



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΩΝ ΚΑΙ  
ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

---

**Ανάλυση, Σχεδιασμός και Προσομοίωση Ενεργητικών  
Συστημάτων Απόσβεσης Παλμού Παροχής Γραναζωτής  
Αντλίας**

---

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΡΟΥΚΙΔΗΣ

**Επιβλέπων:**

Σπιτάς Βασίλειος

Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ

Μάρτιος 2021

Copyright © Κωνσταντίνος Περουκίδης, 2021  
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.  
©2021 – All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών και του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί τον επίλογο των προπτυχιακών μου σπουδών, σηματοδοτώντας την επίτευξη ενός μεγάλου στόχου μου αλλά και την ανάδυση νέων. Σε αυτό το βήμα που μου δίνεται, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Β. Σπιτά, για όλη την εμπιστοσύνη που μου έδειξε για την ανάληψη της διπλωματικής εργασίας, την υπομονή του, αλλά πρωτίστως για τον τρόπο σκέψης και τις πολύτιμες γνώσεις που μου μεταλαμπάδευσε ως καθηγητής όλα αυτά τα χρόνια.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα μέλη του εργαστηρίου Στοιχείων Μηχανών, και ιδιαίτερα τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Σ. Τσολάκη, για την ανεκτίμητη καθοδήγηση και υποστήριξη καθ' όλη την πορεία της εκπόνησης της διπλωματικής, αλλά και γενικότερα των σπουδών μου, όποια στιγμή και αν τον χρειαζόμουν.

Θα ήθελα επίσης να σημειώσω πως δεν θα μπορούσα να είχα φτάσει ως εδώ χωρίς τη βοήθεια της οικογένειάς μου που με στήριξε με κάθε δυνατό τρόπο.

Τέλος, θα ήθελα να πω ένα τεράστιο ευχαριστώ σε όλους τους κοντινούς μου ανθρώπους που βρίσκονταν δίπλα μου σε κάθε μου βήμα, και ιδιαίτερα στη σύντροφό μου Σήλια, και τον φίλο μου Παναγιώτη.

Κωνσταντίνος Περουκίδης,  
Μάρτιος 2021

*Στη μνήμη του πατέρα μου,  
Παναγιώτη.*



## **Ανάλυση, σχεδιασμός και προσομοίωση ενεργητικών συστημάτων απόσβεσης παλμού παροχής γραναζωτής αντλίας**

Διπλωματική εργασία του Περουκίδη Κωνσταντίνου

Επιβλέπων: Β. Σπιτάς, Αναπληρωτής καθηγητής ΕΜΠ

### **Περίληψη**

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία σχεδιάζεται ένα ενεργητικό σύστημα απόσβεσης παλμού παροχής που προκύπτει από τη λειτουργία της γραναζωτής αντλίας. Αρχικά μελετάται ο παλμός παροχής που προκύπτει από την περιστροφή των οδοντωτών τροχών που έχουν είτε κλειστή είτε ανοιχτή τροχιά επαφών. Στη συνέχεια βάσει της παραδοχής στρωτής ροής, μοντελοποιούνται οι διαρροές εντός της αντλίας μεταξύ των θαλάμων που σχηματίζονται κατά τη λειτουργία της. Οι αντίστοιχες διαφορικές εξισώσεις που προκύπτουν λαμβάνοντας υπόψη την συμπιεστότητα του ρευστού επιλύονται με αριθμητικό τρόπο και προκύπτει η προσομοίωση της λειτουργίας της αντλίας.

Στη συνέχεια βάσει των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων της αντλίας τίθενται οι προδιαγραφές που πρέπει να πληροί το ενεργητικό σύστημα απόσβεσης του. Από τη σύγκριση των εναλλακτικών λύσεων επιλέγεται ο μηχανισμός διωστήρα στροφάλου όπου στη θέση του εμβόλου έχει τοποθετηθεί ένα bellow. Βάσει της ανάλυσης και της κινηματικής του μηχανισμού και του bellow προκύπτουν οι παραμετρικές εξισώσεις υπολογισμού του παλμού παροχής που προκύπτει από αυτό το υποσύστημα.

Καταstrώνεται το μοντέλο του συνολικού συστήματος το οποίο τροφοδοτεί τον αλγόριθμο εύρεσης των βέλτιστων παραμέτρων του ενεργητικού συστήματος. Βάσει των βέλτιστων παραμέτρων για τις διάφορες πιέσεις λειτουργίας, προτείνεται η τελική σχεδιαστική λύση και υπολογίζεται ο αντίστοιχος παλμός παροχής για διαφορετικές συνθήκες.

# **Analysis, design and simulation of active gear pump flow ripple damping systems**

Diploma Thesis by Konstantinos Peroukidis

Supervisor: V. Spitas, Associate Professor NTUA

## **Abstract**

In this diploma thesis an active damping system is designed in order to reduce the flow pulsations which occur during the operation of an external gear pump (EGP). Firstly, the kinematic flow ripple of EGPs is calculated, with gears having either closed or open path of contact. Leakages through the pockets inside the gear pump, which are formed during the rotation of the gears, are modeled based on the assumption of laminar flow. The respective differential equations of the pressure in each pocket are being solved numerically. The solution to those equations constitutes the simulation of the operation of the EGP.

Based on the results of the simulation, the specifications which must be met by the active damping system are set. The crankshaft mechanism, where a bellow has been placed in the place of the piston, is selected as the result of the comparison among the alternatives. Based on the analysis and the kinematics of both the mechanism and the bellow, the parametric equations for calculating the flow ripple resulting from this subsystem are derived.

The model of the total system which feeds the algorithm for finding the optimal parameters of the active system is created. Based on the optimal parameters for the various operating pressures, the final design solution is proposed and the corresponding supply ripple for different conditions is calculated.

## Περιεχόμενα

Ευχαριστίες .....	3
Περίληψη .....	6
Abstract.....	7
Περιεχόμενα .....	8
Κατάλογος Διαγραμμάτων.....	10
Κατάλογος Εικόνων.....	12
Κατάλογος Πινάκων .....	14
1. Εισαγωγή.....	15
1.1 Θέμα και στόχος εργασίας.....	15
1.2 Δομή.....	15
2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση .....	17
2.1 Βελτίωση Λειτουργίας Γραναζωτών Αντλιών με Μεταβολή της Γεωμετρίας των Συνεργαζόμενων Τροχών.....	17
2.2 Εξομάλυνση Παλμού Παροχής και Πίεσης με Παθητικά Συστήματα.....	19
2.3 Εξομάλυνση Παλμού Παροχής και Πίεσης με Ενεργητικά Συστήματα .....	20
3. Κινηματικός Παλμός Παροχής Γραναζωτής Αντλίας Εξωτερικής Οδόντωσης .....	22
3.1 Γενικά στοιχεία αντλιών θετικής μετατόπισης.....	22
3.2 Περιγραφή της Δομής και της Λειτουργίας Αντλιών Εξωτερικής Οδόντωσης.....	23
3.2.1 Τα χαρακτηριστικά της υπό μελέτης αντλίας .....	24
3.3 Κινηματικός Παλμός Παροχής Γραναζωτής Αντλίας .....	25
3.3.1 Τροχιά επαφών, κοπτικός κανόνας και τα αντίστοιχα σημεία συνεργαζόμενων τροχών ..	25
3.3.2 Κινηματικός παλμός παροχής οδοντώσεων κλειστής τροχιάς επαφών .....	27
3.3.3. Κινηματικός Παλμός Παροχής Αντλίας με Τροχούς Ευθείας Εξειλιγμένης Οδόντωσης ....	35
4. Προσομοίωση λειτουργίας γραναζωτής αντλίας εξωτερικής οδόντωσης.....	38
4.1 Μοντελοποίηση γραναζωτής αντλίας .....	38
4.1.1 Ροές μεταξύ δύο διαδοχικών οδόντων .....	39
4.1.2. Ροές από το Θάλαμο Κατάθλιψης προς το Θάλαμο <b>Vj</b> .....	44
4.1.3 Διαφορική Εξίσωση Θαλάμου <b>Vj</b> .....	45
4.1.4 Επιστροφή Εγκλωβισμένου Όγκου στο Χώρο Αναρρόφησης .....	45
4.1.5 Διαφορική Εξίσωση του Θαλάμου Κατάθλιψης (discharge).....	47
4.1.6 Υπολογισμός Θέσεων των Ποκετών Ευθείας Εξειλιγμένης Οδόντωσης .....	49
4.2.Αριθμητική επίλυση του μοντέλου μέσω του λογισμικού Simulink-Matlab .....	53



4.3 Αποτελέσματα μοντέλου αντλίας.....	56
5. Σχεδιασμός Ενεργητικού Συστήματος Απόσβεσης Παλμού Παροχής .....	64
5.1 Προδιαγραφές Ενεργητικού Συστήματος.....	64
5.2 Τα Ενεργητικά Συστήματα που Μελετήθηκαν .....	65
5.2.1 Cam-follower.....	65
5.2.2 Μηχανισμός Διωστήρα Στροφάλου.....	70
5.2.3 Bellow.....	70
5.2.4. Μηχανισμός στροφαλοφόρου – Bellow.....	71
5.3 Μοντελοποίηση και Προσομοίωση Προτεινόμενου Ενεργητικού Συστήματος .....	73
5.3.1 Ογκομεταβολή Bellow .....	73
5.3.2 Υπολογισμός της Ογκομεταβολής του Bellow μέσω Λογισμικού (ANSYS-simulation) .....	81
5.3.3 Υπολογισμός Υδραυλικής Ελαστικότητας bellow .....	85
5.3.4 Μηχανισμός Διωστήρα Στροφάλου.....	88
5.3.5 Αναπτυσσόμενες Φορτίσεις στο Μηχανισμό Διωστήρα Στροφάλου .....	90
5.3.6 Μεταφορά Ισχύος στο Ενεργητικό Σύστημα μέσω Ιμαντοκίνησης.....	95
5.4 Το Συνολικό Σύστημα Αντλίας – Ενεργητικού Μηχανισμού .....	97
5.4.1 Υπολογισμός Παλμού Παροχής στην Έξοδο του Συστήματος.....	97
5.4.2 Αλγόριθμος Εύρεσης των Βέλτιστων Παραμέτρων του Ενεργητικού Συστήματος.....	98
6. Αποτελέσματα .....	102
6.1 Βέλτιστες Παράμετροι ανά Πίεση .....	102
6.2 Συνολικός Παλμός Παροχής στην Έξοδο του Συστήματος .....	103
6.3 Η προτεινόμενη σχεδιαστική λύση.....	107
7. Συμπεράσματα – Μελλοντικές Έρευνες .....	111
8. Βιβλιογραφία .....	112
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	114
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	122
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ.....	126

## Κατάλογος Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1 - Κατατομές οδόντων, κοπτικού κανόνα και η τροχιά επαφών .....	29
Διάγραμμα 2 - Παροχή ανά rad περιστροφής.....	30
Διάγραμμα 3 - Παράγοντας επιτάχυνσης παροχής ανά rad .....	30
Διάγραμμα 4 - Παροχή ανά rad περιστροφής ανά μονάδα πάχους (Τζανόπουλος, 2021) .....	37
Διάγραμμα 5 - Απόκριση της πίεσης του θαλάμου 1 του κινητήριου τροχού για δύο περιστροφές της ατράκτου της αντλίας για τρεις πιέσεις λειτουργίας .....	56
Διάγραμμα 6 - Απόκριση της πίεσης των διαδοχικών θαλάμων 1,2,3 οδηγητικού τροχού για πίεση λειτουργίας ίση με 50 bar.....	57
Διάγραμμα 7 - Πίεση θαλάμων 1 του οδηγητικού και οδηγούμενου τροχού για δύο πλήρεις περιστροφές και πίεση λειτουργίας ίση με 55 bar .....	58
Διάγραμμα 8 - Παλμός παροχής στην έξοδο της αντλίας για διάφορες πιέσεις λειτουργίας.....	59
Διάγραμμα 9 - Παροχή στην έξοδο της αντλίας για διάφορες πιέσεις λειτουργίας .....	60
Διάγραμμα 10 - Παροχές διαρροών δια μέσω των δύο τροχών προς την αναρρόφηση .....	61
Διάγραμμα 11 - Διαγράμματα FFT για διάφορες πιέσεις λειτουργίας .....	62
Διάγραμμα 12 - Επιβαλλόμενη μετατόπιση και η απόκριση της θέσης του εμβόλου .....	68
Διάγραμμα 13 - Αποκλίσεις από την επιβαλλόμενη μετατόπιση .....	69
Διάγραμμα 14 - Η κατακόρυφη δύναμη μεταξύ βάκτρου και εκκεντροφόρου.....	69
Διάγραμμα 15 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων (προσεγγιστική λύση) για το bellow1 .....	80
Διάγραμμα 16 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων (προσεγγιστική λύση) για το bellow2 .....	80
Διάγραμμα 17 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων για το bellow1 .....	84
Διάγραμμα 18 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων (προσεγγιστική λύση) για το bellow2 .....	84
Διάγραμμα 19 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων για διαφορετικούς αριθμούς κοιλοτήτων bellow1 .....	85
Διάγραμμα 20 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων για διαφορετικούς αριθμούς κοιλοτήτων bellow2 .....	85
Διάγραμμα 21 - Η ελαστικότητα του bellow1 ως προς την πίεση ανά bar.....	86
Διάγραμμα 22 - Η ελαστικότητα του bellow2 ως προς την πίεση ανά bar.....	86
Διάγραμμα 23 - Η αναπτυσσόμενη στρεπτική ροπή στη στροφαλοφόρο για διάφορες πιέσεις λειτουργίας και σταθερή ταχύτητα περιστροφής 1500rpm .....	94
Διάγραμμα 24 - Η αναπτυσσόμενη συνολική δύναμη στο στρόφαλο της ατράκτου για διάφορες πιέσεις λειτουργίας και σταθερή ταχύτητα περιστροφής 1500rpm .....	95
Διάγραμμα 25 - Παροχή στην έξοδο της αντλίας για διάφορες πιέσεις λειτουργίας χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος .....	103
Διάγραμμα 26 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος για πίεση λειτουργίας ίση με 5 [bar] .....	104
Διάγραμμα 27 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος για πίεση λειτουργίας ίση με 60 [bar] .....	104

Διάγραμμα 28 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος για πίεση λειτουργίας ίση με 120 [bar] .....	105
Διάγραμμα 29 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος για μεταβλητή παράμετρο $r$ και για πίεση λειτουργίας ίση με 120 [bar] .....	105
Διάγραμμα 30 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος για μεταβλητή παράμετρο $l$ και για πίεση λειτουργίας ίση με 120 [bar] .....	106
Διάγραμμα 31 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος για μεταβλητή παράμετρο $\Delta\phi$ και για πίεση λειτουργίας ίση με 120 [bar] .....	106
Διάγραμμα 32 - Ο μετασχηματισμός FFT της παροχής στην έξοδο του συστήματος με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος για την ελάχιστη και μέγιστη πίεση λειτουργίας .....	107

## Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1 - (Zhao και Vacca, 2017).....	18
Εικόνα 2 - (Zhao και Vacca, 2018).....	18
Εικόνα 3 - Αποτελέσματα (Zhao και Vacca, 2018).....	18
Εικόνα 4 - (Huang and Lian, 2009) .....	18
Εικόνα 5 - HYGESim (Dhar and Vacca, 2013) .....	19
Εικόνα 6 - Rituraj et al., 2019.....	19
Εικόνα 7 - (Zhao et al., 2019) .....	20
Εικόνα 8 - (Kumar et al., 2018) .....	20
Εικόνα 9 - (Wang, 2008).....	20
Εικόνα 10 - (Pan et al., 2013) .....	20
Εικόνα 12 - Υδροκοπή οδοντώσεων μικρού πάχους.....	22
Εικόνα 11 - Ρομποτικός βραχίονας με υδραυλικούς επενεργητές .....	22
Εικόνα 13 - Συναρμολόγημα γранаζωτής αντλίας εξωτερικής οδόντωσης σε σχεδιαστικό περιβάλλον .....	23
Εικόνα 14 - Όψεις συναρμολογήματος γранаζωτής αντλίας εξωτερικής οδόντωσης .....	23
Εικόνα 15 - Κανόνας, παραγόμενος τροχός και η αντίστοιχη τροχιά επαφών .....	26
Εικόνα 16 - Ακτίνες κεφαλής και σημείου επαφής .....	27
Εικόνα 17 - Η εξέλιξη του όρου "β" για μία πλήρη συνεργασία ενός ζεύγους οδόντων για όμοιους τροχούς κλειστής τροχιάς επαφών.....	28
Εικόνα 18 - Τα σημεία ελέγχου για τον υπολογισμό της επιθυμητής τροχιάς επαφών.....	31
Εικόνα 19 - Μεγέθυνση της περιοχής όπου βρίσκονται τα σημεία ελέγχου της καμπύλης Bezier.....	32
Εικόνα 20 - Διακριτοποιήσεις των σημείων ελέγχου για τον υπολογισμό της επιθυμητής τροχιάς επαφών .....	33
Εικόνα 21 - Οι δύο τροχιές επαφών που μπορεί να έχουν κατά τη συνεργασία τους οι τροχοί, τροχιά1 η κλειστή τροχιά επαφών, τροχιά2 ακολουθείται μέρος της κλειστής τροχιάς επαφών .....	34
Εικόνα 22 - Οι τροχοί συνεργάζονται σε σημεία που ανήκουν πάνω στην κλειστή τροχιά επαφών ..	34
Εικόνα 23 - Οι τροχοί συνεργάζονται σε σημεία εκτός της κλειστής τροχιάς επαφών .....	34
Εικόνα 24 - Παλμός παροχής για τη συνεργασία ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών ευθείας εξελιγμένης οδόντωσης με βαθμό επικάλυψης ίσο με τη μονάδα .....	36
Εικόνα 25 - Ροές εντός της αντλίας.....	38
Εικόνα 26 - Ροή Couette μεταξύ κεφαλής οδόντα και τοιχώματος της αντλίας.....	39
Εικόνα 27 - Ροή Hagen–Poiseuille μεταξύ κεφαλής οδόντα και τοιχώματος της αντλίας.....	40
Εικόνα 28 Επαλληλία των δύο ροών .....	41
Εικόνα 29 - Ταχύτητες στο πρόσωπο του τροχού .....	41
Εικόνα 30 - Γραμμές ροής στο πρόσωπο του τροχού.....	42
Εικόνα 31 - Απόσταση του θαλάμου j από το θάλαμο κατάθλιψης .....	44
Εικόνα 32 - Στιγμιότυπο t1, η μεταφορά ροπής γίνεται μέσω της συνεργασίας μόνο 1 ζεύγους οδόντων .....	46
Εικόνα 33 - Στιγμιότυπο t2, η μεταφορά ροπής γίνεται μέσω συνεργασίας 2 ζευγών οδόντων η πίεση επιφανείας στους αρχικά συνεργαζόμενο ζεύγος μειώνεται.....	46
Εικόνα 34 - Στιγμιότυπο t3, η μεταφορά ροπής γίνεται μέσω συνεργασίας του δεύτερου ζεύγους και ο εγκλωβισμένος όγκος του ρευστού έχει πλέον διαρρεύσει στο θάλαμο αναρρόφησης .....	46

Εικόνα 35 - Αναπαράσταση υδραυλικού κυκλώματος για την περίπτωση Α .....	48
Εικόνα 36 - Αναπαράσταση υδραυλικού κυκλώματος για την περίπτωση Β .....	48
Εικόνα 37 - Αναπαράσταση υδραυλικού κυκλώματος για την περίπτωση Γ .....	49
Εικόνα 38 - Αρίθμηση θαλάμων και οδόντων του ενός τροχού .....	50
Εικόνα 39 - Γωνίες για τον προσδιορισμό θέσης των θαλάμων .....	50
Εικόνα 40 - Το τμήμα επαφών από την έναρξη τη συνεργασίας του νέου ζεύγους έως το σημείο κυλίσεως .....	51
Εικόνα 41 - Διάγραμμα εξέλιξης της αντίστασης ροής μεταξύ επόμενου και προηγούμενου θαλάμου για δύο διαδοχικούς θαλάμους.....	53
Εικόνα 42 - Το συνολικό διάγραμμα του μοντέλου προσομοίωσης λειτουργίας της αντλίας στο λογισμικό Simulink-MATLAB.....	54
Εικόνα 43 - Δύο στιγμιότυπα κατά τη λειτουργία της αντλίας, στο αριστερό στιγμιότυπο το ρευστό "συναντά" 4 εντοπισμένες απώλειες ώστε να επιστρέψει στην αναρρόφηση από την κατάθλιψη, ενώ στην άλλη περίπτωση 5 .....	61
Εικόνα 44 - Σκαρίφημα του μηχανισμού cam follower .....	66
Εικόνα 45 - Αισθητήρας πίεσης όπου η αξονική μετατόπιση του bellow μεταφράζεται ως πίεση ....	70
Εικόνα 46 - Σχεδιαστική λύση Α' .....	71
Εικόνα 47 - Σχεδιαστική λύση Β' .....	72
Εικόνα 48 - Βασική γεωμετρία μεταλλικού bellow και οι αντίστοιχες διαστάσεις.....	74
Εικόνα 49 - Παραμορφωμένες κοιλότητες bellow .....	74
Εικόνα 50 - Λεπτομέρεια κατά την παραμόρφωση μίας κοιλότητας.....	75
Εικόνα 51 - Παραμορφωμένη κοιλότητα βάσει των παραδοχών .....	76
Εικόνα 52 - Η μεταβολή της επιφάνειας των κοιλοτήτων (διαμήκης τομή) .....	76
Εικόνα 53 - Η διακριτοποίηση του πλέγματος .....	82
Εικόνα 54 - Η διακριτοποίηση του πλέγματος από (κόμβοι ανά γωνία) .....	82
Εικόνα 55 - Η σχεδιασμένη επιφάνεια του bellow σχεδιασμένη σε λογισμικό SolidWorks.....	83
Εικόνα 56 - Καμπύλες και επιφάνειες όπου επιβάλλονται οι αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες .....	83
Εικόνα 57 - Κινηματική του μηχανισμού διωστήρα στροφάλου .....	89
Εικόνα 58 - Οι ταχύτητες των συγκεντρωμένων μαζών κατά τη λειτουργία του μηχανισμού.....	91
Εικόνα 59 - Αναπτυσσόμενες δυνάμεις κατά τη λειτουργία του μηχανισμού .....	93
Εικόνα 60 - Γεωμετρικά στοιχεία της μαντοκίνησης.....	95
Εικόνα 61 - Το ισοδύναμο υδραυλικό σύστημα συμπεριλαμβανομένου του ενεργητικού συστήματος .....	97
Εικόνα 62 - Διάγραμμα ροής αλγορίθμου.....	99
Εικόνα 63 - Όψη του συναρμολογήματος του ενεργητικού συστήματος σε τομή.....	108
Εικόνα 64 - Όψη συναρμολογήματος εμβόλου – Bellow σε ημιτομή.....	109

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1 -Γεωμετρικά χαρακτηριστικά κελύφους αντλίας .....	24
Πίνακας 2 - Γεωμετρία τροχών αντλίας.....	25
Πίνακας 3 – Χαρακτηριστικά του κινηματικού παλμού παροχής με τροχούς κλειστής τροχιάς επαφών.....	29
Πίνακας 4 - Υποσυστήματα του δομικού διαγράμματος του μοντέλου της αντλίας .....	54
Πίνακας 5 - Κινούμενα μέλη των μηχανισμών .....	72
Πίνακας 6 - Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των bellow που υπάρχουν διαθέσιμα στην αγορά .....	79
Πίνακας 7 - Απαιτούμενες μετατοπίσεις και απαιτούμενος αριθμός κοιλοτήτων για κάθε bellow ...	81
Πίνακας 8 - Όγκος και ελαστικότητα ρευστού ανά κοιλοότητα bellow .....	87
Πίνακας 9 - Ελαστικότητα των bellow και του αντίστοιχου ρευστού που εμπεριέχεται εντός του bellow.....	87
Πίνακας 10 - Συσχέτιση της συνολικής ελαστικότητας που προέκυψε για κάθε bellow σε σχέση με έναν λεπτότοιχο κύλινδρο .....	88
Πίνακας 11 - Βέλτιστες παράμετροι που προέκυψαν από τον αλγόριθμο για διάφορες τιμές της πίεσης λειτουργίας .....	102
Πίνακας 12 - Το μέγεθος του παλμού παροχής που προκύπτει από την προσομοίωση με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος (για βέλτιστες παραμέτρους).....	102
Πίνακας 13 – Προκύπτων μέγεθος παλμού παροχής από την προσομοίωση με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος (με σταθερές παραμέτρους τις βέλτιστες για πίεση λειτουργίας 60 bar).....	103
Πίνακας 14 - Πίνακας των τεμαχίων του μηχανισμού της εικόνας 63.....	108
Πίνακας 15 - Πίνακας τεμαχίων του συναρμολογήματος που παρουσιάζεται στην εικόνα 64 .....	109

# 1. Εισαγωγή

## 1.1 Θέμα και στόχος εργασίας

Στο σύγχρονο χώρο της μηχανολογίας έχουν αυξηθεί οι απαιτήσεις αξιοπιστίας, ακρίβειας και απόδοσης των μηχανολογικών συστημάτων. Ο τομέας των υδραυλικών είναι αναμφίβολα ένας κλάδος που προσελκύει ιδιαίτερα το ερευνητικό ενδιαφέρον, καθώς αναζητούνται διαρκώς τρόποι βελτίωσης των υφιστάμενων λύσεων και σχεδιασμού νέων μηχανισμών. Ένα από τα σημαντικότερα ζητήματα που καλούνται να αντιμετωπίσουν οι ερευνητές σε αυτόν τον κλάδο είναι ο σχεδιασμός χαμηλού κόστους και υψηλών επιδόσεων αντλιών θετικής μετατόπισης.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται η ανάλυση του τρόπου λειτουργίας των γρاناζωτών αντλιών και των λόγων αυξομείωσης της παροχής τους κατά τη λειτουργία. Επιπλέον έγινε σχετική διερεύνηση για τους πιθανούς τρόπους μείωσης του παλμού παροχής με ενεργητικά συστήματα. Ακολούθησε ο σχεδιασμός ενός ενεργητικού συστήματος απόσβεσης του παλμού παροχής μίας συγκεκριμένης γρاناζωτής αντλίας εξωτερικής οδόντωσης όπου και έγινε η προσομοίωση του συνολικού συστήματος. Ειδικότερα επιτεύχθηκε:

- Υπολογισμός κινηματικού παλμού παροχής γρاناζωτής αντλίας με όμοιους τροχούς που έχουν είτε κλειστή είτε ανοιχτή τροχιά επαφών.
- Προσέγγιση των παροχών των διαρροών εντός της γρاناζωτής αντλίας με αναλυτικές λύσεις.
- Μοντελοποίηση και προσομοίωση της λειτουργίας της γρاناζωτής αντλίας.
- Ανάλυση των εναλλακτικών ενεργητικών συστημάτων για την απόσβεση του παλμού παροχής και επιλογή της καλύτερης λύσης.
- Μοντελοποίηση του συστήματος αντλίας – ενεργητικού συστήματος.
- Προσομοίωση λειτουργίας και εύρεση των βέλτιστων παραμέτρων του ενεργητικού συστήματος για μέγιστη απόσβεση του παλμού παροχής σε ένα εύρος πιέσεων λειτουργίας.
- Σχεδιασμός του ενεργητικού συστήματος μείωσης παλμών παροχής.

Οι απαραίτητοι κώδικες για τον υπολογισμό του κινηματικού παλμού παροχής, την εύρεση βέλτιστων κατατομών οδόντων κλειστής τροχιάς επαφών, για διάφορους υπολογισμούς που απαιτεί το μοντέλο της προσομοίωσης αλλά και ο αλγόριθμος εύρεσης των βέλτιστων παραμέτρων του ενεργητικού υποσυστήματος, δημιουργήθηκαν μέσω του λογισμικού MATLAB. Επισημαίνεται πως για την προσομοίωση τόσο της αντλίας όσο και του συστήματος αντλία – ενεργητικού υποσυστήματος έγινε η χρήση του λογισμικού Simulink – MATLAB. Επίσης χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό ANSYS για την επίλυση ενός προβλήματος ελαστικότητας.

## 1.2 Δομή

### Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>

Περιλαμβάνεται μία σύντομη βιβλιογραφική έρευνα για τους τρόπους απόσβεσης παλμών παροχής που έχουν μελετηθεί από διάφορους ερευνητές και τα βασικά αποτελέσματά τους.

### Κεφάλαιο 3°

Σε αυτό το κεφάλαιο καταστρώνονται οι εξισώσεις υπολογισμού του κινηματικού παλμού παροχής που προκύπτει για αντλίες με οδοντωτούς τροχούς κλειστής και ανοιχτής τροχιάς επαφών. Αναλύεται η προβληματική λειτουργία που φέρουν οι τροχοί ευθείας οδόντωσης με κλειστή τροχιά επαφών και καταγράφονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τον κινηματικό παλμό παροχής μίας υφιστάμενης αντλίας με οδοντωτούς τροχούς ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης.

### Κεφάλαιο 4°

Περιλαμβάνει τον υπολογισμό των ροών μεταξύ των διάφορων θαλάμων που δημιουργούνται κατά τη λειτουργία μίας γρاناζωτής αντλίας εξωτερικής οδόντωσης. Καταστρώνονται οι διαφορικές εξισώσεις της πίεσης του κάθε θαλάμου και δομείται το μοντέλο για την προσομοίωση της λειτουργίας της αντλίας. Τέλος παρουσιάζονται κάποια διαγράμματα των αποκρίσεων των μεταβλητών κατάστασης της αντλίας για διάφορες πιέσεις.

### Κεφάλαιο 5°

Προσδιορίζονται οι προδιαγραφές που πρέπει να πληρεί το προτεινόμενο ενεργητικό σύστημα απόσβεσης παλμού παροχής. Αναλύονται οι εναλλακτικές λύσεις και γίνεται η επιλογή της τελικής σχεδιαστικής λύσης. Στη συνέχεια δομείται το αντίστοιχο μοντέλο προσομοίωσης του όλου συστήματος και ο αλγόριθμος προσδιορισμού των βέλτιστων παραμέτρων του ενεργητικού συστήματος.

### Κεφάλαιο 6°

Παρατίθενται τα συνολικά αποτελέσματα που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις και η μείωση του παλμού παροχής με τη λειτουργία του προτεινόμενου ενεργητικού μηχανισμού για τις βέλτιστες παραμέτρους του ενεργητικού συστήματος.

### Παραρτήματα

Αρχικά το παράρτημα Α περιλαμβάνει πρόσθετες σχέσεις και εξισώσεις, οι οποίες δεν αναφέρθηκαν στον κορμό του κύριου κειμένου, αλλά χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση. Εν συνεχεία, στο παράρτημα Β παρουσιάζεται η σχεδίαση του συστήματος με χρήση Simulink, ενώ στο παράρτημα Γ αναγράφονται οι κώδικες που αναπτύχθηκαν για την ανάλυση, στο προγραμματιστικό περιβάλλον της MATLAB.



## 2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Με σκοπό την ανάδειξη αλλά και τη μελέτη των υφιστάμενων ερευνών που αφορούν την απόσβεση των παλμών παροχής κατά τη λειτουργία των αντλιών θετικής μετατόπισης με εξωτερική οδόντωση, κρίθηκε σκόπιμο να γίνει η αντίστοιχη βιβλιογραφική έρευνα. Το ζήτημα βελτίωσης της απόδοσης των αντλιών αυτών μέσω της εξομάλυνσης ή ακόμη και μηδενισμού του παλμού παροχής ερευνάτε από διάφορους μηχανικούς από τις αρχές της δεκαετίας του 1960. Ωστόσο, ιδιαίτερα τις δύο τελευταίες δεκαετίες οι απαιτήσεις των σύγχρονων υδραυλικών συστημάτων έχουν κεντρίσει ιδιαίτερα το ερευνητικό ενδιαφέρον στο πεδίο της βελτίωσης της λειτουργίας των γρاناζωτών αντλιών.

Η αξιοπιστία, η μεγάλη πυκνότητα ισχύος σε σχέση με το χαμηλό κόστος και την απλότητά τους είναι τα βασικά χαρακτηριστικά των γρاناζωτών αντλιών (Ivantysyn and Ivantysynova, 2003). Η απόδοσή τους όμως επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τις διακυμάνσεις της παροχής στην έξοδο τους, δηλαδή τους παλμούς παροχής (Zhao and Vacca, 2019). Αυτοί οι παλμοί παροχής και κατά συνέπεια παλμοί πίεσης που αναπτύσσονται στην έξοδο του κλάδου κατάθλιψης προκαλούν ταλαντώσεις, κόπωση και φθορές στα υδραυλικά στοιχεία του κυκλώματος (Rabi, 2009; Κωστόπουλος, 2009).

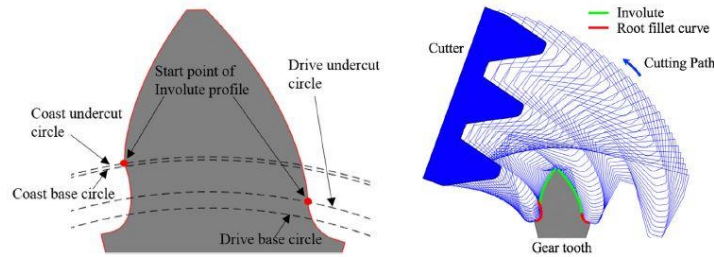
Τα στοιχεία που προκύπτουν από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση χωρίζονται σε τρεις υποενοότητες ως προς τις λύσεις που μελετώνται για την απόσβεση παλμών παροχής. Η μεταβολή της γεωμετρίας των οδοντωτών τροχών είτε των στατικών μερών της αντλίας αποτελεί την πρώτη κατηγορία (Nagamura et al., 2004; Zhao and Vacca, 2018; Σπιτάς, 2001; Τζανόπουλος, 2021). Η δεύτερη κατηγορία έχει ως αντικείμενο μελέτης την εύρεση παθητικών τρόπων μείωσης του παλμού παροχής όπως για παράδειγμα συσσωρευτές (Zhao et al., 2019), συντονιστές Helmholtz (Earnhart and Cunefare, 2012; Kela, 2009) ή υδραυλικούς αποσβεστήρες (mufflers)(Kumar et al.,2018). Η τρίτη κατηγορία αφορά ενεργητικά συστήματα απόσβεσης παλμού παροχής μέσω επενέργειας στον κλάδο κατάθλιψης στην έξοδο της αντλίας. Τα ενεργητικά συστήματα που έχουν μελετηθεί είναι κυρίως στηριζόμενα σε μετρήσεις και έλεγχο μέσω Η/Υ που είτε χρησιμοποιούνται ηλεκτρομαγνητικές υδραυλικές βαλβίδες (servo attenuator) (Pan et al., 2013) είτε χρησιμοποιούν πιεζοηλεκτρικά στοιχεία (PZTs) (Wang and Johnston, 2008; Wang, 2008).

### 2.1 Βελτίωση Λειτουργίας Γρاناζωτών Αντλιών με Μεταβολή της Γεωμετρίας των Συνεργαζόμενων Τροχών

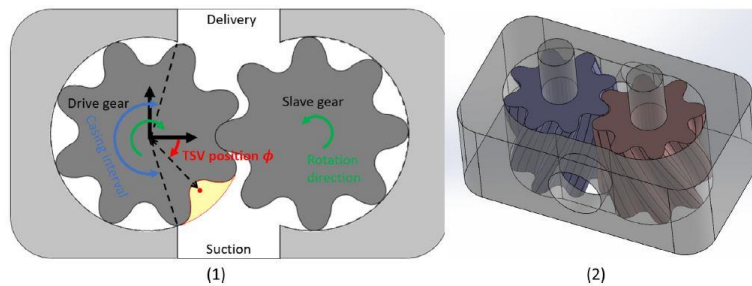
Οι σχετικές έρευνες που μελετούν τη βελτίωση των χαρακτηριστικών του παλμού παροχής για γρاناζωτές αντλίες ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης (Huang and Lian, 2009; Manring and Kasaragadda, 2003) συμφωνούν στο ότι η αύξηση του αριθμού των οδόντων μειώνει τις διακυμάνσεις της παροχής στην έξοδο της αντλίας (εικόνα 4). Όπως έδειξαν με προσομοιώσεις αλλά και με πειραματικές μετρήσεις οι Zhao και Vacca (2017), αντλίες που έχουν οδοντωτούς τροχούς με μη συμμετρικές κατατομές οδόντων (εικόνα 1), μπορούν να μειώσουν τον παλμό παροχής έως και 3% σε σχέση με αυτόν που έχουν οι αντίστοιχες αντλίες με συμμετρικές κατατομές οδόντων.

Σύμφωνα με την έρευνα των Battarra και Mucchi (2016), όπου έγινε θεωρητική και πειραματική μελέτη της λειτουργίας αντλιών σε σειρά με εξειλιγμένη ελικοειδής οδόντωση, προκύπτει μείωση

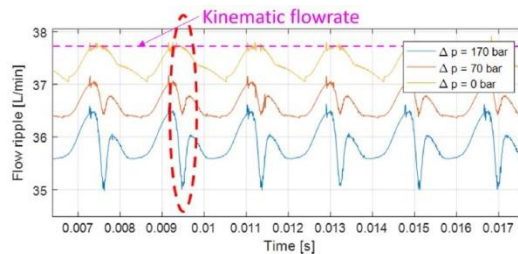
του παλμού παροχής αλλά και μικρότερες αυξομειώσεις ροπής στην άτρακτο της αντλίας. Αντλίες με ελικοειδή οδόντωση όπου έχουν κλειστή τροχιά επαφών (εικόνα 2) μελετήθηκαν ως προς τον παλμό παροχής από τους Zhao και Vacca (2018). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο παλμός παροχής έχει μικρότερο πλάτος από ότι αντίστοιχες αντλίες με τροχούς ευθείας εξελιγμένης οδόντωσης και μάλιστα ο κινηματικός παλμός παροχής μπορεί να προκύψει σταθερός για συγκεκριμένη γωνία ελίκωσης (εικόνα 3).



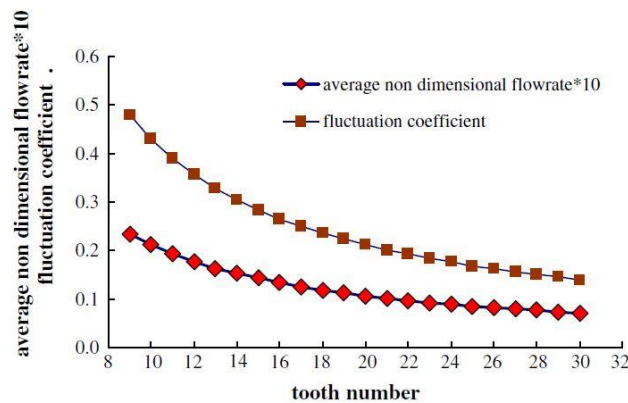
Εικόνα 1 - (Zhao και Vacca, 2017)



Εικόνα 2 - (Zhao και Vacca, 2018)



Εικόνα 3 - Αποτελέσματα (Zhao και Vacca, 2018)



Εικόνα 4 - (Huang and Lian, 2009)

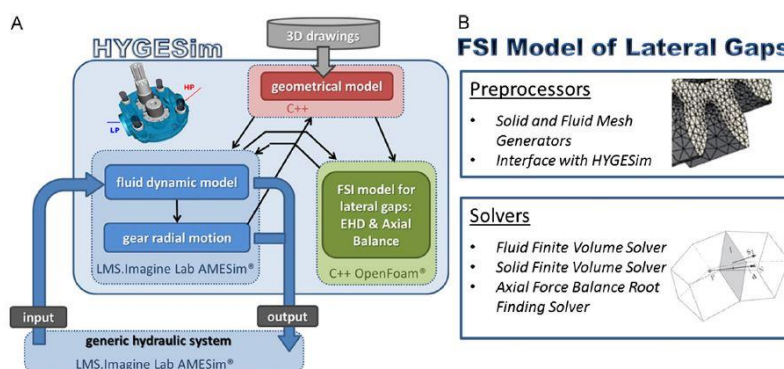
## 2.2 Εξομάλυνση Παλμού Παροχής και Πίεσης με Παθητικά Συστήματα

Ένας ειδικά σχεδιασμένος για απόσβεση παλμών παροχής συσσωρευτής (εικόνα 7) μελετήθηκε από τους Zhao et al. (2019). Τα πειραματικά στοιχεία ανέδειξαν πως ο συνδυασμός ενός κοινού συσσωρευτή με τον «νέο» συσσωρευτή που μελέτησαν ανταπεξέρχεται σε αποσβέσεις μεγάλου πλάτους παλμών παροχής. Σχετική έρευνα έγινε και από τους Kumar et al. (2018), για το πώς επηρεάζει η χωρητικότητα του συσσωρευτή τη δυνατότητα απόσβεσης παλμών πίεσης καταλήγοντας πως μικρής χωρητικότητας συσσωρευτές ανταπεξέρχονται καλύτερα σε υψηλ συχνά φαινόμενα (εικόνα 8).

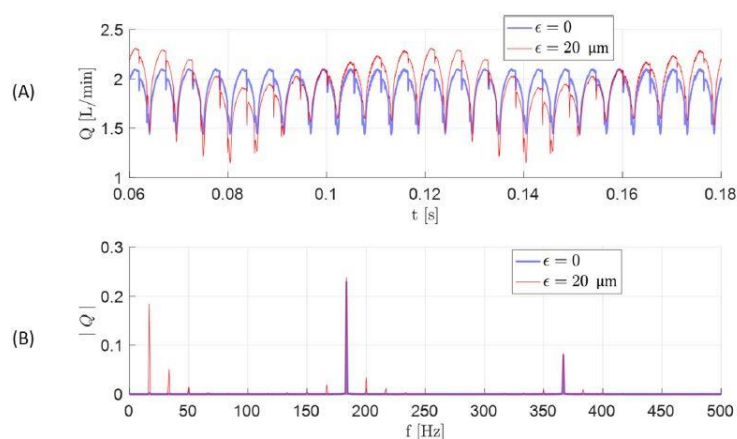
Άλλοι ερευνητές (Rituraj et al., 2019) μελέτησαν το πώς επηρεάζουν τα κατασκευαστικά σφάλματα των τροχών και του κελύφους της αντλίας τον παραγόμενο παλμό παροχής. Όπως φαίνεται στην αντίστοιχη εικόνα (εικόνα 6) η εκκεντρότητα των τροχών σε σχέση με την ονομαστική τιμή μπορεί να φέρει επιπλέον διακύμανση του παλμού παροχής με συχνότητα ίδια με την ταχύτητα περιστροφής.

Ελαστοδυναμική ανάλυση διεξάχθηκε από τους Mucchi et al. (2010) όπου μελέτησαν τη μεταβολή του παλμού παροχής σε σχέση με τη μεταβολή των διακένων εντός της αντλίας λόγω παραμόρφωσης των τροχών.

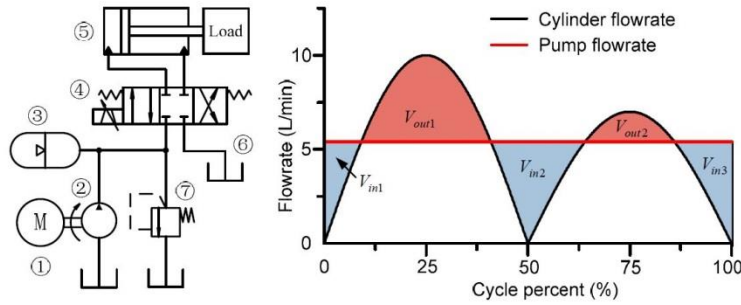
Σημαντικό μέρος της έρευνας (Dhar and Vacca, 2013; Rituraj et al., 2019; Rituraj and Vacca, 2021) αποσκοπεί στη μοντελοποίηση της αντλίας με σκοπό την κατανόηση του πως οι στατικές γεωμετρίες (κέλυφος αντλίας, θάλαμος αναρρόφησης και κατάθλιψης) μπορούν να βελτιώσουν τα χαρακτηριστικά του παλμού παροχής. Ένα τέτοιο λογισμικό είναι το HYGESim (εικόνα 5)



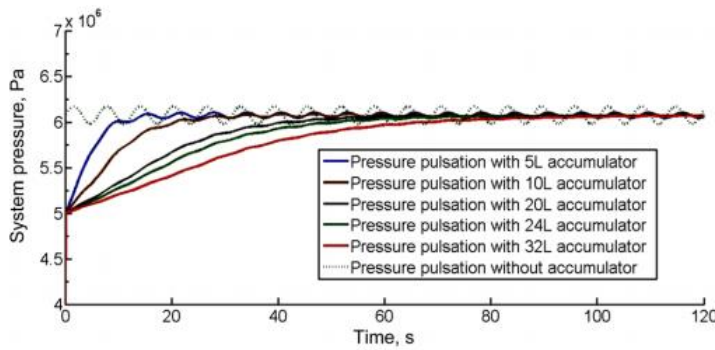
Εικόνα 5 - HYGESim (Dhar and Vacca, 2013)



Εικόνα 6 - Rituraj et al., 2019



Εικόνα 7 - (Zhao et al., 2019)

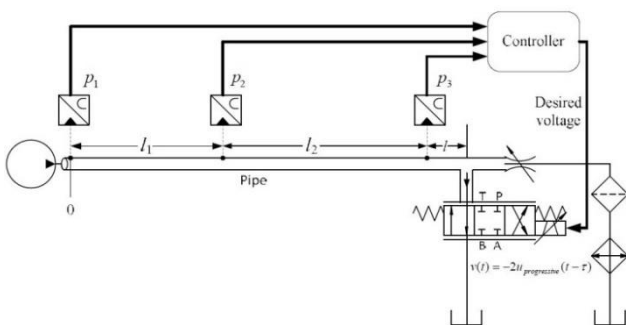


Εικόνα 8 - (Kumar et al., 2018)

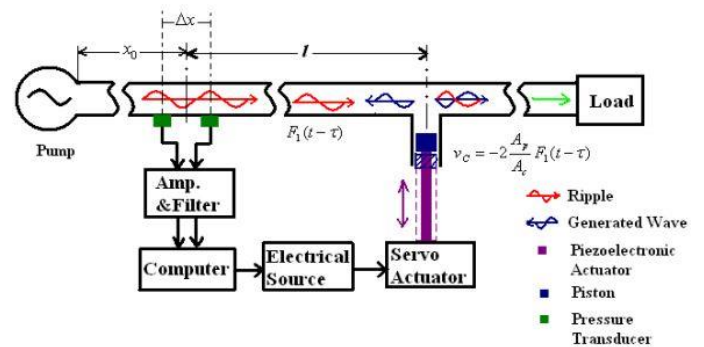
### 2.3 Εξομάλυνση Παλμού Παροχής και Πίεσης με Ενεργητικά Συστήματα

Μία εκτενής έρευνα για ενεργητικά συστήματα απόσβεσης παλμών παροχής αντλιών διεξαχθεί από τον Wang (2008). Το προτεινόμενο σύστημα (εικόνα 10) επενεργεί μέσω πιεζοηλεκτρικών στοιχείων που μπορούν να αναπαράγουν μικρούς παλμούς παροχής αναιρώντας αυτούς που προκαλεί η αντλία. Οι συχνότητες που είναι επιτεύξιμες με αυτή τη μέθοδο φτάνουν έως και τα 1.5KHz χωρίς όμως τη δυνατότητα απόσβεσης παλμών μεγάλου πλάτους.

Αντίστοιχη μελέτη πραγματοποιήθηκε από τους Pan et al. (2013). Η έρευνα ανέδειξε ότι με κατάλληλο σχεδιασμό ενός attenuator μπορεί να επιτευχθεί αρκετά σημαντική μείωση του παλμού παροχής εντός της σωλήνωσης (εικόνα 9).



Εικόνα 10 - (Pan et al., 2013)



Εικόνα 9 - (Wang, 2008)



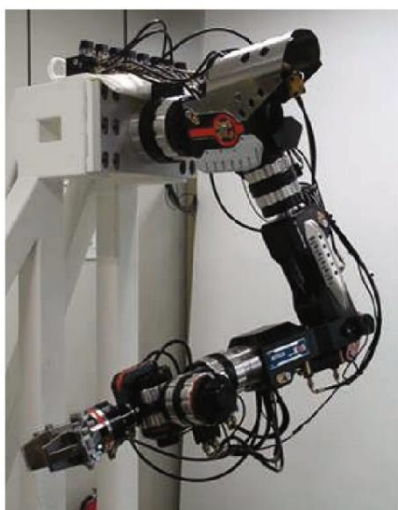
### 3. Κινηματικός Παλμός Παροχής Γραναζωτής Αντλίας Εξωτερικής Οδόντωσης

#### 3.1 Γενικά στοιχεία αντλιών θετικής μετατόπισης

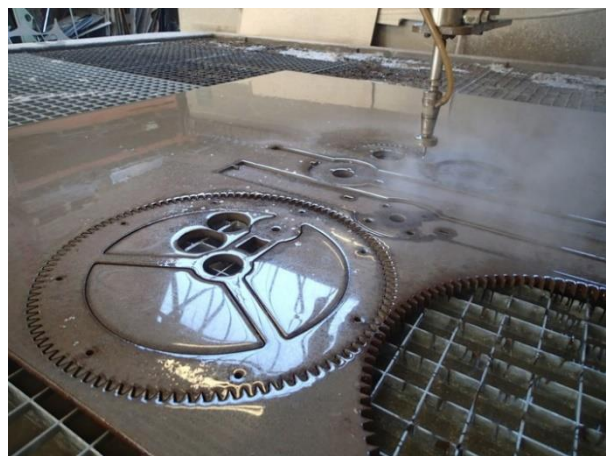
Η αρχή λειτουργίας των αντλιών θετικής μετατόπισης είναι η μεταφορά ενός όγκου ρευστού από έναν χώρο σε έναν άλλο με την βοήθεια ενός κινηματικού μηχανισμού, ο οποίος μετατρέπει τη μηχανική ισχύ σε υδραυλική μέσω της πρόσδοσης ενέργειας στο ρευστό. Τα κινούμενα μέρη της αντλίας δημιουργώντας κενό στην αναρρόφηση, δίνουν την δυνατότητα στο ρευστό να εισέλθει στους θαλάμους που δημιουργούνται, από τον σωλήνα αναρρόφησης στην αντλία. Στη συνέχεια μέσω του εκάστοτε μηχανισμού μεταφέρουν το ρευστό στο σωλήνα κατάθλιψης χωρίς να είναι δυνατή η επιστροφή του στο χώρο αναρρόφησης. Γίνεται κατανοητό πως οι αντλίες θετικής μετατόπισης δεν αυξάνουν την πίεση απαραίτητα καθώς η πίεση στον κλάδο κατάθλιψης προκύπτει από την αντίστοιχη «αντίσταση» που συναντά η ροή του ρευστού.

Οι αντλίες θετικής μετατόπισης και γενικότερα τα υδραυλικά συστήματα έχουν εφαρμογή σε μεγάλο κομμάτι της βιομηχανίας και ιδιαίτερα όταν απαιτούνται μεγάλες δυνάμεις σε περιορισμένο χώρο. Αυτό αιτιολογείται από το γεγονός ότι μπορούν να διακινούν το υδραυλικό ρευστό σε μεγάλες πιέσεις ώστε να προκύπτουν μεγάλες δυνάμεις ακόμη και με μικρές διατομές. Η ομαλή λειτουργία, ο εύκολος έλεγχος συστημάτων, η αξιοπιστία και η απλότητά τους είναι αναμφίβολα τα κύρια πλεονεκτήματά τους. Μερικές από τις εφαρμογές όπου χρησιμοποιούνται υδραυλικά συστήματα είναι:

- Βιομηχανία (πρέσες, ανυψωτικά κα)
- Γεωργικά μηχανήματα (συστήματα μετάδοσης κίνησης, γεωτρύπανα κα)
- Συστήματα ελέγχου (ρομποτικοί βραχίονες, επενεργητές)
- Μέσα μεταφοράς (συμπλέκτες υγρής τριβής, συστήματα πλοήγησης)
- Εργαλειομηχανές (CNC, υδροκοπές)



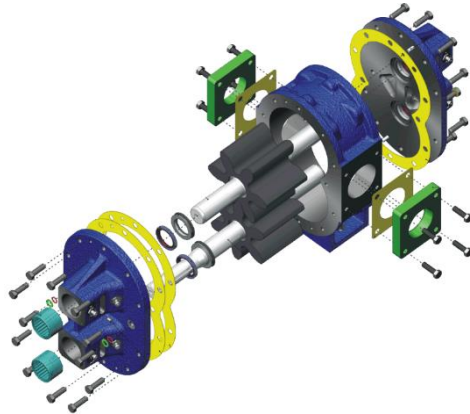
Εικόνα 12 - Ρομποτικός βραχίονας με υδραυλικούς επενεργητές



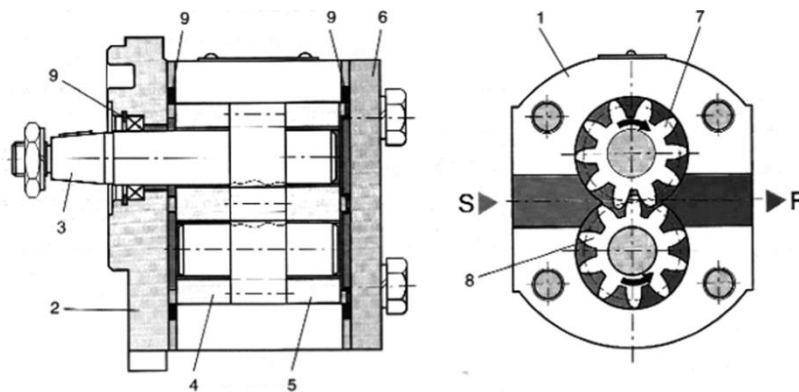
Εικόνα 11 - Υδροκοπή οδοντώσεων μικρού πάχους

### 3.2 Περιγραφή της Δομής και της Λειτουργίας Αντλιών Εξωτερικής Οδόντωσης

Η βασική δομή των αντλιών εξωτερικής οδόντωσης παρουσιάζεται στην εικόνα 14, ενώ στην εικόνα 13 παρουσιάζεται ένα ανοιγμένο συναρμολόγημα όπου φαίνονται περισσότερα στοιχεία.



Εικόνα 13 - Συναρμολόγημα γινααζωτής αντλίας εξωτερικής οδόντωσης σε σχεδιαστικό περιβάλλον



Εικόνα 14 - Όψεις συναρμολογήματος γινααζωτής αντλίας εξωτερικής οδόντωσης

Τα στοιχεία που αριθμούνται στην εικόνα 14 αποτελούν τα κύρια στοιχεία που φέρουν οι γινααζωτές αντλίες, τα οποία είναι:

1. Κέλυφος
2. Φλάντζα
3. Κινητήρια άτρακτος
4. Άνω έδραση
5. Κάτω έδραση
6. Καπάκι
7. Κινητήριος τροχός
8. Οδηγούμενος τροχός
9. Στεγανωτικός δακτύλιος

Ο κινητήριος τροχός μεταφέρει τη στρεπτική ροπή στον οδηγούμενο μέσω του συνεργαζόμενου ζεύγους οδόντων (ή μέσω των συνεργαζόμενων ζευγών). Με την περιστροφή των τροχών το ρευστό που εγκλωβίζεται εντός των θαλάμων που δημιουργούνται μεταξύ των δοντιών και του κελύφους μεταφέρεται στην κατάθλιψη. Με την αύξηση της πίεσης στον κλάδο κατάθλιψης αυξάνεται η αναπτυσσόμενη ροπή μεταξύ του κινητήριου και οδηγούμενου τροχού. Ο λόγος που το ρευστό δεν διαρρέει στην αναρρόφηση μέσω του σημείου επαφής των οδοντωτών τροχών είναι η πίεση επιφανείας που αναπτύσσεται μεταξύ των συνεργαζόμενων οδόντων στο σημείο επαφής.

Εντός της αντλίας όμως υπάρχουν διαρροές οι οποίες οφείλονται κυρίως στα διάκενα μεταξύ των κινούμενων τροχών και των στατικών τοιχωμάτων – κελύφους. Ωστόσο αυτές οι διαρροές είναι πολύ μικρότερες σε σχέση με την παροχή στην έξοδο της αντλίας. Οι διαρροές αυξάνονται με την αύξηση της πίεσης στον κλάδο κατάθλιψης και συνεπώς ο ογκομετρικός βαθμός απόδοσης της αντλίας μειώνεται. Συνήθεις τιμές του ογκομετρικού βαθμού απόδοσης για γρاناζωτές αντλίες ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης για λειτουργία υπό την ονομαστική πίεση είναι 85% με 90%.

Οι γρاناζωτές αντλίες εξωτερικής οδόντωσης έχουν συγκριτικά με τις υπόλοιπες αντλίες θετικής μετατόπισης μεσαίες τιμές παροχής και δυνατότητας ανύψωσης πίεσεως. Τα εύρη παροχής και μέγιστης πίεσεως για την πλειονότητα αυτών των αντλιών είναι αντίστοιχα 5-40 [L/min] και 40-300 [bar].

### 3.2.1 Τα χαρακτηριστικά της υπό μελέτης αντλίας

Πρέπει να σημειωθεί πως οι αναλύσεις που ακολουθούν είναι γενικευμένες αλλά οι υπολογισμοί γίνονται για μία συγκεκριμένη γεωμετρία αντλίας η οποία έχει μελετηθεί και από άλλο ερευνητή (Τζανόπουλος, 2021). Η μελέτη της συγκεκριμένης αντλίας γίνεται γιατί η έρευνα έχει πρακτικό σκοπό τη διεξαγωγή πειραμάτων ώστε να τεκμηριωθεί με πειραματικά δεδομένα η προτεινόμενη λύση που δίνεται στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αντλίας καταγράφονται στον πίνακα 1.

Γεωμετρικά Μεγέθη	Τιμές
Απόσταση αξόνων	32.59 mm
Ακτίνα κελύφους από τον άξονα περιστροφής του τροχού	19.5 mm
Γωνία τόξου κελύφους	210°
Πλάτος οδοντωτών τροχών	10 mm

Πίνακας 1 -Γεωμετρικά χαρακτηριστικά κελύφους αντλίας

Τα χαρακτηριστικά τις εξειλιγμένης οδόντωσης παρουσιάζονται στον πίνακα 2.



Γεωμετρικά Στοιχεία Τροχού	Τιμές
Αριθμός οδόντων Z τροχού	10
Ακτίνα βασικού κύκλου $r_g$	14.05 mm
Γωνία εξειλιγμένης στον κύκλο κυλίσεως $\alpha_o$	20°
Module m	3 mm
Ακτίνα κεφαλής $r_k$	19.47 mm
Συντελεστής κεφαλής $h_k$	1
Συντελεστής ποδός $h_f$	1.2
Συντελεστής μετατόπισης x	0.49

Πίνακας 2 - Γεωμετρία τροχών αντλίας

### 3.3 Κινηματικός Παλμός Παροχής Γραναζωτής Αντλίας

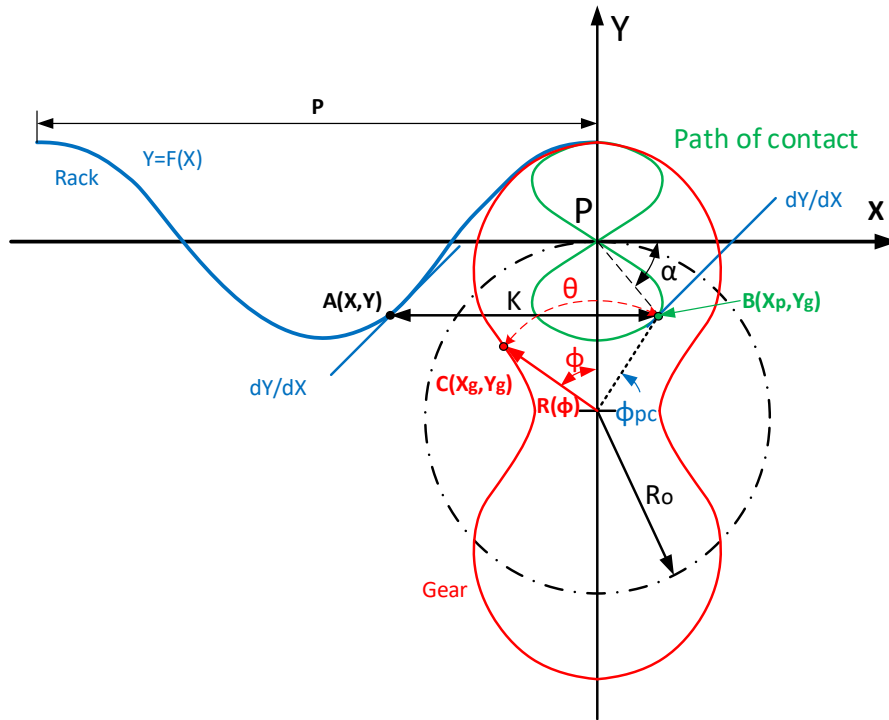
Οι εξωτερικής οδόντωσης γραναζωτές αντλίες θετικής μετατόπισης χαρακτηρίζονται εκτός των άλλων και από τον κινηματικό παλμό παροχής τους. Ως κινηματικός παλμός παροχής ορίζεται η μερική παράγωγος της μεταβολής του όγκου ως προς τη γωνία περιστροφής των τροχών  $\frac{dV}{d\theta}$ . Πρόκειται για ένα πολύ σημαντικό όρο καθώς από αυτόν προκύπτει η μέση παροχή ανά περιστροφή καθώς επίσης και το πλάτος «κυμάτωσης» του παλμού παροχής.

Στη συνέχεια ακολουθεί η μέθοδος υπολογισμού του κινηματικού παλμού παροχής ανεξαρτήτως της γεωμετρίας της οδόντωσης. Η ανάλυση γίνεται αρκετά πιο εύκολη εάν εισάγουμε τη γεωμετρία του κανόνα καθώς διευκολύνει την αντιστοιχία σημείων μεταξύ τροχού και τροχιάς επαφών.

#### 3.3.1 Τροχιά επαφών, κοπτικός κανόνας και τα αντίστοιχα σημεία συνεργαζόμενων τροχών

Όπως θα φανεί στη συνέχεια της εργασίας ο κινηματικός παλμός παροχής εξαρτάται άμεσα από τη γεωμετρία των οδοντωτών τροχών και κυρίως από την τροχιά επαφών. Για το λόγο αυτό κρίνεται σκόπιμο, για λόγους πληρότητας, να καταγραφεί μία βασική ανάλυση που συνδέει τη γεωμετρία των τροχών και την τροχιά επαφών που προκύπτει κατά τη συνεργασία τους. Σημειώνεται πως η μελέτη που ακολουθεί αφορά σε αντλίες με όμοιους τροχούς, δηλαδή η σχέση μετάδοσης είναι ίση με 1,  $i_{12} = 1$ .

Στην εικόνα (15) αποτυπώνεται το σύστημα συντεταγμένων ΧΡΥ, όπου το σημείο Ρ αποτελεί την αρχή των αξόνων η οποία συμπίπτει με το σημείο κυλίσεως του τροχού και του κανόνα συνεπώς αποτελεί και σημείο της τροχιάς επαφών. Ο άξονας των Χ, ταυτίζεται με την αρχική ευθεία του κανόνα και ο άξονας των Υ ακολουθεί την ακτίνα του τροχού προς τα έξω. Επίσης φαίνονται, η κατατομή του κανόνα  $Y = F(X)$ , η τροχιά επαφών και η κατατομή του παραγόμενου οδοντωτού τροχού, ο οποίος έχει ακτίνα αρχικού κύκλου  $R_o$ .



Εικόνα 15 - Κανόνας, παραγόμενος τροχός και η αντίστοιχη τροχιά επαφών

Το σημείο  $A(X,Y)$  της κατατομής του κανόνα είναι το αντίστοιχο σημείο  $B(X_{pc}, Y_{pc})$  της τροχιάς επαφών του σημείου  $C(X_g, Y_g)$  του παραγόμενου τροχού. Όταν ο κανόνας κινηθεί κατά απόσταση  $K$  πάνω στη διεύθυνση  $X$  ο τροχός περιστρέφεται κατά γωνία  $\theta$  όπου το σημείο του κανόνα  $A(X,Y)$  και του τροχού  $C(X_g, Y_g)$  θα συμπέσουν με το σημείο  $B(X_p, Y_p)$  της τροχιάς επαφών. Συνεπώς:

$$Y_{pc} = Y \quad (3.1)$$

$$X_{pc} = X + K \quad (3.2)$$

Σύμφωνα με τον βασικό νόμο οδοντώσεως, η κοινή κάθετος επί των συνεργαζόμενων κατατομών στο σημείο επαφής τους, πρέπει να διέρχεται από το σημείο κυλίσεως  $P$  ώστε οι ταχύτητες στην κοινή κάθετο να έχουν ίδιες προβολές. Δηλαδή, η ευθεία  $PB$  αποτελεί την κοινή κάθετο των συνεργαζόμενων κατατομών στο σημείο επαφής  $B$ . Η εφαπτόμενη του κανόνα στο σημείο  $B$  έχει κλίση ίση με  $\frac{dY}{dX}$ . Επίσης, η κατατομή του κανόνα στο σημείο  $B$  και η ευθεία  $PB$  είναι κάθετες, επομένως θα ισχύει:

$$\frac{dY}{dX} \tan \alpha = -1 \quad (3.3)$$

Ισχύει:

$$\tan \alpha = \frac{Y_{pc}}{X_{pc}} \quad (3.4)$$

$$\tan \alpha = \frac{Y}{X + K} \quad (3.5)$$

$$K = - \left( Y \frac{dY}{dX} + X \right) \quad (3.6)$$

Αν ο κανόνας μετακινηθεί προς τα δεξιά κατά  $K$ , ο τροχός πρέπει να περιστραφεί κατά γωνία  $\theta$ , τέτοια ώστε  $K = \theta R_o$ , επειδή η κύλιση στους αρχικούς κύκλους (σε αυτήν την περίπτωση είναι η αρχική γραμμή του κανόνα και ο αρχικός κύκλος του τροχού) πρέπει να γίνει χωρίς ολίσθηση. Προκύπτουν, λοιπόν οι συντεταγμένες του σημείου επαφής του τροχού  $C(X_{G1}, Y_{G1})$ , σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$X_{G1} = X_{pc} \cos \theta - (Y_{pc} + R_o) \sin \theta \quad (3.7a)$$

$$Y_{G1} = X_{pc} \sin \theta + (Y_{pc} + R_o) \cos \theta - R_o \quad (3.8a)$$

Συνεπώς:

$$X_{G1} = (X + K) \cos \theta - (Y + R_o) \sin \theta \quad (3.7b)$$

$$Y_{G1} = (X + K) \sin \theta + (Y + R_o) \cos \theta - R_o \quad (3.8b)$$

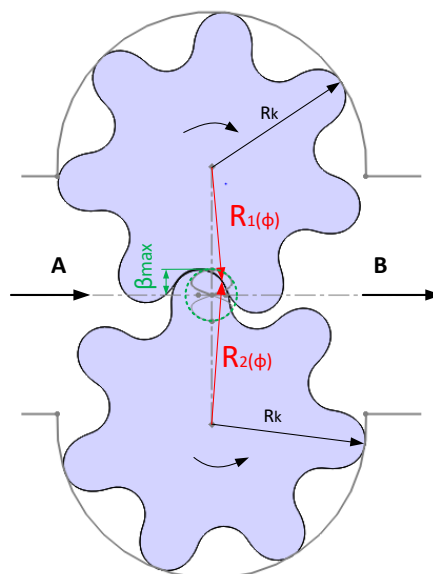
Όπου  $\theta = \frac{K}{R_o}$

Σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις μπορεί να προκύψει η κατατομή του παραγόμενου οδοντωτού τροχού και η τροχιά επαφών για τα σημεία επαφής εάν είναι γνωστή η κατατομή του κανόνα. Για συνεργαζόμενο τροχό όμοιο με τον προηγούμενο, το σημείο  $(X_{G2}, Y_{G2})$ , υπολογίζεται ως:

$$X_{G2} = (X + K) \cos(-\theta) - (Y - R_o) \sin(-\theta) \quad (3.9)$$

$$Y_{G2} = (X + K) \sin(-\theta) + (Y - R_o) \cos(-\theta) + R_o \quad (3.10)$$

### 3.3.2 Κινηματικός παλμός παροχής οδοντώσεων κλειστής τροχιάς επαφών

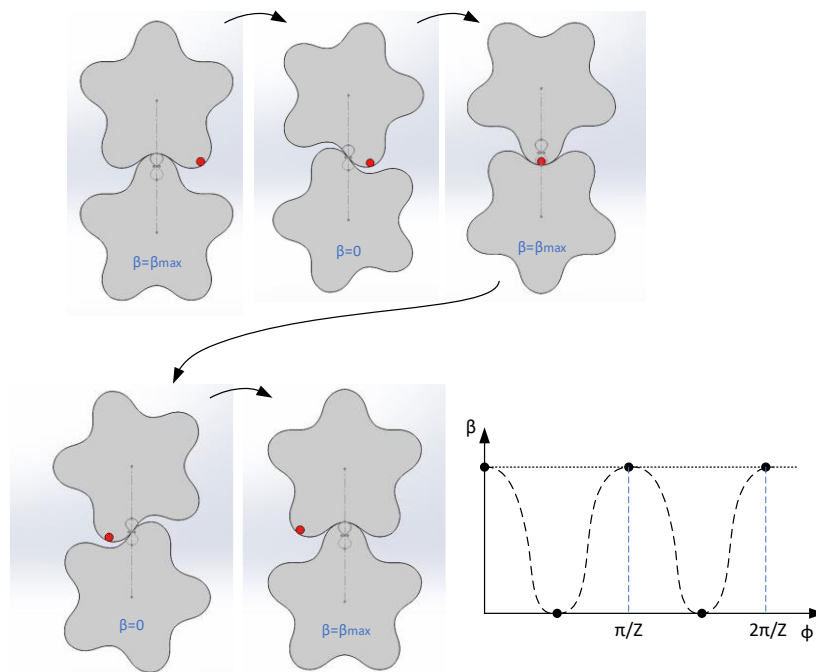


Εικόνα 16 - Ακτίνες κεφαλής και σημείου επαφής

Μετά τους υπολογισμούς που αναφέρονται στο παράρτημα Α της εργασίας και σε συνέχεια των εξισώσεων του κεφαλαίου 3.3.1, προκύπτει ότι:

$$\frac{dV}{d\theta} = R_K^2 - R_o^2 - \left[ \left( Y \frac{dY}{dX} \right)^2 + Y^2 \right] = R_K^2 - R_o^2 - \beta^2 \quad (3.11)$$

όπου το μήκος  $\beta$  είναι η απόσταση του σημείου επαφής των τροχών από το σημείο κύλισης (εκεί που εφάπτονται οι δύο κύκλοι κυλίσεως). Στην εικόνα (16) έχει σχεδιασθεί και ο κύκλος με ακτίνα  $\beta_{max}$  και κέντρο το σημείο κυλίσεως. Η μέγιστη τιμή του παλμού κινηματικής παροχής δίνεται όταν ελαχιστοποιείται η απόσταση  $\beta$ , δηλαδή στο σημείο κυλίσεως. Ενώ η ελάχιστη τιμή του κινηματικού παλμού παροχής συμβαίνει όταν η επαφή συμβαίνει σε σημείο με μέγιστη απόσταση από το σημείο κυλίσεως. Στην εικόνα (17) παρουσιάζεται η εξέλιξη του μήκους  $\beta$  για μία πλήρη περιστροφή όμοιων οδοντωτών κλειστής τροχιάς επαφών.



Εικόνα 17 - Η εξέλιξη του όρου "β" για μία πλήρη συνεργασία ενός ζεύγους οδόντων για όμοιους τροχούς κλειστής τροχιάς επαφών

Συνεχίζοντας την έρευνα βάσει της σχετικής μελέτης που έγινε από τον Α. Τζανόπουλο[18] στη διπλωματική του εργασία και προσαρμόζοντας τους κώδικες έτσι ώστε να επιλέγεται σε κάθε περίπτωση η κατατομή των τροχών που δίνουν τη μέγιστη παροχή για τον ελάχιστο παλμό παροχής λαμβάνονται τα αποτελέσματα του πίνακα 3.

Σημειώνεται πως τα αποτελέσματα αφορούν σε οδόντωση με κατατομή που προέρχεται από καμπύλη Bezier και μπορεί να τοποθετηθεί εντός του κελύφους της αντλίας με τα χαρακτηριστικά που δίνονται στον πίνακα 1.

Η επιλογή του αριθμού δοντιών είναι 6 έγινε με σκοπό την μέγιστη ανύψωση πίεσης καθώς όπως θα φανεί στο Κεφάλαιο 4 ο αριθμός δοντιών των τροχών έχει καθοριστικό ρόλο για τη μέγιστη δυνατότητα αύξησης της πίεσης. Στα διαγράμματα 1,2,3 παρουσιάζονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα αυτής της γεωμετρίας.

Αριθμός οδόντων	Παλμός παροχής (%)	Μέση παροχή ανά περιστροφή των τροχών [mm <sup>3</sup> /revolution]	Μέση τιμή παράγοντα επιτάχυνσης [mm <sup>3</sup> /rad <sup>2</sup> ]
6	4.76	6842,8	442

Πίνακας 3 – Χαρακτηριστικά του κινηματικού παλμού παροχής με τροχούς κλειστής τροχιάς επαφών

Είναι εμφανές ότι ο παλμός παροχής δεν μπορεί να μειωθεί κάτω από την τιμή  $DA_{min}$  η οποία είναι:

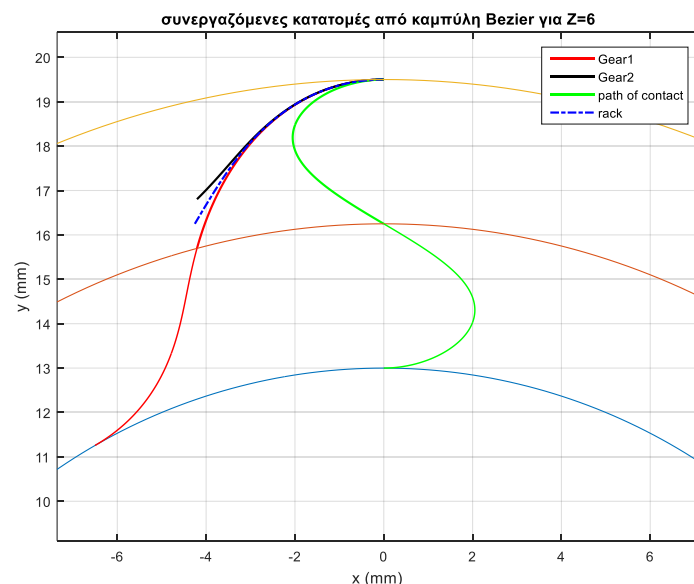
$$DA_{min} = 100 \cdot \left[ \frac{\frac{dV}{d\theta}_{max} - \frac{dV}{d\theta}_{min}}{\frac{dV}{d\theta}_{max} + \frac{dV}{d\theta}_{min}} \right]_{min} = \left[ \frac{\beta_{max}^2}{2(r_k^2 - r_o^2) - \beta_{max}^2} \right]_{min} \quad (3.12)$$

Το οποίο ελαχιστοποιείται όταν ελαχιστοποιείται το  $\beta_{max}$  δηλαδή:

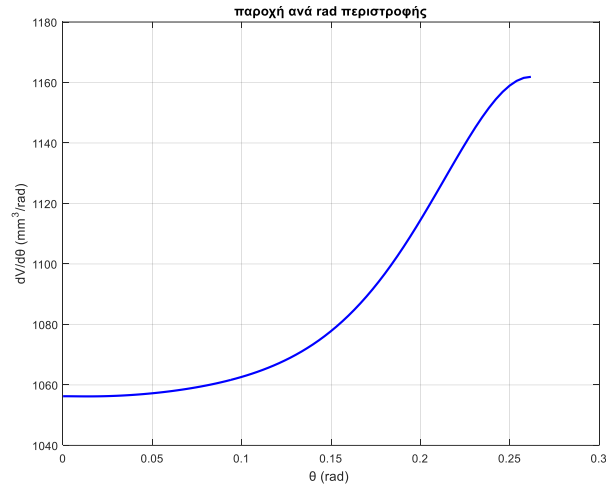
$$DA_{min} = \frac{(r_k - r_o)^2}{2(r_k^2 - r_o^2) - (r_k - r_o)^2} \quad (3.13)$$

Δηλαδή για αυτήν την περίπτωση:  $DA_{min} = 4.76$  [%]

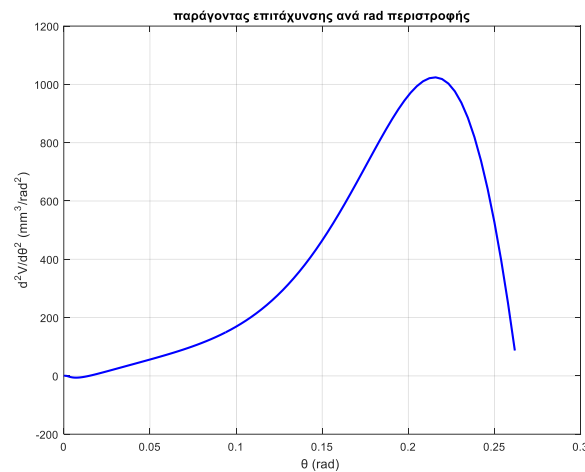
Οι ολοκληρωμένη ανάλυση βρίσκεται στο Παράρτημα Α.



Διάγραμμα 1 - Κατατομές οδόντων, κοπτικού κανόνα και η τροχιά επαφών



Διάγραμμα 2 - Παροχή ανά rad περιστροφής



Διάγραμμα 3 - Παράγοντας επιτάχυνσης παροχής ανά rad

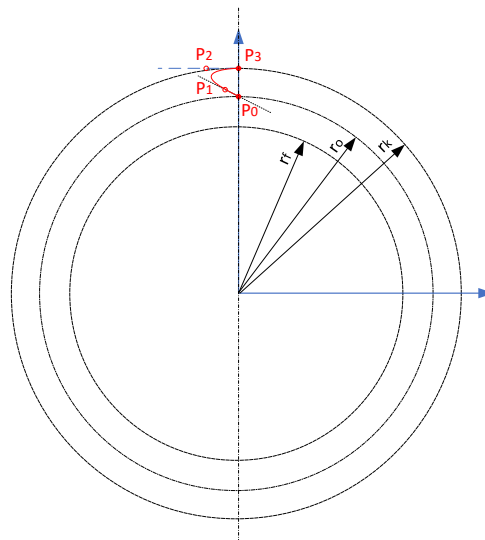
Γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά επαφών είναι αυτή που καθορίζει τόσο τη μορφή όσο και το πλάτος αυξομειώσης του κινηματικού παλμού παροχής. Συνεπώς είναι πιο αποδοτικό αντί να κατασκευάζονται κατατομές από καμπύλη Bezier και στη συνέχεια να υπολογίζεται η καμπύλη της τροχιάς επαφών, να κατασκευαστεί η βέλτιστη τροχιά επαφών σύμφωνα με κριτήρια για τον παλμό παροχής και εφόσον επιλεχθεί η βέλτιστη από αυτές, να υπολογισθούν οι αντίστοιχες κατατομές των οδόντων των τροχών.

Για το λόγο αυτό, κατασκευάστηκε αλγόριθμος ο οποίος υπολογίζει τις δυνατές τροχιές επαφών με δεδομένη απόσταση αξόνων των τροχών και ακτίνα κεφαλής. Στη συνέχεια προσδιορίζει ποια από αυτές τις τροχιές επαφών αποτελεί τη βέλτιστη λύση και βάσει της ενοποιημένης θεωρίας οδοντώσεων (Παράρτημα Α, Β. Σπιτάς), υπολογίζει την αντίστοιχη κατατομή των οδόντων των δύο τροχών ώστε να ισχύει ο βασικός νόμος των οδοντώσεων.

Συνοπτικά παρουσιάζεται η διαδικασία κατασκευής τροχιών επαφής με καμπύλες Bezier και 4 σημεία ελέγχου.

- Δεδομένη απόσταση αξόνων:  $a_{12}$
- Δεδομένη ακτίνα κελύφους, άρα δεδομένη ακτίνα κεφαλής:  $r_k$
- Συμμετρική κατατομή οδόντα, άρα:  $r_f = a_{12} - r_k$

Σημειώνεται πως αρκεί να οριστεί μόνο το  $\frac{1}{4}$  της κατατομής του ενός οδόντα ώστε να προκύψει η αντίστοιχη τροχιά επαφών και στη συνέχεια η γεωμετρία της κατατομής των τροχών.



Εικόνα 18 - Τα σημεία ελέγχου για τον υπολογισμό της επιθυμητής τροχιάς επαφών

Συνεπώς για τα 4 CP ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) γνωρίζουμε τα εξής:

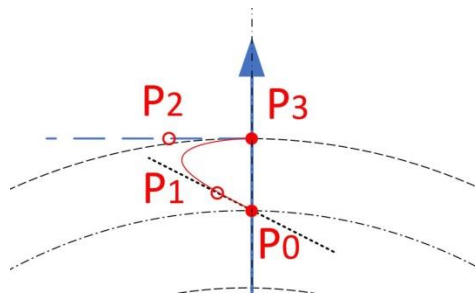
$$P_0: x_0 = 0, y_0 = r_0 \Rightarrow P_0 = (0, r_0)$$

$$P_1: x_1, y_1 \Rightarrow P_1 = (x_1, y_1)$$

$$P_2: x_2, y_2 = r_k \Rightarrow P_2 = (x_2, r_k)$$

$$P_3: x_3 = 0, y_3 = r_f \Rightarrow P_3 = (0, r_k)$$

Προκύπτουν 3 μεταβλητές ( $x_1, y_1, x_2$ ) οι οποίες είναι «ελεύθερες». Όμως γνωρίζουμε πως στο σημείο κύλισης η κλίση της καμπύλης τροχιάς επαφών πρέπει να μην ξεπερνάει κάποια τιμή για την ομαλή κίνηση των τροχών. Επίσης όπως έχει δειχθεί, για να έχουμε τον ελάχιστο παλμό παροχής, η καμπύλη της τροχιάς επαφών θα πρέπει να είναι στην εσωτερική επιφάνεια του κύκλου με ακτίνα ίση με:  $r = r_k - r_0 = r_0 - r_f$  και κέντρο το σημείο κύλισης. Αυτός όμως είναι περιορισμός ο οποίος μπορεί να ελεγχθεί μετά τον προσδιορισμό της προκύπτουσας καμπύλης Bezier.



Εικόνα 19 - Μεγέθυνση της περιοχής όπου βρίσκονται τα σημεία ελέγχου της καμπύλης Bezier

Δεδομένων δύο κλίσεων  $\lambda_1, \lambda_2$  εντός των οποίων μπορεί να πάρει αποδεκτές τιμές η κλίση στο σημείο κύλισης θα ισχύει:

$$\lambda_1 > \frac{r_0 - y_1}{x_1} \Rightarrow x_1 > \frac{1}{\lambda_1}(r_0 - y_1) \quad (i)$$

$$\lambda_2 < \frac{r_0 - y_1}{x_1} \Rightarrow x_1 < \frac{1}{\lambda_2}(r_0 - y_1) \quad (ii)$$

Συνεπώς για δεδομένο  $y_1$  ελέγχεται αν η τιμή του  $x_1$  είναι αποδεκτή.

Επίσης για να προκύψει το ελάχιστο δυνατό πλάτος του παλμού παροχής η καμπύλη τροχιάς επαφών πρέπει να βρίσκεται εντός του κύκλου με ακτίνα  $(r_k - r_0)$  δηλαδή θα πρέπει:  $y_1 < y_2 = r_k$

Για να μην αλλάξει η δεύτερη παράγωγος της καμπύλης (από κοίλο σε κυρτό ή αντίστροφα) θα πρέπει το σημείο  $P_1$  να βρίσκεται αριστερά της ευθείας που συνδέει τα σημεία  $P_0, P_2$ .

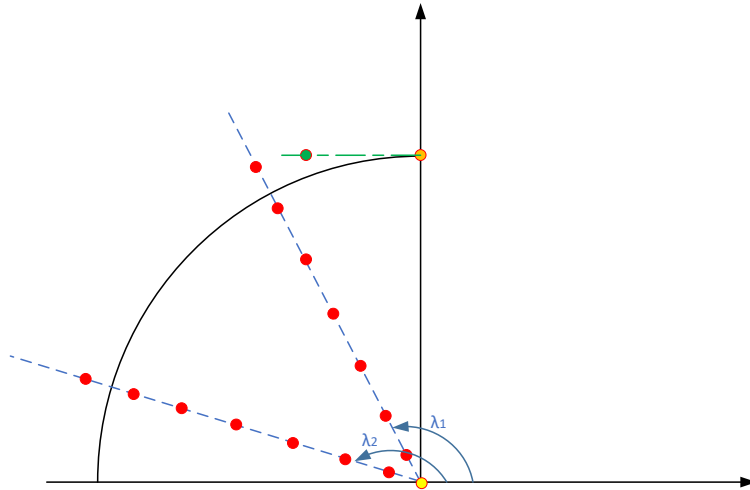
Οι επιπλέον περιορισμοί δίνουν:

$$y_1 < r_k \quad (iii)$$

$$\lambda_{02} = \frac{r_0 - r_k}{x_2} < \frac{r_0 - y_1}{x_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 < \frac{x_2(y_1 - r_0)}{r_k - r_0} \quad (iv)$$





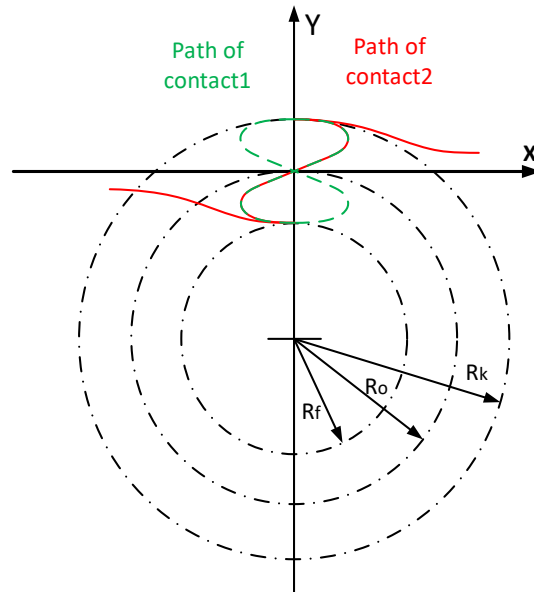
Εικόνα 20 - Διακριτοποιήσεις των σημείων ελέγχου για τον υπολογισμό της επιθυμητής τροχιάς επαφών

Ο υπολογισμός των σημείων CP γίνεται ως εξής  $(x_1, y_1, x_2)$ :

1. Προσδιορισμός τιμών του  $x_2$
2. Για κάθε τιμή  $x_2$ :
  - I. Προσδιορισμός τιμών του  $y_1$  ( $r_0, r_k$ )
  - II. Για κάθε  $y_1$ 
    - a) Από τους περιορισμούς (i),(ii),(iv) τίθεται το διάστημα εντός του οποίου θέλουμε να ορίζεται το  $x_1$  και το διακριτοποιείται σε  $N$  διαστήματα

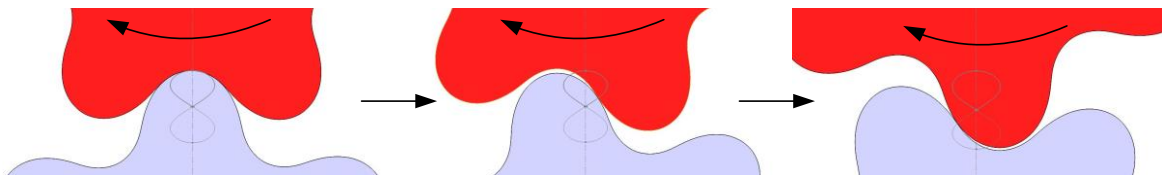
Εφόσον υπολογισθούν οι θέσεις των CP είναι δυνατός ο υπολογισμός της αντίστοιχης καμπύλης Bezier που περιγράφει την τροχιά επαφών. Στη συνέχεια εφόσον έχουν παραχθεί οι αντίστοιχες τροχιές επαφών επιλέγεται αυτή με τα βέλτιστα χαρακτηριστικά για τον παλμό παροχής και υπολογίζονται, για κάθε πιθανό αριθμό δοντιών του τροχού, οι αντίστοιχες κατατομές οι οποίες όταν συνεργάζονται έχουν την αντίστοιχη επιθυμητή τροχιά επαφών.

Όμως κατά τη διαδικασία σχεδιασμού και εκτέλεσης αυτού του αλγορίθμου προέκυψε πως οι τροχοί ευθείας οδόντωσης που έχουν κλειστή τροχιά επαφών η οποία αναπαράγεται από καμπύλη Bezier, δεν έχουν αυτήν την τροχιά επαφών ως μοναδική. Μάλιστα ακολουθούν την υπολογισμένη τροχιά επαφών μόνο κατά το ήμισυ της και αποκλίνουν από αυτή για το υπόλοιπο μισό της συνεργασίας τους. Αυτό παρουσιάζεται και στην αντίστοιχη εικόνα (21) όπου φαίνεται πως όχι μόνο η τελική τροχιά επαφών δεν είναι κλειστή αλλά ο όρος  $\beta_{max}$  μπορεί να πάρει πολύ μεγαλύτερες τιμές από αυτές που δίνει η εξίσωση 2.13 όπου είχε θεωρηθεί πως ακολουθείται εξολοκλήρου η κλειστή τροχιά επαφών κατά τη συνεργασία.

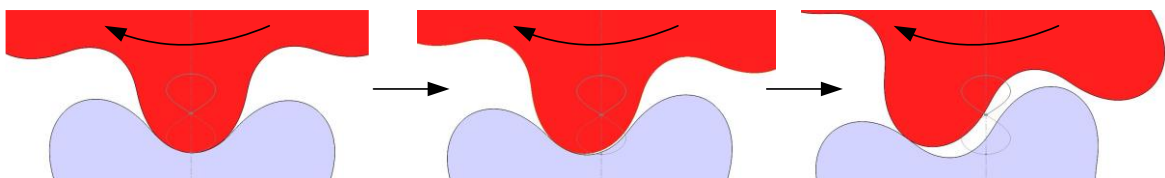


Εικόνα 21 - Οι δύο τροχιές επαφών που μπορεί να έχουν κατά τη συνεργασία τους οι τροχοί, τροχιά1 η κλειστή τροχιά επαφών, τροχιά2 ακολουθείται μέρος της κλειστής τροχιάς επαφών

Στις εικόνες (22) και (23) φαίνονται τα αντίστοιχα στιγμιότυπα όπου οι οδόντες των τροχών συνεργάζονται κατά το ήμισυ πάνω στην τροχιά επαφών, ενώ αποκλίνουν για το υπόλοιπο διάστημα. Σημειώνεται ο τροχός με χρώμα κόκκινο θεωρείται ο κινητήριος, ενώ ο τροχός με το χρώμα γκρι αντιστέκεται σε αυτήν την κίνηση.



Εικόνα 22 - Οι τροχοί συνεργάζονται σε σημεία που ανήκουν πάνω στην κλειστή τροχιά επαφών



Εικόνα 23 - Οι τροχοί συνεργάζονται σε σημεία εκτός της κλειστής τροχιάς επαφών

Όμως, το ποια τροχιά θα είναι αυτή που θα ακολουθήσουν οι επαφές των οδόντων κατά τη λειτουργία της αντλίας δεν μπορεί να οριστεί μονοσήμαντα. Πρακτικά τα σημεία επαφής θα είναι τόσο πάνω στην αρχικά σχεδιασμένη τροχιά επαφών όσο και στη μη σχεδιασμένη τροχιά επαφών.

Το πότε θα ακολουθείται η εκάστοτε τροχιά εξαρτάται από τις ροπές που δέχονται οι τροχοί στις κατατομές των δοντιών τους.

Η αιτία που μπορεί να συμβεί αυτό το φαινόμενο είναι πως υπάρχουν δύο σημεία της σχεδιασμένης τροχιάς επαφών όπου η κοινή κάθετος των κατατομών των τροχών στο σημείο επαφής έχει «άπειρη» κλίση, δηλαδή είναι παράλληλη με τον κατακόρυφο άξονα. Συνεπώς σε εκείνο το σημείο δεν μπορεί να μεταφερθεί ροπή από τον οδηγητικό τροχό στον οδηγούμενο και αυτό που πρακτικά θα συμβεί είναι να περιστραφεί ελάχιστα ένας από τους δύο τροχούς έως ότου μεταφέρει τη ροπή στον άλλο. Αυτός είναι ο σημαντικότερος λόγος που δεν χρησιμοποιούνται οδοντωτοί τροχοί ευθείας οδόντωσης κλειστής τροχιάς επαφών έναντι των τροχών ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αποφευχθεί με τις ελικοειδείς οδοντώσεις όπου η αρχική κατατομή είναι η αντίστοιχη κατατομή της κλειστής τροχιάς επαφών. Με κατάλληλη γωνία ελίκωσης μπορεί να δειχθεί πως κατά τη συνεργασία τους ακολουθείται η κλειστή τροχιά επαφών και μάλιστα μπορεί να προκύψει έως και μηδενικός κινηματικός παλμός παροχής. Αυτό όμως δεν σημαίνει πως ο παλμός παροχής στην έξοδο της αντλίας θα είναι μηδενικός καθώς όπως θα αναλυθεί στο Κεφάλαιο 4, ο παλμός παροχής στην έξοδο της αντλίας εξαρτάται τόσο από τον κινηματικό παλμό παροχής όσο και από τις διαρροές εντός της αντλίας.

Η μελέτη που έγινε από Zhao και Vacca (2018) για ελικοειδείς οδοντώσεις κλειστής τροχιάς επαφών έδειξε ότι τελικά ακόμη και αν ο κινηματικός παλμός παροχής είναι μηδενικός, ο παλμός παροχής στην έξοδο της αντλίας δεν είναι μηδενικός.

### 3.3.3. Κινηματικός Παλμός Παροχής Αντλίας με Τροχούς Ευθείας Εξειλιγμένης Οδόντωσης

Οι αντλίες θετικής μετατόπισης με τροχούς ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης έχουν γενικά βαθμό επικάλυψης μεγαλύτερο της μονάδας και την ομαλή συνεργασία των τροχών. Όπως είναι γνωστό, η τροχιά επαφών βρίσκεται πάνω στην ευθεία που εφάπτεται των βασικών κύκλων των τροχών. Συνεπώς πρόκειται για οδοντώσεις όπου κατά τη συνεργασία τους η προκύπτουσα τροχιά επαφών είναι ανοιχτή.

Για βαθμό επικάλυψης ίσο με τη μονάδα προκύπτει σύμφωνα με την αντίστοιχη ανάλυση του παραρτήματος Α ότι ο κινηματικός παλμός παροχής ισούται με:

$$\frac{dV}{d\theta} = r_k^2 - r_o^2 - r_g^2 \left( \frac{\pi}{Z} - \theta \right)^2 \quad (3.14)$$

Όπου:

$r_k$ : ακτίνα στο ύψος κεφαλής

$r_o$ : ακτίνα κύκλου κυλίσεως

$Z$ : αριθμός οδόντων κάθε τροχού

$\theta$ : γωνία περιστροφής σε σχέση με το πρώτο σημείο επαφής

Όπως συμβαίνει και στις αντλίες με οδοντώσεις που κατά τη συνεργασία τους έχουν κλειστή τροχιά επαφών, η μέγιστη τιμή του κινηματικού παλμού παροχής επιτυγχάνεται όταν η επαφή γίνεται στο

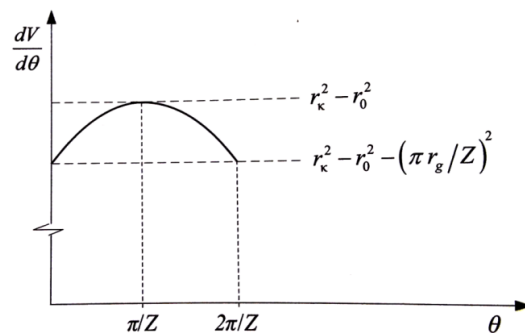
σημείο κυλίσεως ενώ η ελάχιστη επιτυγχάνεται για το πρώτο ή το τελευταίο σημείο συνεργασίας, δηλαδή για  $\theta = 0$  ή  $\theta = 2\pi/Z$ .

Συνεπώς:

$$\frac{dV}{d\theta}_{min} = r_k^2 - r_o^2 - \left(\pi \frac{r_g}{Z}\right)^2 \quad (3.15)$$

$$\frac{dV}{d\theta}_{max} = r_k^2 - r_o^2 \quad (3.16)$$

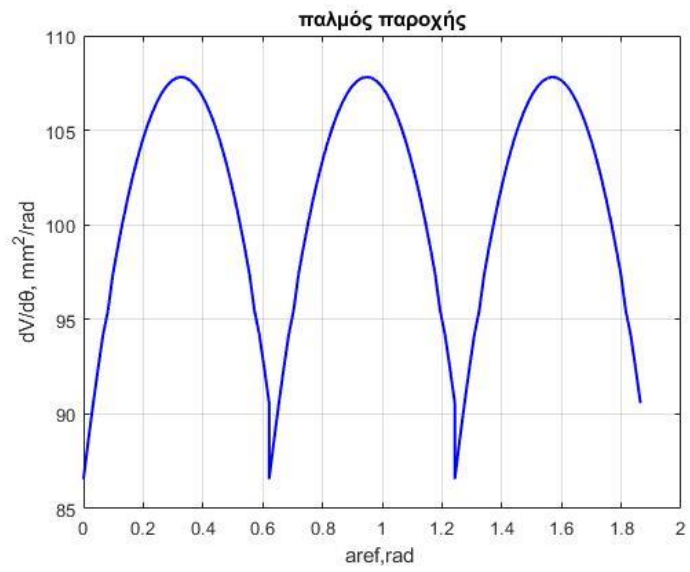
Προκύπτει το αντίστοιχο διάγραμμα (εικόνα 24) του κινηματικού παλμού παροχής για οδοντώσεις ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης με βαθμό επικάλυψης ίσο με τη μονάδα.



Εικόνα 24 - Παλμός παροχής για τη συνεργασία ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης με βαθμό επικάλυψης ίσο με τη μονάδα

Όμως όπως έδειξαν οι μετρήσεις για την υπάρχουσα οδόντωση της αντλίας που μελετάται ο βαθμός επικάλυψης είναι μεγαλύτερος της μονάδας. Συνεπώς για μεγαλύτερη ακρίβεια προσδιορισμού του κινηματικού παλμού παροχής, ο οποίος έχει καθοριστική σημασία για τον παλμό παροχής στην έξοδο της αντλίας, λαμβάνονται οι μετρήσεις που έγιναν από τον Α. Τζανόπουλο (2021) στη διπλωματική του εργασία.

Τα αποτελέσματα των μετρήσεων διαφέρουν από τη θεωρητική λύση για τον κινηματικό παλμό παροχής καθώς με τις μετρήσεις υπολογίζεται η απόσταση  $\beta$  συμπεριλαμβάνοντας τον βαθμό επικάλυψης, δηλαδή τη συνεργασία δύο ζευγών οδόντων για κάποιο διάστημα. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων για τον παλμό παροχής ανά μονάδα βάθους [ $\text{mm}^2/\text{rad}$ ] φαίνονται στο διάγραμμα 4.



Διάγραμμα 4 - Παροχή ανά rad περιστροφής ανά μονάδα πάχους  
(Τζανόπουλος, 2021)

## 4. Προσομοίωση λειτουργίας γραναζωτής αντλίας εξωτερικής οδόντωσης

### 4.1 Μοντελοποίηση γραναζωτής αντλίας

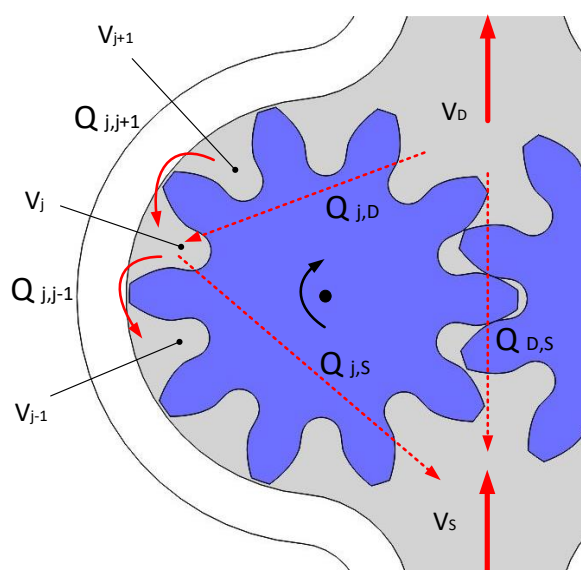
Για να πραγματοποιηθεί μία προσομοίωση της λειτουργίας της γραναζωτής αντλίας παρουσιάζονται τα βασικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρο εντός της αντλίας. Οι βασικές παραδοχές που γίνονται είναι:

- Η συμπιεστότητα του ρευστού είναι σταθερή
- Αμελούνται μεταβολές ιδιοτήτων του ρευστού λόγω θερμοκρασιακής μεταβολής
- Σταθερή ταχύτητα περιστροφής των οδοντωτών τροχών

Κάθε ξεχωριστός όγκος μεταξύ 2 διαδοχικών κατατομών δοντιών και με σύνορο την ακτίνα κεφαλής του τροχού ονομάζεται θάλαμος όγκου  $V_j$  (Tooth space Volume-TSV) με ρευστό πυκνότητας  $\rho_j$ . Λόγω διαφοράς πίεσης που εμφανίζεται κατά τη λειτουργία της αντλίας σε σχέση με τον προηγούμενο και επόμενο θάλαμο ( $V_{j-1}, V_{j+1}$ ), με τον θάλαμο κατάθλιψης ( $V_D$ ) και τον θάλαμο αναρρόφησης ( $V_S$ ) αλλά και λόγω της περιστροφικής κίνησης των τροχών, αναπτύσσονται ροές του ρευστού εντός της αντλίας. Σε αυτήν την ανάλυση αναγνωρίζονται οι παρακάτω ροές:

- Ροή όγκου από προηγούμενη κοιλότητα:  $Q_{j,j-1}$
- Ροή όγκου από την επόμενη κοιλότητα:  $Q_{j,j+1}$
- Ροή όγκου από το χώρο κατάθλιψης (discharge):  $Q_{j,D}$
- Ροή όγκου προς το χώρο αναρρόφησης (suction):  $Q_{j,S}$
- Ροή όγκου προς το χώρο αναρρόφησης λόγω εγκλωβισμού του μεταξύ των συνεργαζόμενων οδόντων:  $Q_{trapped}$
- Ροή όγκου προς την αναρρόφηση ή τις στεγανώσεις της αντλίας από τον θάλαμο κατάθλιψης:  $Q_{D,S}$

Οι ροές αυτές σημειώνονται στο παρακάτω σχήμα (εικόνα 25).



Εικόνα 25 - Ροές εντός της αντλίας

Η διαφορική εξίσωση της πίεσης της ποκέτας ως προς το χρόνο (εύκολα μετατρέπεται και ως προς τη γωνιακή θέση με τον κανόνα της αλυσίδας ως  $d\theta = \omega dt$ ).

$$\frac{dP_j}{dt} = -\frac{\beta}{V_j} \frac{dV}{dt} \quad (4.1)$$

- Ο όγκος της ποκέτας παραμένει σταθερός:  $\frac{dV_j}{dt} = 0$
- Έχει ήδη θεωρηθεί πως η μεταβολή του μέτρου του ρευστού είναι αμελητέα:  $\beta = C$

Συνεπώς θα ισχύει:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV_j}{dt} - \sum Q_j = -\sum Q_j \quad (4.2)$$

Θα είναι:

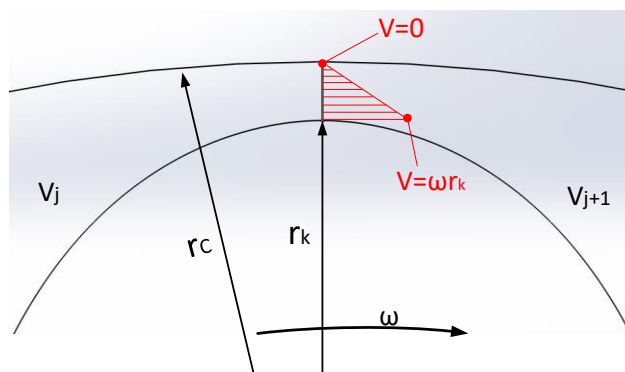
$$(4.1), (4.2) \Rightarrow \frac{dP_j}{dt} = \frac{\beta}{V_j} \sum Q_j = \frac{\beta}{V_j} \left( \frac{\rho_{j+1}}{\rho_j} Q_{j+1,j} + \frac{\rho_D}{\rho_j} Q_{D,j} - Q_{j,j-1} - Q_{j,S} \right) \quad (4.3)$$

#### 4.1.1 Ροές μεταξύ δύο διαδοχικών οδόντων

Σε αυτήν ανάλυση θεωρείται πως η κοιλότητα  $V_j$  με την κοιλότητα  $V_{j+1}$  «επικοινωνούν» λόγω διαφοράς πίεσης (ροή Hagen–Poiseuille) αλλά και λόγω της σχετικής κίνησης των οδοντωτών τροχών (ροή Couette). Αυτές οι θεωρήσεις είναι σύμφωνες με αρκετούς ερευνητές που έχουν μελετήσει παρόμοια ζητήματα (Rituraj and Vacca, 2021; Zhao and Vacca, 2019; Vacca and Guidetti, 2011). Οι ροές αυτές εντοπίζονται, μεταξύ της κεφαλής των δοντιών – κελύφους αντλίας και μεταξύ των προσώπων των τροχών – εδράσεων.

Επίσης θεωρώντας πως η ροή που αναπτύσσεται μεταξύ της κεφαλής του οδοντωτού τροχού και του κελύφους της αντλίας είναι προκαλείται από διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο διαδοχικών ποκέτων και λόγω της περιστροφικής κίνησης του οδοντωτού, αναγνωρίζονται 4 διαφορετικές ροές, 2 ροές μεταξύ της κεφαλής των δοντιών και του κελύφους και 2 ροές μεταξύ των προσώπων των τροχών και των εδράσεων των τροχών. Στις εικόνες 26 και 27 παρουσιάζονται οι ροές.

#### Couette flow tip



Εικόνα 26 - Ροή Couette μεταξύ κεφαλής οδόντα και τοιχώματος της αντλίας

Η παροχή όγκου από την κοιλότητα  $V_j$  προς το  $V_{j+1}$  λόγω αυτής της ροής θα είναι:

$$Q_{ctip}^- = \frac{br_k h}{2} \omega$$

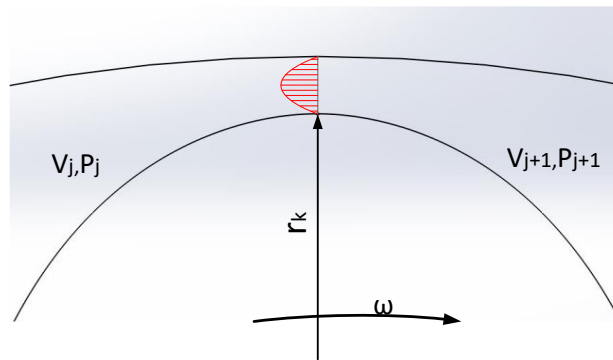
Όμως λόγω της ίδιας της κίνησης των κοιλοτήτων εισέρχεται στην κοιλότητα  $V_j$  παροχή όγκου

$$Q_{ctip}^+ = \frac{b(r_k + r_c)h}{2} \omega \cong br_k h \omega$$

Συνεπώς η ροή που εγκαταλείπει το χώρο  $V_{j+1}$  και εισέρχεται στο χώρο  $V_j$  θα είναι:

$$Q_{ctip} = Q_{ctip}^+ - Q_{ctip}^- = \frac{br_k h}{2} \omega \quad (4.4)$$

### Ροή Hagen–Poiseuille tip



Εικόνα 27 - Ροή Hagen–Poiseuille μεταξύ κεφαλής οδόντα και τοιχώματος της αντλίας

Λόγω διαφοράς πίεσης μεταξύ των θαλάμων  $V_j$  και  $V_{j+1}$  θεωρώντας  $P_{j+1} > P_j$  η παροχή όγκου θα είναι:

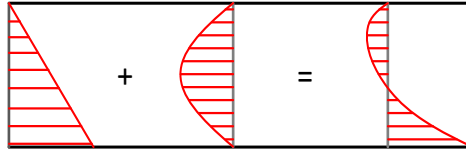
$$Q_{HPTip} = \frac{bh_{tip}^3}{12\mu L} (P_{j+1} - P_j) \quad (4.5)$$

Σε περιπτώσεις οδοντώσεων ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης το μήκος  $L$  είναι όσο το τόξο κεφαλής του οδόντα και το ύψος  $h_{tip}$  ίσο με το διάκενο μεταξύ οδόντα και κελύφους. Σε περιπτώσεις όπου μελετάται γραναζωτή αντλία με οδοντωτούς τροχούς των οποίων οι κατατομές δεν είναι ευθείας εξειλιγμένης οδόντωσης, τα αντίστοιχα  $L$  και  $h_{tip}$  υπολογίζονται βάσει των εξισώσεων του παραρτήματος Α.

### Συνδυασμός των δύο ροών στο tip

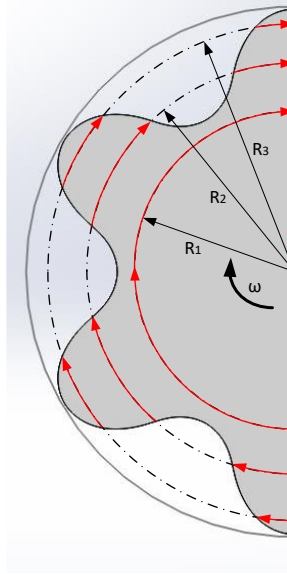
Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο συνδυασμός των 2 ροών μεταξύ κεφαλής οδόντα και κελύφους (εικόνα 28).





Εικόνα 28 Επαλληλία των δύο ροών

### Couette flow faces



Εικόνα 29 - Ταχύτητες στο πρόσωπο του τροχού

Η παροχή όγκου από τον θάλαμο  $V_j$  στο θάλαμο  $V_{j+1}$  λόγω αυτής της ροής συμβαίνει για ακτίνες μεγαλύτερες της ακτίνας ποδός. Για ακτίνες μικρότερες από την ακτίνα ποδός, η ροή προφανώς και υπάρχει αλλά δεν μεταφέρει όγκο από τον ένα θάλαμο στον άλλο. Οι ταχύτητα του ρευστού σε αυτήν την περίπτωση μεταβάλλεται με την ακτίνα. Η ταχύτητα του ρευστού σε κάθε σημείο του προσώπου του τροχού θα είναι:

$$V_{face} = r \omega$$

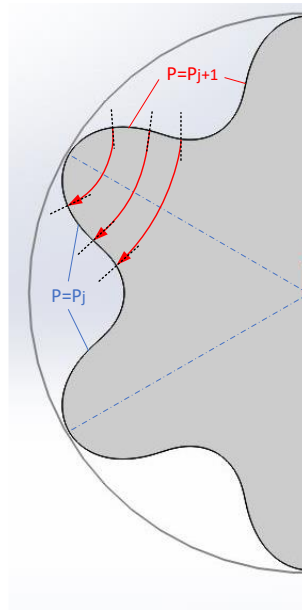
$$dQ_{C_{face}} = h_{bushing} V_{face} dr$$

$$Q_{C_{face}} = \int_{r_f}^{r_k} h_{bushing} V_{face} dr = \frac{h_{bushing} (r_k^2 - r_f^2)}{2} \omega$$

Με την ίδια συλλογιστική πορεία όπου προέκυψε η ροή της εξίσωσης (4.4) η ροή η οποία θα εγκαταλείπει το θάλαμο  $V_{j+1}$  και θα εισέρχεται στο θάλαμο  $V_j$  εδώ θα είναι:

$$Q_{C_{face}} = \frac{h_{bushing} (r_k^2 - r_f^2)}{4} \omega \quad (4.6)$$

## Ροή Hagen–Poiseuille face



Εικόνα 30 - Γραμμές ροής στο πρόσωπο του τροχού

Κάθε θάλαμος  $V_j$  διατηρεί μία σταθερή πίεση σε όλο τον όγκο του. Συνεπώς η κατατομές δύο διαδοχικών οδόντων αποτελούν ταυτόχρονα και ισοβαρείς καμπύλες. Δεδομένου ότι η γραμμές ροές είναι πάντοτε κάθετες στις ισοβαρείς καμπύλες, η ροή η οποία αναπτύσσεται λόγω διαφοράς πιέσεις μεταξύ δύο διαδοχικών θαλάμων διανύει μεγαλύτερη απόσταση. Επιπλέον λόγω συμμετρίας, οι γραμμές ροής θα πρέπει να είναι κάθετες στο επίπεδο συμμετρίας. Θεωρώντας πως οι γραμμές ροής έχουν παραβολικό προφίλ και με γνωστή την κατατομή των οδόντων μπορεί να υπολογισθεί το αντίστοιχο μήκος που διανύει το ρευστό.

Θα ισχύει:

$$dQ_{HPface} = \frac{h_{bushing}^3}{12\mu L(r)} (P_{j+1} - P_j) dr$$
$$Q_{HPface} = \frac{h_{bushing}^3}{12\mu} (P_{j+1} - P_j) \int_{r_f}^{r_k} \frac{dr}{L(r)} \quad (4.7)$$

Το ολοκλήρωμα της εξίσωσης στην παρούσα εργασία υπολογίζεται αριθμητικά για την κατατομή του οδοντωτού τροχού της αντλίας. Για την καλύτερη συνοχή της εργασίας θέτουμε:

$$\frac{w}{L} = \int_{r_f}^{r_k} \frac{dr}{L(r)}$$

όπου  $w = r_k - r_f$ ,

έτσι ώστε η συνολική ροή να ισοδυναμεί με τη ροή που θα διερχόταν λόγω διαφοράς πίεσης μεταξύ δύο θαλάμων μέσω μίας σχισμής ορθογωνικής επιφάνειας ίση με  $w \cdot h_{bushing}$  και μήκους  $\bar{L}$ .

Συνεπώς η αντίστοιχη ροή θα είναι:

$$Q_{HPface} = \frac{wh_{bushing}^3}{12\mu\bar{L}}(P_{j+1} - P_j) \quad (4.8)$$

Συνολικά η παροχή η οποία εγκαταλείπει το θάλαμο  $V_{j+1}$  και εισέρχεται στο θάλαμο  $V_j$  θα είναι:

$$\begin{aligned} Q_{j,j+1} &= [Q_{Ctip} + Q_{HPtip}] + 2[Q_{Cface} + Q_{HPface}] \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_{j,j+1} &= \frac{br_k h_{tip}}{2} \omega + \frac{bh_{tip}^3}{12\mu\bar{L}}(P_{j+1} - P_j) + \frac{h_{bushing}(r_k^2 - r_f^2)}{2} \omega + 2 \frac{wh_{bushing}^3}{12\mu\bar{L}}(P_{j+1} - P_j) \\ \Rightarrow Q_{j,j+1} &= \left( \frac{bh_{tip}^3}{12\mu\bar{L}} + \frac{wh_{bushing}^3}{6\mu\bar{L}} \right)_{j+1} [P_{j+1} - P_j] + \left( \frac{br_k h_{tip}}{2} + \frac{h_{bushing}(r_k^2 - r_f^2)}{2} \right) \omega \quad (4.9a) \end{aligned}$$

Σε πιο συνεκτική μορφή:

$$Q_{j,j+1} = R_{HP,j+1}^{-1} [P_{j+1} - P_j] + K_C \omega \quad (4.10a)$$

Όπου:

$$\begin{aligned} R_{HP,j+1}^{-1} &= \left( \frac{bh_{tip}^3}{12\mu\bar{L}} + \frac{wh_{bushing}^3}{6\mu\bar{L}} \right)_j \\ K_C &= \frac{br_k h_{tip}}{2} + \frac{h_{bushing}(r_k^2 - r_f^2)}{2} \end{aligned}$$

Αντίστοιχα η παροχή η οποία εγκαταλείπει το θάλαμο  $V_j$  και εισέρχεται στο θάλαμο  $V_{j-1}$  θα είναι:

$$Q_{j,j-1} = \left( \frac{bh_{tip}^3}{12\mu\bar{L}} + \frac{wh_{bushing}^3}{6\mu\bar{L}} \right)_j [P_j - P_{j-1}] + \left( \frac{br_k h_{tip}}{2} + \frac{h_{bushing}(r_k^2 - r_f^2)}{2} \right) \omega \quad (4.9b)$$

Σε πιο συνεκτική μορφή:

$$Q_{j,j-1} = R_{HP,j}^{-1} [P_j - P_{j-1}] + K_C \omega \quad (4.10b)$$

Όπου:

$$R_{HP,j}^{-1} = \left( \frac{bh_{tip}^3}{12\mu\bar{L}} + \frac{wh_{bushing}^3}{6\mu\bar{L}} \right)_j$$

Ο δείκτης «j» στον όρο  $R_{HP,j}$  αφορά στο γεγονός ότι εξαρτάται από τη θέση του οδόντα «j» σύμφωνα με τη σύμβαση αρίθμησης των θαλάμων και οδόντων που ακολουθεί στη συνέχεια.

#### 4.1.2. Ροές από το Θάλαμο Κατάθλιψης προς το Θάλαμο $V_j$

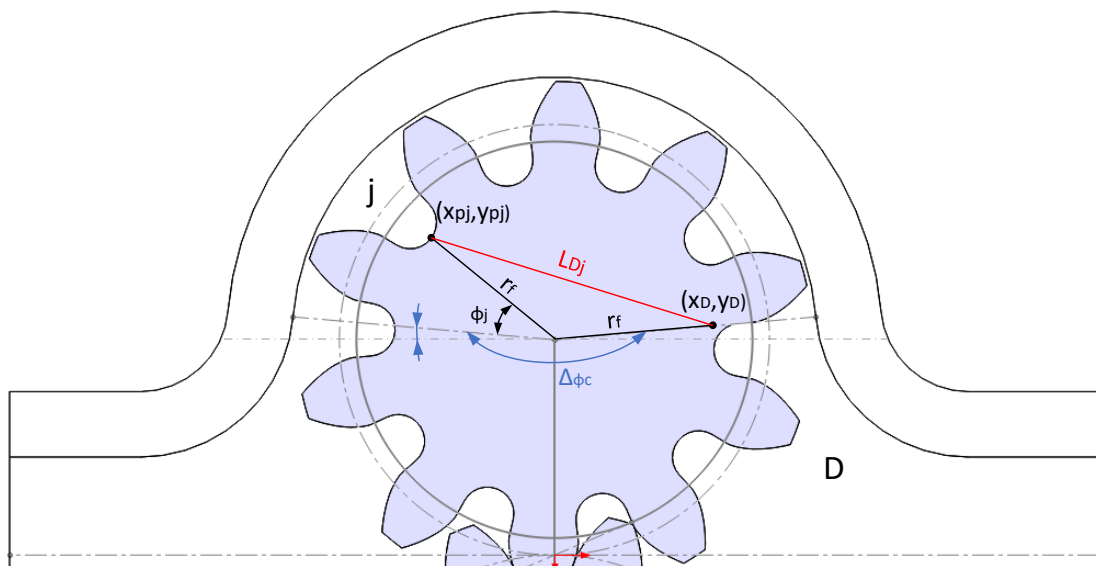
Οι διαρροές από το χώρο κατάθλιψης στην εκάστοτε κοιλότητα  $V_j$  και αντίστοιχα από την κάθε κοιλότητα  $V_j$  προς την αναρρόφηση συμβαίνει λόγω διαφοράς πίεσης. Πρόκειται για ένα σύνθετο φαινόμενο το οποίο εξαρτάται από τη γεωμετρία των τροχών, από τα διάκενα, τις συνθήκες λειτουργίας (ταχύτητα περιστροφής, πίεση και θερμοκρασία) καθώς και από τις αρθρώσεις των ατράκτων (bushings) των τροχών. Στην παρούσα μελέτη γίνεται παραδοχή η οποία αποκλίνει από την πραγματικότητα όχι όμως σε τέτοιο βαθμό ώστε να επηρεάσει το τελικό αποτέλεσμα σε σημαντικό βαθμό.

Λόγω των χαμηλών τιμών Reynolds που έχουν οι ροές εντός της αντλίας, οι διαρροές στα πρόσωπα των αντλιών θεωρούνται στρωτές. Συνεπώς, οι παροχές προς τον θάλαμο  $V_j$   $Q_{Dj}$  και  $Q_{jS}$  από το χώρο κατάθλιψης και αναρρόφησης υπολογίζονται ως ροές Hagen–Poiseuille, δηλαδή:

$$Q_{Dj} = R_{Dj}^{-1} [P_D - P_j] \quad (4.11a)$$

$$Q_{jS} = R_{jS}^{-1} [P_j - P_S] \quad (4.11b)$$

$R_{Dj}, R_{jS}$ : ανάλογες της απόστασης της ποκέτας σε σχέση με το θάλαμο κατάθλιψης και αναρρόφησης αντίστοιχα.



Εικόνα 31 - Απόσταση του θαλάμου  $j$  από το θάλαμο κατάθλιψης

$$L_{Dj} = r_f \sqrt{(\sin(\varphi_j + \varphi_c) - \sin \varphi_c)^2 + (\cos(\varphi_j + \varphi_c) + \cos \varphi_c)^2} \quad (4.12a)$$

$$L_{Sj} = r_f \sqrt{(\sin(\varphi_j + \varphi_c) - \sin \varphi_c)^2 + (\cos(\varphi_j + \varphi_c) - \cos \varphi_c)^2} \quad (4.12b)$$

Συνεπώς για κάθε κοιλότητα « $j$ » υπολογίζεται η αντίσταση στη ροή από το χώρο κατάθλιψης και προς το χώρο αναρρόφησης για όσο διάστημα η κοιλότητα βρίσκεται εντός της φάσης συμπίεσης ως:

$$R_{Dj}^{-1} = \frac{1}{2} \frac{12\mu L_{Dj}}{w_{gface} h_{bushing}^3}$$

$$R_{Dj}^{-1} = \frac{1}{2} \frac{12\mu L_{Sj}}{w_{gface} h_{bushing}^3}$$

Όπου:

$w_{gface}$ : το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει δύο διαδοχικά δόντια του τροχού στο ύψος ποδός.

$h_{bushing}$ : το διάκενο μεταξύ τροχού και άρθρωσης των ατράκτων (0.02mm)

Τελικά:

$$Q_{Dj} = \frac{w_{gface} h_{bushing}^3}{6\mu L_{Dj}} [P_D - P_j] \quad (4.13a)$$

$$Q_{jS} = \frac{w_{gface} h_{bushing}^3}{6\mu L_{Sj}} [P_j - P_D] \quad (4.13b)$$

#### 4.1.3 Διαφορική Εξίσωση Θαλάμου $V_j$

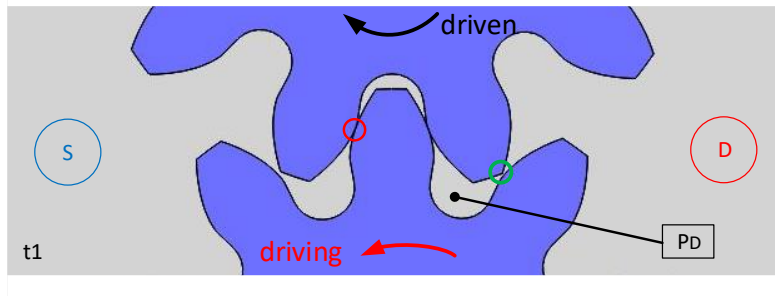
Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (4.3) τις εξισώσεις (4.10)-(4.13) λαμβάνεται:

$$\frac{dP_j}{dt} = \frac{\beta}{V_j} \left[ \frac{\rho_{j+1}}{\rho_j} R_{HP,j}^{-1} [P_{j+1} - P_j] + \frac{\rho_D}{\rho_j} R_{Dj}^{-1} [P_D - P_j] - R_{HP,j-1}^{-1} [P_j - P_{j-1}] - R_{jS}^{-1} [P_j - P_S] + \left( \frac{\rho_{j+1}}{\rho_j} - 1 \right) K_C \omega \right] \quad (4.14)$$

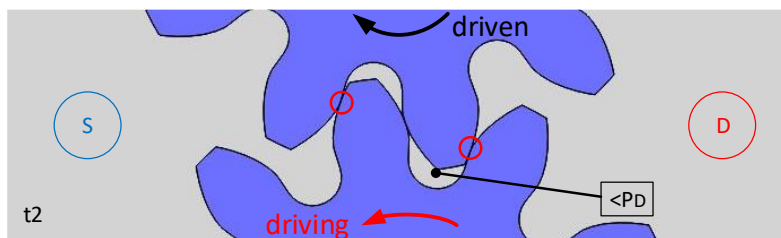
Σημειώνεται πως η πυκνότητα σε κάθε θάλαμο υπολογίζεται βάσει της πίεσης του θαλάμου αυτού.

#### 4.1.4 Επιστροφή Εγκλωβισμένου Όγκου στο Χώρο Αναρρόφησης

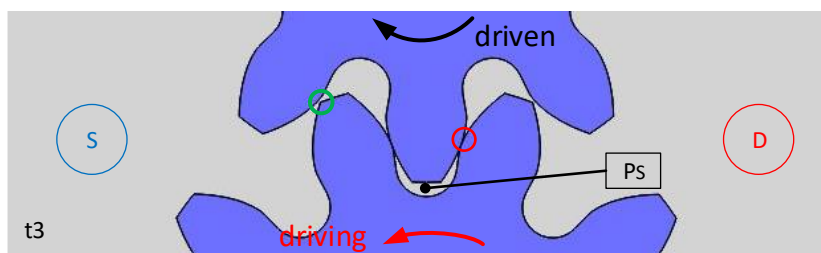
Σε περιπτώσεις η τροχιά επαφών των συνεργαζόμενων τροχών δεν είναι κλειστή, όπως για παράδειγμα στις γραναζωτές αντλίες εξειλιγμένης οδόντωσης, υπάρχει ένας όγκος ρευστού ο οποίος εγκλωβίζεται μεταξύ των συνεργαζόμενων δοντιών. Ο όγκος αυτός εξαρτάται από τη γεωμετρία των τροχών και μπορεί να προκαλέσει μεγάλο παλμό παροχής σε αρκετές περιπτώσεις. Στα παρακάτω σχήματα (εικόνες 32,33,34) παρουσιάζεται η εξέλιξη του φαινομένου.



Εικόνα 32 - Στιγμιότυπο t1, η μεταφορά ροπής γίνεται μέσω της συνεργασίας μόνο 1 ζεύγους οδόντων



Εικόνα 33 - Στιγμιότυπο t2, η μεταφορά ροπής γίνεται μέσω συνεργασίας 2 ζευγών οδόντων η πίεση επιφανείας στους αρχικά συνεργαζόμενο ζεύγος μειώνεται



Εικόνα 34 - Στιγμιότυπο t3, η μεταφορά ροπής γίνεται μέσω συνεργασίας του δεύτερου ζεύγους και ο εγκλωβισμένος όγκος του ρευστού έχει πλέον διαρρέυσει στο θάλαμο αναρρόφησης

Τη χρονική στιγμή t1 (εικόνα 32) ο θάλαμος έχει πίεση ίση με την πίεση στο θάλαμο κατάθλιψης ενώ η ροπή μεταφέρεται από τον οδηγητικό τροχό στον οδηγούμενο μέσω συνεργασίας ενός ζεύγους δοντιών (Simple Tooth Contact - STC).

Τη χρονική στιγμή t2 (εικόνα 33) ο θάλαμος εγκλωβίζεται μεταξύ των δύο ζευγών που συνεργάζονται. Η ροπή πλέον μεταφέρεται μέσω αυτών των δύο ζευγών ενώ λόγω παραμόρφωσης η δύναμη μεταξύ του πρώτου ζεύγους δοντιών μειώνεται και αυξάνεται η δύναμη μεταξύ του δεύτερου ζεύγους. Λόγω αυτής της μείωσης της δύναμης στο πρώτο συνεργαζόμενο ζεύγος, η πίεση επιφανείας μεταξύ των δοντιών μειώνεται ανάλογα. Συνεπώς το ρευστό αρχίζει και διαρρέει από τον θάλαμο προς το θάλαμο κατάθλιψης έτσι ώστε η πίεση του ρευστού εντός του εγκλωβισμένου θαλάμου να είναι ίση με την πίεση επιφανείας μεταξύ του πρώτου συνεργαζόμενου ζεύγους.

Τη χρονική στιγμή t3 (εικόνα 34) έχουμε πλέον μεταφορά ροπής μόνο από το δεύτερο ζεύγος δοντιών και ο θάλαμος πλέον έχει πίεση ίση με την πίεση του θαλάμου αναρρόφησης.

Η μοντελοποίηση αυτού του φαινομένου μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. Στη συγκεκριμένη ανάλυση γίνεται με τη μορφή διαρροής από το θάλαμο κατάθλιψης στην αναρρόφηση.

- Υπολογίστηκε ο όγκος που εγκλωβίζεται μεταξύ δύο ζευγών δοντιών τη χρονική στιγμή που ξεκινάει η συνεργασία του δεύτερου ζεύγους  $V_{trapped}$
- Η παροχή όγκου από το χώρο κατάθλιψης στο χώρο αναρρόφησης θεωρείται σταθερή ίση με  $Q_{trapped}$  και το αντίστοιχο διάστημα  $\Delta t_{trapped}$  ισούται με το χρονικό διάστημα μεταξύ της χρονικής στιγμής όπου αρχίζει η δεύτερη συνεργασία και της στιγμής που ολοκληρώνεται η πρώτη συνεργασία.

Δηλαδή για κάθε θάλαμο υπολογίζεται η αντίστοιχη:

$$Q_{trapped} = \frac{V_{trapped}}{\Delta t_{trapped}}, t \in (t_1, t_1 + \Delta t_{trapped})$$

$$Q_{trapped} = 0 \text{ (για όλο τον υπόλοιπο κύκλο)}$$

#### 4.1.5 Διαφορική Εξίσωση του Θαλάμου Κατάθλιψης (discharge)

Στο χώρο κατάθλιψης (D) η πίεση εξαρτάται από τις διαρροές προς τις κοιλότητες μεταξύ των οδόντων, την αναρρόφηση, τις στεγανώσεις, από την παροχή όγκου λόγω περιστροφής των οδοντώσεων αλλά ταυτόχρονα και το «φορτίο» που προκαλείται λόγω αυτής της ροής στη σωλήνωση κατάθλιψης.

Εάν  $Q_D$  είναι το σύνολο της παροχής που εισέρχεται στο θάλαμο κατάθλιψης θα ισχύει:

$$Q_D = Q_{displacement} + \frac{wRh}{2} \omega g(\varphi) - \left[ Q_{D,S} + \sum_j^Z (Q_{D,j} + Q_{trapped}) \right] \quad (4.15)$$

Όπου:

$(Q_{displacement}) = \frac{dV}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt}$  : η παροχή λόγω περιστροφής των τροχών (όπως υπολογίζεται στο αντίστοιχο κεφάλαιο)

$\left( \frac{wRh}{2} \omega g(\varphi) \right)$  : η παροχή όγκου στο χώρο κατάθλιψης λόγω της ροής Couette που αναπτύσσεται μεταξύ κεφαλής οδόντα και κελύφους

$(Q_{D,S})$  : η παροχή όγκου από την κατάθλιψη προς την αναρρόφηση ή προς τις στεγανώσεις

$(Q_{D,j})$  : η παροχή από το χώρο κατάθλιψης προς τον θάλαμο j

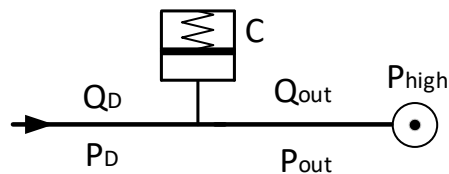
$(Q_{trapped})$  : η επιστροφή ρευστού από το θάλαμο κατάθλιψης στο χώρο αναρρόφησης σύμφωνα με τη μοντελοποίηση που έγινε στο υποκεφάλαιο 4.1.4

Σημειώνεται πως η παροχή  $Q_{D,S}$  υπολογίζεται έτσι ώστε να επιτυγχάνεται ο ογκομετρικός βαθμός απόδοσης της αντλίας σύμφωνα με τα στοιχεία του κατασκευαστή. Όσον αφορά στον παλμό παροχής ο όρος  $Q_{D,S}$  δεν επηρεάζει άμεσα το αποτέλεσμα καθώς αποτελεί μία διαρροή η οποία εξαρτάται

μόνο από την πίεση στην έξοδο της αντλίας όπως σημειώνουν κάποιοι ερευνητές (Rituraj and Vacca, 2021; Vacca and Guidetti, 2011). Συμπεριλαμβάνοντας τη χωρητικότητα της αντλίας και της σωλήνωσης στην έξοδο της καθώς επίσης την «αντίσταση» στη ροή που αναπτύσσεται λόγω ροής στη σωλήνωση διακρίνουμε τις 3 ακόλουθες περιπτώσεις.

### Α' Περίπτωση (σταθερή πίεση εξόδου)

Εάν στην έξοδο της αντλίας διατηρείται σταθερή η πίεση (απειρώς μεγάλη χωρητικότητα στην έξοδο) τότε η κατάσταση στην έξοδο της αντλίας θα είναι:

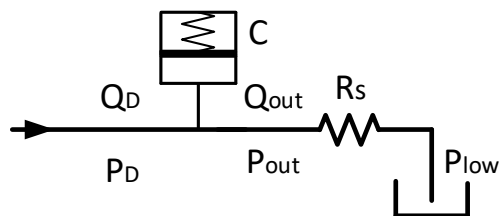


Εικόνα 35 - Αναπαράσταση υδραυλικού κυκλώματος για την περίπτωση Α

$$P_D = P_{out} = P_{high} \quad (4.16a)$$

$$Q_{out} = Q_D - C \frac{dP_{out}}{dt} = Q_D \quad (4.17a)$$

### Β' Περίπτωση (αύξηση πίεσης ανάλογη της ροής "laminar flow")



Εικόνα 36 - Αναπαράσταση υδραυλικού κυκλώματος για την περίπτωση Β

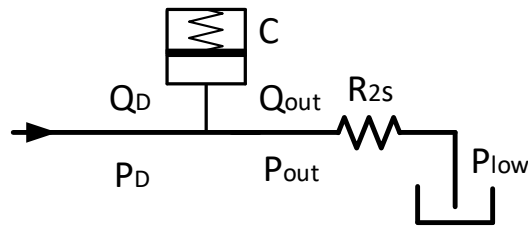
$$P_D = P_{out} = Q_D R_s \quad (4.16b)$$

$$Q_{out} = Q_D - C \frac{dP_{out}}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dP_D}{dt} = \frac{1}{C} \left[ Q_D - \frac{P_D}{R_s} \right] \quad (4.17b)$$



### Γ' Περίπτωση (αύξηση πίεσης ανάλογη του τετραγώνου της παροχής "turbulent flow")



Εικόνα 37 - Αναπαράσταση υδραυλικού κυκλώματος για την περίπτωση Γ

$$P_D = P_{out} = R_{2s} Q_D^2 \quad (4.16c)$$

$$Q_{out} = Q_D - C \frac{dp_{out}}{dt} \Rightarrow$$

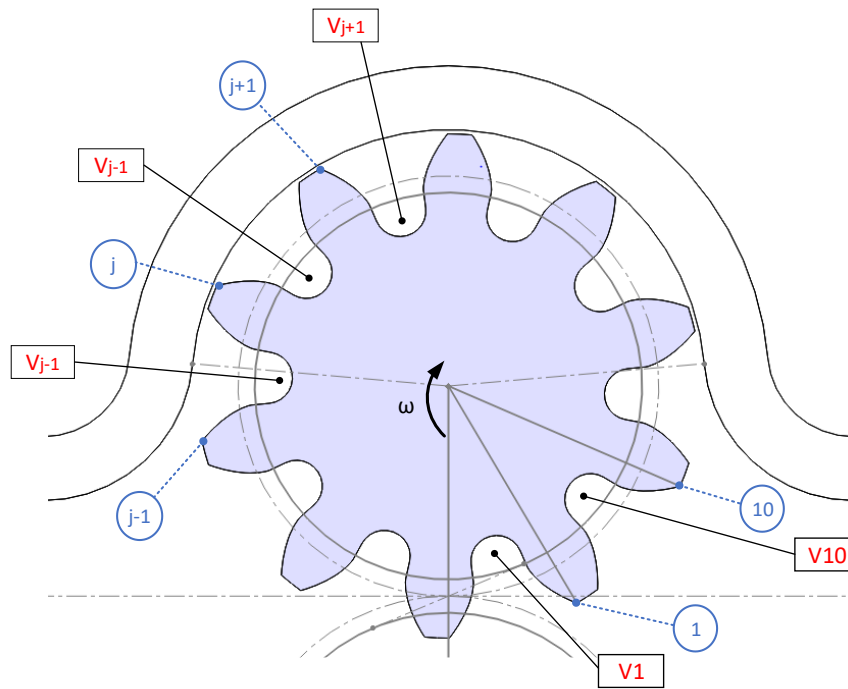
$$\Rightarrow \frac{dP_D}{dt} = \frac{1}{C} \left[ Q_D - \sqrt{\frac{P_D}{R_{2s}}} \right] \quad (4.17c)$$

Από τις τρεις περιπτώσεις επιλέγεται η γ' καθώς αποτελεί την πιο συνήθη περίπτωση λειτουργίας καθώς η ροή στις σωληνώσεις των περισσότερων υδραυλικών συστημάτων υψηλών πιέσεων είναι συνήθως τυρβώδης.

#### **4.1.6 Υπολογισμός Θέσεων των Ποκετών Ευθείας Εξειλιγμένης Οδόντωσης**

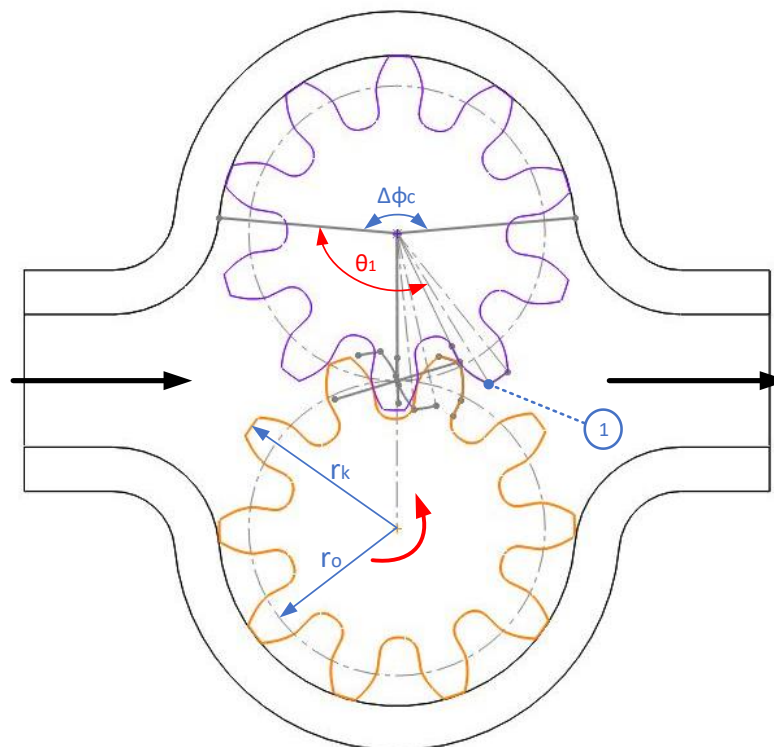
Με σκοπό τη δημιουργία ενός μοντέλου της αντλίας για την εύρεση της απόκρισης του συστήματος απαιτείται ο υπολογισμός των θέσεων των ποκετών ώστε να υπολογίζονται οι αντιστάσεις ροής κάθε χρονική στιγμή. Επιπλέον με την εύρεση των θέσεων των θαλάμων για κάθε γωνία είναι εύκολο να γίνει ο χρονισμός του κινηματικού παλμού παροχής σε σχέση με τις αντίστοιχες ροές που υπάρχουν εντός της αντλίας.

Στο σχήμα της εικόνας 38 παρουσιάζεται η σύμβαση αρίθμησης των θαλάμων και των αντίστοιχων οδόντων.

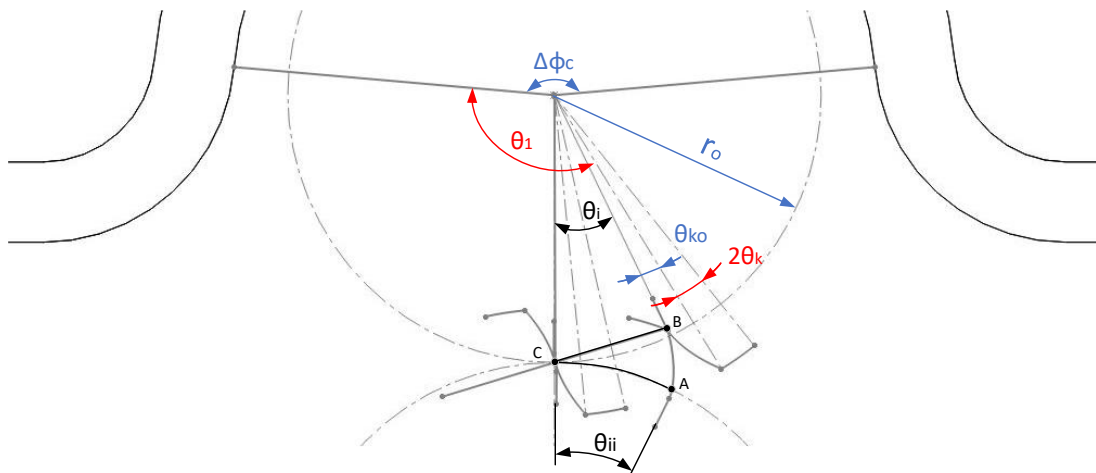


Εικόνα 38 - Αρίθμηση θαλάμων και οδόντων του ενός τροχού

Η γωνία  $\theta_1$  η οποία φαίνεται στην εικόνα (39) και (40), ορίζεται ως η γωνία η οποία πρέπει να στραφεί ο τροχός 1, σε σχέση με την αρχική θέση, ώστε ο θάλαμος  $V_1$  να βρεθεί στο χώρο «συμπίεσης». Υπενθυμίζεται πως η αρχική θέση ορίζεται ως η θέση του τροχού όπου ο οδόντας 1 του τροχού 1 αρχίζει τη συνεργασία του με τον αντίστοιχο οδόντα του τροχού 2.



Εικόνα 39 - Γωνίες για τον προσδιορισμό θέσης των θαλάμων



Εικόνα 40 - Το τμήμα επαφών από την έναρξη τη συνεργασίας του νέου ζεύγους έως το σημείο κυλίσεως

Εάν υπολογισθεί η γωνία  $\theta_1$  τότε είναι εύκολο να υπολογισθούν και όλες οι γωνίες  $\theta_j$  των υπόλοιπων δοντιών του τροχού καθώς η αντίστοιχη γωνία κάθε επόμενου δοντιού θα απέχει κατά ένα βήμα σε σχέση με τη γωνία του προηγούμενου.

$$\theta_1 = \theta_{k0} + \theta_i + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}(\pi - \Delta\varphi_c) \quad (4.18)$$

$$\theta_{k0} = \varphi_k - \varphi_0 \quad (4.19)$$

$$\varphi_0 = \tan(a_0) - a_0 \quad (4.20)$$

$$\varphi_k = \tan(a_k) - a_k \quad (4.21)$$

Συνεπώς:

$$(2.19) - (2.21) \Rightarrow \theta_{k0} = \tan(a_k) - \tan(a_0) - a_k + a_0 \quad (4.19')$$

Όπου μπορούμε να υπολογίσουμε τη γωνία  $\theta_{k0}$ , η οποία είναι η γωνία μεταξύ της ευθείας που διέρχεται από το κέντρο του τροχού και του σημείου όπου η κατατομή 1 έρχεται σε επαφή με την κατατομή του 2, και της ευθείας που ενώνει τα κέντρα των δύο τροχών.

Γνωρίζουμε από τη θεωρία οδοντώσεων πως το τμήμα επαφών BC αντιστοιχεί στην κίνηση AC για τον οδοντωτό τροχό 2. Το τόξο που θα διαγράψει όμως ο τροχός 2 είναι ίδιο με αυτόν που θα διαγράψει ο τροχός 1 καθώς οι δύο τροχοί είναι όμοιοι. Συνεπώς:

$$\theta_i = \theta_{ii} = \frac{\widehat{AC}}{r_0} \quad (4.20)$$

Όπου το τόξο AC υπολογίζεται ως:

$$CA = \sqrt{(r_0 + m)^2 - r_0^2 \cos^2 a_0} - r_0 \sin a_0 \quad (4.21)$$

$$(2.5), (2.6) \Rightarrow \theta_i = \frac{\sqrt{(r_0 + m)^2 - r_0^2 \cos^2 a_0} - r_0 \sin a_0}{r_0} \quad (4.21')$$

Τελικά από την (3.18) και τις (4.20), (4.21') λαμβάνουμε:

$$\theta_1 = \tan(a_k) - \tan(a_0) - a_k + a_0 + \frac{\sqrt{(r_0 + m)^2 - r_0^2 \cos^2 a_0} - r_0 \sin a_0}{r_0} + \pi - \frac{\Delta\varphi_c}{2} \quad (4.18')$$

Όπου οι αντίστοιχες γωνίες εξελιγμένης  $a_k$ ,  $a_0$  υπολογίζονται ως:

$$a_k = \text{Arc cos} \left( \frac{rg}{r_k} \right)$$

$$a_0 = \text{Arc cos} \left( \frac{rg}{r_0} \right)$$

Για το τόξο  $S_k$  και την αντίστοιχη γωνία  $2\theta_k$  θα ισχύει:

$$\frac{S_k}{r_k} = \frac{S_0}{r_0} + 2(\varphi_0 - \varphi_k) = \frac{S_0}{r_0} - 2\theta_{k0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_k = r_k \left( \frac{S_0}{r_0} - 2\theta_{k0} \right)$$

$$\theta_k = \frac{S_k}{2r_k}$$

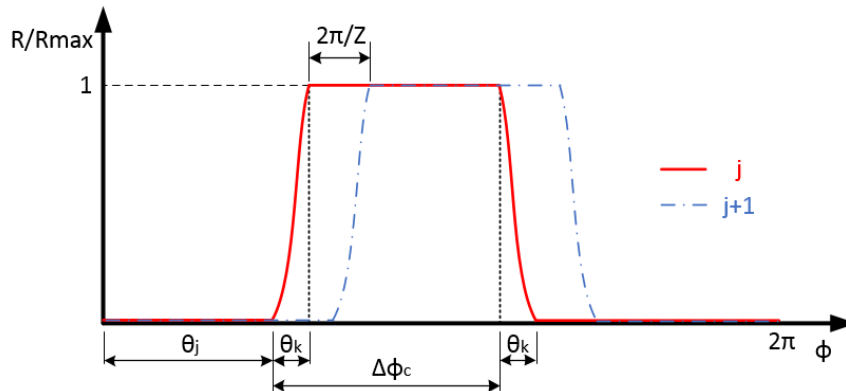
Όπου μπορούμε να λάβουμε την τελική σχέση:

$$\Rightarrow \theta_k = \frac{S_0}{2r_0} - \theta_{k0} \quad (4.22)$$

Η σχετική γωνία του επόμενου οδόντα ως προς την «είσοδο» της πλευράς συμπίεσης μπορεί να υπολογισθεί σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$\theta_j = \theta_{j-1} + \Delta\theta = \theta_{j-1} + \frac{2\pi}{Z} \quad (4.23)$$

Πλέον οι διαρροές μπορούν να μοντελοποιηθούν βάσει των γωνιών  $\theta_j$ . Υπενθυμίζεται πως ως γωνία αναφοράς θεωρείται αυτή για την οποία αρχίζει η επαφή του δοντιού 1 του τροχού 1 με το αντίστοιχο δόντι του τροχού 2, το οποίο διευκολύνει τη διαδικασία καθώς ο παλμός παροχής υπολογίζεται βάσει της ίδιας γωνίας αναφοράς. Στο παρακάτω διάγραμμα (εικόνα 41) παρουσιάζεται η αντίστοιχη «αντίσταση» ως προς τη ροή μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλοτήτων σε σχέση με τη γωνία  $\phi$ .



Εικόνα 41 - Διάγραμμα εξέλιξης της αντίστασης ροής μεταξύ επόμενου και προηγούμενου θαλάμου για δύο διαδοχικούς θαλάμους

## 4.2.Αριθμητική επίλυση του μοντέλου μέσω του λογισμικού Simulink-Matlab

Η αριθμητική επίλυση του μοντέλου της αντλίας, που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 4.1, γίνεται με τη χρήση λογισμικού Simulink-Matlab. Στη συνέχεια ακολουθεί σύντομη περιγραφή της δομής του αλγορίθμου και του μοντέλου στο Simulink.

Το μοντέλο προσομοίωσης αφορά σε γρاناζωτή αντλία με τα χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν στους πίνακες 1 και πίνακα 2.

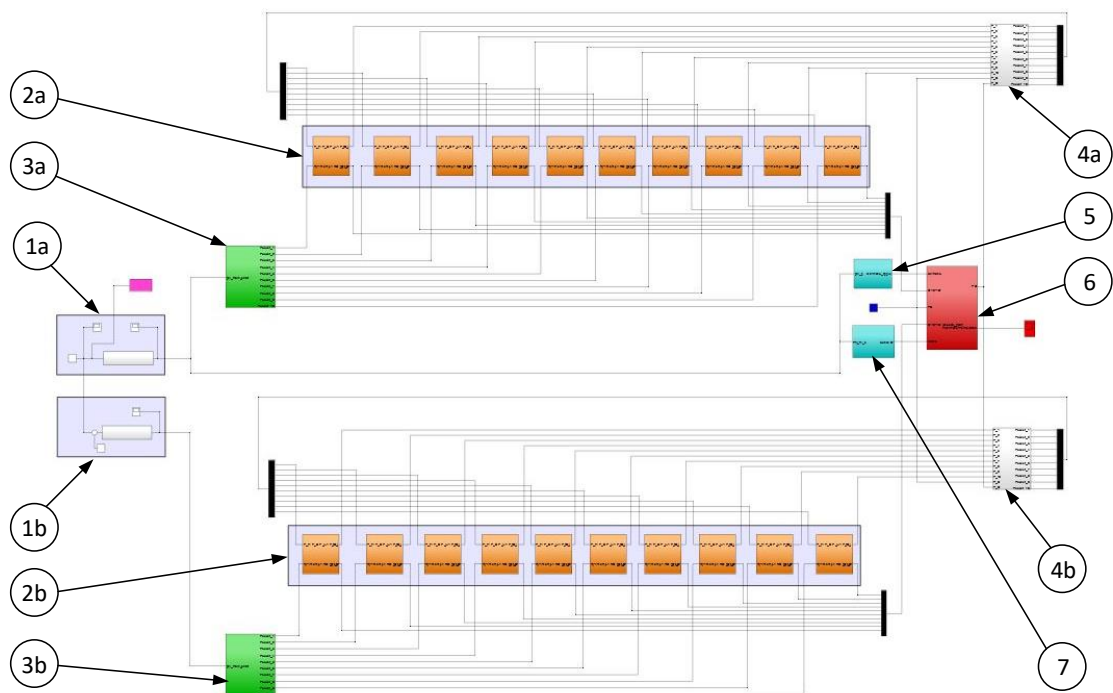
Ο αλγόριθμος έχει ως εισόδους:

- τα χαρακτηριστικά των οδοντωτών τροχών εξειλιγμένης οδόντωσης και τα διάκενα μεταξύ τροχών και της σταθερής γεωμετρίας της αντλίας όπως περιγράφονται στις εξισώσεις του κεφαλαίου 4.1.
- Τις συνθήκες λειτουργίας (ταχύτητα περιστροφής τροχών, πίεση εξόδου ή «αντίσταση» ροής εξόδου)
- Τις ιδιότητες του ρευστού συναρτήσει της πίεσης
- Τη γωνία του κελύφους  $\Delta\varphi_c$

Οι έξοδοι του αλγορίθμου είναι:

- Τα διαστήματα που ορίζουν τη φάση που βρίσκεται ένας θάλαμος βάσει της γωνίας του τροχού.
- Οι αριθμητικές τιμές των αντιστάσεων ροής συναρτήσει της θέσης των θαλάμων όπως αυτές περιγράφονται στο κεφάλαιο 4.1 .
- Την χωρητικότητα των θαλάμων

Στο παρακάτω σχήμα (εικόνα 42) παρουσιάζεται το μοντέλο Simulink.



Εικόνα 42 - Το συνολικό διάγραμμα του μοντέλου προσομοίωσης λειτουργίας της αντλίας στο λογισμικό Simulink-MATLAB

Αριθμός Subsystem	Ονομασία
1	Υπολογισμός γωνίας οδοντωτού τροχού
2	Επίλυση διαφορικής εξίσωσης θαλάμων
3	Υπολογισμός θέσεων και αντιστάσεων ροής
4	Ομαδοποίηση εισόδων στο υποσύστημα 3
5	Κινηματικός παλμός παροχής
6	Επίλυση διαφορικής εξίσωσης θαλάμου κατάθλιψης
7	Λειτουργία ενεργητικού συστήματος

Πίνακας 4 - Υποσυστήματα του δομικού διαγράμματος του μοντέλου της αντλίας

Οι δείκτες  $a$  και  $b$  δηλώνουν τον τροχό που αφορά το υποσύστημα, ο δείκτης  $a$  αντιστοιχεί στον οδηγητικό τροχό ενώ ο δείκτης  $b$  στον οδηγούμενο. Η δομή των επιμέρους υποσυστημάτων υπάρχουν στο παράρτημα Β.

### Υπολογισμός γωνίας οδοντωτού τροχού

Σε αυτό το υποσύστημα υπολογίζεται η γωνία του κάθε τροχού, η οποία λαμβάνει τιμές  $[0, 2\pi)$ , συναρτήσει το χρόνου βάσει της ταχύτητας περιστροφής. Αυτό διευκολύνει αρκετά το μοντέλο καθώς οι πίνακες που χρησιμοποιούνται (look-up tables) υπολογίζονται μόνο για τις τιμές της γωνίας των τροχών στο διάστημα  $[0, 2\pi)$ .

### Επίλυση διαφορικής εξίσωσης θαλάμων

Σύμφωνα με τις εισόδους και τη θέση του κάθε θαλάμου γίνεται η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης της πίεσης του θαλάμου (εξίσωση 4.14). Από αυτήν την επίλυση προκύπτει η πίεση του θαλάμου την επόμενη χρονική στιγμή και οι παροχές από και προς τους υπόλοιπους θαλάμους. Οι εισοδοί το υποσυστήματος είναι:

- Θέση του θαλάμου.
- Οι αντιστάσεις ροής για την στιγμιαία θέση του θαλάμου
- Η πίεση στην κατάθλιψη, στην αναρρόφηση, στον επόμενο και προηγούμενο θάλαμο.

### Υπολογισμός θέσεων και αντιστάσεων ροής

Βάσει του κεφαλαίου 4.1 διακρίνονται 3 διαστήματα για τη θέση του κάθε θαλάμου η οποία περιγράφεται από τον δείκτη  $f$  του μοντέλου στο Simulink έτσι ώστε να ισχύει:

$f_j = 1, (\varphi - \theta_j) \in [0, \Delta\varphi_c + \theta_k)$  : ο θάλαμος βρίσκεται σε συμπίεση

$f_j = 2, (\varphi - \theta_j) \in [\Delta\varphi_c + \theta_k, 2\pi - \theta_1 + \theta_i)$  : ο θάλαμος βρίσκεται στο χώρο κατάθλιψης

$f_j = 0, (\varphi - \theta_j) \in [2\pi - \theta_1, 2\pi)$  : ο θάλαμος βρίσκεται στο χώρο αναρρόφησης

Σε αυτό το υποσύστημα υπολογίζεται ο δείκτης  $f_j$  για κάθε θάλαμο καθώς και οι αντίστοιχες αντιστάσεις ροής.

### Ομαδοποίηση εισόδων για το υποσύστημα 3

Στο υποσύστημα αυτό ομαδοποιούνται οι εισοδοί που απαιτούνται για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων του υποσυστήματος 3. Η πρακτική του λειτουργία είναι η οργάνωση και ο έλεγχος των σωστών επικοινωνιών μεταξύ των θαλάμων.

### Κινηματικός παλμός παροχής

Υπολογίζεται η παροχή όγκου ανά μονάδα χρόνου λόγω περιστροφής των τροχών (κινηματικός παλμός παροχής) που προκύπτει από τη θέση των τροχών και την ταχύτητα περιστροφής.

### Επίλυση διαφορικής εξίσωσης θαλάμου κατάθλιψης

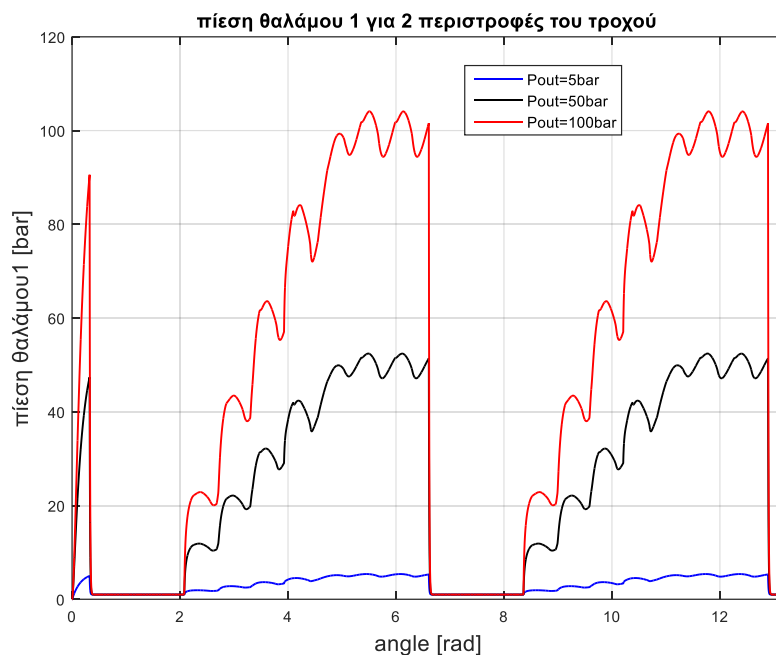
Σε αυτό το υποσύστημα γίνεται η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης της πίεσης του θαλάμου κατάθλιψης (εξισώσεις 4.15 και 4.17c)

### Λειτουργία ενεργητικού συστήματος

Υπολογίζεται η παροχή ανά μονάδα χρόνου που προκύπτει από τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος. Ο αλγόριθμος έχει τη μεταβλητή «active\_switch» η οποία εδώ τίθεται ίση με το μηδέν και έχει ως έξοδο παροχή ίση με το μηδέν. Το σύστημα αυτό ενεργοποιείται για τον αλγόριθμο υπολογισμού των βέλτιστων παραμέτρων σχεδιασμού του ενεργητικού συστήματος σύμφωνα με το Κεφάλαιο 5.4.2.

## 4.3 Αποτελέσματα μοντέλου αντλίας

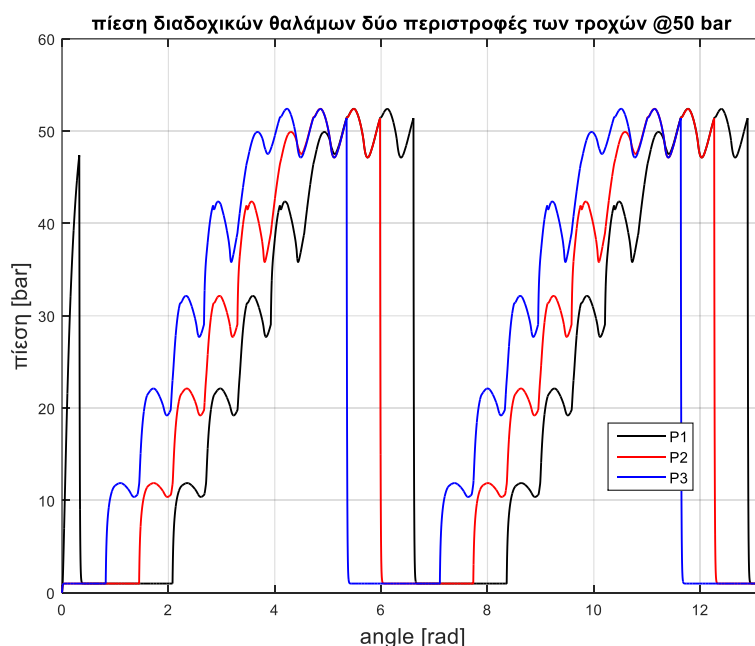
Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από το μοντέλο που περιγράφεται στο κεφάλαιο (4.1). Κρίνεται σκόπιμο τόσο για λόγους κατανόησης όσο και για λόγους ελέγχου της ορθότητας του μοντέλου της αντλίας να παρουσιαστούν οι αποκρίσεις των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος.



Διάγραμμα 5 - Απόκριση της πίεσης του θαλάμου 1 του κινητήριου τροχού για δύο περιστροφές της ατράκτου της αντλίας για τρεις πιέσεις λειτουργίας

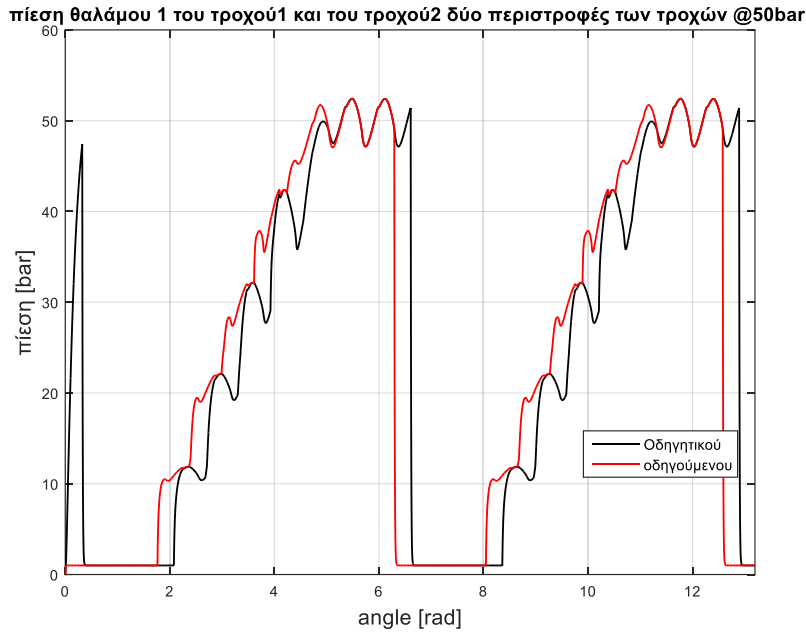


Αναφορικά με το διάγραμμα (5), παρατηρείται η μεταβατική φάση. Οι συνθήκες έχουν αρχικοποιηθεί έτσι ώστε κάθε θάλαμος να έχει την πίεση της αναρρόφησης για χρόνο ίσο με 0. Συνεπώς κατά τη μεταβατική φάση παρατηρείται η πίεση του θαλάμου 1 να έχει απόκριση πρώτης τάξης καθώς βρίσκεται για κάποιο χρόνο εντός του θαλάμου κατάθλιψης στον οποίο αυξάνεται η πίεση. Για το επόμενο διάστημα μέχρι περίπου τη γωνία 2[rad] ο θάλαμος βρίσκεται στο θάλαμο αναρρόφησης και διατηρεί σταθερή πίεση ίση με αυτή του θαλάμου αναρρόφησης 1[bar]. Όταν πλέον ο τροχός περιστραφεί τόσο ώστε ο θάλαμος 1 εισέλθει στη φάση της συμπίεσης, δηλαδή οι δύο διαδοχικοί οδόντες που περικλείουν τον θάλαμο  $V_1$  βρεθούν εντός του κυκλικού τομέα του κελύφους, η πίεση του αυξάνεται. Παρατηρείται ότι η πίεση του φτάνει πολύ γρήγορα σχεδόν το 20% της πίεσης λειτουργίας το οποίο εξηγείται από τις ροές προς το θάλαμο 1  $Q_{2,1}$  και  $Q_{D,1}$ . Επιπλέον μπορεί να σημειωθεί μία αυξομείωση της πίεσης στα μέγιστα των κορυφών το οποίο εξηγείται από την πίεση που επικρατεί στο χώρο κατάθλιψης την ίδια χρονική στιγμή, το φαινόμενο της αυξομείωσης αυτό γίνεται εντονότερο όσο ο θάλαμος πλησιάζει στο θάλαμο κατάθλιψης και με την αύξηση της πίεσης λειτουργίας (για πίεση λειτουργίας 5 [bar] η αυξομείωση είναι αμελητέα). Όταν πλέον ο θάλαμος 1 βρεθεί στο χώρο κατάθλιψης η πίεσή του ισούται με την πίεση στο θάλαμο κατάθλιψης. Η απότομη μείωση της πίεσης που παρατηρείται στη συνέχεια σημειώνεται όταν ο οδόντας 1 ολοκληρώσει το τμήμα επαφής του με τον αντίστοιχο οδόντα του οδηγούμενου τροχού όπου και μεταφέρεται ο όγκος  $V_{trapped}$  από τον θάλαμο κατάθλιψης στην αναρρόφηση, σύμφωνα με το κεφάλαιο 4.1.



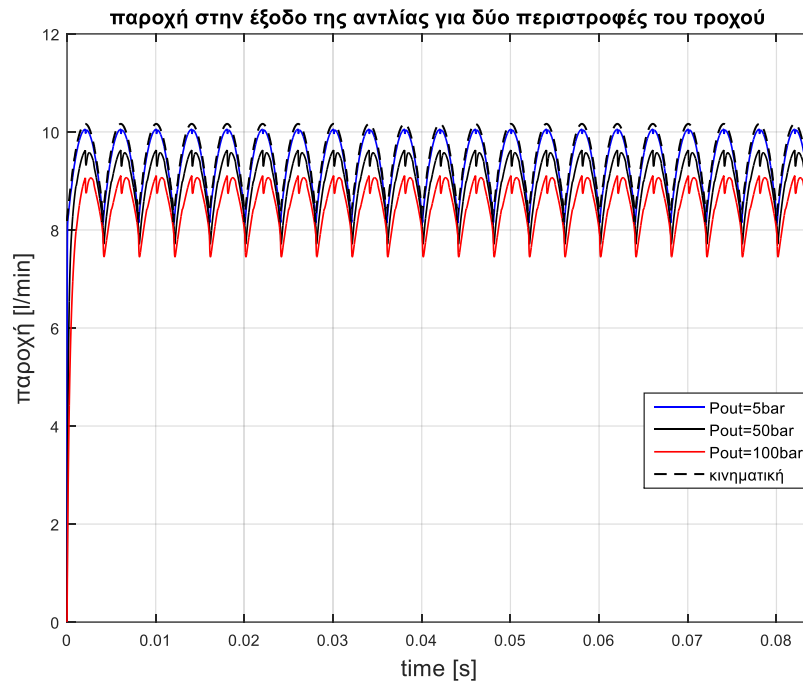
Διάγραμμα 6 - Απόκριση της πίεσης των διαδοχικών θαλάμων 1,2,3 οδηγητικού τροχού για πίεση λειτουργίας ίση με 50 bar

Στο διάγραμμα (6) παρουσιάζονται οι αποκρίσεις τριών διαδοχικών θαλάμων. Αυτό το διάγραμμα επιβεβαιώνει την ορθότητα του μοντέλου ως προς τη σωστή μοντελοποίηση των θέσεων των θαλάμων καθώς οφείλει η απόκριση κάθε θαλάμου να είναι η ίδια σε σχέση με την απόκριση του επόμενου ή του προηγούμενου με μία διαφορά φάσης.



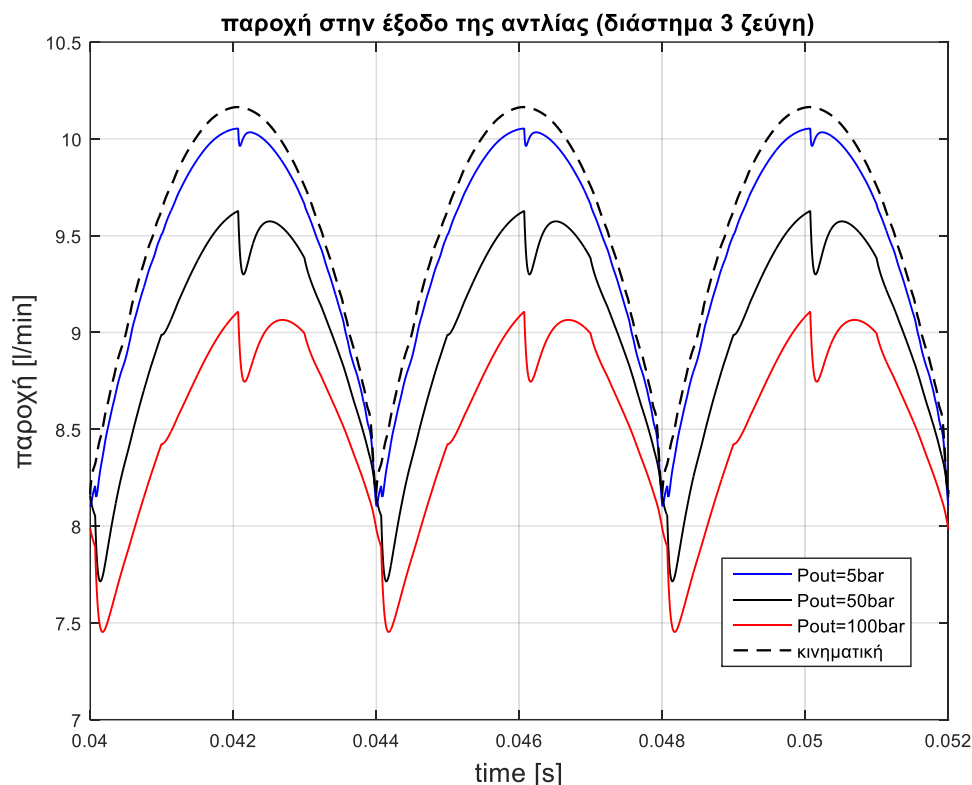
Διάγραμμα 7 - Πίεση θαλάμων 1 του οδηγητικού και οδηγούμενου τροχού για δύο πλήρεις περιστροφές και πίεση λειτουργίας ίση με 55 bar

Στο διάγραμμα (7) παρατηρείται διαφορετική συμπεριφορά της απόκρισης πίεσης του θαλάμου 1 του οδηγητικού τροχού σε σχέση με την απόκριση πίεσης του θαλάμου 1 του οδηγούμενου τροχού. Αυτό είναι ορθό καθώς οι θάλαμοι του οδηγούμενου τροχού σε σχέση με αυτούς του οδηγητικού τροχού έχουν διαφορά φάσης η οποία δεν είναι ίδια με τη χρονική διάρκεια του κινηματικού παλμού παροχής. Συνεπώς όταν ο θάλαμος 1 του οδηγητικού τροχού εισέλθει στη φάση της συμπίεσης, η πίεση στο θάλαμο κατάθλιψης είναι διαφορετική από ότι είναι όταν ο θάλαμος 1 του οδηγούμενου τροχού εισέλθει στη φάση της συμπίεσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι διαρροές προς το θάλαμο 1 του κάθε τροχού να είναι διαφορετικές την ίδια χρονική στιγμή που δικαιολογεί τη διαφορετική απόκριση τη πίεσης. Σαφώς όταν πλέον ο θάλαμος 1 του οδηγούμενου τροχού εισέλθει στο χώρο κατάθλιψης η πίεση του ισούται με την πίεση που επικρατεί εκεί.



*Διάγραμμα 8 - Παλμός παροχής στην έξοδο της αντλίας για διάφορες πιέσεις λειτουργίας*

Στο διάγραμμα (8) φαίνεται ο παλμός παροχής στην έξοδο της αντλίας για διάφορες πιέσεις λειτουργίας. Παρατηρείται μεταβολή του μέσου παλμού παροχής με την αύξηση της πίεσης το οποίο δικαιολογείται από το γεγονός των αυξημένων διαρροών προς το χώρο αναρρόφησης. Πιο λεπτομερείς σχολιασμός ακολουθεί στη συνέχεια όπου γίνεται μεγέθυνση μιας περιοχής του διαγράμματος.



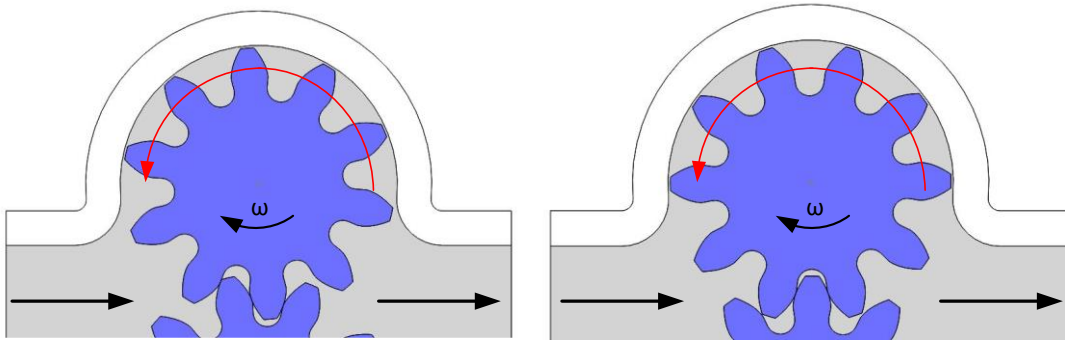
Διάγραμμα 9 - Παροχή στην έξοδο της αντλίας για διάφορες πιέσεις λειτουργίας

Το διάγραμμα (9) αποτελεί το βασικό ζητούμενο της προσομοίωσης, τη μεταβολή δηλαδή του παλμού παροχής σε σχέση με τον κινηματικό παλμό παροχής. Μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής:

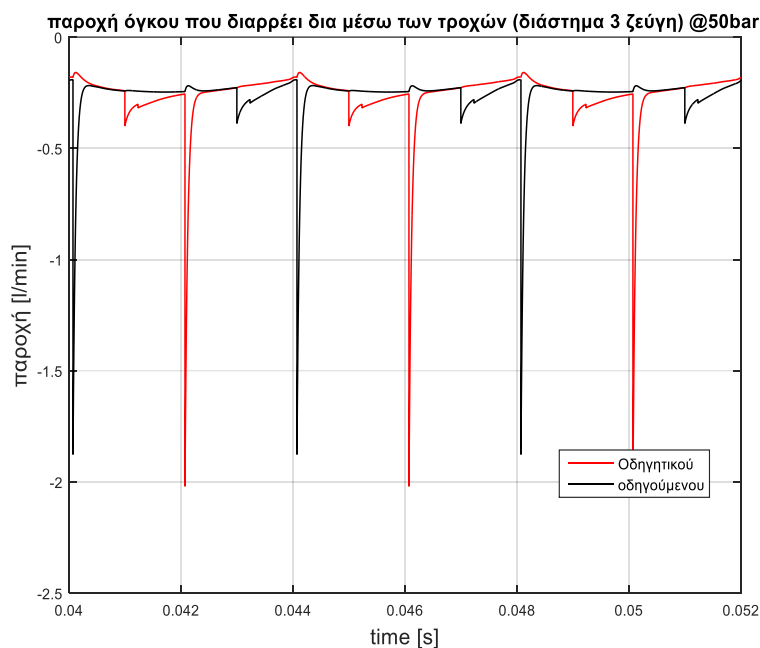
- Συνολική μείωση της παροχής στην έξοδο της αντλίας λόγω διαρροών και ανακυκλοφορίας, η οποία αυξάνεται με την αύξηση της πίεσης εξόδου όπως ήταν αναμενόμενο
- «χρονική» μετατόπιση του παλμού παροχής σε σχέση με τον κινηματικό, το οποίο προκύπτει λόγω των χωρητικότητων των θαλάμων και κυρίως του θαλάμου κατάθλιψης. Αυτό είναι λογικό καθώς έχει μοντελοποιηθεί ως σύστημα πρώτης τάξης.
- Παρατηρείται απότομη μείωση της παροχής εξόδου σε δύο σημεία ανά συνεργασία ενός ζεύγους οδόντων. Στη μία περίπτωση η απότομη μείωση σημειώνεται όταν έχουμε μέγιστη παροχή (συνεργασία δοντιών στον αρχικό κύκλο) το οποίο συμβαίνει λόγω της επιστροφής του εγκλωβισμένου ρευστού  $V_{trapped}$  του θαλάμου του οδηγητικού τροχού. Η δεύτερη απότομη μείωση της παροχής σημειώνεται στο τέλος της συνεργασίας των δοντιών όταν δηλαδή το αντίστοιχο εγκλωβισμένο ρευστό του θαλάμου του οδηγούμενου τροχού εισέρχεται στην αναρρόφηση.
- Δύο μικρότερες αυξομειώσεις της παροχής παρατηρούνται ανά συνεργασία ενός ζεύγους. Στο διάγραμμα 9 για την πρώτη συνεργασία η μία αυξομείωση παρατηρείται για χρόνο ίσο με 0.041 [sec] ενώ η δεύτερη για χρόνο ίσο με 0.043 [sec]. Αυτές οι αυξομειώσεις δικαιολογούνται από το μη σταθερό αριθμό δοντιών του κάθε τροχού εντός του διαστήματος συμπίεσης. Η μείωση της παροχής σημειώνεται όταν οι οδόντες που βρίσκονται στην πλευρά

συμπίεσης γίνονται 5 από 6. Το φαινόμενο αυτό φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί (εικόνα 43).

- Το πλάτος του παλμού παροχής που προκύπτει από την προσομοίωση δεν μεταβάλλεται σημαντικά σε σχέση με τον κινηματικό παλμό παροχής.



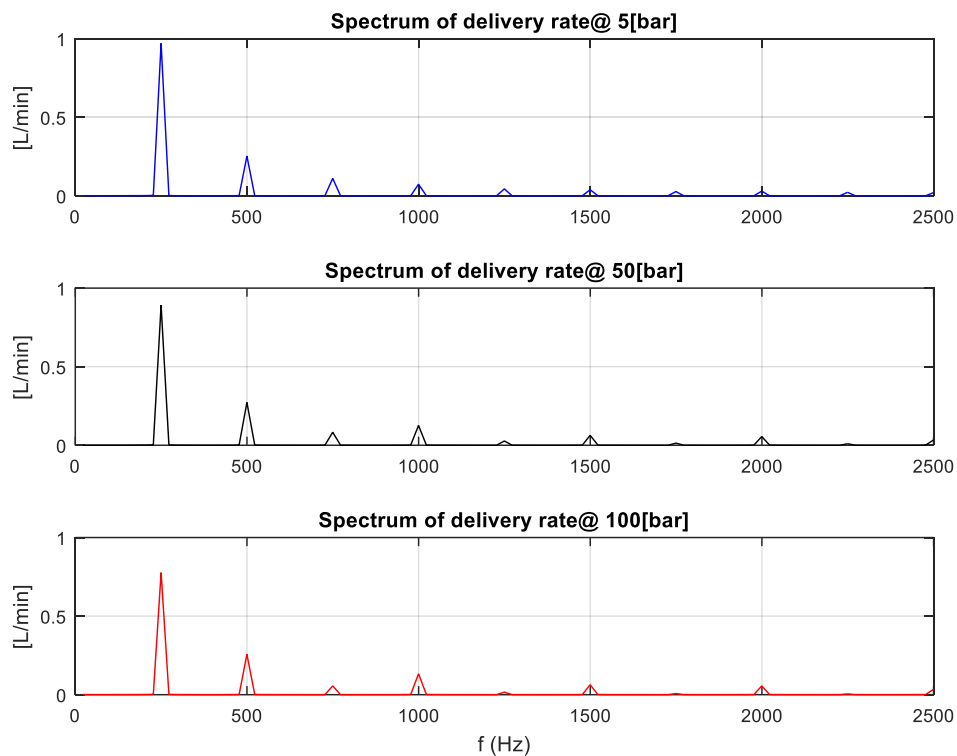
Εικόνα 43 - Δύο στιγμιότυπα κατά τη λειτουργία της αντλίας, στο αριστερό στιγμιότυπο το ρευστό "συναντά" 4 εντοπισμένες απώλειες ώστε να επιστρέψει στην αναρρόφηση από την κατάθλιψη, ενώ στην άλλη περίπτωση 5



Διάγραμμα 10 - Παροχές διαρροών δια μέσω των δύο τροχών προς την αναρρόφηση

Στο διάγραμμα (10) φαίνονται οι διαρροές ρευστού δια μέσω του κάθε τροχού προς το χώρο κατάθλιψης. Οι απότομες και με μεγαλύτερο πλάτος παροχές προέρχονται από τον όρο  $Q_{trapped}$  ενώ

οι μικρότερες «μύτες» είναι σύμφωνες με το φαινόμενο που περιγράφεται στην εικόνα (43). Επίσης σημειώνεται ένα σταθερό μόνιμο πλάτος το οποίο είναι αναμενόμενο.



Διάγραμμα 11 - Διαγράμματα FFT για διάφορες πιέσεις λειτουργίας

Το διάγραμμα (11) δίνει αρκετή πληροφορία για τη απόκριση του συστήματος. Σε όλες τις περιπτώσεις το μεγαλύτερο πλάτος το έχει ο όρος 250 [Hz] ενώ σημαντικό πλάτος έχει και η δεύτερη αρμονική του, 500 [Hz]. Σημειώνεται πως με την αύξηση της πίεσης μειώνεται το πλάτος του παλμού παροχής. Αυτό είναι ένα αξιοσημείωτο γεγονός το οποίο προκύπτει για δύο βασικούς λόγους. Όσο αυξάνεται η αντίσταση στην έξοδο της αντλίας το πλάτος του παλμού παροχής μεταφράζεται σε ακόμη μεγαλύτερες αυξομειώσεις πιέσεων και συνεπώς σε μεγαλύτερες διαρροές προς το χώρο κατάθλιψης. Επιπλέον η «συμπίεση» του παλμού σε μεγαλύτερες πιέσεις είναι πιο έντονη λόγω της ελαστικότητας του συστήματος. Επιπλέον παρατηρείται ότι με την αύξηση της πίεσης αυξάνονται τα πλάτη των πιο υψηλών συχνοτήτων (1000, 1500, 2000 [Hz]).

Το διάγραμμα αυτό δίνει επίσης πληροφορία για τις προδιαγραφές που πρέπει να φέρει το ενεργητικό σύστημα απόσβεσης του παλμού παροχής. Είναι φανερό ότι ο σημαντικότερος όρος είναι στη συχνότητα των 250 [Hz] όπως ήταν άλλωστε αναμενόμενο, συνεπώς είναι και ο όρος που θα πρέπει να αποσβένει το ενεργητικό σύστημα.



## 5. Σχεδιασμός Ενεργητικού Συστήματος Απόσβεσης Παλμού Παροχής

### 5.1 Προδιαγραφές Ενεργητικού Συστήματος

Το ενεργητικό σύστημα απόσβεσης παλμού παροχής θα πρέπει να πληρεί συγκεκριμένες προϋποθέσεις ώστε να αποτελεί αποδεκτή λύση του προβλήματος. Τα βασικά χαρακτηριστικά που πρέπει να έχει το ενεργητικό σύστημα είναι:

- Μείωση του παλμού παροχής όταν συνδέεται στο υδραυλικό σύστημα της αντλίας
- Να είναι εύκολα κατασκευάσιμο και να μην έχει μεγάλες απαιτήσεις ισχύος
- Να μην εισάγει μεγάλη «ελαστικότητα» στο σύστημα
- Να μην είναι ευαίσθητο σε μεταβολές πίεσης

#### Μείωση του Παλμού Παροχής

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της γραναζωτής αντλίας και με δεδομένο ότι η αντλία είναι σε σύνδεση απευθείας με ηλεκτρικό κινητήρα ο οποίος περιστρέφεται με σύγχρονες στροφές ο η κύρια συνιστώσα του παλμού παροχής έχει συχνότητα ίση με  $f_{pulse}$ ,

$$f_{pulse} = Z \frac{N}{60} [Hz]$$

Όπου:

$Z$ : αριθμός οδόντων κάθε τροχού

$N$ : ταχύτητα περιστροφής ηλεκτρικού κινητήρα [rpm]

Για τη συνήθη περίπτωση όπου χρησιμοποιείται ασύγχρονος 4-πολικός ηλεκτρικός κινητήρας η συχνότητα παλμών προκύπτει ίση με 250 [Hz] για την υπό μελέτη αντλία. Αυτό επιβεβαιώνεται και από τις προσομοιώσεις που έγιναν για την αντλία, στο Κεφάλαιο 4, καθώς η συχνότητα αυτή εμφανίζεται στα αντίστοιχα διαγράμματα FFT με το μεγαλύτερο πλάτος σε σχέση με τις υπόλοιπες αρμονικές.

Επιπλέον υπολογίζεται ο όγκος  $V_{pulse}$  που πρέπει να αφαιρείται και να προστίθεται στο σύστημα ανά μία περίοδο ως:

$$V_{pulse} = \frac{1}{2} \int_0^T \left| \frac{dV}{d\varphi} - \overline{\frac{dV}{d\varphi}} \right| d\varphi$$

Όπου:

$T = \frac{2\pi}{Z}$ : η γωνία που αντιστοιχεί σε μία πλήρη περίοδο του παλμού

$\frac{dV}{d\varphi}$ : ο κινηματικός παλμός παροχής

$\overline{\frac{dV}{d\varphi}}$ : η μέση παροχή ανά γωνία

Για τον παλμό παροχής της αντλίας που μελετάται προκύπτει  $V_{pulse} = 80mm^3$



## **Κατασκευή και Απαιτήσεις Ισχύος**

Ο σχεδιασμός του ενεργητικού συστήματος οφείλει να είναι τέτοιος ώστε να έχει μικρότερο κόστος από την ίδια την αντλία ενώ ταυτόχρονα να μην απαιτεί μεγαλύτερη ισχύ από αυτή που καταναλώνει η αντλία. Η αντλία που μελετάται συνδέεται με 4-πολικό κινητήρα ισχύος 2200W. Σαφώς το ενεργητικό σύστημα μπορεί να απαιτεί στιγμιαία ισχύ συγκρίσιμη με αυτή της δυνατότητας του κινητήρα αλλά όχι μεγαλύτερη από αυτή καθώς θα ήταν αναγκαία η αλλαγή του κινητήρα της αντλίας.

## **Ελαστικότητα του Ενεργητικού Συστήματος**

Μία λύση η οποία χρησιμοποιείται συχνά με σκοπό την εξομάλυνση του παλμού παροχής που προκύπτει από τη λειτουργία αντλιών θετικής μετατόπισης είναι η χρήση συσσωρευτή (παθητικό σύστημα). Ωστόσο τέτοια υποσυστήματα εισάγουν όρους ελαστικότητας στο υδραυλικό σύστημα με αποτέλεσμα το σύστημα να έχει χαμηλές ιδιοσυχνότητες. Σε περιπτώσεις όπου απαιτείται ακρίβεια και αποφυγή ταλαντώσεων (συστήματα ελέγχου ρομποτικών βραχιόνων κα) οι λύσεις αυτές δεν είναι αποδεκτές. Συνεπώς ένα καλά σχεδιασμένο ενεργητικό σύστημα θα πρέπει να εισάγει ελαστικότητα στο σύστημα το πολύ ίδιας τάξης μεγέθους με αυτή της αντλίας.

## **Λειτουργία για όλο το Εύρος Πιέσεων της Αντλίας**

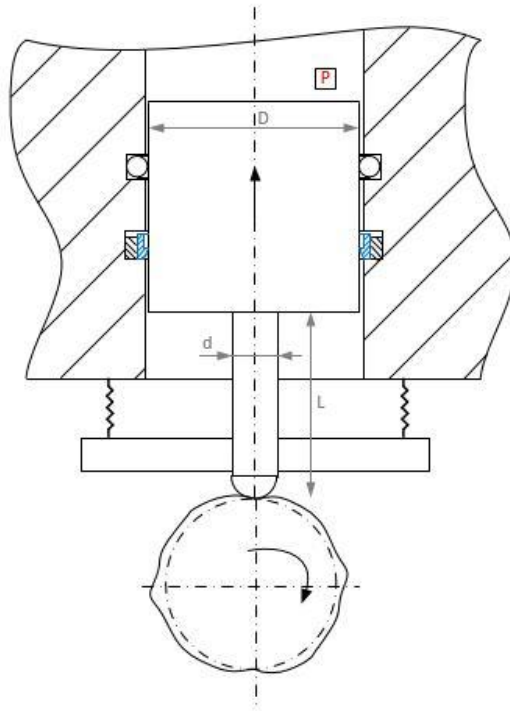
Η ρύθμιση της μέσης πίεσης στην έξοδο της αντλίας επιτυγχάνεται με διάφορα υδραυλικά στοιχεία (ηλεκτρομαγνητικές βαλβίδες ρύθμισης πίεσης, ασφαλιστικά κα). Καθώς ένα υδραυλικό σύστημα μπορεί να λειτουργεί σε διάφορες πιέσεις, το ενεργητικό σύστημα πρέπει να έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να μην περιορίζει το εύρος πιέσεων που μπορεί να επιτευχθεί από την αντλία.

## **5.2 Τα Ενεργητικά Συστήματα που Μελετήθηκαν**

Καθώς υπάρχουν αρκετές εναλλακτικές λύσεις για το σχεδιασμό ενός ενεργητικού συστήματος, στην παρούσα εργασία μελετήθηκαν ενεργητικά συστήματα για τα οποία δεν υπάρχει κάποια βιβλιογραφική αναφορά όπου να χρησιμοποιούνται για την απόσβεση παλμών παροχής αντλιών. Οι εναλλακτικές λύσεις που μελετήθηκαν αφορούν τόσο στον κινηματικό μηχανισμό που θα προκαλεί την κίνηση όσο και στο μέσο το οποίο θα μετατρέπει την κίνηση σε παλμό παροχής ώστε να αλληλοαναιρέσει τον παλμό παροχής που προκύπτει από την αντλία.

### **5.2.1 Cam-follower**

Οι μηχανισμοί εκκεντροφόρων είναι ευρύτατα διαδεδομένοι για διάφορες χρήσεις ιδιαίτερα στην αυτοκινητοβιομηχανία (αντλίες πετρελαίου, κινητήρες ΜΕΚ κα.). Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται ένας εκκεντροφόρος ο οποίος διαφέρει από τους συνηθισμένους καθώς δεν φέρει έκκεντρα, αλλά ένα «προφίλ μετατοπίσεων». Μέσω κίνησης του εμβόλου το οποίο συνδέεται με τον «εκκεντροφόρο» με ένα βάκτρο, είναι δυνατή η δημιουργία παλμών τέτοιων ώστε να εξομαλύνουν ή ακόμη και να μηδενίζουν τον αρχικό παλμό παροχής στην έξοδο της αντλίας.



Εικόνα 44 - Σκαρίφημα του μηχανισμού cam follower

Στη εικόνα (44) παρουσιάζεται μία άποψη για το σχεδιασμό ενός τέτοιου συστήματος. Όπως φαίνεται στην εικόνα τα βασικά μέρη του μηχανισμού είναι ο κύλινδρος, ο εκκεντροφόρος(cam), το βάκτρο(follower) διαμέτρου  $d$ , το έμβολο διαμέτρου  $D$ , οι στεγανώσεις και το ελατήριο επαναφοράς. Ο λόγος ύπαρξης του ελατηρίου είναι η ανάγκη για όσο το δυνατόν καλύτερη επαφή του εκκεντροφόρου με το βάκτρο ακόμη και σε χαμηλές πιέσεις λειτουργίας. Η μορφή του εκκεντροφόρου στην εικόνα είναι τυχαία καθώς δεν έχει προσδιορισθεί η συνάρτηση μετατόπισης βάκτρου ως προς τη γωνία περιστροφής η οποία θα εξομαλύνει τον παλμό. Επίσης σημειώνεται πως η δύναμη ελατηρίου μεταφέρεται στο έμβολο μέσω της συγκολλητής μικρής πλάκας πάνω στο βάκτρο.

Από τις προδιαγραφές που απαιτούνται για το ενεργητικό σύστημα μπορεί να γίνει μία αρχική διαστασιολόγηση για τον μηχανισμό. Η διάμετρος του εμβόλου αφήνεται ελεύθερη να παίρνει τις τιμές (5,6,8,10 mm) καθώς για αυτές τις διαστάσεις υπάρχουν τυποποιημένα στεγνωτικά και οδηγητικοί δακτύλιοι. Η πιο ευνοϊκή για το μηχανισμό σχεδιαστική λύση, από πλευράς δυναμικής, είναι η ημιτονοειδής κίνηση, με τα εξής χαρακτηριστικά:

$$f_{pulse} = 250 [Hz]$$

$$\frac{dV}{d\theta} A = \frac{\pi D_{εμβόλου}^2}{4} A = V_{pulse} = 80 mm^3$$

όπου  $A$  είναι το πλάτος της ημιτονοειδούς κίνησης του εμβόλου.

Η ημιτονοειδής κίνηση του βάκτρου του εμβόλου δίνει και ημιτονοειδής μεταβολή όγκου ως προς τη γωνία καθώς ο όρος  $\frac{dV}{dy}$  είναι σταθερός. Σε μεγαλύτερη ανάλυση θα προχωρούσαμε σε διαδικασίες βελτιστοποίησης της καμπύλης μετατόπισης του βάκτρου ως προς τη γωνία ώστε να μειωθεί ο παλμός παροχής όσο το δυνατόν περισσότερο.

### Δυναμικό Σύστημα Ενός Βαθμού Ελευθερίας

Για τον υπολογισμό των βασικών μεγεθών όπως η δύναμη μεταξύ βάκτρου και εκκεντροφόρου, η απόκλιση από την επιθυμητή θέση κλπ., καταστρώνεται το αντίστοιχο δυναμικό σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας το οποίο αντιστοιχεί στο κέντρο μάζας του εμβόλου.

Η εξίσωση που περιγράφει τη δυναμική θεωρώντας ως μεταβλητή κατάσταση τη θέση του σημείου σύνδεσης του εμβόλου-βάκτρου(x) θα είναι:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x}) + \tau + F_e + F_a = F_r \quad (5.1)$$

Όπου:  $c(\dot{x})$ : ιξώδεις τριβές

$\tau$ : δυνάμεις coulomb

$F_e$ : δύναμη ελατηρίου

$F_a$ : δύναμη λόγω πίεσης ρευστού P

$F_r$ : Δύναμη λόγω επαφής rod-camshaft

Οι τριβές που προκύπτουν λόγω σχετικής κίνησης του εμβόλου με τις στεγανώσεις λαμβάνονται βάσει των στοιχείων που δίνει ο κατασκευαστής και πρακτικά έχουν μικρή σημασία σε σχέση με τις υπόλοιπες δυνάμεις.

$$F_e = k_e(x_0 + x) \quad (5.2)$$

$$F_a = \frac{\pi D^2}{4} P \quad (5.3)$$

$$F_r = K \langle x_c - x \rangle \Rightarrow F_r = \frac{E\pi d^2}{4L} \langle x_c - x \rangle \quad (5.4)$$

όπου:

K = η ισοδύναμη σταθερά ελατηρίου  $K_e$  του βάκτρου σε σειρά με το ελατήριο που προκύπτει από τη θεωρία του Hertz

$x_0$  = η αντίστοιχη προένταση του ελατηρίου σε σχέση με το θέση αναφοράς  $x=0$

Η θεωρία του Hertz για την επαφή του βάκτρου με τον εκκεντροφόρο μπορεί να προσεγγισθεί ως επαφή δύο σφαιρικών σωμάτων, όπου το ένα με έχει 2 ίσες ακτίνες καμπυλότητας (κατώτερο σημείο του βάκτρου) και το άλλο έχει 1 ακτίνα καμπυλότητας πεπερασμένη, ενώ η άλλη τείνει στο άπειρο(κυλινδρική μορφή εκκεντροφόρου). Καθώς η θεωρία του Hertz σε αυτήν την περίπτωση δίνει

περίπου 3 φορές μεγαλύτερη σταθερά ελατηρίου από αυτή της ελαστικότητας του βάκτρου, θεωρείται αρκετά στιβαρή και αμελείται.

Αντικαθιστώντας στην διαφορική εξίσωση (5.1) τις (5.2),(5.3),(5.4) λαμβάνουμε:

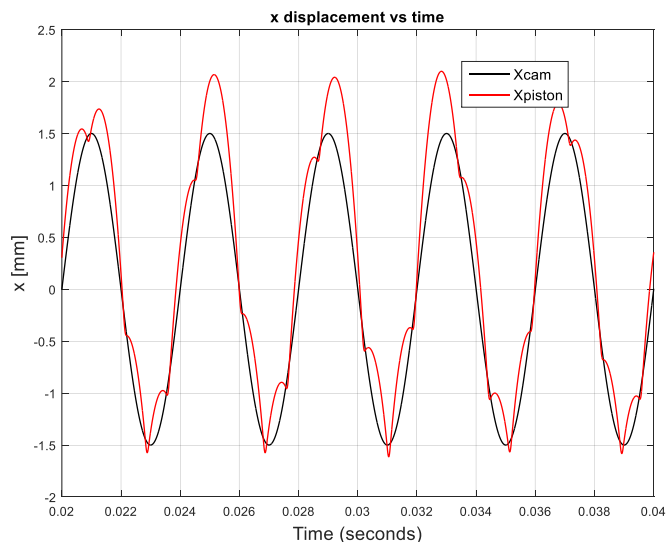
$$m\ddot{x} + c(\dot{x}) + \tau + k_e(x_0 + x) + \frac{\pi D^2}{4}P = \frac{E\pi d^2}{4L} \langle x_c - x \rangle$$

$$m\ddot{x} + c(\dot{x}) + \tau + k_e x = \frac{E\pi d^2}{4L} \langle x_c - x \rangle - k_e x_0 - \frac{\pi D^2}{4}P$$

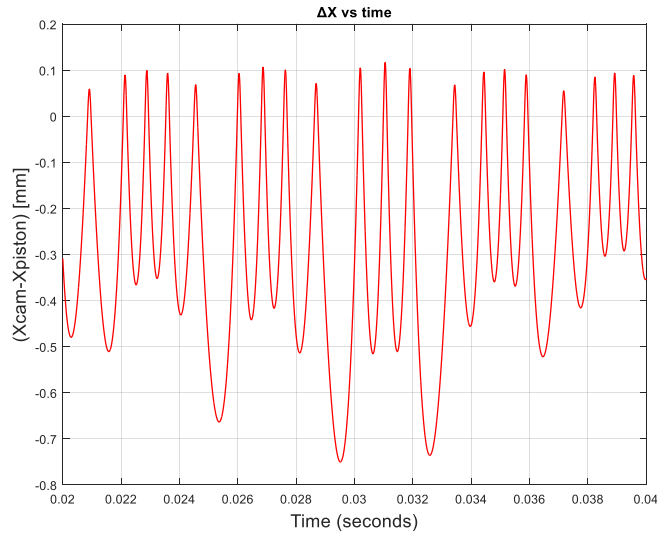
$$\ddot{x} = \frac{1}{m} \left[ -c(\dot{x}) - \tau - k_e x - k_e x_0 - \frac{\pi D^2}{4}P + \frac{E\pi d^2}{4L} \langle x_c - x \rangle \right] \quad (5.1')$$

Επιβάλλοντας την επιθυμητή μετατόπιση  $x_c$  όπως περιγράφηκε στην αρχή του κεφαλαίου προκύπτει η αντίστοιχη απόκριση του συστήματος. Σημειώνεται πως πρόκειται για προσεγγιστικούς υπολογισμούς οι οποίοι θα δείξουν το κατά πόσο είναι εφικτός ο σχεδιασμός ενός τέτοιου συστήματος για την απόσβεση παλμών παροχής με τις αντίστοιχες προδιαγραφές.

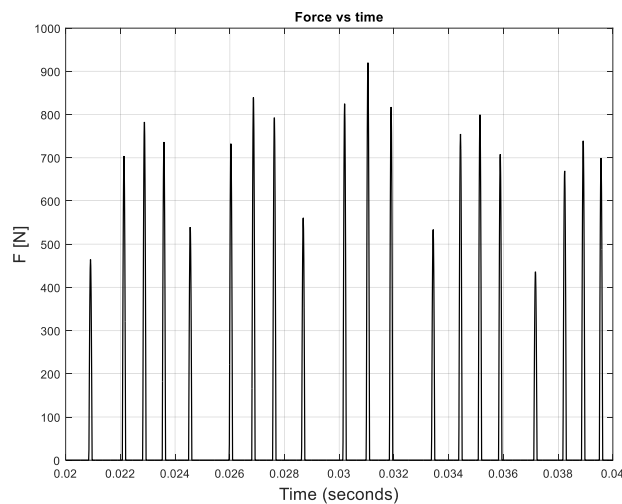
Η καλύτερη λύση από πλευράς σχεδιασμού για τις δεδομένες προδιαγραφές προκύπτει να είναι η επιλογή εμβόλου διαμέτρου 8mm και το προκύπτων πλάτος κίνησης να ισούται με 1.59mm, καθώς εκεί σημειώνονται οι μικρότερες αναπτυσσόμενες δυνάμεις μεταξύ βάκτρου και εκκεντροφόρου. Επισημαίνεται πως με την αύξηση της διαμέτρου του εμβόλου αυξάνεται και η αντίστοιχη μάζα η οποία έχει καθοριστικό ρόλο για την απόκριση της μεταβλητής κατάστασης καθώς οι αδρανειακές δυνάμεις είναι συγκρίσιμες με αυτές που προκύπτουν από την πίεση του ρευστού. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν παρουσιάζονται στα διαγράμματα (12), (13) και (14).



Διάγραμμα 12 - Επιβαλλόμενη μετατόπιση και η απόκριση της θέσης του εμβόλου



Διάγραμμα 13 - Αποκλίσεις από την επιβαλλόμενη μετατόπιση



Διάγραμμα 14 - Η κατακόρυφη δύναμη μεταξύ βάκτρου και εκκεντροφόρου

Στο διάγραμμα (13) οι θετικές τιμές της διαφοράς των θέσεων μεταφράζονται ως αξονική παραμόρφωση του βάκτρου του εμβόλου και η δύναμη που προκύπτει φαίνεται στο διάγραμμα κατακόρυφης δύναμης μεταξύ βάκτρου και εκκεντροφόρου. Όπως φαίνεται οι αποκλίσεις των θέσεων έχουν συγκρίσιμες τιμές με την επιθυμητή τροχιά.

Οι υπολογισμοί έχουν αποκλίσεις από το πραγματικό φαινόμενο, καθώς η τόσο απλουστευμένη μοντελοποίηση έγινε μόνο για μία πρώτη προσέγγιση των μεγεθών. Ωστόσο είναι αρκετή για να δώσουν την τάξη μεγέθους των αντίστοιχων τιμών. Βάσει των αποτελεσμάτων προκύπτουν δύο σημαντικοί λόγοι που καθιστούν αυτή τη λύση αρκετά προβληματική για τη συγκεκριμένη λειτουργία. Οι δύο βασικοί λόγοι είναι:

- Μεγάλες αποκλίσεις της επιθυμητής τροχιάς (αξονικής κίνησης) του εμβόλου σε σχέση με την προκύπτουσα από την αριθμητική επίλυση της εξίσωσης 5.1'.
- Πιέσεις επιφανείας τάξεως (1.4 GPa) στο σημείο επαφής του βάκτρου και του εκκεντροφόρου. Σαφώς εάν ληφθεί υπόψιν και η ανακατανομή πίεσης λόγω ύπαρξης φιμ λιπαντικού η πίεση θα προκύψει μικρότερη.

Σαφώς θα μπορούσε να σχεδιασθεί έτσι το προφίλ μετατοπίσεων ώστε με τη συνάρτηση μεταφοράς που προκύπτει από τη δυναμική να δίνει τελικά την επιθυμητή τροχιά. Όμως αυτό δεν είναι εύκολο γιατί μικρές αποκλίσεις στις παραμέτρους του συστήματος αλλάζουν σημαντικά τη συνάρτηση μεταφοράς. Επιπλέον η ίδια η πίεση που ασκείται στο έμβολο από το ρευστό μεταβάλλει τη συνάρτηση μεταφοράς. Αυτό σημαίνει ότι είτε το σύστημα θα έπρεπε να σχεδιασθεί για συγκεκριμένη πίεση λειτουργίας, έχοντας σημαντικές αποκλίσεις για λειτουργία υπό άλλες πιέσεις, είτε να μεταβάλλεται το προφίλ μετατοπίσεων που φέρει στην εγκάρσια τομή του ο εκκεντροφόρος.

Επιπλέον προβλήματα προκύπτουν από τις διαρροές ρευστού μέσω των στεγανωτικών. Σημειώνεται πως αυτές είναι εν μέρει απαραίτητες για την ψύξη. Στη συνέχεια θα μελετηθεί μία εναλλακτική λύση(bellow) για το μέσω που θα μετατρέπει την επιβαλλόμενη κίνηση σε παλμό παροχής. Προκύπτει λοιπόν πως η ιδέα αυτή δεν αποτελεί καλή σχεδιαστική λύση για την επίτευξη των προδιαγραφών που θέτει το υφιστάμενο πρόβλημα.

### 5.2.2 Μηχανισμός Διωστήρα Στροφάλου

Ο μηχανισμός διωστήρα στροφάλου φέρει αρκετά πλεονεκτήματα σε σχέση με το μηχανισμό cam-follower για το υπό μελέτη πρόβλημα. Οι αδρανειακές δυνάμεις και οι δυνάμεις που προέρχονται λόγω της πίεσης στο έμβολο δεν θα έχουν μεγάλες διαφορές σε σχέση με το μηχανισμό cam-follower.

Σε αυτήν την περίπτωση όμως η δύναμη δεν θα μεταφέρεται μέσω μίας σημειακής ή γραμμικής επαφής αλλά μέσω επιφανειακής επαφής (επαφή κυλίνδρου με κύλινδρο μεταξύ διωστήρα και στροφάλου). Επιπλέον δεν θα τίθενται θέματα μη επαφής καθώς ο διωστήρας παραλαμβάνει και θλιπτικές και εφελκυστικές τάσεις σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση όπου η διατήρηση επαφής καθοριζόταν από την πίεση ρευστού στο έμβολο και το θλιπτικό ελατήριο. Επιπλέον ο μηχανισμός διωστήρα στροφάλου μπορεί να απαλλαγθεί από την ανάγκη απαιτήσεων λίπανσης με κατάλληλο σχεδιασμό. Αυτό είναι αρκετά σημαντικό και απλοποιεί την όλη κατασκευή του ενεργητικού συστήματος και μεγιστοποιεί την απόδοσή του καθώς δεν απαιτούνται δευτερεύοντα συστήματα για τη λειτουργία του (διαρροές ρευστού για λίπανση).

### 5.2.3 Bellow



Εικόνα 45 - Αισθητήρας πίεσης όπου η αξονική μετατόπιση του bellow μεταφράζεται ως πίεση

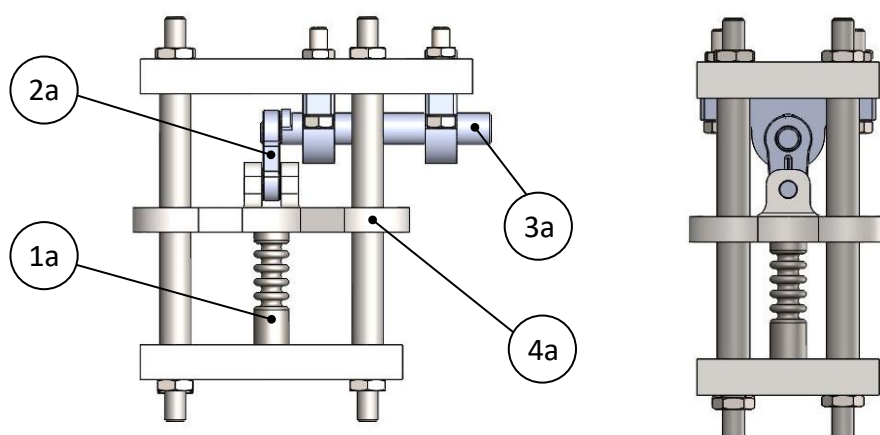
Τα bellows είναι λεπτού πάχους διαμορφωμένοι κύλινδροι που φέρουν κοιλότητες και χρησιμοποιούνται σε πάρα πολλές εφαρμογές λόγω του μικρού κόστους και της μεγάλης χρησιμότητάς τους. Πρόκειται για ελάσματα τα οποία έχουν διαμορφωθεί και στη συνέχεια έχουν συγκολληθεί (micro-welding), ή για κυλίνδρους οι οποίοι έχουν διαμορφωθεί με πίεση ρευστού (hydroformed). Το πάχος στα περισσότερα bellows μπορεί να είναι από ένα δέκατο του χιλιοστού έως και ένα χιλιοστό ενώ μπορεί να φέρουν περισσότερες από μία στρώσεις. Η εξωτερική διάμετρος στις συνήθεις περιπτώσεις μπορεί να παίρνει τιμές από λίγα χιλιοστά έως και μερικά δέκατα του μέτρου. Στην εικόνα (45) παρουσιάζεται μία διάταξη ενός αισθητήρα πίεσης με χρήση ενός bellow.

Για το συγκεκριμένο ενεργητικό σύστημα προτείνεται η λύση της αντικατάστασης του εμβόλου με bellow το οποίο έχει μεγάλη δυσκαμψία σε ακτινικές παραμορφώσεις, αλλά μικρή σε αξονικές παραμορφώσεις. Ως αποτέλεσμα δεν εισάγει μεγάλη χωρητικότητα στο σύστημα, εφόσον είναι αρκετά στιβαρό ως προς τις ακτινικές παραμορφώσεις, αλλά ταυτόχρονα δίνει τη δυνατότητα να μετατοπίζει όγκο ρευστού μέσω της αξονικής παραμόρφωσής του.

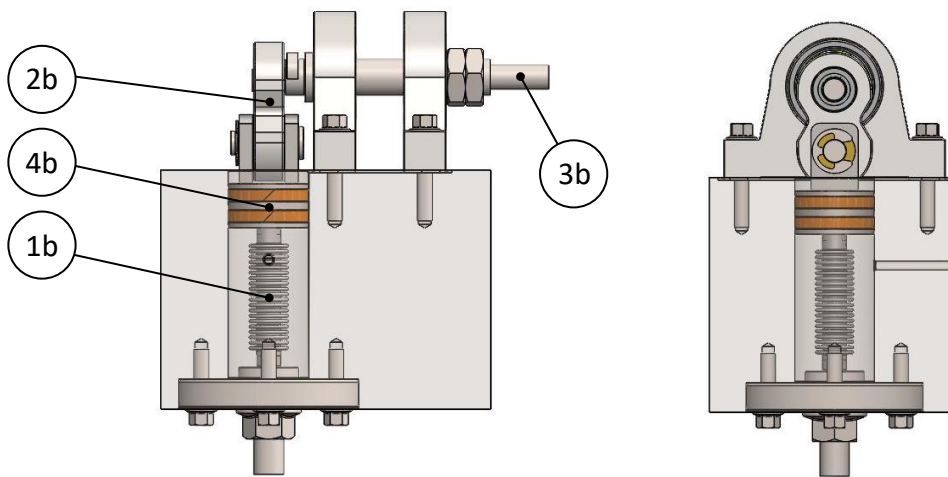
Ωστόσο σε αυτήν την περίπτωση απαιτείται η οδήγηση του bellow ώστε να εξασφαλίζεται η αξονική του κίνηση και να αποτρέπονται πιθανές άλλες παραμορφώσεις. Αυτό το πρόβλημα όμως έχει εύκολες λύσεις και τα πλεονεκτήματα που έχει είναι μεγαλύτερης σημασίας. Η στεγάνωση ενός τέτοιου ενεργητικού συστήματος είναι πλέον απλή καθώς τα bellows συγκολλούνται εύκολα και παρέχουν άψογη στεγανότητα χωρίς να απαιτείται η χρήση επιπλέον στεγανωτικών.

#### 5.2.4. Μηχανισμός στροφαλοφόρου – Bellow

Αναλύθηκαν δύο βασικές σχεδιαστικές ιδέες για τον εν λόγω μηχανισμό. Οι δύο εναλλακτικές λύσεις φαίνονται στις εικόνες 46 και 47 και τα αντίστοιχα κινούμενα αναφέρονται στον πίνακα 5.



Εικόνα 46 - Σχεδιαστική λύση Α'



Εικόνα 47 - Σχεδιαστική λύση Β'

Αρίθμηση	Περιγραφή
1	Bellow
2	Διωστήρας
3	Στροφαλοφόρος άτρακτος
4	Οδήγηση

Πίνακας 5 - Κινούμενα μέλη των μηχανισμών

Οι αυτές δύο εναλλακτικές λύσεις έχουν μικρές διαφορές ως προς τις συνολικές τους διαστάσεις όπου σε καμία από τις δύο περιπτώσεις δεν ξεπερνούν τον όγκο 130x110x85 mm<sup>3</sup>.

Η στροφαλοφόρος εδράζεται με δύο ρουλεμαν (deep-groove) τα οποία παραλαμβάνουν κυρίως ακτινικές δυνάμεις αλλά και κάποιες αξονικές οι οποίες απαιτούνται για την σταθεροποίηση της στροφαλοφόρου. Η κίνηση από το στρόφαλο μεταφέρεται στην εκάστοτε οδήγηση του bellow μέσω του διωστήρα ο οποίος έχει ένα ρουλεμάν με βελονοειδή στοιχεία σε κάθε κομβίο του. Η χρήση βελονοειδούς ρουλεμαν αντί για εδράσεις (bushings) προτιμάται καθώς δε απαιτείται επιπλέον σύστημα λίπανσης και οι μέγιστη ταχύτητα περιστροφής (15.000 rpm) είναι αρκετά μικρότερη της επιτρεπόμενης των ρουλεμαν αυτών των διαστάσεων (36.000 rpm). Ο τρόπος μετάδοσης κίνησης στο ενεργητικό σύστημα δεν διαφέρει μεταξύ των δύο περιπτώσεων, καθώς και στις δύο περιπτώσεις το ένα άκρο της στροφαλοφόρου είναι ελεύθερο και υπάρχει αρκετός χώρος είτε για να τοποθετηθεί τροχαλία ιμαντοκίνησης είτε για οδοντωτούς τροχούς. Το ζήτημα της μετάδοσης κίνησης εξετάζεται σε επόμενο κεφάλαιο.

Η μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ των δύο εναλλακτικών είναι ο τρόπος οδήγησης του bellow. Στην περίπτωση της ιδέας Α (εικόνα 46), η οδήγηση γίνεται μέσω μίας πλάκας η οποία κινείται πάνω σε 4 πρισματικές αρθρώσεις (στήλες). Η αντίστοιχη οδήγηση στην ιδέα Β (εικόνα 47) γίνεται μέσω ενός εμβόλου το οποίο φέρει δύο οδηγητικούς δακτυλίους. Επισημαίνεται ότι ο ρόλος του εμβόλου στην ιδέα Β δεν είναι η ογκομεταβολή.



Λόγω της διαφορετικής στήριξης της οδήγησης προκύπτουν διαφορετικές ιδιοσυχνότητες του μηχανισμού για τις δύο περιπτώσεις. Η λύση Α έχει χαμηλές ιδιοσυχνότητες των οποίων η μικρότερη είναι περίπου 210 [Hz] και προκύπτει από την καμπτικής συμπεριφορά των πρισματικών αρθρώσεων κατά την επιβολή αξονικής (κατά την έννοια του bellow) δύναμης. Η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα της σχεδιαστικής λύσης Β ανέρχεται στα 2300 [Hz] και αφορά σε στρεπτική ιδιοσυχνότητα της στροφαλοφόρου. Συνεπώς η σχεδιαστική λύση Α δεν προτιμάται γιατί έχει ιδιοσυχνότητες κοντά στις συχνότητες διέγερσης (250 [Hz] και οι 500[Hz] με πολύ μικρότερο πλάτος), ενώ η σχεδιαστική λύση Β έχει την μικρότερή της ιδιοσυχνότητα μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από τη συχνότητα διέγερσης.

Επιπλέον η λύση Α έχει αρκετά περισσότερες κατασκευαστικές δυσκολίες κυρίως λόγω των απαιτήσεων ευθυγράμμισης και συναρμογών στις εδράσεις της κινούμενης οδήγησης. Το αντίστοιχο ζήτημα στη σχεδιαστική λύση Β λύνεται αρκετά πιο εύκολα καθώς δεν χρειάζεται να ευθυγραμμιστούν 4 κυλινδρικές μεταξή τους αλλά και με τις υπόλοιπες 8, παρά μόνο απαιτείται η εξασφάλιση κάποιων γεωμετρικών και διαστασιολογικών ανοχών για την σωστή παλινδρομική κίνηση του εμβόλου (οδήγηση) εντός ενός κυλίνδρου.

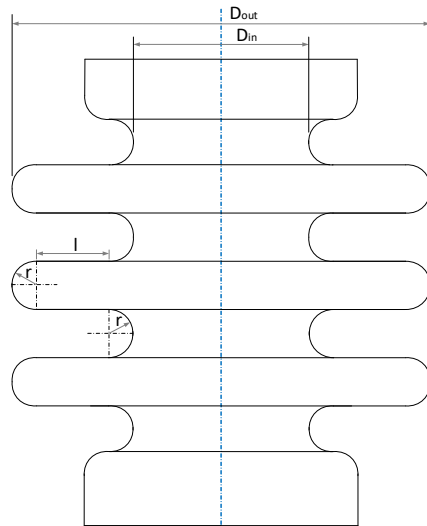
Λόγω όσων αναφέρθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους η προτεινόμενη λύση είναι η σχεδιαστική λύση Β η οποία αναλύεται και περαιτέρω στα επόμενα κεφάλαια.

### **5.3 Μοντελοποίηση και Προσομοίωση Προτεινόμενου Ενεργητικού Συστήματος**

#### **5.3.1 Ογκομεταβολή Bellow**

Καθώς βραχύνεται ή επιμηκύνεται κατά την αξονική διεύθυνση ένα bellow, ο όγκος που μεταβάλλεται λόγω αυτής της παραμόρφωσης είναι τόσο της «συμπίεσης» του κυλίνδρου όσο και λόγω της αλλαγής γεωμετρίας των κοιλοτήτων.

Με σκοπό την προσομοίωση του ενεργητικού συστήματος, γίνεται ο αναλυτικός προσδιορισμός της ογκομεταβολής ως προς την αξονική μετατόπιση βάσει κάποιων παραδοχών. Βάσει των αποτελεσμάτων της προσεγγιστικής αναλυτικής λύσης προσδιορίζονται οι βασικές διαστάσεις του κατάλληλου για το σχεδιασμό bellow. Στη συνέχεια προσδιορίζεται, με μεγαλύτερη ακρίβεια, η ογκομεταβολή του κατάλληλου bellow ως προς τη μετατόπιση με τη χρήση λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Η συνήθης γεωμετρία και οι κύριες διαστάσεις ενός bellow παρουσιάζονται στην εικόνα (48).

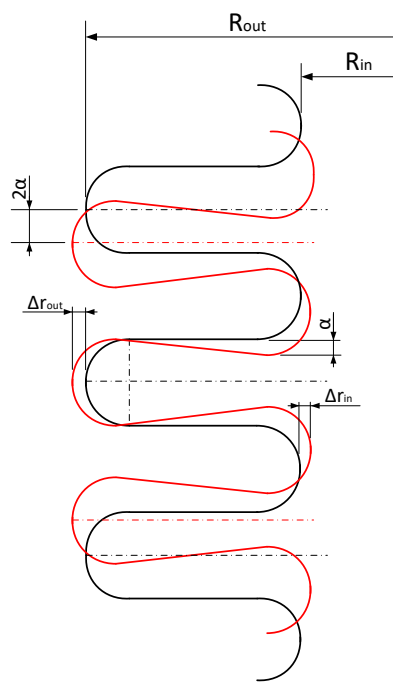


Εικόνα 48 - Βασική γεωμετρία μεταλλικού bellow και οι αντίστοιχες διαστάσεις

Στην εικόνα (49) παρουσιάζεται ο τρόπος που παραμορφώνεται ένα bellow όταν βραχύνεται εφόσον κάνουμε τις εξής παραδοχές:

- Δεν λαμβάνονται υπόψιν αδρανειακές φορτίσεις
- Το υλικό συμπεριφέρεται ως ομοιογενές
- Δεν μεταβάλλονται οι ακτίνες καμπυλότητας των κοιλοτήτων
- Τα ευθύγραμμα τμήματα των κοιλοτήτων παραμένουν ευθύγραμμα και το σημείο ένωσης του ευθύγραμμου τμήματος «l» με την ακτίνα καμπυλότητας «r» λειτουργεί ως άρθρωση

Βάσει των παραδοχών η αξονική παραμόρφωση κατανέμεται ομοιόμορφα όπως παρουσιάζεται στην εικόνα (49).



Εικόνα 49 - Παραμορφωμένες κοιλοότητες bellow

Όπου:

$2a$ : η αξονική παραμόρφωση ανά κοιλότητα

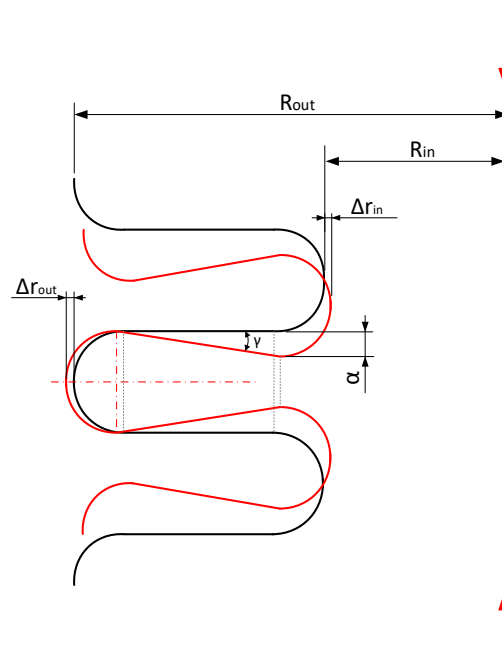
$R_{in}$ : η εσωτερική ακτίνα του bellow

$R_{out}$ : η εξωτερική ακτίνα του bellow

$\Delta r_{out}$ : η ακτινική παραμόρφωση της εξωτερικής πλευράς της κοιλότητας

$\Delta r_{in}$ : η ακτινική παραμόρφωση της εσωτερικής πλευράς της κοιλότητας

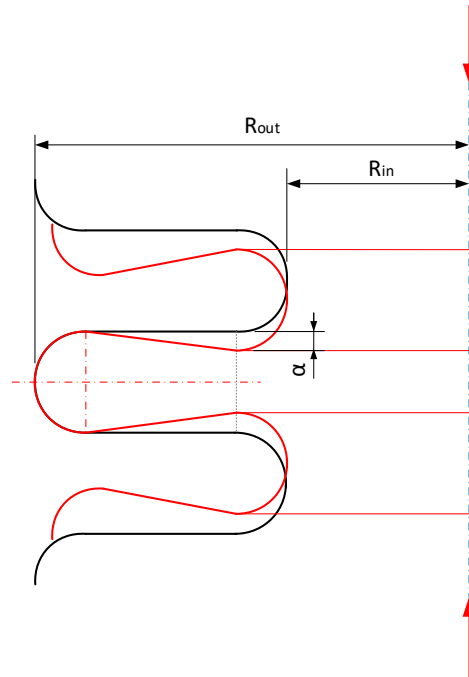
Στην εικόνα 50 φαίνεται η παραμόρφωση μίας κοιλότητας όπου διακρίνεται η γωνία « $\gamma$ », η οποία αντιστοιχεί στη γωνία της άρθρωσης.



Εικόνα 50 - Λεπτομέρεια κατά την παραμόρφωση μίας κοιλότητας

Καθώς η αξονική μετατόπιση  $a$  είναι αρκετά μικρή (υπάρχει άνω όριο λόγω αντοχής του υλικού), η γωνία  $\gamma$  παίρνει μικρές τιμές. Επιπλέον το bellow έχει αρκετά μεγάλη στιβαρότητα ως προς την ακτινική διεύθυνση. Για αυτούς τους λόγους θα αγνοηθεί αρχικά η ακτινική παραμόρφωση. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται αρκετά πιο εύκολη η μοντελοποίηση του bellow ως προς τις μετατοπίσεις. Συνεπώς στην εικόνα (50) για την αρχική προσέγγιση οι όροι  $\Delta r_{out}, \Delta r_{in}$  θεωρούνται ίσοι με το μηδέν.

Σύμφωνα με τις επιπλέον παραδοχές που σημειώθηκαν παρουσιάζεται στην εικόνα (51) ο μηχανισμός μετατοπίσεων της προσεγγιστικής αναλυτικής λύσης.



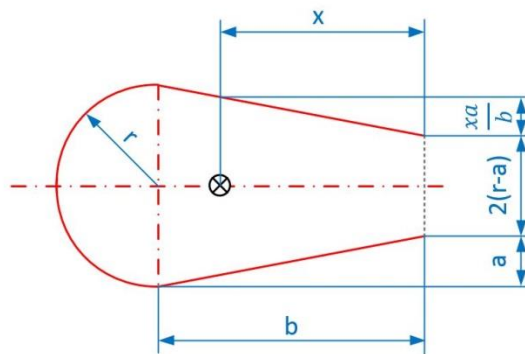
Εικόνα 51 - Παραμορφωμένη κοιλότητα βάσει των παραδοχών

Η μεταβολή του εσωτερικού όγκου του bellow λόγω παραμόρφωσης μπορεί να υπολογισθεί μέσω του υπολογισμού των αντίστοιχων μεταβολών των επιφανειών που φαίνονται στην εικόνα και των αποστάσεων των κέντρων βαρών τους από τον άξονα συμμετρίας.

Σύμφωνα με το θεώρημα του Πάπου, για έναν όγκο ( $V$ ) ο οποίος προκύπτει από μία επιφάνεια ( $A$ ) εκ περιστροφής γύρω από άξονα  $Z$  με το κέντρο βάρους της επιφάνειας να απέχει κατά ( $r$ ) από τον άξονα περιστροφής θα ισχύει:

$$V = 2\pi r A \quad (5.6)$$

Για να λάβουμε την αναλυτική λύση με σύμφωνα με τις προαναφερθέντες παραδοχές θα έχουμε:



Εικόνα 52 - Η μεταβολή της επιφάνειας των κοιλοτήτων (διαμήκης τομή)

Όπου:

$x$ : Απόσταση κέντρου βάρους επιφάνειας από την εσωτερική ακτίνα του bellow

$r$ : Ακτίνα καμπυλότητας κοιλότητας (δεν μεταβάλλεται)

$b$ : Οριζόντια απόσταση ευθύγραμμου μήκους

### Υπολογισμός απόστασης $x$

Η συνολική επιφάνεια είναι  $A_s$

$$A_s = 2(r - a)b + 2 \frac{1}{2}ba = 2rb - ab \quad (5.7)$$

Η απόσταση του κέντρου βάρους της διατομής σε σχέση με τον άξονα συμμετρίας  $r_s$

$$r_s = R_{in} + x \quad (5.8)$$

Υπολογίζοντας την επιφάνεια αριστερά του κέντρου βάρους  $A_{lefts}$

$$A_{lefts} = 2r(b - x) - \left(a - \frac{ax}{b}\right)(b - x) = 2(rb + ax - rx) - ab - \frac{ax^2}{b} \quad (5.9)$$

Όπου θα πρέπει να ισχύει:

$$A_{lefts} = \frac{A_s}{2} \quad (5.10)$$

$$(5.7), (5.8), (5.9) \Rightarrow \frac{ax^2}{b} + 2(r - a)x + \left(\frac{ab}{2} - rb\right) = 0 \quad (5.11)$$

Η δευτεροβάθμια εξίσωση (7) έχει πάντα λύση για  $r, a \in R$  καθώς:

$$\Delta = 2(r - a)^2 + 2r^2 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{b(2(a - r) \pm \sqrt{2(r - a)^2 + 2r^2})}{2a} \quad (5.12)$$

Αποτέλεσμα αναμενόμενο καθώς υπάρχουν δύο διαφορετικές αποστάσεις  $x$  οι οποίες δίνουν ίδιο εμβαδό. Μας ενδιαφέρει η λύση:

$$x \in (0, b) \quad (5.13)$$

Από τις σχέσεις (5.12), (5.13) προκύπτει:

$$x = \frac{b \left( 2(a-r) + \sqrt{2(r-a)^2 + 2r^2} \right)}{2a} = b \left( 1 - \frac{r}{a} + \frac{\sqrt{2(r-a)^2 + 2r^2}}{2a} \right) \quad (5.14)$$

$$(5.8), (5.14) \Rightarrow r_s = R_{in} + \frac{b \left( 2(a-r) + \sqrt{2(r-a)^2 + 2r^2} \right)}{2a} \quad (5.15)$$

**Υπολογισμός του όρου  $\frac{dV_{bellow}}{dy}$**

Εάν το bellow έχει N συνολικά κοιλότητες η συνολική αξονική μετατόπιση του bellow y θα είναι:

$$y = 2aN \quad (5.16)$$

$$\text{Συνεπώς: } da = \frac{dy}{2N} \quad (5.17)$$

Ισχύει:

$$V_T = V_c + V_{Rout} + V_{Rin} + V_s \quad (5.18)$$

Όπου:

$V_T$ : Η διαφορά όγκου λόγω βράχυνσης ή επιμήκυνσης του bellow

$V_c$ : Η μεταβολή του όγκου λόγω βράχυνσης ή επιμήκυνσης του εσωτερικού κυλίνδρου του bellow

$V_{Rout}$ : Ο όγκος που προκύπτει από την παραμόρφωση της εξωτερικής ακτίνας καμπυλότητας

$V_{Rin}$ : Ο όγκος που προκύπτει από την παραμόρφωση της εσωτερικής ακτίνας καμπυλότητας

$V_s$ : Ο όγκος που προκύπτει από την παραμόρφωση του εσωτερικού της κοιλότητας

Βάσει των παραδοχών:  $V_{Rout} = V_{Rin} = 0$

Συνεπώς θα ισχύει:

$$V_T = V_c + V_{Rout} + V_{Rin} + V_s = V_s \Rightarrow dV_T = dV_c + dV_s \quad (5.19)$$

$$\Rightarrow \frac{dV_T}{dy} = \frac{dV_c}{dy} + \frac{1}{2N} \frac{dV_s}{da} \quad (5.20)$$

Όπου τα διαφορικά υπολογίζονται για  $\alpha = \frac{y}{N}$

Εύκολα αποδεικνύεται πως:

$$\frac{dV_c}{dy} = \frac{\pi D_{in}^2}{4} \quad (5.21)$$

$$\frac{dV_s}{da} = 2\pi N \left( \frac{dA_s}{da} r_s + \frac{dr_s}{da} A_s \right) \quad (5.22)$$

$$\frac{dA_s}{da} = b \quad (5.23)$$

$$\frac{dr_s}{da} = b \left( \frac{r}{a^2} + \frac{r(a-2r)}{a^2 \sqrt{2(r-a)^2 + 2r^2}} \right) = \frac{rb}{a^2} \left( 1 + \frac{a-2r}{\sqrt{2(r-a)^2 + 2r^2}} \right) \quad (5.24)$$

Από τις εξισώσεις (5.19)-(5.24) λαμβάνουμε:

$$\frac{dV_T}{dy} = \frac{\pi D_{in}^2}{4} + b \left[ R_{in} + b \left( 1 - \frac{r}{a} + \frac{\sqrt{2(r-a)^2 + 2r^2}}{2a} \right) \right] + \frac{rb(2rb-ab)}{a^2} \left( 1 + \frac{a-2r}{\sqrt{2(r-a)^2 + 2r^2}} \right) \quad (5.25)$$

Υπενθυμίζεται ότι:  $\alpha = \frac{y}{N}$ , ενώ γενικά  $\alpha \ll$

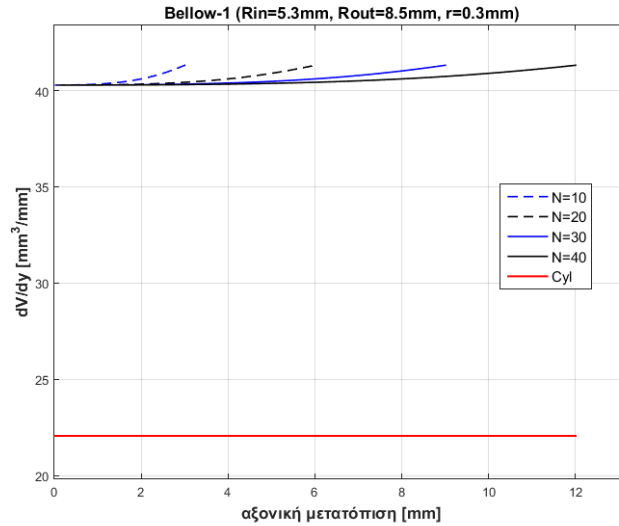
Παρουσιάζει ενδιαφέρον όχι μόνο το τελικό αποτέλεσμα αλλά ταυτόχρονα και σύγκριση των όρων  $\frac{dV_T}{dy}$ ,  $\frac{dV_c}{dy}$ .

**Καμπύλες  $\frac{dV_T}{dy}$ ,  $\frac{dV_c}{dy}$**

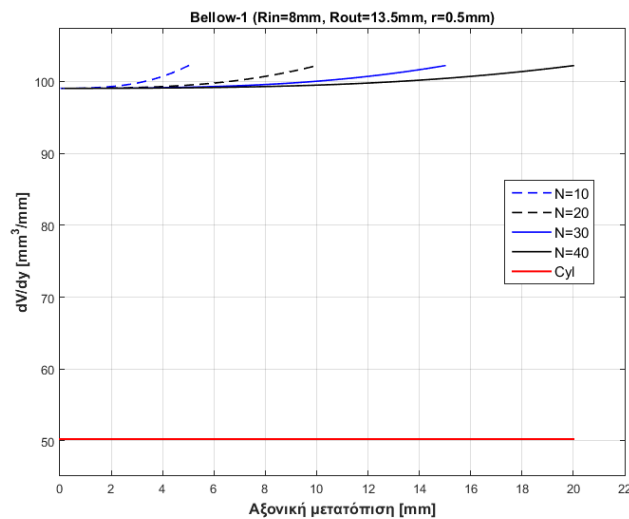
Στα διαγράμματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσεγγιστικής αναλυτικής λύσεις για τα δύο διαφορετικά bellow των οποίων τα στοιχεία που δίνονται από τον κατασκευαστή βρίσκονται στον πίνακα (6).

	$R_{in}$ [mm]	$R_{out}$ [mm]	$r$ [mm]	$s$ [mm]	$2a_{max}$ [mm]
<b>Bellow_1</b>	5.3	8.5	0.3	0.15	$\pm 0.04$
<b>Bellow_2</b>	8.0	13.5	0.5	0.1	$\pm 0.13$

Πίνακας 6 - Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των bellow που υπάρχουν διαθέσιμα στην αγορά



Διάγραμμα 15 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων (προσεγγιστική λύση) για το bellow1



Διάγραμμα 16 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων (προσεγγιστική λύση) για το bellow2

- Παρατηρείται πως η επιπλέον ογκομεταβολή που προκύπτει από την παραμόρφωση των κοιλοτήτων του bellow και στις δύο περιπτώσεις είναι σχεδόν όση και η ογκομεταβολή που δίνει η αξονική παραμόρφωση του εσωτερικού κυλίνδρου
- Με την αύξηση του αριθμού των κοιλοτήτων δεν παρουσιάζεται σημαντική μεταβολή της καμπύλης  $\frac{dV_T}{dy}$ . Αυτό που αλλάζει σημαντικά είναι η μέγιστη δυνατή μετατόπιση καθώς είναι ανάλογη του αριθμού των κοιλοτήτων.
- Για μικρές αξονικές μετατοπίσεις η καμπύλη  $\frac{dV_T}{dy}$  διατηρεί σχεδόν σταθερή τιμή.



Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να αποφανθούμε για το αν ο σχεδιασμός ενός συστήματος εξομάλυνσης παλμών παροχής είναι εφικτός με τη χρήση μηχανισμού διωστήρα – στροφάλου όπου τη θέση του εμβόλου πλέον την έχει το bellow.

Αρχικά πρέπει να γίνει μία προσέγγιση για τον όγκο που πρέπει να εισάγεται και στη συνέχεια να απορροφάται από το κύκλωμα ώστε να εξομαλυνθεί τον παλμό παροχής. Αυτός ο όγκος μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από το εμβαδό της χαρακτηριστικής καμπύλης  $\frac{dV}{d\varphi}$  της αντλίας θετικής μετατόπισης.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του κεφαλαίου 5.1 για τις προδιαγραφές του ενεργητικού συστήματος είναι εύκολο να γίνει η προσέγγιση για τη διαδρομή που θα πρέπει να εκτελείται και τον ελάχιστο αριθμό κοιλοτήτων για τις δύο περιπτώσεις. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα (7).

Bellow type	A effective [mm <sup>2</sup> ]	Total stroke [mm]	min corrugations
Bellow_1	~40	~4.0	50
Bellow_2	~98	~1.6	16

Πίνακας 7 - Απαιτούμενες μετατοπίσεις και απαιτούμενος αριθμός κοιλοτήτων για κάθε bellow

Η επιλογή του κατάλληλου bellow όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένη. Στην περίπτωση επιλογής bellow1 απαιτούνται αρκετές κοιλοότητες αλλά και η διαδρομή είναι μεγαλύτερη, όμως πιθανές αποκλίσεις της κατασκευής από τις ονομαστικές τιμές έχουν μικρότερη σημασία από ότι στην περίπτωση επιλογής του bellow2 καθώς η παράγωγος ευαισθησίας σε αυτήν την περίπτωση είναι ανάλογη της ενεργού διατομής. Η επιλογή του bellow2 δίνει τη δυνατότητα για μία αρκετά μικρότερη κατασκευαστική λύση καθώς το συνολικό μήκος του bellow που απαιτείται είναι σαφώς μικρότερο.

Ο παράγοντας που καθορίζει τελικά την επιλογή του bellow είναι οι προκύπτουσες φορτίσεις που δέχεται η στροφαλοφόρος και οι αντίστοιχες εδράσεις. Λόγω της μεγάλης ταχύτητας περιστροφής της στροφαλοφόρου (περίπου 1570[rad/s]) οι μεγαλύτερες δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι κυρίως αδρανειακές και όχι λόγω πίεσης του ρευστού. Συνολικά, η προτεινόμενη λύση είναι η επιλογή του bellow2 κυρίως για λόγους αντοχής και μικρότερης κατασκευής.

### 5.3.2 Υπολογισμός της Ογκομεταβολής του Bellow μέσω Λογισμικού (ANSYS-simulation)

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγιναν οι υπολογισμοί αμελώντας την ακτινική παραμόρφωση και θεωρώντας ότι τα ευθύγραμμα τμήματα «I» του bellow συνέχιζαν να είναι ευθύγραμμα κατά την αξονική παραμόρφωση. Με τη χρήση του λογισμικού ANSYS είναι δυνατός ο υπολογισμός της ογκομεταβολής του bellow συναρτήσει της αξονικής του παραμόρφωσης με μεγάλη ακρίβεια.

Η διαδικασία που ακολουθείται για την προσομοίωση στο λογισμικό ANSYS είναι:

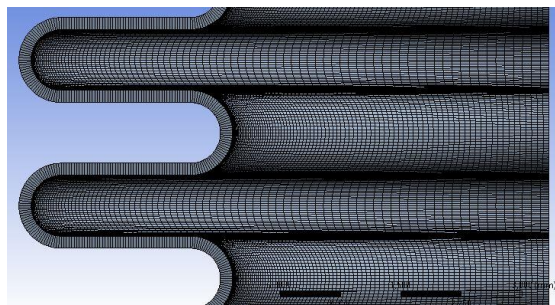
- Σχεδίαση της μέσης επιφάνειας του bellow (εικόνα 55). Καθώς το πρόβλημα είναι πλήρως αξονοσυμμετρικό σχεδιάζεται μόνο το ένα τέταρτο της επιφάνειας του bellow και στη συνέχεια εισάγεται η γεωμετρία της επιφάνειας στο λογισμικό ANSYS.
- Ορισμός του πάχους του bellow και επιλογή επίλυσης ως shell.
- Εισαγωγή παραμέτρων του πλέγματος.

- Ορισμός συνοριακών συνθηκών του προβλήματος και επιβολή μετατόπισης.
- Επίλυση του στατικού προβλήματος
- Δημιουργία του παραμορφωμένου πλέγματος
- Δημιουργία του της νέας παραμορφωμένη επιφάνειας και υπολογισμός μεταβολής του εσωτερικού όγκου για διάφορες τιμές αξονική παραμόρφωσης.

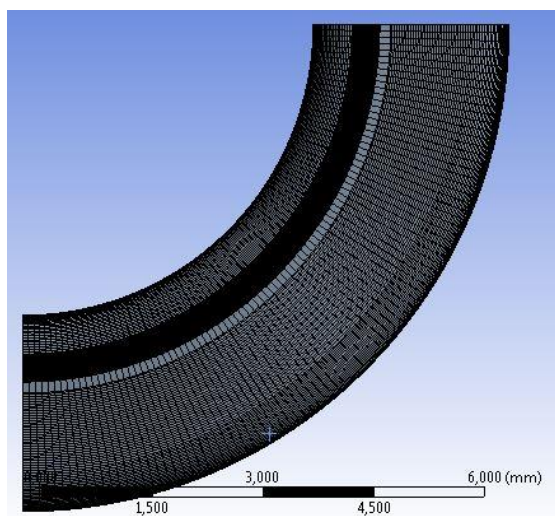
### **Εισαγωγή Παραμέτρων του Πλέγματος**

Η επιλογή για τη δημιουργία πλέγματος είναι η: MultiZone Quad/Tri. Ορίζεται ο αριθμός των στοιχείων ανά μήκος τόξου και ευθύγραμμο τμήματος έτσι ώστε το μήκος τόξου των κοιλιοτήτων να έχει 16 στοιχεία και το αρχικά ευθύγραμμο τμήμα να έχει 20 στοιχεία. Επίσης ορίζεται ο αριθμός των στοιχείων ανά γωνία έτσι ώστε σε κάθε εγκάρσια τομή να υπάρχουν 2 στοιχεία ανά μοίρα. Στις εικόνες 53 και 54 φαίνεται το πλέγμα που προκύπτει με αυτή τη μέθοδο.

Ο αριθμός στοιχείων ανά μονάδα μήκους δεν προέκυψε τυχαία αλλά με δοκιμές έτσι ώστε οι μεταβολές στα αποτελέσματα των μετατοπίσεων εάν επιλεγθεί το ίδιο πρόβλημα με διπλάσιο αριθμό στοιχείων να διαφέρει λιγότερο από 0.5%.



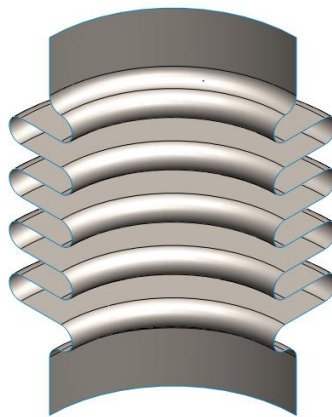
*Εικόνα 53 - Η διακριτοποίηση του πλέγματος*



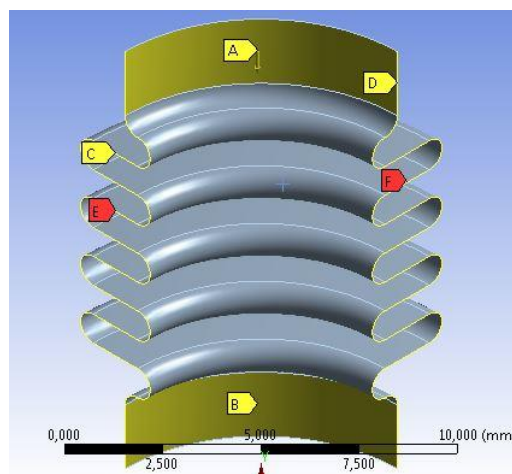
*Εικόνα 54 - Η διακριτοποίηση του πλέγματος από (κόμβοι ανά γωνία)*

### Συνοριακές Συνθήκες Προβλήματος

- 1) Επιβάλλονται μηδενικές μετατόπισης στους κόμβους των πλευρών στην τομή σε σχέση με το κάθετο στις πλευρές αυτές επίπεδο (εικόνα 56 καμπύλες C,D)
- 2) Επιβάλλονται μηδενικές περιστροφές στους κόμβους των πλευρών που βρίσκονται πάνω στην τομή για τους δύο άξονες που ορίζουν το επίπεδο τομής (εικόνα 56 καμπύλες E,F)
- 3) Επιβάλλεται μηδενική αξονική και ακτινική μετατόπιση των κόμβων σε ένα από τα δύο κυλινδρικά τμήματα (εικόνα 56 επιφάνεια B).
- 4) Επιβάλλεται αξονική μετατόπιση και μηδενική ακτινική μετατόπιση των κόμβων στο κυλινδρικό τμήμα που δεν έχει επιβληθεί περιορισμός μετατόπισης (εικόνα 56 επιφάνεια A)



Εικόνα 55 - Η σχεδιασμένη επιφάνεια του bellow σχεδιασμένη σε λογισμικό SolidWorks



Εικόνα 56 - Καμπύλες και επιφάνειες όπου επιβάλλονται οι αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες

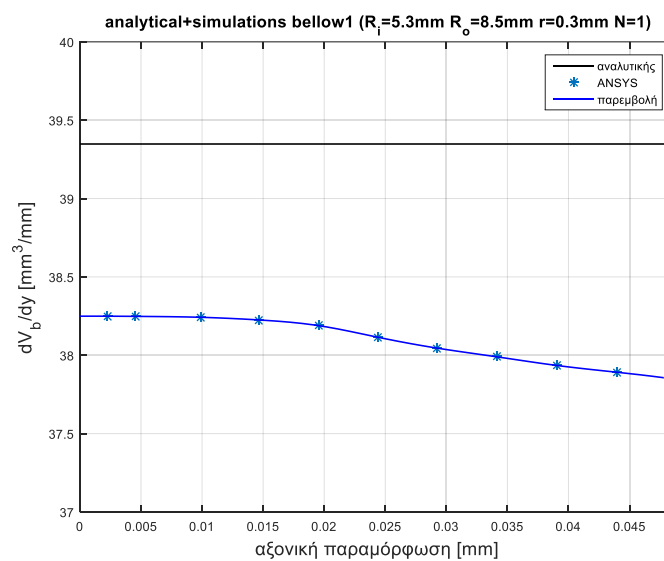
### Υπολογισμός Ογκομεταβολής του Bellows

Υπολογίζεται ο όγκος που εμπεριέχεται μεταξύ μίας κοιλότητας κατά τη μη παραμορφωμένη κατάσταση. Επιλύοντας το πρόβλημα ελαστικότητας για διάφορες τιμές μετατοπίσεων λαμβάνεται ο

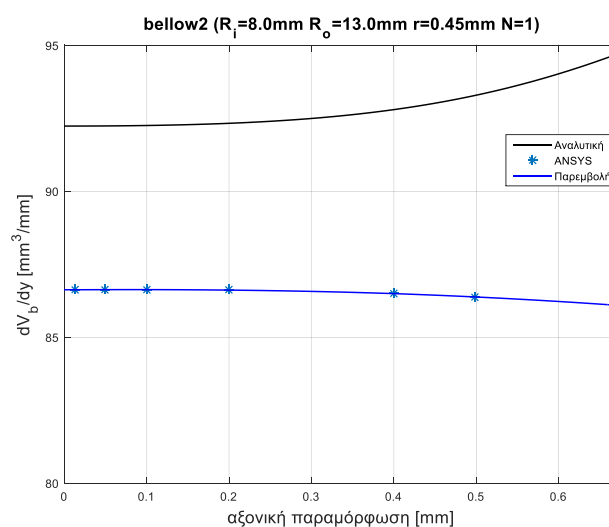
όγκος που περικλείεται μεταξύ μίας κοιλότητας κατά την παραμορφωμένη κατάσταση του bellow. Για κάθε επίλυση του προβλήματος υπολογίζεται η συνολική αξονική παραμόρφωση για αυτήν την κοιλότητα. Τελικά υπολογίζεται ο όρος  $\frac{dV_{bellow}}{dy}(y)$  ως η διαφορά των δύο όγκων ως προς την αξονική παραμόρφωση της κοιλότητας.

Σημειώνεται πως λόγω της ύπαρξης των κυλινδρικών επιφανειών και των συνοριακών συνθηκών η συνολική παραμόρφωση του bellow δεν κατανέμεται ομοιόμορφα καθ' όλο το μήκος του. Για τον λόγο αυτό, για κάθε διαφορετική επιβολή μετατόπισης υπολογίζεται μονοσήμαντα η αξονική παραμόρφωση της μία κοιλότητας.

Στα διαγράμματα (17) και (18) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από αυτή τη διαδικασία για τα δύο υπό μελέτη bellows.

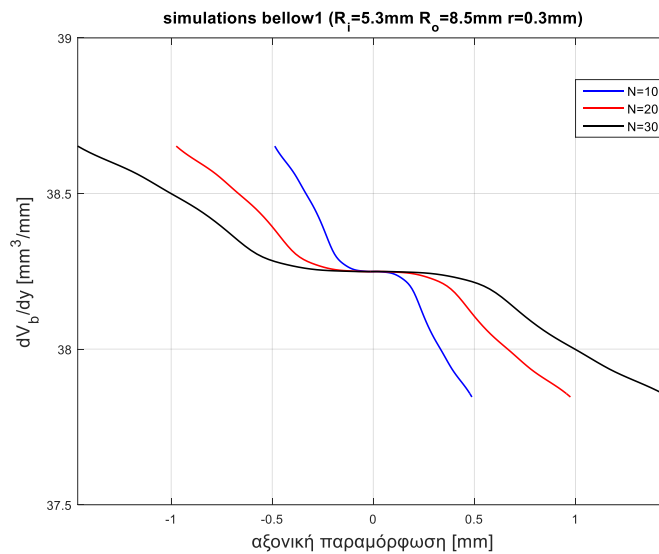


Διάγραμμα 17 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλότητων για το bellow1

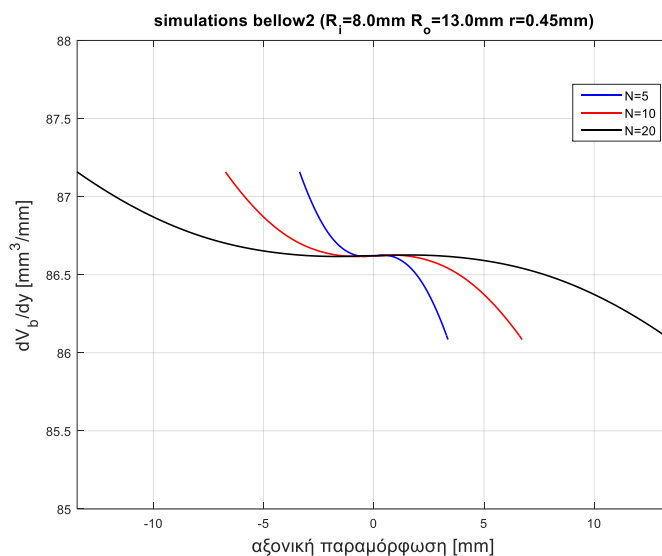


Διάγραμμα 18 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλότητων (προσεγγιστική λύση) για το bellow2

Στα διαγράμματα (19) και (20) παρουσιάζεται ο ρυθμός μεταβολής του όγκου για το bellow1 και bellow2 για διαφορετικούς αριθμούς κοιλοτήτων.



Διάγραμμα 19 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων για διαφορετικούς αριθμούς κοιλοτήτων bellow1



Διάγραμμα 20 - Ογκομεταβολή ως προς την αξονική μετατόπιση για διάφορους αριθμούς κοιλοτήτων για διαφορετικούς αριθμούς κοιλοτήτων bellow2

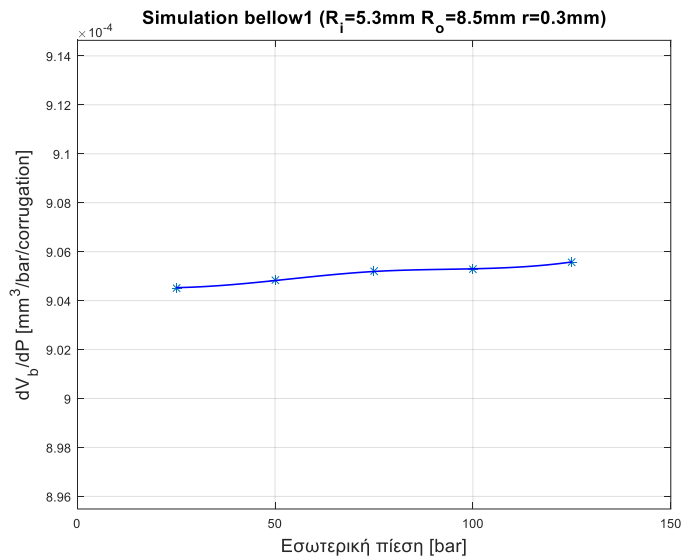
### 5.3.3 Υπολογισμός Υδραυλικής Ελαστικότητας bellow

Μέσω χρήσης του λογισμικού ANSYS επιλύουμε το πρόβλημα ελαστικότητας με παρόμοιο τρόπο όπως στο κεφάλαιο 5.3.2 . Σε αυτήν την περίπτωση όμως θέτουμε και στις δύο επιφάνειες Α,Β (εικόνα 56) μηδενική αξονική και ακτινική μετατόπιση. Επιπλέον επιβάλλεται πίεση στις εσωτερικές επιφάνειες του bellow Από την επίλυση του προβλήματος λαμβάνουμε τις μετατοπίσεις των κόμβων

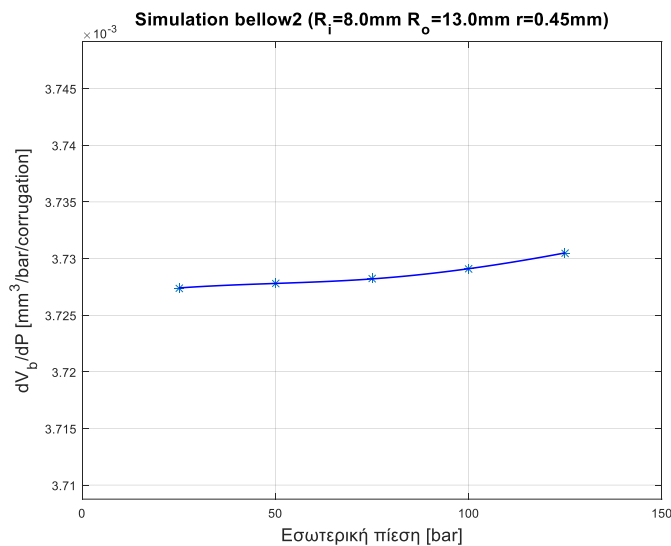
της επιφάνειας του bellow. Στη συνέχεια τροφοδοτούμε το λογισμικό με τις νέες θέσεις των κόμβων ώστε να λάβουμε την παραμορφωμένη επιφάνεια του bellow.

Επαναλαμβάνοντας την πιο πάνω διαδικασία για διαφορετικές πιέσεις μπορούμε να λάβουμε την μεταβολή της χωρητικότητας (ελαστικότητα) του bellow για διάφορες πιέσεις. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν και για τα δύο υπό μελέτη bellow μας δείχνουν πως η χωρητικότητα δεν είναι αμελητέα και μάλιστα αρκετά μεγαλύτερη από τη συμπίεστικότητα του ρευστού.

Τα τελικά αποτελέσματα που λαμβάνονται παρουσιάζονται στα διαγράμματα (21) και (22).



Διάγραμμα 21 - Η ελαστικότητα του bellow1 ως προς την πίεση ανά bar



Διάγραμμα 22 - Η ελαστικότητα του bellow2 ως προς την πίεση ανά bar

Υπολογίζοντας την αντίστοιχη συμπιεστικότητα του ρευστού εντός του bellow  $C_{b,oil}$  ως:

$$C_{b,oil} = \frac{V_{neutral}}{\beta_{oil}}$$

Θεωρώντας πως το bulk modulus του ρευστού είναι περίπου 1.2 GPa, η υδραυλική χωρητικότητα για τα δύο υπό μελέτη bellow θα είναι:

	$V_{neutral}$ [mm <sup>3</sup> / corrugation]	$C_{b,oil}$ [mm <sup>3</sup> /bar/corrugation]
<b>Bellow_1</b>	46,93	$3,911 \cdot 10^{-3}$
<b>Bellow_2</b>	163,45	$13,02 \cdot 10^{-3}$

Πίνακας 8 - Όγκος και ελαστικότητα ρευστού ανά κοιλότητα bellow

Σημειώνεται πως προσεγγιστικά σε αυτό το σημείο έχει υπολογισθεί πως εάν χρησιμοποιηθεί το bellow\_1 απαιτούνται τουλάχιστον 3 φορές περισσότερες κοιλότητες από ότι απαιτούνται εάν χρησιμοποιηθεί το bellow\_2. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι η μέγιστη επιτρεπόμενη Συνεπώς ένα καλύτερο μέτρο σύγκρισης είναι οι αντίστοιχες ελαστικότητες που προκύπτουν για τον αντίστοιχο αριθμό κοιλοτήτων.

Η αντίστοιχη ελαστικότητα του bellow που προκύπτει από την παραμόρφωση του λόγω της εσωτερικής πίεσης θα είναι:

	$C_{b,el}$ [mm <sup>3</sup> /bar] @50 bar	$C_{b,oil}$ [mm <sup>3</sup> /bar] @50 bar
<b>Bellow_1, N=45</b>	$4,06 \cdot 10^{-2}$	$1,76 \cdot 10^{-1}$
<b>Bellow_2, N=15</b>	$5,60 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-1}$

Πίνακας 9 - Ελαστικότητα των bellow και του αντίστοιχου ρευστού που εμπεριέχεται εντός του bellow

\*N: Number of corrugations

Υπενθυμίζεται πως οι δύο όροι ελαστικότητας  $C_{b,el}$ ,  $C_{b,oil}$  βρίσκονται σε σύνδεση σε «σειρά».

Πρέπει να σημειωθεί πως η «ελαστικότητα» των bellow επηρεάζεται όχι μόνο από την πίεση αλλά και από την αξονική παραμόρφωσή τους. Ωστόσο σε αυτή την περίπτωση αυτή η μεταβολή είναι πολύ μικρότερη από ότι η τάξη μεγέθους της ελαστικότητας. Αυτό εξηγείται από το γεγονός οι αξονικές παραμορφώσεις είναι αρκετά μικρότερες από το μήκος των κοιλοτήτων. Καθώς η «ελαστικότητα» είναι ανάλογη της αξονικής μετατόπισης, η οποία είναι τουλάχιστον 2 τάξεις μεγέθους μικρότερη από το συνολικό μήκος του bellow, η μεταβολή της σε σχέση με την αξονική μετατόπιση αμελείται.

Είναι φανερό πως οι δύο εναλλακτικές (bellow\_1, bellow\_2) δεν έχουν σημαντικές διαφορές ως προς την «ελαστικότητα» που εισάγουν στο υδραυλικό σύστημα. Παρατηρείται πως ο πιο σημαντικός όρος τελικά είναι η συμπιεστικότητα του ίδιου του ρευστού και όχι των bellow. Σαφώς για την ισοδύναμη χωρητικότητα θα ισχύει:

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{C_{b,el} + C_{b,oil}}{C_{b,el}C_{b,oil}}$$

Καθώς η μεταβολή της χωρητικότητας ως προς την πίεση  $\left(\frac{\partial C_{b,el}}{\partial P}\right)$  όπως φαίνεται και στα αντίστοιχα διαγράμματα είναι μικρή και σε συνδυασμό με το ότι η μεγαλύτερη χωρητικότητα είναι αυτή της συμπίεσότητας του ρευστού, η συνολική χωρητικότητα των bellow θεωρείται σταθερή.

### Έλεγχος Αποτελεσμάτων της Ελαστικότητας του bellow

Κάνουμε έλεγχο για την αντίστοιχη χωρητικότητα που προκύπτει εάν αντί του bellow είχαμε ένα λεπτότοιχο μεταλλικό σωλήνα με εξωτερική διάμετρο ίση με τη μέση διάμετρο του bellow. Για μία λεπτότοιχη σωλήνωση ισχύει:

$$C_{cylinder} = \frac{VD}{Eh}$$

$V$ : ο συνολικός όγκος του κυλίνδρου

$D$ : η εσωτερική διάμετρος

$E$ : μέτρο ελαστικότητας υλικού

$h$ : το πάχος σωλήνωσης

Όπου για το bellow\_1 και bellow\_2 υπολογίζονται αντίστοιχα οι ελαστικότητες για δύο κυλίνδρους με ίδιο μήκος που θα έχει το αντίστοιχο bellow και διάμετρο ίση με το ημιάθροισμα της ελάχιστης και μέγιστης διαμέτρου του bellow.

	$C_{cylinder,el}$ [mm <sup>3</sup> /bar]	$C_{b,el}$ [mm <sup>3</sup> /bar] @50 bar
<b>Bellow_1 N=45</b>	$2,27 \cdot 10^{-2}$	$4,06 \cdot 10^{-2}$
<b>Bellow_2 N=15</b>	$4,29 \cdot 10^{-2}$	$5,60 \cdot 10^{-2}$

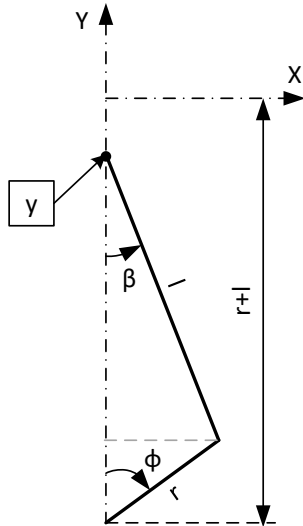
Πίνακας 10 - Συσχέτιση της συνολικής ελαστικότητας που προέκυψε για κάθε bellow σε σχέση με έναν λεπτότοιχο κύλινδρο

Συνεπώς τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι αρκετά συναφή με τις αντίστοιχες λύσεις για σταθερής διαμέτρου κύλινδρο ίδιου μήκους με το αντίστοιχο bellow.

### 5.3.4 Μηχανισμός Διωστήρα Στροφάλου

Για το μηχανισμό διωστήρα στροφάλου οι εξισώσεις κίνησης είναι οι εξής(εικόνα 57):





Εικόνα 57 - Κινηματική του μηχανισμού διωστήρα στροφάλου

$$y = r + l - l \cos \beta - r \cos \varphi \quad (5.26)$$

$$r \sin \varphi = l \sin \beta \quad (5.27)$$

Ορίζουμε ως  $\lambda$  την ποσότητα:  $\lambda = \frac{r}{l}$  (5.28)

$$\Rightarrow \cos \beta = (1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}} \quad (5.27b)$$

(5.26) + (5.27b)  $\Rightarrow$

$$y = r(1 - \cos \varphi) + l \left( 1 - (1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (5.29a)$$

$$\frac{dy}{d\varphi} = \left[ r \sin \varphi + \frac{\lambda^2 l \sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \right] \quad (5.29b)$$

$$\frac{d^2y}{d\varphi^2} = -r \cos \varphi - \frac{r^2(\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)}{\sqrt{\lambda^2 - r^2 \sin^2 \varphi}} - \frac{r^4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}{(\lambda^2 - r^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.29c)$$

Καθώς γνωρίζουμε ότι:

$$\lambda < 1 \Rightarrow 1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi > 0$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του διωνύμου:

$$\cos \beta = \sum_{n=0}^{2,4,6,\dots} \left( \frac{1}{n!} \lambda^n \sin^2 \varphi \right)$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε πως:

$$\sin^2 \varphi = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi)$$

$$\sin^4 \varphi = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2\varphi + \frac{1}{8} \cos 4\varphi \dots$$

Δηλαδή η θέση  $y$  μπορεί να γραφεί ως άθροισμα ημιτόνων ως εξής:

$$y = r(a_0 + a_1 \cos \varphi + a_2 \cos 2\varphi + a_3 \cos 4\varphi \dots)$$

$$\text{Όπου: } a_0 = 1 + \frac{\lambda}{4} + \frac{3\lambda^3}{64} + \frac{5\lambda^5}{256} \dots$$

$$\text{Γενικά: } a_i = a_i(\lambda)$$

Συνεπώς μπορούμε να αλλάξουμε τη συνάρτηση της θέσης ως προς τη γωνία περιστροφής έχοντας ως παραμέτρους τις αποστάσεις  $r$  και  $l$ .

$$\frac{dV}{d\varphi} = \frac{dV}{dy} \frac{dy}{d\varphi} \quad (5.30)$$

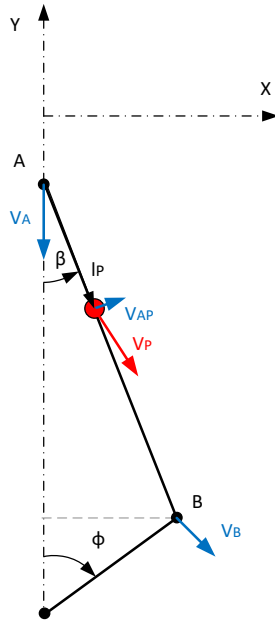
$$(5.29), (5.30) \Rightarrow \frac{dV}{d\varphi} = \left[ r \sin \varphi + \frac{\lambda^2 l \sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \right] \frac{dV}{dy} \quad (5.31)$$

### 5.3.5 Αναπτυσσόμενες Φορτίσεις στο Μηχανισμό Διωστήρα Στροφάλου

#### Αδρανειακές δυνάμεις

Διακρίνονται 3 μάζες στο μηχανισμό διωστήρα στροφάλου, του εμβόλου-bellow, του διωστήρα και του στροφάλου. Αυτές οι μάζες εκτελούν αντίστοιχα παλινδρομική ( $m_p$ ), σύνθετη ( $m_\delta$ ) και περιστροφική κίνηση ( $m_\sigma$ ). Στη συνέχεια γίνεται ο προσδιορισμός των επιταχύνσεων του κάθε σημείου για γνωστά τα γεωμετρικά μεγέθη και τη σταθερή ταχύτητα περιστροφής της στροφαλοφόρου ατράκτου.

Στην εικόνα (58) σημειώνονται οι ταχύτητες των συγκεντρωμένων μαζών.



Εικόνα 58 - Οι ταχύτητες των συγκεντρωμένων μαζών κατά τη λειτουργία του μηχανισμού

**Αδρανειακές Δυνάμεις Μάζας Διωστήρα (αναγωγή σε 2 συγκεντρωμένες μάζες)**

$$V_A = \frac{dy}{dt} \quad (5.32)$$

$$\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{AP} \quad (5.33)$$

$$\vec{V}_{AP} = \vec{l}_{Px} \frac{d\beta}{dt} \quad (5.34)$$

$$V_{APx} = V_{AP} \cos \beta = l_p \cos \beta \frac{d\beta}{dt} \quad (5.35a)$$

$$V_{APy} = V_{AP} \sin \beta = \sin \beta \frac{d\beta}{dt} \quad (5.35b)$$

$$\frac{dV_{APx}}{dt} = l_p \left[ \frac{d^2\beta}{dt^2} \cos \beta - \left( \frac{d\beta}{dt} \right)^2 \sin \beta \right] \quad (5.36a)$$

$$\frac{dV_{APy}}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} + l_p \left[ \frac{d^2\beta}{dt^2} \sin \beta + \left( \frac{d\beta}{dt} \right)^2 \cos \beta \right] \quad (5.36b)$$

Όπου:

$$\frac{d\beta}{dt} = \lambda \frac{\cos \varphi}{\cos \beta} \frac{d\varphi}{dt} \quad (5.37a)$$

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = -\lambda \left[ \frac{\sin \varphi}{\cos \beta} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \lambda \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^3 \beta} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] \quad (5.37b)$$

Από τις εξισώσεις (5.36) και (5.37) και δεδομένου ότι ο λόγος «λ» είναι αρκετά μικρός σε αυτήν την κατασκευή (<0.05) ο μόνος σημαντικός όρος στην επιτάχυνση του κέντρου βάρους του διωστήρα είναι η επιτάχυνση του εμβόλου  $\frac{d^2y}{dt^2}$ .

Συνεπώς μπορούμε να δεχθούμε μία συνήθη παραδοχή η οποία γίνεται για τον υπολογισμό των αδρανειακών δυνάμεων στο μηχανισμό διωστήρα στροφάλου. Σύμφωνα με αυτή την παραδοχή η μάζα του διωστήρα διαχωρίζεται σε δύο μάζες  $m_{\delta l}$  και  $m_{\delta r}$  των οποίων οι θέσεις είναι στο κέντρο βάρους του εμβόλου και στο κέντρο βάρους του στροφάλου αντίστοιχα. Τότε θα πρέπει να ισχύει:

$$m_{\delta l} + m_{\delta r} = m_{\delta} \quad (5.38)$$

$$m_{\delta r} l_p = m_{\delta l} (l - l_p) \quad (5.39)$$

Το νέο σύστημα διωστήρα έχει ίδια μάζα με το προηγούμενο (5.39), ίδιο κέντρο βάρους (5.40) αλλά διαφορετική ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο βάρους του. Ωστόσο η απόκλιση από την αρχική ροπή αδράνειας είναι σχετικά μικρή. Επιπλέον η σημασία της ροπής αδράνειας ως προς το κέντρο βάρους του για τις δυνάμεις αδράνειας έχει μικρή σημασία όπως φαίνεται από την εξίσωση (5.37b).

Με το νέο απλοποιημένο μοντέλο για τη μάζα του διωστήρα οι υπολογισμοί απλοποιούνται καθώς πλέον υπάρχουν μόνο δύο συγκεντρωμένες μάζες:

$$m_l = m_p + m_{\delta l}$$

Όπου,  $m_l$  = συγκεντρωμένη παλινδρομούσα μάζα στο κέντρο περιστροφής του εμβόλου

$$m_r = m_{\delta r} + m_{\sigma}$$

$m_r$  = συγκεντρωμένη μάζα στο στρόφαλο της ατράκτου που εκτελεί περιστροφική κίνηση

### **Αδρανειακή Δύναμη της Μάζας $m_l$**

Η επιτάχυνση του σημείου A θα είναι:

$$\frac{dV_A}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dt} \right) \quad (5.40)$$

Συνεπώς η αντίστοιχη αδρανειακή δύναμη ασκείται πάνω στην οριζόντια διεύθυνση και έχει αντίθετη διεύθυνση από αυτής της επιτάχυνσης του σημείου A. Δηλαδή:

$$F_l = -m_l \frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dt} \right) \quad (5.41)$$

Όπου από την εξίσωση: (5.29c) και με  $\frac{d\varphi}{dt} = \text{constant}$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dt} \right) = \frac{d^2y}{dt^2} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \left[ -r \cos \varphi - \frac{r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{\sqrt{\lambda^2 - r^2 \sin^2 \theta}} - \frac{r^4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(\lambda^2 - r^2 \sin^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} \right] \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2$$

Τελικά:

$$F_l = -m_l \left[ -r \cos \varphi - \frac{r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{\sqrt{\lambda^2 - r^2 \sin^2 \theta}} - \frac{r^4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(\lambda^2 - r^2 \sin^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} \right] \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \quad (5.42)$$

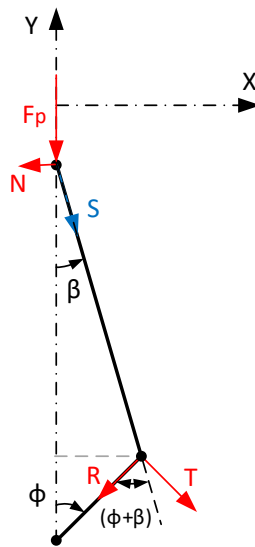
### Αδρανειακή Δύναμη της Μάζας $m_r$

Το σημείο Β εκτελεί περιστροφική κίνηση με κέντρο την τομή της αξονικής της στροφαλοφόρου με το κάθετο επίπεδο σε αυτή. Η αδρανειακή δύναμη (φυγοκεντρική) ασκείται πάνω στην ακτινική διεύθυνση με φορά προς τα έξω.

$$F_r = -m_r r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \quad (5.43)$$

### Συνολικές Δυνάμεις

Στο παρακάτω σχήμα (εικόνα 59) σημειώνονται οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε στοιχείο του μηχανισμού.



Εικόνα 59 - Αναπτυσσόμενες δυνάμεις κατά τη λειτουργία του μηχανισμού

$$F_p = F_b + F_l$$

$$F_b = \frac{\pi D_b^2}{4} P_{oil}$$

$$S = \frac{F_p}{\cos \beta}$$

$$N = S \sin \beta$$

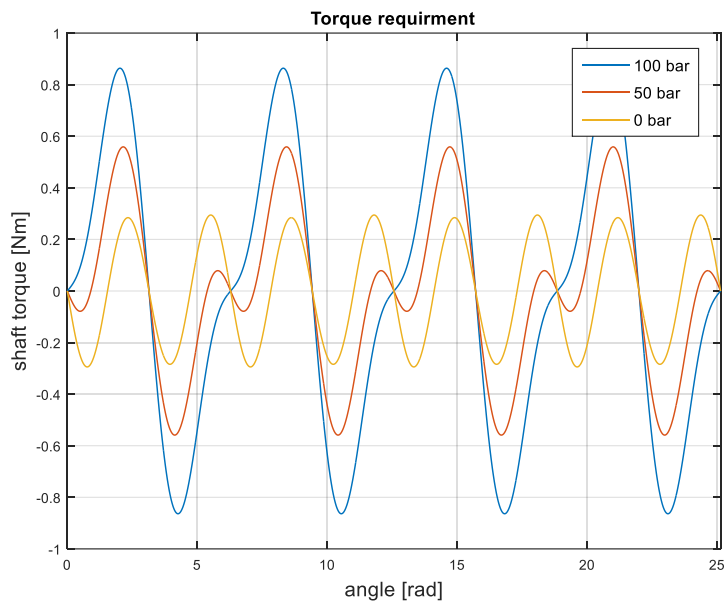
$$R = S \cos(\varphi + \beta) - F_r = \frac{F_p \cos(\varphi + \beta)}{\cos \beta} - F_r$$

$$T = S \sin(\varphi + \beta) = \frac{F_p \sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta}$$

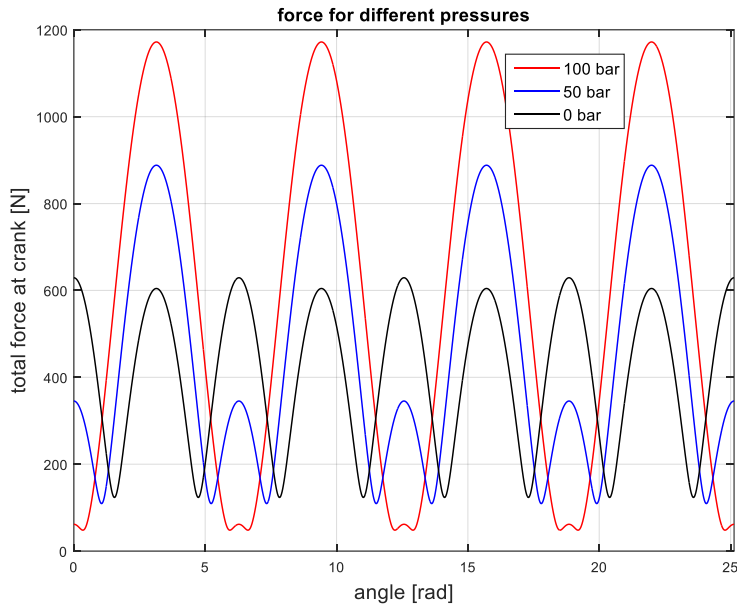
Ενώ η αντίστοιχη ροπή που ασκείται στη στροφαλοφόρο είναι:

$$M_t = T r = \frac{F_p \sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta} r$$

Λαμβάνουμε τα πιο κάτω διαγράμματα έχοντας θεωρήσει παλινδρομούσα μάζα ίση με 160g και περιστρεφόμενη στο έκκεντρο ίση με 40g.



Διάγραμμα 23 - Η αναπτυσσόμενη στρεπτική ροπή στη στροφαλοφόρο για διάφορες πιέσεις λειτουργίας και σταθερή ταχύτητα περιστροφής 1500rpm



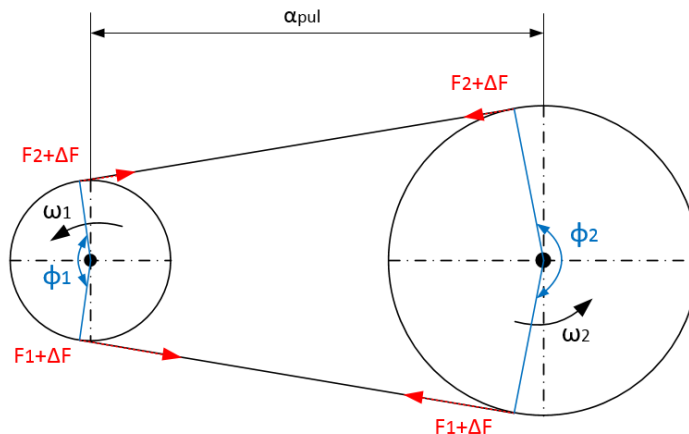
Διάγραμμα 24 - Η αναπτυσσόμενη συνολική δύναμη στο στρόφαλο της ατράκτου για διάφορες πιέσεις λειτουργίας και σταθερή ταχύτητα περιστροφής 1500rpm

Από τα διαγράμματα διακρίνουμε τη μέγιστη και την ελάχιστη ασκούμενη δύναμη στο έκκεντρο της στροφαλοφόρου καθώς επίσης και την στρεπτική ροπή που απαιτείται να μεταφερθεί από την κύρια άτρακτο της αντλίας στο ενεργητικό σύστημα.

Αυτά τα δύο μεγέθη είναι αρκετά σημαντικά για τη διαστασιολόγηση του ενεργητικού μηχανισμού. Από τον υπολογισμό των δυνάμεων μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε τις απώλειες που θα υπάρχουν λόγω τριβών στα έδρανα του μηχανισμού (ρουλεμαν).

### 5.3.6 Μεταφορά Ισχύος στο Ενεργητικό Σύστημα μέσω Ιμαντοκίνησης

Καθώς απαιτείται σχέση μετάδοσης ίση με  $i_{active} = Z$  (αύξηση στροφών) σε σχέση με την κύρια άτρακτο της αντλίας επιλέγεται ως μία λύση η μεταφορά ισχύος μέσω ιμαντοκίνησης.



Εικόνα 60 - Γεωμετρικά στοιχεία της ιμαντοκίνησης

Σύμφωνα με τη θεωρία ιμαντικινήσεων, λαμβάνοντας υπόψιν και τις φυγόκεντρες δυνάμεις που ασκούνται στον ιμάντα λόγω της μάζας του θα ισχύει:

$$F_1 + \Delta F - F_c = (F_2 + \Delta F - S_c)e^{\mu\varphi} \quad (5.44)$$

Όπου:

$\Delta F$ : Η αρχική προένταση του ιμάντα

$F_c = (\rho w_{belt} h_{belt}) \omega^2 r_{pulley}^2$ : Η φυγόκεντρη δύναμη που ασκείται στον ιμάντα ανά μονάδα μήκους του ιμάντα.

$\mu$ : συντελεστής ολίσθησης

$\varphi$ : Γωνία περιέλιξης του ιμάντα στην αντίστοιχη τροχαλία

Η μέγιστη δυνατή μεταφερόμενη ισχύς επιτυγχάνεται όταν οριακά θα ισχύει:

$$F_{2F_1=F_{1max}} = 0 \quad (5.45)$$

Συνεπώς μπορούμε να υπολογίσουμε την απαραίτητη προένταση  $\Delta F$  για να μεταφερθεί η απαιτούμενη ισχύς χωρίς να υπάρξει ολίσθηση.

$$\Delta F_{min} = \frac{F_{1max}}{e^{\mu\varphi} - 1} + S_c \quad (5.46)$$

Σημειώνεται ότι ο συντελεστής ολίσθησης « $\mu$ » λαμβάνεται για την περίπτωση όπου υπάρχει λίπανση μεταξύ τροχαλίας και ιμάντα καθώς αυτή είναι η χειρίστη περίπτωση από πλευράς απαίτησης αρχικής προέντασης. Σαφώς δεν θα υπάρχει κάποια σχετική λίπανση μεταξύ των δύο στοιχείων αλλά δεν είναι απίθανο σε εργαστηριακό περιβάλλον να υπάρξουν σταγονίδια λιπαντικού τα οποία να μειώσουν σημαντικά τον συντελεστή τριβής. Η διαφορά φάσης είναι ίσως η σημαντικότερη παράμετρος καθώς ακόμη και μία μικρή μεταβολή της από τη βέλτιστη, μπορεί να προκαλέσει σημαντική αύξηση του παλμού αντί για μείωση σε σχέση με τον αρχικό.

Η αντίστοιχη απαιτούμενη προένταση επιτυγχάνεται με αρχική παραμόρφωση του ιμάντα κατά μήκος  $\Delta L$  σε σχέση με το αρχικό μήκος  $L_0$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\sigma = \varepsilon E \Rightarrow \Delta L = \frac{\sigma L_0}{E} = \frac{L_0}{AE} \Delta F$$

Γίνεται κατανοητό πως τόσο για λόγους ρύθμισης της προέντασης όσο και για λόγους συναρμολόγησης, απαιτείται ένας μηχανισμός τάνυσης του ιμάντα. Επιπλέον με το μηχανισμό τάνυσης είναι δυνατή η αύξηση της γωνίας περιέλιξης ( $\varphi$ ) του ιμάντα στην μικρή τροχαλία με αποτέλεσμα τη μείωση της απαιτούμενης προέντασης.



Μετά τους υπολογισμούς προκύπτει ότι ένας μεταλλικός χαλύβδινος μάντας (ταινίας) πάχους 0.1 mm και πλάτους 15 mm ικανοποιεί τις απαιτήσεις του προβλήματος.

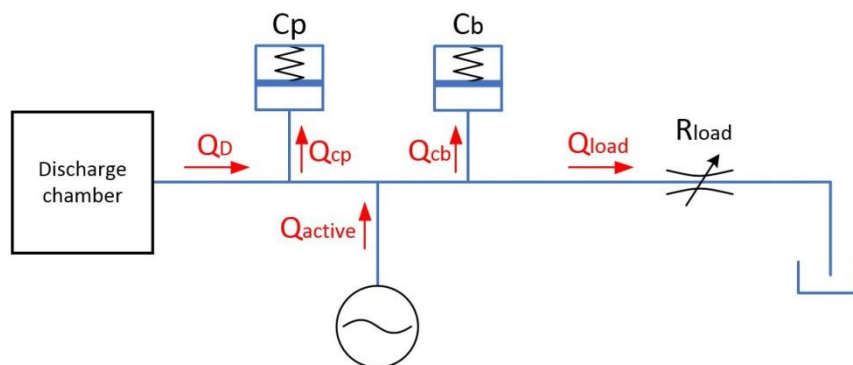
Ωστόσο υπάρχει ένα σοβαρό ζήτημα εάν χρησιμοποιηθεί επίπεδος μάντας για τη μεταφορά ισχύος στο ενεργητικό σύστημα. Ο λόγος μετάδοσης προκύπτει από τον λόγο των διαμέτρων των τροχαλιών, όπου εάν δεν συμπίπτει ακριβώς με τα λόγω μετάδοσης  $i = Z$  θα υπάρχει μία μεταβαλλόμενη διαφορά φάσης από τη βέλτιστη. Για κάποια χρονικά διαστήματα το ενεργητικό σύστημα θα αποσβένει τον παλμό παροχής ενώ για κάποια άλλα θα τον ενισχύει. Αυτό κρίνεται ως αρκετά σημαντικό ζήτημα και για το λόγο αυτό προτείνεται ως τελική λύση η χρήση μάντα χρονισμού (timing belt).

## 5.4 Το Συνολικό Σύστημα Αντλίας – Ενεργητικού Μηχανισμού

### 5.4.1 Υπολογισμός Παλμού Παροχής στην Έξοδο του Συστήματος

Οι παραδοχές που λαμβάνονται εδώ είναι:

- Αμελητέες γραμμικές ή εντοπισμένες απώλειες πίεσης μεταξύ της διαδρομής της εξόδου της αντλίας και του ενεργητικού συστήματος.
- Σταθερό bulk modulus του υδραυλικού ρευστού.



Εικόνα 61 - Το ισοδύναμο υδραυλικό σύστημα συμπεριλαμβανομένου του ενεργητικού συστήματος

Καθώς δεν υπάρχουν απώλειες πίεσης στη σωλήνωση θα ισχύει:

$$P_D = P_b = P_p = P_{load} \quad (5.47)$$

$$P_{load} = R_{load} Q_{load}^2 \quad (5.48)$$

$$\frac{dP_p}{dt} = \frac{1}{C_p} Q_p \quad (5.49)$$

$$\frac{dP_b}{dt} = \frac{1}{C_p} Q_b \quad (5.50)$$

$$Q_D = Q_b + Q_p + Q_{load} - Q_{active} \quad (5.51)$$

Συνεπώς από τις (5.48-5.51) προκύπτει:

$$Q_D = \frac{dP_{load}}{dt} \left( \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_p} \right) + \sqrt{\frac{P_{load}}{R_{load}}} - Q_{active} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dP_{load}}{dt} = \left( \frac{C_b C_p}{C_b + C_p} \right) \left[ Q_D + Q_{active} - \sqrt{\frac{P_{load}}{R_{load}}} \right] \quad (5.52)$$

Όπου:

Το  $Q_{active}$  είναι η παροχή που προκύπτει από τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος, δηλαδή:

$$Q_{active} = \frac{dV_{active}}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} \quad (5.53)$$

Η παροχή στην έξοδο της αντλίας:  $(Q_D - Q_p)$  όπου το  $Q_D$  εξαρτάται όπως ήδη έχει εξετασθεί από το  $P_{load}$  σε συμφωνία με το μοντέλο της αντλίας.

Όπως ήταν αναμενόμενο οι δύο «ελαστικότητες»  $C_b, C_p$  λειτουργούν ως ελατήρια «σε σειρά» για το υδραυλικό σύστημα.

Η παροχή στην έξοδο του συστήματος αντλίας – ενεργητικού συστήματος υπολογίζεται για κάθε χρονική στιγμή από την εξίσωση 5.51:

$$Q_{load} = Q_D + Q_{active} - (Q_b + Q_p) \quad (5.51')$$

Όπου η παράμετρος σχεδιασμού είναι ο όρος  $Q_{active}$

#### 5.4.2 Αλγόριθμος Εύρεσης των Βέλτιστων Παραμέτρων του Ενεργητικού Συστήματος

Έχοντας επιλέξει τη γεωμετρία του bellow (επιλογή bellow2) οι παράμετροι σχεδιασμού μπορούν να εμφανισθούν εύκολα από την εξίσωση:

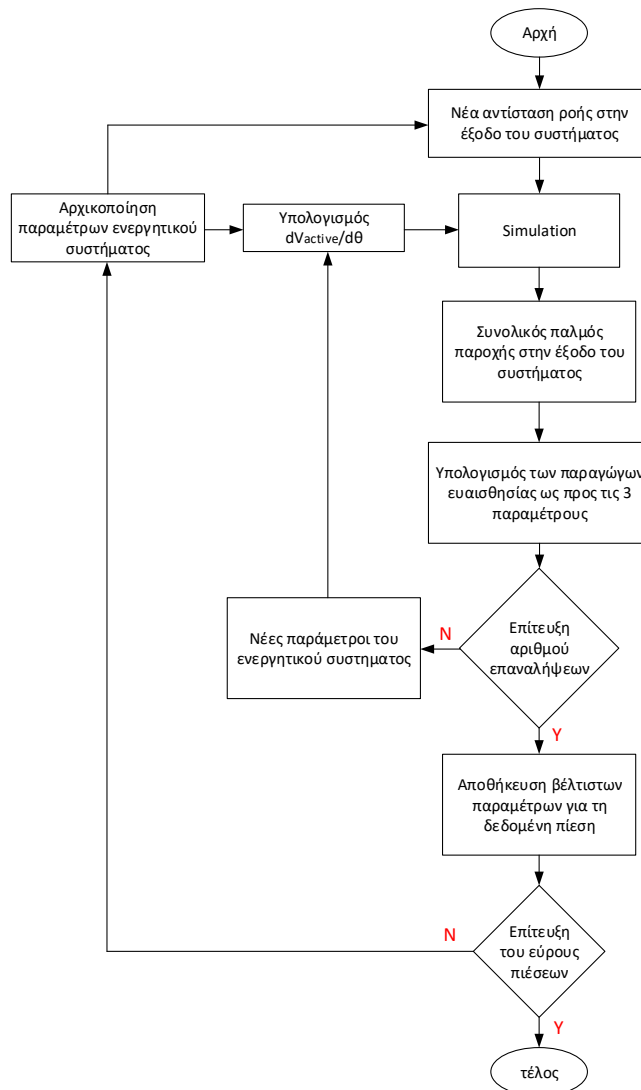
$$Q_{active} = \frac{dV_{bellow}}{dy} \frac{dy}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt}$$

Διατηρώντας σταθερή την ταχύτητα περιστροφής και έχοντας δεδομένο τον όρο  $\frac{dV_{bellow}}{dy}$  η παράμετροι σχεδιασμού αφορούν τον όρο  $\frac{dy}{d\varphi}$  ο οποίος εκφράζει τη μεταβολή της θέσης του κομβίου του διωστήρα που εκτελεί παλινδρομική κίνηση σε σχέση με τη γωνία της στροφαλοφόρου. Από το κεφάλαιο 5.3.4:

$$\frac{dy}{d\varphi} = \left[ r \sin \varphi + \frac{\lambda^2 l \sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \right]$$

Συνεπώς οι παράμετροι σχεδιασμού είναι η απόσταση του στροφάλου ( $r$ ) (εκκεντρότητα σε σχέση με τον άξονα περιστροφής της στροφαλοφόρου), το μήκος του διωστήρα ( $l$ ) και μία διαφορά φάσης ( $\Delta\phi$ ) η οποία θα λειτουργεί ως χρονισμός του ενεργητικού συστήματος σε σχέση με την αντλία.

Στην εικόνα (62) παρουσιάζεται το αντίστοιχο διάγραμμα ροής του αλγορίθμου εύρεσης βέλτιστων παραμέτρων για ένα εύρος πιέσεων.



Εικόνα 62 - Διάγραμμα ροής αλγορίθμου

Να σημειωθεί πως λόγω της φύσης του προβλήματος (αριθμός διαφορικών εξισώσεων, μεταβαλλόμενες αντιστάσεις, υπολογισμός ογκομεταβολής του bellow κα.) η εκτέλεση της προσομοίωσης στο περιβάλλον Simulink διαρκεί ένα χρονικό διάστημα μη αμελητέο. Είναι δόκιμο λοιπόν να γίνει μία διερεύνηση για την αρχικοποίηση των παραμέτρων και η αντίστοιχη εύρεση της ελάχιστης απαιτούμενης ακρίβειας υπολογισμού των παραμέτρων του ενεργητικού συστήματος. Με

αυτόν τον τρόπο μειώνεται το υπολογιστικό κόστος (σε χρόνο) για την εύρεση των βέλτιστων παραμέτρων.

### **Απόσταση r**

Το ζήτημα εδώ είναι τόσο κατασκευαστικής φύσεως όσο και υπολογιστικής. Δεδομένου ότι κατά την κατασκευή μπορούν να επιτευχθούν συγκεκριμένες ανοχές δεν έχει νόημα να υπολογιστεί η απόσταση r με ακρίβεια μεγαλύτερη από την δυνατότητα κατασκευής. Συγκεκριμένα για την τιμή r μία αρκετά συνήθης ανοχή που μπορεί να επιτευχθεί με σύγχρονες μεθόδους (CNC) είναι της τάξης των 20μm (γεωμετρική ανοχή θέσης και ευθυγραμμίας). Συνεπώς μία ικανοποιητική ακρίβεια υπολογισμού της «βέλτιστης» απόστασης r είναι τα 10μm. Η αρχικοποίηση της τιμής είναι αυτή που υπολογίστηκε σε προηγούμενα κεφάλαια η οποία ισούται με 0.9 mm.

### **Μήκος διωστήρα**

Καθώς το μήκος του διωστήρα στην πραγματικότητα περιλαμβάνει, τα ακτινικά διάκενα των ρουλεμαν και τις ανοχές θέσεως των κυλίνδρων όπου εφαρμόζουν τα αντίστοιχα ρουλεμάν η αντίστοιχη ακρίβεια υπολογισμού αυτής της παραμέτρου θεωρείται ίση με 100μm. Σημειώνεται πως λόγω γεωμετρικών περιορισμών το μήκος του διωστήρα δεν μπορεί να είναι μικρότερο από 20mm ενώ η αύξηση του μήκους του επιβαρύνει το μηχανισμό με μεγαλύτερα αδρανειακά φορτία, λόγω της αύξησης του βάρους του, οπότε επιβάλλεται ένα άνω όριο των 30mm.

### **Διαφορά φάσης**

Η διαφορά φάσης μπορεί να πραγματοποιηθεί αρκετά εύκολα μέσω διάφορων μηχανισμών με μεγάλη ακρίβεια της τάξεως των εκατοστών μίας μοίρας. Ωστόσο σε αυτή την κατασκευή έχει τεθεί το ζήτημα της κατασκευαστικής ευκολίας ως βασική προδιαγραφή και συνεπώς η ακρίβεια που μπορεί να υπολογισθεί η επιβαλλόμενη διαφορά φάσης κυμαίνεται περί μερικών δέκατων της μοίρας. Συνεπώς η ακρίβεια μέτρησης της γωνίας τίθεται ίση με 0.2 [degrees]. Μία πρώτη προσέγγιση της διαφοράς φάσης μπορεί να γίνει από τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της λειτουργίας της αντλίας του κεφαλαίου 4.3 η οποία είναι περίπου 10 [degrees].

### **Διακριτοποιήσεις πίεσης λειτουργίας**

Το εύρος των πιέσεων για το οποίο σχεδιάζεται να μελετηθεί το σύστημα είναι 0-120 [bar]. Η απόκριση του συστήματος σε χαμηλές πιέσεις διαφέρει σημαντικά(βλ. αποτελέσματα κεφαλαίου 4.3) από ότι σε υψηλές συνεπώς οι τιμές της πίεσης που θα μελετηθούν οι βέλτιστες παράμετροι είναι 5,30,60,90,120 [bar].

Για λόγους πληρότητας αναφέρεται πως απαιτούνται περίπου 11 ώρες και 8 λεπτά για την ολοκλήρωση των υπολογισμών.



## 6. Αποτελέσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των υπολογισθέντων «βέλτιστων» παραμέτρων του συστήματος για διάφορες πιέσεις λειτουργίας, ο προκύπτων παλμός παροχής στην έξοδο του συστήματος καθώς και ο σχεδιασμός του προτεινόμενου ενεργητικού συστήματος.

### 6.1 Βέλτιστες Παράμετροι ανά Πίεση

Από τα αποτελέσματα του αλγορίθμου εύρεσης βέλτιστων παραμέτρων του ενεργητικού συστήματος προκύπτουν τα αποτελέσματα που βρίσκονται στον παρακάτω πίνακα (πίνακας 11).

Μέση πίεση λειτουργίας [bar]	Απόσταση r [mm]	Μήκος διωστήρα l [mm]	Διαφορά φάσης [deg]
5	1.15	30	8.6
30	1.09	30	8.6
60	1.06	30	8.6
90	1.03	30	8.7
120	1.01	30	8.7

Πίνακας 11 - Βέλτιστες παράμετροι που προέκυψαν από τον αλγόριθμο για διάφορες τιμές της πίεσης λειτουργίας

Τα αποτελέσματα για τις βέλτιστες παραμέτρους για τις διάφορες πιέσεις λειτουργίας είναι αρκετά ενθαρρυντικά για τις δυνατότητες του ενεργητικού συστήματος. Το πρώτο σημαντικό σημείο είναι πως η διαφορά φάσης δεν μεταβάλλεται σημαντικά. Συνεπώς δεν απαιτείται κάποιο σύστημα το οποίο να μεταβάλει τη διαφορά φάσης σε σχέση με την πίεση λειτουργίας. Επιπλέον παρατηρείται πως η απόσταση r δεν απαιτείται να αλλάξει σημαντικά για τις διάφορες πιέσεις λειτουργίας. Αυτό σημαίνει πως το σύστημα μπορεί να σχεδιασθεί να λειτουργεί για τις βέλτιστες παραμέτρους για μία συγκεκριμένη πίεση αλλά να λειτουργεί κοντά στο βέλτιστο ακόμη και σε άλλες πιέσεις καθώς οι αποκλίσεις θα είναι αρκετά μικρές σε σχέση με τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων. Τέλος όπως θα φανεί στο επόμενο υποκεφάλαιο, το μήκος του διωστήρα έχει αμελητέα επιρροή στο αποτέλεσμα της απόσβεσης του παλμού παροχής.

Στον πίνακα (12) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τις βέλτιστες παραμέτρους

Πίεση λειτουργίας [bar]	Πλάτος παλμού χωρίς ενεργητικό σύστημα [L/min]	Πλάτος παλμού με ενεργητικό σύστημα με βέλτιστες παραμέτρους [L/min]	Ποσοστό μείωσης του παλμού παροχής με τη χρήση ενεργητικού συστήματος(%)
5	0.994	0.36	63.7
30	0.997	0.394	60.5

Πίνακας 12 - Το μέγεθος του παλμού παροχής που προκύπτει από την προσομοίωση με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος (για βέλτιστες παραμέτρους)

Εάν το σύστημα σχεδιασθεί με σταθερές παραμέτρους αυτές που αντιστοιχούν στη λύση των 60 [bar], δηλαδή απόσταση  $r=1.06$  [mm], τότε ο ανανεωμένος πίνακας θα είναι:

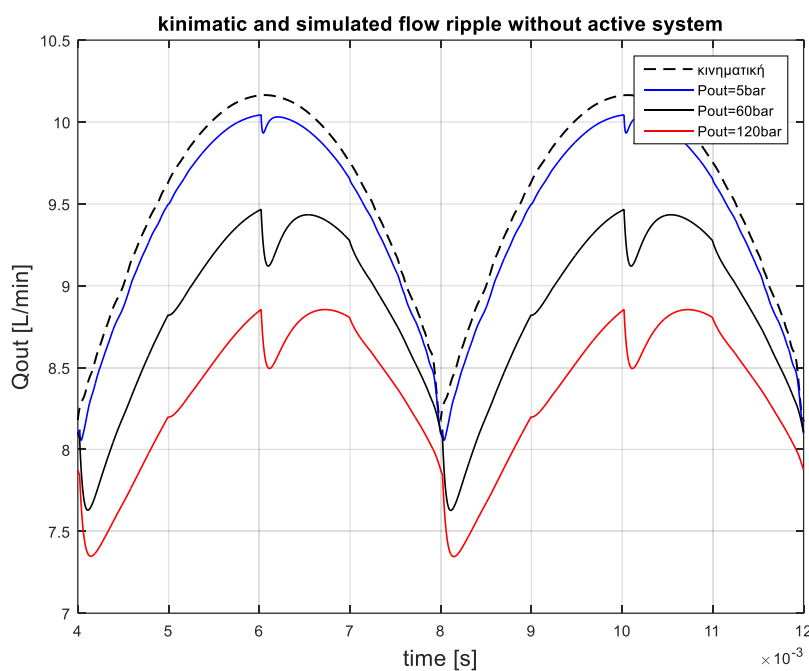
Πίεση λειτουργίας [bar]	Πλάτος παλμού χωρίς ενεργητικό σύστημα [L/min]	Πλάτος παλμού με ενεργητικό σύστημα με σταθερές παραμέτρους τις βέλτιστες των 60bar[L/min]	Ποσοστό μείωσης του παλμού παροχής με τη χρήση ενεργητικού συστήματος(%)
5	0.994	0.38	61.9
30	0.997	0.401	59.8
60	0.919	0.36	60.7
90	0.834	0.345	58.6
120	0.754	0.325	56.8

Πίνακας 13 – Προκύπτων μέγεθος παλμού παροχής από την προσομοίωση με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος (με σταθερές παραμέτρους τις βέλτιστες για πίεση λειτουργίας 60 bar)

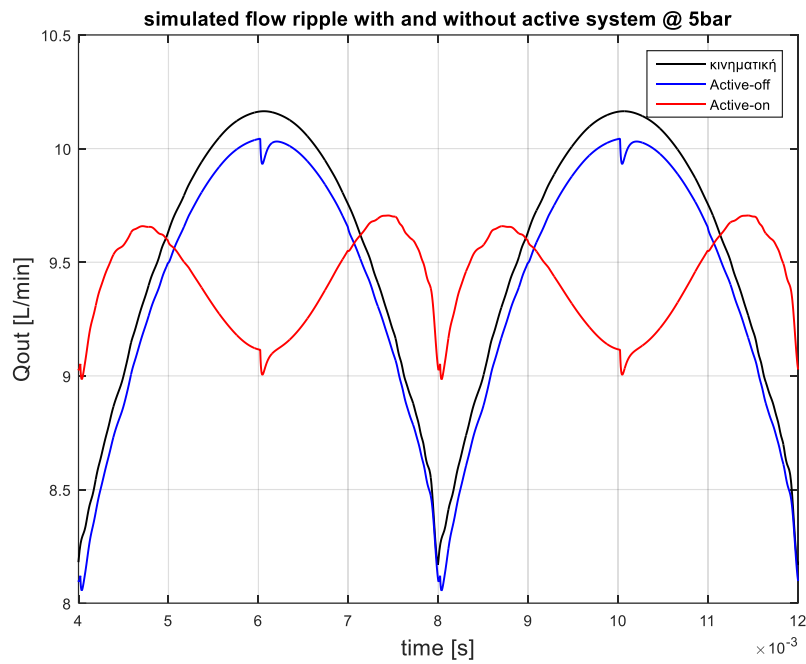
Συνεπώς ο σχεδιασμός του ενεργητικού συστήματος μπορεί να γίνει για συγκεκριμένες και σταθερές τιμές των παραμέτρων χωρίς σημαντική απώλεια στη μείωση του συνολικού παλμού παροχής όπως προκύπτει από τη σύγκριση των πινάκων 12 και 13.

## 6.2 Συνολικός Παλμός Παροχής στην Έξοδο του Συστήματος

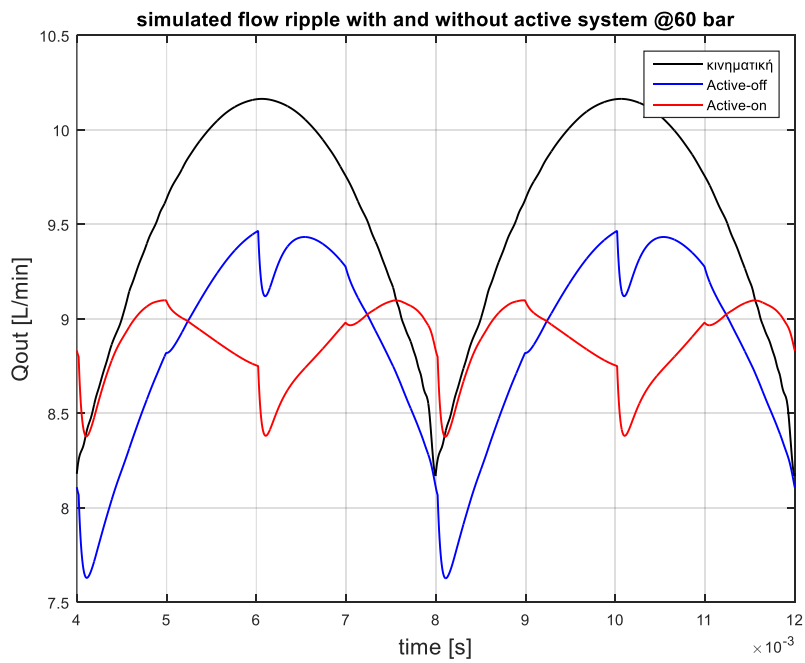
Στα διαγράμματα 25-32 παρουσιάζονται τα συνολικά αποτελέσματα που αφορούν στον παλμό παροχής.



Διάγραμμα 25 - Παροχή στην έξοδο της αντλίας για διάφορες πιέσεις λειτουργίας χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος

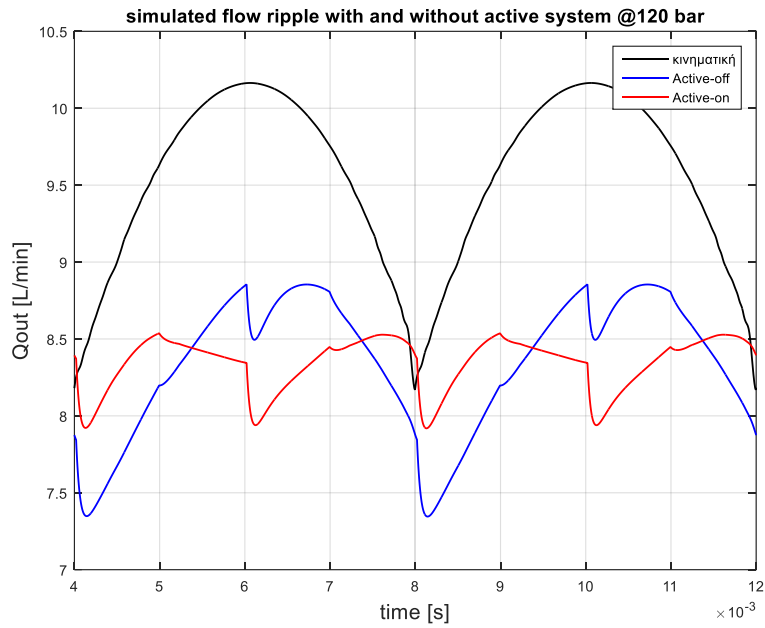


Διάγραμμα 26 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος για πίεση λειτουργίας ίση με 5 [bar]

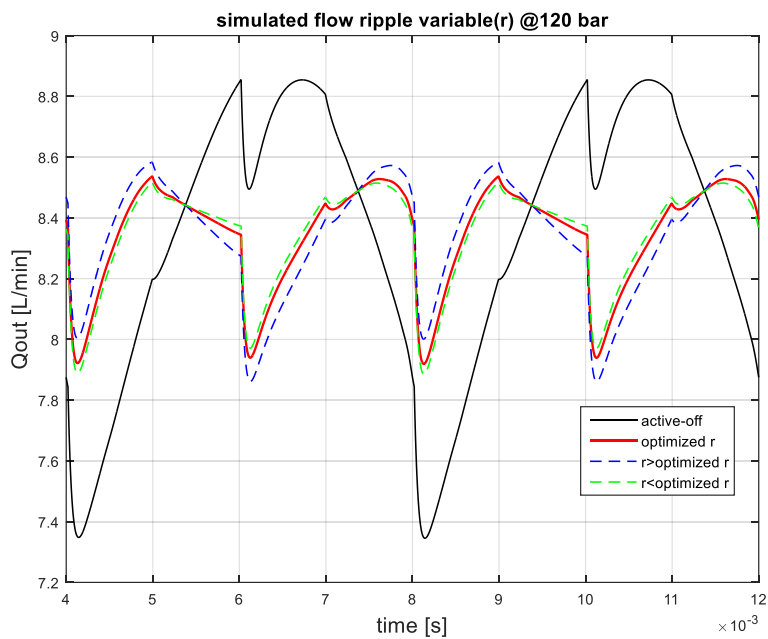


Διάγραμμα 27 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος για πίεση λειτουργίας ίση με 60 [bar]

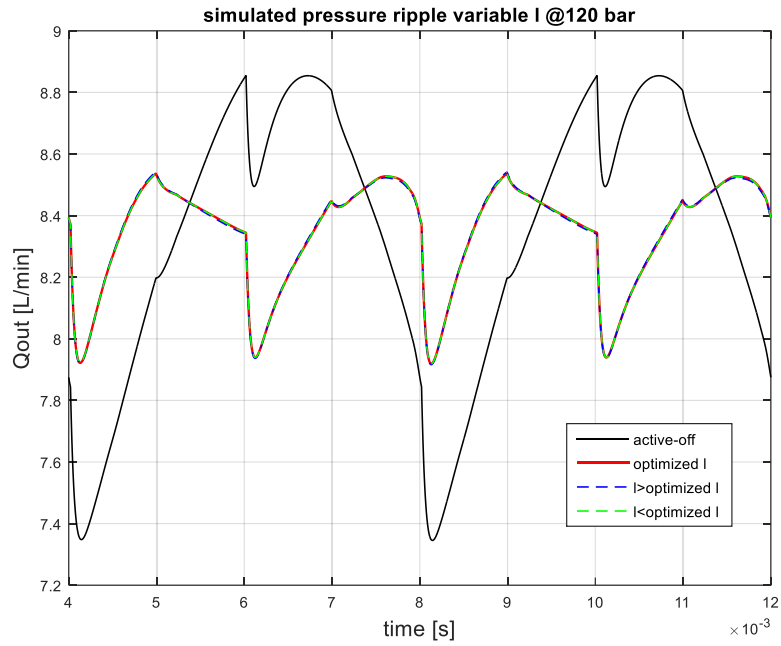




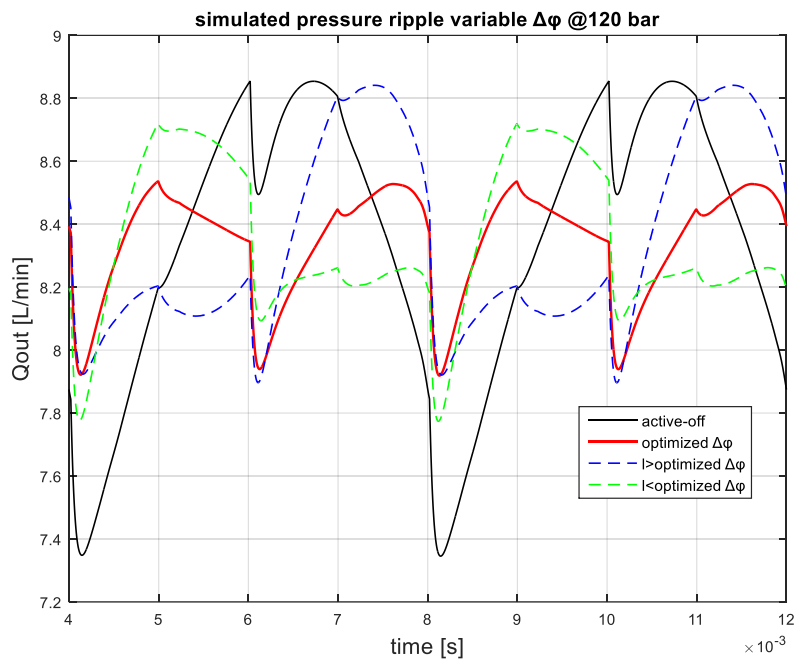
Διάγραμμα 28 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος για πίεση λειτουργίας ίση με 120 [bar]



Διάγραμμα 29 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος για μεταβλητή παράμετρο  $r$  και για πίεση λειτουργίας ίση με 120 [bar]



Διάγραμμα 30 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος για μεταβλητή παράμετρο  $I$  και για πίεση λειτουργίας ίση με 120 [bar]



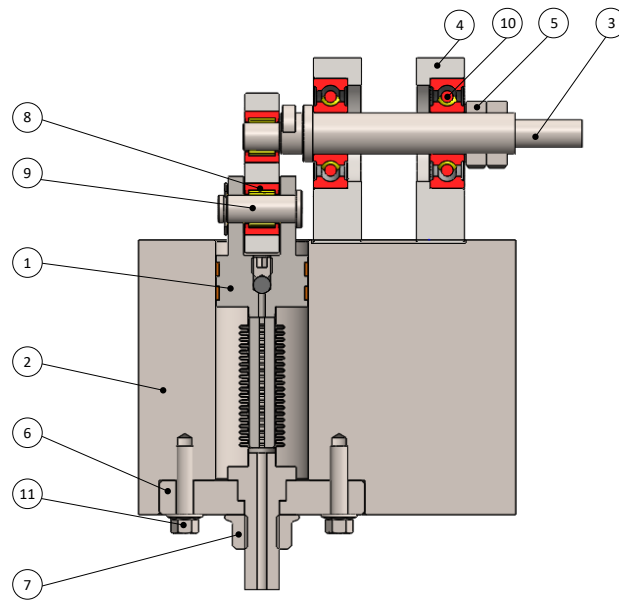
Διάγραμμα 31 - Η παροχή στην έξοδο του συστήματος για μεταβλητή παράμετρο  $\Delta\phi$  και για πίεση λειτουργίας ίση με 120 [bar]



Διάγραμμα 32 - Ο μετασχηματισμός FFT της παροχής στην έξοδο του συστήματος με και χωρίς τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος για την ελάχιστη και μέγιστη πίεση λειτουργίας

### 6.3 Η προτεινόμενη σχεδιαστική λύση

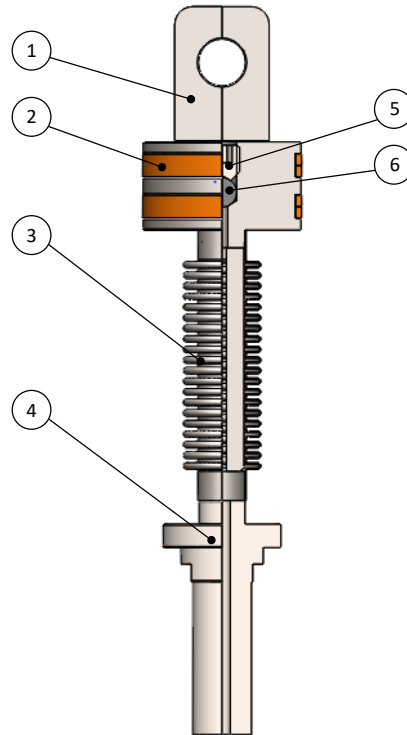
Η διάταξη που προτείνεται για το ενεργητικό σύστημα παρουσιάζεται στις εικόνες που ακολουθούν μαζί με τους πίνακες τεμαχίων οι οποίοι υπάρχουν για λόγους πληρότητας.



Εικόνα 63 - Όψη του συναρμολογήματος του ενεργητικού συστήματος σε τομή

A/A	Περιγραφή	Αριθμός τεμαχίων
1	Συναρμολόγημα εμβόλου Bellow	1
2	Βάση μηχανισμού	1
3	Στροφαλοφόρος	1
4	Στήριξη ακτινικού ρουλεμαν	2
5	Περικόχλιο_1 M12	2
6	Δίσκος συγκράτησης	1
7	Περικόχλιο_2 M12	1
8	Βελονοειδής ρουλεμαν SKF_RNA_8X15X10 TN_25	2
9	διωστήρας	1
10	Deep groove ρουλεμάν SKF_6201_2RSL	2
11	Κοχλίας M6	8

Πίνακας 14 - Πίνακας των τεμαχίων του μηχανισμού της εικόνας 63



Εικόνα 64 - Όψη συναρμολογήματος εμβόλου – Bellow σε ημιτομή

A/A	Περιγραφή	Αριθμός τεμαχίων
1	Έμβολο	1
2	Οδηγητικός δακτύλιος PTFE	2
3	Bellow	1
4	ακροφύσιο	1
5	Κοχλίας M4	1
6	Σφαίρα Φ3.5	1

Πίνακας 15 - Πίνακας τεμαχίων του συναρμολογήματος που παρουσιάζεται στην εικόνα 64

Σημειώνεται πως το τεμάχιο 1 και 3 συγκολλούνται ενώ στη συνέχεια συγκολλείται το τεμάχιο 4.



## 7. Συμπεράσματα – Μελλοντικές Έρευνες

Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε ανάλυση και προσομοίωση της λειτουργίας των γρاناζωτών αντλιών. Εξετάσθηκαν οι εναλλακτικές λύσεις για το σχεδιασμό του ενεργητικού συστήματος και εφόσον έγινε η επιλογή της σχεδιαστικής λύσης υπολογίσθηκαν οι βέλτιστες παράμετροι για τη συνολική μείωση του παλμού παροχής. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτή τη μελέτη είναι:

- Οι αντλίες με οδοντωτούς τροχούς ευθείας οδόντωσης που έχουν κλειστή τροχιά επαφών, εμφανίζουν προβληματική λειτουργία. Έναντι αυτών, προτείνεται ο σχεδιασμός ελικοειδών οδοντωτών τροχών με αντίστοιχη τροχιά επαφών για τη μείωση του κινηματικού παλμού παροχής
- Σύμφωνα με τις προσομοιώσεις, τα χαρακτηριστικά του παλμού παροχής στην έξοδο της αντλίας εξαρτώνται από τον κινηματικό παλμό παροχής (γεωμετρία οδοντωτών τροχών), από τη στατική γεωμετρία του κελύφους της αντλίας αλλά και από την πίεση λειτουργίας.
- Η κατασκευή ενός χαμηλού κόστους ενεργητικού συστήματος για την απόσβεση του παλμού παροχής είναι εφικτή. Το προτεινόμενο ενεργητικό σύστημα είναι ο μηχανισμός διωστήρα στροφάλου όπου αντί για παλινδρομική κίνηση εμβόλου εκτελείται η αξονική παραμόρφωση ενός bellow. Οι προσομοιώσεις του συνολικού συστήματος έδειξαν σημαντική μείωση του παλμού παροχής με τη λειτουργία του ενεργητικού συστήματος.
- Η λειτουργία μηχανικών ενεργητικών συστημάτων για την απόσβεση παλμών δυσχεραίνεται σε περιπτώσεις παλμών με υψηλές συχνότητες (πάνω από 250 Hz) καθώς ο σχεδιασμός γίνεται αρκετά απαιτητικός από πλευράς κατασκευαστικού κόστους.

Βάσει των αποτελεσμάτων και των όσων αναφέρθηκαν προκύπτουν αρκετά θέματα προς μελλοντική μελέτη και έρευνα, μεταξύ των οποίων είναι:

- Λεπτομερής μελέτη και προσομοίωση των ροών που αναπτύσσονται εντός της αντλίας με αναλυτικές και αριθμητικές μεθόδους (CFD, FSI). Αύξηση του ογκομετρικού βαθμού απόδοσης των γρاناζωτών αντλιών μέσω μείωσης αυτών των διαρροών.
- Σχεδιασμός ελικοειδών οδοντωτών τροχών κλειστής τροχιάς επαφών και κατάστρωση του αντίστοιχου μοντέλου προσομοίωσης της λειτουργίας της αντλίας.
- Κατασκευή της προτεινόμενης σχεδιαστικής λύσης και η διεξαγωγή πειραμάτων για διάφορες συνθήκες λειτουργίας.
- Μελέτη για τις δυνατότητες απόσβεσης παλμών παροχής άλλων αντλιών μέσω άλλης παραμετροποίησης του προτεινόμενου ενεργητικού συστήματος.

## 8. Βιβλιογραφία

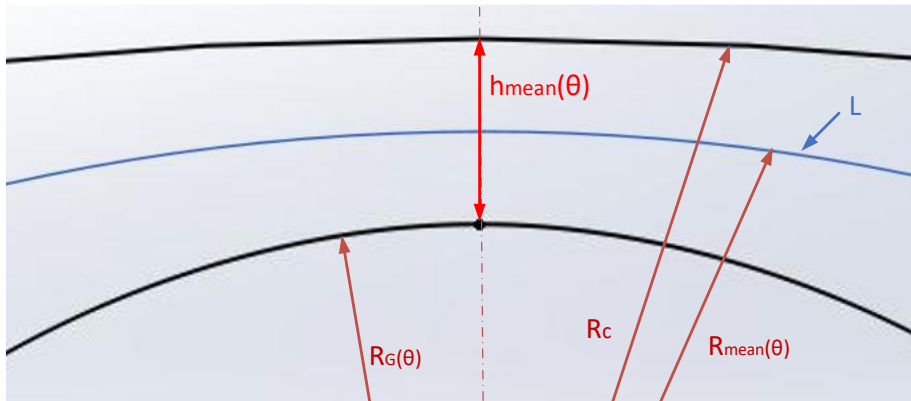
1. Battarra, M., & Mucchi, E. (2016). A method for variable pressure load estimation in spur and helical gear pumps. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 76, 265-282.
2. Dhar, S., & Vacca, A. (2013). A fluid structure interaction—EHD model of the lubricating gaps in external gear machines: Formulation and validation. *Tribology International*, 62, 78-90.
3. Earnhart, N. E., & Cunefare, K. A. (2012). Compact Helmholtz resonators for hydraulic systems. *International Journal of Fluid Power*, 13(1), 41-50.
4. Huang, K. J., & Lian, W. C. (2009). Kinematic flowrate characteristics of external spur gear pumps using an exact closed solution. *Mechanism and Machine Theory*, 44(6), 1121-1131.
5. Ivantysyn, J., & Ivantysynova, M. (2003). *Hydrostatic pumps and motors: principles, design, performance, modelling, analysis, control and testing*. Tech Books International.
6. Kela, L. (2009). Resonant frequency of an adjustable Helmholtz resonator in a hydraulic system. *Archive of Applied Mechanics*, 79(12), 1115-1125.
7. Kumar, A., Das, J., Dasgupta, K., & Barnwal, M. K. (2018). Effect of hydraulic accumulator on pressure surge of a hydrostatic transmission system. *Journal of the Institution of Engineers (india): Series C*, 99(2), 169-174.
8. Li, Y. B., Sang, X. H., Meng, Q. W., Shen, H., & Jia, K. (2013, December). Transient simulation in interior flow field of lobe pump. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 52, No. 3, p. 032019). IOP Publishing.
9. Mang, T. (Ed.). (2014). *Encyclopedia of lubricants and lubrication*. Berlin Heidelberg: Springer.
10. Manring, N. D., & Kasaragadda, S. B. (2003). The theoretical flow ripple of an external gear pump. *J. Dyn. Sys., Meas., Control*, 125(3), 396-404.
11. Mucchi, E., Dalpiaz, G., & Del Rincon, A. F. (2010). Elastodynamic analysis of a gear pump. Part I: Pressure distribution and gear eccentricity. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(7), 2160-2179.
12. Mucchi, E., Rivola, A., & Dalpiaz, G. (2014). Modelling dynamic behaviour and noise generation in gear pumps: Procedure and validation. *Applied Acoustics*, 77, 99-111.
13. Nagamura, K., Ikejo, K., & Tutulan, F. G. (2004). Design and performance of gear pumps with a non-involute tooth profile. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 218(7), 699-711.
14. Pan, M., Johnston, D. N., Plummer, A., Kudzma, S., & Hillis, A. (2013, October). Active control of pressure pulsation in a piping system using measured dynamic flow rate. In *Fluid Power Systems Technology* (Vol. 56086, p. V001T01A013). American Society of Mechanical Engineers.
15. Rabi, M. G. E. D. M. (2009). *Fluid power engineering*. McGraw-Hill Education.
16. Rituraj, F., Vacca, A., & Morselli, M. A. (2019). Modeling of manufacturing errors in external gear machines and experimental validation. *Mechanism and Machine Theory*, 140, 457-478.
17. Rituraj, R., & Vacca, A. (2021). Investigation of flow through curved constrictions for leakage flow modelling in hydraulic gear pumps. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 153, 107503.
18. Vacca, A., & Guidetti, M. (2011). Modelling and experimental validation of external spur gear machines for fluid power applications. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 19(9), 2007-2031.
19. Wang, L. (2008). *Active control of fluid-borne noise* (Doctoral dissertation, University of Bath).



20. Wang, L., & Johnston, D. N. (2008, September). Adaptive attenuation of narrow band fluid borne noise in a simple hydraulic system. In Bath/ASME Symposium on Fluid Power and Motion Control 2008.
21. Zhao, D., Ge, W., Mo, X., Liu, B., & Dong, D. (2019). Design of a new hydraulic accumulator for transient large flow compensation. *Energies*, 12(16), 3104.
22. Zhao, X., & Vacca, A. (2017). Formulation and optimization of involute spur gear in external gear pump. *Mechanism and Machine Theory*, 117, 114-132.
23. Zhao, X., & Vacca, A. (2018). Analysis of continuous-contact helical gear pumps through numerical modeling and experimental validation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 109, 352-378.
24. Zhao, X., & Vacca, A. (2019). Theoretical investigation into the ripple source of external gear pumps. *Energies*, 12(3), 535.
25. Β. Σπιτάς (2001), μοντελοποίηση και σχεδιασμός βέλτιστων οδοντώσεων με χρήση αναλυτικών, αριθμητικών και πειραματικών μεθόδων (μη δημοσιευμένη Διδακτορική διατριβή)
26. Κωστόπουλος, Θ. Ν. (1991). Οδοντώσεις και μειωτήρες στροφών. Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.
27. Κωστόπουλος, Θ. Ν. (2009). Υδραυλικά και πνευματικά συστήματα. Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.
28. Τζανόπουλος, Α. (2021). Μοντελοποίηση, παραμετροποίηση, διερεύνηση και βελτιστοποίηση γρاناζωτής αντλίας θετικής μετατόπισης ως προς τον παλμό παροχής.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

### Υπολογισμός αντίστασης ροής H-P tip για οδοντώσεις με μη εξειλιγμένες κατατομές



$$\bar{h}^3 = \frac{\int_0^L h^3(\theta) dl}{\int_0^L dl} = \frac{1}{L} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} h^3(\theta) dl = \frac{1}{L} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} h^3(\theta) \bar{R} d\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{h}^3 = \frac{1}{L} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} [R_C - R_G(\theta)]^3 \left( R_G(\theta) + \frac{(R_C - R_G(\theta))}{2} \right) d\theta \quad (9)$$

Καθώς όλες οι συναρτήσεις είναι άρτιες, η εξίσωση (9) γίνεται:

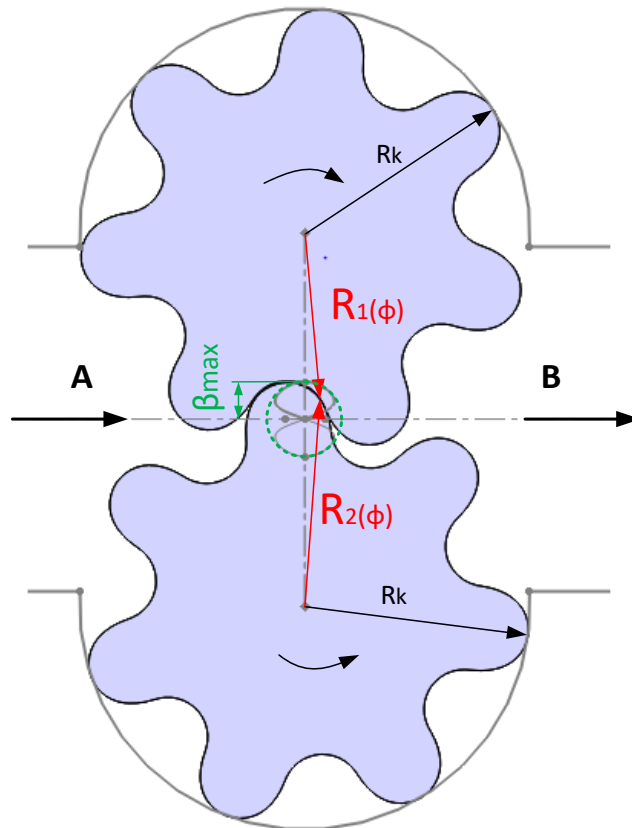
$$\bar{h}^3 = \frac{1}{L} \int_0^{\theta_0} [R_C - R_G(\theta)]^3 (R_G(\theta) + R_C) d\theta \quad (10)$$

Όπου:

$$L = \int_0^L dl = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \bar{R} d\theta = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} (R_G(\theta) + R_C) d\theta \quad (11)$$

Πλέον μπορεί να γίνει η αριθμητική επίλυση της εξίσωσης (8) για κάθε «ποκέτα» και να προσομοιωθεί η λειτουργία της αντλίας.

## Υπολογισμός κινηματικού παλμού παροχής οδοντώσεων κλειστής τροχιάς επαφών



Σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα, ο χώρος αναρρόφησης βρίσκεται στο Α, ενώ ο χώρος κατάθλιψης στο Β, και  $R_K$  είναι η ακτίνα κεφαλής των συνεργαζόμενων οδοντωτών τροχών. Σύμφωνα με την θεωρία του εμβαδού τομέα, σε στοιχειώδη περιστροφή του συστήματος κατά γωνία  $d\theta$  η προσθήκη όγκου ανά μονάδα βάθους υπολογίζεται ως:

$$dV_{in} = 2 \left( R_K^2 \frac{d\theta}{2} \right) = R_K^2 d\theta \quad (1)$$

Ταυτόχρονα όμως υπάρχει και μία αφαίρεση όγκου ανά μονάδα βάθους από τον χώρο Β ο οποίος θα είναι:

$$dV_{out} = [R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta)] \frac{d\theta}{2} \quad (2)$$

Όπου,  $R_1(\theta)$  και  $R_2(\theta)$  είναι οι ακτίνες των τροχών 1 και 2, που αντιστοιχούν σε αυτό το σημείο επαφής των συνεργαζόμενων κατατομών.

Λαμβάνοντας υπόψη την ακτίνα αρχικού κύκλου των τροχών,  $R_o$ , καθώς και την ανάλυση που προηγήθηκε, προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

$$R_1^2(\theta) = \left( Y \frac{dY}{dX} \right)^2 + (Y + R_o)^2 \quad (3)$$

$$R_2^2(\theta) = \left( Y \frac{dY}{dX} \right)^2 + (Y - R_o)^2 \quad (4)$$

Σημειώνεται ότι οι συντεταγμένες  $X, Y$  και το διαφορικό  $\frac{dY}{dX}$ , αναφέρονται στο σημείο κατατομής του κανόνα που παράγει τα αντίστοιχα σημεία των συνεργαζόμενων κατατομών, που εφάπτονται, στο συγκεκριμένο σημείο της τροχιάς επαφών.

Επομένως η παροχή της αντλίας ανά γωνία περιστροφής (και ανά πλάτος, σύμφωνα με τις παραδοχές που έχουν προηγηθεί), θα είναι:

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{dV_{in}}{d\theta} - \frac{dV_{out}}{d\theta} = R_K^2 - \frac{R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta)}{2} \quad (5)$$

Αντικαθιστώντας:

$$\frac{dV}{d\theta} = R_K^2 - R_o^2 - \left[ \left( Y \frac{dY}{dX} \right)^2 + Y^2 \right] = R_K^2 - R_o^2 - \beta^2 \quad (6)$$

Όπου το μήκος  $\beta$ , ισούται με:

$$\beta^2 = \left( Y \frac{dY}{dX} \right)^2 + Y^2 \quad (7)$$

Δηλαδή το μήκος  $\beta$  είναι η απόσταση του σημείου επαφής (δηλαδή του σημείου της τροχιάς επαφών που πραγματοποιείται η επαφή), και του σημείου κυλίσεως. Η μεταβολή αυτής της απόστασης είναι και η αιτία που προκαλεί τον παλμό παροχής της αντλίας. Η απόσταση  $\beta$  μεταβάλλεται μεταξύ της μηδενικής τιμής και μιας μέγιστης, δίνοντας με αυτόν τον τρόπο στην παροχή μια μέγιστη και μια ελάχιστη τιμή.

Η μέγιστη τιμή της παροχής λαμβάνεται στις θέσεις όπου  $\beta = 0$ , εκεί δηλαδή που η επαφή των συνεργαζόμενων κατατομών βρίσκεται στο σημείο κυλίσεως, και έχει τιμή ίση με:

$$\frac{dV}{d\theta_{max}} = R_K^2 - R_o^2 \quad (8)$$

Ενώ η ελάχιστη τιμή της παροχής λαμβάνεται στις θέσεις όπου το  $\beta$  παίρνει την μέγιστη τιμή του  $\beta_{max}$ , είναι δηλαδή:

$$\frac{dV}{d\theta_{min}} = R_K^2 - R_o^2 - \beta_{max}^2 \quad (9)$$

Όπως συμβαίνει σε όλη την διάρκεια της μελέτης που ακολουθεί (για τις οδοντώσεις κλειστής τροχιάς επαφών), γίνεται η παραδοχή ότι οι οδοντωτοί τροχοί αποτελούνται από συμμετρικά δόντια, οπότε το ύψος κεφαλής είναι ίσο με το ύψος ποδός, Οπότε:

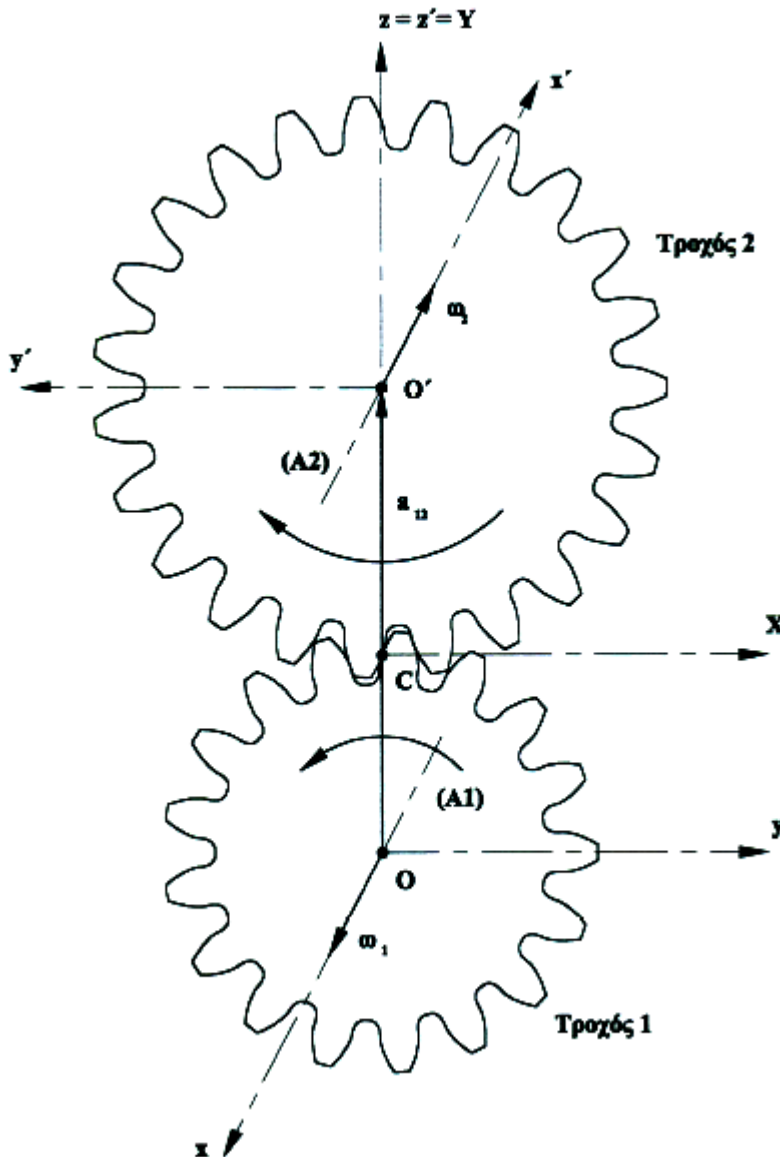
$$\beta_{max} = R_K - R_o = a \quad (10)$$

Προκύπτει, λοιπόν, η ελάχιστη τιμή της παροχής:

$$\frac{dV}{d\theta_{min}} = R_K^2 - R_o^2 - (R_K - R_o)^2 = 2aR_o \quad (11)$$

**Μέρος της ενοποιημένης θεωρίας οδοντώσεων (Σπιτάς, 2001) για την εύρεση των συντεταγμένων των αντίστοιχων σημείων τροχιάς επαφών και του συνεργαζόμενου τροχού, έχοντας γνωστή την κατατομή του ενός τροχού**

Υπολογισμό της κατατομής του συνεργαζόμενου τροχού στο τρισδιάστατο επίπεδο, εφόσον είναι γνωστή η κατατομή του γεννήτορα τροχού ή του κανόνα, ή η τροχιά επαφών των δυο συνεργαζόμενων κατατομών, καθώς και τα βασικά κινηματικά χαρακτηριστικά της βαθμίδας. Γνωρίζοντας της συντεταγμένες ενός από τα παραπάνω στοιχεία και τα κάθετα διανύσματα αυτών των σημείων, μπορούν να υπολογιστούν οι συντεταγμένες της συνεργαζόμενης κατατομής.



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται οι κατατομές δύο οδοντωτών τροχών οι οποίοι συνεργάζονται κατά το επίπεδο  $yz$ . Οι άξονες περιστροφής είναι οι  $(A1) = Ox$  και  $(A2) = O'x'$ , του τροχού 1 και 2 αντίστοιχα.

Οι συντεταγμένες ενός σημείου του γεννήτορα τροχού,  $G_1 = (x_{G1}, y_{G1}, z_{G1})$  με τα κάθετα διανύσματα που αντιστοιχούν σε αυτό το σημείο,  $N_{G1} = (N_{G1x}, N_{G1y}, N_{G1z})$ . Για την γωνία που σχηματίζει το σημείο αυτό με τον κατακόρυφο άξονα, θα ισχύει:

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \left( \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - B} \right) \quad (1)$$

Όπου  $A = -N_{G1z}a_{12}$  ,  $B = N_{G1y}a_{12}$  και  $C = (y_{G1}N_{G1z} - z_{G1}N_{G1y})(i_{12} + 1)$ . Θεωρώντας ότι υπάρχει η δυνατότητα να συμβολιστεί η κατατομή με μία συνάρτηση της μορφής,  $z_{G1} = f(y_{G1})$ , προκύπτει η παράγωγος  $f'(y_{G1}) = \frac{dz_{G1}}{dy_{G1}} = -\frac{N_{G1y}}{N_{G1z}}$ . Αντικαθιστώντας με τα παραπάνω στην προηγούμενη σχέση, η γωνία  $\theta_1$ , παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \left[ \frac{-a_{12} \pm \sqrt{(1 + f'^2)a_{12}^2 - (y_{G1} - (z_{G1})(f'))^2(i_{12} + 1)^2}}{(-y_{G1} + (z_{G1})(f'))(i_{12} + 1) + (f')(a_{12})} \right] \quad (2)$$

Στην συνέχεια υπολογίζονται οι συντεταγμένες του αντίστοιχου σημείου  $P = (x_P, y_P, z_P)$  της τροχιάς επαφών σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ 0 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{G1} \\ y_{G1} \\ z_{G1} \end{bmatrix} = \quad (3)$$

$$x_P = x_{G1}$$

$$y_P = y_{G1} \cos \theta_1 - z_{G1} \sin \theta_1$$

$$z_P = y_{G1} \sin \theta_1 + z_{G1} \cos \theta_1$$

Εκφράζοντας το σημείο  $P$  ως προς το σύστημα συντεταγμένων του δεύτερου τροχού μετασχηματίζονται ως:

$$\begin{bmatrix} x_P' \\ y_P' \\ z_P' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \pi & \sin \pi & 0 \\ -\sin \pi & \cos \pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -a_{12} \end{bmatrix} = \quad (4)$$

$$x_P' = -x_P$$

$$y_P' = -y_P$$

$$z_P' = z_P - a_{12}$$

Οι συντεταγμένες του αντίστοιχου σημείου  $G_2 = (x_{G2}', y_{G2}', z_{G2}')$  ως προς το δικό του σύστημα συντεταγμένων, προκύπτουν, περιστρέφοντας το σημείο  $P$  κατά γωνία  $\theta_2 = \frac{\theta_1}{i_{12}}$ , ως προς τον άξονα  $O'x'$ :

$$\begin{bmatrix} x_{G2}' \\ y_{G2}' \\ z_{G2}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ 0 & \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P' \\ y_P' \\ z_P' \end{bmatrix} = \quad (5)$$

$$x_{G2}' = x_P'$$

$$y_{G2}' = y_P' \cos \theta_2 - z_P' \sin \theta_2$$

$$z_{G2}' = y_P' \sin \theta_2 + z_P' \cos \theta_2$$

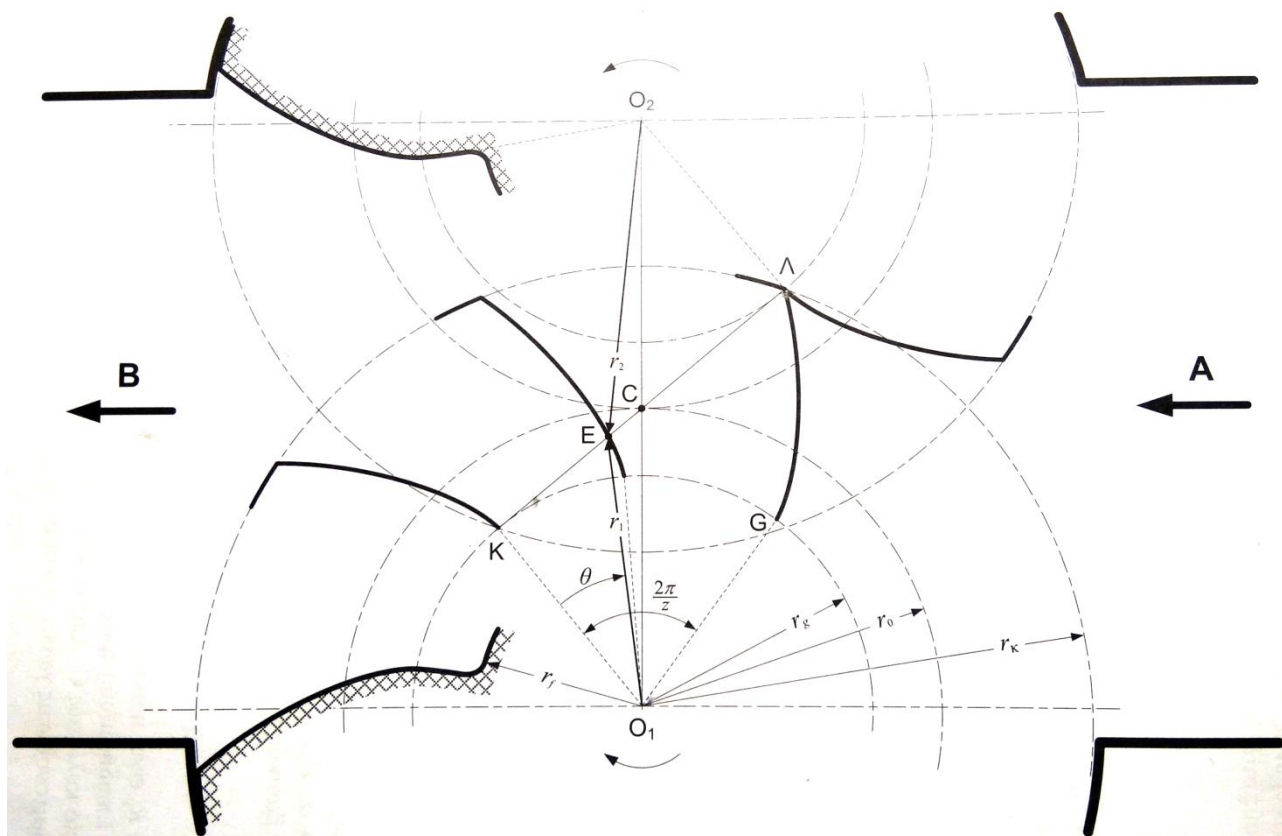
Για να υπολογιστούν οι συντεταγμένες του σημείου  $G_2 = (x_{G2}, y_{G2}, z_{G2})$ , ως προς το αρχικό σύστημα συντεταγμένων, εκτελείται ο αντίστροφος μετασχηματισμός της εξίσωσης (5), άρα:

$$\begin{bmatrix} x_{G2} \\ y_{G2} \\ z_{G2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi & 0 \\ \sin \pi & \cos \pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{G2}' \\ y_{G2}' \\ z_{G2}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -a_{12} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{aligned} x_{G2} &= -x_{G2}' \\ y_{G2} &= -y_{G2}' \\ z_{G2} &= z_{G2}' + a_{12} \end{aligned} \quad (6)$$

**Επιπλέον στοιχεία για τον υπολογισμό παλμού παροχής για οδοντώσεις με κατατομές εξειλιγμένης καμπύλης (ανοιχτής τροχιάς επαφών)**

Το σύστημα αυτό αποτελείται από δύο ίδιους οδοντωτούς τροχούς με παράλληλη οδόντωση.



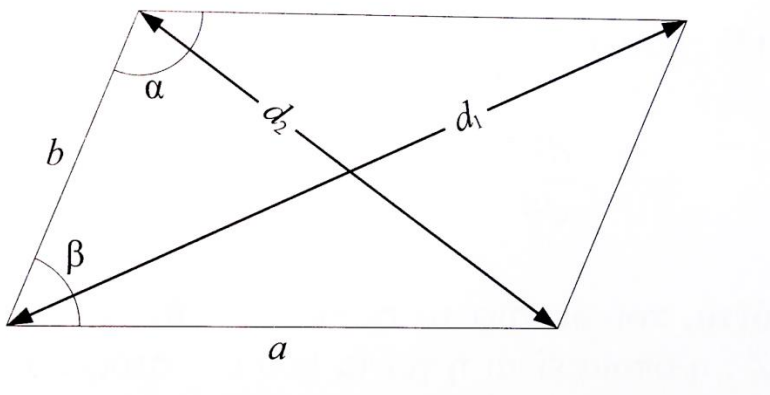
Στο σχήμα απεικονίζεται η συνεργασία δυο κατατομών οδοντωτών τροχών από εξειλεγμένη καμπύλη. Διακρίνεται το μήκος επαφών ΚΛ, όπου η συνεργασία των δύο τροχών ξεκινάει στο σημείο Κ και σταματάει στο σημείο Λ. Από τον ορισμό του βαθμού επικάλυψης, προκύπτει η σχέση:

$$\varepsilon = \frac{KL}{t_o \cos \alpha_o} = \frac{KL}{t_g} \quad (1)$$

Όπου  $\alpha_o$  είναι η γωνία εξειλιγμένης,  $t_o$  το βήμα στον αρχικό κύκλο και  $t_g$  το βήμα στον βασικό κύκλο. Στις αντλίες αυτού του τύπου, ο βαθμός επικάλυψης, πρέπει κατά την σχεδίαση και την κατασκευή να λαμβάνεται ίσος με την μονάδα. Οπότε η σχέση (1), μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\alpha + \beta = \pi \quad (2)$$

Όπου  $R_g$  είναι η ακτίνα βασικού κύκλου και  $Z$  ο αριθμός δοντιών για τον κάθε τροχό. Λόγο ομοιότητας των δύο οδοντωτών τροχών, υπάρχει πλήρης συμμετρία μεγεθών περί το σημείο κυλίσεως  $C$ .



Από το παραπάνω σχήμα, με εφαρμογή του θεωρήματος του συνημιτόνου στις γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$ , για τις οποίες ισχύει η σχέση:

$$\alpha + \beta = \pi \quad (3)$$

Προκύπτει ότι:

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2) \quad (4)$$

Εάν εφαρμοστεί η παραπάνω σχέση στο σχήμα 1.6, στο  $O_1EO_2E'$ , όπου  $E'$  είναι το συμμετρικό του  $E$  ως προς το σημείο  $C$ , αποδεικνύεται:

$$(O_1O_2)^2 + (2EC)^2 = 2(R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta)) \quad (5)$$

Η απόσταση των κέντρων των τροχών  $a_{12}$ , είναι τέτοια ώστε:

$$a_{12} = O_1O_2 = R_{o1} + R_{o2} = 2R_o \quad (6)$$

Επομένως:



$$\frac{R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta)}{2} = R_o^2 + (EC)^2 \quad (7)$$

Εξαιτίας της συμμετρίας που υπάρχει και από την εξίσωση (5), θα ισχύει:

$$KC = \frac{K\Lambda}{2} = \frac{t_g}{2} = \pi \frac{R_g}{Z} \quad (8)$$

Από το σχήμα, προκύπτει επίσης:

$$EC = KC - EK \quad (9)$$

Για να διανύσει ο τροχός το τμήμα  $KE$ , θα έχει στραφεί κατά γωνία  $\theta$ . Από την θεωρία εξειλιγμένης, λοιπόν, θα είναι:

$$KE = \theta R_g \quad (10)$$

Οπότε:

$$EC = \pi \frac{R_g}{Z} - \theta R_g \quad (11)$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω βοηθητικές σχέσεις η σχέση (7) διαμορφώνεται ως εξής:

$$\frac{R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta)}{2} = R_o^2 + R_g^2 \left( \frac{\pi}{Z} - \theta \right)^2 \quad (12)$$

Συνεπώς:

$$\frac{dV}{d\theta} = R_K^2 - R_o^2 - R_g^2 \left( \frac{\pi}{Z} - \theta \right)^2 \quad (13)$$

Όπως και στην περίπτωση της κλειστής τροχιάς επαφών, η μέγιστη τιμή της στιγμιαίας παροχής εμφανίζεται κάθε φορά που η επαφή των συνεργαζόμενων κατατομών βρίσκεται στο σημείο κυλίσεως, καθώς η απόσταση από το σημείο κυλίσεως είναι μηδενική. Αυτό συμβαίνει όταν  $\theta = \pi/Z$  και δίνει τιμή μέγιστης στιγμιαίας παροχής ίδια με αυτήν της εξίσωσης (1.25).

Αντίστοιχα, η στιγμιαία παροχή έχει ελάχιστη τιμή όταν  $\theta = 0$  ή  $\theta = 2\pi/Z$ , η οποία είναι:

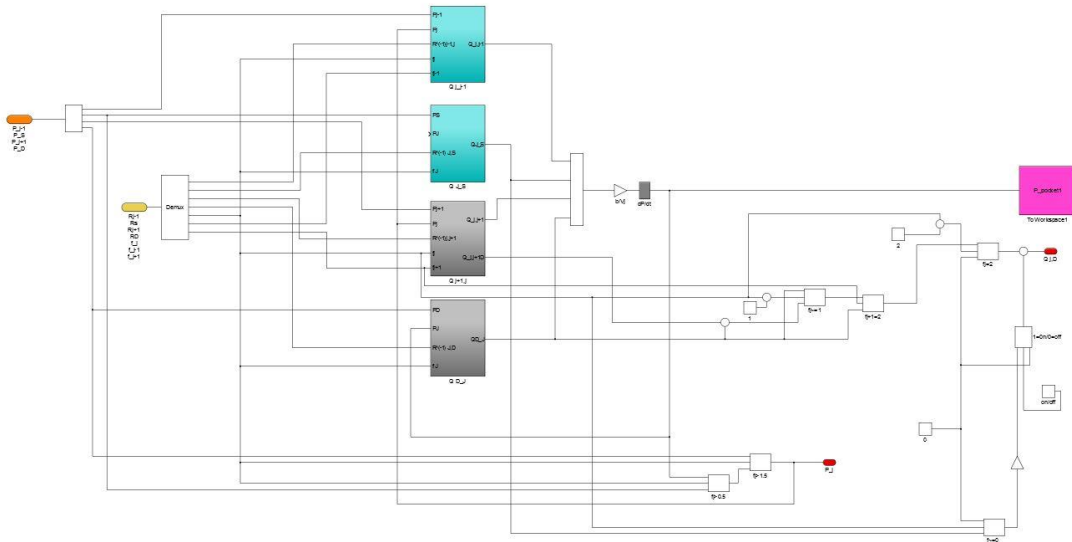
$$\frac{dV}{d\theta}_{min} = R_K^2 - R_o^2 - \left( \pi \frac{R_g}{Z} \right)^2$$

Το ποσοστό του παλμού παροχής, επί της εκατό (%), γραναζωτής αντλίας:

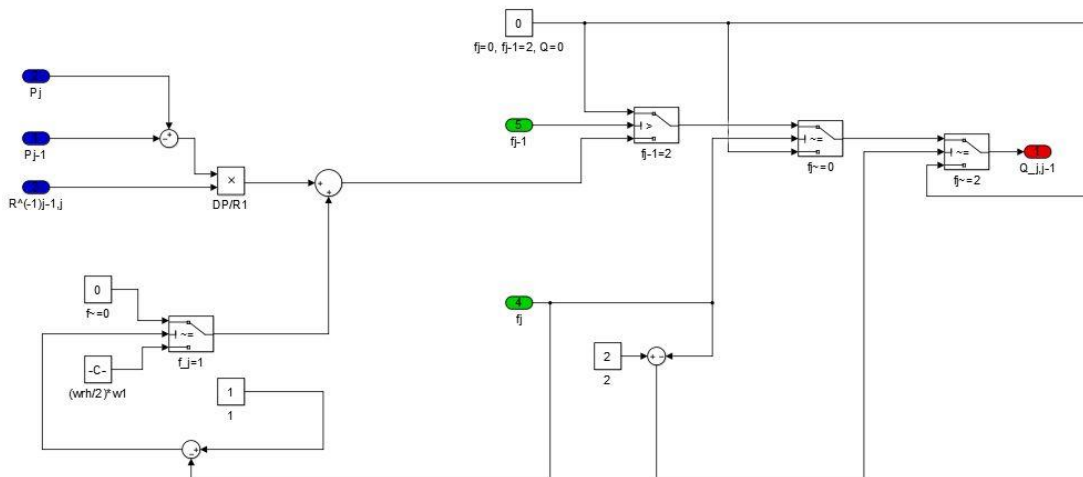
$$DA = 100 \cdot \frac{\left( R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta) \right)_{max} - \left( R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta) \right)_{min}}{2R_K^2 + \left( R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta) \right)_{max} + \left( R_1^2(\theta) + R_2^2(\theta) \right)_{min}} \quad (\%)$$

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

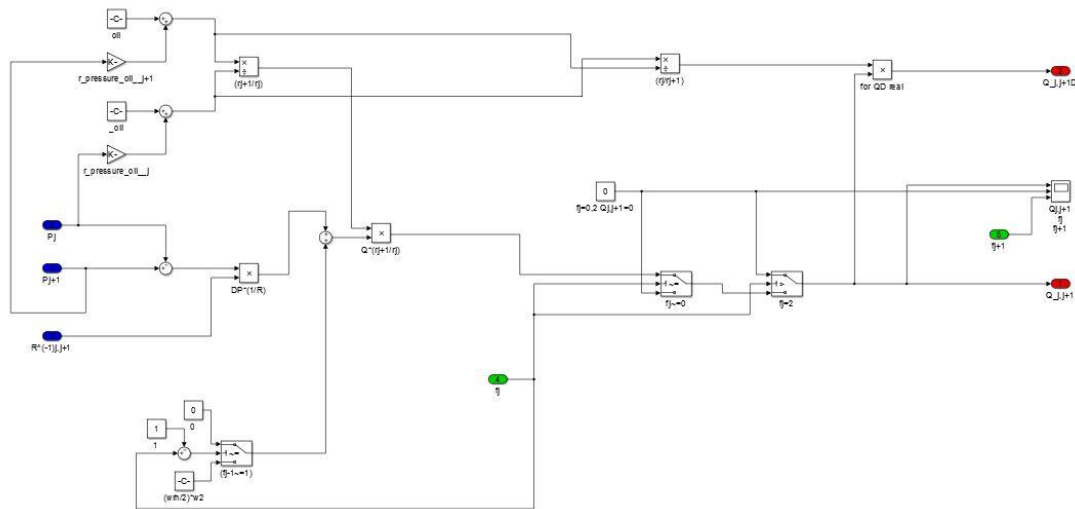
### Simulink – Επίλυση της διαφορικής εξίσωσης θαλάμου



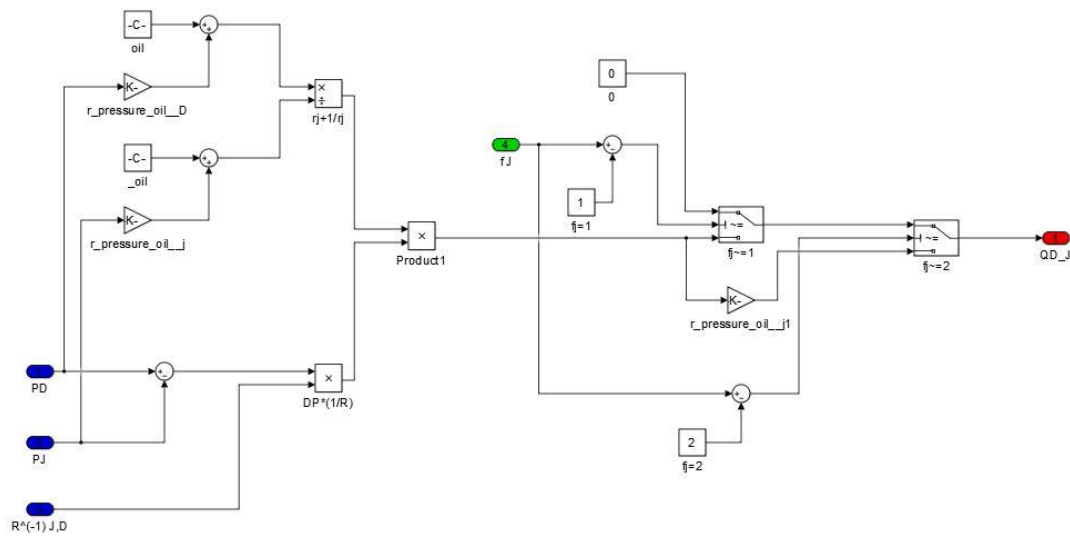
### Simulink – “ $Q_{j,j-1}$ ” subsystem



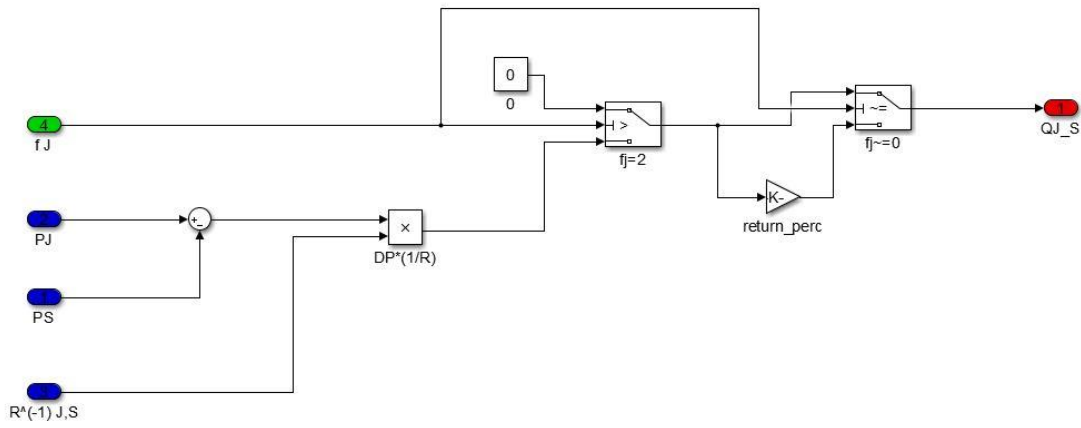
### Simulink – “ $Q_{j+1,j}$ ” subsystem



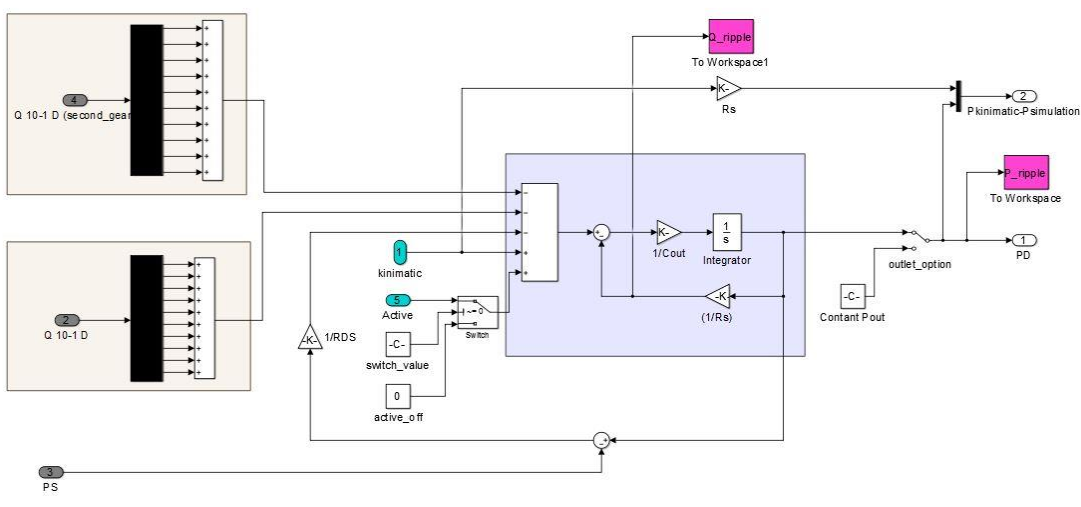
### Simulink – “ $Q_{D,j}$ ” subsystem



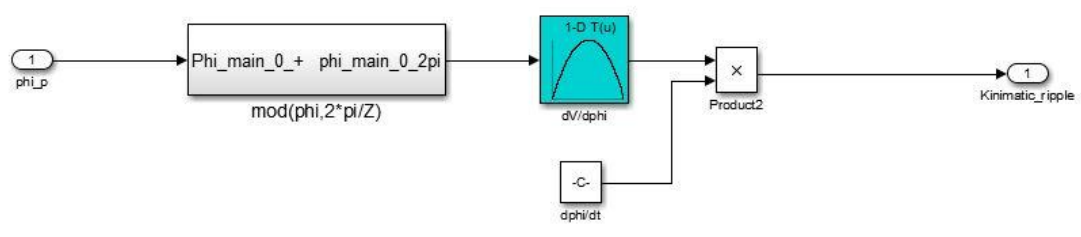
### Simulink – “ $Q_{j,s}$ ” subsystem



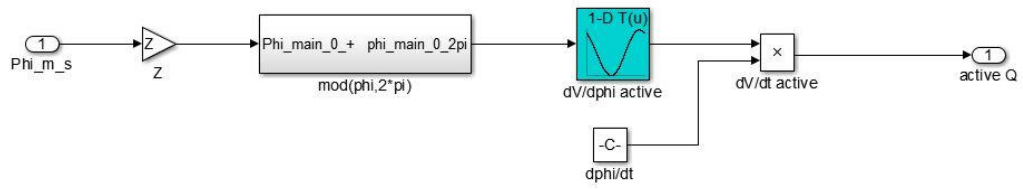
### Simulink – «επίλυση της διαφορικής εξίσωσης θαλάμου κατάθλιψης» subsystem



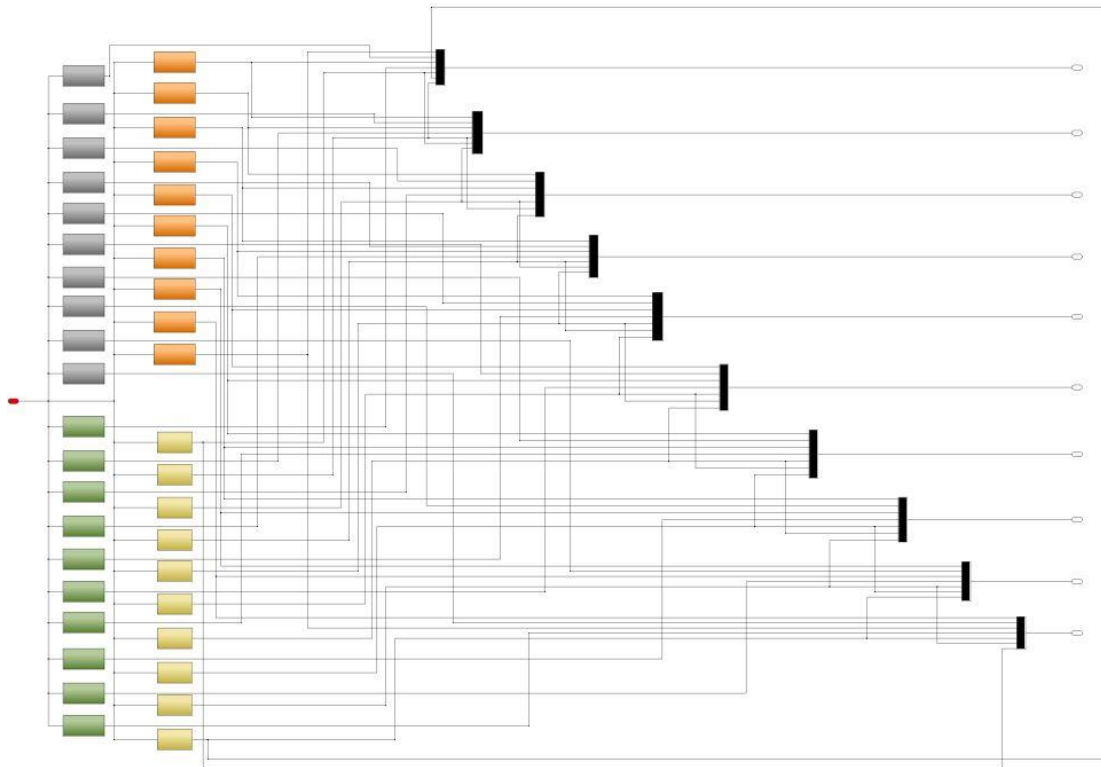
### Simulink – «υπολογισμός κινηματικού παλμού παροχής αντλίας» subsystem



## Simulink – «υπολογισμός παροχής ενεργητικού συστήματος» subsystem



## Simulink – υπολογισμός αντιτάσεων ροής και θέσεων



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

### Κεντρικός αλγόριθμος υπολογισμού παραμέτρων

```
clear all
mm=10^(-3); %SI
Z=10; %αριθμός δοντιών
N=20; %αριθμός corrugations bellow
divs=360;
press_divs=5;
divspar=8;
%% επιστροφή ρευστού
V_return_perc=1;
K_V_return_perc=100;
Ret_Vol_FG=1; %0=off, 1=on, first gear return Volume feature
Ret_Vol_SG=1; %0=off, 1=on, second gear return Volume feature
active_switch=1; %0=off, 1=on, active system
%% εισαγωγή καμπύλης αντλίας dVpump_dphi
b=10*mm;
pump = csvread('inv_dvdy_phi_csv_r.txt');
[phi_p,dv_dphi_p] = spline_interpolation(pump,divs);
for i=1:divs
    dv_dphi_p(i)=dv_dphi_p(i)*b*(10^(-6)); %palmos paroxhs apo mm^2/rad-
    >m^3/rad
end
%% υπολογισμοί για θέση ποκέτας και στοιχεία τροχών
ns=1500; %ταχύτητα περιστροφής τροχών
b=10*mm; %πλάτος οδοντωτού, έχει ήδη καταχωρηθεί
mg=3*mm; %module
rg=14.095*mm; %βασικός κύκλος
ro=(32.94/2)*mm; %κυλήσεως
rk=19.47*mm; %κεφαλής
ao=20*(pi/180); %απόσταση αξονικών
Dphi_c=175*(pi/180); %175 βεστ

pho=tan(ao)-ao; %εξειλιγμένης στον κύκλο κυλήσεως
ak=acos(rg/rk); %εξειλιγμένης στον κύκλο κεφαλής
phk=tan(ak)-ak; %
thko=0.5*(phk-pho); %γωνία τόξου πάνω στον κύκλο κυλήσεως
thi=(1/ro)*(((ro+mg)^2-ro^2*(cos(ao))^2)^0.5-ro*sin(ao)); %(1/2) τόξου
επαφής

So=0.485*pi*mg; %μήκος τόξου στον κύκλο κυλήσεως
Sk=rk*(So/ro-2*thko); %μήκος τόξου στον κύκλο κεφαλής
thk=Sk/(2*rk); %γωνία τόξου κεφαλής

thl=thko+thi+pi-Dphi_c/2; %γωνία μεταξύ εισαγωγής στην συμπίεση και πρώτου
σημείου επαφής

%% γωνία j κάθε δοντιού
th_j(1)=thl;
for i=2:(Z)
    th_j(i)=th_j(i-1)-(2*pi)/Z;
    if th_j(i)<0
        th_j(i)=th_j(i)+2*pi;
    end
end
%% διαστήματα διαχωρισμού θέσεων ποκέτας
```

```

Dphi_SG=(2*pi)/(2*Z);
fr0=2*pi;
fr1=Dphi_c+thk-(2*pi)/Z;
fr2=2*pi-th_j(1)+thi-1.15*thk;
%% διαρροές-υπολογισμός ισοδύναμων αντιστάσεων
Rs10=(10*10^5)/(((pi*ns)/30)*0.5*(min(dv_dphi_p)+max((dv_dphi_p))));
RIJDS=18*(10^12);% [Pa/m^3/s]
RDS=25*(10^12);% (outlet-sunction)
%% υπολογισμός αντίστασης ροής j,j+1
h=0.04*mm; %ακτινική χάρη οδοντωτού-κελυφους
m_oil=0.05; %absolute viscosity [Pa*s]
L=thk*rk;
Rref=(1/2.5)*(12*m_oil*L)/(b*h^3);
%% στοιχεία ρευστού
oil_dens=998; %[Kg/m^3]
pres_oil_dens=(8/100)*(10^(-5)); % [Kg/m^3/Pa] (8/100)*(10^(-5));
bulk=1.2*(10^9); %Pa
%% στοιχεία ποκέτας
Vj=497*10^(-9); %poketas m^3
Cout=10*(Vj/bulk); %χωρητικότητα εξόδου αντλίας
%% look-up tables simulink
for i=1:divs
    phi_jt(i)=(i-1)*2*pi/divs; %συγκρίνεται με τη γωνία (φ-θj)
end
for i=1:divs
    if phi_jt(i)<=thk
        R_jt(i)=Rref-1*((thk-phi_jt(i))/thk)*Rref+Rref*0.2;
    elseif phi_jt(i)<=(Dphi_c-(2*pi)/Z)
        R_jt(i)=Rref+Rref*0.2;
    elseif phi_jt(i)<=(fr1)
        R_jt(i)=Rref+Rref*0.2;
    else R_jt(i)=Rref*1.2;
    end
end
for i=1:divs
    R_jt(i)=1/(R_jt(i));
end
for i=1:divs
    lds(i)=(2*ro-rk)*((sin(phi_jt(i)+0.5*(pi-Dphi_c))-sin(0.5*(pi-Dphi_c)))^2+(cos(phi_jt(i)+0.5*(pi-Dphi_c))+cos(0.5*(pi-Dphi_c)))^2)^0.5;
    if phi_jt(i)<=thk
        RDJ_t(i)=RIJDS;
    elseif phi_jt(i)<=(Dphi_c-thk)
        RDJ_t(i)=RIJDS*(1+(lds(i)/(2*(2*ro-rk))));
    else
        RDJ_t(i)=RIJDS;
    end
    RDJ_t(i)=(1/RDJ_t(i));
end
for i=1:divs
    lds(i)=(2*ro-rk)*((sin(phi_jt(i)+0.5*(pi-Dphi_c))-sin(0.5*(pi-Dphi_c)))^2+(cos(phi_jt(i)+0.5*(pi-Dphi_c))-cos(0.5*(pi-Dphi_c)))^2)^0.5;
    if phi_jt(i)<=thk
        RJS_t(i)=RIJDS;
    elseif phi_jt(i)<=(Dphi_c-thk)
        RJS_t(i)=RIJDS*(1+(lds(i)/(2*ro))));
    else
        RJS_t(i)=RIJDS;
    end
    RJS_t(i)=(1/RJS_t(i));
end
end

```

```

RIJDS=1/RIJDS;

%% εισαγωγή αρχικών και τελικών τιμών παραμέτρων
dphi_0=(pi)/(3*Z); %κάτω όριο διαφοράς φάσης
dphi_n=(pi)/(1.5*Z); %πάνω όριο διαφοράς φάσης
st_0=1.9*mm; %κάτω όριο διαδρομής
st_n=2.3*mm; %πάνω όριο διαδρομής
lrod_0=20*mm; %κάτω όριο μήκους διοστήρα
lrod_n=30*mm; %πάνω όριο μήκους διοστήρα
%% εισαγωγή καμπύλης active dVactive_dphi
active = csvread('dV_dy_bellow_2.txt');
[dy_c,dV_dy_c] = spline_interpolation(active,divs);
%% υπολογισμός dy/dphi_crankshaft
[y_c,dy_dphi_c,phi_c,param] =
y_c_dy_dphi_c_main(phi_p,Z,divs,divspar,dphi_n,dphi_0,st_n,st_0,lrod_n,lrod_
0);
%% υπολογισμός dV/dphi_crankshaft(phi_c)
for k=1:divspar
    for m=1:divspar
        for n=1:divspar
            for i=1:divs
                y_cal=y_c(i,k,m,n)/N;
                dv_dy_cal=spline(dy_c,dV_dy_c,y_cal)*10^(-6);
                dV_dphi_c(i,k,m,n)=(dy_dphi_c(i,k,m,n))*dv_dy_cal;
            end
        end
    end
end
%% διακριτικοποίηση πίεσης εξόδου
Rs_out(1)=Rs10/2; %5 bar
press_out(1)=2*10^5; %5 bar
for I=2:press_divs
    press_out(I)=2.5*(I-1)*(10*10^5); %25-100 bar step 25bar
    Rs_out(I)=(3*1.1*(I-1))*Rs10; %20-120 bar step 25bar
end
%% look-up table for active system
%dV_dphi_sim(press,k,m,n)
%% Υπολογισμός παλμού παροχής για κάθε πίεση για κάθε συνδιασμό παραμέτρων
% Phi_main_shaft(i,press,k,m) k*m*n*press simulation
% Q_ripple_t(i,press,k,m) k*m*n*press simulations
% P_ripple_t(i,press,k,m) k*m*n*press simulations
simul_time=3*(60/(Z*ns)); %3 φορές το φαινομενο
for press=1:press_divs
    press %για να βλέπω την εξέλιξη του αλγορίθμου
    for k=1:divspar
        for m=1:divspar %δεν παίζει πολύ ρόλο το μήκος διοστήρα
            for n=1:divspar
                press_out_s=press_out(press);
                Rs=Rs_out(press);
                for i=1:divs
                    dV_dphi_c_sim(i)=dV_dphi_c(i,k,m,n); %look-up table
                end
            end
        end
    end
end
active

sim('EGP_Active_with_vol_return_simulation_with_var_R',simul_time)
for ii=1:length(Phi_main_shaft)
    Phi_main_shaft_s(ii,press,k,m,n)=Phi_main_shaft(ii);
    Q_ripple_s(ii,press,k,m,n)=Q_ripple(ii);
    P_ripple_s(ii,press,k,m,n)=P_ripple(ii);
    P_pocket1_s(ii,press,k,m,n)=P_pocket1(ii);
end

```



```

clear Phi_main_shaft
clear Q_ripple
clear P_ripple
clear P_pocket1
    end
    end
end
end
end
%% simulation με κλειστό το active για κάθε πίεση
active_switch=0; %κλειστό active
for press=1:press_divs
    press/10 %για να βλέπω την εξέλιξη του αλγορίθμου
    press_out_s=press_out(press);
    Rs=Rs_out(press);
    sim('EGP_Active_with_vol_return_simulation_with_var_R',simul_time)
    for ii=1:length(Phi_main_shaft)
        Phi_main_shaft_s_off(ii,press)=Phi_main_shaft(ii);
        Q_ripple_s_off(ii,press)=Q_ripple(ii);
        P_ripple_s_off(ii,press)=P_ripple(ii);
        P_pocket1_s_off(ii,press)=P_pocket1(ii);
    end
end
active_switch=1;
%% χρόνος που αντιστοιχεί στην αντίστοιχη γωνία
for i=1:length(Phi_main_shaft)
    t_s(i)=Phi_main_shaft(i)/((pi*ns)/30);
end
%% προσδιορισμός των "βέλτιστων παραμέτρων" για κάθε πίεση
[best_param,DQ,newQ] =
best_par_main(Z,Q_ripple_s,Phi_main_shaft_s,divspar,press_divs);
%% εμφάνιση καλύτερων αποτελεσμάτων για όλες τις πιέσεις Qripple+μεταβλητές
σχεδιασμού
[pl_num]=main_plots(Z,divspar,press_divs,best_param,Phi_main_shaft_s_off,Q_
ripple_s_off,P_ripple_s_off,Q_ripple_s,P_ripple_s,Q_ripple_kinimatic,ns);
%% best_param για κάθε πίεση, plots
for i=1:press_divs
    p1(i)=best_param(i,1,2);
    p2(i)=best_param(i,1,3);
    p3(i)=best_param(i,1,4);
end
end

```

### spline\_interpolation

```

function [x_spline,y_spline] = spline_interpolation(A,divs)
% παίρνει πίνακα A[:,2], κάνει παρεμβολή με splines και επιστρέφει X,Y
for i=1:length(A)
    XX(i)=A(i,1);
    YY(i)=A(i,2);
end
for i=1:divs
    x_spline(i)=((i-1)/(divs-1))*(XX(length(XX))-XX(1))+XX(1);
end
y_spline = spline(XX,YY,x_spline);
%plot(XX,YY,'o',x_spline,y_spline)
end

```

### y\_c\_dydp\_phi\_c\_main

```
function [Y,Dy_dPhi,Phi_c,parameters] =
y_c_dydp_phi_c_main(Phi_p,ZZ,Divs,Divspar,Dphi_n,Dphi_0,St_n,St_0,Lrod_n,Lrod_0)
%αναπαράγει τις καμπύλες dy/dphi του μηχανισμού διοστήρα στροφάλου
%Είσοδοι αρχικές και τελικές τιμές μεταβλητών, divs, Phi_pump, Z
for i=1:Divs
    Phi_c(i)=(Phi_p(i))*(ZZ);
end
for i=1:Divspar
    Dphi(i)=Dphi_0+(Dphi_n-Dphi_0)*((i-1)/(Divspar-1));
    St(i)=St_0+(St_n-St_0)*((i-1)/(Divspar-1));
    R_c(i)=St(i)/2;
    L_c(i)=Lrod_0+(Lrod_n-Lrod_0)*((i-1)/(Divspar-1));
    parameters(i,1)=R_c(i);
    parameters(i,2)=L_c(i);
    parameters(i,3)=Dphi(i);
end
for k=1:Divspar
    for m=1:Divspar
        for n=1:Divspar
            DPHI=Dphi(n)*ZZ;
            for i=1:Divs
                Y(i,k,m,n)=(R_c(k)*(1-cos(Phi_c(i)+DPHI))+L_c(m)*(1-(1-
(R_c(k)/L_c(m))^2*(sin(Phi_c(i)+DPHI))^2)^0.5))-R_c(k);

Dy_dPhi(i,k,m,n)=R_c(k)*sin(Phi_c(i)+DPHI)+((R_c(k)^2/L_c(m))*sin(Phi_c(i)+
DPHI)*cos(Phi_c(i)+DPHI))/(1-
(R_c(k)/L_c(m))^2*((sin(Phi_c(i)+DPHI))^2))^0.5;
            end
        end
    end
end
end
end
```

### best\_par\_main

```
function [b_param,Data_Q_sorted,QQ_ripple_s_half] =
best_par_main(ZZ,QQ_ripple_s,PPhi_main_shaft_s,ddivspar,ppress_divs)
% παίρνει ως είσοδο τον παλμό παροχής στην έξοδο του συστήματος και
% επιστρέφει τον πίνακα με τις θέσεις των καλύτερων παραμέτρων
for i=1:ppress_divs
    peak_peak(i)=1000; %μεγάλη τιμή που γνωρίζω ότι δεν την πιάνει
end
flag=0;
for ii=1:length(PPhi_main_shaft_s)
    if flag==0
        if PPhi_main_shaft_s(ii,1,1,1,1)>=1*((1*2*pi)/ZZ);
            iit=ii; %βρίσκει την αρχή της 2ης συνεργασίας
            flag=1;
        end
    end
end
for press=1:ppress_divs %για κάθε πίεση
    for k=1:ddivspar %για διαδρομή
        for m=1:ddivspar %για μήκος διοστήρα
```

```

        for n=1:ddivspar %για διαφορά φάσης
            for ii=iit:length(QQ_ripple_s(:,press,k,m,n))
                QQ_ripple_s_half((ii-
iit+1),press,k,m,n)=QQ_ripple_s(ii,press,k,m,n);
            end
        end
    end
end
end
t=1;
for press=1:ppress_divs %για όλες τις πιέσεις
    peak_peak(press)=1000; %μεγάλη τιμή που γνωρίζω ότι δεν την πιάνει
    for k=1:ddivspar
        for m=1:ddivspar
            for n=1:ddivspar
                peak_cur=max(QQ_ripple_s_half(:,press,k,m,n))-
min(QQ_ripple_s_half(:,press,k,m,n));
                Data_Q(t,1)=press; %σε αντιστοιχία με τα υπολοιπα του main
                Data_Q(t,2)=k; %διαδρομή
                Data_Q(t,3)=m; %μήκος διοστήρα
                Data_Q(t,4)=n; %διαφορά φάσης
                Data_Q(t,5)=peak_cur; %peak-peak Qripple
                t=t+1; %t=n*m*k*ppress_divs
                tmax=t;
            end
        end
    end
end
Data_Q_sorted=sortrows(Data_Q,5); %κατά αύξουσα σειρά
for press=1:ppress_divs
    k=1;
    for t=1:(tmax-1)
        if Data_Q_sorted(t,1)==press;
            b_param(press,k,1)=Data_Q_sorted(t,1); %αριθμός πίεσης
            b_param(press,k,2)=Data_Q_sorted(t,2); %αριθμός διαδρομής
            b_param(press,k,3)=Data_Q_sorted(t,3); %αριθμός διοστήρα
            b_param(press,k,4)=Data_Q_sorted(t,4); %αριθμός φάσης
            b_param(press,k,5)=Data_Q_sorted(t,5); %αριθμός παλμού παροχής
            k=k+1;
        end
    end
end
end
end

```

## main\_plots

```

function
[pl]=main_plots(ZZ,ddivspar,ppress_divs,bbest_param,Phi_s_off,Q_s_off,P_s_o
ff,Q_s,P_s,Q_kinimatic,nrpm)

mult=1/(nrpm*pi/30);
C = {'b','m','k','g','r',[.5 .6 .7],[.8 .2 .6]}; % Cell array of colros.
pl=1;
for ip=1:(ppress_divs)
    bp2(ip)=bbest_param(ip,1,2); %καλύτεροι παράμετροι για κάθε πίεση
    bp3(ip)=bbest_param(ip,1,3);
    bp4(ip)=bbest_param(ip,1,4);
end
figure(pl)
plot(mult*Phi_s_off(:,1),(6*10^(4))*Q_kinimatic,'k--','lineWidth',1.2)

```

```

hold on
for I=1:2:ppress_divs
plot(mult*Phi_s_off(:,I), (6*10^(4))*Q_s_off(:,I), 'color',C{I}, 'lineWidth',1
.0)
hold on
xlim([mult*(2*pi/ZZ),mult*max(Phi_s_off(:,1))])
ylabel('Qout [L/min]', 'fontSize',14)
xlabel('time [s]', 'fontSize',14)
title('kinimatic and simulated flow ripple without active
system', 'fontSize',13)
set(gcf, 'color', 'w');
grid on
end
legend('κινηματική', 'Pout=5bar', 'Pout=60bar', 'Pout=120bar')
hold off
pl=pl+1;
for I=1:2:(ppress_divs)
figure(pl)
plot(mult*Phi_s_off(:,I), (6*10^(4))*Q_kinimatic, 'k', 'lineWidth',1.2)
hold on
plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s_off(:,I), 'b', 'lineWidth',1.2)
hold on
plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,bp2(I),bp3(I),bp4(I)), 'r', 'line
Width',1.2)
xlim([mult*(2*pi/ZZ),mult*max(Phi_s_off(:,I))])
ylabel('Qout [L/min]', 'fontSize',14)
xlabel('time [s]', 'fontSize',14)
grid on
title('simulated flow ripple with and without active
system', 'fontSize',13)
set(gcf, 'color', 'w');
legend('κινηματική', 'Pout=5bar', 'Pout=60bar', 'Pout=120bar')
hold off
pl=pl+1;
end
I=ppress_divs;
figure(pl)
plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s_off(:,I), 'k', 'lineWidth',1.0)
hold on

plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,bp2(I),bp3(I),bp4(I)), 'r', 'line
Width',1.5) %best r
hold on
plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,ddivspar,bp3(I),bp4(I)), 'b--
', 'lineWidth',1.0) %max r
hold on
plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,1,bp3(I),bp4(I)), 'g--
', 'lineWidth',1.0) %min r
hold on
xlim([mult*(2*pi/ZZ),mult*max(Phi_s_off(:,I))])
ylabel('Qout [L/min]', 'fontSize',14)
xlabel('time [s]', 'fontSize',14)
grid on
title('simulated flow ripple variable(r)', 'fontSize',13)
legend('κινηματική', 'optimized r', 'r>optimized r', 'r<optimized r')
set(gcf, 'color', 'w');
hold off
pl=pl+1;
%μεταβολή μήκους διοστήρα
figure(pl)
plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s_off(:,I), 'k', 'lineWidth',1.0)

```

```

    hold on
    plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,bp2(I),bp3(I),bp4(I)), 'r', 'line
Width',1.5) %best lrod
    hold on
    plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,bp2(I),ddivspar,bp4(I)), 'b--
', 'lineWidth',1.0) %max lrod
    hold on
    plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,bp2(I),1,bp4(I)), 'g--
', 'lineWidth',1.0) %min lrod
    hold on
    xlim([mult*(2*pi/ZZ),mult*max(Phi_s_off(:,I))])
    ylabel('Qout [L/min]', 'fontsize',14)
    xlabel('time [s]', 'fontsize',14)
    grid on
    title('simulated pressure ripple variable l', 'fontsize',13)
    legend('κινηματική', 'optimized l', 'l>optimized l', 'l<optimized l')
    set(gcf, 'color', 'w');
    hold off
    pl=pl+1;
%μεταβολή διαφοράς φάσης
figure(pl)
plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s_off(:,I), 'k', 'lineWidth',1.0)
    hold on
    plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,bp2(I),bp3(I),bp4(I)), 'r', 'line
Width',1.5) %best Δφ
    hold on
    plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,bp2(I),bp3(I),ddivspar), 'b--
', 'lineWidth',1.0) %max Δφ
    hold on
    plot(mult*Phi_s_off(:,1), (6*10^(4))*Q_s(:,I,bp2(I),bp3(I),1), 'g--
', 'lineWidth',1.0) %min Δφ
    hold on
    xlim([mult*(2*pi/ZZ),mult*max(Phi_s_off(:,I))])
    ylabel('Qout [L/min]', 'fontsize',14)
    xlabel('time [s]', 'fontsize',14)
    grid on
    title('simulated pressure ripple variable Δφ', 'fontsize',13)
    legend('κινηματική', 'optimized Δφ', 'l>optimized Δφ', 'l<optimized Δφ')
    set(gcf, 'color', 'w');
    hold off
    pl=pl+1;
%% FFT για παλμό παροχής εξόδου best active+active-off για ελάχιστη και
μέγιστη πίεση
figure(pl)
subplot(2,1,1)
step=10;
time_div=step*(Phi_s_off(2,1)-Phi_s_off(1,1))*(1/((nrpm*pi)/30)); %χρονικό
βήμα
Fs=1/time_div; %συχνότητα δειγματοληψίας
flag=0;
for i=1:length(Phi_s_off);
    if flag==0 & Phi_s_off(i)>=((2*pi)/ZZ)
        i_start=i;
        flag=1;
    end
end
% Για ελάχιστη πίεση I=1
I=1;
ii=1;
for i=i_start:step:length(Phi_s_off);
    Q_f(ii)=Q_s(i,I,bp2(I),bp3(I),bp4(I));

```

```

        t_f(ii)=Phi_s_off(i)*(1/((nrpm*pi)/30));
        ii=ii+1;
end
Y = abs(fft((6*10^(4))*Q_f));
Lfft=length(t_f);
f = Fs*(0:(Lfft)-1)/Lfft;
plot(f((2:end/2)),Y((2:end/2)),'k','lineWidth',0.5)
title('Spectrum of delivery rate with active')
set(gcf,'color','w');
xlabel('f [Hz]')
ylim([0,100])
xlim([0,3*10^3])
hold on
I=ppress_divs;
ii=1;
for i=i_start:step:length(Phi_s_off);
    Q_f(ii)=Q_s(i,I,bp2(I),bp3(I),bp4(I));
    t_f(ii)=Phi_s_off(i)*(1/((nrpm*pi)/30));
    ii=ii+1;
end
Y = abs(fft((6*10^(4))*Q_f));
Lfft=length(t_f);
f = Fs*(0:(Lfft)-1)/Lfft;
plot(f((2:end/2)),Y((2:end/2)),'r','lineWidth',0.5)
grid on
legend('Pout=5bar','Pout=120bar')
pl=pl+1;
%%
subplot(2,1,2)
I=1;
ii=1;
for i=i_start:step:length(Phi_s_off);
    Q_f(ii)=Q_s_off(i,I);
    t_f(ii)=Phi_s_off(i)*(1/((nrpm*pi)/30));
    ii=ii+1;
end
Y = abs(fft((6*10^(4))*Q_f));
Lfft=length(t_f);
f = Fs*(0:(Lfft)-1)/Lfft;
plot(f((2:end/2)),Y((2:end/2)),'k','lineWidth',0.5)
title('Spectrum of delivery rate without active')
set(gcf,'color','w');
xlabel('f [Hz]')
ylim([0,100])
xlim([0,3*10^3])
hold on
I=ppress_divs;
ii=1;
for i=i_start:step:length(Phi_s_off);
    Q_f(ii)=Q_s_off(i,I);
    t_f(ii)=Phi_s_off(i)*(1/((nrpm*pi)/30));
    ii=ii+1;
end
Y = abs(fft((6*10^(4))*Q_f));
Lfft=length(t_f);
f = Fs*(0:(Lfft)-1)/Lfft;
plot(f((2:end/2)),Y((2:end/2)),'r','lineWidth',0.5)
grid on
legend('Pout=5bar','Pout=120bar')
%}
end

```

## Υπολογισμός τροχιάς επαφής Bezier

```
clear all
clc
%k3: αριθμός διαφορετικών πιθανών συντεταμένων P1
%k4: αριθμός διαφορετικών συνδιασμών αποδεκτών CP που υπακούν στους
%αρχικούς περιορισμούς
rk=19.5;
ro=16.25;
kt=1000; %σημεία καμπύλης Bezier
nx=20; %Διακριτικοποιήσεις του x2
ny1=20; %Διακριτικοποιήσεις του y1
l1=-tan(160*(pi/180)); %μέγιστη κλίση στην ro, slope
l2=-tan(105*(pi/180)); %ελάχιστη κλίση στην ro, slope
[k1,k2,k3,k4,P,xp,yp,dydx]=Path_Of_contact_Bezier(ro,rk,nx,ny1,l1,l2,kt);
number_of_paths=5;
plot_POC(xp,yp,k4,number_of_paths,ro,rk,kt)
```

## Path\_Of\_contact\_Bezier

```
function [k1,k2,k3,k4,P,xp,yp,dydx]=...
Path_Of_contact_Bezier(ro,rk,nx,ny1,l1,l2,kt)
%%% υπολογισμός συντεταγμένων τροχιάς επαφών που παράγεται %%%
%%% από καμπύλη Bezier %%%
P0(1)=0; %το x του P0 είναι 0
P0(2)=ro; %το y του P0 είναι ro
P3(1)=0; %το x του P3 είναι 0
P3(2)=rk; %το P3 πρέπει να είναι πάνω στην ακτίνα κεφαλής
k1=1; %Διακριτικοποιήσεις του x2
k2=1; %Διακριτικοποιήσεις του y1
k3=1; %Συνολικός αριθμός συνδιασμών CP μόνο για το P1
totx=1.1*(rk-ro);
Dx=totx/(nx); %Για το x2 ξεκινάω απο το Dx2 ως πρώτο σημείο, όχι το 0
toty1=(rk-ro);
Dy1=toty1/ny1;
for i=1:nx
    P2(k1,1)=-(Dx*k1);
    P2(k1,2)=rk;
    k2=1;
    for j=1:ny1
        P1(k1,k2,1)=-(Dx*k1);
        P1(k1,k2,2)=ro+(Dy1*k2);
        k2=k2+1;
        k3=k3+1;
    end
    k2=k2-1;
    k1=k1+1;
end
k1=k1-1;
k3=k3-1;
k4=1;
for i=1:(k1)
    for j=1:k1
        for m=1:k2
            if P1(j,m,2)>=(ro-l1*P1(j,m,1)) & P1(j,m,2)>=((rk-
ro)/(P1(j,m,1)/P2(i,1))+ro)
                if P1(j,m,2)<=(ro-l2*P1(j,m,1)) & P1(j,m,2)<=rk
                    P(1,1,k4)=P0(1); %1-σημείο, 2-ΧήΥ, 3-Συνδιασμός CP
                    P(1,2,k4)=P0(2);
```

```

        P(2,1,k4)=P1(j,m,1);
        P(2,2,k4)=P1(j,m,2);
        P(3,1,k4)=P2(i,1);
        P(3,2,k4)=P2(i,2);
        P(4,1,k4)=P3(1);
        P(4,2,k4)=P3(2);
        k4=k4+1;
    end
end
end
end
k4=k4-1;
for i=1:k4
    kt=1;
    for t=0:1/(kkt-1):1
        xp(kt,i)=(1-3*t+3*t^2-t^3)*P(1,1,i)...
        +(3*t-6*t^2+3*t^3)*P(2,1,i)...
        +(3*t^2-3*t^3)*P(3,1,i)...
        +(t^3)*P(4,1,i);

        yp(kt,i)=(1-3*t+3*t^2-t^3)*P(1,2,i)...
        +(3*t-6*t^2+3*t^3)*P(2,2,i)...
        +(3*t^2-3*t^3)*P(3,2,i)...
        +(t^3)*P(4,2,i);

        dxdt(kt,i)=(-3+6*t-3*t^2)*P(1,1,i)...
        +(3-12*t+9*t^2)*P(2,1,i)...
        +(6*t-9*t^2)*P(3,1,i)...
        +(3*t^2)*P(4,1,i);

        dydt(kt,i)=(-3+6*t-3*t^2)*P(1,2,i)...
        +(3-12*t+9*t^2)*P(2,2,i)...
        +(6*t-9*t^2)*P(3,2,i)...
        +(3*t^2)*P(4,2,i);

        dydx(kt,i)=dydt(kt,i)/dxdt(kt,i);
        kt=kt+1;
    end
end
counter=1;
for i=1:(k1)
    for j=1:(k2)
        Px2(counter)=P1(i,j,1);
        Py2(counter)=P1(i,j,2);
        counter=counter+1;
    end
end
counter=counter-1;

```

**Βελτιωμένοι κώδικες διπλωματικής «Τζανόπουλος, Α. (2021). Μοντελοποίηση, παραμετροποίηση, διερεύνηση και βελτιστοποίηση γραναζωτής αντλίας θετικής μετατόπισης ως προς τον παλμό παροχής.»**

```

clear all
clc
%%% σταθερά στοιχεία κατατομών %%%
rk=39.000/2;

```



```

a12=32.500;
ro=a12/2;
rf=ro-(rk-ro);
%%% πίνακας με τους αριθμούς δοντιών %%%
Z=[2:8];
[rG1x,rG1y,dydx,uu,c3,c4,P0,P1,P2,P3,slope,c1,c2]=...
bezier_curve(ro,rk,Z);
[xP,yP,c5,accPC,rG2x,rG2y,xk,yk]=...
path_of_contact(rG1x,rG1y,dydx,c3,c4,a12,Z,rk,ro);
[rG1xAB,rG1yAB] = bezier_curve_AB(ro,rk,Z,rG2x,rG2y,c3,c4);
[xPAB,yPAB] = path_of_contact_AB(xP,yP,c3,c4,Z,ro);
[opDATA,DATA,DA,c6,c7,dv2,uu1,uu2]=...
optimum_curve(xP,yP,uu,c5,c4,a12,Z,rk,ro,accPC);

%%% διαγράμματα %%%
%z_z=6;
%C55=161;
z_z=5; %6 dontia
C55=759;

figure(1)
%axis equal
plot(rG1x(z_z,:,C55),rG1y(z_z,:,C55),'r',... % κατατομή εργαζόμενου
οδοντωτού:αριθμός οδόντων, 100 σημεία καμπύλης, c3(Συνδιασμός CP)
rG2x(z_z,:,C55),rG2y(z_z,:,C55),'k',... % κατατομή συνεργαζόμενου
οδοντωτού:αριθμός οδόντων, 100 σημεία καμπύλης, c3(Συνδιασμός CP)
xP(z_z,:,C55),yP(z_z,:,C55),'g',...
xk(z_z,:,C55),yk(5,:,C55),'-b','linewidth',1.5) % τροχία
επαφών:αριθμός οδόντων, 100 σημεία καμπύλης, c3(Συνδιασμός CP)
%xlim([-20,0])
%ylim([0,20])
xlabel('x (mm) ')
ylabel('y (mm)')
legend('Gear1','Gear2','path of contact','rack')
title('συνεργαζόμενες κατατομές από καμπύλη Bezier για Z=6')
set(gcf,'color','w');
grid on
hold on

for i=0:400
    x_cir(i+1)=rf*cos((i*2*pi)/400);
    y_cir(i+1)=rf*sin((i*2*pi)/400);
end
plot(x_cir,y_cir)
hold on
for i=0:400
    x_cir(i+1)=ro*cos((i*2*pi)/400);
    y_cir(i+1)=ro*sin((i*2*pi)/400);
end
plot(x_cir,y_cir)
hold on
for i=0:400
    x_cir(i+1)=rk*cos((i*2*pi)/400);
    y_cir(i+1)=rk*sin((i*2*pi)/400);
end
plot(x_cir,y_cir)
plot(rG1xAB(z_z,:,C55),rG1yAB(z_z,:,C55))
plot(xPAB(z_z,:,C55),yPAB(z_z,:,C55))
xlim([-20,20])
ylim([-20,20])
hold off

```

```

axis equal
%%
figure(2)
axis equal
plot (uu1(2763,:), (10*DA(2763,:)), 'b', 'lineWidth',1.8) %uu1: γωνία θ του
σημείου της καμπύλης, DA:παλμός παροχής
xlabel('θ (rad) ')
ylabel('dV/dθ (mm^3/rad)')
title('παροχή ανά rad περιστροφής')
grid on
set(gcf, 'color', 'w');
hold off

figure(3)
axis equal
plot (uu2(2763,:), (10*dv2(2763,:)), 'b', 'lineWidth',1.8) %uu1: γωνία θ του
σημείου της καμπύλης, dv2:επιτάχυνση παροχής
xlabel('θ (rad) ')
ylabel('d^2V/dθ^2 (mm^3/rad^2)')
title('παράγοντας επιτάχυνσης ανά rad περιστροφής')
grid on
set(gcf, 'color', 'w');
hold off

function [rG1x,rG1y,dydx,uu,c3,c4,P0,P1,P2,P3,slope,c1,c2]=...
bezier_curve(ro,rk,Z)
%% υπολογισμός συντεταγμένων κατατομής που παράγεται %%
%% από καμπύλη Bezier %%
P3(1,1)=0; %το P3 πρέπει να είναι πάνω στην ακτίνα κεφαλής
P3(1,2)=rk;
for i=1:length(Z)
a(i)=pi/(2*Z(i)); %το 1/4 της γωνίας του οδόντια
P0(i,1)=-ro*sin(a(i)); %το P0 είναι πάνω στον αρχικό κύκλο και
σχηματίζει γωνία α με την κατακόρυφο
P0(i,2)=ro*cos(a(i));
c1=1; %το πόσα διαφορετικά σημεία P2 επιλέγει
c2=1; %το πόσα διαφορετικά P1 επιλέγει
for j=0:(P0(i,1))/14:P0(i,1)
P2(i,c1,1)=j; %αναγκαστηκά το P2 είναι στην ίδια ευθεία με το P3
για να δίνουν μηδενική κλίση στο τελικό σημείο
P2(i,c1,2)=rk;
c1=c1+1;
for u=P0(i,2):(rk-P0(i,2))/14:rk
P1(i,c2,1)=j;
P1(i,c2,2)=u;
c2=c2+1;
end %% u %%
end %% j %%
end %% i %%
c1=c1-1; %αριθμός σημείων P2 (15) για κάθε οδοντωτό
c2=c2-1; %αριθμός σημείων P1 (15)
for i=1:length(Z)
c3=1; %το αρχικοποιεί για κάθε διαφορετικό αριθμό οδόντων
for l=1:c2 %διακριτοποίηση P1 για κάθε Z
c4=1; %αριθμός σημείων της κάθε καμπύλης Bezier
v1=((P3(1,2)-P0(i,2))/(P3(1,1)-P0(i,1)))*...
(P1(i,l,1)-P0(i,1))+P0(i,2);
if P1(i,l,2)>v1&P1(i,l,1)<=P2(i,k,1)
for t=0:1/99:1
rG1x(i,c4,c3)=(1-3*t+3*t^2-t^3)*P0(i,1)...
+(3*t-6*t^2+3*t^3)*P1(i,l,1)...

```

```

+ (3*t^2-3*t^3)*P2(i,k,1)...
+ (t^3)*P3(1,1);
rGly(i,c4,c3)=(1-3*t+3*t^2-t^3)*P0(i,2)...
+ (3*t-6*t^2+3*t^3)*P1(i,1,2)...
+ (3*t^2-3*t^3)*P2(i,k,2)...
+ (t^3)*P3(1,2);
dxdt(i,c4,c3)=(-3+6*t-3*t^2)*P0(i,1)...
+ (3-12*t+9*t^2)*P1(i,1,1)...
+ (6*t-9*t^2)*P2(i,k,1)...
+ (3*t^2)*P3(1,1);
dydt(i,c4,c3)=(-3+6*t-3*t^2)*P0(i,2)...
+ (3-12*t+9*t^2)*P1(i,1,2)...
+ (6*t-9*t^2)*P2(i,k,2)...
+ (3*t^2)*P3(1,2);
dydx(i,c4,c3)=dydt(i,c4,c3)/dxdt(i,c4,c3);
uu(i,c4,c3)=atan((-rGlx(i,c4,c3))/...
(rGly(i,c4,c3)));
c4=c4+1;
end %% t %%
slope(i,c3)=(180/pi)*atan(dydx(i,1,c3)); %κλίση στο σημείο
B
c3=c3+1;
end %% if %%
end %% l %%
end %% k %%
end %% i %%
c3=c3-1;
c4=c4-1;
c1;
c2;
end %% function bezier_curve %%

function
[xP,yP,c5,accPC,rG2x,rG2y,xk,yk]=path_of_contact(rGlx,rGly,dydx,c3,c4,a12,Z
,rk,ro)
i12=1;
for i=1:length(Z)
c5=1;
for j=1:c3
% πίνακας που αποθηκεύει τις κατατομές με αποδεκτές τροχιές επαφών
accPC(i,c5)=1;
for u=1:c4-1
%c4 αριθμός σημείων καμπύλης
% υπολογισμός κάθετων διανυσμάτων
NGx=1;
NGy=-(1/dydx(i,u,j));
dy=sqrt(NGx^2+NGy^2);
NGx=NGx/dy;
NGy=NGy/dy;
A2=-NGy*a12;
B=NGx*a12;
C=(rGlx(i,u,j)*NGy-rGly(i,u,j)*NGx)*(i12+1);
D=sqrt(A2^2+B^2-C^2);
F=(-A2+D)/(C-B);
if D>0
%u1=2*atan(F);
u1=2*atan(F);
%Υπολογισμός σημείων τροχίας επαφών καμπύλης c5
xP(i,u,c5)=rGlx(i,u,j)*cos(u1)-rGly(i,u,j)*sin(u1);
yP(i,u,c5)=rGlx(i,u,j)*sin(u1)+rGly(i,u,j)*cos(u1);

```

```

% έλεγχος αν η κατατομή είναι αποδεκτή
if yP(i,u,c5)>rk|yP(i,u,c5)<(a12/2)
    accPC(i,c5)=0;
end %% if (yP) %%
%Υπολογισμός συνεργαζόμενης κατατομής G2
u2=-u1/i12;
xP2(i,u,c5)=-xP(i,u,c5);
yP2(i,u,c5)=yP(i,u,c5)-a12;
rG2xdot(i,u,c5)=xP2(i,u,c5)*cos(u2)...
-yP2(i,u,c5)*sin(u2);
rG2ydot(i,u,c5)=xP2(i,u,c5)*sin(u2)...
+yP2(i,u,c5)*cos(u2);
rG2x(i,u,c5)=-rG2xdot(i,u,c5);
rG2y(i,u,c5)=rG2ydot(i,u,c5)+a12;
xk(i,u,c5)=xP(i,u,c5)+u1*ro;
yk(i,u,c5)=yP(i,u,c5);
end %% if (D) %%
end %% u %%
% ορισμός των τελευταίων σημείων της τροχιάς επαφών και της
% συνεργαζόμενης κατατομής τα οποία δεν ορίζονται καθώς στο
% σημείο αυτό η παράγωγος μηδενίζεται
xP(i,c4,c5)=0;
yP(i,c4,c5)=rk;
rG2x(i,c4,c5)=0;
rG2y(i,c4,c5)=rk;
xk(i,c4,c5)=xP(i,c4,c5)+u1*ro;
yk(i,c4,c5)=yP(i,c4,c5);
c5=c5+1;
end %% j %%
end %% i %%
c5=c5-1;
end %% function path_of_contact %%

```

```
function [rG1xAB,rG1yAB] = bezier_curve_AB(ro,rk,Z,rG2x,rG2y,c3,c4)
```

```

rf=ro-(rk-ro);
for i=1:length(Z)
    %Για τη γωνία στροφής της καμπύλης AB ως προς το σημείο B'
    g=(2*pi)/(Z(i)*2);
    ya=rk;
    yaa=rf*cos(g);
    ybb=ro*cos(g/2);
    xa=0;
    xaaa=xa;
    xaa=-rf*sin(g);
    xb=-ro*sin(g/2);
    xbb=xb;
    for j=1:c3
        yb=rG2y(i,1,j);
        Dy=yb-ybb;
        yaaa=ya-Dy;
        %για τη μετατόπιση της καμπύλης AB κατά Dy->A'B'
        faaa=atan((yaaa-ybb)/(-xbb));
        faa=atan(1/((yaa-ybb)/(xaa-xbb)));
        Df=(faa+faaa+pi/2);
        for k=1:c4
            %Μετατοπίζει την καμπύλη AB κατά Δy
            rG1xAB(i,k,j)=rG2x(i,k,j);
            rG1yAB(i,k,j)=rG2y(i,k,j)-Dy;
            %στροφή της καμπύλης A'B' κατά Δφ

```

```

        f=atan((rG1yAB(i,k,j)-ybb)/(rG1xAB(i,k,j)-xbb));
        ff=f-Df;
        r=((rG1xAB(i,k,j)-xbb)^2+(rG1yAB(i,k,j)-ybb)^2)^0.5;
        rG1xAB(i,k,j)=(r*cos(ff)+xbb);
        rG1yAB(i,k,j)=(r*sin(ff)+ybb);
    end
    rG1xAB(i,1,j)=xbb;
    rG1yAB(i,1,j)=ybb;
    rG1xAB(i,c4,j)=xaa;
    rG1yAB(i,c4,j)=yaa;
end
end

function [ xPAB,yPAB,xkAB,ykAB ] = path_of_contact_AB(xP,yP,c3,c4,Z,ro)
%είναι συμμετρική ως προς την τροχιά επαφών του πρώτου μέρους κατατομών
for i=1:length(Z)
    for j=1:c3
        for k=1:c4
            xPAB(i,k,j)=-xP(i,k,j);
            yPAB(i,k,j)=ro-(yP(i,k,j)-ro);
        end
    end
end
end
end

function [opDATA,DATA,DA,c6,c7,dv2,uu1,uu2]=...
optimum_curve(xP,yP,uu,c5,c4,a12,Z,rk,ro,accPC)
%%% υπολογισμός στοιχείων παροχής κατατομής που παράγεται από %%%
%%% κυβικό πολυώνυμο ή καμπύλη Bezier %%%
c6=1; %για όλες τις καμπύλες, για κάθε δυνατό συνδιασμό CP για κάθε Z
μετράει μόνο τις αποδεκτές απο αυτές
for i=1:length(Z)
    for j=1:c5
        if accPC(i,j)==1;
            cZnum(c6,1)=Z(i);
            cZnum(c6,2)=j;
            sumV=0;
            for u=1:c4
                R1(c6,u)=sqrt(xP(i,u,j)^2+yP(i,u,j)^2);
                R2(c6,u)=sqrt(xP(i,u,j)^2+(yP(i,u,j)-a12)^2);
                sumR(c6,u)=((R1(c6,u)^2)+(R2(c6,u)^2))/2;
                DA(c6,u)=rk^2-sumR(c6,u);
                uu1(c6,u)=uu(i,u,j);
            end %% u %%
            for k=1:c4-1
                sumV=sumV+(1/2)*(DA(c6,k))*(uu(i,k,j)-uu(i,k+1,j));
                dv2(c6,k)=(DA(c6,k+1)-DA(c6,k))/(uu(i,k+1,j)-uu(i,k,j));
                uu2(c6,k)=uu(i,k,j);
            end %% k %%
            %για τα σημεία με μηδενική κλίση στον x
            dv2(c6,k+1)=(DA(c6,k+1)-DA(c6,k-1))/(uu(i,k+1,j)-uu(i,k,j));
            uu2(c6,k+1)=uu(i,k+1,j);
            if DA(c6,:)>=0
                maxDA(c6)=max(DA(c6,:));
                minDA(c6)=min(DA(c6,:));
                rateDA(c6)=100*((maxDA(c6)-
minDA(c6)))/((maxDA(c6)+minDA(c6)));

```

```

        DATA(c6,1)=Z(i); %1η στήλη ο αριθμός δοντιών
        DATA(c6,2)=j; %2η στήλη
        DATA(c6,3)=rateDA(c6); %3η στήλη το maxdV/dθ
        DATA(c6,4)=4*2*Z(i)*sumV; %4η στήλη το Vμέσο
        c6=c6+1;
    end %% if %%
end %% if %%
end %% j %%
end %% i %%
c6=c6-1;
opDA=min(rateDA);
c7=1;
for i=1:c6
    %if rateDA(i)==opDA %για όσες αποδεκτές κατατομές έχουν και τον
ελάχιστο παλμό παροχής
    if rateDA(i)<=1.0016*opDA %για όσες αποδεκτές κατατομές έχουν και τον
ελάχιστο παλμό παροχής
        opDATA(c7,1)=cZnum(i,1); %αριθμός δοντιών
        opDATA(c7,2)=cZnum(i,2); %αριθμός c5 (Συνδιασμός CP)
        opDATA(c7,3)=rateDA(i); %μέγιστος παλμός παροχής
        opDATA(c7,4)=DATA(i,4); %το Vμέσο
        opDATA(c7,5)=mean(dv2(i,:)); %μέση τιμή της επιτάχυνσης της
παροχής,  $dv^2/d\theta^2$ 
        opDATA(c7,6)=std(dv2(i,:)); %τυπική απόκλιση της επιτάχυνσης της
παροχής
        opDATA(c7,7)=i; %τιμή του c6 (Συνδιασμός CP,Z)
        c7=c7+1;
    end %% if %%
end %% i %%
c7=c7-1;
end %% function optimum_curve %%

```