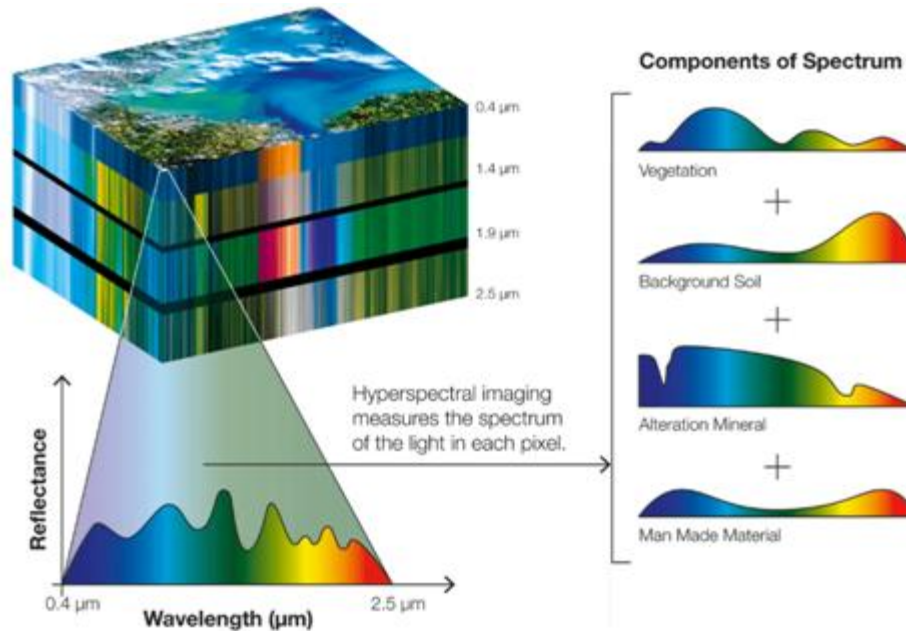


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Εφαρμογή μοντέλου επιβλεπόμενου φασματικού διαχωρισμού
με συμπερασμό Bayes και υπόθεση χρωματικού θορύβου



Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία
ΔΠΜΣ Γεωπληροφορικής
Φοιτητής: Σταύρος Χλωροκώστας
Οκτώβριος 2020

Σκοπός της εργασίας

Η εργασία επικεντρώνεται σε μέθοδο επίλυσης του προβλήματος του φασματικού διαχωρισμού με χρήση:

- ▶ ενός ιεραρχικού μοντέλου Bayes και της μεθόδου δειγματοληψίας Gibbs
- ▶ την υπόθεση χρωματικού και όχι λευκού θορύβου όπως συνήθως υιοθετείται από τις μεθόδους φασματικού διαχωρισμού.

Η μέθοδος υλοποιήθηκε σε γλώσσα R και ο αλγόριθμος προτείνεται από το άρθρο :

N. Dobigeon, J.Y. Tournet and A. O. Hero, "**Bayesian linear unmixing of hyperspectral images corrupted by colored Gaussian noise with unknown covariance matrix**," 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Las Vegas, NV, April 2008

Δομή της παρουσίασης

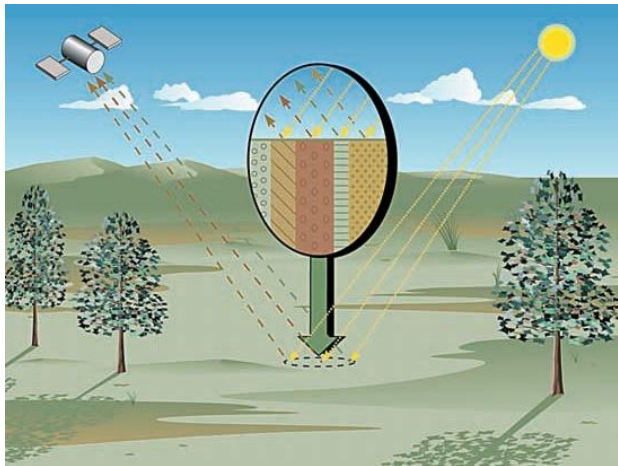
1. Το πρόβλημα του φασματικού διαχωρισμού
 - 1.1. Βασικές έννοιες
 - 1.2. Το γραμμικό μοντέλο μίξης
 - 1.3. Μέθοδοι φασματικού διαχωρισμού
2. Η μέθοδος συμπερασμού Bayes
 - 2.1. Συμπερασμός Bayes και το ιεραρχικό μοντέλο
 - 2.2. Η δειγματοληψία Gibbs
3. Ιεραρχικό μοντέλο Bayes με υπόθεση χρωματικού θορύβου
 - 3.1. Συνάρτηση πιθανοφάνειας
 - 3.2. Συναρτήσεις πρότερων κατανομών αγνώστων
 - 3.3. Συναρτήσεις εκ των υστέρων κατανομών αγνώστων
 - 3.4. Δειγματοληψία Gibbs
4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου
 - 4.1. Δεδομένα
 - 4.2. Έλεγχος σύγκλισης και χρόνου εκτέλεσης
 - 4.3. Αξιολόγηση πειραματικών αποτελεσμάτων
 - 4.4. Εφαρμογή στα υπερφασματικά δεδομένα
5. Συμπεράσματα

1. Το πρόβλημα του φασματικού διαχωρισμού (1/3)

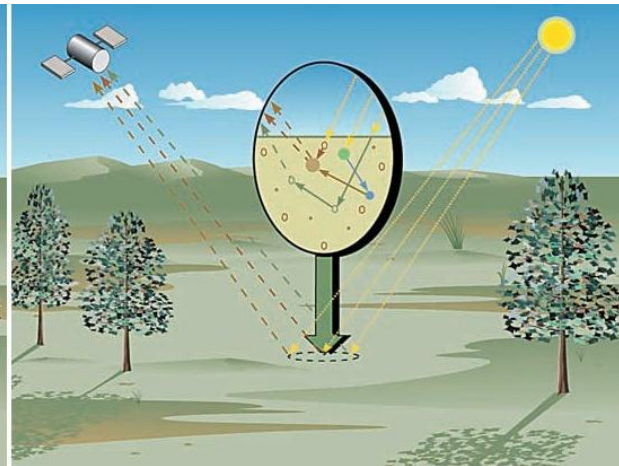
1.1. Βασικές έννοιες

- ▶ **Μικτά εικονοστοιχεία:** Εικονοστοιχεία που περιέχουν την φασματική υπογραφή περισσότερων από ενός υλικού ή/και αντικειμένου.
- ▶ **Φασματικός διαχωρισμός (κατά N. Keshava et al. 2002):** Η διαδικασία κατά την οποία η φασματική υπογραφή ενός μικτού εικονοστοιχείου αναλύεται στις φασματικές υπογραφές των συστατικών υλικών του (**endmembers**), και τα αντίστοιχα ποσοστά συμμετοχής (**abundances**), που δηλώνουν την αναλογία του κάθε υλικού στο εικονοστοιχείο

Γραμμικά μοντέλα μίξης



Μη γραμμικά μοντέλα μίξης



1. Το πρόβλημα του φασματικού διαχωρισμού (2/3)

1.2. Το γραμμικό μοντέλο μίξης (Linear Mixing Model - LMM):

- y : η φασματική υπογραφή ενός εικονοστοιχείου διαστάσεων $L \times 1$
- M : πίνακας φασματικών υπογραφών καθαρών στόχων διαστάσεων $L \times R$
- α : $R \times 1$ διάνυσμα ποσοστών συμμετοχής (αφθονίες)
- n : διάνυσμα σφάλματος

$$y = \sum_{r=1}^R a_r m_r + n = Ma + n$$

Περιορισμοί:

- Περιορισμός της μη αρνητικότητας (non-negativity constraint) :

$$a_i \geq 0, i = 1, \dots, M$$

- Περιορισμός της προσθετικότητας (additivity constraint):

$$\sum_i^M a_i = 1$$

1. Το πρόβλημα του φασματικού διαχωρισμού (3/3)

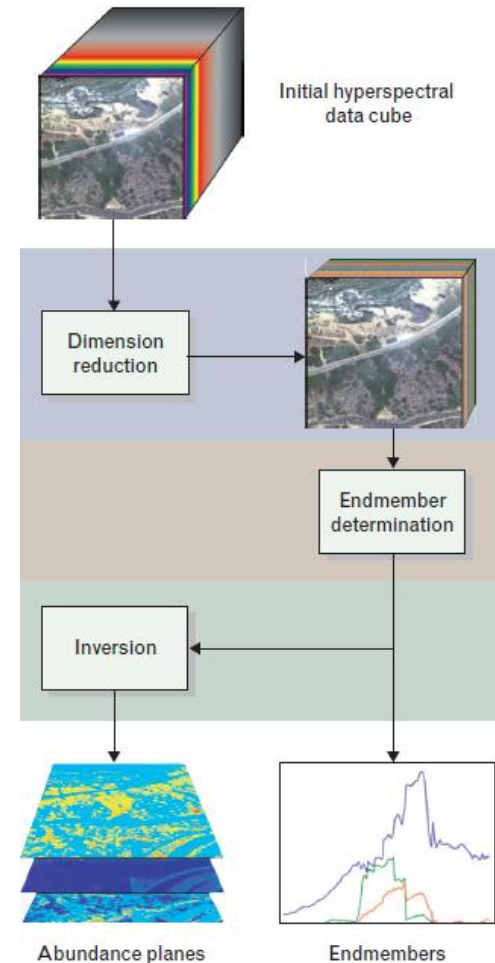
1.3. Μέθοδοι φασματικού διαχωρισμού:

Ανάλογα με την υπόθεση για τις υπογραφές των καθαρών στόχων

- ▶ επιβλεπόμενες (supervised) (Καθαροί στόχοι στην εικόνα)
- ▶ ημι-επιβλεπόμενες (semi-supervised) (Φασματικές Βιβλιοθήκες)
- ▶ μη επιβλεπόμενες (unsupervised) (Καθαροί στόχοι εκτός εικόνας, μόνο μικτά εικονοστοιχεία)

Βήματα λειτουργίας αλγορίθμων διαχωρισμού:

- ▶ Μείωση διαστάσεων (dimension Reduction)
- ▶ Καθορισμός καθαρών στόχων (Endmember determination)
 - PPI
 - VCA
 - N-FINDR
- ▶ Αντιστροφή (inversion) του γραμμικού μοντέλου
 - Least Squares Regression (LSR)
 - Lasso
 - Bayes Inference/Gibbs sampling



2. Η μέθοδος συμπερασμού Bayes (1/3)

2.1. Συμπερασμός Bayes και το ιεραρχικό μοντέλο

Συμπερασμός Bayes: Στατιστική μέθοδος συμπερασματολογίας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την επίλυση γραμμικών μοντέλων συσχέτισης.

Κατασκευή Ιεραρχικού Μοντέλου:

- ▶ Έκφραση της συνάρτησης πιθανοφάνειας (likelihood function) :
 - Μοντέλο γραμμικής συσχέτισης : $y = Ma + n$
 - Συνάρτηση πιθανοφάνειας : $y \sim f(y|\sigma^2, a)$

- ▶ Επιλογή συναρτήσεων πρότερων κατανομών αγνώστων (prior distributions) :
 - Πρότερη κατανομή αγνώστων : $a \sim f(a), n \sim f(n|\sigma)$
 - Πρότερη κατανομή παραμέτρων : $\sigma \sim f(\sigma|\gamma)$
 - Πρότερη κατανομή υπερπαραμέτρων : $\gamma \sim f(\gamma)$

2. Η μέθοδος συμπερασμού Bayes (2/3)

2.1. Συμπερασμός Bayes και το ιεραρχικό μοντέλο

- ▶ Υπολογισμός υπό συνθήκη εκ των υστέρων κατανομών (conditional posterior distributions) :

Ο υπολογισμός της εκ των υστέρων από κοινού κατανομής πιθανότητας είναι δύσκολος

$$\begin{aligned} f(\sigma, \alpha, \gamma | \mathbf{y}) &= \frac{f(\mathbf{y}, \sigma, \alpha, \gamma)}{\iiint f(\mathbf{y}, \sigma, \alpha, \gamma) d\sigma d\alpha d\gamma} = \frac{f(\mathbf{y} | \sigma, \alpha) f(\sigma, \alpha, \gamma)}{\iiint f(\mathbf{y}, \sigma, \alpha, \gamma) d\sigma d\alpha d\gamma} = \\ &= \frac{f(\mathbf{y} | \sigma, \alpha) f(\sigma, \alpha | \gamma) f(\gamma)}{\iiint f(\mathbf{y} | \sigma, \alpha) f(\sigma, \alpha | \gamma) f(\gamma) d\sigma d\alpha d\gamma} \propto f(\mathbf{y} | \sigma, \alpha) f(\alpha) f(\sigma | \gamma) f(\gamma) \end{aligned}$$

Υπό συνθήκη εκ των υστέρων κατανομές αγνώστων, παραμέτρων και υπερπαραμέτρων :

- Εκ των υστέρων κατανομή αγνώστων : $\alpha \sim f(\alpha | \gamma, \sigma, \mathbf{y})$
- Εκ των υστέρων κατανομή παραμέτρων : $\sigma \sim f(\sigma | \gamma, \alpha, \mathbf{y})$
- Εκ των υστέρων κατανομή υπερπαραμέτρων : $\gamma \sim f(\gamma | \sigma, \alpha, \mathbf{y})$

2. Η μέθοδος συμπερασμού Bayes (3/3)

2.2. Δειγματοληψία Gibbs

MCMC (Monte Carlo Markov Chain) μέθοδος προσομοίωσης δειγμάτων της από κοινού εκ των υστέρων συνάρτησης $f(\sigma, \alpha, \gamma | y)$ με δειγματοληψίες από τις υπό συνθήκη εκ των υστέρων κατανομές των μεταβλητών σ , α και γ επαναλαμβάνοντας διαδοχικά ένα κύκλο επαναλήψεων για κάθε άγνωστη μεταβλητή έως ότου παρατηρηθεί σύγκλιση.

Αλγόριθμος 1: Παράδειγμα αλγορίθμου δειγματοληψίας Gibbs

Αρχικοποίηση $\alpha^{(0)}$, $\sigma^{(0)}$ και $\gamma^{(0)}$

for $i=1,2,\dots$ *do*

$$\alpha^{(i)} \sim f(\alpha | \sigma^{(i-1)}, \gamma^{(i-1)})$$

$$\gamma^{(i)} \sim f(\gamma | \alpha^{(i)}, \sigma^{(i-1)})$$

$$\sigma^{(i)} \sim f(\sigma | \alpha^{(i)}, \gamma^{(i)})$$

endfor

- ▶ **Burn-in period:** το τμήμα από την αρχή της αλυσίδας έως την πρώτη ένδειξη σύγκλισης.

3. Ιεραρχικό μοντέλο Bayes με υπόθεση χρωματικού θορύβου (1/5)

3.1. Συνάρτηση πιθανοφάνειας

▶ Μοντέλο συσχέτισης \longrightarrow Γραμμικό μοντέλο μίξης : $\mathbf{y} = \mathbf{M}^+ \mathbf{a}^+ + \mathbf{n}$

Όπου :

- \mathbf{y} : Διάνυσμα ($1 \times L$) φασματικής υπογραφής εικονοστοιχείου
- $\mathbf{M}^+ = [\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_R]$: Πίνακας ($L \times R$) φασματικών υπογραφών καθαρών στόχων
- $\mathbf{a}^+ = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_R]^T$: Διάνυσμα αφθονιών
- \mathbf{n} : Διάνυσμα θορύβου αγνώστου πίνακα συμμεταβλητότητας Σ

▶ Συνάρτηση πιθανοφάνειας \longrightarrow Πολυδιάστατη κανονική κατανομή : $\mathbf{y} \sim N(\mathbf{M}^+ \mathbf{a}^+, \Sigma)$

$$f(\mathbf{y} | \mathbf{a}^+, \Sigma) \propto (\Sigma)^{-\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{M}^+ \mathbf{a}^+\|_{\Sigma^{-1}}^2 \right]$$

Όπου : $\|\vec{x}\|_{\mathbf{P}}^2 = \vec{x}^T \mathbf{P} \vec{x}$

3. Ιεραρχικό μοντέλο Bayes με υπόθεση χρωματικού θορύβου (2/5)

3.2. Συναρτήσεις πρότερων κατανομών αγνώστων

- ▶ Πρότερη κατανομή αφθονιών \longrightarrow Ομοιόμορφη κατανομή : $f(a) \propto I_S(a)$

Όπου ο υποχώρος (simplex) S ορίζεται ως :

$$S = \left\{ a \mid a_r \geq 0, \forall r = 1, \dots, R-1, \sum_{r=1}^{R-1} a_r \leq 1 \right\}$$

Με $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{R-1}]^T$

- ▶ Πρότερη κατανομή πίνακα Σ \longrightarrow Αντίστροφη Wishart κατανομή : $\Sigma | \nu, D \sim W_L^{-1}((\nu - L - 1)D, \nu)$

Με $D = \gamma I_L$

$$f(\Sigma | \nu, \gamma) \propto \frac{\gamma^{\nu L/2}}{|\Sigma|^{(\nu+L+1)/2}} \text{etr} \left\{ -\frac{\gamma}{2} (\nu - L - 1) \Sigma^{-1} \right\}$$

- ▶ Πρότερη κατανομή υπερπαραμέτρου γ \longrightarrow πρότερη κατανομή του Jeffrey :

$$f(\gamma) \propto \frac{1}{\gamma} I_{R+}(\gamma)$$

3. Ιεραρχικό μοντέλο Bayes με υπόθεση χρωματικού θορύβου (3/5)

3.3. Συναρτήσεις εκ των υστέρων κατανομών αγνώστων

Για το διάνυσμα αγνώστων $\theta = \{\alpha, \Sigma\}$ ισχύει :

$$f(\theta|y) = \int f(\theta, \gamma|y) d\gamma = \int f(y|\theta, \gamma) f(\theta, \gamma) d\gamma \propto \int f(y|\theta) f(\theta|\gamma) f(\gamma) d\gamma$$

Και

$$f(\theta|\gamma) = f(\alpha, \Sigma|\gamma) = f(\alpha) f(\Sigma|\nu, \gamma) \propto \frac{\gamma^{\nu L/2}}{|\Sigma|^{(\nu+L+1)/2}} \text{etr} \left\{ -\frac{\gamma}{2} (\nu - L - 1) \Sigma^{-1} \right\} I_S(\alpha)$$

- ▶ Εκ των υστέρων από κοινού κατανομή για τους αγνώστους $\theta = \{\alpha, \Sigma\}$:

$$f(\theta|y) \propto (\text{tr}\{\Sigma^{-1}\})^{-\nu L/2} |\Sigma|^{-(\nu+L+1)/2} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \|y - M^+ a^+\|_{\Sigma^{-1}}^2 \right] I_S(\alpha)$$

3. Ιεραρχικό μοντέλο Bayes με υπόθεση χρωματικού θορύβου (4/5)

3.3. Συναρτήσεις εκ των υστέρων κατανομών αγνώστων

- ▶ Εκ των υστέρων κατανομή αφθονιών \longrightarrow Κολοβωμένη κανονική κατανομή : $\alpha | \Sigma^{-1} \sim N_S(\mu, \Lambda)$

$$f(\alpha | \Sigma, \mathbf{y}) \propto \exp \left[-\frac{(\alpha - \mu)^\top \Lambda^{-1} (\alpha - \mu)}{2} \right] I_S(\alpha) \quad \begin{cases} \Lambda = \left[(\mathbf{M} - \mathbf{m}_R \mathbf{u}^\top)^\top \Sigma^{-1} (\mathbf{M} - \mathbf{m}_R \mathbf{u}^\top) \right]^{-1} \\ \mu = \Lambda \left[(\mathbf{M} - \mathbf{m}_R \mathbf{u}^\top)^\top \Sigma^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{m}_R) \right] \end{cases}$$

- ▶ Εκ των υστέρων κατανομή πίνακα $\Sigma \longrightarrow$ Αντίστροφη Wishart :

$$\Sigma | \nu, \mathbf{D} \sim W_L^{-1}(\gamma(\nu - L - 1)\mathbf{I}_L + \mathbf{z}\mathbf{z}^\top, \nu + 1)$$

$$\text{Με } \mathbf{z} = \mathbf{y} - \mathbf{M}^+ \mathbf{a}^+$$

- ▶ Εκ των υστέρων κατανομή υπερπαραμέτρου $\gamma \longrightarrow$ κατανομή γάμα :

$$\gamma | \alpha, \Sigma, \mathbf{y} \sim G\left(\frac{\nu L}{2}, \frac{\nu - L - 1}{2} \text{tr}\{\Sigma^{-1}\}\right)$$

3. Ιεραρχικό μοντέλο Bayes με υπόθεση χρωματικού θορύβου (5/5)

3.4. Δειγματοληψία Gibbs:

Αλγόριθμος δειγματοληψίας Gibbs, με υπόθεση χρωματικού θορύβου

Αρχικοποίηση:

- $\eta = 30$
- $\nu = L + 3 + \eta$
- $\gamma^{(0)} = 4.8 \times 10^{-3}$
- αρχικοποίηση του $\Sigma^{(0)}$ βάσει της $f(\Sigma|\nu, \gamma)$

Δειγματοληψία

for $i=1,2,\dots$ *do*

εκτίμησε το $\alpha^{(i)}$ βάσει της $f(\alpha|\Sigma, \mathbf{y})$

εκτίμησε το $\gamma^{(i)}$ βάσει της $f(\gamma|\alpha, \Sigma, \mathbf{y})$

εκτίμησε το $\Sigma^{(i)}$ βάσει της $f(\Sigma|\alpha, \gamma, \mathbf{y})$

endfor

4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (1/21)

4.1. Δεδομένα

Δέκτης : Υπερφασματικός δέκτης AVIRIS (Airborne Visible InfraRed Imaging Spectrometer)

- Εύρος συχνοτήτων : 400–2500 nm
- Αριθμός καναλιών : 224

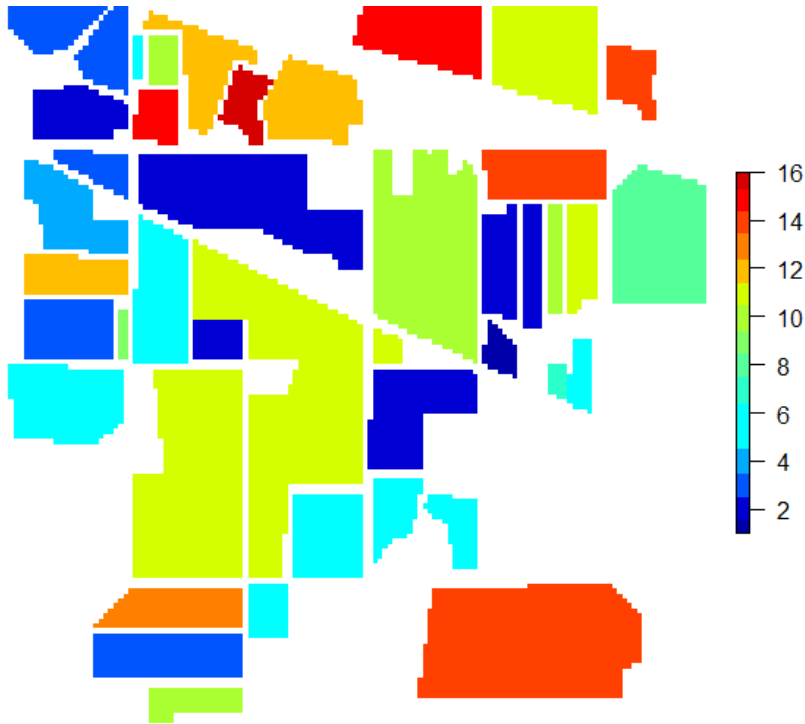
Λήψη: Indian Pines

- Διαστάσεις 145×145 εικονοστοιχείων
- Αριθμός καναλιών : 200 (104-108, 150-163, 220 αφαιρέθηκαν)
- Έχει υποστεί ατμοσφαιρική διόρθωση
- Συνοδεύεται από δεδομένα Ground Truth για 16 κατηγορίες.



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (2/21)

4.1. Δεδομένα

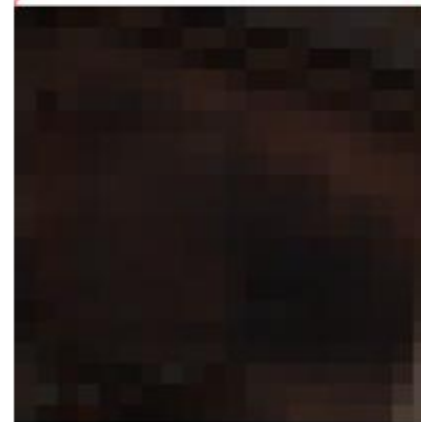
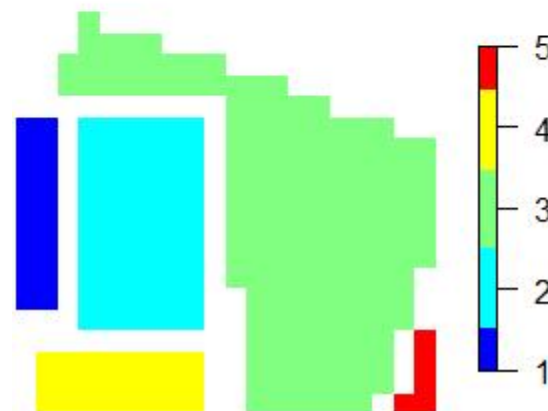


1	Alfa - Alfa
2	Corn - No till
3	Corn - Min
4	Corn
5	Grass/Pasture
6	Grass/Trees
7	Grass/Pasture - Mowed
8	Hay - Windrowed
9	Oats
10	Soybeans - No till
11	Soybeans - Min
12	Soybeans - Clean
13	Wheat
14	Woods
15	Building - Grass - Tree - Drives
16	Stone-steel Towers

4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (3/21)

4.1. Δεδομένα

1	Soybeans - Min
2	Soybeans - Clean
3	Building - Grass - Tree - Drives
4	Grass/Pasture
5	Stone-steel Towers



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (4/21)

4.1. Δεδομένα

Η επιλογή καθαρών στόχων (endmembers) έγινε με εφαρμογή N-FINDR

- 16 καθαροί στόχοι για την εικόνα 145×145 εικονοστοιχείων
- 5 καθαροί στόχοι για την εικόνα των 20×20 εικονοστοιχείων

Τέσσερα σύνολα δεδομένων:

- ▶ 200 κανάλια, 16 καθαροί στόχοι, 145×145 εικονοστοιχείων
- ▶ 40 κανάλια, 5 καθαροί στόχοι, 145×145 εικονοστοιχείων
- ▶ 200 κανάλια, 16 καθαροί στόχοι, 20×20 εικονοστοιχείων
- ▶ 40 κανάλια, 5 καθαροί στόχοι, 20×20 εικονοστοιχείων

4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (5/21)

4.2. Έλεγχος σύγκλισης και χρόνου εκτέλεσης

Ο έλεγχος σύγκλισης έγινε για τις μεταβλητές α^+ και Σ , σε δύο τυχαία εικονοστοιχεία με 30000 επαναλήψεις.

Η σύγκλιση εξετάστηκε με 4 μεθόδους:

- Trace plots
- Διαγράμματα αυτοσυσχέτισης (Autocorrelation Factor plots)

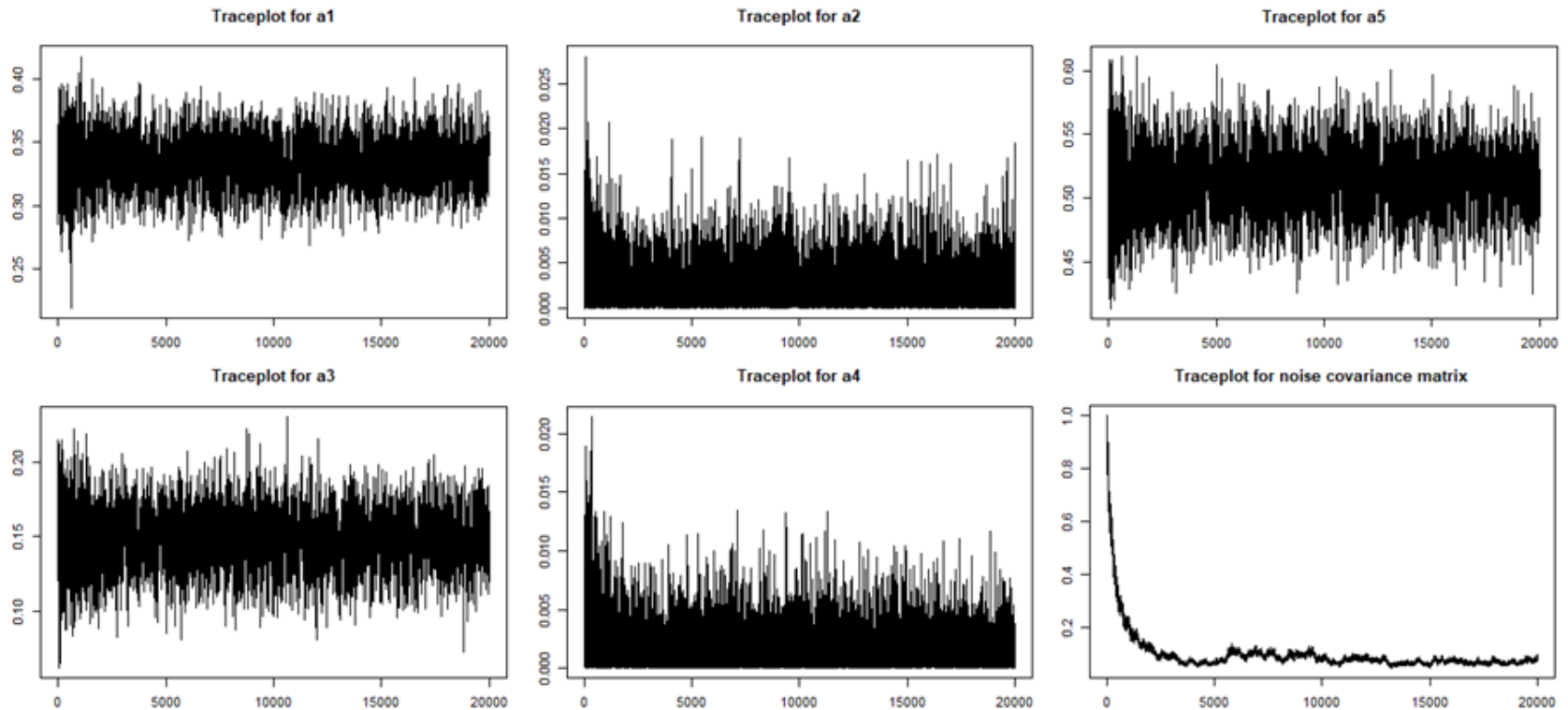
- Διαγράμματα εργοδικού μέσου
$$\text{ergmean} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k$$

- Κριτήριο σύγκλισης Geweke
$$\text{var} = \frac{\bar{\theta}_k - \bar{\theta}_n}{\sqrt{\text{Var}(\theta_k) + \text{Var}(\theta_n)}}$$

4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (6/21)

4.2. Έλεγχος σύγκλισης και χρόνου εκτέλεσης

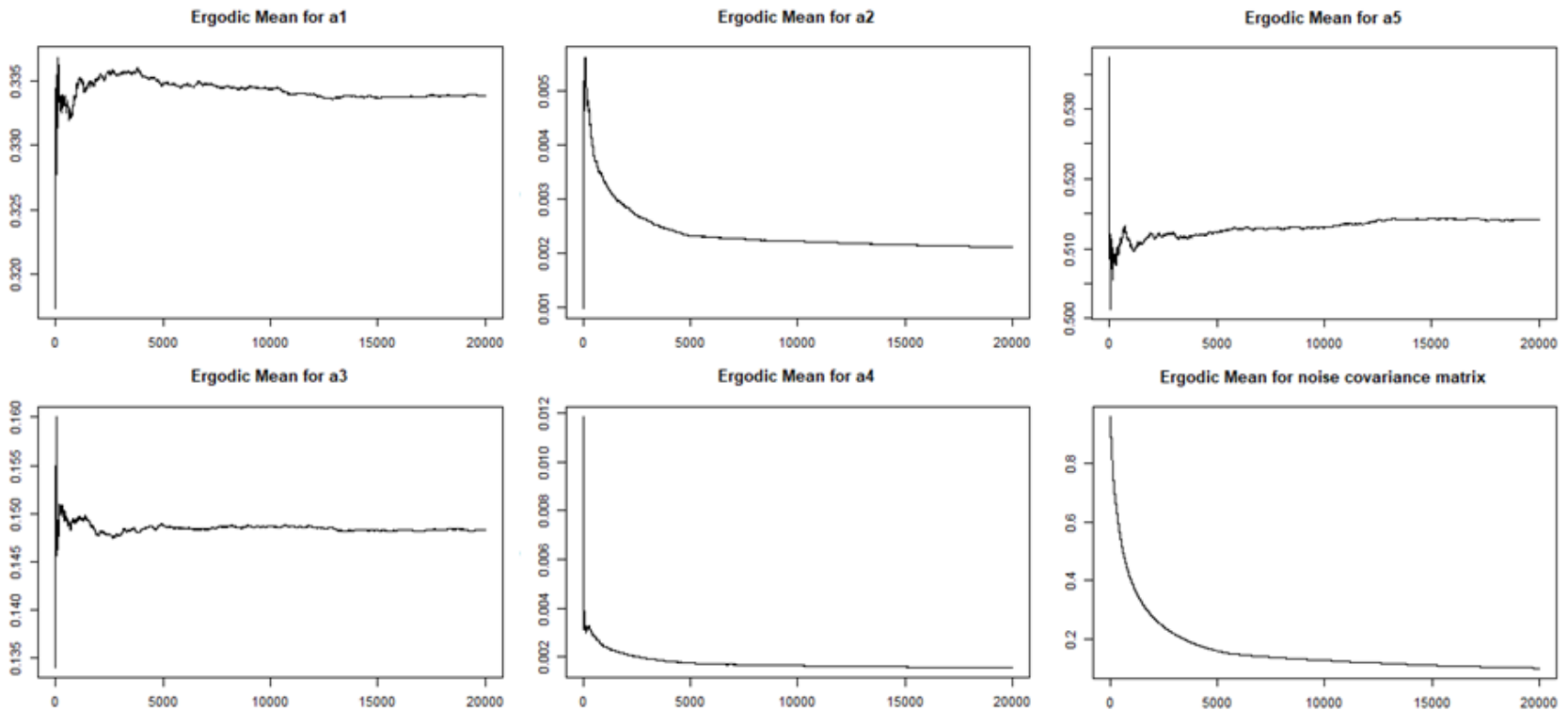
▶ Trace plots



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (7/21)

4.2. Έλεγχος σύγκλισης και χρόνου εκτέλεσης

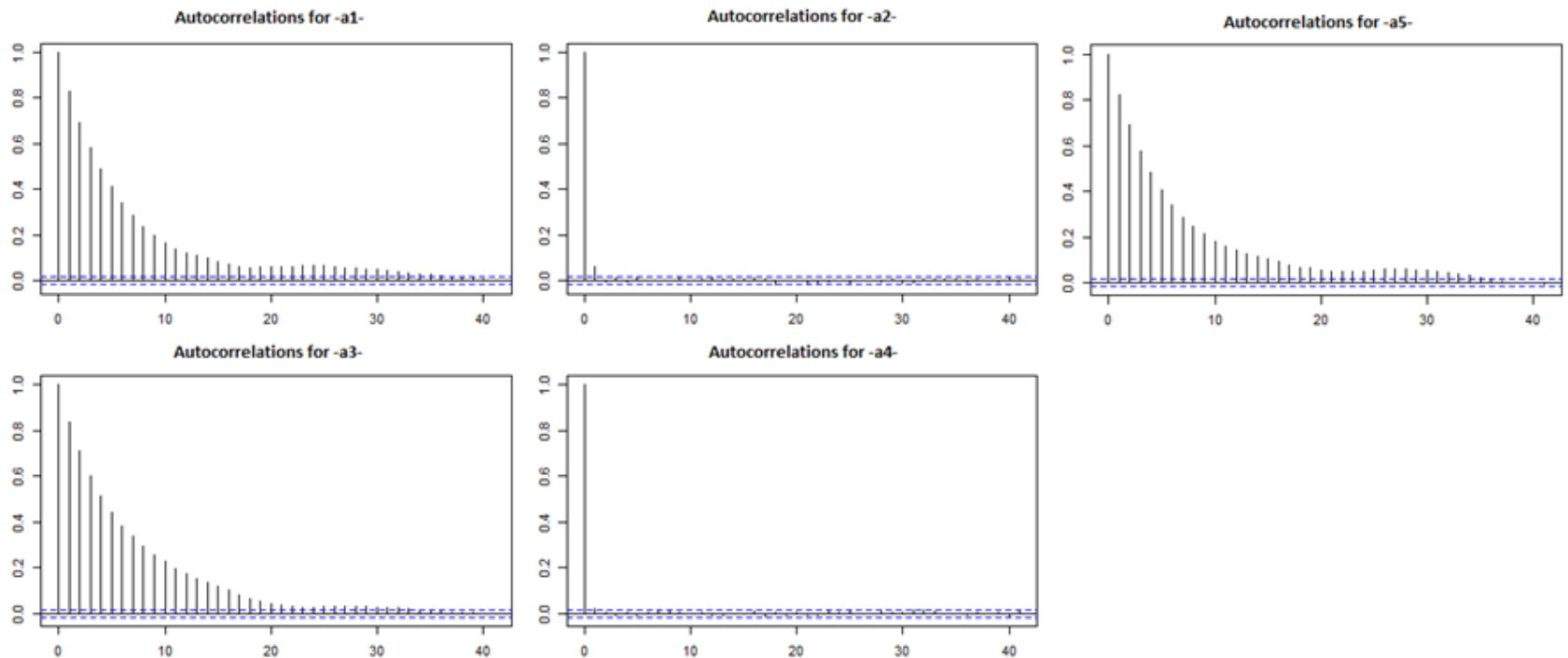
- ▶ Εργοδικός μέσος



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (8/21)

4.2. Έλεγχος σύγκλισης και χρόνου εκτέλεσης

- ▶ ACF plots



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (9/21)

4.2. Έλεγχος σύγκλισης και χρόνου εκτέλεσης

- ▶ Κριτήριο Geweke

```
> geweke.diag(t(trace_a[,5500:20000]), frac1=0.1, frac2=0.5)
```

```
Fraction in 1st window = 0.1
```

```
Fraction in 2nd window = 0.5
```

```
   var1   var2   var3   var4   var5  
0.1995  1.4899 -0.1969  1.9005 -0.1189
```

Από τα παραπάνω προκύπτει πως η **burn-in** περίοδος είναι 5000 έως 6000 επαναλήψεις.

Ο έλεγχος του χρόνου εκτέλεσης με δοκιμές σε 1, 4 και 8 εικονοστοιχεία με παράλληλο προγραμματισμό (parallel processing) στα τέσσερα σύνολα δεδομένων:

- ▶ 200 κανάλια, 16 καθαροί στόχοι, 145×145 εικονοστοιχείων
- ▶ 40 κανάλια, 5 καθαροί στόχοι, 145×145 εικονοστοιχείων
- ▶ 200 κανάλια, 16 καθαροί στόχοι, 20×20 εικονοστοιχείων
- ▶ 40 κανάλια, 5 καθαροί στόχοι, 20×20 εικονοστοιχείων

(Σύστημα: Windows 10 – 64 bit, με επεξεργαστή Intel i7-7700, 3.60 GHz, 16 GB RAM)

4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (10/21)

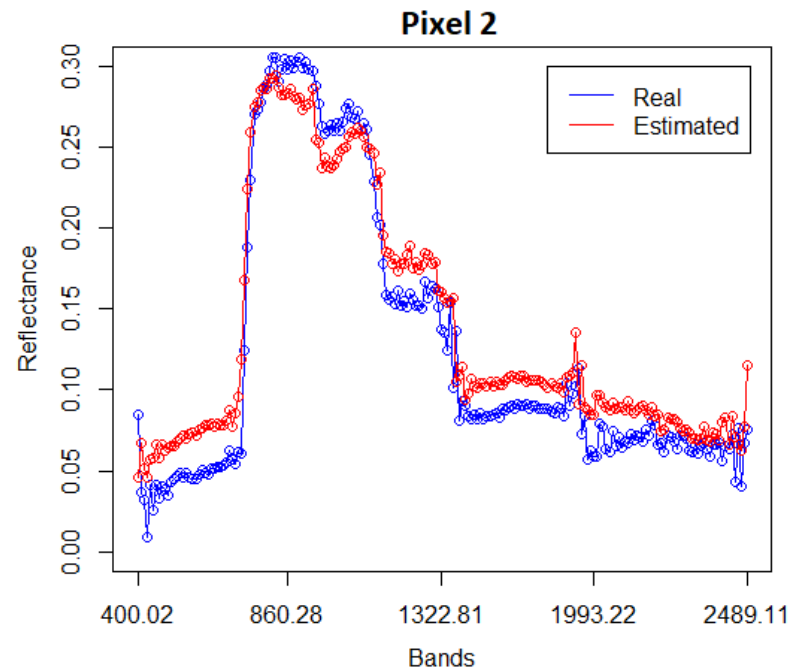
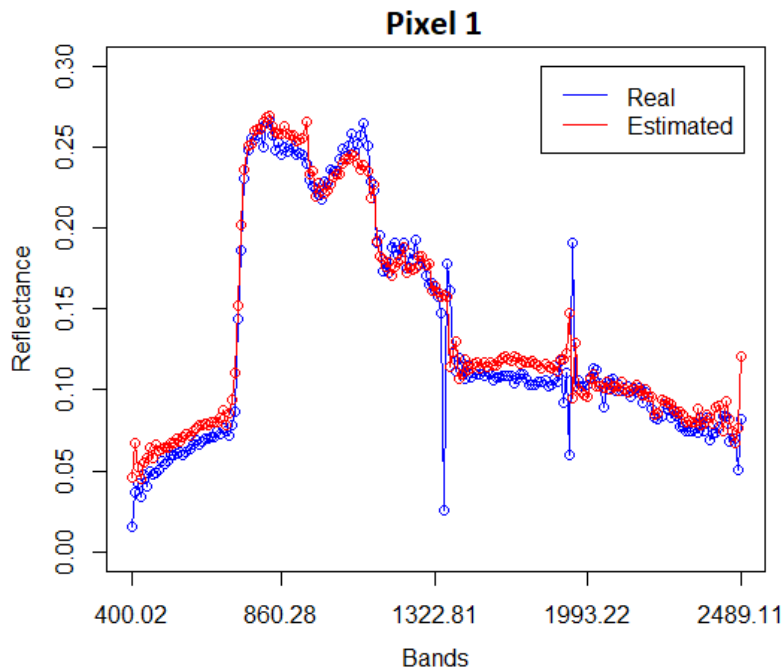
4.2. Έλεγχος σύγκλισης και χρόνου εκτέλεσης

		Καθαροί Στόχοι	
		5	16
Κανάλια	40	1 pixels: 21.06 s 4 pixels: 27.73 s 8 pixels: 47.64 s	1 pixels: 84.14 s 4 pixels: 103.25 s 8 pixels: 174.56 s
	200	1 pixels: 257.42 s 4 pixels: 285.75 s 8 pixels: 622.53 s	1 pixels: 276.75 s 4 pixels: 394.53 s 8 pixels: 796.88 s

4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (11/21)

4.3. Αξιολόγηση πειραματικών αποτελεσμάτων

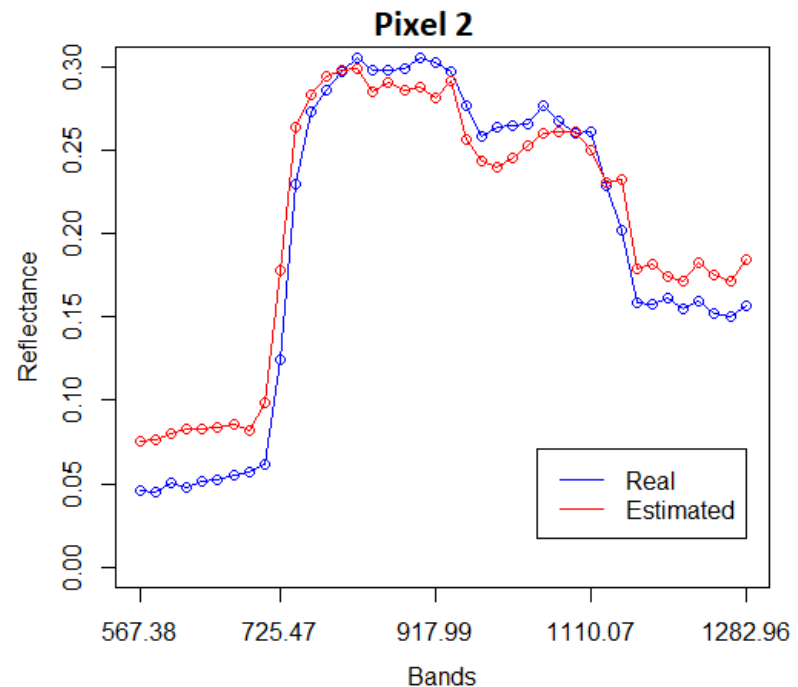
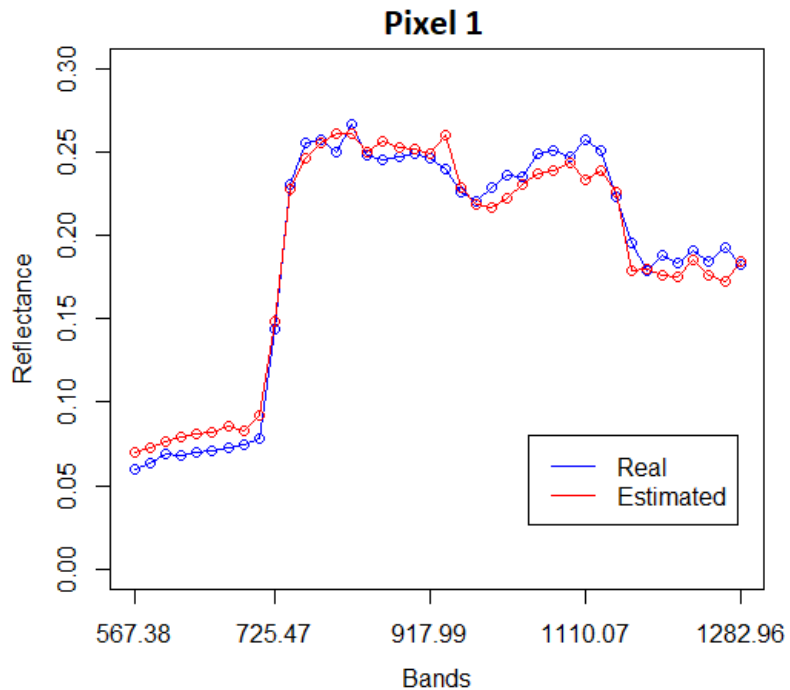
Σύγκριση εκτιμώμενης φασματικής υπογραφής (Estimated) με την φασματική υπογραφή της απεικόνισης (Real):



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (12/21)

4.3. Αξιολόγηση πειραματικών αποτελεσμάτων

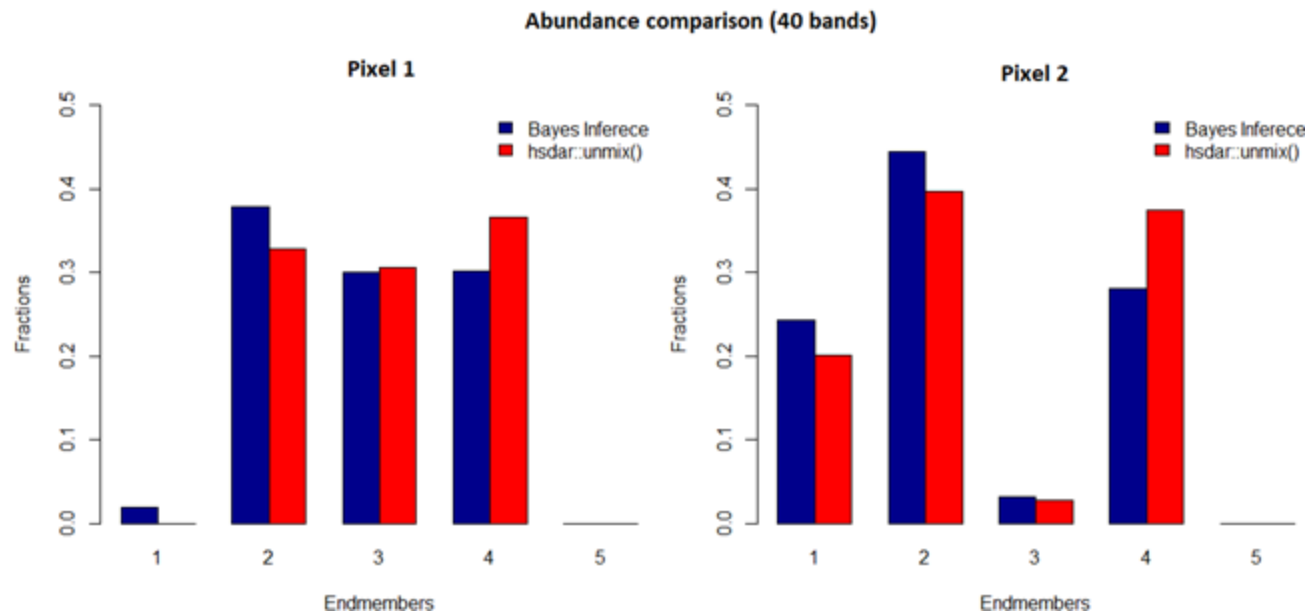
Σύγκριση εκτιμώμενης φασματικής υπογραφής (Estimated) με την φασματική υπογραφή της απεικόνισης (Real):



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (13/21)

4.3. Αξιολόγηση πειραματικών αποτελεσμάτων

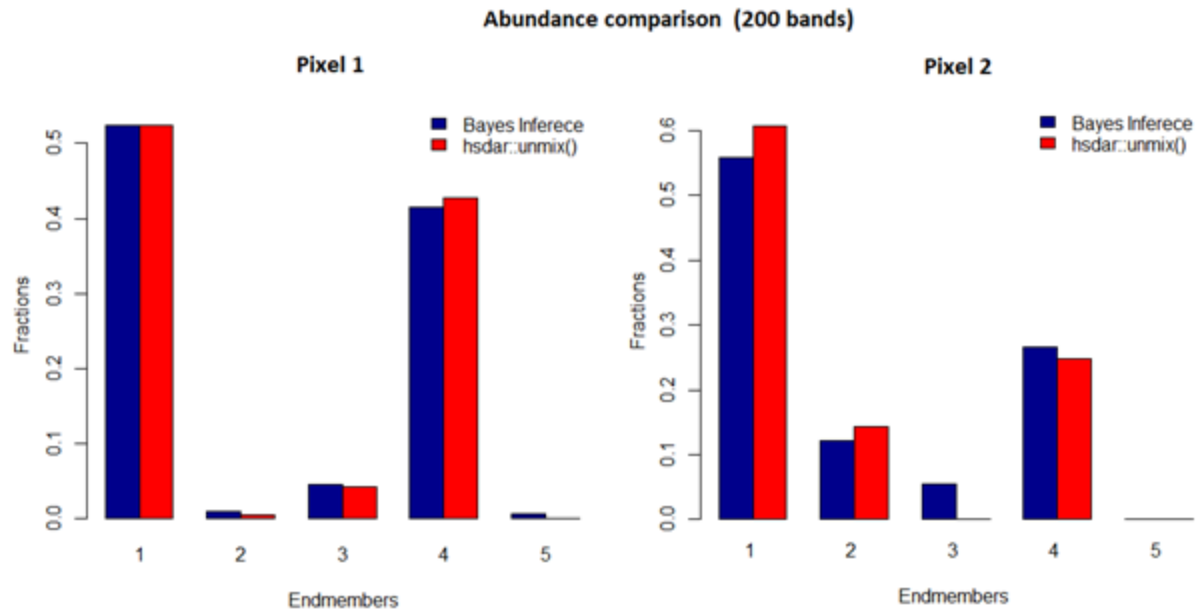
Στα ίδια εικονοστοιχεία εφαρμόστηκε και αλγόριθμος φασματικού διαχωρισμού ελαχίστων τετραγώνων. Σύγκριση αφθονιών:



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (14/21)

4.3. Αξιολόγηση πειραματικών αποτελεσμάτων

Σύγκριση αφθονιών:

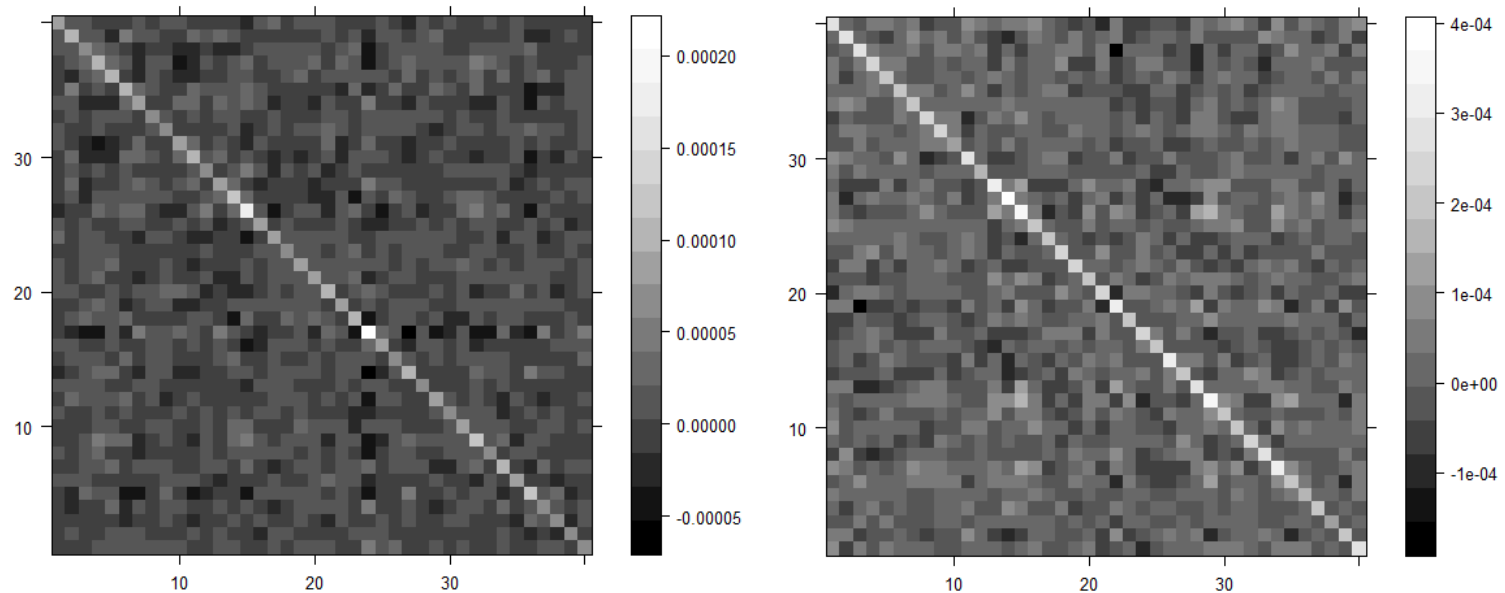


4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (15/21)

4.3. Αξιολόγηση πειραματικών αποτελεσμάτων

Πίνακας συμμεταβλητότητας (40 κανάλια):

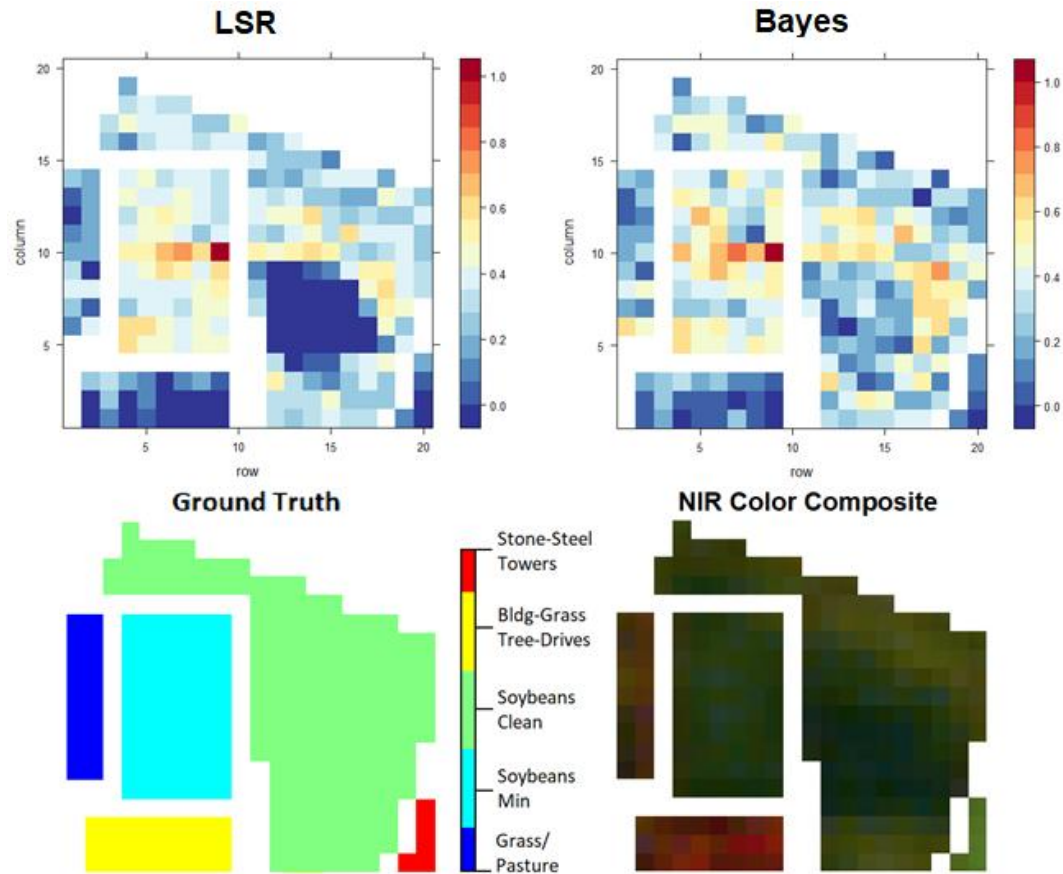
- ▶ Ο θόρυβος δεν είναι λευκός αλλά προσεγγίζει τον λευκό θόρυβο



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (16/21)

4.4. Εφαρμογή σε υπερφασματικά δεδομένα

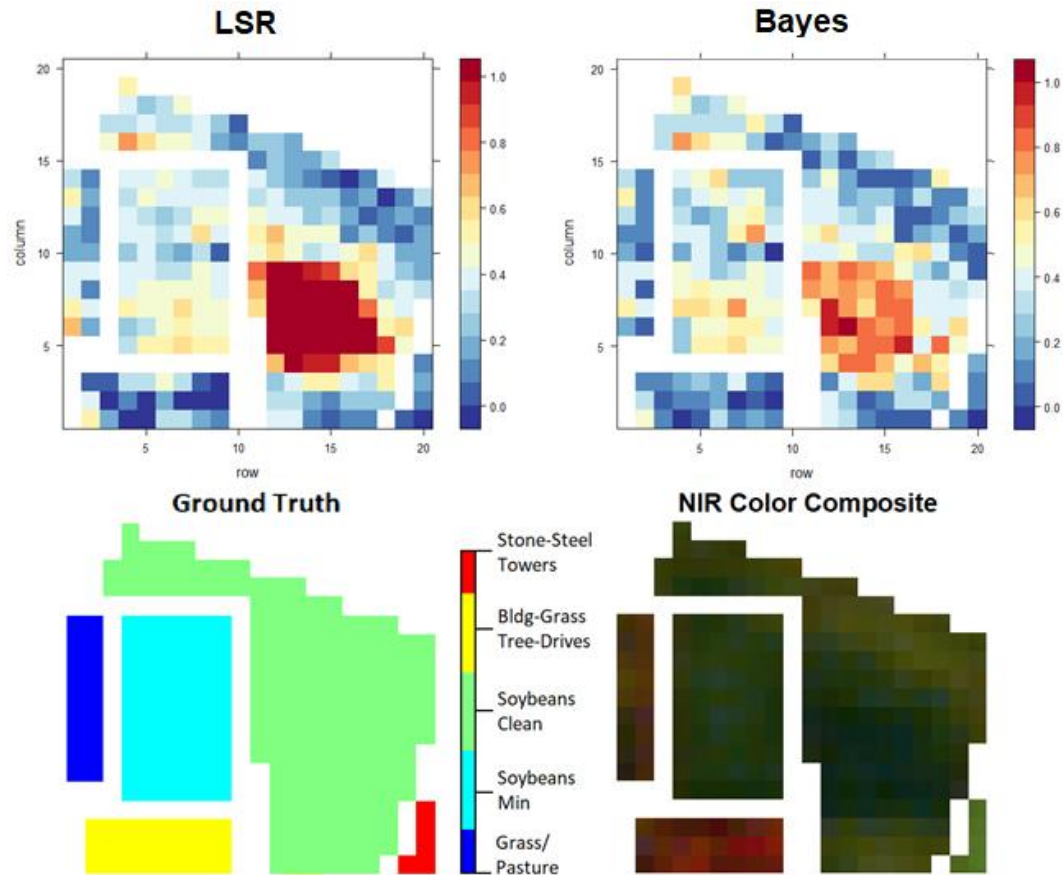
Κατηγορία 1 (Soybeans – Min):



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (17/21)

4.4. Εφαρμογή σε υπερφασματικά δεδομένα

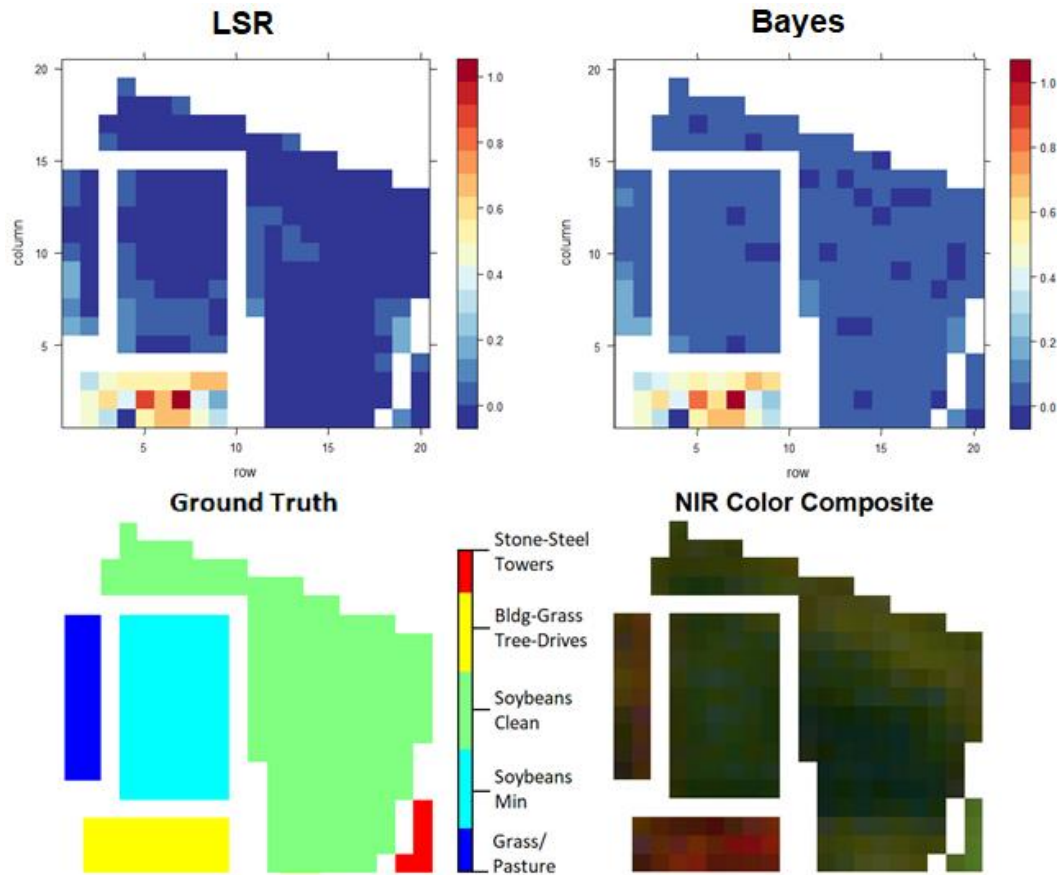
Κατηγορία 2 (Soybeans – Clean):



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (18/21)

4.4. Εφαρμογή σε υπερφασματικά δεδομένα

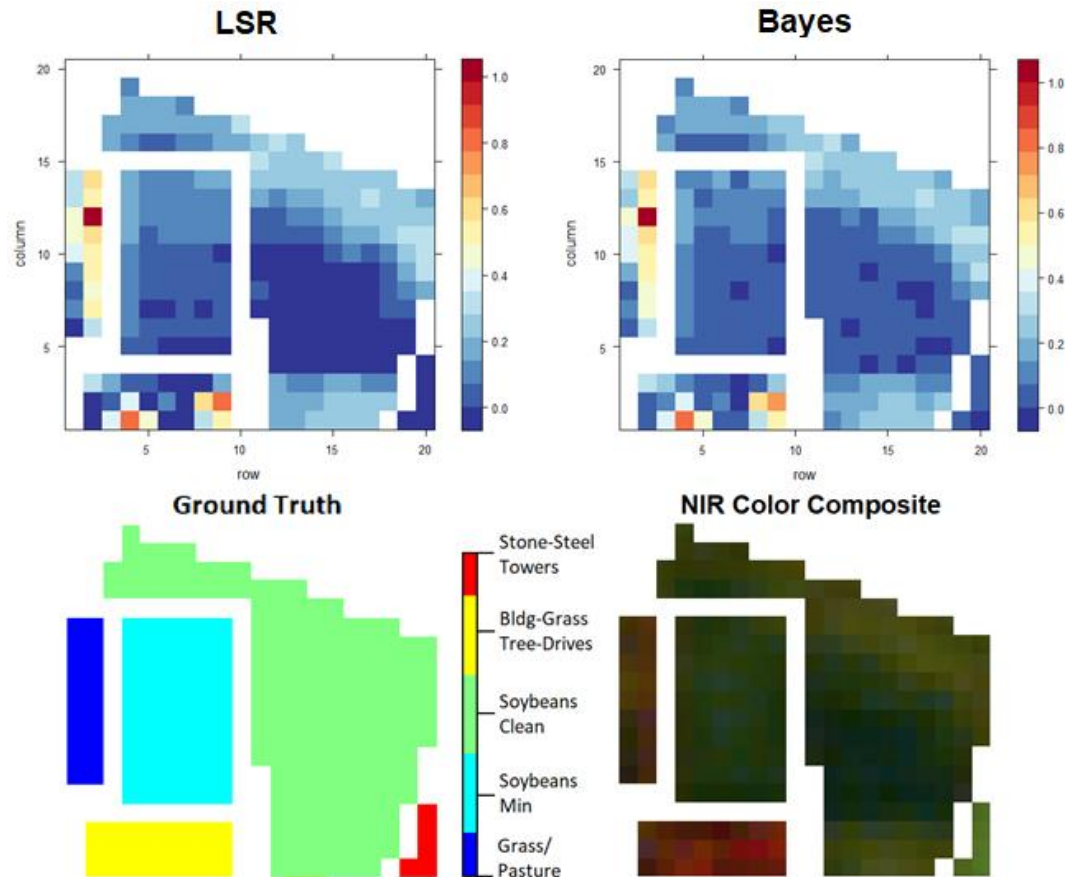
Κατηγορία 3 (Building – Grass – Tree – Drives):



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (19/21)

4.4. Εφαρμογή σε υπερφασματικά δεδομένα

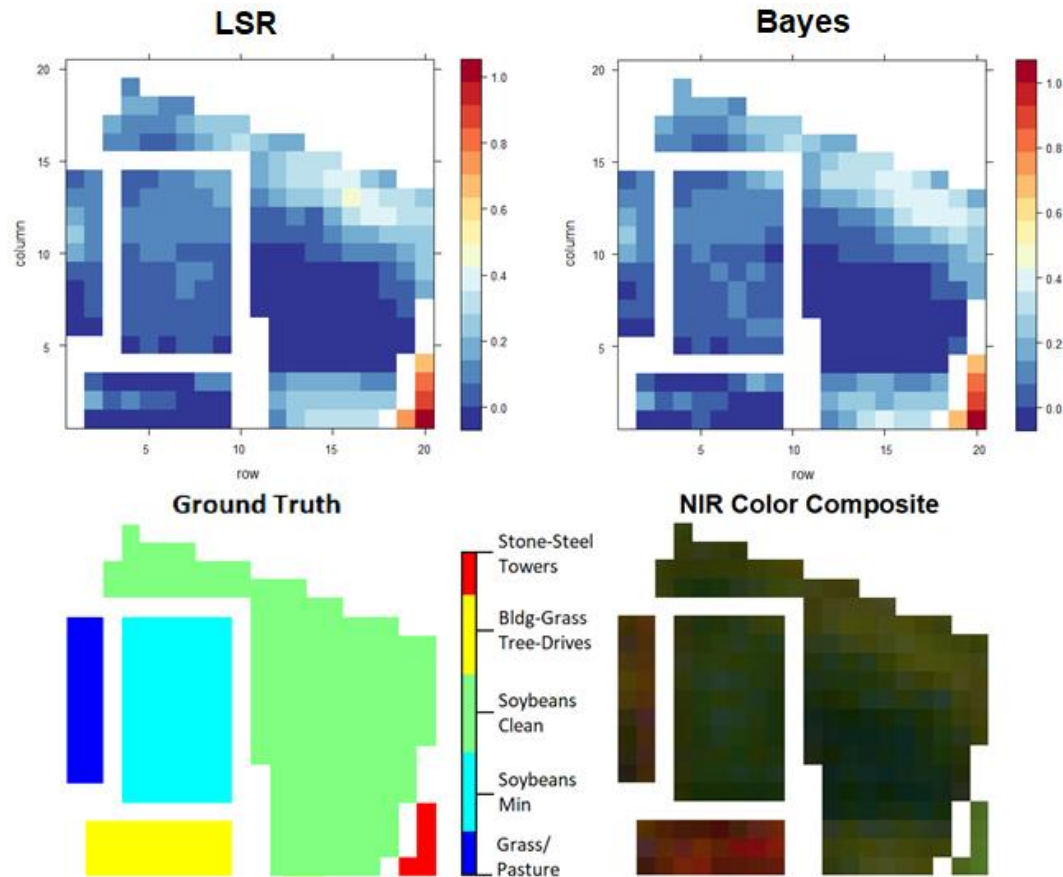
Κατηγορία 4 (Grass/Pastures):



4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (20/21)

4.4. Εφαρμογή σε υπερφασματικά δεδομένα

Κατηγορία 5 (Stone – Steel Towers):

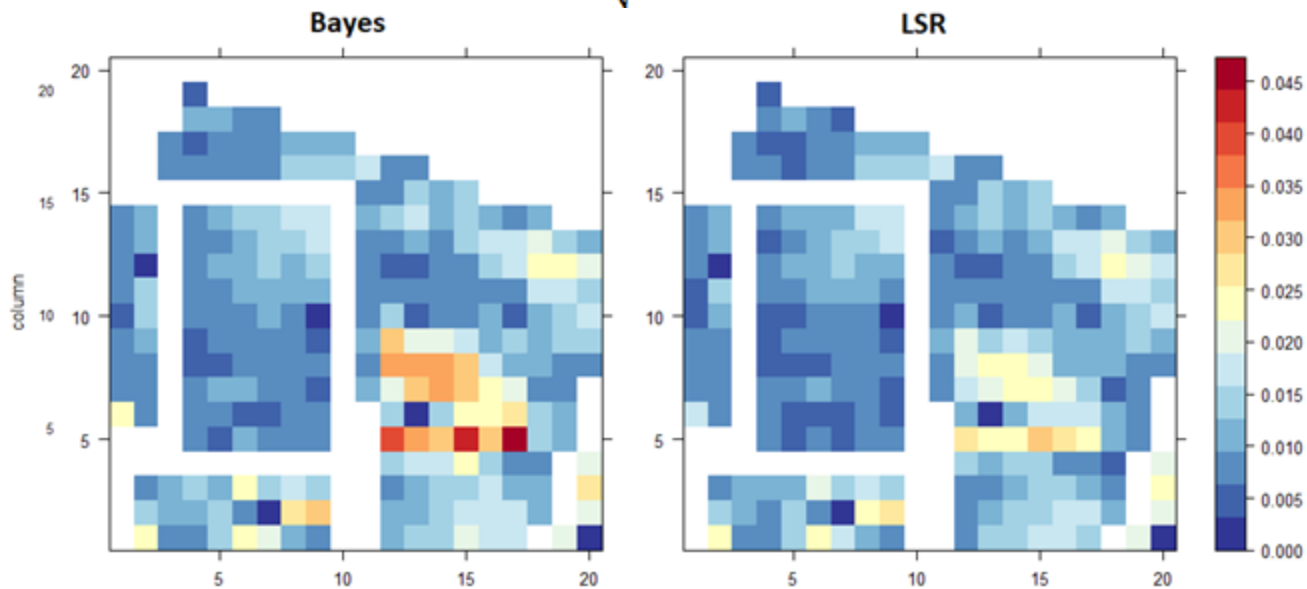


4. Εφαρμογή και αξιολόγηση αλγορίθμου (21/21)

4.4. Εφαρμογή σε υπερφασματικά δεδομένα

RMSE Maps:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^L (\hat{y}_i - y_i)^2}{L}}$$



- ▶ Μέγιστο RMSE αλγορίθμου συμπερασμού Bayes : 0.047
- ▶ Μέγιστο RMSE αλγορίθμου ελαχίστων τετραγώνων : 0.031

5. Συμπεράσματα

- ▶ Υψηλό υπολογιστικό κόστος για αυξημένο αριθμό καναλιών και καθαρών στόχων, καθώς η δειγματοληψία από την αντίστροφη Wishart είναι υπολογιστικά δαπανηρή. Ωστόσο η μείωση καναλιών και καθαρών στόχων (εάν αυτό είναι δυνατό) μειώνει το κόστος.
- ▶ Ο αλγόριθμος συμπερασμού Bayes εμφάνισε χαμηλό RMSE σφάλμα, μικρότερο ή ίσο με 0.047 ανά εικονοστοιχείο, που είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο μέγιστο σφάλμα 0.031 του αλγορίθμου ελαχίστων τετραγώνων (LSR).
- ▶ Η απόκλιση των εκτιμώμενων αφθονιών μεταξύ των αλγορίθμων συμπερασμού Bayes και LSR αποδίδεται στην υπόθεση χρωματικού θορύβου.
- ▶ Το γεγονός ότι οι ιδιότητες του θορύβου δεν είναι γνωστές, αλλά ούτε και η κατανομή της συμμεταβλητότητάς του, μας αποτρέπει από το να εξάγουμε ασφαλή συμπεράσματα από την σύγκριση του αλγορίθμου συμπερασμού Bayes με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.
- ▶ Στόχος μελλοντικής εργασίας είναι η εφαρμογή συμπερασμού Bayes με υπόθεση λευκού θορύβου και η σύγκρισή του με τις μεθόδους της παρούσας εργασίας, με σκοπό την πληρέστερη αξιολόγηση της μεθόδου συμπερασμού Bayes και την εξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων για την φύση του θορύβου

