

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ

ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ

ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΠΗ

Διπλωματική Εργασία

Βάββα Παρασκευή

Επιβλέπων Καθηγητής: Ανδριανόπουλος Νίκος

Αθήνα, Οκτώβριος 2010

*If we knew what it was we were doing,
it would not be called research,
would it?*

Albert Einstein

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος		7
Περίληψη		9
Abstract		11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας	
1.1	Τι είναι η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας	15
1.2	Περιοχές ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας	16
1.3	Ψηφιακή εικόνα	18
1.4	Είδη ψηφιακής εικόνας	20
1.5	Η έννοια της κατωφλίωσης	21
1.6	Μετρήσεις πάνω στην εικόνα	25
1.7	Στοιχεία ψηφιακής μηχανής	30
1.8	Ψηφιακές μηχανές dSLR	32
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	Το τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο σε οπή	
2.1	Εισαγωγή	39
2.2	Η τασική συνάρτηση του Airy	39
2.3	Μιγαδικά δυναμικά Kolosov – Muskhelishvili	42
2.4	Το 3D τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο σε οπή	45
2.5	Το τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο σε οπή με χρήση πεπερασμένων στοιχείων	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	Περιγραφή της πειραματικής διαδικασίας	
3.1	Εισαγωγή	63
3.2	Η προετοιμασία των πειραμάτων	63
3.3	Η μηχανή των πειραμάτων	65
3.4	Η μέθοδος επεξεργασίας των πειραμάτων	66

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	Πειράματα – Συμπεράσματα	
4.1	Εισαγωγή	73
4.2	Επεξεργασία των μετρήσεων	73
4.3	Συμπεράσματα	81
Παράρτημα		85
Λεξικό τεχνικών όρων		93
Βιβλιογραφία		94

Πρόλογος

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια της ολοκλήρωσης των σπουδών μου στη σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και συνδυάζει δύο σημαντικά επιστημονικά πεδία. Εκείνο της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας και εκείνο της μηχανικής των υλικών.

Από τη μία πλευρά, η επεξεργασία εικόνας είναι μία επιστήμη που άρχισε να χρησιμοποιείται τη δεκαετία του 1970 και από τότε αναπτύχθηκε ραγδαία. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα στις μέρες μας να αποτελεί ένα κλάδο που βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς επιστημονικούς χώρους, ενώ ταυτόχρονα πρόκειται για μία χαμηλού κόστους τεχνολογία που παρέχει συνάμα μεγάλη ακρίβεια. Από την άλλη πλευρά, η μηχανική είναι από τις παλαιότερες φυσικές επιστήμες και αποτελεί τη βάση των τεχνικών επιστημών. Παράλληλα, η ραγδαία τεχνολογική ανάπτυξη του αιώνα μας επέφερε πολύπλοκα προβλήματα στους μηχανικούς, γεγονός που κατέστησε αναγκαία τη συνεργασία των δύο επιστημών.

Η επιδίωξη αυτής της εργασίας είναι η μελέτη του παραμορφωσιακού πεδίου που αναπτύσσεται στο σύνορο μίας κυκλικής οπής σε δοκίμιο Αλουμινίου 5083, έπειτα από την εφαρμογή εφελκυστικού φορτίου. Αυτό σαφώς επιτυγχάνεται μέσω της παραπάνω μεθόδου (ψηφιακή επεξεργασία της εικόνας). Πιο συγκεκριμένα, για την επίτευξη αυτού του σκοπού έγινε χρήση των προγραμμάτων Matlab, Photoshop και Excel.

Από τη θέση αυτή επιθυμώ να ευχαριστήσω όλους εκείνους που συνέβαλαν με οποιονδήποτε τρόπο στην ολοκλήρωση αυτής της εργασίας. Συγκεκριμένα, πολλές και θερμές ευχαριστίες ανήκουν στο διδάκτορα του τομέα μηχανικής Αθανάσιο Ηλιόπουλο καθώς οι κώδικες του Matlab που χρησιμοποιήθηκαν για την επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων είναι προσωπικό του επίτευγμα. Ταυτόχρονα θέλω να ευχαριστήσω τον διδάκτορα Βασίλειο Μανωλόπουλο με τον οποίο μου δόθηκε η ευκαιρία να συνεργαστώ αλλά και με βοήθησε τόσο στην εκτέλεση των πειραμάτων. Επίσης, τον υποψήφιο διδάκτορα Γιάννη Δερνίκα, Αντώνη Ζαχαράτο και Σοφία Γιαβούδη για τη πολύτιμη βοήθειά τους σε προβλήματα που προέκυψαν κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας.

Ευχαριστίες ανήκουν και σε όλους τους καθηγητές της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών. Όμως ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω έναν άνθρωπο, ο οποίος όλο αυτό τον καιρό είχε πάντα την πόρτα του γραφείου του ανοιχτή για να μοιραστεί μαζί μου την βαθιά επιστημονική του κατάρτιση, την πολυετή πειραματική του εμπειρία αλλά και την μηχανική του διαίσθηση. Δεν πρόκειται για άλλον παρά για τον υπεύθυνο καθηγητή αυτής της διπλωματικής εργασίας, τον κ. Ν. Π. Ανδριανόπουλο. Τον

ευχαριστώ λοιπόν θερμά που μου παρείχε απλόχερα την αμέριστη συμπαράστασή του και το χρόνο του αλλά και για την διαρκή υποστήριξη, τις διορθώσεις και την ευρύτερη προσφορά του.

Περίληψη

Η διπλωματική αυτή εργασία αποτελείται από τέσσερα κεφάλαια. Επίσης, στο τέλος των κεφαλαίων αυτών υπάρχει ένα παράρτημα, καθώς και λεξικό τεχνικών όρων και η βιβλιογραφία από την οποία αντλήθηκαν γνώσεις για την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Για την άντληση των αποτελεσμάτων από τα πειράματα που εκτελέστηκαν έγινε χρήση της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνων. Για το λόγο αυτό, στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μία ουσιαστική και αρκετά λεπτομερής ανάλυση γύρω από τον κλάδο αυτό. Ειδικότερα, αφού έγινε κάποια αναφορά στην επιστήμη της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας (§ 1.1 - § 1.2), στις επόμενες τέσσερις παραγράφους δόθηκε ιδιαίτερη βάση στην ψηφιακή εικόνα, στα είδη της και στις μετρήσεις που μπορούν να πραγματοποιηθούν επί αυτών ενώ ταυτόχρονα αναλύθηκε η πολύτιμη διαδικασία της κατωφλίωσης (§ 1.3 - 1.6). Στις τελευταίες παραγράφους αυτού του κεφαλαίου (§ 1.7 - § 1.8) παρουσιάστηκαν κάποια στοιχεία γύρω από τις ψηφιακές μηχανές, δοθείσης ιδιαιτέρας βάσεως στις ψηφιακές μηχανές dSLR.

Στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε μία προσπάθεια να αναπτυχθούν, όσο πιο αναλυτικά γίνεται στα πλαίσια μιας προπτυχιακής διπλωματικής εργασίας, οι βασικότερες θεωρίες που αφορούν το τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο που αναπτύσσεται σε ένα δοκίμιο που περιέχει οπή (§ 2.1 - 2.6).

Στο τρίτο κεφάλαιο επιδιώκουμε την περιγραφή της πειραματικής διαδικασίας ξεκινώντας με κάποια εισαγωγικά σχόλια και με μία σύντομη ματιά στον τρόπο προετοιμασίας των πειραμάτων (§ 3.1 - 3.2). Στη συνέχεια κάνουμε μία αναφορά στο απαραίτητο εργαλείο για την εκτέλεση των πειραμάτων που δεν είναι άλλο από την μηχανή που χρησιμοποιήθηκε (§ 3.3) και τέλος παραθέτουμε τη μέθοδο με την οποία επεξεργαστήκαμε τα πειράματά μας (§ 3.4).

Το τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο που είναι ίσως και το σημαντικότερο απ' όλα, από την άποψη ότι η εκτέλεση των πειραμάτων και η επεξεργασία τους είναι κάτι το μοναδικό, ξεκινά με μία σύντομη εισαγωγή (§ 4.1). Στη συνέχεια ακολουθούν τα πειράματα τα οποία έλαβαν χώρα (§ 4.2), ενώ το κεφάλαιο κλείνει με τα συμπεράσματα που προέκυψαν έπειτα από την επεξεργασία τους (§ 4.3).

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, μετά το τέλος των κεφαλαίων αυτών ακολουθεί το παράρτημα, στο οποίο παρουσιάζεται ο κώδικας του Matlab που χρησιμοποιήθηκε στην ψηφιακή επεξεργασία των εικόνων, που πάρθηκαν κατά τη διάρκεια των πειραμάτων. Επίσης,

ακολουθούν το λεξικό των τεχνικών όρων που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή τη διπλωματική εργασία και η σχετική βιβλιογραφία.

Abstract

This thesis is constituted by four chapters. Also at the end of these chapters there is one appendix, as well as a dictionary of technical terms and the bibliography from which was drawn knowledge for the facture of this thesis.

In order to take the results of the experiments that were implemented, digital image processing was used. For this reason, in the first chapter becomes an essential and enough in detail analysis around the digital image processing. More specifically, after a brief reference to the science of digital image processing (§ 1.1 - § 1.2), at the next four paragraphs was given particular notice in digital image, in her types and in the measurements that can be taken on these while simultaneously the valuable process of thresholding was analyzed (§ 1.3 - 1.6). In the last paragraphs of this chapter (§ 1.7 - § 1.8), some basic features of digital cameras were presented, given particular base in digital cameras dSLR.

In the second chapter became an effort to develop, as analytically was possible in the frames of this undergraduate thesis, the most basic theories that concern the concentration of stress and strain in finite thickness elastic plate containing a circular hole (§ 2.1 - 2.6).

In the third chapter we pursue a description of the experimental process starting with some introductive comments and with a brief look at the way of preparation of the experiments (§ 3.1 - 3.2). Thereinafter we make a reference in the essential tool for the implementation of the experiments that it is not other than the Instron load machine that it was used (§ 3.3) Finally, we mention the method with which we processed our experiments (§ 3.4).

The fourth and last chapter which is perhaps the most important of all, from the point of view that the implementation of the experiments and their process are something unique, begins with a short introduction (§ 4.1). Thereinafter we present the experiments which took place (§ 4.2) while the chapter ends with the conclusions that resulted from their process (§ 4.3).

As we mention in the beginning, at the end of these four chapters there is one appendix where is presented the programming code of Matlab that was used in the digital image processing of the photos that were taken during the experiments. There is also a

dictionary of the technical terms that were used in this undergraduate thesis and the relative bibliography.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας

- 1.1 Τι είναι η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας
- 1.2 Περιοχές ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας
- 1.3 Ψηφιακή εικόνα
- 1.4 Είδη ψηφιακής εικόνας
- 1.5 Η έννοια της κατωφλίωσης
- 1.6 Μετρήσεις πάνω στην εικόνα
- 1.7 Στοιχεία ψηφιακής μηχανής
- 1.8 Ψηφιακές μηχανές dSLR

1.1 Τι είναι η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας

Οι άνθρωποι είναι πρωτίστως οπτικά όντα και μία εικόνα γίνεται καλύτερα αντιληπτή από οποιαδήποτε άλλη μορφή πληροφορίας. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με τον τεράστιο όγκο των οπτικών πληροφοριών και την ανάγκη επεξεργασίας τους οδήγησε τους επιστήμονες στην εξεύρεση μέσων ψηφιακής αποθήκευσης και επεξεργασίας των εικόνων. Η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας (digital image processing) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά στη Νέα Υόρκη των ΗΠΑ στις αρχές της δεκαετίας του 1920. Αρχικά χρησιμοποιήθηκε για τη βελτίωση των εικόνων από εφημερίδες που αποστέλλονταν μέσω υποθαλάσσιου καλωδίου μεταξύ Λονδίνου και Νέας Υόρκης. Ωστόσο το επιστημονικό πεδίο της επεξεργασίας εικόνας αναπτύχθηκε και διαδόθηκε σημαντικά τη δεκαετία του 1970 με την αυξανόμενη χρησιμοποίηση της εικόνας σε πάρα πολλές εφαρμογές, συνοδευόμενη από την πρόοδο που επιτεύχθηκε στο μέγεθος, την ταχύτητα, το κόστος των ηλεκτρονικών υπολογιστών και τις σχετικές τεχνολογίες επεξεργασίας σήματος. Η επεξεργασία της εικόνας έπαιξε τότε σημαντικό ρόλο σε επιστημονικές, βιομηχανικές, διαστημικές και άλλες εφαρμογές. Η επόμενη δεκαετία υπήρξε μία δεκαετία σημαντικότητας ανάπτυξης σε αυτό το πεδίο. Στις αρχές αυτής πολλές τεχνικές επεξεργασίας εικόνας έβρισκαν μόνο ακαδημαϊκό ενδιαφέρον, αφού η εκτέλεσή τους ήταν πολύ αργή και ακριβή. Στο τέλος της δεκαετίας όμως, εξαιτίας της πρόόδου στις εφαρμογές και στους αλγορίθμους, η επεξεργασία εικόνας έγινε μία καίρια και χαμηλού κόστους τεχνολογία. Από τις αρχές του εικοστού αιώνα έως και σήμερα, η επιστήμη αυτή αποτελεί έναν ώριμο επιστημονικό κλάδο της πληροφορικής με πάρα πολλές εφαρμογές στην εφαρμοσμένη μηχανική.

Η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας αναφέρεται στη διαχείριση εικόνων. Ο σκοπός αυτής της διαχείρισης μπορεί να χωριστεί σε δύο κατηγορίες. Αυτές είναι η επεξεργασία της εικόνας και η ανάλυση της εικόνας.

Όπως δηλώνει και ο τίτλος της, η επεξεργασία εικόνας ασχολείται με την ψηφιακή καταγραφή εικόνων και με την επεξεργασία τους μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Επομένως, τόσο η είσοδος όσο και η έξοδος αφορούν ψηφιακές εικόνες. Το αντικείμενο της επεξεργασίας μπορεί να είναι η βελτίωση της αντίθεσης της εικόνας, το φιλτράρισμα του θορύβου καταγραφής ή μετάδοσης, η αφαίρεση του θαμπώματος που προκαλείται από την κίνηση της κάμερας κατά τη λήψη της εικόνας, η διόρθωση των γεωμετρικών παραμορφώσεων που προκαλούνται από το φακό, η συμπίεση του όγκου πληροφορίας, η αποθήκευση εικόνας και η ψηφιακή μετάδοσή της.

Η Ψηφιακή ανάλυση εικόνας (digital image analysis) ασχολείται με την περιγραφή και αναγνώριση του περιεχομένου της εικόνας. Η περιγραφή αυτή είναι συνήθως συμβολική. Επομένως η είσοδος στην ανάλυση εικόνας είναι ψηφιακή εικόνα και η έξοδος συμβολική περιγραφή. Η ανάλυση εικόνας προσπαθεί να μιμηθεί την ανθρώπινη όραση γι' αυτό ένας ταυτόσημος τίτλος της είναι η τεχνητή όραση (computer vision). Η ανθρώπινη όραση όμως

είναι ένας πολύπλοκος νευροφυσιολογικός μηχανισμός, ο οποίος δύσκολα μπορεί να προσομοιωθεί σε Η/Υ. Για το λόγο αυτό, η τεχνητή όραση απέχει πολύ από την ανθρώπινη όραση από άποψη μεθόδων ανάλυσης. Η ανάλυση εικόνας είναι πιο εύκολη για εφαρμογές όπου το περιβάλλον, τα αντικείμενα και οι συνθήκες φωτισμού είναι προκαθορισμένες. Ο σχετικός κλάδος της τεχνητής όρασης καλείται ρομποτική όραση (robotic vision). Η ανάλυση είναι πολύ πιο δύσκολη για εφαρμογές όπου το περιβάλλον είναι άγνωστο και τα αντικείμενα πολυπληθή ή ασαφή, π.χ. σε βιοϊατρικές εφαρμογές ή σε σκηνές εξωτερικών χώρων (natural scenes). Γι' αυτό τα πιο πολλά υπάρχοντα συστήματα ανάλυσης εικόνας είναι κατασκευασμένα για εξειδικευμένες εφαρμογές.

1.2 Περιοχές ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας

Η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας έχει διάφορες περιοχές που συνδέονται στενά μεταξύ τους. Θα μπορούσαμε να αναφέρουμε την καταγραφή της εικόνας, το ψηφιακό φίλτράρισμα, την ανίχνευση των περιγραμμάτων (edge detection), την κατάτμηση της εικόνας σε περιοχές (region segmentation), την περιγραφή των σχημάτων (shape description), την ανάλυση της υφής (texture analysis), την ανάλυση της κίνησης (motion analysis) και την στερεοσκοπία (stereopsis). Όπως είναι φυσικό, η περιγραφή όλων αυτών των περιοχών δεν είναι δυνατή σε μία σύντομη παρουσίαση. Επίσης η επεξεργασία εικόνας είναι μία γνωστική περιοχή που κάνει εκτεταμένη χρήση εξειδικευμένων μαθηματικών, πράγμα που δυσκολεύει την παρουσίασή της σε ένα ευρύ κοινό. Για το λόγο αυτό, η περιγραφή της περιοχής θα είναι καθαρά ποιοτική.

Θα ξεκινήσουμε πρώτα απ' όλα από το μηχανισμό καταγραφής μιας εικόνας. Το κλασσικό μέσο καταγραφής μιας εικόνας είναι η φωτογραφική μηχανή και το φιλμ. Ωστόσο αυτή η τεχνική ελάχιστα ενδιαφέρει την ψηφιακή επεξεργασία εικόνας, αφού η καταγραφή αυτή δύσκολα περνάει σε έναν Η/Υ. Αντίθετα η ηλεκτρονική καταγραφή είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα γιατί μπορεί να ψηφιοποιηθεί και να μπει στον Η/Υ. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται οι ηλεκτρονικές βιντεοκάμερες. Η διαδικασία καταγραφής της εικόνας εισάγει τις παρακάτω παραμορφώσεις :

- Θάμπωμα (blurring).
- Θόρυβο καταγραφής (noise).
- Γεωμετρικές παραμορφώσεις.

Επομένως, πριν από κάθε εφαρμογή χρειάζεται διόρθωση αυτών των παραμορφώσεων. Γεωμετρικές διορθώσεις χρειάζονται εκεί όπου η γεωμετρική πληροφορία είναι σημαντική, π.χ. στερεοσκοπία, τοπογραφία. Η ελάττωση της θόλωσης γίνεται με την διαδικασία αποκατάστασης (restoration). Η διαδικασία αποκατάστασης είναι ιδιαίτερα

σημαντική σε εφαρμογές όπου υπάρχει κίνηση, π.χ. σε σκηνές δρόμων, διότι η κίνηση εισάγει θόλωση. Στις πιο πολλές περιπτώσεις χρειάζεται επίσης φιλτράρισμα της εικόνας για την απομάκρυνση του θορύβου. Αυτό μπορεί να γίνει με διάφορα γραμμικά ή μη γραμμικά φίλτρα. Συνήθως τα μη γραμμικά φίλτρα προτιμώνται γιατί κρατούν την αντίθεση (contrast) των περιγραμμάτων που είναι πολύ σπουδαίος παράγοντας για την ανθρώπινη όραση. Η γενική αντίθεση της εικόνας εξάλλου μπορεί να βελτιωθεί με ειδικές μη γραμμικές τεχνικές (contrast enhancement).

Μία άλλη σπουδαία διαδικασία της ανάλυσης εικόνας είναι η αναγνώριση (ή ανίχνευση) περιγραμμάτων. Υπάρχουν πάρα πολλές τεχνικές αναγνώρισης περιγραμμάτων και έχουν αναπτυχθεί γιατί τα περιγράμματα μεταφέρουν πολλή πληροφορία για τα αντικείμενα και χρησιμοποιούνται για την αναγνώρισή τους. Το δυαδικό πρόβλημα της αναγνώρισης περιγραμμάτων είναι η αναγνώριση περιοχών σε μία εικόνα. Το πρόβλημα αυτό ονομάζεται κατάτμηση εικόνας σε περιοχές. Συνήθως οι περιοχές μιας εικόνας χρωματίζονται με ψευδοχρώματα (pseudocolours).

Ειδική σημασία για αρκετές βιομηχανικές εφαρμογές έχει η αναγνώριση (ή ανάλυση) της υφής μιας εικόνας. Χαρακτηριστική περίπτωση της σημασίας της υφής σε βιομηχανικές εφαρμογές είναι η χρήση της στην αναγνώριση διαφορετικών υφασμάτων ή στην αναγνώριση ατελειών σε ένα ύφασμα.

Η αναγνώριση της κίνησης είναι επίσης μία πολύ σπουδαία περιοχή της τεχνητής όρασης για πληθώρα εφαρμογών, π.χ. παρακολούθηση της οδικής κυκλοφορίας, αυτόματη οδήγηση, αναγνώριση κινούμενων αντικειμένων, ψηφιακή τηλεόραση, τηλεσυνεδρίαση (videoconferencing), τηλέφωνο με εικόνα, συμπύεση και εκπομπή κινούμενης εικόνας. Αξίζει να σημειωθεί ότι η αναγνώριση κίνησης απαιτεί πολλή μνήμη για την αποθήκευση εικονοσειρών και για επεξεργασία σε πραγματικό χρόνο (real time processing). Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μόνο με την παράλληλη επεξεργασία (parallel image processing) και τη χρήση ειδικών VLSI chips.

Μία άλλη περιοχή της τεχνητής όρασης που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την αναγνώριση σχημάτων είναι η περιγραφή σχήματος (shape representation). Όπως είναι γνωστό, ένα σχήμα περιγράφεται είτε από το περίγραμμά του είτε από την έκταση που καταλαμβάνει. Το περίγραμμα μπορεί να περιγραφεί με διάφορους τρόπους. Η έκταση μπορεί να περιγραφεί με μεθόδους μαθηματικής μορφολογίας, με αποσύνθεση σε απλά σχήματα κτλ. Αυτές οι μέθοδοι χρησιμοποιούνται είτε για την αποθήκευση ενός σχήματος είτε για την αναγνώρισή του.

Τέλος, σε πολλές εφαρμογές απαιτείται μέτρηση του βάθους. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται η στερεοσκοπία με δύο κάμερες. Η στερεοσκοπία είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στη φωτογραμμετρία και στην κίνηση των ρομπότ στον τρισδιάστατο χώρο.

1.3 Ψηφιακή εικόνα

Για να επεξεργαστούμε μία φωτογραφία ψηφιακά στον Η/Υ πρέπει πρώτα αυτή να αποθηκευτεί σε αυτόν σε μία μορφή, την οποία να μπορεί να χειριστεί κατάλληλα μέσω κάποιων εφαρμογών. Αυτό που μας ενδιαφέρει λοιπόν είναι η ηλεκτρονική καταγραφή μιας εικόνας, ώστε η τελευταία να μπορεί να ψηφιοποιηθεί και να αποθηκευτεί στον Η/Υ με την μορφή μίας ψηφιακής εικόνας. Η όλη διαδικασία σχηματισμού της ψηφιακής εικόνας μπορεί να αναπαρασταθεί με τον ακόλουθο τρόπο:

World \Rightarrow Optics \Rightarrow Sensor \Rightarrow Signal \Rightarrow Digitizer \Rightarrow Digital Representation

όπου :

- Κόσμος (world) είναι η πραγματικότητα, δηλαδή ο φυσικός κόσμος.
- Η οπτική (optics) επιτρέπει στο φως που προέρχεται από τον κόσμο να εστιάσει στον αισθητήρα.
- Ο αισθητήρας (sensor) μετατρέπει το φως σε ηλεκτρική ενέργεια.
- Το σήμα (signal) είναι μία αναπαράσταση του φυσικού φωτός με τη μορφή συνεχούς ηλεκτρικής ενέργειας.
- Ο ψηφιοποιητής (digitizer), που συχνά αναφέρεται και ως A/D μετατροπέας (Analog to digital converter), μετατρέπει το συνεχές σήμα σε διακεκριμένο σήμα.
- Η ψηφιακή αναπαράσταση (digital representation) είναι η τελική αναπαράσταση της πραγματικότητας στη μνήμη του υπολογιστή.

Ουσιαστικά, το σημαντικότερο βήμα της διαδικασίας ψηφιοποίησης είναι η επεξεργασία που γίνεται από τον ψηφιοποιητή. Συγκεκριμένα, η εικόνα που συλλαμβάνεται από έναν αισθητήρα, δηλαδή η αναλογική μορφή της εικόνας, εκφράζεται ως μία συνεχής συνάρτηση $f(x,y)$ δύο συντεταγμένων στο επίπεδο. Προκειμένου η συνάρτηση αυτή να είναι κατάλληλη για επεξεργασία μέσω υπολογιστή πρέπει να ψηφιοποιηθεί τόσο χωρικά όσο και σε πλάτος και την διαδικασία αυτή ολοκληρώνει ο ψηφιοποιητής. Ο ψηφιοποιητής δηλαδή αναλαμβάνει να πραγματοποιήσει τη δειγματοληψία, την κβαντοποίηση του αναλογικού σήματος και την αποθήκευσή του. Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να ξεκαθαρίσουμε τις έννοιες της δειγματοληψίας και της κβαντοποίησης.

Η συνεχής εικόνα $f(x,y)$ προσεγγίζεται συνήθως με δείγματα που έχουν μεταξύ τους ίσες αποστάσεις, τα οποία έχουν τη μορφή μίας $M \times N$ διάταξης, όπου κάθε στοιχείο της διάταξης αποτελεί μία διακριτή ποσότητα. Χωρίζουμε δηλαδή την φωτογραφία σε ένα ορθογώνιο πλέγμα, σε μία συλλογή από ξεχωριστά κελιά, όπου κάθε κελί ονομάζεται εικονοστοιχείο (pixel). Μετά από αυτή την διαδικασία έχουμε :

$$f(x,y) \approx \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (1.3.1)$$

, όπου το δεύτερο μέλος της παραπάνω εξίσωσης είναι αυτό που αποκαλείται κοινά ψηφιακή εικόνα. Ο ρυθμός δειγματοληψίας (pixel clock) του ψηφιοποιητή καθορίζει τη χωρική διακριτική ικανότητα της ψηφιοποιημένης εικόνας. Όσο πιο ακριβής είναι η δειγματοληψία, δηλαδή όσο μεγαλύτερα είναι τα M και N , τόσο καλύτερος είναι ο υπολογισμός της συνάρτησης της συνεχούς εικόνας $f(x,y)$.

Αφού ολοκληρωθεί η δειγματοληψία, στη συνέχεια σε κάθε εικονοστοιχείο δίνεται μία τιμή (pixel value), η οποία αναπαριστά το χρώμα του και το πόσο φωτεινό είναι. Η διαδικασία αυτή, δηλαδή ο καθορισμός του αριθμού των γκρι επιπέδων (gray-level value) στην ψηφιοποιημένη εικόνα, ονομάζεται κβαντοποίηση. Υποτίθεται ότι ολόκληρο το εικονοστοιχείο είναι του ίδιου χρώματος και έτσι κάθε μεταβολή χρώματος, η οποία πράγματι μπορεί να υπάρχει μέσα στην περιοχή του ενός εικονοστοιχείου προτού γίνει κβαντοποίηση στην φωτογραφία, χάνεται. Η κβαντοποίηση δεν είναι τίποτα άλλο παρά η μετάβαση από τις συνεχείς τιμές της συνάρτησης της εικόνας (φωτεινότητα) στο ψηφιακό ισοδύναμό της. Ο αριθμός επιπέδων κβαντοποίησης θα πρέπει να είναι αρκετά υψηλός ώστε ο άνθρωπος να μπορεί να αντιλαμβάνεται τις μικρές λεπτομέρειες της σκίασης στην εικόνα. Η εμφάνιση λανθασμένων περιγραμμάτων, η κβαντοποίηση των οποίων έχει γίνει με ανεπαρκή επίπεδα φωτεινότητας, είναι το κύριο πρόβλημα στην εικόνα. Αυτό συμβαίνει όταν ο αριθμός επιπέδων φωτεινότητας είναι μικρότερος από αυτόν που μπορούν να διακρίνουν εύκολα οι άνθρωποι. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, π.χ. τη μέση τοπική φωτεινότητα, αλλά οι απεικονίσεις που αποφεύγουν αυτό το φαινόμενο δίνουν συνήθως ένα φάσμα τουλάχιστον 100 επιπέδων έντασης. Οι περισσότερες συσκευές ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας χρησιμοποιούν κβαντοποίηση σε K ίσα διαστήματα, όπου $K = 2^b$ με b τον αριθμό των bit που είναι αποθηκευμένα σε κάθε εικονοστοιχείο.

Η τελικά ψηφιακή εικόνα που δημιουργείται έπειτα από αυτά τα στάδια αποθηκεύεται στη μνήμη RAM της CPU (central processing unit) σαν ένας διδιάστατος πίνακας, του οποίου οι διαστάσεις μπορούν να κυμαίνονται από 32×32 έως 1024×1024 ανάλογα με το απεικονιστικό σύστημα.

1.4 Είδη ψηφιακής εικόνας

Σε κάθε εικονοστοιχείο αποθηκεύεται μία τιμή, η οποία περιγράφει το πόσο φωτεινό είναι και τι χρώμα είναι. Υπάρχουν τρεις τρόποι αποθήκευσης των εικονοστοιχείων. Ένας τρόπος είναι να αποθηκεύεται κάθε εικονοστοιχείο ως χωριστό bit, το οποίο σημαίνει ότι ο υπολογιστής μπορεί να δεχτεί μόνο τις τιμές 0 και 1. Άλλος συνήθης τρόπος είναι να αποθηκεύεται κάθε εικονοστοιχείο ως ένα byte, δηλαδή 8 bits με πιθανές τιμές 0 ή 1 το κάθε bit ή μια ακέραιη τιμή από το σύνολο [0,255] και αυτό γιατί σε μορφή byte χρησιμοποιούνται μόνο οι ακέραιοι. Τέλος, στην περίπτωση που έχουμε έγχρωμη εικόνα, κάθε εικονοστοιχείο μπορεί να αποθηκευτεί ως ένας 24-bit αριθμός που χωρίζεται σε 3 συνιστώσες των 8-bit για το καθένα από τα βασικά χρώματα (κόκκινο, πράσινο και μπλε).

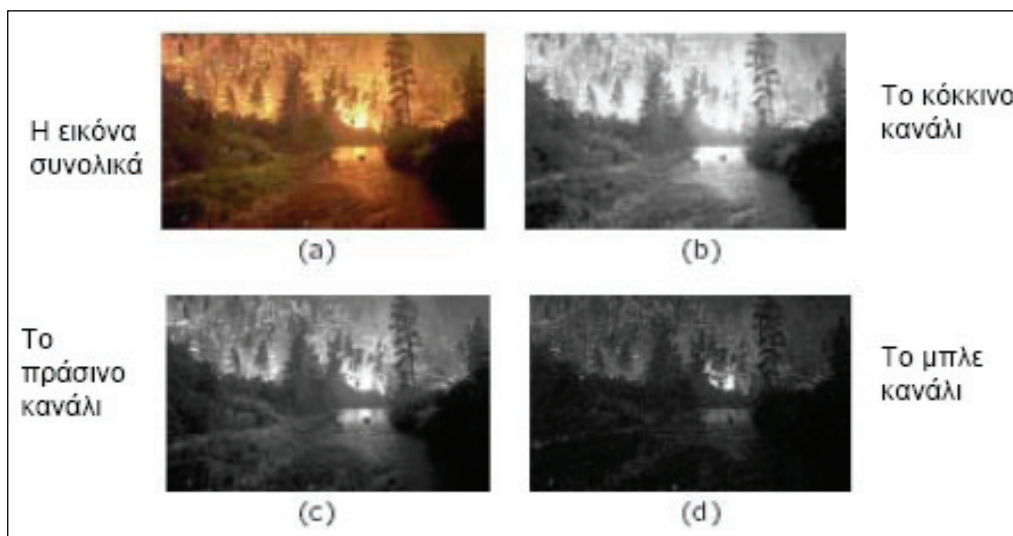
Έπειτα από αυτή την μικρή εισαγωγή σχετικά με τις τιμές που μπορεί να λάβει κάθε εικονοστοιχείο, είμαστε σε θέση να παρουσιάσουμε τους βασικούς τύπους ψηφιακών εικόνων, καθώς το είδος της ψηφιακής εικόνας εξαρτάται από την τιμή των εικονοστοιχείων της. Οι βασικοί αυτοί τύποι είναι οι ακόλουθοι :

- Δυαδικές εικόνες (binary images).
- Εικόνες απόχρωσης του γκρι (grayscale ή intensity images).
- Έγχρωμες εικόνες (RGB images - Red, Green, Blue images).

Οι δυαδικές εικόνες είναι ένας πίνακας $M \times N$ όπου το κάθε εικονοστοιχείο τους αποθηκεύεται ως 1-bit και έχει μόνο δύο τιμές έντασης που είναι συνήθως το 0 για το μαύρο και το 1 για το άσπρο γι' αυτό απεικονίζονται σαν ασπρόμαυρες. Οι δυαδικές εικόνες συνήθως παράγονται από κατωφλίωση (thresholding) μίας έγχρωμης ή απόχρωσης του γκρι εικόνας με σκοπό να ξεχωρίσουμε ένα αντικείμενο στη φωτογραφία από το φόντο. Το χρώμα του αντικειμένου (συνήθως το άσπρο) αναφέρεται σαν το χρώμα πρώτου πλάνου (foreground color). Το υπόλοιπο (συνήθως μαύρο) αναφέρεται σαν χρώμα φόντου (background color).

Οι εικόνες απόχρωσης του γκρι είναι επίσης ένας πίνακας $M \times N$, όμως σε αντίθεση με τις δυαδικές εικόνες, το κάθε εικονοστοιχείο τους αποθηκεύεται ως ένας 8-bit ακέραιος με τιμές από 0 έως 1 ή 255. Στην περίπτωση αυτή, συνήθως το 0 αντιστοιχεί στο μαύρο και το 1 ή το 255 στο άσπρο με τις ενδιάμεσες τιμές να καθορίζουν τις διάφορες αποχρώσεις του γκρι. Ο λόγος διαφοροποίησης αυτών των εικόνων από τις έγχρωμες είναι ότι ελάχιστες πληροφορίες χρειάζεται να δοθούν για κάθε εικονοστοιχείο. Στην πραγματικότητα το γκρι είναι ένα χρώμα στο οποίο οι συνιστώσες του κόκκινου, του πράσινου και του μπλε έχουν την ίδια τιμή έντασης στον RGB χώρο. Για το λόγο αυτό, χρειάζεται να προσδιορίσουμε μόνο μία απλή τιμή της έντασης για κάθε εικονοστοιχείο, σε αντίθεση με τις τρεις εντάσεις που χρειάζεται να προσδιοριστούν για κάθε εικονοστοιχείο στις έγχρωμες φωτογραφίες.

Οι έγχρωμες εικόνες είναι ένας πίνακας $M \times N \times 3$ όπου το κάθε εικονοστοιχείο τους αποθηκεύεται ως ένας 24-bit αριθμός που χωρίζεται σε 3 συνιστώσες των 8-bit για το καθένα από τα βασικά χρώματα του RGB χώρου. Επομένως για την αναπαράσταση έγχρωμων εικόνων πρέπει να οριστούν για κάθε εικονοστοιχείο χωριστά κόκκινες, πράσινες και μπλε συνιστώσες και έτσι η τιμή του εικονοστοιχείου είναι στην πραγματικότητα η συνισταμένη τριών αριθμών. Συχνά, οι τρεις διαφορετικές συνιστώσες αποθηκεύονται σαν τρεις ξεχωριστές εικόνες «απόχρωσης του γκρι», γνωστές σαν χρωματικά επίπεδα (color planes), ένα για το κόκκινο, ένα για το πράσινο και ένα για το μπλε, τα οποία ανασυνδυάζονται όταν η φωτογραφία προβάλλεται ή επεξεργάζεται. Η **Εικόνα 1.1** παρουσιάζει τα χρωματικά επίπεδα μίας RGB εικόνας.



Εικόνα 1.1 : a) Μία RGB εικόνα. b) Το κόκκινο κανάλι. c) Το πράσινο κανάλι. d) Το μπλε κανάλι.

Η ταύτιση του RGB χρωματικού μοντέλου με τις έγχρωμες εικόνες δεν μπορεί να είναι τυχαία. Πιθανότατα, η επικράτηση του μοντέλου αυτού για την ψηφιοποίηση των έγχρωμων εικόνων οφείλεται στο γεγονός ότι είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε σχεδόν όλα τα ορατά χρώματα συνδυάζοντας τα τρία αρχικά, όπως είναι το κόκκινο, το πράσινο και το μπλε, διότι το ανθρώπινο μάτι έχει μόνο τρεις διαφορετικούς χρωματικούς δέκτες. Κάθε ένας από αυτούς είναι ευαίσθητος σε ένα από τα παραπάνω τρία χρώματα. Διαφορετικοί συνδυασμοί στον τρόπο δράσης των αποδεκτών κάνουν δυνατή τη διάκριση περίπου 350.000 χρωμάτων.

1.5 Η έννοια της κατωφλίωσης

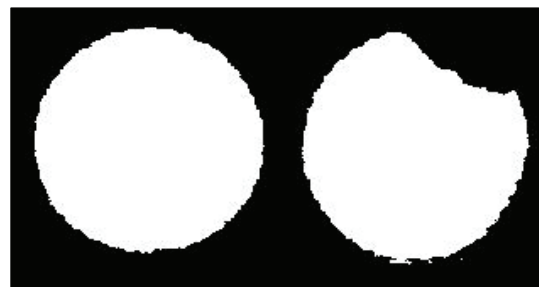
Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι οι δυαδικές εικόνες συνήθως παράγονται από κατωφλίωση μίας έγχρωμης ή απόχρωσης του γκρι εικόνας με σκοπό να ξεχωρίσουμε

ένα αντικείμενο στη φωτογραφία από το φόντο. Το γεγονός ότι ο διαχωρισμός του αντικειμένου από το φόντο είναι πάρα πολύ χρήσιμος σε πολλές εφαρμογές καθιστά την κατωφλίωση ιδιαίτερα σημαντική διεργασία στην ψηφιακή επεξεργασία εικόνας. Γι' αυτό το λόγο θεωρούμε σημαντικό να την εξετάσουμε λίγο διεξοδικά.

Η κατωφλίωση ουσιαστικά αποτελεί έναν εύκολο τρόπο για να εκτελέσουμε την κατάτμηση της εικόνας βάσει των διαφορετικών εντάσεων των χρωμάτων στις μπροστά και πίσω περιοχές της φωτογραφίας. Στις απλές εφαρμογές η κατάτμηση καθορίζεται από μία απλή παράμετρο γνωστή ως ένταση κατωφλίωσης (intensity threshold). Κάθε εικονοστοιχείο στη φωτογραφία συγκρίνεται με το κατώφλι. Εάν η ένταση του εικονοστοιχείου είναι υψηλότερη από το κατώφλι το εικονοστοιχείο τοποθετείται συνήθως στα λευκά στην έξοδο. Αν είναι μικρότερη από το κατώφλι τότε τίθεται στα μαύρα. Σε πιο προχωρημένες εφαρμογές πολλαπλές κατωφλιώσεις μπορούν να καθοριστούν έτσι ώστε μία λωρίδα από τιμές εντάσεως να μπορεί να καθοριστεί άσπρη ενώ όλα τα υπόλοιπα τίθενται μαύρα. Για έγχρωμες φωτογραφίες είναι δυνατόν να θέσουμε διαφορετικά κατώφλια για κάθε χρωματικό κανάλι και έτσι να επιλέξουμε μόνο αυτά τα εικονοστοιχεία εντός ενός συγκεκριμένου κυβοειδούς στον RGB χώρο των χρωμάτων. Μία άλλη συχνή παραλλαγή είναι να θέσουμε μαύρα όλα τα εικονοστοιχεία που αντιστοιχούν στο φόντο αλλά να αφήσουμε τα εικονοστοιχεία του πρώτου πλάνου στο αρχικό τους χρώμα, αντί να τα ασπρίσουμε, ώστε να μην χάσουμε οποιαδήποτε πληροφορία. Στις **Εικόνες 1.2 - 1.3** παρουσιάζονται δύο ζεύγη φωτογραφιών, όπου κάθε ζεύγος εικόνων αναπαριστά μία εικόνα απόχρωσης του γκρι με την αντίστοιχη δυαδική της, η οποία προέκυψε ύστερα από κατωφλίωση της αρχικής. Είναι προφανές πως στα συγκεκριμένα παραδείγματα χρησιμοποιήθηκε ένα απλό καθολικό κατώφλι και ύστερα από την σύγκριση των τιμών των εικονοστοιχείων των αρχικών εικόνων με αυτό, τα εικονοστοιχεία του φόντου τέθηκαν μαύρα ενώ εκείνα του αντικειμένου τέθηκαν λευκά.



(a)

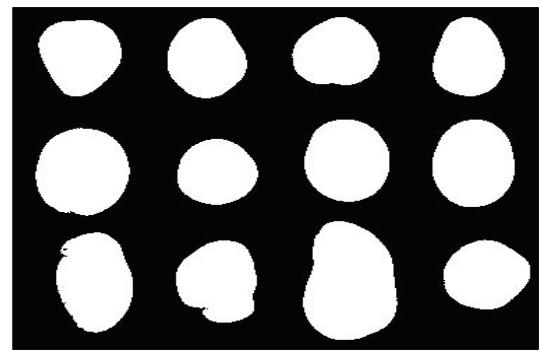


(b)

Εικόνα 1.2 : a) Η αρχική εικόνα απόχρωσης του γκρι. b) Η αντίστοιχη δυαδική εικόνα που προέκυψε ύστερα από κατωφλίωση.



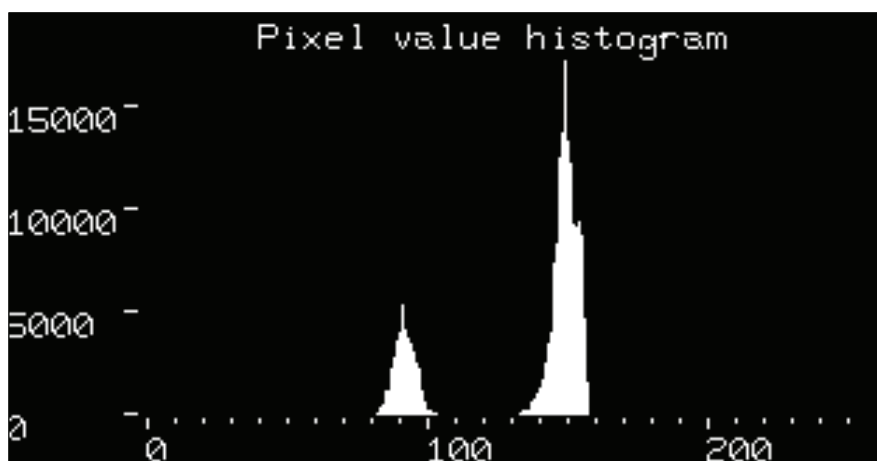
(a)



(b)

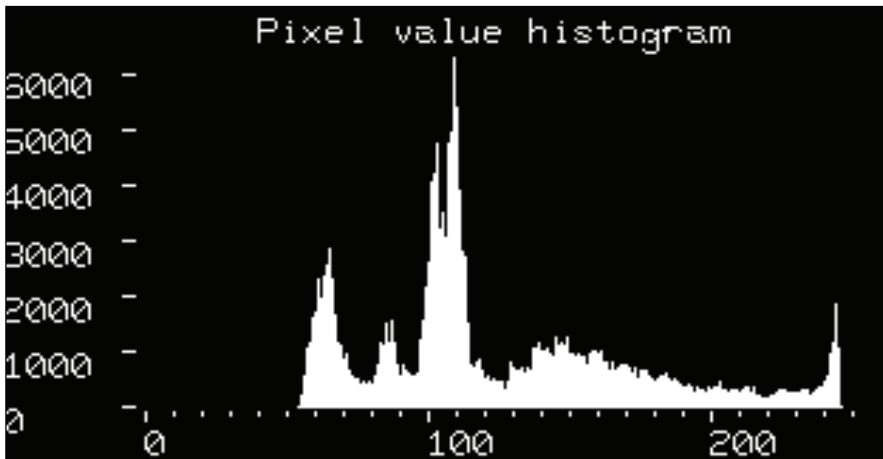
Εικόνα 1.3 : a) Η αρχική εικόνα απόχρωσης του γκρι. b) Η αντίστοιχη δυαδική εικόνα που προέκυψε ύστερα από κατωφλίωση.

Η αλήθεια είναι όμως πως δεν μπορούν όλες οι φωτογραφίες να υποστούν επιτυχώς κατωφλίωση. Σημαντικός παράγοντας, ο οποίος μας βοηθά να αποφανθούμε το αν μία εικόνα μπορεί να κατατμηθεί σωστά ή όχι, είναι το ιστόγραμμα εντάσεως της φωτογραφίας. Το ιστόγραμμα είναι ένα γράφημα που δείχνει τον αριθμό των εικονοστοιχείων που υπάρχουν σε μία φωτογραφία για κάθε διαφορετική τιμή της έντασης. Για μία 8-bit εικόνα απόχρωσης του γκρι υπάρχουν 256 διαφορετικές πιθανές εντάσεις και έτσι το ιστόγραμμα γραφικά θα απεικονίζει 256 αριθμούς που θα δείχνουν την κατανομή των εικονοστοιχείων μεταξύ των γκρι τιμών. Ιστογράμματα μπορούν επίσης να παρθούν από τις έγχρωμες φωτογραφίες, είτε ως ξεχωριστά ιστογράμματα των κόκκινων, πράσινων και μπλε καναλιών, είτε ως ένα 3-D ιστόγραμμα με τους τρεις άξονες να αναπαριστούν το κόκκινο, πράσινο και μπλε κανάλι και τη φωτεινότητα σε κάθε σημείο να αναπαριστά την τιμή του εικονοστοιχείου. Εμείς εδώ θα θεωρήσουμε ένα grayscale ιστόγραμμα αλλά η προέκταση για έγχρωμες φωτογραφίες είναι παρόμοια. Εάν λοιπόν το ιστόγραμμα που λαμβάνουμε από μία εικόνα αποτελεί μία τέλεια δίκορφη (bi-modal) κατανομή, όπως αυτή που φαίνεται στην **Εικόνα 1.4**, τότε είναι προφανές ότι η φωτογραφία μας μπορεί επιτυχώς να υποστεί κατωφλίωση.



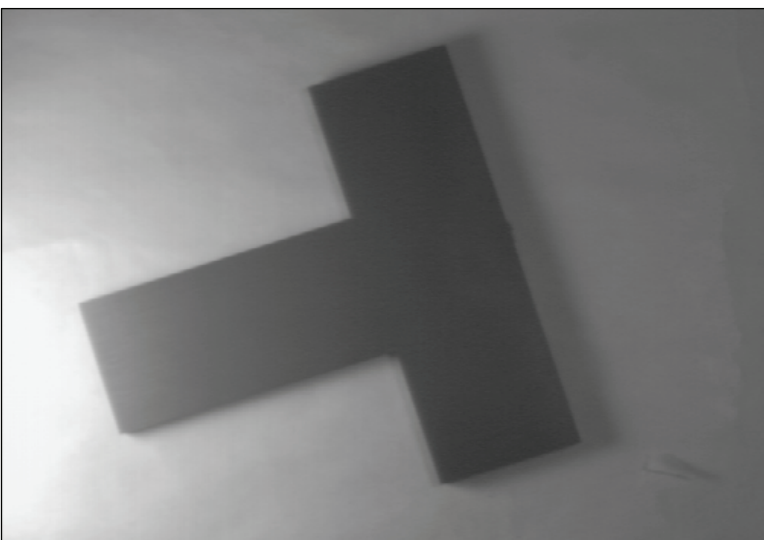
Εικόνα 1.4 : Ιστόγραμμα των τιμών των εικονοστοιχείων με εμφανή μία τέλεια δίκορφη κατανομή, όπου η χαμηλότερη κορυφή αναπαριστά το αντικείμενο και η ψηλότερη το φόντο.

Προφανώς οι φωτογραφίες που φαίνονται στις **Εικόνες 1.2** (a) και **1.3** (a) έχουν ιστόγραμμα εντάσεως παρόμοιο με αυτό που απεικονίζεται στην **Εικόνα 1.4**, αφού υπέστησαν πλήρως επιτυχή κατωφλίωση. Υπάρχουν όμως και ιστογράμματα φωτογραφιών στα οποία δεν υπάρχει αυτή η δίκورφη κατανομή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην είναι εφικτή η επιλογή ενός καθολικού κατωφλίου, το οποίο να μπορεί να ξεχωρίσει το πρώτο πλάνο από το φόντο. Ένα τέτοιο ιστόγραμμα παρουσιάζεται στην **Εικόνα 1.5**.



Εικόνα 1.5 :
Ιστόγραμμα των τιμών των εικονοστοιχείων με κατεστραμμένη δωνυμική κατανομή.

Η **Εικόνα 1.5** αποτελεί το ιστόγραμμα εντάσεως της φωτογραφίας της **Εικόνας 1.6**. Όπως είναι εμφανές, στην **Εικόνα 1.6** υπάρχει ένας σημαντικός παράγοντας φωτισμού κατά μήκος της φωτογραφίας. Ουσιαστικά είναι αυτός ο παράγοντας που θολώνει το ιστόγραμμα και καταστρέφει την δωνυμική κατανομή. Οποιαδήποτε προσπάθεια για να κατωφλιώσουμε την συγκεκριμένη φωτογραφία θα είναι αποτυχημένη. Δύο αποτυχημένες κατωφλιώσεις φαίνονται στις **Εικόνες 1.7** και **1.8**, στις οποίες η μόνη διαφορά είναι ότι χρησιμοποιήσαμε διαφορετική τιμή ως κατώφλι.



Εικόνα 1.6 : Φωτογραφία με μη ομογενή φωτισμό κατά μήκος της.



Εικόνες 1.7 – 1.8 : Αποτυχημένη καθολική κατωφλίωση με χρήση διαφορετικής τιμής κατωφλίου για κάθε εικόνα.

1.6 Μετρήσεις πάνω στην εικόνα

Η διαφορά μεταξύ επεξεργασίας εικόνας και ανάλυσης εικόνας βρίσκεται στην εξαγωγή πληροφοριών από αυτήν. Η επεξεργασία εικόνας είναι κατά κάποιο τρόπο η επιστήμη της διευθέτησης και ταξινόμησης. Αντίθετα η ανάλυση εικόνας προσπαθεί να βρει αυτές τις χαρακτηριστικές παραμέτρους, συνήθως αριθμητικές, οι οποίες αναπαριστούν τις σημαντικές πληροφορίες της εικόνας. Μετρήσεις οι οποίες μπορούν να εκτελεστούν σε χαρακτηριστικά της εικόνας κατηγοριοποιούνται σε τέσσερις ομάδες : φωτεινότητα, θέση, μέγεθος και σχήμα. Για κάθε ομάδα υπάρχει μία μεγάλη ποικιλία από συγκεκριμένες διαφορετικές μετρήσεις που μπορούν να γίνουν και υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να εκτελέσουμε αυτές τις εργασίες. Τα περισσότερα συστήματα ανάλυσης εικόνας προσφέρουν το λιγότερο μερικές μετρήσεις για κάθε ομάδα. Επομένως ο χρήστης διαπραγματεύεται με αρκετές διαφορετικές παραμέτρους μέτρησης. Οι περισσότερες από αυτές τις τεχνικές παράγουν μία αριθμητική έξοδο κατάλληλη για στατιστική ανάλυση ή παρουσίαση γραφικών. Συχνά η ερμηνεία των δεδομένων αυτών ανήκει σε ξεχωριστό πρόγραμμα.

Στη συνέχεια θα παραθέσουμε κάποια σχόλια ώστε να αναλύσουμε διεξοδικά κάποιες από αυτού του είδους τις μετρήσεις που μπορούν να πραγματοποιηθούν σε ένα χαρακτηριστικό. Αρχικά λοιπόν, όσον αφορά τη μέτρηση της φωτεινότητας γνωρίζουμε ότι σε κάθε εικονοστοιχείο της φωτογραφίας καταχωρείται μία αριθμητική τιμή, η οποία είναι συχνά η φωτεινότητα του αντίστοιχου σημείου στο αρχικό τοπίο. Το σύννηθες εύρος των χρωματικών τιμών φωτεινότητας είναι από 0 έως 255. Σπάνια οι αποθηκευμένες τιμές είναι ακέραιοι αφού τις περισσότερες φορές είναι πραγματικοί αριθμοί.

Η οπτική πυκνότητα δίνεται από τον τύπο :

$$\text{Ο.Π.} = \text{Log}_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (1.6.1)$$

, όπου I/I_0 είναι το μέρος του φωτός που διαπερνά το δοκίμιο χωρίς να απορροφάται ή να διασκορπίζεται.

Επίσης, αρκετές φορές, ο προσδιορισμός της θέσης των χαρακτηριστικών της εικόνας είναι απαραίτητος για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Για ένα ακανόνιστο χαρακτηριστικό που περιλαμβάνει αρκετά εικονοστοιχεία, ο προσδιορισμός της θέσης του μπορεί να γίνει με αρκετούς τρόπους. Για παράδειγμα, ένας τρόπος είναι να προσδιορίσουμε τις συντεταγμένες x, y του μέσου σημείου του χαρακτηριστικού, οι οποίες καθορίζονται απλά ως η μέση της διαδρομής μεταξύ του ελάχιστου και του μέγιστου ορίου των εικονοστοιχείων που αποτελούν το χαρακτηριστικό. Τα ελάχιστα και τα μέγιστα όρια του κάθε χαρακτηριστικού μιας εικόνας είναι εύκολο να καθοριστούν βρίσκοντας τα εικονοστοιχεία με τις μεγαλύτερες και μικρότερες συντεταγμένες στην κατακόρυφη και στην οριζόντια διεύθυνση. Οι οριακές αυτές συντεταγμένες ορίζουν ένα ορθογώνιο γύρω από το χαρακτηριστικό και το σημείο τομής των μεσοκαθέτων των πλευρών αυτού του ορθογώνιου λαμβάνεται ως η θέση του χαρακτηριστικού. Ωστόσο, το μέσο σημείο δεν είναι μία αναπαράσταση της θέσης η οποία έχει ευρεία χρήση καθώς επηρεάζεται από λίγα εικονοστοιχεία.

Για ακανόνιστου σχήματος χαρακτηριστικά είναι προτιμότερο να λαμβάνουμε υπ' όψιν μας το πραγματικό σχήμα τους και τη θέση όλων των εικονοστοιχείων που τα απαρτίζουν. Αυτή η προσέγγιση καθορίζει το κέντρο βάρους του χαρακτηριστικού. Οι συντεταγμένες x, y του κέντρου βάρους υπολογίζονται από τους παρακάτω τύπους :

$$\text{Κ.Β.}_x = \frac{\sum x_i}{A} \quad , \quad \text{Κ.Β.}_y = \frac{\sum y_i}{A} \quad (1.6.2)$$

, όπου x_i, y_i είναι οι συντεταγμένες του i -οστού εικονοστοιχείου και A είναι ο συνολικός αριθμός των εικονοστοιχείων του χαρακτηριστικού. Ο ορισμός του κέντρου βάρους λαμβάνει εξίσου κάθε εικονοστοιχείο μέσα στο χαρακτηριστικό. Για ορισμένους σκοπούς όμως, η φωτεινότητα του κάθε εικονοστοιχείου κάνει ορισμένα εικονοστοιχεία πιο σημαντικά από τα άλλα. Αυτή η μετατροπή είναι πολύ εύκολο να εισαχθεί αν συμπεριλάβουμε την τιμή της φωτεινότητας στον τύπο που μας δίνει το κέντρο βάρους.

Δηλαδή :

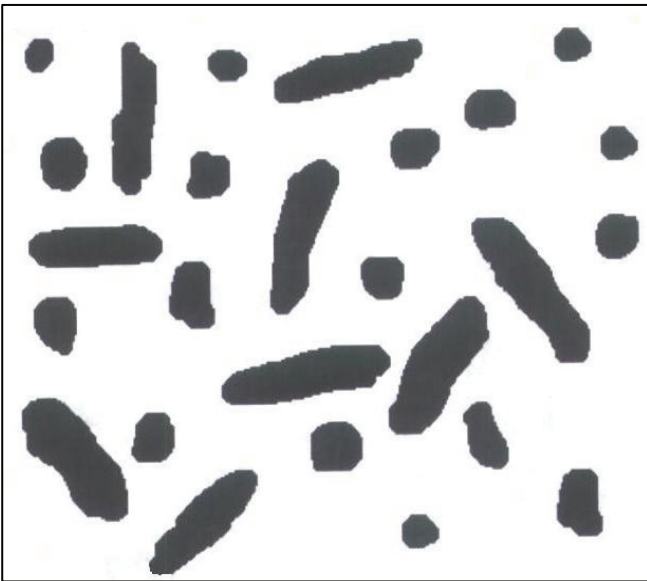
$$K.B._x = \frac{\sum_i PValue_i \cdot x_i}{\sum_i PValue_i}, \quad K.B._y = \frac{\sum_i PValue_i \cdot y_i}{\sum_i PValue_i} \quad (1.6.3)$$

όπου PValue είναι η τιμή της φωτεινότητας του κάθε εικονοστοιχείου του χαρακτηριστικού.

Προηγουμένως είδαμε ότι προκειμένου να προσδιορίσουμε τη θέση κάποιου χαρακτηριστικού αναγκαζόμαστε να εντοπίσουμε το κέντρο βάρους του. Επίσης, είδαμε ότι το κέντρο βάρους έχει κάποιες συντεταγμένες x, y , δηλαδή ότι ουσιαστικά αναφέρεται σε κάποιο εικονοστοιχείο του χαρακτηριστικού που έχει αυτές τις συντεταγμένες. Επομένως, όταν μιλάμε για τα κέντρα βάρους των χαρακτηριστικών μίας εικόνας, μπορούμε να τα φανταστούμε σαν ένα σύνολο από απειροστές κουκίδες.

Σε ορισμένες εφαρμογές η θέση των ξεχωριστών χαρακτηριστικών είναι λιγότερο σημαντική απ' ό,τι οι σχέσεις μεταξύ γειτονικών χαρακτηριστικών. Επομένως ορισμένες φορές τίθεται το πρόβλημα της διερεύνησης για το αν αυτές οι απειροστές κουκίδες είναι τοποθετημένες τυχαία, αν είναι ομαδοποιημένες ή αν οι αποστάσεις τους είναι σταθερές. Την λύση σε αυτό το πρόβλημα έδωσαν οι Schwarz και Exner (1983). Οι τελευταίοι έδειξαν ότι ένα ιστόγραμμα της κατανομής των αποστάσεων μεταξύ των πιο κοντινών γειτόνων είναι ικανό ώστε να μας δώσει μία απάντηση σε αυτό το πρόβλημα. Πράγματι, η απόσταση μεταξύ κάθε ζευγαριού γειτόνων, δευτέρων γειτόνων, κτλ. μπορεί να χρησιμοποιηθεί, αλλά στις περισσότερες περιπτώσεις τα ζευγάρια των πιο κοντινών γειτόνων είναι πιο εύκολο να προσδιοριστούν. Όταν έχουν καθοριστεί τα κέντρα βάρους των χαρακτηριστικών, η ταξινόμηση του πίνακα των αποτελεσμάτων για τον εντοπισμό του πιο κοντινού γείτονα για κάθε χαρακτηριστικό είναι πλέον εύκολη. Η ευθεία γραμμή των αποστάσεων μεταξύ αυτών των σημείων υπολογίζεται και χρησιμοποιείται για να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το ιστόγραμμα να χαρακτηρίζεται από μία μέση τιμή και μία τυπική απόκλιση της κατανομής. Ανάλογα με τη μορφή που θα έχει το ιστόγραμμα μπορούμε να αποφανθούμε για το αν πρόκειται για μία τυχαία ή μία ομαδοποιημένη κατανομή ή αν οι πιο κοντινές - γειτονικές αποστάσεις είναι σταθερές. Για παράδειγμα, αν το ιστόγραμμα έχει παρόμοια μορφή με εκείνη του διαγράμματος της κανονικής κατανομής - η γνωστή δηλαδή ως «καμπάνα» - τότε πρόκειται για κέντρα βάρους με σταθερές τις μεταξύ τους αποστάσεις. Αν αντιθέτως το ιστόγραμμα έχει τη μορφή που παρουσιάζει το διάγραμμα της κατανομής Poisson, της κατανομής δηλαδή που αντιπροσωπεύει την πλήρη τυχαιότητα και που θα παρατηρούσαμε αν διασκορπίζαμε αλάτι πάνω σε ένα τραπέζι, τότε πρόκειται για τυχαία κατανομή των κέντρων βάρους των χαρακτηριστικών και επομένως των ίδιων των χαρακτηριστικών γενικότερα. Είναι προφανές ότι οποιαδήποτε άλλη μορφή παρατηρούμενου ιστογράμματος θα αναφέρεται σε μία ομαδοποιημένη κατανομή.

Μέχρι τώρα είδαμε μετρήσεις που μπορούμε να κάνουμε όσον αφορά τα χαρακτηριστικά μιας εικόνας. Τις περισσότερες φορές όμως, παρουσιάζεται το πρόβλημα σχετικά με το ποια από τα χαρακτηριστικά της εικόνας θα συμπεριλάβουμε στην ανάλυσή μας, ώστε να προβούμε στη συνέχεια στις μετρήσεις που μπορούμε να κάνουμε πάνω σε αυτά. Υπάρχουν αρκετές λύσεις που απαντούν στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Αν τα χαρακτηριστικά της εικόνας δεν τέμνουν το οπτικό πεδίο, όπως συμβαίνει στην **Εικόνα 1.9**, τότε λαμβάνουμε υπ' όψιν μας όλα τα χαρακτηριστικά.



Εικόνα 1.9 : Όλα τα χαρακτηριστικά της εικόνας βρίσκονται εντός του οπτικού πεδίου.

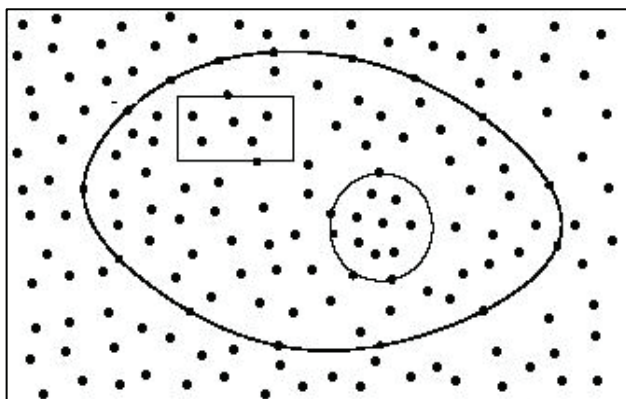
Αν όμως κάποια από τα χαρακτηριστικά τέμνουν το οπτικό πεδίο, όπως συμβαίνει στην **Εικόνα 1.10**, τότε μπορούμε να ακολουθήσουμε διάφορους τρόπους για να επιλύσουμε το πρόβλημά μας. Ένας τρόπος για να παράγουμε ένα αντικειμενικό αποτέλεσμα είναι να λάβουμε υπ' όψιν μας εκείνα τα χαρακτηριστικά τα οποία αγγίζουν δύο άκρες της φωτογραφίας, για παράδειγμα την πάνω και την αριστερή και να αγνοήσουμε εκείνα που τέμνουν την κάτω και δεξιά άκρη. Δύο άλλοι τρόποι είναι είτε να μετρήσουμε όλα τα χαρακτηριστικά ανεξαρτήτως του αν αγγίζουν κάποια άκρη της φωτογραφίας είτε να μετρήσουμε μόνο εκείνα τα χαρακτηριστικά που δεν τέμνουν καμία πλευρά. Όμως οι δύο τελευταίοι τρόποι είναι αρκετά προβληματικοί. Στον πρώτο τρόπο για κάθε χαρακτηριστικό που ακουμπάει σε κάποια άκρη κανένα μέγεθος δεν μπορεί να μετρηθεί, διότι δεν απεικονίζεται ολόκληρο με αποτέλεσμα καμία πληροφορία για το σχήμα, το μέγεθος ή τη θέση να μην μπορεί να παρθεί σωστά. Όσον αφορά τον δεύτερο τρόπο που στις μετρήσεις μας λαμβάνουμε υπ' όψιν μόνο τα χαρακτηριστικά τα οποία δεν αγγίζουν καμία άκρη, τότε σε αυτή την περίπτωση είναι λογικό οι αναλογίες των μεγάλων και των μικρών χαρακτηριστικών να είναι λανθασμένες, διότι ένα μεγάλο χαρακτηριστικό είναι πιο πιθανό να τέμνει μία άκρη σε σχέση με ένα μικρότερο. Επομένως τα αποτελέσματά μας πάλι δεν είναι πλήρως αντικειμενικά, αφού θα έχουμε λάβει υπ' όψιν μας περισσότερα μικρά και θα έχουμε

αποκλείσει αρκετά από τα μεγάλα χαρακτηριστικά χάνοντας έτσι την τυχαιότητα που επιδιώκουμε να διατηρούμε στην επεξεργασία μας.



Εικόνα 1.10 : Κάποια από τα χαρακτηριστικά της εικόνας τέμνουν τις άκρες του οπτικού πεδίου με αποτέλεσμα κάποιο μέρος τους να βρίσκεται εντός του οπτικού πεδίου και το υπόλοιπο μέρος τους εκτός αυτού.

Ένας άλλος τρόπος επιλογής χαρακτηριστικών προς μέτρηση και επεξεργασία, που μάλιστα είναι ανεξάρτητος με το αν τα χαρακτηριστικά τέμνουν κάποια άκρη της εικόνας ή όχι, είναι η τοποθέτηση ενός χωρίου υποστήριξης (support domain) στην εικόνα. Στα πειράματά μας κάναμε χρήση αυτού του τρόπου και επειδή δεν μας ενδιέφεραν ολόκληρα τα χαρακτηριστικά αλλά μόνο τα κέντρα βάρους αυτών, τα οποία θεωρούμε ως απειροστές κουκκίδες, στις μετρήσεις μας λαμβάναμε υπ' όψιν μας εκείνα τα χαρακτηριστικά, των οποίων τα κέντρα βάρους βρίσκονταν εντός του χωρίου υποστήριξης ανεξάρτητα με το ποιο μέρος των χαρακτηριστικών βρίσκονταν εντός ή εκτός του συγκεκριμένου χωρίου. Το χωρίο μπορεί να έχει διαφορετικά σχήματα, όπως κυκλικό, ορθογώνιο, ελλειπτικό κτλ. όπως φαίνεται στην **Εικόνα 1.11**, όπου οι κουκκίδες αναπαριστούν τα κέντρα βάρους των χαρακτηριστικών.



Εικόνα 1.11 : Διαφορετικοί τύποι χωρίων υποστήριξης. Με κουκκίδες συμβολίζονται τα κέντρα βάρους των χαρακτηριστικών.

Στα πειράματά μας προκειμένου να κάνουμε την παρεμβολή των μετατοπίσεων πάνω στο δοκίμιο και στη συνέχεια να υπολογίσουμε τις παραμορφώσεις κάναμε χρήση κυκλικών χωρίων υποστήριξης.

1.7 Στοιχεία ψηφιακής μηχανής

Η βασική αρχή λειτουργίας μιας ψηφιακής μηχανής είναι παρόμοια και σε πλήρη αντιστοιχία με αυτή της συμβατικής μηχανής, δηλαδή το φως συγκεντρώνεται μέσω του φακού και οδηγείται μέσω ενός σκοτεινού θαλάμου σε μία φωτοευαίσθητη επιφάνεια. Στη συμβατική μηχανή η επιφάνεια αυτή είναι το χημικό φιλμ που όλοι γνωρίζουμε, ενώ στη ψηφιακή μηχανή είναι ένας αισθητήρας σιλικόνης (CCD/CMOS). Ο αισθητήρας αυτός συλλαμβάνει το φως το οποίο και αναλύει στο φάσμα RGB και το παραγόμενο αναλογικό σήμα μεταφέρεται σε έναν μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακή πληροφορία (ADC - Analog to Digital Converter). Στη συνέχεια το ψηφιακό σήμα επεξεργάζεται από τον κεντρικό επεξεργαστή DSP (Digital Signal Processor) της μηχανής, όπου συμπιέζεται και οδηγείται στην προσωρινή μνήμη (Buffer) της πριν περάσει στη μονάδα αποθήκευσης. Ανάλογα με το μέγεθος του Buffer και την επεξεργαστική ισχύ του DSP καθορίζεται και η δυνατότητα για λήψη πολλών διαδοχικών καρτέ από τη μηχανή, αφού οι σημερινές κάρτες μνήμης που χρησιμοποιούνται από τις μηχανές είναι πολύ αργές για να καταφέρουν να αποθηκεύσουν πολλές εικόνες υψηλής ανάλυσης σε ικανοποιητικά μικρό χρόνο. Στη συνέχεια, η φωτογραφία μπορεί να μεταφερθεί, αν το επιθυμεί ο χρήστης, σε έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή για περαιτέρω επεξεργασία ή εκτύπωση. Εννοείται πως όποια φωτογραφία δεν ικανοποιεί τον χρήστη, ο τελευταίος έχει τη δυνατότητα να την διαγράψει άμεσα από τις μονάδες αποθήκευσης.

Έχοντας περιγράψει έως τώρα το πως ουσιαστικά δουλεύει μία ψηφιακή μηχανή, είμαστε πλέον σε θέση να παρουσιάσουμε τα βασικότερα χαρακτηριστικά της, όπως είναι ο ψηφιακός αισθητήρας, η LCD οθόνη, το διάφραγμα, η ταχύτητα κλείστρου και η δυνατότητα συμπίεσης των προς αποθήκευση φωτογραφιών.

Όσον αφορά τον ψηφιακό αισθητήρα, όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η ύπαρξή του είναι αυτή που διαφοροποιεί την ψηφιακή μηχανή από την αντίστοιχη συμβατική. Οι περισσότεροι αισθητήρες που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι αισθητήρες διάταξης. Τα εικονοστοιχεία τους κατηγοριοποιούνται σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με το σε ποια χρώματα του συστήματος RGB είναι φωτοευαίσθητα : κόκκινο, πράσινο και μπλε. Όλα τα υπόλοιπα χρώματα είναι δυνατόν να προκύψουν από το συνδυασμό των παραπάνω τριών χρωμάτων σε διαφορετικές αναλογίες. Ανάλογα με την ποιότητα (τόνο, απόχρωση, ένταση) του φωτός που προσπίπτει σε κάθε ένα εικονοστοιχείο του αισθητήρα παράγεται ένα byte πληροφορίας που αντιστοιχεί σε αυτό. Κάθε byte , όπως και στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, αποτελείται από 8 bit (δυαδικά ψηφία 0 και 1) τα οποία μπορούν να αποδώσουν 256 διαφορετικές

ποιότητες για κάθε πληροφορία του εικονοστοιχείου. Έτσι ο συνδυασμός κάθε χρώματος του συστήματος RGB στα 8 bit μας δίνει 256 x 256 x 256 συνδυασμούς ή 16.777.216 χρώματα (χρώμα 32 bit), αριθμός ικανοποιητικός για την απόδοση σχεδόν κάθε χρώματος στη φύση. Επίσης, είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι είναι απαραίτητο να ρυθμίζεται η ποσότητα του φωτός που φθάνει στον αισθητήρα ώστε το θέμα να μπορεί να αποτυπωθεί σωστά στη μηχανή. Την απαίτηση αυτή, για τη ρύθμιση της ποσότητας του φωτός που πρέπει να περάσει ώστε να σχηματιστεί μία ευκρινής εικόνα, αναλαμβάνουν να εξασφαλίσουν από κοινού το διάφραγμα και η ταχύτητα κλείστρου που λειτουργούν αρμονικά για την επίτευξη αυτού του σκοπού. Τα δύο αυτά στοιχεία της ψηφιακής μηχανής, δηλαδή το διάφραγμα και την ταχύτητα κλείστρου, θα τα αναλύσουμε περαιτέρω παρακάτω. Οι κυριότεροι τύποι φωτοευαίσθητων αισθητήρων είναι οι CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor) και CCD (Charge Coupled Device). Οι πιο διαδεδομένοι αισθητήρες σήμερα είναι οι CCD, αν και η νέας γενιάς CMOS δείχνουν ότι μπορούν να αποδώσουν το ίδιο καλά με τους CCD, ενώ είναι φθηνότεροι και χαμηλότερης κατανάλωσης.

Ένα άλλο βασικό στοιχείο των ψηφιακών μηχανών είναι η LCD οθόνη που διαθέτουν. Η οθόνη αυτή μας δίνει τη δυνατότητα να βλέπουμε αμέσως το θέμα που τραβήξαμε. Συγκεκριμένα, τη στιγμή σχεδόν που η εικόνα αφήνει τον αισθητήρα CCD είναι έτοιμη να παρουσιαστεί στην οθόνη. Αυτή είναι μία από τις μεγαλύτερες ευκολίες που μας παρέχουν αυτές οι μηχανές, καθώς ο χρήστης είναι σε θέση να ελέγξει άμεσα το αν η εικόνα που τραβήχτηκε ικανοποιεί τις απαιτήσεις του, ώστε αν δεν συμβαίνει κάτι τέτοιο να διαγράψει τη συγκεκριμένη εικόνα από τις μονάδες αποθήκευσης και να προβεί σε επανάληψη της λήψης έως να πετύχει το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Το διάφραγμα του φακού είναι το μέγεθος του ανοίγματος στη μηχανή και τοποθετείται πίσω από το φακό. Μία φωτεινή ηλιόλουστη ημέρα το φως που ανακλάται από το θέμα μπορεί να είναι πολύ έντονο και να μη χρειάζεται μεγάλη έκθεση αυτού στον αισθητήρα για να σχηματιστεί μία καλή εικόνα. Σε αυτή την περίπτωση απαιτείται μικρό διάφραγμα. Όμως μία συννεφιασμένη μέρα ή σε ημίφως, το φως δεν είναι τόσο έντονο με αποτέλεσμα η μηχανή να χρειάζεται μεγαλύτερη έκθεση σε αυτό προκειμένου να καταγράψει το θέμα. Σε αυτή την περίπτωση απαιτείται μεγαλύτερο διάφραγμα ώστε να επιτραπεί η είσοδος περισσότερου φωτός. Η διαδικασία αυτή είναι ανάλογη του τρόπου με τον οποίο λειτουργούν τα μάτια μας. Όταν είμαστε δηλαδή στο σκοτάδι, η ίριδα διευρύνει την κόρη του ματιού μας. Αντίθετα όταν βγαίνουμε έξω με έντονο φως, η ίριδα συστέλλεται αφήνοντας την κόρη πολύ μικρή.

Η ταχύτητα κλείστρου, που όπως αναφέραμε παραπάνω είναι συνυπεύθυνη μαζί με το διάφραγμα για τη ρύθμιση της ποσότητας του φωτός που φθάνει στον αισθητήρα, είναι ο χρόνος που επιτρέπεται στο φως να περάσει μέσα από το διάφραγμα. Το κλείστρο ανοίγει δηλαδή και η ταχύτητά του είναι το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα που περνά μέχρι να κλείσει. Ένας τρόπος για να επιτρέψουμε την εισροή περισσότερου φωτός στη μηχανή είναι

να μειώσουμε την ταχύτητα κλείστρου. Οι μηχανές που βασίζονται στο φιλμ διαθέτουν ένα μηχανικό κλείστρο. Εάν το φιλμ εκτεθεί σε φως τότε δεν υπάρχει η δυνατότητα να καθαρίσουμε τις καταγεγραμμένες πληροφορίες γι' αυτό και πρέπει να προστατεύεται από το ανεπιθύμητο φως. Όμως ο αισθητήρας μίας ψηφιακής μηχανής μπορεί να επανέλθει ηλεκτρονικά σε κατάσταση αναμονής λειτουργίας και να χρησιμοποιηθεί πολλές φορές. Αυτό ονομάζεται ψηφιακό κλείστρο. Κάποιες ψηφιακές μηχανές είναι εξοπλισμένες με ένα συνδυασμό ψηφιακού και μηχανικού κλείστρου.

Τέλος, ένα άλλο σημαντικότατο στοιχείο των ψηφιακών μηχανών είναι η δυνατότητα που έχουν για να συμπιέζουν τις εικόνες κατά την αποθήκευση ώστε να χρειάζεται λιγότερη μνήμη για την αποθήκευσή τους. Δύο είναι τα χαρακτηριστικά των ψηφιακών εικόνων που κάνουν τη συμπίεση εφικτή. Το ένα είναι η επαναληπτικότητα και το άλλο η έλλειψη συνάφειας. Όσον αφορά την επαναληπτικότητα, μπορείτε να φανταστείτε μία εικόνα που απεικονίζει για παράδειγμα ένα δάσος. Τότε ένα μεγάλο μέρος της εικόνας θα έχει κομμάτια πράσινου που επαναλαμβάνονται. Τα κομμάτια αυτά εκμεταλλεύονται ρουτίνες συμπίεσης της μηχανής περιορίζοντας τα αρχεία εικόνας χωρίς απώλεια πληροφοριών. Δυστυχώς οι ρουτίνες αυτές δεν προσφέρουν υπερβολική συμπίεση και για την ακρίβεια δεν είναι σε θέση να περιορίσουν το μέγεθος του αρχείου πέραν του μισού και αυτό μάλιστα το επιτυγχάνουν σπάνια. Από την άλλη πλευρά, η έλλειψη συνάφειας βοηθά στη συμπίεση με εντελώς διαφορετικό τρόπο. Συγκεκριμένα, η ψηφιακή μηχανή καταγράφει συνήθως περισσότερες πληροφορίες απ' όσες μπορεί να εντοπίσει το ανθρώπινο μάτι. Κάποιες ρουτίνες συμπίεσης εκμεταλλεύονται λοιπόν το γεγονός αυτό για να ξεφορτωθούν περιττές πληροφορίες. Πολλές μηχανές έχουν τη δυνατότητα να εφαρμόσουν διαφορετικά επίπεδα συμπίεσης, παρόλο που μπορεί να μην τα αποκαλούν έτσι. Το πιθανότερο είναι να τα συναντήσει κανείς ως επίπεδα ανάλυσης. Όμως, είναι γνωστό ότι μικρότερη ανάλυση συνεπάγεται μεγαλύτερη συμπίεση και το αντίστροφο.

1.8 Ψηφιακές μηχανές dSLR

Στα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν για την περάτωση αυτής της διπλωματικής εργασίας έγινε χρήση μίας dSLR ψηφιακής φωτογραφικής μηχανής. Για το λόγο αυτό, θεωρούμε χρήσιμο στο σημείο αυτό να αναφέρουμε κάποια βασικά στοιχεία των μηχανών αυτών. Ειδικότερα, θα παραθέσουμε παρακάτω κάποια απ' τα υπέρ αλλά και τα κατά που παρουσιάζουν οι μηχανές dSLR.

Επομένως, αν στη διάθεσή μας έχουμε μία σχετικά φθηνή dSLR τότε πρέπει να γνωρίζουμε ότι αυτή παρουσιάζει τα κάτωθι πλεονεκτήματα :

- Παρέχει τη δυνατότητα για αλλαγή φακών και υπάρχουν θαυμάσιοι φακοί για κάθε χρήση και για κάθε σύστημα.

- Η σκόπευση γίνεται μέσα από το φακό εξασφαλίζοντας πλήρη έλεγχο του κάδρου.
- Η σκόπευση δεν εξαρτάται από την μπαταρία.
- Το βάθος πεδίου μας δίνει τη δυνατότητα να γνωρίζουμε πόσο και που εστιάζει ο φακός.
- Οι χρόνοι κλείστρου και τα διαφράγματα έχουν τεράστιο εύρος σε σχέση με το αντίστοιχο των κόμπακτ.
- Η αυτονομία της μπαταρίας της είναι επαρκής σε ικανοποιητικό βαθμό.
- Ακόμη και στην περίπτωση που μία κόμπακτ έχει αισθητήρα ίδιας ανάλυσης με την dSLR, η τελευταία δίνει πολύ καλύτερες φωτογραφίες, διότι η επιφάνεια του αισθητήρα της είναι μεγαλύτερη και έτσι θεωρείται αποτελεσματικότερος συλλέκτης φωτός.
- Υποστηρίζει αρχεία τύπου RAW.
- Ο ψηφιακός θόρυβος είναι ελάχιστος.

Αν στη διάθεσή μας έχουμε μία ακριβή dSLR, τότε πρέπει να γνωρίζουμε ότι με αυτή κερδίζουμε επιπλέον τα ακόλουθα :

- Υψηλότερους ρυθμούς συνεχόμενης έκθεσης.
- Ταχύτερη αυτόματη έκθεση.
- Ταχύτερη αυτόματη εστίαση.
- Μεγαλύτερο ποσοστό τέτοιων λήψεων, που να ικανοποιούν τον χρήστη ώστε να μην χρειάζεται η επανάληψή τους.

Βέβαια, όπως συμβαίνει με σχεδόν όλα τα πράγματα στον κόσμο, έτσι και οι μηχανές dSLR εκτός από πλεονεκτήματα έχουν και μειονεκτήματα σε σχέση με τις κόμπακτ και τα οποία παραθέτουμε κάτωθι :

- Ενδέχεται να παρατηρήσουμε σκόνη και μαύρα στίγματα στις φωτογραφίες μας λόγω της αιωρούμενης σκόνης και του στατικού ηλεκτρισμού, κάτι που υπαγορεύει τον καθαρισμό του φίλτρου, που είναι μία διαδικασία αρκετά επίπονη.
- Είναι αρκετά βαριές και ογκώδεις.
- Δεν έχουν τη δυνατότητα λήψης βίντεο και χρήσης εφέ, ενώ η οθόνη υγρών κρυστάλλων που διαθέτει δεν έχει τη δυνατότητα περιστροφής.
- Όσο διαρκεί η έκθεση ο φωτογράφος δεν βλέπει το θέμα του.

Στα πειράματά μας χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο EOS 10D της Canon που αποτελεί μία υψηλής απόδοσης dSLR ψηφιακή μηχανή. Στην **Εικόνα 1.12** φαίνεται η συγκεκριμένη μηχανή. Η EOS 10D προσφέρει εξαιρετική οικοδόμηση, σαφήνεια εικόνας και λειτουργικότητα μίας αναλογικής EOS SLR με τα πλεονεκτήματα της ψηφιακής φωτογράφισης.

Έχοντας ήδη κάνει μία εκτενή αναφορά όσον αφορά τις μηχανές dSLR, θα παραθέσουμε στη συνέχεια μόνο λίγα από τα τεχνικά χαρακτηριστικά και τις επιδόσεις του συγκεκριμένου μοντέλου.

Διαθέτει λοιπόν :

1. Έναν 22,7 x 15,1 mm αισθητήρα υψηλής ευαισθησίας με 6,5 εκατομμύρια συνολικά εικονοστοιχεία (3152 x 2068) και 6,3 εκατομμύρια ενεργά εικονοστοιχεία (3072 x 2048), ο οποίος δίνει λεπτομερείς φωτογραφίες.
2. Δώδεκα προγράμματα φωτογράφισης : αυτόματο (Auto), πρόγραμμα αυτόματης έκθεσης (Program Auto Exposure), προτεραιότητα κλείστρου (Time value), προτεραιότητα διαφράγματος (Aperture priority), χειροκίνητη έκθεση (Manual), βάθος πεδίου (Depth of field), πορτρέτο (Portrait), τοπίο (Landscape), κοντινή λήψη (Close up), σπορ (Sports), νυχτερινά πορτρέτα (Night portrait) και χωρίς φλας (Flash off).
3. Ταχύτητες κλείστρου από 1/4000 έως 30 δευτερόλεπτα σε βήματα 1/2 ή 1/3 στοπ.
4. Επτά σημεία υψηλής ταχύτητας αυτόματης εστίασης AF που επιτρέπει εστίαση σε μία πλατιά περιοχή.
5. Έναν ισχυρό DIGIC (DIGital Image Core) επεξεργαστή, ο οποίος πραγματοποιεί την ερμηνεία και απόδοση χρωμάτων.
6. Δυνατότητα εγγραφής σε RAW και JPEG αρχεία ταυτοχρόνως, ενώ υπάρχει η επιλογή 6 JPEG ρυθμίσεων ανάλυσης.
7. Ταχύτητα ISO εύρους 100 - 1600, η οποία προσφέρει μεγάλη ευελιξία φωτογράφισης κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες φωτισμού.
8. Ως ρυθμίσεις για την ισορροπία του λευκού, τις : αυτόματη, φως ημέρας, σκιά, συννεφιά, λαμπτήρες πυρακτώσεως, λαμπτήρες φθορισμού, φλας, εξειδικευμένη και καθορισμός θερμοκρασίας χρώματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Το τασικό – παραμορφωσιακό πεδίο σε οπή

- 2.1 Εισαγωγή
- 2.2 Η τασική συνάρτηση του Airy
- 2.3 Μιγαδικά δυναμικά Kolosov - Muskhelishvili
- 2.4 Το 3D τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο σε οπή
- 2.5 Το τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο σε οπή με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

2.1 Εισαγωγή

Ιστορικά η Μηχανική των Θραύσεων συνδέθηκε με την ψαθυρή διάδοση ρωγμών όπου, σε πρώτη προσέγγιση, η συμπεριφορά του υλικού μπορεί να θεωρηθεί γραμμικά ελαστική. Έτσι, προβλήματα της Μηχανικής των Θραύσεων αντιμετωπίστηκαν στα πλαίσια της Γραμμικής Ελαστικότητας, σχηματίζοντας τη λεγόμενη Γραμμική Ελαστική Μηχανική των Θραύσεων. Η εφαρμογή των μεθόδων της Γραμμικής Ελαστικότητας σε εκ των προτέρων ρηγματωμένα υλικά οδήγησε σε απειρισμό των τάσεων ακριβώς στην αιχμή της ρωγμής, συμπεριφορά που δεν μπορεί να γίνει αποδεκτή. Βεβαίως, αυτός ο αφύσικος απειρισμός των τάσεων οδηγεί αβίαστα στο συμπέρασμα ότι τα υλικά πολύ κοντά στην αιχμή μιας ρωγμής δεν είναι δυνατόν να συμπεριφέρονται γραμμικά ελαστικά. Αλλά τα μη γραμμικά προβλήματα είναι πολύ πιο δύσκολα στην επίλυσή τους από τα γραμμικά. Η συμβιβαστική λύση που ακολουθήθηκε ήταν η εισαγωγή των λεγομένων συντελεστών έντασης των τάσεων (stress intensity factors). Οι συντελεστές αυτοί είναι ένα μέτρο της «έντασης» των τάσεων στην περιοχή της αιχμής της ρωγμής, δηλαδή του πόσο έντονα αυξάνουν οι τάσεις καθώς πλησιάζουμε (αλλά ποτέ δεν φθάνουμε) στην αιχμή.

Έτσι στην Γραμμική Ελαστική Μηχανική των Θραύσεων δεχόμαστε ότι σε ένα ρηγματωμένο σώμα η ρωγμή θα διαδοθεί και το σώμα θα αστοχήσει όταν η «ένταση» των τάσεων (και όχι οι τάσεις αυτές καθ' εαυτές) φθάσει στην περιοχή της αιχμής της ρωγμής σε ένα κρίσιμο επίπεδο. Επομένως, κάθε υλικό έχει μία κρίσιμη τιμή για κάθε συντελεστή έντασης των τάσεων. Προς το παρόν δεν απαντούμε στο ερώτημα εάν αυτοί οι κρίσιμοι συντελεστές συνδέονται μεταξύ τους ή εάν είναι πράγματι μηχανικές ιδιότητες των υλικών. Απλώς παρατηρούμε ότι δεν είναι εμφανές πως θα μπορούσε να περιγραφεί η αστοχία ενός αρηγματώτου υλικού με όρους της Γραμμικής Ελαστικής Μηχανικής των Θραύσεων.

Εν πάση περιπτώσει, όσο πιο ψαθυρό είναι ένα υλικό τόσο πιο κοντά στην αιχμή μιας ρωγμής μπορούμε να πλησιάσουμε μέσω των συντελεστών έντασης των τάσεων και επομένως τόσο πιο σωστά μπορεί να περιγραφεί η αστοχία του ρηγματωμένου υλικού μέσω της Γραμμικής Ελαστικής Μηχανικής των Θραύσεων. Στην πράξη, η προσέγγιση αυτή είναι επαρκής για τις περισσότερες εφαρμογές. Υπάρχει λοιπόν επαρκής λόγος να μελετήσουμε τις μεθόδους προσδιορισμού τάσεων και παραμορφώσεων της Γραμμικής Ελαστικότητας στην περίπτωση προρηγματωμένων υλικών.

2.2 Η τασική συνάρτηση του Airy

Θεωρούμε ότι στα επίπεδα προβλήματα οι τρεις ζητούμενες τάσεις σ_x , σ_y και τ_{xy} μπορεί να εκφραστούν ως παράγωγοι μιας άγνωστης συνάρτησης $F(x, y)$ ως εξής:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (2.2.1)$$

Παρατηρούμε ότι οι συνθήκες ισορροπίας ικανοποιούνται. Επίσης αν εκφράσουμε την συνθήκη συμβιβαστού των παραμορφώσεων συναρτήσει των τάσεων, αντικαθιστώντας σ' αυτήν τις παραμορφώσεις μέσω του νόμου του Hooke, προκύπτει:

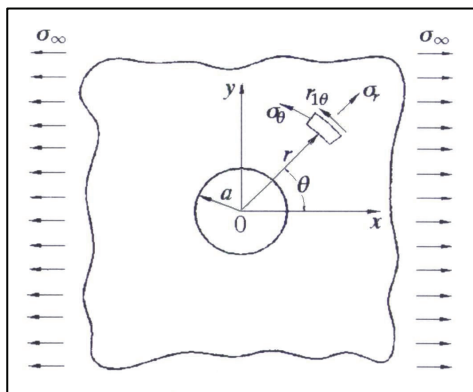
$$\frac{\partial^2(\sigma_x - \nu\sigma_y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\sigma_y - \nu\sigma_x)}{\partial x^2} - 2(1+\nu)\frac{\partial^2\tau_{xy}}{\partial x\partial y} = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2\partial y^2} = 0$$

$$\text{ή} \quad \nabla^4 F = \Delta^2 F = 0 \quad (2.2.2)$$

όπου το σύμβολο $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ είναι ο τελεστής του Laplace.

Η ζητούμενη λοιπόν τασική συνάρτηση $F(x, y)$ ικανοποιεί την διαρμονική εξίσωση (2.2.2) και επομένως είναι διαρμονική συνάρτηση. Κάθε διαρμονική συνάρτηση είναι λύση του προβλήματος εφ' όσον ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες και λέγεται τασική συνάρτηση του Airy από τι όνομα εκείνου που πρώτος υπέθεσε τις εξισώσεις (2.2.1). Η λύση του προβλήματος λοιπόν συνίσταται στην επιλογή μιας κατάλληλης διαρμονικής συνάρτησης ώστε να ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες. Εάν επινοηθεί αυτή η συνάρτηση τότε η προκύπτουσα λύση είναι μοναδική για τις τάσεις – παραμορφώσεις, όπως αποδεικνύεται στην Θεωρία της Ελαστικότητας.

Ως παράδειγμα εφαρμογής της τασικής συνάρτησης Airy στην επίλυση προβλημάτων ελαστικότητας, θεωρούμε το πρόβλημα προσδιορισμού των τάσεων σε μία άπειρη λεπτή πλάκα, η οποία περιέχει μία κυκλική οπή (circular hole) ακτίνας $r = a$ και φορτίζεται στο άπειρο με μονοαξονική τάση σ_∞ (**Εικόνα 2.1**). Είναι ένα πρόβλημα επίπεδης έντασης το οποίο παρουσιάζει κυκλική συμμετρία και επομένως συνιστάται η εισαγωγή πολικών συντεταγμένων.



Εικόνα 2.1 : Άπειρη λεπτή πλάκα, η οποία περιέχει μία κυκλική οπή ακτίνας $r = a$ και φορτίζεται στο άπειρο με μονοαξονική τάση σ_∞ .

Σε πολικές συντεταγμένες (r, θ) , οι εξισώσεις ισορροπίας είναι οι ακόλουθες:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (2.2.3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} = 0$$

Οι σχέσεις που συνδέουν τις καρτεσιανές εκφράσεις των τάσεων με τις αντίστοιχες πολικές είναι:

$$\sigma_\theta + \sigma_r = \sigma_x + \sigma_y \quad (2.2.4)$$

$$(\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta})e^{-2i\theta} = \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy}$$

όπως προκύπτει από τους τύπους μετασχηματισμού επιπέδων τανυστών. Θεωρώντας τέλος τις σχέσεις:

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \quad \sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2}, \quad \tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) \quad (2.2.5)$$

αντίστοιχες των εξισώσεων (2.2.1) παρατηρούμε ότι οι εξισώσεις (2.2.3) ικανοποιούνται. Οι οριακές συνθήκες είναι:

$$\text{για } r \rightarrow \infty: \quad \sigma_x = \sigma_\infty, \quad \sigma_y = \tau_{xy} = 0 \text{ και}$$

$$\text{για } r = \alpha: \quad \sigma_r(\alpha, \theta) = 0, \quad \tau_{r\theta}(\alpha, \theta) = 0$$

Η τασική συνάρτηση $F(r, \theta)$ που ικανοποιεί αυτές τις οριακές συνθήκες προτάθηκε από τον Kirsch το 1899 και είναι η διαρμονική συνάρτηση:

$$F(r, \theta) = \sigma_\infty \left\{ \left(-\frac{r^2}{4} - \frac{\alpha^4}{4r^2} + \frac{\alpha^2}{2} \right) \cos 2\theta + \frac{r^2}{4} - \frac{\alpha^2}{2} \ln r \right\} \quad (2.2.6)$$

η οποία μέσω των εξισώσεων (2.2.5) οδηγεί στις εξής εκφράσεις των ζητούμενων τάσεων:

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_\infty}{2} \left\{ 1 + \frac{\alpha^2}{r^2} - \left[1 + \frac{3\alpha^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \right\}$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_\infty}{2} \left\{ 1 - \frac{\alpha^2}{r^2} + \left[1 - 4 \frac{\alpha^2}{r^2} + \frac{3\alpha^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \right\} \quad (2.2.7)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 + 2 \frac{\alpha^2}{r^2} - \frac{3\alpha^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$

Διερεύνηση των τελευταίων αυτών εξισώσεων αποδεικνύει ότι στην οπή από τις τρεις τάσεις, την μέγιστη τιμή παίρνει η σ_θ για $r = \alpha$ και $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ που είναι:

$$\sigma_\theta \left(\alpha, \pm \frac{\pi}{2} \right) = 3\sigma_\infty \quad (2.2.8)$$

δηλαδή είναι τριπλάσια από την εφαρμοζόμενη τάση στο άπειρο και εμφανίζεται στα άκρα της διαμέτρου της οπής, που είναι κάθετη στον άξονα φόρτισης. Ενδιαφέρουσα είναι η παρατήρηση ότι η μέγιστη τιμή της σ_θ είναι ανεξάρτητη από το μέγεθος της οπής.

2.3 Μιγαδικά δυναμικά Kolosov - Muskhelishvili

Μία κατ' εξοχήν αναλυτική μέθοδος επίλυσης του προβλήματος της επίπεδης ελαστικότητας, πολύ περισσότερο εξελιγμένη από τη μέθοδο Airy, είναι η μέθοδος των μιγαδικών δυναμικών Kolosov – Muskhelishvili. Η υπεροχή της βασίζεται κυρίως στην ευκολία άμεσης ικανοποίησης των οριακών συνθηκών μέσω απλών αλγεβρικών εκφράσεων, στη δυνατότητα εισαγωγής σύμμορφων απεικονίσεων με τις οποίες περίπλοκα γεωμετρικά χωρία μετασχηματίζονται σε απλά και στη μεγάλη ανάπτυξη σχετικών αριθμητικών μεθόδων επίλυσης των εξισώσεων που προκύπτουν.

Θεωρούμε το μιγαδικό επίπεδο στο οποίο κάθε σημείο ορίζεται από ένα μιγαδικό αριθμό z , ο οποίος συναρτήσει καρτεσιανών ή πολικών συντεταγμένων είναι:

$$z = x + iy = re^{i\theta} \quad (2.3.1)$$

Κάθε συνάρτηση $f(z)$ που ορίζεται σε ένα χωρίο S του μιγαδικού επιπέδου καλείται ολόμορφη στο χωρίο S , όταν σε όλα τα σημεία του S υπάρχει η παράγωγός της ως προς z και εξαρτάται μόνο από το z (δηλαδή είναι ανεξάρτητη από το δρόμο dz). Τότε αποδεικνύεται ότι η $f(z)$ είναι άπειρες φορές διαφορίσιμη, δηλαδή υπάρχει στο χωρίο S και η συνάρτηση $f^{(n)}(z)$ και το ολοκλήρωμα κάθε τέτοιας συνάρτησης από το σημείο A στο σημείο B του S είναι ανεξάρτητο από το δρόμο ολοκλήρωσης. Μία τέτοια συνάρτηση ονομάζεται και μιγαδικό δυναμικό.

Κάθε συνάρτηση $f(z)$ στο μιγαδικό επίπεδο μπορεί να γραφεί ως:

$$f(z) = f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y) \quad (2.3.2)$$

$$\text{όπου} \quad u(x, y) = \text{Re } f(z) \quad \text{και} \quad v(x, y) = \text{Im } f(z) \quad (2.3.3)$$

είναι το πραγματικό και φανταστικό μέρος της $f(z)$, ενώ οι συναρτήσεις $u(x, y)$ και $v(x, y)$ είναι πραγματικές. Εάν η $f(z)$ είναι ολόμορφη, τότε υπάρχει η $f'(z) = \frac{df(z)}{dz}$ και παραγωγή ως προς x και y δίνει:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{df}{dz} \frac{dz}{dx} = f'(z) \quad (2.3.4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{df}{dz} \frac{dz}{dy} = if'(z)$$

αφού από την εξίσωση (2.3.1) ισχύει ότι:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{d(x+iy)}{dx} = 1 \quad \text{και} \quad \frac{dz}{dy} = i$$

Επομένως:

$$f'(z) = \frac{\partial f}{\partial x} = -i \frac{\partial f}{\partial y} \quad \text{ή} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x} = -i \left(\frac{\partial u}{\partial y} + i \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.3.5)$$

Η τελευταία συνθήκη ικανοποιείται όταν:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{και} \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.3.6)$$

Οι δύο τελευταίες συνθήκες καλούνται συνθήκες Cauchy – Riemann και είναι αναγκαίες και ικανές ώστε μία μιγαδική συνάρτηση να είναι ολόμορφη σε ένα χωρίο S , όπου αυτές ικανοποιούνται. Παραγωγή των συνθηκών Cauchy – Riemann ως προς x και y οδηγεί στην εξίσωση Laplace για κάθε μία από τις πραγματικές συναρτήσεις u και v . Δηλαδή:

$$\Delta u = \nabla^2 u = 0 \quad \text{και} \quad \Delta v = \nabla^2 v = 0 \quad (2.3.7)$$

Επομένως εάν η $f(z)$ είναι ολόμορφη στο S τότε το πραγματικό u και το φανταστικό v μέρος της είναι αρμονικές συναρτήσεις στην αντίστοιχη του S περιοχή του πραγματικού (x, y) επιπέδου και ονομάζονται συζυγείς αρμονικές.

Επίσης, στον Μιγαδικό Λογισμό αποδεικνύεται ότι κάθε πραγματική αρμονική συνάρτηση μπορεί να γραφεί ως το πραγματικό μέρος μιας αναλυτικής ολόμορφης συνάρτησης και ότι κάθε πραγματική διαρμονική συνάρτηση $F(x, y)$ μπορεί να γραφεί ως:

$$F(x, y) = \text{Re}[\bar{z}\phi(z) + \chi(z)] \quad (2.3.8)$$

όπου $\phi(z)$ και $\chi(z)$ είναι αναλυτικές – ολόμορφες συναρτήσεις με $\bar{z} = x - iy$. Εάν, λοιπόν, η πραγματική συνάρτηση $F(x, y)$ είναι διαρμονική, τότε μπορεί να θεωρηθεί τασική συνάρτηση κατά Airy και να οδηγήσει σε λύση του προβλήματος της επίπεδης ελαστικότητας. Τότε οι συναρτήσεις $\phi(z)$ και $\chi(z)$ καλούνται μιγαδικά δυναμικά.

Από τις εξισώσεις (2.2.1) έχουμε:

$$\sigma_x + \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \nabla^2 F \quad (2.3.9)$$

η οποία μετά από πράξεις καταλήγει στην:

$$\sigma_x + \sigma_y = 4 \operatorname{Re}[\phi'(z)] \quad (2.3.10)$$

Επίσης, επειδή $x = \frac{z + \bar{z}}{2}$ και $y = \frac{z - \bar{z}}{2i}$, η $F(x, y)$ μπορεί να γραφεί ως $F(z, \bar{z})$, θεωρώντας το z και το \bar{z} ανεξάρτητες μεταβλητές όπως το x και το y . Για την πραγματική συνάρτηση F μιγαδικών μεταβλητών z και \bar{z} ισχύει:

$$2 \frac{\partial F}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial F}{\partial x} + i \frac{\partial F}{\partial y}$$

ή παραγωγίζοντας πάλι ως προς \bar{z} :

$$4 \frac{\partial^2 F}{\partial \bar{z}^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + 2i \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (2.3.11)$$

Σύγκριση της τελευταίας αυτής εξίσωσης με τις εξισώσεις (2.2.1) του Airy, μετά από πράξεις μέσω της εξίσωσης (2.3.8), οδηγεί στην:

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z}\phi''(z) + \chi''(z)] \quad (2.3.12)$$

Οι εξισώσεις (2.3.10) και (2.3.12) συνιστούν μιγαδικό σύστημα τριών πραγματικών εξισώσεων με τρεις αγνώστους $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, το οποίο μπορεί εύκολα να επιλυθεί εάν είναι γνωστά τα μιγαδικά δυναμικά $\phi(z)$ και $\chi(z)$. Συνήθως, η $\chi(z)$ εκφράζεται ως ολοκλήρωμα μιας άλλης συνάρτησης $\psi(z)$ ως $\chi(z) = \int \psi(z) dz$ και επομένως η εξίσωση (2.3.12) παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \quad (2.3.13)$$

Οι σχέσεις μεταξύ των τάσεων, οι οποίες καλούνται σχέσεις Kolosov – Muskhelishvili και δίνονται από τις εξισώσεις (2.3.10) και (2.3.12) ή (2.3.13), συμπληρώνονται και από μία τρίτη, που περιγράφει τις μετατοπίσεις συναρτήσεων των μιγαδικών δυναμικών και η οποία δεν υπήρχε στις εκφράσεις της τασικής συνάρτησης Airy. Αυτή η σχέση αποδεικνύεται ότι είναι:

$$2G(u + iv) = k\phi(z) - z\overline{\phi'(z)} - \overline{\psi(z)} \quad (2.3.14)$$

όπου G είναι το μέτρο διάτμησης του υλικού και k η λεγόμενη σταθερά Muskhelishvili, η οποία ισούται με:

$$k = \begin{cases} \frac{3-\nu}{1+\nu} , & \text{για επίπεδη ένταση} \\ 3-4\nu , & \text{για επίπεδη παραμόρφωση} \end{cases}$$

όπου ν είναι ο λόγος Poisson.

Τελικά, το πρόβλημα της επίπεδης γραμμικής ελαστικότητας ανάγεται στην επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (2.3.10), (2.3.13) και (2.3.14) εφ' όσον μέσω της ικανοποίησης των οριακών συνθηκών είναι δυνατός ο προσδιορισμός των αναλυτικών – ολόμορφων συναρτήσεων $\phi(z)$ και $\psi(z)$. Τότε αποδεικνύεται ότι η προκύπτουσα λύση είναι μοναδική για τις τάσεις και τις παραμορφώσεις.

Η ικανοποίηση των οριακών συνθηκών και ο υπολογισμός των μιγαδικών δυναμικών, που προκύπτουν σε ένα επίπεδο πρόβλημα ελαστικότητας, μπορεί, κατά περίπτωση, να γίνει με στοιχειώδεις αλγεβρικές πράξεις ή να απαιτεί τη λύση πολύπλοκων ολοκληρωτικών εξισώσεων. Μία βασική δυσκολία στην ικανοποίηση των οριακών συνθηκών δημιουργείται από την πιθανή γεωμετρική πολυπλοκότητα του συνόρου του χωρίου, στο οποίο ζητούμε τη λύση. Η δυσκολία όμως αυτή αντιμετωπίζεται με τη χρησιμοποίηση μιας σύμμορφης απεικόνισης (conformal mapping), πράγμα που αντιστοιχεί στην εισαγωγή ειδικών καμπυλόγραμμων συντεταγμένων, προσαρμοσμένων στη μορφή του συνόρου του χωρίου. Στην περίπτωση σύμμορφων απεικονίσεων διακρίνουμε δύο μιγαδικά επίπεδα:

1. Το «φυσικό – πραγματικό» επίπεδο (δηλαδή εκείνο όπου υπάρχει η έλλειψη), που ονομάζεται z - επίπεδο και στο οποίο η μεταβλητή είναι $z = x + iy$ και
2. το «μαθηματικό – φανταστικό» επίπεδο, που ονομάζεται ζ - επίπεδο, έχει ως μεταβλητή το $\zeta = re^{i\phi}$ και του οποίου ένα βασικό χωρίο (όπως π.χ. ένας μοναδιαίος κύκλος) απεικονίζεται σύμμορφα με μία αναλυτική συνάρτηση $z = \omega(\zeta)$ στο χωρίο του φυσικού επιπέδου, στο οποίο ζητούμε τη λύση.

2.4 Το 3D τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο σε οπή

Στην παρούσα παράγραφο θα παρουσιάσουμε μία αναλυτική λύση για το τασικό πεδίο που αναπτύσσεται σε ένα δοκίμιο στις τρεις διαστάσεις. Το δοκίμιο είναι αυθαίρετου πάχους $2h$ και περιέχει κυλινδρική οπή ακτίνας a . Αρκετά μακριά από την οπή, στο δοκίμιο ασκείται εφελκυστικό φορτίο σ_0 , σε διεύθυνση παράλληλη προς το επίπεδο του δοκιμίου. Η σχετική ανάλυση δείχνει ότι ο συντελεστής συγκέντρωσης των τάσεων (stress concentration factor) ποικίλει ανάλογα με το πάχος του δοκιμίου και επηρεάζεται από το λόγο της ακτίνας της οπής προς το πάχος του δοκιμίου, a/h . Επιπλέον αποδεικνύεται ότι για $(a/h) \geq 4$, τα αποτελέσματα που προβλέπονται από τη θεωρία για την επίπεδη ένταση είναι περισσότερο από ικανοποιητικά για τις μηχανικές εφαρμογές.

Πριν ξεκινήσουμε την ανάλυσή μας, ας κάνουμε μία εισαγωγή στο χώρο των τρισδιάστατων προβλημάτων. Με βάση τα πειράματα που έχουν γίνει για σχετικά λεπτά δοκίμια, μία ρωγμή εκκινεί είτε στο σύνορο της οπής, δηλαδή στα σημεία στα οποία η οπή συναντά την ελεύθερη τάσεων επιφάνεια του δοκιμίου, είτε στο κέντρο του δοκιμίου. Από την άλλη πλευρά, για σχετικά παχιά δοκίμια, η ρωγμή εκκινεί σχεδόν πάντα από κάποιο σημείο που βρίσκεται στη «γειτονιά» του συνόρου της οπής. Φυσικά, οι ρωγμές γενικά εκκινούν από μικρές ατέλειες (imperfections) ή από ασυνέχειες (discontinuities) που εμφανίζονται στο υλικό. Τέτοιου είδους ασυνέχειες μπορεί να είναι κατασκευασμένες από τον ίδιο τον άνθρωπο ή να δημιουργήθηκαν κατά τη διάρκεια παρασκευής του υλικού.

Συνεπώς, μία πιθανή εξήγηση για αυτό το φαινόμενο είναι το γεγονός πως τέτοιες ασυνέχειες συναντώνται γύρω από την περιφέρεια της οπής, σε μία «γειτονιά» δηλαδή γύρω από εκεί που η τελευταία συναντά την ελεύθερη τάσεων επιφάνεια του δοκιμίου. Μία άλλη πιθανή εξήγηση θα μπορούσε να είναι πως σε τέτοιες «γειτονιές», τα επίπεδα των τάσεων μπορεί να είναι πολύ υψηλότερα από αυτά που προβλέπονται από τη θεωρία ελαστικότητας στο επίπεδο.

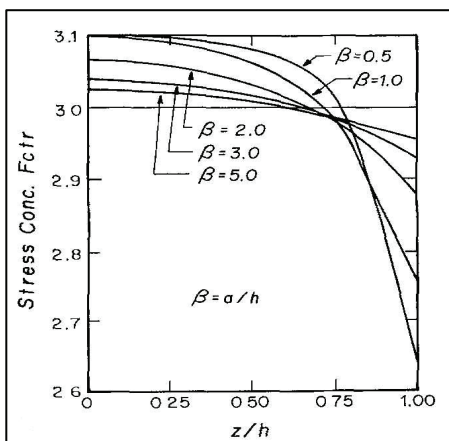
Το πρόβλημα αυτό, φυσικά, μελετήθηκε από πολλούς ερευνητές. Αρχικά, λόγω της πολυπλοκότητας των τρισδιάστατων προβλημάτων της ελαστικότητας, οι περισσότερες μελέτες που αφορούσαν στην εύρεση αναλυτικής λύσης βασίστηκαν στην δυσδιάστατη γραμμική θεωρία ομογενών και ισότροπων υλικών. Συγκεκριμένα, το 1982 ο Kirsch έδωσε τη δυσδιάστατη λύση για δοκίμιο που περιέχει μία κυκλική οπή. Επίσης, τα προβλήματα που σχετίζονταν με πεπερασμένες διαστάσεις δοκιμίου, πολλαπλές οπές και διαφορετικά σχήματα οπών λύθηκαν από τον Muskhelishvili (1953). Η επίλυση των παραπάνω προβλημάτων στηρίχτηκε σε μεγάλο βαθμό στην τεχνική της σύμμορφης απεικόνισης. Τέλος, ένα μεγάλο εύρος τέτοιων προβλημάτων καλύφθηκε και από τους Neuber (1985) και Savin (1961). Παρόλα αυτά, στην περίπτωση όπου η διάμετρος $2a$ της οπής είναι της ίδιας τάξης μεγέθους

με το πάχος $2h$ του δοκιμίου ($|z| \leq h$), αυτές οι δυσδιάστατες λύσεις αδυνατούν πλέον να προσφέρουν ακριβή προσέγγιση εξαιτίας των υποθέσεων του «πολύ λεπτό» ή «πολύ παχύ».

Με βάση τα προαναφερθέντα, έγινε προφανής η ανάγκη εύρεσης μιας γενικότερης λύσης. Πρώτος ο Green (1948) έδωσε μία τρισδιάστατη λύση, η οποία χρησιμοποιούσε απειροσειρές. Δυστυχώς όμως, μη έχοντας τις υπολογιστικές δυνατότητες που έχουμε εμείς σήμερα μέσω των υπολογιστών (αριθμητική ανάλυση), δουλειά του περιορίστηκε στην περίπτωση όπου ($a/h=1$). Μια πρώτη προσεγγιστική λύση αυτού του προβλήματος δόθηκε από τους Sternberg (1949) και Sadowsky (1949), οι οποίοι χρησιμοποίησαν μία παραλλαγή της μεθόδου Ritz.

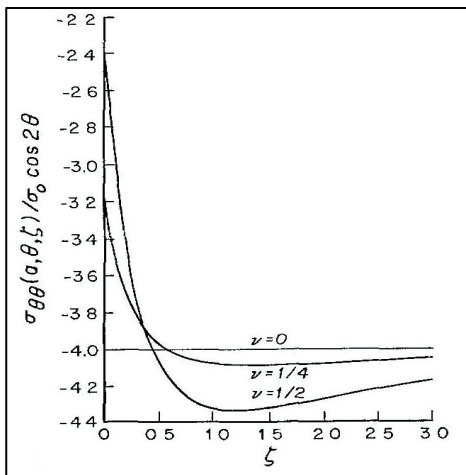
Ακολούθως, ο Alblas (1957) χρησιμοποιώντας την ίδια λύση που προτάθηκε από τον Green επέκτεινε τα αριθμητικά αποτελέσματα ώστε να περιλαμβάνουν και άλλους λόγους a/h πρακτικού ενδιαφέροντος. Προκειμένου να ικανοποιούνται οι συννοριακές συνθήκες στην οπή, περιόρισε το πρόβλημα στην επίλυση ενός πεπερασμένου συστήματος εξισώσεων για τους μιγαδικούς συντελεστές. Το σύστημα αυτό ελαττώθηκε επιμέρους και η λύση δόθηκε αριθμητικά. Τα αποτελέσματα της έρευνάς του παρουσιάζονται στην **Εικόνα 2.2**, στην οποία φαίνεται ότι ο συντελεστής συγκέντρωσης των τάσεων μία μέγιστη τιμή στο κέντρο του δοκιμίου και μειώνεται παραβολικά καθώς προσεγγίζονται οι ελεύθερες τάσεων επιφάνειες του δοκιμίου.

Ο Reiss (1963) χρησιμοποιώντας μία ανάλυση διαταραχών μπόρεσε να δώσει μία λύση που περιείχε τρισδιάστατες διορθώσεις σε εκείνες της γενικευμένης επίπεδης έντασης. Το πρόβλημα εν τέλει ελαττώθηκε επιμέρους έχοντας μορφή σειρών όπου εισήχθη μια προσέγγιση προκειμένου να παρθούν τα αριθμητικά αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα αυτά τα οποία είναι έγκυρα για μικρές τιμές λόγων πάχους προς διάμετρο οπής επαλήθευσαν τα συμπεράσματα του Alblas.



Εικόνα 2.2 : Γραφική παράσταση του συντελεστή εντάσεως των τάσεων συναρτήσει του πάχους του δοκιμίου για λόγο του Poisson $\nu=0.25$ και διάφορους λόγους a/h .

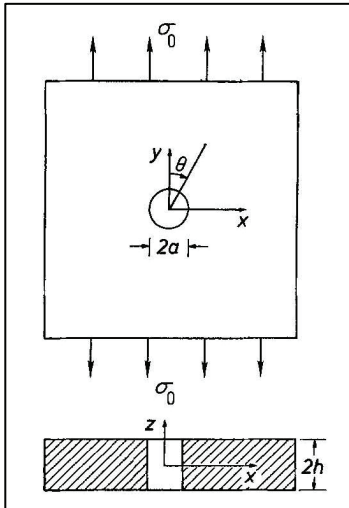
Όλα αυτά βέβαια δεν μπορούν να εξηγήσουν την πειραματική παρατήρηση ότι στα λεπτά δοκίμια οι ρωγμές αναπτύσσονται είτε εκεί όπου η οπή συναντά την ελεύθερη τάσεων επιφάνεια του δοκιμίου, είτε στο κέντρο του δοκιμίου. Απ' την άλλη πλευρά, στα πιο παχιά δοκίμια οι ρωγμές αναπτύσσονται σχεδόν πάντα εκεί όπου η οπή συναντά την ελεύθερη τάσεων επιφάνεια του δοκιμίου. Επιπλέον, δεν υπάρχει κανένας ακριβής καθορισμός για το ποιο δοκίμιο θεωρείται λεπτό και ποιο παχύ. Για το λόγο αυτό οι Youngdahl και Sternberg (1966) μελέτησαν το τασικό πεδίο σε ένα ελαστικό ημιδιάστημα με μια ημιάπειρη εγκάρσια κυκλική κυλινδρική οπή. Το πρόβλημα τελικά διατυπώθηκε ως μία ολοκληρωτική εξίσωση Fredholm δεύτερου είδους, η λύση του οποίου επιδιώχθηκε αριθμητικά. Η μελέτη τους έδειξε ότι όλα τα τρισδιάστατα αποτελέσματα ήταν ιδιαίτερα ευαίσθητα στις αλλαγές του λόγου του Poisson και γίνονταν περισσότερο έντονα για μεγαλύτερες τιμές αυτής της παραμέτρου. Επιπλέον ανακάλυψαν την παρουσία ενός τασικού συνοριακού στρώματος κοντά στις ελεύθερες τάσεων επιφάνειες του δοκιμίου (**Εικόνα 2.3**).



Εικόνα 2.3 : Γραφική παράσταση του συντελεστή εντάσεως των τάσεων συναρτήσει του βάθους $\zeta=z/a$ του δοκιμίου για διάφορες τιμές του λόγου του Poisson.

Εν κατακλείδι, ο σκοπός αυτής της παραγράφου είναι τριπλός. Πρώτον, να δείξει ότι η λύση του προβλήματος που περιέχει κυλινδρική οπή παράγεται από την ίδια γενική αναλυτική λύση από την οποία μπορεί να εξαχθεί το τρισδιάστατο πρόβλημα ρωγμών. Δεύτερον, να προσφέρει αρκετή εμπειρία και να δώσει μια «αίσθηση» για την θεμελιώδη κατασκευή μιας σαφούς αναλυτικής λύσης στο πρόβλημα ρωγμών. Τρίτον, να δείξει ότι οι δύο υπάρχουσες ασυμπτωτικές λύσεις μπορούν να εξαχθούν από την ίδια ανάλυση, γεφυρώνοντας, επομένως, το χάσμα μεταξύ των «λεπτών» και «παχιών» δοκιμίων.

Έπειτα από αυτή την εκτενή εισαγωγή θα διατυπώσουμε το πρόβλημα και θα ξεκινήσουμε την ανάλυσή μας. Ας θεωρήσουμε λοιπόν ένα ομογενές, ισότροπο, ελαστικό δοκίμιο, το οποίο καταλαμβάνει το χώρο $|x| < \infty$, $|z| < h$ και περιέχει μία κυλινδρική οπή ακτίνας a , της οποίας οι γεννήτορες είναι κάθετοι στα συνοριακά επίπεδα $z = \pm h$. Στο δοκίμιο ασκείται ομοιόμορφο εφελκυστικό φορτίο σ_0 κατά τον άξονα y και παράλληλα προς τα συνοριακά επίπεδα (**Εικόνα 2.4**).



Εικόνα 2.4 : Γεωμετρική αναπαράσταση δοκιμίου που περιέχει κυκλική οπή ακτίνας a .

Ελλείπει καθολικών δυνάμεων, τα ζεύγη των διαφορικών εξισώσεων που διέπουν τις συναρτήσεις u , v και w της μετατόπισης είναι:

$$\frac{m}{m-2} \frac{\partial e}{\partial x} + \nabla^2 u = 0 \tag{2.4.1}$$

$$\frac{m}{m-2} \frac{\partial e}{\partial y} + \nabla^2 v = 0 \tag{2.4.2}$$

$$\frac{m}{m-2} \frac{\partial e}{\partial z} + \nabla^2 w = 0 \tag{2.4.3}$$

όπου $\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ είναι ο τελεστής Laplace, $m = \frac{1}{\nu}$, ν ο λόγος του Poisson

και
$$e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} . \tag{2.4.4}$$

Οι σχέσεις τάσεων - μετατοπίσεων δίνονται από το νόμο του Hooke και είναι:

$$\sigma_{xx} = 2G \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{e}{m-2} \right)$$

$$\sigma_{yy} = 2G \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{e}{m-2} \right) \tag{2.4.5}$$

$$\sigma_{zz} = 2G \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{e}{m-2} \right)$$

$$\tau_{xy} = 2G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = 2G \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.4.6)$$

$$\tau_{zx} = 2G \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

όπου G είναι το μέτρο διάτμησης. Ως προς τις συνοριακές συνθήκες πρέπει να απαιτήσουμε τα ακόλουθα:

$$|x| \rightarrow \infty : \sigma_{xx} = \tau_{xy} = \tau_{xz} \quad (2.4.7)$$

$$|y| \rightarrow \infty : \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0, \quad \sigma_{yy} = \sigma_0 \quad (2.4.8)$$

$$|z| = h : \tau_{xz} = \tau_{yz} = \sigma_{zz} = 0 \quad (2.4.9)$$

$$r = a : \sigma_{rr} = \tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0 \quad (2.4.10)$$

Μας βολεύει να αναζητήσουμε λύση της μορφής $u = u^{(p)} + u^{(c)}$, κτλ, (2.4.11)

όπου η πρώτη συνιστώσα αποτελεί την ειδική λύση του προβλήματος ενός δοκιμίου χωρίς οπή. Μία τέτοια λύση είναι πολύ εύκολο να κατασκευαστεί και είναι η ακόλουθη:

$$u^{(p)} = -\frac{\sigma_0}{2G\Delta} (m-2)^2 x \quad (2.4.12)$$

$$v^{(p)} = -\left[1 - (m-1)^2\right] \frac{\sigma_0 (m-2)}{2G\Delta} y \quad (2.4.13)$$

$$w^{(p)} = -(m-2)^2 \frac{\sigma_0}{2G\Delta} z \quad (2.4.14)$$

$$\text{όπου } \Delta = (m+1)(m-2)^2 \quad (2.4.15)$$

Χρησιμοποιώντας το νόμο του Hooke και κατάλληλο μετασχηματισμό συντεταγμένων μπορούμε να βρούμε ότι το τασικό πεδίο εξαιτίας της ειδικής λύσης είναι της μορφής:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}^{(p)} &= \frac{1}{2}\sigma_0 [1 + \cos(2\theta)] \\ \sigma_{\theta\theta}^{(p)} &= \frac{1}{2}\sigma_0 [1 - \cos(2\theta)] \\ \tau_{r\theta}^{(p)} &= \frac{1}{2}\sigma_0 \sin(2\theta)\end{aligned}\tag{2.4.16}$$

Εξετάσαμε μέχρι τώρα την ειδική λύση. Για να συμπληρωθεί το πρόβλημα πρέπει να βρεθούν τρεις συναρτήσεις $u^{(c)}(x, y, z)$, $v^{(c)}(x, y, z)$ και $w^{(c)}(x, y, z)$, οι οποίες να ικανοποιούν τις μερικές διαφορικές εξισώσεις (2.5.1)-(2.5.3) και τις ακόλουθες συνοριακές συνθήκες:

$$|z| = h : \sigma_{zz}^{(c)} = \tau_{xz}^{(c)} = \tau_{yz}^{(c)}\tag{2.4.17}$$

$$r = a : \sigma_{rr}^{(c)} = -\sigma_{rr}^{(p)}, \tau_{r\theta}^{(c)} = -\tau_{r\theta}^{(p)}, \tau_{rz}^{(c)} = -\tau_{rz}^{(p)}\tag{2.4.18}$$

Τέλος, για να ολοκληρωθεί η διατύπωση του προβλήματος, πρέπει να απαιτήσουμε ότι οι μετατοπίσεις $u^{(c)}$, $v^{(c)}$, $w^{(c)}$ και οι τάσεις $\sigma_{xx}^{(c)}$, $\sigma_{yy}^{(c)}$, $\sigma_{zz}^{(c)}$, $\tau_{xy}^{(c)}$, $\tau_{xz}^{(c)}$, $\tau_{yz}^{(c)}$ μηδενίζονται όταν $r \rightarrow \infty$.

Χωρίς να μπούμε σε πολύπλοκες μαθηματικές λεπτομέρειες, που ξεφεύγουν από τα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, παραθέτουμε στη συνέχεια την μέθοδο επίλυσης του προβλήματος. Έτσι, για το πεδίο μετατοπίσεων $u^{(c)}$, $v^{(c)}$, $w^{(c)}$ και το τασικό πεδίο $\sigma_{xx}^{(c)}$, $\sigma_{yy}^{(c)}$, $\sigma_{zz}^{(c)}$, $\tau_{xy}^{(c)}$, $\tau_{xz}^{(c)}$, $\tau_{yz}^{(c)}$ έχουμε:

i) Το πεδίο μετατοπίσεων:

$$\begin{aligned}u^{(c)} &= \frac{1}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \frac{\partial H_v}{\partial x} \{ 2(m-1)\cos(\beta_v h)\cos(\beta_v z) \\ &\quad + m\beta_v h \sin(\beta_v h)\cos(\beta_v z) - m\beta_v z \cos(\beta_v h)\sin(\beta_v z) \} \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{\partial H_n^*}{\partial y} \cos(a_n h)\cos(a_n z) + I_1 - y \frac{\partial I_3}{\partial x} + \frac{1}{m+1} z^2 \frac{\partial^2 I_3}{\partial x \partial y}\end{aligned}\tag{2.4.19}$$

$$\begin{aligned}
v^{(c)} = & \frac{1}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \frac{\partial H_v}{\partial y} \{2(m-1) \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z) \\
& + m \beta_v h \sin(\beta_v h) \cos(\beta_v z) - m \beta_v z \cos(\beta_v h) \sin(\beta_v z)\} \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{\partial H_n^*}{\partial x} \cos(a_n h) \cos(a_n z) + \frac{3m-1}{m+1} I_3 + I_2 - y \frac{\partial I_3}{\partial y} - \frac{1}{m+1} z^2 \frac{\partial^2 I_3}{\partial x^2} \quad (2.4.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w^{(c)} = & \frac{1}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v H_v \beta_v \{(m-2) \cos(\beta_v h) \sin(\beta_v z) \\
& - m \beta_v h \sin(\beta_v h) \sin(\beta_v z) - m \beta_v z \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z)\} - \frac{2}{m+1} z \frac{\partial I_3}{\partial y} \quad (2.4.21)
\end{aligned}$$

ii) Το τασικό πεδίο:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2G} \sigma_{xx}^{(c)} = & \frac{2}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \beta_v^2 H_v \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z) \\
& + \frac{1}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \frac{\partial^2 H_v}{\partial x^2} \beta_v \{2(m-1) \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z) \\
& + m \beta_v h \sin(\beta_v h) \cos(\beta_v z) - m \beta_v z \cos(\beta_v h) \sin(\beta_v z)\} \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{\partial^2 H_n^*}{\partial x \partial y} \cos(a_n h) \cos(a_n z) + \frac{\partial I_1}{\partial x} - y \frac{\partial^2 I_3}{\partial x^2} + \frac{1}{m+1} z^2 \frac{\partial^3 I_3}{\partial x^2 \partial y} + \frac{2}{m+1} \frac{\partial I_3}{\partial y} \quad (2.4.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2G} \sigma_{yy}^{(c)} = & \frac{2}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \beta_v^2 H_v \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z) \\
& - \frac{1}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \left\{ \frac{\partial^2 H_v}{\partial x^2} - \beta_v^2 H_v \right\} \{2(m-1) \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z) \\
& + m \beta_v h \sin(\beta_v h) \cos(\beta_v z) - m \beta_v z \cos(\beta_v h) \sin(\beta_v z)\} \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{\partial^2 H_n^*}{\partial x \partial y} \cos(a_n h) \cos(a_n z) + \frac{2m}{m+1} \frac{\partial I_3}{\partial y} - \frac{\partial I_1}{\partial x} + y \frac{\partial^2 I_3}{\partial x^2} - \frac{1}{m+1} z^2 \frac{\partial^3 I_3}{\partial x^2 \partial y} \quad (2.4.23)
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2G} \sigma_{zz}^{(c)} = \frac{m}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \beta_v^2 H_v \{-\beta_v h \sin(\beta_v h) \cos(\beta_v z) + \beta_v z \cos(\beta_v h) \sin(\beta_v z)\} \quad (2.4.24)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{G} \tau_{xy}^{(c)} = & \frac{2}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \frac{\partial^2 H_v}{\partial x \partial y} \{ 2(m-1) \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z) \\
 & + m \beta_v h \sin(\beta_v h) \cos(\beta_v z) - m \beta_v z \cos(\beta_v h) \sin(\beta_v z) \} \\
 & - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ 2 \frac{\partial^2 H_n^*}{\partial x^2} - a_n^2 H_n^* \right\} \cos(a_n h) \cos(a_n z) \\
 & + 2 \left(\frac{m-1}{m+1} \right) \frac{\partial I_3}{\partial x} + 2 \frac{\partial I_2}{\partial x} - \frac{2}{m+1} z^2 \frac{\partial^3 I_3}{\partial x^3} - 2y \frac{\partial^2 I_3}{\partial x \partial y}
 \end{aligned} \tag{2.4.25}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{G} \tau_{xz}^{(c)} = & - \frac{2m}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \frac{\partial H_v}{\partial x} \beta_v \{ \cos(\beta_v h) \sin(\beta_v z) \\
 & + \beta_v h \sin(\beta_v h) \sin(\beta_v z) + \beta_v z \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z) \} \\
 & - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{\partial H_n^*}{\partial y} a_n \cos(a_n h) \sin(a_n z)
 \end{aligned} \tag{2.4.26}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{G} \tau_{yz}^{(c)} = & - \frac{2m}{m-2} \sum_{v=1}^{\infty} A_v \beta_v \frac{\partial H_v}{\partial y} \{ \cos(\beta_v h) \sin(\beta_v z) \\
 & + \beta_v h \sin(\beta_v h) \sin(\beta_v z) + \beta_v z \cos(\beta_v h) \cos(\beta_v z) \} \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} B_n a_n \frac{\partial H_n^*}{\partial x} \cos(a_n h) \sin(a_n z)
 \end{aligned} \tag{2.4.27}$$

όπου για να εκφράσουμε τη λύση σε πιο βολική μορφή θέσαμε τα ακόλουθα:

$$A_v \times H_v(x, y, \beta) = \int_0^{\infty} \frac{\Gamma_v}{s} \frac{e^{-\sqrt{s^2 + \beta_v^2} |y|}}{\sqrt{s^2 + \beta_v^2}} \cos(sx) ds \tag{2.4.28}$$

$$(-1)^n B_n H_n^*(x, y, a_n) = \int_0^{\infty} \frac{s S_n}{\sqrt{s^2 + a_n^2}} \frac{e^{-\sqrt{s^2 + a_n^2} |y|}}{\sqrt{s^2 + a_n^2}} \cos(sx) ds \tag{2.4.29}$$

με A_v και B_n να είναι σταθερές. Για τις συναρτήσεις a_n έχουμε:

$$a_n = \frac{n\pi}{h} \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{2.4.30}$$

Οι συναρτήσεις β_v είναι οι ρίζες της υπερβατικής (transcendental) εξίσωσης:

$$\sin(2\beta_v h) = -2(\beta_v h) \tag{2.4.31}$$

ενώ

$$I_1 = \int_0^{\infty} P(s) e^{-s|y|} \sin(sx) ds$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} P(s) e^{-s|y|} \cos(sx) ds \quad (2.4.32)$$

$$I_3 = \int_0^{\infty} \frac{Q(s)}{s} e^{-s|y|} \cos(sx) ds$$

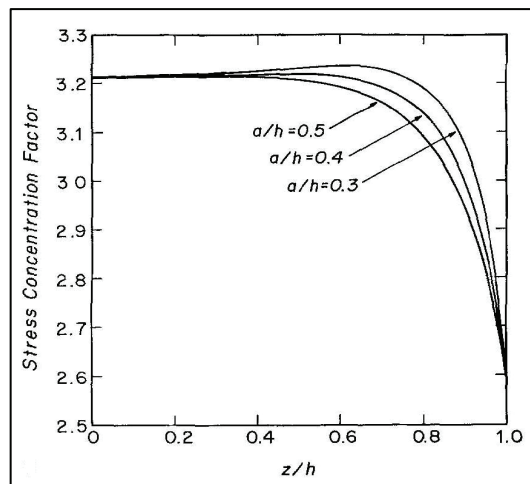
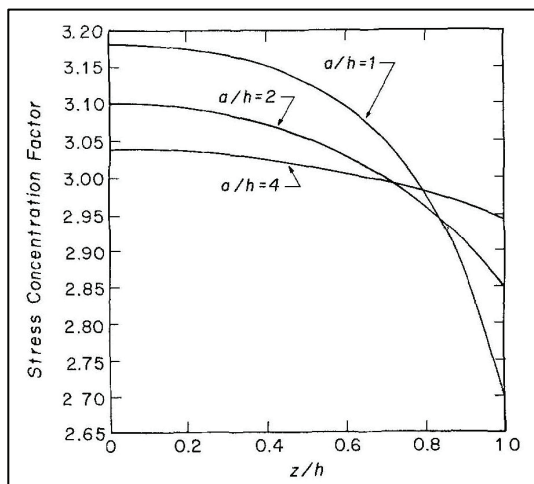
Είναι εύκολο πλέον να δούμε ότι το προαναφερθέν πεδίο μετατοπίσεων ικανοποιεί τις εξισώσεις Navier και ότι οι τάσεις $\sigma_{zz}^{(c)}$, $\tau_{xz}^{(c)}$, $\tau_{yz}^{(c)}$ μηδενίζονται στις επιφάνειες του δοκιμίου. Επιπλέον, οι μετατοπίσεις μηδενίζονται όταν $r \rightarrow \infty$ και οι συναρτήσεις H_v και H_n^* ικανοποιούν τις κάτωθι εξισώσεις:

$$\frac{\partial^2 H_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_v}{\partial y^2} - \beta_v^2 H_v = 0 \quad (2.4.33)$$

$$\frac{\partial^2 H_n^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_n^*}{\partial y^2} - a_n^2 H_n^* = 0$$

Κατασκευάζοντας κατάλληλες λύσεις για τις απλοποιημένες διαφορικές εξισώσεις (2.5.33) μπορεί να λυθεί μια ολόκληρη κλάση τρισδιάστατων γραμμικών ελαστικών προβλημάτων, π.χ. το πρόβλημα στο οποίο έχουμε κυλινδρική οπή (cylindrical hole), ελλειπτική οπή (elliptical hole), ρωγμή, κυλινδρικό έγκλεισμα (cylindrical inclusion) κτλ.

Πριν κλείσουμε την παρούσα παράγραφο θέλουμε να αναφέρουμε κάποια πράγματα σχετικά με τον συντελεστή εντάσεως των τάσεων. Χωρίς να μπορούμε στις μαθηματικές λεπτομέρειες, αναφέρουμε ότι το σύστημα επιλύθηκε αριθμητικά και ότι ο συντελεστής συγκέντρωσης της τάσης για $\theta = \pi/2$ και $r = a$ υπολογίστηκε για διάφορους λόγους a/h (ακτίνα οπής προς πάχος δοκιμίου) και λόγο του Poisson $\nu = 0,33$. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στις **Εικόνες 2.5 - 2.6**. Αξίζει να σημειωθεί ότι κατά την διάρκεια των υπολογισμών υπήρξε αυξημένη ακρίβεια και ότι για τον υπολογισμό των τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel δευτέρου είδους έγινε χρήση ενός πολύπλοκου αλγορίθμου.



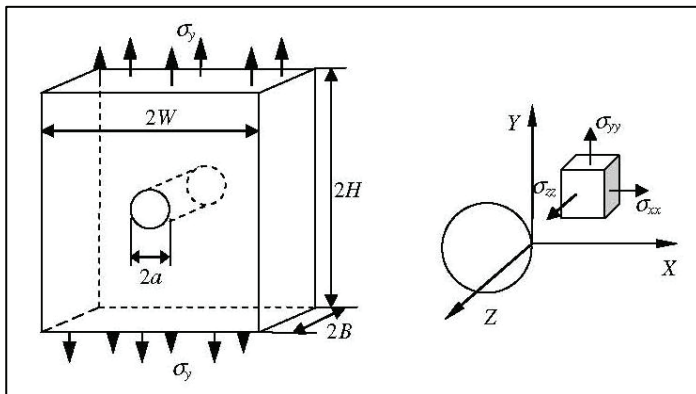
Εικόνες 2.5 - 2.6 : Ο συντελεστής συγκέντρωσης των τάσεων για λόγο του Poisson $\nu=0,33$ και ποικίλες αναλογίες a/h .

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι υπάρχει σαφής εξάρτηση του συντελεστή εντάσεως των τάσεων από το λόγο του Poisson και το λόγο a/h . Για παράδειγμα, για $\nu=0,33$ και $(a/h) > 0,5$ ο συντελεστής συγκέντρωσης των τάσεων παίρνει τη μέγιστη τιμή στο μέσο του δοκιμίου και μειώνεται παραβολικά καθώς προσεγγίζονται οι ελεύθερες τάσεων επιφάνειες του δοκιμίου.

2.5 Το τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο σε οπή με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Στην παρούσα παράγραφο θα εξετάσουμε το τασικό - παραμορφωσιακό πεδίο που αναπτύσσεται σε δοκίμιο πεπερασμένου πάχους, το οποίο περιέχει οπή και καταπονείται με μονοαξονικό εφελκυστικό φορτίο. Αυτό θα γίνει με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Με τη βοήθεια της μεθόδου αυτής κυρίως μελετήθηκε η εξάρτηση του συντελεστή συγκέντρωσης των τάσεων και των παραμορφώσεων από το πάχος του δοκιμίου και το λόγο του Poisson. Μάλιστα, εν συγκρίσει με τα δυσδιάστατα πεδία αποκαλύφθηκαν κάποια ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά των τρισδιάστατων πεδίων.

Ξεκινώντας λοιπόν, ας μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα που έχουμε να λύσουμε και στη συνέχεια μπαίνουμε στην υπολογιστική διαδικασία που ακολουθήθηκε. Έτσι, λοιπόν, η ακτίνα της οπής, το πάχος, το ύψος και το πλάτος του δοκιμίου είναι a , $2B$, $2H$ και $2W$ αντίστοιχα (**Εικόνα 2.7**). Το υλικό του δοκιμίου θεωρείται ομογενές, ισότροπο και ελαστικό. Το x - y επίπεδο (επίπεδο $z=0$) είναι το μέσο-επίπεδο του δοκιμίου και οι δύο επιφάνειες του τελευταίου είναι για $z=B$ και $z=-B$.



Εικόνα 2.7 : Δοκίμιο πεπερασμένου πάχους, το οποίο περιέχει οπή και καταπονείται εφελκυστικά και το σύστημα συντεταγμένων.

Ο συντελεστής συγκέντρωσης των τάσεων K_σ είναι:

$$K_\sigma = \sigma_{yy} / \sigma_{net}$$

$$K_{\sigma 0} = \sigma_{yy} / \sigma_{net} \quad \text{για } x = y = 0$$

Ο συντελεστής συγκέντρωσης των παραμορφώσεων K_ε είναι:

$$K_\varepsilon = \varepsilon_{yy} / \varepsilon_{net}$$

$$K_{\varepsilon 0} = \varepsilon_{yy} / \varepsilon_{net} \quad \text{για } x = y = 0$$

Θα ορίσουμε στη συνέχεια κάποια μεγέθη. Έτσι, σ_{yy} και ε_{yy} είναι η τάση και η παραμόρφωση αντίστοιχα στην περιοχή μακριά από την οπή (opening stress and strain), ενώ $\sigma_{net} = \sigma_y W / (W - a)$ και $\varepsilon_{net} = \sigma_y W / E(W - a)$ είναι η μέση τάση και η μέση παραμόρφωση αντίστοιχα στην «γειτονιά» της οπής (net section on the ligament). E είναι το μέτρο ελαστικότητας και σ_y είναι η εφαρμοζόμενη τάση που φαίνεται στο σχήμα. $K_{\sigma 0}$ και $K_{\varepsilon 0}$ είναι τα K_σ και K_ε στην γραμμή που αντιστοιχεί στον z-άξονα (line corresponding z-axis) αντίστοιχα. Οι μέγιστες τιμές των K_σ και K_ε κατά μήκος της γραμμής που αντιστοιχεί στον z-άξονα συμβολίζονται $K_{\sigma \max}$ και $K_{\varepsilon \max}$ αντίστοιχα, των οποίων οι τιμές στο μέσο-επίπεδο (mid plane) του δοκιμίου συμβολίζονται ως $K_{\sigma mp}$ και $K_{\varepsilon mp}$ αντίστοιχα. K_0 είναι ο συντελεστής συγκέντρωσης των τάσεων που αντιστοιχεί στην κατάσταση της επίπεδης έντασης. Σύμφωνα με την Θεωρία Ελαστικότητας το K_0 είναι ανεξάρτητο του λόγου του Poisson και του μέτρου ελαστικότητας του δοκιμίου.

Για να περιγραφούν τα τρισδιάστατα χαρακτηριστικά των τασικών πεδίων κοντά στη γραμμή που αντιστοιχεί στον z-άξονα χρειάζεται να εισαχθούν δύο περιοριστικοί (constraint)

παράμετροι. Ο εκτός-επιπέδου (out of plane) παράγοντας περιορισμού της τάσης, ο οποίος είναι:

$$T_z = \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}$$

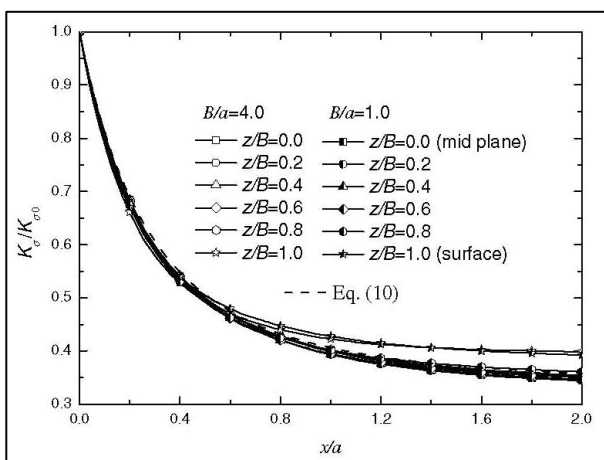
και ο συνεπίεδος (in plane) παράγοντας της τάσης, ο οποίος είναι:

$$T_x = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{yy}}$$

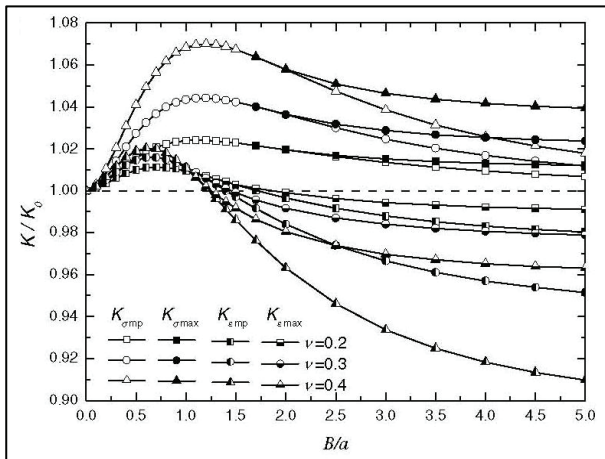
Για την επίπεδη ένταση $T_z = 0$, ενώ για την επίπεδη παραμόρφωση $T_z = \nu$. Για το πεπερασμένου πάχους δοκίμιο από ελαστικό υλικό ισχύει λοιπόν $0 \leq T_z \leq \nu$, όπου ν ο λόγος του Poisson.

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων έγινε με το πρόγραμμα ANSYS. Εξαιτίας της συμμετρίας του προβλήματος, μόνο το 1/8 του κάθε δοκίμιου μοντελοποιήθηκε, ενώ κατάλληλες περιοριστικές συνοριακές συνθήκες πάρθηκαν σε όλα τα επίπεδα της συμμετρίας. Στους τρισδιάστατους υπολογισμούς, η ακτίνα της οπής είναι 1 mm, ενώ το μισό του ύψους και το μισό του πλάτους τέθηκαν ίσα με 100 mm. Το πάχος του δοκίμιου ποίκιλε από 0 έως 5 mm. Ο λόγος του Poisson ποίκιλε επίσης από 0.15 έως 0.45, ενώ το μέτρο ελαστικότητας τέθηκε 200 GPa. Τέλος, θεωρήθηκε ότι εφαρμόστηκε ομοιόμορφη τάση 100 MPa.

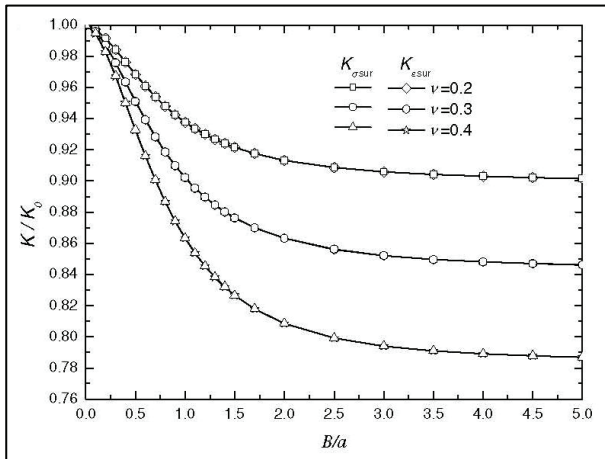
Έτσι, λοιπόν, τώρα είμαστε έτοιμοι να παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα που έδωσε η ανάλυση. Στις εικόνες που ακολουθούν παρατίθενται κάποια ενδεικτικά από αυτά τα αποτελέσματα.



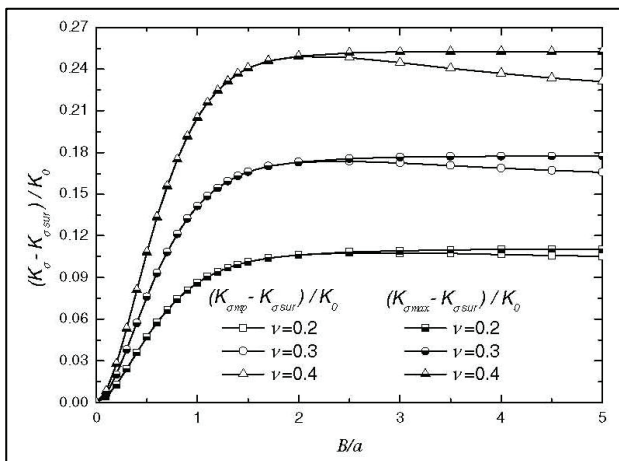
Εικόνα 2.8 : Η κατανομή του κανονικοποιημένου συντελεστή συγκέντρωσης των τάσεων μπροστά από τη γραμμή που αντιστοιχεί στον z-άξονα για διαφορετικά επίπεδα και για πάχος $B/a=4.0$ και $B/a=1.0$.



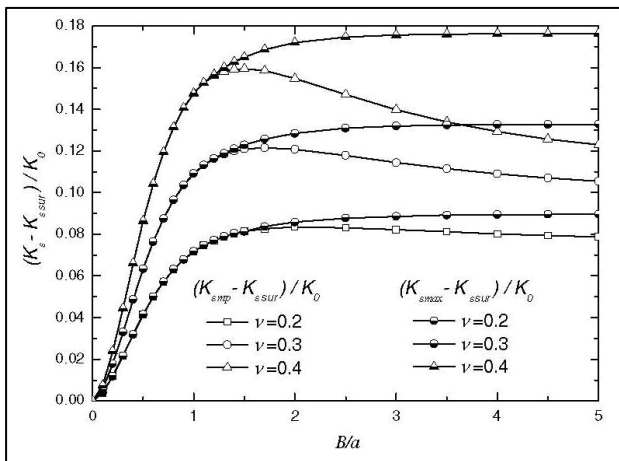
Εικόνα 2.9 : Οι συντελεστές συγκέντρωσης των τάσεων και των παραμορφώσεων στη γραμμή που αντιστοιχεί στον z-άξονα στο μέσο-επίπεδο (μέγιστες τιμές) συναρτήσκει του B/a για διαφορετικούς λόγους Poisson.



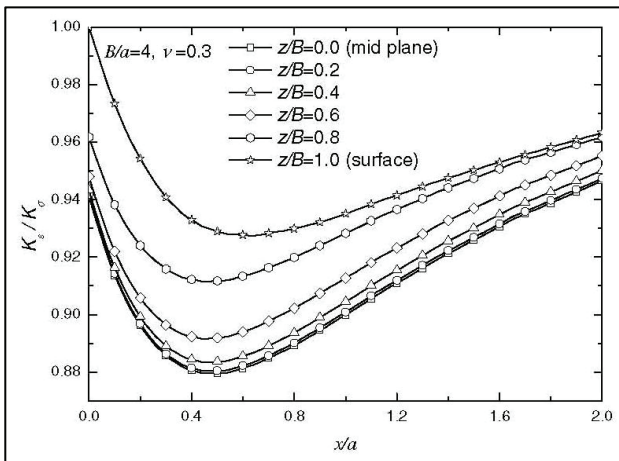
Εικόνα 2.10 : Οι συντελεστές συγκέντρωσης των τάσεων και των παραμορφώσεων στη γραμμή που αντιστοιχεί στον z-άξονα στην επιφάνεια του δοκιμίου συναρτήσκει του B/a για διαφορετικούς λόγους Poisson.



Εικόνα 2.11 : Η διαφορά της τιμής του συντελεστή συγκέντρωσης των τάσεων στο μέσο-επίπεδο από την τιμή του στην επιφάνεια του δοκιμίου συναρτήσκει του B/a για διαφορετικούς λόγους Poisson.



Εικόνα 2.12 : Η διαφορά της τιμής του συντελεστή συγκέντρωσης των παραμορφώσεων στο μέσο-επίπεδο από την τιμή του στην επιφάνεια του δοκιμίου συναρτήσει του B/a για διαφορετικούς λόγους Poisson.



Εικόνα 2.13 : Οι κατανομές K_e / K_0 μπροστά από τη γραμμή που αντιστοιχεί στον z-άξονα σε διαφορεικά επίπεδα.

Υπάρχει πληθώρα εικόνων που μπορούν να τυπωθούν με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Εδώ, για να μην κουράσουμε τον αναγνώστη δεν θα παραθέσουμε όλα αυτά τα γραφήματα. Εξάλλου, όπως είχαμε προαναφέρει σκοπός ήταν να παραθέσουμε κάποια ενδεικτικά γραφήματα. Αν παρόλα αυτά ο αναγνώστης επιθυμεί να δει περαιτέρω πράγματα μπορεί να ανατρέξει στην σχετική βιβλιογραφία [15].

Πριν το κλείσιμο αυτής της παραγράφου θέλουμε να κάνουμε μία ποιοτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που παίρνουμε με τα πεπερασμένα στοιχεία. Θέλουμε δηλαδή να ερμηνεύσουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν από αυτά τα γραφήματα που παραθέσαμε αλλά και από αυτά που δεν παραθέσαμε αλλά υπάρχουν στην βιβλιογραφία [15]

Πρώτο λοιπόν συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι το μέγιστο των συντελεστών συγκέντρωσης των τάσεων και των παραμορφώσεων δεν συμβαίνει στο μέσο-επίπεδο του δοκιμίου. Αυτό ισχύει μόνο για λεπτά δοκίμια. Όσο αυξάνεται το πάχος του δοκιμίου τόσο απομακρύνεται από το μέσο-επίπεδο η τοποθεσία στην οποία οι συντελεστές συγκέντρωσης παίρνουν τη μέγιστη τιμή. Επίσης, η τοποθεσία στην οποία οι συντελεστές συγκέντρωσης των τάσεων και των παραμορφώσεων εμφανίζουν μέγιστο δεν είναι η ίδια σε ένα παχύ δοκίμιο.

Οι συντελεστές συγκέντρωσης των τάσεων και των παραμορφώσεων σε πεπερασμένου πάχους δοκίμιο διαφέρουν ακόμα και στην ελαστική κατάσταση. Ο συντελεστής συγκέντρωσης των τάσεων έχει την ίδια τιμή με τον αντίστοιχο των παραμορφώσεων μόνο στην γραμμή που αντιστοιχεί στον z-άξονα στην επιφάνεια του δοκιμίου. Οι συντελεστές συγκέντρωσης στην γραμμή που αντιστοιχεί στον z-άξονα στο μέσο-επίπεδο, στο σημείο που εμφανίζουν μέγιστο και στην επιφάνεια του δοκιμίου είναι συναρτήσεις του πάχους και εξαρτώνται από την τιμή του λόγου του Poisson.

Η διαφορά ανάμεσα στη μέγιστη και στην επιφανειακή τιμή του συντελεστή συγκέντρωσης των τάσεων είναι μια μονότονη συνάρτηση του πάχους η οποία εξαρτάται από τον λόγο του Poisson του δοκιμίου. Όσο μεγαλύτερο είναι το πάχος ή ο λόγος του Poisson του δοκιμίου, τόσο μεγαλύτερη είναι αυτή η διαφορά. Αυτό ισχύει και για τον συντελεστή συγκέντρωσης των παραμορφώσεων. Αλλά, το φαινόμενο αυτό είναι πιο έντονο για τον συντελεστή συγκέντρωσης των τάσεων από ότι είναι για τον συντελεστή συγκέντρωσης των παραμορφώσεων.

Οι κατανομές της τάσης και της παραμόρφωσης για διαφορετικό πάχος δοκιμίου είναι αρκετά όμοιες κοντά στην επιφάνεια του δοκιμίου. Οι κατανομές αυτές επηρεάζονται από το φαινόμενο σύζευξης της επιφάνειας του δοκιμίου (couple effect of surface) και από τους εσωτερικούς τρισδιάστατους περιορισμούς που έχουμε θέσει στο πρόβλημα. Η επιφάνεια του δοκιμίου επηρεάζει το τασικό και το παραμορφωσιακό πεδίο σε δοκίμια διαφορετικού πάχους και μάλιστα η επιρροή αυτή είναι παρόμοια με εκείνη που βρίσκουμε σε ένα δοκίμιο πεπερασμένου πάχους, κοντά στην επιφάνειά του, όπου οι εσωτερικοί τρισδιάστατοι περιορισμοί που έχουμε θέσει για το δοκίμιο εξαρτώνται από το πάχος του δοκιμίου. Αυτό το φαινόμενο σύζευξης στα παχιά δοκίμια κάνει τον συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων και παραμορφώσεων κοντά στην επιφάνεια του δοκιμίου να είναι μεγαλύτερος από ότι κοντά στο μέσο-επίπεδο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Περιγραφή της πειραματικής διαδικασίας

- 3.1 Εισαγωγή
- 3.2 Η προετοιμασία των πειραμάτων
- 3.3 Η μηχανή των πειραμάτων
- 3.4 Η μέθοδος επεξεργασίας των πειραμάτων

3.1 Εισαγωγή

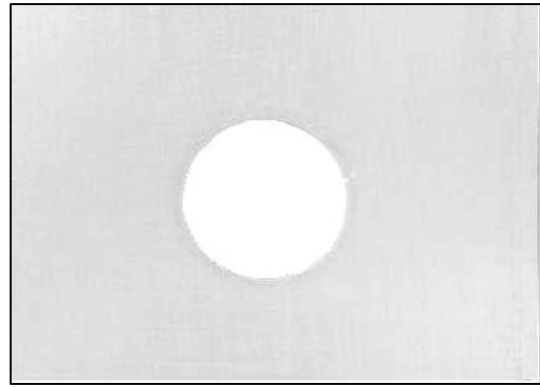
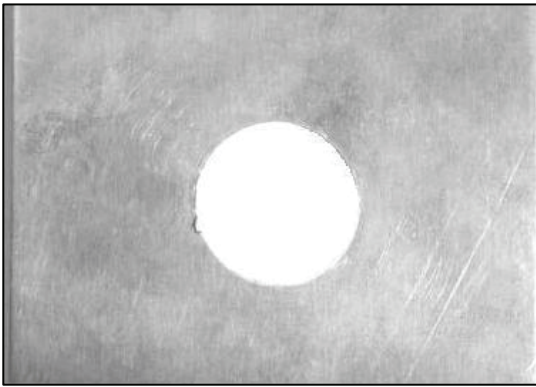
Στις κατασκευές χρησιμοποιούμε πραγματικά υλικά με τις αδυναμίες και τα ελαττώματά τους. Δεν μένει λοιπόν άλλος δρόμος από τον πειραματικό προσδιορισμό του «χαρακτήρα» τους και μάλιστα σε δοκίμια που έχουν συγκρίσιμο μέγεθος με τα στελέχη των κατασκευών, δηλαδή μακροσκοπικά.

Είναι σημαντικό για έναν πειραματιστή, ειδικά αν ο τελευταίος είναι νέος, να διακατέχεται από την άποψη ότι το πείραμα δεν είναι τεχνική επαλήθευση μιας θεωρίας, αλλά η πηγή γνώσεων, συστηματοποίηση των οποίων οδηγεί στη διαμόρφωση θεωριών. Και αυτό γιατί νέες θεωρίες ανατρέπουν παλιές ενώ νέα πειράματα δεν ανατρέπουν παλιά. Ανατροπές πειραμάτων οφείλονται σε ανεπάρκεια του πειραματιστή ή των μέσων που χρησιμοποιεί. Επομένως εκτέλεση ενός πειράματος δεν είναι η διεκπεραίωση μιας διαδικασίας, αλλά η ιεροτελεστία που απαιτείται από τη φύση για να απαντήσει στην ερώτηση που της γίνεται.

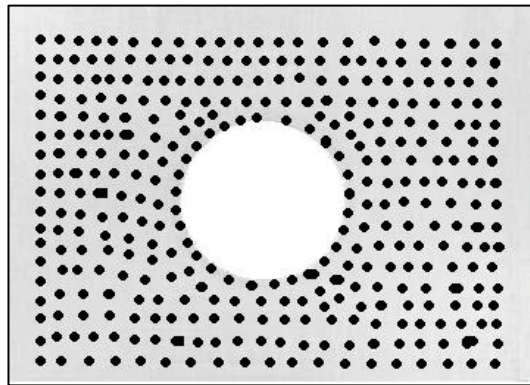
3.2 Η προετοιμασία των πειραμάτων

Προτού μπει το δοκίμιο (από ναυπηγικό αλουμίνιο 5083) στη μηχανή για να ξεκινήσει το πείραμα έπρεπε πάνω στην επιφάνεια του δοκιμίου να σχεδιαστούν κάποιες κουκκίδες. Όμως η επιφάνεια του δοκιμίου παίζει πάρα πολύ σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια που μας παρέχει η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε. Για το λόγο αυτό, η επιφάνεια του δοκιμίου, πριν σχεδιαστούν οι κουκκίδες πάνω σε αυτή, λειάνθηκε με στόχο να αποκτήσει όσο το δυνατόν περισσότερη ομοιογένεια (απομάκρυνση σκουπιδιών και ατελειών) και ομοιομορφία (ομοιόμορφη επιφάνεια). Η λείανση επιτεύχθηκε με γυαλόχαρτο και πραγματοποιήθηκε σε τρία στάδια. Συγκεκριμένα, σε κάθε στάδιο το δοκίμιο λειάνθηκε με γυαλόχαρτο διαφορετικής σκληρότητας, ξεκινώντας με γυαλόχαρτο υψηλής σκληρότητας, συνεχίζοντας με μεσαίας σκληρότητας και καταλήγοντας με γυαλόχαρτο μικρής σκληρότητας. Στο τέλος αυτής της διαδικασίας το δοκίμιο καθαρίστηκε με φυσικό διαλύτη (ξύδι) ώστε να είναι έτοιμο για να σχεδιαστούν οι κουκκίδες στην επιφάνειά του. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας παρουσιάζεται στις **Εικόνες 3.1 – 3.2**.

Έχοντας εξασφαλίσει με αυτό τον τρόπο την ομοιογενή και ομοιόμορφη επιφάνεια που επιζητούσαμε, στη συνέχεια σχεδιάσαμε με μαύρο ανεξίτηλο στυλό τις κουκκίδες πάνω στην επιφάνεια του δοκιμίου. Οι κουκκίδες τοποθετήθηκαν γύρω από την κυκλική οπή σχηματίζοντας ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και η κατανομή τους μέσα στο πλέγμα αυτό ήταν τυχαία. Το μόνο πράγμα που επιδιώκαμε είναι οι κουκκίδες να μην διαφέρουν υπερβολικά σε μέγεθος και σχήμα και να έχουν ομοιόμορφο χρωματισμό. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας παρουσιάζεται στην **Εικόνα 3.3**.



Εικόνες 3.1- 3.2 : Στην πρώτη εικόνα φαίνεται η επιφάνεια του δοκιμίου πριν υποστεί λείανση και καθαρισμό ενώ στην δεύτερη εικόνα φαίνεται η αντίστοιχη επιφάνεια μετά τη λείανση και τον καθαρισμό με τον φυσικό διαλύτη. Η ομοιομορφία είναι απόλυτα εμφανής στην δεύτερη εικόνα.



Εικόνα 3.3 : Το σχεδιασμένο πλέγμα από κουκκίδες πάνω στην επιφάνεια του δοκιμίου γύρω από την κυκλική οπή.

Στη συνέχεια, αφού πρώτα κάναμε βαθμονόμηση (calibration) της μηχανής που χρησιμοποιήσαμε στα πειράματά μας και μετρήσαμε τις διαστάσεις του δοκιμίου, τοποθετήσαμε το τελευταίο στις αρπάγες της μηχανής. Έπειτα, με τη βοήθεια ενός προβολέα ρίξαμε φως πάνω στο δοκίμιο, προσέχοντας όμως ώστε ο φωτισμός να είναι ομοιόμορφος. Για να μπορούμε να αναγνωρίσουμε τα όρια του δοκιμίου και να εστιάσουμε καλύτερα το πλάνο, πίσω από το δοκίμιο τοποθετήσαμε ένα κόκκινο παραπέτασμα. Στο τέλος τοποθετήσαμε τη φωτογραφική μηχανή απέναντι από το δοκίμιο και αφού εστιάσαμε, τη συνδέσαμε με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή ώστε να μπορούμε να την ελέγχουμε χωρίς να ερχόμαστε σε επαφή με αυτή.

3.3 Η μηχανή των πειραμάτων

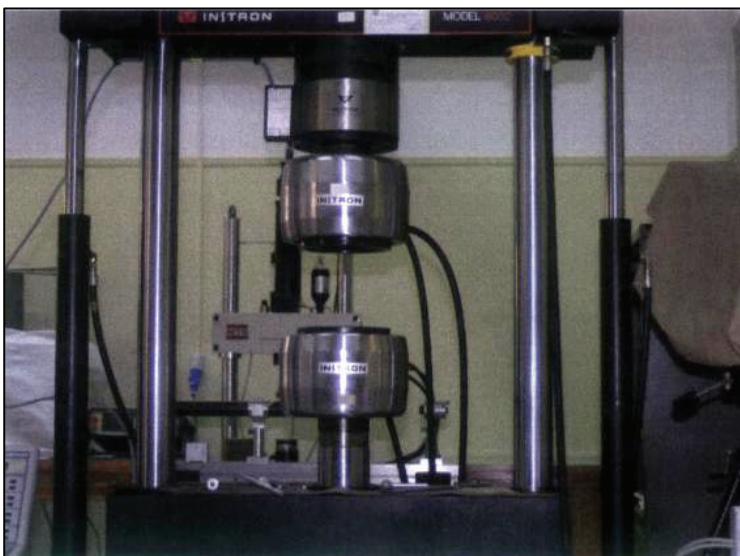
Οι μηχανές δοκιμών που χρησιμοποιούνται στα διάφορα εργαστήρια, προκειμένου να προσδιοριστεί ο «χαρακτήρας» των υλικών, μπορούν να διακριθούν ανάλογα με τον τύπο του επιβαλλόμενου φορτίου σε δύο κυρίως κατηγορίες. Σε εκείνες που επιβάλλουν στατικό και σε εκείνες που επιβάλλουν δυναμικό φορτίο, που αντίστοιχα θα τις αναφέρουμε στατικές και δυναμικές.

Στατικές μηχανές: Οι μηχανές αυτές περιλαμβάνουν εκείνες, που για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών εφαρμόζουν στατικά φορτία εφελκυσμού, θλίψης, κάμψης, διάτμησης και στρέψης ή συνδυασμό όλων αυτών ανάλογα με το είδος της εφαρμοζόμενης καταπόνησης.

Δυναμικές μηχανές: Οι δυναμικές μηχανές ελέγχου έχουν σχεδιαστεί κατάλληλα ώστε το υπό εξέταση δοκίμιο να δέχεται φορτία ταχέως μεταβαλλόμενα ή επαναλαμβανόμενα (δυναμικά φορτία). Διακρίνονται σε μηχανές κρούσης (κρουστικά φορτία) και σε μηχανές κόπωσης (επαναλαμβανόμενα φορτία).

Ειδικές μηχανές ελέγχου: Εκτός των παραπάνω κατηγοριών μηχανών ελέγχου των υλικών υπάρχουν και κάποιες που δεν μπορούν να υπαχθούν σε καμία από αυτές και αφορούν στον προσδιορισμό ειδικών ιδιοτήτων του υλικού (π.χ. μηχανές σκληρομέτρησης) ή στον έλεγχο τμημάτων μηχανών και κατασκευών που λειτουργούν κάτω από ειδικές συνθήκες εργασίας (έλικες, στρόφαλοι, συστήματα ανάρτησης αεροπλάνων κλπ.).

Για τα πειράματα που πραγματοποιήσαμε χρησιμοποιήθηκε μία δυναμική μηχανή Instron, η οποία ανήκει στην υποκατηγορία των μηχανών κόπωσης. Η μηχανή αυτή παρουσιάζεται στην **Εικόνα 3.4**.



Εικόνα 3.4 : Η δυναμική μηχανή Instron που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα.

3.4 Η μέθοδος επεξεργασίας των πειραμάτων

Έχοντας τοποθετήσει το δοκίμιο στις αρπάγες της μηχανής και τη φωτογραφική μηχανή απέναντι από αυτό, πριν ξεκινήσουμε το εκάστοτε πείραμα και αρχίσουμε να δίνουμε φορτίο στη μηχανή, τραβούσαμε μία αρχική φωτογραφία του δοκιμίου. Η φωτογραφία αυτή ήταν μία φωτογραφία «αναφοράς», καθώς όλες οι επόμενες φωτογραφίες που τραβούσαμε συγκρίνονταν με αυτή για τον υπολογισμό όλων των απαραίτητων μεγεθών. Είναι προφανές ότι σε κάθε επόμενη της «αναφορικής» εικόνας, οι κουκκίδες σε αυτή θα ήταν μετατοπισμένες σε σχέση με την αρχική και επομένως θα μπορούσαμε να κάνουμε τη ζητούμενη σύγκριση. Έχοντας έτσι την αρχική φωτογραφία, ήμασταν έτοιμοι για να ξεκινήσουμε το πείραμά μας. Είχαμε καθορίσει από την αρχή τον αριθμό των φωτογραφιών που θα χρειαζόμασταν για κάθε πείραμα αλλά και την τιμή του φορτίου στην οποία θα παίρναμε την εκάστοτε φωτογραφία. Έτσι λοιπόν, κάθε φορά που φτάναμε στη ζητούμενη τιμή φορτίου σταματούσαμε στιγμιαία την αύξησή του, τραβούσαμε μία φωτογραφία και σημειώναμε την τιμή του ώστε να είμαστε σε θέση μετά να υπολογίσουμε και την αντίστοιχη τάση που εφαρμόζαμε. Αυτή η διαδικασία συνεχιζόταν μέχρι να πάρουμε και την τελευταία φωτογραφία που επιθυμούσαμε.

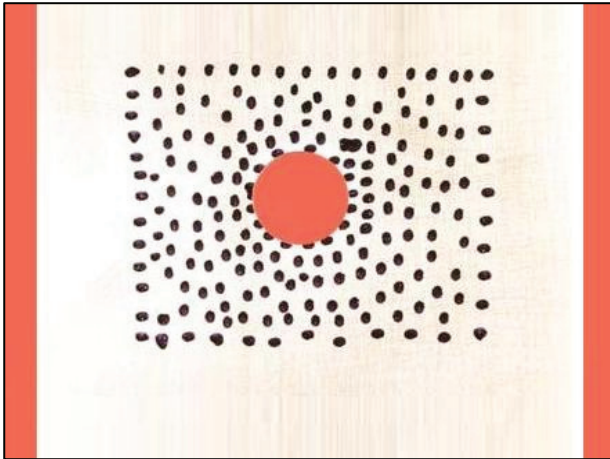
Όπως αναφέραμε σε προηγούμενη παράγραφο, η φωτογραφική μηχανή ήταν συνδεδεμένη σε ηλεκτρονικό υπολογιστή για να μπορούμε να την χειριζόμαστε από απόσταση και να μην επηρεάζουμε το πείραμα. Έτσι λοιπόν, οι φωτογραφίες που τραβούσαμε αποθηκεύονταν στον υπολογιστή και αμέσως μετά την εκτέλεση του πειράματος ήταν έτοιμες για επεξεργασία από τον υπολογιστή. Η επεξεργασία των εικόνων έγινε με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab. Μέσω του προγράμματος αυτού ήμασταν σε θέση να υπολογίσουμε τη μετατόπιση των κουκκίδων και στη συνέχεια την παραμόρφωση του δοκιμίου για κάθε φάση της φόρτισης στην οποία είχαμε προηγουμένως τραβήξει φωτογραφία.

Ο κύριος κώδικας Matlab και οι υπορουτίνες του που χρησιμοποιήσαμε στα πειράματά μας παρατίθενται στο Παράρτημα. Η πλήρης επεξήγηση της λειτουργίας του κώδικα θεωρείται ανούσια στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, όμως θεωρείται απαραίτητη και χρήσιμη η επεξήγηση των βασικών διαδικασιών που λαμβάνουν χώρα κατά την επεξεργασία των εικόνων.

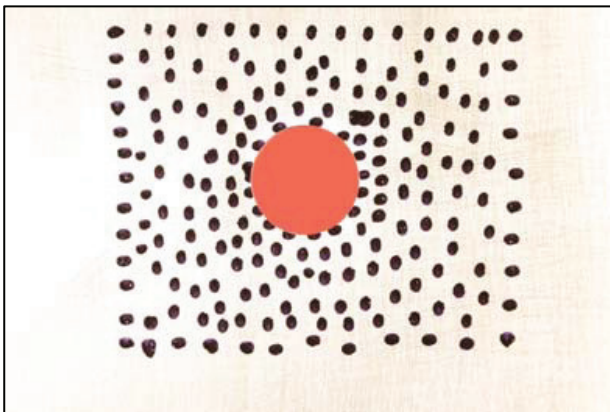
Έτσι λοιπόν, το πρώτο βήμα που πραγματοποιεί ο κώδικας του Matlab είναι να διαβάσει τις δύο εικόνες που επιθυμούμε. Η πρώτη από αυτές, όπως αναφέραμε και προηγουμένως, είναι η αρχική φωτογραφία που τραβάμε πριν την εκκίνηση κάθε πειράματος και την χρειαζόμαστε για να μπορούμε να συγκρίνουμε τη δεύτερη με αυτή. Η δεύτερη φωτογραφία είναι αυτή για την οποία θέλουμε να μετρήσουμε τις παραμορφώσεις.

Το επόμενο βήμα είναι η επιλογή του κομματιού της κάθε φωτογραφίας που θέλουμε να εξετάσουμε. Στη συνέχεια και εφόσον στο δοκίμιό μας υπάρχει κάποια ασυνέχεια (ρωγμή,

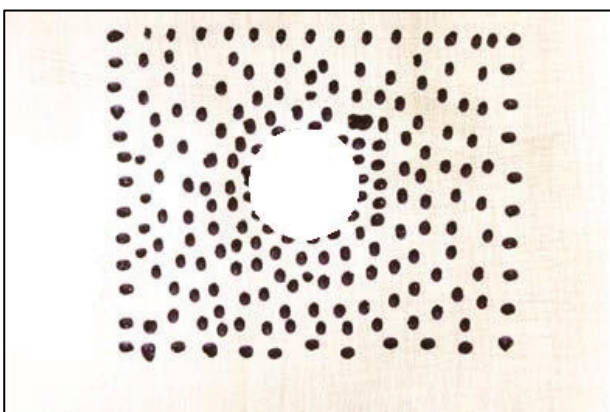
εγκοπή κλπ.) γίνεται εντοπισμός αυτής της ασυνέχειας. Σε αυτή τη διαδικασία μας βοηθά το κόκκινο πέτασμα που τοποθετούμε πίσω από το δοκίμιο σε κάθε πείραμα. Αφού εντοπιστεί η ασυνέχεια αφαιρείται από αυτή το κόκκινο χρώμα που διακρίνεται λόγω του πετάσματος και αντικαθίσταται από λευκό χρώμα., παρόμοιο δηλαδή με αυτό που έχει και η επιφάνεια του δοκιμίου. Αυτή η διαδικασία, που λαμβάνει χώρα όταν υπάρχει ασυνέχεια, παρουσιάζεται στις **Εικόνες 3.5 - 3.7**. Προφανώς, όταν δεν υπάρχει κάποια ασυνέχεια το βήμα αυτό παραλείπεται.



Εικόνα 3.5 : Η εικόνα όπως την παίρνουμε από την φωτογραφική μηχανή χωρίς να έχει υποστεί καμία επεξεργασία.

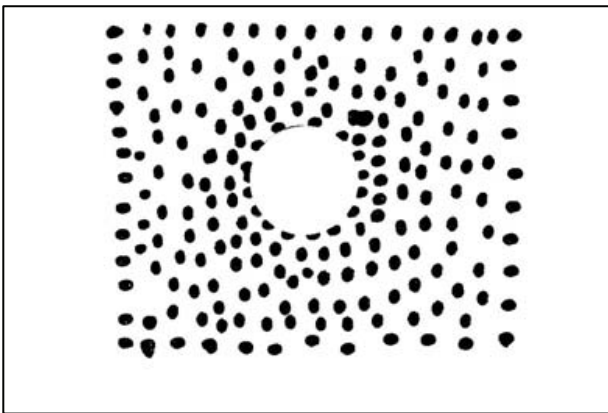


Εικόνα 3.6 : Η περιοχή της εικόνας που πρόκειται να επεξεργαστούμε.



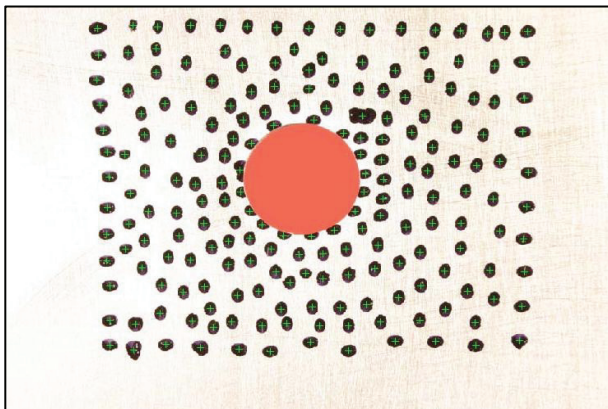
Εικόνα 3.7 : Η εικόνα που προέκυψε έπειτα από τον εντοπισμό της εγκοπής και την αντικατάσταση του κόκκινου χρώματος από λευκό.

Αφού έχει αφαιρεθεί το φόντο από την φωτογραφία συνεχίζουμε με τον εντοπισμό των κουκκίδων. Για να το επιτύχουμε αυτό πρέπει πρώτα να την κατωφλιώσουμε με κατάλληλη τιμή κατωφλίωσης, ώστε να λάβουμε μια δυαδική εικόνα που περιέχει εύκολα ελέγξιμες πληροφορίες. Το όριο κατωφλίωσης σε αυτή τη διαδικασία είναι αρκετά σημαντικό. Εάν είναι πολύ μικρό, τότε οι κουκκίδες δεν θα είναι καλοσχηματισμένες και κάθε μία μπορεί να κατακερματίζεται σε περισσότερες. Εάν το όριο κατωφλίωσης είναι πολύ μεγάλο, μπορεί να προκύψει μία εικόνα με πολύ περισσότερες κουκκίδες από τις πραγματικές. Αυτό θα οφείλεται στο γεγονός ότι έχουμε φτάσει στο όριο πάνω από το οποίο αρχίζουν να αποτυπώνονται λεπτομέρειες της επιφάνειας του δοκιμίου. Μία επιτυχημένη κατωφλίωση της φωτογραφίας του παραδείγματός μας αποτελεί η **Εικόνα 3.8**.



Εικόνα 3.8 : Η εικόνα που προέκυψε έπειτα από κατωφλίωση της **Εικόνας 3.7**.

Προκειμένου να βρούμε τις μετατοπίσεις των κουκκίδων είναι επιθυμητό να ορίσουμε ένα αναλλοίωτο σημείο, το οποίο παραμένει στην ίδια θέση σε σχέση με τα υπόλοιπα σημεία της κουκκίδας κατά τη διάρκεια του πειράματος. Ένα τέτοιο ιδανικό σημείο είναι το κέντρο βάρους της κουκκίδας. Όπως είναι προφανές λοιπόν, τον εντοπισμό των κουκκίδων που είδαμε στο προηγούμενο βήμα ακολουθεί η εύρεση των κέντρων βάρους τους. Στην **Εικόνα 3.9** φαίνονται τα εντοπισμένα κέντρα για το δοκίμιο που χρησιμοποιούμε σαν παράδειγμα.



Εικόνα 3.9 : Τα εντοπισμένα κέντρα των κουκκίδων τα οποία συμβολίζονται με ένα πράσινο σταυρό.

Στη συνέχεια ο κώδικας μας επιτρέπει να κάνουμε συσχέτιση (correlation) των κέντρων βάρους των δύο φωτογραφιών, ώστε να γνωρίζουμε τη θέση που κατέχει το κάθε κέντρο βάρους της πρώτης εικόνας στη δεύτερη εικόνα και ουσιαστικά τη μετατόπισή τους. Ύστερα από τη συσχέτιση αυτή, μέσω κάποιων συναρτήσεων παρεμβολής, γνωρίζουμε τη μετατόπιση σε όλη την περιοχή που επιλέξαμε να μελετήσουμε. Για την ακρίβεια ο κώδικας δημιουργεί ένα πολύ πυκνό πλέγμα (grid) στην περιοχή που θα του ζητήσουμε και μας επιστρέφει την τιμή των μετατοπίσεων πάνω σε αυτό το πλέγμα, προσφέροντάς μας την πολυτέλεια να γνωρίζουμε στην περιοχή που επιλέξαμε ένα τεράστιο πλήθος σημειακών μετατοπίσεων. Με γνωστές τις μετατοπίσεις, είναι προφανές ότι ο κώδικας εφαρμόζοντας τον ορισμό βρίσκει τις παραμορφώσεις πάνω σε αυτό το πλέγμα. Με γνωστές τις παραμορφώσεις είναι πλέον πάρα πολύ εύκολο να τυπωθεί και οποιοδήποτε γράφημα, είτε δυοδιάστατο είτε τρισδιάστατο που να αφορά την κατανομή των παραμορφώσεων πάνω στην επιφάνεια που μελετήθηκε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

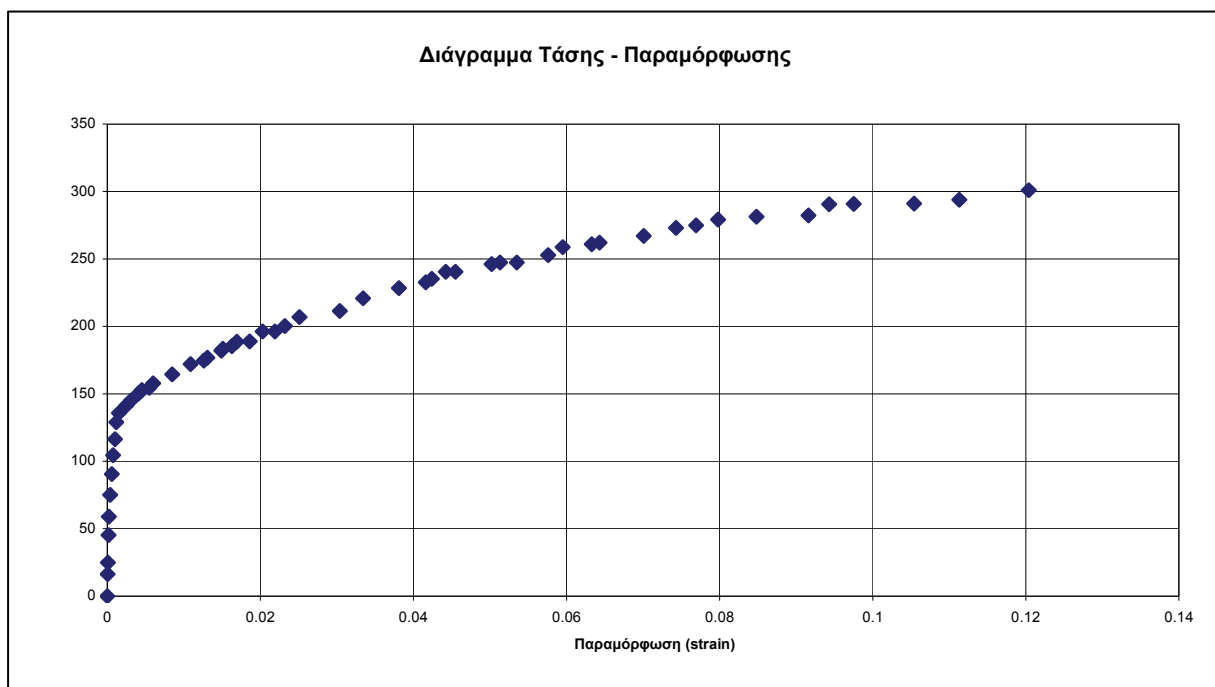
Πειράματα – Συμπεράσματα

- 4.1 Εισαγωγή
- 4.2 Επεξεργασία των μετρήσεων
- 4.3 Συμπεράσματα

4.1 Εισαγωγή

«Κανένας αριθμός πειραμάτων δεν μπορεί να αποδείξει ποτέ ότι είμαι σωστός, όμως ένα πείραμα μπορεί να αποδείξει ότι είμαι λάθος» είναι ένα από τα πολλά αποφθέγματα που διατύπωσε ο Albert Einstein. Αυτή η πρόταση κρύβει όλη τη μαγεία της πειραματικής αντοχής των υλικών και την αξία που έχει η τελευταία για έναν μηχανικό. Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας εκτελέστηκαν δύο πειράματα κόπωσης σε δοκίμιο με οπή στο κέντρο.

Όλα τα πειράματα έγιναν με την ίδια δυναμική μηχανή Instron που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο και το υλικό που μελετήθηκε και χρησιμοποιήθηκε είναι το ναυπηγικό αλουμίνιο 5083. Το διάγραμμα τάσης - παραμόρφωσης αυτού του υλικού παρουσιάζεται στην **Εικόνα 4.1**.

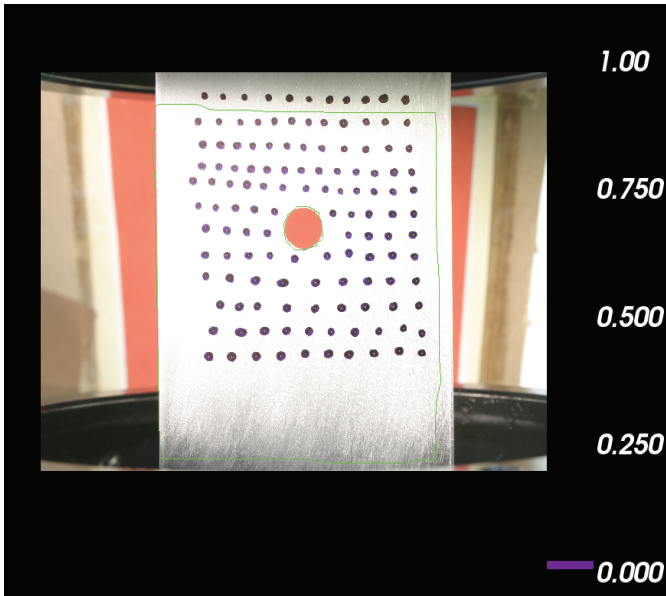


Εικόνα 4.1 : Διάγραμμα τάσης - παραμόρφωσης ναυπηγικού αλουμινίου 5083 σε μονοαξονικό εφελκυσμό.

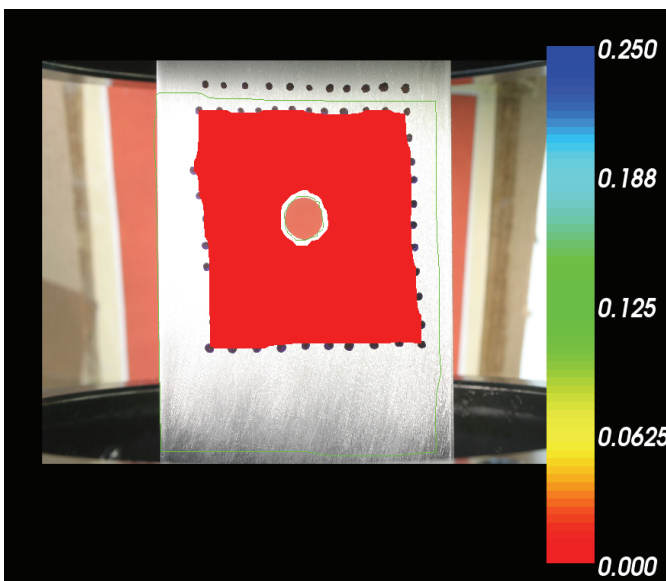
4.2 Επεξεργασία των μετρήσεων - Συμπεράσματα

Αφού πρώτα ολοκληρώθηκε η προκαταρκτική προετοιμασία που προηγούνταν κάθε πειράματος, όπως αυτή περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, εκτελέστηκε το πρώτο πείραμα καταπόνησης. Στο πείραμα αυτό χρησιμοποιήθηκε δοκίμιο σαν αυτό που απεικονίζεται στην **Εικόνα 3.1**. Το πλέγμα των κουκκίδων που σχεδιάσαμε ήταν τοποθετημένο στο κέντρο περίπου του δοκιμίου και το μέγεθός του ήταν 2 x 3 cm. Αφού τοποθετήθηκε το δοκίμιο στις αρπάγες και η φωτογραφική μηχανή στη κατάλληλη θέση,

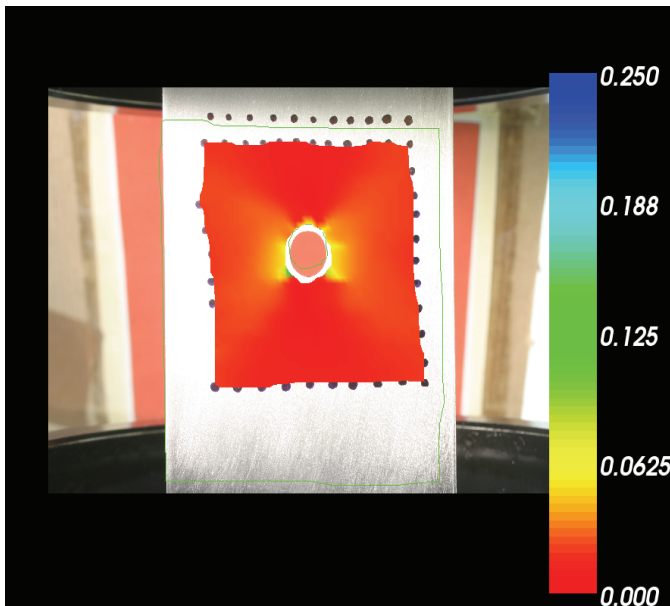
ξεκίνησε η καταπόνηση του υλικού διαδοχικά και με μικρά βήματα κατά τον άξονα των yy' και μάλιστα μέχρι τα 300MPa περίπου. Αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής, είναι η λήψη φωτογραφιών, όπου μετά και την επεξεργασία τους από τη Matlab, μπορούμε να πάρουμε τα συμπεράσματα τόσο για τις παραμορφώσεις (ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{xy}) όσο και για το σημείο που διαρρέει το υλικό (200MPa). Ενδεικτικά, παρατίθενται στη συνέχεια κάποιες από αυτές τις φωτογραφίες (**Εικόνες 4.2** έως **4.14**)



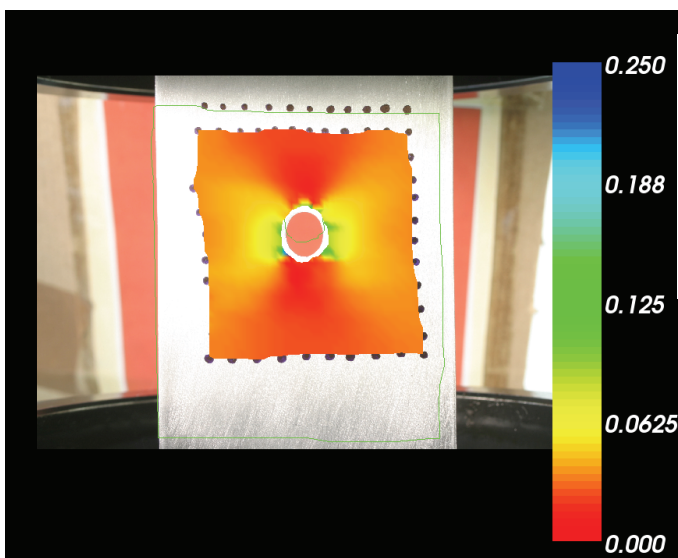
Εικόνα 4.2 : Η αρχική εικόνα του δοκιμίου προ της καταπόνησής του.



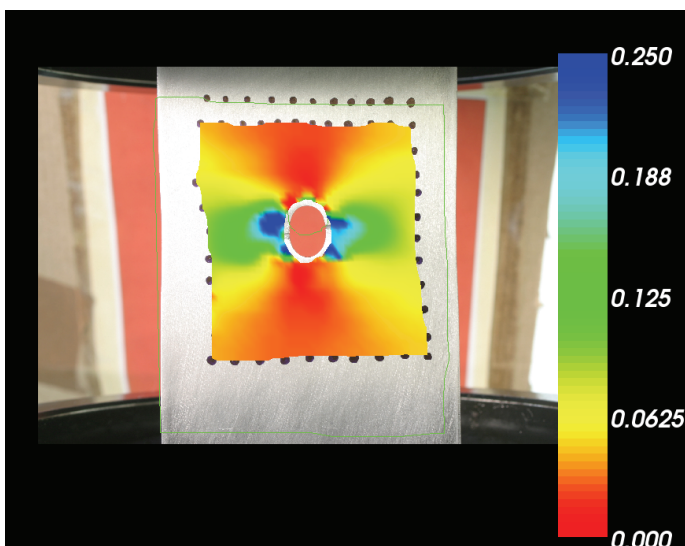
Εικόνα 4.3 : Η παραμόρφωση ϵ_{yy} για τη τάση 19.23 MPa.



Εικόνα 4.4 : Η παραμόρφωση εγγ για τη τάση 250.96 MPa.

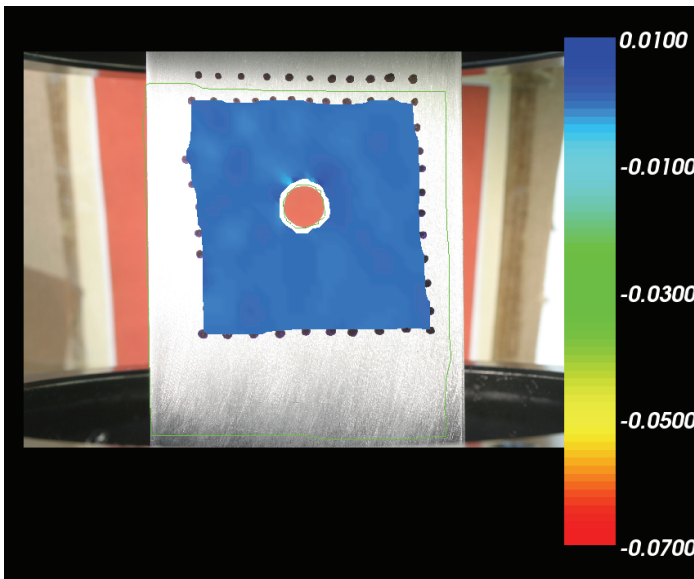


Εικόνα 4.5 : Η παραμόρφωση εγγ για τη τάση 293.27 MPa.

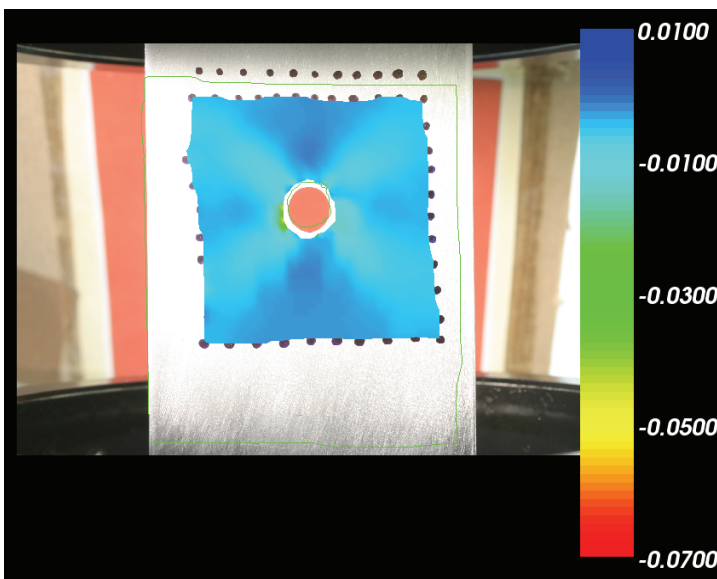


Εικόνα 4.6 : Η παραμόρφωση εγγ για τη τάση 242.31 MPa.

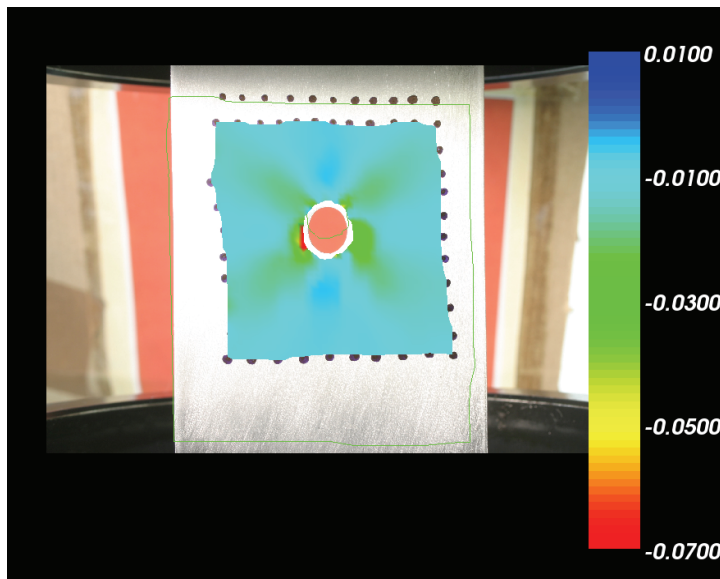
Παρατηρούμε στις παραπάνω εικόνες πως μεταβάλλεται η παραμόρφωση (ϵ_{yy}) σε σχέση με την αύξηση του φορτίου. Η συμμετρικότητα (της παραμόρφωσης) που υφίσταται αριστερά και δεξιά της οπής είναι ολοφάνερη. Συγκρίνοντας τις δύο τελευταίες εικόνες (4.5 και 4.6) αντιλαμβανόμαστε πως η τάση, κατ' επέκταση και το φορτίο, ελαττώνεται. Αυτό είναι λογικό αφού βρισκόμαστε στη μη ελαστική περιοχή πλέον επειδή υπάρχει διαρροή. Εν ολίγοις, έχουμε φτάσει στο όριο θραύσης και το δοκίμιο υφίσταται πλαστικές παραμορφώσεις. Στην συνέχεια παρατίθενται οι αντίστοιχες εικόνες για την παραμόρφωση του δοκιμίου ως προς τον άξονα $x-x'$.



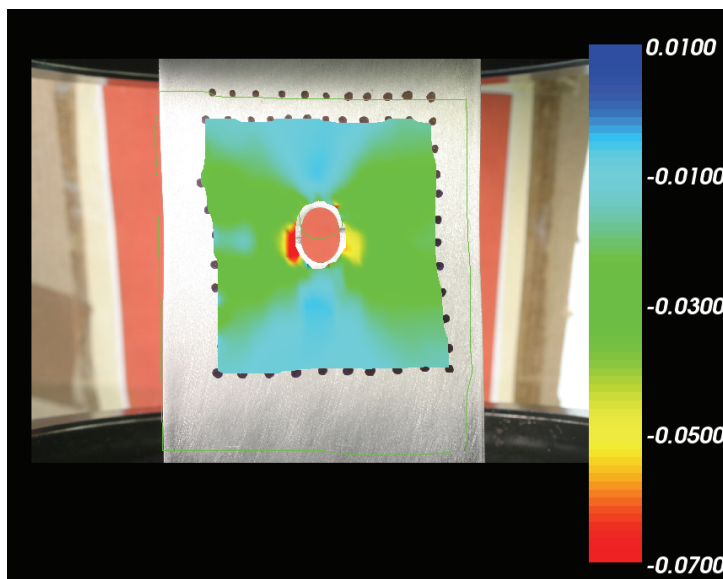
Εικόνα 4.7: Η παραμόρφωση ϵ_{xx} για τη τάση 19.23 MPa.



Εικόνα 4.8: Η παραμόρφωση ϵ_{xx} για τη τάση 227.88 MPa.

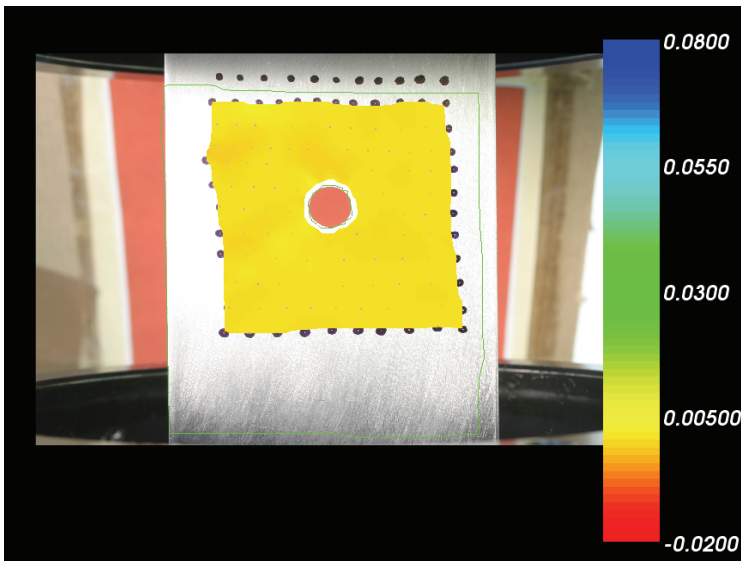


Εικόνα 4.9: Η παραμόρφωση ϵ_{xx} για τη τάση 293.27 MPa.

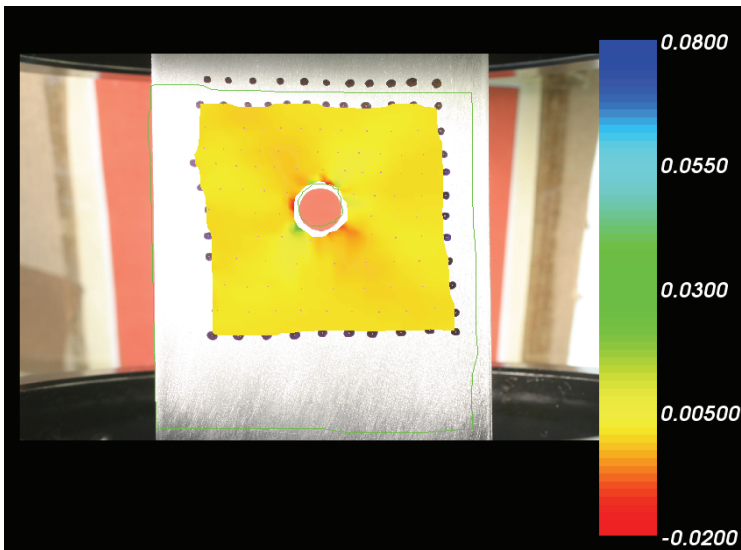


Εικόνα 4.10: Η παραμόρφωση ϵ_{xx} για τη τάση 242.31 MPa.

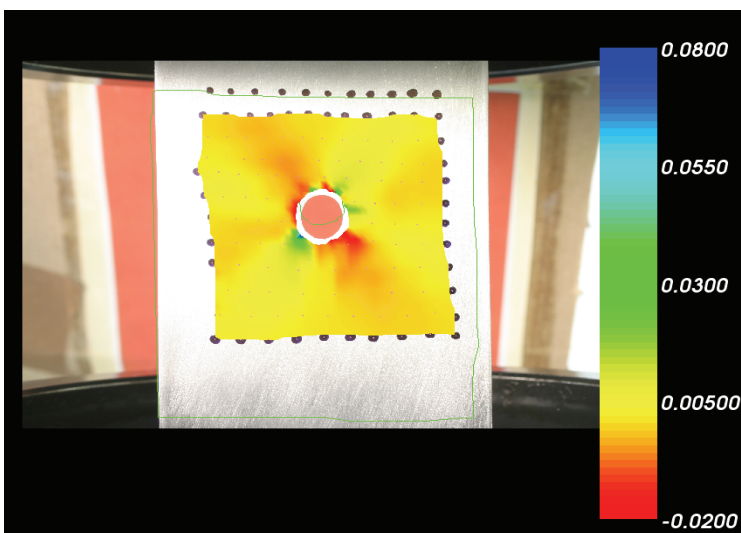
Στις εικόνες για την παραμόρφωση ϵ_{xx} παρατηρούμε πως είναι κυρίως ευδιάκριτη γύρω από την οπή. Μάλιστα, οι μέγιστες τιμές παρατηρούνται κοντά στην οπή και ιδιαιτέρως από την αριστερή πλευρά αυτής, γι'αυτό και η κλίμακα της παραμόρφωσης αγγίζει την «κόκκινη περιοχή» (**εικόνα 4.10**). Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, αφού κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας παρατηρήθηκε η διαρροή να ξεκινά από τη συγκεκριμένη περιοχή της οπής. Χαρακτηριστική είναι η **εικόνα 4.10** όπου πλέον το υλικό δε βρίσκεται στην ελαστική περιοχή. Παρακάτω παρατίθενται οι αντίστοιχες εικόνες για την παραμόρφωση ϵ_{xy} στα πιο «χαρακτηριστικά» φορτία που καταπονήθηκε το υλικό.



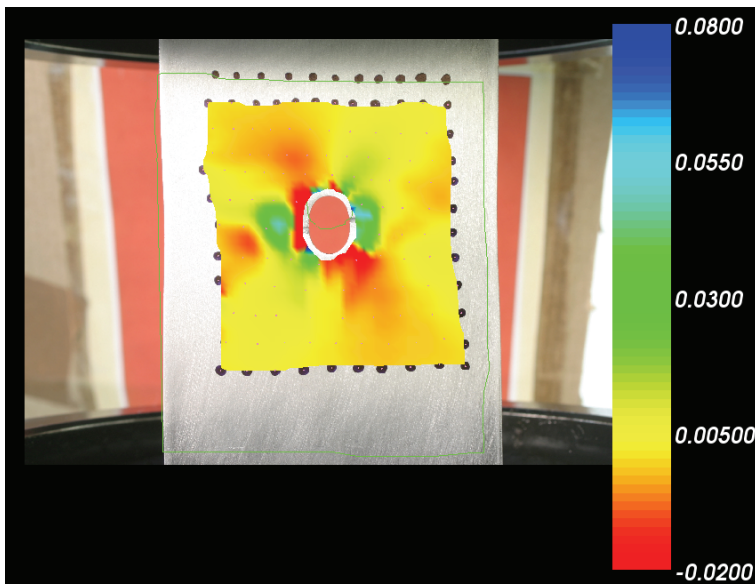
Εικόνα 4.11: Η παραμόρφωση ϵ_{xy} για τη τάση 19.23 MPa.



Εικόνα 4.12: Η παραμόρφωση ϵ_{xy} για τη τάση 227.88 MPa.



Εικόνα 4.13: Η παραμόρφωση ϵ_{xy} για τη τάση 293.27 MPa.

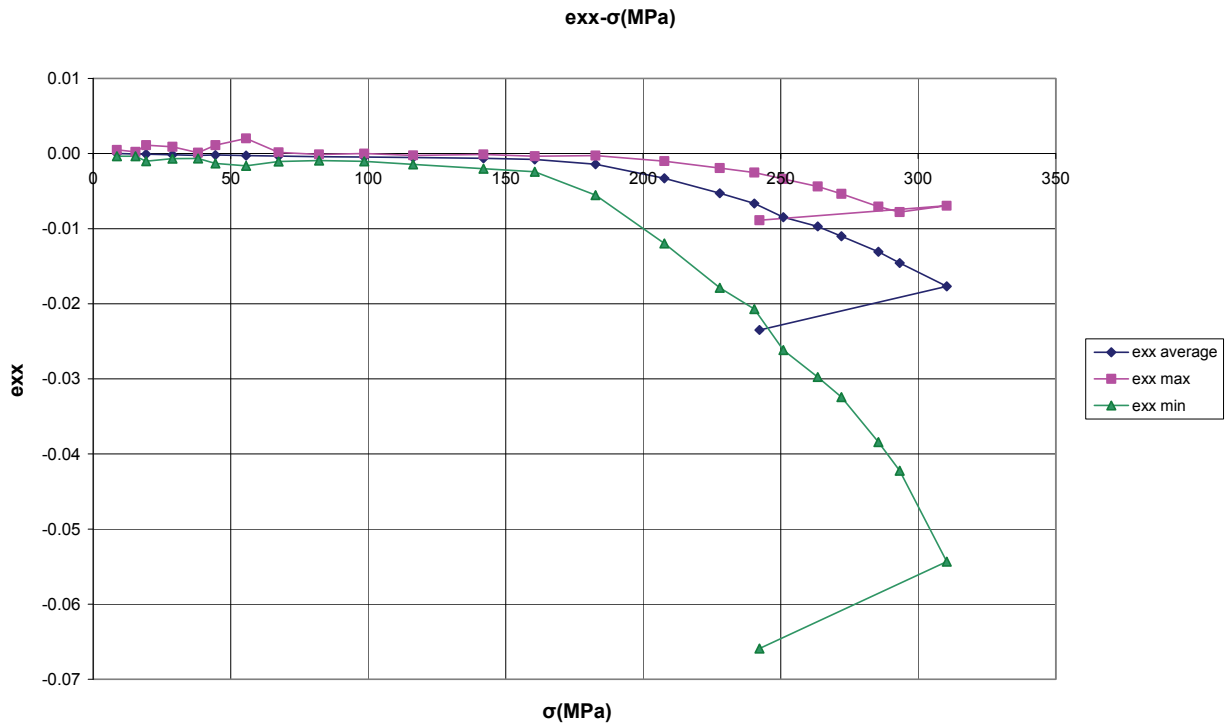


Εικόνα 4.14: Η παραμόρφωση ϵ_{xy} για τη τάση 242.31 MPa.

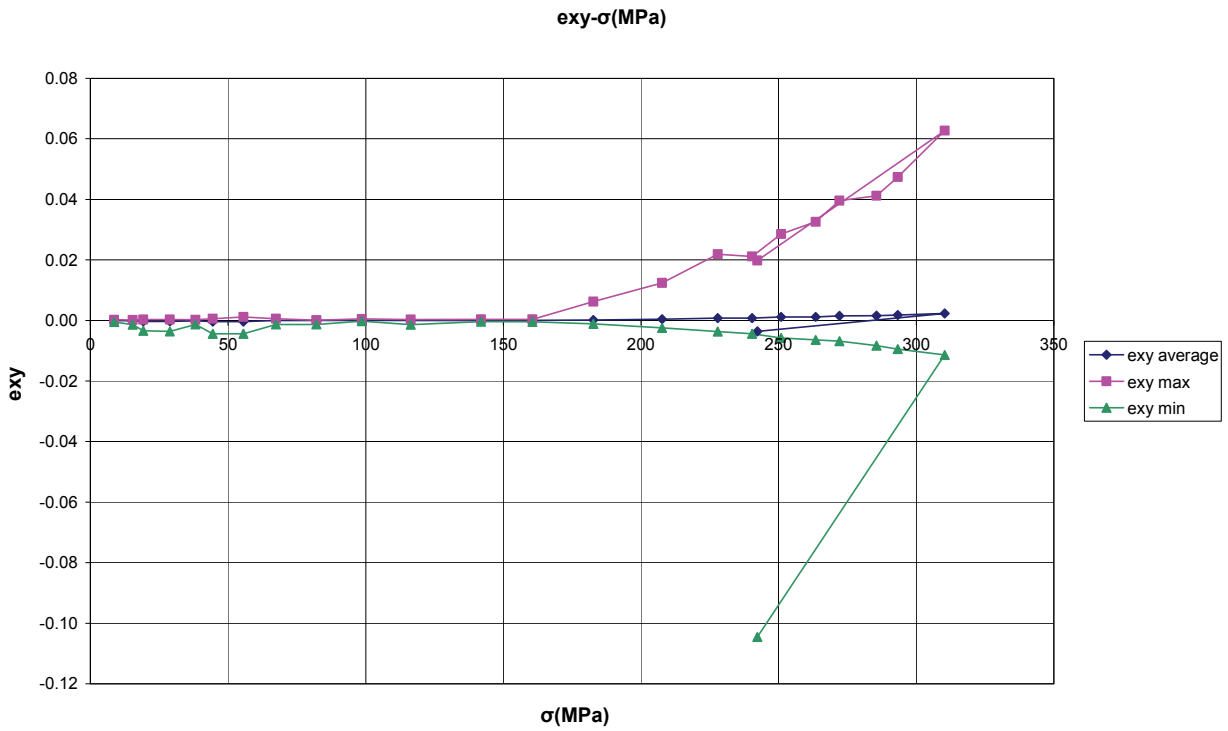
Στις παραπάνω εικόνες για την παραμόρφωση ϵ_{xy} είναι φανερό πως η θεωρία έρχεται σε αντίφαση με τη πραγματικότητα. Αν και αναμέναμε η ϵ_{xy} να είναι μηδενική εδώ παρατηρούμε το αντίθετο. Βέβαια, οι τιμές της παραμόρφωσης που προκύπτουν είναι 3 τάξεις μεγέθους μικρότερες από τη κυριαρχούσα παραμόρφωση ϵ_{yy} . Έτσι λοιπόν, προκύπτουν και οι παραπάνω εικόνες όπου μας υπενθυμίζουν πως το πεδίο των παραμορφώσεων δεν είναι μονοαξονικό όπως στη θεωρία αλλά τριαξονικό.

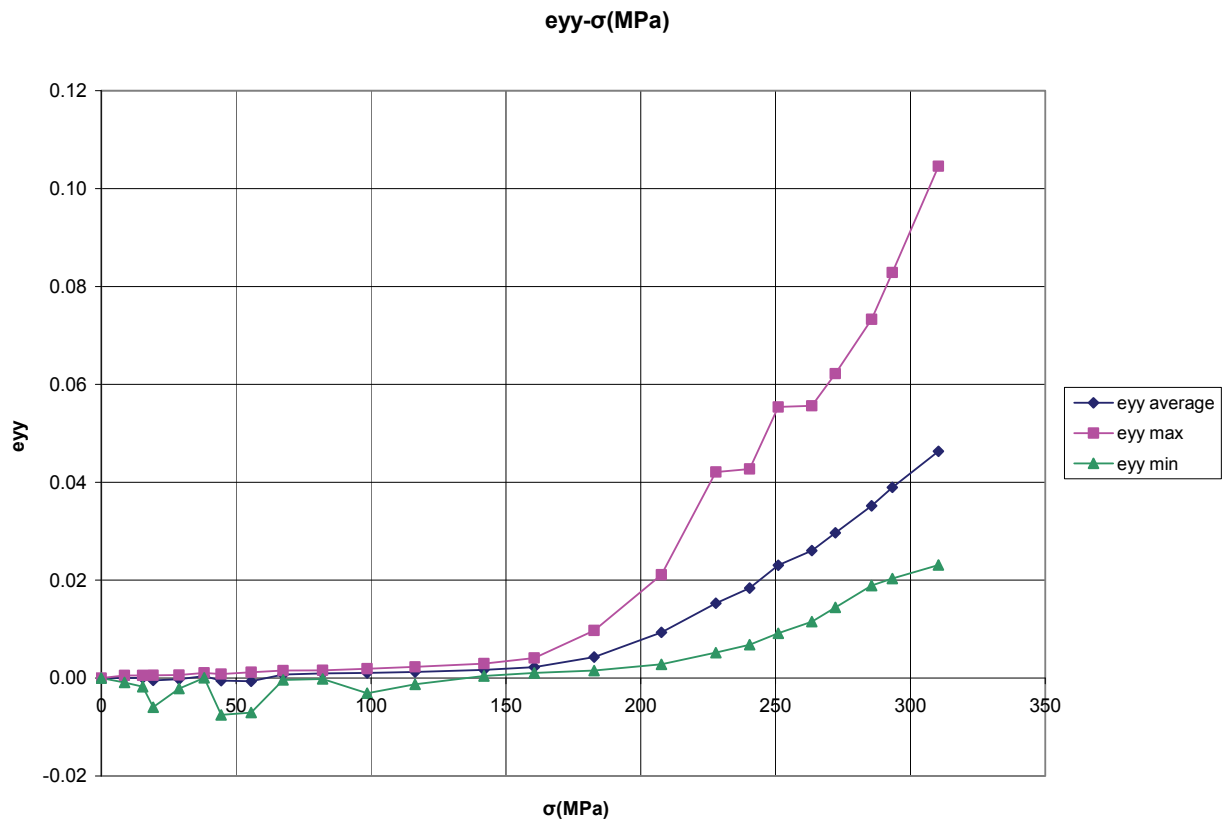
Οι πειραματικές καμπύλες που έχουν προκύψει για τη μέση, τη μέγιστη αλλά και την ελάχιστη παραμόρφωση τόσο για την ϵ_{xx} , όσο και για τις ϵ_{yy} και ϵ_{xy} παρατίθενται στη συνέχεια.

Εικόνα 4.15



Εικόνα 4.16



Εικόνα 4.17

Στις παραπάνω καμπύλες (πειραματικές) παρατηρώ πως όλες οι παραμορφώσεις ξεκινούν από το μηδέν, ως ώφειλαν, και μάλιστα είναι φανερό πως ακολουθούν γραμμική μεταβολή μέχρι ενός σημείου. Από κει και πέρα, αποκολλάται η παραμόρφωση, τόσο η μέση όσο και η μέγιστη και η ελάχιστη, και παρατηρείται η μη γραμμική μεταβολή αυτής. Μάλιστα, σε σημείο κοντά στα 200MPa λαμβάνει χώρα η διαρροή του υλικού, κάτι που διακρίνεται σε όλες τις περιπτώσεις (η καμπύλη της παραμόρφωσης στα διαγράμματα αλλάζει φορά προς τ' αριστερά).

4.3 Συμπεράσματα

Στο τέλος αυτού του κεφαλαίου κρίνουμε απαραίτητο να παραθέσουμε κάποια χρήσιμα και ταυτόχρονα πολύ σημαντικά συμπεράσματα που προέκυψαν κατά την συγγραφή αυτής της διπλωματικής εργασίας (κυρίως έπειτα από την εκτέλεση και την επεξεργασία των πειραμάτων) και να παρουσιάσουμε κάποια γενικά σχόλια γύρω από τα πειράματα και την μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε για να τα επεξεργαστούμε.

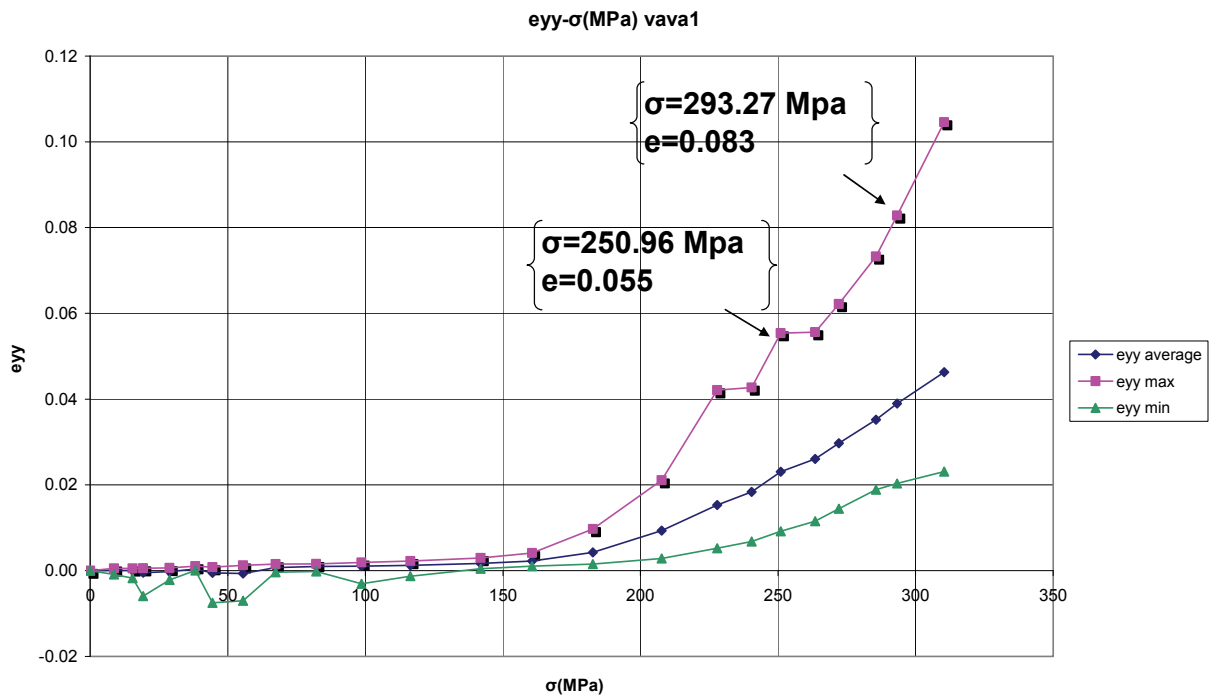
Συγκεκριμένα, σε μία προσπάθεια αξιολόγησης της μεθόδου επεξεργασίας των εικόνων, μπορούμε να πούμε ότι πρόκειται για μία αξιολογη μέθοδο καθώς είναι απλή και με ιδιαίτερα χαμηλό κόστος. Το μόνο που χρειάζεται δηλαδή για να την χρησιμοποιήσουμε είναι μία ψηφιακή φωτογραφική μηχανή για τη λήψη των εικόνων, ένας προβολέας που να παρέχει ομοιόμορφο φωτισμό κατά μήκος του δοκιμίου ώστε να μπορούμε να κάνουμε χρήση αποτελεσματικής κατωφλίωσης στις εικόνες και φυσικά ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής για την επεξεργασία των δεδομένων. Βέβαια, η ανάλυση που πρέπει να γίνει στον Η/Υ είναι ακόμη αντικείμενο έρευνας καθώς προς το παρόν χρειάζεται αρκετή εμπειρία από τον χρήστη. Παράλληλα η έρευνα πρέπει να στοχεύσει στο να κάνει πιο απλή και πιο ισχυρή την πειραματική διαδικασία και να διατυπωθεί θεωρία σφαλμάτων. Βέβαια αναμένεται ότι με την ραγδαία εξέλιξη της επιστήμης της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας, η μέθοδος αυτή θα αναπτυχθεί περαιτέρω και θα βρει εφαρμογή σε πάρα πολλά προβλήματα.

Όσον αφορά τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την επεξεργασία των πειραμάτων είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι :

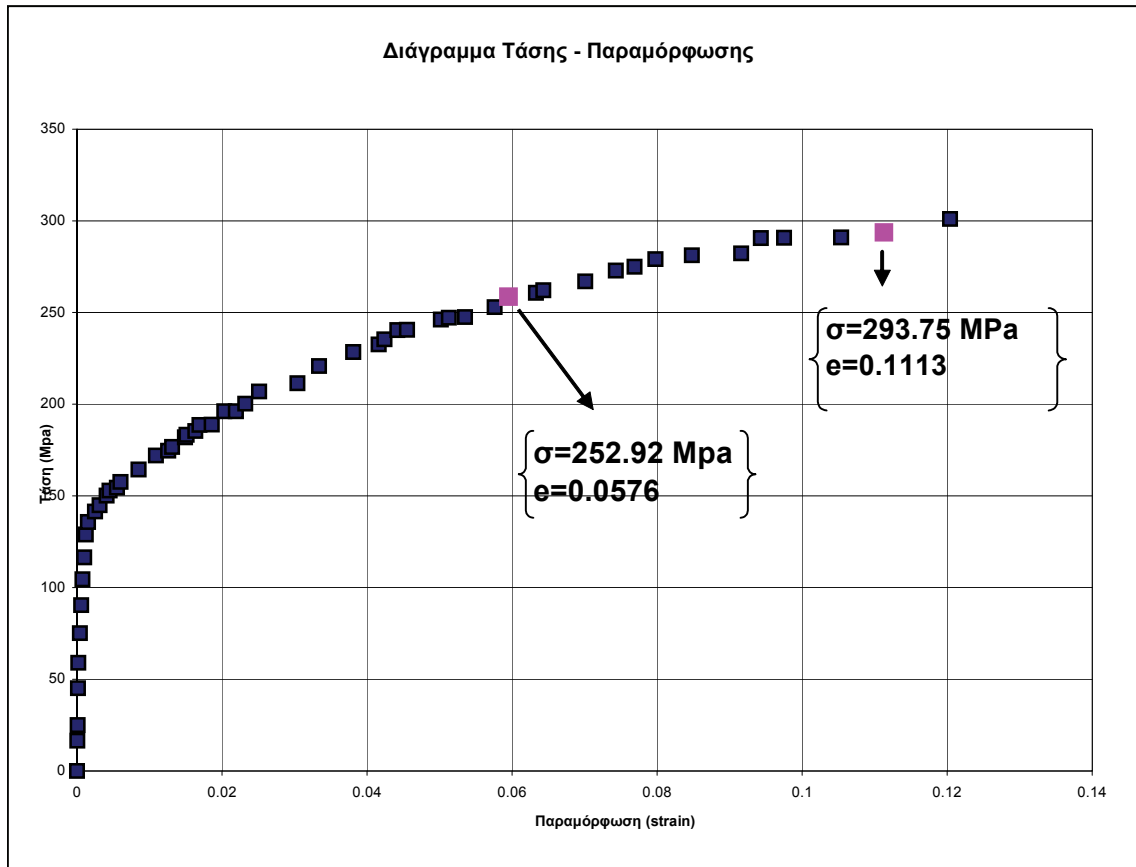
* Το μονοαξονικό πεδίο της θεωρίας έρχεται σε αντίφαση με το τριαξονικό των πειραμάτων καταπόνησης του υλικού αφού θεωρήσαμε ότι στο πρώτο δεν υπάρχουν παραμορφώσεις σε άλλους άξονες. Η εικόνα 4.4 της παραμόρφωσης e_{yy} για τάση 250.96 MPa και παραμόρφωση 0.055 αντιστοιχεί στο σημείο $\{\sigma, e\} = \{252.92, 0.0576\}$ του διαγράμματος τάσης – παραμόρφωσης σε μονοαξονικό εφελκυσμό (εικόνα 4.1). Επίσης, για τάση 293.27 MPa και παραμόρφωση 0.083 το αντίστοιχο σημείο είναι το $\{\sigma, e\} = \{293.75, 0.1113\}$ στο διάγραμμα της εικόνας 4.1. Παρακάτω παρατίθενται και οι σχετικές εικόνες με τις απαραίτητες διευκρινίσεις (εικόνες 4.18 και 4.19)

* Οι τιμές των παραμορφώσεων e_{xx} είναι κατά πολύ μικρότερες από τις εκείνες της e_{yy} . Αυτό είναι λογικό αφού η καταπόνηση πραγματοποιήθηκε μόνο στον άξονα yy' .

Εικόνα 4.18



Εικόνα 4.19



Παράρτημα

Στις σελίδες που ακολουθούν παρατίθενται ο κύριος κώδικας του Matlab καθώς και οι υπορουτίνες του για την επεξεργασία των πειραμάτων.

- **Κύριος Κώδικας**

```
% -----  
%           EXAMPLE USE OF MYFUNC COLLECTION  
%           Nasos Iliopoulos, Athens, NTUA 2005  
% -----  
% Reading the images  
  Fli=Flist;  
  I1=imread(Fli(1,:));  
  I2=imread(Fli(2,:));  
  
  I1=I1(22:2040,1267:2007,:);  
  I2=I2(149:1513,369:1963,:);  
  
% Finding the best threshold  
  thr=0.8;  
  
% Converting to b&w  
  bw_I1=1-im2bw(I1_R,thr);  
  bw_I2=1-im2bw(I2_R,thr);  
  imshow(bw_I1)  
  
% Finding the centroids and the areas of the respective spots  
  [Cen1,Areas1]=findCentroids(bw_I1);  
  [Cen2,Areas2]=findCentroids(bw_I2);  
  
% Identifying small spots  
  Small1=SmallSpots(Areas1,5);  
  Small2=SmallSpots(Areas2,5);  
  
% Removing small spots from the centroids arrays  
  Cen1=ArRemove(Cen1,Small1);
```

```

Cen2=ArRemove(Cen2,Small2);

% Calculating the Correlation
Cor=Corel2(Cen1,Cen2,1,1);

% Calculating the displacement of the nodes
[nodes,u]=cdisp(Cen1,Cen2,Cor);
plot3(nodes(1,:),nodes(2,:),u(2,:),'+','color','red');hold on

% Displaying the images and the centroids as were calculated
figure(1),imshow(I1), hold on;
plot(nodes(1,:),nodes(2,:),'x','color','red');
hold off

figure(2),imshow(I2), hold on;
plot(Cen2(1,:),Cen2(2,:),'x','color','green');
hold off;

% Initializing
doi=100;
Dw=doi*ones(1,length(nodes));

Xmin=min(min(nodes(1,:)));Xmax=max(max(nodes(1,:)));
Ymin=min(min(nodes(2,:)));Ymax=max(max(nodes(2,:)));
steps=60;
xx=Xmin:(Xmax-Xmin)/steps:Xmax;
yy=Ymin:(Ymax-Ymin)/steps:Ymax;

Ux=[];
Uy=[];
XX=[];
YY=[];

h=waitbar(0);
for i=xx
    Ux1=[];
    Uy1=[];
    XX1=[];
    YY1=[];
    for j=yy
        P=[I;j];
    end
end

```

```

    xx1=round(i);
    yy1=round(j);
    Ucalc=[NaN;NaN];
    if Rm1(yy1,xx1)==0
        Ucalc=CalcDispl(P,nodes,doi,Dw,u);
    end
    Ux1=[Ux1,Ucalc(1)];
    Uy1=[Uy1,Ucalc(2)];
    XX1=[XX1,i];
    YY1=[YY1,j];
end
Ux=[Ux;Ux1];
Uy=[Uy;Uy1];
XX=[XX;XX1];
YY=[YY;YY1];
waitbar((i-Xmin)/(Xmax-Xmin));
end
close(h);

s=size(Ux);
sx=s(1);
sy=s(2);
dx=(Xmax-Xmin)/steps;
dy=(Ymax-Ymin)/steps;
ex=(Ux(1:sy,1:)-Ux(2:sy,1:))/dx;
ey=-((Uy(:,1:sx-1)-Uy(:,2:sx)))/dy;
exy=0.5*((-(Ux(1:sx-1,1:sy-1)-Ux(1:sx-1,2:sy))/dy)+(-(Uy(1:sx-1,1:sy-1)-
Uy(2:sx,1:sy-1))/dx));
e1=0.5*(ex(10:90,10:90)+ey(10:90,10:90))+sqrt((0.5*(ex(10:90,10:90)-
ey(10:90,10:90))).^2+exy(10:90,10:90).^2);
e2=0.5*(ex(10:90,10:90)+ey(10:90,10:90))-sqrt((0.5*(ex(10:90,10:90)-
ey(10:90,10:90))).^2+exy(10:90,10:90).^2);
exymax=0.5*(e1-e2);

figure(1), surf(ey(10:90,10:90))
figure(2), surf(exy(10:90,10:90))
figure(3), surf(ex(10:90,10:90))
figure(4), surf(exymax)

figure(5), contourf(XX(10:90,10:90),YY(10:90,10:90),ey(10:90,10:90));
axis equal

```

```

figure(6), contourf(XX(10:90,10:90),YY(10:90,10:90),exy(10:90,10:90));
axis equal
figure(7), contourf(XX(10:90,10:90),YY(10:90,10:90),ex(10:90,10:90));
axis equal
figure(8), contourf(XX(10:90,10:90),YY(10:90,10:90),exymax);
axis equal

```

- **Υπορουτίνες**

- function [FileList]=Flist

```

[Fname,Fdir]=uigetfile({'*.jpg;*.tif;*.png','Supported Image Files
(*.jpg,*.tif,*.png)'},...
'MultiSelect','on');

```

```

Fname=char(Fname);
l=size(Fname);
l=l(1);
Files=[];
for i=1:l
    Files=[Files;Fdir Fname(i,:)];
end
FileList=Files;

```

- function [N,areas]=findCentroids(I)

```

[label,num] = bwlabel(I,4);
nodes = regionprops(label,'basic');
l1=[nodes.Centroid];
areas=[nodes.Area];
N=[];
for i=1:2:2*num
    N=[N, l1(i:i+1)'];
end

```

- function [SSs]=SmallSpots(Area,Divisor)

```
SSs=find(Area<mean(Area)/Divisor);
```

```
➤ function ArNew=ArRemove(Ar,PosAr);
```

```
v=11211121112121298;  
Ar(:,PosAr)=v;  
ArNew=Ar(:,find(Ar(1,:)<v));
```

```
➤ function Cor=Corel2(Nodes1,Nodes2,n,m)
```

```
l=length(Nodes1);  
Nodes1=[Nodes1(1,:)-Nodes1(1,n);Nodes1(2,:)-Nodes1(2,n)];  
Nodes2=[Nodes2(1,:)-Nodes2(1,m);Nodes2(2,:)-Nodes2(2,m)];  
Cor=squareform(pdist([Nodes1,Nodes2]'));  
Cor=Cor(1:l,l+1:2*l);  
ll=[];  
for i=1:l  
    t=Cor(i,:);ll=[ll,[i;find(t==min(t))]];  
end
```

```
➤ function [nodes,v]=cdisp(Nodes1,Nodes2,Cor);
```

```
nodes=Nodes1;  
v=Nodes2(:,Cor(2,:))-Nodes1(:,Cor(1,:));
```

```
➤ function [Uh]=CalcDispl(Point,AllNodes,doi,Dw,u)
```

```
NodesInDomain=findNodesInDomain(AllNodes,Point,doi);  
l=length(NodesInDomain);  
[phi]=MLSqShapeFunction(Point,AllNodes,NodesInDomain,Dw);  
Uh=[sum(u(1,NodesInDomain).*phi);sum(u(2,NodesInDomain).*phi)];
```

```
➤ function v = findNodesInDomain(Nodes,x,doi)
```

```
l=length(Nodes);
```

```

Dif=x*ones(1,l)-Nodes;
DisSqr=Dif(1,:).*Dif(1,:)+Dif(2,:).*Dif(2,:);
v=find(DisSqr<doi^2);

```

➤ function [phi]=MLSqShapeFunction(Point,AllNodes,NodesInDomain,Dw)

```

Nodes=AllNodes(1:2,NodesInDomain);
NodesDomainOfInfluence=Dw(NodesInDomain);
l=length(NodesInDomain);
pj=PolyBase3(Point);
% Weight function calculation for all nodes
[w,wx,wy]=CuSIW(Point,AllNodes,NodesInDomain,Dw);
p=PolyBase3(Nodes);

```

```

Sizep=size(p);
Sizep=Sizep(1);

```

```

Wi=[];
for i=1:Sizep
    Wi=[Wi;w];
end

```

```

B=Wi.*p;

```

```

A=zeros(Sizep);
dAdx=zeros(Sizep);
dAdy=zeros(Sizep);
for i=1:l
    ppT=p(:,i)*p(:,i)';
    A=A+w(i)*ppT;
    dAdx=dAdx+wx(i)*ppT;
    dAdy=dAdy+wy(i)*ppT;
end

```

```

phi=zeros(1,l);
gamma=LUSolve(A,pj);
phi=gamma*B;

```

➤ function p=PolyBase3(x)

```

l=size(x);
L=l(2);
P=[ones(1,l);x(1,:);x(2,:)]

```

➤ `function [W,dWdx,dWdy]=CuSIW(Point,AllNodes,NodesInDomain,Dw)`

```

Nodes=AllNodes(:,NodesInDomain);
l=length(Nodes);
Dw=Dw(NodesInDomain);

```

```

dv=Point*ones(1,l)-Nodes;
d=sqrt(dv(1,:).*dv(1,:)+dv(2,:).*dv(2,:));
dddx=dv(1,:)./d./Dw;
dddyy=dv(2,:)./d./Dw;
di=d./Dw;% Then normalization here may need some revision

```

```

W=[];
dWdx=[];
dWdy=[];

```

```

for i=1:l
    Wi=0;
    dWdd=0;
    if di(i)>0.5 & di(i)<1
        Wi=4/3-4*di(i)+4*di(i)^2-4/3*di(i)^3;
        dWdd=-4+8*di(i)-4*di(i)^2;
    elseif di(i)<=0.5
        Wi=2/3-4*di(i)^2+4*di(i)^3;
        dWdd=-8*di(i)+12*di(i)^2;
    end
    dWdxi=dWdd*dddx(i);
    dWdyi=dWdd*dddyy(i);

    W=[W,Wi];
    dWdx=[dWdx,dWdxi];
    dWdy=[dWdy,dWdyi];
end

```

➤ `function [x]=LUSolve(A,b)`

```

[L,U,P]=lu(A);
N=length(b);
b=P*b;

y(1)=b(1);
for i=2:N
    j=1:i-1;
    y(i)=b(i)-sum(L(I,j).*y(j));
end

x(N)=y(N)/U(N,N);
for i=N-1:-1:1
    j=i+1:N;
    x(i)=(1/U(I,i))*(y(i)-sum(U(I,j).*x(j)));
end

```


Λεξικό Τεχνικών Όρων

Ασυνέχεια	Discontinuity
Ατέλεια	Imperfection
Βαθμονόμηση	Calibration
Διέπουσα ολοκληρωτική εξίσωση	Governing integral equation
Δοκίμιο	Plate
Διαδική εικόνα	Binary image
Έγκλεισμα	Inclusion
Έγχρωμη εικόνα	RGB image - Red, Green, Blue image
Εικόνα απόχρωσης του γκρι	Grayscale image, intensity image
Εικονοστοιχείο	Pixel
Ελλειπτική οπή	Elliptical hole
Εξάρμωση	Dislocation
Κατωφλίωση	Thresholding
Κυκλική οπή	Circular hole
Κυλινδρική οπή	Cylindrical hole
Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων	Finite element method
Πλέγμα	Grid
Πλήρες πεδίο	Full field
Σημείο διακλάδωσης	Bifurcation point
Σύμμορφη απεικόνιση	Conformal mapping
Συνοριακές συνθήκες	Boundary conditions
Συντελεστής έντασης των τάσεων	Stress intensity factor
Συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων	Stress concentration factor
Συσχέτιση	Correlation
Τεχνητή όραση	Computer vision
Φαινόμενα κλίμακας	Size effect
Χείλος ρωγμής	Crack lip
Χωρίο υποστήριξης	Support domain
Ψηφιακή ανάλυση εικόνας	Digital image analysis
Ψηφιακή αναπαράσταση	Digital representation
Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας	Digital image processing
Ψηφιοποιητής	Digitizer

Βιβλιογραφία

• Βιβλία

- [1] Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας, Ιωάννης Πήτας, Θεσσαλονίκη 1999
- [2] Πειραματική αντοχή των υλικών, Ν.Ανδριανόπουλος, Ε.Κυριαζή, Κ.Λιακόπουλος, Εκδόσεις Συμεών 1991
- [3] Σημειώσεις του μαθήματος μηχανική των θραύσεων, Ν.Ανδριανόπουλος, Δ.Πάζης, Αθήνα 1998
- [4] Μηχανική των θραύσεων, Ν.Ανδριανόπουλος, συνεργασία Νάσος Ηλιόπουλος, Εκδόσεις Συμεών 2006
- [5] Μιγαδικές συναρτήσεις, Γ.Παντελίδης, Δ.Κραββαρίτης, Β.Νασόπουλος, Εκδόσεις Ζήτη, Αθήνα 1996
- [6] Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας στη μηχανική των θραύσεων, διπλωματική εργασία Ε.Π.Σταύρου, Σ.Ε.Μ.Φ.Ε. Ε.Μ.Π., Αθήνα 2006
- [7] Αριθμητική ανάλυση και εφαρμογές σε Matlab και Mathematica, Γ.Σ.Παπαγεωργίου, Χ.Γ.Τσίτουρας, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2004
- [8] Digital image processing using Matlab, R.C.Gonzalez, R.E.Woods, S.L.Eddins, Prentice Hall 2004
- [9] Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας στην πειραματική μηχανική και εφαρμογές σε μεταλλικά ελάσματα, διδακτορική διατριβή, Αθανάσιος Π.Ηλιόπουλος, Σ.Ε.Μ.Φ.Ε. Ε.Μ.Π., Αθήνα 2007
- [10] Strain measurements by a hybrid experimental – numerical method using a mesh - free field function, N.P. Andrianopoulos and A.P. Iliopoulos, modern problems of deformable bodies mechanics, collection of papers, Volume 1, Yerevan 2005, 31 - 41
- [11] Displacement measurement in irregularly bounded plates using mesh free methods, N.P. Andrianopoulos, A.P. Iliopoulos, 16th European conference of fracture, Alexandroupolis, Greece, July 3-7-2006

• Άρθρα

- [12] R.Abdelmoula, K.Semani, J.Li, Analysis of cracks originating at the boundary of a circular hole in an infinite plate by using a new conformal mapping approach, © Elsevier Ltd 2006
- [13] N.I.Muskhelishvili, Some basic problems on the mathematical theory of elasticity, Noordhoff Ltd, Groningen, 1963
- [14] E.S.Folias & J.J.wang, On the three-dimensional stress field around a circular hole in a plate of arbitrary thickness, © Springer-Verlag 1990
- [15] Zheng Yang, Chang-Boo Kim, Chongdu Cho, Hyeon Gyu Beom, The concentration of stresses and strain in finite thickness elastic plate containing a circular hole, © Elsevier Ltd 2007