

# ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα εργασία με θέμα τους εύρωστους παραμετρικούς σχεδιασμούς και τη μεθοδολογία του Taguchi πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια των διπλωματικών εργασιών που εκπονούνται στο Δ.Π.Μ.Σ. «Μαθηματική Προτυποποίηση στις σύγχρονες Τεχνολογίες και την οικονομία», στην σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και φυσικών Επιστημών, Ε.Μ.Π.

Σημαντικό κίνητρο για την πραγματοποίηση αυτής της διπλωματικής εργασίας υπήρξε το ενδιαφέρον για τους εύρωστους παραμετρικούς σχεδιασμούς και την μεθοδολογία Taguchi. Η μεθοδολογία Taguchi έχοντας ως αφετηρία τον τρίτο κανόνα του Deming («Σταματήστε να εξαρτάστε από την τελική επιθεώρηση για να πετύχετε την ποιότητα») επινόησε μια τεχνική με κύρια επιδίωξη την ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας με το χαμηλότερο κόστος και τη ποιοτική βελτίωση των προϊόντων μέσω του στατιστικού ελέγχου πριν από την έναρξη της μαζικής παραγωγής (off-line quality control). Μέρος της τεχνικής είναι οι παραμετρικοί σχεδιασμοί που προσδιορίζουν τις τιμές των ελεγχόμενων παραγόντων οι οποίες μειώνουν τη διασπορά της απόδοσης.

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της μεθοδολογίας Taguchi και οι παραμετρικοί σχεδιασμοί.

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους εκείνους που με τη βοήθειά τους συνέβαλλαν στην ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής εργασίας. Ιδιαίτερα ευχαριστώ τον επιβλέπων κο. Χρήστο Κουκουβίνο, Καθηγητή της σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ.Π., για την ανάθεση αυτού του τόσο ενδιαφέροντος θέματος, για την πολύτιμη επιστημονική βοήθεια που μου παρείχε, τις χρήσιμες υποδείξεις του, αλλά κυρίως για την ηθική υποστήριξή του και το χρόνο που μου αφιέρωσε κατά τη διάρκεια της έρευνας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την Υποψήφια Διδάκτορα Άννα Σκούντζου για την σημαντική βοήθεια για την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</b>	2
<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b>	4
<b>ABSTRACT</b>	5
<b>1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ TAGUCHI</b>	
1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
1.2. Η ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΟΥ DEMING ΚΑΙ Ο ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ	9
1.3. ΑΠΟ ΤΟΝ DEMING ΣΤΟΝ TAGUCHI	13
1.4.ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ	15
1.5.ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ	16
<b>2. ΕΥΡΩΣΤΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΙ</b>	
2.1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ OFF-LINE ΕΛΕΓΧΟ ΠΟΙΟΤΗΤΑ	18
2.2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΥΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΥΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥΣ	19
2.3. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ TAGUCHI	19
2.3.1. ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΟΣ ΣΚΟΠΟΣ	20
2.3.2. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ	22
2.4. ΤΑ ΒΑΣΙΚΑ ΣΗΜΕΙΑ ΤΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΥ TAGUCHI	25
2.5. ΤΑ ΒΗΜΑΤΑ ΤΟΥ TAGUCHI	25
2.6. ΟΙ ΝΕΕΣ ΙΔΕΕΣ	27
2.7. ΣΥΝΘΕΣΗ	28
2.8. ΚΑΘΑΡΗ ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΚΑΙ Ο ΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ	29
2.9. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ	30
2.10. ΕΠΑΡΚΗΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΩΝ	32
2.11. $\beta$ -ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ	33
2.12. ΣΥΣΣΩΡΕΥΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	35
2.13. ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΟΥ TAGUCHI	42
<b>3. ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ TAGUCHI</b>	
3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	50
3.2. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΟΥ ΟΡΙΟΥ Η ΑΝΟΧΗΣ	51
3.3. Ο ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΜΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ	52
3.4. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΩΝ $C_{xN}$ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ	53
3.5. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ BOX-COX ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ TAGUCHI	61
3.5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	61
3.5.2. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ Box-Cox	64
3.5.3. ΠΡΟΣΤΑΣΙΑ ΕΝΑΝΤΙΑ ΣΤΗ ΜΕΡΟΛΗΨΙΑ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ	67
3.5.4. Box-Cox ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ	69
3.5.5. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ TAGUCHI	70

<b>4.ΟΙ ΜΗ-ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ TAGUCHI</b>	
4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	82
4.2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΖΩΗΣ	84
4.3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ ΣΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΠΙΒΙΩΣΗΣ	88
4.4. Η ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΤΟΥ TAGUCHI	92
4.5. ΜΙΑ ΑΜΕΡΟΛΗΠΤΗ ΑΠΟΨΗ	93
4.6. Ο ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΑΝΟΧΗΣ ΤΟΥ TAGUCHI	95
4.7. (ΕΠΑΝΑ)ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΑΝΟΧΗΣ	103
4.8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	105
<b>5.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>106</b>

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής είναι η μελέτη της μεθοδολογίας Taguchi, οι εύρωστοι παραμετρικοί σχεδιασμοί και η χρησιμότητά τους στις μεθόδους Taguchi.

Αρχικά γίνεται ιστορική αναδρομή της ποιότητας και της σημασίας της, δίνοντας ως αφετηρία την λεγόμενη «ιαπωνική επανάσταση», όπου η επιμονή για παραγωγή προϊόντων υψηλής ποιότητας κατέστησε τις ιαπωνικές εταιρίες αρκετά ανταγωνιστικές, κάτι που ανησύχησε στις επιχειρήσεις του δυτικού κόσμου και της οδήγησε να ερευνήσουν και αυτές τη σημασία της ποιότητας στην παραγωγή προϊόντων. Αναλύεται η φιλοσοφία του Deming που χαρακτηρίζεται ως ο πατέρας του «τρίτου κύματος της βιομηχανικής επανάστασης» και το πώς επηρεάστηκε ο Taguchi για την ανάπτυξη της τεχνικής του, που έχει σαν στόχο ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας με το χαμηλότερο κόστος και τη ποιοτική βελτίωση των προϊόντων μέσω του στατιστικού ελέγχου πριν από την έναρξη της μαζικής παραγωγής.

Επίσης παρατίθεται η μεθοδολογία Taguchi και αναλύονται τα μέτρα απόδοσης, ο β-συντελεστής, το γεγονός ότι δίνει μεγάλη σημασία στην αναγκαιότητα επαληθεύσεων καθώς και στο ότι δεν θέλει να εξαλείψει τους παράγοντες θορύβου αλλά μόνο την επιρροή τους.

Τέλος αναφέρεται μια μη-συνηθισμένη τεχνική του Taguchi που έχει να κάνει με τα πειράματα διάρκειας ζωής.

## ABSTRACT

The subject of this thesis is the study of the Taguchi methodology, robust parametric designs and their use in Taguchi methods.

Initially a chronology is done about the quality and its importance, and we give as a start point the so called “Japanese revolution”, where the persistence for production of high quality’s products had as a result the Japanese companies to be very competitive, something that worried the west world companies, which started to explore the meaning of the quality in the production-field.

Moreover the Deming’s philosophy is analyzed. Deming is considered as the father of the “third industrial revolution’s wave”. We also see how Taguchi was influenced by Deming and his philosophy in order to develop his own technique, which goal is to minimize volatility with the smaller cost and the quality improvement through the off-line quality control.

We also see the Taguchi methodology, improvement measures, the  $\beta$ -factor are analyzed and we can read why he gave so much importance to the need of verification during the experimental process.

Finally a non-usual Taguchi technique is given, which refers to the life-duration experiments

# 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ TAGUCHI

### 1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας (*Statistical Quality Control*) είναι ένα κρίσιμο εργαλείο της επιχείρησης που επηρεάζει αποφάσεις σχετικές με τις προδιαγραφές, την παραγωγική διαδικασία και τον έλεγχο των παραγόμενων προϊόντων. Για την αποτελεσματική χρήση του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας απαιτείται η ενσωμάτωσή του σε ένα πλαίσιο λειτουργίας και διοίκησης της επιχείρησης που έχει ως στόχο τη διαρκή βελτίωση της ποιότητας σε όλα τα επίπεδα της επιχείρησης, γνωστού ως **Διοίκησης Ολικής Ποιότητας** (*Total Quality Management* ή *Total Quality Assurance*). Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας αποτέλεσε τον προάγγελο της Διοίκησης Ολικής Ποιότητας.

Η ιστορία της ποιότητας ξεκινά στις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα με τη δημιουργία των πρώτων εργαστηρίων για πρότυπα στη Μεγάλη Βρετανία και με τη γραμμή παραγωγής στην αυτοκινητοβιομηχανία *Ford* στο *Highland Park* στις ΗΠΑ (1905). Τα βήματα στη συνέχεια ήταν αλματώδη και σήμερα η ποιότητα έχει αναδειχθεί σε κύριο μέλημα τόσο της βιομηχανίας όσο και των υπηρεσιών.

Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται τα κυριότερα ιστορικά σημεία στην ανάπτυξη της ποιότητας από το 1900 μέχρι σήμερα.

**Πίνακας 1.1.** Ιστορική αναδρομή της ποιότητας

1901	Τα πρώτα εργαστήρια προτύπων (standards) ιδρύονται στη Μ. Βρετανία
1907	Η AT&T Bell Laboratories αρχίζει τη συστηματική επιθεώρηση και έλεγχο προϊόντων και υλικών
1919	Η Ένωση Τεχνικών Επιθεωρητών ιδρύεται στην Αγγλία η οποία αργότερα μετονομάζεται σε Ινστιτούτο Διασφάλισης της Ποιότητας
1920	Στα εργαστήρια της AT&T Bell Laboratories ιδρύεται τμήμα ποιότητας
1924	Ο W. A. Shewhart εισάγει τα διαγράμματα ελέγχου σε ένα Technical Report στην AT&T Bell

1928	Το δειγματοληπτικό σχέδιο αποδοχής σφωρού αναπτύσσεται από τους Dodge και Romig
1931	Ο W.A. Shewhart εκδίδει το περιοδικό Economic Control of Quality of Manufactured Product
1932	Ο W.A. Shewhart δίνει διαλέξεις σε στατιστικές μεθόδους στην παραγωγή και στα διαγράμματα ελέγχου στο Πανεπιστήμιο του Λονδίνου
1938	Ο W.E. Deming προσκαλεί τον Shewhart για σεμινάρια στα διαγράμματα ελέγχου στο U.S. Department of Agriculture Graduate School
1940	Το Υπουργείο Πολέμου των Η.Π.Α. εκδίδει ένα οδηγό για την ανάλυση δεδομένων με χρήση διαγραμμάτων ελέγχου
1946	Ιδρύεται η American Society for Quality Control (ASQC)
1946	Ο W.E. Deming προσκαλείται στην Ιαπωνία για να δώσει σεμινάρια Στατιστικού Ποιοτικού Ελέγχου
1948	Καθηγητής G. Taguchi αρχίζει τη μελέτη των πειραματικών σχεδιασμών
1950	Ο W.E. Deming αρχίζει την εκπαίδευση ανώτατων στελεχών βιομηχανιών της Ιαπωνίας
1950	Ο K. Ishikawa εισάγει το διάγραμμα αιτίου-αποτελέσματος (cause and effect diagram)
1954	Ο J. M. Juran προσκαλείται από την Ιαπωνία για να δώσει διαλέξεις σε θέματα διοίκησης και βελτίωσης της ποιότητας. Ο E.S. Page εισάγει το διάγραμμα ελέγχου CUSUM
1959	Ο S. Roberts εισάγει το διάγραμμα ελέγχου EWMA. Ξεκινά η έκδοση του επιστημονικού περιοδικού Technometrics
1960	Η ιδέα των κύκλων ποιότητας εισάγεται από τον K. Ishikawa
1969	Τα περιοδικά Quality Progress και Journal of Quality Technology αρχίζουν να εκδίδονται
1975	Εμφανίζονται τα πρώτα βιβλία σε σχεδιασμό πειραμάτων
1989	Αρχίζει να εκδίδεται το περιοδικό Quality Engineering. Η Motorola εισάγει την έννοια six-sigma.
1990	Σταδιακή αύξηση της ζήτησης στην βιομηχανία για πιστοποίηση κατά ISO 9000

1997	Η προσέγγιση six-sigma της Motorola υιοθετείται και από άλλες βιομηχανίες
------	---

Μετά το τέλος του Δεύτερου Παγκοσμίου Πολέμου, στα πρώτα μεταπολεμικά χρόνια, οι ιαπωνικές εταιρίες προσπάθησαν να κάνουν μια καινούρια αρχή. Οι Ιάπωνες είχαν αντιληφθεί τις ανάγκες των καιρών για συνεχή ποιοτική βελτίωση των προϊόντων και υπηρεσιών, προς όφελος του καταναλωτή. Για το λόγο αυτό οι διευθύνσεις των εταιριών υιοθέτησαν προγράμματα, τα οποία αποσκοπούσαν στη βελτίωση της ποιότητας και σε κυρίως σε μακροπρόθεσμα οφέλη για αυτές.

Σύμφωνα με την ιαπωνική φιλοσοφία για την βελτίωση της ποιότητας, όσο υψηλότερη είναι η ποιότητα, τόσο χαμηλότερο είναι το κόστος παραγωγής και η τιμή του προϊόντος. Πράγματι, όταν η ποιότητα ενός προϊόντος γίνεται καλύτερη, τόσο λιγότερα είναι τα ελαττωματικά τεμάχια που παράγονται, ενώ παράλληλα εξοικονομείται περισσότερη ενέργεια, υλικά και εργατικό δυναμικό. Εφόσον, λοιπόν, παράγονται λιγότερα ελαττωματικά προϊόντα, ελαττώνεται αρκετά ο χρόνος παραγωγής, αφού δε χρειάζονται επιδιορθώσεις ή απορρίψεις εμπορευμάτων και επομένως αυξάνεται η παραγωγικότητα και μειώνονται τα έξοδα με αποτέλεσμα να μειώνεται και η τιμή του προϊόντος.

Εκτός όμως από τη μείωση των εξόδων, το μεγαλύτερο πλεονέκτημα της ιαπωνικής φιλοσοφίας συνίσταται στο ότι, δεδομένης της υψηλής ποιότητας προϊόντων, μεγαλώνει η φήμη της εταιρίας και αυξάνονται οι πωλήσεις της. Η αύξηση των πωλήσεων επιτρέπει τη μείωση των τιμών του προϊόντος και επομένως υπάρχει η δυνατότητα διεκδίκησης μεγαλύτερου μεριδίου της αγοράς.

Την ίδια εποχή στο δυτικό κόσμο, οι διευθύνσεις των εταιριών δεν είχαν αντιληφθεί την αλληλοσύνδεση μεταξύ ποιότητας και ανταγωνιστικής θέσης στην αγορά. Αποτέλεσμα αυτής της νοοτροπίας ήταν να κυνηγούν οφέλη μικρής διάρκειας και έτσι δεν προέβλεπαν αλλά ούτε προγραμματίζαν μια πολιτική συνεχούς ποιοτικής βελτίωσης των προϊόντων τους. Ένας από τους κυριότερους λόγους της έλλειψης αυτού του είδους στρατηγικής ήταν ότι για οποιοδήποτε παραγόμενο προϊόν υπήρχαν αγορές που το απορροφούσαν, ανεξάρτητα της καλής ή κακής ποιότητάς του.

Όμως τα τελευταία χρόνια οι προσδοκίες σχετικά με την ποιότητα άλλαξαν. Οι ιαπωνικές εταιρίες με τα υψηλής ποιότητας προϊόντα τους, τα οποία ήταν αποτέλεσμα της μακροχρόνιας προσπάθειας για συνεχή βελτίωση της ποιότητας, πήραν μεγάλο μερίδιο της αγοράς σε αντίθεση με τις εταιρίες του δυτικού κόσμου. Η ανώτερη ποιότητα και η αξιοπιστία των ιαπωνικών προϊόντων καθώς και η επιτυχία τους στην παγκόσμια αγορά, είχε ανησυχήσει τις εταιρίες της Αμερικής και της Ευρώπης. Έτσι ο δυτικός βιομηχανικός κόσμος προσπάθησε να εξερευνήσει τις μεθόδους παραγωγής, οι οποίες εφαρμόζονταν από τις ιαπωνικές εταιρίες.

Οι προσπάθειες να ανακαλυφθεί το ιαπωνικό μυστικό για τη συνεχή ποιοτική βελτίωση των προϊόντων έφερε στο φως τη φιλοσοφία ενός Αμερικανού



στατιστικολόγου, του Δρ. Edwards Deming, ο οποίος θεωρείται ο «πατέρας του τρίτου κύματος της Βιομηχανικής Επανάστασης» και το όνομά του έχει γίνει συνώνυμο με την αιτία της ποιοτικής ανωτερότητας των ιαπωνικών προϊόντων κατά το δεύτερο μισό του 20<sup>ου</sup> αιώνα.



**Dr. Edwards Deming**

Στην Ιαπωνία, αναγνωρίζοντας τη συμβολή και τη βοήθεια του Δρ. Deming έχει καθιερωθεί το Βραβείο Deming, το οποίο απονέμεται κάθε χρόνο στην επιχείρηση ή στο άτομο που συνέβαλλε περισσότερο στην ανάδειξη των στατιστικών μεθόδων και στη βελτιωμένη εφαρμογή τους στον σχεδιασμό, την έρευνα και ανάπτυξη, τη βιομηχανία ή τις υπηρεσίες.

## **1.2. Η ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΟΥ DEMING ΚΑΙ Ο ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Η φιλοσοφία του Deming υποστηρίζει την εφαρμογή ενός «Στατιστικό-Ποιοτικού» μοντέλου διοίκησης, δηλαδή μιας διοίκησης βασιζόμενης στην ευρεία χρήση στατιστικών μεθόδων για τη λήψη αποφάσεων με σκοπό τη συνεχή ποιοτική βελτίωση της παραγωγής και των υπηρεσιών. Αυτό απαιτεί την ελαχιστοποίηση (μέσω στατιστικών μεθόδων) της μεταβλητότητας (variability), κάτι που θα οδηγήσει πάντα σε λιγότερες δαπάνες, λάθη, κόστος και άσκοπη εργασία, αλλά και

υψηλότερο βαθμό αξιοπιστίας, καθώς και στην απόκτηση φήμης και μεριδίου αγοράς.

Σύμφωνα με τη φιλοσοφία του Deming, τουλάχιστον 85% των προβλημάτων μιας εταιρίας δεν έχουν καμία σχέση με το κατώτερο εργατικό προσωπικό και μπορούν να λυθούν πλήρως από τη διεύθυνση, με τη βοήθεια στατιστικών μεθόδων και τεχνικών, οι οποίες οδηγούν στη λήψη αποφάσεων βασισμένων μόνο πάνω σε πραγματικά δεδομένα και όχι σε προαισθήσεις, αβάσιμες προσδοκίες ή προσωπικές γνώμες.

Η φιλοσοφία του Deming περιλαμβάνει σε 14 κανόνες που έχει θέσει η διεύθυνση κάθε εταιρίας και οι πιο σημαντικοί από αυτούς είναι οι εξής:

- ❖ Εφαρμογή ενός προγράμματος που να αποβλέπει στη συνεχή βελτίωση των προϊόντων και της προσφερόμενης υπηρεσίας προς τον καταναλωτή
- ❖ Προσπάθεια για μακράς διάρκειας οφέλη και όχι για μικρής διάρκειας κέρδη
- ❖ Ανεξαρτητοποίηση της παραγωγής από τον τελικό συνολικό ποιοτικό έλεγχο
- ❖ Εξάλειψη των φραγμών, του μυστικισμού και του συναγωνισμού μεταξύ των τμημάτων της ίδιας εταιρίας
- ❖ Εκπαίδευση στις στατιστικές μεθόδους για όλο το προσωπικό.

Γενικά τα 14 βασικά σημεία της φιλοσοφίας του Deming παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

**Πίνακας 1.2.** Οι κανόνες του Deming

<b>Κανόνας 1</b>	Δημιούργησε το κλίμα για ένα σταθερό πρόγραμμα που να αποβλέπει στη συνεχή βελτίωση των προϊόντων και των υπηρεσιών
<b>Κανόνας 2</b>	Υιοθέτησε τη νέα φιλοσοφία της απόρριψης της κακής δουλειάς, των ελαττωματικών και των μη ικανοποιητικών υπηρεσιών
<b>Κανόνας 3</b>	Μη βασίζεστε στον τελικό έλεγχο όλης της παραγωγής για την επίτευξη υψηλής ποιότητας
<b>Κανόνας 4</b>	Σταματήστε τη συνήθεια αγοράς προμηθειών με τη χαμηλότερη τιμή
<b>Κανόνας 5</b>	Προσπαθήστε να βελτιώνετε χωρίς διακοπή όλα τα συστήματα παραγωγής και υπηρεσιών
<b>Κανόνας 6</b>	Θεσπίστε ένα πρόγραμμα σύγχρονης εκπαίδευσης και εφαρμόστε το σε όλους τους εργαζόμενους
<b>Κανόνας 7</b>	Υιοθετήστε σύγχρονους τρόπους επίβλεψης
<b>Κανόνας 8</b>	Εξαλείψτε το φόβο. Μη διστάζετε να ρωτάτε και να αναφέρετε προβλήματα

<b>Κανόνας 9</b>	Εξαφανίστε τα εμπόδια μεταξύ των τμημάτων της επιχείρησης. Η από κοινού δουλειά μεταξύ των διαφόρων τμημάτων της επιχείρησης είναι απαραίτητο στοιχείο για την ανάπτυξη της ποιότητας
<b>Κανόνας 10</b>	Εξαλείψτε τους στόχους και τα συνθήματα για μηδέν ελαττωματικά προϊόντα
<b>Κανόνας 11</b>	Εξαφανίστε τους αριθμητικούς στόχους
<b>Κανόνας 12</b>	Εξαλείψτε τα εμπόδια που αφαιρούν από τον εργαζόμενο το δικαίωμα να νιώθει υπερήφανος για τη δουλειά του
<b>Κανόνας 13</b>	Εφαρμόστε ένα πρόγραμμα συνεχούς ενημέρωσης και εκπαίδευσης για όλους τους εργαζομένους
<b>Κανόνας 14</b>	Δημιουργήστε ένα ανώτατο κλιμάκιο διοίκησης το οποίο θα εργαστεί σθεναρά για την επίτευξη των πρώτων 13 κανόνων

Οι κανόνες του Deming μπορούν να συμπεριληφθούν σε τρεις βασικές αρχές τις οποίες ο Joiner θέτει στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου και έχουν ως ακολούθως:

- Επιμονή για ποιότητα.

Ο προφανέστερος τρόπος για τη βελτίωση της ποιότητας των προϊόντων είναι η συνεχής προσπάθεια βελτίωσης των μέσων παραγωγής.

- Όλοι σε μια ομάδα.

Πρέπει να δημιουργηθεί ένα αίσθημα σε όλο το προσωπικό μιας εταιρίας ότι ανήκουν στην ίδια ομάδα και έχουν κοινούς στόχους και προσδοκίες.

- Χρήση της επιστημονικής μεθόδου.

Η χρήση της επιστημονικής μεθόδου είναι ο καλύτερος και ο πιο σίγουρος τρόπος επίτευξης της ποιοτικής βελτίωσης. Στατιστικές μέθοδοι ανάλυσης, χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα, μπορούν να βοηθήσουν στη λήψη αποφάσεων για τη βελτίωση της ποιότητας.

Κατά τη γνώμη του Deming η γνώση και η εφαρμογή στατιστικών θεωριών και μεθόδων είναι σημαντική και αναγκαία. Ο λόγος είναι ότι η στατιστική ανάλυση των δεδομένων μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μηχανισμός αξιοποίησης και εκμετάλλευσης των πληροφοριών που προκύπτουν πριν και κατά τη διάρκεια της παραγωγής, ώστε να επιτευχθεί η πρόβλεψη, ανάγνωση και διόρθωση λαθών με σκοπό την συνεχή ποιοτική βελτίωση.

Η κυριότερη όμως συνεισφορά του είναι ότι τόνισε και έκανε επιβεβλημένη την ανάγκη να μετακινηθεί προς τα πίσω ο ποιοτικός έλεγχος, από την τελική επιθεώρηση στον κατάλληλο έλεγχο της διεργασίας.

Ο Deming θα συνόψιζε τη φιλοσοφία του σε τρεις μόνο λέξεις: «**Ελαττώστε τη μεταβλητότητα**». Αυτές οι τρεις λέξεις είναι ουσιώδεις για την αρχή της συνεχούς ποιοτικής βελτίωσης και για την κατάκτηση της συνέπειας, της πιστότητας, της ομοιομορφίας, δηλαδή της αξιοπιστίας, της ανταγωνιστικής θέσης και της επιτυχίας.

Η ελάττωση της μεταβλητότητας υπήρξε και η ουσιαστική επιδίωξη της δουλειάς του Walter Shewart, ο οποίος δημιούργησε το διάγραμμα ελέγχου (control chart). Το έργο του Shewart στη δεκαετία του 1920, επικεντρώθηκε αρχικά στη μείωση της μεταβλητότητας που αφορούσε στην λειτουργία των τηλεφώνων στο εργοστάσιο του Bell. Όμως Deming συνειδητοποίησε ότι οι ιδέες του Shewart επιδέχονταν πιο ευρεία εφαρμογή, όχι μόνο στη βιομηχανία αλλά και σε ένα μη βιομηχανικό περιβάλλον.

Για τον έλεγχο και τη μείωση της μεταβλητότητας κατά τη διαδικασία της παραγωγής (on-line quality control), ο Deming πρότεινε τον **Στατιστικό Έλεγχο Διεργασίας** (Statistical Process Control-SPC). Ο Στατιστικός Έλεγχος Διεργασίας είναι μια τεχνική, η οποία κατατάσσεται σε υψηλά επίπεδα μεταξύ των προγραμμάτων που σχετίζονται με τη βελτίωση της ποιότητας και ως κύριο εργαλείο του έχει τα διαγράμματα ελέγχου που δημιούργησε ο Shewart.

Ο Σ.Δ.Ε. περιλαμβάνει ένα επιστημονικό στάδιο, που είναι η εκτέλεση των απαραίτητων υπολογισμών έτσι ώστε να μπορούν να εισαχθούν στο διάγραμμα γραμμές σχετιζόμενες με την απόδοση, τα **όρια ελέγχου** (control limits). Τα όρια ελέγχου δεν είναι όρια προδιαγραφών, δηλαδή δεν εξαρτώνται από τυχόν απαιτήσεις ή αναγκαιότητες, αλλά μόνο από το πώς πραγματικά λειτουργεί η διεργασία τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο, πράγμα που κάνει το Στατιστικό Έλεγχο Διεργασίας αξιόπιστο.

Εφόσον οι μετρήσεις των δειγμάτων, όσον αφορά την απόδοση, παραμένουν τυχαία ανάμεσα στο **άνω όριο ελέγχου** (upper control limit) και το **κάτω όριο ελέγχου** (lower control limit), τότε η διεργασία βρίσκεται υπό έλεγχο. Αντίθετα, η μη τυχαία συμπεριφορά ή οι αποκλίσεις εκτός των ορίων απαιτούν άμεσες διορθωτικές αλλαγές στη διεργασία, έτσι ώστε αυτή να επανέλθει υπό έλεγχο, δηλαδή σε μια σταθερή κατάσταση. Η σταθερή αυτή κατάσταση, σύμφωνα με την ορολογία του Στατικού Έλεγχου Διεργασίας, ονομάζεται κατάσταση στατικού ελέγχου, μια κατάσταση όπου η μεταβλητότητα, παρόλο που υφίσταται ακόμα, είναι ελέγξιμη και προβλέψιμη.

Ο Σ.Δ.Ε. εκτός από το να υπολογίζει την απόδοση και να προσδιορίζει το αν συμμορφώνεται ή όχι με τις απαιτήσεις του στατιστικού ελέγχου, επιδιώκει να καθοδηγήσει ενέργειες **επί της διεργασίας** (on-line) στον κατάλληλο χρόνο, έτσι ώστε η διασπορά της διεργασίας να ελαχιστοποιηθεί. Ο χρόνος δράσης και το είδος

των ενεργειών, καθώς και η ευθύνη για αυτές, εξαρτώνται από το αν τα αίτια της μεταβλητότητας είναι ελεγχόμενα (κοινά) ή μη ελεγχόμενα (ειδικά). Η παρερμηνεία, όσον αφορά το είδος του αίτιου, και συνεπώς οι λανθασμένες ενέργειες που τη συνοδεύουν, αποτυγχάνουν να βελτιώσουν τη διεργασία και σε πολλές περιπτώσεις έχουν εντελώς αντίθετα αποτελέσματα.

Σύμφωνα με τον Deming, τα κοινά αίτια αναφέρονται στις διάφορες πηγές διασποράς μιας διεργασίας που βρίσκεται υπό στατιστικό έλεγχο. Αυτά μπορεί να είναι οι μη ελεγχόμενες περιβαλλοντικές συνθήκες, η μεταβλητότητα των αγορασμένων υλικών, καθώς και άλλα αίτια που μπορεί να είναι ή να μην είναι εμφανή. Η ανάλυση των κοινών αιτιών της διασποράς απαιτεί δράση επί του συστήματος, η οποία είναι καθήκον της διοίκησης.

Αντίθετα, η παραβίαση των ορίων ενός διαγράμματος ή η παρουσία ενός συγκεκριμένου διαγράμματος εντός ορίων, είναι ένδειξη ύπαρξης ειδικών αιτιών παρέκκλισης, όπως αλλαγές χειριστού βάρδιας, απώλειες λόγω καταστροφής των μηχανημάτων, ακατάλληλες ρυθμίσεις των μηχανών κ.τ.λ.. Η ανακάλυψη και η απομάκρυνσή τους απαιτούν επί τόπου ενέργειες από κάποιον που συνδέεται άμεσα με την παραγωγική διαδικασία.

### **1.3. ΑΠΟ ΤΟΝ DEMING ΣΤΟΝ TAGUCHI**

Αν μια από τις πιο βασικές συνεισφορές του Δρ. Deming υπήρξε το γεγονός ότι έπεισε τον κόσμο να στρέψει τις προσπάθειές του, όσον αφορά τη βελτίωση της ποιότητας, από τη μαζική εποπτεία στον έλεγχο διεργασίας, μέσω του Σ.Δ.Ε., η συνεισφορά του Ιάπωνα Δρ. Genichi Taguchi ήταν το ότι έκανε ένα βήμα πίσω, από την παραγωγή στον σχεδιασμό. Το στάδιο του σχεδιασμού είναι το εκτός-διεργασίας στάδιο ελέγχου ποιότητας (off-line quality control).



**Dr. Genichi Taguchi**

Τη δεκαετία του 1980 ο Taguchi εισήγαγε νέες ιδέες σχετικά με τη βελτίωση της ποιότητας στις Η.Π.Α.. Παρουσίασε μια καινοτομική προσέγγιση παραμετρικών σχεδιασμών για τη μείωση της διακύμανσης στα προϊόντα και τις διαδικασίες. Οι μέθοδοί του και η φιλοσοφία του δημιούργησαν σημαντικό ενδιαφέρον μεταξύ των μηχανικών ποιότητας και των στατιστικολόγων. Στην πραγματικότητα, η μεθοδολογία του χρησιμοποιήθηκε από τα AT&T BELL εργαστήρια, την εταιρία Ford Motor Company και την Xerox, και πολλούς άλλους προεξέχοντες γίγαντες της βιομηχανίας στην Αμερική.

Ο Taguchi είχε ως αφετηρία τον τρίτο κανόνα για τη διοίκηση του Deming, ο οποίος είναι ο εξής:

**«Σταματήστε να εξαρτάστε από την τελική επιθεώρηση για να πετύχετε την ποιότητα».**

Έτσι επινόησε μια τεχνική βελτίωσης, η οποία χρησιμοποιεί τις μεθόδους του Στατιστικού Σχεδιασμού των Πειραμάτων (Statistical Design of Experiments-SDE), για τον αποτελεσματικό σχεδιασμό ενός προϊόντος ή των μέσων παραγωγής (όσον αφορά την ποιότητα), σε συνδυασμό με τη στατιστική ανάλυση της διασποράς τους, με κύρια επιδίωξη την ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας με το χαμηλότερο κόστος. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει να συμπεριλαμβάνονται θέματα σχετικά με την ποιότητα στο αρχικό στάδιο κάθε νέου εγχειρήματος: κατά το σχεδιασμό και τη φάση του πρωτότυπου ενός προϊόντος, κατά τη συνήθη συντήρηση ή κατά την εγκατάσταση και ανάθεση μιας παραγωγικής διαδικασίας. Έτσι, ενώ με την εφαρμογή του Στατιστικού Έλεγχου Ποιότητας κατά τη διάρκεια της παραγωγής (on-line quality control) αλλάζουμε κάθε φορά έναν παράγοντα (change one factor at a time) ο οποίος νομίζουμε ότι προκαλεί τη ζημιά, η μέθοδος Taguchi (με τη βοήθεια των στατιστικών σχεδιασμών) εφαρμόζει την αρχή της αλλαγής πολλών παραγόντων κάθε φορά (change many factors at a time) πράγμα που κοστίζει λιγότερο και δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα.

Υπάρχουν διάφοροι στατιστικοί σχεδιασμοί, οι οποίοι προσαρμόζονται σε κάθε πειραματική δυνατότητα.

- Οι πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί που μελετούν κάθε πιθανό σχεδιασμό τιμών των παραγόντων ενός πειράματος, χρησιμοποιούνται όταν ο αριθμός των παραγόντων είναι μικρός.
- Οι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί που αποτελούνται από έναν ορισμένο μόνο αριθμό από όλους τους πιθανούς συνδυασμούς τιμών των παραγόντων, χρησιμοποιούνται περισσότερο. Αυτό συμβαίνει διότι παρέχουν μια οικονομική μέθοδο μελέτης πολλών παραγόντων σε ένα πείραμα, αγνοώντας μόνο κάποιες αλληλεπιδράσεις παραγόντων υψηλής τάξης, κάτι που θεωρείται ως χαμηλού κινδύνου ζήτημα, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις υψηλής τάξης είναι συνήθως μη στατιστικά σημαντικές και επομένως δύσκολα ερμηνεύονται.

Για τον έλεγχο και τη μείωση της μεταβλητότητας και συνεπώς την οικοδόμηση της ποιότητας σε μια πολύ πρώιμη φάση του προϊόντος ή της ανάπτυξης των μέσων παραγωγής, οι τεχνικές Taguchi για τον off-line έλεγχο ποιότητας, προσελκύουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Για να διασφαλιστεί η ποιότητα που επιτεύχθηκε μέσω του εκτός-διεργασίας ελέγχου ποιότητας, ο Στατιστικός Έλεγχος Διεργασίας μπορεί να εφαρμοστεί σε μεταγενέστερη φάση, ολοκληρώνοντας έτσι τον κύκλο του ελέγχου ποιότητας, κύκλος ο οποίος ονομάζεται **ολικός έλεγχος ποιότητας**.

## **1.4. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ**

**Παραμετρικός σχεδιασμός** (parameter design) ή **εύρωστος παραμετρικός σχεδιασμός** (robust parameter design) είναι ουσιαστικά μια αρχή που τονίζει την κατάλληλη επιλογή επιπέδων των παραγόντων που ελέγχονται (παράμετροι στην ορολογία Taguchi) σε μια διαδικασία για τη βιομηχανική κατασκευή ενός προϊόντος. Η αρχή επιλογής των επιπέδων επικεντρώνεται στη μεγάλη έκταση της διαδικασίας. Αυτοί οι παράγοντες που ελέγχονται (ελεγμένοι σε όλα τα καθοδηγούμενα πειράματα και στη διαδικασία σχεδιασμού ενός προϊόντος) ονομάζονται **παράγοντες ελέγχου** (control factors). Θεωρούμε ότι η πλειοψηφία της μεταβλητότητας γύρω από το στόχο αιτιολογείται από την παρουσία ενός δεύτερου συνόλου παραγόντων που ονομάζονται **παράγοντες θορύβου** (noise factors). Οι παράγοντες θορύβου είναι μη ελέγξιμοι στον σχεδιασμό της διαδικασίας. Στην πραγματικότητα είναι αυτή η έλλειψη ελέγχου που μεταδίδει τη μεταβλητότητα στην απόκριση της διαδικασίας. Ως αποτέλεσμα, ο όρος εύρωστος παραμετρικός σχεδιασμός συνεπάγεται στο σχεδιασμό (όχι ένα πειραματικό σχεδιασμό) της διαδικασίας (την επιλογή των επιπέδων των μεταβλητών που ελέγχονται) έτσι ώστε να επιτευχθεί η ευρωστία (robustness) σε αναπόφευκτες αλλαγές στους παράγοντες θορύβου. Μια μεγάλη διαφορά μεταξύ της άποψης του Taguchi για τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας και αυτής που ήταν ενεργή στις Η.Π.Α. πριν από την εστίαση του Taguchi στρέφεται γύρω από την έννοια της μείωσης της μεταβλητότητας της διαδικασίας και τη συνακόλουθη αρχή ότι, κάποιος πρέπει να περιλάβει τους παράγοντες που προκαλούν τη μεταβλητότητα διαδικασίας στο πειραματικό σχέδιο. Αυτοί οι παράγοντες (παράγοντες θορύβου) είναι συχνά συναρτήσεις περιβαλλοντολογικών συνθηκών όπως:

- Υγρασία
- Φυσικοχημικές ιδιότητες ακατέργαστων μετάλλων
- Γήρανση

Σε συγκεκριμένες εφαρμογές μπορεί να περιλαμβάνονται παράγοντες που έχουν να κάνουν με τον τρόπο που ο καταναλωτής μεταχειρίζεται ή χρησιμοποιεί το προϊόν. Οι παράγοντες θορύβου μπορεί να είναι, και συχνά είναι, ελέγξιμοι στο επίπεδο της

έρευνας ή της ανάπτυξης, αλλά σίγουρα δε μπορούν να ελεγχθούν στο επίπεδο της παραγωγής.

## 1.5. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

Αυτός που πρώτος ανακάλυψε την ιδέα των παραγόντων θορύβου ήταν ο Taguchi. Πριν από τον Taguchi οι ερευνητές σίγουρα ήταν ενημερωμένοι ότι οι συγκεκριμένοι παράγοντες που δεν ελέγχονται παρέχουν κύριες πηγές μεταβλητότητας, όμως ο Taguchi παρότρυνε την επίσημη χρήση των παραγόντων θορύβου στους παραγοντικούς σχεδιασμούς και ως αποτέλεσμα επέτρεψε το θέμα της ανάλυσης να περιλαμβάνει τη μεταβλητότητα της διαδικασίας. Η ακόλουθη λίστα είναι μια λίστα σεναρίων με υποψήφιες μεταβλητές θορύβου και μεταβλητές ελέγχου:

<b>ΕΦΑΡΜΟΓΗ</b>	<b>ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ</b>	<b>ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΘΟΡΥΒΟΥ</b>
Εξέλιξη ενός μείγματος κέικ	Ποσότητα ζάχαρης, άμυλου και άλλων συστατικών	Θερμοκρασία φούρνου, χρόνος ψησίματος, ποσότητα γάλακτος που προστίθεται
Εξέλιξη βενζίνης	Συστατικά που αναμιγνύονται, άλλες συνθήκες μεταποίησης	Τύπος οδηγού, συνθήκες οδήγησης, αλλαγές στον τύπο μηχανής
Εξέλιξη σε ένα προϊόν καπνού	Συστατικά και άλλες συγκεντρώσεις, άλλες συνθήκες μεταποίησης	Συνθήκες υγρασίας, συνθήκες αποθήκευσης καπνού
Εξέλιξη μιας φωτοτυπικής μηχανής	Υλικά και άλλες συνθήκες μεταποίησης	Απόκλιση από τις κατευθύνσεις χρήσης που δόθηκαν στο χρήστη
Μεγάλης εμβέλειας χημική διαδικασία	Συνθήκες μεταποίησης, συμπεριλαμβανομένης της ονομαστικής θερμοκρασίας	Αποκλίσεις από την ονομαστική θερμοκρασία, αποκλίσεις από άλλες συνθήκες μεταποίησης
Παραγωγή μιας μηχανής συμπλήρωσης μπουκαλιών απορρυπαντικού	Επιφάνεια περιοχής, γεωμετρία μηχανής	Πρακτικό μέγεθος απορρυπαντικού

Οι παραπάνω εφαρμογές είναι μόνο μερικές απεικονίσεις που δείχνουν παραδείγματα όπου είναι φανερό ότι οι μεταβλητές θορύβου που περιλαμβάνονται δεν μπορούν να ελεγχθούν στη διαδικασία, αλλά μπορούν να ελεγχθούν σε μια πειραματική κατάσταση, δηλαδή σε μια προσπάθεια πειραματικού σχεδιασμού.



Μια σημαντική σημείωση θα πρέπει να γίνει για την εφαρμογή «Μεγάλης εμβέλειας χημική διαδικασία». Στις χημικές και κάποιες άλλες βιομηχανίες, οι ονομαζόμενοι ελεγχόμενοι παράγοντες δεν είναι καθόλου ελεγχόμενοι. Στην πραγματικότητα αν υπάρχει μια ονομαστική θερμοκρασία (π.χ.  $T=250^{\circ}\text{F}$ ) κατά τη διάρκεια της διαδικασίας παραγωγής η θερμοκρασία μπορεί να ποικίλλει μεταξύ  $T=235^{\circ}\text{F}$  και  $T=265^{\circ}\text{F}$  και η ανικανότητα να ελέγξουμε τη θερμοκρασία της διαδικασίας παράγει ανεπιθύμητη μεταβλητότητα στο προϊόν. Ως αποτέλεσμα, η ονομαστική θερμοκρασία (ή ονομαστική πίεση) γίνεται μεταβλητή ελέγχου και η ανοχή σε επίπεδα  $\pm 15^{\circ}\text{F}$  είναι μια μεταβλητή θορύβου.

# 2

## ΕΥΡΩΣΤΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΙ

### 2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ OFF-LINE ΕΛΕΓΧΟ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ

Ο δυτικός βιομηχανικός κόσμος έχει αφοσιωθεί τα τελευταία χρόνια σε μια προσπάθεια εξερεύνησης των μεθόδων παραγωγής που εφαρμόζονται από τις Ιαπωνικές εταιρίες, ώστε να μπορέσει να εξηγήσει το φαινόμενο που ονομάζεται «Ιαπωνική Επανάσταση», καθώς και την ικανότητα για παραγωγή προϊόντων υψηλής ποιότητας, με χαμηλό κόστος. Τελικά το συμπέρασμα ήταν ότι η τεχνική που ακολουθείται για την έρευνα, την ανάπτυξη και τον ποιοτικό έλεγχο των Ιαπωνικών προϊόντων, βασίζεται σε γνωστές στατιστικές μεθόδους που ανακαλύφθηκαν εδώ και 50 χρόνια από επιστήμονες στατιστικολόγους του δυτικού κόσμου.

Η πιο δημοφιλής και πλήρης συλλογή τέτοιων μεθόδων είναι γνωστή με το όνομα «**Μέθοδοι του Taguchi**» (Taguchi Methods) οι οποίες αποσκοπούν στην ελάττωση του παραγωγικού κόστους και την ποιοτική βελτίωση των προϊόντων μέσω του στατιστικού ποιοτικού ελέγχου πριν από την έναρξη της μαζικής παραγωγής (“Off-line Quality Control”).

Η διάδοση των στατιστικών μεθόδων ποιοτικού ελέγχου πριν από την παραγωγή στην Ιαπωνία, μπορεί να αποδοθεί κυρίως στον Taguchi. Ο Taguchi έχει διατελέσει διευθυντής της Ιαπωνικής Ακαδημίας για την Ποιότητα και έχει τιμηθεί τέσσερις φορές με το βραβείο “Deming”. Αυτό δείχνει τη σημασία που αποδίδεται στην συνεισφορά του Taguchi στην εφαρμογή και διάδοση των Στατιστικών μεθόδων για την ποιοτική βελτίωση και την ελάττωση του κόστους της Ιαπωνικής βιομηχανικής παραγωγής. Ο Taguchi θεωρείται ότι έχει συντελέσει σε μεγάλο βαθμό στην επιτυχία της Ιαπωνικής βιομηχανίας διότι προήγαγε σε μεγάλο βαθμό τη στενή συνεργασία στατιστικολόγων και μηχανικών και συνεπώς τη σωστή χρήση των στατιστικών μεθόδων στη βιομηχανία.

## **2.2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΥΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΥΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥΣ**

Ο Taguchi το 1987 επινόησε μια τεχνική βελτίωσης, η οποία χρησιμοποιεί τις μεθόδους του Στατιστικού Σχεδιασμού των Πειραμάτων (Statistical Design of Experiments) για τον αποτελεσματικό χαρακτηρισμό ενός προϊόντος ή των μέσων παραγωγής (όσον αφορά την ποιότητα), σε συνδυασμό με την στατιστική ανάλυση της διασποράς τους, με κύρια επιδίωξη την ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας με το χαμηλότερο κόστος. Η μέθοδος του Taguchi, με τη βοήθεια του παραμετρικού σχεδιασμού (parameter design), εφαρμόζει την αρχή της αλλαγής πολλών παραγόντων κάθε φορά, πράγμα που κοστίζει λιγότερο και δίνει γενικά πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Υπάρχουν διάφοροι στατιστικοί σχεδιασμοί, οι οποίοι προσαρμόζονται σε κάθε πειραματική δυνατότητα. Οι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί χρησιμοποιούνται περισσότερο, αφού παρέχουν μια οικονομική μέθοδο μελέτης πολλών παραγόντων σε ένα πείραμα, αγνοώντας μόνο κάποιες αλληλεπιδράσεις παραγόντων υψηλής τάξης, κάτι που θεωρείται ως ζήτημα χαμηλού κινδύνου, αφού οι αλληλεπιδράσεις υψηλής τάξης είναι συνήθων μη στατιστικά σημαντικές και ούτως ή άλλως δύσκολα ερμηνεύονται.

## **2.3. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ TAGUCHI**

Ο Taguchi, με τη βοήθεια του παραμετρικού σχεδιασμού, στοχεύει στο να μειωθεί η μεταβλητότητα ενός προϊόντος ή ενός συστήματος. Ο Taguchi ορίζει την ποιότητα ενός προϊόντος με αρνητικό τρόπο, δηλαδή ως την απώλεια που μεταβιβάζεται στην κοινωνία από τη στιγμή που της αποστέλλεται το προϊόν. Η απώλεια αυτή συμπεριλαμβάνει εν γένει και το κόστος, το οποίο προέρχεται από την απόρριψη των προϊόντων που δεν ικανοποιούν τις προδιαγραφές, από τα έξοδα του ποιοτικού ελέγχου, από τη συντήρηση ή αντικατάσταση επιστρεφόμενης παραγωγής που πωλήθηκε με εγγύηση και από την απώλεια πελατών που προέρχεται από την κακή ποιότητα του προϊόντος. Το σημαντικότερο όμως είναι ότι, σύμφωνα με τον Taguchi, ένα προϊόν προξενεί απώλεια όχι μόνο όταν βρίσκεται εκτός προδιαγραφών, αλλά και όταν παρεκκλίνει του στόχου του. Κάθε πρόγραμμα ποιοτικής βελτίωσης θα πρέπει να έχει ως βασικό του στόχο την ελαχιστοποίηση της διασποράς της απόδοσης του προϊόντος σε σχέση με τον στόχο του. Όσο μικρότερη είναι η διασπορά της απόδοσης, τόσο καλύτερη είναι η ποιότητα. Όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση από το στόχο, τόσο μεγαλύτερη είναι και η απώλεια. Η απώλεια αυτή μετριέται από τη **συνάρτηση απώλειας** (loss function) του Taguchi,

η οποία ενοποιεί την απώλεια με τις προδιαγραφές λειτουργίας μέσω μιας τετραγωνικής σχέσης.

Η απώλεια αυτή είναι ανάλογη με το τετράγωνο της απόκλισης από τον στόχο. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η βασική σχέση για την συνάρτηση απώλειας  $L(y)$  και μια γραφική παράσταση της απώλειας για την κοινωνία, όταν η απόδοση ( $y$ ) του προϊόντος αποκλίνει από τον επιθυμητό στόχο  $t$ . Στην σχέση αυτή το  $M$  είναι η απώλεια του παραγωγού (με οικονομικούς όρους), όταν η ανοχή  $D$  (προδιαγραφές) του πελάτη παραβιάζεται.

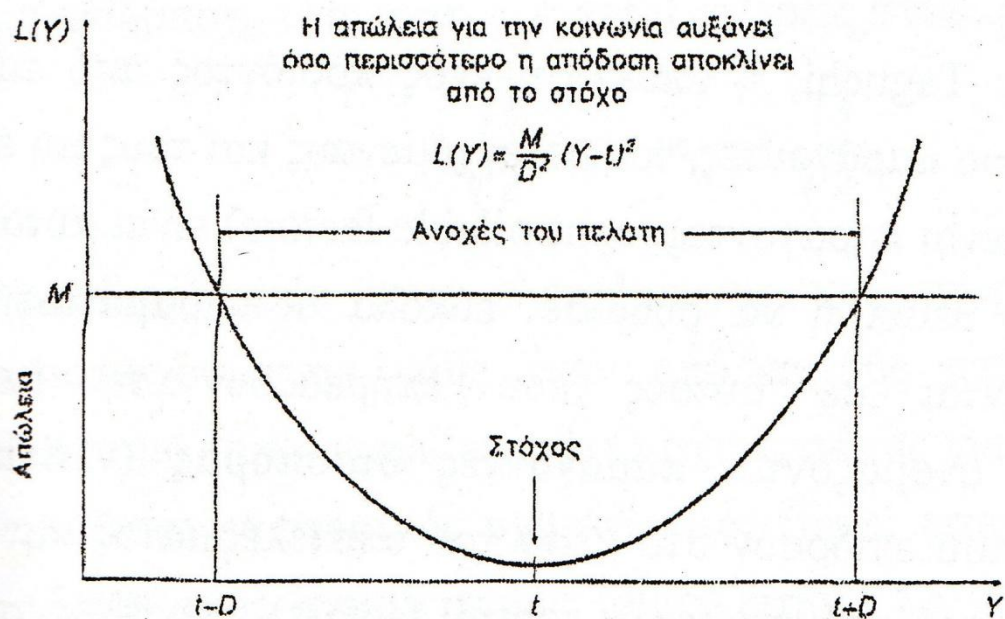
Η συνάρτηση της απώλειας  $L(y)$  δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$L(y) = k(y - t)^2$$

Όπου  $y$ : η απόδοση του προϊόντος

$t$ : ο επιθυμητός προκαθορισμένος στόχος

$k$ : το πηλίκο της απώλειας  $M$  προς το τετράγωνο της ανοχής  $D$  (προδιαγραφές)



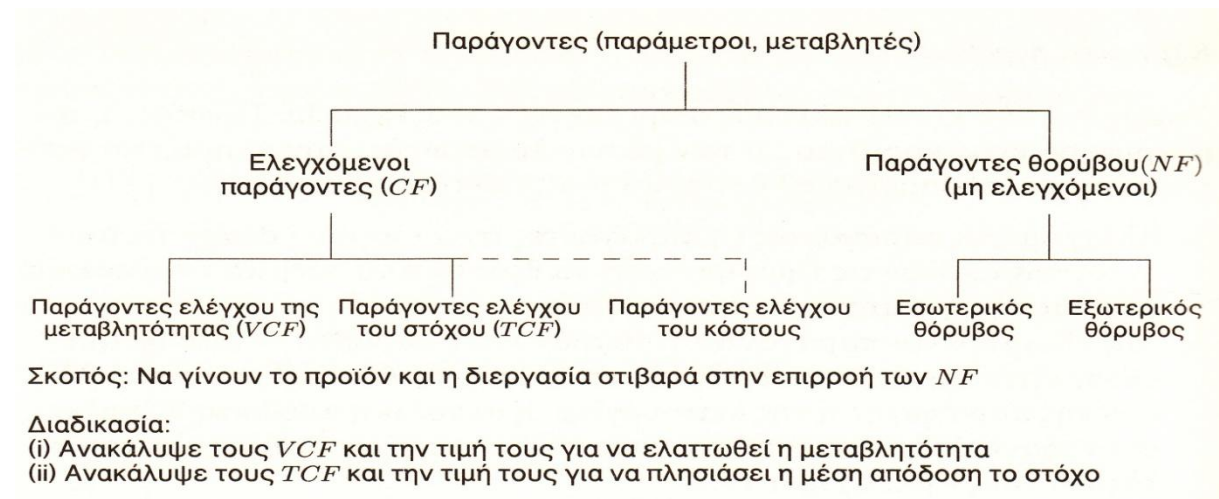
Σχήμα 2.1. Η συνάρτηση απώλειας του Taguchi

### 2.3.1. Αντικειμενικός σκοπός

Ο αντικειμενικός σκοπός των προσπαθειών του Taguchi είναι η βελτίωση της παραγωγικής διαδικασίας και του σχεδιασμού του προϊόντος, μέσα από τον προσδιορισμό εύκολα ελεγχόμενων παραγόντων και των ρυθμίσεών τους, που ελαχιστοποιούν τη διασπορά όσον αφορά στην επίδοση του προϊόντος, ενώ



στην επιθεώρηση ποιοτικό έλεγχο. Ο στόχος είναι να μειωθεί η μεταβλητότητα με την τροποποίηση των παραγόντων ελέγχου της μεταβλητότητας, ενώ θα διατηρείται η απαιτούμενη μέση απόδοση μέσω της ρύθμισης των παραγόντων ελέγχου του στόχου.



Σχήμα 2.3. Διαχωρισμός παραγόντων

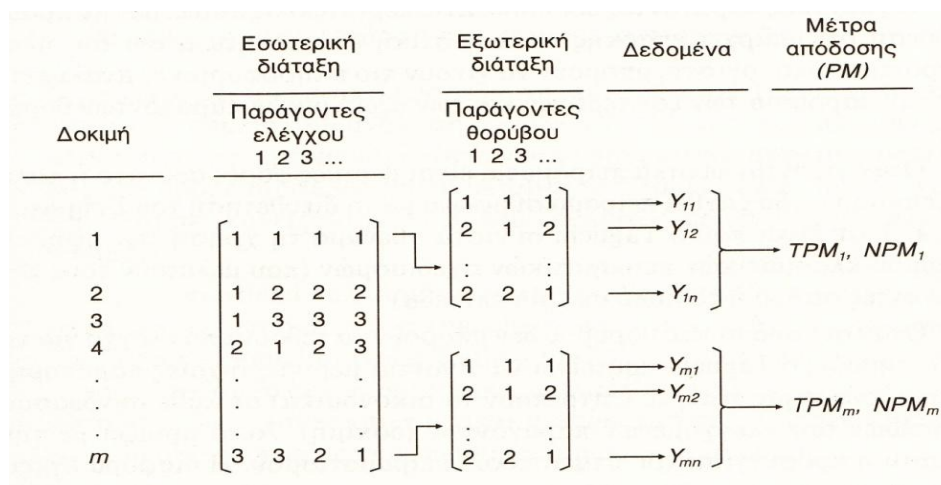
### 2.3.2. Παραμετρικός Σχεδιασμός

Αυτό είναι το μέρος της τεχνικής το οποίο προσδιορίζει εκείνες τις τιμές των ελεγχόμενων παραγόντων οι οποίες μειώνουν τη διασπορά της απόδοσης (που προξενούν οι παράγοντες θορύβου), ενώ διατηρείται στο στόχαστρο η εξεταζόμενη επίδοση. Επομένως, στο στάδιο αυτό, προσπαθεί κανείς να μειώσει ή να απομακρύνει την επιρροή των παραγόντων θορύβου και όχι τους ίδιους τους παράγοντες θορύβου. Η επιρροή αυτή (διασπορά), προσομοιώνεται κατά τη διάρκεια του πειράματος, με τη συστηματική εναλλαγή των παραγόντων θορύβου σε κάθε έναν από τους διάφορους συνδυασμούς τιμών των υπό εξέταση ελεγχόμενων παραγόντων.

Οι συνδυασμοί τιμών των ελεγχόμενων παραγόντων που μελετάμε βρίσκονται στις σειρές ενός πειραματικού σχεδιασμού (εσωτερική διάταξη), συνήθως μιας κλασματικής ορθογώνιας διάταξης. Σε έναν τέτοιο σχεδιασμό, κάθε επίπεδο (τιμή) του παράγοντα συνδυάζεται με κάθε επίπεδο όλων των άλλων παραγόντων ίσες φορές.

Σε κάθε συνδυασμό επιπέδων των ελεγχόμενων παραγόντων, θα πρέπει να γίνονται κάποιες παρατηρήσεις κατά την αλλαγή των τιμών των παραγόντων θορύβου (με την προϋπόθεση φυσικά ότι οι παράγοντες θορύβου μπορούν να ελεγχθούν και να μεταβληθούν, τουλάχιστον για τους σκοπούς του πειράματος). Μπορεί κατόπιν να χρησιμοποιηθεί μια κλασματική ορθογωνική διάταξη για να καθορίσει επίσης τους συνδυασμούς των επιπέδων στους παράγοντες θορύβου (εξωτερική διάταξη). Σε μια τέτοια περίπτωση, ο πειραματιστής μπορεί να προσομοιώσει τη μεταβλητότητα (την επίδραση) των παραγόντων θορύβου σε κάθε συνδυασμό τιμών των ελεγχόμενων παραγόντων και να προσδιορίσει τον συνδυασμό που ελαχιστοποιεί αυτήν τη μεταβλητότητα.

Τα παραπάνω μπορούν να παρασταθούν γραφικά όπως φαίνεται στο σχήμα 2.4. Για κάθε μια από τις  $m$  σειρές της εσωτερικής διάταξης, οι  $n$  σειρές της εξωτερικής διάταξης θα δώσουν (τουλάχιστον)  $n$  παρατηρήσεις της εξεταζόμενης επίδοσης (δηλαδή για ολόκληρο το πείραμα θα πάρουμε τουλάχιστον  $nm$  τιμές δεδομένων). Αυτές οι παρατηρήσεις θα χρησιμοποιηθούν αργότερα για τον υπολογισμό ορισμένων μέτρων απόδοσης για κάθε μια από τις  $m$  εσωτερικές σειρές.



Σχήμα 2.4. Πειραματική διάταξη

Η εξωτερική διάταξη είναι ένα επιλεγμένο, και όχι τυχαίο, υποσύνολο του χώρου θορύβου. Τα πειραματικά επίπεδα για τους παράγοντες θορύβου θα πρέπει να έχουν επιλεγεί κατάλληλα, έτσι ώστε να καλυφθεί επαρκώς ο χώρος θορύβου. Αν η κατανομή ενός παράγοντα θορύβου  $N_i$  είναι γνωστή, με μέσο  $m_i$  και τυπική απόκλιση  $s_i$ , ο Taguchi προτείνει τα ακόλουθα. Αν υποθέσουμε ότι το  $N_i$  έχει γραμμική επίδραση, ο παράγοντας αυτός δοκιμάζεται στα ακόλουθα δυο επίπεδα:

$$m_i - s_i \text{ και } m_i + s_i$$

ενώ, αν θεωρήσουμε ότι το  $N_i$  έχει καμπυλόγαμμη επίδραση, τότε ελέγχεται στα ακόλουθα τρία επίπεδα:

$$m_i - s_i \sqrt{\frac{3}{2}}, m_i, m_i + s_i \sqrt{\frac{3}{2}}$$

Αυτές οι επιλογές των πειραματικών επιπέδων είναι προφανώς βασισμένες στην υπόθεση ότι οι παράγοντες θορύβου έχουν κατά προσέγγιση συμμετρικές κατανομές.

Ένα πείραμα παραμετρικού σχεδιασμού μπορεί να διεξαχθεί είτε με φυσικές δοκιμές, είτε με δοκιμές προσομοίωσης στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, με την προϋπόθεση ότι η επίδοση μπορεί να υπολογισθεί αριθμητικά μέσω ενός μοντέλου επίδοσης. Το μοντέλο αυτό θα πρέπει να συνδυάζει τα χαρακτηριστικά απόδοσης του προϊόντος με τους ελεγχόμενους παράγοντες και τους παράγοντες θορύβου. Στις περιπτώσεις αυτές, με την προϋπόθεση ότι υπάρχει επαρκής υπολογιστική δυνατότητα μέσω του ηλεκτρονικού υπολογιστή, μπορούν να γίνουν πιο πληροφοριακές αναλύσεις με την παρουσία των εσωτερικών και των εξωτερικών παραγόντων θορύβου.

Όταν γίνονται φυσικά πειράματα, είναι μερικές φορές αδύνατο ή αρκετά δαπανηρό να διεξαχθεί πείραμα σύμφωνα με τη διευθέτηση του Σχήματος 2.4. Τότε είναι που ο Taguchi συνιστά σθεναρά τη χρήση των υψηλού βαθμού κλασματικών πειραματικών σχεδιασμών (που μελετούν τους παράγοντες σε δύο ή το πολύ σε τρία επίπεδα).

Όταν οι παράγοντες θορύβου δε μπορούν να τεθούν υπό έλεγχο για να μελετηθούν, ο Taguchi προτείνει να γίνονται μερικές τυχαίες παρατηρήσεις (όσες περισσότερες επιτρέπουν τα οικονομικά) σε κάθε συνδυασμό επιπέδων των ελεγχόμενων παραγόντων (δοκιμή). Αυτό μοιάζει με την κλασική προσέγγιση του στατιστικού πειραματισμού. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι ο Taguchi χρησιμοποιεί τις επαναλήψεις κάθε δοκιμής για τον προσδιορισμό ενός μέτρου της μεταβλητότητας που αντανακλά τις επιρροές των παραγόντων θορύβου σε αυτήν τη δοκιμή, ενώ στην κλασική περίπτωση, οι επαναλήψεις χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό του συνολικού πειραματικού σφάλματος και μελετάται μόνο η μέση επίδοση.



## **2.4. ΤΑ ΒΑΣΙΚΑ ΣΗΜΕΙΑ ΤΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΥ TAGUCHI**

1. Αλλάξτε το χρόνο εφαρμογής του ποιοτικού ελέγχου από εν σειρά σε εκτός σειράς. Έτσι θα μπορέσετε να μειώσετε την ανάγκη της (μαζικής) επιθεώρησης, να οικοδομήσετε την ποιότητα στο προϊόν και τα μέσα παραγωγής και, επομένως, «να το κάνετε σωστά από την αρχή».
2. Αλλάξτε τη διαδικασία πειραματισμού από τη μέθοδο της μεταβολής ενός παράγοντα κάθε φορά σε αυτήν της μεταβολής πολλών παραγόντων ταυτόχρονα, μέσω των τεχνικών του στατιστικού πειραματικού σχεδιασμού.
3. Αλλάξτε τους αντικειμενικούς σκοπούς των πειραμάτων και τον ορισμό της ποιότητας: από «επίτευξη συμμόρφωσης ως προς τις προδιαγραφές» σε «επίτευξη του στόχου και ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας».
4. Αλλάξτε τη συμπεριφορά σας απέναντι στους μη-ελεγχόμενους παράγοντες: απομακρύνετε την επιρροή και όχι το αίτιο, συντονίζοντας κατάλληλα τους ελεγχόμενους παράγοντες.

## **2.5. ΤΑ ΒΗΜΑΤΑ ΤΟΥ TAGUCHI**

Υπάρχουν ορισμένα βήματα που προτείνει ο Taguchi για τη διεξαγωγή πειραματικών μελετών. Παρακάτω θα σκιαγραφήσουμε τα βήματα αυτά, τα οποία πάντοτε θα πρέπει να ακολουθούνται κατά το στάδιο του παραμετρικού σχεδιασμού:

1. **Ορίστε το πρόβλημα:** Δώστε μια σαφή διατύπωση του προβλήματος προς επίλυση. Είναι σημαντικό να ξεκαθαρίσετε αυτό ακριβώς που το πείραμα σκοπεύει να κάνει.
2. **Προσδιορίστε τον αντικειμενικό σκοπό:** Καθορίστε τα χαρακτηριστικά εκροής (επιδόσεις) που θα πρέπει να μελετηθούν και τελικά να αριστοποιηθούν (κατά προτίμηση μετρήσιμα και γραμμικά) και προσδιορίστε τη μέθοδο μέτρησης. Για να αποδείξετε την αξιοπιστία της μέτρησης, μπορεί να χρειαστεί ένα ξεχωριστό πείραμα.
3. **Οργανώστε μια συνεδρίαση καταιγισμού ιδεών:** Αυτό είναι ένα πολύ σημαντικό στάδιο στην εκτέλεση μιας πειραματικής μελέτης. Οι μάνατζερ και οι εργαζόμενοι που έχουν στενή σχέση με την παραγωγική διαδικασία ή το εξεταζόμενο προϊόν, θα πρέπει να συναντηθούν για να αποφασίσουν

τους ελεγχόμενους και μη-ελεγχόμενους παράγοντες και να προσδιορίσουν τον πειραματικό χώρο και τα αντίστοιχα επίπεδα παραγόντων. Ο Taguchi πιστεύει ότι είναι γενικά προτιμότερο να εξεταστούν το οικονομικότερο δυνατόν περισσότεροι παράγοντες (και όχι αλληλεπιδράσεις) στην αρχική εξέταση.

4. **Σχεδιάστε το πείραμα:** Επιλέξτε τους κατάλληλους πειραματικούς σχεδιασμούς, τοποθετώντας τους ελεγχόμενους παράγοντες και τις αλληλεπιδράσεις τους στις στήλες της εσωτερικής διάταξης και τους παράγοντες θορύβου στις στήλες της εξωτερικής διάταξης (βλ. Σχήμα 2.4.).
5. **Προχωρήστε στη διεξαγωγή του πειράματος:** Εκτελέστε τις πειραματικές δοκιμές και συλλέξτε τα πειραματικά δεδομένα.
6. **Αναλύστε τα δεδομένα:** Υπολογίστε τα μέτρα απόδοσης (TPM και NPM) κάθε πειραματικής δοκιμής της εσωτερικής διάταξης και αναλύστε αυτές τις δοκιμές, χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες τεχνικές στατιστικής ανάλυσης.
7. **Ερμηνεύστε τα αποτελέσματα:** Προσδιορίστε τους παράγοντες ελέγχου της μεταβλητότητας (VCF) και τους παράγοντες ελέγχου του στόχου (TCF) και επιλέξτε τα βέλτιστα επίπεδά τους. Για τους VCF τα βέλτιστα επίπεδα είναι εκείνα που μεγιστοποιούν το NPM (ελαχιστοποιούν τη μεταβλητότητα στην επίδοση), ενώ για τους TCF εκείνα που οδηγούν τη μέση επίδοση πλησιέστερα στην τιμή-στόχο. Κάνετε πρόβλεψη της απόδοσης της διαδικασίας κάτω από τις βέλτιστες συνθήκες.
8. **Προχωρήστε στη διεξαγωγή ενός επαληθευτικού πειράματος:** Είναι απαραίτητο να επαληθεύσετε, με κάποιες επακόλουθες πειραματικές δοκιμές, ότι οι νέοι συνδυασμοί τιμών των παραμέτρων βελτιώνουν τα μέτρα απόδοσης σε σχέση με τις τιμές που αντιστοιχούν στις αρχικές ρυθμίσεις. Πρέπει να διεξάγεται πάντοτε ένα επαληθευτικό πείραμα για να επικυρωθούν τα προβλεφθέντα αποτελέσματα. Ένα επιτυχημένο επαληθευτικό πείραμα θα κατευνάσει τις ανησυχίες σε σχέση με τις πιθανότητες εσφαλμένης επιλογής των επιπέδων παραγόντων και του πειραματικού σχεδιασμού, εσφαλμένων υποθέσεων ότι δεν υπάρχουν αλληλεπιδράσεις ή ακατάλληλων υποθέσεων που στηρίζουν το μοντέλο επίδοσης.

Αν τα προβλεφθέντα αποτελέσματα (από το 7<sup>ο</sup> βήμα) δεν επαληθευτούν ή αν τα αποτελέσματα είναι κατά τα άλλα μη ικανοποιητικά, μπορεί να χρειαστεί να γίνουν επιπλέον πειράματα και ίσως να είναι απαραίτητη μια επανάληψη των βημάτων 3 έως 8.

## 2.6. ΟΙ ΝΕΕΣ ΙΔΕΕΣ

Η κυρίαρχη ιδέα στη φιλοσοφία του Taguchi είναι ότι οι στατιστικές δοκιμές ενός προϊόντος θα πρέπει να διεξάγονται στο *στάδιο του σχεδιασμού* έτσι ώστε το προϊόν και τα μέσα διαδικασίας να αποκτήσουν *ευρωστία* απέναντι στη μεταβλητότητα του περιβάλλοντος κατασκευής και χρήσης. Από εκεί και ο ευρέως διαδεδομένος όρος «εκτός σειράς έλεγχος ποιότητας», όπου εκτός σειράς είναι μια φάση προ της παραγωγής ή ανεξάρτητη της παραγωγής. Αυτό είναι διαφορετικό από τις μεθόδους «εν σειρά», όπως είναι οι αναλυτικές τεχνικές δειγματοληψίας/επιθεώρησης της διεργασίας, οι οποίες βρίσκονται κάτω από το γενικό τίτλο στατιστικός έλεγχος ποιότητας.

Ο Taguchi προτιμάει να μετράει την ποιότητα με τη *στατιστική αξιοπιστία*, όπως με την τυπική απόκλιση ή το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και όχι με τα ποσοστιαία ελαττώματα ή άλλα παραδοσιακότερα κριτήρια που βασίζονται στην ανοχή. Το βασικό κριτήριο είναι το να διατηρείται η απόδοση σε μια τιμή-στόχο ενώ ελαχιστοποιείται η μεταβλητότητα, έτσι ώστε να έχουμε βέλτιστο αποτέλεσμα από κάθε άποψη (στην πραγματικότητα το κριτήριο αυτό δεν είναι νέο αφού αποτέλεσε ήδη τη βάση για τον εν σειρά έλεγχο).

Επιπλέον ο Taguchi κάνει διαχωρισμό μεταξύ των ελεγχόμενων παραγόντων ή των μεταβλητών σχεδιασμού που ο σχεδιαστής έχει υπό έλεγχο, και των παραγόντων θορύβου. Η ιδέα της μεταβολής των ελεγχόμενων παραγόντων ως συντελεστών επίτευξης του στόχου δεν είναι νέα. Η σημαντική συνεισφορά του έγκειται στη συστηματική συμπερίληψη στον πειραματικό σχεδιασμό των παραγόντων θορύβου, δηλαδή των μεταβλητών πάνω στις οποίες ο σχεδιαστής δεν έχει κανένα έλεγχο, οι οποίες όμως μπορούν να ελεγχθούν κατά τη διάρκεια του πειράματος. Επίσης, έκανε τη διάκριση μεταξύ των παραγόντων εσωτερικού θορύβου (π.χ. η φθορά των συστατικών και η μεταβλητότητα των υλικών) και εξωτερικού θορύβου (περιβαλλοντικές συνθήκες). Επίσης διαχωρίζει τους ελεγχόμενους παράγοντες (όπου είναι δυνατόν) σε εκείνους που επηρεάζουν τη μέση επίδοση και τη μεταβλητότητα, με το ζήτημα του κόστους να παίζει ρόλο στο χειρισμό των μεταβλητών οι οποίες δεν επηρεάζουν ούτε το μέσο ούτε τη μεταβλητότητα (παράγοντες κόστους). Ο σχεδιασμός ανοχής είναι ένα συμπληρωματικό μέρος της φιλοσοφίας, το οποίο παρέχει τα μέσα ανάλυσης της επίδρασης των παραγόντων εσωτερικού θορύβου και ανοχής στην απόδοση.

Μια από τις βασικές συνεισφορές του Deming, η οποία έχει αναγνωρισθεί στην Ιαπωνία εδώ και σαράντα χρόνια, είναι η αναγκαιότητα να μετακινηθεί προς τα πίσω ο ποιοτικός έλεγχος, από την (τελική) επιθεώρηση στον κατάλληλο έλεγχο της διεργασίας (μέσω του Σ.Ε.Δ.): ελέγχουμε τη διεργασία και η επιθεώρηση καθίσταται περιττή. Μπορούμε να θεωρήσουμε τη συμβολή του Taguchi ως περαιτέρω βήμα

προς τα πίσω, στο στάδιο του σχεδιασμού. Ωστόσο οι αρχές φιλοσοφίας τους είναι παρόμοιες και 'έλεγχος' είναι η λέξη που τις συνοψίζει με τον καλύτερο τρόπο.

## **2.7. ΣΥΝΘΕΣΗ**

Η τεχνική που προτείνει ο Taguchi είναι ένα απλοποιημένο, ολοκληρωμένο σύστημα εφαρμογής στατιστικών πειραματικών σχεδιασμών. Έχει ήδη αποδειχτεί ικανό να βελτιώσει απλές αλλά και σύνθετες διεργασίες και προϊόντα με τα ελάχιστα απαιτούμενα πειράματα στο εκτός σειράς στάδιο. Ενθαρρύνει τον κατάλληλο πειραματισμό και τη στενότερη σχέση μεταξύ στατιστικολόγων και μηχανικών και αυξάνει τη συνειδητοποίηση της στατιστικής αναγκαιότητας στο βιομηχανικό τομέα. Το σημαντικότερο, ολοκληρώνει τον κύκλο της ολικής ποιότητας: «**Taguchi**» για την εκτός σειράς βελτίωση της ποιότητας, «**Σ.Ε.Δ.**» για την εν σειρά βελτίωση της ποιότητας, «**Deming**» για την ποιοτική βελτίωση της διοίκησης.

Ο Σ.Ε.Δ. μπορεί να βοηθήσει το χειριστή στην εξάλειψη ειδικών αιτιών ελαττωμάτων, θέτοντας έτσι τη διεργασία υπό έλεγχο. Η δυνατότητά του να δρα ή να αντιδρά προτού να βρεθεί εκτός ελέγχου η διεργασία, τον καθιστά ιδανικό εργαλείο για την προληπτική συντήρηση. Από εκεί και πέρα, η περαιτέρω βελτίωση μια διεργασίας η οποία βρίσκεται υπό έλεγχο είναι καθήκον της διοίκησης. Εκεί είναι που εισάγονται οι αρχές του Deming. Σύμφωνα με τον Deming η διοίκηση θα πρέπει να επενεργήσει επί του ιδίου του συστήματος, όπου σύστημα είναι οι τρέχουσες δραστηριότητες ολόκληρης της επιχείρησης που αφορούν στην εκπαίδευση, την επικοινωνία και τη συνεργασία, την αγορά των υλικών, το σχεδιασμό, την έρευνα και ανάπτυξη, τη συντήρηση και τη διαθεσιμότητα εξοπλισμού και προσωπικού.

Όμως υπάρχει και κάτι ακόμα που είναι απαραίτητο: η διαρκής βελτίωση της κατασκευαστικής διαδικασίας, έτσι ώστε να διασφαλιστεί η παραγωγή στιβαρών προϊόντων. Και εκεί εμφανίζεται ο Taguchi. Ξεκινάει εκεί όπου τελειώνει ο Σ.Ε.Δ. Μπορεί να βοηθήσει στον προσδιορισμό των κοινών αιτιών της διασποράς, τις πλέον δύσκολες αιτίες να προσδιοριστούν και να εξαλειφθούν σε μια διεργασία. Επιχειρεί να πάει ακόμα μακρύτερα: προσπαθεί να κάνει τα μέσα διαδικασίας και το προϊόν εύρωστα έναντι στις επιρροές τους (εξάλειψη της επιρροής και όχι του αιτίου) στο στάδιο του σχεδιασμού. Πράγματι αν κανείς ασχοληθεί με τους μη-ελεγχόμενους παράγοντες (παράγοντες θορύβου), δεν υπάρχει εναλλακτική επιλογή. Ακόμα και αν είναι αδύνατη η απομάκρυνση της επιρροής, παρέχει μια συστηματική διαδικασία ελέγχου του θορύβου (μέσω του σχεδιασμού ανοχής) με το ελάχιστο κόστος.

Μια επιτυχία της μεθόδου του Taguchi σε μια διεργασία η οποία δε βρίσκεται υπό στατιστικό έλεγχο θα είναι βραχυπρόθεσμη. Χρειάζεται η δυνατότητα πρόβλεψης της διεργασίας προτού λάβει χώρα ο πειραματισμός και η ανάλυση του Taguchi. Δεν έχει και πολύ νόημα να επιχειρεί κανείς να προσδιορίσει τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων διεργασίας, αν αυτές οι παράμετροι δεν μπορούν να ελεγχθούν επαρκώς στο μέλλον. Αυτό μας παραπέμπει στην αναγκαιότητα του στατιστικού ελέγχου διεργασίας.

## **2.8. ΚΑΘΑΡΗ ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΚΑΙ Ο ΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ**

Σύμφωνα με τον Taguchi η χρήση των F-λόγων στην ανάλυση ANOVA βοηθάει μόνο στο να αξιολογηθεί ποιοτικά αν υπάρχουν παραγοντικές επιδράσεις. Αυτό που χρειάζεται κανείς είναι μια στατιστική αξιολόγηση, κάτι που μπορεί να το πάρει με τη βοήθεια των λόγων συμβολής (ή λόγων συνεισφοράς). Γενικά ο λόγος συμβολής μιας πηγής (κύριας επίδρασης, αλληλεπίδρασης κ.τ.λ.) αντιπροσωπεύει τη συνεισφορά της μεταβλητότητας της πηγής (σε ποσοστιαίες αναλογίες) ως προς την ολική μεταβλητότητα των πειραματικών αποτελεσμάτων. Μια από τις βασικές χρήσεις του λόγου συμβολής είναι στον τομέα σχεδιασμού ανοχής.

Το μέσο άθροισμα τετραγώνων μιας ορισμένης επίδρασης (σε έναν πίνακα ANOVA) ορίζεται ως ο λόγος του αθροίσματος των τετραγώνων της επίδρασης προς τους βαθμούς ελευθερίας του. Για παράδειγμα για την (κύρια ή αλληλεπίδραση) επιρροή A έχουμε:

$$MAT_A = \frac{AT_A}{\beta\varepsilon_A}$$

και για το υπόλοιπο:

$$MAT_Y = \frac{AT_Y}{\beta\varepsilon_Y}$$

όπου  $AT_Y$  είναι το άθροισμα των τετραγώνων του υπολοίπου (του σφάλματος). Το  $MAT_Y$  είναι διαφορετικά γνωστό ως **διασπορά σφάλματος**.

Όταν αξιολογούμε την επίδραση του A ως προς τη σημαντικότητά της, υπολογίζουμε τον ακόλουθο F-λόγο:

$$F_A = \frac{MAT_A}{MAT_Y} = \frac{AT_A}{\beta\varepsilon_A \times MAT_Y}$$

Αν η επίδραση της πηγής A ήταν αμελητέα, η τιμή  $F_A$  θα έπρεπε να είναι γύρω στο 1, δηλαδή το  $AT_A$  θα έπρεπε να είναι περίπου  $\beta\varepsilon_A \times MAT_Y$ . Επομένως η καθαρή επίδραση του A μπορεί να μετρηθεί ως εξής:

$$AT'_A = AT_A - \beta\varepsilon_A \times MAT_Y$$

Όπου το  $AT'_A$  ονομάζεται *καθαρή διασπορά (ή αμιγής διασπορά)* της πηγής A. Την καθαρή διασπορά του σφάλματος, το  $AT'_Y$ , την παίρνουμε αφαιρώντας τις καθαρές διασπορές όλων των διαθέσιμων πηγών από το ολικό άθροισμα των τετραγώνων  $AT_{ολ}$ .

Έχοντας μετρήσει την καθαρή διασπορά μιας συγκεκριμένης πηγής, μπορούμε να υπολογίσουμε την έκταση στην οποία αυτή η πηγή επηρεάζει τα πειραματικά αποτελέσματα, δηλαδή το μερίδιο της συνολικής πειραματικής διασποράς για το οποίο είναι υπεύθυνη αυτή η πηγή. Αυτό επιτυγχάνεται διαιρώντας την καθαρή διασπορά της πηγής δια του  $AT_{ολ}$  και με αυτό τον τρόπο παίρνουμε το λόγο συμβολής (ΛΣ), ο οποίος σε ποσοστιαία βάση δίνεται από τον τύπο (για την πηγή A):

$$\Lambda\Sigma_A = \frac{AT'_A}{AT_{ολ}} \times 100\% = \frac{AT_A - \beta\varepsilon_A \times MAT_Y}{AT_{ολ}} \times 100\%$$

Παρομοίως έχουμε:

$$\Lambda\Sigma_Y = \frac{AT'_Y}{AT_{ολ}} \times 100\%$$

Το παραπάνω καλύπτει επίσης την περίπτωση μιας συνδυασμένης διασποράς του σφάλματος.

Οι λόγοι συμβολής μπορούν να μετρηθούν και να ερμηνευθούν για τα αποτελέσματα αλληλεπίδρασης (οποιασδήποτε τάξης).

## **2.9. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Όταν η ανάλυση μερικών πειραματικών αποτελεσμάτων έχει υποδείξει τις βέλτιστες ρυθμίσεις των εξεταζόμενων παραμέτρων, συνήθως χρειάζεται να εκτιμηθεί η μελλοντική απόδοση της διεργασίας, κάτω από τις βέλτιστες συνθήκες διεργασίας. Μια μέθοδος πρόβλεψης της μακροπρόθεσμης (κατά μέσο όρο) απόδοσης της διεργασίας θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμη στις καταστάσεις του τύπου «τι θα γινόταν αν...», π.χ. σε περιπτώσεις όπου οι περιορισμοί του κόστους απαγορεύουν τη ρύθμιση ενός ορισμένου παράγοντα στο 'βέλτιστο' επίπεδό του ενώ, μια διαφορετική (σχεδόν βέλτιστη) ρύθμιση θα πρέπει να εξετασθεί και να αξιολογηθεί η επίδρασή της στη μακροπρόθεσμη απόδοση της διαδικασίας.

Εφόσον κάθε διαδικασία εκτίμησης θα πρέπει να βασίζεται σε πειραματικά αποτελέσματα, ο μέσος όρος της εκτιμώμενης απόδοσης μπορεί να θεωρηθεί έγκυρος μόνο με την προϋπόθεση ότι συνεχίζεται η κατάσταση του πειραματισμού. Για παράδειγμα τα σταθερά αίτια (της διασποράς) την ώρα του πειράματος θα πρέπει να θεωρήσουμε ότι θα παραμείνουν σταθερά. Ωστόσο δε μπορούν να αποφευχθούν διάφορες αλλαγές της κατάστασης του πειράματος. Όμως είναι

ακόμα δυνατό να θεωρήσουμε ότι οι διαφορές μεταξύ της βέλτιστης απόδοσης της διεργασίας (δηλαδή εκείνης που μετρήθηκε στα βέλτιστα παραγοντικά επίπεδα) και αυτής που μετρήθηκε σε άλλο συνδυασμό επιπέδων, θα παραμείνουν κατά προσέγγιση οι ίδιες.

Ο Taguchi προτείνει έναν απλό τύπο εκτίμησης, βασισμένο στις μεμονωμένες διαφορές μεταξύ του μέσου όρου των τιμών των επιλεγόμενων παραγοντικών επιπέδων και του συνολικού μέσου. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ενδιαφέρεται κάποιος να υπολογίσει τη μακροπρόθεσμη (κατά μέσο όρο) παραγωγικότητα  $\mu$  μιας διεργασίας, βασιζόμενος στα αποτελέσματα ενός πειράματος, του οποίου οι ενδείξεις θεωρούν ως σημαντικούς τους παράγοντες A και B, με βέλτιστα επίπεδα A(4) και B(1).

Υποθέτουμε ότι ο  $\bar{A}_4$  αντιπροσωπεύει την κατά μέσο όρο παραγωγικότητα στο επίπεδο A(4), που μπορεί πολύ εύκολα να μετρηθεί με την εξαγωγή του μέσου όρου όλων των τιμών δεδομένων που πήραμε, όταν ο παράγοντας A ήταν στο επίπεδο 4. Υποθέτουμε επίσης ότι ο  $\bar{B}_1$  είναι ο μέσος όρος στο επίπεδο B(1) και το M συμβολίζει το συνολικό μέσο όρο όλων των πειραματικών αποτελεσμάτων. Ο μέσος όρος της μακροπρόθεσμης διαδικασίας, στα βέλτιστα επίπεδα A(4) και B(1) μπορεί να εξαχθεί ως εξής:

$$\hat{\mu} = M + (\bar{A}_4 - M) + (\bar{B}_1 - M)$$

Δηλαδή:

*Μακροπρόθεσμη κατά μέσο όρο παραγωγικότητα = (μέσος όρος των πειραματικών τιμών) + (αύξηση της παραγωγικότητας άνω του M όταν επιλέγεται ο A(4)) + (αύξηση της παραγωγικότητας άνω του M όταν επιλέγεται ο B(1))*

Η παραπάνω σχέση μπορεί να εμπεριέχει όχι μόνο τις κύριες επιδράσεις αλλά και αλληλεπιδράσεις με την προϋπόθεση ότι αυτές είναι σημαντικές και είναι διαθέσιμοι οι μέσοι όροι των επιλεγμένων επιπέδων αλληλεπίδρασης. Γενικά:

$$\hat{\mu} = M + \sum (\text{μεσος} \cdot \text{ορος} \cdot \text{του} \cdot \text{επιλεγομενου} \cdot \text{επιπεδου} \cdot \text{της} \cdot \text{πηγης} - M) \quad (2.1)$$

Μπορούμε να αγνοήσουμε τις πηγές που δεν θεωρούνται (στατιστικά) σημαντικές, εφόσον τα να συμπεριληφθούν στην σχέση (2.1) θα αποφέρει μικρή μόνο επίπτωση στη μέτρηση.

Σαφώς το  $\hat{\mu}$  είναι απλώς μια εκτίμηση του πραγματικού μέσου όρου  $\mu$  της διεργασίας, κάτω από επιλεγμένες συνθήκες (με την προϋπόθεση ότι η κατάσταση του πειράματος παραμένει η ίδια). Όρια εμπιστοσύνης το  $\mu$  μπορούν να διαμορφωθούν, με βάση αυτή την εκτίμηση, και η διασπορά σφάλματος μας δίνεται μέσω της ANOVA. Πράγματι,  $(100 - \alpha)\%$  όρια εμπιστοσύνης μπορούν να υπολογισθούν με τη βοήθεια του τύπου:

$$\hat{\mu} \pm \sqrt{F(1, \beta\varepsilon_Y, \alpha) \times MAT_Y \times \frac{1}{n_\varepsilon}} \quad (2.2)$$

όπου το  $MAT_Y$  αντιπροσωπεύει το μέσο άθροισμα τετραγώνων της διασποράς του υπολοίπου (διασπορά σφάλματος),  $\beta\varepsilon_Y$  είναι οι υπολειπόμενοι βαθμοί ελευθερίας,  $F(1, \beta\varepsilon_Y, \alpha)$  είναι η κρίσιμη τιμή από τους F-πίνακες, η οποία εξαρτάται από 1 και  $\beta\varepsilon_Y$  βαθμούς ελευθερίας σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ , και  $n_\varepsilon$  αντιπροσωπεύει τον επαρκή αριθμό επαναλήψεων.

## 2.10. ΕΠΑΡΚΗΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΩΝ

Η γενική σχέση του Taguchi για τον *επαρκή αριθμό επαναλήψεων* είναι η εξής:

$$n_\varepsilon = \frac{N}{\text{ΕΔΠ} + \sum(\text{ΕΠ})} \quad (2.3)$$

όπου:

- $N$  είναι ο συνολικός των τιμών των δεδομένων (το μέγεθος του πειράματος)
- $\text{ΕΔΠ}$  αντιπροσωπεύει τον επαρκή αριθμό των βαθμών ελευθερίας που αποδίδονται στον διορθωτικό παράγοντα (που συνήθως έχει την τιμή 1, εκτός από την περίπτωση της συσσωρευτικής ανάλυσης)
- $\sum(\text{ΕΠ})$  ο συνολικός επαρκής αριθμός βαθμών ελευθερίας που αποδίδονται στις πηγές οι οποίες δεν αγνοήθηκαν κατά την εκτίμηση του μέσου όρου της διεργασίας.

Η τιμή του  $\text{ΕΠ}$  για κάθε πηγή εξαρτάται από τον πειραματικό σχεδιασμό που χρησιμοποιήθηκε. Μερικές αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις είναι οι ακόλουθες:

1. Στην περίπτωση των ορθογώνιων σχεδιασμών ο επαρκής αριθμός των βαθμών ελευθερίας είναι ο συνήθης αριθμός των βαθμών ελευθερίας. Για παράδειγμα, αν  $A$  είναι ένας παράγοντας  $k$ -επιπέδων, τότε:

$$\text{ΕΠ}_A = k - 1$$

ή αν  $B$  ένας άλλος παράγοντας με  $m$  επίπεδα, τότε το  $\text{ΕΠ}$  για το αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης των  $A \times B$  είναι:  $\text{ΕΠ}_{A \times B} = (k - 1)(m - 1)$

2. Όταν ένας παράγοντας τοποθετείται σε μια στήλη με τη βοήθεια της τεχνικής του εικονικού επιπέδου, ο πραγματικός αριθμός επαναλήψεων του

$$\text{δίνεται: } \text{ΕΠ} = \frac{\text{αριθμος} \cdot \text{επιπεδων} \cdot \text{της} \cdot \text{στηλης}}{\text{αριθμος} \cdot \text{επαναληψεων} \cdot \text{των} \cdot \text{εικονικων} \cdot \text{επιπεδων}} - 1$$



Για παράδειγμα υποθέτουμε ότι τοποθετήσαμε στις στήλες  $O\Sigma_{16}(4^5)$  των τεσσάρων επιπέδων, έναν παράγοντα A τριών επιπέδων, έναν παράγοντα B τεσσάρων επιπέδων, και δυο παράγοντες C και D τρεις φορές. Επομένως:

$$E\P_A = \frac{4}{2} - 1$$

$$E\P_C = E\P_D = \frac{4}{3} - 1$$

Θεωρώντας ότι έχουμε  $r$  επαναλήψεις ανά δοκιμή και ότι τα αποτελέσματα A, B, C δεν αγνοήθηκαν έχουμε:

$$n_\varepsilon = \frac{16r}{1 + \left(\frac{4}{2} - 1\right) + \left(\frac{4}{3} - 1\right) + \left(\frac{4}{3} - 1\right)} = \frac{16r}{4 + \frac{4}{3}}$$

3. Όταν η ανάθεση των παραγόντων γίνεται με τη βοήθεια σύνθετων τεχνικών, όπως η δια-παραγοντική τεχνική ή η τεχνική της αδρανούς στήλης, ο υπολογισμός του πραγματικού αριθμού επαναλήψεων που απαιτούνται για την σχέση (2.2) είναι προβληματικός. Στις περιπτώσεις αυτές αντί της (2.2), ο Taguchi προτείνει την ακόλουθη απλή σχέση προσέγγισης για τα όρια εμπιστοσύνης του  $\mu$ :  $\hat{\mu} \pm 3\sqrt{MAT_Y}$

## 2.11. Β-ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ

Ο Taguchi προτείνει να θεωρηθεί το τεστ σημαντικότητας μόνο ως προπαρασκευαστικό στάδιο για την επίτευξη ενός καλύτερου υπολογισμού. Στην πραγματικότητα, υποστηρίζει ότι το να αποδεχτούμε με πλήρη εμπιστοσύνη ότι μια επίδραση είναι σημαντική, απλώς και μόνο επειδή ο  $F$ -λογος συμβαίνει να είναι ελαφρώς μεγαλύτερος μιας κρίσιμης τιμής (από τους  $F$ -πινακες), και να αγνοήσουμε τελείως ένα αποτέλεσμα, αν τύχει ο  $F$ -λογος να είναι ελαφρώς μικρότερος από την κρίσιμη τιμή του, συνιστά απόκλιση από την κοινή λογική. Θεωρεί επίσης ότι η χρησιμότητα των  $F$ -λογων έγκειται μόνο στο ρόλο τους ως υποκατάστατων των  $\beta$ -συντελεστών, οι οποίοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην βελτίωση της σχέσης (2.1), δηλαδή στη βελτίωση του υπολογισμού της μακροπρόθεσμης μέσης τιμής.

Οι  $\beta$ -συντελεστές προέκυψαν από την πεποίθηση του Taguchi ότι κάθε εκτίμηση μιας παραμέτρου συνήθως υπερεκτιμά την πραγματική τιμή αυτής της παραμέτρου. Επομένως υπάρχει η ανάγκη για κάποια έκπτωση (οι  $\beta$ -συντελεστές είναι γνωστοί και με τον όρο *συντελεστές έκπτωσης*). Για παράδειγμα αν κάποιος ενδιαφέρεται για τη διαφορά ανάμεσα σε δυο επίπεδα του παράγοντα A, των οποίων οι πραγματικές μέσες τιμές είναι αντίστοιχα  $\mu_1$  και  $\mu_2$ . Για να βελτιώσουμε

τη μέτρηση, χρειαζόμαστε ένα συντελεστή έκπτωσης  $\beta$ , ο οποίος όταν εφαρμοστεί στην αρχική εκτίμηση, θα αυξάνει την ακρίβειά της. Ένας τέτοιος συντελεστής θα ελαχιστοποιούσε το μέσο τετράγωνο του

$$D = \beta(\bar{A}_1 - \bar{A}_2) - (\mu_1 - \mu_2)$$

και θα μπορούσε επομένως να υπολογίζεται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Γενικά η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του συντελεστή έκπτωσης  $\beta(\hat{P})$  μιας παραμέτρου  $\hat{P}$ , ο οποίος όταν πολλαπλασιαστεί με το  $\hat{P}$  μπορεί να μας δώσει μια καλύτερη εκτίμηση του πραγματικού  $P$ . Το  $\hat{P}$  θα μπορούσε να είναι ένας γραμμικός συνδυασμός είτε των τιμών των δεδομένων (όπως είναι ο συνολικός μέσος όρος  $M$ ), είτε των μέσων όρων των επιπέδων (όπως  $\bar{A}_1 - \bar{A}_2, \bar{A}_1 - M$  κ.τ.λ.).

Μπορεί να αποδειχθεί ότι ελαχιστοποιώντας το μέσο τετράγωνο του σφάλματος

$$D = \beta(\hat{P}) \times \hat{P} - P$$

παίρνουμε

$$\beta(\hat{P}) = 1 - \frac{1}{F_p}$$

όπου  $F_p$  είναι ο  $F$ -λόγος της παραμέτρου  $\hat{P}$  (λόγος της διασποράς του  $\hat{P}$  προς τη διασπορά σφάλματος  $MAT_Y$ ). Εφόσον η διαφορά του  $\hat{P}$  κανονικά θα είναι ένα συστατικό μεταβλητότητας που σχετίζεται με ένα βαθμό ελευθερίας, έχουμε

$$F_p = \frac{AT_p}{MAT_Y}$$

όπου το  $AT_p$  αντιπροσωπεύει το άθροισμα των τετραγώνων για το  $P$ . Πρέπει να τονίσουμε ότι όταν ο λόγος  $F_p$  πλησιάζει το άπειρο, η τιμή του  $\beta(\hat{P})$  προσεγγίζει το 1. Από την άλλη πλευρά, όταν το  $F_p$  προσεγγίζει το 1, το  $\beta(\hat{P})$  πλησιάζει το μηδέν. Όταν το  $F_p$  είναι μικρότερο από 1, τότε το  $\beta(\hat{P})$  θεωρείται μηδέν. Γενικά:

$$\beta = \begin{cases} 1 - \frac{1}{F_p}, & F_p > 1 \\ 0, & F_p \leq 1 \end{cases}$$

Τα παραπάνω είναι ενδεικτικά της επιθυμίας του Taguchi να μην αγνοήσει καμία επίδραση, εκτός αν ο  $F$ -λόγος που αντιστοιχεί στη διασπορά της είναι μικρότερος από 1. Όμως είναι επίσης απρόθυμος να αποδεχτεί κάθε μέτρηση στην ολική τιμή της (από όπου και η έκπτωση), ακόμα και αν υπάρχει μεγάλος βαθμός σημαντικότητας. Για παράδειγμα αν ο λόγος  $F$  είναι 10, μας συμβουλεύει να πάρουμε 0.9 φορές το αποτέλεσμα που παρατηρήσαμε κατά τη διάρκεια του πειράματος ως μια πιο αξιόπιστη εκτίμηση της πραγματικής επίδρασης. Αυτό

συμβαίνει επειδή πιστεύει ότι είναι πολύ σπάνιο να συναντήσουμε στο μέλλον μια επίδραση μεγαλύτερη από αυτή που παρατηρήσαμε στο πείραμα. Στις περισσότερες περιπτώσεις, παρατηρείται μια επίδραση μικρότερη από την αναμενόμενη, πράγμα που δικαιολογεί την έκπτωση κατά τον υπολογισμό.

Από τα παραπάνω γίνεται σαφές ότι ο στόχος των συντελεστών  $\beta$  είναι η βελτίωση της αξιοπιστίας των υπολογιστικών τύπων (3.1) και (3.3) (και επομένως και του (3.2)), οι οποίοι τώρα παίρνουν τη μορφή:

$$\hat{\mu}_\beta = M \times \beta(M) + \sum \{(P) \times \beta(P)\} \quad (2.4)$$

και

$$n_{\varepsilon, \beta} = \frac{N}{\beta(\text{E}\Delta\text{Π}) + \sum \{(\text{E}\Pi) \times \beta(P)\}} \quad (2.5)$$

Όπου με το P εννοούμε τώρα την σχέση:

**$P = (\text{μέσος όρος του επιλεγμένου επιπέδου της πηγής} - M)$**

και το άθροισμα  $\sum$  είναι επί των πηγών οι οποίες δεν αγνοήθηκαν κατά την εκτίμηση του  $\hat{\mu}$ .

Επίσης όταν  $P = M$ , τότε  $\beta(M) = 1 - \frac{1}{F_M}$ , όπου  $F_M = \frac{\Delta\text{Π}}{M \text{A} T_Y}$ , και  $\Delta\text{Π}$  ο διορθωτικός παράγοντας.

## **2.12. ΣΥΣΣΩΡΕΥΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

Ο Taguchi συνιστά τη συσσωρευτική ανάλυση για την ανάλυση των διατεταγμένων δεδομένων που είναι κατηγοριοποιημένα σε ένα ορισμένο αριθμό τάξεων ανάλογα με τη σημασία ή τις ιδιότητές τους (π.χ. σε 'κακό', 'μέτριο', 'καλό' και 'εξαιρετικό'), ή για την ανάλυση των χαρακτηριστικών τιμών οι οποίες, παρόλο που κατά βάση είναι συνεχείς, έχουν διαιρεθεί σε έναν αριθμό ομάδων ανάλογα με το μέγεθός τους. Η τεχνική αυτή μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση δεδομένων τα οποία είναι μικτά, δηλαδή κατηγοριοποιημένα διαρκή.

Η διαδικασία που θα πρέπει να ακολουθηθεί για μια τέτοια ανάλυση θα περιγραφεί μέσω της πραγματικής μελέτης περιπτώσεως που παραθέτουμε.

### **Μελέτη περίπτωσης 2.1.**

Διεξήχθη ένα πείραμα ανάμιξης για να καθοριστεί ο κατάλληλος τύπος ενός ορισμένου είδους μελάνης η οποία χρησιμοποιείται στους εκτυπωτές ψεκασμού μελάνης, με σκοπό την επίτευξη υψηλής πρόσφυσης και σύντομου χρόνου στεγνώματος. Θα εστιάσουμε στο πρόβλημα της υψηλής πρόσφυσης σε μεταλλικές

και πλαστικές επιφάνειες. Οι επιφάνειες που χρησιμοποιήθηκαν ήταν φιλμ μυλάρ (πλαστικό) και λαμαρίνα (μέταλλο).

Υπήρξαν 6 εξεταζόμενες ουσίες (παράγοντες):

- MeOH
- Ρητίνη
- Χρώμα
- PM
- Carbitol
- H<sub>2</sub>O

Ακολούθησε η μέθοδος σχεδιασμού για πείραμα ανάμειξης, δηλαδή μια από τις ουσίες, το MeOH, επειδή ήταν συστατικό με τη μεγαλύτερη ποσότητα στο μίγμα, χρησιμοποιήθηκε ως υπόλοιπο και εισήχθη σε κάθε πειραματική δοκιμή, σε αναλογία αρκετή για να φέρει το ολικό άθροισμα των επιπέδων των άλλων παραγόντων στο 100%. Χρησιμοποιήθηκε ο  $O\Sigma_8(2^7)$  για τη μελέτη των επιδράσεων των άλλων 5 ουσιών και δυο αλληλεπιδράσεων, ανάμεσα στο χρώμα και το carbitol και ανάμεσα στο χρώμα και το PM. Οι αναλογίες κάθε ουσίας, σύμφωνα με τον πειραματικό σχεδιασμό που χρησιμοποιήθηκε καταγράφονται στον Πίνακα 2.1:

**Πίνακας 2.1.** Σχεδιασμός του πειράματος για τον τύπο της μελάνης

Δοκιμή	ΣΤΗΛΗ						MeOH (Υπόλοιπο)
	Ουσία:	<b>1</b> ΧΡΩΜΑ (A)	<b>2</b> CARBITOL (B)	<b>4</b> PB (C)	<b>6</b> ΡΗΤΙΝΗ (D)	<b>7</b> H <sub>2</sub> O (E)	
1		1.0	1.5	6.5	8.0	10	73%
2		1.0	1.5	9.5	12.0	20	56%
3		1.0	2.5	6.5	12.0	20	58%
4		1.0	2.5	9.5	8.0	10	69%
5		3.0	1.5	6.5	8.0	20	61%
6		3.0	1.5	9.5	12.0	10	64%
7		3.0	2.5	6.5	12.0	10	66%
8		3.0	2.5	9.5	8.0	20	57%

Η δυνατότητα πρόσφυσης του τύπου της μελάνης σε κάθε πειραματική τιμή ελέγχθηκε, αφού 10 δείγματα μελάνης εκτυπώθηκαν με κωδικό τρόπο στις επιφάνειες, πέντε δείγματα στην πλαστική και πέντε στη μεταλλική επιφάνεια. Μπορούμε επομένως να θεωρήσουμε τον τύπο της επιφάνειας ως παράγοντα θορύβου, ο οποίος προσομοιώνεται σε δυο επίπεδα (πλαστικό και μέταλλο).

Τα τυπωμένα δείγματα αποθηκεύτηκαν τη νύχτα, για ορισμένη χρονική περίοδο κάτω από σταθερές συνθήκες αποθήκευσης. Μετά την ολοκλήρωση ωρίμανση, έγινε η αξιολόγηση της προσκόλλησης, με τη τριβή των έντυπων

δειγμάτων με ένα κατάλληλο λειαντικό υλικό, και μετρήθηκε το πόσες φορές λειάνθηκε ο κωδικός έως ότου γίνει δυσανάγνωστος. Αν χρειάστηκε να τριφτεί πάνω από 26 φορές, το δείγμα της μελάνης θεωρήθηκε υψηλής ποιότητας ως προς την ιδιότητα της πρόσφυσης. Τα δεδομένα καταγράφονται στον Πίνακα 2.2:

**Πίνακας 2.2.** Τιμές δεδομένων του πειράματος για τον τύπο της μελάνης

Δοκιμή	Δεδομένα (Αριθμός τριβών)									
1	2	9	5	25	2	19	15	17	26	13
2	>26	11	20	11	>26	18	11	10	16	6
3	1	2	2	5	>26	11	1	2	4	3
4	15	3	3	19	>26	19	15	3	18	14
5	19	5	2	1	2	2	6	3	>26	4
6	9	6	8	7	3	5	3	7	2	1
7	>26	20	>26	20	>26	>26	>26	>26	24	10
8	>26	>26	1	15	19	>26	>26	26	3	>26

### Ανάλυση

Τα δεδομένα διαιρούνται στις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες:

Κατηγορίες	Εύρος τιμών
I	[1 - 10]
II	[11 - 18]
III	[19 - 26]
IV	[>26]

Η κατηγορία IV είναι η πλέον επιθυμητή.

Η κατανομή συχνότητας ανά δοκιμή, σε σχέση με τις τέσσερις κατηγορίες καταγράφεται στον πίνακα 2.3α, ενώ ο πίνακας 2.3β δείχνει τις αθροιστικές συχνότητες για όλες τις δοκιμές, σε σχέση με τις συσσωρευτικές κατηγορίες. Οι συσσωρευτικές κατηγορίες δηλώνονται σε παρενθέσεις, π.χ. το (III) σημαίνει άθροισμα των κατηγοριών I, II και III.

**Πίνακας 2.3.** Κατηγορίες για συσσωρευτική ανάλυση

Δοκιμή	α: ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ				β: ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ			
	I	II	III	IV	(I)	(II)	(III)	(IV)
1	4	3	3	0	4	7	10	10
2	2	5	1	2	2	7	8	10
3	8	1	0	1	8	9	9	10
4	3	4	2	1	3	7	9	10
5	8	0	1	1	8	8	9	10
6	10	0	0	0	10	10	10	10

7	1	0	3	6	1	1	4	10
8	2	1	1	6	2	3	4	10

Χρησιμοποιώντας τις τιμές του πίνακα 2.3 και τον σχεδιασμό του πίνακα 2.1 μπορούν να μετρηθούν οι συχνότητες και οι αθροιστικές συχνότητες όλων των παραγοντικών επιπέδων, οι οποίες καταγράφονται στον πίνακα 2.4. Για παράδειγμα η αθροιστική συχνότητα του δεύτερου επιπέδου του παράγοντα Α στην κατηγορία (III), δηλαδή 27, δίνεται από το άθροισμα των αθροιστικών συχνοτήτων της (III) από τον πίνακα 2.3 για τις τελευταίες 4 δοκιμές, δηλαδή 9, 10, 4 και 4. Επίσης η αθροιστική συχνότητα της κατηγορίας (IV) για ένα ορισμένο επίπεδο είναι το σύνολο των τεστ που έγιναν σε αυτό το επίπεδο.

**Πίνακας 2.4.** Συχνότητες των παραγοντικών επιπέδων στην συσσωρευτική ανάλυση

Επίπεδα	α: ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ				β: ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ				
	Κατηγορία:	I	II	III	IV	(I)	(II)	(III)	(IV)
A(1)		17	13	6	4	17	30	36	40
A(2)		21	1	5	13	21	22	27	40
B(1)		24	8	5	3	24	32	37	40
B(2)		14	6	6	14	14	20	26	40
C(1)		21	4	7	8	21	25	32	40
C(2)		17	10	4	9	17	27	31	40
D(1)		17	8	7	8	17	25	32	40
D(2)		21	6	4	9	21	27	31	40
E(1)		18	7	8	7	18	25	33	40
E(2)		20	7	3	10	20	27	30	40
A(1)B(1)		6	8	4	2	6	14	18	20
A(1)B(2)		11	5	2	2	11	16	18	20
A(2)B(1)		18	0	1	1	18	18	19	20
A(2)B(2)		3	1	4	12	3	4	8	20
A(1)C(1)		12	4	3	1	12	16	19	20
A(1)C(2)		5	9	3	3	5	14	17	20
A(2)C(1)		9	0	4	7	9	9	13	20
A(2)C(2)		12	1	1	6	12	13	14	20
Ολικά Αθροίσματα		38	14	11	17	38	52	63	80

Για να μετρήσουμε τις επιδράσεις στη διασπορά για κάθε πηγή, υπολογίζουμε πρώτα μια σχετικοποιημένη συνιστώσα της διασποράς  $W(c)$  σε σχέση με κάθε αθροιστική κατηγορία ( $c$ ). Μια τέτοια μέτρηση δεν είναι απαραίτητη για την κατηγορία (IV). Τα  $W$  ορίζονται ως:

$$W(c) = \frac{1}{P(c)(1-P(c))}$$

όπου  $P(c)$  είναι η αναλογία δεδομένων στην αθροιστική κατηγορία ( $c$ ). Για παράδειγμα, αν  $(c) = (I)$ , από τα ολικά αθροίσματα του πίνακα 2.4β έχουμε:

$$W(I) = \frac{1}{P(I)(1-P(I))} = \frac{1}{\frac{38}{80}\left(1-\frac{38}{80}\right)} = \frac{80^2}{38(80-38)} = 4.01$$

Παρομοίως:

$$W(II) = \frac{80^2}{52(80-52)} = 4.4$$

και

$$W(III) = \frac{80^2}{63(80-63)} = 5.98$$

Χρησιμοποιώντας τις σχετικοποιημένες συνιστώσες  $W(c)$ , η ανάλυση της διασποράς συνεχίζεται ως εξής:

Ο διορθωτικός παράγοντες  $\Delta\Pi(c)$  για κάθε αθροιστική κατηγορία ( $c$ ) σχετίζεται με την αντίστοιχη σχετικοποιημένη συνιστώσα  $W(c)$  και ο ολικός  $\Delta\Pi$  υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta\Pi = \Delta\Pi(I) \times W(I) + \Delta\Pi(II) \times W(II) + \Delta\Pi(III) \times W(III) = \frac{38^2}{80} \times 4.01 + \frac{52^2}{80} \times 4.4 + \frac{63^2}{80} \times 5.98 = 517.78$$

( $\beta\varepsilon = 3$ )

Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας που αντιστοιχεί στον ολικό  $\Delta\Pi$  είναι 3, δηλαδή ο ίδιος με τον αριθμό των αθροιστικών κατηγοριών που αναλύθηκαν.

Στην ίδια βάση:

$$AT_{ολ} = AT_{ολ(I)} \times W(I) + AT_{ολ(II)} \times W(II) + AT_{ολ(III)} \times W(III)$$

Τώρα:

$$AT_{ολ(I)} = \sum y^2(I) - \Delta\Pi(I)$$

Η τιμή δεδομένων « $y$ » είναι μια δυαδική τιμή. Και αυτό γιατί το  $y$  έχει είτε την τιμή 1 (ανήκει στην κατηγορία(I)), είτε την τιμή 0 (δεν ανήκει στη (I)).

Επομένως:

$$\sum y^2 \text{ για } (I) = \sum 1^2 \text{ για όλη την κατηγορία } (I) = 38$$

Έτσι:

$$AT_{ολ(I)} = 38 - \frac{38^2}{80} = 38 \left(1 - \frac{38}{80}\right) = \frac{80}{W(I)}$$

και επομένως:

$$AT_{\alpha(I)} \times W(I) = 80$$

Η ίδια σχέση ισχύει και για τις κατηγορίες (II) και (III). Επομένως:

$$AT_{\alpha(I)} = 80 + 80 + 80 = 240$$

$$(\beta\varepsilon = 3 \times 79)$$

Οι ίδιες αρχές ισχύουν για το άθροισμα των τετραγώνων των πηγών. Για παράδειγμα:

$$AT_A = AT_{A(I)} \times W(I) + AT_{A(II)} \times W(II) + AT_{A(III)} \times W(III)$$

$$(\beta\varepsilon = 1 \times 3 = 3)$$

Και παίρνοντας τα αποτελέσματα από τον πίνακα 2.4β:

$$AT_A = \left( \frac{17^2 + 21^2}{40} - \frac{38^2}{80} \right) \times 4.01 + \left( \frac{30^2 + 22^2}{40} - \frac{52^2}{80} \right) \times 4.4 + \left( \frac{36^2 + 27^2}{40} - \frac{63^2}{80} \right) \times 5.98 = 10.377$$

$$(\beta\varepsilon = 3)$$

Παρομοίως βρίσκουμε ότι:

$$AT_B = 21.977, AT_C = 1.097, AT_D = 1.097, AT_E = 1.093$$

$$AT_{A \times B} = \frac{(6^2 + 11^2 + 18^2 + 3^2) \times W(I) + \dots + (18^2 + 18^2 + 19^2 + 8^2) \times W(III)}{20} - \Delta\Pi - AT_A - AT_B = 43.175$$

$$(\beta\varepsilon = 3 \times 72 = 216)$$

Και

$$AT_{A \times C} = 7.665$$

$$(\beta\varepsilon = 3)$$

Τέλος με αφαίρεση έχουμε:

$$AT_Y = AT_{\alpha} - (AT_A + \dots + AT_{A \times C}) = 153.519$$

$$(\beta\varepsilon = 3 \times 72 = 216)$$

Η περίληψη της ANOVA απεικονίζεται στον πίνακα 2.5:

**Πίνακας 2.5.** Περίληψη της ANOVA για τη συσσωρευτική ανάλυση

Πηγή	βε	AT	MAT	F - λόγος	
(A) Χρώμα	3	10.377	3.46	4.9	Σημαντικό
(B) Carbitol	3	21.977	7.33	10.3	Σημαντικό
A × B	3	43.175	14.39	20.2	Σημαντικό
(C) PM	3	1.097	0.37	0.5	
A × B	3	7.665	2.56	3.6	Σημαντικό
(D) Ρητίνη	3	1.097	0.37	0.5	
(E) H <sub>2</sub> O	3	1.093	0.36	0.5	



<b>Υπόλοιπο</b>	216	153.519	0.711
<b>Σύνολο</b>	237	240	

Ο πίνακας ANOVA δηλώνει ότι τα συστατικά A (Χρώμα) και B (Carbitol) είναι σημαντικά στον τύπο του μελανιού όσον αφορά στη δυνατότητα υψηλής πρόσφυσης. Επιπλέον το χρώμα που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται να αλληλεπιδρά σημαντικά με το Carbitol καθώς και με το PM (σε μικρότερο βαθμό), κάτι που καθιστά το PM επίσης σημαντικό παράγοντα.

Χρησιμοποιώντας τις τιμές των παραγοντικών επιπέδων οι οποίες αναφέρονται στον πίνακα 2.4α (συγκεκριμένα για την κατηγορία IV), μπορεί κανείς να αποφασίσει ότι ένας δοκιμαστικός τύπος μελάνης θα είναι

$$A(2)B(2)C(1)D(2)E(2)$$

μεταφρασμένο σε ποσοστά των συστατικών ως

χρώμα (3%), carbitol (2.5%), PM (6.5%), ρητίνη (12%), H<sub>2</sub>O (20%)

και το υπόλοιπο ΜΕΟΗ (56%)

*Παρατήρηση:* Υπήρξαν πολλές αντιρρήσεις σε σχέση με τη μέθοδο της συσσωρευτικής ανάλυσης, από πολλούς αξιολογούς στατιστικολόγους (βλ. Box και Jones (1986), Hamada και Wu (1986)). Ένα εμφανές μειονέκτημα της μεθόδου είναι το γεγονός ότι οι συχνότητες των «αθροιστικών κατηγοριών» δεν είναι ανεξάρτητες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, πιθανή ανίχνευση ψευδών επιδράσεων, καθώς και την ανίχνευση για λάθος αίτιο μικρών πραγματικών επιδράσεων. Πράγματι, κατά την ανάλυση φάνηκε ότι  $AT_{\alpha\beta} = (\text{αριθμός των αναλυθέντων κατηγοριών}) \times (\text{συνολικός αριθμός μετρηθέντων τιμών})$ . Επομένως πάντοτε  $AT_{\alpha\beta} = \text{σταθερά}$ . Τότε, σε ένα πείραμα π.χ. δυο παραγόντων  $AT_{\gamma} = \text{σταθερά} - AT_A - AT_B$  και, επομένως, αν ελέγξουμε τη σημαντικότητα του A, η κατανομή της στατιστικής συνάρτησης του F-λόγου εξαρτάται από τον παράγοντα B. Πράγματι, όπως απέδειξαν οι Hamada και Wu (1986), όταν χρησιμοποιούνται κλασματικοί σχεδιασμοί, η στατιστική συνάρτηση που χρησιμοποιείται στον έλεγχο της σημαντικότητας ενός ορισμένου παράγοντα εξαρτάται από όλους τους άλλους παράγοντες που εξετάζονται.

Άλλο ένα μειονέκτημα της τεχνικής αυτής γίνεται έκδηλο, όταν τη χρησιμοποιούμε σε δεδομένα συνεχή: ομαδοποιώντας αυτά τα δεδομένα, χάνονται πολύτιμες πληροφορίες.

Επομένως είναι προτιμότερο όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί η συσσωρευτική ανάλυση, να δίνεται προσοχή στα εξής:

- Οι κατά σειρά κατηγορίες να είναι όσο το δυνατόν λεπτομερέστερες
- Να χρησιμοποιείται πάντοτε για το πείραμα ένας ισορροπημένος σχεδιασμός
- Η εφαρμογή της τεχνικής σε συνεχή δεδομένα να αποφεύγεται

## 2.13. ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΟΥ TAGUCHI

Ο Taguchi πρότεινε την ομαδοποίηση των παρατηρήσεων σε κάθε εξωτερικό σχηματισμό με τη βοήθεια κάποιων **μέτρων απόδοσης** (performance measures), τα οποία παρέχουν πληροφορία για το μέσο και τη διασπορά. Τα μέτρα απόδοσης ονομάζονται **μέτρα απόδοσης του θορύβου** (signal-to-noise ratios) και η στατιστική ανάλυση γίνεται βασισμένη σε αυτά. Όταν επιθυμούμε ελαχιστοποίηση της απόδοσης (the smaller the better), ο Taguchi συνιστά τη χρήση της σχέσης:

$$SNR_S = -10 \cdot \log \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{n}$$

Στον υπολογισμό του  $SNR_S$  το άθροισμα ως προς  $n$  υπονοεί την άθροιση των τιμών της απόκρισης των συνδυασμών αγωγών του εξωτερικού σχηματισμού. Λόγω του μετασχηματισμού  $-10 \log_{10}$  προσπαθούμε πάντα να μεγιστοποιήσουμε το  $SNR$ . Όταν επιθυμούμε την μεγιστοποίηση της απόδοσης (the larger the better), ο Taguchi συνιστά τη χρήση της σχέσης:

$$SNR_L = -10 \cdot \log \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2}$$

όπου  $y_i$  το αποτέλεσμα  $n$  μετρήσεων για κάθε συνδυασμό ελεγχόμενων παραγόντων. Όπως και παραπάνω προσπαθούμε να μεγιστοποιήσουμε το  $SNR$ .

Όταν το αποτέλεσμα του πειράματος είναι δυαδικό, δηλαδή επιτυχία ή αποτυχία, τότε χρησιμοποιείται το μέτρο:

$$z = 10 \log_{10} \left( \frac{p}{1-p} \right)$$

όπου  $p$  το ποσοστό επιτυχίας στις  $n$  προσπάθειες.

Όταν προσπαθούμε να καθορίσουμε τους ελεγχόμενους παράγοντες, οι οποίοι επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό τη μέση απόδοση, δηλαδή του παράγοντες ελέγχου του στόχου  $t$ , πρέπει να χρησιμοποιήσουμε δυο διαφορετικά  $SNR_S$ . Η επιλογή του κατάλληλου  $SNR$  εξαρτάται από τη φύση του συστήματος. Αν ο μέσος και η διασπορά μπορούν να εναλλαχθούν ανεξάρτητα, ο Taguchi προτείνει ότι ένας ή περισσότεροι **παράγοντες συντονισμού** (tuning factors) πρέπει να χρησιμοποιηθούν για να εξουδετερώσουν τη μεροληψία του συστήματος, δηλαδή να βρεθούν τα κατάλληλα επίπεδά τους για τα οποία  $E(y) = t$ . Αυτοί οι παράγοντες συντονισμού επιτρέπουν στον αναλυτή να αλλάξει το μέσο αφήνοντας ανεπηρέαστη τη διασπορά. Σαν αποτέλεσμα η ανάλυση περιέχει δυο βήματα:

1. Επιλέγουμε τους παράγοντες συντονισμού οι οποίοι καθιστούν  $y = t$

2. Επιλέγουμε τα επίπεδα των άλλων ελεγχόμενων παραγόντων, οι οποίοι μεγιστοποιούν ένα  $SNR$ .

Ο Taguchi προτείνει το επόμενο μέτρο:

$$SNR_T = -10 \log(s^2)$$

$$\text{όπου } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

Για περιπτώσεις στις οποίες η τυπική απόκλιση  $s^2$  των αποκρίσεων σχετίζεται με το μέσο, και κυρίως στην περίπτωση που η σχέση είναι γραμμική, ο Taguchi προτείνει τη χρήση ενός άλλου μέτρου. Σε αυτήν την περίπτωση και πάλι οι παράγοντες συντονισμού επιλέγονται έτσι ώστε να εξουδετερώνουν τη μεροληψία και αφήνουν τον συντελεστή της διασποράς  $\sigma/\mu$  σχεδόν ανεπηρέαστο. Το μέτρο είναι:

$$SNR_{T,v} = 10 \cdot \log \left[ \left( \frac{\bar{y}}{s} \right)^2 \right]$$

Και στις δυο περιπτώσεις μεγιστοποιούμε το  $SNR$ . Η μέθοδος της στατιστικής ανάλυσης είναι απλή και συγκεκριμένα προσπαθούμε να μεγιστοποιήσουμε το  $SNR$ . Η «μοντελοποίηση» που έχει γίνει προηγουμένως σχετίζει το  $SNR$  με τις ελεγχόμενες μεταβλητές σε ένα σενάριο «κυρίως επιδράσεων μόνο». Ο Taguchi σπάνια εκτιμά τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των παραγόντων ελέγχου. Για να εκτιμήσουμε τους ελεγχόμενους παράγοντες που επηρεάζουν το  $SNR$  χρησιμοποιούμε την συνήθη ανάλυση διασποράς (ANOVA). Ανάλυση διασποράς χρησιμοποιούμε και για το μέσο έτσι ώστε να προσδιορίσουμε πιθανούς παράγοντες σχηματισμού.

Τέλος βρίσκουμε τα κατάλληλα επίπεδα των παραγόντων που επιτυγχάνουν το στόχο και τα επίπεδα αυτών που μεγιστοποιούν το  $SNR$ . Έτσι ολοκληρώνονται τα δυο στάδια της διαδικασίας που είναι απαραίτητα. Η επιλογή των επιπέδων των στατιστικά σημαντικών παραγόντων επιτυγχάνεται από την pick the winner ανάλυση στην οποία το κατάλληλο  $SNR$  παριστάνεται γραφικά με την κάθε κύρια επίδραση.

Σύμφωνα με τη μέθοδο του Taguchi μπορούμε να επιλέξουμε βέλτιστα επίπεδα για τους ελεγχόμενους παράγοντες, αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχουν αλληλεπιδράσεις ανάμεσά τους. Σε πολλές περιπτώσεις η μη ύπαρξη των αλληλεπιδράσεων αυτών μπορεί να θεωρηθεί ως μια σίγουρη υπόθεση. Όμως υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στις οποίες οι αλληλεπιδράσεις αυτές έχουν μεγάλη συνεισφορά.

Η χρήση του μέτρου απόδοσης του θορύβου έχει δεχτεί κριτική από έναν αριθμό επιστημόνων, όπως οι Box, Bisgaard και Fung (1988) ([5]), Leon, Shoemaker και

Kacker (1987). Όλοι οι παραπάνω τονίζουν ότι το μέτρο απόδοσης του θορύβου αναμιγνύει το μέσο και τη διακύμανση της απόκρισης έτσι ώστε η μεγιστοποίησή του μπορεί να προκαλέσει ένα επιθυμητό μέσο με μεγάλη διακύμανση ή μια χαμηλή διακύμανση με ανεπιθύμητη απόκριση μέσου. Η πρωτότυπη επιλογή μέτρου απόδοσης θορύβου του Taguchi ως μέτρο απόδοσης βασίστηκε στην επιθυμία του να ελαχιστοποιήσει την αναμενόμενη απώλεια όταν χρησιμοποιούσε μια τετραγωνική συνάρτηση απώλειας. Οι Leon, Shoemaker και Kacker (1985) ([9]) δείχνουν ότι η σωστή επιλογή του μέτρου απόδοσης για μια δεδομένη κατάσταση εξαρτάται όχι μόνο από την συνάρτηση απώλειας που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί αλλά και από την υποτιθέμενη μορφή του μοντέλου της απόκρισης. Δείχνουν ότι η μεγιστοποίηση του μέτρου απόδοσης θορύβου εγγυάται μόνο να ελαχιστοποιήσει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα από μια επιθυμητή τιμή εάν η τυπική απόκλιση είναι αναλογική στο μέσο.

Για να θίξουν το θέμα της εξάρτησης της διακύμανσης από τη μέση απόκριση, και ο Box (1998) ([5]) και ο Λογοθέτης (1990) ([12]) πρότειναν να χρησιμοποιήσουν το δυναμικό μετασχηματισμό πάνω στο μέσο για να βρουν μια κλίμακα πάνω στην οποία διακύμανση είναι ανεξάρτητη από το μέσο. Αντί να υποθέσουν τη δυνατότητα μετασχηματισμού, οι Chan και Mak (1995) χρησιμοποιούν τεχνικές παλινδρόμησης για το σχεδιασμό της εξάρτησης της διακύμανσης από το μέσο και με αυτόν τον τρόπο προτείνουν ένα μετασχηματισμό  $P_h(c)$  για *PerMIA*. Όταν ο μετασχηματισμός  $h(Y)$ , που επιτρέπει να εκτιμηθούν ανεξάρτητα ο μέσος και η διακύμανση, μπορεί να υπολογιστεί τότε οι επιδράσεις θέσεις, επιδράσεις διασποράς και οι παράγοντες ρύθμισης μπορούν να ταυτοποιηθούν και να γίνει βελτιστοποίηση σε δυο βήματα.

Όλες αυτές οι βηματικές διαδικασίες βελτιστοποίησης που βασίζονται στο *PerMIA* υποθέτουν ότι μπορούν να βρεθούν παράγοντες ρύθμισης. Σε άλλη περίπτωση το δεύτερο και κρίσιμο βήμα της βελτιστοποίησης αποτυγχάνει και χρειάζεται μια διαδικασία βελτιστοποίησης που να ρυθμίζει ταυτόχρονα όλους τους παράγοντες στην ελάχιστη απώλεια.

Όλες οι παραπάνω προσεγγίσεις υποθέτουν παραμετρικά μοντέλα για την απόκριση και τη διακύμανση της διαδικασίας. Επίσης έχει επισήμανθεί όμως ότι η διαδικασία διακύμανσης είναι συχνά ένα «θορυβώδες σύστημα» το οποίο είναι δύσκολο να σχεδιαστεί. Αναλύθηκε μια εκτίμηση μη παραμετρική πυρήνα (kernel) της συνάρτησης διακύμανσης παράλληλα με μια ξεχωριστή εκτίμηση πυρήνα της απόκρισης (πλήρως παραμετρική μέθοδος) ή ζευγαρωμένη με σταθμισμένα ελάχιστα τετράγωνα για την απόκριση (ημι-παραμετρική μέθοδος). Για ένα συγκεκριμένο πείραμα συγκρίθηκαν οι βέλτιστες τιμές παραγόντων που ελαχιστοποιούν το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (σχετικό με μια επιθυμητή τιμή) που επιτεύχθηκε από την ημι-παραμετρική μέθοδο με αυτές που επιτεύχθηκαν από το παραμετρικό μοντέλο μέσω των κανονικών και ελάχιστα σταθμισμένων τετράγωνων χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο (αλγόριθμος GRG). Για το

παράδειγμα, η ημι-παραμετρική μέθοδος φαίνεται να δίνει κατά πολύ καλύτερες προβλέψεις με την έννοια της ελαχιστοποίησης των προβλεπόμενων διακυμάνσεων αλλά, όπως τονίζουν οι συγγραφείς, τα μοντέλα είναι πολύ διαφορετικά και είναι πραγματικά απαραίτητο ένα επιβεβαιωτικό πείραμα για να εξακριβωθεί ποιες από τις προβλεπόμενες ρυθμίσεις παραγόντων είναι πράγματι οι καλύτερες.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Σε ένα πείραμα που περιγράφεται από τους Schmidt-Launsby (1990), η βελτιστοποίηση της διαδικασίας συγκόλλησης ολοκληρώνεται από έναν εύρωστο παραμετρικό σχεδιασμό στη συναρμολόγηση μιας ηλεκτρονικής πλακέτας. Αφού τα κομμάτια έχουν τοποθετηθεί στη γυμνή πλακέτα, η πλακέτα περνάει μέσα από το μηχάνημα κυματικής συγκόλλησης το οποίο ενώνει όλα τα μέρη πάνω στο κύκλωμα. Οι πλακέτες τοποθετούνται πάνω στο φορέα και ακολουθούν τα εξής στάδια. Πλένονται με καθαριστικό μείγμα (fluxing) για να αφαιρεθούν οι οξειδώσεις, προθερμαίνονται για να ελαχιστοποιηθούν οι παραμορφώσεις και συγκόλληση. Ένα πείραμα σχεδιάζεται ώστε να προσδιορίσει τις συνθήκες που δίνουν το μικρότερο αριθμό ελαττωμάτων συγκόλλησης ανά εκατομμύριο κόμβους. Οι παράγοντες ελέγχου και τα επίπεδα είναι τα ακόλουθα:

ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ	(-1)	(+1)
A) Θερμοκρασία δοχείου συγκόλλησης (°F)	480	510
B) Ταχύτητα φορέα (ft/min)	7.2	10
C) Πυκνότητα ροής	0.9°	1.0°
D) Θερμότητα προθέρμανσης (°F)	150	200
E) Ύψος κύματος (in.)	0.5	0.6

Σε αυτό το πείραμα, τρεις από τους παράγοντες θορύβου είναι δύσκολο να ελεγχθούν μέσα από τη διαδικασία. Αυτοί είναι η θερμοκρασία δοχείου συγκόλλησης, η ταχύτητα του φορέα και ο τύπος συναρμολόγησης. Συχνά σε αυτήν την κατηγορία διαδικασιών, οι φυσικοί παράγοντες θορύβου αποτελούν ανοχές στις μεταβλητές ελέγχου. Δηλαδή, όσο αυτοί οι παράγοντες ποικίλλουν από τις ονομαστικές τους τιμές, η μεταβλητότητα μεταδίδεται στην απόκριση. Είναι γνωστό ότι ο έλεγχος της θερμοκρασίας είναι μεταξύ  $\pm 5^\circ F$  και ότι ο έλεγχος της ταχύτητας του φορέα είναι μεταξύ  $\pm 0.2 \cdot ft / min$ . Έτσι καταλαβαίνουμε ότι η μεταβλητότητα αυξάνεται ουσιαστικά εξαιτίας της αδυναμίας ελέγχου αυτών των δυο παραγόντων στα ονομαστικά επίπεδα. Ο τρίτος παράγοντας θορύβου είναι ο τύπος συναρμολόγησης. Ο ένας από τους δυο τύπους συναρμολόγησης θα χρησιμοποιηθεί. Επομένως οι παράγοντες θορύβου είναι οι εξής:

ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ	(+1)	(-1)
A*) Θερμοκρασία δοχείου συγκόλλησης (°F)	5	-5

<b>B*) Ταχύτητα φορέα (ft/min)</b>	+0.2	-0.2
<b>C*) Είδος συγκόλλησης</b>	1	2

Μαζί ο πίνακας ελέγχου (εσωτερικός πίνακας) και ο πίνακας θορύβου (εξωτερικός πίνακας) επιλέγονται να είναι κλασματικοί παραγοντικοί. Ο εσωτερικός σχεδιασμός είναι  $2^{5-2}$  σχεδιασμός και ο εξωτερικός σχεδιασμός είναι  $2^{3-1}$  σχεδιασμός. Ο διασταυρωμένος πίνακας και οι τιμές απόκρισης είναι οι ακόλουθες:

Εσωτερικός Σχεδιασμός					Εξωτερικός Σχεδιασμός				
A	B	C	D	E	(1)	a*b*	a*c*	b*c*	(SNR) <sub>s</sub>
1	1	1	-1	-1	194	197	193	275	-46.75
1	1	-1	1	1	136	136	132	136	-42.61
1	-1	1	-1	1	185	261	264	264	-47.81
1	-1	-1	1	-1	47	125	127	42	-39.51
-1	1	1	-1	-1	295	216	204	293	-48.15
-1	1	-1	1	1	234	159	231	157	-45.97
-1	-1	1	-1	1	328	326	247	322	-45.76
-1	-1	-1	1	-1	186	187	105	104	-43.59

#### Ανάλυση:

Η ανάλυση σε αυτό το παράδειγμα εμπλέκει μια μοντελοποίηση περιθωρίων μέσω του SNR της εξίσωσης:

$$SNR_s = -10 \cdot \log \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{n}$$

που ονομάζεται  $SNR_s$ , επειδή μας ενδιαφέρει να ελαχιστοποιήσουμε τον αριθμό των ελαττωμάτων συγκόλλησης. Μια αναλυτική μέθοδος που χρησιμοποιεί συχνά ο Taguchi είναι να απεικονίζει την ανάλυση των κυρίων επιδράσεων μόνο (main effects only) μέσω του γραφήματος στο σχήμα. Ο μέσος  $SNR_s$  αποτυπώνεται γραφικά ως προς τα επίπεδα του κάθε παράγοντα ελέγχου. Οι μέσοι λαμβάνονται επί των επιπέδων των άλλων παραγόντων. Εκτός από το γράφημα του μέσου  $SN_2$  δημιουργείται και το γράφημα του  $\bar{y}$  ως προς τα επίπεδα των μεταβλητών ελέγχου όπως φαίνεται στο σχήμα 2.6. Από τα σχήματα φαίνεται ότι η θερμοκρασία και η πυκνότητα ροής είναι κρίσιμοι παράγοντες ελέγχου οι οποίοι έχουν βαθιά επίδραση στο  $SNR_s$  αλλά μικρή ή καθόλου επίδραση στο  $\bar{y}$ . Επειδή μας ενδιαφέρει να μεγιστοποιήσουμε το  $SNR_s$  και να ελαχιστοποιήσουμε το  $\bar{y}$ , το ακόλουθο αναπαριστά προτεινόμενες λειτουργικές συνθήκες:

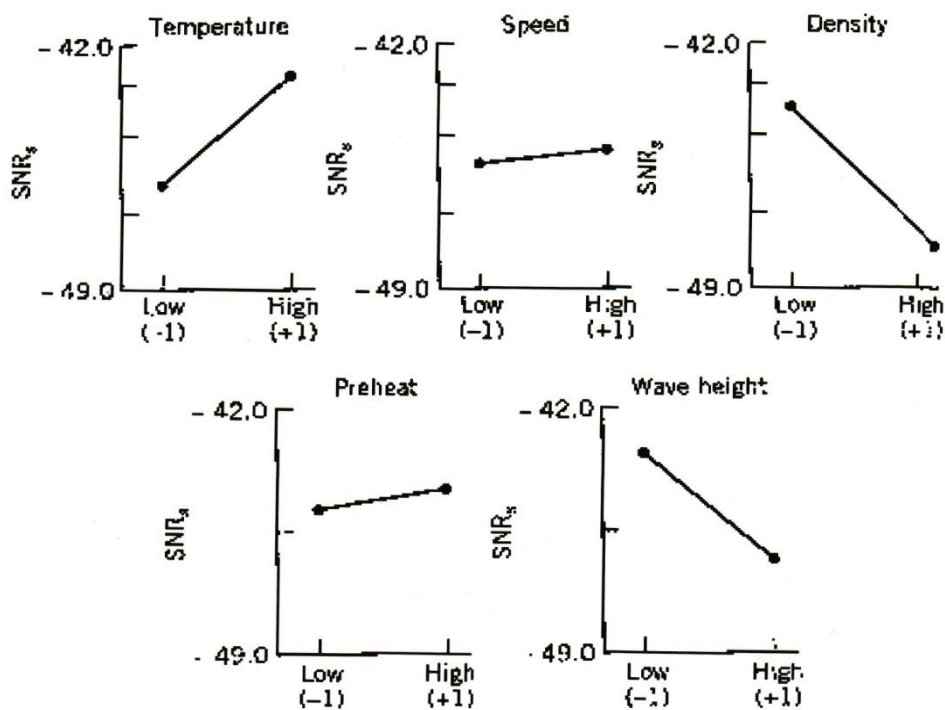
Θερμοκρασία συγκόλλησης = 510°F

Πυκνότητα ροής = 0.9°

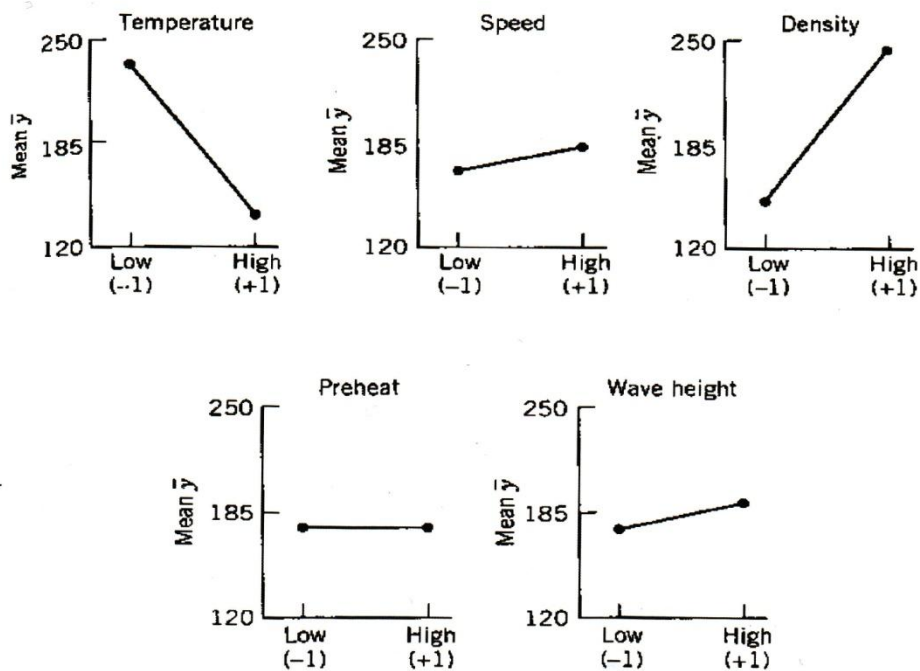
Ύψος κύματος = 0.5 in

### Εξιιώσεις

Η ταχύτητα του φορέα και η θερμοκρασία προθέρμανσης μπορούν να τοποθετηθούν στα πιο οικονομικά επίπεδα, πιθανώς στα χαμηλά επίπεδα. Η επίδραση του ύψους κύματος είναι οριακή σε σύγκριση με την επιρροή της θερμοκρασίας συγκόλλησης και του μίγματος καθαρισμού. Η ανάλυση προτείνει οι συνθήκες που δίνονται από τις παραπάνω εξισώσεις να είναι οι πιο εύρωστες συνθήκες (robust conditions) όπου στα πλαίσια αυτού του πειράματος, δεν είναι οι πιο ευαίσθητες στις μεταβλητές θορύβου.



Σχήμα 2.5. Γραφήματα του SNR<sub>s</sub> ως προς τα επίπεδα των παραγόντων ελέγχου



Σχήμα 2.6. Γραφήματα του  $\bar{y}$  ως προς τα επίπεδα των παραγόντων ελέγχου

#### Περισσότερα σχόλια για την ανάλυση

Εκτός από τις προηγούμενες αναφορές που αφορούν την καταλληλότητα του SNR, άλλα σχόλια που είναι σχετικά με την ανάλυση δίνονται παρακάτω. Τα διαγράμματα στα σχήματα είναι κατάλληλα για να επιλέξουμε τις βέλτιστες (πιο εύρωστες) συνθήκες αν κάποιος υποθέσει ότι δεν υπάρχει κάποια αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών ελέγχου. Σε πολλές περιοχές εφαρμογής αυτό είναι μια ασφαλής υπόθεση, και μάλιστα η επιτυχία του Taguchi το αποδεικνύει. Όμως υπάρχουν πολλές θεματικές περιοχές στις οποίες οι αλληλεπιδράσεις έχουν τεράστια συνεισφορά σε οποιαδήποτε προσπάθεια μοντελοποίησης. Αυτό καθιστά τα διαγράμματα των μέσων της κύριας επίδρασης παραπλανητικά. Για παράδειγμα στο σχήμα 2.5 θεωρούμε το διάγραμμα θερμοκρασίας. Η υψηλά θετική καμπύλη αναδεικνύει ότι επί σταθερών επιπέδων των άλλων παραγόντων, μια αύξηση της θερμοκρασίας, αυξάνει το  $SNR_s$ . Αλλά υποθέτουμε ότι όταν η πυκνότητα είναι χαμηλή (που είναι ένα σημαντικό επίπεδο για να διατηρήσουμε), η επίδραση της θερμοκρασίας είναι αμελητέα ή ακόμα αρνητική. Μετά θα υπάρχει ανάγκη να χρησιμοποιήσουμε υψηλή θερμοκρασία όταν κάποιος εργάζεται με χαμηλή πυκνότητα.

Πολλοί από τους σχεδιασμούς που χρησιμοποιήθηκαν από τον Taguchi για εσωτερικούς πίνακες, όπου οι παράγοντες ελέγχου ανήκουν, δεν εμπεριέχουν αλληλεπιδράσεις. Πέρα από τη φανερά δυσκολία με το SNR, αυτό είναι μια πηγή κριτικής της μεθοδολογίας που προτείνει ο Taguchi. Πολλοί από τους σχεδιασμούς που προτείνονται από τον Taguchi είναι κορεσμένοι ή σχεδόν κορεσμένοι Plackett-



Burmann σχεδιασμοί και έτσι δεν επιτρέπουν την εκτίμηση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μεταβλητών ελέγχου.

Ένα σημαντικό στοιχείο της μεθοδολογίας του Taguchi για τον εύρωστο σχεδιασμό, είναι να χρησιμοποιεί επιβεβαιωτικές δοκιμές στις προτεινόμενες συνθήκες λειτουργίας. Πράγματι, αυτή η υπόδειξη είναι αρκετά κατάλληλη για κάθε στατιστική διαδικασία όπου οι βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας εκτιμούνται.

# 3

## ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ TAGUCHI

### 3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όταν το αποτέλεσμα ενός παράγοντα A (στην επίδραση) εξαρτάται από τις τιμές (επίπεδα) ενός άλλου παράγοντα B, τότε υπάρχει (και συνήθως συμβολίζεται με  $A \times B$ ) ένα αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης (μεταξύ A και B). Ανάλογα με τον αριθμό των παραγόντων, υπάρχουν ορθογώνιες διατάξεις, οι οποίες μπορούν επίσης να μελετήσουν τις αλληλεπιδράσεις. Για παράδειγμα, η διάταξη του Πίνακα 3.1 μπορεί να εξετάσει:

1. Είτε τις κύριες επιδράσεις τριών παραγόντων (που αποδίδονται στις στήλες A, B και D) και όλες τις πιθανές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους
2. Είτε τα κύρια αποτελέσματα τεσσάρων παραγόντων (A, B, D, G) και τριών αλληλεπιδράσεων ( $A \times B$ ,  $A \times D$ ,  $B \times D$ )
3. Είτε τα κύρια αποτελέσματα επτά παραγόντων (A, B, C, D, E, F, G) και καμία αλληλεπίδραση

Πίνακας 3.1. Ορθογώνια Διάταξη που αναφέρεται σε 3, 4 ή 7 κύριες επιδράσεις

Δοκιμή	A	B	C $A \times B$	D	E $A \times D$	F $B \times D$	G $A \times B \times D$
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Η περίπτωση (1) αντιστοιχεί στον πλήρη παραγοντικό, ενώ οι περιπτώσεις (2) και (3) σε κλασματικά παραγοντικά που συγχέουν κύριες επιδράσεις με ορισμένες αλληλεπιδράσεις.

Ο Taguchi δεν αγνοεί τις αλληλεπιδράσεις. Στην πραγματικότητα, μας λέει ότι «ένας άνθρωπος που δεν πιστεύει στην ύπαρξη μη γραμμικών επιδράσεων βρίσκεται εκτός πραγματικότητας». Πιστεύει, ωστόσο, στην ικανότητα των

μηχανικών να αποφασίσουν για τα επίπεδα των εξεταζόμενων παραγόντων κατά τρόπο ώστε μερικά (ή όλα τα) αποτελέσματα των αλληλεπιδράσεων, στο συγκεκριμένο πείραμα, να είναι μη-σημαντικά (είναι φυσικά αφελές το να περιμένουμε να εξαφανιστούν εξ ολοκλήρου οι αλληλεπιδράσεις στην πραγματικότητα). Σε μια τέτοια περίπτωση, μπορούμε να επιλέξουμε ένα πιο οικονομικό (κλασματικό) σχεδιασμό, κατάλληλο για αυτό το πείραμα. Για λόγους ασφαλείας, συνιστά με επιμονή ένα επαληθευτικό πείραμα, εφόσον έχει οριστεί ένας βέλτιστος συνδυασμός των σχετικών παραγόντων κατά τη διάρκεια της στατιστικής ανάλυσης των πειραματικών αποτελεσμάτων.

### **3.2. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΟΥ ΟΡΙΟΥ Η ΑΝΟΧΗΣ**

Αν ο παραμετρικός σχεδιασμός δεν κατορθώσει να απομακρύνει τις επιρροές των (εξωτερικών ή εσωτερικών) παραγόντων θορύβου, ο Taguchi συνιστά τον σχεδιασμό επιτρεπόμενου ορίου, όπου μπορούμε να ακολουθήσουμε τα ίδια βήματα όπως και προηγουμένως, αλλά με την εξέταση επιπλέον παραγόντων, οι οποίοι πρωτύτερα εξαιρέθηκαν λόγω του κόστους ή της δυσκολίας του απαραίτητου πειραματισμού. Αν και αυτό αποτύχει, εξετάζονται οι ανοχές των εξαρτημάτων ή των συστατικών των προϊόντων και γίνεται (επανα)σχεδιασμός ανοχής. Αυτό σημαίνει διατήρηση των βέλτιστων επιπέδων των παραγόντων (εξαρτημάτων) κατά βέλτιστο και οικονομικό τρόπο, έτσι ώστε να μειωθεί σε αποδεκτά επίπεδα η συνολική μεταβλητότητα της επίδοσης. Μπορεί να γίνει μια ανταλλαγή με το να αυξηθούν οι ανοχές ορισμένων μη-κρίσιμων εξαρτημάτων. Η προσέγγιση αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως επανακαθορισμός των ανοχών με επιστημονική μέθοδο και όχι μετά από συμφωνία, πράγμα που αποτελούσε τη συνήθη πρακτική της βιομηχανίας έως τώρα.

Γενικά μιλώντας, ο σχεδιασμός ανοχής είναι μια συστηματική διαδικασία, η οποία καθορίζει τους πλέον πιο κρίσιμους παράγοντες θορύβου (για παράδειγμα τις ανοχές των πλέον κρίσιμων εξαρτημάτων) και προτείνει τον οικονομικότερο τρόπο ελέγχου τους. Με άλλα λόγια, αυτό είναι το στάδιο κατά το οποίο παίρνεται η απόφαση για το πώς θα απομακρυνθούν καλύτερα οι παράγοντες θορύβου, εφόσον δεν έχουμε επιτύχει να εξαλείψουμε την επιρροή τους. Επομένως ο σχεδιασμός ανοχής θα πρέπει να αποτελεί την τελευταία λύση, μόνο μετά το στάδιο του παραμετρικού σχεδιασμού.

### 3.3. Ο ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΜΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο διασταυρωμένος σχηματισμός (crossed array) περιέχει δύο πειραματικούς σχεδιασμούς, έναν για τους παράγοντες θορύβου και έναν για τους ελεγχόμενους παράγοντες, οι οποίοι είναι διασταυρωμένοι μεταξύ τους. Ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλον, ο εσωτερικός και ο εξωτερικός σχηματισμός είναι αρκετά οικονομικοί σε μέγεθος (πλήθος runs), γιατί είναι **κορεσμένοι** (saturated) ή σχεδόν κορεσμένοι σχεδιασμοί. Όμως η διασταύρωση αυτών των δύο δεν παράγει έναν οικονομικό σχεδιασμό. Γενικά υπάρχουν οικονομικότερες προσεγγίσεις για το σχεδιασμό ενός πειράματος με ελεγχόμενους και μη ελεγχόμενους παράγοντες.

Παρακάτω δίνεται εφαρμογή για καλύτερη κατανόηση του διασταυρωμένου σχηματισμού:

#### ΕΦΑΡΜΟΓΗ:

Θεωρούμε το διασταυρωμένο σχηματισμό, ο οποίος δημιουργείται όταν οι A, B, C σχετίζονται σε έναν  $2^{3-1}$  εσωτερικό σχηματισμό και οι d, f, e σε έναν  $2^{3-1}$  εξωτερικό σχηματισμό. Το αποτέλεσμα είναι 16 παρατηρήσεις με τους ακόλουθους βαθμούς ελευθερίας για τον κάθε παράγοντα:

ΕΠΙΔΡΑΣΗ	β.ε.
A	1
B	1
C	1
Ad	1
Ae	1
Af	1
Bd	1
Be	1
Bf	1
d	1
e	1
f	1
Cd	1
Ce	1
Cf	1

Παρατηρούμε ότι όλοι οι βαθμοί ελευθερίας αναλώθηκαν στις κύριες επιδράσεις και στις αλληλεπιδράσεις των ελεγχόμενων παραγόντων με αυτούς του θορύβου (CxN αλληλεπιδράσεις). Δεν περισσεύουν βαθμοί ελευθερίας για την εκτίμηση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των παραγόντων θορύβου (NxN

αλληλεπιδράσεις) ή αυτές των ελεγχόμενων παραγόντων (CxC αλληλεπιδράσεις). Η αδυναμία μας να εκτιμήσουμε τις παραπάνω αλληλεπιδράσεις συνιστά μια από τις μεγαλύτερες δυσκολίες κατά τη χρήση των διασταυρωμένων σχηματισμών. Για χάρη της οικονομίας κάθε σχηματισμός είναι υψηλής κλασματικότητας και παρόλο αυτά ούτε ο διασταυρωμένος σχηματισμός είναι οικονομικός ούτε οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ελεγχόμενων παραγόντων και αυτές μεταξύ των παραγόντων θορύβου εκτιμούνται. Τα παραπάνω δεν υπονοούν ότι οι CxN αλληλεπιδράσεις δεν είναι σημαντικές. Όμως η μη αξιοποίηση των CxC αλληλεπιδράσεων σε πάρα πολλές περιπτώσεις μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα συμπεράσματα.

### **3.4. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΩΝ CxN ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ**

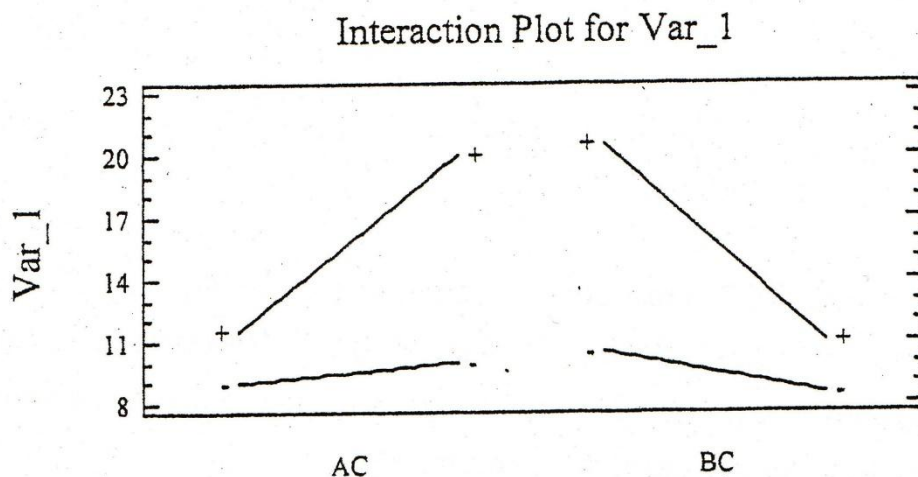
Η δομή των CxN αλληλεπιδράσεων καθορίζει τη φύση της ανομοιογένειας της διασποράς και χαρακτηρίζει τον παραμετρικό σχεδιασμό. Μέσα από το παρακάτω παράδειγμα φαίνεται η σημασία των CxN αλληλεπιδράσεων:

#### **ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:**

Θεωρούμε ότι έχουμε δυο ελεγχόμενες μεταβλητές A, B και έναν παράγοντα θορύβου c. Ο διασταυρωμένος σχηματισμός είναι:

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>c</b>	<b>c</b>	<b>ΜΕΣΟΙ</b>
		-1	1	
-1	-1	11	15	13
-1	1	7	8	7.5
1	-1	10	26	18
1	1	10	14	12

Θεωρούμε τις γραφικές παραστάσεις των αλληλεπιδράσεων AC και BC που δίνονται παρακάτω:



Παρατηρώντας τις γραφικές παραστάσεις τονίζουμε ότι ενώ η  $c$  σταθεροποιείται στον σχεδιασμό θα ακολουθεί μια κατανομή κατά τη διάρκεια της διαδικασίας. Η κατανομή αυτή μπορεί να είναι διακριτή ή συνεχής. Εξετάζοντας τη διασπορά της  $c$  από τα διαγράμματα, έχουμε ότι για  $A = +1$  και  $B = +1$  η διασπορά αυτή είναι μεγαλύτερη, ενώ είναι μικρότερη για  $A = B = -1$ . Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι τα  $A, B$  είναι **επιδράσεις που επηρεάζουν τη διασπορά** (dispersion effects). Εκτός όμως από τέτοιου είδους επιδράσεις είναι και **επιδράσεις που επηρεάζουν το μέσο** (location effects).

Αυτές οι αλληλεπιδράσεις φανερώνουν τη δομή της διασποράς της διαδικασίας και δείχνουν ποιοι παράγοντες είναι dispersion effects και ποιοι όχι.

Θεωρούμε ότι έχουμε 2 παράγοντες ελέγχου και 1 παράγοντα θορύβου  $c$ . Ο εσωτερικός και ο εξωτερικός σχηματισμός είναι:

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>c</b>	<b>c</b>
		-1	1
-1	-1	11	15
-1	1	7	8
1	-1	10	26
1	1	10	14

Ολόκληρος ο διασταυρωμένος σχηματισμός με τις αλληλεπιδράσεις  $Ac, Bc$  είναι:

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>c</b>	<b>Ac</b>	<b>Bc</b>	<b>y</b>
-1	-1	-1	1	1	11
-1	1	-1	1	-1	7
1	-1	-1	-1	1	10
1	1	-1	-1	-1	10
-1	-1	1	-1	-1	15

-1	1	1	-1	1	8
1	-1	1	1	-1	26
1	1	1	1	1	14

Ελέγχουμε πως μεταβάλλονται οι αλληλεπιδράσεις Ac και Bc. Έστω ότι ελέγχουμε πρώτα την (ελέγχου)χ(θορύβου) αλληλεπίδραση Ac. Θεωρούμε το επίπεδο του παράγοντα θορύβου c στη χαμηλή στάθμη και μεταβάλλουμε το επίπεδο του παράγοντα ελέγχου A. οι μέσοι μεταβάλλονται ως εξής:

$$c(-) \rightarrow c(-)$$

$$A(-) \rightarrow A(+)$$

$$\frac{11+7}{2} = 9 \rightarrow \frac{10+10}{2} = 10$$

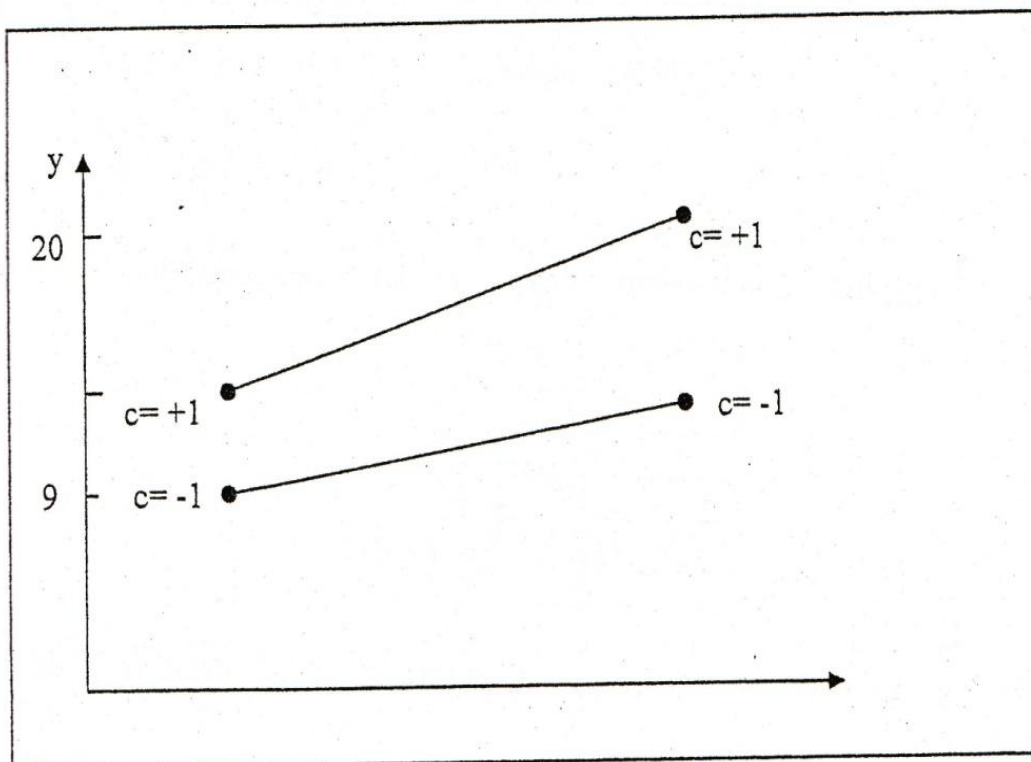
Θεωρούμε το επίπεδο του παράγοντα θορύβου c στην υψηλή στάθμη +1:

$$c(+) \rightarrow c(+)$$

$$A(-) \rightarrow A(+)$$

$$\frac{15+8}{2} = 11.5 \rightarrow \frac{26+14}{2} = 20$$

Η γραφική παράσταση της Ac αλληλεπίδρασης δίνεται παρακάτω:



Ac διάγραμμα

Όμοια για την γραφική παράσταση της Bc έχουμε:

$$c(-) \rightarrow c(-)$$

$$B(-) \rightarrow B(+)$$

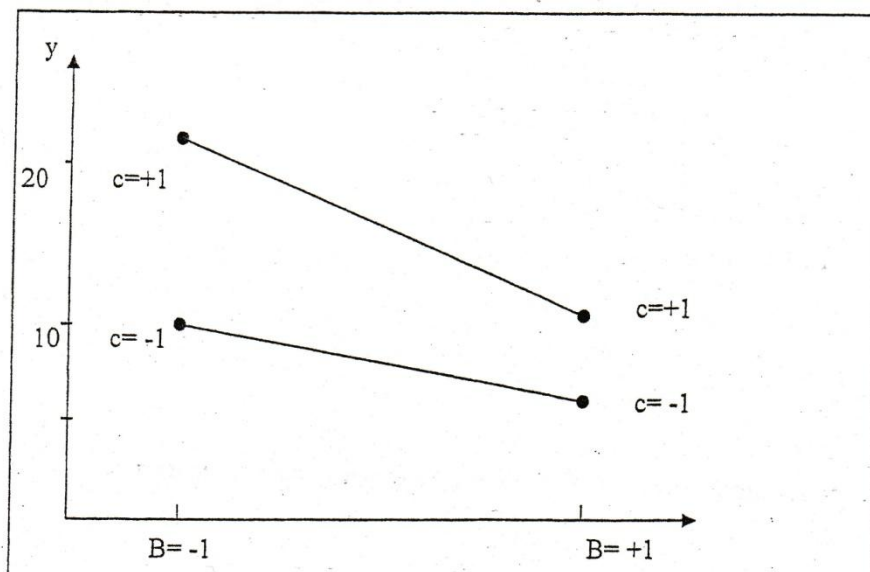
$$\frac{11+10}{2} = 10.5 \rightarrow \frac{7+10}{2} = 8.5$$

$$c(+)\rightarrow c(+)$$

$$B(-)\rightarrow B(+)$$

$$\frac{15+26}{2} = 20.5 \rightarrow \frac{14+8}{2} = 11$$

Η γραφική παράσταση της Bc αλληλεπίδρασης είναι η εξής:



Bc διάγραμμα

Βλέποντας αυτά τα διαγράμματα αλληλεπιδράσεων, θα έπρεπε να λαμβάνουμε υπόψη ότι ενώ η c μένει σταθερή στον πειραματικό σχεδιασμό, θα ποικίλλει σύμφωνα με κάποια κατανομή πιθανότητας κατά τη διάρκεια της διαδικασίας. Η κατανομή αυτή είναι διακριτή ή συνεχόμενη. Εδώ είναι σαφές ότι όταν λαμβάνουμε υπόψη αυτή τη διακύμανση η εικόνα υποδεικνύει ότι  $A = +1$  και  $B = -1$  με αποτέλεσμα μέγιστη διακύμανση του προϊόντος (largest product variability), ενώ



$A = -1$  και  $B = +1$  θα έπρεπε να έχει ως αποτέλεσμα ελάχιστη διακύμανση του προϊόντος (minimum product variability).

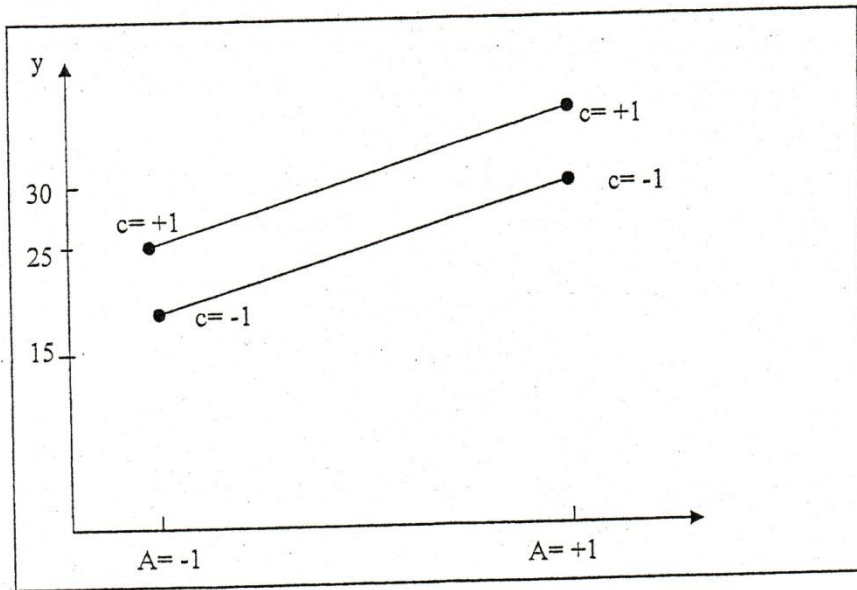
Σε αυτό το παράδειγμα λέμε ότι ο  $A$  και ο  $B$  είναι **επιδράσεις διασποράς** (dispersion effects) που σημαίνει ότι οι επιδράσεις επηρεάζουν τη διακύμανση της διαδικασίας. Επίσης και οι δυο είναι **επιδράσεις θέσεις** (location effects) δηλαδή έχουν μια επίδραση στον μέσο της διαδικασίας. Στην πραγματικότητα αυτό που συμβαίνει είναι ότι γίνεται εμφανής η ανάγκη να συμβιβάσουμε το μέσο και τη διακύμανση της διαδικασίας. Από τα διαγράμματα  $A = +1$  και  $B = -1$ , παράγεται η μεγαλύτερη μέση απόκριση, και αν αυτό είναι μια περίπτωση «the larger the better», οι βέλτιστες συνθήκες θα περιλαμβάνουν ταυτόχρονη εξέταση του μέσου και της διακύμανσης της διαδικασίας.

Θα πρέπει να είναι εμφανές ότι οι αλληλεπιδράσεις ελέγχου-θορύβου φανερώνουν τη δομή της διακύμανσης της διαδικασίας και συσχετίζουν όσους παράγοντες είναι επιδράσεις διασποράς και όσους όχι.

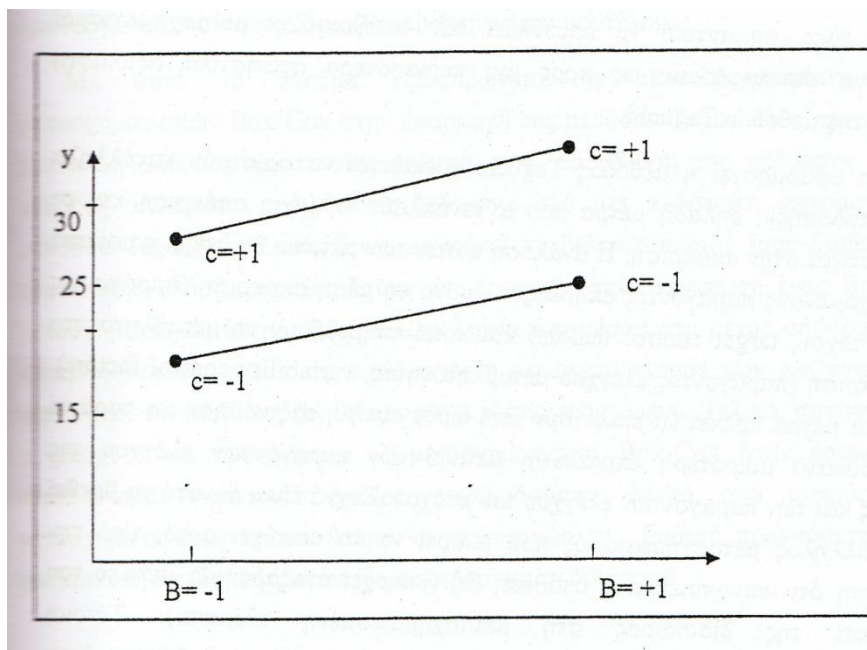
Έστω ένα δεύτερο παράδειγμα με τα εξής δεδομένα:

Inner Array		Outer Array	
A	B	C	
		-1	+1
-1	-1	14.5	22.5
-1	1	19.0	27.5
1	-1	23.5	32.0
1	1	28.5	37.0

Εδώ τα  $A \times C$  και  $B \times C$  διαγράμματα αλληλεπιδράσεων δίνονται στα σχήματα 3.1 και 3.2. Έχουμε παραλληλισμό σε δυο διαγράμματα αλληλεπιδράσεων. Κανένας παράγοντας αλληλεπίδρασης  $AC$  δεν παρουσιάζεται και συνεπώς η  $A$  δεν είναι επίδραση διασποράς. Αυτό σημαίνει ότι η διακύμανση της διαδικασίας είναι η ίδια και στα δυο επίπεδα του  $A$ . Καμία αλληλεπίδραση  $BC$  δεν παρουσιάζεται και συνεπώς και η  $B$  δεν είναι επίδραση διασποράς. Ο παράγοντας  $A$  έχει μεγαλύτερη επίδραση θέσης από το  $B$ . Αν έχουμε περίπτωση «the larger the better» τότε ο συνδυασμός  $A = +1$  και  $B = +1$  είναι ο βέλτιστος και υπάρχει πρόβλημα μη εύρωστου παραμετρικού σχεδιασμού επειδή αλλάζοντας το  $A$  και το  $B$  δεν υπάρχει επιρροή στη διασπορά που παράγεται με την αλλαγή της μεταβλητής θορύβου  $C$ .



Σχήμα 3.1. AC διάγραμμα



Σχήμα 3.2. BC διάγραμμα

Για την αλληλεπίδραση Ac έχουμε:

$$c(-) \rightarrow c(-)$$

$$A(-) \rightarrow A(+)$$

$$\frac{14.5 + 19}{2} = 16.75 \rightarrow \frac{23.5 + 28.5}{2} = 26$$

$$c(+)\rightarrow c(+)$$

$$A(-)\rightarrow A(+)$$

$$\frac{22.5+27.5}{2}=25\rightarrow\frac{32+37}{2}=34.5$$

Για την αλληλεπίδραση Bc έχουμε;

$$c(-)\rightarrow c(-)$$

$$B(-)\rightarrow B(+)$$

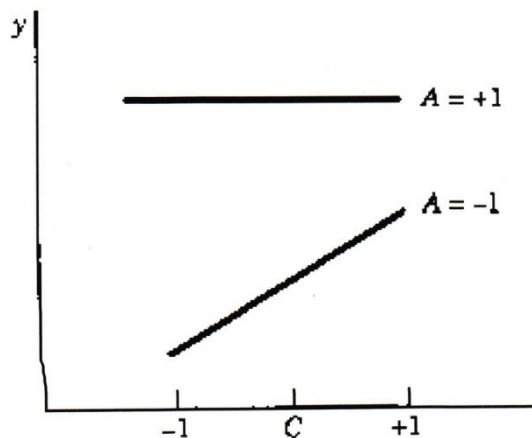
$$\frac{14.5+23.5}{2}=19\rightarrow\frac{19+28.5}{2}=23.75$$

$$c(+)\rightarrow c(+)$$

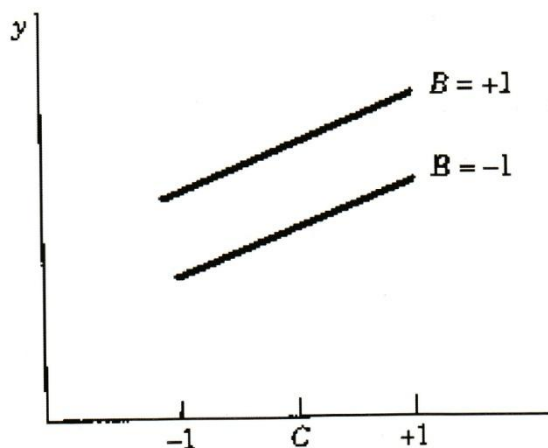
$$B(-)\rightarrow B(+)$$

$$\frac{22.5+32}{2}=27.25\rightarrow\frac{27.5+37}{2}=32.25$$

Έστω τώρα ένα τρίτο παράδειγμα στο οποίο τα σχεδιαγράμματα αλληλεπίδρασης AC και BC εμφανίζονται στο σχήμα και. Το σχήμα 3.3. απεικονίζει το A ως μια επίδραση διασποράς, με το A = +1 να αναπαριστά το επίπεδο ελάχιστης διασποράς. Το σχήμα 3.4. υποδηλώνει ότι το B δεν είναι επίδραση διασποράς. Τα A και B είναι επιδράσεις θέσης και για ένα «the larger the better» σενάριο, τα A = +1 και B = +1 δείχνουν τις βέλτιστες συνθήκες. Οι αλληλεπιδράσεις ελέγχου-θορύβου μπορούν να βοηθήσουν σαν καλά διαγνωστικά εργαλεία όσον αφορά στη δομή της διαδικασίας διασποράς. Γενικά όσο μεγαλύτερες είναι οι κλίσεις των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης, τόσο μεγαλύτερες είναι και οι συνεισφορές τους στη διαδικασία διασποράς. Εάν υπάρχουν τρεις παράγοντες αλληλεπιδράσεων που εμπλέκουν παράγοντες ελέγχου και θορύβου, αυτοί επίσης παίζουν ρόλο.

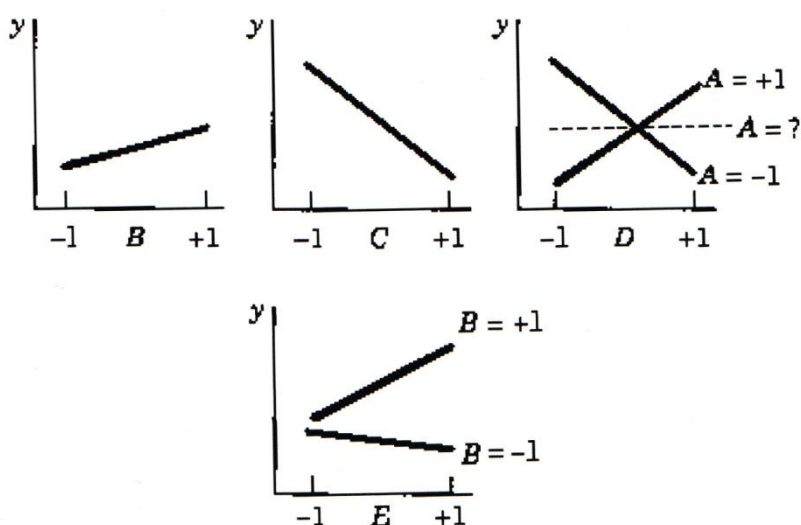


Σχήμα 3.3. Διάγραμμα AC αλληλεπιδράσεων



Σχήμα 3.4. Διάγραμμα BC αλληλεπιδράσεων

Το σχεδιάγραμμα αλληλεπίδρασης ελέγχου-θορύβου απαντάει στα ερωτήματα ποιοι παράγοντες είναι επιδράσεις διασποράς, ποιοι είναι επιδράσεις θέσης, ποια επίπεδα των επιδράσεων διασποράς μετριάζουν τη διασπορά που παράγεται και από ποιες μεταβλητές θορύβου παράγεται. Για παράδειγμα έστω ότι έχουμε μια κατάσταση στην οποία έχουμε τρεις παράγοντες ελέγχου (A, B και C) και δυο παράγοντες θορύβου (D και E). Έστω ότι οι αλληλεπιδράσεις AD και BE θεωρούνται σημαντικές, ότι το A είναι αμελητέο και ότι το B και το C είναι σημαντικά.



Σχήμα 3.5. Διαγράμματα κυρίων επιδράσεων και αλληλεπιδράσεων

Τα σχεδιαγράμματα δείχνουν ότι ο C έχει δυνατή επίδραση θέσης και ο B έχει ήπια επίδραση θέσης. Χρησιμοποιώντας το -1 επίπεδο του B ελαχιστοποιεί εκείνο το τμήμα της διασποράς της διαδικασίας που προκύπτει ως αποτέλεσμα από τις αλλαγές της μεταβλητής θορύβου E. Όμως παρά το γεγονός ότι ο A αλληλεπιδρά με την μεταβλητή D, το να θέσουμε -1 ή +1 ως τιμή του A, οδηγεί στην ίδια διασπορά της διαδικασίας. Όμως αν ο A είναι μια συνεχής μεταβλητή, ίσως υπάρχουν άλλα επίπεδα του A τα οποία να παράγουν μια οριζόντια γραμμή στο σχεδιάγραμμα

αλληλεπίδρασης AD και επιπλέον να μειώνουν σημαντικά το τμήμα της διασποράς της διαδικασίας που σχετίζεται με τις αλλαγές στο D (η διακεκομμένη γραμμή στο γράφημα AD ). Επειδή ο παράγοντας C εδώ αλληλεπιδρά με άλλους παράγοντες θορύβου, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ελέγξει τη διαδικασία της διασποράς. Αν κάποιος ενδιαφερόταν για τις συνθήκες που ελαχιστοποιούν και τη διασπορά της διαδικασίας, θα μπορούσε να διαλέξει  $B = -1$ ,  $C = +1$  και  $A = +1$  ή  $-1$ . Αν ο A όμως είναι συνεχής μεταβλητή, η τιμή του A που δίνει την ελάχιστη διασπορά της διαδικασίας θα πρέπει να διερευνηθεί.

### **3.5. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ BOX-COX ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ TAGUCHI**

#### **3.5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Οι Box και Cox (1964) πρότειναν μια τεχνική επιλογής ενός μετασχηματισμού των διαθέσιμων δεδομένων, που μπορεί ταυτόχρονα να επιτύχει:

- i. Κανονικότητα των κατανομών
- ii. Σταθερότητα της διασποράς του σφάλματος ή ισοδύναμα ανεξαρτησία μεταξύ του μέσου και της διασποράς, π.χ. ανεξαρτησία του δειγματικού μέσου και της δειγματικής διασποράς των παρατηρήσεων σε κάθε πειραματική δοκιμή
- iii. Απλότητα (γραμμικότητα) της δομής του μοντέλου

Αφού η μέθοδος ANOVA και οι τεχνικές παλινδρόμησης είναι αναπόσπαστο μέρος της μεθοδολογίας της ανάλυσης του Taguchi για τον off-line έλεγχο ποιότητας είναι σημαντικό να ερευνηθεί εάν οι Box – Cox μετασχηματισμοί μπορούν να συνεισφέρουν ως προς μια περισσότερο στατιστικά αξιόπιστη εφαρμογή της μεθόδου Taguchi.

Για να εφαρμοστεί η μέθοδος Taguchi χρειάζεται να οριστούν κατάλληλα «μέτρα απόδοσης», δηλαδή μέτρα που αντανακλούν τη μέση απόκριση και τη μεταβλητότητα στην απόκριση. Η ανάλυση αυτών των μέτρων θα δείξει ποιοι από τους ελεγχόμενους παράγοντες επηρεάζουν μόνο τη μέση απόκριση (παράγοντες ελέγχου στόχου, target control factors) και ποιοι επηρεάζουν τη μεταβλητότητα στην απόκριση (παράγοντες ελέγχου μεταβλητότητας, variability control factors). Ιδανικά, τα μέτρα πρέπει να επιλεγούν έτσι ώστε αυτή η ταξινόμηση να παράγει όσο το δυνατόν μικρότερη επικάλυψη μεταξύ των παραγόντων ελέγχου της διασποράς και των παραγόντων ελέγχου του στόχου. Συχνά είναι δυνατό να βρεθεί

ένας κατάλληλος μετασχηματισμός που μπορεί να επιτύχει αυτό, υπό την προϋπόθεση ότι ικανοποιείται η υπόθεση (ii) (υπάρχει ανεξαρτησία μεταξύ του μέσου και της διασποράς στην μετασχηματισμένη κλίμακα). Τέτοιοι μετασχηματισμοί επίσης, τείνουν να μειώσουν την υπερβολική λοξότητα (που προκαλείται από κάποια εξάρτηση του μέσου και της διασποράς στην αρχική κλίμακα) και έτσι κάνουν την υπόθεση της κανονικότητας περισσότερο υπαρκτή. Επίσης, η ανάλυση του Taguchi είναι πιθανό να είναι περισσότερο αποτελεσματική και απλούστερη όταν διεξάγεται σε μια μετασχηματισμένη κλίμακα, όπου οι παραγοντικές επιδράσεις είναι γραμμικές ή προσθετικές, οπότε και δικαιολογούνται οποιεσδήποτε υποθέσεις «καθόλου αλληλεπιδράσεων» ή «καθόλου καμπυλογραμμών». Το γεγονός αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό όταν έχουμε να κάνουμε με πολλούς παράγοντες και έχουμε μικρή πειραματική δυνατότητα.

Είναι φανερό, λοιπόν, ότι μια κατάλληλη επιλογή μετασχηματισμού δεδομένων μπορεί να απλοποιήσει σημαντικά και να βελτιώσει στατιστικά την τεχνική του Taguchi. Ωστόσο, είναι παράλογο να περιμένουμε ότι για κάθε τύπο δεδομένων, θα υπάρχει πάντα ένας μετασχηματισμός, έτσι ώστε οι υποθέσεις (i)-(iii) να ικανοποιούνται ταυτόχρονα. Έτσι, σε πολλές περιπτώσεις η τελική επιλογή του μετασχηματισμού θα εξαρτηθεί από το ποιες υποθέσεις (i), (ii) ή (iii) θα θεωρούνται πιο σημαντικές. Σε μια ανάλυση Taguchi, ο πρωταρχικός σκοπός του επιλεγόμενου μετασχηματισμού θα πρέπει να είναι η ικανοποίηση της υπόθεσης (ii) με την προϋπόθεση ότι είναι δυνατό να αναγνωρίσουμε οποιεσδήποτε λανθασμένες υποθέσεις της «γραμμικότητας του μοντέλου».

Με αυτό το πνεύμα εξακριβώνεται η αποτελεσματικότητα των μετασχηματισμών Box – Cox στην εφαρμογή της μεθόδου Taguchi και προτείνεται μια απλή μέθοδος προστασίας ενάντια στην παραβίαση της υπόθεσης (ii). Η μέθοδος αποτιμάται αναλύοντας δεδομένα από μια πρόσφατη εφαρμογή της μεθόδου Taguchi, η οποία έγινε με σκοπό τη βελτιστοποίηση μιας διαδικασίας χαρακτηριστικής πλάσματος. Θα δούμε ότι σε αυτήν την περίπτωση ένας Box – Cox μετασχηματισμός θα προκαλέσει μεροληψία του μέσου στο μέτρο απόδοσης της μεταβλητότητας, ενώ ένας εναλλακτικός μετασχηματισμός που επιλέγεται να ικανοποιεί την συνθήκη (ii) θα αποφύγει τέτοιο ενδεχόμενο. Τελικά, συνοψίζουμε τι μπορούν να προσφέρουν οι Box – Cox μετασχηματισμοί στην έρευνα για περισσότερο στατιστικά έγκυρα συμπεράσματα. Μέσα από τους μετασχηματισμούς προσπαθούμε να επιτύχουμε τη βασική προϋπόθεση της γραμμικότητας, δηλαδή να σταθεροποιήσουμε τη διασπορά.

### **Πρόταση:**

Αν η τ.μ.  $Y$  έχει μέση τιμή  $\mu$  και διασπορά που είναι συνάρτηση του μέσου,  $\sigma^2 = h(\mu)$ , τότε η τ.μ.  $Z = g(Y)$  έχει σχεδόν σταθερή διασπορά:

$$\text{var}(Z) = (g'(\mu)\sigma(\mu))^2,$$

$$\text{όπου } g(Y) = \int \frac{dy}{\sqrt{h(y)}},$$

υπό την προϋπόθεση ότι η τρίτη κεντρική ροπή της  $Y$ ,  $E(Y - \mu)^3$ , είναι αμελητέα και η δεύτερη παράγωγος  $g''(y)$  είναι φραγμένη.

**Απόδειξη:**

Αναπτύσσουμε την  $g(y)$  γύρω από τη μέση τιμή  $\mu$ :

$$Z = g(Y) \approx g(\mu) + (Y - \mu)g'(\mu)$$

Παίρνοντας μέσες τιμές έχουμε:

$$E(Z) \approx g(\mu)$$

$$\text{var } Z \approx \sigma^2 (g'(\mu))^2$$

Αν θέλουμε η διασπορά της τ.μ.  $Z$  να είναι σταθερή, τότε  $\sigma g'(\mu) = c$ , δηλαδή,

$$g(y) = \int \frac{c dy}{\sqrt{h(y)}}$$

και μπορούμε να πάρουμε την αυθαίρετη σταθερά  $c = 1$ .

**Πρόταση:**

$$\text{Αν } \sqrt{n}(Y_n - \mu) \xrightarrow{L} X \sim N(0, \sigma^2(\mu))$$

$$\text{Τότε } \sqrt{n}(g(Y_n) - g(\mu)) \xrightarrow{L} X \sim N(0, (g'(\mu)\sigma(\mu))^2)$$

**Παράδειγμα:**

a) Αν  $\sigma^2 = c\mu$ , τότε

$$g(y) = \int \frac{c_1 dy}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}$$

$$\text{Και τότε } Z = \sqrt{Y} \approx N(\sqrt{\mu}, 1/4).$$

Αυτή η περίπτωση παρουσιάζεται π.χ. όταν έχουμε παρατηρήσεις από την κατανομή Poisson, όπου  $\sigma^2 = \mu$ .

Μια καλύτερη προσέγγιση παίρνουμε, αν:

$$Z = \sqrt{Y + 3/8} \approx N(\sqrt{\mu + 3/8}, 1/4)$$

b) Αν  $\sigma^2 = \mu(1 - \mu)/n$ ,  $0 < \mu < 1$ , τότε,

$$g(y) = \int \frac{c dy}{\sqrt{y(1-y)}} = \sin^{-1} \sqrt{y} = \arcsin(\sqrt{y}),$$

και τότε  $Z = \sin^{-1} \sqrt{Y} \approx N(\sin^{-1} \sqrt{\mu}, 1/(4n))$ .

Αυτή η περίπτωση παρουσιάζεται όταν οι παρατηρήσεις είναι από τη Διωνυμική κατανομή  $X \sim B(n, p)$ , αν  $Y = X/n$ , τότε:

$$E(Y) = p$$

$$\text{var}(Y) = p(1-p)/n$$

και

$$\arcsin(\sqrt{Y}) \sim N(\arcsin(p), 1/4n)$$

c) Αν  $\sigma = c\mu$ , τότε  $Z = g(Y) = \ln Y, Y > 0$

d) Αν  $\sigma = c\mu^2$ , τότε  $Z = g(Y) = 1/Y$

e) Αν  $\sigma = c\sqrt{(1-\mu)}/\mu$ ,  $-1 \leq Y \leq 1$ , τότε  $Z = \ln((1+Y)/(1-Y))$

### 3.5.2 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ Box-Cox

Οι Box και Cox θεώρησαν δυο κλάσεις μετασχηματισμών:

- Μια μονοπαραμετρική οικογένεια με δείκτη  $\lambda$  ορισμένη ως:

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda}, \lambda \neq 0 \\ \log y, \lambda = 0 \end{cases} \quad (1)$$

που ισχύει για  $y > 0$

και

- Μια διπαραμετρική οικογένεια με δείκτη  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ ,

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{(y + \lambda_2)^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1}, \lambda_1 \neq 0 \\ \log(y + \lambda_2), \lambda_1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

που ισχύει για  $y > -\lambda_2$ .

Η εκτίμηση της παραμέτρου  $\lambda$  συζητήθηκε από μια δειγματική θεωρία και μια Μπεϋζιανή άποψη. Η θεμελιώδης υπόθεση που έγινε ήταν ότι για κάποια  $\lambda$  οι μετασχηματισμένες παρατηρήσεις που ορίζονται από την (1) (ή εναλλακτικά από τη



(2)) μπορούν να θεωρηθούν ως ανεξάρτητες κανονικά κατανομημένες με σταθερή διασπορά  $\sigma_\lambda^2$  και με αναμενόμενες τιμές ορισμένες από ένα μοντέλο απλής δομής (γραμμικό). Οι περιπτώσεις για διαφορετικά  $\lambda$  γίνονται συγκρίσιμες δουλεύοντας με τον κανονικοποιημένο μετασχηματισμό:

$$z^{(\lambda)} = \frac{y^{(\lambda)}}{J^{1/n}}$$

όπου  $J = J(\lambda, y)$  είναι η Ιακωβιανή του μετασχηματισμού που ορίζεται ως:

$$J(\lambda, y) = \prod_{i=1}^n \left| \frac{dy_i^{(\lambda)}}{dy_i} \right|$$

Οι κανονικοποιημένες τιμές που προκύπτουν εκφράζονται τότε (αντίστοιχα για τις εξισώσεις (1) και (2)) ως:

$$z^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda(y)^{\lambda-1}}, \lambda \neq 0 \\ y \log y, \lambda = 0 \end{cases} \quad (1\alpha)$$

όπου  $\bar{y}$  είναι ο γεωμετρικός μέσος των παρατηρήσεων

$$z^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{(y + \lambda_2)^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1 g^m (y + \lambda_2)^{\lambda_1 - 1}}, \lambda_1 \neq 0 \\ g^m (y + \lambda_2) \log(y + \lambda_2), \lambda_1 = 0 \end{cases} \quad (2\alpha)$$

όπου  $g^m (y + \lambda_2)$  είναι ο δειγματικός γεωμετρικός μέσος των  $(y + \lambda_2)$ .

Επικαλούμενη τη θεωρία των ελαχίστων τετραγώνων, η μεγιστοποιημένη λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας, όσον αφορά το  $\lambda$ , μπορεί να βρεθεί ανάλογη του  $S(\lambda; z)^{-n}$ , όπου  $S(\lambda; z)$  είναι το τετραγωνικό άθροισμα υπολοίπων του  $z^{(\lambda)}$ . Συγκεκριμένα,

$$L_{\max}(\lambda) \propto -\frac{1}{2} n \log \left\{ \frac{S(\lambda; z)}{n} \right\},$$

και έτσι η εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας για το  $\lambda$  αποκτάται με ελαχιστοποίηση του  $S(\lambda; z)$  ως προς το  $\lambda$ . Στην πράξη, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων οι τιμές για το  $\lambda$ ,  $\frac{1}{2}$  (μετασχηματισμός τετραγωνικής ρίζας), 0 (λογαριθμικός μετασχηματισμός), -1 (αντίστροφος), 2 (τετραγωνικός) ή 1 (καθόλου μετασχηματισμός), είναι οι συνηθισμένες τιμές που χρησιμοποιούνται παρόλο που

κάθε πραγματική τιμή για το  $\lambda$  είναι δυνατή. Αν το  $\alpha$  είναι ένα επίπεδο σημαντικότητας, μπορεί να βρεθεί για το  $\lambda$  ένα  $100(1-\alpha)\%$  δ.ε. υπολογίζοντας ένα κοινό άθροισμα τετραγώνων  $SSc$  από την σχέση:

$$SSc = S_{\min}(\lambda; z) \left\{ 1 + \frac{t_v^2(\alpha/2)}{v} \right\},$$

όπου  $S_{\min}(\lambda; z)$  είναι το ελάχιστο άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων ως προς  $\lambda$ , με τους συνδεόμενους  $v$  β.ε. και  $t_v$  η αντίστοιχη τιμή από πίνακες.

Η συνεισφορά καθεμιάς απαίτησης (i)-(iii) στην εκτίμηση του  $\lambda$  μπορεί να εκφραστεί σε όρους των μεγιστοποιημένων πιθανοφανειών ως:

$$L_{\max}(\lambda|A, H, N) = L_{\max}(\lambda|N) + \log L_1(\lambda; z) - \frac{1}{2}n \log \left\{ 1 + \frac{v_1}{v_2} F(\lambda; z) \right\}, \quad (3)$$

όπου  $A$ ,  $H$  και  $N$  δηλώνουν αντίστοιχα τους περιορισμούς στο απλούστερο γραμμικό μοντέλο, σε ένα ομοσκεδαστικό μοντέλο και σε ένα μοντέλο με κανονικές κατανομές, το  $L_{\max}(\lambda|N)$  είναι το κριτήριο για να ελεγχθεί η κανονικότητα, το  $L_1(\lambda; z)$  είναι το κριτήριο για να ελεγχθεί η σταθερότητα της διασποράς δεδομένης κανονικότητας και το  $F(\lambda; z)$  είναι το κριτήριο για να ελεγχθεί η απλότητα (απουσία αλληλεπιδράσεων ή όρων υψηλής τάξης) δεδομένης της κανονικότητας και της σταθερότητας της διασποράς, ορισμένο ως:

$$F(\lambda; z) = \frac{S_1(\lambda; z)/v_1}{S_2(\lambda; z)/v_2}. \quad (4)$$

Εδώ,  $S_2(\lambda; z)$  είναι το τετραγωνικό άθροισμα υπολοίπων υποθέτοντας ένα σύνθετο μοντέλο (με  $v_2$  β.ε.) και  $S_1(\lambda; z)$  είναι το επιπλέον άθροισμα τετραγώνων που αντιστοιχεί στις αλληλεπιδράσεις και στους όρους υψηλής τάξης (με  $v_1$  β.ε.). (Το άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων που αντιστοιχεί στο σπλούστατο γραμμικό μοντέλο μπορεί να υπολογιστεί ως  $S_1(\lambda; z) + S_2(\lambda; z)$  με  $v_1 + v_2$  β.ε.).

Έτσι το  $F(\lambda; z)$  είναι ένα περιγραφικό μέτρο μη-προσθετικότητας και όπως σχολιάζουν οι Box και Cox, μπορεί να θεωρηθεί ως ένα τέτοιο ανεξάρτητα από το  $H$  και το  $N$ . Επομένως από την εξίσωση (3) είναι φανερό ότι ένας μεγάλος βαθμός μη-γραμμικότητας θα συνεισφέρει σημαντικά στην επιλογή του  $\lambda$ . Τότε διατρέχουμε τον κίνδυνο ότι η υπεραπλοποίηση (έναν μετασχηματισμός 'γραμμικά - προσανατολισμένου- μοντέλου') μπορεί να προκαλέσει μια μέση μεροληψία στη διασπορά του σφάλματος, δηλαδή παραβίαση της (ii), κάτι που πρέπει να αποτρέψουμε στην περίπτωση της μεθόδου Taguchi. Εάν, όπως στη μέθοδο του Taguchi, ενδιαφερόμαστε κυρίως για την ικανοποίηση της μεθόδου (ii) θα πρέπει να προφυλαχθούμε ενάντια σε αυτό. Στην παράγραφο που ακολουθεί θα περιγραφεί μια απλή τεχνική για μια τέτοια προστασία.

Πιο συγκεκριμένα θα δείξουμε πώς ένας κατάλληλος μετασχηματισμός δεδομένων (όχι απαραίτητα Box-Cox μετασχηματισμός) μπορεί να οδηγήσει σε απλοποιημένη, ξεκάθαρη και αποδοτική ανάλυση Taguchi επιτυγχάνοντας τα ακόλουθα:

1. Σχηματοποίηση κατάλληλου μέτρου ως μέτρο απόδοσης θορύβου (noise performance measure, NPM). Για παράδειγμα, ένα μέτρο το οποίο εκφράζει τη μεταβλητότητα στην απόκριση του προϊόντος ή της διαδικασίας (όχι επηρεαζόμενη από το μέσο)
2. Ικανοποίηση στατιστικών υποθέσεων, όπως ανεξαρτησία μεταξύ του μέσου και της διασποράς, κανονικότητα της κατανομής των σφαλμάτων
3. Απλότητα (γραμμικότητα ή προσθετικότητα) του μοντέλου (άρα οι υποθέσεις «μη αλληλεπιδράσεων» γίνονται ασφαλέστερες).

### **3.5.3 ΠΡΟΣΤΑΣΙΑ ΕΝΑΝΤΙΑ ΣΤΗ ΜΕΡΟΛΗΨΙΑ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ**

Για να μπορούμε να πάρουμε ξεκάθαρες αποφάσεις για να βελτιώσουμε ένα προϊόν ή μια διαδικασία χρειαζόμαστε ξεκάθαρα αποτελέσματα από μια ανάλυση Taguchi των διαθέσιμων δεδομένων. Ένα από τα μειονεκτήματα είναι η αμφιβολία στην ταξινόμηση των παραγόντων ελέγχου της μεταβλητότητας και των παραγόντων ελέγχου στόχου, που εμποδίζει μια διάκριση ανάμεσα στους παράγοντες που επιδρούν στη διασπορά και σε εκείνους που επηρεάζουν μόνο τη μέση απόκριση. Μια μεγάλη επικάλυψη στη ταξινόμηση είναι κυρίως το αποτέλεσμα της παραβίασης της υπόθεσης (ii), δηλαδή όταν η διασπορά των μετρήσεων μέσα σε μια πειραματική δοκιμή τείνει να αλλάζει με το μέσο επίπεδο αυτών των μετρήσεων. Σε μια τέτοια περίπτωση, ίσως χρειαστούμε μια κατάλληλη αλλαγή κλίμακας, ένα κατάλληλο μετασχηματισμό δεδομένων, που μπορεί να οδηγήσει σε ανεξαρτησία ανάμεσα στο  $\sigma_\tau^2$  και  $\mu_\tau$  (στη μετασχηματισμένη κλίμακα).

Ο τύπος ενός τέτοιου μετασχηματισμού μπορεί να οριστεί μετά από τον ορισμό (αν είναι δυνατός) της συναρτησιακής σχέσης ανάμεσα στο  $\sigma_y^2$  και το  $\mu_y$  στην αρχική κλίμακα. Αν υποθέσουμε ότι μια τέτοια συναρτησιακή σχέση που δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_y = f(\mu_y) \quad (5)$$

υπάρχει, τότε μπορεί να δειχθεί ότι ο μετασχηματισμός  $T$  που απαιτείται για να κάνει το  $\sigma_\tau^2$  σταθερό, έστω  $c^2$ , μπορεί να προσεγγισθεί από:

$$T(\mu) \approx \int \frac{c}{f(\mu)} d\mu \quad (6)$$

Η δυσκολία της προσέγγισης που χρησιμοποιείται εδώ είναι μόνο φαινομενική. Για παράδειγμα, αν η  $X$  είναι κανονικά κατανομημένη, τότε η διασπορά του  $T(x) = x^2$ , όπως δίνεται από την σχέση:  $\sigma_T^2 = T'(\mu)^2 \sigma_y^2$ , είναι  $4\sigma_y^2 \mu_y^2$ , ενώ στην πραγματικότητα είναι  $4\sigma_y^2 \mu_y^2 + 2\sigma_y^4$ . Η εξίσωση (6) μπορεί ακόμα να μας οδηγήσει στο τι πρέπει να είναι προσεγγιστικά ο  $T$  σε ειδικές περιπτώσεις. Για παράδειγμα αν:

$$\sigma_y = f(\mu) = \alpha \mu^\beta \quad (7)$$

τότε από την εξίσωση (6) έχουμε:

$$T(\mu) = \begin{cases} c_1 \mu^{1-\beta}, & \beta \neq 1 \\ c_1 \log \mu, & \beta = 1 \end{cases},$$

όπου η  $c_1$  είναι σταθερά. Δηλαδή, χρειαζόμαστε ένα μετασχηματισμό στη δύναμη του  $(1-\beta)$  αν  $\beta \neq 1$ , και το λογαριθμικό μετασχηματισμό αν  $\beta = 1$ . Με άλλα λόγια, αν  $\lambda = 1-\beta$  χρειαζόμαστε ένα μετασχηματισμό στη δύναμη του  $\lambda$  αν  $\lambda \neq 0$  και το λογαριθμικό μετασχηματισμό αν  $\lambda = 0$ . Αυτό είναι ισοδύναμο με την μονοπαραμετρική Box-Cox οικογένεια μετασχηματισμών (1) με  $\lambda = 1-\beta$ .

Ένας τρόπος να αποδειχθεί εάν η (7) είναι μια λογική προσέγγιση, είναι η εκτίμηση του  $\beta$  μέσω του εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων για το  $b$  στην σχέση ανάμεσα στο δειγματικό μέσο  $\bar{x}_i$  και τη δειγματική τυπική απόκλιση  $s_i$ :

$$\log s_i = \log \alpha + b \log \bar{x}_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

( $n$  το πλήθος των πειραματικών εκτελέσεων) με τη σημαντικότητά του να φαίνεται μέσω της  $t$ -αναλογίας για το  $b$ .

Όταν τα δεδομένα περιέχουν μη θετικές τιμές (σε αυτή την περίπτωση το  $\log \bar{x}_i$  ή το  $\log x_i$  δεν μπορεί να οριστεί) μπορούμε να θεωρήσουμε την σχέση  $\sigma \approx \alpha(\mu + \beta_1)^\beta$ , έτσι ώστε  $y > -\beta_1$ . Οι παράμετροι  $\beta$  και  $\beta_1$  μπορούν να εκτιμηθούν αντίστοιχα από τα  $b$  και  $b_1$ , που παράγουν τον καλύτερο συντελεστή ορισμού στην ανάλυση παλινδρόμησης:

$$\log s_i = \alpha + b \log(\bar{x}_i + b_1).$$

Στη συνέχεια αποδεικνύεται ότι η εκτίμηση του  $\beta$  μπορεί να έχει σημαντική χρήση στην ελαχιστοποίηση της επικάλυψης στην ταξινόμηση των παραγόντων ελέγχου της μεταβλητότητας και των παραγόντων ελέγχου στόχου.

Στο Λογοθέτη ([3]) σημειώθηκε ότι σε πολλές περιπτώσεις ο « $\beta$ -μετασχηματισμός» (προτεινόμενος μέσω της εκτίμησης του  $\beta$  από την σχέση (8) ή « $\beta$ -τεχνική») είναι ταυτόσημος με το  $\lambda$  μετασχηματισμό (προτεινόμενος με χρήση της τεχνικής Box-Cox), κάτι το οποίο σημαίνει ότι η απλή διαδικασία (8) είναι αρκετά καλή για την εκτίμηση ενός μετασχηματισμού, που ικανοποιεί συγχρόνως τις απαιτήσεις (i)-(iii). Όπου υπάρχει μια διαφωνία (υπό την προϋπόθεση ότι ο  $\beta$  είναι σημαντικά στατιστικός), θα προτιμάμε το  $\beta$ -μετασχηματισμό (δηλαδή την

ικανοποίηση των απαιτήσεων (i) και (ii) ως πιο σημαντικές) σημειώνοντας ότι αυτή η διαφωνία είναι μια ένδειξη της παρουσίας δυνατών αλληλεπιδράσεων ή/και υψηλής τάξης όρων. Θα μπορούσαμε να συμφωνήσουμε ως προς τη χρήση πάντα της απλής διαδικασίας χωρίς να πάμε μέσω της πιο περίπλοκης Box-Cox διαδικασίας, που μπορεί να είναι λιγότερο εύρωστη στην παρουσία outliers και μπορεί μετά από όλα αυτά να προκαλέσει μια μεροληψία του μέσου. Ωστόσο η Box-Cox τεχνική έχει πολλά προτερήματα που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη:

- Είναι ενδεικτική της παρουσίας αλληλεπιδράσεων, ένας έλεγχος ο οποίος έχει παραληφθεί σε πολλές εφαρμογές Taguchi στο παρελθόν
- Κάνει πλήρη χρήση της πληροφορίας που παρέχεται από τα διαθέσιμα δεδομένα
- Εξασφαλίζει ότι η απλότητα (γραμμικότητα ή προσθετικότητα) και η κανονικότητα του μοντέλου είναι ισχύουσες υποθέσεις
- Μπορεί να παρέχει αξιόπιστα και μικρότερα διαστήματα εμπιστοσύνης για το  $\lambda$
- Μπορεί να ασχοληθεί με υποθέσεις με καμία επανάληψη σε κάθε δοκιμή (η πιθανότητα εφαρμογής της μεθόδου του Taguchi σε μη επαναλαμβανόμενα πειράματα ερευνήθηκε από τους Box και Meyer (1986)).

Η Box-Cox τεχνική πρέπει να χρησιμοποιείται όπου είναι δυνατό, με τη β-τεχνική ως μια προστασία έναντι στη μεροληψία του μέσου. Αν η συναρτησιακή σχέση ανάμεσα στα  $\sigma_y$  και  $\mu$  είναι γνωστό ότι είναι διαφορετική από την σχέση της δύναμης (7), η (6) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παρέχει πληροφορία για τον τύπο του μετασχηματισμού  $T$ , που χρειάζεται. Ωστόσο προτείνεται η ακόλουθη διαδικασία.

### 3.5.4 Box-Cox ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Αν ένας μετασχηματισμός δε χρειάζεται ( $\lambda \approx 1$  ή  $\beta \approx 0$ , δηλαδή  $T(y) = y$ ) ή αν ένας μετασχηματισμός χρειάζεται και εφαρμόζεται στα δεδομένα, τότε ως NPM χρησιμοποιείται η σχέση:

$$NPM = -10 \log_{10} \sigma_T^2$$

όπου  $\sigma_T^2$  είναι η διασπορά στη μετασχηματισμένη κλίμακα και το πρόσημο «-» χρησιμοποιείται υπό συνθήκη έτσι ώστε πάντα να μεγιστοποιούμε το NPM.

Αν για κάποιο λόγο ένας μετασχηματισμός δεν μπορεί να εφαρμοστεί αλλά η  $f$  είναι γνωστή (γενικά αυτό καλύπτει και την περίπτωση  $\beta \approx 0$ , καθώς και την περίπτωση όταν η εξίσωση (6) είναι δύσκολο να λυθεί) τότε χρησιμοποιείται η σχέση:

$$\text{NPM} = -10 \log_{10} \left\{ \frac{f(\mu)}{\sigma_y} \right\}^2.$$

Το μέτρο απόδοσης θορύβου του Taguchi είναι η ειδική περίπτωση όταν  $f(\mu) = \alpha\mu$  ( $\beta \approx 1$ ,  $\lambda = 0$ , δηλαδή  $T(y) = \log y$ ).

### **3.5.5 ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ TAGUCHI**

Τα πειράματα διεξήχθησαν στην Ferranti Electronics και αναλύθηκαν στο Hirst Research Center της General Electric Company.

#### **Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

Το αντικείμενο της διαδικασίας χαρακτηριστικής πλάσματος ήταν να ορίσει τις διασυνδεδεμένες τροχιές σε ένα ολοκληρωμένο κύκλωμα με ακρίβεια μέσα από τρύπες σε ένα μονωτικό στρώμα, ένα αγώγιμο στρώμα μετάλλου (τοποθετημένο πάνω σε μια επιφάνεια χωνιού) έρχεται σε επαφή με όλα τα στοιχεία του κυκλώματος των πολλών τσιπ πάνω σε χωνί. Σε αυτό το σημείο, όλα τα στοιχεία πάνω σε κάθε τσιπ είναι κοντά συνδεδεμένα από το μεταλλικό στρώμα.

Μετά από ένα στάδιο φωτολιθογραφικής διαδικασίας, ένα δομημένο φωτοανθεκτικό στρώμα υπερκαλύπτει το ακόμα συνεχές μεταλλικό στρώμα. Κατά τη διάρκεια του ακόλουθου χαρακτηριστικού σταδίου, το ανεπιθύμητο μέταλλο, εκτεθειμένο στα ανοίγματα στο φωτοανθεκτικό φιλμ μετακινείται. Αυτό το μέρος του μεταλλικού στρώματος, που προστατεύεται από το φωτοανθεκτικό παραμένει ως διασυνδετική τροχιά ανάμεσα στα στοιχεία του κυκλώματος.

Σε μια καλά σχεδιασμένη διαδικασία, η χαρακτηριστική διεξάγεται ομοιόμορφα πάνω σε όλη την επιφάνεια του χωνιού. Με ένα αγώγιμο στρώμα ομοιόμορφου πάχους, τα κενά ανάμεσα στις τροχιές μετά καθαρίζουν ταυτόχρονα. Ωστόσο στην πράξη ένας 'χρόνος υπερχάραξης' προστίθεται να αντισταθμίσει μικρές διακυμάνσεις στο πάχος του στρώματος και στην ομοιομορφία της χαρακτηριστικής αναλογίας και έτσι να εξασφαλίσει ότι όλα τα κενά έχουν καθαριστεί.

Ένας αυτόματος μηχανισμός τοποθετεί τα ξεχωριστά χωνιά συμμετρικά στο κάτω μέρος δυο παράλληλων ηλεκτροδίων μέσα στο θάλαμο αντίδρασης. Μετά τη μείωση της ατμόσφαιρας του θαλάμου σε χαμηλή πίεση, τα αέρια αντίδρασης εισάγονται μέσα σε ελεγκτές ροής μάζας και η πίεσή τους ελέγχεται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας δυναμικά με συνεχή άντληση. Αυτό παρέχει σταθερές συνθήκες με ξαναγέμισμα των φρέσκων αερίων και εξάντληση των προϊόντων αντίδρασης.

Η δύναμη ραδιοσυχνότητας ξεκινά την εκκένωση του πλάσματος ανάμεσα στα ηλεκτρόδια. Στην επιφάνεια του χωνιού πολλές σύνθετες χημικές αντιδράσεις συμβαίνουν ταυτόχρονα. Η διαδικασία ελέγχεται μετρώντας την ένταση μιας από τις φασματικές γραμμές, εκπεμπόμενης από υπάρχον προϊόν αντίδρασης. Παρατηρώντας την σε έναν γραφικό καταγραφέα μπορούν να ορισθούν οι χρόνοι χάραξης και υπερχάραξης.

## **ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ - ΕΜΠΛΕΚΟΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ**

### **Ελεγχόμενες Μεταβλητές**

Ένα από τα αντικείμενα του πειράματος ήταν ο χαρακτηρισμός της πρόσφατα εγκατεστημένης διαδικασίας χαρακτηριστικής πλάσματος, εξετάζοντας τις επιδράσεις των ακόλουθων παραγόντων του σχεδιασμού:

1.  $F_1$ : η πίεση του θαλάμου αντίδρασης (σε millitorr)
2.  $F_2$ : η ραδιοσυχνότητα της στάθμης ισχύος (σε watts)
3.  $F_3$ : η θερμοκρασία του κατώτερου ηλεκτροδίου στο οποίο στηρίζεται το χωνί (σε βαθμούς Κελσίου)
4.  $F_4$ : το ποσοστό ροής του βορίου τριχλωριδίου ( $\text{BCl}_3$ ) (σε  $\text{cm}^3/\text{min}$ )
5.  $F_5$ : το ποσοστό ροής του χλωριδίου (σε  $\text{cm}^3/\text{min}$ )
6.  $F_6$ : το ποσοστό ροής του πυριτίου τετραχλωριδίου ( $\text{PiCl}_4$ ) (σε  $\text{cm}^3/\text{min}$ )

### **Μεταβλητές Απόκρισης**

Μας ενδιαφέρουν τρεις μεταβλητές απόκρισης:

1. A: η χαρακτηριστική αναλογία του κράματος στρώματος αλουμινίου-πυριτίου το οποίο διαμορφώνει τις διασυνδετικές τροχιές – μια τιμή πάνω από  $5000 \text{ A} \cdot \text{min}^{-1}$  θα θεωρηθεί ικανοποιητική
2. P: η χαρακτηριστική αναλογία του φωτοανθεκτικού (στρώματος) – η τιμή πρέπει να είναι τέτοια που ο λόγος μεταξύ της απόκρισης A και της απόκρισης P να είναι μεταξύ 3 και 4
3. OX: η χαρακτηριστική αναλογία του οξειδίου για το στρώμα  $\text{SiO}_2$  που εκτίθεται σε χρόνο υπερχάραξης – θα πρέπει να είναι όσο το δυνατό μικρότερη.

Παρακάτω γίνεται εστίαση στην ανάλυση μόνο της απόκρισης A.

## Μη Ελεγχόμενες Μεταβλητές

Ένα άλλο αντικείμενο του πειράματος ήταν να υπολογιστεί η επίδραση του χρόνου υπερχάραξης (ΟΕ) στην απόκριση ενδιαφέροντος. Ήταν ήδη αναμενόμενο ότι η υπερχάραξη επηρεάζει το ποσοστό χάραξης του οξειδίου (ΟΧ) αλλά δεν υπήρχε προηγούμενη μηχανολογική πληροφορία. Όπως αναφέρθηκε ήδη, ο χρόνος υπερχάραξης είναι απαραίτητος για να εξασφαλίσει τον καθαρισμό των κενών μεταξύ των τροχιών αλλά ιδανικά έπρεπε να ελαχιστοποιηθεί. Για να μελετήσουμε την επίδραση υπερχάραξης επιλέχθηκαν 2 επίπεδα, ένα στα 30sec και το άλλο στα 90sec. ο χρόνος υπερχάραξης (ΟΕ) δεν είναι παράγοντας σχεδιασμού, γιατί στην πράξη δεν είναι ελέγξιμος, είναι αυτό που ο Taguchi καλεί «ένας ενδεικτικός παράγοντας», δηλαδή ένας παράγοντας του οποίου τα επίπεδα δεν είναι επιλέξιμα αλλά έτσι και αλλιώς πρέπει να ξέρουμε την επίδρασή του.

Το τελικό αντικείμενο του πειράματος ήταν να ορίσει ποιοι από τους παράγοντες σχεδιασμού επιδρούν στη μεταβλητότητα χάραξης κατά μήκος του χωνιού. Η τεχνική Taguchi μπορεί επίσης να δείξει πώς αυτή η μεταβλητότητα μπορεί να ελαχιστοποιηθεί. Για αυτό έχουν ληφθεί περισσότερες (από μια) μετρήσεις σε διαφορετικές θέσεις του χωνιού. Η μεταβλητότητα ανάμεσα στις διάφορες θέσεις του χωνιού ήταν εξαιτίας των επιδράσεων μη-ελέγξιμων αγνώστων παραγόντων και χημικών αντιδράσεων μέσα στον αντιδραστήρα. Έτσι, η 'θέση του χωνιού' θεωρήθηκε ως ένας αντιπρόσωπος των άγνωστων παραγόντων θορύβου των οποίων οι επιδράσεις πρέπει ιδανικά να ελαχιστοποιηθούν. Στο παρελθόν όμοια επίπεδα μεταβλητότητας έχουν βρεθεί για όλα τα χωνιά, έτσι σε αυτό το στάδιο μόνο η μέσα στο χωνί μεταβλητότητα θεωρείται ως σημαντική. Σε ένα επόμενο στάδιο, μελετάται επίσης η μεταβλητότητα ανάμεσα στα χωνιά και έτσι ο 'παράγοντας χωνί' θεωρείται επίσης ως παράγοντας θορύβου.

## ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ

Οι έξι παράγοντες σχεδιασμού, καθένας σε τρία επίπεδα, αναθέτονται στις στήλες του  $L_{18}(3^6)$  Πίνακα (Πίνακας 3.2). Αυτός ο ορθογώνιος σχεδιασμός είναι ένας υψηλά κλασματικός, αλλά αποτελεσματικός σχεδιασμός, εφόσον απαιτεί 18 εκτελέσεις για έξι παράγοντες 3 επιπέδων, ενώ ο πλήρης παραγοντικός σχεδιασμός θα χρειαζόταν 729 εκτελέσεις. Ένας τέτοιος σχεδιασμός επιλέγεται συνήθως όταν μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι αλληλεπιδράσεις είναι αμελητέες. Για την υπό μελέτη διαδικασία, τα πειραματικά εύρη και επίπεδα για τους παράγοντες επιλέχθηκαν από τους μηχανικούς έτσι ώστε ελαχιστοποιήθηκε η πιθανότητα παρουσίας ισχυρών αλληλεπιδράσεων.

Για καθεμία από τις 18 εκτελέσεις ελέγχθηκαν 2 χωνιά, ένα με 30sec χρόνο υπερχάραξης και ένα με 90sec χρόνο υπερχάραξης, οπότε και επιτράπηκε επίσης η μελέτη του «ενδεικτικού παράγοντα» ΟΕ.



Για τη μελέτη (και ελαχιστοποίηση) της μέσα στο χωνί μεταβλητότητας ελήφθησαν πέντε μετρήσεις κατά μήκος του χωνιού σε βόρεια, κεντρικά, νότια, ανατολικά και δυτικά σημεία. Τα προκύπτοντα αποτελέσματα για την απόκριση Α δίνονται στον Πίνακα 3.3.

Εκτελέσεις	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>5</sub>	F <sub>6</sub>
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3
4	2	1	1	2	2	3
5	2	2	2	3	3	1
6	2	3	3	1	1	2
7	3	1	2	1	3	2
8	3	2	3	2	1	3
9	3	3	1	3	2	1
10	1	1	3	3	2	2
11	1	2	1	1	3	3
12	1	3	2	2	1	1
13	2	1	2	3	1	3
14	2	2	3	2	2	1
15	2	3	1	1	3	2
16	3	1	3	2	3	1
17	3	2	1	3	1	2
18	3	3	2	1	2	3

Πίνακας 3.2. Ο  $L_{18}(3^6)$  Ορθογώνιος Πίνακας

Εκτελέσεις	OE 30sec					OE 90sec				
	Θέση Χωνιού									
	North	Centre	South	East	West	North	Centre	South	East	West
1	4790	4690	4790	4790	4690	5070	5070	4970	5170	4970
2	5580	5580	5120	5470	5470	6050	6050	5700	5810	5810
3	5880	6000	5750	5880	5500	5750	6880	6880	5750	5500
4	6350	5630	6200	6200	6060	6110	6390	5970	6500	6110
5	8920	9120	9120	8920	8920	9350	9550	9350	9350	9350
6	5190	5420	5190	5190	5190	5950	6070	5710	5830	5950
7	12900	12900	12900	13200	12900	12900	12900	12600	12600	12600
8	5450	5450	5210	5210	5210	5450	5580	5450	5450	5450
9	9450	9450	9450	9250	9250	10140	10140	9320	9730	9730
10	5070	4960	4960	4860	4860	5310	5310	5100	5210	5100
11	5540	5540	5770	5420	5310	5680	5680	5570	5570	5570
12	5150	5040	5040	5150	5040	5260	5470	5360	5260	5260
13	4890	5000	4780	4890	4890	5110	5210	5000	5110	5110
14	8520	8520	8330	8150	8150	8780	8780	8600	8780	8780
15	10870	10870	10870	10570	10570	10870	10870	10870	10570	10570
16	12740	12450	12450	12450	12450	11940	11940	11670	11670	11670

17	5840	5840	5710	5710	5710	6230	6510	6230	6230	6230
18	8730	8920	8540	8540	8730	9110	9110	8730	8920	8730

Πίνακας 3.3. Δεδομένα της απόκρισης A

### **Ανάλυση της απόκρισης A: Εκ των προτέρων διερεύνηση των δεδομένων**

Ο Λογοθέτης ([3]) εξέτασε την ανάγκη για μια αρχική διερεύνηση των διαθέσιμων δεδομένων πριν την εφαρμογή της μεθόδου του Taguchi. Προτάθηκαν διάφορα διερευνητικά βήματα, βασικότερο αυτών η εκ των προτέρων ανάλυση μη ελεγχόμενων παραγόντων και η διερεύνηση της ανάγκης μετασχηματισμού των δεδομένων. Αυτό είναι εξαιρετικά σημαντικό όταν έχουμε να κάνουμε με δεδομένα που προκύπτουν από ανεπαρκώς σχεδιασμένα πειράματα ή από εντός της παραγωγής – εκτός της παραγωγής έλεγχο.

### **Μη Ελεγχόμενοι Παράγοντες**

Η συστηματική μεταβλητότητα πρέπει να ερευνηθεί για να ανακαλυφθεί εάν προκαλείται από έναν παράγοντα που δεν έχει θεωρηθεί ή από μια αλληλεπίδραση με έναν ελεγχόμενο παράγοντα. Όποτε είναι δυνατό, πρέπει να εκτελούνται βήματα για να απομονώσουν και/ή να αφαιρούν κάθε συστηματική διασπορά πριν εφαρμοστούν οι αρχές του Taguchi. Για να αποδειχθεί αν υπάρχει μια συστηματική διασπορά ανάμεσα στις θέσεις του χωνιού, αναλύουμε τα δεδομένα του Πίνακα 3.3, χρησιμοποιώντας τις συνηθισμένες ANOVA τεχνικές για τη μελέτη των ακολούθων παραγόντων:

- a) T: (τυχαίος παράγοντας πειραματικής εκτέλεσης) σε 18 επίπεδα για διασπορά ανάμεσα στις πειραματικές εκτελέσεις
- b) W: (τυχαίος παράγοντας χωνί) σε 2 επίπεδα φωλιασμένα σε κάθε επίπεδο του Tα
- c) S: (φιξαρισμένος παράγοντας θέσης του χωνιού) σε 5 επίπεδα

Κατάλληλος είναι ένας μικτός, φωλιασμένος παραγοντικός, split-plot σχεδιασμός (mixed nested factorial, split-plot design) σύμφωνα με το μοντέλο:

$$X_{ijk} = \mu + \underbrace{T_i + W_{j(i)}}_{\text{whole plot-nested}} + \underbrace{S_k + TS_{ik} + WS_{kj(i)}}_{\text{split-plot}}$$

όπου  $\mu$  είναι ο συνολικός μέσος,  $T_i$  η πειραματική επίδραση, με  $i = 1, 2, \dots, 18$ ,  $W_{j(i)}$

η επίδραση του χωνιού μέσα στην πειραματική εκτέλεση, με  $j = 1, 2$  για κάθε  $i$ ,  $S_k$  η επίδραση θέσης του χωνιού, με  $k = 1, \dots, 5$ ,  $X_{ijk}$  είναι η παρατήρηση για τη θέση  $k$  του χωνιού στην εκτέλεση  $i$  και οι άλλοι δυο όροι αναπαριστούν τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των παραγόντων που θεωρήσαμε.

Δεν υπάρχει  $T \times W$  αλληλεπίδραση, γιατί τα επίπεδα αυτών των παραγόντων δε διασταυρώνονται. Δεν υπάρχει δυνατότητα ανάκτησης της διασποράς σφάλματος, γιατί υπάρχει μόνο μια παρατήρηση για κάθε συνδυασμό  $T \times W \times S$ .

Χρησιμοποιώντας την κατάλληλη ανάλυση για αυτό τον σχεδιασμό αποκτούμε τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.4. Για να ελεγχθεί η σημαντικότητα του  $MSS$  (μέσο άθροισμα τετραγώνων) του  $T$  συγκρίνεται με το  $MSS$  του  $W$ , ο  $S$  με την  $T \times S$  αλληλεπίδραση και η  $T \times S$  με την  $W \times S$ . Δεν υπάρχει διαθέσιμο test για τις  $W$  και  $W \times S$  επιδράσεις, επειδή δεν υπάρχει ανακτημένο σφάλμα υπολοίπων.

Αυτή η ανάλυση δείχνει μια σημαντικά υψηλή επίδραση του  $S$ . Χρησιμοποιώντας μάλιστα τον έλεγχο πολλαπλής σύγκρισης του Duncan, εφαρμοζόμενο στις μέσα στα χωνιά αντιθέσεις, μπορούμε να δείξουμε ότι για την απόκριση  $A$  υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στην κεντρική θέση και στις υπόλοιπες θέσεις.

Ωστόσο οι μηχανικοί ένιωσαν ότι αυτό ήταν ένα χαρακτηριστικό ήδη παρατηρημένο και πάντα αναμενόμενο για αυτόν τον εξοπλισμό χαρακτηριστικής πλάσματος. Όμως πρέπει να γίνει μια προσπάθεια για να ελαχιστοποιηθεί αυτή η μεταβλητότητα όσο το δυνατόν περισσότερο, χρησιμοποιώντας τις αρχές του Taguchi.

Source	Degrees of freedom	Sum of Squares	F ratio
$T$	17	1157406197.78	192.73
$W$	18	6358580.00	
$S$	4	1001881.11	8.31
$T \times S$	68	2048418.89	1.21
$W \times S$	72	1791420.00	

Πίνακας 3.4. Πίνακας ANOVA

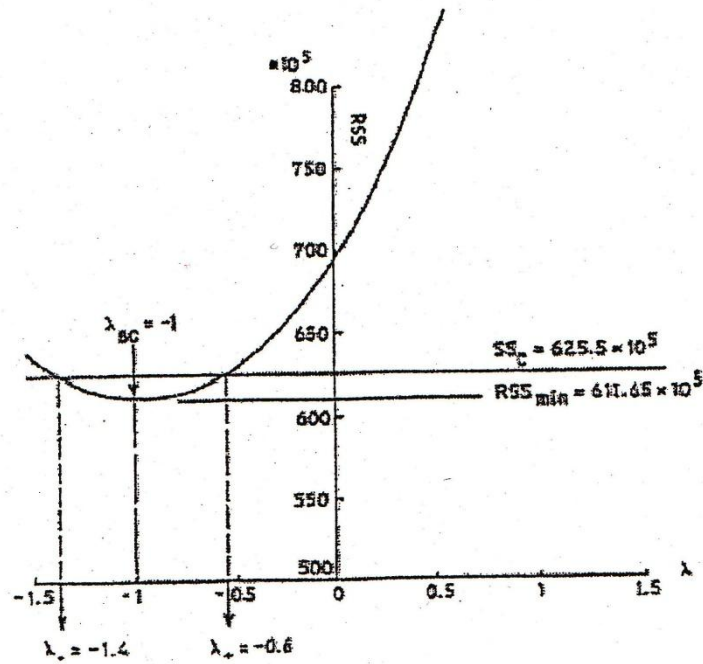
### Ανάλυση Μετασχηματισμών

Για ένα σύνολο πραγματικών τιμών για το  $\lambda$  στο διάστημα  $(-2,2)$ , μετασχηματίζονται οι τιμές των δεδομένων για την απόκριση A (Πίνακας 3.3) σύμφωνα με την οικογένεια μετασχηματισμών (1). Μετά κατατάσσεται έναντι σε κάθε τιμή  $\lambda$  το  $RSS$  (τετραγωνικό άθροισμα υπολοίπων) από την ANOVA ή την ανάλυση παλινδρόμησης υποθέτοντας το απλούστερο δυνατό μοντέλο, σε αυτή την περίπτωση ένα γραμμικό μοντέλο, που εμπλέκει μόνο τις γραμμικές επιδράσεις των παραγόντων  $F_1$ - $F_6$  και του ΟΕ (Πίνακας 3.5).

$\lambda$	$RSS$
2.0	206746223
1.0	106278285
0.5	82916332
0.0	69483768
-0.5	62843692
-0.75	61461473
-1.0 = $\lambda_{BC}$	61164873 = $RSS_{\min}$
-1.25	61857489
-1.50	63603230

Πίνακας 3.5.

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι η Box-Cox τεχνική επιδεικνύει την ανάγκη για τον αντίστροφο μετασχηματισμό ( $\lambda_{BC} = 1$ ). Μια γραφική αναπαράσταση του Πίνακα δίνεται στο σχήμα 3.6. όπου φαίνεται επίσης ένα 95% δ.ε. για το  $\lambda_{BC}$   $(-1.4, -0.6)$ .



Σχήμα 3.6.

Ωστόσο το Σχήμα 3.6. αποκαλύπτει μια δυνατή εξάρτηση ανάμεσα στο  $S_T^2$  και το  $\bar{X}_T$  στη μετασχηματισμένη (αντίστροφη) κλίμακα και αυτό μπορεί να επιβεβαιωθεί από την ανάλυση παλινδρόμησης του  $\log \bar{X}_T$  που παράγει μια σημαντική τιμή για τον συντελεστή παλινδρόμησης:

$$\hat{\beta}_T = b_T \cong 1.52$$

$$(t(b) = 5.7)$$

Αυτό δείχνει μια σχέση της μορφής  $\sigma_T = \alpha \mu_T^{1.5}$ , δηλαδή παραβίαση της υπόθεσης (ii). Έτσι η εφαρμογή της β-τεχνικής στη νέα κλίμακα δείχνει ότι ίσως να προκληθεί μια αμφιβολία στην ταξινόμηση ανάμεσα στους παράγοντες ελέγχου και θορύβου εάν εφαρμόσουμε τον Box-Cox αντίστροφο μετασχηματισμό.

Μια ανάλυση του  $\bar{X}_T$  δείχνει ότι όλοι οι παράγοντες  $F_1$ - $F_6$  και ο ΟΕ είναι σημαντικοί, ενώ μια ανάλυση του

$$NPM(-1) = -10 \log_{10} S_T^2$$

Παράγει τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.6 (όπου οι δείκτες I και q δείχνουν αντίστοιχα τη γραμμική και τετραγωνική επίδραση). Ο Πίνακας 5.6 δείχνει δυνατές γραμμικές επιδράσεις για τους παράγοντες  $F_1$ ,  $F_4$ ,  $F_5$  και  $F_6$  είναι δυνατές τετραγωνικές επιδράσεις για τους παράγοντες  $F_3$  και  $F_5$ .

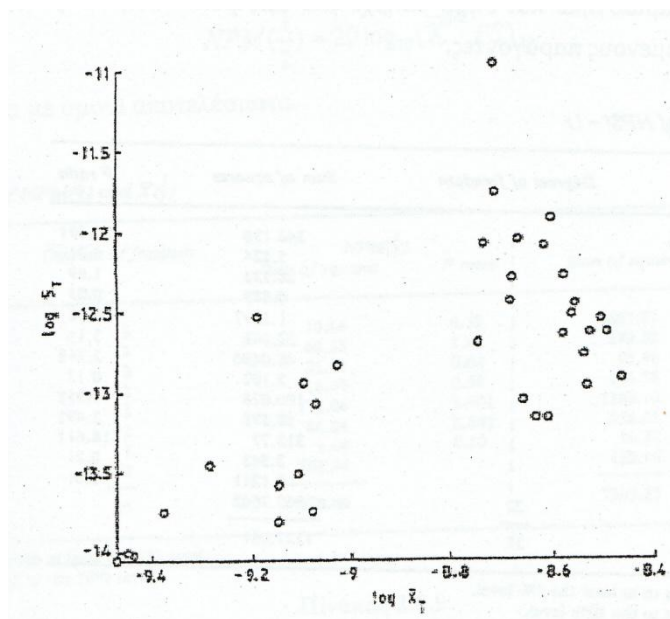
Άρα η ανάλυση των δεδομένων στην αντίστροφη κλίμακα έδειξε ότι οι 5 από τους 6 ελεγχόμενους παράγοντες επιδρούν σημαντικά και στη μέση απόκριση και στη διασπορά της απόκρισης και είναι δύσκολο να φανεί εάν αυτοί οι παράγοντες είναι πραγματικά συνδεδεμένοι με επιδράσεις θέσης ή διασποράς. Αυτό δείχνει μια αποτυχία του Box-Cox μετασχηματισμού να επιτύχει την απαίτηση (ii), και αν

κρίνουμε από το φουσκωμένο  $RSS$ , μια αποτυχία επίσης να επιτευχθεί η απαίτηση (iii).

Τώρα αν εφαρμόσουμε τη β-τεχνική στα αρχικά μη μετασχηματισμένα δεδομένα βρίσκουμε την ακόλουθη σχέση ανάμεσα στο  $\bar{X}$  και  $S^2$ :

$$\log S = 0.55 + 0.49 \log \bar{X},$$

Δηλαδή,  $\hat{\beta} = b \approx 0.5$  με  $t(b) = 1.82$ . Αυτό δείχνει μια σχέση της μορφής  $\sigma \approx a\mu^\beta$  με  $\beta \approx 1/2$  στην αρχική κλίμακα και κατά συνέπεια την ανάγκη για έναν τετραγωνικής ρίζας ( $\lambda_\beta = 1 - \beta = 1/2$ ) μετασχηματισμό.



Σχήμα 3.7. Γραφική παράσταση  $\log S_T$  με  $\log \bar{X}_T$  στην αντίστροφη κλίμακα

### Ανάλυση της απόκρισης A: Τελική ανάλυση

Αν μετασχηματίσουμε τα αρχικά δεδομένα χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό της τετραγωνικής ρίζας και αναλύσουμε το προκύπτον  $S_\beta^2$  μέσω της σχέσης:

$$NPM\left(\frac{1}{2}\right) = -10 \log_{10} S_\beta^2,$$

θα βρούμε ότι μόνο η τετραγωνική επίδραση του  $F_5$  και η γραμμική επίδραση του  $F_6$  είναι σημαντικές (Πίνακας 5.6.). Επίσης μια ανάλυση του  $\bar{X}\left(\frac{1}{2}\right) = \bar{X}_\beta$  έδειξε σημαντικές επιδράσεις εξαιτίας των  $F_1$ - $F_6$  (Πίνακας 5.6.). Έτσι μια ανάλυση στην κλίμακα του  $\lambda_\beta$  έδειξε ότι μόνο οι παράγοντες  $F_5$  και  $F_6$  συνδέονται με παράγοντες διασποράς και μπορούν για αυτό να θεωρηθούν ως παράγοντες ελέγχου μεταβλητότητας ενώ οι παράγοντες  $F_1$ - $F_4$  είναι όλοι συνδεδεμένοι με παράγοντες θέσεις και μπορούν να θεωρηθούν ως παράγοντες ελέγχου στόχου (ο ΟΕ δεν είναι

σημαντικός σε αυτή την κλίμακα). Αυτό απλοποιεί σημαντικά τα συμπεράσματα που είχαμε μετά την ανάλυση στην αντίστροφη κλίμακα, όπου η υπόθεση (ii) παραβιάστηκε και όπου υπήρχε μια αμφιβολία στην ταξινόμηση 5 από τους 6 ελεγχόμενους παράγοντες.

<i>Source</i>	<i>Degrees of freedom</i>	<i>Sum of squares</i>	<i>F ratio</i>
F <sub>1l</sub>	1	346.136	20.59
F <sub>1q</sub>	1	5.224	0.31
F <sub>2l</sub>	1	28.333	1.69
F <sub>2q</sub>	1	0.879	0.05
F <sub>3l</sub>	1	1.3597	0.08
F <sub>3q</sub>	1	52.042	3.1
F <sub>4l</sub>	1	46.0496	2.74
F <sub>4q</sub>	1	2.192	0.13
F <sub>5l</sub>	1	100.078	5.95
F <sub>5q</sub>	1	58.578	3.49
F <sub>6l</sub>	1	312.77	18.61
F <sub>6q</sub>	1	3.543	0.21
OE	1	0.1211	0.01
Residual	22	349.7662	
Total	35	1327.081	

Πίνακας 5.6. Πίνακας ANOVA για NPS(-1)

Οπότε αυτή είναι μία περίπτωση όπου ένας «γραμμικά προσανατολισμένου μοντέλου» μετασχηματισμός Box-Cox οδήγησε σε μια αποτυχία επίτευξης των απαιτήσεων (i) και (ii). Η διαφωνία ανάμεσα στη Box-Cox και τη β-τεχνική πιθανά δείχνει μη-γραμμικές επιδράσεις σε κλίμακα διαφορετική από την Box-Cox μετασχηματισμένη κλίμακα. Στην πραγματικότητα η ανάλυση της μέσης απόκρισης στη  $\lambda_\beta$  (τετραγωνικής ρίζας) κλίμακα μπορεί να δείξει πολλές δυνατές τετραγωνικές επιδράσεις εξαιτίας των παραγόντων ελέγχου στόχου F<sub>2</sub> και F<sub>3</sub> αυτό πρέπει να ληφθεί υπόψη όταν πρέπει να αποφασιστούν τα βέλτιστα επίπεδα για αυτούς τους παράγοντες.

### Παρατηρήσεις

Αντί της ανάλυσης NPM(-1) και NPM(1/2) θα μπορούσε εναλλακτικά να είχε αναλυθεί

$$NPM(-1) = 20 \log_{10}(\bar{X} / S)$$

$$NPM\left(\frac{1}{2}\right) = 20 \log_{10}(\bar{X}^{1/2} / S)$$

αντίστοιχα με όμοια αποτελέσματα.

Source	Degrees of freedom	NPM(1/2)		$\bar{X}(1/2)$	
		Sum of squares	F ratio	Sum of squares	F ratio
F <sub>1</sub>	2	10.64	0.32	2667.67	192.85
F <sub>2</sub>	2	63.55	1.93	172.52	12.47
F <sub>3</sub>	2	21.04	0.64	93.46	6.76
F <sub>4</sub>	2	18.47	0.56	146.78	10.61
F <sub>5</sub>	2	112.04	3.40	3100.10	224.11
F <sub>6</sub>	2	86.84	2.64	856.01	61.88
OE	1	1.64	0.10	18.57	2.68
Error	22	362.24		152.16	
Total	35	676.46		7209.27	

Πίνακας 5.7. Analysis of NPM(1/2) and  $\bar{X}(1/2)$

Σημειώνεται ότι:

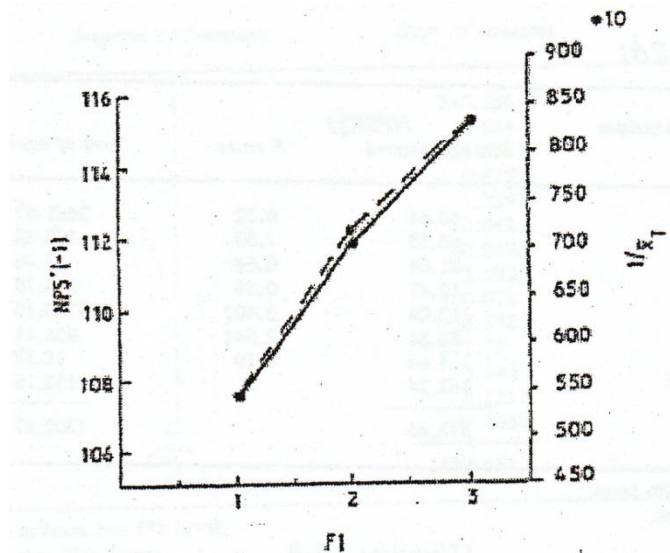
$$NPM(-1) = NPM\left(\frac{1}{2}\right) + 20 \log_{10} \bar{X}^{1.5}$$

και μπορούμε να δούμε φανερά πώς μπορεί να εισαχθεί μια μέση μεροληψία με τη χρήση του  $NPM(-1)$ , δηλαδή με τη χρήση του Box-Cox αντίστροφου μετασχηματισμού. Για παράδειγμα μπορούμε να δούμε γραφικά πόσο όμοια είναι η επίδραση του  $F_1$  στη διασπορά (μέσω του  $NPM(-1)$ ) και στη μέση απόκριση (μέσω του  $1/\bar{x}_T$ ) στην αντίστροφη κλίμακα (Σχήμα 3.8.). Η ομοιότητα είναι εξαιτίας του γεγονότος ότι το μέτρο διασποράς της απόδοσης είναι μεροληπτικό από το μέσο. Όταν όμως δουλέψουμε με τον κατάλληλο μετασχηματισμό που εξασφαλίζει την ικανοποίηση της απαίτησης (ii) (σε αυτή την περίπτωση ο τετραγωνικής ρίζας μετασχηματισμός) προκύπτει ότι η  $F_1$  είναι πραγματικά συνδεδεμένη με επιδράσεις θέσης και όχι με διασποράς.

### Συμπεράσματα Πειράματος

Με βάση την ανάλυση όλων των αποκρίσεων ενδιαφέροντος, αποφασίστηκε ότι οι παράγοντες  $F_4$ - $F_6$  πρέπει να θεωρούνται ως παράγοντες ελέγχου της μεταβλητότητας (δηλαδή παράγοντες που επηρεάζουν τη διασπορά στην απόκριση) και πρέπει να κρατηθούν τα βέλτιστά τους επίπεδα (τα επίπεδα με τα υψηλότερα μέτρα απόδοσης θορύβου). Οι παράγοντες  $F_1$  και  $F_2$  φαίνεται να επηρεάζουν τη μέση απόκριση και για τις δυο A και P αποκρίσεις και έτσι μπορούν να θεωρηθούν ως παράγοντες ελέγχου στόχου. Ο παράγοντας  $F_3$  μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ως παράγοντας ελέγχου στόχου για την απόκριση A.





Σχήμα 3.8. Επίδραση του  $F_1$  στο  $S_T$  (μέσω του  $NPM(-1)$ ) (---) και στη μέση απόκριση  $\bar{X}_T$  (μέσω του  $1/\bar{x}_T$ )

Ο ενδεικτικός παράγοντας ΟΕ δε δείχνει να επιδρά στη μέση απόκριση του Α και του Ρ, παρόλο που φαίνεται να έχει μικρή επίδραση στη μεταβλητότητα της απόκρισης Ρ. Αλλά αφού η ΟΕ δεν είναι ελέγξιμη, η βελτιστοποίηση της διαδικασίας πρέπει να επιτευχθεί με χειρισμό μόνο των παραγόντων  $F_1$ - $F_6$ . Ο ΟΕ φαίνεται να επιδρά στον ΟΧ απευθείας, όπως ήταν αναμενόμενο, που υποστηρίζει την άποψη ότι ένα ελάχιστο στο χρόνο χάραξης είναι το καλύτερο.

Μερικά επιπλέον πειράματα (που επιτρέπουν τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων ανάμεσά στους περισσότερο σημαντικούς παράγοντες) με χρήση περισσότερων του ενός χωνιού σε κάθε δοκιμή (δηλαδή, θεωρώντας επίσης τον παράγοντα χωνί που δεν έδειξε μια σημαντική επίδραση) έδειξαν ότι κρατώντας τον  $F_1$  κοντά στο επίπεδο 1 και τον  $F_2$  κοντά στο επίπεδο 3 (με  $F_3$  κοντά στο επίπεδο 2) επιτυγχάνονται οι απαιτούμενοι στόχοι για τις αποκρίσεις Α και Ρ.

# 4

## ΟΙ ΜΗ-ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΟΥ TAGUCHI

### 4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων διάρκειας ζωής, ο πειραματιστής ενδιαφέρεται για την εκτίμηση της διάρκειας ζωής μιας συγκεκριμένης μονάδας προϊόντος κάτω από ορισμένες συνθήκες, οι οποίες προσομοιώνονται σε ένα πειραματικό περιβάλλον. Οι δοκιμές διάρκειας ζωής δεν είναι κατ' ανάγκη τεστ καταστροφής. Αν η διάρκεια της πειραματικής μεθόδου είναι προκαθορισμένη, μερικές από τις μονάδες του τεστ θα μπορούσαν να επιβιώσουν όσο διαρκεί το πείραμα. Όταν τα δεδομένα που προκύπτουν εκφράζονται με συνεχή τύπου δεδομένα διάρκειας ζωής για κάθε μονάδα, με τον επιπρόσθετο προσδιορισμό του αν απέτυχε ή αν επιβίωσε σε ολόκληρη την πειραματική περίοδο, συνήθως χρησιμοποιείται η ανάλυση του Weibull για να εκτιμηθεί η αξιοπιστία της μονάδας του προϊόντος. Ωστόσο, μια τέτοια ανάλυση απαιτεί την ικανοποίηση της προϋπόθεσης ότι η κατανομή της αποτυχίας σε σχέση με τη μονάδα ακολουθεί την πιθανοθεωρητική κατανομή τύπου Weibull.

Μια τεχνική για την ανάλυση πειραμάτων διάρκειας ζωής που δεν απαιτεί μια τέτοια προϋπόθεση είναι η μέθοδος της **ελάχιστης ανάλυσης** (ή ανάλυση των ελαχίστων μονάδων ή ανάλυση της ελάχιστης συσσώρευσης) που προτείνει ο Taguchi, με την οποία όχι μόνο μπορούν να υπολογιστούν οι επιδράσεις των παραγόντων που επηρεάζουν την επιβίωση της μονάδας, αλλά και να μετρηθεί η συνάρτηση της κατανομής επιβίωσης. Αν θεωρήσουμε τη χαρακτηριστική τιμή ως εκτιμητή ενός σημείου της συνάρτησης κατανομής διάρκειας ζωής, η μέθοδος επιτρέπει την έκφραση οποιασδήποτε τιμής, ακόμα και συνεχούς φύσης, με δυο τύπους κατηγοριοποίησης, «υπάρχει» και «δεν υπάρχει», σε κάθε σημείο της συντεταγμένης. Έτσι προτείνεται ένας ενοποιημένος τρόπος ανάλυσης, ο οποίος, όπως ισχυρίζεται ο Taguchi, μπορεί ταυτόχρονα:

1. Να αντιμετωπίσει με κάθε είδους χαρακτηριστική τιμή (συνεχή, ασυνεχή ή κατηγοριοποιημένη)
2. Να υπολογίσει την συνάρτηση κατανομής
3. Να ελέγξει όχι μόνο τις διαφορές μεταξύ των μέσων τιμών αλλά και τις διαφορές της κατανομής που οφείλονται σε διασπορά
4. Να πραγματοποιήσει έλεγχο σημαντικότητας για τους παράγοντες που μπορεί να συμπεριλαμβάνονται στο πείραμα διάρκεια ζωής.

Παρόλο που η μέθοδος μπορεί σίγουρα να αντιμετωπίσει με κάθε είδος χαρακτηριστικής τιμής (1) και μπορεί κατά κάποιο τρόπο να προχωρήσει σε μια εκτίμηση της καμπύλης ρυθμού επιβίωσης σε κάθε ελάχιστη μονάδα (2), ο Λογοθέτης ([25]) θεωρεί ότι η ικανότητα της μεθόδου να προσδιορίσει τις επιδράσεις της διασποράς (3) είναι αρκετά αμφίβολη. Και αυτό γιατί απλώς η μέθοδος ανάλυσης που ακολουθεί είναι σχεδόν πανομοιότυπη με την παραδοσιακή μέθοδο ανάλυσης μιας μέσης επίδοσης. Στο στάδιο κατά το οποίο διαφέρει, χρησιμοποιεί ψευδή δεδομένα τα οποία δεν είναι στατιστικά ανεξάρτητα, κάτι που καθιστά μη έγκυρη την στατιστική ανάλυση που εμπεριέχεται στο στάδιο αυτό.

Αυτά θέτουν το ερώτημα κατά πόσον, για λόγους ελέγχου της σημαντικότητας των εξεταζομένων παραγόντων (4), η σχετικά πολυπλοκότερη μέθοδος της ανάλυσης των ελαχίστων μονάδων είναι πράγματι απαραίτητη, όταν η απλούστερη ανάλυση των δυο σταδίων (ξεχωριστή ανάλυση ενός μέτρου του μέσου και ενός μέτρου της μεταβλητότητας), που επινοήθηκε από τον ίδιο τον Taguchi, ίσως είναι καταλληλότερη και πιο πληροφοριακή. Η εμπλοκή στο πείραμα παραγόντων που θα μπορούσαν να επηρεάσουν την επιβίωση είναι υψίστης σημασίας, επειδή χρησιμοποιούν την αντίληψη ότι μπορεί ο μηχανικός να βελτιώσει πειραματικά την αξιοπιστία του προϊόντος, αντί απλώς να περιγράφει παθητικά την πιθανότητα αποτυχίας με την πάροδο του χρόνου. Επομένως, είναι εξίσου σημαντικό, η συμπεριλαμβανόμενη ανάλυση των δεδομένων διάρκειας ζωής να είναι στατιστικά έγκυρη και όσο το δυνατόν πιο απλή και πληροφοριακή.

Με τη βοήθεια μιας πραγματικής μελέτης περιπτώσεως θα κάνουμε μια πλήρη περιγραφή της μεθόδου της ανάλυσης των ελαχίστων μονάδων και θα προτείνουμε μια απλούστερη εναλλακτική μέθοδο η οποία, παρόλο που εμμένει πλήρως στις καινοτόμες αρχές του Taguchi, αποφεύγει (στην περίπτωση του πειραματισμού διάρκειας ζωής) τα στατιστικά μειονεκτήματα της ανάλυσης των ελαχίστων μονάδων.

Σε ένα προϊόν κάθε εξάρτημα υπάγεται σε ανοχές (tolerances), οι οποίες μπορεί να είναι η πηγή ανεπιθύμητης διασποράς της λειτουργικής απόδοσης του προϊόντος και, επομένως, αίτιο χαμηλής ποιότητας. Η συνήθης προσέγγιση αυτού του προβλήματος υπήρξε ο αυθαίρετος περιορισμός της ανοχής των εξαρτημάτων μέσα από κατάλληλες συμφωνίες με τους προμηθευτές των πρώτων υλών, πράγμα που κατέληξε σε αυξημένο κόστος παραγωγής και, αναπόφευκτα, σε υψηλότερες τιμές πώλησης του προϊόντος.

Ωστόσο, υψηλή ποιότητα δε σημαίνει κατ' ανάγκη και υψηλότερες τιμές, με την προϋπόθεση ότι υπάρχει ένας ορθολογικός (επανα)σχεδιασμός, μετά από μια στατιστική ανάλυση, των ανοχών των στοιχείων, ο οποίος εξισορροπεί το κόστος του περιορισμού των ουσιωδών ανοχών με εξοικονόμηση από την διερεύνηση των μη-ουσιωδών.

Τέλος θα αποδείξουμε την ορθότητα της προσέγγισης Taguchi, που βασίζεται στην παραπάνω αρχή, με μια πραγματική μελέτη περιπτώσεως, η οποία

αντικειμενικό στόχο είχε την βελτιστοποίηση ενός κυκλώματος-φίλτρου που χρησιμοποιείται στους τηλεοπτικούς πομπούς. Έτσι, θα αποκαλυφθεί μια γενική μεθοδολογία, που δυνητικά είναι εφαρμόσιμη σε κάθε είδους προϊόν-μονάδα, το οποίο υπόκειται σε ανεπιθύμητες επιρροές από τις ανοχές των εξαρτημάτων του.

## **4.2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΖΩΗΣ**

Η μέθοδος βασίζεται στο διαχωρισμό της προς εξέταση περιόδου σε κανονικά διαστήματα ορισμένης διάρκειας, τα οποία ονομάζονται ελάχιστες μονάδες (ελάχιστα) ή κύκλοι. Η διάρκεια μιας ελάχιστης μονάδας εξαρτάται από το προς διερεύνηση πρόβλημα. Για παράδειγμα, αν εξετάζουμε τη διάρκεια ζωής μικρών λυχνιών, πιθανόν να χρησιμοποιηθούν μια ή δυο ώρες ως ελάχιστη μονάδα. Σε άλλες περιπτώσεις, θα μπορούσαμε να έχουμε οποιαδήποτε διάρκεια, από ένα δευτερόλεπτο, μια μέρα κ.τ.λ., έως ένα χρόνο ή και περισσότερο. Σε περιπτώσεις επιταχυνόμενης γήρανσης, μια ελάχιστη μονάδα μιας ώρας θα μπορούσε να αντιπροσωπεύει τη διάρκεια ενός έτους κ.λπ. Ουσιαστικά, η μέθοδος συνιστά μια διερεύνηση ως προς το σε ποια ελάχιστη μονάδα διεκόπη η ζωή, αναφορικά με το τεμάχιο ελέγχου που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα. Τα δεδομένα εκφράζονται σε δυαδική μορφή, με το 1 (ή 0) να σημαίνει ότι η μονάδα ελέγχου λειτουργεί ακόμα (ή όχι) στο τέλος του συγκεκριμένου κύκλου.

Η διαίρεση της δοκιμαστικής περιόδου σε ελάχιστες μονάδες (έστω  $\omega(1), \dots, \omega(n)$ ) εισάγει έναν επιπλέον παράγοντα κύκλου ή παράγοντα  $\omega$ , με  $n$  επίπεδα. Επίσης, εισάγει ένα επιπλέον συστατικό σφάλματος, το σφάλμα ανάμεσα στις ελάχιστες μονάδες ή το σφάλμα σειράς  $\omega$ , τα οποία πρέπει να εξεταστούν κατά τη διάρκεια της ανάλυσης.

Η ανάλυση ANOVA πραγματοποιείται κατά τον συνήθη τρόπο, αλλά πρέπει να έχουμε υπόψη ότι:

1. Υπάρχουν τώρα τρία συστατικά διασποράς σφάλματος που θα πρέπει να εξεταστούν:
  - (α) το ενδο-πειραματικό σφάλμα  $e_1$  (πρώτης τάξης ή μεταξύ πειραμάτων σφάλμα)
  - (β) το σφάλμα επανάληψης  $e_2$  (δεύτερης τάξης ή εντός των πειραμάτων ή μεταξύ επαναλήψεων σφάλμα), σε περίπτωση που υπάρχουν επαναλήψεις ανά δοκιμή, και
  - (γ) το σφάλμα  $\omega$  τάξης  $e_3$  (σφάλμα ανάμεσα στις ελάχιστες μονάδες

2. Το σφάλμα επανάληψης (αν υπάρχει), ο παράγοντας  $\omega$  και κάθε επίδραση που σχετίζεται με τον  $\omega$  (όπως αλληλεπιδράσεις μεταξύ του  $\omega$ -παράγοντα και των άλλων παραγόντων) ελέγχονται ως προς τη σημαντικότητά τους έναντι του σφάλματος της  $\omega$ -τάξης.

Αν ξεκινήσουμε με π.χ.  $N$  τιμές δεδομένων  $y_i$  που αντιπροσωπεύουν τη διάρκεια ζωής, με το να εισαγάγουμε τον ελάχιστο παράγοντα  $n$  επιπέδων, αντικαθιστούμε τις  $N$  τιμές  $y_i$  διάρκειας ζωής με  $N \times n$  τιμές δεδομένων  $m_{ij}$ , όπου  $i = 1, \dots, N$  και  $j = 1, \dots, n$  σε δυαδική μορφή 1 ή 0, έτσι ώστε για κάθε  $i = 1, \dots, N$

$$y_i = m_{i1} + m_{i2} + \dots + m_{in} \quad (1)$$

Το πρόβλημα που προκύπτει όμως είναι ότι αυτές οι δυαδικές τιμές δεδομένων δεν είναι ανεξάρτητες, αλλά μια υποδιαίρεση των αρχικών τιμών διάρκειας ζωής σε τιμές που πληρούν τη (1) και οι οποίες, έως ένα σημείο, είναι όλες 1, ενώ πέρα από αυτό το σημείο είναι όλες 0. Δηλαδή, εισάγουμε μια ψευδο-τυχαία επανάληψη τιμών που συσχετίζονται μεταξύ τους και δεν κατανομούνται κανονικά. Αυτές οι στατιστικές μη-κανονικότητες δεν επηρεάζουν την ανάλυση και τον έλεγχο σημαντικότητας των μη-σχετιζόμενων με τον  $\omega$  επιρροών. Πράγματι, τα συμπεράσματα που εξάγονται από μια παραδοσιακή στατιστική ανάλυση των τιμών  $y_i$  των δεδομένων διάρκειας ζωής, αναφορικά με την σημαντικότητα (των κυρίων επιδράσεων και των αλληλεπιδράσεων) των παραγόντων που εμπεριέχονται στο πείραμα, είναι πανομοιότυπα με τα συμπεράσματα που εξάγονται από την ανάλυση των δυαδικών τιμών των δεδομένων  $m_{ij}$ . Για παράδειγμα μπορεί εύκολα να αποδειχτεί ότι λόγω της (1) τα αθροίσματα των τετραγώνων μιας παραγοντικής επίδρασης που χρησιμοποιεί τις τιμές  $y_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) είναι  $n$  φορές το άθροισμα των τετραγώνων της ίδιας παραγοντικής επίδρασης που χρησιμοποιεί τις τιμές  $m_{ij}$  ( $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n$ ).

Ωστόσο λόγω της αλληλοσυσχέτισης και της μη-κανονικότητας των  $m_{ij}$  (μέσα σε κάθε  $y_i$ ), κάθε στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων που σχετίζονται με τον  $\omega$  (όπως η  $\omega$  παραγοντική επίδραση και οι αλληλοεπιδράσεις μεταξύ του παράγοντα  $\omega$  και των άλλων παραγόντων) είναι όντως μη-αξιόπιστη. Εκτός αυτού προκύπτει το ερώτημα ως προς το αν ο έλεγχος της σημαντικότητας των αποτελεσμάτων που σχετίζονται με τον  $\omega$ , είναι πράγματι αναγκαίος. Ο ίδιος ο Taguchi λέει ότι:

*«Όσον αφορά στον έλεγχο, η κύρια επίδραση του παράγοντα  $\omega$  μπορεί πάντοτε να θεωρείται σημαντική και δεν είναι απαραίτητο να ελέγχεται κάθε φορά. Επίσης όταν η κύρια επίδραση ενός παράγοντα  $A$  δεν είναι σημαντική, αυτό σημαίνει ότι η αλληλεπίδραση  $A \times \omega$  ελέγχει αν η μορφή της κατανομής διαφέρει ή όχι μεταξύ των επιπέδων του  $A$  και, στην περίπτωση αυτή, σημαίνει ότι δεν είναι σημαντική».*

Αντιστρόφως όταν ο  $A$  είναι σημαντικός υπάρχει μεγάλη διαφορά (ως προς την επίδοση) μεταξύ των επιπέδων του  $A$  και το ίδιο θα πρέπει να αναμένεται και για τη

μορφή της κατανομής. Επομένως, σε μια ανάλυση ελαχίστων μονάδων, οι μόνες πηγές που σχετίζονται με τον  $\omega$  και αναμένεται να έχουν σημαντική επίδραση είναι εκείνες του παράγοντα  $\omega$  και των άλλων σημαντικών παραγόντων.

Ο Λογοθέτης ([25]) πιστεύει ότι μια απλούστερη, εγκυρότερη στατιστικά και πιο πληροφοριακή μέθοδος προσέγγισης της ανάλυσης διάρκειας ζωής είναι η μέθοδος των δυο σταδίων, που ο ίδιος ο Taguchi αρχικά εισηγήθηκε και με την οποία λαμβάνουν χώρα δυο ξεχωριστές αναλύσεις, μια για τη μέση επίδοση και μια για τη μεταβλητότητα στην επίδοση, με αναλυόμενα χαρακτηριστικά τις τιμές της διάρκειας ζωής και τις ελάχιστες δυαδικές. Έτσι μπορούμε να αποφύγουμε τα στατιστικά μειονεκτήματα της ανάλυσης των ελαχίστων μονάδων, και να κερδίσουμε περισσότερες πληροφορίες, όχι μόνο όσον αφορά στο τι επηρεάζει τη μέση διάρκεια ζωής, αλλά και στο τι επηρεάζει τη διασπορά στη διάρκεια ζωής.

### **Μελέτη περίπτωσης 1:**

Διεξήχθη μελέτη επί της ευαισθησίας των εξαρτημάτων ημιαγωγού, με τη βοήθεια των αρχών του Taguchi. Η εξεταζόμενη επίδοση ήταν η ελάχιστη ισχύς RF που απαιτείται για να προκληθεί κατάρρευση στο κύκλωμα του υπό έλεγχο ημιαγωγού. Μελετήθηκαν 4 παράμετροι (παράγοντες), τρεις με 5 επίπεδα και ένας με 2 επίπεδα, οι οποίοι είναι οι εξής:

Παράγοντας	Περιγραφή	Επίπεδο				
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
F1	Συχνότητα (GHz)	8	10	12	14	16
F2	Πλάτος παλμού (ns)	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
F3	Κύκλος λειτουργίας (%)	1	10	20	50	90
F4	Προσανατολισμός	Κάθ.	Κάθ.	Κάθ.	Οριζ.	Οριζ.

Ο πειραματικός σχεδιασμός που χρησιμοποιήθηκε, απεικονίζεται στον Πίνακα 4.1. Χρησιμοποιήθηκε η τεχνική εικονικού επιπέδου του Taguchi για να τοποθετηθεί ο παράγοντας F4 των τριών επιπέδων σε μια στήλη 5 επιπέδων.

Πίνακας 4.1. Πειραματικός σχεδιασμός

ΔΟΚΙΜΗ	F1	F2	F3	F4	ΔΕΔΟΜΕΝΑ			ΣΥΝΟΛΟ
1	1	1	1	1(1)	36	33	31	100
2	1	2	2	2(1)	23	23	22	68
3	1	3	3	3(1)	27	23	23	73
4	1	4	4	4(2)	23	21	22	66
5	1	5	5	5(2)	22	18	20	60
6	2	1	2	3(1)	25	24	25	74

7	2	2	3	4(2)	23	22	22	67
8	2	3	4	5(2)	23	22	22	67
9	2	4	5	1(1)	22	19	20	61
10	2	5	1	2(1)	26	24	26	76
11	3	1	3	5(2)	27	25	25	77
12	3	2	4	1(1)	27	26	27	80
13	3	3	5	2(1)	26	24	25	75
14	3	4	1	3(1)	36	34	36	106
15	3	5	2	4(2)	27	26	26	79
16	4	1	4	2(1)	28	27	33	88
17	4	2	5	3(1)	27	25	31	83
18	4	3	1	4(2)	35	35	34	104
19	4	4	2	5(2)	33	31	32	96
20	4	5	3	1(1)	30	27	35	92
21	5	1	5	4(2)	36	37	37	110
22	5	2	1	5(2)	37	40	36	113
23	5	3	2	1(1)	39	37	37	113
24	5	4	3	2(1)	37	33	36	106
25	5	5	4	3(1)	33	31	33	97
								<b>2131</b>

Ο παραπάνω πίνακας επιτρέπει τη μελέτη τριών παραγόντων (F1, F2, F3) πέντε επιπέδων και ενός παράγοντα (F4) δυο επιπέδων, με 25 πειραματικές δοκιμές.

Σε κάθε δοκιμή χρησιμοποιήθηκαν τρία τρανζίστορ και στον πίνακα έχουμε τα αποτελέσματα των δοκιμών. Κάθε αποτέλεσμα (δηλαδή η ελάχιστη ισχύς που απαιτείται για να προκληθεί κατάρρευση) μπορεί να θεωρηθεί ως τιμή διάρκειας ζωής. Για τον υπολογισμό μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι τιμές κυμαίνονται από 0 έως 52 dBm. Όταν το επίπεδο ισχύος αυξάνεται από το 0, δεν παρατηρείται κανένα ανεπιθύμητο αποτέλεσμα, μέχρι το επίπεδο να φθάσει στην τιμή που φαίνεται στις στήλες δεδομένων του Πίνακα. Ως συνθήκη μη-επίδρασης μπορεί να θεωρηθεί η κατάσταση '1'. Στο περιγραφόμενο από τον πίνακα επίπεδο παρατηρείται μια επίδραση που προκαλεί κατάρρευση, και αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως κατάσταση '0'. Η κατάσταση '0' κατόπιν θεωρείται ότι διατηρείται, ενώ το επίπεδο (ισχύος) αυξάνεται ως το ανώτατο επίπεδο 52.

Για παράδειγμα σε μια επίδραση που εμφανίζεται στα 36dBm:

Επίπεδο Ισχύος	0	1	2	....	34	35	36	37	.....	52
Κατάσταση	1	1	1	.....	1	1	0	0	.....	0

Ο διαχωρισμός των τιμών διάρκειας ζωής σε τιμές δυαδικής μορφής όπως παραπάνω, επιτρέπει την εφαρμογή της ανάλυσης ελαχίστων μονάδων του Taguchi. Εδώ τα ελάχιστα είναι τα 53 επίπεδα ισχύος.

#### 4.3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ ΣΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΠΙΒΙΩΣΗΣ

Η μέθοδος βασίζεται στο διαχωρισμό της ελεγχόμενης περιόδου σε κανονικά διαστήματα ορισμένης διάρκειας, που ονομάζονται ελάχιστες μονάδες (ελάχιστα) ή κύκλοι. Η διάρκεια μιας ελάχιστης μονάδας εξαρτάται από το προς διερεύνηση πρόβλημα. Στην μελέτη της περίπτωσης 1 τα 53 βήματα (από 0 έως 52 dBm) της ισχύος θεωρούνται ως τα ελάχιστα του 1 dBm το καθένα. Η μέθοδος συνίσταται σε μια διερεύνηση του σε ποια ελάχιστη μονάδα η κατάρρευση έλαβε χώρα στο εξεταζόμενο κύκλωμα ημιαγωγού. Τα δεδομένα εκφράζονται σε δυαδική μορφή (1 ή 0), όπου το 1 σημαίνει ότι το τρανζίστορ λειτουργούσε χωρίς διακοπές, ενώ το 0 είναι ένδειξη της κατάρρευσης.

Ο ανώτατος κύκλος με τιμή δεδομένων 1 μπορεί να είναι μόνο 40 (βλ. Πίνακα 4.1). Για πρακτικούς λόγους θα ασχοληθούμε με 40 ελάχιστες μονάδες, δηλαδή εξετάζουμε μόνο τους κύκλους για τους οποίους τουλάχιστον ένα πειραματικό τεμάχιο ελέγχου λειτουργούσε χωρίς διακοπή. Η διαίρεση της ελεγχόμενης περιόδου σε ελάχιστα  $\omega(1), \dots, \omega(40)$  εισάγει έναν επιπρόσθετο παράγοντα, τον παράγοντα  $\omega$  με 40 επίπεδα. Ο **συνολικός αριθμός των παρατηρήσεων**  $N$  θεωρείται ίσος με το συνολικό αριθμό των δυαδικών τιμών των δεδομένων, δηλαδή:

$$N = (\text{ελαχιστα} \cdot \eta \cdot \text{δοκιμας}) \times (\text{αριθμός επαναληψεων}) \times (\text{αριθμος ελαχιστων})$$

Άρα στην περίπτωση μελέτης 1 ισχύει:  $N = 25 \times 3 \times 40 = 3000$

Επομένως ο συνολικός αριθμός των βαθμών ελευθερίας είναι:

$$\beta.ε.ολ = N - 1 = 2999$$

Αρχικά υπολογίζουμε τον **διορθωτικό παράγοντα**  $\Delta\Pi$  που δίνεται από την σχέση:

$$\Delta\Pi = \frac{(\text{ολικό} \cdot \text{άθροισμα} \cdot \text{τιμών})^2}{N}$$

$$\text{Άρα: } \Delta\Pi = \frac{2131^2}{3000} = 1513.72$$

Έπειτα υπολογίζουμε το **ολικό άθροισμα των τετραγώνων**:

$$OAT = (\text{ολικό} \cdot \text{αθροισμα} \cdot \text{των} \cdot \text{τετραγωνικων} \cdot \text{τιμων}) - \Delta\Pi$$

$$OAT = (1^2 + \dots + 1^2) - \Delta\Pi = 2131 - 1513.72 = 617.28$$



Το άθροισμα των τετραγώνων λόγω της F1 μπορεί να βρεθεί ως εξής:

$$AT(F1) = \frac{(\alpha\theta\rho\iota\sigma\mu\alpha \cdot \sigma\tau\omicron \cdot \epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron \cdot 1 \cdot \tau\eta\varsigma \cdot F1)^2}{\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma \cdot \tau\iota\mu\omega\upsilon\upsilon \cdot \tau\omicron\upsilon \cdot \epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron\upsilon \cdot 1} + \dots + \frac{(\alpha\theta\rho\iota\sigma\mu\alpha \cdot \sigma\tau\omicron \cdot \epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron \cdot 5 \cdot \tau\eta\varsigma \cdot F1)^2}{\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma \cdot \tau\iota\mu\omega\upsilon\upsilon \cdot \tau\omicron\upsilon \cdot \epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron\upsilon \cdot 5} - \Delta\Pi$$

$$AT(F1) = \frac{367^2 + 345^2 + 417^2 + 453^2 + 539^2}{600} - 1513.72 = 40.435$$

Ομοίως:

$$AT(F2) = 2.258$$

$$AT(F3) = 12.698$$

Ενώ για την F4 ισχύει:

$$AT(F4) = \frac{(\alpha\theta\rho\iota\sigma\mu\alpha \cdot \sigma\tau\omicron \cdot \epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron \cdot 1)^2}{\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma \cdot \tau\iota\mu\omega\upsilon\upsilon \cdot \tau\omicron\upsilon \cdot \epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron\upsilon \cdot 1} + \frac{(\alpha\theta\rho\iota\sigma\mu\alpha \cdot \sigma\tau\omicron \cdot \epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron \cdot 2)^2}{\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma \cdot \tau\iota\mu\omega\upsilon\upsilon \cdot \tau\omicron\upsilon \cdot \epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron\upsilon \cdot 2} - \Delta\Pi =$$

$$= \frac{1292^2}{1800} + \frac{839^2}{1200} - 1513.72 = 0.2497$$

Οι βαθμοί ελευθερίας των παραγόντων είναι ένας λιγότερος από τον αριθμό των επιπέδων. Επομένως:

$$\beta.\epsilon.(F1) = 5 - 1 = 4 = \beta.\epsilon.(F2) = \beta.\epsilon.(F3)$$

και

$$\beta.\epsilon.(F4) = 2 - 1 = 1$$

Το άθροισμα των τετραγώνων του ενδο-πειραματικού σφάλματος  $e_1$  υπολογίζεται από τον Πίνακα ως εξής:

$$AT(e_1) = \frac{100^2 + 68^2 + \dots + 97^2}{120} - \Delta\Pi - AT(F1) - AT(F2) - AT(F3) - AT(F4) = 3.14$$

$$AT(e_2) = \left[ \frac{36^2 + 33^2 + 31^2}{40} - \frac{100^2}{120} \right] + \dots + \left[ \frac{33^2 + 31^2 + 33}{40} - \frac{97^2}{120} \right] = 3.6997$$

$$(\beta.\epsilon.(e_2) = 25 \times 39 = 975)$$

Για να υπολογίσουμε το άθροισμα τετραγώνων που σχετίζεται με τον  $\omega$ , πρέπει να παρουσιάσουμε τα δεδομένα με τη μορφή που απεικονίζονται στον Πίνακα 4.2. Οι σειρές αντιστοιχούν σε 25 πειραματικές δοκιμές και οι στήλες αντιστοιχούν στα 40 επίπεδα του παράγοντα  $\omega$ . Στην πρώτη σειρά (δοκιμή 1) βλέπουμε ότι τρία τρανζίστορ λειτουργούσαν χωρίς διακοπή έως τον 31<sup>ο</sup> κύκλο, δυο έως τον 33<sup>ο</sup> κύκλο και ένα έως τον 36<sup>ο</sup> κύκλο. Παρομοίως και στις άλλες δοκιμές. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να μετρήσουμε το άθροισμα των τετραγώνων των επιδράσεων που σχετίζονται με τον  $\omega$ .

Πίνακας 4.2. Τα απαραίτητα δεδομένα για την μέτρηση του αθροίσματος των τετραγώνων του  $\omega$

		ΕΛΑΧΙΣΤΑ																										
ΔΟΚΙΜΗ	1	2	...	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
1	3	3	...	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	1	1	1	0	0	0	0	
2	3	3	...	3	3	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
5	3	3	...	3	3	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	3	3	...	3	3	3	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
15	3	3	...	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
16	3	3	...	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
22	3	3	...	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	1	1
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
25	3	3	...	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	0	0	0	0	0	0	0	
ΣΥΝΟΛΟ	75	5	...	75	75	74	73	71	70	62	55	53	45	40	32	31	31	30	26	25	19	17	14	8	2	2	1	

$$AT(\omega) = \frac{75^2 + 75^2 + \dots + 75^2 + 74^2 + 73^2 + \dots + 2^2 + 1^2}{75} - \Delta\Pi = 369.725$$

$$\beta.\varepsilon. = 40 - 1 = 39$$

$$AT(F1 \times \omega) = \frac{[F1(1) \times \omega(1)]^2 + \dots + [F1(5) \times \omega(1)]^2 + \dots + [F1(1) \times \omega(40)]^2 + \dots + [F1(5) \times \omega(40)]^2}{15}$$

$$- \Delta\Pi - AT(F1) - AT(\omega) \Rightarrow$$

$$AT(F1 \times \omega) = \frac{15^3 + \dots + 15^2 + \dots + 0^2 + 1^2}{15} - 1513.72 - 40.435 - 369.725 = 79.52$$

$$(\beta.\varepsilon. = \beta.\varepsilon.(F1) \times \beta.\varepsilon.(\omega) = 4 \times 39 = 156)$$

Παρομοίως:

$$AT(F2 \times \omega) = 14.097$$

$$(\beta.ε. = 156)$$

$$AT(F3 \times \omega) = 24.99$$

$$(\beta.ε. = 156)$$

και

$$AT(F4 \times \omega) = 3.767$$

$$(\beta.ε. = 1 \times 39 = 39)$$

Τέλος μπορούμε να βρούμε το άθροισμα των τετραγώνων για το  $e_3$  αφαιρώντας από το ολικό άθροισμα τετραγώνων όλα όσα έως τώρα υπολογίσαμε.

Ο πίνακας ANOVA δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 4.3. ANOVA για ανάλυση ελαχίστων μονάδων

ΠΗΓΗ	β.ε.	MAT=AT/β.ε.	F-λόγος
F1	4	10.11	10.11/0.29=35*
F2	4	0.56	1.9
F3	4	3.17	11*
F4	1	0.25	0.8
$e_1$	11	0.29	0.29/0.0038=76.3*
$e_2$	975	0.0038	0.0038/0.043=0.09
.....			
$\omega$	39	9.48	9.48/0.043=220.5*
$F1 \times \omega$	156	0.51	11.9*
$F2 \times \omega$	156	0.09	2.1
$F3 \times \omega$	156	0.16	3.7*
$F4 \times \omega$	39	0.1	2.3
$e_3$	1454	0.043	
<b>Σύνολο</b>	<b>2999</b>	<b>617.28</b>	

\*=σημαντικό σε επίπεδο τουλάχιστον 1%

Από τον πίνακα ANOVA μπορούμε να δούμε ότι οι παράγοντες F1 και F3 είναι σημαντικοί. Επίσης ο παράγοντας  $\omega$  και οι αλληλεπιδράσεις με F1 και F3 είναι σημαντικές. Εύκολα μπορούμε να βρούμε ότι οι βέλτιστες ρυθμίσεις των F1 και F3 είναι το επίπεδο 5 για τον F1 και το επίπεδο 1 για τον F3. Αυτά είναι τα επίπεδα που παρήγαγαν κατά μέσο όρο τη μεγαλύτερη τιμή του κύκλου.

*Παρατήρηση:* Αν αναλύσουμε τις τιμές της διάρκειας ζωής κατά τον παραδοσιακό τρόπο, θα πάρουμε τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.4. :

Πίνακας 4.4. ANOVA για τις τιμές της διάρκειας ζωής

ΠΗΓΗ	β.ε.	ΑΤ	F-λόγος
F1	4	1617.40	35*
F2	4	90.30	1.9
F3	4	507.90	11*
F4	1	9.98	0.8
$e_1$	11	126.60	3.9*
$e_2$	50	148.00	

Τα συμπεράσματα του πίνακα είναι πανομοιότυπα με εκείνα του πίνακα (πάνω από την διάστικτη γραμμή).αυτό συμβαίνει γιατί τα αθροίσματα των τετραγώνων που εμφανίζονται στον Πίνακα 4.4. είναι όλα 40 φορές το αντίστοιχο άθροισμα τετραγώνων του Πίνακα 4.3.

Πρέπει τέλος να τονίσουμε ότι και στους δυο πίνακες, όλες οι παραγοντικές επιρροές ελέγχονται σε σχέση με το ενδο-πειραματικό σφάλμα  $e_1$ , επειδή το  $e_1$  είναι σημαντικό όταν ελέγχεται σε σχέση με το σφάλμα  $e_2$  της επανάληψης.

#### 4.4. Η ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΤΟΥ TAGUCHI

Αναλύεται ένα μέτρο που αντανακλά τη μέση επίδοση (μέτρο απόδοσης του στόχου-TPM) και ένα μέτρο που αντανακλά τη μεταβλητότητα στη επίδοση (μέτρο απόδοσης του θορύβου-NPM). Η επίδοση είναι το ελάχιστο επίπεδο ισχύος που απαιτείται για τη δημιουργία της κατάρρευσης στα τρανζίστορ και επομένως τα δεδομένα που θα αναλυθούν είναι οι τιμές της διάρκειας ζωής του Πίνακα 1. Υπολογίζουμε πρώτα τον αριθμητικό μέσο  $\bar{x}$  και την τυπική απόκλιση  $s$  των τριών τιμών των δεδομένων διάρκειας ζωής σε κάθε δοκιμή.

Τα μέτρα απόδοσης μπορούν να οριστούν ως εξής:

$$TPM = \bar{x}$$

$$NPM = -20 \log_{10}(s)$$

Η ανάλυση του TPM έδωσε τον πίνακα ANOVA που δίνεται στον Πίνακα 4.5. Η ανάλυση της NPM παρήγαγε τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.6.

Πίνακας 4.5. ANOVA για TPM

ΠΗΓΗ	β.ε.	ΑΤ	ΜΑΤ	F-λόγος
F1	4	539.13	134.78	35.2*

F2	4	30.11	7.53	2.0
F3	4	169.31	42.33	11.1*
F4	1	3.33	3.33	0.9
Υπόλοιπο	11	42.18	3.83	
<b>Σύνολο</b>	<b>24</b>	<b>784.06</b>		

Πίνακας 4.6. ANOVA για NPM

ΠΗΓΗ	β.ε.	ΑΤ	MAT	F-λόγος
F1	4	241.63	60.41	2.5
F2	4	24.92	6.23	0.3
F3	4	143.7	35.93	1.5
F4	1	87.55	87.55	3.6(σημαντικό σε επίπεδο 10%)
Υπόλοιπο	11	265.12	24.1	
<b>Σύνολο</b>	<b>24</b>	<b>762.92</b>		

Οι πίνακες 4.5 και 4.6 δείχνουν ότι οι παράγοντες F1 και F3 έχουν μια σημαντική επίδραση στη μέση επίδοση, ενώ ο F4 έχει επίδραση στη μεταβλητότητα της επίδοσης. Εύκολα μπορεί να αποδειχτεί ότι τα βέλτιστα επίπεδα των F1 και F3 για την επίτευξη της καλύτερης επίδοσης (η υψηλότερη διάρκεια ζωής) είναι το επίπεδο 5 για τον F1 και το επίπεδο 1 για τον F3. Το καλύτερο επίπεδο του F4 για την ελάχιστη μεταβλητότητα είναι το επίπεδο 2. Ο παράγοντας F2 δεν επηρεάζει τίποτα και μπορεί να τεθεί στο οικονομικότερο επίπεδό του.

Η επίδραση του F4 στη διασπορά δεν ήταν εμφανής στην ανάλυση των ελαχίστων μονάδων. Ακολουθώντας την τυπική διαδικασία μέτρησης που προτείνει ο Taguchi, μπορούμε να βρούμε ότι έχουμε ένα διάστημα 95% εμπιστοσύνης για το μακροπρόθεσμο (κατά μέσο όρο) χρόνο ζωής στις βέλτιστες συνθήκες ως:  $40.8 \pm 2.6$ , δηλαδή από 38.2 dBm σε 43.4 dBm. Επομένως στις καλύτερες συνθήκες το 95% των τρανζίστορ αναμένεται να λειτουργήσει χωρίς να καταρρεύσει σε ένα επίπεδο ισχύος τουλάχιστον 38.2 dBm, με ανώτατο όριο τα 43.4 dBm.

## 4.5. ΜΙΑ ΑΜΕΡΟΛΗΠΤΗ ΑΠΟΨΗ

Σε σύγκριση με την ανάλυση των ελαχίστων μονάδων της Παραγράφου, η ανάλυση των δύο σταδίων της παραγράφου έχει ορισμένα πλεονεκτήματα, τα οποία δεν μπορούν να παραβλεφθούν:

- **Απλότητα:** δεν απαιτεί τη διαίρεση σε ελάχιστες μονάδες που χρειάζονται ξεχωριστή ανάλυση και των οποίων τα συμπεράσματα αναμένονται εκ των προτέρων.

- **Μεγαλύτερη πληροφόρηση:** δίνει επιπρόσθετες πληροφορίες για τους παράγοντες που επηρεάζουν τη διασπορά (όπως ο F4), κάτι που δεν είναι εμφανές στην ανάλυση των ελαχίστων μονάδων του Πίνακα 3.
- **Στατιστική εγκυρότητα:** αποφεύγει τα στατιστικά μειονεκτήματα της εξάρτησης κα της μη-κανονικότητας που εμπεριέχονται στις ελάχιστες μονάδες.

Το πιο εμφανές από αυτά τα μειονεκτήματα είναι η αυθαίρετη εισαγωγή των επιπλέον βαθμών ελευθερίας, που εξαρτάται από την ειλημμένη απόφαση που αφορά στο μέγεθος των ελαχίστων μονάδων. Για παράδειγμα, στην εξεταζόμενη μελέτη περιπτώσεως, αν ορίζαμε ότι το ελάχιστο είναι η ισχύς των 5 dBm, αντί του 1 dBm, θα είχαμε να κάνουμε μόνο με 600 βαθμούς ελευθερίας, αντί των 3000. Από την άλλη πλευρά, αν κανείς χρησιμοποιούσε μια κλίμακα μέτρησης του 0.1 dBm, θα κατακλυζόταν από 30000 βαθμούς ελευθερίας.

Βέβαια αυτοί δεν είναι βαθμοί ελευθερίας υπό τη στατιστική έννοια των ανεξάρτητων τιμών, πράγμα που καθιστά την εκτίμηση και την εγκυρότητα των επιδράσεων που σχετίζονται με τον  $\omega$  παράγοντα αρκετά αμφίβολες.

Επιπλέον με τη μέτρηση της μελλοντικής μέσης απόδοσης, η μέθοδος που ακολούθησε την ανάλυση της Παραγράφου χρησιμοποίησε απλώς τις μέσες επιδόσεις που αντιστοιχούν στα βέλτιστα επίπεδα των σημαντικών παραγόντων και τη διασπορά του σφάλματος του Πίνακα 4.5. Ωστόσο μια ανάλυση των ελαχίστων μονάδων θα απαιτούσε επιπροσθέτως τη χρήση:

- ❖ Του βέλτιστου κύκλου, δηλαδή του καλύτερου επιπέδου του παράγοντα  $\omega$
- ❖ Τα βέλτιστα επίπεδα αλληλεπίδρασης ανάμεσα στον παράγοντα  $\omega$  και τους σημαντικούς παράγοντες F1 και F3
- ❖ Τη διασπορά σφάλματος της σειράς  $\omega$ , δηλαδή τη διασπορά σφάλματος που σχετίζεται με τις ψευδο-επαναλήψεις των ελαχίστων μονάδων
- ❖ Το logit μετασχηματισμό, δηλαδή ένα μετασχηματισμό των αναλογιών σε decibels (και το αντίστροφο), πράγμα που προτείνει ο Taguchi, όταν πρόκειται για αναλογίες (όπως στην περίπτωση μιας ανάλυσης των ελαχίστων), για να αποφευχθούν τυχόν μη-ρεαλιστικά αποτελέσματα (όπως π.χ. αρνητικές πιθανότητες).

Η επιπλέον πολυπλοκότητα που εμπεριέχει η μέθοδος της ανάλυσης των ελαχίστων μονάδων, σε συνδυασμό με την στατιστική ακαμψία των ψευδο-δυναδικών τιμών των δεδομένων (των ελαχίστων μονάδων) οι οποίες εισάγονται αναγκαστικά, κάνει εμφανέστερα τα πλεονεκτήματα της απλούστερης μεθόδου των δυο σταδίων. Η προσέγγιση αυτή είναι το είδος της ανάλυσης που πρωτοπαρουσίασε ο ίδιος ο Taguchi και υποστηρίζεται ένθερμα ως η καλύτερη εναλλακτική πρόταση στην ανάλυση των ελαχίστων μονάδων.

## **4.6. Ο ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΑΝΟΧΗΣ ΤΟΥ TAGUCHI**

Κατά το σχεδιασμό των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, αναπτύχθηκαν διάφορες τεχνικές προσομοίωσης, για να γίνει κατανοητό το πώς η μεταβλητότητα των εισροών επηρεάζει τη μεταβλητότητα στην εκροή. Αν θεωρήσουμε ότι υπάρχει μια αξιόπιστη συναρτησιακή σχέση ανάμεσα στις μεταβλητές των στοιχείων εισόδου και την επίδραση της εκροής, η συνήθης διαδικασία προσομοίωσης χρησιμοποιεί τις μεθόδους Monte-Carlo, οι οποίες μπορούν να απαιτούν μια σχετικά μεγάλη δυνατότητα του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Είτε είναι διαθέσιμο ένα συναρτησιακό μοντέλο είτε όχι, ο Taguchi προτείνει τη χρήση του πειραματικού σχεδιασμού ως το πλέον σημαντικό εργαλείο στην ακόλουθη διαδικασία των 2 σταδίων:

### **Στάδιο 1: Παραμετρικός σχεδιασμός μέσω της ανάλυσης ανοχής**

Αυτή είναι η πλέον σημαντική φάση στην εργασία του σχεδιασμού των κυκλωμάτων και στόχο έχει την επιλογή των βέλτιστων ονομαστικών τιμών στις ρυθμίσεις των εξαρτημάτων του κυκλώματος, έτσι ώστε η αναμενόμενη επίδοση να είναι σταθερή (δηλαδή χαμηλής μεταβλητότητας), παρά τη χρήση φτηνών εξαρτημάτων υψηλής μεταβλητότητας, και ακόμα παρά την τυχόν αλλαγή του συστήματος και των παραμέτρων του περιβάλλοντος. Στο στάδιο αυτό οι προδιαγραφές ανοχής των εξαρτημάτων του συστήματος παραμένουν αμετάβλητες, αναλύονται όμως για να προσδιοριστούν οι τρόποι που θα κάνουν το κύκλωμα στιβαρό έναντι των επιδράσεών τους.

### **Στάδιο 2: (Επανα)σχεδιασμός της ανοχής**

Αυτό είναι το στάδιο όπου λαμβάνονται οι αποφάσεις σχετικά με το μέγεθος της μεταβλητότητας που θα επιτραπεί να παρουσιάζουν τα μέρη των εξαρτημάτων. Οι προδιαγραφές ανοχής στενεύουν ορθολογικά στα πλέον ουσιώδη εξαρτήματα, έτσι ώστε να επιτευχθεί η στιβαρότητα και η σταθερότητα της εξεταζόμενης επίδοσης. Φυσικά το να θέτει κανείς αυστηρές προδιαγραφές ανοχής, αναπόφευκτα, θα τον οδηγήσει σε επιπρόσθετο κόστος, επομένως, αυτό θα πρέπει να συμβεί μόνο μετά το 1<sup>ο</sup> στάδιο αν χρειαστεί, δηλαδή μόνο αν δεν έχει επιτευχθεί η απαιτούμενη στιβαρότητα με τα υπάρχοντα επίπεδα ανοχής κατά το στάδιο του παραμετρικού σχεδιασμού. Γενικά το επιπρόσθετο κόστος αυτού του σταδίου θα μπορούσε να αποφευχθεί με τη χαλάρωση των προδιαγραφών ανοχής στα λιγότερα σημαντικά εξαρτήματα.

Παρακάτω θα γίνει εφαρμογή της παραπάνω διαδικασίας των 2 σταδίων στη βελτιστοποίηση ενός ενεργού φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων για το οποίο

υπήρχε ένα αξιόπιστο συναρτησιακό μοντέλο (που συσχέτιζε τις παραμέτρους των στοιχείων εισόδου με την επίδοση του αποτελέσματος). Αυτό σήμαινε ότι ήταν δυνατή η προσομοίωση ενός πειράματος στον υπολογιστή. Έτσι θα φανεί μια γενική μεθοδολογία που μπορεί να εφαρμοστεί σε μη-προσομοιώσιμες καταστάσεις. Καθώς και σε άλλους τομείς εκτός του σχεδιασμού κυκλωμάτων.

## Μελέτη περίπτωσης 2:

Θα εξεταστεί ένα ενεργό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων, τύπου RC630, που αποτελεί μέρος του κυκλώματος τηλεοπτικών μεταδόσεων (βλ. Σχήμα 4.1.). η εξεταζόμενη επίδοση είναι το κέρδος το οποίο σε ορισμένη συχνότητα  $f$ , ορίζεται σε *decibels* ·(*dB*) ως:

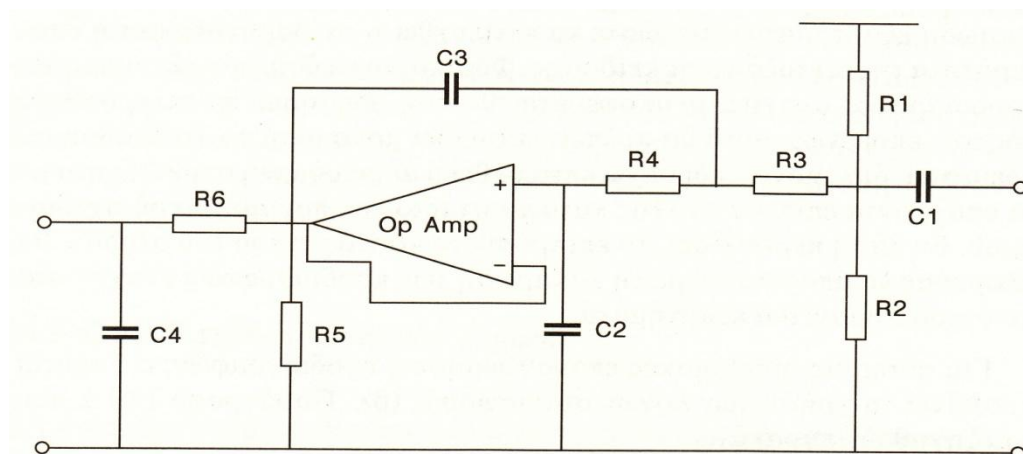
$$G(f) = 10 \log_{10} \{V(f)\}^2$$

Όπου το  $V\{f\}$  μπορεί να μετρηθεί με βάση την αντίσταση των 6 αντιστάσεων R1-R6 και τη χωρητικότητα των 4 πυκνωτών C1-C4 οι οποίοι περιλαμβάνονται στο κύκλωμα. Για τη σωστή απόδοση του κυκλώματος, θα πρέπει τα κέρδη στις συχνότητες των 2.55KHz και 1KHz να ικανοποιούν διαρκώς την εξής σχέση:

$$-2dB \leq G(2.55KHz) - G(1KHz) \leq 1dB$$

ή ισοδύναμα

$$0.7943 \leq Y = \frac{V(2.55KHz)}{V(1KHz)} \leq 1.122$$



Σχήμα 4.1. Ενεργό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων

Εφόσον υπήρχε ένα συναρτησιακό μοντέλο το οποίο συσχέτιζε τα στοιχεία εισόδου (αντίσταση και χωρητικότητα) με την εκροή  $Y$ , ήταν δυνατό να



πραγματοποιηθούν πειράματα προσομοίωσης στον υπολογιστή, με τη χρήση τεχνικών πειραματικού σχεδιασμού. Ακολουθήθηκε η μέθοδος των 2 σταδίων του Taguchi , με στόχο να καθοριστούν τα βέλτιστα επίπεδα των ονομαστικών τιμών των αντιστάσεων και των πυκνωτών και αν χρειαστεί να οριστούν οι βέλτιστες προδιαγραφές ανοχής τους, έτσι ώστε να επιτύχει το  $Y$  την επίδοση-στόχο με τη μικρότερη μεταβλητότητα.

#### Παραμετρικός σχεδιασμός μέσω της ανάλυσης ανοχής

Στο στάδιο αυτό, εξετάστηκαν τρία σημαντικά εξαρτήματα, η αντίσταση R6 και οι πυκνωτές C2 και C3, που στο καθένα δόθηκε η δυνατότητα μεταβολής σε επίπεδα τριών ονομαστικών τιμών. Υπήρχαν διαθέσιμες προηγούμενες πληροφορίες, οι οποίες έδιναν ως ενδείξεις ότι:

1. Δεν υπήρχε αλληλεπίδραση ανάμεσα σε αυτά τα 3 εξαρτήματα
2. Τα άλλα εξαρτήματα θα πρέπει να τεθούν σε σταθερά επίπεδα ονομαστικών τιμών, επίπεδα που είχαν προκαθοριστεί ως τα βέλτιστα.

Στα στάδια αυτά χρησιμοποιήθηκε ανοχή χαμηλού κόστους. Τα επίπεδα ονομαστικής τιμής και ανοχής μελετήθηκαν όπως περιγράφει ο Πίνακας 4.7. Οι τιμές αντίστασης δίνονται σε  $K\Omega$  και οι τιμές πυκνότητας σε  $nF (= 10^{-9} F)$ .

Πίνακας 4.7. Επίπεδα ονομαστικών τιμών και ανοχών

Παράμετροι κυκλώματος ως ελεγχόμενοι παράμετροι	Επίπεδα ονομαστικών τιμών			Παράμετροι κυκλώματος ως παράγοντες θορύβου	Επίπεδα ανοχής (% επί της ονομαστικής τιμής)	
	1	2	3		1	2
R1		27	(σταθερό)	R1'	-2	+2
R2		27	(σταθερό)	R2'	-2	+2
R3		22	(σταθερό)	R3'	-2	+2
R4		22	(σταθερό)	R4'	-2	+2
R5		56	(σταθερό)	R5'	-2	+2
R6	20	22	24	R6'	-2	+2
C1		100	(σταθερό)	C1'	-10	+10
C2	0.82	1	1.2	C2'	-5	+5
C3	6.8	8.2	10	C3'	-5	+5
C4		4.7	(σταθερό)	C4'	-5	+5

### Πειραματικός σχεδιασμός

Στο σχήμα 4.1. έχουμε το γενικό πειραματικό περιβάλλον. Αποτελείται από μια εσωτερική διάταξη και μια εξωτερική διάταξη. Οι παράμετροι, όταν αντιμετωπίζονται ως ελεγχόμενοι παράγοντες, τοποθετούνται (με τα επίπεδα ονομαστικής τιμής τους) στις στήλες της εσωτερικής διάταξης. Για κάθε πειραματική δοκιμή (συνδυασμός επιπέδων ονομαστικής τιμής) της εσωτερικής διάταξης, θα μετρηθούν ορισμένες τιμές και επίδοσης  $Y$  (με τη βοήθεια του συναρτησιακού μοντέλου) με την συστηματική μεταβολή όλων των παραμέτρων μέσα στην γκάμα των προδιαγραφών ανοχής τους. Αυτή η συστηματική αλλαγή όλων των παραμέτρων γύρω από τις ονομαστικές τους τιμές θα καθοδηγείται από μια εξωτερική διάταξη στην οποία θα τοποθετούνται οι παράμετροι, όταν θεωρούνται παράγοντες θορύβου.

Όσον αφορά στο είδος των διατάξεων που θα χρησιμοποιηθούν, ο Taguchi συνιστά στις *ορθογώνιοι σχηματισμοί* (ΟΣ). Αυτές επιτρέπουν στους παράγοντες να έχουν διαφορετικό αριθμό τιμών (επίπεδα), καθώς και την ιδιότητα της ανά ζεύγος ισορροπίας: κάθε παραγοντικό επίπεδο εμφανίζεται με κάθε επίπεδο όλων των άλλων παραγόντων τις ίδιες φορές. Οι κλασματικές ορθογώνιες διατάξεις ελαχιστοποιούν τον αριθμό των επαναληπτικών δοκιμών, ενώ διατηρούν την ιδιότητα της ανά ζεύγος ισορροπίας.

Επιλέχτηκε ο  $OS_9(3^4)$  ως εσωτερική διάταξη, της οποίας οι ελεγχόμενοι παράγοντες R6, C2 και C3 πήραν τις ονομαστικές τιμές που περιγράφει ο Πίνακας 4.8.

Πίνακας 4.8.  $OS_9(3^4)$  για την εσωτερική διάταξη

Επαναληπτική δοκιμή	Ελεγχόμενοι παράγοντες			
	C3	R6	C2	
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	2
6	2	3	1	1
7	3	1	3	2
8	3	2	2	3
9	3	3	1	1

Το πλήρες περίγραμμα της εσωτερικής διάταξης που χρησιμοποιεί τις 3 ονομαστικές τιμές που θα εξεταστούν για τα R6, C2 και C3 απεικονίζεται στον πίνακα 4.9.

Πίνακας 4.9. Εσωτερική διάταξη που χρησιμοποιεί ονομαστικές τιμές

Επαναληπτική δοκιμή	Ελεγχόμενοι παράγοντες		
	C3	R6	C2
1	1	1	1
2	1	2	2
3	1	3	3
4	2	1	2
5	2	2	3
6	2	3	1
7	3	1	3
8	3	2	2
9	3	3	1

Όλες οι άλλες παράμετροι (R1-R5, C1, C4) είναι σταθερές στις προκαθορισμένες τιμές τους (βλ. Πίνακα 4.7). Πρέπει να σημειώσουμε ότι υπάρχουν μόνο 9 συνδυασμοί (πειραματικές διατάξεις) ονομαστικών τιμών, από τους 27 πιθανούς συνδυασμούς.

Τα 10 εξαρτήματα του κυκλώματος θεωρήθηκαν ως ελεγχόμενοι παράγοντες, αλλά και ως παράγοντες θορύβου: ελεγχόμενοι επειδή ο πειραματιστής είναι ελεύθερος να επιλέξει ανάμεσα σε συγκεκριμένες ονομαστικές τιμές, και παράγοντες θορύβου λόγω της επίδρασης των ανοχών τους (αποκλίσεις από την ονομαστική τιμή), που είναι η αιτία της μεταβλητότητας στην απόδοση του κυκλώματος. Επίσης πρέπει να τονίσουμε ότι οι ανοχές ήταν  $\pm 2\%$  από το ονομαστικό επίπεδο για τις αντιστάσεις και  $\pm 5\%$  για τους πυκνωτές, εκτός από την περίπτωση του πυκνωτή C1 με  $\pm 10\%$  από την ονομαστική τιμή.

Ο  $O\Sigma_{12}(12^{11})$  χρησιμοποιήθηκε ως εξωτερική διάταξη, στην οποία και οι 10 παράμετροι, που θεωρήθηκαν ως παράγοντες θορύβου, τοποθετήθηκαν με τα επίπεδα ανοχής τους όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.10.

Πίνακας 4.10.  $O\Sigma_{12}(12^{11})$  της εξωτερικής διάταξης

Επαναληπτική δοκιμή	Παράγοντες θορύβου									
	R1'	R2'	R3'	R4'	R5'	R6'	C1'	C2'	C3'	C4'
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2
4	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2

5	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1
6	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1
7	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
9	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
10	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
11	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
12	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1

Για παράδειγμα εφόσον ο R1 έχει σταθερή ονομαστική τιμή 27 ΚΩ , τότε:

1. Το επίπεδο 1 του R1 στην εξωτερική διάταξη είναι 26.46 (ονομαστική τιμή -2%)
2. Το επίπεδο 2 του R1' στην εξωτερική διάταξη είναι 27.54 (ονομαστική τιμή +2%)

Επίσης αν ο C3 της εσωτερικής διάταξης είναι στο ονομαστικό επίπεδο 1 (6.8 nF ) τότε:

1. Το επίπεδο 1 του C3' στην εξωτερική διάταξη είναι 6.46 (ονομαστική τιμή -5%)
2. Το επίπεδο 2 του C3' στην εξωτερική διάταξη είναι 7.14 (ονομαστική τιμή +5%)

Το ίδιο και για τα άλλα επίπεδα της εσωτερικής διάταξης του C3 και για τα επίπεδα των άλλων παραμέτρων του κυκλώματος. Οι Πίνακες 4.11 και 4.12 δείχνουν την εξωτερική διάταξη αντίστοιχα της 1<sup>ης</sup> και 9<sup>ης</sup> πειραματικής δοκιμής της εσωτερικής διάταξης, με χρήση των πραγματικών επιπέδων ανοχής. Αξίζει να αναφέρουμε ότι υπάρχουν μόνο 12 συνδυασμοί (πειραματικές δοκιμές) επιπέδων ανοχής από τις  $2^{10}=1024$  πιθανές.

Πίνακας 4.11. Εξωτερική διάταξη για τη δοκιμή 1 της εσωτερικής διάταξης

Επαναληπτική δοκιμή	Παράγοντες θορύβου										Υ δεδομένα
	R1'	R2'	R3'	R4'	R5'	R6'	C1'	C2'	C3'	C4'	
1	26.46	26.46	21.56	21.56	54.88	19.6	90	0.78	6.46	4.46	0.9174
2	26.46	26.46	21.56	21.56	54.88	20.4	110	0.86	7.14	4.94	0.8706
3	26.46	26.46	22.44	22.44	57.12	19.6	90	0.78	7.14	4.94	0.9177
4	26.46	27.24	21.56	22.44	57.12	19.6	110	0.86	6.46	4.46	0.8945
5	26.46	27.24	22.44	21.56	57.12	20.4	90	0.86	6.46	4.94	0.8413
6	26.46	27.24	22.44	22.44	54.88	20.4	110	0.78	7.14	4.46	0.9444
7	27.24	26.46	22.44	22.44	54.88	19.6	110	0.86	6.46	4.94	0.8554
8	27.24	26.46	22.44	21.56	57.12	20.4	110	0.78	6.46	4.46	0.9071
9	27.24	26.46	21.56	22.44	57.12	20.4	90	0.86	7.14	4.46	0.9030
10	27.24	27.24	22.44	21.56	54.88	19.6	90	0.86	7.14	4.46	0.9193
11	27.24	27.24	21.56	22.44	54.88	20.4	90	0.78	6.46	4.94	0.8663
12	27.24	27.24	21.56	21.56	57.12	19.6	110	0.78	7.14	4.94	0.9157

Πίνακας 4.12. Εξωτερική διάταξη για τη δοκιμή 9 της εσωτερικής διάταξης

Επαναληπτική δοκιμή	Παράγοντες θορύβου										Υ δεδομένα
	R1'	R2'	R3'	R4'	R5'	R6'	C1'	C2'	C3'	C4'	
1	26.46	26.46	21.56	21.56	54.88	23.52	90	0.95	9.5	4.46	0.7943
2	26.46	26.46	21.56	21.56	54.88	24.48	110	1.05	10.5	4.94	0.6130
3	26.46	26.46	22.44	22.44	57.12	23.52	90	0.95	10.5	4.94	0.6599
4	26.46	27.24	21.56	22.44	57.12	23.52	110	1.05	9.5	4.46	0.6717
5	26.46	27.24	22.44	21.56	57.12	24.48	90	1.05	9.5	4.94	0.6315
6	26.46	27.24	22.44	22.44	54.88	24.48	110	0.95	10.5	4.46	0.6798
7	27.24	26.46	22.44	22.44	54.88	23.52	110	1.05	9.5	4.94	0.6165
8	27.24	26.46	22.44	21.56	57.12	24.48	110	0.95	9.5	4.46	0.7588
9	27.24	26.46	21.56	22.44	57.12	24.48	90	1.05	10.5	4.46	0.6073
10	27.24	27.24	22.44	21.56	54.88	23.52	90	1.05	10.5	4.46	0.6186
11	27.24	27.24	21.56	22.44	54.88	24.48	90	0.95	9.5	4.94	0.7224
12	27.24	27.24	21.56	21.56	57.12	23.52	110	0.95	10.5	4.94	0.7248

### Αποτελέσματα

Οι 12 επαναληπτικές δοκιμές (της εξωτερικής διάταξης) σε καθεμιά από τις 9 πειραματικές δοκιμές (της εσωτερικής διάταξης) παρείχαν τα δεδομένα του Υ (Υ-δεδομένα) και έτσι τη δυνατότητα υπολογισμού ενός μέτρου που εκφράζει τη μέση επίδοση (μέτρο απόδοσης του στόχου-TPM) και ενός μέτρου που εκφράζει τη μεταβλητότητα στην επίδοση (μέτρο απόδοσης του θορύβου-NPM), για κάθε πειραματική δοκιμή. Για την 1<sup>η</sup> και 9<sup>η</sup> πειραματική δοκιμή, τα Υ-δεδομένα φαίνονται στην τελευταία στήλη των πινάκων 11 και 12 αντίστοιχα.

### Ανάλυση

Τα κατάλληλα TPM και NPM ορίστηκαν ως:

$$TPM = \bar{Y}$$

$$NPM = -10 \log_{10}(s)^2$$

Οι τιμές του NPM για τις 9 επαναληπτικές δοκιμές απεικονίζονται στον Πίνακα 4.13:

Πίνακας 4.13. Μέσοι δείγματος, τυπικές αποκλίσεις και NPM για τον Y

Επαναληπτική Δοκιμή	Μέσος δείγματος $\bar{y}$	Τυπική απόκλιση δείγματος $s$	$NPM = -10\log_{10}(s)^2$
1	0.8960	0.03097	30.18
2	0.7725	0.03445	29.26
3	0.6348	0.03774	28.46
4	0.7970	0.04935	26.13
5	0.6172	0.04945	26.12
6	0.8731	0.03502	29.11
7	0.5549	0.05862	24.64
8	0.9059	0.05754	24.80
9	0.6749	0.06264	24.06

Μια ανάλυση ANOVA του παραπάνω NPM έδειξε ότι ο C3 επηρεάζει σημαντικά το NPM και επομένως τη μεταβλητότητα στην επίδοση Y. Άρα ο C3 μπορεί να θεωρηθεί ως παράγοντας ελέγχου της μεταβλητότητας με βέλτιστο επίπεδο 1. Αυτό είναι το επίπεδο με την ανώτατη NPM τιμή, δηλαδή με την ελάχιστη τιμή του  $s$ . Η ανάλυση ANOVA του TPM έδειξε ότι ο C2 είναι υψηλά σημαντικός. Εφόσον ο C2 δεν επηρεάζει τη μεταβλητότητα μπορεί να θεωρηθεί ως παράγοντας ελέγχου του στόχου και να ρυθμιστεί έτσι ώστε να επιφέρει τη μέση επίδοση του Y στο στόχο. Το επίπεδο 1 αποδείχτηκε το βέλτιστο για τον σκοπό αυτό. Ο παράγοντας R6 δε φαίνεται να επηρεάζει ούτε το TPM ούτε το NPM.

#### Επαλήθευση

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων υπέδειξε το επίπεδο 1 ως το βέλτιστο για τους C2 και C3. Το επίπεδο 1 επιλέχτηκε επίσης και για τον R6. Με όλους τους άλλους παράγοντες να διατηρούνται στις προκαθορισμένες σταθερές τους ρυθμίσεις και με τους R6, C2 και C3 στο επίπεδο 1, μερικές επαληθευτικές δοκιμές απέδειξαν ότι ο Y πράγματι πέτυχε το στόχο του με την ελάχιστη μεταβλητότητα. Αν γίνει σύγκριση με τα αποτελέσματα πριν από το στάδιο παραμετρικού σχεδιασμού, επιτεύχθηκε μείωση κατά 30% της μεταβλητότητας, πράγμα που εξασφάλισε τη συνεχή επίτευξη της επίδοσης Y εντός της απαιτούμενης περιοχής.

## 4.7. (ΕΠΑΝΑ)ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΑΝΟΧΗΣ

Αν η μεταβλητότητα της επίδοσης σε ένα βέλτιστο περιβάλλον, που καθορίστηκε κατά το στάδιο του παραμετρικού σχεδιασμού, δε είναι παρόλα αυτά ανεκτή, μπορούμε να επιτύχουμε μια περαιτέρω βελτίωση μέσω μιας ορθολογικής στένυσης ορισμένων ανοχών. Το επιπλέον κόστος που προκύπτει μπορεί να αντισταθμιστεί με μια ταυτόχρονη χαλάρωση των ανοχών στα μη ουσιώδη εξαρτήματα. Ένας τέτοιος οικονομικός επανακαθορισμός των προδιαγραφών των ανοχών μπορεί να επιτευχθεί μέσω της χρήσης των λόγων συνεισφοράς του Taguchi:

Ας υποθέσουμε ότι απαιτείται μείωση της διασποράς του  $Y$  στο 50% αυτής που ήταν στη βέλτιστη ρύθμιση των εξαρτημάτων που είχε καθοριστεί κατά το στάδιο του παραμετρικού σχεδιασμού. Για να το επιτύχουμε αυτό, θα πρέπει πρώτα να καθορίσουμε ποιο από τα εξαρτήματα του κυκλώματος είναι το πλέον σημαντικό και επηρεάζει κάποια μεταβολή στα επίπεδα της μεταβλητότητας. Για αυτό, πρέπει να μελετήσουμε την επίδραση των υπάρχοντων επιπέδων ανοχής και να προσδιορίσουμε κατά πόσο συνεισφέρει κάθε εξάρτημα στην συνολική μεταβλητότητα, όταν βρίσκεται στη βέλτιστη ρύθμισή του. Επομένως θα θεωρήσουμε όλα τα εξαρτήματα ως παράγοντες θορύβου και θα εξετάσουμε μια εξωτερική διάταξη που αντιστοιχεί στις τωρινές βέλτιστες ρυθμίσεις. Σε αυτό το στάδιο μπορούμε να συμπεριλάβουμε τη μελέτη επιπλέον παραγόντων θορύβου, οι οποίοι δεν περιελήφθησαν προηγουμένως. Στην περίπτωσή μας εξετάσαμε μόνο τους παράγοντες θορύβου που μελετήθηκαν προηγουμένως δηλαδή τους  $R1'-R6'$ ,  $C1'-C4'$ , και τους τοποθετήσαμε στον  $O_{\Sigma 12}(2^{11})$  όπως και πριν, χρησιμοποιώντας υπάρχοντα επίπεδα ανοχών. Αυτό συνέπεσε με την εξωτερική διάταξη του Πίνακα 4.11 επειδή ο βέλτιστος συνδυασμός των ελεγχόμενων παραγόντων συνέπεσε με τη δοκιμή 1 της εσωτερικής διάταξης.

Οι προκύπτουσες 12 τιμές δεδομένων (βλ. Πίνακα 4.11) αναλύθηκαν και τα αποτελέσματα της ANOVA απεικονίζονται στον Πίνακα 4.14

Πίνακας 4.14. ANOVA για το  $Y$  στο βέλτιστο περιβάλλον

Εξαρτήματα	β.ε.	ΑΤ	Λόγος συνεισφοράς (%)
$R1$	1	0.0000304	0.286
$R2$	1	0.00000884	0.08
$R3$	1	0.00002611	0.245
$R4$	1	0.00000817	0.075
$R5$	1	0.0000029	0.025

R6	1	0.0006351	0.060
C1	1	0.0000429	0.405
C2	1	0.0028367	26.9
C3	1	0.0029673	28.14
C4	1	0.0039858	37.8
Υπόλοιπο	1	0.00000023	5.98
Σύνολο	11	0.0105445	100.00

Ο λόγος συνεισφοράς  $P_F$  σε κάθε παράγοντα στον Πίνακα 4.14 ορίζεται ως εξής:

$$P_F = \frac{AT_F - \beta\varepsilon_F \times MAT_Y}{OAT} \times 100$$

όπου:  $MAT_Y = \frac{AT_Y}{\beta\varepsilon_Y}$ , με το  $AT_F$  να συμβολίζει το άθροισμα των τετραγώνων του

$F$  που αντιστοιχεί σε  $\beta\varepsilon_F$  βαθμούς ελευθερίας.

Εφόσον απαιτείται η μείωση της υπάρχουσας μεταβλητότητας κατά 50%, ο επαναπροσδιορισμός των ανοχών μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια της ακόλουθης εξίσωσης ανοχής:

$$50 = [1/A(R1)]^2 P_{R1} + \dots + [1/A(C4)]^2 P_{C4} + P_Y \quad (1)$$

όπου το  $1/A(F)$  αντιπροσωπεύει τη μείωση κατά  $1/A(F)$  των υφιστάμενων προδιαγραφών ανοχής του παράγοντα  $F$ . Για παράδειγμα με  $A(F)=1$  εννοούμε ότι η ανοχή  $F$  θα παραμείνει η ίδια, ενώ με  $A(F)=2$  σημαίνει μείωση κατά  $\frac{1}{2}$  της υπάρχουσας  $F$  ανοχής, π.χ. το  $\pm 10\%$  μειώνεται σε  $\pm 5\%$ .

Φυσικά υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί των  $A(R1), \dots, A(R6), A(C1), \dots, A(C4)$  οι οποίοι θα μπορούσαν να ικανοποιήσουν την εξίσωση (1). Αυτή είναι μια ευπρόσδεκτη δυνατότητα ευελιξίας, εφόσον μπορεί να ληφθεί ευκολότερα υπόψη το ζήτημα του κόστους όταν αποφασίζεται η τελική επιλογή. Στην περίπτωσή μας, βλέπουμε ότι ο περιορισμός των ανοχών για τους C2, C3 και C4 θα έχει τη μεγαλύτερη επίδραση στη μεταβλητότητα του  $Y$ , επειδή αυτές οι παράμετροι συνεισφέρουν τα μέγιστα στην ανάλυση ANOVA του Πίνακα 14.

Για παράδειγμα, αν περιορίσουμε τις ανοχές των C2, C3 και C4 στα  $\frac{2}{3}$  των υφιστάμενων προδιαγραφών, δηλαδή από  $\pm 5\%$  σε  $\pm 3.33\%$  ( $A(C2)=A(C3)=A(C4)=3/2$ ) και για να αποφύγουμε τυχόν επιπρόσθετο κόστος, διευρύνουμε την ανοχή όλων των αντιστάσεων με ένα παράγοντα 2 ( $A(R1)=\dots=A(R6)=1/2$ ), θα επιτύχουμε το νέο στόχο της μεταβλητότητας. Πράγματι αν επιτρέψουμε:

$$A(R1)=\dots A(R6)=1/2, A(C1)=1, A(C2)=A(C3)=A(C4)=3/2$$



Η δεξιά πλευρά της εξίσωσης (1), με τη βοήθεια των λόγων συνεισφοράς του Πίνακα 4.14, δίνει την τιμή 50.7, που είναι το επιθυμητό. Μια επαληθευτική δοκιμή στην επιλεγείσα ρύθμιση στις ανοχές που επανακαθορίστηκαν όπως παραπάνω, επαλήθευσε την πρόβλεψη της εξίσωσης ανοχής.

## **4.8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Είναι εμφανές ότι ο τομέας σχεδιασμού τυπωμένων κυκλωμάτων μπορεί να ωφεληθεί κατά πολύ από την εφαρμογή του παραμετρικού σχεδιασμού και του επανασχεδιασμού των ανοχών του Taguchi. Μπορεί να υπάρξει αποδοτική βελτίωση και στιβαρότητα του σχεδιασμού με τη χρήση εξαρτημάτων χαμηλού κόστους μόνο, σε ευρείες ανοχές. Μπορεί επίσης να υπάρξει μεγαλύτερη στιβαρότητα μέσω μιας ορθολογικής στένυσης των σημαντικών ανοχών με το ελάχιστο επιπρόσθετο κόστος. Είτε υπάρχει διαθέσιμο ένα αξιόπιστο μοντέλο απόκρισης είτε όχι, συνίσταται η χρήση καλοσχεδιασμένων πειραμάτων, έτσι ώστε να βελτιωθεί η στιβαρότητα του σχεδιασμού απέναντι στις επιδράσεις των ανοχών των εξαρτημάτων, η οποία θα ακολουθείται από τη χρήση εξισώσεων ανοχής, που μπορεί να βοηθήσουν στον οικονομικό επανακαθορισμό των ανοχών. Η αντιμετώπιση του ζητήματος των ανοχών με αυτόν τον τρόπο έχει αποδειχτεί εξαιρετικά αποτελεσματική για την αποφυγή αυθαίρετων ενεργειών καθώς και μεγάλου μέρους επιπρόσθετων εξόδων.

- [1] Bandurek G., Disney J. and Bendell A., Application of Taguchi methods to surface mount process, *Quality and Reliability Engineering International*, 4 pp 171-81, 1988
- [2] Barker T.B., Quality engineering by design: Taguchi's philosophy, *Quality Progress*, December, pp 32-42, 1986
- [3] Bendell A., Taguchi methods: Proceedings of the 1988 European Conference, Elsevier Applied Science Publication: London and New York, 1989
- [4] Bendell A., Disney J., Pridmore W.A., Taguchi-Methods: Applications in world industry, IFS Publication/Springer-Verlag: Kempston, 1989
- [5] Box G.E.P., Bisgaard S. and Fung C., An explanation and critique of Taguchi's Contributions to quality engineering, *Quality and Reliability Engineering International*, 4 pp 123-31, 1988
- [6] Deming W.E., *Out of the crisis*, MIT Center of Advanced Engineering Study, Cambridge, MA, 1986
- [7] Earley L.A., *Quality by Design: Taguchi Methods in Industry*, ASI Press: Dearborn, MI, 1988
- [8] Jebb A. and Wynn H.P., Robust engineering design, post-Taguchi, *Philosophical Transactions of the royal society*, 327, pp 605-17, 1989
- [9] Kacker R.N., Off line quality control, parameter, design and the Taguchi method, *Journal of Quality Technology*, 17, pp 176-88, 1985
- [10] Logothetis N., Off line quality control and ill-designed data, *Quality and Reliability Engineering International* 3, pp 227-38, 1987
- [11] Logothetis N., The role of data-transformation in the Taguchi analysis, *Quality and Reliability Engineering International*, 4, pp 49-61, 1988
- [12] Logothetis N., The Box-Cox transformations and the Taguchi methods, *Applied Statistics, J.R.S.S.(C)*, 39, pp 31-48, 1990

- [13] Logothetis N. and Wynn H.P., Quality through design: Experimental design off-line quality control and Taguchi's contributions, Clarendon Press: Oxford, 1989
- [14] Phadke M.S., Design optimization case studies, AT&T Technical Journal 65, pp51-68, 1986
- [15] Ross P.J., Taguchi techniques of Quality Engineering, McCraw-Hill: New York, 1988
- [16] Roy, Ranjit K., A primer on the Taguchi method
- [17] Taguchi G., Introduction to quality engineering, Asian Productivity Organisation: Tokyo, 1986
- [18] Taguchi G., Systems of experimental design: (Vols 1 and 2), Unipub/Kraus International Publications: New York, 1987
- [19] Taguchi G. and Wu Y-I, Introduction to off line quality control, Central Japan Quality Control Association: Tokyo, 1985
- [20] Δημήτριος Αντζουλάκος, Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας-Σημειώσεις Παραδόσεων, ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ, Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, Β Έκδοση, Πειραιάς 2008
- [21] Χ. Κουκουβίνος, Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας, Ε.Μ.Π., Αθήνα 2008
- [22] Ι.Α. Κουτρουβέλης, Διαχείριση Ποιότητας και στατιστική εκπαίδευση, Ελληνικό Στατιστικό Ινστιτούτο Πρακτικά 17ου Πανελληνίου Συνεδρίου Στατιστικής (2004), σελ. 259 - 266– 259
- [23] Ν. Λογοθέτης, Μανατζμεντ Ολικής Ποιότητας-Από τον DEMING στον Taguchi και το SPC, Prentice Hall International Ltd, U.K.
- [24] <http://www.alphait.gr/education/ISO/Dioikisi%20Olikis%20Poiotitas.pdf>
- [25] <http://www.stat.rutgers.edu/home/buyske/591/lect10.pdf>