



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ**  
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΓΕΝΙΚΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ**

**ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ  $\xi$ ,  $\eta$  ΤΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ  
ΤΗΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ**  
συνδυάζοντας την εξίσωση Laplace και τις δυνατότητες των  
σύγχρονων γεωδαιτικών οργάνων.

**ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ ΑΛΕΞΑΝΔΡΑΚΗΣ**

*διπλωματική εργασία*

Επιβλέπουσα: Ευαγγελία Λάμπρου  
Επίκουρος Καθηγήτρια ΕΜΠ

**ΑΘΗΝΑ ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2011**

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, η οποία υποβλήθηκε στα πλαίσια των προπτυχιακών σπουδών μου στη Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, είχα την βοήθεια και υποστήριξη ορισμένων ανθρώπων, τους οποίους θα ήθελα να ευχαριστήσω.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την **Επίκουρο Καθηγήτρια του ΕΜΠ κα Ευαγγελία Λάμπρου**, για την ανάθεση της διπλωματικής εργασίας καθώς και την συμπαράσταση, βοήθεια και πολύτιμη συμμετοχή της στις εργασίες πεδίου αλλά και τις συμβουλές, παρατηρήσεις και προτάσεις της σε ολόκληρη τη διάρκεια της εκπόνησης αυτής.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον **Επίκουρο Καθηγητή του ΕΜΠ κo Γεώργιο Πανταζή** για την βοήθεια του καθ'όλη την διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής, καθώς και για την συμμετοχή του στις εργασίες πεδίου. Η συνεχής επιστημονική του καθοδήγηση, συνεισφορά, αλλά και η ουσιαστική βοήθεια του ακόμα και εκτός ωραρίου αποτέλεσε σημαντικό παράγοντα στην ολοκλήρωση εργασίας.

Τον αγαπητό μου φίλο και συμφοιτητή **Στέλιο Καποκάκη** για την βοήθεια του στις εργασίες πεδίου, τον προσωπικό χρόνο που αφιέρωσε και τις πολύτιμες γνώσεις του.

## Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία μου ανατέθηκε από το Εργαστήριο Γενικής Γεωδαισίας της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του Ε.Μ.Π. Η εργασία παρουσιάζει μια μεθοδολογία προσδιορισμού των συνιστωσών  $\xi$ ,  $\eta$  της απόκλισης της κατακορύφου.

Η διαφορά της κατακορύφου από την κάθετο στο ελλειψοειδές έχει σαν βασικά αποτελέσματα:

- να διαφέρουν οι αστρονομικές από τις γεωδαιτικές συντεταγμένες κατά μερικές εκατοντάδες μέτρα
- τα γωνιομετρικά όργανα που χρησιμοποιούνται στη γεωδαισία, μετράνε πραγματικές οριζόντιες γωνίες και όχι ανηγμένες γωνίες στο ελλειψοειδές, καθότι ταυτίζουν τον πρωτεύοντα άξονα τους με την κατακόρυφο και όχι με την διεύθυνση της καθέτου στο ελλειψοειδές.

Η απόκλιση της κατακορύφου μας δίνει και την κλίση που σχηματίζει στο εκάστοτε σημείο, το γεωειδές με το ελλειψοειδές αναφοράς. Αν είναι γνωστή η κλίση σε όλη την έκταση της επιφάνειας, τότε μπορεί να βρεθεί η θέση του γεωειδούς ως προς το ελλειψοειδές. Η γνώση της απόκλισης αυτής επιτρέπει να υπολογισθούν οι διαφορές μεταξύ γεωδαιτικών και αστρονομικών συντεταγμένων, να γίνουν οι διορθώσεις στις γωνιομετρήσεις που μετρούνται με γωνιομετρικά όργανα και να προσδιοριστεί το γεωειδές.

Ο αξιόπιστος προσδιορισμός των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου επιτυγχάνεται μέχρι σήμερα με τον προσδιορισμό των αστρονομικών συντεταγμένων  $\Phi$ ,  $\Lambda$ . Οι παλαιότερες μέθοδοι παρουσιάζουν δυσκολίες κυρίως ως προς το βάρος, την εγκατάσταση, την χρήση αλλά και την ακρίβεια του απαραίτητου εξοπλισμού ενώ παράλληλα απαιτείται πολύς χρόνος για τον προγραμματισμό και την διεξαγωγή των παρατηρήσεων. Επίσης, σημαντικό σφάλμα στον προσδιορισμό του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$  εισάγει η δυσκολία σωστού συγχρονισμού του χρονομέτρου με τον παγκόσμιο χρόνο UTC. Πιο σύγχρονες μέθοδοι [Λάμπρου Ε., 2003] εξαλείφουν τα παραπάνω μειονεκτήματα αλλά παρουσιάζουν περιορισμούς κυρίως ως προς την μοναδικότητα του εξοπλισμού.

Βασικός σκοπός της εργασίας είναι να προτείνει μια νέα μεθοδολογία προσδιορισμού των συνιστωσών της απόκλισης της

κατακορύφου, με κύριο σκοπό την αποφυγή του άμεσου προσδιορισμού του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ . Έτσι είναι δυνατό με απλούς γεωδαιτικούς σταθμούς να προσδιοριστούν τα  $\xi$ ,  $\eta$  αποφεύγοντας τις δυσκολίες των παραπάνω μεθόδων.

Ο προσδιορισμός αυτός έγινε με τη χρήση επίγειων, δορυφορικών και αστρογεωδαιτικών μεθόδων. Στην παρούσα εργασία αναφέρονται διεξοδικά οι 3 παραπάνω μέθοδοι σε θεωρητικό αλλά και σε πρακτικό επίπεδο.

Η σπουδαιότητα της παραπάνω εφαρμογής οφείλεται στην δυνατότητα προσδιορισμού των  $\xi$ ,  $\eta$ , χωρίς να απαιτεί τον άμεσο υπολογισμό του Αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ . Η μη ανάγκη υπολογισμού του  $\Lambda$  εξαλείφει και τις δυσκολίες που υπάρχουν για τον ακριβή προσδιορισμό του.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	σελ.
Ευχαριστίες.....	II
Πρόλογος.....	III
Περιεχόμενα.....	V
Πίνακες.....	VII
Φωτογραφίες.....	VIII
Εικόνες.....	VIII
Σχήματα.....	VIII
Περίληψη.....	X
Εισαγωγή.....	1

### Κεφάλαιο 1

#### Περί απόκλισης της κατακορύφου

1.1 Γεωειδές.....	4
1.2 Απόκλιση της κατακορύφου.....	7
1.3 Αστρονομικές συντεταγμένες και Αζιμούθιο .....	9
1.4 Εξίσωση Laplace.....	11
1.5 Προσδιορισμός του υψομέτρου του γεωειδούς N.....	13
1.5.1 Αστρογεωδαιτική χωροστάθμηση.....	14
1.5.2 Αστροβαρυτομετρική χωροστάθμηση.....	16
1.5.3 Γεωδυναμική μοντέλα.....	17
1.6 Το μοντέλο EGM08.....	20

### Κεφάλαιο 2

#### Προσδιορισμός των συνιστωσών $\xi$ , $\eta$ της απόκλισης της κατακορύφου

2.1 Προσδιορισμός $\xi$ , $\eta$ .....	22
2.2 Υπολογισμός Αστρονομικού πλάτους $\Phi$ .....	24
2.2.1 Προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους $\Phi$ με σύγχρονα όργανα.....	25
2.2.2 Προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους $\Phi$ με αυτοβαθμονόμηση.....	27
2.3 Υπολογισμός Αστρονομικού μήκους $\Lambda$ .....	30
2.3.1 Προσδιορισμός του αστρονομικού μήκους $\Lambda$ με σύγχρονα όργανα .....	31
2.4 Προσδιορισμός αστρονομικού αζιμουθίου $A_A$ .....	31

2.4.1 Προσδιορισμός αστρονομικού αζιμουθίου με σύγχρονα.....	35
2.5 Αναγωγές αστρονομικών συντεταγμένων και αζιμουθίων .....	36
2.5.1 Αναγωγή στο μέσο πόλο.....	36
2.5.2 Αναγωγή στο γεωειδές.....	37
2.6 Προσδιορισμός γεωδαιτικών συντεταγμένων $\varphi$ , $\lambda$ και γεωδαιτικού αζιμουθίου $A_G$ .....	38
2.6.1 Το σύστημα GPS .....	38
2.6.2 Το σύστημα GLONASS .....	41
2.6.3 Το σύστημα GALILEO .....	42
2.7 Αβεβαιότητα προσδιορισμού των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου $\xi$ , $\eta$ .....	42

## Κεφάλαιο 3

### Μετρήσεις – Αποτελέσματα

3.1 Αντικείμενο.....	47
3.2 Εξοπλισμός.....	48
3.2.1 Ο γεωδαιτικός σταθμός TDM 5000.....	48
3.2.2 Ο δέκτης Trimble 5800 του συστήματος GPS.....	51
3.2.3 Βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης.....	52
3.3 Σχεδιασμός των αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων.....	53
3.4 Διαδικασία μετρήσεων.....	56
3.4.1 Προσανατολισμός του γεωδαιτικού σταθμού.....	57
3.4.2 Προσδιορισμός αστρονομικού αζιμουθίου.....	58
3.4.3 Αναγνώριση αστέρων.....	58
3.5 Πειραματικές σειρές παρατηρήσεων.....	59
3.6 Αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις στο Λαμπαδάριο.....	62
3.7 Μέτρηση της βάσης Λαμπαδάριο - Λυκαβηττός.....	64
3.8 Υπολογισμοί.....	66
3.8.1 Υπολογισμός γεωδαιτικού αζιμουθίου.....	66
3.8.2 Υπολογισμός αστρονομικού αζιμουθίου.....	69
3.8.3 Υπολογισμός του αστρονομικού πλάτους $\Phi$ .....	70
3.8.4 Υπολογισμός των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου $\xi$ , $\eta$ .....	71
3.8.5 Υπολογισμός του αστρονομικού πλάτους $\Phi$ με αυτοβαθμονόμηση.....	72
3.8.6 Στατιστικός έλεγχος και επιλογή μεθόδου.....	72

## **Κεφάλαιο 4**

### **Συγκρίσεις**

4.1 Υπολογισμός $\xi$ , $\eta$ από παγκόσμια μοντέλα.....	74
4.2 Σύγκριση των τιμών του αστρονομικού πλάτους $\Phi$ .....	74
4.3 Σύγκριση των τιμών των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου $\xi$ , $\eta$ .....	75

## **Κεφάλαιο 5**

### **Συμπεράσματα**

5.1 Συμπεράσματα.....	77
5.2 Προτάσεις.....	79

<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>80</b>
<b>Δικτυακοί Τόποι.....</b>	<b>81</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>82</b>

### **ΠΙΝΑΚΕΣ**

Πίνακας 2.1 : Περιγραφή Μοντέλων.....	28
Πίνακας 2.2 : Εξισώσεις και παράμετροι μοντέλων.....	29
Πίνακας 3.1 : Σχεδιασμός παρατηρήσεων για την 6-5-2010.....	61
Πίνακας 3.2 : Αζιμούθιο Πολικού Αστέρα την 6-5-2010.....	61
Πίνακας 3.3 : Παρατηρούμενοι αστέρες στο Λαμπαδάριο την 13-5-2010.....	63
Πίνακας 3.4 : Αζιμούθιο Πολικού Αστέρα στο Λαμπαδάριο την 13-5-2010.....	63
Πίνακας 3.5 : Πίεση και θερμοκρασία στον Λαμπαδάριο την 13-5-2010.....	64
Πίνακας 3.6: Το ύψος κάθε κεραίας στο βάθρο.....	67
Πίνακας 3.7 : Αποτελέσματα μέτρησης της βάσης Λαμπαδάριο-Λυκαβηττός.....	67
Πίνακας 3.8 : Γεωδαιτικό αζιμούθιο Βάσης Λαμπαδάριο – Λυκαβηττός .....	67
Πίνακας 3.9 : Αστρονομικό αζιμούθιο από το βάθρο Λαμπαδαρίου.....	69
Πίνακας 3.10: Επίλυση για τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμουθίου.....	69
Πίνακας 3.11: Υπόλοιπα μετρήσεων από τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμουθίου.....	70
Πίνακας 3.12 : Αποτελέσματα αστρονομικών παρατηρήσεων.....	71
Πίνακας 3.13: Συνιστώσες αποκλίσεως της κατακορύφου.....	71

Πίνακας 3.14: Αποτελέσματα αστρονομικού πλάτους $\Phi$ από αυτοβαθμονόμηση.....	72
Πίνακας 3.15: Στατιστικός έλεγχος.....	73
Πίνακας 4.1 : Συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου υπολογισμένες από τα EGM96 και EGM08.....	74
Πίνακας 4.2: Σύγκριση τιμών αστρονομικού πλάτους $\Phi$ .....	75
Πίνακας 4.3: Σύγκριση $\xi, \eta$ .....	75

## **ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΕΣ**

Φωτογραφία 3.1 : Ο γεωδαιτικός σταθμός TDM 5000.....	50
Φωτογραφία 3.2 : Ο δέκτης Trimble 5800.....	52
Φωτογραφία 3.3 : Βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης.....	52
Φωτογραφία 3.4 : Βραχίονας κέντρωσης.....	53
Φωτογραφία 3.5 : Ο δορυφορικός δέκτης Trimble 5800 με την βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης στο βάθρο Λυκαβηττού.....	63
Φωτογραφία 3.6 : Το βάθρο Λυκαβηττού (Κάτοψη) .....	64

## **EΙΚΟΝΕΣ**

Εικόνα 2.1 : Αναπαράσταση του βορινού τμήματος του ουρανού, όπως φαίνεται από την Ελλάδα ένα καλοκαιρινό βράδυ .....	35
Εικόνα 3.1 : Η βάση Λαμπαδάριο – Λυκαβηττός.....	48
Εικόνα 3.2 : Προσομοίωση ουράνιας σφαίρας από το ψηφιακό πλανητάριο Skymap.....	54
Εικόνα 3.3: Σφαιρικό τρίγωνο.....	68

## **ΣΧΗΜΑΤΑ**

Σχήμα 1.1 : Ισοδυναμικές επιφάνειες.....	5
Σχήμα 1.2 : Γεωειδές και ελλειψοειδές.....	6
Σχήμα 1.3 : Σχηματική απεικόνιση υψομέτρων.....	6
Σχήμα 1.4 : Απόκλιση της κατακορύφου.....	8
Σχήμα 1.5 : Αστρονομικό σύστημα.....	10
Σχήμα 1.6 : Αστρονομικό αζιμούθιο.....	11
Σχήμα 1.7 :Μοναδιαία σφαίρα παρατηρώντας την από το ζενίθ. Επίδραση της απόκλισης της κατακορύφου στην μέτρηση γωνιών.....	12
Σχήμα 1.8 : Αστρογεωδαιτική χωροστάθμηση.....	15
Σχήμα 2.1 : Τομή καθέτου και κατακορύφου στην επιφάνεια της Γης.....	22
Σχήμα 2.2 : Τοποκεντρική μοναδιαία σφαίρα.....	23



Σχήμα 2.3 : Αστρονομικό αζιμούθιο.....	32
Σχήμα 2.4 : Τρίγωνο θέσης ενός αστέρα.....	33
Σχήμα 2.5 : Αρχή λειτουργίας GPS για τον απόλυτο προσδιορισμό θέσης (Leica).....	39
Σχήμα 2.6 : Αρχή λειτουργίας GPS για τον σχετικό εντοπισμό θέσης (Leica).....	41
Σχήμα 2.7 : Αβεβαιότητα προσδιορισμού $\xi$ με $\sigma_{\varphi} = 0''.001$ .....	44
Σχήμα 2.8 : Αβεβαιότητα προσδιορισμού $\xi$ με $\sigma_{\varphi} = 0''.01$ .....	44
Σχήμα 2.9: Αβεβαιότητα προσδιορισμού $\eta$ με $\sigma_{A_G} = \pm 0''.001$ και $\Delta A = 1''$ .....	45
Σχήμα 2.10: Αβεβαιότητα προσδιορισμού $\eta$ με $\sigma_{A_G} = \pm 0''.01$ και $\Delta A = 1''$ .....	46

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας προσδιορισμού των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου σε κάποιο σημείο, χρησιμοποιώντας την εξίσωση Laplace και χωρίς τον πρωτύτερο υπολογισμό του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ . Για την περάτωση της εργασίας πραγματοποιήθηκαν αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις αλλά και μετρήσεις με το σύστημα GPS.

Η εργασία αποτελείται από 5 κεφάλαια.

**Το πρώτο κεφάλαιο** αναφέρεται περί της απόκλισης της κατακορύφου. Παρουσιάζονται μεγέθη τα οποία είναι άμεσα συνδεδεμένα με αυτή καθώς και η εξίσωση Laplace. Επίσης γίνεται αναφορά στο γεωειδές.

**Στο δεύτερο κεφάλαιο** παρουσιάζονται μέθοδοι προσδιορισμού των αστρονομικών συντεταγμένων  $\Phi$  και  $\Lambda$ , του αστρονομικού αζιμουθίου  $A_A$  και οι αναγωγές οι οποίες πρέπει να γίνουν. Αναπτύσσεται η τεχνολογία του συστήματος παγκόσμιου εντοπισμού GPS, με το οποίο προσδιορίζονται οι γεωδαιτικές συντεταγμένες  $\varphi$ ,  $\lambda$  του σημείου, καθώς και το γεωδαιτικό αζιμούθιο  $A_G$ . Τέλος, αναλύεται η μέθοδος προσδιορισμού των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου  $\xi$ ,  $\eta$  που μελετάται στην παρούσα εργασία.

**Στο τρίτο κεφάλαιο** αναφέρεται η διαδικασία προσδιορισμού των παραπάνω μεγεθών. Παρουσιάζονται ο εξοπλισμός που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, ο σχεδιασμός και η προεργασία των παρατηρήσεων, καθώς και η διαδικασία των μετρήσεων καθεαυτή. Επίσης, αναλύονται οι υπολογισμοί και η επεξεργασία των παρατηρήσεων.

**Στο τέταρτο κεφάλαιο** γίνονται οι συγκρίσεις των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την παρούσα εργασία με τιμές από άλλες εργασίες και γεωδυναμικά μοντέλα.

**Τέλος στο πέμπτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν αλλά και τα προβλήματα και οι δυσκολίες που αντιμετώπισθηκαν στη διαδικασία των μετρήσεων.

Το βασικό συμπέρασμα της εργασίας είναι ότι η μεθοδολογία που παρουσιάζεται επιτυγχάνει ικανοποιητική ακρίβεια σε σχέση με

παλαιότερες μεθόδους, δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα με σχετικά εύκολη διαδικασία. Επίσης, η μεθοδολογία δεν απαιτεί ειδικές γνώσεις ή εξοπλισμό ο οποίος είναι σε περιορισμένη διάθεση.

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η επιστήμη της γεωδαισίας έχει ως κύριο στόχο τον προσδιορισμό του γεωειδούς. Για τον προσδιορισμό του γεωειδούς είναι απαραίτητη η γνώση του ορθομετρικού υψομέτρου  $H$  που ορίζεται ως η απόσταση του σημείου από το γεωειδές κατά τη διεύθυνση της καθέτου αλλά και η γνώση του γεωμετρικού υψόμετρου  $h$  που ορίζεται ως η απόσταση του σημείου από το ελλειψοειδές κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου. Η σύνδεση των γεωμετρικών υψομέτρων με τα ορθομετρικά υψόμετρα στην ίδια υψομετρική επιφάνεια επιτυγχάνεται μόνο αν είναι γνωστό το υψόμετρο του γεωειδούς  $N$ , δηλαδή η απόσταση του γεωειδούς από το ελλειψοειδές.

Η θέση ενός σημείου στη  $\Phi.G.E.$  προσδιορίζεται από τις γεωδαιτικές συντεταγμένες  $\varphi, \lambda$  σε ένα επιλεγμένο ελλειψοειδές αναφοράς και από τη τρίτη διάσταση, το γεωμετρικό υψόμετρο  $h$ .

Ο προσδιορισμός των γεωδαιτικών συντεταγμένων  $\varphi, \lambda, h$  σε κάθε σημείο της  $\Phi.G.E.$  μπορεί να επιτευχθεί σήμερα εύκολα μέσω του συστήματος παγκόσμιου εντοπισμού  $G.P.S.$  με ικανοποιητική ακρίβεια στον προσδιορισμό των  $\varphi, \lambda$  και μικρότερη ακρίβεια για το γεωμετρικό υψόμετρο  $h$ .

Για να αξιοποιηθούν στην πράξη τα γεωμετρικά υψόμετρα  $h$  που εύκολα υπολογίζονται από τα σύγχρονα δορυφορικά συστήματα εντοπισμού, πρέπει να μετατραπούν σε ορθομετρικά  $H$ , με την ακριβή γνώση του υψόμετρου  $N$  του γεωειδούς, που συνήθως χρησιμοποιούνται στις εφαρμογές, σύμφωνα με τη σχέση  $H=h-N$  και είναι δυνατός ο υψομετρικός συσχετισμός μεγάλων τμημάτων της  $\Phi.G.E.$

Για τον προσδιορισμό του υψόμετρου  $N$  του γεωειδούς έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι, οι οποίες βασίζονται, είτε στον προσδιορισμό των συνιστωσών  $\xi, \eta$  της απόκλισης της κατακορύφου σε κάποιο σημείο της  $\Phi.G.E.$ , είτε στον προσδιορισμό των μεταβολών  $\Delta g$  της βαρύτητας. Επίσης οι συντεταγμένες  $\xi, \eta$  καθώς και το υψόμετρο  $N$  είναι απαραίτητα στοιχεία για τις αναγωγές των επίγειων μετρήσεων στα γεωδαιτικά δίκτυα. Ο πλέον ακριβής και αξιόπιστος προσδιορισμός των  $\xi, \eta$  επιτυγχάνεται μόνο με τον προσδιορισμό των αστρονομικών συντεταγμένων  $\Phi, \Lambda$  σε κάποιο σημείο της  $\Phi.G.E.$  και των αντίστοιχων γεωδαιτικών συντεταγμένων  $\varphi, \lambda$  σε επιλεγμένο σύστημα αναφοράς.

Ο προσδιορισμός των αστρονομικών συντεταγμένων  $\Phi, \Lambda$  γίνεται με μετρήσεις γωνιών και χρόνου προς αστέρες οι οποίοι βρίσκονται σε

συγκεκριμένες θέσεις, σε συγκεκριμένο χρόνο, πάνω στην ουράνια σφαίρα και κατάλληλη επεξεργασία μετρήσεων αυτών. Παράλληλα, ο προσδιορισμός του αστρονομικού αζιμουθίου μιας διεύθυνσης μπορεί να γίνει με αξιοπιστία και ακρίβεια μόνο με αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις.

Η μεθοδολογία που παλαιότερα μπορούσε να αντιμετωπίσει το πρόβλημα προσδιορισμού αστρονομικού αζιμουθίου και αστρονομικών συντεταγμένων εμφανίζει τα παρακάτω μειονεκτήματα:

Απαιτείται πολύς χρόνος για τον προγραμματισμό των μετρήσεων και την επιλογή των κατάλληλων αστέρων.

Το συνολικό βάρος του χρησιμοποιούμενου εξοπλισμού (αστρονομικά θεοδόλιχα  $I^{ns}$  τάξης και χρονόμετρα) φθάνει ή και ξεπερνά τα 100Kgr [Wild, 1947], [Kern, 1968]. Η μεταφορά ενός τέτοιου εξοπλισμού είναι ιδιαίτερα δύσκολη και απαιτεί προσωπικό.

Η εγκατάσταση του συστήματος στο σημείο παρατήρησης και η αποκατάσταση των συνθηκών λειτουργίας του είναι μια δύσκολη και ιδιαίτερα πολύπλοκη διαδικασία που απαιτεί ειδικές γνώσεις και χρόνο τουλάχιστο δύο ωρών.

Η ακρίβεια ανάγνωσης των οργάνων είναι  $0^{cc}.3$  για τις οριζόντιες και  $0^{cc}.6$  για τις κατακόρυφες γωνίες [Wild Heerbrugg, 1947], [Kern, 1968] ενώ τόσο η ανάγνωση των μετρήσεων από το μικρόμετρο, όσο και η δια χειρός καταγραφή εμπεριέχουν συστηματικά ή τυχαία σφάλματα που επιβαρύνουν αφενός το χρόνο των μετρήσεων και αφετέρου την τελική ακρίβεια προσδιορισμού, η οποία δεν ξεπερνά τα μερικά δέκατα του δευτερολέπτου τόξου.

Για τον προσδιορισμό των αστρονομικών συντεταγμένων  $\Phi$ ,  $\Lambda$   $I^{ns}$  τάξης απαιτείται η παρατήρηση αρκετών αστέρων, αφού σε κάθε αστέρα πραγματοποιούνται περίπου 20 παρατηρήσεις. Αξίζει μάλιστα να αναφερθεί ότι άλλοι αστέρες σκοπεύονται για τον προσδιορισμό του  $\Phi$  και διαφορετικοί για τον αντίστοιχο προσδιορισμό του  $\Lambda$ . Αυτό επιβαρύνει το χρόνο παραμονής στο ύπαιθρο για περισσότερες από 8 ώρες κάθε νύκτα και απαιτεί παρατηρήσεις για τουλάχιστον 3 νύκτες.

Η δυσκολία σωστού συγχρονισμού του χρονομέτρου με τον παγκόσμιο χρόνο UTC καθώς και η ανάγνωση και καταγραφή του με τη χρήση ειδικών ταινιών, ήταν μια διαδικασία χρονοβόρα η οποία εισάγει

σημαντικό σφάλμα στον προσδιορισμό του αστρονομικού μήκους  $\Delta$  κυρίως.[Λάμπρου Ε., 2003]

Η μεθοδολογία προσδιορισμού των αστρονομικών συντεταγμένων με σύγχρονα όργανα [Λάμπρου Ε., 2003] , αντιμετωπίζει όλα τα παραπάνω προβλήματα. Χρησιμοποιεί ένα σύστημα που αποτελείται από έναν ψηφιακό γεωδαιτικό σταθμό υψηλής ακρίβειας και έναν δέκτη του συστήματος GPS. Το μειονέκτημα αυτής της μεθοδολογίας είναι η αρχή λειτουργίας του, όπου απαιτεί ειδική συνδεσμολογία, με αποτέλεσμα ο συγκεκριμένος εξοπλισμός να είναι μοναδικός.

Ο στόχος αυτής της εργασίας είναι η εφαρμογή ενός εναλλακτικού τρόπου υπολογισμού των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου  $\xi$ , η με αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις σε συνδυασμό με παρατηρήσεις GPS και χρήση της εξίσωσης Laplace αντιμετωπίζοντας τα παραπάνω προβλήματα.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## Περί απόκλισης της κατακορύφου

### 1.1 Το Γεωειδές

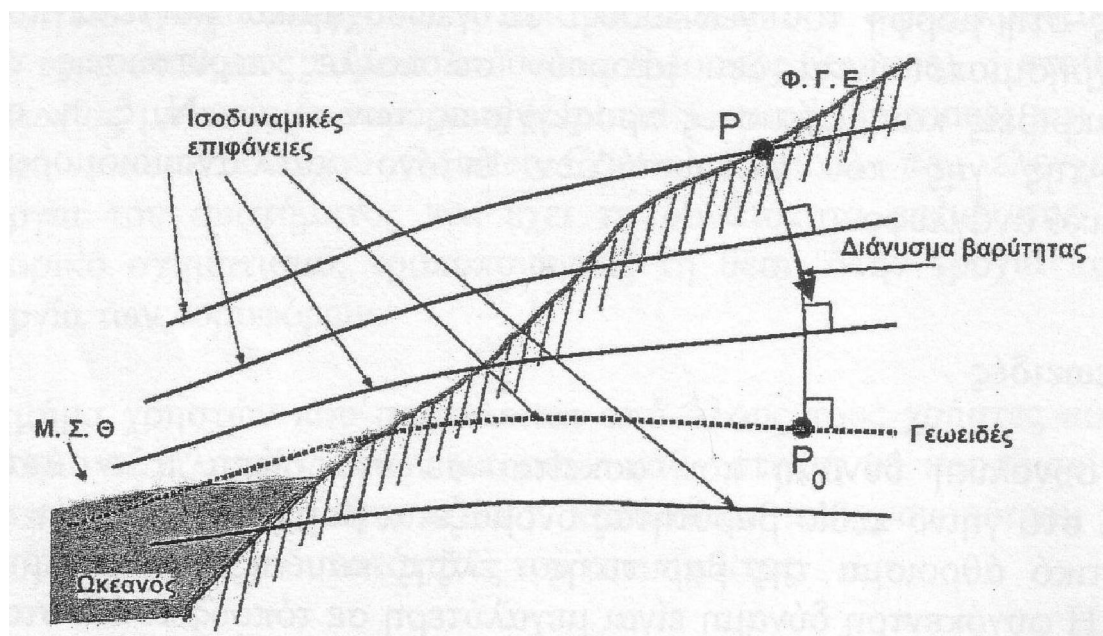
Η συνολική δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα όταν αυτό βρίσκεται στο γήινο πεδίο βαρύτητας ονομάζεται βαρύτητα  $g$ . Είναι το διανυσματικό άθροισμα της βαρυτικής έλξης και της φυγόκεντρης δύναμης. Η φυγόκεντρη δύναμη είναι μεγαλύτερη σε τόπους κοντά στον ισημερινό από ότι σε τόπους με μεγάλο  $\varphi$ .

Αν η γη ήταν ομοιογενής σφαίρα, η βαρύτητα θα είχε την ίδια τιμή σε κάθε σημείο της επιφάνειας της. Στην πραγματικότητα όμως τόσο η διαφοροποίηση του σχήματος της από αυτό της σφαίρας, όσο και οι μεταβολές των πυκνοτήτων που παρατηρούνται και η περιστροφική κίνηση που κάνει, προκαλούν μεταβολές στην τιμή της βαρύτητας.

Η μεταβολή της τιμής της βαρύτητας  $g$  εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος  $\varphi$  ενός τόπου και κυμαίνεται μεταξύ 978gal στον ισημερινό και 983gal στους πόλους ( $1\text{gal}=1\text{cm}/\text{sec}^2$ ). Επίσης η τιμή της βαρύτητας μεταβάλλεται με το υψόμετρο.

Αν θεωρηθεί ότι ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής, με μάζα  $M$  ίση με τη μάζα της γης, πλησιάζει περισσότερο το σχήμα της γης, τότε η επιφάνειά του είναι ισοδυναμική επιφάνεια του πεδίου βαρύτητας. Το πεδίο βαρύτητας αυτού του ελλειψοειδούς ονομάζεται “κανονικό” πεδίο βαρύτητας. Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $\sigma'$  αυτό το ελλειψοειδές ονομάζεται κανονική βαρύτητα  $\gamma$ . [Βέης, κ.α, 1995]

Η ισοδυναμική επιφάνεια έλξης και περιστροφής της γης, που πλησιάζει περισσότερο τη “φυσική πραγματικότητα” είναι η επιφάνεια του γεωειδούς, η οποία είναι σε κάθε σημείο της κάθετη στην διεύθυνση της κατακορύφου (διεύθυνση του διανύσματος της βαρύτητας) και προσεγγίζει περισσότερο τη μέση στάθμη της θάλασσας (σχήμα 1.1). Η μ.σ.θ. θεωρείται ότι έχει διορθωθεί από τις επιδράσεις των μεταβολών της πυκνότητας του νερού των θαλασσών, των κυμάτων, των παλιρροιών και των ρευμάτων. Το γεωειδές χρησιμοποιείται συνήθως ως επιφάνεια αναφοράς των υψομέτρων διότι η μ.σ.θ. προσφέρεται ως αφετηρία μέτρησης των υψομέτρων. [Λάμπρου Ε., 2003]



Σχήμα 1.1: Ισοδυναμικές επιφάνειες

Η χρήση όμως του γεωειδούς ως επιφάνεια αναφοράς για τον προσδιορισμό απολύτων και σχετικών θέσεων οριζοντιογραφικά είναι ιδιαίτερα δύσκολη διότι δεν εκφράζεται με απλές μαθηματικές σχέσεις. Έτσι για τον προσδιορισμό της οριζοντιογραφικής θέσης σημείων ως επιφάνεια αναφοράς χρησιμοποιείται η επιφάνεια ενός ελλειψοειδούς εκ περιστροφής.

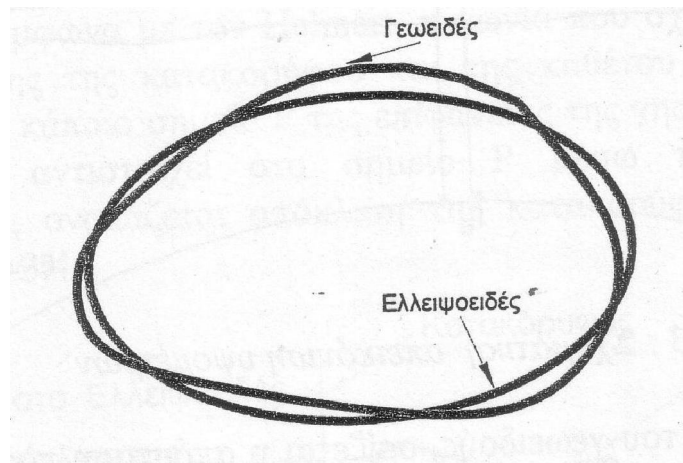
Στη γεωδαισία τα όργανα μέτρησης αναφέρονται στην επιφάνεια του γεωειδούς. Οι μετρήσεις γίνονται όταν το όργανο είναι οριζοντιωμένο, όταν δηλαδή ο πρωτεύων άξονας του ταυτίζεται με την κατακόρυφο του τόπου στο σημείο όπου τοποθετείται το όργανο. [Βέης, κ.α., 1995]

Το γεωειδές δεν ταυτίζεται απόλυτα με την επιφάνεια ενός ελλειψοειδούς εκ περιστροφής (σχήμα 1.2) σε όλα τα σημεία του. Αυτό οφείλεται στην ανώμαλη κατανομή μαζών, με διαφορετικές πυκνότητες, στο στερεό φλοιό της γης.

Για να προσδιοριστεί η μορφή του γεωειδούς ως προς ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής, αρκεί να υπολογιστούν τα υψόμετρα  $N$  του γεωειδούς.

Το υψόμετρο ενός σημείου είναι η τρίτη διάσταση για τον προσδιορισμό της θέσης του πάνω στη Φ.Γ.Ε. και ορίζεται ως η απόσταση του σημείου πάνω από κάποια ισοδυναμική επιφάνεια αναφοράς.



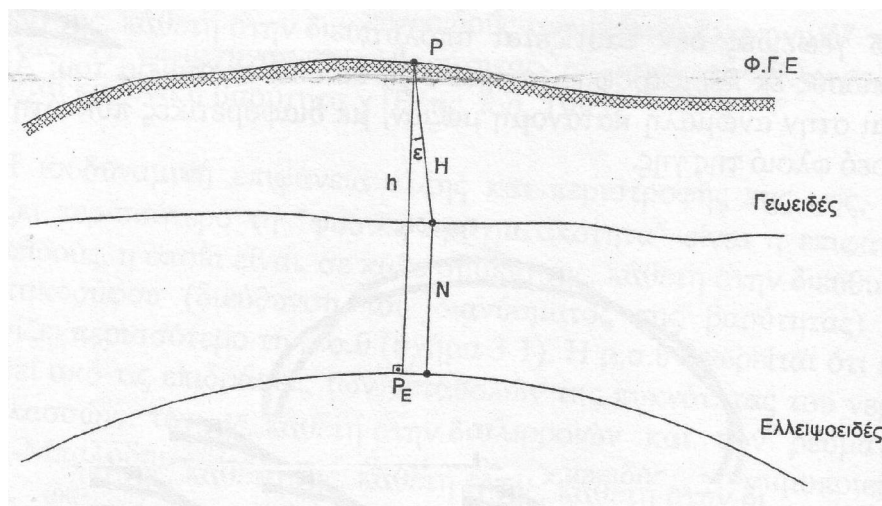


Σχήμα 1.2 : Γεωειδές και ελλειψοειδές

Ως επιφάνεια αναφοράς, με μηδενικό υψόμετρο, θεωρείται η μ.σ.θ. που είναι μια “βολική” επιφάνεια, η οποία πλησιάζει περισσότερο στη μορφή του γεωειδούς και μπορεί να θεωρηθεί με ικανοποιητική προσέγγιση σφαιρική, για μια μικρή έκταση.

Ως ορθομετρικό υψόμετρο  $H$  ενός σημείου  $P$  της Φ.Γ.Ε., ορίζεται η απόσταση του από το γεωειδές ή από τη μ.σ.θ., η οποία μετράται κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου (σχήμα 1.3)

Κάθε σημείο  $P$  της Φ.Γ.Ε. αντιστοιχεί αμφιμονοσήμαντα σ’ ένα σημείο του ελλειψοειδούς  $P_E$ , που υλοποιείται με το ίχνος της καθέτου στο ελλειψοειδές που περνά από το σημείο  $P$  (ορισμός κατά Helmert). Τα δύο αυτά σημεία έχουν τις ίδιες συντεταγμένες  $\varphi, \lambda$  ενώ η απόσταση  $P_E - P$ , ονομάζεται γεωμετρικό υψόμετρο  $h$  [Λάμπρου Ε., 2003].



Σχήμα 1.3 : Σχηματική απεικόνιση υψομέτρων

Ως υψόμετρο  $N$  του γεωειδούς, ορίζεται η απόσταση που δίνει τη διαφορά αυτής της θέσης γεωειδούς – ελλειψοειδούς σε κάθε σημείο της Φ.Γ.Ε. Ορίζεται πάνω στην κάθετο στο ελλειψοειδές αναφοράς και με φορά αντίθετη προς το διάνυσμα της κανονικής βαρύτητας. Οι τιμές που μπορεί να πάρει σε όλη τη γη είναι από  $-100\text{m}$  στον Ινδικό ωκεανό έως  $+80\text{m}$  στον βόρειο Ατλαντικό ωκεανό μέχρι με  $\text{rms} \pm 30\text{m}$ .

Η σχέση που συνδέει τα υψόμετρα είναι:

$$h=H+N \quad (1.1)$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει επειδή η γωνία που σχηματίζει η κάθετος στο ελλειψοειδές αναφοράς και η κατακόρυφος στο σημείο, είναι πολύ μικρή. [Λάμπρου Ε., 2003]

## 1.2 Η απόκλιση της κατακόρυφου.

Οι γεωδαιτικές συντεταγμένες ενός σημείου με την προϋπόθεση ότι αναφέρονται σε ένα datum που έχει επιλεγεί κατά τον καλύτερο τρόπο, δεν διαφέρουν πολύ από τις αστρονομικές συντεταγμένες του σημείου αυτού. Αυτό οφείλεται στο ότι η κατακόρυφος δεν διαφέρει πολύ από την κάθετο στο ελλειψοειδές ή με άλλα λόγια, το γεωειδές δεν προσαρμόζεται πολύ καλά σε ένα ελλειψοειδές. Οι διαφορές αυτές των συντεταγμένων είναι γενικά μικρότερες από  $10''$  ή  $300\text{m}$  περίπου στην επιφάνεια της γης, αν και πρέπει να σημειωθεί ότι στην Ελλάδα, επειδή το πεδίο βαρύτητας είναι πολύ ανώμαλο, φτάνουν και υπερβαίνουν σε μερικές περιοχές και τα  $20''$ , δηλαδή τα  $600\text{m}$  περίπου.

Η γωνία που σχηματίζει η κατακόρυφος με την κάθετο ονομάζεται απόκλιση της κατακόρυφου. Όσο πιο μεγάλη είναι η απόκλιση αυτή, τόσο περισσότερο διαφέρουν οι αστρονομικές από τις γεωδαιτικές συντεταγμένες και τόσο μεγαλύτερο σφάλμα γίνεται στους υπολογισμούς στο ελλειψοειδές χρησιμοποιώντας τις οριζόντιες γωνίες που μετρούνται.

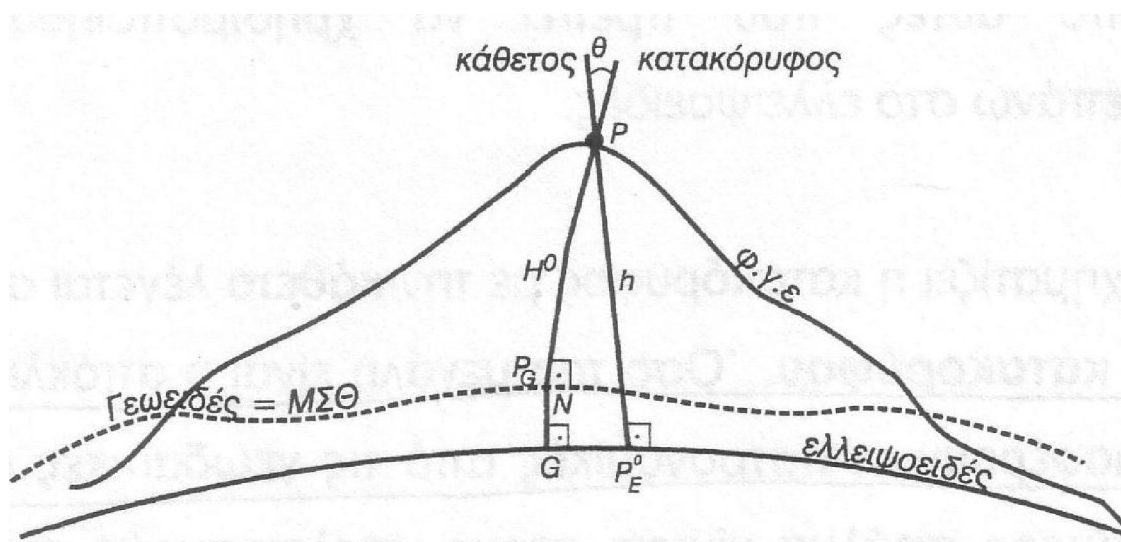
Η μη σύμπτωση της κατακόρυφου με την κάθετο στο ελλειψοειδές, εκτός από το ότι έχει ως αποτέλεσμα να διαφέρουν οι αστρονομικές από τις γεωδαιτικές συντεταγμένες κατά μερικές εκατοντάδες μέτρα, δημιουργεί και ένα άλλο πρόβλημα. Επειδή τα γωνιομετρικά όργανα που χρησιμοποιούνται στην γεωδαισία ταυτίζουν τον πρωτεύοντα άξονα τους με την κατακόρυφο, χρησιμοποιώντας ειδικές αεροστάθμες, μετρούν πραγματικές οριζόντιες γωνίες και όχι τις ανηγμένες στο ελλειψοειδές κατά την διεύθυνση της καθέτου. Έτσι, όσο πιο πολύ διαφέρει η

κατακόρυφος από την κάθετο, τόσο πιο μεγάλη διαφορά θα υπάρχει στις οριζόντιες γωνίες που μετρούνται, από αυτές που πρέπει να χρησιμοποιηθούν για τους υπολογισμούς επάνω στο ελλειψοειδές.

Η απόκλιση της κατακόρυφου μας δίνει ταυτόχρονα και την κλίση που σχηματίζει στο σημείο αυτό το γεωειδές με το ελλειψοειδές αναφοράς. Αν όμως είναι γνωστή η κλίση μίας επιφάνειας ως προς μια άλλη, σε όλη της την έκταση, μπορεί να βρεθεί με ολοκλήρωση η αποχή της, δηλαδή να βρεθεί η θέση του γεωειδούς ως προς το ελλειψοειδές.

Απ'όλα αυτά φαίνεται ότι η απόκλιση της κατακόρυφου παίζει μεγάλη σημασία στην γεωδαισία και επιτρέπει να υπολογισθούν οι διαφορές μεταξύ γεωδαιτικών και αστρονομικών συντεταγμένων, να γίνουν οι διορθώσεις στις γωνιομετρήσεις που μετρούνται με γωνιομετρικά όργανα και να προσδιορισθεί το γεωειδές. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στις εργασίες αυτές λέγονται αστρογεωδαιτικές μέθοδοι, επειδή κάνουν χρήση των αστρονομικών και γεωδαιτικών στοιχείων. Βέβαια οι αστρογεωδαιτικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται σε εργασίες ακριβείας ή πολύ μεγάλης έκτασης επειδή μόνο σε τέτοιες εργασίες η παραδοχή ότι η κάθετος και η κατακόρυφος ταυτίζονται δεν ικανοποιεί τις απαιτήσεις και τις προδιαγραφές.

Απόκλιση της κατακόρυφου κατά Helmert, είναι η γωνία ( $\theta$ ) πάνω στην επιφάνεια της γης, μεταξύ των διευθύνσεων της κατακόρυφου που περνά από το σημείο και της καθέτου από το σημείο στο ελλειψοειδές αναφοράς (σχήμα 1.4).



Σχήμα 1.4: Απόκλιση της κατακόρυφου

Αν η κάθετος αναφέρεται στο γήινο ελλειψοειδές (το γεωκεντρικό) η απόκλιση λέγεται **απόλυτη**, ενώ αν αναφέρεται στο ελλειψοειδές ενός γεωδαιτικού συστήματος (datum) τότε η απόκλιση λέγεται **σχετική**. Είναι φανερό ότι η απόκλιση της κατακορύφου εξαρτάται από τις διαστάσεις του ελλειψοειδούς αναφοράς και από τη θέση του σε σχέση με το κέντρο μάζας της γης.

Αφού η κάθετος συνδέεται με τις γεωγραφικές ή τις γεωδαιτικές συντεταγμένες  $\phi$  και  $\lambda$ , ενώ η κατακορύφος με τις αστρονομικές  $\Phi$  και  $\Lambda$ , η απόκλιση της κατακορύφου θα πρέπει να συνδέεται με τα μεγέθη αυτά. Ως διανυσματικό μέγεθος που είναι, η απόκλιση της κατακορύφου αναλύεται συνήθως σε δύο συνιστώσες, την  $\xi$  και την  $\eta$ , κατά τη διεύθυνση του μεσημβρινού και του πρώτου κάθετου επιπέδου στον μεσημβρινό αντίστοιχα. Οι  $\xi$  και  $\eta$  είναι θετικές όταν η κατακορύφος βρίσκεται αντίστοιχα βόρεια και ανατολικά της καθέτου. [Βέης Γ., 2005]

### **1.3 Αστρονομικές συντεταγμένες και αζιμούθιο**

Για τον ορισμό ενός αστρονομικού συστήματος αναφοράς πρέπει αρχικά να οριστούν διευθύνσεις, δηλαδή ελεύθερα μοναδιαία διανύσματα σύμφωνα με την αντιστοιχία του απειροσυνόλου των μοναδιαίων διανυσμάτων με το σύνολο των σημείων μιας σφαιρικής επιφάνειας. Η επιφάνεια αναφοράς της γεωδαιτικής αστρονομίας είναι η μοναδιαία σφαίρα που έχει ακτίνα ίση με τη μονάδα και ονομάζεται ουράνια σφαίρα.

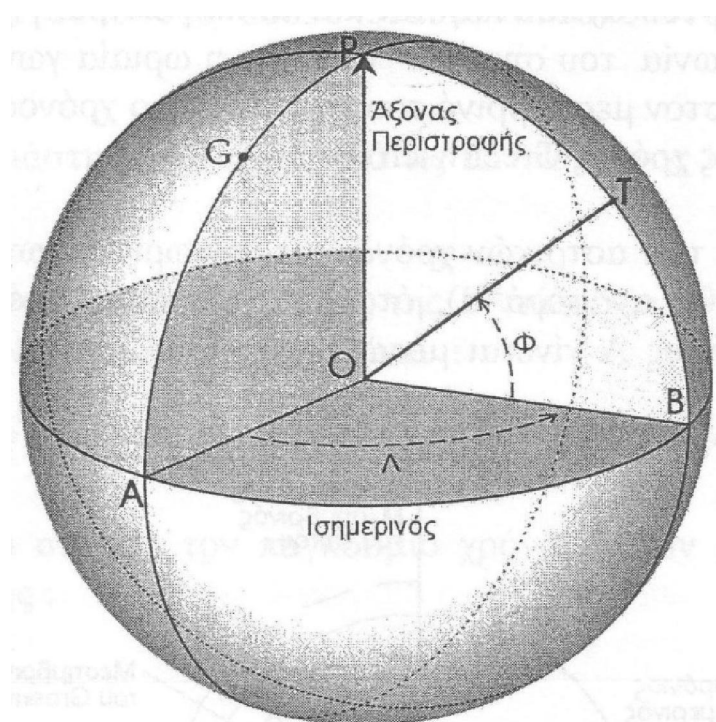
Έτσι είναι απαραίτητη η γνώση του επιθυμητού προσανατολισμού στο χώρο. Γι' αυτόν τον προσανατολισμό απαιτείται μια συγκεκριμένη διεύθυνση ευθείας στο χώρο ή η διεύθυνση ενός επιπέδου.

Το βασικό στοιχείο του συστήματος είναι ο μέγιστος κύκλος που ορίζεται από το επίπεδο αυτό ή που έχει ως πόλους το σημείο που αντιπροσωπεύει την συγκεκριμένη διεύθυνση ευθείας και το αντιδιαμετρικό του. Από τους πόλους αυτούς περνούν άπειροι μέγιστοι κύκλοι, όλοι κάθετοι στον βασικό. Ένας από αυτούς επιλέγεται αυθαίρετα ως αφετηρία για τη μέτρηση της πρώτης σφαιρικής συντεταγμένης. Ο ορισμός του συστήματος ολοκληρώνεται με τον καθορισμό της μονάδας και της φοράς μέτρησης των συντεταγμένων. [Κορακίτης Ρ., 2000]

Το αστρονομικό σύστημα χρησιμοποιείται για την περιγραφή της θέσης των παρατηρητών (ή σημείων της γης). Βασική διεύθυνση είναι

αυτή της γωνιακής ταχύτητας. Επομένως ο βασικός μέγιστος κύκλος είναι ο ουράνιος Ισημερινός. Όλοι οι μέγιστοι κύκλοι που περνούν από τους ουράνιους πόλους λέγονται μεσημβρινοί και ως αφετηρία επιλέγεται εκείνος που περιέχει το ζενίθ του Greenwich ο οποίος ονομάζεται πρωτεύων μεσημβρινός.

Η θέση ενός σημείου προσδιορίζεται με τις αστρονομικές συντεταγμένες, το αστρονομικό πλάτος  $\Phi$  και το αστρονομικό μήκος  $\Lambda$  (σχήμα 1.5). Το μήκος μετράται από τον μεσημβρινό του Greenwich ως τον τοπικό μεσημβρινό από  $0^{\circ}$  έως  $360^{\circ}$  προς την ανατολή και το πλάτος είναι η γωνία που σχηματίζει η κατακόρυφος τους τόπου με το επίπεδο του ουράνιου ισημερινού από  $0^{\circ}$  έως  $90^{\circ}$  προς βορρά και από  $0^{\circ}$  έως  $-90^{\circ}$  προς νότο.

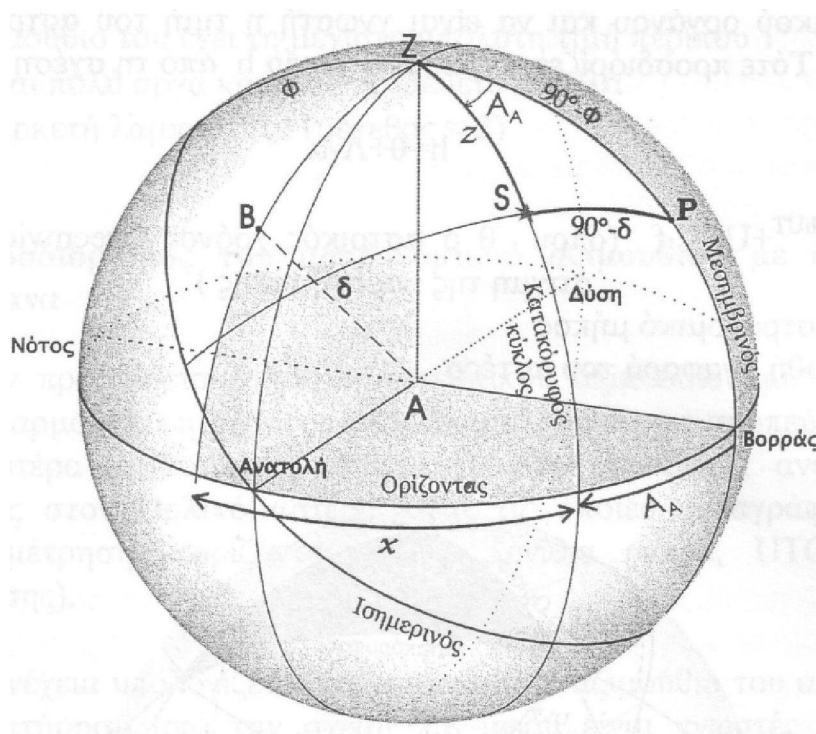


Σχήμα 1.5: Αστρονομικό σύστημα

Η πρώτη συντεταγμένη του συστήματος ονομάζεται **αστρονομικό μήκος  $\Lambda$**  (astronomical longitude) και ορίζεται ως η διέδρη γωνία μεταξύ της αφετηρίας (πρωτεύων μεσημβρινός) και του μεσημβρινού του τόπου. Η γωνία αυτή μετράται κατά την ορθή φορά σε μοίρες, από  $0^{\circ}$  ως  $360^{\circ}$ . Προφανώς, το μήκος μπορεί να μετρηθεί και ως τόξο του Ισημερινού μεταξύ των δύο μεσημβρινών (αντίστοιχη επίπεδη γωνία της διέδρου).

Η δεύτερη συντεταγμένη ονομάζεται **αστρονομικό πλάτος**  $\Phi$  (astronomical latitude) και μετράται πάνω στον μεσημβρινό του τόπου, από τον Ισημερινό μέχρι το ζενίθ (είναι δηλαδή το μέτρο ενός τόξου του μεσημβρινού). Το πλάτος μετράται επίσης σε μοίρες, από  $0^\circ$  ως  $+90^\circ$  προς τον Βόρειο Πόλο και από  $0^\circ$  ως  $-90^\circ$  προς τον Νότιο Πόλο. [Κορακίτης Ρ., 2008]

**Αστρονομικό αζιμούθιο**  $A_{AB}$ , μιας διεύθυνσης AB είναι το μέτρο της διέδρης γωνίας μεταξύ των δυο επιπέδων που περιέχουν την κατακόρυφο στο σημείο A. Από τα επίπεδα αυτά το ένα είναι παράλληλο προς τον άξονα περιστροφής της Γης, ενώ το άλλο περιέχει το B. Είναι δηλαδή η γωνία μεταξύ του επιπέδου του στιγμιαίου αστρονομικού μεσημβρινού που περιέχει το A και του κατακόρυφου επιπέδου στο A που περιέχει το B. Μετριέται στο οριζόντιο επίπεδο δεξιόστροφα με αρχή τη διεύθυνση που ορίζεται από το σημείο A και τον αστρονομικό βορρά έως τη διεύθυνση AB (σχήμα 1.6). [Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ., 2010]

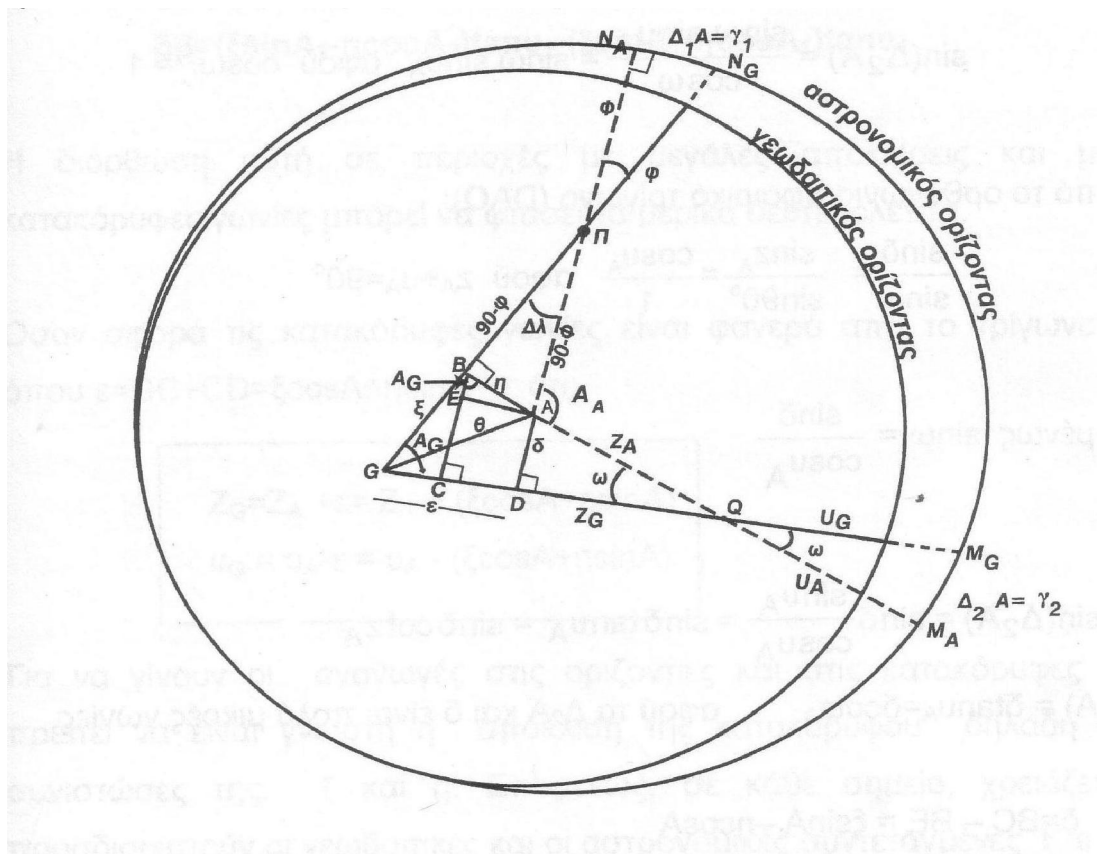


Σχήμα 1.6 : Αστρονομικό αζιμούθιο

## 1.4 Εξίσωση LAPLACE

Αν θεωρηθεί η τοποκεντρική μοναδιαία σφαίρα (σχήμα 1.7) και Q είναι το σκοπευόμενο σημείο, το αστρονομικό αζιμούθιο θα είναι η γωνία  $\widehat{N_A A M_A} = A_A$ , ενώ το γεωδαιτικό αζιμούθιο η γωνία

$N_G \widehat{GM}_G = A_G$ .  $N_A$  και  $N_G$  είναι οι αναγνώσεις της διεύθυνσης του αστρονομικού και του γεωδαιτικού βορρά αντίστοιχα στον οριζόντιο δίσκο του οργάνου, το επίπεδο του οποίου θεωρείται ότι συμπίπτει με τον αστρονομικό ορίζοντα.  $M_A$  και  $M_G$  είναι οι αναγνώσεις των σκοπεύσεων προς το σημείο Q με την προϋπόθεση ότι ο δίσκος του οργάνου έχει «οριζοντιωθεί» ως προς την κατακόρυφη ( $M_A$ ) ή την κάθετη ( $M_G$ ) στο σημείο αντίστοιχα.



Σχήμα 1.7: Μοναδιαία σφαίρα παρατηρώντας της από το ζενίθ. Επίδραση της απόκλισης της κατακόρυφου στην μέτρηση γωνιών. [Βέης, 2005]

Η διόρθωση στο αζιμούθιο θα είναι:

$$\Delta A = A_A - A_G = \Delta_1 A + \Delta_2 A \tag{1.2}$$

Από το ορθογώνιο σφαιρικό τρίγωνο  $PN_A N_G$  όπου  $\Delta \lambda = \Lambda - \lambda$  και θεωρώντας ότι  $\cos \Delta \lambda = 1$  και  $\Phi \cong \phi$  προκύπτει:

$$\Delta_1 A = \eta \tan \phi = \Delta \lambda \sin \phi \tag{1.3}$$

Η σχέση 1.3 που προκύπτει είναι γνωστή ως εξίσωση Laplace. Συνδέει με πολύ απλό τρόπο τη διαφορά των αστρονομικών και γεωδαιτικών αζιμούθιων με τη διαφορά των αστρονομικών και γεωδαιτικών μηκών.

$$A_A - A_G = (\Lambda - \lambda)\sin\Phi \quad (1.4)$$

όπου το  $A_A - A_G$  μετριέται στον αστρονομικό ορίζοντα. Αν πάλι μετρηθεί στον γεωδαιτικό ορίζοντα θα πρέπει τότε να χρησιμοποιηθεί το γεωδαιτικό πλάτος  $\varphi$ . Επειδή όμως το  $\varphi$  λίγο διαφέρει από το  $\Phi$  και οι γωνίες  $A_A - A$  και  $\Lambda - \lambda$  είναι πολύ μικρές, δεν έχει πρακτική σημασία ποιο από τα δύο πλάτη θα χρησιμοποιηθεί στη σχέση αυτή.

Ο πρώτος όρος για τη διόρθωση των αζιμουθίων από τη σχέση 1.3 δεν εξαρτάται από τη θέση του σκοπευόμενου σημείου και είναι ο ίδιος για όλα τα αζιμούθια που μετρούνται από μια στάση. Ο όρος αυτός δεν είναι τίποτε άλλο παρά η γωνία που σχηματίζουν στον αστρονομικό ορίζοντα οι δύο μεσημβρινοί, ο γεωδαιτικός και ο αστρονομικός και μας δίνει τη διαφορά των αζιμουθίων  $A_A - A_G$  για τα σημεία που βρίσκονται στον ορίζοντα.

Η εξίσωση Laplace επιτρέπει να αναχθούν τα αστρονομικά αζιμούθια, που μετρούνται σε γεωδαιτικά, τα οποία μόνο έμμεσα προσδιορίζονται, αν είναι γνωστό το αστρονομικό μήκος  $\Lambda$ , ενώ το γεωδαιτικό μήκος  $\lambda$  θα προσδιοριστεί με την επίλυση του γεωδαιτικού δικτύου. Αν σε κάποιο σημείο ενός δικτύου προσδιοριστεί το αστρονομικό μήκος και το αστρονομικό αζιμούθιο ως προς κάποιο άλλο σημείο, τότε γνωρίζοντας και το γεωδαιτικό μήκος και πλάτος είναι δυνατόν να υπολογιστεί το αντίστοιχο γεωδαιτικό αζιμούθιο χρησιμοποιώντας την εξίσωση Laplace. Αυτό ακριβώς επιτρέπει τον έλεγχο στον προσανατολισμό του δικτύου, ακριβώς όπως το μήκος μίας πλευράς του δικτύου ελέγχει την κλίμακα.

Τα σημεία του δικτύου στα οποία εφαρμόζεται η εξίσωση Laplace, λέγονται **σημεία Laplace**. Για να θεωρηθεί ένα σημείο του δικτύου σημείο Laplace, θα πρέπει να προσδιοριστεί το αστρονομικό μήκος  $\Lambda$  και το αστρονομικό αζιμούθιο  $A_A$  μίας πλευράς του δικτύου από το σημείο αυτό. Τα γεωδαιτικά αζιμούθια που υπολογίζονται από την εξίσωση (1.4) ονομάζονται **αζιμούθια Laplace** και μπορούν να προσδιοριστούν με μία ακρίβεια της τάξης του 0.2". Η απόσταση των σημείων Laplace συνήθως είναι της τάξης των 200-400Km. [Βέης, 2005]

## 1.5 Προσδιορισμός του υψομέτρου του γεωειδούς N

Ως αποχή του γεωειδούς N, ορίζεται η απόσταση που δίνει τη διαφορά της θέσης γεωειδούς – ελλειψοειδούς σε κάθε σημείο της Φ.Γ.Ε.



Ορίζεται πάνω στη κάθετο στο ελλειψοειδές αναφοράς και με φορά αντίθετη προς το διάνυσμα της κανονικής βαρύτητας.

Το γεωειδές μπορεί να προσδιοριστεί με τη βοήθεια αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων ή/και μετρήσεων βαρύτητας ή/και αναλύοντας την κίνηση των τεχνητών δορυφόρων ή/και με συνδυασμό μετρήσεων τεχνητών δορυφόρων (σύστημα GPS) και επίγειων γεωδαιτικών μετρήσεων. Από τις μετρήσεις αυτές προκύπτουν οι χάρτες που απεικονίζουν το υψόμετρο  $N$  του γεωειδούς από το ελλειψοειδές.

Οι μέθοδοι με τις οποίες μπορεί να προσδιοριστεί το υψόμετρο  $N$  του γεωειδούς είναι οι ακόλουθες:

- Η αστρογεωδαιτική χωροστάθμηση, εφόσον είναι γνωστές οι συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου  $\xi, \eta$ , ενός σημείου της Φ.Γ.Ε., από γεωδαιτικές παρατηρήσεις.
- Η αστροβαρυτομετρική χωροστάθμηση, εφόσον υπάρχουν για μεγάλες αποστάσεις στοιχεία από αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις και συμπληρωματικά μετρήσεις ανωμαλιών της βαρύτητας  $\Delta g$ .
- Τα γεωδυναμικά μοντέλα.

### 1.5.1 Αστρογεωδαιτική χωροστάθμηση

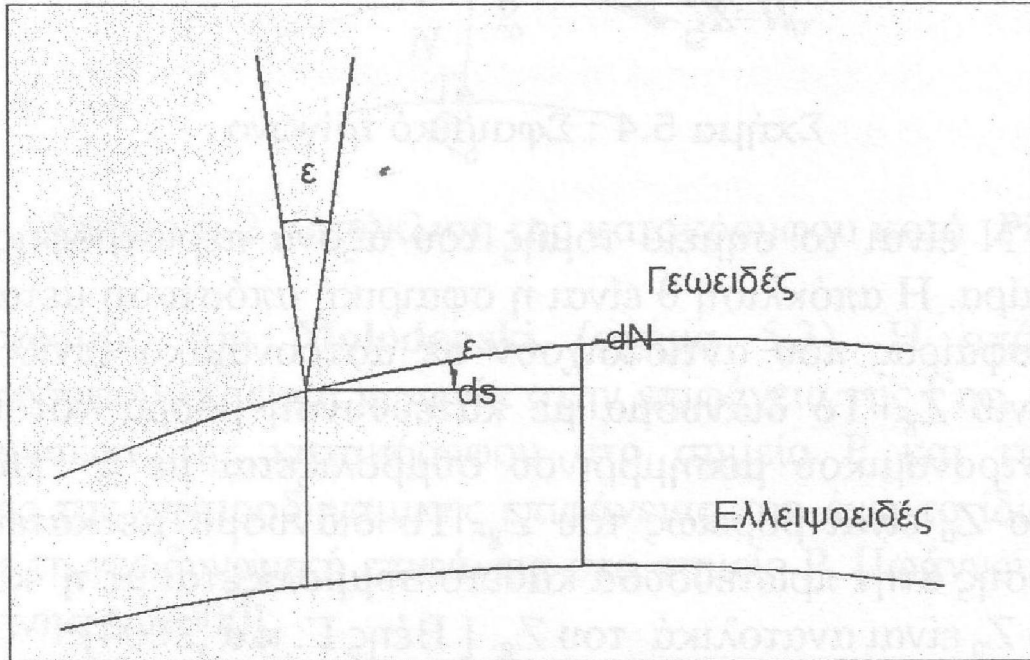
Η απόκλιση της κατακορύφου σε ένα σημείο δίνει τη κλίση του γεωειδούς ως προς το ελλειψοειδές αναφοράς στο οποίο αναφέρονται οι γεωδαιτικές συντεταγμένες, στη διεύθυνση του μεσημβρινού, βορρά – νότου, και σε διεύθυνση κάθετη στον μεσημβρινό, ανατολή – δύση. Επομένως μπορεί να προσδιοριστεί η μορφή του γεωειδούς στη περιοχή.

Από το σχήμα 1.8 προκύπτει:

$$dN = -\varepsilon * ds \quad [\text{Heiskanen, Moritz, 1967}]$$

και με ολοκλήρωση αυτής της σχέσης προκύπτει:

$$N_i = N_j - \int_i^j \varepsilon * ds \quad (1.5)$$



Σχήμα 1.8 : Αστρογεωδαιτική Χωροστάθμιση

Ο υπολογισμός του υψόμετρου  $N_i$  του γεωειδούς ενός σημείου  $i$  της Φ.Γ.Ε., μπορεί να γίνει αν είναι γνωστή η τιμή του  $N_i$  σε ένα αρχικό σημείο  $j$  και ξεκινήσει η μεταφορά του, υπολογίζοντας  $\Delta N$  από σημείο σε σημείο.

Σε άλλη περίπτωση μπορεί να εκλεγεί και αυθαίρετα η τοπική τιμή  $N$  του γεωειδούς σε ένα σημείο και να υπολογιστούν πάλι οι μεταβολές  $\Delta N$ . Έτσι, μπορεί να προκύψει η μορφή του γεωειδούς σε σχέση με το ελλειψοειδές αναφοράς και να παρασταθεί αυτή με τη μορφή ισοϋψών καμπυλών της μεταβολής του υψόμετρου του γεωειδούς.

Το υψόμετρο του γεωειδούς  $N$ , καθώς και οι συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου  $\xi$ ,  $\eta$ , διαφέρουν ανάλογα με το εκάστοτε γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς, δηλαδή στο ελλειψοειδές. Για το λόγο αυτό, πρέπει να είναι σαφές κάθε φορά που υπολογίζονται.

Πρέπει λοιπόν κάθε φορά που υπολογίζεται η απόκλιση της κατακορύφου ή το υψόμετρο του γεωειδούς, να ορίζεται σαφώς σε ποιο ελλειψοειδές αναφοράς αναφέρονται.

Οι μαθηματικές σχέσεις, με τη βοήθεια των οποίων υπολογίζεται η μεταβολή  $\Delta N$  του υψόμετρου του γεωειδούς με ολοκλήρωμα, που είναι ανεξάρτητο της γραμμής που συνδέει τα δύο σημεία και με την προϋπόθεση ότι μεταξύ των σημείων  $i$  και  $j$  η μεταβολή της απόκλισης

είναι ομαλή, γίνεται δηλαδή μια γραμμική παρεμβολή στις τιμές του  $\Delta N$  (για αποστάσεις μικρότερες των 40Km), είναι [Λάμπρου Ε., 2003]:

$$\Delta N = -1850 * \sin 1'' * \left[ \frac{\xi''_i + \xi''_j}{2} * \Delta\varphi + \frac{\eta''_i + \eta''_j}{2} * \Delta\lambda * \cos\varphi_j \right] \quad (1.6)$$

όπου  $\Delta N$  σε m

$\Delta\varphi = \varphi_j - \varphi_i$ , η διαφορά των τιμών του γεωδαιτικού πλάτους σε πρώτα λεπτά μοίρας

$\Delta\lambda = \lambda_j - \lambda_i$ , η διαφορά των τιμών του γεωδαιτικού μήκους σε πρώτα λεπτά μοίρας

$\xi_i, \eta_i, \xi_j, \eta_j$  σε δευτερόλεπτα μοίρας

1850 το μήκος του τόξου 1' για το πλάτος της Ελλάδος.

Είναι σαφές ότι αν από αστρονομικές παρατηρήσεις υπολογιστούν οι αστρονομικές συντεταγμένες  $\Phi, \Lambda$  ενός σημείου της Φ.Γ.Ε., οι οποίες ορίζονται με μοναδικό τρόπο στο αστρονομικό σύστημα συντεταγμένων και είναι γνωστές οι αντίστοιχες γεωδαιτικές συντεταγμένες του σε ένα ελλειψοειδές αναφοράς, μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές των συνιστωσών  $\xi, \eta$  της απόκλισης της κατακορύφου και οι μεταβολές  $\Delta N$  του υψομέτρου του γεωειδούς, από σημείο σε σημείο, σε σχέση με το ελλειψοειδές. Αν αλλάξει το ελλειψοειδές αναφοράς, είτε ως προς τις παραμέτρους ορισμού του, είτε προς το σημείο μετάθεσης του ως προς το κέντρο της γης, δηλαδή έχουμε μια άλλη προσαρμογή του ελλειψοειδούς αναφοράς, προκύπτουν διαφορετικές τιμές των  $\varphi, \lambda$  για το ίδιο σημείο της Φ.Γ.Ε. Τότε οι μεταβολές  $\Delta N$  και επομένως και το υψόμετρο  $N$  του γεωειδούς όπως και οι συνιστώσες  $\xi, \eta$  της απόκλισης της κατακορύφου διαφοροποιούνται.

### 1.5.2 Αστροβαρυτομετρική χωροστάθμηση

Άλλη μέθοδος προσδιορισμού του υψομέτρου του γεωειδούς είναι η αστροβαρυτομετρική χωροστάθμηση, που συνδυάζει μετρήσεις βαρύτητας και αστρονομικές μετρήσεις. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, που εφαρμόστηκε από τον Molodensky το 1962, γίνονται αστρονομικές παρατηρήσεις σε λίγα σημεία μιας περιοχής και προσδιορίζονται οι τιμές των συνιστωσών  $\xi$  και  $\eta$  ενώ παράλληλα στην περιοχή εκτελούνται μετρήσεις βαρύτητας και υπολογίζονται οι ανωμαλίες  $\Delta g$  της βαρύτητας. Οι μέθοδοι παρεμβολής για κάθε σημείο  $P$ , με τις οποίες γίνεται η πύκνωση των τιμών των  $\xi, \eta$  σε άλλα σημεία της περιοχής είναι:

- Χρησιμοποιώντας μια μέθοδο βελτίωσης της γραμμικής παρεμβολής με συναρτήσεις οι οποίες έχουν προσδιοριστεί από τις ανωμαλίες της βαρύτητας  $\Delta g$ .

- Χρησιμοποιώντας τις ανωμαλίες της βαρύτητας, για τον βαρυτικό υπολογισμό των συνιστωσών  $\xi$ ,  $\eta$  της απόκλισης στα ενδιάμεσα σημεία και στο σημείο της μέτρησης για έλεγχο. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ολοκλήρωσης Vening – Meinesz για μια περιορισμένη περιοχή και όχι για όλη τη γη, υπολογίζονται τα  $\xi'$ ,  $\eta'$  και:

$$\varepsilon' = \xi' * \cos A + \eta' * \sin A \quad (1.7)$$

Για κάθε σημείο ισχύει :  $\delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon'$ , όπου οι τιμές  $\varepsilon$  της απόκλισης της κατακορύφου υπολογίζονται με αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις. Υποθέτοντας ότι οι τιμές των  $\varepsilon$  αλλάζουν γραμμικά με την απόσταση τότε:

$$\delta\varepsilon_P = \delta\varepsilon_A + \frac{\delta\varepsilon_B - \delta\varepsilon_A}{S_{AB}} * S_{AP} \quad (1.8)$$

όπου P οποιοδήποτε σημείο μεταξύ των A, B.

Έτσι υπολογίζονται στα σημεία των αστρονομικών παρατηρήσεων τα  $\varepsilon_A'$ ,  $\varepsilon_B'$ ,  $\varepsilon_1'$ , ...  $\varepsilon_n'$  και τα αντίστοιχα  $\delta\varepsilon_i$  οπότε οι αποκλίσεις στα ενδιάμεσα σημεία είναι  $\varepsilon_i = \varepsilon_i' + \delta\varepsilon_i$ . Αυτή η μέθοδος παρεμβολής είναι η καλύτερη. [Λάμπρου Ε., 2003]

### 1.5.3 Γεωδυναμικά μοντέλα

Τα τελευταία χρόνια ο προσδιορισμός του υψομέτρου του γεωειδούς γίνεται κυρίως με γεωδυναμικά μοντέλα. Είναι γνωστό ότι η γωνία  $\varepsilon$  της απόκλισης της κατακορύφου σε ένα γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς είναι και η διαφορά διευθύνσεων μεταξύ των διανυσμάτων της προσεγγιστικής τιμής της βαρύτητας  $g$  στην Φ.Γ.Ε. και της κανονικής βαρύτητας  $\gamma$  στο ελλειψοειδές αναφοράς. Οι συνιστώσες  $\xi$  και  $\eta$  δηλαδή αποτελούν το μέτρο της διαφοράς της κλίσης της ισοδυναμικής επιφάνειας του πραγματικού βαρυτικού πεδίου (W) ως προς την ισοδυναμική επιφάνεια του κανονικού ελλειψοειδούς (V).

Τα επιφανειακά ολοκληρώματα του Stokes και Vening – Meinesz συνδέουν την επίγεια μετρητική πληροφορία της ανωμαλίας του βαρυτικού πεδίου  $\Delta g$  με τα μεγέθη N,  $\xi$ ,  $\eta$  ως συναρτήσεις των συντελεστών του γήινου δυναμικού έλξης. Η τιμή της ανωμαλίας της

βαρύτητας  $\Delta g$  προκύπτει ως η διαφορά της πραγματικής βαρύτητας  $g_P$  στο σημείο P, η οποία μπορεί να μετρηθεί στο σημείο αυτό της Φ.Γ.Ε., και της κανονικής βαρύτητας  $\gamma_P$  που μπορεί να προσδιοριστεί για το αντίστοιχο σημείο του ελλειψοειδούς δηλαδή:

$$\Delta g = g_P - \gamma_P \quad (1.9)$$

Εφόσον τα όρια των ολοκληρωμάτων αφορούν σε όλη την επιφάνεια της γης πρέπει να υπάρχει μετρητική πληροφορία  $\Delta g$  σε όλη τη γη.

Παλαιότερα υπήρχε δυσκολία συγκέντρωσης μετρητικής πληροφορίας λόγω του ότι στη θάλασσα αυτό ήταν πολύ δύσκολο, πολλές περιοχές του πλανήτη ήταν δύσβατες ή απρόσιτες και ακόμη θέματα εθνικής άμυνας και ενεργειακών αποθεμάτων σε διάφορα κράτη εμπόδιζαν την ομαλή λήψη της πληροφορίας για το  $\Delta g$ . Επιπλέον και ο όγκος των υπολογισμών ήταν τεράστιος και οι υπολογισμοί πολύ δύσκολοι λόγω έλλειψης ηλεκτρονικών υπολογιστών και οι μετρητικές διατάξεις ήταν ακριβές και δύσχρηστες.

Σήμερα όλοι οι παραπάνω περιορισμού έχουν εκλείψει, υπάρχει ομοιογένεια μετρήσεων με μεθόδους δορυφορικής αλτιμετρίας και πάνω από τις θαλάσσιες περιοχές και μπορούμε να έχουμε κατευθείαν υψόμετρα γεωειδούς ή τιμές της ανωμαλίας της βαρύτητας  $\Delta g$ . Η ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών έκανε τους υπολογισμούς των αριθμητικών ολοκληρώσεων πολύ γρήγορους και τα βαρυτίμετρα με την εξέλιξη της τεχνολογίας έγιναν περισσότερο εύχρηστα, ακριβή και λιγότερο ακριβά ως προς το κόστος.

Έτσι είναι διαθέσιμα σε παγκόσμια κλίμακα δεδομένα  $\Delta g$ , ή μετρώντας επίγεια με βαρυτίμετρα σε διάφορες περιοχές της γης και ανάγοντας τις μετρήσεις στην επιφάνεια του γεωειδούς, λη από τους δορυφόρους με την ανάπτυξη της δορυφορικής αλτιμετρίας, με ανάλυση των μετρήσεων των τροχιών τους, οι οποίες επηρεάζονται από το γήινο πεδίο βαρύτητας καλύπτοντας το κενό που υπήρχε πάνω από τη θάλασσα. Συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω προκύπτουν ακριβείς συντελεστές της εξίσωσης χαμηλού βαθμού από τα δορυφορικά δεδομένα και ακριβείς συντελεστές της εξίσωσης υψηλού βαθμού από τα επίγεια δεδομένα.

Στις προσεγγίσεις του πεδίου βαρύτητας, που γίνονται για τον προσδιορισμό του γεωειδούς, χρησιμοποιούνται ολοκληρώματα και η σημειακή προσαρμογή (collocation) με ελάχιστα τετράγωνα. Οι

ανωμαλίες βαρύτητας οι οποίες χρησιμοποιούνται ως δεδομένα για τον υπολογισμό των γεωδυναμικών μοντέλων, προκαλούνται από μεταβολές της πυκνότητας των σχηματισμών στο εσωτερικό της γης. Τα σφάλματα προσδιορισμού των υψομέτρων  $N$  του γεωειδούς, όπως προκύπτουν από τα μοντέλα αυτά, οφείλονται σε ένα βαθμό στην παραδοχή μίας μέσης τιμής για την πυκνότητα των γεωλογικών σχηματισμών στο εσωτερικό της γης, η οποία διαφοροποιείται σημαντικά λόγω της διαφορετικής σύστασης των γήινων πετρωμάτων.

Μία τεχνική προσδιορισμού γεωδυναμικών μοντέλων με αξιόπιστα αποτελέσματα, πολύ διαδεδομένη, είναι η remove – restore μέθοδος (αφαίρεσης – αποκατάστασης). Η χρησιμότητα της τεχνικής αυτής είναι σημαντική και έγκειται στο γεγονός του διαχωρισμού της συνεισφοράς μεγάλων, μεσαίων και χαμηλών συχνοτήτων του γήινου πεδίου βαρύτητας.

Μία άλλη τεχνική που εφαρμόζεται είναι με εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier. Ο αλγόριθμος FFT εφαρμόζεται με επιτυχία σε πολλά γεωδαιτικά προβλήματα και αποτελεί σημαντικό εργαλείο για την επιτάχυνση πολύπλοκων υπολογισμών. Στην περίπτωση προσδιορισμού του γεωειδούς σε τοπική κλίμακα, η χρήση του FFT θεωρείται απαραίτητη για τον γρήγορο υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων λόγω αναγλύφου, της έμμεσης βαρύτητας στο γεωειδές και στον προσδιορισμό του ολοκληρώματος του Stokes.

Τις τελευταίες δεκαετίες με τις συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις για ακριβείς προσδιορισμούς γεωειδούς, τόσο σε μικρής όσο και σε μεγάλης κλίμακας τοπογραφικές εφαρμογές παρουσιάστηκε η ανάγκη τροποποίησης των αλγορίθμων της επίπεδης προσέγγισης, έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψη και η σφαιρικότητα της πραγματικής επιφάνειας της γης. Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκε η τεχνική του σφαιρικού αλγορίθμου FFT, με τη βοήθεια του οποίου μπορεί να υπολογιστεί το γεωειδές σε μεγαλύτερες εκτάσεις χωρίς την ανάγκη παραδοχών και σφαλμάτων που εισάγει η επίπεδη προσέγγιση.

Τα αναπτύγματα των γεωδυναμικών μοντέλων φτάνουν μέχρι ένα βαθμό ο οποίος εξαρτάται από το μοντέλο των συντελεστών του δυναμικού, από τη μέθοδο που χρησιμοποιείται για να υπολογιστούν οι συντελεστές και το πλήθος των δεδομένων που ήταν διαθέσιμα για την κατασκευή των μοντέλων [Λάμπρου Ε., 2003]

Από τα πιο αξιόπιστα παγκόσμια μοντέλα γεωειδούς είναι σήμερα:

- OSU 91A, που χρησιμοποιεί δορυφορικά και επίγεια δεδομένα και είναι πλήρες για βαθμό και τάξη ανάπτυξης 360. Χρησιμοποιεί ως ελλειψοειδές αναφοράς το WGS84.
- EGM 96, το οποίο προκύπτει ως συνδυασμένη λύση από σφαιρικούς αρμονικούς συντελεστές και είναι πλήρες σε βαθμό της τάξης 360. Η εκτίμηση της ακρίβειας των υψομέτρων του γεωειδούς από το μοντέλο αυτό, σε παγκόσμια κλίμακα, είναι της τάξης από 1 έως 2 μέτρα στη μέγιστη ανάλυση (ίση με μισό μήκος κύματος) των 30 λεπτών του τόξου, το οποίο αντιστοιχεί σε περίπου 55 χιλιόμετρα στον ισημερινό.
- EGM 08, συνίσταται από ένα σύνολο ομαλοποιημένων συντελεστών σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων του πεδίου βαρύτητας της Γης, φτάνει να είναι πλήρεις στο βαθμό (n) και τη τάξη (m) 2159 (με πρόσθετους σφαιρικούς αρμονικούς συντελεστές να φτάνουν 2190 σε βαθμό και 2159 σε τάξη). Περαιτέρω ανάλυση του μοντέλου γίνεται παρακάτω.

Τα μοντέλα αυτά θεωρούν ότι η μεταβολή του υψομέτρου του γεωειδούς είναι ομαλή και χρειάζονται κάλυψη από ικανοποιητικό αριθμό δεδομένων για την περιοχή μελέτης. Αν αυτές οι συνθήκες δεν πληρούνται τότε οι τιμές που δίνουν δεν είναι ικανοποιητικές για γεωδαιτικές εργασίες, αφού διαφέρουν από τις πραγματικές τιμές των N, ξ, η στη συγκεκριμένη περιοχή μελέτης. [Λάμπρου Ε., 2003]

## 1.6 Το μοντέλο EGM08

Το **μοντέλο EGM08** (Earth Gravity Model 2008) αποτελεί την τελική έκδοση μιας σειράς προκαταρκτικών νέων μοντέλων βαρύτητας της Γης που το καθένα οδήγησε σε σημαντικές διαδοχικές βελτιώσεις και συνεχώς καλύτερη απόδοση μέχρι το τελικό προϊόν. Οι εντατικές προσπάθειες υπολογισμού του EGM08 ξεκίνησαν το 2004 με την πρωτοβουλία μιας ειδικής ομάδας εργασίας της Υπηρεσίας Γεωχωρικών Πληροφοριών των ΗΠΑ και απαίτησαν τον συντονισμό πολλών γεωδαιτικών οργανισμών και ερευνητικών ομάδων για τη συλλογή νέων μετρήσεων βαρύτητας και την επεξεργασία τους.

Το νέο μοντέλο EGM08 ενσωματώνει βελτιωμένες 5'x5' επιφανειακές ανωμαλίες βαρύτητας από διάφορες τράπεζες δεδομένων

εθνικών οργανισμών, καθώς και αντίστοιχες βελτιωμένες ανωμαλίες βαρύτητας από δορυφορική αλτιμετρία που προέκυψαν από τη μετατροπή υψομέτρων της μέσης στάθμης της θάλασσας με τη χρήση του προκαταρκτικού μοντέλου EGM2007B και το συνοδευτικό μοντέλο της Δυναμικής Τοπογραφίας των Ωκεανών. Επιπλέον περιλαμβάνει υψηλής ακρίβειας δεδομένα βαρύτητας από μια περίοδο 57 μηνών λειτουργίας των δίδυμων δορυφόρων της αποστολής GRACE.

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι το EGM08 δεν περιλαμβάνει οποιαδήποτε δεδομένα χωροσταθμίσεων με GPS ή δεδομένα αποκλίσεων της κατακορύφου, που ωστόσο χρησιμοποιήθηκαν ευρέως για την τελική αξιολόγηση του μοντέλου.

Το EGM08 μπορεί να υποστηρίξει τον υπολογισμό υψομέτρων του γεοειδούς με μέση ακρίβεια της τάξης των  $\pm 15\text{cm}$  και διακριτική ικανότητα 5 λεπτών του τόξου, που αντιστοιχεί σε μήκος κύματος περίπου 9 χιλιόμετρα στον ισημερινό, δηλαδή περίπου τρεις φορές μεγαλύτερη ακρίβεια και έξι φορές υψηλότερη ανάλυση σε σύγκριση με το EGM96. [Δεληκαράογλου Δ., 2010]

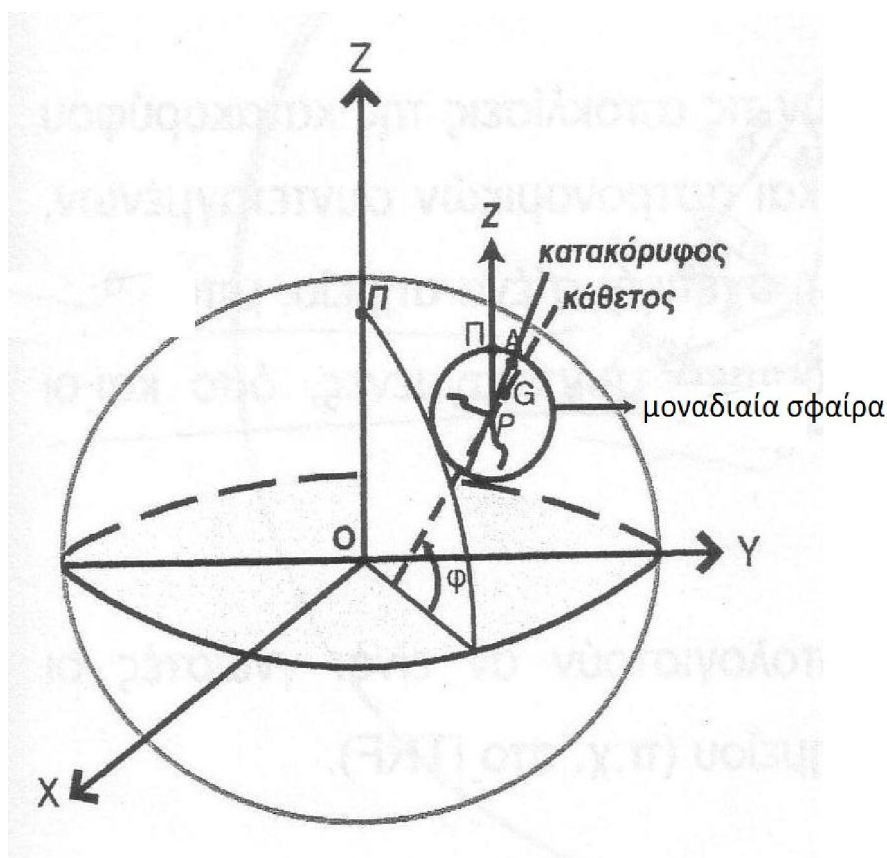


## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### Προσδιορισμός των συνιστωσών $\xi$ , $\eta$ της απόκλισης της κατακορύφου

#### 2.1 Προσδιορισμός $\xi$ , $\eta$

Αν θεωρηθεί μια τοποκεντρική μοναδιαία σφαίρα στο σημείο P (σχήμα 2.1) και G και A τα σημεία τομής της με την κάθετο και την κατακόρυφο και  $\Pi$  η τομή της με την διεύθυνση του άξονα περιστροφής της γης, ή πιο σωστά με την διεύθυνση του άξονα Z του γήινου ή του γεωδαιτικού συστήματος, προκύπτει σε μεγέθυνση το σχήμα 2.2.



Σχήμα 2.1: Τομή καθέτου και κατακορύφου στην επιφάνεια της Γης [Βέης, 2003]

Όπου  $\varphi$  και  $\Phi$  το γεωδαιτικό και αστρονομικό πλάτος και  $\lambda$  και  $\Lambda$  το γεωδαιτικό και αστρονομικό μήκος αντίστοιχα.

Αναλύοντας την απόκλιση της κατακορύφου  $\theta$  κατά  $\xi$  και  $\eta$ , κατά μεσημβρινό και παράλληλο αντίστοιχα, από το ορθογώνιο σφαιρικό τρίγωνο ACP προκύπτει εφαρμόζοντας τον νόμο του συνημιτόνου:



σημείο. Οι υπολογισμοί του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  και του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$  αναλύονται παρακάτω.

Τα  $\xi$  και  $\eta$  μπορούν να υπολογιστούν από τις σχέσεις (2.3) και (2.4) από μετρήσεις άμεσα σε  $\Phi$  και  $\Lambda$ . Το βασικότερο μειονέκτημα στον προσδιορισμό του  $\Lambda$  είναι η ανάγκη για γνώση του χρόνου UTC, και συγχρονισμού του οργάνου με τον χρόνο αυτό, με πολύ καλή ακρίβεια. Εναλλακτικά, τα  $\xi$ ,  $\eta$  μπορούν να προσδιοριστούν με παρατηρήσεις του αστρονομικού αζιμουθίου  $A_A$  και αστρονομικού πλάτους  $\Phi$ .

Σύμφωνα με την εξίσωση **Laplace**:

$$\Delta A = A_A - A_G = (\Lambda - \lambda) \sin \varphi = \Delta \lambda \sin \varphi \quad (2.5)$$

$$\text{ή} \quad \Delta \lambda = \frac{\Delta A}{\sin \varphi} \quad (2.6)$$

Οπότε τελικά οι αρχικές σχέσεις γίνονται:

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (2.7)$$

$$\eta = \frac{\Delta A}{\sin \varphi} \cos \varphi = \Delta A \cot \varphi = A_A \cot \varphi - A_G \cot \varphi \quad (2.8)$$

Για τον υπολογισμό των  $\xi$ ,  $\eta$  από τις σχέσεις (2.7) και (2.8) απαιτείται η γνώση των αστρονομικού και γεωδαιτικού πλάτους  $\Phi$  και  $\varphi$  αντίστοιχα, καθώς και του αστρονομικού αζιμουθίου  $A_A$  και γεωδαιτικού αζιμουθίου  $A_G$ .

Χρησιμοποιώντας δέκτη του δορυφορικού συστήματος εντοπισμού GPS υπολογίζεται το γεωδαιτικό πλάτος  $\varphi$ . Οι μέθοδοι υπολογισμού των αστρονομικού και γεωδαιτικού αζιμουθίου  $A_A$  και  $A_G$  αντίστοιχα, όπως και του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  αναλύονται παρακάτω.

## 2.2 Υπολογισμός αστρονομικού πλάτους $\Phi$

Το αστρονομικό πλάτος  $\Phi$  ενός σημείου πάνω στη γη, συνδέεται με την ζενίθια απόσταση  $z$ , την απόκλιση  $\delta$  και την ωριαία γωνία  $h$  του αστέρα που παρατηρείται σύμφωνα με τη σχέση (2.5) που προκύπτει από το σφαιρικό τρίγωνο:

$$\cos z = \sin \delta * \sin \Phi + \cos \delta * \cos h * \cos \Phi \quad (2.9)$$

Έτσι μπορεί να μετρηθεί η ζενίθια απόσταση  $z$  και από τον χρόνο παρατήρησης του αστέρα να υπολογιστεί η ωριαία γωνία  $h$ .

Στον υπολογισμό όμως του  $\Phi$  επιδρούν τα σφάλματα των  $z$  και  $h$ , τα οποία μηδενίζονται για  $A_A=0^0$  και  $180^0$ . Άρα για τον ακριβέστερο προσδιορισμό του αστρονομικού πλάτους θα πρέπει να μετράται η ζενίθια απόσταση  $z_\mu$  τη στιγμή τη μεσημβρινής διάβασης του αστέρα από τον τόπο.

Σ' αυτήν την περίπτωση το τρίγωνο θέσης εκφυλλίζεται σε τόξα μεσημβρινού όπου στους υπολογισμούς δεν συμμετέχει η ωριαία γωνία και ισχύει:

$$\begin{aligned}\Phi_N &= \delta - z_\mu \text{ για το βόρειο αστέρα (μεσουράνηση βόρεια του ζενίθ)} \\ \Phi_S &= \delta + z_\mu \text{ για το νότιο αστέρα (μεσουράνηση νότια του ζενίθ)}\end{aligned}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι το σφάλμα προσδιορισμού του  $\Phi$  εξαρτάται από το σφάλμα της ζενίθιας απόστασης μεσουράνησης εφόσον οι τιμές της απόκλισης  $\delta$  μπορεί να θεωρηθούν ότι έχουν αμελητέο σφάλμα. [Κορακίτης P., 2008]

### 2.2.1 Προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους $\Phi$ με σύγχρονα όργανα

Η αστρονομική διάθλαση είναι η κύρια πηγή σφάλματος για τη ζενίθια γωνία. Για να εξαλειφθεί η επίδραση της στον υπολογισμό του  $\Phi$  πρέπει να παρατηρηθούν ένας νότιος και ένας βόρειος αστέρας με τη μικρότερη δυνατή χρονική απόσταση μεταξύ τους έτσι ώστε να μη μεταβάλλονται οι ατμοσφαιρικές συνθήκες και στην ίδια περίπου ζενίθια απόσταση (μέθοδος Sternek) [Κορακίτης P., 2008]. Έτσι το αστρονομικό πλάτος υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των δύο αυτών τιμών  $\Phi_N, \Phi_S$  όπως αυτές υπολογίστηκαν από τον κάθε αστέρα.

$$\Phi = \frac{\Phi_N + \Phi_S}{2} \quad (2.10)$$

Η τιμή αυτή είναι απαλλαγμένη από το μεγαλύτερο μέρος του σφάλματος της αστρονομικής διάθλασης. Η μέθοδος Sternek χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό πλάτους με την ακρίβεια δεύτερης τάξης ( $\pm 0".4$  έως  $\pm 1".0$ ).

Επίσης σημαντικό στοιχείο της μεθόδου είναι η παρατήρηση κάθε αστέρα πριν και μετά τη διάβαση του από τον μεσημβρινό του τόπου (Μέθοδος παραμεσημβρινών διαβάσεων).

Σύμφωνα με τη μέθοδο που αναπτύχθηκε στο Ε.Μ.Π. το 2003 [Λάμπρου Ε., 2003], παρατηρούνται ζεύγη αστέρων (βόρειο- νότιο) με σκοπό της εξάλειψη της διάθλασης, τα οποία έχουν μεταξύ τους μικρή διαφορά ζενίθιων γωνιών, λίγο πριν και λίγο μετά τη μεσουράνηση τους.

Γίνονται συνολικά 80-120 παρατηρήσεις σε κάθε αστέρα, ο οποίος παρατηρείται σε μία απόσταση μέχρι  $5^{\text{s}}$  πριν και μετά τον μεσημβρινό σε χρονικό διάστημα περίπου 6 λεπτών. Οι παρατηρήσεις γίνονται σε τακτά χρονικά διαστήματα για να είναι όσο τα δυνατόν πιο συμμετρικές.

Έτσι, ο μεγάλος αριθμός παρατηρήσεων ελαχιστοποιεί τα τυχαία σφάλματα οργάνου και παρατηρητή ενώ με τη χρήση ψηφιακών οργάνων αποφεύγεται το σφάλμα καταγραφής η οποία γίνεται αυτόματα.

Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ της μεσουράνησης του ενός και του άλλου αστέρα πρέπει να είναι όσο δυνατόν μικρότερος για να μην μεταβάλλονται οι ατμοσφαιρικές συνθήκες. Με την παρατήρηση 24 αστέρων με τη μέθοδο αυτή καλύπτονται οι ανάγκες προσδιορισμού του  $\Phi$  πρώτης τάξης.

Ταυτόχρονα με τις μετρήσεις λαμβάνονται στοιχεία πίεσης και θερμοκρασίας για τη διόρθωση των ζενίθιων γωνιών από τη διάθλαση. Ο προσδιορισμός της ζενίθιας γωνίας τη στιγμή της μεσουράνησης ( $z_{\mu}$ ), από την οποία υπολογίζεται το  $\Phi$ , προκύπτει ως η ελάχιστη τιμή από την προσαρμογή ενός πολυωνύμου  $4^{\text{ου}}$  βαθμού στις τιμές των ζενίθιων γωνιών που μετρήθηκαν. [Λάμπρου Ε.,2003]

Η επεξεργασία των καταγεγραμμένων μετρήσεων κάθε αστέρα αποβλέπει στον προσδιορισμό της ελάχιστης τιμής της κατακόρυφης γωνίας, που είναι η τιμή τη στιγμή της μεσουράνησης. Ο προσδιορισμός αυτός προκύπτει, με εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, από προσαρμογή ενός συμμετρικού πολυωνύμου  $4^{\text{ου}}$  βαθμού  $z = g(A)$  στις πλεονάζουσες παρατηρήσεις (ζεύγη οριζόντια – κατακόρυφη γωνία).

### 2.2.2 Προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους $\Phi$ με αυτοβαθμονόμηση

Ο προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους μπορεί να γίνει με τη μέθοδο της αυτοβαθμονόμησης [Πάνου Γ., 2009]. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην ίδια αρχή με την μέθοδο προσδιορισμού με σύγχρονα όργανα όσο αφορά τον σχεδιασμό και την διαδικασία εκτέλεσης των παρατηρήσεων και διαφέρει στην επεξεργασία των μετρήσεων.

Η αυτοβαθμονόμηση είναι μια διαδικασία συνόρθωσης. Με τη μέθοδο αυτή γίνεται ταυτόχρονος αριθμητικός υπολογισμός (εκτίμηση) ενός συνόλου άγνωστων μεγεθών (παραμέτρων διάθλασης), με βάση τις διαθέσιμες τιμές ενός άλλου συνόλου μεγεθών (μετρήσεων), οι οποίες είναι επηρεασμένες από διάφορα σφάλματα.

Με την προϋπόθεση ότι τα σφάλματα των μετρήσεων είναι τυχαία, επομένως ακολουθούν την κανονική κατανομή (ή κατανομή του Gauss), η εκτίμηση του πλάτους είναι μια βέλτιστη ανεπηρέαστη εκτίμηση. Αυτό σημαίνει ότι, η εκτίμηση του πλάτους έχει για προσδοκία (μέση τιμή σε άπειρες επαναλήψεις των μετρήσεων και της συνόρθωσης) την ακριβή τιμή  $\mu$  (ανεπηρέαστη εκτίμηση) και επιπλέον είναι η τιμή με την ελάχιστη μεταβλητότητα (βέλτιστη ανεπηρέαστη εκτίμηση). Τέλος, στο αποτέλεσμα περιλαμβάνεται και το γεγονός ότι οι διαθέσιμες μετρήσεις είναι οι περισσότερο πιθανοφανείς (κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας).

Αρχικά, τα χονδροειδή σφάλματα (λάθη) εντοπίζονται μέσω των υπολοίπων, οπότε και απομακρύνονται. Μια πιθανή αιτία ύπαρξης χονδροειδούς σφάλματος οφείλεται στη λάθος αναγνώριση κάποιου άστρου και την παρατήρηση κάποιου άλλου. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται ο στατιστικός έλεγχος. Σε περίπτωση προβλημάτων, μια λύση είναι η τροποποίηση του στοχαστικού μοντέλου των μετρήσεων. Όμως, αν το πρόβλημα παραμένει, η ασυμφωνία οφείλεται σε επιδράσεις συστηματικών σφαλμάτων που αναζητούνται στο μαθηματικό μοντέλο.

Τα μοντέλα διάθλασης που χρησιμοποιούνται έχουν βάση τις θεωρίες των Chauvenet (1960), Woolard and Clemence (1966), Smart (1977), Green (1985), Wittmann (1997) και η ανάπτυξή τους στηρίζεται σε φυσικές και γεωμετρικές υποθέσεις. Οι φυσικές υποθέσεις που χρησιμοποιούνται περιγράφονται στη διαδικασία ανάπτυξης του κάθε μοντέλου ενώ οι γεωμετρικές αφορούν:

- Επίπεδη γη, με ατμοσφαιρικά στρώματα παράλληλα και επίπεδα προς αυτή.
- Σφαιρική γη, με σφαιρικά συμμετρική ατμόσφαιρα ως προς το κέντρο της.

Οι γεωμετρικές αυτές υποθέσεις, χάριν απλότητας, δέχονται τη συμμετρία των ατμοσφαιρικών στρωμάτων περί την κάθετη σε κάθε σημείο πρόσπτωσης της φωτεινής ακτίνας (ισοτροπία). Έτσι δεν επηρεάζεται το αζιμούθιο του παρατηρούμενου σώματος και η φωτεινή ακτίνα βρίσκεται πάντα σε ένα κατακόρυφο επίπεδο που περιέχει το σημείο παρατήρησης και το άστρο.

Επειδή το συνολικό ύψος της ατμόσφαιρας είναι αμελητέο σε σχέση με την απόσταση των άστρων από τη γη, θεωρούμε ότι η φωτεινή ακτίνα, στο ευθύγραμμο τμήμα της εκτός ατμόσφαιρας, είναι παράλληλη με την ευθεία που συνδέει γεωμετρικά τον παρατηρητή με το άστρο. Επιπλέον εξαιτίας του ότι η πυκνότητα του ατμοσφαιρικού αέρα (επομένως και ο δείκτης διάθλασης) αυξάνει όσο πλησιάζουμε την επιφάνεια της γης, η τροχιά της φωτεινής ακτίνας θα είναι μια καμπύλη γραμμή που στρέφει τα κοίλα προς το έδαφος. [Πάνου Γ., 2009]

Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται σε αυτή τη μέθοδο είναι πέντε. Στον πίνακα 2.1 περιγράφεται περιληπτικά η βασική τους αρχή, ενώ στον πίνακα 2.2 υπάρχουν αναλυτικά οι εξισώσεις και οι παράμετροι κάθε μοντέλου.

A/A	Βασική αρχή
I	Η γη είναι επίπεδη. Η ατμόσφαιρα αποτελείται από $n + 1$ παράλληλα επίπεδα, που κάθε ένα από αυτά έχει τα δικά του οπτικά χαρακτηριστικά και δείκτη διάθλασης.
II	Η γη είναι σφαιρική και η ατμόσφαιρα που την περιβάλλει σφαιρικά συμμετρική ως προς το κέντρο της. Καθένα από τα διαδοχικά στρώματα της ατμόσφαιρας έχει τα δικά του οπτικά χαρακτηριστικά και δείκτη διάθλασης.
III	Μοντέλο Thomas Simpson
IV	Μοντέλο Cassini
V	Η γη θεωρείται σφαιρική και η ατμόσφαιρα ομοιογενής ύψους $H$ με δείκτη διάθλασης $n$ .

*Πίνακας 2.1: Περιγραφή μοντέλων*

A/A	Αναλυτικά μοντέλα διάθλασης	Παράμετροι
I	$R = k * \tan z_0$	k
II	$R = A * \tan z_0 + B * \tan^3 z_0$	A, B
III	$R = \frac{1}{m} \left[ z_0 - \arcsin \left( \frac{\sin z_0}{n_0^m} \right) \right]$	m, n <sub>0</sub>
IV	$R = \arcsin(n * c * \sin z_0) - \arcsin(c - \sin z_0)$	c, n
V	$R = \left[ \left( \frac{w}{\sin z_0} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} - \left[ \left( \frac{w}{\sin z_0} \right)^2 + 1 - 2n \right]^{1/2}$	w, n

Πίνακας 2.2: Εξισώσεις και παράμετροι μοντέλων

Μέσω της αυτοβαθμονόμησης περιορίζεται (ως ένα βαθμό) η επίδραση των συστηματικών σφαλμάτων. Συγκεκριμένα, η δομή της ατμόσφαιρας κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, όπως εκφράζεται μέσω των μοντέλων διάθλασης, μόνο με τον τρόπο αυτό μπορεί να αποδοθεί. Αντίθετα, αν η κατάσταση της ατμόσφαιρας, στη διάρκεια των μετρήσεων μεταβληθεί αρκετά, τότε το μοντέλο αδυνατεί να περιγράψει με σωστό τρόπο τη διάθλαση.

Η παρατήρηση άστρων σε μικρές ζενίθιες αποστάσεις αντιστοιχεί σε μια εύκολη περιγραφή της πορείας της φωτεινής ακτίνας. Η διαδρομή που ακολουθεί αυτή, διαπερνά σε μικρότερο βαθμό τα στρώματα της ατμόσφαιρας και καμπυλώνεται, κυρίως, κατά την κατακόρυφη έννοια. Συνεπώς, υφίσταται τις μικρότερες μεταβολές, που της επιτρέπουν την αντιστοιχία με τις θεωρίες - υποθέσεις των μοντέλων.

Συνολικά, η διαδικασία στηρίζεται σε δύο συννορθώσεις. Η μία αφορά τον προσδιορισμό των ζενίθιων γωνιών μεσουράνησης ενώ η άλλη τον προσδιορισμό του πλάτους. Και στις δύο περιπτώσεις, καμία παράμετρος δεν θεωρείται γνωστή αλλά προσδιορίζονται όλες με τη βοήθεια των μαθηματικών και υπολογιστικών εργαλείων. Τέλος, επισημαίνεται ότι, σε κάθε στάδιο, υπάρχει η δυνατότητα ελέγχου.

Καταλήγοντας, η εφαρμογή της μεθόδου αυτοβαθμονόμησης, επιτρέπει τον προσδιορισμό του αστρονομικού πλάτους ( $\Phi$ ), με ακρίβεια μερικών δεκάτων του δευτερολέπτου τόξου. Συγκεκριμένα η ακρίβεια των αποτελεσμάτων βρίσκεται στο διάστημα [0".3, 0".6].

Το γεγονός ότι οι τιμές δεν είναι συγκεντρωμένες γύρω από την ακριβή τιμή, οφείλεται στις επιδράσεις των συστηματικών σφαλμάτων των δύο μεθόδων (με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχουν καθόλου χονδροειδή σφάλματα στις μετρήσεις). Έτσι, εξαιτίας του περιορισμού



των συστηματικών σφαλμάτων με την αυτοβαθμονόμηση, η λύση που προκύπτει βρίσκεται πιο κοντά στην ακριβή. [Πάνου Γ., 2009]

## 2.3 Υπολογισμός Αστρονομικού μήκους $\Lambda$

Το αστρονομικό μήκος  $\Lambda$  ενός τόπου αντιστοιχεί στο χρόνο που χρειάζεται ένα αστέρας από τη στιγμή που διέρχεται από τον μεσημβρινό του τόπου μέχρι να διέλθει από τον μεσημβρινό του Greenwich.

Ο προσδιορισμός του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$  ισοδυναμεί με τον προσδιορισμό του τοπικού αστρικού χρόνου  $\theta_0$  και τη συσχέτιση του με τον αστρικό χρόνο Greenwich  $\theta$  τη στιγμή της παρατήρησης, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\Lambda = \theta_0 - \theta \quad (2.11)$$

Ο αστρικός χρόνος Greenwich  $\theta$  υπολογίζεται από τον συντονισμένο χρόνο UTC τη στιγμή της παρατήρησης, ο οποίος μετράται με ένα συγχρονισμένο χρονόμετρο. Ο τοπικός αστρικός χρόνος προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\theta_0 = \alpha + h \quad (2.12)$$

Για την αποφυγή σφαλμάτων που προέρχονται από την αβεβαιότητα της ζενίθιας απόστασης και του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$ , μπορεί να γίνει χρονομέτρηση της παρατήρησης τη στιγμή της μεσουράνησης, δηλαδή της διάβασης του αστέρα από τον μεσημβρινό του τόπου.

Σε αυτή την περίπτωση το τρίγωνο θέσης εκφυλλίζεται σε τόξα μεσημβρινού όπου στους υπολογισμούς είναι γνωστή η ωριαία γωνία ακριβώς. Τότε ο  $\theta_0$  ισούται με την ορθή αναφορά του αστέρα δηλαδή ισχύει:

$$\theta_0 = \alpha \quad (2.13)$$

$$\theta_0 = \alpha + 12^h \quad (2.14)$$

Είναι άρα προφανές ότι παρατηρώντας αστέρες στην άνω μεσουράνηση όπου  $h=0$  και μετρώντας το χρόνο μεσουράνησης τους είναι δυνατός να προσδιορισθεί η τιμή του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ . [Λάμπρου Ε., 2003]

### 2.3.1 Προσδιορισμός του αστρονομικού μήκους $\Lambda$ με σύγχρονα όργανα

Για τον υπολογισμό του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$ , γίνονται 80-120 παρατηρήσεις σε κάθε αστέρα οι οποίες χρησιμοποιούνται και για τον προσδιορισμό του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ . Για τον υπολογισμό του  $\Lambda$  καταγράφεται ο χρόνος UTC με ακρίβεια 0.001 sec και η οριζόντια γωνία.

Ο υπολογισμός του χρόνου μεσουράνησης του αστέρα γίνεται από τις μετρούμενες τιμές του αζιμουθίου και χρόνου παρατήρησης, με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, με την προσαρμογή ενός πολυώνυμου τρίτου βαθμού στις μετρήσεις.

Έτσι υπολογίζεται ο ακριβής χρόνος την στιγμή που ο αστέρας περνά από τον μεσημβρινό του σημείου παρατήρησης.

Πριν από την προσαρμογή του πολυωνύμου ο χρόνος της παρατήρησης πρέπει να αναχθεί:

- για την προσωπική καθυστέρηση του παρατηρητή
- για το σφάλμα χρονομέτρου του οργάνου

Από την προσαρμογή προκύπτει η τιμή του χρόνου UTC, όταν ο αστέρας μεσουρανεί, ο οποίος μετατρέπεται σε αστρικό χρόνο. Η τιμή του  $\Lambda$  προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\Lambda_i = \alpha_i - \theta_{\mu_i} \quad (2.15)$$

όπου  $\alpha_i$  = η ορθή αναφορά του αστέρα και

$\theta_{\mu_i}$  = ο αστρικός χρόνος που αντιστοιχεί στη μεσουράνηση του αστέρα  $i$ .

Έτσι, υπολογίζεται το αστρονομικό μήκος  $\Lambda_i$  από κάθε αστέρα με την αντίστοιχη αβεβαιότητα. [Λάμπρου Ε., 2003]

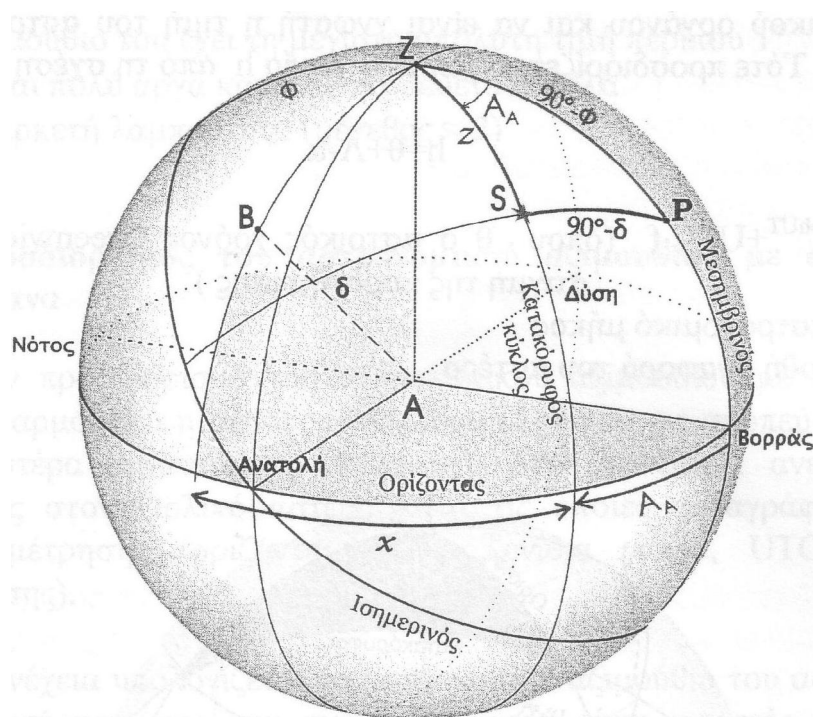
## 2.4 Προσδιορισμός αστρονομικού αζιμουθίου $A_A$

Επειδή η διεύθυνση του μεσημβρινού δεν είναι υλοποιημένη δεν μπορεί να μετρηθεί απευθείας το αστρονομικό αζιμούθιο  $A_{AB}$ . Για το λόγο αυτό πρέπει να προσδιοριστεί η διεύθυνση του μεσημβρινού του τόπου ή να μετρηθεί η γωνία  $x$  που σχηματίζεται μεταξύ του

κατακόρυφου κύκλου του B και του κατακόρυφου κύκλου ενός αστέρα S κάποια χρονική στιγμή, και την ίδια χρονική στιγμή να προσδιορισθεί το αζιμούθιο  $A_A$  του αστέρα (σχήμα 2.3).

Ο προσδιορισμός του αζιμουθίου ενός αστέρα μπορεί να γίνει από το τρίγωνο θέσης (σχήμα 2.4) που σχηματίζει ο αστέρας αν είναι γνωστά:

- Το αστρονομικό πλάτος  $\Phi$  του σημείου στάσης
- Η απόκλιση  $\delta$  του αστέρα
- Η ωριαία γωνία  $h$  ή η ζενίθια απόσταση  $z$  κάποια χρονική στιγμή



Σχήμα 2.3 : Αστρονομικό αζιμούθιο

Η μέθοδος που εφαρμόζεται είναι η μέθοδος της ωριαίας γωνίας που έχει ως εξής. Για να υπολογιστεί η ωριαία γωνία  $h$  πρέπει να μετρηθεί ο χρόνος διάβασης ενός αστέρα από το κατακόρυφο σταυρόνημα του γωνιομετρικού οργάνου και να είναι γνωστή η τιμή του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ . Τότε προσδιορίζεται η ωριαία γωνία  $h$  από τη σχέση [Κορακίτης P., 2008]:

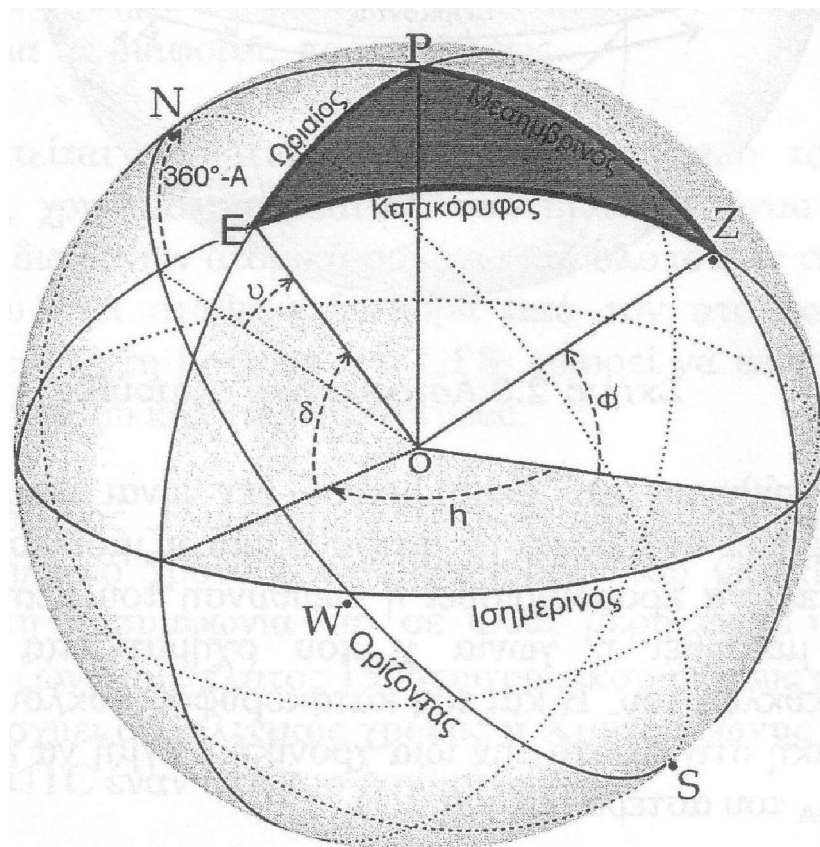
$$h = \theta + \Lambda - \alpha \quad (2.16)$$

όπου  $\theta = \theta^{ohUT} + UTC * f$  (όπου  $\theta$  ο αστρικός χρόνος Greenwich για τη στιγμή της παρατήρησης)

$\Lambda$ = αστρονομικό μήκος

$\alpha$ = ορθή αναφορά του αστέρα

Η ορθή αναφορά  $\alpha$  (right ascension) ορίζεται ως η διέδρη γωνία μεταξύ της αφετηρίας και του ωριαίου του άστρου. Η γωνία αυτή μετράται κατά την ορθή φορά (δηλαδή αντίθετα με τους δείκτες του ρολογιού, όπως παρατηρεί κανείς την ουράνια σφαίρα πάνω από τον Βόρειο Πόλο του ουρανού) και σε συμβατικές μονάδες γωνίας που λέγονται ώρες, από 0h ως 24h. Προφανώς, η ορθή αναφορά μπορεί να μετρηθεί και ως τόξο του Ισημερινού μεταξύ των δύο ωριαίων (αντίστοιχη επίπεδη γωνία της διέδρου). [Κορακίτης P., 2008]



Σχήμα 2.4 : Τρίγωνο θέσης ενός αστέρα

Το αστρονομικό αζιμούθιο του αστέρα από την επίλυση του τριγώνου θέσης (σχήμα 2.4) δίνεται από τη σχέση:

$$\tan A_A = \frac{-\sinh}{\cos\phi \tan\delta - \sin\phi \cosh} \quad (2.17)$$

Εφαρμόζοντας το νόμο μετάδοσης σφαλμάτων στη σχέση 2.17 και θεωρώντας ότι οι ουρανογραφικές συντεταγμένες ( $\alpha, \delta$ ) του αστέρα είναι γνωστές με μεγάλη ακρίβεια, προκύπτει το σφάλμα προσδιορισμού του αστρονομικού αζιμουθίου, που δίνεται από τις σχέσεις:

$$\sigma_{A_A} = \pm \sqrt{\sigma_{A_\phi}^2 + \sigma_{A_h}^2} \quad (2.18)$$

$$\sigma_{A_A} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial \phi}\right)^2 \sigma_\phi^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)^2 \sigma_h^2} \quad (2.19)$$

$$\sigma_{A_A} = \pm \sqrt{(\sin A_A * \cot z)^2 * \sigma_\phi^2 + (\cos \Phi * (\tan \Phi - \cos A_A * \cot z))^2 * \sigma_h^2} \quad (2.20)$$

Όπου

$z$ = η ζενίθια γωνία

$\Phi$ = το αστρονομικό πλάτος του τόπου

$h$ = η ωριαία γωνία του αστέρα

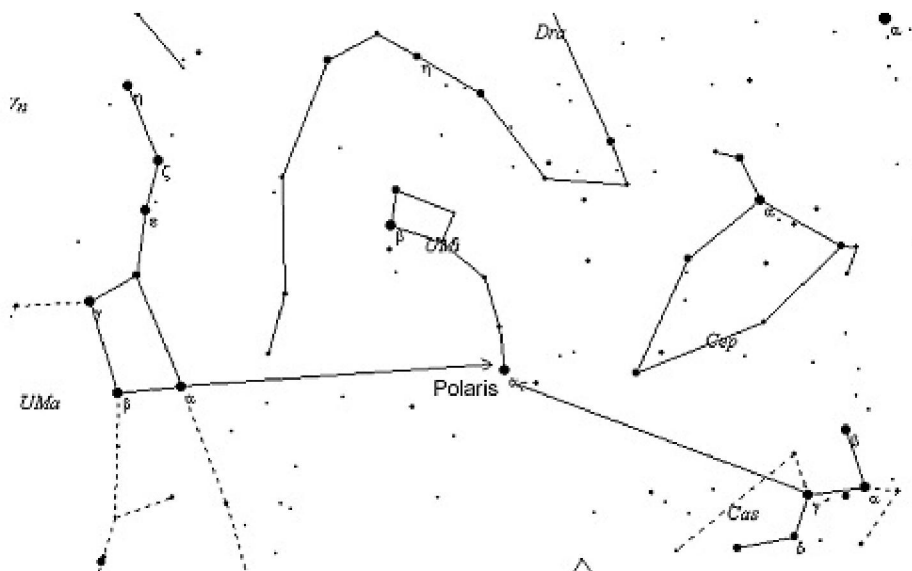
$\sigma_\phi$ = το σφάλμα του αστρονομικού πλάτους

$\sigma_h$ = το σφάλμα της ωριαίας γωνίας, το οποίο οφείλεται στο σφάλμα του αστρονομικού μήκους και σε σφάλμα του χρονομέτρου.

Από τη σχέση (2.20) διαπιστώνεται ότι η επίδραση του σφάλματος  $\sigma_\phi$  γίνεται μηδέν αν  $A_A=0^0$  ή  $A_A=180^0$ , δηλαδή κατά την μεσημβρινή διάβαση του αστέρα και η επίδραση του σφάλματος  $\sigma_h$  της ωριαίας γωνίας εξαρτάται από τη θέση του αστέρα και το πλάτος του τόπου. Το σφάλμα  $\sigma_h$  γίνεται μηδέν όταν  $\tan \Phi = \cos A_A * \cot z$  (θέση μέγιστης αποχής από το μεσημβρινό).

Συνήθως στην Ελλάδα και γενικά σε μέσα πλάτη του βορείου ημισφαιρίου, ο προσδιορισμός του αστρονομικού αζιμουθίου γίνεται με την παρατήρηση του πολικού αστέρα ( $\alpha$  Ursae Minoris). Και αυτό γιατί ο Πολικός αστέρας: [Λάμπρου Ε., 2003]

- Αναγνωρίζεται πολύ εύκολα
- Το αζιμούθιο του έχει τη μέγιστη απόλυτη τιμή περίπου  $1^0$
- Κινείται πολύ αργά και έτσι σκοπεύετε εύκολα
- Έχει αρκετή λαμπρότητα (μέγεθος  $\approx 2$ )



*Εικόνα 2.1: Αναπαράσταση του βορινού τμήματος του ουρανού, όπως φαίνεται από την Ελλάδα ένα καλοκαιρινό βράδυ. [ Κορακίτης P., 2008]*

#### **2.4.1 Προσδιορισμός αστρονομικού αζιμουθίου με σύγχρονα όργανα**

Για τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμουθίου με σύγχρονα όργανα εφαρμόζεται η μέθοδος της ωριαίας γωνίας με σκοπεύσεις στον Πολικό αστέρα και αυτόματη καταγραφή. Έτσι γίνονται η ανεξάρτητες σκοπεύσεις στον Πολικό αστέρα κατά τις οποίες καταγράφονται τα στοιχεία μέτρησης (οριζόντια γωνία, ζενίθια γωνία, UTC χρόνος παρατήρησης).

Στη συνέχεια υπολογίζεται το αστρονομικό αζιμούθιο του αστέρα για κάθε παρατήρηση από την σχέση (2.17) αφού είναι γνωστές από τους αστρονομικούς πίνακες οι ουρανογραφικές συντεταγμένες ( $\alpha, \delta$ ) του αστέρα.

Τέλος, για κάθε παρατήρηση υπολογίζεται το αστρονομικό αζιμούθιο της διεύθυνσης μηδενισμού του οριζόντιου κύκλου του γεωδαιτικού σταθμού ή κάποιου άλλου σταθερού σημείου, που έχει αρχικά σκοπευθεί και έχει σημειωθεί η ανάγνωση του οριζοντίου κύκλου σε αυτό.

Οι παρατηρήσεις είναι πλεονάζουσες και γι' αυτό εφαρμόζεται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων για τον προσδιορισμό της καλύτερης τιμής του αστρονομικού αζιμουθίου του σημείου μηδενισμού και η τυπική του απόκλιση.

Η ακρίβεια προσδιορισμού του αστρονομικού αζιμουθίου εξαρτάται από την ακρίβεια των ουρανογραφικών συντεταγμένων ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) το Πολικού αστέρα. Επίσης, συστηματικό σφάλμα στην τιμή του αστρονομικού αζιμουθίου μπορεί να προέλθει από λανθασμένες τιμές των αστρονομικών συντεταγμένων  $\Phi$ ,  $\Lambda$  του σημείου παρατήρησης ή και από σφάλμα του χρονομέτρου. Στην πράξη, σφάλμα στις τιμές των  $\Phi$ ,  $\Lambda$  μπορεί να προέρχεται από τη χρήση τιμών των γεωδαιτικών συντεταγμένων  $\varphi$ ,  $\lambda$  αντί των αστρονομικών.

Από την διερεύνηση της σχέσης (2.20) προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η επίδραση της διαφοράς  $\delta\varphi$  του αστρονομικού πλάτους από το γεωδαιτικό, που συνήθως χρησιμοποιείται στον προσδιορισμό του αζιμουθίου, εξαρτάται από το ύψος στο οποίο παρατηρείται ο Πολικός Αστέρας.
- Η θέση του Πολικού Αστέρα έχει ως συνέπεια ο όρος  $(\tan\Phi - \cos A_A * \cot z)$  να είναι πολύ μικρός, ίσως περίπου με  $1 \cdot 10^{-4}$ , επομένως και η επίδραση του σφάλματος  $\sigma_h$  στο σφάλμα του αζιμουθίου να είναι μικρή.

Εκτός από τα παραπάνω σφάλματα υπάρχουν και σφάλματα που οφείλονται τόσο στην ορθή θέση του γεωδαιτικού σταθμού (οριζοντίωση) όσο και στην σκόπευση του Πολικού Αστέρα. [Λάμπρου Ε., 2003]

## 2.5 Αναγωγές αστρονομικών συντεταγμένων και αζιμούθιων

### 2.5.1 Αναγωγή στο μέσο πόλο

Οι αστρονομικές συντεταγμένες και το αστρονομικό αζιμούθιο που μετρώνται αναφέρονται κάθε φορά στο στιγμιαίο φυσικό σύστημα αναφοράς της γης. Το σύστημα αυτό θεωρητικά αλλάζει κάθε στιγμή σύμφωνα με την κίνηση της γης, τη θέση του άξονα περιστροφής και του πραγματικού πόλου της. Έτσι για να μπορούν να είναι διαχρονικά συγκρίσιμες οι μετρήσεις πρέπει να γίνεται η αναγωγή σε ένα σύστημα που έχει θεωρηθεί ως αρχή. Αυτό το σύστημα είναι ο συμβατικός πόλος CIO για τα έτη 1900-1905.

Η κίνηση του Πόλου παρακολουθείται από την IERS και συντάσσεται ειδικό δελτίο που περιέχει τις συντεταγμένες του

καθημερινά καθώς και την πρόβλεψη του για ένα διάστημα 30 ή 90 ημερών. Οι συντεταγμένες αυτές προκύπτουν από υπολογισμούς σε διάφορα μοντέλα της IAU για την μετάπτωση και την κλόνιση που ορίζουν τον CIO και δίνονται με ακρίβεια  $\pm 0.1$  mas, όπου mas=milliarcsecond(s)

Οι συντεταγμένες  $X_P, Y_P$  του Πόλου μετρώνται:

- Το  $X_P$  κατά μήκος του μεσημβρινού του Greenwich
- Το  $Y_P$  σε άξονα κάθετο στον μεσημβρινό  $90^0$  δυτικά με αρχή το μέσο Πόλο όπως αυτός ορίστηκε ως «συμβατική διεθνής αρχή» (CIO) [Λάμπρου Ε., 2003].

Οι αστρονομικές συντεταγμένες  $\Phi, \Lambda$  που προκύπτουν από τις αστρονομικές παρατηρήσεις, αναφέρονται στον στιγμιαίο άξονα περιστροφής της γης, γι'αυτό πρέπει να αναχθούν στον μέσο Πόλο σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\Phi_{CIO} = \Phi - (X_P'' \cos\Lambda - Y_P'' \sin\Lambda) \quad (2.21)$$

$$\Lambda_{CIO} = \Lambda - (X_P'' \cos\Lambda - Y_P'' \sin\Lambda) \tan\Phi \quad (2.22)$$

όπου τα  $X_P, Y_P$  είναι οι συντεταγμένες του πόλου σε δευτερόλεπτα τόξου.

Για τις αστρονομικές παρατηρήσεις αζιμουθίου η αντίστοιχη αναγωγή είναι:

$$\delta A = -(x_p'' \sin\lambda + y_p'' \cos\lambda) \sec\varphi \quad (2.23)$$

όπου  $x_p'', y_p''$  οι συντεταγμένες του πόλου την στιγμή της παρατήρησης σε δευτερόλεπτα

$\varphi, \lambda$  οι γεωδαιτικές συντεταγμένες του τόπου που έγινε η παρατήρηση

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

## 2.5.2 Αναγωγή στο γεωειδές

Επειδή οι παρατηρήσεις για τον προσδιορισμό του αστρονομικού πλάτους γίνονται στην επιφάνεια της γης πρέπει να γίνουν οι απαραίτητες αναγωγές από την Φ.Γ.Ε. στο γεωειδές.



Η διόρθωση είναι η εξής:

$$\delta\phi = -0''.00017H\sin 2\varphi \quad (2.24)$$

όπου  $H$  είναι το ορθομετρικό υψόμετρο του σημείου παρατήρησης σε μέτρα και το  $\varphi$  το γεωδαιτικό ή το υπολογισμένο αστρονομικό πλάτος. [Λάμπρου Ε., 2003]

## 2.6 Προσδιορισμός γεωδαιτικών συντεταγμένων $\varphi$ , $\lambda$ και γεωδαιτικού αζιμουθίου $A_G$

### 2.6.1 Το σύστημα GPS

Το σύστημα παγκόσμιου εντοπισμού GPS βασίζεται στις αρχές λειτουργίας των παθητικών δορυφόρων ναυσιπλοΐας και εξασφαλίζει συνεχή, παγκόσμια και κάτω από οποιοσδήποτε καιρικές συνθήκες πλοήγηση (τρισεδιάστατη θέση, ταχύτητα, χρόνο) σε απεριόριστο αριθμό χρηστών.

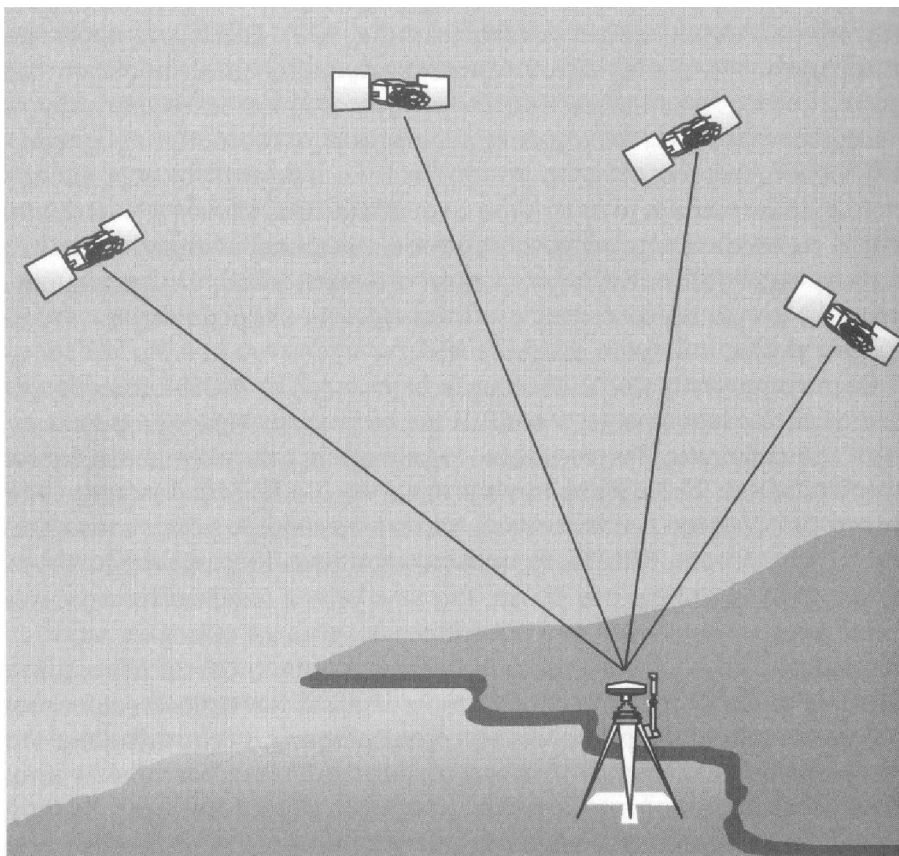
Το σύστημα GPS σχεδιάστηκε στις ΗΠΑ για να καλύψει στρατιωτικές ανάγκες ναυσιπλοΐας. Εξελίχθηκε σε ένα σύστημα με δυνατότητα να καλύψει τις ανάγκες εντοπισμού, με οποιοσδήποτε καιρικές συνθήκες, οποιαδήποτε ώρα της ημέρας για απεριόριστο αριθμό χρηστών. Αποτελείται από [Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ., 2010]:

- 34 δορυφόρους NAVSTAR, ενώ η πλήρης ανάπτυξη του συστήματος απαιτεί 24 δορυφόρους, έτσι ώστε να καλύπτεται με καλή γεωμετρία κάθε θέση πάνω στη γη, οποιαδήποτε χρονική στιγμή.
- Το επίγειο τμήμα ελέγχου που αποτελείται από 5 απομακρυσμένους μεταξύ τους σταθμούς παρακολούθησης, 3 σταθμούς επικοινωνίας με τους δορυφόρους και έναν κεντρικό σταθμό ελέγχου.
- Το τμήμα των χρηστών που αποτελείται από όλους τους χρήστες.

Το σύστημα GPS βασίζεται στις αρχές λειτουργίας των παθητικών δορυφορικών συστημάτων ναυσιπλοΐας και εξασφαλίζει συνεχή, παγκόσμια, κάτω από οποιοσδήποτε καιρικές συνθήκες, πλοήγηση (τρισεδιάστατη θέση, ταχύτητα, χρόνο) σε απεριόριστο αριθμό χρηστών. Ταυτόχρονες μετρήσεις αποστάσεων (μαζί με μετρήσεις του φαινομένου doppler) σε τουλάχιστον τέσσερις δορυφόρους χρησιμοποιούνται για τον

προσδιορισμό αυτών των παραμέτρων με μία τυπική ακρίβεια στιγμιαίου εντοπισμού, καλύτερου των 10m και ταχύτητας της τάξης των 0.05 m/sec. Για γεωδαιτικές εφαρμογές, η ακρίβεια αυτή είναι δυνατόν να βελτιωθεί πολύ, χρησιμοποιώντας μετρήσεις φάσης του φέροντος κύματος, που δίνουν ακρίβειες της τάξης του 1 ppm( ως και 0.01 ppm) στον προσδιορισμό γραμμών βάσης από ένα χιλιόμετρο ως δεκάδων χιλιομέτρων. [Παραδείσης Δ., 2000]

Οι μετρήσεις μπορεί να είναι είτε μετρήσεις του φέροντος κύματος, δηλαδή μετρήσεις της φάσης του σήματος, είτε μετρήσεις του κώδικα, δηλαδή μετρήσεις ψευδοαπόστασης. Η μέτρηση φάσης φέροντος κύματος σχετίζεται με την ψευδοαπόσταση, μόνο εάν προσδιορισθεί η ασάφεια φάσης (αβεβαιότητα της αρχικής μέτρησης που εισάγεται σαν συστηματικό σφάλμα σε όλες τις μετρήσεις και μέχρι κάποια διακοπή του συστήματος).



Σχήμα 2.5 : Αρχή λειτουργίας GPS για τον απόλυτο προσδιορισμό θέσης (Leica)

Η ακρίβεια των μετρήσεων επηρεάζεται άμεσα και κυρίως από την επίδραση της ιονόσφαιρας και της τροπόσφαιρας (καθυστέρηση της μετάδοσης του σήματος), από την γεωμετρία των δορυφόρων (GDOP,

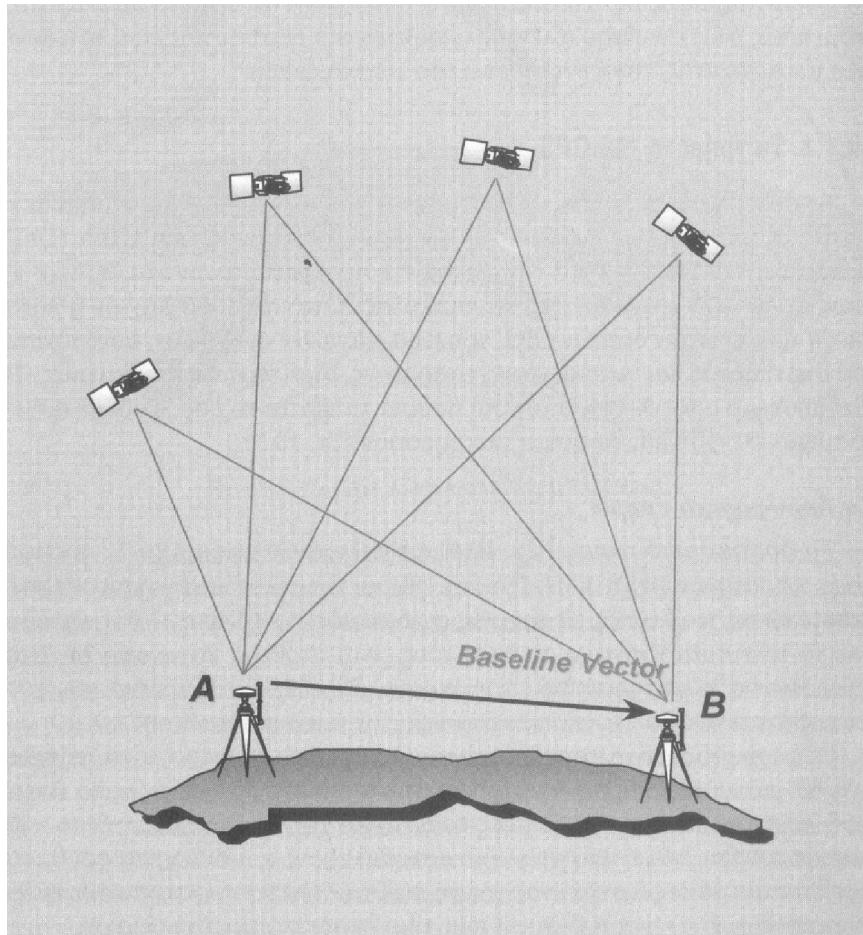
PDOP κλπ) από τα σφάλματα των δεκτών και των δορυφόρων (μειωμένη ακρίβεια τροχιάς, σφάλματα χρονομέτρων). Επίσης είναι πιθανό να υπάρχουν τυχαία σφάλματα όπως απώλειες κύκλων ή και χονδροειδή σφάλματα όπως λάθη στη μέτρηση του ύψους οργάνου, στην κέντρωση κλπ. [Παραδείσης Δ., 2000]

Μία ένδειξη για το πόσο καλά είναι τα αποτελέσματα μετά την επεξεργασία, είναι οι τιμές του ratio και της αβεβαιότητας της μονάδας βάρους (reference variance).

Το ratio αντιπροσωπεύει το ποσοστό της μεταβλητότητας της δεύτερης καλύτερης fixed λύσης ως προς τη μεταβλητότητα της αμέσως προηγούμενης καλύτερης fixed λύσης. Η ελάχιστη τιμή του ratio είναι 1.5 που σημαίνει ότι η συγκεκριμένη λύση είναι 1.5 φορές καλύτερη από την προηγούμενη. Αποτελέσματα με τιμή μικρότερη από 1.5 είναι απορριπτέα.

Η αβεβαιότητα της μονάδας βάρους (reference variance) είναι ένας δείκτης για το πόσο καλά οι παρατηρήσεις (κώδικα και φάσης) μίας βάσης, ταιριάζουν στην υπολογισμένη λύση. Η τιμή αυτή δεν έχει μονάδες. Είναι δηλαδή ένας λόγος (ratio) του πόσο καλά οι μετρήσεις του πεδίου ταιριάζουν με τους υπολογισμούς, σε σχέση με το πόσο καλά περιμένει να ταιριάζουν ο επεξεργαστής (με βάση πάντα το θόρυβο και την ακρίβεια του οργάνου).

Επειδή ο απόλυτος εντοπισμός θέσης, που σημαίνει προσδιορισμό των συντεταγμένων ενός μόνο δέκτη από μία σειρά μετρήσεων, δεν καλύπτει τις απαιτήσεις ακρίβειας των τοπογραφικών και γεωδαιτικών εφαρμογών χρησιμοποιείται συνήθως ο σχετικός εντοπισμός θέσης, ο οποίος αναφέρεται στον προσδιορισμό των μεταβολών των συντεταγμένων ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) μεταξύ δύο ή περισσότερων σταθμών, στους οποίους οι δέκτες παρακολουθούν τους ίδιους δορυφόρους την ίδια χρονική στιγμή. Ένας από τους σταθμούς καλείται σταθμός αναφοράς και από αυτόν δίνονται, σε όλα τα σημεία του δικτύου συντεταγμένες. Σε αυτές προστίθενται οι διαφορές  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ , που έχουν μετρηθεί για την κάθε βάση και υπολογίζονται οι συντεταγμένες για κάθε έναν από τους σταθμούς. Η ποιότητα του δικτύου εξαρτάται από την ποιότητα του σταθμού αναφοράς δικτύου.



Σχήμα 2.6 : Αρχή λειτουργίας GPS για τον σχετικό εντοπισμό θέσης (Leica)

## 2.6.2 Το σύστημα GLONASS

Το σύστημα GLONASS είναι ένα σύστημα δορυφορικού εντοπισμού που δημιουργήθηκε από την πρώην Σοβιετική Ένωση, παράλληλα με το GPS. Αρχικά, ο χαρακτήρας του συστήματος GLONASS ήταν στρατιωτικός, αντίστοιχος με το GPS. Με τη διάλυση της Σοβιετικής Ένωσης και τις αλλαγές σε πολιτικό επίπεδο, η χρήση του συστήματος GLONASS άρχισε να επεκτείνεται και έξω από τα σύνορα της Σοβιετικής Ένωσης.

Έχει σχεδιαστεί σε τρία τροχιακά επίπεδα και υπάρχουν σε τροχιά 6 δορυφόροι σε πλήρη επιχειρησιακή δραστηριότητα. Η τελευταία εκτόξευση τριών δορυφόρων στο πλαίσιο επέκτασης του συστήματος με τη νέα σειρά M πραγματοποιήθηκε το έτος 2006. Αναμένονται κι άλλες στα επόμενα χρόνια για να ολοκληρωθεί ο σχηματισμός των 24 δορυφόρων με τη σειρά M.

Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει μια σημαντική προσπάθεια για τη συνεργασία των συστημάτων GPS και GLONASS, η οποία δίνει μεγαλύτερη κάλυψη στην επιφάνεια της γης για τους χρήστες των συστημάτων δορυφορικού εντοπισμού και μεγαλύτερο πλήθος παρατηρούμενων δορυφόρων, κυρίως σε αστικές περιοχές όταν οι δορυφόροι του GPS περιορίζονται. [Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ., 2010]

### **2.6.3 Το σύστημα GALILEO**

Το δορυφορικό σύστημα Galileo αναπτύσσεται από την Ευρωπαϊκή Ένωση και υλοποιείται από την Ευρωπαϊκή Διαστημική Υπηρεσία (European Space Agency). Αποτελεί ένα νέο σύστημα εντοπισμού, το οποίο φιλοδοξεί να άρει τις όποιες «στρατιωτικές δεσμεύσεις» των άλλων δύο συστημάτων. Θα έχει αμιγώς πολιτικό χαρακτήρα και θα καλύπτει με μικρή αβεβαιότητα σχεδόν το 99% της γήινης επιφάνειας. Θα εγγυάται τη διαθεσιμότητα κάτω και από τις πιο ακραίες συνθήκες παρατήρησης και θα μπορεί να στέλνει τις απαραίτητες πληροφορίες στους χρήστες του συστήματος μέσα σε λίγα δευτερόλεπτα. Προβλέπεται ότι στις περισσότερες περιοχές θα είναι πάντοτε «ορατοί» τουλάχιστον έξι έως οκτώ δορυφόροι.

Το σύστημα θα αποτελείται από 30 δορυφόρους τοποθετημένους σε τρία τροχιακά επίπεδα με γωνία κλίσης  $56^\circ$  ως προς το ισημερινό επίπεδο και περίοδο περιστροφής περίπου 14 ώρες. Το ύψος της τροχιάς των δορυφόρων θα είναι περίπου 23600Km. Το επίγειο τμήμα θα αποτελείται από δύο κέντρα ελέγχου και 20 σταθμούς παρακολούθησης.

Ο πρώτος δορυφόρος GIOVE-A εκτοξεύθηκε στις 28 Δεκεμβρίου 2005 ενώ ακολούθησε η εκτόξευση και του δευτέρου δορυφόρου GIOVE-B στις 27 Απριλίου 2008. Αναμένεται ότι η επιχειρησιακή ετοιμότητα του συστήματος θα επιτευχθεί το 2013. [Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ., 2010]

## **2.7 Αβεβαιότητα προσδιορισμού των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου $\xi, \eta$**

Εφαρμόζοντας τον νόμο μετάδοσης σφαλμάτων στη σχέση 2.3 προκύπτει:

$$\sigma_{\xi} = \pm \sqrt{\sigma_{\Phi}^2 + \sigma_{\varphi}^2} \quad (2.25)$$

Μία a-priori εκτίμηση του σφάλματος προσδιορισμού του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  ενός σημείου της Φ.Γ.Ε., μπορεί να γίνει αν θεωρηθεί για ένα ζεύγος αστέρων ότι οι τιμές του αστρονομικού πλάτους  $\Phi_N$  και  $\Phi_S$  και οι αντίστοιχες αβεβαιότητες είναι  $\sigma_{\Phi_N}$  και  $\sigma_{\Phi_S}$ . Τότε η αβεβαιότητα προσδιορισμού της τιμής  $\Phi_{\mu}$  που υπολογίζεται ως μέσος όρος από τη σχέση:

$$\Phi_{\mu} = \frac{\Phi_N + \Phi_S}{2} \quad (2.26)$$

προκύπτει από εφαρμογή του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων στην παραπάνω σχέση. Αν θεωρηθεί ότι  $\sigma_{\Phi_N} = \sigma_{\Phi_S} = \sigma_{\Phi_i}$ , δηλαδή οι παρατηρήσεις είναι ισοβαρείς, τότε:

$$\sigma_{\Phi_{\mu}} = \frac{\sigma_{\Phi_i}}{\sqrt{2}} \quad (2.27)$$

Έτσι για n ζεύγη αστέρων το τελικό σφάλμα προσδιορισμού είναι [Λάμπρου Ε., 2003] :

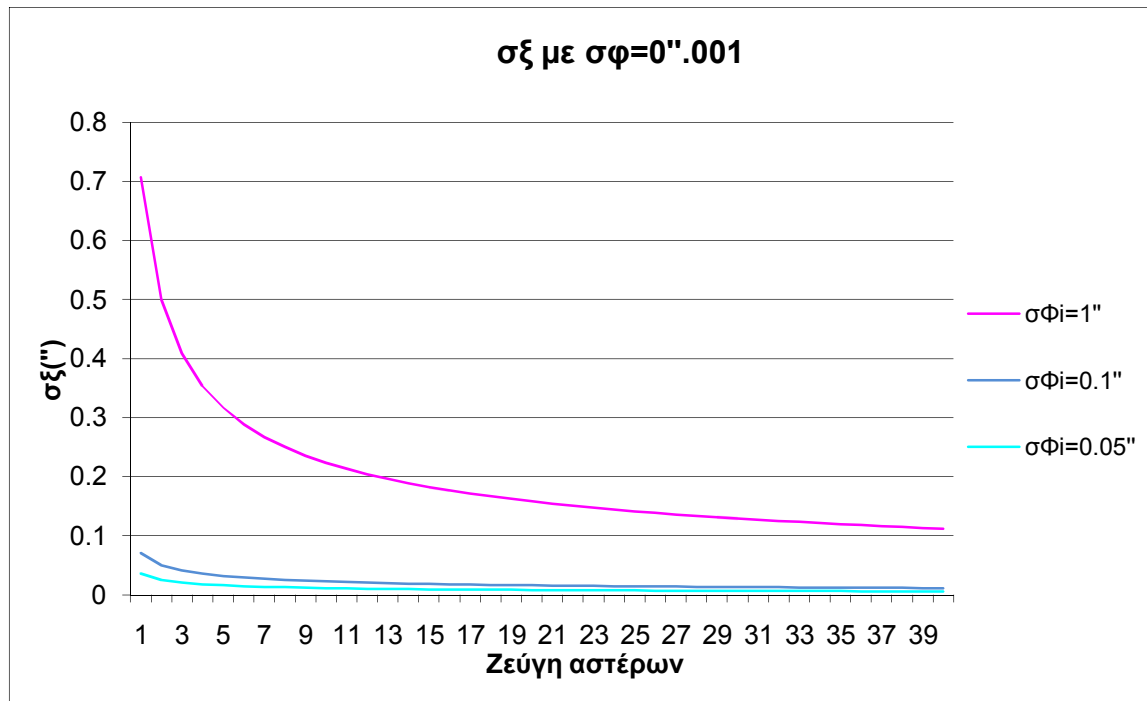
$$\sigma_{\Phi} = \frac{\sigma_{\Phi_i}}{\sqrt{2n}} \quad (2.28)$$

Έτσι, η σχέση 2.25 γίνεται :

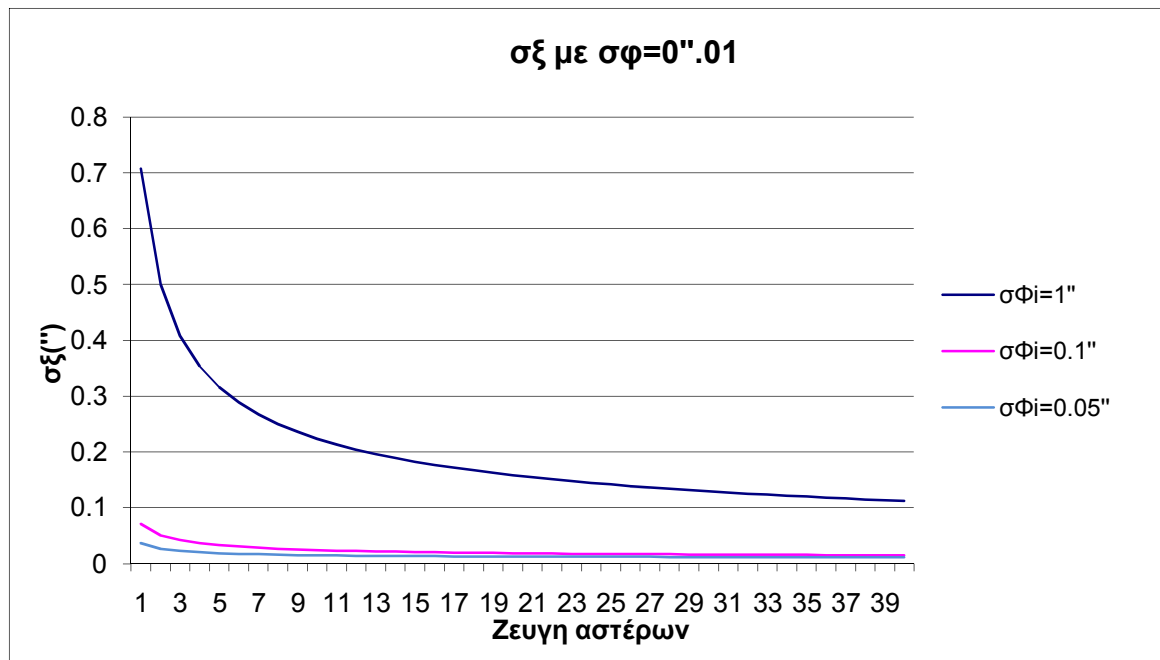
$$\sigma_{\xi} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Phi_i}}{\sqrt{2n}}\right)^2 + \sigma_{\varphi}^2} \quad (2.29)$$

όπου n τα ζεύγη των αστέρων.

Από την σχέση 2.29 προκύπτουν τα σχήματα 2.7 και 2.8:



Σχήμα 2.7: Αβεβαιότητα προσδιορισμού ξ με  $\sigma_\varphi = 0''.001$



Σχήμα 2.8: Αβεβαιότητα προσδιορισμού ξ με  $\sigma_\varphi = 0''.01$

Εφαρμόζοντας τον νόμο μετάδοσης σφαλμάτων στην σχέση 2.8 προκύπτει:

$$\sigma_\eta = \pm \sqrt{(\cot\varphi * \sigma_{A_A})^2 + (\cot\varphi * \sigma_{A_G})^2 + \left[ (A_A - A_G) * \frac{-1}{\sin^2\varphi} \right]^2 * \sigma_\varphi^2} \quad (2.30)$$

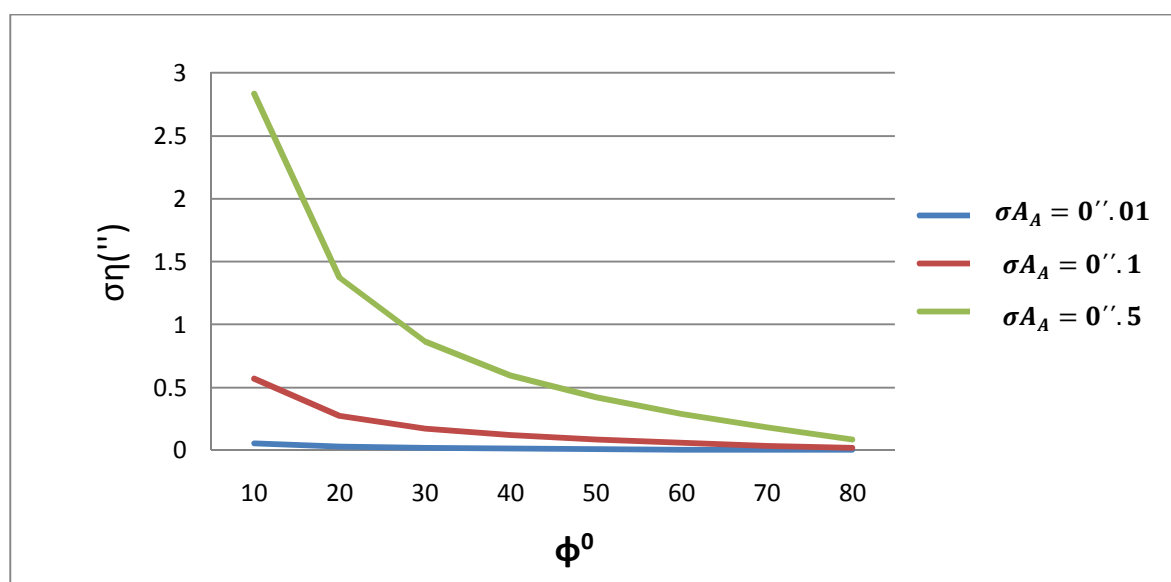
Κατά τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμουθίου, υπάρχουν σφάλματα που οφείλονται τόσο στην ορθή θέση του γεωδαιτικού σταθμού (οριζοντίωση), όσο και στην σκόπευση του Πολικού Αστήρα. Το σφάλμα σκόπευσης  $\sigma_{\Sigma K}$ , είναι τυχαίο και προκαλεί σφάλμα προσανατολισμού :

$$\sigma_{A(\Sigma K)} = \pm \frac{\sigma_{\Sigma K}}{\sin z} \quad (2.31)$$

Η αναμενόμενη τυπική απόκλιση (a-priori) προσδιορισμού του αστρονομικού αζιμουθίου εξαρτάται από το σφάλμα της μίας μέτρησης και από τον αριθμό  $n$  των παρατηρήσεων και είναι ίσο με [Λάμπρου Ε., 2003] :

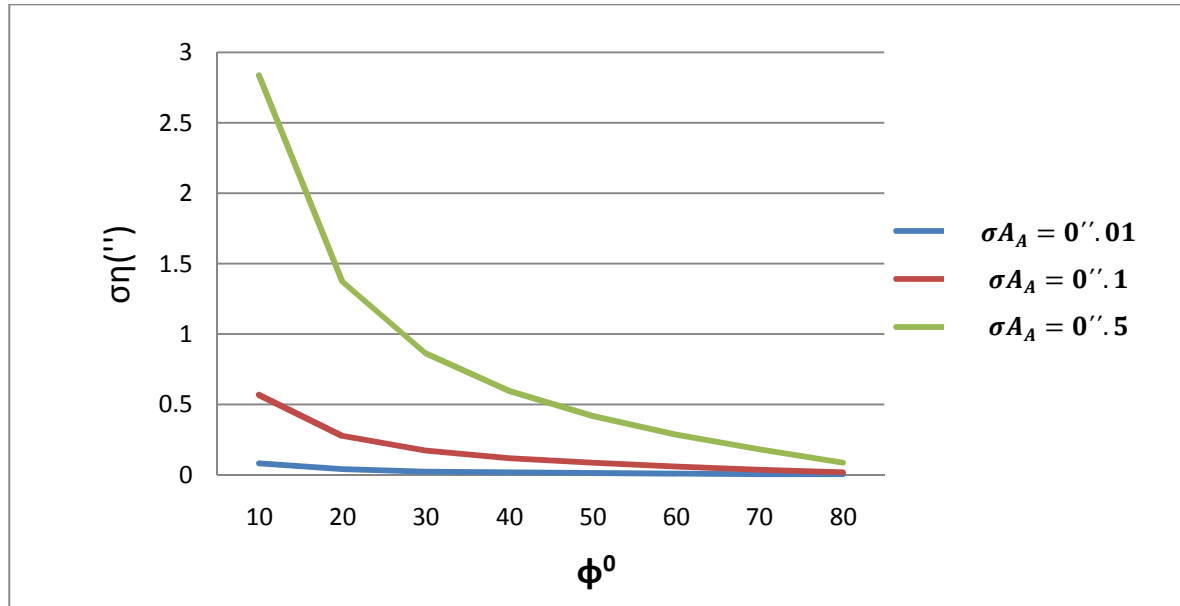
$$\sigma_{A_A} = \frac{\sigma_{A(\Sigma K)}}{\sqrt{n}} \quad (2.32)$$

Από τη σχέση 2.30 προκύπτουν τα σχήματα 2.9 και 2.10:



Σχήμα 2.9: Αβεβαιότητα προσδιορισμού  $\eta$  με  $\sigma_{A_G} = \pm 0''.001$  και  $\Delta A = 1''$





Σχήμα 2.10: Αβεβαιότητα προσδιορισμού  $\eta$  με  $\sigma_{A_G} = \pm 0''.01$  και  $\Delta A = 1''$

Η διαφορά στα δύο διαγράμματα είναι της τάξης του  $0''.01$ , και επομένως δύσκολο να αντιληφθεί γραφικά. Επίσης, για  $\Delta A = 2'', 3''$  και  $4''$  η διαφορά στο  $\sigma_{\eta}$  είναι της τάξης του  $0''.0001$  άρα αμελητέα.

Το  $\sigma_{\eta}$ , όπως γίνεται αντιληπτό και από τα διαγράμματα, επηρεάζεται κυρίως από τα μεγέθη  $\sigma_{A_A}$  και  $\Phi$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### Μετρήσεις – Αποτελέσματα

#### 3.1 Αντικείμενο

Αντικείμενο αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι ο υπολογισμός των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου  $\xi$ ,  $\eta$ . Η συνιστώσα  $\eta$  θα υπολογιστεί από την εναλλακτική σχέση (2.8) και όχι από την κλασική (2.4). Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται ο προσδιορισμός του  $\eta$  χωρίς πρώτα να είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ , αλλά μέσω του προσδιορισμού του αστρονομικού αζιμουθίου  $A_A$ , όπως προκύπτει από την εξίσωση Laplace.

Έτσι χρειάζεται να γίνουν:

- Προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  σε ένα σημείο  $A$
- Προσδιορισμός του αστρονομικού και γεωδαιτικού αζιμουθίου,  $A_A$  και  $A_G$  αντίστοιχα, μίας διεύθυνσης που θα ξεκινάει από το σημείο  $A$ .

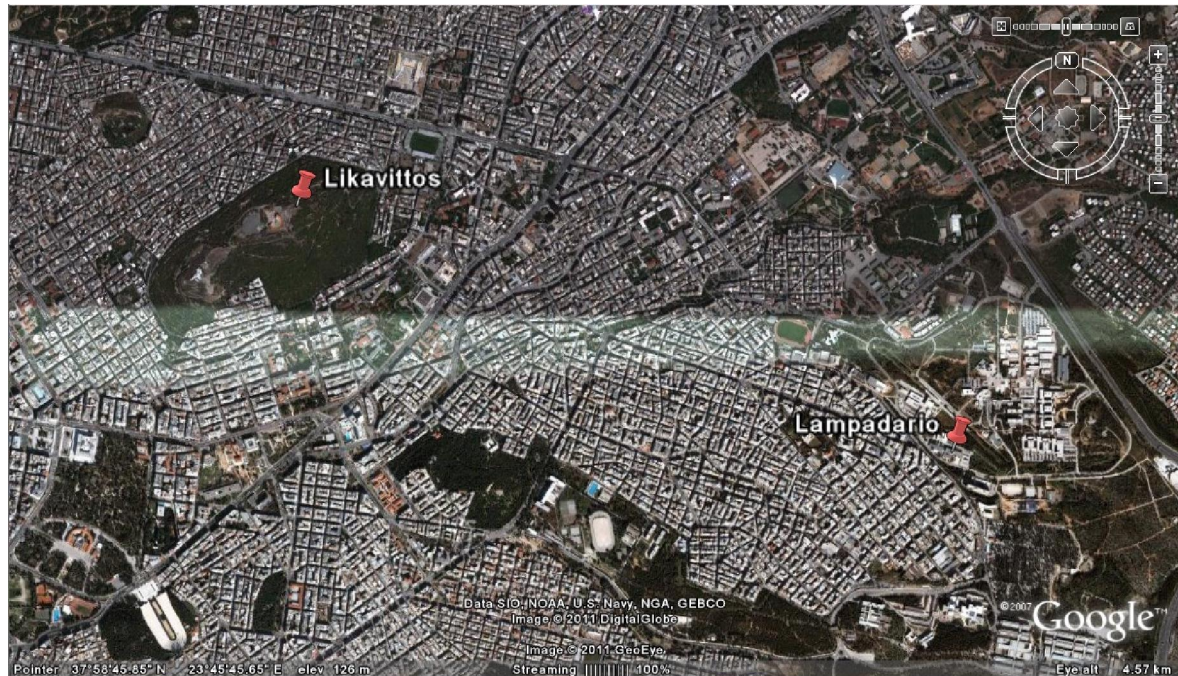
Το σημείο που επιλέχθηκε για τον προσδιορισμό είναι το βάθρο  $A$  πάνω στο δώμα Λαμπαδαρίου της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Σαν δεύτερο σημείο για το αζιμούθιο επιλέχθηκε το βάθρο Λυκαβηττός. Η επιλογή του βάθρου Λυκαβηττός έγινε κυρίως επειδή υπάρχει οπτική επαφή με το βάθρο Λαμπαδάριο (Εικόνα 3.1).

Για τον προσδιορισμό του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  έγιναν αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις.

Για τον υπολογισμό του χρησιμοποιήθηκαν 2 διαφορετικές μέθοδοι:

- α) Προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  με σύγχρονα όργανα [Λάμπρου Ε., 2003] και
- β) Προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  με αυτοβαθμονόμηση [Πάνου Γ., 2009].



*Εικόνα 3.1: Η βάση Λαμπαδάριο - Λυκαβηττός*

Ο προσδιορισμός του αστρονομικού αζιμουθίου  $A_A$  πραγματοποιήθηκε η μέθοδος της ωριαίας γωνίας με σκοπεύσεις στον Πολικό αστέρα με χρήση σύγχρονων οργάνων και επεξεργασίας. [Λάμπρου Ε., 2003]

Για τον προσδιορισμό του γεωδαιτικού αζιμουθίου  $A_G$  χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του στατικού σχετικού εντοπισμού του συστήματος GPS.

Ο προσδιορισμός των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου  $\xi$ , η έγινε με την μέθοδο που περιγράφεται στην παρούσα εργασία.

## **3.2 Εξοπλισμός**

Έτσι, για την εργασία τα όργανα και παρελκόμενα που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα εξής.

### **3.2.1 Ο γεωδαιτικός σταθμός TDM 5000**

Τα τελευταία χρόνια η εξέλιξη στο χώρο των γεωδαιτικών οργάνων είναι ραγδαία. Τα θεοδόλγια και τα EDM, όργανα που παραδοσιακά μετρούσαν γωνίες και μήκη αντίστοιχα, αντικαταστάθηκαν

από τους σύγχρονους ολοκληρωμένους γεωδαιτικούς σταθμούς (Total Station). Τα όργανα αυτά έχουν τη δυνατότητα ταυτόχρονης μέτρησης γωνιών και μηκών ενώ παράλληλα αποθηκεύουν τα μετρημένα μεγέθη μαζί με άλλα στοιχεία όπως αύξοντα αριθμό μέτρησης, χρονική στιγμή παρατήρησης κ.α., σε ειδική καταγραφική μονάδα και επικοινωνίας με ηλεκτρονικό υπολογιστή για τη μεταφορά των δεδομένων.

Η παραδοσιακή λοιπόν διαδικασία μέτρησης γωνιακών μεγεθών με απευθείας ανάγνωση του παρατηρητή με τη χρήση μηχανικού οριζόντιου και κατακόρυφου δίσκου αναγνώσεων και μικρομέτρου, έχει πλέον αντικατασταθεί από την απευθείας ένδειξη των ψηφιακών αναγνώσεων σε ειδική οθόνη και ταυτόχρονη καταγραφή τους σε αποθηκευτική μονάδα. Μ' αυτό τον τρόπο οι μετρήσεις είναι απαλλαγμένες από χονδροειδή σφάλματα αναγνώσεων ή συστηματικά σφάλματα βαθμονόμησης των μηχανικών δίσκων τους και παράλληλα έχει μειωθεί σημαντικά η χρονική διάρκεια των μετρήσεων υπαίθρου. [Λάμπρου Ε., 2003]

Ο ολοκληρωμένος γεωδαιτικός σταθμός TDM 5000 [Leica, 1997], ανήκει στην κατηγορία των γεωδαιτικών σταθμών υψηλής ακρίβειας. Τα κύρια χαρακτηριστικά του γεωδαιτικού αυτού σταθμού είναι:

- Είναι όργανο ομοαξονικό και σερβοκίνητο
- Έχει απόδοση στη μέτρηση των γωνιών  $0.1^{\text{cc}}$  και αβεβαιότητα μέτρησης  $\pm 0.5^{\text{cc}}$
- Επιτρέπει την ψηφιακή μέτρηση και καταγραφή γωνιών, μηκών και χρόνου.
- Η καταγραφή γίνεται σε ειδική καταγραφική μονάδα, γνωστή και ως κάρτα PCMCIA, ενώ συνδέεται με ηλεκτρονικό υπολογιστή με τη βοήθεια εξόδου RS232. Με τον τρόπο αυτό υπάρχει η δυνατότητα αμφίδρομης επικοινωνίας και μεταφοράς των δεδομένων από το όργανο στον ηλεκτρονικό υπολογιστή αλλά και αντίστροφα, μεταφορά και εγκατάσταση λογισμικού από τον υπολογιστή στο όργανο.
- Διαθέτει ενσωματωμένο ψηφιακό χρονόμετρο, το οποίο έχει απόδοση  $0.001\text{sec}$  και με τη βοήθεια του οποίου είναι δυνατή η καταγραφή του χρόνου που αντιστοιχεί στη στιγμή της παρατήρησης.
- Έχει δυνατότητα ηλεκτρονικής οριζοντίωσης και αυτόματης διόρθωσης των τιμών των μετρούμενων γωνιακών μεγεθών, αν υπάρχει σφάλμα.

- Οι κοχλίες του είναι ατέρμονες, χωρίς πάκτωση οριζόντιου και κατακόρυφου δίσκου.
- Έχει ανεξάρτητο πηδάλιο, που σημαίνει ότι οι κοχλίες της μικροκίνησης μπορούν να βρεθούν και να λειτουργήσουν σε οποιαδήποτε θέση.
- Πάνω στο πηδάλιο και δίπλα στους μικροκινητήριους κοχλίες οριζόντιας και κατακόρυφης κίνησης, διαθέτει ειδικό πλήκτρο (trigger key), με τη βοήθεια του οποίου ενεργοποιείται η εντολή καταγραφής των μετρήσεων.
- Το τηλεσκόπιο του έχει μεγέθυνση x42 και στο οπτικό του πεδίο υπάρχουν τέσσερις ομόκεντροι κύκλοι οι οποίοι διακόπτονται από σταυρόνημα.
- Είναι δυνατός ο ρυθμιζόμενος φωτισμός τόσο του τηλεσκοπίου όσο και της οθόνης του, με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι δυνατή η παρατήρηση και κατά τη διάρκεια της νύκτας.
- Είναι δυνατή η προσθήκη αγκωνοειδούς πρίσματος, απαραίτητου για τη διαδικασία σκόπευσης σε μικρές ζενίθιες γωνίες. [Leica, 1997]



*Φωτογραφία 3.1 : Ο γεωδαιτικός σταθμός TDM 5000*

Ο γεωδαιτικός σταθμός TDM 5000 έχει τεχνικά χαρακτηριστικά, τα οποία επιτρέπουν τη χρήση του σε αστρονομικές παρατηρήσεις, αν και αυτό δεν έχει προδιαγραφεί από την κατασκευάστρια εταιρεία. Η πραγματοποίηση εύκολων και με ακρίβεια αστρονομικών παρατηρήσεων δεν θα ήταν δυνατή αν ο σταθμός δεν διέθετε ατέρμονες κοχλίες χωρίς πακτώσεις, ανεξάρτητο πηδάλιο και ειδικό πλήκτρο καταγραφής (trigger key) πάνω σε αυτό. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι απαραίτητα γιατί έτσι διευκολύνονται οι κινήσεις του παρατηρητή στη διάρκεια των παρατηρήσεων και αποφεύγονται συστηματικά σφάλματα, κυρίως στην καταγραφή του χρόνου αλλά και στις τιμές των γωνιών κατά τη λήψη μετρήσεων.

### 3.2.2 Ο δέκτης Trimble 5800 του συστήματος GPS

Το σύστημα Trimble 5800 έχει δυνατότητα μέτρησης στις συχνότητες L1 και L2 του συστήματος GPS και ιδιαίτερο χαρακτηριστικό ότι ενσωματώνει σε μία και μόνη συμπαγή και ελαφριά συσκευή τον δέκτη GPS, το σύστημα ασύρματης επικοινωνίας καθώς και τις κεραίες αυτών. Το βάρος του δέκτη είναι μόλις 1.21 Kg.

Το σύστημα Trimble 5800 έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Λειτουργεί με τα χειριστήρια ACU, TCU και TSC2 της Trimble και υποστηρίζει επικοινωνία Bluetooth με αυτά. Η δυνατότητα αυτή κάνει δυνατή τη λειτουργία του συστήματος χωρίς κανένα καλώδιο.
- Υποστηρίζει δυνατότητα επικοινωνίας μέσω UHF, GSM και GPRS για την λήψη διορθώσεων RTK.
- Παρέχει στον χρήστη την δυνατότητα των παρακάτω μεθόδων εντοπισμού με τις αντίστοιχες ακρίβειες:
  - Γρήγορου στατικού (Fast Static)
    - Οριζοντιογραφική ακρίβεια:  $\pm 5\text{mm} + 0.5\text{ppm RMS}$
    - Υψομετρική ακρίβεια:  $\pm 5\text{mm} + 1\text{ppm RMS}$
  - Κινηματικού (PPK)
    - Οριζοντιογραφική ακρίβεια:  $\pm 10\text{mm} + 1\text{ppm RMS}$
    - Υψομετρική ακρίβεια:  $\pm 20\text{mm} + 1\text{ppm RMS}$
  - Κινηματικού σε πραγματικό χρόνο (RTK)
    - Οριζοντιογραφική ακρίβεια:  $\pm 10\text{mm} + 1\text{ppm RMS}$
    - Υψομετρική ακρίβεια:  $\pm 20\text{mm} + 1\text{ppm RMS}$



*Φωτογραφία 3.2: Ο δέκτης Trimble 5800*

### **3.2.3 Βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης**

Τα κύρια χαρακτηριστικά της βάσης εξαναγκασμένης κέντρωσης είναι η μοναδικότητα που μπορεί να τοποθετηθεί και η σταθερότητα του οργάνου κατά την διάρκεια των παρατηρήσεων. Σε αντίθεση με κοινές βάσεις κέντρωσης, η βάση αυτή έχει τη δυνατότητα να πατήσει με μοναδικό τρόπο πάνω στο βάθρο, εξασφαλίζοντας έτσι ότι κάθε φορά το όργανο θα είναι κεντρωμένο στο ίδιο σημείο. Το βάρος της είναι περίπου 5 κιλά (Φωτογραφία 3.3).

Εκτός από την εξαναγκασμένη κέντρωση, η βάση διαθέτει και ένα μηχανικό βραχίονα, αιχμηρό στην άκρη, ώστε να μπορεί να κεντρωθεί πάνω από κάποιο τυχαίο σημείο.



*Φωτογραφία 3.3: Βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης*



*Φωτογραφία 3.4: Βραχίονας κέντρωσης*

### **3.3 Σχεδιασμός των αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων**

Προκειμένου να υπολογιστεί το αστρονομικό πλάτος  $\Phi$  ενός σημείου της  $\Phi.Γ.Ε.$  με αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις είναι απαραίτητο να γίνει σχεδιασμός των παρατηρήσεων.

Ο σχεδιασμός των αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων ακόμα και με τα σύγχρονα ψηφιακά όργανα, αποτελεί βασικό τμήμα της διαδικασίας και επηρεάζει σημαντικά τόσο το χρόνο παραμονής στο σημείο παρατήρησης όσο και την πληρότητα των μετρήσεων.

Στο σχεδιασμό των μετρήσεων, περιλαμβάνεται η επιλογή των αστερών που πρόκειται να παρατηρηθούν.

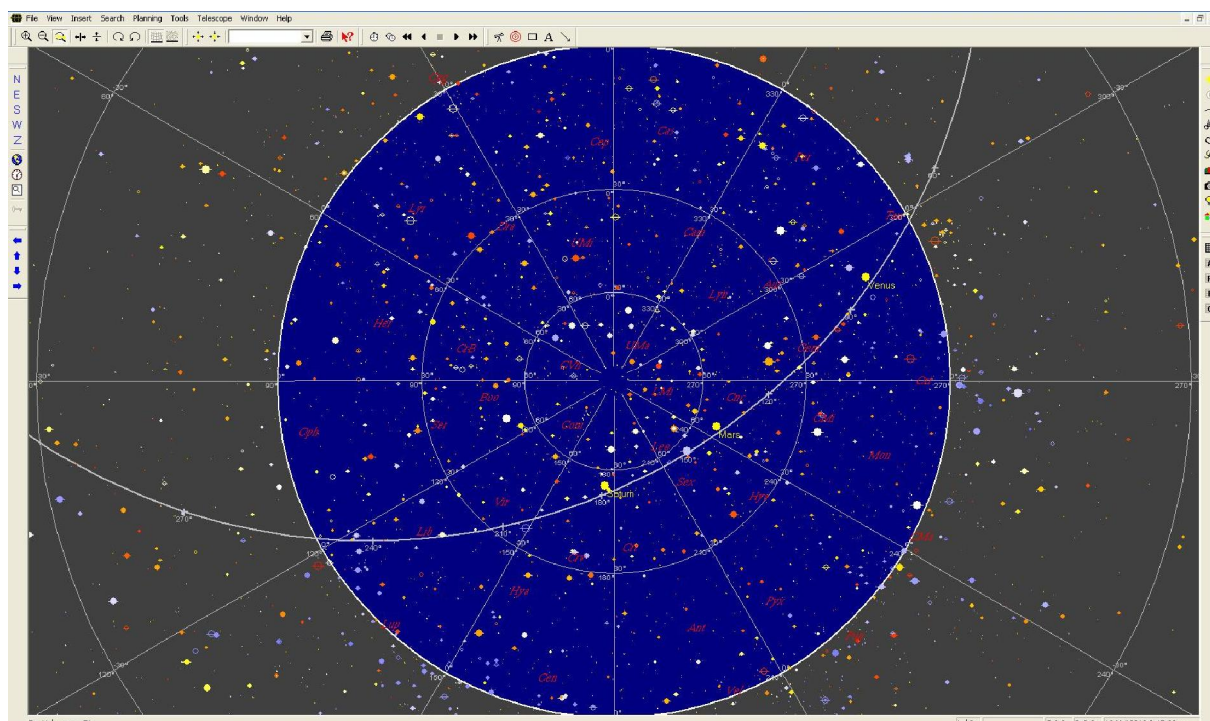
Για την επιλογή των αστερών που θα παρατηρηθούν, απαιτείται η χρήση κατάλληλου προγράμματος  $H/Y$  (software) προσομοίωσης της ουράνιας σφαίρας. Για την επιλογή των αστερών σε αυτόν τον προγραμματισμό χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα SkyMap Pro 9 [Marriott C.A., 1999-2002].



Τα στοιχεία που είναι απαραίτητα να εισαχθούν στο πρόγραμμα για να γίνει η επιλογή των αστερών είναι τα εξής:

- Οι τιμές του αστρονομικού μήκους και πλάτους. Επειδή όμως δεν είναι γνωστές οι ακριβείς αστρονομικές συντεταγμένες του σημείου παρατήρησης, εισάγονται οι τιμές του γεωγραφικού πλάτους και μήκους ( $\phi$ ,  $\lambda$ ) χωρίς αυτό να επηρεάζει την επιλογή αστερών.
- Ο πολιτικός χρόνος (UTC + Time zone) της περιοχής μέτρησης.
- Προσεγγιστικές τιμές της πίεσης και της θερμοκρασίας κατά την ώρα των μετρήσεων.
- Η χρονολογία της ημέρας παρατήρησης.
- Η ώρα παρατήρησης (συνήθως ορίζεται το μέσο του χρονικού διαστήματος του προβλεπόμενου συνολικού χρόνου παρατήρησης).

Με την εισαγωγή των παραπάνω στοιχείων παρουσιάζεται η εικόνα του ουρανού με τους αστέρες (Εικόνα 3.2).



Εικόνα 3.2: Προσομοίωση ουράνιας σφαίρας από το ψηφιακό πλανητάριο Skymap

Τα κριτήρια με τα οποία πρέπει να επιλέγονται οι προς παρατήρηση αστέρες είναι τα εξής:

- Επιλέγονται για παρατήρηση εναλλάξ ως ζεύγη βόρειος (N), νότιος (S), σε ίση περίπου ζενίθια απόσταση  $z$ , έτσι ώστε κατά τον προσδιορισμό του αστρονομικού πλάτους, να εξαλείφεται η επίδραση της ατελούς διόρθωσης της αστρονομικής διάθλασης κατά την εξαγωγή του τελικού μέσου όρου. Σημειώνεται ότι αν για ένα αστέρα ισχύει  $\delta > \Phi$  τότε αυτός είναι βόρειος (N), ενώ αν  $\delta < \Phi$  τότε αυτός είναι νότιος (S).
- Η διαφορά μεταξύ της ζενίθιας απόστασης μεσουράνησης του βορείου αστέρα και της αντίστοιχης του νότιου, για κάθε ζεύγος, πρέπει να είναι της τάξης του  $1^{\circ}$  και αυτό για να είναι περίπου ίδια η επίδραση της αστρονομικής διάθλασης στις μετρήσεις.
- Δεν προτιμώνται αστέρες με μέγεθος μεγαλύτερο του 4, γιατί η σκόπευση τους δεν είναι σημειακή, με αποτέλεσμα να εισάγεται σφάλμα στις μετρήσεις. Επίσης αποκλείονται αστέρες με μέγεθος μικρότερο του 6.5 γιατί είναι πολύ αμυδροί και είναι δύσκολη και επίπονη η σκόπευση τους. Είναι προτιμότερο να επιλέγονται αστέρες με μέγεθος μεταξύ 4 και 6.5, γιατί η φαινόμενη διάμετρος τους μέσα από τον γεωδαιτικό σταθμό είναι ίση περίπου με το πάχος του σταυρονήματος του και έτσι διευκολύνεται σημαντικά η σκόπευση τους.
- Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ του χρόνου μεσουράνησης δυο διαδοχικών αστέρων δεν πρέπει να είναι μικρότερο των 8-10 λεπτών, ώστε να υπάρχει χρόνος για την αναγνώριση και την πλήρη παρατήρηση κάθε αστέρα.
- Δεν επιλέγονται αστέρες που μεσουρανούν σε ζενίθια γωνία μικρότερη των  $10^{\circ}$  και αυτό γιατί η φαινόμενη ταχύτητα τους είναι πολύ μεγάλη και δεν επιτρέπει την πλήρη, σε χρόνο και αριθμό σκοπεύσεων, παρατήρηση τους.
- Δεν επιλέγονται αστέρες που μεσουρανούν σε ζενίθια γωνία μεγαλύτερη των  $30^{\circ}$  και αυτό γιατί το σφάλμα της αστρονομικής διάθλασης αυξάνεται με την αύξηση της τιμής της ζενίθιας γωνίας και γιατί η φαινόμενη ταχύτητα τους είναι πολύ μικρή γεγονός που κάνει την παρατήρηση κουραστική.
- Δεν επιλέγονται διπλοί αστέρες γιατί είναι ασαφής η σκόπευση τους. [Λάμπρου Ε., 2003]

Τα στοιχεία του σχεδιασμού των παρατηρήσεων που καταγράφονται σε ειδικό έντυπο, στον οποίο περιλαμβάνονται, μεταξύ άλλων, για κάθε άστρο:

- Η θέση, αν δηλαδή είναι βόρειο (N) ή νότιο (S)

- Το όνομα
- Το μέγεθος  $m$  (magnitude)
- Η απόκλιση  $\delta$
- Η ορθή αναφορά  $\alpha$
- Ο χρόνος μεσουράνησης με ακρίβεια 1 sec
- Η ζενίθια γωνία  $z$  στην οποία θα παρατηρηθεί ο αστέρας κατά τη μεσουράνηση του.

Τα δύο τελευταία στοιχεία διευκολύνουν στην αναγνώριση του αστέρα την ώρα της παρατήρησης.

Με την βοήθεια του προγράμματος προσομοίωσης της ουράνιας σφαίρας μπορεί ακόμη να προσδιοριστεί το αστρονομικό αζιμούθιο του Πολικού Αστέρα, σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή και με τον τρόπο αυτό να τοποθετηθεί η αρχή του οριζόντιου δίσκου του οργάνου στη διεύθυνση του μεσημβρινού του τόπου. Η διαδικασία αυτή είναι απαραίτητη πριν την έναρξη των μετρήσεων για την εύκολη αναγνώριση των αστερών.

### 3.4 Διαδικασία μετρήσεων

Για την εκτέλεση των μετρήσεων ο γεωδαιτικός σταθμός τοποθετείται στο σημείο παρατήρησης και αφού αποκατασταθούν οι συνθήκες λειτουργίας (οριζοντίωση) τοποθετείται το ειδικό για τις αστρονομικές παρατηρήσεις αγκωνοειδές πρίσμα στο προσοφθάλμιο του τηλεσκοπίου του.

Ο γεωδαιτικός σταθμός ενεργοποιείται και ρυθμίζετε το ρολόι του σύμφωνα με την επίσημη ώρα Ελλάδος. Ορίζεται το όνομα του αρχείου καταγραφής των μετρήσεων και ο αύξων αριθμός της πρώτης παρατήρησης.

Κατόπιν ο γεωδαιτικός σταθμός προσανατολίζεται στο μεσημβρινό του τόπου, δηλαδή η ένδειξη μηδέν του οριζόντιου κύκλου του τοποθετείται στον Βορρά, ώστε να είναι δυνατή η αναγνώριση των αστερών στον ουρανό από τα στοιχεία του προγραμματισμού μετρήσεων.

Οι επιλεγμένοι αστέρες παρατηρούνται κατά τη μεσημβρινή τους διάβαση και συμμετρικά όσο είναι δυνατόν ως προς τον μεσημβρινό για τουλάχιστο  $3^s$  πριν και  $3^s$  μετά τη μεσουράνηση τους. Ταυτόχρονα με τις

παρατηρήσεις των αστερών και σε τακτά χρονικά διαστήματα λαμβάνονται μετρήσεις θερμοκρασίας και πίεσης.

Η παρατήρηση του άστρου γίνεται ακολουθώντας την κίνησή του με τους μικροκινητήριους κοχλίες του γεωδαιτικού σταθμού. Κάθε φορά που ο παρατηρητής κρίνει ότι ο αστέρας βρίσκεται στο κέντρο του σταυρονήματος του τηλεσκοπίου ενεργοποιεί το πλήκτρο καταγραφής (trigger key) του σταθμού που βρίσκεται στο πηδάλιο του και το οποίο έχει προγραμματιστεί έτσι ώστε να εκτελεί πλήρη καταγραφή, αντίστοιχη του πλήκτρου REC του γεωδαιτικού σταθμού. Η καταγραφή δεν γίνεται με το πλήκτρο REC γιατί στην περίπτωση αυτή υπάρχει πολυπλοκότητα της κίνησης του παρατηρητή η οποία προκαλεί χρονική καθυστέρηση στη μέτρηση. Επίσης η χρήση του πλήκτρου καταγραφής (trigger key) δεν διακόπτει την οπτική παρακολούθηση του άστρου.

Κάθε φορά που ο παρατηρητής ενεργοποιεί το πλήκτρο καταγραφής του πηδαλίου καταγράφονται τα στοιχεία μέτρησης, δηλαδή:

- Ο αύξων αριθμός της παρατήρησης
- Η ημερομηνία παρατήρησης
- Η ώρα
- Η οριζόντια γωνία
- Η ζενίθια γωνία

Ο ρυθμός με τον οποίο ο παρατηρητής εκτελεί τις μετρήσεις πρέπει να είναι σταθερός και οι μετρήσεις να ισαπέχουν όσο το δυνατόν χρονικά. Αυτό επιτυγχάνεται με την εξοικείωση του παρατηρητή με το σύστημα και τη συγκέντρωση του την ώρα των παρατηρήσεων. Η συστηματικότητα του τρόπου μέτρησης αποδίδει καλύτερα και μειώνει την αβεβαιότητα των μετρήσεων.

### **3.4.1 Προσανατολισμός του γεωδαιτικού σταθμού**

Για την αναγνώριση των αστερών είναι απαραίτητος ο προσανατολισμός του γεωδαιτικού σταθμού. Πρέπει ο οριζόντιος δίσκος να μηδενιστεί στον μεσημβρινό του τόπου, δηλαδή  $A_Z=0$ . Παράλληλα το ίδιο στοιχείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμούθιου οποιασδήποτε άλλης επίγειας παρατηρούμενης διεύθυνσης. Για το λόγο αυτό, πριν από την έναρξη της διαδικασίας παρατήρησης των αστερών, γίνεται παρατήρηση του Πολικού Αστέρα, για να υπολογισθεί το ζητούμενο αζιμούθιο.

Ο προσανατολισμός του γεωδαιτικού σταθμού στον μεσημβρινό του τόπου γίνεται με τη βοήθεια του Πολικού Αστήρα. Ο Πολικός Αστήρας βρίσκεται κοντά στον βόρειο αστρονομικό πόλο, είναι εύκολα αναγνωρίσιμος στην ουράνια σφαίρα και κινείται αρκετά αργά, ώστε να διευκολύνεται η σκόπευση του.

Η σκόπευση του Πολικού Αστήρα γίνεται κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία είναι γνωστό το αζιμούθιο του από τον προγραμματισμό που έχει γίνει μέσω του προγράμματος προσομοίωσης της ουράνιας σφαίρας. Στη θέση αυτή τίθεται στον οριζόντιο δίσκο του οργάνου η ανάγνωση μηδέν, στρέφεται το όργανο σε γωνία τόση όση είναι το αζιμούθιο του Πολικού, αλλά με αντίθετο πρόσημο και εισάγεται πάλι η ανάγνωση μηδέν στον οριζόντιο δίσκο.

Έτσι ο γεωδαιτικός σταθμός είναι προσανατολισμένος στον μεσημβρινό του τόπου με μια αβεβαιότητα μικρότερη από  $\pm 10^{\text{cc}}$  ( $3''$ ), η οποία είναι αρκετή για τη διαδικασία της μέτρησης. [Λάμπρου Ε., 2003]

### **3.4.2 Προσδιορισμός αστρονομικού αζιμουθίου**

Για τον προσδιορισμό του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  είναι απαραίτητη η γνώση του αστρονομικού αζιμουθίου της διεύθυνσης μηδενισμού του γεωδαιτικού σταθμού. Για τον λόγο αυτό πριν από την έναρξη της διαδικασίας παρατήρησης των αστέρων, γίνεται παρατήρηση του Πολικού Αστήρα, για να υπολογισθεί το ζητούμενο αζιμούθιο. Η διαδικασία περιλαμβάνει 40-60 σκοπεύσεις του Πολικού Αστήρα σε χρονικό διάστημα 20min.[Λάμπρου Ε., 2003]

Οι σκοπεύσεις αυτές απαιτούν προσοχή, δεν χρειάζεται να γίνονται με μεγάλη ταχύτητα, όπως οι αντίστοιχες των αστέρων, δεδομένου ότι ο Πολικός Αστήρας κινείται πάρα πολύ αργά. Η ανεξαρτησία των σκοπεύσεων στον Πολικό Αστήρα επιτυγχάνεται με την απομάκρυνση του σταυρονήματος του γεωδαιτικού σταθμού από αυτόν και την εκ νέου σκόπευση του.

### **3.4.3 Αναγνώριση αστέρων**

Ο γεωδαιτικός σταθμός είναι τοποθετημένος στο σημείο παρατήρησης προσανατολισμένος στο βορρά, δηλαδή η ένδειξη  $0^{\text{s}}$  του οριζόντιου κύκλου αντιστοιχεί στο μεσημβρινό του τόπου με διεύθυνση προς το βόρειο πόλο.

Αν ο αστέρας που πρόκειται να παρατηρηθεί είναι βόρειος (N), στρέφεται ο γεωδαιτικός σταθμός στο βορρά και τοποθετείται στο κατακόρυφο κύκλο του η ένδειξη της ζενίθιας γωνίας όπως έχει υπολογισθεί στο στάδιο της προετοιμασίας των μετρήσεων και την επιλογή των αστερών.

Η διαδικασία αυτή πρέπει να γίνει σε ένα εύλογο χρονικό διάστημα (5min) πριν τη μεσουράνηση, το οποίο έχει προσδιορισθεί στην προετοιμασία που έχει ήδη γίνει. Στον οριζόντιο κύκλο αναγνώσεων του γεωδαιτικού σταθμού τοποθετείται η ένδειξη  $4^{\circ}$ - $5^{\circ}$ . Στο οπτικό πεδίο του τηλεσκοπίου βρίσκεται ο αστέρας, που πρόκειται να παρατηρηθεί και τότε γίνεται η έναρξη της παρατήρησης του.

Αν ο αστέρας είναι νότιος (S), στρέφεται ο γεωδαιτικός σταθμός στο νότο και στον οριζόντιο δίσκο τοποθετείται η ένδειξη  $195^{\circ}$ - $196^{\circ}$ . Αυτό συμβαίνει με την προϋπόθεση ότι η ένδειξη  $0^{\circ}$  του οριζόντιου κύκλου του γεωδαιτικού σταθμού αντιστοιχεί στο βορρά γιατί η φαινόμενη κίνηση των αστερών ακολουθεί τη φορά των δεικτών του ρολογιού (δεξιόστροφα) για τους νότιους αστέρες ενώ αντίθετη (αριστερόστροφα) για τους βόρειους αστέρες.

Αν κατά την αναγνώριση ενός αστέρα, στο οπτικό πεδίο του γεωδαιτικού σταθμού, εμφανίζονται και άλλοι αστέρες ίδιου μεγέθους, τότε υπάρχει πιθανότητα λανθασμένης σκόπευσης. Η εμφάνιση τέτοιων περιπτώσεων ελαχιστοποιείται αν κατά την επιλογή των αστερών αυτό επισημανθεί και συντάσσεται σχέδιο του τμήματος της ουράνιας σφαίρας που περιέχει σε μεγέθυνση την κρίσιμη περιοχή με αντίστοιχη επισήμανση των αστερών αυτών. Το σχέδιο αυτό πρέπει να καθοδηγεί τον παρατηρητή κατά την αναγνώριση του αστέρα στο ύπαιθρο. [Λάμπρου Ε., 2003]

### **3.5 Πειραματικές σειρές παρατηρήσεων**

Επειδή οι αστρονομικές παρατηρήσεις έχουν ιδιαιτερότητες και δεν είναι μια συνήθης τοπογραφική εργασία, πριν από την έναρξη των μετρήσεων είναι απαραίτητα:

- Η εξοικείωση του χρήστη με το σύστημα των αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων

- Η εξοικείωση με τη νύχτα αλλά και με τη χρήση των οργάνων τη νύχτα
- Εξοικείωση με την αναγνώριση και τη σκόπευση των αστερών

Έτσι αποφασίστηκε να γίνουν κάποιες πειραματικές σειρές μετρήσεων σε προσφιλή χώρο και σε ένα σημείο γνωστών συντεταγμένων ώστε να μπορούν να ελεγχθούν τα αποτελέσματα.

Πριν γίνουν οι πειραματικές σειρές μετρήσεων σχεδιάστηκαν αρκετές σειρές παρατηρήσεων μέσω του λογισμικού προσομοίωσης της ουράνιας σφαίρας για τη σωστή εύρεση των αστερών με βάση τα κριτήρια που αναφέρθηκαν παραπάνω. Αυτή η διαδικασία έγινε τουλάχιστο πέντε φορές για να μπορέσει ο χρήστης να εξοικειωθεί με το πρόγραμμα προσομοίωσης της ουράνιας σφαίρας.

Το βάθρο που έγιναν οι πειραματικές σειρές μετρήσεων βρίσκεται στο κτήριο του Λαμπαδαρίου στην Πολυτεχνιούπολη Ζωγράφου.

Το βάθρο αυτό επιλέχθηκε γιατί:

- Βρίσκεται σε εύκολα προσβάσιμο χώρο
- Είναι γνωστές οι αστρονομικές συντεταγμένες του σημείου από προηγούμενη εργασία. [Λάμπρου Ε., 2003]

Το σημείο έχει κάποια μειονεκτήματα λόγω της θέσης. Βρίσκεται σε αστική περιοχή και έτσι η ύπαρξη των φώτων της πόλης δημιουργούν έναν διάχυτο φωτισμό στον ουρανό, μειώνουν την ευκρίνεια και δυσχεραίνουν τη σκόπευση στους αστέρες.

Όσο πιο σκοτεινό είναι το περιβάλλον τόσο καλύτερα είναι οι συνθήκες για τον παρατηρητή. Ο παρατηρητής κατά τη διάρκεια της παρατήρησης πρέπει να είναι συγκεντρωμένος στον αστέρα χωρίς να αποσπάται η προσοχή του ή να ενοχλείται από τα φώτα του περιβάλλοντος χώρου.

Η πειραματική σειρά μετρήσεων διεξήχθη στο βάθρο του κτηρίου Λαμπαδαρίου, στις 6 Μαΐου 2010 με τον παρακάτω προγραμματισμό:

**ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΟ ΒΑΘΡΟ ΣΤΟ ΛΑΜΠΑΔΑΡΙΟ**

**ΣΤΙΣ 6 ΜΑΙΟΥ 2010**

$\Phi = 37^\circ 58' 30''.361$

$\Lambda = 23^\circ 46' 48''.488$

**ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΑΣΤΕΡΩΝ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ**

α/α	Θέση	Όνομα	m	Απόκλιση (δ)	Ορθή αναφορά (α)	Χρόνος Μεσουράνησης	Κατακόρυφη γωνία	No
1	N	43 Ursae Majoris	5.67	56° 31' 44".4	10 <sup>h</sup> 51 <sup>m</sup> 51,28 <sup>s</sup>	21 <sup>h</sup> 18 <sup>m</sup> 44 <sup>s</sup>	20 <sup>g</sup> .6154	
2	S	60 Leonis	4.40	20° 7' 22".2	11 <sup>h</sup> 2 <sup>m</sup> 54,53 <sup>s</sup>	21 <sup>h</sup> 29 <sup>m</sup> 45 <sup>s</sup>	19 <sup>g</sup> .8358	13-122
3	S	Sigma Leonis	4.04	5° 58' 11".4	11 <sup>h</sup> 21 <sup>m</sup> 41.86 <sup>s</sup>	21 <sup>h</sup> 48 <sup>m</sup> 29 <sup>s</sup>	35 <sup>g</sup> .5614	122-273
4	N	2 Draconis	5.19	69° 16' 1".9	11 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 42.26 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 3 <sup>m</sup> 27 <sup>s</sup>	34 <sup>g</sup> .7690	
5	N	TYC 3835-1057-1	5.26	55° 34' 17".4	11 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 31.25 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup>	19 <sup>g</sup> .5516	274-427
6	S	5 Comae Berenices	5,60	20° 28' 57".4	12 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> 42,80 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 39 <sup>m</sup> 22 <sup>s</sup>	19 <sup>g</sup> .4361	428-522
7	S	11 Comae Berenices	4.73	17° 44' 1".0	12 <sup>h</sup> 21 <sup>m</sup> 16.35 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup>	22 <sup>g</sup> .4905	523-617
8	N	74 Ursae Majoris	5.35	58° 20' 57".3	12 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> 29.13 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 57 <sup>m</sup> 5 <sup>s</sup>	22 <sup>g</sup> .6379	618-750
9	N	7 Draconis	5.44	66° 44' 3".9	12 <sup>h</sup> 48 <sup>m</sup> 3.29 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 37 <sup>s</sup>	31 <sup>g</sup> .9548	
10	S	TYC 884-570-1	5.79	9° 57' 52".5	13 <sup>h</sup> 9 <sup>m</sup> 54.64 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup>	31 <sup>g</sup> .1228	

*Πίνακας 3.1: Σχεδιασμός παρατηρήσεων για την 6-5-2010*

ΩΡΑ	ΑΖΙΜΟΥΘΙΟ ΠΟΛΙΚΟΥ
20:50	399 <sup>g</sup> .1225
20:55	399 <sup>g</sup> .1321
21:00	399 <sup>g</sup> .1417
21:05	399 <sup>g</sup> .1519
21:10	399 <sup>g</sup> .1627
Μετρήσεις στον πολικό: 1-12	

*Πίνακας 3.2: Αζιμούθιο Πολικού αστέρα την 6-5-2010*

Οι αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις διεξάγονται σε σκοτεινό και πολλές φορές δύσβατο μέρος. Επομένως, παρά την όποια εκπαίδευση και εξοικείωση του παρατηρητή, θα πρέπει οι περιττές κινήσεις να μειωθούν όσο περισσότερο αυτό είναι δυνατό. Έτσι, οι αστέρες που πρόκειται να παρατηρηθούν έχουν επιλεγεί με την επαναλαμβανόμενη αλληλουχία βόρειος-νότιος-νότιος-βόρειος (N-S-S-N). Με αυτό τον τρόπο, οι μετακινήσεις του παρατηρητή κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων, και συγκεκριμένα κατά τον αρχικό εντοπισμό κάθε αστέρα, ελαχιστοποιούνται καθώς ο παρατηρητής πρέπει να αλλάζει θέση κάθε δεύτερο αστέρα. Βέβαια, αυτό δεν είναι πάντα εφικτό.



Αρχικά, έγιναν 12 παρατηρήσεις στον πολικό αστέρα και έπειτα οι υπόλοιπες στους 6 από τους 10 αστέρες που είχαν επιλεχτεί κατά το σχεδιασμό. Σε 4 αστέρες δεν έγιναν παρατηρήσεις λόγω κακού χρονικού σχεδιασμού ή αδυναμίας εντοπισμού τους από τον παρατηρητή.

Τα βασικότερα προβλήματα που αντιμετωπίστηκαν, τα οποία ήταν κατά κύριο λόγο αποτέλεσμα του στενού σχεδιασμού ως προς το χρόνο, ήταν η αδυναμία παρατήρησης 4 αστέρων και η έλλειψη χρόνου για την ανάπαυση του παρατηρητή. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα τα μάτια να κουραστούν και προς το τέλος των παρατηρήσεων να είναι ξερά, παρουσιάζοντας θαμπή όραση. Άλλα, μικρότερης σημασίας προβλήματα, ήταν η έλλειψη εξοικείωσης με το όργανο και το φωτεινό αστικό περιβάλλον.

### **3.6 Αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις στο Λαμπαδάριο**

Ο σχεδιασμός των αστέρων προς παρατήρηση έγινε με βάση τα κριτήρια και τη διαδικασία που αναφέρθηκε στα προηγούμενα.

Με τη βοήθεια του προγράμματος SkyMap Pro 9 [Marriott C.A., 1999-2002], επιλέχθηκαν 5 ζεύγη αστέρων, δηλαδή 10 αστέρες, μεγέθους από 4.7 έως 5.9 προς παρατήρηση. Έγινε και η πρόβλεψη για τον Πολικό Αστέρα και βρέθηκε η τιμή του αζιμουθίου του την ώρα έναρξης των παρατηρήσεων.

Στους πίνακες 3.3 και 3.4 παρουσιάζονται ο προγραμματισμός για τις παρατηρήσεις και το αζιμούθιο του Πολικού Αστέρα αντίστοιχα για τον προσανατολισμό του γεωδαιτικού σταθμού. Επίσης, στον πίνακα 3.5 παρουσιάζεται η καταγραφή της πίεσης και θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων.

Οι παρατηρήσεις έγιναν στις 13-5-2010. Πραγματοποιήθηκαν αρχικά 10 μετρήσεις στο βάθρο του Λυκαβηττού και έπειτα άλλες 10 μετά την παρατήρηση του 6<sup>ου</sup> αστέρα.

Μετά από κάθε σει μετρήσεων στο βάθρο του Λυκαβηττού έγιναν παρατηρήσεις στον πολικό αστέρα, 30 και 15 παρατηρήσεις αντίστοιχα για τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμουθίου  $A_A$  της βάσης.

Η διαδικασία σκόπευσης των αστέρων έγινε παρατηρώντας εναλλάξ βόρειο και νότιο αστέρα. Σε κάθε αστέρα έγιναν περίπου 80-130

μετρήσεις ενώ παράλληλα γινόταν μέτρηση των συνθηκών πίεσης και θερμοκρασίας.

Οι παρατηρήσεις έγιναν χωρίς να υπάρξουν κάποια λάθη ή προβλήματα. Η διαδικασία των μετρήσεων ήταν εύκολη αφού το σημείο βρίσκεται σε ομαλό και εύκολα προσβάσιμο μέρος. Οι καιρικές συνθήκες ήταν καλές, χωρίς αέρα, κρύο ή συννεφιά. Επίσης, ο φωτισμός που υπήρχε από το γύρω αστρικό περιβάλλον δεν αποτέλεσε πρόβλημα αφού προνοήθηκε και δεν επιλέχθηκαν πολύ μικροί αστέρες.

Οι μετρήσεις ξεκίνησαν γύρω στις 21.00 και τελείωσαν περίπου τα μεσάνυχτα.

**ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΟ ΒΑΘΡΟ ΣΤΟ ΛΑΜΠΑΔΑΡΙΟ**

**ΣΤΙΣ 13 ΜΑΙΟΥ 2010**

$\Phi = 37^\circ 58' 30''.361$

$\Lambda = 23^\circ 46' 48''.488$

**ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΑΣΤΕΡΩΝ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ**

α/α	Θέση	Όνομα	m	Απόκλιση (δ)	Ορθή αναφορά (α)	Χρόνος Μεσουράνησης	Κατακόρυφη γωνία	α/α παρατήρησης
1	N	TYC 3453-2407-1	5.88	49° 25' 15".2	11 <sup>h</sup> 17 <sup>m</sup> 18.67 <sup>s</sup>	21 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup> 36 <sup>s</sup>	12 <sup>g</sup> .7175	43-80
2	S	TYC 1984-2611-1	5.88	27° 43' 26".4	11 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 52.36 <sup>s</sup>	21 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 6 <sup>s</sup>	11 <sup>g</sup> .3909	81-176
3	N	TYC 3835-1057-1	5.26	55° 34' 18".8	11 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 31.05 <sup>s</sup>	21 <sup>h</sup> 46 <sup>m</sup> 43 <sup>s</sup>	19 <sup>g</sup> .5520	177-269
4	S	5 Comae Berenices	5,60	20° 29' 0".4	12 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> 42,71 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup> 51 <sup>s</sup>	19 <sup>g</sup> .4358	270-381
5	S	11 Comae Berenices	4.73	17° 44' 2".1	12 <sup>h</sup> 21 <sup>m</sup> 61.27 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> 23 <sup>s</sup>	22 <sup>g</sup> .4902	382-464
6	N	74 Ursae Majoris	5.35	58° 20' 59".1	12 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> 28.94 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 29 <sup>m</sup> 34 <sup>s</sup>	22 <sup>g</sup> .6385	465-598
7	N	TYC 4165-584-1	5.88	62° 43' 32".2	12 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 48.46 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 46 <sup>m</sup> 50 <sup>s</sup>	27 <sup>g</sup> .5006	625-730
8	S	TYC 897-595-1	5.13	13° 37' 9".0	13 <sup>h</sup> 17 <sup>m</sup> 48.42 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup> 46 <sup>s</sup>	27 <sup>g</sup> .0622	731-866
9	S	2 Bootis	5.63	22° 26' 29".5	13 <sup>h</sup> 41 <sup>m</sup> 33.9 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> 27 <sup>s</sup>	17 <sup>g</sup> .2595	867-1007
10	N	86 Ursae Majoris	5.69	53° 40' 39".5	13 <sup>h</sup> 54 <sup>m</sup> 16.68 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 53 <sup>m</sup> 8 <sup>s</sup>	17 <sup>g</sup> .4469	1008-1171

*Πίνακας 3.3: Παρατηρούμενοι αστέρες στο Λαμπαδάριο στις 13-5-2010*

ΩΡΑ	ΑΖΙΜΟΥΘΙΟ ΠΟΛΙΚΟΥ
20:50	399 <sup>g</sup> .1783
20:55	399 <sup>g</sup> .1898
21:00	399 <sup>g</sup> .2018
21:05	399 <sup>g</sup> .2142
21:10	399 <sup>g</sup> .2269
Μετρήσεις στον πολικό: 11-40, 609-624	

*Πίνακας 3.4: Αζιμούθιο Πολικού αστέρα στο Λαμπαδάριο την 13-5-2010*

ΩΡΑ	P(mb)	T(°C)
21:30	985.9	22.30
22:30	985.6	22.55
23:30	985.6	21.50
00:00	985.6	21.10

*Πίνακας 3.5: Πίεση και θερμοκρασία στο Λαμπαδάριο την 13-5-2010*

### **3.7 Μέτρηση της βάσης Λαμπαδάριο – Λυκαβηττό**

Για τον προσδιορισμό του γεωδαιτικού πλάτους  $\varphi$  και του γεωδαιτικού αζιμουθίου  $A_G$  μεταξύ των βάθρων που βρίσκονται στο κτίριο Λαμπαδάριο και στο Λυκαβηττό με το σύστημα GPS, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του στατικού σχετικού εντοπισμού θέσης.

Οι μετρήσεις έγιναν στις 18 Φεβρουαρίου 2010 και ξεκίνησαν στις 11:55 το πρωί.



*Φωτογραφία 3.5: Ο δορυφορικός δέκτης Trimble 5800 με την βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης στο βάθρο Λυκαβηττού.*

Χρησιμοποιήθηκαν δύο δέκτες Trimble 5800 που μετρούσαν ταυτόχρονα προς τουλάχιστον 4 δορυφόρους στις συχνότητες L1 και L2.

Η βάση που μετρήθηκε ήταν της τάξης των 3 Km και η μέτρηση της διήρκησε περίπου 2 ώρες.

Η διαδικασία μέτρησης της βάσης ήταν ιδιαίτερα απλή, αφού το σύστημα Trimble 5800 ενσωματώνει σε μία και μόνη συσκευή τον δέκτη GPS, το σύστημα ασύρματης επικοινωνίας, τις μπαταρίες καθώς και τις κεραίες αυτών. Επομένως η διαδικασία απαιτεί:

- Κέντρωση και οριζοντίωση τού οργάνου
- Μέτρηση του ύψους του οργάνου
- Άνοιγμα του δέκτη
- Έλεγχο των φωτεινών λυχνιών για καλή λειτουργία του οργάνου
- Αναμονή της απαιτούμενης ώρας μέτρησης

Το πρόβλημα που αντιμετωπίστηκε σε αυτό το στάδιο, είναι ότι στο βάθρο Λυκαβηττού η βάση ήταν κατεστραμμένη (Φωτογραφία 3.6), με αποτέλεσμα να μην υπάρχει μοναδική κέντρωση του δέκτη. Έτσι, ήταν αναγκαίος ο ορισμός ενός αυθαίρετου σημείου περίπου στο κέντρο του βάρου.



Φωτογραφία 3.6: Το βάθρο Λυκαβηττού (Κάτοψη)

## 3.8 Υπολογισμοί

Η διαδικασία των υπολογισμών περιλάμβανε:

- Την ταξινόμηση των αρχείων καταγραφής της σκόπευσης Λαμπαδάριο-Λυκαβηττός για τον υπολογισμό αστρονομικού αζιμουθίου  $A_{A_{\text{Λαμπ-Λυκ}}}$
- Τον υπολογισμό του γεωδαιτικού αζιμουθίου  $A_G$  της διεύθυνσης Λαμπαδάριο-Λυκαβηττός
- Την ταξινόμηση των αρχείων καταγραφής για κάθε αστέρα
- Τον υπολογισμό των τιμών του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$ , με τις μεθόδους που περιγράφηκαν στην αντίστοιχη παράγραφο
- Τον υπολογισμό των συνιστωσών  $\xi$ ,  $\eta$  της απόκλισης της κατακορύφου

### 3.8.1 Υπολογισμός γεωδαιτικού αζιμουθίου

Αρχικά γίνεται καθορισμός ορισμένων από τις ρυθμίσεις που είναι απαραίτητες για την έναρξη της επεξεργασίας και συνοπτικά είναι οι ακόλουθες:

- Καθορισμός της βάσης που θα επιλυθεί
- Καθορισμός των τεχνικών εντοπισμού (ημιστατικός, κινηματικός κτλ)
- Πιθανή αλλαγή των ήδη καθορισμένων χρόνων έναρξης και λήξης των παρατηρήσεων
- Ενεργοποίηση ή απενεργοποίηση των δορυφόρων (αν κάποιος από αυτούς δεν είναι υγιής ή προκαλεί μεγάλα σφάλματα στη λύση)
- Καθορισμός του είδους παρεμβολής στις λύσεις (γραμμική ή τετραγωνική)
- Καθορισμός της ποιότητας των αποτελεσμάτων που αφορούν:
  - α) συνθήκες διαμόρφωσης του θορύβου που προκαλείται κατά τη μέτρηση (υπολογίζεται μια τιμή-κατώφλι για το θόρυβο, πολλαπλασιάζοντας το σφάλμα μέσης τετραγωνικής τιμής της μέτρησης (RMS) με ένα παράγοντα κλίμακας (RDOP) οπότε προκύπτει ο γενικός δείκτης του σφάλματος θέσης και δεν χρησιμοποιούνται μετρήσεις που δίνουν υπόλοιπα μεγαλύτερα από αυτήν τη τιμή-κατώφλι), β) την τιμή του ratio και γ) την τιμή της αβεβαιότητας της μονάδας βάρους (reference variance) για κάποιο επίπεδο εμπιστοσύνης, πάνω από την οποία η λύση δεν απορρίπτεται αλλά δεν είναι και απολύτως δεκτή

- Καθορισμός του μοντέλου της τροποσφαιρικής διόρθωσης, του χρόνου εκτίμησης ζενίθιων καθυστερήσεων και της χρήσης μετεωρολογικών δεδομένων ή αρχείων RINEX για τον προσδιορισμό της τροπόσφαιρας
  - Καθορισμός του είδους της ιονοσφαιρικής διόρθωσης (λύση των ασαφειών φάσης με ή χωρίς την διόρθωση σε αρχική και τελική)
- Καθορισμός του τύπου της τελικής λύσης (κώδικα, fixed ή float) και τον τύπο της συχνότητας (L1, L2, Wide-lane ή Narrow-lane) [Παραδείσης Δ., 2000].

Η διαδικασία επίλυσης της βάσης έγινε με το πρόγραμμα Trimble Geomatics Office™ (TGOffice). Τα ύψη των κεραιών στα βάθρα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.6.

	Λαμπαδάριο	Λυκαβηττό
Ύψος κεραιάς	0.276m	0.259m

Πίνακας 3.6: Το ύψος κάθε κεραιάς στο βάθρο

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση της βάσης παρουσιάζονται στους πίνακες 3.7 και 3.8.

ΑΠΟ	ΠΡΟΣ	Solution type	Απόσταση (slope)	Ratio	Reference variance
Λαμπαδάριο	Λυκαβηττό	Fixed	3047.310	18.2	1.834

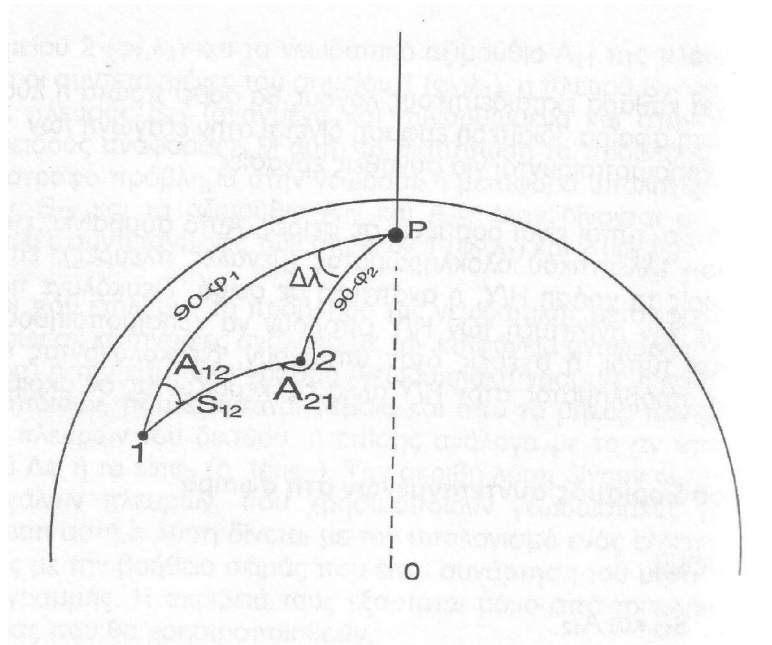
Πίνακας 3.7: Αποτελέσματα μέτρησης της βάσης Λαμπαδάριο – Λυκαβηττός

Έτσι, από την επίλυση της βάσης προέκυψε το γεωδαιτικό αζιμούθιο  $A_G$ :

ΑΠΟ	ΠΡΟΣ	Γεωδαιτικό αζιμούθιο $A_G$ στο ΕΓΣΑ 87	Γεωδαιτικό αζιμούθιο $A_G$ στο WGS84	A-posteriori τυπική απόκλιση
Λαμπαδάριο	Λυκαβηττό	289 <sup>0</sup> 39' 25'' .00	289 <sup>0</sup> 39' 28'' .53	±0.02''
Λυκαβηττό	Λαμπαδάριο	109 <sup>0</sup> 38' 12'' .65	109 <sup>0</sup> 38' 16'' .18	±0.02''

Πίνακας 3.8: Γεωδαιτικό αζιμούθιο βάσης Λαμπαδάριο – Λυκαβηττός

Θεωρητικά, το γεωδαιτικό αζιμούθιο Λαμπαδάριο – Λυκαβηττός, θα έπρεπε να έχει διαφορά από το γεωδαιτικό αζιμούθιο Λυκαβηττός – Λαμπαδάριο 180<sup>0</sup>. Αυτό δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα λόγω της σύγκλισης των μεσημβρινών (Εικόνα 3.3).



Εικόνα 3.3: Σφαιρικό τρίγωνο [Βέης Γ., 2005]

Από τις αναλογίες Ναρριετ προκύπτει [Βέης Γ., 2005]:

$$\tan \frac{1}{2} (360 - A_{21} + A_{12}) = \frac{\cos \frac{1}{2} (\varphi_1 - \varphi_2)}{\cos \left( 90 - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right)} \cot \frac{1}{2} \Delta \lambda \quad (3.1)$$

$$\text{ή} \quad A_{21} = A_{12} + 180^\circ + \Delta A \quad (3.2)$$

Ο τύπος λύσης που επιτεύχθηκε είναι **fixed**. Ως fixed λύση θεωρείται η λύση κατά την οποία έχουν επιλυθεί οι ασάφειες φάσης και έχουν προσδιοριστεί οι ορθοί ακέραιοι αριθμοί των μηκών φέροντος κύματος του σήματος που έλαβε η κεραία του δέκτη. Σε αντίθετη περίπτωση η λύση είναι float, όπου προσδιορίζεται μη ακέραιος αριθμός μηκών κύματος.

Η παράμετρος **Ratio** αντιπροσωπεύει το λόγο μεταβλητότητας της δεύτερης καλύτερης υποψήφιας Fixed λύσης ως προς τη μεταβλητότητα της αμέσως προηγούμενης καλύτερης. Οι τιμές της πρέπει να είναι μεγαλύτερες από την τιμή 3, για να είναι αποδεκτή λύση. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του ratio τόσο καλύτερη είναι η λύση.

Η παράμετρος **Reference Variance** είναι ένας δείκτης που δείχνει πόσο πλησιάζουν οι μετρήσεις μιας βάσης την υπολογισμένη της καλύτερη τιμή. Αποδεκτές είναι οι τιμές μικρότερες του 4. Όταν οι τιμή της παραμέτρου πλησιάζει τη μονάδα, η λύση και επομένως ο προσδιορισμός είναι καλύτερος. [Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ., 2010]

Έτσι, συμπεραίνεται ότι τα αποτελέσματα από την επίλυση της βάσης είναι αξιόπιστα.

### 3.8.2 Υπολογισμός αστρονομικού αζιμουθίου $A_A$

Το αστρονομικό αζιμούθιο υπολογίστηκε από το λογισμικό Azimuthio [Νικολίτσας Κ,2004]. Επίσης στο αστρονομικό αζιμούθιο έχει γίνει αναγωγή στο μέσο πόλο. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.9.

	<b>Αστρονομικό αζιμούθιο <math>A_A</math></b>	<b>A-posteriori τυπική απόκλιση</b>
<b>Λαμπαδάριο</b>	289 <sup>0</sup> 39' 22''.44	±0''.45

Πίνακας 3.9: Αστρονομικό αζιμούθιο από το βάθρο Λαμπαδαρίου

Στον πίνακα 3.10 παρουσιάζεται η επίλυση για τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμουθίου ενώ στον πίνακα 3.11 τα υπόλοιπα των μετρήσεων:

<b>Επίλυση για τον προσδιορισμό αστρονομικού Αζιμουθίου</b>		
Αριθμός σκοπεύσεων		16
Θ (oh UT)	=	15 22 35.263
Ορθή αναφορά (α1)	=	2 42 4.418
Ορθή αναφορά (α2)	=	2 42 5.213
Ορθή αναφορά (α3)	=	2 42 6.107
Απόκλιση (δ1)	=	89 18 32.357
Απόκλιση (δ2)	=	89 18 32.048
Αστρονομικό πλάτος	Φ=	37 58 30.000
Αστρονομικό Μήκος	Λ=	23 46 40.000
Αστρονομικό Αζιμούθιο	:	321.84026 (g)
A-posteriori τυπική απόκλιση	:	1.4 (cc)

Πίνακας 3.10: Επίλυση για τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμουθίου.



ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ		
α/α	αζιμούθιο διεύθυνσης (g)	Υπόλοιπα (cc)
1	321.839241	10.23
2	321.839658	6.07
3	321.839722	5.43
4	321.840049	2.15
5	321.840049	2.16
6	321.840336	-0.71
7	321.839833	4.32
8	321.840411	-1.46
9	321.840817	-5.53
10	321.840026	2.39
11	321.841306	-10.42
12	321.840026	2.39
13	321.840667	-4.03
14	321.840496	-2.31
15	321.840289	-0.24
16	321.841309	-10.45

*Πίνακας 3.11: Υπόλοιπα μετρήσεων από τον προσδιορισμό του αστρονομικού αζιμουθίου.*

### 3.8.3 Υπολογισμός του αστρονομικού πλάτους $\Phi$

Το αστρονομικό πλάτος  $\Phi$  υπολογίστηκε με το πρόγραμμα **Astronomika\_Φ\_Λ**, [Λάμπρου Ε. κ.α, 2006]. Στον πίνακα 3.12 εμφανίζονται τα αποτελέσματα των παρατηρήσεων και υπολογισμών που περιλαμβάνουν:

- Αναγωγή στο μέσο πόλο
- Αναγωγή στο γεωειδές

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΟ ΒΑΘΡΟ ΣΤΟ ΛΑΜΠΑΔΑΡΙΟ						
ΣΤΙΣ 13 ΜΑΪΟΥ 2010						
α/α	Θέση	Όνομα	n	(σ)	Φ	Φμ
1	N	TYC 3453-2407-1	38	7.3	37° 58' 30".399	37° 58' 29".556
2	S	TYC 1984-2611-1	63	5.9	37° 58' 28".713	
3	N	TYC 3835-1057-1	86	4.5	37° 58' 30".447	37° 58' 29".474
4	S	5 Comae Berenices	88	4.7	37° 58' 28".501	
5	S	11 Comae Berenices	76	4.1	37° 58' 28".734	37° 58' 29".543
6	N	74 Ursae Majoris	127	4.7	37° 58' 30".352	
7	N	TYC 4165-584-1	100	3.8	37° 58' 30".070	37° 58' 29".422
8	S	TYC 897-595-1	121	4.9	37° 58' 28".773	
9	S	2 Bootis	91	5.2	37° 58' 28".250	37° 58' 29".571
10	N	86 Ursae Majoris	145	4.9	37° 58' 30".892	
Μέσοι όροι						37° 58' 29".513
Σφάλματα						±0° 0' 0.03"
Αναγωγή στο μέσο Πόλο $\Delta\Phi = -(X_p \cdot \cos\Lambda - Y_p \cdot \sin\Lambda)$ $X_p = -0.054482", Y_p = 0.417467"$						0° 0' 0.203"
Αναγωγή στο Γεωειδές $\delta\Phi = -0".00017 \cdot H \cdot \sin 2\varphi$						-0.033"
<b>Τελική τιμή</b>						<b>37° 58' 29.683"</b>

Πίνακας 3.12: Αποτελέσματα αστρονομικών παρατηρήσεων

### 3.8.4 Υπολογισμός των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου ξ, η

Οι συνιστώσες ξ, η της απόκλισης της κατακορύφου υπολογίζονται από τις σχέσεις 2.3 και 2.8 και παρουσιάζονται στον πίνακα 3.13.

Αστρονομικό πλάτος Φ	Φ=37° 58' 29".683 ±0".03	
Αστρονομικό αζιμούθιο A <sub>A</sub>	A <sub>A</sub> =289° 39' 22".44 ±0".45	
<b>Σύστημα ΕΓΣΑ87</b>		
Γεωδαιτικό πλάτος φ	φ=37° 58' 21".168 ±0".001	
Γεωδαιτικό αζιμούθιο A <sub>G</sub>	A <sub>G</sub> =289° 39' 25".00 ±0".02	
	ξ=8".515 ±0".03	η=-3".277 ±0".58
<b>Σύστημα WGS84'</b>		
Γεωδαιτικό πλάτος φ	φ=37° 58' 30".490 ±0".001	
Γεωδαιτικό αζιμούθιο A <sub>G</sub>	A <sub>G</sub> =289° 39' 28".54 ±0".02	
	ξ=-0".807 ±0".03	η=-7".815 ±0".58

Πίνακας 3.13: Συνιστώσες απόκλισης της κατακορύφου

### 3.8.5 Υπολογισμός του αστρονομικού πλάτους $\Phi$ με αυτοβαθμονόμηση

Για την εφαρμογή αυτής της μεθόδου, υπάρχουν 2 μοντέλα. Η εφαρμογή κάθε μοντέλου έδωσε διαφορετικά αποτελέσματα.

Στον πίνακα 3.14 εμφανίζονται τα αποτελέσματα όπως αυτά προέκυψαν από την εφαρμογή του πρώτου και του δεύτερου μοντέλου. Ο υπολογισμός των συνιστωσών  $\xi$ ,  $\eta$  της απόκλισης της κατακορύφου έγινε από τις σχέσεις 2.3 και 2.4.

	Αστρονομικό πλάτος $\Phi$	Αβεβαιότητα $\sigma\Phi$
Μοντέλο I	$37^\circ 58' 29.455''$	$\pm 0.158''$
Μοντέλο II	$37^\circ 58' 29.510''$	$\pm 0.064''$

Πίνακας 3.14: Αποτελέσματα αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  από αυτοβαθμονόμηση

### 3.8.6 Στατιστικός έλεγχος και επιλογή μεθόδου

Από τους παραπάνω υπολογισμούς προέκυψαν 3 αστρονομικά πλάτη  $\Phi$  για το ίδιο σημείο. Θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μεταξύ τους για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

Η μέθοδος υπολογισμού αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  με σύγχρονα όργανα με το πρώτο μοντέλο της μεθόδου υπολογισμού  $\Phi$  με αυτοβαθμονόμηση δίνουν:

$$\Delta\Phi = 0''.228 \text{ και } \sigma_{\Delta\Phi} = 0''.161$$

Για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, η τιμή  $z_p$  έχει τιμή  $z_p=1.960$ . Επομένως  $\sigma_{\Delta\Phi} * z_p > \Delta\Phi$ , στατιστικά ασήμαντη διαφορά.

Όμοια, για την μέθοδο με σύγχρονα όργανα και το δεύτερο μοντέλο της μεθόδου με αυτοβαθμονόμηση:

$$\Delta\Phi = 0''.173 \text{ και } \sigma_{\Delta\Phi} = 0''.071$$

Οπότε για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ισχύει  $\sigma_{\Delta\Phi} * z_p < \Delta\Phi$ , στατιστικά σημαντική διαφορά.

Τελικά, η μέθοδος με σύγχρονα όργανα και το πρώτο μοντέλο της μεθόδου με αυτοβαθμονόμηση είναι συμβατά ενώ το δεύτερο μοντέλο της μεθόδου με αυτοβαθμονόμηση απορρίπτεται.

Αστρονομικό Πλάτος $\Phi$		$\Delta\Phi$	$\sigma_{\Delta\Phi} * Z_{P(95\%)}$	Αποτέλεσμα
Παρούσα εργασία	$37^{\circ} 58' 29.683''$	0".228	0".316	Στατιστικά ασήμαντη διαφορά
Μοντέλο I	$37^{\circ} 58' 29.455''$			
Παρούσα εργασία	$37^{\circ} 58' 29.683''$	0".173	0".139	Στατιστικά σημαντική διαφορά
Μοντέλο II	$37^{\circ} 58' 29.510''$			

Πίνακας 3.15: Στατιστικός έλεγχος

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Συγκρίσεις

#### 4.1 Υπολογισμός $\xi, \eta$ από παγκόσμια μοντέλα

Ένας διαφορετικός τρόπος προσδιορισμού των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου  $\xi, \eta$ , είναι μέσα από τα γεωδυναμικά μοντέλα. Προκειμένου να διαπιστωθεί το κατά πόσο συγκλίνουν ή αποκλίνουν τα  $\xi, \eta$  που έχουν υπολογισθεί με αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις, με αυτά από τα γεωδυναμικά μοντέλα, υπολογίζονται οι τιμές από τα μοντέλα αυτά.

Ο υπολογισμός των συνιστωσών  $\xi, \eta$  της απόκλισης της κατακορύφου από το EGM96 (Earth Gravitation model 1996) έγινε με το ελεύθερο πρόγραμμα Geopgrid (Hans Georg Wenzel). Το πρόγραμμα χρειάζεται σαν μοναδικά στοιχεία εισόδου τα  $\varphi, \lambda$  του σημείου και δίνει σαν αποτέλεσμα τα  $\xi, \eta$  μεταξυ άλλων.

Ο υπολογισμός των συνιστωσών  $\xi, \eta$  της απόκλισης της κατακορύφου από το EGM08 έγινε με το πρόγραμμα harmonic\_synth\_wgs84 [Dr. Nikolaos Pavlis]. Σαν στοιχεία εισόδου δόθηκαν τα  $\varphi, \lambda$ .

Τα  $\xi, \eta$  που υπολογίστηκαν από τα παραπάνω γεωδυναμικά μοντέλα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1.

Θέση	EGM96		EGM08	
	$\xi('')$	$\eta('')$	$\xi('')$	$\eta('')$
Λαμπαδάριο	-5.561	-5.962	-2.948	-8.597

Πίνακας 4.1 : Συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου υπολογισμένες από τα EGM96 και EGM08

#### 4.2 Σύγκριση των τιμών του αστρονομικού πλάτους $\Phi$

Στον πίνακα 4.2 παρουσιάζεται το αστρονομικό πλάτος  $\Phi$ , μαζί με την αβεβαιότητα προσδιορισμού του, στο βάθρο Λαμπαδαρίου, όπως προέκυψε από την παρούσα εργασία αλλά και αντίστοιχες τιμές από παλαιότερες εργασίες.

Όπως φαίνεται από τον πίνακα, τα αποτελέσματα των μετρήσεων είναι συμβατά με παλαιότερες αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις που έχουν γίνει στο ίδιο βάθρο. Η ασυμβατότητα που υπάρχει είναι με το Μοντέλο II [Πάνου Γ., 2003].

		Αστρονομικό Πλάτος Φ
Παρούσα Εργασία		37° 58' 29".683 ±0".030
Πάνου Γ.	Μοντέλο I	37° 58' 29".455 ±0".158
	Μοντέλο II	37° 58' 29".510 ±0".064
Λάμπρου Ε.	1 <sup>η</sup> Σειρά (2002)	37° 58' 29".655 ±0".010
	2 <sup>η</sup> Σειρά (2002)	37° 58' 29".669 ±0".018
	3 <sup>η</sup> Σειρά (2006)	37° 58' 29".650 ±0".008
Τζουμάκα Β.	1 <sup>η</sup> Σειρά	37° 58' 29".626 ±0".010
	2 <sup>η</sup> Σειρά	37° 58' 29".651 ±0".010
	3 <sup>η</sup> Σειρά	37° 58' 29".657 ±0".011
Τσονάκας Ν.		37° 58' 29".590 ±0".060

Πίνακας 4.2: Σύγκριση τιμών αστρονομικού πλάτους Φ

Οι ακραίες τιμές, εκτός αυτές που προέκυψαν από τα μοντέλα της μεθόδου υπολογισμού Φ με αυτοβαθμονόμηση, δίνουν:

$$\Delta\Phi = 0''.093 \text{ και } \sigma_{\Delta\Phi} = 0''.067$$

Για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, η τιμή  $z_p$  έχει τιμή  $z_p=1.960$ . Επομένως  $\sigma_{\Delta\Phi} * z_p > \Delta\Phi$ , στατιστικά ασήμαντη διαφορά.

### 4.3 Σύγκριση των τιμών των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου ξ, η

Στον πίνακα 4.3 παρουσιάζονται οι συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου ξ, η, όπως αυτές προέκυψαν από αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις και από τα γεωδυναμικά μοντέλα EGM96 και EGM08.

	ξ	η
Laplace	-0".807 ±0".030	-7".815 ±0".580
Λάμπρου Ε.(2002)	-0".842 ±0".013	-7".290 ±0".013
EGM96	-5".561	-5".962
EGM08	-2".948	-8".597

Πίνακας 4.3: Σύγκριση ξ, η

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται ότι οι τιμές που έχουν προκύψει από αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, είναι συμβατές.

Όσο αφορά την αβεβαιότητα των τιμών, οι υπολογισμένες τιμές από την παρούσα εργασία παρουσιάζουν μειωμένη ακρίβεια σε σχέση με τις τιμές από προηγούμενους προσδιορισμούς [Λάμπρου Ε., 2003]. Η διαφορά στην αβεβαιότητα της συνιστώσας  $\xi$  είναι μικρότερη, αφού ο προσδιορισμός έχει γίνει με  $\pm 0''.030$  έναντι  $\pm 0''.013$  ενώ η διαφορά για την συνιστώσα  $\eta$  είναι μεγαλύτερη καθώς ο προσδιορισμός της έχει γίνει με  $\pm 0''.580$ , έναντι  $\pm 0''.013$  της προηγούμενης μεθόδου.

Οι τιμές από τα γεωδυναμικά μοντέλα απέχουν πολύ από τις υπόλοιπες τιμές, αλλά και μεταξύ τους. Όπως είναι αναμενόμενο, οι τιμές από το EGM08, πλησιάζουν πιο πολύ τις τιμές της παρούσας εργασίας, για την συνιστώσα  $\xi$  η διαφορά είναι  $-2''.141$  ενώ για την  $\eta$  είναι  $0''.782$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### Συμπεράσματα

#### 5.1 Συμπεράσματα

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας αυτής είναι ο προσδιορισμός του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  καθώς και των συνιστωσών της απόκλισης της κατακορύφου  $\xi$ , η σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Κύριος στόχος ήταν η πρόταση μιας σύγχρονης, γρήγορης και εύκολα εφαρμόσιμης μεθοδολογίας αστρονομικών παρατηρήσεων για τον προσδιορισμό των παραπάνω μεγεθών. Από αυτήν προέκυψαν χρήσιμα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω.

Αρχικά, προσδιορίστηκαν το αστρονομικό πλάτος  $\Phi$  για το βάθρο Λαμπαδάριο της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο και το αστρονομικό και γεωδαιτικό αζιμούθιου,  $A_A$  και  $A_G$  αντίστοιχα, για την διεύθυνση με αφετηρία το παραπάνω σημείο και τέλος το βάθρο Λυκαβηττός.

Ο υπολογισμός των  $\xi$ , η είναι εξαιρετικά δύσκολη και χρονοβόρα με τον προσδιορισμό του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$  και αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ . Η μέθοδος των αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων σε συνδυασμό με τη χρήση του συστήματος GPS είναι προσιτή στην εφαρμογή της και παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια προσδιορισμού.

Για τον προσδιορισμό της συνιστώσας  $\eta$  μέσω της κλασικής σχέσης είναι απαραίτητη η γνώση του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ , το οποίο επιφέρει πολλά σφάλματα κατά τον προσδιορισμό του. Στην παρούσα εργασία το αστρονομικό μήκος  $\Lambda$  υπολογίζεται έμμεσα από την εξίσωση **Laplace**, αφού εκφράζεται συναρτήσει των αστρονομικού και γεωδαιτικού αζιμουθίου καθώς και του γεωδαιτικού πλάτους  $\varphi$ .

Η διαδικασία των αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων με τα σύγχρονα όργανα έχει αρκετά πλεονεκτήματα όσον αφορά την ευκολία των μετρήσεων, την ακρίβεια που παρέχουν αλλά και τον χρόνο που χρειάζεται για να εκπονηθούν.

Η πραγματοποίηση των αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων γίνεται από ένα συνεργείο δύο ατόμων, ο σχεδιασμός των παρατηρήσεων γίνεται σε σύντομο χρονικό διάστημα, περίπου μία ώρα ανάλογα την εμπειρία του χρήστη, ο χρόνος εγκατάστασης του συστήματος είναι μόνο 15 λεπτά



και ο αριθμός των παρατηρήσεων για κάθε αστέρα είναι 80-120 σε χρόνο 6 λεπτών περίπου.

Πριν από την πραγματοποίηση των αστρογεωδαιτικών παρατηρήσεων είναι απαραίτητη η εξοικείωση του παρατηρητή με το σύστημα μέσω πειραματικών μετρήσεων. Επίσης ο παρατηρητής κατά τη διάρκεια της παρατήρησης πρέπει να είναι συγκεντρωμένος στον αστέρα, χωρίς να αποσπάται η προσοχή του ή να ενοχλείται από τα φώτα του περιβάλλοντος χώρου. Όσο πιο σκοτεινό είναι το περιβάλλον, τόσο καλύτερες είναι οι συνθήκες για τον παρατηρητή.

Η εργασία στο σκοτάδι απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή και εξοικείωση καθώς το συνεργείο πρέπει να κινείται και να μεταφέρει τα όργανα κατά τη διάρκεια της νύχτας, γεγονός αρκετά δύσκολο.

Η αβεβαιότητα προσδιορισμού των  $\xi$ , η με τη συγκεκριμένη μέθοδο είναι μεγαλύτερη από ότι με προηγούμενη μέθοδο [Λάμπρου Ε., 2003]. Ιδιαίτερα μεγάλη είναι η διαφορά στην συνιστώσα  $\eta$ , ο προσδιορισμός της οποίας έχει γίνει με  $\pm 0''.580$ , έναντι  $\pm 0''.013$  της προηγούμενης μεθόδου, ενώ στην συνιστώσα  $\xi$  η διαφορά είναι μικρότερη, αφού ο προσδιορισμός έχει γίνει με  $\pm 0''.030$  έναντι  $\pm 0''.013$  αντίστοιχα.

Παρόλο που η μέθοδος εμφανίζει μειωμένη ακρίβεια ως προς προηγούμενες μεθόδους, είναι αποτελεσματική καθότι παρουσιάζει ορισμένα προτερήματα. Το πλεονέκτημα της μεθοδολογίας αυτής είναι η σχετικά εύκολη και απλή εφαρμογή της. Ο εξοπλισμός που απαιτείται, ένας γεωδαιτικός σταθμός και 2 δέκτες του συστήματος GPS, είναι προσιτός σε οποιονδήποτε, χωρίς να χρειάζεται κάποιο εξειδικευμένο ή μοναδικό όργανο. Η προεργασία και επεξεργασία των παρατηρήσεων, είναι σχετικά απλές και γρήγορες διαδικασίες, όπου επίσης δεν απαιτούνται μοναδικά ή δυσπρόσιτα προγράμματα.

Το βασικό χαρακτηριστικό αυτής της μεθοδολογίας είναι ότι δεν υπολογίζουμε το αστρονομικό μήκος  $\Lambda$  άμεσα. Για τον υπολογισμό του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ , παρότι χρησιμοποιούνται οι ίδιες παρατηρήσεις αστέρων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$ , απαιτείται επιπλέον πληροφορία όπως:

- ο χρόνος UTC με ακρίβεια 0.001 sec και η οριζόντια γωνία για κάθε σκόπευση
- η προσωπική καθυστέρηση του παρατηρητή
- το σφάλμα χρονομέτρου του οργάνου

Επομένως στην μέθοδο που παρουσιάζεται στην παρούσα εργασία αυτά τα στοιχεία, και κυρίως ο χρόνος UTC με ακρίβεια 0.001 sec δεν χρειάζονται.

## **5.2 Προτάσεις**

Προτείνεται η αξιοποίηση της μεθοδολογίας προκειμένου να προσδιοριστούν οι συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου σε περισσότερα σημεία του Ελλαδικού χώρου, ώστε να δημιουργηθεί ένας σύγχρονος και αξιόπιστος χάρτης του γεωειδούς.

Ενδιαφέρουσα θα ήταν επίσης η ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας προσδιορισμού της διεύθυνσης του αστρονομικού αζιμουθίου με περισσότερες παρατηρήσεις ή με ανεξάρτητες παρατηρήσεις σε διαφορετικές ημέρες ώστε να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβεια.

## Βιβλιογραφία

1. Βέης Γ., Μπιλλήρης Χ., Παπαζήση Κ., Κεφάλαια Ανώτερης Γεωδαισίας, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2005
2. Δεληκαράογλου Δημήτριος, Εισαγωγή στο Γήινο πεδίο βαρύτητας, Μάιος 2007
3. Δεληκαράογλου Δημήτριος, Φυσική Γεωδαισία Θεωρητικές και Τεχνολογικές Βάσεις, Αθήνα 2010
4. Κορακίτης Α. Ρωμύλος, Σημειώσεις Γεωδαιτικής Αστρονομίας, Μάρτιος 2008
5. Λάμπρου Ε., Ανάπτυξη Μεθοδολογίας αστρογεωδαιτικών προσδιορισμών με ψηφιακά γεωδαιτικά όργανα, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2003, διδακτορική διατριβή
6. Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ., Εφαρμοσμένη γεωδαισία, Εκδόσεις Ζήτη, Αθήνα 2010, ISBN 978-960-456-205-3
7. Λάμπρου Ε. Πανταζής Γ., Νικολίτσας Κ., Η εξέλιξη της τεχνολογίας των επίγειων συμβατικών γεωδαιτικών οργάνων και η ανάγκη αλλαγής του προτύπου πιστοποίησής τους, 2ο Πανελλήνιο Συνέδριο Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, Οι σύγχρονες διαστάσεις των μετρητικών επιστημών και η συμβολή τους στην απεικόνιση, την παρακολούθηση και το σχεδιασμό του χώρου, Αθήνα, Δεκέμβριος 2006
8. Νικολίτσας Κ., Προσδιορισμός αστρονομικού αζιμουθίου με χρήση σύγχρονων γεωδαιτικών οργάνων και αυτοματοποιημένη διαδικασία, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2004, διπλωματική εργασία
9. Πάνου Γ., Προσδιορισμός αστρονομικού πλάτους με αυτοβαθμονόμηση, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2009, διπλωματική εργασία
10. Παραδείσης Δ., Σημειώσεις δορυφορικής γεωδαισίας, Αθήνα 2000
11. Τζουμάκα Β., Υψομετρική σύνδεση του θαλάσσιου ανοίγματος στο διάυλο Χίου – Οινουσσών με χρήση σύγχρονων γεωδαιτικών οργάνων, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2007, διπλωματική εργασία
12. Τσονάκας Νικόλαος, Μετρολογικός έλεγχος ανάλυση – ανάπτυξη και αξιολόγηση των δυνατοτήτων του εικονογεωδαιτικού σταθμού Topcon

GPT – 7003i σε γεωδαιτικές, αστρογεωδαιτικές και φωτογραμμετρικές εφαρμογές, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Αθήνα 2007, διπλωματική εργασία

13. Φωτίου Α., Λιβιεράτος Ε., Γεωμετρική Γεωδαισία και Δίκτυα, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη 2000

14. Φωτίου Α., Πικριδάς Χ., GPS και Γεωδαιτικές Εφαρμογές, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη 2006

15. Hans Georg Wenzel, Geopgrid, Πανεπιστήμιο Karlsruhe, 1999

16. Heiskanen W., Moritz H., Physical Geodesy, W.H. Freeman and Company, San Francisco and London, 1967

17. Kern Swiss, Specification Users Manual, Usines d'optique et de mecanique de precision, 1968.

18. Marriot C.A., Skymap, 1999-2002

19. Pavlis Nikolaos, Harmonic\_synth\_wgs84, NGA, Geodesy and Geophysics Basic and Applied Research, 2008

20. Wild Heerbrugg, Instrument Universal WildT4, Swiss 1947.

## **Δικτυακοί Τόποι**

1. International Earth Rotation and Reference System Service, [www.iers.org](http://www.iers.org)
2. Leica Geosystems, [www.leica-geosystems.com](http://www.leica-geosystems.com)
3. Trimble, [www.trimble.com](http://www.trimble.com)

## Abstract

### **Determination of the $\xi$ , $\eta$ components of the deviation of the vertical combining the Laplace equation and the functions of modern geodetic instruments**

Aim of this thesis is to develop a method for determining the components  $\xi$ ,  $\eta$  of the deviation of the vertical, using Laplace equation without the earlier calculation of astronomical longitude  $\Lambda$ . In this task took place astrogeodetic observations and use of the GPS.

This work consists of 5 chapters.

**The first chapter** refers on the deviation of the vertical. Values that are directly associated with the deviation of the vertical are presented and Laplace equation as well.

**The second chapter** outlines methods for determining astronomical coordinates  $\Phi$  and  $\Lambda$ , astronomical azimuth  $AA$  and the appropriate reductions.

The Global Positioning system GPS is presented which specifies the geodetic coordinates  $\varphi$ ,  $\lambda$  and the geodetic azimuth  $AG$ . Finally the method suggested by this thesis of determining the components  $\xi$ ,  $\eta$  of the deviation of the vertical is analyzed.

**The third chapter** deals with the determination of the above sizes. Presenting the equipment used in this work, the design and preparation of astrogeodetic observations and the process of observations itself. The necessary calculations are analyzed.

**In the fourth chapter**, values from this thesis, older thesis and geodynamic models are compared.

Finally, **the fifth chapter** presents the conclusions, the advantages and disadvantages of the methods used and the problems and difficulties encountered in the process of observations.

To calculate the component  $\eta$  is necessary to know the astronomical longitude  $\Lambda$ . Astronomical longitude  $\Lambda$ , which results in many errors in the determination process, is calculated indirectly from Laplace equation, as expressed in terms of astronomical and geodetic azimuth and the geodetic longitude  $\varphi$ .

Conducting the astrogeodetic observations is made by a crew of two people. The design and preparation of the observations takes about one hour depending on the user experience, the installation time of the system is only 15 minutes and the number of observations for each star is 80 -120 in 6 minutes approximately.

The components  $\xi$ ,  $\eta$  of the deviation of the vertical at the stand of the Lambadario building at the School of Rural and Surveying Engineering in National Technical University of Athens were determined as below:

$$\begin{aligned}\xi''_{WGS84} &= -0''.807 \pm 0''.03 \\ \eta''_{WGS84} &= -7''.815 \pm 0''.58\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi''_{EGSA87} &= 8''.515 \pm 0''.03 \\ \eta''_{EGSA87} &= -3''.277 \pm 0''.58\end{aligned}$$

Although this method has reduced accuracy to previous methods, it is effective as possesses some advantages. The advantage of this methodology is the easy implementation. The equipment required is accessible to anyone, without any specialized or unique tool. The design and preparation of the observations is relatively simple and quick procedures, which also does not require unique or hard to reach software.