



**Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο**  
**Σχολή Πολιτικών Μηχανικών**  
**Τομέας Μεταφορών και Συγκοινωνιακής Υποδομής**

**Διπλωματική Εργασία**

**Καταμερισμός Λεωφορείων σε Αμαξοστάσια: Προσέγγιση  
Μικτού Ακέραιου Μη Γραμμικού Προγραμματισμού**

Επιβλέπων: Καρλαύτης Ματθαίος Γ.  
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Κοντού Ελευθερία

Αθήνα, Νοέμβριος 2011

Αθήνα, Νοέμβριος 2011

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου στον κ. Ματθαίο Γ. Καρλαύτη, Αναπληρωτή Καθηγητή της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, για τη δυνατότητα που μου προσέφερε να υλοποιήσω την παρούσα διπλωματική εργασία, την πολύτιμη καθοδήγηση και την εξαιρετική συνεργασία σε όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της.

Ευχαριστώ βαθύτατα τον κ. Κώστα Κεραπτσόγλου, Διδάκτορα της σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, για τη συνεχή συνδρομή του και τις πολύτιμες παρατηρήσεις του σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Επίσης, ευχαριστώ ιδιαίτερα τους κ.κ. Σταθόπουλο και Τσαμπούλα, Καθηγητές της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Ε.Μ.Π. για τις χρήσιμες παρατηρήσεις και το ενδιαφέρον τους.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στο οικογενειακό και φιλικό μου περιβάλλον. Χάρη στη στήριξη και τη βοήθεια που παρείχαν σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, η εκπλήρωση των στόχων μου έγινε πραγματικότητα.

Κοντού Ελευθερία

---

## ΣΥΝΟΨΗ

---

*Τίτλος:* Καταμερισμός Λεωφορείων σε Αμαξοστάσια: Προσέγγιση Μικτού Ακέραιου Μη - Γραμμικού Προγραμματισμού

*Όνομα:* Κοντού Ελευθερία

*Επιβλέπων:* Καρλαύτης Ματθαίος

Αθήνα, Νοέμβριος 2011

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύσσεται ένα μοντέλο μικτού ακέραιου – μη γραμμικού μαθηματικού προγραμματισμού για τον καταμερισμό του στόλου των λεωφορείων στα διαθέσιμα αμαξοστάσια. Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου ελαχιστοποιεί το κόστος των μη παραγωγικών ‘νεκρών’ οχηματοχιλιομέτρων. Στοιχεία από τον Οργανισμό Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του μοντέλου. Εναλλακτικά σενάρια διαμορφώθηκαν με στόχο την εξαγωγή αποτελεσμάτων του κόστους καταμερισμού συγκροτημάτων ή γραμμών λεωφορείων αλλά και των ποσοστών πληρότητας των αμαξοστασίων. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι το προτεινόμενο μοντέλο συμβάλλει τελικά στην μείωση του λειτουργικού κόστους κατά 14% σε σχέση με τον καταμερισμό που εφαρμόζει Ο.Α.Σ.Α. και συνεισφέρει στην εξισορρόπηση της πληρότητας των αμαξοστασίων. Η άρση του περιορισμού που υπαγορεύει τα λεωφορεία φυσικού αερίου να αντιστοιχίζονται αποκλειστικά στα αμαξοστάσια που υποστηρίζουν τον τύπο αυτό, οδηγεί σε μείωση του κόστους λειτουργίας κατά 22%. Η ομαδοποίηση των λεωφορείων σε συγκροτήματα οδηγεί σε αύξηση του κόστους κατά 11% σε σχέση με τον καταμερισμό γραμμών. Επίσης, τα αμαξοστάσια τα οποία έχουν μικρή χωρητικότητα εμφανίζουν μεγάλο ποσοστό πληρότητας με συνεπαγόμενες πιθανές δυσκολίες στο συντονισμό και τη λειτουργία τους.

*Λέξεις - Κλειδιά:* πρότυπο μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού, κόστος καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια, ποσοστό πληρότητας αμαξοστασίου

---

## ABSTRACT

---

*Title:* Allocation of Buses to Depots: a Mixed Integer Non-Linear Approach

*Name:* Kontou Eleftheria

*Supervisor:* Karlaftis Matthew

Athens, November 2011

This diploma thesis optimizes the allocation of buses to depots in order to minimize overall allocation costs in a bus network, using a mixed integer-nonlinear programming formulation. The objective function minimizes the cost of the deadhead, non-productive kilometers traveled by buses and the operational cost of the depots. Bus ‘block’ or line allocation to depots is constrained by depot capacities and characteristics. Data from the Athens Urban Transport Organization are used and results indicate considerable savings, around 14%, in total costs. Compressed natural gas buses can be handled only by specific depot stations, resulting in a 22% increase of the overall allocation cost. The allocation of bus lines to depots results in an 11% decrease of the total allocation cost compared to bus block allocation. Results further suggest that depot stations with smaller capacities operate close to capacity, while allocating bus ‘blocks’ rather than lines to depots balances depot occupancies.

*Keywords:* mixed integer-nonlinear modeling, allocation cost of buses to depots, occupancy of depot stations

---

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

---

Ο βέλτιστος καταμερισμός λεωφορείων σε αμαξοστάσια συμβάλλει στη βελτίωση της οικονομικής διαχείρισης του στόλου λεωφορείων φορέων αστικών συγκοινωνιών, με ελαχιστοποίηση του συνολικού λειτουργικού κόστους. Στο θέμα της διαχείρισης στόλου και της αντιστοίχισης των λεωφορείων σε αμαξοστάσια έχει διεξαχθεί πλήθος ερευνών, με τις περισσότερες να έχουν επικεντρωθεί στην ανάπτυξη μαθηματικών προτύπων για την ελαχιστοποίηση του κόστους. Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύσσεται μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού με το οποίο ελαχιστοποιείται το κόστος καταμερισμού συγκροτημάτων ή γραμμών λεωφορείων στα αμαξοστάσια του δικτύου του Ο.Α.Σ.Α.

Αναπτύσσεται ένα πρόγραμμα μικτού ακέραιου-μη γραμμικού προγραμματισμού που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος ‘νεκρών’, μη παραγωγικών οχηματοχιλιομέτρων. Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελείται από τρεις προσθετέους:

- i. το κόστος διανυθέντων νεκρών χιλιομέτρων από τα λεωφορεία,
- ii. το κόστος ισοκατανομής λεωφορείων στα αμαξοστάσια,
- iii. το ετήσιο λειτουργικό κόστος των αμαξοστασίων.

Οι περιορισμοί εισάγονται στο πρότυπο σύμφωνα με τις παρακάτω απαιτήσεις:

- i. κάθε υποδιαιρεμένο συγκρότημα ή γραμμή λεωφορείων να αντιστοιχίζεται μόνο σε ένα αμαξοστάσιο,
- ii. να διασφαλίζεται ότι ο αριθμός των λεωφορείων δεν υπερβαίνει τα μέγιστα και τα ελάχιστα όρια χωρητικότητας των αμαξοστασίων,
- iii. κάθε αμαξοστάσιο να μπορεί να υποστηρίξει τους τύπους λεωφορείων που έχουν αντιστοιχηθεί σε αυτό.

Στοιχεία που συλλέχτηκαν από τον Οργανισμό Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προτεινόμενου μοντέλου. Περιλαμβάνονται δεδομένα που αφορούν τους διαφορετικούς τύπους λεωφορείων που εξυπηρετεί το δίκτυο αστικών συγκοινωνιών της Αθήνας, τα χαρακτηριστικά και τη χωρητικότητα των αμαξοστασίων, αποστάσεις μεταξύ αμαξοστασίων και στάσεων αφετηριών ή τερμάτων των δρομολογίων τους, τις ομάδες συγκροτημάτων, τις γραμμές καθώς και τις λειτουργικές δαπάνες των αμαξοστασίων.

Κατά την διαδικασία καταμερισμού λεωφορείων στα αμαξοστάσια διαμορφώνονται επτά εναλλακτικά σενάρια επίλυσης, ώστε να εξαχθούν συγκρίσιμα αποτελέσματα και συμπεράσματα. Η διαφοροποίηση των σεναρίων έγκειται στους συντελεστές βαρύτητας κάθε όρου της αντικειμενικής συνάρτησης που τροποποιούνται ανάλογα, στον καταμερισμό είτε συγκροτημάτων είτε γραμμών και στην άρση του περιορισμού που υπαγορεύει μόνο συγκεκριμένα αμαξοστάσια να υποστηρίζουν το σύνολο των τύπων των λεωφορείων.

Τα βασικά αποτελέσματα σχετικά με το συνολικό κόστος καταμερισμού και τα ποσοστά κατάληψης των αμαξοστασίων που προκύπτουν από την παρούσα διπλωματική εργασία είναι:

1. Το μαθηματικό πρότυπο μικτού αέριου γραμμικού προγραμματισμού που προτείνεται, συνεισφέρει στη μείωση του κόστους καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια σε ποσοστό 14% σε σχέση με τον καταμερισμό που εφαρμόζεται από τον Ο.Α.Σ.Α. Η χρήση του συγκεκριμένου μοντέλου συμβάλλει στην ελαχιστοποίηση του κόστους νεκρών χιλιομέτρων και σημαντικό οικονομικό όφελος προκύπτει για τον φορέα.
2. Σύμφωνα με την επίλυση του μαθηματικού προτύπου για τον βέλτιστο καταμερισμό συγκροτημάτων και γραμμών λεωφορείων στα αμαξοστάσια, το συνολικό κόστος καταμερισμού αυξάνεται με την προσθήκη κάθε πρόσθετου όρου στην αντικειμενική συνάρτηση. Το μεγαλύτερο ποσοστό του συνολικού κόστους οφείλεται στην κάλυψη νεκρών χιλιομέτρων από τα συγκροτήματα, ενώ τα λειτουργικά έξοδα των αμαξοστασίων συμβάλλουν κατά ένα μικρό ποσοστό (περίπου 6%), στην αύξηση του συνολικού κόστους.
3. Ο όρος που εισάγεται στην αντικειμενική συνάρτηση λόγω απόκλισης πλήρωσης των αμαξοστασίων από την 'ιδανική' πληρότητα, συνεισφέρει ελάχιστα στην αντικειμενική συνάρτηση, αυξάνοντας το συνολικό κόστος σε ποσοστό 0,7%, ακόμα και με την αύξηση του συντελεστή βαρύτητάς του στην αντικειμενική συνάρτηση.
4. Η επίλυση του μοντέλου με θεώρηση πως το σύνολο των αμαξοστασίων μπορεί να υποστηρίξει όλους τους τύπους λεωφορείων (πετρελαιοκίνητα και φυσικού αερίου) οδηγεί σε μείωση του συνολικού κόστους καταμερισμού σε ποσοστό 22% σε σχέση με την επίλυση όπου εισάγονται όλοι οι περιορισμοί. Ο περιορισμός υποστήριξης έχει σημαντική επίδραση στην αύξηση του συνολικού κόστους καταμερισμού.
5. Ανεξάρτητα από το αν επιχειρείται καταμερισμός των συγκροτημάτων ή των γραμμών, τα αμαξοστάσια με μικρότερη χωρητικότητα από τα υπόλοιπα έχουν αυξημένο ποσοστό πληρότητας με συνεπαγόμενες πιθανές δυσκολίες στο συντονισμό και τη λειτουργία τους. Για παράδειγμα, το αμαξοστάσιο που βρίσκεται στο Μπραχάμι για κάθε εναλλακτικό σενάριο επίλυσης έχει ποσοστό πληρότητας ίσο ή μεγαλύτερο από 99%. Η λειτουργία των αμαξοστασίων με ποσοστό πληρότητας υψηλό, κοντά στη δυναμικότητά τους, είναι πιθανό να συνεπάγεται δυσκολίες στο συντονισμό των λεωφορείων κατά τη στάθμευσή τους.
6. Τα αμαξοστάσια τα οποία υποστηρίζουν το σύνολο των τύπων λεωφορείων, στην Ανθούσα και στα Άνω Λιόσια, έχουν υψηλό ποσοστό πληρότητας στο σενάριο όπου λαμβάνεται υπόψη ο περιορισμός υποστήριξης. Η άρση του περιορισμού οδηγεί σε μείωση του ποσοστού αυτού και σε σημαντική μείωση του συνολικού κόστους καταμερισμού.

7. Υψηλό βαθμό πλήρωσης έχουν και τα αμαξοστάσια τα οποία είναι χωροθετημένα εγγύτερα στο σύνολο των στάσεων αφετηρίας ή τέρματος των γραμμών ή συγκροτημάτων, όπως αυτό του Βοτανικού. Το αμαξοστάσιο του Βοτανικού, το οποίο βρίσκεται στο κέντρο της Αθήνας έχει υψηλότερο ποσοστό πληρότητας καθώς οι αφετηρίες και τα τέρματα στο κέντρο πληθαίνουν, γεγονός που δηλώνει χωροταξικό ανορθολογισμό. Τα υπόλοιπα αμαξοστάσια όπως του Πειραιά, Πέτρου Ράλλη και Ελληνικού, εξαιτίας της μεγάλης χωρητικότητας τους και καθώς είναι χωροθετημένα στα προάστια, έχουν μικρότερο ποσοστό πλήρωσης.
8. Γίνεται αντιληπτός ο χωροταξικός ανορθολογισμός του καταμερισμού των αμαξοστασίων στην περιοχή της Αθήνας αλλά και του καταμερισμού της πλειοψηφίας των στάσεων αφετηρίας και τέρματος των δρομολογίων. Γίνεται αντιληπτό πως οι περισσότερες στάσεις αφετηρίας ή τέρματος διαδρομής των λεωφορειακών γραμμών βρίσκονται εγγύτερα στο κέντρο της Αθήνας, ενώ το σύνολο των αμαξοστασίων είναι χωροθετημένα στα προάστια με συνέπεια τα κεντρικά αμαξοστάσια, για παράδειγμα στο Βοτανικό, να εμφανίζουν υψηλότερα ποσοστά πληρότητας από τα υπόλοιπα.
9. Το συνολικό κόστος καταμερισμού μειώνεται στην περίπτωση ομαδοποίησης των λεωφορείων σε γραμμές σε ποσοστό 11% σε σχέση με το αντίστοιχο κόστος καταμερισμού συγκροτημάτων. Η ομαδοποίηση των λεωφορείων σε συγκροτήματα παρότι είναι συμφέρουσα για λόγους προγραμματισμού και συνεισφέρει στην εξισορρόπηση της πληρότητας των αμαξοστασίων, οδηγεί σε σημαντική αύξηση του συνολικού κόστους καταμερισμού.

---

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

---

<b>1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>1</b>
1.1. Γενικά .....	1
1.2. Καταμερισμός λεωφορείων σε αμαξοστάσια .....	2
1.3. Σκοπός της διπλωματικής εργασίας .....	3
1.4. Δομή της διπλωματικής εργασίας .....	3
<b>2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....</b>	<b>5</b>
2.1. Εισαγωγή.....	5
2.2. Έρευνες για τον καταμερισμό στόλου λεωφορείων σε διαδρομές και αμαξοστάσια.....	5
2.2.1. Παρουσίαση ερευνών και μαθηματικών προτύπων.....	6
2.3. Συμπεράσματα.....	28
<b>3. ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ.....</b>	<b>29</b>
3.1. Γενικά .....	29
3.2. Γενική περιγραφή του προβλήματος καταμερισμού.....	29
3.3. Δεδομένα του προβλήματος.....	30
3.4. Περιορισμοί του προβλήματος.....	31
3.5. Αναλυτική περιγραφή του προβλήματος .....	32
3.5.1. Περιγραφή εννοιών .....	32
3.5.2. Περιγραφή του μαθηματικού μοντέλου.....	34
3.5.3. Επιμέρους ανάλυση κάθε όρου της αντικειμενικής συνάρτησης .....	36
3.5.4. Επιμέρους ανάλυση των περιορισμών .....	38
3.6. Συμπεράσματα.....	39

<b>4. ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....</b>	<b>40</b>
4.1. Γενικά .....	40
4.2. Συλλογή στοιχείων .....	41
4.2.1. Γενική παρουσίαση δεδομένων.....	41
4.2.2. Αναλυτική παρουσίαση δεδομένων .....	41
4.3. Περιγραφή της μεθοδολογίας επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου με χρήση λογισμικού βελτιστοποίησης .....	46
4.3.1. Αναλυτική περιγραφή επίλυσης του μοντέλου με λογισμικό βελτιστοποίησης .....	47
4.4. Συμπεράσματα.....	49
<b>5. ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ ΣΕΝΑΡΙΑ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>50</b>
5.1. Εισαγωγή.....	50
5.2. Παρουσίαση εναλλακτικών σεναρίων .....	50
5.3. Αποτελέσματα εναλλακτικών σεναρίων .....	52
5.3.1. Αποτελέσματα επίλυσης μαθηματικού προτύπου για το βέλτιστο καταμερισμό συγκροτημάτων στα αμαξοστάσια.....	53
5.3.2. Συμπεράσματα αποτελεσμάτων του βέλτιστου καταμερισμού συγκροτημάτων στα αμαξοστάσια.....	57
5.3.3. Αποτελέσματα επίλυσης μαθηματικού προτύπου για το βέλτιστο καταμερισμό γραμμών στα αμαξοστάσια.....	58
5.3.4. Συμπεράσματα αποτελεσμάτων του βέλτιστου καταμερισμού γραμμών στα αμαξοστάσια.....	60
<b>6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑ .....</b>	<b>62</b>
6.1. Σύνοψη αποτελεσμάτων & συμπεράσματα .....	62
6.2. Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	64
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....</b>	<b>66</b>



---

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

---

### 1.1. Γενικά

Το μεγάλο πλήθος των ιδιωτικών οχημάτων που καλείται να εξυπηρετήσει το δίκτυο οδικών αρτηριών μαζί με την έντονη κυκλοφοριακή συμφόρηση και τις ελάχιστες θέσεις στάθμευσης στις σύγχρονες πόλεις, καθιστούν τις μετακινήσεις δυσχερείς. Λαμβάνοντας υπόψη αυτή τη δυσκολία μετακίνησης με Ι.Χ. εμφανίζεται η ανάγκη ενίσχυσης του φορέα οργάνωσης και λειτουργίας του λεωφορειακού δικτύου αστικών συγκοινωνιών. Ιδιαίτερα η περιοχή της Αθήνας αντιμετωπίζει σημαντικά προβλήματα που αφορούν στο δίκτυο μεταφορών εξαιτίας της έντονης κυκλοφοριακής συμφόρησης των οδών και της απουσίας θέσεων στάθμευσης. Επομένως, είναι επιβεβλημένο να ενισχυθούν οι μετακινήσεις με Αστικές Συγκοινωνίες, ώστε να παράγουν μεγαλύτερο μεταφορικό έργο εξυπηρετώντας όσο το δυνατό περισσότερους επιβάτες.

Παρά τα υψηλά επίπεδα επιβατικής κίνησης που εξυπηρετούνται από το λεωφορειακό δίκτυο, οι φορείς διαχείρισής του συχνά λειτουργούν με μειωμένα έσοδα εξαιτίας των χαμηλών αντιτίμων των εισιτηρίων και της μη ορθής οικονομικής διαχείρισης του στόλου του. Στη βέλτιστη διαχείριση του στόλου των λεωφορείων συμβάλλει σημαντικά η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους για τον φορέα.

Το σύστημα καταμερισμού λεωφορείων έχει ως σκοπό τη βέλτιστη αντιστοίχιση λεωφορείων σε αμαξοστάσια ώστε ο φορέας να μειώσει τις δαπάνες του. Κρίνεται αποτελεσματικό ο καταμερισμός να οδηγεί σε μείωση του συνολικού λειτουργικού κόστους. Το κόστος των 'νεκρών', μη παραγωγικών χιλιομέτρων, που διανύει κάθε λεωφορείο του στόλου μεταξύ αμαξοστασίου και αφετηρίας διαδρομής ή τέρματος της διαδρομής του και αμαξοστασίου, αποτελεί μέρος του λειτουργικού κόστους. Καθώς οι δύο παραπάνω διαδρομές δεν εξυπηρετούν το επιβατικό κοινό, είναι επιθυμητή η μείωση της οικονομικής επιβάρυνσης που προκαλούν. Η επιβάρυνση αυτή, χωρίς να παράγεται μεταφορικό έργο για τον επιβάτη, οδηγεί σε μείωση εσόδων για τον φορέα αστικών συγκοινωνιών, σε αύξηση της κατανάλωσης καυσίμων, σε αύξηση της ρύπανσης αλλά και σε αύξηση των φθορών όπου υπόκεινται τα ελαστικά και οι αναρτήσεις των οχημάτων.

Παράλληλα, οι λειτουργικές δαπάνες του εκάστοτε αμαξοστασίου αυξάνονται όσο αυξάνεται ο αριθμός των οχημάτων που αντιστοιχίζεται σε ένα αμαξοστάσιο, καθώς μεγαλύτερη πληρότητα αμαξοστασίου μεταφράζεται σε αύξηση του απασχολούμενου

προσωπικού αλλά και σε αύξηση του συνόλου των δαπανών, για παράδειγμα αυξημένες δαπάνες για εργαλεία, ανταλλακτικά, μεταφορές με γερανούς των σταθμών.

Τέλος, το κόστος ισοκατανομής που αυξάνεται όσο η πληρότητα ενός αμαξοστασίου αποκλίνει από την 'ιδανική', αποτελεί μέρος του συνολικού κόστους καταμερισμού καθώς η ελαχιστοποίησή του συμβάλλει στη διατήρηση της δυναμικότητας του κάθε αμαξοστασίου σε βέλτιστα επίπεδα λειτουργίας.

## 1.2. Καταμερισμός λεωφορείων σε αμαξοστάσια

Το σύστημα αστικών συγκοινωνιών αποτελεί μια γόνιμη περιοχή για έρευνα στον τομέα των μεταφορών. Το πρόβλημα του καταμερισμού ή της αντιστοίχισης λεωφορείων σε αμαξοστάσια αφορά πρωταρχικά την κατανομή  $m$  πόρων σε  $n$  δραστηριότητες έτσι ώστε να βελτιστοποιείται το προκύπτον αποτέλεσμα, με το περιορισμό ότι κάθε πόρος χρησιμοποιεί μόνο μία δραστηριότητα και η κάθε δραστηριότητα χρησιμοποιεί μόνο ένα πόρο. Στην κλασική βιβλιογραφία, το πρόβλημα του καταμερισμού τίθεται ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους. Για κάθε ανάθεση πόρου  $i, i=1, 2, \dots, m$  σε καθεμιά από τις δραστηριότητες  $j, j=1, 2, \dots, n$ , ορίζεται ένα κόστος  $c_{ij}$  και επιδιώκεται εκείνη η αντιστοίχιση πόρων στις δραστηριότητες που ελαχιστοποιεί το κόστος αυτό.

Ποικιλία αναλυτικών μεθόδων μπορεί να χρησιμοποιηθεί ώστε να γίνει ο καταμερισμός αυτός, όπως ακέραιος προγραμματισμός, μοντελοποίηση και μικτός προγραμματισμός. Στην παρούσα διπλωματική εργασία ο προσδιορισμός του αριθμού των λεωφορείων που αντιστοιχίζονται σε ένα συγκεκριμένο αμαξοστάσιο αποτελεί πρόβλημα μικτού ακέραιου-μη γραμμικού προγραμματισμού.

Τα προβλήματα του προγραμματισμού στα οποία όλες ανεξαιρέτως οι μεταβλητές απόφασης περιορίζονται να πάρουν ακέραιες τιμές, εμπίπτουν στο πεδίο του ακέραιου προγραμματισμού. Εκείνα, στα οποία ο περιορισμός ακεραιότητας δεν ισχύει για όλες τις μεταβλητές, αλλά για μερικές από αυτές, ονομάζονται προβλήματα μικτού ακέραιου προγραμματισμού.

Κατά τη διαδικασία καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια συντελείται η μορφοποίηση ενός μαθηματικού προτύπου, μιας αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών, ώστε να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους διάλυσης νεκρών χιλιομέτρων από τα λεωφορεία, το κόστος ισοκατανομής λεωφορείων σε διαθέσιμα αμαξοστάσια και το λειτουργικό κόστος αμαξοστασίων. Η αντικειμενική συνάρτηση μαζί με μια σειρά περιορισμών, όπως οι περιορισμοί ακεραιότητας, μέγιστης και ελάχιστης χωρητικότητας αμαξοστασίων αλλά και περιορισμοί υποστήριξης διάφορων τύπων λεωφορείων από αμαξοστάσια συνθέτουν το μαθηματικό μοντέλο μικτού ακέραιου-μη γραμμικού προγραμματισμού.

### **1.3. Σκοπός της διπλωματικής εργασίας**

Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει εκτενής έρευνα για το βέλτιστο καταμερισμό λεωφορείων σε αμαξοστάσια, όπως προκύπτει κι από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η βελτιστοποίηση του καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια μέσω της μορφοποίησης ενός προτύπου μικτού ακέραιου-μη γραμμικού προγραμματισμού. Το πρότυπο αυτό εστιάζει στην ελαχιστοποίηση του κόστους 'μη παραγωγικού' έργου των λεωφορείων, το κόστος της ισοκατανομής τους καθώς και των λειτουργικών δαπανών του συνόλου των αμαξοστασίων. Εφαρμογή του προτεινόμενου προτύπου γίνεται στο εκτεταμένο δίκτυο των λεωφορειακών γραμμών των αστικών συγκοινωνιών της Αθήνας. Διαμορφώνοντας εναλλακτικά σενάρια εξάγονται συμπεράσματα για το συνολικό λειτουργικό κόστος κατά το καταμερισμό των λεωφορείων στα ήδη χωροθετημένα αμαξοστάσια. Συμπεράσματα κατά τη διαδικασία αυτή εξάγονται και για τα ποσοστά πληρότητας των αμαξοστασίων του λεωφορειακού δικτύου. Τα στοιχεία τα οποία χρησιμοποιούνται, έχουν συλλεχτεί από τον Οργανισμό Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας και από τις διευθύνσεις των αμαξοστασίων της Ε.ΘΕ.Α.

### **1.4. Δομή της διπλωματικής εργασίας**

Όλα τα ανωτέρω παρουσιάζονται αναλυτικά στα κεφάλαια που ακολουθούν. Συγκεκριμένα:

Το **2<sup>ο</sup> κεφάλαιο** περιλαμβάνει τη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Πραγματοποιείται ανάλυση ερευνών από τις διεθνείς βιβλιογραφικές αναφορές σχετικά με τη μελέτη καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια δικτύων λεωφορειακών γραμμών. Παράλληλα, παρουσιάζονται τα μαθηματικά πρότυπα που χρησιμοποίησαν οι ερευνητές, καθώς και τα αποτελέσματα της εφαρμογής του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου της κάθε έρευνας.

Το **3<sup>ο</sup> κεφάλαιο** περιλαμβάνει την ανάλυση της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε για τη μορφοποίηση του μαθηματικού προτύπου, το οποίο στοχεύει στο βέλτιστο καταμερισμό των λεωφορείων στα αμαξοστάσια ελαχιστοποιώντας το κόστος των νεκρών χιλιομέτρων, το κόστος ισοκατανομής και το λειτουργικό κόστος των αμαξοστασίων.

Στο **4<sup>ο</sup> κεφάλαιο** παρουσιάζεται η συλλογή δεδομένων και το πλήθος πληροφοριών που απαιτείται για την επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου. Επιπρόσθετα, γίνεται αναφορά στα χαρακτηριστικά του λογισμικού βελτιστοποίησης, το οποίο χρησιμοποιείται για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων.

Στο **5<sup>ο</sup> κεφάλαιο** συνοψίζονται τα εναλλακτικά σενάρια υπόθεσης για την επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου και τα αποτελέσματα της διαδικασίας

βελτιστοποίησης του καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια, με χρήση των δεδομένων του προηγούμενου κεφαλαίου.

Στο **6<sup>ο</sup> κεφάλαιο** διατυπώνονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα με βάση την ερμηνεία των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Επίσης, γίνεται παράθεση σχετικών προτάσεων για περαιτέρω έρευνα.

---

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

---

#### 2.1. Εισαγωγή

Όπως προαναφέρθηκε στο εισαγωγικό κεφάλαιο, η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως σκοπό τον βέλτιστο καταμερισμό των λεωφορείων του στόλου του Ο.Α.Σ.Α. στα διαθέσιμα, ήδη χωροθετημένα, αμαξοστάσια με τη χρήση μαθηματικού προτύπου μικτού ακέραιου-μη γραμμικού προγραμματισμού. Πριν την παρουσίαση των στοιχείων, του τρόπου επεξεργασίας τους καθώς και της επιλεγόμενης μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε, γίνεται αναφορά στις συστηματικές προσπάθειες των ερευνητών στη διεθνή βιβλιογραφία με στόχο την βελτιστοποίηση του καταμερισμού λεωφορείων φορέα αστικών συγκοινωνιών σε αμαξοστάσια.

Στο κεφάλαιο αυτό συνοψίζεται και γίνεται παρουσίαση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας που αφορά τα πρότυπα ακέραιου προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διαδικασία βέλτιστης ανάθεσης στόλου λεωφορείων σε αμαξοστάσια ή σε διαδρομές/γραμμές. Η ανασκόπηση αυτή στην ξένη κυρίως βιβλιογραφία έχει να παρουσιάσει θέματα που αναφέρονται σε μαθηματικά πρότυπα βελτιστοποίησης καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια και σταθμούς καθώς και σε μοντέλα ελαχιστοποίησης του κόστους νεκρών διαδρομών. Παρατίθενται τα στοιχεία στα οποία βασίστηκε η κάθε έρευνα, η μεθοδολογία με την οποία ο κάθε ερευνητής τυποποίησε το πρόβλημα καθώς και τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις έρευνες αυτές.

#### 2.2. Έρευνες για τον καταμερισμό στόλου λεωφορείων σε διαδρομές και αμαξοστάσια

Οι πρώτες προσπάθειες για τη δημιουργία προτύπων βέλτιστης αντιστοίχισης λεωφορείων σε αμαξοστάσια χρησιμοποιούσαν μεθόδους αναλυτικής επίλυσης που αναφέρονται σε προβλήματα χωροθέτησης/καταμερισμού (location/allocation), τα οποία αποτελούν κατηγορία προβλημάτων της επιστήμης του Management. Η χρήση προτύπων ακέραιου προγραμματισμού αποτέλεσε μια από τις ευρέως χρησιμοποιούμενες μεθοδολογίες επίλυσης προβλημάτων καταμερισμού (Bent, 1972).

### 2.2.1. Παρουσίαση ερευνών και μαθηματικών προτύπων

Σύμφωνα με την έρευνα των Maze et al. (1982, 1983), παρουσιάζεται μια υπολογιστική μεθοδολογία μικτού ακέραιου προγραμματισμού που αποσκοπεί στη χωροθέτηση και υπολογισμό του μεγέθους των αμαξοστασίων ενός συστήματος αστικών συγκοινωνιών. Η έρευνα αυτή έχει πρακτική εφαρμογή στη μητροπολιτική περιοχή του Detroit. Κύριος στόχος της μορφοποίησης του προβλήματος είναι η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους (κόστος νεκρής διαδρομής, κόστος λειτουργικό αμαξοστασίου, κόστος κατασκευής νέου αμαξοστασίου) που σχετίζεται με την αντιστοίχιση λεωφορείων σε αμαξοστάσια. Η αντικειμενική συνάρτηση που προτάθηκε είναι η εξής:

$$\text{Ελαχιστοποίηση } TC = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m T_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^m O(N_j) + \sum_{j=1}^m FO(Z_j) + \sum_{j=1}^m C(N_j) + \sum_{j=1}^m FC(Z_j)$$

Περιορισμοί:

$$\sum_{j=1}^m X_{ij} = 1 \text{ για κάθε } i \text{ (} i = 1, 2, \dots, n \text{)}$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} - N_j = 0 \text{ για κάθε } j \text{ (} j = 1, 2, \dots, m \text{)}$$

$$X_{ij} = 0 \text{ ή } 1$$

$$Z_j = \begin{cases} 1, \text{ όπου } N_j > 0 \\ 0, \text{ όπου } N_j = 0 \end{cases} \text{ για κάθε } j \text{ (} j = 1, 2, \dots, m \text{)}$$

$$N_j \geq 0 \text{ και } N_j \leq Max_j \text{ για κάθε } j \text{ (} j = 1, 2, \dots, m \text{)}$$

Επεξήγηση συμβόλων:

$T_{ij}$  : η μη παραγωγική μετακίνηση καταμερισμού λεωφορείου σε αμαξοστάσιο  $j$

$X_{ij}$  : η δυαδική μεταβλητή όπου  $X_{ij} = 1$  σημαίνει ότι λεωφορείο  $i$  έχει αντιστοιχηθεί στο αμαξοστάσιο  $j$

$O$  : το λειτουργικό κόστος του αμαξοστασίου για κάθε λεωφορείο

$N_j$  : ο αριθμός των λεωφορείων που έχουν αντιστοιχηθεί στο αμαξοστάσιο  $j$

$FO$  : το σταθερό λειτουργικό κόστος (fixed operating cost)

$Z_j$  : η σταθερή μεταβλητή κόστους, όπου ισοδυναμεί με 1 όταν ένα αμαξοστάσιο θα εγκατασταθεί σε σημείο  $j$

$C$  :το κατασκευαστικό κόστος για κάθε αμαξοστάσιο για κάθε λεωφορείο

$FC$  :το σταθερό κόστος κατασκευής αμαξοστασίου

$\max j$  :η χωρητικότητα του αμαξοστασίου που είναι χωροθετημένο στο σημείο  $j$

Στην έρευνα αυτήν προτείνεται χρήση μεθοδολογίας απλοποίησης του προβλήματος με σκοπό να μειωθούν οι διαθέσιμοι συνδυασμοί καταμερισμού, διαγράφοντας αυτούς που εμφανίζουν μικρή πιθανότητα να προκύψουν ως βέλτιστοι. Επίσης, το πρότυπο εργαλείο που παρουσιάζεται ελαχιστοποιεί το κόστος που σχετίζεται με τη λειτουργία και την κατασκευή των αμαξοστασίων, ενώ ταυτόχρονα προσδιορίζει το βέλτιστο συνδυασμό καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια, επιλέγοντας τη βέλτιστη από μια σειρά πιθανών λύσεων. Διακεκριμένο χαρακτηριστικό της μεθοδολογίας που προτείνεται είναι η γρήγορη και αποτελεσματική επίλυση ενός σύνθετου συγκοινωνιακού προβλήματος ως γραμμικό. Τα στοιχεία τα οποία χρησιμοποιούνται στην έρευνα, συλλέχθηκαν από τους φορείς αστικών συγκοινωνιών του Detroit όπου και εφαρμόστηκε η προσέγγιση αυτή στη μητροπολιτική περιοχή.

Οι Sharma και Prakash (1986) παρουσιάζουν τα αποτελέσματα χρήσης μιας αναλυτικής αριθμητικής μεθόδου, ώστε να καθορίσουν το βέλτιστο αριθμό λεωφορείων τα οποία θα σταθμεύουν καθ' όλη τη διάρκεια της νύχτας σε προκαθορισμένα αμαξοστάσια. Ταυτόχρονα, ορίζουν ένα βέλτιστο πρόγραμμα ώστε να γίνει καταμερισμός των λεωφορείων στα ήδη χωροθετημένα αμαξοστάσια και από εκεί στις αφετηρίες των προκαθορισμένων διαδρομών των γραμμών τους. Συγκεκριμένα, ως βασικός στόχος στον οποίο δίδεται προτεραιότητα επίτευξης ανάγεται η ελαχιστοποίηση της συνολικά διανυθείσας απόστασης για το σύνολο του στόλου των λεωφορείων από τα αμαξοστάσια μέχρι τις αφετηρίες των διαδρομών τους. Η ελαχιστοποίηση του μέγιστου μήκους διάνυσης κάθε λεωφορείου ξεχωριστά κατά τη νεκρή διαδρομή που εκτελούν έρχεται δεύτερη σε βαθμό προτεραιότητας. Το πρότυπο το οποίο παρουσιάζεται αποτελεί μοντέλο πολλαπλών χρήσεων διότι μπορούν να προστεθούν σε αυτό περαιτέρω περιορισμοί από αυτούς που αναφέρονται στο συγκεκριμένο πρόβλημα, ώστε να είναι εφαρμόσιμο και σε συστήματα με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Οι αντικειμενικές συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται παρακάτω:

$$z_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad \text{όπου } x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, \dots, n)$$

$$\text{και } z_2 = \max d_{ij} : x_{ij} > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, \dots, n)$$

Οι περιορισμοί παρουσιάζονται με το βαθμό προτεραιότητας τους στην επίλυση:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Η τελευταία εξίσωση είναι αποτέλεσμα της θεώρησης ότι ο αριθμός λεωφορείων που είναι σταθμευμένα κατά τη διάρκεια της νύχτας στο αμαξοστάσιο πρέπει να ισοδυναμεί με τον αριθμό των λεωφορείων τα οποία θα μετακινηθούν τη μέρα από το αμαξοστάσιο στις αφετηρίες των προκαθορισμένων διαδρομών τους.

Επεξήγηση συμβόλων:

$m$  : αμαξοστάσια,  $n$  : αφετηρίες διαδρομών

$a_i$  : ο μέγιστος αριθμός λεωφορείων που μπορούν να σταθμεύσουν διανυκτερεύοντας στο αμαξοστάσιο  $i$

$b_j$  : ο αριθμός των λεωφορείων που απαιτούνται στην αφετηρία διαδρομής κάθε γραμμής

$d_{ij}$  : το μήκος της απόστασης μεταξύ αμαξοστασίου  $i$  και αφετηρίας διαδρομής  $j$

$x_i$  : ο αριθμός των λεωφορείων που θα σταθμεύουν διανυκτερεύοντας στο αμαξοστάσιο  $i$

$x_{ij}$  : ο αριθμός λεωφορείων που καλύπτουν τη διαδρομή μεταξύ αμαξοστασίου  $i$  και αφετηρίας  $j$  της διαδρομής

Παρατηρείται ότι η εξίσωση  $z_2$  δεν είναι γραμμική επομένως το πρόβλημα των δύο στόχων δεν είναι γραμμικό. Μια νέα διαδικασία ακολουθείται ώστε να εξισορροπηθεί το πρόβλημα και να ληφθεί η βέλτιστη λύση του. Για να επιτευχθεί αυτό εισάγεται

μια φανταστική διαδρομή  $(n+1)$ , όπου υποτίθεται ισχύει  $b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$ , που

είναι ο αριθμός των λεωφορείων, τα οποία απαιτούνται στην έναρξη μιας δεδομένης διαδρομής. Με την προσθήκη αυτή, το πρόβλημα μπορεί να μετατραπεί σε εναλλακτικό με μια μόνο αντικειμενική συνάρτηση, αντί για δυο που προτάθηκαν αρχικά. Η ομάδα  $d_{ij} : i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n+1$  χωρίζεται σε τμήματα  $L_k$  ( $k = 1, \dots, q$ )

με τον παρακάτω τρόπο: κάθε τμήμα περιλαμβάνεται στον όρο  $d_{ij}$  έχοντας την ίδια αριθμητική τιμή. Το  $L_1$  περιλαμβάνεται στον όρο  $d_{ij}$  έχοντας τη μεγαλύτερη αριθμητική τιμή, έπειτα το  $L_2$  και τελικά το  $L_q$ , που έχει τη μικρότερη αριθμητική τιμή. Έπειτα, συντελεστές προτεραιότητας εισάγονται στην εξίσωση:



$$z_1' = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n+1} d_{ij} x_{ij} ; \sum_{L_1} x_{ij} ; \dots, \sum_{L_q} x_{ij}$$

Οι συντελεστές προτεραιότητας  $M_0, M_1, \dots, M_q$  είναι όλοι θετικοί και ισχύει η σχέση:

$$\alpha M_k - \beta M_{k+1} = \begin{cases} -ve & \text{if } \alpha < 0 \\ +ve & \text{if } \alpha > 0 \end{cases} \quad (k = 0, 1, \dots, q-1)$$

Η σχέση αυτή σηματοδοτεί ότι ο όρος  $M_k$  είναι πολύ μεγαλύτερος από τον όρο  $M_{k+1}$  ώστε τελικά η παράσταση έχει το ίδιο πρόσημο με το  $\alpha$  ανεξάρτητα από το  $\beta$ .

Τελικά το ισοδύναμο πρόβλημα είναι, για  $x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n+1$  :

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n+1} d_{ij} x_{ij} + \sum_{k=1}^q M_k \sum_{L_k} x_{ij}$$

Τα αποτελέσματα της έρευνας συνιστούν μια απλή μεθοδολογία για τη βελτιστοποίηση των νεκρών διαδρομών που διανύονται από τα λεωφορεία του στόλου αστικών συγκοινωνιών. Τα μοναδικά στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτήν την έρευνα ως δεδομένα είναι οι χωρητικότητες των αμαξοστασίων σε λεωφορεία, ο αριθμός των λεωφορείων που είναι απαιτούμενος στις αφετηρίες των εκάστοτε γραμμών για την πραγματοποίηση των προκαθορισμένων διαδρομών και οι αποστάσεις μεταξύ αμαξοστασίων-αφετηριών διαδρομών, ενώ η επίλυση έγινε για ένα αριθμητικό παράδειγμα.

Επεκτείνοντας την προηγούμενη έρευνα, οι ερευνητές Prakash et al. (1999) εξέτασαν την ανάπτυξη ενός αναλυτικού αλγορίθμου για τον καταμερισμό λεωφορείων σε αμαξοστάσια. Με αυτήν την έρευνα επιθυμούν την επίτευξη δύο στόχων: την ελαχιστοποίηση της νεκρής διαδρομής που καλύπτεται από το σύνολο του στόλου των λεωφορείων και τη μεγιστοποίηση της συνολικής διαδρομής που καλύπτεται από κάθε λεωφορείο ξεχωριστά από το αμαξοστάσιο μέχρι την αφετηρία ή το τέρμα της βάρδιάς του για κάθε συγκεκριμένη γραμμή. Στην έρευνα αυτή επομένως χρησιμοποιήθηκε η ίδια προτυποποίηση, με χρήση των ιδίων αντικειμενικών συναρτήσεων και περιορισμών. Η διαφορά με την προηγούμενη έρευνά τους έγκειται στην προσέγγιση του προβλήματος με μη καθορισμό βαθμού προτεραιότητας μεταξύ των δύο στόχων. Η τεχνική που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων είναι διαδικασία μη γραμμικού ακέραιου προγραμματισμού ενώ η αναλυτική διαδικασία για τη λήψη των μη κυριαρχούμενων λύσεων περιγράφεται αναλυτικά παρακάτω:

Η πρώτη μη κυριαρχούμενη λύση είναι η  $\bar{x}^{(1)}$ , όταν το πρόβλημα έχει μορφοποιηθεί με προτεραιότητα την ελαχιστοποίηση του μεγέθους  $Z_1$  και δεύτερη σε βαθμό

προτεραιότητας τη λύση του μεγέθους  $Z_2$ . Αντίστοιχα, η μη κυριαρχούμενη επίλυση είναι η  $\bar{x}^{(2)}$ , όταν δεν υπάρχει λύση  $\bar{x}$  που να ικανοποιεί τις παρακάτω σχέσεις:

$$(i) Z_1(\bar{x}^{(1)}) \leq Z_1(\bar{x}) \leq Z_1(\bar{x}^{(2)}) \text{ και } (ii) Z_2(\bar{x}^{(1)}) \leq Z_2(\bar{x}) \leq Z_2(\bar{x}^{(2)})$$

Το μορφοποιημένο πρόβλημα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις μετασχηματίζεται σε ένα ισοδύναμο πρόβλημα με μόνο μια αντικειμενική συνάρτηση, όπως περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία στην προηγούμενη έρευνά τους.

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής συνιστούν ότι με τη μεθοδολογία των μη κυριαρχούμενων λύσεων, ο λήπτης αποφάσεων, για την εφαρμογή του καταμερισμού που προτείνεται, έχει στη διάθεσή του τρεις προτεινόμενες λύσεις ανάμεσα στις οποίες μπορεί να επιλέξει. Συγκριτικό πλεονέκτημα αυτής της έρευνας έναντι της προηγούμενης είναι η ελαστικότητα στην επιλογή της βέλτιστης λύσης που θα προταθεί για εφαρμογή, καθιστώντας παράλληλα επιτακτική την ανάγκη παρακολούθησης του προγράμματος από τον υπεύθυνο λήψης της απόφασης για την εφαρμογή της ανάθεσης και στον υπεύθυνο επίλυσης του προβλήματος. Τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται στο πρότυπο αυτό είναι οι χωρητικότητες των προκαθορισμένων αμαξοστασίων, ο αριθμός των λεωφορείων που απαιτούνται στις αφετηρίες της κάθε σχεδιασμένης διαδρομής και οι αποστάσεις των νεκρών διαδρομών που καλύπτονται.

Οι Uyeno και Willoughby (1995) χρησιμοποιούν μια υπολογιστική μεθοδολογία βασισμένη σε πρότυπα μικτού ακέραιου προγραμματισμού για το βέλτιστο καταμερισμό λεωφορείων σε αμαξοστάσια, την χωροθέτηση και τη διαστασιολόγηση νέων αμαξοστασίων στην περιοχή μελέτης. Το πρότυπο μικτού ακέραιου προγραμματισμού που εφαρμόζεται είναι αυτό που προτάθηκε από τον ερευνητή Maze (1982, 1983), όπου δυαδικές ακέραιες μεταβλητές χρησιμοποιούνται για τη διαδικασία του καταμερισμού.

Η αντικειμενική συνάρτηση που προτάθηκε είναι:

$$\min \text{ total cost} = \sum_r \sum_d \sum_p \sum_s C_{rdps} X_{rdps} + \sum_{s-\text{candidate}} V_s N_s + \sum_{s-\text{BTC}} F_s W_s - \sum_{s-\text{existing}} R_s Z_s$$

όπου:

$r$  : διαδρομή

$d$  : ημέρα

$p$  : περίοδος λειτουργίας

$s$  : αμαξοστάσιο

Επεξήγηση συμβόλων:

$C_{rdps}$ : το ετήσιο κόστος νεκρών διαδρομών κατά τη μεταφορά ενός λεωφορείου σε μια διαδρομή  $r$ , συγκεκριμένη μέρα  $d$ , για την περίοδο λειτουργίας  $p$ , στο αμαξοστάσιο  $s$

$X_{rdps}$ : ο αριθμός λεωφορείων που αντιστοιχίζεται σε μια διαδρομή  $r$ , συγκεκριμένη μέρα  $d$ , για την περίοδο λειτουργίας  $p$ , στο αμαξοστάσιο  $s$

$V_s$ : ετήσιο κόστος ανά λεωφορείο για την κατασκευή σε υποψήφια θέση  $s$  αμαξοστάσιο

$N_s$ : συνολικός αριθμός λεωφορείων που αντιστοιχίζεται σε αμαξοστάσιο  $s$ , συμπεριλαμβάνοντας και τα βοηθητικά λεωφορεία

$F_{BTC}$ : ετήσιο κόστος ηλεκτροδότησης Boundary Road, έτσι ώστε τα τρόλεϊ να μεταφερθούν στο BTC αμαξοστάσιο

$W_{BTC} = 0$  αν η Boundary Road δεν ηλεκτροδοτηθεί τα τρόλεϊ δεν θα σταθμεύσουν στο BTC, αντίστοιχα για  $W_{BTC} = 1$

$R_s$ : ετήσια υπολειμματική αξία ώστε να κλείσει υπάρχον αμαξοστάσιο

$Z_s = 0$ : αν υπάρχον αμαξοστάσιο παραμένει ανοιχτό,  $Z_s = 1$  αν κλείνει αντίστοιχα

Περιορισμοί:

$\sum_s X_{rdps} = D_{rdp}$  περιορισμός ζήτησης, όπου  $D_{rdp}$ : ζήτηση λεωφορείων

$\sum_r \sum_d \sum_p X_{rdps} - A_s \leq 0 \quad \forall s$ , όπου  $A_s$ : ενεργός αριθμός λεωφορείων που σταθμεύουν σε αμαξοστάσιο

$N_s - \alpha A_s \geq 0 \quad \forall s$  περιορισμός για τον καταμερισμό λεωφορείων συνυπολογίζοντας και τα πρόσθετα/αναπληρωματικά οχήματα

$N_s - \omega_s Y_s \leq 0 \quad \forall s =$  υποψήφιο αμαξοστάσιο

$N_s - \lambda_s Y_s \geq 0 \quad \forall s =$  υποψήφιο αμαξοστάσιο

όπου:  $Y_s = 0$  όταν το αμαξοστάσιο σε μια υποψήφια θέση  $s$  δεν θα κατασκευαστεί,

$Y_s = 1$  αντίστοιχα θα κατασκευαστεί

$\omega_s$ : το μέγιστο επιτρεπόμενο μέγεθος των υποψηφίων αμαξοστασίων

$\lambda_s$  : το ελάχιστο επιτρεπόμενο μέγεθος των υποψηφίων αμαξοστασίων

$$N_s - \beta_s (1 - Z_s) \leq 0 \quad \forall s = \text{υπάρχων αμαξοστάσιο}$$

$$N_s - \gamma_s (1 - Z_s) \geq 0 \quad \forall s = \text{υπάρχων αμαξοστάσιο}$$

$\beta_s$  : μέγιστο επιτρεπόμενο μέγεθος ήδη χωροθετημένου αμαξοστασίου

$\gamma_s$  : ελάχιστο επιτρεπόμενο μέγεθος ήδη χωροθετημένου αμαξοστασίου

$$\sum_{r=\text{trolley}} X_{rdpBTC} - \beta_{BTC} W_{BTC} \leq 0 \quad \forall d, p \text{ περιορισμός για την ηλεκτροδότηση του BTC}$$

$$X_{rdps} \geq 0$$

$$A_s N_s \geq 0 \text{ και ακέραιος}$$

$$\omega_s, \lambda_s, \beta_s, \gamma_s, \theta_s \geq 0$$

$$\alpha_s \geq 1$$

$$W_s, Y_s, Z_s = 0, 1$$

Το παραπάνω πλαίσιο προτυποποίησης εφαρμόστηκε για τον καταμερισμό λεωφορείων σε αμαξοστάσια στην περιοχή του Βανκούβερ του Καναδά ενώ χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο σχεδιασμού το μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού που έχει το ακρωνύμιο BUBLS (Bus Barn Location System). Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής δείχνουν την επίδραση του προτύπου βελτιστοποίησης στο λειτουργικό κόστος, εξασφαλίζοντας μείωση περίπου 10% στο κόστος που απορρέει από τις νεκρές διαδρομές που καλύπτουν τα λεωφορεία ως τα αμαξοστάσια. Η προσέγγιση αυτή βασισμένη σε μια σαφή μορφή μικτού γραμμικού προγραμματισμού, παρουσιάζει ένα μειονέκτημα καθώς η βέλτιστη λύση προκύπτει χωρίζοντας για το 20% των γραμμών τα συγκροτήματα λεωφορείων σε διαφορετικά αμαξοστάσια.

Σε επόμενη έρευνα οι ίδιοι ερευνητές, Willoughby και Uyeno (2001), χρησιμοποίησαν μια ευρετική (heuristic) διαδικασία ώστε ο καταμερισμός να γίνεται δίχως να διαχωρίζονται λεωφορεία τα οποία εξυπηρετούν μια συγκεκριμένη διαδρομή σε διαφορετικά αμαξοστάσια. Η προτυποποίηση γίνεται σε δυο βήματα: αρχικά αντιστοιχίζονται όλα τα λεωφορεία που εκτελούν μια καθορισμένη διαδρομή σε ένα συγκεκριμένο αμαξοστάσιο, στη συνέχεια γίνεται μεταγωγή των λεωφορείων μια γραμμής σε διαφορετικό αμαξοστάσιο σύμφωνα με τους επιβεβλημένους περιορισμούς χωρητικότητας. Η αντικειμενική συνάρτηση καθώς και οι περιορισμοί που χρησιμοποιούνται είναι πανομοιότυποι με την προσέγγιση που ακολουθήθηκε στην προηγούμενη έρευνα τους, εκτός από την παρακάτω προσθήκη περιορισμών:

$$\sum_d \sum_p X_{rdps} \leq D_r B_{rs} \quad \forall r, s$$

$$\sum_s B_{rs} = 1 \quad \forall r$$

$D_r$  : αριθμός λεωφορείων απαιτούμενων για κάθε διαδρομή  $r$

$B_{rs}$  : 1 όταν όλα τα λεωφορεία της διαδρομής  $r$  κατανέμονται σε αμαξοστάσια  $s$ , 0 όταν κανένα από τα λεωφορεία διαδρομής  $r$  δεν κατανέμεται σε αμαξοστάσια  $s$

Παράλληλα χρησιμοποιήθηκε μια ευρετική διαδικασία υπολογίζοντας για τα λεωφορεία μιας γραμμής τα οποία χωρίζονται σε διαφορετικά αμαξοστάσια, το ετήσιο κόστος νεκρών διαδρομών. Αυτή η διαδικασία πραγματοποιείται με τη θεώρηση ότι αποστέλλονται τα λεωφορεία στο ίδιο αμαξοστάσιο λαμβάνοντας υπόψη την επιβάρυνση που μπορεί να προκαλέσει αυτό στο ετήσιο κόστος, σε περίπτωση που πρέπει να γίνει επέκταση της εγκατάστασης του αμαξοστασίου.

Στην προσέγγιση αυτή γίνεται διόρθωση κάθε υπέρβασης της χωρητικότητας των αμαξοστασίων. Η επίλυση πραγματοποιείται με ένα πακέτο μικτού ακέραιου προγραμματισμού σε συνδυασμό με την εφαρμογή της ευρετικής διαδικασίας που χρησιμοποιεί τα στοιχεία κόστους νεκρών διαδρομών και χωρητικότητας των αμαξοστασίων.

Με βάση την προηγούμενη έρευνα, ο Willoughby (2002) επιχειρεί ακολουθώντας τις μεθοδολογίες που προτάθηκαν, να εισάγει διάφορα σενάρια μέσα στο πρότυπο που παρουσιάζει. Η προσέγγιση αυτή εφαρμόζεται στο σύστημα αστικών συγκοινωνιών του Βανκούβερ του Καναδά εξετάζοντας μια σειρά από 3 διαφορετικά σενάρια. Τα σενάρια εισάγονται στο πρότυπο του μικτού ακέραιου προγραμματισμού ώστε να βρεθεί βέλτιστη λύση χωρίς να εισάγονται δεδομένα για νέα αμαξοστάσια που πρόκειται να κατασκευαστούν, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα ήδη χωροθετημένα, και αλλαγές στον αριθμό λεωφορείων που μπορεί να στεγάσει ένα αμαξοστάσιο. Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των σεναρίων υπογραμμίζουν την επίδραση της μεταβολής των δεδομένων στο ετήσιο συνολικό κόστος που προκύπτει ως βέλτιστη λύση, ενώ η ποσοτική μέθοδος που προτείνεται στηρίζει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων καταμερισμού αποδίδοντας τα κόστη για κάθε προτεινόμενο σενάριο.

Μια έρευνα ιδιαίτερου ενδιαφέροντος σε σχέση με το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας πραγματοποιήθηκε από τους Van der Perre και Van Oudheusden (1996). Η έρευνα αυτή εισάγει μια διαφορετική προσέγγιση στις μεθοδολογίες για την ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους νεκρών διαδρομών. Συγκεκριμένα, λαμβάνεται υπόψη και η ελαχιστοποίηση του αριθμού των αμαξοστασίων εισάγοντας νέους περιορισμούς στη διαδικασία καταμερισμού λεωφορείων στα αμαξοστάσια. Η εφαρμογή του προτύπου πραγματοποιήθηκε με στοιχεία τα οποία συλλέχτηκαν για την πόλη Bangkok (1992) και τα οποία αφορούν: τη ζήτηση λεωφορείων στις αφετηρίες των διαδρομών κάθε γραμμής, την προσφορά λεωφορείων διαφορετικών τύπων, τις ελάχιστες αποστάσεις μεταξύ αμαξοστασίων και αφετηριών γραμμών και τις χωρητικότητες αμαξοστασίων για στάθμευση

λεωφορείων σε αυτά. Η προσέγγιση αποτελεί ένα NP-hard πρόβλημα καθώς λεωφορεία από διαφορετικά αμαξοστάσια αντιστοιχίζονται σε διαφορετικές αφετηρίες διαδρομών. Το πρόβλημα ακολουθεί το μοτίβο ενός απλού συγκοινωνιακού προβλήματος. Παρακάτω παρουσιάζονται η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης κόστους και οι περιορισμοί που εισάγονται στο πρότυπο, μαζί με την επεξήγηση συμβόλων:

$$\min \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J d_j * c_{ij} * y_{bij}$$

Περιορισμοί:

$$\sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^I y_{bij} = 1 \quad \forall \text{ διαδρομή } j$$

$$y_{bij} \leq z_{bi} \quad \forall \text{ αμαξοστάσιο } i \text{ και διαδρομή } j$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J d_j * y_{bij} \leq n_b \quad \forall \text{ είδος λεωφορείου } b$$

$$\sum_{b=1}^B \sum_{j=1}^J d_j * y_{bij} \leq s_i \quad \forall \text{ αμαξοστάσιο } i$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{b=1}^B z_{bi} \leq \sum_{b=1}^B p_b, \quad 0 \leq y_{bij} \leq 1 \quad \forall \text{ αμαξοστάσιο } i, \text{ διαδρομή } j \text{ και είδος } b$$

$$z_{bi} \in \{0,1\} \quad \forall \text{ αμαξοστάσιο } i \text{ και είδος λεωφορείου } b$$

Επεξήγηση συμβόλων:

$y_{bij}$  : το ποσοστό των λεωφορείων που έχουν αντιστοιχηθεί ώστε να διανύουν τη διαδρομή από το αμαξοστάσιο  $i$  έως την αφετηρία της διαδρομής  $j$  και είναι τύπου  $b$

$z_{bi}$  : δυαδική μεταβλητή που δηλώνει αν σε ένα αμαξοστάσιο  $i$  μπορεί να σταθμεύσει λεωφορείο τύπου  $b$

$s_i$  : χωρητικότητα / προσφορά του κάθε αμαξοστασίου  $i$

$d_j$  : απαιτούμενος αριθμός λεωφορείων για τη διαδρομή  $j$

$n_b$  : ο συνολικός αριθμός λεωφορείων, τα οποία είναι διαθέσιμα, κάθε τύπου  $b$

$C_{ij}$  : απόσταση από το αμαξοστάσιο στην αφετηρία της διαδρομής (λαμβάνοντας υπόψη και τους συντελεστές βαρύτητας);  $W_{j1} * C_{ij1} + W_{j2} * C_{ij2}$

$P_b$  : ο αριθμός των εγκαταστάσεων συντήρησης που μπορούν να λειτουργήσουν για κάθε τύπου  $b$  λεωφορείου

Η παραπάνω προσέγγιση χαρακτηρίζεται από τους ερευνητές ως ανεπαρκής και ιδιαίτερα σύνθετη και για το λόγο αυτό προτάθηκε μια ιεραρχική προσέγγιση του προβλήματος, ώστε να γίνει ο καταμερισμός των λεωφορείων στα αμαξοστάσια και έπειτα να επιτευχθεί η μείωση των εγκαταστάσεων συντήρησης που απαιτούνται. Το πρότυπο μικτού ακέραιου προγραμματισμού με την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς επιλύθηκε με τη βοήθεια πακέτων λογισμικών.

$$\min \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^D z_{bi} \quad \forall \text{ είδος λεωφορείου } b \text{ και αμαξοστάσιο } i$$

Περιορισμοί:

$$\sum_{i=1}^D r_i * x_{bi} \leq C_b \quad \forall \text{ είδος λεωφορείου } b$$

$$\sum_{b=1}^B x_{bi} = 1 \quad \forall \text{ αμαξοστάσιο } i$$

$$x_{bi} \leq z_{bi} \quad \forall \text{ είδος λεωφορείου } b \text{ και αμαξοστάσιο } i$$

$$x_{bi} \geq 0 \quad \forall \text{ είδος λεωφορείου } b \text{ και αμαξοστάσιο } i$$

$$z_{bi} \in \{0,1\} \quad \forall \text{ αμαξοστάσιο } i \text{ και είδος λεωφορείου } b$$

Όπου:

$x_{bi}$  : ο αριθμός των λεωφορείων τύπου  $b$  που έχουν αντιστοιχηθεί στο αμαξοστάσιο  $i$ , εκφρασμένος ως κλάσμα του  $r_i$ .

$r_i$  : ο απαιτούμενος αριθμός λεωφορείων για κάθε αμαξοστάσιο  $i$

$z_{bi}$  : δυική μεταβλητή που δηλώνει αν τα λεωφορεία τύπου  $b$  έχουν αντιστοιχηθεί σε αμαξοστάσιο  $i$  ή όχι

$C_b$  : διαθέσιμα λεωφορεία τύπου  $b$

Σημειώνεται ότι τα διαφορετικά είδη λεωφορείων αναφέρονται σε διαφορά μήκους οχήματος και αριθμό επιβατών που μπορούν να μεταφέρουν, αλλά και σε διαφορά

στο αντίτιμο μετακίνησης που πληρώνει ο επιβάτης για να διανύσει μια διαδρομή με αυτά. Το σημαντικό πλεονέκτημα της έρευνας αυτής αποτελεί ο διαχωρισμός των διαφορετικών τύπων λεωφορείων, καθώς κάθε αμαξοστάσιο μπορεί να δεχτεί λεωφορεία να σταθμεύσουν εκεί για τα οποία έχει ήδη κατάλληλα διαμορφωμένες εγκαταστάσεις.

Εκτός από την ιεραρχική προσέγγιση ακολουθείται και μια άμεση προσέγγιση με τέσσερις ευρετικές διαδικασίες. Συγκεκριμένα, αναπτύσσεται ένας “greedy” αλγόριθμος ώστε να κατανέμει λεωφορεία από τον διαθέσιμο στόλο στις αφετηρίες της κάθε διαδρομής. Επίσης, πραγματοποιείται μια ακόμα διαδικασία αντιστοίχισης που εκτελείται “προς τα πίσω” και μια ευρετική διαδικασία ώστε να καλυφθούν οι ανικανοποίητες απαιτήσεις του συστήματος.

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής συνιστούν τη χρήση ιεραρχικής μεθόδου για επίλυση του προβλήματος καταμερισμού, καθώς αποδίδει καλύτερα αποτελέσματα για συστήματα μεγάλου στόλου, όπως αυτό της Bangkok. Η μεθοδολογία αυτή τελικά επιτυγχάνει σωστή ανάθεση στο 90% του συνολικού στόλου λεωφορείων, ενώ μειώνεται η διανυθείσα νεκρή απόσταση σχεδόν στο 50%.

Οι Forbes et al. (1994) στην έρευνά τους παρουσιάζουν έναν ακριβή αλγόριθμο για την προσέγγιση του πολλαπλού προβλήματος καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια. Στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση του κόστους απόκτησης και συντήρησης λεωφορείων καθώς και του αντίστοιχου λειτουργικού κόστους. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος βασίζεται σε δύο μαθηματικές διατυπώσεις: σε ένα καθαρό πρόβλημα ροής σε δίκτυο το οποίο έχει δυική εφικτή επίλυση και σε ένα πρόβλημα πολλαπλής μεταφοράς (multi-commodity network problem) που επιλύεται χρησιμοποιώντας απλή δυική μέθοδο Simplex. Κάθε αμαξοστάσιο προσομοιάζεται ως ένα σύνολο κόμβων ίσο με το μέγιστο αριθμό λεωφορείων που μπορεί να εξυπηρετήσει το συγκεκριμένο αμαξοστάσιο ενώ, παράλληλα, στο πρόβλημα καταμερισμού όλοι οι κόμβοι χαρακτηρίζονται ως ισοδύναμοι. Η διαδικασία αυτή του καταμερισμού καθώς και οι “quasi-assignment” αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται, δημιουργούν προβλήματα στο πρόγραμμα εργασίας λεωφορείων. Αυτό γιατί τα λεωφορεία πιθανότατα να μην ξεκινούν και καταλήγουν τη βάρδιά τους στο ίδιο αμαξοστάσιο ή να μην είναι κατάλληλα να τοποθετηθούν σε αμαξοστάσια που δεν υποστηρίζουν το συγκεκριμένο τύπο λεωφορείων. Δυο διαφορετικοί τρόποι προτείνονται ώστε το εμπόδιο αυτό να ξεπεραστεί: η εισαγωγή μιας ακέραιης δυαδικής μεταβλητής, που είναι μονάδα όταν σε αμαξοστάσιο αντιστοιχηθεί το λεωφορείο, αλλιώς μηδέν, ή η εισαγωγή περιορισμών στο προτεινόμενο πρότυπο, οι οποίοι να αντιμετωπίζουν αυτό το πρόβλημα. Η προτυποποίηση αυτή δεν εξασφαλίζει ότι το λειτουργικό κόστος των λεωφορείων δεν είναι ανεξάρτητο από τα αμαξοστάσια στα οποία έχουν καταμεριστεί. Το πρόβλημα αυτό διορθώνεται με τη μορφοποίηση “multi-commodity network flow”. Παρακάτω, παρουσιάζονται αναλυτικά οι αντικειμενικές συναρτήσεις και οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται σε κάθε πρότυπο:



## Multi Depot Scheduling Problem (MDSP)

$$\min \sum_{d,i} a_{di} \alpha_{di} + \sum_{d,i} b_{di} \beta_{di} + \sum_{i,j,d} c_{ijd} x_{ijd}$$

Περιορισμοί:

$$\sum_i \alpha_{di} \leq v_d \quad \forall d$$

$$\sum_d \beta_{id} + \sum_{j,d} x_{ijd} = 1 \quad \forall i$$

$$\alpha_{di} + \sum_j x_{ijd} - \beta_{id} - \sum_j x_{ijd} = 0 \quad \forall i, d, \quad \delta_{id} \approx 1$$

Όπου:

$i, j$ : συμβολίζουν τη διαδρομή

$d$ : συμβολίζει το κάθε αμαξοστάσιο

$\alpha_{di}$ : δυαδική μεταβλητή που δηλώνει ότι η διαδρομή  $i$  είναι η πρώτη διαδρομή από το αμαξοστάσιο  $d$

$\beta_{id}$ : δυαδική μεταβλητή που δηλώνει ότι η διαδρομή  $i$  είναι η τελευταία διαδρομή προς το αμαξοστάσιο  $d$

$x_{ijd}$ : δυαδική μεταβλητή που δηλώνει ότι η διαδρομή  $i$  είναι η αμέσως προηγούμενη διαδρομή της  $j$  από το αμαξοστάσιο  $d$

$\delta_{id}$ : αν ισοδυναμεί με τη μονάδα τότε η διαδρομή  $i$  μπορεί να καλυφθεί από λεωφορεία του αμαξοστασίου  $d$

$a_{di}$ : το λειτουργικό κόστος λεωφορείου από το αμαξοστάσιο  $d$  ως την αφετηρία της διαδρομής  $i$  συν το μισό σταθερό κόστος του λεωφορείου

$b_{di}$ : το λειτουργικό κόστος λεωφορείου από το τέρμα της διαδρομής  $i$  ως το αμαξοστάσιο  $d$  συν το μισό σταθερό κόστος του λεωφορείου συν το κόστος λειτουργίας της διαδρομής  $i$  που διανύεται με λεωφορείο από το αμαξοστάσιο  $d$

$c_{ijd}$ : το λειτουργικό κόστος λεωφορείου από το τέρμα της διαδρομής  $i$  ως την αφετηρία της διαδρομής  $j$  συν το μισό κόστος λειτουργίας της διαδρομής  $i$  που διανύεται με λεωφορείο από το αμαξοστάσιο  $d$

$v_d$ : ο μέγιστος αριθμός λεωφορείων, διαθέσιμα από το αμαξοστάσιο  $d$

$\alpha_{di}, \beta_{id}$  υπάρχουν μόνο όταν  $\delta_{id} = 1$

$x_{ijd}$  υπάρχει μόνο όταν  $\delta_{id} = \delta_{jd} = 1$  και η διαδρομή  $j$  μπορεί να καλυφθεί από το ίδιο λεωφορείο το οποίο κάλυψε και τη διαδρομή  $i$  με όλους τους περιορισμούς να ικανοποιούνται

Multi-Commodity Network Flow (MCNF)

$$\min \sum_{d,i} a_{di} \alpha_{di} + \sum_{d,i} b_{di} \beta_{di} + \sum_{i,j,d} c_{ijd} x_{ijd}$$

Περιορισμοί:

$$r_d - \sum_i \alpha_{di} = 0 \quad \forall d$$

$$\sum_i \beta_{id} - r_d = 0 \quad \forall d$$

$$\alpha_{di} + \sum_j x_{ijd} - w_{id} = 0 \quad \forall i, d, \delta_{id} = 1$$

$$w_{id} - \beta_{id} - \sum_j x_{ijd} = 0 \quad \forall i, d, \delta_{id} = 1$$

$$r_d \leq \nu_d \quad \forall d$$

$$\sum_d w_{id} = 1 \quad \forall i$$

Στα προηγούμενα σύμβολα, όπου έγινε η επεξήγηση, προστίθενται και:

$r_d$ : το ακέραιο ρεύμα (flow) στο αντίστροφο τόξο από τον τελευταίο κόμβο του αμαξοστασίου  $d$  στον αρχικό κόμβο του αμαξοστασίου  $d$

$w_{id}$ : (0 ή 1) από το αμαξοστάσιο  $d$  στο τόξο που αντιπροσωπεύει τη διαδρομή  $i$

Κατά την απόδειξη ότι τα δυο παραπάνω πρότυπα είναι ισοδύναμα, γίνονται αντικαταστάσεις του  $r_d$ , δίνοντας τελικά παραπάνω περιορισμούς:

$$\sum_i \alpha_{di} - \sum_i \beta_{id} = 0 \quad \forall d$$

Παρακάτω παρουσιάζεται και το “quasi-assignment” πρόβλημα (QAP):

$$\min \sum_{d,i} a_{di} \alpha_{di} + \sum_{d,i} b_{di} \beta_{di} + \sum_{i,j} e_{ij} z_{ij}$$

$$\sum_i \alpha_{di} \leq \nu_d \quad \forall d$$

$$\sum_i \alpha_{di} - \sum_i \beta_{id} = 0 \quad \forall d$$

$$\sum_d \beta_{id} + \sum_j z_{ij} = 1 \quad \forall i$$

$$\sum_d \alpha_{di} + \sum_j z_{ij} = 1 \quad \forall i$$

$z_{ij}$ : δυαδική μεταβλητή (0,1)

Κάθε εφικτή λύση στο τυποποιημένο πρόβλημα MDSP μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή λύσης στο QAP. Σημειώνεται ότι η βέλτιστη λύση για το QAP είναι η το κατώτατο όριο για τη βέλτιστη λύση του προβλήματος MDSP.

Το πρόβλημα ακολουθεί τρία στάδια επίλυσης. Στο πρώτο, επιλύεται το πρόβλημα QAP, ενώ στο δεύτερο στάδιο εισάγονται οι περιορισμοί και η αντικειμενική συνάρτηση μορφοποιείται ώστε το πρόβλημα να προκύπτει ισοδύναμο με το MDSP κι έπειτα η επίλυση γίνεται με dual Simplex αλγόριθμο. Στο τρίτο στάδιο οι μη ακέραιες μεταβλητές προκύπτουν με χρήση μεθόδου κλάδου και φράγματος (branch and bound).

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής πετυχαίνουν τη βελτιστοποίηση του καταμερισμού των λεωφορείων σε αμαξοστάσια μέσα από αριθμητικά παραδείγματα εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου. Το διακριτικό πλεονέκτημα της είναι η επίτευξη στόχων όπως: η τήρηση όλων των περιορισμών και ότι κάθε λεωφορείο επιστρέφει στο αμαξοστάσιο από το οποίο εκκίνησε. Η χρήση ακέραιων περιορισμών γίνεται ώστε να χρησιμοποιηθεί γραμμικός προγραμματισμός για την επίλυσή του ενώ εισάγονται και τεχνικές κλάδου-φράγματος.

Στην πρόσφατη έρευνά τους, οι Kalaga et al. (2001) ακολούθησαν μια ευρετική διαδικασία δύο βημάτων για τον καταμερισμό λεωφορείων σε τοπικές διαδρομές γραμμών. Στο πρώτο στάδιο παρουσιάζονται ως απαραίτητες οι συχνότητες των λεωφορείων, ώστε να επιτευχθεί διαχείριση της επιβατικής ζήτησης ακόμα και στις περιόδους αιχμής για κάθε λεωφορειακή γραμμή. Ο συνωστισμός εντός του μέσου τις ώρες αιχμής συνυπολογίζεται, ενώ εισάγεται στους υπολογισμούς και το αίσθημα της δυσχέρειας που προκαλεί στον επιβάτη ως μη γραμμική αντικειμενική συνάρτηση. Η επίλυση του προβλήματος ανάθεσης του πρόσθετου βοηθητικού στόλου σε διαδρομές γραμμών γίνεται με γενετικούς αλγορίθμους (GA).

Η έρευνα αυτή, ακολουθεί την προτεινόμενη μεθοδολογία των Han and Wilson (1982), δηλαδή μια ευρετική διαδικασία σε δύο βήματα. Στο βασικό βήμα καταμερισμού, καθορίζονται οι ελάχιστες συχνότητες των μέσων ώστε να ικανοποιούν και τον περιορισμό της ροής της επιβατικής κίνησης, που δίνεται από το μητρώο Προέλευσης-Προορισμού (ΠΠ). Η ελαχιστοποίηση του επιπέδου συνωστισμού στις διάφορες γραμμές του δικτύου είναι ο στόχος του μοντέλου. Προτείνεται μια μη γραμμική συνάρτηση συνωστισμού, ενώ δίδεται και μια

πιθανοτική συνάρτηση ώστε να εκτιμηθεί το μερίδιο των επιβατών που χρησιμοποιούν εναλλακτικούς κόμβους για τη μεταφορά τους στο δίκτυο (εισαγωγή σε shortest path αλγόριθμο). Στο τελικό βήμα του καταμερισμού, οι τελικές συχνότητες προκύπτουν μέσα από μια διαδικασία χρήσης γενετικών αλγορίθμων.

Η διαδικασία καταμερισμού της ροής των επιβατών σε ένα σύστημα ΠΠ, παρουσιάζεται παρακάτω:

$$CF_{ml}^k = \sum_{i,j \in E} V^{ij} \delta_{ml}^{ij}$$

$$VF_{ml} = \sum_{ij \in F} \sum_{p \in P^{ij}} \delta_{ml}^{ijp} h_p^{ij}$$

Όπου:

$CF_{ml}^k$ : συνολική ροή επιβατών, οι οποίοι είναι εξαρτημένοι από το σύστημα συγκοινωνιών για την μετακίνησή τους, μεταξύ των κόμβων  $m$  και  $l$  της διαδρομής  $k$

$E$ : σύνολο ζευγών Προέλευσης-Προορισμού, όπου οι επιβάτες είναι εξαρτημένοι από το μέσο μεταφοράς, για τη διαδρομή  $k$

$V^{ij}$ : ροή επιβατών μεταξύ του ζεύγους των κόμβων  $i j$

$\delta_{ml}^{ij} = 1$ : όταν οι κόμβοι  $m$  και  $l$  της διαδρομής  $k$  χρησιμοποιούνται για επιβίβαση και έξοδο από τη μοναδικό “μονοπάτι” από το κόμβο  $i$  έως τον κόμβο  $j$ , διαφορετικά  $\delta_{ml}^{ij} = 0$

$VF_{ml}$ : μεταβλητή ροή επιβατών, οι οποίοι δεν είναι εξαρτημένοι από το μέσο μεταφοράς, μεταξύ των κόμβων  $m$  και  $l$

$F$ : σύνολο ζευγών κόμβων μεταβλητής ροής

$P^{ij}$ : σύνολο ‘μονοπατιών’ μεταξύ των κόμβων  $i j$

$h_p^{ij}$ : ροή επιβατών στο μονοπάτι  $p$  μεταξύ των κόμβων  $i j$

$\delta_{ml}^{ijp} = 1$ : αν οι κόμβοι  $m$  και  $l$  χρησιμοποιούνται για να χαρακτηρίσουν κόμβους επιβίβασης και εξόδου και αντίστοιχα μεταξύ των κόμβων  $i j$  του μονοπατιού  $p$

Η συχνότητα του λεωφορείου για μια διαδρομή  $k$  αποφασίστηκε από τη μεγιστοποίηση της ροής επιβατικής κίνησης ανά διαδρομή, όπως περιγράφεται παρακάτω:

$$C^* f_k^0 = \max_{ij \in L_k} \left( \sum_{m \in iN^k} \sum_{l \in N_i^k} CF_{ml}^k \right) \quad \forall k \in R$$

Όπου:

$C$  : χωρητικότητα των λεωφορείων σε επιβάτες

$R$  : η ομάδα των διαδρομών

$L_k$  : ομάδα συνδέσμων στη διαδρομή  $k$

$N$  : ομάδα κόμβων στο σύστημα του λεωφορειακού δικτύου

Για την πραγματοποίηση του καταμερισμού της ροής των επιβατών μεταξύ των κόμβων προέλευσης προορισμού, όπου μπορούν να εξυπηρετηθούν με πάνω από μία διαδρομή, θεωρήθηκε ότι η κατανομή αφίξεων των λεωφορείων ακολουθεί την κατανομή Poisson. Το ποσοστό των επιβατών που επιλέγουν την διαδρομή  $i$  δίδεται:

$$\Pr i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^n f_j}$$

Όπου:

$\Pr i$  : πιθανότητα οι επιβάτες να επιλέξουν μια διαδρομή  $i$

$f_i$  : η συχνότητα των λεωφορείων που έχουν αντιστοιχιστεί στη διαδρομή  $i$

$n$  : αριθμός των διαφορετικών διαδρομών που εξυπηρετούν το ζεύγος κόμβων προέλευσης προορισμού

Ο συνολικός αριθμός της επιβατικής κίνησης που μεταφέρεται σε ένα σύνδεσμο  $i - j$  σε μια διαδρομή  $k$ , υπολογίστηκε ως εξής:

$$q_{ij}^k = \sum_{m \in N^k} \sum_{l \in N_i^k} CF_{ml}^k + \sum_{m \in N^k} \sum_{m \in N_i^k} \frac{f_k}{\sum_{r \in X_{ml}} f_r} VF_{ml} \quad \forall ij \in L_k; k \in R$$

Όπου:

$N_i^k$  : σύνολο κόμβων σε μια διαδρομή  $k$ , που προηγούνται του κόμβου  $I$

$N^k$  : σύνολο κόμβων σε μια διαδρομή  $k$ , που δεν προηγούνται του κόμβου  $I$

Χρησιμοποιήθηκαν οι συχνότητες προηγούμενων και επόμενων διαδρομών  $f_{a_1}^t, f_{a_2}^t, \dots, f_{a_l}^t$  και  $f_{b_1}^t, f_{b_2}^t, \dots, f_{b_l}^t$  για τον υπολογισμό του χρόνου αναμονής:

$$w_t = \left[ 1 / f_{a_1}^t + f_{a_2}^t + \dots + f_{a_l}^t \right] + \left[ 1 / f_{b_1}^t + f_{b_2}^t + \dots + f_{b_l}^t \right]$$

Η πιθανότητα μεταφοράς σε έναν οποιονδήποτε κόμβο  $t$ , αν  $n$  είναι οι κόμβοι μεταφοράς στο συγκεκριμένο μονοπάτι που θα ακολουθηθεί, αποδόθηκε με τον παρακάτω τύπο:

$$\Pr t = \frac{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq t}}^n w_j}{\sum_{j=1}^n \prod_{\substack{m=1 \\ m \neq j}}^n w_m}$$

Επιπρόσθετα, για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν γενετικοί αλγόριθμοι, ενώ η κύρια αντικειμενική συνάρτηση είχε την παρακάτω μορφή:

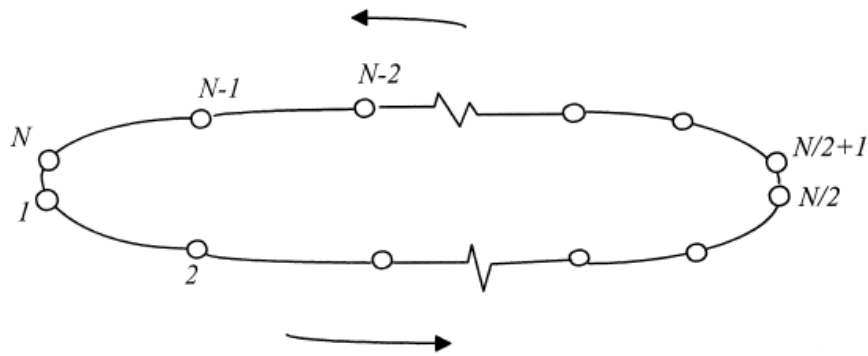
$$Z_1 = Z + r * \left[ \max \left( 0, \sum f_k t_k - M \right) \right]^2$$

Όπου  $M$  : διαθέσιμος στόλος λεωφορείων

Η παραπάνω προτυποποιημένη προσέγγιση είχε πρακτική εφαρμογή στο τοπικό δίκτυο Μεταφορών και Αστικών Συγκοινωνιών της Ινδίας. Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής, από την εφαρμογή γενετικών αλγορίθμων, συγκρίνονται με αποτελέσματα προσομοίωσης Monte Carlo αντίστοιχα. Η προτεινόμενη προσέγγιση στο πρόβλημα εισάγει διάφορες παραμέτρους, όπως για παράδειγμα το μέγεθος του στόλου των λεωφορείων, τη χρήση και την μέση ταχύτητα των οχημάτων στο μοντέλο του δικτύου και έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί για τον επανασχεδιασμό υπάρχοντος δικτύου γραμμών-διαδρομών λεωφορείων.

Στην έρευνα των Eberlein et al. (1998), εισάγεται η έννοια του “deadheading”- η ελαχιστοποίηση διανυθέντων ‘νεκρών’ μη παραγωγικών χιλιομέτρων, ως στρατηγική που χρησιμοποιείται για να βελτιώσει το επίπεδο εξυπηρέτησης του συστήματος αστικών συγκοινωνιών. Συγκεκριμένα, προτείνεται τα λεωφορεία που εξυπηρετούν μια γραμμή, να παρακάμπτουν ορισμένες στάσεις με χαμηλή επιβατική κίνηση ώστε να μειωθούν οι χρονικοί διαχωρισμοί μεταξύ τους και να εξυπηρετηθούν με αυξημένη συχνότητα στάσεις που έχουν αυξημένη επιβατική κίνηση. Περιγράφεται το πρόβλημα λήψης απόφασης για τον αριθμό των στάσεων που θα παρακαμφθούν ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος του επιβάτη στο συγκοινωνιακό σύστημα. Το κόστος αποδίδεται στους επιβάτες οι οποίοι αναμένουν σε στάσεις που έχουν παρακαμφθεί. Το πρόβλημα της παράκαμψης στάσεων, πραγματοποιώντας νεκρές διαδρομές, έχει στοχαστική φύση εξαιτίας της τυχαιότητας των αφίξεων του συστήματος. Η προσέγγιση του προβλήματος ακολουθεί την παρακάτω μορφή προτυποποίησης:

Το σύστημα μεταφορών παρουσιάζεται ως μονόδρομος βρόγχος, απλή κυκλική γραμμή λεωφορείου, το οποίο απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα:



**Διάγραμμα 2.1.**

Όπου:

1 έως  $N/2$  αποτελεί την μια κατεύθυνση της διαδρομής της γραμμής από την αφετηρία προς το τέρμα και  $N/2+1$  έως  $N$  αποτελεί την κατεύθυνση επιστροφής από το τέρμα στην αφετηρία της γραμμής

$N$  άρτιος, ώστε  $N/2$  ακέραιος

$K = \langle 1, 2, \dots, N/2, \dots, N \rangle$ : το σύνολο των καθορισμένων διαδοχικών στάσεων σε ένα σύστημα, με  $|K| = N$

$K_1 = \langle 1, 2, \dots, N/2 \rangle$ : το σύνολο στάσεων μιας διαδρομής από την αφετηρία στο τέρμα

$K_2 = \langle N/2+1, \dots, N \rangle$ : το σύνολο στάσεων μιας διαδρομής από το τέρμα στην αφετηρία

Ως παραδοχές του προβλήματος γίνονται δεκτές οι παρακάτω σχέσεις για τον υπολογισμό μεγεθών:

Ο χρόνος άφιξης ενός λεωφορείου σε ένα σταθμό εξαρτάται από:

$$a_{i,k} = \max d_{i-1,k} + h_0, d_{i,k-1} + R_{i,k} + 2\delta_i$$

Η επιβατική κίνηση που αναμένεται (αριθμός επιβατών που αναμένονται να επιβιβαστούν):

$$B_{i,k} = r_k h_{i,k}$$

Ο αριθμός των επιβατών που αναμένονται να αποβιβαστούν στη στάση  $k$  :

$$A_{i,k} = q_k L_{i,k-1}$$

Το φορτίο των επιβατών του λεωφορείου  $i$  με διαδρομή προς το σταθμό  $k$  δίδεται από:

$$L_{i,k} = L_{i,k-1} + B_{i,k} - A_{i,k} = L_{i,k-1}(1 - q_k) + B_{i,k}$$

Ο χρόνος στάσεως υπολογίζεται:

$$s_{i,k} = c_0 + c_1 B_{i,k} + c_2 A_{i,k} \quad c_0 > 0, \quad 0 \leq c_1 r_k < 1$$

Όπου  $c_0$ ,  $c_1$  και  $c_2$  είναι σταθερές παράμετροι, οι οποίες καθορίζονται εμπειρικά.

$$d_{i,k} = a_{i,k} + s_{i,k}$$

Επίσης, οι επιβάτες οι οποίοι δεν επιβιβάστηκαν σε λεωφορείο λόγω περιορισμών χωρητικότητας συμβολίζονται ως  $P_{i,k}$ .

Επεξήγηση συμβόλων:

$d_{i,k}$ : ο χρόνος αναχώρησης λεωφορείου  $i$  από τη στάση  $k$

$R_{i,k}$ : ο χρόνος μετακίνησης λεωφορείου  $i$  ανάμεσα στις στάσεις  $k-1$  και  $k$

$h_0$ : ο ελάχιστος απαιτούμενος χρόνος ασφαλείας μεταξύ δύο λεωφορείων σε  $\min$

$\delta_i$ : χρόνος εξαιτίας των επιταχύνσεων και επιβαρύνσεων στην κίνηση του λεωφορείου  $i$  κατά την έξοδο και είσοδο του αντίστοιχα στη στάση

$r_k$ : ο ρυθμός των τυχαίων αφίξεων επιβατών στη στάση  $k$

$h_{i,k}$ : ο χρονικός διαχωρισμός μεταξύ λεωφορείου  $i$  και του προηγούμενου λεωφορείου  $i-1$

$q_k$ : καθορισμένο ποσοστό (%) επιβατών που αποβιβάζονται στη στάση  $k$

Η αντικειμενική συνάρτηση, με την οποία αποδίδεται το πρόβλημα, στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής του επιβάτη στη στάση του λεωφορείου συγκεκριμένης διαδρομής:

$$f(h) = \sum_{i \in I_m} \left[ \sum_{k \in K_c} r_k h_{i,k}^2 / 2 + P_{i-1,k} h_{i,k} + u_c \sum_{i \in K_c} r_k h_{i,k}^2 / 2 \right], \quad \text{όπου } 0 \leq u_c \leq 1$$

Όπου ο πρώτος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης αντιπροσωπεύει το χρόνο αναμονής των τυχαία αφικνούμενων επιβατών στη στάση κατά τη διάρκεια του χρονικού διαχωρισμού  $h_{i,k}$ , ο δεύτερος όρος αντιπροσωπεύει τον πρόσθετο χρόνο αναμονής των επιβατών, οι οποίοι δεν επιβιβάστηκαν στο προηγούμενο λεωφορείο



$i-1$ . Προσδιορίζεται  $P_{0,k} = 0$ , όταν  $i = 0$  και αναφέρεται στο πρώτο λεωφορείο της συγκεκριμένης διαδρομής της ημέρας. Ο τρίτος όρος αντιπροσωπεύει την κατάσταση του αμαξοστασίου σε  $k_i$ , όπου ο χρόνος αναμονής του επιβάτη είναι μηδέν καθώς δεν υπάρχουν επιβιβάσεις.

Περιορισμοί:

$$d_{i,k-1} + R_{i,k} + y_{i,k} + y_{i,k-1} \delta_i \geq d_{i-1,k} + h_0, \forall k : k_0 \geq k, k_e$$

$$a_{i,k}(y) - d_{i-1,k}(y) \geq h_0 \quad \forall (i,k) \in I_m \times K_c$$

$$\sum_{K \in K_c} y_{i,k} < N/2 \quad \forall i \in I_m$$

$$y_{j+m,k} = 1 \quad \forall k \in K_c$$

$$y_{i,k} \in 0,1 \quad \forall i,k \in I_m \times K_c$$

$$P_{j-1,k}, d_{j-1,k} \quad \forall k \in K_c, d_{i,k_0-1} \quad \forall i \in I_m, \text{ τα } k_0 \text{ δίδονται}$$

Όπου  $j$  είναι το πρώτο λεωφορείο σε  $I_m$  που αναφέρεται στο σύνολο του στόλου λεωφορείων που εξυπηρετούν μια διαδρομή σε πραγματικό χρόνο.

Η μεταβλητή απόφασης στο πρόβλημα είναι δυαδική:

$$y_{i,k} = \begin{cases} 1, & \text{αν το λεωφορείο } i \text{ πραγματοποιεί στάση στο σταθμό } k \\ 0, & \text{σε διαφορετική περίπτωση} \end{cases}$$

Στο πλαίσιο της μαθηματικής επίλυσης του παραπάνω προβλήματος σε πραγματικό χρόνο, λόγω της πολυπλοκότητας του, παρουσιάστηκε αλγόριθμος για την αντίστοιχη επίλυση ενός ισοδύναμου απλοποιημένου προβλήματος. Οι αλγόριθμοι του απλοποιημένου μοντέλου εφαρμόζονται ικανοποιητικά στο τελικό πρότυπο. Οι απλοποιητικές παραδοχές είναι:

$$c_1 = c_2 = 0, s_{i,k} = c_0, r_k = r, R_{i,k} = R_k \text{ και } \delta_i = \delta$$

Η προσέγγιση αυτή πρακτικά προσφέρεται για γρήγορο υπολογισμό ενώ ως σημαντικά πλεονεκτήματα της, προβάλλονται η ευκολία στην κατανόηση του προβλήματος σε πραγματικό χρόνο και η εύχρηστη, ακριβής μοντελοποίηση. Η μεθοδολογία που προτείνεται στην έρευνα αυτή, εφαρμόστηκε σε πραγματικό χρόνο από το φορέα Συγκοινωνιών της Μασαχουσέτης MBTA (Massachusetts Bay Transportation Authority).

Στην πιο πρόσφατη έρευνα των Keraptsoglou, Karlaftis και Bitsikas (2010), παρουσιάζεται ένα πρότυπο καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων σε αμαξοστάσια σε συνδυασμό με ένα υποστηρικτικό σύστημα λήψης αποφάσεων. Το πρότυπο αυτό στοχεύει σε ελαχιστοποίηση του κόστους νεκρών διαδρομών των λεωφορείων και διατήρηση της δυναμικότητας του κάθε αμαξοστασίου σε βέλτιστα επίπεδα λειτουργίας. Η προσέγγιση πραγματοποιείται με ένα δευτεροβάθμιο προγραμματιστικό μοντέλο, φιλικό προς το χρήστη, ιδανικό για τον περιοδικό επανασχεδιασμό του καταμερισμού. Στην αντικειμενική συνάρτηση που προτείνεται επιλέγεται ελαχιστοποίηση του κόστους νεκρών διαδρομών και όχι της διανυόμενης απόστασης, ενώ λαμβάνονται υπόψη και οι διαφορετικοί τύποι οχημάτων που εκτελούν τα δρομολόγια στο αστικό δίκτυο. Οι περιορισμοί συνυπολογίζουν την εκμετάλλευση της χωρητικότητας του κάθε αμαξοστασίου με βάση τα χαρακτηριστικά του και τη δυνατότητα να υποστηρίζει τύπους οχημάτων με διαφορετικές τεχνολογίες κινητήριων συστημάτων.

Παρακάτω παρατίθεται η αντικειμενική συνάρτηση, όπου έχει δευτεροβάθμια μορφή, και οι περιορισμοί στους οποίους βασίστηκε η έρευνα αυτή:

$$\min Z = w_1 \sum_s \sum_g X_{gs} K_{gt} + w_2 \sum_s \left( \frac{\sum_g X_{gs} \times a_t \times N_g}{C_s} - I \right)^2$$

Όπου:

$K_{gt} = 2 \times \sum_{n_{g,e,t}} d_{s,e} \times c_t$  , το κόστος λειτουργίας ανά χιλιόμετρο για κάθε συγκρότημα λεωφορείων  $g$

$I = \frac{\sum_{g,t,e} a_t \times N_{g,t,e}}{\sum_s C_s}$  , το ιδανικό επίπεδο εξυπηρέτησης για όλα τα αμαξοστάσια

Περιορισμοί:

$\sum_s X_{gs} = 1 \quad \forall g$  , κάθε συγκρότημα λεωφορείων αναθέτεται σε ένα αμαξοστάσιο

$\sum_g X_{gs} a_t N_g \leq C_s \quad \forall g$

$i, i = 1, 2, \dots, m$  , ο αριθμός λεωφορείων δε ξεπερνά τη χωρητικότητα του  
 $j, j = 1, 2, \dots, m$   
αμαξοστασίου

$\sum_g X_{gs} a_t N_g \geq C_{\min,s} \quad \forall g$ , ο αριθμός λεωφορείων να είναι μεγαλύτερος από την ελάχιστη κατάληψη του αμαξοστασίου

$\sum_{s \in S'} X_{gs} = 1 \quad \forall g \in G'$ , αριθμός συγκροτημάτων που αντιστοιχίζονται σε συγκεκριμένα αμαξοστάσια εξαιτίας των χαρακτηριστικών τους

Επεξήγηση συμβόλων:

$s$ : το σύνολο των ήδη υπαρχόντων αμαξοστασίων

$e_i$ : το σύνολο των τερμάτων των διαδρομών

$t_k$ : τα υποσύνολα λεωφορείων διαφορετικού τύπου

$g_{e,t}$ : το υποσύνολο των ομάδων λεωφορείων για κάθε διαδρομή και κάθε τύπο λεωφορείου, συγκροτήματα

$n_g$ : το υποσύνολο λεωφορείων τύπου  $t$  που ανήκουν στο συγκρότημα  $g$

$c_t$ : μονάδα λειτουργικού κόστους ανά χιλιόμετρο λεωφορείου τύπου  $t$  που ανήκει στο συγκρότημα  $g$

$d_{e,s}$ : απόσταση μεταξύ αμαξοστασίου  $s$  και αφετηρίας διαδρομής  $e$

$N_g$ : αριθμός λεωφορείων του συγκροτήματος  $g$

$a_t$ : συντελεστής προσαρμογής λεωφορείων συγκροτήματος  $g$

$C_s$ : χωρητικότητα αμαξοστασίου  $s$  σε λεωφορεία

$$X_{gs} = \begin{cases} 1, & \text{αν το συγκρότημα λεωφορείων } g \text{ έχει ανατεθεί στο αμαξοστάσιο } s \\ 0, & \text{σε διαφορετική περίπτωση} \end{cases}$$

$w_1, w_2$ : συντελεστές βαρύτητας

Η προσέγγιση αυτή εφαρμόζεται ως μελέτη περιπτώσεων, στο πλαίσιο της βελτιστοποίησης του καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια, για το δίκτυο αστικών συγκοινωνιών της Αθήνας. Διαφορετικά σενάρια προσαρμόζονται, το καθένα υποστηρίζοντας διαφορετική πολιτική. Η εφαρμογή του προτεινόμενου μοντέλου έχει ως αποτέλεσμα μείωση του κόστους των νεκρών, μη παραγωγικών διαδρομών περίπου 10%, ενώ παράλληλα επιτυγχάνεται εξισορρόπηση της πληρότητας των αμαξοστασίων από συγκροτήματα λεωφορείων. Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν στην εφαρμογή αυτού του προτύπου λήφθηκαν από τον Ο.Α.Σ.Α. (Οργανισμό Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας).

### 2.3. Συμπεράσματα

Κλείνοντας τη βιβλιογραφική ανασκόπηση επισημαίνονται οι παρακάτω παρατηρήσεις. Πληθώρα ερευνών και εργασιών έχουν ως αντικείμενο μελέτης τη διαδικασία βέλτιστου καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια. Το σύνολο των μελετών επικεντρώνεται στη μορφοποίηση ενός γραμμικού μαθηματικού προτύπου ελαχιστοποίησης του μη παραγωγικού κόστους ή της διανυθείσας απόστασης νεκρής, μη παραγωγικής διαδρομής. Το σύνολο των μαθηματικών μοντέλων είναι πρότυπα γραμμικών συστημάτων, ενώ εφαρμόζονται πρακτικά σε δίκτυα αστικών συγκοινωνιών μικρής κλίμακας, όπου το σύνολο του στόλου λεωφορείων δε ξεπερνά τα 800 οχήματα. Σε ότι αφορά την επεξεργασία των στοιχείων και την τελική επιλογή των όρων και των μεταβλητών που εισάγονται στα μαθηματικά μοντέλα, σημαντικά στοιχεία αποτελούν: οι αποστάσεις μεταξύ στάσεων και αμαξοστασίων του δικτύου λεωφορειακών γραμμών, το πλήθος και ο τύπος των λεωφορείων της κάθε γραμμής, οι δυναμικότητες των αμαξοστασίων, τα συγκροτήματα λεωφορείων και το λειτουργικό κόστος των αμαξοστασίων.

Ένα από τα κύρια στοιχεία των προηγούμενων ερευνών που βοηθούν στην δημιουργία αξιόπιστων προτύπων είναι η εγκυρότητα και η πληρότητα σε στοιχεία της βάσης δεδομένων που εισάγονται στο μαθηματικό πρότυπο. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να μην υπάρχουν ελλείψεις σε στοιχεία, καθώς επηρεάζονται σε μεγάλο βαθμό τα αποτελέσματα της διαδικασίας επίλυσης του μαθηματικού προτύπου που προτείνεται. Μια βάση δεδομένων πλούσια σε πλήθος στοιχείων και πληροφοριών, με σωστή επεξεργασία και εισαγωγή στο προτεινόμενο μοντέλο προγραμματισμού, θα δώσει σωστά αποτελέσματα που αφορούν το βέλτιστο καταμερισμό λεωφορείων σε αμαξοστάσια με βάση την ελαχιστοποίηση του κόστους των νεκρών χιλιομέτρων που διανύουν.

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο έρευνας τη βελτιστοποίηση του καταμερισμού των λεωφορείων του Οργανισμού Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας στα διαθέσιμα αμαξοστάσια ώστε να γίνει ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους για τον φορέα. Για αυτόν τον καταμερισμό γίνεται μορφοποίηση ενός μαθηματικού μοντέλου μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού. Το σύνολο των δεδομένων που έχουν συλλεχθεί ώστε να γίνει εφαρμογή του μαθηματικού προτεινόμενου προτύπου αφορούν το σύνολο του εκτεταμένου δικτύου λεωφορειακών γραμμών του Οργανισμού Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας.

---

### ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ

---

#### 3.1. Γενικά

Με τη βιβλιογραφική ανασκόπηση που προηγήθηκε γίνεται φανερό ότι το μαθηματικό μοντέλο που προτείνεται αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα βήματα προσέγγισης του σκοπού της παρούσας διπλωματικής εργασίας, του βέλτιστου καταμερισμού του στόλου λεωφορείων σε αμαξοστάσια.

Για να διερευνηθεί η διαδικασία του καταμερισμού εξετάζεται η χρήση μικτού ακέραιου-μη γραμμικού προγραμματισμού (mixed integer non-linear programming). Ο μικτός ακέραιος μη-γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί τμήμα του γενικότερου μαθηματικού προγραμματισμού, ο οποίος με τη σειρά του αποτελεί κομμάτι της επιχειρησιακής έρευνας. Το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος περιλαμβάνει:

- Τις μεταβλητές
- Τις παραμέτρους ή συντελεστές
- Τους περιορισμούς ή συνθήκες – με μορφή ανισοτήτων ή ισοτήτων
- Τον αντικειμενικό στόχο ή αντικειμενική συνάρτηση, ο οποίος δεν είναι πάντα μοναδικός αλλά μπορεί να αποτελείται από επί μέρους στόχους

Στη συνέχεια, γίνεται μια γενική περιγραφή του προβλήματος καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια που πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία.

#### 3.2. Γενική περιγραφή του προβλήματος καταμερισμού

Οι Αστικές Συγκοινωνίες της Αθήνας, περιλαμβάνουν ένα σύστημα λεωφορειακών γραμμών και στόλο λεωφορείων που αγγίζει τις 3000 οχήματα, που εξυπηρετούν ένα σύνολο γραμμών. Παράλληλα, διαθέτει και έναν αριθμό διαμορφωμένων αμαξοστασίων συγκεκριμένης χωρητικότητας. Η απόφαση που πρέπει να ληφθεί από τον οργανισμό είναι το πώς θα πραγματοποιηθεί ο βέλτιστος καταμερισμός των λεωφορείων σε αμαξοστάσια. Στην απόφαση αυτή λαμβάνεται υπόψη μια σειρά παραμέτρων και περιορισμών προγραμματισμού και εργασιακών κανόνων του φορέα, καθώς επίσης και το κόστος που έχει μια κατανομή που παρουσιάζεται με τη μορφή αντικειμενικής συνάρτησης.

Τα δεδομένα του προβλήματος του καταμερισμού των λεωφορείων σε αμαξοστάσια, οι μεταβλητές και οι παράμετροι, οι περιορισμοί, η αντικειμενική συνάρτηση της ανάλυσης κόστους και η αναλυτική περιγραφή του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου παρουσιάζονται παρακάτω.

### 3.3. Δεδομένα του προβλήματος

Τα δεδομένα του προβλήματος αποτελούν οι διάφοροι τύποι λεωφορείων, οι λεωφορειακές γραμμές, τα συγκροτήματα, τα αμαξοστάσια του λεωφορειακού δικτύου και οι αποστάσεις από τα αμαξοστάσια στις αφετηρίες και στα τέρματα των λεωφορειακών γραμμών. Στη συνέχεια γίνεται επεξήγηση της κάθε κατηγορίας δεδομένων.

**Οι διάφοροι τύποι λεωφορείων.** Ο στόλος των λεωφορείων του Οργανισμού Αστικών Συγκοινωνιών απαρτίζεται από λεωφορεία διαφορετικών τύπων όπως mini, κανονικού μεγέθους, πετρελαιοκίνητα ή φυσικού αερίου, και αρθρωτά. Η ύπαρξη διαφορετικών τύπων επηρεάζει το πρόβλημα του καταμερισμού του στόλου στα αμαξοστάσια για τους εξής λόγους:

- i. δεν υποστηρίζουν όλα τα αμαξοστάσια όλους τους τύπους λεωφορείων, όπως για παράδειγμα τα λεωφορεία που κινούνται με συμπιεσμένο φυσικό αέριο CNG, τα οποία απαιτούν ειδικές εγκαταστάσεις
- ii. ο κάθε τύπος λεωφορείου έχει διαφορετικό λειτουργικό κόστος, το οποίο και επηρεάζει τη συνάρτηση κόστους
- iii. ο κάθε τύπος λεωφορείου έχει διαφορετικό μέγεθος, το οποίο έχει αντίκτυπο στις απαιτήσεις σε χώρο στάθμευσης

**Λεωφορειακές γραμμές.** Μία λεωφορειακή γραμμή διαθέτει μία αφετηρία και ένα τέρμα του δρομολογίου της. Έχει επίσης ένα σύνολο λεωφορείων που την εξυπηρετούν και τα οποία μπορεί να ανήκουν σε διαφορετικούς τύπους. Επιπλέον, ένα σύνολο λεωφορείων κάθε τύπου ξεκινάει και τελειώνει την βάρδιά του από την αφετηρία της λεωφορειακής γραμμής και ένα άλλο από το τέρμα της.

**Συγκροτήματα και υπογραμμές.** Για λόγους προγραμματισμού και απομείωσης του κόστους καταμερισμού, υπάρχουν λεωφορειακές γραμμές που πρέπει να εξυπηρετούνται από το ίδιο αμαξοστάσιο. Επιπρόσθετα, υπάρχουν τμήματα λεωφορειακών γραμμών που μπορούν να εξυπηρετηθούν από διαφορετικά αμαξοστάσια, κυρίως λόγω διαφορετικών τύπων. Για τον λόγο αυτό εισάγονται οι έννοιες των συγκροτημάτων και των υπογραμμών που περιγράφονται στην συνέχεια.

Η υπογραμμή είναι ένα υποσύνολο της γραμμής από την οποία κληρονομεί την αφετηρία και το τέρμα. Κάθε υπογραμμή μπορεί να έχει διαφορετικούς τύπους λεωφορείων και για κάθε τύπο ένα πλήθος λεωφορείων αφετηρίας και ένα πλήθος λεωφορείων τέρματος. Η υπογραμμή ουσιαστικά χωρίζει τα λεωφορεία μίας γραμμής

σε αδιάσπαστες ομάδες που πρέπει απαραίτητως να εξυπηρετηθούν από το ίδιο αμαξοστάσιο.

Κάθε σύνολο υπογραμμών (συμπεριλαμβάνονται λεωφορεία τα οποία εξυπηρετούν διαφορετικές λεωφορειακές γραμμές) που επιβάλλεται να ανατεθεί σε ένα συγκεκριμένο αμαξοστάσιο αποτελεί ένα λεωφορειακό συγκρότημα.

Ακολουθεί ένα παράδειγμα: έστω δύο γραμμές A και B έχουν στο δυναμικό τους κανονικά και αρθρωτά λεωφορεία, έχουν κοινή αφετηρία και τέρμα και ο προγραμματισμός που έχει προηγηθεί έχει αποφασίσει να χρησιμοποιούν το ίδιο αμαξοστάσιο, αν φυσικά το επιτρέπει ο τύπος τους. Μία λύση κατά τη διαδικασία καταμερισμού είναι τα κανονικά λεωφορεία να θεωρηθούν άλλη υπογραμμή από τα αρθρωτά. Για παράδειγμα η υπογραμμή A1 να απαρτίζεται από τα κανονικά οχήματα της γραμμής A, η υπογραμμή A2 να απαρτίζεται από τα αρθρωτά λεωφορεία της γραμμής A και αντίστοιχα να οριστούν B1 και B2 οι υπογραμμές της γραμμής B. Τελικά, οι υπογραμμές A1 και B1 μπορούν να αποτελέσουν ένα συγκρότημα και οι A2 και B2 ένα άλλο.

Έπειτα από την παραπάνω διαπίστωση το πρόβλημα το οποίο πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία ανάγεται σε πρόβλημα καταμερισμού συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια.

**Αμαξοστάσια.** Τα αμαξοστάσια του δικτύου των λεωφορειακών γραμμών είναι ήδη χωροθετημένα στην εξεταζόμενη περιοχή. Τα χαρακτηριστικά τους τα οποία είναι απαραίτητα για την επίλυση του διατυπωμένου προβλήματος είναι:

- i. η μέγιστη χωρητικότητά τους
- ii. η ελάχιστη επιτρεπτή χωρητικότητά τους
- iii. οι τύποι των λεωφορείων που υποστηρίζουν οι εγκαταστάσεις τους
- iv. το λειτουργικό κόστος τους, μέσο και οριακό

**Αποστάσεις.** Απαραίτητο δεδομένο για τον υπολογισμό του κόστους των νεκρών διαδρομών είναι η γνώση αποστάσεων κάθε στάσης αφετηρίας και τέρματος του δρομολογίου τους από κάθε αμαξοστάσιο του δικτύου, καθώς επηρεάζουν το κόστος νεκρής διαδρομής ανά χιλιόμετρο που διανύει κάθε λεωφορείο από το αμαξοστάσιο στο οποίο έχει σταθμεύσει.

### 3.4. Περιορισμοί του προβλήματος

Οι περιορισμοί του προβλήματος διασφαλίζουν την τήρηση των μέγιστων και ελάχιστων τιμών των παραμέτρων του προβλήματος καταμερισμού συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια. Παρακάτω οι περιορισμοί χαρακτηρίζονται με βάση τον ρόλο που επιτελούν στο μαθηματικό μοντέλο που προτείνεται:

- i. Ακεραιότητα: Κάθε συγκρότημα λεωφορείων πρέπει να αντιστοιχηθεί σε ένα και μόνο ένα αμαξοστάσιο.
- ii. Μέγιστη χωρητικότητα: Η χωρητικότητα κάθε χωροθετημένου αμαξοστασίου στο σύστημα λεωφορειακών γραμμών πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση από τη μέγιστη.
- iii. Ελάχιστη χωρητικότητα: Η χωρητικότητα κάθε χωροθετημένου αμαξοστασίου πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ελάχιστη.
- iv. Υποστήριξης: Κάθε συγκρότημα μπορεί να αντιστοιχηθεί μόνο σε αμαξοστάσια τα οποία υποστηρίζουν τους τύπους λεωφορείων από τα οποία απαρτίζεται.

### 3.5. Αναλυτική περιγραφή του προβλήματος

Στο πρώτο μέρος ορίζονται με μαθηματικό τρόπο οι έννοιες που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή του προβλήματος, ενώ στο δεύτερο μέρος περιγράφεται το προτεινόμενο πρότυπο προς επίλυση.

#### 3.5.1. Περιγραφή εννοιών

##### Γραμμές

Κάθε λεωφορειακή γραμμή έχει μία στάση αφετηρίας  $BS_l$  και μία στάση τέρματος  $BE_l$ .

##### Υπογραμμές

Κάθε γραμμή αποτελείται από υποσύνολα, τις υπογραμμές  $f$ . Η στάση αφετηρίας και η στάση τέρματος μίας υπογραμμής είναι ίδιες με εκείνες της γραμμής στην οποία ανήκει. Επομένως:

$BS_f = BS_l, BE_f = BE_l, \forall s \in \text{subl}(l)$  όπου  $\text{subl}(l)$  το σύνολο των υπογραμμών της γραμμής.

##### Τύποι λεωφορείων

Κάθε τύπος λεωφορείων  $t$  έχει λειτουργικό κόστος  $c_t$  και συντελεστή προσαρμογής μεγέθους  $a_t$ . Ο συντελεστής προσαρμογής μεγέθους στοχεύει στην αναγωγή όλων των μεγεθών λεωφορείων σε σύνηθες-κανονικό μέγεθος.

##### Λεωφορεία

Κάθε υπογραμμή για κάθε τύπο λεωφορείων διαθέτει ένα πλήθος λεωφορείων αφετηρίας, το οποίο ενδεχομένως να είναι μηδενικό  $N_{s_f,t}$  καθώς και ένα πλήθος λεωφορείων τέρματος (ενδεχομένως μηδενικό)  $N_{e_f,t}$ .



Λεωφορεία αφετηρίας χαρακτηρίζονται τα λεωφορεία που ξεκινάνε και τελειώνουν την βάρδιά τους από την αφετηρία της γραμμής που ανήκει η υπογραμμή και λεωφορεία τέρματος εκείνα που ξεκινάνε και τελειώνουν την βάρδιά τους από το τέρμα. Ονομάζουμε σημείο εκκίνησης ενός λεωφορείου την στάση που ξεκινάει και τελειώνει την βάρδιά του. Η στάση αυτή είναι είτε η αφετηρία είτε το τέρμα της γραμμής στην οποία ανήκει.

Οι τύποι λεωφορειών που περιλαμβάνει κάθε υπογραμμή  $f$  βρίσκονται στο σύνολο  $btpe(f)$  όπου:

$$t \in btpe(f) \text{ iff } N_{s_{f,t}} > 0 \vee N_{e_{f,t}} > 0 .$$

### Συγκροτήματα

Κάθε συγκρότημα  $g$  αποτελείται από ένα σύνολο υπογραμμών. Το μέγεθος  $subl(f)$  είναι το σύνολο των υπογραμμών του συγκροτήματος  $g$ .

Το μέγεθος ενός συγκροτήματος είναι το άθροισμα των συντελεστών μεγέθους των λεωφορειών του.

$$N_g = \sum_{f \in subl(g)} \sum_t a_t (N_{s_{f,t}} + N_{e_{f,t}}) \quad (1)$$

### Αμαξοστάσια

Κάθε αμαξοστάσιο  $s$  διαθέτει μια πραγματική μέγιστη χωρητικότητα  $C_{max} = C_s$  και μια ελάχιστη δυναμικότητα  $C_{min} = C_{min,s}$ .

### Αποστάσεις

Η απόσταση μεταξύ μίας στάσης του λεωφορειακού δικτύου και ενός αμαξοστασίου είναι  $d_{s,e}$ .

### Κόστος νεκρών διαδρομών

Το κόστος νεκρών διαδρομών ενός συγκροτήματος από ένα αμαξοστάσιο  $K_{gt}$  είναι για κάθε λεωφορείο το άθροισμα του λειτουργικού κόστους του τύπου του επί το διπλάσιο της απόστασης του σημείου εκκίνησης του από το αμαξοστάσιο επί τον αριθμό των λεωφορειών που απαρτίζουν το συγκρότημα. Γίνεται υπόθεση λοιπόν ότι τα οχήματα που ξεκινούν από την αφετηρία του δρομολογίου τους δεν τελειώνουν τη βάρδιά τους στο τέρμα και το αντίστροφο. Το κόστος απόστασης ενός συγκροτήματος από ένα αμαξοστάσιο είναι το άθροισμα των κοστών απόστασης των υπογραμμών που το απαρτίζουν από το αμαξοστάσιο:

$$K_{gt} = 2 \times \sum_{g,e,t} (d_{s,e} \times N_g) \times c_t \quad (2)$$

### Ιδανική πληρότητα

Η ιδανική πληρότητα για όλα τα αμαξοστάσια είναι το σύνολο των μεγεθών όλων των συγκροτημάτων λεωφορείων προς το σύνολο των μέγιστων χωρητικοτήτων όλων των αμαξοστασίων:

$$I = \frac{\sum_{g,t,e} a_t \times N_{g,t,e}}{\sum_s C_s} \quad (3)$$

### Κόστος λειτουργίας αμαξοστασίου

Το λειτουργικό κόστος του αμαξοστασίου εκφράζει το ετήσιο κόστος το οποίο δε σχετίζεται με τα διανυθέντα νεκρά χιλιόμετρα διαδρομών από το αμαξοστάσιο στην αφετηρία της διαδρομής της γραμμής ή από το τέρμα της διαδρομής στο αμαξοστάσιο αλλά μόνο με τη λειτουργία του αμαξοστασίου. Περιλαμβάνονται σε αυτό οι μισθοί των ελιγμοδηγών του αμαξοστασίου, οι μισθοί των εργατών αποθήκης και τεχνικών υποστήριξης και το κόστος για αντικατάσταση ελαστικών, όπως για παράδειγμα έπειτα από φθορά, που συνοψίζονται ως μέσο κόστος αμαξοστασίου  $c_s$ . Εισάγεται ως όρος και το οριακό κόστος αμαξοστασίου  $c_{plus}$ , το οποίο αφορά το κόστος κάθε επιπλέον λεωφορείου που σταθμεύει στο αμαξοστάσιο, αυξάνοντας παράλληλα την κάλυψη των διατιθέμενων θέσεων για στάθμευση του αμαξοστασίου και το κόστος που αντιστοιχεί στη λειτουργία του.

### 3.5.2. Περιγραφή του μαθηματικού προτύπου

Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζεται αναλυτικά τα προτεινόμενο πρότυπο: η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί του μοντέλου.

#### Αντικειμενική συνάρτηση:

$$\min Z = w_1 \sum_s \sum_g X_{gs} K_{gt} + w_2 \sum_s \left( \frac{\sum_g X_{gs} \times a_t \times N_g}{C_s} - I \right)^2 + w_3 \sum_g \sum_s X_{gs} K_s \quad (4)$$

Όπου:

$K_{gt} = 2 \times \sum_{g,t} (d_{s,e} \times N_g) \times c_t$  (2), το κόστος λειτουργίας ανά χιλιόμετρο για κάθε συγκρότημα λεωφορείων  $g$

$I = \frac{\sum_{g,t,e} a_t \times N_{g,t,e}}{\sum_s C_s}$  (3), το ιδανικό επίπεδο εξυπηρέτησης για όλα τα αμαξοστάσια  $s$

$$K_s = c_s \times \sum N_{g_{t,e}} + c_{plus} \times \sum e^{\lambda \left( \frac{N_{g_{t,e}}}{C_s} \right)} \quad (5), \text{ το λειτουργικό κόστος των αμαξοστασίων } s$$

### Περιορισμοί:

$\sum_s X_{gs} = 1 \quad \forall g \quad (6)$ , κάθε συγκρότημα λεωφορείων αντιστοιχίζεται σε ένα αμαξοστάσιο

$\sum_g X_{gs} a_t N_g \leq C_s \quad \forall g \quad (7)$ , αριθμός λεωφορείων συγκροτημάτων δε ξεπερνά τη μέγιστη χωρητικότητα του αμαξοστασίου

$\sum_g X_{gs} a_t N_g \geq C_{\min,s} \quad \forall g \quad (8)$ , ο αριθμός των λεωφορείων συγκροτημάτων που αντιστοιχίζονται σε αμαξοστάσια είναι μεγαλύτερος από την ελάχιστη κατάληψη του αμαξοστασίου

$\sum_{s \in S'} X_{gs} = 1 \quad \forall g \in G' \quad (9)$ , ο αριθμός των συγκροτημάτων που αντιστοιχίζονται σε συγκεκριμένα αμαξοστάσια εξαιτίας των χαρακτηριστικών τους

### Αναλυτική επεξήγηση συμβόλων:

$s$ : το σύνολο των ήδη υπαρχόντων αμαξοστασίων

$e_i$ : το σύνολο των τερμάτων των διαδρομών

$t_k$ : τα υποσύνολα λεωφορείων διαφορετικού τύπου

$g_{e,t}$ : το υποσύνολο των ομάδων λεωφορείων (υπογραμμών) για κάθε διαδρομή και κάθε τύπο λεωφορείου, συγκροτήματα

$n_g$ : το υποσύνολο λεωφορείων τύπου  $t$  που ανήκουν στο συγκρότημα  $g$ , υπογραμμή

$c_t$ : μονάδα λειτουργικού κόστους ανά χιλιόμετρο λεωφορείου τύπου  $t$  που ανήκει στο συγκρότημα  $g$

$d_{e,s}$ : απόσταση μεταξύ αμαξοστασίου  $s$  και αφετηρίας διαδρομής  $e$

$N_g$ : αριθμός λεωφορείων του συγκροτήματος  $g$

$a_t$ : συντελεστής προσαρμογής λεωφορείων, για τους διάφορους τύπους  $t$  του συγκροτήματος  $g$

$C_s$ : χωρητικότητα αμαξοστασίου  $s$  σε λεωφορεία

$c_s$  : μέσο λειτουργικό κόστος του αμαξοστασίου για κάθε σταθμευμένο λεωφορείο που ανήκει σε συγκρότημα  $g$  (€ / λεωφορείο)

$\lambda$  : συντελεστής εκθετικού όρου

$c_{plus}$  : οριακό λειτουργικό κόστος του αμαξοστασίου

$$X_{gs} = \begin{cases} 1, & \text{αν το συγκρότημα λεωφορείων } g \text{ έχει αντιστοιχηθεί στο αμαξοστάσιο } s \\ 0, & \text{σε διαφορετική περίπτωση} \end{cases}$$

$w_1, w_2, w_3$  : συντελεστές βαρύτητας

### 3.5.3. Επιμέρους ανάλυση κάθε όρου της αντικειμενικής συνάρτησης

Στο τρίτο μέρος της ενότητας 3.5. γίνεται επιμέρους ανάλυση σε κάθε όρο της αντικειμενικής συνάρτησης του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου.

#### Κόστος νεκρών διαδρομών

Το λειτουργικό κόστος των νεκρών διαδρομών, όπως έχει αναφερθεί και στο κεφάλαιο της εισαγωγής, είναι το κόστος των διαδρομών που διανύει κάθε λεωφορείο από το αμαξοστάσιο προς την αφετηρία της βάρδιάς του και από το τέρμα της βάρδιάς του προς το αμαξοστάσιο. Οι δύο αυτές διαδρομές στην αρχή και το τέλος της βάρδιάς του δεν εξυπηρετούν το επιβατικό κοινό και επομένως, είναι επιθυμητή η μείωση της επιβάρυνσης που προκαλούν στο συνολικό κόστος του οργανισμού αστικών συγκοινωνιών.

Κάθε λεωφορείο κάνει δύο νεκρές διαδρομές την ημέρα. Μία στην αρχή της βάρδιάς του, από το αμαξοστάσιο στο σημείο εκκίνησης και μία στο τέλος από το σημείο τερματισμού στο αμαξοστάσιο. Το σημείο εκκίνησης και τερματισμού είναι το ίδιο και είναι είτε η αφετηρία είτε το τέρμα της λεωφορειακής γραμμής την οποία εξυπηρετεί.

Η νεκρή απόσταση επομένως είναι διπλάσια της απόστασης αμαξοστασίου-σημείου εκκίνησης. Το κόστος νεκρής διαδρομής είναι η νεκρή απόσταση επί το λειτουργικό κόστος του τύπου του λεωφορείου.

Το κόστος νεκρών διαδρομών κάθε συγκροτήματος που αντιστοιχίζεται σε ένα αμαξοστάσιο αποτελείται από το άθροισμα του κόστους νεκρής διαδρομής κάθε λεωφορείου που το απαρτίζει.

$$K_{gt} = 2 \times \sum_{g,e,t} (d_{s,e} \times N_g) \times c_t \quad (2)$$

## Κόστος ισοκατανομής

Αν θεωρήσουμε ιδανική κατανομή το ποσοστό πληρότητας (πλήθος λεωφορείων επί τον συντελεστή μεγέθους του τύπου τους προς τη μέγιστη χωρητικότητα του αμαξοστασίου) τότε η ποσότητα που καλείται να ελαχιστοποιηθεί στην αντικειμενική συνάρτηση του προτεινόμενου προτύπου είναι η:

$$\sum_s \left( \frac{\sum_g X_{gs} \times a_t \times N_g}{C_s} - I \right)^2 \quad (10)$$

Όπου  $I = \frac{\sum_{g,t,e} a_t \times N_{g,t,e}}{\sum_s C_s}$  (3) είναι η ιδανική πληρότητα του κάθε αμαξοστασίου  $s$ .

Το κόστος ισοκατανομής θα πρέπει να αυξάνεται όσο η πληρότητα κάποιου αμαξοστασίου αποκλίνει από την ιδανική. Αυτό επιτυγχάνεται με το να τεθεί το κόστος ανισοκατανομής ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων της διαφοράς της πληρότητας του κάθε αμαξοστασίου από την ιδανική.

## Κόστος λειτουργικό του αμαξοστασίου

Το λειτουργικό κόστος αμαξοστασίου  $K_s = c_s \times \sum_g N_{g,t,e} + c_{plus} \times \sum_s e^{\lambda \left( \frac{N_{g,t,e}}{C_s} \right)}$  (5)

εισάγεται στην αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους καθώς κάθε λεωφορείο συγκροτήματος που αντιστοιχίζεται σε αμαξοστάσιο συμβάλλει στην αύξηση του μέσου λειτουργικού κόστους του αμαξοστασίου – πρώτος όρος κόστους- ενώ προστίθενται και ο όρος του οριακού κόστους για κάθε πρόσθετο λεωφορείο το οποίο αντιστοιχίζεται στο αμαξοστάσιο. Επομένως, το συνολικό λειτουργικό κόστος του αμαξοστασίου είναι το άθροισμα του μέσου κόστους αμαξοστασίου ανά λεωφορείο επί το άθροισμα των λεωφορείων που αντιστοιχούν στο κάθε συγκρότημα συν το οριακό κόστος λειτουργίας του κάθε αμαξοστασίου (που αντιστοιχεί στο κόστος καταμερισμού ενός επιπλέον λεωφορείου στο αμαξοστάσιο) επί το άθροισμα των εκθετικών πηλίκων των λεωφορείων των συγκροτημάτων  $N_{g,t,e}$  προς τη χωρητικότητα  $C_s$  του κάθε αμαξοστασίου  $s$ .

Ο δεύτερος προσθετός του λειτουργικού κόστους αμαξοστασίου  $K_s$  είναι ο όρος

$c_{plus} \times \sum_s e^{\lambda \left( \frac{N_{g,t,e}}{C_s} \right)}$  και εισάγει το οριακό κόστος ώστε να ελαχιστοποιηθεί στην

αντικειμενική συνάρτηση. Η χρήση του μεγέθους  $\sum_s e^{\lambda \left( \frac{N_{g,t,e}}{C_s} \right)}$  με γενική μορφή

$\exp(\lambda \times (\frac{V}{c}))$  δηλώνει ότι η αύξηση του οριακού κόστους είναι εκθετική και επομένως

όσο αυξάνεται ο βαθμός πλήρωσης του αμαξοστασίου  $\frac{volume}{capacity}$ , αυξάνεται εκθετικά

ο όρος του οριακού κόστους αμαξοστασίου. Αυτό συμβαίνει διότι αυξάνονται οι ελιγμοί που απαιτούνται ώστε να σταθμεύσει το κάθε όχημα, αυξάνεται η κατανάλωση καυσίμου καθώς και η φθορά των αναρτήσεων και των ελαστικών των λεωφορείων. Το γεγονός αυτό μεταφράζεται σε ανάγκη για αύξηση του απασχολούμενου προσωπικού, αύξηση των ανταλλακτικών και των μετακινήσεων στο αμαξοστάσιο.

### Συνολικό κόστος καταμερισμού

Το συνολικό κόστος καταμερισμού, το οποίο πρέπει να ελαχιστοποιηθεί, αποτελείται από το άθροισμα των τριών όρων κόστους με βάρη  $w_1, w_2, w_3$ : του κόστους κάλυψης των 'νεκρών', μη παραγωγικών χιλιομέτρων, του κόστους ισοκατανομής καθώς και του λειτουργικού κόστους των αμαξοστασίων.

#### 3.5.4. Επιμέρους ανάλυση των περιορισμών

Στο τέταρτο μέρος γίνεται επιμέρους αναφορά σε κάθε περιορισμό του μαθηματικού προτύπου.

- i. Περιορισμός ακεραιότητας:

$$\sum_s X_{gs} = 1 \quad \forall g \quad (6)$$

Κάθε συγκρότημα λεωφορείων  $g$  αντιστοιχίζεται σε ένα και μόνο αμαξοστάσιο  $s$ .

- ii. Περιορισμός μέγιστης χωρητικότητας:

$$\sum_g X_{gs} a_r N_g \leq C_s \quad \forall g \quad (7)$$

Η δυναμικότητα του κάθε αμαξοστασίου  $s$  πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση από τη μέγιστη  $C_s$ .

- iii. Περιορισμός ελάχιστης χωρητικότητας:

$$\sum_g X_{gs} a_r N_g \geq C_{\min,s} \quad \forall g \quad (8)$$

Η δυναμικότητα του κάθε αμαξοστασίου  $s$  πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ελάχιστη  $C_{\min,s}$ .

iv. Περιορισμός υποστήριξης:

$$\sum_{s \in S'} X_{gs} = 1 \quad \forall g \in G' \quad (9)$$

Ένα συγκρότημα  $g$  μπορεί να αντιστοιχίζεται σε αμαξοστάσια ενός υποσυνόλου  $S' = S' \subseteq S$ , υποδηλώνοντας ότι το συγκεκριμένο συγκρότημα λεωφορείων ανήκει σε ένα υποσύνολο συγκροτημάτων  $G' \subseteq G$ . Κάθε συγκρότημα λεωφορείων  $g$  μπορεί να αντιστοιχηθεί μόνο σε αμαξοστάσια  $s$  που το υποστηρίζουν με εγκαταστάσεις ανεφοδιασμού και συντήρησης. Για παράδειγμα, τα λεωφορεία τα οποία κινούνται με συμπιεσμένο φυσικό αέριο (CNG) εξυπηρετούνται μόνο από αμαξοστάσια που διαθέτουν τις απαραίτητες εγκαταστάσεις για τον ανεφοδιασμό τους.

Οι τέσσερις περιορισμοί, ο περιορισμός ακεραιότητας, ο περιορισμός μέγιστης χωρητικότητας, ο περιορισμός ελάχιστης χωρητικότητας και ο περιορισμός υποστήριξης χρησιμοποιούνται ώστε να περιοριστούν οι λύσεις του προβλήματος σύμφωνα με τις παρακάτω απαιτήσεις:

- i. κάθε υποδιαιρεμένο συγκρότημα λεωφορείων να αντιστοιχίζεται μόνο σε ένα αμαξοστάσιο
- ii. να διασφαλίζεται ότι ο αριθμός των λεωφορείων δεν υπερβαίνει τα μέγιστα και τα ελάχιστα όρια χωρητικότητας των αμαξοστασίων
- iii. οι εγκαταστάσεις κάθε αμαξοστασίου μπορούν να υποστηρίξουν τα λεωφορεία που έχουν καταμεριστεί σε αυτό.

### 3.6. Συμπεράσματα

Το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο ανήκει στην κατηγορία προτύπων του μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού. Εξαιτίας του περιορισμού ακεραιότητας είναι πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού, λόγω του κόστους ισοκατανομής (ιδανικό επίπεδο κατάληψης αμαξοστασίου) εισάγεται στην αντικειμενική συνάρτηση ένας δευτεροβάθμιος όρος (quadratic), ενώ ο εκθετικός όρος του λειτουργικού κόστους αμαξοστασίου καθιστά το πρόβλημα μη γραμμικό (non-linear). Η αντικειμενική συνάρτηση του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου αποτελείται από τρεις συνιστώσες κόστους: κόστος 'μη παραγωγικών' οχηματοχιλιομέτρων, κόστος ισοκατανομής και λειτουργικό κόστος αμαξοστασίων ενώ οι περιορισμοί που εισάγονται στο μοντέλο διασφαλίζουν τις απαιτήσεις του φορέα σύμφωνα με τον προγραμματισμό και τους εργασιακούς κανόνες που έχει θέσει.

---

### ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

---

#### 4.1. Γενικά

Το κεφάλαιο αυτό που αφορά στη συλλογή στοιχείων στοχεύει στη συγκέντρωση όλων των δεδομένων πάνω στα οποία στηρίζεται η παρούσα διπλωματική εργασία, στην παρουσίαση της διαδικασίας συλλογής τους καθώς και στην ανάλυση της διαδικασίας επεξεργασίας τους.

Στις παρακάτω ενότητες θα παρουσιασθούν αναλυτικά τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, η οποία αφορά την διαδικασία καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια. Τα δεδομένα χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου, δηλαδή της προτεινόμενης αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται οι πηγές των στοιχείων, το εύρος τους, η περίοδος και η περιοχή αναφοράς, καθώς και τα βασικά χαρακτηριστικά τους. Δίδεται ιδιαίτερη έμφαση και στην παρουσίαση τυχόν προβλημάτων διαθεσιμότητας, ακρίβειας, αξιοπιστίας και συμβατότητας των στοιχείων καθώς και στον τρόπο αντιμετώπισής τους στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Στην υποενότητα που αφορά την επεξεργασία των στοιχείων παρουσιάζεται η κωδικοποίησή τους και ο τρόπος εισαγωγής τους στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Επιπρόσθετα, δίδεται και μια σύντομη παρουσίαση των λογισμικών ηλεκτρονικού υπολογιστή που χρησιμοποιούνται, ενώ παράλληλα σημειώνονται και τα κρίσιμα σημεία στη λειτουργία των προγραμμάτων αυτών. Στα σημεία όπου κρίνεται απαραίτητο γίνεται παράθεση χαρακτηριστικών παραδειγμάτων του τρόπου επεξεργασίας των στοιχείων, η μορφή πινάκων των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν αλλά και των τρόπων αντιμετώπισης των τυχόν προβλημάτων ποιότητας των στοιχείων, φαινόμενο το οποίο στην παρούσα διπλωματική εργασία δεν έλαβε χώρα. Συγκεντρωτικοί πίνακες των στοιχείων που χρησιμοποιούνται εισάγονται στις αντίστοιχες υποενότητες, καθώς το πλήθος των στοιχείων είναι ιδιαίτερα μεγάλο ώστε να παρουσιαστεί αναλυτικά.



## **4.2. Συλλογή στοιχείων**

Για την βελτιστοποίηση του μαθηματικού προτύπου, της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών, το οποίο αναπτύχθηκε αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο, απαιτείται πληθώρα στοιχείων που παρουσιάζονται γενικά αλλά και πιο αναλυτικά στις παρακάτω υποενότητες.

### **4.2.1. Γενική παρουσίαση δεδομένων**

Η βελτιστοποίηση του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας στοιχεία που συλλέχθηκαν από τον Οργανισμό Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας (Ο.Α.Σ.Α.) και αφορούν το συνολικό δίκτυο των αστικών λεωφορειακών γραμμών της ευρύτερης περιοχής της Αθήνας. Τα δεδομένα τα οποία αντιστοιχούν στα μεγέθη των αμαξοστασίων της Ε.Θ.Ε.Λ., συλλέχθηκαν από τον αρμόδιο φορέα Ο.Α.Σ.Α. και περίοδος αναφοράς τους αποτελεί το έτος 2003. Το πλήθος των στοιχείων είχε συλλεχθεί κατά την πραγματοποίηση έρευνας, την οποία είχε αναλάβει ο Τομέας Μεταφορών και Συγκοινωνιακής Υποδομής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου την ίδια περίοδο. Επιπρόσθετα, το σύνολο των δεδομένων που αφορούν τις λειτουργικές δαπάνες των αμαξοστασίων συλλέχθηκαν από τα εκάστοτε γραφεία των αμαξοστασίων και αφορούν τη χρονική περίοδο του μήνα Οκτωβρίου του έτους 2004. Τα δεδομένα των δαπανών του αμαξοστασίου αποτελούν αντιπροσωπευτικό δείγμα και μπορούν εύκολα να αναχθούν με συντελεστές σε ετήσια δεδομένα.

### **4.2.2. Αναλυτική παρουσίαση δεδομένων**

Από τον Οργανισμό Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας (Ο.Α.Σ.Α.) συγκεντρώθηκαν αναλυτικά στοιχεία για τα παρακάτω μεγέθη:

#### **Δεδομένα που αφορούν του τύπους των λεωφορείων που εξυπηρετούν το δίκτυο Αστικών Συγκοινωνιών της Αθήνας**

Στοιχεία για τη λειτουργία τους, το μήκος τους, αναφορά στο συντελεστή προσαρμογής του μεγέθους τους, τον αριθμό των οχημάτων του κάθε τύπου του στόλου καθώς και του μέσου κόστους χιλιομέτρων νεκρής διαδρομής σε €/km απαιτούνται για την επίλυση του μαθηματικού προτύπου κατά τη διαδικασία του βέλτιστου καταμερισμού των λεωφορείων στα αμαξοστάσια. Συγκεντρωτικά, αναφέρονται ορισμένα μεγέθη παρακάτω: ο Οργανισμός Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας έχει κατανείμει τα υπάρχοντα οχήματα σε 360 διαφορετικές γραμμές που εκτελούν διαφορετικά δρομολόγια (με τμήματα ορισμένων γραμμών να επικαλύπτονται), ο αριθμός στάσεων αφετηρίας και τέρματος λεωφορείων ανέρχεται στις 386 για το δίκτυο εξυπηρέτησης επιβατών με λεωφορεία, ενώ ο συνολικός αριθμός του στόλου οχημάτων ανέρχεται σε 1646 λεωφορεία και των τεσσάρων τύπων. Στον πίνακα 4.1. παρακάτω παρουσιάζονται οι τέσσερις διαφορετικοί τύποι λεωφορείων, το μήκος του εκάστοτε τύπου, ο συντελεστής προσαρμογής του

μεγέθους τους (σε συνήθη λεωφορεία), ο αριθμός των οχημάτων και το μέσο κόστος ανά χιλιόμετρο νεκρής διαδρομής για κάθε όχημα:

**Πίνακας 4.1.** Τύποι λεωφορείων στο δίκτυο Αστικών Συγκοινωνιών της Αθήνας

Τύπος	Μήκος (m)	Συντελεστής προσαρμογής μεγέθους	Αριθμός οχημάτων	Μέσο κόστος km "νεκρής διαδρομής" (€/km)
Μεσαία Λεωφορεία	8	1	190	1,8
Συνήθη Λεωφορεία (πετρελαιοκίνητα)	12	1	827	2,2
Συνήθη Λεωφορεία (φυσικού αερίου)	12	1	257	4
Αρθρωτά λεωφορεία	18	1,5	372	2,7

**Σχήμα 4.1.** Τμήμα αρχείου επεξεργασίας

newname	line	type	ocost	bsize	num	Group	endstop	distance1	distance2	distance3	distance4	distance5	distance6	distance7
1	2	3	1,8	1	6	9	21	4100	9800	12200	7400	5800	7300	11200
2	3	3	1,8	1	12	10	31	4400	9000	13200	7700	6000	6800	10900
3	4	4	4	1	9	145	17	8000	15700	6400	10100	9000	13000	12600
4	5	1	2,2	1	4	11	51	1400	9600	11700	4000	2400	6500	14700
5	6	1	2,2	1	4	11	58	200	8600	12900	3300	1700	5300	15300
6	7	1	2,2	1	4	11	59	1100	9200	12600	2500	800	6000	16300
7	8	3	1,8	1	12	13	316	1800	7500	14300	2600	1400	4200	16600
8	9	2	2,7	1,5	20	48	96	2500	7500	13800	5700	3900	4800	13200
9	10	3	1,8	1	8	14	114	6700	10700	13100	10000	8300	8900	8700
10	11	2	2,7	1,5	6	49	56	2100	8800	12500	5400	3700	5900	13200
11	11	1	2,2	1	6	50	56	2100	8800	12500	5400	3700	5900	13200
12	12	4	4	1	8	146	50	2200	10700	10700	4200	2900	7400	15100
13	13	4	4	1	6	147	256	8300	14400	9700	11200	9600	12200	9000
14	14	1	2,2	1	11	15	189	4300	4500	16800	6100	4800	1900	15100
15	15	3	1,8	1	6	16	31	4400	9000	13200	7700	6000	6800	10900
16	16	4	4	1	4	106	116	2800	11100	10200	5200	3800	8000	14100
17	17	3	1,8	1	8	17	125	1300	8500	13100	4600	2900	5500	14000
18	18	1	2,2	1	7	77	185	10700	2400	23300	11900	11100	5700	17800
19	19	1	2,2	1	5	51	139	7300	2600	20300	7600	7200	2200	18500
20	20	1	2,2	1	8	126	270	6100	2700	18900	7100	6200	800	17000
21	21	1	2,2	1	5	52	140	8000	1600	20900	8600	8200	2700	18400

#### Δεδομένα που αφορούν τα χαρακτηριστικά των αμαξοστασίων

Στα δεδομένα αυτά συγκαταλέγονται στοιχεία που αφορούν τον αριθμό των εγκαταστάσεων των αμαξοστασίων του δικτύου, την δυναμικότητα-χωρητικότητα τους καθώς και τον τύπο των λεωφορείων που μπορούν να υποστηρίξουν. Στο σύνολο των χώρων στάθμευσης των αμαξοστασίων που εξυπηρετούν το δίκτυο λεωφορειακών γραμμών της Αθήνας μπορούν να σταθμεύσουν συνολικά 2296 οχήματα. Μόνο δύο από τα επτά συνολικά αμαξοστάσια υποστηρίζουν λεωφορεία

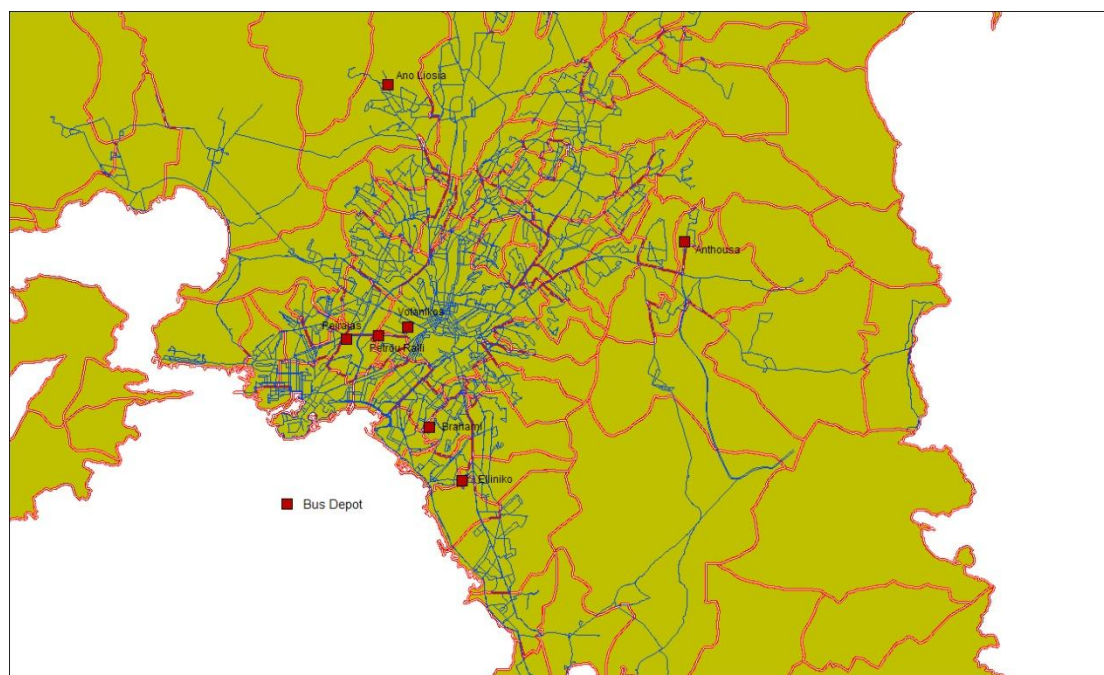
φυσικού αερίου CNG, τα αμαξοστάσια Ανθούσας και Άνω Λιοσίων. Τα υπόλοιπα αμαξοστάσια, στο Μπραχάμι, Ελληνικό, Πειραιά, Πέτρου Ράλλη και Βοτανικό μπορούν να υποστηρίξουν αποκλειστικά πετρελαιοκίνητα λεωφορεία. Στον πίνακα παρακάτω παρουσιάζεται η δυναμικότητα του κάθε αμαξοστασίου αλλά και οι τύποι λεωφορείων που υποστηρίζονται από αυτό:

**Πίνακας 4.2.** Χαρακτηριστικά Αμαξοστασίων

Αμαξοστάσιο	Χωρητικότητα (μεγέθη συνήθων λεωφορείων)	Υποστηριζόμενοι τύποι λεωφορείων
Ανθούσα	440	όλα τα μεγέθη, πετρελαιοκίνητα και φυσικού αερίου
Άνω Λιόσια	272	όλα τα μεγέθη, πετρελαιοκίνητα και φυσικού αερίου
Μπραχάμι	120	όλα τα μεγέθη, πετρελαιοκίνητα μόνο
Ελληνικό	436	όλα τα μεγέθη, πετρελαιοκίνητα μόνο
Πειραιάς	372	όλα τα μεγέθη, πετρελαιοκίνητα μόνο
Πέτρου Ράλλη	344	όλα τα μεγέθη, πετρελαιοκίνητα μόνο
Βοτανικός	312	όλα τα μεγέθη, πετρελαιοκίνητα μόνο

Η δυναμικότητα των επτά υαρχόντων αμαξοστασίων αναφέρεται σε μεγέθη συνήθων λεωφορείων, δηλαδή πετρελαιοκίνητων ή φυσικού αερίου (CNG).

**Σχήμα 4.2.** Χάρτης Αττικής με τις θέσεις των επτά αμαξοστασίων του λεωφορειακού δικτύου



### **Δεδομένα που αφορούν τις αποστάσεις μεταξύ αμαξοστασίων και αφετηριών-τερμάτων των λεωφορειακών γραμμών**

Τα στοιχεία που αφορούν στις αποστάσεις μεταξύ στάσεων και αμαξοστασίων, μετρημένα σε km, συλλέχθηκαν και εισάγονται στην αντικειμενική συνάρτηση ώστε να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση του κόστους ‘νεκρών’ οχηματοχιλιομέτρων.

### **Δεδομένα που αφορούν τις υπογραμμές και τα συγκροτήματα στα οποία γίνεται διαχωρισμός των λεωφορείων**

Το σύνολο των στοιχείων προέκυψαν από την ομαδοποίηση των λεωφορείων που εξυπηρετούν το λεωφορειακό δίκτυο της Αθήνας σε υπογραμμές και σε συγκροτήματα, σύμφωνα με τη θεώρηση ότι αυτά πρέπει να αντιστοιχηθούν στο ίδιο αμαξοστάσιο. Το σύνολο των συγκροτημάτων των λεωφορείων ανέρχεται στα 166, ενώ το σύνολο των διαφορετικών λεωφορειακών γραμμών είναι 360. Η ομαδοποίηση που γίνεται διευκολύνει την ταχύτερη επίλυση του μαθηματικού μοντέλου από το λογισμικό το οποίο χρησιμοποιείται καθώς μειώνει σημαντικά τον αριθμό των ομάδων λεωφορείων τα όποια αντιστοιχίζονται στα επτά αμαξοστάσια του Ο.Α.Σ.Α. Επιπρόσθετα, η ομαδοποίηση των λεωφορείων σε συγκροτήματα διευκολύνει τον προγραμματισμό των δρομολογίων για τον φορέα.

### **Δεδομένα που αφορούν τις λειτουργικές δαπάνες των αμαξοστασίων**

Τα στοιχεία αυτά αφορούν το μέσο λειτουργικό κόστος για κάθε σταθμευμένο λεωφορείο διαφορετικού τύπου που ανήκει σε συγκεκριμένο συγκρότημα καθώς και το οριακό κόστος για κάθε πρόσθετο λεωφορείο που αντιστοιχίζεται στο αμαξοστάσιο. Το μέσο κόστος αναφέρεται στο κόστος που αντιστοιχεί σε μια μονάδα παραγόμενου έργου. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, είναι το λειτουργικό κόστος ενός λεωφορείου που αντιστοιχίζεται και συνεπώς σταθμεύει σε ένα αμαξοστάσιο. Το οριακό κόστος είναι το κόστος που αντιστοιχεί στην παροχή μιας επιπλέον μονάδας μεταφορικού έργου. Συγκεκριμένα, είναι το λειτουργικό κόστος του αμαξοστασίου για κάθε πρόσθετο λεωφορείο το οποίο αντιστοιχίζεται στο αμαξοστάσιο.

Οι όροι αυτοί εισάγονται στην αντικειμενική συνάρτηση του προτεινόμενου προτύπου επίλυσης του εξεταζόμενου προβλήματος. Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται τα μεγέθη του ετήσιου λειτουργικού κόστους των αμαξοστασίων, όπως αυτά προκύπτουν από την ανάλυση αριθμητικών δεδομένων που συλλέχθηκαν από τις αρμόδιες υπηρεσίες περιφερειακής διεύθυνσης του κάθε αμαξοστασίου, τα οποία υπόκεινται στη δικαιοδοσία του Οργανισμού Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας, από τις μηνιαίες αναφορές του Οκτώβρη του έτους 2004. Στον παρακάτω πίνακα 4.3. παρουσιάζονται οι λειτουργικές δαπάνες σε €/έτος για κάθε αμαξοστάσιο, καθώς και το μέσο και το οριακό ετήσιο κόστος σε €/έτος ανά λεωφορείο για το κάθε αμαξοστάσιο :

**Πίνακας 4.3. Δαπάνες πάγιου λογαριασμού αμαξοστασίου (€/έτος)**

Κατηγορίες δαπανών	Βοτανικός	Μπραχάμι	Ανθούσα	Πέτρου Ράλλη	Ελληνικό	Άνω Λιόσια	Πειραιάς
Ανταλλακτικά λεωφορείων	51105	23205	26952	20700	14039	14321	15763
Γενικά υλικά	20679	11923	21797	22116	33789	22520	25149
Εργαλεία	4941	1448	1382	7464	1706	703	8988
Βενζίνη βοηθητικών οχημάτων	9547	3478	10206	6756	4860	9881	3108
Μεταφορές λεωφορείων (Γερανοί)	9204	4106	13877	33180	7576	5844	8779
Ηλεκτρολογικά Υλικά					16115	2579	
Μισθοί ελιγμοδηγών	542832	262773	270900	279930	531867	493038	508905
Μισθοί εργατών τεχνικής υποστήριξης	27886	14907	15421	39837	16706	19918	19469
Μισθοί σε συνεργείο συντήρησης	32255	19404	21846	69714	64510	101583	63289
Μισθοί εργατών αποθήκης	70421	32255	67851	99591	68622	66309	93680
Σύνολο	768870	373498	450231	579288	759788	736697	747130
Δυναμικότητα αμαξοστασίων	312	120	440	344	436	272	372
<b>Μέσο Κόστος (€/έτος/λεωφορείο)</b>	<b>2464</b>	<b>3112</b>	<b>1023</b>	<b>1684</b>	<b>1743</b>	<b>2708</b>	<b>2008</b>
<b>Οριακό Κόστος (€/έτος/λεωφορείο)</b>	<b>2464</b>	<b>3112</b>	<b>1023</b>	<b>1684</b>	<b>1743</b>	<b>2708</b>	<b>2008</b>

Τα παραπάνω δεδομένα του πίνακα 4.3. προέκυψαν από επεξεργασία των στοιχείων των δαπανών του Οκτωβρίου του έτους 2004 για το κάθε αμαξοστάσιο, τα οποία πολλαπλασιάστηκαν με τον αριθμό μηνών του έτους.

Το ετήσιο μέσο κόστος (€/λεωφορείο) υπολογίστηκε αναλυτικά ως το σύνολο των λειτουργικών δαπανών για τα επτά αμαξοστάσια διαιρεμένο με την δυναμικότητα σε λεωφορεία του κάθε αμαξοστασίου. Υπολογίστηκαν οι δαπάνες των ανταλλακτικών των λεωφορείων, γενικών υλικών, εργαλείων, το κόστος της βενζίνης των βοηθητικών οχημάτων, το κόστος των γερανών που χρησιμοποιούνται για τις μεταφορές των λεωφορείων, το κόστος ηλεκτρολογικών υλικών αλλά και οι μισθοί των ελιγμοδηγών, των εργατών της τεχνικής υποστήριξης, των εργατών στα συνεργεία συντήρησης και των εργατών των αποθηκών.

Το ετήσιο οριακό κόστος (€/λεωφορείο) για κάθε αμαξοστάσιο εκτιμάται ίσο με το μέσο κόστος που υπολογίστηκε στον Πίνακα 4.3. Αυτή η παραδοχή ισότητας μέσου και οριακού κόστους γίνεται εξαιτίας της θεώρησης ότι τα αμαξοστάσια λειτουργούν με σταθερές οικονομίες κλίμακας. Ουσιαστικά η λειτουργία ενός αμαξοστασίου σε σταθερή οικονομία κλίμακας υποδηλώνει πως το αμαξοστάσιο έχει το βέλτιστο αριθμό λεωφορείων, ώστε τελικά το μέσο κόστος του αμαξοστασίου να ισούται με το οριακό.

Συνολικά, το πλήθος των δεδομένων θεωρείται αξιόπιστο, καθώς συλλέχτηκε από τον αρμόδιο φορέα για τις αστικές συγκοινωνίες στην Αθήνα (Ο.Α.Σ.Α.), αναφέρεται στη χρονική περίοδο του έτους 2003-2004 και χρησιμοποιήθηκε για την συγγραφή της παρούσας διπλωματικής εργασίας, χωρίς να εμφανιστούν προβλήματα λόγω ελλείψεων στοιχείων.

### **4.3. Περιγραφή της μεθοδολογίας επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου με χρήση λογισμικού βελτιστοποίησης**

Η αναλυτική προσέγγιση της διαδικασίας μορφοποίησης του προβλήματος συνοψίζεται σε πέντε βασικά βήματα:

1. Κατανόηση προβλήματος
2. Μορφοποίηση προβλήματος
3. Συγκέντρωση όλων των δεδομένων εισαγωγής
4. Επίλυση προβλήματος
5. Επεξήγηση της λύσης και μετάφρασή της

Γνωστή μέθοδος προσέγγισης των προβλημάτων μικτού προγραμματισμού, τα οποία περιλαμβάνουν και ακέραιες μεταβλητές -mixed integer programming- είναι η μεθοδολογία “branch and bound”. Η συνήθης μεθοδολογία που ακολουθείται είναι η κλάδου-φράγματος, κυρίως γιατί αποτελεί μια έξυπνη διαδικασία που βρίσκει διαδοχικά τις βέλτιστες λύσεις. Για ένα πρόβλημα μικτού ακέραιου προγραμματισμού συνήθως όσο αυξάνονται οι περιορισμοί τόσο μειώνεται ο χρόνος που απαιτείται για την επίλυση του. Ταυτόχρονα, όσο αυξάνονται οι μεταβλητές οι οποίες είναι ακέραιες τόσο περισσότερος χρόνος απαιτείται για την επίλυσή του. Ως συμπέρασμα εξάγεται ότι η διαδικασία και ο χρόνος βελτιστοποίησης του προβλήματος εξαρτώνται σημαντικά από τη μορφοποίηση του προβλήματος.

Τα προβλήματα μικτού προγραμματισμού χαρακτηρίζονται ως NP-hard. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν και τα προβλήματα καταμερισμού, όπως το πρόβλημα καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια, το οποίο επιλύεται στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Η σημαντικότερη δυνατότητα του λογισμικού βελτιστοποίησης LINGO είναι η ικανότητα να επιλύει σύνθετα προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Η διαδικασία επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου με τη χρήση αυτού του προγράμματος ευνοεί την γρήγορη μορφοποίησή του και εισαγωγή των απαιτούμενων δεδομένων από φύλλα εργασίας excel, την ταχύτατη επίλυσή του και τον έλεγχο της ορθότητάς και της καταλληλότητάς του. Επίσης, εξυπηρετεί την ταχεία επέμβαση στο μοντέλο ώστε να γίνουν διορθώσεις αν χρειαστεί να επαναληφθεί η διαδικασία. Επιπρόσθετα, παρέχει μεγάλη ποικιλία εντολών και παράλληλα το ίδιο το πρόγραμμα ελέγχει αν η κάθε εντολή είναι σωστή ανάλογα με το περιεχόμενο του προβλήματος που μορφοποιήθηκε.

### 4.3.1. Αναλυτική περιγραφή επίλυσης του μοντέλου με το λογισμικό βελτιστοποίησης

Για την επίλυση του μορφοποιημένου προβλήματος χρησιμοποιείται η μεθοδολογία κλάδου-φράγματος, μια διαδικασία που βρίσκει διαδοχικά τη βέλτιστη λύση. Για την εισαγωγή του μαθηματικού προτύπου και των απαιτούμενων δεδομένων με χρήση του LINGO, ακολουθούνται αναλυτικά τα παρακάτω στάδια:

#### 1. Μορφοποίηση της ενότητας των ομάδων δεδομένων (sets)

Η συγκεκριμένη ενότητα περιγράφει τη δομή των δεδομένων τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος ανάθεσης. Οι τύποι των ομάδων δεδομένων χωρίζονται σε πρωταρχικούς και σε παράγωγους, τα δεδομένα τα οποία αποτελούν προϊόν από δύο ή περισσότερα αρχικά sets δεδομένων. Με τη διαδικασία αυτή εισάγουμε το σύνολο των ομάδων δεδομένων μέσα στο λογισμικό βελτιστοποίησης LINGO.

#### 2. Μορφοποίηση της ενότητας των δεδομένων (data)

Η συγκεκριμένη ενότητα εισάγει τα δεδομένα από τα φύλλα εργασίας του excel, ώστε τελικά να μορφοποιηθούν οι ομάδες δεδομένων. Το συγκριτικό πλεονέκτημα της διαδικασίας αυτής είναι πως κάθε ομάδα δεδομένων μπορεί να συνδεθεί με τα φύλλα εργασίας του excel όπου είναι καταχωρημένα τα δεδομένα, χωρίς να εισαχθούν τα δεδομένα ξανά στο λογισμικό βελτιστοποίησης ένα προς ένα. Επιπρόσθετα, είναι δυνατή η σύνδεση του excel με τη βάση δεδομένων από το λογισμικό LINGO.

#### 3. Μορφοποίηση της ενότητας αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί (model equation)

Η τελικό βήμα για τη μορφοποίηση του μαθηματικού μοντέλου με τη βοήθεια του συγκεκριμένου λογισμικού, περιγράφει τις σχέσεις ισότητας και ανισότητας μεταξύ πλήθους δεδομένων και αποφάσεων. Η μορφοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών καθώς και η διαδικασία του καθορισμού ποιες από τις μεταβλητές είναι δυαδικές ή ακέραιες γίνεται σε αυτό το κομμάτι μορφοποίησης με τη χρήση του λογισμικού, ώστε να συνδεθούν τα δεδομένα μεταξύ τους και να αρχίσει η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης κατά τον καταμερισμό των λεωφορείων στα υπάρχοντα αμαξοστάσια.

### Σχήμα 4.3. Μορφοποίηση ομάδων και δεδομένων στο λογισμικό LINGO

```
MODEL: !Βέλτιστη ανάθεση λεωφορείων σε αμαξοστάσια με ελαχιστοποίηση του κόστους;
SETS:
GROUPS: GSIZE, OPCOST, NUMG ;
!7 αμαξοστάσια;
!1_Βοτανικός 2_Ελληνικό 3_Άνω Λιόσια 4_Πειραιάς 5_Πέτρον Ράλλη 6_Μπραχάμι 7_Ανθούσα;
!κάθε αμαξοστάσιο χαρακτηρίζεται από μια ελάχιστη και μια μέγιστη χωρητικότητα;
DEPOTS: GMAXC, GHINC, GDCOST, GHCOST ;
ROUT(GROUPS,DEPOTS): GDIST ;
BINARY(GROUPS,DEPOTS): Z,W;
ENDSETS
DATA:
GROUPS=@OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
DEPOTS=@OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
GDCOST=@OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
GHCOST=@OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
NUMG= @OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
GDIST= @OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
GMAXC = @OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
GHINC= @OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
OPCOST= @OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
GSIZE = @OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx);
@OLE(C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dropbox\thesis\Thesis_chapters\chapters\correct_data_groups.xlsx)= Z;
W=1;
ENDDATA
!-----;
```

### Σχήμα 4.4. Μορφοποίηση αντικειμενικής συνάρτησης στο λογισμικό LINGO

```
!Η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιεί τους 3 όρους κόστους (dead-heading cost, balanced cost, operational cost);
[OBJECTIVE] MIN = @SUM ( BINARY(I,J): Z(I,J)* GDIST(I,J)* 2* NUMG(I)* OPCOST(I) +
((Z(I,J)*GSIZE(I)*NUMG(I))/GMAXC(J)-GSIZE(I)*NUMG(I)/GMAXC(J))^2 +
|Z(I,J)* GDCOST(J)*NUMG(I)+ Z(I,J)*GHCOST(J)*@EXP(W(I,J)*NUMG(I)/GMAXC(J))));
END
```

Έπειτα από τη μορφοποίηση των τριών ενοτήτων που περιγράφηκαν αναλυτικά παραπάνω, καθορίζεται ο αριθμός των εναλλακτικών σεναρίων επίλυσης του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου ώστε να τροποποιείται σε κάθε σενάριο το σύνολο των παραμέτρων που διαφοροποιούνται αντίστοιχα. Το σύνολο των εναλλακτικών σεναρίων παρουσιάζονται στο επόμενο κεφάλαιο μαζί με τα αποτελέσματα που προκύπτουν κατά την διαδικασία της βελτιστοποίησης.

Κατά την εκτέλεση, το λογισμικό βελτιστοποίησης καλείται να αναζητήσει την βέλτιστη λύση. Με την εύρεση της βέλτιστης λύσης, είτε αυτή αποτελεί ολικό βέλτιστο είτε τοπικό. Η επιλογή “αποτελέσματα/ καταμερισμός” ενεργοποιείται και τα αποτελέσματα της ανάλυσης του κόστους και του καταμερισμού των συγκροτημάτων ή γραμμών στα αμαξοστάσια είναι διαθέσιμα. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το τμήμα του αρχείου με τα αποτελέσματα της αναζήτησης βέλτιστης λύσης:



#### Σχήμα 4.5. Τμήμα αρχείου εξαγωγής αποτελεσμάτων καταμερισμού λεωφορείων

Global optimal solution found at iteration: 383  
Objective value: 0.6042248E+08

##### Export Summary Report

-----  
Transfer Method: OLE BASED  
Spreadsheet: C:\Documents and Settings\Elria\Τα έγγραφά μου\Dr  
  
Ranges Specified: 1  
Z  
Ranges Found: 1  
Range Size Mismatches: 0  
  
Values Transferred: 1162

#### 4.4. Συμπεράσματα

Το σύνολο των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία συλλέχτηκαν από τον Οργανισμό Αστικών Συγκοινωνιών Αθήνας και την Εταιρία Θερμικών Λεωφορείων. Συγκροτούν μια πλήρη και αξιόπιστη βάση δεδομένων για την επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου που στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια.

---

**ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ ΣΕΝΑΡΙΑ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

---

**5.1. Εισαγωγή**

Τα αποτελέσματα του βέλτιστου καταμερισμού των συγκροτημάτων των λεωφορείων στα επτά χωροθετημένα αμαξοστάσια της περιοχής της Αθήνας εξάγονται από το λογισμικό βελτιστοποίησης που μορφοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία, έπειτα από τη δημιουργία των εναλλακτικών σεναρίων επίλυσης. Τα εναλλακτικά σενάρια, εκτός του μηδενικού σεναρίου, διαφοροποιούνται στις τιμές των συντελεστών βαρύτητας της αντικειμενικής συνάρτησης του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου αλλά και στους περιορισμούς της δυνατότητας των αμαξοστασίων να υποστηρίξουν τους διαφορετικούς τύπους λεωφορείων που εξυπηρετούν το δίκτυο.

**5.2. Παρουσίαση εναλλακτικών σεναρίων**

Για την εύρεση βέλτιστης λύσης καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων του δικτύου της Αθήνας στα αμαξοστάσια ώστε να επιτευχθεί ελαχιστοποίηση του κόστους νεκρών διανυθέντων χιλιομέτρων, ισοκατανομής λεωφορείων σε αμαξοστάσια και λειτουργικών δαπανών αμαξοστασίων, διαμορφώθηκαν πέντε εναλλακτικά σενάρια επίλυσης. Στον παρακάτω Πίνακα 5.1. παρουσιάζονται τα σενάρια αυτά συγκεντρωτικά:

**Πίνακας 5.1.** Εναλλακτικά σενάρια για τον καταμερισμό συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια

Σενάρια	$w_1$	$w_2$	$w_3$	Περιορισμοί	Παρατηρήσεις
μηδενικό	1	1	1	όλοι	καταμερισμός κατά τον Ο.Α.Σ.Α.
1 <sup>ο</sup>	1	0	0	όλοι	-
2 <sup>ο</sup>	1	1	0	όλοι	-
3 <sup>ο</sup>	1	1	1	όλοι	-
4 <sup>ο</sup>	1	100	1	όλοι	-
5 <sup>ο</sup>	1	1	1	χωρίς περιορισμό για υποστήριξη των τύπων λεωφορείων	-

Το μηδενικό σενάριο εξετάζεται ώστε να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων των σεναρίων 1-5 με τον καταμερισμό των συγκροτημάτων που εφαρμόζεται πρακτικά από τον Ο.Α.Σ.Α. στα αμαξοστάσια και να εξαχθούν συμπεράσματα για τη συνεισφορά του μοντέλου στην μείωση του συνολικού κόστους καταμερισμού.

Τα υπόλοιπα εναλλακτικά σενάρια διαφοροποιούν τους συντελεστές βαρύτητας  $w_1$ ,  $w_2$  και  $w_3$  της αντικειμενικής συνάρτησης του μαθηματικού μοντέλου που προτείνεται ή αίρουν κάποιον περιορισμό:

$$\min Z = w_1 \sum_s \sum_g X_{gs} K_{gt} + w_2 \sum_s \left( \frac{\sum_g X_{gs} \times a_t \times N_g}{C_s} - I \right)^2 + w_3 \sum_g \sum_s X_{gs} K_s \quad (4)$$

$$\sum_s X_{gs} = 1 \quad \forall g \quad (6), \text{ περιορισμός ακεραιότητας}$$

$$\sum_g X_{gs} a_t N_g \leq C_s \quad \forall g \quad (7), \text{ περιορισμός μέγιστης χωρητικότητας}$$

$$\sum_g X_{gs} a_t N_g \geq C_{\min,s} \quad \forall g \quad (8), \text{ περιορισμός ελάχιστης χωρητικότητας}$$

$$\sum_{s \cup S'} X_{gs} = 1 \quad \forall g \in G' \quad (9), \text{ περιορισμός υποστήριξης}$$

Το κόστος των διανυθέντων νεκρών χιλιομέτρων των λεωφορείων που έχουν ομαδοποιηθεί σε συγκροτήματα, αναμένεται να είναι αισθητά μεγαλύτερο από το κόστος της ισοκατανομής των λεωφορείων στα αμαξοστάσια. Επιπρόσθετα, ο τρίτος προσθετός της αντικειμενικής συνάρτησης που εισάγει σε αυτήν το ετήσιο λειτουργικό κόστος κάθε αμαξοστασίου, δηλαδή το μέσο και το οριακό, αναμένεται να είναι μεγαλύτερος από τον δεύτερο όρο και μικρότερος από τον πρώτο. Τέσσερις διαφορετικοί συνδυασμοί συντελεστών βαρύτητας έχουν διαμορφωθεί στα τέσσερα πρώτα εναλλακτικά σενάρια. Στο πέμπτο εναλλακτικό σενάριο δε διαφοροποιούνται οι συντελεστές βαρύτητας σε σχέση με το τρίτο σενάριο, όμως δε λαμβάνεται υπόψη ο περιορισμός της υποστήριξης τύπων των λεωφορείων των συγκροτημάτων από τα αμαξοστάσια.

Συνοπτικά, στα τέσσερα πρώτα σενάρια, για τα οποία έγινε αναζήτηση της βέλτιστης λύσης καταμερισμού των συγκροτημάτων λεωφορείων στα επτά αμαξοστάσια από το λογισμικό βελτιστοποίησης, εισάγονται και οι τέσσερις περιορισμοί του μαθηματικού προτύπου. Επομένως, το βέλτιστο αποτέλεσμα προκύπτει κατά την ελαχιστοποίηση του κόστους της αντικειμενικής συνάρτησης εισάγοντας τους περιορισμούς ακεραιότητας, μέγιστης και ελάχιστης χωρητικότητας αμαξοστασίων και υποστήριξης.

Στο πέμπτο σενάριο εισάγονται οι περιορισμοί της ακεραιότητας, μέγιστης και ελάχιστης χωρητικότητας και γίνεται η παραδοχή ότι όλοι οι τύποι λεωφορείων των συγκροτημάτων μπορούν να υποστηριχτούν από το σύνολο των αμαξοστασίων του δικτύου λεωφορειακών γραμμών του Ο.Α.Σ.Α.. Έτσι, στο πέμπτο σενάριο οι συντελεστές βαρύτητας παίρνουν την τιμή μονάδας, όπως και στο τρίτο σενάριο ενώ γίνεται η παραδοχή πως κάθε ένα αμαξοστάσιο δύναται να υποστηρίξει όλους του τύπους λεωφορείων των συγκροτημάτων, πετρελαιοκίνητα οχήματα και φυσικού αερίου (CNG).

Παράλληλα, διαμορφώθηκαν εναλλακτικά σενάρια για το βέλτιστο καταμερισμό γραμμών κι όχι συγκροτημάτων στα διαθέσιμα αμαξοστάσια, ώστε να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση κόστους. Η ομαδοποίηση των λεωφορειακών γραμμών σε συγκροτήματα περιορίζει τον καταμερισμό των λεωφορείων στα αμαξοστάσια, καθώς για λόγους προγραμματισμού, ξεχωριστές γραμμές λεωφορείων αντιστοιχίζονται στο ίδιο αμαξοστάσιο, γεγονός το οποίο δε συμβάλλει πάντα στην απομείωση του κόστους καταμερισμού. Τα εναλλακτικά σενάρια επίλυσης του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου για το βέλτιστο καταμερισμό των λεωφορειακών γραμμών είναι πανομοιότυπα με τα σενάρια 3 και 5. Στον παρακάτω Πίνακα 5.2. παρουσιάζονται τα σενάρια αυτά συγκεντρωτικά:

**Πίνακας 5.2.** Εναλλακτικά σενάρια για τον καταμερισμό γραμμών λεωφορείων στα αμαξοστάσια

Σενάρια	$w_1$	$w_2$	$w_3$	Περιορισμοί
6 <sup>ο</sup>	1	1	1	όλοι
7 <sup>ο</sup>	1	1	1	χωρίς περιορισμό υποστήριξης λεωφορείων

Τα αποτελέσματα των εναλλακτικών σεναρίων 6 και 7 θα συγκριθούν με τα αποτελέσματα του μηδενικού σεναρίου αλλά και με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των σεναρίων 3 και 5 του καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων στα επτά αμαξοστάσια. Αυτό γίνεται καθώς έχει μεγάλο ενδιαφέρον η μεταβολή του συνολικού κόστους καταμερισμού αλλά και η αλλαγή των ποσοστών πληρότητας των αμαξοστασίων, όταν τα λεωφορεία δεν είναι ομαδοποιημένα σε συγκροτήματα.

### 5.3. Αποτελέσματα εναλλακτικών σεναρίων

Κατά την αναζήτηση της βέλτιστης λύσης καταμερισμού των συγκροτημάτων ή γραμμών λεωφορείων σε αμαξοστάσια, το λογισμικό δίνει το βέλτιστο αποτέλεσμα ελαχιστοποίησης του κόστους της αντικειμενικής συνάρτησης ανάλογα με το σενάριο που έχει διαμορφωθεί. Με τη χρήση του λογισμικού βελτιστοποίησης LINGO καλείται για το μορφοποιημένο μαθηματικό μοντέλο να αναζητηθεί η βέλτιστη λύση

καθώς η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί έχουν διαμορφωθεί σύμφωνα με τα εναλλακτικά σενάρια. Το μαθηματικό πρότυπο επιλύεται για τα όλα σενάρια, με τα οποία είτε στοχεύεται ο βέλτιστος καταμερισμός των συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια είτε ο βέλτιστος καταμερισμός των γραμμών των λεωφορείων στα αμαξοστάσια. Στις παρακάτω υποενότητες ακολουθεί η παρουσίαση και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων αυτών.

### 5.3.1. Αποτελέσματα επίλυσης μαθηματικού προτύπου για τον βέλτιστο καταμερισμό συγκροτημάτων στα αμαξοστάσια

Τα αποτελέσματα της διαδικασίας ελαχιστοποίησης του κόστους καταμερισμού συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.3. παρακάτω:

**Πίνακας 5.3.** Αποτελέσματα επίλυσης μαθηματικού προτύπου για τον βέλτιστο καταμερισμό συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια

Σενάρια	$w_1$	$w_2$	$w_3$	Περιορισμοί	Αποτελέσματα αντικειμενικής συνάρτησης	Ποσοστό μείωσης
μηδενικό	1	1	1	όλοι	75.050.180	
1 <sup>ο</sup>	1	0	0	όλοι	60.422.480	
2 <sup>ο</sup>	1	1	0	όλοι	60.422.500	-14,6%
3 <sup>ο</sup>	1	1	1	όλοι	64.088.020	
4 <sup>ο</sup>	1	100	1	όλοι	64.527.770	
5 <sup>ο</sup>	1	1	1	χωρίς περιορισμό υποστήριξης τύπων λεωφορείων	49.773.640	-33,6%

Η πρώτη στήλη του Πίνακα 5.3. παρουσιάζει τον αριθμό εναλλακτικών σεναρίων, όπου για κάθε ένα σενάριο αναζητείται η βέλτιστη λύση, καθώς και για το μηδενικό. Η δεύτερη, τρίτη και τέταρτη στήλη του πίνακα περιλαμβάνουν τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας  $w_1$ ,  $w_2$  και  $w_3$  της αντικειμενικής συνάρτησης για το κάθε σενάριο. Η πέμπτη στήλη περιλαμβάνει το σύνολο των περιορισμών που εισήχθησαν στην επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου. Στην έκτη στήλη παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αντικειμενικής συνάρτησης κατά την ελαχιστοποίηση του κόστους καταμερισμού συγκροτημάτων στα επτά αμαξοστάσια. Στην έβδομη στήλη καταγράφεται το ποσοστό μείωσης του συνολικού κόστους των εναλλακτικών σεναρίων σε σχέση με το μηδενικό σενάριο.

Από τα αποτελέσματα της επίλυσης της αντικειμενικής συνάρτησης και περιορισμών, ο καταμερισμός σύμφωνα με το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο συμβάλλει στη μείωση του συνολικού κόστους κατά 14,6%, συγκρίνοντας το μηδενικό με το 3<sup>ο</sup> σενάριο. Η βελτιστοποίηση του καταμερισμού των συγκροτημάτων επιλύοντας το

μοντέλο μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού συνεισφέρει σημαντικά στην ελαχιστοποίηση του κόστους καταμερισμού, σε σχέση με τον καταμερισμό που πρακτικά εφαρμόζεται σήμερα στα αμαξοστάσια από τον Ο.Α.Σ.Α..

Παρατηρώντας το κόστος καταμερισμού συγκροτημάτων στα αμαξοστάσια, ο πρώτος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης που εκφράζει το κόστος της διανυθείσας απόστασης νεκρών χιλιομέτρων είναι πολύ μεγαλύτερος από το κόστος ισοκατανομής συγκροτημάτων στα αμαξοστάσια (σύγκριση 1<sup>ου</sup> και 2<sup>ου</sup> σεναρίου). Το ίδιο συμβαίνει ακόμα και όταν ο συντελεστής βαρύτητας του δεύτερου όρου παίρνει την τιμή 10<sup>2</sup> (σενάριο 4<sup>ο</sup>). Επομένως, ο δεύτερος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης, ο οποίος εισάγει το κόστος της ισοκατανομής των συγκροτημάτων στα αμαξοστάσια, δε συμβάλλει σημαντικά στο συνολικό κόστος, υπολογίζοντας την αύξηση του κόστους καταμερισμού κατά 0,7%, συγκρίνοντας το αποτέλεσμα της αντικειμενικής συνάρτησης του 3<sup>ου</sup> και του 4<sup>ου</sup> σεναρίου.

Ο τρίτος όρος, ο οποίος εισάγει το ετήσιο λειτουργικό κόστος των αμαξοστασίων στην αντικειμενική συνάρτηση, αυξάνει το συνολικό κόστος κατά 6%, από 60.422.500 σε 64.088.020, λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα του 2<sup>ου</sup> και του 3<sup>ου</sup> σεναρίου. Ο πρόσθετος όρος του ετήσιου λειτουργικού κόστους αμαξοστασίου στο συνολικό κόστος καταμερισμού της αντικειμενικής συνάρτησης συμβάλλει κατά ένα μικρό ποσοστό ( $\approx 6\%$ ) στην αύξηση του συνολικού κόστους καταμερισμού. Από την άλλη, ο πρώτος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης, ο όρος του κόστους διανυθέντων νεκρών χιλιομέτρων είναι αυτός που καθορίζει το αποτέλεσμα του κόστους καταμερισμού των συγκροτημάτων λεωφορείων σε αμαξοστάσια, σε ποσοστό άνω του 90%.

Αναλύοντας τα αποτελέσματα του κόστους καταμερισμού στα σενάρια 1 έως και 4, όπου εισάγονται στο προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο όλοι οι περιορισμοί της αντικειμενικής συνάρτησης, παρατηρείται πως με την προσθήκη κάθε όρου, το κόστος του καταμερισμού αυξάνεται, γεγονός το οποίο θεωρείται αναμενόμενο. Στο 5<sup>ο</sup> σενάριο, όπου για το προτεινόμενο μαθηματικό πρότυπο έγινε αναζήτηση βέλτιστης λύσης καταμερισμού εισάγοντας μόνο τρεις από τους τέσσερις συνολικούς περιορισμούς του προβλήματος, κάνοντας την παραδοχή πως και τα επτά αμαξοστάσια μπορούν να υποστηρίξουν όλους τους τύπους λεωφορείων (πετρελαιοκίνητα και φυσικού αερίου), το συνολικό κόστος καταμερισμού μειώνεται αισθητά. Συγκεκριμένα, η βέλτιστη λύση μειώνει το αποτέλεσμα της αντικειμενικής συνάρτησης από 64.088.020 στο 3<sup>ο</sup> σεναρίου σε 49.773.640 στο 5<sup>ο</sup> σεναρίου (γίνεται σύγκριση μεταξύ σεναρίων όπου οι συντελεστές βαρύτητας παίρνουν την ίδια τιμή, στη συγκεκριμένη περίπτωση μονάδα). Το ποσοστό μείωσης του συνολικού κόστους καταμερισμού αγγίζει το 22% στην περίπτωση αυτή. Το γεγονός αυτό δείχνει ότι η εισαγωγή του περιορισμού υποστήριξης οδηγεί σε αύξηση του κόστους καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια. Αξίζει να σημειωθεί πως στο 5<sup>ο</sup> σενάριο γίνεται η παραδοχή ότι όλα τα αμαξοστάσια διαθέτουν τις απαραίτητες εγκαταστάσεις ώστε να υποστηρίξουν λεωφορεία πετρελαιοκίνητα και φυσικού αερίου, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη το πρόσθετο κόστος που θα απαιτούνταν ώστε

να αποκτήσουν τα αμαξοστάσια αυτά τον απαραίτητο εξοπλισμό. Στην περίπτωση που υπολογιζόταν το πρόσθετο κόστος ώστε όλα τα αμαξοστάσια να μπορούν να υποστηρίξουν τύπους λεωφορείων με διαφορετικές τεχνολογίες κινητήριων συστημάτων το αποτέλεσμα αυτής της βελτιστοποίησης ίσως να ήταν διαφορετικό.

Ταυτόχρονα, εκτός από τα αποτελέσματα του συνολικού κόστους καταμερισμού συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια κατά την αναζήτηση της βέλτιστης λύσης, υπολογίζεται και το ποσοστό πληρότητας κάθε αμαξοστασίου για κάθε ένα από τα πέντε εναλλακτικά σενάρια και για το μηδενικό σενάριο που εφαρμόζεται πρακτικά από τον Ο.Α.Σ.Α. Στον Πίνακα 5.4. παρουσιάζεται το ποσοστό πληρότητας κάθε αμαξοστασίου του λεωφορειακού δικτύου:

**Πίνακας 5.4.** Ποσοστό πληρότητας αμαξοστασίων για τα εναλλακτικά σενάρια καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων σε αμαξοστάσια

Αμαξοστάσια	Ποσοστό πληρότητας					
	Σενάριο μηδενικό	Σενάριο 1 <sup>ο</sup>	Σενάριο 2 <sup>ο</sup>	Σενάριο 3 <sup>ο</sup>	Σενάριο 4 <sup>ο</sup>	Σενάριο 5 <sup>ο</sup>
Βοτανικός	83,85%	89,74%	89,74%	90,38%	78,85%	89,74%
Ελληνικό	44,22%	40,60%	40,60%	40,60%	41,28%	55,73%
Άνω Λιόσια	82,94%	88,97%	88,97%	88,97%	88,60%	89,34%
Πειραιάς	60,93%	70,43%	70,16%	68,82%	73,66%	82,26%
Πέτρου Ράλλη	3,44%	50,29%	50,58%	51,45%	55,81%	33,72%
Μπραχάμι	94,67%	99,17%	99,17%	99,17%	100,00%	99,17%
Ανθούσα	68,36%	89,32%	89,32%	89,32%	89,32%	77,05%

Ο καταμερισμός των συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια που εφαρμόζεται στην πράξη από τον Ο.Α.Σ.Α. δεν είναι ο βέλτιστος από άποψη οικονομικής διαχείρισης του στόλου διότι το συνολικό κόστος δεν ελαχιστοποιείται και δεν επιτυγχάνεται εξισορρόπηση του ποσοστού πληρότητας των αμαξοστασίων. Παράδειγμα αποτελεί το αμαξοστάσιο το οποίο βρίσκεται στην Πέτρου Ράλλη όπου το ποσοστό πληρότητας του είναι μόλις 3,44%, με αποτέλεσμα τα υπόλοιπα αμαξοστάσια να επιβαρύνονται περισσότερο. Αξίζει να σημειωθεί πως σε σχέση με το μηδενικό σενάριο, τα ποσοστά πληρότητας για τα υπόλοιπα εναλλακτικά σενάρια παρουσιάζονται αυξημένα. Το γεγονός αυτό ενδέχεται να συνεπάγεται πιθανές δυσκολίες στο συντονισμό και στη διαχείρισή τους κατά τη στάθμευση τους στα αμαξοστάσια.

Όμως, από τη σύγκριση των ποσοστών πληρότητας αμαξοστασίων της επίλυσης του μοντέλου με αυτά του μηδενικού σεναρίου γίνεται αντιληπτό πως η επίλυση επιτυγχάνει καλύτερη εξισορρόπηση της πληρότητας. Η εξισορρόπηση αυτή συνεισφέρει στην καλύτερη λειτουργία των αμαξοστασίων, αποφεύγοντας την περίπτωση κάποιο αμαξοστάσιο να υπολειτουργεί χωρίς να εκμεταλλεύεται ο φορέας σε ικανοποιητικό βαθμό τη δυναμικότητά του.

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται επίσης πως τα ποσοστά πληρότητας στα επτά αμαξοστάσια δε διαφοροποιούνται για το 1<sup>ο</sup> και το 2<sup>ο</sup> σενάριο με την εισαγωγή του όρου για το πρόσθετο κόστος ανισοκατανομής των λεωφορείων των συγκροτημάτων στα αμαξοστάσια. Συνεπώς, παρότι ο δεύτερος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης συμβολίζει το κόστος ισοκατανομής, το οποίο αυξάνεται όσο η πληρότητα κάποιου αμαξοστασίου αποκλίνει από την ιδανική, η εισαγωγή του στο μαθηματικό πρότυπο δε διαφοροποιεί τα ποσοστά πληρότητας στα επτά αμαξοστάσια.

Στο 3<sup>ο</sup> σενάριο διαφοροποιούνται ελαφρώς τα ποσοστά αυτά στα αμαξοστάσια του Βοτανικού, του Πειραιά και της Πέτρου Ράλλη. Ενδεικτικά, αυξάνεται ελαφρώς το ποσοστό πληρότητας στο Βοτανικό και στη Πέτρου Ράλλη κατά 0,64 και 0,87 ποσοστιαίες μονάδες αντίστοιχα, ενώ μειώνεται η πληρότητα του αμαξοστασίου του Πειραιά κατά 1,34 ποσοστιαίες μονάδες. Αναμενόμενη θεωρείται αυτή η μικρή διαφοροποίηση στα ποσοστά αυτά των αμαξοστασίων, καθώς στην αντικειμενική συνάρτηση εισάγεται ο τρίτος όρος του ετήσιου λειτουργικού κόστους αμαξοστασίου. Επομένως, γίνεται σαφές ότι τα ποσοστά πληρότητας των λεωφορείων διαφοροποιούνται ανάλογα με το ετήσιο μέσο και οριακό κόστος σε €/λεωφορείο για κάθε αμαξοστάσιο (Πίνακας 4.3. - Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup>).

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των ποσοστών πληρότητας των αμαξοστασίων στο 4<sup>ο</sup> σενάριο διαπιστώνεται μεταβολή αρκετών ποσοστιαίων μονάδων, διότι ο δεύτερος όρος της ισοκατανομής λεωφορείων σε αμαξοστάσια έχει αυξημένο συντελεστή βαρύτητας  $w_2=10^2$ . Συγκεκριμένα, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα 3<sup>ο</sup> και 4<sup>ο</sup> σεναρίου, μειώνεται κατά 11,53 ποσοστιαίες μονάδες το ποσοστό πληρότητας σε ένα από τα παλαιότερα και κεντρικά αμαξοστάσια της Αθήνας, αυτό του Βοτανικού, ενώ παράλληλα αυξάνεται κατά 4,36 ποσοστιαίες μονάδες το ποσοστό σε ένα ακόμα κεντρικό αμαξοστάσιο, το αμαξοστάσιο στην Πέτρου Ράλλη.

Τα αποτελέσματα του 5<sup>ο</sup> σεναρίου συγκρίνονται με αυτά του 3<sup>ο</sup> εναλλακτικού σεναρίου αλλά και με το μηδενικό σενάριο, στον Πίνακα 5.5. :

**Πίνακας 5.5.** Ποσοστά πληρότητας αμαξοστασίων, σύγκριση αποτελεσμάτων σεναρίων μηδενικού, 3<sup>ο</sup> και 5<sup>ο</sup> (ίδιοι συντελεστές βαρύτητας αντικειμενικής συνάρτησης)

Αμαξοστάσια	Ποσοστά πληρότητας			
	Μηδενικό Σενάριο (όλοι οι περιορισμοί)	Σενάριο 3 <sup>ο</sup> (όλοι οι περιορισμοί)	Σενάριο 5 <sup>ο</sup> (χωρίς περιορισμό υποστήριξης)	αύξηση ή μείωση ποσοστού πληρότητας (3 <sup>ο</sup> - 5 <sup>ο</sup> σενάρια)
Βοτανικός	83,85%	90,38%	89,74%	-0,64%
Ελληνικό	44,22%	40,60%	55,73%	+15,14%
Άνω Λιόσια	82,94%	88,97%	89,34%	+0,37%
Πειραιάς	60,93%	68,82%	82,26%	+13,44%
Πέτρου Ράλλη	3,44%	51,45%	33,72%	-17,73%
Μπραχάμι	94,67%	99,17%	99,17%	0,00%
Ανθούσα	68,36%	89,32%	77,05%	-12,27%



Στην πέμπτη στήλη του Πίνακα 5.5. παρουσιάζεται η αύξηση (+) ή μείωση (-) του ποσοστού πληρότητας των αμαξοστασίων σε ποσοστιαίες μονάδες. Παρατηρείται μείωση του ποσοστού αυτού στο κεντρικό αμαξοστάσιο της Πέτρου Ράλλη αλλά και στην Ανθούσα, ενώ αυξάνεται σημαντικά το ποσοστό στα αμαξοστάσια του Πειραιά και του Ελληνικού. Αξίζει να σημειωθεί πως τα αμαξοστάσια της Ανθούσας και των Άνω Λιοσίων είναι τα μόνα τα οποία υποστηρίζουν λεωφορεία φυσικού αερίου CNG, επομένως η σημαντική μείωση του ποσοστού πληρότητας στο αμαξοστάσιο της Ανθούσας δηλώνει ότι ο καταμερισμός συγκροτημάτων λεωφορείων εξαιτίας του τύπου τους στο συγκεκριμένο αμαξοστάσιο αυξάνει σημαντικά το συνολικό κόστος καταμερισμού.

Τέλος, αξίζει να σχολιαστεί το υψηλό ποσοστό πληρότητας στο αμαξοστάσιο το οποίο βρίσκεται στο Μπραχάμι. Το ποσοστό αυτό κυμαίνεται μεταξύ 99% έως 100% στο σύνολο των πέντε εναλλακτικών σεναρίων. Το αμαξοστάσιο στο Μπραχάμι εμφανίζει υψηλό ποσοστό πληρότητας εξαιτίας της μικρής δυναμικότητάς του (μόλις 120 θέσεις στάθμευσης) σε σύνηθες μέγεθος λεωφορείων και πιθανό να υπάρχουν δυσκολίες στο συντονισμό και τη λειτουργία του.

### **5.3.2. Συμπεράσματα αποτελεσμάτων του βέλτιστου καταμερισμού συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια**

Τα αποτελέσματα, τα οποία εξάγονται από τη διαδικασία βέλτιστου καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια, με τη βοήθεια του λογισμικού βελτιστοποίησης LINGO, διαφοροποιούνται ανάλογα με το εναλλακτικό σενάριο για το οποίο αναζητείται η βέλτιστη λύση. Το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο συνεισφέρει στην μείωση του συνολικού κόστους καταμερισμού έως και 14%, σε σχέση με τον καταμερισμό που εφαρμόζεται στην πράξη στα αμαξοστάσια από τον Ο.Α.Σ.Α. και μπορεί να συμβάλλει στην μείωση των ελλειμμάτων του φορέα.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την επίλυση του μοντέλου, λαμβάνοντας υπόψη το συνολικό κόστος καταμερισμού, είναι πως κατά την εισαγωγή ενός ακόμα προσθετού στην αντικειμενική συνάρτηση το κόστος καταμερισμού αυξάνεται. Το μεγαλύτερο ποσοστό του κόστους καταμερισμού οφείλεται στα διανυθέντα νεκρά χιλιόμετρα κάθε λεωφορείου, τα οποία διανύει στην αρχή και στο τέλος της διαδρομής του, ενώ το ετήσιο λειτουργικό κόστος των αμαξοστασίων συμβάλλει στο κόστος καταμερισμού κατά ένα μικρό ποσοστό 6%. Το πρόσθετο κόστος λόγω απόκλισης πλήρωσης αμαξοστασίων από την ιδανική πληρότητα, συνεισφέρει ελάχιστα στην αύξηση του κόστους καταμερισμού, μόλις 0,7%. Ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα αποτελέσματα του καταμερισμού συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια χωρίς να εισαχθεί στο μαθηματικό πρότυπο ο περιορισμός υποστήριξης τύπων λεωφορείων. Αυτό διότι το συνολικό κόστος καταμερισμού μειώνεται στο 20% σε σχέση με το 3<sup>ο</sup> σενάριο, γεγονός που οδηγεί στο συμπέρασμα πως ο περιορισμός υποστήριξης συμβάλλει σημαντικά στην αύξηση του κόστους καταμερισμού.

Χρήσιμα συμπεράσματα εξάγονται λαμβάνοντας υπόψη τη διαφοροποίηση των ποσοστών πληρότητας των αμαξοστασίων για κάθε εναλλακτικό σενάριο. Η επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου οδηγεί στην αύξηση αλλά και την εξισορρόπηση της πληρότητας των αμαξοστασίων σε σχέση με τον καταμερισμό που εφαρμόζεται σήμερα από τον Ο.Α.Σ.Α. Παρατηρώντας τα ποσοστά των εναλλακτικών σεναρίων 1 έως 5, προκύπτει ότι τα αμαξοστάσια στο Μπραχάμι και στο Βοτανικό εμφανίζουν υψηλά ποσοστά πλήρωσης. Ο σταθμός στο Μπραχάμι έχει λίγες θέσεις στάθμευσης σε σχέση με τους υπόλοιπους, ενώ το αμαξοστάσιο στο Βοτανικό εμφανίζει υψηλό ποσοστό πληρότητας καθώς βρίσκεται εγγύτερα στο σύνολο των στάσεων αφετηρίας και τέρματος των συγκροτημάτων λεωφορείων. Επιπρόσθετα, τα αμαξοστάσια Ανθούσας και Άνω Λιοσίων εμφανίζουν σχετικά υψηλά ποσοστά πλήρωσης διότι είναι τα μόνα αμαξοστάσια τα οποία μπορούν να υποστηρίξουν συγκροτήματα λεωφορείων που κινούνται με χρήση συμπιεσμένου φυσικού αερίου. Όταν αίρεται ο περιορισμός υποστήριξης τα ποσοστά πληρότητας των δυο αμαξοστασίων μειώνονται αισθητά. Τέλος, τα αμαξοστάσια στο Ελληνικό, στον Πειραιά και στην Πέτρου Ράλλη λόγω αυξημένης δυναμικότητας σε θέσεις στάθμευσης, εμφανίζουν μικρότερα ποσοστά πλήρωσης και καθώς βρίσκονται στα προάστια οι αποστάσεις αυξάνονται μεταξύ των στάσεων αφετηρίας ή τέρματος των δρομολογίων.

### 5.3.3. Αποτελέσματα επίλυσης μαθηματικού προτύπου για τον βέλτιστο καταμερισμό γραμμών στα αμαξοστάσια

Η επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου για την ελαχιστοποίηση του κόστους καταμερισμού γραμμών λεωφορείων στα αμαξοστάσια με βάση τα εναλλακτικά σενάρια που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 5.2. της παρουσίασης των εναλλακτικών σεναρίων, έδωσε τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.6.:

**Πίνακας 5.6.** Αποτελέσματα επίλυσης μαθηματικού προτύπου για τον βέλτιστο καταμερισμό γραμμών σε αμαξοστάσια

Σενάρια	$w_1$	$w_2$	$w_3$	Περιορισμοί	Αποτελέσματα αντικειμενικής συνάρτησης	Σενάρια	Αποτελέσματα αντικειμενικής συνάρτησης
μηδενικό	1	1	1	όλοι	75.050.180	-	-
6°	1	1	1	όλοι	56.872.150	3°	64.088.020
7°	1	1	1	χωρίς περιορισμό υποστήριξης	48.447.820	5°	49.773.640

Το κόστος του καταμερισμού που εφαρμόζεται από τον Ο.Α.Σ.Α. (μηδενικό σενάριο) μειώνεται σε ποσοστό 24% εξετάζοντας το 6° εναλλακτικό σενάριο. Ο καταμερισμός

γραμμών λεωφορείων, με βάση την επίλυση του μοντέλου, οδηγεί σε πρόσθετη απομείωση του κόστους όπως αυτό υπολογίστηκε κατά τον καταμερισμό συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια του δικτύου.

Παρατηρείται μείωση του αποτελέσματος της αντικειμενικής συνάρτησης για το συνολικό κόστος καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια στο 7<sup>ο</sup> σενάριο σε σχέση με το 6<sup>ο</sup>, καθώς όταν αίρεται ο περιορισμός υποστήριξης το κόστος μειώνεται κατά ένα ποσοστό περίπου 15%. Η εισαγωγή του περιορισμού υποστήριξης στο μαθηματικό μοντέλο αυξάνει σημαντικά το κόστος καταμερισμού, καθώς, όπως έχει τονιστεί επανειλημμένως, τα μόνα αμαξοστάσια τα οποία υποστηρίζουν και πετρελαιοκίνητα οχήματα αλλά και φυσικού αερίου είναι αυτά της Ανθούσας και των Άνω Λιοσίων.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση των αποτελεσμάτων βέλτιστου καταμερισμού συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια και γραμμών σε αμαξοστάσια. Συγκρίνοντας το 6<sup>ο</sup> σενάριο με το 3<sup>ο</sup> σενάριο, στα οποία εισάγονται όλοι οι περιορισμοί ενώ, επιπλέον, οι συντελεστές βαρύτητας λαμβάνουν την ίδια τιμή, εξάγεται το συμπέρασμα πως ο καταμερισμός των γραμμών λεωφορείων στα αμαξοστάσια μειώνει το συνολικό κόστος του καταμερισμού κατά ένα ποσοστό περίπου ίσο με 11%. Επομένως, ενώ η ομαδοποίηση των γραμμών λεωφορείων σε συγκροτήματα στοχεύει τελικά στην μείωση του συνολικού κόστους καταμερισμού, κάτι τέτοιο δε συμβαίνει, σύμφωνα με το μαθηματικό μοντέλο που προτάθηκε.

Επιπρόσθετα, αξίζει να σημειωθεί πως το αποτέλεσμα της αντικειμενικής συνάρτησης για το 7<sup>ο</sup> σενάριο μειώνεται κατά 2,7% σε σχέση με το 5<sup>ο</sup>. Το γεγονός αυτό καταδεικνύει πως ο περιορισμός της υποστήριξης των λεωφορείων έχει καταλυτική δράση στην αύξηση του αποτελέσματος της αντικειμενικής συνάρτησης είτε όταν στα αμαξοστάσια κατανέμονται τα συγκροτήματα είτε οι γραμμές των λεωφορείων.

Στον Πίνακα 5.7. που ακολουθεί, παρουσιάζονται και τα ποσοστά πληρότητας των αμαξοστασίων, που προέκυψαν κατά την επίλυση του μαθηματικού προτύπου για το 6<sup>ο</sup> και 7<sup>ο</sup> σενάριο:

**Πίνακας 5.7.** Ποσοστά πληρότητας αμαξοστασίων για τα εναλλακτικά σενάρια καταμερισμού γραμμών λεωφορείων σε αμαξοστάσια

Αμαξοστάσια	Σενάριο 6 <sup>ο</sup>	Σενάριο 7 <sup>ο</sup>	αύξηση ή μείωση ποσοστού πληρότητας (σε ποσοστιαίες μονάδες)
Βοτανικός	88,14%	90,71%	+2,56%
Ελληνικό	50,00%	52,29%	+2,29%
Άνω Λιόσια	95,59%	87,13%	-8,46%
Πειραιάς	75,81%	80,65%	+4,84%
Πέτρου Ράλλη	31,69%	44,77%	+13,08%
Μπραχάμι	100,00%	100,00%	0,00%
Ανθούσα	86,82%	73,64%	-13,18%

Παρατηρώντας τον παραπάνω Πίνακα 5.7., ο οποίος παρουσιάζει τα ποσοστά πληρότητας αμαξοστασίων για τα σενάρια 6 και 7, εξάγεται το συμπέρασμα πως με την αναίρεση του περιορισμού για την υποστήριξη των λεωφορείων φυσικού αερίου από τα αμαξοστάσια της Ανθούσας και Άνω Λιοσίων τα ποσοστά πληρότητας των συγκεκριμένων αμαξοστασίων μειώνονται αισθητά, έως και 13,18 ποσοστιαίες μονάδες.

Επιπρόσθετα, το αμαξοστάσιο που βρίσκεται στο Μπραχάμι εμφανίζει το μέγιστο ποσοστό πληρότητας που μπορεί να παρατηρηθεί κι αυτό γιατί έχει μικρότερη χωρητικότητα από τα υπόλοιπα αμαξοστάσια. Τα υπόλοιπα αμαξοστάσια κατά την επίλυση χωρίς περιορισμούς ενισχύονται με αποτέλεσμα να αυξάνεται η πληρότητά τους.

Τέλος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχουν τα αποτελέσματα του 6<sup>ου</sup> σεναρίου-καταμερισμός γραμμών σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του 3<sup>ου</sup> σεναρίου -καταμερισμός συγκροτημάτων. Τα αποτελέσματα αυτά προκύπτουν από τη σύγκριση του 3<sup>ου</sup> σεναρίου του Πίνακα 5.5. και του 6<sup>ου</sup> σεναρίου του Πίνακα 5.7. Κατά τον καταμερισμό γραμμών και συγκροτημάτων παρουσιάζονται μεγάλες διαφορές στα ποσοστά πληρότητας των αμαξοστασίων στα Άνω Λιόσια και στην Πέτρου Ράλλη. Ο βαθμός πλήρωσης του σταθμού των Άνω Λιοσίων εμφανίζεται μεγαλύτερος όταν πραγματοποιείται καταμερισμός γραμμών, ενώ το αμαξοστάσιο της Πέτρου Ράλλη κατά τον καταμερισμό συγκροτημάτων εμφανίζει μεγαλύτερο ποσοστό πληρότητας.

#### **5.3.4. Συμπεράσματα αποτελεσμάτων βέλτιστου καταμερισμού γραμμών στα αμαξοστάσια**

Χρήσιμα συμπεράσματα από τα αποτελέσματα του βέλτιστου καταμερισμού γραμμών σε αμαξοστάσια προκύπτουν κάνοντας σύγκριση αυτών με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του μηδενικού σεναρίου και τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη διαδικασία καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων σε αμαξοστάσια.

Το κόστος καταμερισμού μειώνεται σε ποσοστό 24%, εξετάζοντας τα αποτελέσματα του μηδενικού σεναρίου και του 6<sup>ου</sup>. Αυτό σημαίνει πως η επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου για τον καταμερισμό γραμμών ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος σε σχέση με την αντιστοίχιση των λεωφορείων που εφαρμόζει σήμερα ο φορέας στα αμαξοστάσια.

Κατά τη διαδικασία καταμερισμού γραμμών λεωφορείων σε αμαξοστάσια, χωρίς να έχει γίνει ομαδοποίηση σε συγκροτήματα, το συνολικό κόστος προκύπτει αισθητά μειωμένο λαμβάνοντας υπόψη όλους του περιορισμούς του προτεινόμενου μαθηματικού προτύπου. Από τα αποτελέσματα αυτά διαπιστώνεται πως η αρχική εκτίμηση ότι η ομαδοποίηση των λεωφορείων σε συγκροτήματα θα οδηγούσε σε μείωση του συνολικού κόστους καταμερισμού, δεν ευσταθεί. Ταυτόχρονα, εξετάζοντας τα αποτελέσματα των εναλλακτικών σεναρίων όπου αίρεται ο περιορισμός της υποστήριξης είτε συγκροτημάτων είτε γραμμών, παρατηρείται ότι το συνολικό κόστος καταμερισμού δε διαφοροποιείται αισθητά. Το γεγονός αυτό δείχνει

το μεγάλο βαθμό επίδρασης του συγκεκριμένου περιορισμού στην αύξηση του κόστους καταμερισμού.

Τα ποσοστά πληρότητας των αμαξοστασίων διαφοροποιούνται στα εναλλακτικά σενάρια καταμερισμού γραμμών λεωφορείων στα αμαξοστάσια. Συγκεκριμένα, στο σενάριο όπου εισάγονται όλοι οι περιορισμοί στο μαθηματικό μοντέλο τα αμαξοστάσια Ανθούσας και Άνω Λιοσίων εμφανίζουν υψηλά ποσοστά πλήρωσης καθώς μόνο αυτά μπορούν να υποστηρίξουν συγκροτήματα λεωφορείων φυσικού αερίου. Στο εναλλακτικό σενάριο όπου γίνεται η παραδοχή ότι αυτού του τύπου τα λεωφορεία μπορούν να υποστηριχτούν από όλα τα αμαξοστάσια, τα ποσοστά κατάληψής τους μειώνονται αισθητά. Παρατηρείται μεγαλύτερη ανομοιομορφία και όχι εξισορρόπηση στα ποσοστά πληρότητας των αμαξοστασίων κατά την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου για τον καταμερισμό γραμμών. Τέλος, τα αμαξοστάσια, όπως για παράδειγμα το αμαξοστάσιο του Βοτανικού που έχουν αυξημένο ποσοστό πληρότητας στο σύνολο των εναλλακτικών σεναρίων, είναι πιθανό να έχουν δυσκολίες κατά τη λειτουργία τους και το συντονισμό τους.

---

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

---

### 6.1. Σύνοψη αποτελεσμάτων & συμπεράσματα

Για την επίτευξη του βέλτιστου καταμερισμού του στόλου λεωφορείων στα αμαξοστάσια του Ο.Α.Σ.Α. έγινε προσπάθεια αντιστοίχισης είτε των λεωφορειακών συγκροτημάτων είτε των γραμμών σε αυτά. Έγινε αναζήτηση της βέλτιστης λύσης για το σύνολο των επτά εναλλακτικών σεναρίων που διαμορφώθηκαν αλλά και του μηδενικού σεναρίου ώστε να προκύψουν συμπεράσματα τόσο για το συνολικό κόστος καταμερισμού όσο και για τα ποσοστά πληρότητας των αμαξοστασίων του λεωφορειακού δικτύου.

Συνοπτικά, οι βασικές διαπιστώσεις που προκύπτουν από την παρούσα εργασία είναι:

- Το μαθηματικό πρότυπο μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού που προτείνεται, συνεισφέρει στη μείωση του κόστους καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια σε ποσοστό 14% σε σχέση με τον καταμερισμό συγκροτημάτων που εφαρμόζει ο Ο.Α.Σ.Α. Η χρήση του συγκεκριμένου μοντέλου συμβάλλει στην ελαχιστοποίηση του κόστους 'νεκρών', μη παραγωγικών χιλιομέτρων ενώ σημαντικό οικονομικό όφελος προκύπτει για τον φορέα.
- Σύμφωνα με την επίλυση του μαθηματικού προτύπου για τον βέλτιστο καταμερισμό των συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια, το συνολικό κόστος καταμερισμού αυξάνεται με την προσθήκη κάθε πρόσθετου όρου στην αντικειμενική συνάρτηση. Το μεγαλύτερο ποσοστό του συνολικού κόστους οφείλεται στην κάλυψη 'νεκρών', μη παραγωγικών χιλιομέτρων από τα συγκροτήματα ενώ τα λειτουργικά έξοδα των αμαξοστασίων συμβάλλουν κατά ένα μικρό ποσοστό, περίπου 6%, στην αύξηση του συνολικού κόστους.
- Το κόστος που εισάγεται στην αντικειμενική συνάρτηση λόγω απόκλισης πλήρωσης των αμαξοστασίων από την ιδανική πληρότητα (κόστος ισοκατανομής) συνεισφέρει ελάχιστα στην αντικειμενική συνάρτηση, αυξάνοντας το συνολικό κόστος σε ποσοστό 0,7%. Ακόμα και κατά την επίλυση του σεναρίου όπου ο όρος αυτός ενισχύεται με συντελεστή βαρύτητας  $w_2 = 10^2$  δεν παρατηρείται σημαντική αύξηση του συνολικού κόστους καταμερισμού συγκροτημάτων.
- Κατά την βελτιστοποίηση του καταμερισμού συγκροτημάτων σε αμαξοστάσια χωρίς να εισαχθεί στο μαθηματικό μοντέλο ο περιορισμός της υποστήριξης,

προκύπτει ότι το συνολικό κόστος απομειώνεται σε ποσοστό 22% σε σχέση με το κόστος που προκύπτει με την εισαγωγή του συγκεκριμένου περιορισμού. Εξαιτίας του μεγάλου ποσοστού μείωσης γίνεται αντιληπτό πως ο περιορισμός υποστήριξης τύπων λεωφορείων επιδρά σημαντικά στην αύξηση του συνολικού κόστους καταμερισμού των συγκροτημάτων. Τα οχήματα τα οποία έχουν ως κινητήρια δύναμη συμπιεσμένο φυσικό αέριο είναι επιβεβλημένο να αντιστοιχηθούν είτε στο αμαξοστάσιο της Ανθούσας είτε σε αυτό των Άνω Λιοσίων ακόμα και αν άλλο αμαξοστάσιο είναι χωροθετημένο εγγύτερα στην αφετηρία ή στο τέρμα της διαδρομής τους.

- Σε ότι αφορά τα ποσοστά πληρότητας των αμαξοστασίων, είτε κατά τον καταμερισμό συγκροτημάτων είτε γραμμών, παρατηρείται αυξημένο το ποσοστό πληρότητας αυτών στην Ανθούσα και στα Άνω Λιόσια, όταν το μοντέλο επιλύεται με εισαγωγή του περιορισμού υποστήριξης. Τα αμαξοστάσια Ανθούσας και Άνω Λιοσίων είναι τα μόνα τα οποία υποστηρίζουν λεωφορεία φυσικού αερίου. Αυτή η παρατήρηση εξηγεί γιατί στην επίλυση του μοντέλου χωρίς τον περιορισμό της υποστήριξης, τα ποσοστά πληρότητας των αμαξοστασίων αυτών μειώνονται αισθητά. Το γεγονός αυτό καταδεικνύει ότι τα συγκεκριμένα αμαξοστάσια αυξάνουν το βαθμό πλήρωσης τους εξαιτίας του περιορισμού αυτού, οδηγώντας σε αύξηση του συνολικού κόστους καταμερισμού.
- Τα αμαξοστάσια που βρίσκονται στον Πειραιά, στο Ελληνικό και στην Πέτρου Ράλλη, εμφανίζουν μικρότερα ποσοστά πλήρωσης από τα υπόλοιπα αμαξοστάσια εξαιτίας της μεγάλης χωρητικότητάς τους και της έλλειψης γραμμών που ξεκινούν και τελειώνουν το δρομολόγιό τους στα προάστια. Στον αντίποδα, το αμαξοστάσιο που είναι τοποθετημένο στο Μπραχάμι, έχει ποσοστό πλήρωσης που αγγίζει το 99% και άνω σε όλα τα εναλλακτικά σενάρια. Το αμαξοστάσιο που βρίσκεται στο Βοτανικό για όλα τα εναλλακτικά σενάρια επίλυσης εμφανίζει υψηλά ποσοστά πληρότητας καθώς είναι χωροθετημένο εγγύτερα στις στάσεις τέρματος ή αφετηρίας των περισσότερων συγκροτημάτων και γραμμών λεωφορείων. Η λειτουργία των αμαξοστασίων με ποσοστό πληρότητας υψηλό είναι πιθανό να συνεπάγεται δυσκολίες στο συντονισμό των λεωφορείων κατά τη στάθμευσή τους.
- Εστιάζοντας στην προηγούμενη παρατήρηση γίνεται αντιληπτός ο χωροταξικός ανορθολογισμός του καταμερισμού των αμαξοστασίων στην περιοχή της Αθήνας αλλά και του καταμερισμού της πλειοψηφίας των στάσεων αφετηρίας και τέρματος των δρομολογίων. Γίνεται αντιληπτό πως οι περισσότερες στάσεις αφετηρίας ή τέρματος διαδρομής των λεωφορειακών γραμμών βρίσκονται εγγύτερα στο κέντρο της Αθήνας, ενώ το σύνολο των αμαξοστασίων είναι χωροθετημένα στα προάστια με συνέπεια τα κεντρικά αμαξοστάσια, για παράδειγμα στο Βοτανικό, να εμφανίζουν υψηλότερα ποσοστά πληρότητας από τα υπόλοιπα.
- Κατά την επίλυση του μοντέλου για τον βέλτιστο καταμερισμό γραμμών λεωφορείων στα αμαξοστάσια, το συνολικό κόστος καταμερισμού προκύπτει

αισθητά μικρότερο, σε ποσοστό 15%, σε σχέση με το αντίστοιχο του καταμερισμού συγκροτημάτων λεωφορείων στα αμαξοστάσια. Από τα αποτελέσματα γίνεται φανερό πως η ομαδοποίηση των λεωφορείων σε συγκροτήματα, ενώ μπορεί να ευνοείται για λόγους προγραμματισμού, δεν οδηγεί σε ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους καταμερισμού.

- Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα συνολικού κόστους καταμερισμού συγκροτημάτων και γραμμών παρατηρείται πως αν αρθεί από το μοντέλο ο περιορισμός υποστήριξης, το κόστος μειώνεται. Το γεγονός αυτό δείχνει τη σημαντική συμβολή του περιορισμού υποστήριξης τύπων λεωφορείων στην αύξηση του συνολικού κόστους καταμερισμού.
- Η ομαδοποίηση των λεωφορείων σε συγκροτήματα και ο καταμερισμός τους με βάση το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο συμφέρει για λόγους προγραμματισμού τον φορέα διαχείρισης και συνεισφέρει στην εξισορρόπηση της πληρότητας των αμαξοστασίων, κάτι που δε συμβαίνει κατά τον καταμερισμό γραμμών λεωφορείων στα αμαξοστάσια. Κατά την επίλυση εναλλακτικού σεναρίου καταμερισμού γραμμών στα αμαξοστάσια, το αμαξοστάσιο που βρίσκεται στην Πέτρου Ράλλη για παράδειγμα, έχει ποσοστό πληρότητας περίπου 32%, οπότε ο φορέας δεν εκμεταλλεύεται το σύνολο της χωρητικότητάς του.

## 6.2. Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε μια προσπάθεια βελτιστοποίησης του καταμερισμού του στόλου των λεωφορείων στα αμαξοστάσια του Ο.Α.Σ.Α., χρησιμοποιώντας ένα μαθηματικό μοντέλο μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού. Διαμορφώθηκε το μαθηματικό πρότυπο, στοχεύοντας στην ελαχιστοποίηση του κόστους καταμερισμού των λεωφορείων στα αμαξοστάσια του δικτύου. Ο καταμερισμός των λεωφορείων έγινε με βάση την ομαδοποίησή τους είτε σε συγκροτήματα είτε σε γραμμές. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων του συνολικού κόστους βέλτιστου καταμερισμού λεωφορείων σε αμαξοστάσια και των ποσοστών πληρότητας των αμαξοστασίων προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα για την καλύτερη οικονομική διαχείριση του Ο.Α.Σ.Α. Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη το μαθηματικό πρότυπο πάνω στο οποίο στηρίχτηκε η παρούσα διπλωματική εργασία και τα αποτελέσματα τα οποία εξήχθησαν, προτείνονται τα παρακάτω ζητήματα για περαιτέρω διερεύνηση:

1. Αρχικά κρίνεται απαραίτητη η διερεύνηση της θεώρησης ότι τα αμαξοστάσια λειτουργούν σε σταθερές οικονομίες κλίμακας, ώστε να υπολογιστεί το οριακό κόστος λειτουργίας των αμαξοστασίων. Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε η παραδοχή πως το οριακό κόστος λειτουργίας κάθε αμαξοστασίου ισούται με το μέσο κόστος και πως κάθε αμαξοστάσιο έχει τον βέλτιστο αριθμό λεωφορείων. Θα είχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον να γίνει μια προσπάθεια εύρεσης της συνάρτησης που περιγράφει το οριακό κόστος των



αμαξοστασίων ώστε να διαπιστωθεί αν τα αμαξοστάσια λειτουργούν σε σταθερές ή μεταβαλλόμενες οικονομίες κλίμακας.

2. Επιπλέον, στην παρούσα διπλωματική εργασία μορφοποιήθηκαν εναλλακτικά σενάρια για την επίλυση της αντικειμενικής συνάρτησης και έγινε η παραδοχή πως όλα τα αμαξοστάσια του Ο.Α.Σ.Α. μπορούν να υποστηρίξουν λεωφορεία φυσικού αερίου. Η υπόθεση αυτή λοιπόν έγινε χωρίς να υπολογιστεί το πρόσθετο κόστος που απαιτείται για να τροποποιηθούν τα πέντε από τα επτά αμαξοστάσια. Χρήσιμο θα ήταν στα αντίστοιχα σενάρια, στην αντικειμενική συνάρτηση, να συνυπολογιζόταν το κόστος των πρόσθετων εγκαταστάσεων που απαιτούνται σε ένα αμαξοστάσιο, ώστε να μπορούν να σταθμεύσουν σε αυτό και λεωφορεία φυσικού αερίου. Με τον τρόπο αυτό θα μπορούσαν να εξαχθούν συμπεράσματα για το συνολικό κόστος καταμερισμού λεωφορείων σε περίπτωση που τα αμαξοστάσια διαμορφώνονταν έτσι ώστε να υποστηρίξουν όλους τους τύπους λεωφορείων.
3. Είναι απαραίτητο να επισημάνουμε ότι για την επίλυση του προτεινόμενου μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία λειτουργικών δαπανών των αμαξοστασίων μόνο του μήνα Οκτωβρίου του 2004, για τα οποία έγινε αναγωγή στο έτος. Χρήσιμο θα ήταν να είχαμε πρόσβαση σε συγκεντρωτικά στοιχεία για τις λειτουργικές δαπάνες των αμαξοστασίων ενός ολόκληρου έτους, ώστε να αποφεύγονταν η συγκεκριμένη αναγωγή.
4. Τέλος, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα της ομαδοποίησης των λεωφορείων σε συγκροτήματα από τον Ο.Α.Σ.Α ώστε να επιλυθεί το μαθηματικό μοντέλο. Περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να διεξαχθεί για τη διαμόρφωση διαφορετικών συγκροτημάτων λεωφορείων, ώστε να διαπιστωθεί αν αυτή η αλλαγή στις ομάδες οχημάτων θα συνέβαλλε στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους καταμερισμού.

---

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

---

### Διεθνής Βιβλιογραφία

- Eberlein, X. J., Wilson, N.H., Barnhart, C., Bernstein, D. (1998), “The real-time deadheading problem in transit operations control”, *Transportation Research Part B: Methodological* 32(2), 77-100.
- Forbes, M.A., Holt, J.N., and Watts, A.M. (1994), “An exact algorithm for multiple depot bus scheduling”, *European Journal of Operational Research*, 72(1), 115-124.
- Kalaga, R.R., Datta, R.N., and Reddy, K.S. (2001), “Allocation of buses on interdependent regional bus transit routes”, *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 127(3), 208-214.
- Kepaptsoglou, K., Karlaftis, M. G., Bitsikas, T. (2010), “Bus-to-depot Allocation: Models and Decision Support System”, *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 136(7), 600-605.
- Lindo Systems Inc. (2002), *Optimization Modeling with Lingo*, Lindo Systems Inc.
- Maze, T., Khasnabis, S., and Kutsal, M.D. (1982), “Optimization methodology for bus garage locations”, *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 108, 550-569.
- Maze, T., Khasnabis, S., and Kutsal, M.D. (1983), “Application of a bus garage location and sizing optimization”, *Transportation Research Part A: General*, 17(1), Transportation Research Board, Washington D.C., 65-72.
- Prakash, S., Balaji, B.V., and Tuteja, D. (1999), “Optimizing dead mileage in urban bus routes through a non-dominated solution approach”, *European Journal of Operational Research*, 114(3), 465-473.
- Sharma, V., Prakash, S.(1986), “Optimizing dead mileage in urban bus routes”, *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 112(1), 121-129.
- Uyeno, D.H., Willoughby, K.A. (1995), “Transit centre location-allocation decision”, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 29(4), 263-272.
- Wayne L. Winston (1995), *Introduction to Mathematical Programming, Applications and Algorithms*, 2<sup>nd</sup> Edition, Duxbury Press, California.

Willoughby, K.A. (2002), “A mathematical programming analysis of public transit systems”, *Omega*, 30(3), 137-142.

Willoughby, K.A., and Uyeno, D.H. (2001), “Resolving splits in location/allocation modeling: A heuristic procedure for transit center decisions”, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 37(1), 71-83.

#### Ελληνική Βιβλιογραφία

Καρλαύτης, Μ. Γ., και Λυμπέρης, Κ. Π. (2009), *Συστήματα Αστικών Συγκοινωνιών - Σχεδιασμός, Κατασκευή, Λειτουργία*, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα.

Σταθόπουλος, Α., και Καρλαύτης, Μ.Γ. (2008), *Σχεδιασμός Μεταφορικών Συστημάτων*, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα.