



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΔΠΜΣ ΜΙΚΡΟΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΝΑΝΟΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

**Εκτίμηση του Μικροδομικού/Μικροσκοπικού Δυναμικού Δέσμευσης Φλαζονίων
και της Κρίσιμης Ποκνότητας Ρεύματος, με Σύγκριση Πειραματικών και
Θεωρητικά Υπολογισμένων Καμπύλων Εναλλασσόμενης Μαγνητικής
Επιδεκτικότητας του Υπεραγωγού $YBa_2Cu_3O_7$**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Πουλής Θωμάς

Επιβλέπων: Μιχάλης Πίσσας

Διευθυντής Ερευνών

ΕΚΕΦΕ ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ

Αθήνα, Μάρτιος 2021

.....
Πουλής Θωμάς

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright © Πουλής Θωμάς, 2021.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με την μελέτη και την προσομοίωση της διείδυσης εναλλασσόμενων μαγνητικών πεδίων σε υπεραγωγούς τύπου 2, με σκοπό την μελέτη του θερμικού ερπυσμού και την εύρεση σχέσεων που αφορούν κρίσιμα μεγέθη, όπως την κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος, για την πρακτική αξιοποίηση τους.

Αρχικά, παρουσιάζεται το φαινόμενο της υπεραγωγιμότητας με τις σχετικές θεωρίες που έχουν αναπτυχθεί για την εξήγηση του, καθώς και το φαινόμενο της χαλάρωσης της μαγνήτισης τους.

Στην συνέχεια, αναλύεται το κρίσιμο μοντέλο του *Bean* μαζί με επεκτάσεις του, τα οποία έχουν αναπτυχθεί με σκοπό να εξηγήσουν μακροσκοπικά την υστερητική συμπεριφορά των σκληρών υπεραγωγών τύπου 2.

Το επόμενο βήμα, είναι η παρουσίαση των πειραματικών δεδομένων. Τα πειραματικά αποτελέσματα αφορούν μετρήσεις εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας σε ένα μονοκρυστάλλο του υπεραγωγού $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (YBCO) κατά την εφαρμογή διάφορων εναλλασσόμενων και στατικών μαγνητικών πεδίων με την μεταβολή της θερμοκρασίας του δείγματος.

Ύστερα, πραγματοποιήθηκε προσομοίωση της διείδυσης του μαγνητικού πεδίου στον υπεραγωγό YBCO, υπολογισμός της αντίστοιχης μαγνητικής επιδεκτικότητας και ταίριασμα των πειραματικών δεδομένων στο μοντέλο προσομοίωσης.

Τέλος, συγκεντρώνονται τα κυριότερα συμπεράσματα της εργασίας, επισημαίνεται η επιστημονική συνεισφορά της και αναφέρονται θέματα που θα μπορούσαν να αποτελέσουν αντικείμενο μελλοντικής διερεύνησης.

Λέξεις Κλειδιά: Υπεραγωγοί δεύτερου είδους, Μοντέλο κρίσιμης κατάστασης, Ερπυσμός Ροής, Πλέγμα *Abrikosov*, Κβαντική δίνη, Φλαξόνιο, Χαλάρωση μαγνήτισης, Γραμμή μη αναστρεψιμότητας, Θερμικό άλμα, Μοντέλο *Kim-Anderson*, Μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις, *E-J* νόμος δύναμης, μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων.

Abstract

The present diploma thesis deals with the study and simulation of the penetration of alternating magnetic fields in type 2 superconductors, in order to find relationships involving critical quantities, such as critical current densities, for the practical utilization of type 2 superconductors.

Firstly, the phenomenon of superconductivity is presented with the relevant theories that have been developed to explain its' effects, as well as the effect of magnetic relaxation by the application of magnetic field to them.

Then, Bean's critical state model is analyzed along with its extensions, which have been developed to macroscopically explain the hysteretic behaviour of hard type 2 superconductors.

The next step, is the presentation of the experimental data. Measurements of the magnetic ac-susceptibility in an $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (YBCO) single crystal were performed during the application of various alternating and static magnetic fields.

Moreover, the magnetic field penetration was simulated in YBCO, hysteresis losses were calculated, and the experimental data were fitted to match the simulation's parameters.

Finally, the main conclusions of the diploma thesis were gathered, its scientific contribution is being presented and issues which could constitute subject of future investigations are being pointed out.

Keywords: *Type 2 superconductors, Critical state model, Flux creep, Abrikosov lattice, Quantum vortex, Fluxon, Magnetic relaxation, Irreversibility Line, Thermal leap, Kim-Anderson model, Non linear partial differential equations, E-J power law, Finite element method.*

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Υπεραγωγιμότητα.....	9
1.1 Εισαγωγή	9
1.2 Εφαρμογές Υπεραγωγών.....	13
1.3 Υπεραγωγοί σε Εναλλασσόμενο Μαγνητικό Πεδίο	13
1.4 Η Θεωρία των Αδερφών <i>London</i>	14
1.5 Το Μοντέλο <i>Ginzburg-Landau</i>	18
1.6 Η Θεωρία <i>BCS</i>	21
1.7 Ιδανικός Υπεραγωγός	23
1.8 Κβάντωση Φλαξονίου	24
1.9 Κίνηση Φλαξονίων ύπο Επίδραση Δύναμης <i>Lorenz</i>	25
1.10 Ο Ρόλος των Ατελειών στους Υπεραγωγούς	26
1.11 Το Μοντέλο <i>Anderson-Kim</i>	27
1.13 Η Μαγνητική Χαλάρωση σε Υπεραγωγούς	29
1.14 Αποκλίσεις του Μοντέλου <i>Anderson-Kim</i>	31
1.14.1 Ανώμαλη θερμοκρασιακή εξάρτηση.....	31
1.14.2 Λογαριθμική Εξάρτηση Δυναμικού Ενεργοποίησης	32
1.14.3 Κλίση Καμπύλης <i>E-J</i>	33
1.14.4 Μαγνητική Χαλάρωση σε Χαμηλές Θερμοκρασίες	33
1.15 Υγρό δινών (<i>Vortex Liquid</i>)	34
1.16 Υαλί δινών (<i>Vortex Glass</i>).....	36
1.17 Η θεωρία Συλλογικού ερπυσμού (<i>Collective Creep Theory</i>)	36
1.18 Μοντέλο <i>Griessen</i>	37
1.19 Κατανομή δυναμικού	37
1.20 Ιδιότητες Πλήρους Θεωρίας Ερπυσμού.....	38
1.21 Δίοδος <i>Josephson</i>	38
1.22 Σκοπός Διπλωματικής Εργασίας	40
1.23 Διάρθρωση Διπλωματικής Εργασίας	40
Κεφάλαιο 2:Το Μοντέλο Κρίσιμης Κατάστασης	42
2.1 Το Μοντέλο του <i>Bean</i>	42
2.2.1 Μακρύς Κύλινδρος σε Ομοιόμορφο Αξονικό Πεδίο	43
2.2.2 Άπειρη Πλάκα.....	44
2.2.3 Εξάρτηση Κρίσιμης Πυκνότητας Ρεύματος-Μοντέλο <i>Kim-Anderson</i>	49
2.2.4 Το Μοντέλο <i>Matshushita</i>	52
2.2.5 Το Μοντέλο <i>Clem</i>	53
Κεφάλαιο 3: Πειραματικές Μετρήσεις	55

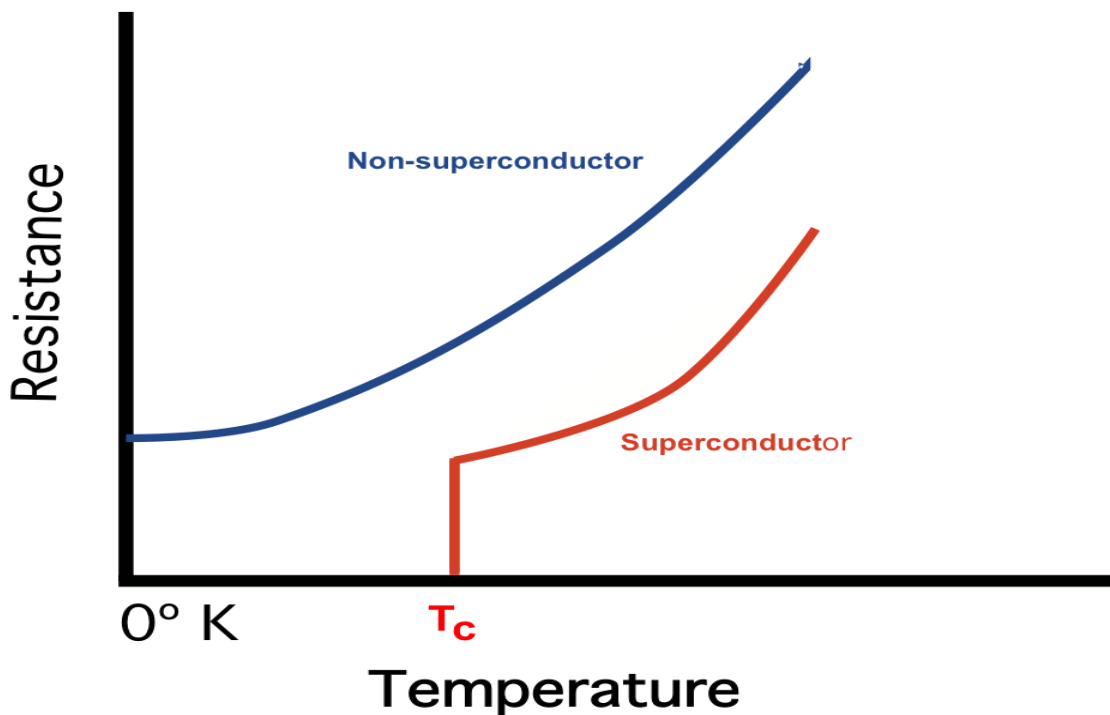
3.1 YBCO	55
3.2 Γραμμή Μη-Αναστρεψιμότητας (<i>Irreversibility Line</i>)	58
3.3 Θερμοκρασία Μέγιστων Απωλειών	59
3.4 Πειραματικές Μετρήσεις	59
3.4.1 Επιδεκτικότητα για 0 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο	66
3.4.2 Επιδεκτικότητα για 5 K Oe Dc Μαγνητικό πεδίο	67
3.4.3 Επιδεκτικότητα για 20 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο	68
3.4.4 Επιδεκτικότητα για 40 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο	69
3.4.5 Επιδεκτικότητα για 50 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο	70
3.4.6 Επιδεκτικότητα για 70 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο	71
3.4.7 Επιδεκτικότητα για 90 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο	72
3.5 Εξάρτηση Παραμέτρων Μεγίστων Απωλειών από Μαγνητικά Πεδία	73
3.6 Παρατηρήσεις Πειραματικών Δεδομένων	76
3.6.1 Γενικές Εκτιμήσεις	78
3.6.2 Επίδραση Συχνότητας.....	78
3.6.3 Επίδραση Στατικού Μαγνητικού Πεδίου	79
3.6.4 Επίδραση Εναλλασσόμενου Μαγνητικού Πεδίου	82
3.6.4 Γενικές Εκτιμήσεις	83
3.6.5 Συνοπτικά Συμπεράσματα Μετρήσεων	85
Κεφάλαιο 4: Προσομοίωση Διείσδυσης Υπεραγωγού Δεύτερου Είδους.....	86
4.1 Εισαγωγή	86
4.2 Πρότυπο Υπεραγωγού.....	87
4.3 Προσομοίωση Πεπερασμένων Στοιχείων	89
4.3.1 Επιλογή Παραμέτρων.....	89
4.3.2 Προσομοίωση Σταθερών Παραμέτρων.....	90
4.3.3 Επιδεκτικότητα	116
4.3.4 Συμπεράσματα Προσομοίωσης	132
4.4 Μειονεκτήματα Μοντέλου Προσομοίωσης.....	133
4.5 Κώδικας Προσομοίωσης	133
4.5.1 Σύγκλιση Προσομοίωσης	133
4.5.2 Αλγόριθμος Προσομοίωσης.....	137
Κεφάλαιο 5 Συμπεράσματα	142
5.1 Κυριότερα Συμπεράσματα	142
5.2 Συνεισφορά Εργασίας	143
5.3 Θέματα για Περαιτέρω Μελέτη	144
Βιβλιογραφία	145

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών.....	149
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – Ολοκληρωτική Επίλυση.....	150

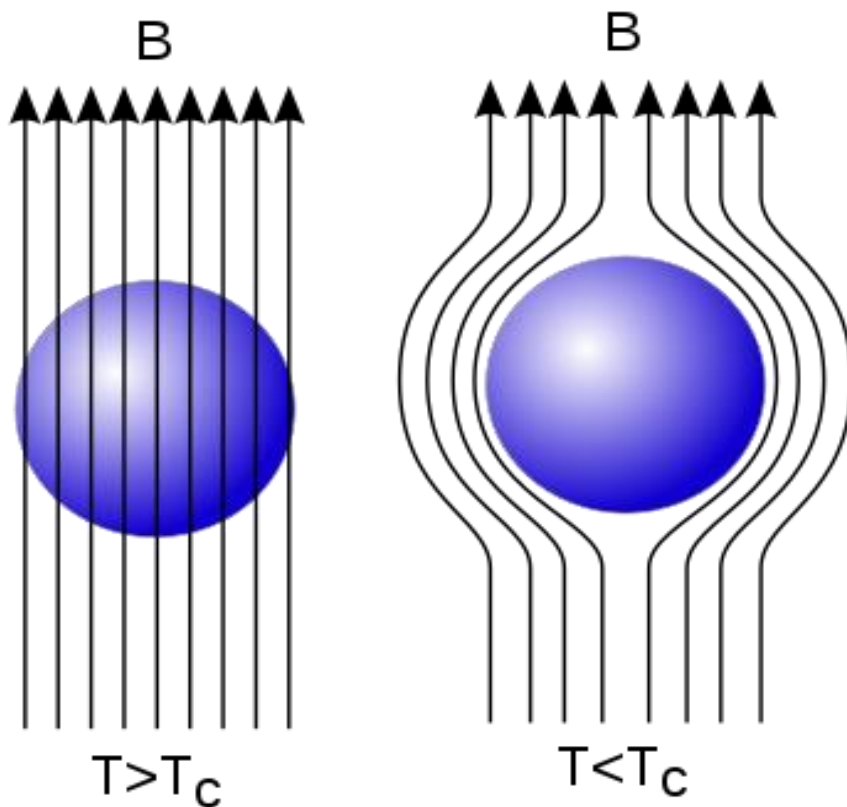
Κεφάλαιο 1: Υπεραγωγιμότητα

1.1 Εισαγωγή

Η υπεραγωγιμότητα συνιστά ένα σύνολο μοναδικών φυσικών ιδιοτήτων που εμφανίζονται σε συγκεκριμένα υλικά με αποτέλεσμα την απώλεια της ηλεκτρικής αντίστασης και την αποβολή της μαγνητικής ροής από το εσωτερικό τους. Τα υλικά αυτά αποκαλούνται υπεραγωγιμα υλικά και μεταβαίνουν στην υπεραγωγιμη κατάσταση όταν η θερμοκρασία τους μειωθεί κάτω από μια κρίσιμη τιμή θερμοκρασίας. Σε αντίθεση με τα κλασσικά μέταλλα, ο μηδενισμός της ηλεκτρικής αντίστασης γίνεται απότομα και όχι βαθμιαία. Η ύπαρξη ρεύματος σε έναν βρόγχο υπεραγωγιμου καλωδίου θα εξακολουθεί να υπάρχει επ'άπειρον χωρίς την ανάγκη πηγής ισχύος. Όσον αφορά την αποβολή του μαγνητικού πεδίου από το εσωτερικό τους, αυτό το φαινόμενο αποκαλείται "φαινόμενο *Meissner*" και μετατρέπει ουσιαστικά τα υπεραγωγιμα υλικά σε τέλεια διαμαγνητικά υλικά. Στην πραγματικότητα, το μαγνητικό πεδίο είναι μηδενικό στον όγκο του υλικού, ενώ σε μια πολύ λεπτή στρώση της επιφάνειας μειώνεται σταδιακά από την τιμή της επιφάνειας στο μηδέν. Τα υλικά αυτά έχουν επίσης και ένα κρίσιμο μαγνητικό πεδίο, πάνω από το οποίο χάνεται η υπεραγωγιμότητα, ακόμη και αν η θερμοκρασία είναι κάτω από την κρίσιμη τιμής της, καθώς και μία κρίσιμη τιμή ρεύματος, την οποία αν το ρεύμα που διέρχεται από το υλικό ξεπεράσει θα βρεθεί στην ωμική κατάσταση. [1]



Σχήμα 1.1 Ο ξαφνικός μηδενισμός της αγωγιμότητας



Σχήμα 1.2 Το φαινόμενο Meissner και η αποβολή του μαγνητικού πεδίου

Το φαινόμενο της υπεραγωγιμότητας ανακαλύφθηκε με την βοήθεια υγροποιημένου Ηλίου (*He*) το 1911 από τον Ολλανδό επιστήμονα *Heike Kamerlingh Onnes*, στον οποίον δόθηκε βραβείο *Nobel* (1913) για την ανακάλυψη αυτή. Ο *Onnes* ήταν επίσης ο πρώτος που υγροποίησε το Ήλιο. Ο *Onnes* παρατήρησε πως στην θερμοκρασία των 4.19 K ο υδράργυρος αποκτάει ξαφνικά μηδενική αντίσταση. Από την ανακάλυψη του φαινομένου, έχουν δοθεί 4 *Nobels* (1913, 1972, 1987, 2003) τα οποία σχετίζονται με αυτό. Σύντομα η ιδιότητα του φαινομένου εμφανίστηκε και σε άλλα στοιχεία του περιοδικού πίνακα όπως τον Κασσίτερο, το Αλουμίνιο, το Μόλυβδο, το Νιόβιο και άλλα, όπως φαίνονται και στην παρακάτω εικόνα. Σημαντική παρατήρηση είναι το γεγονός πως υπεραγωγίμα στοιχεία από τον περιοδικό πίνακα είναι μόνο μέταλλα [1].

KNOWN SUPERCONDUCTIVE ELEMENTS

■ BLUE = AT AMBIENT PRESSURE
■ GREEN = ONLY UNDER HIGH PRESSURE

1A	1	H	IIA	2	He	0																														
	3	Li	4	Be	5	B	6	C	7	N	8	O	9	F	10	Ne	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA															
	11	Na	12	Mg	13	Al	14	Si	15	P	16	S	17	Cl	18	Ar	III B	IV B	V B	VI B	VII B	VIII B	IX B	X B	XI B	XII B										
	19	K	20	Ca	21	Sc	22	Ti	23	V	24	Cr	25	Mn	26	Fe	27	Co	28	Ni	29	Cu	30	Zn	31	Ga	32	Ge	33	As	34	Se	35	Br	36	Kr
	37	Rb	38	Sr	39	Y	40	Zr	41	Nb	42	Mo	43	Tc	44	Ru	45	Rh	46	Pd	47	Ag	48	Cd	49	In	50	Sn	51	Sb	52	Te	53	I	54	Xe
	55	Cs	56	Ba	57	*La	72	Hf	73	Ta	74	W	75	Re	76	Os	77	Ir	78	Pt	79	Au	80	Hg	81	Tl	82	Pb	83	Bi	84	Po	85	At	86	Rn
	87	Fr	88	Ra	89	+Ac	104	Rf	105	Ha	106	107	108	109	110	111	112																			

SUPERCONDUCTORS.ORG

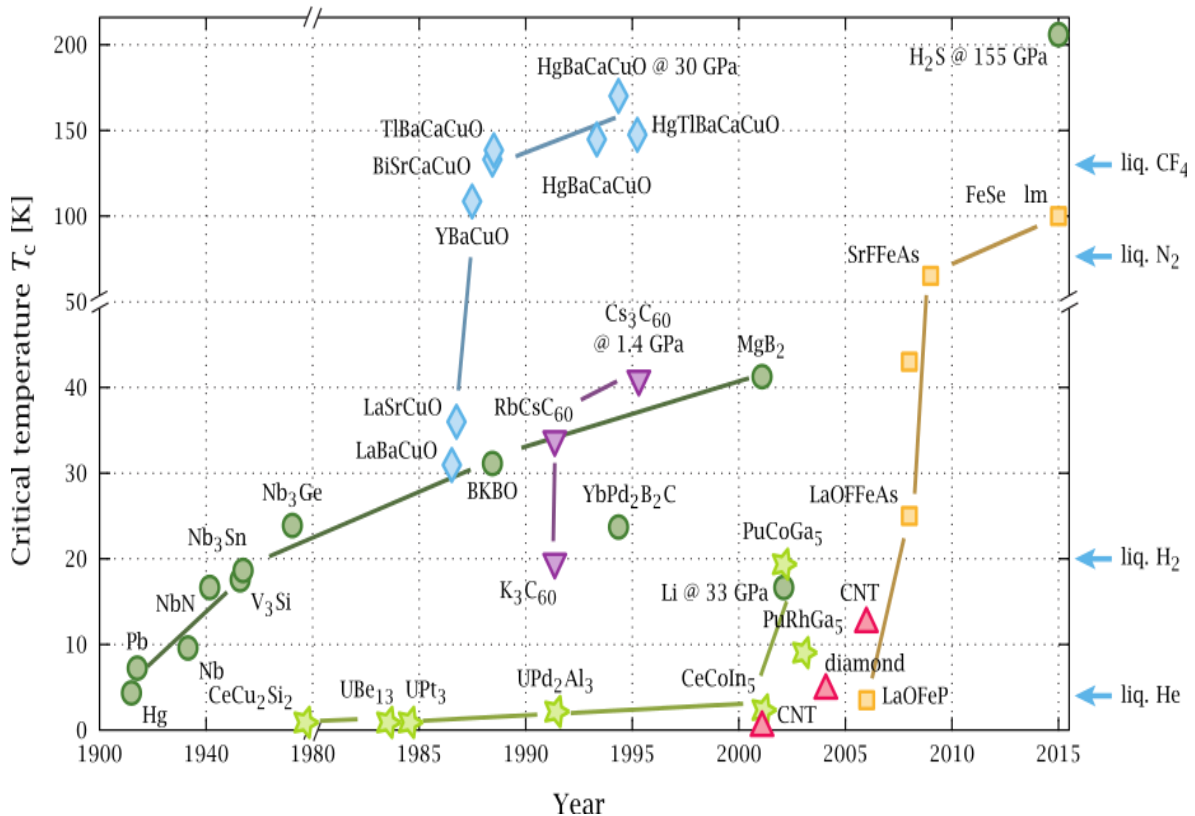
* Lanthanide Series	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
+ Actinide Series	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr

Σχήμα 1.3 Ο περιοδικός πίνακας των υπεραγωγίων στοιχείων [2]

Τα στοιχεία του περιοδικού πίνακα που είναι υπεραγωγία ανήκουν στην κατηγορία που αποκαλούνται υπεραγωγοί τύπου 1. Αυτοί είναι οι υπεραγωγοί που ανακαλύφθηκαν πρώτοι και έχουν τις ιδιότητες που αναφέρθηκαν μέχρι στιγμής με πολύ χαμηλές κρίσιμες θερμοκρασίες. Το 1935 βρέθηκαν ωστόσο υπεραγωγοί τύπου 2 οι οποίοι, πέραν της υπεραγωγίας και της ωμικής κατάστασης, έχουν μια ενδιάμεση κατάσταση όπου επιτρέπουν την εισαγωγή κβάντων μαγνητικής ροής μέσα στο υλικό. Καθώς οι μαγνητικές δίνες (*Vortices*) του υπεραγωγίου ρεύματος περιβάλλουν τα νήματα ή τον πυρήνα του κανονικού μετάλλου, λαμβάνει χώρα ο πλήρης αποκλεισμός της μαγνητικής ροής έως ένα χαμηλότερο κρίσιμο πεδίο H_{c1} . Πάνω από το H_{c1} , το μαγνητικό πεδίο διεισδύει υπό την μορφή κβάντων μαγνητικής ροής. Η βασική μονάδα ροής της δίνης είναι $\Phi = \frac{h}{2e}$. Μία δίνη ροής αποτελείται από έναν κανονικό πυρήνα ακτίνας ξ που περιβάλλεται από υπεραγωγία περιοχή, όπου το υπεραγωγίο ρεύμα την περιβάλλει κυκλικά ώστε να παράγει το κβάντο ροής. Αυτή η υπεραγωγία περιοχή εκτείνεται ως την απόσταση λ , το μήκος διείσδυσης. Το μεγάλο πλεονέκτημα που έχουν οι υπεραγωγοί τύπου 2 είναι πως επειδή επιτρέπουν ως έναν βαθμό να εισέλθει μαγνητική ροή μέσα τους, μπορούν να ανεχθούν μεγαλύτερα μαγνητικά πεδία από τους υπεραγωγούς τύπου 1. Για αυτό είναι χρησιμότεροι σε πρακτικές εφαρμογές και γίνεται περισσότερη έρευνα πάνω τους. Επιπλέον, τα φλαξόνια που αναπτύσσονται σε αυτούς μπορούν να έχουν εντελώς νέες εφαρμογές, όπως στην κβαντική υπολογιστική (*Flux Qubit*).

Το 1986 ανακαλύφθηκαν υπεραγωγίες ιδιότητες σε ένα περοβοκίτη με βάση το λανθάνιο από τους *J.Georg Bednorz* και *K.Alex Mueller* σε θερμοκρασία των 35 Kelvin το οποίο αποτέλεσε των πρώτο υπεραγωγό υψηλής θερμοκρασίας. Διαπιστώθηκε σύντομα ότι η αντικατάσταση του λανθανίου με το Ύτριο, δηλαδή η παραγωγή του *YBCO*, αύξησε την

κρίσιμη θερμοκρασία σε 92 Kelvin, το οποίο αποτέλεσε σημαντικό γεγονός καθώς το υγρό Άζωτο (σε μια ατμόσφαιρα έχει σημείο βρασμού 77 Kelvin) θα μπορούσε πλέον να χρησιμοποιηθεί ως ψυκτικό αντί του Ηλίου. Κατά συνέπεια, οι υπεραγωγοί μπορούσαν πλέον να χρησιμοποιηθούν για πρακτικές εφαρμογές, λόγω του χαμηλότερου κόστους ψύξης τους. Από τότε υπάρχει το όνειρο να βρεθεί πρακτικός υπεραγωγός σε θερμοκρασία δωματίου. Μετά την εύρεση του πρώτου υπεραγωγού υψηλής θερμοκρασίας, η έμφαση έχει δοθεί σε περίπλοκους κεραμικούς υπεραγωγούς και μεταλλικά κράματα.

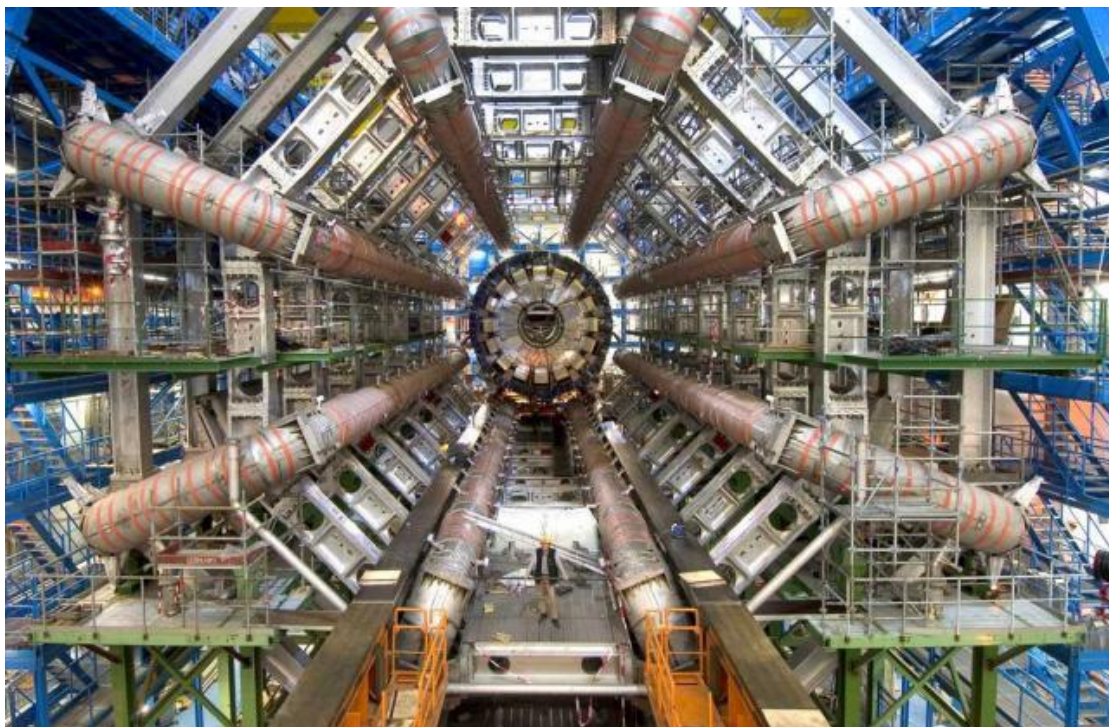


Σχήμα 1.4 Ιστορική Αναδρομή Υπεραγωγικών υλικών

Η αδυναμία εύρεσης ενός τέτοιου υπεραγωγού, έκανε το ενδιαφέρον στον κλάδο να περιοριστεί και την πιθανή εύρεση υπεραγωγού σε θερμοκρασία δωματίου ουτοπική. Ωστόσο, η εύρεση νέων τρόπων χρήσης υπεραγωγών, όπως την τελευταία δεκαετία στον κλάδο των κβαντικών υπολογιστών και στον κλάδο των τοπολογικών μονωτών, αναζωπύρωσε το ενδιαφέρον. Επιπλέον, το ενδιαφέρον ξαναφούντωσε όταν τον Οκτώβριο του 2020 βρέθηκε υπεραγωγός υβριδίου ανθρακικού θείου σχεδόν σε θερμοκρασία δωματίου (15°C) από την ομάδα των Ranga Dias και Ashkan Salamat στο πανεπιστήμιο του Rochester στην Νέα Υόρκη [3], αποδεικνύοντας πως είναι δυνατή η ύπαρξη υπεραγωγών σε θερμοκρασία δωματίου. Ωστόσο, ως υπεραγωγός πρέπει να βρίσκεται υπό την εξωτική πίεση των 267 gigapascals, καθιστώντας τον ακατάλληλο για πρακτικές χρήσεις.

1.2 Εφαρμογές Υπεραγωγών

Αν και η υπεραγώγιμη κατάσταση συνιστά μια εξωτική κατάσταση και είναι σχετικά δύσκολο να δημιουργηθούν οι συνθήκες εμφάνισής της, υπάρχουν πολλές εφαρμογές που σχετίζονται με αυτή. Κάποιες από τις σημαντικότερες εφαρμογές είναι η χρήση τους ως μαγνήτες για την δημιουργία τεράστιων μαγνητικών πεδίων (π.χ. στο *Cern* ή στα *MRI*), το *Squid* που συνιστά το πιο ακριβές μαγνητόμετρο που υπάρχει, στους κβαντικούς υπολογιστές ως υπεραγώγιμα Qubits, ως παθητικά στοιχεία σε μικροκυματικές εφαρμογές, ως βολόμετρα και άλλα. Πολύ υποσχόμενα φαίνονται επίσης τα τοπολογικά υπεραγώγιμα υλικά.



Σχήμα 1.5 Οι μεγαλύτεροι υπεραγώγιμοι μαγνήτες (*CERN*)

1.3 Υπεραγωγοί σε Εναλλασσόμενο Μαγνητικό Πεδίο

Ενώ οι ιδανικοί υπεραγωγοί δεν εμφανίζουν ηλεκτρικές απώλειες με την εφαρμογή στατικού μαγνητικού πεδίου, η επιβολή εναλλασσόμενου πεδίου τείνει να αυξάνει την ηλεκτρική αντίσταση για ποικίλους λόγους. Η ικανότητα υπολογισμού των απωλειών εναλλασσόμενου ρεύματος σε υψηλή θερμοκρασία των υπεραγωγών (*HTS*) είναι πολύ σημαντική για το σχεδιασμό και κατασκευή εμπορεύσιμων συσκευών όπως καλώδια, περιοριστές σφαλμάτων, μετασχηματιστές και κινητήρες. Στην πραγματικότητα, σε πολλές περιπτώσεις η αναμενόμενη τιμή απώλειας εναλλασσόμενου ρεύματος είναι πολύ υψηλή

κάνοντας την εφαρμογή μη ελκυστική στην αγορά. Αριθμητικοί υπολογισμοί μπορούν να βοηθήσουν στην εξεύρεση λύσεων για τη μείωση των απωλειών. Οι απώλειες των υπεραγωγών τύπου 2 σε εναλλασσόμενο πεδίο μπορούν χονδρικά να χωριστούν σε υστερητικές απώλειες λόγω της μη αναστρέψιμης μαγνητικής κίνησης των φλαξονίων κατά την εφαρμογή μαγνητικού πεδίου, απώλειες καταστροφής (*annihilation*) μεταξύ αντίθετης πολικότητας φλαξονίων, απώλειες φραγμάτων επιφάνειας (*Bean-Livingston Barrier*). Οι απώλειες καταστροφής συμβαίνουν όταν δύο φλαξόνια αντίθετης πολικότητας συναντηθούν και αλληλοανααιρεθούν εκλύοντας ενέργεια. Το φράγμα *Bean-Livingston* προκύπτει από τον ανταγωνισμό μεταξύ της απώθησης της δίνης από την επιφάνεια λόγω επιφανειακών ρευμάτων και της έλξης της δίνης από την “καθρεφτική” δίνη της [4].

Υπάρχουν υποθέσεις, ωστόσο, που θεωρούν ότι οι απώλειες σκληρών υπεραγωγών σε εναλλασσόμενο πεδίο οφείλονται σε άλλους λόγους (π.χ. Απώλεια σύζευξης διόδων *Josephson* [5]).

1.4 Η Θεωρία των Αδερφών *London*

Η πρώτη θεωρία που εμφανίστηκε για την εξήγηση της υπεραγωγιμότητας είναι η θεωρία των αδερφών *London* [6] και συνιστά μια μακροσκοπική θεώρηση της υπεραγωγιμότητας. Στην βιβλιογραφία υπάρχει η πεποίθηση πως οι αδερφοί *London* βασίστηκαν στην θεωρία του *Drude* για την ηλεκτρική αντίσταση και χρησιμοποίησαν το λεγόμενο μοντέλο των δύο υγρών. Υπέθεσαν πως κάποιο κλάσμα των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας στο στερεό γίνεται υπεραγωγίμο ενώ το υπόλοιπο παραμένει κανονικό. Τότε αυτά τα υπεραγωγίμα ηλεκτρόνια θα μπορούσαν να κινηθούν χωρίς απώλειες, ενώ τα κανονικά θα μπορούσαν να ενεργούν σαν να υπήρχε πεπερασμένη αντίσταση. Φυσικά τα υπεραγωγίμα ηλεκτρόνια θα “βραχυκύκλωναν” εν τέλει τα κανονικά και θα κάνουν την συνολική αντίσταση μηδενική. Στην πραγματικότητα, όμως, οι αδερφοί *London* παρουσίασαν τις εξισώσεις τους χωρίς να βασιστούν στον νόμο του *Ohm* (το οποίο αποκαλούσαν “*acceleration theory*”) και χωρίς να αμελήσουν το ρεύμα μεταφοράς (*Displacement Current*) στην εξίσωση του *Maxwell*. Η αποκαλούμενη “*acceleration theory*” θα παρουσιαστεί πρώτη καθώς αυτή εμφανίζεται στα περισσότερα βιβλία υπεραγωγιμότητας.

Με βάση αυτήν την θεωρία, η συνολική πυκνότητα των ηλεκτρονίων είναι:

$$n = n_s + n_n$$

και η πυκνότητα ρεύματος:

$$j = j_s + j_n$$

όπου οι δείκτες *n* και *s* δηλώνουν κανονική κατάσταση (*Normal*) και υπεραγωγίμη (*Superconductive*) αντίστοιχα. Επίσης, θεωρείται πως η πυκνότητα ηλεκτρονίων και για τα υπεραγωγίμα ηλεκτρόνια και τα κανονικά είναι σταθερή στον χρόνο και ισότροπη στον χώρο. Αυτός είναι μεγάλος περιορισμός της θεωρίας *London* ο οποίος ξεπερνιέται με την θεωρία *Ginzburg-Landau*.

Για τα κανονικά ηλεκτρόνια, από το μοντέλο του *Drude* θα ισχύει ως γνωστόν:

$$j_n = \sigma_n E$$

$$\sigma_n = \frac{e^2 n_s \tau}{m}$$

Αν n_s είναι η πυκνότητα των υπεραγωγικών ηλεκτρονίων, εφόσον κινούνται χωρίς αντίσταση μέσα σε έναν υπεραγωγό, από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα θα ισχύει:

$$m \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = e\mathbf{E} \quad (1)$$

ενώ για την χωρική πυκνότητα ρεύματος θα ισχύει:

$$\mathbf{j}_s = -n_s \mathbf{u}_s e. \quad (2)$$

Οπότε από αυτές τις 2 εξισώσεις ((1)+(2)) θα ισχύει:

$$\frac{d\mathbf{j}_s}{dt} = -n_s e \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = n_s \frac{e^2}{m} \mathbf{E} \quad (3)$$

Εφόσον αναφερόμαστε σε σταθερές συνθήκες, $\frac{dE}{dt} = 0$ σύμφωνα με τις εξισώσεις του Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt} \rightarrow \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d(\nabla \times \mathbf{B})}{dt} \rightarrow$$

$$(3) \nabla \times \nabla \times \left(\frac{d\mathbf{j}_s}{dt} \frac{e^2}{n_s m} \right) = -\frac{d(\mu_0 \mathbf{J})}{dt} = -\frac{d(\mu_0 \mathbf{j}_s)}{dt} \quad (4)$$

Διότι:

$$\frac{d(\mathbf{J})}{dt} = \frac{d(\mathbf{j}_s)}{dt} + \frac{d(\mathbf{j}_n)}{dt} = \frac{d(\mathbf{j}_s)}{dt} + \frac{d\left(\frac{\mathbf{E}}{\sigma_n}\right)}{dt} = \frac{d(\mathbf{j}_s)}{dt}$$

$$(3) \rightarrow \nabla \times \nabla \times \left(\frac{d\mathbf{j}_s}{dt} \frac{e^2}{n_s m} \right) = \frac{e^2}{m n_s} \left(\nabla \left(\nabla \cdot \frac{d\mathbf{j}_s}{dt} \right) - \nabla^2 \frac{d\mathbf{j}_s}{dt} \right) =$$

$$= -\mu_0 \frac{d\mathbf{j}_s}{dt} \rightarrow \nabla^2 \frac{d\mathbf{j}_s}{dt} = \frac{1}{\lambda_L^2} \frac{d\mathbf{j}_s}{dt}$$

Και ολοκληρώνοντας θεωρώντας μηδενικό όποιον επιπλέον σταθερό όρο εμφανίζεται κατά το ολοκλήρωμα θα γίνει:

$$\nabla^2 \mathbf{j}_s = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{j}_s \quad \mu\epsilon \quad \lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \text{ το μήκος διείσδυσης.}$$

Αντίστοιχα αποδεικνύεται:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{B}$$

Πρόκειται για φθίνουσες εκθετικές συναρτήσεις και σε μία διάσταση θα είναι:

$$B(x) = B_0 e^{-\frac{x}{\lambda_L}}$$

όπου B_0 το μαγνητικό πεδίο στην άκρη του υπεραγωγού που εφαρμόζεται το πεδίο.

Στο αρχικό τους άρθρο, οι αδερφοί *London* διαφώνησαν με την τοποθέτηση ότι η δήλωση (3) είναι δεδομένη, θεωρώντας ως θεμελιώδες αξίωμα που αντικαθιστά τον νόμο του *Ohm* στους υπεραγωγούς την εξίσωση:

$$\nabla_x \Lambda \mathbf{J} = -\frac{1}{c} \mathbf{H}, \quad \Lambda = m/ne^2$$

Ξεκινώντας από την πολύ πιο αδύναμη δήλωση (4) :

$$\nabla_x \Lambda \frac{d\mathbf{J}}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{H}}{dt}$$

Μαζί με τον νόμο του *Maxwell*:

$$\nabla_x \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{H}}{dt}$$

Θα ισχύσει:

$$\nabla_x \left(\mathbf{E} - \Lambda \frac{d\mathbf{J}}{dt} \right) = 0$$

Καταλήγοντας στο:

$$\mathbf{E} - \Lambda \frac{d\mathbf{J}}{dt} = \nabla \mu \rightarrow \Lambda \left(\frac{d\mathbf{J}}{dt} - \frac{\nabla \mu}{\Lambda} \right) = \mathbf{E} \quad (5)$$

χωρίς κάποιος να γνωρίζει τι αντιπροσωπεύει το μ . Τότε αυτές οι 6 εξισώσεις μπορούν να γραφτούν στην μορφή ενός αντισυμμετρικού τένσορα:

$$\Lambda \left(\frac{dJ_i}{dx_k} - \frac{dJ_k}{dx_i} \right) = \frac{1}{c} f_{ik}$$

Όπου οι δυνάμεις των πεδίων $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ είναι $if_{14}, if_{24}, if_{34}, f_{23}, f_{31}, f_{12}$. Τότε η ποσότητα $\frac{\mu}{\Lambda}$ μπορεί να θεωρηθεί το συμπλήρωμα χρόνου του \mathbf{J} . Από την γνωστή ηλεκτροδυναμική αυτό ισοδυναμεί με την πυκνότητα φορτίου ρ . Έτσι η σχετικιστική διακύμανση θα απαιτούσε:

$$J_4 = \frac{\mu}{ic\Lambda} = ic\rho$$

Κάτι τέτοιο μετατρέπει την (5) σε :

$$\Lambda \left(\frac{d\mathbf{J}}{dt} + c^2 \nabla \rho \right) = \mathbf{E} \quad (6)$$

Όπου:

$$\rho = \nabla \cdot \mathbf{E}$$

Επειδή όμως:

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla^2 \mathbf{E} + \nabla_x \nabla_x \mathbf{E} = \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{d\mathbf{J}}{dt}$$

Μαζί με την (6) βρίσκεται:

$$\Lambda c^2 \nabla^2 \mathbf{E} = \mathbf{E}$$

Όπου παίρνοντας την απόκλιση της:

$$\Lambda c^2 \nabla^2 \rho = \rho$$

Την ίδια εξίσωση θα ικανοποιούν και τα \mathbf{H}, \mathbf{J} . Λαμβάνοντας υπόψιν το ρεύμα μετατόπισης, οι σχέσεις γίνονται:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{E}}{dt^2} = \frac{1}{\Lambda c^2} \mathbf{E}$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{H}}{dt^2} = \frac{1}{\Lambda c^2} \mathbf{H}$$

$$\nabla^2 \rho - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \rho}{dt^2} = \frac{1}{\Lambda c^2} \rho$$

$$\nabla^2 \mathbf{J} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{J}}{dt^2} = \frac{1}{\Lambda c^2} \mathbf{J}$$

Επιλέγοντας τα εξής δυναμικά για το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο (τα οποία ως γνωστόν είναι ελεύθερα επιλογής):

$$\Lambda c \mathbf{J} = -\mathbf{A}$$

$$\Lambda c^2 \rho = -\varphi$$

Και λαμβάνοντας υπόψιν την γνωστή σχέση:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{d\varphi}{dt} = 0$$

Θα ισχύσει:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

Βάζοντας αυτήν την εξίσωση στην (6) καταλήγει στην:

$$\Lambda \frac{d\mathbf{J}}{dt} = \mathbf{E} + \nabla \varphi$$

Το οποίο ωστόσο επειδή το ηλεκτρικό πεδίο είναι:

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi$$

θα καταλήγει σε στατική πυκνότητα ρεύματος. Καθώς πειραματικά είχε βρεθεί πως όντως υπάρχει μαγνητικό πεδίο μόνο σε μια πολύ μικρή φέτα του υλικού, η θεωρία *London* τράβηξε πολύ προσοχή. Όσον αφορά το μήκος διείσδυσης, εφόσον εξαρτάται από την πυκνότητα των υπεραγωγίων ηλεκτρονίων, θα εξαρτάται και από την θερμοκρασία. Ουσιαστικά συνιστά την απόσταση που το μαγνητικό πεδίο πέφτει στην τιμή $1/e$ της επιφάνειας του, σε αναλογία με το επιδερμικό μήκος στα κανονικά μέταλλα. Το μήκος διείσδυσης έχει βρεθεί να σχετίζεται με την θερμοκρασία μέσω της σχέσης:

$$\lambda_L(T) = \lambda_o \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right)^{-\frac{1}{2}} \quad [2], [7]$$

1.5 Το Μοντέλο *Ginzburg-Landau*

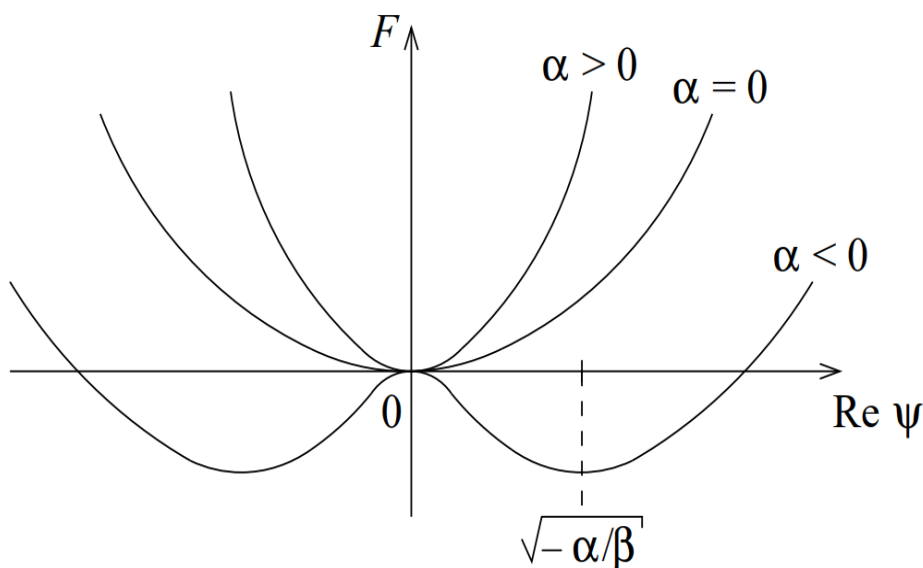
Αν και η θεωρία των αδερφών *London* εξηγούσε κάποιες ιδιότητες, δεν συνετέλεσε πλήρης θεωρία. Η θεωρία που πήρε την θέση της αρχικά είναι η θερμοδυναμική θεωρία των *Ginzburg-Landau* η οποία μπόρεσε να δώσει επιπλέον ερμηνείες. Συνιστά και αυτή μια θεωρία που προσπαθεί να αποφύγει την περιγραφή υπεραγωγών με βάση τις μικροσκοπικές τους ιδιότητες, εστιάζοντας στις αλλαγές καταστάσεων φάσεως. Βασίστηκε στην καθιερωμένη θεωρία των μεταβάσεων φάσεων δεύτερης τάξεως, με το *Landau* να θεωρεί πως σε κάθε μετάβαση δεύτερης τάξεως υπάρχει μια συγκεκριμένη παράμετρος που την χαρακτηρίζει και ονομάζεται παράμετρος τάξης. Στην σιδηρομαγνητική μετάβαση, παραδείγματος χάριν, είναι το διάνυσμα της αυθόρμητης μαγνήτισης. Όσον αφορά την υπεραγωγιμότητα, οι *Ginzburg* και *Landau* θεώρησαν πως τα υπεραγωγίμα ηλεκτρόνια μπορούν να περιγραφούν από μία σύνθετη ψευδοκυματοσυνάρτηση ψ που συνιστά την παράμετρο τάξης που εξαφανίζεται στην ωμική κατάσταση, ενώ η τοπική πυκνότητα των ηλεκτρονίων δίνεται από το $|\psi(x)|^2$. Συνιστά μιγαδική βαθμωτή ποσότητα και στηρίζεται στο γεγονός πως η πυκνότητα υπεραγωγίμων ηλεκτρονίων σχετίζεται με την μιγαδική κυματοσυνάρτηση των ζευγών ηλεκτρονίων.

Το βασικό αξίωμα της θεωρίας GL είναι, πως στις μεταβάσεις δεύτερης φάσεως κοντά στο κρίσιμο σημείο η παράμετρος τάξης είναι μικρή, και η πυκνότητα ελεύθερης ενέργειας σε μηδενικό μαγνητικό πεδίο μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά της μορφής :

$$f = f_n + a |\psi|^2 + \frac{b}{2} |\psi|^4$$

με τις τυχαίες μεταβλητές a και b να εξαρτώνται από την θερμοκρασία.

Οι δυνάμεις περιττού βαθμού αποκλείονται γιατί δεν είναι διαφορίσιμες για $\psi = 0$. Καθώς $b > 0$, το οποίο δεν εγγυάται η συμμετρία αλλά ισχύει για υπεραγωγούς και υπερρευστά, παραμελήθηκαν όροι υψηλότερης τάξης αφού το $b > 0$ τότε διασφαλίζει ότι το f οριοθετείται από κάτω.



Σχήμα 1.6 Σχηματική αναπαράσταση της ελεύθερης ενέργειας F

Αν $\alpha \geq 0$ τότε η f έχει ένα ελάχιστο στο $\psi = 0$. Έτσι, η κατάσταση ισορροπίας έχει $n_s = 0$ και είναι ξεκάθαρο πως αυτή είναι η κανονική κατάσταση. Αν $\alpha < 0$ τότε παρατηρείται πως η f μπορεί να έχει άπειρα ελάχιστα με ίδιο πλάτος ψ αλλά διαφορετική φάση. Για να υπάρχει κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας πρέπει $\frac{df}{d|\psi|} = 0$ και συνεπώς $|\psi|^2 = -\frac{\alpha}{\beta}$. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.7, η καμπυλότητα της f είναι θετική.

Αντικαθιστώντας το ελάχιστο στην εξίσωση των GL ισχύει:

$$f - f_n = \frac{a^2}{2\beta}$$

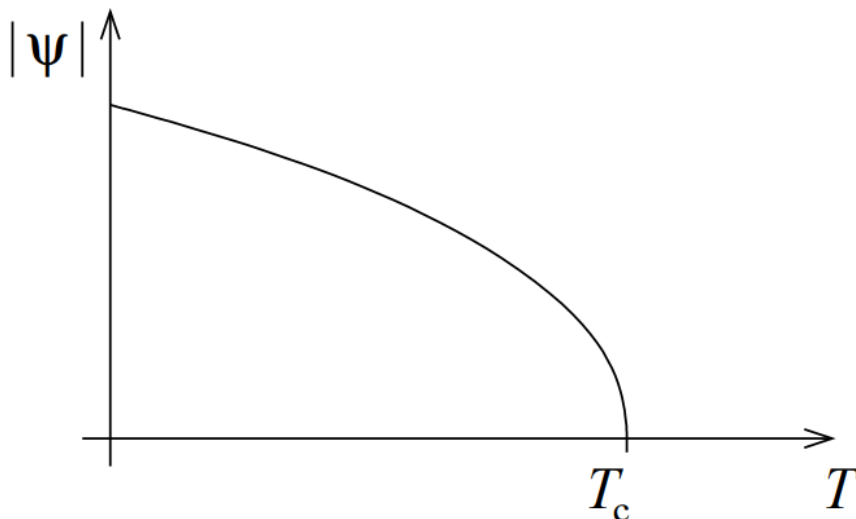
Η διαφορά αυτών των δύο ενεργειών θα πρέπει σύμφωνα με το φαινόμενο *Meissner-Ochsenfeld* να είναι ίση με την ενέργεια συμπίκνωσης με:

$$f - f_n = \mu_0 \frac{H_c^2}{2} V \rightarrow \frac{a^2}{2\beta} = \mu_0 \frac{H_c^2}{2} V \rightarrow H_c = a \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \nu \beta}}$$

Είναι δυνατόν το α να αναπτυχθεί σε δυνάμεις της θερμοκρασίας κοντά στο κρίσιμο σημείο μετάβασης, καταλήγοντας στην $\alpha(T) = \alpha'(T - T_c)$. Κατά συνέπεια η παράμετρος τάξης θα ικανοποιεί την $|\psi| = \sqrt{-\frac{\alpha'(T-T_c)}{\beta}}$. Με αυτό επίσης, φαίνεται το γεγονός ότι η ψ σχετίζεται με την πυκνότητα των υπεραγωγίμων ηλεκτρονίων, $|\psi|^2 = \frac{n_s}{N_s}$, και με βάση την σχέση των αδερφών *London* για το μήκος διείσδυσης:

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \rightarrow \lambda_L = \sqrt{\frac{m N_s}{\mu_0 e^2}} \rightarrow \lambda_L(T) = \sqrt{\frac{m N_s}{\mu_0 e^2}} \sqrt{-\frac{b}{\alpha'(T-T_c)}} \quad \text{ή}$$

$$\lambda_L(T)^2 \left(-\frac{\alpha(T)}{\beta(T)}\right) = \lambda_L(0)^2$$



Σχήμα 1.7 Η παράμετρος τάξης σε σχέση με την θερμοκρασία

Προφανώς όλα αυτά ισχύουν για θερμοκρασίες κοντά στην κρίσιμη θερμοκρασία, όπου η ψ έχει μικρή τιμή.

Το σημαντικό για πρακτικές εφαρμογές, ωστόσο, είναι η μελέτη της θεωρίας GL υπό την επιβολή μαγνητικού πεδίου. Τότε, με την μεταβολή της ορμής σε ορμή σε μαγνητικό πεδίο $\frac{\hbar}{i}\nabla \rightarrow \frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{q}{c}A$ και την πρόσθεση της πυκνότητας του μαγνητικού πεδίου $\frac{B^2}{8\pi}$ η πυκνότητα ελεύθερης ενέργειας μετατρέπεται σε :

$$f = f_n + a |\psi|^2 + \frac{b}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(\frac{\hbar}{i}\nabla + \frac{e^*}{c}A \right) \psi \right|^2 + \frac{B^2}{8\pi}.$$

Αυτή η περίπλοκη κυματοσυνάρτηση μπορεί να κανονικοποιηθεί με:
 $\int d^3r |\psi(r)|^2 = N_s = n_s V$

όπου N_s τα συνολικά ηλεκτρόνια στο συμπύκνωμα.

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των μεταβολών (παραγωγίζοντας ως προς την παράμετρο τάξης και το μαγνητικό δυναμικό για την εύρεση του ελαχίστου), αυτή η εξίσωση καταλήγει στις διάσημες διαφορικές εξισώσεις των GL:

$$a \psi + b |\psi|^2 \psi + \frac{1}{2m^*} \left(\frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{e^*}{c}A \right)^2 \psi = 0$$

$$J = \frac{e^*}{m^*} |\psi|^2 \left(\hbar\nabla\psi - \frac{e^*}{c}A \right) = e^* |\psi|^2 v_s$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις GL με την θεωρία των *London* ισχύει για το μήκος διείσδυσης :

$$\lambda_{GL} = \frac{m^* c^2}{4\pi e^{*2} |\psi|^2}$$

Λαμβάνοντας υπόψιν την αντιστοίχιση του ηλεκτρονίου με 2 ηλεκτρόνια και αντικαθιστώντας όλες τις παραμέτρους με * με την αντίστοιχη τιμή τους για ζευγάρι ηλεκτρονίου, δηλαδή $m^* \rightarrow 2m_e$ και $e^* \rightarrow 2e$, παρατηρείται πως το μήκος διείσδυσης δεν έχει αλλάξει από αυτό που προτείνουν οι αδερφοί *London*. Για μηδενικό μαγνητικό δυναμικό, ισχύει:

$$a(T)\psi + b(T) |\psi|^2 \psi + \frac{1}{2m^*} \left(\frac{\hbar}{i}\nabla \right)^2 \psi = 0$$

Μπορούμε να ψάξουμε για λύσεις κοντά στην χωρικά ανεξάρτητη κυματοσυνάρτηση. Θεωρώντας:

$$\psi = \psi_e + f \quad \text{με} \quad |\psi_e|^2 = -\frac{a(T)}{b(T)} \quad \text{γίνεται:}$$

$$a(T)\psi_e + b(T) |\psi_e|^2 \psi_e - \frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \psi_e + a(T)f + b(T) |f|^2 f - \frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 f = 0$$

$$\rightarrow a(T)f + b(T) |f|^2 f - \frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 f = 0$$

και επειδή το f είναι μικρό:

$$a(T)f - \frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 f = 0$$

Για μονοδιάστατη περίπτωση γίνεται:

$$\xi_{GL}(T)^2 \frac{d^2 f}{dx^2} + f - f^3 = 0$$

Όπου $\xi_{GL}(T)$ το μήκος συνοχής. Με την λύση της προκύπτει:

$$f(x) \sim 1 - e^{-\sqrt{2}x/\xi_{GL}(T)}$$

Αυτό δείχνει ότι μια μικρή διαταραχή του ψ από ψ_∞ θα σβήνει με χαρακτηριστικό μήκος της τάξεως του $\xi_{GL}(T)$ με:

$$\xi_{GL}(T)^2 = \frac{\hbar^2}{2m^* a(T)} \infty \frac{1}{1 - \frac{T}{T_c}}$$

Μετά τον ορισμό των ξ και λ , εμφανίστηκε στο παρασκήνιο η σημασία του λόγου κ με:

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} = \frac{2\sqrt{2} H_c(T) \lambda^2(T)}{\Phi_0}$$

Για υπεραγωγούς τύπου 1 ισχύει ότι $\kappa \ll 1$ και υπάρχει μια θετική επιφανειακή ενέργεια που σχετίζεται με την διασύνδεση μεταξύ κανονικής και υπεραγωγίμης περιοχής.

[1], [4], [8]

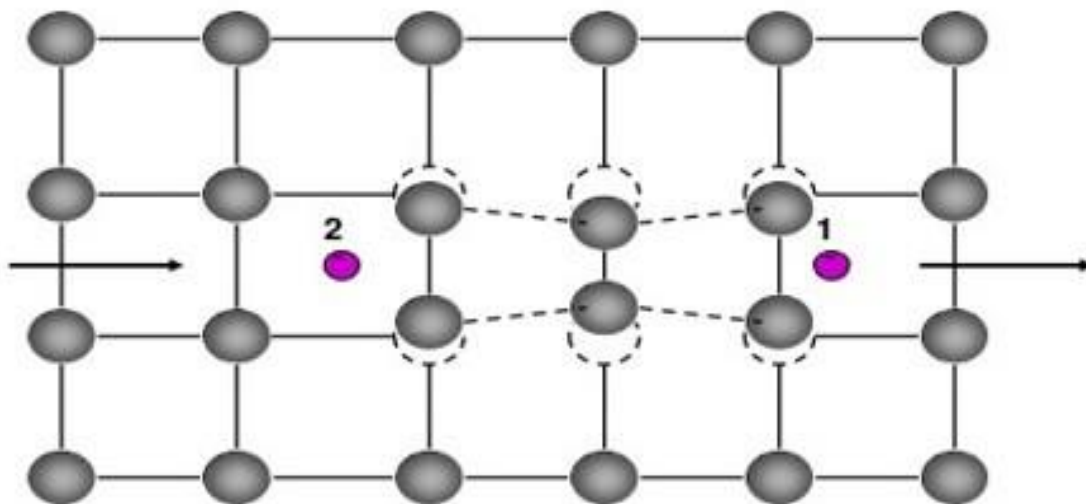
1.6 Η Θεωρία BCS

Το φαινόμενο *Meissner* και ο μηδενισμός της ηλεκτρικής αντίστασης είναι δύο διαφορετικές συνέπειες του φαινομένου της υπεραγωγιμότητας. Η ιδιότητα του ιδανικού αγωγού έχει σαν συνέπεια να μην αλλάζει η μαγνητική επαγωγή στον όγκο του υπεραγωγού, γεγονός αντίθετο με το φαινόμενο *Meissner*. Τα επαγωγικά ρεύματα, που επάγονται με την αλλαγή του πεδίου, επιζούν, αλλά η τελική κατάσταση δεν είναι απαραίτητα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. Η αποβολή του μαγνητικού πεδίου είναι μια συμπληρωματική ιδιότητα του μηδενισμού της ηλεκτρικής αντίστασης. Η δημιουργία επαγωγικών ρευμάτων εξαρτάται από τον ρυθμό αλλαγής του μαγνητικού πεδίου, αλλά το πεδίο δεν αλλάζει κατά την διάρκεια της διαδικασίας ψύξης.

Επομένως, αν και η απώλεια της ηλεκτρικής αντίστασης και το φαινόμενο *Meissner* μπορούν να αποκαλεστούν μακροσκοπικές ιδιότητες, το φαινόμενο της υπεραγωγιμότητας συνιστά κβαντομηχανικό φαινόμενο. Η καλύτερη θεωρία που υπάρχει μέχρι στιγμής ονομάζεται θεωρία BCS (*Bardeen-Cooper-Schrieffer*) [9] και εμφανίστηκε σχεδόν 50 χρόνια μετά την ανακάλυψη της υπεραγωγιμότητας το 1957. Σύμφωνα με την θεωρία αυτή, η υπεραγωγιμότητα οφείλεται σε ζευγάρια ηλεκτρονίων, τα λεγόμενα ζευγάρια *Cooper*, τα οποία συνιστούν μποζόνια με μηδενικό *Spin* και διπλάσια μάζα και φορτίο από το μονό ηλεκτρόνιο. Τα ζευγάρια *Cooper* συμπυκνώνονται σε μία μακροσκοπική κατάσταση που περιγράφεται από μια κυματοσυνάρτηση $\Psi(x, t)$. Λόγω της κβαντικής μηχανικής, το ενεργειακό φάσμα αυτού του ρευστού ζευγών *Cooper* έχει ενεργειακό κενό, που σημαίνει ότι υπάρχει μια ελάχιστη ποσότητα ενέργειας ΔE που πρέπει να παρέχεται για να διεγείρει

το ρευστό. Επομένως, εάν το ΔE είναι μεγαλύτερο από τη θερμική ενέργεια του πλέγματος (kT , όπου k είναι σταθερά του *Boltzmann* και T είναι η θερμοκρασία), το υγρό δεν θα διασκορπιστεί από το πλέγμα. Το ρευστό ζεύγος *Cooper* είναι έτσι ένα υπερρευστό (*Superfluid*), που σημαίνει ότι μπορεί να ρέει χωρίς απαγωγή ενέργειας.

Τα ηλεκτρόνια του ζεύγους *Cooper* έχουν αντίθετη ορμή και *spin* και ελκύουν το ένα το άλλο μέσω των φωνονίων του κρυστάλλου. Καθώς η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων είναι μικρή, μένουν περισσότερη ώρα κοντά στα άτομα του κρυστάλλου με αποτέλεσμα να είναι μεγαλύτερη η επίδραση τους σε αυτά. Το ένα ηλεκτρόνιο του ζεύγους προκαλεί έλξη των ιόντων προς αυτό όπως περνάει ανάμεσα τους, με αποτέλεσμα την συσσώρευση θετικού φορτίου σε εκείνη την περιοχή όταν έχει απομακρυνθεί λίγο, το οποίο έχει επίδραση στο άλλο ηλεκτρόνιο του ζεύγους όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα. Με άλλα λόγια τα ηλεκτρόνια επιδρούν ελκτικά μεταξύ τους αντί να απωθούνται.



Σχήμα 1.8 Αναπαράσταση της επίδραση των ζεύγων *Cooper* στο πλέγμα

Η διατύπωση της θεωρίας BCS είναι μαθηματικά πολύπλοκη και δεν θα αναλυθεί στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής.

Η επίδραση των φωνονίων με τα ηλεκτρόνια έδωσε την εξήγηση γιατί οι καλύτεροι αγωγοί (μέταλλα) είναι κακοί υπεραγωγοί. Στην ωμική κατάσταση, η έντονη σύζευξη με τα φωνόνια οδηγεί σε θερμικές απώλειες με συνέπεια τα υλικά που δεν έχουν έντονη σύζευξη με φωνόνια να έχουν μεγαλύτερη ευκολία διαρροής ρεύματος σε αυτά. Στο υπεραγωγικό όριο, η μικρή σύζευξη τους με τα φωνόνια τα κάνει να μην δημιουργούν με την ίδια ευκολία ζευγάρια *Cooper* και κατά συνέπεια δεν συνιστούν καλοί υπεραγωγοί.

Η θεωρία επίσης εξήγησε και το ισοτοπικό φαινόμενο. Το ισοτοπικό φαινόμενο αφορά την παρατήρηση πως η κρίσιμη θερμοκρασία των υπεραγωγών σχετιζόταν με την μάζα της κρυσταλλικής κυψελίδας μέσω της $T_c = M^{-0.5}$. Υπάρχουν βέβαια και εξαιρέσεις σε αυτόν τον κανόνα όπως με το Μολυβδένιο και το Όσμιο. Σε αυτά είναι απαραίτητο να γίνει

μια επέκταση της θεωρίας BCS ώστε να περιλαμβάνει αυτό που αποκαλούμε δυνατά φαινόμενο σύζευξης. Σε άλλα συστήματα, όπως το YBCO που μας ενδιαφέρει στην συγκεκριμένη διπλωματική, υπάρχει απουσία του ιστοπικού φαινομένου υποδεικνύοντας ότι τα φωνόνια της κυψελίδας ίσως να μην σχετίζονται καθόλου με τον μηχανισμό σύζευξης.

Η θεωρία προέβλεψε επίσης το ενεργειακό χάσμα 2Δ στην επιφάνεια *Fermi*, το οποίο βρέθηκε πειραματικά περίπου την ίδια περίοδο με την διατύπωση της θεωρίας. Αμέσως μετά τη δημοσίευση της θεωρίας BCS, πραγματοποιήθηκαν διάφορες πειραματικές μετρήσεις του ενεργειακού κενού, 2Δ , αποδεικνύοντας εξαιρετική συμφωνία με τις προβλέψεις. Ίσως το πιο σημαντικό από όλα αυτά ήταν η φασματοσκοπία σήραγγος ηλεκτρονίων. Αυτή δεν έδειξε μόνο την ύπαρξη του ενεργειακού κενού, 2Δ , αλλά επίσης έδειξε επιπλέον χαρακτηριστικά που άμεσα έδειξαν ότι το κενό προκύπτει από σύζευξη ηλεκτρονίων - φωνονίων. Η παράμετρος του κενού είχε επίσης έναν άλλο σημαντικό ρόλο. Το 1960 ο *Lev Gor'kov* μπόρεσε να χρησιμοποιήσει τη θεωρία BCS για να αντλήσει τις εξισώσεις *Ginzburg - Landau*, και ως εκ τούτου έδωσε μια μικροσκοπική εξήγηση της παραμέτρου τάξεως ψ . Δεν διαπίστωσε μόνο ότι η ψ είναι άμεσα συσχετισμένη με την κυματοσυνάρτηση των ζευγών *Cooper*, αλλά είναι επίσης άμεσα ανάλογη με την παράμετρο διακένου Δ .

1.7 Ιδανικός Υπεραγωγός

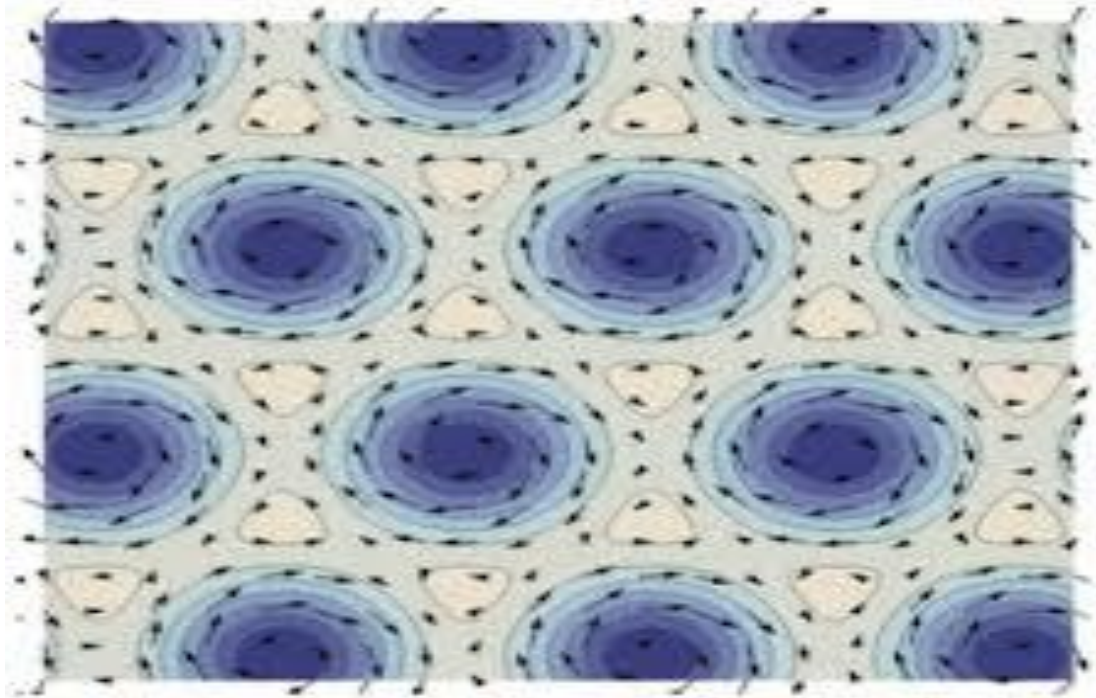
Η θεωρητική κατασκευή του διαγράμματος φάσεων στην προσέγγιση του μέσου πεδίου έγινε το 1957 από τον *Alexei Abrikosov* [10] και βασίστηκε στην θεωρία *Ginzburg-Landau*. Ο *Abrikosov* ανακάλυψε μια περιοδική λύση των εξισώσεων *Ginzburg-Landau* για $\kappa \gg \frac{1}{\sqrt{2}}$ και την ερμήνευσε σαν ένα πλέγμα από παράλληλους σωλήνες μαγνητικής ροής, τα λεγόμενα φλαξόνια. Οι θέσεις των φλαξονίων σε αυτό το πλέγμα ροής ορίζονται από τα μηδενικά της ψ . Σε ένα εφαρμοσμένο μαγνητικό πεδίο οι γραμμές μαγνητικής ροής διεισδύουν σε έναν ιδανικό (χωρίς αγκύρωση) υπεραγωγό τύπου 2 όταν το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο ξεπερνάει το χαμηλότερο κρίσιμο πεδίο:

$$B_{c1}(T) = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \right) \ln(\kappa + 1)$$

με $\alpha \approx 0.5$ για $\kappa \gg 1$. Οι μαγνητικές γραμμές σχηματίζουν ένα περιοδικό εξαγωνικό πλέγμα με απόσταση $a = \sqrt{\sqrt{3} \frac{\Phi_0}{2B}}$ (όπου B η πυκνότητα μαγνητικής ροής - ο μέσος χωρικός όρος του $B(r)$) το οποίο γίνεται πυκνότερο ως ότου να εξαφανιστεί η υπεραγωγιμότητα στο ανώτερο κρίσιμο μαγνητικό πεδίο:

$$B_{c2}(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2}$$

Αν δύο γειτονικές δίνες απέχουν περισσότερο από το βάθος διείσδυσης λ , τότε δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Αν ωστόσο η απόσταση είναι μικρότερη, τότε η μία δίνη εισέρχεται στην περιοχή της άλλης δίνης και αλληλεπιδρούν έντονα. Αυτό συμβαίνει με αύξηση του μαγνητικού πεδίου.



Σχήμα 1.9 Το πλέγμα δινών Abrikosov

1.8 Κβάντωση Φλαξονίου

Το ρεύμα πιθανότητας των ζευγαριών *Cooper* είναι:

$$J = \frac{1}{2m} (\psi^* (-i\hbar\nabla)\psi - \psi (-i\hbar\nabla)\psi^* - 2e A |\psi|^2)$$

Η παράμετρος τάξης είναι $\psi = \sqrt{\rho(r)} e^{i\theta(r)}$ και τοποθετώντας την στην πυκνότητα ρεύματος ισχύει:

$$J = \frac{\hbar}{m} \left(\nabla\theta - \frac{2e}{\hbar} \mathbf{A} \right) \rho(r)$$

Μέσα στο σώμα ενός υπεραγωγού η πυκνότητα ρεύματος είναι μηδενική, κατά συνέπεια θα πρέπει:

$$\nabla\theta = \frac{2e}{\hbar} \mathbf{A}$$

Ολοκληρώνοντας γύρω από έναν βρόχο χρησιμοποιώντας το θεώρημα του *Stokes* και $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ ισχύει:

$$\Phi = \oint \mathbf{A} \, dl = \frac{\hbar}{2e} \oint \nabla\theta \, dl$$

Η παράμετρος τάξης αλλάζει τιμή γύρω από έναν βρόχο και επιστρέφει στην ίδια τιμή μετά την κλειστή διαδρομή. Κατά συνέπεια, για μια πλήρη στροφή γύρω από έναν βρόχο, θα ισχύει:

$$e^{i\Delta\theta} = 1 \rightarrow \Delta\theta = 2\pi n$$

Όπου n ακέραιος. Επομένως :

$$\Phi = \frac{\hbar}{2e} \oint \nabla\theta \, dl = \frac{\hbar}{2e} \delta\theta = \frac{\hbar}{2e} n 2\pi = n \frac{h}{2e} = n \Phi_0$$

Όπου $\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.067833758 \times 10^{-15} \text{Vs}$ το κβάντο της μαγνητικής ροής. Η μαγνητική ροή σε έναν υπεραγωγό είναι κβαντισμένη. [11]

1.9 Κίνηση Φλαξονίων υπό Επίδραση Δύναμης *Lorenz*

Τα φλαξόνια, όπως προαναφέρθηκε, αποτελούνται από κινούμενα ηλεκτρόνια και κατά συνέπεια όταν εισέλθει ρεύμα στον υπεραγωγό, θα υπάρξει αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο ειδών ηλεκτρονίων – των ηλεκτρονίων που εισάγονται και των ηλεκτρονίων που περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα των φλαξονίων. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται μια δύναμη *Lorenz* ανάμεσα τους που δίνεται από την σχέση :

$$\mathbf{F}_L = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

Ενώ η δύναμη ανά μονάδα μήκους του φλαξονίου θα είναι :

$$\mathbf{f}_L = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \Phi_0$$

Υπό την επίδραση αυτής της δύναμης, τα ηλεκτρόνια των φλαξονίων (και άρα τα ίδια τα φλαξόνια) θα τεθούν σε κίνηση, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη Ηλεκτρεγερτικής δύναμης μεταξύ τους:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c} \mathbf{B} \times \mathbf{u}_L = \frac{n}{c} \Phi_0 \times \mathbf{u}_L$$

όπου n η πυκνότητα των φλαξονίων ανά μονάδα εμβαδού και \mathbf{u}_L η ταχύτητα τους. Εφόσον θα αναπτυχθεί ηλεκτρικό πεδίο και υπάρχει ρεύμα, θα υπάρχει και ηλεκτρική αντίσταση και επομένως δεν θα υπάρχει πλήρης υπεραγωγικότητα. Μέσα στο υλικό, ωστόσο, υπάρχει δράση δυνάμεων ιζώδους που αντισταθμίζουν την δράση της δύναμης *Lorenz* και είναι ανάλογες της ταχύτητας των φλαξονίων $\mathbf{f}_v = -\eta \mathbf{u}_L$ όπου η το ιζώδες του φλαξονίου. Σε ισορροπία θα ισχύει:

$$\mathbf{f}_v + \mathbf{f}_L = 0 \rightarrow \mathbf{u}_L = \frac{1}{c\eta} \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

Οπότε τα φλαξόνια μετακινούνται κάθετα στο εξωτερικό ρεύμα και το μαγνητικό πεδίο. Η ηλεκτρική δύναμη που αναπτύσσεται από ένα φλαξόνιο έχει πλάτος:

$$E = \frac{1}{c} \Phi_0 u_L = \frac{1}{c} \Phi_0 \frac{1}{c\eta} j B = \Phi_0 \frac{1}{c^2 \eta} j B$$

με μια ηλεκτρική αντίσταση:

$$\rho = \frac{E}{j} = \Phi_0 \frac{1}{c^2 \eta} B.$$

Αν ο υπεραγωγός είναι ομογενής, τότε για μαγνητικό πεδίο B_{c2} η αντίσταση του θα γίνεται ίση με την ωμική, άρα:

$$\rho_{\omega\mu} = \Phi_0 \frac{1}{c^2 \eta} B_{c2} \rightarrow \eta = \Phi_0 \frac{1}{c^2 \rho_{\omega\mu}} B_{c2}$$

και κατά συνέπεια:

$$\rho = \rho_{\omega\mu} \frac{B}{B_{c2}}$$

Αυτή η εξίσωση προκύπτει από το γεγονός ότι οι πυρήνες των φλαξονίων με διάμετρο της τάξεως του ξ είναι στην κανονική κατάσταση. Αν δεν μετακινόντουσαν, θα ήταν εύκολο για το υπερέυμα να περάσει γύρω από τους πυρήνες τους και να μην εμφανιστούν απώλειες. Μπορούμε να συναχθεί ως συμπέρασμα επομένως πως με το που υπάρξουν φλαξόνια στο ιδανικό υλικό, παύει να είναι υπεραγωγίμο. [12]

1.10 Ο Ρόλος των Ατελειών στους Υπεραγωγούς

Όπως κάθε υλικό, έτσι και οι υπεραγωγοί εμπεριέχουν ατέλειες μέσα τους, είτε αυτές είναι κενά οξυγόνου είτε όρια διδυμίας είτε όρια κόκκων είτε άλλες. Αυτές οι ατέλειες στους υπεραγωγούς τείνουν να λειτουργούν υπέρ μας όσον αφορά την επίτευξη της υπεραγωγιότητας. Οι ατέλειες είναι περιοχές ωμικής καταστάσεως και έχουν μεγαλύτερη ενέργεια από τις υπεραγωγίμες περιοχές. Τα φλαξόνια επίσης είναι περιοχές ωμικής καταστάσεως. Αν ένα φλαξόνιο βρεθεί σε μία ατέλεια, τότε η ωμική περιοχή του φλαξονίου θα εξαφανιστεί ενεργειακά από το υλικό εφόσον θα βρεθεί στην ατέλεια. Το να βρεθεί το φλαξόνιο και να “καρφωθεί” στην ατέλεια είναι κάτι ενεργειακά προτιμητέο από το υλικό, εφόσον η περιοχή που καταλάμβανε το φλαξόνιο πλέον γίνεται υπεραγωγίμη και έχει χαμηλότερη ενέργεια από την κανονική. Με άλλα λόγια οι ατέλειες κάνουν το υπεραγωγίμο υλικό να εμφανίσει υπεραγωγιότητα καθώς σταματά την κίνηση των φλαξονίων, ενώ αν ήταν τελείως καθαρό, θα είχε ηλεκτρικές απώλειες. Η κυψελίδα των φλαξονίων, μάλιστα, μεταβάλλεται με τέτοιο τρόπο ώστε να περιλαμβάνει όσον τον δυνατόν περισσότερα φλαξόνια στα κέντρα αγκύρωσης, ισοσταθμίζοντας την ενεργεία που κέρδισε από την αγκύρωση των φλαξονίων με την ενέργεια καταπόνησης που χρειάστηκε για την μεταβολή της διάταξης τους. Πέραν από τις ατέλειες, η αγκύρωση των φλαξονίων συμβαίνει και με την εισαγωγή προσμίξεων. Ωστόσο δεν είναι όλες οι ατέλειες εξίσου αποτελεσματικές στην αγκύρωση φλαξονίων.

Εξαιτίας των ατελειών, παγιδεύονται μαγνητικές δίνες μέσα στο υλικό από την εφαρμογή ενός μαγνητικού πεδίου. Η παγιδευμένη μαγνητική ροή αλλάζει τις εγγενείς μαγνητικές ιδιότητες του υπεραγωγού, το οποίο στη συνέχεια, αλλάζει παραμέτρους όπως την κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος, την επιφανειακή ενέργεια, την τοπική διακύμανση του μαγνητικού πεδίου και άλλα.

Τα κέντρα αγκύρωσης αντισταθμίζουν την δύναμη *Lorenz* που ωθεί τα φλαξόνια να κινηθούν. Εφόσον η δύναμη *Lorenz* είναι ανάλογη της πυκνότητας ρεύματος, για μεγάλα ρεύματα η δύναμη *Lorenz* γίνεται μεγαλύτερη από την δύναμη αγκίστρωσης με αποτέλεσμα την κίνηση των φλαξονίων. Ένας κλασσικός ορισμός της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος, μάλιστα, είναι ως το ρεύμα όπου η δύναμη *Lorenz* ισούται με την δύναμη αγκύρωσης.

Εφόσον κάθε κέντρο καρφώματος είναι διαφορετικό και κατά συνέπεια κάθε δύναμη αγκύρωσης, το αναμενόμενο είναι η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος να είναι διαφορετική για κάθε περιοχή αγκύρωσης. Το τελικό πλέγμα των δινών διαμορφώνεται αφενός από την επίδραση των δινών μεταξύ τους και αφετέρου από τις θέσεις των κέντρων καρφώματος. Η μεγάλης αποστάσεως τάξη του πλέγματος *Abrikosov* μπορεί να καταστραφεί από ένα δυναμικό καρφώματος, όσο αδύναμο και να είναι.

Στους κλασικούς υπεραγωγούς, για παράδειγμα, κενές θέσεις, μεμονωμένα άτομα δεύτερης φάσης ή άλλα παρόμοια μικροσκοπικά ελαττώματα δεν είναι αποτελεσματικά ως κέντρα καρφώματος για έναν προφανές λόγο: κατά κανόνα, το χαρακτηριστικό μέγεθος μιας δίνης - το μήκος συνοχής - υπερβαίνει κατά πολύ το ατομικό μέγεθος, δηλαδή το χαρακτηριστικό μέγεθος ενός τέτοιου ελαττώματος. Επομένως, μια δίνη απλά «δεν τα παρατηρεί». Αντίθετα, δομικά ελαττώματα με διαστάσεις $\sim \xi$ και μεγαλύτερες είναι πολύ αποτελεσματικές και μπορεί να είναι αιτία πολύ μεγάλης κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος. Ωστόσο, η κατάσταση είναι διαφορετική για υπεραγωγούς υψηλής κρίσιμης θερμοκρασίας T_c . Εκεί, τα μήκη συνοχής είναι τόσο μικρά που τα ελαττωματικά σημεία έχουν συγκρίσιμα μεγέθη έως $\sim \xi$ [4], [13].

1.11 Το Μοντέλο *Anderson-Kim*

Η γενική ιδέα του μοντέλου ερπυσμού ροής των *Kim-Anderson* [14] [15] είναι πως οι δίνες μπορούν να μετακινηθούν από τα κέντρα καρφώματος τους λόγω θερμικής διέγερσης ακόμη και αν η δύναμη *Lorenz* είναι μικρότερη της δύναμης αγκύρωσης. Αυτά τα άλματα έχουν μεγάλη πιθανότητα να συμβούν προς την κατεύθυνση της δύναμης *Lorenz*, διότι η δύναμη *Lorenz* μειώνει το ενεργειακό φράγμα, και μικρή προς την αντίθετη κατεύθυνση καθώς το αυξάνει. Η υπόθεση του *Anderson* είναι πως η συχνότητα άλματος αυτών των δινών (πρόκειται για δέσμες δινών) εν απουσία δύναμης *Lorenz*, ακολουθεί μια τύπου *Arrhenius* εξίσωση της μορφής:

$$f = f_0 e^{-\frac{U_0}{kT}}$$

όπου U_0 είναι η ενέργεια ενεργοποίησης του άλματος και f_0 μια χαρακτηριστική συχνότητα άλματος του υλικού.

Το υψηλό επίπεδο συσχέτισης μεταξύ των φλαξονίων οδηγεί σε μια πολύ περίπλοκη συλλογική συμπεριφορά τους ειδικά σε πολύ λεπτά υπεραγωγικά υμένα όπου τα τυχαία πεδία τους οδηγούν σε μη τοπικότητα του προβλήματος. Αν μια δίνη μετακινηθεί λόγω θερμικής διέγερσης, θα υπάρξει απαγωγή θερμότητας λόγω της κίνησης της με αποτέλεσμα την τοπική αύξηση της θερμοκρασίας σε εκείνη την περιοχή και την περαιτέρω αύξηση της πιθανότητας διέγερσης των πλησιέστερων δινών. Με την σειρά τους οι υπόλοιπες δίνες μπορούν να διεγερθούν θερμικά, αυξάνοντας την πιθανότητα θερμικής διέγερσης των υπόλοιπων δινών και οδηγώντας σε ένα φαινόμενο τύπου χιονοστιβάδας.

Οι *Anderson* και *Kim* επέλεξαν αρχικά την πιο απλή σχέση δυναμικού ενεργοποίησης με ρεύμα, μια γραμμική σχέση. Η εισαγωγή ενός ρεύματος J σύμφωνα με τον *Anderson* κάνει το δυναμικό αγκύρωσης να μειωθεί στην τιμή:

$$U = U_0 \left(1 - \frac{J}{J_c}\right)$$

προς την κατεύθυνση της δύναμης *Lorenz* και να αυξηθεί στην τιμή:

$$U = U_o \left(1 + \frac{J}{J_c} \right)$$

προς την αντίθετη κατεύθυνση. Η ταχύτητα των δινών θεωρείται πως είναι ίση με το θερμικό μήκος άλματος επί την ολική συχνότητα να γίνει το άλμα:

$$u = l f_o \left(e^{-\frac{U_o(1-\frac{J}{J_c})}{kT}} - e^{-\frac{U_o(1+\frac{J}{J_c})}{kT}} \right) = l f_o e^{-\frac{U_o}{kT}} \sinh \left(\frac{JU_o}{J_c kT} \right)$$

Το ηλεκτρικό πεδίο που αναπτύσσεται λόγω της μετακίνησης των δινών είναι επομένως:

$$E = u B = B l f_o e^{-\frac{U_o}{kT}} \sinh \left(\frac{J}{J_c kT} \right)$$

Όταν η ενέργεια ενεργοποίησης είναι πολύ μεγαλύτερη από την θερμική kT και $J \approx J_c$, τότε μπορεί να αμεληθεί η αναπήδηση προς την αντίστροφη κατεύθυνση διότι:

$$\sinh \left(\frac{JU}{J_c kT} \right) \approx \frac{e^{\frac{JU}{J_c kT}}}{2}$$

και να ισχύσει:

$$E = B l f_o e^{-\frac{U_o}{kT}} e^{\frac{U_o J}{kT J_c}}$$

Αυτή η περιοχή αποκαλείται περιοχή ερπυσμού ροής (*Flux Creep*).

Στην αντίθετη πλευρά, αν $J \leq J_c$, τότε μπορεί να γραμμικοποιηθεί η:

$$\sinh \left(\frac{JU}{J_c kT} \right) \rightarrow \frac{JU}{J_c kT}$$

καταλήγοντας στο:

$$E = 2 B U_o \frac{l}{kT} f_o e^{-\frac{U(J)}{kT}}$$

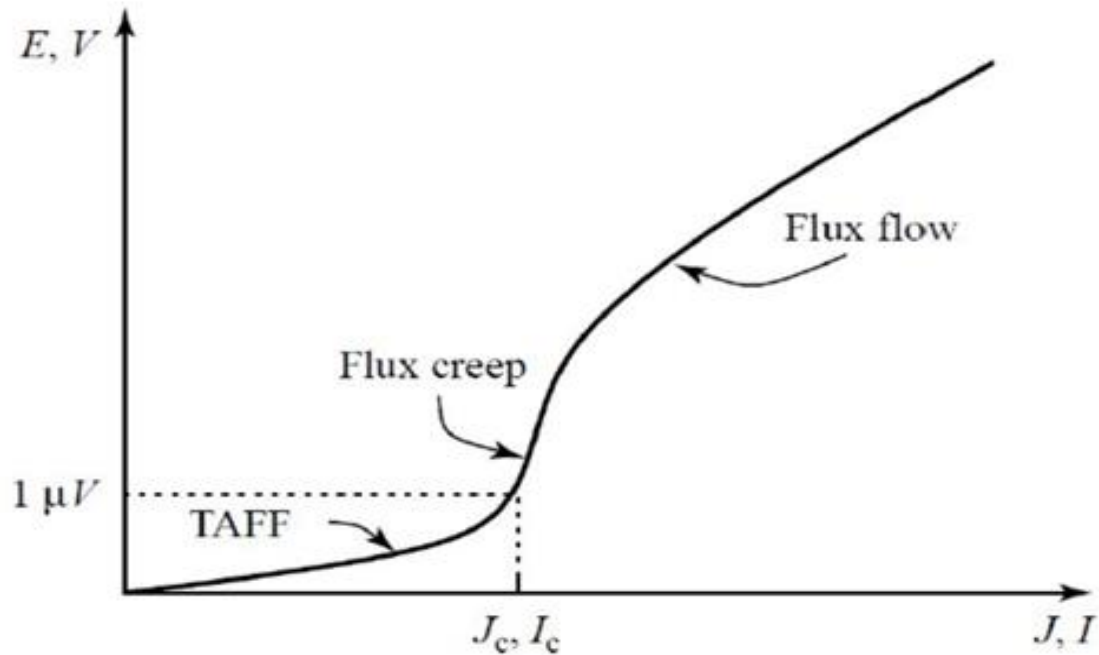
το οποίο αποκαλείται η κατάσταση TAFF (*Thermally Activated Flux Flow*).

Για $J \gg J_c$ τότε η κατάσταση του υλικού είναι κοντά στην ωμική και μπορεί να περιγραφθεί όπως αποδείχθηκε και πριν από μια αντίσταση και ένα ηλεκτρικό πεδίο της μορφής:

$$\rho = \rho_{\omega\mu} \frac{B}{B_{c2}(T)}$$

$$E = \rho J = J \rho_{\omega\mu} \frac{B}{B_{c2}}$$

Όπως παρατηρείται, σημαντικός ερπυσμός ροής συμβαίνει μόνο όταν δεν ισχύει $\frac{JU}{J_c kT} \approx 0$ [16].



Σχήμα 1.10 Οι περιοχές καταστάσεων σε υπεραγωγό τύπου 2

Η μελέτη του ερπυσμού της ροής στους υπεραγωγούς τύπου 2 είναι σημαντική καθώς προκαλεί μεγάλες ηλεκτρικές απώλειες και μειώνει γρήγορα την παγιδευμένη μαγνήτιση του δείγματος, το οποίο συνιστά μεγάλο πρόβλημα στην δημιουργία δυνατών μαγνητών. [17]

1.13 Η Μαγνητική Χαλάρωση σε Υπεραγωγούς

Η μελέτη της μείωσης της μαγνήτισης $M(t) \sim J(t)$ έχει γίνει μια κοινή μέθοδος για να παρθούν πληροφορίες που αφορούν διάφορα μεγέθη σχετικά με την αγκύρωση, όπως το φράγμα ενεργοποίησης των θερμικών αλμάτων, η συχνότητα τους ή το μέγεθος των αλμάτων. Η χαλάρωση αυτή της μαγνήτισης συμβαίνει λόγω του θερμικού ερπυσμού της ροής. Στις μαγνητικές μετρήσεις, ο ερπυσμός ροής οδηγεί σε αλλαγή της παγιδευμένης μαγνητικής ροής και της σχετικής μαγνητοποίησης ενός υπεραγωγού λόγω της αναπροσαρμογής της διάταξης των φλαξονίων.

Η μελέτη της μαγνητικής χαλάρωσης είναι σημαντική για πολλαπλούς λόγους. Από μια θεμελιώδη προοπτική, η τεράστια επίδραση του μεγέθους του ερπυσμού της ροής, μαζί με την περίπλοκη εξάρτηση του από την θερμοκρασία, το πεδίο και άλλες παραμέτρους, απαιτούν εξήγηση οδηγώντας σε νέα επίπεδα θεωρητικής κατανόησης, συμπεριλαμβανομένης της επεξεργασίας μιας συνεργατικής θεωρίας θερμικής ενεργοποίησης και ανάπτυξη της έννοιας του κβαντικού ερπυσμού ροής. Αυτή η κατανόηση συνέβαλε επίσης στην ευρύτερη κατανόηση του μαγνητικού διαγράμματος φάσης και των

μηχανισμών αγκύρωσης και σε έναν βελτιωμένο προσδιορισμό των θερμοδυναμικών ιδιοτήτων των υπεραγωγών υψηλής θερμοκρασίας.

Όσον αφορά την εφαρμοσμένη πλευρά, η σημασία της μαγνητικής χαλάρωσης έγκειται στο γεγονός πως τροποποιεί την χαρακτηριστική σχέση ρεύματος-τάσης των υπεραγωγών υψηλής θερμοκρασίας, καθορίζει την εξάρτηση του ρεύματος πυκνότητας από τον χρόνο και την θερμοκρασία, και υπαγορεύει όρια στην ευστάθεια υπεραγωγίμων συσκευών όπως των μαγνητών μόνιμης λειτουργίας που χρησιμοποιούνται για ανύψωση ή για MRI. Αυτές οι ιδιότητες είναι κρίσιμες για την πετυχημένη εμπορευματοποίηση της τεχνολογίας υπεραγωγών υψηλής θερμοκρασίας. Αν και η μαγνητική χαλάρωση έχει θέσει όρια σε πιθανές εφαρμογές αυτής της τεχνολογίας, σε καμία περίπτωση δεν τις αποκλείει-μόλις γίνει κατανοητό το φαινόμενο, μπορεί να αντιμετωπιστεί, να αποφευχθεί ή ακόμη και να χρησιμοποιηθεί.

Το φαινόμενο της μαγνητικής χαλάρωσης μπορεί να εξηγηθεί υπό το μοντέλο των Kim-Anderson. Ο μαγνητισμός στη κρίσιμη κατάσταση ενός υπεραγωγού είναι ανάλογος με την τρέχουσα πυκνότητα ρεύματος:

$$\frac{dJ}{dt} \propto u_0 e^{-U_0 \frac{1-J}{kT}}$$

Η λύση αυτής της εξίσωσης είναι μια λογαριθμική εξάρτηση της υπεραγωγίμης πυκνότητας ρεύματος ή του μαγνητισμού στην περίπτωση μετρήσεων χαλάρωσης.

$$J(t) = J_c \left(1 - \left(\frac{kT}{U_0} \right) \ln \left(\frac{t}{t_{eff}} \right) \right)$$

όπου t_{eff} είναι μια σταθερά χρόνου που συμβολίζει τον ρυθμό χαλάρωσης. Αυτή η εξίσωση υπονοεί πως ο ρυθμός χαλάρωσης της μαγνήτισης εξαρτάται από τον λόγο $\frac{kTJ_c}{U_0}$.

Ο κανονικοποιημένος ρυθμός ερπυσμού ορίζεται ως:

$$S = \frac{1}{M} \frac{dM}{d \ln t}$$

και καθώς $M(t) \sim J(t)$ ισχύει:

$$S = -\frac{kT}{U_0}$$

Με βάση αυτήν την απλή εξίσωση αξιολογείται πειραματικά το δυναμικό ενεργοποίησης των θερμικών αλμάτων $U(J)$. Για αυτόν τον λόγο, οι μετρήσεις μαγνητικής χαλάρωσης χρησιμοποιούνται εκτενώς για την διερεύνηση του ερπυσμού ροής στους υπεραγωγούς.

Συνήθως, σε μετρήσεις μαγνητικής χαλάρωσης ένα εξωτερικό μαγνητικό πεδίο αυξάνει σε μια σταθερή τιμή με πεπερασμένο ρυθμό σάρωσης, τότε μετράται η μαγνήτιση ως συνάρτηση του χρόνου κρατώντας σταθερό το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο που έχει επιλεγεί να είναι υψηλότερο από το πεδίο πλήρους διεύθυνσης του υλικού με στόχο την παραγωγή δινορευμάτων θωράκισης που ρέουν σε όλον τον υπεραγωγό. Αν το μαγνητικό πεδίο πρώτα αυξηθεί και μετά μειωθεί, θα υπάρξει ροή ρεύματος και ωρολογιακά και αντιωρολογιακά σε σχέση με το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο. Σε αυτήν την περίπτωση, η μέτρηση της μαγνήτισης προκύπτει από μια περιοχή με παγιδευμένη ροή κοντά στην επιφάνεια και μια περιοχή με θωρακισμένη ροή στο εσωτερικό του υπεραγωγού.

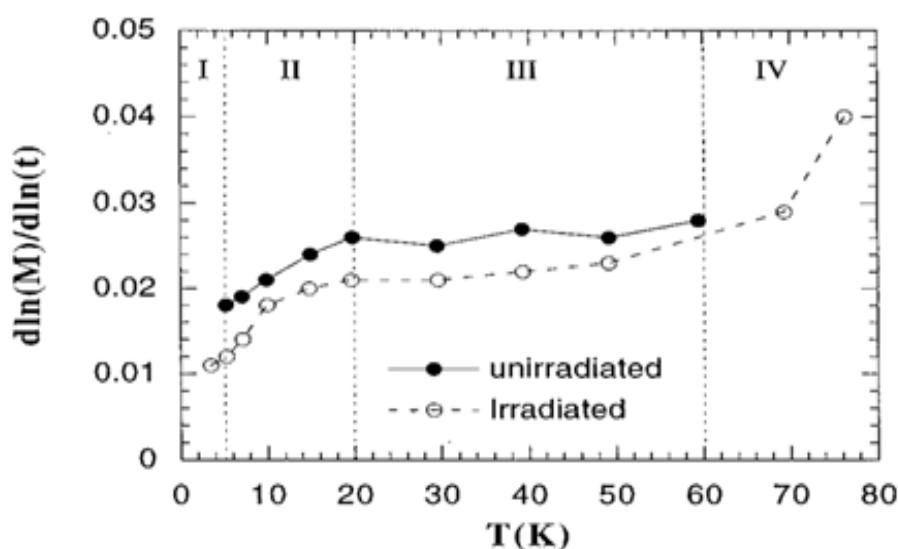
Για τους συμβατικούς υπεραγωγούς χαμηλής θερμοκρασίας, η αναλογία του $\frac{kTJ_c}{U_o}$ είναι μικρή (10^{-3}), οδηγώντας σε μια αργή χαλάρωση της μαγνήτισης. Η πρόβλεψη της λογαριθμικής εξάρτησης $J(t)$, η οποία έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά στους υπεραγωγούς τύπου 1, είναι μία από τις σημαντικές προβλέψεις της θεωρίας AK. Η θεωρία AK έχει κάνει μεγάλο αντίκτυπο στη μελέτη του ερπυσμού ροής σε υπεραγωγούς. Το απόλυτο πλεονέκτημά της είναι ότι βασίζεται σε κλασικές έννοιες της στατιστικής φυσικής. [18] [19]

1.14 Αποκλίσεις του Μοντέλου Anderson-Kim

Από την άλλη πλευρά, πειραματικές μελέτες έχουν δείξει πως η θεωρία των AK για τον ερπυσμό της ροής δεν ταιριάζει με πολλά δεδομένα όσον αφορά τους υπεραγωγούς υψηλής θερμοκρασίας. Η μεγάλη θερμική ενέργεια που υπάρχει σε αυτούς οδηγεί σε ταχύτερη χαλάρωση της μαγνήτισης. Η χαλάρωση της μαγνήτισης φαίνεται να μην είναι λογαριθμικής μορφής σε πολλά από αυτά τα υλικά ενώ η εξάρτηση της χαλάρωσης της μαγνήτισης από την θερμοκρασία δεν ταιριάζει με το μοντέλο των *Kim-Anderson*.

Τα πιο ενδιαφέροντα και απροσδόκητα αποτελέσματα από την απόκλιση των πειραματικών ενδείξεων από την θεωρία *Kim-Anderson*, τα οποία έχουν σημαντικό αντίκτυπο στην έρευνα σε αυτήν την περιοχή είναι η ανώμαλη εξάρτηση από τη θερμοκρασία του ενεργειακού φράγματος των κέντρων αγκύρωσης, η λογαριθμική εξάρτηση του ενεργειακού φραγμού σχετικά με το ρεύμα μεταφοράς, η αμετάβλητη συμπεριφορά (κλιμάκωση) της εξάρτησης $E(J)$, και ένα σημαντικός ρυθμός ερπυσμού σε εξαιρετικά χαμηλές θερμοκρασίες.

1.14.1 Ανώμαλη θερμοκρασιακή εξάρτηση



Σχήμα 1.11 Η εξάρτηση του κανονικοποιημένου ρυθμού χαλάρωσης από την θερμοκρασία σε κρύσταλλο YBCO για μαγνητικό πεδίο 1 T κάθετο στην επιφάνεια του [20]

Εδώ παρατηρείται η ανώμαλη θερμοκρασιακή εξάρτηση του φράγματος ενεργοποίησης όπου υπάρχει πλατό στην εξάρτηση της χαλάρωσης της μαγνήτισης από την θερμοκρασία, ενώ σύμφωνα με το Μοντέλο *Kim Anderson*, εφόσον η θερμοκρασία μειώνει το φράγμα θερμικής διέγερσης, θα έπρεπε να είναι εντονότερος ο ερπυσμός και άρα η χαλάρωση. Αντίθετα, σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα και την εξίσωση του S , το φράγμα δυναμικού θα έπρεπε να αυξάνει. Αυτό έχει οδηγήσει σε κάποιες επεκτάσεις της βασικής θεωρίας μέσω της εισαγωγής μιας κατανομής φραγμάτων ενεργοποίησης ή μη γραμμικής σχέσης $U - J$. [21]

1.14.2 Λογαριθμική Εξάρτηση Δυναμικού Ενεργοποίησης

Πειραματικά για πολλά υλικά όπως το *YBCO* φαίνεται να υπάρχει σχέση μεταξύ φράγματος ενεργοποίησης και πυκνότητας ρεύματος, της μορφής:

$$U(J) \sim U_o \ln \left(\frac{J_c}{J} \right)$$

Αυτή η εξάρτηση προτάθηκε πρώτα από τον *Zeldon* και την ομάδα του για να εξηγήσουν τα δεδομένα μαγνητοαντίστασης που είχαν. Τέτοια εξάρτηση δείχνει πως για μηδενική πυκνότητα ρεύματος, το ενεργειακό φράγμα τείνει στο $-\infty$. Ωστόσο, σε χαμηλά ρεύματα έχει παρατηρηθεί απόκλιση από αυτήν την εξάρτηση. Με βάση αυτό το ηλεκτρικό πεδίο που αναπτύσσεται λόγω της θερμικής κίνησης των δινών στην περιοχή του ερπυσμού ροής προσεγγίζεται ως :

$$E \sim e^{-\frac{U_o \ln \left(\frac{J_c}{J} \right)}{kT}} = \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \rightarrow E = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n$$

Όπου:

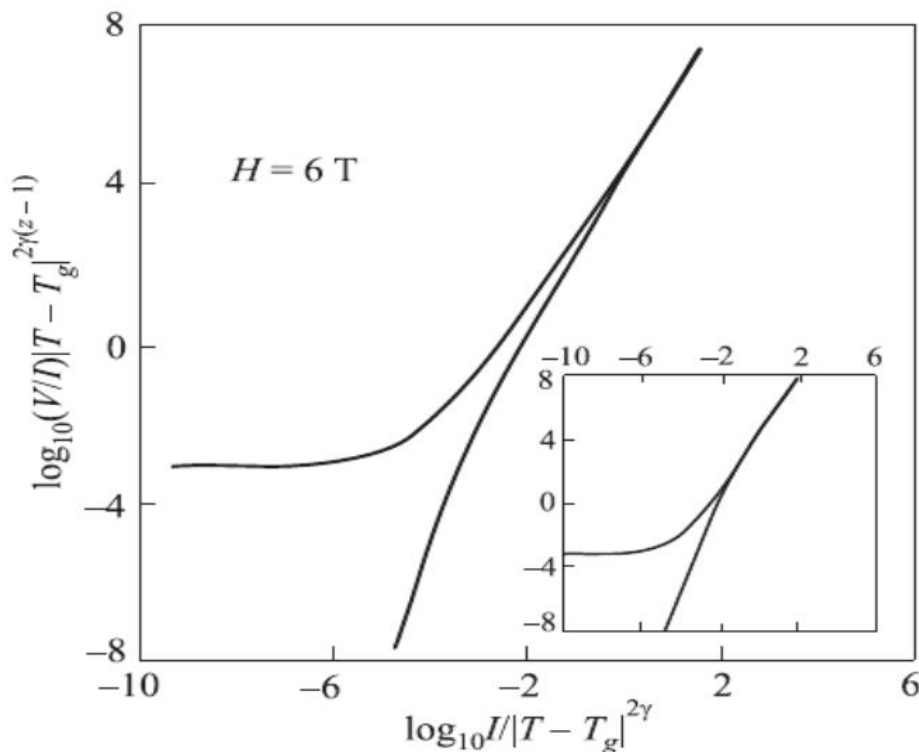
$$n = \frac{U_o}{kT}$$

E_c ένας όρος που συνήθως θεωρείται σταθερός για τα περισσότερα υλικά.

Αυτή είναι η γνωστότερη σχέση που χρησιμοποιείται για την προσέγγιση της σχέσης ηλεκτρικού πεδίου με ρεύμα σε έναν σκληρό υπεραγωγό τύπου 2, ιδίως για αριθμητικές προσεγγίσεις. Με βάση αυτή την εξάρτηση ωστόσο και την θεωρία AK, προβλέπεται γραμμική εξάρτηση του S με την θερμοκρασία, κάτι που πειραματικά έχει βρεθεί λανθασμένο καθώς υπάρχει μεγάλο θερμοκρασιακό εύρος σε πολλά υλικά όπου το S είναι σταθερό. Επιπλέον, όπως προαναφέρθηκε, με βάση την λογαριθμική σχέση δυναμικού ενεργοποίησης και πυκνότητας ρεύματος, θα έπρεπε για μηδενικό ρεύμα να απειρίζεται το δυναμικό ενεργοποίησης ενώ από τα πειραματικά δεδομένα φαίνεται πως υπάρχει κορεσμός σε μία τιμή του.

1.14.3 Κλίση Καμπύλης $E-J$

Έχει βρεθεί πειραματικά πως η κλίση της καμπύλης $E - J$ αλλάζει για διαφορετικές θερμοκρασίες. Σε υψηλές θερμοκρασίες είναι θετική ενώ σε χαμηλές θερμοκρασίες είναι αρνητική. Τέτοια συμπεριφορά είναι συχνή σε αλλαγές φάσεως δεύτερης τάξεως. Σε αυτήν την περίπτωση η θερμοκρασία που αλλάζει πρόσημο η κλίση είναι η θερμοκρασία της αλλαγής φάσεως. Προφανώς δεν μπορεί να εξηγηθεί κάτι τέτοιο στα πλαίσια της θεωρία AK η οποία θεωρεί πως η κλίση $E - J$ είναι πάντα θετική. Η αλλαγή αυτή έχει εξηγηθεί στα πλαίσια της μετάβασης από *Vortex liquid* σε *Vortex Glass* τα οποία θα αναφερθούν παρακάτω.



Σχήμα 1.12 Η κλίση της χαρακτηριστικής $V(I)$ για $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ υμένιο στο εύρος θερμοκρασίας 84.5-72.7 K με βήμα 0.1 K σε μαγνητικό πεδίο 4T. [22]

1.14.4 Μαγνητική Χαλάρωση σε Χαμηλές Θερμοκρασίες

Από την AK θεωρία, ο κανονικοποιημένος ρυθμός ερπυσμού S , που λαμβάνεται από τις πειραματικές μετρήσεις σε χαμηλές θερμοκρασίες, δίνει την αναλογία της θερμοκρασίας προς το ύψος του φράγματος ενέργειας, $\frac{kT}{U_0}$. Με άλλα λόγια, το S πρέπει να τείνει στο μηδέν όταν η θερμοκρασία τείνει στο μηδέν, και οι δίνες πρέπει να βρίσκονται σε ηρεμία εν απουσία θερμικών διακυμάνσεων καθώς, στην περίπτωση αυτή, το πιθανό φράγμα παραμένει πεπερασμένο. Ωστόσο, αυτό δεν παρατηρείται πειραματικά: το S τείνει σε μια θετική σταθερά για $T \approx 0$. Αυτό έχει παρατηρηθεί σε πολλά υλικά. [20]

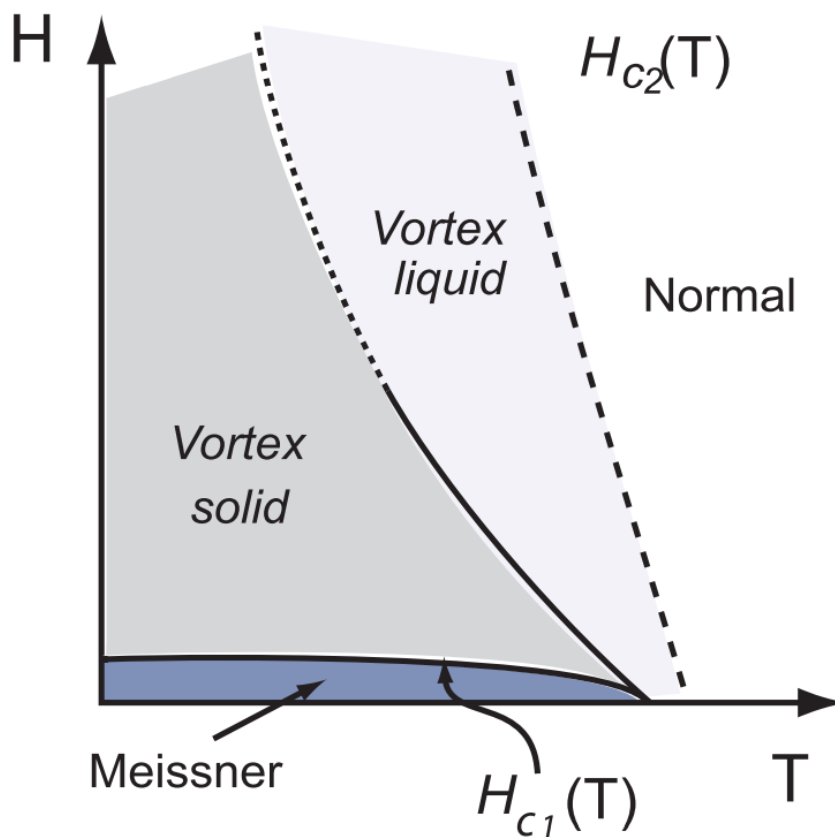
Για να εξηγηθεί αυτό το φαινόμενο, έχει προταθεί η ύπαρξη κβαντικού συντονισμού ροής (QTFC). Με άλλες λέξεις, όταν η ενέργεια των θερμικών διακυμάνσεων kT δεν είναι επαρκής για να ξεπεραστεί το πιθανό φράγμα που συγκρατεί την δίνη σε ένα κέντρο αγκύρωσης, υπάρχει κβαντική σηράγγωση των δινών του *Abrikosov*. Σε αντίθεση με τα συμβατικά θερμικά ενεργοποιημένα μοντέλα ερπυσμού ροής, όπου η πιθανότητα άλματος πάνω από το πιθανό φράγμα καθορίζεται από τον εξαρτώμενο από τη θερμοκρασία συντελεστή Boltzmann $e^{-\frac{U}{kT}}$, η πιθανότητα σηράγγωσης ενός τμήματος δίνης μέσω αυτού του φραγμού δίνεται από το $e^{-\frac{U}{\hbar X}}$, όπου το X είναι η συχνότητα ταλάντωσης ενός τμήματος δίνης κοντά στη θέση ισορροπίας του ή η συχνότητα απόπειρας με την οποία αυτό το τμήμα υπερνικά το δυναμικό καρφιτσώματος. Προφανώς, η πιθανότητα σηράγγωσης είναι πεπερασμένη και δεν εξαρτάται από τη θερμοκρασία στο $T \approx 0$. Οι αυστηροί θεωρητικοί υπολογισμοί δίνουν μία τετραγωνική εξάρτηση από τη θερμοκρασία αυτής της πιθανότητας σε χαμηλές θερμοκρασίες. Σε υψηλές θερμοκρασίες συγκρίσιμες με την T_c , η πιθανότητα θερμικά ενεργοποιημένης κίνησης των δινών του *Abrikosov* είναι σημαντικά υψηλότερη από την πιθανότητα σηράγγωσης. Ωστόσο, σε μια συγκεκριμένη θερμοκρασία, συνήθως μερικούς βαθμούς *Kelvin*, η πιθανότητα και των δύο γεγονότων γίνεται συγκρίσιμη, και μετά την περαιτέρω μείωση της θερμοκρασίας, η κίνηση φλαξονίου λόγω της σηράγγωσης γίνεται πιο πιθανή.

Εντούτοις, η θεωρητική κβαντική σηράγγωση δεν συμβαδίζει με τα πειραματικά δεδομένα. Η αύξηση του μεγέθους της οντότητας που σηραγγώνεται (φλαξονίου) θα έπρεπε να μειώνει έντονα την πιθανότητα σηράγγωσης. Ωστόσο, αυξάνοντας το μαγνητικό πεδίο και το μέγεθος του φλαξονίου αντί να μειώνεται η πιθανότητα σηράγγωσης, παρατηρείται πειραματικά γραμμική αύξηση της. Επίσης, σε χαμηλές θερμοκρασίες, υπάρχει γραμμική εξάρτηση του ερπυσμού ροής από την θερμοκρασία και όχι 4^{th} δύναμης όπως προβλέπει η κβαντική θεωρία. Ακόμη δεν έχει βρεθεί μοντέλο που να εξηγεί την τιμή του S σε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες. [22]

Η αδυναμία εξήγησης αυτών των παρεκκλίσεων από το μοντέλο *Kim Anderson* έχουν δημιουργήσει εναλλακτικά μοντέλα τα οποία μπορούν να διαχωριστούν σε δύο τύπους. Ο πρώτος τύπος είναι μέσω τελείως νέων ιδεών όπως τις μεταβάσεις Υαλιού Δινών (*Vortex Glass*) και υγρού δινών (*Vortex Liquid*) ή η μακροσκοπική κβαντική σηράγγωση. Ο δεύτερος τύπος αφορά προσπάθειες να τροποποιηθεί η θεωρία AK ώστε να εξηγηθούν οι αποκλίσεις χωρίς την προσφυγή σε νέες ρηξικέλυτες ιδέες.

1.15 Υγρό δινών (*Vortex Liquid*)

Σε αρκετά υψηλές θερμοκρασίες ή μαγνητικά πεδία το πλέγμα φλαξονίων λιώνει σε υγρό. Στην υγρή αυτή φάση, ο συσχετισμός μεταξύ των δινών χάνεται και αυτές κινούνται κάτω από την επίδραση της θερμικής ενέργειας και των δυνάμεων *Lorentz*, προκαλώντας διάχυση ενέργειας.



Σχήμα 1.13 Το διάγραμμα φάσεων των θεωριών τήξεως [23]

Λόγω της έλλειψης συσχέτισης μεταξύ των στροβίλων, το κάρφωμα στην υγρή κατάσταση δεν είναι τόσο αποτελεσματικό όσο στο στερεό. Έτσι, το υγρό δείχνει πάντα μη μηδενική αντίσταση, ακόμη και για μικρές πυκνότητες ρεύματος. Σε θερμοκρασίες ακριβώς κάτω από την θερμοκρασία τήξης φλαξονίων το πλέγμα γίνεται πιο μαλακό και μια κορυφή εμφανίζεται στην τιμή της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος J_c . Οι μαλακές δίνες μπορούν να προσαρμοστούν καλύτερα στο τοπίο αγκύρωσης, εξηγώντας την εμφάνιση της κορυφής. Πραγματοποιήθηκε η πρώτη παρατήρηση αυτού του αποτελέσματος σε υπεραγωγούς υψηλής θερμοκρασίας από τους *Kwok* και τους συνεργάτες του. Ακριβώς πάνω από τη θερμοκρασία τήξης το καθεστώς *TAFF* εισχωρεί. Σε αυτήν την περιοχή η αγκύρωση εξακολουθεί να είναι αποτελεσματική και το υγρό είναι πολύ ιξώδες, με μια αντίσταση μικρότερη από εκείνη της μαγνητικής ροής. Οι *Nelson* και *Seung* πρότειναν ότι η μειωμένη αντίσταση θα μπορούσε να οφείλεται σε εναγκαλισμό (*entanglement*) στο υγρό. Ο *Marcetti* και ο *Nelson* πρότειναν μια υδροδυναμική θεωρία όπου περιγράφεται το υγρό μέσω ενός υγρού ιξώδους ροής, το οποίο είναι μεγάλο λόγω της εμπλοκής. Η ροή του υγρού ιξώδους ροής παρεμποδίζεται από την επίδραση μερικών «ισχυρών» κέντρων του οποίου το αποτέλεσμα μεταδίδεται σε μεγάλες αποστάσεις, προκαλώντας την παρατηρούμενη μείωση της αντίστασης στο καθεστώς *TAFF*. Τέλος, σε αρκετά υψηλές θερμοκρασίες η κατάσταση μαγνητικής ροής επιτυγχάνεται, όπου το υγρό ξεκαρφισώνεται. [20], [23]

1.16 Υαλί δινών (Vortex Glass)

Εάν τα κέντρα αγκύρωσης είναι ισχυρά ή εάν υπάρχει μεγάλη ποσότητα από αυτά, η ενέργεια αγκύρωσης θα επικρατήσει και το στερεό δεν μπορεί πλέον να θεωρηθεί τέλει πλέγμα. Σε παρουσία μη συσχετισμένης διαταραχής, όπως κενά οξυγόνου ή ακαθαρσίες, το προτεινόμενο μοντέλο από τον Fisher και την ομάδα του για τη στερεά κατάσταση είναι ένα γυαλί φλαξονίων. Αυτή η φάση αναμένεται να είναι πραγματικά υπεραγώγιμη: για μικρά ρεύματα ($j \rightarrow 0$) τα δυναμικά καρφώματος γίνονται άπειρα, αποτρέποντας κάθε είδους κίνηση ερπυσμού και κάνοντας μηδενική την αντίσταση. Η μετάβαση μεταξύ γυαλιού και υγρού είναι δεύτερης τάξης, αντί πρώτης τάξης όπως στο λιώσιμο του πλέγματος φλαξονίων που παρατηρείται για καθαρά δείγματα. Επίσης για το φράγμα δυναμικού θεωρούν πως:

$$U = U_o \left(\left(\frac{J_c}{J} \right)^m - 1 \right)$$

με $0 < m < 1$. Η υπόθεση για την εμφάνιση της φάσης VG βασίζεται σε μια σημαντική μείωση του ρυθμού ερπυσμού ροής με μείωση της θερμοκρασίας. Αυτό το αποτέλεσμα παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον, επίσης και από πρακτική άποψη, καθώς δείχνει ότι σε ένα εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, η τάση στο δείγμα στην κατάσταση VG απότομα μειώθηκε σχεδόν στο μηδέν με μάλλον μικρή μείωση στο ρεύμα μεταφοράς. Με άλλα λόγια, αυτό το αποτέλεσμα δείχνει ότι το αποτέλεσμα του ερπυσμού ροής σε *HTSC* μπορεί να μην είναι το ίδιο ισχυρό. [24]

1.17 Η θεωρία Συλλογικού ερπυσμού (Collective Creep Theory)

Ο χαρακτήρας εξάρτησης $U(J)$ προβλέπεται επίσης από τη συλλογική θεωρία ερπυσμού (Feigel & Blatter). Αυτή η θεωρία προϋποθέτει ότι υπάρχουν άτακτα αδύναμα κέντρα αγκύρωσης σε έναν υπεραγωγό και το σύστημα δίνης θεωρείται ως ορισμένο ελαστικό μέσο. Σε αντίθεση με το μοντέλο AK όπου ο όγκος της δέσμης δινών θεωρείται σταθερός, στη συλλογική θεωρία ερπυσμού αυτός ο όγκος εξαρτάται από την τρέχουσα πυκνότητα ρεύματος και γίνεται απεριόριστα μεγάλος για $J \rightarrow 0$. Κατά συνέπεια, όταν $J \rightarrow 0$, η ενέργεια ενεργοποίησης $U(J)$ επίσης αυξάνεται επ'άοριστον και το σύστημα στροβιλισμού παγώνει. Το αδιαμφισβήτητο πλεονέκτημα αυτής της θεωρίας είναι ότι λαμβάνει υπόψη τις ελαστικές ιδιότητες του δικτυωτού πλέγματος. Σε αυτήν την θεωρία:

$$U(J) = U_o \left(\left(\frac{J_c}{J} \right)^\mu - 1 \right)$$

$$J(T, t) = \frac{Jc}{\left(1 + \left(\frac{\mu kT}{U_o} \right) \ln \left(\frac{t}{t_{eff}} \right) \right)^{1/\mu}}$$

όπου ο δείκτης μ εξαρτάται από την περιοχή ερπυσμού ($\mu = 1/7$ για ερπυσμό μονής δίνης-χαμηλό πεδίο και θερμοκρασία, $\mu = 3/2$ για δέσμες μικρότερες από το μήκος διείδυσης, και $\mu = 7/9$ για μεγαλύτερες του μήκους διείδυσης-υψηλό πεδίο και θερμοκρασία, $\mu = 9/8$ για διδιάστατο ερπυσμό ροής).

Εφόσον $M \propto J$ ισχύει:

$$S = \frac{kT}{U_0 + \mu kT \ln\left(\frac{t}{t_{eff}}\right)}$$

το οποίο είναι προφανώς αρκετά διαφορετικό από την πρόβλεψη των *Kim-Anderson*. Για μεγάλες θερμοκρασίες:

$$S = \frac{1}{\mu \ln\left(\frac{t}{t_{eff}}\right)}$$

το οποίο αν το μ δεν είναι έντονα συσχετισμένο με την θερμοκρασία θα οδηγήσει στο πλατό που παρατηρείται πειραματικά. Αυτό συνιστά μία από τις μεγαλύτερες επιτυχίες των μοντέλων συλλογικού ερπυσμού. Παρόλα αυτά δεν εξηγεί την πειραματική εξάρτηση του πλατό από το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο ούτε τους μεγάλους χρόνους χαλάρωσης [20], [22].

1.18 Μοντέλο Griessen

Το μοντέλο *Griessen* χωρίζει τις συνολικές δίνες σε δίνες που κινούνται λόγω θερμικού ερπυσμού ροής και σε δίνες που επειδή η δύναμη Lorentz ξεπέρασε την δύναμη καρφώματος στην περιοχή τους είναι ελεύθερες να κινηθούν υπό την επίδραση ενός ιξώδους (*Flux Flow State*). Έτσι, για το ποσοστό των δινών ορίζεται:

$$1 = n_{creep} + n_{flow}$$

ενώ το ηλεκτρικό πεδίο είναι:

$$E = E_{creep} + E_{flow} = n_{creep} E_c e^{-\frac{U(H,T,J)}{kT}} + n_{flow} \rho_{ff} J$$

με τα n_{creep}, n_{flow} να εξαρτώνται από την πυκνότητα του ρεύματος. Η επιλογή των n_{creep}, n_{flow} πρέπει να είναι τέτοια ώστε να αυξάνεται ο αριθμός n_{flow} με αύξηση της πυκνότητας του ρεύματος, κυρίως όταν $J > J_c$ όπου η δύναμη *Lorentz* γίνεται μεγαλύτερη της δύναμης ακύρωσης. [22]

1.19 Κατανομή δυναμικού

Έχουν προταθεί αρκετά μοντέλα που περιλαμβάνουν κατανομή των φραγμάτων θερμικής ενεργοποίησης. Αυτά τα μοντέλα προσφέρουν μια εξήγηση στο πλατό που εμφανίζεται στο S . Χρησιμοποιώντας το μοντέλο *Kim Anderson*, το πλατό στο S υπονοεί μια αύξηση του φράγματος με την θερμοκρασία. Με μια κατάλληλη κατανομή των φραγμάτων, είναι κατανοητή η αύξηση του μέσου δυναμικού φράγματος εφόσον τα μικρότερα φράγματα ξεπερνιούνται εύκολα στις υψηλότερες θερμοκρασίες και είναι σαν να μην υπάρχουν. Στην πράξη, αυτά τα μοντέλα έχουν πολλές παραμέτρους που μπορούν να ταιριάξουν στα δεδομένα και ενώ αποτελούν μια άκομψη λύση του προβλήματος, είναι δύσκολο κάποιος να

διαφωνήσει με την εγκυρότητα τους. Σε κάθε περίπτωση, χρειάζεται ακόμη αρκετή δουλειά πάνω σε αυτό για να καθαρίσει το τοπίο.

1.20 Ιδιότητες Πλήρους Θεωρίας Ερπυσμού

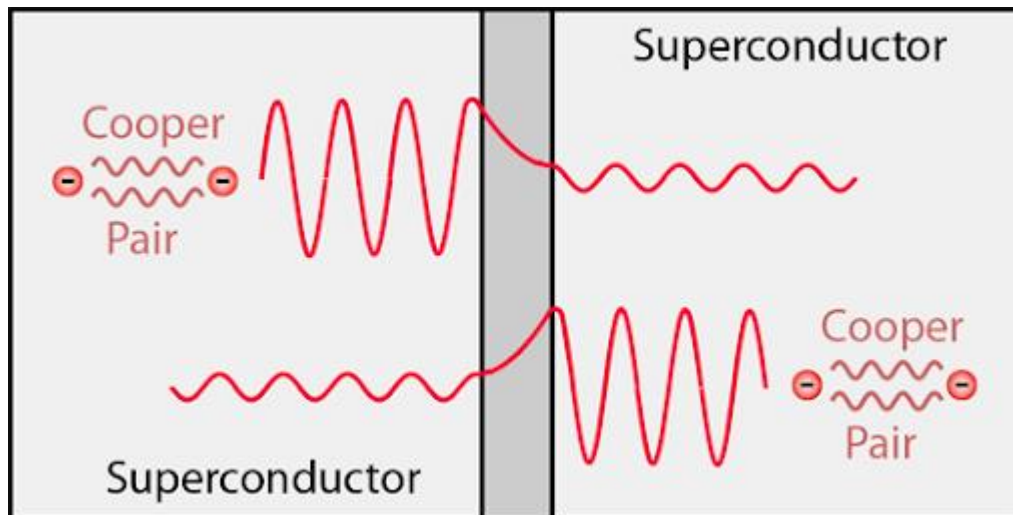
Δυστυχώς, παρά τις πολλαπλές θεωρίες που προσπαθούν να εξηγήσουν τον ερπυσμό στους υπεραγωγούς υψηλής θερμοκρασίας, καμία θεωρία δεν συμβαδίζει πλήρως με τα πειραματικά αποτελέσματα και ακόμα είναι σημείο έρευνας. Οι θεωρίες μετάβασης VG-VL δεν μπορούν να εξηγήσουν την λογαριθμική εξάρτηση του ρεύματος και του ηλεκτρικού πεδίου ενώ οι τροποποιημένες θεωρίες AK δεν μπορούν να εξηγήσουν το πλατό του S. Μια πλήρης θεωρία για τον ερπυσμό της ροής στους υπεραγωγούς υψηλής θερμοκρασίας θα έπρεπε να λαμβάνει υπόψιν την κατανομή του δυναμικού ενεργοποίησης ανάλογα με το αν υπάρχει δυνατό ή αδύναμο κέντρο αγκύρωσης στην περιοχή, να λαμβάνει υπόψιν την δύναμη *Hall*, το θερμικό άλμα προς τις αντίθετες πλευρές (*Backward Hopping*) και να καλύπτει όλες τις αποκλίσεις των γνωστών υποθετικών θεωριών ερπυσμού.

1.21 Δίοδος Josephson

Ένα από τα σημαντικότερα κομμάτια των υπεραγωγών είναι η δίοδος Josephson, από την οποία αποτελούνται τα *SQUIDS* καθώς και τα υπεραγωγίμα *Qubits*. Η δίοδος *Josephson* αποτελείται από δύο υπεραγωγίμα στρώματα υλικού με ένα πολύ λεπτό διηλεκτρικό ενδιάμεσα τους. Αν το μονωτικό φράγμα μεταξύ των δύο υπεραγωγών είναι πολύ λεπτό, υπάρχει πιθανότητα να το διασχίσει ένα ζεύγος *Cooper* μέσω του φαινομένου σήραγγος. Η φάση της κυματοσυνάρτησης του ζεύγους θα αλλάξει κατά θ όταν διασχίζει την ένωση, αφού το ζεύγος υπερπηδά ένα φράγμα δυναμικού. Το μέγιστο υπερέυμα που είναι δυνατόν να ρέει μέσα από αυτήν την ένωση εξαρτάται, από το πάχος και την επιφάνεια του μονωτικού, καθώς και από τα υπεραγωγίμα υλικά και τη θερμοκρασία και δίνεται από τον τύπο:

$$I = I_c \sin\theta$$

όπου I_c είναι το μέγιστο ρεύμα και θ η διαφορά φάσης των κυματοσυναρτήσεων των δύο υπεραγωγών.



Σχήμα 1.14 Η διέλευση των ζευγών Cooper από μια επαφή Josephson

Η εύρεση αυτού του ρεύματος προκύπτει ως εξής: Θεωρείται

$$\psi_1 = \sqrt{n_1} e^{i\theta_1}$$

και

$$\psi_2 = \sqrt{n_2} e^{i\theta_2}$$

για τις κυματοσυναρτήσεις των ζευγών Cooper των δύο υπεραγωγών με n_1 , n_2 οι συγκεντρώσεις των ζευγών Cooper. Η εξίσωση του Schrodinger θα πάρει την μορφή:

$$i\hbar \frac{d\psi_1}{dt} = \hbar T \psi_2$$

$$i\hbar \frac{d\psi_2}{dt} = \hbar T \psi_1$$

όπου T αναπαριστά το φαινόμενο της σύζευξης και αποτελεί μέτρο διαρροής ανάμεσα στις δύο πλευρές. Αν οι υπεραγωγοί είναι ίδιοι ($n_1 = n_2$), είναι εύκολο χρησιμοποιώντας την εξίσωση του Schrodinger να βρεθεί ότι:

$$I = I_c \sin\theta = I_c \sin(\theta_2 - \theta_1)$$

που δηλώνει ροή σταθερού ρεύματος χωρίς τάση. Αν εφαρμοστεί τάση V θα δημιουργηθεί διαφορά δυναμικού $2eV$, που μπορεί να θεωρηθεί ως $-eV$ + στα δύο άκρα με το ένα να προστίθεται στην μία εξίσωση του Schrodinger και το άλλο στην άλλη με αντίθετο πρόσημο. Κάνοντας τις πράξεις καταλήγει πάλι κάποιος εύκολα στην σχέση:

$$I = I_c \sin\theta = I_c \sin\left(\theta_0 + \frac{2eV}{\hbar} t\right)$$

όπου θ_0 η διαφορά φάσης χωρίς την εφαρμογή τάσης. Οπότε με την εφαρμογή σταθερής τάσης, δημιουργείται εναλλασσόμενο ρεύμα. Εύκολα συσχετίζεται η τάση με την παράγωγο της φάσης αφού:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} = V \frac{2\pi}{\Phi_0}$$

όπου $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ το υπεραγώγιμο κβάντο ροής. Κατά συνέπεια παραγωγίζοντας το ρεύμα βρίσκεται:

$$\frac{dI}{dt} = I_c \cos(\theta(t)) \frac{d\theta}{dt} = I_c \cos(\theta(t)) V \frac{2\pi}{\Phi_0} \rightarrow L_j \frac{dI}{dt} = V$$

με $L_j = \Phi_0 I_c \cos(\theta(t)) 2\pi$ που συνιστά μη γραμμική αυτεπαγωγή. Όσον αφορά την ενέργεια μιας αυτεπαγωγής *Josephson*, είναι:

$$U_j = \int V_j I_j dt = \int \frac{\Phi_0 2\pi d\theta}{dt} dt = \Phi_0 I_c 2\pi \int \sin\theta(t) dt = \Phi_0 I_c 2\pi \cos\theta(t)$$

και όσον αφορά την ενέργεια του διηλεκτρικού της:

$$U_c = \frac{1}{2} CV^2$$

η οποία εξαρτάται από το διηλεκτρικό που τοποθετείται ανάμεσα από τους 2 πολύ λεπτούς υπεραγωγούς. [25] [26] [27]

1.22 Σκοπός Διπλωματικής Εργασίας

Σκοπός της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη και η προσομοίωση του φαινομένου του θερμικού ερπυσμού στους υπεραγωγούς τύπου 2. Εισάγοντας τα πειραματικά δεδομένα της μαγνητικής επιδεκτικότητας ενός υπεραγωγού *YBCO* στο σύστημα προσομοίωσης, είναι δυνατόν να γίνει ταίριασμα και εύρεση της εξάρτησης διάφορων σημαντικών μεταβλητών από άλλες παραμέτρους καθώς και σύγκριση με τα υπάρχοντα θεωρητικά μοντέλα.

1.23 Διάρθρωση Διπλωματικής Εργασίας

Παρακάτω παρουσιάζεται μια σύντομη επισκόπηση και διάρθρωση των κεφαλαίων της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Το 1^ο κεφάλαιο αποτελεί μια εισαγωγή του αναγνώστη στο φαινόμενο της υπεραγωγιμότητας, στις θεωρίες που αναπτύχθηκαν για την εξήγηση του φαινομένου, στην χαλάρωση της μαγνήτισης στους υπεραγωγούς τύπου 2 και των σχετικών θεωρητικών μοντέλων που έχουν αναπτυχθεί μέχρι στιγμής για την εξήγηση της λειτουργίας της.

Το 2^ο κεφάλαιο συνιστά μια περιγραφή του κρίσιμου μοντέλου του *Bean*. Το κρίσιμο μοντέλο του *Bean* αναπτύχθηκε την δεκαετία του 60 για να εξηγήσει με απλοϊκό τρόπο την υστέρηση των φλαξονίων σε έναν υπεραγωγό τύπου 2. Επιπλέον, παρουσιάζονται επεκτάσεις του κρίσιμου μοντέλου.

Στο 3^ο κεφάλαιο, παρουσιάζονται οι πειραματικές μετρήσεις της μιγαδικής επιδεκτικότητας από την εφαρμογή κάθετων ως προς την επιφάνεια εναλλασσόμενων μαγνητικών πεδίων σε μία τετραγωνική πλάκα *YBCO* διαστάσεων $1x1x1mm^3$ και γίνεται μια σύντομη συζήτηση των σχετικών συμπερασμάτων.

Το 4^ο κεφάλαιο περιέχει τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων της διείσδυσης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό μίας άπειρης πλάκας υπεραγωγισμού *YBCO*. Προσομοιώνεται το υπεραγωγίμο σύστημα για διαφορετικές τιμές κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος, διαφορετικά δυναμικά θερμικής ενεργοποίησης, διαφορετικά πλάτη εξωτερικού εναλλασσόμενου πεδίου και συγκρίνεται οι πειραματικές τιμές της επιδεκτικότητας με της προσομοίωσης. Τέλος παρουσιάζονται σχέσεις κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος και φραγμάτων θερμικής ενεργοποίησης με θερμοκρασία και μαγνητικά πεδία, οι οποίες προκύπτουν από το ταίριασμα των πειραματικών δεδομένων στο μοντέλο της προσομοίωσης καθώς και ο κώδικας της προσομοίωσης με αναλυτική επεξήγηση της λειτουργίας του.

Το 5^ο κεφάλαιο αφορά τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τα πειραματικά δεδομένα και από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Παρουσιάζονται τα συμπεράσματα, η επιστημονική συμβολή της εργασίας καθώς και προτεινόμενα θέματα για περαιτέρω μελέτη.

Κεφάλαιο 2: Το Μοντέλο Κρίσιμης Κατάστασης

2.1 Το Μοντέλο του *Bean*

Η μακροσκοπική περιγραφή των μαγνητικών ιδιοτήτων των υπεραγωγών τύπου 2 αναπτύχθηκε την δεκαετία του 60 από τον *C.Bean* και είναι γνωστό ως μοντέλο κρίσιμης κατάστασης [32]. Το μοντέλο του *Bean* είναι ένα πολύ χρήσιμο θεωρητικό εργαλείο για υπολογισμό μη αντιστρεπτών μεγεθών που σχετίζονται με την διείσδυση του μαγνητικού πεδίου σε έναν υπεραγωγό και δίνει την δυνατότητα ερμηνείας διάφορων φαινομένων. Σύμφωνα με το λεγόμενο μοντέλο κρίσιμης κατάστασης του *Bean*, η βασική υπόθεση είναι πως στις περιοχές του υπεραγωγού που διεισδύει το μαγνητικό πεδίο το ρεύμα του είναι ίσο με το κρίσιμο ρεύμα J_c ενώ στις υπόλοιπες περιοχές είναι μηδενικό. Οι περιοχές με $J(r) = J_c$ είναι στην κρίσιμη κατάσταση. Όταν το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται, οι μαγνητικές γραμμές (δίνες *Abrikosov*) αναπροσαρμόζονται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε στις περιοχές που το ρεύμα θα ξεπερνούσε το κρίσιμο ρεύμα J_c , να μειώνεται το J ξανά στο J_c . Κατά συνέπεια, για να πάει στην ωμική κατάσταση το υλικό θα πρέπει το ρεύμα όλων των περιοχών να φτάσει το κρίσιμο ρεύμα.

Το μοντέλο εξηγείται ως εξής: όταν ένα μαγνητικό πεδίο επιδρά σε ένα υπεραγωγό που δεν είχε πριν μαγνητική ροή, θα επάγει δινορεύματα στην επιφάνεια του υπεραγωγού με σκοπό να αποβάλλει το μαγνητικό πεδίο από μέσα του. Αυτά τα ρεύματα μπορεί να είναι πολύ μεγάλα, το οποίο σημαίνει πως η δύναμη *Lorenz* στην επιφάνεια είναι μεγάλη επίσης. Αν είναι μεγαλύτερη από την δύναμη αγκύρωσης, οι καρφωμένες δίνες μετακινούνται προς το εσωτερικό του δείγματος. Έτσι το ρεύμα απλώνεται σε μεγαλύτερη επιφάνεια, και η πυκνότητα του ρεύματος που υπήρχε πριν μικραίνει. Αυτή η μετατόπιση των φλαξονίων εξακολουθεί να συμβαίνει έως ότου η δύναμη *Lorenz* γίνει μικρότερη της δύναμης αγκύρωσης το οποίο συμβαίνει όταν σε όλο το δείγμα η πυκνότητα ρεύματος γίνει ίση με την κρίσιμη.

Το μοντέλο εξηγείται ως εξής: όταν ένα μαγνητικό πεδίο επιδρά σε ένα υπεραγωγό που δεν είχε πριν μαγνητική ροή, θα επάγει δινορεύματα στην επιφάνεια του υπεραγωγού με σκοπό να αποβάλλει το μαγνητικό πεδίο από μέσα του. Αυτά τα ρεύματα μπορεί να είναι πολύ μεγάλα, το οποίο σημαίνει πως η δύναμη *Lorenz* στην επιφάνεια είναι μεγάλη επίσης. Αν είναι μεγαλύτερη από την δύναμη αγκύρωσης, οι καρφωμένες δίνες μετακινούνται προς το εσωτερικό του δείγματος. Έτσι το ρεύμα απλώνεται σε μεγαλύτερη επιφάνεια, και η πυκνότητα του ρεύματος που υπήρχε πριν μικραίνει. Αυτή η μετατόπιση των φλαξονίων εξακολουθεί να συμβαίνει έως ότου η δύναμη *Lorenz* γίνει μικρότερη της δύναμης αγκύρωσης το οποίο συμβαίνει όταν σε όλο το δείγμα η πυκνότητα ρεύματος γίνει ίση με την κρίσιμη.

Το μοντέλο είναι ισχυρό σε μακροσκοπική κλίμακα που αμελεί τις λεπτομέρειες της διανομής ηλεκτρικού ρεύματος σε ξεχωριστές δίνες και το αντικαθιστά με έναν μέσο όρο μεγάλου αριθμού δινών. Γενικά, ωστόσο, το κρίσιμο ρεύμα δεν είναι σταθερό και εξαρτάται από το τοπικό μαγνητικό πεδίο $B(r)$, και σε ανομοιογενή υλικά επίσης εξαρτάται από την θέση r - το J_c δηλαδή μπορεί να είναι ανισοτροπικό.

Οι προϋποθέσεις που απαιτεί η εφαρμογή του μοντέλου του *Bean* είναι:

- Το δείγμα να είναι ισότροπο και ομογενές.
- Το δείγμα να έχει διαστάσεις συμβατές με το μοντέλο.
- Να είναι μεγάλο το μαγνητικό πεδίο ώστε το κρίσιμο ρεύμα να έχει μικρότερη εξάρτηση από αυτό καθώς εμπειρικά έχει βρεθεί $J_c \propto B^{-\alpha}$, με $\alpha > 0$.
- Να μην υπάρχει ερπυσμός ροής.
- Να υπάρχει μικρή συνεισφορά από το φράγμα της επιφάνειας και την αντιστρεπτή μαγνήτιση.
- $H_{c1} = 0$.

2.2.1 Μακρύς Κύλινδρος σε Ομοιόμορφο Αξονικό Πεδίο

Το πρόβλημα αυτό συνιστά μονοδιάστατο πρόβλημα καθώς θεωρείται πολύ μακρύ το υλικό ώστε να μην ληφθεί υπόψιν εξάρτηση από άξονα z (όπου όντως δεν θα υπάρχει εκτός από τα άκρα του κυλίνδρου που θα αποκλίνει από αυτήν την προσέγγιση), και όπως είναι λογικόν λόγω κυλινδρικής συμμετρίας, η μόνη εξάρτηση που υπάρχει της μαγνήτισης είναι από την απόσταση r του κέντρου του κυλίνδρου. Θεωρείται δηλαδή πως $\frac{dH}{dz} = 0$. Αν a είναι η ακτίνα του κυλίνδρου και $L = 2b$ το μήκος του, σύμφωνα με το μοντέλο του *Bean* θα είναι:

$$\mathbf{J} = \vec{\varphi} J(r)$$

ενώ:

$$\mathbf{J} = \nabla \chi \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{J} = -\frac{dH}{dr} \text{ με } \mathbf{H} = \vec{z} H(r)$$

με την λύση:

$$J(r) = \begin{cases} J_c, & r_p \leq r \leq a \\ 0, & r < r_p \end{cases}$$

$$H(r) = \begin{cases} H_a - J_c(a - r), & r_p \leq r \leq a \\ H_a, & a \leq r \\ 0, & r < r_p \end{cases}$$

Όπου r_p η απόσταση από το κέντρο που έχει διεισδύσει το μαγνητικό πεδίο και H_a το εφαρμοζόμενο εξωτερικό πεδίο. Το μαγνητικό πεδίο πλήρης διείσδυσης είναι η τιμή του εξωτερικού πεδίο με την οποία το μαγνητικό πεδίο εισχωρεί όλο στο υλικό. Για τον κύλινδρο αυτό σημαίνει ότι η ακτίνα διείσδυσης είναι μηδενική:

$$H(0) = 0 \rightarrow H_p - J_c a = 0 \rightarrow H_p = J_c a$$

Όταν το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο αρχίσει να αυξάνεται έως ότου φτάσει την τιμή H_a , δημιουργούνται δινορεύματα που αντιστέκονται στην διείσδυση του μαγνητικού πεδίου κάνοντας το να φθίνει από τις άκρες γραμμικά σύμφωνα με το μοντέλο του *Bean*.

Η μαγνητική ροπή δίνεται από το $m = 2\pi \int_0^a dr r^2 \int_0^b dy J(r, z)$ και επειδή έχει θεωρηθεί μακρύς κύλινδρος $b \gg a$ γίνεται:

$$m = -\pi J_c a^3 L \left(h - h^2 + \frac{h^3}{3} \right) [33]$$

Όπου $h = \frac{H_a}{H_p}$ με H_p το μαγνητικό πεδίο για πλήρη διείσδυση. Για $H_a \gg H_p$ η μαγνήτιση μένει σταθερή εφόσον το ρεύμα έχει κορεστεί στην τιμή J_c και έχει την τιμή:

$$m = -\pi J_c \frac{a^3 L}{3}.$$

2.2.2 Άπειρη Πλάκα

Αντίστοιχο πρόβλημα, το οποίο είναι η κύρια ενασχόληση στα κεφάλαια 3 και 4 είναι η άπειρη πλάκα. Θεωρείται μια άπειρη πλάκα στον άξονα y πάχους d σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο H_o παράλληλο στην επιφάνεια του. Υποτίθεται ότι το $x = 0$ είναι το κέντρο της πλάκας και τα άκρα του σε αυτόν τον άξονα είναι τα $x = \frac{d}{2}$ και $x = -\frac{d}{2}$ με το ρεύμα να μπορεί να κινείται μόνο στον άξονα x . Το μαγνητικό πεδίο είναι στον άξονα z . Η εξάρτηση του μαγνητικού πεδίου είναι μόνο από τον άξονα x και θα υπάρχει συμμετρία στο κέντρο της πλάκας εφόσον στα άκρα της πλάκας εφαρμόζεται το ίδιο πεδίο $H\left(\frac{d}{2}\right) = H\left(-\frac{d}{2}\right) = H_o$. Επομένως, μπορεί να μελετηθεί μονό το διάστημα $[0, \frac{d}{2}]$.

Για $x \geq 0$ από τις εξισώσεις του *Maxwell* θα ισχύει:

$$J = \nabla x H \rightarrow \frac{dH}{dx} = -J_c \rightarrow H(x) = H_o - J_c \left(\frac{d}{2} - x \right), J(x) = J_c$$

ενώ

$$H(x) = 0, J = 0$$

Το πεδίο διεισδύει σε όλο το υλικό για την τιμή H_p όπου:

$$H(0) = 0 \rightarrow H_p - J_c \frac{d}{2} = 0 \rightarrow H_p = J_c \frac{d}{2}$$

Ενώ για μαγνητικά πεδία μικρότερα του H_p το μαγνητικό πεδίο φτάνει μέχρι το σημείο:

$$H(0) = 0 \rightarrow H_o - J_c \left(\frac{d}{2} - x_p \right) = 0 \rightarrow x_p = \frac{H_p - H_o}{J_c}$$

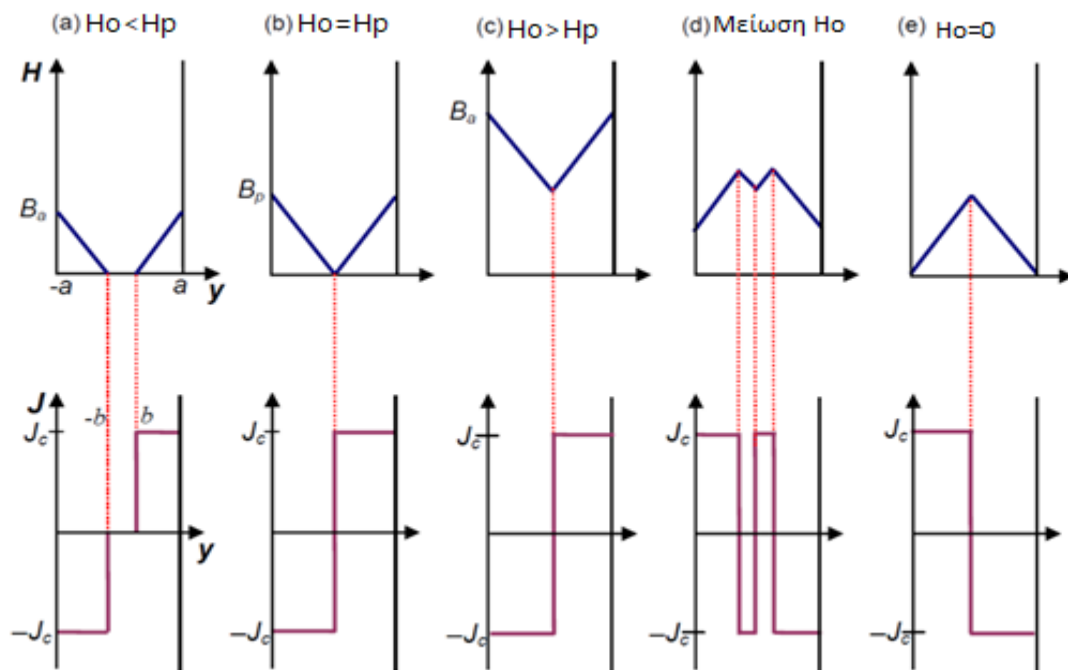
Οπότε:

$$H(x) = H_o - H_p + x J_c = (H_p - H_o) \left(\frac{x}{x_p} - 1 \right), x \geq x_p$$

- Όταν το μαγνητικό πεδίο εφαρμόζεται για πρώτη φορά έως την τιμή $H_o < H_p$ θα δημιουργηθούν δινορεύματα που θα αντιστέκονται στην αλλαγή του μαγνητικού πεδίου στο υλικό. Η μαγνητική ροή θα εισέλθει έως ένα σημείο στην πλάκα και θα μειώνεται προς το κέντρο της.

- b. Όταν το μαγνητικό πεδίο φτάσει την τιμή του πεδίου πλήρης διείσδυσης, η μαγνητική ροή διεισδύει έως και το κέντρο του υλικού το οποίο θα έχει παντού πυκνότητα ρεύματος J_c .
- c. Επιπλέον αύξηση του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου οδηγεί στην εισαγωγή περαιτέρω ροής στο υλικό. Εφόσον η πυκνότητα ρεύματος δεν μπορεί να ξεπεράσει την τιμή J_c , το ρεύμα δεν μπορεί να σταματήσει την αύξηση της μαγνητικής ροής.
- d. Όταν το μαγνητικό πεδίο αρχίσει να μειώνεται, τα δινορεύματα θα αντισταθούν σε αυτήν την αλλαγή και κοντά στις άκρες του υλικού θα δημιουργηθεί ένα αντίστροφο ρεύμα. Στο υπόλοιπο δείγμα το πεδίο και η πυκνότητα ρεύματος θα μείνουν ίδια.
- e. Όταν μηδενιστεί το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, θα έχει εγκλωβιστεί μαγνητική ροή στο υλικό που θα έχει την μορφή κώνου ενώ το ρεύμα θα έχει το αντίστροφο σχήμα.

Όταν το μαγνητικό πεδίο αυξηθεί ξανά, νέες περιοχές με αντίστροφα ρεύματα θα δημιουργηθούν και θα επαναληφθούν τα προηγούμενα βήματα. Σχηματικά αυτό φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 2.1 – H διείσδυση του μαγνητικού πεδίου στην μετάβαση $0 \rightarrow H_0 \rightarrow 0$

Είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο του *Bean* για υπολογισμό των απωλειών παίρνοντας την μαγνήτιση για ένα κύκλο του μαγνητικού πεδίου ($H_0 \rightarrow 0 \rightarrow -H_0 \rightarrow 0 \rightarrow H_0$). Καθώς το μαγνητικό πεδίο μειώνεται από την μέγιστη τιμή του στο μηδέν,

παραμένει κάποια μαγνητική ροή παγιδευμένη μέσα στην πλάκα. Αυτή η παγιδευμένη ροή είναι η έμφυτη υστέρηση του υπεραγωγού. Καθώς το πεδίο εναλλάσσεται και αρχίζει να αυξάνεται, το ρεύμα ρέει προς μια κατεύθυνση για να εμποδίσει την αλλαγή της μαγνητικής ροής από τις εσωτερικές περιοχές του υπεραγωγού.

Η μαγνήτιση του υλικού σε ένα εφαρμοζόμενο Ac πεδίο $H_o \sin wt$ είναι:

$$M = H_o (\chi' \sin wt - \chi'' \cos wt)$$

Το πραγματικό μέρος της επιδεκτικότητας χ' σχετίζεται ευθέως με την διαμαγνητικότητα του υλικού – την δυνατότητα του να αποβάλλει το μαγνητικό πεδίο από το εσωτερικό του. Δίνει πληροφορίες πως αναπτύσσεται η μαγνήτιση στο δείγμα. Από την άλλη, η μιγαδική επιδεκτικότητα, σχετίζεται με τις ενεργειακές απώλειες του υλικού και την διαφορά φάσης εξωτερικού πεδίου με μαγνήτισης. Το αρνητικό πρόσημο οφείλεται στην διαμαγνητικότητα του υλικού και υποδηλώνει την καθυστέρηση της μαγνήτισης σε σχέση με το εφαρμοζόμενο πεδίο. Η ισχύς ανά όγκο που απορροφάται από το δείγμα είναι:

$$p = -M \mu_o \frac{dH_o}{dt}$$

το οποίο σε έναν κύκλο είναι:

$$\begin{aligned} W_{cycle} &= \int_0^T -M \mu_o \frac{dH_o}{dt} dt = \\ &= -\mu_o \int_0^T H_o (\chi' \sin wt - \chi'' \cos wt) \frac{dH_o}{dt} dt = \\ &= \mu_o H_o^2 \chi'' \int_0^T \cos^2 wt dt = \frac{\mu_o}{2} H_o^2 \chi'' 2\pi \end{aligned}$$

Κατά συνέπεια, η ενέργεια που χάνεται σε έναν κύκλο αυξάνεται ραγδαία με το πλάτος του μαγνητικού πεδίου.

Το χ'_1 είναι περισσότερο ένα μέτρο της διείσδυσης της μαγνητικής ροής παρά της μη αναστρεψιμότητας, για την οποία καλύτερο μέτρο είναι το χ'_3 καθώς η μη αναστρεψιμότητα θα παράξει ανώτερες αρμονικές.

Οι απώλειες υστέρησης υπολογίζονται από την μαγνήτιση :

$$\begin{aligned} M &= \frac{2}{d} \int_0^{\frac{d}{2}} (H - H_o) dx = \frac{2}{d} \int_{x_p}^{\frac{d}{2}} (H_p - H_o) \left(\frac{x}{x_p} - 1 \right) dx - H_o = \\ &= \frac{2}{d} \frac{H_o^2}{J_c} - H_o = \frac{H_o^2}{2H_p} - H_o, \quad |H_o| \leq |H_p| \end{aligned}$$

$$M = \frac{2}{d} \int_0^{\frac{d}{2}} (H - H_o) dx = \frac{2}{d} \int_0^{\frac{d}{2}} -J_c \left(\frac{d}{2} - x \right) dx = -\frac{J_c \frac{2}{d} \left(\frac{d}{2} \right)^2}{2} = -\frac{J_c d}{4} = -\frac{H_p}{2}, \quad 0 < |H_p| < |H_o|$$

Αν το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο ήταν αρνητικό τότε οι δύο τύποι παραμένουν ίδιοι με το H_p πλέον να είναι το αρνητικό πεδίο διεύθυνσης.

Ωστόσο, όταν ο υπεραγωγός δέχεται ένα εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο:

$$H_{ex}(t) = H_o \sin \omega t$$

αφού ξεκινήσει η μαγνήτιση από την παρθενική καμπύλη (Virgin Curve) και φτάσει την μέγιστη τιμή της $M(H_o)$, ο τύπος της μαγνήτισης σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο δεν θα είναι ο ίδιος από εκεί και πέρα, που πλέον μειώνεται από την τιμή H_o έως την $-H_o$. Η μαγνήτιση θα ταλαντώνεται από εκεί και πέρα μεταξύ των τιμών $M(H_o)$ και $-M(H_o)$.

Το κέντρο της πλάκας θα έχει τιμή μαγνητικού πεδίου ίση με μηδενική αν $H_o < H_p$ (διότι το ρεύμα είναι μηδενικό στο κέντρο) και τιμή $H_o - H_p$ αν $H_o > H_p$. Ωστόσο, όταν το μαγνητικό πεδίο φτάσει μια μέγιστη τιμή και αναστραφεί, αρχίζοντας να μειώνεται, το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο θα μείνει στην τιμή $H_o - H_p$ διότι δεν υπάρχει ρεύμα που θα το μεταβάλλει ακόμη. Αν θεωρηθεί πως κατά την μείωση του μαγνητικού πεδίο από την μέγιστη εξωτερική τιμή H_m , το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται από την δεξιά άκρη έως το x_1 , τότε για δεξιά του κέντρου της πλάκας θα ισχύει:

$$H(x) = \begin{cases} H_{ex} + J_c \left(\frac{d}{2} - x \right), & x \geq x_1 \\ H_o - H_p + J_c x, & x \leq x_1 \end{cases}$$

Επομένως είναι εύκολο να δειχθεί ότι:

$$x_1 = \frac{H_{ex} - H_o + 2H_p}{2J_c}$$

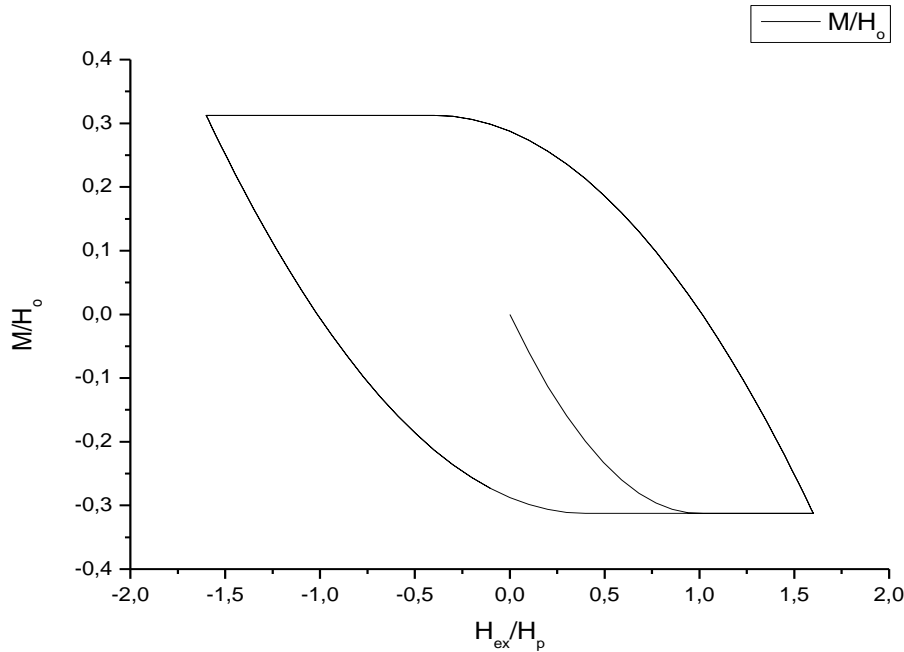
Προφανώς, αυτό ισχύει μόνο για $H_o > H_{ex} > H_o - 2H_p$.

Η μαγνήτιση για την μετάβαση $+H_o \rightarrow -H_o$ είναι ίση με:

$$\begin{aligned} M(H_o, H_{ex}) \downarrow &= \frac{2}{d} \int_0^d H(x) - H_{ex} dx = \\ &= -H_{ex} + \frac{2}{d} \int_0^{x_1} H_o - H_p + J_c * x dx + \frac{2}{d} \int_{x_1}^{\frac{d}{2}} H_{ex} + J_c \left(\frac{d}{2} - x \right) dx \rightarrow \\ &\rightarrow M(H_o, H_{ex}) \downarrow = M(H_o) - 2M\left(\frac{H_o - H_{ex}}{2}\right) \end{aligned}$$

Αντίστοιχα για την μετάβαση $-H_o \rightarrow +H_o$

$$M(H_o, H_{ex}) \uparrow = -M(H_o) + 2M\left(\frac{H_o + H_{ex}}{2}\right)$$



Σχήμα 2.2 Η μαγνήτιση του μοντέλου Bean για $J_c = 5000 \frac{A}{m^2}$, $D = 1mm$, $H_o = 4T$

Όπως φαίνεται, μία από τις εντυπωσιακότερες προβλέψεις της θεωρίας του *Bean* ήταν ότι η μαγνήτιση αλλάζει πρόσημο στο προς τα κάτω κομμάτι του κύκλου και γίνεται παραμαγνητικό το υλικό. Με αυτόν τον τρόπο, και διαμαγνητική και παραμαγνητική συμπεριφορά είναι δυνατή με έναν εκτός ισορροπίας υπεραγωγό.

Αντίστοιχα οι απώλειες ενέργειας ανά κύκλο είναι:

$$W = \int \oint \mu_0 M dH \, dV = \mu_0 V \left(\int_{H_o}^{-H_o} M(H_o, H_{ex}) \downarrow dH + \int_{-H_o}^{H_o} M(H_o, H_{ex}) \uparrow dH \right) =$$

$$= V \frac{2}{3} \mu_0 \frac{H_o^3}{H_p}, H_o \leq H_p$$

$$W = \int \oint \mu_0 M dH \, dV = V 2 \mu_0 H_p H_o \left(1 - \frac{2 H_p}{3 H_o} \right), H_p < H_o$$

Για τις επιδεκτικότητες ισχύει:

$$\chi' = \frac{2}{T H_{ac}} \int_{T/4}^{5T/4} M(t) \sin wt \, dt =$$

$$= \frac{2}{T H_{ac}} \left(\int_{T/4}^{3T/4} M(H_o, H_{ex}) \downarrow \sin wt \, dt + \int_{3T/4}^{5T/4} M(H_o, H_{ex}) \uparrow \sin wt \, dt \right) =$$

$$= -1 + \frac{H_o}{2 H_p}, H_o < H_p$$

Με την ίδια λογική προκύπτει

$$\chi' = -\frac{H_p}{2 H_o}, H_o > H_p$$

Η εύρεση της χ'' μπορεί να γίνει ευκολότερα με χρήση της πυκνότητας απωλειών ανά κύκλο εφόσον έχουν ήδη υπολογιστεί:

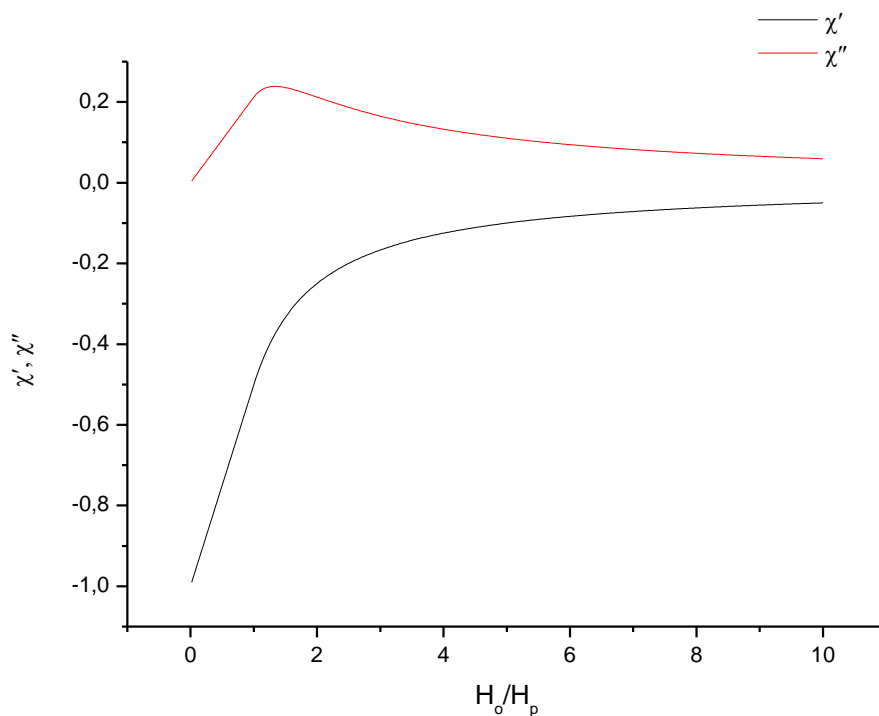
$$\frac{W}{V} = \frac{\mu_0}{2} H_o^2 \frac{\chi'' 2\pi}{V}$$

Οπότε

$$\chi'' = \frac{2}{3} \frac{H_o}{H_p \pi}, H_o < H_p$$

$$\chi'' = \frac{2H_p}{\pi H_o} \left(1 - \frac{2H_p}{3H_o}\right), H_o > H_p$$

Με μέγιστο όταν $H_o = \frac{4}{3}H_p$, $\chi''_{max} = \frac{3}{4}\pi = 0.2388$



Σχήμα 2.3 Η επιδεικτικότητα του μοντέλου *Bean* με το κανονικοποιημένο μαγνητικό πεδίο

2.2.3 Εξάρτηση Κρίσιμης Πυκνότητας Ρεύματος-Μοντέλο *Kim-Anderson*

Το απλοϊκό μοντέλο που χρησιμοποίησε ο *Bean* θεωρεί πως σε όλο τον όγκο του δείγματος η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος είναι σταθερή. Υπάρχουν πολλά άλλα μοντέλα που περιλαμβάνουν το κρίσιμο μοντέλο με εξάρτηση του κρίσιμου ρεύματος από το μαγνητικό πεδίο $J_c(H)$. Η απλούστερη εξάρτηση που είχαν προτείνει οι *Kim-Anderson* ήταν της μορφής $J_c(H) = \frac{\kappa}{H_o + |H|}$ με τα κ και H_o να είναι εξαρτώμενες από την θερμοκρασία μεταβλητές. Όπως επισήμαναν οι *Chern* και *Goldfarb*, η συγκεκριμένη σχέση είναι μια γενική μορφή του μοντέλου κρίσιμης κατάστασης, καθώς οδηγεί είτε στο γραμμικό μοντέλο, είτε στο μοντέλο του *Bean* είτε στο μοντέλο του νόμου δύναμης. Δεν έχουν υπάρξει ξεκάθαρες σχέσεις μεταξύ

αυτών των μεταβλητών, αν και έχουν γίνει διάφορες ανακριβής υποθέσεις. Η μεταβλητή κ θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει την πυκνότητα της δύναμης αγκύρωσης των φλαξονίων, η οποία με αύξηση της θερμοκρασίας τείνει να γίνει πιο αδύναμη. Από την άλλη, η παράμετρος H_0 φαίνεται πως εμπειρικά τείνει να μειώνεται με αύξηση της θερμοκρασίας. Αυτό υποδηλώνει πως η εξάρτηση του κρίσιμου ρεύματος από το μαγνητικό πεδίο γίνεται εντονότερο καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία.

Άλλες γνωστές παραλλαγές του μοντέλου είναι [34] :

$$J_c(H) = A - C |H| \text{ του Watson}$$

$$J_c(H) = k_1 |H|^{-q} \text{ των Irie, Yamafuji, Green και Hlawiczka με } k_1 \text{ και } q \text{ θετικές σταθερές}$$

$$J_c(H) = A e^{-\frac{|H|}{C_1}} \text{ των Fietz, Karasik, Vasilen και Ershov με } A \text{ και } C_1 \text{ θετικές σταθερές.}$$

Με την εισαγωγή των σχέσεων αυτών στο μοντέλο του *Bean*, είναι δυνατή μια πληρέστερη επίλυση των προβλημάτων. Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνεται υπόψιν και η εξάρτηση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος από την απόσταση x μέσω της εξάρτησης της από το μαγνητικό πεδίο $H(x)$. Το πιο πετυχημένο μοντέλο θεωρείται του *Kim* καθώς είναι αφενός το απλούστερο και αφετέρου πειραματικά έχει βρεθεί σχέση της μορφής:

$$J_c(H) \propto \frac{1}{H^b}, \quad b > 0.$$

Θεωρώντας την ίδια άπειρα πλάκα με πριν και εισάγοντας το μοντέλο του *Kim*, ισχύει για το δεξιό μέρος της πλάκας ($x \in [0, \frac{d}{2}]$):

$$J = \nabla_x H \rightarrow \frac{dH}{dx} = -J = J_c(H) = J_c \frac{H_0}{H_0 + H} \rightarrow H(x) = (\sqrt{a + 2H_0 J_c x} - H_0)$$

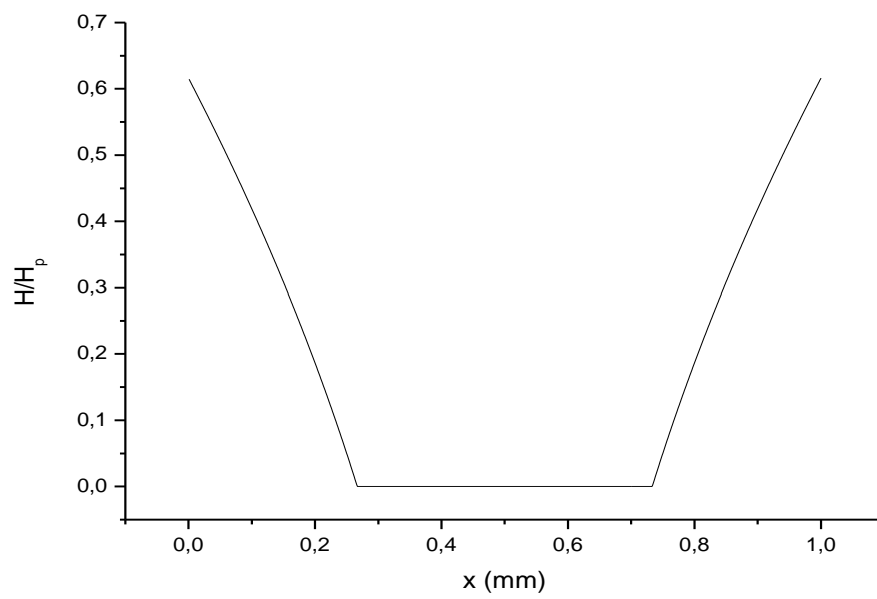
$$\text{Πρέπει } H\left(\frac{d}{2}\right) = H_{ex} \rightarrow a = (H_0 + H_{ex})^2 - H_0 J_c d$$

Οπότε:

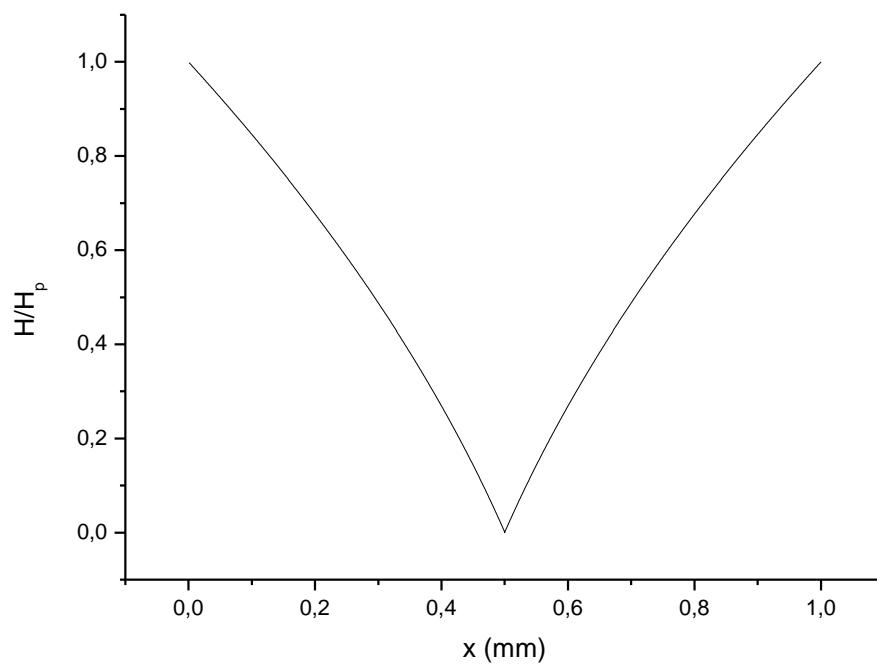
$$H(x) = (\sqrt{(H_0 + H_{ex})^2 + 2H_0 J_c \left(x - \frac{d}{2}\right)} - H_0)$$

$$H(0) = 0 \rightarrow H_p = H_0 \left(\sqrt{1 + d \frac{J_c}{H_0}} - 1 \right)$$

$$H(x_p) = 0 \rightarrow x_p = \frac{d}{2} - \frac{H_{ex}}{J_c} - \frac{H_{ex}^2}{2H_0 J_c}$$



Εικόνα 2.4 Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου του κρίσιμου μοντέλου των Kim-Anderson για $H_{ex} < H_p$



Εικόνα 2.5 Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου του κρίσιμου μοντέλου των Kim-Anderson για $H_{ex} = H_p$

Η Μαγνήτιση για την μετάβαση $0 \rightarrow H_{ex}$ είναι:

$$\begin{aligned}
M(H_{ex}) &= \frac{2}{d} \int_0^{d/2} H(x) - H_{ex} dx = -H_{ex} + \frac{2}{d} \int_{x_p}^{d/2} H(x) dx = \\
&= -H_{ex} + \frac{2}{d} \int_{x_p}^{d/2} \sqrt{(H_{ex} + H_o)^2 + 2H_o J_c (x - \frac{d}{2})} - H_o dx = \\
&= -H_{ex} - \frac{2}{d} H_o * (\frac{d}{2} - x_p) + \frac{2}{d} \int_{x_p}^{\frac{d}{2}} \frac{1}{3H_o J_c} \frac{d \left((H_{ex} + H_o)^2 + 2H_o J_c (x - \frac{d}{2}) \right)^{\frac{3}{2}}}{dx} dx = \\
&= -H_{ex} + \frac{H_{ex}^2}{dJ_c} + \frac{2H_{ex}^3}{3dH_o}, H_{ex} < H_p
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M(H_{ex}) &= \frac{2}{d} \int_0^{d/2} H(x) - H_{ex} dx = -H_{ex} + \frac{2}{d} \int_0^{d/2} H(x) dx = \\
&= -H_{ex} - H_o + \frac{2}{3dJ_c H_o} ((H_{ex} + H_o)^3 - ((H_{ex} + H_o)^2 - H_o J_c d)^{\frac{3}{2}}), H_{ex} \geq H_p
\end{aligned}$$

Η εύρεση αναλυτικών σχέσεων για την επιδεκτικότητα είναι δύσκολη, για αυτό και δεν συναντιούνται αναλυτικοί θεωρητικοί υπολογισμοί στην βιβλιογραφία. Έχουν γίνει κάποιοι αναλυτικοί υπολογισμοί της μαγνήτισης [35], αλλά δεν προσφέρουν κάτι πραγματικά καινούργιο σε σχέση με το απλοποιημένο μοντέλο του *Bean*.

2.2.4 Το Μοντέλο *Matshushita*

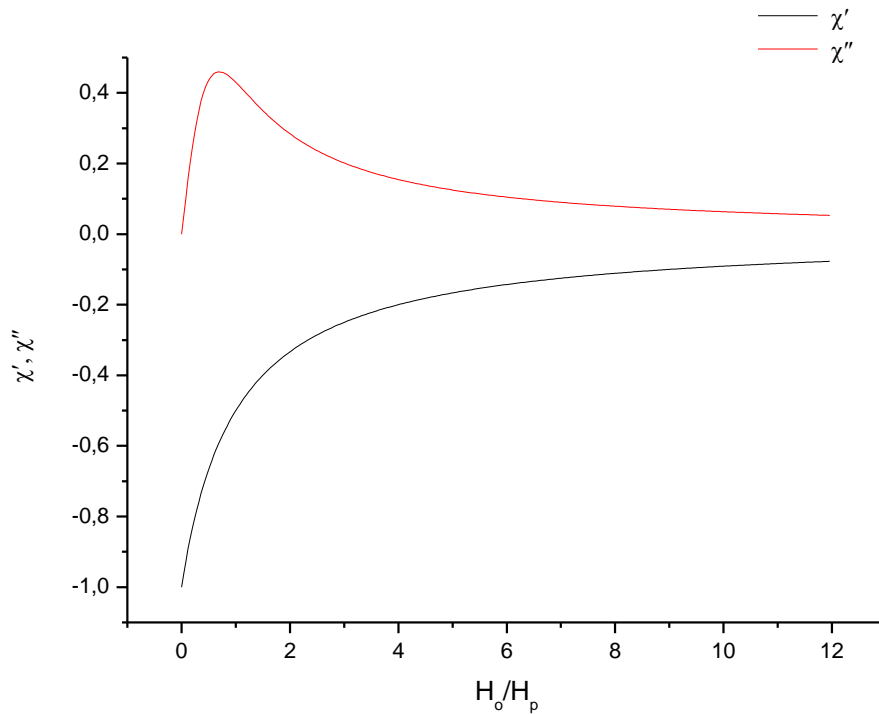
Υπάρχουν διάφορα μοντέλα που υπολογίζουν την μαγνητική επιδεκτικότητα σε μία άπειρα πλάκα, με πολύ γνωστό το μοντέλο του *Matsushita*. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, η πραγματική και φανταστική επιδεκτικότητα μιας άπειρης πλάκας είναι ίση με :

$$\begin{aligned}
\chi' &= \frac{H_p}{\left(1 + 3 \left(\frac{2\lambda o}{d}\right)^2\right) H_p + H_m}, \\
\chi'' &= \frac{2H_p H_m}{3\pi \left(1 + 2 \left(\frac{2\lambda o}{d}\right)^2\right) H_p^2 + H_m^2}
\end{aligned}$$

λο είναι το μήκος διεύθυνσης του μοντέλου των αδερφών *London*.

Με μέγιστο χ'' όταν:

$$\frac{d\chi''}{dH_m} = 0 \rightarrow \chi'' = \frac{1}{\sqrt{3}\pi \left(1 + 2 \left(\frac{\lambda_0}{D}\right)^2\right)}, H_m = \sqrt{3} \left(1 + 2 \left(\frac{\lambda_0}{D}\right)^2\right) H_p$$



Σχήμα 2.6 Επιδεκτικότητες του μοντέλου Matshushita για $J_c = 5000 \frac{A}{m^2}$, $\lambda_0 = 100nm$,
 $D = 1mm$

[36] [37]

2.2.5 Το Μοντέλο Clem

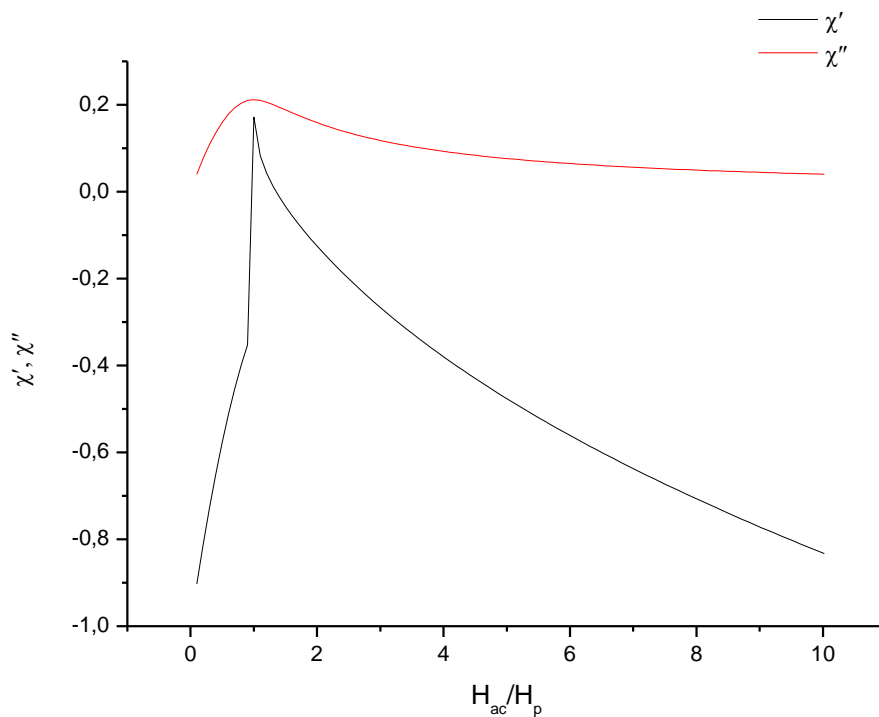
Σύμφωνα με το μοντέλο του Clem [38], η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος δίνεται από το $J_c = \frac{a(T)}{(H_0 + H_{DC})^n}$ ενώ οι επιδεκτικότητες δίνονται από:

$$\chi' = \begin{cases} -1 + \frac{H_{ac}}{H_p} - \frac{5H_{ac}^2}{16H_p^2}, & H_{ac} < H_p \\ -\frac{1}{6\pi} \frac{H_{ac}^2}{H_p^2} \left(\frac{3}{8} (1 + 4\cos x)x - \frac{7}{8} \sin 2x - \frac{1}{32} \sin 4x \right), & H_{ac} > H_p \end{cases}$$

$$\text{Όπου } x = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2H_p}{H_{ac}}\right)$$

$$\chi'' = \begin{cases} -\frac{2}{3\pi} \left(\frac{4}{ad} (H_o + H_{Dc})^n H_{ac} - \frac{2}{a^2 d^2} (H_o + H_{Dc})^{2n} H_{ac}^2 \right), & H_{ac} < H_p \\ -\frac{2}{3\pi} \left(\alpha \frac{d}{(H_o + H_{Dc})^n H_{ac}} - \frac{a^2 d^2}{4(H_o + H_{Dc})^{2n} H_{ac}^2} \right), & H_{ac} > H_p \end{cases}$$

Το μοντέλο του *Clem* δίνει αρκετή ελευθερία στην επιλογή του J_c καθώς μπορεί να γίνει επιλογή 3 διαφορετικών παραμέτρων, $a(T)$, H_o , n .



Σχήμα 2.7 Επιδεκτικότητα του μοντέλου *Clem* για $J_c = 10.000 \frac{A}{m^2}$, $D = 1mm$,

$$H_{dc} = 9 \frac{A}{m}, H_o = 1 \frac{A}{m}, n = 1.7, a(T) = 1$$

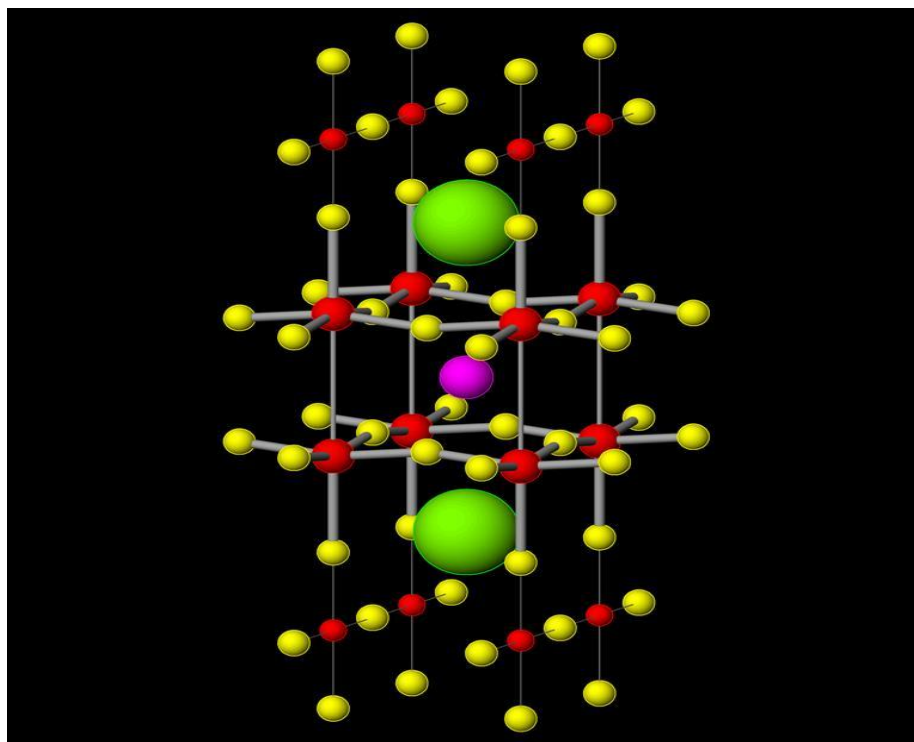
Υπάρχουν διάφορα ακόμη μοντέλα, κανένα όμως δεν έχει καταφέρει να εξηγήσει τα πειραματικά αποτελέσματα, χωρίς ουσιαστικά να προσφέρει κάτι πραγματικά καινούργιο σε σχέση με το κρίσιμο μοντέλο του *Bean*.

Κεφάλαιο 3: Πειραματικές Μετρήσεις

3.1 YBCO

Το υλικό το οποίο αποτέλεσε το δείγμα του πειράματος είναι ο υπεραγωγός $YBa_2Cu_3O_7$ (YBCO) (Υτριο-Βάριο-Χαλκός-Οξυγόνο). Ανήκει στην οικογένεια των κρυσταλλικών χημικών ενώσεων και είναι διάσημο για την εμφάνιση υπεραγωγιμότητας σε μεγάλη θερμοκρασία (92K). Αποτέλεσε το πρώτο υλικό που βρέθηκε να είναι υπεραγωγίμο πάνω από την θερμοκρασία βρασμού του Αζώτου (77K) το οποίο και αποτέλεσε ένας από του βασικότερους λόγος που χρησιμοποιείται την σημερινή εποχή στην βιομηχανία, ιδίως υπό την μορφή ταινιών. Οι περισσότερες ενώσεις YBCO έχουν την μορφή $YBa_2Cu_3O_7$, αν και εμφανίζονται και ενώσεις $Y:Ba:Cu$ όπως το $YBa_2Cu_4O_y$ ή $Y_2Ba_4Cu_7O_y$.

Το YBCO κρυσταλλώνεται σε ελαττωματική δομή περοβσκίτη που αποτελείται από στρώματα. Το όριο κάθε επιπέδου ορίζεται από επίπεδα τετραγωνικών μονάδων CuO_4 που μοιράζονται 4 κορυφές. Τα επίπεδα μπορεί μερικές φορές να είναι ελαφρώς τσαλακωμένα. Κάθετα σε αυτά τα επίπεδα CuO_4 είναι οι λωρίδες CuO_2 που μοιράζονται 2 κορυφές. Τα άτομα Υτρίου βρίσκονται μεταξύ των επιπέδων CuO_2 , ενώ τα άτομα Βαρίου βρίσκονται μεταξύ των λωρίδων CuO_2 και των επιπέδων CuO_4 . Η υπεραγωγιμότητα λαμβάνει χώρα κυρίως στα στρώματα CuO_2 , ενώ τα ενδιάμεσα στρώματα έχουν μειωμένη παράμετρο τάξης και μπορούν να παρέχουν ισχυρό αγκύστρωμα. Για να αυξηθεί η ικανότητα αγκύρωσης φλαξονίων, εισάγονται συνήθως τεχνητές ατέλειες, είτε με δέσμη πρωτονίων, νετρονίων, βαρέων ιόντων και άλλες.



Σχήμα 3.1 Η δομή του YBCO

Οι δίνες που δημιουργούνται στο *YBCO* ανήκουν σε δύο τύπους ανάλογα το που εφαρμόζεται το πεδίο. Το μαγνητικό πεδίο δημιουργεί δίνες *Abrikosov* εκεί που εφαρμόζεται κάθετα στις στρώσεις του *YBCO* και δίνες *Josephson* όταν εφαρμόζεται παράλληλα [39]. Οι δίνες *Josephson* είναι κβαντικές δίνες υπερειμάτων σε μια δίοδο *Josephson*, με τα υπερείματα να περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα της δίνης που είναι μέσα σε δίοδο *Josephson*, σε αντίθεση με τις δίνες *Abrikosov*, που βρίσκονται στο υπεραγώγιμο συμπύκνωμα.

Από την ανακάλυψη της υπεραγωγιμότητας του *YBCO* το 1987, τεράστιες ερευνητικές δραστηριότητες έχουν κατευθυνθεί για την ανάπτυξη υψηλής θερμοκρασίας υπεραγωγών. Τις τελευταίες δεκαετίες, οι αγωγοί με επικάλυψη *YBCO* έχουν διερευνηθεί ευρέως για εφαρμογές μεγάλης κλίμακας, όπως μετασχηματιστές, κινητήρες, περιοριστές ρεύματος βλαβών, καλώδια, μαγνήτες υπεραγωγών, γεννήτριες κ.λπ. Η σχετική ευκολία σύνθεσης του καθώς και η υψηλή του θερμοκρασία μετάβασης το κάνει ένα από τα καλύτερα υλικά για μελέτη. Τα περισσότερα υλικά που έχουν βρεθεί να έχουν μεγαλύτερη θερμοκρασία μετάβασης από το *YBCO* είναι είτε σε εξωτικές συνθήκες (τεράστιες πιέσεις) είτε έχουν δυσκολότερη διαδικασία σύνθεσης. Τεράστιο πλεονέκτημα επίσης του *YBCO* είναι η τεράστια τιμή του κρίσιμου ρεύματος πυκνότητας που έχει.

Οι υπεραγωγικές ιδιότητες του *YBCO* είναι ευαίσθητες στην περιεκτικότητα του σε οξυγόνο. Μόνο εκείνα τα υλικά με $x < 0.65$ για $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ είναι υπεραγώγιμα κάτω από την κρίσιμη θερμοκρασία μετάβασης, ενώ όταν $x = 0.07$, το υλικό παρουσιάζει υπεραγωγιμότητα στην υψηλότερη τιμή θερμοκρασίας των 95 K. Αυτό συμβαίνει διότι οι κενές θέσεις οξυγόνου συνιστούν θέσεις συνολικού καρφώματος (*Collective Pinning*). Εκτός από την ευαισθησία του στην στοιχειομετρία, το *YBCO* είναι ευαίσθητο στις μεθόδους κρυσταλλοποίησης του. Το *YBCO* είναι ένα κρυσταλλικό υλικό και οι καλύτερες υπεραγωγικές ιδιότητες λαμβάνονται όταν τα όρια των κρυστάλλων ευθυγραμμίζονται με προσεκτικό έλεγχο των ρυθμών θερμοκρασίας ανόπτησης και απόσβεσης. Η ανισοτροπία του υλικού είναι πολύ σημαντική, αν και στο *YBCO* είναι μικρή σε σχέση με τα άλλα υλικά με βάση το χαλκό, και από αυτήν εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό το κρίσιμο ρεύμα που μπορεί να δεχθεί. Υπό την προϋπόθεση ότι δεν είναι πολύ μεγάλη, είναι δυνατή η περιγραφή αρκετών φυσικών ιδιοτήτων του μέσω της θεωρίας GL. Από την άλλη αν η ανισοτροπία είναι μεγάλη, είναι δυνατή η περιγραφή μέσω της ανισοτροπικής θεωρίας GL όταν το μήκος διείσδυσης και το μήκος συνοχής είναι πολύ μεγαλύτερα της κυψελίδας.

Μικροσκοπική εξέταση δείχνει ότι σχεδόν όλα τα υλικά *YBCO* περιέχουν ατέλειες. Μερικά από τα ελαττώματα που βρίσκονται κυρίως στο σύστημα του *YBCO* παίζουν κυρίαρχο ρόλο στον έλεγχο των υπεραγωγικών ιδιοτήτων.



Σχήμα 3.2 Μονοκρύσταλλος του υπεραγωγού $YBa_2Cu_3O_7$. Ο κρυσταλλογραφικός άξονας c είναι κάθετος στην επιφάνεια της φωτογραφίας. Οι περιοχές με το διαφορετικό χρώμα αφορούν διαφορετικές περιοχές οι οποίες χωρίζονται από τα επίπεδα διδυμίας. Η φωτογραφία έχει ληφθεί με διασταυρωμένο αναλυτή και πολωτή στο πολωτικό μικροσκόπιο.

Στα όρια των δίδυμων επιπέδων το άκρο της κυψελίδας με το ενισχυμένο περιεχόμενο σε οξυγόνο αλλάζει από την μία άκρη της κυψελίδας στην άλλη, περιστρέφοντας αποτελεσματικά την μοναδιαία κυψελίδα κατά 90 μοίρες. Οι δύο προσανατολισμοί μοιράζονται ένα κοινό επίπεδο στο όριο διδυμίας. Οι δίδυμοι τοίχοι διαχωρίζουν το υλικό σε διαφορετικά διατεταγμένα πεδία. Τα δίδυμα όρια σχηματίζονται για να ανακουφίσουν την πίεση που συνοδεύει ο μετασχηματισμός από τετραγωνική σε ορθορομβική δομή. Για πολυκρυσταλλικά υλικά, όταν συμβεί πλήρως η μετάβαση φάσεως, η σχετική κλίμακα για την μετασχηματισμένη περιοχή είναι το μέγεθος του κόκκου. Τα όρια διδυμίας μπορεί να επηρεάσουν μεγάλο αριθμό υπεραγωγίων και κανονικών ιδιοτήτων σε ένα υλικό. Πολλοί συγγραφείς προτείνουν πως η δημιουργία ορίων διδυμίας μπορεί να αυξήσει την κρίσιμη θερμοκρασία μετάβασης μέσω αλλαγής της διάταξης του οξυγόνου στο επίπεδο διδυμίας. Είναι δύσκολη ωστόσο η μελέτη της επίδρασης των ορίων διδυμίας καθώς ο έλεγχος της δομής τους επηρεάζει άλλα χαρακτηριστικά του υλικού.

Σημαντική παράμετρος επίσης είναι τα όρια των κόκκων. Τα όρια των κόκκων είναι η αιτία χαμηλών κρίσιμων πυκνοτήτων ρευμάτων στο πολυκρυσταλλικό $YBCO$. Η διερεύνηση των δομών των εγγενών ορίων των κόκκων του $YBCO$ είναι σχετικά λίγη, διότι τα όρια που υποβάλλονται σε επεξεργασία υπό τυπικές συνθήκες περιέχουν ένα αριθμό εξωτικών χαρακτηριστικών. Φωτοεκπομπή, αντίστροφη φωτοεκπομπή και φασματοσκοπία Auger ελαττωματικών επιφανειών σε πολυκρυσταλλικά υλικά υποδηλώνει την παρουσία ανθρακικών φάσεων στα όρια των κόκκων. Επιπλέον, ανισοτροπία θερμικής διαστολής στην

δομή του YBCO οδηγεί σε μεγάλες εσωτερικές τάσεις σε πολυκρυσταλλικά υλικά, τα οποία προκαλούν ρωγμές και εκτεταμένο σχηματισμό ατελειών στα όρια των κόκκων, ειδικά σε θερμικά ανακυκλωμένο υλικό. Όχι μόνο τα εξωγενή χαρακτηριστικά των ορίων των κόκκων συμβάλουν στον σχηματισμό χαμηλών κρίσιμων πυκνοτήτων ρεύματος, αλλά και τα εγγενή όρια μπορεί να μειώσουν την J_c έως και έναν παράγοντα 50.

Αυτήν την περίοδο, το YBCO θεωρείται το πιο υποσχόμενο υλικό για την λεγόμενη δεύτερη γενιά επιστρωμένων υπεραγωγών όπου χρησιμοποιούνται χημικές ή φυσικές διαδικασίες για να επικαλυφθεί μια μεταλλική ταινία με μια πολύ λεπτή στρώση υπεραγωγού. Αυτή η διαδικασία χρειάζεται πολύ λίγο ασήμι, κάνοντας την οικονομικά πολύ ελκυστική για παραγωγή μεγάλης κλίμακας. Ήδη έχουν φτιαχτεί από εταιρείες YBCO ταινίες με μήκος πάνω από 100 μέτρα. Επίσης, τον τελευταίο καιρό γίνεται ακτινοβολία ιόντων και νετρονίων στο YBCO με σκοπό την αύξηση του κρίσιμου ρεύματος του [40].

Ο διαφορετικός τρόπος παρασκευής του YBCO καθώς και οι διαφορετικές μέθοδοι μετρήσεων σχετικών μεγεθών, οδηγούν σε διαφορετικές εκτιμήσεις κρίσιμων παραμέτρων.

[41] [42]

3.2 Γραμμή Μη-Αναστρέψιμότητας (*Irreversibility Line*)

Ένα από τα πιο ενδιαφέροντα φαινόμενα στους υπεραγωγούς υψηλών θερμοκρασιών με οξειδία είναι η λεγόμενη «μη αναστρέψιμη» ή «quasi de Almeida-Thouless» γραμμή στο διάγραμμα φάσης $H - T$. Αυτή η γραμμή διαχωρίζει τις περιοχές αναστρέψιμης (υψηλή θερμοκρασία, T και υψηλό πεδίο, H) από μη αναστρέψιμης (χαμηλή T και H) συμπεριφοράς του συστήματος. Η μη αναστρέψιμη γραμμή παρατηρήθηκε μέσω μετρήσεων μαγνήτισης. Πάνω από την αναστρέψιμη γραμμή η μαγνήτιση έχει αναστρέψιμη συμπεριφορά ενώ από κάτω έχει μη αναστρέψιμη και παρατηρείται υστέρηση. Γενικά στην μη αναστρέψιμη γραμμή θεωρείται πως η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος είναι μηδενική. Δεν εμφανίζεται τέτοια γραμμή στους υπεραγωγούς τύπου 1.

Έχουν προταθεί αρκετά μοντέλα για να εξηγήσουν την ύπαρξη της μη αναστρέψιμης γραμμής. Το *Josephson* συζευγμένο μοντέλο γυαλιού περιγράφει το υπεραγωγικό σύστημα ως μια διαταραγμένη σειρά αδύναμων συνδέσεων *Josephson* και προτάθηκε για πρώτη φορά από τους *Muller* και την ομάδα του, κατ'αναλογία με το *Spin glass*. Σε αυτό το μοντέλο η παρουσία της μη αναστρέψιμης γραμμής στο διάγραμμα φάσης $H - T$ οφείλεται στην κοκκώδη συμπεριφορά του υπεραγωγού, και προτάθηκε ότι αυτή η κοκκοποίηση εμφανίζεται σε κλίμακα πολύ μικρότερη από το τυπικό μέγεθος μεταλλουργικών χύμα κόκκων ή κεραμικών υλικών. Ένα εναλλακτικό μοντέλο προτάθηκε από τους *Yeshurun* και την ομάδα του, οι οποίοι ερμήνευσαν τη μη αναστρέψιμη γραμμή ως όριο, στο διάγραμμα φάσης $H - T$, πάνω από το οποίο το πλέγμα της μαγνητικής ροής είναι απαγκιστρωμένο λόγω θερμικών διακυμάνσεων. Προκειμένου να επιτευχθεί συμφωνία μεταξύ πειράματος και θεωρίας, προτάθηκε ένα μοντέλο "γιγαντιαίου ερπυσμού" στο οποίο η απαγκιστρωμένη δέσμη είναι μια απλή γραμμή ροής. Ένα διαφορετικό θεωρητικό πλαίσιο χρησιμοποιήθηκε στα μοντέλα τήξης, όπου η μη αναστρέψιμη γραμμή ήταν συνέπεια του ανταγωνισμού μεταξύ της θερμικής ενέργειας και της ελαστικής ενέργειας του δικτυωτού μαγνητικού πλέγματος. Οποιοσδήποτε και να είναι ο λεπτομερής μηχανισμός, η μη αναστρέψιμη γραμμή παίζει, για τους υπεραγωγούς υψηλής T_c τον ίδιο ρόλο που κάνει το $H_{c2}(T)$ για τους

συμβατικούς υπεραγωγούς, καθώς οι υψηλότερες απώλειες ενέργειας θα προκύψουν σε αυτήν την περιοχή. Όλα τα μοντέλα προβλέπουν μια σχέση για την γραμμή της μορφής:

$$H = b (1 - t)^q$$

Όπου b και q σταθερές, ενώ $t = \frac{T_{irr}(H)}{T_c(H=0)}$. Για το ογκώδες $YBCO$ θεωρείται $q = 1.7$ [43] [44] [45] [46]

3.3 Θερμοκρασία Μέγιστων Απωλειών

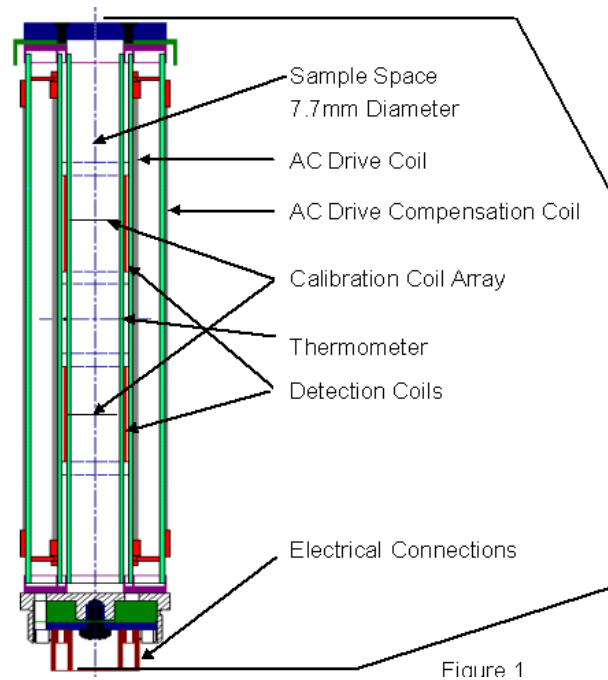
Μία άλλη σημαντική παράμετρος για το υλικό που μελετάται είναι η θερμοκρασία μέγιστων απωλειών T_{peak} . Σε αντίθεση με την μη αναστρέψιμη θερμοκρασία, η θερμοκρασία μέγιστων απωλειών εμφανίζεται όταν η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος είναι μη μηδενική. Υπάρχουν διάφορες θεωρίες για την φυσική εξήγηση της T_{peak} , όπως ότι είναι η θερμοκρασία που το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο είναι ίσο με το πεδίο διείσδυσης στο μοντέλο του Bean, ότι συνιστά την θερμοκρασία που είναι μέγιστη η αναστρεψιμότητα, ότι είναι η θερμοκρασία μετάβασης από VG-VL, ότι είναι η ένδειξη αρχής ερπυσμού ροής στα όρια των κόκκων, ότι είναι η θερμοκρασία όπου η συχνότητα του εξωτερικού πεδίου αντιστοιχεί στο αντίστροφο του χρόνου χαλάρωσης του συστήματος των φλαξονίων και άλλα. Στις μετρήσεις επιδεκτικότητας υλικών εμφανίζεται στην μέγιστη τιμή της μιγαδικής επιδεκτικότητας χ'' και φαίνεται να επηρεάζεται από το εξωτερικό Dc μαγνητικό πεδίο, το Ac μαγνητικό πεδίο καθώς και την συχνότητα του.

3.4 Πειραματικές Μετρήσεις

Για τις μετρήσεις που παρουσιάζονται σ' αυτή την διπλωματική χρησιμοποιήθηκε δυνατότητα εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας του συστήματος μέτρησης φυσικών ιδιοτήτων (PPMS) που βρίσκεται στο INN του ΕΚΕΦΕ ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ.



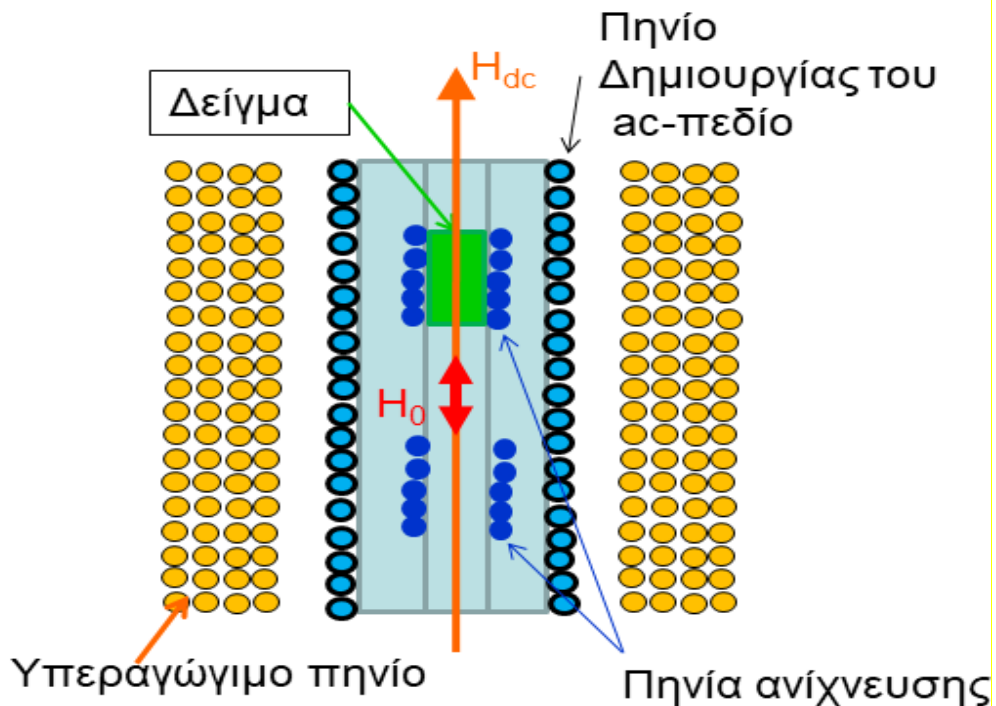
Σχήμα 3.3 Σύστημα μέτρησης εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας του INN ΕΚΕΦΕ ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ



Σχήμα 3.4 Διάταξη των πηνίων για τη μέτρηση της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεκτικότητας. Ουσιαστικά η διάταξη είναι ένας αισθητήρας ο οποίος μετρά τη χρονική παράγωγο της μαγνητικής ροπής ενός δείγματος.

Η μέτρηση της εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας στηρίζεται στο νόμο του *Faraday*. Ο αισθητήρας αποτελείται από δύο πηνία αντίθετα τυλιγμένα (πηνία ανίχνευσης, *pickup coils*). Το ένα είναι κενό ενώ στο δεύτερο βρίσκεται το δείγμα. Τα πηνία ανίχνευσης βρίσκονται στο εσωτερικό ενός τρίτου πηνίου το οποίο χρησιμεύει για τη δημιουργία του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου. Για την παραγωγή του πεδίου συνεχούς ρεύματος χρησιμοποιείται ένα πηνίο από υπεραγωγό. Το συνολικό μαγνητικό πεδίο που ασκείται στο δείγμα θα δίνεται από τον τύπο:

$$H(t) = H_{ac} + H_{ac} \cos \omega t$$



Σχήμα 3.5 Σκαρίφημα του αισθητήρα ανίχνευσης του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροπής μαγνητικού δείγματος. Ο αισθητήρας αποτελείται δύο αντίθετα πηνία με αντίθετη φορά περιέλιξης (πηνία ανίχνευσης) και το ένα τρίτο το οποίο δημιουργεί το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο.

Το συγκεκριμένο σύστημα πηνίων βρίσκεται σε ένα μεγάλο πηνίο από υπεραγωγό ο οποίος παράγει το μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος (*DC magnetic field*). Όταν τα δύο πηνία ανίχνευσης είναι κενά, επειδή έχουν περιέλιξη αντίθετης φοράς η επαγόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι ίση με μηδέν. Αν, όμως, στο ένα από τα δύο πηνία ανίχνευσης βρεθεί ένα υλικό μαγνήτισης M , τότε η συνολική μαγνητική ροή που διέρχεται από τα πηνία ανίχνευσης θα δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \int dzN \int d\mathbf{S} \cdot (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2) = -NV \mu_0 M$$

Η χρονική μεταβολή της μαγνητικής ροής προκαλεί ηλεκτρεγερτική δύναμη η οποία θα δίνεται από το νόμο του Faraday:

$$\text{EMF} = \oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 VN \frac{dM}{dt}$$

Επειδή η χρονική μεταβολή της μαγνήτισης που προκαλείται από το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο είναι περιοδική συνάρτηση, η μαγνήτιση μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά *Fourier* σύμφωνα με τη σχέση

$$M(t) = \frac{M'_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [M'_n \cos(n\omega t) + M''_n \sin(n\omega t)]$$

όπου

$$M'_n = \frac{2}{T} \int_0^T M(t) \cos(n\omega t) dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$M''_n = \frac{2}{T} \int_0^T M(t) \sin(n\omega t) dt, \quad n = 1, 2, \dots$$

και $M'_0 = 2M_{dc}$.

Αν γράψουμε το χρονομεταβαλλόμενο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο σε μορφή «φάσρα»

$$H_{ac}(t) = \text{Re}[H_0 \exp(j\omega t)] = \text{Re}[H_{ac}(t)],$$

τότε η n -αρμονική συνιστώσα της Αc-μαγνήτισης γίνεται:

$$M_n(t) = M'_n \cos(n\omega t) + M''_n \sin(n\omega t) = H_{ac} \chi'_n \cos(n\omega t) + H_{ac} \chi''_n \sin(n\omega t) = \text{Re}[(H_0(t)(\chi'_n - j\chi''_n)]$$

όπου

$$\chi'_n = \frac{M'_n}{H_0}$$

$$\chi''_n = \frac{M''_n}{H_0}$$

με $n=1, 2, \dots$

Οι ποσότητες χ'_n και χ''_n ονομάζονται πραγματικό και φανταστικό μέρος της n -αρμονικής συνιστώσας, της μιγαδικής εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας, αντίστοιχα. Η πρώτη αρμονική επιδεκτικότητα ($n=1$) ονομάζεται θεμελιώδης συνιστώσα της εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας.

Ορίζουμε σαν μιγαδική n -αρμονική συνιστώσα της εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας, το μιγαδικό αριθμό:

$$\chi_n = \chi'_n - j\chi''_n.$$

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισμούς, η EMF που αναπτύσσεται στα άκρα των πηνίων ανίχνευσης, μπορεί να γραφτεί εναλλακτικά συναρτήσει της εναλλασσόμενης μαγνητικής επιδεκτικότητας

$$EMF = \mu_0 V N \frac{dM}{dt} = \mu_0 V N \sum_{n=1}^{\infty} [-H_{ac} \chi'_n n\omega \sin(n\omega t) + H_{ac} \chi''_n n\omega \cos(n\omega t)] .$$

Οι μετρήσεις έγιναν σε ένα μονοκρυστάλλο $YBa_2Cu_3O_7$. Ο κρύσταλλος αναπτύχθηκε στο INN με στεριοποίηση τήγματος από μείγμα Y_2O_3 , BaO , CuO πλούσιο σε Cu .



Σχήμα 3.6 Μονοκρύσταλλος $YBa_2Cu_3O_7$ του οποίου οι μετρήσεις αναλύθηκαν σ' αυτή τη διπλωματική.

Στις μετρήσεις το συνεχές και το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο εφαρμόστηκαν παράλληλα στον κρυσταλλογραφικό άξονα c . Οι μετρήσεις μαγνητικής διαπερατότητας χρησιμοποιώντας εναλλασσόμενο ρεύματος (AC) παρέχουν ένα ισχυρό εργαλείο για τον χαρακτηρισμό των υπεραγωγών υλικών. Με διεξαγωγή των μετρήσεων ως συνάρτηση ενός μεγάλου εύρους μεταβλητών (συχνότητα, εύρος πεδίου εναλλασσόμενου ρεύματος και εφαρμοσμένο πεδίο DC) είναι δυνατό να καθοριστεί η διαμαγνητική ισχύς, οι ενέργειες αγκύρωσης, τα κρίσιμα ρεύματα, τα όρια των φάσεων στο Επίπεδο $H-T$ και η διαφοροποίηση μεταξύ μοντέλων για τη μικτή κατάσταση. [47]

Η διαπερατότητα AC ενός υπεραγωγού καθορίζεται από τη δυναμική των διαμαγνητικών ρευμάτων θωράκισης που σχηματίζονται σε απόκριση στο εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο. Για υπεραγωγούς τύπου-I, σε επαρκώς ασθενή εφαρμοσμένα πεδία, το διαμαγνητικό AC δινορεύμα αποκτά ουσιαστικά την ίδια κατανομή όπως στην κατάσταση *Meissner-Ochsenfeld* και το δυναμικό αποτέλεσμα μπορεί να περιγραφεί από το μοντέλο δύο ρευστών και από την εξίσωση των London.

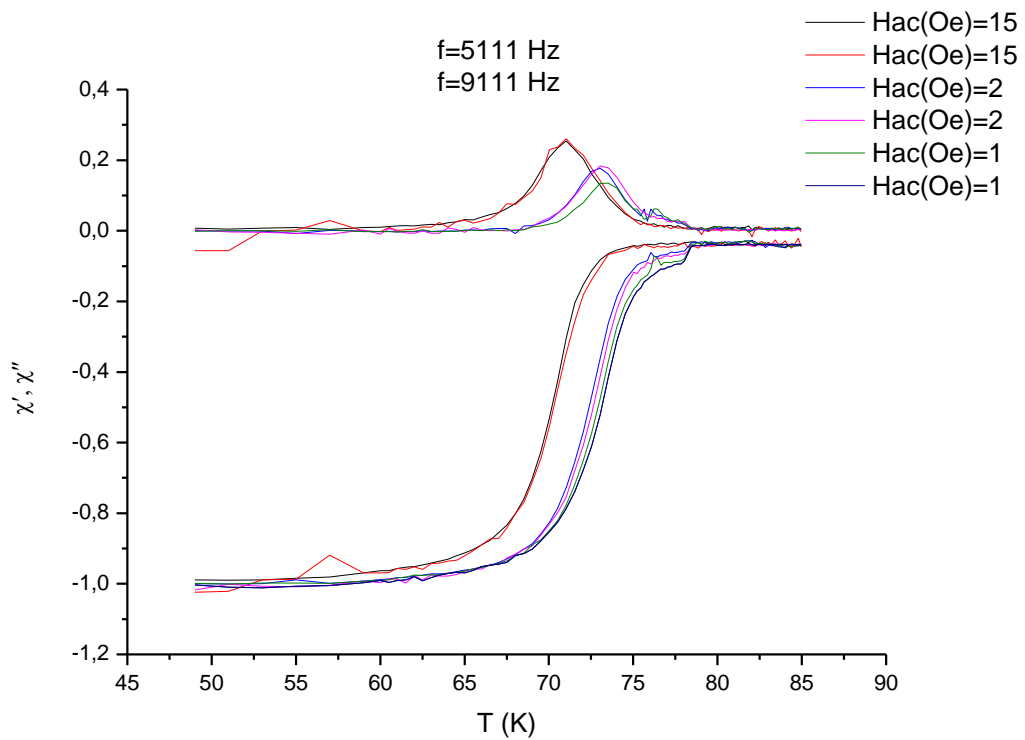
Για υπεραγωγούς τύπου II η ύπαρξη μαγνητικών δινών και το επακόλουθο αγκύρωμα δινών κάνει τη δυναμική του διαμαγνητικού ρεύματος θωράκισης πολύ πιο περίπλοκη, και γενικά η απόκριση γίνεται μη γραμμική. Παρόμοια μη γραμμική συμπεριφορά θα συμβεί εάν ο υπεραγωγός είναι κοκκώδης και περιέχει δίκτυο ασθενώς συζευγμένων υπεραγωγικών περιοχών. Η μέγιστη αλληλεπίδραση αγκύρωσης μεταξύ του υπεραγωγού και των φλαξονίων καθορίζει την κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος, J_c , πάνω από την οποία ένας υπεραγωγός τύπου II δεν μπορεί να μεταφέρει μακροσκοπικά ρεύματα χωρίς απώλειες.

Η εφαρμογή του μοντέλου δύο ρευστών στην απόκριση ευαισθησίας AC υπεραγωγού τύπου II είναι δυνατή μόνο όταν το εφαρμοσμένο πεδίο AC είναι αρκετά ασθενές έτσι ώστε πουθενά μέσα στο δείγμα να μην υπερβαίνει το μακροσκοπικό ρεύμα θωράκισης J_c . Με άλλα λόγια, όταν δεν συμβαίνει απαγκίστρωση φλαξονίων.

Η απόκριση του υπεραγωγού μπορεί να μελετηθεί ως συνάρτηση της θερμοκρασίας και του μαγνητικού πεδίου DC που υπερτίθεται στην διέγερση AC . Όταν χρησιμοποιείται πεδίο AC τόσο τα συστατικά εντός και εκτός φάσης ανιχνεύονται στο σήμα απόκρισης. Αυτά τα στοιχεία σχετίζονται με το πραγματικό και φανταστικό μέρος της μαγνητικής ευαισθησίας του δείγματος, χ' και χ'' αντίστοιχα. Εάν το δείγμα είναι ένας υπεραγωγός τύπου II, η αντίσταση μαγνητικής ροής και η αγκύρωση των φλαξονίων μπορεί να ληφθούν, το οποίο εξαρτάται από την ποσότητα αγκύρωσης των δινών, τη γεωμετρία του δείγματος, την πορωσιμότητα του, την συχνότητα, την ευαισθησία μέτρησης, πληροφορίες σχετικά με το κάτω και το άνω κρίσιμο πεδίο, και με τον αναστρέψιμο μαγνητισμό.

Η αντίσταση μαγνητικής ροής και οι ιδιότητες καρφώματος φλαξονίων μπορούν επίσης να μελετηθούν από μετρήσεις μεταφοράς, ωστόσο, αυτές απαιτούν την προσάρτηση των καλωδίων στο δείγμα. Ο μαγνητισμός DC είναι μια άλλη μέθοδος για τη μελέτη της αντίστασης μαγνητικής ροής και των ιδιοτήτων καρφισώματος ροής. Ωστόσο, οι μαγνητικές μετρήσεις AC είναι ευκολότερες. Γενικά, οι μετρήσεις ευαισθησίας παρέχουν συνήθως περισσότερες πληροφορίες από τις μετρήσεις αντίστασης. Ένας συνδυασμός μετρήσεων DC μαγνητισμού στην μηδενική ψύξη πεδίου (ZFC) και σε ψύξη πεδίου (FC) παρέχουν τις περισσότερες ποσοτικές πληροφορίες συμπεριλαμβανομένων, αναστρέψιμων και μη αναστρέψιμων ιδιοτήτων και επομένως της μη αναστρέψιμης γραμμής. Η τεχνική ευαισθησίας AC παρέχει μόνο πληροφορίες σχετικά με ρεύμα θωράκισης αντί για το πραγματικό φαινόμενο *Meissner*. Ωστόσο, η ακρίβεια των μετρήσεων μαγνητισμού DC απαιτεί μάλλον δαπανηρά όργανα, π.χ. ένα SQUID μαγνητόμετρο ή μαγνητόμετρο δονητικού δείγματος. Αντ' αυτού, η τεχνική ευαισθησίας AC είναι γρήγορη και εύκολη στη χρήση.

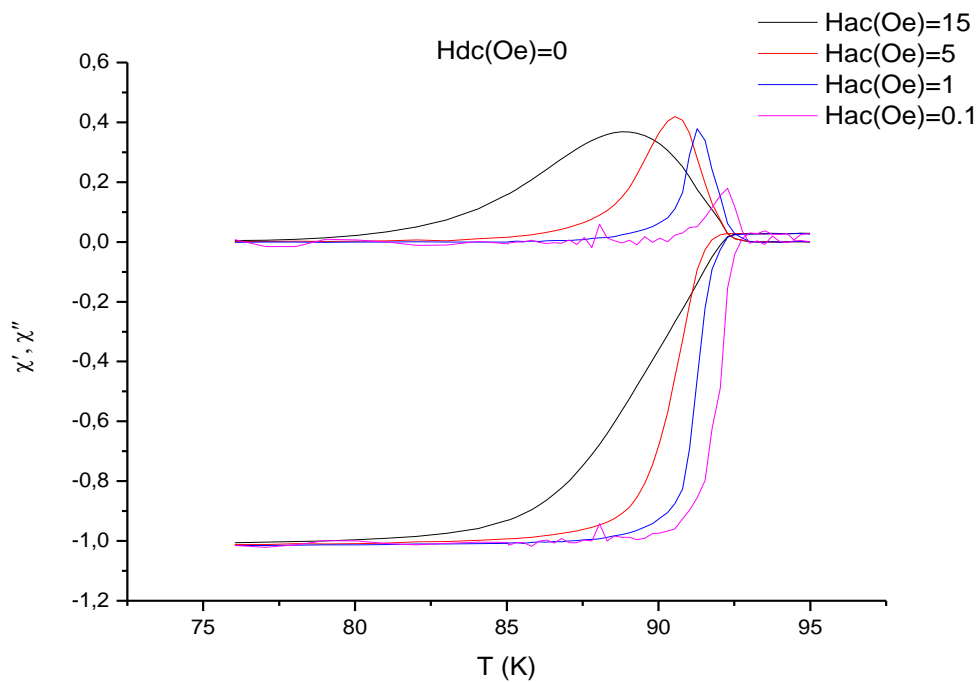
Η μελέτη της κύριας αρμονικής έχει αναγνωριστεί ως κύριο εργαλείο στην μελέτη και επιβεβαίωση των μοντέλων ερπυσμού ροής. Η πρώτη ερμηνεία προήλθε από το κρίσιμο μοντέλο του *Bean*, σύμφωνα με το οποίο οι αρμονικές δημιουργούνται από την υστερητική, μη γραμμική σχέση μεταξύ μαγνήτισης και εξωτερικού πεδίου λόγω αγκύρωσης φλαξονίων. Ωστόσο, μόνο περιττές αρμονικές προβλέπονται από το μοντέλο, λόγω της συμμετρίας της καμπύλης υστέρησης, $M(-H) = -M(H)$. Παρόλα αυτά, λαμβάνοντας υπόψη την εξάρτηση του κρίσιμου ρεύματος από το μαγνητικό πεδίο, μπορούν να αποκτηθούν και οι υπόλοιπες αρμονικές. Και πάλι ωστόσο, υπάρχουν τεράστιες αποκλίσεις σε υψηλές αρμονικές και στις πρώτες αρμονικές σε υψηλότερες συχνότητες και πεδία. Παρακάτω παρουσιάζεται η πραγματική και μιγαδική επιδεκτικότητα για τον μονοκρύσταλλο *YBCO* για δύο διαφορετικές συχνότητες εφαρμοζόμενου πεδίου.



Σχήμα 3.7 Μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεκτικότητας μονοκρυστάλλου του υπεραγωγού YBCO. Η μέτρηση έγινε κάτω από ένα μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος $H=80 \text{ kOe}$ (μονάδες CGS) για δύο διαφορετικές συχνότητες ($f=5111$ και $f=9111 \text{ Hz}$) και πλάτη του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου $H_0=1,2$, και 15 Oe .

Καθώς η συχνότητα φαίνεται να μην επηρεάζει ιδιαίτερα την επιδεκτικότητα του υλικού, θα παρουσιαστούν οι μετρήσεις μόνο για $f = 5111 \text{ Hz}$ ώστε να αποφευχθούν τα πολλά γραφήματα σε μία εικόνα, το οποίο θα δυσκολεύσει τον αναγνώστη να διακρίνει λεπτομέρειες.

3.4.1 Επιδεικτικότητα για 0 Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο

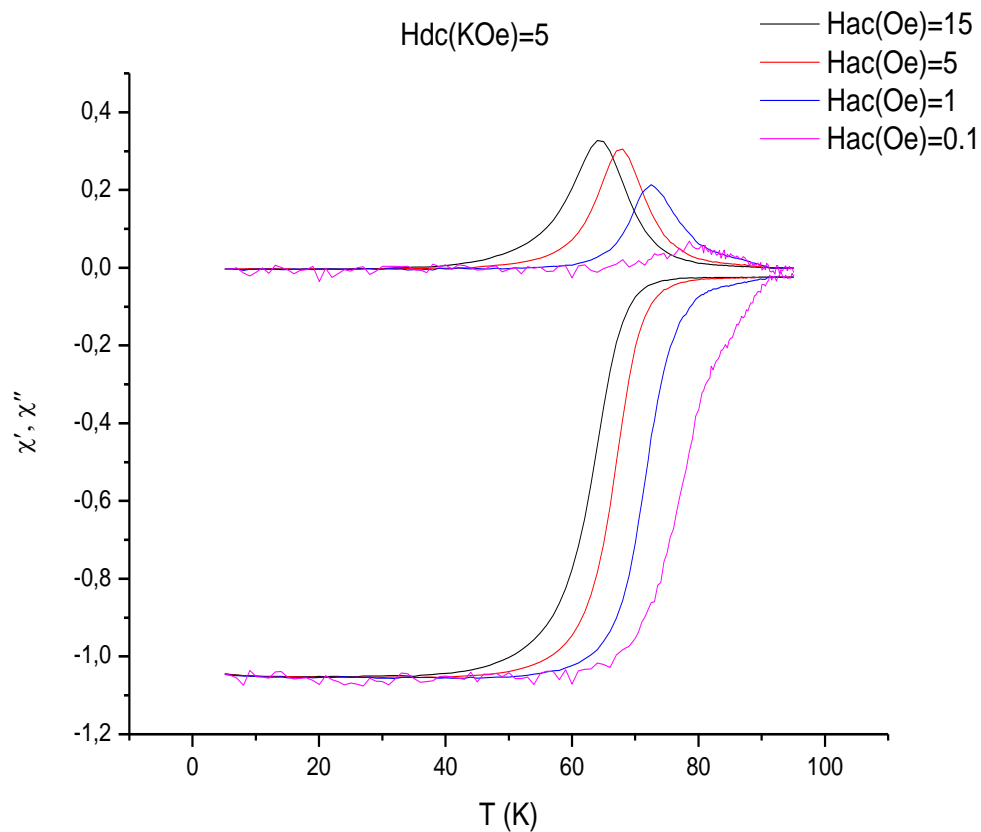


Σχήμα 3.8 Μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεικτικότητας μονοκρυστάλλου του υπεραγωγού YBCO. Η μέτρηση έγινε κάτω από μηδενικό μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος $H=0$ για $f=5111$ και πλάτη του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου $H_0=0.1, 1, 5,$ και 15 Oe.

Πίνακας 3.1 Τα κρίσιμα μεγέθη μεγίστων απωλειών για μηδενικό Dc πεδίο

	$\chi'_{T_{peak}}$	χ''_{max}	$T_{peak}(K)$
$H_{ac}(Oe)$			
0.1	-0.15	0.18	92.2
1	-0.45	0.38	91.2
5	-0.45	0.42	90.5
15	-0.56	0.36	88.7

3.4.2 Επιδεκτικότητα για 5 K Oe Dc Μαγνητικό πεδίο

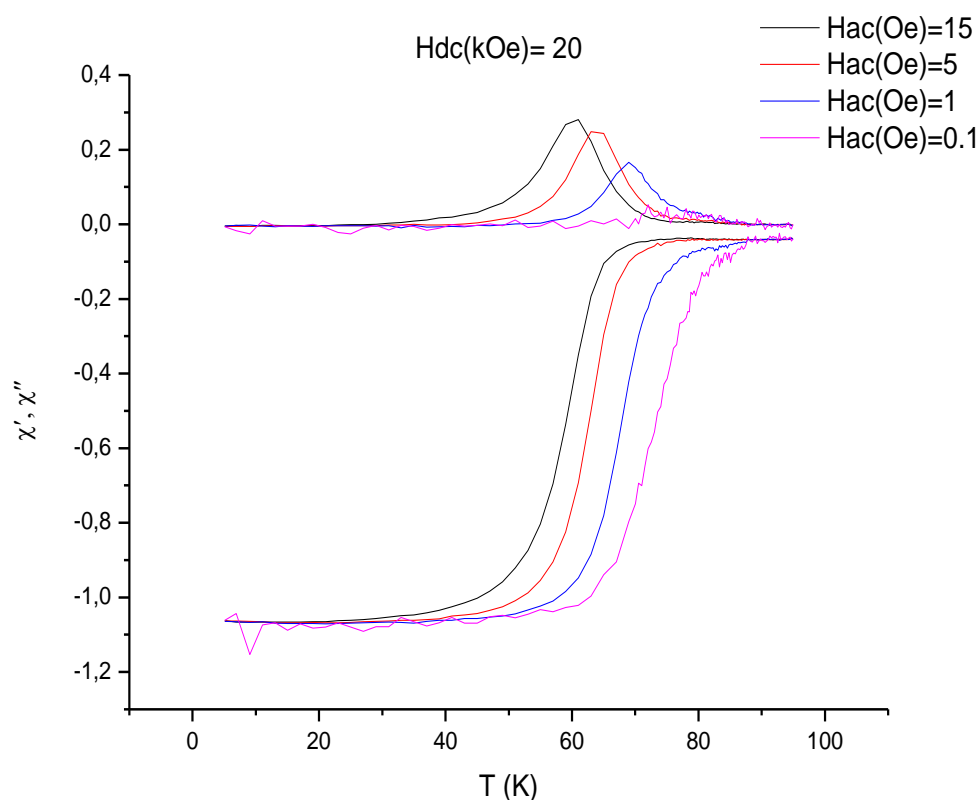


Σχήμα 3.9 Μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεκτικότητας μονοκρυστάλλου του υπεραγωγού YBCO. Η μέτρηση έγινε κάτω από μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος $H=5kOe$ για $f=5111$ και πλάτη του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου $H_0=0.1, 1,5,$ και $15 Oe$

Πίνακας 3.2 Τα κρίσιμα μεγέθη μεγίστων απωλειών για 5 K Oe Dc πεδίο

	$\chi'_{T_{peak}}$	χ''_{max}	$T_{peak}(K)$
$H_{ac}(Oe)$			
0.1	-	-	-
1	-0.43	0.21	72.5
5	-0.38	0.30	68.0
15	-0.45	0.32	64.0

3.4.3 Επιδεικτικότητα για 20 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο

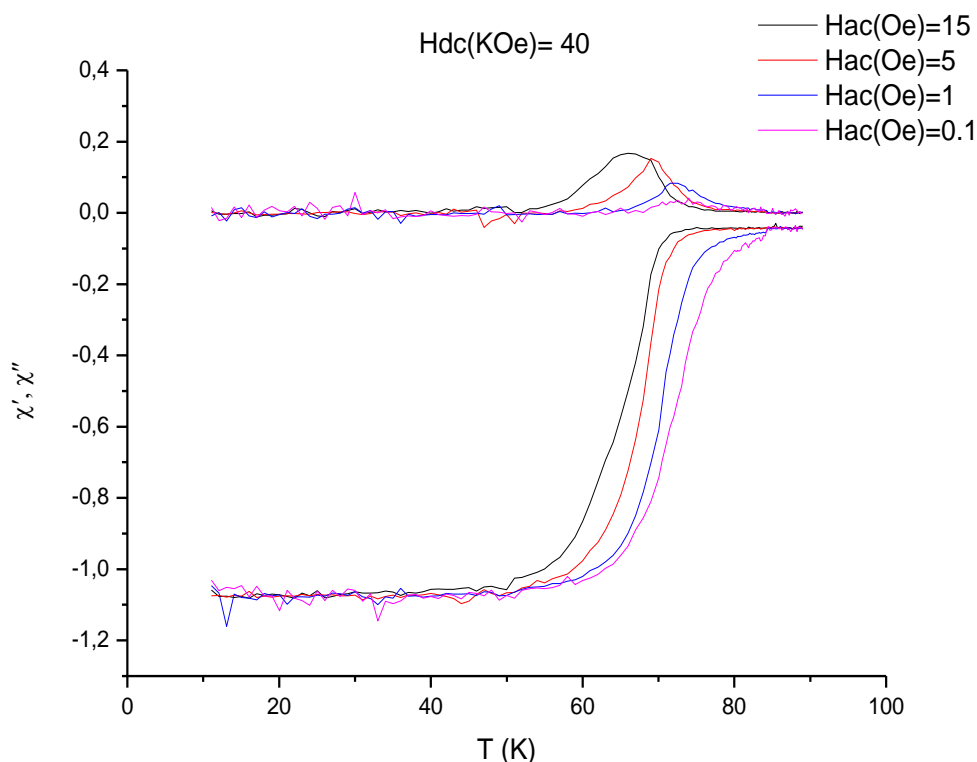


Σχήμα 3.10 Μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεικτικότητας μονοκρυστάλλου του υπεραγωγού YBCO. Η μέτρηση έγινε κάτω από μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος $H=20$ kOe για $f=5111$ και πλάτη του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου $H_0=0.1, 1, 5,$ και 15 Oe.

Πίνακας 3.3 Τα κρίσιμα μεγέθη μεγίστων απωλειών για 20 K Oe Dc πεδίο

	$\chi'_{T_{peak}}$	χ''_{max}	$T_{peak}(K)$
$H_{ac}(Oe)$			
0.1	-	-	-
1	-0.42	0.16	69.0
5	-0.50	0.24	63.0
15	-0.35	0.28	61.0

3.4.4 Επιδεκτικότητα για 40 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο

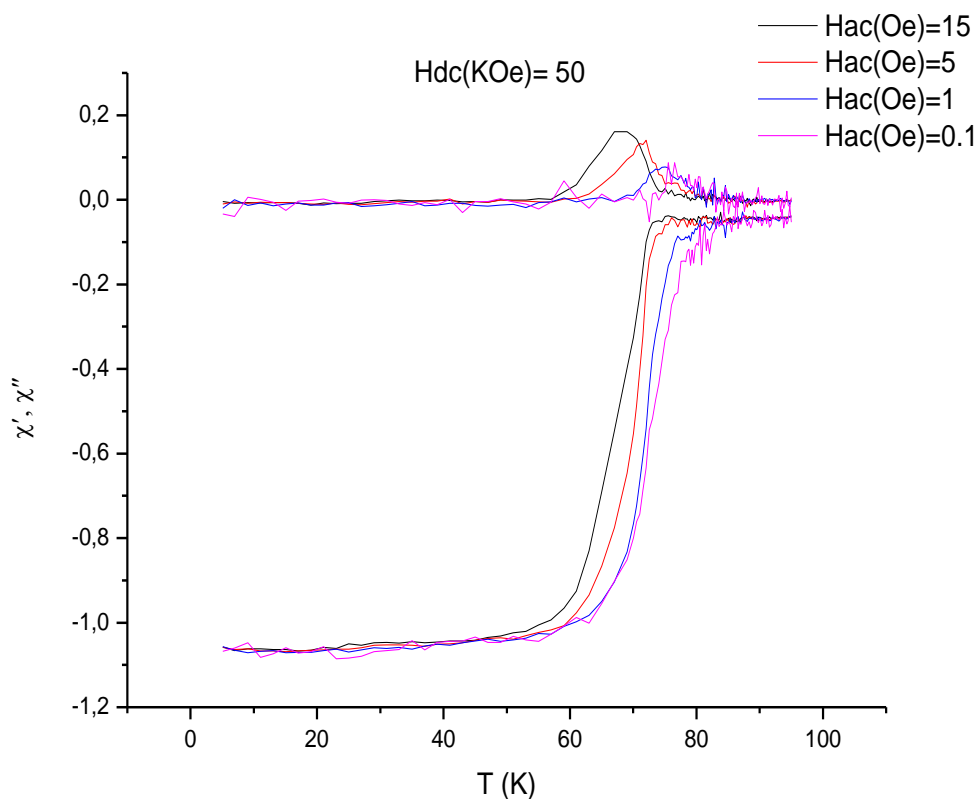


Σχήμα 3.11 Η Μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεκτικότητας μονοκρυστάλλου του υπεραγωγού YBCO. Η μέτρηση έγινε κάτω από μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος $H=40$ kOe για $f=5111$ και πλάτη του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου $H_0=0.1, 1, 5,$ και 15 Oe.

Πίνακας 3.3 Τα κρίσιμα μεγέθη μεγίστων απωλειών για 40 K Oe Dc πεδίο

	$\chi'_{T_{peak}}$	χ''_{max}	$T_{peak}(K)$
$H_{ac}(Oe)$			
0.1	-	-	-
1	-0.34	0.08	72.0
5	-0.36	0.15	69.0
15	-0.49	0.16	65.9

3.4.5 Επιδεικτικότητα για 50 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο

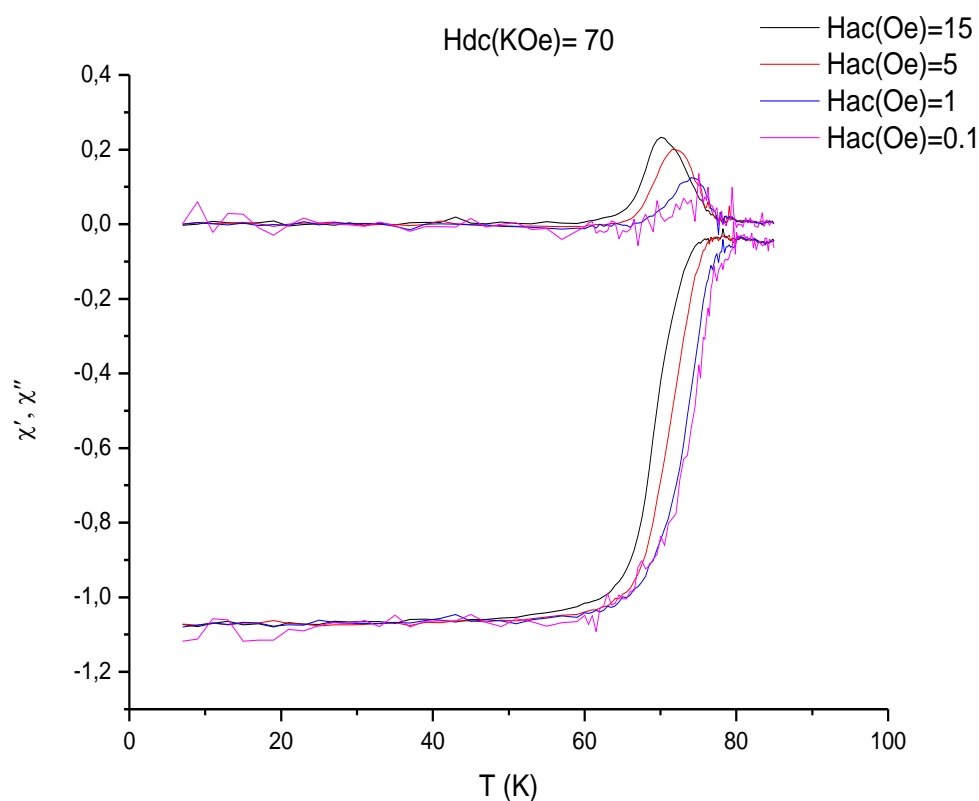


Σχήμα 3.12 Μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεικτικότητας μονοκρυστάλλου του υπεραγωγού YBCO. Η μέτρηση έγινε κάτω από μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος $H=50$ kOe για $f=5111$ και πλάτη του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου $H_0=0.1, 1, 5,$ και 15 Oe.

Πίνακας 3.4 Τα κρίσιμα μεγέθη μεγίστων απωλειών για 50 K Oe Dc πεδίο

	$\chi'_{T_{peak}}$	χ''_{max}	$T_{peak}(K)$
$H_{ac}(Oe)$			
0.1	-	-	-
1	-0.20	0.07	75.0
5	-0.20	0.14	72.0
15	-0.40	0.16	69.0

3.4.6 Επιδεικτικότητα για 70 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο

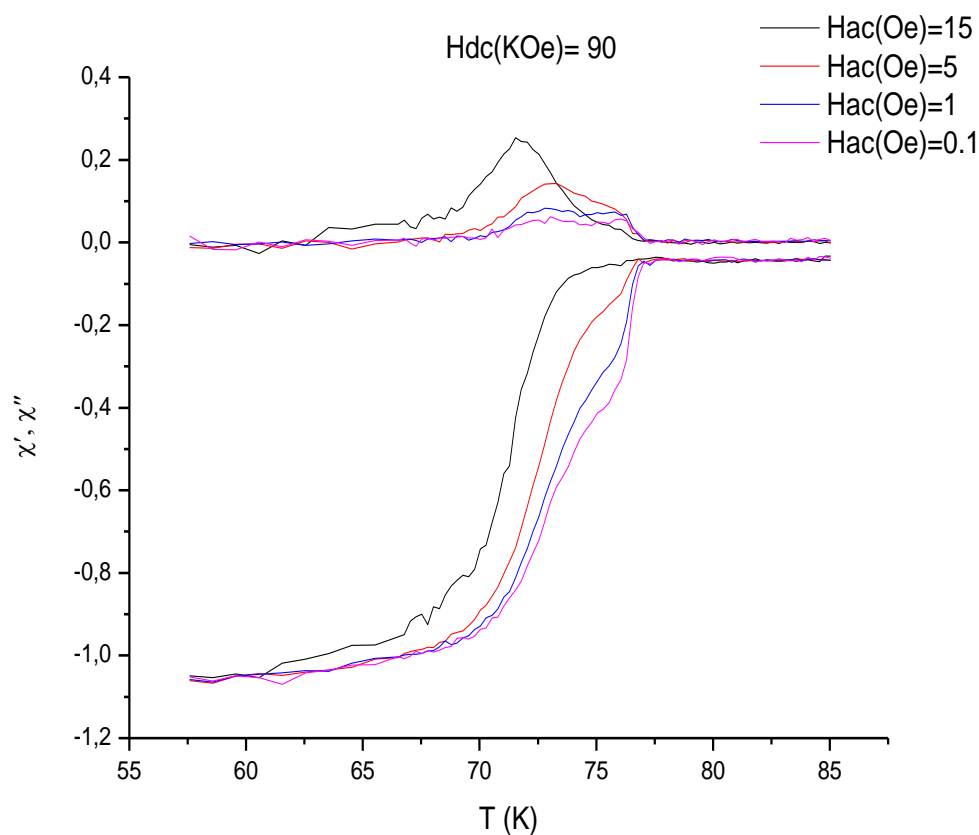


Σχήμα 3.13 Μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεικτικότητας μονοκρυστάλλου του υπεραγωγού YBCO. Η μέτρηση έγινε κάτω από μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος $H=70$ kOe για $f=5111$ και πλάτη του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου $H_0=0.1, 1, 5,$ και 15 Oe.

Πίνακας 3.5 Τα κρίσιμα μεγέθη μεγίστων απωλειών για 70 K Oe Dc πεδίο

	$\chi'_{T_{peak}}$	χ''_{max}	$T_{peak}(K)$
$H_{ac}(Oe)$			
0.1	-	-	-
1	-0.37	0.12	74.5
5	-0.43	0.20	72.0
15	-0.41	0.23	70.0

3.4.7 Επιδεκτικότητα για 90 K Oe Dc Μαγνητικό Πεδίο



Σχήμα 3.14 Μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της μαγνητικής εναλλασσόμενης επιδεκτικότητας μονοκρυστάλλου του υπεραγωγού YBCO. Η μέτρηση έγινε κάτω από μαγνητικό πεδίο συνεχούς ρεύματος $H=90$ kOe για $f=5111$ και πλάτη του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου $H_0=0.1, 1, 5,$ και 15 Oe.

Πίνακας 3.5 Τα κρίσιμα μεγέθη μεγίστων απωλειών για 90 K Oe Dc πεδίο

	$\chi'_{T_{peak}}$	χ''_{max}	$T_{peak}(K)$
$H_{ac}(Oe)$			
0.1	-	-	-
1	-0.61	0.08	72.8
5	-0.38	0.14	73.3
15	-0.42	0.25	71.5

3.5 Εξάρτηση Παραμέτρων Μεγίστων Απωλειών από Μαγνητικά Πεδία

Στον παρακάτω πίνακα υπάρχουν συγκεντρωμένες οι τιμές της θερμοκρασίας μέγιστων απωλειών σε σχέση με τα μαγνητικά πεδία σύμφωνα με τις πειραματικές μετρήσεις μας.

Πίνακας 3.6 Οι θερμοκρασίες μέγιστων απωλειών σε σχέση με τα μαγνητικά πεδία

T_{peak}		$H_{ac}(k Oe)$						
		0	5	20	40	50	70	90
$H_{ac}(Oe)$	0.1	92.2	-	-	-	-	-	-
	1	91.2	72.5	69.0	72.0	75.0	74.5	72.8
	5	90.5	68.0	63.0	69.0	72.0	72.0	73.3
	15	88.7	64.0	61.0	65.9	69.0	70.0	71.5

Στον παρακάτω πίνακα υπάρχουν συγκεντρωμένες οι τιμές του πραγματικού μέρους της επιδεκτικότητας στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών σε σχέση με τα μαγνητικά πεδία σύμφωνα με τις πειραματικές μετρήσεις μας.

Πίνακας 3.7 Το πραγματικό μέρος της επιδεκτικότητας μέγιστων απωλειών σε σχέση με τα μαγνητικά πεδία

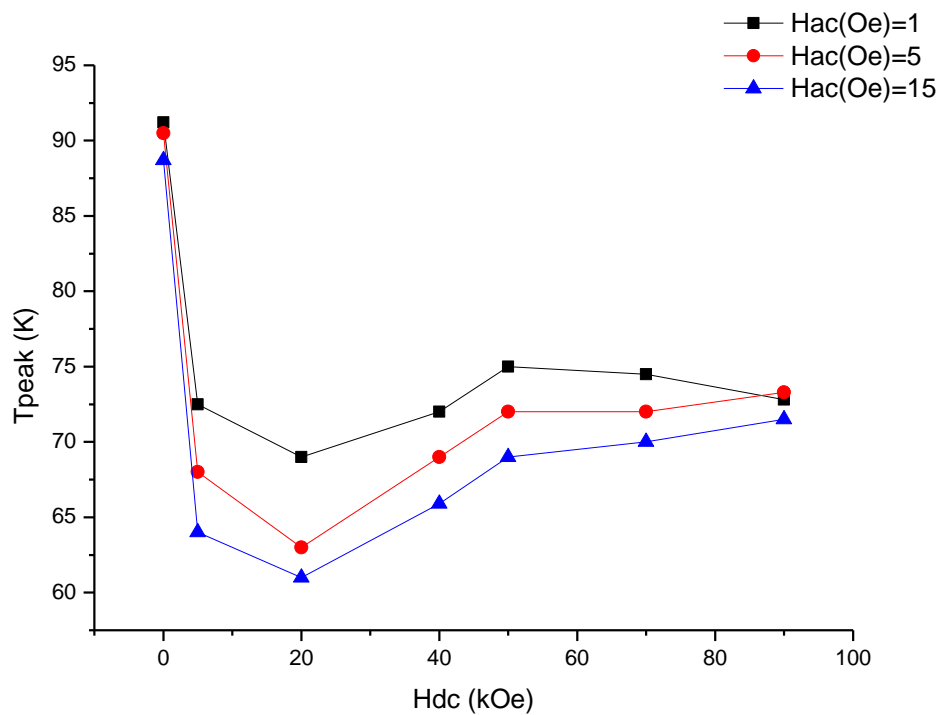
$\chi' T_{peak}$		$H_{ac}(k Oe)$						
		0	5	20	40	50	70	90
$H_{ac}(Oe)$	0.1	-0.15	-	-	-	-	-	-
	1	-0.45	-0.43	-0.42	-0.34	-0.20	-0.37	-0.61
	5	-0.45	-0.38	-0.50	-0.36	-0.20	-0.43	-0.38
	15	-0.56	-0.45	-0.35	-0.49	-0.40	-0.41	-0.42

Στον παρακάτω πίνακα υπάρχουν συγκεντρωμένες οι τιμές του φανταστικού μέρους της επιδεκτικότητας στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών σε σχέση με τα μαγνητικά πεδία σύμφωνα με τις πειραματικές μετρήσεις μας.

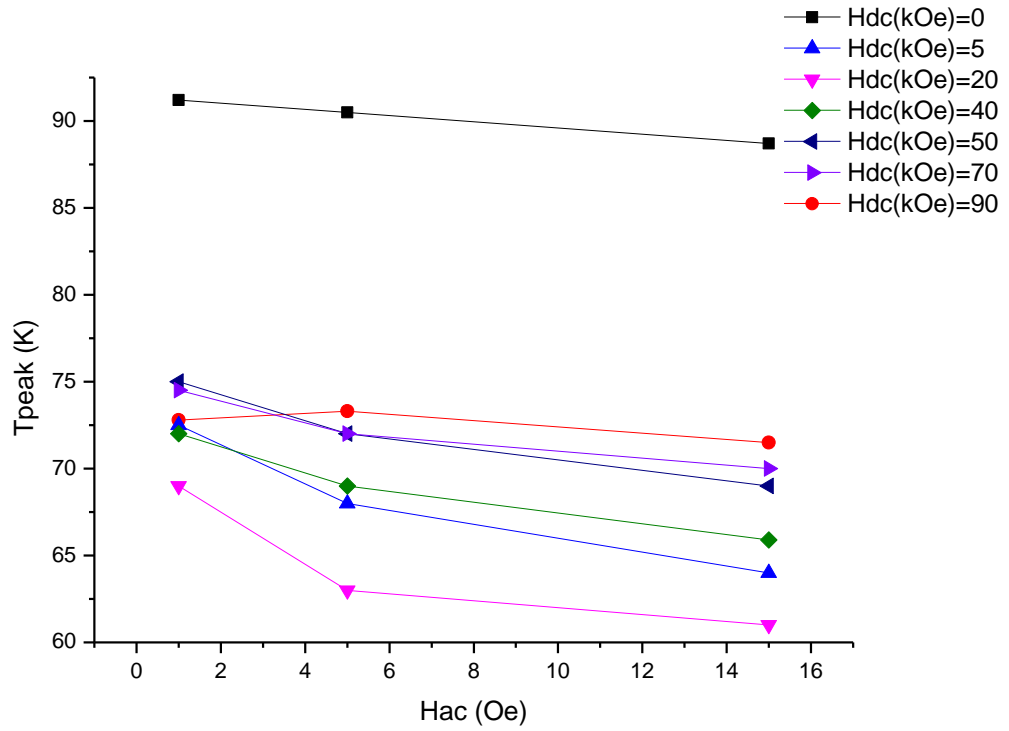
Πίνακας 3.8 Το φανταστικό μέρος της επιδεκτικότητας μέγιστων απωλειών σε σχέση με τα μαγνητικά πεδία

χ''_{max}		$H_{dc}(kOe)$						
		0	5	20	40	50	70	90
$H_{ac}(Oe)$	0.1	0.18	-	-	-	-	-	-
	1	0.38	0.21	0.16	0.08	0.07	0.12	0.08
	5	0.42	0.30	0.24	0.15	0.14	0.20	0.14
	15	0.36	0.32	0.28	0.16	0.16	0.23	0.25

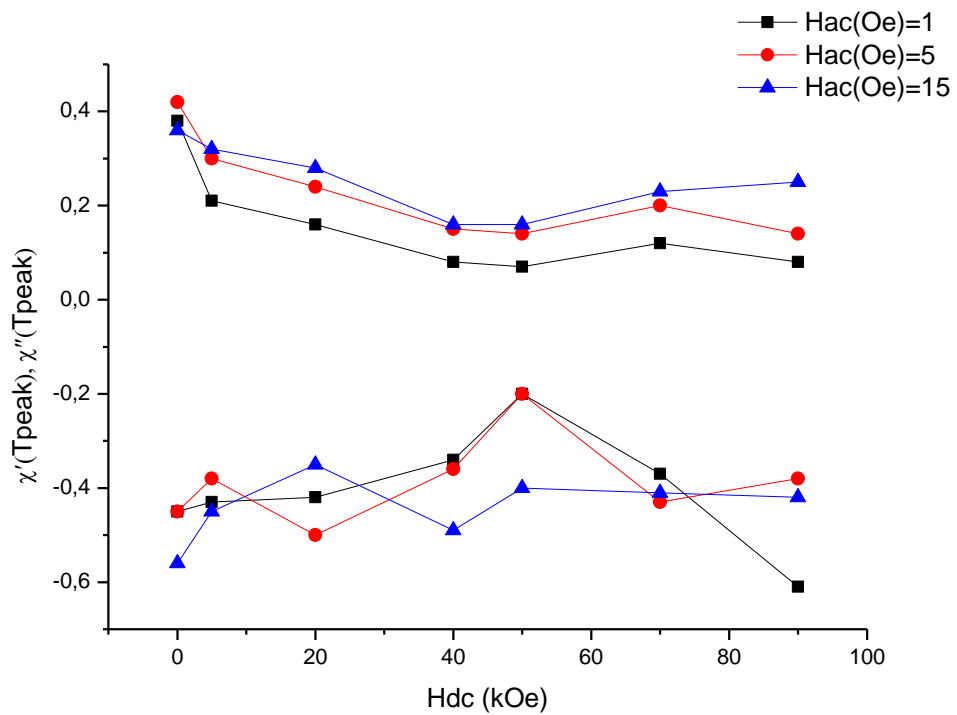
Παρακάτω βρίσκονται σχηματικά τα αποτελέσματα των τριών προηγούμενων πινάκων.



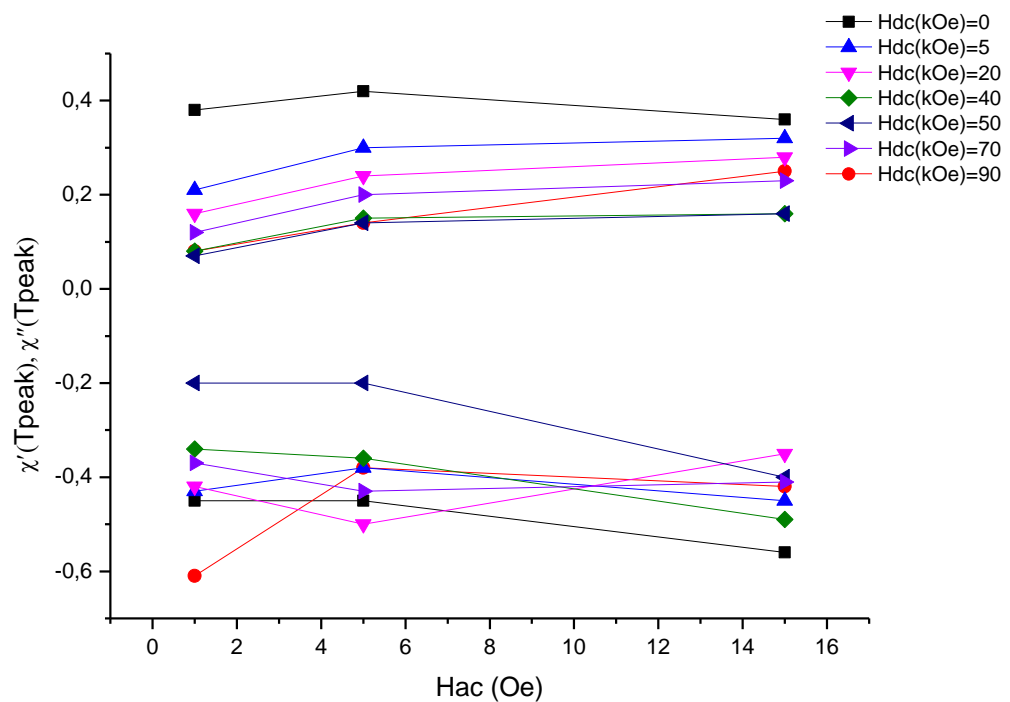
Σχήμα 3.15 Η θερμοκρασία μέγιστων απωλειών σε συνάρτηση του στατικού μαγνητικού πεδίου



Σχήμα 3.16 Η θερμοκρασία μέγιστων απωλειών σε συνάρτηση του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου



Σχήμα 3.17 Τα μέρη της επιδεικτικότητας μέγιστων απωλειών σε συνάρτηση του στατικού μαγνητικού πεδίου



Σχήμα 3.18 Τα μέρη της επιδεκτικότητας μέγιστων απωλειών σε συνάρτηση του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου

3.6 Παρατηρήσεις Πειραματικών Δεδομένων

Οι σημαντικότερες παρατηρήσεις από τα πειραματικά δεδομένα είναι οι εξής:

- Πολύ ασθενής εξάρτηση της συμπεριφοράς του υλικού από την συχνότητα του εναλλασσόμενου πεδίου.
- Με αύξηση της θερμοκρασίας, το πραγματικό μέρος της επιδεκτικότητας παραμένει σταθερό υποδηλώνοντας τέλει διαμαγνητισμό μέχρι μία θερμοκρασία μετά την οποία συνεχίζει να αυξάνεται σχεδόν γραμμικά ως ότου πλησιάζει τον μηδενισμό της τιμής του όπου και μειώνεται η κλίση του.
- Σε όλες τις περιπτώσεις, το μιγαδικό μέρος της επιδεκτικότητας ξεκινάει από το μηδέν και αρχίζει και ανεβαίνει ως μια μέγιστη τιμή, δημιουργώντας έναν λόφο, όπου μετά φθίνει ξανά στο μηδέν.
- Με βάση το σχήμα 3.3 για μηδενικό στατικό πεδίο, η κορυφή της χ'' είναι πιο ευρεία από τα μη μηδενικά στατικά πεδία και γίνεται πιο ευρεία για μεγαλύτερα πλάτη εναλλασσόμενου πεδίου. Αποτελεί την μόνη τιμή στατικού μαγνητικού πεδίου όπου η κορυφή για $H_{ac} = 0.1 \text{ Oe}$ είναι μοναδική και ευδιάκριτη. Επίσης, συνιστά την μόνη τιμή στατικού πεδίου όπου η αύξηση του πλάτους του εναλλασσόμενου πεδίου δεν

οδηγεί απαραίτητα σε αύξηση της χ''_{max} . Τέλος, εμφανίζει πολύ μεγαλύτερες τιμές χ''_{max} (0.41) και μεγαλύτερα T_{peak} .

- Σε όλες τις υπόλοιπες τιμές στατικού πεδίου παρατηρούμε κάποια κοινά στοιχεία. Αύξηση του πλάτους του εναλλασσόμενου πεδίου οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές χ''_{max} με πιο ευρεία κορυφή (αλλά όχι όσο το μηδενικό Dc πεδίο) και μικρότερα T_{peak} . Επιπλέον, για μικρές τιμές πλάτους εναλλασσόμενου πεδίου εμφανίζονται πολλές αιχμές (*Spikes*) και στα δύο μέρη της επιδεκτικότητας.
- Οι μεταβολές της χ''_{max} και του T_{peak} είναι πολύ πιο ευαίσθητες στο πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίου παρά στο στατικό (~ 750 φορές το χ''_{max} και ~ 889 φορές για το T_{peak}).
- Εμφανίζεται γενικά μόνο μια κορυφή της μιγαδικής επιδεκτικότητας, η οποία σχετίζεται με την καθαρότητα του κρυστάλλου. Η μη εμφάνιση δεύτερη κορυφής, η οποία σε κοκκώδη δείγματα αντιπροσωπεύει τα ρεύματα ενδιάμεσα των κόκκων, δηλώνει την έλλειψη κοκκώδους δομής του υλικού.
- Με βάση το σχήμα 3.10, η εφαρμογή δυνατού στατικού πεδίου οδηγεί σε έντονη αρχική μείωση του T_{peak} η οποία αφού φτάσει ένα ελάχιστο, αυξάνει λίγο και φαίνεται να σταθεροποιείται για μεγαλύτερες τιμές στατικού πεδίου. Οι μεταβολές με το H_{dc} είναι πιο έντονες για μεγαλύτερα εναλλασσόμενα πλάτη.
- Με βάση το σχήμα 3.11, μόνο για μηδενικό σταθερό πεδίο φαίνεται να μειώνεται γραμμικά η T_{peak} με το πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίο, ενώ για τις υπόλοιπες τιμές, εκτός των 90 kOe , προκαλείται αρχικά έντονη μείωση με το H_{ac} η οποία μετά μειώνει την κλίση της. Για τα 90 kOe , η αρχική αύξηση του H_{ac} οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές T_{peak} , με την κλίση μετά να αλλάζει πρόσημο.
- Λαμβάνοντας υπόψιν το σχήμα 3.12, η εφαρμογή δυνατού στατικού πεδίο μειώνει την χ''_{max} , ειδικά για μικρότερες τιμές H_{ac} , τα οποία σε αντιστοιχία με το T_{peak} πάνε σε ένα ελάχιστο, μετά αυξάνονται λίγο και ύστερα φαίνεται να σταθεροποιούνται με μεγαλύτερες τιμές H_{dc} .
- Από την άλλη πλευρά, η εφαρμογή δυνατού στατικού πεδίου αυξάνει την χ'_{Tpeak} , αρχικά για μεγαλύτερες τιμές H_{ac} . Σε αντιστοιχία με το T_{peak} πάνε σε ένα ελάχιστο, ωστόσο οι τιμές στατικού μαγνητικού πεδίου που εμφανίζονται τα ελάχιστα και η πορεία τους είναι διαφορετική για κάθε εναλλασσόμενο πεδίο. Η αύξηση του μαγνητικού πεδίου προκαλεί πολύ μικρότερο ελάχιστο για μικρότερες τιμές H_{ac} .
- Μεγαλύτερη μετατόπιση θερμοκρασίας μέγιστων απωλειών με H_{ac} για μη μηδενικά στατικά πεδία.
- Οι τιμές του χ''_{max} με την εφαρμογή δυνατού στατικού πεδίου πλησιάζουν τις τιμές που προβλέπονται από το μοντέλο του *Bean* και των παραλλαγών του.

- Αύξηση του στατικού πλάτους οδηγεί γενικά σε αύξηση των αιχμών σε μεγαλύτερα εναλλασσόμενα πλάτη.

3.6.1 Γενικές Εκτιμήσεις

Το πραγματικό μέρος της επιδεκτικότητας εκφράζει την ικανότητα θωράκισης της μαγνήτισης – τον διαμαγνητισμό του υλικού. Η αύξηση του από την τιμή -1 υποδηλώνει την μείωση των ρευμάτων *Meissner*. Η αύξηση της τιμής του χ'' εμφανίζεται με μείωση του διαμαγνητισμού έως και την θερμοκρασία μέγιστων απωλειών, από την οποία και ύστερα το χ'' μειώνεται αλλά το χ' συνεχίζει να αυξάνεται. Το μέγιστο της κορυφής της μιγαδικής επιδεκτικότητας θεωρείται ότι εμφανίζεται όταν το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο γίνεται ίσο με το πεδίο διείσδυσης [38] [48].

Θεωρείται από πολλούς πως η ύπαρξη της κορυφής της μιγαδικής επιδεκτικότητας οφείλεται σε ρεύματα *Josephson* ανάμεσα σε κόκκους και σύζευξη τους [49]. Ωστόσο, η κορυφή υπάρχει ακόμη και με την εισαγωγή σκόνης στο δείγμα που να καταστρέφει την σύζευξη [49]. αλλά και σε κρυσταλλικά δείγματα όπως το δικό μας, στο οποίο δεν υπάρχουν όρια κόκκων για να δημιουργηθούν δίοδοι *Josephson*.

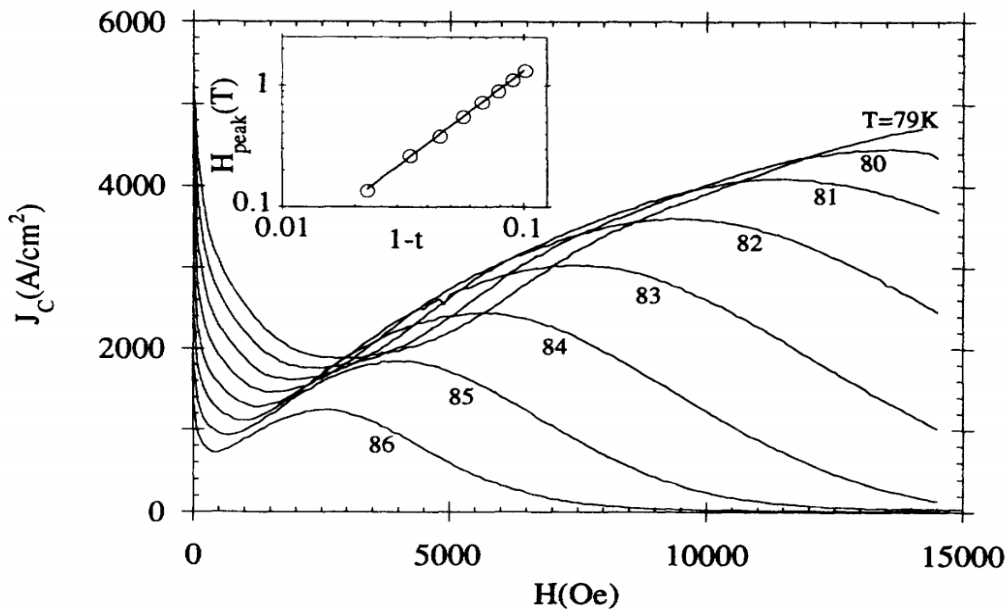
3.6.2 Επίδραση Συχνότητας

Η εξάρτηση του T_{peak} και του χ''_{max} από την συχνότητα μπορεί να εξηγηθεί από τον θερμικά ενεργοποιημένο ερπυσμό των *Kim-Anderson*. Η ροή έχει λιγότερο χρόνο να διεισδύσει εσωτερικά σε υψηλότερες συχνότητες λόγω της γρήγορης αλλαγής του πεδίου. Αυτό τείνει να βελτιώσει την ικανότητα θωράκισης του ρεύματος με αποτέλεσμα την αύξηση της τιμής θερμοκρασίας που εμφανίζονται οι μέγιστες απώλειες. Η επίδραση της συχνότητας στα πειράματα ήταν μικρή διότι ο χρόνος της περιόδου $\frac{1}{f}$ δεν συγκρίνεται με το χρόνο χαλάρωσης της μαγνήτισης του συστήματος ώστε να τον επηρεάσει έντονα. Ο χρόνος χαλάρωσης στους υπεραγωγούς υψηλών θερμοκρασιών είναι πολύ γρήγορος για θερμοκρασίες κοντά στην θερμοκρασία μετάβασης. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με το μοντέλο ερπυσμού ροής, η αύξηση της συχνότητας δεν αφήνει περιθώριο στις δίνες να προλάβουν να διεισδύσουν εσωτερικά του υπεραγωγού σε έναν κύκλο. Για να διεισδύσουν πλήρως, θα πρέπει η δύναμη καρφώματος να μειωθεί. Ουσιαστικά η μεγαλύτερη συχνότητα κάνει πιο δύσκολη την απομάκρυνση των δινών από το κέντρο καρφώματος τους ακριβώς όπως και η δύναμη αγκύρωσης. Επομένως, για να γίνει το θερμικό άλμα των δινών σε νέο κέντρο αγκύρωσης θα είναι απαραίτητες μεγαλύτερες θερμοκρασίες για μεγαλύτερες συχνότητες. Γι'αυτό η κορυφή T_{peak} θα αυξάνεται με αυξανόμενη συχνότητα, όπως και παρατηρείται πειραματικά. Η μικρή επίδραση της συχνότητας στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών και στην τιμή της επιδεκτικότητας συνιστά δείγμα πως οι απώλειες είναι κυρίως απώλειες υστέρησης και εμφανίζονται λόγω κίνησης των φλαξονίων από τα κέντρα αγκύρωσης. [50]

3.6.3 Επίδραση Στατικού Μαγνητικού Πεδίου

Το γεγονός πως το σταθερό μαγνητικό πεδίο μειώνει την T_{peak} εξηγείται υπό το πλαίσιο του ότι η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος μειώνεται με το μαγνητικό πεδίο και κατά συνέπεια η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος φτάνει την τιμή που θα έχει για μέγιστες απώλειες σε μικρότερη πλέον θερμοκρασία. Δηλαδή, για μικρότερες τιμές ρεύματος πλέον η δύναμη Lorenz θα ισούται με την δύναμη αγκίστρωσης και θα είναι ευκολότερος ο θερμικός ερπυσμός.

Για μεγάλες τιμές του στατικού πεδίου παρατηρείται, ωστόσο, ότι αυξάνει την T_{peak} και περνάει από ένα ελάχιστο, για το οποίο δεν υπάρχει θεωρητικό μοντέλο που να το εξηγεί. Αυτό ίσως να οφείλεται στο λεγόμενο φαινόμενο κορυφής (*Peak Effect* ή *Fishtail Effect*) [51] στο οποίο έχει παρατηρηθεί να υπάρχει στατικό μαγνητικό πεδίο που να αλλάζει την κλίση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος και να την αυξάνει με περαιτέρω αύξηση του. Κάτι τέτοιο θα οδηγούσε το T_{peak} ξανά πίσω σε μεγαλύτερες τιμές, ακριβώς όπως τα δεδομένα του πειράματος μας. Μάλιστα υπάρχουν ενδείξεις εμφάνισης γιγαντιαίου φαινομένου κορυφής για κρυσταλλικό YBCO ξεκινώντας στα 2 Tesla έως και 4 Tesla, όπως και στο δικό μας πείραμα. Αυτό το ανώμαλο γεγονός πιστεύεται πως εμφανίζεται εξαιτίας του εξαφανισμού του μέτρου ακαμψίας του πλέγματος των δινών το οποίο με την σειρά του οδηγεί σε πιο αποτελεσματική αγκύρωση των δινών από τυχαίες ακαθαρσίες [52]. Επιπλέον ένδειξη του φαινομένου κορυφής είναι η ξαφνική μείωση του χ'' με το μαγνητικό πεδίο [52].



Σχήμα 3.14 Η Κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος ως συνάρτηση του στατικού μαγνητικού πεδίου σε θερμοκρασίες 79-86 K σε κρύσταλλο YBCO [53]. Εσωτερικό κουτί: λογαριθμική εξάρτηση του μεγίστου H_{peak} με το $1 - t = 1 - \frac{T}{T_c}$

Πέραν αυτού, δεν υπάρχει αποδεκτή ποιοτική εξήγηση ακόμη γιατί η εφαρμογή του Dc μαγνητικού πεδίου μειώνει τόσο έντονα την φανταστική επιδεκτικότητα καθώς και γιατί παρουσιάζει ελάχιστο με το στατικό πεδίο. Παρατηρείται όμως ότι η τιμή που πέφτει η φανταστική επιδεκτικότητα με την εφαρμογή Dc μαγνητικού πεδίου αρκετά μεγαλύτερου από το εναλλασσόμενο, οδηγεί την μέγιστη τιμή της φανταστικής επιδεκτικότητας κοντά στις τιμές του κρίσιμου μοντέλου του *Bean* και των παραλλαγών του. Σε κάθε περίπτωση, όμως, η επίδραση του στατικού πεδίου στην επιδεκτικότητα και στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών είναι πολύ λιγότερο ευαίσθητη από την επίδραση του Ac πεδίου και δεν αλλάζει την ύπαρξη του λόφου της επιδεκτικότητας. Αυτό υποδηλώνει πως ο βασικός μηχανισμός της εμφάνισης της κορυφής της μιγαδικής επιδεκτικότητας δεν τροποποιείται (εξαφανίζεται-εμφανίζεται) από το στατικό μαγνητικό πεδίο.

Πολύ σημαντικό είναι να παρατηρηθεί η συμπεριφορά του $\chi'_{T_{peak}}$ και του $\chi''_{T_{peak}}$ ταυτόχρονα κατά την αύξηση του σταθερού μαγνητικού πεδίου από το σχήμα 3.12. Η επιβολή του στατικού πεδίου οδηγεί αρχικά σε μεγάλες αλλαγές του $\chi'_{T_{peak}}$ για μεγάλα πλάτη H_{ac} και μεγάλες αλλαγές του $\chi''_{T_{peak}}$ για μικρά πλάτη H_{ac} . Στο υπόλοιπο κομμάτι των καμπύλων, παρατηρείται πως οι έντονες μεταβολές του $\chi'_{T_{peak}}$ δεν συνοδεύονται απαραίτητα από αντίστοιχες έντονες μεταβολές του $\chi''_{T_{peak}}$. Οι καμπύλες της φανταστικής επιδεκτικότητας έχουν παρόμοια μορφή ενώ οι καμπύλες πραγματικής επιδεκτικότητας έχουν διαφορετική, με την καμπύλη για μεγάλα $H_{ac} = 15\text{ Oe}$ να είναι πολύ διαφορετική. Επίσης, οι καμπύλες πραγματικής επιδεκτικότητας για $H_{ac} = 5\text{ Oe}$ και $H_{ac} = 1\text{ Oe}$ περνούν ξεκάθαρα από ένα μέγιστο, το οποίο συμβαδίζει με το αντίστοιχο ελάχιστο της μιγαδικής επιδεκτικότητας τους.

Με βάση αυτά, φαίνεται πολύ περίπλοκη η επίδραση του στατικού πεδίου στην Ac συμπεριφορά του υπεραγωγού. Ενώ γενικά τα δύο μέρη της επιδεκτικότητας μεταβάλλονται πολύ διαφορετικά με το στατικό πεδίο, τείνουν να έχουν και κάποια κομμάτια τα οποία δύνανται να εξηγηθούν. Το γεγονός ότι ελάχιστο της $\chi''_{T_{peak}}$ εμφανίζεται με μέγιστο της $\chi'_{T_{peak}}$ για δύο τιμές H_{ac} μπορεί να αποδοθεί στο ότι τα ρεύματα θωράκισης δεν εμποδίζουν την είσοδο και έξοδο των φλαξονίων στον όγκο του υπεραγωγού με αποτέλεσμα να παγιδεύονται λιγότερα και να μειώνονται οι απώλειες υστέρησης. Από την άλλη πλευρά, το ελάχιστο της $\chi''_{T_{peak}}$ για $H_{ac} = 15\text{ Oe}$ είναι διαφορετικό από το μέγιστο της χ' . Ακόμη, η αρχική επιβολή του μαγνητικού πεδίου μειώνει έντονα τα ρεύματα θωράκισης για $H_{ac} = 15\text{ Oe}$ ενώ δεν μειώνει αντίστοιχα έντονα τις απώλειες. Το ακριβώς αντίθετο συμβαίνει για $H_{ac} = 1\text{ Oe}$, με τις απώλειες να μειώνονται πάρα πολύ λόγω της εφαρμογής στατικού πεδίου. Αυτά δεν συμβαδίζουν με απώλειες σχετιζόμενες με ρεύματα θωράκισης και το αναμενόμενο θα είναι να είναι διαφορετικός ο μηχανισμός που σχετίζεται με τις απώλειες.

Επιπλέον, από το σχήμα 3.10 φαίνεται πως η θερμοκρασία μέγιστων απωλειών είναι πιο ευαίσθητη στο στατικό πεδίο για μεγαλύτερες τιμές H_{ac} όπως και το $\chi'_{T_{peak}}$ ενώ το ελάχιστο του T_{peak} συνάδει με το μέγιστο του $\chi'_{T_{peak}}$ για την μεγαλύτερη τιμή εναλλασσόμενου πεδίου. Τα ελάχιστα του T_{peak} με το H_{ac} δεν συμβαδίζουν με τα ελάχιστα του $\chi''_{T_{peak}}$.

Υπάρχει μια κρίσιμη διαφορά στις δύο καταστάσεις που υπάρχει μεγάλο στατικό πεδίο και στην κατάσταση που είναι μηδενικό. Όταν υπάρχει μεγάλο στατικό πεδίο στο υλικό, δημιουργούνται πολλά φλαξόνια στην επιφάνεια εφόσον:

$$H \gg H_{c1}(T) = H_{c1}(0) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)$$

Για να συμβεί ο ερπυσμός ροής εσωτερικά του υλικού, αρκεί αυτά τα φλαξόνια να δεχθούν μια δύναμη *Lorenz* (που συμβαίνει με την εφαρμογή της H_{ac}) που να τα στείλει εσωτερικά. Σε αντίθετη περίπτωση, όταν δεν υπάρχει μεγάλο στατικό πεδίο, δεν υπάρχουν έτοιμα φλαξόνια στην επιφάνεια για να μετακινηθούν εσωτερικά του υλικού αλλά δημιουργούνται κατά τον κύκλο του εναλλασσόμενου πεδίου H_{ac} . Δηλαδή σε έναν κύκλο συμβαίνουν και $|H_{ac}(t)| > |H_{c1}(T)|$ και $|H_{ac}(t)| < |H_{c1}(T)|$. Η χαλάρωση της μαγνήτισης είναι πολύ γρήγορη στις θερμοκρασίες του ερπυσμού ροής με αποτέλεσμα κατά το κομμάτι που μειώνεται το πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίου, να προλαβαίνει να μειώσει αρκετά την μαγνήτιση του υλικού ώστε να πέσει κάτω από το πρώτο κρίσιμο πεδίο. Αποτέλεσμα αυτού είναι το υλικό να μπαινοβγαίνει μεταξύ υπεραγωγίμης και ενδιάμεσης κατάστασης. Επίσης, η χαλάρωση συμβαίνει πιο γρήγορα για μεγαλύτερες θερμοκρασίες, με αποτέλεσμα μεγαλύτερος ρυθμός χαλάρωση για μεγαλύτερα T_{peak} . Πιθανόν αυτές οι συνεχείς μεταβάσεις ανάμεσα σε ενδιάμεση κατάσταση και *Meissner* να σχετίζονται με τις αυξημένες A_c απώλειες για μηδενικό στατικό πεδίο, σε αναλογία με τις επιπλέον ενεργειακές απώλειες που συμβαίνουν για τις μεταβάσεις υγρού σε στερεού και πίσω.

Μία άλλη πιο πιθανή υπόθεση αφορά την εμφάνιση εγγενών διόδων *Josephson* σε μονούς κρυστάλλους *YBCO* δύο ειδών [54]: το ένα δημιουργείται από τα $CuO_2 - Y - CuO_2$ τριπλά ατομικά στρώματα μέσα στην ίδια κυψελίδα ενώ το δεύτερο από τις διπλές στρώσεις CuO_2 σε διαφορετικές κυψελίδες. Το γεγονός πως το μαγνητικό πεδίο επηρεάζει την σύζευξη των διόδων *Josephson* είναι γνωστό. Το κρίσιμο ρεύμα μια επαφής *Josephson* με εφαρμοσμένο μαγνητικό πεδίο $B = \frac{\Phi}{S}$ είναι [55]:

$$i_{cB} = i_c \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right)}{\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}} \right|$$

όπου Φ η μαγνητική ροή που περνάει από την πλευρική επιφάνεια της διόδου. Η εφαρμογή μεγάλου στατικού πεδίου μειώνει πολύ το κρίσιμο ρεύμα που μπορεί να αντέξουν οι επαφές των κόκκων πριν καταστραφεί η σύζευξη τους. Θεωρώντας το μοντέλο θερμικού ερπυσμού έγκυρο, κάτι τέτοιο σημαίνει πως οι ασύζευκτες επαφές παγιδεύουν λιγότερα φλαξόνια στον όγκο, για αυτό και η μιγαδική επιδεκτικότητα μειώνει την τιμή της με εφαρμογή στατικού πεδίου.

Υπάρχουν πράγματι ενδείξεις παγίδευσης φλαξονίων σε διόδους *Josephson* [56] [57]. Σε αναλογία με το *Coulomb Blockade* όπου δεν μπορεί να γίνει σηράγγωση ζεύγους ηλεκτρονίων σε δίοδο *Josephson* αν η διαφορά τάσης των δύο διόδων δεν ξεπεράσει μια συγκεκριμένη τιμή $V > \frac{e}{C}$, στις διόδους *Josephson* υπάρχει το λεγόμενο *Flux Blockade* όπου ένα φλαξόνιο δεν μπορεί να σηραγγωθεί αν δεν ξεπεραστεί μια συγκεκριμένη τιμή ρεύματος της διόδου. Λόγω της μεγάλης ενέργειας σύζευξης $E_j = \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi}$ η φάση φ δεν μπορεί να αλλάξει εφαρμόζοντας ένα ρεύμα κατά μήκος της διόδου, καθώς είναι παγιδευμένη σε ένα από τα ελάχιστα του δυναμικού σανίδας (*Washboard Potential*). Μόνο αν ξεπεραστεί το κρίσιμο ρεύμα είναι δυνατές οι μεταβολές της φάσης. Ουσιαστικά πρόκειται για παγίδευση φάσης όπου η κρίσιμη παράμετρος είναι το I_c . Καθώς η μεταβολής φάσης κατά 2π σε μία δίοδο *Josephson* ισοδυναμεί με την σηράγγωση φλαξονίου, το φαινόμενο αυτό μπορεί επίσης να ονομαστεί παγίδευση φλαξονίου [58]. Να σημειωθεί ότι τα κβάντα διέρχονται την δίοδο κάθετα στο ρεύμα, ενώ οι φορείς φορτίου παράλληλα στο ρεύμα. Συνεπώς, με

μηδενικό στατικό πεδίο υπάρχουν επιπλέον παγιδευμένα φλαξόνια στο *YBCO*, όπου με εφαρμογή μεγάλου στατικού πεδίου που να μειώσει το κρίσιμο ρεύμα, χάνεται η σύζευξη και απελευθερώνονται τα φλαξόνια από τις διόδους. Σε έναν κύκλο επομένως, θα υπάρχουν λιγότερα φλαξόνια παγιδευμένα εσωτερικά με λιγότερες απώλειες υστέρησης. Κάτι τέτοιο μπορεί να εξηγήσει και την μείωση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος. Κάτι τέτοιο εξηγεί και την αύξηση της τιμής της μέγιστης επιδεκτικότητας για μηδενικό στατικό πεδίο για την μετάβαση $H_{ac} = 15 Oe \rightarrow H_{ac} = 5 Oe$. Το μεγαλύτερο H_{ac} προκαλεί μεγαλύτερη μείωση του i_{cB} με συνέπεια ευκολότερη απώλεια σύζευξης και λιγότερα παγιδευμένα φλαξόνια. Η μείωση του $H_{ac} = 1 Oe$ προκύπτει από τον ανταγωνισμό της απώλειας σύζευξης με τον θερμικό ερπυσμό που από τις υπόλοιπες μετρήσεις φαίνεται να μικραίνει το χ''_{max} για μικρότερα H_{ac} . Επίσης, η απώλεια σύζευξης υποβοηθείται από τα μεγαλύτερα T_{peak} που συμβαίνουν για μικρότερα H_{ac} . Αυτή η υπόθεση εξηγεί και την μείωση του T_{peak} με την εφαρμογή στατικού πεδίου. Εφόσον σε μηδενικό στατικό πεδίο υπάρχουν περισσότερα κέντρα αγκύρωσης, υπάρχουν περισσότερες θέσεις για να παγιδευτούν τα φλαξόνια με αποτέλεσμα η συνολική πλήρης διείσδυση εσωτερικά του όγκου να γίνει σε μεγαλύτερη θερμοκρασία. Επίσης, επειδή όταν θα συμβεί πλήρης διείσδυση, θα έχουν υπάρξει συνολικά περισσότερα φλαξόνια στον όγκο, θα είναι μεγαλύτερες οι απώλειες υστέρησης.

Παρόμοια εξάρτηση με το στατικό μαγνητικό πεδίο έχει βρεθεί και σε άλλα πειράματα αλλά για πολύ μικρότερες τιμές στατικού πεδίου [59] [60], [61] [62].

3.6.4 Επίδραση Εναλλασσόμενου Μαγνητικού Πεδίου

Η εξάρτηση της διαπερατότητας από το πλάτος του *AC* πεδίου μπορεί να δοθεί ποιοτικά βασιζόμενοι στο μοντέλο του *Bean* μαζί με το μοντέλο ερπυσμού. Φαίνεται να είναι πολύ πιο έντονη από την εξάρτηση του σταθερού μαγνητικού πεδίου. Η κορυφή που εμφανίζεται συνήθως σε δείγματα μιγαδικής επιδεκτικότητας σε *YBCO*, σχετίζεται με την πλήρη διείσδυση του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου. Η συμπεριφορά της επιδεκτικότητας είναι παρόμοιας μορφής με αυτήν που προβλέπει το μοντέλο του *Bean* και οι τιμές της για μη μηδενικό στατικό πεδίο είναι κοντά στο μοντέλο του *Bean*, υποδεικνύοντας πως συνιστούν απώλειες υστέρησης και μεγιστοποιούνται όταν διεισδύει το μαγνητικό πεδίο στον όγκο του υλικού. Ωστόσο, δεν μπορεί να εξηγήσει πλήρως την συμπεριφορά το μοντέλο του *Bean*. Προβλέπει μείωση του T_{peak} με το H_{ac} αλλά όχι αύξηση του μεγίστου της χ'' . Επίσης, δεν προβλέπει εξάρτηση με την συχνότητα. Αυτά εξηγούνται με το μοντέλο θερμικού ερπυσμού των *Kim-Anderson* και θα φανεί από την προσομοίωση του κεφαλαίου 4.

Ουσιαστικά, η βασική ιδέα είναι πως τα φλαξόνια εισχωρούν εσωτερικά του όγκου λόγω των δυνάμεων *Lorenz* του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου μέσω της διαδικασίας του θερμικού ερπυσμού, έως ότου γεμίσουν τον όγκο του υλικού και παγιδευτεί η μέγιστη μαγνήτιση, με τις απώλειες υστέρησης να γίνονται μέγιστες τότε. Η έξοδος τους συμβαίνει πάλι λόγω θερμικού ερπυσμού, ο οποίος αυξάνεται με την θερμοκρασία. Αυτός ο θερμικός ερπυσμός εξαρτάται από το φράγμα θερμικής ενεργοποίησης του άλματος μεταξύ των κέντρων αγκύρωσης, το οποίο φράγμα μειώνεται από την δύναμη *Lorenz* των δινορευμάτων που δημιουργούνται από το εξωτερικό εναλλασσόμενο πεδίο. Έτσι γίνεται πιο πιθανό το θερμικό άλμα σε νέο κέντρο αγκύρωσης προς την κατεύθυνση της δύναμης *Lorenz*. Το γεγονός πως τα ρεύματα που επηρεάζουν τον ερπυσμό είναι δινορευμάτα, συμπεραίνεται

από το γεγονός πως η μιγαδική επιδεκτικότητα και το T_{peak} είναι πολύ πιο ευαίσθητα σε αντίστοιχη μεταβολή του H_{ac} από ότι του H_{dc} καθώς και το γεγονός πως η εφαρμογή Dc πεδίου δεν αλλάζει την ύπαρξη λόφου της επιδεκτικότητας. Αύξηση του H_{ac} προκαλεί μεγαλύτερη δύναμη $Lorenz$ και κάνει ευκολότερη τη διείσδυση, με αποτέλεσμα να διεισδύουν στον όγκο τα φλαξόνια σε μικρότερες θερμοκρασίες. Η εξάρτηση του μεγίστου της μιγαδικής επιδεκτικότητας του $YBCO$ από το πλάτος του εναλλασσόμενου εξωτερικού πεδίου έχει βρεθεί πειραματικά και σε άλλα πειράματα [63].

Ο ρυθμός ερπυσμού των φλαξονίων θα δίνεται από μία σχέση τύπου Arrhenius:

$$f \sim e^{-\frac{U_0}{kT}} = e^{-n}$$

όπου U_0 είναι η ενέργεια ενεργοποίησης που πρέπει να υπερνικηθεί (φράγμα δυναμικού), k η σταθερά του Boltzmann και T η απόλυτη θερμοκρασία.

Η μείωση που προκαλεί η δύναμη $Lorenz$ στο φράγμα δυναμικού, καθώς ωθεί τα φλαξόνια εσωτερικά του όγκου, οδηγεί σε μεγαλύτερη αλλαγή της συχνότητας ερπυσμού απ'όταν έχει αντίθετη τιμή. Συνέπεια αυτού είναι να ωθούνται πιο συχνά τα φλαξόνια προς μία κατεύθυνση (εσωτερικά του όγκου) και λιγότερο προς την άλλη. Όσο μεγαλύτερη η δύναμη $Lorenz$ λόγω μεγαλύτερου H_{ac} , τόσο μεγαλύτερη η μεταβολή του φράγματος θερμικής ενεργοποίησης και επειδή η συχνότητα άλματος εξαρτάται εκθετικά από το φράγμα, τόσο μεγαλύτερη η ώθηση προς μόνο μία κατεύθυνση. Όταν η ένταση του H_{ac} είναι πολύ μικρή ώστε να μην προκαλεί αισθητή μεταβολή της συχνότητας άλματος προς μια κατεύθυνση ή προς την άλλη την ίδια χρονική στιγμή, κατά την διάρκεια ενός Ac κύκλου δεν θα δημιουργείται κάποια σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο συχνοτήτων θερμικού άλματος με συνέπεια μακροσκοπικά να μην συμβαίνει ερπυσμός ροής. Για αυτό πειραματικά δεν βλέπουμε ερπυσμό ροής για μικρά H_{ac} . Αν θεωρηθεί πως η δύναμη $Lorenz$ μειώνει το φράγμα ενεργοποίησης στην κατεύθυνση της δύναμης $Lorenz$ κατά W και στην αντίθετη κατεύθυνση το αυξάνει κατά W , τότε η διαφορά των δύο συχνοτήτων είναι :

$$\Delta f \sim e^{-\frac{U_0-W}{kT}} - e^{-\frac{U_0+W}{kT}} = e^{-\frac{U_0}{kT}} \sinh \frac{W}{kT}$$

Αν το μαγνητικό πλάτος είναι μικρό ώστε να είναι μικρό το W , υπάρχει σχεδόν ίδια πιθανότητα να πηδήξει η δέσμη φλαξονίων σε κέντρο αγκύρωσης προς την κατεύθυνση της δύναμης $Lorenz$ και ενάντια σε αυτήν, με αποτέλεσμα να μην εμφανίζεται μακροσκοπικά ερπυσμός ροής.

Υπάρχουν άλλες ενδείξεις, βέβαια, πως οι καμπύλες της επιδεκτικότητας δεν σχετίζονται με την κίνηση των φλαξονίων και τις απώλειες υστέρησης [64].

3.6.4 Γενικές Εκτιμήσεις

3.6.4.1 Αιχμές Επιδεκτικότητας

Το μόνο κοινό στοιχείο που εμφανίζεται με τις αιχμές είναι η αύξηση τους σε μεγαλύτερα H_{ac} για μεγαλύτερα στατικά μαγνητικά πεδία. Γενικά, ωστόσο, φαίνεται να είναι τυχαίες και να εμφανίζονται για πολύ χαμηλές τιμές εναλλασσόμενου πλάτους μαγνητικού πεδίου. Η ύπαρξη των αιχμών σε χαμηλά μαγνητικά πλάτη H_{ac} μπορεί να αποδοθεί σε θόρυβο καθώς τότε ο λόγος του σήματος εξόδου προς τον θόρυβο είναι μικρός, ενώ η αύξηση

τους για μεγαλύτερα πλάτη H_{ac} υποδηλώνει ότι πιθανόν το αυξημένο στατικό πεδίο μειώνει την δράση του εναλλασσόμενου.

3.6.4.2 Εύρος Κορυφών

Για την κατάσταση με μηδενικό πλάτος στατικού πεδίου παρουσιάζονται οι παρακάτω υποθέσεις για το εύρος των κορυφών.

Τα εύρη με μηδενικό στατικό πεδίο είναι πολύ μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα εύρη με μεγάλες τιμές στατικού πεδίου καθώς στην κατάσταση με μηδενικό στατικό πεδίο οι θερμοκρασίες μέγιστων απωλειών είναι μεγάλες. Η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος δεν αλλάζει τόσο γρήγορα για μεγάλες θερμοκρασίες με αποτέλεσμα η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος να έχει τιμές κοντά στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών για μεγαλύτερο εύρος θερμοκρασιών. Η μικρή μεταβολή του J_c ουσιαστικά δημιουργεί μεγαλύτερο εύρος κορυφών.

Η άλλη υπόθεση, η οποία είναι ποιοτικής φύσεως αφορά την δημιουργία φλαξονίων. Τα πλάτη του εναλλασσόμενου πεδίου είναι μικρότερα από το πρώτο κρίσιμο πεδίο για το YBCO σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες το οποίο είναι της τάξεως ~ 0.91 k Oe και ακολουθεί επίσης σχέση με θερμοκρασία του τύπου [65]:

$$H_{c1}(T) = H_{c1}(0) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)$$

Πιο συγκεκριμένα, όπως αναφέρθηκε και πριν, στις περιπτώσεις που εφαρμόζεται ένα μεγάλο στατικό πεδίο, δημιουργούνται πολλά φλαξόνια στην επιφάνεια τα οποία με περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας μπορούν να διεισδύσουν πλήρως στον όγκο του υλικού και να εμφανιστεί το μέγιστο της μιγαδικής επιδεκτικότητας. Στην περίπτωση που το στατικό πεδίο είναι μηδενικό, όμως, το εναλλασσόμενο πεδίο είναι συγκρίσιμο με το H_{c1} με αποτέλεσμα σε έναν κύκλο να συμβαίνουν και $|H_{ac}(t)| > |H_{c1}(T)|$ και $|H_{ac}(t)| < |H_{c1}(T)|$ και εφόσον υπάρχει έντονη χαλάρωση της μαγνήτισης σε υψηλές θερμοκρασίες το υλικό πιθανόν να πηγαίνει στην καθαρά υπεραγώγιμη κατάσταση. Με περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας μειώνεται το $H_{c1}(T)$ και σε έναν κύκλο μπορούν να δημιουργηθούν περισσότερα φλαξόνια. Έτσι, αυξάνονται τα φλαξόνια και για κάποια θερμοκρασία μπορούν να γεμίσουν τον όγκο του YBCO. Επειδή ο αριθμός των φλαξονίων ανά κύκλο αυξάνεται αργά με την θερμοκρασία (ανάλογα με την διαφορά $H_{ac} - H_{c1}(T)$) με το H_{c1} να αλλάζει πιο γρήγορα για μεγαλύτερες θερμοκρασίες, ο μηχανισμός του ερπυσμού της ροής έως το εσωτερικού του όγκου θα πάρει μεγαλύτερο εύρος θερμοκρασιών για μεγαλύτερα H_{ac} . Δηλαδή, τα εύρη θερμοκρασιών για μηδενικό στατικό πεδίο είναι μεγαλύτερα καθώς πρέπει με την αύξηση της θερμοκρασίας και να δημιουργηθούν φλαξόνια αλλά και να διεισδύσουν εσωτερικά, ενώ τα εύρη είναι μεγαλύτερα για $H_{ac} = 0$ διότι το $H_{c1}(T)$ αλλάζει πιο αργά για χαμηλότερες θερμοκρασίες με αποτέλεσμα πιο αργή δημιουργία φλαξονίων.

3.6.5 Συνοπτικά Συμπεράσματα Μετρήσεων

- Η μικρή επίδραση της συχνότητας εξηγείται στο πλαίσιο του θερμικού ερπυσμού ροής ως η αδυναμία των δινών να προλάβουν να διεισδύουν στο υλικό.
- Η πλήρης απουσία δεύτερης κορυφής στην φανταστική επιδεκτικότητα επιβεβαιώνει την καθαρότητα του κρυσταλλικού *YBCO*. Η συμπεριφορά του αγωγού σχετίζεται μόνο με διείσδυση σε κρυσταλλικό υλικό και όχι κοκκώδες.
- Η μείωση της θερμοκρασίας μέγιστων απωλειών με μεγαλύτερο εναλλασσόμενο πλάτος εξηγείται υπό το μοντέλο του *Bean* μαζί με το μοντέλο ερπυσμού. Το αυξημένο εναλλασσόμενο μαγνητικό πλάτος διεισδύει πιο γρήγορα στον όγκο του υλικού για την ίδια θερμοκρασία και κατά συνέπεια θα διεισδύσει πλήρως σε μικρότερες θερμοκρασίες.
- Δεν υπάρχει ξεκάθαρη θεωρητική ερμηνεία γιατί το μέγεθος του εναλλασσόμενου πεδίου αυξάνει το μέγιστο της μιγαδικής επιδεκτικότητας για μη μηδενικά στατικά πεδία. Στο κεφάλαιο 4 θα φανεί ότι ίσως οφείλεται στα δυναμικά αγκύρωσης.
- Πολύ μικρές τιμές εναλλασσόμενου πεδίου δεν δημιουργούν διαφορά στις συχνότητες θερμικού άλματος προς την κατεύθυνση της δύναμης *Lorenz* ή στην αντίθετη, με αποτέλεσμα να μην εμφανίζεται μακροσκοπικά ερπυσμός ροής.
- Η αρχική μείωση του T_{peak} με εφαρμογή στατικού πεδίου οφείλεται στην μείωση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος. Οι περαιτέρω μεταβολές του με το στατικό πεδίο μπορούν να εξηγηθούν μέσω της εμφάνισης του φαινομένου κορυφής.
- Η έντονη ευαισθησία του χ''_{max} και του T_{peak} με το πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίου και όχι του στατικού, δηλώνει πως ο ερπυσμός των φλαξονίων διευκολύνεται από την δύναμη *Lorenz* δινορευμάτων και όχι στατικών ρευμάτων.
- Η αύξηση των απωλειών για αυξανόμενο στατικό πεδίο δεν συνάδει με αντίστοιχες μεταβολές των ρευμάτων θωράκισης. Οι μεταβολές των απωλειών δεν οφείλονται στα ρεύματα θωράκισης αλλά είτε σε αλλαγή της αντίστασης του υλικού είτε σε αλλαγή του αριθμού των κέντρων αγκύρωσης.
- Οι μεγάλες απώλειες υστέρησης για μηδενικό στατικό πεδίο ίσως οφείλονται σε εγγενή σύζευξη διόδων *Josephson* του *YBCO*.
- Το πολύ μεγάλο εύρος κορυφών για μηδενικό στατικό πεδίο πιθανόν να οφείλεται στην μετάβαση του υπεραγωγού από ενδιάμεση κατάσταση σε υπεραγωγίμη.
- Η ύπαρξη αιχμών μπορεί να αποδοθεί σε θόρυβο.

Κεφάλαιο 4: Προσομοίωση Διείσδυσης Υπεραγωγού Δεύτερου Είδους

4.1 Εισαγωγή

Αν και για την εύρεση της πραγματικής αναπαράστασης των νόμων της φύσης είναι απαραίτητα τα πειράματα, οι προσομοιώσεις συνιστούν ένα επιπλέον εργαλείο που μπορεί όχι μόνο να αντικαταστήσει το πείραμα, αλλά να δώσει στοιχεία για δεδομένα που πειραματικά δεν μπορούν να βρεθούν. Οι κύριοι λόγοι που βασιζόμαστε σε προσομοιώσεις είναι:

- Οικονομικό αντικατάστατο του πειράματος.
- Δυνατότητα ελέγχου μικρών χρόνων που το πείραμα αδυνατεί να ελέγξει.
- Γρηγορότερη μέθοδος πειράματος.
- Προσομοίωση μεγεθών που δεν μπορούν να μετρηθούν πειραματικά (π.χ. στην φυσική στοιχειωδών σωματιδίων).
- Προσομοίωση συστημάτων που δεν μπορούν να ελεγχθούν πειραματικά (π.χ. αστρονομικά).

Όπως προαναφέρθηκε στο κεφάλαιο 1, έχουν προταθεί διάφορα μοντέλα για την εξήγηση της σχέσης $E - J$, συμπεριλαμβανομένων του *Vortex-glass* του *Fisher* και των συνεργατών του, το *Collective Creep* μοντέλο από τον *Feigl* και τους συνεργάτες του, το λογαριθμικό μοντέλο της ενέργειας ενεργοποίησης $U(j) = U_0 \ln\left(\frac{J_c}{j}\right)$ από τον *Zeldov* και την ομάδα του, το τροποποιημένο μοντέλο *Kim-Anderson* από τους *Hagan* και *Griessen*, και το μοντέλο ερπυσμού από τους *Yin* και την ομάδα του. Όλα τα μοντέλα ωστόσο τείνουν να μην περιγράφουν πλήρως τα πειραματικά αποτελέσματα. Το πιο γνωστό μοντέλο είναι αυτό που οδηγεί σε μια *Power law* σχέση η οποία τείνει να ικανοποιεί αρκετά τα πειραματικά αποτελέσματα.

Παίρνοντας το λογαριθμικό μοντέλο και λαμβάνοντας υπόψιν την σχέση

$$E(J) = E_c e^{-\frac{U(J)}{kT}}$$

ισχύει:

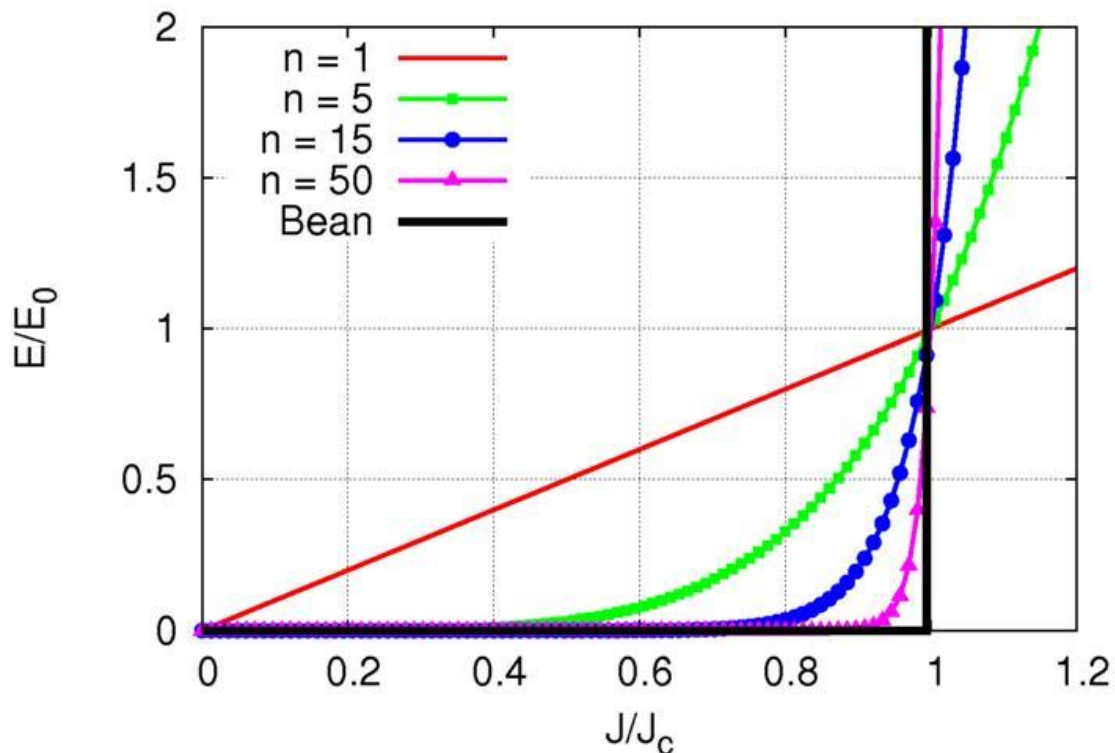
$$E(J) = E_c e^{-\frac{U(J)}{kT}} = E_c e^{-\frac{U_0 \cdot \ln\left(\frac{J_c}{J}\right)}{kT}} = E_c \left(\frac{J}{J_c}\right)^n$$

με:

$$n = \frac{U_0}{kT}$$

και συνιστά ένα μοντέλο κατάλληλο για αριθμητικούς υπολογισμούς.

Παρατηρείται πως για $n = 1$ καταλήγει στην ωμική κατάσταση ενώ για $n \rightarrow \infty$ καταλήγει στο μοντέλο του *Bean* καθώς θα είναι είτε $E(J) = 0$ όταν $J < J_c$ είτε $E(J) = E_c$ όταν $J > J_c$. Η σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί με πολλαπλές εξαρτήσεις όπως $n(B, T), J_c(B), J_c(r)$ αλλά αρχικά θα αμεληθούν. Επιπλέον, οι υποθέσεις που γίνονται είναι πως το υλικό είναι ιστροπικό και ομογενές, κάτι το οποίο παρόλα αυτά δεν αντιστοιχεί στην πραγματικότητα.



Σχήμα 4.1 Η Σχέση Ηλεκτρικού Πεδίου-Πυκνότητας Ρεύματος

4.2 Πρότυπο Υπεραγωγού

Για την μελέτη υπεραγωγού σε μόνο μία διάσταση, οι δυνατές επιλογές είναι ο κύλινδρος και η άπειρη πλάκα. Μια μονοδιάστατη πλάκα μη ιδανικού υπεραγωγού τύπου II χρησιμοποιείται συχνά ως απλό παράδειγμα για να εξηγηθούν οι βασικές αρχές του κρίσιμου μοντέλου κατάστασης. Επίσης άμεσα ισχύει για τις συνθήκες που ορίζονται από αυτό το πείραμα. Σε κάθε περίπτωση ο νόμος που θα χρησιμοποιηθεί θα είναι ο:

$$E(J) = E_c \frac{|J|^{n-1}}{J_c^{n-1}} J$$

με βάση τον οποίο θα προκύψουν τα αποτελέσματα. Αρχικά θα αμεληθούν εξαρτήσεις του κρίσιμου ρεύματος και του n από θερμοκρασία και μαγνητικό πεδίο.

Θεωρούμε μία μονοδιάστατη υπεραγωγίμη πλάκα με $H_{c1} = 0$. Η πλάκα είναι παράλληλη στο επίπεδο yz και έχει πάχος $D = 1mm$. Το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο είναι

παράλληλο με τον άξονα z. Με βάση τις συμμετρίες του προτύπου θα ισχύουν τα ακόλουθα $\mathbf{B} = B_z(x,t)\mathbf{k}$, $\mathbf{H} = H_z(x,t)\mathbf{k}$, $\mathbf{E} = E_y(x,t)\mathbf{j}$ και $\mathbf{J} = J_y(x,t)\mathbf{k}$. Με $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ συμβολίζουμε τα μοναδιαία διανύσματα παράλληλα στους καρτεσιανούς άξονες x, y και z. Για απλότητα θέτουμε $B_z = B$, $H_z = H$, $E_y = E$, $J_y = J$. Αγνοώντας το ρεύμα μετατόπισης ο νόμος του Ampere - Maxwell δίνει:

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} \rightarrow \frac{dH}{dx} = -J(x, t)$$

$$H = H_{ext} + h$$

ο νόμος του Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Δίνει:

$$-\frac{dE}{dx} = -\mu_0 \frac{d(H_{ext} + h)}{dt}$$

$$-\frac{d}{dx} E_c \left[\frac{J}{J_c} \right]^n = -\mu_0 \frac{d(H_{ext})}{dt} - \mu_0 \frac{dh}{dt}$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$-\frac{dH}{dx} = J$$

για n περιττό ακέραιο, τελικά επιτυγχάνουμε

$$\frac{nE_c}{\mu_0 J_c^n} \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right]^{n-1} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{dH_{ext}}{dt} + \frac{\partial h}{\partial t}$$

Στο τελευταίο βήμα λάβαμε υπόψη ότι $\partial H / \partial x = \partial h / \partial x$. Αυτή η εξίσωση έχει την μορφή εξίσωσης διάχυσης που εμφανίζεται συχνά στη χημεία (*Porous Medium equation*). Ωστόσο συνιστά μια μη γραμμική μορφή της κλασικής εξίσωσης διάχυσης.

Η εξίσωση συνιστά μια έντονα μη γραμμική εξίσωση και ανήκει στις διαφορικές εξισώσεις των συστημάτων αντίδρασης-διάχυσης (*Reaction-Diffusion*) της μορφής :

$$\frac{du}{dt} = \nabla \cdot (D \nabla u) + f$$

με μη γραμμικό συντελεστή διάχυσης D.

Με την επιλογή ημιτονοειδούς πεδίου $H_{ext} = H_o \sin \omega t$, όπως στο πειραματικό κομμάτι, ισχύει:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{E_c}{\mu_0 J_c^n} n \frac{dh^2}{dx^2} \left(\frac{dh}{dx} \right)^{n-1} - H_o \omega \cos \omega t$$

Με αρχική τιμή $h(x, 0) = 0$ και συνοριακές συνθήκες $h(D, 0) = h(0, 0) = 0$ όπου $D = 0.001m$ το μήκος της πλάκας.

4.3 Προσομοίωση Πεπερασμένων Στοιχείων

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι επίλυσης μερικών διαφορικών εξισώσεων με τις γνωστότερες να είναι η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών (*Finite Difference-Euler's Method*), η μέθοδος πεπερασμένου όγκου (*Finite Volume Method*) και η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (*Finite element Method*). Άλλες λιγότερο γνωστές, των οποίων η εφαρμογή εξαρτάται πολύ πιο έντονα από την μορφή της εξίσωσης είναι:

- *Projected differential Transform method*
- *Homotopy Perturbation method*
- *Variational Iteration method*
- *Adomian Decomposition Method*
- *Inverse Scattering Transform Method*
- *Backland Transformation*
- *Darboux Transformation*
- *Similarity Reductions Method*
- *Collocation method*

Στην συγκεκριμένη περίπτωση δυστυχώς μπορούν να εφαρμοστούν μόνο οι 3 δημοφιλείς μέθοδοι. Ωστόσο, η εφαρμογή των πεπερασμένων διαφορών και του πεπερασμένου όγκου οδηγούν σε έντονη ανακρίβεια και μη σύγκλιση για διάφορες διαφορετικές τιμές των παραμέτρων (π.χ. θερμοκρασία). Παρουσίαση των μεθόδων αυτών γίνεται στο Παράρτημα Α. Η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης πραγματοποιήθηκε με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας τον *PDESolver* του λογισμικού *Matlab*. Στην μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, το σύστημα χωρίζεται σε μικρότερα υποσυστήματα που αποκαλούνται πεπερασμένα στοιχεία. Αυτό πραγματοποιείται με μια συγκεκριμένη χωρική διακριτοποίηση των χωρικών διαστάσεων, η οποία υλοποιείται με την κατασκευή ενός πλέγματος του αντικειμένου. Η διαμόρφωση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων ενός προβλήματος συνοριακών συνθηκών, οδηγεί τελικώς σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων. Η μέθοδος προσεγγίζει την άγνωστη συνάρτηση του χώρου. Οι απλές εξισώσεις που μοντελοποιούν αυτά τα πεπερασμένα στοιχεία στη συνέχεια συγκεντρώνονται σε ένα μεγαλύτερο σύστημα εξισώσεων που διαμορφώνει ολόκληρο το πρόβλημα. Στην συνέχεια χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι μεταβολών (*Variational Methods*) για να προσεγγιστεί η λύση ελαχιστοποιώντας μια σχετική συνάρτηση σφάλματος. Ο Κώδικας παρουσιάζεται στο τέλος του κεφαλαίου 4.

4.3.1 Επιλογή Παραμέτρων

Η τιμή του σταθερού ηλεκτρικού πεδίου E_c της προσομοίωσης, για το *YBCO*, επιλέγεται:

$$E_c = \frac{1\mu V}{m}.$$

Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν για συχνότητα 10 Hz καθώς σύμφωνα με τις πειραματικές μετρήσεις η συχνότητα για μικρές τιμές έχει πολύ μικρή επίδραση στο σύστημα. Η επιλογή μεγάλης συχνότητας αυξάνει πάρα πολύ τον χρόνο προσομοίωσης λόγω

Zero Crossing Detection. Επειδή ο επιλυτής (*Solver*) του λογισμικού *Matlab* προσαρμόζει με δυναμικό τρόπο το μέγεθος του χρονικού βήματος, καταλήγει να το αυξάνει όταν μια μεταβλητή αλλάζει αργά και να το μειώνει όταν αλλάζει γρήγορα. Αυτή η συμπεριφορά κάνει τον solver να κάνει πολύ μικρά βήματα κοντά σε μία ασυνέχεια επειδή η μεταβλητή αλλάζει γρήγορα σε εκείνη την περιοχή. Αυτό βελτιώνει την ακρίβεια αλλά μπορεί να οδηγήσει σε τεράστιους υπολογιστικούς χρόνους. Από την προσομοίωση, παρατηρήθηκε πως συχνότητες όπως αυτές του πειράματος οδηγούν σε παραπάνω από 50 φορές αύξηση του υπολογιστικού χρόνου της προσομοίωσης σε σχέση με μικρές συχνότητες της τάξεως των 10 Hz. Καθώς πειραματικά παρατηρήθηκε υπερβολικά μικρή επίδραση της συχνότητας στα πειραματικά αποτελέσματα, χρησιμοποιήθηκε η συχνότητα των 10 Hz.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι προσομοιώσεις του μαγνητικού πεδίου, της πυκνότητας ρεύματος, του ηλεκτρικού πεδίου, της μαγνήτισης και της επιδεκτικότητας για έναν υπεραγωγό. Οι βαθμοί ελευθερίας είναι η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος J_c , ο δείκτης n που αντιπροσωπεύει το δυναμικό ενεργοποίησης θερμικού άλματος των φλαξονίων διά την θερμική ενέργεια kT , το πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίου H_{ac} . Θα παρουσιαστούν αρχικά τα αποτελέσματα για σταθερά J_c , ώστε να μελετηθεί η διεξόδωση των μεγεθών σε μία περίοδο, ύστερα για διαφορετικές περιόδους ώστε να μελετηθεί τι διαφορετικό εμφανίζεται ανά περίοδο, και τέλος θα παρουσιαστεί η ίδια χρονική στιγμή με διαφορετικό βαθμό ελευθερίας (J_c, n, H_{ac}). Οι μεγάλες τιμές του J_c , υποδηλώνουν χαμηλές θερμοκρασίες.

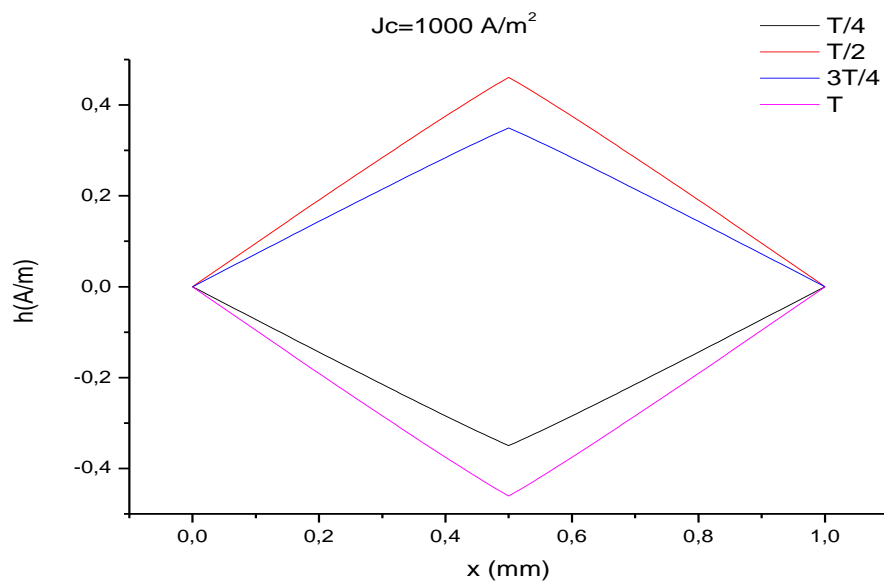
4.3.2 Προσομοίωση Σταθερών Παραμέτρων

Για να κατανοήσει κανείς κατά πόσο λειτουργεί σωστά αρχικά ένα τέτοιο μοντέλο προσομοίωσης, θα πρέπει πρώτα να κάνει κάποιες προσεγγίσεις, μέσω της χρήσης σταθερών παραμέτρων. Δεν λαμβάνεται υπόψιν οποιαδήποτε εξάρτηση του J_c από μαγνητικά πεδία ή του n από μαγνητικά πεδία και θερμοκρασία. Το J_c παρουσιάζεται πάντα σε $\frac{A}{m^2}$ ενώ με $H(x)$ είναι το τοπικό μαγνητικό πεδίο που αναπτύσσει το υλικό για να αντισταθεί στην διεξόδωση του εξωτερικού πεδίου .

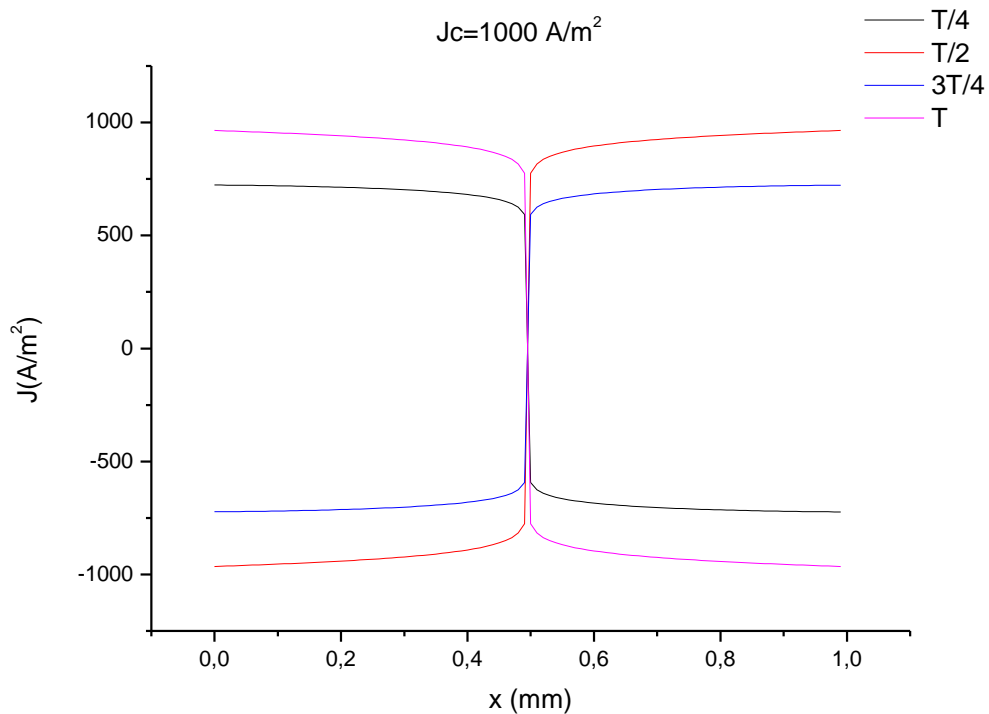
4.3.2.1 Προσομοίωση Σταθερής Κρίσιμης Πυκνότητας Ρεύματος

4.3.2.1.1 Προσομοίωση μίας Περιόδου

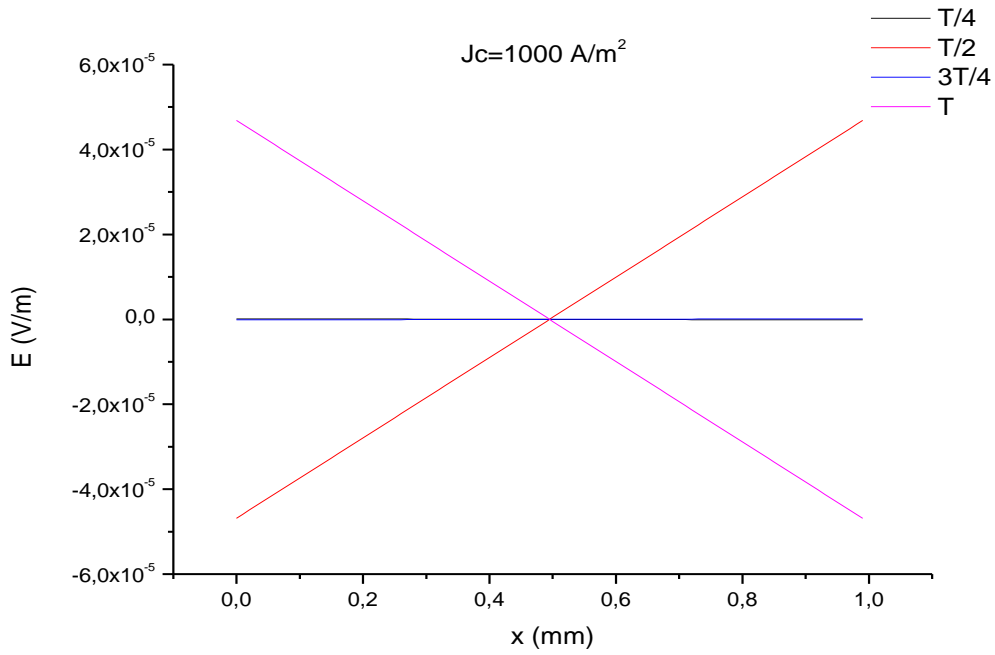
4.3.2.1.1.1 $J_c = 1000 \frac{A}{m^2}$



Σχήμα 4.2 Διείσδυση μαγνητικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

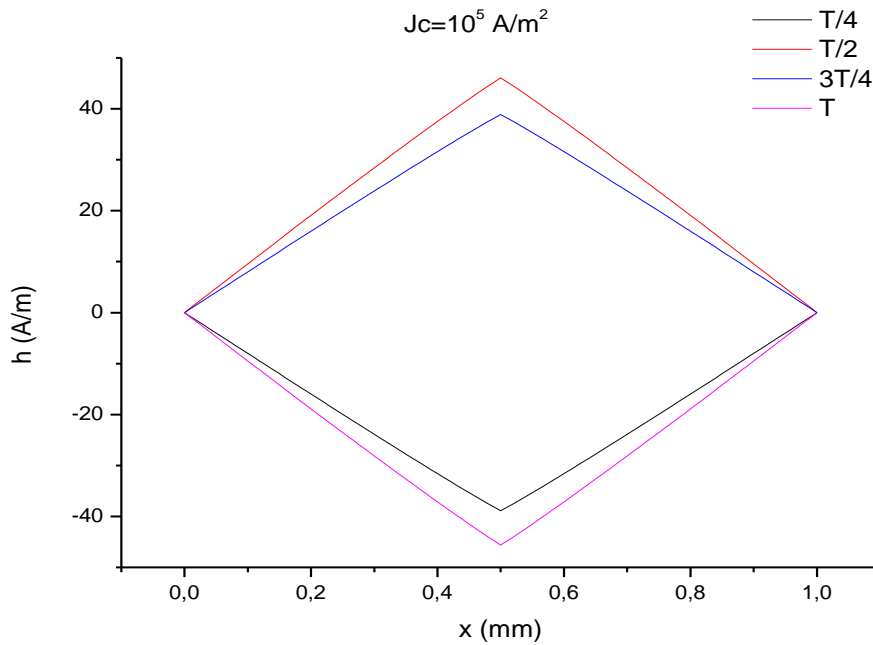


Σχήμα 4.3 Πυκνότητα ρεύματος σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

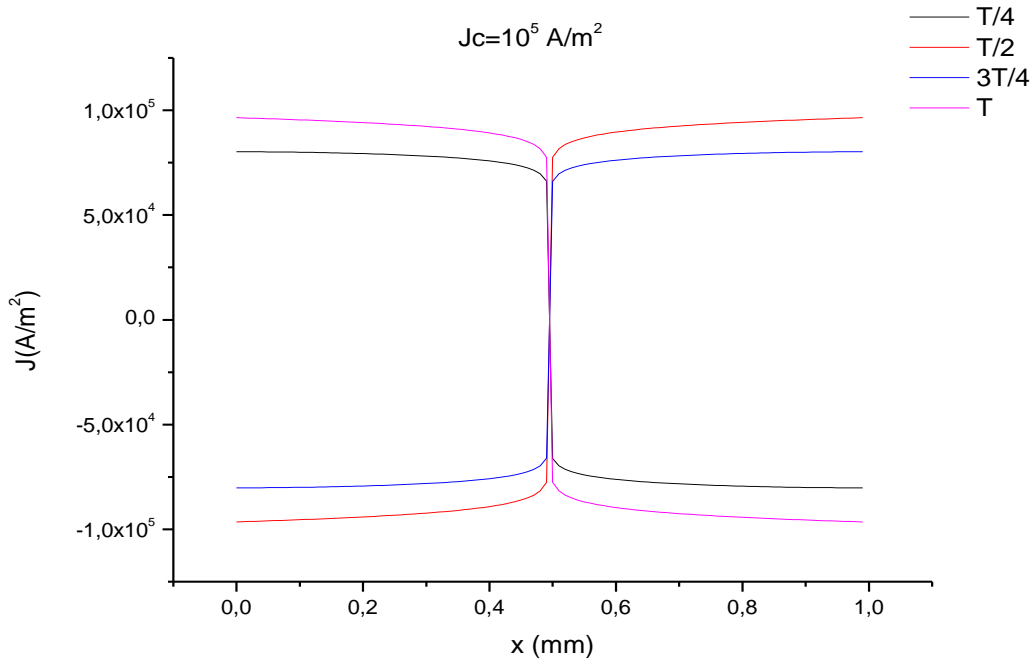


Σχήμα 4.4 Διείσδυση Ηλεκτρικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 O_e$

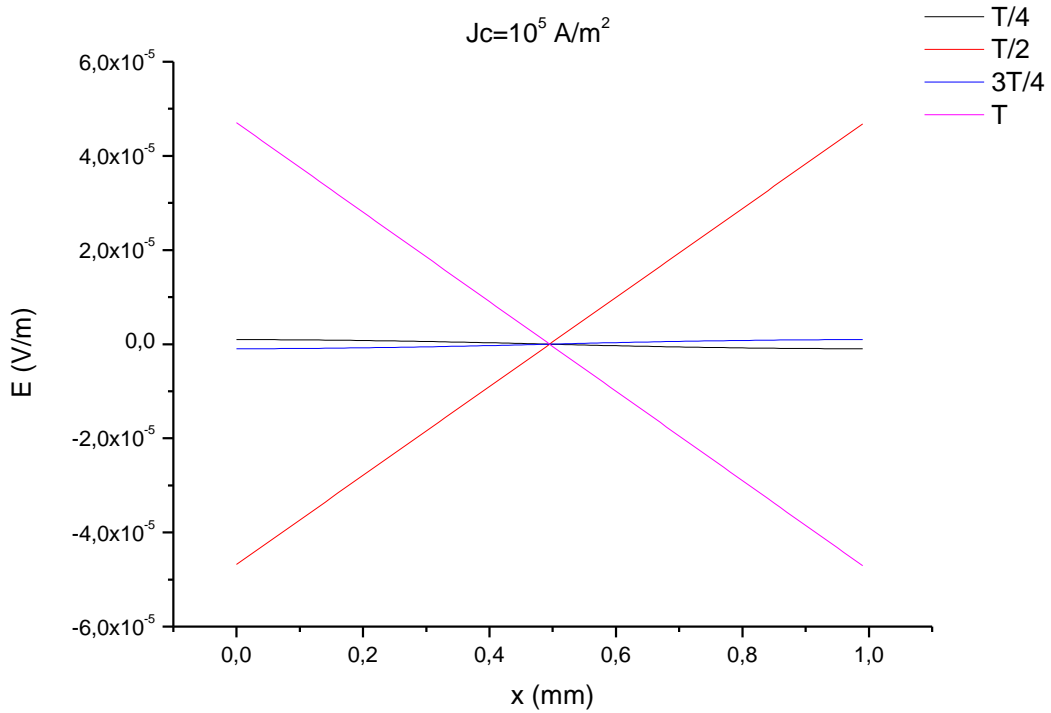
4.3.2.1.1.2 $J_c = 10^5 \frac{A}{m^2}$



Σχήμα 4.5 Διείσδυση μαγνητικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 O_e$

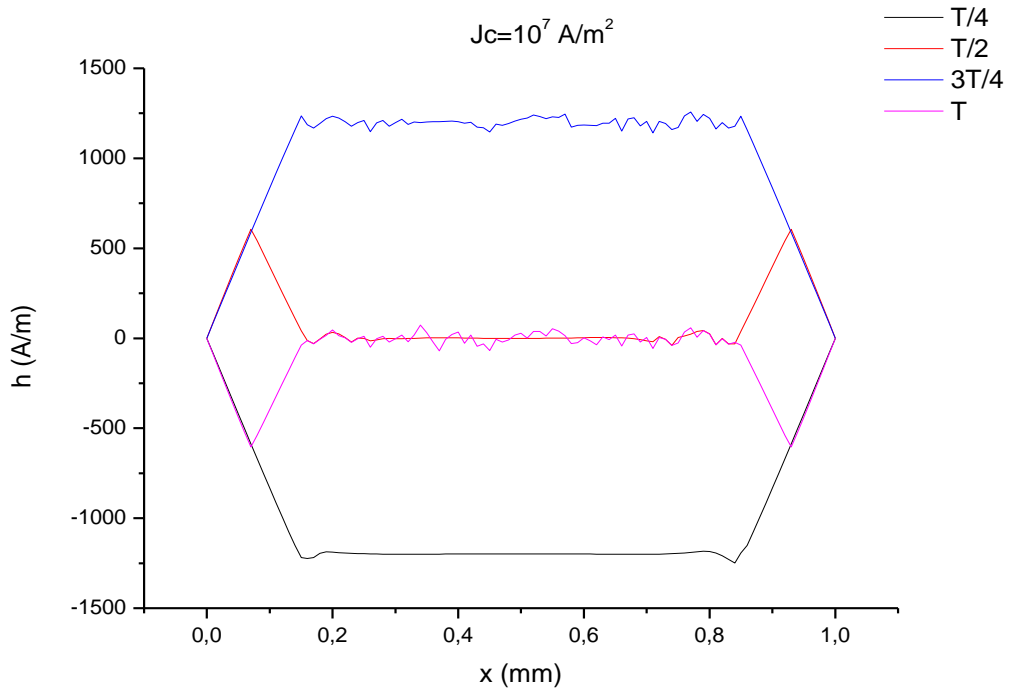


Σχήμα 4.6 Πυκνότητα ρεύματος σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

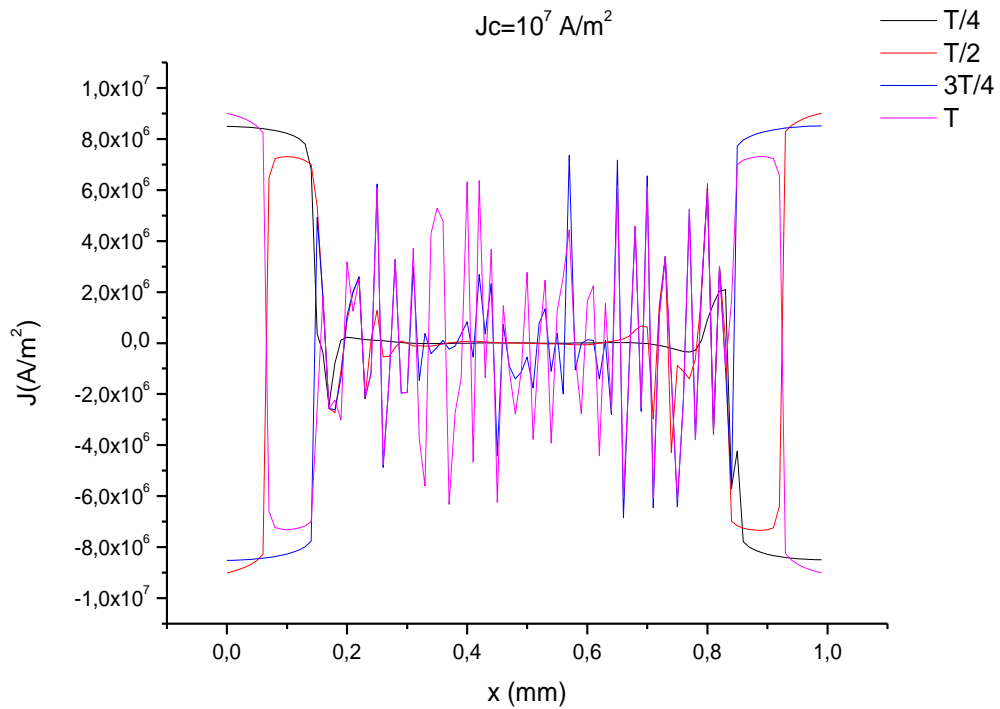


Σχήμα 4.7 Διείσδυση Ηλεκτρικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

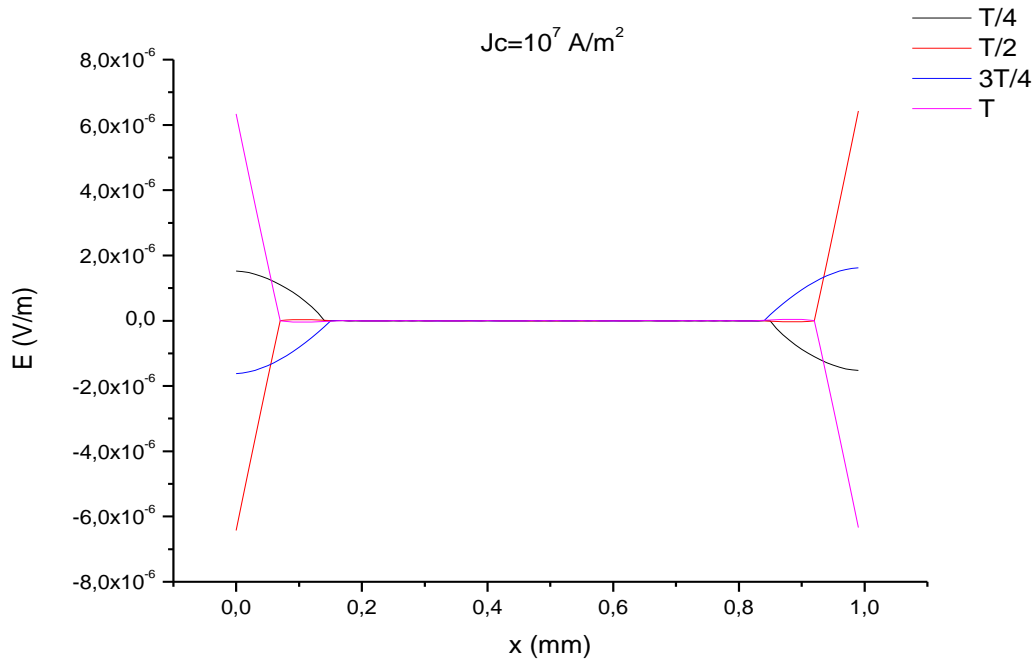
4.3.2.1.1.3 $J_c = 10^7 \frac{A}{m^2}$



Σχήμα 4.8 Διείσδυση μαγνητικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

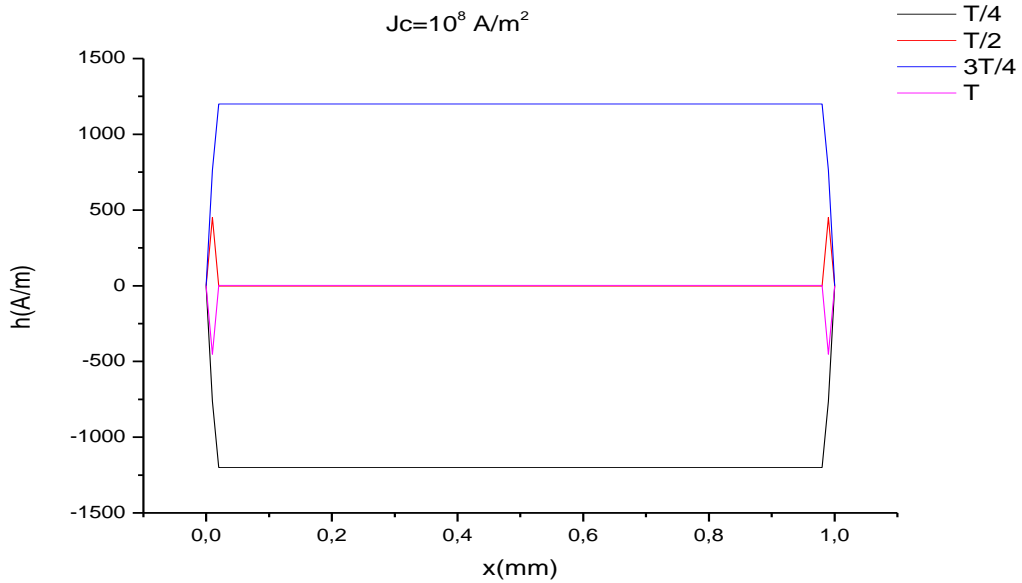


Σχήμα 4.9 Πυκνότητα ρεύματος σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

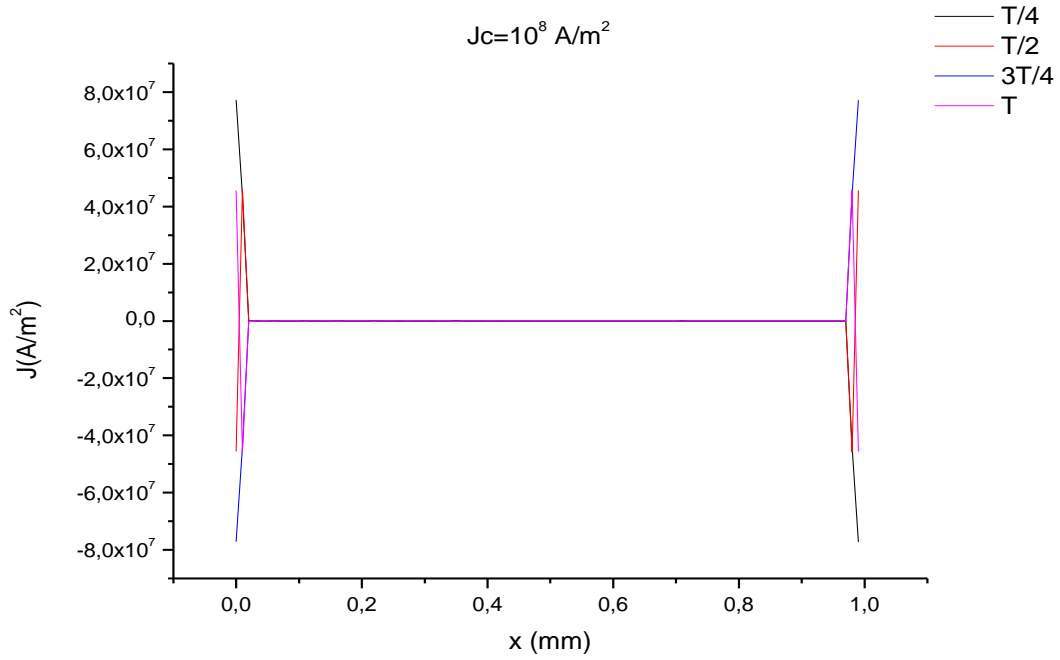


Σχήμα 4.10 Διείσδυση Ηλεκτρικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

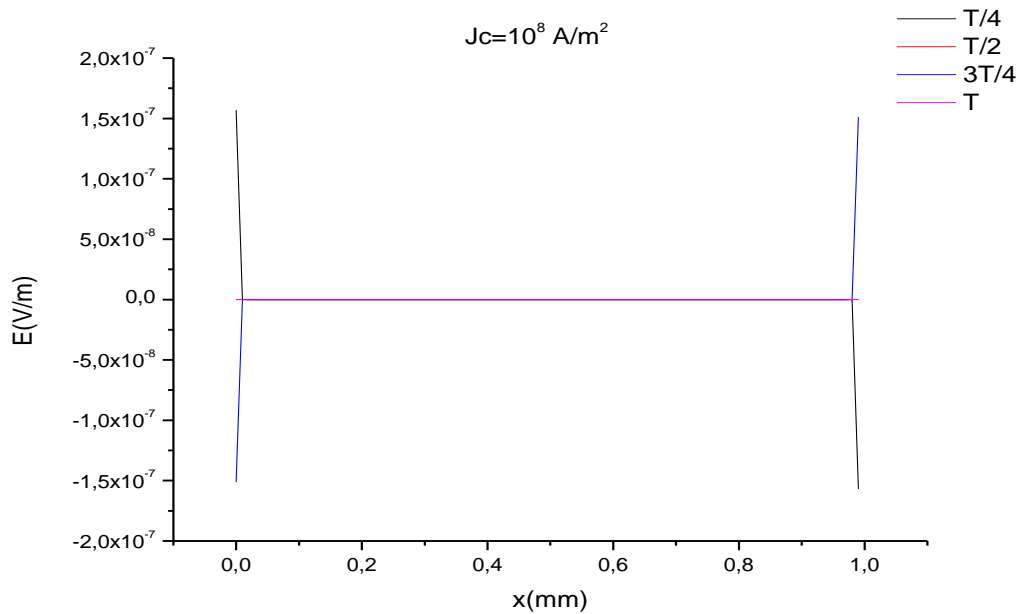
4.3.2.1.1.4 $J_c = 10^8 \frac{A}{m^2}$



Σχήμα 4.11 Διείσδυση μαγνητικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$



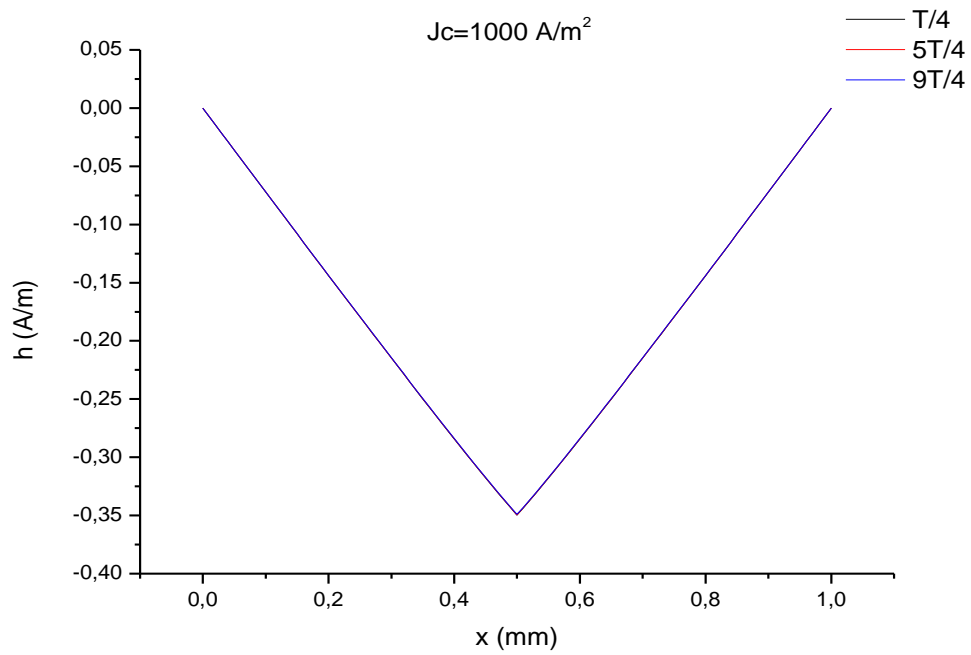
Σχήμα 4.12 Πυκνότητα ρεύματος σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$



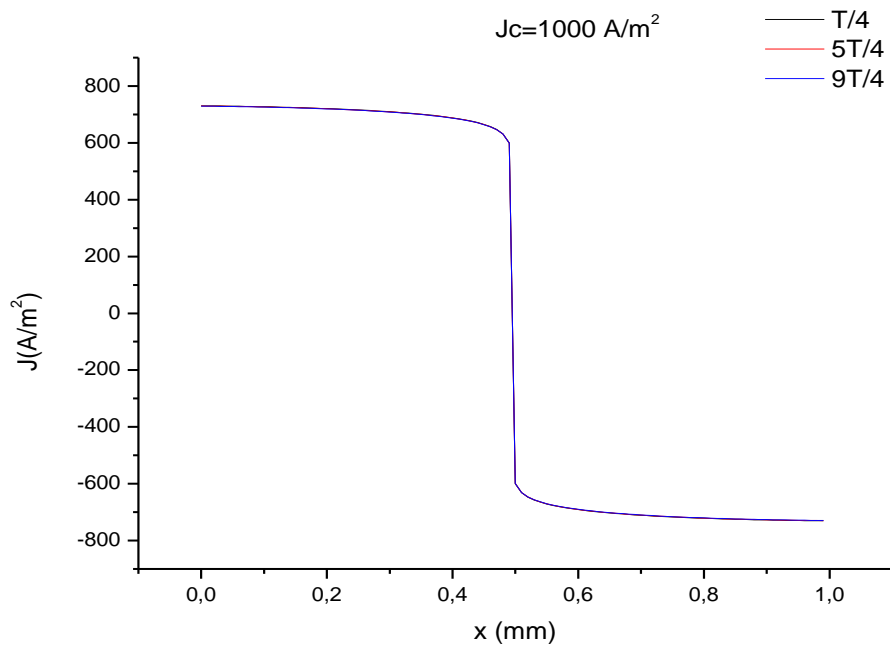
Σχήμα 4.13 Διείσδυση Ηλεκτρικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

4.3.2.1.2 Προσομοίωση Διαφορετικών Περιόδων

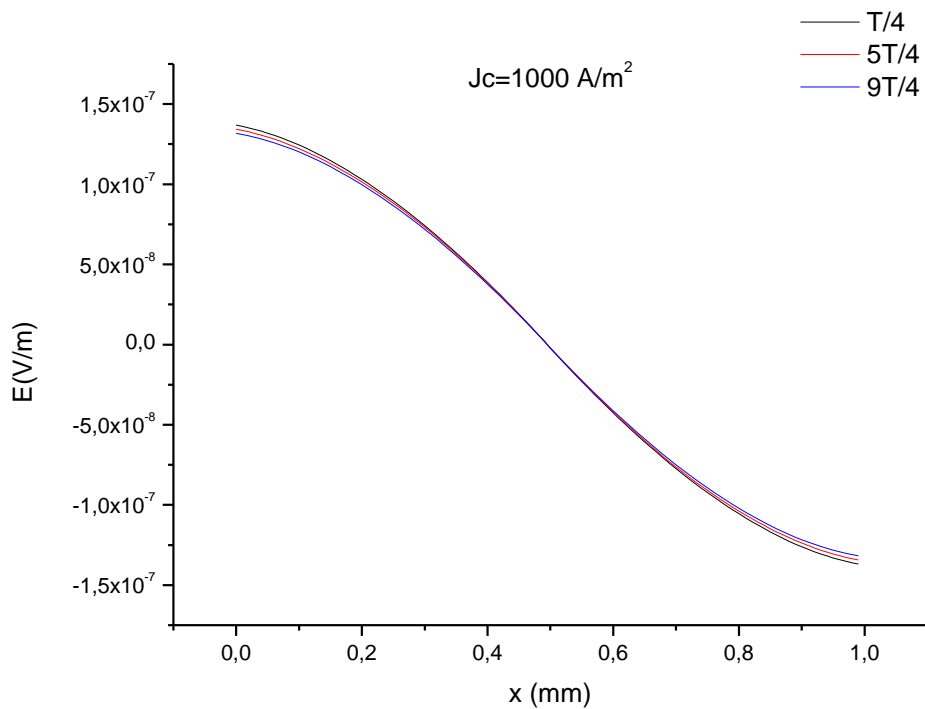
4.3.2.1.2.1 $J_c = 1000 \frac{A}{m^2}$



Σχήμα 4.14 Διείδουση μαγνητικού πεδίου για διαφορετικές περιόδους για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

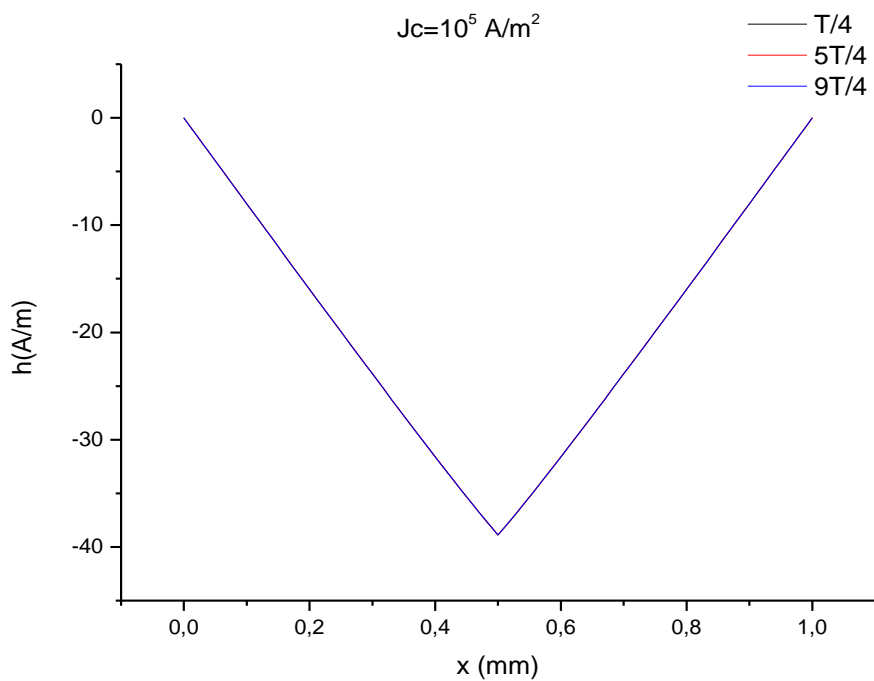


Σχήμα 4.15 Πυκνότητα ρεύματος για διαφορετικές περιόδους για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

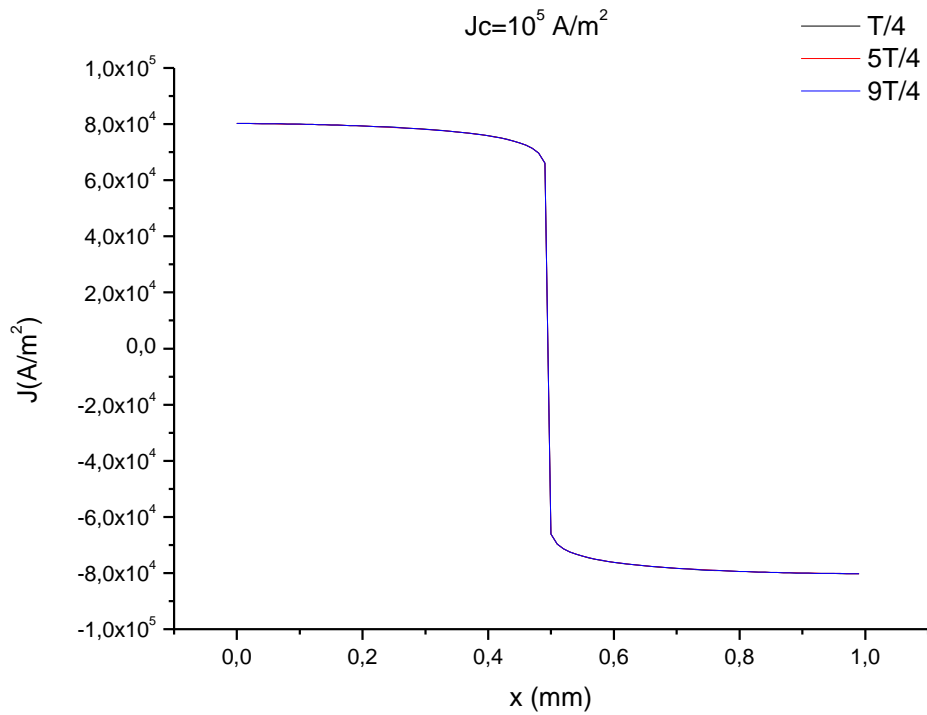


Σχήμα 4.16 Διείσδυση Ηλεκτρικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 \text{ Oe}$

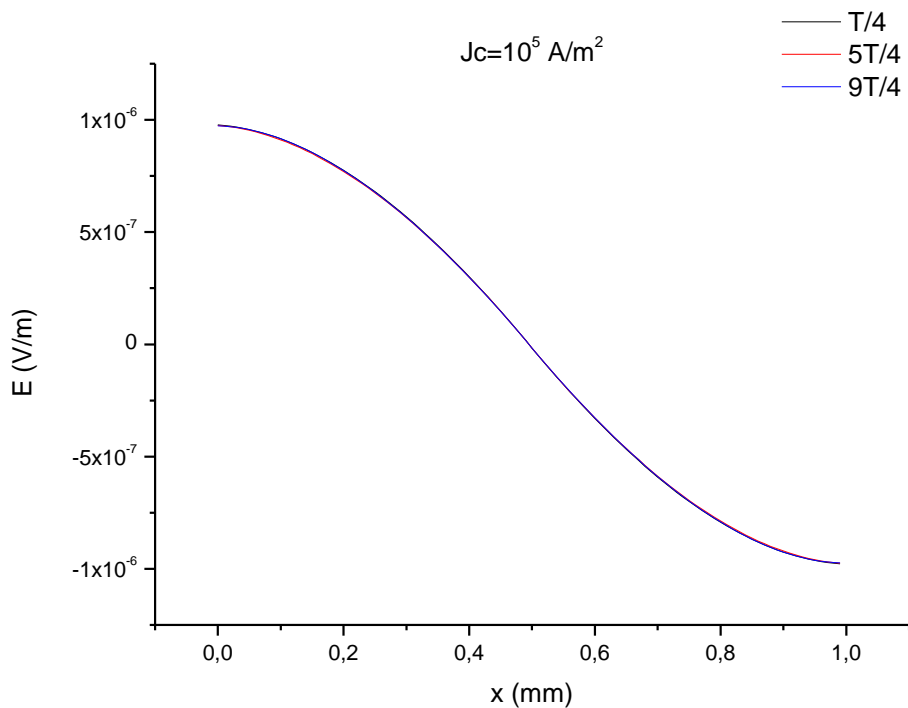
4.3.2.1.2.2 $J_c = 10^5 \frac{A}{m^2}$



Σχήμα 4.17 Διείσδυση μαγνητικού πεδίου για διαφορετικές περιόδους για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 \text{ Oe}$

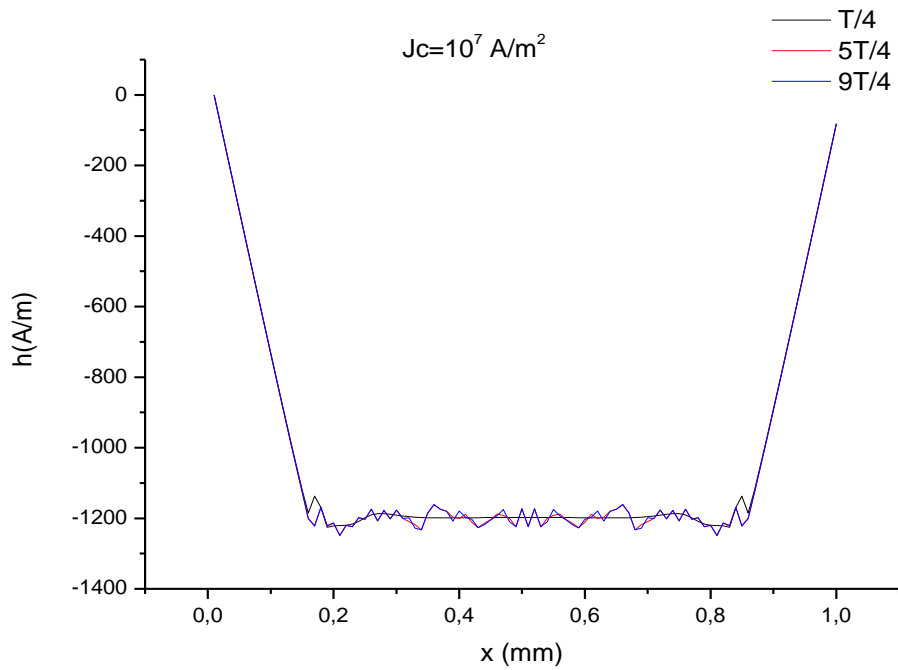


Σχήμα 4.18 Πυκνότητα ρεύματος για διαφορετικές περιόδους για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

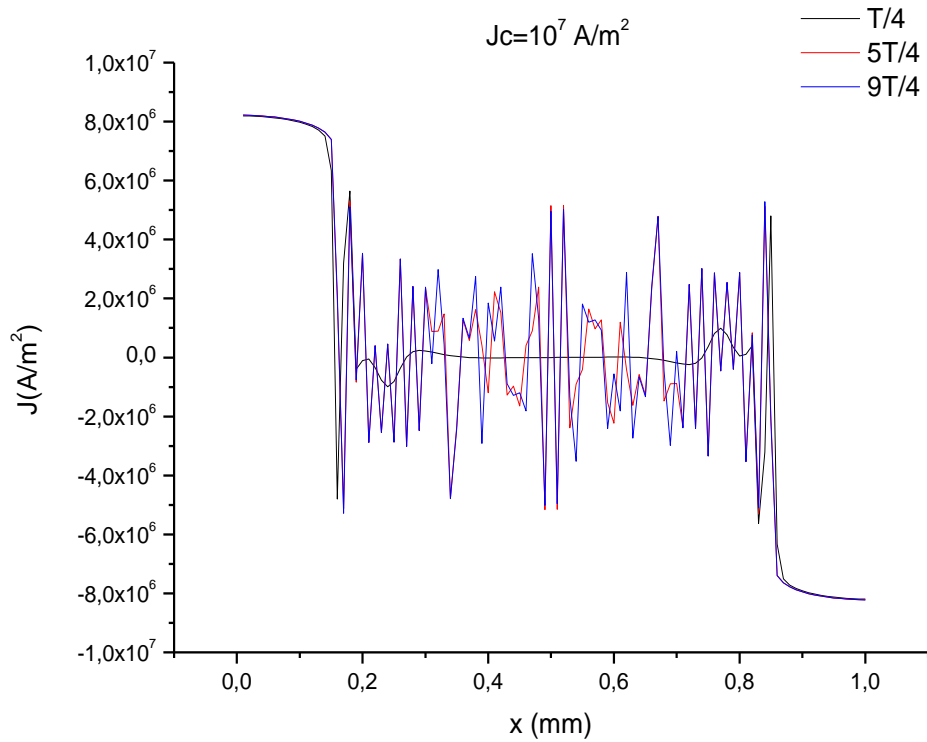


Σχήμα 4.19 Διείσδυση Ηλεκτρικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

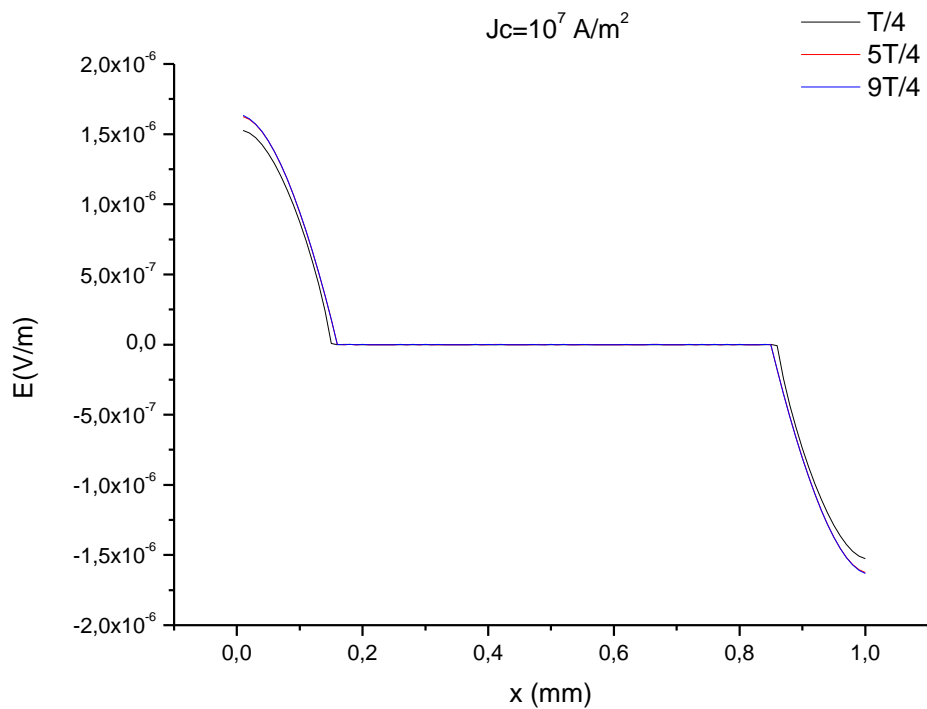
4.3.2.1.2.3 $J_c = 10^7 \frac{A}{m^2}$



Σχήμα 4.20 Διείδουση μαγνητικού πεδίου για διαφορετικές περιόδους για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

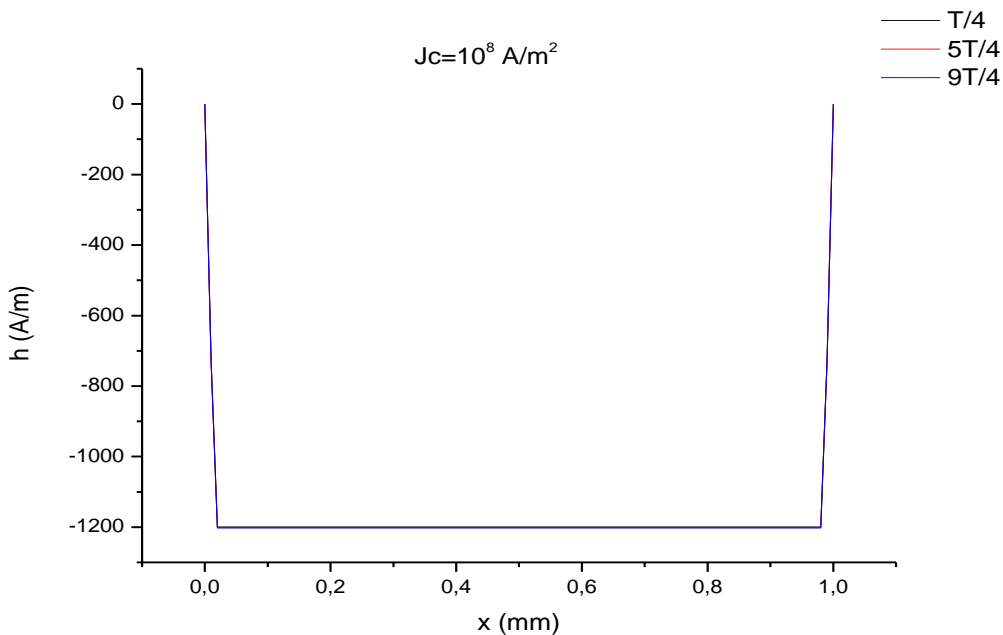


Σχήμα 4.21 Πυκνότητα ρεύματος για διαφορετικές περιόδους για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

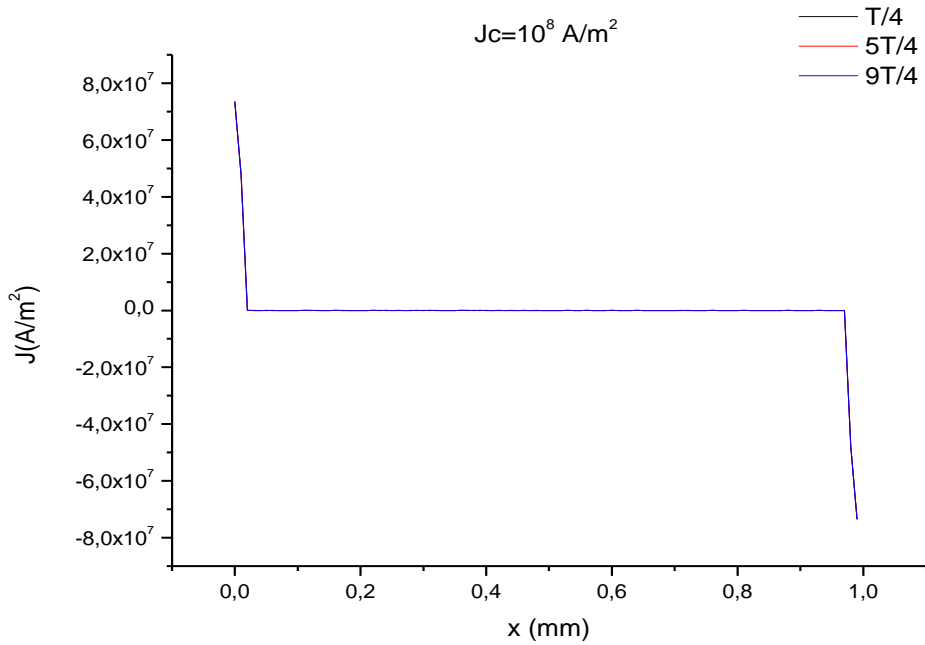


Σχήμα 4.22 Η Διείσδυση του Ηλεκτρικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

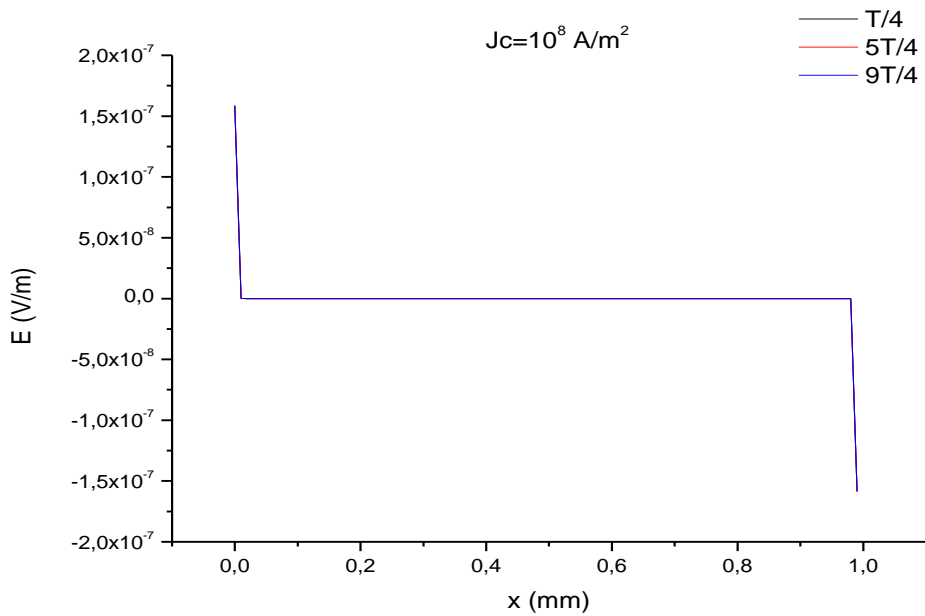
4.3.2.1.2.4 $J_c = 10^8 \frac{A}{m^2}$



Σχήμα 4.23 Διείσδυση μαγνητικού πεδίου για διαφορετικές περιόδους για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

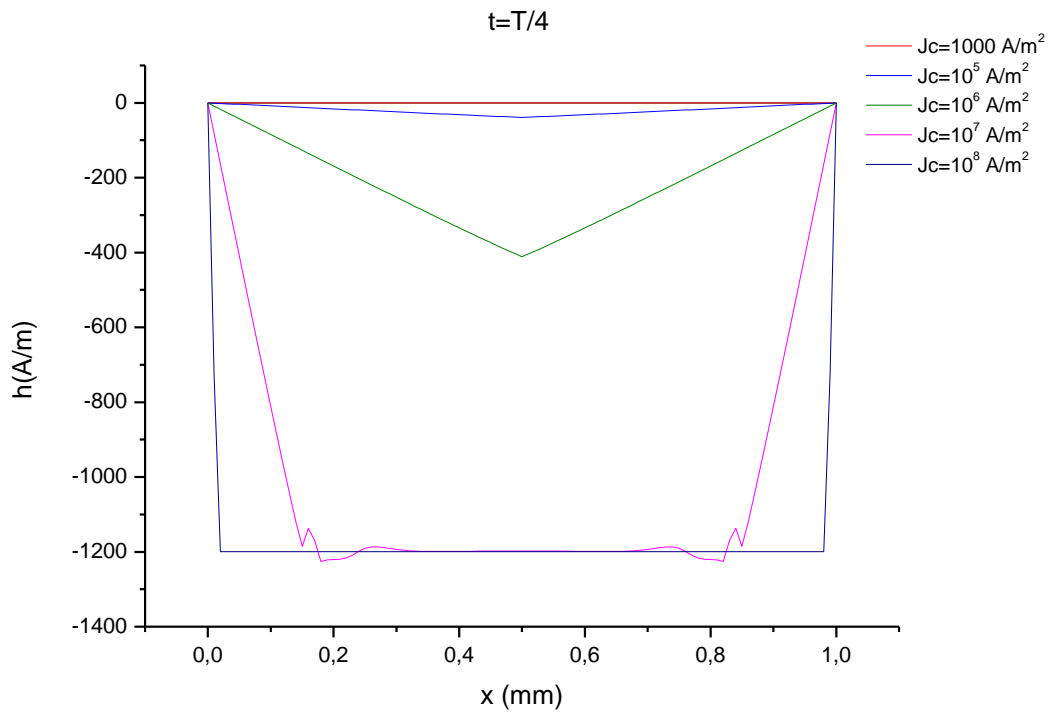


Σχήμα 4.24 Πυκνότητα ρεύματος για διαφορετικές περιόδους για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

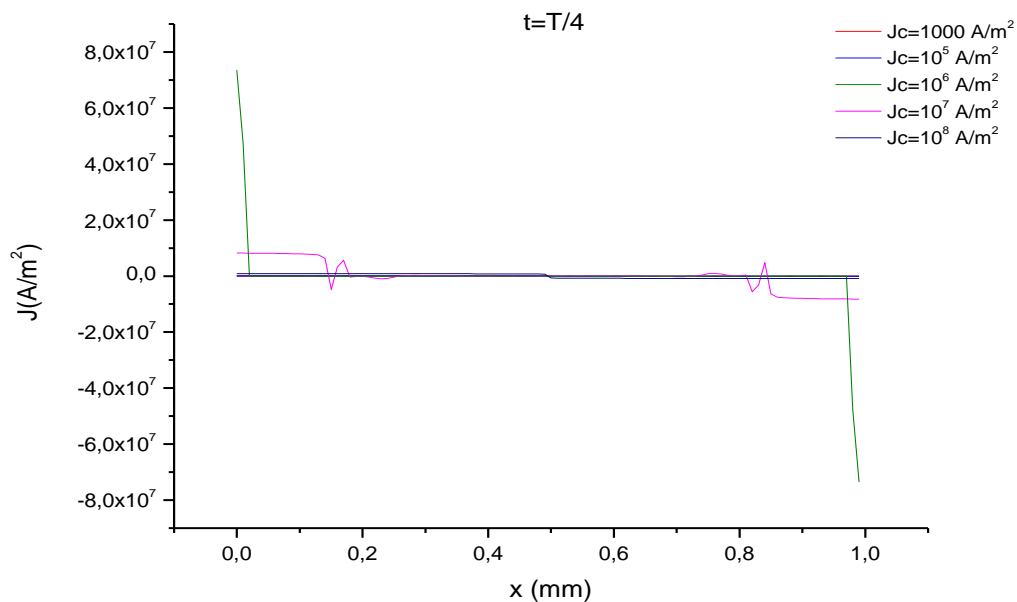


Σχήμα 4.25 Η Διείσδυση του Ηλεκτρικού πεδίου σε μία περίοδο για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

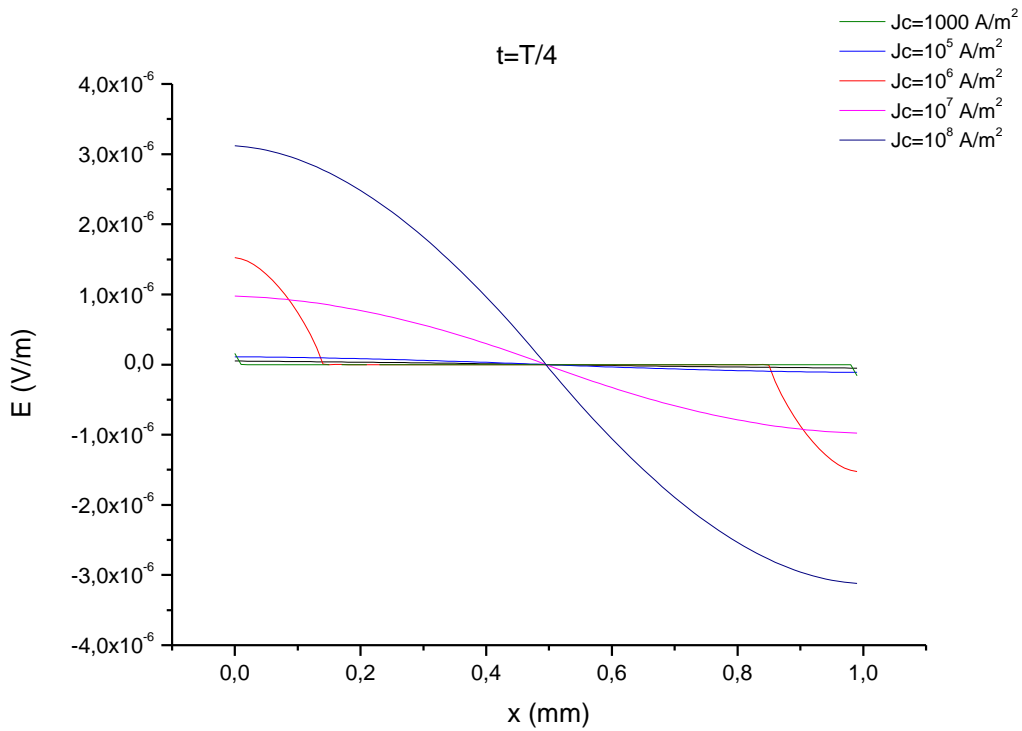
4.3.2.1.1.3 Προσομοίωση Ίδιας Χρονικής Στιγμής για Διαφορετικές Κρίσιμες Πυκνότητες Ρεύματος



Σχήμα 4.26 Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στην πλάκα την στιγμή $T/4$ για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$



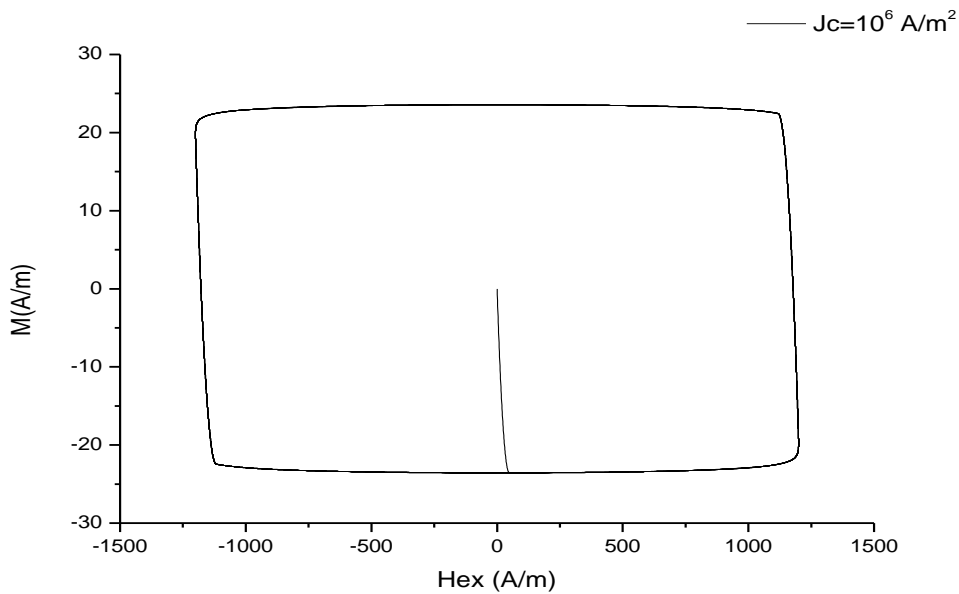
Σχήμα 4.27 Η πυκνότητα ρεύματος στην πλάκα την στιγμή $T/4$ για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$



Σχήμα 4.28 Η διείδουση του ηλεκτρικού πεδίου στην πλάκα την στιγμή $T/4$ για $n=21$ και

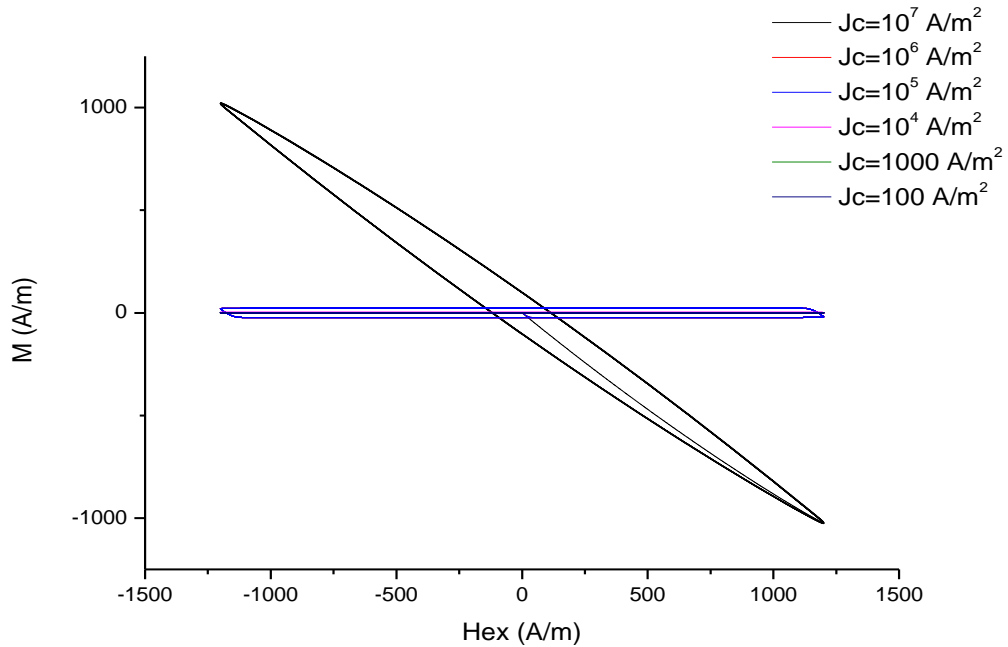
$$H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$$

4.3.2.1.1.4 Μαγνήτιση Σταθερής Κρίσιμης Πυκνότητας Ρεύματος

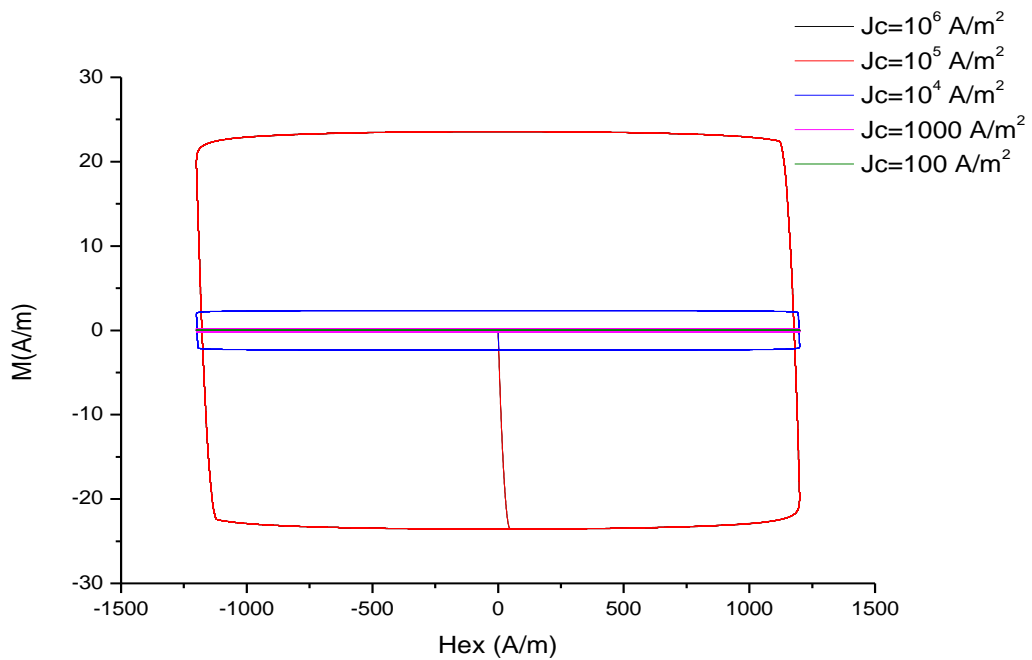


Σχήμα 4.29 Η Μαγνήτιση στην πλάκα για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

Η μαγνήτιση έχει την αναμενόμενη μορφή, αυτήν που προκύπτει και με το μοντέλο του *Bean*. Η αρχική γραμμή που ξεκινάει από το 0 για μηδενικό H_{ex} είναι η *Virgin Curve*. Παρακάτω παρουσιάζεται η μαγνήτιση για διαφορετικές τιμές κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος.



Σχήμα 4.30 Η Μαγνήτιση υπό διάφορες τιμές J_c στην πλάκα για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$



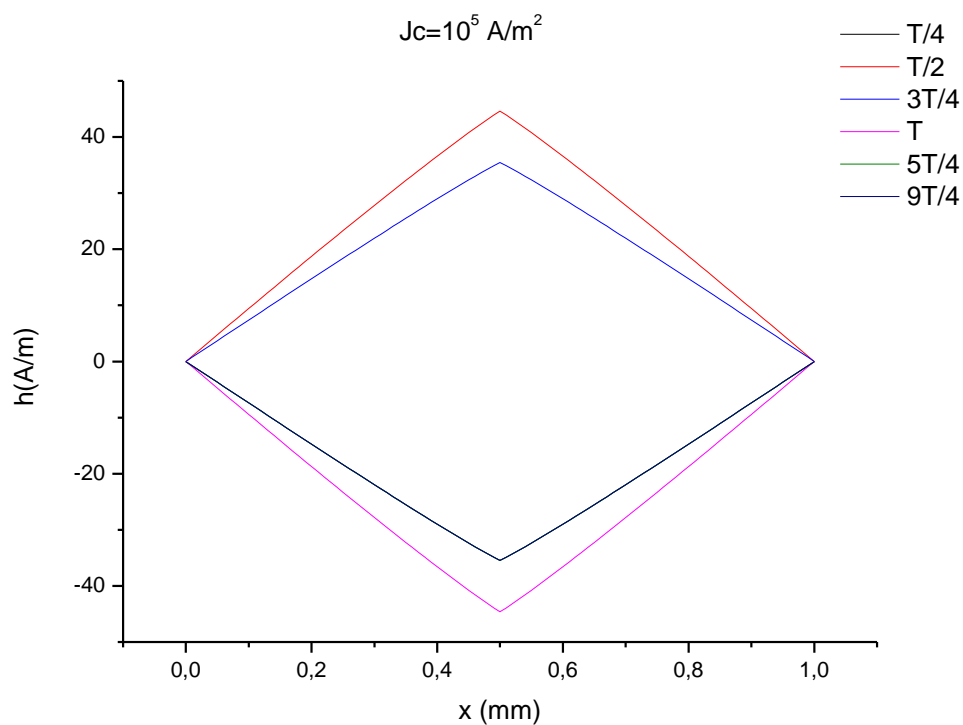
Σχήμα 4.31 Η Μαγνήτιση υπό διάφορες τιμές J_c στην πλάκα για $n=21$ και $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

Η δεύτερη εικόνα με κοινές τιμές J_c δίνεται διότι στην πρώτη είναι έντονη η διαφορά της μαγνήτισης για $J_c = 10^7 \text{ A/m}^2$ σε σχέση με τις υπόλοιπες και καθιστά δύσκολη οποιαδήποτε διάκριση λεπτομερειών μεταξύ τους. Στην επόμενη εικόνα αφαιρέθηκε η μαγνήτιση για $J_c = 10^7 \text{ A/m}^2$.

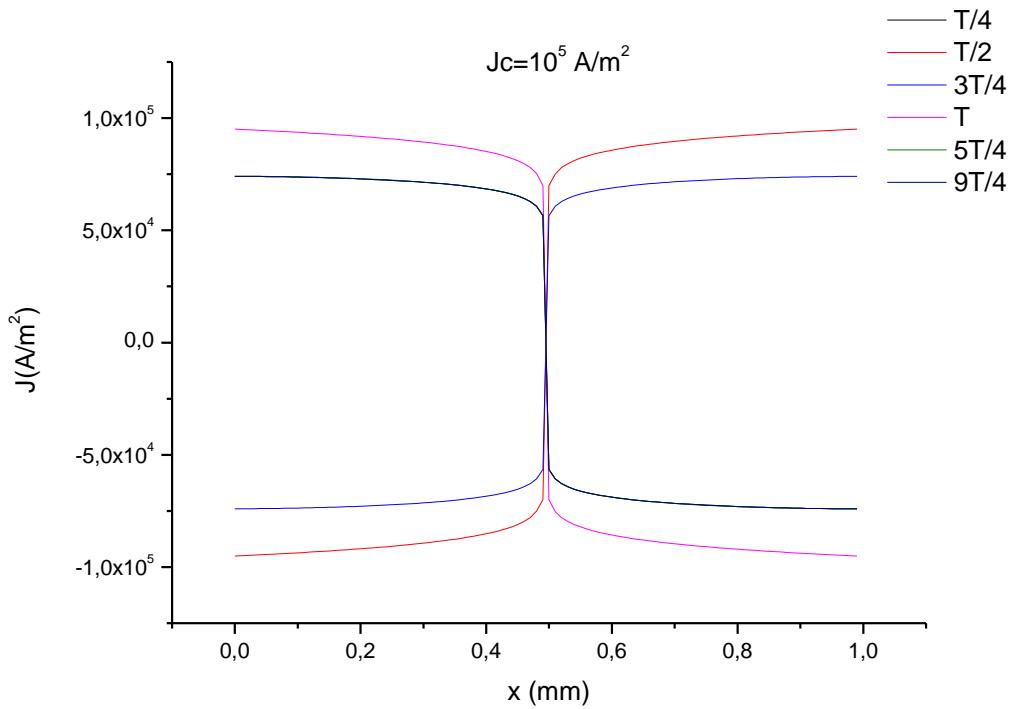
4.3.2.2 Προσομοιώσεις για Διαφορετικούς Δείκτες n

4.3.2.2.1 Προσομοιώσεις για Διαφορετικές Χρονικές Στιγμές

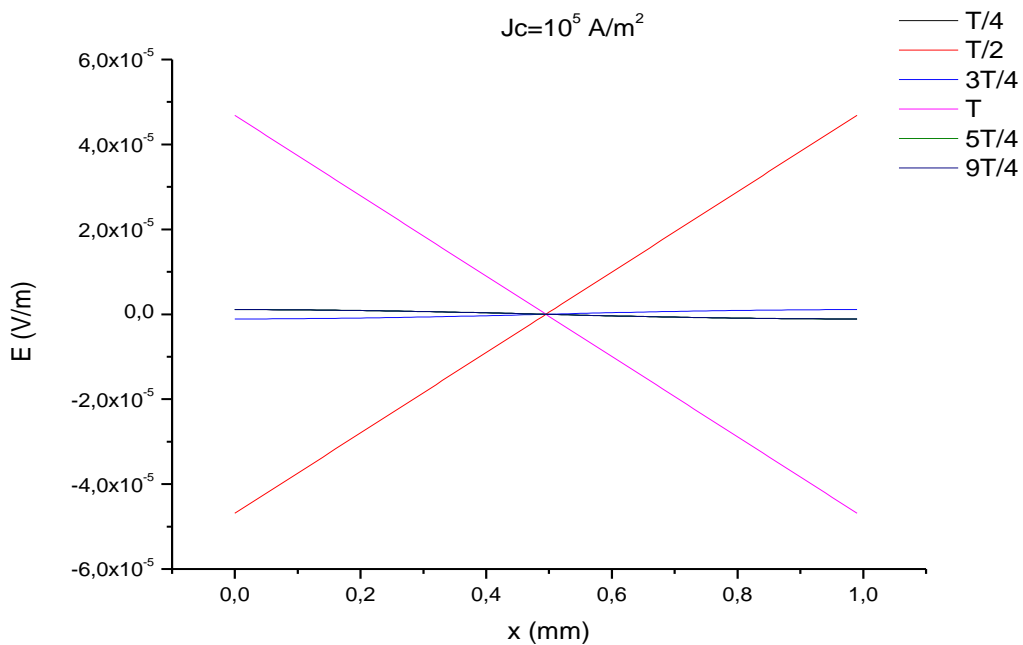
4.3.2.2.1.1 Προσομοιώσεις για $n = 15$



Σχήμα 4.32 Η διεξόδωση του μαγνητικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

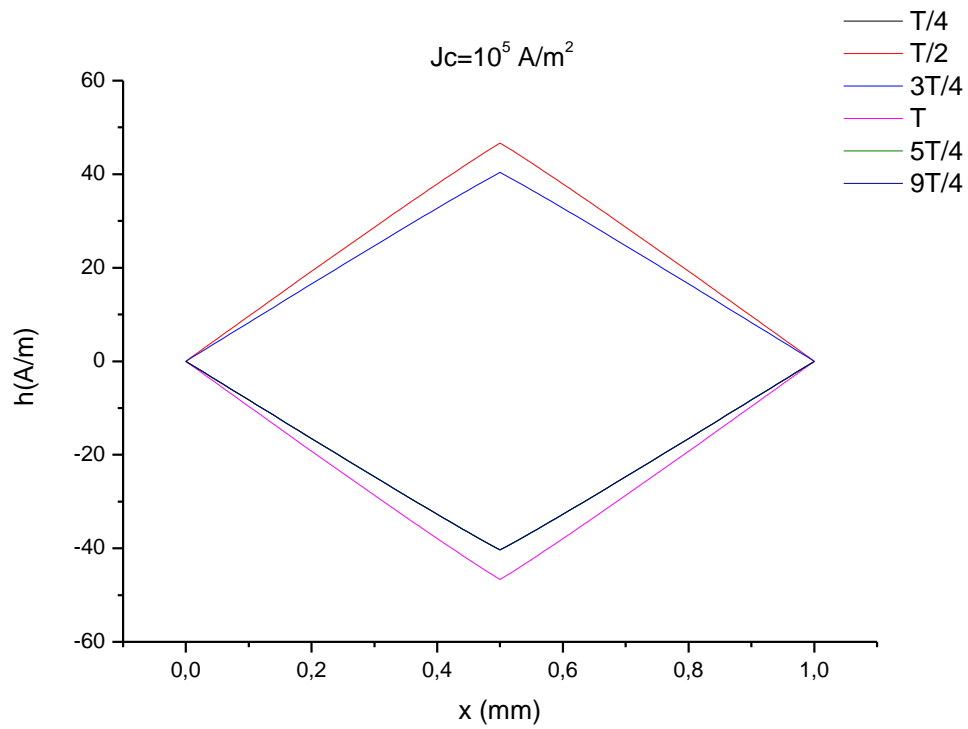


Σχήμα 4.33 Η πυκνότητα ρεύματος στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

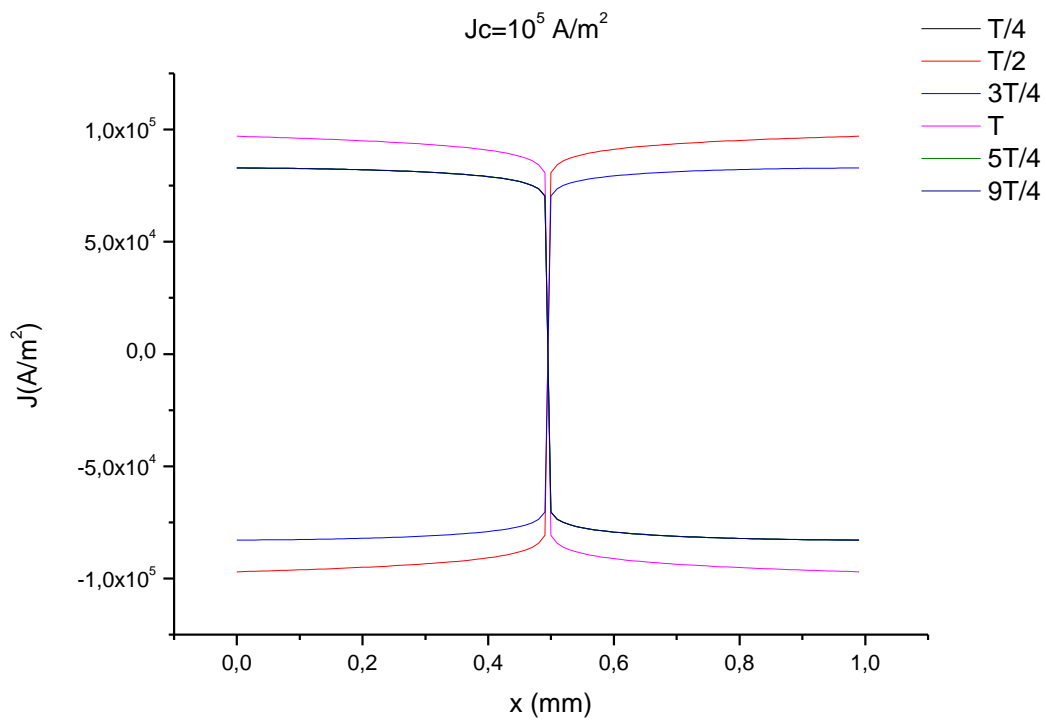


Σχήμα 4.34 Η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

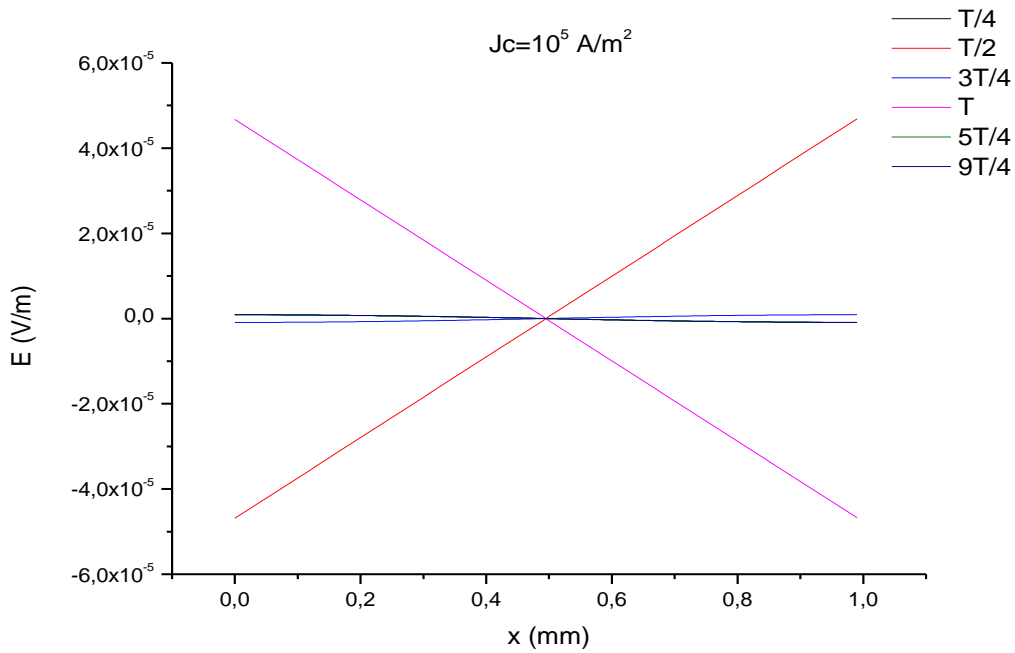
4.3.2.2.1.2 Προσομοιώσεις για $n = 25$



Σχήμα 4.35 Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

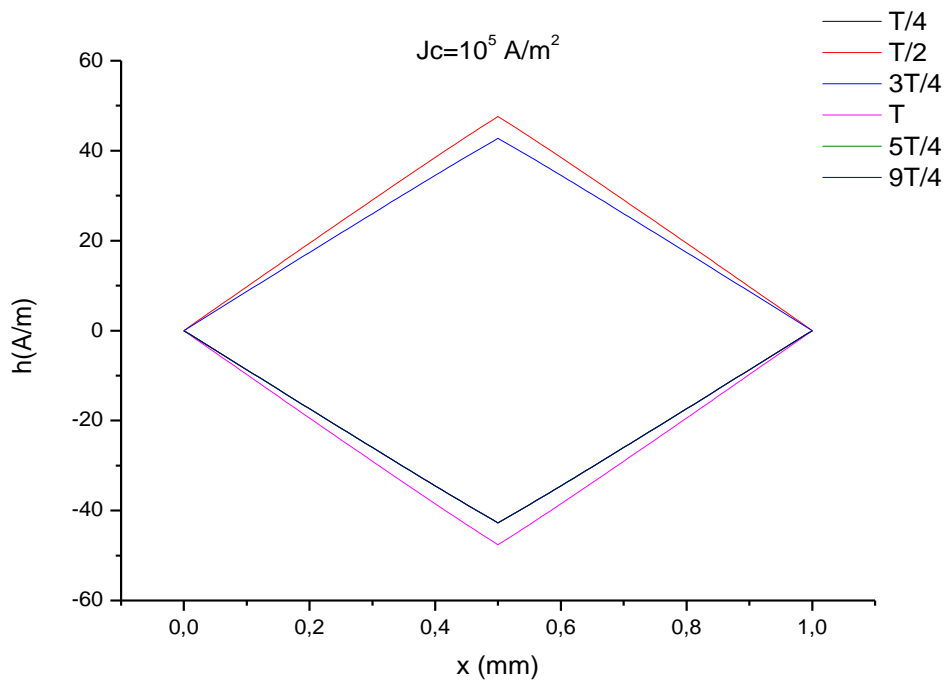


Σχήμα 4.36 Η πυκνότητα ρεύματος στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

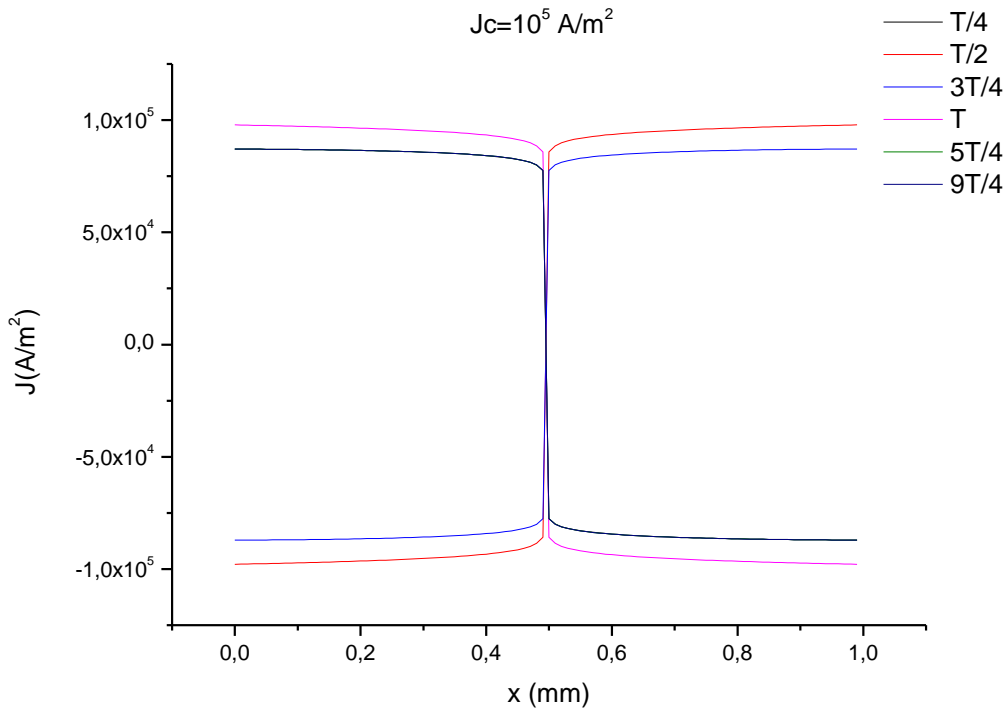


Σχήμα 4.37 Η διεξόδυση του ηλεκτρικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

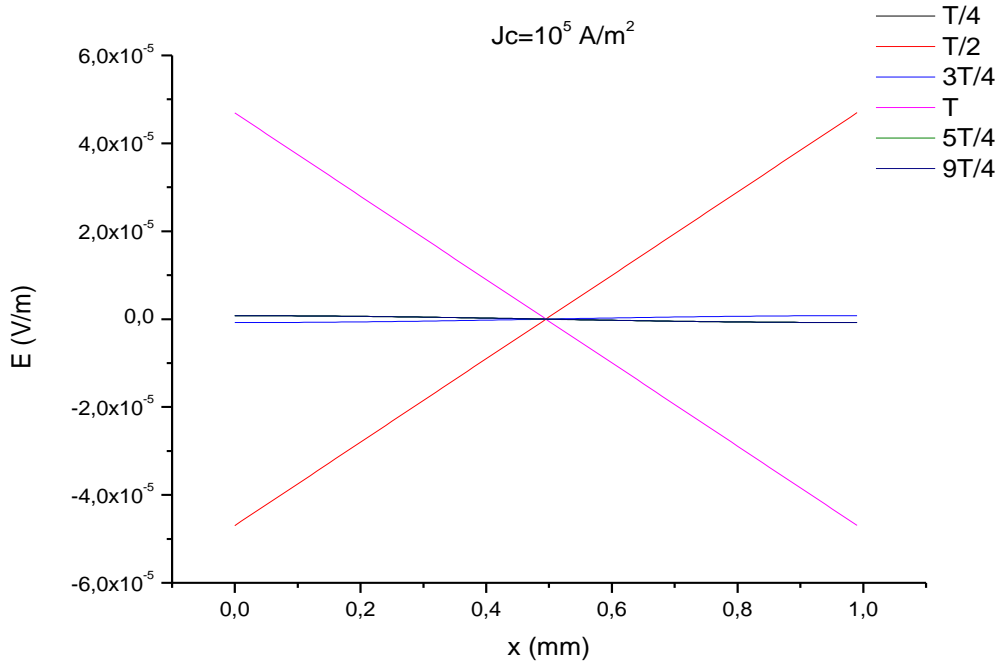
4.3.2.2.1.3 Προσομοιώσεις για $n = 35$



Σχήμα 4.38 Η διεξόδυση του μαγνητικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

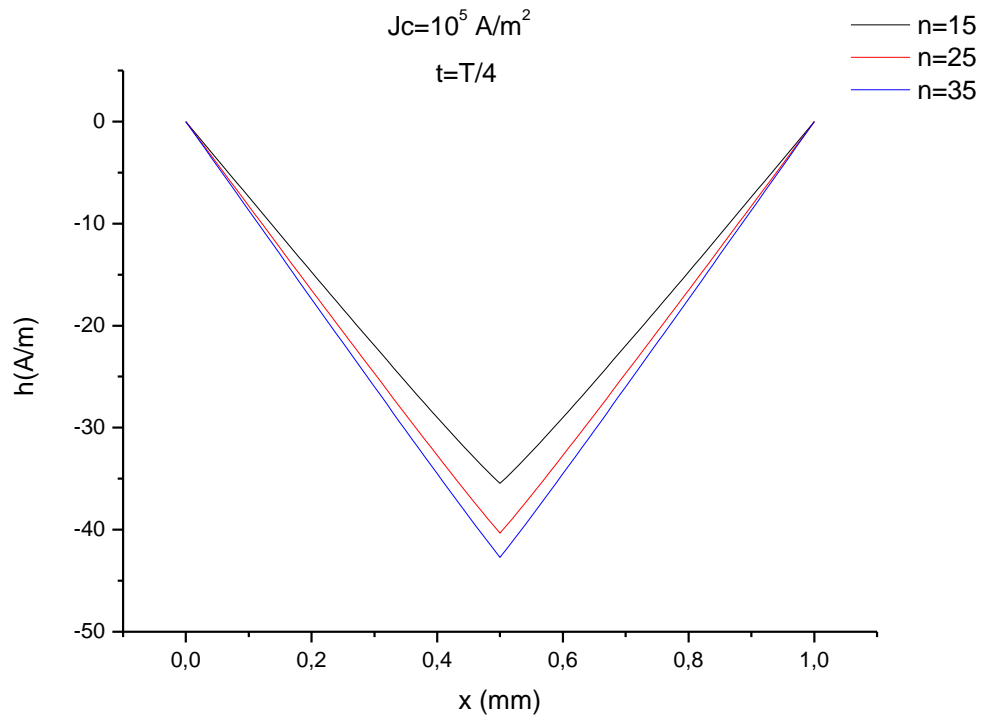


Σχήμα 4.39 Η πυκνότητα ρεύματος στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

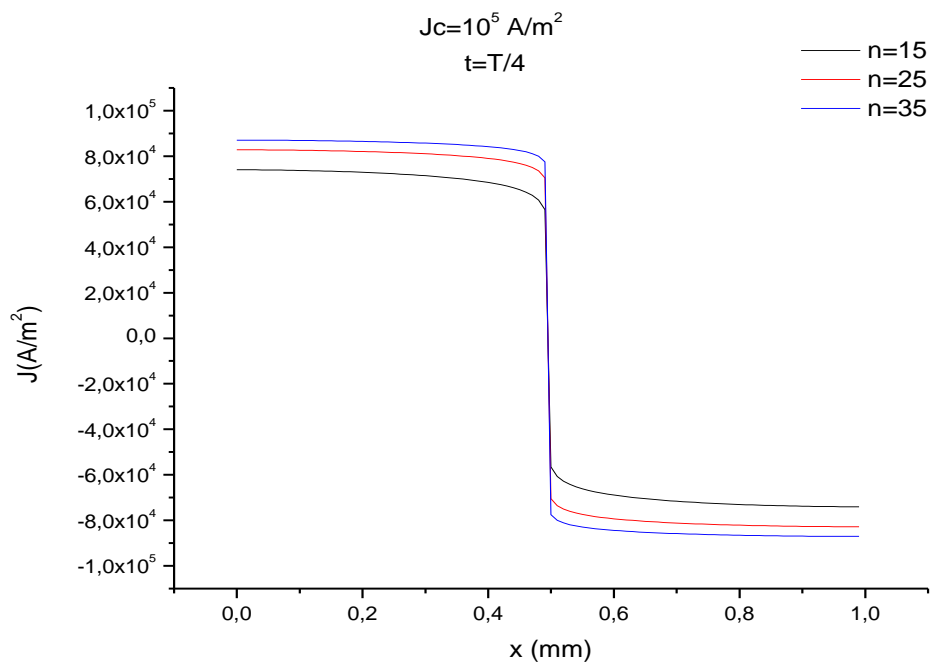


Σχήμα 4.40 Η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 Oe$

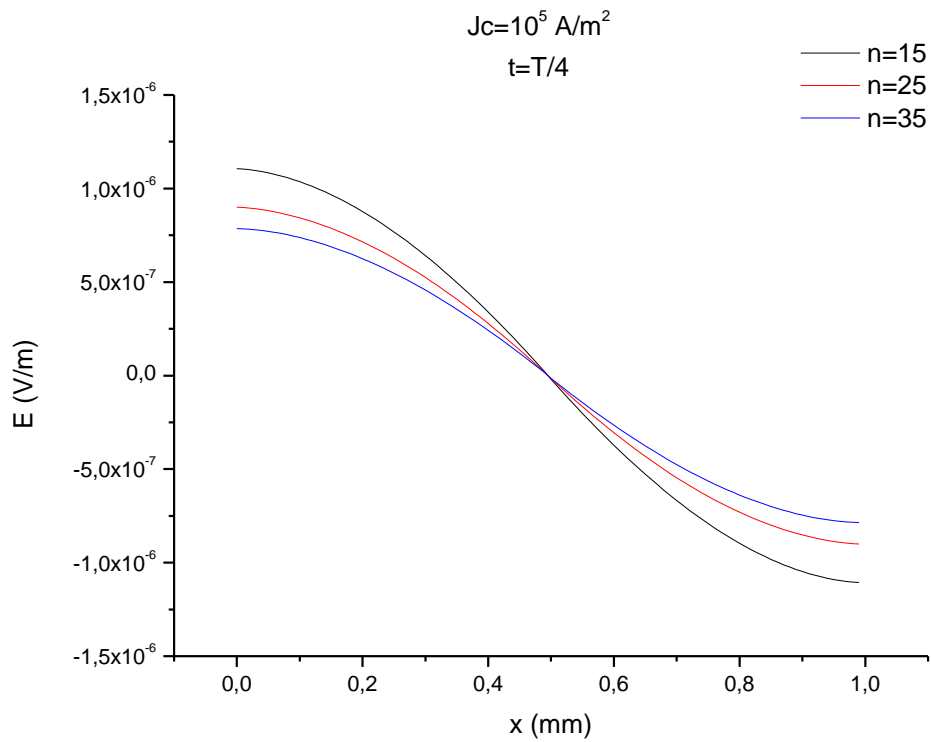
4.3.2.2 Προσομοιώσεις Διαφορετικών n για Ίδια Στιγμή



Σχήμα 4.41 Η διείδυση του μαγνητικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 \text{ Oe}$

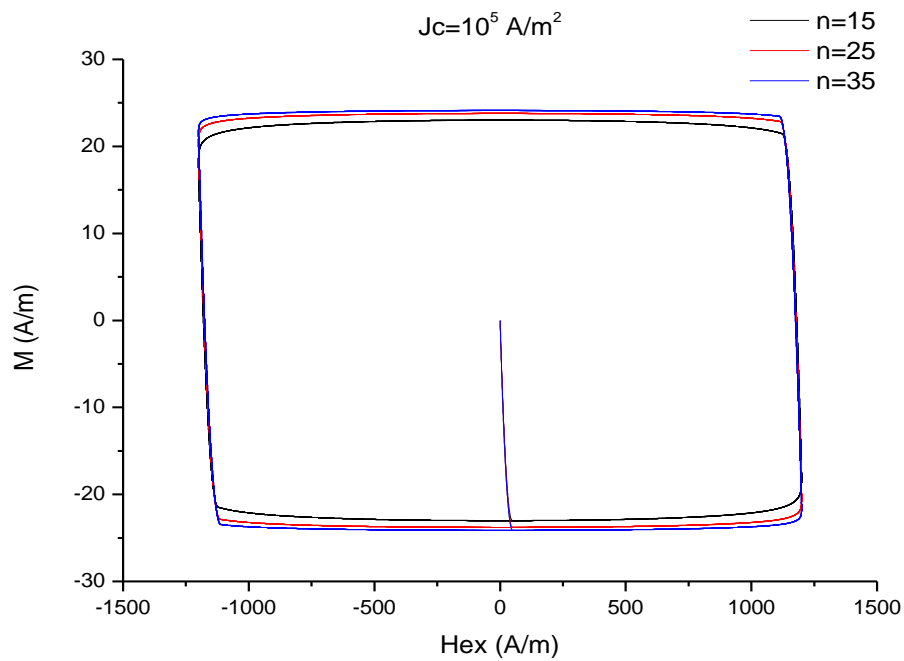


Σχήμα 4.42 Η πυκνότητα ρεύματος στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{A}{m} = 15 \text{ Oe}$



Σχήμα 4.43 Η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

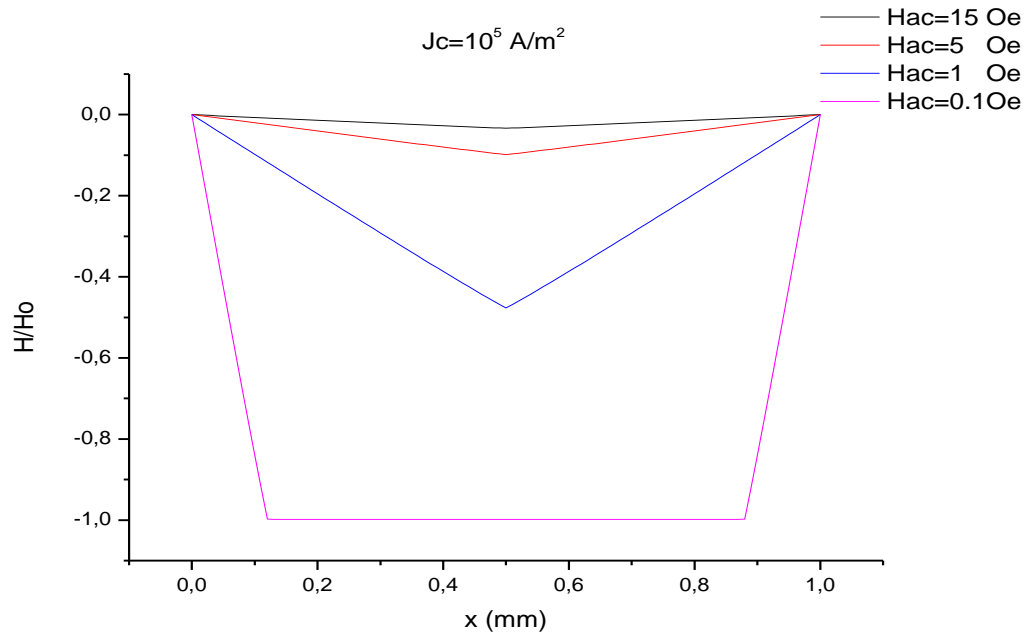
4.3.2.2.3 Μαγνήτιση για Διαφορετικούς Δείκτες n



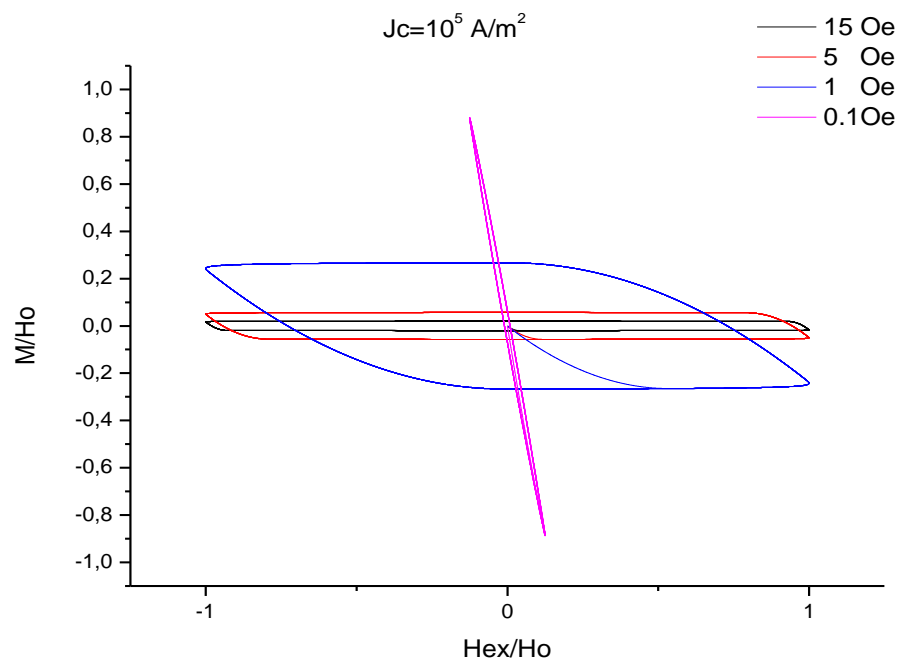
Σχήμα 4.44 Η Μαγνήτιση στην πλάκα για διαφορετικά n με $H_{ac} = 1200 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 15 \text{ Oe}$

4.3.2.3 Προσομοιώσεις για Διαφορετικά Πλάτη H_{ac}

Παρακάτω παρουσιάζονται οι προσομοιώσεις για κανονικοποιημένες τιμές των μαγνητικών μεγεθών ως προς το εφαρμοζόμενο εξωτερικό πεδίο H_{ac} .

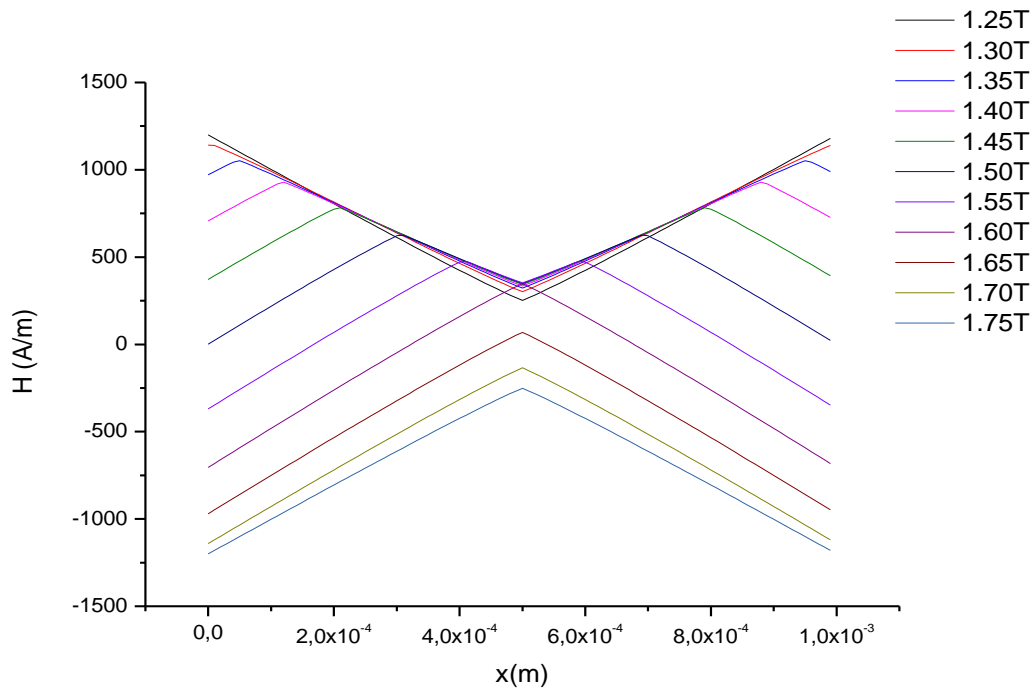


Σχήμα 4.45 Η διείσδυση του κανονικοποιημένου μαγνητικού πεδίου στην πλάκα για διαφορετικά πλάτη εναλλασσομένου πεδίου

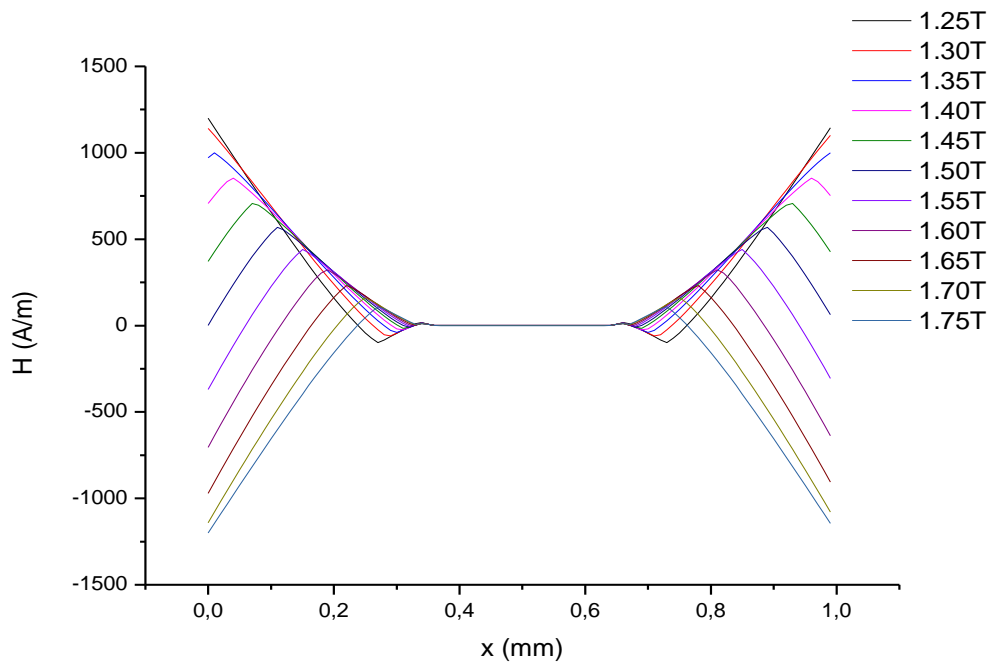


Σχήμα 4.46 Η κανονικοποιημένη μαγνήτιση στην πλάκα για διαφορετικά πλάτη εναλλασσόμενου πεδίου

4.3.2.4 Μικρή Χρονική Μεταβολή στην Ίδια Περίοδο



Σχήμα 4.47 Η διείδυση του μαγνητικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές σε μισή περίοδο ενώ έχει συμβεί πλήρης διείδυση



Σχήμα 4.48 Η διείδυση του μαγνητικού πεδίου στην πλάκα για διάφορες χρονικές στιγμές σε μισή περίοδο ενώ δεν έχει συμβεί πλήρης διείδυση

4.3.2.5 Γενικές Παρατηρήσεις Διείσδυσης Ηλεκτρομαγνητικών Μεγεθών

- Για μικρότερες τιμές κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος, είναι ευκολότερο να διεισδύσει το μαγνητικό πεδίο εσωτερικά του υλικού.
- Την στιγμή $t=T$, όπου το εξωτερικό πεδίο έχει την μέγιστη τιμή του, η πυκνότητα ρεύματος έχει ίδια τιμή με την κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος.
- Τα κεντρικά σημεία φαίνεται να καθυστερούν να αντιληφθούν την αλλαγή του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Πράγματι συμβαίνει αυτό που προβλέπει το μοντέλο του *Bean*, όταν αλλάζει κλίση το εξωτερικό πεδίο δημιουργούνται δινορεύματα που αντιστέκονται στις αλλαγές του μαγνητικού πεδίου εσωτερικά του υλικού.
- Για μεγάλες τιμές J_c , ώστε να μην συμβαίνει πλήρης διείσδυση του μαγνητικού πεδίου, δημιουργούνται κάποιες αιχμές (*Spikes*) κοντά στο πλάτος διείσδυσης του μαγνητικού πεδίου. Αυτές εμφανίζονται εξαιτίας της πολύ αργής χαλάρωσης του μαγνητικού πεδίου σε τέτοιες τιμές J_c και της αργής διείσδυσης (*Field Lag*) του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου εσωτερικά της πλάκας.
- Για μικρότερες τιμές του J_c η μαγνήτιση τείνει να αποκτάει όλα και περισσότερο τετραγωνική μορφή, δηλώνοντας μεγαλύτερη υστέρηση.
- Η αύξηση του n έχει παρόμοια συμπεριφορά με την αύξηση του J_c . Δεν επιτρέπει την εισαγωγή μεγάλης μαγνητικής ροής στο υλικό ενώ η μείωση του φαίνεται να αυξάνει την υστέρηση της μαγνήτισης.
- Αντίστοιχα, η αύξηση του πλάτους του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου τείνει να διεισδύει εσωτερικά γρηγορότερα για μικρότερα J_c και n .

Όλα αυτά συνιστούν καλές ενδείξεις για την λειτουργία της προσομοίωσης. Γνωρίζουμε πως όταν το J_c είναι μεγάλο, θα πρέπει να υπάρχει μεγαλύτερη δύναμη απαγκίστρωσης (ουσιαστικά δύναμη *Lorenz*) για να απομακρυνθεί από το κέντρο αγκύρωσης το φλαξόνιο. Αυτό συμβαίνει διότι η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος ορίζεται ως η πυκνότητα ρεύματος που η δύναμη *Lorenz* είναι ίση με την δύναμη αγκύρωσης. Συνεπώς, μεγάλα J_c οδηγούν γενικά σε μικρότερη διείσδυση του μαγνητικού πεδίου. Για $J_c > 10^7 A/m^2$ φαίνεται να υπάρχει τέλειος διαμαγνητισμός ενώ για $J_c \approx 10^7 A/m^2$ αρχίζει και εισχωρεί το μαγνητικό πεδίο.

Αντίστοιχα, το n εκφράζει τα φράγματα θερμικής ενεργοποίησης διά την θερμική ενέργεια. Αν έχει μεγάλη τιμή, θα πρέπει να έχει μεγαλύτερη ενέργεια το φλαξόνιο για να μεταπηδήσει σε νέα θέση. Επομένως μεγαλύτερο n δυσκολεύει τον ερπυσμό των φλαξονίων και την διείσδυση του μαγνητικού πεδίου. Όσον αφορά το H_{ac} , για ίδιες τιμές J_c και n το μαγνητικό πεδίο θα διεισδύει ευκολότερα εσωτερικά της πλάκας για μεγαλύτερα πλάτη πεδίου, όπως παρατηρείται και στην προσομοίωση.

4.3.3 Επιδεικτικότητα

Προκειμένου να συγκριθεί το μοντέλο με τα πειραματικά αποτελέσματα, θα χρειαστεί να υπολογιστεί η επιδεικτικότητα μέσω του πραγματικού και φανταστικού μέρους της :

$$\chi = \chi' - j\chi''$$

Όπου

$$\chi' = \frac{2}{T} \int_0^T M(t) \sin(\omega t) Dt$$

$$\chi'' = \frac{2}{T} \int_0^T M(t) \cos(\omega t) Dt$$

Με $M(t) = \frac{1}{a} \int_0^d h(x, t) dx$ η μέση μαγνήτιση στο υλικό.

Με βάση το πρότυπο που πάρθηκε και την προσέγγιση με σταθερές παραμέτρους, η εφαρμογή του στατικού μαγνητικού πεδίου δεν θα επηρεάζει την επιδεικτικότητα καθώς απλά προστίθεται ένας σταθερός όρος στην μέση μαγνήτιση . Οπότε δεν χρειάζονται άλλες προσομοιώσεις επιδεικτικότητας πέραν της $H_{dc} = 0$ όταν είναι σταθερές οι παράμετροι. Για να ενσωματωθεί η επιρροή του σταθερού μαγνητικού πεδίου στο σύστημα, θα πρέπει να ενσωματωθεί είτε στο n είτε στην κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος, το οποίο είναι δυνατόν να συμβεί σε επόμενο στάδιο, αφού παρατηρηθεί η συμπεριφορά της επιδεικτικότητας με διαφορετικά πλάτη εναλλασσόμενου πεδίου και διαφορετικά n . Για την εύρεση της επιδεικτικότητας με την θερμοκρασία, είναι απαραίτητη μια καλή διατύπωση σχέσης θερμοκρασίας με την πυκνότητα κρίσιμου ρεύματος. Στην βιβλιογραφία συναντιούνται σχέσης της μορφής: [38] [60].

$$J_c(T) = J_{co} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)^{\frac{5}{2}} \left(1 + \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$J_c(T) = J_{co} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right) \right)^{1.6}$$

Γενικά, ωστόσο, είναι πολύ δύσκολη η επιλογή της σχέσης κρίσιμου ρεύματος με θερμοκρασία καθώς οι αλλαγές φάσεως από VL-VG οδηγούν σε διαφορετικές σχέσεις θερμοκρασίας με κρίσιμο ρεύμα, ενώ σε κρίσιμες τιμές θερμοκρασίας, δηλαδή T_{peak} και κοντά στην κρίσιμη θερμοκρασία μετάβασης, παρατηρούνται διαφορετικές θερμοκρασιακές εξαρτήσεις [66] . Επίσης, η συμπεριφορά του YBCO με την θερμοκρασία δεν επηρεάζεται μόνο από τον θερμικό ερπυσμό, αλλά και από την κατανομή και τα είδη των κέντρων αγκύρωσης. Επιπλέον, σε μεγάλες θερμοκρασίες και πεδία ο βασικός μηχανισμός κίνησης των φλαξονίων είναι η κατάσταση ροής φλαξονίων (*Flux flow regime*) και όχι ο ερπυσμός ροής.

Προκειμένου να παρατηρηθεί η συμπεριφορά της επιδεκτικότητας με το n και τα πλάτη του εναλλασσόμενου πεδίου, θα επιλεγεί μία σχέση με την θερμοκρασία η οποία θα πρέπει να αλλάζει λίγο το J_c σε μεγάλες τιμές ώστε να παρατηρηθεί με λεπτομέρεια η συμπεριφορά της επιδεκτικότητας, η οποία είναι υπερβολικά ευαίσθητη με την θερμοκρασία κοντά στο T_{peak} .

$$J_c(T) = J_{co} e^{-\frac{15T}{T_c}} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$$

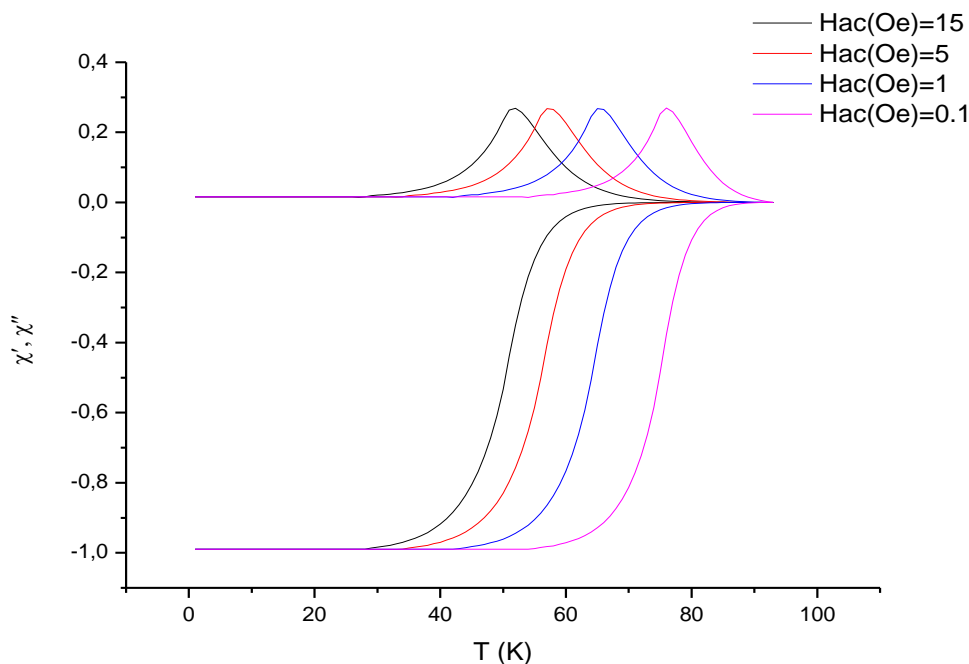
Με:

$$J_{co} = 2 \cdot 10^{+10} \frac{A}{m^2}$$

όπου για το δείγμα η θερμοκρασία μετάβασης με βάση τα πειραματικά δεδομένα είναι τα 93 Kelvin.

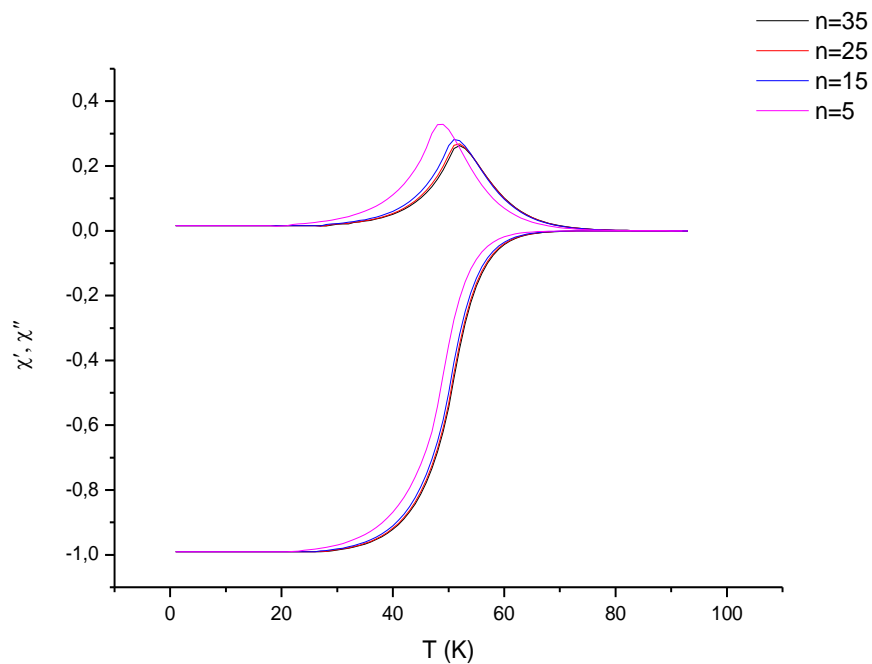
Από αυτές τις προσομοιώσεις θέλουμε να δούμε αν και πόσο αλλάζει το μέγιστο της μιγαδικής επιδεκτικότητας, με τον δείκτη n και το πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίου. Επειδή ο υπολογιστικός χρόνος των προσομοιώσεων είναι πάρα πολύ μεγάλος, δεν είναι δυνατόν να υπάρξει πολύ μικρό βήμα θερμοκρασίας (π.χ. τάξεως 0.05 Kelvin). Αυτό σημαίνει πως επειδή η εξάρτηση του κρίσιμου ρεύματος με την θερμοκρασία είναι μη γραμμική, το κρίσιμο ρεύμα για βήμα θερμοκρασίας 1 K θα αλλάζει γρήγορα με αποτέλεσμα να υπάρχει πιθανότητα να τύχει να μην πλησιάσει το J_c την τιμή του που μεγιστοποιεί το χ''_{max} για τα συγκεκριμένα n, H_{ac} . Για αυτό επιλέχθηκε μια τέτοια σχέση αρχικά, ώστε να παρατηρηθούν τα χ''_{max} σε σχέση με το J_c και τα n .

4.3.3.1 Προσομοίωση Επιδεκτικότητας για Διαφορετικά Πλάτη πεδίου και Σταθερό n



Σχήμα 4.49 Η επιδεκτικότητα για διαφορετικά πλάτη με $n=25$

4.3.3.2 Προσομοίωση Επιδεκτικότητας για Διαφορετικά n και Σταθερό Πλάτος Πεδίου



Σχήμα 4.50 Η επιδεκτικότητα για διαφορετικά $n=25$ με $H_{ac} = 15$ Oe

4.3.3.3 Επεξεργασία και Παρατηρήσεις Προσομοίωσης Επιδεκτικότητας

Είναι δυνατόν να γίνει μια σύγκριση των αποτελεσμάτων της εξίσωσης με το μοντέλο του *Bean*, το οποίο προβλέπει ότι το μέγιστο στην φανταστική επιδεκτικότητας εμφανίζεται όταν $H_{ac} = H_p = J_c \frac{d}{2}$. Αν το $2 \frac{H_{ac}}{J_c}$ είναι κοντά στο $d = 1$ mm, θα συνιστά επιπλέον ένδειξη πως το μέγιστο στην επιδεκτικότητα σχετίζεται με διείσδυση του μαγνητικού πεδίου σε όλο το υλικό.

Πίνακας 4.1 Τα κρίσιμα μεγέθη της προσομοίωσης για $n = 5$

$H_{ac}(Oe)$	$J_c(T_{peak})(\frac{A}{m^2})$	$\chi'(T_{peak})$	$\chi''(T_{peak})$	$2 \frac{H_{ac}}{J_c(T_{peak})}$ (mm)
0.1	$5,6 \cdot 10^4$	-0,38	0,32	0,28
1	$3,4 \cdot 10^5$	-0,35	0,32	0,47
5	$1,3 \cdot 10^6$	-0,37	0,32	0,61
15	$3 \cdot 10^6$	-0,37	0,32	0,80

Πίνακας 4.2 Τα κρίσιμα μεγέθη της προσομοίωσης για $n = 15$

$H_{ac}(Oe)$	$J_c(T_{peak})\left(\frac{A}{m^2}\right)$	$\chi'(T_{peak})$	$\chi''(T_{peak})$	$2\frac{H_{ac}}{J_c(T_{peak})}$ (mm)
0.1	23.124	-0,42	0,27	0,7
1	150.000	-0,32	0,27	1,0
5	749.219	-0,34	0,27	1,0
15	$2,4 \cdot 10^6$	-0,40	0,27	1,0

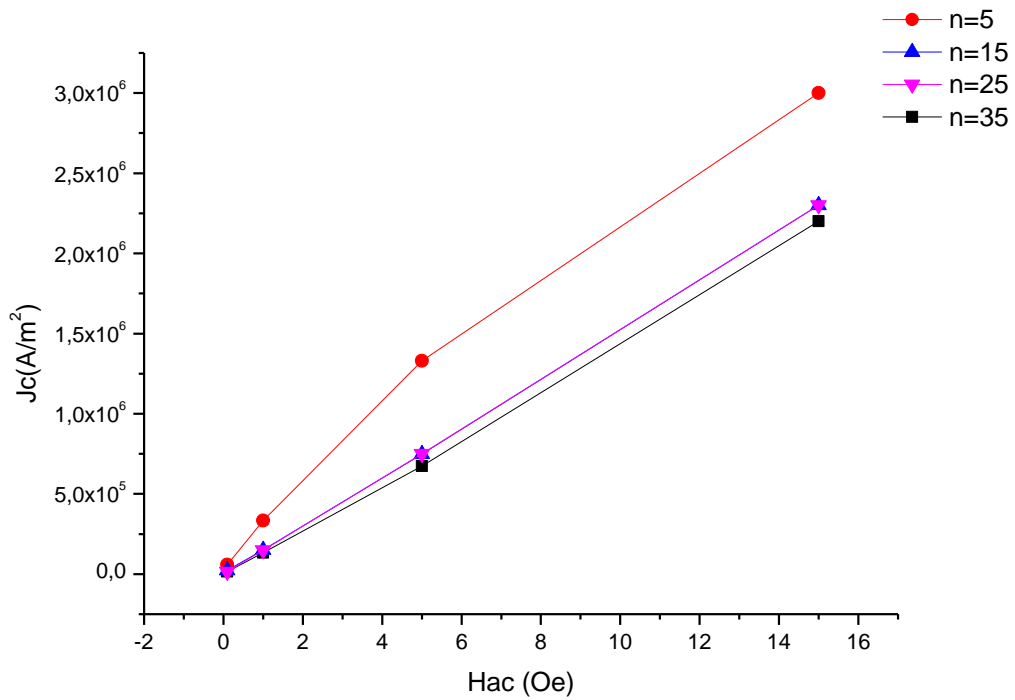
Πίνακας 4.3 Τα κρίσιμα μεγέθη της προσομοίωσης για $n = 25$

$H_{ac}(Oe)$	$J_c(T_{peak})\left(\frac{A}{m^2}\right)$	$\chi'(T_{peak})$	$\chi''(T_{peak})$	$2\frac{H_{ac}}{J_c(T_{peak})}$ (mm)
0.1	14.800	-0,30	0,25	1,1
1	147.993	-0,35	0,26	1,1
5	750.000	-0,38	0,26	1,0
15	$2.3 \cdot 10^6$	-0,37	0,26	1,2

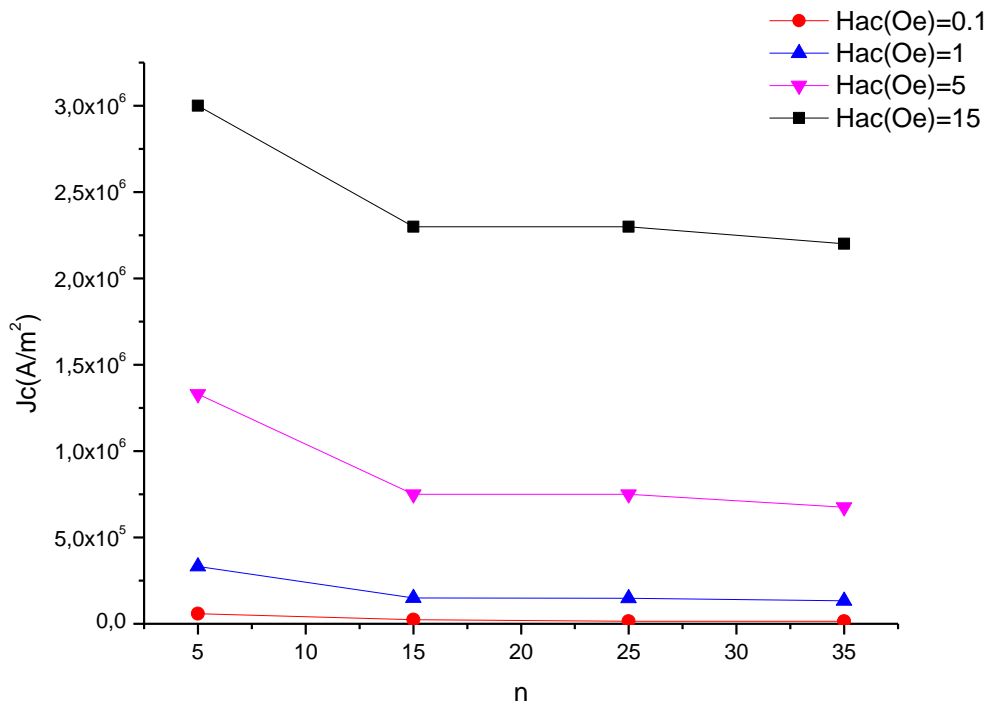
Πίνακας 4.4 Τα κρίσιμα μεγέθη της προσομοίωσης για $n = 35$

$H_{ac}(Oe)$	$J_c(T_{peak})\left(\frac{A}{m^2}\right)$	$\chi'(T_{peak})$	$\chi''(T_{peak})$	$2\frac{H_{ac}}{J_c(T_{peak})}$ (mm)
0.1	15.000	-0,34	0,25	1,0
1	133.194	-0,33	0,25	1,2
5	674.297	-0,35	0,25	1,1
15	$2,2 \cdot 10^6$	-0,41	0,25	1,1

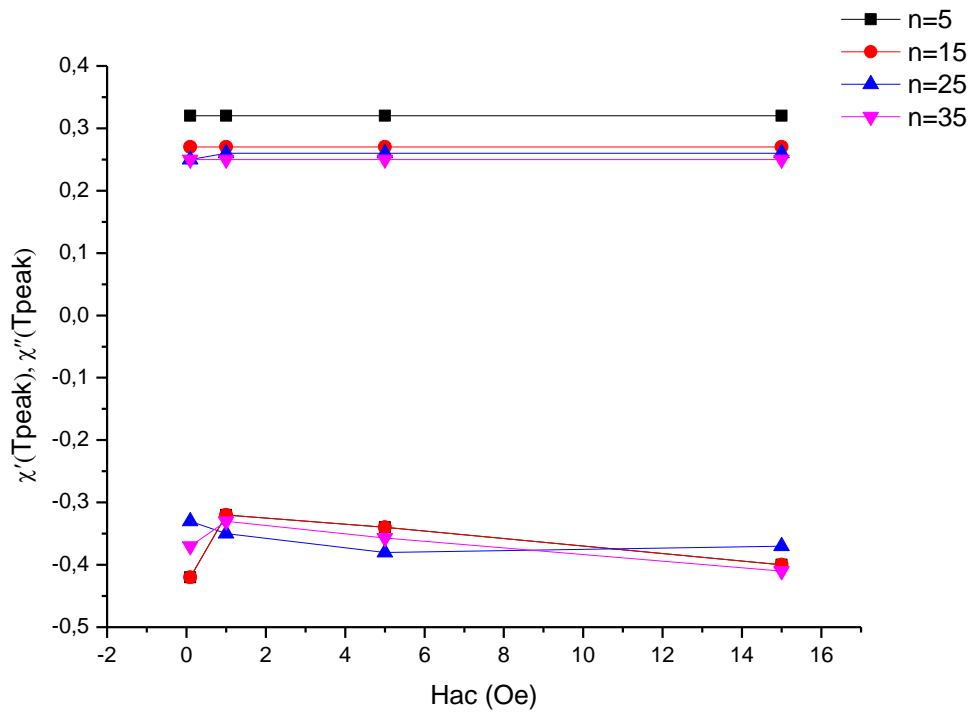
Παρακάτω παρουσιάζονται σχηματικά τα δεδομένα των πινάκων 4.1-4.4.



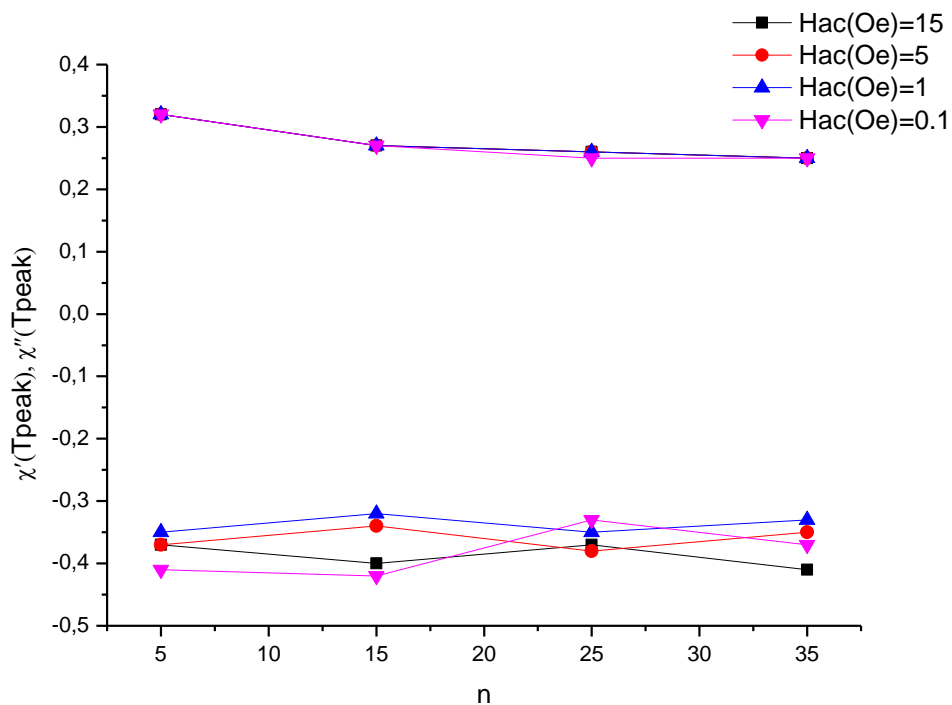
Σχήμα 4.51 Η εξάρτηση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών για διαφορετικούς παράγοντες n



Σχήμα 4.52 Η εξάρτηση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών για διαφορετικά εναλλασσόμενα πλάτη

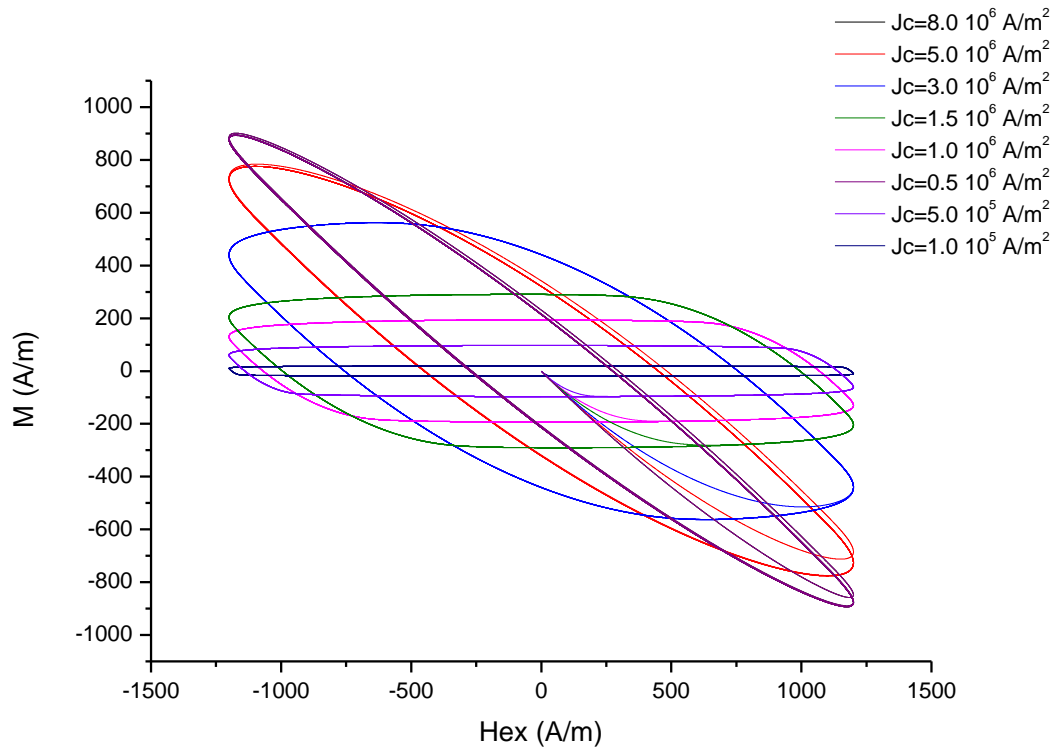


Σχήμα 4.53 Η εξάρτηση των δύο μερών της επιδεικτικότητας στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών με τον δείκτη n



Σχήμα 4.54 Η εξάρτηση των δύο μερών της επιδεικτικότητας στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών με εναλλασσόμενο πλάτος

Υπάρχουν περιπτώσεις που το μέγιστο δεν εμφανίζεται στην θερμοκρασία που έχει διεισδύσει πλήρως το μαγνητικό πεδίο, αλλά αφού έχει ήδη διεισδύσει σε χαμηλότερες θερμοκρασίες. Για $H_{ac} = 15 Oe$ και $n = 5$ το J_c που δίνει τις μέγιστες απώλειες είναι ίσο με $3 \cdot 10^6 A/m^2$ και η μαγνήτιση για τιμές εκεί κοντά σε αυτήν είναι:



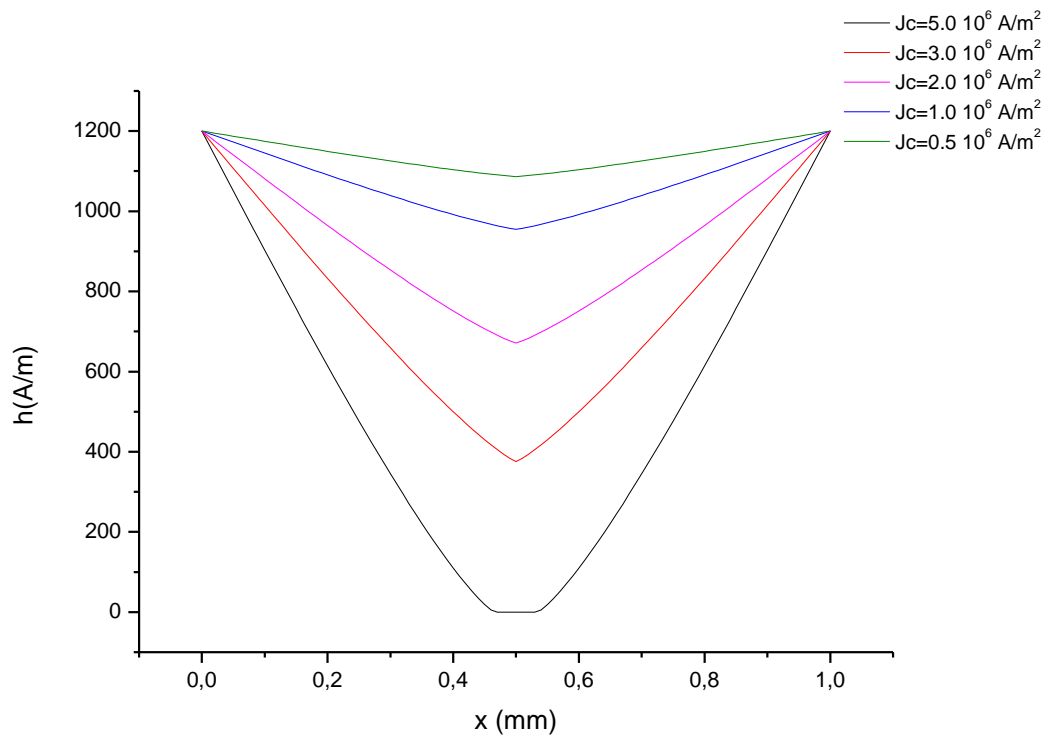
Σχήμα 4.55 Η μαγνήτιση για τιμές πολύ κοντά στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών

Φαίνεται ξεκάθαρα πως για $J_c = 3 \cdot 10^6 A/m^2$ το εμβαδόν της μαγνήτισης είναι μεγαλύτερο. Για θερμοκρασίες μεγαλύτερες των μέγιστων απωλειών, η μαγνήτιση παίρνει μικρότερες μέγιστες τιμές αλλά μένει περισσότερη ώρα κοντά σε αυτές ενώ για μικρότερες των μέγιστων απωλειών παίρνει όλο και μεγαλύτερες τιμές όπου και μένει πολύ λίγη ώρα εκεί. Θα υπέθετε κάποιος ότι σύμφωνα με τον πίνακα 4.1, επειδή δεν θα ισχύει η προσέγγιση του μοντέλου του *Bean* ότι:

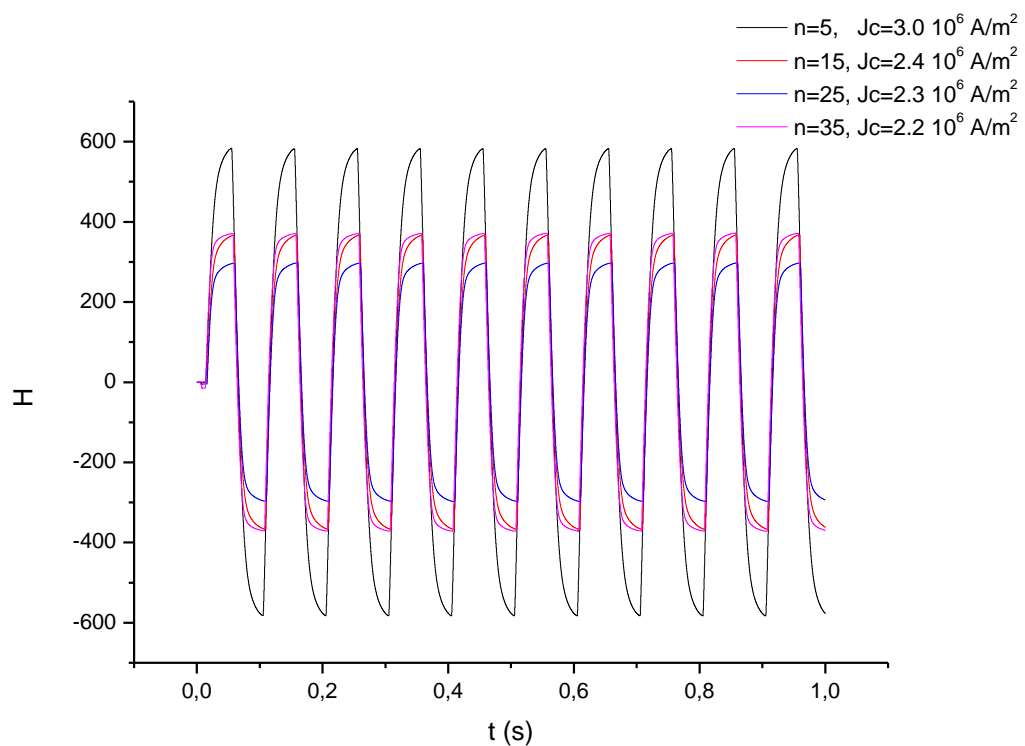
$$\frac{2 H_{ac}}{D} = J_c$$

οι μέγιστες απώλειες για μικρές τιμές του n εμφανίζονται ενώ έχει ήδη διεισδύσει εσωτερικά όλο το μαγνητικό πεδίο.

Για $n = 5$ και $H_{ac} = 15 Oe$ όπου το μέγιστο εμφανίζεται όταν $J_c(T) = 3.1 \cdot 10^6 A/m^2$, θα ισχύει για το κέντρο της πλάκας:



Σχήμα 4.56 Διεΐσδυση Μαγνητικού Πεδίου για τιμές πολύ κοντά στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών για $n=5$ για $t=T/4$



Σχήμα 4.57 Το Μαγνητικό πεδίο στο κέντρο της πλάκας στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών

Σε όλες τις περιπτώσεις το μαγνητικό πεδίο έχει διεισδύσει στο κέντρο της πλάκας σε θερμοκρασίες μικρότερες της θερμοκρασίας μέγιστων απωλειών. Από το σχήμα 4.55 παρατηρείται πως η μεταβολή του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο της πλάκας όταν αλλάζει το μαγνητικό πεδίο κλίση, είναι πολύ πιο απότομη από το κομμάτι που εισέρχεται ροή εσωτερικά του όγκου. Για μικρότερα n εισέρχεται πιο γρήγορα και εξέρχεται και πιο γρήγορα. Σύμφωνα με το μοντέλο του *Bean*, το μέγιστο των απωλειών εμφανίζεται όταν:

$$H_{ac} = \frac{4}{3} H_p$$

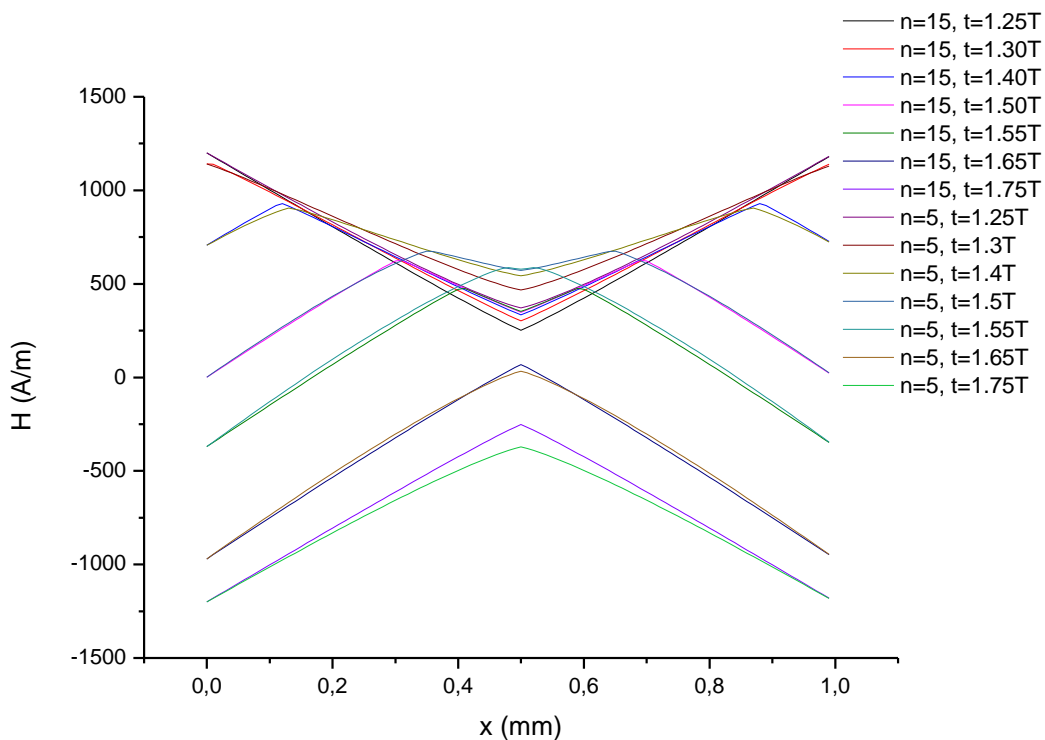
το οποίο σημαίνει ότι το κέντρο θα έχει τιμή ίση με:

$$H_{ac} - H_p = \frac{1}{4} H_{ac}$$

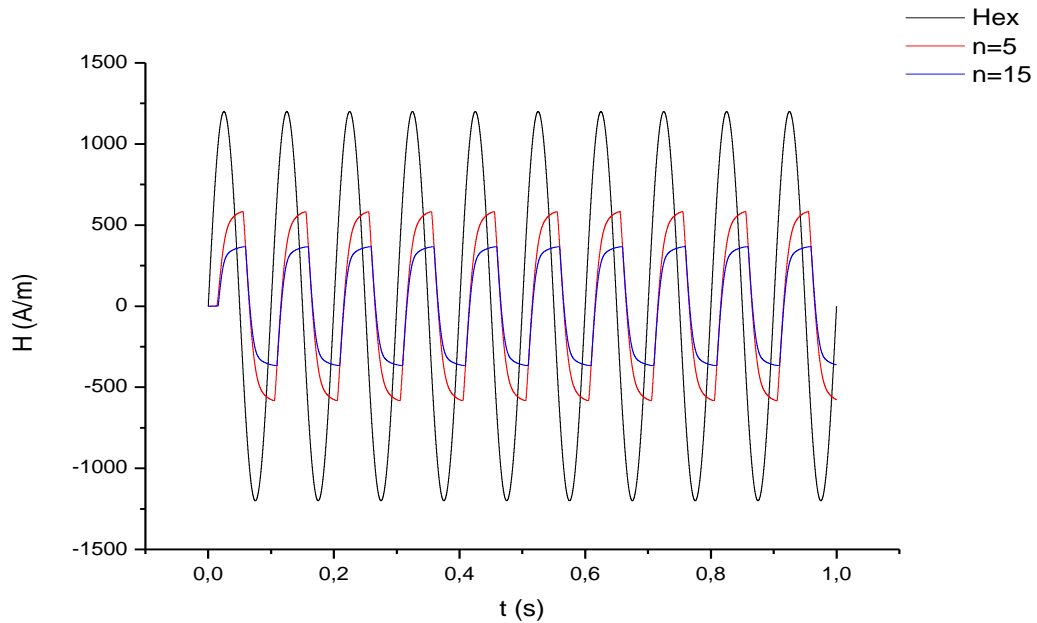
που σύμφωνα με το σχήμα 4.55 συμβαίνει για μεγάλες τιμές του n . Για μικρές τιμές του n οι μέγιστες απώλειες εμφανίζονται με μεγαλύτερη διείσδυση μαγνητικού πεδίου στην μέγιστη τιμή εξωτερικού πεδίου και είναι και περισσότερες. Για $n = 5$ το κέντρο της πλάκας φτάνει μέγιστη τιμή $H = 600 \frac{A}{m^2} = \frac{H_{ac}}{2}$ το οποίο σημαίνει ότι η διείσδυση συμβαίνει για:

$$\frac{H_{ac}}{2} = H_{ac} - H_p \rightarrow H_p = \frac{H_{ac}}{2}$$

Τα μειωμένα φράγματα θερμικής ενεργοποίησης οδηγούν σε πολύ μικρότερα πλάτη πλήρους διείσδυσης από αυτά που προβλέπει το μοντέλο του *Bean*.

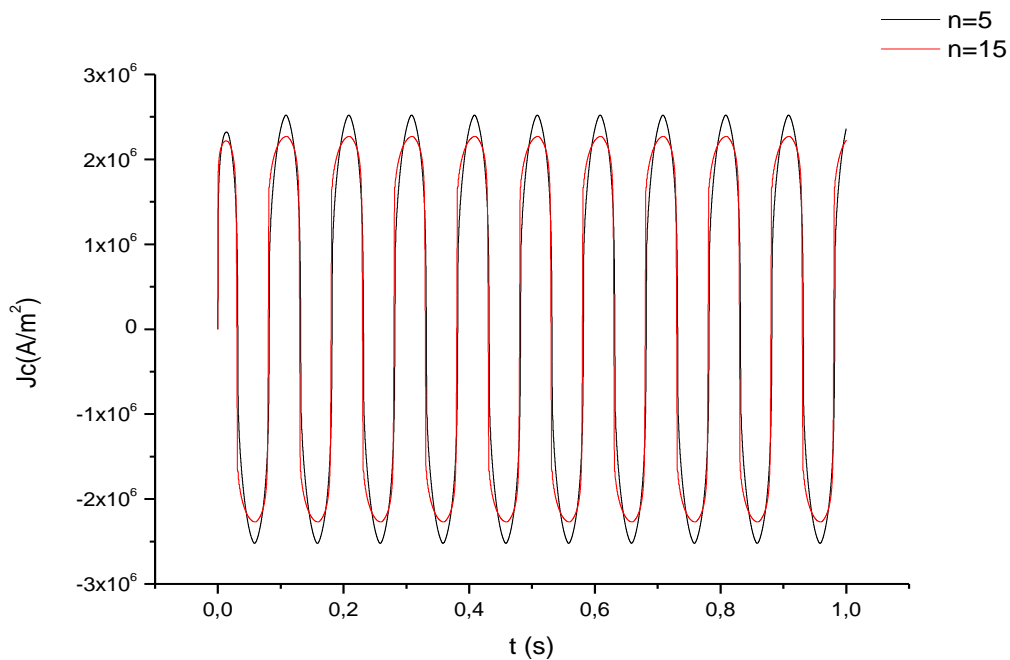


Σχήμα 4.58 H μεταβολή του μαγνητικού πεδίου στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών σε μισή περίοδο



Σχήμα 4.59 Το Μαγνητικό πεδίο στο κέντρο της πλάκας για διαφορετικά n και το εξωτερικό

Και εδώ φαίνεται πως για μικρά n εισχωρεί περισσότερο μαγνητικό πεδίο κοντά στο κέντρο της πλάκας. Δεν φταίει ότι το μαγνητικό πεδίο καθυστερεί περισσότερο σε σχέση με το εφαρμοσμένο όταν είναι μικρά τα n , αλλά ότι μπορεί να πάρει μεγαλύτερη μέγιστη τιμή εσωτερικά, με αποτέλεσμα η μέση τιμή της μαγνήτισης να καθίσταται μεγαλύτερη.



Σχήμα 4.60 Η πυκνότητα ρεύματος στις άκρες τις πλάκας στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών

Όπως φαίνεται, η πυκνότητα ρεύματος δεν μπορεί να πάρει τιμή μεγαλύτερη από $2.5 \cdot 10^6 A/m^2$ για n , το οποίο ωστόσο είναι μικρότερο από το $J_c = 3 \cdot 10^6 A/m^2$ εκεί πέρα. Το μικρότερο n ώθησε την διείδυση σε μικρότερες τιμές θερμοκρασίας αλλά το ρεύμα τότε δεν μπορεί να πάρει τιμή μεγαλύτερη από αυτή που προβλέπει το μοντέλο του *Bean*, $J_c = 2.4 \cdot 10^6 A/m^2$. Το ρεύμα, δηλαδή, παίρνει σχεδόν τις ίδιες μέγιστες τιμές αλλάζοντας το n , αλλά ταυτόχρονα έχει αλλάξει και η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος με αποτέλεσμα να αλλάξει η αντίσταση του υλικού. Ενώ επιτρέπεται το ρεύμα να πάρει μεγαλύτερη τιμή, δεν μπορεί γιατί αυξήθηκε η αντίσταση του υλικού. Η μείωση των φραγμάτων θερμικής ενεργοποίησης αλλάζει την αντίσταση του υλικού αλλά όχι έντονα το ρεύμα. Παύει να τηρείται το μοντέλο του *Bean*.

4.3.3.3.1 Επίδραση J_c

Φαίνεται πως η σχέση του $J_c(T_{peak})$ με το H_{ac} είναι σχεδόν γραμμικής φύσεως, κάτι που συμβαδίζει με το μοντέλο του *Bean*. Για την ακρίβεια, οι τιμές του κρίσιμου ρεύματος που εμφανίζεται η κορυφή της μιγαδικής επιδεκτικότητας για $n > 15$ είναι $J_c \sim 2 H_{ac}/d$, το οποίο συμβαδίζει με πλήρη διείδυση μαγνητικού πεδίου όταν το εναλλασσόμενο πεδίο είναι ίσο με το πεδίο διείδυσης του κρίσιμου μοντέλου του *Bean*. Από την άλλη πλευρά, το J_c φαίνεται να μειώνεται ελαφρώς με αύξηση του n . Για μικρά n οι μέγιστες απώλειες εμφανίζονται αφού έχει διεισδύσει πλήρως το μαγνητικό πεδίο.

Όσον αφορά το εύρος των κορυφών, φαίνεται για μεγαλύτερα H_{ac} να μειώνονται ελαφρώς. Αυτό είναι λογικόν καθώς μεγαλύτερα πλάτη H_{ac} οδηγούν τον μηχανισμό ερπυσμού σε μικρότερες θερμοκρασίες, όπου η αλλαγή του J_c είναι πιο γρήγορη με βάση την εξίσωση που επιλέξαμε.

Η μέγιστη τιμή της μιγαδικής επιδεκτικότητας δεν μεταβάλλεται με το πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίου, κάτι το οποίο δεν συνάδει με τα πειραματικά δεδομένα. Παρόμοια έλλειψη εξάρτησης του χ'' από H_{ac} έχει βρεθεί και σε άλλες προσομοιώσεις [67].

Ένα από τα προβλήματα της προσομοίωσης για κρυσταλλικό *YBCO* είναι πως οι τιμές της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος κοντά στις θερμοκρασίες μας είναι δεν είναι τόσο κοντά στις πειραματικές. Οι μετρήσεις κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος σε *YBCO* που γίνονται στην θερμοκρασία του υγρού Αζώτου (77K) πλησιάζουν το $J_c(77K) = 10^8 A/m^2$. Αυτό δεν συνάδει με τις τιμές της προσομοίωσης που είναι μέγιστες οι απώλειες για $H_{ac} = 5K0e$ ($J_c(64K) = 3 \cdot 10^6 A/m^2, J_c(68K) = 2.5 \cdot 10^6 A/m^2, J_c(72.5K) = 1.5 \cdot 10^6 A/m^2$), ακόμη και αν ληφθεί υπόψιν η επίδραση της μείωσης του J_c με το μαγνητικό πεδίο, όπου για 0.5 Tesla στατικό πεδίο, η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος μπορεί να μειωθεί ως και περίπου 10 φορές [68]. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως το μοντέλο είναι μονοδιάστατο. Το δείγμα ωστόσο είναι τρισδιάστατο με την τρίτη διάσταση μεγαλύτερη. Είναι πιο δύσκολο να ρεύματα *Meissner* να θωρακίσουν τόσο όγκο, ειδικά εφόσον το μαγνητικό πεδίο εισχωρεί κάθετα εσωτερικά της πλάκας από την μεγάλη πλευρά. Θα μπορούσε να διεισδύσει πιο γρήγορα το μαγνητικό πεδίο, σε μικρότερες θερμοκρασίες, οδηγώντας την πλήρη διείδυση να συμβεί σε μεγαλύτερες τιμές κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος. Σε κάθε περίπτωση, ωστόσο, το ταίριασμα της συνάρτησης της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος της προσομοίωσης με τα πειραματικά δεδομένα, είναι ένδειξη ότι με την μετατροπή του μοντέλου σε τρισδιάστατο

και λαμβάνοντας υπόψιν την ανισοτροπία, θα είναι δυνατό το πραγματικό ταίριασμα μόνο με μετρήσεις μαγνητικής επιδεκτικότητας.

4.3.3.3.2 Επίδραση n

Για μεγάλες τιμές του n δεν αλλάζει η μέγιστη τιμή της μιγαδικής επιδεκτικότητας, ενώ για μικρές τιμές του n μεταβάλλεται. Η αύξηση του n οδηγεί σε μικρότερες τιμές το μιγαδικό μέρος της επιδεκτικότητας. Το n εκφράζει τον λόγο $\frac{U_o}{kT}$, με το U_o κανονικά να είναι της μορφής $U_o(T, H)$. Εδώ θεωρήθηκε το $n = \frac{U_o}{kT}$ σταθερό. Συνεπώς, η μείωση της μιγαδικής επιδεκτικότητας για μεγαλύτερα n ισοδυναμεί με μείωση των απωλειών για αύξηση του δυναμικού ενεργοποίησης θερμικών αλμάτων.

Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να εξηγήσει και το πειραματικό αποτέλεσμα της αύξησης της μιγαδικής επιδεκτικότητας για μεγαλύτερο εναλλασσόμενο πεδίο. Το μεγαλύτερο εναλλασσόμενο πεδίο επηρεάζει την ενέργεια θερμικού άλματος με τέτοιο τρόπο ώστε να παγιδεύεται περισσότερη μαγνήτιση εσωτερικά του όγκου. Βάζοντας, δηλαδή, μια εξάρτηση του $n(H_{ac})$ τέτοια ώστε να μειώνεται το n για μεγαλύτερο H_{ac} , το μέγιστο της μιγαδικής επιδεκτικότητας θα αυξανόταν για μεγαλύτερα H_{ac} όπως φάνηκε στα πειραματικά δεδομένα. Με μια κατάλληλη συνάρτηση του $n(H_{ac})$ είναι δυνατόν να γίνει ταίριασμα της προσομοίωσης στα πειραματικά δεδομένα.

Με βάση τις προσομοιώσεις μας, είναι ξεκάθαρο πως οι μικρότερες τιμές του $n = \frac{U_o}{kT}$ οδηγούν σε μεγαλύτερη διείσδυση του μαγνητικού πεδίου εσωτερικά του υλικού. Αν και ο ρυθμός με τον οποίο χαλαρώνει η μαγνήτιση είναι σχεδόν ίδιος για όλα τα φράγματα ενεργοποίησης, τα μικρότερα n οδηγούν σε εισχώρηση περισσότερου μαγνητικού πεδίου στα κεντρικά σημεία της πλάκας στα κομμάτια που αυξάνεται το εξωτερικό πεδίο κατά απόλυτη τιμή. Τα φράγματα ενεργοποίησης δηλαδή, επηρεάζουν περισσότερο την εισχώρηση της ροής στον άδειο όγκο, παρά την αποχώρηση της ροής από τον γεμάτο όγκο. Συνιστούν λόγο για να εισέλθει η ροή εσωτερικά, αλλά στην αποχώρηση της ροής παίζει μεγαλύτερο ρόλο η αλληλοαπώθηση των φλαξονίων. Από το σχήμα 4.57 παρατηρείται πως για μικρότερα n , η μείωση της εισόδου μαγνητικής ροής που συμβαίνει, όταν πλέον μπορεί και διεισδύει πλήρως η ροή μέσα σε έναν κύκλο, αποτρέπεται πολύ λιγότερο, με την μαγνήτιση να διατηρεί την ίδια μέγιστη τιμή πολύ λιγότερο σε σύγκριση με τα άλλα φράγματα δυναμικού.

Ωστόσο, ακόμη και για μικρές τιμές του n , δεν μπορεί η προσομοίωση να δώσει τις μεγάλες τιμές χ''_{max} που εμφανίζονται για $H_{dc} = 0$ ούτε τις πολύ μικρές τιμές που εμφανίζονται για μεγαλύτερες τιμές του H_{dc} . Τα όρια των τιμών μέγιστης επιδεκτικότητας που εμφανίζονται είναι 0.25 για $n > 51$ (περίπου όπως στο μοντέλο του *Bean*) έως 0.368 για $n = 3$.

Με παρατήρηση των πειραματικών δεδομένων του κεφαλαίου 3, φαίνεται πως τα εύρη των κορυφών της μιγαδικής επιδεκτικότητας έχουν μια σχετικά ίση διασπορά αριστερά και δεξιά – ο λόφος μειώνεται με ίδιους ρυθμούς. Έστω ότι το n έχει δυνατή θερμοκρασιακή εξάρτηση. Τότε αν είμασταν σε μια κορυφή της επιδεκτικότητας και πηγαίναμε αριστερά ή δεξιά, εφόσον το n θα άλλαζε έντονα με την θερμοκρασία και γνωρίζουμε πως το n αλλάζει

την τιμή θερμοκρασίας μέγιστων απωλειών (μέσω της επίδρασης του $J_c(T_{peak})$), θα επηρέαζε τα εύρη των κορυφών.

Αν το n αυξανόταν με την θερμοκρασία, δεξιά του T_{peak} θα αυξανόταν το n και συνεπώς θα μειωνόταν το $J_c(T_{peak})$ αλλά επίσης θα μειωνόταν το J_c το οποίο επειδή θα ήταν ακόμη κοντά στην τιμή του $J_c(T_{peak})$ θα διατηρούσε μεγάλη τιμή στην φανταστική επιδεκτικότητα, κάνοντας το δεξιό κομμάτι του λόφου πιο ευρύ. Αν αυξανόταν γρήγορα με την θερμοκρασία ώστε να διατηρεί το $J_c(T_{peak})$ κοντά στο J_c θα είχε πιο ευρής κορυφές. Από την άλλη πλευρά, αριστερά του T_{peak} θα μειωνόταν το n και συνεπώς θα αυξανόταν το $J_c(T_{peak})$ αλλά επίσης θα αυξανόταν το J_c το οποίο επειδή θα ήταν ακόμη κοντά στην τιμή του $J_c(T_{peak})$ θα διατηρούσε μεγάλη τιμή στην φανταστική επιδεκτικότητα, κάνοντας το αριστερό κομμάτι του λόφου πιο ευρύ. Ωστόσο, αν το n μειωνόταν με την θερμοκρασία κοντά στο T_{peak} , θα έκανε πιο στενές τις κορυφές. Αν μειωνόταν γρήγορα με την θερμοκρασία ώστε να διατηρεί το $J_c(T_{peak})$ μακριά από J_c θα είχε πιο στενές κορυφές

Για να συνάδει αυτή η λογική με τα πειραματικά αποτελέσματα, εφόσον το H_{ac} οδηγεί σε χαμηλότερα T_{peak} με κορυφές σχεδόν το ίδιο ευρείς, το n θα πρέπει να έχει πολύ αδύναμη θερμοκρασιακή εξάρτηση. Μπορεί έτσι να θεωρηθεί πως το n είναι σχεδόν ανεξάρτητο από την θερμοκρασία κοντά στο T_{peak} , κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται και από ταίριασμα των δεδομένων της προσομοίωσης στα πειραματικά.

Κάποιος θα περίμενε πως το $n(T)$ θα έπρεπε να μειώνεται με την θερμοκρασία, εφόσον είναι ανάλογο του φράγματος θερμικού άλματος. Ωστόσο, αν το φράγμα θερμικού άλματος έχει μια εξάρτηση της μορφής [69]:

$$U(T) = U_o \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{4.8}$$

θα είναι:

$$n(T) = U_o \frac{\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{4.8}}{\kappa T}$$

το οποίο δεν μειώνεται σε όλο το θερμοκρασιακό εύρος του υπεραγωγού.

4.3.3.3.3 Ταίριασμα Παραμέτρων

Το μοντέλο προσομοίωσης ταιριάζει με πολλά πειραματικά δεδομένα υποδηλώνοντας ότι όντως πρόκειται για απώλειες υστέρησης. Δυστυχώς, ο υπολογιστικός χρόνος που χρειάζεται μια άμεση εξάρτηση του n από την θερμοκρασία ή το μαγνητικό πεδίο είναι τεράστιος (παραπάνω από ολόκληρη ημέρα για μία καμπύλη επιδεκτικότητας) δυσχεραίνοντας το άμεσο ταίριασμα των παραμέτρων.

Για πρακτικούς σκοπούς, είναι θεμιτό να βρεθούν εξαρτήσεις κρίσιμων μεγεθών χρησιμοποιώντας την επιδεκτικότητα, κυρίως εξαιτίας της ευκολίας πειραματικής μέτρησης της. Εντούτοις, είναι αρκετά δύσκολο να βρει κάποιος εξαρτήσεις μεταξύ των κρίσιμων μεγεθών στην κατάσταση ερπυσμού ροής. Κάθε δείγμα έχει διαφορετική κατανομή ατελειών, διαφορετικό ποσοστό κόκκων και διαφορετική δομή, κάνοντας διαφορετικές τις εξαρτήσεις των μεγεθών κάθε φορά. Αυτό δυσχεραίνει την επιλογή μιας σχέσης ενός μεγέθους, με βάση το οποίο να δύναται να βρεθούν τα υπόλοιπα. Αν π.χ. γνωρίζαμε με

βεβαιότητα την εξάρτηση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος από την θερμοκρασία και του δυναμικού θερμικού άλματος, θα μπορούσε να ταιριάζουμε την εξάρτηση της από το στατικό μαγνητικό πεδίο και το εναλλασσόμενο έτσι ώστε οι τιμές θερμοκρασίας που εμφανίζεται το μέγιστο της μιγαδικής επιδεκτικότητας να συμβαδίζει με τις πειραματικές.

Έχοντας δει πλέον την εξάρτηση της επιδεκτικότητας με το n και J_c , μπορούμε να επιλέξουμε μια θερμοκρασιακή σχέση για την κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος ώστε να ταιριάζει περισσότερο στα πειραματικά δεδομένα. Ουσιαστικά, ιδανικό θα ήταν να βρεθούν αντίστοιχα T_{peak} και παρόμοια εύρη κορυφών. Με βάση την θεωρία GL η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος είναι :

$$J_c = \frac{c\Phi_0}{\lambda^2 \xi}$$

Τοποθετώντας τυπικές τιμές για το YBCO ($\lambda \approx 290 \text{ nm}$, $\xi \approx 35 \text{ nm}$) ισχύει:

$$J_{c0} \approx 5 \cdot 10^7 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} = 5 \cdot 10^{11} \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

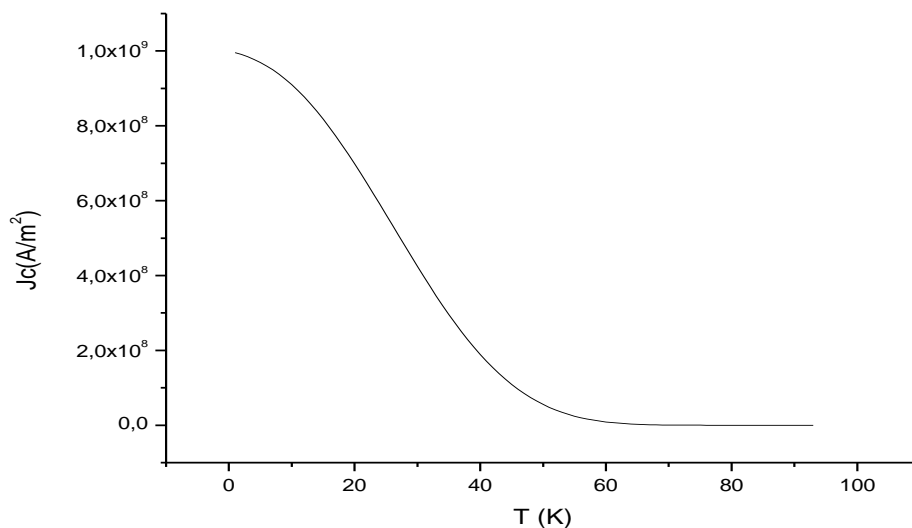
Άλλες μετρήσεις δείχνουν ότι για κρύσταλλο YBCO είναι [70] :

$$J_{c0}(H_{dc} = 0 \text{ T}) = 10^{10} \text{ A/m}^2$$

Το οποίο είναι πολύ κοντά στο θεωρητικό. Φαίνεται πως μαγνητικό πεδίο 0.5 Tesla μπορεί να μειώσει το κρίσιμο ρεύμα έως και 10 φορές. Η κλίση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος με την θερμοκρασία είναι σχετικά μικρή για μεγάλες τιμές θερμοκρασίες, με αποτέλεσμα βρίσκοντας τον λόγο της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος στην γνωστή θερμοκρασία των 77K προς την τιμή που δίνει η προσομοίωση, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε με αυτόν τον λόγο τις τιμές για T_{peak} και να βρούμε κάτι προσεγγιστικά σωστό.

Μετά από πολλούς πειραματισμούς, επιλέχθηκε η σχέση:

$$J_c(T) = J_{c0} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{0.38} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{2.36}\right)^{9.88}$$



Σχήμα 4.61 Η συνάρτηση $J_c(T)$

Το ταίριασμα των παραμέτρων δεν είναι ιδανικό, καθώς πολλές εξαρτήσεις δεν είναι γνωστές, αλλά θα μπορέσει να δώσει παρόμοιες τιμές με τις πειραματικές και να δείξει ότι με βάση το μοντέλο προσομοίωση και τις μετρήσεις επιδεκτικότητας είναι δυνατή η μέτρηση και εύρεση κρίσιμων μεγεθών. Υποθέσεις στην βιβλιογραφία για την εξάρτηση του φράγματος ενεργοποίησης από θερμοκρασία και μαγνητικό πεδίο είναι της μορφής [71]:

$$U(T, H) \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^a H^b$$

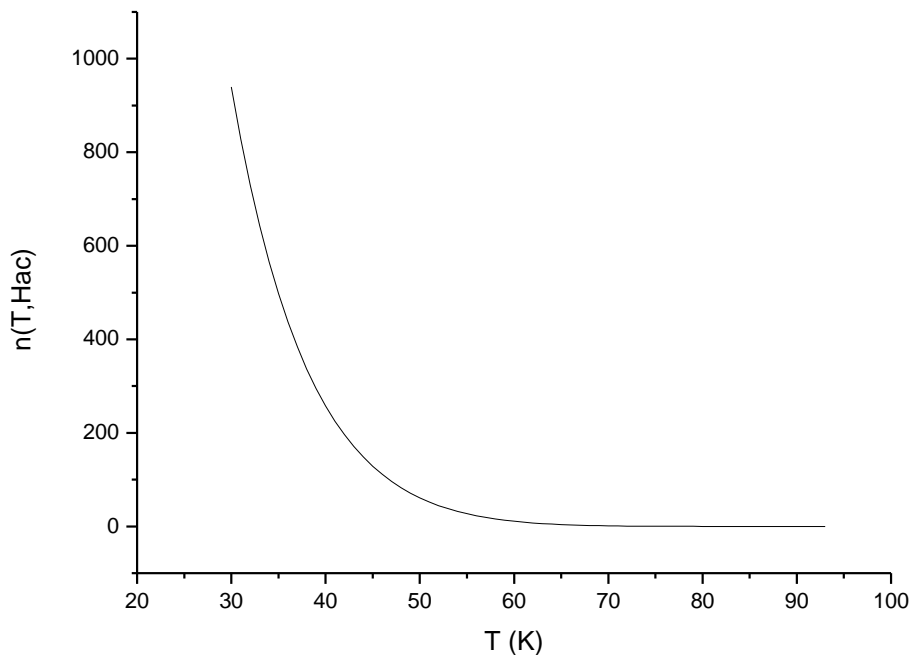
Για το ταίριασμα των παραμέτρων στην περίπτωση των $H_{dc}=5kOe$, ισχύει:

$$\alpha = 5.82, b = -1.572$$

Προτείνεται ότι οι εξαρτήσεις του n είναι:

$$n(T, H_{ac}) = 19.2 \cdot 10^6 \frac{\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{5.82}}{T} H_{ac}^{-1.572}$$

Η εξάρτηση της συνάρτησης με την θερμοκρασία φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.62 Η συνάρτηση του $n(15 Oe, T)$

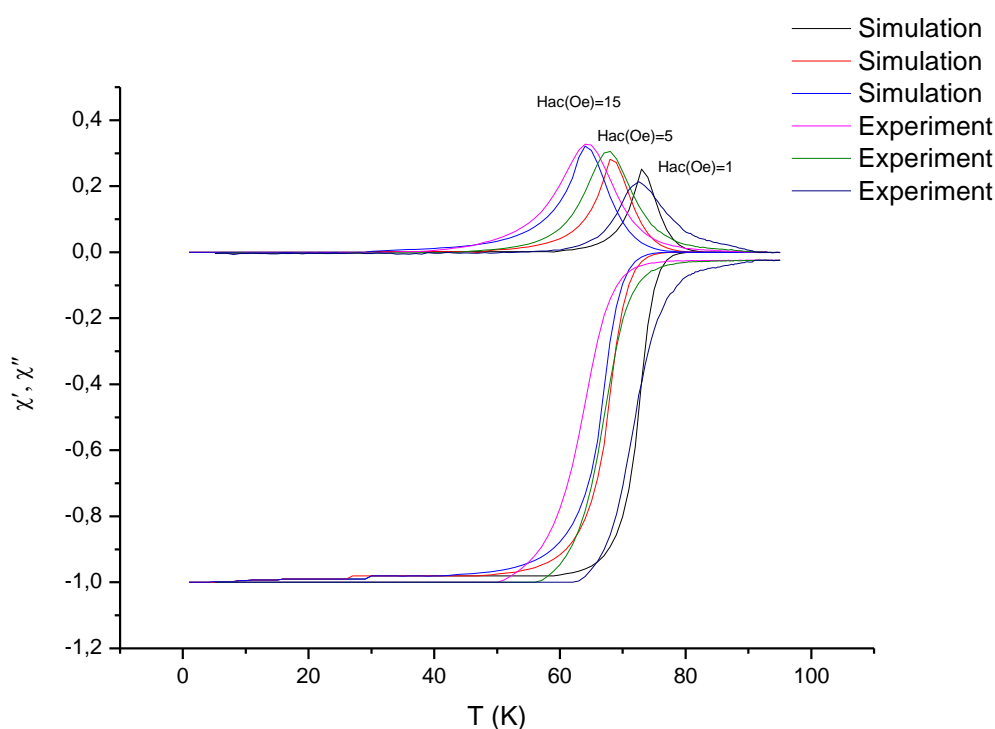
το οποίο είναι πράγματι μια συνάρτηση που μεταβάλλεται αργά για θερμοκρασίες κοντά στο T_{peak} για κάθε διαφορετικό H_{ac} και συνεπώς η προσομοίωση για ανεξάρτητο της θερμοκρασία n μπορεί να θεωρηθεί έγκυρη. Κάτι τέτοιο βέβαια σημαίνει πως μακριά από τις χαμηλές θερμοκρασίες το φράγμα δυναμικού είναι σχεδόν ανάλογο της θερμικής ενέργειας kT . Επιπλέον, φαίνεται πως για πολύ μικρές θερμοκρασίες το φράγμα δυναμικού γίνεται τεράστιο, το οποίο είναι το αναμενόμενο εφόσον δεν θα πραγματοποιείται ερπυσμός. Θα εξακολουθήσει όμως να είναι πεπερασμένο ακόμη και για πολύ μικρές

θερμοκρασίες όπως προβλέπουν οι πειραματικές ενδείξεις. Πιθανόν το μοντέλο ερπυσμού να είναι σωστό και σε χαμηλές θερμοκρασίες, ώστε να μην απαιτούνται θεωρίες όπως η θεωρία κβαντικού συντονισμού ροής. Έτσι, επιλέγεται:

$$n = 5, H_{ac} = 15 Oe$$

$$n = 11, H_{ac} = 5 Oe$$

$$n = 41, H_{ac} = 1 Oe$$



Σχήμα 4.63 Ταίριασμα στις μετρήσεις για στατικό πεδίο 5KOe

Το γεγονός ότι το μοντέλο δεν μπορεί να πετύχει τις τιμές αφού εμφανίστηκε το φαινόμενο κορυφής μπορεί να οφείλεται στα εξής:

- Αλλαγή φάσης του υλικού που οδηγεί σε διαφορετική σχέση $E - J$ για ερπυσμό ροής
- Δεν υπάρχει πλέον ερπυσμός ροής στο υλικό
- Το μοντέλο δεν είναι επαρκές (κυρίως γιατί είναι μονοδιάστατο)

Υπάρχουν πολλές ενδείξεις ότι οι απώλειες είναι υστερητικής φύσεως και αφορούν τον ερπυσμό ροής. Κάποιες από αυτές είναι η μικρή επίδραση της συχνότητας, η μορφή της καμπύλης και οι τιμές της επιδεκτικότητας κοντά στο μοντέλο του *Bean* αλλά και της προσομοίωσης μας, καθώς και η μείωση του T_{peak} με το H_{ac} όπως και με το H_{dc} . Επίσης, όπως παρατηρήθηκε, το μοντέλο ερπυσμού μπορεί να εξηγήσει την πειραματική αύξηση της

απώλειας φάσης μαγνήτισης με εξωτερικό μαγνητικό πεδίο λόγω μείωσης των δυναμικών ενεργοποίησης θερμικών αλμάτων.

Με βάση αυτά, είναι λογικών εφόσον οι καμπύλες των δύο μερών της επιδεκτικότητας δεν αλλάζουν μορφή για μηδενικό στατικό πεδίο αλλά και όταν εμφανίστηκε το φαινόμενο κορυφής, να υπάρχει θερμικός ερπυσμός ακόμη και σε αυτές τις συνθήκες. Το μοντέλο δεν μπορεί να προσομοιώσει τις τιμές αφού εμφανίστηκε το φαινόμενο κορυφής διότι, ναι μεν υπάρχει θερμικός ερπυσμός, αλλά άλλαξε η σχέση $E - J$, κατά πάσα πιθανότητα εξαιτίας αλλαγής φάσεως του υλικού όπως προβλέπουν τα περισσότερα θεωρητικά μοντέλα. Διαφορετικά, φτάνει το γεγονός πως το μοντέλο είναι μονοδιάστατο και δεν λαμβάνει υπόψιν την ανισοτροπία του υλικού.

4.3.4 Συμπεράσματα Προσομοίωσης

- Το κρίσιμο μοντέλο του *Bean* είναι ικανοποιητική προσέγγιση για μεγάλα φράγματα θερμικού άλματος.
- Το μοντέλο ερπυσμού των *Kim-Anderson* μπορεί να δώσει την σωστή μορφή των καμπύλων επιδεκτικότητας, δίνοντας ισχυρή ένδειξη πως οι A_c απώλειες είναι πράγματι υστερητικής φύσεως. Η πειραματική σχέση $E \sim J^n$ οδηγεί σε συμπεριφορά του υπεραγωγού παρόμοια με αυτήν που προβλέπει το μοντέλο του *Bean*.
- Η αύξηση της μιγαδικής επιδεκτικότητας εξαιτίας του H_{ac} οφείλεται πιθανόν στην μείωση του φράγματος θερμικού άλματος, το οποίο αντιπροσωπεύεται μέσω του παράγοντα n . Η μείωση του παράγοντα n φαίνεται να διευκολύνει την είσοδο της ροής αλλά να έχει μικρότερη επίδραση στην έξοδο της.
- Το μέγεθος του φράγματος θερμικού άλματος επηρεάζει την θερμοκρασία που θα εμφανιστούν οι μέγιστες απώλειες.
- Είναι δυνατόν ταιριάζοντας μετρήσεις επιδεκτικότητας με το προτεινόμενο μοντέλο προσομοίωσης να βρεθούν θερμοκρασιακές και μαγνητικές σχέσεις μεταξύ κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος και φράγματος θερμικής ενεργοποίησης.
- Το φαινόμενο κορυφής σχετίζεται με πιθανή αλλαγή της σχέσης $E - J$ του υλικού και εμφανίζει τιμές απωλειών που δεν μπορούν να περιγραφούν με το μοντέλο προσομοίωσης.
- Υπάρχει μικρή θερμοκρασιακή εξάρτηση του φράγματος ενεργοποίησης κοντά στις θερμοκρασίες που συμβαίνει ο ερπυσμός ροής για μεγάλες τιμές εναλλασσόμενου πεδίου.

Με βάση όλα αυτά μπορεί κίόλας να φανεί η αξία των μετρήσεων επιδεκτικότητας. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο προσομοίωσης με μετρήσεις επιδεκτικότητας είναι δυνατή η εύρεση φαινομένων όπως του φαινομένου κορυφής από τις αλλαγές τις θερμοκρασίας μέγιστων απωλειών. Είναι δυνατόν να γίνει ταίριασμα δεδομένων και να βρεθούν σημαντικά

μεγέθη όπως η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος ή η εξάρτηση των φραγμάτων ενεργοποίησης από θερμοκρασία και μαγνητικά πεδία καθώς και να υπολογιστούν οι απώλειες εναλλασσόμενου ρεύματος.

4.4 Μειονεκτήματα Μοντέλου Προσομοίωσης

- Είναι μονοδιάστατο.
- Είναι μακροσκοπικής φύσεως
- Θεωρείται σταθερό το E_c
- Θεωρεί ίδια σχέση $E - J$ για όλο το θερμοκρασιακό εύρος και όλα τα μαγνητικά πεδία
- Δεν μπορεί να δώσει τιμές μεγαλύτερες του 0.368 και μικρότερες του 0.24 για το μέγιστο της μιγαδικής επιδεκτικότητας
- Για μικρά πλάτη H_{ac} δεν μπορεί να περιγράψει την καμπύλη επιδεκτικότητας
- Μεγάλος υπολογιστικός χρόνος για μη ακέραιους δείκτες n , μεγάλες συχνότητες ή μεγάλους χρόνους

4.5 Κώδικας Προσομοίωσης

4.5.1 Σύγκλιση Προσομοίωσης

Για να πραγματοποιηθεί καλή σύγκλιση του προβλήματος, είναι απαραίτητη η επιλογή πολλών σημείων στον χρόνο και λίγων χωρικών σημείων. Σε αναλογία με την συνθήκη *Courant-Friendrichs-Lewis* που συναντιέται στις κανονικές διαφορικές εξισώσεις, ο λόγος $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ πρέπει να είναι πολύ μικρός. Επιπλέον, συνίσταται για την σύγκλιση του προβλήματος η επιλογή μικρής συχνότητας διότι αυξάνει υπερβολικά πολύ τον υπολογιστικό χρόνο. Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων, όπως προαναφέρθηκε, διαμερίζει και τον χώρο και τον χρόνο σε κατάλληλα υποδιαστήματα στα οποία προσπαθεί να ταιριάξει μια συνάρτηση. Ας θεωρηθεί πως η αριθμητική προσέγγιση προσεγγίζει την ζητούμενη συνάρτηση στα διαστήματα Δx και Δt μέσω μιας συνάρτησης f που εισάγει σφάλματα ως εξής:

$$\frac{dh(x, t)}{dx} = \frac{df(x, t)}{dx} + \varepsilon(x, t, \Delta x)$$

$$\frac{dh(x, t)}{dt} = \frac{df(x, t)}{dt} + a(x, t, \Delta t)$$

$$\frac{dh^2(x, t)}{dx^2} = \frac{df^2(x, t)}{dx^2} + d(x, t, \Delta x)$$

όπου $\varepsilon(x, t, \Delta x)$, $a(x, t, \Delta t)$, $d(x, t, \Delta x)$

τα σφάλματα των πεπερασμένων διαφορών τα οποία με μικρότερες τιμές των Δx και Δt , και κατά συνέπεια μεγαλύτερη ακρίβεια των αποτελεσμάτων, θα αναμένεται να μικραίνουν πλησιάζοντας το μηδέν. Γενικά:

$$\varepsilon(x, t, \Delta x) \ll 1$$

$$a(x, t, \Delta t) \ll 1$$

$$d(x, t, \Delta x) \ll 1$$

Με βάση αυτά η εξίσωση γίνεται ως προς το ολικό πεδίο διεύθυνσης του υπεραγωγού:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{E_c}{\mu_0 J_c^n} n \frac{dh^2}{dx^2} \left(\frac{dh}{dx} \right)^{n-1} \rightarrow$$

$$\frac{df(x, t)}{dt} + a(x, t, \Delta t) = \frac{E_c}{\mu_0 J_c^n} n \left(\frac{df^2(x, t)}{dx^2} + d(x, t, \Delta x) \right) \left(\frac{df(x, t)}{dx} + \varepsilon(x, t, \Delta x) \right)^{n-1}$$

Χρησιμοποιείται το διωνυμικό ανάπτυγμα:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{df(x, t)}{dx} + \varepsilon(x, t, \Delta x) \right)^{n-1} = \\ & = \frac{df(x, t)^{n-1}}{dx} + (n-1) \frac{df(x, t)^{n-2}}{dx} \varepsilon(x, t, \Delta x) + (n-1) \frac{n-2}{2} \frac{df(x, t)^{n-3}}{dx} \varepsilon(x, t, \Delta x)^2 \\ & + \dots + \varepsilon(x, t, \Delta x)^{n-1} \end{aligned}$$

Καθώς το σφάλμα $\varepsilon(x, t, \Delta x) \ll 1$ θεωρείται $\varepsilon(x, t, \Delta x)^m \approx 0$ με $m > 1$.

$$\left(\frac{df(x, t)}{dx} + \varepsilon(x, t, \Delta x) \right)^{n-1} = \frac{df(x, t)^{n-1}}{dx} + (n-1) \frac{df(x, t)^{n-2}}{dx} \varepsilon(x, t, \Delta x)$$

Επομένως:

$$\begin{aligned} \frac{df(x, t)}{dt} + a(x, t, \Delta t) &= \frac{E_c}{\mu_0 J_c^n} n \left(\frac{df^2(x, t)}{dx^2} + d(x, t, \Delta x) \right) \left(\frac{df(x, t)}{dx} + \varepsilon(x, t, \Delta x) \right)^{n-1} = \\ &= \frac{E_c}{\mu_0 J_c^n} n \left(\frac{df^2(x, t)}{dx^2} + d(x, t, \Delta x) \right) \left(\frac{df(x, t)^{n-1}}{dx} + (n-1) \frac{df(x, t)^{n-2}}{dx} \varepsilon(x, t, \Delta x) \right) = \\ &\approx \frac{E_c}{\mu_0 J_c^n} n \left(\frac{df^2(x, t)}{dx^2} \frac{df(x, t)^{n-1}}{dx} + \frac{df^2(x, t)}{dx^2} (n-1) \frac{df(x, t)^{n-2}}{dx} \varepsilon(x, t, \Delta x) + d(x, t, \Delta x) \frac{df(x, t)^{n-1}}{dx} \right) \end{aligned}$$

Διότι $\varepsilon(x, t, \Delta x) d(x, t, \Delta x) \approx 0$. Άρα

$$\frac{df(x, t)}{dt} - \frac{E_c}{\mu_0 J_c^n} n \frac{df^2(x, t)}{dx^2} \frac{df(x, t)^{n-1}}{dx} =$$

$$\frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} \frac{df^2(x,t)}{dx^2} (n-1) \frac{df(x,t)^{n-2}}{dx} \varepsilon(x,t, \Delta x) + \frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} d(x,t, \Delta x) \frac{df(x,t)^{n-1}}{dx} - a(x,t, \Delta t) \quad (1)$$

Για να περιγραφεί η εξίσωση:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} \frac{dh^2}{dx^2} \left(\frac{dh}{dx}\right)^{n-1}$$

ικανοποιητικά από την προσέγγιση:

$$\frac{df(x,t)}{dt} - \frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} \left(\frac{df^2(x,t)}{dx^2}\right) \left(\frac{df(x,t)}{dx}\right)^{n-1} = 0$$

Θα πρέπει το δεξιό κομμάτι της εξίσωσης (1) να πλησιάζει το μηδέν. Με άλλα λόγια:

$$\frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} \frac{df^2(x,t)}{dx^2} (n-1) \frac{df(x,t)^{n-2}}{dx} \varepsilon(x,t, \Delta x) + \frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} d(x,t, \Delta x) \frac{df(x,t)^{n-1}}{dx} - a(x,t, \Delta t) = 0$$

Ισχύει ότι $-J(x,t) = \frac{dh}{dx} \approx \frac{df(x,t)}{dx}$ και μπορεί να θεωρηθεί πως η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει στο μικρό διάστημα Δx η παράγωγος $\frac{dJ(x,t)}{dx}$ είναι $\frac{J_c}{\Delta x}$. Αυτό ισχύει σύμφωνα με το μοντέλο του *Bean* όταν πάμε από την περιοχή όπου δεν έχει διεισδύσει το μαγνητικό πεδίο $J = 0 = H$ στην περιοχή που έχει διεισδύσει το μαγνητικό πεδίο όπου και θεωρείται $J = J_c$. Άρα σε αυτό το μικρό διάστημα Δx η πυκνότητα ρεύματος πάει από το 0 στο J_c και μπορεί να θεωρηθεί $\frac{dJ(x,t)}{dx} = \frac{J_c}{\Delta x}$. Στην πραγματικότητα το ρεύμα κοντά στις περιοχές που δεν διεισδύει το μαγνητικό πεδίο θα έχει αρκετά μικρότερη τιμή από το J_c οπότε η προσέγγισή μας ισχύει ακόμα και αν δεν θεωρήσουμε το μοντέλο του *Bean*. Οπότε έχουμε την προσέγγιση για την δεύτερη παράγωγο:

$$\frac{df^2}{dx^2} = \frac{d\left(\frac{dJ(x,t)}{dx}\right)}{dx} \leq \frac{J_c}{\Delta x}$$

Το κομμάτι που πρέπει να μηδενίζεται μπορεί να γραφτεί στην μορφή:

$$\frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} (n-1) \frac{df^2(x,t)}{J_c^2} \left(\frac{df(x,t)}{J_c}\right)^{n-2} \varepsilon(x,t, \Delta x) + \frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} d(x,t, \Delta x) \left(\frac{df(x,t)}{J_c}\right)^{n-1} = a(x,t, \Delta t)$$

Με βάση τις δύο σχέσεις:

$$-J(x,t) \approx \frac{\Delta h(x,t)}{\Delta x}$$

$$\frac{dh^2}{dx^2} \ll \frac{J_c}{\Delta x}$$

έχουμε για την εξίσωση ότι :

$$\begin{aligned} \frac{E_c n}{\mu_0} (n-1) \frac{df^2(x,t)}{J_c^2} \left(\frac{df(x,t)}{J_c}\right)^{n-2} &\leq \frac{E_c n}{\mu_0} (n-1) \frac{J_c}{J_c^2 \Delta x} \left(\frac{j}{J_c}\right)^{n-2} = \\ &= \frac{E_c n}{\mu_0} (n-1) \frac{1}{J_c \Delta x} \left(\frac{j}{J_c}\right)^{n-2} \approx 0 \end{aligned}$$

Και

$$\frac{E_c n}{\mu_0} \left(\frac{df(x,t)}{J_c} \right)^{n-1} = \frac{E_c n}{\mu_0 J_c} \left(\frac{j}{J_c} \right)^{n-1} \approx 0$$

αφού η πυκνότητα ρεύματος θα είναι γενικά μικρότερο από την κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος. Αυτοί είναι οι όροι μπροστά στα σφάλματα $\varepsilon(x, t, \Delta x)$ και $d(x, t, \Delta x)$. Εφόσον αυτοί οι όροι είναι τόσο μικροί, για να ικανοποιείται προσεγγιστικά η ζητούμενη εξίσωση θα πρέπει το $a(x, t, \Delta t)$ να είναι πολύ μικρότερο από τα σφάλματα $\varepsilon(x, t, \Delta x)$ και $d(x, t, \Delta x)$. Προσεγγιστικά μπορεί να θεωρηθεί:

$$\frac{a(x,t,\Delta t)}{\varepsilon(x,t,\Delta x)} \propto \frac{E_c n}{\mu_0} (n-1) \frac{1}{J_c \Delta x} \left(\frac{j}{J_c} \right)^{n-2}$$

$$\frac{a(x,t,\Delta t)}{d(x,t,\Delta x)} \propto \frac{E_c n}{\mu_0 J_c} \left(\frac{j}{J_c} \right)^{n-1}$$

Οπότε είναι σημαντικότερο να είναι μικρό το Δt προκειμένου να είναι μικρό το $a(x, t, \Delta t)$ παρά το Δx για να είναι ακριβέστερη η προσέγγιση και να προσομοιάζει την εξίσωση που χρειάζεται να επιλυθεί. Κάτι τέτοιο παρατηρείται και εμπειρικά από την προσομοίωση.

Μπορούμε να πάρουμε στοιχεία για τον λόγο που είναι σημαντική η μεγάλη ακρίβεια σε κάθε σημείο για να συγκλίνει η προσέγγιση. Έστω ότι δεν ικανοποιούνται σε καλόν βαθμό οι προηγούμενες συνθήκες. Τότε:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= \frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} \frac{dh^2}{dx^2} \left(\frac{dh}{dx} \right)^{n-1} \rightarrow \frac{df(x,t)}{dt} + a(x,t,\Delta t) = \\ &= \frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n} \left(\frac{df^2(x,t)}{dx^2} + d(x,t,\Delta x) \right) \left(\frac{df(x,t)}{dx} + \varepsilon(x,t,\Delta x) \right)^{n-1} \rightarrow \\ \frac{df(x,t)}{dt} &= c \left(\frac{df^2(x,t)}{dx^2} + d(x,t,\Delta x) \right) \left(\frac{df(x,t)}{dx} + \varepsilon(x,t,\Delta x) \right)^{n-1} - a(x,t,\Delta t) \end{aligned}$$

$$\text{όπου } c = \frac{E_c n}{\mu_0 J_c^n}$$

Την στιγμή t θα έχουμε:

$$\begin{aligned} f(x,t) &= \sum \frac{df(x,t)}{dt} dt + f(x,0) = \\ &= \sum c \left(\frac{df^2(x,t)}{dx^2} + d(x,t,\Delta x) \right) \left(\frac{df(x,t)}{dx} + \varepsilon(x,t,\Delta x) \right)^{n-1} - a(x,t,\Delta t) + f(x,0) = \\ &\approx f(x,0) + \sum c \varepsilon(x,t,\Delta t) \left(\frac{E_c n}{\mu_0} (n-1) \frac{1}{J_c \Delta x} \left(\frac{j}{J_c} \right)^{n-2} - \frac{a(x,t,\Delta t)}{\varepsilon(x,t,\Delta t)} \right) \\ &+ \sum c d(x,t,\Delta t) \left(\frac{E_c n}{\mu_0 J_c} \left(\frac{j}{J_c} \right)^{n-1} - \frac{a(x,t,\Delta t)}{d(x,t,\Delta t)} \right) \end{aligned}$$

Αν δεν υπάρχει μεγάλη ακρίβεια, πιθανόν οι όροι μέσα στις αγκύλες να μεγαλώσουν πολύ ώστε αθροιστικά να οδηγήσουν σε μη σύγκλιση του αλγορίθμου. Κάτι τέτοιο πράγματι παρατηρείται για την συγκεκριμένη προσομοίωση όταν επιλέγονται λίγα σημεία χρόνου και πολλά χώρου.

4.5.2 Αλγόριθμος Προσομοίωσης

Η χρήση του *PdeSolver* του λογισμικού *Matlab* αφορά την χρήση 3 συναρτήσεων και μπορεί να λύσει εξισώσεις προς μια μεταβλητή $h(x, t)$ της μορφής :

$$c\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right) \frac{dh}{dt} = x^{-m} \frac{d\left(x^m f\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right)\right)}{dx} + s\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right)$$

Το m μπορεί να είναι 0,1,2, αντιστοιχώντας σε πλάκα, κύλινδρο, ή σφαιρικής συμμετρίας αντικείμενο. Στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι $m = 0$. Για να λυθεί η εξίσωση με την συνάρτηση *pdepe*, πρέπει να οριστούν οι συναρτήσεις f, c, s , οι αρχικές συνθήκες, οι οριακές συνθήκες και ένα πλέγμα σημείων στο οποίο θα λυθεί η εξίσωση. Το κάλεσμα της συνάρτησης :

`sol = pdepe(m, pdefun, icfun, bcfun, xmesh, tspan)`

χρησιμοποιεί αυτές τις πληροφορίες για να υπολογίσει μια λύση στο συγκεκριμένο πλέγμα.

4.5.2.1 Συνάρτηση Μορφής Διαφορικής Εξίσωσης

Η συνάρτηση της διαφορικής εξίσωσης *pdefun* δέχεται ως ορίσματα τα c, f, s . Ορίζοντας συναρτήσεις ως *global* μέσα στο *Matlab*, μπορεί να χρησιμοποιηθούν μεγέθη που έχουν οριστεί αλλού ως παράμετροι στην συνάρτηση. Αν μεταβάλλεται η θερμοκρασία για κάθε διαφορική εξίσωση που λύνεται, θα πρέπει τα μεγέθη που επηρεάζονται κάθε φορά να οριστούν ως *global*. Οι συναρτήσεις $f\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right)$, $c\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right)$ και $s\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right)$ στην δικιά μας περίπτωση συνιστούν τις συναρτήσεις :

$$f\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right) = \frac{E_c}{\mu_0} \left(\frac{dh}{dx}\right)^n$$

$$c\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right) = 1$$

$$s\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right) = -H_{ex} w \cos wt$$

Και ο κώδικας της μορφής της διαφορικής εξίσωσης είναι ο παρακάτω:

```
function [c, f, s]=pdefun(x, t, u, dudx)
```

```
global Jc %H κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος
```

```

global n %O δείκτης της δύναμης

global Ho %Το Πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίου

w=2*pi*10; %γωνιακή συχνότητα

c=1; %σταθερά μπροστά από dh/dt

Ec=0.0001; %ο σταθερός όρος στην σχέση E-J

mo=12.57*1e-7; %μαγνητική διαπερατότητα κενού

s=-Ho*w*cos(w*t); %-παράγωγος εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου
%-dHex/dt

f=(Ec/mo)*(dudx/Jc)^n; %αυτό θα παραγωγιστεί ως προς x
end

```

Κώδικας 4.1 Ο κώδικας της συνάρτησης Pdefun

Οι παράμετροι J_c και n συνιστούν global παραμέτρους που δίνονται στο συνολικό εξωτερικό κώδικα που θα παρουσιαστεί μετά. Η συχνότητα είναι σταθερή ίση με 10 Hz σε όλες τις προσομοιώσεις εξαιτίας αφενός του τεράστιου υπολογιστικού χρόνου που προκαλεί η αύξηση της και αφετέρου διότι από τις πειραματικές μετρήσεις φάνηκε η μικρή επίδραση της.

4.5.2.2 Συνάρτηση Αρχικών Συνθηκών

Οι αρχικές συνθήκες είναι:

$$h(x, 0) = 0$$

και ο κώδικας έχει την παρακάτω απλή μορφή:

```

function u0=icfun(x)
u0=0;%αρχική τιμή τοπικού μαγνητικού πεδίου
end

```

Κώδικας 4.2 Η συνάρτηση αρχικών συνθηκών

Στην συνάρτηση αρχικών συνθηκών απλά ορίζεται μέσα σε μία γραμμή η τιμή του μεγέθους που επιλύεται την αρχική χρονική στιγμή, όπου εμείς επιλέξαμε την μηδενική.

4.5.2.3 Συνάρτηση Οριακών Συνθηκών

Οι οριακές συνθήκες για την πλάκα μεγέθους $D = 1mm$ είναι:

$$h(0, t) = 0$$

$$h(D, t) = 0$$

Η μορφή της συνάρτησης οριακών συνθηκών του *Matlab* είναι :

$$p(x, t, h) + q(x, t) f\left(x, t, h, \frac{dh}{dx}\right) = 0$$

και είναι στην δικιά μας ευχέρεια η επιλογή των p και q αριστερά και δεξιά της πλάκας. Προφανώς αυτό σημαίνει ότι:

$$p(x, t, h) = h(x, t)$$

$$q(x, t) = 0$$

Ο κώδικας παρουσιάζεται παρακάτω:

```
function [pL, qL, pR, qR]=bcfun (xL, uL, xR, uR, t)
pL=uL;
qL=0;
pR=uR;
qR=0;
end
```

Κώδικα 4.3 Η συνάρτηση οριακών συνθηκών

4.5.2.4 Βασικός κώδικας

Ο βασικός κώδικας που χρησιμοποιεί τον *pdepe* του *Matlab* είναι ο παρακάτω.

```
global Jc           %κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος
global n           % Ο παραγοντας ύψωσης n
global Ho         %Το Πλάτος του εναλλασσόμενου πεδίου
q=100000;         %σύνολο σημείων χρόνου
N=100;           %σύνολο σημείων χώρου
D=0.001;         %συνολικό μήκος πλάκας
fa=10;           %συχνότητα εφαρμοζόμενου πεδίου
Tol=1;           %συνολικός χρόνος προσομοίωσης
Dt=Tol/q;        %Στοιχειώδη υποδιαμέριση του χρόνου
```

```

Ho=5*80;           %Πλάτος εφαρμοζόμενου Ac πεδίου (A/m)

w=2*pi*fa;        %Γωνιακή συχνότητα

Dx=D/(N+1);       %Στοιχειώδη υποδιαμέριση του χώρου

Ec=0.0001;        %Ο σταθερός όρος στην σχέση E-J (V/m)

x1=zeros(93,1);   % Μηδενισμός πραγματικού κομματιού 1ης
%αρμονικής διαπερατότητας

y1=zeros(93,1);   % Μηδενισμός φανταστικού κομματιού 1ης
%αρμονικής διαπερατότητας

n=15              % Ο παραγοντας ύψωσης n

Jco=2.35e+10;     %Κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος για μηδενική
%θερμοκρασία

for T=1:92        %Βρόχος θερμοκρασίας

    tt=T/93;      %T/Tc

                    %Η σχέση κρίσιμης πυκνότητας ρευματος με
%θερμοκρασία
    If T<65
        Jc=Jco*exp(-13*T/93);
    else
        Jc=J(64,1)*((1-T/93)/(1-64/93))^6;
    end

    J(T,1)=Jc;    %πίνακας κρίσιμης πυκνότητας ρευματος

xmesh=linspace(0,D,N+1); % διαμέριση του χώρου σε N+1
%κομμάτια

tspan=linspace(0,Tol,q); % διαμέριση του χρόνου σε q
%κομμάτια

sol=pdepe(0,@pdefun,@icfun,@bcfun,xmesh,tspan); %επίλυση
%προβλήματος

h=sol(:,:,1);     %τοπικό μαγνητικό πεδίο

M=zeros(q,1);     %αρχικοποίηση μέσης μαγνήτισης

for t=1:q         %βρόχος χρόνου

    for i=1:N+1   %βρόχος χώρου

        M(t,1)=M(t,1)+h(t,i)/(N+1); %υπολογισμός μέσης μαγνήτισης

    end

end

end

```

```

end

for t=q-300:q %υπολογισμός στην τελευταία περίοδο

    x1(T,1)=x1(T,1)+(2/(0.1*To1))*M(t,1)*Dt*sin(w*Dt*(t-1))/Ho;
    %υπολογισμός πραγματικού κομματιού 1ης αρμονικής διαπερατότητας

    y1(T,1)=y1(T,1)-(2/(0.1*To1))*M(t,1)*Dt*cos(w*Dt*(t-1))/Ho;
    %υπολογισμός φανταστικού κομματιού 1ης αρμονικής διαπερατότητας

end

T=linspace(1,93,93); %διαμέριση θερμοκρασίας για να γίνει το
%Plot

plot(T,y1,T,x1); %Γραφήματα επιδεκτικότητας με θερμοκρασία

```

Κώδικα 4.4 Ο αλγόριθμος της προσομοίωσης

Οι παράμετροι J_c και n , όπως προαναφέρθηκε, συνιστούν *global* παραμέτρους καθώς σε κάθε προσομοίωση με διαφορετική θερμοκρασία θα μπορούσαν να αλλάζουν με αποτελέσματα να χρειάζεται να μπουν διαφορετικές τιμές αυτών των παραμέτρων στην συνάρτηση *pdefun*. Τα σημεία του χώρου είναι πολύ περισσότερα του χρόνου διότι διαφορετικά μπορεί να οδηγηθεί σε μη σύγκλιση ο αλγόριθμος.

Κεφάλαιο 5 Συμπεράσματα

5.1 Κυριότερα Συμπεράσματα

- Το μοντέλο του *Bean* σε συνδυασμό με το θερμικό ερπυσμό ροής των *Kim-Anderson* συνιστούν ικανοποιητική εξήγηση της συμπεριφοράς των σκληρών υπεραγωγών υπό την επίδραση εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου και μεγάλων στατικών μαγνητικών πεδίων. Τα κβάντα μαγνητικής ροής πεδίου ωθούνται εσωτερικά του όγκου του υπεραγωγού, από κέντρο αγκύρωσης σε κέντρο αγκύρωσης, λόγω θερμικής ενεργοποίησης, η οποία διευκολύνεται από την δύναμη *Lorenz* εναλλασσόμενων ρευμάτων. Αν το μαγνητικό πεδίο αφαιρεθεί, με την πάροδο του χρόνου η μαγνήτιση χαλαρώνει, με τα φλαξόνια να φεύγουν από το εσωτερικό του υλικού. Αν το μαγνητικό πεδίο είναι εναλλασσόμενο, τα φλαξόνια εισέρχονται και βγαίνουν συνεχώς από τον όγκο του υπεραγωγού με κάποια καθυστέρηση ως προς το εφαρμοζόμενο πεδίο, δημιουργώντας υστερητικές απώλειες. Τα ρεύματα θωράκισης φαίνεται να μην επηρεάζουν την ένταση των μέγιστων απωλειών αλλά μόνο την εμφάνισή τους.
- Η αύξηση των *ac* απωλειών σε υπεραγωγούς τύπου 2 για μεγαλύτερα εναλλασσόμενα πεδία ενδεχομένως οφείλεται στη μείωση των ενεργειακών φραγμάτων που πρέπει να διαβούν τα φλαξόνια λόγω των θερμικών διακυμάνσεων όπως προβλέπεται από τη θεωρία των *Kim-Anderson*. Το μεγαλύτερης εντάσεως εναλλασσόμενο πεδίο, δημιουργεί μεγαλύτερες δυνάμεις *Lorenz*, οι οποίες με την σειρά τους μειώνουν το φράγμα ενεργοποίησης του θερμικού ερπυσμού. Η θερμοκρασιακή εξάρτηση των φραγμάτων ενεργοποίησης από τη θερμοκρασία είναι σχεδόν ανάλογη της θερμικής ενέργειας kT για θερμοκρασίες κοντά στην θερμοκρασία μέγιστων απωλειών. Εντούτοις, οι αυξημένες *Ac* απώλειες με μείωση του φράγματος θερμικής ενεργοποίησης συνοδεύονται με εμφάνιση μέγιστων απωλειών σε μεγαλύτερη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου εσωτερικά του όγκου του υπεραγωγού. Για επίτευξη μικρότερων *Ac* απωλειών, προτείνεται ο σχεδιασμός του υλικού να είναι περισσότερο σχετικός με την εμπόδιση εισαγωγή ροής στο υλικό παρά με την διευκόλυνση εξόδου της, μέσω κατάλληλου σχεδιασμού των διάφορων ατελειών.
- Σε μονοκρυστάλλο $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ το λεγόμενο φαινόμενο κορυφής (*Peak effect*) εμφανίζεται για στατικό πεδίο 2 *Tesla* και είναι δυνατό έως και 5 *Tesla*. Η εμφάνισή του, που συνοδεύεται από ανώμαλη αύξηση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος, γίνεται αντιληπτή από τις μεταβολές της θερμοκρασίας μέγιστων απωλειών σε εναλλασσόμενα πεδία. Πιθανόν να αλλάζει την σχέση $E - J$ μεταξύ ηλεκτρικού πεδίου και ρεύματος.
- Το μοντέλο θερμικού ερπυσμού των *Kim-Anderson* δεν αρκεί για να εξηγήσει την συμπεριφορά του υπεραγωγού *YBCO* για μηδενικά στατικά πεδία, αλλά και πεδία

μεγαλύτερα των 2 Tesla, αν και φαίνεται ότι ακόμη και εκεί υπάρχει θερμικός ερπυσμός.

- Οι μεγάλες τιμές της επιδεκτικότητας για μηδενικό στατικό πεδίο ίσως οφείλονται σε παγίδευση φλαξονίων σε διόδους Josephson του YBCO. Αυτή η παγίδευση ανάμεσα στις στρώσεις του YBCO, οδηγεί σε πιο πλήρη διείσδυση του υλικού και αποτέλεσμα μεγαλύτερα απώλεια φάσης εξωτερικού πεδίου με μέση μαγνήτιση.
- Η επίλυση της έντονα μη γραμμικής εξίσωσης της μορφής $\frac{df}{dt} = A \frac{d^2 f}{dx^2} \left(\frac{df}{dx}\right)^n$, και παρομοίας μορφής διαφορικές εξισώσεις, απαιτούν πολύ μεγαλύτερη διαμέριση του χρονικού διαστήματος σε σχέση με το χωρικό διάστημα. Δεν προτείνεται η επίλυση τους με την συμβατική μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, αλλά συνίσταται η επίλυση τους μέσω μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων.
- Οι μετρήσεις επιδεκτικότητας είναι δυνατόν να αντικαταστήσουν άλλες μεθόδους χαρακτηρισμού υπεραγώγιμων υλικών και να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση κρίσιμων μεγεθών όπως την εξάρτηση της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος ή των φραγμάτων ενεργοποίησης θερμικού ερπυσμού από τη θερμοκρασία ή τα μαγνητικά πεδία. Για το μονοκρύσταλλο YBCO που χρησιμοποιήσαμε για τις μετρήσεις μας βρέθηκαν προσεγγιστικές σχέσεις της κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος μέσω ταιριάσματος με το μοντέλο προσομοίωσης:

$$J_c(T) \propto \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{0.38} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{2.36}\right)^{9.88}$$

καθώς και των φραγμάτων θερμικής ενεργοποίησης για την κατάσταση θερμικού ερπυσμού:

$$U(T, H_{ac}) \propto \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{5.82} H_{ac}^{-1.572}$$

5.2 Συνεισφορά Εργασίας

Πραγματοποιήθηκε μια βιβλιογραφική ανασκόπηση του φαινομένου της διείσδυσης του μαγνητικού πεδίου μέσα σε έναν υπεραγωγό τύπου 2, δίνοντας έμφαση στις αδυναμίες των σημερινών μακροσκοπικών μοντέλων να εξηγήσουν την συμπεριφορά τους. Παρουσιάστηκε αναλυτικά το μοντέλο του Bean μαζί με γνωστές παραλλαγές του που δύναται να εξηγήσουν την εμφάνιση υστέρησης σε υπεραγωγούς. Δόθηκαν κάποιες θεωρητικές εκτιμήσεις δικών μας πειραματικών δεδομένων που αφορούν την μαγνητική επιδεκτικότητα μιας τετραγωνικής πλάκας από υπεραγωγό υπό την επιβολή στατικών και εναλλασσόμενων μαγνητικών πεδίων. Κατασκευάστηκε μοντέλο προσομοίωσης για τη μελέτη της πολύ μη γραμμικής εμπειρικής σχέσης $E \sim J^n$ υπό το μοντέλο θερμικού ερπυσμού των Kim-Anderson, με βάση την οποία παρατηρήθηκε η διείσδυση των ηλεκτρομαγνητικών μεγεθών στον όγκο μιας θεωρητικής άπειρης πλάκας και πραγματοποιήθηκε σύγκριση πειραματικών δεδομένων με αποτελέσματα προσομοίωσης. Τέλος, δόθηκαν εξαρτήσεις κρίσιμων μεγεθών όπως των φραγμάτων ενεργοποίησης θερμικού άλματος από την θερμοκρασία, δίνοντας την δυνατότητα πρακτικών υπολογισμών σε πραγματικές εφαρμογές (π.χ. κυλινδρικό καλώδιο).

5.3 Θέματα για Περαιτέρω Μελέτη

- Προσομοίωση 2D-3D υπεραγωγού
- Ικανοποιητική ερμηνεία επίδρασης στατικού μαγνητικού πεδίου στην επιδεκτικότητα του *YBCO*
- Ενσωμάτωση Ανισοτροπίας στο μοντέλο προσομοίωσης
- Προσομοίωση κοκκώδων υπεραγωγών
- Επιλογή και ενσωμάτωση κατανομής δυναμικού στο μοντέλο ερπυσμού
- Ενσωμάτωση μνήμης υλικού
- Προσθήκη *Hall effect*
- Πειραματική σύγκριση διαφορετικών γεωμετρικών σχημάτων
- Προσομοίωση φαινομένου κορυφής για $H_{ac} > 2 \text{ Tesla}$ [72]
- Ενσωμάτωση επίδρασης γωνίας εφαρμογής μαγνητικού πεδίου
- Ενσωμάτωση θορύβου

Βιβλιογραφία

- [1] V. B. Eltsov, *Theory of Superconductivity*, 2017.
- [2] A.-I. & E. H. Rhoderick, *Introduction to Superconductivity*, 1978.
- [3] Ashkan Salamat, Ranga P. Dias et al., «Room-temperature superconductivity in a carbonaceous sulfur hydride,» *Nature*, 2020.
- [4] Μ. Πίσσας, *Εισαγωγή στην Υπεραγωγιμότητα*, 2005.
- [5] S. P., C. S. V. B., S. Sarangi, «Josephson junction decoupling is the main origin of AC resistivity in the superconducting state,» *Arxiv:Superconductivity*, 2005.
- [6] H. F. London, «The electromagnetic equations of the Supraconductor,» *Proceedings of the Royal Society*, 1934.
- [7] J.E. Sonier, *The magnetic penetration depth and the vortex core radius in type-II superconductors*, 1998.
- [8] M. K. Andersen N.H., *Superconductivity. Lecture Notes of Basic Courses*, 1988.
- [9] L.N. Cooper, J. R. Schrieffer, J. Bardeen, «Theory of Superconductivity,» *Physical Review*, 1957.
- [10] A.A. Abrikosov, «On the magnetic Properties of Superconductors of the Second Group,» *Soviet Physics JETP*, 1957.
- [11] M. Spera, *Pinning Mechanisms in YBCO tapes*, 2015.
- [12] C. F. H. A. A. R. S. Y. B. KIM, «Flux-Flow Resistance in Type-II Superconductors,» *Physical Review*, 1965.
- [13] S. N. S., J B Ketterson, *Superconductivity*, 1999.
- [14] P. W. Anderson, «THEORY OF FLUX CREEP IN HARD SUPERCONDUCTORS,» *Physical review letters*, 1962.
- [15] P. W. Anderson, Y. B. KIM, «Hard Superconductivity: Theory of the Motion of Abrikosov Flux Lines,» *Reviews of Modern Physics*, 1964.
- [16] E. H. Brandt, *The Flux-line lattice in superconductors*, 1995.
- [17] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 1996.
- [18] A. P. M., A. S., Y. Yeshurun, «Magnetic relaxation in high-temperature superconductors,» *Reviews of Modern Physics*, 1996.
- [19] M. T., J. G. B., K. A. Miiller, «Flux Trapping and Superconductive Glass State in $\text{La}_2\text{CuO}_{4-y}\text{Ba}$,» *Physics Review*, 1987.

- [20] A. P. M., A. S., Y. Yeshurun, «Magnetic relaxation in high-temperature superconductors,» *Reviews of Modern Physics*, Vol. 68, No. 3, July 1996.
- [21] A. A. S., V.P.T., V.Yu.Monarkha, «Nonlogarithmic magnetization relaxation in HTSC,» *Arxiv*, 2011.
- [22] A. Lykov, «Magnetic flux creep in HTSC and Anderson-Kim theory (Review Article),» *Low Temperature Physics* 40, 773, 2014.
- [23] B. E. Arronte, Resistivity and the vortex solid-to-liquid transition in high-temperature superconductors, 2006.
- [24] S. S., T. Nattermann, «Vortex-glass phases in type-II superconductors,» *Advances in Physics*, 2018.
- [25] V. V. Schmidt, *The Physics of Superconductors*, 1997.
- [26] J. F. Annett, *Superconductivity, Superfluids and Condensates*, 2003.
- [27] A. Abrikosov, *Fundamental Theory of Metals*, 1988.
- [28] R. P. Feynman, «Caltech.Edu,» 2006. [Ηλεκτρονικό].
- [29] C. Timm, *Theory of Superconductivity*, February 2016.
- [30] U. D. o. E. Office of Science, *Basic Research Needs for Superconductivity*. 2006.
- [31] C. W., D. Arovas, *Lecture Notes on Superconductivity*. 2019.
- [32] C. P. BEAN, «Magnetization of High-Field Superconductors,» *Reviews of Modern Physics*, 1964.
- [33] E. H. Brandt, «Susceptibility of superconductor disks and rings with and without flux creep,» *Physical review B*, 1997.
- [34] R. B.G.,D.X.Chen, «Kim model for magnetization of type II superconductors,» *Journal of Applied Physics*, 1989.
- [35] G.C.S.,R.H.S., C. J. L., M. T., L. Ji, «Critical-state model for harmonic generation in high-temperature superconductors,» *Physical review B*, 1989.
- [36] E. S. O., B. N., K. K., M.H, T. Matsushita, «Imaginary AC susceptibility in superconducting Y-Ba-Cu-O,» *Physica C* 196, 1992.
- [37] E. S. O., B. N., T. Matsushita, «Effect of reversible fluxoid motion on AC susceptibility of high temperature superconductors,» *Physica C*, 1991.
- [38] H. G., K. T., G. J., Y. Y., J. Wang, «Field dependent AC loss in YBCO superconductors,» *Physica C* 205, 1992.
- [39] K. Hirata, *Superconductors - Properties, Technology, and Applications*, April 2012.

- [40] H. Kupfer et al., «Critical current and relaxation of oriented grained YBa₂Cu₃O_{7-x} after fast neutron irradiation,» *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, 1991.
- [41] K. P., C. T., A. P., P. B., Paolo Mele, Superconductivity - From Materials Science to Practical, 2020.
- [42] H.-B. SUN, Physical properties of oxygen deficient YBa₂Cu₃O_{7-δ} Superconductors, 1993.
- [43] S.Sujito, A Comparative study of the characteristics of Bulk YBCO Aand YBCO:Ag Composite Superconductors, 1995.
- [44] A. Malozemoff, «The Magnetic Phase Diagram of High Tc Superconductors,» *MRS BULLETIN*, 1990.
- [45] R. B.Flippen, «ac susceptibility measurements and the irreversibility line of high-temperature superconductors,» *Physical review B*, 1992.
- [46] T. K. Worthington et al., «Observation of a vortex-glass phase in polycrystalline YBa₂Cu₃O₇» *Physical Review*, 1991.
- [47] T. L. F., D. H. L., Robert A. Hein, Magnetic Susceptibility of Superconductors and Other Spin Systems, 1991.
- [48] A.C.B, I.K., «Flux creep and activation energies at the grain boundaries of Y-Ba-Cu-O superconductors,» *Physical review B*, 1989.
- [49] R. V. S., B. G. Singidas, «Low field AC susceptibility of YBCO: the frequency and field dependence of intra- and intergrain coupling losses in the absence of vortices,» *Superconductor Science and Technology*, 2004.
- [50] K. Muller, «Frequency dependence of AC susceptibility in high-temperature superconductors: Flux creep and critical state at grain boundaries,» *Physica C*, 1990.
- [51] P. Chaddah, «Critical current densities in superconducting materials,» *Sadhana*, 2003.
- [52] X. S. L., R. L., D. B., Jing Shi, «Giant peak effect observed in an ultrapure YBa₂Cu₃O_{6.993} crystal,» *Physical review B*, 1999.
- [53] L. Klein et al., «Peak effect and scaling of irreversible properties in untwinned Y-Ba-Cu-O crystals,» *Physical review B*, 1994.
- [54] J. T. C., L. E. W., D. C. Ling, «Evidence for Intrinsic Josephson Junctions in a Single Crystal of YBa₂Cu₃O_{7-δ},» *Chinese Journal of Physics*, 1996.
- [55] G. P., Antonio Barone, Physics and Applications of the Josephson Effect, 2005.
- [56] N. U., K. E., Y. M., S. T., F. I., K. Yoshida, «Flux trapping in Josephson tunnel junctions,» *Journal of Applied Physics*, 1983.

- [57] T. R., T. O., P. F., F. U., Bjoern Ebert, «Influence of Trapped flux on critical currents of Josephson junctions,» *EICE Electronics Express*, 2008.
- [58] A. M., Rudolf Gross, *Applied Superconductivity: Josephson Effects and Superconducting Electronics*, 2005.
- [59] S. Ç., A. özturk, «Effect of dc bias field superimposed with ac field amplitudes on the hysteresis loss in a sintered YBCO superconductor,» *Journal of Alloys and Compounds*, 2006.
- [60] O. Ozogul, «Magnetic Field Responses of harmonic susceptibilities of high Tc Superconductor YBCO,» *Modern Physics Letters B*, 2005.
- [61] S. S., B. K. DAS, «Flux trapping and its effect on AC susceptibility of granular superconductors,» *Bull. Mater. Sei.*, 1994
- [62] Q. H. L., C. D. J., Youngtae Kim, «Magnetic-field dependence of the ac susceptibility in granular YBa₂Cu₃O₇: Data and models,» *Physical Review B*, 1991.
- [63] B. I., D. B., A. Mehdaoui, «Defining the quality of a high Tc superconductor,» *AIP Journal of Applied Physics*, 1989.
- [64] R. V. S., B. G. Singidas, «Low field AC susceptibility of YBCO: the frequency and field dependence of intra- and intergrain coupling losses in the absence of vortices,» *SUPERCONDUCTOR SCIENCE AND TECHNOLOGY*, 2004.
- [65] A. H., V. A., Poonam Rani, «Temperature dependence of lower critical field of YBCO superconductor,» *ResearchGate*, 1953.
- [66] T. Y. H., D. K. Finnemore, «Superconducting critical currents for thick, clean superconductor—normal-metal —superconductor junctions,» *Physical review B*, 197
- [67] M. J. Q., X. X. Yao, «ac susceptibility of high-temperature superconductors,» *Physical review B*, 1996.
- [68] G. F., W.R. C., H. M., R. P., Gernot Krabbes, «Properties of Bulk YBCO,» *High Temperature Superconductor Bulk Materials: Fundamentals – Processing – Properties Control – Application Aspects*, 2006.
- [69] S.L.Liu, «The Activation Energy U(T,H) in Y-based Superconductors,» *ResearchGate*, 2008.
- [70] K.-Y. Choi et al., «High and uniform critical current density for large-size Yba₂Cu₃O_{7-δ} single crystals,» *Current Applied Physics*, 2011.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών

Σε αυτό το παράρτημα παρουσιάζεται η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών, η οποία συνιστά την πιο γνωστότερη μέθοδος αριθμητικής προσέγγισης. Η μέθοδος αυτή αποτέλεσε τον πρώτο τρόπο προσέγγισης του προβλήματος. Ωστόσο η έντονη μη γραμμικότητα του προβλήματος οδηγεί την προσομοίωση να μην παράγει πάντα καλά αποτελέσματα (για μικρές τιμές κρίσιμης πυκνότητας ρεύματος είτε δεν συγκλίνει είτε τα αποτελέσματα είναι άσχημα). Παρόλα αυτά, παρουσιάζεται η μέθοδος σε περίπτωση που κάποιος αναγνώστη θελήσει να δοκιμάσει την επίλυση μέσω αυτού του τρόπου.

Στην μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών γίνεται η προσέγγιση :

$$\frac{dh(x,t)}{dx} \rightarrow \frac{\Delta h(x,t)}{\Delta x} = \frac{h(x+\Delta x,t) - h(x,t)}{\Delta x}$$

$$\frac{dh(x,t)}{dt} \rightarrow \frac{\Delta h(x,t)}{\Delta t} = \frac{h(x,t+\Delta t) - h(x,t)}{\Delta t}$$

$$\frac{dh^2(x,t)}{dx^2} \rightarrow \frac{\Delta h^2(x,t)}{(\Delta x)^2} = \frac{h(x+\Delta x,t) - 2h(x,t) + h(x-\Delta x,t)}{\Delta^2 x}$$

Κατά συνέπεια χρειάζεται να λυθεί αριθμητικά η εξίσωση

$$h(x,t+\Delta t) = h(x,t) +$$

$$+\Delta t \frac{Ec}{\mu_0 J c^n} n \frac{h(x+\Delta x,t) - 2h(x,t) + h(x-\Delta x,t)}{\Delta^2 x} \left(\frac{h(x+\Delta x,t) - h(x,t)}{\Delta x} \right)^{n-1} - \text{Hocos}(wt)$$

Η επίλυση της δεν είναι τόσο εύκολη καθώς η εξίσωση είναι στιβαρή και προκύπτουν σφάλματα κατά την προσομοίωση. Τα λάθη στις προσομοιώσεις προκύπτουν αφ' ενός από τα σφάλματα ακρίβειας του μηχανήματος που μπορεί να είναι σφάλματα στρογγυλοποίησης ή overflowing σφάλματα λόγω των πολλών δεκαδικών των αριθμών, είτε σφάλματα που εισάγει η αριθμητική προσέγγιση. Η μείωση των σφαλμάτων της μηχανής δυστυχώς δεν είναι στις δυνατότητες μας οπότε μπορούμε να ασχοληθούμε μόνο με τα σφάλματα της αριθμητικής προσέγγισης για να βελτιστοποιήσουμε την απόδοση του αλγορίθμου.

Σύγκλιση πραγματοποιείται υπό συγκεκριμένες κριτήρια και παρόλα αυτά τα αποτελέσματα με έναν συμβατικό υπολογιστή δεν δίνουν μεγάλη ακρίβεια. Αν και συγκλίνει το πρόβλημα για συγκεκριμένες παραμέτρους, η πτώση του μαγνητικού πεδίου από τα άκρα της πλάκας είναι πολύ ταχύτερη αυτής της μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, με αποτέλεσμα η μαγνήτιση να έχει πολύ μικρότερη τιμή από την αναμενόμενη και αντίστοιχα η μιγαδική επιδεκτικότητα να παρουσιάζει τάξεις μεγέθους μικρότερες τιμές (6 τάξεων). Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν με την μέθοδο του διαφορικού όγκου.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – Ολοκληρωτική Επίλυση

Η επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος μπορεί να γίνει με ολοκληρωτικές σχέσεις, μέσω του νομού των Biot Savart. Ο νόμος του Biot Savart είναι:

$$H(r, t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{J dV \times r'}{|r'|^3}$$

Για μια άπειρη πλάκα γίνεται:

$$H(r, t) = \frac{\pi}{4} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} J(x', t) \left(\frac{1}{x' - x} \right) dx' + H_{ex} \rightarrow$$

$$\frac{dH(r, t)}{dt} = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{dJ(x', t)}{dt} \left(\frac{1}{x' - x} - \frac{1}{x' + x} \right) dx' + \frac{dH_{ex}}{dt} \rightarrow$$

$$-\frac{\nabla_x E}{\mu_0} = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{dJ(x', t)}{dt} \left(\frac{1}{x' - x} - \frac{1}{x' + x} \right) dx' + \frac{dH_{ex}}{dt}$$

$$\frac{dE(x, t)}{dx} + \frac{dH_{ex}}{dt} = -\frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{dJ(x', t)}{dt} \left(\frac{1}{x' - x} - \frac{1}{x' + x} \right) dx' \rightarrow$$

$$\int_0^u \frac{dE(x, t)}{dx} + \frac{dH_{ex}}{dt} dx = -\frac{\pi}{4} \int_0^u dx \int_{-0}^{\frac{d}{2}} \frac{dJ(x', t)}{dt} \left(\frac{1}{x' - x} - \frac{1}{x' + x} \right) dx' \rightarrow$$

$$E(x, t) - E(0, t) + x \frac{dH_{ex}}{dt} = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{dJ(x', t)}{dt} \ln \left(\frac{|x' + x|}{|x' - x|} \right) dx' \rightarrow$$

$$E(x, t) + x \frac{dH_{ex}}{dt} = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{dJ(x', t)}{dt} \ln \left(\frac{|x' + x|}{|x' - x|} \right) dx'$$

Χρησιμοποιήθηκε το γεγονός πως επειδή το μαγνητικό πεδίο είναι συμμετρικό ως προς το κέντρο της πλάκας, $J(0, t) = 0 \rightarrow E(0, t) = 0$ καθώς και η σχέση $J(x, t) = -J(-x, t)$.

Θα χρησιμοποιηθεί η σχέση $E(x, t) = E_c \left(\frac{J(x, t)}{J_c} \right)^n$. Ο χώρος της μισής πλάκας διαμερίζεται σε N κομμάτια μήκους $\Delta x = \chi_{i+1} - \chi_i$ με $J(x, t) = \sum_0^N J_i(t) \delta_i(x)$,
 $\delta_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in (\chi_i, \chi_{i+1}) \\ 0, & x \notin (\chi_i, \chi_{i+1}) \end{cases}$ ενώ $J_i(t)$ το ρεύμα στο διάστημα (χ_i, χ_{i+1}) . Επομένως

$$E(x, t) + x \frac{dH_{ex}}{dt} = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{dJ(x', t)}{dt} \ln \frac{|x' + x|}{|x' - x|} dx' \rightarrow$$

$$E_c \left(\frac{\sum_0^N J_i(t) \delta_i(x)}{J_c} \right)^n + x \frac{dH_{ex}}{dt} = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{d \sum_0^N J_i(t) \delta_i(x)}{dt} \ln \frac{|x' + x|}{|x' - x|} dx' \rightarrow$$

$$E_c \left(\frac{\sum_0^N J_i(t) \delta_i(x)}{J_c} \right)^n + x \frac{dH_{ex}}{dt} = \frac{\pi}{4} \sum_0^N \frac{dJ_i(t)}{dt} \int_0^{\frac{d}{2}} \delta_i(x) \ln \frac{|x' + x|}{|x' - x|} dx' \rightarrow$$

$$E_c \left(\frac{\sum_0^N J_i(t) \delta_i(x)}{J_c} \right)^n + x \frac{dH_{ex}}{dt} = \frac{\pi}{4} Q J$$

Όπου Q ο πίνακας με $Q_{ij} = \int_{\chi_i}^{\chi_{i+1}} \ln \frac{|x' + x|}{|x' - x|} dx'$ και J ο πίνακας με $J_{ij} = J_i(t)$. Επομένως με αντιστροφή πινάκων η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{dJ_i}{dt} = \frac{4}{\pi} \sum_0^N Q_{ij}^{-1} \left(\frac{E_{ij}}{\mu_0} + \chi_i \frac{dH_{ex}}{dt} \right) = \frac{4}{\pi} \sum_0^N Q_{ij}^{-1} \left(\left(\frac{J_i(t)}{J_c} \right)^n + \chi_i \frac{dH_{ex}}{dt} \right)$$

Με μια αρχική συνθήκη της μορφής $J_i(0) = 0$ και την χρήση αριθμητικής επίλυσης όπως την μέθοδος του Euler, είναι δυνατή η εύρεση του ρεύματος χωρίς την χρήση άλλων μεγεθών (Μαγνητικό πεδίο).