



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΟΚΚΩΔΩΝ

ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΥΠΕΡΗΧΟΥΣ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Π.ΡΟΚΑΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΣΙΔΕΡΙΔΗΣ ΑΙΜΙΛΙΟΣ

ΑΘΗΝΑ 2015

Πίνακας περιεχομένων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:Σύνθετα υλικά.....	13
1.1. Ορισμός συνθέτων υλικών-Εισαγωγικά σχόλια	13
Σχήμα 1.1 Κατηγορίες σύνθετων υλικών.....	14
1.2 Ιστορικό συνθέτων υλικών.....	14
1.2.1 Πλεονεκτήματα Σύνθετων Υλικών	16
1.3 Ταξινόμηση των σύνθετων υλικών	17
Σχήμα 1.2 Ταξινόμηση των σύνθετων υλικών	17
Σχήμα 1.3 θερμοκρασιακά όρια χρήσης των υλικών.....	18
1.4.Κοκκώδη σύνθετα υλικά(particulate composites)	19
Σχήμα 1.4 Γραφική απεικόνιση ενός συνθέτου κοκκώδους υλικού	20
1.5.Οργανικές μήτρες(polymer matrices)	21
Σχήμα 1.5 Απεικόνιση μήτρας από εποξειδική ρητίνη.....	22
1.6.1.Πολυμερή-Δομή πολυμερών-Ορισμοί	23
Σχήμα 1.6 Μορφή πολυμερών.....	24
Σχήμα 1.7 Πολυμερισμός συμπύκνωσης.....	25
Σχήμα 1.8 Τα είδη των πολυμερών	25
Σχήμα 1.9 Κατηγορίες πολυμερών	28
1.6.2.Γενικά στοιχεία δομής πολυμερών	29
Σχήμα 1.10 Κατανομή μοριακού βάρους του πολυμερούς	30
1.6.3 Πρόσθετα υλικά στα πολυμερή.....	31
Σχήμα 1.11. Ενέργεια θραύσης του υλικού.....	33
Πίνακας 1.1.Θερμοκρασία τήξης-υαλώδους μετάπτωσης για τα βασικότερα πολυμερή.....	35
Σχήμα 1.12 Γραφική αναπαράσταση ειδικού όγκου συναρτήσει της θερμοκρασίας κατά την ψύξη.....	336
1.7.1.Ρητίνες -Γενικά	37
Σχήμα 1.13: Διδραστικό μόριο και εκκινητής (διαμίνη).....	38

Σχήμα 1.14: Σχηματική αναπαράσταση αντίδρασης διαμίνης με τους οξιρανικούς δακτυλίους μακρομορίων.....	38
1.7.2.Κατηγορίες ρητινών	39
1.7.3.Σκληρυνόμενες τεχνητές ρητίνες.....	39
1.7.4.Εποξειδική ρητίνη-Εισαγωγικά σχόλια	40
Σχήμα 1.15 Δομή Εποξειδικής Ρητίνης.....	41
Σχήμα 1.16 Μορφή μη τροποποιημένης εποξειδικής ρητίνης.	41
1.7.5 Ιδιότητες υγρών εποξειδικών ρητινών.....	42
1.7.6 Ιδιότητες στερεών εποξειδικών ρητινών	43
1.7.7 Εφαρμογές εποξειδικών ρητινών.....	43
1.8.1Επίδραση των εγκλεισμάτων στις ιδιότητες των εποξειδικών ρητινών.....	45
1.8.2 Ιδιότητες των εποξειδικών ρητινών.....	45
Σχήμα 1.17 Διάφορα υλικά με βάση την εποξειδική ρητίνη	48
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Μηχανικές ιδιότητες των συνθέτων υλικών.....	49
2.1 Παράμετροι που χαρακτηρίζουν την μηχανική συμπεριφορά των υλικών	49
2.1.1 Ελαστικές σταθερές (ν, E)	49
Σχήμα 2.1 Βασικές μηχανικές καταπονήσεις:εφελκυσμός,θλίψη,διάτμηση.	50
Σχήμα 2.2 Σχηματική αναπαράσταση της ελαστικής μηχανικής καταπόνησης σε ατομική κλίμακα 50	
Σχήμα 2.3 Λόγος Poisson	51
2.2 Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας	52
2.2.1 Δυναμομηχανική φόρτιση	53
2.2.2 Δυναμομηχανικές μετρήσεις	55
2.2.3.Δυναμικό μέτρο Ελαστικότητας E'	56
2.2.4.Μέτρο Απωλειών E'' (Μέτρο αποθηκέυσεως).....	57
2.2.5.Σύνθετο (ή Μιγαδικό) Μέτρο Ελαστικότητας	57
2.2.6. Άλλα σύνθετα μέτρα ελαστικότητας	58
2.2.7 Δυναμικές μηχανικές ιδιότητες των συνθέτων υλικών	60

2.3.1 Μοντέλα και εκφράσεις για το μέτρο ελαστικότητας (E) των κοκκωδών υλικών	61
Μοντέλο του Counto.....	61
Μοντέλο του Paul.....	61
2.3.2 Εμπειρικές σχέσεις υπολογισμού των μέτρων ελαστικότητας συνθέτου υλικού με σφαιρικά εγκλείσματα	62
2.4.1 Περιορισμοί θεωρητικών μοντέλων σχετικά με το μέτρο ελαστικότητας των συνθέτων υλικών	67
2.5.1 Θεωρητική μελέτη μοντέλων για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας των συνθέτων υλικών	69
2.5.2 Τάση θραύσης	70
Μοντέλο του Broutman	70
2.5.3.Ο νόμος των δυνάμεων (The power law)	71
2.6.1.Παραμόρφωση θραύσης.....	722
2.7.1Περιορισμοί των θεωρητικών μοντέλων σχετικά με την αντοχή των συνθέτων υλικών	72

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Θεωρία ενδιάμεσης φάσης

3.1.1. Γενικά – Ορισμός Ενδιάμεσης φάσης (interphase)	75
Σχήμα 3.1 Διφασικό μοντέλο.....	77
Σχήμα 3.2 Τριφασικό μοντέλο	77
3.2 Προσδιορισμός της ειδικής θερμότητας και της θερμοκρασίας μεταβάσεως στην υαλώδη κατάσταση των συνθέτων υλικών ενισχυμένων με κόκκους μετάλλου και εκτίμηση της ενδιάμεσης φάσης.....	758
3.2.1.Υλικά και πειραματική διαδικασία.....	788
Πίνακας 3.1 Ιδιότητες συνιστωσών των συνθέτων υλικών.....	78
Πίνακας 3.2 Ιδιότητες των υλικών των συνθέτων υλικών.....	78
3.2.2.Προσδιορισμός του πάχους της ενδιάμεσης φάσης	80
Σχήμα 3.1 Μεταβολή ειδικής θερμότητας για κόκκους σιδήρου.....	80

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:Γεωμετρική μοντελοποίηση της κατανομής των εγκλεισμάτων στο χώρο...83

4.1.1. Γενικά.....	82
4.2 Εξαφασικό κυβικό μοντέλο 1	83
Σχήμα 4.1 Κυβικό μοντέλο 1	83
Σχήμα 4.2 Προσομοίωση κυβικού μοντέλου 1 σε τομή	84
4.3 Εξαφασικό κυβικό μοντέλο 2	87
Σχήμα 4.3 Δομικό κύτταρο όπως προκύπτει από το κυβικό μοντέλο 2.....	87
Σχήμα 4.4 Προσομοίωση κυβικού μοντέλου 2 σε τομή	88
4.4 Εξαφασικό οκταεδρικό μοντέλο 1	91
Σχήμα 4.5 Οκταεδρικό μοντέλο 1	92
Σχήμα 4.6 Προσομοίωση οκταεδρικού μοντέλου 1 σε τομή	93
4.5 Εξαφασικό οκταεδρικό μοντέλο 2	96
Σχήμα 4.7 Οκταεδρικό μοντέλο 2	97
Σχήμα 4.8 Προσομοίωση οκταεδρικού μοντέλου 2 σε τομή	97
4.6 Γεωμετρικοί περιορισμοί	101
4.6.1 Γεωμετρικοί περιορισμοί στο εξαφασικό κυβικό μοντέλο 1	101
4.6.2 Γεωμετρικοί περιορισμοί στο εξαφασικό κυβικό μοντέλο 2	102
4.6.3 Γεωμετρικοί περιορισμοί στο εξαφασικό οκταεδρικό μοντέλο 1	104
4.6.4 Γεωμετρικοί περιορισμοί στο εξαφασικό οκταεδρικό μοντέλο 2	105
Πίνακας 4.1 Οι μέγιστες δυνατές περιεκτικότητες σιδήρου ανά μοντέλου για κοκκώδη σύνθετα υλικά	106

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:Ανάπτυξη ενδεκαφασικού μοντέλου ενδιάμεσης φάσης.....107

5.1Υπολογισμός ακτίνων του ισοδύναμου ενδεκαφασικού μοντέλου.....	107
Πίνακας 5.1 Τα επιμέρους στοιχεία του ενδεκαφασικού μοντέλου.	107
Ακτίνες κυβικού μοντέλου 1.....	111
Ακτίνες κυβικού μοντέλου 2.....	113

Ακτίνες οκταεδρικού μοντέλου 1.....	114
Ακτίνες οκταεδρικού μοντέλου 2.....	116
Πίνακας 5.2 Αντιστοίχιση (U_f - U_i) για το σύνολο της ενδιάμεσης φάσης	118
Πίνακες (5.3-5.9) Ακτίνες και περιεκτικότητες του κάθε μοντέλου ξεχωριστά.....	119-123
5.2.1Ελαστικές σταθερές για την ενδιάμεση φάση	123
5.2.2Ελαστικές σταθερές για την ενδιάμεση φάση με την χρήση παραβολικού μοντέλου.....	126
5.3Πίνακες και διαγράμματα ενδιάμεσου φάσεως -Συμπεράσματα	133-142

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:Προσεγγιστικός θεωρητικός υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας 143

6.1.1Προσεγγιστικός υπολογισμός του ισοδύναμου ενδεκαφασικού μοντέλου	143
Σχήμα 6.1 Ενδεκαφασικό μοντέλο.....	143
Σχήμα 6.2 Άσκηση ομοιόμορφης εξωτερικής δύναμης P_0 στο ενδεκαφασικό μοντέλο.....	156
6.1.2Ανάπτυξη του ενδεκαφασικού μοντέλου-Υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας E_c του συνθέτου υλικού καθώς και του λόγου Poisson	144-175
6.2Σύγκριση αποτελεσμάτων με στατικά πειραματικά δεδομένα καθώς και με αποτελέσματα άλλων μοντέλων	175
6.2.1Πειραματική διαδικασία και μεθοδολογία.....	175
6.3Σύγκριση αποτελεσμάτων-Διαγράμματα.....	179
6.3.1Σύγκριση κυβικών μοντέλων	180
6.3.2Σχόλια -Παρατηρήσεις	183

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: Προσεγγιστικός υπολογισμός των δυναμικών μέτρων ελαστικότητας 184

7.1 Προσεγγιστικός υπολογισμός του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας	184
Πίνακας 7.1 Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας της μήτρας συναρτήσει της ημιτονοειδούς φόρτισης.....	185
Παραβολική μεταβολή.....	194
Παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν χωρίς βλάβη της γενικότητας	202
7.2 Παρουσίαση αποτελεσμάτων του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας υπό σταθερή θερμοκρασία περιβάλλοντος – Διαγράμματα και πίνακες	203-210
7.3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c υπό σταθερή συχνότητα f- Διαγράμματα και πίνακες	211-213
7.3.1 Σχόλια-Παρατηρήσεις	214-215

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: Β' Μέρος : Μη καταστροφικός έλεγχος με χρήση των υπερήχων..... 216

8.1 Μη καταστροφικός έλεγχος υλικών(NDT)	216
8.1.1 Εισαγωγικά σχόλια-Ορισμός –Ανάγκη για NDT	216
Εικόνα 8.1 NDT σε σωλήνες	219
Εικόνα 8.2 NDT σε δοκό γέφυρας	220
Εικόνα 8.3 NDT σε σιδηρόδρομο.....	220
8.2.1 NDT με υπερήχους (ultrasonic testing)	221
8.2.2 Υπέρηχοι	222
Εικόνα 8.4 Εφαρμογή υπερηχητικού ελέγχου	223
Εικόνα 8.5 NDT Οθόνη ενδείξεων εφαρμογής υπερηχητικού ελέγχου	223
8.3.1 Η θεωρία των κυμάτων-Βασικοί ορισμοί.....	224
Εικόνα 8.6 Μεγέθη κύματος	225
8.3.2 Είδη κυμάτων.....	226
Εικόνα 8.7 Διαμήκες κύμα	227
Εικόνα 8.8 Εγκάρσιο κύμα	227

Εικόνα 8.9 Γραφική αναπαράσταση κυμάτων Love and Rayleigh	228
8.4.1 Ιδιότητες ηχητικών κυμάτων.....	230
Εικόνα 8.10 Πλάγια πρόσπτωση κύματος	231
8.4.2 Απόσβεση υπερηχητικών κυμάτων στα στερεά σώματα	232
8.4.3 Φαινόμενα που διέπουν τα ηχητικά κύματα όταν συναντούν εμπόδια	233
8.5 Μέθοδοι παραγωγής υπερήχων	234
8.5.1 Μηχανικές μέθοδοι	235
8.5.2 Μαγνητοσυστολή	235
8.5.3 Πιεζοηλεκτρική μέθοδος	236
Εικόνα 8.11 Το φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού	236
8.6.1 Υπερηχητικές πιεζοηλεκτρικές κεφαλές –Εισαγωγικά σχόλια.....	238
Εικόνα 8.12 Υπερηχητικές πιεζοηλεκτρικές κεφαλές	239
8.6.2 Κεφαλές καθέτου δέσμης	239
Εικόνα 8.13 Πιεζοηλεκτρική κεφαλή καθέτου δέσμης	239
8.6.3 Κεφαλές γωνιακής δέσμης	240
Εικόνα 8.14 Πιεζοηλεκτρική κεφαλή γωνιακής δέσμης	240
8.6.4 Κεφαλές διπλού κρυστάλλου	241
Εικόνα 8.15 Κεφαλή διπλού κρυστάλλου	241
8.6.5 Εμβαπτιζόμενες πιεζοηλεκτρικές κεφαλές	241
Εικόνα 8.16 Εμβαπτιζόμενη πιεζοηλεκτρική κεφαλή	242
8.6.6 Πιεζοηλεκτρικές κεφαλές ειδικού τύπου	243
8.7.1 Τυπολογία και χαρακτηριστικά δέσμης υπερήχων.....	244
8.7.2 Τυπολογία ηχητικής δέσμης	244
Εικόνα 8.17 Τυπολογία ηχητικής δέσμης	244
Εικόνα 8.18 Νεκρή ζώνη που απεικονίζεται στην οθόνη της συσκευής	245
Εικόνα 8.19 Δύσκολη ανιχνεύσιμη ατέλεια διότι βρίσκεται εντός της νεκρής ζώνης και καλύπτεται από τον αρχικό παλμό	245
Εικόνα 8.20 Πτώση παλμού στην οθόνη λόγω ατέλειας στην νεκρή ζώνη	246
Εικόνα 8.21 Περίπτωση όπου η γεωμετρία της ατέλειας καλύπτει το μεγαλύτερο ποσοστό της διατομής του υπερήχου και εμφανίζει καμπύλη αυτής της μορφής στην οθόνη	247

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9:Βασικές μέθοδοι ελέγχου των υλικών και πεδίο εφαρμογής των υπερήχων.....248

9.1 Βασικές μέθοδοι ελέγχου των υλικών	248
9.1.1 Μέθοδος της διελεύσεως	248
Εικόνα 9.1 Γραφική αναπαράσταση της μεθόδου της διελεύσεως ή τη μέθοδο της σκιάς .Οι δύο κεφαλές βρίσκονται απέναντι η μία από την άλλη(πομπός –δέκτης)	248
Εικόνα 9.2 Σχηματική υπερηχητική μέθοδος της διελεύσεως	250
9.1.2 Μέθοδος του συντονισμού	250
Εικόνα 9.3 Σχηματική υπερηχητική μέθοδος του συντονισμού	250
9.1.3 Μέθοδος της παλμοχούς	251
Εικόνα 9.4 Σχηματική υπερηχητική μέθοδο της παλμοχούς	251
Εικόνα 9.5 Ανίχνευση ατελειών με τη μέθοδο της παλμοχούς	252
Εικόνα 9.6 Διάγραμμα DGS για υπολογισμό βάθους και μεγέθους ατελειών	253
9.2.1 Πεδίο εφαρμογών μη καταστροφικού ελέγχου με μέθοδο των υπερήχων-Εισαγωγικά σχόλια	254
9.2.2 Προσδιορισμός της ταχύτητας των ηχητικών κυμάτων	254
Εικόνα 9.7 Σήμα σε CRT-οθόνη αριστερά	255
9.2.3 Προσδιορισμός του πάχους	255
Εικόνα 9.8 Υπερηχητικό παχύμετρο	256
9.2.4 Ανίχνευση ατελειών	256
Εικόνα 9.9 Υπερηχητικός ανιχνευτής ατελειών Krautkramer USN 60	257
9.2.5 Προσδιορισμός των τάσεων	257
9.2.6 Έλεγχος και εξέταση της δομής του υλικού	257
9.2.7 Προσδιορισμός της ψαθυρότητας των υλικών.....	257
9.2.8 Προσδιορισμός της σκληρότητας των υλικών	258
Εικόνα 9.10 Υπερηχητικό σκληρόμετρο	259
9.2.9 Μη συμβατική κατεργασία των υλικών με υπερήχους	259
9.2.10 Γενική χρήση των υπερήχων.....	259
9.3.1 Εύρεση ελαστικών σταθερών E,G,v με την μέθοδο των υπερήχων	260

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10:Πειραματική διαδικασία εύρεσης ελαστικών σταθερών E,G,ν με τη μέθοδο των υπερήχων σε σύνθετα κοκκώδη υλικά με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου	261
10.2.1 Πειραματικά αποτελέσματα εύρεσης ελαστικών σταθερών E,G,ν με τη μέθοδο των υπερήχων σε σύνθετα κοκκώδη υλικά με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου και σύγκριση με τα δυναμικά αποτελέσματα του ενδεκαφασικού μοντέλου	261
Σχετικοί πίνακες και διαγράμματα σύγκρισης.....	263-271
Διάγραμμα που παρουσιάζει την συμπεριφορά του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας του 11-φασικού μοντέλου συναρτήσει της συχνότητας f μέχρι τα 100Hz όπου και υφίσταται.	269
Πίνακας 10.6 Τιμές μέτρου ελαστικότητας από μέτρηση υπερήχων και σύγκριση με τα αποτελέσματα του 11-φασικού μοντέλου	270
Διάγραμμα 10.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων υπερήχων και 11-φασικού μοντέλου	271
10.3.1 Συμπεράσματα.....	272
10.3.2 Συμπεράσματα για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας E_c του σύνθετου υλικού	273
10.3.3 Συμπεράσματα για τον υπολογισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c και του μέτρου απωλειών E''_c του σύνθετου υλικού	274
10.3.4 Συμπεράσματα για τον υπολογισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c και σύγκριση του με αποτελέσματα των υπερήχων	276
10.3.5 Τελικό συμπέρασμα	277
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11:Βιβλιογραφία	278

ABSTRACT

The main purpose of this thesis is to predict the static and dynamic moduli of particulate filled polymers by using a theoretical 11-phase model based on the concept of interphase. According to this theory , an important parameter which affects the behaviour of the composite is the adhesion characterized by the existence of the interphase layer between the filler and the matrix. This theory does also take into consideration the influence of neighbouring inclusions, which are mainly spherical, on the stiffness of the composite material. A microstructural composite at a microscopical scale was transformed to an eleven-phase representative volume element in order to be used as a useful tool to calculate the modulus of elasticity.

All the calculated values obtained from our 11-phase model were compared to those from other researchers and as well as with experimental values in order to understand the credibility of our model. In addition, we also compared the results to those obtained from ultrasonic testing at a frequency of 2MHz. The main problem was that the dynamic results obtained from our model were up to 100Hz , so for an area of 100Hz to 2MHz there was no information about the behavior of the dynamic modulus. For this reason, however we extended the values from the 11-phase model and we tried to prove that they were going to get close to the values from ultrasonic testing. Thus , the result of this comparison was really good and this was a sure way to prove the validity of our model.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Μετά το πέρας της εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας αισθάνομαι υποχρεωμένος να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Αιμίλιο Σιδερίδη για την επίβλεψη και καθοδήγησή του, καθώς και τις συμβουλές που μου παρείχε καθ' όλη την διάρκεια αυτού του εγχειρήματος, αλλά και τον ελεύθερο χρόνο που αφιέρωσε για να με βοηθήσει.

Ακόμη θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για όλη την στήριξη που μου παρείχαν καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου, καθώς και τα αδέρφια μου που με τον δικό τους τρόπο με στήριξαν και αυτοί δίνοντάς μου δύναμη να φέρω εις πέρας αυτή την εργασία και κατ' επέκταση και τις σπουδές μου.

Επιλογικά, ευχαριστώ τον ομότιμο καθηγητή κ. Ι.Πρασιανάκη ο οποίος με παρότρυνε να ασχοληθώ με το θέμα των μη καταστροφικών μεθόδων και δη τον έλεγχο κατασκευών μέσω των υπερήχων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ

1.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Με τον όρο σύνθετο υλικό εννοούμε ένα υλικό το οποίο αποτελείται από δύο ή περισσότερα διακριτά μέρη. Γενικά, ωστόσο μπορούμε να πούμε ότι ένα σύνθετο υλικό (composite material) ,αποτελείται από δύο φάσεις. Το έγκλεισμα(filler or inclusion) και την μήτρα(matrix).Το πρώτο, έχει κυρίως ρόλο ενισχυτικό, ενώ η δεύτερη ρόλο συνδετικό.

Με τον όρο ενίσχυση, εννοούμε την αύξηση της δυσκαμψίας ,της αντοχής, κλπ. Επίσης αξίζει να αναφερθεί ότι δύναται να υπάρξει αύξηση στην αντοχή σε θερμοκρασία, υγρασία, διάβρωση ,κλπ.

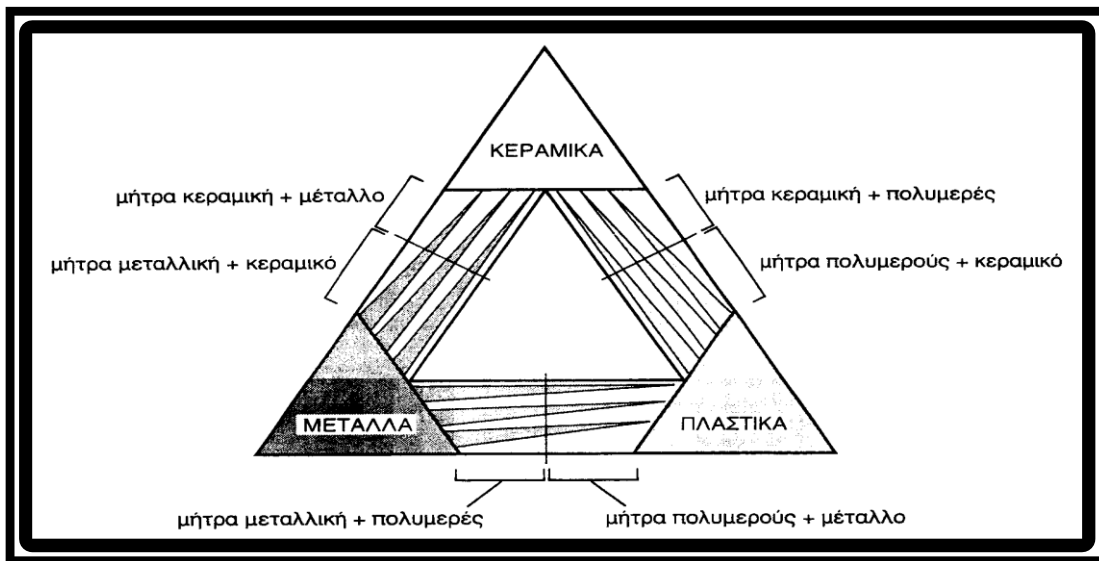
Γενικότερα, σήμερα μπορούμε να αντιληφθούμε ότι τα σύνθετα υλικά, είναι υλικά τα οποία συντίθενται από επιμέρους υλικά με σημαντικά διαφορετικές μηχανικές και φυσικές ιδιότητες μεταξύ τους ,ενώ το ίδιο το σύνθετο υλικό δύναται να παρουσιάσει σημαντικά διαφορετικές ιδιότητες από εκείνες των συστατικών του.

Επιπρόσθετα, για να μπορεί ένα υλικό να ονομασθεί σύνθετο θα πρέπει να υπακούει στον εξής κανόνα: Το υλικό πρέπει να προκύψει ως συνδυασμός συστατικών μερών, στα οποία οι ιδιότητες του ενός από τα μέρη αυτά να είναι σημαντικά μεγαλύτερες από του άλλου(τουλάχιστον 5πλάσιες)και η κατ όγκο περιεκτικότητα του ενός να μην είναι πολύ μικρή($\geq 10\%$).

Ένας άλλος ορισμός για τα σύνθετα υλικά δόθηκε από τον Agarwal περί το 1990 , είναι ο εξής: Σύνθετα είναι τα υλικά , τα οποία μακροσκοπικά αποτελούνται από δύο ή περισσότερα χημικά ευδιάκριτα συστατικά μέρη που έχουν μια συγκεκριμένη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ τους.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ένα σύνθετο υλικό αποτελείται από δύο φάσεις ή απλούστερα από δύο συστατικά μέρη. Το πρώτο εκ των οποίων ονομάζεται συστατικό ενίσχυσης ή **δευτερεύουσα φάση** και είναι υπεύθυνο για την πρόσδοση κυρίως βελτιωμένων ιδιοτήτων στο υλικό μας. Το δεύτερο συστατικό, ωστόσο καλείται μήτρα ή **κύρια φάση**, η οποία είναι χαμηλής πυκνότητας και ο ρόλος της στο σύνθετο εξασφαλίζει την μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων ενίσχυσης καθώς επίσης και την σύνδεση μεταξύ των επιμέρους συστατικών του υλικού μας.

Στο **σχήμα 1** παρουσιάζεται ο συνδυασμός ανά δύο των βασικών οικογενειών υλικών (μεταλλικά, πολυμερή και κεραμικά υλικά) και οι ομάδες συνθέτων που προκύπτουν.



Σχήμα 1.1 Κατηγορίες σύνθετων υλικών

1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Τα σύνθετα υλικά χρησιμοποιούνται ευρύτατα από τον άνθρωπο από αρχαιοτάτων χρόνων. Υλικά που εύκολα βρίσκουμε στη φύση (ξύλο, πέτρα, πηλός, κόκαλα) επεξεργάστηκαν ευρύτατα από τον άνθρωπο, ο οποίος

σύντομα έμαθε να βελτιώνει τις ιδιότητες τους ενισχύοντας τα υλικά αυτά με πρόσθετα συστατικά.

Για παράδειγμα, οι Αιγύπτιοι (5000 π.χ.) χρησιμοποιούσαν την τεχνική της ενίσχυσης τούβλων πηλού με πλέγμα άχυρων, με αποτέλεσμα τη μείωση των τάσεων συστολής που αναπτύσσονταν κατά την ξήρανση του πηλού. Επίσης, παρατήρησαν ότι οι πλάκες από πολύστρωτες βέργες ξύλου, παρουσίαζαν πολύ μεγαλύτερη αντοχή από το φυσικό ξύλο έναντι στρέβλωσης που οφειλόταν στην απορρόφηση υγρασίας.

Η χρήση της σιδηρόβεργας για προεντεταμένο σκυρόδεμα, που χρησιμοποιείται στις οικοδομές της σύγχρονης εποχής, δεν είναι παρά η μετεξέλιξη της τεχνικής της ανάμιξης γύψου με ζωικό τρίχωμα, η οποία ήταν μια πρακτική μέθοδος ενίσχυσης εύθραυστων υλικών κατασκευής στους αναπτυσσόμενους πολιτισμούς.

Το πρώτο σύνθετο υλικό βασισμένο σε μήτρα πλαστικού εμφανίστηκε τη δεκαετία του 1920 και επρόκειτο για μίγμα ινιδίων ξύλου με φαινολική φορμαλδεΰδη, γνωστό αργότερα ως βακελίτης προς τιμή του Βέλγου επιστήμονα Leo Baekeland.

Το 1964 διατέθηκαν στην αγορά, αρχικά σε μικρές ποσότητες, οι ίνες άνθρακα (carbon fibers), οι οποίες τελευταία αποτελούν τις ευρύτερα χρησιμοποιούμενες ενισχύσεις στις αεροδιαστημικές κατασκευαστικές εφαρμογές.

Η ειδική αντοχή (λόγος αντοχής προς πυκνότητα) και η ειδική δυσκαμψία (λόγος δυσκαμψίας προς πυκνότητα) των ενισχυτικών ινών βαίνουν συνεχώς αυξανόμενες τα τελευταία 30 χρόνια, π.χ. η ειδική αντοχή και η ειδική δυσκαμψία των ινών γυαλιού, άνθρακα, αραμιδίου και βορίου έχουν φθάσει στο 10-14πλάσιο των αντίστοιχων τιμών του αλουμινίου (ελαφρό μέταλλο).

Τα σύνθετα υλικά καλύπτουν μεγάλο μέρος των εφαρμογών των νέων τεχνολογιών αιχμής στις κατασκευές και έχουν μεταβάλει σημαντικά τις ακολουθούμενες διαδικασίες σχεδίασης, παραγωγής, ελέγχου και συντήρησης.










Το μικρό βάρος, η υψηλή αντοχή, η εξαιρετική αντοχή σε διάβρωση, η πολύ καλή συμπεριφορά σε κόπωση, σε κρούση και στη διάδοση ρωγμών, οι σχετικά εύκολες διαδικασίες παραγωγής και το μικρό κόστος συντήρησης είναι μερικοί από τους παράγοντες εκείνους που έχουν οδηγήσει τα σύνθετα υλικά στην πρώτη θέση μεταξύ των κατασκευαστικών υλικών για μεγάλο πλήθος εφαρμογών.

Μερικά μειονεκτήματα των συνθέτων υλικών, όπως: τα υψηλά επίπεδα ερπυσμού, η μικρή αντίσταση σε μηχανική φθορά, η ιδιαίτερη και πολλές φορές ευαίσθητη συμπεριφορά σε δυσμενείς συνθήκες περιβάλλοντος (θαλάσσιο περιβάλλον, υψηλές θερμοκρασίες, χημικό περιβάλλον, κλπ.) καθώς και το αρκετά υψηλό αρχικό τους κόστος, βαθμιαία αντιμετωπίζονται πιο αποτελεσματικά μέσω της συνεχούς τεχνολογικής ανάπτυξης στην παραγωγή νέων και καλύτερων ινών, ρητινών και εξέλιξης μεθόδων παραγωγής.

1.2.1 Πλεονεκτήματα Σύνθετων Υλικών

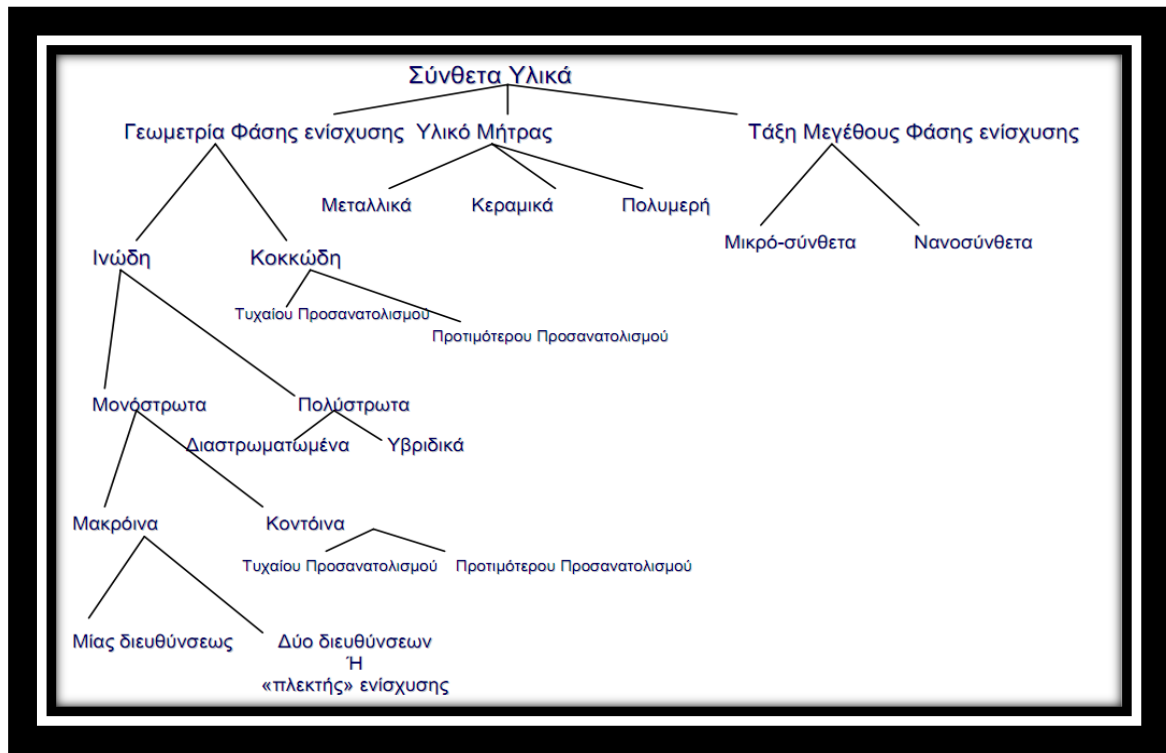
Οι ιδιότητες κάθε υλικού, κοινού ή σύνθετου, μπορούν να διακριθούν σε μηχανικές και μη μηχανικές. Μηχανικές ιδιότητες ενός υλικού είναι για παράδειγμα η ελαστική δυσκαμψία, η αντοχή σε στατικές καταπονήσεις, η ολκιμότητα, η στερρότητα, η σκληρότητα, το όριο κοπώσεως, το μέτρο ενδόσεως και χαλάρωσης. Στις μη μηχανικές ιδιότητες του υλικού που έχουν άμεση σημασία περιλαμβάνονται κυρίως οι φυσικές ιδιότητες όπως η πυκνότητα, η θερμική διαστολή και αγωγιμότητα, η αντοχή σε υδροθερμική διάβρωση και άλλες.

Έτσι, οι παράγοντες των σύνθετων υλικών ως προς τις οποίες τα καθιστούν ανώτερα από τα κοινά υλικά είναι:

-  Η μηχανική αντοχή
-  Η αντοχή σε διάβρωση,
-  Η αντοχή σε χρηστική φθορά
-  Το κόστος,
-  Το βάρος,
-  Η συμπεριφορά σε κόπωση,
-  Η θερμική μόνωση,
-  Η θερμική αγωγιμότητα,
-  Η ακουστική μόνωση.

Φυσικά, ένα σύνθετο υλικό δεν μπορεί να διαθέτει ταυτόχρονα όλες τις παραπάνω ιδιότητες και παράγοντες, αφού στην πράξη δεν υπάρχει ποτέ τέτοια απαίτηση και μάλιστα μερικές ιδιότητες είναι ασυμβίβαστες μεταξύ τους(π.χ. θερμική μόνωση και θερμική αγωγιμότητα). Κάθε σύνθετο υλικό κατασκευάζεται έτσι ώστε να διαθέτει έναν βέλτιστο συνδυασμό αυτών των ιδιοτήτων.

1.3 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ



Σχήμα 1.2 Ταξινόμηση των σύνθετων υλικών

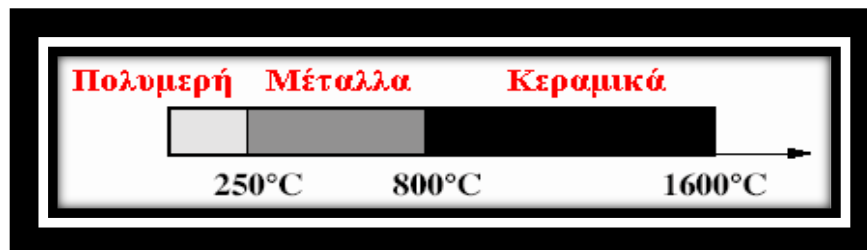
Τα σύνθετα υλικά ταξινομούνται ανάλογα με το συστατικό ενίσχυσης ή την μορφή του συστατικού της μήτρας. Άρα, ως προς το συστατικό ενίσχυσης, έχουμε:

- ❖ **Ινώδη σύνθετα** (fibrous composites). Με ενίσχυση ινών εμποτισμένες σε υλικό μήτρας.
- ❖ **Πολύστρωτα σύνθετα** (*laminated composites*). Με επάλληλες στρώσεις υλικών.
- ❖ **Κοκκώδη σύνθετα** (particulate composites). Με ενίσχυση εγκλεισμάτων διασκορπισμένων στο υλικό της μήτρας,
- ❖ **Υβρίδια** (*fiber-metal laminates*) ή *fmls*. Είναι ο συνδυασμός μεταλλικών πλακών με ενδιάμεσα *laminates*.

Επίσης ,ως προς την μορφή του συστατικού της μήτρας, έχουμε:

- ❖ Μεταλλική μήτρα(metal matrix)
- ❖ Κεραμική μήτρα(ceramic matrix)
- ❖ Πολυμερική ή οργανική μήτρα(polymer matrix)

Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι η επιλογή της κατάλληλης μήτρας είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας καθώς και του περιβάλλοντος του συνθέτου υλικού. Έτσι, το παρακάτω σχήμα μας υποδεικνύει επακριβώς τα θερμοκρασιακά όρια χρήσης των υλικών της μήτρας.



Σχήμα 1.3 θερμοκρασιακά όρια χρήσης των υλικών

Στην παρούσα διπλωματική εργασία , ωστόσο θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με τις μηχανικές ιδιότητες των κοκκωδών σύνθετων υλικών με οργανική μήτρα.

1.4.ΚΟΚΚΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ (PARTICULATE COMPOSITES)

Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά αποτελούνται από κόκκους ενός υλικού μέσα σε μία άλλη μήτρα .Οι κόκκοι μπορεί να είναι μεταλλικοί, αλουμινίου ή γυαλιού μέσα σε μεταλλική ή μη μεταλλική μήτρα. Από αυτή την σκοπιά έχουμε τέσσερις δυνατούς συνδυασμούς:

- **Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας:**

Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτού του υλικού είναι το μη οπλισμένο σκυρόδεμα.Το σκυρόδεμα αποτελείται από κόκκους άμμου και πέτρας δεμένους με ένα μίγμα τσιμέντου και νερού, το οποίο έχει αντιδράσει χημικά και έχει υποστεί σκλήρυνση. Η αντοχή του σκυροδέματος αποδίδεται στην ύπαρξη κόκκων πέτρας. Επίσης, φλούδες μη μεταλλικών υλικών, όπως η μίκα ή το γυαλί, μπορούν να αποτελέσουν το κοκκώδες εγκλείσμα μιας γυάλινης ή πλαστικής μήτρας αντίστοιχα και με αυτόν τον τρόπο αυτό να προκύψει, ένα σύνθετο υλικό αυτού του είδους.

- **Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μη μεταλλικής μήτρας:**

Πολλά υλικά αυτού του είδους έχουν κατασκευαστεί με σκοπό την αύξηση της θερμικής αγωγιμότητας, την μείωση του συντελεστή θερμικής διαστολής και την μείωση της φθοράς της μήτρας .Παράδειγμα τέτοιου υλικού είναι εγκλείσμα χαλκού μέσα σε εποξειδική ρητίνη, που αυξάνει κατά πολύ την ηλεκτρική αγωγιμότητα αυτής. Επίσης είναι συνήθη τα σύνθετα υλικά με εγκλείσμα από μέταλλο υπό μορφή φλούδας.

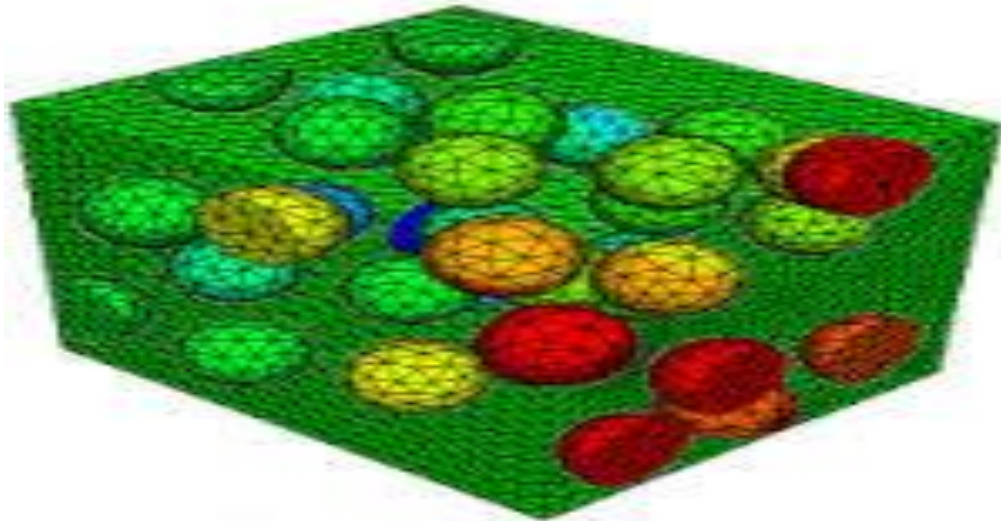
- **Υλικά μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας:**

Τα υλικά αυτού του τύπου δεν είναι κράματα . Το μεταλλικό εγκλείσμα έχει μορφή κόκκων μέσα στην μήτρα και δεν είναι διαλυμένο μέσα σε αυτήν,

όπως είναι στα κράματα. Παράδειγμα αυτής της κατηγορίας, είναι οι κόκκοι μόλυβδου εντός κραμάτων χαλκού και χάλυβα, που στόχο έχουν την βελτίωση της κατεργασιμότητας του κράματος στις εργαλειομηχανές.

- **Υλικά μη μεταλλικού εγκλείσματος εντός μεταλλικής μήτρας:**

Μη μεταλλικά υλικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μορφή κοκκώδους εγκλείσματος μέσα σε μεταλλική μήτρα. Τα προκύπτοντα υλικά ονομάζονται κεραμομέταλλα. Τα κεραμομέταλλα μπορούν να είναι δύο ειδών ανάλογα με το εγκλείσμα. Το πρώτο είδος είναι κεραμομέταλλα με κόκκους οξειδίου ενός μετάλλου πάνω σε μεταλλική μήτρα, τα οποία χρησιμοποιούνται στην κατασκευή εργαλείων και σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας όπου η αντίσταση στην διάβρωση είναι σημαντική. Το άλλο είδος είναι τα κεραμομέταλλα με κόκκους καρβιδίου ενός μετάλλου μέσα σε μεταλλική μήτρα. Έτσι, το καρβίδιο του βολφραμίου μέσα σε μήτρα κοβαλτίου χρησιμοποιείται σε τμήματα μηχανών, τα οποία απαιτούν μεγάλη αντοχή στην οξείδωση και στην διάβρωση, ενώ έχει συντελεστή θερμικής διαστολής παραπλήσιο με αυτόν του χάλυβα και έτσι είναι κατάλληλο για χρήσεις σε βαλβίδες κλπ. Επίσης το καρβίδιο του τιτανίου μέσα σε μήτρα νικελίου ή κοβαλτίου χρησιμοποιείται συχνά σε εφαρμογές υψηλής θερμοκρασίας, όπως π.χ σε διάφορα μέρη στροβιλομηχανών. Τέλος, τα κεραμομέταλλα χρησιμοποιούνται στους πυρηνικούς αντιδραστήρες σαν καύσιμη ύλη.



Σχήμα1.4 Γραφική απεικόνιση ενός συνθέτου κοκκώδους υλικού

1.5. Οργανικές μήτρες(polymer matrices)

Οι οργανικές μήτρες διακρίνονται σε:

(α) Θερμοπλαστικές: Πρόκειται για πολυμερή με γραμμικές αλυσίδες. Παρουσιάζουν δομή, όπου οι μοριακές αλυσίδες διασυνδέονται με ασθενείς δυνάμεις Van der Waals, που λύνονται με την αύξηση της θερμοκρασίας με αντιστρεπτή διαδικασία, καθιστώντας το υλικό πιο μαλακό σε υψηλές θερμοκρασίες.

Λόγω του χαμηλού τους κόστους, χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές ευρείας κατανάλωσης. Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα αποτελούν οι μήτρες πολυαιθυλενίου (PE) και πολυστυρενίου (PS). Ως ενισχυτικά υλικά θερμοπλαστικών μητρών, χρησιμοποιούνται φθηνά υλικά (αμίαντος, μαρμαρυγίες, κ.α.), ώστε και το τελικό προϊόν να είναι χαμηλής τιμής.

(β) Θερμοσκληρυνόμενες: Χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις όπου απαιτούνται καλύτερες μηχανικές ιδιότητες. Τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή παρουσιάζουν τρισδιάστατη δομή πλέγματος από πρωτογενείς ισχυρούς δεσμούς μεταξύ των μοριακών αλυσίδων. Αύξηση της θερμοκρασίας αυξάνει το πλήθος των διαμοριακών δεσμών καθιστώντας τα υλικά αυτά σκληρότερα και ψαθυρότερα. Τέτοιες μήτρες είναι:

- **Πολυεστερικές ρητίνες** που ενισχύονται με ίνες γυαλιού.
- **Εποξειδικές ρητίνες** με μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους 200°C, καλύτερες μηχανικές ιδιότητες από τις προηγούμενες και χρήση στη αεροναυπηγική.

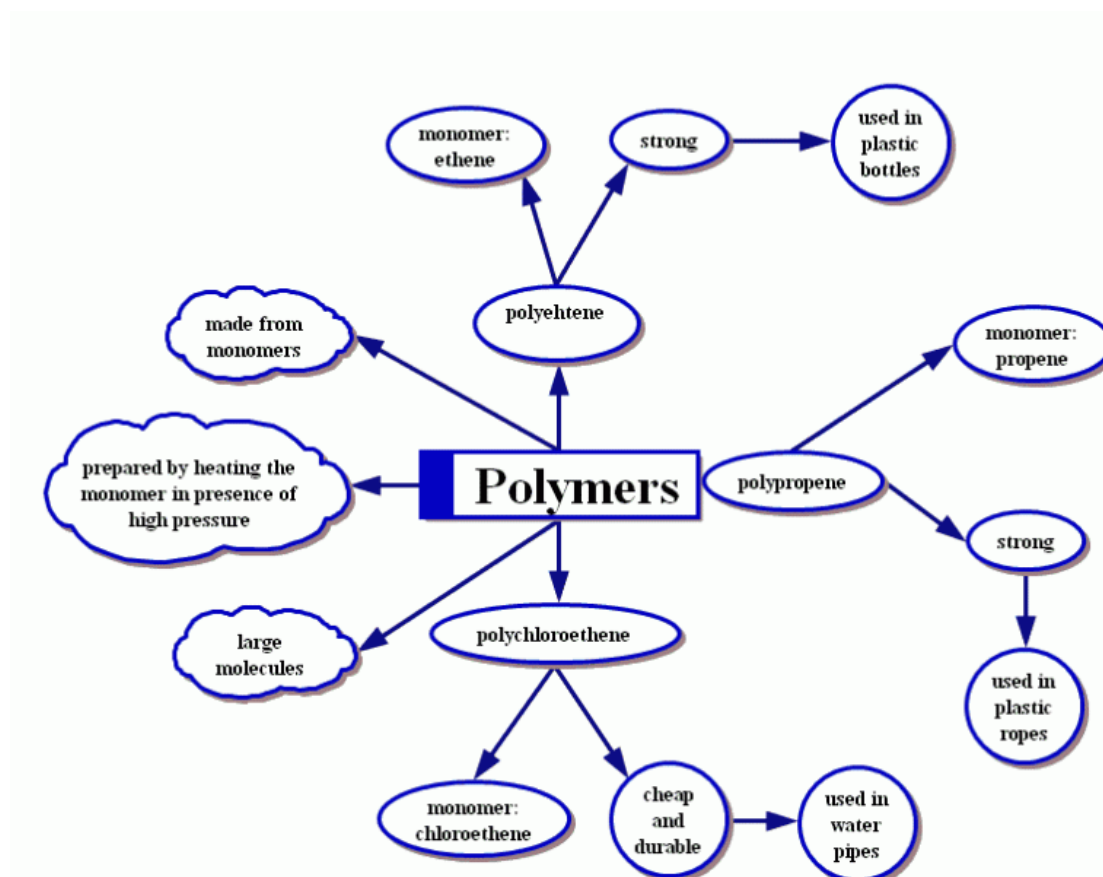
- **Φαινολικές ρητίνες**, οι οποίες έχουν χαμηλή πλαστικότητα και μέτριες μηχανικές ιδιότητες. Η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας τους φτάνει τους 400°C.



Σχήμα 1.5 Απεικόνιση μήτρας από εποξειδική ρητίνη

1.6.1.ΠΟΛΥΜΕΡΗ

Δομή πολυμερών

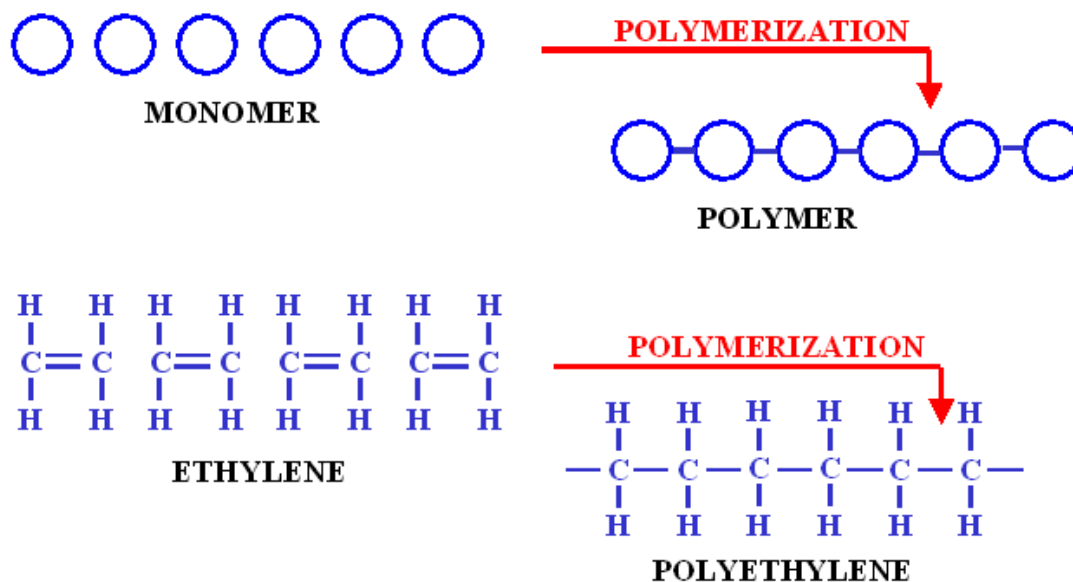


ΟΡΙΣΜΟΙ

Μονομερές είναι απλή χημική ένωση από την οποία μπορεί να ληφθεί ένα πολυμερές μέσω μιας επαναλαμβανόμενης αντίδρασης.

Τα **πολυμερή** είναι φυσικά ή τεχνητά υλικά που αποτελούνται από μόρια μεγάλων διαστάσεων, τα μακρομόρια. Δομικά συστατικά των μακρομορίων είναι τα μονομερή, τα οποία ενώνονται μεταξύ τους και σχηματίζουν τη μακρομοριακή αλυσίδα των πολυμερών. Το επαναλαμβανόμενο μονομερές (A) είναι η δομική μονάδα που

επαναλαμβάνεται σε όλη τη δομή του πολυμερούς .Το πολυμερές έχει την μορφή:



Σχήμα 1.6 Μορφή πολυμερών

Πολυμερισμός

Είναι η επαναλαμβανόμενη χημική αντίδραση με την οποία τα μόρια ενός ή περισσότερων μονομερών ενώνονται προς σχηματισμό του μορίου του πολυμερούς.

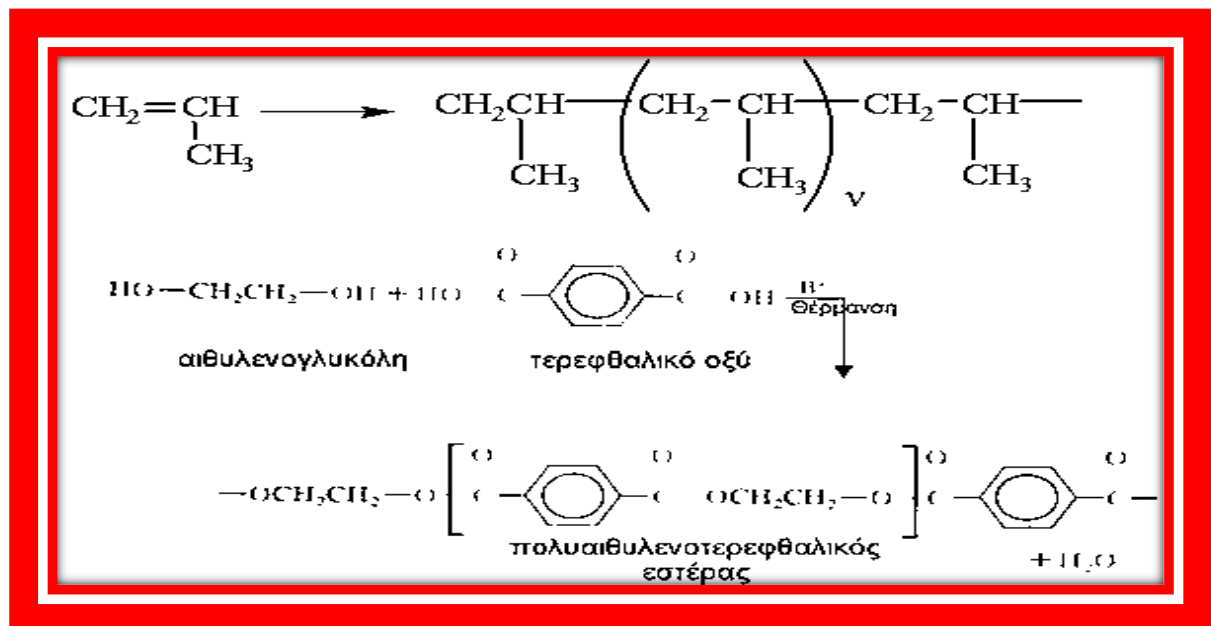
Βαθμός πολυμερισμού

Είναι ο αριθμός δομικών μονάδων που συμμετέχουν στην δομή του μορίου του πολυμερούς(στην πολυμερική αλυσίδα).Συμβολίζεται με DP(degree of polymerization).Επειδή , ωστόσο σε ένα πολυμερές τα μήκη των αλυσίδων ποικίλουν χρησιμοποιείται ο μέσος βαθμός πολυμερισμού DP μέσο. Τέλος ενώσεις με βαθμό πολυμερισμού ≤ 10 ονομάζονται ολιγομερή.

Μοριακό βάρος πολυμερούς

Είναι το γινόμενο του βαθμού πολυμερισμού επί το άθροισμα των ατομικών βαρών των στοιχείων της επαναλαμβανόμενης δομικής

μονάδας. Το M.B των περισσότερων βιομηχανικών πολυμερών κυμαίνεται από 10.000-1.000.000.

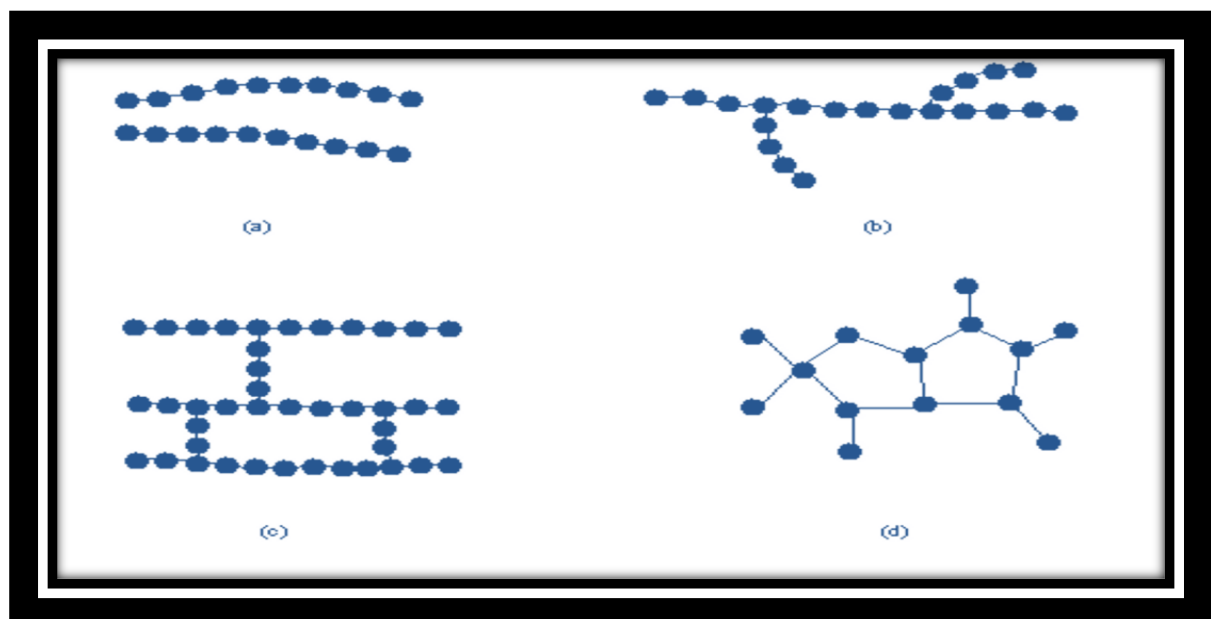


Σχήμα 1.7 Πολυμερισμός συμπύκνωσης

Ταξινόμηση πολυμερών

Αρχικά υπάρχουν αρκετοί κριτήρια ταξινόμησης των πολυμερών, κάποια από τα οποία θα αναφέρουμε αμέσως:

- Α. Ανάλογα με την αρχιτεκτονική της πολυμερικής αλυσίδας



Σχήμα 1.8 Τα είδη των πολυμερών

Όπως παρατηρούμε από την **εικόνα 1** υπάρχουν τέσσερα είδη αρχιτεκτονικής δομής της πολυμερικής αλυσίδας:

- Γραμμικό
- Διακλαδωμένο
- Διασταυρωμένα
- Δικτυωμένο

Γραμμικά (linear) :είναι τα πολυμερή που τα μόρια τους έχουν την μορφή απλής αλυσίδας και αναπτύσσονται σε μία διάσταση του χώρου. Μεταξύ των αλυσίδων αναπτύσσονται δυνάμεις Van Der Waals.Τέτοια παραδείγματα γραμμικών πολυμερών είναι το πολυστυρένιο, το ηγίον, το πολυβινυλοχλωρίδιο και το πολυαιθυλένιο.

Διακλαδωμένα (branched):είναι τα πολυμερή που τα μόρια τους έχουν την μορφή κλάδου δέντρου, αποτελούνται από μία βασική αλυσίδα από την οποία αναπτύσσονται πλευρικές διακλαδώσεις που δεν ανήκουν φυσικά στην δομή του μονομερούς και αναπτύσσονται σε δύο διαστάσεις του χώρου Η παρουσία πλευρικών αλυσίδων, ωστόσο, μειώνουν την πυκνότητα του πολυμερούς. Παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι το συμπολυμερές του αιθυλενίου-εξενίου.

Διασταυρωμένα (crosslinked):είναι τα πολυμερή που τα μόρια τους αποτελούνται από αλυσίδες που συνδέονται μεταξύ τους με διασταυρούμενες συνδέσεις σχηματίζοντας πλέγμα. Οι γειτονικές πλευρικές αλυσίδες, ωστόσο, ενώνονται μεταξύ τους με ομοιοπολικούς δεσμούς .Για παράδειγμα εδώ θα μπορούσαμε να αναφέρουμε τους πολυεστέρες, τις πολυουρεθάνες κλπ.

Δικτυωμένα (network): ονομάζονται έτσι διότι είναι τα πολυμερή που τα άτομα άνθρακα των ομάδων των μονομερών με τους τρεις ενεργούς ομοιοπολικούς δεσμούς που διαθέτουν, αναπτύσσονται στο τρισδιάστατο χώρο.

- **Β. Ανάλογα με το είδος των ατόμων που συμμετέχουν στην δομή της κύριας αλυσίδας:**

Ομοαλυσωτά: Η αλυσίδα τους αποτελείται από ένα είδος ατόμων:

Π.χ -A-A-A-A-A-A-A-

Ετεροαλυσωτά: Από περισσότερα είδη ατόμων:

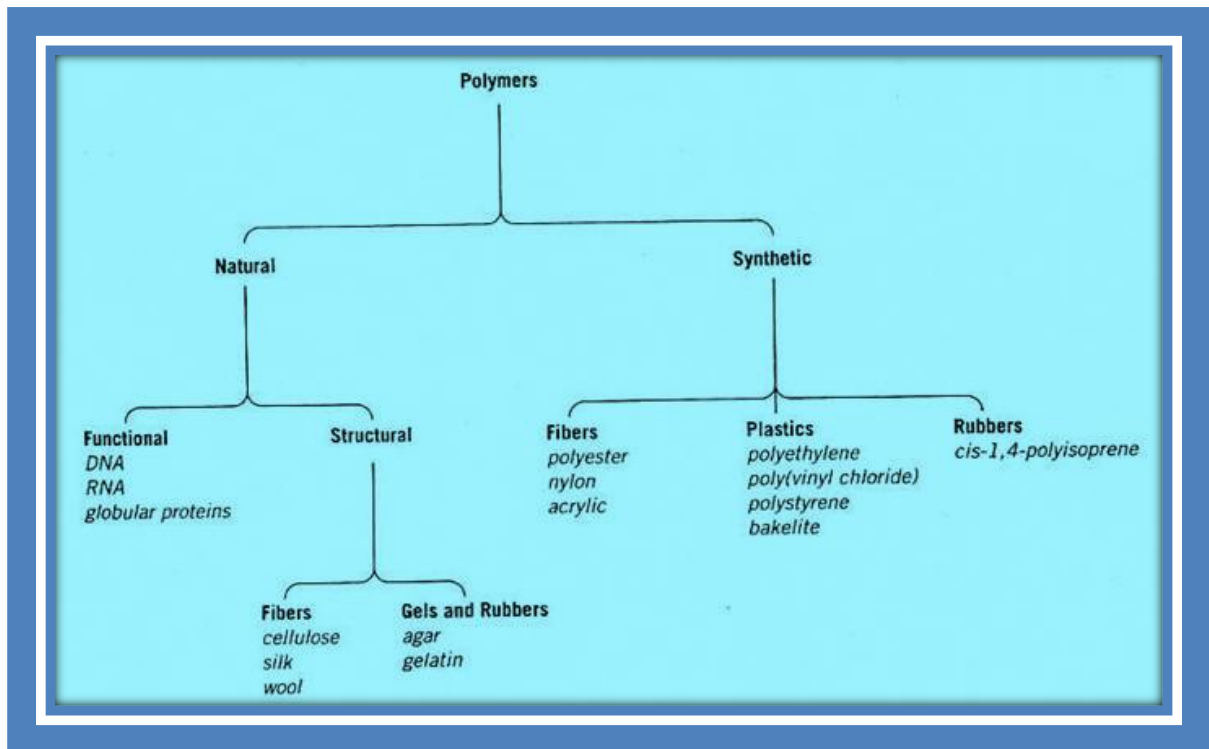
Π.χ -A-A-B-A-A-

- **Γ. Ανάλογα με την οργάνωση της κύριας αλυσίδας:**

Αυτό το κριτήριο έχει να κάνει με αν είναι ομοπολυμερή ή συμπολυμερή. Τα συμπολυμερή μπορεί να είναι τυχαία ή τυπικά, εναλασσόμενα, αδρομερές, και τέλος ενοφθαλμισμένο.

- **Δ. Ανάλογα με την προέλευση και την χημική σύσταση τους:**

Ένα πολυμερές μπορεί να είναι φυσικό, δηλαδή να λαμβάνεται απευθείας από την φύση (μαλλί, μετάξι). Επίσης μπορεί να είναι ημισυνθετικά που προκύπτουν από χημικό μετασχηματισμό φυσικών προϊόντων και τέλος τα συνθετικά που τα μονομερή που τα συνθέτουν δεν προέρχονται από την φύση.



Σχήμα 1.9 Κατηγορίες πολυμερών

➤ **Ε. Ανάλογα με την χρήση τους :**

Υπάρχουν τα πολυμερή ευρείας χρήσης, τα οποία παράγονται σε υψηλά ποσοστά και είναι σχετικά φθηνά , έχοντας ωστόσο ευρεία χρήση. Έπειτα, υπάρχουν τα τεχνικά πολυμερή με αξιοσημείωτες μηχανικές ιδιότητες κατάλληλα για τμήματα μηχανών .Τέλος, χρησιμοποιούνται και τα προηγμένα πολυμερή με άριστες μηχανικές ιδιότητες και κατάλληλα για υψηλές θερμοκρασίες , πράγμα που τα καθιστά ακριβά και μόνο για ειδικές εφαρμογές.

➤ **ΣΤ. Ανάλογα με τις μηχανοθερμικές ιδιότητές τους:**

Λαμβάνοντας υπόψιν την μηχανική συμπεριφορά κατά την θέρμανση ,τα πολυμερή κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες [35]:

- ✚ Θερμοπλαστικά (thermoplastics)
- ✚ Ελαστομερή (elastomers)
- ✚ Θερμοσκληρυνόμενα(thermo sets)

Τα **θερμοπλαστικά** πολυμερή μετά την θέρμανση μαλακώνουν και μετατρέπονται σε ρευστά πράγμα που οφείλεται στην χαλάρωση των μοριακών δεσμών. Έτσι μετά την επίδραση της θερμότητας και με την άσκηση της κατάλληλης υψηλής πίεσης μπορούν και μορφοποιούνται με σχετική ευκολία. Δομικά, τα θερμοπλαστικά πολυμερή αποτελούνται από γραμμικά μακρομόρια.

Τα **θερμοσκληρυνόμενα** πολυμερή κάτω από την επίδραση της θέρμανσης δεν μαλακώνουν αλλά σκληραίνουν μόνιμα όταν ψύχονται. Σε σχέση με τα θερμοπλαστικά θεωρούνται πολύ πιο σκληρά, ισχυρά, ψαθυρά αλλά και διακρίνονται από σταθερότητα διαστάσεων. Τυπικά θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή είναι οι αμινοπλάστες, οι πολυεστέρες καθώς και οι εποξειδικές ρητίνες.

Τέλος τα **ελαστομερή**, έχουν υπερελαστικότητα με αποτέλεσμα να μπορούν να υφίστανται μεγάλες παραμορφώσεις κατά την φόρτισή τους, αλλά εφόσον το φορτίο παύει να υφίσταται επανέρχονται στο αρχικό τους σχήμα. Το μέτρο ελαστικότητας Young (E) είναι αρκετά μικρό και παρατηρώντας την καμπύλη τάσεων – παραμορφώσεων, μπορούμε να διακρίνουμε ότι στην ελαστική περιοχή η σχέση δεν είναι γραμμική.

1.6.2.Γενικά στοιχεία δομής πολυμερών

Η δομή των πολυμερών καθορίζεται από αρκετούς παράγοντες, που καθορίζουν άλλοι την φυσική και άλλοι την χημική δομή των πολυμερών. Αρχικά, οφείλουμε να αναφέρουμε την σύσταση. Τα πολυμερή αποτελούνται κυρίως από άτομα άνθρακα και υδρογόνου και οι παράμετροι της σύστασης έχουν να κάνουν είτε με την σύσταση της πολυμερικής αλυσίδας είτε με των υποκαταστατών της, καθώς και με τον τρόπο σύνδεσης των αλυσίδων μεταξύ τους. Στην συνέχεια, τα πολυμερή χαρακτηρίζονται από χαμηλά σημεία τήξης, αλλά και ότι είναι μονωτές θερμότητας και ηλεκτρισμού πράγμα που τα καθιστά χρήσιμα

για εφαρμογές ως θερμομονωτικά υλικά .Αυτό συμβαίνει διότι λόγω των ομοιοπολικών δεσμών των πολυμερών δεν επιτρέπουν ελεύθερο ηλεκτρικό φορτίο, άρα εμφανίζουν μεγάλη ειδική ηλεκτρική αντίσταση .Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο για τα πολυμερή είναι ότι έχουν χαμηλή πυκνότητα διότι τα C,H εμφανίζουν μικρά ατομικά βάρη και η δομή τους είναι ανοιχτή. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιων πολυμερών είναι τα θερμοπλαστικά .Όσο αφορά τα συνθετικά πολυμερή χωρίζονται στα πολυμερή συμπύκνωσης και τα πολυμερή συνθήκης .Τα πρώτα προκύπτουν με αντίδραση δύο μορίων πολυμερών διαφορετικών ομάδων .Εδώ παρατηρούνται στην κύρια αλυσίδα και άλλα άτομα εκτός από αυτά του υδρογόνου και άνθρακα .Τα μεν δεύτερα, προκύπτουν από διαδοχικές αντιδράσεις πολυμερών μέχρι να προκύψει το τελικό πολυμερές .Εδώ, στην κύρια αλυσίδα παρατηρούνται μόνο άτομα άνθρακα. Τέλος τα συνηθέστερα μοριακά βάρη των πολυμερών υπολογίζονται από τον τύπο.

$$M_N = \frac{\sum_{i=1}^n f_i * M_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (1)$$



Σχήμα 1.10 Κατανομή μοριακού βάρους του πολυμερούς

1.6.3 Πρόσθετα υλικά στα πολυμερή

Ήδη από τις αρχές ανάπτυξης των πολυμερών στην βιομηχανία ήταν έντονη η επιθυμία των ανθρώπων για πρόσθετα στοιχεία στα πολυμερή με σκοπό την πρόσδοση χρήσιμων ιδιοτήτων και κατασκευή ακόμα καλύτερων σύνθετων υλικών. Ένα καλό παράδειγμα εδώ θα ήταν η τοποθέτηση ινών άνθρακα στους σκελετούς π.χ ποδηλάτων με σκοπό την μείωση της μάζας . Σε αυτό το σημείο θα ήταν χρήσιμο να αναφέρουμε ότι τα πρόσθετα υλικά στα πολυμερή είναι αυτά που διασκορπίζονται μέσα στο πολυμερές , χωρίς όμως να αλλάζουνε την δομή του. Άρα είναι σωστό να πούμε ότι οι σκληρυντές ή οι καταλύτες εξαιρούνται αυτής της κατηγορίας.

Ταξινόμηση σύνθετων υλικών

Υλικά που τροποποιούν τις μηχανικές ιδιότητες

- Πλαστικοποιητές
- Εγκλείσματα
- Μέσα δυσκαμψίας

Υλικά που μειώνουν το κόστος

- Διαλύτες
- Κοκκώδη εγκλείσματα

Υλικά που βοηθούν την παραγωγή

- Σταθεροποιητές
- Λιπαντικά
- Θιξοτροπικά μέσα

Επίσης υπάρχουν και άλλες κατηγορίες σύνθετων υλικών που βελτιώνουν αρκετά και διάφορες άλλες ιδιότητες, όπως τις ιδιότητες επιφανείας και τις οπτικές ιδιότητες.

Ο Μηχανισμός της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων στα πολυμερή

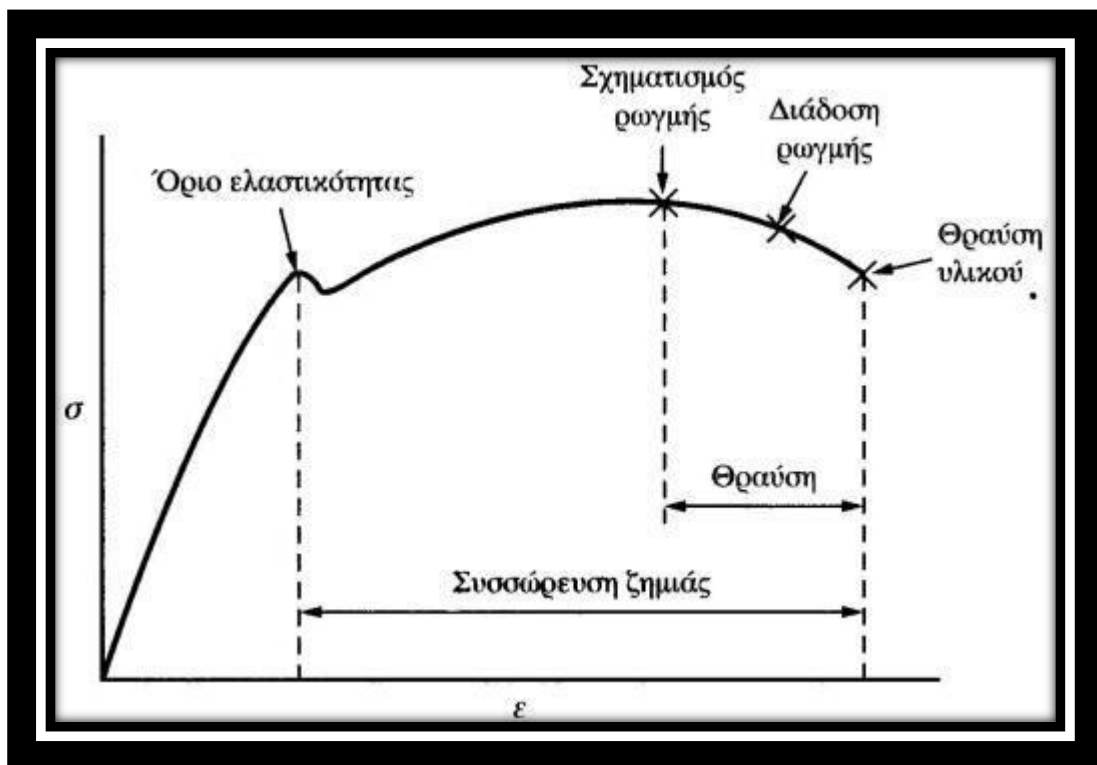
Το γεγονός ότι πολύ λεπτά σωματίδια ή ινώδη υλικά ενσωματώνονται στην μήτρα του πολυμερούς, είτε αυτό συνεπάγεται ανόργανη είτε οργανική φύση, συνδέεται άρρηκτα με κάποιες βασικές ιδιότητες του υλικού όπως: μηχανικές, θερμικές, ηλεκτρικές αλλά αυτό που έχει την πλείστη σημασία είναι η βελτίωση των φυσικοχημικών ιδιοτήτων. Έτσι, όπως είναι λογικό τα εγκλείσματα δεν έχουν όλα την ίδια αποτελεσματικότητα, γι' αυτό το λόγο διακρίνονται σε αδρανή, τα οποία δεν βελτιώνουν καθόλου τις ιδιότητες του υλικού μας, αλλά χρησιμοποιούνται μόνο για μείωση του κόστους ή ακόμα και αλλαγή χρωματισμού και φυσικά τα ενεργά τα οποία με την σειρά τους είναι υπεύθυνα για ενίσχυση και αντοχή των ιδιοτήτων του εκάστοτε υλικού.

Στην συνέχεια αν μελετήσουμε τα ενεργά εγκλείσματα εύκολα διαπιστώνουμε ότι η δραστηριότητά τους έχει δύο σκέλη. Το πρώτο σκέλος έχει να κάνει με την **δομική δραστηριότητα** που εννοεί την ικανότητα του εγκλείσματος να επηρεάζει την δομή του πολυμερούς, με τέτοιο τρόπο ώστε να παρατηρούνται αλλαγές στο μέγεθος, το σχήμα αλλά και στην κατανομή των δομικών μονάδων. Το δεύτερο σκέλος έχει να κάνει με την **κινητική δραστηριότητα**, που εννοεί την ικανότητα του εγκλείσματος να παίζει ενεργό ρόλο στις θερμοδυναμικές παραμέτρους του σύνθετου υλικού.

Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι η ενίσχυση του υλικού λόγω των ενεργών εγκλεισμάτων μπορεί να συσχετισθεί άμεσα με την ενέργεια θραύσης

ω του πολυμερούς, μετρώντας το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη τάσεων –παραμορφώσεων και υπακούει στον τύπο:

$W = \int_{L_0}^{L_b} \sigma dL$ Από L_0 μέχρι L_b , όπου L_0 είναι το αρχικό μήκος του, και L_b το μήκος του δοκιμίου στην θραύση καθώς και σ είναι η επιβαλλόμενη τάση.



Σχήμα 1.11. Ενέργεια θραύσης του υλικού

Η παρουσία των εγκλεισμάτων ωστόσο συνοδευόμενη από την αύξηση της ενέργειας θραύσης ανά μονάδα όγκου , είναι από τα κύρια χαρακτηριστικά της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων στα πολυμερή στην ελαστική κατάσταση. Έτσι ,μπορούμε να κατατάξουμε τα εγκλείσματα σε ενεργά αν και εφόσον αυξάνουν την ενέργεια θραύσης και αδρανή εκείνα που δεν επιτυγχάνουν αύξηση .Εδώ αξίζει να

σημειωθεί ότι το μέγεθος είτε της αύξησης , είτε της ελάττωσης της ενέργειας θραύσης εξαρτάται αποκλειστικά από την φύση των εγκλεισμάτων.

Άλλος εξίσου σημαντικός τρόπος ελέγχου της ενισχυτικής δράσης των εγκλεισμάτων είναι η επίδρασή τους στην αντοχή των συνθέτων υλικών .Όπως είναι αναμενόμενο όμως, η αντοχή ενός σύνθετου υλικού καθορίζεται από πολλούς παράγοντες λόγω αλληλεπίδρασης μήτρας και εγκλεισμάτων .Έτσι, γιατί η διαφορετική δομή της ενδιάμεσης φάσης είναι σημαντικός παράγοντας που καθορίζει τις φυσικοχημικές και μηχανικές ιδιότητες συνθέτου υλικού .Η γενική διαπίστωση που προκύπτει ωστόσο ,είναι ότι η αντοχή ενός συνθέτου υλικού αυξάνει ραγδαία με την περιεκτικότητα του εγκλείσματος. Υπάρχει ωστόσο, όπως είναι λογικό κάποιο όριο για το ποσό των εγκλεισμάτων έστω και **θεωρητικό που κάνει** πιθανή την ύπαρξη ενδιάμεσης φάσης μεταξύ των σωματιδίων.

Τέλος, η ενίσχυση των πολυμερών με την προσθήκη λεπτών κοκκωδών σωματιδίων οφείλεται στον σχηματισμό ενός συνεχούς ενισχυτικού σκελετού ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης των σωματιδίων μεταξύ τους. Όπως προαναφέρθηκε, η αντοχή ενός σύνθετου υλικού αυξάνει με την περιεκτικότητα σε έγκλεισμα, με άνω όριο περιεκτικότητας(βέλτιστη) εκείνη που προκαλεί κορεσμό των κέντρων προσρόφησης μακρομορίων πάνω στην επιφάνεια του εγκλείσματος[18].

Θερμοκρασία τήξης-υαλώδους μετάπτωσης

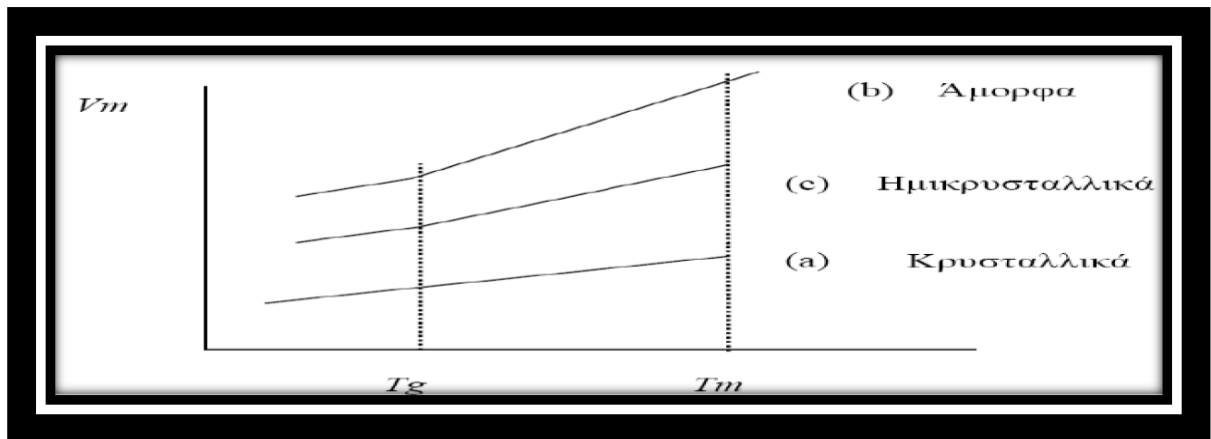
Υπάρχει μία κρίσιμη θερμοκρασία **T_g** πάνω από την οποία το πολυμερές αρχίζει και συμπεριφέρεται όλκιμα, ενώ κάτω από αυτή συμπεριφέρεται ως ψαθυρό και εύθραυστο υλικό. Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης(glass transition temperature).Κατά την ψύξη η **T_g** του πολυμερούς αντιστοιχεί στο σταδιακό μετασχηματισμό του από υγρό σε ελαστόμορφο υλικό και τελικά σε άκαμπτο.Η θερμοκρασία υαλώδους μετάπτωσης αυξάνει με την

παρουσία πλευρικών ομάδων στο μόριο του πολυμερούς και με την ύπαρξη διπλών δεσμών και αρωματικών ομάδων στις αλυσίδες. Ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας αύξησης της T_g είναι και η αύξηση του μοριακού βάρους. Επιλογικά αξίζει να αναφέρουμε ότι οι δεσμοί διασταύρωσης ανεβάζουν το T_g διότι περιορίζουν την μοριακή κίνηση καθιστώντας το υλικό πιο άκαμπτο.

ΥΛΙΚΟ	Θερμοκρασία ναλώδους μετάπτωσης (°C)	Θερμοκρασία τήξης (°C)
LDPE	-110	115
HDPE	-90	137
PP	-18	175
Nylon 6.6	57	165
PET	69	265
PVC	87	212
PS	100	240

Πίνακας 1.1 Θερμοκρασίες ναλώδους μετάπτωσης – τήξης για τα βασικότερα πολυμερή.

Ως θερμοκρασία τήξης T_m , μπορούμε να ορίσουμε την θερμοκρασία κατά την οποία ένα στερεό πολυμερές με τακτική δομή μοριακών αλυσίδων μετατρέπεται σε παχύρευστο υγρό με τυχαία δομή. Η κρυσταλλικότητα επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την θερμοκρασία τήξης. Όσο πιο μεγάλος είναι ο βαθμός κρυστάλλωσης σε ένα πολυμερές, τόσο περισσότερη ενέργεια απαιτείται για τον διαχωρισμό των μορίων, με αποτέλεσμα η T_m να αυξάνεται, γεγονός που μαρτυρά ότι τα άμορφα πολυμερή έχουν χαμηλότερες T_m . Παρακάτω επισυνάπτεται το διάγραμμα του ειδικού όγκου V_m συναρτήσεως της θερμοκρασίας[28].



Σχήμα 1.12 Γραφική παράσταση ειδικού όγκου συναρτήσει της θερμοκρασίας κατά την ψύξη.

Από το διάγραμμα παρατηρούμαι ότι για τα κρυσταλλικά υλικά υπάρχει συνεχής αλλαγή του ειδικού όγκου στην T_m . Για τα άμορφα υλικά ωστόσο, η καμπύλη είναι συνεχής μεν, με μία μικρή μείωση κλίσης δε στην T_g . Τέλος, για τα ημικρυσταλλικά υλικά η συμπεριφορά της καμπύλης θεωρείται ενδιάμεση.

Ο ρυθμός ψύξης καθορίζει και το βαθμό κρυσταλλικότητας του πολυμερούς. Στα κρυσταλλικά πολυμερή, για παράδειγμα στην θερμοκρασία τήξης T_m , παρατηρείται αλλαγή φάσης από άμορφο σε κρυσταλλικό καθώς το υλικό προλαβαίνει να σχηματίσει περιοδική δομή. Στα ημικρυσταλλικά, παρατηρείται μερική κρυστάλλωση στο σημείο τήξης. Αντιθέτως, στα άμορφα πολυμερή, το υλικό δεν προλαβαίνει να κρυσταλλωθεί κατά την ψύξη και μένει σε άμορφη κατάσταση με αποτέλεσμα την εμφάνιση μεταβολής στο ρυθμό μείωσης του ειδικού όγκου του πολυμερούς. Ωστόσο, σε περιπτώσεις που υπάρξει κρυστάλλωση του υλικού, παρατηρείται ασυνέχεια στον μοριακό όγκο κατά την θερμοκρασία τήξης. Αν δεν υπάρξει κρυστάλλωση, ο ρυθμός μεταβολής όγκου-μεταβολής δεν αλλάζει στην θερμοκρασία τήξης και η υγρή δομή παραμένει κάτω από την T_m . Αναφέρεται ότι οι απλές πολυμερικές αλυσίδες κρυσταλλώνονται αρκετά εύκολα [28]. Σε θερμοκρασίες μικρότερες του T_g ένα πολυμερές μπορεί να βρίσκεται σε ημικρυσταλλική μορφή όπου οι κρυσταλλικές περιοχές βρίσκονται σε ισορροπία με άμορφες περιοχές ή και ακόμα καθαρά άμορφη υαλώδη κατάσταση. Σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες του T_g οι άμορφες περιοχές

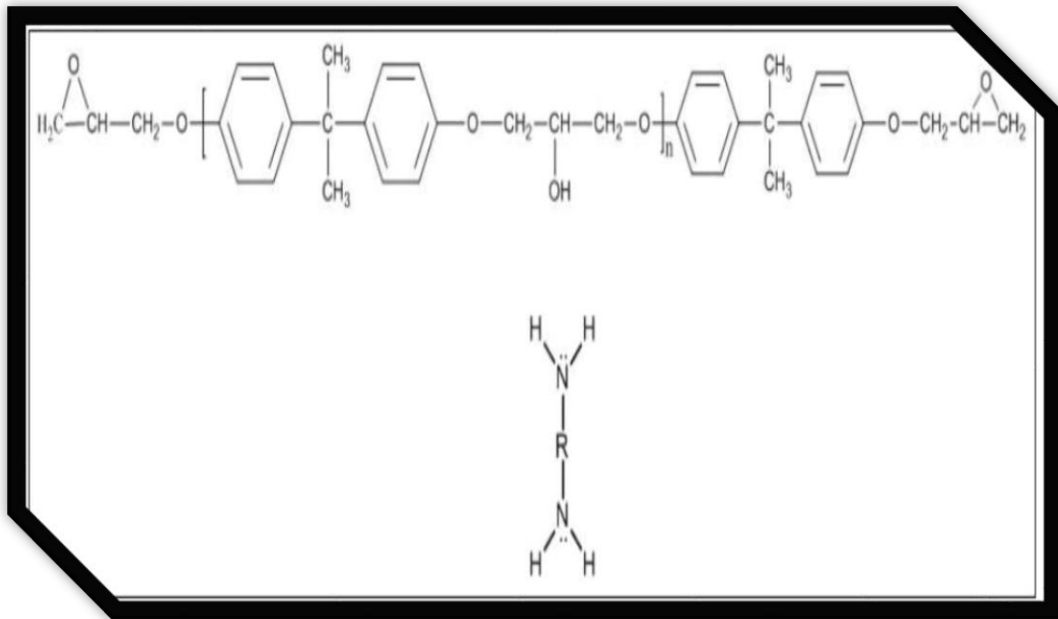
είναι σε ρευστή κατάσταση[29] .Επιλογικά, αναφέρεται ότι η θερμοκρασία τήξης και υαλώδους μετάπτωσης καθορίζουν αντίστοιχα το ανώτερο και κατώτερο θερμοκρασιακό όριο για τις κατεργασίες των πολυμερών.

1.7.1.ΡΗΤΙΝΕΣ

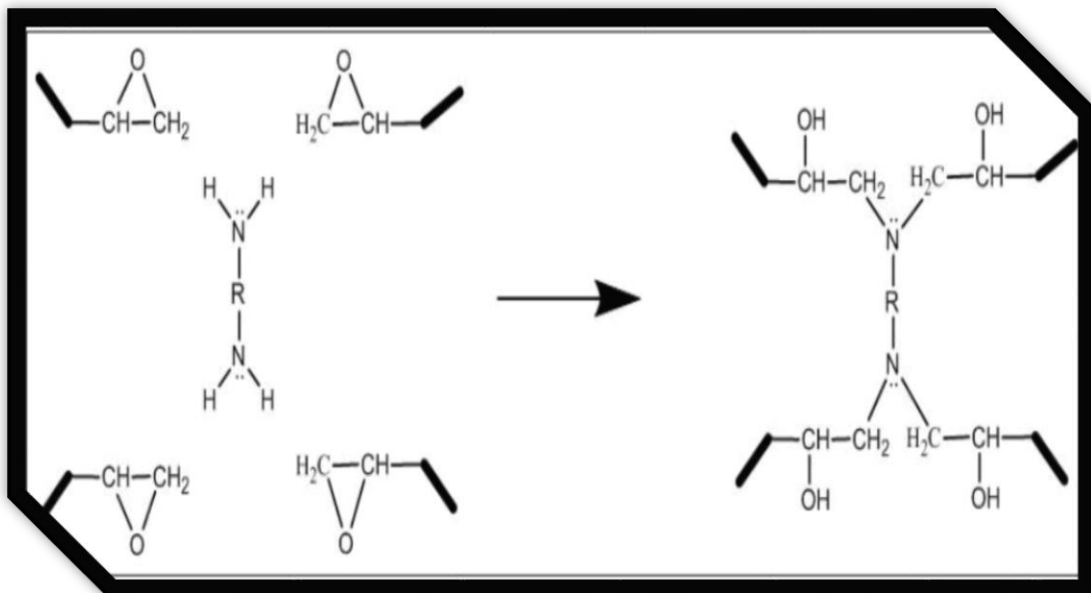
Γενικά:Η ιστορία των ρητινών ξεκινά από τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο, αλλά η εμπορική τους διαθεσιμότητα παίρνει σάρκα και οστά από το 1950 και έπειτα όπου οι εποξειδικές ρητίνες προσφέρουν υψηλή απόδοση σε μεγάλες θερμοκρασίες .Λόγω των ιδιοτήτων τους γίνονται ανάρπαστες στην βιομηχανία με την πλέον διαδεδομένη εφαρμογή τους ως μήτρες στα σύνθετα υλικά[47] , πράγμα που θα αποτελέσει και αντικείμενο της παρούσας εργασίας.

Λίγα λόγια για τις εποξειδικές ρητίνες

Οι εποξειδικές ρητίνες ανήκουν στην οικογένεια των θερμοσκληρυνόμενων πολυμερών και χαρακτηρίζονται από την παρουσία του οξιρανικού δακτυλίου. Ανάλογα με τον αριθμό των δακτυλίων στο μόριο, οι εποξειδικές ρητίνες χωρίζονται σε διδραστικές και πολυδραστικές. Οι διδραστικές περιέχουν δύο οξιρανικούς δακτυλίους και οι ποουλυδραστικές τρεις ή περισσότερους. Ο οξιρανικός δακτύλιος αντιδρά με ένα ευρύ φάσμα άλλων οργανικών ενώσεων. Για την ένωση δύο μορίων στα άκρα των οποίων υπάρχει η συγκεκριμένη ομάδα, απαιτείται ένα τρίτο μόριο που χρησιμοποιείται σαν συνδετικός κρίκος, έτσι ώστε να ξεκινήσει η αντίδραση που οδηγεί στο σχηματισμό ενός τρισδιάστατου δικτύου. Το μόριο αυτό ονομάζεται σκληρυντής και τις περισσότερες φορές είναι κάποιος διδραστικός ανυδρίτης ή αρκετές φορές και αμίνη. Υπάρχουν και κάποιες φορές, ωστόσο, που χρησιμοποιούνται και κάποιες άλλες χημικές ουσίες σαν εκκινητές για την ομαλότερη διαδικασία της αντίδρασης. Στο εμπόριο, το μεγαλύτερο κομμάτι των ρητινών που κυκλοφορεί αποτελείται από μίγματα μακρομορίων που φέρουν στα άκρα τους τον οξιρανικό δακτύλιο[47], περιέχοντας επιπλέον και αρωματικούς δακτύλιους συνοδευόμενα από συστήματα σκληρυντών και εκκινητών. Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων ρητινών ακολουθούν στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 1.13: Διδραστικό μόριο και εκκινητής (διαμίνη).



Σχήμα 1.14: Σχηματική αναπαράσταση αντίδρασης διαμίνης με τους οξιρανικούς δακτυλίους μακρομορίων

1.7.2.ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΡΗΤΙΝΩΝ

Τα πολυμερή ανάλογα με την μορφή στην οποία διατίθενται για περαιτέρω επεξεργασία τους διακρίνονται σε αρκετές κατηγορίες. Αρχικά, αξίζει να πούμε δύο λόγια για τις συνθετικές ρητίνες[35].

Συνθετικές ρητίνες: Είναι πρώτες ύλες χαμηλού μοριακού βάρους αποτελούμενα από μακρομοριακές ενώσεις σε υγρή κατάσταση, ενίοτε μπορεί να είναι και διαλυτά ή τηκόμενα στερεά. Ωστόσο, για να αποκτήσουν την απαιτούμενη αντοχή χρειάζονται την κατάλληλη επεξεργασία. **Οι δύο μεγάλες κατηγορίες που προκύπτουν από τις συνθετικές ρητίνες , είναι:**

- **Βασικές ύλες** για κόλλες, βερνίκια και επιχρίσματα υπό την μορφή διαλυμάτων ή γαλακτωμάτων που χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε πάσης φύσεως οικοδομικές εργασίες.
- **Τεχνικές ρητίνες** που χρησιμοποιούνται ως μέσα σύνδεσης για ξύλινες κατασκευές, δέρματα και ενδιάμεσα προϊόντα για την κυρίως επεξεργασία των πολυμερών, ενώ ταυτόχρονα με τα πρόσθετα διαμορφώνουν την πρώτη ύλη για την παραγωγή των τελικών προϊόντων του εμπορίου για πολυμερή με μορφοποίηση υπό θέρμανση και πίεση[35].

Έπειτα θα αναφέρουμε τις τεχνητές ρητίνες που αποτελούνται από μία ευρεία συλλογή πολυμερών ,χωριζόμενες και αυτές με την σειρά τους σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

1.7.3.Σκληρυνόμενες τεχνητές ρητίνες

- **Θερμοσκληρυνόμενες ρητίνες:**Είναι η κατηγορία ρητινών που σκληραίνουν μόνιμα κατά την διάρκεια του πολυμερισμού και της σκληρυνσής τους (curing).Παραδείγματα τέτοιων ρητινών είναι οι εποξειδικές(εποxy) , οι φαινολικές (phenolic),οι βινυλεστερικές (vinylester) και τέλος οι πιο διάσημες οι πολυεστερικές ρητίνες που

χρησιμοποιούνται ευρύτατα. Αυτών των ειδών οι ρητίνες αναμιγνύονται με φυσικές ρητίνες, όπως το κολοφώνιο ή λινέλαιο δίνουν πλείστα υλικά που διαλύονται μόνο στα έλαια. Χρησιμοποιούνται στην παρασκευή βερνικιών και χρωμάτων , κυρίως για εξωτερικές επιφάνειες και επιδεικνύουν εξαιρετική αντοχή στις καιρικές συνθήκες και την ταχεία ξήρανση[35].

- **Μονομερείς ρητίνες χυτεύσεως:**Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι το πολυμεθακρυλικό μεθύλιο.

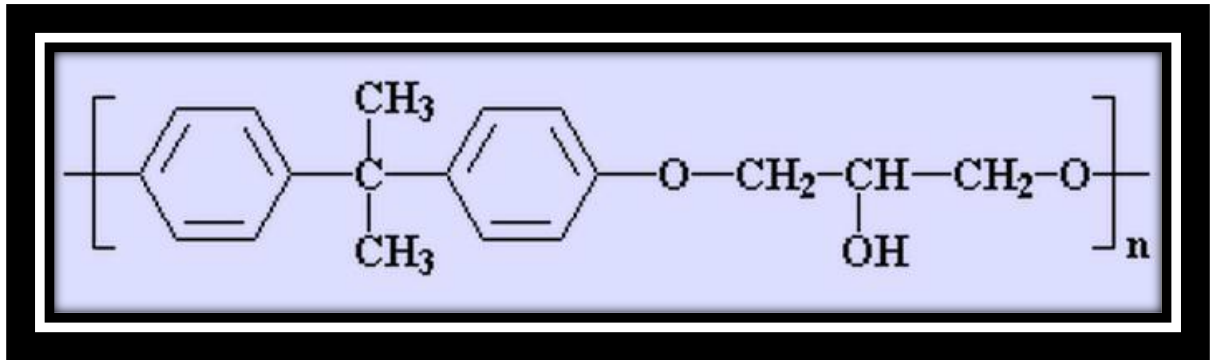
Ρητίνες για βερνίκια, μέσα διαποτίσεως και κόλλες

- **Θερμοπλαστικές ρητίνες:** Είναι διαλύματα που περιέχουν πτητικούς διαλύτες σε ποσοστό από 20-60% καθώς επίσης και αραιές υδατικές διασπορές. Τέτοιες ρητίνες είναι το πολυχλωριούχο βινύλιο, το πολυοξικό βινύλιο καθώς και η πολυβινυλική αλκοόλη.
- **Ρητίνες σκληρυνόμενες ως πλέγμα:** Ρητίνες αυτής της κατηγορίας, είναι οι ρητίνες φορμόλης-ουρίας, οι οποίες διαλύονται σε οινόπνευμα και στους υδρογονάνθρακες, οι ακόρεστες πολυεστερικές ρητίνες, οι εποξειδικές ρητίνες, η πολυουρεθάνη. Τα βερνίκια προερχόμενα από αυτή την κατηγορία είναι άχρωμα και ανθεκτικά στο φως, έχουν υψηλή αντοχή στις καιρικές συνθήκες και ξεραίνονται ταχύτατα. Τέλος, η μεμβράνη που σχηματίζεται πάνω στην χρωματιζόμενη επιφάνεια, έχει υψηλή αντοχή[35] αλλά και αξιοσημείωτη σκληρότητα.

1.7.4.Εποξειδική ρητίνη

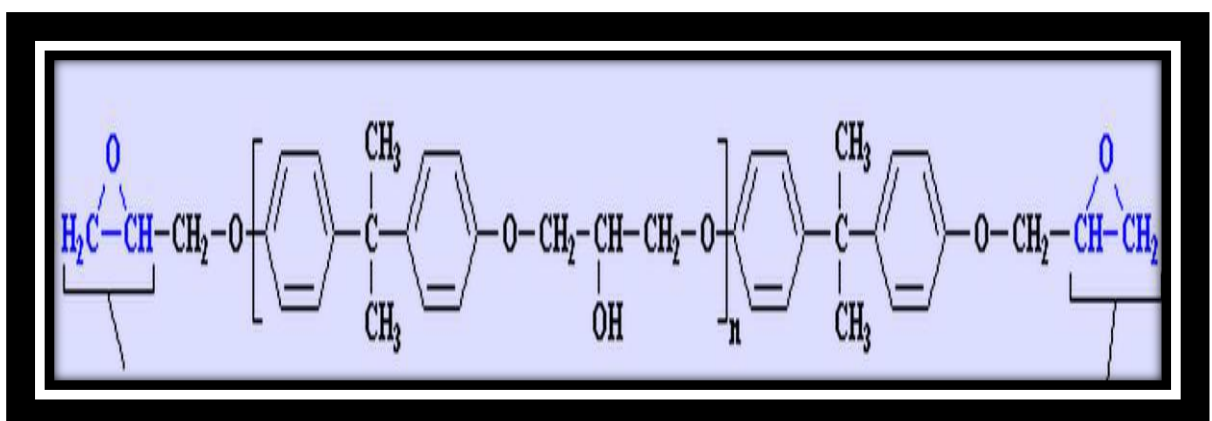
Εισαγωγικά σχόλια

Εποξειδικό ή πολυεποξειδικό είναι ένα θερμοσκληρυνόμενο πολυμερές. Οι εποξειδικές ρητίνες αποτελούνται από αλυσίδες που έχουν τουλάχιστον δύο επόξυ-ομάδες.



Σχήμα 1.15. Δομή Εποξειδικής Ρητίνης.

Οι εποξειδικές ρητίνες μπορεί να βρίσκονται είτε σε ρευστή είτε σε στερεή κατάσταση από πλευράς σύστασης. Οι στερεές εποξειδικές ρητίνες είναι άκαμπτα άμορφα στερεά που μοιάζουν με γυαλί. Για να μελετήσουμε την δομή των εποξειδικών ρητινών αν και εφόσον εμπεριέχουν κάποιο πρόσθετο όπως σκληρυντής ή πλαστικοποιητής, χρησιμοποιούμε την βοήθεια ηλεκτρονικών μικροσκοπίων και έτσι μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι ρητίνες αποτελούνται από μικρού μεγέθους μακρομόρια τρισδιάστατα διακλαδωμένα δίκτυα ή συσσωματώματα, μέτριου μοριακού βάρους, τοποθετημένα σε ένα πλαίσιο από μόρια μικρού μοριακού βάρους[2,50].



Σχήμα 1.16. Μορφή μη τροποποιημένης εποξειδικής ρητίνης.

1.7.5.Ιδιότητες υγρών εποξειδικών ρητινών

- Υπόκεινται σε μικρή συστολή κατά τον πολυμερισμό κατά την διάρκεια της επεξεργασίας τους ,πράγμα που αποτελεί και ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα των εποξειδικών ρητινών[2,50] όπως θα δούμε και στην συνέχεια.
- Εξασφαλίζουν πρόσφυση σε υγρές και ξηρές επιφάνειες, ενώ στερεοποιούνται και κάτω από την επιφάνεια ύδατος. Η πρόσφυση επιτυγχάνεται πάνω σε δομικά υλικά , όπως στο σκυρόδεμα, το μάρμαρο την πέτρα και το ξύλο.
- Ανάλογα με την πολυπλοκότητα της εκάστοτε εφαρμογής, οι βασικές ιδιότητες των συγκεκριμένων ρητινών μπορούν να τροποποιούνται κατά βούληση, όπως η χρήση κάποιων πρόσθετων υλικών, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα την ποικιλία εφαρμογών τους.
- Εξαιρετική χημική σύσταση άμεσα εξαρτώμενη του προσθέτου που χρησιμοποιείται, καθώς και αρκετά υψηλή αντίσταση στα καυστικά και στα οξέα.
- Διακρίνονται για την υψηλή αντοχή τους, την δυσθραυστότητά τους και το γεγονός ότι δεν έχουν όγκο κατά σκλήρυνση. Είναι μη διαβρωτικές και κατάλληλες για χρήση σε κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα ή ακόμα και δομικό χάλυβα.
- Μία από τις μεγαλύτερες δυνάμεις συγκόλλησης που έχουν διαπιστωθεί στην σύγχρονη τεχνολογία πλαστικών. Έχουν επίσης άριστη ηλεκτρική μόνωση και γενικά υψηλές μηχανικές ιδιότητες. Η επεξεργασία τους γίνεται εύκολα σε θερμοκρασιακά όρια από 5-150 βαθμούς κελσίου , εξαρτώμενο ωστόσο και από το πρόσθετο.
- Έχουν χαμηλή υγροσκοπικότητα και ικανοποιητική αντοχή στην επίδραση διαλύματος οξέων, βάσεων και πολλών οργανικών διαλυτών. Το ιξώδες τους , είναι χαμηλό με αποτέλεσμα να μπορούν να κατεργαστούν εύκολα.

1.7.6.Ιδιότητες στερεών εποξειδικών ρητινών

Σε σύγκριση με τις υγρές εποξειδικές ρητίνες, οι στερεές έχουν το πλεονέκτημα ότι η επεξεργασία τους καθίσταται πιο εύκολη, έχουν αρκετά ψηλότερη μηχανική αντοχή, υψηλότερη χημική αντίσταση και άριστο κολλώδες[2,50]. Επίσης, αυτό που χαρακτηρίζει τις στερεές εποξειδικές ρητίνες είναι η ισχυρότατη αντίσταση τριβής.

Εδώ αξίζει να αναφέρουμε ότι λόγω των ιδιοτήτων των εποξειδικών ρητινών αναπτύχθηκαν ταχύτατα και η χρήση τους, έγινε ευρεία, σε σημείο που σχεδόν πάντοτε το ένα από τα προϊόντα που διαμορφώνουν ένα σύνθετο υλικό να είναι εποξειδική ρητίνη και σε αρκετές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται και μόνες τους.

1.7.7.Εφαρμογές εποξειδικών ρητινών

Με την εξέλιξη των εποξειδικών ρητινών, σε σημείο που η χρήση τους έγινε ευρεία, οι εποξειδικές ρητίνες βρήκαν εφαρμογές σε πολλούς τομείς:

- Στην βιομηχανία κατασκευής αεροσκαφών, πλοίων και αυτοκινήτων, όπου οι εποξειδικές ρητίνες χρησιμοποιούνται ως βασικό συγκολλητικό σε δόκιμα μέρη της ατράκτου αεροσκαφών, σε μεταλλικά και πλαστικά τμήματα σε βάρκες και αυτοκίνητα, επειδή έχουν τέλεια στεγανότητα υψηλή κλάσεως.
- Στις κατασκευές κτιρίων και αυτοκινητόδρομων, γενικότερα δηλαδή, ως βασικό συγκολλητικό σκυροδέματος και σε κατασκευές που έχουν απαιτήσεις για υψηλή χημική αντίσταση.
- Στην κατασκευή τριχών για πινέλα.

- Ως φυλλώδεις ρητίνες (laminated resins) , για την κατασκευή πλαισίων και τελειωμάτων αεροσκαφών και πυραύλων.
- Συστήματα εποξυ-ρητινών που χρησιμοποιούνται σαν συγκολλητικά, επικαλυπτικά και σαν μέσα ενσωμάτωσης ηλεκτρικών εξαρτημάτων.
- Σαν διαλύματα επίστρωσης, που έχουν βασικό συστατικό την ρητίνη, που χρησιμεύουν για την συντήρηση και την κατασκευή τελειωμάτων, όπως τελειώματα αεροσκαφών, λιθοδομής . Επίσης, χρησιμοποιούνται για επαλείψεις κατασκευαστικού χάλυβα, πτυσσόμενων αγωγών και πλακών σκυροδέματος.
- Ως τυπικές εφαρμογές χυτών εποξυ-ρητινών αποτελούν οι κατασκευές ανθεκτικών σε χημικά αντλιών και σωλήνων, εργαλείων και μητρών καθώς και ηλεκτρομαγνητικών μονωτικών ειδών.

Υπάρχει επίσης ρητίνες δύο συστατικών για επαλείψεις επιφανειών (wetcome).Οι επιφάνειες μπορεί να είναι υγρές ή στερεές. Η ξηρή επιφάνεια που σχηματίζουν έχει πυρηνασχετικές ιδιότητες και έτσι εμποδίζουν την εξάπλωση της φωτιάς.

- Ο προορισμός αυτών των ρητινών είναι η υγραμόνωση, η προστασία και η διακόσμηση δαπέδων, τοίχων και ορόφων σε οικοδομικούς χώρους.
- Έχουν πλείστες εφαρμογές σε επιφάνειες σκυροδέματος, τσιμεντοκονιάματος, σοβάδων, τούβλων και ασφάλτου.
- Για την σύνδεση παλιού και νέου σκυροδέματος, κυρίως σε υγρές επιφάνειες.

- Για την προστασία κτιρίων από την διάβρωση και την διείσδυση της υγρασίας.
- Για την υγραμόνωση πισινών και δεξαμενών, υπόγειων χώρων και δαπέδων.

Σε αυτό το σημείο οφείλουμε να αναφέρουμε ότι το μεγαλύτερο μειονέκτημα των εποξυ-ρητινών είναι το υψηλότερο κόστος, το οποίο εξισορροπείται από την μεγάλη χρησιμότητά τους και τις πλείστες εφαρμογές που έχουν.

1.8.Επίδραση των εγκλεισμάτων στις ιδιότητες των εποξειδικών ρητινών

1.8.1.Εισαγωγικά σχόλια

Τα εγκλείσματα είναι υλικά ανόργανης φύσης που χρησιμοποιούνται εντός της μήτρας των εποξειδικών ρητινών, έχουν πολύ μικρές διαστάσεις και μορφή πούδρας σκόνης με μέση διάμετρο 0,015μ. Όσο αυξάνει η κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσμα, τόσο αυξάνει το ιξώδες και η ρητίνη μετατρέπεται από υγρό σε μια πιο στερεή μορφή. Τα εγκλείσματα είναι επίσης υπεύθυνα για το ιξώδες των ρητινών, ελαττώνουν το ποσοστό συστολής και το συντελεστή θερμικής διαστολής, ενώ ταυτόχρονα χρωματίζουν το σύνθετο. Επιπρόσθετα, τα εγκλείσματα πρέπει να είναι από χημικής άποψης ουδέτερα για να μην αντιδρούν με το μέσο σκλήρυνσης ή την ίδια την ρητίνη. Το βασικό πλεονέκτημα των εγκλεισμάτων είναι η μείωση του κόστους του συνθέτου με παράλληλο συνδυασμό καλύτερων ποιοτικών ιδιοτήτων. Ωστόσο, για βέλτιστα αποτελέσματα αξιοποίησης των εγκλεισμάτων, πρέπει να θερμαίνονται για την απομάκρυνση του αέρα και της υγρασίας, αν τυχόν υπάρχει και έπειτα να τοποθετούνται σωστά μέσα στην ρητίνη, έπειτα από μία πλήρη ανάμιξη με το κατάλληλο μηχανήμα.

1.8.2.Ιδιότητες

Η παρουσία των εγκλεισμάτων στις ρητίνες είναι πολύ σημαντική διότι αυξάνει το μέτρο ελαστικότητας, ενώ αντίθετα η παραμόρφωση θραύσης ελαττώνεται και η μεταβολή αυτή είναι ανάλογη με την περιεκτικότητα της σε έγκλεισμα, αναλογικά πάντα με μετρήσεις σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος.

Ιξώδες: Τα εγκλείσματα αυξάνουν το ιξώδες των εποξειδικών ρητινών. Η αύξηση αυτή είναι μεγαλύτερη με ινώδη και μικρότερη με τα κοκκώδη εγκλείσματα που θα αποτελέσουν και το αντικείμενο της παρούσας εργασίας.

Πρόσφυση: Τα εγκλείσματα ελαττώνουν το βαθμό συστολής και έτσι αυξάνουν την ικανότητα πρόσφυσης των εποξειδικών ρητινών με μεγάλη αποτελεσματικότητα.

Συστολή: Η συστολή κατά την διάρκεια της σκλήρυνσης της ρητίνης ελαττώνεται ανάλογα με την αύξηση της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα του συνθέτου υλικού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η ρητίνη αντικαθίσταται τοπικά από υλικό που δεν εμφανίζει μεταβολή στις διαστάσεις του, σε αντίθεση με την καθαρή ρητίνη.

Αντοχή στην συμπίεση: Τα κοκκώδη εγκλείσματα αυξάνουν την αντοχή σε συμπίεση λόγω της δυσκαμψίας που προκαλούν.

Κάμψη: Τα κοκκώδη εγκλείσματα γενικά ελαττώνουν την αντοχή σε κάμψη και αυξάνουν το μέτρο ελαστικότητας σε κάμψη.

Θερμική αγωγιμότητα: Τα εγκλείσματα αυξάνουν την θερμική αγωγιμότητα των ρητινών, αν και μεγάλες περιεκτικότητες σε έγκλεισμα αυξάνουν την παρουσία φυσαλίδων αέρα μέσα στο σύνθετο υλικό. Με τα ινώδη μεταλλικά εγκλείσματα ωστόσο, αυξάνεται περισσότερο η θερμική αγωγιμότητα από ότι με τα κοκκώδη μεταλλικά εγκλείσματα.

Σκληρότητα επιφάνειας-Αντίσταση στην τριβή: Τα εγκλείσματα αυξάνουν την σκληρότητα της επιφάνειας του συνθέτου υλικού και την αντίσταση της τριβής.

Συμπεριφορά στην κρούση: Τα κοκκώδη εγκλείσματα επηρεάζουν την αντοχή σε κρούση των σκληρυνόμενων εποξειδικών ρητινών σε βαθμό που ποικίλει ανάλογα με τον τύπο του εγκλείσματος, τον τύπο της ρητίνης και το είδος της δοκιμής κρούσης. Γενικά τόσο τα κοκκώδη όσο και τα ινώδη εγκλείσματα ενισχύουν την αντοχή των ρητινών σε κρούση.

Θερμική σταθερότητα: Ενισχύεται με την παρουσία εγκλεισμάτων. Με τον όρο θερμική σταθερότητα, εννοούμε την κατάσταση του σύνθετου όταν δεν παρατηρούνται αλλοιώσεις στην δομή του συναρτήσει της θερμοκρασίας.

Ειδική πυκνότητα: Τα εγκλείσματα που στην πλειοψηφία τους έχουν μεγαλύτερη πυκνότητα από την ρητίνη, αυξάνουν την πυκνότητα των σύνθετων υλικών ανάλογα με την κατ' όγκο περιεκτικότητά τους. Έτσι Παρουσία των εγκλεισμάτων μειώνει αισθητά το κόστος σύνθετου υλικού.

Αντοχή σε χημικά αντιδραστήρια και σε διάβρωση: Μερικά εγκλείσματα όπως π.χ. το ανθρακικό ασβέστιο μειώνουν την αντοχή των ρητινών σε οξέα ενώ άλλα όπως το αλουμίνιο μειώνουν την αντοχή αυτή σε υγρασία, τα εγκλείσματα γενικά μειώνουν την ταχύτητα διάχυσης του νερού στα σύνθετα υλικά. Τα εγκλείσματα επίσης συμμετέχουν στην διάβρωση των πολυμερών στην επαφή τους με τα μέταλλα. Ιόντα που υπάρχουν στη στερεοποιημένη μήτρα μπορούν να μεταφέρουν γαλβανικά ρεύματα και να ενισχύουν τη διάβρωση. Αυτό οφείλεται στην αύξηση της αγωγιμότητας του σύνθετου, λόγω της ικανότητας των εγκλεισμάτων να απελευθερώνουν ιόντα.



Σχήμα 1.17. Διάφορα υλικά με βάση την εποξειδική ρητίνη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

2.1. Μηχανικές ιδιότητες σύνθετων υλικών

2.1 Παράμετροι που χαρακτηρίζουν την μηχανική συμπεριφορά των υλικών

2.1.1 Ελαστικές σταθερές (ν, E)

Από την Αντοχή των Υλικών γνωρίζουμε ότι ένα σύνθετο υλικό μπορεί συνήθως να καταπονηθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους, ανάλογα με την παραμόρφωση που τείνει να επιφέρει η επιβαλλόμενη τάση (Σχήμα 2.1). Έτσι αναφέρεται ενδεικτικά η εφελκυστική καταπόνηση (εφελκυσμός), η θλιπτική καταπόνηση (θλίψη) και η διατμητική καταπόνηση (διάτμηση ή στρέψη).

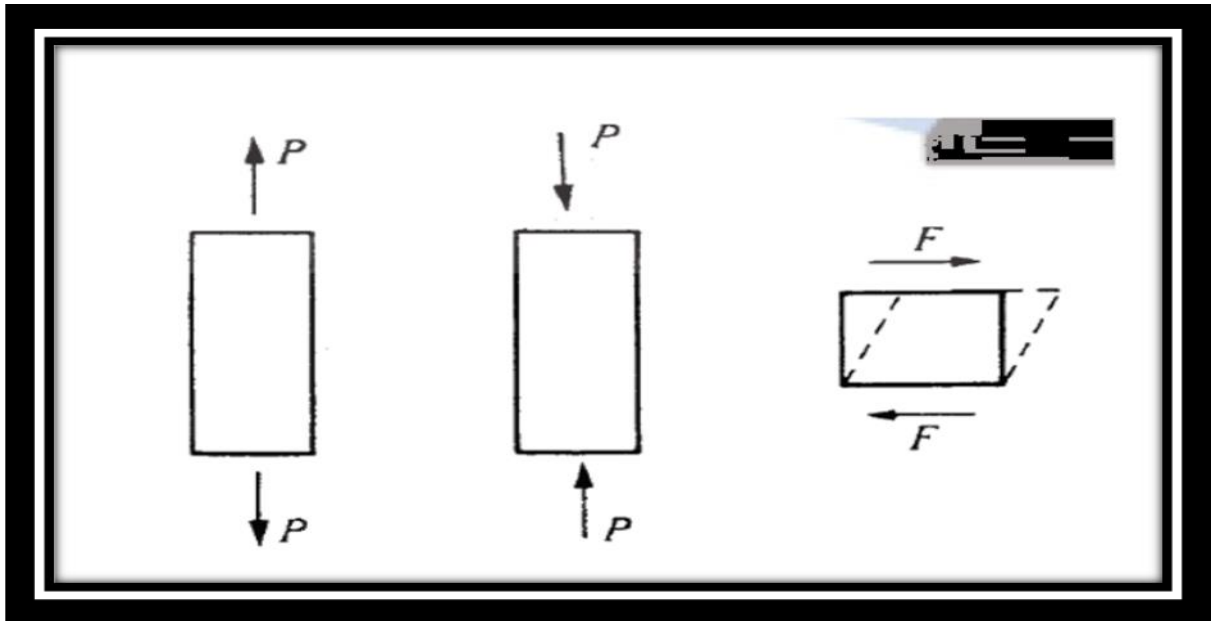
Τα περισσότερα εξαρτήματα ή στοιχεία μηχανών καταπονούνται σε πιο σύνθετες καταπονήσεις που αναλύονται σε απλούστερες. Όταν η τάση διατηρηθεί κάτω από μία κρίσιμη τιμή (όριο ελαστικότητας) επιφέρει ελαστικές παραμορφώσεις, που εξαλείφονται με την απομάκρυνση της δύναμης. Σε ατομικό επίπεδο οι εν λόγω τάσεις προκαλούν επιμήκυνση ή συμπίεση των ατομικών δεσμών, οι οποίες αντιστοιχούν στις παραμορφώσεις ελατηρίου (Σχήμα 2.2).

Η τάση που προκαλεί μία τέτοια αντιστρεπτή (ελαστική) παραμόρφωση ακολουθεί το Νόμο του Hooke:

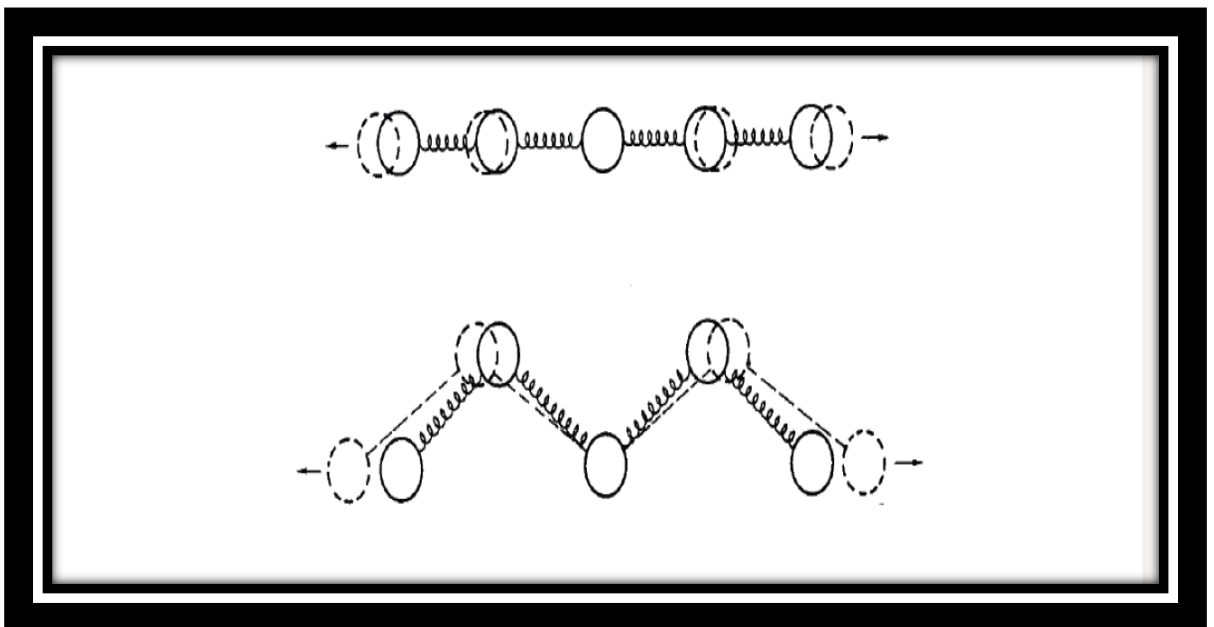
$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

όπου E το μέτρο ελαστικότητας (Young) του υλικού.

Η σχέση αυτή είναι γραμμική και γι' αυτό τα υλικά για τα οποία ισχύει ονομάζονται και γραμμικά.



Σχήμα 2.1 Βασικές μηχανικές καταπονήσεις: εφελκυσμός, θλίψη, διάτμηση.

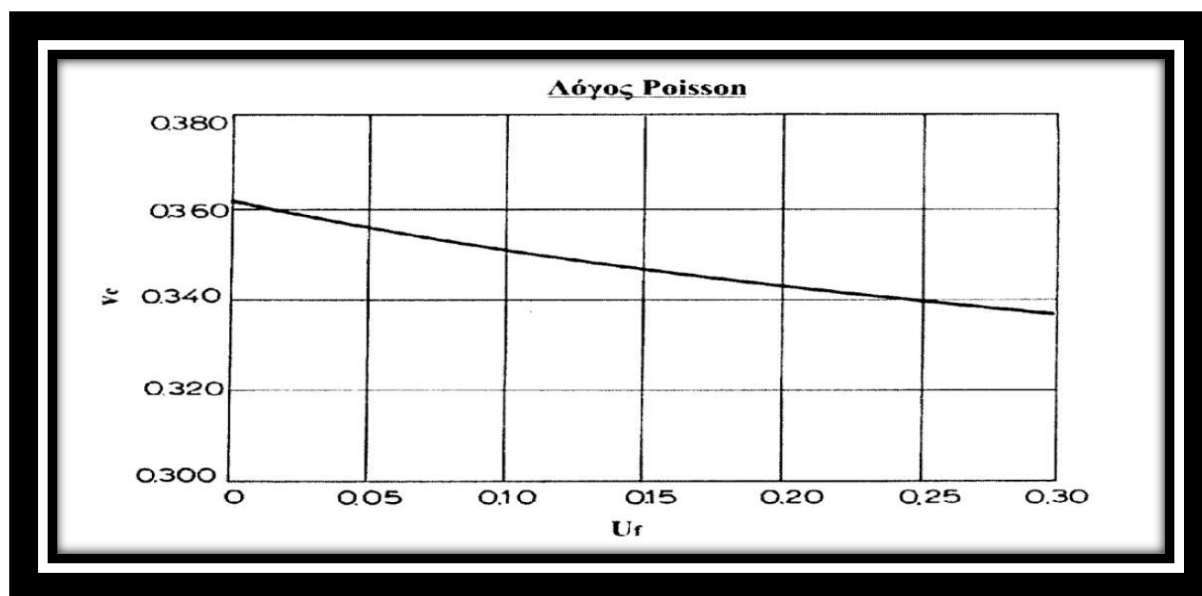


Σχήμα 2.2 Σχηματική αναπαράσταση της ελαστικής μηχανικής καταπόνησης σε ατομική κλίμακα.

Σε ένα μακροσκοπικό στερεό η επιβολή εφελκυστικής καταπόνησης δεν οδηγεί μόνο σε παραμορφώσεις κατά τη διεύθυνση της τάσης, αλλά και κάθετα προς αυτήν. Όταν η επιβαλλόμενη τάση τείνει να επιμηκύνει το υλικό (κατά τη διεύθυνση x), είναι λογικό να μεταβάλλεται το πλάτος (y) και το πάχος (z) του υλικού. Ο λόγος της επιμέρους παραμόρφωσης ως προς αυτή κατά τη διεύθυνση της τάσης λέγεται λόγος Poisson (ν):

$$\nu = -\epsilon_y / \epsilon_x = -\epsilon_z / \epsilon_x$$

Το (-) πρόσημο τίθεται για να εξασφαλίσει τις θετικές τιμές του λόγου Poisson, ο οποίος έχει συνήθως τιμή ίση προς 1/3 για τα μεταλλικά υλικά. Η γραφική παράσταση του λόγου Poisson για τα σύνθετα υλικά συναρτήσει της περιεκτικότητας των εγκλεισμάτων φαίνεται στο σχήμα 2.3 που ακολουθεί:



Σχήμα 2.3 Λόγος Poisson.

Ο λόγος του Poisson εκφράζεται με ένα θετικό αριθμό, ο οποίος πάντοτε είναι μικρότερος από 1/2. Ο λόγος αυτός για όλα τα υλικά παίρνει οριακά την τιμή 1/2 όταν αυτά δεν καταπονούνται με φορτία μέσα στην ελαστική,

στην περιοχή δηλαδή όπου ισχύει ο νόμος του Hooke, αλλά με φορτία μεγαλύτερα, που βρίσκονται δηλαδή στην πλαστική περιοχή.

Η παράμετρος $\Delta V/V$ (ανηγμένη μεταβολή του όγκου ή μέτρο διογκώσεως) σχετίζεται με το λόγο του Poisson [1], με βάση τη σχέση:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

όπου $P = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ είναι η υδροστατική συνιστώσα των τάσεων.

2.2 Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας

Τα ιξωδοελαστικά, καθώς γενικότερα τα σύνθετα υλικά, χρησιμοποιούνται ευρέως σαν κατασκευαστικά υλικά. Έτσι, όπως είναι κατανοητό κρίνεται απαραίτητος ο έλεγχος των υλικών αυτών πριν την σχεδίαση του τελικού προϊόντος. Οι συνηθέστεροι εξ' αυτών των ελέγχων, είναι:

✚ Μετρήσεις ερπυσμού

✚ Μετρήσεις χαλάρωσης τάσεων

✚ Μετρήσεις δυναμομηχανικής φόρτισης

Με την βοήθεια αυτών των μετρήσεων συλλέγουμε όλα τα δεδομένα που χρειαζόμαστε για να συσχετίσουμε την τάση, την ανηγμένη παραμόρφωση, την θερμοκρασία και τον χρόνο με σκοπό την χάραξη των διαγραμμάτων και την περαιτέρω μελέτη των εκάστοτε υλικών. Ας, δούμε παρακάτω μία από τις σημαντικότερες μετρήσεις ελέγχου των υλικών που δεν είναι άλλη από την δυναμομηχανική φόρτιση.

2.2.1 Δυναμομηχανική φόρτιση

Η δυναμομηχανική φόρτιση μας βοηθάει να αναλύσουμε την απόκριση των υλικών, παρέχοντας μας όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για να μπορέσουμε να διαχωρίσουμε την ιξώδη από την ελαστική απόκριση των σύνθετων υλικών. Εδώ, αξίζει να σημειώσουμε ότι τα διαγράμματα που κατασκευάζουμε από τις μετρήσεις της δυναμομηχανικής φόρτισης, χρησιμοποιούμε την τάση ή την παραμόρφωση στον ένα άξονα και είναι αρμονικές συναρτήσεις της γωνιακής ταχύτητας ω και όχι συναρτήσεις βήματος. Έτσι, όπως γίνεται αντιληπτό, μετά από ένα τέτοιο πείραμα και τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας των υλικών θα προκύψουν και αυτά συναρτήσεις του ω .

Η μελέτη των δυναμικών πειραμάτων, όπως είναι προφανές είναι πολύ σημαντική για να κατανοήσουμε την συμπεριφορά των υλικών όταν καταπονούνται από περιοδικά μεταβαλλόμενες δυνάμεις και γενικά όταν η προκύπτουσα παραμόρφωση είναι ημιτονοειδείς συναρτήσεις του χρόνου από την επιβαλλόμενη δύναμη. Έτσι από τα δυναμικά πειράματα μπορούμε να υπολογίσουμε το **ελαστικό μέτρο** καθώς επίσης και την μηχανική απόσβεση (mechanical damping).

Το ελαστικό μέτρο θα μπορούσε να είναι μέτρο διατμήσεως, μέτρο διογκώσεως ακόμα και μέτρο εφελκυσμού, ανάλογα με το πείραμα. Όσο για την μηχανική απόσβεση μας παρέχει πληροφορίες για το μέτρο της ενέργειας που δαπανάται υπό την μορφή θερμότητας κατά την παραμόρφωση του υλικού.

Έτσι μετά την διεξαγωγή των πειραμάτων μπορούμε να κατατάξουμε τα υλικά σε τρεις μεγάλες κατηγορίες, ανάλογα πάντοτε με την φύση της απόκρισης τους.

- ❖ **Τέλεια ελαστικά σώματα:** Τα υλικά αυτά δεν παρουσιάζουν καθόλου μηχανική απόσβεση. Ωστόσο, υπάρχουν και τα σχεδόν τέλεια ελαστικά σώματα τα οποία αποθηκεύουν δυναμική ενέργεια καθώς παραμορφώνονται. Η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε κινητική μετά την απομάκρυνση του εξωτερικού φορτίου και το σώμα επανέρχεται πλήρως στις αρχικές του διαστάσεις.

- ❖ **Ιξώδη ρευστά σώματα:** Σε αυτή την κατηγορία, τα ιξώδη ρευστά σώματα (viscous liquids), αποθηκεύουν όλη την ενέργεια που

χρησιμοποιήθηκε για την παραμόρφωσή τους, η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα. Το αποτέλεσμα είναι η μεγάλη δυναμική απόσβεση που παρουσιάζουν αυτά τα ρευστά εφόσον δεν έχουν την ικανότητα αποθήκευσης δυναμικής ενέργειας.

- ❖ **Βισκοελαστικά σώματα:** Αυτή η κατηγορία παρουσιάζει την ενδιάμεση συμπεριφορά των δύο παραπάνω κατηγοριών, με μέρος της ενέργειας να αποθηκεύεται υπό μορφή δυναμικής ενέργειας και η υπόλοιπη να μετατρέπεται σε θερμότητα. Έτσι, τα βισκοελαστικά σώματα, παρουσιάζουν μηχανική απόσβεση λόγω της ενέργειας που χάνεται υπό μορφή θερμότητας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι τα υψηλά πολυμερή.

Το πεδίο των δυναμικών μετρήσεων είναι σχετικά νέο, αλλά ήδη έχει καταστεί μία από τις πλέον σημαντικές τεχνικές τόσο από πρακτική, όσο και από επιστημονική άποψη. Με τη βοήθεια των δυναμικών πειραμάτων, μπορούμε να μετρήσουμε τη μεταβολή των δυναμικών ιδιοτήτων των υλικών, τόσο με τη μεταβολή της θερμοκρασίας, όσο και με τη μεταβολή της συχνότητας της φορτίσεως. Άλλωστε το μέτρο ελαστικότητας ή η ακαμψία (stiffness) ενός υλικού κάτω από συνθήκες λειτουργίας, είναι τα απαραίτητα στοιχεία για οποιαδήποτε κατασκευαστική εφαρμογή.

Τα δυναμικά πειράματα πλεονεκτούν έναντι των υπολοίπων μηχανικών πειραμάτων, καθώς καλύπτουν ευρύ φάσμα θερμοκρασιών σε μικρό χρονικό διάστημα και από τα αποτελέσματα τους μπορούμε να προβλέψουμε τη συμπεριφορά του υλικού, ενώ ταυτόχρονα, μπορούμε να υπολογίσουμε και άλλες μηχανικές ιδιότητες εκτός των δυναμικών.

Επιπλέον, τα δυναμικά πειράματα χρησιμεύουν στη μελέτη της μοριακής δομής των πολυμερών. Οι δυναμικές ιδιότητες είναι πολύ ευαίσθητες στις μεταβατικές θερμοκρασίες (glass transitions), την κρυσταλλικότητα, το είδος των χημικών δεσμών, τη συσσωμάτωση των μακρομορίων (molecular aggregation), και τα άλλα χαρακτηριστικά της μοριακής δομής των πολυμερικών αλυσίδων (polymer chains) καθώς και στη μορφολογία των πολυμερών. Τέλος τα δυναμικά πειράματα χρησιμεύουν στην ανάλυση της χημικής σύνθεσης των πολυμερών.

Τα δυναμικά πειράματα πρέπει να εκτελούνται σε ευρύ φάσμα θερμοκρασιών και συχνοτήτων. Βέβαια, χρήσιμες πληροφορίες μπορούμε να λάβουμε ακόμα και στην περίπτωση όπου μετρούμε τα δυναμικά μέτρα

και τη μηχανική απόσβεση διατηρώντας τη συχνότητα σταθερή και μεταβάλλοντας τη θερμοκρασία. Στην περίπτωση που διατηρούμε τη συχνότητα σταθερή, είναι προτιμότερο η συχνότητα αυτή να είναι χαμηλή, της τάξης του 1 Hz, δεδομένου ότι τα δυναμικά μεγέθη που μετρώνται σε αυτές τις συχνότητες, μπορούν να συγκριθούν με τα αντίστοιχα στατικά μεγέθη.

2.2.2 Δυναμομηχανικές μετρήσεις

Είναι γνωστό ότι τα περισσότερα στερεά όταν υπόκεινται σε παραμόρφωση υπακούουν στο νόμο του Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

Υποθέτοντας ότι υποβάλουμε το υλικό σε ημιτονοειδή φόρτιση, τότε και η προκύπτουσα ανηγμένη παραμόρφωση θα είναι ημιτονοειδούς μορφής, της ίδιας μάλιστα συχνότητας με διαφορά φάσης δ . Οπότε αν:

$$\sigma = \sigma_0 * \eta\mu(\omega t), \text{ τότε και}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 * \eta\mu(\omega t - \delta), \text{ όπου}$$

- ❖ $\sigma_0 =$ το πλάτος της τάσης
- ❖ $\omega = 2\pi f$, πλάτος ταλάντωσης
- ❖ $f = \eta$ συχνότητα ταλαντώσεων
- ❖ $t =$ χρόνος

Στην περίπτωση των δυναμικών πειραμάτων, τόσο η τάση όσο και η παραμόρφωση περιγράφονται από τα αντίστοιχα μιγαδικά μεγέθη, ως εξής:

$$\sigma^* = \sigma_0 e^{j\omega t}$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 e^{j(\omega t - \delta)}$$

οπότε μπορούμε να ορίσουμε το μιγαδικό μέτρο **ελαστικότητας** E^* ως εξής:

$$E^* = E' + iE'' = \sigma^* / \varepsilon^*$$

και αντικαθιστώντας τα σ^* και ε^* από τους παραπάνω τύπους θα πάρουμε τελικά:

$$E' = (\sigma_0 / \varepsilon_0) \cos \delta$$

$$E'' = (\sigma_0 / \varepsilon_0) \sin \delta$$

Στις παραπάνω σχέσεις, το E' που είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας ονομάζεται δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, ενώ το E'' που είναι το φανταστικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας, ονομάζεται μέτρο απωλειών. Η τάση που δεν βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, αναλύεται σε δύο συνιστώσες, η μία βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση και η άλλη διαφέρει από αυτήν κατά φάση $\pi/2$. Έτσι μπορούμε να έχουμε έναν ποιοτικό προσδιορισμό των E' και E'' .

2.2.3. Δυναμικό μέτρο Ελαστικότητας E' (Μέτρο αποθηκείσεως)

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας E' είναι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας. Ισούται δε, με το λόγο μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε φάση με την παραμόρφωση, προς την τιμή αυτής της παραμόρφωσης.

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας εκφράζει την ποσότητα της ενέργειας που λαμβάνεται και που εκλύεται από μία μονάδα κάποιου όγκου ενός

σώματος σε διάρκεια μιας περιόδου. Για ταλαντώσεις σταθερού πλάτους η τιμή του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E' αυξάνει (ή μένει σταθερή) με κάθε αντίστοιχη αύξηση της συχνότητας.

2.2.4. Μέτρο Απωλειών E''

Το μέτρο απωλειών E'' είναι ο λόγος μεταξύ του μέρους της τάσης που βρίσκεται σε διαφορά φάσης $\pi/2$ με την παραμόρφωση, προς την τιμή της παραμόρφωσης. Το μέτρο απωλειών E' εκφράζει το μέρος εκείνο της ενέργειας της ελαστικής ταλάντωσης που χάνεται υπό τη μορφή θερμότητας κατά τη διάρκεια μίας περιόδου ταλάντωσης. Όταν η διαφορά φάσης ανάμεσα στην τάση και την παραμόρφωση γίνεται μέγιστη, τότε το μέτρο απωλειών E' λαμβάνει την μέγιστη τιμή. Κατά τον τρόπο αυτό, το μέτρο απωλειών E' εκφράζει τη διασπορά της ενέργειας της ταλάντωσης σε ένα βισκοελαστικό (ή σε ένα σύνθετο) υλικό.

2.2.5. Σύνθετο (ή Μιγαδικό) Μέτρο Ελαστικότητας

Ως σύνθετο (ή αλλιώς μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας) ορίζεται ο μιγαδικός αριθμός:

$$E^* = E' + iE''$$

Με μέτρο:

$$|E| = \{(E')^2 + (E'')^2\}^{1/2}$$

Από την άλλη μεριά, η σχέση μεταξύ του πλάτους των τιμών της τάσης και της παραμόρφωσης μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\sigma_0/\epsilon_0 = \{(E')^2 + (E'')^2\}^{1/2}$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης-παραμόρφωσης είναι καθορισμένη

συνήθως από την κλίση των μηχανικών απωλειών.

$$\epsilon\phi\delta = \frac{E''}{E'}$$

Οι σχέσεις μεταξύ του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας E^* και της διαφοράς φάσης (τάσης – παραμόρφωσης) δ , μπορούν εύκολα να αποδοθούν από την ανάλυση του διανυσματικού διαγράμματος ως εξής:

$$\begin{aligned} E' &= [E] \cos \delta \\ E'' &= [E] \sin \delta \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι, όπως προκύπτει και από τις παραπάνω σχέσεις, **αν ένα σώμα είναι ιδανικά ελαστικό**, τότε έχουμε διαφορά φάσης (τάσης – παραμόρφωσης) $\delta=0$ και $E^*=E'$. Απλούστερα δηλαδή, το μέτρο ελαστικότητας ενός σώματος είναι πραγματικός αριθμός μόνον εφόσον το σώμα είναι ιδανικά ελαστικό. Στην πραγματικότητα κανένα σώμα δεν είναι ιδανικά ελαστικό. Όλα τα στέρεα σώματα έχουν μαζί και ελαστικές και ιξώδεις ιδιότητες μέχρι ένα ορισμένο μέγεθος. Βέβαια, η ιξώδης συμπεριφορά σε πολλά από αυτά εκδηλώνεται τόσο αδύναμα, ώστε πρακτικά τα υλικά αυτά να θεωρούνται ιδανικά ελαστικά.

2.2.6. Άλλα σύνθετα μέτρα ελαστικότητας

Μερικές φορές εισάγεται η έννοια του μιγαδικού μέτρου ενδόσεως:

$$D^* = 1/E^* = D' - iD''$$

όπου το D' ονομάζεται δυναμικό μέτρο ενδόσεως και το D'' ονομάζεται απώλεια ενδόσεως.

Ακολουθούν οι σχέσεις που συνδέουν τις συνιστώσες του σύνθετου μέτρου ενδόσεως με αυτές του σύνθετου μέτρου ελαστικότητας.

$$\mathbf{D}^* = \frac{\frac{1}{E'} - i \frac{1}{E''} \varepsilon \varphi \delta}{1 + \varepsilon \varphi^2 \delta}$$

$$\mathbf{D}' = \frac{\frac{1}{E'}}{1 + \varepsilon \varphi^2 \delta}$$

$$\mathbf{D}'' = \frac{\frac{\varepsilon \varphi \delta}{E'}}{1 + \varepsilon \varphi^2 \delta} = \frac{\frac{1}{E''}}{(1 + \varepsilon \varphi^2 \delta) - 1}$$

Για να περιγράψει η βισκοελαστική συμπεριφορά ενός ισότροπου σώματος, χρειάζονται δύο ανεξάρτητες μιγαδικές σταθερές ελαστικότητας: το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας E^* και το μιγαδικό μέτρο διάτμησης G^* .

Δύο ακόμα σημαντικά μεγέθη είναι ο μιγαδικός λόγος του Poisson ν^* και το μιγαδικό μέτρο διόγκωσης K^* . Τα δύο αυτά μεγέθη δίδονται από τις σχέσεις:

$$\mathbf{V}^* = \nu' - i\nu'' = \frac{E^*}{2G^*} - 1$$

$$\mathbf{K}^* = K' + iK'' = \frac{E^*}{3(1 - 2\nu)}$$

2.2.7. Δυναμικές μηχανικές ιδιότητες των συνθέτων υλικών

Οι χρονικά εξαρτημένες μηχανικές ιδιότητες των πολυμερών με ενίσχυση εγκλεισμάτων είναι διαφορετικές από εκείνες των μη ενισχυμένων. Τρεις είναι οι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν κυρίως αυτές τις ιδιότητες:

- ❖ Οι ιδιότητες του επιφανειακού στρώματος του πολυμερούς.
- ❖ Ο σχηματισμός πρόσθετων δεσμών πολυμερούς-επιφάνειας.
- ❖ Η παρουσία εγκλεισμάτων.

Ειδικά για τις εποξειδικές ρητίνες οι οποίες χρησιμοποιούνται πολύ συχνά για μήτρα σύνθετων υλικών, έχει γίνει αρκετή έρευνα πάνω στη δυναμική μηχανική συμπεριφορά τους, όταν είναι ενισχυμένες με εγκλείσματα ή ίνες. Οι Dally και Broutman έκαναν έρευνα για την κόπωση αυτών των υλικών για συχνότητα μέχρι 40Hz. Ο Plunket διερεύνησε τις πειραματικές μεθόδους για την μέτρηση του συντελεστή απόσβεσης και υπέδειξε κάποιες προφυλάξεις οι οποίες πρέπει να λαμβάνονται όταν γίνονται μετρήσεις.

Ο Murayama ανέπτυξε μια νέα μέθοδο για την μέτρηση των δυναμικών μηχανικών ιδιοτήτων σε κάμψη των συνθέτων υλικών για διάφορες θερμοκρασίες. Επίσης, διάφοροι ερευνητές αναφέρουν αποτελέσματα για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας και τον συντελεστή απόσβεσης ύστερα από πειράματα ταλαντώσεων που έγιναν σε δοκούς και ράβδους. Οι Schultz και Tsai αναφέρουν καλά αποτελέσματα για τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας, αλλά μόνο ποιοτική συμφωνία για τον συντελεστή απόσβεσης και μια ανώμαλη εξάρτηση από την συχνότητα.

2.3.1. Μοντέλα και εκφράσεις για το Μέτρο Ελαστικότητας (E) κοκκωδών σύνθετων υλικών

Από πολλούς ερευνητές αναπτύχθηκαν διάφορα θεωρητικά μοντέλα για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας. Τα μοντέλα αυτά και οι

εξισώσεις που προέκυψαν, είναι άλλοτε απλά και άλλοτε πολύπλοκα ανάλογα με τις παραδοχές που ο καθένας από τους ερευνητές χρησιμοποίησε.

Μοντέλο του Counto

Το μοντέλο για τα σύνθετα υλικά δύο φάσεων το οποίο προτάθηκε από τον Counto προϋποθέτει τέλεια πρόσφυση ανάμεσα στον κόκκο και τη μήτρα. Το μέτρο του σύνθετου υλικού, δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1-Uf^{1/2}}{E_m} + \frac{1}{(1-Uf^2)(UfE_m+E_f)}$$

Αυτό το μοντέλο προβλέπει τα μέτρα ελαστικότητας και συμφωνεί με μία ευρεία σειρά από πειραματικά δεδομένα, κυρίως για υλικά από σκυρόδεμα.

Όπου U_f η κατ' όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος και E_f, E_m, E_c , τα μέτρα ελαστικότητας των εγκλεισμάτων, της μήτρας και του συνθέτου υλικού αντιστοίχως.

Μοντέλο του Paul

Στην προσεγγιστική λύση του Paul τα συστατικά (οι φάσεις) του σύνθετου υλικού υποτίθεται ότι είναι στην κατάσταση μακροσκοπικώς ομοιογενούς τάσης. Η πρόσφυση υποτίθεται ότι υπάρχει στην ενδιάμεση επιφάνεια ενός κυβικού εγκλείσματος, το οποίο είναι μέσα σε κυβική μήτρα. Όταν μία ομοιόμορφη τάση εφαρμοστεί στο σύνορο, το μέτρο ελαστικότητας είναι:

$$E_c = E_m \frac{1+(m-1)Uf^{2/3}}{1+(m-1)(Uf^{3/2}-Uf)}$$

2.3.2.Εμπειρικές σχέσεις υπολογισμού των μέτρων ελαστικότητας σύνθετου υλικού με σφαιρικά εγκλείσματα

Τα σφαιρικά εγκλείσματα που συνήθως παρατηρούμε είναι αρκετά μεγάλα, έτσι ώστε αν συγκρίνουμε την μεταξύ τους απόσταση με τις τιμές της τετραγωνικής ρίζας μεταξύ των άκρων των μακρομορίων του πολυμερούς, να είναι αρκετά μεγαλύτερη. Επιπρόσθετα, σημειώνεται ότι τα σωματίδια είναι τόσο απομακρυσμένα μεταξύ τους, ώστε δεν μπορούν να συνδέονται μαζί μέσω μιας απλής πολυμερικής αλυσίδας.

Στα σύνθετα υλικά ωστόσο όπου το πάχος του στρώματος του πολυμερούς μεταξύ των σωματιδίων είναι πολύ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο πάχος του οριακού στρώματος και γι' αυτό το λόγο η επίδραση του οριακού στρώματος τείνει να αμελείται χωρίς βλάβη της γενικότητας. Έτσι, με αυτή την υπόθεση, πολλοί ερευνητές ασχολήθηκαν και πρότειναν κάποιες εμπειρικές σχέσεις που μπορούν και περιγράφουν σε ικανοποιητικό σημείο την μηχανική συμπεριφορά συνθέτων υλικών με σφαιρικά εγκλείσματα.

Ο πρώτος που ασχολήθηκε με το θέμα ήταν ο Einstein [13], όταν το 1906 έκανε παρατηρήσεις στο ιξώδες αιωρήματος στερεών σφαιρών διασπαρμένων σε κάποιο Νευτώνειο υγρό και κατέληξε στην εξίσωση:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + 2.5U_f$$

Η εξίσωση αυτή ισχύει για μικρές περιεκτικότητες σε έγκλεισμα και για περιπτώσεις πλήρους συνοχής μεταξύ εγκλείσματος και μήτρας. Με τον όρο τέλεια συνοχή εννοούμε ότι δεν υπάρχει σχετική κίνηση μήτρας – σωματιδίων, κατά τη διάρκεια της φόρτισης μέχρι κάποιου ορίου πάνω από το οποίο σπάει ο δεσμός μήτρας – σωματιδίου.

Προϋπόθεση για την παραπάνω εξίσωση είναι ότι το έγκλεισμα είναι σκληρότερο υλικό από τη μήτρα. Ο όγκος του εγκλείσματος είναι η σημαντική παράμετρος για την εξίσωση και όχι το βάρος του. Τέλος, το μέγεθος των σωματιδίων δεν επηρεάζει την ενισχυτική τους δράση.

Η έρευνα συνεχίστηκε από τους Guth και Smallwood[14,37], οι οποίοι πρότειναν την εξίσωση:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + 2.5U_f + 14.1U_f^2$$

Αργότερα συνέχισε ο Kerner[17] με την παρακάτω πολύπλοκη σχέση:

$$\frac{E_c}{E_m} = \frac{\frac{U_f G_f}{(7-5V_m)G_m + (8-10V_m)G_f} + \frac{U_m}{15(1-V_m)}}{\frac{U_f G_m}{(7-5V_m)G_m + (8-10V_m)G_f} + \frac{U_m}{15(1-V_m)}}$$

όπου G το μέτρο διάτμησης και ν ο λόγος Poisson.

Για εγκλείσματα πιο σκληρά από τη μήτρα η εξίσωση του Kerner[17] απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + \frac{U_f(1-V_m)15}{U_m(8-10V_m)}$$

Στην πραγματικότητα δεν ισχύει η προϋπόθεση συνοχής μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος όπως έχει ήδη προαναφερθεί σε παραπάνω παράγραφο. Τότε η πραγματική ενισχυτική δράση του εγκλείσματος είναι μικρότερη από αυτή που υπολογίζεται θεωρητικά και σε ακραίες περιπτώσεις μπορεί να ελαττώσει, παρά να αυξήσει το μέτρο ελαστικότητας του συνθέτου.

Ο Einstein[13] κατά τις παρατηρήσεις που έκανε το 1906 και αναφέρονται παραπάνω κατέληξε πως όταν μεταξύ του αιωρήματος

στερεών σφαιρών και του Νευτώνιου υγρού δεν υπάρχει τέλεια συνοχή ισχύει η εξίσωση:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + Uf$$

Εάν τα σωματίδια είναι φυσαλίδες αέρα ή βρίσκονται μέσα σε κενά, τότε η εξίσωση Kerner[17] γράφεται:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1}{E_m} + \frac{Uf(1-V_m)15}{Um(7-5Vm)}$$

Στην περίπτωση που ο δεσμός που αναπτύσσεται μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος είναι ασθενής, τότε σπάει όταν εφαρμόσουμε κάποιο φορτίο. Τότε η μήτρα παραμορφώνεται περισσότερο από το έγκλεισμα. Οι Sato και Furukawa[31], διατύπωσαν την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{E_c}{E_m} = \left\{ 1 + \frac{Y^2}{2(1-Y)} \right\} \left\{ 1 - \frac{Y^3 T}{3} \left(\frac{1+Y-Y^2}{1+Y^2} \right) - \frac{Y^2 T}{3(1-Y)} \left(\frac{1+Y-Y^2}{1-Y+Y^2} \right) \right\}$$

Όπου $Y = Uf^{\frac{1}{3}}$ και k είναι ο παράγοντας προσκόλλησης μήτρας – εγκλείσματος παίρνοντας την τιμή **T=0 για τέλεια προσκόλληση και T=1 για μηδενική προσκόλληση.**

Αργότερα, ο Takahashi[39] συνέχισε με την παρακάτω σύνθετη σχέση:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + (1-v_m)Uf \frac{E_f(1-2v_m) - E_m(1-v_f) + 10(1+v_m)E_f(1+v_m) - E_m(1+v_f)}{E_f(1+v_m) + 2E_m(1-2v_f) + 2E_f(4-5v_m)(1+v_m) + E_m(7-5v_m)(1+v_f)}$$

Εδώ οφείλουμε να σημειώσουμε ότι βασική παραδοχή για τις παραπάνω σχέσεις είναι ότι τα εγκλείσματα δεν σχηματίζουν

συσσωματώματα και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δημιουργούν κοιλότητες αέρα και έτσι ο φαινόμενος όγκος του εγκλείσματος είναι μεγαλύτερος του πραγματικού.

Για την περίπτωση που τα εγκλείσματα σχηματίζουν συσσωματώματα ο Mooney[23] διετύπωσε την ακόλουθη εξίσωση:

$$\frac{E_c}{E_m} = \exp\left(\frac{2,5U_f}{1-S*U_f}\right)$$

Όπου το $S = \frac{\text{Φαινομενικός όγκος εγκλείσματος}}{\text{Πραγματικός όγκος εγκλείσματος}}$

1,2 < s < 2, σύμφωνα με πειραματικές τιμές

Μία άλλη πρόταση από τους Eilers και Van Dyck[12] είναι η εξής:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + \frac{K*U_f}{1-S*U_f}$$

Όπου το K=1,25 και το S=1,20

Η επίδραση τώρα της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα στο μέτρο ελαστικότητας εκφράζεται από μία εμπειρική σχέση που προτάθηκε από τον Bills[3]:

$$\frac{E_c}{E_m} = \exp\left(\frac{A*U_f}{(1-B*U_f)}\right)$$

Όπου τα A,B υπολογίζονται πειραματικά με το A=2,5 και το

$$B = -6,4 \cdot 10^{-3} \cdot T + 2,51$$

Όπου T η θερμοκρασία του πειράματος

Τέλος ο Takahashi διατύπωσε μία σειρά θεωριών για τα σύνθετα υλικά με σφαιρικά εγκλείσματα. Έτσι για την περίπτωση της τέλει πρόσφυσης έδωσε την εξίσωση που είδαμε παραπάνω, ενώ για την περίπτωση της ολίσθησης:

$$\frac{E_c}{E_m} = 1 + (1 - \nu_m) U_f \left\{ \frac{E_f(1 - 2\nu_m) - E_m(1 - \nu_f) + 10(1 + \nu_m)E_f(1 + \nu_m)(7 + 5\nu_m) -}{E_f(1 + \nu_m) + 2E_m(1 - 2\nu_f) + E_f(1 + \nu_m)(17 - 19\nu_m)(7 - 5\nu_m) +} \right. \\ \left. \frac{-4E_m(1 + \nu_f)(7 - 4\nu_f)U_f}{+4E_m(7 - 5\nu_m)(1 + \nu_f)(7 - 4\nu_f)} \right\}$$

Τέλος, σοβαρή μελέτη έχει γίνει στο εργαστήριο αντοχής υλικών, πάνω στον βαθμό πρόσφυσης μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος. Με βάση τον ορισμό της ενδιάμεσης φάσης που έχει μελετηθεί προτείνεται το ακόλουθο μοντέλο για την περίπτωση των κοκκωδών εγκλεισμάτων. Ο δείκτης *i* αναφέρεται στην ενδιάμεση φάση και ο *κ* είναι η παράμετρος που περιγράφει το βαθμό σύνδεσης μεταξύ εγκλείσματος και ενδιάμεσης φάσης:

$$E_c = E_f U_f \kappa + E_m U_m + E_i U_i$$

2.4.1. Περιορισμοί θεωρητικών μοντέλων σχετικά με το μέτρο ελαστικότητας των σύνθετων υλικών

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι στην ανασκόπηση δεν έγινε καμία προσπάθεια για να συζητηθούν οι προσεγγίσεις, αλλά να δειχθεί ένας αριθμός σε χρήσιμες θεωρητικές υποθέσεις που περιγράφουν τα μέτρα ελαστικότητας ενός συστήματος εγκλεισμάτων . Για τη λεπτομερή συζήτηση των θεωριών γίνεται αναφορά στους Hashin και Hill[15,16] .

Στην πράξη τα εγκλείσματα κόκκων δεν μπορούν τελείως να αποχωριστούν το ένα από το άλλο και η ενίσχυση του στοιχείου μπορεί να είναι σε μικρή κλίμακα, στην πραγματικότητα είναι ένα συσσωμάτωμα από μικρούς κόκκους. Έτσι λοιπόν ως απάντηση στο εφαρμοζόμενο φορτίο, η τάση θα κατανεμηθεί ομοιόμορφα ανάμεσα στους κόκκους και τα συσσωματώματα και η παραδοχή, τάση ή ομοιόμορφη επιμήκυνση (παραμόρφωση) είναι καθαρά υπεραπλούστευση.

Οι θεωρίες που ασχολούνται με συστήματα εγκλεισμάτων δέχονται ότι τα μέτρα ελαστικότητας για δεδομένο εγκλείσμα και μήτρα εξαρτώνται μόνο από την περιεκτικότητα σε όγκο του εγκλεισματος και όχι από το μέγεθος των κόκκων.

Όμως γενικά το μέτρο αυξάνει όσο το μέγεθος των κόκκων μειώνεται. Οι Lewis και Nielsen[20] παραδέχονται ότι όσο το μέγεθος του κόκκου μειώνεται η επιφάνεια των κόκκων αυξάνεται παρέχοντας ένα πιο ενεργό επιφανειακό δεσμό μεταξύ των δύο φάσεων . Αυτό θα μπορούσε να συνοδευτεί από μια κλίση για την αύξηση συσσώρευσης των κόκκων (συσσωματώματα). Οι ιδιότητες των σύνθετων υλικών μπορούν επίσης να μεταβάλλονται., όταν αλλάζει το σχήμα (μορφή) κόκκου.

Ο Bueche[4,5] παρατήρησε ότι διαφορετικές μορφές εγκλεισμάτων καταλήγουν σε διαφορετικές μηχανικές ιδιότητες. Το αποτέλεσμα ήταν ιδιαίτερα έντονο με μεγαλύτερους ή μη σφαιρικούς (μη σφαιροειδείς) κόκκους όπου ένας προτιμώμενος προσανατολισμός θα μπορούσε να τροποποιήσει την συμπεριφορά παραμόρφωσης.

Ο Wu[49] απέδειξε Θεωρητικά ότι κόκκοι σε μορφή δίσκου έδωσαν καλύτερη ενίσχυση από βελονοειδούς ή σφαιρικής μορφής κόκκους, αλλά αγνόησε την ανισοτροπία η οποία συνδέεται με τη χρήση μη σφαιρικών κόκκων σε σύνθετα υλικά.

Ο Chow[10] έχει ασχοληθεί με πρόβλημα για ευθυγραμμισμένους ελλειψοειδείς κόκκους και προέβλεψε το διάμηκες και εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας. Οι επιδράσεις από το μέγεθος του εγκλείσματος και από την επιφάνεια του εγκλείσματος αγνοήθηκαν. Όμως είναι απίθανο στην πράξη ότι τα εγκλείσματα μπορούν να διαταχθούν ομοιόμορφα με τρόπο που παραδέχεται ο Chow έτσι ώστε η πειραματική επιβεβαίωση των δύο θεωριών να είναι απαραίτητη.

Η κατανομή του μεγέθους των κόκκων επηρεάζει την περιεκτικότητα του εγκλείσματος στη μήτρα. Μίγματα από κόκκους με διαφορετικό μέγεθος εγκλεισμάτων μπορούν να διαταχθούν πιο πυκνά από εγκλείσματα ενός μεγέθους διότι τα μικρά εγκλείσματα μπορούν να γεμίσουν το χώρο μεταξύ των στενά διατεταγμένων μεγάλων εγκλεισμάτων και να σχηματίσουν συσσωματώματα. Αυτοί οι κόκκοι που συσσωματώνονται είναι ικανοί να μεταφέρουν ένα μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας για την ίδια περιεκτικότητα που προβλέπεται από τις περισσότερες θεωρίες.

Αυτή η επίδραση δημιουργείται όπου υπάρχει μια διαφορετική ενισχυτική ικανότητα άμμου, όπως έχει παρατηρηθεί από τους Ahmed και Jones[1]. Μία εμπειρική τροποποίηση στην εξίσωση Kerner η οποία περιλαμβάνει ένα συντελεστή αλληλεπίδρασης εγκλείσματος προτάθηκε από τον Dickie[11]. Κάθε μια από τις εξισώσεις εμφανίζεται ικανοποιητική στο να περιγράφει τα δεδομένα των διάφορων ερευνητών.

Πρέπει να σημειωθεί το σχόλιο από τον Christensen[9] πάνω στην εξίσωση του Kerner, ότι το σαφές σφάλμα σε αυτήν την εξίσωση δεν μπορεί να δειχθεί λόγω της συντομίας της παραγωγίσεως. Αυτό δημιουργεί αμφιβολίες στην εξίσωση του Kerner και στις επακόλουθες τροποποιήσεις.

Οι περισσότερες από τις θεωρίες οι οποίες εξηγούν την ενισχυτική δράση των εγκλεισμάτων παραδέχονται τέλεια πρόσφυση ανάμεσα στα εγκλείσματα και την πολυμερική μήτρα. Η περίπτωση της ελλιπούς προσφύσεως ήταν στην ελαστική περιοχή, όπως συζητήθηκε από τους Sato και Furukawa[24]. Αυτοί παραδέχονται ότι οι συνδεδεμένοι κόκκοι λειτουργούν ως οπές και προβλέπουν μείωση στα μέτρα ελαστικότητας με την αύξηση της περιεκτικότητας σε έγκλεισμα.

Μπορεί να υποστηριχθεί ότι οι μη συνδεδεμένοι κόκκοι δεν λειτουργούν εντελώς ως οπές, επειδή αυτοί συγκρατούν τη μήτρα από την

κατάρρευση. Σε αυτή την περίπτωση το μέτρο ελαστικότητας συστήματος εγκλεισμάτων πρέπει να αυξάνει με την αύξηση περιεκτικότητας του εγκλείσματος, η οποία είναι η γενικώς αναμενόμενη συμπεριφορά.

Μια μεταβολή στην πρόσφυση μήτρας - εγκλεισμάτων έχει μικρότερη επίδραση στα μέτρα ελαστικότητας από ότι στην αντοχή. Το τελευταίο είναι περισσότερο εξαρτώμενο από την κατεργασία της επιφάνειας[24]. Στην πραγματικότητα ο βαθμός πρόσφυσης δεν φαίνεται να είναι σημαντικός παράγοντας όσο οι δυνάμεις τριβής ανάμεσα στις φάσεις δεν υπερβαίνονται από την εφαρμοζόμενη τάση.

Οι Spanoudakis και Young εξέτασαν εγκλείσματα γυαλιού σε εποξειδική ρητίνη και βρήκαν ότι οι καλύτερες συνολικές μηχανικές ιδιότητες αποκτήθηκαν από σύνθετα υλικά που περιείχαν κόκκους οι οποίοι είχαν εμβαπτιστεί σε ουσία (coupling agent) προς αύξηση της προσφύσεως μήτρας – εγκλείσματος.

Είναι ξεκάθαρο από τις προηγούμενες αναφορές ότι τα μέτρα ελαστικότητας ενός συστήματος εγκλεισμάτων είναι μια λεπτομερειακή συνάρτηση της μικροδομής, όπως επίσης και της ποιότητας πρόσφυσης μεταξύ των δύο φάσεων.

2.5.1. Θεωρητική μελέτη μοντέλων για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας του κοκκώδους υλικού

Η θεωρητική μελέτη που ακολουθεί βασίζεται στις ακόλουθες παραδοχές. Οι φάσεις του σύνθετου υλικού (έγκλεισμα και μήτρα) είναι ελαστικά ισότροπα και ομογενή υλικά.

- ❖ Ο αριθμός των εγκλεισμάτων είναι μεγάλος και η κατανομή τους ομοιόμορφη, έτσι ώστε το σύνθετο υλικό να μπορεί να θεωρηθεί ομοιογενές και ισότροπο (μακροσκοπικώς ισότροπο υλικό).
- ❖ Το έγκλεισμα αποτελείται από κόκκους οι οποίοι έχουν τέλειο σφαιρικό σχήμα.

❖ Οι παραμορφώσεις που αναπτύσσονται στο σύνθετο υλικό είναι αρκετά μικρές έτσι ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύουν οι γραμμικές σχέσεις παραμορφώσεων. Η κατ' όγκο περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων είναι αρκετά μικρή, ούτως ώστε η αλληλεπίδραση μεταξύ αυτών να μπορεί να αμεληθεί.

Για τον προσδιορισμό των σχέσεων οι οποίες θα δώσουν τη θεωρητική έκφραση για το μέτρο ελαστικότητας (E_c) του σύνθετου υλικού, θα εφαρμόσουμε τη θεωρία της ελαστικότητας στον στοιχειώδη αντιπροσωπευτικό όγκο του συνθέτου, όπου θεωρείται ότι έχει κατά μέσο όρο τις ιδιότητες του κοκκώδους συνθέτου υλικού.

2.5.2. Παράμετροι που καθορίζουν την αντοχή των συνθέτων κοκκωδών υλικών

Τάση θραύσης

Μοντέλο του Broutman

Στην προσέγγιση του Broutman, υποτίθεται ότι το σύνθετο υλικό αστοχεί όταν ένα στοιχείο υποστεί θραύση ως αποτέλεσμα μιας συγκεντρώσεως τάσης γύρω από το έγκλεισμα. Έπεται ότι η αντοχή πέπτει ταχέως με την προσθήκη μικρών ποσοτήτων εγκλεισμάτων και παραμένει βασικά σε αυτό το επίπεδο με περαιτέρω προσθήκες εγκλεισμάτων.

Με αυτήν την υπόθεση αυτοί χρησιμοποίησαν την ανάλυση για πεπερασμένα στοιχεία για να μοντελοποιήσουν το σύνθετο υλικό και συσχέτισαν τα αποτελέσματα με τις πειραματικές αντοχές υλικού με εγκλείσματα από σφαίρα γυαλιού μέσα σε θερμοσκληρυνόμενη ρητίνη.

Οι θεωρητικές προβλέψεις δεν έχουν καλή σύμπτωση με τα πειραματικά δεδομένα διότι το μοντέλο αγνοεί αλληλεπίδραση κόκκων. Επιπλέον τα σύνθετα υλικά είναι πιθανόν να μην έχουν αστοχήσει ως αποτέλεσμα της αστοχίας του πρώτου στοιχείου.

2.5.3.Ο νόμος των δυνάμεων (The power law)

Η δεύτερη προσέγγιση υποθέτει ότι η αντοχή συνθέτου υλικού προσδιορίζεται από την (υπάρχουσα) έκταση της φέρουσας φορτίου μήτρας λόγω της παρουσίας του εγκλείσματος .

Στην περίπτωση μιας πτωχής προσφύσεως ανάμεσα στη μήτρα και το εγκλείσμα και της απουσίας συγκέντρωσης τάσεως στην ενδιάμεση επιφάνεια κόκκου - μήτρας, η αντοχή περιγράφεται από το νόμο δυνάμεως:

$$\sigma_{cu} = \sigma_{mu}(1 - aUf^n)$$

όπου σ_{cu} και σ_{mu} οι αντοχές (τάσεις θραύσεως) του συνθέτου και της μήτρας αντιστοίχως, a και n είναι σταθερές εξαρτώμενες από το υποτιθέμενο σχήμα κόκκου και την ταξινόμηση στο μοντέλο του συνθέτου.

Ο Nielsen[20] έχει εισηγηθεί έναν παράγοντα συγκεντρώσεως τάσεως, K με προτεινόμενη τιμή το 0,5. Για κυβικούς κόκκους μέσα σε κυβική μήτρα η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γραφεί ως:

$$\sigma_{cu} = \sigma_{mu}(1 - Uf^{2/3})K$$

Οι Nicolais και Narkis[25] θεώρησαν μια κυβική μήτρα ενισχυμένη με ομοιομόρφως διασκορπισμένους κόκκους όπου υποτίθεται ότι η θραύση γίνεται στην ελάχιστη εγκάρσια διατομή συνεχούς φάσεως. Η σχέση για την αντοχή δίνεται ως:

$$\sigma_{cu} = \sigma_{mu}(1 - 1.21Uf^{2/3})$$

Ο Pigot και Leidner[30] υποστήριξαν ότι η υποτιθέμενη ομοιόμορφη κατανομή των εγκλεισμάτων σε πάρα πολλά μοντέλα είχε μικρή πιθανότητα επιτεύξεως στην πράξη και προτείνουν μια εμπειρική σχέση:

$$\sigma_{cu} = K\sigma_{mu} - bUf$$

όπου K : συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων και b μια σταθερά εξαρτώμενη από την πρόσφυση κόκκου - μήτρας.

Ο Landon πρότεινε μια εξίσωση όμοια:

$$\sigma_{cu} = \sigma_{mu}(1 - U_f) K U_f d$$

όπου d είναι η μέση διάμετρος κόκκου και K είναι η κλίση στο διάγραμμα εφελκυσμένης αντοχής μέσης διαμέτρου κόκκου.

Ο Schrageer πρότεινε κάποιο μοντέλο που περιγράφεται από εξίσωση διαφορετικής μορφής από τις προηγούμενες:

$$\sigma_{f,c} = \sigma_{f,m} e^{-r U_f}$$

με $r = 2.6$ που βρέθηκε πειραματικά.

Το μειονέκτημα αυτού του μοντέλου είναι ότι είναι ακριβώς για περιορισμένη περιοχή εγκλεισμάτων. Η Εξ.(3.46) είναι αντίστοιχη με εκείνη που προτάθηκε από τον Passmore [27] για την περίπτωση των πορωδών συστημάτων:

$$\sigma_{f,c} = \sigma_{f,o} e^{-\alpha P}$$

όπου $\sigma_{f,o}$ είναι η αντοχή της μήτρας χωρίς πόρους, α μια σταθερά και P η κατ' όγκο περιεκτικότητα σε πόρους.

2.6.1. Παραμόρφωση θραύσης

Παρακάτω αναφέρονται τα διάφορα θεωρητικά μοντέλα που έχουν προβλεφθεί από τους διάφορους ερευνητές για την Παραμόρφωση θραύσης.

Ο Smith[36] πρότεινε τον παρακάτω τύπο με ϵ_c και ϵ_m την παραμόρφωση θραύσης του σύνθετου και της μήτρας αντίστοιχα:

$$\epsilon_c = \epsilon_m (1 - 1.106 U_f^{1/3})$$

Ο Bueche[6] πρότεινε μια αντίστοιχη εξίσωση χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο από κυβικά σωματίδια σε κυβική διάταξη:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m(1 - U_f^{1/3})$$

Ο Nielsen [28,30] πρότεινε την εξίσωση που έχει την ίδια μορφή με την παραπάνω εξίσωση:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m(1 - U_f^{1/3})$$

Οι παραπάνω εξισώσεις στηρίζονται περισσότερο στο πείραμα και λιγότερο στη θεωρία και συνοψίζουν τη συμπεριφορά τάσεων - παραμορφώσεων στα σύνθετα υλικά με κοκκώδες έγκλεισμα. Περιγράφουν την επίδραση διαφόρων παραγόντων, όπως της κατ' όγκο περιεκτικότητας του εγκλείσματος, των συσσωματωμάτων του μεγέθους των σωματιδίων, του μέτρου πρόσφυσης μεταξύ μήτρας και εγκλείσματος στην μηχανική συμπεριφορά των σύνθετων υλικών.

2.7.1. Περιορισμοί των θεωρητικών μοντέλων σχετικά με την αντοχή των σύνθετων υλικών.

Όπως προαναφέρθηκε, το μέγεθος των κόκκων επηρεάζει πολύ την αντοχή σε εφελκυσμό των συστημάτων. Γενικά η αντοχή σε εφελκυσμό αυξάνει με την ελάττωση του μεγέθους. Η αύξηση της ενδιάμεσης επιφάνειας μεταξύ δύο φάσεων παρέχει έναν πολύ αποτελεσματικό δεσμό στην επιφάνεια μεταξύ των δύο φάσεων και θεωρείται ότι είναι πολύ σημαντικός παράγοντας. Το μέγεθος κόκκου είναι επίσης σχετικό με την εξάρτηση από το μέγεθος της ατέλειας του υλικού.

Ο Godier[46] έχει αποδείξει ότι το τασικό πεδίο κοντά σ' έναν κόκκο, είναι ανεξάρτητο από το μέγεθος του κόκκου. Όμως ο όγκος του πολυμερούς που υφίσταται συγκέντρωση τάσεων, αυξήθηκε με την αύξηση στο μέγεθος του κόκκου, άρα η πιθανότητα εύρεσης μιας μεγάλης ατέλειας αυξάνει με την αύξηση του μεγέθους του κόκκου.

Η επίδραση από την διεπιφανειακή (λεπτή επιφάνεια μεταξύ δύο φάσεων) πρόσφυση επί της αντοχής μπορεί να δικαιολογηθεί με όμοιο τρόπο εφόσον ένας αδύναμος δεσμός μεταξύ εγκλεισμάτων και μήτρας θα δράσει ως μια υπάρχουσα ατέλεια που θα παράγει μια κοιλότητα ίση με το μέγεθος της.

Η μορφή (σχήμα) εγκλείσματος αναμένεται να παίζει σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό της αντοχής του συστήματος εγκλεισμάτων. Όταν έχουμε εγκλείσματα τα οποία δεν έχουν κανονική μορφή, η εξασθένιση της αντοχής του συστήματος εγκλεισμάτων οφείλεται σε μεγάλη συγκέντρωση τάσεων που συζευγνύεται με επίδραση μεγέθους. Σε στρογγυλεμένες ρωγμές και εγκλείσματα, η συγκέντρωση τάσης είναι λιγότερο σημαντική παρά σε εγκλείσματα με οξείες (κοπτερές) γωνίες.

Η προαναφερθείσα αναφορά αποδεικνύει καθαρά ότι αυτά τα υπάρχοντα μοντέλα για την πρόβλεψη της αντοχής θέτουν ένα άνω όριο στην αντοχή ενός συστήματος εγκλεισμάτων. Όταν γίνεται πρόβλεψη της αντοχής ενός υλικού με έγκλεισμα με την χρησιμοποίηση του νόμου των δυνάμεων (power law), η εκλογή των κατάλληλων σταθερών επηρεάζεται από το σχήμα των κόκκων και την διάταξη τους μέσα στο γεωμετρικό μοντέλο. Επιπλέον η συγκέντρωση τάσεων θα χαμηλώσει αυτές τις τιμές κατά ακαθόριστη ποσότητα.

Από την άλλη, στις αναλύσεις των **Leidner και Wodhams**[19] , οι θερμικές τάσεις (σθ) της αντοχής του δεσμού μήτρας – κόκκου, είναι δύσκολο να μετρηθούν για πραγματικά σύνθετα υλικά. Στις πολύ χαμηλές περιεκτικότητες κατ' όγκο U_f μπορούν να γίνουν εκτιμήσεις για τις θερμικές τάσεις, αλλά σε μεγαλύτερες περιεκτικότητες κατ' όγκο U_f οι υπολογισμοί περιπλέκονται από την παρουσία γειτονικών κόκκων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. Θεωρία Ενδιάμεσης φάσης

3.1.1. Γενικά – Ορισμός Ενδιάμεσης φάσης (interphase)

Μεταξύ των σπουδαιότερων παραγόντων οι οποίοι προσδιορίζουν την βισκοελαστική συμπεριφορά των συνθέτων υλικών από πολυμερή είναι η προσρόφηση πολυμερικών μακρομορίων εντός των κόκκων των εγκλεισμάτων, όπως επίσης και η πρόσφυση μεταξύ μήτρας και εγκλεισμάτων. Η προσρόφηση των πολυμερικών μορίων εντός των κόκκων, είναι η κυρία αιτία για την δημιουργία διαφορετικών διαμορφώσεων των μακρομορίων στα περίχωρα των κόκκων. Η αλλαγή της μορφής των μακρομορίων προσδιορίζει την περιοχή της ενδιάμεσης φάσης, η οποία έχει δομή και ιδιότητες από την μήτρα. Έτσι η παρουσία εγκλεισμάτων μέσα στην πολυμερική μήτρα καταλήγει σε μια ατέλεια του πολυμερικού δικτύου.

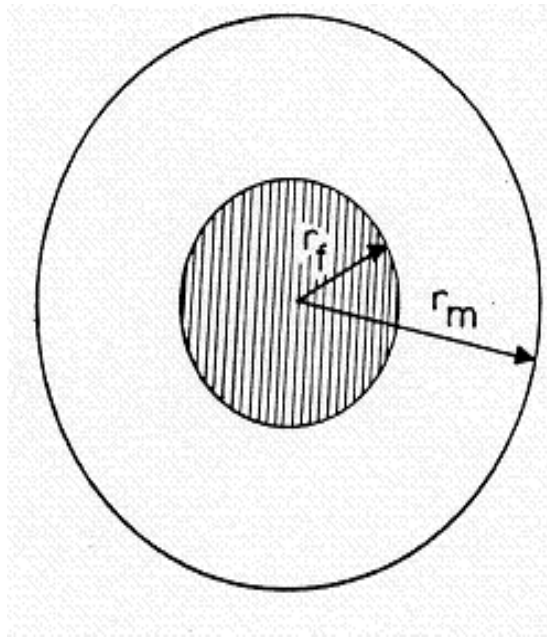
Είναι γνωστό ότι οι ιδιότητες κατά τη χαλάρωση των πολυμερικών συνθέτων υλικών επηρεάζονται πολύ από την ύπαρξη ενδιάμεσης φάσης. Από αυτή την άποψη είναι πολύ σημαντική η μελέτη της θερμικής συμπεριφοράς αυτών των συνθέτων και η διαλογή πληροφοριών οι οποίες αφορούν την δομή και τις ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης καθώς επίσης και την επίδρασή της στην βισκοελαστική συμπεριφορά του συνθέτου συστήματος. Όμως, η συμπεριφορά και οι ιδιότητες της ενδιάμεσης φάσης εξαρτώνται μεταξύ άλλων, από την πειραματική μέθοδο η οποία χρησιμοποιείται στις δοκιμές και αυτό διότι κάθε μία από τις πειραματικές μεθόδους χαρακτηρίζεται από τους δικούς της ιδιαίτερους περιορισμούς. Έτσι, κάθε μέθοδος τείνει να επιδείξει έναν ιδιαίτερο τύπο μοριακών κινήσεων ως συνέπεια των παραπάνω διαφορών, τα αποτελέσματα τα οποία λαμβάνονται από τις διαφορετικές μεθόδους είναι συχνά διαφορετικά, όταν συγκρίνονται μεταξύ τους. Το αποτέλεσμα αυτών των διαφορών είναι οι διαφορετικές τιμές για την θερμοκρασία μεταβάσεως στην υαλώδη κατάσταση, T_g , οι οποίες λαμβάνονται από διαφορετικές πειραματικές μεθόδους, όπως η θερμιδομετρία, διαστολομετρία, δυναμικές μετρήσεις κ.λ.π.

Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας μίας πολυμερικής μήτρας στην οποία έχουμε προσθέσει μεταλλικά εγκλείσματα, εξαρτάται από τα τασικά και τα παραμορφωσιακά πεδία που αναπτύσσονται γύρω από κάθε εγκλείσμα, υπό την επίδραση δυναμικών φορτίων, που εξαρτώνται από:

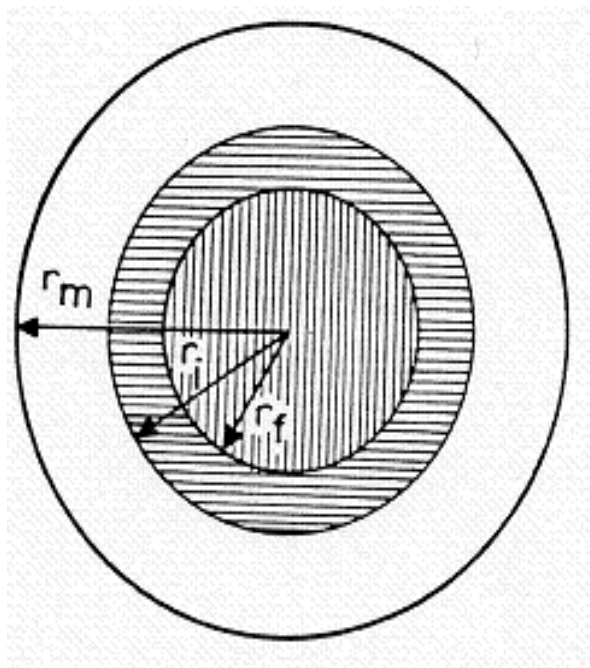
- Την μορφή, το σχήμα και το μέγεθος των εγκλεισμάτων καθώς και την φύση της κατανομής τους μέσα στην πολυμερική μήτρα.
- Την αλληλεπίδραση των τασικών και παραμορφωσιακών πεδίων μεταξύ των γειτονικών εγκλεισμάτων.
- Τα τασικά πεδία που δημιουργούνται λόγω της συμπύκνωσης που προκαλείται από την αντίδραση του πολυμερισμού, που στις περισσότερες των περιπτώσεων είναι ανομοιόμορφη.
- Τα θερμικά τασικά πεδία που προκύπτουν λόγω των διαφορετικών συντελεστών θερμικής διαστολής των επιμέρους υλικών των συνθέτων υλικών στις υψηλές θερμοκρασίες.

Στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών έχουν γίνει συστηματικές μετρήσεις θερμοχωρητικότητας επί δοκιμίων εποξειδικής ρητίνης και κόκκων σιδήρου. Η επίδραση της περιεκτικότητας των εγκλεισμάτων και της διαμέτρου αυτών στην θερμική συμπεριφορά των δοκιμίων του συνθέτου υλικού έχει μελετηθεί εκτενώς. Έχει διερευνηθεί η επίδραση του ρυθμού θέρμανσης επί της T_g και έχει υπολογισθεί το πάχος και ο όγκος της ενδιάμεσης φάσης με βάση αυτές τις θερμικές μετρήσεις.

Ένα μοντέλο με τρεις φάσεις, εγκλείσμα, μήτρα και ενδιάμεση φάση, το οποίο προκύπτει από το διφασικό μοντέλο, με την ενδιάμεση φάση να έχει μεταβαλλόμενες ιδιότητες (μέτρο ελαστικότητας, λόγος Poisson, συντελεστής θερμικής διαστολής), έχει χρησιμοποιηθεί για τον θεωρητικό προσδιορισμό του μέτρου ελαστικότητας και συντελεστή θερμικής διαστολής του συνθέτου υλικού, με την εφαρμογή της θεωρίας ελαστικότητας. Οι θεωρητικοί τύποι, οι οποίοι προέκυψαν με την εφαρμογή αυτού του μοντέλου, δύνανται να συγκριθούν με άλλους θεωρητικούς τύπους της βιβλιογραφίας καθώς επίσης και με πειραματικά αποτελέσματα.



Σχήμα 3.1 διφασικό μοντέλο



Σχήμα 3.2 τριφασικό μοντέλο

3.2. Προσδιορισμός της ειδικής θερμότητας και της θερμοκρασίας μεταβάσεως στην υαλώδη κατάσταση των συνθέτων υλικών ενισχυμένων με κόκκους μετάλλου και εκτίμηση της ενδιάμεσης φάσης.

Υλικά και πειραματική διαδικασία: Τα υλικά των οποίων τα στοιχεία έχουν χρησιμοποιηθεί σ' αυτήν την μελέτη είναι σύνθετα υλικά τα οποία κατασκευάστηκαν στο Εργαστήριο Αντοχής Υλικών του Ε.Μ.Π. Η μήτρα των συνθέτων υλικών ήταν σε όλες τις περιπτώσεις εποξειδική ρητίνη του τύπου DGEBA (Diglycidyl Ether of Bisphenol A) με ισοδύναμο 185 - 192, με μοριακό βάρος μεταξύ 370 και 384, και με ιξώδες 1500 cP στους 25°C, πολυμεριζομένη εν ψυχρώ με 8% τριεθυλενική τετραμίνη. Οι ιδιότητες των συνιστωσών υλικών του συνθέτου υλικού μας φαίνονται στους ακόλουθους πίνακες:

Μέγεθος κόκκου(mm)	Ειδικός όγκος(cm ³ /100gr)	Φαινόμενη πυκνότητα(gr/cm ³)
0.15	38-41	2.60-2.40

Πίνακας 3.1 Ιδιότητες συνιστωσών των σύνθετων υλικών

Ιδιότητες της μήτρας και των εγκλεισμάτων

Ιδιότητες	Σύμβολα	Μονάδες	Σίδηρος	Ρητίνη
Σταθερές του Lamé	λ	N/m ²	112x10 ⁹	3.34x10 ⁹
	μ	N/m ²	81x10 ⁹	1.30x10 ⁹
Μέτρο ελαστικότητας	E	N/m ²	210x10 ⁹	3.53x10 ⁹
Μέτρο διογκώσεως	K	N/m ²	167x10 ⁹	4.21x10 ⁹
Λόγος Poisson	ν	-	0.29	0.36
Πυκνότητα	ρ	gr/cm ³	7.80	1.19
Συντελεστής θερμικής διαστολής	α	1/C	15.00x10 ⁻⁶	65.26x10 ⁻⁶

Πίνακας 3.2 Ιδιότητες των υλικών του σύνθετου υλικού

Οι μηχανικές ιδιότητες της μήτρας E και ν έχουν μετρηθεί κατά την διάρκεια πειράματος ερπυσμού στους 20°C και σε χρόνο 15sec από την αρχή του πειράματος. Πρέπει να διευκρινισθεί ότι με a συμβολίζουμε τον συντελεστή θερμικής διαστολής για θερμοκρασίες κάτω της υαλώδους θερμοκρασίας Tg.

Όσον αφορά την παρασκευή των δοκιμίων, θερμαίνουμε το προπολυμερές στους 30°C περίπου για να ελαττωθεί η εσωτερική τριβή του και στην συνέχεια προσθέτουμε τις κατάλληλες ποσότητες αμίνης και μετάλλου. Ανακατώνουμε το μίγμα, και στη συνέχεια το τοποθετούμε σε κενό θάλαμο, έτσι ώστε να ελευθερωθούν όλες οι φυσαλίδες αέρος τις οποίες περιέχει το μίγμα.

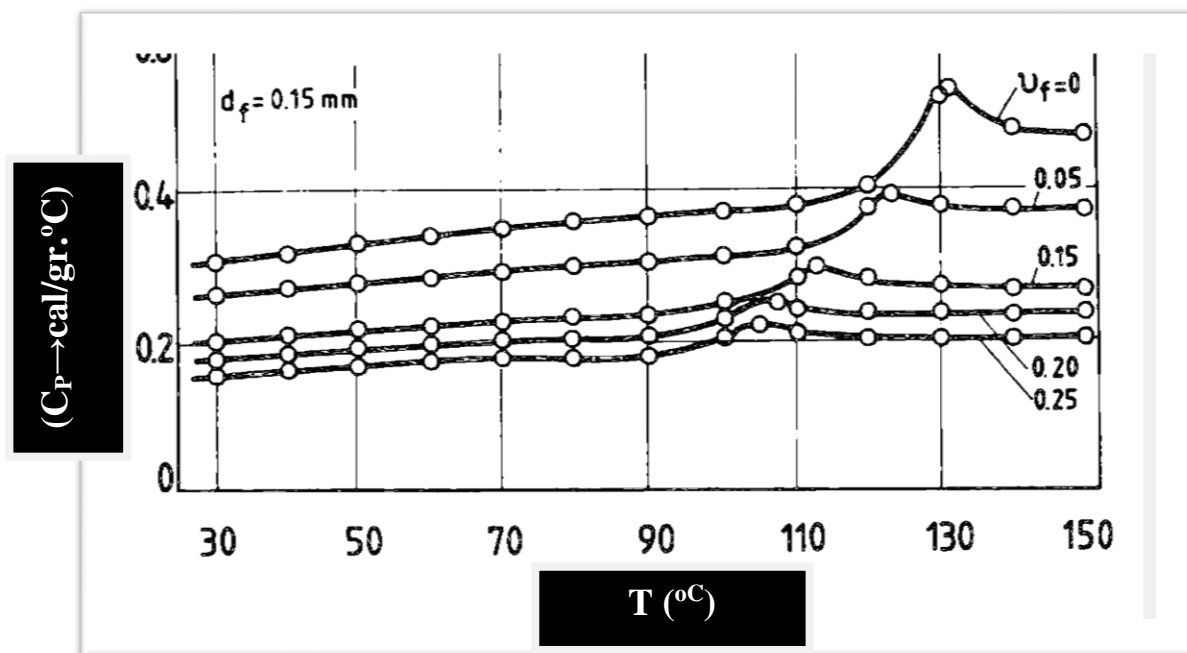
Στη συνέχεια γίνεται απόχυση του μίγματος σ' ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο καλούπι από plexiglas, διαστάσεων 250*250*50 mm, το οποίο σφραγίσθηκε με ένα σκέπασμα από plexiglas, ούτως ώστε να είναι δυνατή η εκ' νέου ανάδευση του μίγματος για να έχουμε τελικά ένα όσο το δυνατότερο ομογενές προϊόν. Το μίγμα έμεινε μέσα στο καλούπι και σε θερμοκρασία περιβάλλοντος επί 24 ώρες. Στην συνέχεια, το στερεό πλέον σύνθετο υλικό, υποβλήθηκε σε θερμική κατεργασία διαρκείας 7 ημερών ως εξής:

Εισήχθη σε φούρνο, προγραμματισμένο, έτσι ώστε η θερμοκρασία να αυξάνει κατά 5°C h , στη συνέχεια να παραμείνει σταθερά στους 10°C και τέλος να ελαττώνεται κατά 1°C h έως τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος. Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνεται πλήρης πολυμερισμός της μήτρας, σ' ένα διάστημα που το σύνθετο υλικό να μη παρουσιάζει έντονη βισκοελαστική συμπεριφορά.

Δοκίμια με διάμετρο 4mm και πάχους 1 – 1.50mm κόπηκαν από κάθε υλικό με διαφορετική περιεκτικότητα και διάμετρο κόκκων του μετάλλου. Οι μετρήσεις έγιναν με την βοήθεια ενός θερμικού αναλυτή (DSC) DuPont 90. Η τοποθέτηση των δοκιμίων έγινε όταν η συσκευή ήταν σε θερμοκρασία περιβάλλοντος και μετά η αύξηση της θερμοκρασίας έγινε με σταθερό ρυθμό. Για να μελετηθεί η επίδραση του ρυθμού θέρμανσης χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικοί ρυθμοί θέρμανσης (5.10 και 205°C min). Η περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων σε σίδηρο μεταβάλλεται από 5% έως 25%.

3.2.2. Προσδιορισμός του πάχους της ενδιάμεσης φάσης

Η μεταβολή της ειδικής θερμότητας (C_p) με την θερμοκρασία για κόκκους σιδήρου με $d_f=150\mu\text{m}$, εξετάζεται για πέντε περιεκτικότητες ($U_f = 0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$) με ρυθμό θέρμανσης $H_r = 5^\circ\text{C}/\text{min}$. Από το σχήμα παρατηρούμε όχι μόνο μια μεταβολή στην θέση της μεταβατικής περιοχής, η οποία εκδηλώνεται με μια απότομη μεταβολή στην ειδική θερμότητα, αλλά επίσης και μια μείωση της ΔC_p στην υαλώδη μεταβατική περιοχή όταν αυξάνεται η περιεκτικότητα του εγκλείσματος.



Σχήμα 3.3 Μεταβολή ειδικής θερμότητας για κόκκους σιδήρου.

Διάγραμμα C_p-T ($C_p \rightarrow \text{cal/gr.}^\circ\text{C}$)

Όταν η περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων αυξάνεται, το ποσοστό των μακρομορίων τα οποία χαρακτηρίζονται από μειωμένη κινητικότητα επίσης αυξάνεται, έτσι ώστε ο αριθμός των μακρομορίων, τα οποία συμμετέχουν στην διαδικασία της υαλώδους μεταβατικής θερμοκρασίας T_g να ελαττώνεται. Αυτό είναι ισοδύναμο με μια αύξηση του όγκου της ενδιάμεσης φάσης και οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι δηλαδή υπάρχει μια σχέση μεταξύ της ΔC_p και του όγκου της ενδιάμεσης φάσης, η οποία

εκφράζεται ως εξής:

$$\lambda = 1 - \frac{\Delta C_p^f}{\Delta C_p^0}$$

Όπου ΔC_p^f και ΔC_p^0 είναι τα άλματα (απότομη μεταβολή) της ειδικής θερμότητας στην μεταβατική περιοχή για το ενισχυμένο και μη ενισχυμένο πολυμερές αντιστοίχως, ενώ λ είναι μία σταθερά η οποία πολλαπλασιάζεται με την περιεκτικότητα του εγκλείσματος U_f ώστε να ληφθεί υπ' όψιν η συνεισφορά του όγκου της ενδιάμεσης φάσης στην θερμομηχανική συμπεριφορά του συνθέτου υλικού.

Εάν r_f, r_m, r_i συμβολίζουν τις εξωτερικές ακτίνες του εγκλείσματος, της ενδιάμεσης φάσης και της μήτρας αντιστοίχως βλέπε (σχήμα 3.2), τότε οι κατ' όγκο περιεκτικότητες των τριών φάσεων δίνονται ως εξής:

$$U_f = \frac{r_f^3}{r_m^3}, \quad U_i = \frac{r_i^3 - r_f^3}{r_m^3}, \quad U_m = \frac{r_m^3 - r_i^3}{r_m^3}$$

$$\text{Όπου ισχύει: } U_f + U_i + U_m = 1$$

Επιλογικά, να αναφέρουμε ότι για να προσδιορισθεί η ακτίνα του σφαιρικού τμήματος το οποίο αντιστοιχεί στην ενδιάμεση φάση με $r_i = r_f + \Delta r_i$, όπου Δr_i το πάχος της ενδιάμεσης φάσης. Έτσι ο Lipatov[21] πρότεινε την εξής σχέση:

$$\frac{(r_f + \Delta r_i)^3}{r_f^3} - 1 = \frac{\lambda U_f}{1 - U_f}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.Γεωμετρική μοντελοποίηση της κατανομής των εγκλείσμάτων στο χώρο

4.1.1. Γενικά

Τα μικροδομικά, γεωμετρικά μοντέλα μελέτης των μηχανικών ιδιοτήτων των σύνθετων υλικών με εγκλείσματα , βασίζονται κυρίως στις εξής παραδοχές:

- ❖ Μια τυπική γεωμετρική δομή υιοθετείται για την εξομοίωση της διάταξης των εγκλείσμάτων στο χώρο. Συνήθως μία σφαίρα ή ένας κύλινδρος.
- ❖ Οι υπολογισμοί που γίνονται κατά τη μελέτη του μοντέλου , είναι βασισμένοι στη συνήθη γεωμετρία και τοπολογία.

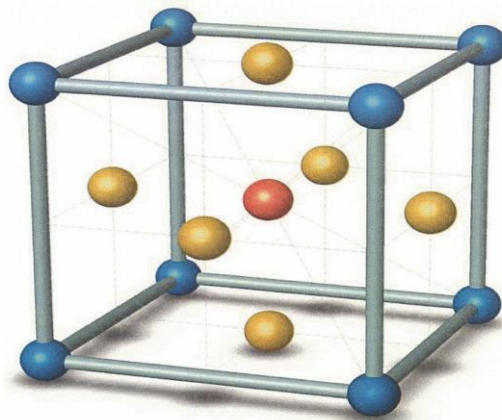
Τα μοντέλα αυτά μπορεί να είναι είτε επίπεδα, είτε τρισδιάστατα-ηλιοκεντρικά. Στην παρούσα εργασία θα θεωρήσουμε ότι τα βασικά δομικά κύτταρα του σύνθετου υλικού έχουν **κυβική μορφή**, ενώ τα εγκλείσματα που έχουν τέλειο σφαιρικό σχήμα **ακτίνας $r_f = 75 \mu\text{m}$** κατανέμονται με διάφορους τρόπους στο χώρο, δίνοντας έτσι τρία διαφορετικά κυβικά μοντέλα. Τέλος κάθε ένα από αυτά τα μοντέλα θα προσομοιώνεται με ένα αντίστοιχο σφαιρικό πολυφασικό μοντέλο για λόγους απλούστευσης της κατανομής των τάσεων στο δομικό κύτταρο, και άρα απλούστευσης των υπολογισμών (λόγω και της σφαιρικής συμμετρίας).

4.2 Εξαφασικό κυβικό μοντέλο 1

Πρώτο βήμα είναι η θεώρηση του τρόπου με τον οποίο κατανέμονται οι κόκκοι (σφαιρικά εγκλείσματα) μέσα στη μάζα της μήτρας. Θεωρούμε λοιπόν ότι 1 σφαιρικό εγκλείσμα καταλαμβάνει το κέντρο βάρους ενός Κύβου ακμής λ , 8σφαιρικά εγκλείσματα καταλαμβάνουν τις κορυφές του Κύβου και 6 σφαιρικά εγκλείσματα τα μέσα των πλευρών του. Το δομικό αυτό μοντέλο επαναλαμβάνεται με πλήρη συμμετρία στο χώρο. Το τμήμα μεταξύ των σφαιρών αντιπροσωπεύει τη μήτρα του σύνθετου υλικού.

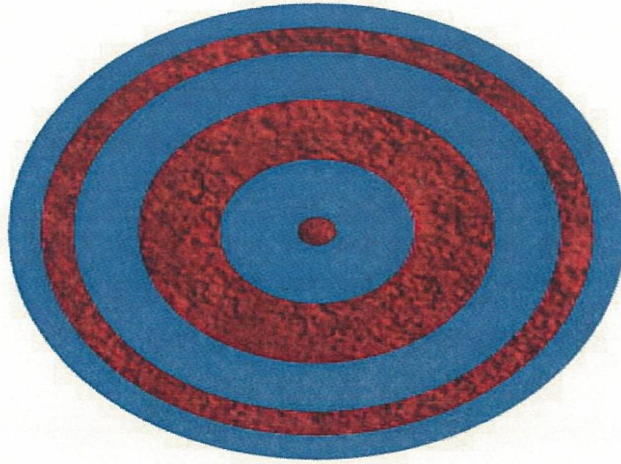
Στη συνέχεια για απλούστευση της μελέτης μας, ανάγουμε το παραπάνω κυβικό μοντέλο σε ένα “ισοδύναμο” σφαιρικό για να εκμεταλλευθούμε την σφαιρική συμμετρία και τις απλοποιήσεις που θα προκύψουν από αυτή.

Ο Κύβος αυτός ακμής λ , ο οποίος περιγράψαμε παραπάνω, θεωρούμε λοιπόν ότι περικλείεται σε έναν δεύτερο Κύβο ακμής 2λ , δημιουργώντας έτσι το δομικό “κύτταρο” του σώματος το οποίο επαναλαμβάνεται συμμετρικά καθ’ όλη τη μάζα του σύνθετου υλικού .



Σχήμα 4.1Κυβικό μοντέλο 1

Τον κύβο ακμής 2λ θα τον ανάγουμε σε ένα εξαφασικό μοντέλο αποτελούμενο από έξι ομόκεντρες σφαίρες ακτίνας a , b , c , d , f και h αντίστοιχα ($a < b < c < d < f < h$).



Σχήμα 4.2 Προσομοίωση κυβικού μοντέλου 1 με αντίστοιχο σφαιρικό (σε τομή)

Σε αυτό το μοντέλο, η πρώτη, η τρίτη και η πέμπτη φάση, που τις αποτελούν η σφαίρα με ακτίνα a , ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα b και εξωτερική c και ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα d και εξωτερική f , αντιπροσωπεύουν το υλικό του εγκλείσματος. Ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα a και εξωτερική b (δεύτερη φάση), ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα c και εξωτερική d (τέταρτη φάση) και με εσωτερική ακτίνα f και εξωτερική h (έκτη φάση) αντιπροσωπεύουν το σύνολο της μήτρας.

Ο όγκος του κύβου ακμής 2λ θα είναι:

$$V_{2\lambda} = (2\lambda)^3 \rightarrow V_{2\lambda} = 8\lambda^3$$

Για ένα οποιοδήποτε σύνθετο υλικό γνωρίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα U_f των σφαιρών, όπως και την ακτίνα τους r_f . Για τον κύβο ακμής 2λ η U_f θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου της σφαίρας που βρίσκεται στο κέντρο βάρους του κύβου, των 8 σφαιρών που βρίσκονται στις κορυφές του και των 6 σφαιρών που βρίσκονται στο κέντρο των πλευρών του κύβου, προς τον όγκο του κύβου ακμής 2λ , δηλαδή:

$$U_f = \frac{\frac{4}{3}\pi r_f^3 + 8 \cdot \frac{4}{3}\pi r_f^3 + 6 \cdot \frac{4}{3}\pi r_f^3}{8\lambda^3} \rightarrow U_f = \frac{20}{8\lambda^3} \pi r_f^3 \rightarrow \lambda = r_f \sqrt[3]{\frac{5\pi}{2U_f}}$$

Ο όγκος του κύβου ακμής 2λ στο κυβικό μοντέλο αντιπροσωπεύεται από τον όγκο της σφαίρας ακτίνας h , ισχύει λοιπόν:

$$8\lambda^3 = \frac{4}{3}\pi h^3 \rightarrow h = \lambda^3 \sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\pi}} \rightarrow h = r_f \sqrt[3]{\frac{15}{U_f}}$$

Θεωρούμε τον κύβο ακμής λ . Η απόσταση από το κέντρο βάρους του κύβου έως τα μέσα των πλευρών του ισούται με το μήκος $\lambda \frac{1}{2}$. Αν ονομάσουμε w_1 αυτήν την απόσταση, το w_1 αντιπροσωπεύει την απόσταση του κέντρου βάρους του Κύβου από τα κέντρα των σφαιριδίων που βρίσκονται στα μέσα των πλευρών του.

$$w_1 = \lambda \frac{1}{2}$$

Η απόσταση από το κέντρο βάρους του κύβου μέχρι τις κορυφές του και τα μέσα των σφαιριδίων που βρίσκονται εκεί, προκύπτει από τη γεωμετρία:

$$w_2 = \lambda \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Η πρώτη φάση αποτελείται από ένα έγκλεισμα. Άρα έχουμε:

$$a = r_f$$

Η φάση 3 αποτελείται από τα 6 εγκλείσματα. Άρα για τον όγκο της τρίτης φάσης ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(c^3 - b^3) = 6 \frac{4}{3}\pi r_f^3 \rightarrow (c^3 - b^3) = 6r_f^3$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός με ακτίνες , κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w_1 . Με

αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η τρίτη φάση “απλώνεται” κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(c^3-w_1^3)=\frac{4}{3}\pi(w_1^3-b^3)\rightarrow(c^3+b^3)=2w_1^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη έχω :

$$c=\sqrt[3]{w_1^3+3r_f^3}\text{ και } b=\sqrt[3]{w_1^3-3r_f^3}$$

Η φάση 5 αποτελείται από τα 8 εγκλείσματα. Άρα για τον όγκο της δεύτερης φάσης ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(f^3-d^3)=8\frac{4}{3}\pi r_f^3\rightarrow(f^3-d^3)=8r_f^3$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός της φάσης αυτής κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w_2 . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η πέμπτη φάση “απλώνεται” κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(f^3-w_2^3)=\frac{4}{3}\pi(w_2^3-d^3)\rightarrow(f^3+d^3)=2w_2^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη και έχω :

$$f=\sqrt[3]{w_2^3+4r_f^3}$$

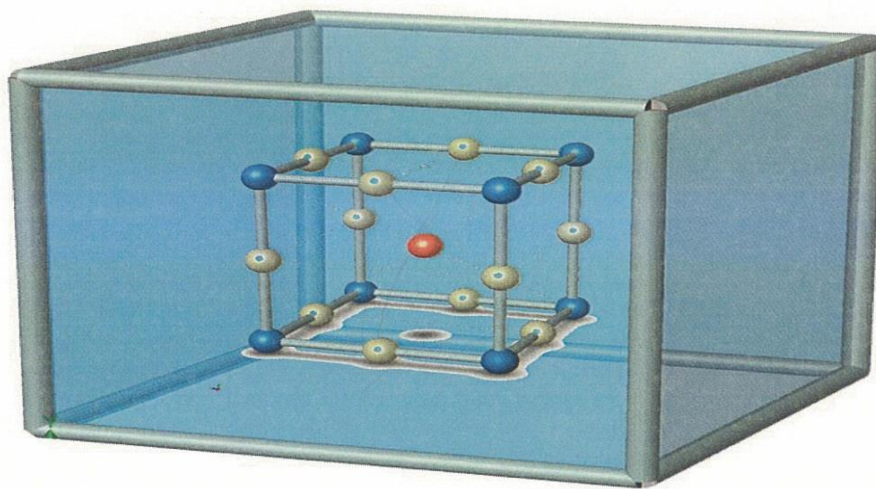
$$d = \sqrt[3]{w_2^3 - 4r_f^3}$$

Καταφέραμε λοιπόν να εκφράσουμε τις ακτίνες a , b , c , d , f και h συναρτήσει των γνωστών μεγεθών U_f και r_f .

4.3 Εξαφασικό κυβικό μοντέλο 2

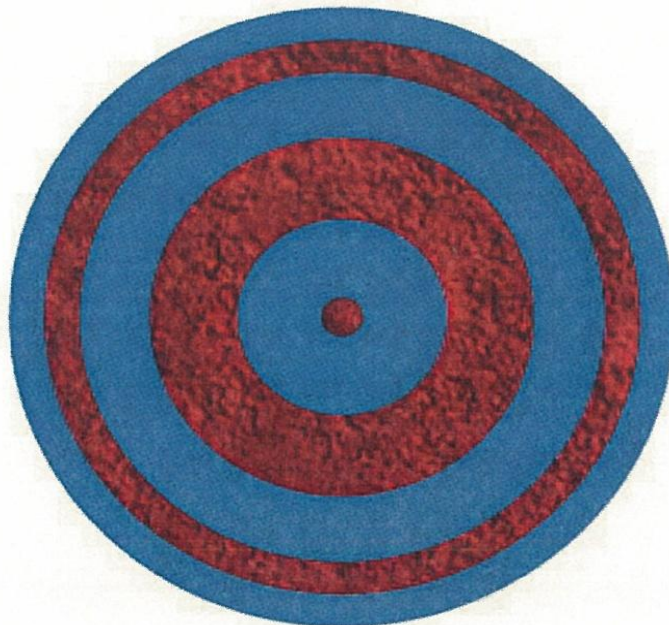
Θεωρούμε ότι 1 σφαιρικό έγκλεισμα βρίσκεται στο κέντρο βάρους ενός κύβου ακμής λ , 8 σφαιρικά εγκλείσματα καταλαμβάνουν τις κορυφές του και 12 σφαιρικά εγκλείσματα τα μέσα των ακμών του. Το δομικό αυτό μοντέλο επαναλαμβάνεται με πλήρη συμμετρία στο χώρο. Το Τμήμα μεταξύ των σφαιρών αντιπροσωπεύει τη μήτρα του σύνθετου υλικού.

Στη συνέχεια για απλούστευση της μελέτης μας, ανάγουμε το παραπάνω κυβικό μοντέλο σε ένα “ισοδύναμο” σφαιρικό για να εκμεταλλευθούμε την σφαιρική συμμετρία και τις απλοποιήσεις που θα προκύψουν από αυτή. Ο Κύβος αυτός ακμής λ , ο οποίος περιγράψαμε παραπάνω, θεωρούμε λοιπόν ότι περικλείεται σε έναν δεύτερο Κύβο ακμής 2λ , δημιουργώντας έτσι το δομικό “κύτταρο” του σώματος το οποίο επαναλαμβάνεται συμμετρικά καθ’ όλη τη μάζα του σύνθετου υλικού.



Σχήμα 4.3 Δομικό κύτταρο όπως προκύπτει από το κυβικό μοντέλο 2.

Τον κύβο ακμής 2λ θα τον ανάγουμε σε ένα εξαφασικό μοντέλο αποτελούμενο από έξι ομόκεντρες σφαίρες ακτίνας a , b , c , d , f και h αντίστοιχα ($a < b < c < d < f < h$).



Σχήμα 4.4 Προσομοίωση κυβικού μοντέλου 2 με αντίστοιχο σφαιρικό χωρίς ενδιάμεση φάση (σε τομή)

Σε αυτό το μοντέλο, όμοια με το προηγούμενο, η πρώτη, η τρίτη και η Πέμπτη φάση αποτελούν το υλικό του εγκλείσματος, ενώ οι υπόλοιπες το υλικό της μήτρας.

Ο όγκος του κύβου ακμής 2λ θα είναι:

$$V_{2\lambda} = (2\lambda)^3 \rightarrow V_{2\lambda} = 8\lambda^3$$

Για τον κύβο ακμής 2λ η U_f θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου της σφαίρας που βρίσκεται στο κέντρο βάρους του κύβου, των 8 σφαιρών που

βρίσκονται στις κορυφές του κύβου και των 12 σφαιρών που βρίσκονται στα μέσα των ακμών του κύβου, προς τον όγκο του Κύβου ακμής 2λ , δηλαδή:

$$U_f = \frac{\frac{4}{3}\pi r_f^3 + 8\frac{4}{3}\pi r_f^3 + 12\frac{4}{3}\pi r_f^3}{8\lambda^3} \rightarrow U_f = \frac{21}{6\lambda^3}\pi r_f^3 \rightarrow \lambda = r_f \sqrt[3]{\frac{7\pi}{2U_f}}$$

Ο όγκος του Κύβου ακμής 2λ στο κυβικό μοντέλο αντιπροσωπεύεται από τον όγκο της σφαίρας ακτίνας h , ισχύει λοιπόν:

$$8\lambda^3 = \frac{4}{3}\pi h^3 \rightarrow h = \lambda \sqrt[3]{\frac{24}{4\pi}} \rightarrow h = r_f \sqrt[3]{\frac{21}{U_f}}$$

Θεωρούμε τον κύβο ακμής λ . Η απόσταση από το κέντρο βάρους του κύβου έως μία εκ των κορυφών του, όπως προκύπτει από τη γεωμετρία, έχει μήκος $\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda$.

Αν ονομάσουμε w_2 αυτήν την απόσταση, το w_2 αντιπροσωπεύει την απόσταση του κέντρου βάρους του Κύβου από τα κέντρα των σφαιριδίων που βρίσκονται στις κορυφές του.

$$W_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\lambda$$

Η απόσταση από το κέντρο βάρους του κύβου μέχρι τα μέσα των ακμών του κύβου, προκύπτει από τη γεωμετρία:

$$W_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda$$

Η πρώτη φάση αποτελείται από ένα έγκλεισμα. Άρα έχουμε:

$$a = r_f$$

Η φάση 3 αποτελείται από τα 12 εγκλείσματα. Άρα για τον όγκο της τρίτης φάσης ισχύει:

$$\frac{4}{3} \pi (c^3 - b^3) = 12 \frac{4}{3} \pi r_f^3 \rightarrow (c^3 - b^3) = 12 r_f^3$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός της φάσης αυτής κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w_1 . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η τρίτη φάση “απλώνεται” κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3} \pi (c^3 - w_1^3) = \frac{4}{3} \pi (w_1^3 - b^3) \rightarrow (c^3 + b^3) = 2w_1^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη και έχω :

$$c = \sqrt[3]{w_1^3 + 6r_f^3} \text{ και } b = \sqrt[3]{w_1^3 - 6r_f^3}$$

Η φάση 5 αποτελείται από τα 8 εγκλείσματα. Άρα για τον όγκο της πέμπτης φάσης ισχύει:

$$\frac{4}{3} \pi (f^3 - d^3) = 8 \frac{4}{3} \pi r_f^3 \rightarrow (f^3 - d^3) = 8 r_f^3$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός της πέμπτης φάσης κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w_2 . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η πέμπτη φάση “απλώνεται” κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(f^3-w_2^3)=\frac{4}{3}\pi(w_2^3-d^3)\rightarrow(f^3+d^3)=2w_2^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη και έχω :

$$f=\sqrt[3]{w_2^3+4r_f^3}$$

$$d=\sqrt[3]{w_2^3-4r_f^3}$$

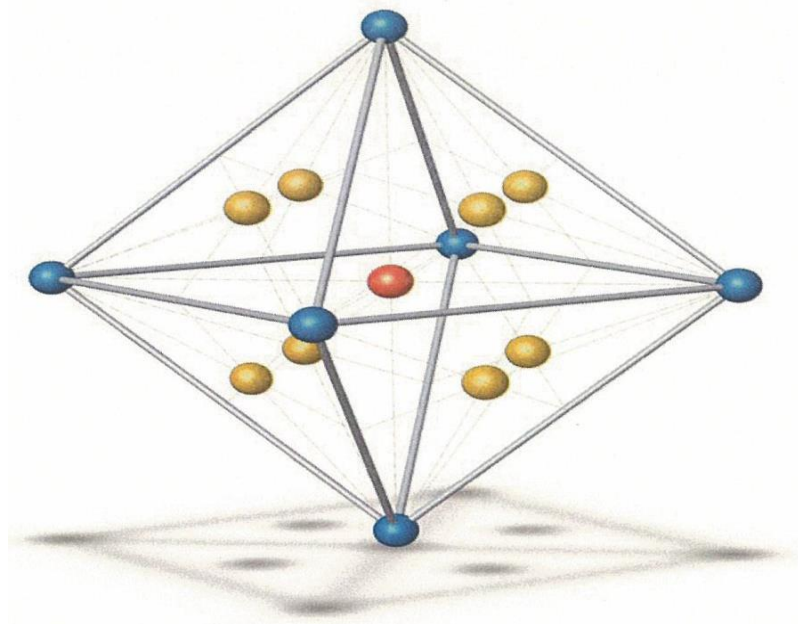
Καταφέραμε λοιπόν να εκφράσουμε τις ακτίνες a , b , c , d , f και h συναρτήσει των γνωστών μεγεθών U_f και r_f .

4.4 Εξαφασικό οκταεδρικό μοντέλο 1

Θεωρούμε ότι 1 σφαιρικό έγκλεισμα καταλαμβάνει το κέντρο βάρους ενός Οκταέδρου ακμής λ , 8 σφαιρικά εγκλείσματα καταλαμβάνουν τα κέντρα βάρους των πλευρών του οκταέδρου και 6 σφαιρικά εγκλείσματα κορυφές του. Το δομικό αυτό μοντέλο επαναλαμβάνεται με πλήρη συμμετρία στο χώρο. Το τμήμα μεταξύ των σφαιρών αντιπροσωπεύει τη μήτρα του σύνθετου υλικού.

Στη συνέχεια για απλούστευση της μελέτης μας, ανάγουμε το παραπάνω οκταεδρικό μοντέλο σε ένα “ισοδύναμο” σφαιρικό για να

εκμεταλλευθούμε την σφαιρική συμμετρία και τις απλοποιήσεις που θα προκύψουν από αυτή. Το οκτάεδρο ακμής λ , το οποίο περιγράψαμε παραπάνω, θεωρούμε λοιπόν ότι περικλείεται σε ένα Οκτάεδρο ακμής 2λ , δημιουργώντας έτσι το δομικό “κύτταρο” του σώματος το οποίο επαναλαμβάνεται συμμετρικά καθ’ όλη τη μάζα του σύνθετου υλικού.



Σχήμα 4.5 Οκταεδρικό μοντέλο 1

Το οκτάεδρο ακμής 2λ θα το ανάγουμε σε ένα εξαφασικό μοντέλο αποτελούμενο από έξι ομόκεντρες σφαίρες ακτίνας a , b , c , d , f και h αντίστοιχα ($a < b < c < d < f < h$).



Σχήμα 4.6 Προσομοίωση οκταεδρικού μοντέλου 1 με αντίστοιχο σφαιρικό χωρίς ενδιάμεση φάση (σε τομή)

Σε αυτό το μοντέλο, η πρώτη, η τρίτη και η πέμπτη φάση, που τις αποτελούν η σφαίρα με ακτίνα a , ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα b και εξωτερική c και ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα d και εξωτερική f , αντιπροσωπεύουν το υλικό του εγκλείσματος. Ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα a και εξωτερική b (δεύτερη φάση), ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα c και εξωτερική d (τέταρτη φάση) και με εσωτερική ακτίνα f και εξωτερική h (έκτη φάση) αντιπροσωπεύουν το σύνολο της μήτρας.

Ο όγκος του οκταέδρου ακμής 2λ θα είναι:

$$V_{2\lambda} = \frac{\sqrt{2}}{3}(2\lambda)^3 \rightarrow V_{2\lambda} = \frac{\sqrt{2}}{3}8\lambda^3$$

Για ένα οποιοδήποτε σύνθετο υλικό γνωρίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα U_f των σφαιρών, όπως και την ακτίνα τους r_f . Για το οκτάεδρο ακμής 2λ η U_f θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου της σφαίρας που βρίσκεται στο κέντρο βάρους του οκταέδρου, των 6 σφαιρών που βρίσκονται στις κορυφές του και των 8 σφαιρών που βρίσκονται στα κέντρα βάρους των πλευρών του οκταέδρου, προς τον όγκο του Οκταέδρου ακμής 2λ , δηλαδή:

$$U_f = \frac{\frac{4}{3}\pi r_f^3 + 8\frac{4}{3}\pi r_f^3 + 6\frac{4}{3}\pi r_f^3}{\frac{\sqrt{2}}{3}8\lambda^3} \rightarrow U_f = \frac{60}{8\sqrt{2}\lambda^3}\pi r_f^3 \rightarrow \lambda = r_f \sqrt[3]{\frac{15\sqrt{2}\pi}{4U_f}}$$

Ο όγκος του Κύβου ακμής 2λ στο κυβικό μοντέλο αντιπροσωπεύεται από τον όγκο της σφαίρας ακτίνας h , ισχύει λοιπόν:

$$8\lambda^3 = \frac{4}{3}\pi h^3 \rightarrow h = \lambda^3 \sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\pi}} \rightarrow h = r_f^3 \sqrt{\frac{15}{U_f}}$$

Θεωρούμε το οκτάεδρο ακμής λ . Η απόσταση από το κέντρο βάρους του οκταέδρου έως μία εκ των κορυφών του, όπως προκύπτει από τη γεωμετρία, έχει μήκος $\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda$. Αν ονομάσουμε w_2 αυτήν την απόσταση, το w_2 αντιπροσωπεύει την απόσταση του κέντρου βάρους του οκταέδρου από τα κέντρα των σφαιριδίων που βρίσκονται στις κορυφές του.

$$W_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda.$$

Η απόσταση από το κέντρο βάρους του οκταέδρου μέχρι τα κέντρα βάρους των πλευρών του, προκύπτει από τη γεωμετρία:

$$W_1 = \frac{\sqrt{6}}{6}\lambda.$$

Η πρώτη φάση αποτελείται από ένα έγκλεισμα. Άρα έχουμε:

$$a = r_f$$

Η φάση 3 αποτελείται από τα 8 εγκλείσματα. Άρα για τον όγκο της τρίτης φάσης ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(c^3 - b^3) = 8\frac{4}{3}\pi r_f^3 \rightarrow (c^3 - b^3) = 8r_f^3$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός της φάσης αυτής κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w_1 . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η τρίτη φάση “απλώνεται” κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(c^3 - w_1^3) = \frac{4}{3}\pi(w_1^3 - b^3) \rightarrow (c^3 + b^3) = 2w_1^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη και έχω :

$$c = \sqrt[3]{w_1^3 + 4r_f^3} \text{ και } b = \sqrt[3]{w_1^3 - 4r_f^3}$$

Η φάση 5 αποτελείται από τα 6 εγκλείσματα. Άρα για τον όγκο της πέμπτης φάσης ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(f^3 - d^3) = 6\frac{4}{3}\pi r_f^3 \rightarrow (f^3 - d^3) = 6r_f^3$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός της φάσης αυτής κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w_2 . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η πέμπτη φάση “απλώνεται” κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(f^3 - w_2^3) = \frac{4}{3}\pi(w_2^3 - d^3) \rightarrow (f^3 + d^3) = 2w_2^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη και έχω :

$$f = \sqrt[3]{w_2^3 + 3r_f^3}$$

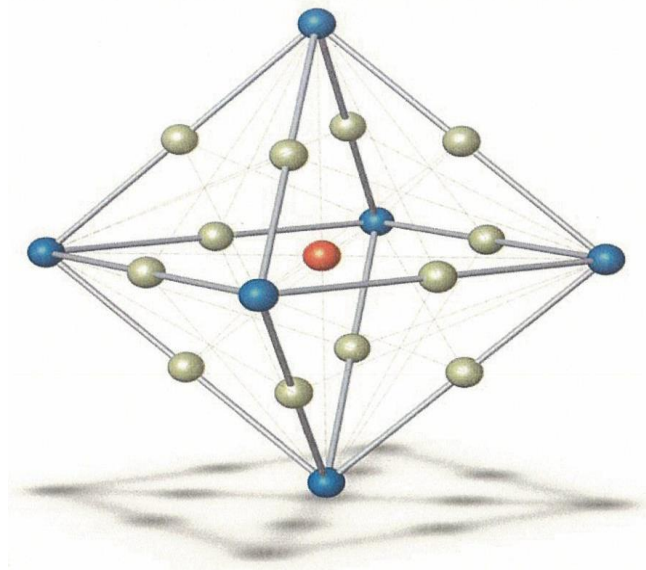
$$d = \sqrt[3]{w_2^3 - 3r_f^3}$$

Καταφέραμε λοιπόν να εκφράσουμε τις ακτίνες a, b, c, d, f και h συναρτήσει των γνωστών μεγεθών U_f και r_f .

4.5 Εξαφασικό οκταεδρικό μοντέλο 2

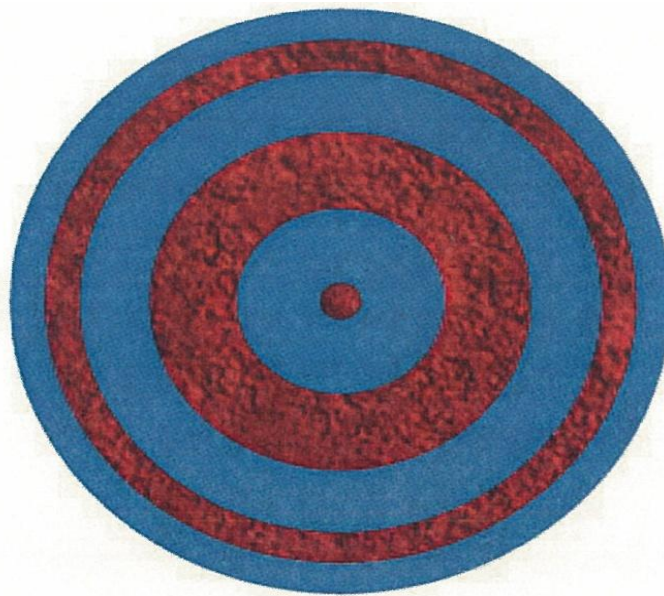
Θεωρούμε ότι 1 σφαιρικό έγκλεισμα καταλαμβάνει το κέντρο βάρους οκταέδρου ακμής λ , 12 σφαιρικά εγκλείσματα καταλαμβάνουν τα μέσα των ακμών του οκταέδρου και 6 σφαιρικά εγκλείσματα τις κορυφές του οκταέδρου. Το δομικό αυτό μοντέλο επαναλαμβάνεται με πλήρη συμμετρία στο χώρο. Το τμήμα μεταξύ των σφαιρών αντιπροσωπεύει τη μήτρα του σύνθετου υλικού.

Στη συνέχεια για απλούστευση της μελέτης μας, ανάγουμε το παραπάνω οκταεδρικό μοντέλο σε ένα “ισοδύναμο” σφαιρικό για να εκμεταλλευθούμε την σφαιρική συμμετρία και τις απλοποιήσεις που θα προκύψουν από αυτή. Το οκτάεδρο αυτό ακμής λ το οποίο περιγράψαμε παραπάνω, θεωρούμε λοιπόν ότι περικλείεται σε ένα δεύτερο Οκτάεδρο ακμής 2λ , δημιουργώντας έτσι το δομικό “κύτταρο” του σώματος το οποίο επαναλαμβάνεται συμμετρικά καθ’ όλη τη μάζα του σύνθετου υλικού.



Σχήμα 4.7 Οκταεδρικό μοντέλο 2

Το οκτάεδρο ακμής $2λ$ θα το ανάγουμε σε ένα εξαφασικό μοντέλο αποτελούμενο από έξι ομόκεντρες σφαίρες ακτίνας a , b , c , d , f και h αντίστοιχα ($a < b < c < d < f < h$).



Σχήμα 4.8 Προσομοίωση οκταεδρικού μοντέλου 2 με αντίστοιχο σφαιρικό χωρίς ενδιάμεση φάση (σε τομή)

Σε αυτό το μοντέλο, η πρώτη, η τρίτη και η πέμπτη φάση, που τις αποτελούν η σφαίρα με ακτίνα a, ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα b και εξωτερική c και ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα d και εξωτερική f, αντιπροσωπεύουν το υλικό του εγκλείσματος. Ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα a και εξωτερική b (δεύτερη φάση), ο σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα c και εξωτερική d (τέταρτη φάση) και με εσωτερική ακτίνα f και εξωτερική h (έκτη φάση) αντιπροσωπεύουν το σύνολο της μήτρας.

Ο όγκος του οκταέδρου ακμής 2λ θα είναι:

$$V_{2\lambda} = \frac{\sqrt{2}}{3}(2\lambda)^3 \rightarrow V_{2\lambda} = \frac{\sqrt{2}}{3}8\lambda^3$$

Για ένα οποιοδήποτε σύνθετο υλικό γνωρίζουμε την κατ' όγκο περιεκτικότητα U_f των σφαιρών, όπως και την ακτίνα τους r_f . Για το οκτάεδρο ακμής 2λ η U_f θα προκύπτει ως ο λόγος του όγκου της σφαίρας που βρίσκεται στο κέντρο βάρους του οκταέδρου, των 6 σφαιρών που βρίσκονται στις κορυφές του και των 12 σφαιρών που βρίσκονται στα μέσα των ακμών του οκταέδρου, προς τον όγκο του Οκταέδρου ακμής 2λ, δηλαδή:

$$U_f = \frac{\frac{4}{3}\pi r_f^3 + 12 \frac{4}{3}\pi r_f^3 + 6 \frac{4}{3}\pi r_f^3}{\frac{\sqrt{2}}{3}8\lambda^3} \rightarrow U_f = \frac{19}{8\sqrt{2}\lambda^3} \pi r_f^3 \rightarrow \lambda = r_f \sqrt[3]{\frac{19\sqrt{2}\pi}{4U_f}}$$

Ο όγκος του Κύβου ακμής 2λ στο κυβικό μοντέλο αντιπροσωπεύεται από τον όγκο της σφαίρας ακτίνας h, ισχύει λοιπόν:

$$\frac{\sqrt{2}}{3}8\lambda^3 = \frac{4}{3}\pi h^3 \rightarrow h = \lambda \sqrt[3]{\frac{2\sqrt{2}}{\pi}} \rightarrow h = r_f \sqrt[3]{\frac{19}{U_f}}$$

Θεωρούμε το οκτάεδρο ακμής λ . Η απόσταση από το κέντρο βάρους του οκταέδρου έως μία εκ των κορυφών του, όπως προκύπτει από τη γεωμετρία, έχει μήκος $\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda$. Αν ονομάσουμε w_2 αυτήν την απόσταση, το w_2 αντιπροσωπεύει την απόσταση του κέντρου βάρους του οκταέδρου από τα κέντρα των σφαιριδίων που βρίσκονται στις κορυφές του.

$$w_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda.$$

Η απόσταση από το κέντρο βάρους του οκταέδρου μέχρι τα κέντρα βάρους των πλευρών του, προκύπτει από τη γεωμετρία:

$$w_1 = \frac{\sqrt{6}}{6}\lambda.$$

Η πρώτη φάση αποτελείται από ένα έγκλεισμα. Άρα έχουμε:

$$a = r_f$$

Η φάση 3 αποτελείται από τα 8 εγκλείσματα. Άρα για τον όγκο της τρίτης φάσης ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(c^3 - b^3) = 12\frac{4}{3}\pi r_f^3 \rightarrow (c^3 - b^3) = 8r_f^3$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός της φάσης αυτής κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w_1 . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η τρίτη φάση “απλώνεται” κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(c^3-w_1^3)=\frac{4}{3}\pi(w^3-b^3)\rightarrow(c^3+b^3)=2w_1^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη και έχω :

$$c=\sqrt[3]{w_1^3+6r_f^3} \text{ και } b=\sqrt[3]{w_1^3-6r_f^3}$$

Η φάση 5 αποτελείται από τα 6 εγκλείσματα. Άρα για τον όγκο της πέμπτης φάσης ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(f^3-d^3)=6\frac{4}{3}\pi r_f^3 \rightarrow(f^3-d^3)=6r_f^3$$

Θεωρούμε ότι ο σφαιρικός φλοιός της φάσης αυτής κατανέμεται ισοογκικά εκατέρωθεν της σφαιρικής επιφάνειας που ορίζει η ακτίνα w_2 . Με αφετηρία δηλαδή την επιφάνεια αυτή, η πέμπτη φάση “απλώνεται” κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει:

$$\frac{4}{3}\pi(f^3-w_2^3)=\frac{4}{3}\pi(w_2^3-d^3)\rightarrow(f^3+d^3)=2w_2^3$$

Από το παραπάνω σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη και έχω :

$$f=\sqrt[3]{w_2^3+3r_f^3}$$

$$d = \sqrt[3]{w_2^3 - 3r_f^3}$$

Καταφέραμε λοιπόν να εκφράσουμε τις ακτίνες a, b, c, d, f και h συναρτήσει των γνωστών μεγεθών U_f και r_f .

4.6 Γεωμετρικοί περιορισμοί

Στο παρόν κεφάλαιο θα εξετάσουμε τους γεωμετρικούς περιορισμούς που προκύπτουν από το κάθε κυβικό μοντέλο, λόγω της διάταξης των μορίων του σιδήρου που θεωρούμε κάθε φορά. Επειδή η ανάπτυξη της ενδιάμεσου φάσεως γίνεται μέσα στην περιοχή της μήτρας, γι' αυτό άλλωστε μπορεί να θεωρηθεί και σαν αλλοιωμένη μήτρα, δεν προσθέτει κάποιον επιπλέον γεωμετρικό περιορισμό σχετικά με τις μέγιστες δυνατές περιεκτικότητες που μπορεί να έχουμε στο κάθε μοντέλο. Για αυτό και θα τους εξετάσουμε στα εξαφασικά μοντέλα μας, αγνοώντας την επίδραση της ενδιάμεσου φάσεως.

4.6.1 Εξαφασικό κυβικό μοντέλο 1

$$a < b \rightarrow a^3 < b^3 \rightarrow r_f^3 < w_1^3 - 6r_f^3 \rightarrow r_f^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} - 6r_f^3 \rightarrow U_f < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{14\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow U_f < \mathbf{0.255456}$$

$$c < d \rightarrow c^3 < d^3 \rightarrow w_1^3 + 6r_f^3 < w_2^3 - 3r_f^3 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} + 6r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} - 3r_f^3$$

$$\rightarrow U_f < \left\{ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 - \left(\frac{1}{2} \right)^3 \right\} \frac{19\pi}{18\sqrt{2}} \rightarrow U_f < \mathbf{0.535924}$$

$$e < f \rightarrow e^3 < f^3 \rightarrow w_2^3 + 3r_f^3 < r_f^3 \frac{19}{U_f} \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 \frac{19\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} + 6r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 \frac{19\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} + 3r_f^3 <$$

$$< r_f^3 \frac{19}{U_f} \rightarrow U_f < \frac{152 - 2\pi}{2\pi} \rightarrow U_f < \mathbf{3.84}$$

$$b > 0 \rightarrow w_1^3 - 6r_f^3 > 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^3 \frac{19\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} - 6r_f^3 > 0 \rightarrow U_f < \frac{19\pi}{96\sqrt{2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 0.439660$$

$$d > 0 \rightarrow w_2^3 - 3r_f^3 > 0 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 \frac{19\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} - 3r_f^3 > 0 \rightarrow U_f < \frac{19\pi}{24} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 2.48$$

Άρα πρέπει $U_f < U_f, \min$, δηλαδή θα πρέπει $U_f < \mathbf{0.255456}$

4.6.2 Εξαφασικό κυβικό μοντέλο 2

$$\alpha < b \rightarrow \alpha^3 < b^3 \rightarrow r_f^3 < w_1^3 - 6r_f^3 \rightarrow r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 \frac{21\pi r_f^3}{6 U_f} - 6r_f^3 \rightarrow U_f < \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 21\pi}{42} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 0.555360$$

$$c < d \rightarrow c^3 < d^3 \rightarrow w_1^3 + 6r_f^3 < w_2^3 - 4r_f^3 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{21\pi r_f^3}{6 U_f} + 6r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{21\pi r_f^3}{6 U_f} -$$

$$-4r_f^3 \rightarrow U_f < \frac{\left\{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3\right\} 21\pi}{60} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 0.325431$$

$$e < f \rightarrow e^3 < f^3 \rightarrow w_2^3 + 4r_f^3 < r_f^3 \frac{21}{U_f} \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{21\pi r_f^3}{6 U_f} + 4r_f^3 < \frac{21r_f^3}{U_f} \rightarrow$$

$$U_f < \frac{42}{8} \left\{ \frac{6 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \pi}{6} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 3.46$$

$$b > 0 \rightarrow w_1^3 - 6r_f^3 > 0 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{21\pi r_f^3}{6 U_f} - 6r_f^3 > 0 \rightarrow U_f < \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{21\pi}{36} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 0.647920$$

$$d > 0 \rightarrow w_2^3 - 4r_f^3 > 0 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{21\pi r_f^3}{6 U_f} - 4r_f^3 > 0 \rightarrow U_f < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{21\pi}{24} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 1.78$$

Άρα πρέπει $U_f < U_f, \min$, δηλαδή θα πρέπει $U_f < 0.325431$

4.6.3 Εξασφατικό οκταεδρικό μοντέλο 1

$$a < b \rightarrow a^3 < b^3 \rightarrow r_f^3 < w_1^3 - 4r_f^3 \rightarrow r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^3 \frac{15\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} - 4r_f^3 \rightarrow U_f < \frac{\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^3 15\pi}{10\sqrt{2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 0.226724$$

$$c < d \rightarrow c^3 < d^3 \rightarrow w_1^3 + 4r_f^3 < w_2^3 - 3r_f^3 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^3 \frac{15\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} + 4r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{15\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} - 3r_f^3 \rightarrow U_f < \left\{ \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 - \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^3 \right\} \frac{15\pi}{4\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow U_f < 0.679551$$

$$e < f \rightarrow e^3 < f^3 \rightarrow w_2^3 + 3r_f^3 < r_f^3 \frac{15}{U_f} \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{15\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} + 3r_f^3 < \frac{15r_f^3}{U_f} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < \frac{120 - 15\pi}{24}$$

$$\rightarrow U_f < 3.03$$

$$b > 0 \rightarrow w_1^3 - 4r_f^3 > 0 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^3 \frac{15\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} - 4r_f^3 > 0 \rightarrow U_f < \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right) \frac{15\pi}{8\sqrt{2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 0.283406$$

$$d > 0 \rightarrow w_2^3 - 3r_f^3 > 0 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{15\pi r_f^3}{2\sqrt{2} U_f} - 3r_f^3 > 0 \rightarrow U_f < \frac{15\pi}{24} \rightarrow$$

$$\rightarrow U_f < 1.96$$

Άρα πρέπει $U_f < U_f, \min$, δηλαδή θα πρέπει $U_f < 0.226724$

4.6.4 Εξασφατικό οκταεδρικό μοντέλο 2

$$\begin{aligned} a < b \rightarrow a^3 < b^3 \rightarrow r_f^3 < w_1^3 - 6r_f^3 \rightarrow r_f^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} - 6r_f^3 \rightarrow U_f < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{14\sqrt{2}} \rightarrow \\ \rightarrow U_f < 0.376851 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c < d \rightarrow c^3 < d^3 \rightarrow w_1^3 + 6r_f^3 < w_2^3 - 3r_f^3 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} + 6r_f^3 < \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} \\ - 3r_f^3 \rightarrow U_f < \left\{ \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right\} \frac{19\pi}{18\sqrt{2}} \\ \rightarrow U_f < 0.535924 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e < f \rightarrow e^3 < f^3 \rightarrow w_2^3 + 3r_f^3 < r_f^3 \frac{19}{U_f} \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} + 3r_f^3 < \frac{19r_f^3}{U_f} \rightarrow \\ \rightarrow U_f < \frac{152 - 19\pi}{24} \\ \rightarrow U_f < 3.84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b > 0 \rightarrow w_1^3 - 6r_f^3 > 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} - 6r_f^3 > 0 \rightarrow U_f < \frac{19\pi}{96\sqrt{2}} \rightarrow \\ \rightarrow U_f < 0.439660 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d > 0 \rightarrow w_2^3 - 3r_f^3 > 0 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{19\pi}{2\sqrt{2}} \frac{r_f^3}{U_f} - 3r_f^3 > 0 \rightarrow U_f < \frac{19\pi}{24} \rightarrow \\ \rightarrow U_f < 2.48 \end{aligned}$$

Άρα πρέπει $U_f < U_{f, \min}$, δηλαδή θα πρέπει $U_f < 0.376851$

Παρακάτω παρατίθενται σε πίνακα οι μέγιστες δυνατές περιεκτικότητες σιδήρου ανά μοντέλο για κοκκώδη σύνθετα υλικά.

Μοντέλα	Εξαφασικό κυβικό μοντέλο 1	Εξαφασικό κυβικό μοντέλο 2	Εξαφασικό οκταεδρικό μοντέλο 1	Εξαφασικό οκταεδρικό μοντέλο 2
U_f (%)	25.54	32.54	22.67	37.68

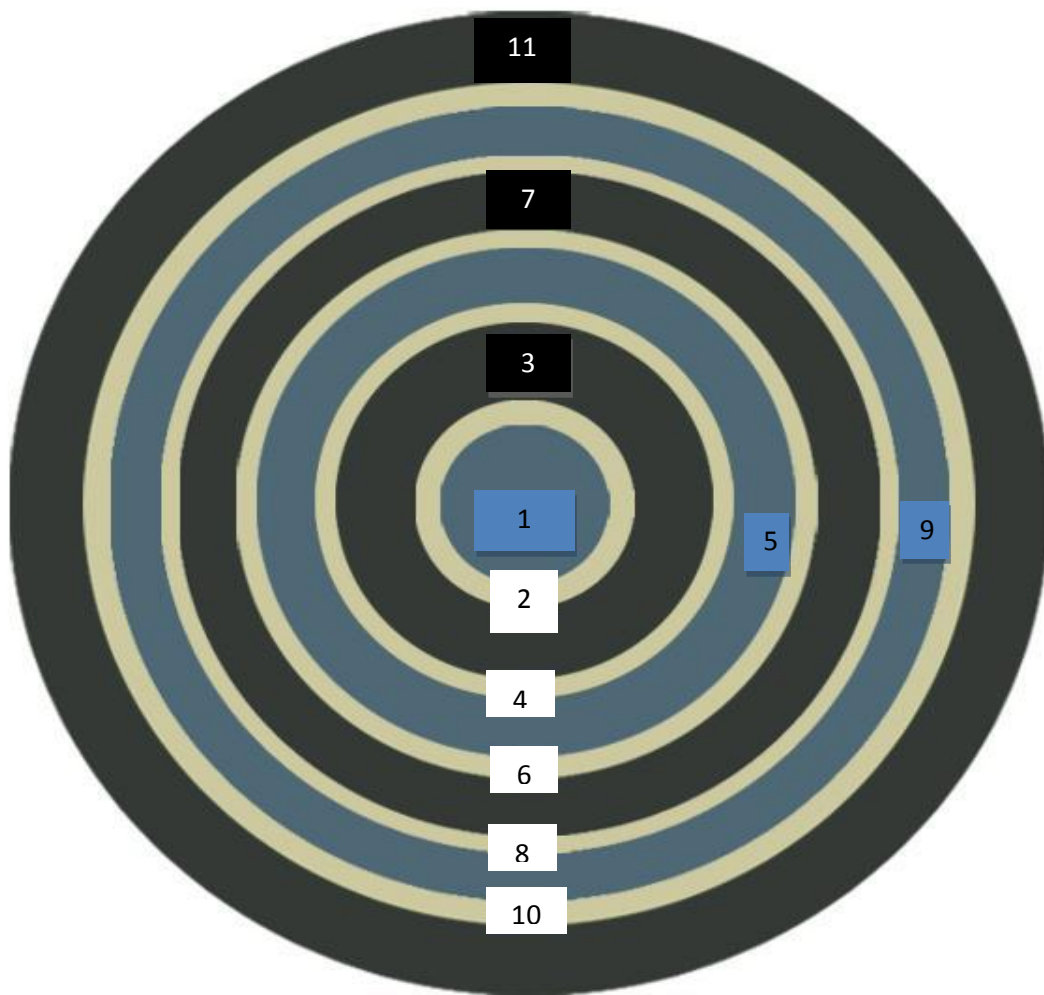
Πίνακας 4.1

Τελικά, για το **Κυβικό μοντέλο 1** το τελευταίο σημείο περιεκτικότητας εγκλεισμάτων σιδήρου που θα μελετηθεί είναι το **$U_f=25\%$** , ενώ για το **οκταεδρικό μοντέλο 3** θα είναι το **$U_f=22\%$** , προκειμένου και στις δυο περιπτώσεις να βρισκόμαστε εντός των επιτρεπτών περιεκτικότητων που προέκυψαν παραπάνω. Διαφορετικά , όπως είναι προφανές δεν υπάρχει κανένα νόημα λόγω των περιορισμών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. Ανάπτυξη ενδεκαφασικού μοντέλου ενδιάμεσης φάσης

5.1 Υπολογισμός ακτίνων του ισοδύναμου ενδεκαφασικού μοντέλου

Το ενδεκαφασικό μοντέλο που χρησιμοποιούμε αποτελείται από τρεις περιοχές εγκλεισμάτων κόκκων σιδήρου (μπλε περιοχές 1,5 και 9) και τρεις περιοχές μήτρας εποξειδικής ρητίνης (σκούρο μπλε περιοχές 3,7 και 11). Ανάμεσα σε αυτές θεωρούμε ότι αναπτύσσεται περιοχή ενδιάμεσης φάσης (άσπρες περιοχές 2,4,6,8 και 10).



Σχήμα 5.1 Τα επιμέρους στοιχεία του ενδεκαφασικού μοντέλου

Το μέσο μέτρο ελαστικότητας σε αυτές τις ενδιάμεσες φάσεις καθώς και ο μέσος λόγος Poisson που τους αντιστοιχεί , χρειάζεται αρχικά να προσδιοριστούν όπως και οι ακτίνες που αντιστοιχούν στα όρια της κάθε περιοχής, ώστε στη συνέχεια να γίνει εφικτός ο υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας E_c του σύνθετου υλικού καθώς και ο λόγος Poisson ν_c .

Κατά τα άλλα γνωρίζουμε ότι :

$$E_1 = E_5 = E_9 = E_f = 210 \text{ GPa} \quad (5.1)$$

Και

$$E_3 = E_7 = E_{11} = E_m = 3.5 \text{ GPa} \quad (5.2)$$

Αν με U_f συμβολίσουμε την συνολική κατά όγκο περιεκτικότητα του εγκλείσματος με U_i την συνολική κατά όγκο περιεκτικότητα της ενδιάμεσης φάσης και U_m την συνολική κατά όγκο περιεκτικότητα της μήτρας τότε θα ισχύει:

$$U_f = U_1 + U_5 + U_9 \quad (5.3)$$

$$U_i = U_2 + U_4 + U_6 + U_8 + U_{10} \quad (5.4)$$

Και

$$U_m = U_3 + U_7 + U_{11} \quad (5.5)$$

$$\text{Επίσης θα ισχύει ότι: } U_m = 1 - U_f - U_i \quad (5.6)$$

Κάνοντας την παραδοχή ότι η ενδιάμεση φάση μπορεί να θεωρηθεί ως αλλοιωμένη μήτρα και ότι η αναλογία της σε σχέση με το υλικό του εγκλείσματος θα είναι σταθερή και στις τρεις περιοχές εμφάνισης της θα ισχύει ότι:

$$\frac{U_{i,1}+U_{i,2}}{U_{m,1}}=\frac{U_{i,3}+U_{i,4}}{U_{m,2}}=\frac{U_{i,5}}{U_{m,3}}=\frac{U_{i,1}+U_{i,2}+U_{i,3}+U_{i,4}+U_{i,5}}{U_{m,1}+U_{m,2}+U_{m,3}}=\frac{U_i}{U_m}=\frac{U_i}{1-U_f-U_m}=A \quad (5.7)$$

Με βάση την (5.7) προκύπτει:

$$U_{i,1} = AU_{m,1} \rightarrow \frac{\frac{4}{3}\pi(r_2^3-r_1^3)}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} = A \frac{\frac{4}{3}\pi(r_3^3-r_2^3)}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} \rightarrow (r_2^3 - r_1^3) = A(r_3^3 - r_2^3) \rightarrow$$

$$r_2 = \sqrt[3]{\frac{Ar_3^3+r_1^3}{A+1}} \quad (5.8)$$

$$\text{Ομοίως: } U_4 = AU_3 \rightarrow r_4 = \sqrt[3]{(A+1)r_3^3 - Ar_2^3} \quad (5.9)$$

$$U_6 = AU_7 \rightarrow r_6 = \sqrt[3]{\frac{Ar_7^3+r_5^3}{A+1}} \quad (5.10)$$

$$U_8 = AU_7 \rightarrow r_7 = \sqrt[3]{\frac{Ar_6^3+r_8^3}{A+1}} \quad (5.11)$$

$$U_{10} = AU_{11} \rightarrow r_{10} = \sqrt[3]{\frac{Ar_{11}^3+r_9^3}{A+1}} \quad (5.12)$$

$$U_2 + U_4 + U_6 + U_8 + U_{10} = U_i \quad (5.13)$$

Για τις κατά όγκο περιεκτικότητες των φάσεων θα ισχύει κατά τα γνωστά:

$$U_1 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_1^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_1^3)}{r_{11}^3} = U_{f,1} \quad (5.14)$$

$$U_2 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_2^3 - r_1^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{r_{11}^3} = U_{i,1} \quad (5.15)$$

$$U_3 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_3^3 - r_2^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_3^3 - r_2^3)}{r_{11}^3} = U_{m,1} \quad (5.16)$$

$$U_4 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_4^3 - r_3^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_4^3 - r_3^3)}{r_{11}^3} = U_{i,2} \quad (5.17)$$

$$U_5 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_5^3 - r_4^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_5^3 - r_4^3)}{r_{11}^3} = U_{f,2} \quad (5.18)$$

$$U_6 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_6^3 - r_5^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_6^3 - r_5^3)}{r_{11}^3} = U_{i,3} \quad (5.19)$$

$$U_7 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_7^3 - r_6^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_7^3 - r_6^3)}{r_{11}^3} = U_{m,2} \quad (5.20)$$

$$U_8 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_8^3 - r_7^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_8^3 - r_7^3)}{r_{11}^3} = U_{i,4} \quad (5.21)$$

$$U_9 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_9^3 - r_8^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_9^3 - r_8^3)}{r_{11}^3} = U_{f,3} \quad (5.22)$$

$$U_{10} = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_{10}^3 - r_9^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_{10}^3 - r_9^3)}{r_{11}^3} = U_{i,5} \quad (5.23)$$

$$U_{11} = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_{11}^3 - r_{10}^3)}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3} = \frac{(r_{11}^3 - r_{10}^3)}{r_{11}^3} = U_{m,3} \quad (5.24)$$

Οι παραπάνω σχέσεις σε συνδυασμό με τις σχέσεις που υπολογίστηκαν στο κεφάλαιο 4 δίνουν τις σχέσεις όλων των ακτινών για τις φάσεις του απλοποιημένου μοντέλου.

Τελικά έχουμε τις εξής σχέσεις:

Κυβικό μοντέλο 1

$$r_1 = a = r_f \quad (5.25)$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{Ac^3 + r_f^3}{A+1}} \quad (5.26)$$

$$c = \sqrt[3]{\frac{(A+1)^3 - Ar_f^3}{(A+1)^2 - A^2}} \quad (5.27)$$

$$d = \sqrt[3]{w_1^3 - 3r_f^3} \quad (5.28)$$

$$f = \sqrt[3]{w_1^3 + 3r_f^3} \quad (5.29)$$

$$h = \sqrt[3]{\left(f^3 \frac{An^3}{A+1}\right)} \sqrt[3]{\frac{A+1}{(A+1)^2 - A^2}} \quad (5.30)$$

$$m = \sqrt[3]{\frac{n^3 + An^3}{(A+1)}} \quad (5.31)$$

$$n = \sqrt[3]{w_2^3 - 4r_f^3} \quad (5.32)$$

$$q = \sqrt[3]{w_2^3 + 4r_f^3} \quad (5.33)$$

$$s = \sqrt[3]{\frac{At^3 + q^3}{(A+1)}} \quad (5.34)$$

$$t=r_f \sqrt[3]{\frac{15}{U_f}} \quad (5.35)$$

Κυβικό μοντέλο 2

$$r_1=a=r_f \quad (5.36)$$

$$b=\sqrt[3]{\frac{Ac^3+r_f^3}{A+1}} \quad (5.37)$$

$$c=\sqrt[3]{\frac{(A+1)^3-Ar_f^3}{(A+1)^2-A^2}} \quad (5.38)$$

$$d=\sqrt[3]{w_1^3 - 6r_f^3} \quad (5.39)$$

$$f=\sqrt[3]{w_1^3 + 6r_f^3} \quad (5.40)$$

$$h=\sqrt[3]{\left(f^3 \frac{An^3}{A+1}\right)} \sqrt[3]{\frac{A+1}{(A+1^2)-A^2}} \quad (5.41)$$

$$\mathbf{m} = \sqrt[3]{\frac{n^3 + An^3}{(A+1)}} \quad (5.42)$$

$$n = \sqrt[3]{w_2^3 - 4r_f^3} \quad (5.43)$$

$$q = \sqrt[3]{w_2^3 + 4r_f^3} \quad (5.44)$$

$$\mathbf{s} = \sqrt[3]{\frac{At^3 + q^3}{(A+1)}} \quad (5.45)$$

$$\mathbf{t} = r_f \sqrt[3]{\frac{21}{U_f}} \quad (5.46)$$

Οκταεδρικό μοντέλο 1

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{a} = r_f \quad (5.47)$$

$$\mathbf{b} = \sqrt[3]{\frac{Ac^3 + r_f^3}{A+1}} \quad (5.48)$$

$$\mathbf{c} = \sqrt[3]{\frac{(A+1)^3 - Ar_f^3}{(A+1)^2 - A^2}} \quad (5.49)$$

$$d = \sqrt[3]{w_1^3 - 4r_f^3} \quad (5.50)$$

$$f = \sqrt[3]{w_1^3 + 4r_f^3} \quad (5.51)$$

$$h = \sqrt[3]{\left(f^3 \frac{An^3}{A+1}\right)} \sqrt[3]{\frac{A+1}{(A+1^2) - A^2}} \quad (5.52)$$

$$m = \sqrt[3]{\frac{n^3 + An^3}{(A+1)}} \quad (5.53)$$

$$n = \sqrt[3]{w_2^3 - 3r_f^3} \quad (5.54)$$

$$q = \sqrt[3]{w_2^3 + 3r_f^3} \quad (5.55)$$

$$s = \sqrt[3]{\frac{At^3 + q^3}{(A+1)}} \quad (5.56)$$

$$t = r_f \sqrt[3]{\frac{15}{U_f}} \quad (5.57)$$

Οκταεδρικό μοντέλο 2

$$r_1 = a = r_f \quad (5.58)$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{Ac^3 + r_f^3}{A+1}} \quad (5.59)$$

$$c = \sqrt[3]{\frac{(A+1)^3 - Ar_f^3}{(A+1)^2 - A^2}} \quad (5.60)$$

$$d = \sqrt[3]{w_1^3 - 6r_f^3} \quad (5.61)$$

$$f = \sqrt[3]{w_1^3 + 6r_f^3} \quad (5.62)$$

$$h = \sqrt[3]{\left(f^3 \frac{An^3}{A+1}\right)} \sqrt[3]{\frac{A+1}{(A+1^2) - A^2}} \quad (5.63)$$

$$m = \sqrt[3]{\frac{n^3 + An^3}{(A+1)}} \quad (5.64)$$

$$n = \sqrt[3]{w_2^3 - 3r_f^3} \quad (5.65)$$

$$q = \sqrt[3]{w_2^3 + 3r_f^3} \quad (5.66)$$

$$s = \sqrt[3]{\frac{At^3 + q^3}{A+1}} \quad (5.67)$$

$$t = r_f \sqrt[3]{\frac{19}{U_f}} \quad (5.68)$$

Από τον πίνακα 5.1, σε κάθε σύσταση U_f αντιστοιχεί μια σύσταση U_i για το σύνολο της ενδιάμεσης φάσης, όπως προέκυψε από τα πειράματα που περιγράφονται στο (3.2.2). Έτσι έχουμε τα ζεύγη :

U_f	U_i
0.05	0.0013
0.10	0.004
0.15	0.013
0.20	0.028
0.25	0.05

Πίνακας 5.1

Οπότε χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις για κάθε ζεύγος τιμών (U_f , U_i) υπολογίζονται οι ακτίνες στα όρια της κάθε ενδιάμεσης φάσης καθώς και οι αντίστοιχες τους κατ' όγκο περιεκτικότητες.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν σε κάθε περίπτωση σύστασης. Όλες οι ακτίνες είναι σε (μm):

Κυβικό μοντέλο 1

U_f	a(μm)	b(μm)	c(μm)	d(μm)	f(μm)
0.05	75	75.53	191.36	191.45	212.15
0.10	75	75.63	141.97	142.21	175.52
0.15	75	75.93	113.61	114.35	159.09
0.20	75	75.52	91.86	93.03	149.42
0.25	75	75.23	76.02	77.20	144.08

h(μm)	m(μm)	n(μm)	q(μm)	s(μm)	t(μm)
212.47	345.69	345.81	354.97	355.27	502.1
176.20	270.39	270.68	285.24	285.97	398.5
160.70	232.26	233.06	252.16	224.26	348.1
151.48	207.49	208.56	231.75	234.69	316.3
148.21	191.42	193.80	220.04	226.94	297.6

Πίνακας 5.2

Ενώ η περιεκτικότητα της κάθε φάσης είναι:

U_f	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5
0.05	0.0033	0.00007	0.051	0.00008	0.02
0.10	0.0066	0.00017	0.038	0.00023	0.04
0.15	0.0100	0.00037	0.024	0.00068	0.06
0.20	0.0133	0.00027	0.010	0.00094	0.08
0.25	0.0160	0.00004	0.0005	0.0021	0.096

U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}
0.0003	0.25	0.0003	0.026	0.0008	0.6456
0.001	0.22	0.001	0.053	0.0028	0.6304
0.003	0.19	0.003	0.08	0.0094	0.6104
0.004	0.17	0.004	0.106	0.0151	0.5914
0.010	0.14	0.010	0.128	0.0392	0.5567

Πίνακας 5.3

Κυβικό μοντέλο 2

U_f	a(μm)	b(μm)	c(μm)	d(μm)	f(μm)
0.05	75	77.3430	311.5077	311.6517	328.1383
0.10	75	78.3712	239.8958	240.261	266.5202
0.15	75	81.5277	202.220	203.2987	237.9037
0.20	75	81.8992	176.7358	178.3071	220.5735
0.25	75	86.3476	155.3722	159.1221	208.7105

$h(\mu\text{m})$	$m(\mu\text{m})$	$n(\mu\text{m})$	$q(\mu\text{m})$	$s(\mu\text{m})$	$t(\mu\text{m})$
328.2366	388.2852	388.35	395.6758	396.0113	561.6654
266.7175	305.0982	305.24	316.8742	317.7097	445.7941
238.3406	263.6401	263.99	279.2408	281.6577	389.4371
221.0148	237.0043	237.38	255.8732	259.332	353.827
209.3175	217.4696	218.02	239.5091	247.6358	328.4639

Πίνακας 5.4

Ενώ η περιεκτικότητα της κάθε φάσης είναι:

U_f	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5
0.05	0.002381	0.00023	0.167987	0.000237	0.028571
0.10	0.004762	0.000671	0.150402	0.000714	0.057143
0.15	0.007143	0.002032	0.130837	0.002251	0.085714
0.20	0.009524	0.002877	0.112222	0.003354	0.114286
0.25	0.011905	0.006262	0.087675	0.00785	0.142857

U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}
0.000315	0.229546	0.000315	0.015789	0.000820	0.598586
0.000914	0.204663	0.000914	0.031579	0.002629	0.588883
0.002754	0.177299	0.002754	0.047368	0.008926	0.574691
0.003881	0.151360	0.003881	0.063158	0.014393	0.561329
0.008465	0.118508	0.008465	0.078947	0.037855	0.529972

Πίνακας 5.5

Οκταεδρικό μοντέλο 1

U_f	$a(\mu\text{m})$	$b(\mu\text{m})$	$c(\mu\text{m})$	$d(\mu\text{m})$	$f(\mu\text{m})$
0.05	75	75.59887	198.878	198.9736	224.0866
0.10	75	75.69354	145.4866	145.7312	186.3373
0.15	75	75.93979	113.751	114.4923	169.5701
0.20	75	75.37505	87.77618	88.94823	159.7749
0.25	75	75.03708	75.57434	78.64133	156.8844

$h(\mu\text{m})$	$m(\mu\text{m})$	$n(\mu\text{m})$	$q(\mu\text{m})$	$s(\mu\text{m})$	$t(\mu\text{m})$
224.4233	364.392	364.5195	370.762	371.0127	502.0747
187.062	286.4698	286.7771	316.8742	297.3141	398.497
171.3715	247.4096	248.2619	279.2408	263.0658	348.1192
161.9989	222.3098	223.4686	255.8732	241.8127	316.2872
161.7638	212.9621	215.6591	239.5091	238.6963	306.3967

Πίνακας 5.6

Ενώ η περιεκτικότητα της κάθε φάσης είναι:

U_f	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5
0.05	0.003333	8.05E-05	0.058738	8.96E-05	0.026667
0.10	0.006667	0.000187	0.041809	0.000246	0.053333
0.15	0.01	0.000381	0.024508	0.000687	0.08
0.20	0.013333	0.000201	0.00784	0.000868	0.106667
0.25	0.014667	2.18E-05	0.000318	0.001902	0.117333

U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}
0.000401	0.292988	0.000401	0.02	0.000817	0.596484
0.001197	0.268064	0.001197	0.04	0.00261	0.584691
0.003723	0.239679	0.003723	0.06	0.008829	0.568472
0.005458	0.212874	0.005458	0.08	0.014183	0.553118
0.012919	0.188619	0.012919	0.088	0.036109	0.527192

Πίνακας 5.7

Οκταεδρικό μοντέλο 2

U_f	a(μm)	b(μm)	c(μm)	d(μm)	f(μm)
0.05	75	75.59	198.87	198.97	224.08
0.10	75	75.69	145.86	145.73	186.33
0.15	75	75.93	113.75	114.49	169.57
0.20	75	75.37	87.77	88.94	159.77
0.25	75	75.05	75.57	78.64	156.88

h(μm)	m(μm)	n(μm)	q(μm)	s(μm)	t(μm)
224.42	364.39	364.51	370.76	371.01	502.1
187.06	286.46	286.77	296.69	297.31	398.5
171.37	247.40	248.26	261.25	263.06	348.1
161.99	222.30	223.46	239.22	241.81	316.3
161.76	212.96	215.65	232.45	238.69	306.4

Πίνακας 5.8

Ενώ η περιεκτικότητα της κάθε φάσης είναι:

U_f	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5
0.05	0.002632	0.000165	0.120083	0.000172	0.031579
0.10	0.005263	0.000451	0.101049	0.000498	0.063158
0.15	0.007895	0.001255	0.080825	0.001497	0.094737
0.20	0.010526	0.001576	0.061477	0.002103	0.126316
0.25	0.013158	0.002811	0.039358	0.004566	0.157895

U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}
0.000315	0.229546	0.000315	0.015789	0.00082	0.598586
0.000914	0.204663	0.000914	0.031579	0.002629	0.588883
0.002754	0.177299	0.002754	0.047368	0.008926	0.574691
0.003881	0.15136	0.003881	0.063158	0.014393	0.561329
0.008465	0.118508	0.008465	0.078947	0.037855	0.529972

Πίνακας 5.9

5.2.1.Ελαστικές σταθερές για την ενδιάμεση φάση

Η φυσική συμπεριφορά του συστήματος εξαρτάται ξεχωριστά από τις ιδιότητες του εγκλείσματος και της μήτρας, όπως επίσης και από την αλληλεπίδρασή τους. Αυτή η αλληλεπίδραση είναι δυνατό να ληφθεί υπόψη υπό τη μορφή της ενδιάμεσης περιοχής, η οποία δημιουργείται κατά την παραγωγή του σύνθετου υλικού και παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο στη γενική θερμομηχανική συμπεριφορά του σύνθετου.

Γενικώς, το μέτρο ελαστικότητας E_i και ο λόγος Poisson ν_i της ενδιάμεσης φάσης μπορούν να εκφραστούν ως ένα πολυώνυμο n βαθμού με μεταβλητή την ακτίνα r .

Δηλαδή:

$$E_i(r) = f(r) \text{ και } v_i(r) = g_i(r)$$

ή

$$E_i(r) = Ar^n + Br^{n-1} + Cr^{n-2} + \dots$$

και

$$v_i(r) = A'r^n + B'r^{n-1} + C'r^{n-2} + \dots$$

όπου $r_f \leq r \leq r_i$

Στην μελέτη αυτή, για απλουστευτικούς λόγους, δεν λαμβάνουμε υπ' όψιν την γραμμική, την υπερβολική, την λογαριθμική και την εκθετική παρά μόνο την παραβολική μεταβολή των $E_i(r)$ και $v_i(r)$, η οποία στην πραγματικότητα είναι και αυτή που αντικατοπτρίζει και το πρόβλημά μας.

Θεωρούμε ότι $E_m \leq E_i(r) \leq E_f$ και $v_f \leq v_i(r) \leq v_m$, όταν $r_f \leq r \leq r_i$. Επειδή το ενδεκαφασικό μοντέλο έχει πέντε ενδιάμεσες φάσεις, **οι οριακές συνθήκες τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε είναι:**

Για την πρώτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

✚ Στο $r=r_1$: $E_i(r) = n E_f$ και $v_i(r) = \zeta v_f$

✚ Στο $r=r_2$: $E_i(r) = E_m$ και $v_i(r) = v_m$

Για την δεύτερη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

✚ Στο $r=r_3 : E_i(r) = E_m$ και $v_i(r) = v_m$

✚ Στο $r=r_4 : E_i(r) = n E_f$ και $v_i(r) = \xi v_f$

Για την τρίτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

✚ Στο $r=r_5 : E_i(r) = n E_f$ και $v_i(r) = \xi v_f$

✚ Στο $r=r_6 : E_i(r) = E_m$ και $v_i(r) = v_m$

Για την τέταρτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

✚ Στο $r=r_7 : E_i(r) = E_m$ και $v_i(r) = v_m$

✚ Στο $r=r_8 : E_i(r) = n E_f$ και $v_i(r) = \xi v_f$

Για την πέμπτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

✚ Στο $r=r_9 : E_i(r) = n E_f$ και $v_i(r) = \xi v_f$

✚ Στο $r=r_{10} : E_i(r) = E_m$ και $v_i(r) = v_m$

Δεχόμαστε δηλαδή, ότι τα $E_i(r)$ και $v_i(r)$ της ενδιάμεσης φάσης στο όριο αυτής με την μήτρα είναι ίσα με E_m και v_m αντιστοίχως, ενώ στο όριο αυτής με το έγκλεισμα είναι τμήματα των E_f και v_f αντιστοίχως, που εκφράζεται με τους συντελεστές n και ξ . Όμως, για να εκτιμήσουμε την μεγίστη δυνατή επίδραση της ενδιάμεσης φάσης, θα θεωρήσουμε ότι τα $E_i(r)$ και $v_i(r)$ στο όριο αυτής με το έγκλεισμα είναι ίσα με E_f και v_f αντιστοίχως, δηλαδή ότι $n=\xi=1$.

5.2.2.Ελαστικές σταθερές για την ενδιάμεση φάση με την χρήση παραβολικού μοντέλου

Σύμφωνα με αυτήν την μεταβολή τα $E_i(r)$ και $\nu_i(r)$ μεταβάλλονται ως εξής:

$$E_i(r) = Ar^2 + Br + C \quad \text{και} \quad \nu_i(r) = A'r^2 + B'r + C' \quad \text{με} \quad r_f \leq r \leq r_i$$

Για τον υπολογισμό των A , B , C και A' , B' , C' εκτός από τις προαναφερθείσες οριακές συνθήκες θα θεωρήσουμε ότι η $E_i(r)$ παρουσιάζει ελάχιστο και η $\nu_i(r)$ παρουσιάζει μέγιστο στα σημεία που θα δείξουμε παρακάτω.

Δηλαδή:

Για την πρώτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε (στο $r_2=r_{i,1}$):

$$\frac{dE_i(r)}{dr} = 0 \quad \text{με} \quad \frac{d^2E_i(r)}{dr^2} > 0$$

και

$$\frac{d\nu_i(r)}{dr} = 0 \quad \text{με} \quad \frac{d^2\nu_i(r)}{dr^2} < 0$$

Για την δεύτερη ενδιάμεση φάση θα έχουμε (στο $r_3=r_{m,1}$):

$$\frac{dE_i(r)}{dr} = 0 \quad \text{με} \quad \frac{d^2E_i(r)}{dr^2} > 0$$

και

$$\frac{dv_i(r)}{dr}=0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2v_i(r)}{dr^2}<0$$

Για την τρίτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε (στο $r_6=r_{i,3}$):

$$\frac{dEi(r)}{dr}=0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2Ei(r)}{dr^2}>0$$

και

$$\frac{dv_i(r)}{dr}=0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2v_i(r)}{dr^2}<0$$

Για την τέταρτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε (στο $r_7=r_{m,2}$):

$$\frac{dEi(r)}{dr}=0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2Ei(r)}{dr^2}>0$$

και

$$\frac{dv_i(r)}{dr}=0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2v_i(r)}{dr^2}<0$$

Για την πέμπτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε (στο $r_{10}=r_{i.5}$):

$$\frac{dE_i(r)}{dr}=0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2E_i(r)}{dr^2}>0$$

και

$$\frac{dv_i(r)}{dr}=0 \quad \mu\epsilon \quad \frac{d^2v_i(r)}{dr^2}<0$$

Τώρα θα υπολογίσουμε τις σταθερές για κάθε ενδιάμεση φάση ξεχωριστά.

Για την πρώτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$A = \frac{n E f - E m}{(r_f - r_i)^2}, \quad A' = \frac{\xi v f - v m}{(r_f - r_i)^2}$$

$$B = -\frac{2r_i(n E f - E m)}{(r_f - r_i)^2}, \quad B' = -\frac{2r_i(\xi v f - v m)}{(r_f - r_i)^2}$$

$$C = \frac{n E f r_i^2 + E m r_f^2 - 2 E m r_f r_i}{(r_f - r_i)^2}, \quad C' = \frac{\xi v f r_i^2 + v m r_f^2 - 2 v m r_f r_i}{(r_f - r_i)^2}$$

Όπου $r_f=r_1$ και $r_i=r_2$

Για την δεύτερη ενδιάμεση φάση θα έχουμε :

$$A = \frac{n E f - E m}{(r_i - r_m)^2} , \quad A' = \frac{\xi v f - v m}{(r_i - r_m)^2}$$

$$B = - \frac{2 r_m (n E f - E m)}{(r_i - r_m)^2} , \quad B' = - \frac{2 r_m (\xi v f - v m)}{(r_i - r_m)^2}$$

$$C = \frac{n E f r_m^2 + E m r_i^2 - 2 E m r_m r_i}{(r_i - r_m)^2} , \quad C' = \frac{\xi v f r_m^2 + v m r_i^2 - 2 v m r_m r_i}{(r_i - r_m)^2}$$

Όπου $r_i = r_3$ και $r_m = r_4$

Για την τρίτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε :

$$A = \frac{n E f - E m}{(r_f - r_i)^2} , \quad A' = \frac{\xi v f - v m}{(r_f - r_i)^2}$$

$$B = - \frac{2 r_i (n E f - E m)}{(r_f - r_i)^2} , \quad B' = - \frac{2 r_i (\xi v f - v m)}{(r_f - r_i)^2}$$

$$C = \frac{n E f r_i^2 + E m r_f^2 - 2 E m r_f r_i}{(r_f - r_i)^2} , \quad C' = \frac{\xi v f r_i^2 + v m r_f^2 - 2 v m r_f r_i}{(r_f - r_i)^2}$$

Όπου $r_f = r_5$ και $r_i = r_6$

Για την τέταρτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε :

$$A = \frac{n E f - E m}{(r_i - r_m)^2} , \quad A' = \frac{\xi v f - v m}{(r_i - r_m)^2}$$

$$B = -\frac{2r_m(nEf - Em)}{(r_i - r_m)^2}, \quad B' = -\frac{2r_m(\xi v f - v_m)}{(r_i - r_m)^2}$$

$$C = \frac{nEfr_m^2 + Emr_i^2 - 2Emr_mr_i}{(r_i - r_m)^2}, \quad C' = \frac{\xi v fr_m^2 + v_m r_i^2 - 2v_m r_m r_i}{(r_i - r_m)^2}$$

Όπου $r_i=r_7$ και $r_m=r_8$

Για την πέμπτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$A = \frac{nEf - Em}{(r_f - r_i)^2}, \quad A' = \frac{\xi v f - v_m}{(r_f - r_i)^2}$$

$$B = -\frac{2r_i(nEf - Em)}{(r_f - r_i)^2}, \quad B' = -\frac{2r_i(\xi v f - v_m)}{(r_f - r_i)^2}$$

$$C = \frac{nEfr_i^2 + Emr_f^2 - 2Emr_f r_i}{(r_f - r_i)^2}, \quad C' = \frac{\xi v fr_i^2 + v_m r_f^2 - 2v_m r_f r_i}{(r_f - r_i)^2}$$

Όπου $r_f=r_9$ και $r_i=r_{10}$

Επιπλέον υπολογίζουμε την μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας και του λόγου Poisson των ενδιάμεσων φάσεων. Μετά από πράξεις και αντικαταστάσεις, τελικά προκύπτει:

Χρησιμοποιώντας τον τύπο:

$$\bar{E}_i = \frac{1}{V} \int_{r_f}^{r_i} E_i(r) dV, \quad \bar{\nu}_i = \frac{1}{V} \int_{r_f}^{r_i} \nu_i(r) dV$$

Και ανάλογα με τα δεδομένα της κάθε φάσης προκύπτουν οι παρακάτω εκφράσεις για την μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας \bar{E}_i και την μέση τιμή του λόγου Poisson, $\bar{\nu}_i$ για κάθε φάση ξεχωριστά:

Για την πρώτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$\overline{E}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A}{5}(r_i^5 - r_f^5) + \frac{B}{5}(r_i^4 - r_f^4) + \frac{C}{3}(r_i^3 - r_f^3) \right\}$$

$$\overline{\nu}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A'}{5}(r_i^5 - r_f^5) + \frac{B'}{5}(r_i^4 - r_f^4) + \frac{C'}{3}(r_i^3 - r_f^3) \right\}$$

Όπου $r_f=r_1$ και $r_i=r_2$

Για την δεύτερη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$\overline{E}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A}{5}(r_i^5 - r_m^5) + \frac{B}{5}(r_i^4 - r_m^4) + \frac{C}{3}(r_i^3 - r_m^3) \right\}$$

$$\overline{\nu}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A'}{5}(r_i^5 - r_m^5) + \frac{B'}{5}(r_i^4 - r_m^4) + \frac{C'}{3}(r_i^3 - r_m^3) \right\}$$

Όπου $r_i=r_3$ και $r_m=r_4$

Για την τρίτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$\overline{E}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A}{5}(r_i^5 - r_f^5) + \frac{B}{5}(r_i^4 - r_f^4) + \frac{C}{3}(r_i^3 - r_f^3) \right\}$$

$$\overline{\nu}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A'}{5}(r_i^5 - r_f^5) + \frac{B'}{5}(r_i^4 - r_f^4) + \frac{C'}{3}(r_i^3 - r_f^3) \right\}$$

Όπου $r_f=r_5$ και $r_i=r_6$

Για την τέταρτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$\bar{E}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A}{5}(r_i^5 - r_m^5) + \frac{B}{5}(r_i^4 - r_m^4) + \frac{C}{3}(r_i^3 - r_m^3) \right\}$$

$$\bar{\nu}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A'}{5}(r_i^5 - r_m^5) + \frac{B'}{5}(r_i^4 - r_m^4) + \frac{C'}{3}(r_i^3 - r_m^3) \right\}$$

Όπου $r_i=r_7$ και $r_m=r_8$

Για την πέμπτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

$$\bar{E}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A}{5}(r_i^5 - r_f^5) + \frac{B}{5}(r_i^4 - r_f^4) + \frac{C}{3}(r_i^3 - r_f^3) \right\}$$

$$\bar{\nu}l = \frac{4\pi}{V} \left\{ \frac{A'}{5}(r_i^5 - r_f^5) + \frac{B'}{5}(r_i^4 - r_f^4) + \frac{C'}{3}(r_i^3 - r_f^3) \right\}$$

Όπου $r_f=r_9$ και $r_i=r_{10}$

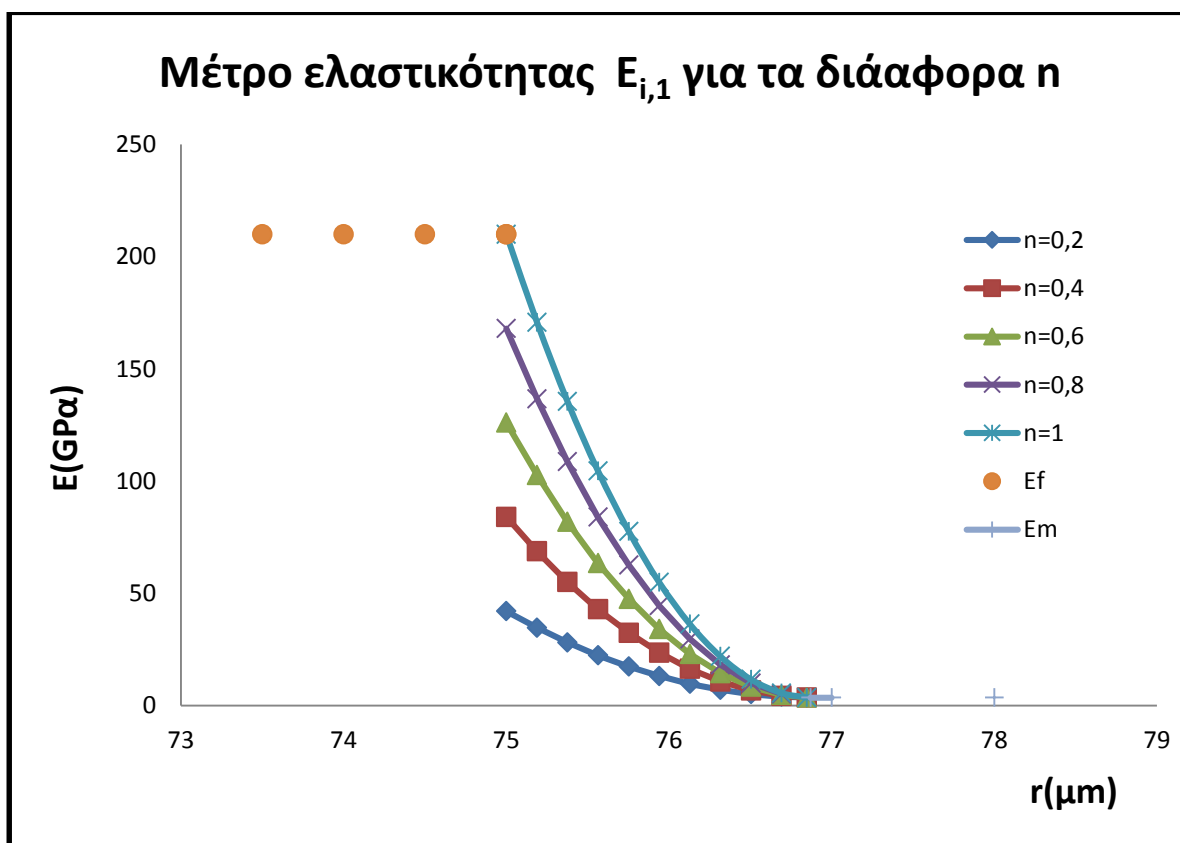
Οι τιμές των E και ν της ενδιάμεσου φάσεως, για κάθε ακτίνα, καθώς και η μορφή της συνάρτησής τους σε σχέση με την ακτίνα r του ισοδύναμου ενδεκαφασικού μας μοντέλου, σχεδιάστηκαν για όλες τις ενδιάμεσες φάσεις, με βάση το κυβικό μοντέλο 1 και για διαφορετική επίδραση της ενδιάμεσου φάσεως. Για το μέτρο ελαστικότητας χρησιμοποιούμε μειωτικό συντελεστή n και για τον λόγο Poisson μειωτικό συντελεστή ξ , ο οποίος για απλουστευτικούς λόγους παίρνει την τιμή $\xi=1$.

Για την πρώτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

Μέτρο ελαστικότητας πρώτης ενδιάμεσης φάσης $E_{i,1}$ (GPa)

r(μm)	n=0.2	n=0.4	n=0.6	n=0.8	n=1
75	42	84	126	168	210
75.189	34.67	68.67	102.67	136.67	170.66
75.376	28.11	54.95	81.79	108.64	135.48
75.564	22.33	42.86	63.39	83.92	104.45
75.753	17.32	32.38	47.45	62.51	77.57
75.94	13.09	23.53	33.97	44.41	54.85
76.128	9.63	16.29	22.95	29.62	36.28
76.316	6.94	10.67	14.40	18.13	21.86
76.504	5.034	6.67	8.31	9.96	11.60
76.692	3.89	4.29	4.69	5.09	5.49
76.847	3.53	3.53	3.53	3.53	3.53

Πίνακας 5.10

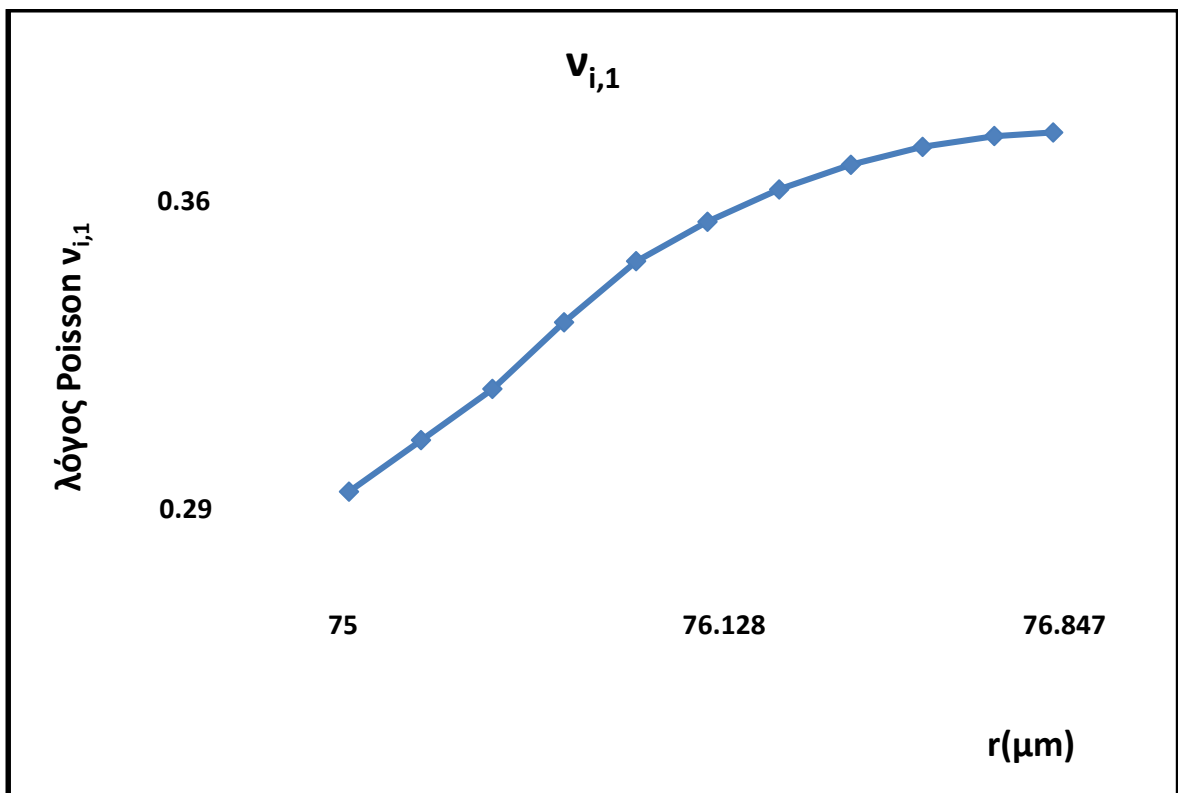


Διάγραμμα 5.1

Λόγος Poisson $\nu_{i,1}$

$r(\mu\text{m})$	ν (για $\xi=1$)
75	0.29
75.189	0.30
75.376	0.31
75.564	0.325
75.753	0.3349
75.94	0.3426
76.128	0.3489
76.316	0.3537
76.504	0.3572
76.692	0.3593
76.847	0.36

Πίνακας 5.11



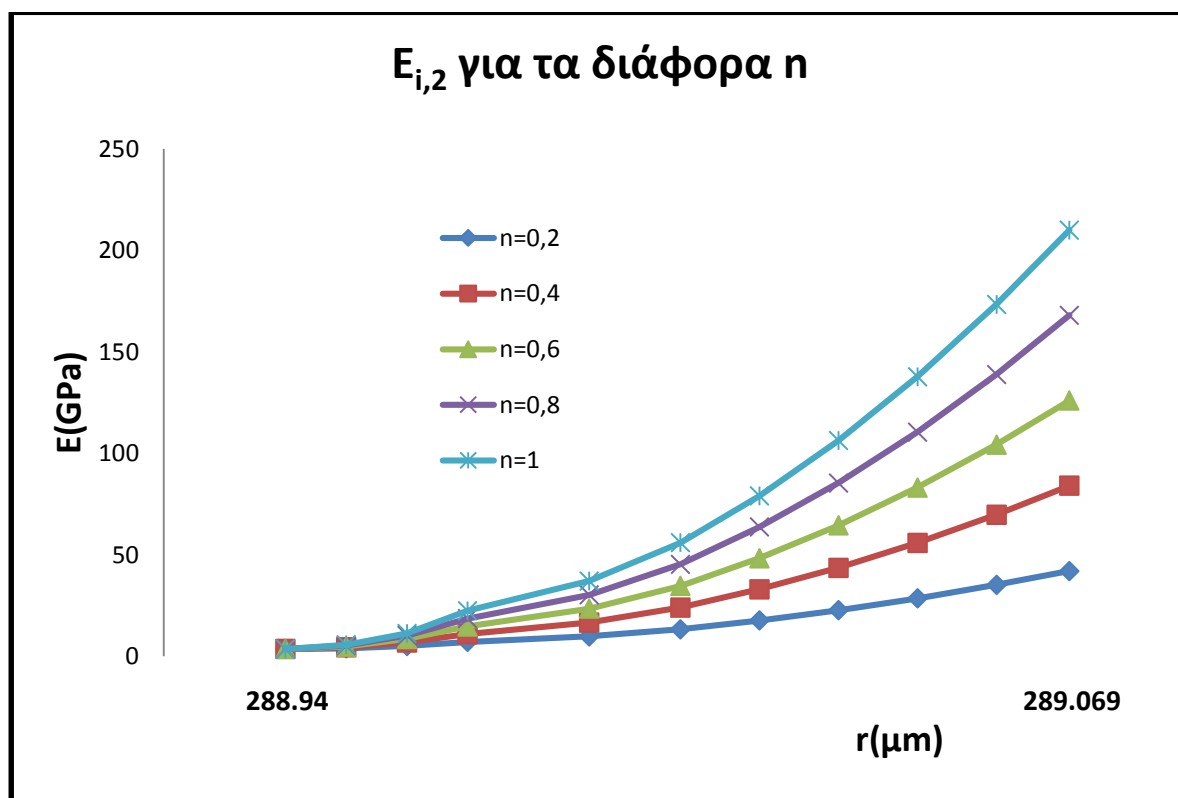
Διάγραμμα 5.2

Για την δεύτερη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

Μέτρο ελαστικότητας δεύτερης ενδιάμεσης φάσης $E_{i,2}$ (GPa)

r(μm)	n=0.2	n=0.4	n=0.6	n=0.8	n=1
288.94	3.53	3.53	3.53	3.53	3.53
288.95	3.92	4.34	4.77	5.20	5.62
288.96	5.09	6.79	8.50	10.21	11.21
288.97	7.04	10.88	14.72	18.56	22.40
288.99	9.78	16.60	23.43	30.25	37.07
289.005	13.29	23.96	34.62	45.28	55.95
289.018	17.59	32.95	48.30	63.66	79.01
289.031	22.67	43.57	64.47	85.37	106.27
289.044	28.53	55.83	83.13	110.43	137.73
289.057	35.17	69.72	104.27	138.82	173.37
289.069	42	84	126	168	210

Πίνακας 5.12

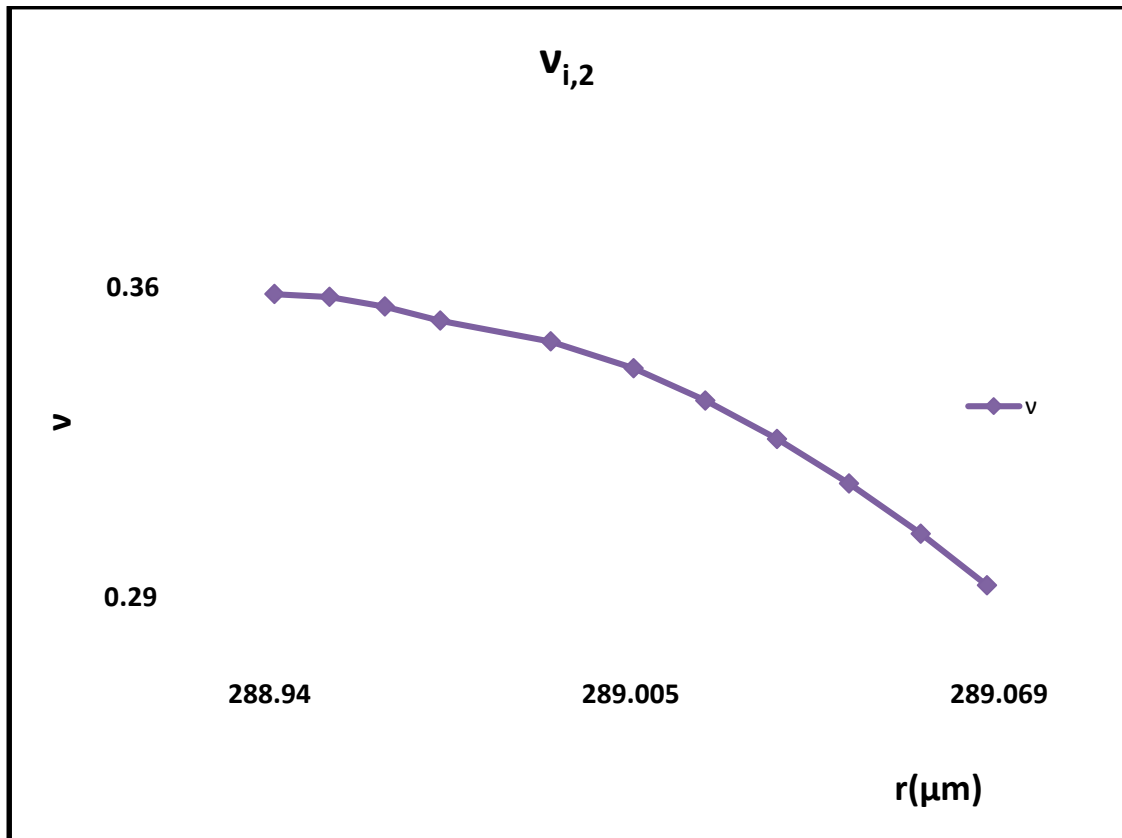


Διάγραμμα 5.3

Λόγος Poisson $\nu_{i,2}$

$r(\mu\text{m})$	$\nu(\text{ για } \xi=1)$
288.94	0.36
288.95	0.3593
288.96	0.357
288.97	0.3536
288.99	0.3486
289.005	0.3422
289.018	0.3344
289.031	0.3252
289.044	0.3145
289.057	0.3024
289.069	0.29

Πίνακας 5.13



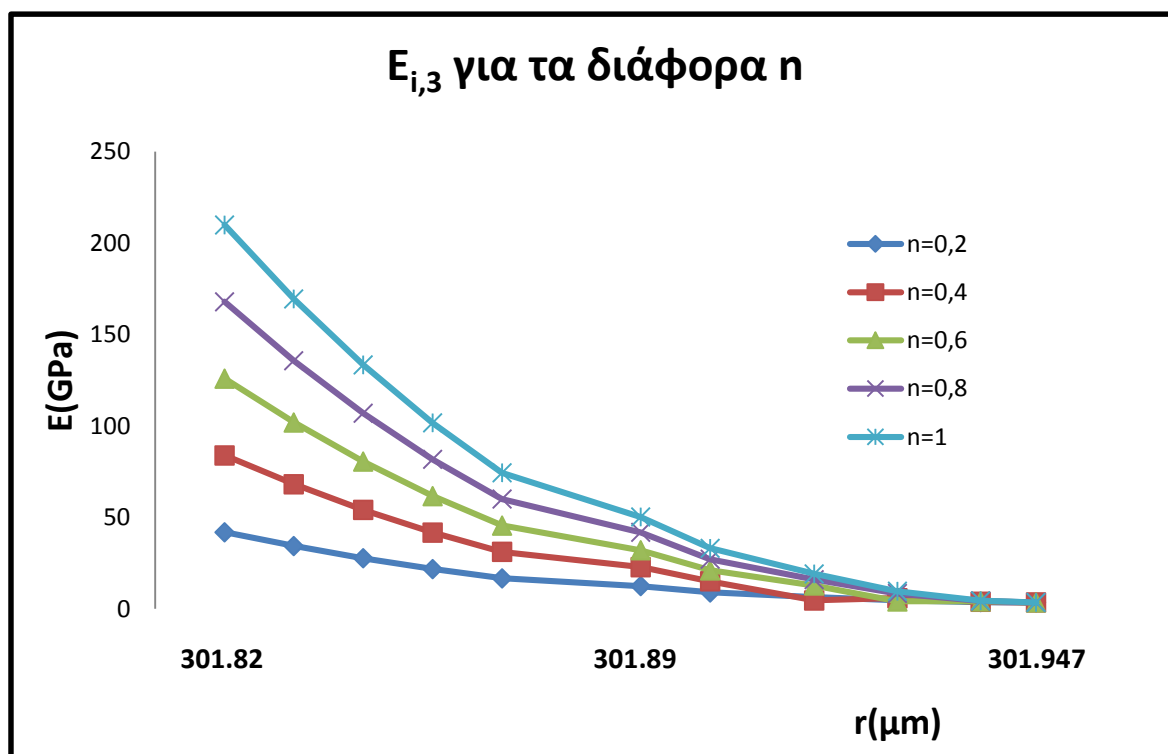
Διάγραμμα 5.4

Για την τρίτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

Μέτρο ελαστικότητας τρίτης ενδιάμεσης φάσης $E_{i,3}$ (GPa)

r(μm)	n=0.2	n=0.4	n=0.6	n=0.8	n=1
301.83	42	84	126	168	210
301.84	34.45	68.21	101.97	135.73	169.49
301.85	27.72	54.14	80.56	106.98	133.40
301.86	21.82	41.80	61.77	81.75	101.73
301.87	16.74	31.18	45.61	60.048	74.48
301.89	12.49	22.84	32.07	41.86	51.64
301.90	9.064	15.10	21.15	27.193	33.23
301.15	6.457	4.653	12.84	16.046	19.24
301.927	4.6735	5.922	4.17	8.419	9.667
301.939	3.7129	3.912	4.11	4.312	4.512
301.947	3.53	3.53	3.53	3.53	3.53

Πίνακας 5.14

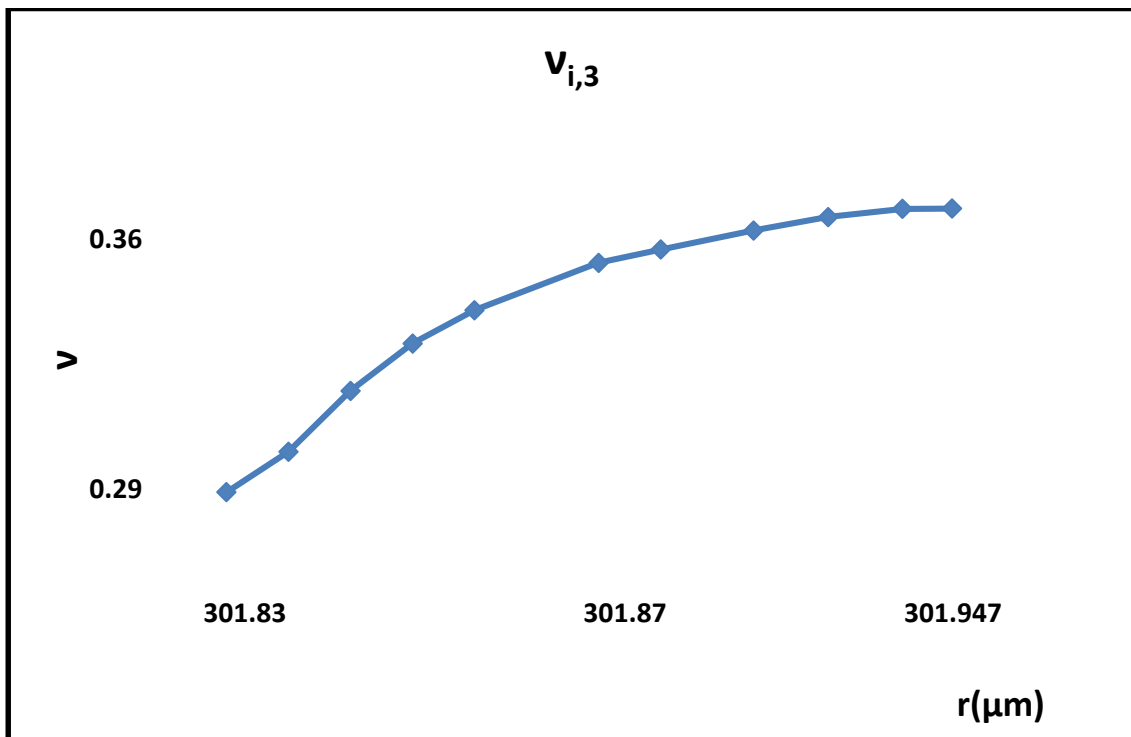


Διάγραμμα 5.5

Λόγος Poisson $\nu_{i,3}$

$r(\mu\text{m})$	$\nu(\text{ για } \xi=1)$
301.83	0.29
301.84	0.30
301.85	0.315
301.86	0.3267
301.87	0.3359
301.89	0.3436
301.90	0.3499
301.915	0.3546
301.927	0.3579
301.939	0.3599
301.947	0.36

Πίνακας 5.15



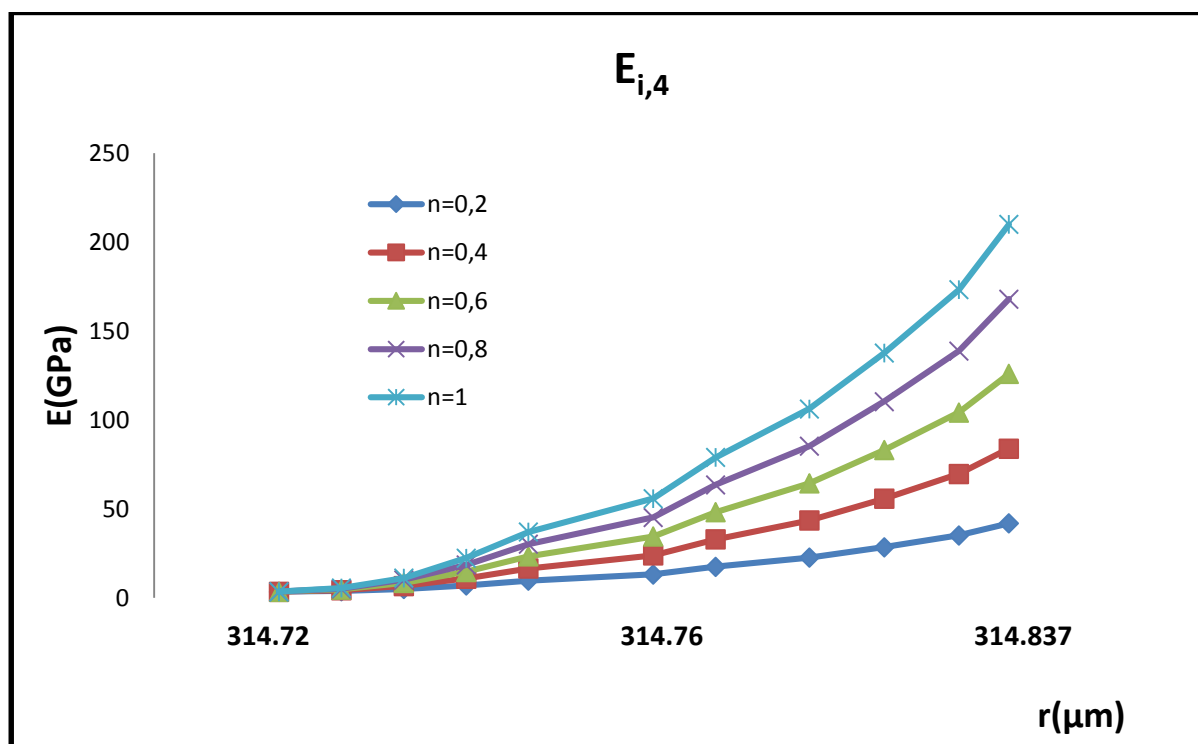
Διάγραμμα 5.6

Για την τέταρτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

Μέτρο ελαστικότητας τέταρτης ενδιάμεσης φάσης $E_{i,4}$ (GPa)

r(μm)	n=0.2	n=0.4	n=0.6	n=0.8	n=1
314.72	3.53	3.53	3.53	3.53	3.53
314.73	3.92	4.34	4.77	5.20	5.62
314.74	5.09	6.79	8.50	10.21	11.21
314.75	7.04	10.88	14.72	18.56	22,40
314.76	9.78	16.60	23.43	30.25	37.07
314.78	13.29	23.96	34.62	45.28	55.95
314.79	17.59	32.95	48.30	63.66	79.01
314.805	22.67	43.57	64.47	85.37	106.27
314.817	28.53	55.83	83.13	110,43	137.73
314.829	35.17	69.72	104.27	138.82	173.37
314.837	42	84	126	168	210

Πίνακας 5.16

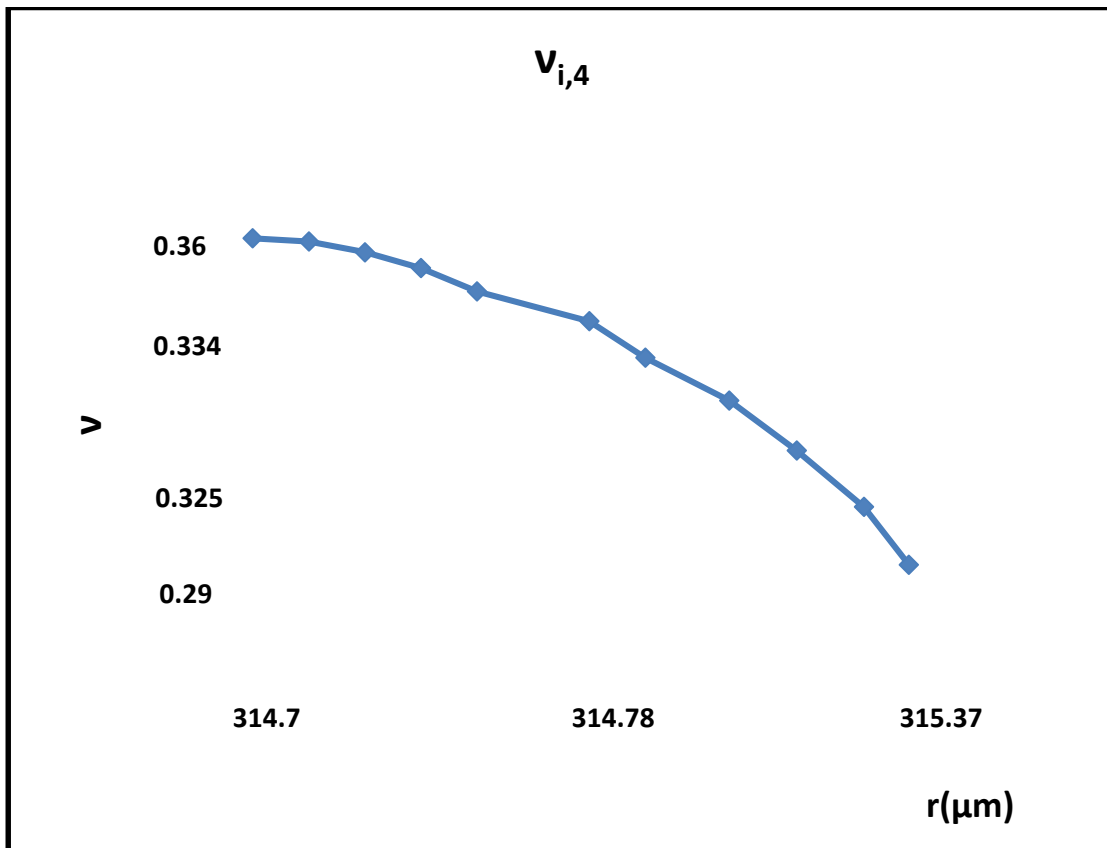


Διάγραμμα 5.7

Λόγος Poisson $\nu_{i,4}$

$r(\mu\text{m})$	ν (για $\xi=1$)
314.72	0.36
314.73	0.3593
314.74	0.357
314.75	0.3536
314.76	0.3486
314.78	0.3422
314.79	0.3344
315.05	0.3252
315.17	0.3145
315.29	0.3024
315.37	0.29

Πίνακας 5.17



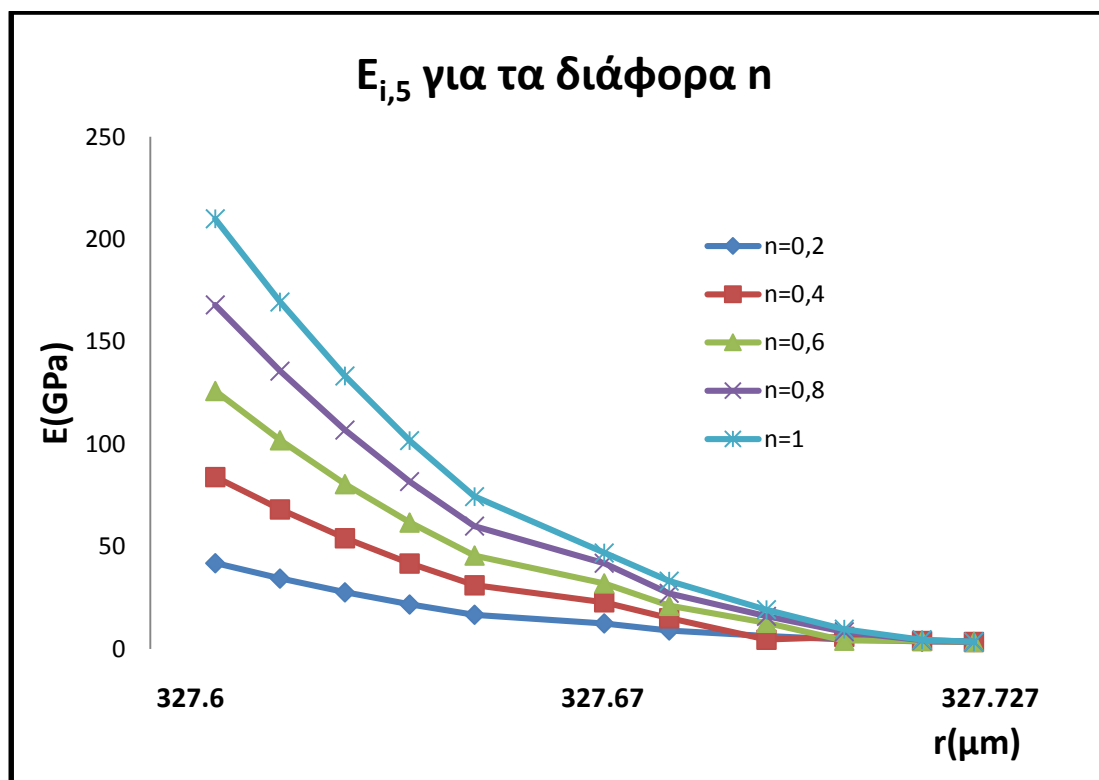
Διάγραμμα 5.8

Για την πέμπτη ενδιάμεση φάση θα έχουμε:

Μέτρο ελαστικότητας Πέμπτης ενδιάμεσης φάσης $E_{i,5}$ (GPa)

r(μm)	n=0.2	n=0.4	n=0.6	n=0.8	n=1
327.61	42	84	126	168	210
327.62	34.45	68.21	101.97	135.73	169.49
327.63	27.72	54.14	80.56	106.98	133.40
327.64	21.82	41.80	61.77	81.75	101.73
327.65	16.74	31.18	45.61	60.048	74.48
327.67	12.49	22.84	32.07	41.86	51.64
327.68	9.64	15.10	21.15	27.193	33.23
327.695	6.457	4.653	12.84	16.046	19.24
327.707	4.6735	5.922	4.17	8.419	9.667
327.719	3.7129	3.912	4.11	4.312	4.512
327.727	3.53	3.53	3.53	3.53	3.53

Πίνακας 5.18

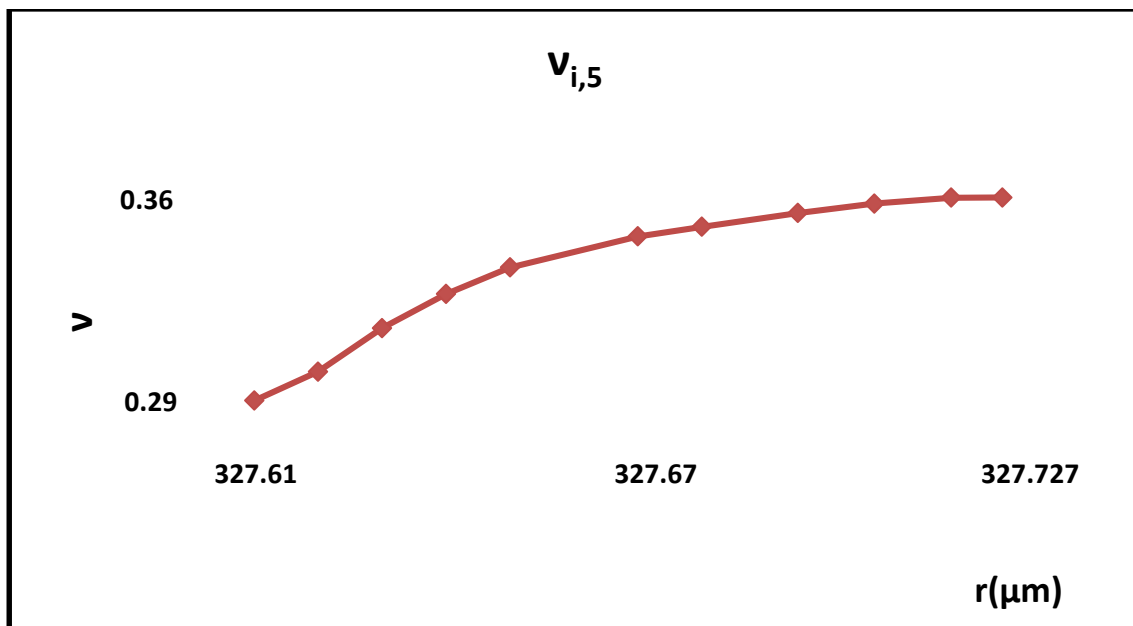


Διάγραμμα 5.9

Λόγος Poisson $\nu_{i,5}$

$r(\mu\text{m})$	ν (για $\xi=1$)
327.61	0.29
327.62	0.30
327.63	0.315
327.64	0,3267
327.65	0.3359
327.67	0.3436
327.68	0.3499
327.695	0.3546
327.707	0.3579
327.719	0.3599
327.727	0.36

Πίνακας 5.19



Διάγραμμα 5.10

Επιπλέον, ο λόγος Poisson ν σε σχέση με το μέτρο ελαστικότητας E , όπως έχουμε παρατηρήσει και από τα προηγούμενα διαγράμματα, δεν μεταβάλλεται ιδιαίτερα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Προσεγγιστικός θεωρητικός υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας

6.1.1. Προσεγγιστικός υπολογισμός ενδεκαφασικού μοντέλου

Θεωρούμε ένα ενδεκαφασικό μοντέλο, το οποίο θα αποτελείται από ένδεκα φάσεις αντί για έξι, δηλαδή όσες ήταν οι φάσεις στα μοντέλα που αναλύσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια για χάριν απλούστευσης.

Στο προσεγγιστικό μοντέλο, το σύνθετο υλικό μας θα αποτελείται από ένδεκα φάσεις, οι οποίες με την σειρά τους θα αποτελούνται από τα εγκλείσματα (fillers) μπλε ανοιχτό, την μήτρα (matrix) μπλε σκούρο και τις ενδιάμεσες φάσεις (interface) λευκό χρώμα. Το μοντέλο απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 6.1 Ενδεκαφασικό μοντέλο

Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε το συγκεκριμένο μοντέλο οφείλουμε να ανατρέξουμε στην θεωρία της ελαστικότητας , κάνοντας ωστόσο και τις κατάλληλες παραδοχές.

- Το έγκλεισμα (filler) αποτελείται από κόκκους οι οποίοι έχουν τέλειο σφαιρικό σχήμα και είναι όλοι ίδιου μεγέθους με διάμετρο 150 μm.
- Οι φάσεις του συνθέτου υλικού θεωρούνται ελαστικά, ομογενή και ισότροπα υλικά.
- Η κατανομή των εγκλεισμάτων μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφη έτσι ώστε να θεωρηθεί και το σύνθετο υλικό μας ομοιογενές και ισότροπο.
- Ισχύουν οι γραμμικές σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων διότι οι παραμορφώσεις που αναπτύσσονται στο σύνθετο υλικό είναι πάρα πολύ μικρές.

Έτσι, εφαρμόζοντας στον αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου των ένδεκα ομόκεντρων κύκλων την θεωρία της ελαστικότητας θα μπορέσουμε να πάρουμε κάποιες χρήσιμες σχέσεις για το μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού. Επιπλέον , αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχει σφαιρική συμμετρία του εφαρμοζόμενου εξωτερικού φορτίου P_0 , οι τάσεις και οι παραμορφώσεις είναι συναρτήσεις μόνο της ακτίνα r και δεν εξαρτώνται από τις επιμέρους γωνίες θ, φ .

Χρησιμοποιώντας την τασική συνάρτηση :

$$\Phi = \frac{A}{r} + Br^2 \quad (6.1)$$

Για καθεμιά από τις ένδεκα επιμέρους φάσεις του μοντέλου μας , έχουμε:

$$\Phi_1 = \frac{A_1}{r} + B_1 r^2 \quad (6.2)$$

$$\Phi_2 = \frac{A_2}{r} + B_2 r^2 \quad (6.3)$$

$$\Phi_3 = \frac{A_3}{r} + B_3 r^2 \quad (6.4)$$

$$\Phi_4 = \frac{A_4}{r} + B_4 r^2 \quad (6.5)$$

$$\Phi_5 = \frac{A_5}{r} + B_5 r^2 \quad (6.6)$$

$$\Phi_6 = \frac{A_6}{r} + B_6 r^2 \quad (6.7)$$

$$\Phi_7 = \frac{A_7}{r} + B_7 r^2 \quad (6.8)$$

$$\Phi_8 = \frac{A_8}{r} + B_8 r^2 \quad (6.9)$$

$$\Phi_9 = \frac{A_9}{r} + B_9 r^2 \quad (6.10)$$

$$\Phi_{10} = \frac{A_{10}}{r} + B_{10} r^2 \quad (6.11)$$

$$\Phi_{11} = \frac{A_{11}}{r} + B_{11} r^2 \quad (6.12)$$

Οριακή συνθήκη: Για $r=0$ η τασική συνάρτηση οφείλει να μην απειρίζεται. Άρα από εξ. (6.2) το $A_1=0$, οπότε:

$$\Phi_1 = B_1 r^2 \quad (6.13)$$

Τώρα για τις μετατοπίσεις, χρησιμοποιούμε την σχέση:

$$\mathbf{u} = \frac{1}{2G} \text{grad} \Phi \quad (6.14)$$

Οριακή συνθήκη: Λόγω της σφαιρικής συμμετρίας οι μετατοπίσεις κατά τις διευθύνσεις θ και φ είναι μηδενικές. Άρα έχουμε:

$$\mathbf{u}_\theta = \mathbf{u}_\varphi = \mathbf{0} \quad (6.15)$$

Οι ακτινικές μετατοπίσεις για κάθε φάση είναι:

$$u_{r,1} = \frac{B_1 r}{G_1} = \frac{2B_1 r(1+\nu_1)}{E_1} \quad (6.16)$$

$$u_{r,2} = \frac{-\frac{A_2}{r^2} + 2B_2 r}{2G_2} = \left(-\frac{A_2}{r^2} + 2B_2 r \right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2} \right) \quad (6.17)$$

$$u_{r,3} = \frac{-\frac{A_3}{r^2} + 2B_3 r}{2G_3} = \left(-\frac{A_3}{r^2} + 2B_3 r \right) \left(\frac{1+\nu_3}{E_3} \right) \quad (6.18)$$

$$u_{r,4} = \frac{-\frac{A_4}{r^2} + 2B_4 r}{2G_4} = \left(-\frac{A_4}{r^2} + 2B_4 r \right) \left(\frac{1+\nu_4}{E_4} \right) \quad (6.19)$$

$$u_{r,5} = \frac{-\frac{A_5}{r^2} + 2B_5 r}{2G_5} = \left(-\frac{A_5}{r^2} + 2B_5 r \right) \left(\frac{1+\nu_5}{E_5} \right) \quad (6.20)$$

$$u_{r,6} = \frac{-\frac{A_6}{r^2} + 2B_6 r}{2G_6} = \left(-\frac{A_6}{r^2} + 2B_6 r \right) \left(\frac{1+\nu_6}{E_6} \right) \quad (6.21)$$

$$u_{r,7} = \frac{-\frac{A_7}{r^2} + 2B_7 r}{2G_7} = \left(-\frac{A_7}{r^2} + 2B_7 r \right) \left(\frac{1+\nu_7}{E_7} \right) \quad (6.22)$$

$$u_{r,8} = \frac{-\frac{A_8}{r^2} + 2B_8 r}{2G_8} = \left(-\frac{A_8}{r^2} + 2B_8 r \right) \left(\frac{1+\nu_8}{E_8} \right) \quad (6.23)$$

$$u_{r,9} = \frac{-\frac{A_9}{r^2} + 2B_9 r}{2G_9} = \left(-\frac{A_9}{r^2} + 2B_9 r \right) \left(\frac{1+\nu_9}{E_9} \right) \quad (6.24)$$

$$u_{r,10} = \frac{-\frac{A_{10}}{r^2} + 2B_{10} r}{2G_{10}} = \left(-\frac{A_{10}}{r^2} + 2B_{10} r \right) \left(\frac{1+\nu_{10}}{E_{10}} \right) \quad (6.25)$$

$$u_{r,11} = \frac{-\frac{A_{11}}{r^2} + 2B_{11}r}{2G_{11}} = \left(-\frac{A_{11}}{r^2} + 2B_{11}r \right) \left(\frac{1+\nu_{11}}{E_{11}} \right) \quad (6.26)$$

$$\text{διότι } G = \frac{E}{2(\nu+1)}$$

Οι παραμορφώσεις δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (6.27)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = \frac{u_r}{r}, \quad \text{διότι } \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (6.28)$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} = \frac{u_r}{r}, \quad \text{διότι } \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} = 0 \quad (6.29)$$

Έτσι οι παραμορφώσεις για κάθε επιμέρους φάση, είναι :

$$\varepsilon_{r,1} = \varepsilon_{\theta,1} = \varepsilon_{\varphi,1} = \frac{2B_1(1+\nu_1)}{E_1} \quad (6.30)$$

$$\varepsilon_{r,2} = \left(\frac{2A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2} \right) \quad (6.31)$$

$$\varepsilon_{\varphi,2} = \varepsilon_{\theta,2} = \left(-\frac{A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2} \right) \quad (6.32)$$

$$\varepsilon_{r,3} = \left(\frac{2A_3}{r^3} + 2B_3 \right) \left(\frac{1+\nu_3}{E_3} \right) \quad (6.33)$$

$$\varepsilon_{\varphi,3} = \varepsilon_{\theta,3} = \left(-\frac{A_3}{r^3} + 2B_3 \right) \left(\frac{1+\nu_3}{E_3} \right) \quad (6.34)$$

$$\varepsilon_{r,4} = \left(\frac{2A_4}{r^3} + 2B_4 \right) \left(\frac{1+\nu_4}{E_4} \right) \quad (6.35)$$

$$\varepsilon_{\varphi,4} = \varepsilon_{\theta,4} = \left(-\frac{A_4}{r^3} + 2B_4 \right) \left(\frac{1+\nu_4}{E_4} \right) \quad (6.36)$$

$$\varepsilon_{r,5} = \left(\frac{2A_5}{r^3} + 2B_5 \right) \left(\frac{1+\nu_5}{E_5} \right) \quad (6.37)$$

$$\varepsilon_{\varphi,5} = \varepsilon_{\theta,5} = \left(-\frac{A_5}{r^3} + 2B_5 \right) \left(\frac{1+\nu_5}{E_5} \right) \quad (6.38)$$

$$\varepsilon_{r,6} = \left(\frac{2A_6}{r^3} + 2B_6 \right) \left(\frac{1+\nu_6}{E_6} \right) \quad (6.39)$$

$$\varepsilon_{\varphi,6} = \varepsilon_{\theta,6} = \left(-\frac{A_6}{r^3} + 2B_6 \right) \left(\frac{1+\nu_6}{E_6} \right) \quad (6.40)$$

$$\varepsilon_{r,7} = \left(\frac{2A_7}{r^3} + 2B_7 \right) \left(\frac{1+\nu_7}{E_7} \right) \quad (6.41)$$

$$\varepsilon_{\varphi,7} = \varepsilon_{\theta,7} = \left(-\frac{A_7}{r^3} + 2B_7 \right) \left(\frac{1+\nu_7}{E_7} \right) \quad (6.42)$$

$$\varepsilon_{r,8} = \left(\frac{2A_8}{r^3} + 2B_8 \right) \left(\frac{1+\nu_8}{E_8} \right) \quad (6.43)$$

$$\varepsilon_{\varphi,8} = \varepsilon_{\theta,8} = \left(-\frac{A_8}{r^3} + 2B_8 \right) \left(\frac{1+\nu_8}{E_8} \right) \quad (6.44)$$

$$\varepsilon_{r,9} = \left(\frac{2A_9}{r^3} + 2B_9 \right) \left(\frac{1+\nu_9}{E_9} \right) \quad (6.45)$$

$$\varepsilon_{\varphi,9} = \varepsilon_{\theta,9} = \left(-\frac{A_9}{r^3} + 2B_9 \right) \left(\frac{1+\nu_9}{E_9} \right) \quad (6.46)$$

$$\varepsilon_{r,10} = \left(\frac{2A_{10}}{r^3} + 2B_{10} \right) \left(\frac{1+\nu_{10}}{E_{10}} \right) \quad (6.47)$$

$$\varepsilon_{\varphi,10} = \varepsilon_{\theta,10} = \left(-\frac{A_{10}}{r^3} + 2B_{10} \right) \left(\frac{1+\nu_{10}}{E_{10}} \right) \quad (6.48)$$

$$\varepsilon_{r,11} = \left(\frac{2A_{11}}{r^3} + 2B_{11} \right) \left(\frac{1+\nu_{11}}{E_{11}} \right) \quad (6.49)$$

$$\varepsilon_{\phi,11} = \varepsilon_{\theta,11} = \left(-\frac{A_{11}}{r^3} + 2B_{11} \right) \left(\frac{1+\nu_{11}}{E_{11}} \right) \quad (6.50)$$

Ήρθε η στιγμή τώρα να υπολογίσουμε τις ορθές τάσεις οι οποίες υπολογίζονται από τις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων, όπως προκύπτουν από τις σημειώσεις του κ. Τσαμασφύρου [48] καθηγητού Ε.Μ.Π:

$$\sigma_r = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_r + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \theta \quad (6.51)$$

$$\text{όπου } \theta = \varepsilon_r + \varepsilon_{\phi} + \varepsilon_{\theta} \quad (6.52)$$

Άρα αναλυτικά για όλες τις φάσεις , θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,1} = \frac{E_1}{1+\nu_1} \varepsilon_{r,1} + \frac{E_1\nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \theta &= \frac{E_1}{1+\nu_1} \varepsilon_{r,1} + \frac{E_1\nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} (\varepsilon_{r,1} + \varepsilon_{\phi,1} + \\ \varepsilon_{\theta,1}) &= \frac{E_1}{1+\nu_1} 2B_1 \frac{1+\nu_1}{E_1} + 3 \frac{E_1\nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} 2B_1 \frac{1+\nu_1}{E_1} = 2B_1 + \frac{6B_1\nu_1}{1-2\nu_1} \leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\sigma_{r,1} = \frac{2B_1(1+\nu_1)}{1-2\nu_1}$$

$$\text{Έτσι και } \sigma_{\theta,1} = \sigma_{\phi,1} = \sigma_{r,1} = \frac{2B_1(1+\nu_1)}{1-2\nu_1} \quad (6.53)$$

Υπολογισμός των $\sigma_{r,2}$, $\sigma_{\theta,2}$, $\sigma_{\varphi,2}$

$$\sigma_{r,2} = \frac{E_2}{1+\nu_2} \varepsilon_{r,2} + \frac{E_2 \nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} (\varepsilon_{r,2} + \varepsilon_{\varphi,2} + \varepsilon_{\theta,2}) \rightarrow$$

$$\sigma_{r,2} = \frac{E_2}{1+\nu_2} \left(\frac{2A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2} \right) + \frac{E_2 \nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} \left(\left(\frac{2A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2} \right) + 2 \left(-\frac{A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \frac{1+\nu_2}{E_2} \right) \rightarrow$$

$$\sigma_{r,2} = \frac{2A_2}{r^3} + 2B_2 + \frac{\nu_2}{1-2\nu_2} \left(\frac{2A_2}{r^3} + 2B_2 - \frac{2A_2}{r^3} + 4B_2 \right) \rightarrow$$

$$\sigma_{r,2} = \frac{2A_2}{r^3} + 2B_2 + \frac{\nu_2}{1-2\nu_2} 6B_2 \rightarrow \sigma_{r,2} = \frac{2A_2}{r^3} + 2B_2 \left(\frac{1+\nu_2}{1-2\nu_2} \right) \rightarrow$$

$$\sigma_{r,2} = \frac{2A_2}{r^3} + \frac{2B_2(1+\nu_2)}{1-2\nu_2}$$

$$\sigma_{\theta,2} = \frac{E_2}{1+\nu_2} \varepsilon_{\theta,2} + \frac{E_2 \nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} (\varepsilon_{r,2} + 2\varepsilon_{\theta,2}) \rightarrow$$

$$\frac{E_2}{1+\nu_2} \left(-\frac{A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2} \right) + \frac{E_2 \nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} \left\{ \left(\frac{2A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2} \right) + 2 \left(-\frac{A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \frac{1+\nu_2}{E_2} \right\}$$

$$+2 \left(-\frac{A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2} \right) \} \rightarrow$$

$$\sigma_{\theta,2} = \left(-\frac{A_2}{r^3} + 2B_2 \right) \frac{\nu_2}{1-2\nu_2} [6A_2] \rightarrow$$

$$\sigma_{\theta,2} = -\frac{A_2}{r^3} + 2B_2 \frac{(1-2\nu_2)}{(1-2\nu_2)} + \frac{\nu_2}{1-2\nu_2} [6A_2] \rightarrow$$

$$\sigma_{\theta,2} = -\frac{A_2}{r^3} + 2B_2 \frac{(1+\nu_2)}{(1-2\nu_2)} = \sigma_{\varphi,2}$$

Ακολουθώντας τώρα την ίδια λογική υπολογισμού ,
μπορούμε να βρούμε τις ορθές τάσεις για όλες τις φάσεις,
επομένως έχουμε:

$$\sigma_{r,3} = \frac{2A_3}{r^3} + 2B_3 \left(\frac{1+\nu_3}{1-2\nu_3} \right) \quad (6.54)$$

$$\sigma_{\theta,3} = -\frac{A_3}{r^3} + 2B_3 \left(\frac{1+\nu_3}{1-2\nu_3} \right) = \sigma_{\varphi,3} \quad (6.55)$$

$$\sigma_{r,4} = \frac{2A_4}{r^3} + 2B_4 \left(\frac{1+\nu_4}{1-2\nu_4} \right) \quad (6.56)$$

$$\sigma_{\theta,4} = -\frac{A_4}{r^3} + 2B_4 \left(\frac{1+\nu_4}{1-2\nu_4} \right) = \sigma_{\varphi,4} \quad (6.57)$$

$$\sigma_{r,5} = \frac{2A_5}{r^3} + 2B_5 \left(\frac{1+\nu_5}{1-2\nu_5} \right) \quad (6.58)$$

$$\sigma_{\theta,5} = -\frac{A_5}{r^3} + 2B_5 \left(\frac{1+\nu_5}{1-2\nu_5} \right) = \sigma_{\varphi,5} \quad (6.59)$$

$$\sigma_{r,6} = \frac{2A_6}{r^3} + 2B_6 \left(\frac{1+\nu_6}{1-2\nu_6} \right) \quad (6.60)$$

$$\sigma_{\theta,6} = -\frac{A_6}{r^3} + 2B_6 \left(\frac{1+\nu_6}{1-2\nu_6} \right) = \sigma_{\varphi,6} \quad (6.61)$$

$$\sigma_{r,7} = \frac{2A_7}{r^3} + 2B_7 \left(\frac{1+\nu_7}{1-2\nu_7} \right) \quad (6.62)$$

$$\sigma_{\theta,7} = -\frac{A_7}{r^3} + 2B_7 \left(\frac{1+\nu_7}{1-2\nu_7} \right) = \sigma_{\varphi,7} \quad (6.63)$$

$$\sigma_{r,8} = \frac{2A_8}{r^3} + 2B_8 \left(\frac{1+\nu_8}{1-2\nu_8} \right) \quad (6.64)$$

$$\sigma_{\theta,8} = -\frac{A_8}{r^3} + 2B_8 \left(\frac{1+\nu_8}{1-2\nu_8} \right) = \sigma_{\varphi,8} \quad (6.65)$$

$$\sigma_{r,9} = \frac{2A_9}{r^3} + 2B_9 \left(\frac{1+\nu_9}{1-2\nu_9} \right) \quad (6.66)$$

$$\sigma_{\theta,9} = -\frac{A_9}{r^3} + 2B_9 \left(\frac{1+\nu_9}{1-2\nu_9} \right) = \sigma_{\varphi,9} \quad (6.67)$$

$$\sigma_{r,10} = \frac{2A_{10}}{r^3} + 2B_{10} \left(\frac{1+\nu_{10}}{1-2\nu_{10}} \right) \quad (6.68)$$

$$\sigma_{\theta,10} = -\frac{A_{10}}{r^3} + 2B_{10} \left(\frac{1+\nu_{10}}{1-2\nu_{10}} \right) = \sigma_{\phi,10} \quad (6.69)$$

$$\sigma_{r,11} = \frac{2A_{11}}{r^3} + 2B_{11} \left(\frac{1+\nu_{11}}{1-2\nu_{11}} \right) \quad (6.70)$$

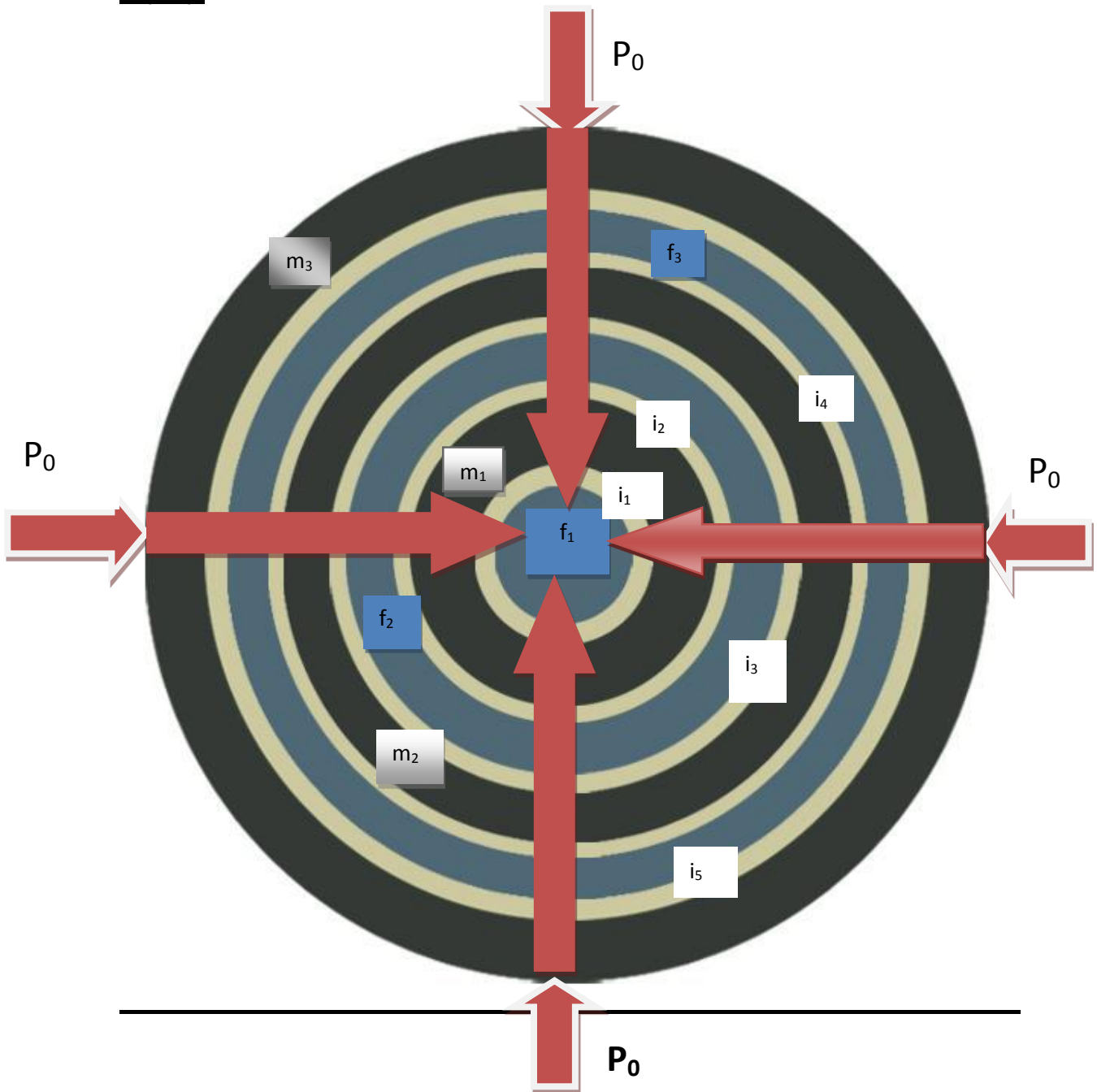
$$\sigma_{\theta,11} = -\frac{A_{11}}{r^3} + 2B_{11} \left(\frac{1+\nu_{11}}{1-2\nu_{11}} \right) = \sigma_{\phi,11} \quad (6.71)$$

Για να λύσουμε το πρόβλημά μας, θα λάβουμε υπόψιν μας την παραβολική μεταβολή $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}), \mathbf{v}_i(\mathbf{r})$, που όπως παρουσιάσαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι η πιο αντιπροσωπευτική μεταβολή για το πρόβλημά μας.

Οριακές συνθήκες :

- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{f,1}=\mathbf{r}_1 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=nE_f$ και $v_i(\mathbf{r})=\xi v_f$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{i,1}=\mathbf{r}_2 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=E_m$ και $v_i(\mathbf{r})=v_m$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{m,1}=\mathbf{r}_3 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=E_m$ και $v_i(\mathbf{r})=v_m$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{i,2}=\mathbf{r}_4 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=nE_f$ και $v_i(\mathbf{r})=\xi v_f$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{f,2}=\mathbf{r}_5 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=nE_f$ και $v_i(\mathbf{r})=\xi v_f$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{i,3}=\mathbf{r}_6 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=E_m$ και $v_i(\mathbf{r})=v_m$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{m,2}=\mathbf{r}_7 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=E_m$ και $v_i(\mathbf{r})=v_m$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{i,4}=\mathbf{r}_8 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=nE_f$ και $v_i(\mathbf{r})=\xi v_f$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{f,3}=\mathbf{r}_9 \rightarrow E_i(\mathbf{r})=nE_f$ και $v_i(\mathbf{r})=\xi v_f$
- ❖ Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{i,5}=\mathbf{r}_{10} \rightarrow E_i(\mathbf{r})=E_m$ και $v_i(\mathbf{r})=v_m$

Παρακάτω επισυνάπτεται το σχετικό (σχήμα 6.2) για καλύτερη κατανόηση του πώς προέκυψαν οι συνοριακές τιμές.



Σχήμα 6.2 Άσκηση ομοιόμορφης εξωτερικής δύναμης P_0 στο ενδεκαφασικό μοντέλο

Τώρα, για να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων που προέκυψε, αρχικά είναι επιτακτική ανάγκη να κάνουμε μια

παραδοχή χωρίς βλάβη της γενικότητας. Επειδή ,όπως αποδείξαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, η τιμή του μέτρου ελαστικότητας έχει ελάχιστη εξάρτηση από τον συντελεστή η , θεωρούμε ότι το η παίρνει την τιμή $\eta=1$ για λόγους απλούστευσης.

Έτσι, τώρα από τις 10 συνοριακές συνθήκες και σύμφωνα με τις προηγούμενες σχέσεις που καταστρώσαμε προκύπτουν οι εξής σχέσεις προς επίλυση:

➤ Για $r=r_{f,1}=r_1 \rightarrow \sigma_{r,1}=\sigma_{r,2}$ και $u_{r,1}=u_{r,2} \rightarrow$

$$\frac{2B_1(1+\nu_1)}{1-2\nu_1} = \frac{2A_2}{r^3} + \frac{2B_2(1+\nu_2)}{1-2\nu_2} \rightarrow$$

$$\frac{2B_1(1+\nu_f)}{1-2\nu_f} = \frac{2A_2}{r_1^3} + \frac{2B_2(1+\nu_f)}{1-2\nu_f}$$

Όπου $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, και

$$\frac{2B_1 r (1+\nu_1)}{E_1} = \left\{ -\frac{2A_2}{r^2} + 2B_2 r \right\} \frac{(1+\nu_2)}{E_2} \rightarrow$$

$$\frac{2B_1 r_1 (1+\nu_f)}{E_f} = \left\{ -\frac{2A_2}{r^2} + 2B_2 r_1 \right\} \frac{(1+\nu_f)}{E_f} \quad (6.72)$$

➤ Για $r=r_{i,1}=r_2 \rightarrow \sigma_{r,2}=\sigma_{r,3}$ και $u_{r,2}=u_{r,3} \rightarrow$

$$\frac{2A_2}{r^3} + \frac{2B_2(1+\nu_2)}{1-2\nu_2} = \frac{2A_3}{r^3} + \frac{2B_3(1+\nu_3)}{1-2\nu_3} \rightarrow$$

$$\frac{2A_2}{r_2^3} + \frac{2B_2(1+\nu_m)}{1-2\nu_m} = \frac{2A_3}{r_2^3} + \frac{2B_3(1+\nu_m)}{1-2\nu_m}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_2}{r^2} + 2B_2 r\right) \left(\frac{1+\nu_2}{E_2}\right) = \left(-\frac{A_3}{r^2} + 2B_3 r\right) \left(\frac{1+\nu_3}{E_3}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_2}{r_2^2} + 2B_2 r_2\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) = \left(-\frac{A_3}{r_2^2} + 2B_3 r_2\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) \quad (6.73)$$

➤ Για $r=r_{m,1}=r_3 \rightarrow \sigma_{r,3}=\sigma_{r,4}$ και $u_{r,3}=u_{r,4} \rightarrow$

$$\frac{2A_3}{r^3} + \frac{2B_3(1+\nu_3)}{1-2\nu_3} = \frac{2A_4}{r^3} + \frac{2B_4(1+\nu_4)}{1-2\nu_4} \rightarrow$$

$$\frac{2A_3}{r_3^3} + \frac{2B_3(1+\nu_m)}{1-2\nu_m} = \frac{2A_4}{r_3^3} + \frac{2B_4(1+\nu_m)}{1-2\nu_m}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_3}{r^2} + 2B_3 r\right) \left(\frac{1+\nu_3}{E_3}\right) = \left(-\frac{A_4}{r^2} + 2B_4 r\right) \left(\frac{1+\nu_4}{E_4}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_3}{r_3^2} + 2B_3 r_3\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) = \left(-\frac{A_4}{r_3^2} + 2B_4 r_3\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) \quad (6.74)$$

➤ Για $r=r_{i,2}=r_4 \rightarrow \sigma_{r,4}=\sigma_{r,5}$ και $u_{r,4}=u_{r,5} \rightarrow$

$$\frac{2A_4}{r^3} + \frac{2B_4(1+\nu_4)}{1-2\nu_4} = \frac{2A_5}{r^3} + \frac{2B_5(1+\nu_5)}{1-2\nu_5} \rightarrow$$

$$\frac{2A_4}{r_4^3} + \frac{2B_4(1+\nu_f)}{1-2\nu_f} = \frac{2A_5}{r_4^3} + \frac{2B_5(1+\nu_f)}{1-2\nu_f}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_4}{r^2} + 2B_4 r\right) \left(\frac{1+\nu_4}{E_4}\right) = \left(-\frac{A_5}{r^2} + 2B_5 r\right) \left(\frac{1+\nu_5}{E_5}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_4}{r_4^2} + 2B_4 r_4\right) \left(\frac{1+\nu_f}{E_f}\right) = \left(-\frac{A_5}{r_4^2} + 2B_5 r_4\right) \left(\frac{1+\nu_f}{E_f}\right) \quad (6.75)$$

➤ Για $r=r_{f,2}=r_5 \rightarrow \sigma_{r,5}=\sigma_{r,6}$ και $u_{r,5}=u_{r,6} \rightarrow$

$$\frac{2A_5}{r^3} + \frac{2B_5(1+\nu_5)}{1-2\nu_5} = \frac{2A_6}{r^3} + \frac{2B_6(1+\nu_6)}{1-2\nu_6} \rightarrow$$

$$\frac{2A_5}{r_5^3} + \frac{2B_5(1+\nu_f)}{1-2\nu_f} = \frac{2A_6}{r_5^3} + \frac{2B_6(1+\nu_f)}{1-2\nu_f}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_5}{r^2} + 2B_5 r\right) \left(\frac{1+\nu_5}{E_5}\right) = \left(-\frac{A_6}{r^2} + 2B_6 r\right) \left(\frac{1+\nu_6}{E_6}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_5}{r_5^2} + 2B_5 r_5\right) \left(\frac{1+\nu_f}{E_f}\right) = \left(-\frac{A_6}{r_5^2} + 2B_6 r_5\right) \left(\frac{1+\nu_f}{E_f}\right) \quad (6.76)$$

➤ Για $r=r_{i,3}=r_6 \rightarrow \sigma_{r,6}=\sigma_{r,7}$ και $u_{r,6}=u_{r,7} \rightarrow$

$$\frac{2A_6}{r^3} + \frac{2B_6(1+\nu_6)}{1-2\nu_6} = \frac{2A_7}{r^3} + \frac{2B_7(1+\nu_7)}{1-2\nu_7} \rightarrow$$

$$\frac{2A_6}{r_6^3} + \frac{2B_6(1+\nu_m)}{1-2\nu_m} = \frac{2A_7}{r_6^3} + \frac{2B_7(1+\nu_m)}{1-2\nu_m}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_6}{r^2} + 2B_6r\right) \left(\frac{1+\nu_6}{E_6}\right) = \left(-\frac{A_7}{r^2} + 2B_7r\right) \left(\frac{1+\nu_7}{E_7}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_6}{r_6^2} + 2B_6r_6\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) = \left(-\frac{A_7}{r_6^2} + 2B_7r_6\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) \quad (6.77)$$

➤ Για $r=r_{m,2}=r_7 \rightarrow \sigma_{r,7}=\sigma_{r,8}$ και $u_{r,7}=u_{r,8} \rightarrow$

$$\frac{2A_7}{r^3} + \frac{2B_7(1+\nu_7)}{1-2\nu_7} = \frac{2A_8}{r^3} + \frac{2B_8(1+\nu_8)}{1-2\nu_8} \rightarrow$$

$$\frac{2A_7}{r_7^3} + \frac{2B_7(1+\nu_m)}{-2\nu_m} = \frac{2A_8}{r_7^3} + \frac{2B_8(1+\nu_m)}{1-2\nu_m}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_7}{r^2} + 2B_7r\right) \left(\frac{1+\nu_7}{E_7}\right) = \left(-\frac{A_8}{r^2} + 2B_8r\right) \left(\frac{1+\nu_8}{E_8}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_7}{r_7^2} + 2B_7r_7\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) = \left(-\frac{A_8}{r_7^2} + 2B_8r_7\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) \quad (6.78)$$

➤ Για $r=r_{i,4}=r_8 \rightarrow \sigma_{r,8}=\sigma_{r,9}$ και $u_{r,8}=u_{r,9} \rightarrow$

$$\frac{2A_8}{r^3} + \frac{2B_8(1+\nu_8)}{1-2\nu_8} = \frac{2A_9}{r^3} + \frac{2B_9(1+\nu_9)}{1-2\nu_9} \rightarrow$$

$$\frac{2A_8}{r_8^3} + \frac{2B_8(1+\nu_f)}{1-2\nu_f} = \frac{2A_9}{r_8^3} + \frac{2B_9(1+\nu_f)}{1-2\nu_f}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_8}{r^2} + 2B_8 r\right) \left(\frac{1+\nu_8}{E_8}\right) = \left(-\frac{A_9}{r^2} + 2B_9 r\right) \left(\frac{1+\nu_9}{E_9}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_8}{r_8^2} + 2B_8 r_8\right) \left(\frac{1+\nu_f}{E_f}\right) = \left(-\frac{A_9}{r_8^2} + 2B_9 r_8\right) \left(\frac{1+\nu_f}{E_f}\right) \quad (6.79)$$

➤ Για $r=r_{f,3}=r_9 \rightarrow \sigma_{r,9}=\sigma_{r,10}$ και $u_{r,9}=u_{r,10} \rightarrow$

$$\frac{2A_9}{r^3} + \frac{2B_9(1+\nu_9)}{1-2\nu_9} = \frac{2A_{10}}{r^3} + \frac{2B_{10}(1+\nu_{10})}{1-2\nu_{10}} \rightarrow$$

$$\frac{2A_9}{r_9^3} + \frac{2B_9(1+\nu_f)}{1-2\nu_f} = \frac{2A_{10}}{r_9^3} + \frac{2B_{10}(1+\nu_f)}{1-2\nu_f}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_9}{r^2} + 2B_9 r\right) \left(\frac{1+\nu_9}{E_9}\right) = \left(-\frac{A_{10}}{r^2} + 2B_{10} r\right) \left(\frac{1+\nu_{10}}{E_{10}}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_9}{r_9^2} + 2B_9 r_9\right) \left(\frac{1+\nu_f}{E_f}\right) = \left(-\frac{A_{10}}{r_9^2} + 2B_{10} r_9\right) \left(\frac{1+\nu_f}{E_f}\right) \quad (6.80)$$

➤ Για $r=r_{i,5}=r_{10} \rightarrow \sigma_{r,10}=\sigma_{r,11}$ και $u_{r,10}=u_{r,11} \rightarrow$

$$\frac{2A_{10}}{r^3} + \frac{2B_{10}(1+\nu_{10})}{1-2\nu_{10}} = \frac{2A_{11}}{r^3} + \frac{2B_{11}(1+\nu_{11})}{1-2\nu_{11}} \rightarrow$$

$$\frac{2A_{10}}{r_{10}^3} + \frac{2B_{10}(1+\nu_m)}{1-2\nu_m} = \frac{2A_{11}}{r_{10}^3} + \frac{2B_{11}(1+\nu_m)}{1-2\nu_m}, \text{ και}$$

$$\left(-\frac{A_{10}}{r^2} + 2B_{10}r\right) \left(\frac{1+\nu_{10}}{E_{10}}\right) = \left(-\frac{A_{11}}{r^2} + 2B_{11}r\right) \left(\frac{1+\nu_{11}}{E_{11}}\right) \rightarrow$$

$$\left(-\frac{A_{10}}{r_{10}^2} + 2B_{10}r_{10}\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) = \left(-\frac{A_{11}}{r_{10}^2} + 2B_{11}r_{10}\right) \left(\frac{1+\nu_m}{E_m}\right) \quad (6.81)$$

➤ Για $r=r_{m,3}=r_{11} \rightarrow \sigma_{r,10}=-P_0$, όπου P_0 είναι η εξωτερική πίεση που ασκείται στο ενδεκαφασικό μοντέλο που εξετάζουμε.

$$\frac{2A_{11}}{r_{11}^3} + \frac{2B_{11}(1+\nu_m)}{1-2\nu_m} = -P_0 \quad (6.82)$$

Τώρα , λύνοντας το παραπάνω σύστημα που προέκυψε από τις συνοριακές τιμές με την βοήθεια της matlab, προκύπτουν οι σταθερές ως εξής:

$$A_1=A_2=A_3=A_4=A_5=A_6=A_7=A_8=A_9=A_{10}=A_{11}=0$$

$$B_1=B_2=B_3=B_4=B_5=B_6=B_7=B_8=B_9=B_{10}=B_{11}=\frac{-P_0(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)}$$

Αντικαθιστούμε στις σχέσεις των τάσεων και προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\sigma_{r,1} = \sigma_{\theta,1} = \sigma_{\varphi,1} = \frac{2(1+\nu_f)}{(1-2\nu_f)} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) \quad (6.83)$$

$$\sigma_{r,2} = \sigma_{\theta,2} = \sigma_{\varphi,2} = \frac{2(1+\nu_{i,1})}{(1-2\nu_{i,1})} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) \quad (6.84)$$

$$\sigma_{r,3} = \sigma_{\theta,3} = \sigma_{\varphi,3} = \frac{2(1+\nu_m)}{(1-2\nu_m)} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) = -P_0 \quad (6.85)$$

$$\sigma_{r,4} = \sigma_{\theta,4} = \sigma_{\varphi,4} = \frac{2(1+\nu_{i,2})}{(1-2\nu_{i,2})} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) \quad (6.86)$$

$$\sigma_{r,5} = \sigma_{\theta,5} = \sigma_{\varphi,5} = \frac{2(1+\nu_f)}{(1-2\nu_f)} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) \quad (6.87)$$

$$\sigma_{r,6} = \sigma_{\theta,6} = \sigma_{\varphi,6} = \frac{2(1+\nu_{i,3})}{(1-2\nu_{i,3})} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) \quad (6.88)$$

$$\sigma_{r,7} = \sigma_{\theta,7} = \sigma_{\varphi,7} = \frac{2(1+\nu_m)}{(1-2\nu_m)} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) = -P_0 \quad (6.89)$$

$$\sigma_{r,8} = \sigma_{\theta,8} = \sigma_{\varphi,8} = \frac{2(1+\nu_{i,4})}{(1-2\nu_{i,4})} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) \quad (6.90)$$

$$\sigma_{r,9} = \sigma_{\theta,9} = \sigma_{\varphi,9} = \frac{2(1+\nu_f)}{(1-2\nu_f)} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) \quad (6.91)$$

$$\sigma_{r,10} = \sigma_{\theta,10} = \sigma_{\varphi,10} = \frac{2(1+\nu_{i,5})}{(1-2\nu_{i,5})} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) \quad (6.92)$$

$$\sigma_{r,11} = \sigma_{\theta,11} = \sigma_{\varphi,11} = \frac{2(1+\nu_m)}{(1-2\nu_m)} \left(-P_0 \frac{(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right) = -P_0 \quad (6.93)$$

Αντικαθιστούμε στις σχέσεις των παραμορφώσεων και προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\varepsilon_{r,1} = \varepsilon_{\theta,1} = \varepsilon_{\varphi,1} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_f)}{E_f} \right\} \quad (6.94)$$

$$\varepsilon_{r,2} = \varepsilon_{\theta,2} = \varepsilon_{\varphi,2} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_{i,1})}{E_{i,1}} \right\} \quad (6.95)$$

$$\varepsilon_{r,3} = \varepsilon_{\theta,3} = \varepsilon_{\varphi,3} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{E_m} \right\} \quad (6.96)$$

$$\varepsilon_{r,4} = \varepsilon_{\theta,4} = \varepsilon_{\varphi,4} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_{i,2})}{E_{i,2}} \right\} \quad (6.97)$$

$$\varepsilon_{r,5} = \varepsilon_{\theta,5} = \varepsilon_{\varphi,5} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_f)}{E_f} \right\} \quad (6.98)$$

$$\varepsilon_{r,6} = \varepsilon_{\theta,6} = \varepsilon_{\varphi,6} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_{i,3})}{E_{i,3}} \right\} \quad (6.99)$$

$$\varepsilon_{r,7} = \varepsilon_{\theta,7} = \varepsilon_{\varphi,7} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{E_m} \right\} \quad (6.100)$$

$$\varepsilon_{r,8} = \varepsilon_{\theta,8} = \varepsilon_{\varphi,8} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_{i,4})}{E_{i,4}} \right\} \quad (6.101)$$

$$\varepsilon_{r,9} = \varepsilon_{\theta,9} = \varepsilon_{\varphi,9} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_f)}{E_f} \right\} \quad (6.102)$$

$$\varepsilon_{r,10} = \varepsilon_{\theta,10} = \varepsilon_{\varphi,10} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_{i,5})}{E_{i,5}} \right\} \quad (6.103)$$

$$\varepsilon_{r,11} = \varepsilon_{\theta,11} = \varepsilon_{\varphi,11} = -P_0 \left\{ \frac{(1-2\nu_m)}{E_m} \right\} \quad (6.104)$$

Έχοντας υπολογίσει όλα αυτά τα δεδομένα, ο υπολογισμός του μέτρου ελαστικότητας E_C του σύνθετου κοκκώδους υλικού θα επιτευχθεί αν εφαρμόσουμε την συνθήκη ισορροπίας της ενέργειας (ενέργεια που σχετίζεται με το έγκλεισμα, την

ενδιάμεση φάση και την μήτρα) στο εξεταζόμενο ενδεκαφασικό σφαιρικό μοντέλο. Οπότε, ολοκληρώνοντας, παίρνουμε:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \int_{V_C} \frac{P_0^2}{K_C} dV_C = \frac{1}{2} \int_{V_1} (\sigma_{r,1} \varepsilon_{r,1} + \sigma_{\theta,1} \varepsilon_{\theta,1} + \sigma_{\varphi,1} \varepsilon_{\varphi,1}) dV_1 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_2} (\sigma_{r,2} \varepsilon_{r,2} + \sigma_{\theta,2} \varepsilon_{\theta,2} + \sigma_{\varphi,2} \varepsilon_{\varphi,2}) dV_2 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_3} (\sigma_{r,3} \varepsilon_{r,3} + \sigma_{\theta,3} \varepsilon_{\theta,3} + \sigma_{\varphi,3} \varepsilon_{\varphi,3}) dV_3 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_4} (\sigma_{r,4} \varepsilon_{r,4} + \sigma_{\theta,4} \varepsilon_{\theta,4} + \sigma_{\varphi,4} \varepsilon_{\varphi,4}) dV_4 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_5} (\sigma_{r,5} \varepsilon_{r,5} + \sigma_{\theta,5} \varepsilon_{\theta,5} + \sigma_{\varphi,5} \varepsilon_{\varphi,5}) dV_5 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_6} (\sigma_{r,6} \varepsilon_{r,6} + \sigma_{\theta,6} \varepsilon_{\theta,6} + \sigma_{\varphi,6} \varepsilon_{\varphi,6}) dV_6 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_7} (\sigma_{r,7} \varepsilon_{r,7} + \sigma_{\theta,7} \varepsilon_{\theta,7} + \sigma_{\varphi,7} \varepsilon_{\varphi,7}) dV_7 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_8} (\sigma_{r,8} \varepsilon_{r,8} + \sigma_{\theta,8} \varepsilon_{\theta,8} + \sigma_{\varphi,8} \varepsilon_{\varphi,8}) dV_8 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_9} (\sigma_{r,9} \varepsilon_{r,9} + \sigma_{\theta,9} \varepsilon_{\theta,9} + \sigma_{\varphi,9} \varepsilon_{\varphi,9}) dV_9 + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_{10}} (\sigma_{r,10} \varepsilon_{r,10} + \sigma_{\theta,10} \varepsilon_{\theta,10} + \sigma_{\varphi,10} \varepsilon_{\varphi,10}) dV_{10} + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{V_{11}} (\sigma_{r,11} \varepsilon_{r,11} + \sigma_{\theta,11} \varepsilon_{\theta,11} + \sigma_{\varphi,11} \varepsilon_{\varphi,11}) dV_{11}
 \end{aligned}$$

Όπου:

$K_C = \frac{E_C}{3(1-2\nu_C)}$, είναι το μέτρο διογκώσεως του σύνθετου υλικού

$$\text{Και } V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow dV = 4\pi r^2 dr,$$

Αρα, έχουμε:

$$\begin{aligned} & \int_0^{r_{11}} \frac{3P_0^2 (1-2\nu_c)}{K_C E_C} r^2 dr = \int_0^{r_1} (\sigma_{r,1} \varepsilon_{r,1} + \sigma_{\theta,1} \varepsilon_{\theta,1} + \sigma_{\varphi,1} \varepsilon_{\varphi,1}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_1}^{r_2} (\sigma_{r,2} \varepsilon_{r,2} + \sigma_{\theta,2} \varepsilon_{\theta,2} + \sigma_{\varphi,2} \varepsilon_{\varphi,2}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_2}^{r_3} (\sigma_{r,3} \varepsilon_{r,3} + \sigma_{\theta,3} \varepsilon_{\theta,3} + \sigma_{\varphi,3} \varepsilon_{\varphi,3}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_3}^{r_4} (\sigma_{r,4} \varepsilon_{r,4} + \sigma_{\theta,4} \varepsilon_{\theta,4} + \sigma_{\varphi,4} \varepsilon_{\varphi,4}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_4}^{r_5} (\sigma_{r,5} \varepsilon_{r,5} + \sigma_{\theta,5} \varepsilon_{\theta,5} + \sigma_{\varphi,5} \varepsilon_{\varphi,5}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_5}^{r_6} (\sigma_{r,6} \varepsilon_{r,6} + \sigma_{\theta,6} \varepsilon_{\theta,6} + \sigma_{\varphi,6} \varepsilon_{\varphi,6}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_6}^{r_7} (\sigma_{r,7} \varepsilon_{r,7} + \sigma_{\theta,7} \varepsilon_{\theta,7} + \sigma_{\varphi,7} \varepsilon_{\varphi,7}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_7}^{r_8} (\sigma_{r,8} \varepsilon_{r,8} + \sigma_{\theta,8} \varepsilon_{\theta,8} + \sigma_{\varphi,8} \varepsilon_{\varphi,8}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_8}^{r_9} (\sigma_{r,9} \varepsilon_{r,9} + \sigma_{\theta,9} \varepsilon_{\theta,9} + \sigma_{\varphi,9} \varepsilon_{\varphi,9}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_9}^{r_{10}} (\sigma_{r,10} \varepsilon_{r,10} + \sigma_{\theta,10} \varepsilon_{\theta,10} + \sigma_{\varphi,10} \varepsilon_{\varphi,10}) r^2 dr + \\ & + \int_{r_{10}}^{r_{11}} (\sigma_{r,11} \varepsilon_{r,11} + \sigma_{\theta,11} \varepsilon_{\theta,11} + \sigma_{\varphi,11} \varepsilon_{\varphi,11}) r^2 dr \end{aligned}$$

Για να μην επικρατήσει σύγχυση σε αυτό το σημείο, συμφέρει να υπολογίσουμε ξεχωριστά τα επιμέρους ολοκληρώματα. Οπότε, προκύπτουν:

$$\triangleright \int_0^{r_{11}} \frac{3P_0^2 (1-2\nu_c)}{E_c} r^2 dr = \frac{3P_0^2 (1-2\nu_c)}{E_c} \int_0^{r_{11}} r^2 dr = \frac{P_0^2 (1-2\nu_c) r_{11}^3}{E_c}$$

$$\triangleright \int_0^{r_1} (\sigma_{r,1} \varepsilon_{r,1} + \sigma_{\theta,1} \varepsilon_{\theta,1} + \sigma_{\varphi,1} \varepsilon_{\varphi,1}) r^2 dr =$$

$$3 \int_0^{r_1} (-P_0) \left\{ \frac{2(1+\nu_f)(1-2\nu_m)}{(1-2\nu_f)2(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(1+\nu_f)(1-2\nu_m)}{E_f(1+\nu_m)} (-P_0) \right\} r^2 dr =$$

$$= \frac{P_0^2 (1+\nu_f)^2 (1-2\nu_m)^2 r_1^3}{(1-2\nu_f)(1+\nu_m)^2 E_f}$$

$$\triangleright \int_{r_1}^{r_2} (\sigma_{r,2} \varepsilon_{r,2} + \sigma_{\theta,2} \varepsilon_{\theta,2} + \sigma_{\varphi,2} \varepsilon_{\varphi,2}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_1}^{r_2} \left\{ \frac{2(1+\nu_{i,1})}{(1-2\nu_{i,1})} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1-2\nu_m)(1+\nu_{i,1})}{E_{i,1}(1+\nu_m)} \right\} r^2 dr$$

$$= \frac{3P_0^2 (1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+\nu_{i,1})^2}{(1-2\nu_{i,1}) E_{i,1}} r^2 dr$$

$$\triangleright \int_{r_2}^{r_3} (\sigma_{r,3} \varepsilon_{r,3} + \sigma_{\theta,3} \varepsilon_{\theta,3} + \sigma_{\varphi,3} \varepsilon_{\varphi,3}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_2}^{r_3} \frac{P_0^2 (1-2\nu_m)}{E_m} r^2 dr = \frac{P_0^2 (1-2\nu_m)}{E_m} (r_3^2 - r_2^2)$$

$$\triangleright \int_{r_3}^{r_4} (\sigma_{r,4} \varepsilon_{r,4} + \sigma_{\theta,4} \varepsilon_{\theta,4} + \sigma_{\varphi,4} \varepsilon_{\varphi,4}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_3}^{r_4} \left\{ \frac{2(1+v_{i,2})}{(1-2v_{i,2})} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1-2v_m)}{2(1+v_m)} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1-2v_m)(1+v_{i,2})}{E_{i,2}(1+v_m)} \right\} r^2 dr$$

$$= \frac{3P_0^2(1-2v_m)^2}{(1+v_m)^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+v_{i,2})^2}{(1-2v_{i,2})E_{i,2}} r^2 dr$$

$$\triangleright \int_{r_4}^{r_5} (\sigma_{r,5} \varepsilon_{r,5} + \sigma_{\theta,5} \varepsilon_{\theta,5} + \sigma_{\varphi,5} \varepsilon_{\varphi,5}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_4}^{r_5} \left\{ \frac{(1+v_f)}{E_f} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1-2v_m)}{(1+v_m)} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1-2v_m)2(1+v_f)}{2(1+v_m)(1-2v_f)} \right\} r^2 dr$$

$$= \frac{P_0^2(1-2v_m)^2(1+v_f)^2}{(1+v_m)^2(1-2v_f)E_f} (r_5^3 - r_4^3)$$

$$\triangleright \int_{r_5}^{r_6} (\sigma_{r,6} \varepsilon_{r,6} + \sigma_{\theta,6} \varepsilon_{\theta,6} + \sigma_{\varphi,6} \varepsilon_{\varphi,6}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_5}^{r_6} \left\{ \frac{2(1+v_{i,3})}{(1-2v_{i,3})} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1-2v_m)}{2(1+v_m)} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1-2v_m)(1+v_{i,3})}{(1+v_m)E_{i,3}} \right\} r^2 dr$$

$$= \frac{3P_0^2(1-2v_m)^2}{(1+v_m)^2} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+v_{i,3})^2}{(1-2v_{i,3})E_{i,3}} r^2 dr$$

$$\triangleright \int_{r_6}^{r_7} (\sigma_{r,7} \varepsilon_{r,7} + \sigma_{\theta,7} \varepsilon_{\theta,7} + \sigma_{\varphi,7} \varepsilon_{\varphi,7}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_6}^{r_7} \frac{P_0^2 (1-2\nu_m)}{E_m} r^2 dr = P_0^2 \frac{(1-2\nu_m)}{E_m} (r_7^3 - r_6^3)$$

$$\triangleright \int_{r_7}^{r_8} (\sigma_{r,8} \varepsilon_{r,8} + \sigma_{\theta,8} \varepsilon_{\theta,8} + \sigma_{\varphi,8} \varepsilon_{\varphi,8}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_7}^{r_8} \left\{ \frac{(1 + \nu_{i,4})}{E_{i,4}} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1 - 2\nu_m)}{(1 + \nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1 - 2\nu_m)2(1 + \nu_{i,4})}{2(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_{i,4})} \right\} r^2 dr$$

$$= \frac{3P_0^2(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+\nu_{i,4})^2}{(1-2\nu_{i,4})E_{i,4}} r^2 dr$$

$$\triangleright \int_{r_8}^{r_9} (\sigma_{r,9} \varepsilon_{r,9} + \sigma_{\theta,9} \varepsilon_{\theta,9} + \sigma_{\varphi,9} \varepsilon_{\varphi,9}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_8}^{r_9} \left\{ \frac{(1 + \nu_f)}{E_f} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1 - 2\nu_m)}{(1 + \nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1 - 2\nu_m)2(1 + \nu_f)}{2(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_f)} \right\} r^2 dr$$

$$= \frac{P_0^2(1-2\nu_m)^2(1+\nu_f)^2}{(1+\nu_m)^2(1-2\nu_f)E_f} (r_9^3 - r_8^3)$$

$$\triangleright \int_{r_9}^{r_{10}} (\sigma_{r,10} \varepsilon_{r,10} + \sigma_{\theta,10} \varepsilon_{\theta,10} + \sigma_{\varphi,10} \varepsilon_{\varphi,10}) r^2 dr =$$

$$3 \int_{r_9}^{r_{10}} \left\{ \frac{(1 + \nu_{i,5})}{E_{i,5}} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1 - 2\nu_m)}{(1 + \nu_m)} \right\} \left\{ \frac{(-P_0)(1 - 2\nu_m)2(1 + \nu_{i,5})}{2(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_{i,5})} \right\} r^2 dr$$

$$= \frac{3P_0^2(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+\nu_{i,5})^2}{(1-2\nu_{i,5})E_{i,5}} r^2 dr$$

$$\triangleright \int_{r_{10}}^{r_{11}} (\sigma_{r,11} \varepsilon_{r,11} + \sigma_{\theta,11} \varepsilon_{\theta,11} + \sigma_{\varphi,11} \varepsilon_{\varphi,11}) r^2 dr =$$

$$P_0^2 \frac{(1-2\nu_m)}{E_m} (r_{11}^3 - r_{10}^3)$$

Άρα μετά από τις πράξεις προκύπτει τελικά:

$$\begin{aligned} & \frac{P_0^2 (1-2\nu_c)r_{11}^3}{E_c} = \frac{P_0^2(1+\nu_f)^2(1-2\nu_m)^2r_1^3}{(1-2\nu_f)(1+\nu_m)^2E_f} + \\ & + \frac{3P_0^2(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+\nu_{i,1})^2}{(1-2\nu_{i,1})E_{i,1}} r^2 dr + \frac{P_0^2(1-2\nu_m)}{E_m} (r_3^2 - r_2^2) + \\ & + \frac{3P_0^2(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+\nu_{i,2})^2}{(1-2\nu_{i,2})E_{i,2}} r^2 dr + \frac{P_0^2(1-2\nu_m)^2(1+\nu_f)^2}{(1+\nu_m)^2(1-2\nu_f)E_f} (r_5^3 - r_4^3) \\ & + \frac{3P_0^2(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+\nu_{i,3})^2}{(1-2\nu_{i,3})E_{i,3}} r^2 dr + P_0^2 \frac{(1-2\nu_m)}{E_m} (r_7^3 - r_6^3) + \\ & \frac{3P_0^2(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+\nu_{i,4})^2}{(1-2\nu_{i,4})E_{i,4}} r^2 dr + \frac{P_0^2(1-2\nu_m)^2(1+\nu_f)^2}{(1+\nu_m)^2(1-2\nu_f)E_f} (r_9^3 - r_8^3) \\ & \frac{3P_0^2(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+\nu_{i,5})^2}{(1-2\nu_{i,5})E_{i,5}} r^2 dr + P_0^2 \frac{(1-2\nu_m)}{E_m} (r_{11}^3 - r_{10}^3) \quad (6.105) \end{aligned}$$

Επίσης, όπως δείξαμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, ισχύει
ότι:

$$U_{f,1}=U_1=\frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_{11}^3}=\frac{r_1^3}{r_{11}^3}$$

Ομοίως,

$$U_{i,1}=U_2=\frac{r_2^3-r_1^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{m,1}=U_3=\frac{r_3^3-r_2^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{i,2}=U_4=\frac{r_4^3-r_3^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{f,2}=U_5=\frac{r_5^3-r_4^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{i,3}=U_6=\frac{r_6^3-r_5^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{m,2}=U_7=\frac{r_7^3-r_6^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{i,4}=U_8=\frac{r_8^3-r_7^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{f,3}=U_9=\frac{r_9^3-r_8^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{i,5}=U_{10}=\frac{r_{10}^3-r_9^3}{r_{11}^3}$$

$$U_{m,3}=U_{11}=\frac{r_{11}^3-r_{10}^3}{r_{11}^3}$$

Προφανώς ισχύει ότι:

$$U_1+U_2+U_3+U_4+U_5+U_6+U_7+U_8+U_9+U_{10}+U_{11}=1$$

Τώρα που έχουμε τα πάντα απλά μένει να αντικαταστήσουμε τα δεδομένα στην εξ.(6.105), από όπου μας διευκολύνει να διαιρέσουμε και με $\mathbf{P}_0^2 \mathbf{r}_{11}^3$. Οπότε παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \frac{(1-2\nu_c)}{E_c} &= \frac{(1+\nu_f)(1-2\nu_m)^2 U_1}{(1-2\nu_f)(1+\nu_m)^2 E_f} + \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_2}{(1+\nu_m)^2 (r_2^3 - r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+\nu_{i,1})^2}{(1-2\nu_{i,1}) E_{i,1}} \mathbf{r}^2 \mathbf{dr} + \frac{(1-2\nu_m) U_3}{E_m} + \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_4}{(1+\nu_m)^2 (r_4^3 - r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+\nu_{i,2})^2}{(1-2\nu_{i,2}) E_{i,2}} \mathbf{r}^2 \mathbf{dr} + \frac{(1-2\nu_m)^2 (1+\nu_f)^2 U_5}{(1+\nu_m)^2 (1-2\nu_f) E_f} \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_6}{(1+\nu_m)^2 (r_6^3 - r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+\nu_{i,3})^2}{(1-2\nu_{i,3}) E_{i,3}} \mathbf{r}^2 \mathbf{dr} + \frac{(1-2\nu_m) U_7}{E_m} + \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_8}{(1+\nu_m)^2 (r_8^3 - r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+\nu_{i,4})^2}{(1-2\nu_{i,4}) E_{i,4}} \mathbf{r}^2 \mathbf{dr} + \frac{(1-2\nu_m)^2 (1+\nu_f)^2 U_9}{(1+\nu_m)^2 (1-2\nu_f) E_f} + \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_{10}}{(1+\nu_m)^2 (r_{10}^3 - r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+\nu_{i,5})^2}{(1-2\nu_{i,5}) E_{i,5}} \mathbf{r}^2 \mathbf{dr} + \frac{(1-2\nu_m) U_{11}}{E_m} \end{aligned}$$

Επίσης ισχύει ότι: $U_m = U_{m,1} + U_{m,2} + U_{m,3} = U_3 + U_7 + U_{11}$

Και $U_f = U_{f,1} + U_{f,2} + U_{f,3} = U_1 + U_5 + U_9$

Οπότε η τελική σχέση για την εύρεση του μέτρου ελαστικότητας του κοκκώδους σύνθετου υλικού μας προκύπτει ίσο με:

$$\begin{aligned}
\frac{(1-2\nu_c)}{E_c} = & + \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_{i,1}}{(1+\nu_m)^2 (r_2^3 - r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+\nu_{i,1})^2}{(1-2\nu_{i,1}) E_{i,1}} r^2 dr \\
& + \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_{i,2}}{(1+\nu_m)^2 (r_4^3 - r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+\nu_{i,2})^2}{(1-2\nu_{i,2}) E_{i,2}} r^2 dr + \\
& + \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_{i,3}}{(1+\nu_m)^2 (r_6^3 - r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+\nu_{i,3})^2}{(1-2\nu_{i,3}) E_{i,3}} r^2 dr + \\
& + \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_{i,4}}{(1+\nu_m)^2 (r_8^3 - r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+\nu_{i,4})^2}{(1-2\nu_{i,4}) E_{i,4}} r^2 dr + \\
& + \frac{3(1-2\nu_m)^2 U_{i,5}}{(1+\nu_m)^2 (r_{10}^3 - r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+\nu_{i,5})^2}{(1-2\nu_{i,5}) E_{i,5}} r^2 dr + \\
& + \frac{(1-2\nu_m)^2 (1+\nu_f)^2 U_f}{(1+\nu_m)^2 (1-2\nu_f) E_f} + \frac{(1-2\nu_m) U_m}{E_m} \quad (6.106)
\end{aligned}$$

Όπου στο πρώτο μέλος φαίνεται ο λόγος Poisson του σύνθετου υλικού ν_c , που υπολογίζεται (από τον νόμο των φάσεων) ως εξής:

$$\begin{aligned}
\nu_c = & \nu_1 U_1 + \nu_2 U_2 + \nu_3 U_3 + \nu_4 U_4 + \nu_5 U_5 + \nu_6 U_6 + \nu_7 U_7 + \nu_8 U_8 + \\
& + \nu_9 U_9 + \nu_{10} U_{10} + \nu_{11} U_{11} \rightarrow
\end{aligned}$$

$$v_c = v_{f,1}U_{f,1} + v_{i,1}U_{i,1} + v_{m,1}U_{m,1} + v_{i,2}U_{i,2} + v_{f,2}U_{f,2} + v_{i,3}U_{i,3} + v_{m,2}U_{m,2} + v_{i,4}U_{i,4} + v_{f,3}U_{f,3} + v_{i,5}U_{i,5} + v_{m,3}U_{m,3} \quad (6.107)$$

6.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων με στατικά πειραματικά δεδομένα καθώς και με αποτελέσματα άλλων μοντέλων

6.2.1 Πειραματική διαδικασία και μεθοδολογία

Για τον σωστό έλεγχο των αποτελεσμάτων που δίνει το ενδεκαφασικό μοντέλο με την θεωρία της ενδιάμεσης που αναπτύξαμε σε αυτή την εργασία χρησιμοποιήσαμε πειραματικά δεδομένα που εκπονήθηκαν στο εργαστήριο αντοχής υλικών.

Πείραμα: Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμα, έχουν ως μήτρα εποξειδική ρητίνη τύπου DGEBA (Dyglycidyl Ether Bisphenol A) με μοριακό βάρος μεταξύ 370-384 και με ιξώδες 15000P στους 25°C, πολυμεριζόμενο εν ψυχρώ με 8% τριεθυλενική τετραμίνη.

Υλικά: Το προπολυμερές θερμαίνεται πάνω από 30°C ώστε να μειωθεί το ιξώδες του και στην συνέχεια σε κατάλληλη ποσότητα αυτού προστίθεται κονιοποιημένος σίδηρος με διάμετρο κόκκων 150μm. Το μίγμα αφού ανακατευτεί πλήρως τοποθετείται σε θάλαμο χαμηλής πίεσεως για περίπου 15 λεπτά για απομαγνητισμό. Στην συνέχεια, τοποθετείται σε ορθογώνιο καλούπι από plexiglas, με κατάλληλο σχήμα και όγκο, επενδυμένο με σιλικόνη ώστε να μην κολλήσει.

Στην συνέχεια, κλείνεται έτσι ώστε να είναι δυνατό να περιστραφεί, για να αποτραπεί η κατακάθιση των εγκλεισμάτων σιδήρου για να προκύψει όσο το δυνατόν ομοιογενές υλικό. Ο χρόνος τον οποίο χρειάζεται για να πήξει το υλικό για θερμοκρασία 20⁰C είναι 20-25 λεπτά, χρόνος ο οποίος μειώνεται ελαφρά από την παρουσία εγκλεισμάτων. Μετά την πάροδο αυτών των λεπτών το ανακάτεμα δεν είναι πλέον απαραίτητο.

Έπειτα, το καλούπι απομακρύνεται μετά την πάροδο 24 ωρών και το χυτό υποβάλλεται σε θερμική επεξεργασία που περιλαμβάνει:

- Αύξηση της θερμοκρασίας με ρυθμό **5⁰C/h** , σταθερή διατήρηση στους 100⁰C
- Τελική μείωση σε θερμοκρασία περιβάλλοντος με ρυθμό **1⁰C/h** .

Με αυτό τον τρόπο , επιτυγχάνουμε πλήρη πολυμερισμό του υλικού που θα χρησιμοποιηθεί ως μήτρα και επομένως οι ιδιότητες του τελικού προϊόντος είναι η επιθυμητή.

Στα επεξεργασμένα δοκίμια γίνεται μέτρηση της πυκνότητας και η τιμή αυτή συγκρίνεται με την αντίστοιχη θεωρητική τιμή που λαμβάνεται από την σχέση:

$$\rho_c = \rho_f U_f + \rho_m U_m$$

όπου ρ_c → πυκνότητα του συνθέτου υλικού

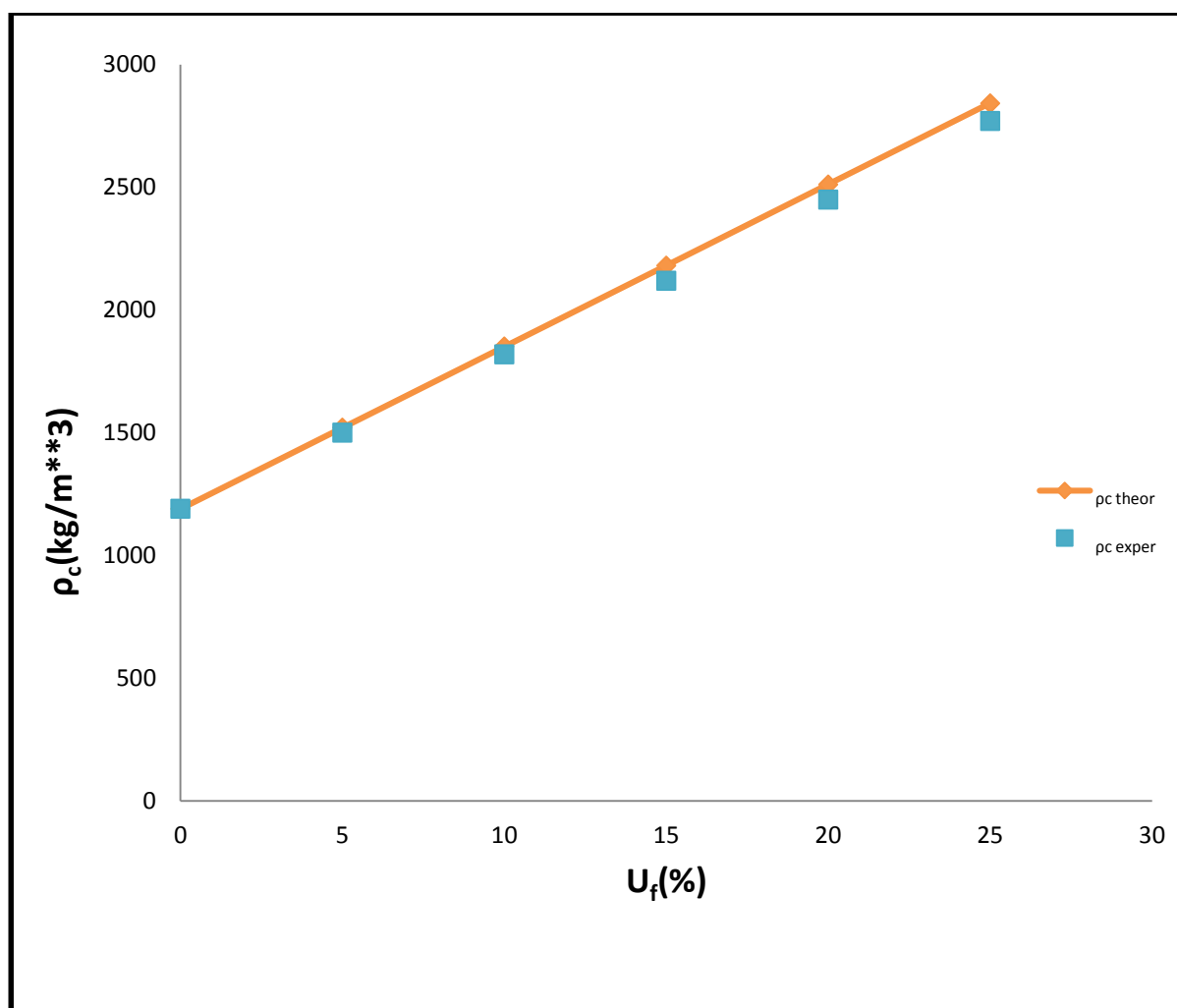
ρ_f → πυκνότητα των εγκλεισμάτων

ρ_m → πυκνότητα της μήτρας

Στον πίνακα 6.1 φαίνονται τα αποτελέσματα από την σύγκριση πειραματικών και θεωρητικών δεδομένων.

$U_f(\%)$	0	5	10	15	20	25
$\rho_c theor (\frac{kg}{m^3})$	1190	1520.5	1851	2181.5	2512	2842.5
$\rho_c exper (\frac{kg}{m^3})$	1190	1500	1820	2120	2450	2770

Πίνακας 6.1



Διάγραμμα 6.1 Πυκνότητα συνθέτου υλικού συναρτήσει της περιεκτικότητας του σε εγκλείσματα

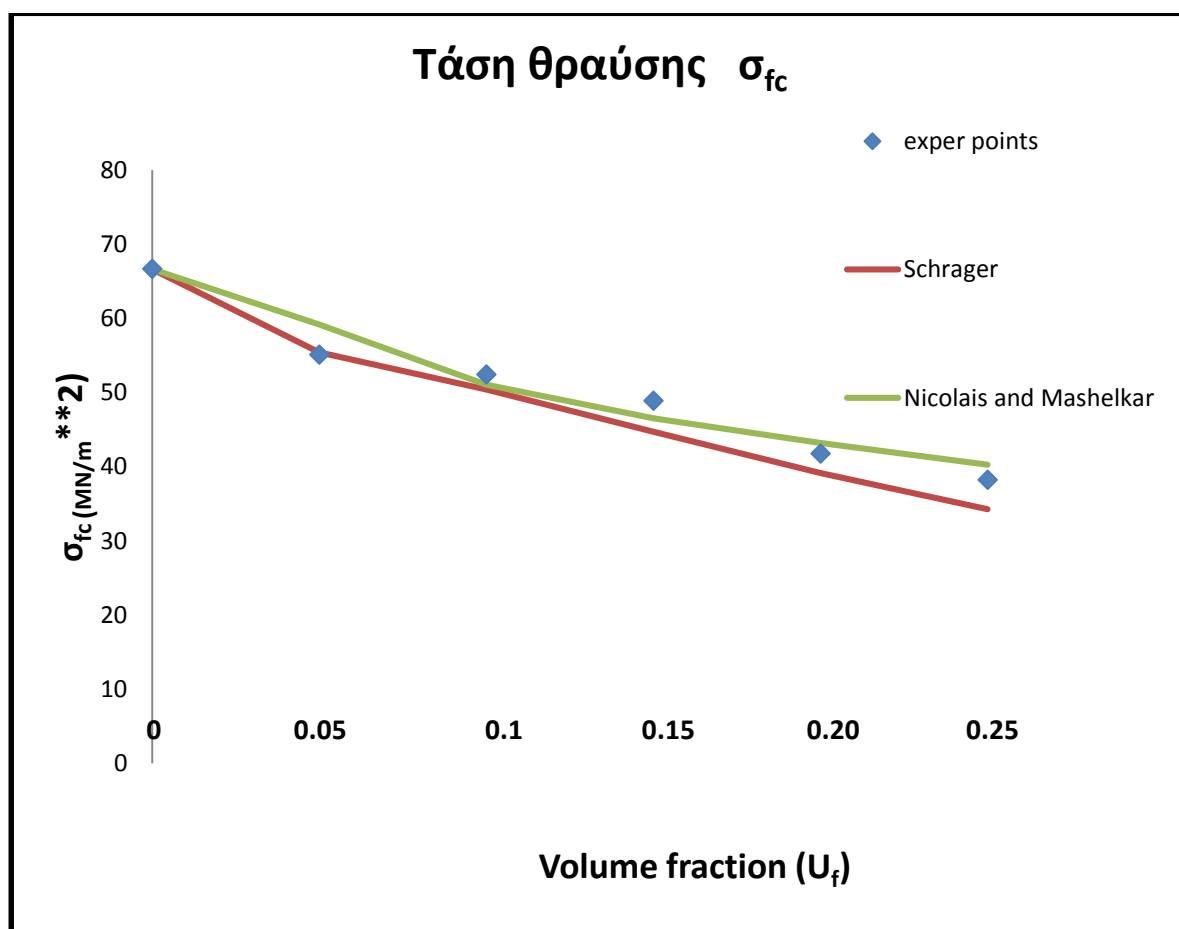
Από την μορφή του διαγράμματος παρατηρούμε ότι τα πειραματικά μας αποτελέσματα έχουν πολύ μικρή απόκλιση από

τα θεωρητικά, οπότε το υλικό μας μπορεί να θεωρηθεί συμπαγές και χωρίς ατέλειες.

Επιλογικά, μετρήσαμε την τάση θραύσης για διάφορες περιεκτικότητες και για ταχύτητα φορτίσεως $c=0,25\text{cm/min}$. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων φαίνονται στο ακόλουθο διάγραμμα.

U_f	σ_{fc} πειραματικό (MPa)	σ_{fc} Schragger (MPa)	σ_{fc} Nicolais – Mashelkar (MPa)
0.00	66.67	66.67	66.67
0.05	55.11	55.42	59.18
0.10	52.44	50.43	51.09
0.15	48.88	44.74	46.54
0.20	41.77	39.16	43.23
0.25	38.22	34.29	40.29

Πίνακας 6.2



Διάγραμμα 6.2 Τάση θραύσης σύνθετου υλικού για διάφορες περιεκτικότητες και για ταχύτητα φορτίσεως $c=0.5\text{cm/min}$

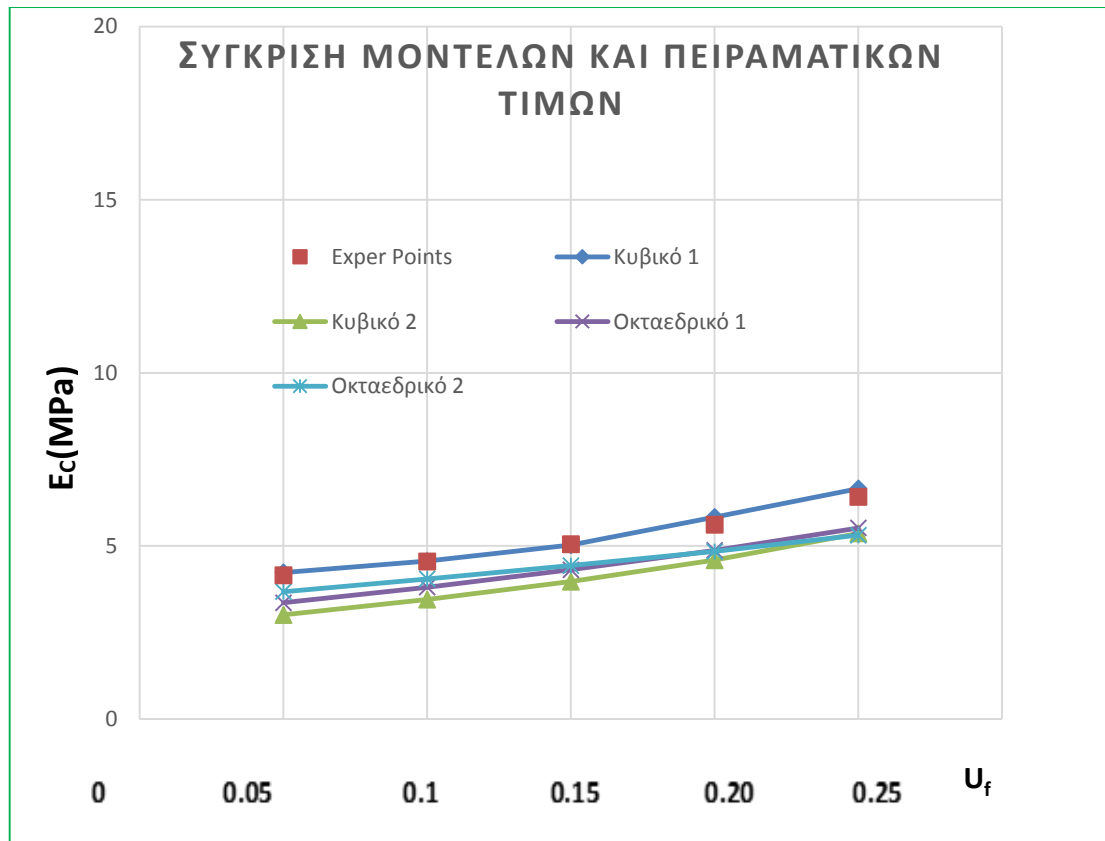
Από την μορφή του διαγράμματος 6.2 φαίνεται ότι οι τιμές από όλα τα μοντέλα είναι αρκετά κοντά με πολύ μικρή διασπορά ανάμεσα στα όρια των θεωρητικών καμπυλών και τους δύο ερευνητές.

6.3. Σύγκριση αποτελεσμάτων-Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας E_C

6.3.1 Σύγκριση κυβικών μοντέλων

Uf	Exper	Κυβικό 1	Κυβικό 2	Οκταεδρικό 1	Οκταεδρικό 2
	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$
0.05	4.15	4.235	3.01	3.36	3.68
0.10	4.55	4.562	3.45	3.81	4.05
0.15	5.05	5.024	3.97	4.31	4.43
0.20	5.61	5.832	4.59	4.87	4.84
0.25	6.42	6.657	5.36	5.52	5.31

Πίνακας 6.3



Διάγραμμα 6.3 Σύγκριση κυβικών μοντέλων με πειραματικές τιμές

Από το παραπάνω διάγραμμα συμπεραίνουμε πώς όλα τα μοντέλα που κατασκευάσαμε είναι αρκετά ακριβή αλλά το ακριβέστερο είναι το μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε για την ανάπτυξη του ενδεκαφασικού μοντέλου, δηλαδή το **κυβικό μοντέλο 1** καθώς είναι σχεδόν πάνω στα πειραματικά δεδομένα. Σημειώνεται επίσης ότι το **οκταεδρικό μοντέλο 1** ισχύει για περιεκτικότητες <22%, οπότε και το απορρίπτουμε σε σχέση με τα άλλα.

Όσο για το λόγο Poisson, και τα τέσσερα μοντέλα δίνουν ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα, τα οποία τα παρουσιάζουμε στον παρακάτω πίνακα 6.4.

Uf	Κυβικό 1	Κυβικό 2	Οκταεδρικό 1	Οκταεδρικό 2
	ν_C	ν_C	ν_C	ν_C
0.05	0.3557	0.3557	0.3557	0.3557
0.10	0.3514	0.3514	0.3514	0.3514
0.15	0.3471	0.3471	0.3471	0.3471
0.20	0.3428	0.3428	0.3428	0.3428
0.25	0.3384	0.3384	0.3384	0.3384

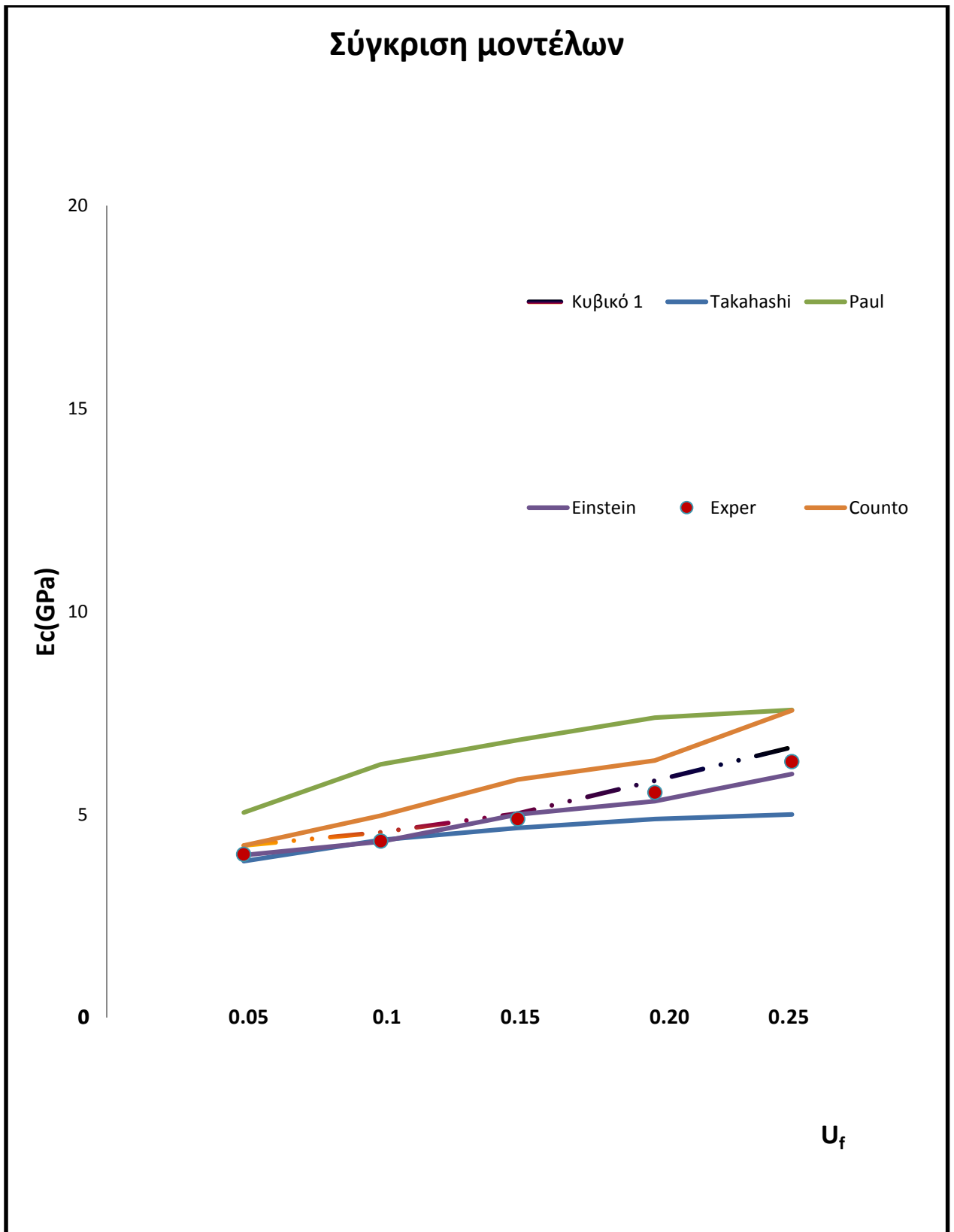
Πίνακας 6.4

Οπότε από τις τιμές παρατηρούμαι ότι οι τιμές του ν είναι ταυτόσημες και για τα τέσσερα μοντέλα που εξετάσαμε. Αυτό συμβαίνει, διότι το εύρος μεταβολής του ν είναι πάρα πολύ μικρό, άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όλα τα μοντέλα με την ίδια ευχέρεια αφού είναι ικανά να μας τροφοδοτήσουν με τα ίδια αποτελέσματα, έχοντας βέβαια πάντοτε υπόψιν μας τους γεωμετρικούς περιορισμούς του κάθε μοντέλου ως προς την περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων.

Τέλος, ήρθε η ώρα να παραθέσουμε και την σύγκριση του **κυβικού μοντέλου 1** που θεωρείται και το ακριβέστερο εκ των τεσσάρων, με μοντέλα άλλων ερευνητών.

Uf	Κυβικό 1	Exper	Paul	Einstein	Counto	Takahashi
	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$	$E_C(GPa)$
0.05	4.235	4.15	5.05	4.00	4.235	3.852
0.10	4.562	4.55	6.234	4.33	4.974	4.376
0.15	5.024	5.05	6.836	5.00	5.860	4.667
0.20	5.832	5.61	7.387	5.33	6.333	4.889
0.25	6.657	6.42	7.575	6.00	7.567	5.000

Πίνακας 6.5



Διάγραμμα 6.4 Σύγκριση κυβικού μοντέλου 1 με θεωρητικά και πειραματικές τιμές

6.3.2.Σχόλια – Παρατηρήσεις

Παρατηρούμε από το τελευταίο διάγραμμα 6.4 ότι το ενδεκαφασικό μοντέλο που αναπτύξαμε προσεγγίζει πολύ καλά τα πειραματικά δεδομένα και ως ένα σημείο και το θεωρητικό μοντέλο του Takahashi και του Einstein. Σε σχέση , ωστόσο με τους άλλους ερευνητές, υπάρχουν διαφορές σημαντικές που μπορούμε να τις αποδώσουμε σε:

- Η κατανομή των εγκλεισμάτων στην ρητίνη στην πραγματικότητα είναι ανομοιογενής και τυχαία και μη ομοιογενής , όπως έχουμε υποθέσει αρχικά.
- Υπάρχουν ατέλειες στην μήτρα, όπως φυσαλίδες και ακαθαρσίες.
- Δεν υπάρχει τέλεια συνοχή μεταξύ μήτρας-εγκλείσματος.
- Τα θεωρητικά μοντέλα είναι ικανά να προσομοιάζουν τέλεια γεωμετρικά σχήματα, εδώ δηλαδή τους σφαιρικούς κόκκους, ενώ στην πραγματικότητα η επιφάνεια των εγκλεισμάτων είναι ανώμαλη και τραχεία.

Κεφάλαιο 7. Δυναμικά μέτρα ελαστικότητας

7.1 Προσεγγιστικός υπολογισμός του δυναμικού μέτρου

Ελαστικότητας

Όπως ήδη γνωρίζουμε, ένα βισκοελαστικό υλικό, όταν υπόκειται σε ημιτονοειδές μεταβαλλόμενο φορτίο, μπορεί να περιγραφεί από το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας $E^*(\omega)$, το οποίο εξαρτάται άμεσα από την συχνότητα f της ημιτονοειδούς φορτίσεως, όπου $\omega=2\pi f$, είναι η γωνιακή ταχύτητα φορτίσεως.

Ισχύει ο τύπος:

$$E^*(\omega)=E'(\omega)+iE''(\omega) \quad (7.1)$$

$$v^*(\omega)=v'(\omega)+iv''(\omega) \quad (7.2)$$

$$G^*(\omega)=G'(\omega)+iG''(\omega) \quad (7.3)$$

$$E^*(\omega)=2G^*(\omega)(1+v^*(\omega)) \quad (7.4)$$

Εδώ οφείλουμε να αναφέρουμε ότι τα τονούμενα μεγέθη υποδεικνύουν τα δυναμικά μέτρα ελαστικότητας (μέτρα αποθήκευσης), ενώ τα δις τονούμενα, υποδεικνύουν τα μέτρα απωλειών.

Έπειτα , θα αναφέρουμε κάποιες βασικές παραδοχές που θα μας βοηθήσουν στον υπολογισμό του μιγαδικού μέτρου ελαστικότητας $E^*(\omega)$, σύμφωνα με την θεωρία αντιστοίχισης του Hashin[15], που μας απέδειξε ότι αν γνωρίζουμε το E_C , ενός υλικού μπορούμε να υπολογίσουμε το E^*_C .

- Η πρώτη παραδοχή που θα λάβουμε υπόψιν μας είναι ότι το έγκλεισμα έχει το μέτρο απωλειών ίσο με $E_f''=0$ με το σίδηρο να θεωρείται τέλεια ελαστικό σώμα.
- Το αποτέλεσμα που θα προκύψει θα είναι ένας μιγαδικός αριθμός, ο οποίος θα έχει ένα φανταστικό και ένα πραγματικό μέρος. Το πραγματικό μέρος θα είναι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας E'_C (μέτρο αποθήκευσης), ενώ το φανταστικό μέρος θα είναι το μέτρο απωλειών E''_C .
- Έπειτα για τους υπολογισμούς αργότερα των E'_C, E''_C θα πρέπει να γνωρίζουμε το δυναμικό μέτρο της μήτρας (E'_m), καθώς και του μέτρου απωλειών της μήτρας(E''_m), για διάφορες τιμές της συχνότητας της ημιτονοειδούς φόρτισης, όπως θα τις παρουσιάσουμε στον πίνακα (7.1), σύμφωνα με τα πειράματα .

f(Hz)	0.1	1	5	10	20	50	100
$E'_m \cdot 10^9 \text{Nm}^{-2}$	2.92	2.99	3.05	3.09	3.12	3.22	3.34
$E''_m \cdot 10^7 \text{Nm}^{-2}$	2.04	2.80	3.41	3.80	4.32	5.20	6.04

Πίνακας 7.1 δυναμικά μέτρα ελαστικότητας της μήτρας συναρτήσει της ημιτονοειδούς φόρτισης

Αντικαθιστώ στην (7.4) τις προηγούμενες τρεις σχέσεις, έχω:

$$V'_m = \frac{E'_m G'_m + E''_m G''_m - 2(G'^2_m + G''^2_m)}{2(G'^2_m + G''^2_m)} \quad (7.5)$$

$$\nu_m'' = \frac{E_m' G_m^{41''} + E_m'' G_m'}{2(G_m'^2 + G_m''^2)} \quad (7.6)$$

$$\nu_f' = \frac{E_f' - 2G_f'}{2G_f'} \quad (7.7)$$

$$\nu_f'' = 0 \quad (7.8)$$

Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, χρησιμοποιούμε τον τύπο (6.106) από το προηγούμενο κεφάλαιο, όπου αντικαθιστώντας τα μέτρα ελαστικότητας και τους λόγους Poisson για τη μήτρα και τα εγκλείσματα με τα αντίστοιχα δυναμικά. Έτσι η σχέση μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{(1-2\nu^*_c)}{E^*_c} = & + \frac{3(1-2\nu^*_m)^2 u_{i,1}^*}{(1+\nu^*_m)^2 (r_2^3 - r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+\nu_{i,1}^*)^2}{(1-2\nu_{i,1}^*) E_{i,1}^*} r^2 dr \\ & + \frac{3(1-2\nu^*_m)^2 u_{i,2}^*}{(1+\nu^*_m)^2 (r_4^3 - r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+\nu_{i,2}^*)^2}{(1-2\nu_{i,2}^*) E_{i,2}^*} r^2 dr + \\ & + \frac{3(1-2\nu^*_m)^2 u_{i,3}^*}{(1+\nu^*_m)^2 (r_6^3 - r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+\nu_{i,3}^*)^2}{(1-2\nu_{i,3}^*) E_{i,3}^*} r^2 dr + \\ & + \frac{3(1-2\nu^*_m)^2 u_{i,4}^*}{(1+\nu^*_m)^2 (r_8^3 - r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+\nu_{i,4}^*)^2}{(1-2\nu_{i,4}^*) E_{i,4}^*} r^2 dr + \end{aligned}$$

$$+ \frac{(1-2v_m^*)^2(1+v_f^*)^2 U_f^*}{(1+v_m^*)^2(1-2v_f^*)E_f^*} + \frac{(1-2v_m^*)U_m^*}{E_m^*} \quad (7.9)$$

Για καλύτερη αντιμετώπιση αυτής της πολύπλοκης σχέσης (7.9) θα αναλύσουμε τον κάθε όρο ξεχωριστά:

$$\bullet \frac{(1-2v_c^*)}{E_c^*} = \frac{1-2(v_c' - iv_c'')}{E_c' + E_c''} = \frac{(1-2v_c')E_c' + 2E_c''v_c''}{E_c'^2 + E_c''^2}$$

$$+ \left(\frac{2E_c'v_c'' - (1-2v_c')E_c''}{E_c'^2 + E_c''^2} \right) i = \mathbf{A} + \mathbf{B}i$$

$$\bullet \frac{(1-2v_m^*)U_m^*}{E_m^*} = \frac{1-2(v_m' - iv_m'')U_m}{E_m' + iE_m''} =$$

$$= \left\{ \frac{[(1-2v_m')E_m' + 2v_m''E_m''] + [2v_m''E_m' - (1-2v_m')E_m'']i}{E_m'^2 + iE_m''^2} \right\} U_m =$$

$$= \frac{\mathbf{C} + \mathbf{D}i}{E_m'^2 + iE_m''^2} U_m$$

$$\bullet \frac{(1-2v_m^*)^2(1+v_f^*)^2 U_f^*}{(1+v_m^*)^2(1-2v_f^*)E_f^*} = \frac{(1+v_f')^2}{1-2v_f'} \left\{ \frac{1-2(v_m' - iv_m'')}{1+(v_m' + iv_m'')} \right\}^2 \frac{U_f}{E_f} =$$

$$= \frac{(1+v_f')^2}{1-2v_f'} \frac{(2v_m' - 1)^2 - 4v_m''^2 - 4(2v_m' - 1)i v_m''}{(1+v_m')^2 + v_m''^2 - 2(1+v_m')i v_m''} \frac{U_f}{E_f} =$$

$$= \frac{(1+v'_f)^2}{1-2v'_f} \frac{U_f}{E'_f} (F + Zi)$$

$$\text{Όπου } \mathbf{F} = \frac{(1-v'_m-2v_m''-2v_m''')-9v_m''}{\{(1+v'_m)^2+v_m''\}^2} \quad \text{και}$$

$$\mathbf{Z} = \frac{6(1-v'_m-2v_m''-2v_m''')v_m''}{\{(1+v'_m)^2+v_m''\}^2}$$

$$\bullet \frac{3(1-2v^*_m)^2}{(1+v^*_m)^2(r_2^3-r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+v_{i,1}^*)^2}{(1-2v_{i,1}^*)E_{i,1}^*} r^2 dr =$$

$$\frac{3}{(r_2^3-r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(FH+Zi)-(FJ-ZH)i}{E_{i,1}''+E_{i,1}'''} r^2 dr$$

Όπου

$$\mathbf{H} = \frac{\{(1+v'_{i,1})^2-v''_{i,1}\}\{(1-2v'_{i,1})E'_{i,1}-2v''_{i,1}E''_{i,1}\}-2(1+v'_{i,1})v''_{i,1}\{(1-2v'_{i,1})E''_{i,1}+2v''_{i,1}E'_{i,1}\}}{\{(1-2v'_{i,1})^2+4v''_{i,1}\}}$$

και

$$\mathbf{J} = \frac{\{2(1+v'_{i,1})^2v''_{i,1}\}\{(1-2v'_{i,1})E'_{i,1}-2v''_{i,1}E''_{i,1}\}+(1-2v'_{i,1})+2v''_{i,1}E'_{i,1}\}\{(1+v'_{i,1})^2-v''_{i,1}\}}{\{(1-2v'_{i,1})^2+4v''_{i,1}\}}$$

$$\bullet \frac{3(1-2v^*_m)^2}{(1+v^*_m)^2(r_4^3-r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+v_{i,2}^*)^2}{(1-2v_{i,2}^*)E_{i,2}^*} r^2 dr =$$

$$= \frac{3 u_{i,2}}{(r_4^3 - r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(FK+ZL) - (FL-ZK)i}{E_{i,2}'^2 + E_{i,2}''^2} r^2 dr$$

Όπου

$$K = \frac{\{(1+v'_{i,2})^2 - v''_{i,2}\} \{(1-2v'_{i,2})E'_{i,2} - 2v''_{i,2}E''_{i,2}\} - 2(1+v'_{i,2})v''_{i,2} \{(1-2v'_{i,2})E''_{i,2} + 2v''_{i,2}E'_{i,2}\}}{\{(1-2v'_{i,2})^2 + 4v''_{i,2}\}}$$

Και

$$L = \frac{\{2(1+v'_{i,2})^2 v''_{i,2}\} \{(1-2v'_{i,2})E'_{i,2} - 2v''_{i,2}E''_{i,2}\} + (1-2v'_{i,2}) + 2v''_{i,2}E'_{i,2} \{(1+v'_{i,2})^2 - v''_{i,2}\}}{\{(1-2v'_{i,2})^2 + 4v''_{i,2}\}}$$

$$\bullet + \frac{3(1-2v^*_m)^2 u_{i,3}}{(1+v^*_m)^2 (r_6^3 - r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+v^*_{i,3})^2}{(1-2v^*_{i,3})E^*_{i,3}} r^2 dr =$$

$$= \frac{3 u_{i,3}}{(r_6^3 - r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(FM+ZN) - (FN-ZM)i}{E_{i,3}'^2 + E_{i,3}''^2} r^2 dr$$

Όπου

$$M = \frac{\{(1+v'_{i,3})^2 - v''_{i,3}\} \{(1-2v'_{i,3})E'_{i,3} - 2v''_{i,3}E''_{i,3}\} - 2(1+v'_{i,3})v''_{i,3} \{(1-2v'_{i,3})E''_{i,3} + 2v''_{i,3}E'_{i,3}\}}{\{(1-2v'_{i,3})^2 + 4v''_{i,3}\}}$$

Και

$$\mathbf{N} = \frac{\{2(1+v'_{i,3})^2 v''_{i,3}\} \{(1-2v'_{i,3}) E'_{i,3} - 2v''_{i,3} E''_{i,3}\} + (1-2v'_{i,3}) + 2v''_{i,3} E'_{i,3} \} \{(1+v'_{i,3})^2 - v''_{i,3}\}}{\{(1-2v'_{i,3})^2 + 4v''_{i,3}\}}$$

$$\bullet + \frac{3(1-2v^* m)^2 u_{i,4}^*}{(1+v^* m)^2 (r_8^3 - r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+v_{i,4}^*)^2}{(1-2v_{i,4}^*) E_{i,4}^*} r^2 dr =$$

$$= \frac{3 u_{i,4}}{(r_8^3 - r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(\mathbf{FO} + \mathbf{ZP}) - (\mathbf{FP} - \mathbf{ZO}) \mathbf{i}}{E_{i,4}'^2 + E_{i,4}''^2} r^2 dr$$

Όπου

$$\mathbf{O} = \frac{\{(1+v'_{i,4})^2 - v''_{i,4}\} \{(1-2v'_{i,4}) E'_{i,4} - 2v''_{i,4} E''_{i,4}\} - 2(1+v'_{i,4}) v''_{i,4} \{(1-2v'_{i,4}) E''_{i,4} + 2v''_{i,4} E'_{i,4}\}}{\{(1-2v'_{i,4})^2 + 4v''_{i,4}\}}$$

Και

$$\mathbf{P} = \frac{\{2(1+v'_{i,4})^2 v''_{i,4}\} \{(1-2v'_{i,4}) E'_{i,4} - 2v''_{i,4} E''_{i,4}\} + (1-2v'_{i,4}) + v''_{i,4} E'_{i,4} \} \{(1+v'_{i,4})^2 - v''_{i,4}\}}{\{(1-2v'_{i,4})^2 + 4v''_{i,4}\}}$$

$$\bullet \frac{3(1-2v^* m)^2 u_{i,5}^*}{(1+v^* m)^2 (r_{10}^3 - r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+v_{i,5}^*)^2}{(1-2v_{i,5}^*) E_{i,5}^*} r^2 dr =$$

$$= \frac{3 u_{i,5}}{(r_{10}^3 - r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(\mathbf{FQ} + \mathbf{ZR}) - (\mathbf{FR} - \mathbf{ZQ}) \mathbf{i}}{E_{i,5}'^2 + E_{i,5}''^2} r^2 dr$$

Όπου

$$Q = \frac{\{(1+v'_{i,5})^2 - v''_{i,5}\} \{(1-2v'_{i,5})E'_{i,5} - 2v''_{i,5}E''_{i,5}\} - 2(1+v'_{i,5})v''_{i,5} \{(1-2v'_{i,5})E''_{i,5} + 2v''_{i,5}E'_{i,5}\}}{\{(1-2v'_{i,5})^2 + 4v''_{i,5}\}}$$

Και

$$R = \frac{\{2(1+v'_{i,5})^2 v''_{i,5}\} \{(1-2v'_{i,5})E'_{i,5} - 2v''_{i,5}E''_{i,5}\} + (1-2v'_{i,5}) + 2v''_{i,5}E'_{i,5} \{(1+v'_{i,5})^2 - v''_{i,5}\}}{\{(1-2v'_{i,5})^2 + 4v''_{i,5}\}}$$

Από τη σχέση (7.9) μετά την ανάλυση των όρων θα έχουμε ότι:

- Το πραγματικό μέρος της εξίσωσης (7.9) είναι:

$$\begin{aligned} \frac{(1-2v'_c)E'_c + 2E''_c v''_c}{E'^2_c + E''^2_c} &= \frac{C}{E'^2_m + iE''^2_m} U_m + \frac{(1+v'_f)^2 U_f}{1-2v'_f} \frac{F}{E'_f} \\ &+ \frac{3 U_{i,1}}{(r^3_2 - r^3_1)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(FH+ZJ)}{E'^2_{i,1} + E''^2_{i,1}} r^2 dr + \frac{3 U_{i,2}}{(r^3_4 - r^3_3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(FK+ZL)}{E'^2_{i,2} + E''^2_{i,2}} r^2 dr \\ &+ \frac{3 U_{i,3}}{(r^3_6 - r^3_5)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(FM+ZN)}{E'^2_{i,3} + E''^2_{i,3}} r^2 dr + \frac{3 U_{i,4}}{(r^3_8 - r^3_7)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(FO+ZP)}{E'^2_{i,4} + E''^2_{i,4}} r^2 dr \\ &+ \frac{3 U_{i,5}}{(r^3_{10} - r^3_9)} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(FQ+ZR)}{E'^2_{i,5} + E''^2_{i,5}} r^2 dr = S \end{aligned} \quad (7.10)$$

✚ Το φανταστικό μέρος της εξίσωσης (7.9) είναι:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{2E'_c v''_c - (1-2v'_c)E''_c}{E'_c{}^2 + E''_c{}^2} \right) &= \frac{D}{E'_m{}^2 + iE''_m{}^2} \mathbf{U}_m + \frac{(1+v'_f)^2}{1-2v'_f} \frac{U_f}{E'_f} \mathbf{Z} \\
 -\frac{3}{(r_2^3 - r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(FJ-ZH)}{E'_{i,1}{}^2 + E''_{i,1}{}^2} r^2 dr &- \frac{3}{(r_4^3 - r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(FL-ZK)}{E'_{i,2}{}^2 + E''_{i,2}{}^2} r^2 dr \\
 -\frac{3}{(r_6^3 - r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(FN-ZM)}{E'_{i,3}{}^2 + E''_{i,3}{}^2} r^2 dr &- \frac{3}{(r_8^3 - r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(FP-ZO)}{E'_{i,4}{}^2 + E''_{i,4}{}^2} r^2 dr \\
 -\frac{3}{(r_{10}^3 - r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(FR-ZQ)}{E'_{i,5}{}^2 + E''_{i,5}{}^2} r^2 dr &= \mathbf{T} \quad (7.11)
 \end{aligned}$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (7.10 - 7.11) θα έχουμε ότι:

$$\mathbf{E}'_c = \frac{(1-2v'_c)S - 2v''_c T}{S^2 + T^2} \quad (7.12)$$

$$\mathbf{E}''_c = \frac{(1-2v'_c)T + 2v''_c S}{S^2 + T^2} \quad (7.13)$$

Ο λόγος Poisson ν_c του σύνθετου υλικού μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας των νόμο των φάσεων οπότε γίνεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 v'_c = & v'_f U_f + v'_m U_m + v'_{i,1}(r) U_{i,1} + v'_{i,2}(r) U_{i,2} + v'_{i,3}(r) U_{i,3} + \\
 & v'_{i,4}(r) U_{i,5} + v'_{i,5}(r) U_{i,5} = v'_f U_f + v'_m U_m + \frac{3 u_{i,1}}{(r_2^3 - r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} v'_{i,1}(r) r^2 dr \\
 & + \frac{3 u_{i,2}}{(r_4^3 - r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} v'_{i,2}(r) r^2 dr + \frac{3 u_{i,3}}{(r_6^3 - r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} v'_{i,3}(r) r^2 dr + \frac{3 u_{i,4}}{(r_8^3 - r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} v'_{i,4}(r) r^2 dr \\
 & + \frac{3 u_{i,5}}{(r_{10}^3 - r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} v'_{i,5}(r) r^2 dr \quad (7.14)
 \end{aligned}$$

Ομοίως, έχουμε:

$$\begin{aligned}
 v''_c = & +v''_m U_m + v''_{i,1}(r) U_{i,1} + v''_{i,2}(r) U_{i,2} + v''_{i,3}(r) U_{i,3} + v''_{i,4}(r) U_{i,5} + \\
 & v''_{i,5}(r) U_{i,5} = v''_m U_m + \frac{3 u_{i,1}}{(r_2^3 - r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} v''_{i,1}(r) r^2 dr \\
 & + \frac{3 u_{i,2}}{(r_4^3 - r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} v''_{i,2}(r) r^2 dr + \frac{3 u_{i,3}}{(r_6^3 - r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} v''_{i,3}(r) r^2 dr + \frac{3 u_{i,4}}{(r_8^3 - r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} v''_{i,4}(r) r^2 dr \\
 & + \frac{3 u_{i,5}}{(r_{10}^3 - r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} v''_{i,5}(r) r^2 dr \quad (7.15)
 \end{aligned}$$

Για να μπορέσουμε τώρα να υπολογίσουμε τα δυναμικά μέτρα, χρειαζόμαστε τις τιμές E'_i , E''_i , ν'_i , ν''_i και των πέντε ενδιάμεσων φάσεων. Όπως και στο κεφάλαιο 6, λαμβάνουμε υπόψη μας ότι το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας και ο δυναμικός λόγος Poisson για κάθε ενδιάμεση φάση μεταβάλλονται είτε γραμμικά είτε παραβολικά είτε υπερβολικά. Για την περίπτωση, ωστόσο που μεταβάλλονται παραβολικά, όπως έχουμε εξηγήσει και σε προηγούμενο κεφάλαιο θα εξετάσουμε εδώ γιατί είναι και η περίπτωση που προσομοιάζει

με τον ιδανικότερο τρόπο την φύση της μεταβολής των ιδιοτήτων της ενδιάμεσης φάσης. Οπότε θα έχουμε:

Παραβολική Μεταβολή

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας για την πρώτη ενδιάμεση φάση δίνεται από τον τύπο:

$$E_{i,1}^* = \frac{(E_f^* - E_m^*)(r - 2r_i)r + E_f^*r_i^2 + E_m^*r_f^2 - 2E_m^*r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.16)$$

όπου το πραγματικό και φανταστικό μέρος είναι:

$$E'_{i,1} = \frac{(E'_f - E'_m)(r - 2r_i)r + E'_f r_i^2 + E'_m r_f^2 - 2E'_m r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.17)$$

$$E''_{i,1} = \frac{(E''_m)(r_f^2 - 2r_i r_f - (r - 2r_i)r)}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.18)$$

ομοίως για τον λόγο Poisson έχουμε:

$$v'_{i,1} = \frac{(v'_f - v'_m)(r - 2r_i)r + v'_f r_i^2 + v'_m r_f^2 - 2v'_m r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.19)$$

$$v''_{i,1} = \frac{(v''_m)(r_f^2 - 2r_i r_f - (r - 2r_i)r)}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.20)$$

Στις ανωτέρω σχέσεις τίθεται ($r_f=r_1$ και $r_i=r_2$)

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας για την δεύτερη ενδιάμεση φάση δίνεται από τον τύπο:

$$E^*_{i,2} = \frac{(E^*_f - E^*_m)(r - 2r_m)r + E^*_f r_m^2 + E^*_m r_i^2 - 2E^*_m r_i r_m}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.21)$$

όπου το πραγματικό και φανταστικό μέρος είναι:

$$E'_{i,2} = \frac{(E'_f - E'_m)(r - 2r_m)r + E'_f r_m^2 + E'_m r_i^2 - 2E'_m r_i r_m}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.22)$$

$$E''_{i,2} = \frac{(E''_m)(r_i^2 - 2r_i r_m - (r - 2r_m)r)}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.23)$$

ομοίως για τον λόγο Poisson έχουμε:

$$v'_{i,2} = \frac{(v'_f - v'_m)(r - 2r_m)r + v'_f r_m^2 + v'_m r_i^2 - 2v'_m r_i r_m}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.24)$$

$$v_{i,2}'' = \frac{(v_m'')(r_i^2 - 2r_i r_m - (r - 2r_m)r)}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.25)$$

Στις ανωτέρω σχέσεις τίθεται ($r_i = r_3$ και $r_m = r_4$)

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας για την τρίτη ενδιάμεση φάση δίνεται από τον τύπο:

$$E_{i,3}^* = \frac{(E_f^* - E_m^*)(r - 2r_i)r + E_f^* r_i^2 + E_m^* r_f^2 - 2E_m^* r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.26)$$

όπου το πραγματικό και φανταστικό μέρος είναι:

$$E_{i,3}' = \frac{(E_f' - E_m')(r - 2r_i)r + E_f' r_i^2 + E_m' r_f^2 - 2E_m' r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.27)$$

$$E_{i,3}'' = \frac{(E_m'')(r_f^2 - 2r_i r_f - (r - 2r_i)r)}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.28)$$

ομοίως για τον λόγο Poisson έχουμε:

$$v_{i,3}' = \frac{(v_f' - v_m')(r - 2r_i)r + v_f' r_i^2 + v_m' r_f^2 - 2v_m' r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.29)$$

$$v''_{i,3} = \frac{(v''_m)(r_f^2 - 2r_i r_f - (r - 2r_i)r)}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.30)$$

Στις ανωτέρω σχέσεις τίθεται ($r_f = r_5$ και $r_i = r_6$)

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας για την τέταρτη ενδιάμεση φάση δίνεται από τον τύπο:

$$E^*_{i,4} = \frac{(E^*_f - E^*_m)(r - 2r_m)r + E^*_f r_m^2 + E^*_m r_i^2 - 2E^*_m r_i r_m}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.31)$$

όπου το πραγματικό και φανταστικό μέρος είναι:

$$E'_{i,4} = \frac{(E'_f - E'_m)(r - 2r_m)r + E'_f r_m^2 + E'_m r_i^2 - 2E'_m r_i r_m}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.32)$$

$$E''_{i,4} = \frac{(E''_m)(r_i^2 - 2r_i r_m - (r - 2r_m)r)}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.33)$$

ομοίως για τον λόγο Poisson έχουμε:

$$v'_{i,4} = \frac{(v'_f - v'_m)(r - 2r_m)r + v'_f r_m^2 + v'_m r_i^2 - 2v'_m r_i r_m}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.34)$$

$$v_{i,4}'' = \frac{(v_m'')(r_i^2 - 2r_i r_m - (r - 2r_m)r)}{(r_i - r_m)^2} \quad (7.35)$$

Στις ανωτέρω σχέσεις τίθεται ($r_i=r_7$ και $r_m=r_8$)

Το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας για την πέμπτη ενδιάμεση φάση δίνεται από τον τύπο:

$$E_{i,5}^* = \frac{(E_f^* - E_m^*)(r - 2r_i)r + E_f^* r_i^2 + E_m^* r_f^2 - 2E^* r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.36)$$

όπου το πραγματικό και φανταστικό μέρος είναι:

$$E_{i,5}' = \frac{(E_f' - E_m')(r - 2r_i)r + E_f' r_i^2 + E_m' r_f^2 - 2E_m' r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.37)$$

$$E_{i,5}'' = \frac{(E_m'')(r_f^2 - 2r_i r_f - (r - 2r_i)r)}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.38)$$

ομοίως για τον λόγο Poisson έχουμε:

$$v_{i,5}' = \frac{(v_f' - v_m')(r - 2r_i)r + v_f' r_i^2 + v_m' r_f^2 - 2v_m' r_i r_f}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.39)$$

$$v_{i,5}'' = \frac{(v_m'')(r_f^2 - 2r_i r_f - (r - 2r_i)r)}{(r_i - r_f)^2} \quad (7.40)$$

Στις ανωτέρω σχέσεις τίθεται ($r_f=r_9$ και $r_i=r_{10}$)

Για να κάνουμε τους υπολογισμούς μας πιο εύκολους, θεωρούμε ότι ο λόγος Poisson έχει μόνο πραγματικό μέρος. Δηλαδή ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} v_f^* &= v_f' = v_f, v_m^* = v_m' = v_m, v_i^*(r) = v_i'(r) = v_{i(r)}, v_c^* = v_c' \\ &= v_c \end{aligned} \quad (7.41)$$

Αντικαθιστούμε στην εξίσωση (7.9) και έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{(1-2\nu_c)}{E_c^*} &= + \frac{3(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)^2(r_2^3-r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+\nu_{l,1})^2}{(1-2\nu_{l,1})E_{l,1}^*} r^2 dr \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2(r_4^3-r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+\nu_{l,2})^2}{(1-2\nu_{l,2})E_{l,2}^*} r^2 dr + \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2(r_6^3-r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+\nu_{l,3})^2}{(1-2\nu_{l,3})E_{l,3}^*} r^2 dr + \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2(r_8^3-r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+\nu_{l,4})^2}{(1-2\nu_{l,4})E_{l,4}^*} r^2 dr + \\ &+ \frac{3(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2(r_{10}^3-r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+\nu_{l,5})^2}{(1-2\nu_{l,5})E_{l,5}^*} r^2 dr + \\ &+ \frac{(1-2\nu_m)^2(1+\nu_f)^2 U_f}{(1+\nu_m)^2(1-2\nu_f)E_f^*} + \frac{(1-2\nu_m)U_m}{E_m^*} \end{aligned} \quad (7.42)$$

Αναλύοντας τώρα κάθε όρο ξεχωριστά, παίρνω:

$$\begin{aligned}
\frac{(1-2\nu_c)}{E'_c+iE''_c} = & + \frac{3(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)^2(r_2^3-r_1^3)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+\nu_{i,1})^2}{(1-2\nu_{i,1})(E'_{i,1}+E''_{i,1})} r^2 dr \\
& + \frac{3(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2(r_4^3-r_3^3)} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+\nu_{i,2})^2}{(1-2\nu_{i,2})(E'_{i,2}+E''_{i,2})} r^2 dr + \\
& + \frac{3(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2(r_6^3-r_5^3)} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+\nu_{i,3})^2}{(1-2\nu_{i,3})(E'_{i,3}+E''_{i,3})} r^2 dr + \\
& + \frac{3(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2(r_8^3-r_7^3)} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+\nu_{i,4})^2}{(1-2\nu_{i,4})(E'_{i,4}+E''_{i,4})} r^2 dr + \\
& + \frac{3(1-2\nu_m)^2}{(1+\nu_m)^2(r_{10}^3-r_9^3)} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+\nu_{i,5})^2}{(1-2\nu_{i,5})(E'_{i,5}+E''_{i,5})} r^2 dr + \\
& + \frac{(1-2\nu_m)^2(1+\nu_f)^2 U_f}{(1+\nu_m)^2(1-2\nu_f)E'_f} + \frac{(1-2\nu_m)U_m}{E'_m+iE''_m} \quad (7.43)
\end{aligned}$$

Το πραγματικό μέρος της εξίσωσης (7.43) είναι:

$$\begin{aligned}
\frac{(1-2\nu_c)E'_c}{E_c'^2 + E_c''^2} = & \frac{(1-2\nu_m)E'_m}{E_m'^2 + E_m''^2} U_m + \frac{(1-2\nu_m)^2(1+\nu_f)^2 U_f}{(1+\nu_m)^2(1-2\nu_f) E_f'} \\
& + \frac{3 U_{i,1}(1-2\nu_m)^2}{(r_2^3-r_1^3)(1+\nu_m)^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+\nu_{i,1})^2 E'_{i,1}}{(1-2\nu_{i,1})(E_{i,1}'^2+E_{i,1}''^2)} r^2 dr + \\
& \frac{3 U_{i,2}(1-2\nu_m)^2}{(r_4^3-r_3^3)(1+\nu_m)^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+\nu_{i,2})^2 E'_{i,2}}{(1-2\nu_{i,2})(E_{i,2}'^2+E_{i,2}''^2)} r^2 dr
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3 U_{i,3}(1-2v_m)^2}{(r_6^3-r_5^3)(1+v_m)^2} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+v_{i,3})^2 E'_{i,3}}{(1-2v_{i,3})(E_{i,3}'^2+E_{i,3}''^2)} r^2 dr + \\
& + \frac{3 U_{i,4}(1-2v_m)^2}{(r_8^3-r_7^3)(1+v_m)^2} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+v_{i,4})^2 E'_{i,4}}{(1-2v_{i,4})(E_{i,4}'^2+E_{i,4}''^2)} r^2 dr \\
& + \frac{3 U_{i,5}(1-2v_m)^2}{(r_{10}^3-r_9^3)(1+v_m)^2} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+v_{i,5})^2 E'_{i,5}}{(1-2v_{i,5})(E_{i,5}'^2+E_{i,5}''^2)} r^2 dr = Y(7.44)
\end{aligned}$$

Το φανταστικό μέρος της εξίσωσης (7.43) είναι:

$$\begin{aligned}
& \frac{(1-2v_c)E_c''}{E_c'^2+E_c''^2} = \frac{(1-2v_m)E_m''}{E_m'^2+E_m''^2} U_m + \\
& + \frac{3 U_{i,1}(1-2v_m)^2}{(r_2^3-r_1^3)(1+v_m)^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(1+v_{i,1})^2 E''_{i,1}}{(1-2v_{i,1})(E_{i,1}'^2+E_{i,1}''^2)} r^2 dr + \\
& \frac{3 U_{i,2}(1-2v_m)^2}{(r_4^3-r_3^3)(1+v_m)^2} \int_{r_3}^{r_4} \frac{(1+v_{i,2})^2 E''_{i,2}}{(1-2v_{i,2})(E_{i,2}'^2+E_{i,2}''^2)} r^2 dr \\
& + \frac{3 U_{i,3}(1-2v_m)^2}{(r_6^3-r_5^3)(1+v_m)^2} \int_{r_5}^{r_6} \frac{(1+v_{i,3})^2 E''_{i,3}}{(1-2v_{i,3})(E_{i,3}'^2+E_{i,3}''^2)} r^2 dr + \\
& + \frac{3 U_{i,4}(1-2v_m)^2}{(r_8^3-r_7^3)(1+v_m)^2} \int_{r_7}^{r_8} \frac{(1+v_{i,4})^2 E''_{i,4}}{(1-2v_{i,4})(E_{i,4}'^2+E_{i,4}''^2)} r^2 dr \\
& + \frac{3 U_{i,5}(1-2v_m)^2}{(r_{10}^3-r_9^3)(1+v_m)^2} \int_{r_9}^{r_{10}} \frac{(1+v_{i,5})^2 E''_{i,5}}{(1-2v_{i,5})(E_{i,5}'^2+E_{i,5}''^2)} r^2 dr = V(7.45)
\end{aligned}$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (7.44 - 7.45) θα έχουμε ότι:

$$E'_c = \frac{(1-2\nu_c)Y}{\gamma^2 + \nu^2} \quad (7.46)$$

$$E''_c = \frac{(1-2\nu_c)V}{\gamma^2 + \nu^2} \quad (7.47)$$

Παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν χωρίς βλάβη της γενικότητας

- + Το μέτρο ελαστικότητας του σιδήρου θεωρούμε ότι έχει μέτρο απωλειών μηδενικό, διότι είναι τέλεια ελαστικό σώμα.
- + Λάβαμε υπόψιν ότι το πηλίκο του μέτρου απωλειών προς το μέτρο αποθηκεύσεως, για πολλά υλικά είναι ίσα σε διάτμηση και εφελκυσμό [33], και συνεπώς μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι λόγοι Poisson ($\nu_m(t)$ και $\nu_c(t)$) είναι πραγματικοί αριθμοί.
- + Χρησιμοποιήσαμε το παραβολικό μοντέλο το οποίο προσεγγίζει καλύτερα την φύση της ενδιάμεσης φάσης.
- + Για τον υπολογισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας χρησιμοποιήσαμε το κυβικό μοντέλο 1 που εμφανίζει μικρότερους περιορισμούς από τα υπόλοιπα.

7.2. Παρουσίαση αποτελεσμάτων του δυναμικού μέτρου Ελαστικότητας υπό σταθερή θερμοκρασία T

Από τη σχέση (7.14) της προηγούμενης ενότητας υπολογίζουμε το λόγο Poisson ν_c του σύνθετου υλικού, ενδεικτικά για το **κυβικό μοντέλο 1** και τη παραβολική μεταβολή του λόγου Poisson ν_i των πέντε ενδιάμεσων φάσεων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

U_f	V_c
0.05	0.356
0.10	0.353
0.15	0.349
0.20	0.348
0.25	0.347

Πίνακας 7.2

Παρατηρούμε από τον πίνακα ότι ο λόγος Poisson ν_c μειώνεται όσο αυξάνεται η κατ' όγκο περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού η αύξηση της περιεκτικότητας των εγκλεισμάτων οδηγεί σύμφωνα με τον νόμο των φάσεων, σε αύξηση του όρου που σχετίζεται με την περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων και σε ταυτόχρονη μείωση του όρου που σχετίζεται με την περιεκτικότητα της μήτρας. Η μήτρα παραμένει το κύριο συστατικό του σύνθετου υλικού, συνεπώς αυτή η μείωση είναι υπεύθυνη για την πτώση του λόγου Poisson ν_c του σύνθετου υλικού.

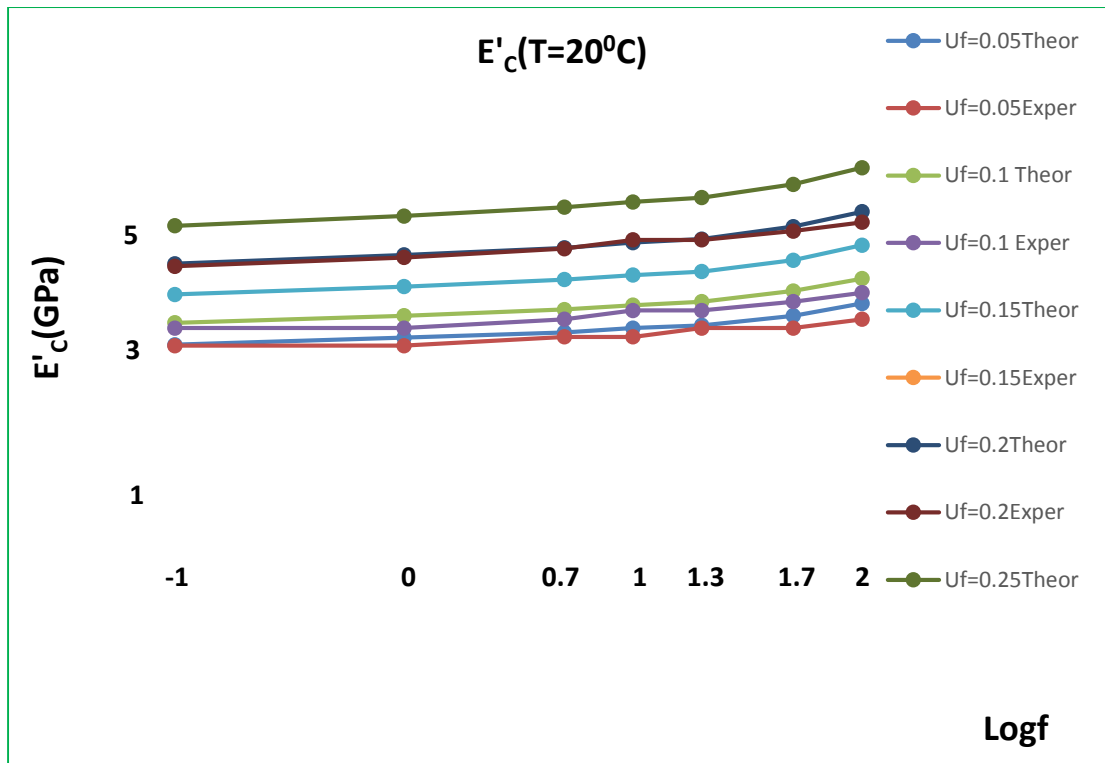
Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (7.6 – 7.47) μπορούμε να υπολογίσουμε τις θεωρητικές τιμές του δυναμικού μέτρου αποθήκευσης E' και του δυναμικού μέτρου απωλειών E'' υπό την επίδραση της συχνότητας f , για διαφορετικές κατ' όγκο περιεκτικότητες εγκλεισμάτων U_f υπό σταθερή θερμοκρασία περιβάλλοντος ($T = 20^\circ\text{C}$). Από τη βιβλιογραφία παίρνουμε και τις πειραματικές τιμές για τις ίδιες συχνότητες και περιεκτικότητες εγκλεισμάτων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους ακόλουθους πίνακες και διαγράμματα, όπου οι γραμμές χαρακτηρίζουν τις θεωρητικές καμπύλες και τα μεμονωμένα σημεία τις πειραματικές τιμές για κάθε περιεκτικότητα U_f .

Συγκεκριμένα για το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης E' έχουμε:

f(Hz)	logf	$U_f=0.05$		$U_f=0.1$		$U_f=0.15$		$U_f=0.2$		$U_f=0.25$
		Theor E'_c	Exp E'_c	Theor E'_c	Exp E_c	Theor E'_c	Exp E_c	Theor E'_c	Exp E_c'	Theor E'_c
0.1	-1	3.21	3.2	3.46	3.4	3.78	3.6	4.13	4.1	4.56
1	0	3.29	3.2	3.54	3.4	3.87	3.7	4.23	4.2	4.67
5	0.7	3.35	3.3	3.61	3.5	3.95	3.8	4.31	4.3	4.77
10	1	3.4	3.3	3.66	3.6	4.00	3.9	4.37	4.4	4.83
20	1.3	3.43	3.4	3.7	3.6	4.04	4	4.41	4.4	4.88
50	1.7	3.54	3.4	3.82	3.7	4.17	4.1	4.55	4.5	5.03
100	2	3.68	3.5	3.96	3.8	4.32	4.2	4.72	4.6	5.22

E'_c (GPa)

Πίνακας 7.3



Διάγραμμα 7.1: Μεταβολή του μέτρου αποθήκευσης E'_c , συναρτήσει της συχνότητας για διαφορετικές κατ' όγκο περιεκτικότητες εγκλείσματος.

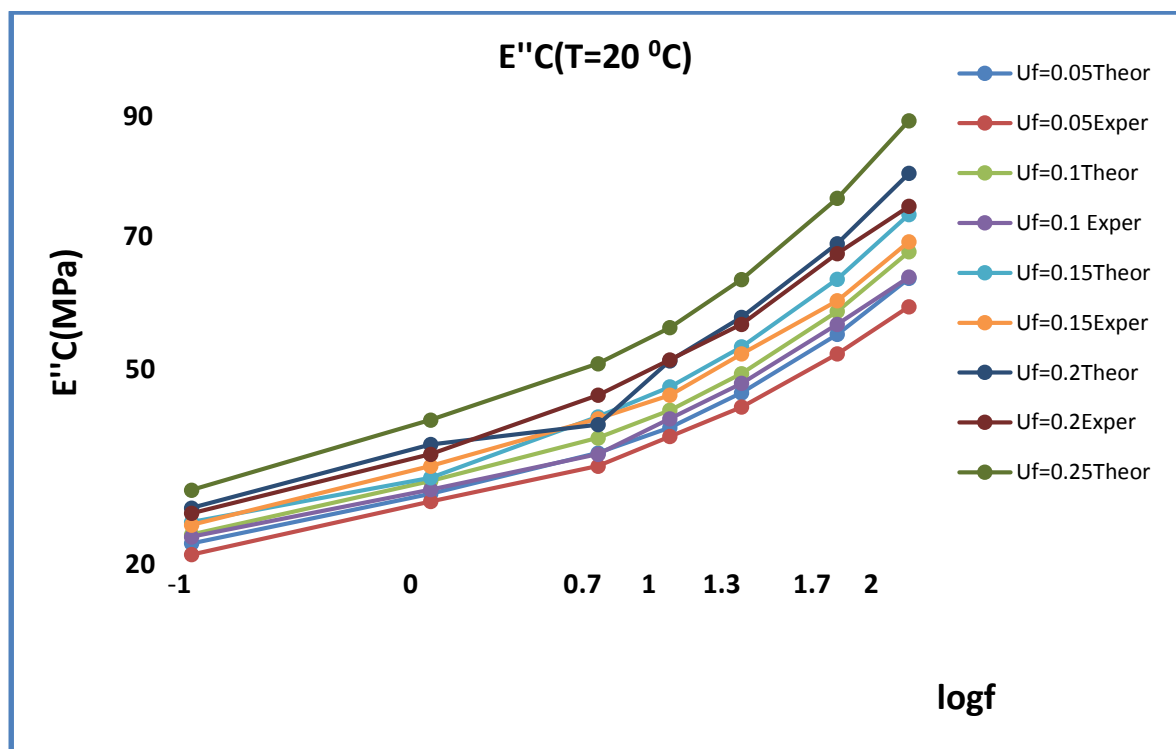
Σύμφωνα λοιπόν με το διάγραμμα (7.1), μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το μέτρο αποθήκευσης E'_c αυξάνει σταδιακά καθώς αυξάνει η κατ' όγκο περιεκτικότητα εγκλείσματος U_f και η συχνότητα f . Επίσης παρατηρούμε ότι οι καμπύλες του διαγράμματος είναι σχεδόν παράλληλες. Αυτή την συμπεριφορά, μπορούμε επίσης να την παρατηρήσουμε και στα πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία βρίσκονται σε συμφωνία με τις προβλεπόμενες θεωρητικές τιμές. Αυτό επιβεβαιώνει το γεγονός ότι η μήτρα παραμένει το κύριο συστατικό του σύνθετου υλικού και εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων του εγκλείσματος, και ότι το έγκλεισμα είναι το συστατικό ενίσχυσης που προσδίδει στο σύνθετο υλικό βελτιωμένες μηχανικές ιδιότητες.

Γενικά δηλαδή, μπορούμε να πούμε ότι με την αύξηση της συχνότητας f και της κατ' όγκου περιεκτικότητας U_f , αυξάνει το μέτρο αποθήκευσης E'_c του σύνθετου υλικού

✚ Για το δυναμικό μέτρο απολειών E''_c έχουμε:

f(Hz)	logf	$U_f=0.05$		$U_f=0.1$		$U_f=0.15$		$U_f=0.2$		$U_f=0.25$	
		Theor E''_c	Exp E''_c	Theor E''_c	Exp E''_c	Theor E''_c	Exp E''_c	Theor E''_c	Exp E''_c	Theor E''_c	Exp E''_c
0.1	-1	22.8	21	24.37	24	26.51	26	28.89	28	31.91	
1	0	31.3	30	33.47	32	34	36	39.66	38	43.8	
5	0.7	38.2	36	40.77	38	44.34	44	4.3	48	53.35	
10	1	42.5	41	45.44	44	49.41	48	53.83	54	59.45	
20	1.3	48.4	46	51.66	50	56.18	55	61.2	60	67.59	
50	1.7	58.3	55	62.21	60	67.65	64	73.68	72	81.36	
100	2	67.8	63	72.3	68	78.6	74	85.59	80	94.51	

Πίνακας 7.4



Διάγραμμα 7.2 : Μεταβολή του μέτρου απολειών E''_c , συναρτήσει της συχνότητας για διαφορετικές κατ' όγκο περιεκτικότητες εγκλείσματος.

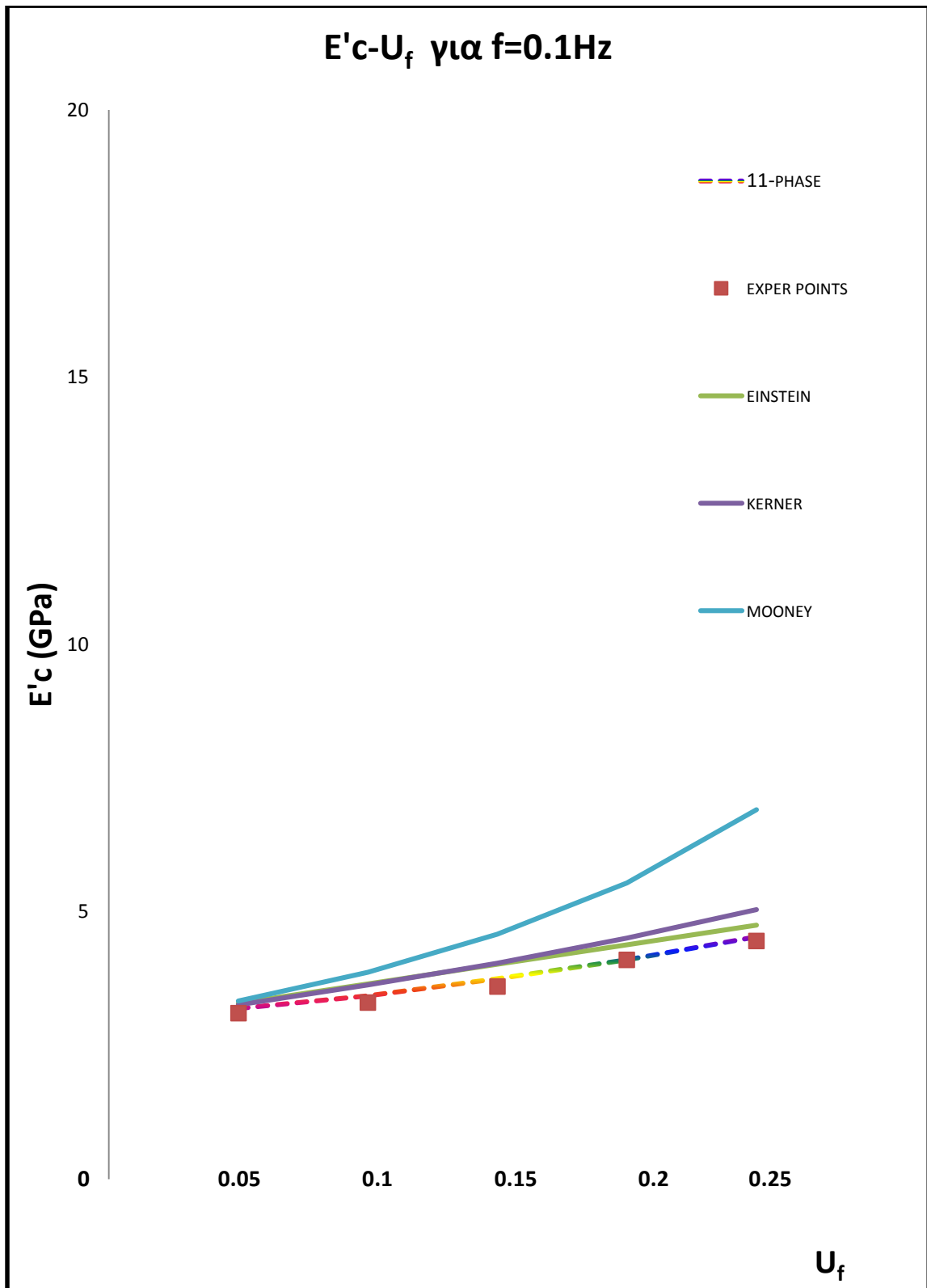
Ανάλογα συμπεράσματα μπορούμε να εξάγουμε και για το μέτρο απωλειών του σύνθετου υλικού E_c'' , του οποίου η μεταβολή με βάση τη συχνότητα παρουσιάζεται στο διάγραμμα (7.2). Γενικά παρατηρούμε ότι η παρουσία εγκλείσματος συμβάλει στην αύξηση του μέτρου απωλειών E_c'' στο σύνθετο υλικό, λόγω της ενισχυτικής δράσης που παρουσιάζει, εξαιτίας της σχετικά άκαμπτης ανόργανης δομής του. Η βασική διαφορά με το μέτρο αποθήκευσης E_c' είναι ότι το μέτρο απωλειών του σύνθετου υλικού αυξάνει πιο απότομα με την αύξηση της συχνότητας f και ότι η συμφωνία μεταξύ θεωρητικών τιμών και πειραματικών αποτελεσμάτων εξαλείφεται καθώς αυξάνουν η συχνότητα f και η κατ' όγκο περιεκτικότητα U_f .

7.3. Παρουσίαση αποτελεσμάτων του δυναμικού μέτρου Ελαστικότητας E_c' υπό σταθερή συχνότητα f

Από τις σχέσεις (7.6 – 7.46) μπορούμε να υπολογίσουμε τις θεωρητικές τιμές του δυναμικού μέτρου αποθήκευσης E_c' και του δυναμικού μέτρου απωλειών E_c'' υπό την επίδραση της περιεκτικότητας των εγκλεισμάτων U_f και για σταθερή συχνότητας f (δηλαδή για συχνότητες $f = 0.1 - 1 - 10 - 100$ Hz). Από τη βιβλιογραφία παίρνουμε και τις πειραματικές τιμές, καθώς και τις τιμές από κάποιους ερευνητές [33,40] για τις ίδιες συχνότητες και περιεκτικότητες εγκλεισμάτων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους ακόλουθους πίνακες και διαγράμματα, μαζί με σχέσεις κάποιων ερευνητών.

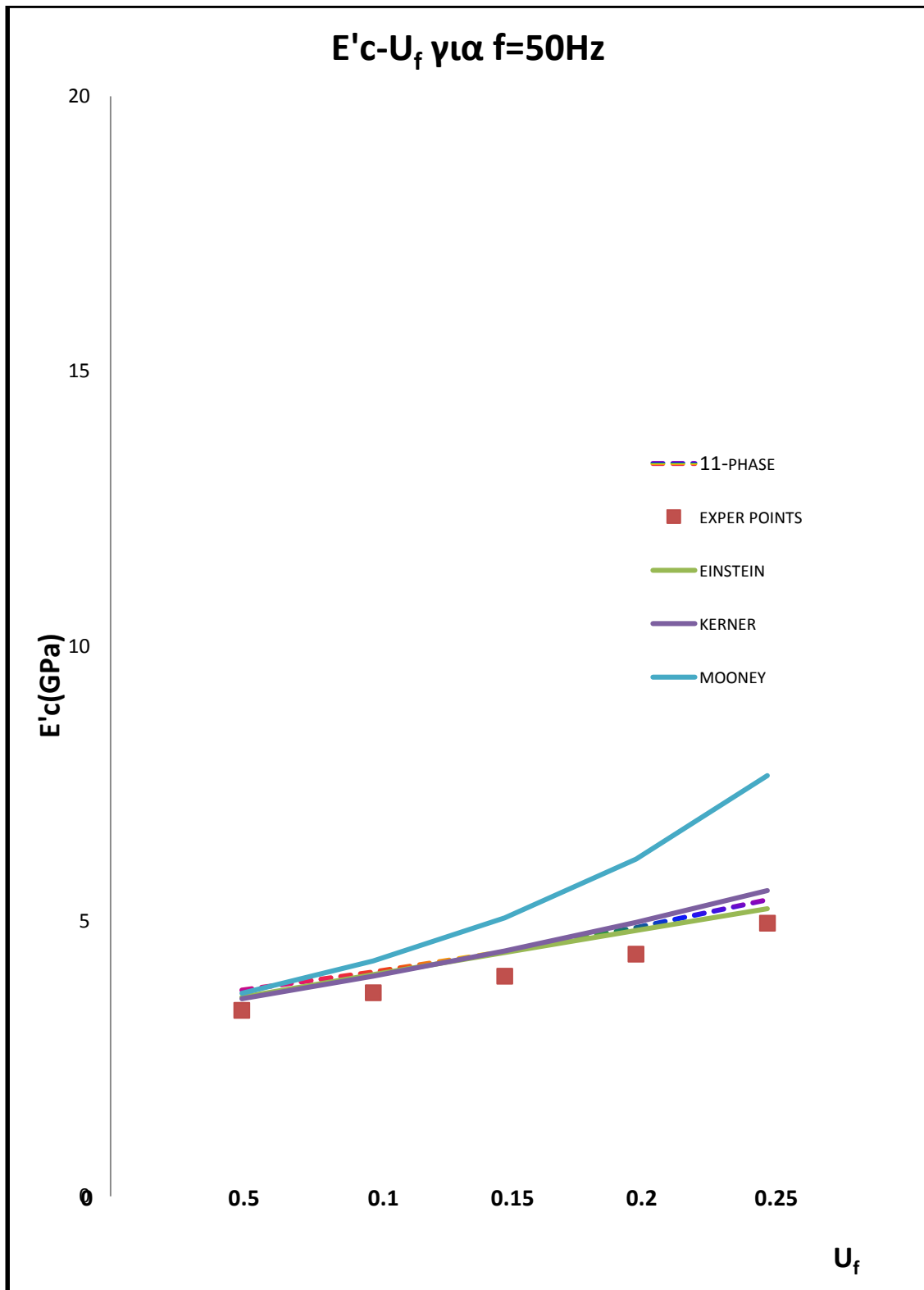
 Συγκεκριμένα για το δυναμικό μέτρο αποθήκευσης E_c' έχουμε:

Για σταθερή συχνότητα $f = 0.1 \text{ Hz}$



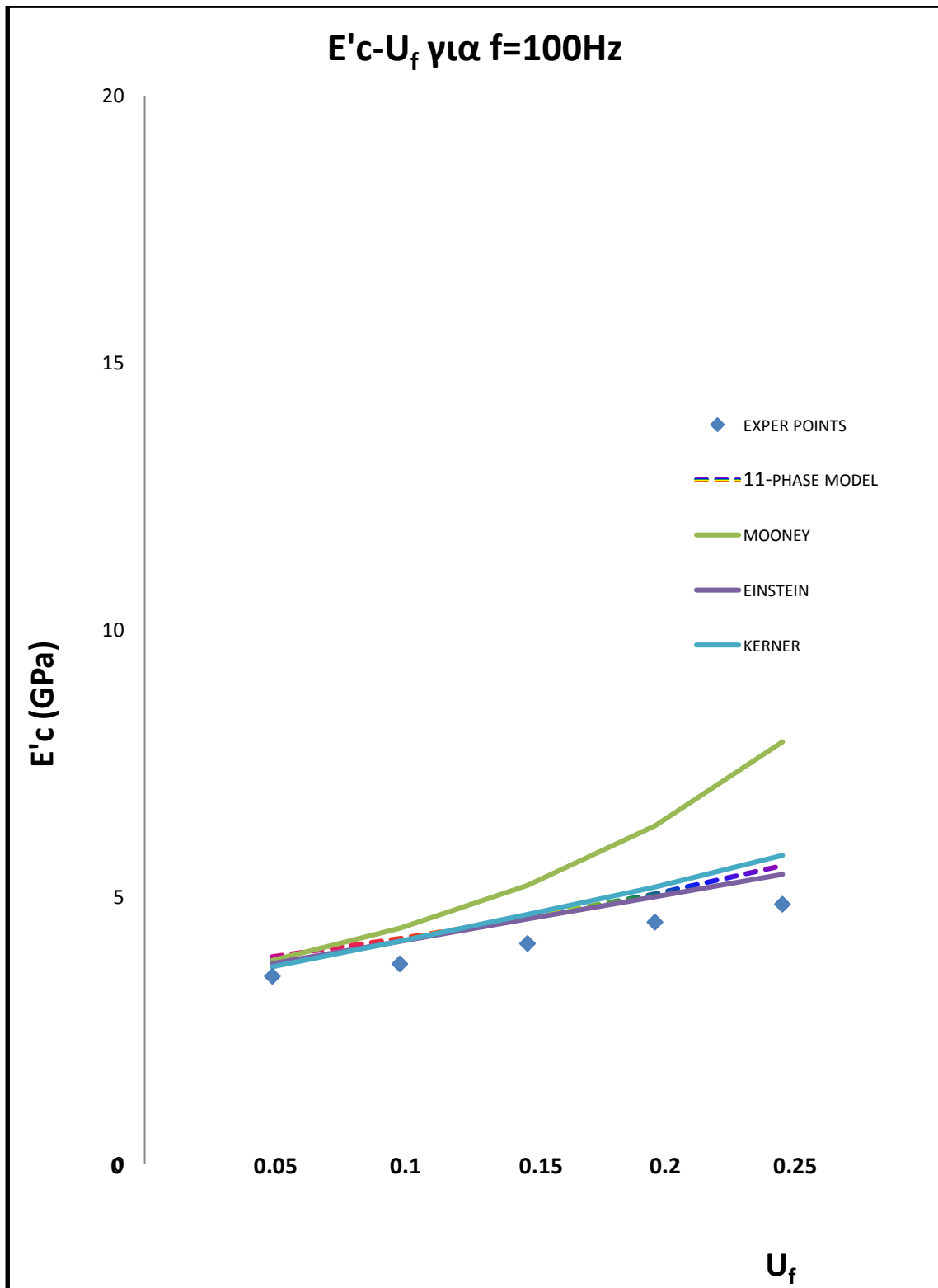
Διάγραμμα 7.3 : Μεταβολή του μέτρου αποθήκευσης E'_c , συναρτήσει των κατ' όγκο περιεκτικότητων των εγκλεισμάτων για $f=0.1\text{Hz}$.

Για σταθερή συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$



Διάγραμμα 7.4 : Μεταβολή του μέτρου αποθήκευσης $E'c$, συναρτήσει των κατ' όγκο περιεκτικότητων των εγκλεισμάτων για $f=50\text{Hz}$.

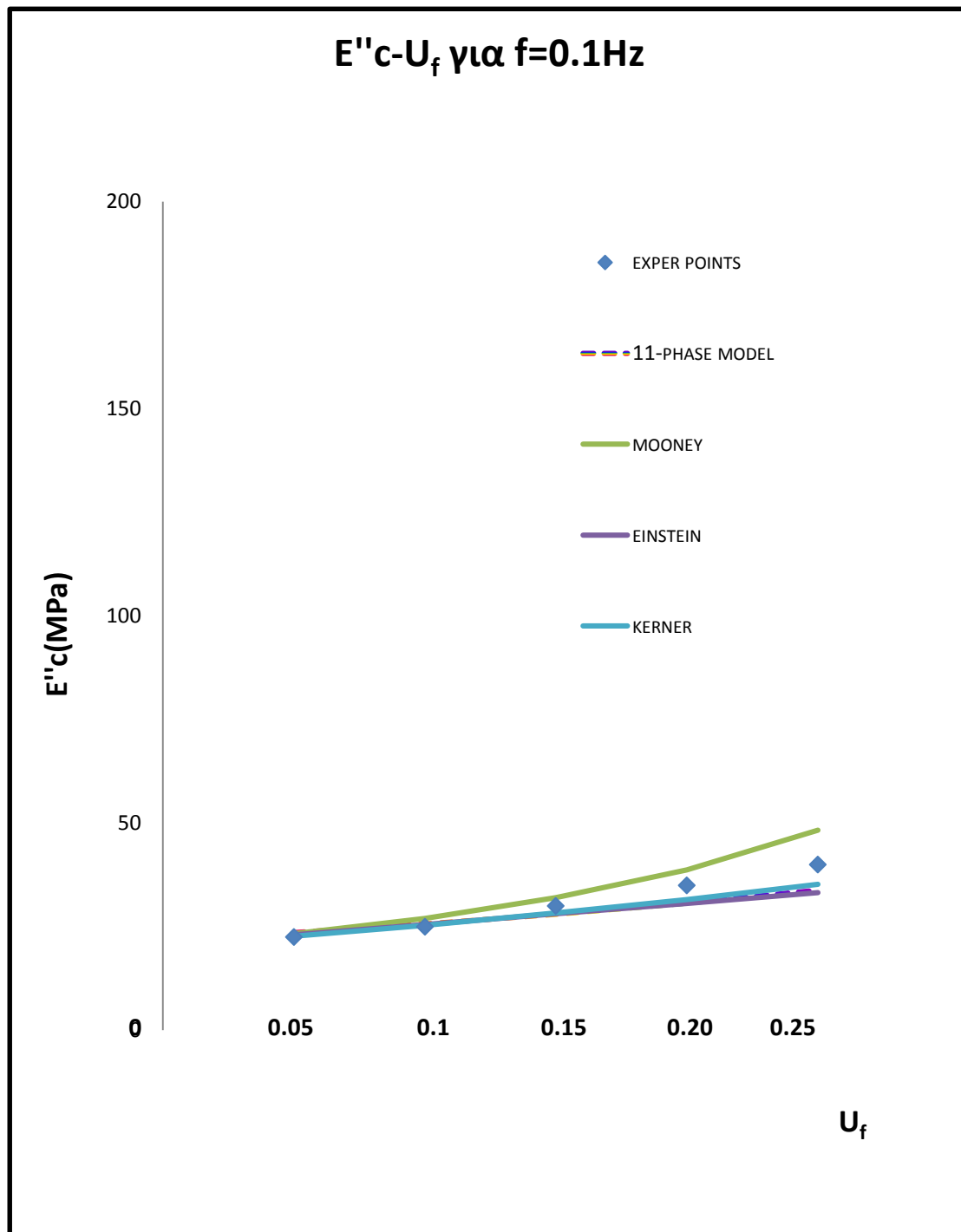
Για σταθερή συχνότητα $f = 100 \text{ Hz}$



Διάγραμμα 7.5 : Μεταβολή του μέτρου αποθήκευσης E'_c , συναρτήσει των κατ' όγκο περιεκτικότητων των εγκλεισμάτων για $f=100\text{Hz}$.

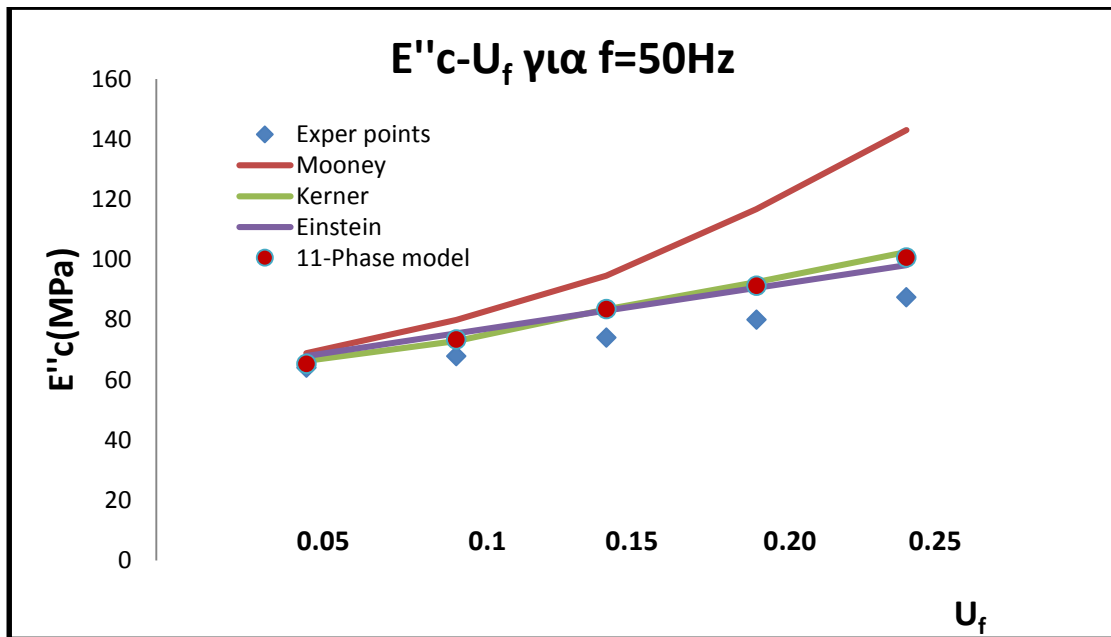
7.3. Παρουσίαση αποτελεσμάτων του δυναμικού μέτρου απωλειών E''_c υπό σταθερή συχνότητα f

Για σταθερή συχνότητα $f = 0.1 \text{ Hz}$



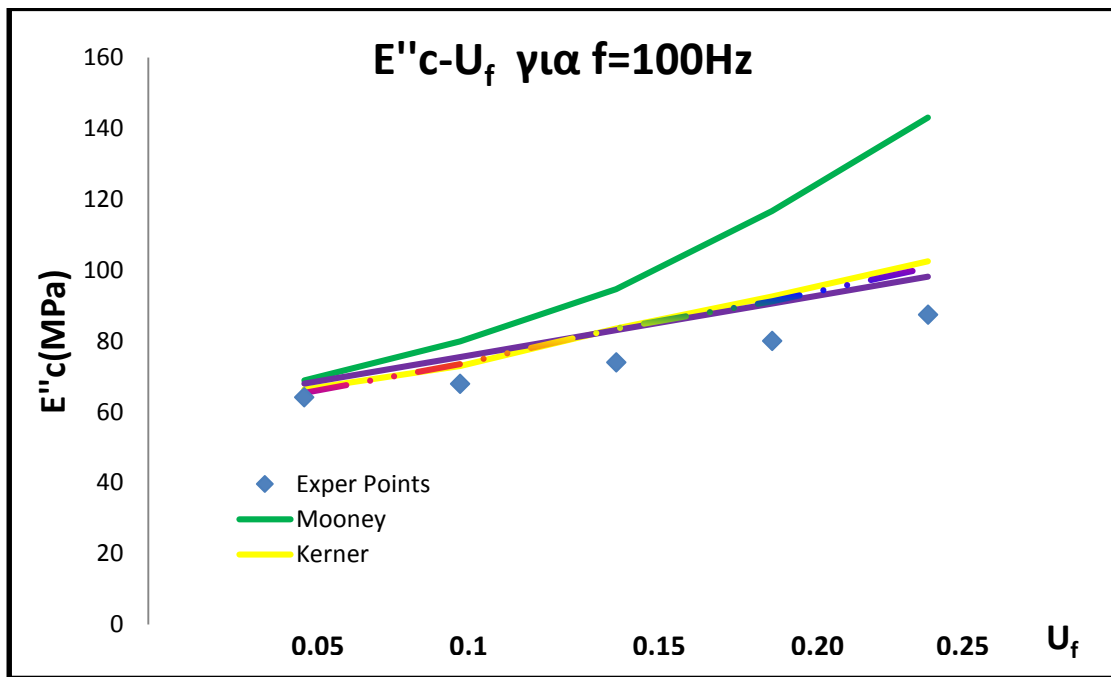
Διάγραμμα 7.6 : Μεταβολή του μέτρου απωλειών E''_c , συναρτήσει των κατ' όγκο περιεκτικότητων των εγκλεισμάτων για $f=0.1\text{Hz}$.

Για σταθερή συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$



Διάγραμμα 7.7 : Μεταβολή του μέτρου απωλειών E''_c , συναρτήσει των κατ' όγκο περιεκτικοτήτων των εγκλεισμάτων για $f=50\text{Hz}$.

Για σταθερή συχνότητα $f = 100 \text{ Hz}$

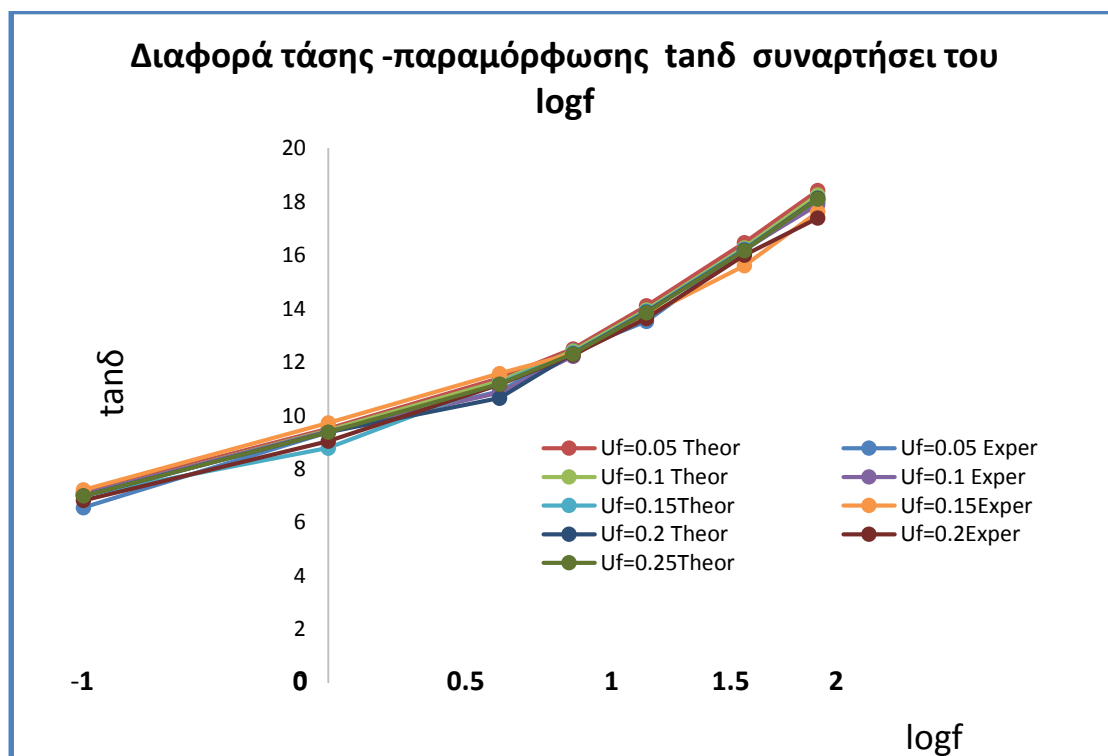


Διάγραμμα 7.8 : Μεταβολή του μέτρου απωλειών E''_c , συναρτήσει των κατ' όγκο περιεκτικοτήτων των εγκλεισμάτων για $f=100\text{Hz}$.

Τα παραπάνω διαγράμματα παρουσιάζουν την προσέγγιση του υπολογισμού των E'_c , E''_c , για διαφορετικές κατ' όγκο περιεκτικότητες εγκλείσματος. Από αυτά τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι το μέτρο αποθήκευσης E'_c όσο και το μέτρο απωλειών E''_c , αυξάνονται με την αύξηση της κατ' όγκο περιεκτικότητας των εγκλεισμάτων. Το ίδιο ισχύει, βέβαια και για σταθερή συχνότητα φόρτισης. Ακόμη, παρατηρείται ότι αυξανόμενη της συχνότητας της ημιτονοειδούς φόρτισης και για σταθερή κατ' όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα, αυξάνεται τόσο το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, όσο και το μέτρο απωλειών του συνθέτου υλικού.

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης – παραμόρφωσης δίνεται από τον τύπο:

$$\tan\delta = \frac{E''}{E'}$$



Διάγραμμα 7.9 : Μεταβολή του $\tan\delta$, συναρτήσει των κατ' όγκο περιεκτικότητων των εγκλεισμάτων και του $\log f$

Σημείωση: Τα διαγράμματα αυτά προέκυψαν από δυναμικά πειράματα και για θερμοκρασία δωματίου 20°C. Επίσης, οφείλουμε να αναφέρουμε ότι υπάρχει εξάρτηση του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας του σύνθετου υλικού από την θερμοκρασία. Όσο αυξάνει η θερμοκρασία και για σταθερή περιεκτικότητα σε εγκλείσματα, μειώνεται το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας του συνθέτου υλικού.

Για χαμηλές θερμοκρασίες αυτό το φαινόμενο είναι εντονότερο αφού το σύνθετο υλικό βρίσκεται στην υαλώδη κατάσταση του και έτσι η συμπεριφορά είναι πιο ελαστική. Στις υψηλότερες θερμοκρασίες το σύνθετο υλικό προσεγγίζει την μεταβατική περιοχή και έτσι μετατρέπεται σε βισκοελαστικό. Συνεπώς η συμβολή των εγκλεισμάτων σιδήρου γίνεται πιο αδύνατη. Για τους ίδιους λόγους στις χαμηλότερες θερμοκρασίες τα πειραματικά αποτελέσματα συμφωνούν καλύτερα με τις θεωρητικές καμπύλες. Όμως, το πειραματικό μέτρο αποθήκευσης E' c διαφοροποιείται από το θεωρητικό όσο η κατ' όγκο περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων αυξάνεται.

Ο κύριος λόγος αυτού του φαινομένου φαίνεται να είναι ότι το θεωρητικό μοντέλο δεν λαμβάνει υπόψη του την αλληλεπίδραση την γειτονικών σωματιδίων. Επιπλέον, υπενθυμίζουμε ότι δεν υπάρχει τέλεια πρόσφυση μεταξύ εγκλεισμάτων και μήτρας, όπου μεταξύ τους υπάρχει η ενδιάμεση φάση, η οποία είναι μια περιοχή αλλοιωμένης μήτρας ατελούς συγκόλλησης και έντονων μηχανικών καταπονήσεων. Τέλος δημιουργούνται υψηλές και ιδιόμορφες τάσεις λόγω της γεωμετρίας των εγκλεισμάτων καθώς και της ύπαρξης κενών και μικρορωγμών.

Η παρουσία των εγκλεισμάτων, από την άλλη μεριά, περιορίζει την επιμέρους μοριακή κινητικότητα της πολυμερούς μήτρας λόγω της απορρόφησης της αλληλεπίδρασης μεταξύ των επιφανειακών πολυμερών στρωμάτων και των εγκλεισμάτων.

Τέλος , αξίζει να αναφέρουμε ότι το ενδεκαφασικό μοντέλο που αναπτύξαμε , προσεγγίζει τα πειραματικά δεδομένα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

Β' ΜΕΡΟΣ ΜΗ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΥΠΕΡΗΧΩΝ

8.1 ΜΗ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΛΙΚΩΝ (NDT)

8.1.1 Εισαγωγικά σχόλια -Ορισμός- Ανάγκη για NDT

Η ανάγκη των ανθρώπων για την βελτίωση της ποιότητας της ζωής τους, οδήγησε σε κατασκευές και αντικείμενα τα οποία μπορούν και αντέχουν στον χρόνο. Ωστόσο, για τον καλύτερο έλεγχο και την δημιουργία ασφαλών κατασκευών, συμπεριλαμβανομένης και της ασφάλειας των ίδιων των ανθρώπων, απαιτείται τόσο η κατανόηση του τρόπου λειτουργίας και της δομής των υλικών, όσο και η γνώση της αντοχής τους. Έτσι, η ανάγκη για μεθόδους διασφάλισης της ποιότητας των υλικών ήταν πια απαραίτητη, αφενώς κατά την διάρκεια της κατασκευής τους και αφετέρου κατά την διάρκεια της λειτουργίας τους. Οπότε, συνοπτικά αναφέρουμε ότι υπάρχουν δύο ειδών μέθοδοι για τον έλεγχο των υλικών: οι καταστροφικές και η μη καταστροφικές μέθοδοι.

Καταστροφικές μέθοδοι: Είναι οι μέθοδοι με τις οποίες έχουμε πλέον την δυνατότητα να εξάγουμε πλήρως όλες τις απαιτούμενες πληροφορίες για τις ιδιότητες των υπό εξέταση υλικών με μεγάλη ακρίβεια. Ένα άλλο σημαντικό πλεονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι ότι προσδιορίζουν επακριβώς τις

μέγιστες καταπονήσεις που μπορεί να υπόκεινται σε ένα υλικό πριν αυτό αστοχήσει. Τέτοια πειράματα είναι:

- + Εφελκυσμός
- + Θλίψη
- + Κάμψη
- + στρέψη

Πλεονέκτημα του καταστροφικού ελέγχου

- Καθορίζουν πλήρως και με ακρίβεια την συμπεριφορά του υλικού, με αποτέλεσμα να έχουμε και τις αντίστοιχες πληροφορίες που χρειαζόμαστε.

Μειονεκτήματα του καταστροφικού ελέγχου

- Τα δοκίμια καταπονούνται μέχρι να αστοχήσουν, με αποτέλεσμα να μην καθίσταται δυνατή η περαιτέρω χρήση τους
- Χρονοβόρα διαδικασία λόγω του ότι πρέπει να παρασκευάζεται μεγάλος αριθμός δοκιμίων υπό εξέταση
- Πολυέξοδη διαδικασία
- Ατέλειες στο εσωτερικό του υλικού δεν μπορούν να γίνουν αντιληπτές

Μη καταστροφικές μέθοδοι(NDT): Ανήκουν στις πιο σημαντικές μεθόδους ελέγχου ασφαλείας. Πρόκειται για έναν ευρέως αναπτυσσόμενο διεπιστημονικό τομέα μηχανικής-φυσικής. Διαδραματίζουν έναν κρίσιμο ρόλο στην διαβεβαίωση ότι τα δομικά συστατικά και συστήματα εκτελούν την λειτουργία τους με έναν αξιόπιστο και οικονομικό τρόπο.

Πλεονέκτημα του μη-καταστροφικού ελέγχου

- Προσδιορισμός ασυνεχειών και καθορισμός των θεσεών τους μέσα στο υλικό
- Αποτίμηση των ατελειών, μέσω του Non destructive evaluation(NDE)
- Υπολογισμός του μεγέθους και της γεωμετρίας των ασυνεχειών
- Αξιολόγηση για την επικινδυνότητα της ασυνέχειας με σύγκριση με κρίσιμα μεγέθη
- Λύσεις στο πρόβλημα των ατελειών

Τα NDT χρησιμοποιούνται επίσης και για τον χαρακτηρισμό των υλικών MKX ο οποίος αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι με τα NDT. Πρόκειται για μεθόδους που έχουν σαν στόχο την προσέγγιση των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών που υπόκεινται σε δυναμικές καταπονήσεις συναρτήσεως του χρόνου. Έτσι με μετρήσεις, όπως η σκληρότητα, το μέτρο ελαστικότητας, ο λόγος Poisson, η αγωγιμότητα μπορεί να προβλεφθεί η συμπεριφορά του υλικού όσο και η μελλοντική του αστοχία.

Οι εφαρμογές του μη καταστροφικού ελέγχου είναι ευρύτατες:

- + Αυτοκινητοβιομηχανία
- + Ναυπηγεία
- + Πυρηνικές εγκαταστάσεις
- + Ορυχεία
- + Σωληνουργεία
- + Ιατρική
- + Σιδηρόδρομοι
- + Αεροδιαστημική



Εικόνα 8.1 NDT σε σωλήνες



Εικόνα 8.2 NDT σε δοκό γέφυρας



Εικόνα 8.3 NDT σε σιδηρόδρομο

8.2.1 NDT με υπερήχους(*ultrasonic testing*)

Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι ΜΚΕ τις οποίες θα αναφέρουμε συνοπτικά, αλλά το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η χρήση υπερήχων για τους οποίους θα αναφερθούμε διεξοδικά.

ΚΥΡΙΟΤΕΡΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΚΕ

- + Οπτικές μέθοδοι εξέτασης(*visual inspection*)
- + Διεσδυτικά υγρά
- + Μαγνητικές μέθοδοι
- + Ροή ρευστών
- + Θερμογραφία
- + Βιομηχανική ακτινογραφία
- + Δινορεύματα
- + Ακουστική εκπομπή
- + Ψαθυρές επικαλύψεις
- + Ξηροακτινογραφία
- + Υπέρηχοι

8.2.2 Υπέρηχοι

Εισαγωγικά σχόλια: Η πρώτη επιτυχημένη απόπειρα της χρήσης του υπερηχητικού ελέγχου παίρνει σάρκα και οστά το 1929 όταν ο Sokolon το χρησιμοποίησε για την ανίχνευση ατελειών. Στην συνέχεια, στην βιομηχανία ήρθε λίγα χρόνια αργότερα το 1942, όταν ο Floyd Firestone κατασκεύασε ένα όργανο ελέγχου το οποίο είχε την δυνατότητα να λειτουργεί τόσο σαν πομπός όσο και σαν δέκτης. Έτσι, αυτή η επαναστατική μέθοδος άρχισε να χρησιμοποιείται στις βιομηχανίες της Αγγλίας, της Αμερικής και της Γερμανίας.

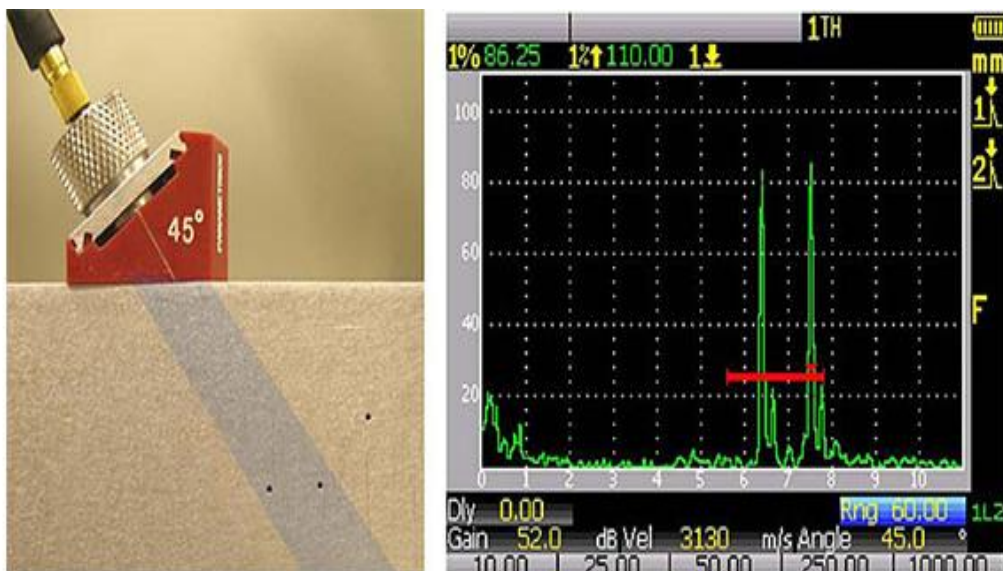
Έπειτα, το 1949 ο Josef Krautkramer βασισμένος στις δημοσιεύσεις των Firestone-Sperry ανέπτυξε την πρώτη δική του συσκευή υπερήχων εμπορικής χρήσης στην Γερμανία. Στην συνέχεια με το πέρασμα των χρόνων ακολούθησαν και άλλοι ερευνητές οι οποίοι με την σειρά τους βελτίωσαν την ποιότητα των υπερηχητικών συσκευών όσο και την ευχρηστία τους.

Αυτό που πρέπει να τονίσουμε σε αυτό το σημείο είναι πως με την αυξανόμενη απαίτηση για μη καταστροφικούς ελέγχους και την εφαρμογή της σύγχρονης τεχνολογίας, οι συσκευές υπερήχων έχουν μετατραπεί στις μέρες μας τα πλέον ευφύεστατα και μοντέρνα εργαλεία ελέγχου ποιότητας υλικών αλλά ταυτόχρονα είναι και προσιτά από οικονομικής άποψης.

Επιλογικά, οφείλουμε να επισημάνουμε ότι δεν υπάρχει συσκευή όσο εξελιγμένη και να είναι, που να μπορεί να υποκαταστήσει την εμπειρία και την κρίση του μηχανικού, που πρέπει να είναι σε θέση να αξιολογεί σωστά τις ενδείξεις και να πάρει τις σωστές αποφάσεις αντιμετώπισης προβλημάτων, όταν αυτά προκύψουν.



Εικόνα 8.4 Εφαρμογή υπερηχητικού ελέγχου



Εικόνα 8.5 οθόνη ενδείξεων εφαρμογής υπερηχητικού ελέγχου

8.3 Η θεωρία των κυμάτων

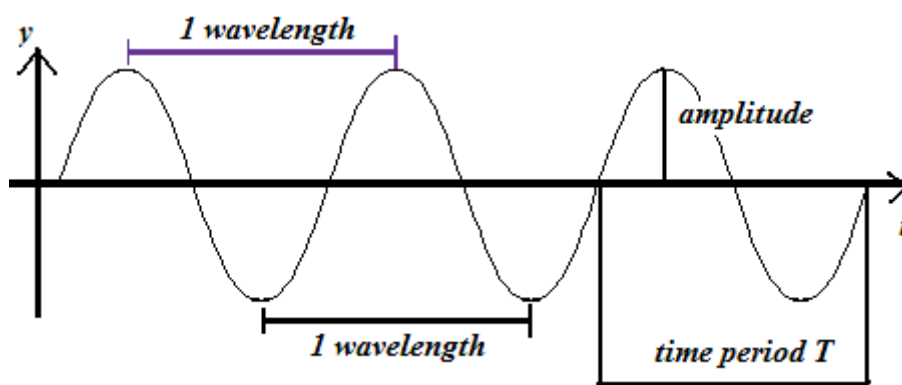
Σε αυτήν την παράγραφο θα αναλύσουμε την βασική θεωρία των κυμάτων στην οποία στηρίζεται η μέθοδος των υπερήχων, έτσι ώστε να γίνει πιο κατανοητή στην συνέχεια η λειτουργία των υπερήχων.

Βασικοί Ορισμοί

Μηχανικό κύμα: Ονομάζουμε μια διαταραχή γύρω από μια θέση ισορροπίας, η οποία διαδίδεται από μια περιοχή του χώρου σε μια άλλη με πεπερασμένη ταχύτητα μέσα από ένα ή περισσότερα υλικά. Κατά την διάρκεια αυτής της διάδοσης, υπάρχει μεταφορά ενέργειας, αλλά όχι ύλης. Η ταχύτητα αυτής της διαταραχής ονομάζεται ταχύτητα διάδοσης (c) και υπολογίζεται ως εξής:

$$C = \lambda * f$$

Το λ είναι το μήκος κύματος, δηλαδή είναι η απόσταση στην οποία διαδίδεται μια ταλάντωση σε μία περίοδο. Το f είναι η συχνότητα, δηλαδή ο αριθμός των πλήρων ταλαντώσεων που εκτελεί ένα υλικό σημείο στην μονάδα του χρόνου. Τέλος, το A είναι το πλάτος του κύματος και καλείται η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της διαταραχής. Το πλάτος ωστόσο έχει άμεση σχέση με την ενέργεια του κύματος.



Εικόνα 8.6 μεγέθη κύματος

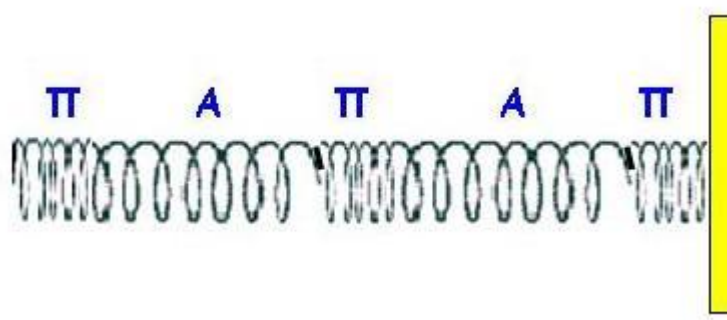
Ηλεκτρομαγνητικό κύμα: Είναι το κύμα το οποίο μεταφέρει ενέργεια ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου, η οποία διαδίδεται στο κενό με την ταχύτητα του φωτός.

Ήχος: Ορίζεται σαν την μεταβολή της πίεσεως του αέρα της οποίας η συχνότητα είναι ικανή να ερεθίζει το αισθητήριο της ακοής. Οι συχνότητες που αντιλαμβάνεται το ανθρώπινο αυτί είναι της τάξης των 16 Hz έως 20000Hz και αποτελούν τους ακουστικούς ήχους. Αντιθέτως για συχνότητες κάτω των 16 Hz, έχουμε τους υπόηχους, ενώ για μεγαλύτερες των 20 kHz, έχουμε τους υπέρηχους. Ωστόσο, στην μέθοδο των υπερήχων για την μελέτη των υλικών, χρησιμοποιούνται συχνότητες από 0,5-40MHz ή αναλόγως το υλικό ακόμη και μεγαλύτερες π.χ για το σκυρόδεμα οι συχνότητες μπορούν να αγγίξουν και τα 100 MHz, λόγω της μεγάλης απόσβεσης που παρουσιάζει.

8.3.2 Είδη κυμάτων

Ανάλογα με τον τρόπο διάδοσής τους μέσα ες ένα μέσο , τα κύματα μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες:

+ Διαμήκη κύματα: Είναι τα κύματα στα οποία η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του μέσου και η ταχύτητα διαδόσεως του κύματος συμπίπτουν. Τα κύματα αυτά διαδίδονται σε όλες τις μορφές της ύλης. Αυτό συμβαίνει διότι κατά την διάδοση ενός τέτοιου κύματος δημιουργούνται πυκνώματα και αραιώματα. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει την περιοδική μεταβολή του όγκου του ελαστικού σώματος. Για το λόγο αυτό απαιτείται ελαστικότητα όγκου την οποία διαθέτουν όλες οι μορφές της ύλης. Τέλος , μπορούμε εύκολα να παράγουμε αυτά τα κύματα με την τοποθέτηση κατάλληλων κεφαλών και δεν υφίστανται πόλωση.



Εικόνα 8.7 διαμήκες κύμα

όπου Π τα πυκνώματα και Α τα αραιώματα.

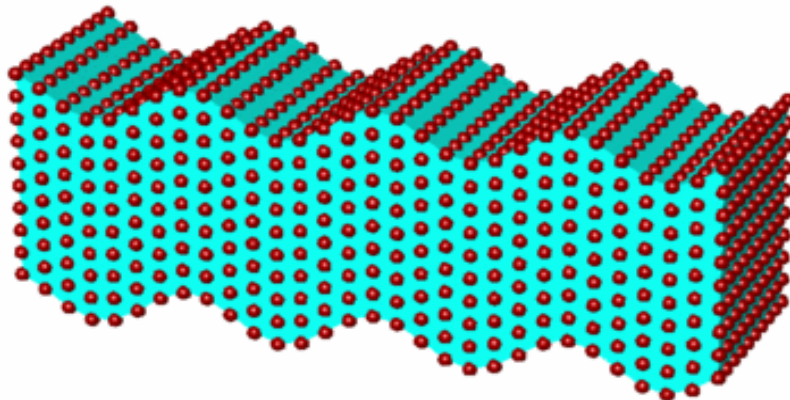
Όπου η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα διάμηκες κύμα σε μία άπειρη λεπτή ράβδο είναι:

$$C_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E= μέτρο ελαστικότητας

ρ = λόγος Poisson

✚ **Εγκάρσια κύματα:** Είναι τα κύματα στα οποία η ταλάντωση των στοιχειωδών σωματιδίων του μέσου στο οποίο διαδίδονται γίνεται κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης. Τα κύματα αυτά διαδίδονται μόνο στα στερεά και όχι στα υγρά και τα αέρια διότι δεν μπορούν να παραλάβουν διατμητικές τάσεις. Σε ορισμένες περιπτώσεις, ωστόσο μπορούν να διαδοθούν και σε παχύρευστα υγρά. Η παραγωγή τους μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω κατάλληλων κεφαλών εγκαρσίων κυμάτων είτε από αυτές των διαμηκών ρυθμίζοντας κατάλληλα την γωνία πρόσπτωσης σύμφωνα με τον νόμο του Snell.



Εικόνα 8.8 εγκάρσιο κύμα

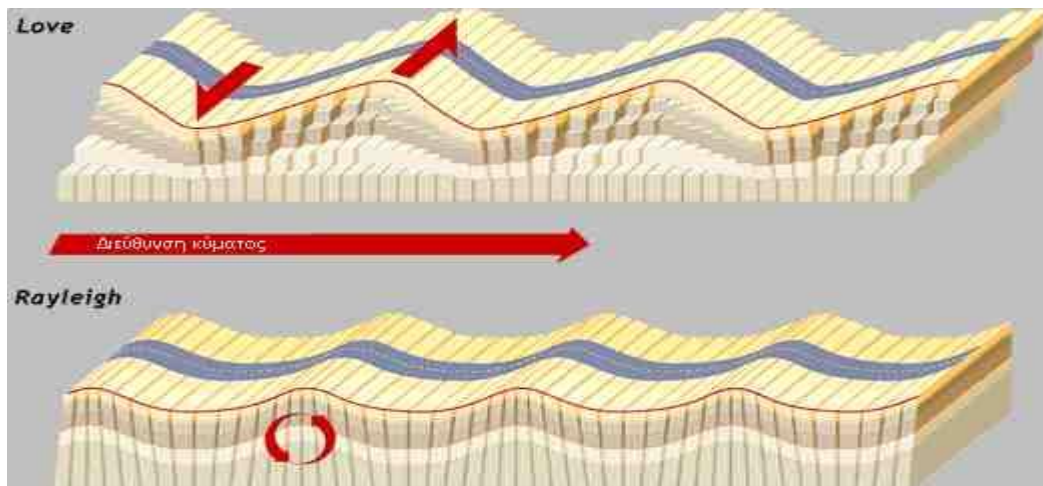
Όπου η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα εγκάρσιο κύμα δίνεται από την σχέση:

$$C_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

G = μέτρο διατμήσεως

ρ = λόγος Poisson

✚ **Κύματα επιφάνειας:** Είναι τα κύματα που δημιουργούνται και ακολουθούν την επιφάνεια του μέσου. Έχουν μεγάλα πλάτη στην επιφάνεια και μειώνονται σταδιακά συναρτήσει του βάθους. Τα κύματα επιφάνειας χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: Στα κύματα Love και στα κύματα Rayleigh.



Εικόνα 8.9 γραφική αναπαράσταση κυμάτων Love and Rayleigh.

Κύματα Love: Τα κύματα αυτά δημιουργούνται όταν ένα στρώμα πεπερασμένου πάχους υπέρκειται ενός ημιχώρου που έχει διαφορετικές φυσικές ιδιότητες και μεγαλύτερη ταχύτητα

διάδοσης εγκαρσίων κυμάτων. Κατά την διάδοση τέτοιων κυμάτων, τα υλικά σημεία ταλαντώνονται στο οριζόντιο επίπεδο, κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Ουσιαστικά δηλαδή εμφανίζεται ένα πολωμένο εγκάρσιο κύμα παράλληλο στην επιφάνεια.

Κύματα Rayleigh: Τα κύματα αυτά προκαλούν ελλειπτικής τροχιάς κίνηση στα σωματίδια του μέσου. Κοντά στην επιφάνεια ο μικρός ημιάξονας της έλλειψης είναι παράλληλος της διεύθυνσης της μετατόπισης και ο μεγάλος κάθετα σε αυτήν και στην επιφάνεια του μέσου. Η φορά της ελλειπτικής τροχιάς είναι αντίστροφη από εκείνη της μετατόπισης. Τα πλάτη της ταλάντωσης μειώνονται συναρτήσει του βάθους και όταν το βάθος πάρει την τιμή της λ , τα πλάτη πρακτικά μηδενίζονται. Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε ότι τα κύματα Rayleigh μπορούν να σκεδαστούν.

Κύματα πλακών(Lamb): Είναι ο τύπος κύματος που αποτελεί έναν συνδυασμό διαμηκών και εγκαρσίων κυμάτων. Οι δύο τύποι τέτοιων κυμάτων είναι τα διασταλτικά και τα καμπτικά κύματα. Τέλος για πληρότητα να πούμε ότι αυτά τα κύματα εμφανίζονται σε περίπτωση λεπτών πλακών.

Στρεπτικά κύματα : Είναι τα κύματα που αναπτύσσονται σε σώματα που έχουν μορφή ράβδου και εκτελούν στρεπτική ταλάντωση γύρω από τον επιμήκη άξονα της ράβδου. Τέλος η διεύθυνση διάδοσης των κυμάτων στρέψεως συμπίπτει με την διεύθυνση του άξονα της ράβδου.

8.4 Ιδιότητες ηχητικών κυμάτων

✚ Κάθετη πρόσπτωση του κύματος: Έστω ότι ένα κύμα προσπίπτει κάθετα σε μια διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφορετικών υλικών. Τότε αυτό που θα συμβεί είναι ότι ένα μέρος της ηχητικής του ενέργειας θα διαθλασθεί και ένα άλλο θα ανακλασθεί. Το ποσοστό ανάκλασης και διάθλασης εξαρτάται από την **ακουστική αντίσταση Z** του υλικού και ορίζεται ως το γινόμενο της πυκνότητας του υλικού ρ επί την ταχύτητα διάδοσης του ηχητικού κύματος c .

$$\text{Άρα: } Z = \rho * c$$

Επίσης, για ένα ηχητικό κύμα το οποίο προέρχεται από ένα υλικό ακουστικής αντίστασης Z_1 και προσπίπτει κάθετα σε ένα υλικό ακουστικής αντίστασης Z_2 , τότε το ποσοστό που ανακλάται και διαθλάται, ορίζεται από τους συντελεστές ανάκλασης και διάθλασης αντίστοιχα.

Όπου ο συντελεστής ανάκλασης: $R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$

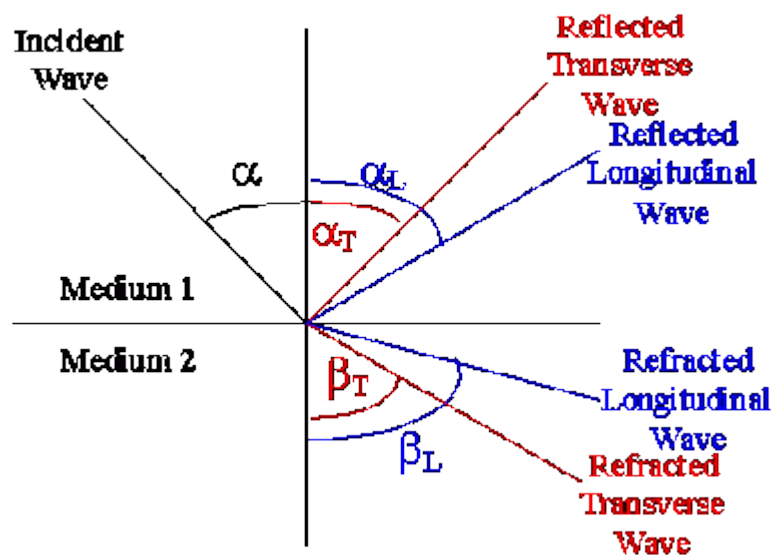
Και ο συντελεστής διάθλασης: $T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$

Όπου αυτές οι δύο σχέσεις συνδέονται μεταξύ τους ως εξής:

$$1 + R = T$$

Η παραπάνω σχέση προκύπτει εύκολα αν στηριχτούμε στην συνέχεια των ηχητικών πιέσεων στην διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών. Άρα από την σχέση $P_0 + P_1 = P_2$, όπου $P_1 = R * P_0$ και $P_2 = T * P_0$, καταλαβαίνουμε εύκολα ότι για δύο υλικά με ίδιες ακουστικές αντιστάσεις, έχουμε $R=0$ και $T=1$, που πρακτικά σημαίνει ότι ο ήχος περνάει από το ένα υλικό στο άλλο ανεμπόδιστα.

Πλάγια πρόσπτωση του κύματος: Όταν ένα κύμα προσπίπτει υπό γωνία στην διαχωριστική επιφάνεια δύο επιφανειών τότε παράγονται δύο κύματα λόγω ανάκλασης και δύο λόγω διάθλασης (διαμήκη και εγκάρσια). Είναι προφανές, ωστόσο ότι αν κάποιο από τα υλικά είναι υγρό ή αέριο, τότε τα εγκάρσια κύματα εξαφανίζονται και μένουν μόνο τα διαμήκη.



Εικόνα 8.10 πλάγια πρόσπτωση κύματος

Σε αυτή την περίπτωση ισχύει ο νόμος του Snell:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} \rightarrow \frac{\sin\alpha}{c_1^1} = \frac{\sin\alpha_l}{c_l^1} = \frac{\sin\alpha_T}{c_l^1} = \frac{\sin\beta_l}{c_l^2} = \frac{\sin\beta_T}{c_l^2}$$

Παρατήρηση: Στην διεπιφάνεια δύο υλικών, υπάρχουν δύο κρίσιμες γωνίες πρόσπτωσης του κύματος, οι οποίες εξαφανίζουν το διαθλώμενο διάμηκες και εγκάρσιο κύμα αντίστοιχα.

8.4.2 απόσβεση υπερηχητικών κυμάτων στα στερεά σώματα

Γενικά, τα στερεά σώματα παρουσιάζουν αρκετά μεγάλη απόσβεση, η οποία οφείλεται σε δύο βασικούς λόγους: την απορρόφηση και την διασπορά.

Απορρόφηση: Είναι η μετατροπή του υπερήχου σε θερμότητα λόγω της εσωτερικής τριβής. Σημειώνεται, επίσης, ότι έχει αποδειχθεί πως όσο ψηλότερη είναι η συχνότητα ταλάντωσης, τόσο μεγαλύτερες απώλειες ενέργειας έχουμε και κατ' επέκταση μεγαλύτερη απόσβεση.

Διασπορά: Έχει να κάνει με την ανομοιογένεια και την ανισοτροπία των υλικών, όταν αυτά περιέχουν εγκλείσματα, κόκκους ή πόρους. Η διασπορά υφίσταται όταν το μήκος κύματος του υπερήχου φθάνει το μέγεθος του κόκκου μέσα στο υλικό διάδοσης. Με λίγα λόγια, πρόκειται για μία ακαθόριστη ανάκλαση και διάθλαση των κυμάτων, που οδηγεί σε εξασθένηση του αρχικού ήχου.

➤ **Σημείωση:** Η απορρόφηση και η διασπορά, δημιουργούν εμπόδια στην εφαρμογή ενός υπερηχητικού ελέγχου. Για αυτό το λόγο συνιστάται η σωστή κρίση του μηχανικού για την επιλογή της καταλληλότερης δυνατής συχνότητας σε μία εφαρμογή ενός υπερηχητικού μη καταστροφικού ελέγχου. Μια ασυνέχεια ή ατέλεια ενός υλικού μπορεί να εντοπιστεί όταν το μέγεθος της είναι μεγαλύτερο ή ίσο με το ένα πέμπτο του μήκους κύματος του υπερηχητικού κύματος.

8.4.3 Φαινόμενα που διέπουν τα ηχητικά κύματα όταν συναντούν εμπόδια

Γενικά όταν η διάμετρος του εμποδίου d είναι μικρότερη από το μήκος κύματος λ του ηχητικού κύματος, τότε το εμπόδιο δεν επηρεάζει την διάδοση του κύματος. Αν, δεν ισχύουν τα παραπάνω, τότε:

- ✚ Αν $d=\lambda$, τότε το εμπόδιο είναι καταστροφικό για την διάδοση του κύματος, διότι ανάλογα με τον προσανατολισμό των εμποδίων, το κύμα υφίσταται συνεχείς ανακλάσεις μέχρι που εξασθενεί. Αυτό το φαινόμενο είναι η λεγόμενη **σκέδαση**.
- ✚ Αν το $d>\lambda$ αλλά όχι σημαντικά μεγαλύτερο, τότε το ηχητικό κύμα είναι σε θέση να παρακάμψει το εμπόδιο και να διαδοθεί κανονικά μέσα στο υλικό. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται **περίθλαση**.
- ✚ Τέλος, αν το εξ' ανακλάσεως ηχητικό κύμα υπερτίθεται στο αρχικό, τότε υφίσταται το **φαινόμενο της συμβολής** δύο κυμάτων. Έτσι, ανάλογα με την διαφορά φάσης και συχνότητας των δύο κυμάτων, μπορεί να επιτευχθεί ενίσχυση ή εξασθένιση του τελικού κύματος.

8.5 Μέθοδοι Παραγωγής Υπερήχων

Γενικά υπάρχουν αρκετές μέθοδοι παραγωγής υπερήχων οι οποίες έχουν αναπτυχθεί τον περασμένο αιώνα. Οι σημαντικότερες ωστόσο τις οποίες θα αναλύσουμε και παρακάτω είναι η μηχανική μέθοδος, καθώς και κάποιες μέθοδοι που στηρίζονται στα φαινόμενα της μαγνητοσυστολής και του πιεζοηλεκτρισμού.

8.5.1 Μηχανικές μέθοδοι

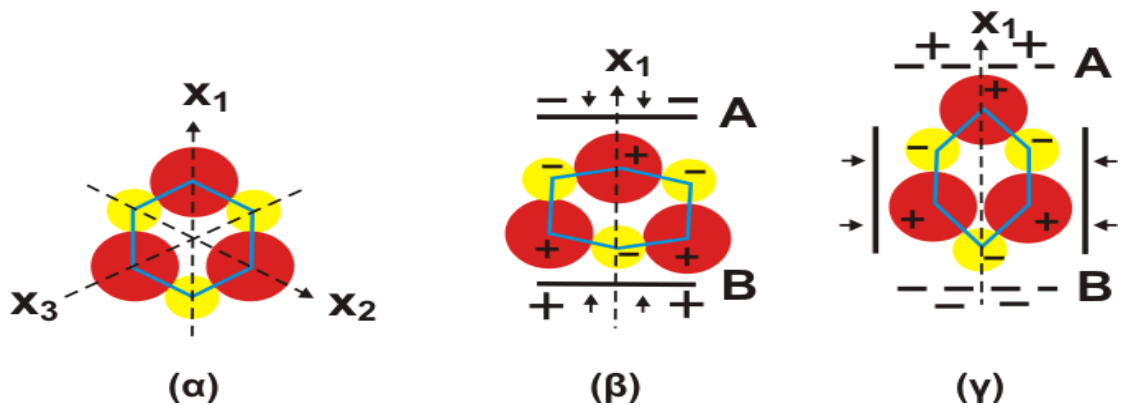
Με αυτήν την κατηγορία δεν θα ασχοληθούμε πολύ διότι οι υπέρηχοι που παράγονται είναι χαμηλών συχνοτήτων και γι' αυτό τον λόγο δεν χρησιμοποιούνται στους ΜΚΕ. Τα μέσα που χρησιμοποιούνται για την δημιουργία τέτοιων υπερήχων είναι σφυρίχτρες, γεννήτριες ακροφυσίου και σειρήνες.

8.5.2 Μαγνητοσυστολή

Με το φαινόμενο αυτό της μαγνητοσυστολής παράγονται υψηλής ενέργειας ταλαντώσεις με μικρές συχνότητες οι οποίες δεν ξεπερνούν τα 100 ΚHz .Τέτοιοι ταλαντωτές κατασκευάζονται από λεπτά φύλλα σιδηρομαγνητικών υλικών τα οποία μετά από κάποια περαιτέρω επεξεργασία διαμορφώνονται σε μορφή σωλήνων με σκοπό να έχουν όσο το δυνατόν μικρότερες απώλειες από δινορρεύματα ,επαγωγικά ρεύματα ή ρεύματα μαγνητικής υστέρησης. Να θυμίσουμε σε αυτό το σημείο ότι τα σιδηρομαγνητικά υλικά , είναι εκείνα τα οποία έχουν σαν ιδιότητα να μαγνητίζονται εύκολα όταν εισέρχονται εντός μαγνητικού πεδίου και έχουν σαν αποτέλεσμα την διατήρηση αυτής της μαγνήτισης ακόμη και μετά την απομάκρυνσή τους από το πεδίο. Αν για το υλικό αυτό ήταν μία ράβδος, τότε στα άκρα του πηνίου θα παρατηρούσαμε την εμφάνιση μιας ηλεκτρεγερτικής δύναμης. Ωστόσο και στην αντίθετη περίπτωση, στην οποία εφαρμόζουμε στο πηνίο ένα εναλλασσόμενο δυναμικό, τότε θα παρατηρούσαμε την ταλάντωση της ράβδου. Αυτό ουσιαστικά είναι και το φαινόμενο της μαγνητοσυστολής.

8.5.3 Πιεζοηλεκτρική μέθοδος

Σε αυτό το φαινόμενο βασίζεται και η αρχή λειτουργίας των κεφαλών παραγωγής υπερήχων. Η ανακάλυψη αυτή οφείλεται στα αδέρφια Curie. Πρόκειται για την ιδιότητα που έχουν τα μη αγώγιμα κρυσταλλικά υλικά χωρίς κέντρο συμμετρίας ή πολικούς άξονες να παράγουν ηλεκτρική τάση μεταξύ των απέναντι εδρών τους, όταν δέχονται κάποια μηχανική τάση. Τα ηλεκτρικά φορτία αλλάζουν πρόσημο με την συχνότητα που αλλάζει φορά η καταπόνηση.



Εικόνα 8.11 Το φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού

Όταν δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη στον πιεζοκρύσταλλο, τα ηλεκτρικά φορτία είναι διατεταγμένα έτσι ώστε να αλληλοεξουδετερώνονται μεταξύ τους. Στην αντίθετη περίπτωση, ωστόσο, όταν δηλαδή ασκηθεί κάποια εξωτερική δύναμη, υπάρχει μεταβολή στο πάχος και κατ' επέκταση στην εσωτερική ισορροπία του πιεζοκρυστάλλου με αποτέλεσμα την ανάπτυξη άμεσου ηλεκτρικού πεδίου.

Επιπρόσθετα , αξίζει να σημειωθεί ότι υφίσταται και το αντίστροφο του φαινομένου του πιεζοηλεκτρισμού. Αυτό διαπιστώνεται όταν τοποθετήσουμε έναν πιεζοκρύσταλλο σε σημείο που διέπεται από ηλεκτρικό δυναμικό και αφού διεγερθεί, τότε θα παρατηρήσουμε ότι θα παραμορφωθεί ανάλογα με την φορά του ηλεκτρικού πεδίου. Η παραμόρφωση αυτή θα είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού του ηλεκτρικού πεδίου συναρτήσει της πιεζοηλεκτρικής σταθεράς δ . Άρα έχουμε μία σχέση της μορφής $S=\delta \cdot V$. Αν εφαρμοσθεί εναλλασσόμενη τάση με συχνότητα f , τότε ο κρύσταλλος θα πάλλεται με την ίδια συχνότητα.

Ένα παράδειγμα τέτοιου υλικού είναι ο χαλαζίας, ο οποίος είναι ένα τέτοιο κρυσταλλικό υλικό που εμφανίζει τέτοια συμπεριφορά. Ο φυσικός αυτός κρύσταλλος , όπως φαίνεται και στην εικόνα **8.10** έχει την μορφή εξαγωνικού πρίσματος και φέρει τρεις πολικούς άξονες, κάθε ένας από τους οποίους περνά από τις δύο απέναντι κορυφές της εξαγωνικής εγκάρσιας διατομής τους. Οι πολικοί αυτοί άξονες, εμφανίζουν την μέγιστη συγκέντρωση ηλεκτρικών φορτίων κατά την διάρκεια της παραμόρφωσης του κρυστάλλου. Το φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού εμφανίζεται μόνο σε πλάκες , οι οποίες είναι κομμένες κάθετα προς τους άξονες X,Y οι οποίοι λέγονται και ηλεκτρικοί άξονες. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι η πλάκα-x είναι κομμένη κάθετα στον X άξονα και η πλάκα-y είναι κομμένη κάθετα στον Y άξονα. Άλλα υλικά τα οποία βρίσκουν τέτοιου είδους εφαρμογές είναι το τιτανικό βάριο ($BaTiO_3$), ο μετανιοβικός μόλυβδος ($PbNb_2O_6$) και άλλα.

8.6.1. Υπερηχητικές πιεζοηλεκτρικές κεφαλές

Εισαγωγικά σχόλια: Στους ΜΚΕ χρησιμοποιούνται διαφόρων ειδών κεφαλές οι γεννήτριες των οποίων είναι το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο. Πρόκειται για έναν λεπτό δίσκο, ο οποίος κόβεται από έναν πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο κάθετα στους ηλεκτρικούς του άξονες και στην συνέχεια καθαρίζεται με υπερήχους. Από το πάχος d του πλακιδίου εξαρτάται τελικά η συχνότητα ταλάντωσης, η οποία δίνεται από την σχέση $f_0 = \frac{c}{2d}$.

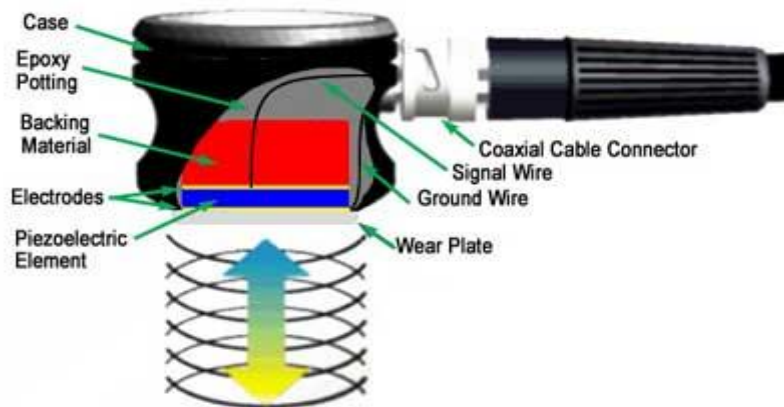
Αυτό που μας ενδιαφέρει για κάθε κεφαλή είναι το είδος της, τα χαρακτηριστικά της, η συχνότητα λειτουργίας της, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πλακιδίου και η γωνία εκπομπής της στην περίπτωση γωνιακής δέσμης. Όλα τα παραπάνω στοιχεία, ωστόσο, αναγράφονται επάνω σε κάθε κεφαλή από τον κατασκευαστή της.

Οι κεφαλές που χρησιμοποιούνται στους ΜΚΕ μπορεί να είναι πομποί, δέκτες ή ακόμα και τα δύο ταυτόχρονα. Όπως και να είναι, σημασία έχει ότι εφαρμόζουν το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Αναλυτικά, στην πρώτη προαναφερθείσα περίπτωση εφαρμόζεται το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, στην δεύτερη το ορθό και στην Τρίτη και τα δύο. Επιπρόσθετα η ανάγκη μελέτης των υλικών, οδήγησε στην δημιουργία μιας πλούσιας ποικιλίας κεφαλών. Έτσι, λοιπόν, υπάρχουν κεφαλές καθέτου και πλάγιας δέσμης, καθώς και μεταβλητής γωνίας. Στην συνέχεια θα δούμε και τις εμβαπτιζόμενες κεφαλές, κεφαλές διπλού κρυστάλλου και κεφαλές ειδικού τύπου. Ωστόσο για ακόμη μία φορά είναι στην κρίση του μηχανικού, ανάλογα βέβαια και με την περίπτωση ποιιά κεφαλή θα επιλέξει, ανάλογα με την περίπτωση. Παρακάτω θα αναλύσουμε τις υπάρχουσες πιεζοηλεκτρικές κεφαλές.



Εικόνα 8.12 υπερηχητικές πιεζοηλεκτρικές κεφαλές

8.6.2. Κεφαλές καθέτου δέσμης



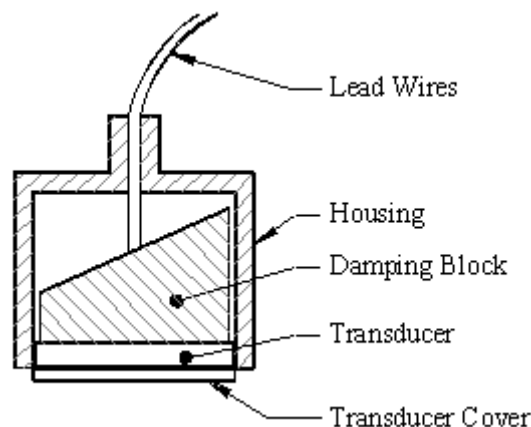
Εικόνα 8.13 πιεζοηλεκτρική κεφαλή καθέτου δέσμης

Στον συγκεκριμένο τύπο πιεζοηλεκτρικών κεφαλών, η ηχητική δέσμη προσπίπτει κάθετα προς το υπό εξέταση δοκίμιο. Υπάρχουν διαφορετικές κεφαλές που εκπέμπουν είτε διαμήκη είτε εγκάρσια κύματα. Υφίσταται, ωστόσο και μία μεγάλη

ποικιλία στην συχνότητα της ηχητικής δέσμης που εκπέμπεται. Όσο αφορά την παραγωγή διαμηκών κυμάτων, ο πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος της κεφαλής κατά την κατασκευή της τέμνεται κατά τον άξονα X, εν αντιθέσει με την παραγωγή εγκαρσίων κυμάτων, όπου ο κρύσταλλος τέμνεται κατά τον άξονα Y.

Τέτοιες κεφαλές είναι κατάλληλες για την ανεύρεση ατελειών, οι οποίες είναι παράλληλες στην επιφάνεια εφαρμογής. Επίσης, χρησιμοποιούνται και για παχυμετρήσεις ελασμάτων. Ωστόσο, υπάρχει και η δυνατότητα υπολογισμού των ταχυτήτων των εγκαρσίων και των διαμηκών κυμάτων, από τα οποία προκύπτουν οι ελαστικές σταθερές των υλικών που εξετάζουμε, πράγμα που εξετάσουμε σε αυτήν την διπλωματική. Επιλογικά, να αναφέρουμε ότι υπολογίζονται επίσης και οι αποσβέσεις των ηχητικών κυμάτων που διέρχονται από ένα υλικό, καθώς και άλλα χρήσιμα μεγέθη.

8.6.3. Κεφαλές γωνιακής δέσμης

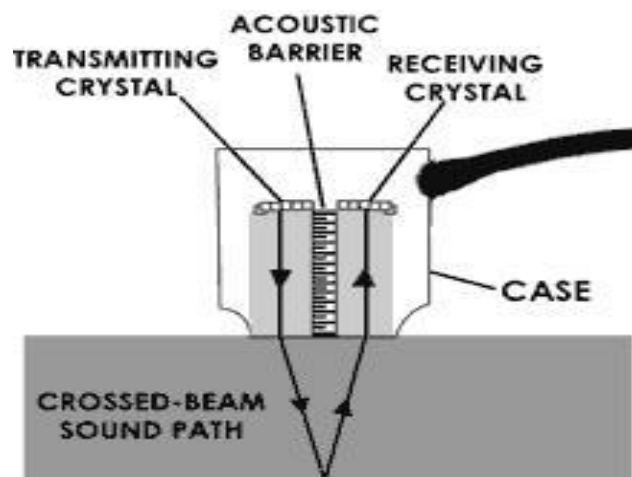


Εικόνα 8.14 Πιεζοηλεκτρική κεφαλή γωνιακής δέσμης

Πρόκειται για κεφαλές των οποίων το πιεζοηλεκτρικό πλακίδιο εκπέμπει δέσμη υπερήχων υπό γωνία. Η ανάγκη για την ανάπτυξη τέτοιου είδους κεφαλών προέκυψε, διότι είναι

αδύνατο να προσδιοριστούν ατέλειες οι οποίες είναι κεκλιμένες προς την επιφάνεια, με άλλου είδους κεφαλές. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής τέτοιων κεφαλών είναι στον έλεγχο των συγκολλήσεων. Αυτό συμβαίνει διότι αφενώς μια συγκόλληση δεν επιτρέπει την απ' ευθείας τοποθέτηση κάποιας κεφαλής, λόγω της τραχιάς επιφάνειας που διαθέτει και αφετέρου η γεωμετρία της πλειοψηφίας των ατελειών που προκύπτουν είναι υπό γωνία.

8.6.4. Κεφαλές διπλού κρυστάλλου

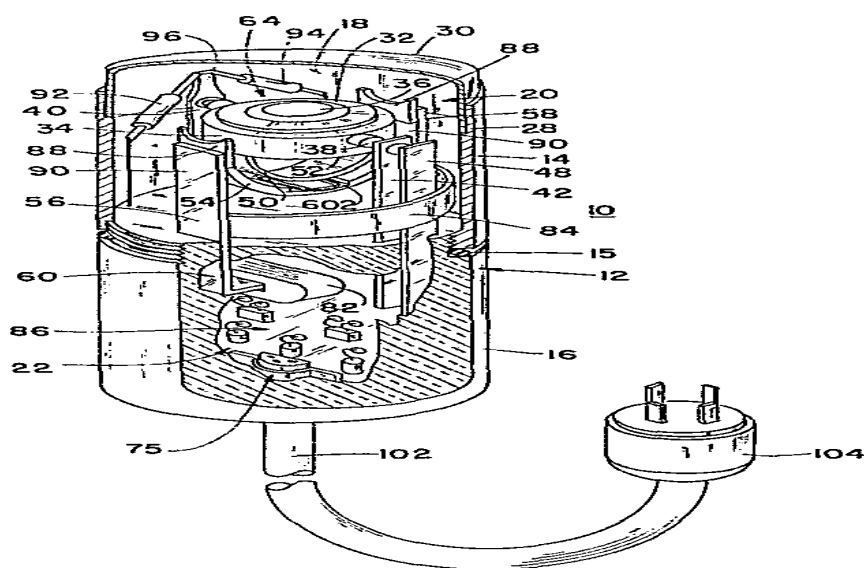


Εικόνα 8.15 Κεφαλή διπλού κρυστάλλου

Σε αυτού του είδους τις κεφαλές υπάρχουν δύο πιεζοηλεκτρικά πλακίδια. Το πρώτο έχει τον ρόλο του πομπού και το δεύτερο του δέκτη. Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτών των κεφαλών είναι ότι δεν παρουσιάζουν νεκρή ζώνη και γι' αυτό τον λόγο ενδείκνυται η χρήση τους για την επιθεώρηση πολύ λεπτών δοκιμίων για την ανεύρεση ατελειών είτε πολύ κοντά στην επιφάνεια, είτε ακόμη και πάνω σε αυτήν. Επίσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για έλεγχο διαστάσεων λεπτών δοκιμίων ή ακόμη και για σάρωση μεγάλων ατελειών. Η μηδενική νεκρή

ζώνη, οφείλεται στην γωνία που παρουσιάζουν τα δύο πλακίδια μεταξύ τους και ονομάζεται γωνία οροφής. Αυτή η γωνία όσο μεγαλύτερη είναι, τόσο πιο μικρή είναι η νεκρή ζώνη αλλά και η περιοχή μέγιστης ευαισθησίας.

8.6.5. Εμβαπτιζόμενες πιεζοηλεκτρικές κεφαλές



Εικόνα 8.16 Εμβαπτιζόμενη πιεζοηλεκτρική κεφαλή

Πρόκειται για μία ειδική κατηγορία ειδικών κεφαλών που χρησιμοποιούνται σε αυτοματοποιημένα συστήματα ελέγχου, όπως η σάρωση σημείου προς σημείο (c-scan). Η λειτουργία αυτών των κεφαλών προϋποθέτει την ύπαρξη κάποιου ρευστού, που παρεμβάλλεται ανάμεσα στην κεφαλή και το δοκίμιο, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται μόνο διαμήκη κύματα, καθώς τα ρευστά δεν μπορούν να μεταδώσουν τα εγκάρσια. Οι δύο επιφάνειες είναι επιμεταλλωμένες για την εφαρμογή ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Στην μία πλευρά είναι προσαρμοσμένο το υλικό απόσβεσης, ενώ στην άλλη είτε είναι ελεύθερη και προσαρμόζεται απ' ευθείας στο δοκίμιο, είτε προστατεύεται από

μία στρώση πλαστικού ή κεραμικού. Οι αγωγοί περνούν από το υλικό απόσβεσης και μέσω ενός πηνίου καταλήγουν στο βύσμα της κεφαλής.

8.6.6 Πιεζοηλεκτρικές κεφαλές ειδικού τύπου

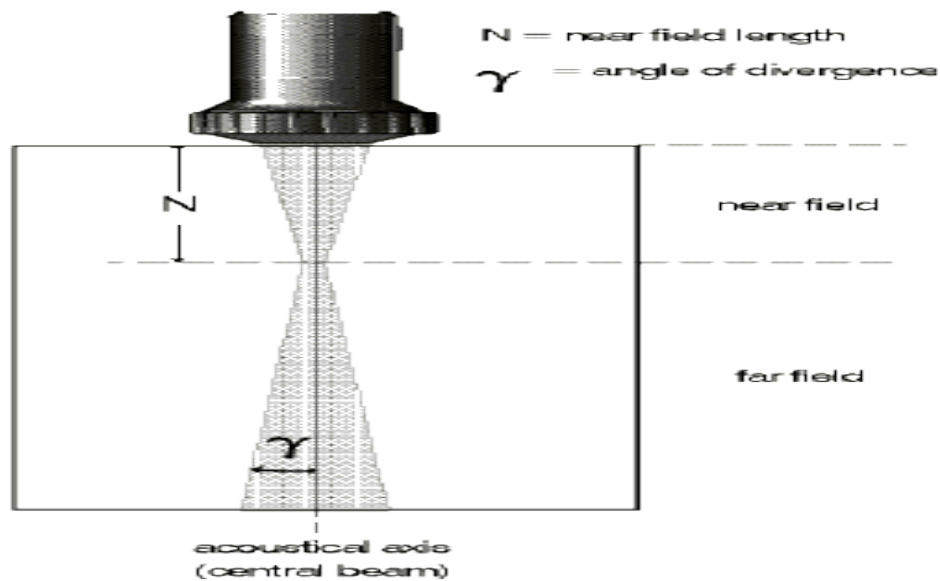
Εκτός από τις κεφαλές που αναλύσαμε ήδη, υπάρχουν και άλλες κεφαλές ειδικού τύπου, που χρησιμοποιούνται για συγκεκριμένες εφαρμογές. Τέτοιες είναι οι κεφαλές για δοκίμια υψηλών θερμοκρασιών που περιέχουν μία επαφή από κεραμικό υλικό, οι εστιαζόμενες κεφαλές που κατασκευάζονται με ορισμένη καμπυλότητα, οι κεφαλές που ελέγχουν δοκίμια πολύ μεγάλης απόσβεσης, καθώς και οι κεφαλές που αποσκοπούν στον έλεγχο σωλήνων, σιδηροδρόμων ή ακόμη και ανθρώπων.

8.7.1 Τυπολογία και χαρακτηριστικά δέσμης υπερήχων

Οι πιεζοκρύσταλλοι έχουν διαμορφωθεί σε κυκλική και ορθογωνική διατομή. Ωστόσο, η εκπεμπόμενη δέσμη, αντί να έχει την μορφή κυλίνδρου ή πρίσματος, έχει την μορφή του παρακάτω σχήματος.

Όπως, θα δούμε και παρακάτω η ηχητική δέσμη χωρίζεται σε τρεις ζώνες, τις οποίες και θα αναλύσουμε διεξοδικά.

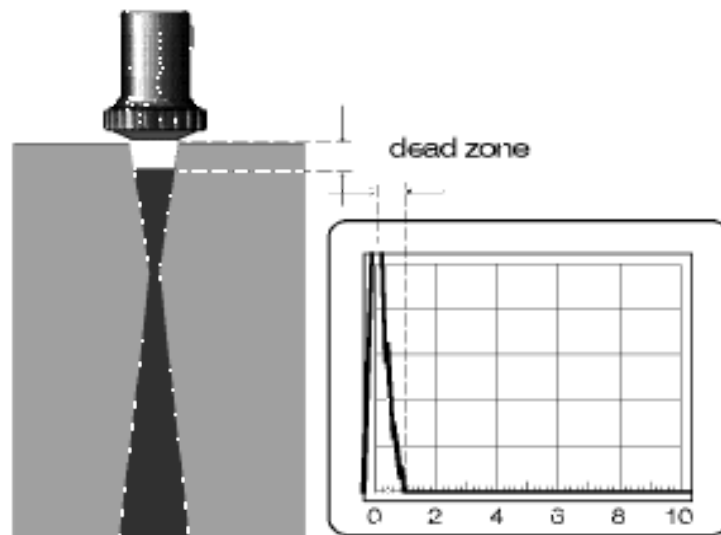
8.7.2 Τοπολογία ηχητικής δέσμης



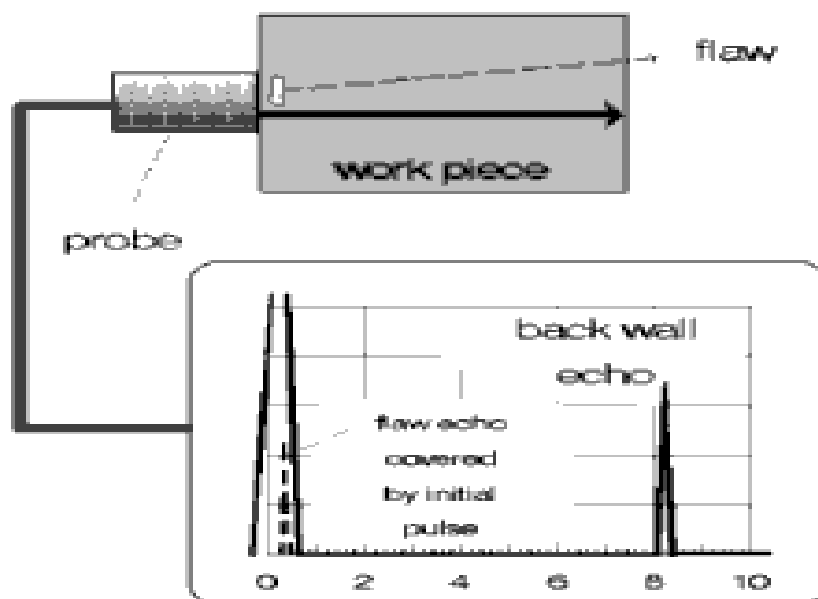
Εικόνα 8.17 Τοπολογία ηχητικής δέσμης

Όπως είπαμε και παραπάνω η δέσμη χωρίζεται σε τρεις βασικές ζώνες:

- ✚ Η πρώτη ζώνη που συναντάμε μετά την επιφάνεια εκπομπής της πιεζοηλεκτρικής κεφαλής, είναι η **νεκρή ζώνη**. Το μέγεθος της είναι αντιστρόφως ανάλογο της συχνότητας. Σε αυτήν την περιοχή, όπως είναι λογικό δεν μπορούν να ανιχνευθούν ατέλειες ή ασυνέχειες, αφού η νεκρή ζώνη δεν καταλαμβάνεται από τον αρχικό παλμό.



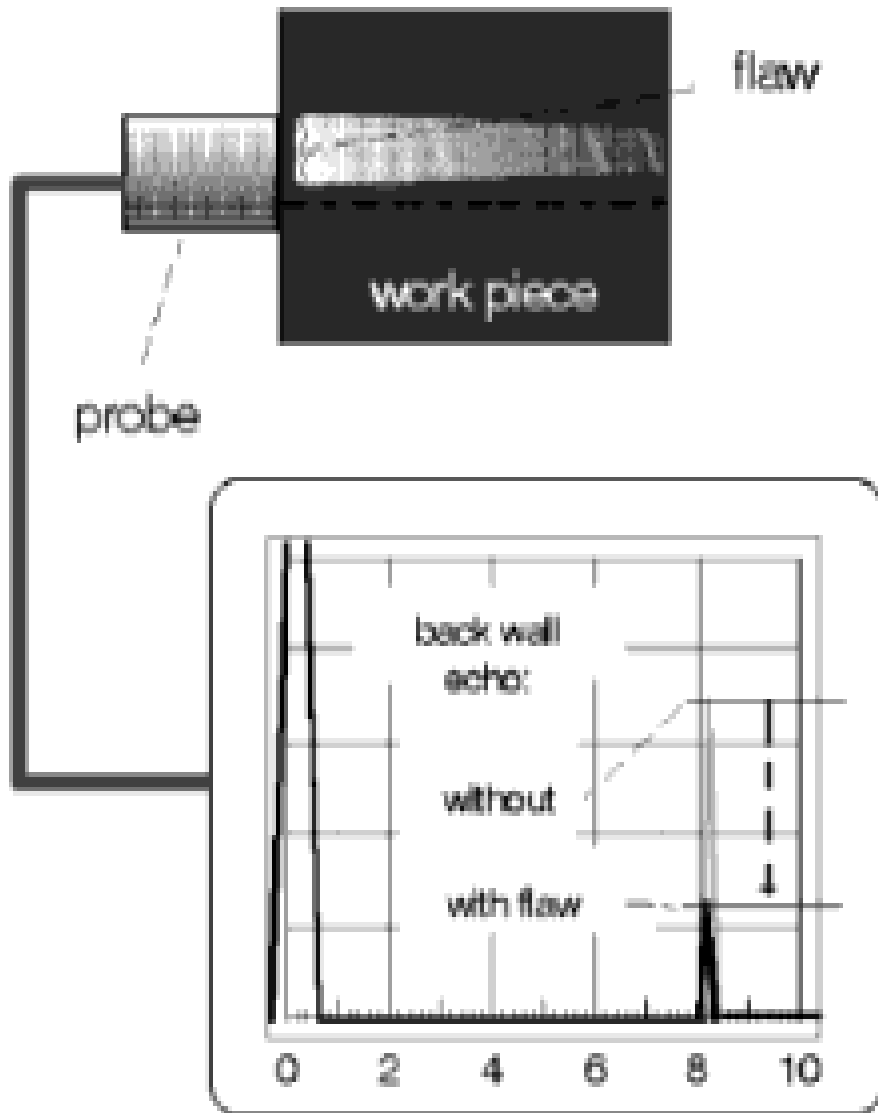
Εικόνα 8.18 Νεκρή ζώνη που απεικονίζεται στην οθόνη της συσκευής



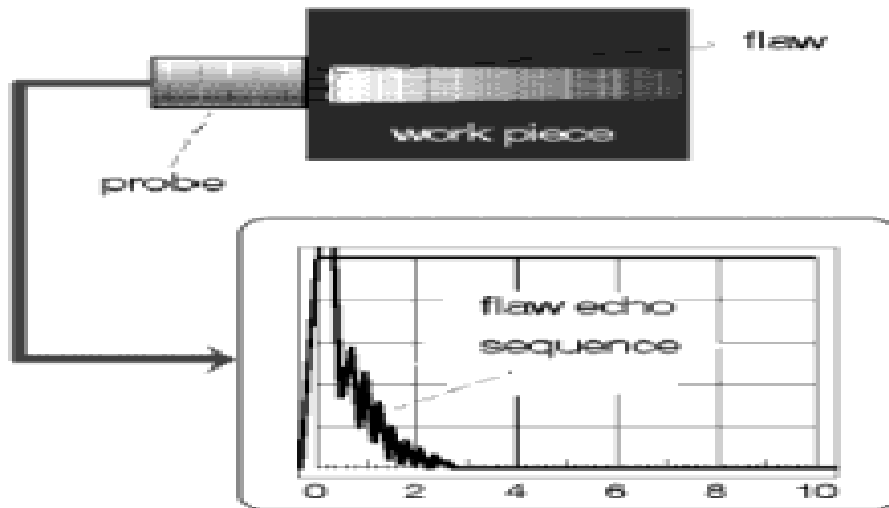
Εικόνα 8.19 Δύσκολα ανιχνεύσιμη ατέλεια διότι βρίσκεται εντός της νεκρής ζώνης και καλύπτεται από τον αρχικό παλμό

Παρόλα αυτά σε κάποιες περιπτώσεις μπορούμε να αντιληφθούμε ότι υπάρχει κάποιο είδος ατέλειας στην περιοχή αυτή. Σε περίπτωση που η ατέλειά μας είναι αρκετά μεγάλη , τέτοια ώστε να καλύπτει ένα αξιόλογο κομμάτι της διατομής της

δέσμης, τότε θα έχουμε ως ένδειξη μία πτώση στο πλάτος του παλμού. Επίσης, εξαιτίας των ανακλάσεων μεταξύ της ατέλειας και του άνω ορίου του δοκιμίου θα δημιουργηθούν ηχώ.



Εικόνα 8.20 Πτώση παλμού στην οθόνη λόγω ατέλειας στην νεκρή ζώνη.



Εικόνα 8.21 Περίπτωση όπου η γεωμετρία της ατέλειας καλύπτει το μεγαλύτερο ποσοστό της διατομής του υπερήχου και εμφανίζει καμπύλη αυτής της μορφής στην οθόνη.

✚ Η επόμενη ζώνη είναι η **εγγύς ζώνη**. Σε αυτήν την ζώνη, λόγω της συμβολής τα ύψη των ανακλάσεων από τις ασυνέχειες των ίδιων διαστάσεων μπορεί να αυξάνονται με την απόστασή τους από τον κρύσταλλο. Το μήκος της εγγύς ζώνης N δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$N = \frac{D^2 f}{4c} = \frac{D^2}{4\lambda}$$

Όπου D είναι η διάμετρος του κρυστάλλου, f η συχνότητα σε MHz, λ το μήκος κύματος σε mm και c η ταχύτητα του ήχου σε km/sec.

✚ Τρίτη και τελευταία, έχουμε την **απομακρυσμένη ζώνη**. Στην περιοχή αυτή τα ύψη των ανακλάσεων που δημιουργούνται από ίδιου μεγέθους ατέλειες είναι αντιστρόφως ανάλογα του τετραγώνου της απόστασής τους από τον κρύσταλλο.

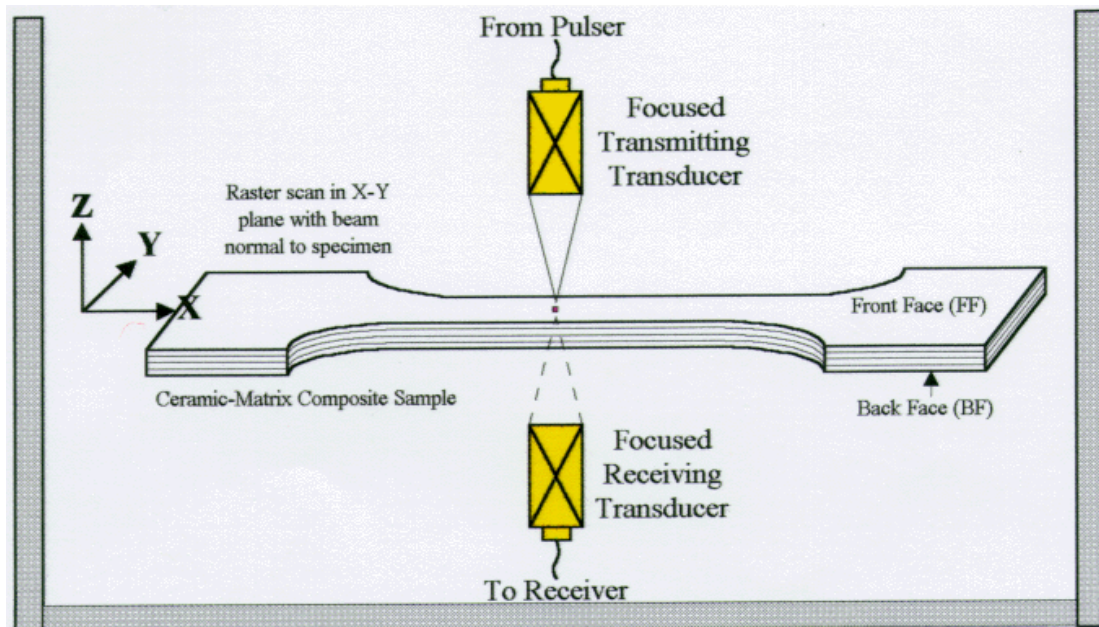
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

Βασικές μέθοδοι ελέγχου των υλικών και πεδίο εφαρμογής των υπερήχων

9.1.1 Βασικές μέθοδοι ελέγχου των υλικών

Υπάρχουν τρεις κύριες μέθοδοι για τον μη καταστροφικό έλεγχο των υλικών. Η μέθοδος της διελεύσεως (through transmission method), η μέθοδος του συντονισμού (resonance method) και η μέθοδος της παλμοηχούς (pulse-echo method). Όλες αυτές τις μεθόδους θα τις αναλύσουμε διεξοδικά παρακάτω.

9.1.2 Μέθοδος της διελεύσεως



Εικόνα 9.1 Γραφική αναπαράσταση της μεθόδου της διελεύσεως ή τη μέθοδο σκιάς. Οι δύο κεφαλές βρίσκονται απέναντι η μία από την άλλη(πομπός-δέκτης).

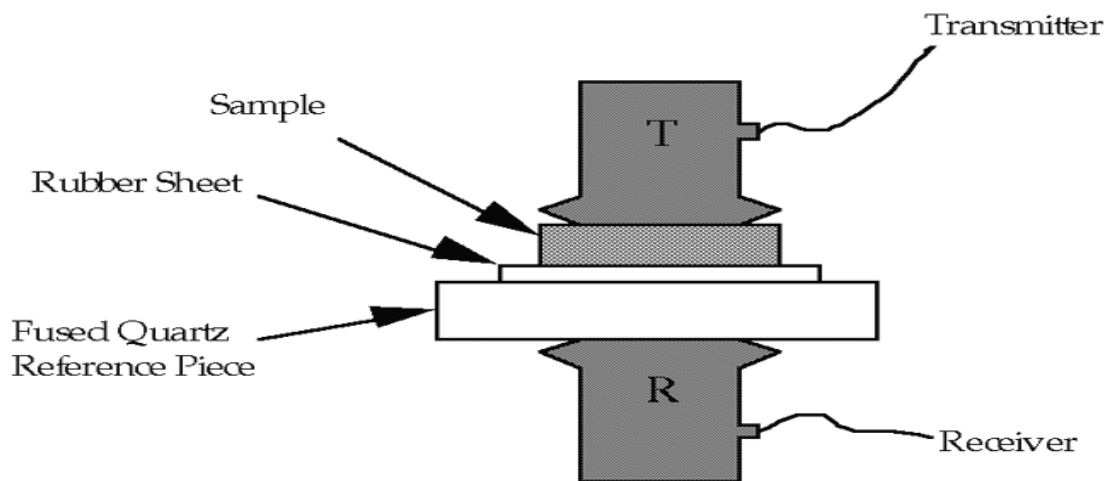
Σύμφωνα με αυτήν την μέθοδο που λέγεται αλλιώς και shadow method, χρησιμοποιούνται δύο κεφαλές, όπου η μία λειτουργεί σαν πομπός και βρίσκεται στην μια πλευρά του υλικού, ενώ η άλλη λειτουργεί σαν δέκτης και τοποθετείται στην απέναντι επιφάνεια.

Με την συγκεκριμένη μέθοδο, ελέγχουμε την ένταση του ήχου που λαμβάνουμε από την κεφαλή-δέκτη και την συγκρίνουμε με εκείνη που εξέπεμψε η κεφαλή-πομπός. Έτσι, λοιπόν είμαστε σε θέση να συγκρίνουμε την ένταση του ήχου όταν διέρχεται από ένα υλικό χωρίς ατέλειες, με την ένταση του ήχου όταν διέρχεται από περιοχή που περιέχει ατέλειες.

Για να είναι αποτελεσματική η μέθοδος της διελεύσεως, πρέπει οι ανιχνευόμενες ατέλειες να είναι μεγαλύτερου μεγέθους από το μήκος κύματος της υπερηχητικής δέσμης, όπως έχουμε εξηγήσει και νωρίτερα, διότι σε αυτή την περίπτωση λόγω του φαινομένου της περιθλάσεως η δέσμη θα υπερπηδά κατά το μεγαλύτερο ποσοστό τα εμπόδια.

Η συνθήκη που καθιστά εφικτή την μέθοδο αυτή είναι ότι πρέπει το υλικό να έχει τις δύο απέναντι επιφάνειές του παράλληλες. Άρα, όπως είναι προφανές, η μέθοδος αυτή δεν είναι πάντα εφικτή, όπως π.χ σε μεγάλες κατασκευές όταν δεν υπάρχει πρόσβαση στην πίσω επιφάνεια.

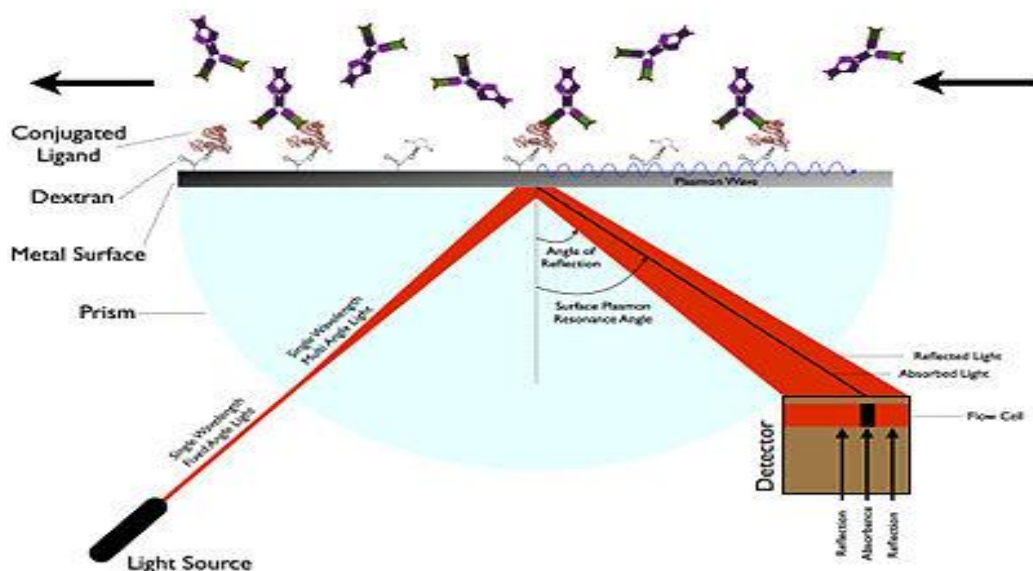
Το μεγάλο μειονέκτημα, ωστόσο της μεθόδου, είναι ότι δεν παρέχει πληροφορίες για το βάθος που βρίσκεται η ατέλεια, τον προσανατολισμό και το μέγεθός της.



Εικόνα 9.2 Σχηματική η υπερηχητική μέθοδος της διελεύσεως

Σημείωση: Παρόλα τα μειονεκτήματά της, η μέθοδος της σκιάς εφαρμόζεται ακόμη και σήμερα με μεγάλη επιτυχία σε ιδιαίτερα λεπτές πλάκες, όταν οι ατέλειες είναι παράλληλες προς την επιφάνειά τους, παρά το γεγονός ότι είναι η παλαιότερη μέθοδος.

9.1.2 Μέθοδος του συντονισμού

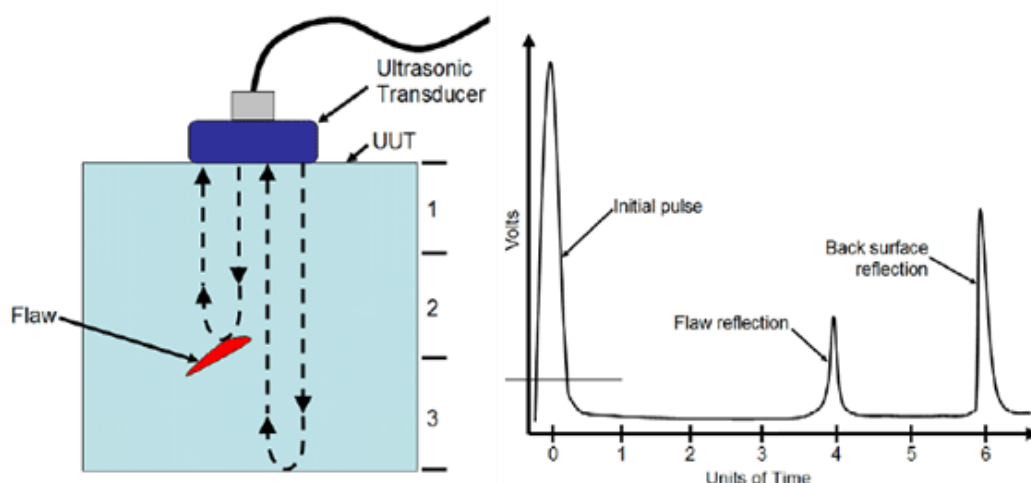


Εικόνα 9.3 υπερηχητική μέθοδος του συντονισμού

Η συγκεκριμένη μέθοδος διαφέρει από όλες τις υπόλοιπες, διότι δουλεύει με συνεχή υπερηχητικά κύματα. Σύμφωνα με αυτήν την μέθοδο ένα συνεχές υπερηχητικό κύμα μπορεί να διεγείρει σε ταλάντωση την πλάκα με την φυσική της συχνότητα. Ο συντονισμός της πλάκας υφίσταται μόνο όταν η συχνότητα του κύματος γίνει ίση με μία από τις χαρακτηριστικές συχνότητες της πλάκας. Πρόκειται για συγκεκριμένες συχνότητες στις οποίες δημιουργούνται στάσιμα κύματα και οι οποίες είναι γνωστές σαν φυσικές συχνότητες του συντονισμού.

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του πάχους και των ελαστικών σταθερών των υλικών, ενώ δεν ενδείκνυται για την ανίχνευση ατελειών.

9.1.3 Μέθοδος της παλμοηχούς

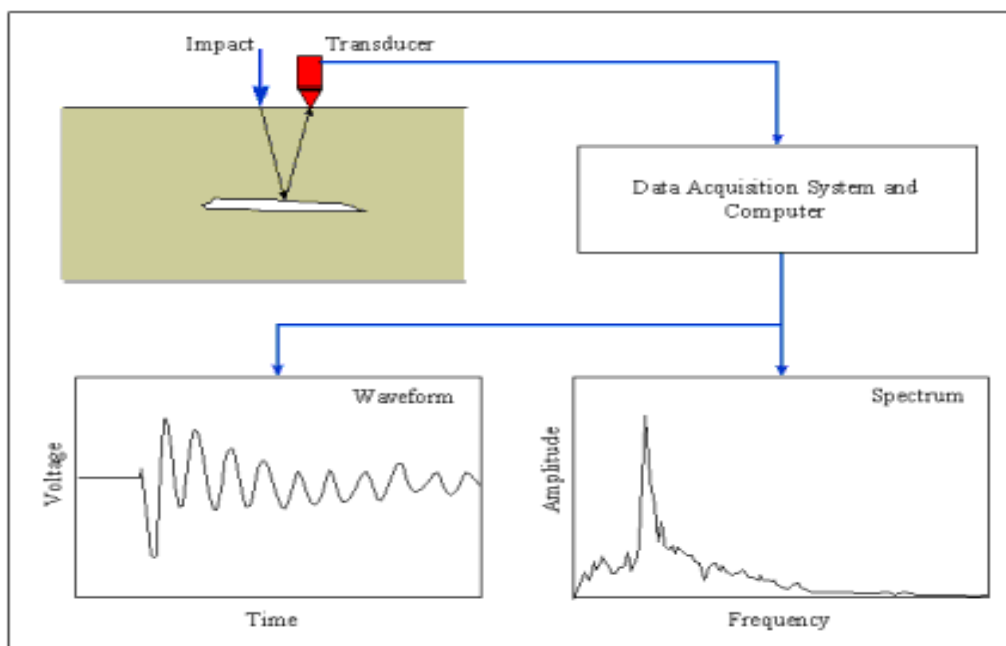


Εικόνα 9.3 Υπερηχητική μέθοδος της παλμοηχούς

Πρόκειται για την σημαντικότερη μέθοδο. Ονομάζεται, επίσης και σαν η μέθοδος του χρόνου διελεύσεως του παλμού (time of flight-TOF). Σε αυτήν την περίπτωση, υπολογίζεται τόσο το ύψος της ηχούς, που χαρακτηρίζει το μέγεθος του ανακλαστήρα, όσο και ο χρόνος διέλευσης του παλμού, ο οποίος χαρακτηρίζει το βάθος στο οποίο βρίσκεται ο

ανακλαστήρας. Ωστόσο, με αυτήν την μέθοδο, έχουμε και την δυνατότητα να υπολογίσουμε τις ελαστικές σταθερές αλλά και τις ακουστικές ιδιότητες των υλικών, καθώς επίσης και το πάχος.

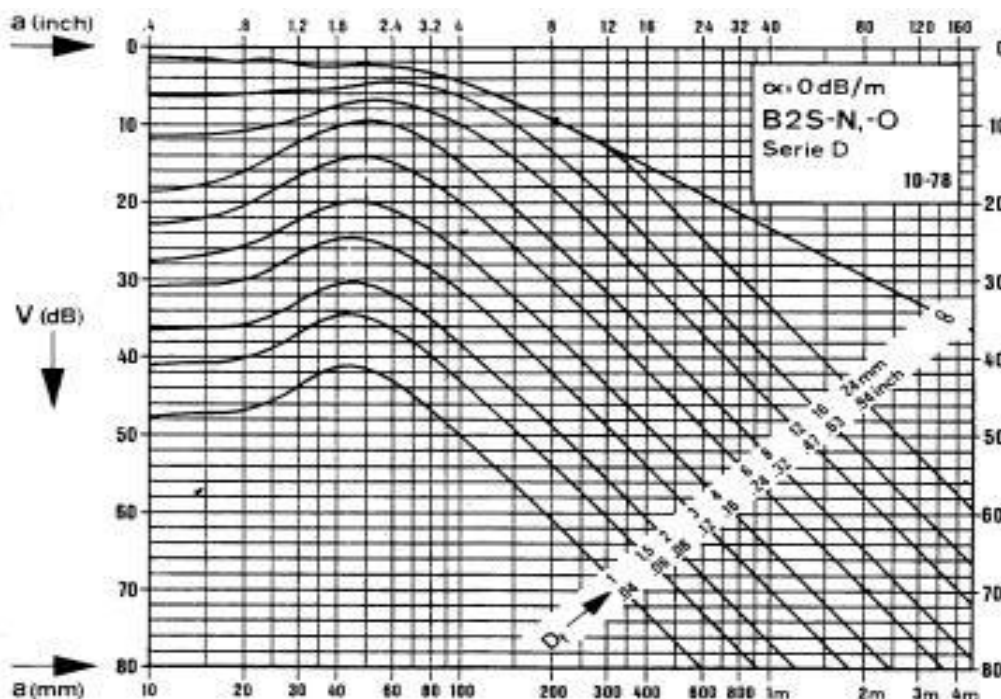
Από έναν πομπό παράγεται ένας ηχητικός παλμός, ο οποίος οδηγείται μέσα στο υλικό. Σε περίπτωση που συναντήσει μια ατέλεια(ανακλαστήρας), τότε αν το εμβαδόν της είναι μικρότερο από το εμβαδόν της ηχητικής δέσμης, μέρος της δέσμης ανακλάται από την ατέλεια, ενώ το υπόλοιπο συνεχίζει την πορεία του για να ανακληθεί στην συνέχεια από τα πίσω τοιχώματα του δοκιμίου. Σε περίπτωση, βέβαια, που η ηχητική δέσμη συναντήσει μία δεύτερη ή και παραπάνω ατέλειες, θα συμβεί ακριβώς το ίδιο. Η ηχώ που εκπεμφθεί από τον ανακλαστήρα, διανύει μικρότερη απόσταση από την ηχώ που εκπέμπεται από την πίσω επιφάνεια. Συνεπώς, επιστρέφει πρώτη στον δέκτη και ακολουθεί η ηχώ της πίσω επιφάνειας. Ο πομπός και ο δέκτης συνήθως είναι η ίδια κεφαλή, χωρίς αυτό να είναι απόλυτο διότι υπάρχουν και κεφαλές που λειτουργούν ξεχωριστά.



Εικόνα 9.4 Ανίχνευση ατελειών με την μέθοδο της παλμοηχούς

Τα πειραματικά αποτελέσματα εμφανίζονται σε μία οθόνη CRT(cathod ray tube), δηλαδή οθόνη καθοδικού σωλήνα. Στην συγκεκριμένη οθόνη που είναι εφοδιασμένη με κατάλληλη κλίμακα, εμφανίζεται πρώτα η ηχώ της ατέλειας και ύστερα η ηχώ της πίσω επιφάνειας του δοκιμίου. Και οι δύο εμφανίζονται σύμφωνα με την έντασή τους ή το ύψος τους και αναφέρονται ως ύψος της ηχούς(echo height).Στον άξονα των X απεικονίζονται οι αποστάσεις, ενώ στον Y, τα ύψη. Με τον χρόνο διέλευσης t υπολογίζεται η απόσταση a της ατέλειας, από τον εξής τύπο:

$$a = c * \frac{t}{2}$$



Εικόνα 9.5 Διάγραμμα DGS για υπολογισμό βάθους και μεγέθους ατελειών

Από την εικόνα της ηχούς που λαμβάνουμε στην οθόνη και κάνοντας χρήση του παραπάνω διαγράμματος DGS, μπορούμε να εξάγουμε πληροφορίες για το βάθος και το μέγεθος κάποιας ατέλειας. Κάθε τέτοιο διάγραμμα είναι μοναδικό για την κεφαλή

που χρησιμοποιούμε. Πρόκειται για χαραγμένες καμπύλες σε διαφανείς πλακέτες οι οποίες, τοποθετούνται μπροστά από την οθόνη της συσκευής. Απεικονίζουν την εξάρτηση του πλάτους V της ηχούς από μεγάλους και μικρούς ανακλαστήρες συναρτήσεως της αποστάσεως. Τα αρχικά DGS συμβολίζουν , το D την απόσταση, το G την ενίσχυση σε db και το S το μέγεθος του ισοδύναμου προς δίσκο διαμέτρου D_f ανακλαστήρα σε mm.

9.2.1 Πεδίο εφαρμογών μη καταστροφικού ελέγχου με την μέθοδο των υπερήχων

Εισαγωγικά σχόλια: Ως αρχικός στόχος των υπερήχων υπήρξε η ανίχνευση των ατελειών, καθώς και ο προσδιορισμός της γεωμετρίας και της θέσης τους μέσα στο υλικό. Όμως, μετά την ραγδαία ανάπτυξη και εξέλιξη αυτής της μεθόδου, καθώς και την συσχέτιση της εξάρτησης των ηχητικών κυμάτων από τις ιδιότητες των υλικών, επιτεύχθηκε η ανάπτυξη πλείστων υπερηχητικών μεθόδων που μας βοήθησαν στην μη καταστροφική μελέτη της συμπεριφοράς των υλικών. Ακολουθεί η αναλυτική χρήση των υπερήχων.

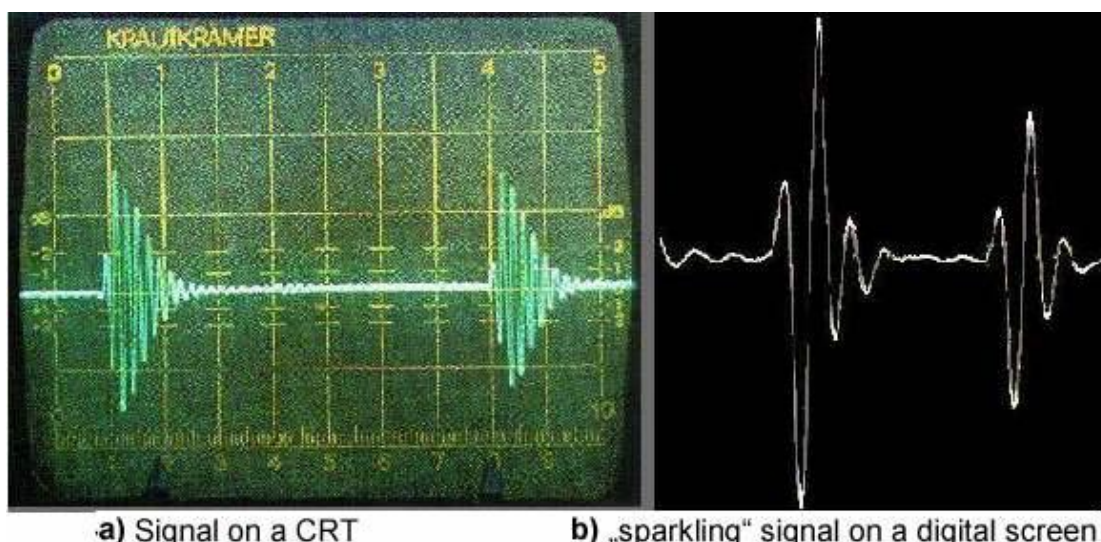
9.2.2 Προσδιορισμός της ταχύτητας των ηχητικών κυμάτων:

Χρησιμοποιώντας ένα δοκίμιο γνωστού πάχους d_x , τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα διάδοσης των ηχητικών κυμάτων c_x μέσα στο συγκεκριμένο υλικό. Απαραίτητη προϋπόθεση για να γίνει αυτό είναι η σωστή βαθμονόμηση της CRT-οθόνης με την βοήθεια της κατάλληλης πλάκας βαθμονόμησης, η οποία έχει γνωστό πάχος και γνωστή ταχύτητα

διέλευσης του ήχου C . Τα μεγέθη που προαναφέραμε συνδέονται με την σχέση:

$$C_x = C \frac{d_x}{d_g}$$

Όπου φυσικά d_g είναι η τιμή που αναγράφεται στην οθόνη.



Εικόνα 9.6 Σήμα σε CRT-οθόνη αριστερά

9.2.3 Προσδιορισμός του πάχους

Ένας από τους πιο διαδεδομένους μη καταστροφικούς ελέγχους σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις όσο αφορά τον μηχανολογικό εξοπλισμό, για τον χαρακτηρισμό διάβρωσης και φθοράς, είναι η μέτρηση πάχους με την μέθοδο των υπερήχων. Ο προσδιορισμός του πάχους, γίνεται με την χρήση δέσμης υπερήχων, γνωστής ταχύτητας και τον προσδιορισμό του χρόνου για την επιστροφή είτε απλή, είτε με διέλευση του ηχητικού κύματος και με κατάλληλη βαθμονομημένη οθόνη ή ψηφιακού μετρητή. Αυτός ο έλεγχος βρίσκει εφαρμογή στον προσδιορισμό

του πάχους λεβήτων, δεξαμενών, τοιχώματα πλοίων, συγκολλήσεων κ.λ.π



Εικόνα 9.7 Υπερηχητικό παχύμετρο

9.2.4 Ανίχνευση ατελειών

Κατά την διαδικασία παραγωγής ενός εξαρτήματος ή κατά το στάδιο λειτουργίας του , είναι δυνατόν να υπάρξουν ασυνέχειες οι οποίες μπορεί να επηρεάσουν μετέπειτα την λειτουργικότητα της κατασκευής. Οι ασυνέχειες μπορεί να είναι ρωγμές διαφόρων μεγεθών και κατευθύνσεων, φυσαλίδες, εγκλείσματα σκωρίας, ατελής προσκολλήσεις στην περίπτωση συνθέτων υλικών, κ.α. Βασιζόμενοι, ωστόσο, στην ανακλαστική ιδιότητα των υπερήχων , μπορούμε να ανακαλύψουμε τέτοιες πιθανές ασυνέχειες που μπορεί να οδηγήσουν σε αστοχία μία κατασκευή και να μπορέσουμε να τα επισκευάσουμε εγκαίρως προς αποφυγή περαιτέρω προβλημάτων.



Εικόνα 9.8 Υπερηχητικός ανιχνευτής ατελειών Krauthramer USN 60

9.2.5 Προσδιορισμός των τάσεων

Ο προσδιορισμός των εσωτερικών και εξωτερικών τάσεων που εφαρμόζονται σε ένα δοκίμιο επιτυγχάνεται μέσω του προσδιορισμού της ταχύτητας των εγκάρσιων και διαμηκών κυμάτων κατά την ελαστική παραμόρφωση του υλικού.

9.2.6 Έλεγχος και εξέταση της δομής του υλικού

Πρόκειται για μία σπουδαία εφαρμογή της μεθόδου των υπερήχων, που στηρίζεται στο γεγονός ότι η ταχύτητα του ήχου επηρεάζεται από τα διάφορα συστατικά του υλικού, αλλά και την ολκιμότητά του, την σκληρότητά του, όπως και τις μηχανικές του ιδιότητες.

9.2.7 Προσδιορισμός της ψαθυρότητας των υλικών

Η μέθοδος των υπερήχων εφαρμόζεται για τον προσδιορισμό της ψαθυρότητας των υλικών χωρίς να απαιτείται η θραύση τους. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται nill-ductility-transition temperature. Είναι μέθοδος ταχεία και αρκετά χαμηλού κόστους.



9.2.8 Προσδιορισμός της σκληρότητας των υλικών

Η μέθοδος των υπερήχων εφαρμόζεται για τον προσδιορισμό της σκληρότητας με την μέθοδο του Vickers . Η σκληρομέτρηση αυτή γίνεται με την εφαρμογή πολύ μικρών φορτίων τα οποία δημιουργούν αντίστοιχα πολύ μικρές ουλές, χωρίς να απαιτείται η λείανση της ελεγχόμενης επιφάνειας. Οι ενδείξεις της σκληρότητας λαμβάνονται απ' ευθείας με την βοήθεια κατάλληλου μετρητή, χωρίς να καθίσταται απαραίτητη η μέτρηση των ουλών, με οπτικές διατάξεις όπως γίνεται στις συμβατικές σκληρομετρήσεις κατά Vickers. Με την μέθοδο αυτή ο αδαμάντινος διεισδυτής, προσαρμόζεται στην μία άκρη της ράβδου, η οποία διεγείρεται σε ταλάντωση με μία αρχική συχνότητα. Η ταλάντωση της ράβδου επιτυγχάνεται με βάση το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο. Καθώς ο διεισδυτής προχωράει στο ελεγχόμενο υλικό η συχνότητα της ταλάντωσης μεταβάλλεται.

Το μέγεθος της διείσδυσης και η μεταβολή της συχνότητας εξαρτώνται από την σκληρότητα του υλικού προς εξέταση. Έτσι μετρώντας την συχνότητα ταλάντωσης της ράβδου, προσδιορίζουμε την επιφανειακή σκληρότητα. Η συσκευή είναι εφοδιασμένη με κατάλληλο μετατροπέα, ώστε με την κίνηση ενός διακόπτη η σκληρότητα Vickers να μετατρέπεται σε σκληρότητα Rockwell.

Τα πλεονεκτήματα του προσδιορισμού της σκληρότητας με την χρήση υπερήχων (Ultrasonic Contact Impedance-USI), έγκειται στο ότι χρησιμοποιείται εύχρηστη ελαφριά φορητή συσκευή, οι ενδείξεις της οποίας δίνουν αμέσως σε μια ψηφιακή οθόνη την σκληρότητα Vickers ή Rockwell. Τέλος , να πούμε ότι η μέθοδος προσφέρεται για πολύ μικρές επιφάνειες και για όλα τα είδη μετάλλων.



Εικόνα 9.9 Υπερηχητικό σκληρόμετρο

9.2.9 Μη συμβατική κατεργασία των υλικών με υπερήχους

Ονομάζεται και (mechanical NTM process). Σύμφωνα με αυτή την τεχνική, κατάλληλη συσκευή που χρησιμοποιεί εργαλείο κατασκευασμένο συνήθως από μαλακό μέταλλο, που πάλλεται με υπερηχητική ταχύτητα μπορεί με κατάλληλη διαδικασία να επεξεργάζεται, δηλαδή να κόβει οποιοδήποτε υλικό και ιδιαίτερα υλικά με σκληρότητα μεγαλύτερη από $HR_C=40$.

9.2.10 Γενική χρήση των υπερήχων

- Ιατρική επιστήμη
- Κτηνοτροφία
- Βιομηχανία
- Συγκόλληση αλουμινίου
- Εξαέρωση υγρών και λιωμένων μετάλλων
- Αποπαραφίνωση πετρελαίου
- Υπερηχητικός καθαρισμός υλικών

9.3.1 Εύρεση ελαστικών σταθερών E,G, ν με την μέθοδο των υπερήχων

Αυτήν την παράγραφο θα μπορούσαμε να την συμπεριλάβουμε κάλλιστα στην προηγούμενη ενότητα, αλλά επειδή έχει τεράστια σημασία για το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής, θα της αφιερώσουμε ξεχωριστή ενότητα. Οπότε ,για τον υπολογισμό των ελαστικών σταθερών είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε την διαμήκη και εγκάρσια ταχύτητα του ήχου στο υπό εξέταση υλικό καθώς και την πυκνότητά του ρ . Έτσι , χρησιμοποιώντας τις παρακάτω σχέσεις , παίρνουμε:

$$\nu = \frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2}{1 - \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2} = \frac{c_l^2 - 2c_t^2}{2c_l^2 - 2c_t^2}, \quad \text{Ο λόγος Poisson}$$

$$G = 2\rho C_t^2, \quad \text{το μέτρο διογκώσεως}$$

$$E = 4\rho C_t^2 \frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2}{1 - \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2} = \rho C_t^2 \frac{3c_l^2 - 4c_t^2}{c_l^2 - c_t^2} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \rho C_l^2$$

Το μέτρο ελαστικότητας

Και όπου C_l η διαμήκης και C_t η εγκάρσια ταχύτητα του ήχου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

10.1.1. Πειραματική διαδικασία εύρεσης ελαστικών σταθερών E, G, ν με την μέθοδο των υπερήχων σε σύνθετα κοκκώδη υλικά με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου

Αρχικά να αναφέρουμε ότι τα πειράματα διεξήχθησαν στο εργαστήριο αντοχής υλικών με την μέθοδο της παλμοχούς (βλέπε κεφάλαιο 9). Όταν οι υπερηχητικοί παλμοί εισχωρούν σε ένα δοκίμιο, αντανακλούν σε μία ασυνέχεια ή στο πίσω μέρος του δοκιμίου. Το μέγεθος της ηχητικής αντανάκλασης εξαρτάται από τις αλλαγές στην εμπέδηση κατά μήκος του δοκιμίου. Για να καθοριστούν οι ταχύτητες των διαμηκών και εγκαρσίων κυμάτων από κάθε κλάσμα όγκου του συνθέτου υλικού ελέγχθησαν με υπερήχους σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. Κατά την διάρκεια κάθε πειράματος οι ποσότητες που καταγράφηκαν στην οθόνη της συσκευής ήταν το εκτιμώμενο πάχος d_g του συνθέτου και του ύψους της ηχούς. Μετρήσεις σε τρία διαφορετικά σημεία σε κάθε ένα από τα πέντε δοκίμια εκπονήθηκαν. Από αυτές τις ποσότητες και χρησιμοποιώντας την **εξίσωση 1** που θα δούμε παρακάτω, υπολογίσαμε την ταχύτητα c_l . Μία κατάλληλη κεφαλή για την εκτίμηση των διαμηκών κυμάτων με συχνότητα 4 MHz χρησιμοποιήθηκε. Ωστόσο για την εκτίμηση των εγκαρσίων κυμάτων, χρησιμοποιήσαμε κεφαλή συχνότητας 2MHz. Αναλυτικά, το σύστημα που χρησιμοποιήθηκε αποτελείται από έναν υπερηχητικό πομπό-δέκτη που λειτουργεί σε συχνότητες από **0.5-15MHz**, για τον εντοπισμό ελαττωμάτων τύπου Krautkramer, που μπορεί να παράγει και να λαμβάνει ηλεκτρικά

σήματα μέχρι **15 MHz**. Δύο κεφαλές χρησιμοποιήθηκαν τύπου K2G, K2N που μπορούσαν να παράγουν υπερήχους των 2,4 MHz αντίστοιχα. Μία απλή μηχανή για παροχή λαδιού στην επιφάνεια των δοκιμίων έτσι ώστε να τοποθετηθούν οι κεφαλές. Οι υπερηχητικοί παλμοί που παράγονται εισχωρούν στο δοκίμιο μέσω του πομπού και τα ανακλώμενα σήματα απορροφούνται από τον δέκτη και εμφανίζονται στην οθόνη της συσκευής. Η ταχύτητα του ήχου c_l^x των διαμηκών κυμάτων του κάθε δοκιμίου, υπολογίστηκε από την σχέση:

$$c_l^x = c_l \frac{d_x}{d_g}, \quad (1)$$

Όπου c_l είναι η ταχύτητα του ήχου του δοκιμίου αναφοράς, d_x είναι η πραγματική τιμή του πάχους του δοκιμίου και d_g είναι η εκτιμώμενη τιμή του πάχους του δοκιμίου που μετράται στην οθόνη της συσκευής.

Ομοίως προκύπτει και η ταχύτητα του ήχου των εγκάρσιων κυμάτων c_t^x :

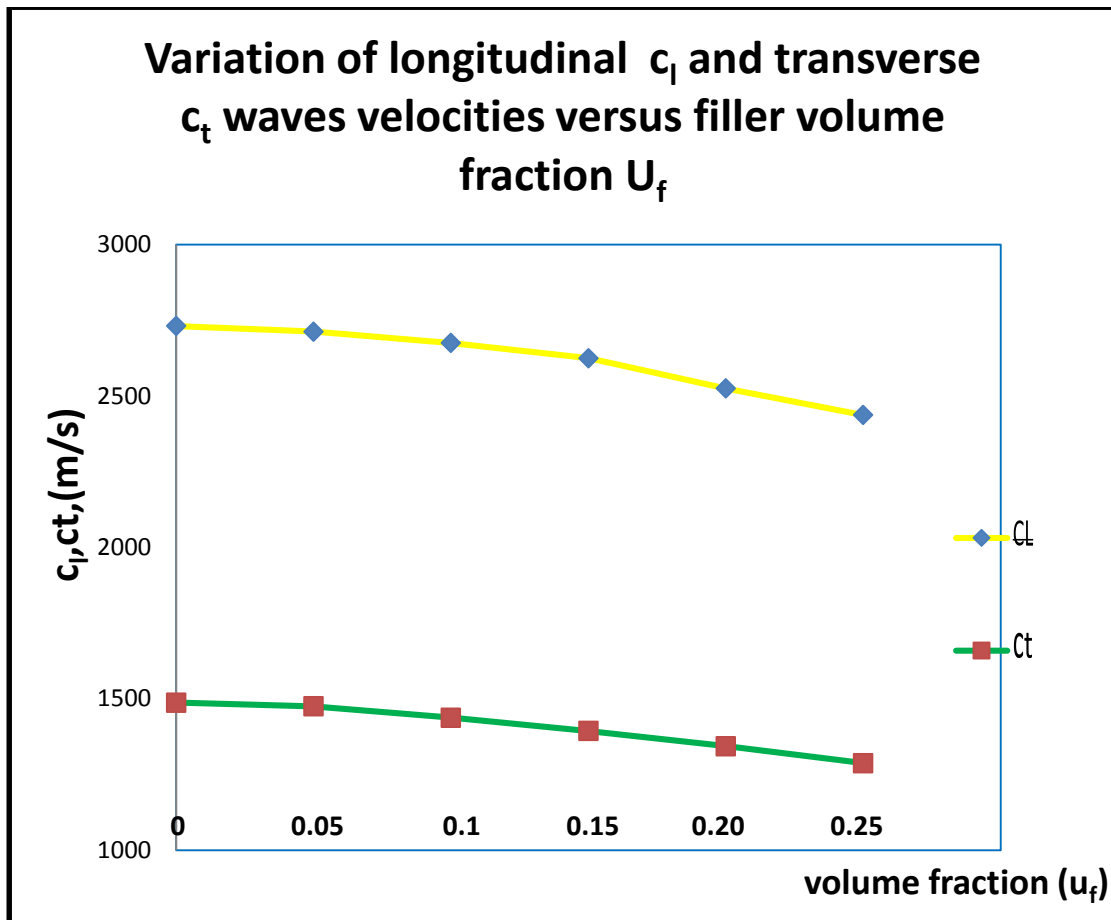
$$c_t^x = c_t \frac{d_x}{d_g}, \quad (2)$$

10.2.1 Πειραματικά αποτελέσματα εύρεσης ελαστικών σταθερών E, G, ν με την μέθοδο των υπερήχων σε σύνθετα κοκκώδη υλικά με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου και σύγκριση με τα δυναμικά αποτελέσματα του 11-φασικού μοντέλου

Στον παρακάτω πίνακα παρατίθενται τα αποτελέσματα των ταχυτήτων των διαμηκών c_l και εγκαρσίων κυμάτων c_t συναρτήσει του ποσοστού εγκλεισμάτων u_f .

U_f	$C_l(\text{m/sec})$	$C_t(\text{m/sec})$
0.00	2731.25	1487.50
0.05	2712.50	1475.00
0.10	2675.00	1437.50
0.15	2625.00	1393.75
0.20	2525.00	1343.75
0.25	2437.50	1287.50

Πίνακας 10.1



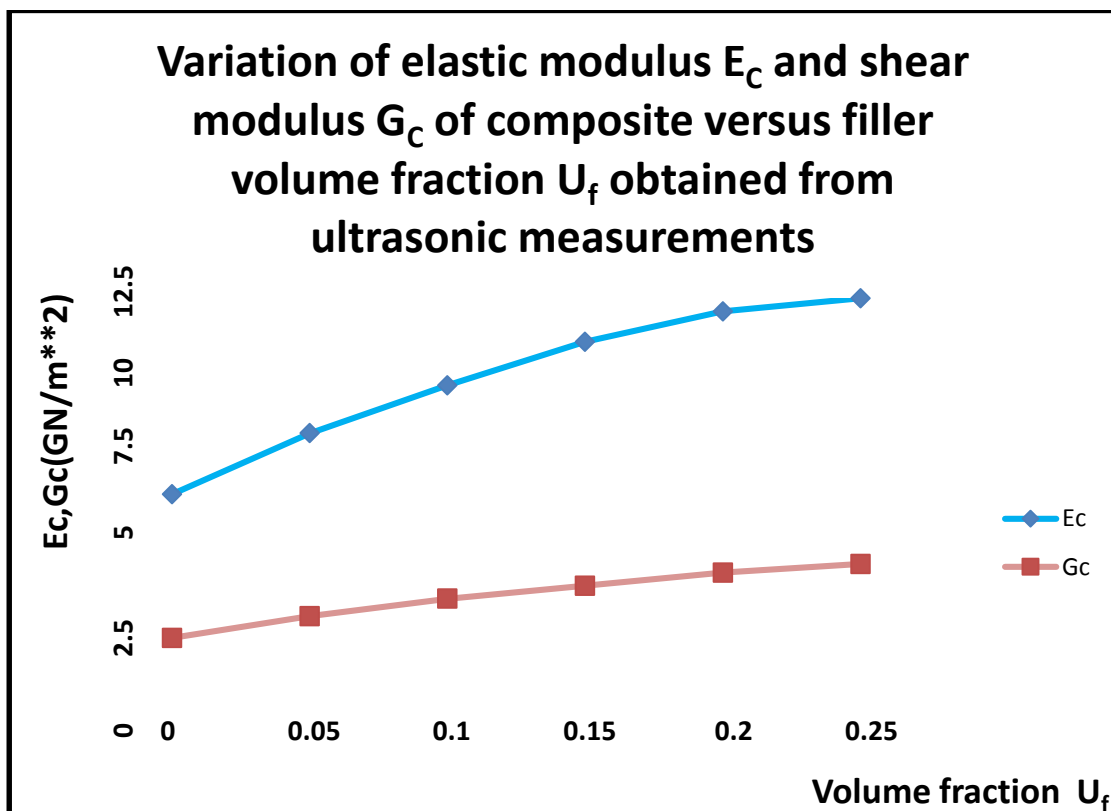
Διάγραμμα 10.1

Το παραπάνω διάγραμμα δείχνει την μεταβολή των ταχυτήτων των διαμηκών και εγκαρσίων κυμάτων συναρτήσει του ποσοστού των εγκλεισμάτων. Έτσι παρατηρώντας το διάγραμμα είναι προφανές ότι όσο το ποσοστό των εγκλεισμάτων αυξάνεται και οι δύο ταχύτητες μειώνονται.

Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα των μέτρων ελαστικότητας E_c και μέτρων διάτμησης G_c συναρτήσει του ποσοστού εγκλεισμάτων u_f . Τα αποτελέσματα αυτά έχουν προκύψει από μετρήσεις με υπερήχους.

U_f	$E_C(GPa)$	$G_C(GPa)$
0.00	6.875	2.750
0.05	8.625	3.375
0.10	10.000	3.875
0.15	11.250	4.250
0.20	12.125	4.625
0.25	12.500	4.875

Πίνακας 10.2



Διάγραμμα 10.2

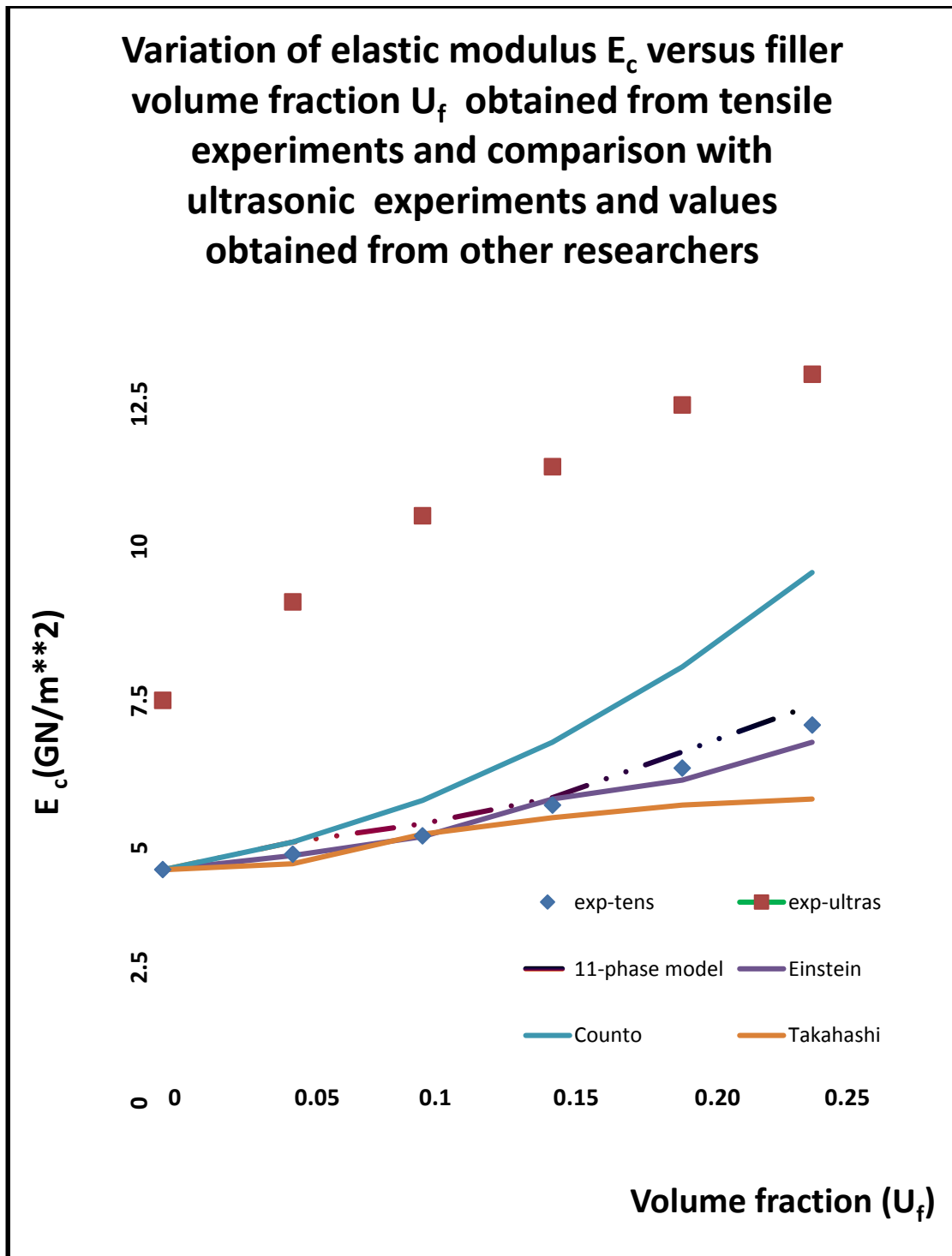
Από το διάγραμμα 10.2 φαίνεται ότι όσο το ποσοστό των εγκλεισμάτων αυξάνεται και το μέτρο ελαστικότητας και το μέτρο διάτμησης αυξάνονται.

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των πειραματικών δεδομένων του μέτρου ελαστικότητας E_c των πειραμάτων εφελκυσμού, υπερήχων καθώς και τα αποτελέσματα από το ενδεκαφασικό μοντέλο που κατασκευάσαμε, μαζί και με αποτελέσματα κάποιων άλλων ερευνητών συναρτήσει του ποσοστού εγκλεισμάτων u_f . Τα αποτελέσματα των υπερήχων και του εφελκυσμού έγιναν στα εργαστήρια αντοχής υλικών του εθνικού μετροβίου πολυτεχνείου .

U_f	<i>Exp-tens</i> E'_c (GPa)	<i>Exp-Ultras</i> E'_c (GPa)	<i>11-phase model</i> E'_c (GPa)
0.00	3.748	6.739	3.748
0.05	4.021	8.478	4.235
0.10	4.347	10.000	4.562
0.15	4.891	10.870	5.024
0.20	5.543	11.960	5.832
0.25	6.304	12.500	6.657

<i>Einstein model</i> E_c (GPa)	<i>Counto model</i> E_c (GPa)	<i>Takahashi model</i> E_c (GPa)
3.748	3.748	3.748
4.000	4.235	3.852
4.333	4.974	4.376
5.000	6.000	4.667
5.333	7.333	4.889
6.000	9.000	5.000

Πίνακας 10.4



Διάγραμμα 10.4

Από το παραπάνω διάγραμμα μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε ότι το 11-φασικό μοντέλο που εφαρμόσαμε στην παρούσα διπλωματική εργασία και η σχέση που υπολογίζει το

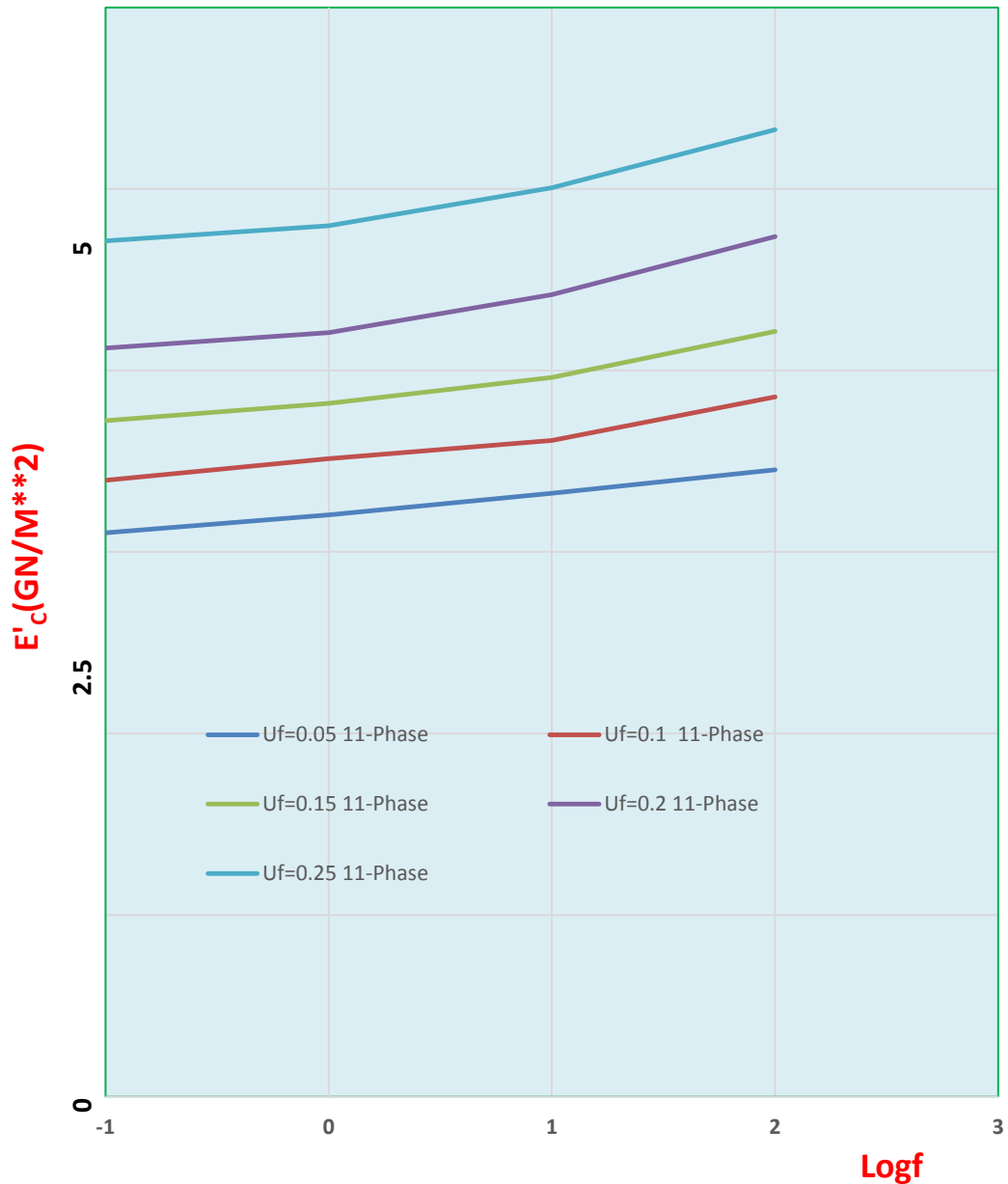
μέτρο ελαστικότητας είναι αρκετά ακριβής λύση διότι πρακτικά ταυτίζεται με τα πειραματικά δεδομένα, αλλά και με τις εκφράσεις των ερευνητών είναι αρκετά κοντά. Ωστόσο, τα πειραματικά δεδομένα που αφορούν τους υπερήχους είναι αρκετά υψηλότερα από τα άλλα λόγω της συχνότητας που εισέρχεται στους υπολογισμούς. Αυτό που διακρίνουμε, όμως και ισχύει για όλα τα δεδομένα είναι ότι όσο αυξάνεται η περιεκτικότητα των εγκλεισμάτων, τόσο αυξάνεται και το μέτρο ελαστικότητας και αυτό είναι λογικό διότι το σύνθετο υλικό τείνει στο μέτρο ελαστικότητας του εγκλείσματος που είναι σίδηρος και έχει το μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας από κάθε επιμέρους στοιχείο του σύνθετου υλικού μας.

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c του εντεκαφασικού μοντέλο που αναπτύξαμε σε αυτή την εργασία καθώς και των πειραματικών δεδομένων συναρτήσει της συχνότητας f για διαφορετικές τιμές του ποσοστού των εγκλεισμάτων U_f , όπως το δείξαμε και στο κεφάλαιο 7 για να μπορέσουμε να το συγκρίνουμε με τα αποτελέσματα από τους υπερήχους με 2 MHz συχνότητα.

Logf	$U_f=0.05$	$U_f=0.10$	$U_f=0.15$	$U_f=0.20$	$U_f=0.25$
-1	3.105	3.395	3.723	4.124	4.713
0	3.205	3.514	3.819	4.209	4.798
1	3.324	3.615	3.962	4.417	5.006
2	3.453	3.854	4.215	4.738	5.327

Πίνακας 10.5

VARIATION OF DYNAMIC ELASTIC MODULUS OF COMPOSITE E'_c VERSUS FREQUENCY FOR DIFFERENT VALUES OF FILLER VOLUME FRACTION U_f



Διάγραμμα 10.5

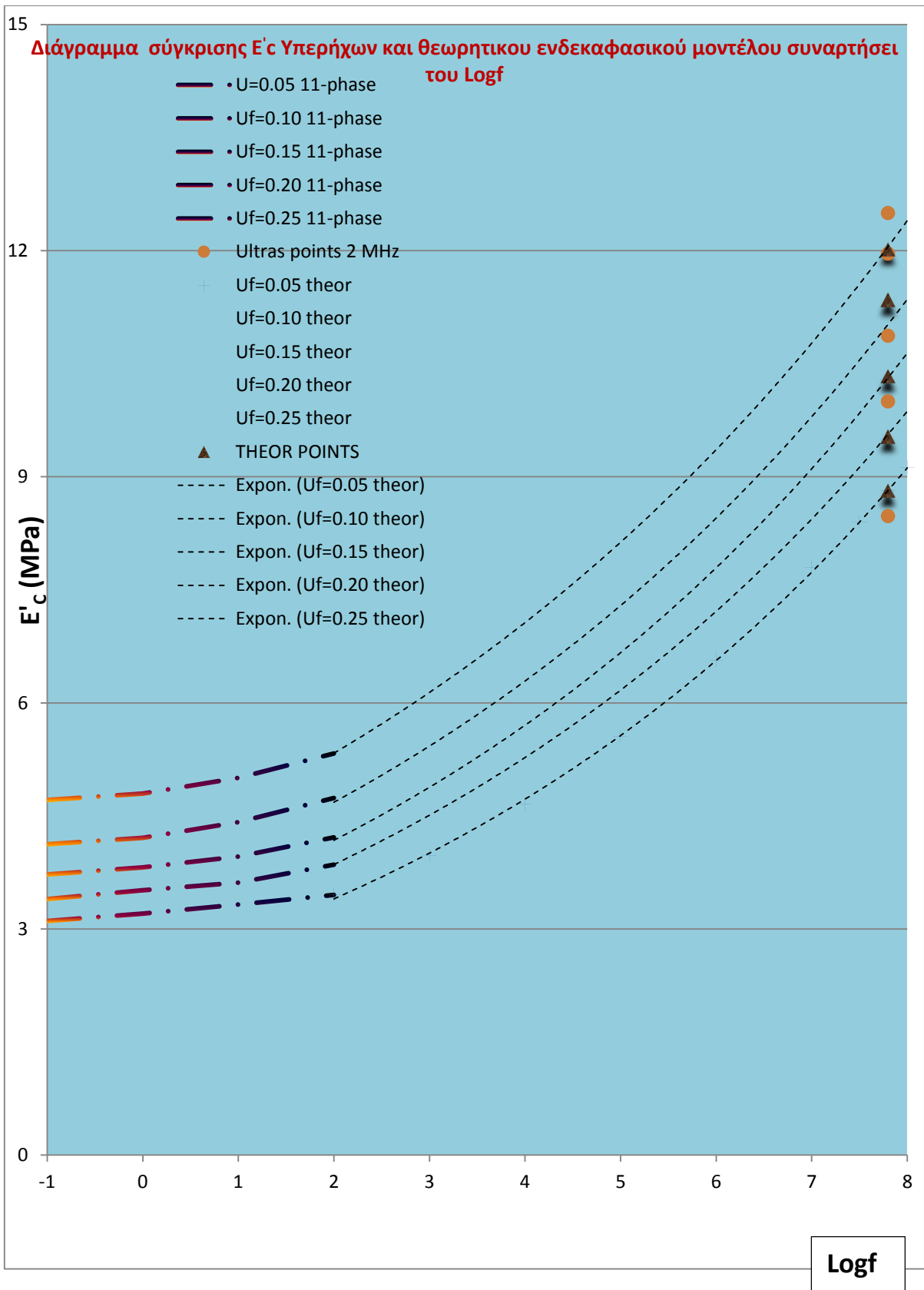
U_f	$E' c(\text{GPa})$	$\log f$
0.00	6.739	7.8
0.05	8.478	7.8
0.10	10.000	7.8
0.15	10.870	7.8
0.20	11.960	7.8
0.25	12.500	7.8

Πίνακας 10.6

*Διότι $\log 2 * 10^6 = 6 * \log 20 = 7.8$*

$E' c(\text{11-phase model theor}) \text{ GPa}$	$E' c(\text{ultrasonic 2MHz}) \text{ GPa}$	(%) Διακύμανση $E' c$
8.815	8.478	+3%
9.532	10	-3.9%
10.334	10.87	-3.8%
11.345	11.96	-4.2%
12.015	12.5	-4%

Πίνακας 10.7



Διάγραμμα 10.6

10.3.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία , αναπτύξαμε ένα θεωρητικό ενδεκαφασικό μοντέλο με σκοπό τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας E_c ,καθώς και του συνθέτου μέτρου(μιγαδικού) ελαστικότητας E_c^* σύνθετου υλικού με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου συναρτήσει της κατ ' όγκο περιεκτικότητας σε εγκλείσματα.

Για να το πετύχουμε αυτό, θεωρήσαμε ότι η κατανομή των εγκλεισμάτων στο χώρο, σε σχέση με την μήτρα, είναι συγκεκριμένη και μοντελοποιείται με την μορφή κύβου ή πυραμίδας, ενώ θεωρήσαμε και την ύπαρξη της ενδιάμεσης φάσης , η οποία συνδυάζει χαρακτηριστικά τόσο της μήτρας όσο και των εγκλεισμάτων. Στην συνέχεια, αντιστοιχήσαμε το μοντέλο σε αντίστοιχο σφαιρικό, ώστε να γίνουν με μεγαλύτερη ευχέρεια οι υπολογισμοί.

Αρχικά, υπολογίσαμε την μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης E_i που μας έδωσε το καθένα από τα τέσσερα κυβικά μοντέλα και συγκρίναμε τα αποτελέσματα που έδωσε το κάθε μοντέλο. Έπειτα υπολογίσαμε το μέτρο ελαστικότητας του σύνθετου υλικού E_c όπως αυτό προέκυψε από την διαφορετική τιμή του E_i που έδωσε το κάθε κυβικό μοντέλο και συγκρίναμε τα αποτελέσματα αυτά μεταξύ τους καθώς και με αποτελέσματα άλλων ερευνητών.

Επιλογικά, αναπτύξαμε το ενδεκαφασικό μοντέλο για την εύρεση του E_c και στην συνέχεια με την βοήθεια της μιγαδικής ανάλυσης , υπολογίσαμε το μιγαδικό μέτρο ελαστικότητας E_c^* ,δηλαδή το δυναμικό μέτρο E_c' και το μέτρο απωλειών E_c'' . Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίθηκαν με πειραματικά δεδομένα καθώς και με άλλα μοντέλα ερευνητών. Τέλος, τα αποτελέσματα του μοντέλου μας,

όσο αφορά το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας E'_C και για συχνότητες μέχρι 100Hz απεικονίστηκαν σε ένα διάγραμμα συναρτήσεως των συχνοτήτων $\log f$ και συγκρίθηκαν με πειράματα από υπερήχους και συχνότητα 2MHz. Όπως είναι κατανοητό, για το διάστημα από 100Hz-2MHz δεν μας παρέχεται πληροφορία για το πώς μεταβάλλεται το E'_C γι' αυτό και η σύγκριση είναι προσεγγιστική.

10.3.2 Συμπεράσματα για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας E_c του σύνθετου υλικού

Αφού μελετήσαμε αρκετά όλα τα διαγράμματα της παρούσας εργασίας συμπεραίνουμε ότι:

- Όσο αφορά το μέτρο ελαστικότητας της ενδιάμεσης φάσης E_i του σύνθετου υλικού, η τιμή του μεταβάλλεται (μειώνεται) καθώς αυξάνει η ακτίνα r , δηλαδή η απόσταση από το κέντρο της σφαίρας στην οποία βασίζουμε την μοντελοποίηση μας.
- Ο λόγος Poisson της ενδιάμεσης φάσης ν_i μεταβάλλεται (αυξάνεται) όσο αυξάνει η ακτίνα r δηλαδή η απόσταση από το κέντρο της σφαίρας στην οποία βασίζουμε την μοντελοποίηση μας.
- Για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας συνθέτου υλικού με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου, προτιμήσαμε το **κυβικό μοντέλο 1** για την καλύτερη αντιμετώπιση του προβλήματος.

- Όσο για το λόγο Poisson του συνθέτου υλικού μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όλα τα μοντέλα με την ίδια ακρίβεια, λόγω του ότι δεν υπάρχει μεγάλη διαφοροποίηση μεταξύ του λόγου Poisson της μήτρας και των εγκλεισμάτων.
- Ο τελικός τύπος που προέκυψε από την ανάπτυξη του ενδεκαφασικού μας μοντέλου για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας αποτελεί μία αρκετά καλή προσέγγιση της πραγματικής τιμής του μέτρου ελαστικότητας του συνθέτου υλικού με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου με διάμετρο $d=150\mu\text{m}$, διότι οι τιμές αυτές ταυτίζονται με τα πειραματικά αποτελέσματα καθώς και με κάποια μοντέλα ερευνητών όπως του Takahashi.
- Τέλος, όσο αφορά το μέτρο ελαστικότητας E_c με την αύξηση της κατ'όγκο περιεκτικότητας του συνθέτου υλικού σε εγκλείσματα, τόσο αυξάνεται και το μέτρο ελαστικότητας.

10.3.3 Συμπεράσματα για τον υπολογισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c και του μέτρου απωλειών E''_c του σύνθετου υλικού

Αφού μελετήσαμε αρκετά όλα τα διαγράμματα της παρούσας εργασίας, συμπεραίνουμε ότι:

- Όσο αυξάνεται η κατ'όγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα και για σταθερή συχνότητα φόρτισης

αυξάνεται και το μέτρο ελαστικότητας και το μέτρο απωλειών του συνθέτου υλικού.

- Για αύξηση της ημιτονοειδούς φόρτισης, και για σταθερή περιεκτικότητα σε εγκλείσματα αυξάνεται και το μέτρο ελαστικότητας και το μέτρο απωλειών του συνθέτου υλικού.
- Έχουμε σύγκλιση πειραματικών αποτελεσμάτων με αυτά που πήραμε από το ενδεκαφασικό μοντέλο που αναπτύξαμε, τόσο για τον υπολογισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c , όσο και για το μέτρο απωλειών E''_c .
- Το ενδεκαφασικό μοντέλο προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια τα πειραματικά δεδομένα σε όλα τα διαγράμματα που σχεδιάσαμε σε προηγούμενα κεφάλαια όσο αφορούν τις σχέσεις E'_c-U_f , E''_c-U_f , $E'_c-\log f$, $E''_c-\log f$, σε σχέση με όλες τις θεωρητικές σχέσεις που έχουν αναπτύξει οι ερευνητές π.χ (Einstein, Takahashi, Kerner...).
- Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε ότι αυξανόμενης της θερμοκρασίας και για σταθερή κατόγκο περιεκτικότητα σε εγκλείσματα, μειώνεται το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας E'_c του συνθέτου υλικού όπως αναμέναμε.

10.3.4 Συμπεράσματα για τον υπολογισμό του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c και σύγκριση του με αποτελέσματα των υπερήχων

Τα αποτελέσματα που πήραμε από το ενδεκαφασικό μοντέλο που αναπτύξαμε στην παρούσα εργασία συγκρινόμενα με κάποια πειραματικά δεδομένα μας έδειξαν ότι το μοντέλο αυτό είναι ένα αξιόπιστο εργαλείο υπολογισμού του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c . Ωστόσο, οι πληροφορίες για το πώς μεταβάλλεται το E'_c που έχουμε από τα αποτελέσματα του ενδεκαφασικού μοντέλου είναι μέχρι 100Hz, άρα σε λογαριθμική κλίμακα $\log 100=2$. Τα αποτελέσματα των υπερήχων από την άλλη, είναι της τάξης των 2MHz που σημαίνει $\log 2.000.000=7,8$. Άρα, στη λογαριθμική κλίμακα από το 2 έως το 7.8 δεν έχω πληροφορία τι γίνεται (βλέπε διάγραμμα 10.6). Ωστόσο το E'_c από το μοντέλο αν μελετηθεί προσεκτικότερα θα διαπιστώσουμε ότι ακολουθεί σχεδόν κάποια εκθετική μεταβολή. Οπότε την προεκτείνουμε και βλέπουμε ότι ακολουθώντας αυτή την μεταβολή τα αποτελέσματα προσεγγίζουν τα αποτελέσματα υπερήχων σε ικανοποιητικό σημείο της τάξης του 97%. Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο μας δίνει αποτελέσματα με μεγάλη ακρίβεια και το 3% που έχει απόκλιση μπορεί να οφείλεται στην προέκταση της εκθετικής μεταβολής που έχει μια ελάχιστη απόκλιση, είτε στο γεγονός ότι το μοντέλο αναπτύχθηκε με κάποιες παραδοχές που συνιστούν σε τέλεια πρόσφυση μεταξύ μήτρας – εγκλεισμάτων και τέλειο σφαιρικό σχήμα κόκκων που στην πραγματικότητα δεν υφίστανται.

10.3.5 Τελικό συμπέρασμα

Το τελικό συμπέρασμα που λαμβάνουμε μετά το πέρας της παρούσας εργασίας είναι ότι το ενδεκαφασικό μοντέλο που αναπτύξαμε είναι ένα ικανοποιητικά ακριβές εργαλείο υπολογισμού του E'_c σε σύνθετα υλικά με μήτρα εποξειδικής ρητίνης και εγκλείσματα σιδήρου και συγκρινόμενο με εκφράσεις άλλων ερευνητών , αποδεικνύει ότι αποτελεί ένα ακριβές εργαλείο υπολογισμού του δυναμικού μέτρου ελαστικότητας E'_c και απωλειών E''_c ενός σύνθετου υλικού που καταπονείται δυναμομηχανικά. Τέλος, σε σύγκριση με τους υπερήχους , το ενδεκαφασικό μοντέλο μας δίνει αποτελέσματα με σφάλμα 3% μόνο, πράγμα που αποδεικνύει ότι είναι εύχρηστο εργαλείο και μπορεί ακόμη και να προβλέπει ικανοποιητικά τα αποτελέσματα των υπερήχων.

Κεφάλαιο 11:Βιβλιογραφία

Α' ΜΕΡΟΣ

1. S. Ahmed and F. R. Jones, *Composites* 19 (1988) 277.
2. Αθανασάκος Γιώργος ,Στατικές και Δυναμικές Ελαστικές Σταθερές των Κοκκωδών Συνθέτων Υλικών , Διπλωματική Εργασία, Αθήνα Ιούλιος 2008.
3. K.Bills, K.Sweeny and F.Salcedo, *J.Appl.Polym.Sci.* , 12, 259(1960)
4. A. M. Bueche, *J. Polym. Sci.* 25 (1957) 139.
5. F. Bueche, “Molecular Basis for the Mullins Effect”, *Jnl. Appl. Polym. Sci.*, Vol. 4, pp. 107-114,(1960).
6. F.Bueche, *J.Appl.Pol.Sci.* 4,107(1960)
7. W. Callister, Jr, *Επιστήμη και τεχνολογία των υλικών, εκδόσεις Τητόλα, 2000*
8. <http://www.cem.msu.edu/~reusch/VirtualText/polymers.htm>
9. R. M. Christensen, “*Mechanics of Composite Materials*”, (Wiley New York, 1979).
10. T. S. Chow, *J. Polym. Phys.* 16 (1978) 959.
11. R. L. Dickie, *J. Appl. Polym. Sci.*, 17 (1973) 454.
12. H. Eilers and Van Dyck, *kolloid Z*, Vol. 97, pp. 313-318, (1941).
13. A. Einstein, “*Über die von Molekularkinetischen theorie der. Warme Gefoderto Bewegung von in Ruhenden Flussigkeiten suspendionten Teilchen*”, *Ann Physic*, Vol. 17, p. 549, (1905), “*Eine Neue Bestimmung der Molekuldimensionen*”, *Ann Physic*, Vol 19, p. 289, (1906), “*Berichtigung zu meiner Arbeit Eine neue Bestimmung der Molekuldimensionen*”, Vol. 34, p. 591, (1911).
14. Guth, *J. Appl. Phys* 15 (1945) 20.
15. H. Hashin and B. W. Rosen, *J. Appl. Mech.* 31 (1964) 223.
16. R. Hill, *J. Mech, Phys. Solids* 13 (1965) 213.
17. E. H. Kerner, “*The Elastic and Thermoelastic Properties of Composite Media*”, *Proc. Phys. Soc.* 698, pp. 808-813, (1956).
18. Ε.Κοντού, Σχέση δομής και θερμομηχανικής συμπεριφοράς εποξειδικής ρητίνης τροποποιημένης με μηχανικά και χημικά πρόσθετα, 1, 43,(1985)
19. J.Leidner and R.T.Woodhams, *J.Appl.Pol.Sci.*,18,1639(1974).
20. T.Lewis and L. Nielsen, *J. Appl. Polym. Sci.* 14 (1970) 1449.
- 21.Παυλογιάννης. Σ διπλωματική εργασία: Μελέτη της ελαστικής και ιξώδους αποκρίσεως των συνθέτων υλικών δια της θεώρησης της ενδιάμεσου φάσεως και επίδρασης των γειτονικών κόκκων. Αθήνα (2012).

21. Y. Lipatov, *Physical Chemistry of Filled Polymers (English trans. by R. J. Mosely), Int Polymer Sci. and Techn., Monograph No. 2, 1977.*
22. Δ. Μανωλάκος, "Σύνθετα Υλικά", *Σημειώσεις Κατεύθυνσης Κατασκευαστών Μηχ. Μηχ. 9ου εξαμήνου για το μάθημα "Εφαρμογές προηγμένων Υλικών", Αθήνα 2004*
23. M. Mooney, "The Viscosity of a Concentrated Suspension of Spherical Particles", *Jnl. Colloid Sci. Vol. 6, pp. 162-169, (1951).*
24. M.Narkis, *Polym.Eng.Sci., 15, 316(1975)*
25. L.Nicolais and R.A.Mashelkar, *J.Appl.Pol.Sci.,20,561(1976).*
26. G. C. Papanicolaou, S. A. Paipetis and P. S. Theocaris, *Colloid Polym. Sci., 256 (1978) p.625.*
27. E. M. Passmore, R. M. Spriggs and T. Vasilos, *J. Amer. Ceram. Soc., 48, 1 (1965).*
28. Δ.Παντελής, *Μη μεταλλικά τεχνικά υλικά (δομή-ιδιότητες-τεχνολογία-εφαρμογές), εκδόσεις Παπασωτηρίου, 1996*
29. Γ. Πετεκίδης, *Πολυμερή, κολλοειδή, βιοϋλικά, ΥΛΙΚΑ 2, Πανεπιστήμιο Κρήτης, σημειώσεις, 2003*
30. M.R.Piggott and J.Leidner, *J.Appl.Pol.Sci.,18,1619(1974).*
31. Y.Sato and J.Furukawa, *Rubber Chem.Tech.,35,857(1962)*
32. M.Schrager, *J.Appl.Pol.Sci. , 22, 2379(1978).*
33. E. Sideridis, "The Dynamic Moduli of Particulate - Filled Polymers as Defined by the Concept of Interphase", *Composites Sci. and Techn., 27 (1986) pp 305-332.*
34. E. Sideridis, P. S. Theocaris and G. C. Papanicolaou, *Acta Mechanica (1986), in press.*
35. Ιωάννης Χρ. Σιμιτζής, «Πολυμερή και Σύνθετα Υλικά» , *Σημειώσεις Κατεύθυνσης 8ου Εξαμήνου Χημικών Μηχανικών – ΜΕΡΟΣ Α , Αθήνα 2010, σελ. 21, 38-39.*
36. T.L.Smith, *Rubber Chem.Tech., 34,123(1961), Trans.Soc.Rheol., 3,113(1959).*
37. Θ. M. Smallwood, "Limiting Law of the Reinforcement of Rubber", *Jnl. Appl. Phys, Vol. 15, pp. 758-762, (1944).*
38. G. Spathis, E. Sideridis and P. S. Theocaris, *Int. J. Adhesion and Adhesives, 1 (1981) p. 195.*
39. K. Takahashi, M. Ikeda, K. Harakawa and K. Tanaka, "Analysis of the Effect of Intefacial Slippage on the Elastic Moduli of a Particle - Filled Polymer", *Jnl. Pol. Phys. Ed., Vol. 16, pp. 415-421, (1978).*
40. P. S. Theocaris, "The Mesophase and its influence on the Mechanical Behaviour of Composites", *Advances in Polymer Science 66, Springer - Verlag Berlin, pp. 149-186, (1985).*

41. P. S. Theocaris and E. Sideridis, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 29, 2997-3011 (1984).
42. P. S. Theocaris and G. C. Papanicolaou, *Fibre Sci. Tech.*, 12 (1979) p.421.
43. P. S. Theocaris, "The Adhesion Quality and the Extent of the Mesophase in Particulates", *Jnl. of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 3, pp. 204-233 Verlag Berlin, pp. 149-186, (1985).
44. P. S. Theocaris, G. C. Papanicolaou and E. Sideridis, *J. Reinforced Plast. and Comp.*, 1 (1982) p. 90.
45. P. S. Theocaris, *J. Reinforced Plast. Comp.*, 3 (1984) p. 204.
46. S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, "Theory of Elasticity", Mc Graw-Hill (1983).
47. Εργασία Ειδίκευσης, Πανεπιστήμιο Πατρών, Σχολή Θετικών Επιστημών Τμήμα Φυσικής «Μηχανικές Ιδιότητες νανοσύνθετων Υλικών», Τρακάκης Γεώργιος, Πάτρα 2010, Σελ(25-26)
48. Γ.Ι . Τσαμασφύρος , *Μηχανική παραμορφωσίμων Σωμάτων I* , Εκδόσεις Συμμετρία 1991.
49. T. T. Wu, *Int. J. Solids Struc.* 2 (1966) I.
50. K.D.Ziegel, H.K.Frensdorff and A.W.Fogiel, *J. Appl.Pol.Sci.*,13,867(1967)

B' ΜΕΡΟΣ

- 1.Πρασιανάκης, I.N (1993). *Μη καταστροφικοί έλεγχοι-Η μέθοδος των υπερήχων.* Αθήνα Ε.Μ.Π.
- 2.Πρακτικά 2^ο συνεδρίου ΕΛΕΜΚΕ με θέμα: *Διασφάλιση της ποιότητας υλικών και κατασκευών με μη καταστροφικούς ελέγχους.* Αθήνα 2000
- 3.Berke, M. *Non destructive material testing with ultrasonics - Introduction to the basic principles.* Krautkramer
- 4.Prassianakis, I.N (1994).*An experimental approach to damage evaluation using ultrasounds.* European journal of NDT
- 5.Flentzeris Κ.*Διπλωματική εργασία: Μηχανικές ιδιότητες και έλεγχος εξαρτημάτων με μη καταστροφικές και καταστροφικές μεθόδους.*
- 6.Πρασιανάκης, I.N (2001). *Εναρκτήρια ομιλία του προέδρου της ΕΛΕΜΚΕ . 3^ο εθνικό συνέδριο ΕΛΕΜΚΕ με θέμα: Μη καταστροφικοί έλεγχοι- Εμπειρίες, εφαρμογές, καινοτομίες .*

