχνευσης της ακμής και οι μέγιστες τιμές διαφορών των εικονοσυντεταγμένων Δx , Δy της συνάρτησης `is_model_valid`. Να σημειωθεί ότι δεν εντοπίστηκαν σε άλλες επιλυμένες εφαρμογές του αλγόριθμου, τέτοιες μεγάλες αποκλίσεις και διαφορές εικονοσυντεταγμένων. Συνήθως το σφάλμα αυτό στις εικονοσυντεταγμένες εντοπίζεται ικανοποιητικό σε μέγεθος, με εύρος τιμών από 10 έως 100 μm κατά τους x και y άξονες αντίστοιχα. Αντιθέτως, στη συγκεκριμένη ακμή εμφανίστηκε μεγάλο σφάλμα και διερευνήθηκε το πρόβλημα αυτό περισσότερο, για να δικαιολογηθεί μία διαφορά εικονοσυντεταγμένων δύο χιλιοστών στη διαδικασία προσαρμογής των δύο ακμών. Υπολογίστηκε το τυπικό σφάλμα των διαφορών $\Delta x = \frac{(x_1-x'_1)^2+\dots+(x_n-x'_n)^2}{n-1} = 1.4$ χιλιοστόμετρα, που είναι ακόμα ανησυχητικό.

Πάνω στο νέφος σημείων έγινε χειροκίνητα αποκοπή της ακμής που περιγράφει την πραγματική θέση της ακμής στο νέφος (εικ. 6.1 ακμή με πράσινο χρώμα), για να συγκριθούν οι διαφορές της ανιχνευμένης ακμής (εικ. 6.1 ακμή με ροζ χρώμα) με την αντίστοιχη που περιγράφει το νέφος. Οι δύο ακμές παρουσιάζονται στην εικόνα (Figure 1), (Figure 2) και επίσης, το νέφος των ζητούμενων ακμών 'τμήθηκαν' χειροκίνητα στο πρόγραμμα CloudCompare.

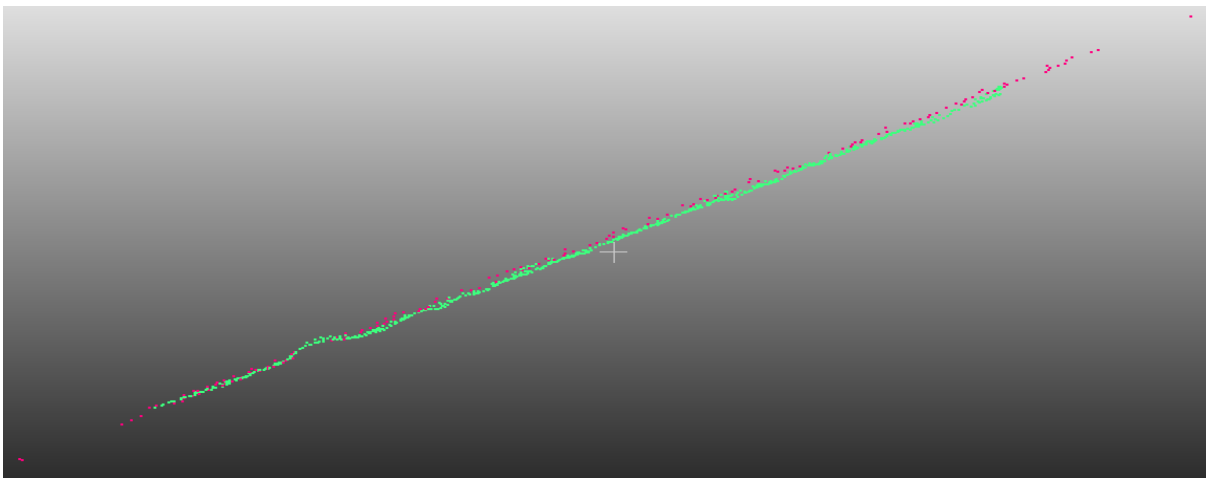


Figure 1 Figure 2, Απεικόνιση ανιχνευμένης ακμής με ροζ χρώμα, απεικόνιση της πραγματικής θέσης της ακμής στο νέφος με πράσινο

Δεν αρκεί όμως η παραγωγή της ακμής με το πέρας του αλγορίθμου, είναι σημαντικό να ελεγχθούν οι αποκλίσεις των δύο παραπάνω ακμών μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, θα χρησιμοποιηθεί αλγόριθμος μέσα στο πρόγραμμα CloudCompare, που θα υπολογίσει την απόκλιση μεταξύ των δύο ακμών (αλγόριθμος M3C2, κεφάλαιο 2 της εργασίας).

Τα αποτελέσματα του M3C2 παρουσιάζονται στην εικόνα (Figure 3) και (Figure 4), παρακάτω. Η σύγκριση εφαρμόζεται με σημεία αναφοράς εκείνα που περιγράφουν την πραγματική θέση της ακμής στο νέφος, και απεικονίζεται με πράσινο χρώμα στην εικόνα (Figure 2). Η ακμή αναφοράς συγκρίνεται με την ακμή που ανιχνεύει το πρόγραμμα και εμφανίζεται με διαφορετικό χρώμα. Στην εικόνα παρουσιάζονται οι διαφορές προσαρμογής των ακμών, όπως εξηγείται στο υπόμνημα. Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζονται οι πιο ακραίες διαφορές, αλλά έπειτα από διερεύνηση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου διαπιστώθηκε ότι δεν αποτελούν ανησυχητικό θέμα,

αλλά είναι αναμενόμενες. Η αιτία που δημιούργησε αυτήν την απόκλιση, μπορεί να οφείλεται σε ενδεχόμενη παραμόρφωση των δομικών στοιχείων του μνημείου και συγκεκριμένα των ακμών της πύλης (Figure 5).

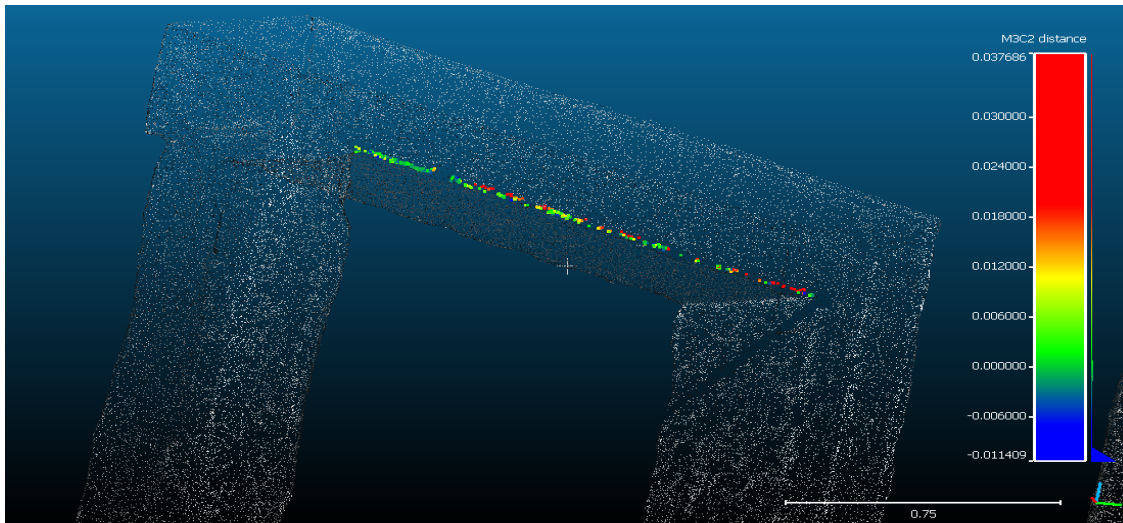


Figure 3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων του αλγόριθμου M3C2

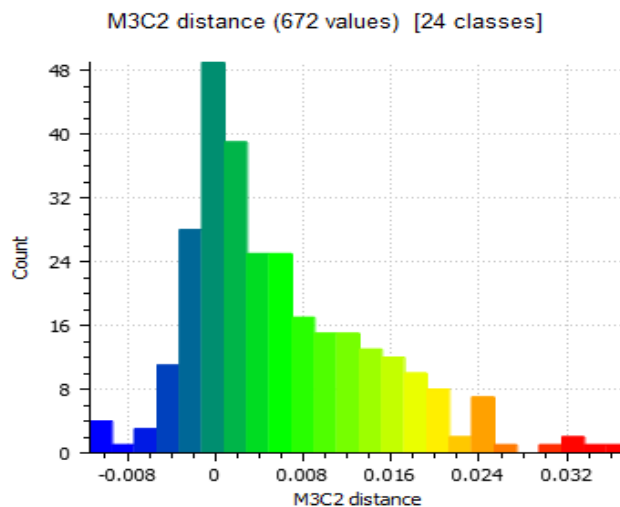


Figure 4 Γραφική απεικόνιση στατιστικών συχνοτήτων μεταξύ των αποστάσεων των δύο νεφών σημείων και η αναλογία τους.

Όπως φαίνεται από το ιστόγραμμα στην Εικόνα 6-4, οι δύο ακμές προσαρμόζονται ικανοποιητικά μεταξύ τους. Οι ακραίες τιμές είναι ελάχιστες και συνδέονται με τις ασυνέχειες και τις γεωμετρικές αλλοιώσεις των ακμών, λόγω φθορών, με αποτέλεσμα

οι ακμές να μην είναι ευθείες, αλλά τεθλασμένες γραμμές (Εικόνα 6.5). Παρακάτω παρουσιάζονται αντίστοιχα τα αποτελέσματα που εξήχθησαν για κάποιες ακόμα χαρακτηριστικές ακμές.

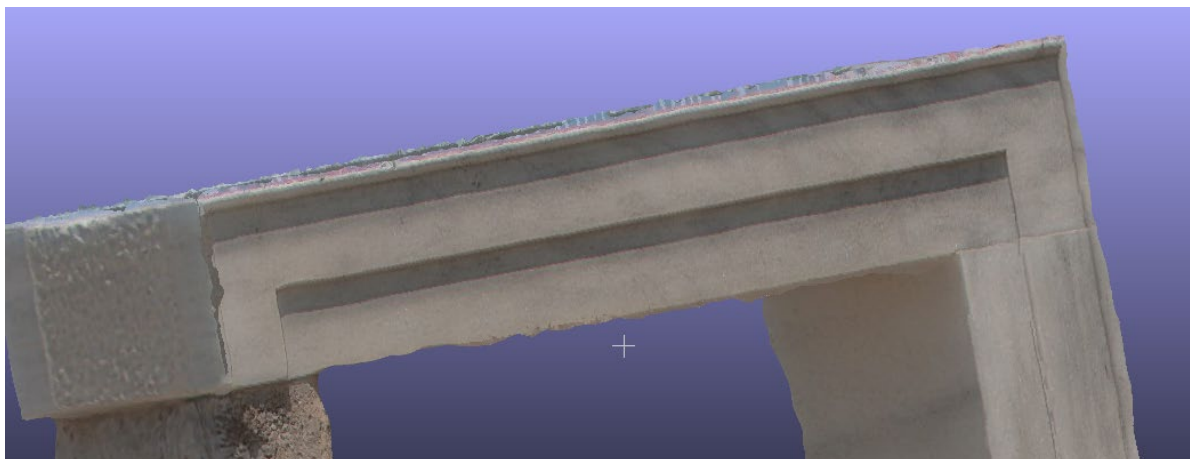


Figure 5 Παρουσίαση των φθορών που έχει υποστεί το μνημείο και της τεθλασμένης μορφής της ζητούμενης ακμής, έναντι ευθείας γραμμής.

Με τις παραπάνω παρατηρήσεις, δίνεται εξήγηση στην ύπαρξη μεγάλων τιμών στις διαφορές εικονοσυντεταγμένων κατά τον έλεγχο προσαρμογής των ακμών πάνω σε ορισμένες εικόνες, καθώς και της ύπαρξης μεγάλης τιμής τυπικού σφάλματος. Όταν ο αλγόριθμος επιλέγει μοναχά δύο σημεία για την παραγωγή της ζητούμενης ακμής και, εν συνεχεία, δημιουργεί ένα επίπεδο ανίχνευσης της ακμής, είναι περισσότερο πιθανό να διαφέρει η ζητούμενη ακμή από την ανιχνευόμενη μέσα στο νέφος. Αιτία αποτελεί η ύπαρξη τόσο έντονα προβληματικής γεωμετρίας, δίχως να εξασφαλίζεται ότι τα δύο επιλεγμένα σημεία είναι ικανά να περιγράψουν την ακμή με το βέλτιστο δυνατό τρόπο. Ενισχύεται, δηλαδή, η πιθανότητα ύπαρξης μεγαλύτερων αποκλίσεων στην προσαρμογή μεταξύ των ανιχνευμένων ακμών και των ζητούμενων, ενώ το τυπικό σφάλμα της ανιχνευμένης ακμής μεγαλώνει.

Η σημαντική παρατήρηση αυτή, αποτελεί γεγονός που πρέπει να λάβει υπόψιν του ο κάθε χρήστης του αλγόριθμου, ώστε να προσαρμόζει τις απαιτήσεις του στις δυνατότητες που του προσφέρει το αντικείμενο μελέτης του. Το ίδιο σημαντικό ρόλο παίζει και η ποιότητα των δεδομένων εισόδου που χρησιμοποιεί στον αλγόριθμο, ειδικά η ακρίβεια του νέφους σημείων, είτε ακόμα, η ύπαρξη τυχόν προβλημάτων που πηγάζουν από τη διαδικασία παραγωγής του. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή στον ναό της Δήμητρας, που οι φθορές είναι εμφανείς, είναι και ο βασικός λόγος ύπαρξης μεγάλων τιμών σφαλμάτων για αρκετές ακμές, καθώς παρατηρείται ότι οι ακραίες αυτές τιμές είναι ελάχιστες συγκριτικά με τη συνολική προσαρμογή των ανιχνευμένων ακμών στις ζητούμενες.

6.1.2. Έλεγχος λειτουργίας του αλγόριθμου σε μεγαλύτερες αποστάσεις λήψης

Όπως φαίνεται στην τρίτη ακμή της εικόνας 41, επιλέχθηκε ακμή με έντονη στροφή, ενώ μάλιστα παρουσιάζεται και μακρινή η θέση της ακμής από το σημείο λήψης. Συγκεκριμένα, η απόσταση λήψης της μηχανής από την ακμή που ερευνάται, είναι μεγαλύτερη από τη μέση τιμή απόστασης (η οποία είναι τρία ως τέσσερα μέτρα), δηλαδή είναι γύρω στα δέκα μέτρα. Αφού έγινε προσαρμογή της τιμής της σταθεράς της μηχανής σε 0.0243 m η ακμή ανιχνεύτηκε με ικανοποιητική ακρίβεια. Συμπερασματικά, εφόσον η ακμή έχει περιγραφεί με σαφείς εικονοσυντεταγμένες πάνω στην εικόνα, είναι δυνατόν να ανιχνευτεί επιτυχώς, παρά την έντονη στροφή της στην εικόνα και την τιμή της σταθεράς της μηχανής c .

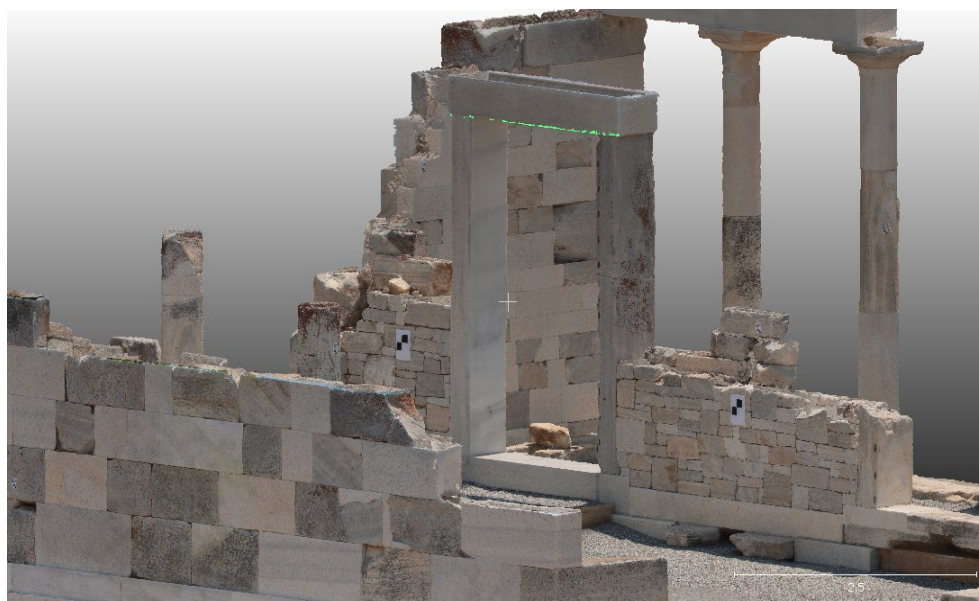


Figure 6
Παρουσίαση ανιχνευμένης
ακμής μέσα
στο νέφος σημείων

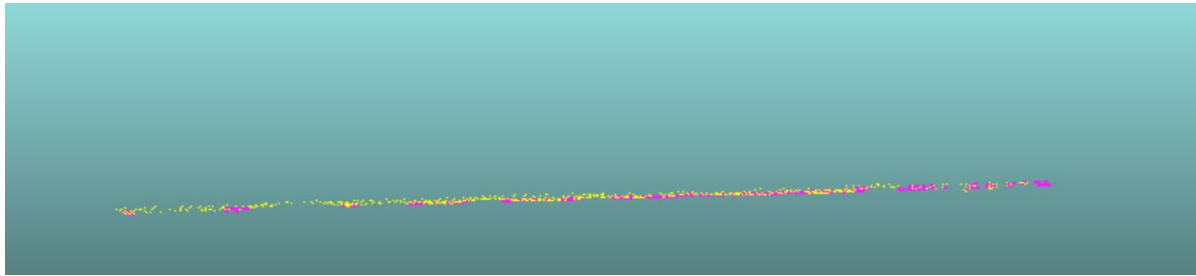
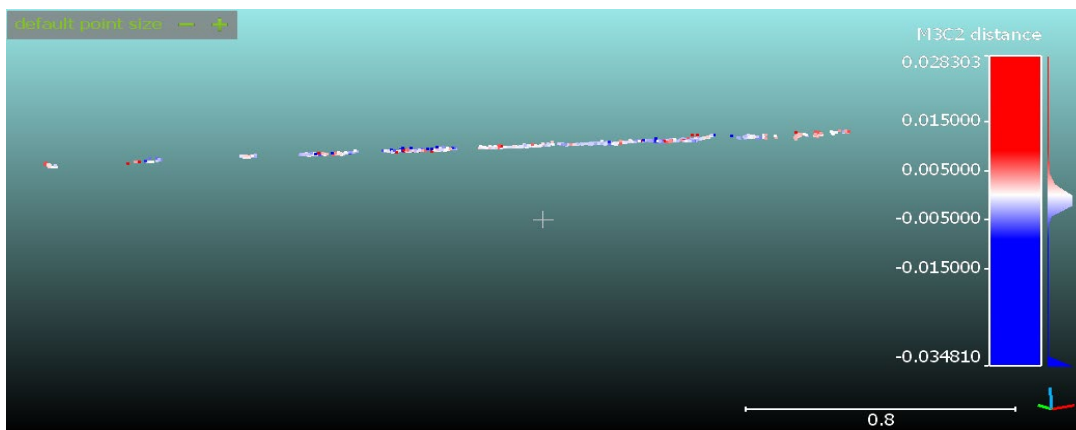


Figure 7: Παρουσίαση ανιχνευμένης ακμής με ροζ χρώμα και της πραγματικής θέσης της ακμής στο νέφος με κίτρινο χρώμα

Παρακάτω παρουσιάζονται οι έλεγχοι που εφαρμόστηκαν, ενώ αξίζει να αναφερθεί ότι οι ακραίες τιμές του διαγράμματος M3C2 αναφέρονται και πάλι στις φθορές από τον χρόνο που έχει υποστεί ο ναός.



Αποτελέσματα προσαρμογής ανιχνευμένης ακμής με τον M3C2 αλγόριθμο

6.1.3. Έλεγχος λειτουργίας του αλγόριθμου στις μεταβολές των έντονων στροφών των ζητούμενων ακμών μεταξύ διαφορετικών εικόνων.

Η τέταρτη και έβδομη ακμή της εικόνας 41, στις οποίες εφαρμόζεται ο αλγόριθμος, είναι κοινή, ενώ το μόνο που μεταβάλλεται είναι οι στροφές της ακμής να παρουσιάζονται εντονότερες στην εικόνα 4G0R6615. Αντίστοιχα συμβαίνει στις ακμές πέντε και έξι στις ίδιες εικόνες. Οι εικονοσυντεταγμένες εισόδου που επιλέχθηκαν στη δεύτερη αναφερόμενη σύγκριση δεν ανήκουν στο συνολικό μήκος της ζητούμενης ακμής, αλλά σε ένα τμήμα της. Έτσι, είναι δυνατόν να ελεγχθεί ο βαθμός επιρροής της έντονης στροφής της ακμής στην εύρεση της ζητούμενης ακμής, τόσο στις περιπτώσεις

όπου διατίθενται περισσότερες πληροφορίες για την κλίση της ακμής, όσο και στις περιπτώσεις όπου είναι λιγότερο ακριβείς. Στην εικόνα 4G0R6621 (εικόνα 1-2) η τέταρτη ακμή που ανιχνεύτηκε προσαρμόζεται καλύτερα στην ζητούμενη, καθώς χωρίς έντονες στροφές και σημεία στο συνολικό μήκος της ακμής, μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά η ακμή. Η ανιχνευμένη ακμή έχει την βέλτιστη ως τώρα παρουσιαζόμενη ακρίβεια.

Για την εικόνα 1-2 η ανιχνευμένη ακμή είναι:



Figure 8 Αποτελέσματα εφαρμογής προγράμματος ανίχνευσης στην ακμή

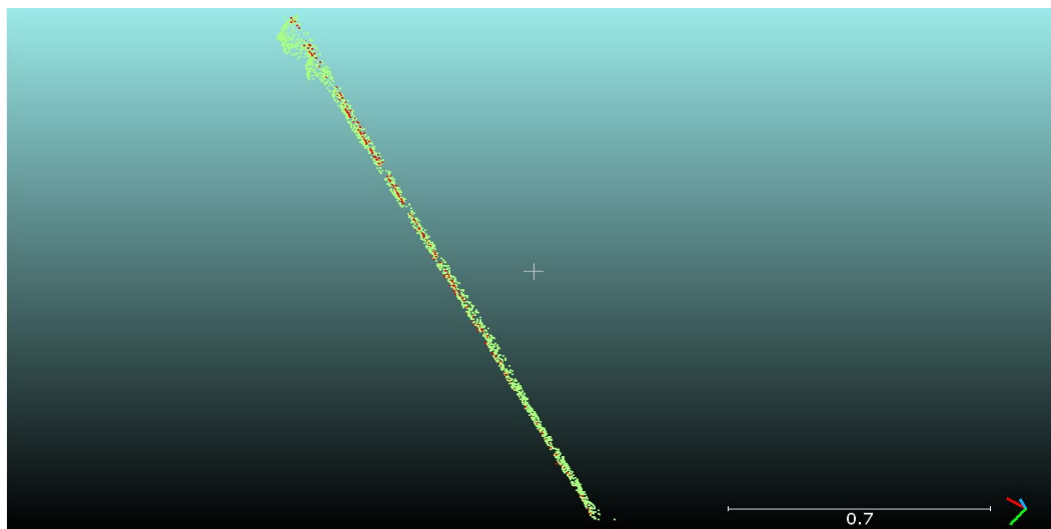


Figure 9 Παρουσίαση ανιχνευμένης ακμής με κόκκινο χρώμα και της πραγματικής θέσης της ακμής στο νέφος με πράσινο

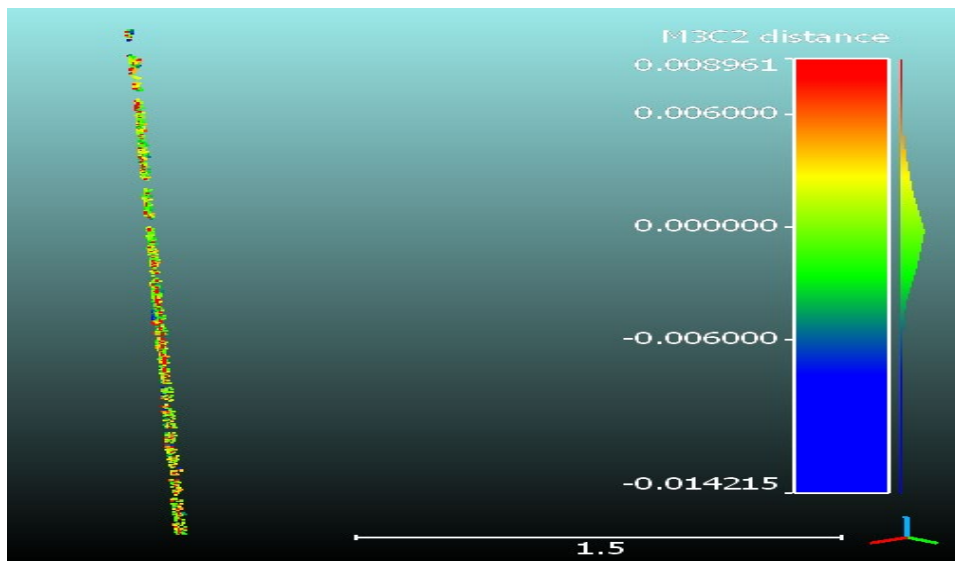


Figure 10 Η καλύτερη συνολικά προσαρμογή της ακμής, διαφαίνεται πόσο σημαντικό ρόλο παίζει η χρήση της βαθμονομημένης τιμής της c σε κάθε εφαρμογή

Η προσαρμογή στην έβδομη εφαρμογή, για την ίδια ακμή στην εικόνα 4G0R6615, είναι λιγότερο ακριβής. Φαίνεται πως για το γεγονός αυτό ευθύνεται ο συνδυασμός τόσο της χρήσης σημείων κοντινότερων μεταξύ τους, καθώς και της ύπαρξης εντονότερων στροφών.



Figure 12 Αποτέλεσμα εφαρμογής προγράμματος ανίχνευσης,

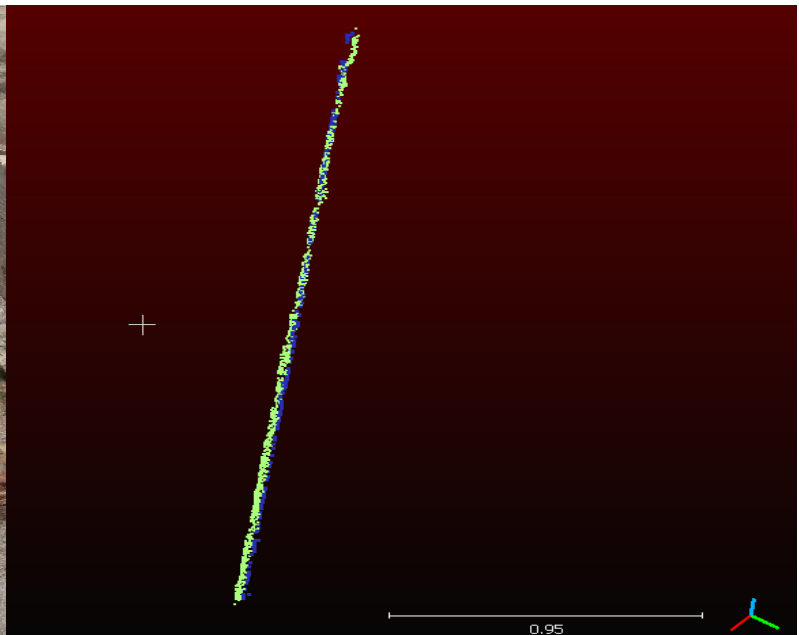


Figure 11 Παρουσίαση ανιχνευμένης ακμής με μπλε χρώμα και της πραγματικής θέσης της ακμής στο νέφος με πράσινο

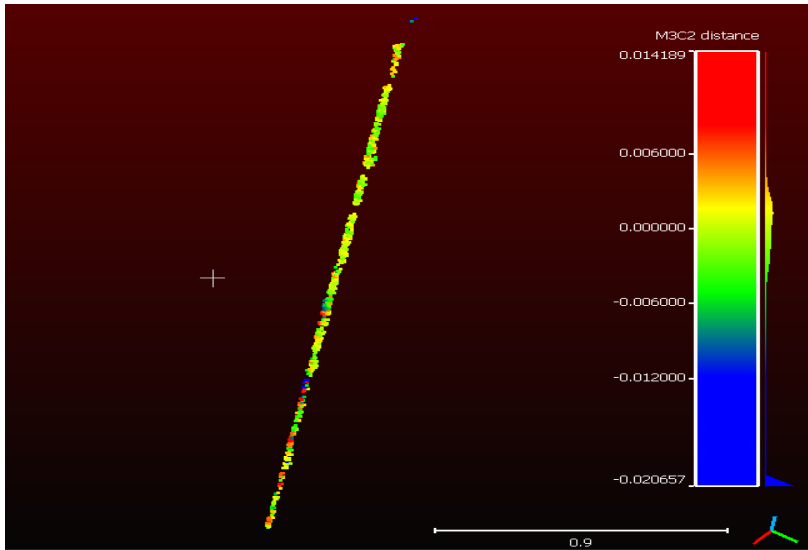


Figure 13 Αποτελέσματα προσαρμογής ανιχνευμένης ακμής με τον M3C2 αλγόριθμο

Αντίστοιχα, για την πέμπτη και έκτη εφαρμογή ανίχνευσης της ίδιας ακμής εμφανίζονται οι ίδιες παρατηρήσεις. Μάλιστα, στην περίπτωση αυτή, λόγω μεγαλύτερου μήκους της ακμής, φαίνεται εντονότερα η αδυναμία ακριβούς προσαρμογής.



Figure 15 Αποτέλεσμα εφαρμογής προγράμματος ανίχνευσης στην 4G0R6621



Figure 14 Παρουσίαση ανιχνευμένης ακμής με ροζ χρώμα και της προσαρμογής της με τον M3C2 αλγόριθμο στην 4G0R6621

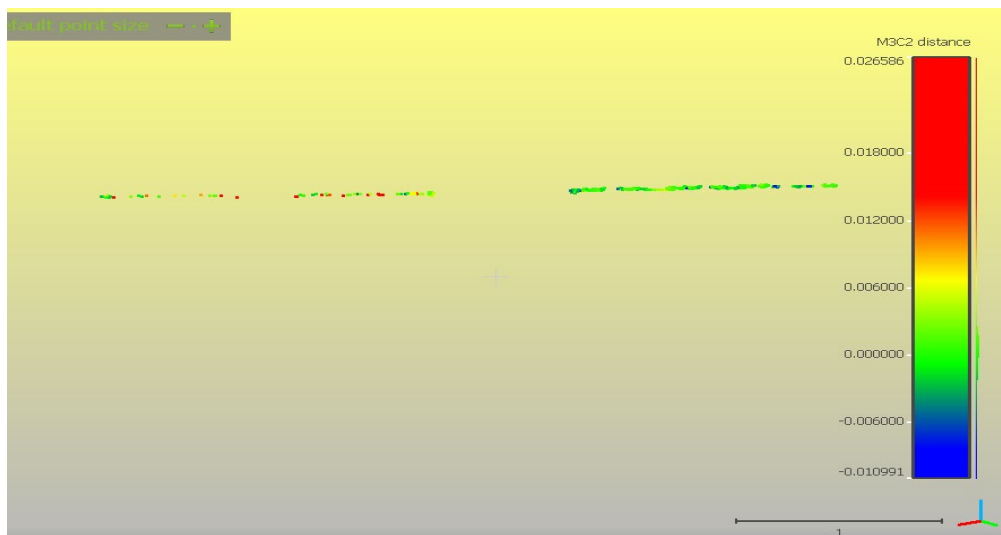


Figure 16 M3C2 έλεγχος προσαρμογή της ακμής στη ζητούμενη, οι ακραίες τιμές αναφέρονται στις φθορές του ναού



Figure 17 Αποτέλεσμα εφαρμογής προγράμματος ανίχνευσης στην 4G0R6615, εμφανής η αστοχία της διαδικασίας

Να αναφερθεί ότι οι έντονες στροφές και η επιλογή δύο κοντινών σημείων έχει ως αποτέλεσμα την μερική αστοχία της εύρεσης της ακμής. Στο αριστερό τμήμα, που έχει περιγραφεί καλύτερα, είναι και το αποτέλεσμα πιο ακριβές. Έτσι, ο αλγόριθμος M3C2 στο δεξί τμήμα της ακμής δεν βρήκε κοινά σημεία να συγκρίνει, καθώς δεν είναι κοινά.

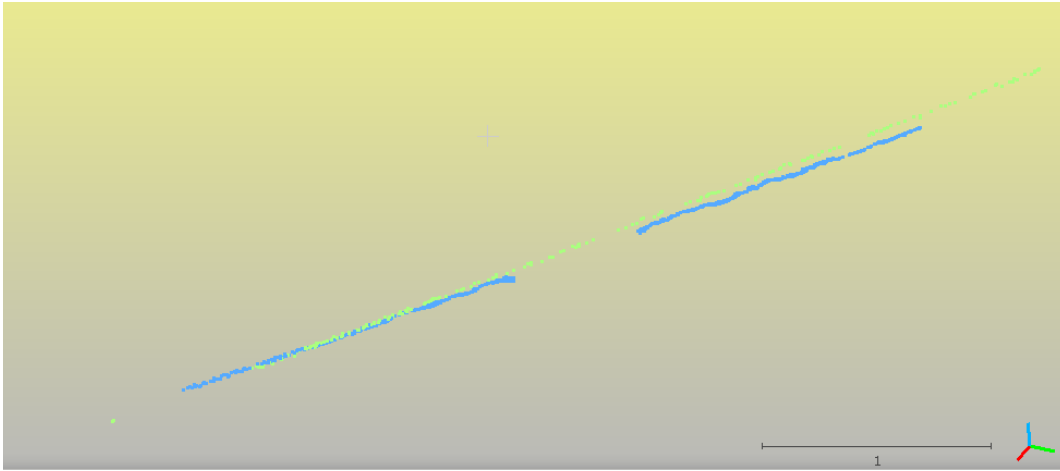


Figure 18 Παρουσίαση ανιχνευμένης ακμής με πράσινο χρώμα και της πραγματικής θέσης της ακμής στο νέφος με μπλε στην 4G0R6621



Figure 19 Σύγκριση απόκλισης ανιχνευμένης ακμής στην εικόνα 4G0R6621 (ροζ) και στην 4G0R6615 (πράσινο)

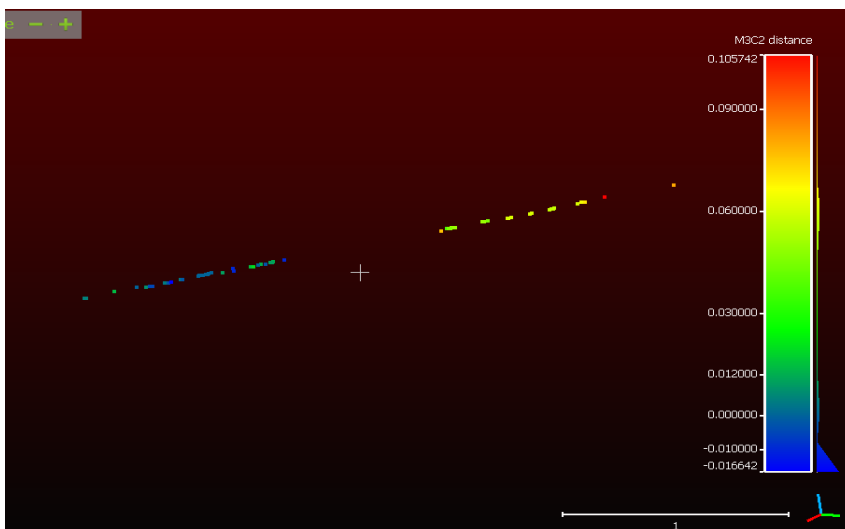


Figure 20 Στα κοινά σημεία των δύο ανιχνευμένων ακμών, η εφαρμογή του αλγορ. M3C2 υποδεικνύει τις αποκλίσεις μεταξύ τους

6.1.4. Έλεγχος λειτουργίας του αλγορίθμου για την περίπτωση που απεικονίζεται η μία από τις δύο έδρες της ζητούμενης ακμής

Αυτή η περίπτωση είναι και η μόνη κατά την οποία παρατηρήθηκαν σημαντικές αστοχίες στις προβλέψεις του αλγορίθμου. Όπως φαίνεται στην εικόνα 34, παρόλο που έγινε προσπάθεια να περιγραφεί η ακμή με εικονοσημεία στο συνολικό μήκος της, η γωνία κλίσης της ακμής με τις στροφές της μηχανής κατά τη λήψη δημιουργούν δύο κοντινά επίπεδα γύρω από τη ζητούμενη ακμή, όπως δείχνει η εικόνα 6.21.

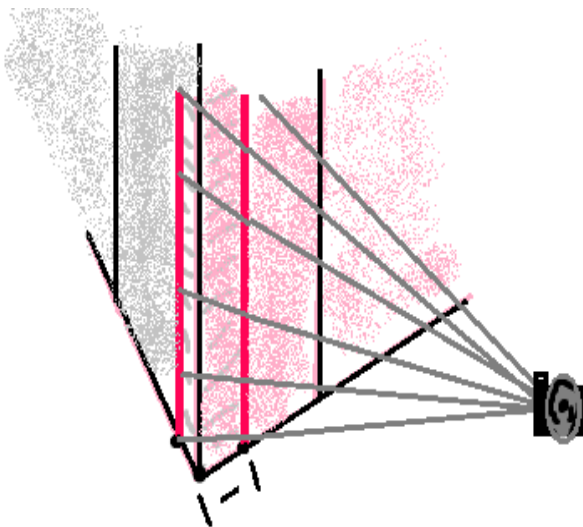


Figure 21 Θέση μηχανής και αντικειμένου κατά τη λήψη της εικόνας

Η κλίση λήψης είναι τόσο οξεία και η απόσταση λήψης μεγάλη, ώστε οι εικονοσυντεταγμένες που εισάγονται να μην έχουν την καλύτερη ακρίβεια εισόδου και το μέγεθος της εικονοψηφίδας να είναι μεγάλο. Αποτέλεσμα αυτού είναι η ανίχνευση της ροζ δεξιάς ακμής αντί της ζητούμενης. Ταυτόχρονα η δεύτερη ακμή που ανιχνεύεται τυχαίνει να βρίσκεται κοντινότερα στην πραγματική έδρα που ζητάται (μαύρη) και επιλέγεται από τον αλγόριθμο, καθώς έχει καλύτερη προσαρμογή κατά τον έλεγχο των εικονοσυντεταγμένων.

Και οι δύο ακμές έχουν μία σημαντική απόκλιση από την ζητούμενη ακμή, που φαίνεται παρακάτω. Θα μπορούσε να θεωρηθεί μία περίπτωση αστοχίας του αλγορίθμου καθώς η απόκλιση είναι μεγαλύτερη από 6 εκατοστά.



Figure 23 Παρουσίαση των δύο ακμών δεξιά και αριστερά από την ζητούμενη ακμή

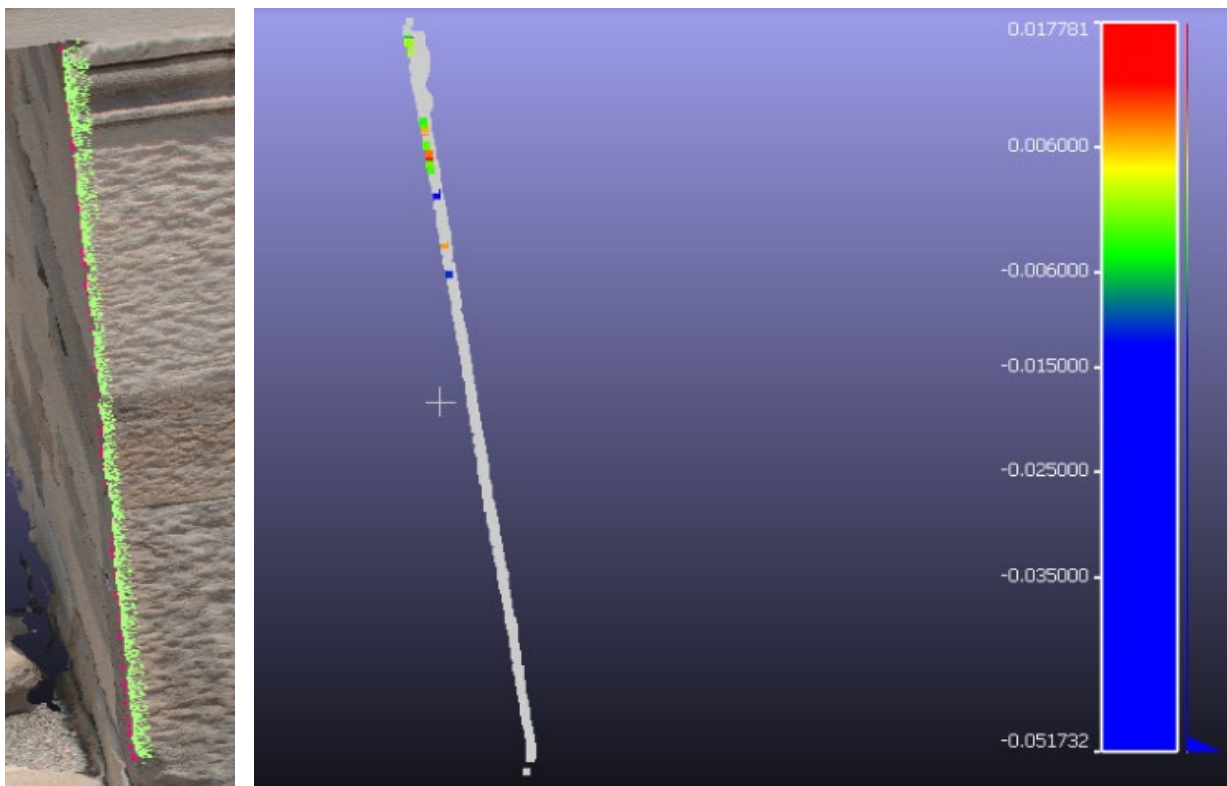


Figure 22 Παρουσίαση ανιχνευμένης ακμής με ροζ χρώμα και της πραγματικής θέσης της ακμής στο νέφος με πράσινο στην 4G0R6661

Figure 24 : ο M3C2 υποδεικνύει τις αποκλίσεις μεταξύ τους, με γκρι χρώμα είναι όσα σημεία δεν βρέθηκε να έχουν κοινά σημεία με την προσαρμοσμένη στην ζητούμενη ακμή

Αντίθετα, στην περίπτωση της ακμής 9, που έγινε εφαρμογή του αλγορίθμου, η ακμή βρέθηκε επιτυχώς και με πολύ καλή ακρίβεια προσαρμογής, αφού χρησιμοποιήθηκαν σημεία που περιγράφουν το πραγματικό μήκος της. Στην ακμή 10, που χρησιμοποιήθηκαν όσο δυνατόν κοντινότερα σημεία η ακμή δεν προσαρμόζεται ικανοποιητικά στην ζητούμενη.



Figure 25 Σύγκριση αποτελεσμάτων, ακμή 9 (ροζ χρώμα) και ακμή 10 (γαλάζιο χρώμα)

6.2. Προτάσεις για την περαιτέρω εξέλιξη του αλγορίθμου

Τα συμπεράσματα, μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας, επικεντρώνονται κυρίως στην ακρίβεια με την οποία ανιχνεύονται οι ακμές και στο κατά πόσο μπορεί ο χρήστης να την επηρεάσει. Ακόμη, προτείνονται και κάποιες μελλοντικές βελτιώσεις που αφορούν στην προσθήκη επιπλέον λειτουργικότητας στο πρόγραμμα.

Το πρώτο στοιχείο που καθορίζει την ποιότητα των ακμών και το οποίο είναι αμετάβλητο είναι η ακρίβεια και η πυκνότητα με την οποία έχει συλλεγεί το νέφος των σημείων. Αυτό εξαρτάται από τον εξοπλισμό που χρησιμοποιείται για τις μετρήσεις αλλά και από το βήμα σάρωσης.

Το δεύτερο στοιχείο που επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ακρίβεια με την οποία ανιχνεύονται οι ακμές είναι ο αλγόριθμος Ransac. Στο στοιχείο αυτό μπορεί να επέμβει ο χρήστης, έτσι ώστε να βελτιώσει τα αποτελέσματά του. Οι ενέργειες που πρέπει να γίνουν είναι, αρχικά, να ερμηνευτούν σωστά οι επιφάνειες και οι ιδιαιτερότητές τους. Στη συνέχεια, μέσω της προκαθορισμένης τιμής (threshold) να αποτυπωθεί η σωστή ερμηνεία των ιδιαιτεροτήτων των επιφανειών στα αποτελέσματα. Δηλαδή, να εντοπιστούν σωστά τα inliers σημεία από τα οποία θα υπολογιστεί το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο των επιπέδων.

Έπειτα, στις περιπτώσεις που παρατηρηθεί απόκλιση από τον 3D viewer του προγράμματος, να πραγματοποιούνται δοκιμές για την εύρεση της καλύτερης ακμής, για να ελεγχθεί πόσο διαφοροποιούνται τα αποτελέσματα.

Οι δοκιμές αφορούν στα παρακάτω:

- την ακρίβεια των εικονοσυντεταγμένων που χρησιμοποιούνται ως δεδομένα εισόδου,
- το μήκος της ακμής εισόδου και
- την χρήση (τουλάχιστον) της βαθμονομημένης τιμής της c της μηχανής για κάθε φωτογραφία. Ειδικότερα, για την σταθερά μηχανής, μπορεί να αποκατασταθεί χειροκίνητα με δοκιμές (αν δεν έχει πραγματοποιηθεί βαθμονόμηση και εν συνεχεία αποκατάσταση του εσωτερικού προσανατολισμού, δηλαδή αναγωγή των εικονοσυντεταγμένων), ή αυτόματα (αν αυτό προγραμματιστεί μελλοντικά).

Το τελικό συμπέρασμα ως προς αυτό το στοιχείο είναι ότι, δίνοντας ιδιαίτερη προσοχή στα σημεία που προαναφέρθηκαν, τα αποτελέσματα της ανίχνευσης των ακμών είναι πολύ ικανοποιητικά, αν ληφθεί υπόψη η αβεβαιότητα μέτρησης του σαρωτή και ο θόρυβος που μπορεί να προκύψει κατά τη διάρκεια των μετρήσεων.

Επίσης, ένα στοιχείο που προέκυψε στην πρώτη δοκιμή της διαδικασίας (ακμή 1), αλλά παρατηρείται γενικά και σε πολλές ακμές, ήταν η απόκλιση του σχεδόν 1 εκατοστόμετρου της ακμής από το νέφος σημείων με ίδια διακύμανση στο εύρος τιμών της. Η αιτία που δημιούργησε αυτήν την απόκλιση, μπορεί να οφείλεται σε ενδεχόμενη παραμόρφωση των δομικών στοιχείων του μνημείου σε αρκετά σημεία, ιδιαίτερα στο υπέρυθρο της θύρας του ναού και το επιστύλιο. Η αιτία που δημιούργησε αυτήν την απόκλιση, μπορεί να οφείλεται σε ενδεχόμενη παραμόρφωση των δομικών στοιχείων του μνημείου. Η διαφορά αυτή είναι δυνατόν να μετρηθεί μόνο μέσω της απόκλισης της ακμής από το νέφος των σημείων.

Τέλος, σε εικόνες με έντονη εκτροπή αναγλύφου, είναι προφανώς σημαντικό να προτιμούνται ακμές στο συνολικό μήκος τους και όχι κάποιο μικρό τμήμα τους. Ειδικότερα η ζητούμενη ακμή είναι σημαντικό να σκοπευτεί, αν είναι δυνατόν, σε εικόνα όπου φαίνονται και οι δύο έδρες της ξεκάθαρα. Οι περιορισμοί αυτοί εξασφαλίζουν την εύρυθμη λειτουργία του αλγορίθμου και τα επιτυχή του αποτελέσματα.

Όσον αφορά στις μελλοντικές επεκτάσεις, μπορούν να γίνουν προσπάθειες βελτίωσης του αλγορίθμου, χρησιμοποιώντας μία μέθοδο σκόπευσης ακμών μέσα σε εικόνες με καλύτερη ακρίβεια, είτε με την αυτοματοποίηση της επιλογής ακμών προγραμματιστικά. Ιδιαίτερη έμφαση πρέπει να δοθεί στην περίπτωση έντονης εκτροπής αναγλύφου που μπορεί να αποκρύψει γεωμετρικά στοιχεία ενός αντικειμένου.

Μία πρόταση είναι η δημιουργία ενός νέου περιορισμού στον αλγόριθμο Ransac. Αφού ολοκληρωθεί το βήμα εύρεσης των inliers σημείων πάνω στο ζητούμενο επίπεδο και εντοπιστούν οι δύο ακμές στις οποίες προσαρμόζονται καλύτερα οι εικονοσυντεταγμένες τους, προτείνεται να ελεγχθεί, αν αυτές βρίσκονται σε πολύ κοντινή απόσταση. Αν αυτό ισχύει, μπορεί να βρεθεί η ακριβής ακμή πάνω στη δίεδρη γωνία ως το σημείο τομής των δύο αυτών ακμών.

Ακόμη, προτείνεται η εισαγωγή του μαθηματικού μοντέλου του κυλίνδρου ή άλλων μαθηματικών επιφανειών στον αλγόριθμο Ransac, έτσι ώστε να είναι ανιχνεύσιμες οι ακμές των περίπλοκων σχηματιζόμενων επιπέδων. Ένα τέτοιο παράδειγμα θα μπορούσε να εφαρμοστεί στην ακανόνιστη πλευρά του ναού της Δήμητρας που δημιουργείται τόξο μιας τοιχοποιίας λαξευτών λίθων ισοδομικού συστήματος δόμησης.

Τέλος, μία ενδιαφέρουσα πρόκληση για το μέλλον αποτελεί η διερεύνηση της μετατροπής ενός μη οργανωμένου νέφους σημείων σε ένα οργανωμένο και κάτω υπό ποιες προϋποθέσεις μπορεί να γίνει αυτό.

Βιβλιογραφία

- ❖ Choi, Sunglok, et al. "Performance Evaluation of RANSAC Family." *Proceedings of the British Machine Vision Conference 2009*, British Machine Vision Association, 2009, pp. 81.1-81.12. DOI.org (Crossref), doi:10.5244/C.23.81, [Performance Evaluation of RANSAC Family](#)

- ❖ Martin A. Fischler Robert C. Bolles Authors Info & Affiliations, *Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography*. *Communications of the ACM* 24, 381{395

- ❖ ΝΙΚΟΛΑΟΣ Α. ΑΓΓΕΛΙΔΑΚΗΣ. *Εισαγωγή Στον Προγραμματισμό Με Την Python*. Ηράκλειο: Εκπαιδευτικός Πληροφορικής, Μ.Δ.Ε. (M.Sc.) στην Επιστήμη Υπολογιστών, 2015. <http://aggelid.mysch.gr/pythonbook>.

- ❖ Eberly David, July 15, 1999, *Least Squares Fitting of Data by Linear or Quadratic Structures*

- ❖ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΙΚΟΝΩΝ ΚΑΙ ΟΡΑΣΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΞΑΓΩΓΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΣΤΟΝ ΑΣΤΙΚΟ ΧΩΡΟ, σύνδεσμος: [Αργιαλάς Δ., Καράντζαλος Κ., Μαυραντζά, Ο., Τζώτσος Α., Νούτσου Β., Μιχάλη](#)

- ❖ Fischler, M. and R. Bolles (1981) Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography., *Communications of the ACM*, 24(6):381–395, (σύνδεσμος <http://www.cs.columbia.edu/~belhumeur/courses/compPhoto/ransac.pdf>, last visit: 10.2.2019

- ❖ Michael Ying Yang, Wolfgang Forstner, 2010, Plane detection on point cloud.

- ❖ Ni, Huan, Xiangguo Lin, Xiaogang Ning, and Jixian Zhang., , Sept. 2016, “Edge Detection and Feature Line Tracing in 3D-Point Clouds by Analyzing Geometric Properties of Neighborhoods.” *Remote Sensing*, vol. 8, no. 9, p. 710. DOI.org (Crossref), doi:10.3390/rs8090710.

- ❖ Γιώργος Καρράς. “Γραμμικοί Μετασχηματισμοί Συντεταγμένων Στην Φωτογραμμετρία,” <https://docplayer.gr/31229762-Grauuikoi-metashiuatisuoi-syntetagenon-stin-fotograuuetria.html>, Τελευταία επίσκεψη 15.01.20

- ❖ Κ.ΚΟΥΡΟΥΝΙΩΤΗΣ. “ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ Κ.ΚΟΥΡΟΥΝΙΩΤΗ ‘ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΙ ΧΩΡΟΣ’.” ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ, 2014

- ❖ Μ. Γραμματικάκης, Σ. Σταματιάδης., Γ. Κοπιδάκης, and Ν. Παπαδάκης. “ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ Εισαγωγή Στην Αριθμητική Ανάλυση Σημειώσεις Διαλέξεων Και Εργαστηρίων,” n.d, <https://docplayer.gr/49214115-Eisagogi-stin-arithmitiki-analysi.html>.

- ❖ Κ.ΚΟΥΡΟΥΝΙΩΤΗ, [Επίπεδο και Χώρος](#), “ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ”, 2014

- ❖ 39. Gumhold, S.; Wang, X.; Macleod, R., , 7–10 October 2001, Feature extraction from point clouds. In Proceedings of the 10th International Meshing Roundtable, Sandia National Laboratory, Newport Beach, CA, USA.

- ❖ Linsen, L.; Prautzsch, H., 2–3 September 2001, Local versus global triangulations. In Proceedings of the EUROGRAPHICS 2001, Manchester, UK.

- ❖ Φελλούρης , “Διανυσματικού Λογισμού, 2011,” In *Σημειώσεις: Διανυσματικού Λογισμού*, 81–84. 4ο Κεφάλαιο, Διανυσματικός Λογισμός. Αθήνα, ΕΜΠ,. ([ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4](#))

- ❖ Dan Piponi,2004, published in the Journal of Graphics Tools, [Automatic Differentiation, C++ Templates and Photogrammetry](#)

- ❖ Δημήτρης Λεβεντέας, [Python tutorial](#),nd

- ❖ [Linear Regression in Python](#), last visited 12.2018

- ❖ [Robust line model estimation using RANSAC — skimage v0.17.dev0 docs](#), last visited 12.6.19

- ❖ SymPy Modules Reference Copyright 2019 SymPy Development Team. Last updated on Dec 21,2019, <https://docs.sympy.org/latest/modules/vector/api/classes.html#coordsys3d>, last visited 16.4.2019

- ❖ Github Python pcl, Aug 27, 2018, [python-pcl/segment_cyl_plane.py at master · strawlab/python-pcl](#), Ransac, last visited: 25.1.2020

- ❖ Animesh Agarwal, 2018, [Linear Regression using Python](#), last visited: 4.2020

- ❖ [Robust linear model estimation using RANSAC — scikit-learn 0.22.2 documentation](#) last visited 11.2019

- ❖ Nicolas Loménie, 2006-04-13, RANSAC for a better world without outliers, UFR, UNIVERSITY OF PARIS DESCARTES,

- ❖ Schnabel, R., et al. “Efficient RANSAC for Point-Cloud Shape Detection.” Computer Graphics Forum, vol. 26, no. 2, June 2007, pp. 214–26. DOI.org (Crossref), doi:10.1111/j.1467-8659.2007.01016.x.
- ❖ σύνταξη κλήσης συνάρτησης : Ransac Regressor, https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.linear_model.RANSACRegressor.html, last visited 18.1.2020

Ηλεκτρονικά Μαθήματα python :

- ❖ <https://www.udemy.com/course/python-for-data-science-and-machine-learning-bootcamp>
- ❖ <https://www.udemy.com/course/complete-python-bootcamp>

Προτάσεις για διερεύνηση

Vick, Steven, and Ioannis Brilakis. “Road Design Layer Detection in Point Cloud Data for Construction Progress Monitoring.” Journal of Computing in Civil Engineering, vol. 32, no. 5, Sept. 2018, p. 04018029. DOI.org (Crossref), doi:10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000772.

[PyMesh — Geometry Processing Library for Python — PyMesh 0.2.1 documentation, last visited 2/2019](#)

https://scikit-learn.org/stable/auto_examples/cluster/plot_optics.html#sphx-glr-auto-examples-cluster-plot-optics-py, last visited 1/2020

https://github.com/strawlab/python-pcl/blob/master/examples/segment_cyl_plane.py, 1/2020

PCL documentation: <http://pointclouds.org/news/tags/python>

Krumm: <https://www.microsoft.com/en-us/research/people/jckrumm/publications/?from=http%3A%2F%2Fresearch.microsoft.com%2Fen-us%2Fum%2Fpeople%2Fjckrumm%2Fintersection%2520of%2520planes%2Fintersection%20of%20two%20planes.htm%2C%2520l>, last visited 10.2019

John Krumm, May 2000, Intersection of Two Planes, <https://www.microsoft.com/en-us/research/publication/intersection-of-two-planes/>, <https://poloclub.github.io/ganlab/>, last visited 3.2020

Felice Andrea Pellegrino, Walter Vanzella, and Vincent Torre, JUNE 2004, Edge Detection Revisited, http://www.icsd.aegean.gr/lecturers/kavallieratou/vision_files/Edge%20Detection.pdf.

Graham Roberts, Simon Y. Haile, Rajat Sainju, Danny J. Edwards, Brian Hutchinson and Yuanyuan Zhu, , 2019, Deep Learning for Semantic Segmentation of Defects in Advanced STEM Images of Steels, [Deep Learning for Semantic Segmentation of Defects in Advanced STEM Images of Steels](#)