



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΔΠΜΣ: ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:  
ΜΕΛΕΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΜΕ  
ΙΝΕΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΗΛΙΑΔΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:  
Ε. Ε. ΘΕΟΤΟΚΟΓΛΟΥ

ΑΘΗΝΑ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2020

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	3
ABSTRACT .....	4
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	5
ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ .....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	8
ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ .....	8
Ο ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗΣ ΔΡΑΣΗΣ ΤΩΝ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΠΟΛΥΜΕΡΗ .....	10
ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΤΗΞΗΣ - ΥΑΛΩΔΟΥΣ ΜΕΤΑΠΤΩΣΗΣ (GLASS TRANSITION TEMPERATURE). .....	12
ΡΗΤΙΝΕΣ .....	14
ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΡΗΤΙΝΩΝ .....	16
ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ ΜΕ ΙΝΕΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ .....	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ .....	25
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΠΟΥ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΖΟΥΝ ΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ .....	25
ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	28
ΔΥΝΑΜΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ .....	28
ΔΥΝΑΜΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ .....	30
ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ $E'$ .....	32
ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ $E''$ .....	32
ΣΥΝΘΕΤΟ (Η ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	32
ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	34
ΘΕΩΡΙΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ .....	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ .....	39
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΟΓΚΟ ΤΩΝ ΙΝΩΝ .....	39
ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	40
ΘΕΩΡΙΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ .....	52
ΘΕΩΡΙΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΗΣ ΙΝΑΣ .....	60
ΑΛΛΕΣ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	65
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	76
ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ .....	76
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	77

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία γίνεται μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων ενός σύνθετου υλικού με ίνες τυχαίας διεύθυνσης. Τα επιμέρους συστατικά του υλικού αυτού είναι η ρητίνη, που αποτελεί και τη μήτρα, μέσα στην οποία έχουν προστεθεί ίνες γυαλιού στο επίπεδο (η μελέτη αφορά δύο διαστάσεις καθώς το πρόσθετο υλικό θεωρείται πως αποτελεί ένα ενδιάμεσο στρώμα του σύνθετου υλικού).

Αρχικά, γίνεται μια ιστορική αναδρομή με γνώμονα γενικά τα σύνθετα υλικά, το πώς εμφανίστηκαν στη ζωή του ανθρώπου και τη χρησιμότητά τους κατά το πέρασμα των εποχών. Παρατίθενται τα πλεονεκτήματά τους σε σχέση με τα άλλα υλικά και ακολουθεί μια πιο λεπτομερής επεξήγηση περί αυτών.

Ξεκινώντας, λοιπόν, την εκτενέστερη ανάλυση των σύνθετων υλικών, αρχικά γίνεται η ταξινόμησή τους στις διάφορες επιμέρους κατηγορίες τους ανάλογα με το συστατικό ενίσχυσης ή τη μορφή της μήτρας, το υλικό της μήτρας, όπως και ανάλογα με τη χρήση τους. Ακολουθούν κάποιες επεξηγήσεις, όσον αφορά κάποια θεμελιώδη στοιχεία που διέπουν τη μορφή και τη χρήση τους και γίνεται, επίσης, και μια εκτενής αναφορά στις ρητίνες, στις κατηγορίες και τις εφαρμογές αυτών, όπως και στις ιδιότητές τους όταν ενισχύονται με πρόσθετα υλικά.

Στη συνέχεια, η προσοχή στρέφεται στις ελαστικές σταθερές των σύνθετων υλικών, δηλαδή στο μέτρο ελαστικότητας και το λόγο Poisson, στο πως αυτές εξάγονται και υπολογίζονται για στατικές και δυναμικές φορτίσεις και στις διαφορές αυτών των δύο περιπτώσεων. Επίσης, γίνεται αναφορά και στη θεωρία της ενδιάμεσης φάσης, όπου το μοντέλο του σύνθετου υλικού παύει να είναι διφασικό αλλά μετατρέπεται σε τριφασικό, με κάθε επιμέρους φάση (μήτρα, ενδιάμεση φάση, ενισχυτικό υλικό) να κατέχει τις δικές της ιδιότητες και κατ' επέκταση τις δικές της ελαστικές σταθερές.

Κατόπιν αυτού, παρουσιάζονται, μέσω πειραματικών δεδομένων, κάποιοι υπολογισμοί, που σκοπός τους είναι να συγκρίνουν μεταξύ τους τις διάφορες θεωρίες που επικρατούν γύρω από τα σύνθετα υλικά αλλά και με τα πραγματικά πειραματικά δεδομένα. Γίνονται συγκρίσεις των μέτρων ελαστικότητας του σύνθετου υλικού ρητίνης με ίνες γυαλιού τα οποία υπολογίζονται σε στατική αλλά και δυναμική φόρτιση. Επιπλέον, εισέρχεται στους υπολογισμούς αυτούς και η λεγόμενη ενδιάμεση φάση και παρατίθεται η επιρροή της ύπαρξής της στις ελαστικές σταθερές, σε σχέση με το διφασικό μοντέλο.

Παράλληλα, πραγματοποιούνται κάποιες επιπλέον χρήσιμες προσεγγίσεις, όπως αυτή της ισοδύναμης ίνας, η οποία δεν είναι τίποτα παραπάνω από την αναγωγή των ιδιοτήτων της διακεκομμένης ίνας μιας διεύθυνσης στην ισοδύναμη ίνα τυχαίας διεύθυνσης. Τέλος, υπολογίζονται οι ελαστικές σταθερές του σύνθετου υλικού και με μαθηματικές εκφράσεις συγκεκριμένων επιστημόνων που ασχολήθηκαν επί του θέματος με σκοπό τη σύγκριση και την παρατήρηση πιθανών αποκλίσεων. Στόχος όλων αυτών των υπολογισμών είναι η εισαγωγή όλων των αποτελεσμάτων σε κοινά διαγράμματα, ανάλογα την περίπτωση και η σύγκριση πλέον αυτών και η εξαγωγή των ανάλογων συμπερασμάτων.

## ABSTRACT

This postgraduate thesis studies the mechanical properties of a composite material with random direction fibers. The individual components of this material are the resin, which is the matrix, into which glass fibers have been added to the plane (the study concerns two dimensions due to the fact that the additive material is considered to be an intermediate layer of the composite).

Initially, there is a historical overview of the composite materials, how they appeared in human life and their usefulness over the ages. Their advantages in relation to other materials are listed and a more detailed explanation follows after that.

Starting with a more detailed analysis of the composite materials, they are initially classified into their individual subgroups depending on the reinforcement component or form of the matrix, on the matrix material, as well as on their use. Moving on, several explanations are displayed, concerning some of the fundamental elements that govern their form and use, and there is also an extensive reference to resins, their classes and applications, and their properties when reinforced with additives.

Moreover, attention is drawn to the elastic constants of the composite materials, namely the modulus of elasticity and the Poisson ratio, to how they are extracted and calculated for static and dynamic loads and to the differences between these two cases. There is also reference to the interphase theory, where the composite material model ceases to be two-phase and is transformed into three-phase, with each individual phase (matrix, interphase, reinforcing material) having its own properties and by extension its own elastic constants.

Subsequently, some calculations are presented through experimental data which aim to compare the different theories that exist concerning both the composite materials with each other and the actual experimental data. Comparisons on the resilience measures of composite glass-fibered resin are made and these measures are calculated on both static and dynamic loading. Moreover, the so-called interphase is added in these calculations and the influence of its existence on the elastic constants is presented in relation to the two-phase model.

At the same time, in order for a wider picture to be formed, some additional useful approaches are implemented, such as that of the equivalent fiber, which is nothing more than the reduction of the properties of the one-way intermixed fiber, to the equivalent random-direction one. Finally, the elastic constants of the composite material are even calculated with some other mathematical expressions belonging to specific scientists who have dealt with the subject for comparison and to observe possible discrepancies. The purpose of all these calculations is to introduce all the results into common graphs depending on the instance, as well as to compare them and draw conclusions accordingly.

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την παρούσα εργασία ολοκληρώνονται οι σπουδές μου στο Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, στο Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Εφαρμοσμένη Μηχανική». Θα ήθελα, λοιπόν, σε αυτό το σημείο, να ευχαριστήσω όλους εκείνους που στάθηκαν δίπλα μου σε ολόκληρη αυτήν την πορεία.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, που μου έδωσαν τη δυνατότητα να προχωρήσω τις σπουδές μου ένα βήμα παραπέρα, παρά τις δύσκολες οικονομικές συγκυρίες της εποχής, και που πάντα με στήριζαν και με στηρίζουν στις επιλογές μου.

Επίσης, ευχαριστώ ολόκληρο το ανθρώπινο δυναμικό της σχολής, για τις γνώσεις και τις εμπειρίες που με όρεξη και υπομονή μου μετέδωσαν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να αποδώσω στον επιβλέποντα καθηγητή κ.κ. Ευστάθιο Θεοτόκογλου, που δέχτηκε να συνεργαστούμε, με καθοδήγησε και μεταλαμπάδευσε απλόχερα τις γνώσεις του, όπως επίσης και στους διδάσκοντες κ.κ. Κυτόπουλο Βίκτωρ και Αιμίλιο Σιδερίδη, προς τους οποίους αισθάνομαι ιδιαίτερη ευγνωμοσύνη για την πολύτιμη βοήθεια και συμμετοχή τους στην υλοποίηση της μεταπτυχιακής μου εργασίας.

## ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα σύνθετα υλικά χρησιμοποιούνται ευρύτατα από τον άνθρωπο από αρχαιοτάτων χρόνων [1]. Υλικά που εύκολα βρίσκουμε στη φύση (ξύλο, πέτρα, πηλός, κόκαλα) επεξεργάστηκαν ευρύτατα από τον άνθρωπο, ο οποίος σύντομα έμαθε να βελτιώνει τις ιδιότητες τους ενισχύοντας τα υλικά αυτά με πρόσθετα συστατικά.

Για παράδειγμα, οι Αιγύπτιοι (5000 π.χ.) χρησιμοποιούσαν την τεχνική της ενίσχυσης τούβλων πηλού με πλέγμα άχυρων, με αποτέλεσμα τη μείωση των τάσεων συστολής που αναπτύσσονταν κατά την ξήρανση του πηλού. Επίσης, παρατήρησαν ότι οι πλάκες από πολύστρωτες βέργες ξύλου, παρουσίαζαν πολύ μεγαλύτερη αντοχή από το φυσικό ξύλο έναντι στρέβλωσης που οφειλόταν στην απορρόφηση υγρασίας.

Η χρήση της σιδηρόβεργας για προεντεταμένο σκυρόδεμα, που χρησιμοποιείται στις οικοδομές της σύγχρονης εποχής, δεν είναι παρά η μετεξέλιξη της τεχνικής της ανάμιξης γύψου με ζωικό τρίχωμα, η οποία ήταν μια πρακτική μέθοδος ενίσχυσης εύθραυστων υλικών κατασκευής στους αναπτυσσόμενους πολιτισμούς.

Το πρώτο σύνθετο υλικό βασισμένο σε μήτρα πλαστικού εμφανίστηκε τη δεκαετία του 1920 και επρόκειτο για μίγμα ινιδίων ξύλου με φαινολική φορμαλδεΰδη, γνωστό αργότερα ως βακελίτης προς τιμή του Βέλγου επιστήμονα Leo Baekeland.

Το 1964 διατέθηκαν στην αγορά, αρχικά σε μικρές ποσότητες, οι ίνες άνθρακα (carbon fibers), οι οποίες τελευταία αποτελούν τις ευρύτερα χρησιμοποιούμενες ενισχύσεις στις αεροδιαστημικές κατασκευαστικές εφαρμογές.

Η ειδική αντοχή (λόγος αντοχής προς πυκνότητα) και η ειδική δυσκαμψία (λόγος δυσκαμψίας προς πυκνότητα) των ενισχυτικών ινών βαίνουν συνεχώς αυξανόμενες τα τελευταία 30 χρόνια, π.χ. η ειδική αντοχή και η ειδική δυσκαμψία των ινών γυαλιού, άνθρακα, αραμιδίου και βορίου έχουν φθάσει στο 10-14πλάσιο των αντίστοιχων τιμών του αλουμινίου (ελαφρό μέταλλο).

Τα σύνθετα υλικά καλύπτουν μεγάλο μέρος των εφαρμογών των νέων τεχνολογιών αιχμής στις κατασκευές και έχουν μεταβάλει σημαντικά τις ακολουθούμενες διαδικασίες σχεδίασης, παραγωγής, ελέγχου και συντήρησης.

Το μικρό βάρος, η υψηλή αντοχή, η εξαιρετική αντοχή σε διάβρωση, η πολύ καλή συμπεριφορά σε κόπωση, σε κρούση και στη διάδοση ρωγμών, οι σχετικά εύκολες διαδικασίες παραγωγής, η θερμική μόνωση, η θερμική αγωγιμότητα και το μικρό κόστος συντήρησης είναι μερικοί από τους παράγοντες εκείνους που έχουν οδηγήσει

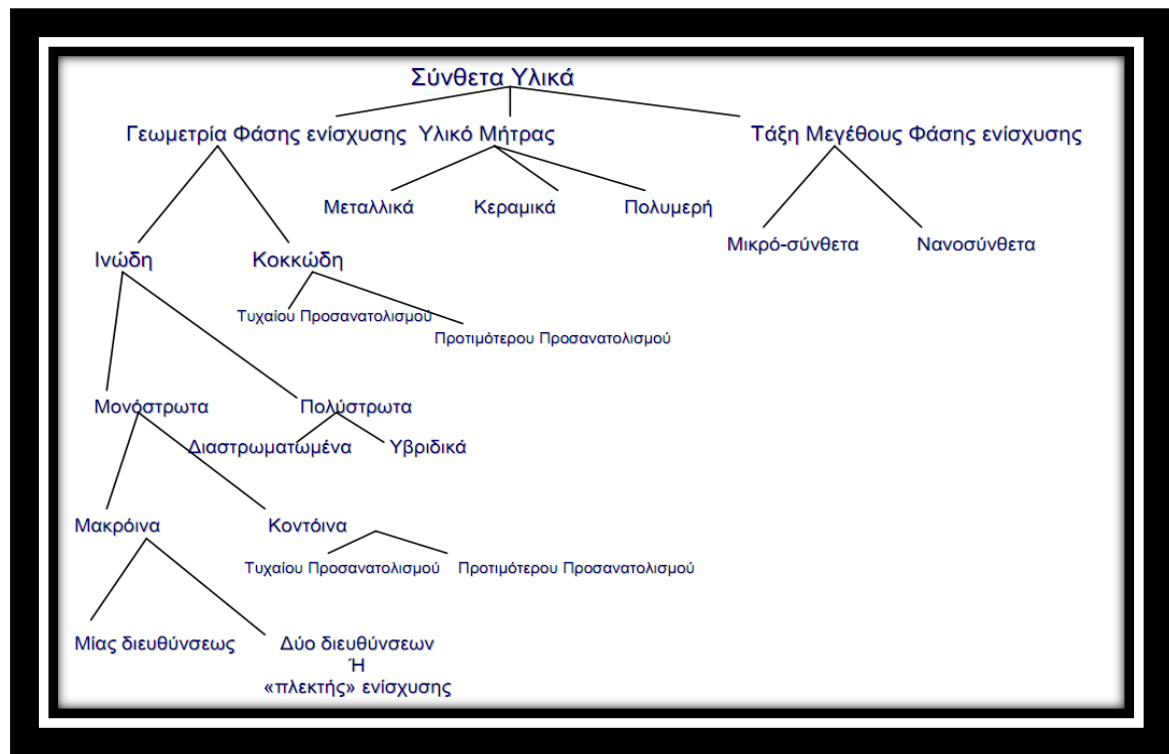
τα σύνθετα υλικά στην πρώτη θέση μεταξύ των κατασκευαστικών υλικών για μεγάλο πλήθος εφαρμογών.

Μερικά μειονεκτήματα των συνθέτων υλικών, όπως: τα υψηλά επίπεδα ερπυσμού, η μικρή αντίσταση σε μηχανική φθορά, η ιδιαίτερη και πολλές φορές ευαίσθητη συμπεριφορά σε δυσμενείς συνθήκες περιβάλλοντος (θαλάσσιο περιβάλλον, υψηλές θερμοκρασίες, χημικό περιβάλλον, κλπ.) καθώς και το αρκετά υψηλό αρχικό τους κόστος, βαθμιαία αντιμετωπίζονται πιο αποτελεσματικά μέσω της συνεχούς τεχνολογικής ανάπτυξης στην παραγωγή νέων και καλύτερων ινών, ρητινών και εξέλιξης μεθόδων παραγωγής.

Φυσικά, ένα σύνθετο υλικό δεν μπορεί να διαθέτει ταυτόχρονα όλες τις παραπάνω ιδιότητες και παράγοντες, αφού στην πράξη δεν υπάρχει ποτέ τέτοια απαίτηση και μάλιστα μερικές ιδιότητες είναι ασυμβίβαστες μεταξύ τους (π.χ. θερμική μόνωση και θερμική αγωγιμότητα). Κάθε σύνθετο υλικό κατασκευάζεται έτσι ώστε να διαθέτει έναν βέλτιστο συνδυασμό αυτών των ιδιοτήτων.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ



Σχήμα 1.1: Ταξινόμηση των σύνθετων υλικών.

Τα σύνθετα υλικά ταξινομούνται ανάλογα με το συστατικό ενίσχυσης ή την μορφή του συστατικού της μήτρας. Άρα, ως προς το συστατικό ενίσχυσης, έχουμε:

- Ινώδη σύνθετα (fibrous composites). Με ενίσχυση ινών εμποτισμένες σε υλικό μήτρας.
- Πολύστρωτα σύνθετα (laminated composites). Με επάλληλες στρώσεις υλικών.
- Κοκκώδη σύνθετα (particulate composites). Με ενίσχυση εγκλεισμάτων διασκορπισμένων στο υλικό της μήτρας.
- Υβρίδια (fiber-metal laminates) ή fmfls. Είναι ο συνδυασμός μεταλλικών πλακών με ενδιάμεσα laminates.



Επίσης, ως προς το υλικό της μήτρας, έχουμε:

- Μεταλλική μήτρα (metal matrix)
- Κεραμική μήτρα (ceramic matrix)
- Πολυμερική ή οργανική μήτρα (polymer matrix)

Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι η επιλογή της κατάλληλης μήτρας είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας καθώς και του περιβάλλοντος του συνθέτου υλικού. Έτσι, το παρακάτω σχήμα μας υποδεικνύει επακριβώς τα θερμοκρασιακά όρια χρήσης των υλικών της μήτρας.



Σχήμα 1.2: Θερμοκρασιακά όρια χρήσης των υλικών.

Παράλληλα, ως προς την χρήση τους, ταξινομούνται σε:

-Υλικά που τροποποιούν τις μηχανικές ιδιότητες

- Πλαστικοποιητές
- Εγκλείσματα
- Μέσα δυσκαμψίας

-Υλικά που μειώνουν το κόστος

- Διαλύτες
- Κοκκώδη εγκλείσματα

-Υλικά που βοηθούν την παραγωγή

- Σταθεροποιητές
- Λιπαντικά
- Θιξοτροπικά μέσα

Επίσης υπάρχουν και άλλες κατηγορίες σύνθετων υλικών που βελτιώνουν αρκετά και διάφορες άλλες ιδιότητες, όπως τις ιδιότητες επιφανείας και τις οπτικές ιδιότητες.

## Ο ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗΣ ΔΡΑΣΗΣ ΤΩΝ ΕΓΚΛΕΙΣΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΠΟΛΥΜΕΡΗ

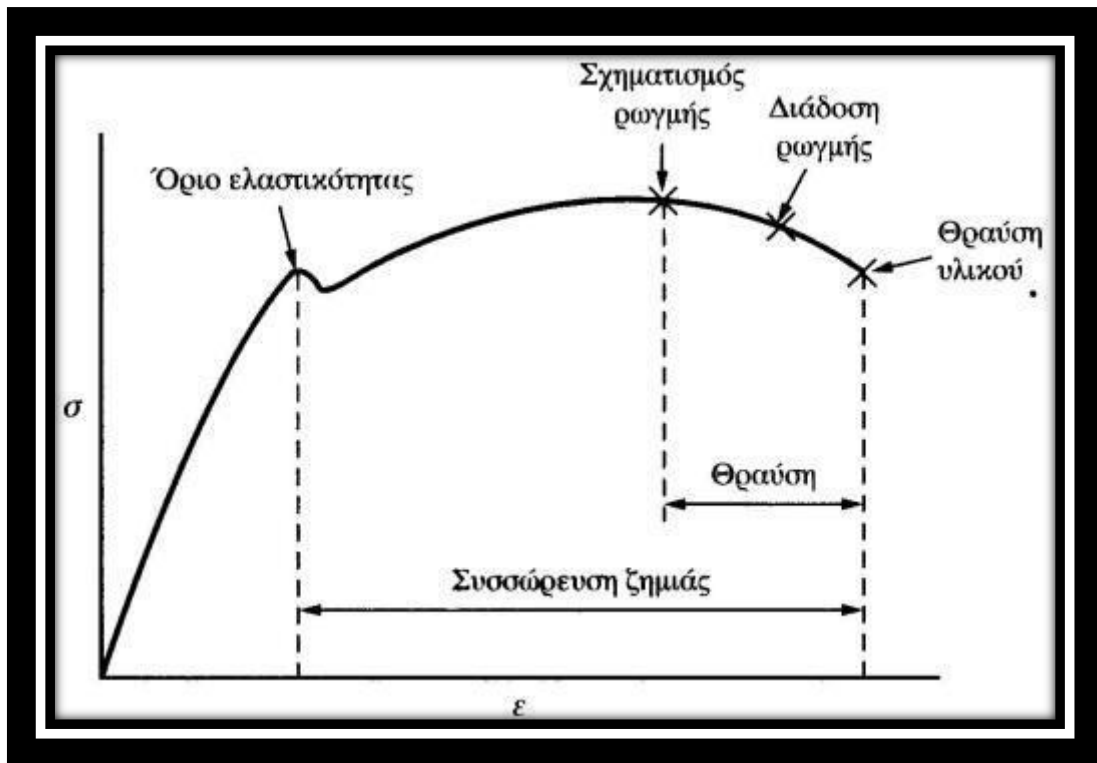
Το γεγονός ότι πολύ λεπτά σωματίδια ή ινώδη υλικά ενσωματώνονται στην μήτρα του πολυμερούς, είτε αυτό συνεπάγεται ανόργανη είτε οργανική φύση, συνδέεται άρρηκτα με κάποιες βασικές ιδιότητες του υλικού όπως: μηχανικές, θερμικές, ηλεκτρικές αλλά αυτό που έχει την πλείστη σημασία είναι η βελτίωση των φυσικοχημικών ιδιοτήτων. Έτσι, όπως είναι λογικό τα εγκλείσματα δεν έχουν όλα την ίδια αποτελεσματικότητα, γι' αυτό το λόγο διακρίνονται σε **αδρανή**, τα οποία δεν βελτιώνουν καθόλου τις ιδιότητες του υλικού μας, αλλά χρησιμοποιούνται μόνο για μείωση του κόστους ή ακόμα και αλλαγή χρωματισμού και φυσικά τα **ενεργά** τα οποία με την σειρά τους είναι υπεύθυνα για ενίσχυση και αντοχή των ιδιοτήτων του εκάστοτε υλικού.

Στην συνέχεια, αν μελετήσουμε τα ενεργά εγκλείσματα εύκολα διαπιστώνουμε ότι η δραστικότητά τους έχει δύο σκέλη. Το πρώτο σκέλος έχει να κάνει με την δομική δραστικότητα που εννοεί την ικανότητα του εγκλείσματος να επηρεάζει την δομή του πολυμερούς, με τέτοιο τρόπο ώστε να παρατηρούνται αλλαγές στο μέγεθος, το σχήμα αλλά και στην κατανομή των δομικών μονάδων. Το δεύτερο σκέλος έχει να κάνει με την κινητική δραστικότητα, που εννοεί την ικανότητα του εγκλείσματος να παίζει ενεργό ρόλο στις θερμοδυναμικές παραμέτρους του σύνθετου υλικού.

Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι η ενίσχυση του υλικού λόγω των ενεργών εγκλεισμάτων μπορεί να συσχετισθεί άμεσα με την ενέργεια θραύσης  $W$  του πολυμερούς, μετρώντας το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη τάσεων – παραμορφώσεων και υπακούει στον τύπο:

$$W = \int_{L_0}^{L_b} \sigma dL \quad (1.1)$$

Από  $L_0$  μέχρι  $L_b$ , όπου  $L_0$  είναι το αρχικό μήκος του, και  $L_b$  το μήκος του δοκιμίου στην θραύση καθώς και  $\sigma$  είναι η επιβαλλόμενη τάση.



Σχήμα 1.3: Ενέργεια θραύσης του υλικού

Η παρουσία των εγκλεισμάτων ωστόσο συνοδευόμενη από την αύξηση της ενέργειας θραύσης ανά μονάδα όγκου, είναι από τα κύρια χαρακτηριστικά της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων στα πολυμερή στην ελαστική κατάσταση. Έτσι, μπορούμε να κατατάξουμε τα εγκλείσματα σε ενεργά αν και εφόσον αυξάνουν την ενέργεια θραύσης και αδρανή εκείνα που δεν επιτυγχάνουν αύξηση. Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι το μέγεθος είτε της αύξησης, είτε της ελάττωσης της ενέργειας θραύσης εξαρτάται αποκλειστικά από την φύση των εγκλεισμάτων.

Άλλος εξίσου σημαντικός τρόπος ελέγχου της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων είναι η επίδρασή τους στην αντοχή των συνθέτων υλικών. Όπως είναι αναμενόμενο όμως, η αντοχή ενός σύνθετου υλικού καθορίζεται από πολλούς παράγοντες λόγω αλληλεπίδρασης μήτρας και εγκλεισμάτων διότι η διαφορετική δομή της ενδιάμεσης φάσης είναι σημαντικός παράγοντας που καθορίζει τις φυσικοχημικές και μηχανικές ιδιότητες συνθέτου υλικού. Η γενική διαπίστωση που προκύπτει ωστόσο, είναι ότι η αντοχή ενός σύνθετου υλικού αυξάνει ραγδαία με την περιεκτικότητα του εγκλείσματος. Υπάρχει ωστόσο, όπως είναι λογικό κάποιο όριο για το ποσό των εγκλεισμάτων έστω και θεωρητικό που κάνει πιθανή την ύπαρξη ενδιάμεσης φάσης μεταξύ των σωματιδίων.

Τέλος, η ενίσχυση των πολυμερών με την προσθήκη λεπτών κοκκωδών σωματιδίων οφείλεται στον σχηματισμό ενός συνεχούς ενισχυτικού σκελετού ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης των σωματιδίων μεταξύ τους. Όπως προαναφέρθηκε, η αντοχή ενός σύνθετου υλικού αυξάνει με την περιεκτικότητα σε έγκλεισμα, με άνω όριο περιεκτικότητας (βέλτιστη) εκείνη που προκαλεί κορεσμό των κέντρων προσρόφησης μακρομορίων πάνω στην επιφάνεια του εγκλείσματος.

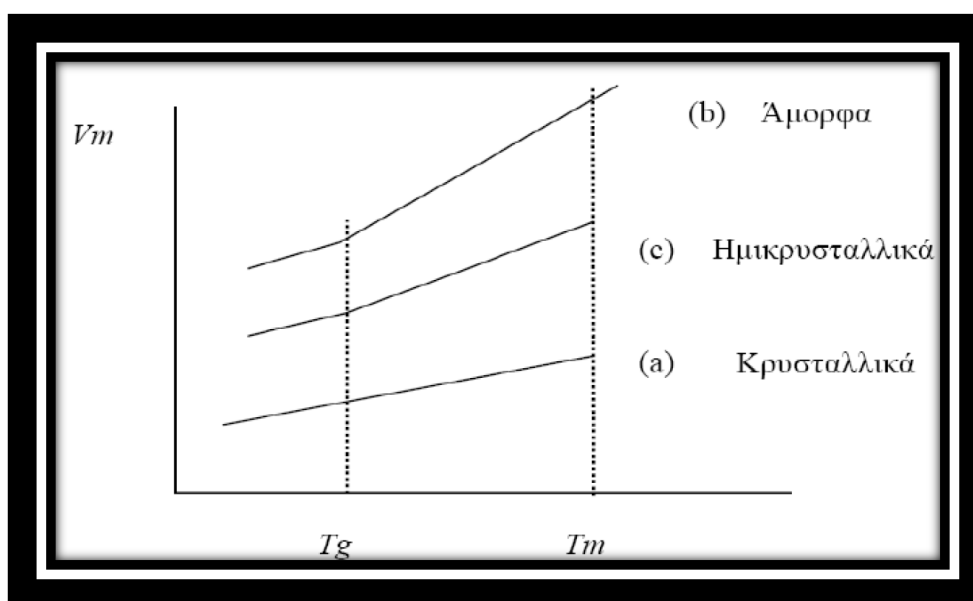
## **ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΤΗΞΗΣ - ΥΑΛΩΔΟΥΣ ΜΕΤΑΠΤΩΣΗΣ (GLASS TRANSITION TEMPERATURE)**

Υπάρχει μία κρίσιμη θερμοκρασία  $T_g$  πάνω από την οποία το πολυμερές αρχίζει και συμπεριφέρεται όλκιμα, ενώ κάτω από αυτή συμπεριφέρεται ως ψαθυρό και εύθραυστο υλικό. Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης (glass transition temperature) [9]. Κατά την ψύξη η  $T_g$  του πολυμερούς αντιστοιχεί στο σταδιακό μετασχηματισμό του από υγρό σε ελαστόμορφο υλικό και τελικά σε άκαμπτο. Η θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης αυξάνει με την παρουσία πλευρικών ομάδων στο μόριο του πολυμερούς και με την ύπαρξη διπλών δεσμών και αρωματικών ομάδων στις αλυσίδες. Ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας αύξησης της  $T_g$  είναι και η αύξηση του μοριακού βάρους. Επιλογικά αξίζει να αναφέρουμε ότι οι δεσμοί διασταύρωσης ανεβάζουν το  $T_g$  διότι περιορίζουν την μοριακή κίνηση καθιστώντας το υλικό πιο άκαμπτο.

<b>ΥΛΙΚΟ</b>	<b>Θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης (°C)</b>	<b>Θερμοκρασία τήξης (°C)</b>
LDPE	-110	115
HDPE	-90	137
PP	-18	175
<hr/>		
Nylon 6.6	57	165
PET	69	265
PVC	87	212
PS	100	240

*Πίνακας 1.1: Θερμοκρασίες υαλώδους μετάπτωσης – τήξης για τα βασικότερα πολυμερή.*

Ως θερμοκρασία τήξης  $T_m$ , μπορούμε να ορίσουμε την θερμοκρασία κατά την οποία ένα στερεό πολυμερές με τακτική δομή μοριακών αλυσίδων μετατρέπεται σε παχύρευστο υγρό με τυχαία δομή. Η κρυσταλλικότητα επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την θερμοκρασία τήξης. Όσο πιο μεγάλος είναι ο βαθμός κρυστάλλωσης σε ένα πολυμερές, τόσο περισσότερη ενέργεια απαιτείται για τον διαχωρισμό των μορίων, με αποτέλεσμα η  $T_m$  να αυξάνεται, γεγονός που μαρτυρά ότι τα άμορφα πολυμερή έχουν χαμηλότερες  $T_m$ . Παρακάτω επισυνάπτεται το διάγραμμα του ειδικού όγκου  $V_m$  συναρτήσει της θερμοκρασίας.



Σχήμα 1.4: Γραφική παράσταση ειδικού όγκου συναρτήσει της θερμοκρασίας κατά την ψύξη.

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι για τα κρυσταλλικά υλικά υπάρχει συνεχής αλλαγή του ειδικού όγκου στην  $T_m$ . Για τα άμορφα υλικά ωστόσο, η καμπύλη είναι συνεχής μεν, με μία μικρή μείωση κλίσης δε στην  $T_g$ . Τέλος, για τα ημικρυσταλλικά υλικά η συμπεριφορά της καμπύλης θεωρείται ενδιάμεση.

Ο ρυθμός ψύξης καθορίζει και το βαθμό κρυσταλλικότητας του πολυμερούς. Στα κρυσταλλικά πολυμερή, για παράδειγμα στην θερμοκρασία τήξης  $T_m$ , παρατηρείται αλλαγή φάσης από άμορφο σε κρυσταλλικό καθώς το υλικό προλαβαίνει να σχηματίσει περιοδική δομή. Στα ημικρυσταλλικά, παρατηρείται μερική κρυστάλλωση στο σημείο τήξης. Αντιθέτως, στα άμορφα πολυμερή, το υλικό δεν προλαβαίνει να κρυσταλλωθεί κατά την ψύξη και μένει σε άμορφη κατάσταση με αποτέλεσμα την εμφάνιση μεταβολής στο ρυθμό μείωσης του ειδικού όγκου του πολυμερούς.

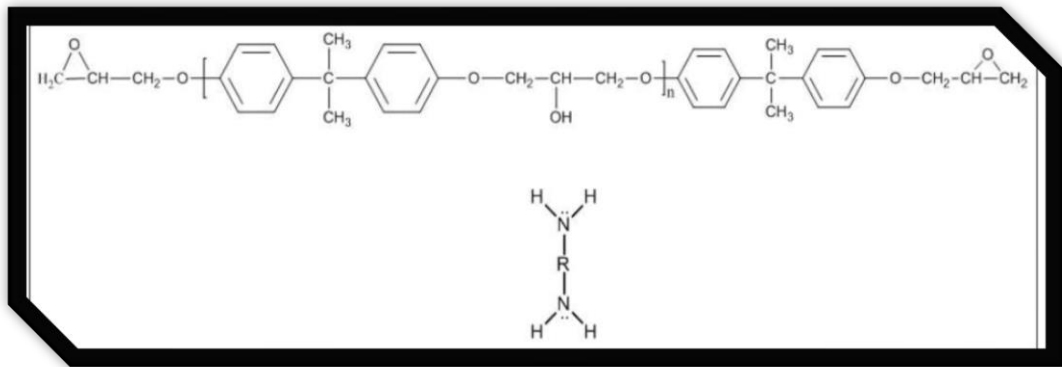
Ωστόσο, σε περιπτώσεις που υπάρξει κρυστάλλωση του υλικού, παρατηρείται ασυνέχεια στον μοριακό όγκο κατά την θερμοκρασία τήξης. Αν δεν υπάρξει κρυστάλλωση, ο ρυθμός μεταβολής όγκου-μεταβολής δεν αλλάζει στην θερμοκρασία τήξης και η υγρή δομή παραμένει κάτω από την  $T_m$ . Αναφέρεται ότι οι απλές πολυμερικές αλυσίδες κρυσταλλώνονται αρκετά εύκολα. Σε θερμοκρασίες μικρότερες του  $T_g$  ένα πολυμερές μπορεί να βρίσκεται σε ημικρυσταλλική μορφή όπου οι κρυσταλλικές περιοχές βρίσκονται σε ισορροπία με άμορφες περιοχές ή και ακόμα καθαρά άμορφη υαλώδη κατάσταση. Σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες του  $T_g$  οι άμορφες περιοχές είναι σε ρευστή κατάσταση. Ως επίλογος, αναφέρεται ότι η θερμοκρασία τήξης και υαλώδους μετάπτωσης καθορίζουν αντίστοιχα το ανώτερο και κατώτερο θερμοκρασιακό όριο για τις κατεργασίες των πολυμερών.

## **ΡΗΤΙΝΕΣ**

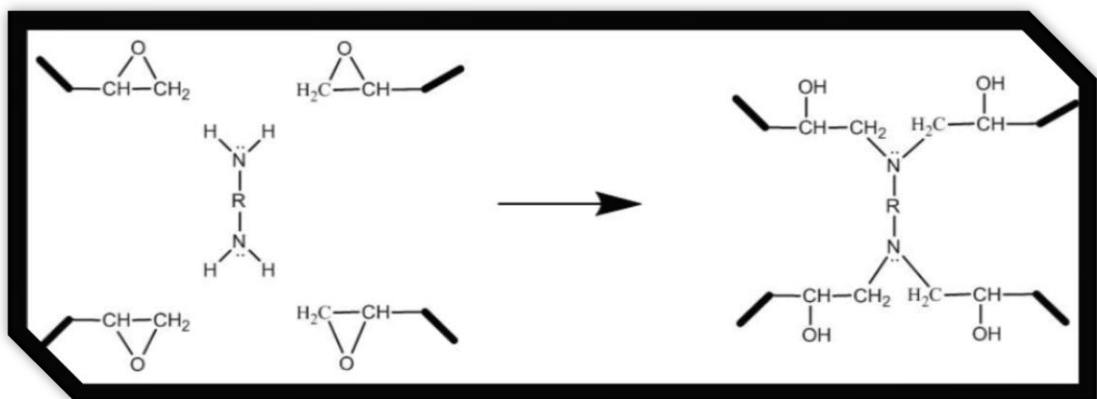
Η ιστορία των ρητινών ξεκινά από τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο, αλλά η εμπορική τους διαθεσιμότητα παίρνει σάρκα και οστά από το 1950 και έπειτα όπου οι εποξειδικές ρητίνες προσφέρουν υψηλή απόδοση σε μεγάλες θερμοκρασίες. Λόγω των ιδιοτήτων τους γίνονται ανάρπαστες στην βιομηχανία με την πλέον διαδεδομένη εφαρμογή τους ως μήτρες στα σύνθετα υλικά, πράγμα που θα αποτελέσει και αντικείμενο της παρούσας εργασίας.

Οι εποξειδικές ρητίνες ανήκουν στην οικογένεια των θερμοσκληρυνόμενων πολυμερών και χαρακτηρίζονται από την παρουσία του δακτυλίου. Ανάλογα με τον αριθμό των δακτυλίων στο μόριο, οι εποξειδικές ρητίνες χωρίζονται σε διδραστικές και πολυδραστικές. Οι διδραστικές περιέχουν δύο δακτυλίους και οι πολυδραστικές τρεις ή περισσότερους. Ο δακτύλιος αντιδρά με ένα ευρύ φάσμα άλλων οργανικών ενώσεων. Για την ένωση δύο μορίων στα άκρα των οποίων υπάρχει η συγκεκριμένη ομάδα, απαιτείται ένα τρίτο μόριο που χρησιμοποιείται σαν συνδετικός κρίκος, έτσι ώστε να ξεκινήσει η αντίδραση που οδηγεί στο σχηματισμό ενός τρισδιάστατου δικτύου. Το μόριο αυτό ονομάζεται σκληρυντής και τις περισσότερες φορές είναι κάποιος διδραστικός ανυδρίτης ή αρκετές φορές και αμίνη. Υπάρχουν και κάποιες φορές, ωστόσο, που χρησιμοποιούνται και κάποιες άλλες χημικές ουσίες σαν εκκινητές για την ομαλότερη διαδικασία της αντίδρασης. Στο εμπόριο, το μεγαλύτερο κομμάτι των ρητινών που κυκλοφορεί αποτελείται από μίγματα μακρομορίων που φέρουν στα άκρα τους τον οξιρανικό δακτύλιο, περιέχοντας επιπλέον και

αρωματικούς δακτύλιους συνοδευόμενα από συστήματα σκληρυντών και εκκινητών.  
Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων ρητινών ακολουθούν στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 1.5: Διδραστικό μόριο και εκκινητής (διαμίνη).



Σχήμα 1.6: Σχηματική αναπαράσταση αντίδρασης διαμίνης με τους οξιρανικούς δακτύλιους μακρομορίων.

## ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΡΗΤΙΝΩΝ

Τα πολυμερή ανάλογα με την μορφή στην οποία διατίθενται για περαιτέρω επεξεργασία τους διακρίνονται σε αρκετές κατηγορίες. Αρχικά, αξίζει να πούμε δύο λόγια για τις συνθετικές ρητίνες.

Συνθετικές ρητίνες: Είναι πρώτες ύλες χαμηλού μοριακού βάρους αποτελούμενα από μακρομοριακές ενώσεις σε υγρή κατάσταση, ενίοτε μπορεί να είναι και διαλυτά ή τηκόμενα στερεά. Ωστόσο, για να αποκτήσουν την απαιτούμενη αντοχή χρειάζονται την κατάλληλη επεξεργασία. Οι δύο μεγάλες κατηγορίες που προκύπτουν από τις συνθετικές ρητίνες, είναι:

- Βασικές ύλες για κόλλες, βερνίκια και επιχρίσματα υπό την μορφή διαλυμάτων ή γαλακτωμάτων που χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε πάσης φύσεως οικοδομικές εργασίες.
- Τεχνικές ρητίνες που χρησιμοποιούνται ως μέσα σύνδεσης για ξύλινες κατασκευές, δέρματα και ενδιάμεσα προϊόντα για την κυρίως επεξεργασία των πολυμερών, ενώ ταυτόχρονα με τα πρόσθετα διαμορφώνουν την πρώτη ύλη για την παραγωγή των τελικών προϊόντων του εμπορίου για πολυμερή με μορφοποίηση υπό θέρμανση και πίεση.

### Σκληρυνόμενες τεχνητές ρητίνες

- Θερμοσκληρυνόμενες ρητίνες: Είναι η κατηγορία ρητινών που σκληραίνουν μόνιμα κατά την διάρκεια του πολυμερισμού και της σκληρυνσής τους (curing). Παραδείγματα τέτοιων ρητινών είναι οι εποξειδικές (epoxy), οι φαινολικές (phenolic), οι βινυλεστερικές (vinylester) και τέλος οι πιο διάσημες οι πολυεστερικές ρητίνες που χρησιμοποιούνται ευρύτατα. Αυτών των ειδών οι ρητίνες αναμιγνύονται με φυσικές ρητίνες, όπως το κολοφώνιο ή λινέλαιο δίνουν πλείστα υλικά που διαλύονται μόνο στα έλαια. Χρησιμοποιούνται στην παρασκευή βερνικιών και χρωμάτων, κυρίως για εξωτερικές επιφάνειες και επιδεικνύουν εξαιρετική αντοχή στις καιρικές συνθήκες και την ταχεία ξήρανση.

- Μονομερείς ρητίνες χυτεύσεως: Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι το πολυμεθακρυλικό μεθύλιο. Ρητίνες για βερνίκια, μέσα διαποτίσεως και κόλλες.

- Θερμοπλαστικές ρητίνες: Είναι διαλύματα που περιέχουν πτητικούς διαλύτες σε ποσοστό από 20-60% καθώς επίσης και αραιές υδατικές διασπορές. Τέτοιες

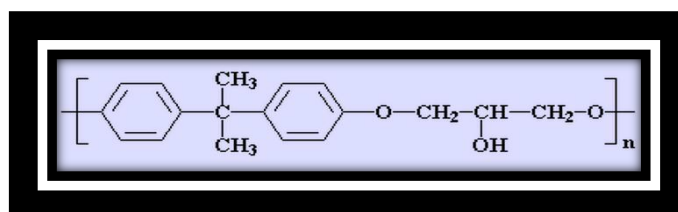


ρητίνες είναι το πολυχλωριούχο βινύλιο, το πολυοξικό βινύλιο καθώς και η πολυβινυλική αλκοόλη.

- Ρητίνες σκληρυνόμενες ως πλέγμα: Ρητίνες αυτής της κατηγορίας, είναι οι ρητίνες φορμόλης-ουρίας, οι οποίες διαλύονται σε οινόπνευμα και στους υδρογονάνθρακες, οι ακόρεστες πολυεστερικές ρητίνες, οι εποξειδικές ρητίνες, η πολυουρεθάνη. Τα βερνίκια προερχόμενα από αυτή την κατηγορία είναι άχρωμα και ανθεκτικά στο φως, έχουν υψηλή αντοχή στις καιρικές συνθήκες και ξεραίνονται ταχύτατα. Τέλος, η μεμβράνη που σχηματίζεται πάνω στην χρωματιζόμενη επιφάνεια, έχει υψηλή αντοχή αλλά και αξιοσημείωτη σκληρότητα.

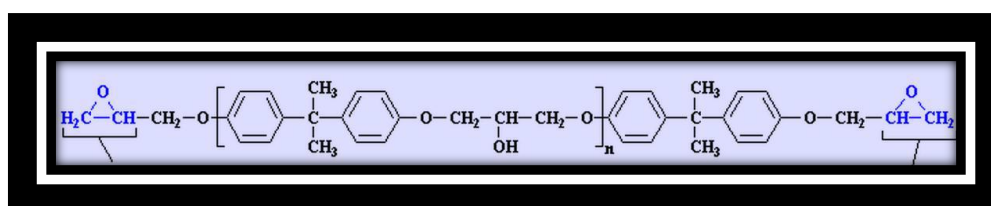
### Εποξειδική ρητίνη

Εποξειδικό ή πολυεποξειδικό είναι ένα θερμοσκληρυνόμενο πολυμερές. Οι εποξειδικές ρητίνες αποτελούνται από αλυσίδες που έχουν τουλάχιστον δύο επόξυ-ομάδες.



Σχήμα 1.7. Δομή Εποξειδικής Ρητίνης.

Οι εποξειδικές ρητίνες μπορεί να βρίσκονται είτε σε ρευστή είτε σε στερεή κατάσταση από πλευράς σύστασης. Οι στερεές εποξειδικές ρητίνες είναι άκαμπτα άμορφα στερεά που μοιάζουν με γυαλί. Για να μελετήσουμε την δομή των εποξειδικών ρητινών αν και εφόσον εμπεριέχουν κάποιο πρόσθετο όπως σκληρυντής ή πλαστικοποιητής, χρησιμοποιούμε την βοήθεια ηλεκτρονικών μικροσκοπίων και έτσι μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι ρητίνες αποτελούνται από μικρού μεγέθους μακρομόρια τρισδιάστατα διακλαδωμένα δίκτυα ή συσσωματώματα, μέτριου μοριακού βάρους, τοποθετημένα σε ένα πλαίσιο από μόρια μικρού μοριακού βάρους.



Σχήμα 1.8 Μορφή μη τροποποιημένης εποξειδικής ρητίνης.

## **Ιδιότητες υγρών εποξειδικών ρητινών**

- Υπόκεινται σε μικρή συστολή κατά τον πολυμερισμό κατά την διάρκεια της επεξεργασίας τους ,πράγμα που αποτελεί και ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα των εποξειδικών ρητινών όπως θα δούμε και στην συνέχεια.

- Εξασφαλίζουν πρόσφυση σε υγρές και ξηρές επιφάνειες, ενώ στερεοποιούνται και κάτω από την επιφάνεια ύδατος. Η πρόσφυση επιτυγχάνεται πάνω σε δομικά υλικά , όπως στο σκυρόδεμα, το μάρμαρο την πέτρα και το ξύλο.

- Ανάλογα με την πολυπλοκότητα της εκάστοτε εφαρμογής, οι βασικές ιδιότητες των συγκεκριμένων ρητινών μπορούν να τροποποιούνται κατά βούληση, όπως η χρήση κάποιων πρόσθετων υλικών, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα την ποικιλία εφαρμογών τους.

- Εξαιρετική χημική σύσταση άμεσα εξαρτώμενη του προσθέτου που χρησιμοποιείται, καθώς και αρκετά υψηλή αντίσταση στα καυστικά και στα οξέα.

- Διακρίνονται για την υψηλή αντοχή τους, την δυσθραυστότητά τους και το γεγονός ότι δεν έχουν όγκο κατά σκλήρυνση. Είναι μη διαβρωτικές και κατάλληλες για χρήση σε κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα ή ακόμα και δομικό χάλυβα.

- Είναι μία από τις μεγαλύτερες δυνάμεις συγκόλλησης που έχουν διαπιστωθεί στην σύγχρονη τεχνολογία πλαστικών. Έχουν επίσης άριστη ηλεκτρική μόνωση και γενικά υψηλές μηχανικές ιδιότητες. Η επεξεργασία τους γίνεται εύκολα σε θερμοκρασιακά όρια από 5-150 βαθμούς κελσίου , εξαρτώμενο ωστόσο και από το πρόσθετο.

- Έχουν χαμηλή υγροσκοπικότητα και ικανοποιητική αντοχή στην επίδραση διαλύματος οξέων, βάσεων και πολλών οργανικών διαλυτών. Το ιξώδες τους , είναι χαμηλό με αποτέλεσμα να μπορούν να κατεργαστούν εύκολα.

## **Ιδιότητες στερεών εποξειδικών ρητινών**

Σε σύγκριση με τις υγρές εποξειδικές ρητίνες, οι στερεές έχουν το πλεονέκτημα ότι η επεξεργασία τους καθίσταται πιο εύκολη ,έχουν αρκετά ψηλότερη μηχανική αντοχή, υψηλότερη χημική αντίσταση και άριστο κολλώδες. Επίσης, αυτό που χαρακτηρίζει τις στερεές εποξειδικές ρητίνες είναι η ισχυρότατη αντίσταση τριβής.

Εδώ αξίζει να αναφέρουμε ότι λόγω των ιδιοτήτων των εποξειδικών ρητινών αναπτύχθηκαν ταχύτατα και η χρήση τους , έγινε ευρεία, σε σημείο που σχεδόν

πάντοτε το ένα από τα προϊόντα που διαμορφώνουν ένα σύνθετο υλικό να είναι εποξειδική ρητίνη και σε αρκετές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται και μόνες τους.

### **Εφαρμογές εποξειδικών ρητινών**

Με την εξέλιξη των εποξειδικών ρητινών ,σε σημείο που η χρήση τους έγινε ευρεία, οι εποξειδικές ρητίνες βρήκαν εφαρμογές σε πολλούς τομείς:

- Στην βιομηχανία κατασκευής αεροσκαφών, πλοίων και αυτοκινήτων, όπου οι εποξειδικές ρητίνες χρησιμοποιούνται ως βασικό συγκολλητικό σε δόκιμα μέρη της ατράκτου αεροσκαφών, σε μεταλλικά και πλαστικά τμήματα σε βάρκες και αυτοκίνητα, επειδή έχουν τέλεια στεγανότητα υψηλή κλάσεως.

- Στις κατασκευές κτιρίων και αυτοκινητόδρομων, γενικότερα δηλαδή, ως βασικό συγκολλητικό σκυροδέματος και σε κατασκευές που έχουν απαιτήσεις για υψηλή χημική αντίσταση.

- Στην κατασκευή τριχών για πινέλα.

- Ως φυλλώδεις ρητίνες (laminated resins) , για την κατασκευή πλαισίων και τελειωμάτων αεροσκαφών και πυραύλων.

- Συστήματα εποξυ-ρητινών που χρησιμοποιούνται σαν συγκολλητικά, επικαλυπτικά και σαν μέσα ενσωμάτωσης ηλεκτρικών εξαρτημάτων.

- Σαν διαλύματα επίστρωσης, που έχουν βασικό συστατικό την ρητίνη, που χρησιμεύουν για την συντήρηση και την κατασκευή τελειωμάτων, όπως τελειώματα αεροσκαφών, λιθοδομής . Επίσης, χρησιμοποιούνται για επαλείψεις κατασκευαστικού χάλυβα, πτυσσόμενων αγωγών και πλακών σκυροδέματος.

- Ως τυπικές εφαρμογές χυτών εποξυ-ρητινών αποτελούν οι κατασκευές ανθεκτικών σε χημικά αντλιών και σωλήνων, εργαλείων και μητρών καθώς και ηλεκτρομαγνητικών μονωτικών ειδών.

Υπάρχει επίσης ρητίνες δύο συστατικών για επαλείψεις επιφανειών (wetcome).Οι επιφάνειες μπορεί να είναι υγρές ή στερεές. Η ξηρή επιφάνεια που σχηματίζουν έχει πυρρανασχετικές ιδιότητες και έτσι εμποδίζουν την εξάπλωση της φωτιάς.

- Ο προορισμός αυτών των ρητινών είναι η υγρομόνωση, η προστασία και η διακόσμηση δαπέδων, τοίχων και ορόφων σε οικοδομικούς χώρους.

- Έχουν πλείστες εφαρμογές σε επιφάνειες σκυροδέματος, τσιμεντοκονιάματος, σοβάδων, τούβλων και ασφάλτου.

- Για την σύνδεση παλιού και νέου σκυροδέματος, κυρίως σε υγρές επιφάνειες.
- Για την προστασία κτιρίων από την διάβρωση και την διείσδυση της υγρασίας.
- Για την υγραμόνωση πισινών και δεξαμενών, υπόγειων χώρων και δαπέδων.

Σε αυτό το σημείο οφείλουμε να αναφέρουμε ότι το μεγαλύτερο μειονέκτημα των εποξυ-ρητινών είναι το υψηλότερο κόστος, το οποίο εξισορροπείται από την μεγάλη χρησιμότητά τους και τις πλείστες εφαρμογές που έχουν.

### **Επίδραση των εγκλεισμάτων στις ιδιότητες των εποξειδικών ρητινών**

Η παρουσία των εγκλεισμάτων στις ρητίνες είναι πολύ σημαντική διότι αυξάνει το μέτρο ελαστικότητας, ενώ αντίθετα η παραμόρφωση θραύσης ελαττώνεται και η μεταβολή αυτή είναι ανάλογη με την περιεκτικότητα της σε έγκλεισμα, αναλογικά πάντα με μετρήσεις σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος.

**Ιξώδες:** Τα εγκλείσματα αυξάνουν το ιξώδες των εποξειδικών ρητινών. Η αύξηση αυτή είναι μεγαλύτερη με ινώδη και μικρότερη με τα κοκκώδη εγκλείσματα που θα αποτελέσουν και το αντικείμενο της παρούσας εργασίας.

**Πρόσφυση:** Τα εγκλείσματα ελαττώνουν το βαθμό συστολής και έτσι αυξάνουν την ικανότητα πρόσφυσης των εποξειδικών ρητινών με μεγάλη αποτελεσματικότητα.

**Συστολή:** Η συστολή κατά την διάρκεια της σκλήρυνσης της ρητίνης ελαττώνεται ανάλογα με την αύξηση της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα του συνθέτου υλικού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η ρητίνη αντικαθίσταται τοπικά από υλικό που δεν εμφανίζει μεταβολή στις διαστάσεις του, σε αντίθεση με την καθαρή ρητίνη.

**Αντοχή στην συμπίεση:** Τα κοκκώδη εγκλείσματα αυξάνουν την αντοχή σε συμπίεση λόγω της δυσκαμψίας που προκαλούν.

**Κάμψη:** Τα κοκκώδη εγκλείσματα γενικά ελαττώνουν την αντοχή σε κάμψη.

**Θερμική αγωγιμότητα:** Τα εγκλείσματα αυξάνουν την θερμική αγωγιμότητα των ρητινών, αν και μεγάλες περιεκτικότητες σε έγκλεισμα αυξάνουν την παρουσία φυσαλίδων αέρα μέσα στο σύνθετο υλικό. Με τα ινώδη μεταλλικά εγκλείσματα ωστόσο, αυξάνεται περισσότερο η θερμική αγωγιμότητα από ότι με τα κοκκώδη μεταλλικά εγκλείσματα.

**Σκληρότητα επιφάνειας-Αντίσταση στην τριβή:** Τα εγκλείσματα αυξάνουν την σκληρότητα της επιφάνειας του συνθέτου υλικού και την αντίσταση της τριβής.

**Συμπεριφορά στην κρούση:** Τα κοκκώδη εγκλείσματα επηρεάζουν την αντοχή σε κρούση των σκληρυνόμενων εποξειδικών ρητινών σε βαθμό που ποικίλει ανάλογα με τον τύπο του εγκλείσματος, τον τύπο της ρητίνης και το είδος της δοκιμής κρούσης. Γενικά τόσο τα κοκκώδη όσο και τα ινώδη εγκλείσματα ενισχύουν την αντοχή των ρητινών σε κρούση.

**Θερμική σταθερότητα:** Ενισχύεται με την παρουσία εγκλεισμάτων. Με τον όρο θερμική σταθερότητα, εννοούμε την κατάσταση του σύνθετου όταν δεν παρατηρούνται αλλοιώσεις στην δομή του συναρτήσει της θερμοκρασίας.

**Ειδική πυκνότητα:** Τα εγκλείσματα που στην πλειοψηφία τους έχουν μεγαλύτερη πυκνότητα από την ρητίνη, αυξάνουν την πυκνότητα των σύνθετων υλικών ανάλογα με την κατ' όγκο περιεκτικότητά τους. Έτσι παρουσία των εγκλεισμάτων μειώνει αισθητά το κόστος σύνθετου υλικού.

**Αντοχή σε χημικά αντιδραστήρια και σε διάβρωση:** Μερικά εγκλείσματα όπως π.χ. το ανθρακικό ασβέστιο μειώνουν την αντοχή των ρητινών σε οξέα ενώ άλλα όπως το αλουμίνιο μειώνουν την αντοχή αυτή σε υγρασία, τα εγκλείσματα γενικά μειώνουν την ταχύτητα διάχυσης του νερού στα σύνθετα υλικά. Τα εγκλείσματα επίσης συμμετέχουν στην διάβρωση των πολυμερών στην επαφή τους με τα μέταλλα. Ιόντα που υπάρχουν στη στερεοποιημένη μήτρα μπορούν να μεταφέρουν γαλβανικά ρεύματα και να ενισχύουν τη διάβρωση. Αυτό οφείλεται στην αύξηση της αγωγιμότητας του σύνθετου, λόγω της ικανότητας των εγκλεισμάτων να απελευθερώνουν ιόντα.

## ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ ΜΕ ΙΝΕΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

Ως σύνθετο υλικό με ίνες τυχούσης διεύθυνσεως ορίζεται ένα σύνθετο υλικό ενισχυμένο με ίνες στο οποίο οι ίνες κείνται με τυχαίο προσανατολισμό πάνω σε ένα επίπεδο υπό γωνία  $-90^\circ$  έως  $+90^\circ$  [2]. Ετσι, τα κοκκώδη σύνθετα υλικά, τα σύνθετα υλικά με ίνες μιας διεύθυνσεως και τα πολυστρώματα από στρώματα με ίνες μιας διεύθυνσεως δεν περιλαμβάνονται σε αυτήν κατηγορία.

Αν και είναι θεωρητικά δυνατό να έχουμε σύνθετο υλικό με ίνες τυχούσης διεύθυνσεως με μήτρα από μέταλλα ή κεραμικά, η πρόσφατη υπάρχουσα τεχνολογία δεν είναι τόσο ανεπτυγμένη για την δημιουργία τέτοιων σύνθετων υλικών. Ετσι, σ' αυτήν την μελέτη δίνεται έμφαση στα σύνθετα υλικά με μήτρα από πολυμερές υλικό.

Η ανάγκη να μειωθεί το βάρος των οχημάτων και η σκέψη για τεχνικές μαζικής παραγωγής οδήγησε, μεταξύ άλλων, την αυτοκινητοβιομηχανία να εξετάσει ως δομικά στοιχεία πλαστικά υλικά ενισχυμένα με διακεκομμένες ίνες τυχούσης διεύθυνσεως σαν υποκατάστατα του μετάλλου [7]. Επειδή στο μεγαλύτερο μέρος τους τα μέρη του αυτοκίνητου είναι σχεδιασμένα ώστε να είναι εύκαμπτα, είναι χρήσιμο να γνωρίζουμε πως οι ελαστικές σταθερές αυτών των σύνθετων υλικών εξαρτώνται από τις ιδιότητες των συστατικών από τα οποία σχηματίζονται, δηλαδή την περιεκτικότητα του συνθέτου υλικού σε ίνες και το μήκος της ίνας. Το αντικείμενο πολλών ερευνητικών εργασιών είναι να αναπτυχθεί μια απλή θεωρία για το σκοπό αυτό.

Αν και τα σύνθετα υλικά ενισχυμένα με ίνες έχουν εφαρμογή ευρύτατη τα τελευταία χρόνια, οι περισσότερες μελέτες περιορίζονται στα σύνθετα υλικά με συνεχή ίνες μιας διεύθυνσεως. Η εφαρμογή υλικών ενισχυμένων με διακεκομμένες ίνες τυχούσης διεύθυνσεως είναι σχετικά πρόσφατη. Οι θεωρητικές και πειραματικές εργασίες σ' αυτόν τον τομέα είναι ελάχιστες και οι καταστατικές εξισώσεις των υλικών αυτών δεν είναι ακόμη πλήρως προσδιορισμένες. Σε γενικές γραμμές, οι ελαστικές σταθερές συνθέτου υλικού με διακεκομμένες ίνες τυχούσης διεύθυνσεως μπορούν να προέλθουν από αυτές των σύνθετων υλικών με ασυνεχή ίνες μιας διεύθυνσεως διά μέσου μιας διαδικασίας ολοκλήρωσεως. Η δυσκολία υπάρχει στο να βρεθούν άπλες και ακριβής εκφράσεις για τις ελαστικές σταθερές των σύνθετων υλικών ενισχυμένων με ασυνεχή ίνες μιας διεύθυνσεως συναρτήσει του μήκους της ίνας. Πάρα την δυσκολία αυτή έγιναν μερικές προσπάθειες προσδιορισμού των ελαστικών σταθερών ενός συνθέτου υλικού με διακεκομμένες ίνες τυχούσης

διευθύνσεως κάνοντας διάφορες υποθέσεις. Η πιο πρόσφατη εργασία για μια τέτοια μελέτη είναι, πιθανότατα, αυτή του Cox, ο οποίος μελέτησε την ευκαμψία και την αντοχή του χαρτιού υποθέτοντας ότι η εξωτερική φόρτιση αναλαμβάνεται πλήρως από τις ίνες. Αργότερα ο Nielsen και ο Chen έλαβαν υπ' όψη την επίδραση της ευκαμψίας της μήτρας και χρησιμοποίησαν ηλεκτρονικό υπολογιστή για να υπολογίσουν το μέτρο του Young του σύνθετου υλικού [12]. Ο Lees θεωρώντας ότι η ίνα και η μήτρα θα είχαν διαφορετικές διαμήκεις παραμορφώσεις υπό την επίδραση αξονικής φόρτισης, παρήγαγε έναν τύπο για το μέτρο του Young για τα σύνθετα υλικά με ίνες τυχούσης διεύθυνσεως. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση των Halpin-Tsai και το Variant principle των Tsai και Pagano, οι Halpin και Pagano εφάρμοσαν την θεωρία των πολυστρωμάτων για να προσδιορίσουν τις ελαστικές σταθερές συνθέτου υλικού με διακεκομμένες ίνες τυχούσης διεύθυνσεως. Ίσως η πιο επιτυχής θεωρία που έχει διατυπωθεί μέχρι τώρα είναι αυτή του Christensen και Waals. Βασιζόμενοι στα κλασικά αποτελέσματα των Hill και Hashin σε εγκάρσιως ισότροπα σύνθετα υλικά με ίνες τυχούσης διεύθυνσεως, οι Christensen και Waals εφάρμοσαν την διαδικασία της ολοκλήρωσης για τον προσδιορισμό των ελαστικών σταθερών του συνθέτου υλικού με διακεκομμένες ίνες τυχούσης διεύθυνσεως, από αυτές των συνθέτων υλικών με συνεχής ίνες μιας διεύθυνσεως. Η σύγκριση της θεωρίας τους και των πειραματικών αποτελεσμάτων του Lees σε σύνθετο υλικό γυαλιού/πολυστενιού δείχνει ότι η θεωρία μας παρέχει μια ικανοποιητική εκτίμηση του μέτρου Young.

Εκτος από την θεωρία των Halpin και Pagano, ουδεμία από τις θεωρίες που αναφέρθηκαν παραπάνω δεν έλαβαν υπ' όψη την επίδραση του μήκους της ίνας, και εφαρμόζονται αυστηρώς μόνο για σύνθετα υλικά με συνεχείς ίνες [6]. Η συσχέτιση μεταξύ των θεωριών των Halpin και Pagano και των πειραματικών αποτελεσμάτων, παρ' όλα αυτά δεν είναι τόσο καλή όταν η περιεκτικότητα κατ'όγκο κυμαίνεται μεταξύ 38 και 50 τοις εκατό. Αν και η αντικατάσταση των εκφράσεων των συνεχών ινών με εκφράσεις για διακεκομμένες ίνες είναι κάπως λογική για μερικές σταθερές, όπως το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας και το διάμηκες μέτρο διαμήσεως, είναι ανεπαρκής για το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας και τον διαμήκη λόγω του Poisson. Αν και διάφορες μέθοδοι έχουν προταθεί για την μελέτη των ελαστικών σταθερών συνθέτου υλικού με ίνες μιας διεύθυνσεως, μόνο η εξίσωση των Halpin- Tsai παρουσιάζεται ικανή να λάβει υπ' όψη αναλυτικά την επίδραση του μήκους της ίνας σ' αυτές τις σταθερές.

Στις κατασκευές (σωλήνες, δεξαμενές κλπ) από σύνθετο υλικό ρητίνης και ίνες υάλου τυχαίας διεύθυνσης θεωρείται δεδομένο ένα λογικό ποσοστό ολκιμότητας. Οι παραμορφώσεις αστοχίας σε μια δοκιμή εφελκυσμού για τα συμβατικά υλικά (μέταλλα) είναι 20% ή περισσότερο, το μεγαλύτερο τμήμα των οποίων είναι πλαστική παραμόρφωση. Οπουδήποτε είναι δυνατή η πλαστική θραύση, όπως στην περίπτωση εξαρτημάτων μαλακού χάλυβα σε χαμηλές θερμοκρασίες και λαμβάνονται ειδικές προφυλάξεις στα στάδια σχεδιασμού και κατασκευής για να εξασφαλιστεί ασφαλής λειτουργία των εξαρτημάτων.

Το διάγραμμα φορτίου επιμηκύνσεως το οποίο προκύπτει από πείραμα εφελκυσμού σύνθετου υλικού ενισχυμένου με ίνες υάλου διαφέρει από τις τυπικές καμπύλες των μετάλλων σε τρία σημαντικά σημεία:

1. Η κλίση της ελαστικής περιοχής της καμπύλης είναι αρκετά χαμηλότερη, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι η ακαμψία (stiffness) του υλικού που εκφράζεται με το μέτρο ελαστικότητας είναι μικρότερη.

2. Δημιουργούνται ανωμαλίες στην καμπύλη σε σχετικά χαμηλές τιμές των παραμορφώσεων γύρω στο 0.3%) πράγμα το οποίο σημαίνει ότι αρχίζει να συμβαίνει φθορά του σύνθετου υλικού, που αποτελείται από στρώματα (πολύστρωμα- laminate) είτε από αποκόλληση ινών είτε από ρηγμάτωση της ρητίνης.

3. Στην πλαστική περιοχή το φορτίο αυξάνει συνεχώς μέχρι την θραύση, ενώ συμβαίνει συνεχής φθορά του σύνθετου υλικού. Η παραμόρφωση θραύσεως είναι πολύ χαμηλότερη από αυτήν για ένα τυπικό όλκιμο υλικό.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

### ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΠΟΥ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΖΟΥΝ ΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

#### Ελαστικές σταθερές ( $\nu, E$ )

Από την Αντοχή των Υλικών γνωρίζουμε ότι ένα σύνθετο υλικό μπορεί συνήθως να καταπονηθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους, ανάλογα με την παραμόρφωση που τείνει να επιφέρει η επιβαλλόμενη τάση (Σχήμα 2.1). Έτσι αναφέρεται ενδεικτικά η εφελκυστική καταπόνηση (εφελκυσμός), η θλιπτική καταπόνηση (θλίψη) και η διατμητική καταπόνηση (διάτμηση ή στρέψη). Φυσικά εδώ μπορεί να προστεθεί και η κάμψη.

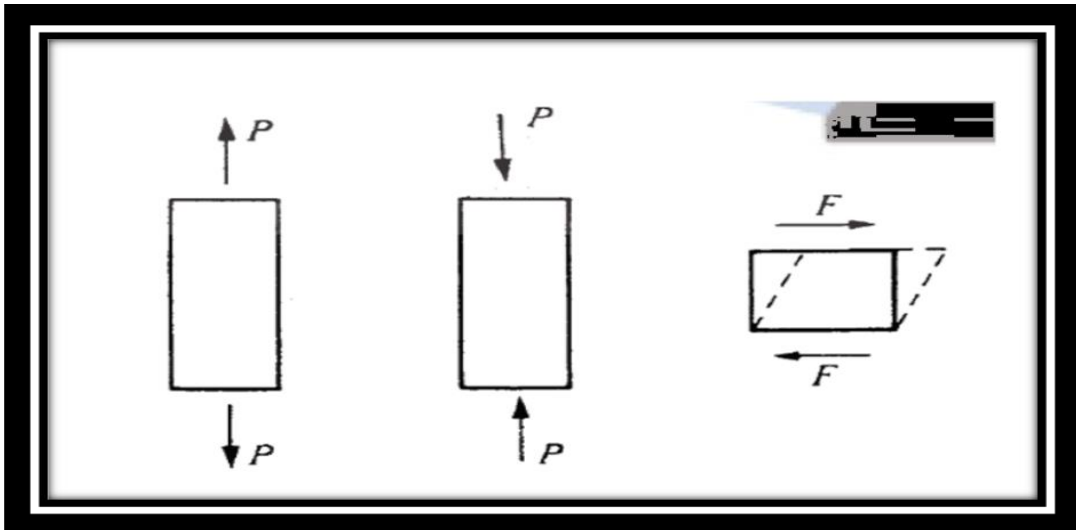
Τα περισσότερα εξαρτήματα ή στοιχεία μηχανών καταπονούνται σε πιο σύνθετες καταπονήσεις που αναλύονται σε απλούστερες. Όταν η τάση διατηρηθεί κάτω από μία κρίσιμη τιμή (όριο ελαστικότητας) επιφέρει ελαστικές παραμορφώσεις, που εξαλείφονται με την απομάκρυνση της δύναμης. Σε ατομικό επίπεδο οι εν λόγω τάσεις προκαλούν επιμήκυνση ή συμπίεση των ατομικών δεσμών, οι οποίες αντιστοιχούν στις παραμορφώσεις ελατηρίου (Σχήμα 2.2).

Η τάση που προκαλεί μία τέτοια αντιστρεπτή (ελαστική) παραμόρφωση ακολουθεί το Νόμο του Hooke [6]:

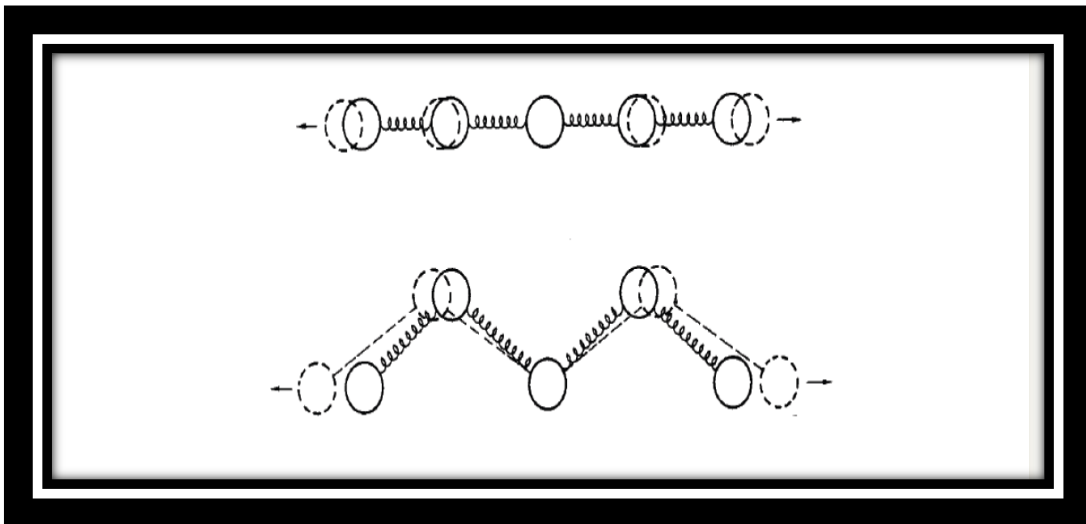
$$\sigma = E * \varepsilon \quad (2.1)$$

όπου  $E$  το μέτρο ελαστικότητας (Young) του υλικού.

Η σχέση αυτή είναι γραμμική και γι' αυτό τα υλικά για τα οποία ισχύει ονομάζονται και γραμμικά.



Σχήμα 2.1 Βασικές μηχανικές καταπονήσεις: εφελκυσμός, θλίψη, διάτμηση.



Σχήμα 2.2 Σχηματική αναπαράσταση της ελαστικής μηχανικής καταπόνησης σε ατομική κλίμακα.

Σε ένα μακροσκοπικό στερεό η επιβολή εφελκυστικής καταπόνησης δεν οδηγεί μόνο σε παραμορφώσεις κατά τη διεύθυνση της τάσης, αλλά και κάθετα προς αυτήν. Όταν η επιβαλλόμενη τάση τείνει να επιμηκύνει το υλικό (κατά τη διεύθυνση  $x$ ), είναι λογικό να μεταβάλλεται το πλάτος ( $y$ ) και το πάχος ( $z$ ) του υλικού. Ο λόγος της επιμέρους παραμόρφωσης ως προς αυτή κατά τη διεύθυνση της τάσης λέγεται λόγος Poisson ( $\nu$ ):

$$\nu = -\varepsilon_y / \varepsilon_x = -\varepsilon_z / \varepsilon_x \quad (2.2)$$

Το (-) πρόσημο τίθεται για να εξασφαλίσει τις θετικές τιμές του λόγου Poisson, ο οποίος έχει συνήθως τιμή ίση προς 1/3 για τα μεταλλικά υλικά.

Ο λόγος του Poisson εκφράζεται με ένα θετικό αριθμό, ο οποίος πάντοτε είναι μικρότερος από ½. Ο λόγος αυτός για όλα τα υλικά παίρνει οριακά την τιμή ½ όταν αυτά δεν καταπονούνται με φορτία μέσα στην ελαστική, στην περιοχή δηλαδή όπου ισχύει ο νόμος του Hooke, αλλά με φορτία μεγαλύτερα, που βρίσκονται δηλαδή στην πλαστική περιοχή.

Η παράμετρος  $\Delta V/V$  (ανηγμένη μεταβολή του όγκου ή μέτρο διογκώσεως) σχετίζεται με το λόγο του Poisson, με βάση τη σχέση [1]:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2.3)$$

## ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Τα ιξωδοελαστικά , καθώς γενικότερα τα σύνθετα υλικά, χρησιμοποιούνται ευρέως σαν κατασκευαστικά υλικά. Έτσι, όπως είναι κατανοητό, κρίνεται απαραίτητος ο έλεγχος των υλικών αυτών πριν την σχεδίαση του τελικού προϊόντος.

Οι συνηθέστεροι εξ' αυτών των ελέγχων , είναι:

- Μετρήσεις ερπυσμού
- Μετρήσεις χαλάρωσης τάσεων
- Μετρήσεις δυναμομηχανικής φόρτισης

Με την βοήθεια αυτών των μετρήσεων συλλέγουμε όλα τα δεδομένα που χρειαζόμαστε για να συσχετίσουμε την τάση, την ανηγμένη παραμόρφωση, την θερμοκρασία και τον χρόνο με σκοπό την χάραξη των διαγραμμάτων και την περαιτέρω μελέτη των εκάστοτε υλικών. Ας, δούμε παρακάτω μία από τις σημαντικότερες μετρήσεις ελέγχου των υλικών που δεν είναι άλλη από την δυναμομηχανική φόρτιση.

## ΔΥΝΑΜΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

Η δυναμομηχανική φόρτιση μας βοηθάει να αναλύσουμε την απόκριση των υλικών, παρέχοντας μας όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για να μπορέσουμε να διαχωρίσουμε την ιξώδη από την ελαστική απόκριση των σύνθετων υλικών[1]0. Εδώ, αξίζει να σημειώσουμε ότι στα διαγράμματα που κατασκευάζουμε από τις μετρήσεις της δυναμομηχανικής φόρτισης, χρησιμοποιούμε την τάση ή την παραμόρφωση στον ένα άξονα οι οποίες είναι αρμονικές συναρτήσεις της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$  και όχι συναρτήσεις βήματος. Έτσι, όπως γίνεται αντιληπτό, μετά από ένα τέτοιο πείραμα και τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας των υλικών θα προκύψουν και αυτά συναρτήσει του  $\omega$ .

Η μελέτη των δυναμικών πειραμάτων, όπως είναι προφανές είναι πολύ σημαντική για να κατανοήσουμε την συμπεριφορά των υλικών όταν καταπονούνται από περιοδικά μεταβαλλόμενες δυνάμεις και γενικά όταν η προκύπτουσα παραμόρφωση είναι ημιτονοειδείς συναρτήσεις του χρόνου από την επιβαλλόμενη δύναμη .Έτσι από τα δυναμικά πειράματα μπορούμε να υπολογίσουμε το ελαστικό μέτρο καθώς επίσης και την μηχανική απόσβεση (mechanical damping).

Το ελαστικό μέτρο θα μπορούσε να είναι μέτρο διατμήσεως, μέτρο διογκώσεως ακόμα και μέτρο εφελκυσμού, ανάλογα με το πείραμα. Όσο για την μηχανική

απόσβεση μας παρέχει πληροφορίες για το μέτρο της ενέργειας που δαπανάται υπό την μορφή θερμότητας κατά την παραμόρφωση του υλικού.

Έτσι μετά την διεξαγωγή των πειραμάτων μπορούμε να κατατάξουμε τα υλικά σε τρεις μεγάλες κατηγορίες, ανάλογα πάντοτε με την φύση της απόκρισης τους.

- **Τέλεια ελαστικά σώματα:** Τα υλικά αυτά δεν παρουσιάζουν καθόλου μηχανική απόσβεση. Ωστόσο, υπάρχουν και τα σχεδόν τέλεια ελαστικά σώματα τα οποία αποθηκεύουν δυναμική ενέργεια καθώς παραμορφώνονται. Η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε κινητική μετά την απομάκρυνση του εξωτερικού φορτίου και το σώμα επανέρχεται πλήρως στις αρχικές του διαστάσεις.

- **Ιξώδη ρευστά σώματα:** Σε αυτή την κατηγορία, τα ιξώδη ρευστά σώματα (viscous liquids), αποθηκεύουν όλη την ενέργεια που χρησιμοποιήθηκε για την παραμόρφωσή τους, η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα. Το αποτέλεσμα είναι η μεγάλη δυναμική απόσβεση που παρουσιάζουν αυτά τα ρευστά εφόσον δεν έχουν την ικανότητα αποθήκευσης δυναμικής ενέργειας.

- **Βισκοελαστικά σώματα:** Αυτή η κατηγορία παρουσιάζει την ενδιάμεση συμπεριφορά των δύο παραπάνω κατηγοριών, με μέρος της ενέργειας να αποθηκεύεται υπό μορφή δυναμικής ενέργειας και η υπόλοιπη να μετατρέπεται σε θερμότητα. Έτσι, τα βισκοελαστικά σώματα, παρουσιάζουν μηχανική απόσβεση λόγω της ενέργειας που χάνεται υπό μορφή θερμότητας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι τα υψηλά πολυμερή.

Το πεδίο των δυναμικών μετρήσεων είναι σχετικά νέο, αλλά ήδη έχει καταστεί μία από τις πλέον σημαντικές τεχνικές τόσο από πρακτική, όσο και από επιστημονική άποψη. Με τη βοήθεια των δυναμικών πειραμάτων, μπορούμε να μετρήσουμε τη μεταβολή των δυναμικών ιδιοτήτων των υλικών, τόσο με τη μεταβολή της θερμοκρασίας, όσο και με τη μεταβολή της συχνότητας της φορτίσεως. Άλλωστε το μέτρο ελαστικότητας ή η ακαμψία (stiffness) ενός υλικού κάτω από συνθήκες λειτουργίας, είναι τα απαραίτητα στοιχεία για οποιαδήποτε κατασκευαστική εφαρμογή.

Τα δυναμικά πειράματα πλεονεκτούν έναντι των υπολοίπων μηχανικών πειραμάτων, καθώς καλύπτουν ευρύ φάσμα θερμοκρασιών σε μικρό χρονικό διάστημα και από τα αποτελέσματα τους μπορούμε να προβλέψουμε τη συμπεριφορά του υλικού, ενώ ταυτόχρονα, μπορούμε να υπολογίσουμε και άλλες μηχανικές ιδιότητες εκτός των δυναμικών.

Επιπλέον, τα δυναμικά πειράματα χρησιμεύουν στη μελέτη της μοριακής δομής των πολυμερών. Οι δυναμικές ιδιότητες είναι πολύ ευαίσθητες στις μεταβατικές θερμοκρασίες (glass transitions), την κρυσταλλικότητα, το είδος των χημικών δεσμών, τη συσσωμάτωση των μακρομορίων (molecular aggregation), και τα άλλα χαρακτηριστικά της μοριακής δομής των πολυμερικών αλυσίδων (polymer chains) καθώς και στη μορφολογία των πολυμερών. Τέλος τα δυναμικά πειράματα χρησιμεύουν στην ανάλυση της χημικής σύνθεσης των πολυμερών.

Τα δυναμικά πειράματα πρέπει να εκτελούνται σε ευρύ φάσμα θερμοκρασιών και συχνοτήτων. Βέβαια, χρήσιμες πληροφορίες μπορούμε να λάβουμε ακόμα και στην περίπτωση όπου μετρούμε τα δυναμικά μέτρα και τη μηχανική απόσβεση διατηρώντας τη συχνότητα σταθερή και μεταβάλλοντας τη θερμοκρασία. Στην περίπτωση που διατηρούμε τη συχνότητα σταθερή, είναι προτιμότερο η συχνότητα αυτή να είναι χαμηλή, της τάξης του 1 Hz,

δεδομένου ότι τα δυναμικά μεγέθη που μετρώνται σε αυτές τις συχνότητες, μπορούν να συγκριθούν με τα αντίστοιχα στατικά μεγέθη.

## **ΔΥΝΑΜΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ**

Είναι γνωστό ότι τα περισσότερα στερεά όταν υπόκεινται σε παραμόρφωση υπακούουν στο νόμο του Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon \quad (2.4)$$

Υποθέτοντας ότι υποβάλουμε το υλικό σε ημιτονοειδή φόρτιση, τότε και η προκύπτουσα ανηγμένη παραμόρφωση θα είναι ημιτονοειδούς μορφής, της ίδιας μάλιστα συχνότητας με διαφορά φάσης  $\delta$  [10]. Οπότε αν:

$$\sigma = \sigma_0 * \eta\mu(\omega t) \quad (2.5)$$

τότε και

$$\varepsilon = \varepsilon_0 * \eta\mu(\omega t - \delta) \quad (2.6)$$

όπου

$\sigma_0$  = το πλάτος της τάσης

$\omega = 2\pi f$ , πλάτος ταλάντωσης

$f$  = η συχνότητα ταλαντώσεων

$t$  = χρόνος

Στην περίπτωση των δυναμικών πειραμάτων, τόσο η τάση όσο και η παραμόρφωση περιγράφονται από τα αντίστοιχα μιγαδικά μεγέθη, ως εξής:

$$\sigma^* = \sigma_0 e^{j\omega t} \quad (2.7)$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 e^{j(\omega t - \delta)} \quad (2.8)$$

οπότε μπορούμε να ορίσουμε το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας  $E^*$  ως εξής:

$$E^* = E' + iE'' = \sigma^* / \varepsilon^* \quad (2.9)$$

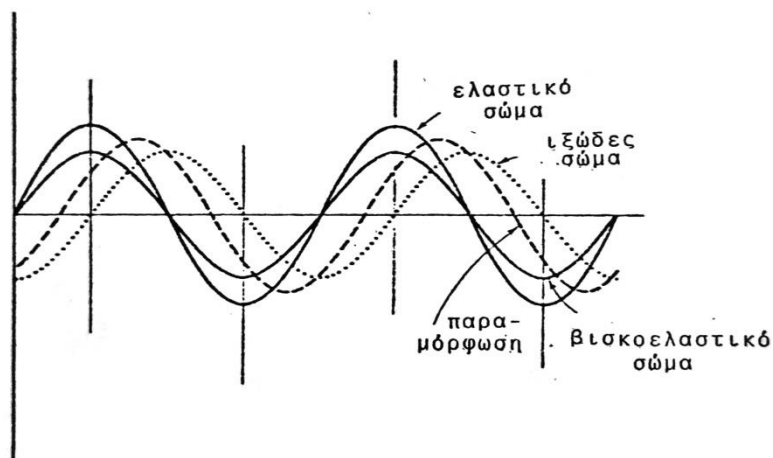
και αντικαθιστώντας τα  $\sigma^*$  και  $\varepsilon^*$  από τους παραπάνω τύπους θα πάρουμε τελικά:

$$E' = (\sigma_0 / \varepsilon_0) \cos \delta \quad (2.10)$$

$$E'' = (\sigma_0 / \varepsilon_0) \sin \delta \quad (2.11)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, το  $E'$  που είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας ονομάζεται δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, ενώ το  $E''$  που είναι το φανταστικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας, ονομάζεται μέτρο απωλειών. Η τάση που δεν βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, αναλύεται σε δύο συνιστώσες, η μία βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση και η άλλη διαφέρει από αυτήν κατά φάση  $\pi/2$ . Έτσι μπορούμε να έχουμε έναν ποιοτικό προσδιορισμό των  $E'$  και  $E''$ .

Στο Σχήμα 2.4 απεικονίζεται η γραφική παρασταση της ημιτονοειδούς τάσης της σχέσης (2.5) για ελαστικό, ιξώδες και βισκοελαστικό σώμα.



Σχήμα 2.4 Σχηματική απεικόνιση της ημιτονοειδούς τάσης για ελαστικό, ιξώδες και βισκοελαστικό σώμα.

## ΜΕΤΡΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ Ε'

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας  $E'$  είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας. Ισούται δε, με το λόγο μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, προς την τιμή αυτής της παραμόρφωσης.

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας εκφράζει την ποσότητα της ενέργειας που λαμβάνεται και που εκλύεται από μία μονάδα κάποιου όγκου ενός σώματος σε διάρκεια μιας περιόδου. Για ταλαντώσεις σταθερού πλάτους η τιμή του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας  $E'$  αυξάνει (ή μένει σταθερή) με κάθε αντίστοιχη αύξηση της συχνότητας.

## ΜΕΤΡΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ Ε''

Το μέτρο απωλειών  $E''$  είναι ο λόγος μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε διαφορά φάσης  $\pi/2$  με την παραμόρφωση, προς την τιμή της παραμόρφωσης. Το μέτρο απωλειών  $E''$  εκφράζει το μέρος εκείνο της ενέργειας της ελαστικής ταλάντωσης που χάνεται υπό τη μορφή θερμότητας κατά τη διάρκεια μίας περιόδου ταλάντωσης. Όταν η διαφορά φάσης ανάμεσα στην τάση και την παραμόρφωση γίνεται μέγιστη, τότε το μέτρο απωλειών  $E''$  λαμβάνει την μέγιστη τιμή. Κατά τον τρόπο αυτό, το μέτρο απωλειών  $E''$  εκφράζει τη διασπορά της ενέργειας της ταλάντωσης σε ένα βισκοελαστικό (ή σε ένα σύνθετο) υλικό.

## ΣΥΝΘΕΤΟ (Η ΜΙΓΑΔΙΚΟ) ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Ως σύνθετο (ή αλλιώς μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας) ορίζεται ο μιγαδικός αριθμός [5]:

$$E^* = E' + iE'' \quad (2.12)$$

Με μέτρο:  $|E| = \{(E')^2 + (E'')^2\}^{1/2} \quad (2.13)$

Από την άλλη μεριά, η σχέση μεταξύ του πλάτους των τιμών της τάσης και της παραμόρφωσης μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\sigma_0/\varepsilon_0 = \{(E')^2 + (E'')^2\}^{1/2} \quad (2.14)$$



Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης-παραμόρφωσης είναι καθορισμένη συνήθως από την κλίση των μηχανικών απωλειών.

$$\varepsilon\phi\delta = \frac{E''}{E'} \quad (2.15)$$

Οι σχέσεις μεταξύ του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας  $E^*$  και της διαφοράς φάσης (τάσης – παραμόρφωσης)  $\delta$ , μπορούν εύκολα να αποδοθούν από την ανάλυση του διανυσματικού διαγράμματος ως εξής:

$$E' = |E| \cos\delta \quad (2.16)$$

$$E'' = |E| \eta \mu\delta \quad (2.17)$$

Παρατηρούμε ότι, όπως προκύπτει και από τις παραπάνω σχέσεις, αν ένα σώμα είναι ιδανικά ελαστικό, τότε έχουμε διαφορά φάσης (τάσης – παραμόρφωσης)  $\delta=0$  και  $E^*=E'$ . Απλούστερα δηλαδή, το μέτρο ελαστικότητας ενός σώματος είναι πραγματικός αριθμός μόνον εφόσον το σώμα είναι ιδανικά ελαστικό. Στην πραγματικότητα κανένα σώμα δεν είναι ιδανικά ελαστικό. Όλα τα στερεά σώματα έχουν μαζί και ελαστικές και ιξώδεις ιδιότητες μέχρι ένα ορισμένο μέγεθος. Βέβαια, η ιξώδης συμπεριφορά σε πολλά από αυτά εκδηλώνεται τόσο αδύναμα, ώστε πρακτικά τα υλικά αυτά να θεωρούνται ιδανικά ελαστικά.

## ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Όπως ήδη γνωρίζουμε, ένα βισκοελαστικό υλικό, όταν υπόκειται σε ημιτονοειδές μεταβαλλόμενο φορτίο, μπορεί να περιγραφεί από το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας  $E^*(\omega)$ , το οποίο εξαρτάται άμεσα από την συχνότητα  $f$  της ημιτονοειδούς φορτίσεως, όπου  $\omega=2\pi f$ , είναι η γωνιακή ταχύτητα φορτίσεως [5].

Ισχύει ο τύπος:

$$E^*(\omega)=E'(\omega)+iE''(\omega) \quad (2.18)$$

$$\nu^*(\omega)=\nu'(\omega)-i\nu''(\omega) \quad (2.19)$$

$$G^*(\omega)=G'(\omega)+iG''(\omega) \quad (2.20)$$

$$E^*(\omega)=2G^*(\omega)(1-\nu^*(\omega)) \quad (2.21)$$

Εδώ οφείλουμε να αναφέρουμε ότι τα τονούμενα μεγέθη υποδεικνύουν τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας (μέτρα αποθήκευσης), ενώ τα δις τονούμενα, υποδεικνύουν τα μέτρα απωλειών.

Έπειτα, θα αναφέρουμε κάποιες βασικές παραδοχές που θα μας βοηθήσουν στον υπολογισμό του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας  $E^*(\omega)$ , σύμφωνα με την θεωρία αντιστοίχισης του Hashin, που απέδειξε ότι αν γνωρίζουμε το  $E_C$ , ενός υλικού μπορούμε να υπολογίσουμε το  $E_C^*$ .

- Η πρώτη παραδοχή που θα λάβουμε υπόψιν μας είναι ότι το έγκλεισμα έχει το μέτρο απωλειών ίσο με  $E_f''=0$  με το υλικό της ίνας να θεωρείται τέλεια ελαστικό σώμα.

- Το αποτέλεσμα που θα προκύψει θα είναι ένας μιγαδικός αριθμός, ο οποίος θα έχει ένα φανταστικό και ένα πραγματικό μέρος. Το πραγματικό μέρος θα είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας  $E_C'$  (μέτρο αποθήκευσης), ενώ το φανταστικό μέρος θα είναι το μέτρο απωλειών  $E_C''$ .

- Έπειτα για τους υπολογισμούς αργότερα των  $E_C'$ ,  $E_C''$  θα πρέπει να γνωρίζουμε το δυναμικό μέτρο της μήτρας ( $E_m'$ ), καθώς και του μέτρου απωλειών της μήτρας ( $E_m''$ ), για διάφορες τιμές της θερμοκρασίας της ημιτονοειδούς φόρτισης, καθώς και της κατ'όγκο περιεκτικότητας [1].

Αντικαθιστούμε στην (2.21) τις προηγούμενες τρεις σχέσεις:

$$v'_m = \frac{E'_m G'_m + E''_m G''_m - 2(G'^2_m + G''^2_m)}{2(G'^2_m + G''^2_m)} \quad (2.22)$$

$$v''_m = \frac{E'_m G_m + E''_m G'_m}{2(G'^2_m + G''^2_m)} \quad (2.23)$$

$$v'_f = \frac{E'_f - 2G'_f}{2G'_f} \quad (2.24)$$

$$v''_f = 0 \quad (2.25)$$

## ΘΕΩΡΙΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Μεταξύ των σπουδαιότερων παραγόντων οι οποίοι προσδιορίζουν την βισκοελαστική συμπεριφορά των συνθέτων υλικών από πολυμερή είναι η προσρόφηση πολυμερικών μακρομορίων εντός των κόκκων των εγκλεισμάτων, όπως επίσης και η πρόσφυση μεταξύ μήτρας και εγκλεισμάτων [11]. Η προσρόφηση των πολυμερικών μορίων εντός των κόκκων, είναι η κυρία αιτία για την δημιουργία διαφορετικών διαμορφώσεων των μακρομορίων στα περίχωρα των κόκκων. Η αλλαγή της μορφής των μακρομορίων προσδιορίζει την περιοχή της ενδιάμεσης φάσης, η οποία έχει δομή και ιδιότητες από την μήτρα. Έτσι η παρουσία εγκλεισμάτων μέσα στην πολυμερική μήτρα καταλήγει σε μια ατέλεια του πολυμερικού δικτύου.

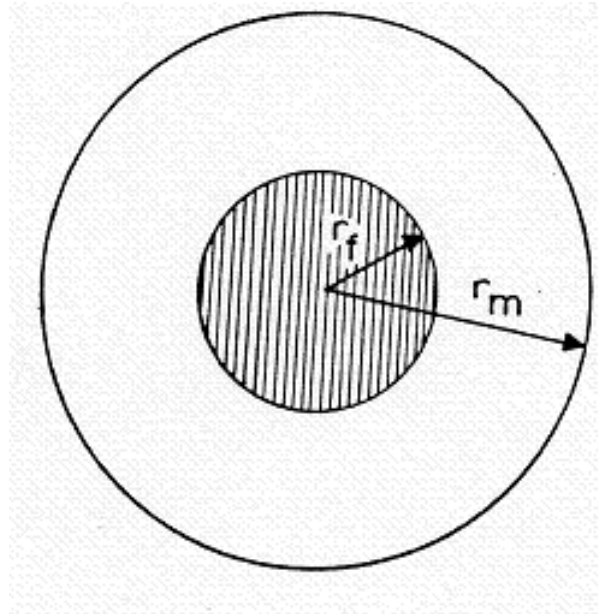
Είναι γνωστό ότι οι ιδιότητες κατά τη χαλάρωση των πολυμερικών συνθέτων υλικών επηρεάζονται πολύ από την ύπαρξη ενδιάμεσης φάσης. Από αυτή την άποψη είναι πολύ σημαντική η μελέτη της θερμικής συμπεριφοράς αυτών των συνθέτων και η διαλογή πληροφοριών οι οποίες αφορούν την δομή και τις ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης καθώς επίσης και την επίδρασή της στην βισκοελαστική συμπεριφορά του συνθέτου συστήματος. Όμως, η συμπεριφορά και οι ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης εξαρτώνται μεταξύ άλλων, από την πειραματική μέθοδο η οποία χρησιμοποιείται στις δοκιμές και αυτό διότι κάθε μία από τις πειραματικές μεθόδους χαρακτηρίζεται από τους δικούς της ιδιαίτερους περιορισμούς. Έτσι, κάθε μέθοδος τείνει να επιδειξει έναν ιδιαίτερο τύπο μοριακών κινήσεων ως συνέπεια των παραπάνω διαφορών, τα αποτελέσματα τα οποία λαμβάνονται από τις διαφορετικές μεθόδους είναι συχνά διαφορετικά, όταν συγκρίνονται μεταξύ τους. Το αποτέλεσμα αυτών των διαφορών είναι οι διαφορετικές τιμές για την θερμοκρασία μεταβάσεως στην υαλώδη κατάσταση,  $T_g$ , οι οποίες λαμβάνονται από διαφορετικές πειραματικές μεθόδους, όπως η θερμιδομετρία, διαστολομετρία, δυναμικές μετρήσεις κ.λ.π.

Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας μίας πολυμερικής μήτρας στην οποία έχουμε προσθέσει μεταλλικά εγκλείσματα, εξαρτάται από τα τασικά και τα παραμορφωσιακά πεδία που αναπτύσσονται γύρω από κάθε εγκλείσμα, υπό την επίδραση δυναμικών φορτίων, που εξαρτώνται από:

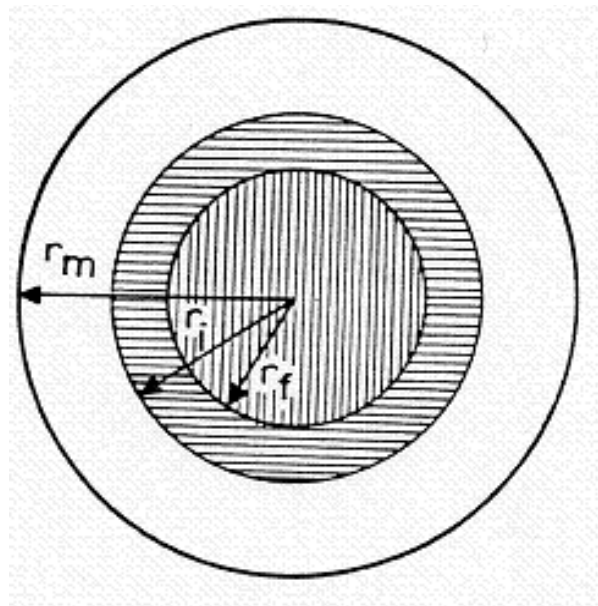
- Την μορφή , το σχήμα και το μέγεθος των εγκλεισμάτων καθώς και την φύση της κατανομής τους μέσα στην πολυμερική μήτρα.
- Την αλληλεπίδραση των τασικών και παραμορφωσιακών πεδίων μεταξύ των γειτονικών εγκλεισμάτων.
- Τα τασικά πεδία που δημιουργούνται λόγω της συμπύκνωσης που προκαλείται από την αντίδραση του πολυμερισμού, που στις περισσότερες των περιπτώσεων είναι ανομοιόμορφη.
- Τα θερμικά τασικά πεδία που προκύπτουν λόγω των διαφορετικών συντελεστών θερμικής διαστολής των επιμέρους υλικών των συνθέτων υλικών στις υψηλές θερμοκρασίες.

Στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών έχουν γίνει συστηματικές μετρήσεις θερμοχωρητικότητας επί δοκιμίων εποξειδικής ρητίνης και κόκκων σιδήρου. Η επίδραση της περιεκτικότητας των εγκλεισμάτων και της διαμέτρου αυτών στην θερμική συμπεριφορά των δοκιμίων του συνθέτου υλικού έχει μελετηθεί εκτενώς.

Έχει διερευνηθεί η επίδραση του ρυθμού θέρμανσης επί της  $T_g$  και έχει υπολογισθεί το πάχος και ο όγκος της ενδιάμεσης φάσης με βάση αυτές τις θερμικές μετρήσεις [8]. Ένα μοντέλο με τρεις φάσεις, έγκλεισμα, μήτρα και ενδιάμεση φάση, το οποίο προκύπτει από το διφασικό μοντέλο, με την ενδιάμεση φάση να έχει μεταβαλλόμενες ιδιότητες (μέτρο ελαστικότητας, λόγος Poisson, συντελεστής θερμικής διαστολής), έχει χρησιμοποιηθεί για τον θεωρητικό προσδιορισμό του μέτρου ελαστικότητας και συντελεστή θερμικής διαστολής του συνθέτου υλικού, με την εφαρμογή της θεωρίας ελαστικότητας ή της προσέγγισης μέσω της αντοχής των υλικών. Οι θεωρητικοί τύποι, οι οποίοι προέκυψαν με την εφαρμογή αυτού του μοντέλου, δύνανται να συγκριθούν με άλλους θεωρητικούς τύπους της βιβλιογραφίας καθώς επίσης και με πειραματικά αποτελέσματα.



Σχήμα 2.5: Διφασικό μοντέλο



Σχήμα 2.6: Τριφασικό μοντέλο

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

### ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΟΓΚΟ ΤΩΝ ΙΝΩΝ

Ο προσδιορισμός της περιεκτικότητας των ινών γίνεται με τη μέθοδο της καύσεως (burn off test) σύμφωνα με την προδιαγραφή BS 2782. Ένα πρισματικό τεμάχιο κόπτεται από κάθε δοκίμιο, μετά το πείραμα, όσο το δυνατό πλησιέστερα προς το σημείο θραύσεως. Τα δείγματα αυτά ζυγίζονται και ακολούθως τοποθετούνται σε έναν κλίβανο σε θερμοκρασία  $620 \pm 20^\circ\text{C}$  για να καεί η ρητίνη. Από το βάρος του υπολείμματος το οποίο θεωρείται ότι είναι ίνες υάλου υπολογίζεται η κατά βάρος περιεκτικότητα και το βάρος ανά μονάδα επιφανείας για κάθε δοκίμιο. Ο προσδιορισμός της κατ' όγκο περιεκτικότητας γίνεται ως εξής [1]:

$$U_f = \frac{1}{1 + \frac{M_m \rho_f}{M_f \rho_m}} \quad (3.1)$$

Όπου

$M_f$  = περιεκτικότητα κατά βάρος των ινών

$M_m$  = περιεκτικότητα κατά βάρος της ρητίνης

$\rho_f$  = πυκνότητα ρητίνης =  $2.56 * 10^3 \text{ kg/m}^3$

$\rho_m$  = πυκνότητα ινών =  $1.2 * 10^3 \text{ kg/m}^3$

Η επίδραση της αφαίρεσης του ενός επιφανειακού στρώματος ρητίνης για να υπάρχει όσο το δυνατόν ομοιόμορφο πάχος, επηρεάζει την κατ' όγκο περιεκτικότητα.

## ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

### Νόμος των φάσεων

Για το μέτρο ελαστικότητας  $E$  ενός σύνθετου υλικού ενισχυμένου με διακεκομμένες ίνες τυχαίας διεύθυνσης ο νόμος των φάσεων ισχύει με την εξής μορφή [1]:

$$E = E_m U_m + \eta E_f U_f \quad (3.2)$$

Όπου  $E_m$ ,  $E_f$  τα μέτρα ελαστικότητας,  $U_m$ ,  $U_f$  οι κατ'όγκον περιεκτικότητα της μήτρας και της ίνας αντιστοίχως και  $\eta$  ένας συντελεστής ο οποίος εξαρτάται από το είδος ενίσχυσης. Αυτή η απλουστευμένη εξίσωση αγνοεί την ύπαρξη κενών αλλά είναι επαρκώς ακρίβειας.

Αυτή η εξίσωση, αν και προσεγγιστική από τη φύση της, δίνει μια αίσθηση για την ποιοτική επίδραση των διαφόρων παραμέτρων. Για την πολυεστερική ρητίνη Atlas η οποία χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία,  $E_m = 3.38$  GPa. Λαμβάνοντας  $E = 75$  GPa το μέτρο ελαστικότητας των ινών υάλου και με  $\eta = 0.375$  σύμφωνα με τον Krenchel, επειδή  $E_f \gg E_m$  είναι προφανές ότι το μέτρο ελαστικότητας του συνθετου υλικού το οποίο προκύπτει από το νόμο των φάσεων θα αυξάνει όσο αυξάνει η κατ'όγκον περιεκτικότητα των ινών.

Η παραπάνω σχέση, λαμβάνοντας υπ'όψη την σχέση (3.1) και ότι  $U_m = 1 - U_f$  γράφεται ως προς την κατά βάρος περιεκτικότητα ως εξής:

$$E = E_m + \frac{(\eta E_f - E_m) - M_f}{\frac{\rho_f}{\rho_m} + (1 - \frac{\rho_f}{\rho_m}) M_f} \quad (3.3)$$



### Εξίσωση Christensen

Αυτή η εξίσωση προκύπτει από μια μικρομηχανική ανάλυση και κατά συνέπεια είναι ακριβέστερη από το νόμο των φάσεων. Η θεωρία χρησιμοποιεί ένα πρακτικά ισότροπο μοντέλο και μια τεχνική προσδιορισμού μιας ασυμπτωτικής τιμής για το μέτρο ελαστικότητας των σύνθετων υλικών τα οποία είναι ενισχυμένα με διακεκομμένες ίνες τυχαίας διεύθυνσης. Για τη δισδιάστατη περίπτωση (δηλαδή οι ίνες οι οποίες κείνται μόνο στο επίπεδο του πολυστρώματος) η εξίσωση Christensen δίνεται ως εξής [1]:

$$E = \frac{(1-U_f)}{3} E_m + \frac{U_f}{3} E_f + \frac{19 E_f(1+U_f)+E_m(1-U_f)}{27 E_f(1-U_f)+E_m(1+U_f)} E_m \quad (3.4)$$

Ξεκινώντας λοιπόν, στον Πίνακα 3.1 παρατίθενται οι παράμετροι για τη ρητίνη και το γυαλί, που αποτελούν τα συστατικά του σύνθετου υλικού της παρούσας εργασίας, που είναι ήδη γνωστές από πειράματα που πραγματοποιήθηκαν και τα αποτελέσματα των οποίων είναι το περιεχόμενο των πινάκων (3.2) και (3.3):

	Γυαλί (Fiber)	Ρητίνη (Matrix)
Πυκνότητα $\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	2560	1120
Περιεκτικότητα κατά βάρος M	0,3	0,7
Μέτρο ελαστικότητας E (GPa)	75	3,38
Περιεκτικότητα κατ' όγκο U	0,1578	0,8422

Πίνακας 3.1: Ιδιότητες επιμέρους συστατικών του σύνθετου υλικού.

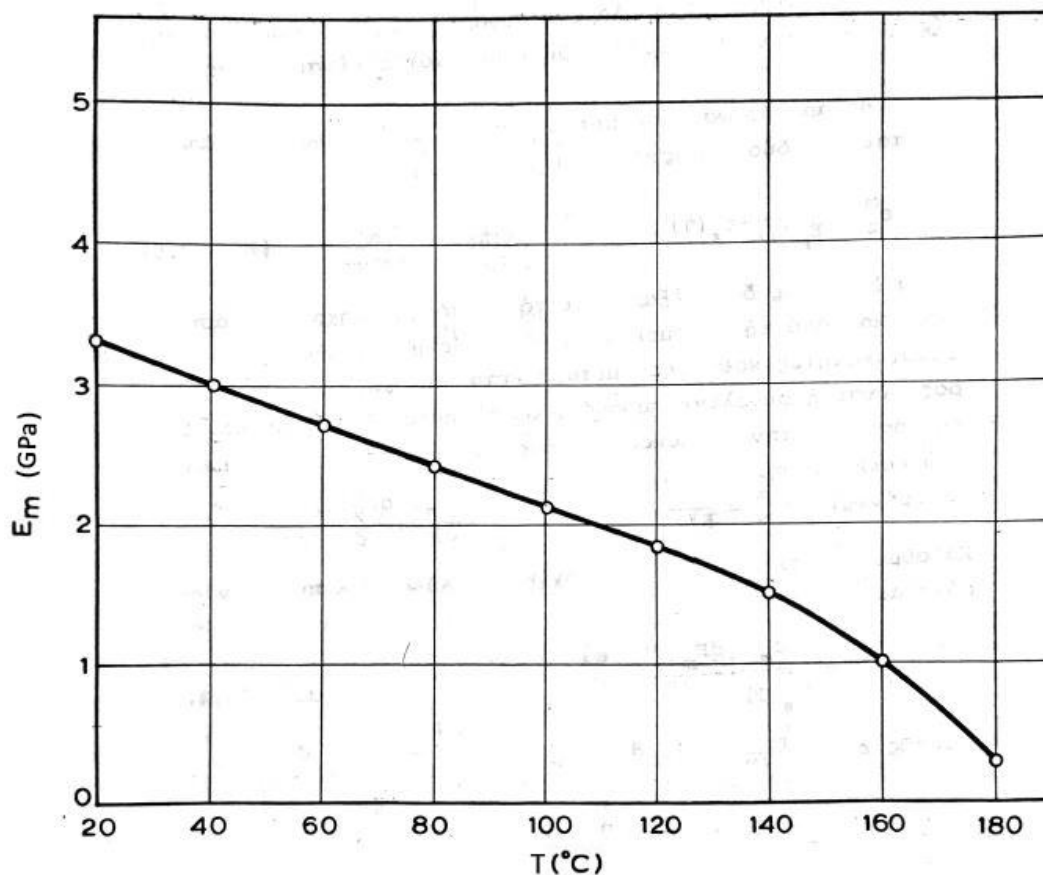
Property	Value	Unit	Method
Specific gravity	1,12	-	-
Barcol hardness (934)	40	-	ASTM D 2583
Tensile strength	62	mPa	ISO R 527
Tensile modulus	3380	mPa	ISO R 527
Tensile elongation	2,1	%	ISO R 527
Flexural strength	113	mPa	ISO 178
Flexural modulus	3380	mPa	ISO 178
Elastic Shear modulus (G')	1560	mPa	DIN 53445
Glass transition temperature (Tg)	137	°C	DIN 53445
Temperature of deflection under load (HDT)	120	°C	ISO R 75 method A
Charpy impact resistance	9	kJ/m <sup>2</sup>	ISO R 179
Water absorption at 25°C	21	mg	ISO R 62
Water absorption at 100°C	16	mg	ISO R 117
Dielectric strength	20	kV/mm	ASTM D 149
Dielectric constant	2,8	-	ASTM D 150 (1 mHz)
Volume resistivity	10 <sup>14</sup>	Ω cm	ASTM D 257
Arc resistance	92	seconds	ASTM D 495
Dissipation factor	0,010	tg δ	ASTM D 150 (1 mHz)

Πίνακας 3.2: Πειραματικές ιδιότητες ρητίνης. [3]

Property	Value	Unit	Method
Glass content	30	% w/w	ASTM D 2584
Specific gravity	1,33	-	-
Tensile strength	85	mPa	BS 2782.301L
Tensile modulus	7510	mPa	BS 2782.301L
Flexural strength	139	mPa	ISO 178
Flexural modulus	6590	mPa	ISO 178
Compressive strength	165	mPa	ASTM D 695
Elastic shear modulus (G')	2800	mPa	DIN 53445
Poisson's ratio in tension at 0,2% strain	0,32	-	-
Izod impact resistance	80	kJ/m <sup>2</sup>	ASTM D 256
Coefficient of linear expansion 20-100°C	31 x 10 <sup>-6</sup>	°C <sup>-1</sup>	ASTM D 696
Thermal conductivity	0,22	W/K.m.	DIN 53612

Πίνακας 3.3: Πειραματικές ιδιότητες σύνθετου υλικού. [3]

Οι συγκεκριμένες τιμές του μέτρου ελαστικότητας των δύο υλικών είναι οι παραπάνω με την παραδοχή πως επικρατούν συνθήκες περιβάλλοντος, δηλαδή θερμοκρασία 20°C. Αν πάρουμε τις τιμές του μέτρου ελαστικότητας  $\nu$  της εποξειδικής ρητίνης για διάφορες θερμοκρασίες (Σχήμα 3.1) τότε είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε και το στατικό μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού μας σε αυτές τις θερμοκρασίες από τη σχέση του νόμου των φάσεων και της εξίσωσης Christensen. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω:

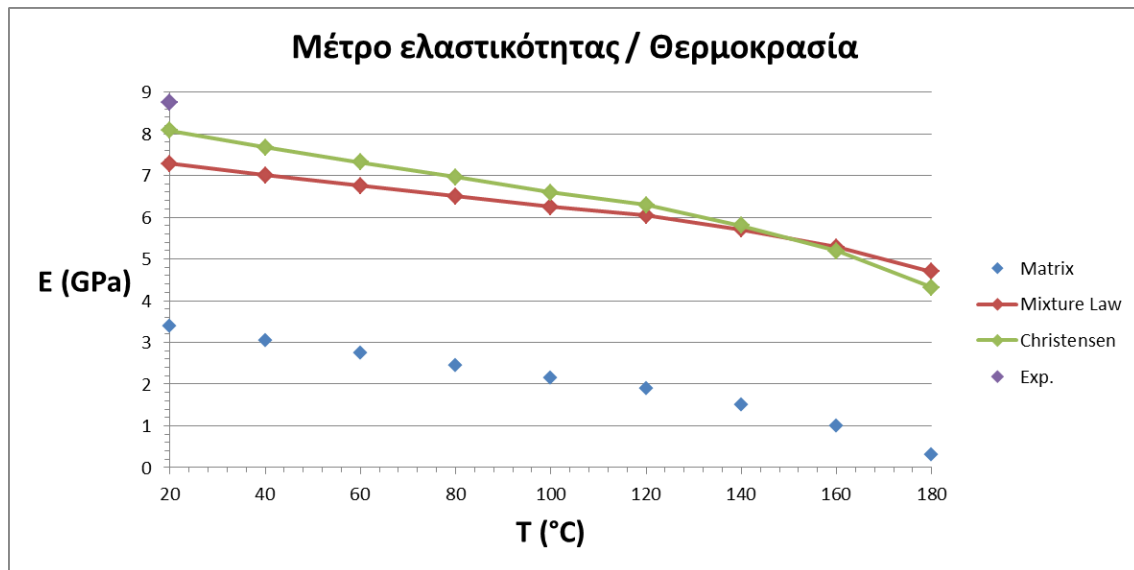


Σχήμα 3.1: Μέτρο ελαστικότητας εποξειδικής ρητίνης σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία.

Θερμοκρασία (°C)	Μέτρο Ελαστικότητας ρητίνης E (Gpa)	Μέτρο Ελαστικότητας σύνθετου υλικού Νόμος φάσεων (GPa)	Μέτρο Ελαστικότητας σύνθετου υλικού Christensen (GPa)
20	3,38	7,287	8,077
40	3,05	7,009	7,681
60	2,75	6,757	7,320
80	2,45	6,504	6,958
100	2,15	6,251	6,594
120	1,9	6,041	6,290
140	1,5	5,704	5,802
160	1	5,283	5,187
180	0,3	4,693	4,321

Πίνακας 3.4: Στατικό μέτρο ελαστικότητας σύνθετου υλικού σύμφωνα με το νόμο των φάσεων και την εξίσωση Christensen σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία.

Το Σχήμα 3.2 προκύπτει από τις παραπάνω τιμές και είναι το ακόλουθο:



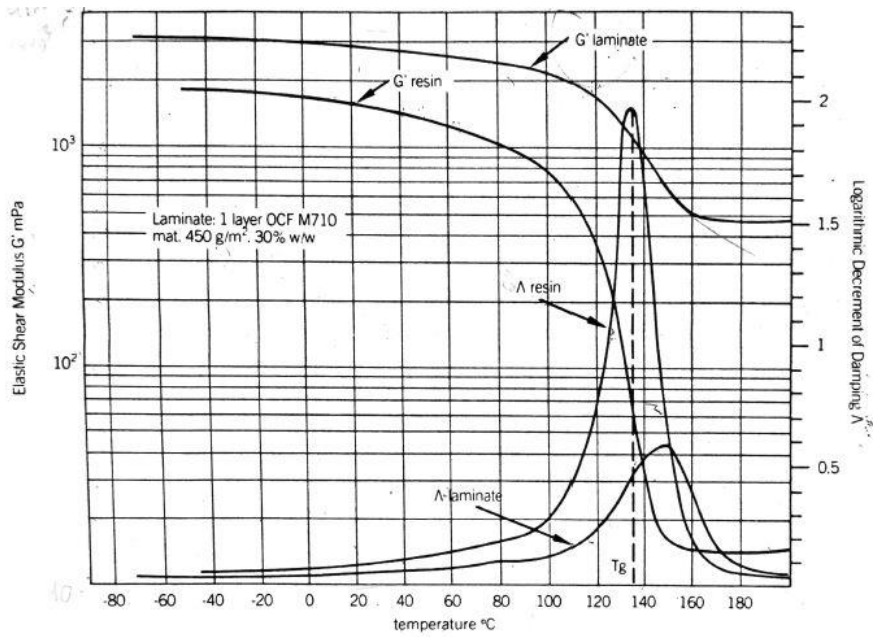
Σχήμα 3.2: Μέτρο ελαστικότητας σύνθετου υλικού συναρτήσει θερμοκρασίας.

Να σημειωθεί πως όλοι οι υπολογισμοί της παρούσας εργασίας έγιναν με Microsoft Excel. Στο Σχήμα 3.2 παρουσιάζονται οι στατικές τιμές του μέτρου ελαστικότητας του σύνθετου υλικού κατά το νόμο των φάσεων και την εξίσωση Christensen σε σχέση με αυτές του μέτρου ελαστικότητας της σκέτης ρητίνης. Παρατηρείται πως οι τιμές του σύνθετου υλικού είναι σε υψηλότερα επίπεδα αλλά ακολουθούν τη μορφή της καμπύλης των πειραματικών τιμών της ρητίνης, σημειώνοντας σταδιακή πτώση όσο αυξάνεται η θερμοκρασία.

Αν θα θέλαμε όμως να παρακολουθήσουμε τη συμπεριφορά των δυναμικών τιμών του μέτρου ελαστικότητας του σύνθετου υλικού μας σε σχέση με την περιεκτικότητα κατ'όγκο των ινών αλλά και τη θερμοκρασία, αυτό απαιτεί μία πολυπλοκότερη διαδικασία, η οποία έχει ως εξής:

Αρχικά, εξάγουμε από το διάγραμμα του Σχήματος 3.3 τις απαραίτητες τιμές του μέτρου διατμήσεως, το οποίο συνδέεται με το μέτρο ελαστικότητας με την παρακάτω γνωστή σχέση:

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (3.5)$$



Σχήμα 3.3: Μέτρο διάτμησης  $G$  συναρτήσει θερμοκρασίας και λόγου  $\Delta$ . [3]

όπου

$$\Delta = \tan \delta = G''/G' \quad (3.6)$$

Από την σχέση 3.1 έχουμε:

$$E^* = 2G^*(1 - \nu^*)$$

$$E' + iE'' = 2(G' + iG'')(1 - \nu' - i\nu'')$$

Οπότε:

$$E' = 2G' - 2G'\nu' + 2G''\nu'' \quad (3.7)$$

$$E'' = 2G'' - 2G''\nu' - 2G'\nu'' \quad (3.8)$$

Επομένως:

E' σύνθετου υλικού (Gpa)	E'' σύνθετου υλικού (Gpa)	E' ρητίνης (GPa)	E'' ρητίνης (GPa)
7,692	0,290	4,354	0,284
7,381	0,362	4,066	0,333
7,040	0,419	3,685	0,384
6,675	0,471	3,242	0,441
6,224	0,620	2,701	0,490
5,616	0,678	2,023	0,568
4,361	1,040	0,947	0,704
2,452	1,275	0,090	0,150
1,314	0,504	0,039	0,008
1,220	0,102	0,038	0,002
1,230	0,059	0,039	0,001

Πίνακας 3.5: Πειραματικά μέτρα αποθήκευσης E' και μέτρα απωλειών E'' μήτρας και σύνθετου υλικού.

Έχοντας βρει λοιπόν τις τιμές των παραπάνω μέτρων του Πίνακα 3.5, είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τα θεωρητικά δυναμικά μέτρα ελαστικότητας του σύνθετου υλικού μας από το νόμο των φάσεων και της εξίσωσης Christensen.

Όσον αφορά τις τιμές των μέτρων σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, για να εξαχθούν πρέπει να διατηρηθούν οι περιεκτικότητες της μήτρας και των ινών σταθερές, οι οποίες είναι  $U_f = 0,1578$  v/v και  $U_m = 0.8422$  v/v. Οπότε έχουμε, εκτελώντας τους υπολογισμούς, τις τιμές του μέτρου αποθήκευσης και απωλειών σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία και είναι::

Νόμος των Φάσεων (Σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία)		
T (°C)	E' (Gpa)	E'' (Gpa)
0	8,105	0,239
20	7,862	0,280
40	7,542	0,323
60	7,168	0,371
80	6,712	0,413
100	6,142	0,478
120	5,236	0,593
140	4,514	0,126
160	4,471	0,006
180	4,470	0,002
200	4,471	0,001

Πίνακας 3.6: Μέτρο αποθήκευσης E' και απωλειών E'' σύνθετου υλικού σύμφωνα με το νόμο των φάσεων σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία T.

Εξίσωση Christensen (Σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία)		
T (°C)	E' (GPa)	E'' (GPa)
0	9,233	0,225
20	8,892	0,264
40	8,439	0,304
60	7,908	0,349
80	7,258	0,389
100	6,437	0,450
120	5,120	0,558
140	4,057	0,119
160	3,993	0,006
180	3,992	0,002
200	3,994	0,001

Πίνακας 3.7: Μέτρο αποθήκευσης E' και απωλειών E'' σύνθετου υλικού σύμφωνα με την εξίσωση Christensen σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία T.

Αντίστοιχα, για την εξαγωγή των μέτρων ελαστικότητας σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο, ακολουθούμε την ίδια διαδικασία, απλά σε αυτήν την περίπτωση η θερμοκρασία παραμένει σταθερή (στην παρούσα εργασία 20°C) και μεταβάλλονται οι περιεκτικότητες των ινών κατ'όγκο. Προκύπτουν λοιπόν οι τιμές των πινάκων 3.8 και 3.9:

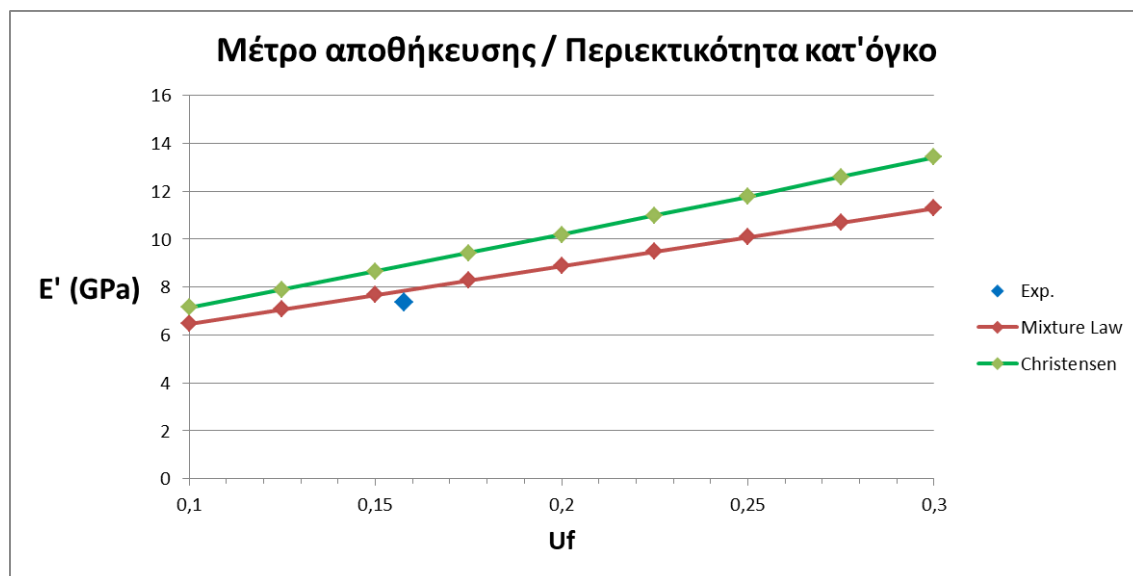
Νόμος των φάσεων (Σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα)			
U <sub>f</sub>	U <sub>m</sub>	E' (GPa)	E'' (GPa)
0.1	0.9	6,472	0,300
0.125	0.875	7,073	0,291
0.15	0.85	7,675	0,283
0.175	0.825	8,276	0,275
0.2	0.8	8,878	0,266
0.225	0.775	9,479	0,258
0.25	0.75	10,081	0,250
0.275	0.725	10,682	0,241
0.3	0.7	11,284	0,233

Πίνακας 3.8: Μέτρο αποθήκευσης E' και απωλειών E'' σύνθετου υλικού σύμφωνα με το νόμο των φάσεων σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών U<sub>f</sub>.

Εξίσωση Christensen (Σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα)			
$U_f$	$U_m$	$E'$ (GPa)	$E''$ (GPa)
0.1	0.9	7,145	0,292
0.125	0.875	7,895	0,279
0.15	0.85	8,653	0,268
0.175	0.825	9,420	0,256
0.2	0.8	10,197	0,245
0.225	0.775	10,984	0,234
0.25	0.75	11,782	0,224
0.275	0.725	12,593	0,214
0.3	0.7	13,417	0,204

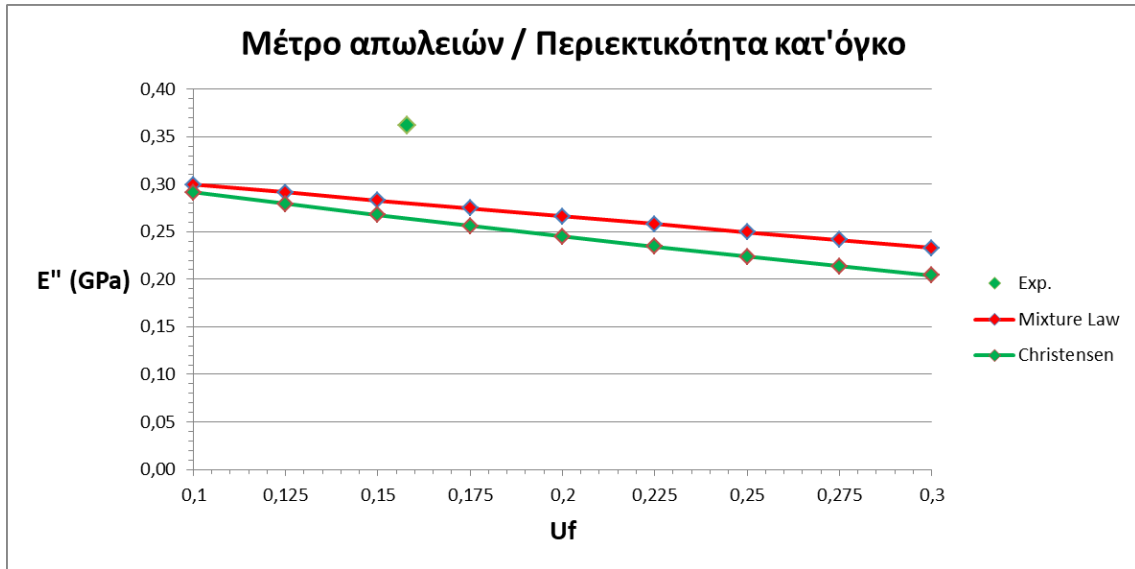
Πίνακας 3.9: Μέτρο αποθήκευσης  $E'$  και απωλειών  $E''$  σύνθετου υλικού σύμφωνα με την εξίσωση Christensen σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών  $U_f$ .

Αν θέλουμε να παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα των παραπάνω υπολογισμών γραφικά, συμπεριλαμβάνοντας σε αυτά και τις πειραματικές τιμές, προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα:

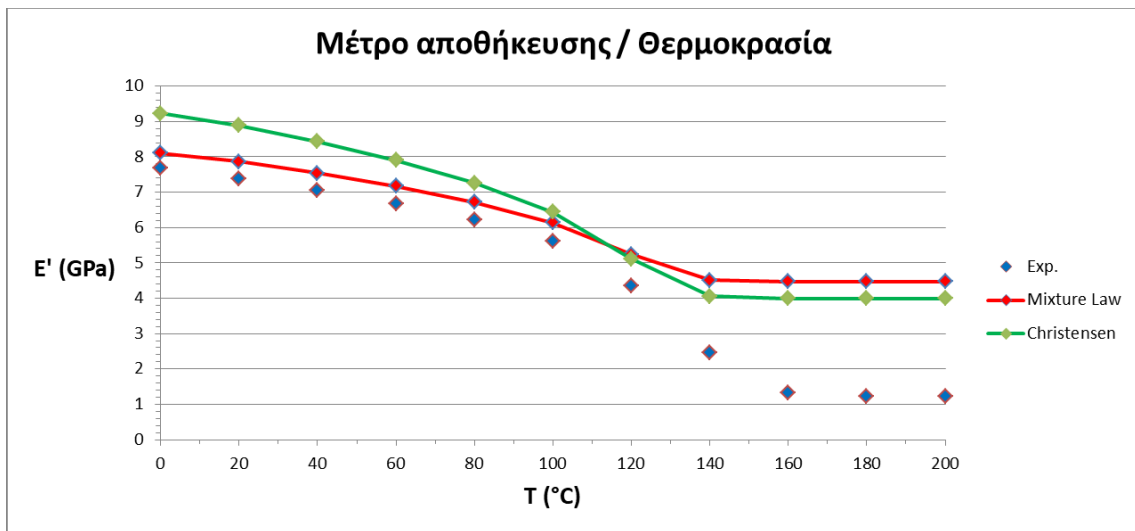


Σχήμα 3.4: Διάγραμμα μέτρου αποθήκευσης  $E'$  σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο  $U_f$ .

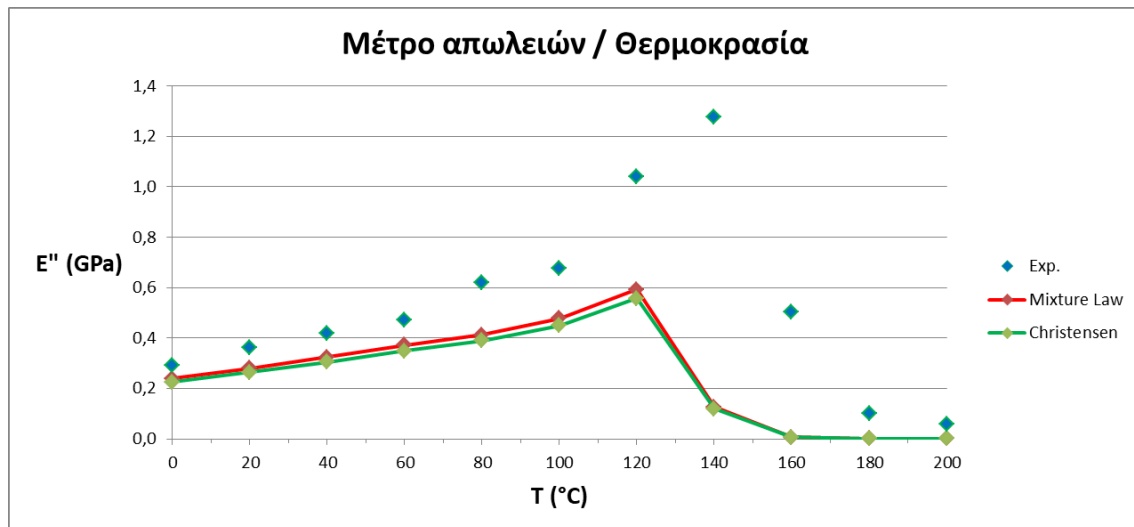




Σχήμα 3.5: Διάγραμμα μέτρου απωλειών  $E''$  σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο  $U_f$ .



Σχήμα 3.6: Διάγραμμα μέτρου αποθήκευσης  $E'$  (GPa) σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία  $T$  (°C).



Σχήμα 3.7: Διάγραμμα μέτρου απωλειών  $E''$  (GPa) σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία  $T$  (°C).

Στο Σχήμα 3.4 παρουσιάζεται η μεταβολή του δυναμικού μέτρου αποθήκευσης  $E'$  του σύνθετου υλικού κατά το νόμο των φάσεων και την εξίσωση Christensen αλλά και η πειραματική τιμή αυτού του μέτρου συναρτήσει της κατ'όγκο περιεκτικότητας των ινών γυαλιού  $U_f$ . Παρατηρείται σταδιακή αύξηση των τιμών του και στις δύο περιπτώσεις. Η πειραματική τιμή του μέτρου αποθήκευσης προήλθε από το Σχήμα 3.3 χρησιμοποιώντας τη σχέση  $E=2G(1+\nu)$  και φαίνεται να συμφωνεί με τις θεωρητικές τιμές των άλλων δύο καμπυλών για τη συγκεκριμένη περιεκτικότητα για την οποία υπολογίστηκε.

Στη συνέχεια, στο Σχήμα 3.5, πραγματοποιείται η ίδια σύγκριση κατά τους ίδιους νόμους, χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά το δυναμικό μέτρο απωλειών του σύνθετου υλικού. Οι καμπύλες παρουσιάζουν πτωτική πορεία όσο αυξάνεται η κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών. Η πειραματική τιμή φαίνεται να διαφέρει λίγο από τις θεωρητικές τιμές, παρατηρείται ελάχιστα αυξημένη, παρόλα αυτά βρίσκεται στα αναμενόμενα επίπεδα.

Στα επόμενα διαγράμματα, στο Σχήμα 3.6 και 3.7, παρουσιάζονται οι ίδιες συγκρίσεις των δυναμικών μέτρων, αυτή τη φορά όμως συναρτήσει της θερμοκρασίας. Όσον αφορά το μέτρο αποθήκευσης, τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά, φαίνεται να παρουσιάζει μια πτωτική τάση μέχρι ενός σημείου, που από κει και πέρα διατηρεί μια σταθερή τιμή. Κατά το νόμο των φάσεων και κατά την εξίσωση Christensen, η ελάχιστη αλλά και σταθερή τιμή που διατηρούν οι καμπύλες παρατηρείται στους 140°C και είναι 4,471 GPa για το νόμο των φάσεων και 3,993

GPa για την εξίσωση Christensen ενώ οι πειραματικές τιμές σχεδόν σταθεροποιούνται στους 160°C στα 1,225 GPa.

Τέλος, το δυναμικό μέτρο απωλειών, και αυτό είτε θεωρητικά είτε δυναμικά, φαίνεται να παρουσιάζει την ίδια μορφή στις καμπύλες του, σημειώνοντας όμως κάποιες μέγιστες τιμές για συγκεκριμένες τιμές της θερμοκρασίας. Αυτές οι μέγιστες τιμές σημειώνονται για το νόμο των φάσεων και την εξίσωση Christensen στους 120°C και είναι 0,593 GPa και 0,558 GPa αντίστοιχα. Σε αντίθεση με αυτές, η καμπύλη των πειραματικών δυναμικών μέτρων απωλειών του σύνθετου υλικού παρουσιάζουν το μέγιστό τους στους 140°C και με τιμή 1,275 GPa.

Αυτό αποτελεί και το πλέον αδύνατο σημείο των θεωρητικών τύπων και μπορεί να εξηγηθεί ως εξής: οι τιμές για τον προσδιορισμό των δυναμικών μέτρων του σύνθετου υλικού υπολογίζονται με βάση τις αντίστοιχες τιμές της μήτρας. Η προσθήκη εγκλεισμάτων στη μήτρα, ως γνωστόν, επηρεάζει την πορεία του σύνθετου υλικού γιατί μεταβάλλει την θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης, η οποία προκύπτει από την μετατοπισμένη κορυφή (peak). Οι θεωρητικοί τύποι όμως δεν μπορούν να ακολουθήσουν αυτήν την μετατόπιση επειδή χρησιμοποιούν τις τιμές της μήτρας. Ως εκ τούτου, δημιουργείται σημαντική απόκλιση στις τιμές, κυρίως από την μετατόπιση της κορυφής.

## ΘΕΩΡΙΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Έχοντας υπολογίσει τα στατικά και δυναμικά μέτρα ελαστικότητας του σύνθετου υλικού μας, μπορούμε σε αυτό το σημείο να προχωρήσουμε ένα βήμα παραπέρα, προσθέτοντας στο σύστημά μας την λεγόμενη ενδιάμεση φάση. Ουσιαστικά είναι όλα αυτά τα σημεία στα οποία συναντώνται το υλικό των ινών με αυτό της μήτρας, η περιοχή επαφής αυτών των δύο, και το μοντέλο μας αυτόματα μετονομάζεται σε τριφασικό.

Πέραν των στατικών μέτρων ελαστικότητας, για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε τα δυναμικά μέτρα, χρειαζόμαστε τις τιμές  $E'$ ,  $E''$ ,  $\nu'$ ,  $\nu''$  και των τριών φάσεων. Λαμβάνουμε υπόψη μας ότι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας και ο δυναμικός λόγος Poisson για την ενδιάμεση φάση μεταβάλλονται π.χ. γραμμικά, παραβολικά, υπερβολικά κ.λ.π.. Στην παρούσα εργασία θα εξετασθεί το υπερβολικό μοντέλο.

Αρχικά, η εξίσωση που θα μας δώσει το συνολικό μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού είναι η εξής [1]:

$$E_c = \eta E_f U_f + E_m U_m + E_i U_i \quad (3.9)$$

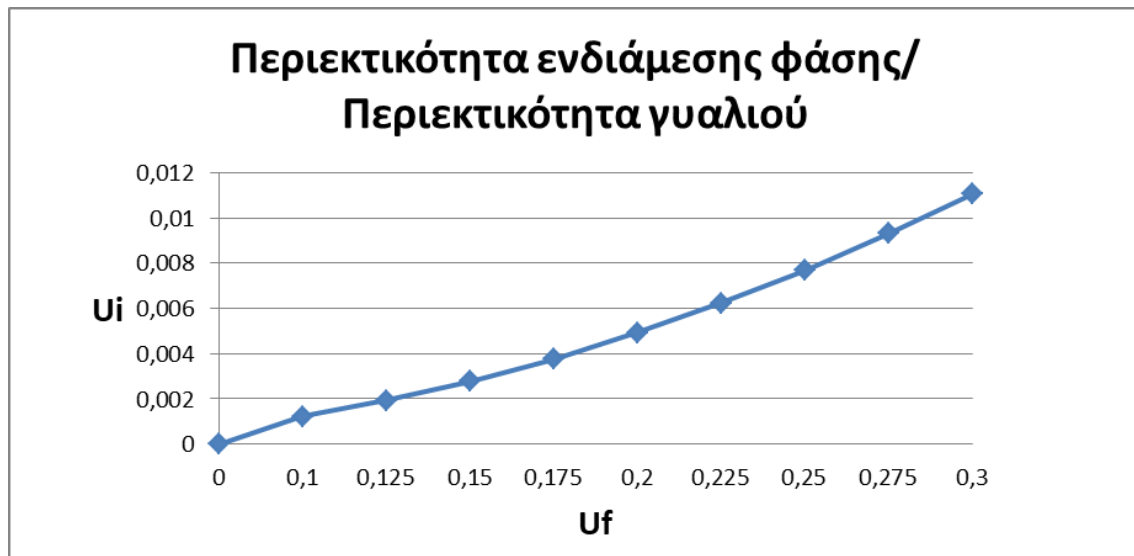
Όπου

$E_i$ : το μέτρο ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης

$U_i$ : η κατ'όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης, όπου ισχύει  $U_f + U_m + U_i = 1$  καθώς το μοντέλο μας είναι πλέον τριφασικό.

Η εξίσωση που μας δίνει την κατ'όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης στο σύνθετο υλικό για μικρές και μεσαίες περιεκτικότητες, όπως βρέθηκε πειραματικά, είναι [1]:

$$U_i = 0.123 U_f^2 \quad (3.10)$$



Σχήμα 3.8: Εξάρτηση της περιεκτικότητας της ενδιάμεσης φάσης  $U_i$  από αυτήν των ιών γυαλιού  $U_f$ .

Στο Σχήμα 3.8 φαίνεται η καμπύλη της σχέσης 3.10 που περιγράφει τη αλληλεπίδραση της περιεκτικότητας κατ'όγκο της ενδιάμεσης φάσης με αυτήν του γυαλιού. Η καμπύλη αυτή παρουσιάζει σταδιακή ανοδική πορεία που σημαίνει όσο αυξάνεται η περιεκτικότητα κατ'όγκο των ιών του γυαλιού τόσο μεγαλύτερη καταλήγει να γίνεται και η περιεκτικότητα κατ'όγκο της ενδιάμεσης φάσης.

Έχοντας θεωρήσει πως η ακτίνα της ίνας του υάλου είναι  $r_f = 6 \mu m$  και λαμβάνοντας υπόψη και ότι [1]:

$$U_i = \frac{r_1^2 - r_f^2}{r_m^2} \quad (3.11)$$

μπορούν να εξαχθούν οι τιμές της περιεκτικότητας  $U_i$  μέσω της οποίας μπορεί να υπολογιστεί και η τιμή της ακτίνας  $r_i$  της ενδιάμεσης φάσης.

Οπότε:

$U_f$	$r_m$	$U_i$	$r_i$	$U_m$
0,1	0,00001897	0,00123	0,000006036787	0,89877
0,125	0,00001697	0,001922	0,000006045949	0,873078
0,15	0,00001549	0,002768	0,000006055097	0,847233
0,175	0,00001434	0,003767	0,000006064231	0,821233
0,2	0,00001342	0,00492	0,000006073352	0,79508
0,225	0,00001265	0,006227	0,000006082458	0,768773
0,25	0,00001200	0,007688	0,000006091552	0,742313
0,275	0,00001144	0,009302	0,000006100631	0,715698
0,3	0,00001095	0,01107	0,000006109697	0,68893

0,1578	0,00001510	0,003063	0,000006057948	0,839137
--------	------------	----------	----------------	----------

Πίνακας 3.10: Υπολογισμός κατ'όγκο περιεκτικότητας και ακτίνας ενδιάμεσης φάσης του σύνθετου υλικού.

Οι τιμές της ακτίνας της ενδιάμεσης φάσης συμφωνούν με την αρχική υπόθεση της ακτίνας των ιών υάλου στα 6 μm καθώς φαίνεται πως αυτές της ενδιάμεσης φάσης είναι ελάχιστα μεγαλύτερες, πράγμα λογικό. Αν θα θέλαμε να υπολογίσουμε το πάχος της ενδιάμεσης φάσης δεν θα είχαμε παρά να αφαιρέσουμε από την  $r_i$  την  $r_f$ .

Έχοντας βρει λοιπόν την περιεκτικότητα κατ'όγκο της ενδιάμεσης φάσης μένει να βρεθεί και το μέτρο ελαστικότητας, στατικό και δυναμικό, με σκοπό να εξαχθεί το ολικό μέτρο ελαστικότητας του τριφασικού μοντέλου. Στην παρούσα εργασία, όπως αναφέρθηκε, θα εξετασθεί το υπερβολικό μοντέλο του μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης.

Ξεκινώντας, διατυπώνεται η εξίσωση που διέπει το προαναφερθέν υπερβολικό μοντέλο, η οποία είναι [1]:

$$E_i = A + \frac{B}{r} \quad (3.12)$$

όπου όταν

$$r = r_f \rightarrow E_i = kE_f \quad \text{όπου } k \text{ είναι ένας συντελεστής πρόσφυσης}$$

$$r = r_i \rightarrow E_i = E_m$$

λύνοντας το σύστημα των δύο εξισώσεων με τους δύο αγνώστους (A,B) προκύπτει τελικά το στατικό μέτρο ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης που αποδίδεται με την παρακάτω έκφραση:

$$E_i = kE_f + \frac{r_i(kE_f - E_m)}{r_f - r_i} + \frac{r_i r_f (kE_f - E_m)}{(r_i - r_f)r} \quad (3.13)$$

Περνώντας στον υπολογισμό του μέτρου αποθήκευσης και του μέτρου απωλειών της ενδιάμεσης φάσης, θα πρέπει αρχικά να εκφραστεί το μέτρο ελαστικότητας με τη μιγαδική του μορφή η οποία είναι:

$$E'_i + iE''_i = k(E'_f + iE''_f) + \frac{r_i[k(E'_f + iE''_f) - (E'_m + iE''_m)]}{r_f - r_i} + \frac{r_i r_f [k(E'_f + iE''_f) - (E'_m + iE''_m)]}{(r_i - r_f)r} \quad (3.14)$$

η οποία μετά από πράξεις καταλήγει στην τελική της μορφή και εξισώνοντας πραγματικό μέρος με πραγματικό και φανταστικό με φανταστικό, προκύπτουν το μέτρο αποθήκευσης και το μέτρο απωλειών της ενδιάμεσης φάσης και παρουσιάζονται παρακάτω:

$$E'_i = \frac{r_i E'_m - r_f k E'_f}{r_i - r_f} + \frac{r_i r_f k E'_f - r_i r_f E'_m}{(r_i - r_f)r} \quad (3.15)$$

$$E''_i = \frac{r_i E''_m - r_f k E''_f}{r_i - r_f} + \frac{r_i r_f k E''_f - r_i r_f E''_m}{(r_i - r_f)r} \quad (3.16)$$

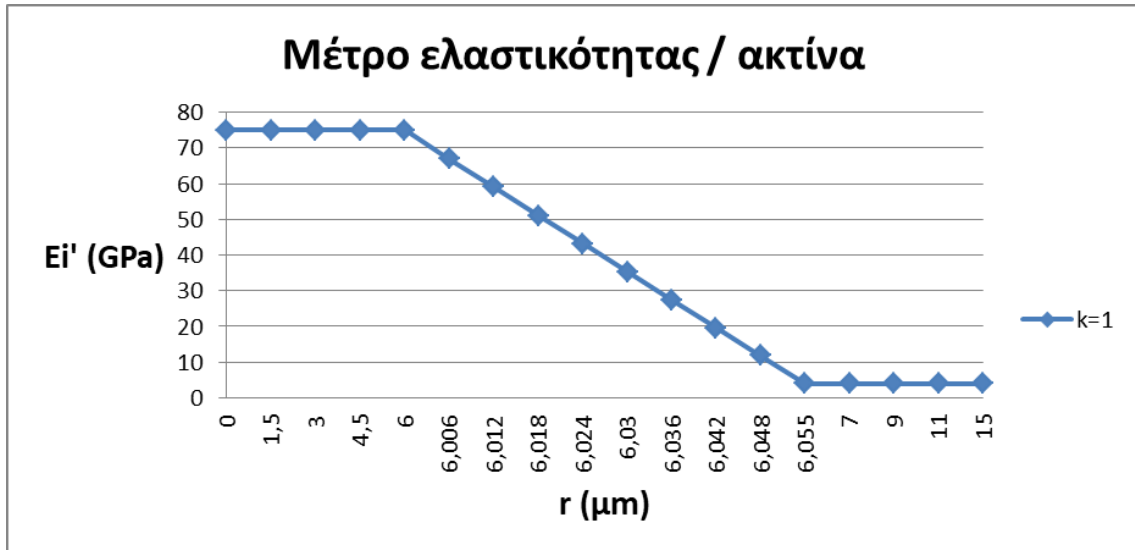
Όπου  $r_f < r < r_i$

Αντικαθιστώντας τις τιμές στις εξισώσεις και ενδεικτικά για το μέτρο αποθήκευσης για  $k = 1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2$ , προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

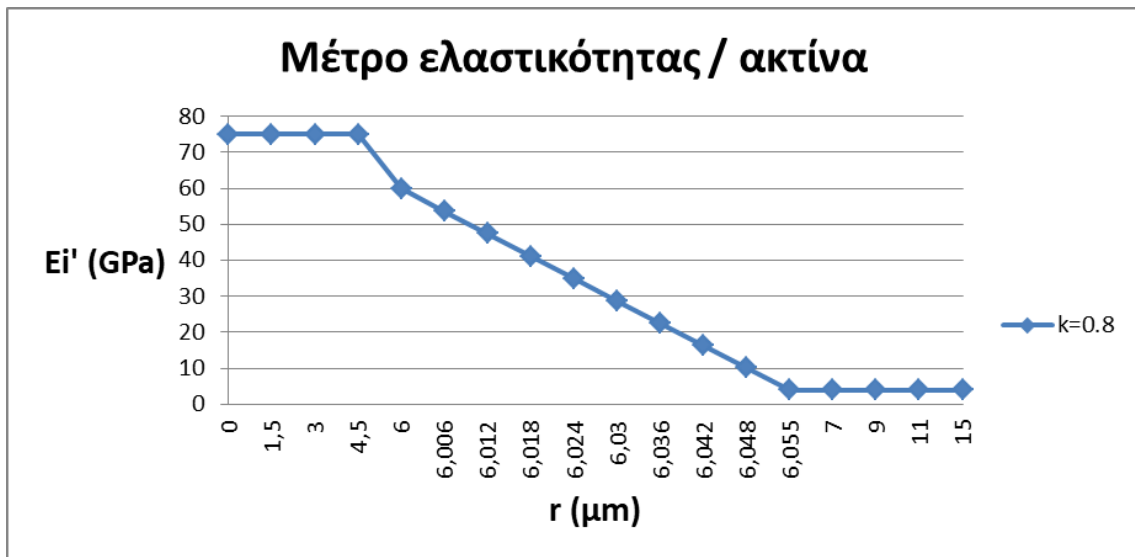
$E'_i (k=1)$	$E'_i (k=0.8)$	$E'_i (k=0.6)$	$E'_i (k=0.4)$	$E'_i (k=0.2)$
66,99065	53,68435	40,37805	27,07175	13,76544
59,01372	47,39426	35,7748	24,15534	12,53588
51,06899	41,12956	31,19014	21,25071	11,31128
43,15628	34,89012	26,62395	18,35779	10,09162
35,2754	28,67577	22,07614	15,4765	8,876868
27,42615	22,48636	17,54657	12,60678	7,666988
19,60835	16,32175	13,03515	9,748554	6,461955
11,8218	10,18178	8,541769	6,901755	5,26174

Πίνακας 3.11: Μέτρο αποθήκευσης ενδιάμεσης φάσης για διάφορες τιμές του συντελεστή πρόσφυσης  $k$ .

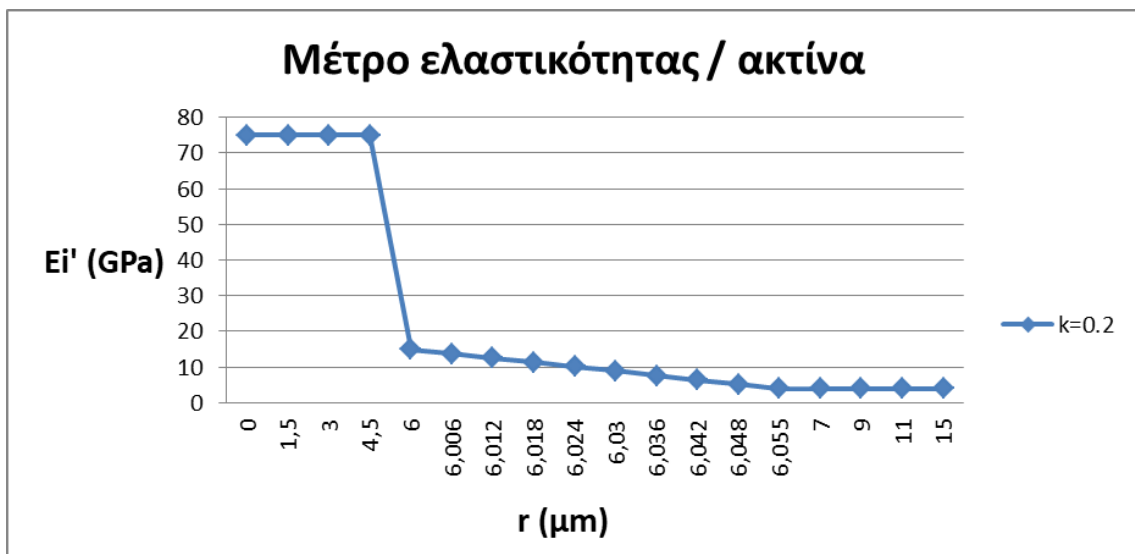
Οι παραπάνω τιμές επεξηγούνται καλύτερα υπό την μορφή διαγραμμάτων.



Σχήμα 3.9 Μέτρο αποθήκευσης ενδιάμεσης φάσης για  $k = 1$



Σχήμα 3.10 Μέτρο αποθήκευσης ενδιάμεσης φάσης για  $k = 0.8$



Σχήμα 3.11: Μέτρο αποθήκευσης ενδιάμεσης φάσης για  $k = 0.2$



Στο Σχήμα 3.9, 3.10 και 3.11 αποτυπώνεται ο ρόλος που παίζει η παράμετρος  $k$  στη μορφή της καμπύλης του μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης του σύνθετου υλικού, συναρτήσει της ακτίνας  $r$  του κυκλικού μοντέλου (Σχήμα 2.5), σύμφωνα με το υπερβολικό μοντέλο υπολογισμού του. Παρατηρείται πως όσο μειώνεται η τιμή της παραμέτρου  $k$  τόσο μεταβάλλεται και η κλίση της υπερβολικής καμπύλης στο σημείο εκείνο. Συμπεριλαμβάνοντας λοιπόν αυτά τα αποτελέσματα στην εξίσωση (3.9) προκύπτει το συνολικό δυναμικό μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου τριφασικού υλικού μας, του οποίου οι τιμές φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

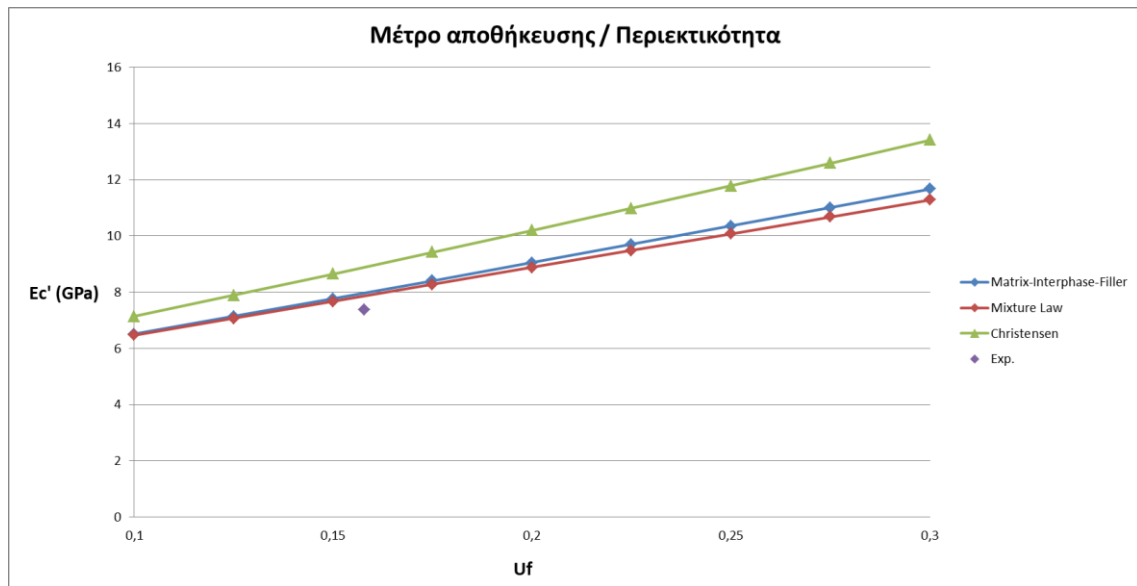
$E_c'$ (GPa)	$E_c''$ (GPa)
Συναρτήσει περιεκτικότητας $U_f$	
6,515672412	0,299080477
7,141551534	0,290652579
7,772821761	0,282199407
8,409470931	0,273721019
9,051486955	0,265217471
9,698857817	0,256688819
10,35157157	0,24813512
11,00961635	0,239556429
11,67298034	0,230952801

*Πίνακας 3.12: Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας σύνθετου υλικού με ενδιάμεση φάση σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο σε θερμοκρασία 20°C.*

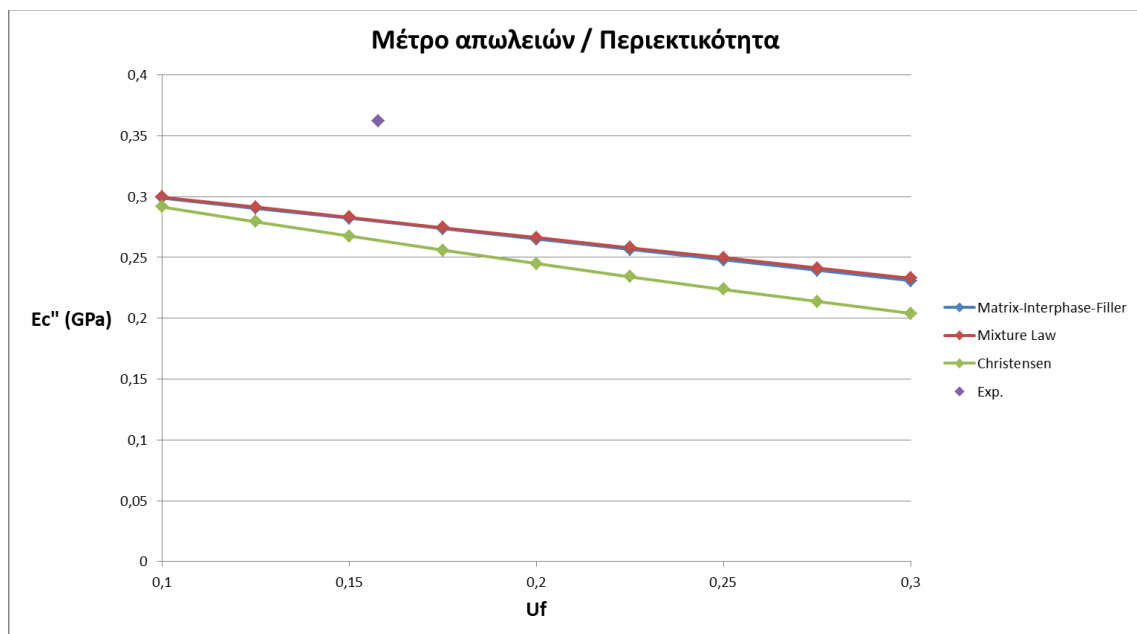
$E_c'$ (GPa)	$E_c''$ (GPa)
Συναρτήσει θερμοκρασίας $T$ (°C)	
8,141484266	0,23396596
7,904446647	0,27412413
7,590500201	0,31653378
7,224628327	0,36323496
6,778822633	0,40428668
6,219884359	0,46822694
5,333006324	0,58015047
4,626594612	0,12343645
4,584345899	0,006206
4,583517181	0,00163862
4,584680389	0,00114533

*Πίνακας 3.13: Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας σύνθετου υλικού με ενδιάμεση φάση σε συνάρτηση με την θερμοκρασία για περιεκτικότητα ινών κατ'όγκο ίση με 0.1578.*

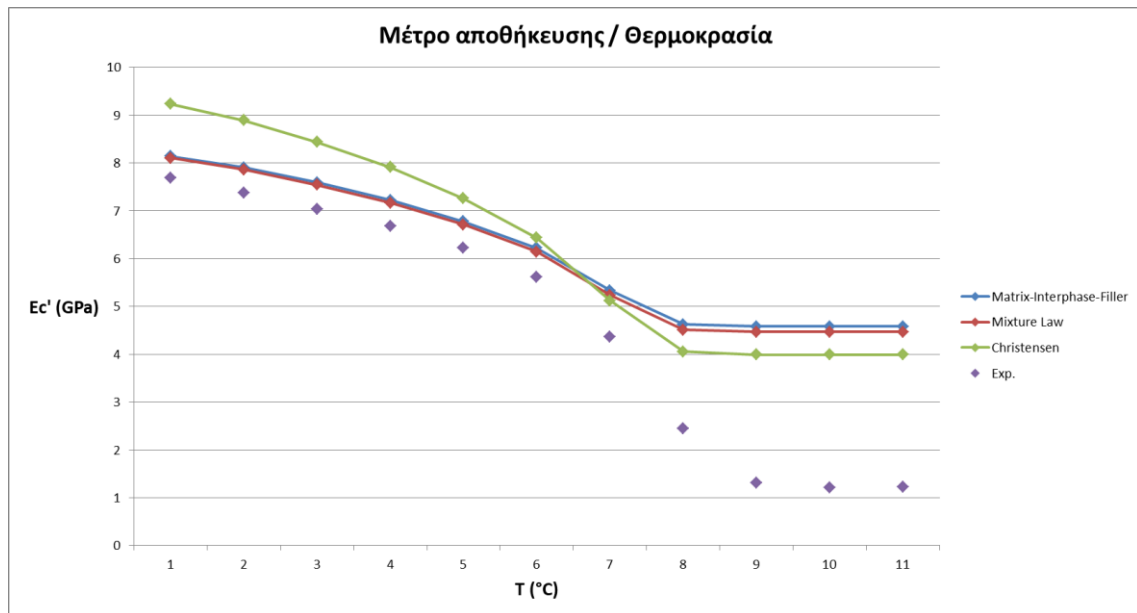
Στα διαγράμματα που ακολουθούν γίνεται σύγκριση των δυναμικών μέτρων ελαστικότητας του σύνθετου υλικού με και χωρίς ενδιάμεση φάση.



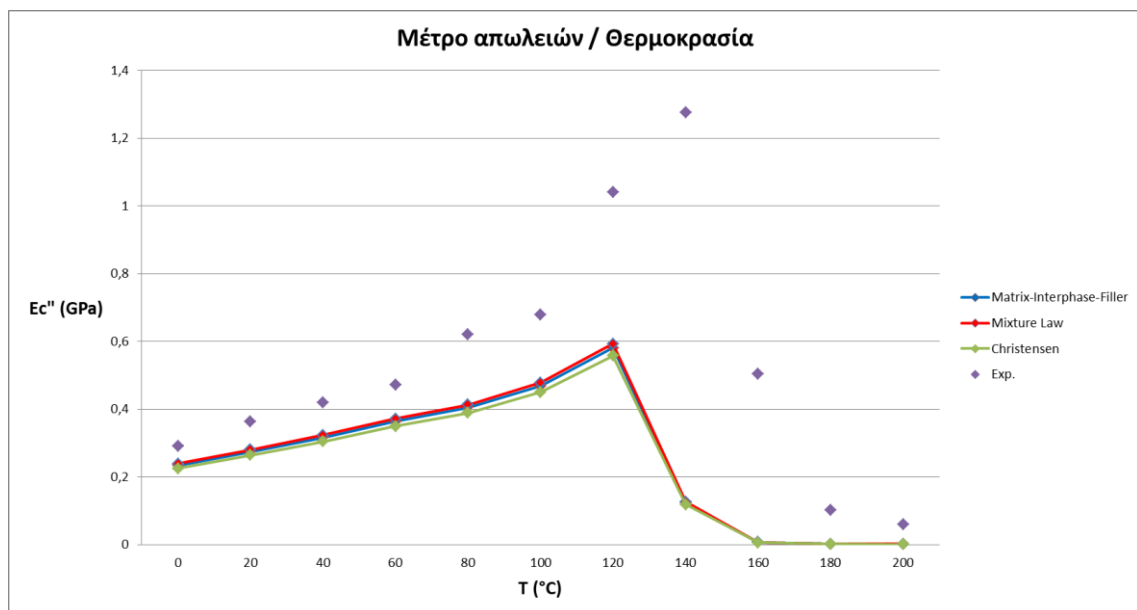
Σχήμα 3.12: Μέτρο αποθήκευσης  $E_c'$  σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών  $U_f$  σε θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$ .



Σχήμα 3.13: Μέτρο απωλειών  $E_c''$  σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα κατ'όγκο των ινών  $U_f$  σε θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$ .



Σχήμα 3.14: Μέτρο αποθήκευσης  $E_c'$  σε συνάρτηση με την θερμοκρασία  $T$  για περιεκτικότητα ινών κατ'όγκο ίση με 0.1578.



Σχήμα 3.15: Μέτρο απωλειών  $E_c''$  σε συνάρτηση με την θερμοκρασία  $T$  για περιεκτικότητα ινών κατ'όγκο ίση με 0.1578.

Στα παραπάνω σχήματα παρουσιάζονται τα δυναμικά μέτρα αποθήκευσης και απωλειών του σύνθετου υλικού συναρτήσει της κατ'όγκο περιεκτικότητας των ινών γυαλιού και της θερμοκρασίας όπως ακριβώς έγινε και στα Σχήματα 3.4, 3.5, 3.6 και 3.7 με τη διαφορά ότι σε αυτά προστέθηκαν και οι αντίστοιχες τιμές αυτών των μέτρων της ενδιάμεσης φάσης του υλικού. Φαίνεται πως οι τιμές αυτές συμβαδίζουν πλήρως και με τις προηγούμενες θεωρητικές και πειραματικές τιμές.

## ΘΕΩΡΙΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΗΣ ΙΝΑΣ

Μια επιπλέον προσέγγιση του θέματος που θα μπορούσε να δώσει αξιόλογα αποτελέσματα προς σύγκριση με όλα τα παραπάνω είναι το μοντέλο της ισοδύναμης ίνας. Ουσιαστικά θεωρούμε ένα σύνθετο υλικό με διακεκομμένες ίνες μιας διεύθυνσης, υπολογίζουμε το διαμήκες και εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητάς του, όπως και το λόγο Poisson και τα μέτρα διάτμησης. Τα αποτελέσματα τα κάνουμε αναγωγή στο μοντέλο της ισοδύναμης συνεχούς ίνας και εισάγουμε σε ένα σύστημα στροφής που σκοπός του είναι να κατανέμει αυτά τα μέτρα στο επίπεδο προς όλες τις κατευθύνσεις, προσομοιάζοντας έτσι το μοντέλο των ινών τυχαίας διεύθυνσης που μελετούσαμε ως τώρα.

Αρχικά, το συνολικό μήκος της διακεκομμένης ίνας είναι ίσο με  $l_f = 6 \text{ mm}$  καθώς τον λόγο  $l_f/d_f$  τον θεωρούμε προσεγγιστικά ίσο με 500 και τη διάμετρο της ίνας ίση με  $d_f = 12 \text{ }\mu\text{m}$ .

Για να υπολογίσουμε πρώτα το διαμήκες μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού με ισοδύναμη ίνα, του οποίου η σχέση είναι η παρακάτω [1]:

$$E_L = E_{f_{eq}} U_{f_{eq}} + E_m U_{m_{eq}} \quad (3.17)$$

θα πρέπει σε πρώτη φάση να υπολογιστούν τα επιμέρους τμήματά του. Για του λόγου το αληθές, ξεκινάμε με τις ισοδύναμες κατ'όγκο περιεκτικότητες της μήτρας και των ινών [1].

$$U_{f_{eq}} = \frac{l_f}{l_f} U_f = 0.1892 \quad (3.18)$$

$$U_{m_{eq}} = 1 - U_{f_{eq}} = 0.8108 \quad (3.19)$$

Για να φτάσουμε στον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας, θεωρούμε ότι το σύστημα μήτρας – ίνας για φόρτιση κατά τη διεύθυνση των ινών συμπεριφέρεται ως δύο ελατήρια συνδεδεμένα σε σειρά. Συνεπώς έχουμε:

$$E_{f_{eq}} = \frac{E_f E_m}{\frac{l_f}{l_f} E_m + \frac{l_m}{l_f} E_f} = 16,55 \text{ GPa} \quad (3.20)$$

οπότε αντικαθιστώντας στην αρχική Σχέση (3.13) προκύπτει το διαμήκες στατικό μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού, το οποίο είναι  $E_L = 5.87 \text{ GPa}$ .

Όσον αφορά το εγκάρσιο στατικό μέτρο ελαστικότητας  $E_T$ , αυτό εξάγεται από διαφορετική εξίσωση που έχει τη μορφή [1]:

$$\frac{1-\nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} = \frac{(1-\nu_f-2\nu_f^2)U_f}{E_f} + \frac{(1-\nu_m-2\nu_m^2)U_m}{E_m} \quad (3.21)$$

όπου:

$$v_{LT} = v_{f,eq} U_{f,eq} + v_m U_{m,eq} \quad (3.22)$$

$$v_{f,eq} = \frac{E_m v_f + E_f v_m (\frac{1}{l_f} - 1)}{E_m + E_f (\frac{1}{l_f} - 1)} \quad (3.23)$$

$$v_{TT} = \frac{1}{(\frac{U_f + U_m}{v_f + v_m})} \quad (3.24)$$

οπότε με  $v_f = 0.2$  και  $v_m = 0.35$  και λύνοντας ως προς το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας, προκύπτει η στατική τιμή του η οποία είναι  $E_T = 2,36$  GPa.

Αυτά τα αποτελέσματα ισχύουν για λόγο  $l_f/d_f = 500$ . Στην περίπτωση αλλαγής αυτού του αριθμού, τα αποτελέσματα διαφέρουν. Συνεπώς, πραγματοποιήθηκαν δοκιμές μεταβολής αυτού του λόγου και καταγραφής των αποτελεσμάτων για να δοθεί μια πιο καθαρή εικόνα ως προς την συμπεριφορά μεταβολής τους σε σχέση με αυτόν. Χρησιμοποιήθηκε, βέβαια, μια άλλη προσέγγιση για τον υπολογισμό των διαμήκων και εγκάρσιων μέτρων ελαστικότητας, η θεωρία του Rayleigh, συνεπώς είναι αναμενόμενο να προκύψουν δεδομένα διαφορετικά από τα ως τώρα υπάρχοντα.

Ο Rayleigh αποτυπώνει το διαμήκες και εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας ως εξής:

$$E_L = E_m \left[ 1 + \frac{2(l/d+1)(E_f/E_m-1)U_f}{E_f/E_m+2(l/d)-(E_f/E_m-1)U_f} \right] \quad (3.25)$$

$$E_T = E_m \left[ 1 + \frac{(d/l+2)(E_f/E_m-1)U_f}{E_f/E_m+1+d/l-(E_f/E_m-1)U_f} \right] \quad (3.26)$$

και

$$v_{LT} = (1 - U_f)v_m + U_f v_f \quad (3.27)$$

$$G_{LT} = G_m \left[ 1 + \frac{(d/l+2)(G_f/G_m-1)U_f}{G_f/G_m+1+d/l-(G_f/G_m-1)U_f} \right] \quad (3.28)$$

Επιλέγοντας την τιμή του λόγου  $l_f/d_f$  ίση με 1, 10, 500 και 25000, τα μέτρα ελαστικότητας που παίρνουμε σε σχέση και με την μεταβολή της κατ'όγκου περιεκτικότητας των ινών είναι:

U <sub>f</sub>	E <sub>L</sub> (GPa)			
	l/d=1	l/d=10	l/d=500	l/d=25000
0,1	5,20	8,13	11,05	11,16
0,125	5,52	9,20	12,80	12,93
0,15	5,86	10,30	14,55	14,70
0,175	6,21	11,43	16,30	16,48
0,2	6,58	12,59	18,06	18,25
0,2225	6,93	13,66	19,64	19,84
0,25	7,37	14,99	21,57	21,80
0,275	7,81	16,24	23,33	23,57
0,3	8,26	17,52	25,09	25,34

Πίνακας 3.14: Διαμήκες στατικό μέτρο ελαστικότητας σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών και τη μεταβολή του λόγου l/d<sub>f</sub> κατά Rayleigh.

U <sub>f</sub>	E <sub>T</sub> (GPa)			
	l/d=1	l/d=10	l/d=500	l/d=25000
0,1	5,20	4,90	4,87	4,87
0,125	5,52	5,14	5,09	5,09
0,15	5,86	5,39	5,33	5,33
0,175	6,21	5,65	5,58	5,58
0,2	6,58	5,92	5,85	5,84
0,2225	6,93	6,18	6,10	6,09
0,25	7,37	6,52	6,42	6,42
0,275	7,81	6,84	6,73	6,73
0,3	8,26	7,19	7,06	7,06

Πίνακας 3.15: Εγκάρσιο στατικό μέτρο ελαστικότητας σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών και τη μεταβολή του λόγου l/d<sub>f</sub> κατά Rayleigh.

Αν θα θέλαμε να συγκρίνουμε το ολικό μέτρο ελαστικότητας του μοντέλου της ισοδύναμης ίνας με τα προηγούμενα (νόμος των φάσεων, εξίσωση Christensen) [1], δεν έχουμε παρά να εισάγουμε το διαμήκες και εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας, όπως προαναφέρθηκε, στο σύστημα στροφής για διάφορες ισοδύναμες κατ'όγκο περιεκτικότητες και να τις εισάγουμε σε ένα διάγραμμα σύγκρισης.

Το, εν λόγω, ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$E = \frac{(Q_{11}+Q_{22}+2Q_{12})(Q_{11}+Q_{22}-2Q_{12}+4Q_{66})}{3Q_{11}+3Q_{22}+3Q_{12}+4Q_{66}} \quad (3.29)$$

στην οποία όπου:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.30) \quad \text{με } E_1 = E_L, E_2 = E_T, \nu_{12} = \nu_{LT}, \nu_{21} = \nu_{TL}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.31)$$

$$Q_{12} = \frac{E_1\nu_{12}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.32)$$

$$Q_{66} = G_{LT} = G_m \left[ \frac{G_f + G_m + (G_f - G_m)U_f}{G_f + G_m - (G_f - G_m)U_f} \right] \quad (3.33)$$

$$\text{με } G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.34) \quad \text{και} \quad E_L\nu_{TL} = E_T\nu_{LT} \quad (3.35)$$

Πραγματοποιώντας τους απαραίτητους υπολογισμούς και τις αντικαταστάσεις, καταλήγουμε να έχουμε το ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού μας που παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα σε σχέση με την ισοδύναμη κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών γυαλιού.

$U_{f(eq)}$	$E$ (GPa)
0,1	5,116599
0,125	5,34249
0,15	5,570384
0,175	5,800731
0,2	6,033952
0,2225	6,246639
0,25	6,510605
0,275	6,754817
0,3	7,003477

Πίνακας 3.16: Ισοδύναμο στατικό μέτρο ελαστικότητας σε συνάρτηση με την ισοδύναμη κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών.

Αφήνοντας πλέον πίσω το στατικό κομμάτι των υπολογισμών, περνάμε στο δυναμικό, όπου εκεί ο υπολογισμός των μέτρων ελαστικότητας είναι αναμενόμενα πιο πολύπλοκος.

Αρχικά, ξεκινάμε με τη διατύπωση της σχέσης που δίνει το διαμήκες μέτρο ελαστικότητας, η οποία, όπως προαναφέρθηκε, είναι η εξής [1]:

$$E_L = E_{f_{eq}} U_{f_{eq}} + E_m U_{m_{eq}} \quad (3.36)$$

Αντίστοιχα, η σχέση του εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας είναι:

$$\frac{1-\nu_{TT}}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}^2}{E_L} = \frac{(1-\nu_f-2\nu_f^2)U_f}{E_f} + \frac{(1-\nu_m-2\nu_m^2)U_m}{E_m} \quad (3.37)$$

Θέλοντας, λοιπόν, να υπολογίσουμε το μέτρο αποθήκευσης και το μέτρο απωλειών, η παραπάνω εξίσωση παίρνουν τη μιγαδική τους μορφή ως εξής:

$$E'_L + iE''_L = (E'_{f,eq} + iE''_{f,eq})U_{f,eq} + (E'_m + iE''_m)U_{m,eq} \quad (3.38)$$

και

$$E'_T + iE''_T = \frac{1 - \nu_{TT}}{\frac{(1 - \nu_f - 2\nu_f^2)}{(E_f + iE''_f)}U_f + \frac{(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)}{(E_m + iE''_m)}U_m + \frac{2\nu_{LT}^2}{E'_L + iE''_L}} \quad (3.39)$$

όπου:

$$E'_{f,eq} + iE''_{f,eq} = \frac{(E'_f + iE''_f)(E'_m + iE''_m)}{\frac{1}{I_f}(E'_m + iE''_m) + \frac{1}{I_m}(E'_f + iE''_f)} \quad (3.40)$$

Το διαμήκες και εγκάρσιο μέτρο αποθήκευσης και απωλειών προήλθαν με υπολογιστικό τρόπο για ένα εύρος τιμών περιεκτικότητας κατ'όγκο και τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

$U_f$	$E'_L$ (GPa)	$E''_L$ (GPa)	$E'_T$ (GPa)	$E''_T$ (GPa)
0,1	5,581284	0,42274	2,5655521	0,076228
0,125	5,960026	0,44529	2,6150854	0,081856
0,15	6,338769	0,46784	2,691611	0,086906
0,175	6,717512	0,490391	2,7668279	0,091423
0,2	7,096255	0,512941	2,8411248	0,095442
0,2225	7,437123	0,533236	2,9074866	0,098657
0,25	7,85374	0,558042	2,9882765	0,102095
0,275	8,232483	0,580592	3,0617011	0,104769
0,3	8,611226	0,603143	3,1353599	0,107027

Πίνακας 3.17: Διαμήκες και εγκάρσιο μέτρο αποθήκευσης και απωλειών σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών.



## ΑΛΛΕΣ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Ως τώρα προσπαθήσαμε να εξάγουμε το μέτρο ελαστικότητας της ρητίνης, ενισχυμένης με ίνες υάλου τυχαίας διεύθυνσης με το νόμο των φάσεων, την εξίσωση Christensen, το τριφασικό μοντέλο ενός υλικού καθώς και την μετατροπή των διακεκομμένων ινών μιας διεύθυνσης σε ισοδύναμες ίνες τυχαίας διεύθυνσης.

Παρόλα αυτά, υπάρχουν κι άλλες διατυπωμένες εκφράσεις υπολογισμού του, εν λόγω, μέτρου, με διαφορετική προσέγγιση και ακρίβεια η καθεμία. Κάποιες από αυτές θα τις εξετάσουμε και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματά τους με αυτά που έχουμε ήδη εξάγει μέχρι στιγμής.

Μία από αυτές τις προσεγγίσεις, λοιπόν, είναι αυτή των Laws & McLaughlin, η οποία θέλει το στατικό μέτρο ελαστικότητας ενός σύνθετου υλικού με ίνες τυχαίας διεύθυνσης να δίνεται από τη σχέση [4]:

$$E = \frac{k_1 E_f v_f}{1+k_2} + E_m (1 - v_f) \quad (3.41)$$

όπου το  $k_1$  παίρνει είτε την τιμή 1/3 είτε την 3/8, ανάλογα με κάποιες θεωρητικές παραδοχές, και:

$$k_2 = (1 + v_m) \frac{E_f}{E_m} \left(\frac{2l}{d}\right)^{-2} \ln \frac{2l}{d} \quad (3.42)$$

Επιλέγοντας το  $k_1 = 3/8$  και υπολογίζοντας το  $k_2$  προσαρμόζοντάς το στην περίπτωση του υλικού μας, προκύπτει το μέτρο ελαστικότητας, το οποίο το υπολογίσαμε για το ίδιο εύρος περιεκτικότητας κατ'όγκο των ινών για να έχουμε συγκρίσιμα αποτελέσματα με τα προηγούμενα μοντέλα. Ο πίνακας 3.18 παρουσιάζει το στατικό μέτρο ελαστικότητας κατά Laws & McLaughlin [4]:

$U_f$	$E$ (GPa)
0,1	5,853918
0,125	6,472398
0,15	7,090877
0,175	7,709357
0,2	8,327836
0,2225	8,884468
0,25	9,564795
0,275	10,18327
0,3	10,80175

Πίνακας 3.18: Στατικό μέτρο ελαστικότητας σύνθετου υλικού με ίνες τυχαίας διεύθυνσης κατά Laws & McLaughlin.

Τέλος, δύο ακόμα προσεγγίσεις του θέματος είναι αυτές των Halpin – Tsai και Tsai – Hahn, οι οποίες παρουσιάζουν πολλές ομοιότητες με αυτήν της ισοδύναμης ίνας, καθώς τα αποτελέσματα που εξάγουν αποτελούν ένδειξη μέτρου ελαστικότητας για ίνες μιας διεύθυνσης. Όπως είναι εύκολα κατανοητό, αυτά τα αποτελέσματα εισέρχονται σε φόρμουλα στροφής για να κατανεμηθούν στο επίπεδο σε όλες τις διευθύνσεις, θυμίζοντας ίνες τυχαίας διεύθυνσης.

Ξεκινώντας με την διατύπωση που μας δίνουν οι Halpin – Tsai, το διαμήκες και εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας έχουν ως εξής [4]:

$$E_L = E_m \frac{1+2\frac{l_f}{d_f}\eta_L U_f}{1-\eta_L U_f} \quad (3.43)$$

$$E_T = E_m \frac{1+2\eta_T U_f}{1-\eta_T U_f} \quad (3.44)$$

με

$$\eta_L = \frac{E_f/E_m - 1}{E_f/E_m + 2l/d} \quad (3.45)$$

$$\eta_T = \frac{E_f/E_m - 1}{E_f/E_m + 2} \quad (3.46)$$

και

$$G_{LT} = G_m \frac{1+\eta_G U_f}{1-\eta_G U_f} \quad (3.47)$$

$$\nu_{LT} = \nu_f U_f + \nu_m (1 - U_f) \quad (3.48)$$

με

$$\eta_G = \frac{G_f/G_m - 1}{G_f/G_m + 1} \quad (3.49)$$

Με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις στις παραπάνω σχέσεις, το διαμήκες στατικό μέτρο ελαστικότητας  $E_L$  (για διάφορες τιμές του λόγου  $l_f/d_f$ ) αλλά και το εγκάρσιο  $E_T$  προκύπτουν στον πίνακα 3.19:

U <sub>f</sub>	E <sub>L</sub> (l/d=1)	E <sub>L</sub> (l <sub>f</sub> /d <sub>f</sub> =50)	E <sub>L</sub> (l <sub>f</sub> /d <sub>f</sub> =500)	E <sub>L</sub> (l <sub>f</sub> /d <sub>f</sub> =25000)	E <sub>T</sub>
GPa					
0,1	3,401	4,089	10,408	354,441	4,354
0,125	3,406	4,267	12,170	442,435	4,627
0,15	3,412	4,445	13,933	530,519	4,914
0,175	3,417	4,623	15,698	618,696	5,216
0,2	3,422	4,801	17,465	706,964	5,534
0,2225	3,427	4,962	19,057	786,484	5,835
0,25	3,433	5,158	21,005	883,776	6,223
0,275	3,438	5,337	22,778	972,321	6,598
0,3	3,443	5,516	24,552	1060,957	6,995

Πίνακας 3.19: Στατικό διαμήκες και εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας κατά Halpin – Tsai σε σχέση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών.

Για να υπολογίσουμε πλέον το ενιαίο μέτρο ελαστικότητας προς όλες τις διευθύνσεις, θα χρησιμοποιήσουμε πάλι τις σχέσεις 3.30, 3.31, 3.232, 3.33 και θα τις εισάγουμε στην εξίσωση:

$$\bar{E} = \frac{Q_{11}^2 - Q_{12}^2}{Q_{11}} = \frac{(Q_{11} + Q_{22} + 2Q_{12})(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66})}{3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66}} \quad (3.50)$$

η οποία μας δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα του πίνακα για διάφορες περιεκτικότητες των ινών:

U <sub>f</sub>	E (GPa)
0,1	6,628
0,125	7,297
0,15	7,971
0,175	8,649
0,2	9,332
0,2225	9,950
0,25	10,711
0,275	11,408
0,3	12,111

Πίνακας 3.20: Ενιαίο στατικό μέτρο ελαστικότητας προς όλες τις διευθύνσεις κατά Halpin – Tsai.

‘Όσον αφορά τον υπολογισμό του ενιαίου δυναμικού μέτρου ελαστικότητας του σύνθετου υλικού κατά Halpin – Tsai, η διαδικασία γίνεται πιο σύνθετη όπως είναι αναμενόμενο. Αρχικά, πρέπει να υπολογιστούν το διαμήκες και εγκάρσιο μέτρο αποθήκευσης και απωλειών. Για το λόγο αυτό, ξεκινάμε με τις σχέσεις (3.43, 3.44) και τις αναλύουμε σε πραγματικό και φανταστικό μέρος:

$$E'_L + iE''_L = \frac{(E'_m + iE''_m)[1 + 2\frac{l_f}{d_f}(\eta'_L + i\eta''_L)U_f]}{1 - (\eta'_L + i\eta''_L)U_f} \quad (3.51)$$

$$E'_T + iE''_T = \frac{(E'_m + iE''_m)[1 + 2(\eta'_T + i\eta''_T)U_f]}{1 - (\eta'_T + i\eta''_T)U_f} \quad (3.52)$$

και καταλήγουν στη μορφή:

$$E'_L = \frac{[E'_m(1 + 2\frac{l_f}{d_f}\eta'_L U_f) - 2E''_m \frac{l_f}{d_f} \eta''_L U_f](1 - \eta'_L U_f) - [E''_m(1 + 2\frac{l_f}{d_f}\eta'_L U_f) + 2E'_m \frac{l_f}{d_f} \eta''_L U_f] \eta''_L U_f}{(1 - \eta'_L U_f)^2 + \eta''_L{}^2 U_f^2} \quad (3.53)$$

$$E''_L = \frac{[E'_m(1 + 2\frac{l_f}{d_f}\eta'_L U_f) - 2E''_m \frac{l_f}{d_f} \eta''_L U_f] \eta''_L U_f - [E''_m(1 + 2\frac{l_f}{d_f}\eta'_L U_f) + 2E'_m \frac{l_f}{d_f} \eta''_L U_f](1 - \eta''_L U_f)}{(1 - \eta'_L U_f)^2 + \eta''_L{}^2 U_f^2} \quad (3.54)$$

$$E'_T = \frac{(E'_m + 2E'_m \eta'_T U_f - 2E''_m \eta''_T U_f)(1 - \eta'_T U_f) - (2E'_m \eta''_T U_f + E'_m + 2E''_m \eta'_T) \eta''_T{}^2 U_f^2}{(1 - \eta'_T U_f)^2 + \eta''_T{}^2 U_f^2} \quad (3.55)$$

$$E''_T = \frac{(2E'_m \eta''_T U_f + E''_m + 2E''_m \eta'_T)(1 - \eta'_T U_f) - (E'_m + 2E'_m \eta'_T U_f - 2E''_m \eta''_T U_f) \eta''_T{}^2 U_f^2}{(1 - \eta'_T U_f)^2 + \eta''_T{}^2 U_f^2} \quad (3.56)$$

όπου

$$\eta'_L + i\eta''_L = \frac{(E'_f + iE''_f) - (E'_m + iE''_m)}{(E'_f + iE''_f) + 2(E''_m + iE''_m)\frac{l_f}{d_f}} \quad (3.57)$$

$$\eta'_T + i\eta''_T = \frac{(E'_f + iE''_f) - (E'_m + iE''_m)}{(E'_f + iE''_f) + 2(E''_m + iE''_m)} \quad (3.58)$$

που καταλήγουν:

$$\eta'_L = \frac{(E'_f - E'_m)(E'_f + 2E'_m \frac{l_f}{d_f}) + 2E''_m \frac{2l_f}{d_f}}{(E'_f + 2E'_m \frac{l_f}{d_f})^2 + 4E''_m{}^2 (\frac{l_f}{d_f})^2} \quad (3.59)$$

$$\eta''_L = \frac{(E'_f + 2E'_m \frac{l_f}{d_f})E''_m + (E'_f + iE''_f)2E''_m \frac{l_f}{d_f}}{(E'_f + 2E'_m \frac{l_f}{d_f})^2 + 4E''_m{}^2 (\frac{l_f}{d_f})^2} \quad (3.60)$$

και

$$\eta'_T = \frac{E_f'^2 + E_f'E_m' - 2E_m'^2 - 2E_m''^2}{E_f'^2 + 4E_m'^2 + 4E_f'E_m' + 4E_m''^2} \quad (3.61)$$

$$\eta'_T = - \frac{2E_f'E_m''}{E_f'^2 + 4E_m'^2 + 4E_f'E_m' + 4E_m''^2} \quad (3.62)$$

Εκτελώντας τις αντικαταστάσεις στις σχέσεις 3.53, 3.54, 3.55, 3.56, οι τιμές που παίρνουν τα μέτρα ελαστικότητας είναι:

$U_f$	$E_L'$ (GPa)	$E_L''$ (GPa)	$E_T'$ (GPa)	$E_T''$ (GPa)
0,1	10,851	1,478	5,205	0,982
0,125	12,552	1,766	5,523	1,005
0,15	14,254	2,054	5,857	1,029
0,175	15,958	2,342	6,208	1,055
0,2	17,663	2,631	6,577	1,082
0,2225	19,200	2,892	6,926	1,108
0,25	21,080	3,210	7,375	1,142
0,275	22,790	3,501	7,808	1,175
0,3	24,503	3,791	8,265	1,210

Πίνακας 3.21: Μέτρα αποθήκευσης και απωλειών κατά Halpin – Tsai σε σχέση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών.

Περνώντας στον υπολογισμό του ενιαίου μέτρου αποθήκευσης και απωλειών, πρέπει οι παραπάνω τιμές του αντίστοιχου διαμήκους και εγκάρσιου μέτρου να ενταχθούν στο σύστημα στροφής, το οποίο κατά την ανάλυσή του στη μιγαδική του μορφή παίρνει τη μορφή:

$$\bar{E}' + i\bar{E}'' = \frac{[Q'_{11} + iQ''_{11} + Q'_{22} + iQ''_{22} + 2(Q'_{12} + iQ''_{12})]}{3(Q'_{11} + iQ''_{11}) + 3(Q'_{22} + iQ''_{22}) + 2(Q'_{12} + iQ''_{12}) + 4(Q'_{66} + iQ''_{66})} \quad (3.63)$$

με

$$Q'_{11} = \frac{E'_1}{1-V_{12}V_{21}} \quad (3.64) \quad Q''_{11} = \frac{E''_1}{1-V_{12}V_{21}} \quad (3.65)$$

$$Q'_{22} = \frac{E'_2}{1-V_{12}V_{21}} \quad (3.66) \quad Q''_{22} = \frac{E''_2}{1-V_{12}V_{21}} \quad (3.67)$$

$$Q'_{12} = \frac{E'_{12}V_{12}}{1-V_{12}V_{21}} \quad (3.68) \quad Q''_{12} = \frac{E''_{12}V_{12}}{1-V_{12}V_{21}} \quad (3.69)$$

$$Q'_{66} = G'_{LT} \quad (3.70) \quad Q''_{66} = G''_{LT} \quad (3.71)$$

και

$$G'_{LT} + iG''_{LT} = \frac{(G'_m + iG''_m)[1 + (\eta'_G + i\eta''_G)U_f]}{[1 - (\eta'_T + i\eta''_T)U_f]} \quad (3.72)$$

που καταλήγει:

$$G'_{LT} = \frac{(G'_m + G'_m\eta'_G U_f - G''_m\eta''_G U_f)(1 - \eta'_T U_f) - G''_m\eta''_T U_f - G'_m\eta'_G \eta''_T U_f^2 - G''_m\eta'_G \eta''_T U_f^2}{(1 - \eta'_T U_f)^2 + \eta''_T^2 U_f^2} \quad (3.73)$$

$$G''_{LT} = \frac{G'_m\eta''_T U_f + G'_m\eta'_G \eta''_T U_f^2 - G''_m\eta''_G \eta''_T U_f^2 + (G'_m + G'_m\eta'_G U_f - G''_m\eta'_G U_f)(1 - \eta'_T U_f)}{(1 - \eta'_T U_f)^2 + \eta''_T^2 U_f^2} \quad (3.74)$$

και

$$\eta'_G + i\eta''_G = \frac{(G'_f + iG''_f) - (G'_m + iG''_m)}{(G'_f + iG''_f) + (G'_m + iG''_m)} \quad (3.75)$$

που καταλήγει:

$$\eta'_G = \frac{G_f'^2 - G_m'^2 + G_m''^2}{(G_f' + G_m')^2 + G_m''^2} \quad (3.76)$$

$$\eta''_G = -\frac{2G_f'G_m''}{(G_f' + G_m')^2 + G_m''^2} \quad (3.77)$$

και

$$E'_1 = E''_L, E'_2 = E''_T, E''_1 = E'_L, E''_2 = E'_T, V_{12} = V_{LT}, V_{21} = V_{TL} \quad (3.78)$$

$$E_L V_{LT} = E_T V_{TL} \quad (3.79)$$

οπότε τα μέτρα αποθήκευσης και απωλειών για διάφορες περιεκτικότητες κατ'όγκο των ινών προκύπτουν στον Πίνακα 3.22:

$U_f$	$E'$ (GPa)	$E''$ (GPa)
0,1	6,844	0,938
0,125	7,573	1,043
0,15	8,312	1,149
0,175	9,062	1,256
0,2	9,823	1,364
0,2225	10,517	1,462
0,25	11,380	1,584
0,275	12,177	1,695
0,3	12,989	1,808

*Πίνακας 3.22: Μέτρα αποθήκευσης και απωλειών κατά Halpin – Tsai σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο.*

Με την ίδια λογική μπορούμε να υπολογίσουμε και τα αντίστοιχα στατικά και δυναμικά μέτρα ελαστικότητας του σύνθετου υλικού, αλλά αυτήν τη φορά με τις εξισώσεις των Tsai – Hahn [4], οι οποίες διαφέρουν από τις προηγούμενες και εκφράζονται ως εξής:

$$E_L = E_f U_f + E_m U_m \quad (3.80)$$

$$E_T = \frac{(U_f + \eta_2 U_m) E_f E_m}{E_m U_f + E_f U_m \eta_2} \quad (3.81)$$

Επομένως, η εξαγωγή των στατικών τιμών των μέτρων ελαστικότητας πραγματοποιείται με αντικατάσταση στις παραπάνω σχέσεις και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

$U_f$	$E_L$ (GPa)	$E_T$ (GPa)
0,1	10,542	3,737
0,125	12,333	3,838
0,15	14,123	3,945
0,175	15,914	4,058
0,2	17,704	4,178
0,2225	19,315	4,292
0,25	21,285	4,440
0,275	23,076	4,584
0,3	24,866	4,737

*Πίνακας 3.23: Στατικά διαμήκες ( $E_L$ ) και εγκάρσιο ( $E_T$ ) μέτρο ελαστικότητας κατά Tsai – Hahn σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο.*

Θέτοντας τις παραπάνω τιμές του διαμήκους και εγκάρσιου μέτρου ελαστικότητας στο σύστημα στροφής (σχέσεις 3.30, 3.31, 3.32, 3.33) υπολογίζεται το ενιαίο στατικό μέτρο ελαστικότητας κατά Tsai - Hahn προς όλες τις διευθύνσεις, κι αυτό σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών, και είναι:

$U_f$	$E$ (GPa)
0,1	6,628
0,125	7,297
0,15	7,971
0,175	8,649
0,2	9,332
0,2225	9,950
0,25	10,711
0,275	11,408
0,3	12,111

*Πίνακας 3.24: Ενιαίο στατικό μέτρο ελαστικότητας κατά Tsai – Hahn σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο.*



Τέλος, προχωρώντας στον υπολογισμό των δυναμικών μέτρων ελαστικότητας, πρέπει αρχικά, όπως είναι γνωστό, να χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις (3.72, 3.73) και να αναπτύξουμε κάθε όρο τους σε πραγματικό και φανταστικό μέρος. Από κεί θα βρεθούν τα διαμήκη και εγκάρσια μέτρα αποθήκευσης και απωλειών και κατόπιν αυτού, θα τα εισάγουμε στο γνωστό σύστημα στροφής ούτως ώστε να εξαχθούν τα ολικά μέτρα αποθήκευσης και απωλειών και να είναι σε θέση να συγκριθούν με αυτά των Halpin – Tsai.

Οι σχέσεις, λοιπόν, που θα μας δώσουν τα δυναμικά μέτρα είναι οι εξής:

$$E'_L + iE''_L = (E'_f + iE''_f)U_f + (E'_m + iE''_m)U_m \quad (3.82)$$

που καταλήγει:

$$E'_L = E'_f U_f + E'_m U_m \quad (3.83)$$

$$E''_L = E''_f U_f + E''_m U_m \quad (3.84)$$

και

$$E'_T + iE''_T = \frac{(U_f + \eta_2 U_m)(E'_f + iE''_f)(E'_m + iE''_m)}{(E'_m + iE''_m)U_f + (E'_f + iE''_f)U_m \eta_2} \quad (3.85)$$

που καταλήγει:

$$E'_T = \frac{U_f \eta_2 U_m (E'_f E_m'^2 U_f + E_f'^2 E'_m U_m \eta_2 + E'_f E_m'' U_f)}{(E_m'^2 + E_m''^2) U_f^2 + E_f' U_m \eta_2 (E'_f U_m \eta_2 + 2E'_m U_f)} \quad (3.86)$$

$$E''_T = \frac{U_f \eta_2 U_m E_f'^2 E_m'' U_m \eta_2}{(E_m'^2 + E_m''^2) U_f^2 + E_f' U_m \eta_2 (E'_f U_m \eta_2 + 2E'_m U_f)} \quad (3.87)$$

με

$$\eta_2 = 0.5$$

Οπότε αντικαθιστώντας, τα διαμήκη και εγκάρσια μέτρα αποθήκευσης και απωλειών προκύπτουν:

$U_f$	$E_L'$ (GPa)	$E_L''$ (GPa)	$E_T'$ (GPa)	$E_T''$ (GPa)
0,1	11,160	0,299	0,875	0,032
0,125	12,933	0,291	1,256	0,040
0,15	14,706	0,283	1,711	0,048
0,175	16,480	0,274	2,244	0,056
0,2	18,253	0,266	2,861	0,063
0,2225	19,849	0,259	3,492	0,070
0,25	21,800	0,249	4,370	0,077
0,275	23,573	0,241	5,275	0,084
0,3	25,346	0,233	6,291	0,091

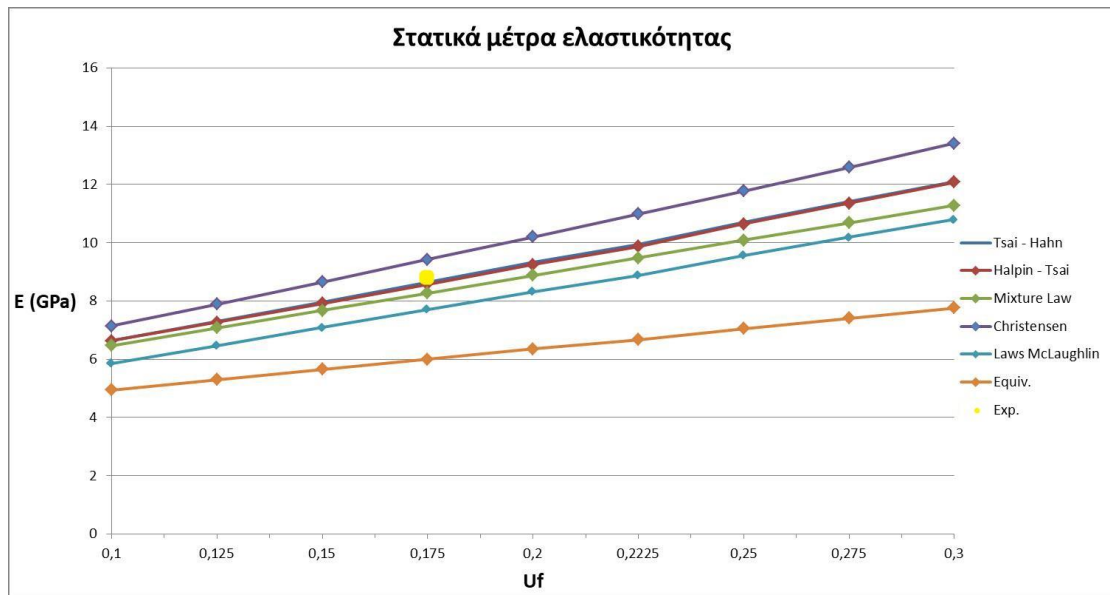
*Πίνακας 3.25: Διαμήκη ( $E_L$ ) και εγκάρσια ( $E_T$ ) μέτρα αποθήκευσης και απωλειών κατά Tsai – Hahn σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο.*

Με τον υπολογισμό αυτών των μέτρων, είμαστε σε θέση να περάσουμε στην προσέγγιση του ενιαίου μέτρου αποθήκευσης και απωλειών με τη βοήθεια των σχέσεων (3.30, 3.31, 3.32, 3.33). Εκτελώντας τους υπολογισμούς, τα μέτρα που εξάγονται είναι:

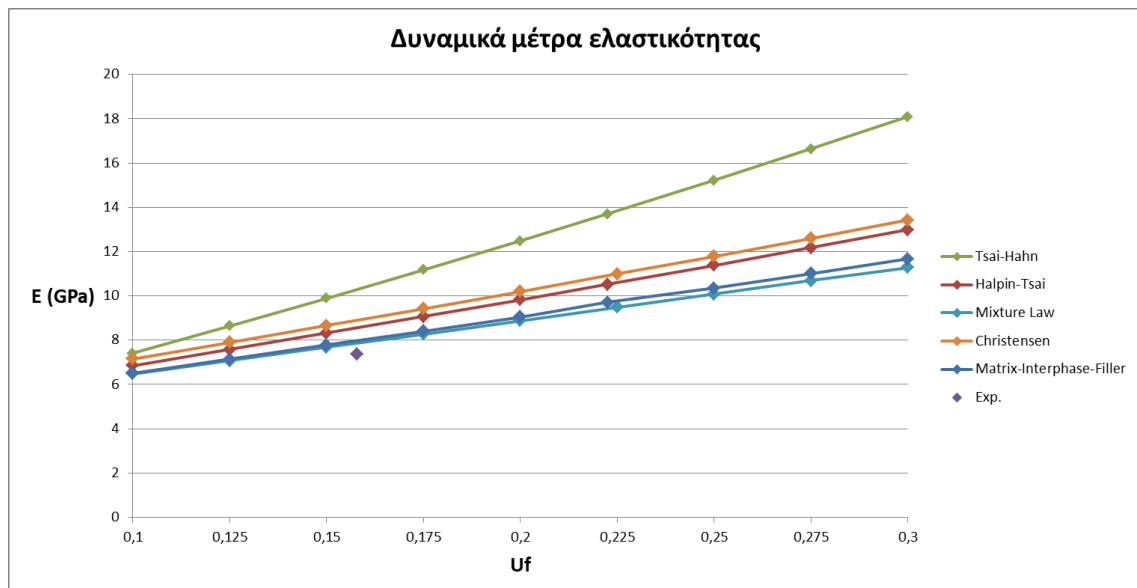
$U_f$	$E'$ (GPa)	$E''$ (GPa)
0,1	6,844	0,938
0,125	7,573	1,043
0,15	8,312	1,149
0,175	9,062	1,256
0,2	9,823	1,364
0,2225	10,517	1,462
0,25	11,380	1,584
0,275	12,177	1,695
0,3	12,989	1,808

*Πίνακας 3.26: Ενιαία μέτρα αποθήκευσης και απωλειών κατά Tsai – Hahn σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο.*

Έχοντας εξάγει τα επιθυμητά αποτελέσματα, τα εισάγουμε σε ένα κοινό διάγραμμα που μας δίνει μια συνολική εικόνα σε ό,τι αφορά τα στατικά και δυναμικά μέτρα ενός σύνθετου υλικού και μέσω αυτού είμαστε σε θέση να κάνουμε και τις πιθανές συγκρίσεις μεταξύ των μεθόδων υπολογισμού τους.



Σχήμα 3.16: Στατικά μέτρα ελαστικότητας διάφορων μεθόδων υπολογισμού σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο.



Σχήμα 3.17: Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας διάφορων μεθόδων υπολογισμού σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα των ινών κατ'όγκο.

Στο Σχήμα 3.16 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά όλα τα στατικά μέτρα ελαστικότητας του σύνθετου υλικού ρητίνης με ίνες γυαλιού τυχαίας διεύθυνσης, σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα κατ'όγκο των ινών, υπολογισμένα σε κάθε περίπτωση με τον ανάλογο τρόπο. Όλα φαίνεται να ακολουθούν την αναμενόμενη ανοδική πορεία πράγμα που επαληθεύει την ορθότητα των εν λόγω υπολογισμών.

Αντίστοιχα, στο Σχήμα 3.17 συγκεντρώνονται όλες οι τιμές των δυναμικών μέτρων ελαστικότητας του σύνθετου υλικού, κι αυτές σε συνάρτηση με την κατ'όγκο περιεκτικότητα των ινών, ακολουθώντας στο ίδιο μοτίβο την ανοδική τους πορεία. Σε αυτό το σχήμα χρησιμοποιήθηκε και η πειραματική τιμή για περιεκτικότητα κατ'όγκο 0.1578 για την οποία υπήρχαν δεδομένα και η δυνατότητα υπολογισμού της.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Έχοντας ολοκληρώσει τους υπολογισμούς των μηχανικών ιδιοτήτων, και κυρίως του μέτρου ελαστικότητας, του σύνθετου υλικού της ρητίνης με ίνες γυαλιού τυχαίας διεύθυνσης, μπορούν να εξαχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Ανεξάρτητα με τη μέθοδο υπολογισμού τους (Νόμος των φάσεων, εξίσωση Christensen, μέθοδος της ισοδύναμης ίνας κλπ), παρατηρείται πως δεν σημειώνονται μεγάλες αποκλίσεις στις επιμέρους τιμές τους συναρτήσει της θερμοκρασίας και της κατ'όγκο περιεκτικότητας των ινών γυαλιού.
- Ακόμα και οι διαθέσιμες πειραματικές τιμές συμφωνούν με τις θεωρητικές ως προς τη συμπεριφορά κατά τη μεταβολή των επιλεγμένων παραμέτρων, πράγμα που επιβεβαιώνει την ορθότητα των αποτελεσμάτων.
- Το τριφασικό μοντέλο, που αποτέλεσε ουσιαστικά το αντικείμενο μελέτης σε σύγκριση με τις υπόλοιπες φόρμουλες υπολογισμού των μηχανικών ιδιοτήτων παρείχε τα αναμενόμενα αποτελέσματα, με τιμές που συμβαδίζουν πλήρως με αυτές των υπόλοιπων θεωριών.

## ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία μελετήθηκε η συμπεριφορά των μοντέλων υπολογισμού των μηχανικών ιδιοτήτων ενός υλικού ρητίνης με ίνες γυαλιού τυχαίας διεύθυνσης με γνώμονα τις παραμετρικές μεταβολές της θερμοκρασίας και της περιεκτικότητας κατ'όγκο των ινών.

Αυτό που θα μπορούσε να μελετηθεί ως συνέχεια των παραπάνω είναι η συμπεριφορά ενός τέτοιου σύνθετου υλικού, αυτή τη φορά όμως με το δεύτερο υλικό να βρίσκεται είτε σε μορφή εγκλείσματος (κόκκου), είτε σε διακεκομμένη μορφή ίνας μιας διεύθυνσης και τα υλικά να μην είναι απαραίτητα ο συνδυασμός πολυμερές – γυαλιού.

Επίσης, θα μπορούσαν να μελετηθούν οι στατικές και δυναμικές μηχανικές ιδιότητες ενός σύνθετου υλικού με παραπάνω από τρεις φάσεις, πράγμα που πιθανώς να κάνει πολύ πιο πολύπλοκους τους υπολογισμούς αλλά και εξίσου ενδιαφέροντα τα αποτελέσματα.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]: Δημήτριος Ρόκας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Διπλωματική εργασία «Μελέτη των δυναμικών μέτρων ελαστικότητας κοκκωδών σύνθετων υλικών και σύγκριση με αποτελέσματα από υπερήχους». 2015
- [2] Ελένη Σπυριδοπούλου, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Διπλωματική εργασία «Μελέτη σύνθετων υλικών (πολυστρωμάτων) ενισχυμένων με ίνες τυχούσης διευθύνσεως σε ασύμμετρη κάμψη». 1993
- [3]: A. Duckworth, “Resin and laminates” University of Manchester, Institute of Science and Technology, 1986
- [4]: C.W.Bert and R.A.Kline, “Planar-Random Fiber Composites, Handbook of Ceramics and Composites, vol. 1, p. 179-201, 1990
- [5] Z. Hashin Complex moduli of viscoelastic composites – II. Fiber reinforced materials, International Journal of Solids and Structures, Vol.6, Issue 6, p. 797-807, (1970)
- [6] R. Christensen, F Waals, Effective Stiffness of randomly oriented fibre composites, Journal of Composite Materials 6, 518-535, (1972)
- [7] M. Knight, H, Hahn, Strength and elastic modulus of a randomly distributed short fiber composite, Journal of Composite Materials 9, (1), 77-90 (1975)
- [8] Theocaris, P.S., Papanikolaou, G.C.: The Effect of Boundary Interphase on the Thermomechanical Behaviour of Composites Reinforced with Short Fibers, J. Fibre Sci. and Techn. 12 (6) p. 421-433 (1979)
- [8] P. S. Theocaris and G. C. Papanikolaou: Variation of glass transition temperature with direction in unidirectional glass fiber-reinforced composites, Colloid & Polymer Sci. 258, 1044-1051 (1980)
- [9] T.H.Lee, Y.C.F. Boy, N.L. Loh, Characterization of a fibre reinforced PPS composite by dynamic mechanical analysis: effect of aspect ratio and static stress, Composites Science and Technology 49, 217-223 (1993)
- [10] Shen, L and Li, J. Effective elastic moduli of composites reinforced by particle or fiber with an inhomogeneous interface, International Journal of Solids and Structures, 40, 1393-1409 (2003)
- [11] L. Sk, S. Chaklaborty, Effective moduli of random short fiber composite: a probabilistic study, Journal of Reinforced Plastics and Composites 23, (7) 751-760 (2004)