



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΣΤΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ  
ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΒΑΣΕΩΝ ΠΙΣΩ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΥ  
ΜΟΝΟΘΕΣΙΟΥ**



**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

*του Μάριου Μαντέλου*

*Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Χαριτίδης, Καθ. ΕΜΠ*

Αθήνα, Ιούνιος 2021

---

---

## Ευχαριστίες

---

---

Η παρούσα διπλωματική εργασία με τίτλο «**Υπολογιστική Στατική και Δυναμική Μελέτη Βελτιστοποίησης Βάσεων Πίσω Πτέρυγας Αγωνιστικού Μονοθεσίου**» εκπονήθηκε κατά το έτος 2020-2021, υπό την αιγίδα του Τομέα Επιστήμης και Τεχνικής των Υλικών.

Από μεριάς μου, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Χαριτίδη Κωνσταντίνο, για τη συμπαράσταση και την εκπαιδευτική του καθοδήγηση κατά την εκπόνηση της εργασίας. Τον ευχαριστώ επίσης για τη δυνατότητα ενασχόλησης με ένα αντικείμενο του άμεσου ενδιαφέροντος μου.

Επιπλέον, θέλω να ευχαριστήσω θερμά τον μεταδιδακτορικό ερευνητή κ. Δραγατογιάννη Δημήτριο. Οι γνώσεις και οι συμβουλές του στο αντικείμενο, αλλά και οι κρίσιμες παρεμβάσεις του αναφορικά με το οργανωτικό κομμάτι, αποτέλεσαν μεγάλο στήριγμα στη διάρκεια της μελέτης αυτής.

Ένα εγκάρδιο ευχαριστώ θέλω να δώσω επίσης στον μεταπτυχιακό ερευνητή κ. Ζαβερδινό Γεώργιο. Οι γνώσεις του στον τομέα των πεπερασμένων στοιχείων, αλλά και στον τομέα της μηχανοκίνησης, και η μεγάλη ταχύτητα ανταπόκρισης του, με διευκόλυναν σε μεγάλο βαθμό σε οποιαδήποτε δυσκολία συνάντησα, στη βαθύτερη κατανόηση σχετικών εννοιών, αλλά και στην αναζωπύρωση του ενδιαφέροντος μου για τον τομέα. Επίσης τον ευχαριστώ για την εξαιρετική μας συνεργασία.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ να δώσω επίσης στην ομάδα PROM RACING, για την παράδοση των δεδομένων αεροδυναμικών φορτίων που λαμβάνονται από δοκιμές εξέλιξης σε πίστα και αεροσήραγγα, τα οποία έδωσαν τη δυνατότητα πραγματοποίησης της παρούσας μελέτης.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την οικογένεια μου, για την αμέριστη στήριξη της καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, αλλά και την πίστη που μου δείχνουν όλα αυτά τα χρόνια.

---

---

## Περίληψη

---

Στόχος της διπλωματικής εργασίας είναι ο μηχανολογικός σχεδιασμός και η βελτιστοποίηση των βάσεων της πίσω αεροδυναμικής πτέρυγας (rear wing mounts) αγωνιστικού μονοθεσίου. Η λειτουργία των βάσεων είναι η μεταφορά των αεροδυναμικών φορτίων που αναπτύσσονται από την πίσω πτέρυγα (rear wing) στο κεντρικό πλαίσιο-σασί (chassis). Αξιοποιείται η πειραματική συλλογή δεδομένων αεροδυναμικών φορτίων από δοκιμές εξέλιξης στην πίστα από το μονοθέσιο της ομάδας PROM Racing, μέσω των οποίων ορίζονται οι συντοκικές συνθήκες φόρτισης της κατασκευής. Χρησιμοποιώντας το ANSYS™, υπολογιστικό πακέτο προσομοιώσεων βασισμένο στη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM), επιλύονται οι διαφορικές εξισώσεις των αντίστοιχων φαινομένων. Οι βάσεις της πίσω πτέρυγας υπόκειται σε πλήρη και εκτενή έλεγχο υπό στατική και δυναμική φόρτιση.

Μέσω της Στατικής Ανάλυσης, η οποία εξετάζει τη συμπεριφορά της κατασκευής υπό στατικό φορτίο, αναζητάται η βέλτιστη επιλογή υλικών και διαμόρφωσης. Συγκρίνονται δύο κατασκευές, μία από αεροπορικού τύπου κράμα αλουμινίου Al-7075T6, και μία σύνθετου υλικού τύπου sandwich-με περίβλημα πολύστρωτο CFRP και πυρήνα PVC. Εξετάζονται διαφορετικές διαμορφώσεις της μεταλλικής βάσης με τη χρήση ελαφρωμάτων (lightening holes) και διαφορετική διαστρωμάτωση της σύνθετης βάσης. Στόχος της βελτιστοποίησης, λόγω της φύσης της εφαρμογής των βάσεων ως εξαρτήματα αγωνιστικού μονοθεσίου, είναι η κατασκευή να έχει μικρή μάζα, να εμφανίζει χαμηλή συγκέντρωση τάσεων και χαμηλές παραμορφώσεις. Η βέλτιστη βάση είναι μεταλλική, καθώς εμφανίζει 63% υψηλότερες επιδόσεις (ανηγμένη ως προς τη μάζα κατευθυντική δυσκαμψία) και 4x υψηλότερη αξιοπιστία (ανηγμένος ως προς τη μάζα παράγοντας ασφαλείας) από την βάση τύπου sandwich. Αντίθετα, η βάση από το σύνθετο υλικό αν και επιτυγχάνει 40% μείωση βάρους (205.61g) και καλύτερη κατανομή των διατμητικών τάσεων, ενώ οι τάσεις και οι παραμορφώσεις που εμφανίζει είναι υψηλότερες (SF=5.2).

Στο δεύτερο σκέλος, πραγματοποιείται η ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς της βέλτιστης μεταλλικής βάσης, αξιοποιώντας την πλήρη δειγματοληψία των αεροδυναμικών φορτίων συναρτήσεως του χρόνου. Η Ιδιομορφική Ανάλυση (Modal Analysis) δίνει τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές της κατασκευής. Με εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier, βρίσκονται οι κυρίαρχες συχνότητες φόρτισης, και συγκρίνονται με τις ιδιοσυχνότητες. Η μέγιστη συχνότητα φόρτισης (=2.8Hz) απέχει από την 1<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα της κατασκευής (=45.35Hz), άρα αποκλείεται το φαινόμενο του συντονισμού. Στηριζόμενοι στην αρχή της υπέρθεσης των κυμάτων προσεγγίζουμε τη συνολική φόρτιση με μία σειρά ημιτονοειδών συναρτήσεων με συχνότητες τις κυρίαρχες του μετασχηματισμού Fourier. Οι συναρτήσεις αυτές εισάγονται στη Φασματική Ανάλυση (Harmonic Response Analysis), η οποία εξετάζει την απόκριση της κατασκευής υπό ημιτονοειδή φόρτιση σε ορισμένο εύρος συχνοτήτων. Επιπλέον, με βάση τη πλήρη δειγματοληψία, αξιοποιείται ο επιλύτης της Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης για την Ανάλυση της Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης (Transient Analysis). Αποδεικνύεται πως τα αποτελέσματα της Φασματικής Ανάλυσης αποκλίνουν σε σχέση με την πιο ρεαλιστική Ανάλυση της Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης, δίνοντας αποτελέσματα με υψηλότερη συντελεστή ασφαλείας, ενώ το πραγματικό σφάλμα της Στατικής Ανάλυσης ανέρχεται περίπου στο 20%.

Στο τελευταίο σκέλος μελετάται η απορρόφηση κραδασμών με βάση τη διαμόρφωση αλλά και το υλικό, χρησιμοποιώντας τον επιλύτη της Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης (Explicit Dynamics). Εισάγεται κατάλληλη πλευρική φόρτιση έπειτα από βιβλιογραφική αναζήτηση πλευρικών επιταχύνσεων σε απότομες αλλαγές κατεύθυνσης, και μελετάται η διάδοση του εγκάρσιου μηχανικού κύματος κατά μήκος της γεωμετρίας. Η σύγκριση μεταξύ των διαμορφώσεων πραγματοποιείται με βάση το μέτρο της εσωτερικής ενέργειας σε ορισμένα κρίσιμα σημεία. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν τη θετική επίδραση του πάχους στη μεταλλική κατασκευή και επαληθεύουν την καταλληλότητα των κατασκευών από σύνθετα υλικά, και ειδικά των πολύστρωτων στην απορρόφηση ενέργειας (damping). Η βέλτιστη βάση είναι μεταλλική, και σύμφωνα με την Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης, η οποία δίνει τα πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα, ο παράγοντας ασφαλείας είναι ίσος με 25.77 και η μέγιστη παραμόρφωση ίση με 0.219mm. Τα αποτελέσματα της Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης αναφορικά με την απορρόφηση κραδασμών δεν λήφθηκαν υπόψη στην επιλογή της βέλτιστης βάσης, καθώς η θετική επίδραση που έδειξε η αύξηση του πάχους οδηγεί τη μάζα σε μη επιτρεπτά επίπεδα.

---

---

## Abstract

---

The target of this thesis is the design and the optimization of the rear wing mounts of a single-seated, open-wheel race car. The principal role of the mounts is the load transfer from the rear wing to the chassis of the car. By deploying the aerodynamic data from on-track testing of PROM Racing Team's Race Car, the boundary loading conditions are determined. Using ANSYS™, a commercial simulations package based on the Finite Element Method (FEM), the differential equations describing the problem are solved. The rear wing mounts are subjected to full and extensive static and dynamic tests.

In the Static Structural Analysis, which examines the structure's behavior under static loading, the optimal material choice and structure configuration are sought. Two structures are compared, one manufactured from the aluminum alloy Al-7075T6, and the other a composite sandwich structure, with CFRP skins and PVC core. Different configurations of the alloy structure are examined with the use of lightening holes, and also the lamination for the sandwich composite. Target of the optimization, due to the nature of the structure as a racing car part, is the lightweight of the structure, low stress magnitudes and low deflections. The optimal mount is the alloy one, which shows 63% higher part performance (directional stiffness) and 4x higher reliability (SF/g) compared to the sandwich mount. On the contrary, although the composite structure is 40% lighter and shows better shear stress distribution, the magnitude of stress and strain is higher.

In the second part of the project, the dynamic response of the optimal metallic mount is examined, by utilizing all the aerodynamic time dependent loading data. The Modal Analysis gives the eigenfrequencies and eigenmodes of the structure. The application of the Fourier Transform provides the dominant loading frequencies, which are afterwards compared with the natural frequencies. The maximum loading frequency (=2.8Hz) is greatly distanced from the 1<sup>st</sup> natural frequency (=45.35Hz), so the resonance phenomenon is avoided. Based on the wave superposition principle, the total loads are approached with a series of sinusoidal functions with frequencies those dominant frequencies of the Fourier Transform. These interferenced waves are inserted in the Harmonic Response Analysis, which examines the response of the structure under sinusoidal loading in a particular frequency range. Furthermore, using the whole aerodynamic data, the full Transient Analysis is actualized by utilizing the implicit dynamics solver. The optimistic deviation of the Harmonic Response results from the truer Transient ones is proven. Meanwhile, the true error of using the Static Structural Analysis amounts to nearly 20%.

In the last part, the vibration absorption is examined, as far as the material choice and the configuration are concerned. The Explicit Dynamics solver is utilized to solve the conservation of momentum equations. A suitable lateral force is introduced after bibliographic research of lateral accelerations in direction change (sudden steering) and the stress shear wave propagation through the mount is thoroughly examined. The comparison is made regarding the internal energy in particular critical points of the structure. The results show the positive effect of the mount's thickness and confirm the suitability of the composite structures, especially the sandwich type in energy damping. The optimal rear wing mount is metallic, and according to the more pessimistic Transient Analysis, the Safety Factor is 25.77 and the maximum Total Deformation

0.219 mm. The Explicit Dynamics results were not borne in mind in the optimal choice because the positive influence of higher thickness led to non-permitted mass.

## Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	i
Περίληψη.....	ii
Abstract .....	iv
<i>Περιεχόμενα</i> .....	vi
<i>Εικόνες</i> .....	viii
<i>Πίνακες</i> .....	xii
<b>1. Εισαγωγή-Τεχνολογικό Πρόβλημα.....</b>	<b>1</b>
1.1. Βάσεις Πίσω Πτέρυγας Αγωνιστικού Μονοθεσίου .....	1
<b>1.2. Δεδομένα Φόρτισης .....</b>	<b>3</b>
1.2.1. Κίνηση Μονοθεσίου και Δοκιμές Εξέλιξης.....	3
1.2.2. Αεροδυναμικές Δοκιμές .....	3
1.2.3. Διαμήκης Μεταφορά Βάρους .....	5
<b>1.3. Υπολογιστικά Εργαλεία.....</b>	<b>7</b>
1.3.1. Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων-Finite Element Method (FEM) .....	7
1.3.2. Πλέγμα Διακριτοποίησης .....	8
1.3.3. Χρήση Πολλαπλών Υπολογιστικών Κόμβων .....	11
1.4. Διαφορικές Εξισώσεις Περιγραφής Της Απόκρισης.....	11
<b>2. Στατική Ανάλυση .....</b>	<b>14</b>
2.1. Θεωρητικό Υπόβαθρο .....	14
2.2. Βάση Από Σύνθετο Υλικό.....	14
2.2.1. Αριθμητικό Μοντέλο .....	23
2.2.2. Επίλυση .....	26
2.2.3. Σύγκριση Διαφορετικών Διαστρωματώσεων.....	28
2.2.4. Βέλτιστη Διαστρωμάτωση Σύνθετης Κατασκευής .....	31
2.3. Μεταλλική Βάση.....	33
2.3.1. Στόχος .....	33
2.3.2. Μηχανικές ιδιότητες (Engineering Data) .....	33
2.3.3. Αριθμητικό Μοντέλο .....	34
2.3.4. Επίλυση .....	36
2.3.5. Σύγκριση Διαφορετικών Διαμορφώσεων .....	36
2.3.6. Βέλτιστη Διαμόρφωση Μεταλλικής Βάσης.....	41

2.4.	Σύγκριση Σύνθετη-Μεταλλική Βάση .....	43
<b>3.</b>	<b>Δυναμική Ανάλυση .....</b>	<b>45</b>
3.1.	Θεωρητικό Υπόβαθρο .....	45
3.2.	Ιδιομορφική Ανάλυση (Modal Analysis).....	47
3.2.1.	Ιδιοσυχνότητες και Ιδιομορφές.....	47
3.2.2.	Αριθμητικό Μοντέλο και Ρυθμίσεις Επιλύτη .....	48
3.2.3.	Ιδιομορφική Ανάλυση Βέλτιστης Μεταλλικής Βάσης.....	49
3.2.4.	Σχολιασμός Αποτελεσμάτων .....	51
3.3.	Πρόβλεψη Φόρτισης Στις Μεγαλύτερες Ταχύτητες .....	51
3.4.	Ανάλυση Φασματικής Απόκρισης (Harmonic Response Analysis).....	53
3.4.1.	Φόρτιση .....	56
3.4.2.	Μετασχηματισμός Fourier .....	57
3.4.3.	Διαγράμματα Στο Πεδίο Των Συχνοτήτων .....	60
3.4.4.	Αριθμητικό Μοντέλο και Συνοριακές Συνθήκες .....	62
3.4.5.	Ρυθμίσεις Επιλύτη.....	64
3.4.6.	Ζητούμενα Επίλυσης .....	64
3.4.7.	Αποτελέσματα Ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης Βέλτιστης Μεταλλικής Βάσης 65	
3.4.8.	Συμπεράσματα .....	66
3.5.	Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης (Transient Analysis) .....	67
3.5.1.	Φόρτιση και Αριθμητικό Μοντέλο .....	68
3.5.2.	Ρυθμίσεις Επιλύτη.....	70
3.5.3.	Ζητούμενα Επίλυσης .....	71
3.5.4.	Αποτελέσματα Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης.....	71
3.5.5.	Συμπεράσματα .....	74
3.6.	Συνολική Σύγκριση .....	75
<b>4.</b>	<b>Βελτιστοποίηση Τοπολογίας (Topology Optimization) .....</b>	<b>81</b>
4.1.	Ρυθμίσεις Ανάλυσης.....	82
4.2.	Αποτελέσματα .....	84
<b>5.</b>	<b>Μη Πεπλεγμένη Δυναμική Ανάλυση (Explicit) .....</b>	<b>88</b>
5.1.	Μη Πεπλεγμένη vs Πεπλεγμένη (Θεωρία και εφαρμογές) .....	88
5.2.	Θεωρία Διάδοσης Κυμάτων .....	90
5.2.1.	Τύποι κυμάτων .....	92



5.2.2. Εξασθένιση .....	96
5.3. Μεθοδολογία .....	97
5.4. Αριθμητικό Μοντέλο .....	98
5.5. Ρυθμίσεις Επίλυτη .....	99
5.6. Ζητούμενα Επίλυσης .....	101
5.7. Αποτελέσματα και Σύγκριση .....	102
5.8. Συμπεράσματα .....	108
<b>6. Συμπεράσματα.....</b>	<b>110</b>
6.1. Μελλοντική Έρευνα.....	111
Βιβλιογραφία .....	113
Παράρτημα I.....	116
Παράρτημα II.....	141

### ΕΙΚΟΝΕΣ

Εικόνα 1: Πίσω πτέρυγα με βάσεις που συνδέονται στο κάτω μέρος της. ....	1
Εικόνα 2: Βάση τύπου swan neck. ....	2
Εικόνα 3: Βάσεις πίσω πτέρυγας της ομάδας του πανεπιστημίου της Iowa.....	2
Εικόνα 4: Βάσεις πίσω πτέρυγας του μονοθεσίου P-17 της PROM RACING. ....	2
Εικόνα 5: Ορισμός συστήματος αξόνων. ....	3
Εικόνα 6: Τα βασικά στοιχεία της αεροσήραγγας. ....	4
Εικόνα 7: CFD ανάλυση πίσω πτέρυγας μονοθεσίου Formula Student. (4).....	5
Εικόνα 8: Διαμήκης μεταφορά βάρους κατά την επιτάχυνση του οχήματος. ....	5
Εικόνα 9: Κατανομή τάσεων σε διωστήρα (μπιέλα). ....	7
Εικόνα 10: Διάκριση στοιχείων αναφορικά με τις διαστάσεις. ....	9
Εικόνα 11: Στερεό με πλέγμα τετραεδρικών στοιχείων και πύκνωση αυτού σε συγκεκριμένη περιοχή.....	9
Εικόνα 12: Απεικόνιση στοιχείων με διαφορετική συνάρτηση μετατόπισης. ....	10
Εικόνα 13: Aspect ratio για τετράπλευρα και τριγωνικά στοιχεία. ....	11
Εικόνα 14: Πρόσοψη κοινού συστήματος πίσω πτέρυγας-βάσεων. ....	11
Εικόνα 15: Πλάγια όψη του συστήματος πίσω πτέρυγα-βάσεις και απεικόνιση των αεροελαστικών δυνάμεων. ....	12
Εικόνα 16: Γεωμετρία βάσης από σύνθετο υλικό τύπου sandwich.....	15
Εικόνα 17: Συμπλήρωση δεδομένων στο περιβάλλον ACP. ....	15
Εικόνα 18: Surface Geometry στο ANSYS.....	17
Εικόνα 19: 2D πεπερασμένα στοιχεία. ....	18
Εικόνα 20: Ορισμός πάχους υφάσματος διαξονικής πλέξης. ....	20
Εικόνα 21: Ορισμός πάχους πολυμερικού αφρού από PVC.....	20
Εικόνα 22: Ορισμός της στοίβαξης των υφασμάτων διαξονικής πλέξης. ....	21
Εικόνα 23: Παράθυρο εργασίας των Rosettes.....	21

Εικόνα 24: Παράθυρο εργασίας για τον ορισμό της διεύθυνσης διαδοχής των στρώσεων.....	22
Εικόνα 25: Απεικόνιση των διευθύνσεων των ινών.....	22
Εικόνα 26: Σύνδεση ACP με Στατική Ανάλυση.....	23
Εικόνα 27: Ορισμός απομακρυσμένου σημείου.....	24
Εικόνα 28: Τα απομακρυσμένα σημεία (Remote Points) της γεωμετρίας.....	24
Εικόνα 29: Κατανομή της μέγιστης κύριας τάσης στη βέλτιστη διαμόρφωση συνθέτου.....	31
Εικόνα 30: Zoom στο Remote Point B, μέγιστη τιμή της κύριας τάσης.....	32
Εικόνα 31: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) της ολικής παραμόρφωσης στη βέλτιστη διαμόρφωση του συνθέτου.....	32
Εικόνα 32: Το πλέγμα διακριτοποίησης πλησίον του Remote Point B.....	35
Εικόνα 33: Τα Remote Points σε γεωμετρία από κράμα αλουμινίου Al-7075T6.....	35
Εικόνα 34: Οι αρχικές γεωμετρίες A (αριστερά), B (κέντρο) και Γ (δεξιά).....	36
Εικόνα 35: Γεωμετρία Δ. Προσέγγιση της swan neck γεωμετρίας.....	38
Εικόνα 36: Απεικόνιση της γεωμετρίας με τα απομακρυσμένα σημεία, και τον κόμβο E.....	39
Εικόνα 37: Μεγέθυνση στους άξονες, για να γίνει κατανοητή η βελτιστοποίηση της γεωμετρίας.....	39
Εικόνα 38: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής των τάσεων στη βέλτιστη γεωμετρία από Al-7075T6.....	42
Εικόνα 39: Σημείο εμφάνισης μέγιστης τάσης στη βέλτιστη γεωμετρία από Al-7075T6. Μεγέθυνση στο απομακρυσμένο σημείο B.....	42
Εικόνα 40: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής των ολικών παραμορφώσεων στη βέλτιστη γεωμετρία από Al-7075T6.....	42
Εικόνα 41: Αστοχία λόγω συντονισμού της γέφυρας Τάκομα στις Η.Π.Α. το 1940.....	46
Εικόνα 42: Οι 3 πρώτες ιδιομορφές ενός ιστορικού πύργου (11).....	48
Εικόνα 43: Σύνδεση Ιδιομορφικής Ανάλυσης (Modal) με τη Στατική Ανάλυση (Static Structural) που προηγήθηκε.....	48
Εικόνα 44: Ιδιομορφή της 1ης ιδιοσυχνότητας της κατασκευής.....	50
Εικόνα 45: Ιδιομορφή της 2ης ιδιοσυχνότητας της κατασκευής.....	50
Εικόνα 46: Ιδιομορφή της 3ης ιδιοσυχνότητας της κατασκευής.....	50
Εικόνα 47: Ιδιομορφή της 4ης ιδιοσυχνότητας της κατασκευής.....	51
Εικόνα 48: Η απόκριση συναρτήσει του συντελεστή απόσβεσης.....	54
Εικόνα 49: Σχηματική απεικόνιση της απόκρισης ταλαντωτή.....	55
Εικόνα 50: Σχηματική απεικόνιση υπερδειγματοληψίας.....	58
Εικόνα 51: Σχηματική απεικόνιση φαινομένου υποδειγματοληψίας.....	59
Εικόνα 52: Αρχικό κομμάτι του αλγορίθμου.....	59
Εικόνα 53: Τελικό κομμάτι του αλγορίθμου.....	60
Εικόνα 54: Σύνδεση της ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης με την Ιδιομορφική Ανάλυση.....	63
Εικόνα 55: Εισαγωγή της φόρτισης του 1ου συμβαλλόμενου κύματος στην ανάλυση Φασματικής Απόκρισης.....	63
Εικόνα 56: Ένωση της Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης με τη Στατική.....	68
Εικόνα 57: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής των τάσεων στη γεωμετρία.....	72
Εικόνα 58: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής ολικής παραμόρφωσης της ανάλυσης.....	72
Εικόνα 59: Αντίδραση στήριξης στο απομακρυσμένο σημείο A.....	73

Εικόνα 60: Αντίδραση στήριξης στο απομακρυσμένο σημείο B. ....	74
Εικόνα 61: Υψηλή συγκέντρωση τάσεων σε γωνία απότομης κλίσης στον κόμβο E. ....	74
Εικόνα 62: Κατανομή των τάσεων στη βέλτιστη Sandwich γεωμετρία. ....	76
Εικόνα 63: Κατανομή των τάσεων στη βέλτιστη γεωμετρία από το αεροπορικού τύπου κράμα αλουμινίου Al-7075T6. ....	76
Εικόνα 64: Ακατέργαστη γεωμετρία από Al-7075T6. ....	81
Εικόνα 65: Σύνδεση των στατικών αναλύσεων για την ακατέργαστη και της βέλτιστη γεωμετρίας της βελτιστοποίησης τοπολογίας. ....	82
Εικόνα 66: Βέλτιστη προτεινόμενη γεωμετρία από την ανάλυση βελτιστοποίησης τοπολογίας. ....	84
Εικόνα 67: Βέλτιστη διαμόρφωση της γεωμετρίας από το Al-7075T6 μέσω της Στατικής Ανάλυσης και συνεχούς ανατροφοδότησης των αποτελεσμάτων για αλλαγές στη γεωμετρία. ....	85
Εικόνα 68: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής της ισοδύναμης τάσης στη γεωμετρία που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση τοπολογίας. Μεγέθυνση στο σημείο που εμφανίζεται το μέγιστο. ....	86
Εικόνα 69: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής της ολικής παραμόρφωσης στη γεωμετρία που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση τοπολογίας. ....	86
Εικόνα 70: Περιοχές της γεωμετρίας που διατηρούνται οριακά. ....	87
Εικόνα 71: Προσομοίωση σύγκρουσης αυτοκινήτου σε τοίχο με Explicit ανάλυση. ....	90
Εικόνα 72: Τα χαρακτηριστικά μεγέθη ενός κύματος. ....	91
Εικόνα 73: Απεικόνιση διαμήκους κύματος. ....	93
Εικόνα 74: Απεικόνιση εγκάρσιου κύματος. ....	93
Εικόνα 75: Κύματα Rayleigh. ....	94
Εικόνα 76: Κύματα Lowe. ....	95
Εικόνα 77: Συμμετρική διάδοση κύματος Lamb. ....	95
Εικόνα 78: Αντισυμμετρική διάδοση κύματος Lamb. ....	95
Εικόνα 79: Εξασθένιση κύματος κατά τη διάδοση στο μέσο. ....	96
Εικόνα 80: Εξασθένιση κύματος λόγω σκέδασης. ....	96
Εικόνα 81: Συνολική πλευρική δύναμη. ....	97
Εικόνα 82: Τα στοιχεία της εξίσωσης 5.11 αναφορικά με το σύστημα πίσω πτέρυγα-βάσεις. ....	98
Εικόνα 83: Το σύνολο των στοιχείων, όπου υπολογίζεται η εσωτερική ενέργεια πλησίον του απομακρυσμένου σημείου A για τη γεωμετρία από Al-7075T6. ....	102
Εικόνα 84: Το σύνολο των στοιχείων, όπου υπολογίζεται η εσωτερική ενέργεια πλησίον του απομακρυσμένου σημείου A για τη σύνθετη γεωμετρία. ....	102
Εικόνα 85: Al_x_10mm. ....	102
Εικόνα 86: Al_new_holes. ....	103
Εικόνα 87: Composite Geometry. ....	103
Εικόνα 88: Al_Bulk. ....	103
Εικόνα 89: Υπενθύμιση των απομακρυσμένων σημείων, όπου ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες, των γεωμετριών. ....	104
Εικόνα 90: Άφιξη της διαταραχής στο απομακρυσμένο σημείο C. ....	106
Εικόνα 91: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της ισοδύναμης παραμόρφωσης με ετικέτες αποτελεσμάτων στα σημεία που μας ενδιαφέρουν. ....	108
Εικόνα 92: Τελική βέλτιστη γεωμετρία βάσης. ....	111

Εικόνα 93: Οι κύριες κρυσταλλικές δομές των μετάλλων. α) Κυβικό εδροκεντρωμένο FCC, β) κυβικό χωροκεντρωμένο BCC, γ) μέγιστο εξαγωνικό HCP (31). .....	117
Εικόνα 94: Μετασταθές διάγραμμα ισορροπίας φερρίτη-σεμεντίτη. ....	118
Εικόνα 95: Σχηματική απεικόνιση των τύπων τάσεων. ....	119
Εικόνα 96: Ορισμός των αξονικών και πλευρικών παραμορφώσεων πάνω σε απειροστό στοιχείο όγκου. ....	119
Εικόνα 97: Ορισμός της διατμητικής παραμόρφωσης πάνω σε απειροστό στοιχείο όγκου. ....	120
Εικόνα 98: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης $\sigma(\epsilon)$ . ....	122
Εικόνα 99: Απεικόνιση των κύριων τάσεων. ....	123
Εικόνα 100: Απεικόνιση των τύπων συνθέτων ανάλογα με τη μορφή της ενίσχυσης. α) ινώδες, β) κοκκώδες, γ) πολύστρωτο σύνθετο (35). ....	124
Εικόνα 101: Διάταξη ατόμων άνθρακα στον κρύσταλλο γραφίτη. ....	125
Εικόνα 102: Σχηματική αναπαράσταση των ινών άνθρακα (36). ....	125
Εικόνα 103: Διάγραμμα ροής της διαδικασίας παραγωγής ινών άνθρακα με πρόδρομη ένωση ίνες PAN. ....	126
Εικόνα 104: Τα χαρακτηριστικά είδη πλέξης. ....	127
Εικόνα 105: Μηχανισμός αντίδρασης μεταξύ αμινικού και εποξειδικού συστατικού. ....	128
Εικόνα 106: Αλληλουχία στρώσεων σε πολύστρωτο σύνθετο υλικό. ....	128
Εικόνα 107: Sandwich με πυρήνα δομής κυψελίδας (honeycomb). ....	129
Εικόνα 108: Sandwich με πυρήνα αφρού. ....	129
Εικόνα 109: Ορισμός νέου συστήματος αξόνων σε γνωστή γωνία από τη διαμήκη διεύθυνση των ινών. ....	131
Εικόνα 110: Η πίεση και η διατμητική τάση σε διατομή φτερού αεροπλάνου (17). ....	134
Εικόνα 111: Οι ροικές γραμμές γύρω από τη διατομή. ....	135
Εικόνα 112: Η γεωμετρία της διατομής της πίσω πτέρυγας μονοθεσίου. ....	135
Εικόνα 113: Η ανάλυση της ολικής δύναμης που ασκείται στη διατομή σε κάθετη δύναμη και οπισθέλκουσα. ....	136
Εικόνα 114: Απεικόνιση της 2D γεωμετρίας με τα μεγέθη που συμμετέχουν. ....	137
Εικόνα 115: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της ισοδύναμης παραμόρφωσης της τελικής Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης. ....	141
Εικόνα 116: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της μέγιστης κύριας τάσης τελικής Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης. ....	141
Εικόνα 117: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της ενέργειας παραμόρφωσης τελικής Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης. ....	141
Εικόνα 118: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της μέγιστης διατμητικής τάσης τελικής ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης. ....	142
Εικόνα 119: Διατομή στο μέσο του φορέα AE. ....	142
Εικόνα 120: Διατομή στον κόμβο E. ....	143
Εικόνα 121: Μεταφορά δυνάμεων από το σημείο φόρτισης στη διατομή του φορέα. ....	144
Εικόνα 122: Απεικόνιση της διατομής του φορέα. ( $h=0.65$ , $b=1\text{cm}$ ).....	144
Εικόνα 123: Απεικόνιση του υπολογισμού της μέγιστης κύριας τάσης στο ανώτερο κεντρικό σημείο του μέσου του φορέα AE. ....	146
Εικόνα 124: Απεικόνιση του υπολογισμού της μέγιστης κύριας τάσης στο ανώτερο κεντρικό σημείο του μέσου του κόμβου E.....	146

Εικόνα 125: Παρατήρηση παραμόρφωσης αντίθετης της φοράς της οπισθέλκουσας δύναμης (μπλε χρώμα) στον φορέα BC. ....	150
--	-----

### Πίνακες

Πίνακας 1: Λεπτομέρειες υπολογιστικών μονάδων. ....	11
Πίνακας 2: Μηχανικές ιδιότητες πλέξης διευθυντικού ανθρακονήματος. ....	16
Πίνακας 3: Μηχανικές ιδιότητες πολυμερικού αφρού από PVC. ....	16
Πίνακας 4: Πληροφορίες του πλέγματος. ....	19
Πίνακας 5: Λεπτομέρειες Remote Point. ....	24
Πίνακας 6: Ορισμός στηρίξεων. ....	25
Πίνακας 7: Η στατική φόρτιση. ....	26
Πίνακας 8: Ρυθμίσεις επιλύτη Στατικής Ανάλυσης. ....	26
Πίνακας 9: Παρουσίαση αποτελεσμάτων επίλυσης Στατικής Ανάλυσης για τη σύνθετη γεωμετρία. ....	29
Πίνακας 10: Συνολικά αποτελέσματα της βέλτιστης επίλυσης. ....	31
Πίνακας 11: Σύσταση του κράματος Al-7075T6. ....	33
Πίνακας 12: Οι μηχανικές ιδιότητες του Al-7075T6. ....	34
Πίνακας 13: Τα στατιστικά στοιχεία του πλέγματος. ....	34
Πίνακας 14: Λεπτομέρειες της φόρτισης. ....	36
Πίνακας 15: Αποτελέσματα επίλυσης γεωμετριών Α, Β και Γ. ....	37
Πίνακας 16: Αποτελέσματα και σύγκριση των γεωμετριών Α και Δ. ....	39
Πίνακας 17: Αποτελέσματα επίλυσης αναφορικά με τη θέση του κόμβου Ε. ....	40
Πίνακας 18: Αποτέλεσμα επίλυσης αναφορικά με το πάχος της γεωμετρίας στον άξονα-χ. ....	40
Πίνακας 19: Αποτέλεσμα επίλυσης αναφορικά με το πάχος της γεωμετρίας στον άξονα-z. ....	41
Πίνακας 20: Ολικά αποτελέσματα επίλυσης στις συνθήκες φόρτισης της βέλτιστης γεωμετρίας από Al-7075T6. ....	41
Πίνακας 21: Συνολικά αποτελέσματα βέλτιστων διαμορφώσεων Στατικής Ανάλυσης. ....	43
Πίνακας 22: Ποσοστιαία μεταβολή ζητούμενων επίλυσης με τη χρήση του αεροπορικού κράματος Al-7075T6 έναντι του συνθέτου. ....	43
Πίνακας 23: Ρυθμίσεις Ιδιομορφικής Ανάλυσης. ....	49
Πίνακας 24: Οι πρώτες 8 ιδιοσυχνότητες της κατασκευής. ....	49
Πίνακας 25: Πρόβλεψη δυνάμεων σε μεγαλύτερες ταχύτητες. ....	52
Πίνακας 26: Παρουσίαση συχνοτήτων, πλατών και διαφοράς φάσεων των συμβαλλόμενων κυμάτων για ταχύτητα $v=120\text{km/h}$ . ....	62
Πίνακας 27: Λεπτομέρειες ρυθμίσεων ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης. ....	64
Πίνακας 28: Αποτελέσματα ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης για τα συμβαλλόμενα κυρίαρχα κύματα που αποτελούν τη φόρτιση. ....	66
Πίνακας 29: Συνολικά αποτελέσματα ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης. ....	66
Πίνακας 30: Στατιστικά στοιχεία πλέγματος Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης. ....	68
Πίνακας 31: Στατιστικά στοιχεία Aspect Ratio. ....	69
Πίνακας 32: Στατιστικά στοιχεία ποιότητας πλέγματος. ....	69

Πίνακας 33: Ρυθμίσεις επιλύτη της Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης, και η συνολική διαμήκης φόρτιση. ....	70
Πίνακας 34: Αποτελέσματα Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης.. ....	71
Πίνακας 35: Τελικά αποτελέσματα της Sandwich βέλτιστης γεωμετρίας για τη μέγιστη πιθανή φόρτιση των βάσεων. ....	75
Πίνακας 36: Τελικά αποτελέσματα της βέλτιστης γεωμετρίας από AI-7075T6 για τη μέγιστη πιθανή φόρτιση των βάσεων. ....	76
Πίνακας 37: Πίνακας σύγκρισης Στατικής Ανάλυσης για τη μέγιστη πιθανή φόρτιση της κατασκευής. ....	77
Πίνακας 38: Παρουσίαση αποτελεσμάτων δυναμικής ανάλυσης για τη βέλτιστη γεωμετρία από AI-7075T6 για τη μέγιστη πιθανή φόρτιση της βάσης. ....	77
Πίνακας 39: Πραγματικό σφάλμα προσεγγίσεων. ....	80
Πίνακας 40: Ρυθμίσεις ανάλυσης βελτιστοποίησης τοπολογίας. ....	82
Πίνακας 41: Περιοχή προς βελτιστοποίηση. ....	83
Πίνακας 42: Στόχος της βελτιστοποίησης. ....	83
Πίνακας 43: Λεπτομέρειες πυκνότητας τοπολογίας. ....	84
Πίνακας 44: Σύγκριση βέλτιστης γεωμετρίας Στατικής Ανάλυσης vs βελτιστοποίησης τοπολογίας. ....	85
Πίνακας 45: Σύγκριση μεταξύ Πεπλεγμένης (Implicit) και Μη Πεπλεγμένης (Explicit) Ανάλυσης. ....	90
Πίνακας 46: Στατιστικά στοιχεία αραιότερου πλέγματος γεωμετρίας από το AI-7075T6. ....	99
Πίνακας 47: Στατιστικά στοιχεία αραιότερου πλέγματος της σύνθετης γεωμετρίας. ....	99
Πίνακας 48: Ρυθμίσεις Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης (Explicit Dynamics Analysis)...	100
Πίνακας 49: Σύγκριση υπολογισμών στο χέρι με επίλυση στο ANSYS για το ανώτερο κεντρικό σημείο του μέσου του φορέα ΑΕ. ....	145
Πίνακας 50:: Σύγκριση υπολογισμών στο χέρι με επίλυση στο ANSYS για το ανώτερο κεντρικό σημείο του μέσου του κόμβου Ε. ....	146
Πίνακας 51: Επίδραση πυκνότητας πλέγματος στις τιμές των αποτελεσμάτων. ....	147

---

# 1. Εισαγωγή-Τεχνολογικό Πρόβλημα

---

## 1.1. Βάσεις Πίσω Πτέρυγας Αγωνιστικού Μονοθεσίου

Στον μηχανοκίνητο αθλητισμό εξαιρετικά σημαντικό ρόλο παίζει το αεροδυναμικό πακέτο του αγωνιστικού μονοθεσίου. Στο πακέτο αυτό ανήκουν βοηθήματα όπως η εμπρός και η πίσω πτέρυγα (front and rear wing), το πάτωμα (undertrays) και οι διαχύτες (diffusers). Τα βοηθήματα αυτά έχουν ως στόχο τη συνολική μεγιστοποίηση του λόγου κάθετη δύναμη/οπισθέλκουσα (βλ. Παράρτημα Ι), καθώς η κάθετη δύναμη συνεισφέρει στον καλύτερο έλεγχο του μονοθεσίου, ενώ η οπισθέλκουσα αντιτίθεται στην επιτάχυνση. Μεγάλη συμβολή προς το στόχο αυτό προέρχεται από την γεωμετρία της πίσω πτέρυγας. Ο ρόλος των βάσεων της πίσω πτέρυγας(rear wing mounts) είναι η μεταφορά των αεροελαστικών φορτίων που αναπτύσσονται σε αυτή, στο κεντρικό πλαίσιο-σασί (chassis) του μονοθεσίου. Απαιτηση αποτελεί, ειδικότερα σε ένα τόσο ανταγωνιστικό περιβάλλον, η μικρή μάζα, ο ικανοποιητικός παράγοντας ασφαλείας ανάλογα με το κριτήριο αστοχίας που θα δίνει την επιθυμητή αξιοπιστία στις διαφορετικές συνθήκες φόρτισης και οι μικρές παραμορφώσεις. Οι στόχοι αυτοί δίνουν το κίνητρο για την διερεύνηση διαφορετικών υλικών, ποσοτήτων αυτών αλλά και η σύγκριση διαφορετικών διαμορφώσεων για τη κατασκευή των βάσεων.

Οι βάσεις της πίσω πτέρυγας χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Η πρώτη είναι οι πλακοειδείς βάσεις που ενώνονται στο κάτω μέρος της αεροτομής. Συνήθως γίνεται χρήση τους σε συμβατικά αυτοκίνητα, ενώ κύρια υλικά κατασκευής αποτελούν κράματα αλουμινίου, χάλυβας, και τελευταία σύνθετα με ενίσχυση ίνες άνθρακα.



Εικόνα 1: Πίσω πτέρυγα με βάσεις που συνδέονται στο κάτω μέρος της.

Έχει αποδειχθεί πως η τοποθέτηση σε αυτό το σημείο εμποδίζει την ομαλή ροή του αέρα, με συνέπεια μεγάλες απώλειες σε κάθετη δύναμη (1). Αυτό οδήγησε στην δεύτερη κατηγορία, τη γεωμετρία swan neck. Η γεωμετρία αυτή ονομάζεται έτσι γιατί το σχήμα της παρομοιάζει τον λαιμό ενός κύκνου, ενώ το κύριο χαρακτηριστικό της είναι η σύνδεση της με το πάνω μέρος της πίσω πτέρυγας.



Εικόνα 2: Βάση τύπου swan neck.

Τα δημοφιλέστερα υλικά παραγωγής είναι κυρίως κράματα αλουμινίου και σύνθετα με ίνες άνθρακα (βλ. Παράρτημα Ι).

Αφορμή της μελέτης αποτελεί ο διεθνής φοιτητικός διαγωνισμός FSAE. Οι ομάδες, οι οποίες συμμετέχουν, καλούνται να σχεδιάσουν, να αναπτύξουν και να κατασκευάσουν ένα αγωνιστικό μονοθέσιο τύπου Formula, με το οποίο θα διαγωνιστούν σε διαφορετικά στατικά και δυναμικά αγωνίσματα. Επομένως, στόχο δεν αποτελεί μόνο η κατασκευή και η βελτιστοποίηση του μονοθεσίου, αλλά και η συγκέντρωση υψηλής βαθμολογίας στον μηχανολογικό σχεδιασμό, επικρατώντας του ανταγωνισμού. Λόγω αυτού, παρατηρείται πως υπάρχει μεγάλη ελευθερία στον σχεδιασμό κάθε εξαρτήματος, έτσι και των βάσεων, και η πλειοψηφία των φοιτητικών ομάδων στον διαγωνισμό Formula Student εμφανίζεται με διαφορετικές διαμορφώσεις.



Εικόνα 3: Βάσεις πίσω πτέρυγας της ομάδας του πανεπιστημίου της Iowa.



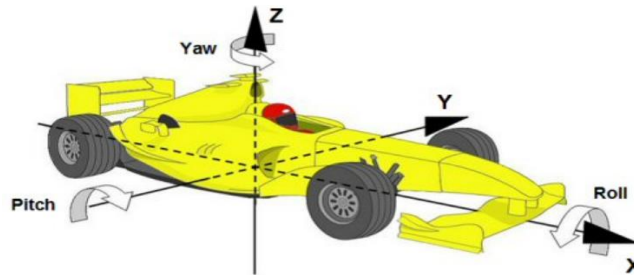
Εικόνα 4: Βάσεις πίσω πτέρυγας του μονοθεσίου P-17 της PROM RACING.



## 1.2. Δεδομένα Φόρτισης

### 1.2.1. Κίνηση Μονοθεσίου και Δοκιμές Εξέλιξης

Στο παρόν υποκεφάλαιο παρουσιάζονται θεωρητικές έννοιες αναγκαίες ώστε να κατανοήσει κανείς τις βασικές αρχές του προβλήματος και τη μεθοδολογία επίλυσης του. Όπως προαναφέρθηκε, το μονοθέσιο δέχεται διαφορετικές καταστάσεις φόρτισης στη διάρκεια των διαφορετικών αγωνισμάτων του διαγωνισμού. Για τη διευκόλυνση της μελέτης της κίνησης του κινούμενου οχήματος, ορίζεται ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων  $(x,y,z)$  (Εικόνα 5) σταθερά τοποθετημένο πάνω στο όχημα και κινείται μαζί του. Με τον τρόπο αυτό, οι ιδιότητες που σχετίζονται με την αδράνεια παραμένουν πρακτικά σταθερές ως προς το σύστημα συντεταγμένων, σε αντίθεση με τα μεταβλητά αποτελέσματα εάν το σύστημα συντεταγμένων παρέμενε ακίνητο στο έδαφος (2).



Εικόνα 5: Ορισμός συστήματος αξόνων.

Κρίνεται σε αυτό το σημείο αναγκαίο να οριστούν οι πιθανές μεταφορικές κινήσεις του μονοθεσίου.

1. Διαμήκης επιτάχυνση (άξονας-x)
2. Διαμήκης επιβράδυνση (άξονας-x)
3. Πλευρική επιτάχυνση (άξονας-y)
4. Πλευρική επιβράδυνση (άξονας-y)
5. Επιτάχυνση σε στροφή (συνδυασμός καταστάσεων 1 και 3)
6. Επιβράδυνση σε στροφή (συνδυασμός καταστάσεων 2 και 4)
7. Διέλευση από ανωμαλία του οδοστρώματος (άξονας-z)

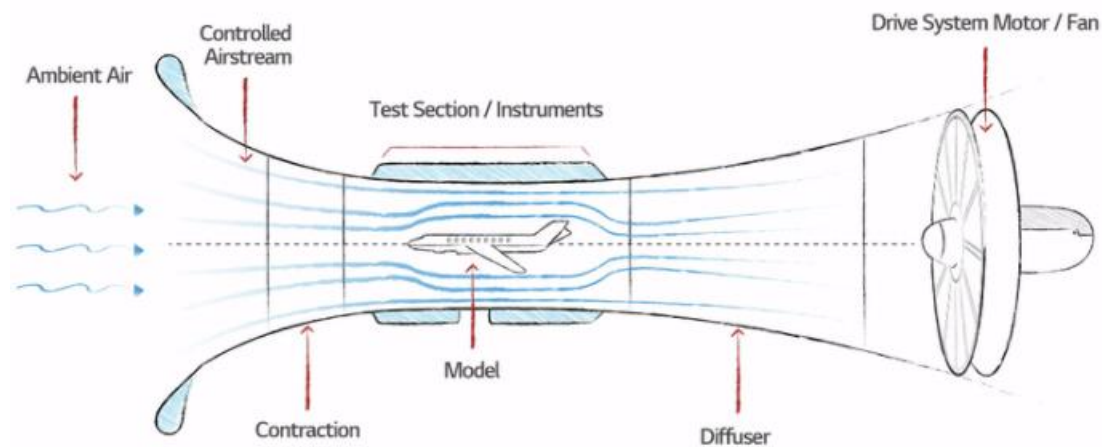
Ο κάθε τύπος μεταφορικής κίνησης προσδίδει διαφορετικού τύπου φορτία στις κατασκευές του μονοθεσίου. Αυτό παίζει σημαντικό ρόλο στον τομέα του ελέγχου μιας κατασκευής, καθώς χρειάζεται κανείς να κατανοεί τα δεδομένα που λαμβάνονται, και να είναι σε θέση να τα αξιολογήσει κατάλληλα.

### 1.2.2. Αεροδυναμικές Δοκιμές

Ο κύκλος σχεδιασμού, βελτιστοποίησης και επαλήθευσης των αναμενόμενων επιδόσεων προκύπτει μέσα από μια συνεχή διαδικασία ελέγχων και δοκιμών. Ταυτόχρονα, οι μελέτες που αφορούν εξαρτήματα που σχετίζονται έμμεσα ή άμεσα με τα εξεταζόμενα, στηρίζουν τον σχεδιασμό τους στα αποτελέσματα των δοκιμών αυτών. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, τα φορτία

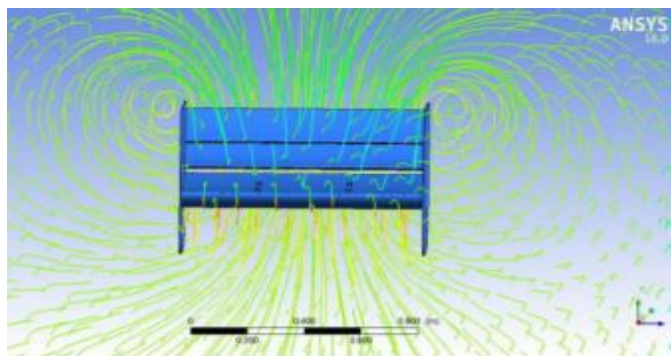
που λαμβάνονται από τους αεροδυναμικούς ελέγχους του μονοθεσίου, χρησιμοποιούνται για τον σχεδιασμό των βάσεων της πίσω πτέρυγας.

Ένας αεροδυναμικός έλεγχος μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε με δοκιμές σε τούνελ, είτε στην πίστα με το πραγματικό όχημα, ή πλέον και με μοντελοποίηση μέσω υπολογιστή (2). Το μέγεθος του τούνελ έχει άμεση εξάρτηση με το μέγεθος του εξεταζόμενου μέσου. Υπάρχουν τούνελ με μέγεθος ικανό να μπορούν να γίνουν δοκιμές πλήρους κλίμακας (δηλαδή ολόκληρο το αυτοκίνητο να μπαίνει στο τούνελ), αλλά και μικρότερα όπου χρησιμοποιούνται μικρότερα μοντέλα που προσομοιάζουν το πραγματικό μέγεθος του οχήματος. Στους ελέγχους αυτούς, δεν είναι σπάνιο να δοκιμάζεται μόνο ένα εξάρτημα του οχήματος, επί παραδείγματι μόνο η πίσω πτέρυγα.



Εικόνα 6: Τα βασικά στοιχεία της αεροσήραγγας.

Οι δοκιμές στην πίστα είναι ουσιώδης σημασίας στον αεροδυναμικό έλεγχο (3). Στα μονοθέσια ενσωματώνονται ειδικοί αισθητήρες, οι οποίοι συλλέγουν τα δεδομένα φόρτισης, και εξάγουν έτσι τους αεροδυναμικούς συντελεστές. Πολύ σημαντικός παράγοντας στον αεροδυναμικό έλεγχο είναι η οπτικοποίηση των ροικών γραμμών, ώστε να γίνεται αντιληπτή η ροή του αέρα και να επιλυθούν τα επικείμενα προβλήματα. Αυτό σε τούνελ αέρα γίνεται μέσω χρωματισμένου καπνού, ενώ συνηθίζεται η προσκόλληση επιμηκών ταινιών στο σώμα του αυτοκινήτου που βοηθούν με την κίνηση τους. Τέλος, με την άνοδο της υπολογιστικής ισχύος των σύγχρονων υπολογιστών, την άνοδο της εξειδίκευσης στους αντίστοιχους τομείς και την ύπαρξη αντίστοιχων λογισμικών στο εμπόριο, είναι σπουδαία η χρήση εξειδικευμένων αλγορίθμων που προσομοιάζουν όσο δυνατόν βέλτιστα τα πραγματικά φαινόμενα. Η υπολογιστική ρευστοδυναμική (CFD-Computational Fluid Dynamics) και στην αεροδυναμική σχεδίαση, φέρνει έναν νέο, αποτελεσματικό, και οικονομικότερο τρόπο ανάπτυξης και ελέγχου κατασκευών.



Εικόνα 7: CFD ανάλυση πίσω πτέρυγας μονοθεσίου Formula Student. (4)

Στην παρούσα μελέτη, η δειγματοληψία των αεροδυναμικών φορτίων προέκυψε από δοκιμές επιτάχυνσης και επιβράδυνσης σε ευθεία στην πίστα (on-track testing), από την ομάδα PROM RACING, του ΕΜΠ. Ειδικοί γραμμικοί αισθητήρες (strain gauges) είναι ενσωματωμένοι σε συγκεκριμένα εξαρτήματα του μονοθεσίου, τις αναρτήσεις. Αυτοί, με την παραμόρφωση των εξαρτημάτων κατά την κίνηση, υπόκεινται σε παραμόρφωση, η οποία μεταβάλλει την ηλεκτρική τους αντίσταση. Ηλεκτρικό σήμα στέλνεται στο λογισμικό, και μετατρέπεται σε φορτίο.

### 1.2.3. Διαμήκης Μεταφορά Βάρους

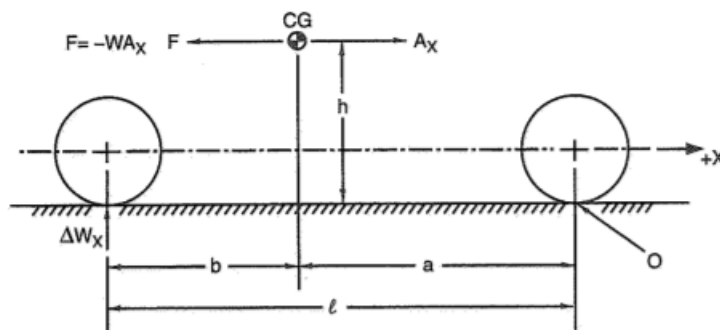
Αναφέρθηκε πως οι αισθητήρες είναι ενσωματωμένοι στις αναρτήσεις. Η ανάρτηση είναι ένα εξάρτημα, με ρόλο να μεταφέρει τα φορτία από τους τροχούς στο κεντρικό πλαίσιο. Συνεπώς, η δειγματοληψία των αισθητήρων εξαρτάται άμεσα από τις δυνάμεις που ασκούνται στους τροχούς. Κατά τη θετική διαμήκη επιτάχυνση ή την αρνητική (φρενάρισμα) αναπτύσσεται μια αδρανειακού τύπου δύναμη, παρόμοια με αυτή της κεντρομόλου στη στροφή. Η δύναμη αυτή έχει αντίθετο πρόσημο από αυτό της επιτάχυνσης, πράγμα που σημαίνει ότι κατά την επιτάχυνση σπρώχνει τον οδηγό προς τα πίσω, ενώ στο φρενάρισμα προς τα μπροστά. Το μέτρο της είναι:

$$F = WA_x \quad 1.1$$

όπου:

W: συνολικό βάρος του μονοθεσίου

$A_x$ : η επιτάχυνση στον διαμήκη άξονα



Εικόνα 8: Διαμήκης μεταφορά βάρους κατά την επιτάχυνση του οχήματος.

Με τη λήψη των ροπών ως προς το σημείο O, το σημείο δηλαδή που ακουμπάει το πέλμα του ελαστικού στο έδαφος, προκύπτει πως η μεταφορά βάρους  $\Delta W_x$  στους τροχούς ισούται με:

$$\Delta W_x = \frac{h}{l} W A_x \quad 1.2$$

όπου:

h: η κάθετη απόσταση του κέντρου βάρους (CG) του οχήματος από το έδαφος

l: το μεταξόνιο, δηλαδή η απόσταση μεταξύ των κέντρων των πελμάτων των ελαστικών (2).

Συνεπώς, οι αισθητήρες λαμβάνουν συνολικά την αδρανειακή αυτή δύναμη και τα αεροδυναμικά φορτία. Αυτή η αδρανειακή δύναμη υπολογίζεται εύκολα, άρα με την αφαίρεση της από το ολικό φορτίο στους αισθητήρες, μένει μόνο το φορτίο που οφείλεται στο αεροδυναμικό πακέτο.

$$\text{Ολικό φορτίο} = \text{Αδρανειακό φορτίο} + \text{Αεροδυναμικό φορτίο} \quad 1.3$$

Το αεροδυναμικό πακέτο όμως αποτελείται από τις δύο πτέρυγες (μπροστά και πίσω), το πάτωμα και τους διαχύτες. Η συμβολή μόνο της πίσω πτέρυγας προκύπτει από ειδικούς συντελεστές που παρέχονται από τους αεροδυναμιστές της ομάδας. Τα δεδομένα της κάθετης δύναμης που προκύπτουν είναι τα εξής (Figure 1).

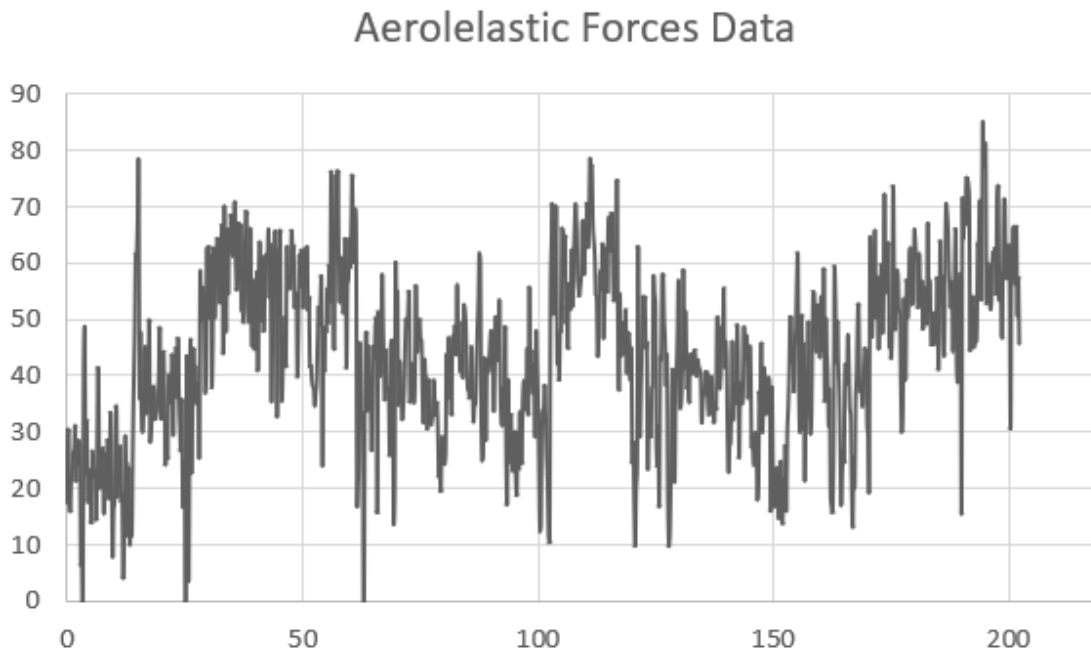


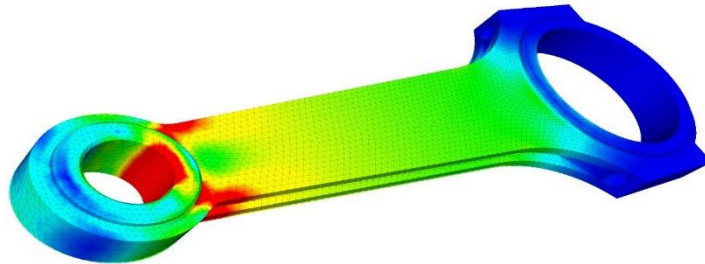
Figure 1: Δεδομένα κάθετης δύναμης από τις δοκιμές εξέλιξης στην πίσω.

### 1.3. Υπολογιστικά Εργαλεία

#### 1.3.1. Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων-Finite Element Method (FEM)

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (FEM) είναι μια αριθμητική μέθοδος που διευκολύνει την επίλυση διαφορικών εξισώσεων. Η μηχανική των κατασκευών συχνά περιγράφεται με τέτοιου είδους εξισώσεις, επομένως η FEM μπορεί να αξιοποιηθεί ως υπολογιστική τεχνική, η οποία στοχεύει στην πρόβλεψη της συμπεριφοράς μίας κατασκευής υπό φορτίο, δονήσεις, ροή ρευστών, μεταφορά θερμότητας και άλλα φυσικά φαινόμενα. Η επίλυση των διαφορικών εξισώσεων γινόταν με υπολογισμούς στο χέρι, πράγμα υπολογιστικά κοστοβόρο έως και αδύνατο, κυρίως σε εφαρμογές με περίπλοκες γεωμετρίες. Για την επίλυση αυτών των διαφορικών από έναν υπολογιστή χρησιμοποιείται η FEM, η οποία στηρίζεται στη διαίρεση ενός πολύπλοκου αντικείμενου σε πεπερασμένα στοιχεία (διακριτοποίηση). Ουσιαστικά, είναι μία μέθοδος προσομοίωσης, καθώς διεξάγεται ένα εικονικό πείραμα από το οποίο εξάγονται χρήσιμα δεδομένα και συμπεράσματα που ανατροφοδοτούν διαρκώς τον σχεδιασμό του εξαρτήματος. Βασική ιδέα είναι ότι όσο περισσότερα αυτά τα κομμάτια, τόσο μεγαλύτερη και η ακρίβεια. Η ραγδαία άνοδος της υπολογιστικής δύναμης των υπολογιστών των τελευταίων χρόνων, δίνει τη δυνατότητα πολύ μεγάλης διακριτοποίησης, και επομένως, όσο δυνατόν ρεαλιστικότερες προσομοιώσεις με μικρό υπολογιστικό κόστος. Πρέπει πάντα όμως να λαμβάνεται υπόψη πως πρόκειται για αριθμητική μέθοδο, η οποία περιέχει και σφάλματα αποκοπής λόγω της προσέγγισης που χρησιμοποιεί η FEM και στρογγυλοποίησης από τις πράξεις. Συνεπώς, είναι στην ευχέρεια του χρήστη να γνωρίζει σε ποιο βαθμό είναι αξιόπιστα τα αποτελέσματα της επίλυσης, σε ποια σημεία της ανάλυσης αυτά τα σφάλματα θα εμφανιστούν και πως θα τα αντιμετωπίσει.

Το πρόβλημα έχει ως εξής. Ορίζονται στο εξεταζόμενο αντικείμενο οι συνοριακές συνθήκες, δηλαδή κάποιοι περιορισμοί όπως είναι οι στηρίξεις και η εφαρμογή του φορτίου ή κάποια γνωστή παραμόρφωση. Μετά την επίλυση λαμβάνονται τα αποτελέσματα για τις κατανομές των παραμορφώσεων και ύστερα των τάσεων. Η κατανομή των μεγεθών παρουσιάζεται συνήθως πάνω στο αντικείμενο διαγραμματικά με κλιμάκωση χρωμάτων (contours). Πριν γίνει όμως οτιδήποτε από αυτά χρειάζεται να οριστεί το πλέγμα διακριτοποίησης.



Εικόνα 9: Κατανομή τάσεων σε διωστήρα (μπιέλα).

### 1.3.2. Πλέγμα Διακριτοποίησης

Η διακριτοποίηση της γεωμετρίας γίνεται με τη χρήση **στοιχείων (elements)**, τα οποία ενώνονται μεταξύ τους με **κόμβους (nodes)**. Το σύνολο των πεπερασμένων αυτών στοιχείων αποτελεί το **πλέγμα διακριτοποίησης (mesh)** (5). Η επίλυση βασίζεται στις μετατοπίσεις των  $i$  υπ' αριθμό κόμβων του πλέγματος. Κάθε στοιχείο του πλέγματος έχει συγκεκριμένο μητρώο δυσκαμψίας  $k$ , με στοιχεία ίσα σε αριθμό με τους βαθμούς ελευθερίας του. Συνδυάζοντας την αρχή των δυνατών έργων με την αρχή της ελάχιστης ολικής δυναμικής (ή δυναμικής) ενέργειας, προκύπτει το μητρώο δυσκαμψίας  $k$  και το μητρώο μάζας  $m$  του κάθε στοιχείου. Έπειτα κατασκευάζεται το συνολικό μητρώο δυσκαμψίας  $K$  (global stiffness matrix) ενώνοντας τα τοπικά μητρώα δυσκαμψίας κάθε στοιχείου του πλέγματος διακριτοποίησης. Το μητρώο  $K$  είναι τετραγωνικό και απαρτίζεται από  $n$  το πλήθος στοιχεία, όσοι και οι βαθμοί ελευθερίας της συνολικής προσομοίωσης. Η παρακάτω μητρική εξίσωση ισορροπίας συνδέει τις πιθανές μετατοπίσεις  $u$  με τη συνισταμένη των γενικευμένων κομβικών δυνάμεων του κόμβου  $F$  (οι οποίες προκύπτουν από τις συνοριακές συνθήκες φόρτισης) (6):

$$F = Ku \quad 1.4$$

Σύμφωνα με τις συνοριακές συνθήκες στήριξης, κάποια στοιχεία του μητρώου δυσκαμψίας μηδενίζονται, οπότε το  $K$  μικραίνει σε μέγεθος. Επιλύεται, τώρα, η μητρική εξίσωση και υπολογίζονται οι μετατοπίσεις των κόμβων. Από την παραγωγή των μετατοπίσεων των κόμβων σε κάθε διεύθυνση προκύπτουν οι παραμορφώσεις  $\epsilon_i$ , και από τις παραμορφώσεις, σύμφωνα με τον γενικευμένο νόμο του Hooke, και η κατανομή των τάσεων:

$$\sigma = C\epsilon \quad 1.5$$

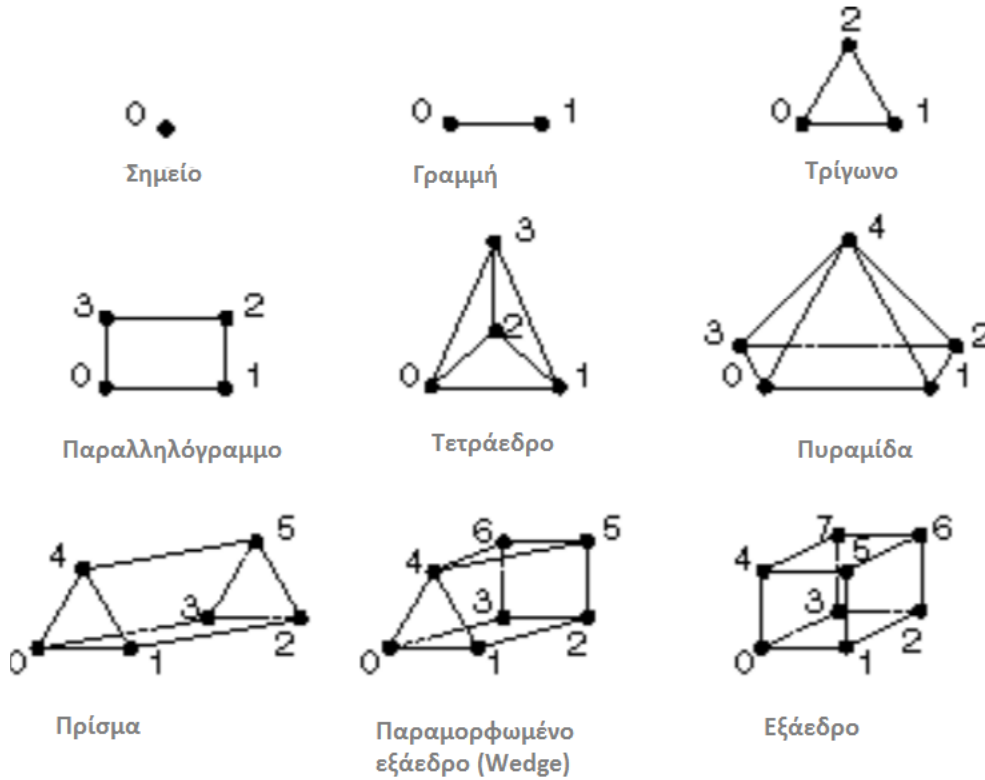
όπου:

$C$ : το μητρώο στιβαρότητας (βλ. Παράρτημα I)

Κάθε άλλο ζητούμενο επίλυσης προκύπτει εξ αυτών.

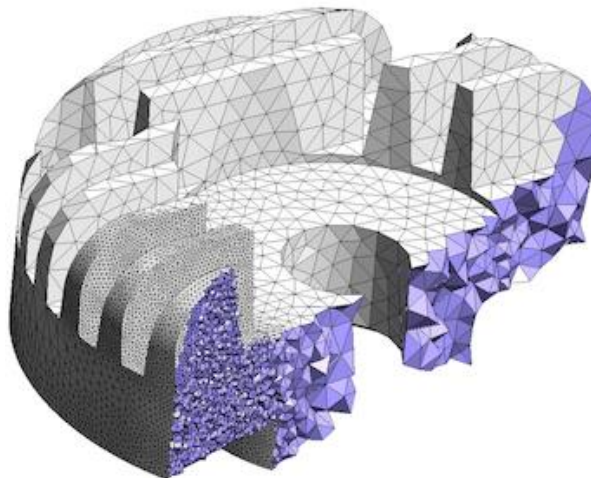
Στο σημείο αυτό διαφαίνεται η αναγκαιότητα της μεθόδου σε κατασκευές σύνθετων υλικών. Στο Παράρτημα I τονίζεται ότι η πλειοψηφία των συνθέτων είναι ορθότροπα ή εγκάρσιως ισότροπα συστήματα, πράγμα που σημαίνει ότι τα μητρώα στιβαρότητας τους χαρακτηρίζονται πλήρως από 9 και 6 σταθερές αντίστοιχα. Η πολυπλοκότητα και το πλήθος τέτοιων υπολογισμών χρήζει αναγκαία τη χρήση της υπολογιστικής μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, καθώς μειώνεται σημαντικά το υπολογιστικό κόστος επίλυσης τους. Επιπλέον παράγοντες είναι η ανάγκη για έλεγχο πολύπλοκων φορτίσεων και συνοριακών συνθηκών στήριξης όπως οι διαστρωματικές διατμητικές τάσεις, των οποίων οι υπολογισμοί είναι χρονοβόροι και δυσεπίλυτοι.

Εφόσον, λοιπόν, η επίλυση έχει άμεση εξάρτηση με το πλέγμα, γίνεται κατανοητό ότι η γεωμετρία, οι συναρτήσεις μετατόπισης των στοιχείων που το αποτελούν και η ποιότητα αυτού επηρεάζει άμεσα την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Υπάρχουν πολλών ειδών γεωμετρικές οντότητες που απαρτίζουν το πλέγμα, και η αρχική διάκριση γίνεται ανάλογα με τον τύπο της ανάλυσης που πραγματοποιείται: μονοδιάστατη 1D, διδιάστατη 2D και τριδιάστατη 3D.



Εικόνα 10: Διάκριση στοιχείων αναφορικά με τις διαστάσεις.

Ένας τρόπος μείωσης των σφαλμάτων είναι η πύκνωση του πλέγματος σε όλη τη γεωμετρία, ή και σε συγκεκριμένες περιοχές. Συνήθως τέτοιες περιοχές είναι αυτές που συνορεύουν με ένα άλλο αντικείμενο, ή οι περιοχές που η γεωμετρία εμφανίζει κάποια ασυνέχεια ή μεγάλη πολυπλοκότητα, ακόμα και στις περιοχές πλησίον των συνοριακών συνθηκών (π.χ. κάποια στήριξη ή σημείο φόρτισης).



Εικόνα 11: Στερεό με πλέγμα τετραεδρικών στοιχείων και πύκνωση αυτού σε συγκεκριμένη περιοχή.

### Συναρτήσεις μετατόπισης

Κάθε στοιχείο του πλέγματος έχει δική του ξεχωριστή συνάρτηση μετατόπισης  $M$ . Η σχέση που συνδέει τη μετατόπιση με τη συνάρτηση μετατόπισης είναι η εξής:

$$u_i = \text{σταθερά} * M(x, y, z) \quad 1.6$$

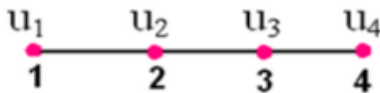
Δηλαδή, οι μετατοπίσεις σε κάθε σημείο του στοιχείου εκφράζονται συναρτήσει των μετατοπίσεων των κόμβων με τη βοήθεια κάποιου παρεμβολικού τύπου σε αυτούς. Ανάλογα με την τάξη του πολυωνύμου  $M$ , η οποία προκύπτει από το πλήθος των κόμβων ενός στοιχείου, η παρεμβολή χαρακτηρίζεται γραμμική, τετραγωνική, κυβική κ.ο.κ.



Γραμμικό Στοιχείο Δύο Κόμβων



Τετραγωνικό Στοιχείο Τριών Κόμβων



Κυβικό Στοιχείο Τεσσάρων Κόμβων

Εικόνα 12: Απεικόνιση στοιχείων με διαφορετική συνάρτηση μετατόπισης.

Η συνάρτηση μετατόπισης παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην απόκριση της γεωμετρίας κατά την επίλυση, διότι οι παραμορφώσεις δίνονται από την παραγωγή των μετατοπίσεων σε κάθε άξονα ξεχωριστά. Αυτό σημαίνει αυτόματα πως η παραμόρφωση του γραμμικού στοιχείου (linear element) είναι μία σταθερά, του τετραγωνικού (quadratic element) είναι γραμμική, και το κυβικού (cubic element) τετραγωνική. Στη μελέτη ενός φαινομένου είναι προφανές πως η χρήση γραμμικών στοιχείων δίνει απόκριση με μεγαλύτερα σφάλματα από αυτή με χρήση τετραγωνικών (5). Για παράδειγμα, σε αναλύσεις καμπτικών φαινομένων τα γραμμικά στοιχεία δεν είναι αξιόπιστα.

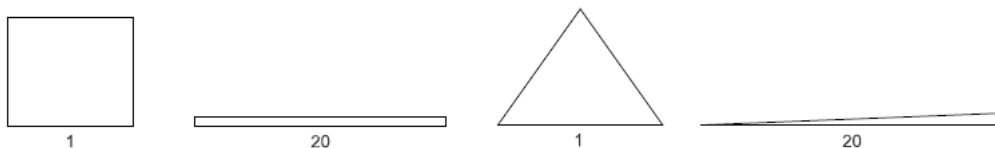
### Ποιότητα πλέγματος

Η ποιότητα του πλέγματος, και πιο συγκεκριμένα η ποιότητα του κάθε στοιχείου, ποσοτικοποιείται στα εξής μεγέθη: Jacobian ratio και Aspect ratio.

Ο **λόγος Jacobian** είναι ένας τρόπος σύγκρισης της συνάρτησης σχήματος ενός στοιχείου με εκείνη ενός ιδανικού στοιχείου. Λαμβάνει τιμές από -1 έως 1 με άριστη τιμή το 1. Ουσιαστικά, γίνεται σύγκριση των συντεταγμένων του κόμβου ενός στοιχείου με αυτές του ιδανικού στοιχείου. Αν η μετακίνηση των κόμβων κατά την παραμόρφωση είναι ίδια με αυτών του ιδανικού στοιχείου, τότε η τιμή του λόγου Jacobian είναι ίση με τη μονάδα.

Αντίστοιχα, ο **λόγος Aspect** ενός στοιχείου αναπαριστά το πόσο μεγάλη είναι μία πλευρά ενός στοιχείου σε σχέση με μία άλλη. Ξανά ο βέλτιστος λόγος είναι ίσος με τη μονάδα (7).





Εικόνα 13: Aspect ratio για τετράπλευρα και τριγωνικά στοιχεία.

### 1.3.3. Χρήση Πολλαπλών Υπολογιστικών Κόμβων

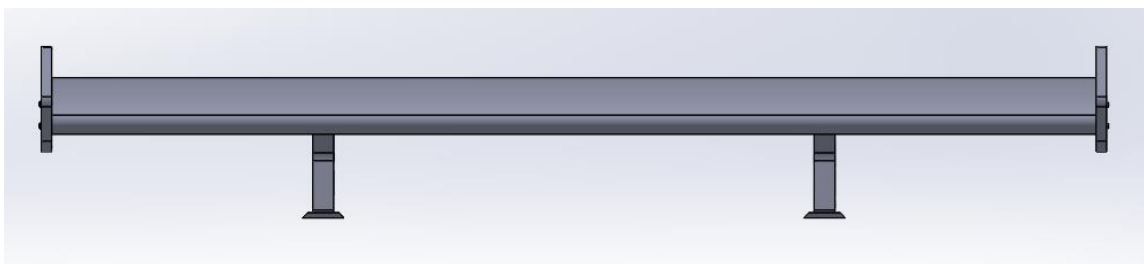
Η παρούσα μελέτη χαρακτηρίζεται από χρήση διαφορετικών υπολογιστικών μονάδων, αναφορικά με το πλήθος και την πολυπλοκότητα των απαιτούμενων υπολογισμών. Με αύξουσα σειρά υπολογιστικών δυνατοτήτων παρουσιάζονται οι τρεις διαφορετικές υπολογιστικές μονάδες, ένας οικιακός υπολογιστής (laptop), ο σταθερός υπολογιστής του εργαστηρίου (Workstation PC), και η συστοιχία υπολογιστών του εργαστηρίου (HPC-Cluster). Ο οικιακός υπολογιστής αποτελείται από τετραπύρηνο (4 cores) επεξεργαστή Intel Core i7-8550U, με 8 GB RAM. Το Workstation PC έχει εξαπύρηνο (6 cores) επεξεργαστή AMD-Ryzen 5 2600 32 GB RAM. Τέλος, το HPC-Cluster αποτελείται από τρεις υπολογιστικούς κόμβους (computing nodes). Συνολικά, έχει έξι εξαπύρηνους (total of 36 cores) επεξεργαστές Intel Xeon E5-2603, από τους οποίους χρησιμοποιήθηκαν μέχρι 24, και (16+128) GB RAM.

Πίνακας 1: Λεπτομέρειες υπολογιστικών μονάδων.

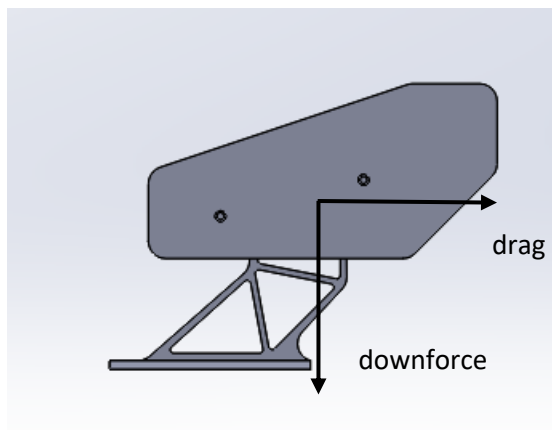
Υπολογιστική Μονάδα	Επεξεργαστής	Συνολικός αριθμός πυρήνων	RAM(GB)
<b>Laptop</b>	Intel Core i7-8550U	4	8
<b>Workstation PC</b>	AMD-Ryzen 5 2600	6	32
<b>HPC-Cluster</b>	Intel Xeon E5-2603	36	16+128

### 1.4. Διαφορικές Εξισώσεις Περιγραφής Της Απόκρισης

Τα φορτία που παράγονται από τη διατομή της πίσω πτέρυγας καταπονούν τις βάσεις (βλ. Αεροδυναμική στο Παράρτημα Ι). Αυτή έχει την κατεύθυνση που παρουσιάζεται στην Εικόνα 15. Είναι εμφανές πως η συνισταμένη αποτελεί συνδυασμό εφελκυστικής, θλιπτικής και καμπτικής καταπόνησης.



Εικόνα 14: Πρόσοψη κοινού συστήματος πίσω πτέρυγας-βάσεων.



Εικόνα 15: Πλάγια όψη του συστήματος πίσω πτέρυγα-βάσεις και απεικόνιση των αεροελαστικών δυνάμεων.

Για την εύρεση της απόκρισης της κατασκευής στην εξωτερική φόρτιση, επιλύονται οι διαφορικές εξισώσεις εφελκυσμού και κάμψης αντίστοιχα. Παρουσιάζονται οι απλές διαφορικές εξισώσεις εφελκυσμού και κάμψης ενός φορέα. Η ελαστοδυναμική εξίσωση κίνησης μιας διατομής επιφάνειας  $A$  μίας ράβδου με μέτρο Young  $E$  υπό μονοαξονικό εφελκυσμό  $f_x$  είναι:

$$\frac{\partial \left[ EA \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right]}{\partial x} + f_x = \rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad 1.7$$

Αντίστοιχα, η καμπτική καταπόνηση μιας δοκού κατά Euler-Bernoulli στο επίπεδο  $xz$  υπό καμπτική ροπή  $M(x)$ , δίδεται από την εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 \left[ EI_{yy} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right]}{\partial x^2} - f_z = -\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad 1.8$$

$$I_{yy} = \int_A z^2 dydz$$

όπου:

$I_{yy}$ : η κύρια ροπή αδράνειας της διατομής ως προς τον ουδέτερο άξονα.

### Επίπεδη Εντατική Κατάσταση

Έστω μία λεπτή πλάκα σταθερού πάχους που εκτείνεται στο επίπεδο  $xy$ . Η θεώρηση της Επίπεδης Εντατικής Κατάστασης ορίζει πως οι τάσεις αναφορικά με τον κάθετο άξονα- $z$  είναι μηδενικές, ήτοι:

$$\sigma_{zz} = \tau_{zy} = \tau_{zx} \quad 1.9$$

Η ελαστοδυναμική εξίσωση κίνησης σε μία λεπτή πλάκα ομοιόμορφου πάχους  $h$  υπό καμπτική φόρτιση της μορφής  $q(x,y,t)$  είναι:

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho h \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = q(x, y, t) \quad 1.10$$
$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Η εντατική κατάσταση εισάγεται γιατί χρησιμοποιείται στην περίπτωση της σύνθετης κατασκευής, με σκοπό τη μείωση του υπολογιστικού κόστους με ταυτόχρονη ικανοποιητική ακρίβεια αποτελεσμάτων.

Το λογισμικό του ANSYS επιλύει τις διαφορικές εξισώσεις μεταξύ άλλων, με βάση τις υπολογιστικές μεθόδους των Σταθμισμένων Υπολοίπων (κυρίως Galerkin) και της παλινδρόμησης (βλ. Παράρτημα Ι).

---

---

## 2. Στατική Ανάλυση

---

---

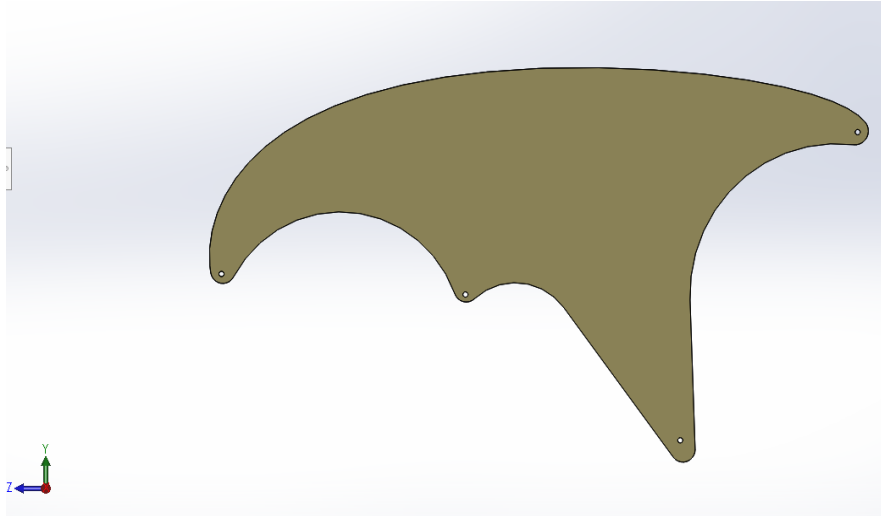
### 2.1. Θεωρητικό Υπόβαθρο

Στη μηχανική παραμορφώσιμου σώματος υπολογίζεται η απόκριση των στερεών υπό φορτία τα οποία δε προκαλούν σοβαρά αδρανειακά φαινόμενα και φαινόμενα απόσβεσης, ενώ οι μετατοπίσεις λαμβάνονται ως πολύ μικρές. Αυτό σημαίνει ότι και τα φορτία αλλά και η απόκριση της κατασκευής σε αυτά δε μεταβάλλονται σε συνάρτηση με τον χρόνο. Στόχος της ανάλυσης είναι ο υπολογισμός των παραμορφώσεων, των δυνάμεων και των τάσεων στη κατασκευή 1.3.2. Οι ελαστοδυναμικές εξισώσεις των τάσεων, εφόσον δεν υπάρχει εξάρτηση από τον χρόνο, ανάγονται στις παρακάτω εξισώσεις ισορροπίας:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z &= 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

### 2.2. Βάση Από Σύνθετο Υλικό

Η κατασκευή αποτελείται από σύνθετο υλικό τύπο sandwich. Ο κορμός είναι πολυμερικός, και πιο συγκεκριμένα είναι πολύ-βινυλοχλωρίδιο (PVC foam) με πυκνότητα 60kg/m<sup>3</sup>. Τα εξωτερικά φύλλα αποτελούνται από στρώσεις εμποτισμένων με ρητίνη ινών άνθρακα (CFRP) σε διαξονική πλέξη. Η επιλογή τέτοιου είδους πλέξη με τις διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους γίνεται λόγω της ανάγκης για ανάληψη των φορτίων που μεταφέρονται στις βάσεις από την πίσω πτέρυγα, την κάθετη δύναμη (downforce) και την οπισθέλκουσα (dragforce), οι οποίες είναι κάθετες μεταξύ τους. Επομένως, κάθε διεύθυνση ινών παραλαμβάνει το φορτίο που βρίσκεται σε αυτή. Η γεωμετρία της βάσης της πίσω πτέρυγας έχει την εξής μορφή, σε περιβάλλον CAD:



Εικόνα 16: Γεωμετρία βάσης από σύνθετο υλικό τύπου sandwich.

Στόχος της στατικής ανάλυσης είναι να γίνει ένα αριθμός πειραμάτων, όπου θα μελετηθεί η απόκριση της κατασκευής σε στατικά φορτία, και η συνεχής ανατροφοδότηση με δεδομένα ώστε να βρεθεί μία βέλτιστη τιμή πάχους του πολυμερικού αφρού και αριθμού των στρώσεων.

Το χρησιμοποιούμενο εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, ANSYS, περιέχει ένα κατάλληλο περιβάλλον εργασίας για την προεπεξεργασία σύνθετων υλικών, το οποίο ονομάζεται ACP (ANSYS Composite Prepost). Για την πλήρη κάλυψη των απαραίτητων δεδομένων που είναι αναγκαία για την επίλυση, το ACP απαιτεί να γίνουν τα εξής βήματα:

A	
1	ACP ACP (Pre)
2	Engineering Data ✓
3	DM Geometry ✓
4	Model ✓
5	ACP Setup ✓

Εικόνα 17: Συμπλήρωση δεδομένων στο περιβάλλον ACP.

## Μηχανικές Ιδιότητες (Engineering Data)

Στο σημείο αυτό γίνεται η επιλογή των υλικών που θα αποτελούν τις στρώσεις του συνθέτου, και η συμπλήρωση των απαραίτητων για την κάθε ανάλυση μηχανικών ιδιοτήτων.

Πίνακας 2: Μηχανικές ιδιότητες πλέξης διευθυντικού ανθρακονήματος.

Properties of Outline Row 1: mfm29woven			
	A	B	C
1	Property	Value	Unit
2	Material Field Variables	Table	
3	Density	1,42	g cm <sup>-3</sup>
4	Orthotropic Elasticity		
5	Young's Modulus X direction	47676	MPa
6	Young's Modulus Y direction	47676	MPa
7	Young's Modulus Z direction	6900	MPa
8	Poisson's Ratio XY	0,04	
9	Poisson's Ratio YZ	0,3	
10	Poisson's Ratio XZ	0,3	
11	Shear Modulus XY	19500	MPa
12	Shear Modulus YZ	2700	MPa
13	Shear Modulus XZ	2700	MPa
14	Orthotropic Stress Limits		
15	Tensile X direction	551	MPa
16	Tensile Y direction	551	MPa
17	Tensile Z direction	50	MPa
18	Compressive X direction	-509	MPa
19	Compressive Y direction	-509	MPa
20	Compressive Z direction	-170	MPa
21	Shear XY	125	MPa
22	Shear YZ	65	MPa
23	Shear XZ	65	MPa
24	Orthotropic Strain Limits		
25	Tensile X direction	0,011557	
26	Tensile Y direction	0,011557	
27	Tensile Z direction	0,0072464	
28	Compressive X direction	-0,0102	
29	Compressive Y direction	-0,0102	
30	Compressive Z direction	-0,009	
31	Shear XY	0,0064103	
32	Shear YZ	0,019	
33	Shear XZ	0,019	
34	Tsai-Wu Constants		
35	Coupling Coefficient XY	-1	
36	Coupling Coefficient YZ	-1	
37	Coupling Coefficient XZ	-1	
38	Ply Type		
39	Type	Woven	

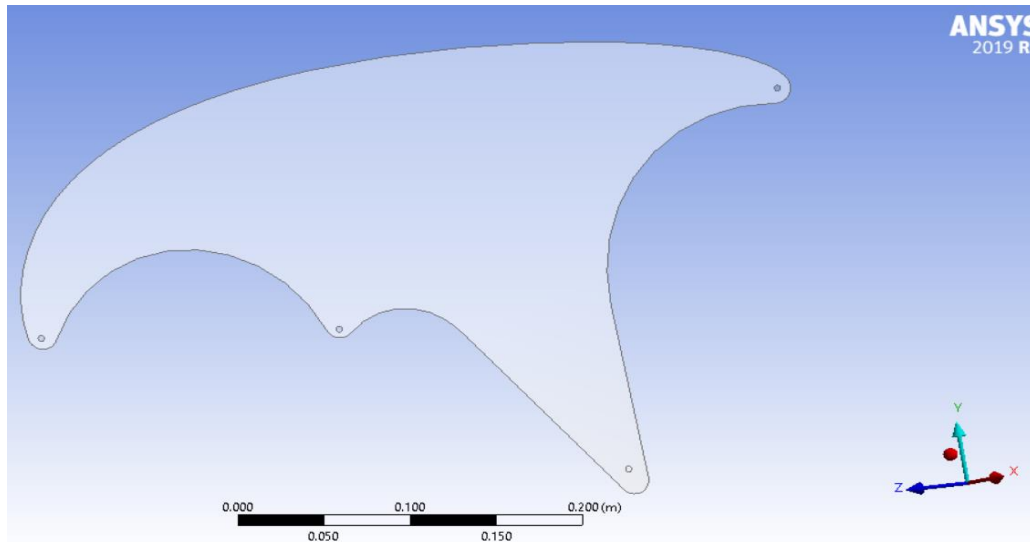
Πίνακας 3: Μηχανικές ιδιότητες πολυμερικού αφρού από PVC.

Properties of Outline Row 3: PVC Foam (60 kg m <sup>-3</sup> )			
	A	B	C
1	Property	Value	Unit
2	Density	60	kg m <sup>-3</sup>
3	Isotropic Elasticity		
4	Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio	
5	Young's Modulus	7E+07	Pa
6	Poisson's Ratio	0.3	
7	Bulk Modulus	5.8333E+07	Pa
8	Shear Modulus	2.6923E+07	Pa
9	Ply Type		
10	Type	Isotropic Homogeneous Core	

Οι ιδιότητες των υλικών που παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 2 προκύπτουν από το φύλλο τεχνικών οδηγιών για προεμποτισμένα υφάσματα MTM28 UD 2x2, το οποίο περιέχει τις μηχανικές ιδιότητες που απαιτούνται για να οριστεί πλήρως το υλικό στη βιβλιοθήκη του ANSYS. Οι ιδιότητες του PVC εμπεριέχονται ήδη στη βιβλιοθήκη.

### Γεωμετρία (Geometry)

Γίνεται εισαγωγή της επιφάνεια της γεωμετρίας από το SOLIDWORKS στο ANSYS.

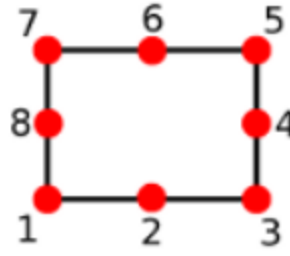
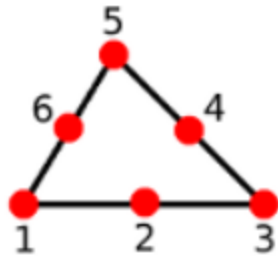
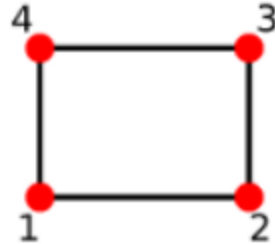
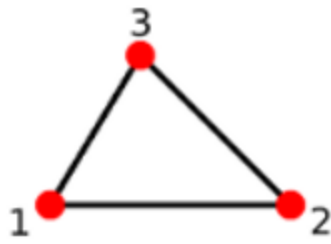


Εικόνα 18: Surface Geometry στο ANSYS.

### Μοντέλο (Model)

Στη θεωρία έγινε αναφορά στη θεώρηση της επίπεδης εντατικής κατάστασης. Μία ακόμα συνθήκη για να ισχύει αυτή η παραδοχή είναι το υλικό να είναι ομογενές, πράγμα που θα απέκλειε τα πολυστρωματικά σύνθετα. Όμως, αυτά αποτελούν εξαίρεση, καθώς μπορεί να γίνει αξιόπιστα η δισδιάστατη θεώρηση τους με ταυτόχρονη ανάλυση κάποιων διαστρωματικών φαινομένων, και πολυπλοκότερη ολοκλήρωση ως προς το πάχος- $x$  (8).

Στην κατηγορία Model του ACP ορίζεται το υλικό στη γεωμετρία, γίνεται μια αρχική εκτίμηση του πάχους, και δημιουργείται το πλέγμα διακριτοποίησης της. Για μία 2D θεώρηση, υπάρχουν ειδικά πεπερασμένα στοιχεία δύο διαστάσεων (Εικόνα 19).



Τριγωνικό Στοιχείο με 3 και 6 Κόμβους

Τετραγωνικό Στοιχείο με 6 και 8 Κόμβους

Εικόνα 19: 2D πεπερασμένα στοιχεία.

Αυτά είναι στοιχεία που παραλαμβάνουν καμπτικές ροπές δίνοντας αξιόπιστα αποτελέσματα, ενώ ταυτόχρονα η χρήση τους μειώνει σε μεγάλο βαθμό το υπολογιστικό κόστος.

Για τη γένεση του πλέγματος λαμβάνονται υπόψη παράγοντες όπως η γεωμετρία του συστήματος, το είδος της φόρτισης, οι διαθέσιμες επιλογές (sizing) του λογισμικού και οι στόχοι ποιότητας του πλέγματος σε σχέση με τους υπολογιστικούς πόρους που θα δαπανηθούν. Η γεωμετρία του συνθέτου δε παρουσιάζει σημαντικές ασυνέχειες. Ωστόσο, λαμβάνεται κατάλληλη πύκνωση του πλέγματος κοντά στις σπές, καθώς αποτελούν σημεία συγκέντρωσης τάσεων.

Ποιότητα Πλέγματος (Quality): Η ποιότητα του κάθε στοιχείου, για τρισδιάστατα στοιχεία δίνεται από τη σχέση:

$$Quality = C \left[ \frac{volume}{\sqrt{[\sum (edge\ length)^2]^3}} \right] \quad 2.2$$

Η τιμή της σταθεράς C αλλάζει ανάλογα με το είδος του στοιχείου. Στο πλέγμα χρησιμοποιείται συνδυασμός τετραεδρικών και εξαγωνικών στοιχείων.

C<sub>τετραεδρικού</sub> = 124.70765802

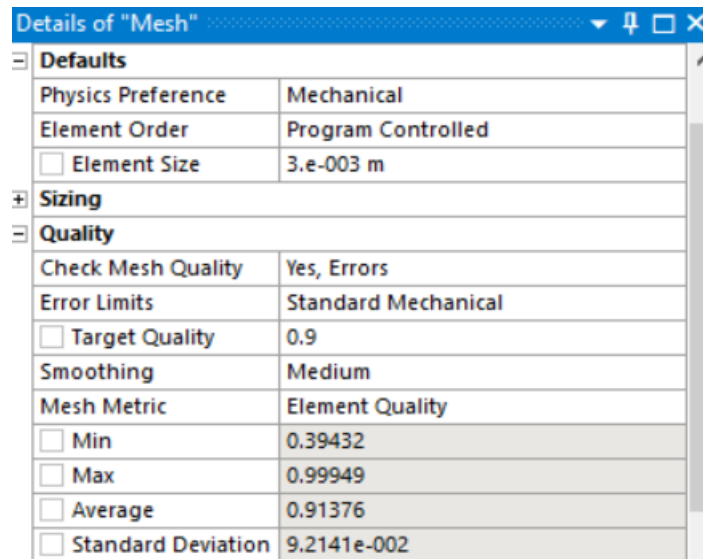
C<sub>εξαγωνικού</sub> = 41.56921938



Η ποιότητα παίρνει τιμές από μηδέν ως ένα.

Δίνεται στο λογισμικό η εντολή όταν ελέγχει την ποιότητα του πλέγματος, να θέτει αυστηρά όρια στα σφάλματα στο πλέγμα, με την επιλογή Standard Mechanical. Με την επιλογή αυτή δημιουργούνται δεκτά στοιχεία τα οποία έχουν στενό εύρος Jacobian Ratio και στο μοντέλο δεν επιτρέπονται μεγάλες παραμορφώσεις και μη γραμμικά φαινόμενα, φαινόμενα που απέχουν από το αντικείμενο της παρούσας μελέτης.

Πίνακας 4: Πληροφορίες του πλέγματος.



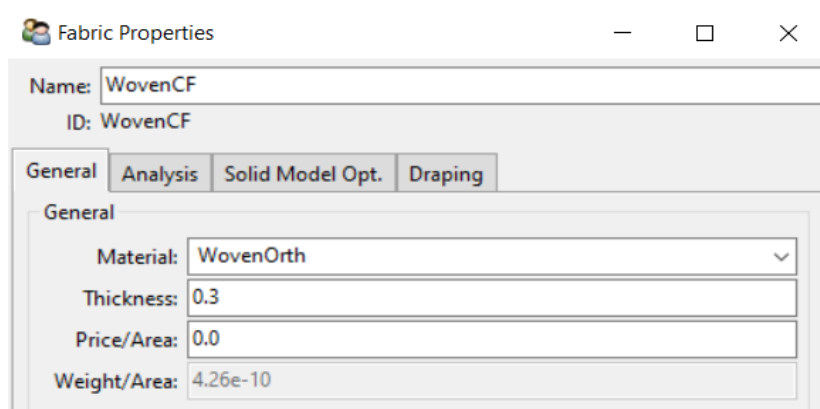
Details of "Mesh"	
<b>Defaults</b>	
Physics Preference	Mechanical
Element Order	Program Controlled
<input type="checkbox"/> Element Size	3.e-003 m
<b>Sizing</b>	
<b>Quality</b>	
Check Mesh Quality	Yes, Errors
Error Limits	Standard Mechanical
<input type="checkbox"/> Target Quality	0.9
Smoothing	Medium
Mesh Metric	Element Quality
<input type="checkbox"/> Min	0.39432
<input type="checkbox"/> Max	0.99949
<input type="checkbox"/> Average	0.91376
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	9.2141e-002

Εφόσον το στοιχείο με τη χαμηλότερη ποιότητα έχει τιμή 0,41 και ο μέσος όρος είναι 0,93 με τυπική απόκλιση 0,08, η ποιότητα του πλέγματος κρίνεται επαρκής για την υπολογιστική προσέγγιση του προβλήματος.

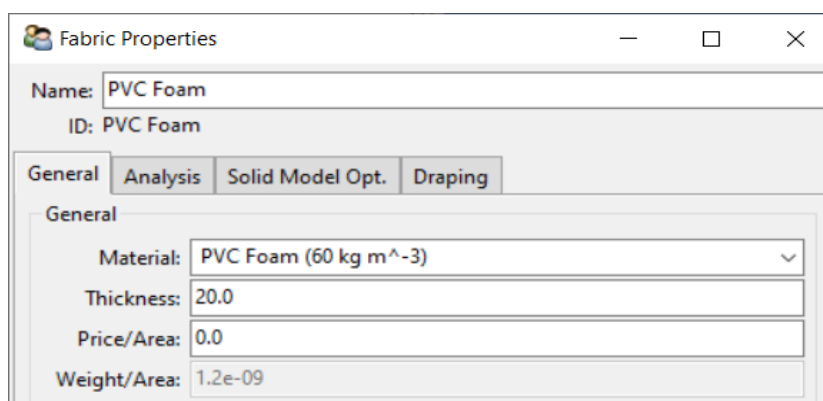
### Στήσιμο (Setup)

Το Setup είναι ο χώρος εργασίας που πραγματοποιείται η προετοιμασία του σύνθετου πριν την ανάλυση. Ορίζονται τα υφάσματα (fabrics), οι στρώσεις και η αλληλουχία αυτών, και οι διευθύνσεις των ινών τους. Σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται οι έννοιες αυτές, και σε επόμενο υποκεφάλαιο η βελτιστοποίηση ως προς αυτές.

Υφάσματα: Δημιουργούνται δύο τύποι υφασμάτων. Ένα που αντιστοιχεί στη διαξονική πλέξη των ινών άνθρακα και ένα του πολυμερικού αφρού. Ορισμός πάχους 0.3mm για την πλέξη και αυθαίρετα για το PVC στα 20mm.

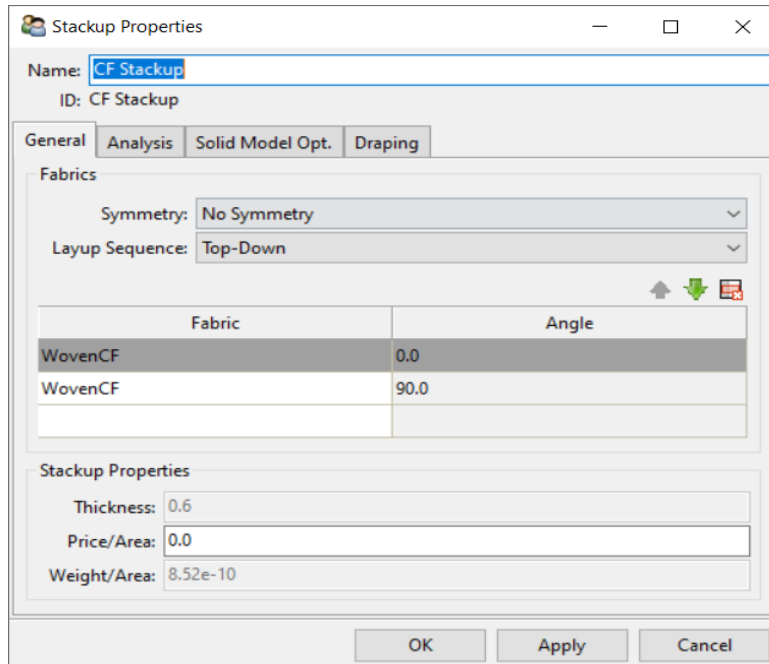


Εικόνα 20: Ορισμός πάχους υφάσματος διαξονικής πλέξης.



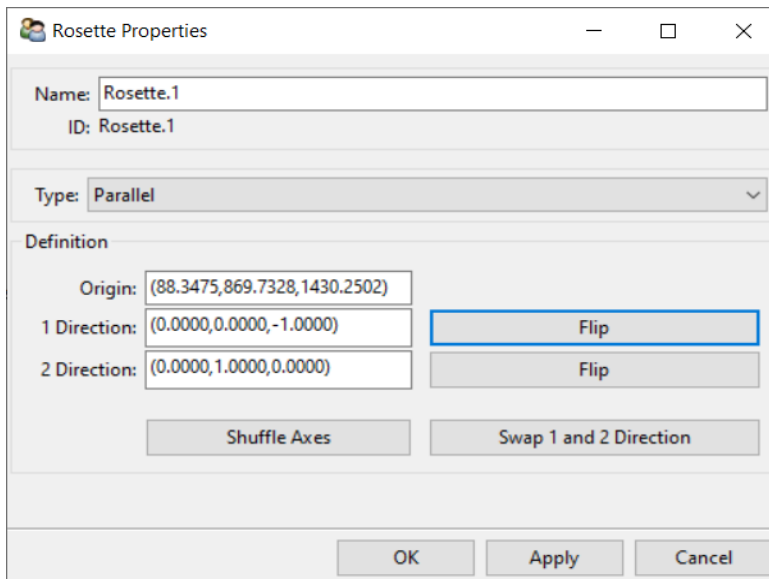
Εικόνα 21: Ορισμός πάχους πολυμερικού αφρού από PVC.

Στοιβάξη (Stackup): Ορισμός του τρόπου που θα στοιβάζονται οι στρώσεις του υφάσματος. Αλληλουχία και γωνία μεταξύ αυτών. Δημιουργία, για αρχή, στοιβάξης με δύο στρώσεις υφάσματος με γωνία 90 μοιρών μεταξύ τους.



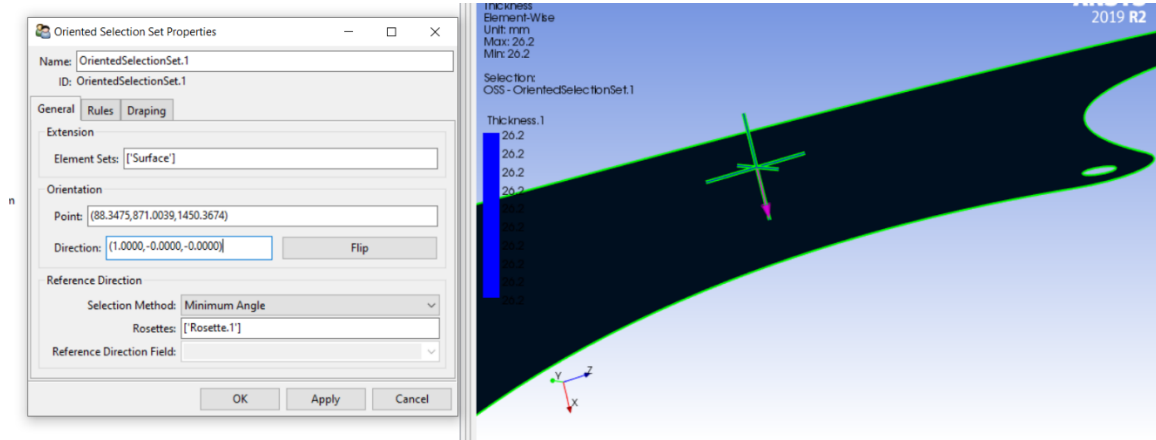
Εικόνα 22: Ορισμός της στοίβαξης των υφασμάτων διαξονικής πλέξης.

**Rosettes:** Ορισμός συστήματος συντεταγμένων πάνω στην επιφάνεια, ώστε να οριστεί με ποιον άξονα θα είναι παράλληλος ο διαμήκης άξονας των ιών. Ορίζεται, λόγω της γεωμετρίας του συστήματος, ο z άξονας ως ο παράλληλος στη διεύθυνση των ιών.

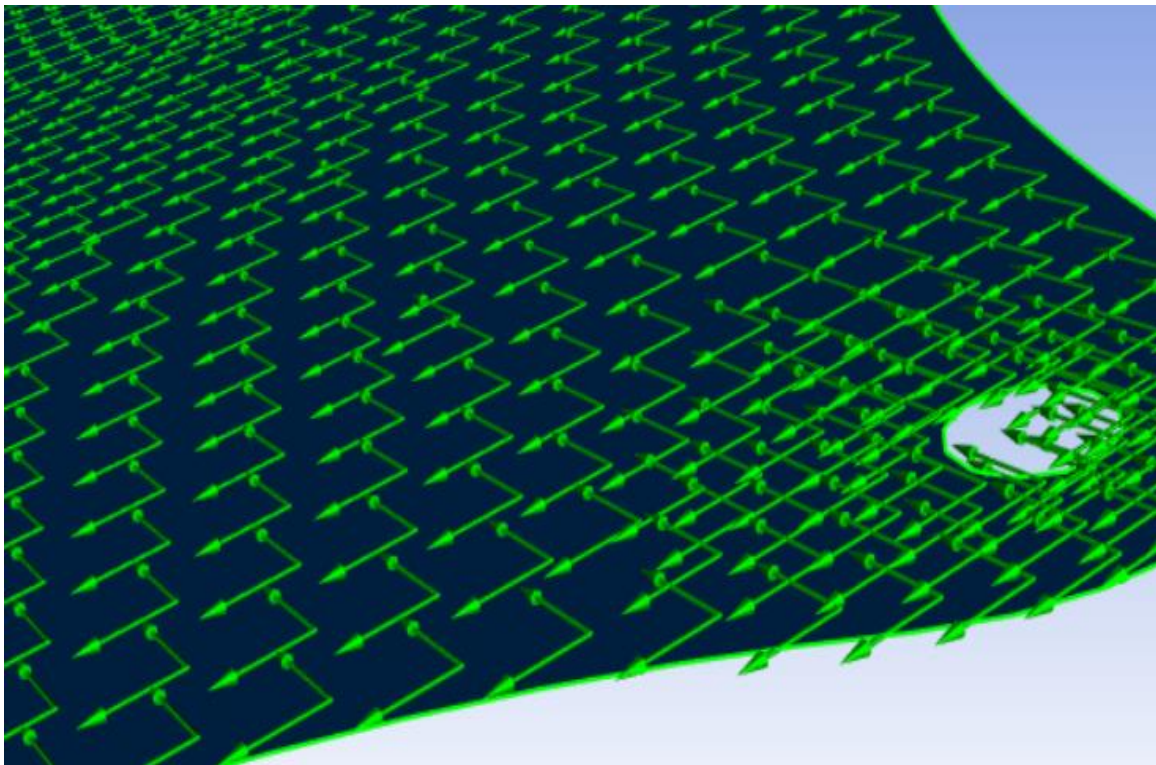


Εικόνα 23: Παράθυρο εργασίας των Rosettes.

**Oriented Selection Sets:** Ορίζεται η διεύθυνση του διανύσματος διαδοχής των στρώσεων, και η φορά διάδοσης τους. Σημαντικό, σε αυτό το σημείο, η διεύθυνση της διαδοχής να είναι κάθετη στο επίπεδο της βάσης.



Εικόνα 24: Παράθυρο εργασίας για τον ορισμό της διεύθυνσης διαδοχής των στρώσεων.



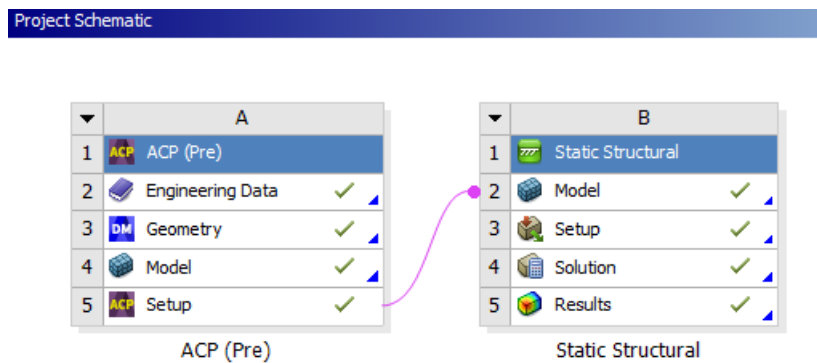
Εικόνα 25: Απεικόνιση των διευθύνσεων των ινών.

Σημαντική είναι επίσης η επαλήθευση ότι οι ίνες έχουν την απαιτούμενη διεύθυνση για να φέρουν το φορτίο.

Modelling Plies: Ορίζεται η ακριβής αλληλουχία των στρώσεων ώστε να δημιουργηθεί το σύνθετο. Για τη δημιουργία της sandwich κατασκευής έχουμε την εξής αλληλουχία: αρχικά στοίβαξη υφασμάτων διαξονική πλέξης ινών άνθρακα, στη συνέχεια αφρός PVC, και τέλος στοίβαξη υφασμάτων διαξονική πλέξης ινών άνθρακα.

### 2.2.1. Αριθμητικό Μοντέλο

Μετά την κατάλληλη προεργασία στο ACP για τον πλήρη ορισμό του συνθέτου, προχωράμε στη Στατική Ανάλυση. Λόγω του ότι δεν υπάρχει συμμετοχή άλλων γεωμετριών στην κατασκευή, και για εξοικονόμηση χρόνου, δύναται η σύνδεση του ACP με τη Στατική Ανάλυση (Static Structural Analysis).



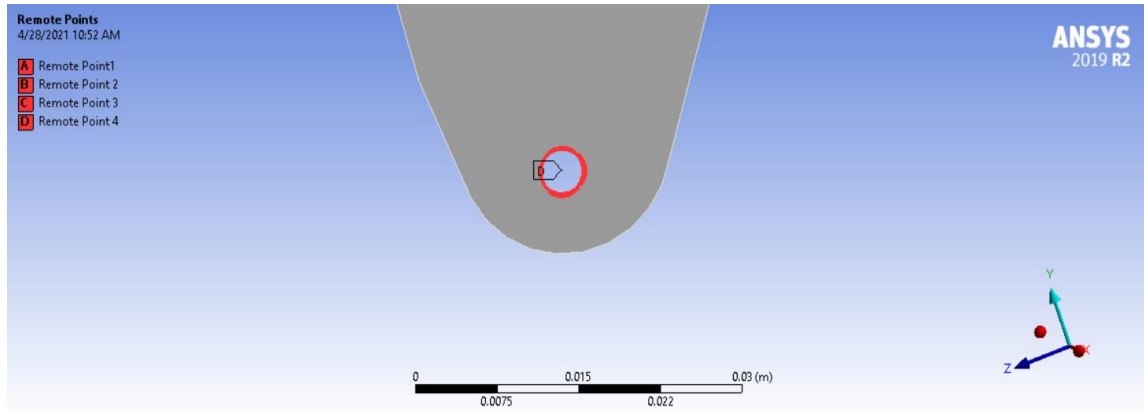
Εικόνα 26: Σύνδεση ACP με Στατική Ανάλυση.

Με τον τρόπο αυτό, μεταφέρονται οι μηχανικές ιδιότητες, η γεωμετρία, και το πλέγμα διακριτοποίησης χωρίς να χρειάζεται να επαναληφθεί η παραπάνω διαδικασία.

#### 2.2.1.1. Απομακρυσμένα Σημεία (Remote Points)

Η προσομοίωση των σφαιρικών συνδέσμων που προσαρτούν τη βάση στο chassis και στην πίσω πτέρυγα, γίνεται με τη χρήση απομακρυσμένων σημείων (Remote Points) στις αντίστοιχες υποδοχές στην κατασκευή. Πιο συγκεκριμένα, το απομακρυσμένο σημείο αποτελεί μία αφηρημένη εξαγωγή ενός κόμβου, μίας ακμής, ή μίας επιφάνειας ή ενός στερεού, σε ένα σημείο. Αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο ελέγχου των βαθμών ελευθερίας μιας πολύπλοκης ασυνέχειας της κατασκευής πχ. σημεία επαφής διαφορετικών γεωμετριών που συνθέτουν μία κατασκευή, και συνήθως χρησιμοποιείται για τον ορισμό των συνοριακών συνθηκών σε αυτές. Το βέλος της κυκλικής υποδοχής (Εικόνα 27) του συνδέσμου (κυκλική γιατί γίνεται δισδιάστατη προσομοίωση, στην πραγματικότητα η υποδοχή είναι κυλινδρική) ορίζει το απομακρυσμένο σημείο. Όλοι οι κόμβοι της κυκλικής περιφέρειας με το κόκκινο χρώμα, συνδέονται εικονικά με το απομακρυσμένο σημείο που ισαπέχει από αυτούς. Εφόσον οι συνοριακές συνθήκες είναι ανάγκη να οριστούν σε αυτές τις υποδοχές, με τη χρήση Remote Point αποφεύγεται το πιθανό φαινόμενο

υπερστατικότητα στους κόμβους που τις περιγράφουν, καθώς οι βαθμοί ελευθερίας αυτών ορίζονται από τη συνοριακή συνθήκη στο Remote Point.

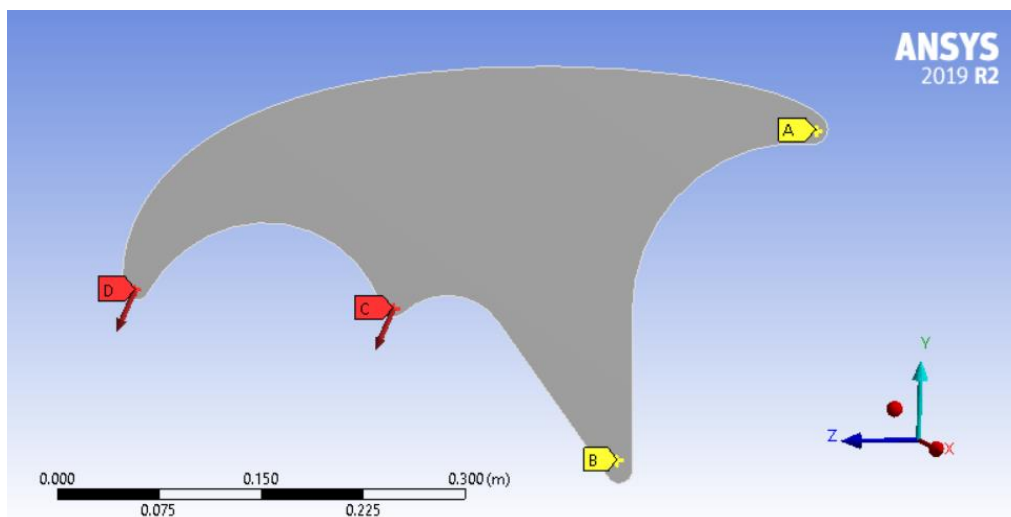


Εικόνα 27: Ορισμός απομακρυσμένου σημείου.

Η συμπεριφορά των απομακρυσμένων σημείων ορίζεται ως Deformable, έτσι ώστε η περιφέρεια των υποδοχών, με κόκκινο χρώμα, να είναι παραμορφώσιμη.

Πίνακας 5: Λεπτομέρειες Remote Point.

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Edge
Coordinate System	Global Coordinate System
<input type="checkbox"/> X Coordinate	8.8347e-002 m
<input type="checkbox"/> Y Coordinate	0.9092 m
<input type="checkbox"/> Z Coordinate	1.1386 m
Location	Click to Change
Definition	
Suppressed	No
Behavior	Deformable
Pinball Region	All



Εικόνα 28: Τα απομακρυσμένα σημεία (Remote Points) της γεωμετρίας.

A και B: Τα απομακρυσμένα σημεία (με κίτρινο χρώμα) όπου θα οριστούν μετέπειτα οι στηρίξεις. Εκεί βρίσκονται οι υποδοχείς σύνδεσης της γεωμετρίας με το κεντρικό πλαίσιο του μονοθεσίου (chassis).

C και D: Τα απομακρυσμένα σημεία (με κόκκινο χρώμα) αποτελούν υποδοχείς σύνδεσης της κατασκευής με την πίσω πτέρυγα που θα εφαρμοστεί η φόρτιση. Σε αυτά τα σημεία σύνδεσης της κατασκευής με την πίσω πτέρυγα μεταφέρονται τα αεροδυναμικά φορτία.

#### 2.2.1.2. Συνοριακές Συνθήκες (Boundary Conditions)

Οι συνοριακές συνθήκες διακρίνονται στις φορτίσεις και στις στηρίξεις (loads and supports). Αυτές δρουν πάνω στην κατασκευή ή περιορίζουν αντίστοιχα ορισμένες μετακινήσεις.

#### Στηρίξεις

Ο τρόπος στήριξης μίας κατασκευής εξαρτάται πέρα από την εφαρμογή της, και από τον τύπο ανάλυσης που πραγματοποιείται. Όπως αναφέρθηκε ήδη, τα σημεία στήριξης της κατασκευής είναι τα απομακρυσμένα σημεία A και B (Εικόνα 28), καθώς αυτά είναι τα σημεία σύνδεσης της βάσης με το chassis του μονοθεσίου. Το chassis αποτελεί το πιο στιβαρό κομμάτι του μονοθεσίου, και η ένωση των βάσεων σε αυτό γίνεται με αρθρώσεις, οι οποίες έτσι όπως έχουν οριστεί οι άξονες επιτρέπουν την περιστροφή μόνο στον άξονα-x. Όμως, καθώς τα φορτία που αναπτύσσονται στους συνδέσμους είναι μικρά για να πραγματοποιηθεί κάποια περιστροφή, θεωρείται πως η περιστροφή αυτή είναι αδύνατη. Επομένως, ορίζονται οι σύνδεσμοι ως πακτώσεις.

Πίνακας 6: Ορισμός στηρίξεων.

Definition	
Type	Remote Displacement
<input type="checkbox"/> X Component	0. m (ramped)
<input type="checkbox"/> Y Component	0. m (ramped)
<input type="checkbox"/> Z Component	0. m (ramped)
<input type="checkbox"/> Rotation X	0. ° (ramped)
<input type="checkbox"/> Rotation Y	0. ° (ramped)
<input type="checkbox"/> Rotation Z	0. ° (ramped)
Suppressed	No

#### Φόρτιση

Τα δεδομένα φόρτισης που λαμβάνονται από την ομάδα PROM RACING, είναι δυναμικής φύσεως (μεταβαλλόμενα με τον χρόνο) και θα παρουσιαστούν αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο που πραγματοποιείται η δυναμική ανάλυση. Για την πραγματοποίηση της παρούσας Στατικής Ανάλυσης λαμβάνονται μόνο οι μέγιστες τιμές κάθετης δύναμης (downforce) και οπισθέλκουσας (drag). Αυτές οι μέγιστες τιμές υποδιπλασιάζονται καθώς το φορτίο μοιράζεται στις δύο βάσεις που είναι συνδεδεμένες στην πτέρυγα. Εφόσον η κάθε βάση συνδέεται με δύο συνδέσμους στην πτέρυγα (Remote Points C και D), το φορτίο μοιράζεται πάλι εξίσου σε αυτούς. Όμως, η λήψη

των δεδομένων έγινε με δοκιμές σε ευθεία με μέγιστη ταχύτητα 45km/h, δηλαδή δοκιμές διαμήκους επιτάχυνσης και επιβράδυνσης. Μια σωστή Στατική Ανάλυση πρέπει να λαμβάνει υπόψη κάθε είδος φόρτισης για να θεωρείται αξιόπιστη. Ένα αγωνιστικό μονοθέσιο, άρα και οι βάσεις της πίσω πτέρυγας, υπόκειται και σε πλευρικά φορτία κατά τη μεταφορική κίνηση σε στροφή. Αυτή η πλευρική φόρτιση θεωρείται ότι είναι το 30% της μέγιστης κάθετης δύναμης (9) (10). Η τελική στατική φόρτιση παρουσιάζεται στον Πίνακα 7.

Πίνακας 7: Η στατική φόρτιση.

Definition	
Type	Remote Force
Define By	Components
<input type="checkbox"/> X Component	-6.3279 N (ramped)
<input type="checkbox"/> Y Component	-21.093 N (ramped)
<input type="checkbox"/> Z Component	8.75 N (ramped)
Suppressed	No

## 2.2.2. Επίλυση

Ο επιλύτης του ANSYS (ANSYS' solver) αποτελεί τον αλγόριθμο επίλυσης των εξισώσεων που περιγράφουν τα φαινόμενα της εκάστοτε ανάλυσης. Η επίλυση αφορά την εύρεση των μετακινήσεων των κόμβων των πεπερασμένων στοιχείων, και εξαρτάται από το υλικό, τη γεωμετρία, και τις συνοριακές συνθήκες.

### 2.2.2.1. Ρυθμίσεις Επιλύτη

Πίνακας 8: Ρυθμίσεις επιλύτη Στατικής Ανάλυσης.

Details of "Analysis Settings"	
[-] Step Controls	
Number Of Steps	1.
Current Step Number	1.
Step End Time	1. s
Auto Time Stepping	Program Controlled
[-] Solver Controls	
Solver Type	Program Controlled
Weak Springs	Off
Solver Pivot Checking	Program Controlled
Large Deflection	Off
Inertia Relief	Off

**Αριθμός Βημάτων (Number of Steps):** Η ανάλυση είναι στατική και λαμβάνει υπόψη μόνο τις ακραίες καταστάσεις των επιμέρους φορτίων. Για τον λόγο αυτό ο επιλύτης εκτελεί την προσομοίωση σε ένα βήμα. Αντιθέτως, στο επόμενο κεφάλαιο που γίνεται η ανάλυση δυναμικής



απόκρισης και χρησιμοποιούνται τα δεδομένα με την πάροδο του χρόνου, τα βήματα είναι περισσότερα.

Solver Type-Program Controlled: Στη ρύθμιση αυτή δίνονται δύο επιλογές. Η άμεση επίλυση (direct) και η επαναληπτική (iterative). Η άμεση επίλυση γίνεται μέσω της μεθόδου Gauss ενώ η επαναληπτική μέσω της μεθόδου σύγκλισης Newton-Raphson. Σε αυτή την ανάλυση η επιλογή της μεθόδου εξαρτάται από την ύπαρξη Large Deflection.

Large Deflection-Off: Η ρύθμιση αυτή, η οποία καθιστά το μοντέλο ως γραμμικό ή μη, λαμβάνει υπόψη αλλαγές στο σχήμα και στον προσανατολισμό οι οποίες οφείλονται σε μεγάλες μετατοπίσεις και παραμορφώσεις και προκαλούν αλλαγές στο μητρώο δυσκαμψίας. Ένας εμπειρικός τρόπος για την επιλογή αυτής της ρύθμισης ως on ή off στηρίζεται στην Von-Mises παραμόρφωση, και πιο συγκεκριμένα ορίζεται ένα ανώτατο όριο αυτής, πάνω από το οποίο χρειάζεται η ρύθμιση των μεγάλων παραμορφώσεων (large deflection) να είναι ενεργοποιημένη.

$$\varepsilon_e = \frac{1}{1+\nu} \sqrt{\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}{2}} \quad 2.3$$

όπου:

$\varepsilon_i$ : η κύρια παραμόρφωση στον άξονα  $i=1,2,3$

$\nu$ : λόγος Poisson

Το ανώτατο όριο αυτής της παραμόρφωσης είναι η τιμή 0,001. Εφόσον στο μοντέλο η μέγιστη Von-Mises παραμόρφωση που παρατηρείται είναι ίση με την τιμή  $0,00009 < 0,001$  τότε είναι ασφαλές να επιλεγεί η ρύθμιση αυτή να είναι απενεργοποιημένη. Επιπροσθέτως, στην περίπτωση ενεργοποίησης, λόγω της συνεχής ανανέωσης της μήτρας δυσκαμψίας  $K$  σε κάθε επανάληψη Newton-Raphson, η ακρίβεια των αριθμητικών αποτελεσμάτων αυξάνει. Όμως, καθώς αυτή η μέθοδος είναι επαναληπτική, το υπολογιστικό κόστος είναι μεγαλύτερο. Στην ανάλυση αυτή, οι παραμορφώσεις είναι μικρές και τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικά με την άμεση μέθοδο επίλυσης Gauss.

#### 2.2.2.2. Ζητούμενα Επίλυσης

Τα ζητούμενα από την επίλυση είναι τα εξής:

- **Συνολική Παραμόρφωση (Total Deformation) (m)**: Η ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των απόλυτων μετατοπίσεων των κόμβων στους  $x, y, z$  άξονες.
- **Κατευθυντική Παραμόρφωση (Directional Deformation) (m)**: Η τιμή της παραμόρφωσης στον εκάστοτε άξονα ξεχωριστά. Θα παρουσιάζεται στον άξονα  $y$  λόγω μέγιστης συνολικής φόρτισης σε αυτόν τον άξονα.
- **Κύριες Τάσεις (Principal Stresses)(MPa)**: Η κατανομή των κύριων τάσεων  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  που εμφανίζεται στην κατασκευή.
- **Von-Mises Stress (MPa)**: Η κατανομή της ισοδύναμης ή Von-Mises τάσης στην κατασκευή. (βλ. **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.**)

- **Εργαλείο Μελέτης Αστοχίας Συνθέτων (Composite Failure Tool):** Εισάγονται τα κριτήρια ασφαλείας Tsai Hill και Tsai Wu, για την πρόβλεψη πιθανής αστοχίας της κατασκευής, όπως ορίζεται στο Παράρτημα **ΙΣΦάλαμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε..** Το κριτήριο Tsai Wu αποδεικνύεται, έπειτα από μελέτη, πως δίνει μικρότερες τιμές του συντελεστή, οπότε για λόγους αξιοπιστίας δίνεται αυτό στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων. Υπολογίζεται ο παράγοντας ασφαλείας Safety Factor ή **SF** (αδιάστατο) σύμφωνα με την εξίσωση Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε..

### 2.2.3. Σύγκριση Διαφορετικών Διαστρωματώσεων

Το πιο βασικό στοιχείο μελέτης στην κατασκευή πολυστρωματικών υλικών είναι η διαστρωμάτωση τους. Στην παρούσα μελέτη αναζητάται η βέλτιστη διαστρωμάτωση μέσω επίλυσης αριθμητικών μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων. Τα ζητούμενα του επιλύτη παρουσιάστηκαν στην παραπάνω ενότητα. Ακόμα γίνεται ανάλυση και ως προς την τελική μάζα του συνθέτου. Η μάζα της σύνθετης κατασκευής δίνεται από την εξίσωση:

$$m = m_{cf} + m_{PVC} = \rho_{cf}V_{cf} + \rho_{PVC}V_{PVC} = (\rho_{cf}x_{cf} + \rho_{PVC}x_{PVC})A \quad 2.4$$

όπου:

Δείκτης cf: υποδηλώνει το μέγεθος αναφορικά με την πλέξη των ινών άνθρακα  
 δείκτης PVC: υποδηλώνει το μέγεθος αναφορικά με τον πολυμερικό αφρό από πολυβινυλοχλωρίδιο

$\rho$ : η πυκνότητα ( $\rho_{cf}=1.42 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{PVC}=60 \text{ kg/m}^3$ )

x: το πάχος της διαστρωμάτωσης του εκάστοτε υλικού κατά τον άξονα x

A: η επιφάνεια της γεωμετρίας ( $A=0.071\text{m}^2$ )

Στο σημείο αυτό χρειάζεται να γίνει μια κωδικοποίηση των εξεταζόμενων περιπτώσεων διαστρωμάτωσης για να γίνουν κατανοητά τα αποτελέσματα. Η αλληλουχία των στρωμάτων έχει ως εξής: στοίβαξη υφασμάτων διαξονικής πλέξης ινών άνθρακα-αφρού PVC-στοίβαξη υφασμάτων διαξονικής πλέξης ινών άνθρακα. Το πάχος των υφασμάτων ινών άνθρακα είναι ίδιο εκκατέρωθεν του αφρού PVC.. Η κωδικοποίηση έχει την ακόλουθη μορφή: **συνολικό πάχος στρώσεων υφασμάτων ινών άνθρακα στην κατασκευή + πάχος αφρού PVC**. Για παράδειγμα, η κατασκευή με την εξής διαστρωμάτωση: 10mm αφρού PVC ανάμεσα σε 2 υφάσματα (πάχους 0.3 mm το καθένα) διευθυντικών CFRP στις εξωτερικές επιφάνειες έχει την κωδικοποίηση **1.2+10**.

Πίνακας 9: Παρουσίαση αποτελεσμάτων επίλυσης Στατικής Ανάλυσης για τη σύνθετη γεωμετρία.

Geometry	Mass(g)	Total Deformation(m)	Directional Deformation $\gamma$ -axis(m)	Max Principal Stress(MPa)	Safety Factor	Safety Factor/Mass ( $g^{-1}$ )
<b>0.6+8</b>	94.6	0.00713	$-7.1677 \cdot 10^{-5}$	-96.867	1.728	0.0183
<b>1.2+8</b>	157.2	0.00374	$-3.2851 \cdot 10^{-5}$	-48.436	3.414	0.0217
<b>2.4+8</b>	280.5	0.00188	$-1.8836 \cdot 10^{-5}$	-27.283	7.012	0.0250
<b>1.2+4</b>	140.2	0.01167	$-3.5825 \cdot 10^{-5}$	-100.92	1.793	0.0128
<b>1.2+6</b>	148.7	0.00605	$-3.3755 \cdot 10^{-5}$	-65.771	2.612	0.0176
<b>1.2+12</b>	174.2	0.00187	$-3.2276 \cdot 10^{-5}$	-36.397	4.965	0.0285
<b>1.2+16</b>	191.4	0.00114	$-3.0876 \cdot 10^{-5}$	-29.943	6.452	0.0337

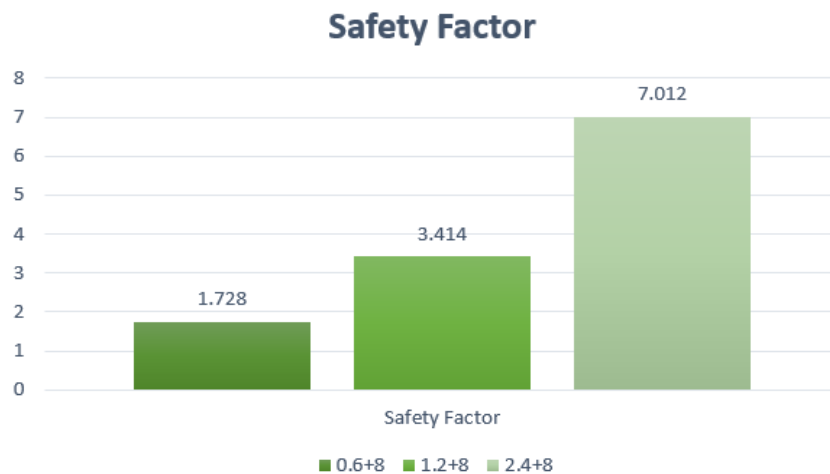


Figure 2: Παράγοντας ασφαλείας συναρτήσει της διαστρωμάτωσης στο σύνθετο.

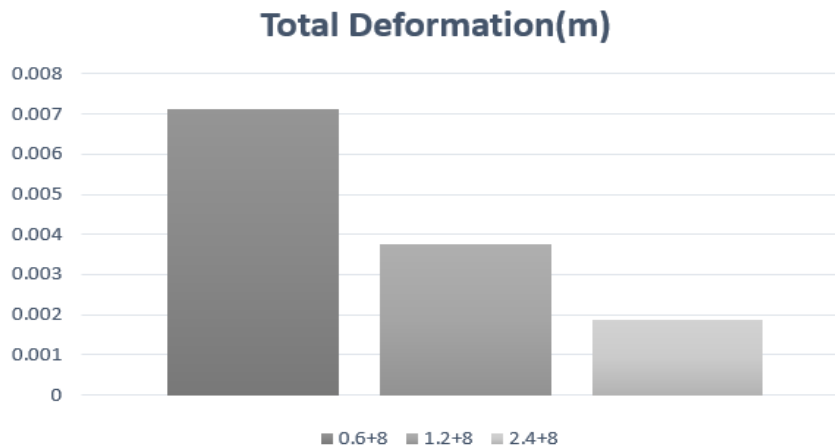


Figure 3: Ολική παραμόρφωση συναρτήσει της διαστρωμάτωσης στο σύνθετο.

Παρατηρείται από τον Πίνακα 9 τόσο και από τα ραβδογράμματα (Figure 2), (Figure 3), πως όσον αφορά το πλήθος της στοίβαξης των περιβλημάτων CFRP, η γεωμετρία 0.6+8 εμφανίζει τη χειρότερη συμπεριφορά. Η μέγιστη κύρια τάση εμφανίζει τη μέγιστη τιμή σε αυτή τη

διαστρωμάτωση, με αποτέλεσμα και τις μεγάλες παραμορφώσεις, αλλά και τον μικρό συντελεστή ασφαλείας, πράγμα που σημαίνει ότι η κατασκευή είναι κοντά στην αστοχία και ένας τέτοιος σχεδιασμός δε θα είναι αρκετά αξιόπιστος. Αντίθετα, η γεωμετρία 2.4+8, δηλαδή αυτή που αποτελείται από τέσσερα υφάσματα σε κάθε πλευρά, παρουσιάζει τον υψηλότερο συντελεστή ασφαλείας και τις μικρότερες παραμορφώσεις. Γενικότερα προκύπτει πως η αύξηση της πυκνότητας των ινών άνθρακα στην κατασκευή βελτιώνει την απόκριση της στις παραμορφώσεις. Ωστόσο, παρατηρείται αύξηση του βάρους της κατασκευής, κάτι το οποίο σε εφαρμογές του μηχανοκίνητου αθλητισμού παίζει πολύ σημαντικό ρόλο και αποτελεί παράμετρο βελτιστοποίησης. Για τον λόγο αυτό, καταλληλότερη διαμόρφωση συναρτήσεως των υφασμάτων ινών άνθρακα κρίνεται η 1.2+8. Αυτή παρουσιάζει ικανοποιητικό παράγοντα ασφαλείας ( $=3.4$ ) εφόσον είναι μεγαλύτερος της μονάδας, σε συνδυασμό με πολύ μικρό βάρος.

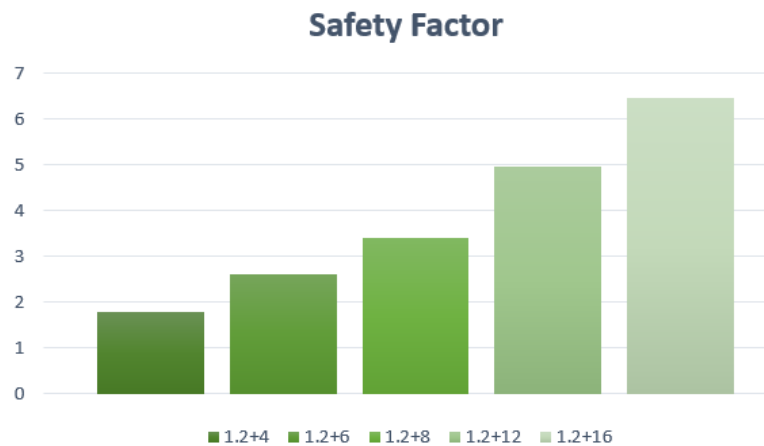


Figure 4: Παράγοντας ασφαλείας συναρτήσεως του αφρού από PVC.

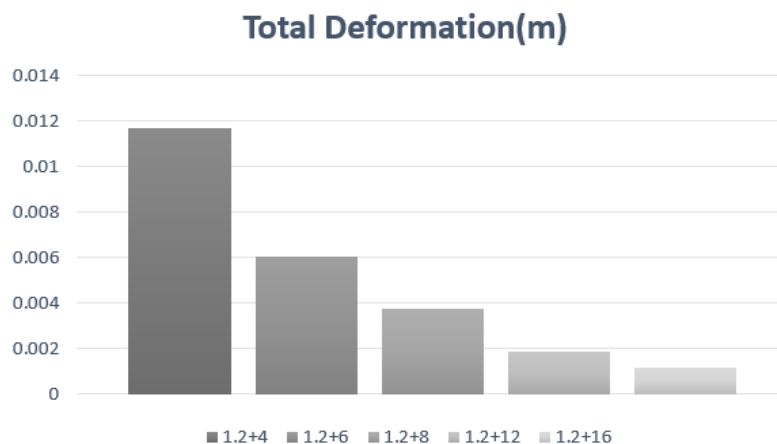


Figure 5: Ολική παραμόρφωση συναρτήσεως του αφρού από PVC.

Στα Figure 4 και Figure 5, παρατηρείται πως όσο αυξάνεται η ποσοστιαία σύσταση του αφρού από PVC στο σύνθετο, τόσο καλύτερη γίνεται η απόκριση. Με πάχος 4mm ο παράγοντας

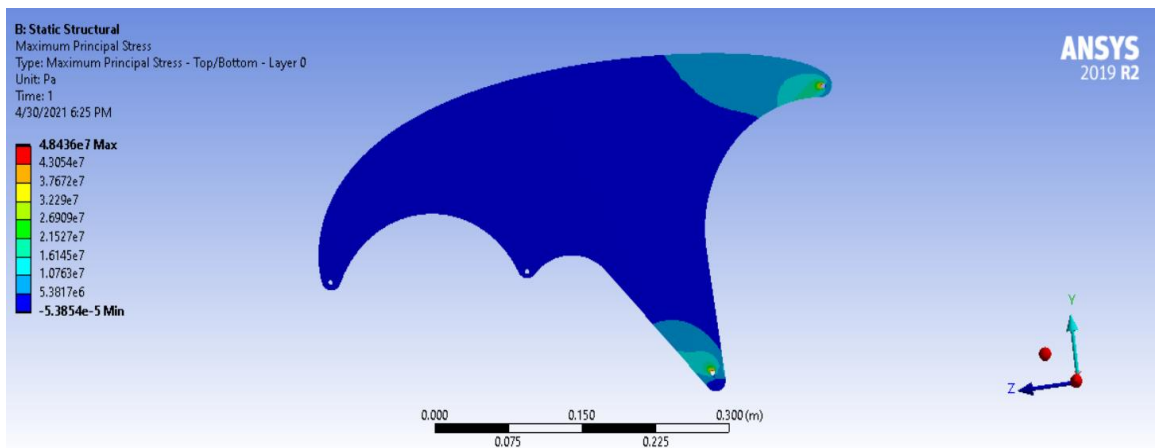
ασφαλείας δεν είναι ικανοποιητικός (παρατηρείται επίσης πως η μέγιστη κύρια τάση έχει τιμή ίση με 101MPa και η μέγιστη αντοχή που μπορεί να λάβει η πλέξη των ινών άνθρακα είναι 551MPa (Πίνακας 2), ενώ με τα 16mm υπάρχει ανάλογη αύξηση του βάρους. Και στην περίπτωση αυτή η απόφαση λαμβάνεται με κριτήριο την αξιοπιστία της κατασκευής και το χαμηλό βάρος, συνεπώς η διαμόρφωση με τα 8mm πάχους διαστρωμάτωσης κρίνεται η καταλληλότερη.

#### 2.2.4. Βέλτιστη Διαστρωμάτωση Σύνθετης Κατασκευής

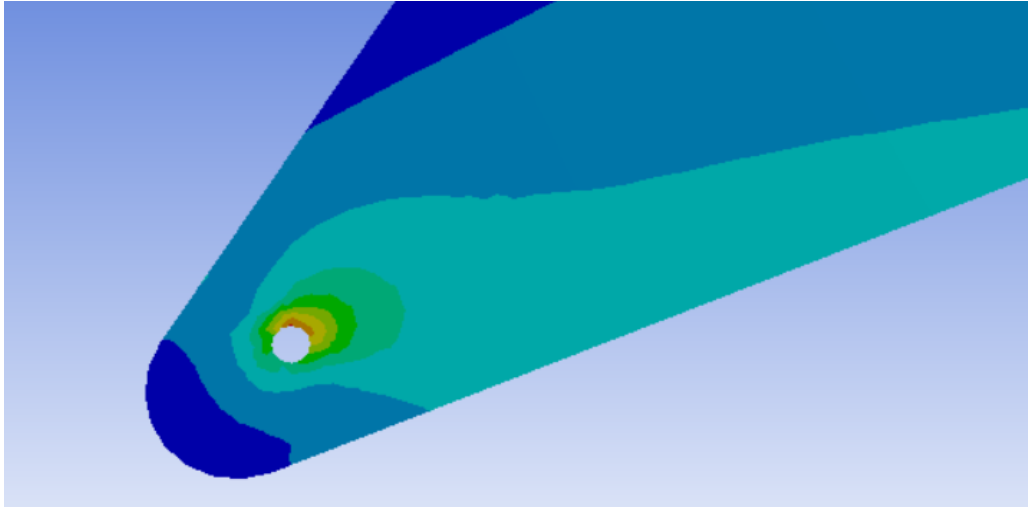
Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επίλυσης της βέλτιστης διαστρωμάτωσης, και οι γραφικές απεικονίσεις της κατανομής των μεγεθών (contours) της. Η βέλτιστη διαστρωμάτωση αποτελείται από συνολικό πάχος 1.2mm υφασμάτων ινών άνθρακα (ή αλλιώς 0.6mm ή 2 υφάσματα πλέξης ανά πλευρά) και από 8mm πάχος αφρού από βινυλοχλωρίδιο (PVC).

Πίνακας 10: Συνολικά αποτελέσματα της βέλτιστης επίλυσης.

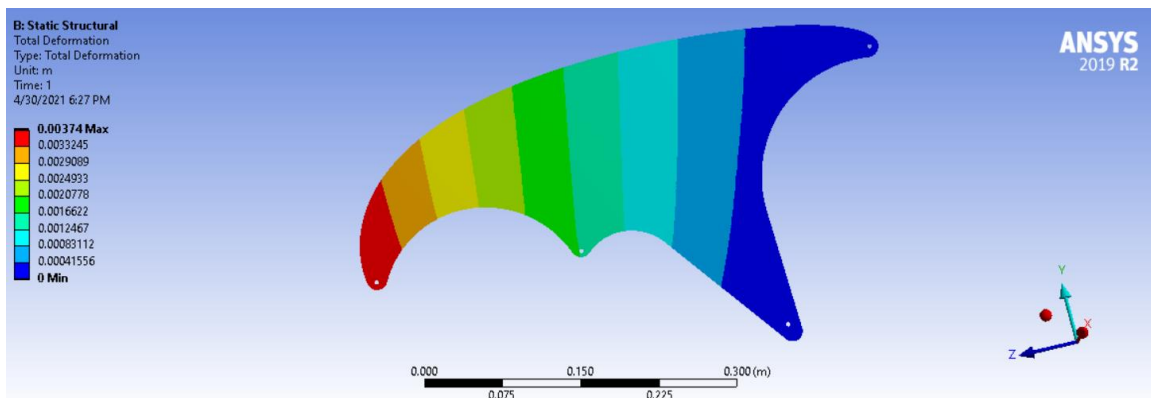
Geometry	Mass(g)	Von Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Tot. Def.(m)	Dir. Def(m)	Safety Factor	SF/g
1.2+8	157.2	76.838	48.436	-30.258	0.00374	-3.2851 *10 <sup>-5</sup>	3.414	0.0217



Εικόνα 29: Κατανομή της μέγιστης κύριας τάσης στη βέλτιστη διαμόρφωση συνθέτου.



Εικόνα 30: Zoom στο Remote Point B, μέγιστη τιμή της κύριας τάσης.



Εικόνα 31: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) της ολικής παραμόρφωσης στη βέλτιστη διαμόρφωση του συνθέτου.

Σημειώνονται οι εξής σημαντικές παρατηρήσεις:

- Μέγιστη Κύρια Τάση (Max Principal Stress)=48.44 MPa, ενώ το όριο διαρροής και στους 2 άξονες είναι για εφελκυσμό 551MPa και για θλίψη -509MPa. Η μέγιστη κύρια τάση αυτή εμφανίζεται στο απομακρυσμένο σημείο B.
- Μέγιστη Διατμητική Τάση (Max Shear Stress)=30.26MPa στο απομακρυσμένο σημείο B, ενώ το όριο είναι στα 125MPa.
- Μέγιστη κύρια Παραμόρφωση (ή τροπή) (Max Principal Strain)=0.0013 ενώ το όριο είναι 0.0115 για εφελκυσμό και 0,0105 για θλίψη.
- Οι μέγιστες τάσεις εμφανίζονται στο απομακρυσμένο σημείο B, δηλαδή σε στήριξη, ενώ οι μέγιστες παραμορφώσεις στο D, δηλαδή σε σημείο φόρτισης. Γενικά η συγκέντρωση των τάσεων στις κατασκευές είναι μεγάλη σε ασυνέχειες της γεωμετρίας (τρύπες, απότομες γωνίες κ.ο.κ.)

## 2.3. Μεταλλική Βάση

### 2.3.1. Στόχος

Στόχος αυτής της ενότητας είναι ο σχεδιασμός των βάσεων από μεταλλικό υλικό, και η σύγκριση της απόκρισης με τη σύνθετη κατασκευή. Καθώς, το βάρος αποτελεί σημαντική παράμετρο και τα μεταλλικά υλικά έχουν υψηλότερες πυκνότητες από τα σύνθετα, ακολουθείται μια συγκεκριμένη μεθοδολογία. Δημιουργούνται ελαφρώματα (lightening holes) στα σημεία της γεωμετρίας που η συγκέντρωση τάσεων είναι μικρή, και έτσι μειώνεται η περιττή για τη κατασκευή μάζα, ενώ διατηρούνται οι εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες. Καθώς σκοπός της μελέτης είναι η βέλτιστη συμπεριφορά του μονοθεσίου σε ευθεία πορεία, η βελτιστοποίηση γίνεται λαμβάνοντας υπόψη μόνο τη διαμήκη φόρτιση κατά την επίλυση. Βέβαια, ελέγχεται η αξιοπιστία και στην πλήρη φόρτιση, δηλαδή όταν προστίθενται και τα πλευρικά φορτία όταν το μονοθέσιο κινείται σε στροφή.

### 2.3.2. Μηχανικές ιδιότητες (Engineering Data)

Για την επιλογή του κατάλληλου υλικού, λαμβάνονται υπόψη οι συνθήκες διαθεσιμότητας, η κατεργασιμότητα, οι ικανές για την εφαρμογή μηχανικές ιδιότητες και η χαμηλή πυκνότητα. Αυτό το υλικό που πληροί αυτές τις προδιαγραφές και επιλέγεται για την κατασκευή των βάσεων είναι το κράμα αλουμινίου αεροπορικού τύπου με ονομασία Al-7075T6. Σύμφωνα με την ASM (Aerospace Specification Metals Inc.), το κράμα έχει την εξής σύσταση.







Πίνακας 11: Σύσταση του κράματος Al-7075T6.

Συστατικό	Al	Cr	Cu	Fe	Mg	Mn	Other, each	Other, total	Si	Ti	Zn
Ποσοστό κατά μάζα	87.1 - 91.4	0.18 - 0.28	1.2 - 2	Max 0.5	2.1 - 2.9	Max 0.3	Max 0.05	Max 0.15	Max 0.4	Max 0.2	5.1 - 6.1

Το βασικό κραματικό στοιχείο στο κράμα αλουμινίου είναι ο ψευδάργυρος, του οποίου η αυξημένη πυκνότητα ( $\rho_{Zn}=7,14 \text{ g/cm}^3$ ) εξισορροπείται με τη χαμηλή πυκνότητα του μαγνησίου ( $\rho_{Mg}=1,738 \text{ g/cm}^3$ ). Έτσι προκύπτει ένα κράμα χαμηλής πυκνότητας ( $\rho_{Al-7075T6}=2,804 \text{ g/cm}^3$ ) σε συνδυασμό με μηχανικές ιδιότητες συγκρίσιμες με πολλούς χάλυβες (UTS=510-540 MPa, Yield Strength=430-480 MPa, και επιμήκυνση 5-11% στην αστοχία).

Η συμπλήρωση των ιδιοτήτων στο ANSYS:

Πίνακας 12: Οι μηχανικές ιδιότητες του Al-7075T6.

Properties of Outline Row 3: 7075t6				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	 
2	 Material Field Variables	Table		
3	 Density	2804	kg m <sup>-3</sup>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
4	 Isotropic Elasticity			<input type="checkbox"/>
5	Derive from	Shear Mod...		
6	Young's Modulus	7,1554E+10	Pa	<input type="checkbox"/>
7	Poisson's Ratio	0,33		<input type="checkbox"/>
8	Bulk Modulus	7,0151E+10	Pa	<input type="checkbox"/>
9	Shear Modulus	26900	MPa	<input type="checkbox"/>
10	 Steinberg Guinan Strength			<input type="checkbox"/>
11	Initial Yield Stress Y	4,2E+08	Pa	<input type="checkbox"/>
12	Maximum Yield Stress Ymax	8,1E+08	Pa	<input type="checkbox"/>
13	Hardening Constant B	965		<input type="checkbox"/>
14	Hardening Exponent n	0,1		<input type="checkbox"/>
15	Derivative dG/dP G'P	1,741		<input type="checkbox"/>
16	Derivative dG/dT G'T	-1,645E+07	Pa C <sup>-1</sup>	<input type="checkbox"/>
17	Derivative dY/dP Y'P	0,02738		<input type="checkbox"/>
18	Melting Temperature Tmelt	946.85	C	<input type="checkbox"/>

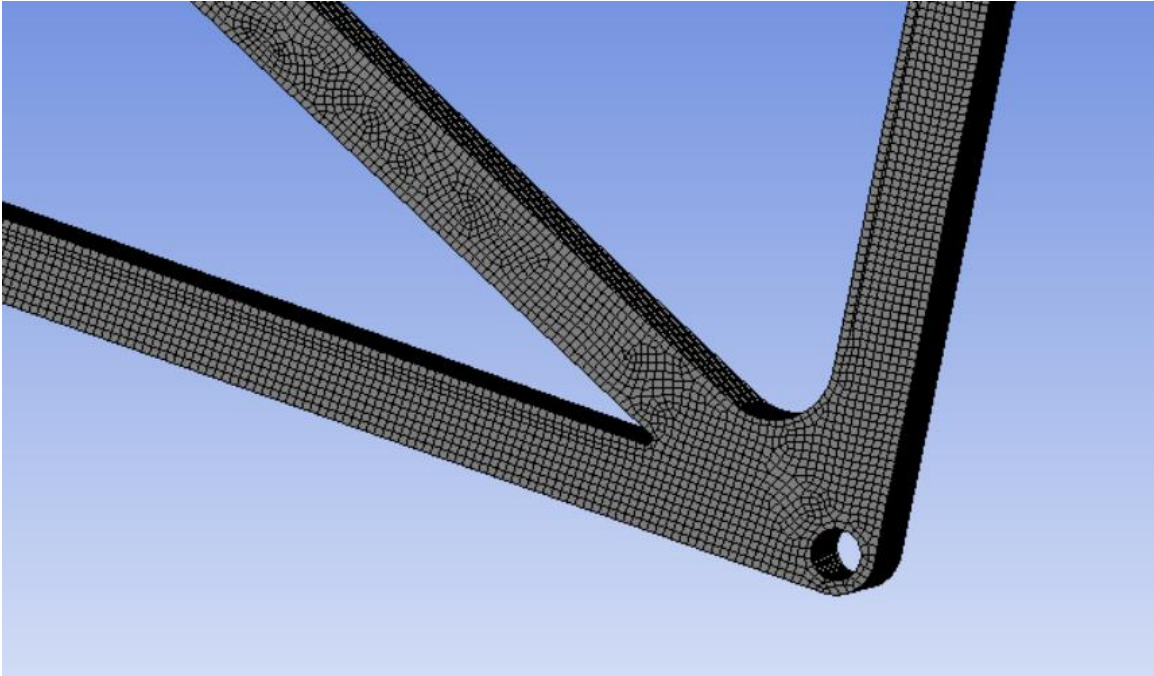
### 2.3.3. Αριθμητικό Μοντέλο

Πλέγμα διακριτοποίησης: Ίδιες ρυθμίσεις με τη Στατική Ανάλυση, με μικρότερο μήκος στοιχείου 0.7 mm, λόγω της πολυπλοκότητας των εξεταζόμενων γεωμετριών. (βλ. Πίνακας 4) Πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας των αποτελεσμάτων της επίλυσης συναρτήσει του πλήθους των στοιχείων, ώστε η ακρίβεια να είναι όσο δυνατόν υψηλότερη με ικανοποιητικό για το πλήθος των προσομοιώσεων υπολογιστικό χρόνο (βλ. Παράρτημα).

Πίνακας 13: Τα στατιστικά στοιχεία του πλέγματος.

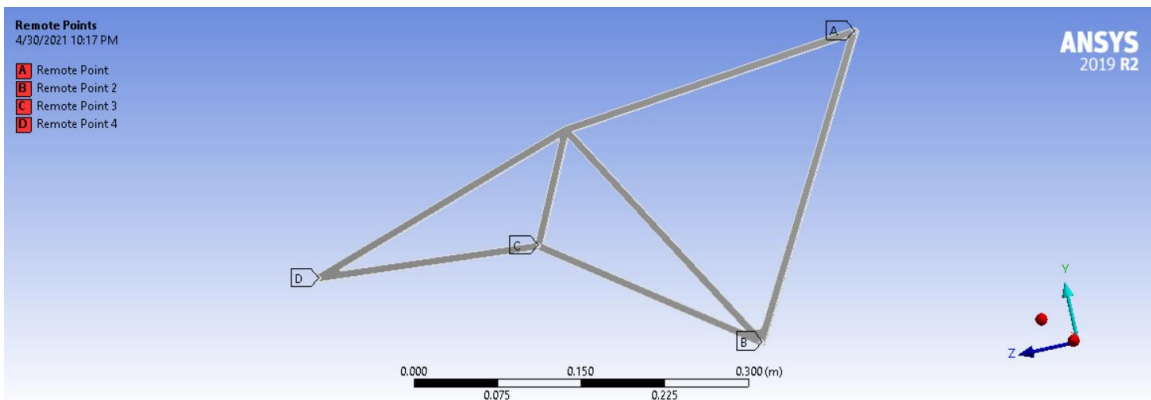
Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	1543231
<input type="checkbox"/> Elements	342615





Εικόνα 32: Το πλέγμα διακριτοποίησης πλησίον του Remote Point B.

Remote Points: Ακριβώς η ίδια λογική με τη Στατική Ανάλυση της γεωμετρίας του σύνθετου υλικού (βλ. Πίνακας 5), ορίζονται απομακρυσμένα σημεία στους κυλινδρικούς συνδέσμους που συνδέουν την βάση με το chassis και τη πίσω πτέρυγα, όπου ορίζονται και οι συνοριακές συνθήκες.



Εικόνα 33: Τα Remote Points σε γεωμετρία από κράμα αλουμινίου Al-7075T6.

Έγινε αναφορά νωρίτερα στη διαμήκη φόρτιση. Η δύναμη στον άξονα-x κατά τη βελτιστοποίηση της γεωμετρίας θα είναι μηδενική, εφόσον η βελτιστοποίηση γίνεται αναφορικά με την κίνηση του μονοθεσίου σε ευθεία. Η πλευρική φόρτιση ενεργοποιείται μόνο μετά τη βελτιστοποίηση για να εξετάζεται η αξιοπιστία της κατασκευής έναντι σε αστοχία. Άρα, η συνοριακή συνθήκη της φόρτισης παίρνει τη μορφή:

Πίνακας 14: Λεπτομέρειες της φόρτισης.

Scope	
Scoping Method	Remote Point
Remote Points	Remote Point 3
Coordinate System	Global Coordinate System
X Coordinate	5.e-003 m
Y Coordinate	1.1964e-002 m
Z Coordinate	5.8748e-002 m
Location	Click to Change
Definition	
Type	Remote Force
Define By	Components
<input type="checkbox"/> X Component	0. N (ramped)
<input type="checkbox"/> Y Component	-21.093 N (ramped)
<input type="checkbox"/> Z Component	8.75 N (ramped)

Τέλος, οι στηρίξεις είναι ίδιες (Πίνακας 6).

#### 2.3.4. Επίλυση

##### 2.3.4.1. Ρυθμίσεις Επιλύτη

Ίδια με Στατική Ανάλυση του συνθέτου (βλ. Πίνακας 8).

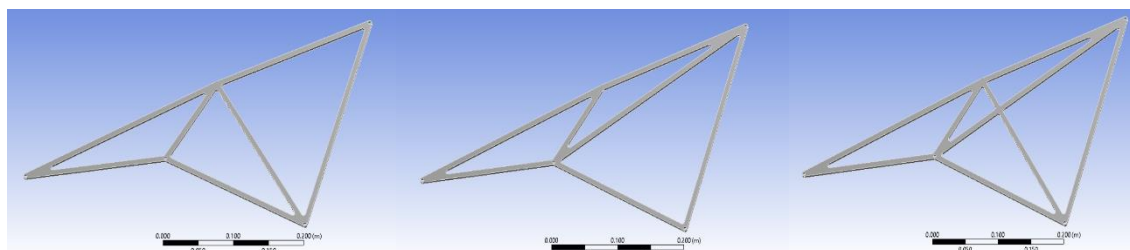
##### 2.3.4.2. Ζητούμενα Επίλυσης

Ίδια με τη Στατική Ανάλυση του συνθέτου (βλ.2.2.2.2). Στη παρούσα περίπτωση, σε αντίθεση με τα κριτήρια αστοχίας των σύνθετων υλικών, ο παράγοντας ασφαλείας υπολογίζεται σύμφωνα με τον λόγο  $SF = \frac{\text{τάση διαρροής του υλικού}}{\text{μέγιστη Von-Mises τάση που αναπτύσσεται στη κατασκευή}}$

#### 2.3.5. Σύγκριση Διαφορετικών Διαμορφώσεων

Η μεθοδολογία για την εύρεση της βέλτιστης μορφής ακολουθεί την εξής λογική. Πρωτίστως γίνεται σύγκριση μεταξύ διαφορετικών μεταξύ τους γεωμετριών ώστε να προκύψει η γενική διαμόρφωση. Μετά, γίνεται βελτιστοποίηση αυτής της γενικής μορφής σε πιο ειδικά χαρακτηριστικά, όπως το πάχος ανά άξονα και η απόσταση των κόμβων.

Αρχικά γίνεται η σύγκριση διαφορετικών γεωμετριών όπως οι Α,Β,Γ.



Εικόνα 34: Οι αρχικές γεωμετρίες Α (αριστερά), Β (κέντρο) και Γ (δεξιά).

Πίνακας 15:Αποτελέσματα επίλυσης γεωμετριών Α,Β και Γ.

Γεωμετρία	Mass(g)	Total Deformation(m)	Dir. Deformation y-axis(m)	Von Mises Stress (MPa)	Safety Factor	SF/Mass (g <sup>-1</sup> )
A	286.51	4.64*10 <sup>-5</sup>	-3.2821*10 <sup>-5</sup>	1.7547	239.36	0.84
B	306.47	4.83*10 <sup>-5</sup>	-3.4173*10 <sup>-5</sup>	1.7977	233.63	0.76
Γ	347.62	4.58*10 <sup>-5</sup>	-3.2391*10 <sup>-5</sup>	1.7633	238.19	0.69

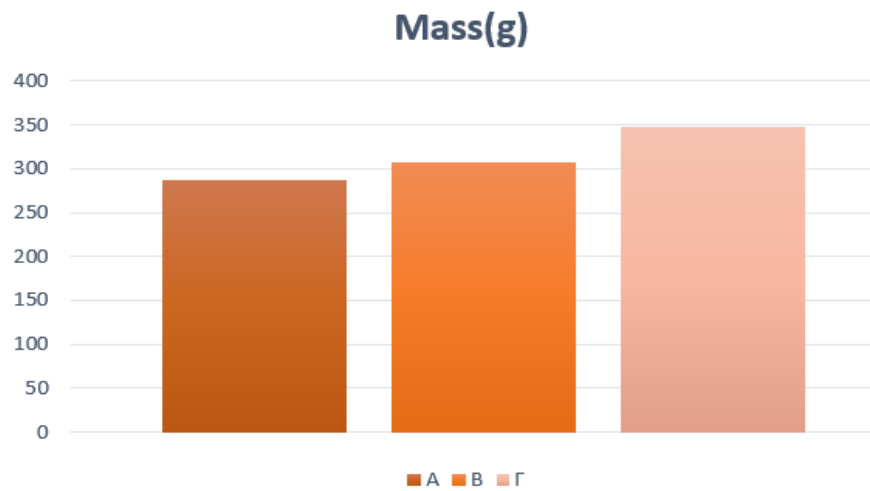


Figure 6: Σύγκριση μάζας μεταξύ των τριών γεωμετριών.

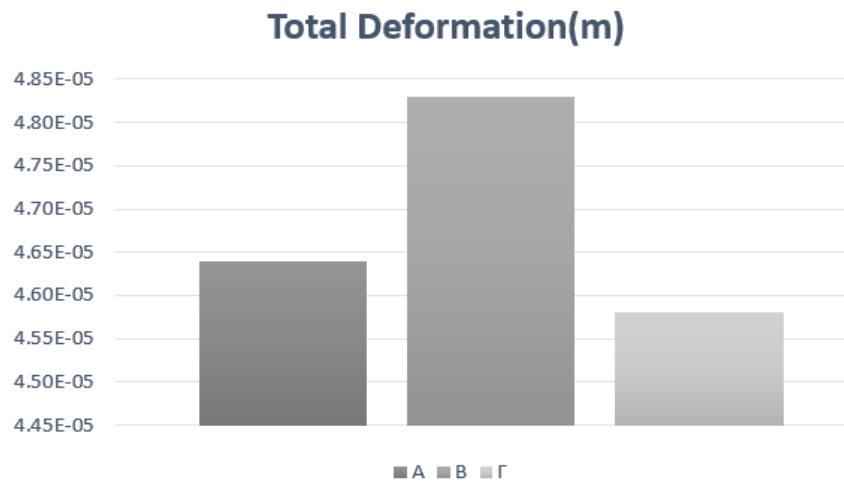


Figure 7: Σύγκριση ολικής παραμόρφωσης μεταξύ των τριών γεωμετριών.

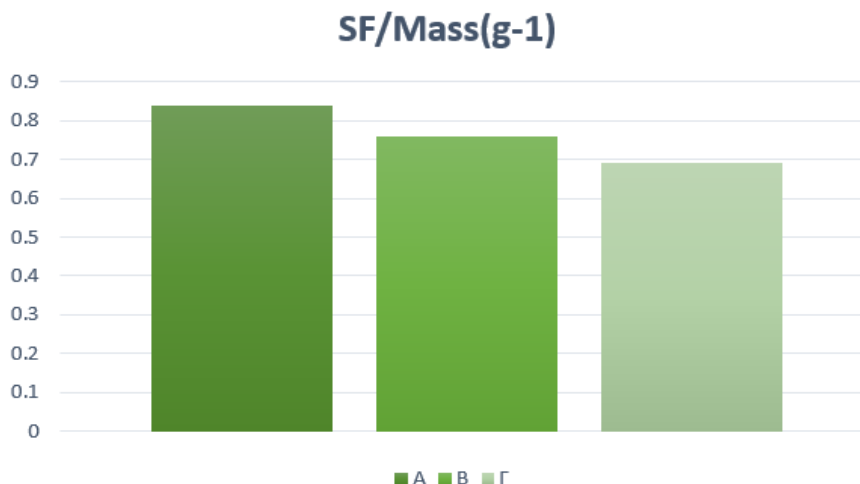
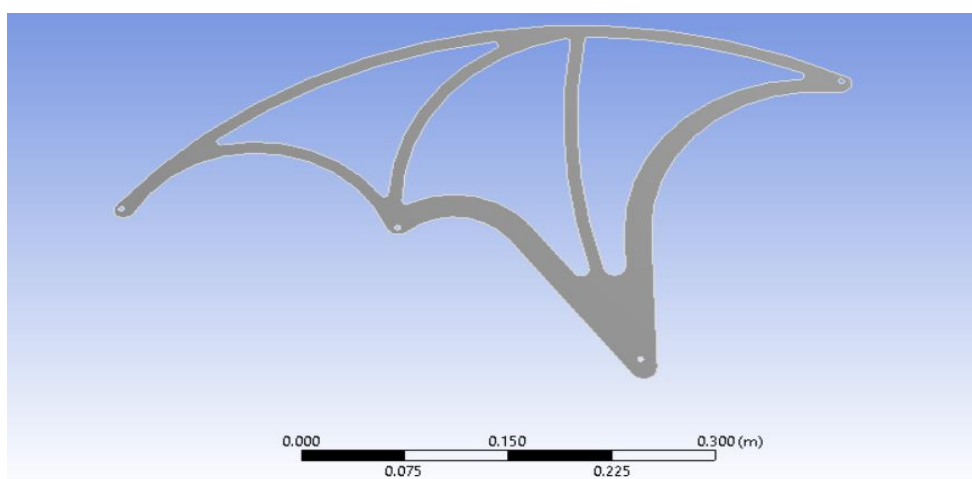


Figure 8: Σύγκριση λόγου παράγοντα ασφαλείας/μάζα των τριών γεωμετριών.

Παρατηρείται, αρχικά, πως η γεωμετρία Γ παρουσιάζει τις μικρότερες παραμορφώσεις. Αυτό εξηγείται από την αύξηση της δυσκαμψίας της συγκεκριμένης γεωμετρίας. Αντίθετα, η γεωμετρία Β παρουσιάζει αρκετά μεγαλύτερες παραμορφώσεις συγκριτικά με τις άλλες, ενώ οι Von-Mises τάσεις και των τριών είναι παρόμοιου μεγέθους. Εφόσον οι παράγοντες ασφαλείας είναι υψηλοί, οπότε δε τίθεται θέμα αστοχίας της κατασκευής, τον κύριο λόγο για τη βέλτιστη επιλογή γεωμετρίας παίζει ο παράγοντας ασφαλείας ανηγμένος ως προς την μάζα. Έτσι, εκφράζεται καλύτερα η αξιοπιστία της κατασκευής, ανεξάρτητα από τη μάζα της. Προφανώς όσο αυξάνεται το πάχος μιας γεωμετρίας, άρα και η μάζα, τόσο μεγαλύτερος θα γίνεται ο παράγοντας ασφαλείας, άρα μόνος του δεν αποτελεί ασφαλές κριτήριο. Τον υψηλότερο λόγο SF/Mass παρουσιάζει η γεωμετρία Α, και σε συνδυασμό με το γεγονός ότι επιτυγχάνει και τον στόχο της μείωσης του βάρους, επιλέγεται αυτή ως η βέλτιστη διαμόρφωση.

Γίνεται δοκιμή προσέγγισης της μεταλλικής γεωμετρίας Α με ελαφρώματα που επιλέχθηκε, με τη γεωμετρία swan neck (Εικόνα 28) του sandwich υλικού και έτσι σχεδιάζεται η γεωμετρία Δ.



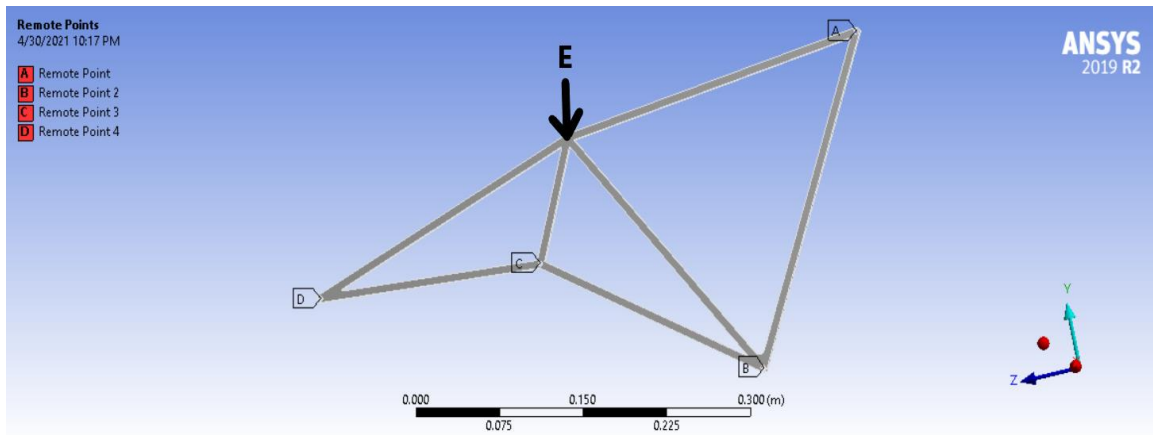
Εικόνα 35: Γεωμετρία Δ. Προσέγγιση της swan neck γεωμετρίας.

Πίνακας 16: Αποτελέσματα και σύγκριση των γεωμετριών A και Δ.

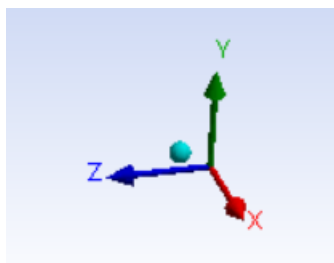
Γεωμετρία	Mass(g)	Total Deformation(m)	Dir. Deformation y-axis(m)	Von Mises Stress (MPa)	Safety Factor	SF/Mass ( $g^{-1}$ )
A	286.51	$4.64 \cdot 10^{-5}$	$-3.2821 \cdot 10^{-5}$	1.7547	239.36	0.84
Δ	331.38	0.00376	$-2.3276 \cdot 10^{-3}$	311.38	1.7977	0.0054

Η γεωμετρία A επικρατεί και πάλι. Η αύξηση της συγκέντρωσης τάσεων στη γεωμετρία Δ δικαιολογείται από την καμπυλωτή ένωση των απομακρυσμένων σημείων της, η οποία αυξάνει τις καμπτικές ροπές καθώς η φόρτιση πλέον δεν είναι ομοαξονική του υλικού της κατασκευής. Σημειώνεται επίσης, ότι η αλλαγή σε αυτή τη γεωμετρία οδηγεί την κατασκευή σε αστοχία. Όταν δύο σημεία ενώνονται με το ευθύγραμμο τμήμα που τα ενώνει, τότε η μεταξύ τους απόσταση είναι ελάχιστη. Αν, αντιθέτως, ακολουθείται καμπύλη διαδρομή, τότε αυτή η απόσταση αυξάνεται. Συνεπώς, είναι περισσότερο το υλικό που χρειάζεται για την κατασκευή, και η μάζα αυξάνεται.

Η επικρατούσα γεωμετρία A, επιδέχεται διορθώσεις ως προς τρεις παραμέτρους. Την ακριβή θέση του κόμβου E στην κατασκευή, το πάχος στον άξονα-x και το πάχος στον άξονα-z.



Εικόνα 36: Απεικόνιση της γεωμετρίας με τα απομακρυσμένα σημεία, και τον κόμβο E.



Εικόνα 37: Μεγέθυνση στους άξονες, για να γίνει κατανοητή η βελτιστοποίηση της γεωμετρίας.

**Θέση κόμβου E:** Η βελτιστοποίηση γίνεται με βάση τα αποτελέσματα της επίλυσης, με μοναδική παράμετρο τη θέση του κόμβου E. Ορίζονται η οριζόντια απόσταση (horizontal) του κόμβου E από το Remote Point C, και η κάθετη (vertical) από το Remote Point A. Με αλλαγές σε αυτές τις δύο αποστάσεις ορίζονται οι συντεταγμένες του κόμβου E. Οι τελικές συντεταγμένες βρέθηκαν έπειτα από πληθώρα πειραμάτων, ανάλυσης των αποτελεσμάτων και συνεχή ανατροφοδότηση. Παρουσιάζονται ενδεικτικά:

Πίνακας 17: Αποτελέσματα επίλυσης αναφορικά με τη θέση του κόμβου E.

Θέση κόμβου	Mass(g)	Total Deformation(m)	Dir. Deformation y-axis(m)	Von Mises Stress (MPa)	Safety Factor	SF/Mass (g <sup>-1</sup> )
Ver:4 Hor:9	286.51	3.30*10 <sup>-5</sup>	-3.2822*10 <sup>-5</sup>	1.7306	242.69	0.8471
Ver:4 Hor:7	285.63	3.01*10 <sup>-5</sup>	-2.9958*10 <sup>-5</sup>	1.4907	281.75	0.9864
Ver:4 Hor:4.75	285.43	2.72*10 <sup>-5</sup>	-2.6938*10 <sup>-5</sup>	1.4970	280.56	0.9829
Ver:4 Hor:4.6	285.45	2.70*10 <sup>-5</sup>	-2.6743*10 <sup>-5</sup>	1.3902	302.11	1.0584
Ver:5.85 Hor:4.6 (ευθύγραμμο τμήμα AD)	279.12	3.95*10 <sup>-5</sup>	-3.9315*10 <sup>-5</sup>	1.7335	242.28	0.8680
Ver:3.1 Hor:4.6	288.44	2.31*10 <sup>-5</sup>	-2.2897*10 <sup>-5</sup>	1.3813	304.06	1.0542
Ver:3 Hor:4.6	288.97	2.28*10 <sup>-5</sup>	-2.2532*10 <sup>-5</sup>	1.3420	312.97	1.0831

Ο λόγος παράγοντα ασφαλείας ως προς τη μάζα της κατασκευής καθορίζει τη βέλτιστη θέση του κόμβου E. Η μέγιστη τιμή αυτού του λόγου λαμβάνεται όταν αυτός απέχει κατακόρυφη απόσταση από το Remote Point A ίση με 3cm, και ταυτόχρονα οριζόντια απόσταση από το Remote Point C ίση με 4.6cm. Με βάση αυτή τη γεωμετρία, προχωράμε για τις αναλύσεις όπου παράμετρος είναι το πάχος.

#### Πάχος στον άξονα-x:

Πίνακας 18: Αποτέλεσμα επίλυσης αναφορικά με το πάχος της γεωμετρίας στον άξονα-x.

Πάχος x-axis (cm)	Mass(g)	Total Deformation(m)	Dir. Deformation y-axis(m)	Von Mises Stress (MPa)	Safety Factor	SF/Mass (g <sup>-1</sup> )
1.1	317.87	2.14*10 <sup>-5</sup>	-2.0908*10 <sup>-5</sup>	1.3509	310.90	0.9781
1	288.97	2.28*10 <sup>-5</sup>	-2.2532*10 <sup>-5</sup>	1.3420	312.97	1.0831
0.9	260.08	2.63*10 <sup>-5</sup>	-2.5586*10 <sup>-5</sup>	1.6239	258.64	0.9945

Πιο ασφαλής και αποδοτική η γεωμετρία με πάχος στον άξονα-x ίσο με 1cm.

### Πάχος στον άξονα-z:

Πίνακας 19: Αποτέλεσμα επίλυσης αναφορικά με το πάχος της γεωμετρίας στον άξονα-z.

Πάχος z-axis (cm)	Mass(g)	Total Deformation(m)	Dir. Deformation y-axis(m)	Von Mises Stress (MPa)	Safety Factor	SF/Mass (g <sup>-1</sup> )
0.6	267.04	2.44*10 <sup>-5</sup>	-2.5861*10 <sup>-5</sup>	1.5739	266.85	0.9993
0.65	288.97	2.28*10 <sup>-5</sup>	-2.2532*10 <sup>-5</sup>	1.3420	312.97	1.0831
0.7	310.67	2.09*10 <sup>-5</sup>	-2.054*10 <sup>-5</sup>	1.2442	337.57	1.0866
0.75	332.30	1.95*10 <sup>-5</sup>	-1.9017*10 <sup>-5</sup>	1.6984	247.29	0.7442

Παρατηρείται πως ο λόγος SF/Mass είναι μέγιστος στη διαμόρφωση με πάχος στον z-άξονα ίσο με 0.7cm. Όμως, η διαφορά σε αυτό τον λόγο συγκριτικά με τα σχεδόν 22 κιλά περισσότερο βάρος συγκριτικά με τη γεωμετρία με πάχος 0.65cm, οδηγεί στην τελική επιλογή της δεύτερης, καθώς στόχος αποτελεί το όσο δυνατόν μικρότερο βάρος της κατασκευής.

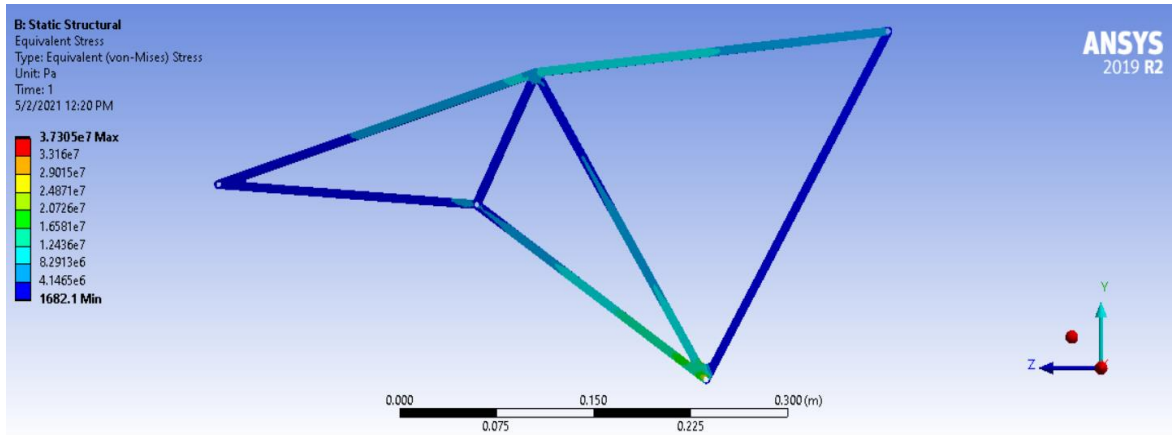
### 2.3.6. Βέλτιστη Διαμόρφωση Μεταλλικής Βάσης

Συνοψίζοντας, η βέλτιστη κατασκευή έχει τα εξής χαρακτηριστικά. Ως προς την αρχική διαμόρφωση είναι παρόμοια της γεωμετρίας A (Σελ. 36). Ως προς τη θέση του κόμβου E, αυτός απέχει απόσταση από το απομακρυσμένο σημείο A (Remote Point A) κατακόρυφα ίση με 3 cm, και από το Remote Point C οριζόντια ίση με 4.6 cm. Γενικότερα, γίνεται η επιλογή ομοιόμορφου πάχους της κατασκευής, καθώς είναι και πιο προσιτό κατασκευαστικά, αλλά και υπολογιστικά οικονομικότερο. Το πάχος της γεωμετρίας στον άξονα-x είναι 1 cm και στον -z 0.65 cm. Παρακάτω, παρουσιάζονται τα συνολικά αποτελέσματα της επίλυσης για τη διαμήκη φόρτιση (longitudinal loads), ως προς την οποία έγινε η βελτιστοποίηση, αλλά και τα αποτελέσματα όταν προστίθεται και η κάθετη/εγκάρσια φόρτιση (lateral loads) που δέχεται το μονοθέσιο όταν κινείται σε στροφή, για να διαπιστωθεί η αξιοπιστία της κατασκευής σε αστοχία σε κάθε πιθανή στατική φόρτιση που δέχεται. Τέλος, παρουσιάζεται η κατανομή των τάσεων και της ολικής παραμόρφωσης σε γραφική αναπαράσταση (contour plot) της γεωμετρίας.

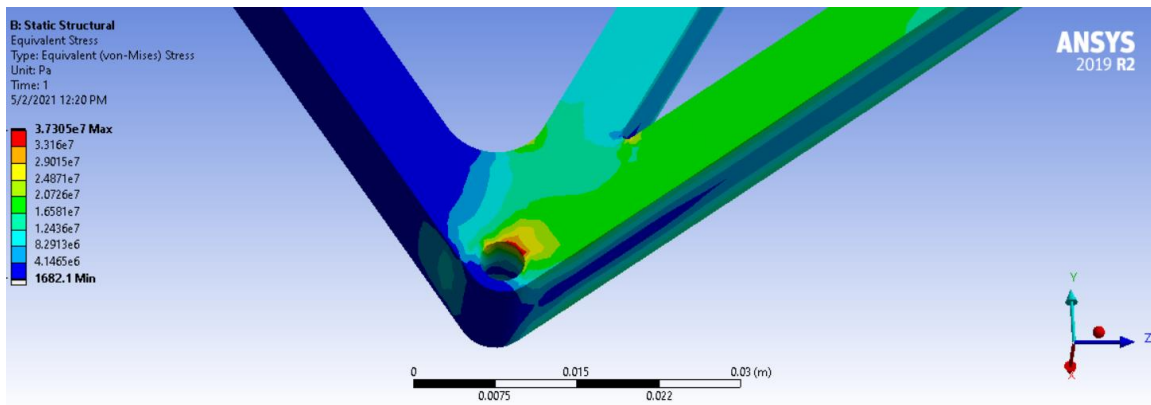
Πίνακας 20: Ολικά αποτελέσματα επίλυσης στις συνθήκες φόρτισης της βέλτιστης γεωμετρίας από AI-7075T6.

Φόρτιση	Mass(g)	Von Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Tot. Def.(m)	Dir. Def(m)	Safety Factor	SF/g
διαμήκης	288.97	1.3420	1.7205	-8.23*10 <sup>5</sup>	2.28*10 <sup>-5</sup>	-2.2532*10 <sup>-5</sup>	337.57	1.0866
διαμήκης + εγκάρσια	288.97	37.305	49.255	-2.08*10 <sup>7</sup>	255.59*10 <sup>-5</sup>	-2.7416*10 <sup>-7</sup>	11.26	0.0390

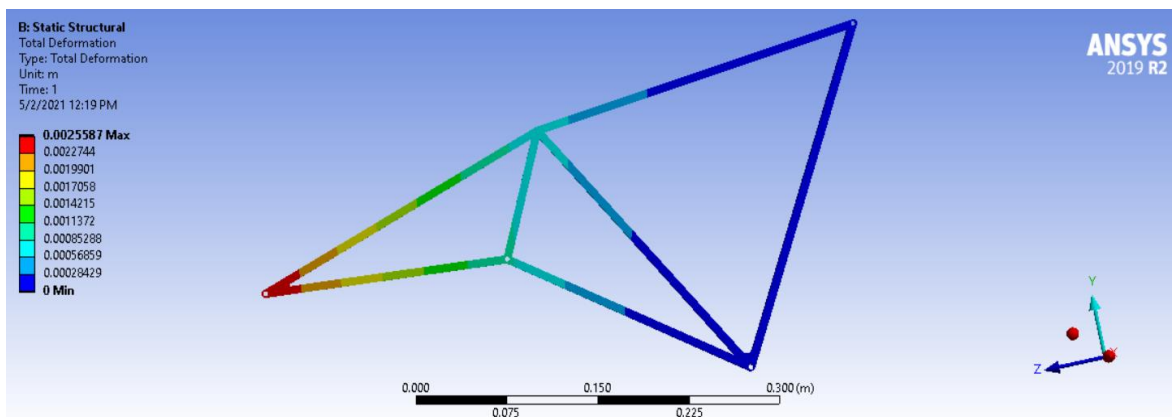
Η γεωμετρία είναι ασφαλής και με τη συνολική φόρτιση (διαμήκη και πλευρική) και γίνεται δεκτή.



Εικόνα 38: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής των τάσεων στη βέλτιστη γεωμετρία από Al-7075T6.



Εικόνα 39: Σημείο εμφάνισης μέγιστης τάσης στη βέλτιστη γεωμετρία από Al-7075T6. Μεγέθυνση στο απομακρυσμένο σημείο B.



Εικόνα 40: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής των ολικών παραμορφώσεων στη βέλτιστη γεωμετρία από Al-7075T6.



## 2.4. Σύγκριση Σύνθετη-Μεταλλική Βάση

Πίνακας 21: Συνολικά αποτελέσματα βέλτιστων διαμορφώσεων Στατικής Ανάλυσης.

Γεωμετρία	Mass(g)	Von Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Tot. Def.(m)	Dir. Def(m)	Safety Factor	SF/g
Sandwich Composite (longitudinal load)	157.20	7.1066	5.5711	-3.1189	9.65 *10 <sup>-5</sup>	-3.8612 *10 <sup>-5</sup>	33.85	0.2153
Sandwich Composite (longitudinal+lateral load)	157.20	76.838	48.436	-30.258	374.15 *10 <sup>-5</sup>	-3.2851 *10 <sup>-5</sup>	3.41	0.0217
Al-7075T6 (longitudinal load)	288.97	1.3420	1.7205	-0.823	2.28 *10 <sup>-5</sup>	-2.2532 *10 <sup>-5</sup>	337.57	1.0866
Al-7075T6 (longitudinal+lateral load)	288.97	37.305	49.255	-20.8	255.59 *10 <sup>-5</sup>	-2.7416 *10 <sup>-7</sup>	11.26	0.0390

Στην περίπτωση εφαρμογής του αεροπορικού κράματος αλουμινίου Al-7075T6 επιτεύχθηκαν οι εξής μεταβολές συγκριτικά με το σύνθετο, οι οποίες παρουσιάζονται με τη μορφή ποσοστιαίας μεταβολής π%.

$$\pi(\%) = \frac{Y_{Al} - Y_{CFRP}}{Y_{CFRP}} 100\% \quad 2.5$$

όπου:

Y: εξεταζόμενο μέγεθος

Πίνακας 22: Ποσοστιαία μεταβολή ζητούμενων επίλυσης με τη χρήση του αεροπορικού κράματος Al-7075T6 έναντι του συνθέτου.

Ποσοστιαία Μεταβολή	Mass(g)	Von Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Tot. Def.(m)	Dir. Def(m)	Safety Factor	SF/g
π(%)	+83.8	-51.4	+1.7	-31.3	-31.8	-16.5	+230.2	+79.7

Παρατηρούνται σημαντικές μειώσεις στις τάσεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή και στις αντίστοιχες παραμορφώσεις, γεγονός που είναι σημαντικό για κατασκευές που ενσωματώνονται σε μονοθέσια. Υπήρξε όμως και αύξηση στη μάζα κατά σχεδόν 84%, παρόλο που είναι εκτενής η χρήση ελαφρωμάτων σε σημεία της κατασκευής που η παρουσία του υλικού είναι περιττή, δηλαδή, ο σχεδιασμός των νέων γεωμετριών προέκυψε μέσα από παρατήρηση της κατανομής των τάσεων στην κατασκευή από τις προηγούμενες προσομοιώσεις, και την αφαίρεση υλικού όπου ήταν εφικτό. Στόχος της παρούσας Στατικής Ανάλυσης είναι η επιλογή μιας εκ των δύο

βάσεων (σύνθετης ή μεταλλικής), αλλά και η εύρεση των βέλτιστων αντίστοιχα διαμορφώσεων και η κατανόηση των πλεονεκτημάτων που προσφέρει η κάθε μία. Παρά τη μικρή μάζα και τις μικρές διατμητικές τάσεις που εμφανίζονται στη βάση από σύνθετο τύπου sandwich, η μεταλλική βάση υπερτερεί όσον αφορά το μέγεθος των τάσεων και των παραμορφώσεων που αναπτύσσονται σε αυτή. Επομένως, και με βασικό κριτήριο τον λόγο του παράγοντα ασφαλείας προς τη μάζα ( $SF/g$ ), τον οποίο η μεταλλική βάση αυξάνει κατά 80%, καταλήγουμε σε αυτή, ώστε να σχεδιαστούν οι βάσεις της πίσω πτέρυγας.

---

## 3. Δυναμική Ανάλυση

---

### 3.1. Θεωρητικό Υπόβαθρο

Τα φορτία που δέχεται μία κατασκευή χαρακτηρίζονται ως στατικά ή δυναμικά, δηλαδή σταθερά ή μεταβαλλόμενα με τον χρόνο. Εφόσον η Στατική Ανάλυση ολοκληρώθηκε, και τα δεδομένα της φόρτισης από τις δοκιμές στην πίστα της ομάδας PROM RACING είναι δυναμικά, γεννάται η ανάγκη ανάλυσης της δυναμικής απόκρισης της βέλτιστης κατασκευής, και η σύγκριση αυτής με τα στατικά αποτελέσματα.

Μία πραγματική κατασκευή αποτελεί ένα σύστημα με άπειρους βαθμούς ελευθερίας (degrees of freedom DOFs). Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων δίνει τη δυνατότητα διακριτοποίησης αυτών σε πεπερασμένο αριθμό, θεωρώντας πως η κίνηση του συστήματος μπορεί να περιγραφεί από έναν τελικά πεπερασμένο αριθμό εξισώσεων κίνησης στους κόμβους. Στη δυναμική ανάλυση, επομένως, η κίνηση αυτή εξαρτάται από τις αδρανειακές και ελαστικές ιδιότητες του συστήματος (μητρώο μάζας  $M$  και μητρώο δυσκαμψίας  $K$ ), από τις μορφές αντίστασης που εμφανίζονται που έχουν ως αποτέλεσμα την αφαίρεση μηχανικής ενέργειας (μητρώο απόσβεσης  $C$ ), τον τύπο της φόρτισης και την επιδιωκόμενη ακρίβεια.

Συνεπώς, η διαφορική εξίσωση που διέπει την κίνηση σε κάθε κόμβο έχει την εξής μορφή:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t) \quad 3.1$$

όπου:

$M$ : μητρώο μάζας

$C$ : μητρώο απόσβεσης

$K$ : μητρώο δυσκαμψίας

$f(t)$ : δυναμικό φορτίο

$u$ : η μετατόπιση του κόμβου

$\dot{u}$ : η ταχύτητα του κόμβου, ως 1<sup>η</sup> παράγωγος της μετατόπισης

$\ddot{u}$ : η επιτάχυνση του κόμβου, ως 2<sup>η</sup> παράγωγος της μετατόπισης

Η δυναμική απόκριση και οι δονήσεις παίζουν σημαντικό ρόλο στον σχεδιασμό μιας κατασκευής. Σοβαρά προβλήματα προκύπτουν από τις δονήσεις και τη δυναμική καταπόνηση μιας κατασκευής, όπως δυσλειτουργία, διαρροή και πλήρη μηχανική αστοχία. Ένα πολύ γνωστό τέτοιο παράδειγμα είναι η αστοχία μιας γέφυρας όταν βρίσκεται σε συντονισμό.



Εικόνα 41: Αστοχία λόγω συντονισμού της γέφυρας Τάκομα στις Η.Π.Α. το 1940.

Μια κατασκευή δονείται γύρω από τη θέση ισορροπίας της ανάλογα με το είδος του δυναμικού φορτίου που της ασκείται. Για τον λόγο αυτό, η δυναμική ανάλυση μιας κατασκευής χωρίζεται σε τρεις κατηγορίες:

1. Ιδιομορφική ανάλυση όταν  $f(t)=0$ .
2. Ανάλυση Φασματικής Απόκρισης όταν  $f(t)=F\sin(\omega t)$ , δηλαδή όταν η φόρτιση μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με τον χρόνο.
3. Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης όταν  $f(t)$  τυχαίο/αυθαίρετο.

Η ανάλυση δυναμικών συστημάτων γίνεται απλούστερη και συστηματική ακολουθώντας την εξής μεθοδολογία. Πρωτίστως γίνεται η Ιδιομορφική Ανάλυση, για τη χρήση των σημαντικών πληροφοριών που εξάγονται από αυτή στις αναλύσεις που προστίθεται και η φόρτιση (ημιτονοειδής ή τυχαία). Στην παρούσα μελέτη, το τυχαίο φορτίο της δειγματοληψίας θα διαχωριστεί αρχικά στα συμβαλλόμενα κύματα που το χαρακτηρίζουν, με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Fourier ώστε να είναι εφικτή η ανάλυση Φασματικής Απόκρισης. Ακολουθεί η Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης βασισμένη σε αραιώσεις αλλά και στην πλήρη δειγματοληψία, και τέλος γίνεται ολική σύγκριση μεταξύ των δυναμικών αναλύσεων, αλλά και της πλήρους δυναμικής με τη Στατική Ανάλυση.

### 3.2. Ιδιομορφική Ανάλυση (Modal Analysis)

#### 3.2.1. Ιδιοσυχνότητες και Ιδιομορφές

Η μελέτη της κίνησης τέτοιων συστημάτων, επίλυση της εξίσωσης 3.1, γίνεται απλούστερη με τη βοήθεια ορισμένων απλών κινήσεων ανεξάρτητων από την εξωτερική διέγερση του συστήματος. Οι κινήσεις αυτές προδιαγράφονται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος και υπολογίζονται με καθαρά αλγεβρικής φύσεως ανάλυση της προσομοίωσης του πραγματικού συστήματος. Για τον προσδιορισμό τους θεωρείται η απόσβεση του συστήματος μηδενική ( $C=0$ ), και ότι η ταλάντωση δεν οφείλεται σε εξωτερική διέγερση γνωστή κατά την αρχή της μέτρησης του χρόνου ταλάντωσης, δηλαδή το σύστημα βρίσκεται σε ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση (11). Έτσι, η εξίσωση 3.1 παίρνει τη μορφή:

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad 3.2$$

Θεωρώντας επίσης πως η μετατόπιση εξαρτάται αρμονικά με τον χρόνο, όπως σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, τότε:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} \sin(\omega t) \\ \dot{u} &= \omega \bar{u} \cos(\omega t) \\ \ddot{u} &= -\omega^2 \bar{u} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad 3.3$$

όπου:

$\bar{u}$ : το διάνυσμα του πλάτους της μετατόπισης του εκάστοτε κόμβου

Με απλή αντικατάσταση στην 3.2, προκύπτει:

$$\left[ K - \omega^2 M \right] \bar{u} = 0 \quad 3.4$$

Αυτή η εξίσωση αποτελεί τη γενικευμένη εξίσωση ιδιοτιμής (Eigenvalue Evaluation Problem EVP) (12), (11). Για να προκύπτει μη μηδενική λύση, δηλαδή σύστημα με κίνηση πρέπει  $\bar{u} \neq 0$  και η ορίζουσα:

$$\left| K - \omega^2 M \right| = 0 \quad 3.5$$

Αυτή είναι ένα  $n$ -οστής τάξης πολυώνυμο του  $\omega^2$ , οι ρίζες του οποίου ονομάζονται ιδιοτιμές  $\omega_i$  με  $i=1,2,\dots,n$  και  $n$ : το πλήθος των βαθμών ελευθερίας της διακριτοποιημένης κατασκευής. Οι ιδιοτιμές  $\omega_i$  ονομάζονται **φυσικές ή χαρακτηριστικές συχνότητες ή ιδιοσυχνότητες** του συστήματος με τη μικρότερη μη μηδενική από αυτές  $\omega_1$  να είναι η πρώτη ιδιοσυχνότητα. Αντίστοιχα, τα  $\bar{u}$  που ικανοποιούν την εξίσωση 3.4 για την εκάστοτε ιδιοσυχνότητα ονομάζονται **ιδιοδιανύσματα ή ιδιομορφές** του συστήματος. Ουσιαστικά, κάθε ιδιοσυχνότητα και ιδιομορφή ορίζει μια απλή αρμονική ταλάντωση του συστήματος, την ιδιοταλάντωση. Στις τεχνολογικές



Τονίζεται πως παράμετρος της Ιδιομορφικής Ανάλυσης δεν είναι η φόρτιση, αλλά μόνο οι στηρίξεις. Επομένως, ορίζονται επιπροσθέτως μόνο οι στηρίξεις στα απομακρυσμένα σημεία A και B.

Πίνακας 23: Ρυθμίσεις Ιδιομορφικής Ανάλυσης.

Options	
Max Modes to Find	8
Limit Search to Range	No
Solver Controls	
Damped	No
Solver Type	Program Controlled

Η μοναδική ρύθμιση που επιλέγεται είναι ο αριθμός των ιδιομορφών που θα υπολογιστούν. Το πλήθος των ιδιοσυχνοτήτων και τον ιδιομορφών είναι ίσο με το πλήθος των συνολικών βαθμών ελευθερίας του συστήματος. Ο επιλύτης ορίζεται να υπολογίζει τις πρώτες 8 ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές, δηλαδή τις 8 μικρότερες ιδιοσυχνότητες με αύξουσα σειρά, με την 1<sup>η</sup> να είναι η μικρότερη ιδιοσυχνότητα της κατασκευής.

Ως μοναδικό ζητούμενο επίλυσης ορίζεται η ολική παραμόρφωση (Total Deformation) της κάθε ιδιομορφής, κυρίως για να γίνει κατανοητός ποιοτικά ο τρόπος ταλάντωσης της όταν η συχνότητα φόρτισης συμπέσει με την εκάστοτε ιδιοσυχνότητα (**συντονισμός**).

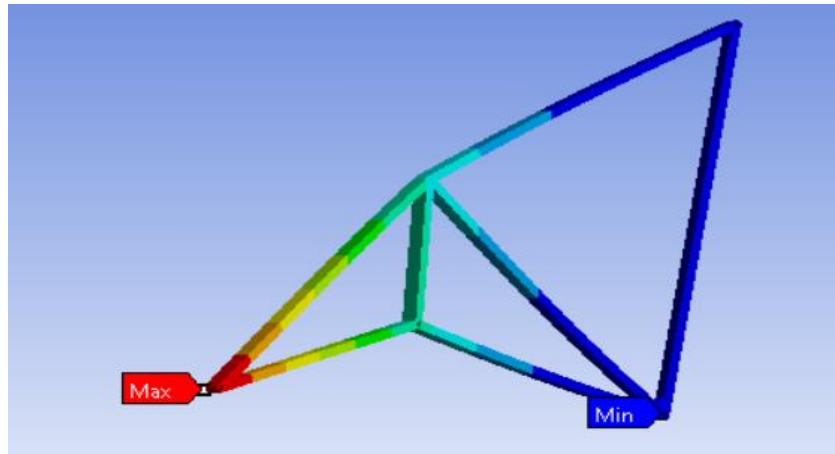
### 3.2.3. Ιδιομορφική Ανάλυση Βέλτιστης Μεταλλικής Βάσης

Τα αποτελέσματα της επίλυσης είναι τα εξής:

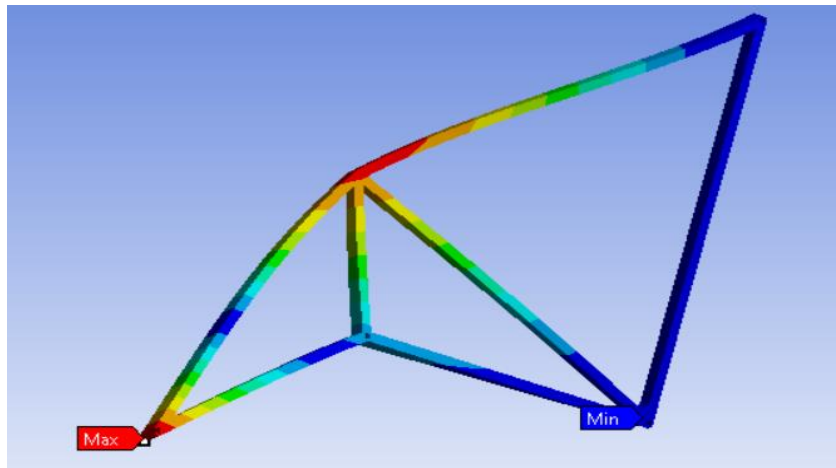
Πίνακας 24: Οι πρώτες 8 ιδιοσυχνότητες της κατασκευής.

Mode	<input checked="" type="checkbox"/> Frequency [Hz]
1.	45.348
2.	159.26
3.	364.46
4.	366.33
5.	422.3
6.	428.31
7.	526.88
8.	531.36

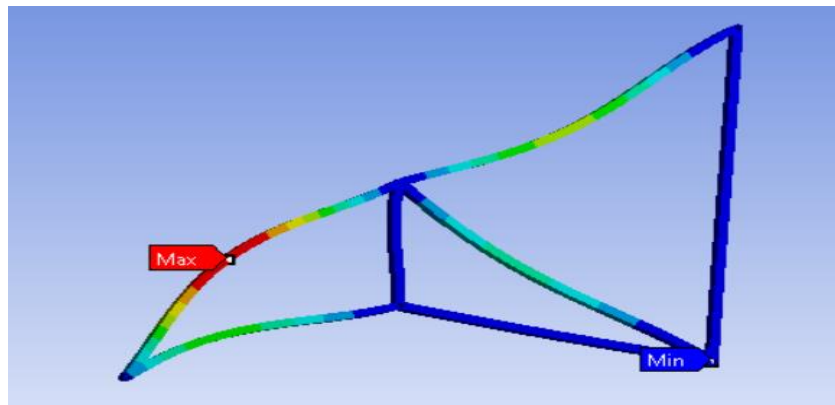
Και ενδεικτικά παρουσιάζονται γραφικές αναπαραστάσεις (contour plots) ολικής παραμόρφωσης των πρώτων τεσσάρων ιδιοσυχνοτήτων.



Εικόνα 44: Ιδιομορφή της 1ης ιδιοσυχνότητας της κατασκευής.

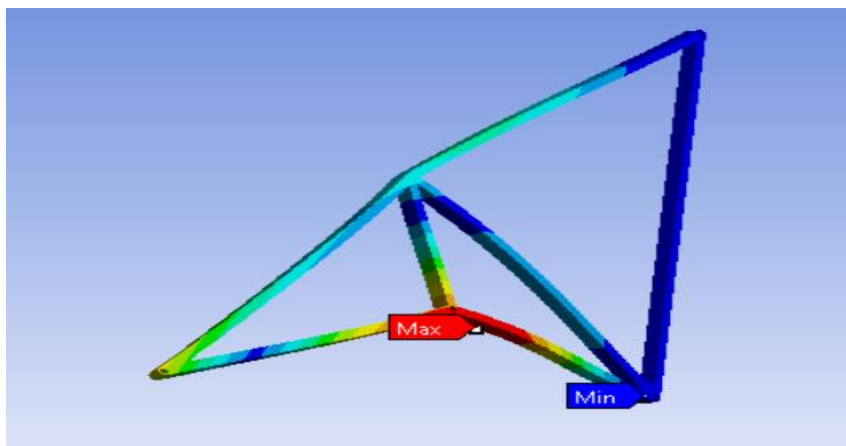


Εικόνα 45: Ιδιομορφή της 2ης ιδιοσυχνότητας της κατασκευής.



Εικόνα 46: Ιδιομορφή της 3ης ιδιοσυχνότητας της κατασκευής.





Εικόνα 47: Ιδιομορφή της 4ης ιδιοσυχνότητας της κατασκευής.

#### 3.2.4. Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Η απεικόνιση της παραμόρφωσης στην εκάστοτε ιδιομορφή δίνει τη δυνατότητα κατανόησης του είδους της φόρτισης που χρειάζεται για να προκληθεί μία τέτοια ταλάντωση στην κατασκευή. Για παράδειγμα, η 1<sup>η</sup> ιδιομορφή (Εικόνα 44) και η 2<sup>η</sup> (Εικόνα 45), φαίνεται ότι προκαλείται μόνο από πλευρική φόρτιση της κατασκευής. Όσο προχωράμε προς μεγαλύτερες ιδιοσυχνότητες παρατηρούνται διάφοροι συνδυασμοί διαμήκους και πλευρικής φόρτισης. Η Ιδιομορφική Ανάλυση γίνεται χρήσιμη όταν είναι γνωστή η συχνότητα της φόρτισης. Έτσι, υπολογίζονται οι ιδιοσυχνότητες της κατασκευής και πόσο μακριά βρίσκεται το σύστημα από το φαινόμενο του συντονισμού. Αν η συχνότητα της φόρτισης είναι πιθανό να γίνει ίση με μια εκ των ιδιοσυχνοτήτων, τότε το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μεγάλο και υπάρχει σοβαρός κίνδυνος αστοχίας.

#### 3.3. Πρόβλεψη Φόρτισης Στις Μεγαλύτερες Ταχύτητες

Οι δυνάμεις που προέκυψαν από τους αισθητήρες είναι δυναμικής φύσεως και αντιστοιχούν σε ταχύτητα του μονοθεσίου 45 km/h. Για την πραγματοποίηση της Στατικής Ανάλυσης, έγινε χρήση της μέγιστης τιμής των δεδομένων κάθετης δύναμης (downforce) και οπισθέλκουσας (drag). Όμως στην πραγματικότητα, ένα αγωνιστικό μονοθέσιο Formula Student έχει μέγιστη ταχύτητα τα 120 km/h. Αυτό σημαίνει πως για να γίνει μια αξιόπιστη ανάλυση, πέραν του ότι αυτή χρειάζεται αν είναι δυναμικής φύσεως, χρειάζεται επίσης να είναι ασφαλής και για την μέγιστη ταχύτητα. Όπως ήδη δείξαμε στο κεφάλαιο της αεροδυναμικής οι δυνάμεις είναι ανάλογες του τετραγώνου της ταχύτητας. Πιο συγκεκριμένα, για την κάθετη δύναμη:

$$L = c_l \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \quad 3.6$$

Συνεπώς, αν χρειάζεται να γίνει πρόβλεψη για μεγαλύτερη ταχύτητα  $V'$ , τότε:

$$\frac{L'}{L} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \quad 3.7$$

Και για ενδεικτικές ταχύτητες προκύπτει ότι:

Πίνακας 25: Πρόβλεψη δυνάμεων σε μεγαλύτερες ταχύτητες.

Ταχύτητα(km/h)	Downforce per Remote Point (N)	Drag per Remote Point (N)
45	21.0927	8.7886
60	37.1981	15.6242
80	66.6634	27.7764
100	104.1615	43.4006
120	149.9926	62.4970

Και σε διαγραμματική μορφή, για να γίνει επαλήθευση της πρόβλεψης αυτής με άλλες βιβλιογραφικές πηγές.

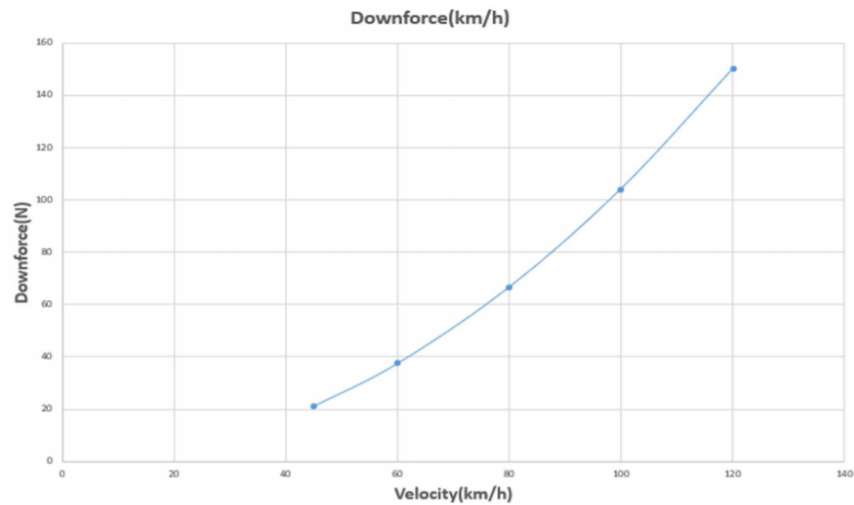


Figure 9: Πρόβλεψη κάθετης δύναμης συναρτήσει της ταχύτητας.

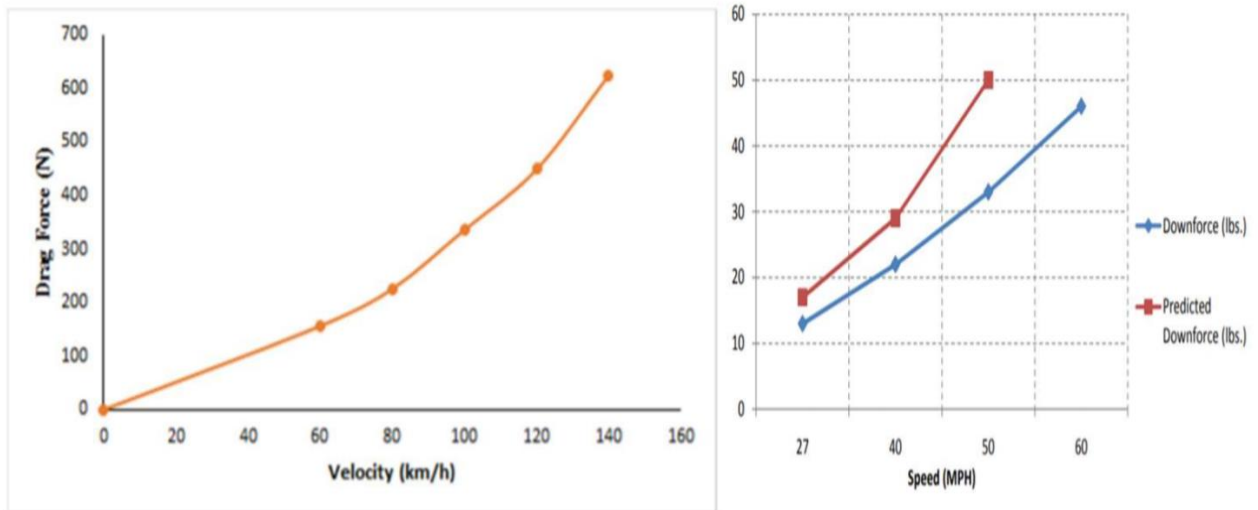


Figure 10: επαλήθευση με βιβλιογραφικά δεδομένα από on-track δοκιμές, δοκιμές σε τούνελ και CFD αναλύσεις (13).

### 3.4. Ανάλυση Φασματικής Απόκρισης (Harmonic Response Analysis)

Στο θεωρητικό κομμάτι της Ιδιομορφικής Ανάλυσης έγινε η υπόθεση απλής αρμονικής ταλάντωσης χωρίς φαινόμενα απόσβεσης. Στην πραγματικότητα όμως, υπάρχει αντίσταση στη κίνηση ενός ταλαντωτή με διάφορους τρόπους ανάλογα με το περιβάλλον λειτουργίας (π.χ. η αντίσταση που προσφέρει ο αέρας ενάντια της κίνησης). Αυτή η αντίσταση μειώνει τη συνολική μηχανική ενέργεια του συστήματος, και συμβαίνει το φαινόμενο της απόσβεσης (damping). Πριν παρουσιαστεί η ανάλυση της Φασματικής Απόκρισης και της Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης, χρειάζεται να γίνει κατανοητός αυτός ο όρος που συμμετέχει στις εκάστοτε διαφορικές εξισώσεις συνέχειας, η απόσβεση C.

Έστω, πλέον, ένα σύστημα που εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση, αλλά τώρα υπάρχει και απόσβεση της ενέργειας. Το φαινόμενο αυτό υπακούει στην ομογενή διαφορική εξίσωση:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = 0 \quad 3.8$$

Η απόκριση αυτής της εξίσωσης μπορεί να λυθεί απλά υποθέτοντας λύση  $u = Ae^{st}$ , και δίνει ως λύση: (14)

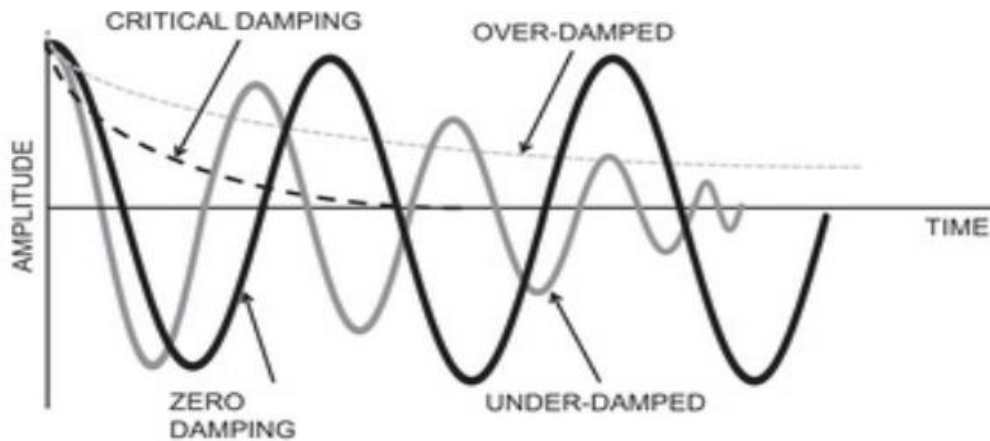
$$s_{1,2} = -\zeta\omega \pm \omega\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad 3.9$$

όπου:

$\zeta$ : λόγος απόσβεσης  $\frac{c}{c_c}$ , με  $c_c$  την κρίσιμη τιμή απόσβεσης  $c_c = 2m\omega$

Συνεπώς, η απόκριση του συστήματος κατά την ταλάντωση έχει φανερή εξάρτηση από τον λόγο απόσβεσης  $\zeta$  (Εικόνα 48).

- $\zeta < 1$ , η απόσβεση είναι μικρότερη από την κρίσιμη, η απόκριση της μετατόπισης φτάνει ταχύτερα στο μηδέν αλλά συνεχίζει να ταλαντώνεται (under damped).
- $\zeta = 1 \rightarrow$  κρίσιμη τιμή απόσβεσης, αποτελεί το όριο περιοδικής κίνησης. Η μετατόπιση φτάνει στο σημείο ισορροπίας στο πιο σύντομο πιθανό χρόνο (critical damping).
- $\zeta > 1$ , φτάνει πιο αργά στο σημείο ισορροπίας και συνεχίζει να ταλαντώνεται ή δε φτάνει καθόλου (over damped).



Εικόνα 48: Η απόκριση συναρτήσει του συντελεστή απόσβεσης.

Η απόσβεση και γενικότερα η σωστή δυναμική απόκριση παίζει σημαντικό ρόλο στην ανάλυση κατασκευών που δέχονται δυναμικά φορτία, πόσο μάλλον σε εφαρμογές μηχανοκίνητου αθλητισμού που η ισορροπία είναι ζητούμενο.

Στην ανάλυση Φασματικής Απόκρισης (Harmonic Response Analysis), η διαφορική εξίσωση κίνησης παίρνει τη μορφή:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F \sin(\omega t) \quad 3.10$$

Πιο συγκεκριμένα, αναλύεται η απόκριση της κατασκευής σε ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενη φόρτιση. Η επίλυση της 3.10 δίνει:

$$u = \frac{F/k}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \sin(\omega t - \theta)$$

$$\theta = \arctan \left( \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right)$$

3.11

όπου:

F: πλάτος της φόρτισης

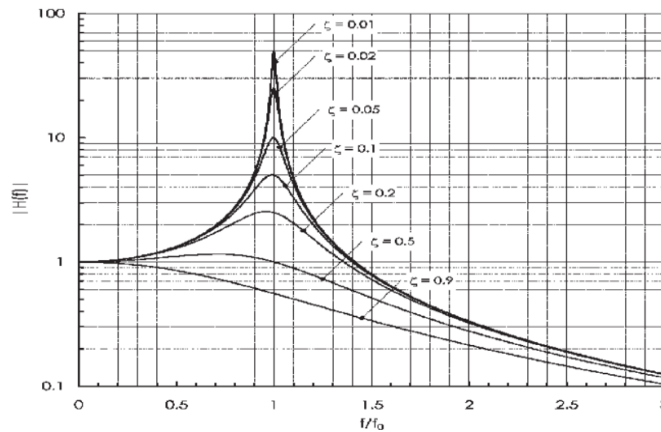
k: δυσκαμψία

ζ: λόγος απόσβεσης

ω: κυκλική συχνότητα φόρτισης

ω<sub>n</sub>: ιδιοσυχνότητα

Και σχηματικά:



Εικόνα 49: Σχηματική απεικόνιση της απόκρισης ταλαντωτή.

Υπάρχουν τρεις οριακές συνθήκες συχνοτήτων, στις οποίες το σύστημα αποκρίνεται με αυτόν τον τρόπο:

$$u \approx \frac{F}{k} \sin(\omega t) \quad [\omega \ll \omega_n]$$

$$u = \frac{F \cos(\omega_n t)}{c \omega_n} \quad [\omega = \omega_n]$$

$$u = \frac{F \sin(\omega t)}{m \omega^2} \quad [\omega \gg \omega_n]$$

3.12

Στη 1<sup>η</sup> περίπτωση ( $\omega \ll \omega_n$ ) το σύστημα εξαρτάται από τη δυσκαμψία του (stiffness dependent), και συμπεριφέρεται ως ελατήριο. Στη 2<sup>η</sup>, ( $\omega = \omega_n$ ) πλησίον δηλαδή της ιδιοσυχνότητας, η

εξάρτηση από την απόσβεση είναι φανερή (damping dependent), και στη 3<sup>η</sup> ( $\omega \gg \omega_n$ ) μεγάλη είναι η εξάρτηση από τη μάζα (mass controlled) (15).

Παρατηρείται επίσης και από την Εικόνα 49 πως απόσβεση σε σύστημα που λειτουργεί σε συχνότητες μακριά από τις ιδιοσυχνότητες δεν έχει νόημα. Μπορεί επίσης κανείς να φανταστεί ότι σε μια κατασκευή με πολλές ιδιοσυχνότητες, η απεικόνιση της απόκρισης θα αποτελείται από επαναλαμβανόμενα τέτοια όρη.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων λύνει τη διαφορική εξίσωση κίνησης της Φασματικής απόκρισης με δύο τρόπους. Είτε λύνοντας την εξίσωση 3.11 σε κάθε κόμβο, ή με άμεση επίλυση της διαφορικής 3.10 χρησιμοποιώντας μιγαδικούς δείκτες θεωρώντας πως  $u = \bar{u}e^{i\omega t}$ , άρα:

$$\left[ K + i\omega C - \omega^2 M \right] \bar{u} = \bar{F} \quad 3.13$$

Αυτή η προσέγγιση όμως, είναι υπολογιστικά κοστοβόρα για μεγάλα συστήματα, ενώ και η αντιστροφή του μητρώου-συντελεστή της μετατόπισης συνεπάγεται πολλά σφάλματα αν η συχνότητα είναι κοντά στην ιδιοσυχνότητα. Αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιείται συχνά όταν το σύστημα εξισώσεων είναι μικρό και ταυτόχρονα είναι ήδη γνωστό πως η συχνότητα φόρτισης είναι μακριά από τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής.

### 3.4.1. Φόρτιση

Η δειγματοληψία από τις δοκιμές της ομάδας PROM RACING, δίνει ολοκληρωτικά αυθαίρετη φόρτιση (transient). Για να πραγματοποιηθεί η ανάλυση Φασματικής Απόκρισης, απαιτείται η εξαγωγή των κύριων κυμάτων ημιτονοειδούς μορφής που αποτελούν την τελική φόρτιση από το ίδιο το σήμα της τελικής φόρτισης. Για την επίτευξη αυτού του σκοπού γίνεται χρήση του μετασχηματισμού Fourier.

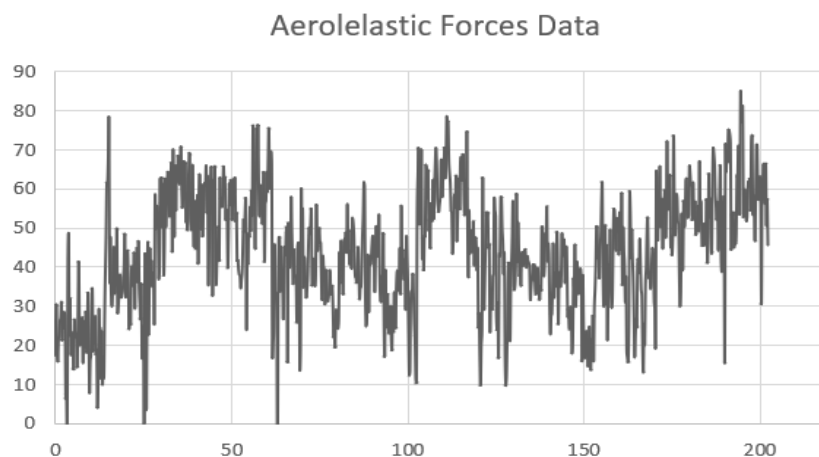


Figure 11: Τα δεδομένα για το μέτρο της κάθετης δύναμης που προέκυψαν από τους αισθητήρες.

### 3.4.2. Μετασχηματισμός Fourier

#### 3.4.2.1. Θεωρία

Ο **μετασχηματισμός Fourier** (Fourier Transform) είναι ένας μαθηματικός αντιστρεπτός μετασχηματισμός με πολλές εφαρμογές στη μηχανική. Ουσιαστικά μετατρέπει μία πραγματική **συνεχή** συνάρτηση  $f$  που βρίσκεται στο πεδίο του χρόνου, σε μια νέα μιγαδική συνάρτηση  $\hat{f}$  στο πεδίο των συχνοτήτων.

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad 3.14$$

Στα πλαίσια της μελέτης, είναι αναγκαίος ένας τέτοιος μετασχηματισμός διότι τα δεδομένα από τους αισθητήρες είναι στη μορφή δύναμης συναρτήσεως του χρόνου. Για να γίνει η ανάλυση Φασματικής Απόκρισης χρειάζεται τα δεδομένα αυτά να μεταφερθούν από το πεδίο του χρόνου σε αυτό των συχνοτήτων, ώστε να πραγματοποιηθεί η μετατροπή των δυνάμεων σε ημιτονοειδείς μορφές. Η δειγματοληψία όμως δεν αποτελεί μία συνεχή συνάρτηση, αλλά πεπερασμένα διακριτά σημεία συναρτήσεως του χρόνου. Το ανάλογο λοιπόν του συνεχή μετασχηματισμού Fourier είναι ο **Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (Discrete Fourier Transform ή DFT)**. Πιο συγκεκριμένα, μετασχηματίζει πεπερασμένες ακολουθίες πραγματικών ή μιγαδικών αριθμών (διακριτά σήματα) σε μιγαδικές ακολουθίες στο πεδίο των συχνοτήτων, οι οποίες διατηρούν όλη την πληροφορία του σήματος (16).

$$\hat{f}_k(\omega) = \sum_{m=0}^{N-1} f_m(t)e^{-i2\pi mk/N} \quad 3.15$$

Δηλαδή, έστω ότι το πλήθος των δειγμάτων είναι  $N$ , τότε ορίζεται μία θεμελιώδης συχνότητα  $e^{-2\pi i/N}$  χαρακτηριστική για δειγματοληψία πλήθους  $N$ , με  $i = \sqrt{-1}$ . Ο DFT, λοιπόν, αρχικά διαιρεί το πεδίο των συχνοτήτων με  $k=0$  για τη μικρότερη συχνότητα μέχρι και  $k=n$  για τη μεγαλύτερη, και ποσοτικοποιεί πόσο από κάθε συχνότητα είναι στο αρχικό σήμα αθροίζοντας σε όλα τα σημεία του δείγματος αλλάζοντας τους δείκτες στην 3.15 ανάλογα. Για να γίνει πιο κατανοητό, παρουσιάζεται ένα μικρό παράδειγμα για  $k=2$ :

$$\hat{f}_2(\omega) = f_0(t)e^{-i2\pi 0*2/N} + f_1(t)e^{-i2\pi 1*2/N} + \dots + f_{N-1}(t)e^{-i2\pi (N-1)*2/N}$$

Με αυτόν τον τρόπο ποσοτικοποιείται το σήμα σε κάθε συχνότητα, και μπορεί να βρεθεί ποια ή ποιες από αυτές κυριαρχούν. Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι μιγαδικός αριθμός, γι' αυτό υπολογίζεται το μέτρο και η φάση σε κάθε συχνότητα ως:

$$\begin{aligned} |\hat{f}_k(\omega)| &= \sqrt{\text{Re}(\hat{f}_k(\omega))^2 + \text{Im}(\hat{f}_k(\omega))^2} \\ \angle \hat{f}_k(\omega) &= \arctan\left(\frac{\text{Im}(\hat{f}_k(\omega))}{\text{Re}(\hat{f}_k(\omega))}\right) \end{aligned} \quad 3.16$$

### 3.4.2.2. Θεώρημα Nyquist

Η πιστή αναπαραγωγή του σήματος κατά τη μετατροπή από αναλογικό σε ψηφιακό αποτελεί σημαντικό κομμάτι στις αναλύσεις δυναμικής απόκρισης, και ιδιαίτερα στη συγκεκριμένη μελέτη όπου χρησιμοποιούνται δεδομένα αεροδυναμικής από δοκιμές στη πίστα ως είσοδος (input) για την επίλυση των επιμέρους διαφορικών εξισώσεων κίνησης της κατασκευής. Για να μεταφερθεί η πληροφορία με ορθό τρόπο, χρειάζεται η συχνότητα δειγματοληψίας να έχει μία συγκεκριμένη τιμή. Αυτήν την τιμή ορίζει το θεώρημα Nyquist-Shannon. Πιο συγκεκριμένα, το θεώρημα Nyquist ορίζει μία τιμή συχνότητας δειγματοληψίας ώστε να μη χάνεται πληροφορία. Η συχνότητα αυτή πρέπει να είναι διπλάσια της μέγιστης συχνότητας του σήματος που μελετάται.

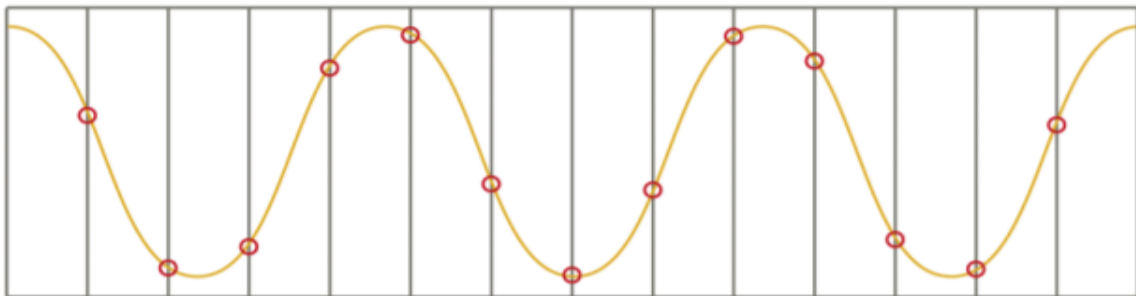
$$f_{\text{sampling}} \geq 2f_{\text{max}} \quad 3.17$$

Μόνο σε αυτή την περίπτωση μπορεί να γίνει πιστή αναπαραγωγή του πραγματικού σήματος από το ψηφιακό. Εναλλακτικά, μπορεί να οριστεί η συχνότητα Nyquist:

$$f_{\text{Nyquist}} \geq \frac{1}{2} f_{\text{sampling}} \quad 3.18$$

Οποιοδήποτε, λοιπόν, σήμα που περιέχει συχνότητες μεγαλύτερες της συχνότητας Nyquist, δε μπορεί να αναπαραχθεί σωστά από τη δειγματοληψία, και παρουσιάζεται το φαινόμενο της υποδειγματοληψίας (undersampling). Αντίθετα, αν όλες οι συχνότητες του σήματος είναι κάτω από τη συχνότητα Nyquist, τότε το σήμα μπορεί να αναπαραχθεί πλήρως και παρουσιάζεται το φαινόμενο της υπερδειγματοληψίας (oversampling). Στην περίπτωση που ισχύει η ισότητα της 3.18, έχουμε το φαινόμενο της κρίσιμης δειγματοληψίας (critical sampling).

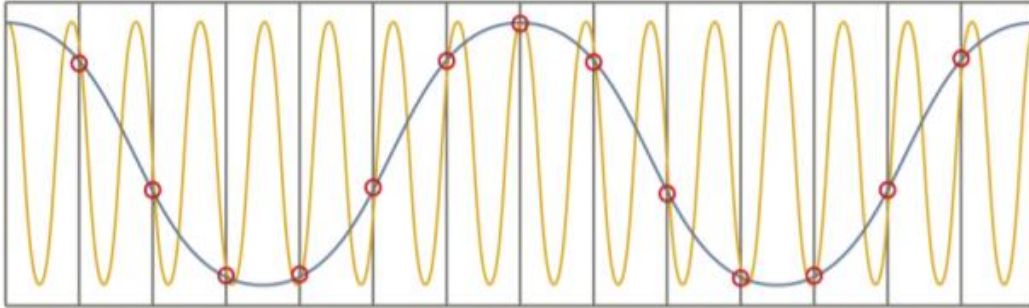
Για τη βαθύτερη κατανόηση των παραπάνω φαινομένων παρουσιάζεται μια σχηματική απεικόνιση.



Εικόνα 50: Σχηματική απεικόνιση υπερδειγματοληψίας.

Στην Εικόνα 50 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα υπερδειγματοληψίας. Το σήμα του εξεταζόμενου φαινομένου (κίτρινη γραμμή) μπορεί και αναπαρίσταται πλήρως από τη δειγματοληψία (κόκκινες κουκίδες) γιατί ισχύει το θεώρημα Nyquist. Σε αυτό το σημείο χρειάζεται προσοχή, καθώς λήψη δεδομένων με συχνότητα δειγματοληψίας αρκετά μεγαλύτερη από τη μέγιστη του σήματος οδηγεί μόνο σε άσκοπη κατανάλωση αποθηκευτικού χώρου.





Εικόνα 51: Σχηματική απεικόνιση φαινομένου υποδειγματοληψίας.

Εδώ, η συχνότητα δειγματοληψίας είναι μικρότερη της μέγιστης του σήματος. Είναι προφανές, πως η αναπαράσταση αυτή του σήματος δεν είναι καθόλου πιστή. Οι υψηλότερες συχνότητες αναπαρίστανται με πολύ χαμηλότερες, και έτσι αυξάνεται ο θόρυβος. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ψευδωνυμία (aliasing) ή απλώς αλλοίωση (17).

### 3.4.2.3. Αλγόριθμος σε περιβάλλον Python

Ο μετασχηματισμός Fourier γίνεται σε περιβάλλον Python. Συνοπτικά, λαμβάνεται το πυκνότερο κομμάτι της δειγματοληψίας (Figure 11) μέσω Excel, γίνεται η εύρεση των κυρίαρχων συχνοτήτων της φόρτισης μέσω του μετασχηματισμού στη Python και απομακρύνεται ο θόρυβος.

```

1 import pandas as pd
2 from matplotlib import pyplot as plt
3 import numpy as np
4
5 data=pd.read_excel(r'C:\Users\mar3m\Downloads\DataforPython2.xlsx')
6
7 dt=pd.DataFrame(data, columns=['t'])
8 t=dt.to_numpy()
9
10 df=pd.DataFrame(data, columns=['f'])
11 f=df.to_numpy()
12
13 dforces_to_time=pd.DataFrame(data, columns=['Forces'])
14 forces_to_time=dforces_to_time.to_numpy()
15
16
17 a=plt.plot(t,forces_to_time)
18 plt.title('Forces in time domain')
19 plt.xlabel('Time(s)')
20 plt.ylabel('Force(N)')
21 plt.show(a)
22
23 n=len(t)
24
25 forces_in_freq=np.fft.fftn(forces_to_time)
26
27 Magn=np.abs(forces_in_freq)*2/n
28 Magn[0]=0
29
30 b=plt.plot(f,Magn)
31 plt.title('Forces in frequency domain')
32 plt.xlabel('Frequency(Hz)')
33 plt.ylabel('Forces(N)')
34 plt.show(b)

```

Εικόνα 52: Αρχικό κομμάτι του αλγορίθμου.

```

36 cleaner=Magn>18
37 Magn_clean=cleaner*Magn
38 f_clean=cleaner*forces_in_freq
39
40 c=plt.plot(f,Magn_clean)
41 plt.xlabel('Frequency(Hz)')
42 plt.ylabel('Cleared Magnitude')
43 plt.show(c)
44
45
46 filtered_forces=np.fft.ifftn(f_clean)
47 filtro=np.abs(filtered_forces)
48 d=plt.plot(t,filtro)
49 plt.xlabel('Time(s)')
50 plt.ylabel('Filtered Forces(N)')
51 plt.show(d)
52
53 ab=np.where(Magn_clean>18)
54
55 frequencies_for_model=np.array([f[2], f[8], f[13], f[20],f[22], f[26], f[29]])
56 print(frequencies_for_model)
57
58 bc=np.angle(forces_in_freq)
59
60 cd=np.angle(forces_in_freq,deg=True)
61
62 angles_in_degrees=np.array([cd[2], cd[8], cd[13], cd[20],cd[22], cd[26], cd[29]])
63 print(angles_in_degrees)
64
65 amplitudes=np.array([Magn[2], Magn[8], Magn[13], Magn[20],Magn[22], Magn[26], Magn[29]])
66 print(amplitudes)
67

```

Εικόνα 53: Τελικό κομμάτι του αλγορίθμου.

### 3.4.3. Διαγράμματα Στο Πεδίο Των Συχνοτήτων

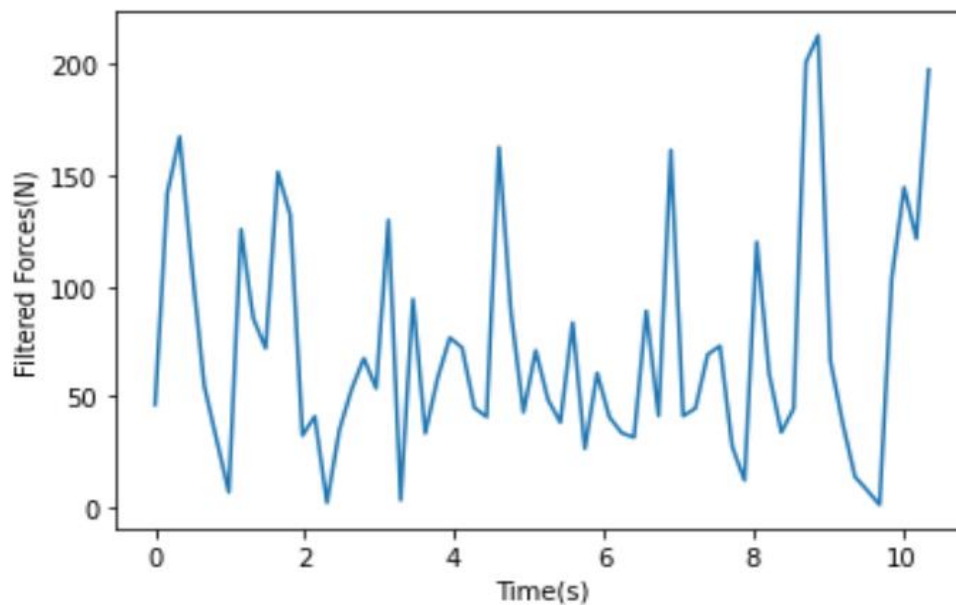


Figure 12: Λήψη δειγματοληψίας 64 σημείων.

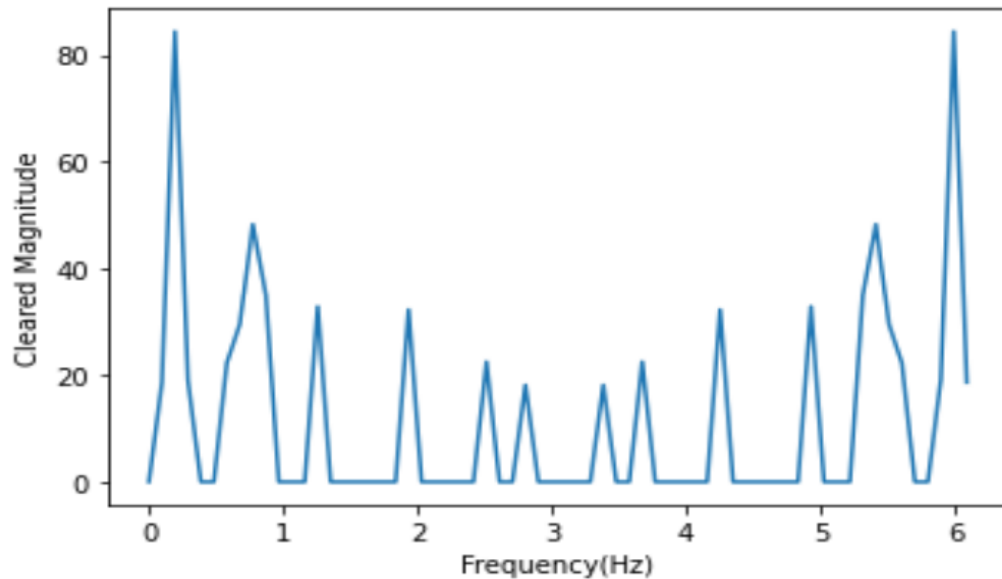


Figure 13: Τα αποτελέσματα στον τομέα των συχνοτήτων μετά τον μετασχηματισμό δειγματοληψίας με πλήθος 64 σημείων.

Αρχικά, σημειώνεται πως η μέση συχνότητα δειγματοληψίας είναι περίπου 6.5 Hz. Η μέγιστη συχνότητα φόρτισης που κυριαρχεί είναι στα 2.8 Hz, πράγμα που σημαίνει ότι πληροίται το θεώρημα Nyquist. Επίσης παρατηρείται μία συμμετρία στο διάγραμμα. Αυτό το φαινόμενο εξηγείται μαθηματικά, από την πραγματική υπόσταση του σήματος που λαμβάνεται. Η απόλυτη τιμή του μέτρου του μετασχηματισμού πραγματικού σήματος είναι πάντα συμμετρική. Αν το σήμα είχε και μιγαδικά στοιχεία, τότε δε θα υπήρχε αυτή η συμμετρία.

Η μέγιστη συχνότητα της φόρτισης είναι τα 2.8 Hz. Αυτή η συχνότητα είναι μία και δύο τάξεις μεγέθους μικρότερη των ιδιοσυχνοτήτων, πράγμα που σημαίνει ότι με την παρούσα φόρτιση, η κατασκευή δεν θα εμφανίσει συντονισμό.

#### 3.4.3.1. Εξισώσεις κυμάτων

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, για να πραγματοποιηθεί η ανάλυση Φασματικής Απόκρισης στηριζόμεστε στην ιδέα της συμβολής των κυμάτων. Πιο συγκεκριμένα, το σήμα του Figure 11 απορρέει από τα συμβαλλόμενα κύματα με συχνότητες τις συχνότητες  $f$  που υπερέχουν. Στο τελικό κομμάτι του αλγορίθμου γίνεται η εύρεση αυτών των συχνοτήτων, τα μέτρα των δυνάμεων σε αυτές (ή δηλαδή το πλάτος του κύματος)  $F = \frac{\sqrt{Re^2 + Im^2}}{N/2}$  και η διαφορά φάσης  $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{Im}{Re}\right)$ . Η συνολική εξίσωση του κάθε κύματος έχει τη μορφή:

$$x = F \sin(\omega t + \varphi)$$

3.19

όπου:

$\omega$ : γωνιακή συχνότητα =  $2\pi f$

Προκύπτουν τα εξής κυρίαρχα κύματα.

Πίνακας 26: Παρουσίαση συχνοτήτων, πλατών και διαφοράς φάσεων των συμβαλλόμενων κυμάτων για ταχύτητα  $v=120\text{km/h}$ .

Wave	Freq(Hz)	Phase(deg)	Downforce	Drag	(Lateral)=0.3*Downforce
1	0.19319938	-106.829366	21.09593255	9.589060251	6.328779766
2	0.77279753	-71.5571308	12.08787247	5.494487488	3.626361742
3	1.25579598	-106.585131	8.191868925	3.723576784	2.457560678
4	1.93199382	-89.1602213	8.045245145	3.656929611	2.413573544
5	2.1251932	3.31116978	4.205131163	1.911423256	1.261539349
6	2.51159196	-24.2373744	5.610904035	2.550410925	1.683271211
7	2.80139104	-9.63952806	4.52538305	2.056992295	1.357614915

Συμβαλλόμενα Κύματα

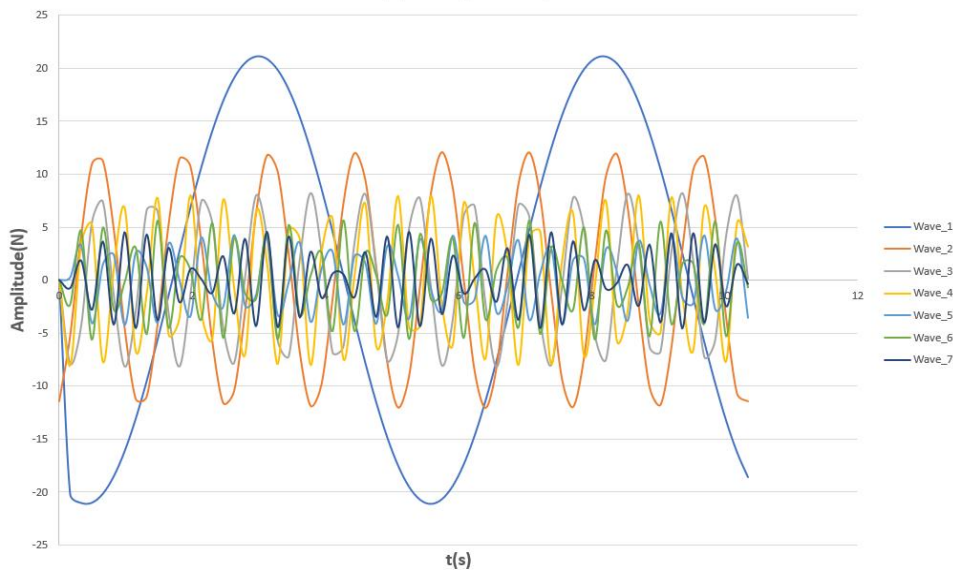
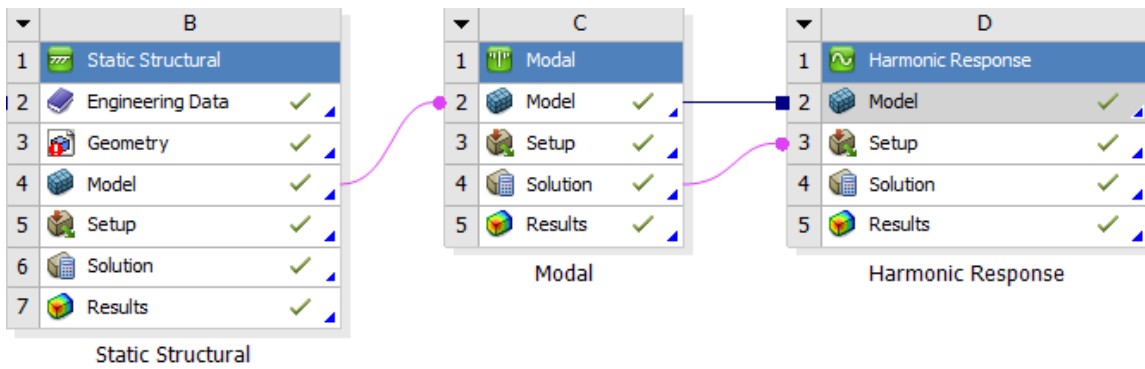


Figure 14: Γραφική Απεικόνιση των συμβαλλόμενων κυμάτων.

#### 3.4.4. Αριθμητικό Μοντέλο και Συνοριακές Συνθήκες

Αρχικά γίνεται σύνδεση της ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης με την Ιδιομορφική Ανάλυση (Harmonic Response). Πάλι, λοιπόν, μεταφέρονται αυτόματα οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού (Πίνακας 12), η γεωμετρία και τα απομακρυσμένα σημεία (Εικόνα 36), το πλέγμα διακριτοποίησης (Πίνακας 13) και οι στηρίξεις στα απομακρυσμένα σημεία A και B.



Εικόνα 54: Σύνδεση της ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης με την Ιδιομορφική Ανάλυση.

Η φόρτιση στην ανάλυση Φασματικής Απόκρισης έχει ημιτονοειδή μορφή κύματος. Ορίζεται το μέτρο και η διαφορά φάσης, και αναλύεται η απόκριση της κατασκευής σε ένα ορισμένο εύρος συχνοτήτων. Τα δεδομένα φόρτισης λαμβάνονται και η επίλυση γίνεται ξεχωριστά για κάθε κύμα του Πίνακας 26.

Details of "Remote Force"	
<b>Scope</b>	
Scoping Method	Remote Point
Remote Points	Remote Point 3(Static Structural)
Coordinate System	Global Coordinate System(Static Structural)
X Coordinate	5.e-003 m
Y Coordinate	1.1964e-002 m
Z Coordinate	5.8748e-002 m
Location	Click to Change
<b>Definition</b>	
Type	Remote Force
Define By	Components
<input type="checkbox"/> X Component	0. N
<input type="checkbox"/> Y Component	-21.096 N
<input type="checkbox"/> Z Component	9.5891 N
<input type="checkbox"/> X Phase Angle	0. °
<input type="checkbox"/> Y Phase Angle	-106.83 °
<input type="checkbox"/> Z Phase Angle	-106.83 °
Suppressed	No

Εικόνα 55: Εισαγωγή της φόρτισης του 1ου συμβαλλόμενου κύματος στην ανάλυση Φασματικής Απόκρισης.

### 3.4.5. Ρυθμίσεις Επίλυτη

Πίνακας 27: Λεπτομέρειες ρυθμίσεων ανάλυση Φασματικής Απόκρισης.

Options	
Frequency Spacing	Linear
<input type="checkbox"/> Range Minimum	0. Hz
<input type="checkbox"/> Range Maximum	600. Hz
Cluster Number	20
User Defined Frequencies	Off
Solution Method	Mode Superposition
Include Residual Vector	No
Cluster Results	Yes
Store Results At All Frequencies	Yes

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, εξετάζεται η απόκριση της κατασκευής σε ημιτονοειδή φόρτιση σε ένα ορισμένο εύρος συχνοτήτων. Η μέγιστη συχνότητα που ορίζεται είναι αυτή των 600Hz. Γενικά, ως μέγιστη συχνότητα του εύρους ορίζεται ως η τιμή της τελευταίας υπολογισμένης ιδιοσυχνότητας πολλαπλασιασμένη με τον συντελεστή 1.5 για να είναι ασφαλές το γεγονός ότι το εύρος των εξεταζόμενων συχνοτήτων ξεπερνάει το εύρος των ιδιοσυχνοτήτων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, και εφόσον είναι ήδη αποδεδειγμένο πως οι συχνότητες της φόρτισης είναι μία και δύο τάξεις μεγέθους μικρότερες των ιδιοσυχνοτήτων, κρίνεται χρήσιμο από άποψη υπολογιστικού χρόνου το όριο των 600Hz, που καλύπτει και την τελευταία υπολογισμένη ιδιοσυχνότητα ώστε να προκύψει καλύτερη ποιοτική ανάλυση της εκάστοτε φόρτισης.

Η μέθοδος επίλυσης είναι αυτή της υπέρθεσης ιδιομορφών (Mode Superposition Method-MSUP). Η απόκριση υπολογίζεται με γραμμικό συνδυασμό των ιδιοσυχνοτήτων που έχουν υπολογιστεί από την Ιδιομορφική Ανάλυση (Modal), γι' αυτό είναι και χρήσιμη η σύνδεση με αυτή, καθώς μειώνεται το υπολογιστικό κόστος.

Η επιλογή Cluster Number δίνει τη δυνατότητα συγκέντρωσης σημείων λύσης κοντά στις ιδιοσυχνότητες, ώστε να είναι ομαλότερη και ακριβέστερη η αποτύπωση της συμπεριφοράς κοντά σε αυτές. Ο αριθμός ορίζεται στην τιμή 20, και περιγράφει τον αριθμό των λύσεων γύρω από την ιδιοσυχνότητα.

### 3.4.6. Ζητούμενα Επίλυσης

Πέρα από τα ζητούμενα επίλυσης (2.2.2.2), συνηθίζεται στις αναλύσεις Φασματικής Απόκρισης να λαμβάνεται ένα διάγραμμα μιας ζητούμενης ποσότητας (η παραμόρφωση σε συγκεκριμένο άξονα ή η κύρια τάση) συναρτήσει της συχνότητας σε όλο το εύρος. Στην παρούσα ανάλυση, ζητούνται τα εξής:

- Frequency Response Directional Deformation σε κάθε άξονα
- Frequency Response Max Normal Stress y-axis
- Frequency Response Max Shear Stress yz

### 3.4.7. Αποτελέσματα Ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης Βέλτιστης Μεταλλικής Βάσης

Υπενθυμίζεται πως οι συχνότητες που μας απασχολούν στην παρούσα ανάλυση βρίσκονται στο εύρος 0-3 Hz. Επομένως, τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από την ανάλυση Φασματικής Απόκρισης στο ορισμένο εύρος συχνοτήτων παρουσιάζονται για ποιοτικούς σκοπούς, και επισημαίνεται η απόκριση του συστήματος πλησίον του συντονισμού. Ποσοτικά λαμβάνονται υπόψη μόνο τα αποτελέσματα στις συχνότητες φόρτισης.

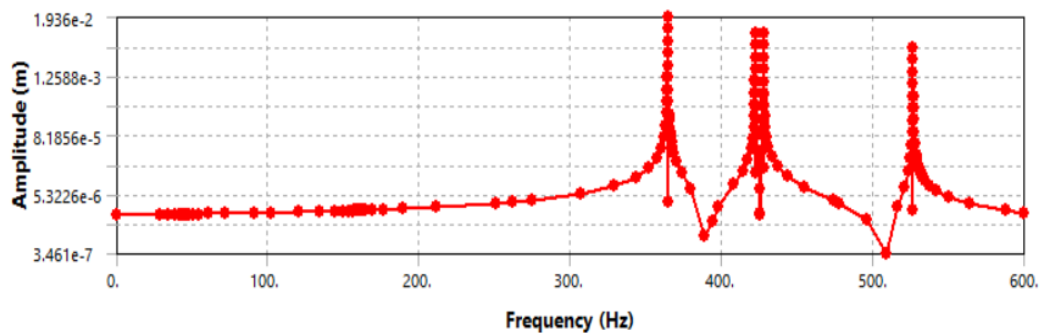


Figure 15: Απόκριση της παραμόρφωσης κατά τον άξονα-γ υπό τη διαμήκη φόρτιση του 1<sup>ου</sup> συμβαλλόμενου κύματος στο απομακρυσμένο σημείο D.

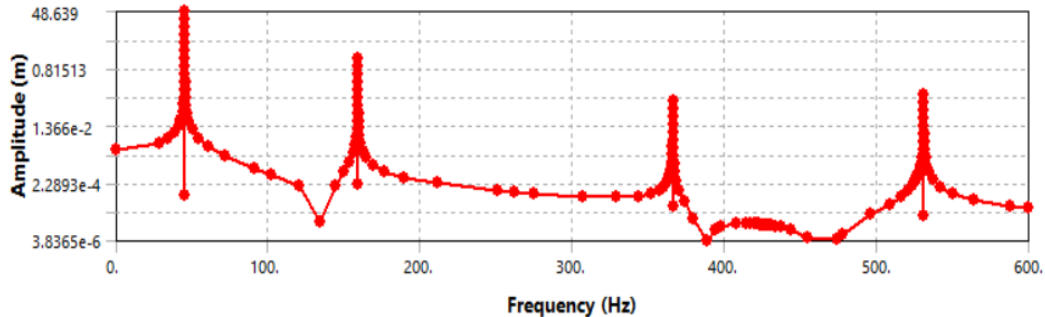


Figure 16: Απόκριση της παραμόρφωσης κατά τον άξονα-x υπό διαμήκη και πλευρική φόρτιση στο απομακρυσμένο σημείο D.

Στα Figure 15 και Figure 16 παρουσιάζεται η απόκριση της παραμόρφωσης στους εκάστοτε άξονες σε όλο το ορισμένο εύρος συχνοτήτων. Τα σημεία που εμφανίζονται οι υψηλές κορυφές στον άξονα του πλάτους της παραμόρφωσης, είναι τα σημεία που η συχνότητα της φόρτισης ισούται με κάποια ιδιοσυχνότητα της κατασκευής (Εικόνα 49). Όταν εξετάζεται μόνο η διαμήκης φόρτιση παρατηρείται ότι οι δύο πρώτες ιδιοσυχνότητες παραλείπονται, καθώς όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, αυτές ενεργοποιούνται μόνο στην πλευρική φόρτιση. Το πλάτος των κορυφών στον συντονισμό δεν απασχολεί την παρούσα μελέτη, καθώς οι συχνότητες της αεροδυναμικής φόρτισης έχουν μέγιστο τα 2.8 Hz.

Πίνακας 28: Αποτελέσματα ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης για τα συμβαλλόμενα κυρίαρχα κύματα που αποτελούν τη φόρτιση.

Wave	Von-Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Total Deformation (m)	Directional Deformation y-axis (m)
1	0.993	0.618	0.618	5.10E-06	-5.32E-06
2	0.622	0.702	0.345	3.19E-06	-2.14E-06
3	0.380	0.236	0.211	1.95E-06	-1.31E-06
4	0.019	0.022	0.011	9.85E-08	-6.59E-08
5	0.683	0.770	0.379	3.51E-06	-2.35E-06
6	0.832	0.939	0.461	4.27E-06	-2.86E-06
7	0.726	0.818	0.402	3.73E-06	-2.50E-06
<b>SUM</b>	<b>4.3</b>	<b>4.1</b>	<b>2.4</b>	<b>2.19E-05</b>	<b>-1.46E-05</b>

### 3.4.8. Συμπεράσματα

Η ανάλυση Φασματικής Απόκρισης στηρίζεται στο φαινόμενο της συμβολής των κυμάτων. Οι συχνότητες της φόρτισης που κυριαρχούν βρέθηκαν μέσω του μετασχηματισμού Fourier, και έγινε εξαγωγή των εξισώσεων των συμβαλλόμενων κυμάτων στην ολική φόρτιση. Η παραδοχή ότι η τυχαία φόρτιση του Figure 11 μπορεί να αναλυθεί με μια σειρά από ημιτονοειδή κύματα, προσδίδει αμέσως σφάλματα, όμως αποτελεί στόχο της ανάλυσης η εύρεση της αξιοπιστίας μιας τέτοιας δυναμικής ανάλυσης και η απόκλιση της από την πραγματικότητα. Τα κύματα που βρέθηκαν έχουν μεταξύ τους διαφορά φάσεων. Όμως, για να γίνει η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων θα ληφθεί υπόψη η πιο επικίνδυνη περίπτωση, στην οποία οι διαφορές φάσεων παραλείπονται και η συνολική απόκριση λαμβάνεται από το αλγεβρικό άθροισμα των πλατών των μεγεθών της επίλυσης.

Πίνακας 29: Συνολικά αποτελέσματα ανάλυσης Φασματικής Απόκρισης.

Von-Mises (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Total Deformation (m)	Directional Deformation y-axis (m)	Safety Factor	Sf/g
4.26	4.1	2.4	2.19 e-05	-1.46 e-05	98.59	0.3411

Η ανάλυση έγινε για τη διαμήκη φόρτιση για ταχύτητα μονοθεσίου τα 120 km/h. Με βάση αυτά, παρατηρείται πως ο παράγοντας ασφαλείας είναι αρκετά μεγάλος. Αναφορικά και με τη Στατική ανάλυση στα 45 km/h, αναμενόταν μεγαλύτερη μείωση σε αυτόν καθώς η ταχύτητα που εξετάζεται είναι πολύ μεγαλύτερη, και δε δίνεται σημασία στις διαφορές φάσεων. Αναμένεται να γίνει ολική σύγκριση και με ολόκληρη την τυχαία μεταβαλλόμενη φόρτιση, και με τη Στατική σε αυτή τη ταχύτητα, ώστε να αποφασιστεί η αξιοπιστία της ανάλυσης φασματικής απόκρισης (3.6).



### 3.5. Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης (Transient Analysis)

Η ανάλυση της απόκρισης μίας κατασκευής υπό τυχαία μεταβαλλόμενη φόρτιση (Transient Structural Analysis) περιγράφεται από:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t) \quad 3.20$$

Με  $f(t)$  τη συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων, η οποία έχει τυχαία-ακανόνιστη μορφή. Οι αναλύσεις με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων, όπου η φόρτιση είναι «τυχαία», χωρίζονται σε δύο μεγάλης κατηγορίες. Η 1<sup>η</sup> κατηγορία είναι η Πεπλεγμένη Ανάλυση (Implicit), όπου σε αυτό το κεφάλαιο αυτή θα εξεταστεί, και η 2<sup>η</sup> είναι η Μη Πεπλεγμένη (Explicit). Κάθε κατηγορία έχει ξεχωριστή μεθοδολογία υπολογισμού της απόκρισης, και χρησιμοποιείται για διαφορετικές εφαρμογές.

Στην Πεπλεγμένη (Implicit) Ανάλυση η εξίσωση 3.20 λύνεται ως προς τη μετατόπιση  $u$  και παίρνει τη μορφή:

$$u = K^{-1} (f(t) - (M\ddot{u} + C\dot{u})) \quad 3.21$$

Και με τη μέθοδο Newmark γίνεται η αριθμητική επίλυση.

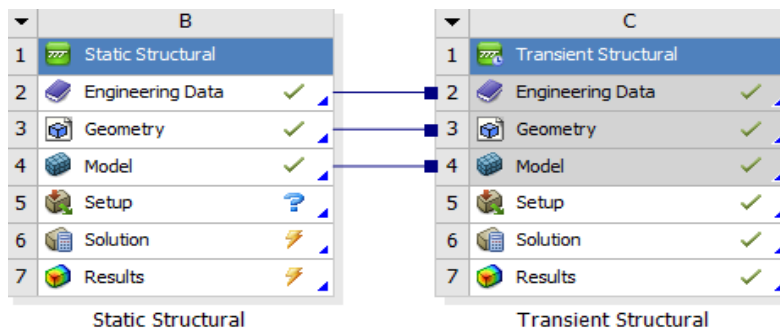
Σε αυτό το σημείο παρατηρείται ότι υπολογίζεται ο αντίστροφος του μητρώου δυσκαμψίας  $K$ . Το  $K$  είναι ένα πολύπλοκο μητρώο μεγάλου μεγέθους, επομένως ο υπολογισμός του αντιστρόφου του σε κάθε βήμα είναι προφανές ότι αυξάνει πολύ το υπολογιστικό κόστος. Με τη μέθοδο Newmark η ταχύτητα και η μετατόπιση εκφράζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{n+1} &= \dot{u}_n + \frac{1}{2} \Delta t (\ddot{u}_{n+1} + \ddot{u}_n) \\ u_{n+1} &= u_n + \frac{1}{4} \Delta t^2 (\ddot{u}_{n+1} + \ddot{u}_n) \end{aligned} \quad 3.22$$

Παρατηρείται πως οι εξισώσεις αυτές είναι συζευγμένες και πως η επίλυση ενός βήματος  $n$  εξαρτάται από την επίλυση του επόμενου  $n+1$ . Τέτοιες εξισώσεις λύνονται με επαναληπτική μέθοδο, και πιο συγκεκριμένα με την Newton-Raphson. Επιβάλλεται ισορροπία με συγκεκριμένο κριτήριο σύγκλισης και μετά η επίλυση προχωράει στο επόμενο βήμα. Μια επαναληπτική μέθοδος μέχρι την επίτευξη της σύγκλισης είναι χρονικά πιο κοστοβόρα από μια άμεση. Η επίλυση αυτή χαρακτηρίζεται ως απόλυτα ευσταθής (unconditionally stable), που σημαίνει ότι οποιοδήποτε και να είναι το βήμα  $\Delta t$ , αυτή θα συγκλίνει. Οι εφαρμογές της Πεπλεγμένης Ανάλυσης είναι κυρίως δυναμικής απόκρισης χαμηλών συχνοτήτων, δονήσεων και ταλαντώσεων, γι' αυτό και είναι κατάλληλη στην παρούσα ανάλυση.

### 3.5.1. Φόρτιση και Αριθμητικό Μοντέλο

Μια Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης (Transient Analysis) περιλαμβάνει φορτία εξαρτημένα από τον χρόνο, δηλαδή δυναμικά φορτία. Ο επιλύτης χρησιμοποιεί αυτά τα δυναμικά φορτία για να υπολογίσει τη δυναμική απόκριση των εκάστοτε ζητούμενων. Τα δεδομένα φόρτισης από τη δειγματοληψία είναι τέτοιου είδους (Figure 11). Επομένως, η καταλληλότερη ανάλυση απόκρισης της κατασκευής των βάσεων είναι η Χρονικής Ολοκλήρωσης. Αρχικά, γίνεται η ένωση με τη Στατική Ανάλυση και μεταφέρονται αυτόματα οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού (Πίνακας 12), η γεωμετρία και τα απομακρυσμένα σημεία (Εικόνα 36), και οι στηρίξεις στα απομακρυσμένα σημεία A και B. Γίνεται επίσης καταστολή της στατικής φόρτισης.



Εικόνα 56: Ένωση της Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης με τη Στατική.

Το πλέγμα διακριτοποίησης διαφοροποιείται συγκριτικά με τη Στατική Ανάλυση, καθώς το υπολογιστικό κόστος μίας Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης (Implicit) είναι μεγάλο. Τα στατιστικά στοιχεία και η ποιότητα του παρουσιάζονται παρακάτω.

Πίνακας 30: Στατιστικά στοιχεία πλέγματος Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης.

Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	120952
<input type="checkbox"/> Elements	22740

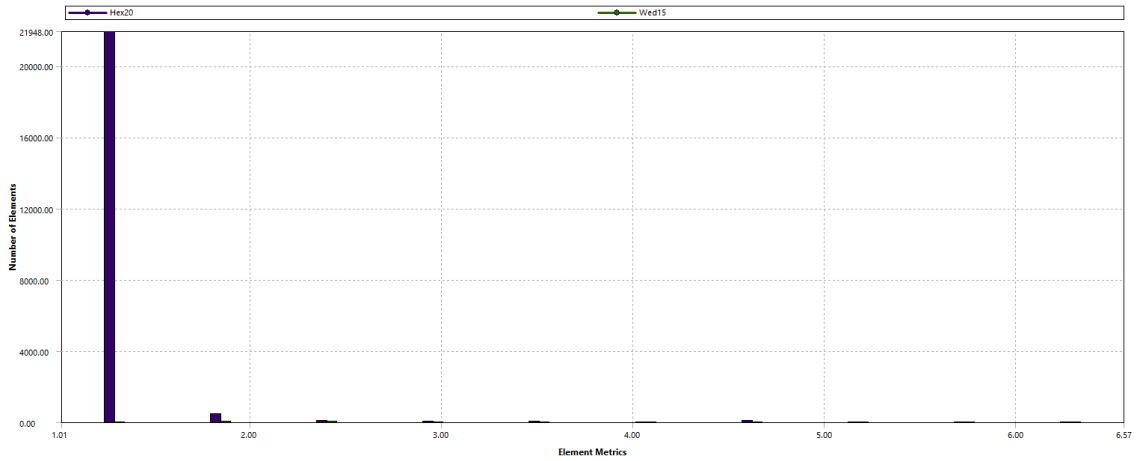


Figure 17: Aspect Ratio.

Πίνακας 31: Στατιστικά στοιχεία Aspect Ratio.

Mesh Metric	Aspect Ratio
<input type="checkbox"/> Min	1.0119
<input type="checkbox"/> Max	6.5655
<input type="checkbox"/> Average	1.1174
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	0.3514

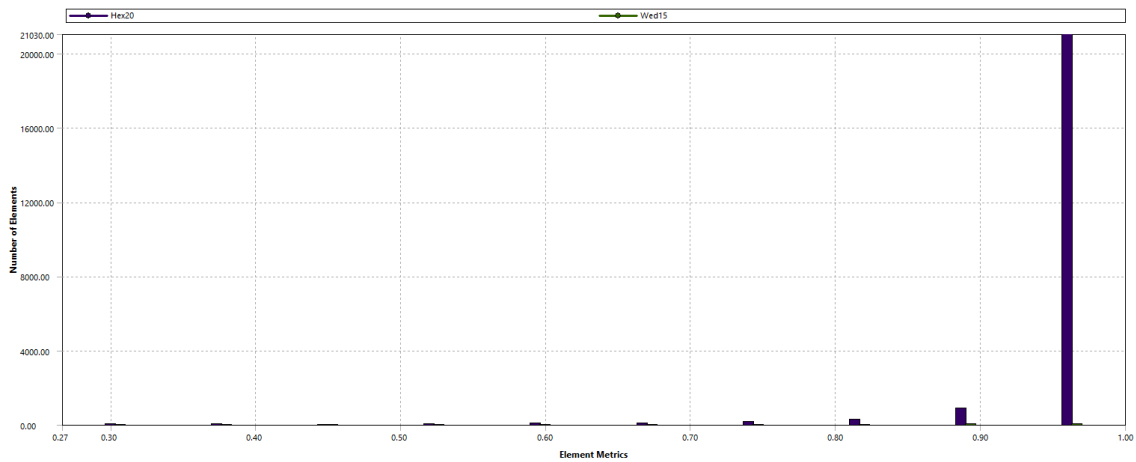


Figure 18: Ποιότητα πλέγματος.

Πίνακας 32: Στατιστικά στοιχεία ποιότητας πλέγματος.

Mesh Metric	Element Quality
<input type="checkbox"/> Min	0.26642
<input type="checkbox"/> Max	0.99992
<input type="checkbox"/> Average	0.97588
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	6.2967e-002

Παρατηρείται από τα παραπάνω χαρακτηριστικά του πλέγματος ότι το παρόν πλέγμα διακριτοποίησης είναι ικανοποιητικό για υπολογισμούς υψηλής ακρίβειας.

Η εισαγωγή των δεδομένων φόρτισης στα απομακρυσμένα σημεία C και D γίνεται σε μορφή πίνακα (tabular data). Επειδή το πλήθος των δεδομένων είναι μεγάλο, και το υπολογιστικό κόστος αυξάνεται πολύ, πραγματοποιείται μια ανάλυση ευαισθησίας του χρόνου επίλυσης και της απόκρισης της κατασκευής συναρτήσει του πλήθους των δεδομένων. Η αραίωση των δεδομένων προέκυψε με τη συμβολή των εντολών offset και row του excel στα αρχικά δεδομένα. Η ανάλυση έγινε για πλήθος δεδομένων N=5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 445, 990.

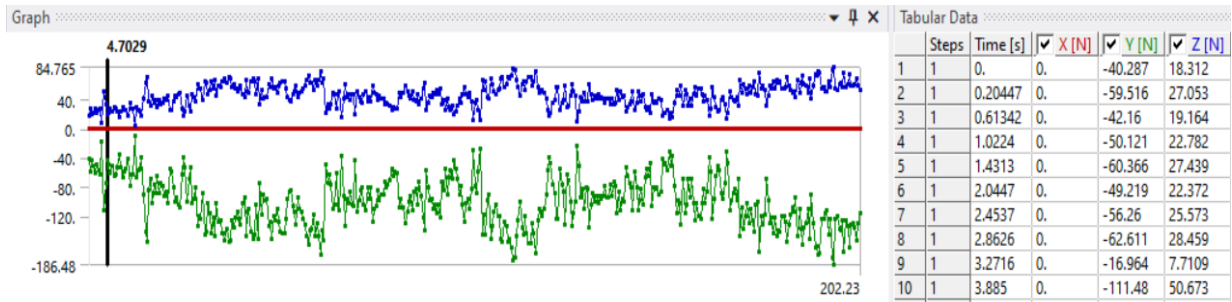
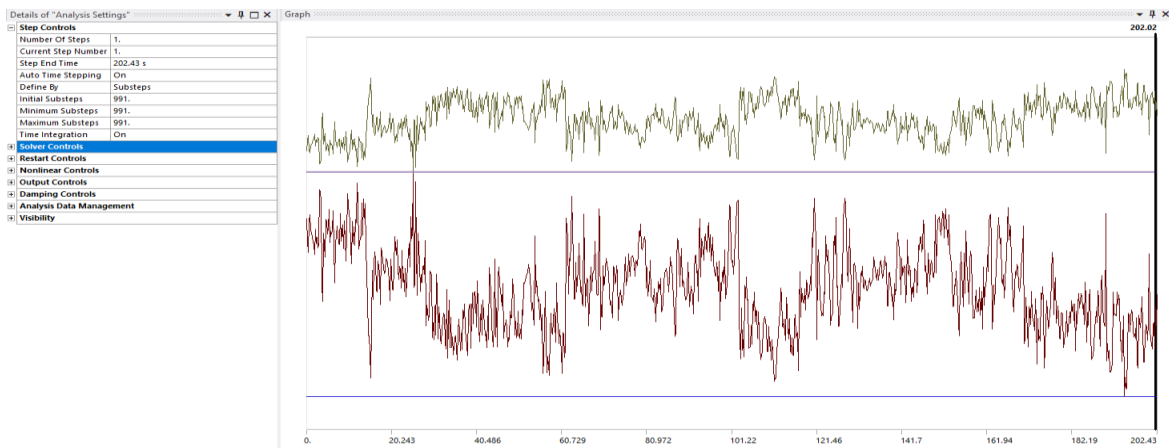


Figure 19: Εισαγωγή δεδομένων διαμήκους φόρτισης στην ανάλυση Χρονικής Απόκρισης.

### 3.5.2. Ρυθμίσεις Επιλύτη

Πίνακας 33: Ρυθμίσεις επιλύτη της Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης, και η συνολική διαμήκης φόρτιση.



Η ανάλυση πραγματοποιείται σε ένα συνολικό βήμα (Step) το οποίο χωρίζεται σε N μικρότερα βήματα (Substeps), το οποίο N εξαρτάται από το πλήθος της εκάστοτε δειγματοληψίας. Ουσιαστικά, το πλήθος των σημείων φόρτισης με το πλήθος των substeps είναι πάντα το ίδιο, κάθε καινούριο βήμα συμπίπτει με επόμενο σημείο φόρτισης. Τα Solver Controls είναι ίδια με του 2.2.2.1. Στην παρούσα περίπτωση, η μέγιστη Von-Mises παραμόρφωση που παρατηρείται είναι 0,00012 που είναι μικρότερο από το όριο 0,001 συνεπώς πάλι η επιλογή Large Deflection παραμένει απενεργοποιημένη.

### 3.5.3. Ζητούμενα Επίλυσης

Ίδια με τη Στατική Ανάλυση(2.2.2.2), αλλά καθώς αποτελεί την πιο ολοκληρωμένη ανάλυση, πέρα από τα συγκρίσιμα με τις υπόλοιπες μελέτες ζητούμενα επίλυσης, ζητώνται επίσης τα:

- Ισοδύναμη παραμόρφωση (Equivalent strain)
- Ενέργεια παραμόρφωσης (Strain Energy)
- Force Reaction στις δύο στηρίξεις

### 3.5.4. Αποτελέσματα Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης

Αρχικά, πραγματοποιείται η ανάλυση ευαισθησίας του χρόνου επίλυσης συναρτήσει του πλήθους της δειγματοληψίας για τετραπύρηνο οικιακό υπολογιστή (βλ. Παράρτημα). Καθώς ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό, όσο μικραίνει η αραίωση της δειγματοληψίας, οι υπολογισμοί με το μεγαλύτερο πλήθος σημείων γίνονται στη συστοιχία υπολογιστών (cluster) του Εργαστηρίου. Επίσης, με αντίστοιχη ανάλυση ευαισθησίας αναφορικά με τη τάση Von-Mises, παρατηρείται συνεχής άνοδος στα αποτελέσματα της επίλυσης, οπότε κρίνεται αναγκαίο να γίνουν οι υπολογισμοί για το πλήρες εύρος της δειγματοληψίας.

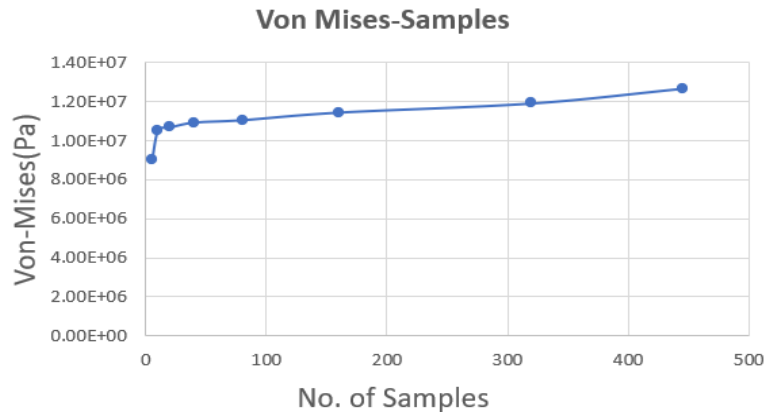
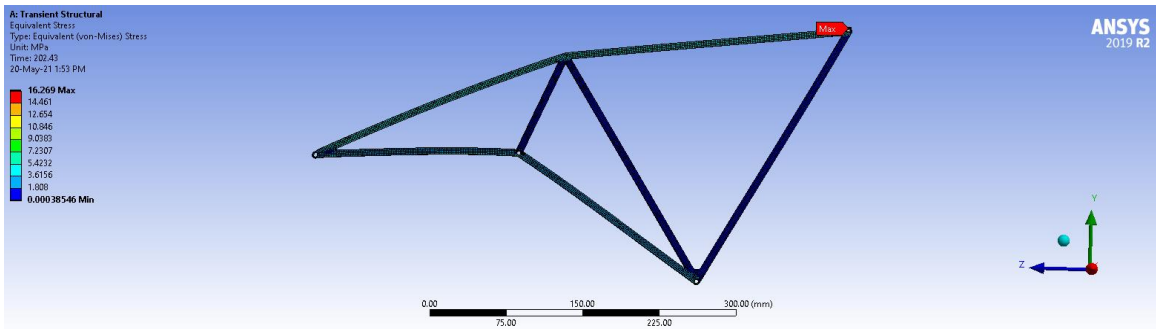


Figure 20: Ανάλυση ευαισθησίας αποτελεσμάτων επίλυσης (Von-Mises Stress) συναρτήσει του πλήθους των δειγμάτων.

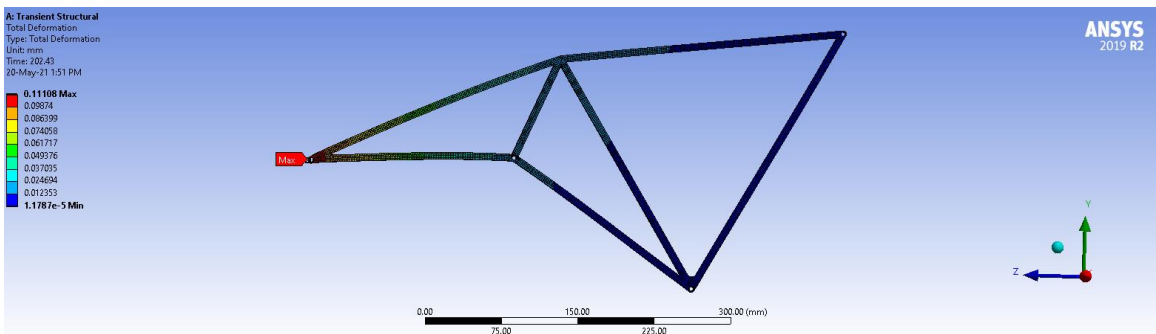
Τα τελικά αποτελέσματα της ανάλυσης είναι τα εξής.

Πίνακας 34: Αποτελέσματα Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης..

Mass(g)	Von-Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Total Deformation (m)	Directional Deformation y-axis (m)	Safety Factor	Sf/g
288.97	16.27	17.9	8.9	2.19 e-04	-1.97 e-04	25.77	0.0899



Εικόνα 57: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής των τάσεων στη γεωμετρία.



Εικόνα 58: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής ολικής παραμόρφωσης της ανάλυσης.

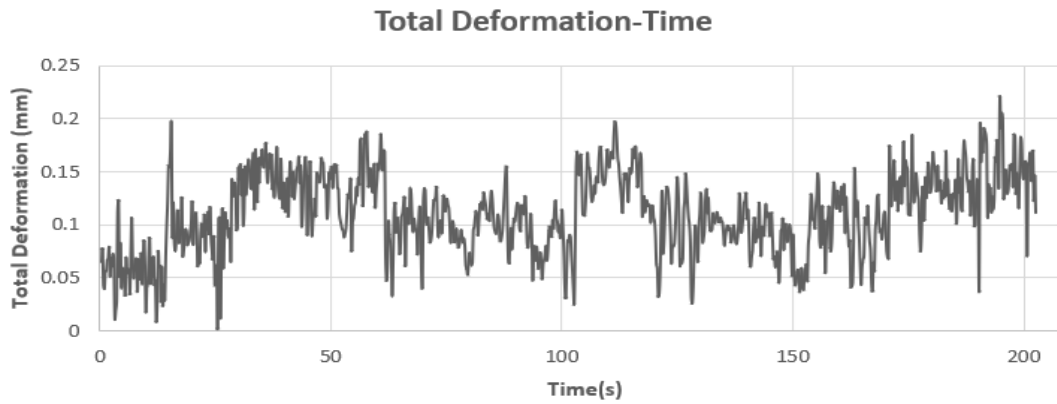


Figure 21: Διάγραμμα ολικής παραμόρφωσης συναρτήσει του χρόνου.

### Equivalent Strain-Time

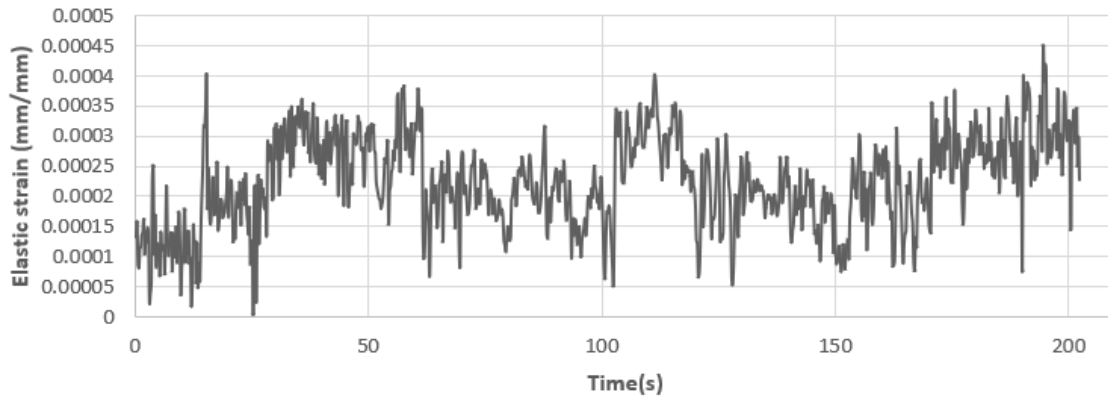


Figure 22: Διάγραμμα ισοδύναμης παραμόρφωσης συναρτήσει του χρόνου.

### Strain Energy-Time

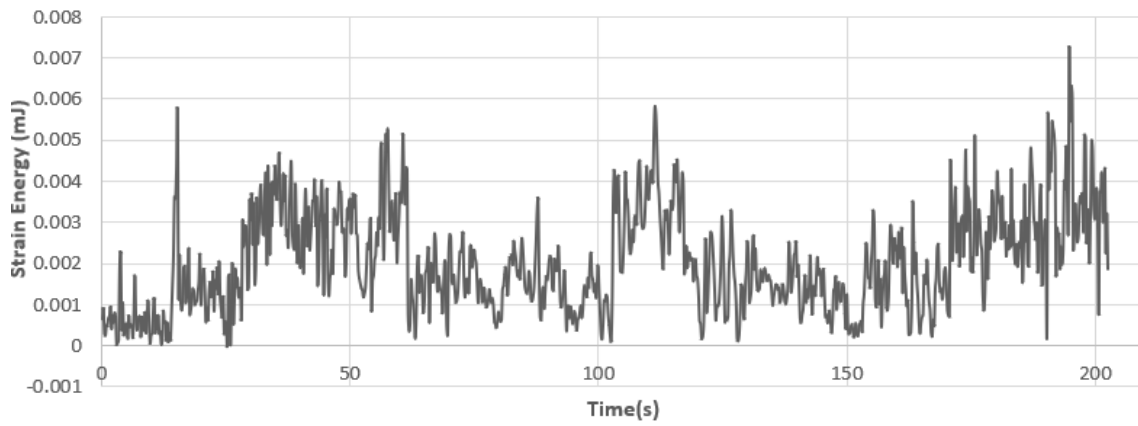
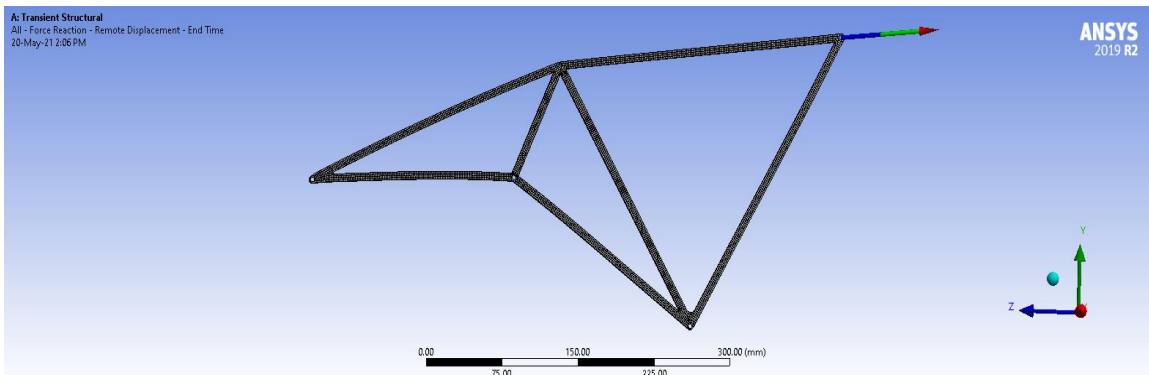
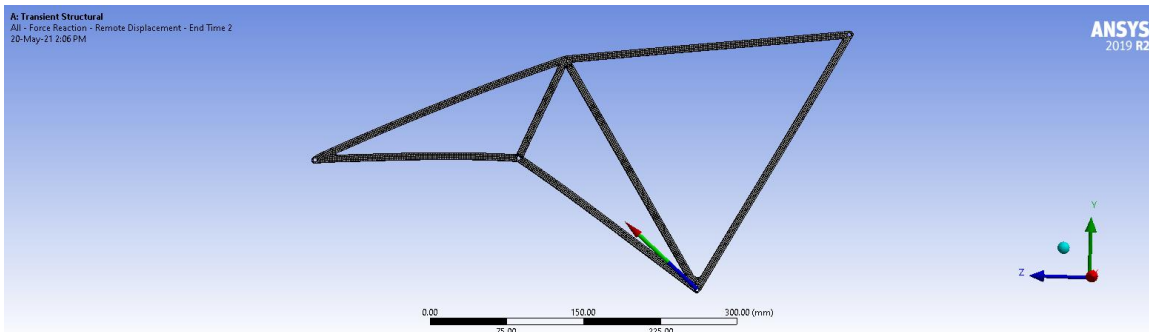


Figure 23: Διάγραμμα ενέργειας παραμόρφωσης συναρτήσει του χρόνου.



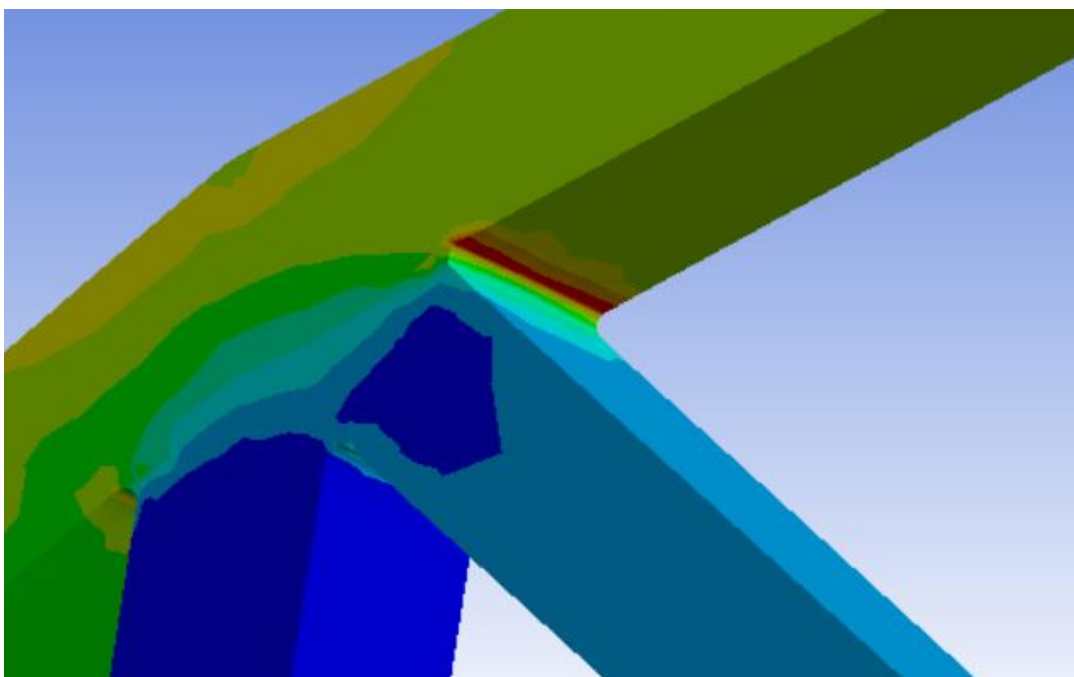
Εικόνα 59: Αντίδραση στήριξης στο απομακρυσμένο σημείο A.



Εικόνα 60: Αντίδραση στήριξης στο απομακρυσμένο σημείο B.

### 3.5.5. Συμπεράσματα

Η κατασκευή αποδεικνύεται να είναι αξιόπιστη σύμφωνα με την Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης. Η ολική παραμόρφωση εμφανίζει τις μεγαλύτερες τιμές της στο απομακρυσμένο σημείο D, πράγμα που συμφωνεί και με τα αποτελέσματα της Στατικής Ανάλυσης. Οι μέγιστες τιμές της ισοδύναμης αλλά και της κύριας τάσης εμφανίζονται κοντά στα απομακρυσμένα σημεία όπου βρίσκονται οι στηρίξεις (A και B), αλλά και σε απότομες ασυνέχειες της γεωμετρίας που αναμένεται μεγάλη συγκέντρωση των τάσεων.



Εικόνα 61: Υψηλή συγκέντρωση τάσεων σε γωνία απότομης κλίσης στον κόμβο E.

Τελική αξιολόγηση της Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης θα γίνει στην επόμενη ενότητα, καθώς χρειάζεται να γίνει σύγκριση μεταξύ των δυναμικών αναλύσεων, και τελική σύγκριση μεταξύ της Στατικής Ανάλυσης για την ίδια ταχύτητα.



### 3.6. Συνολική Σύγκριση

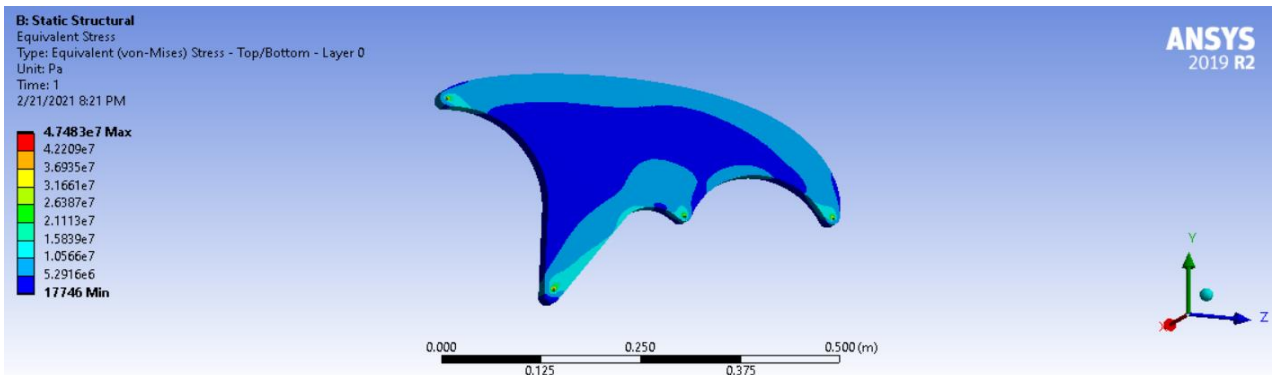
Στην ενότητα αυτή, γίνεται σύγκριση μεταξύ των στατικών και των δυναμικών αναλύσεων. Η Στατική Ανάλυση (Static Structural Analysis) περιλαμβάνει τη σύνθετη κατασκευή τύπου sandwich και την κατασκευή του αεροπορικού τύπου κράματος αλουμινίου, για ταχύτητα μονοθεσίου τα 120 km/h. Τα αποτελέσματα αυτών των αναλύσεων συγκρίνονται μεταξύ τους, αλλά και με τα αποτελέσματα της δυναμικής ανάλυσης, δηλαδή της Φασματικής Ανάλυσης (Harmonic Response Analysis) και της Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης (Transient Analysis) αντίστοιχα.

#### Στατική Ανάλυση Βάσεως από Σύνθετο Υλικό

Ήδη (2.2) παρουσιάστηκε η βελτιστοποίηση της διαστρωμάτωσης της κατασκευής της σύνθετης γεωμετρίας τύπου sandwich. Η Στατική Ανάλυση αυτή είχε ως δεδομένα φόρτισης αυτά που προκύπτουν από τους αισθητήρες με ταχύτητα του μονοθεσίου τα 45 km/h. Όταν έγινε η αναγωγή της φόρτισης στη μέγιστη ταχύτητα του μονοθεσίου, 120 km/h, ο παράγοντας ασφαλείας της βέλτιστης διαστρωμάτωσης έγινε ανεπαρκής, και πιο συγκεκριμένα έφτασε την τιμή 0.37. Για τον λόγο αυτό, χρειάστηκε αναπροσαρμογή της διαστρωμάτωσης, ώστε η κατασκευή ένα είναι ασφαλής για τη μέγιστη φόρτιση. Η αρχική βέλτιστη διαστρωμάτωση αποτελούταν σε σειρά από δύο στρώσεις υφάσματος (0.3mm κάθε ύφασμα) διαξονικής πλέξης CFRP-8mm πολυμερικού αφρού από βινυλοχλωρίδιο PVC-2 στρώσεις υφάσματος διαξονικής πλέξης CFRP. Άρα το συνολικό πάχος της κατασκευής ήταν 9.2mm. Πάντα με γνώμονα το ελάχιστο βάρος, στη νέα διαστρωμάτωση προστίθεται αφρός PVC μέχρι ο παράγοντας ασφαλείας να φτάσει τα επιθυμητά επίπεδα, ώστε η κατασκευή να είναι αξιόπιστη. Αυτό επετεύχθη όταν το πάχος του PVC έφτασε τα 20mm. Τα αποτελέσματα της επίλυσης ως προς τη βέλτιστη πλέον διαμόρφωση είναι τα εξής.

Πίνακας 35: Τελικά αποτελέσματα της Sandwich βέλτιστης γεωμετρίας για τη μέγιστη πιθανή φόρτιση των βάσεων.

Mass (g)	Von-Mises (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Total Deformation(m)	Directional Deformation y-axis(m)	SF	Sf/g
205.6	47.5	35.9	2.13	4.89e-04	-2.83e-04	5.2	0.0215



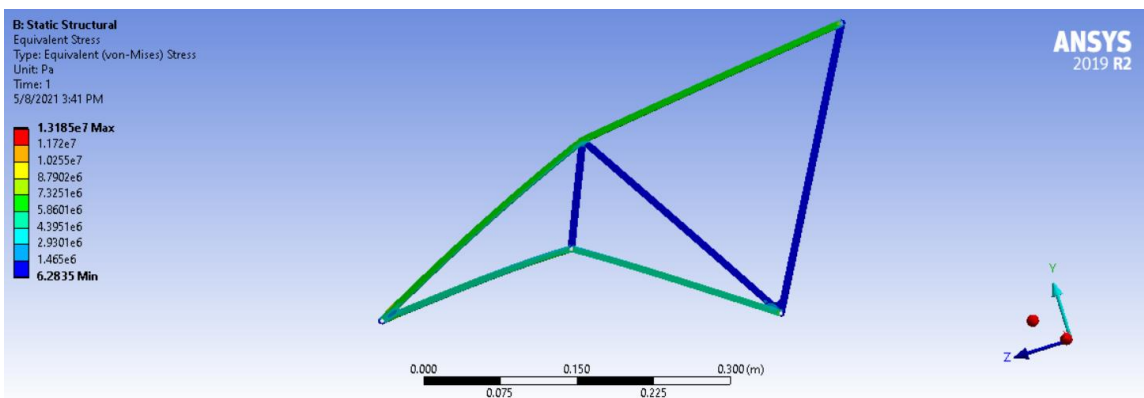
Εικόνα 62: Κατανομή των τάσεων στη βέλτιστη Sandwich γεωμετρία.

### Στατική Ανάλυση Μεταλλικής Βάσης

Αντίστοιχα, στη Στατική Ανάλυση (2.3), η βελτιστοποίηση της γεωμετρίας του μεταλλικού κράματος, έγινε πάλι υπό τη μέγιστη φόρτιση που προκύπτει από την ταχύτητα των 45 km/h. Ο παράγοντας ασφαλείας ήταν πολύ μεγάλος, και αρκεί και για τη φόρτιση της μέγιστης ταχύτητας. Τα αποτελέσματα της επίλυσης με αυτή τη νέα συνοριακή συνθήκη φόρτισης παρουσιάζονται παρακάτω. Η κατασκευή είναι ασφαλής και έναντι φαινομένων λυγισμού (βλ. Παράρτημα).

Πίνακας 36: Τελικά αποτελέσματα της βέλτιστης γεωμετρίας από Al-7075T6 για τη μέγιστη πιθανή φόρτιση των βάσεων.

Mass (g)	Von-Mises (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Total Deformation (m)	Directional Deformation y-axis (m)	Safety Factor	Sf/g
288.97	13.2	17.9	7.39	1.61e-04	-1.48e-04	31.82	0.1101



Εικόνα 63: Κατανομή των τάσεων στη βέλτιστη γεωμετρία από το αεροπορικού τύπου κράμα αλουμινίου Al-7075T6.

Με τη χρήση του αεροπορικού κράματος αλουμινίου AI-7075T6 επιτεύχθηκαν οι εξής μεταβολές συγκριτικά με το σύνθετο, οι οποίες παρουσιάζονται με τη μορφή ποσοστιαίας μεταβολής π%, σύμφωνα με την εξίσωση (2.5).

Πίνακας 37: Πίνακας σύγκρισης Στατικής Ανάλυσης για τη μέγιστη πιθανή φόρτιση της κατασκευής.

Type	Mass(g)	Von Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Tot. Def.(m)	Dir. Def(m)	Dir. Stiffness-y (N/mg)	Safety Factor	SF/g
Sandwich CFRP-PVC	205.6	47.5	35.9	2.13	4.89 e-04	-2.83 e-04	-0.207 e-03	5.2	0.0215
AI-7075T6	288.97	13.2	17.9	7.39	1.61e-04	-1.48e-04	-0.768 e-04	31.82	0.1101
π(%)	+40.6	-259.84	-100.56	+246.95	-67.08	-47.70	-62.90	+511.92	+412.09

Παρατηρείται σημαντική μείωση της μέγιστης ισοδύναμης και κύριας τάσης που εμφανίζεται στην κατασκευή, που επαληθεύει τις εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες του κράματος Αντίθετα, παρουσιάζεται αύξηση στη μέγιστη διατμητική τάση. Αυτό συμβαίνει διότι στις κατασκευές τύπου sandwich, και πιο συγκεκριμένα στην παρούσα σύνθετη γεωμετρία, τα καμπτικά φορτία τα παραλαμβάνει το περίβλημα (skin CFRP), ενώ υπάρχει υψηλή αντίσταση στα διατμητικά λόγω του πυρήνα (core) από PVC. Επιπροσθέτως, η μέγιστη ανηγμένη κατευθυντική δυσκαμψία στην κατασκευή του κράματος αλουμινίου είναι μικρότερη, πράγμα που εκφράζει τις επιδόσεις του εξαρτήματος μας (63% υψηλότερες), καθώς δεν είναι αποδεκτές μεγάλες παραμορφώσεις που επηρεάζουν την θέση της πίσω πτέρυγας του μονοθεσίου, και πιο συγκεκριμένα την γωνία πρόσπτωσης του αέρα σε αυτήν (γωνία πρόσπτωσης συγκεκριμένη, ώστε να είναι ο λόγος κάθετη δύναμη/οπισθέλκουσα μέγιστος). Από την άλλη μεριά, με τη χρήση του συνθέτου επιτυγχάνεται βάρος κατασκευής μικρότερο κατά περίπου 40%. Η επίτευξη ελάχιστου βάρους αποτελεί στόχο για τα περισσότερα εξαρτήματα των μονοθεσίων, καθώς λόγω αυστηρών κανονισμών που δρουν περιοριστικά στον καινοτόμο σχεδιασμό κάποιων εξαρτημάτων, η μείωση του βάρους είναι ένας τομέας που η εκάστοτε ομάδα μπορεί να αποκτήσει ανταγωνιστικό πλεονέκτημα.

### Δυναμική Ανάλυση Μεταλλικής Βάσης

Η δυναμική ανάλυση αποτελείται από την ανάλυση δυναμικής απόκρισης (Harmonic Response Analysis) και την Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης (Transient Response Analysis).

Πίνακας 38: Παρουσίαση αποτελεσμάτων δυναμικής ανάλυσης για τη βέλτιστη γεωμετρία από AI-7075T6 για τη μέγιστη πιθανή φόρτιση της βάσης.

Type	Mass(g)	Von Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Tot. Def.(m)	Dir. Def(m)	Safety Factor	SF/g
Harmonic Response	288.97	4.26	4.1	2.4	2.19 e-05	-1.46 e-05	98.59	0.3411
Transient	288.97	16.27	17.9	8.9	2.19 e-04	-1.97 e-04	25.77	0.0899

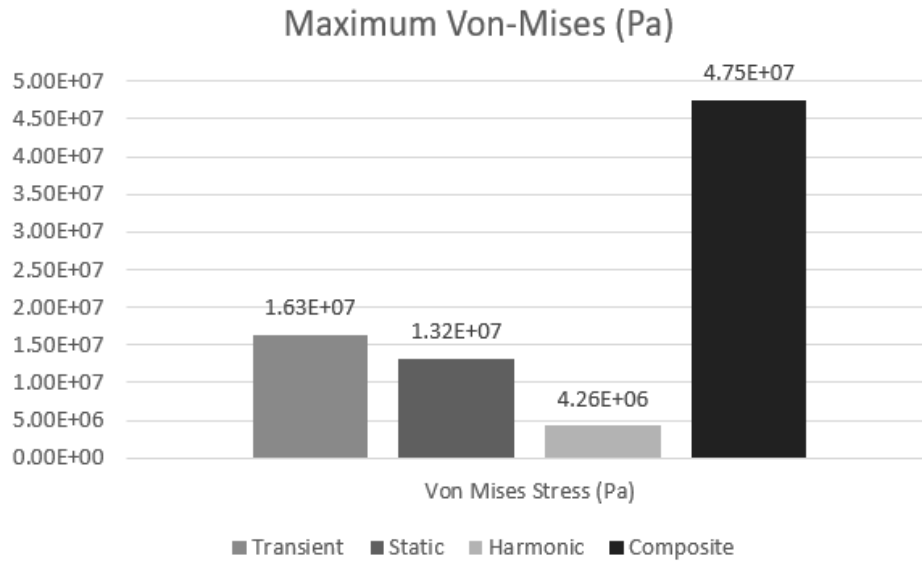


Figure 24: Οι μέγιστες Von-Mises τάσεις όλων των αναλύσεων.

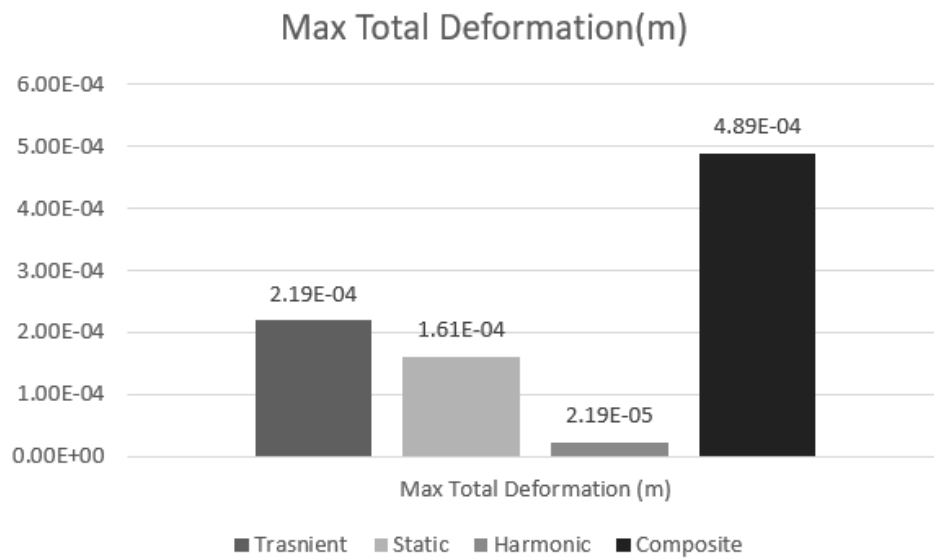


Figure 25: Οι μέγιστες ολικές παραμορφώσεις όλων των αναλύσεων.

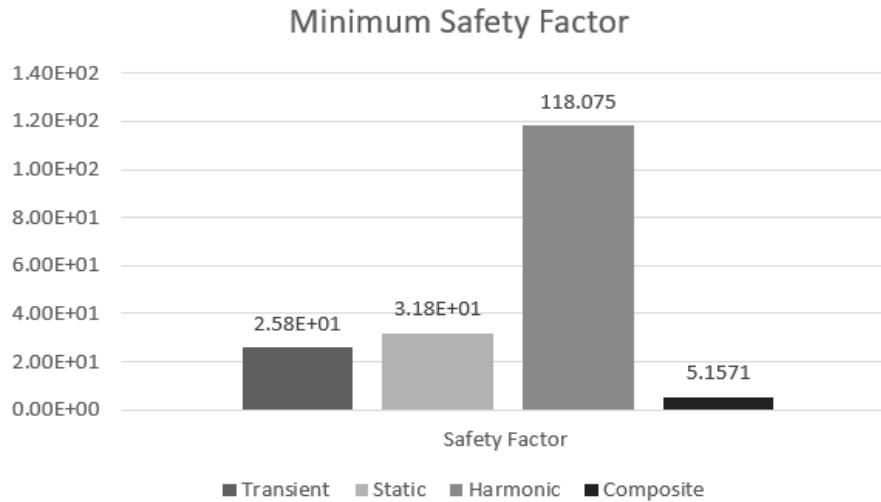


Figure 26: Ο ελάχιστος παράγοντας ασφαλείας που εμφανίζεται σε κάθε ανάλυση.

Παρατηρήσεις: Η ανάλυση Φασματικής Απόκρισης αποκλίνει σημαντικά από τα αποτελέσματα των άλλων αναλύσεων, και χαρακτηρίζεται ως αισιόδοξη, δηλαδή τα αποτελέσματα της είναι σε μεγάλο βαθμό απομακρυσμένα από την αστοχία συγκριτικά με των άλλων αναλύσεων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η πραγματική δυναμική φόρτιση προσεγγίζεται με μια σειρά συναρτήσεων ημιτονοειδούς μορφής. Με αυτή την προσέγγιση, εισάγονται σφάλματα, συνεπώς, τα αποτελέσματα δεν είναι αξιόπιστα. Συνήθως χρησιμοποιείται αυτού του τύπου η ανάλυση για να διερευνηθεί η συμπεριφορά μιας κατασκευής πλησίον των ιδιοσυχνοτήτων. Εδώ, όμως, η απόσταση των συχνοτήτων της φόρτισης από τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής είναι μεγάλη, επομένως παρουσιάζεται υστέρηση στην παρουσίαση ακριβούς απόκρισης.

Η Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης είναι πιο ρεαλιστική από την Στατική. Τα αεροδυναμικά φορτία που μεταφέρονται στις βάσεις είναι χρονικά μεταβαλλόμενα. Η Στατική Ανάλυση, όπως έχει ήδη ειπωθεί, επιλύει τις εξισώσεις ισορροπίας (2.1). Σε αυτές, δεν υπάρχει κανένας όρος εξαρτημένος από τον χρόνο, άρα δεν λαμβάνεται καθόλου υπόψη ο τρόπος εφαρμογής των δυνάμεων. Η απόκριση μίας κατασκευής υπό δυναμικά φορτία είναι και αυτή δυναμική. Επομένως, η Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης που επιλύει τις εξισώσεις (3.22) προσομοιώνει το πραγματικό φαινόμενο με μεγαλύτερη ακρίβεια. Υπάρχει επιρροή από τα αδρανειακά φαινόμενα (μητρώο μάζας  $M$ ) αλλά και από τις προηγούμενες μετατοπίσεις, όπως στην πραγματικότητα. Θεωρούνται, επομένως, τα αποτελέσματα της ως το πραγματικό φαινόμενο, και υπολογίζεται το σχετικό πραγματικό σφάλμα της προσέγγισης με την ανάλυση Φασματικής Απόκρισης, και της προσέγγισης με τη Στατική Ανάλυση.

$$e_i = \frac{\text{πραγματική τιμή} - \text{προσέγγιση}}{\text{πραγματική τιμή}} \times 100\% \quad 3.23$$

Πίνακας 39: Πραγματικό σφάλμα προσεγγίσεων.

$e_t$	Von Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Tot. Def.(m)	Dir. Def(m)	Safety Factor	SF/g
Harmonic Response	73.81	336.59	229.63	900	34.93	1249.32	279.42
Static Structural	23.25	0	20.27	36.02	33.11	19.01	18.35

Τα σφάλματα των αποτελεσμάτων της προσέγγισης της «πραγματικής απόκρισης» μέσω της φασματικής είναι πολύ υψηλά, με αποτέλεσμα η τελευταία να κρίνεται αναξιόπιστη για την ανάλυση της απόκρισης του φαινομένου. Επίσης παρατηρείται πως η συμβολή των όρων αδράνειας αλλά και η εξάρτηση από τις προηγούμενες μετατοπίσεις της Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης άλλοτε δίνει αποτελέσματα πιο κοντά στην αστοχία (Von-Mises τάση, παραμορφώσεις) συγκριτικά με τη Στατική Ανάλυση, και άλλοτε στο ίδιο επίπεδο (μέγιστη κύρια τάση). Αυτό σημαίνει πως η Στατική Ανάλυση είναι πιθανό να υποτιμήσει κάποιο μέγεθος. Από τα σχετικά πραγματικά σφάλματα της Στατικής Ανάλυσης, και μόνο όταν πραγματοποιούνται παρόμοιου τύπου αναλύσεις, μπορούν να υπολογιστούν κάποιοι ειδικοί συντελεστές ασφαλείας, με τους οποίους χρειάζεται να πολλαπλασιάζονται τα αποτελέσματα της υπολογιστικά οικονομικότερης Στατικής Ανάλυσης, ώστε να υπάρχει αξιοπιστία έναντι αστοχίας στο πραγματικό δυναμικό φαινόμενο.

Τέλος, ο παράγοντας ασφαλείας κατά την «πραγματικότερη ανάλυση» Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης της βέλτιστης μεταλλικής βάσης είναι υψηλός (=25.8). Παρόλα αυτά, δε πραγματοποιείται καμία περαιτέρω βελτιστοποίηση στη διαμόρφωση, καθώς φάνηκε αφενός η μείωση στον λόγο SF/Mass που είναι αποτέλεσμα ανεπιθύμητο, αλλά υπάρχει και φόβος για φαινόμενα στατικού ή δυναμικού λυγισμού, καθώς περαιτέρω λέπτυνση των φορέων που ενώνουν τα απομακρυσμένα σημεία κρίνεται επικίνδυνη. Επιπλέον, η λέπτυνση αυτή αυξάνει τις τάσεις και επομένως τις παραμορφώσεις, φαινόμενο απαγορευτικό σε εξαρτήματα μονοθεσίου καθώς επηρεάζεται άμεσα η απόδοση του.

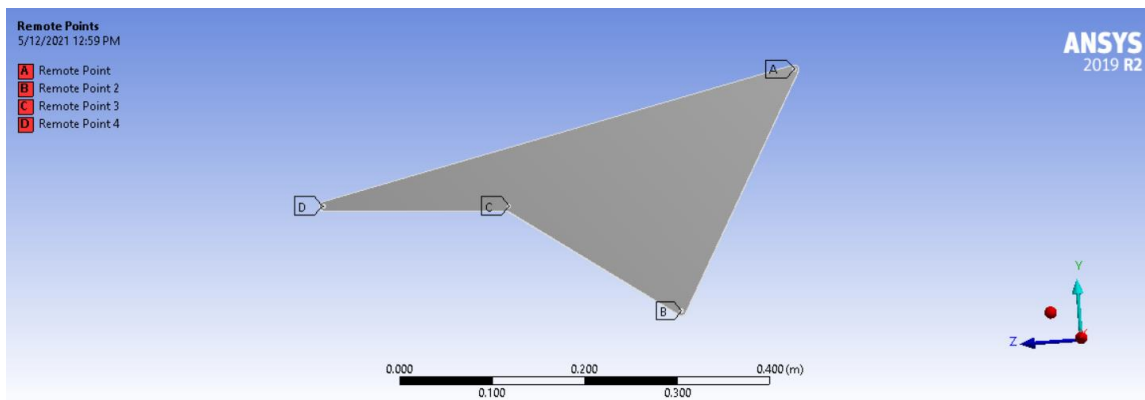
## 4. Βελτιστοποίηση Τοπολογίας (Topology Optimization)

Η βελτιστοποίηση τοπολογίας είναι ένα είδος βελτιστοποίησης «μορφής». Σκοπός της είναι να βρεθεί η καλύτερη χρήση του υλικού για ένα σώμα, έτσι ώστε ένα αντικειμενικό κριτήριο (όπως η συνολική δυσκαμψία) να παίρνει μία μέγιστη ή ελάχιστη τιμή υποκειμένη σε δεδομένους περιορισμούς (18).

Ο όρος βελτιστοποίηση συνδέεται με την ύπαρξη ολικών ή τοπικών ακροτάτων μίας συνάρτησης. Το λογισμικό του ANSYS πραγματοποιεί τέτοιους υπολογισμούς μέσω της μεθόδου SCP (Sequential Convex Programming), μία μέθοδο που αποτελεί επέκταση της μεθόδου κινούμενων ασύμπτωτων (MMA). Η MMA είναι μία υπολογιστική μέγεθος με μεγάλη χρήση στα προβλήματα βελτιστοποίησης, καθώς χρησιμοποιεί έναν μη γραμμικό αλγόριθμο για την επίλυση υποπροβλημάτων κυρτότητας. Επιπροσθέτως, η SCP χρησιμοποιεί μίας ειδική συνάρτηση απόρριψης βημάτων, τα οποία δε τείνουν προς το επιθυμητό βέλτιστο αποτέλεσμα, λαμβάνοντας σε κάθε βήμα της υπόψη τον τελικό στόχο και τους εκάστοτε περιορισμούς.

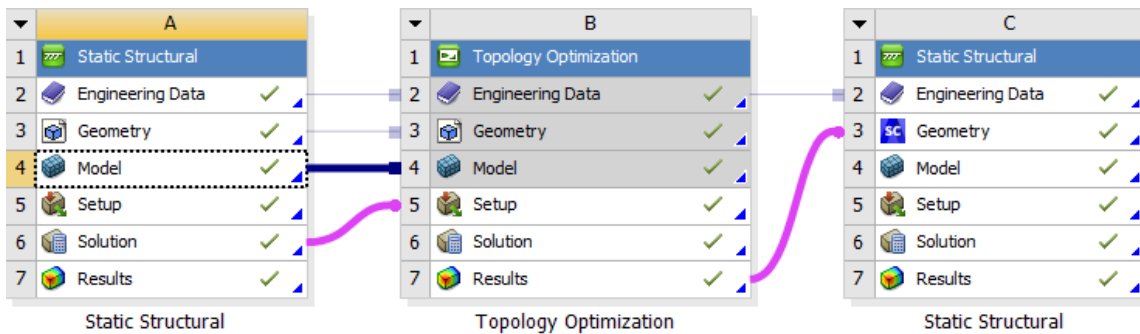
Στην παρούσα ανάλυση χρησιμοποιείται η βελτιστοποίηση τοπολογίας με στόχο την υπολογιστική εύρεση της βέλτιστης διαμόρφωσης της κατασκευής του κράματος αλουμινίου αεροπορικού τύπου AI-7075T6, και τη σύγκριση της με την καλύτερη διαμόρφωση που προέκυψε μέσω της Στατικής Ανάλυσης.

Αρχικά, σχεδιάζεται μία bulk γεωμετρία (Εικόνα 64), η οποία θα βελτιστοποιηθεί συναρτήσει των συνθηκών του προβλήματος.



Εικόνα 64: Ακατέργαστη γεωμετρία από AI-7075T6.

Σε αυτή τη γεωμετρία πραγματοποιείται Στατική Ανάλυση με τις συνοριακές συνθήκες της βάσης της πίσω πτέρυγας, όταν το μονοθέσιο κινείται με ταχύτητα 120 km/h. Το γεγονός ότι η προηγείται η Στατική Ανάλυση έχει να κάνει με τη χρήση των συνοριακών συνθηκών της στο στόχο (objective) της βελτιστοποίησης τοπολογίας.



Εικόνα 65: Σύνδεση των στατικών αναλύσεων για την ακατέργαστη και της βέλτιστη γεωμετρίας της βελτιστοποίησης τοπολογίας.

#### 4.1. Ρυθμίσεις Ανάλυσης

Πίνακας 40: Ρυθμίσεις ανάλυσης βελτιστοποίησης τοπολογίας.

<input type="checkbox"/> Maximum Number Of Iterations	500.
<input type="checkbox"/> Minimum Normalized Density	1.e-003
<input type="checkbox"/> Convergence Accuracy	0.1 %
<input type="checkbox"/> Penalty Factor (Stiffness)	3.
Region of Manufacturing Constraint	Include Exclusions
Region of Min Member Size	Exclude Exclusions
<b>Solver Controls</b>	
Solver Type	Sequential Convex Programming

**Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων (Max. No. Of Iterations):** Η μέθοδος SCP που χρησιμοποιείται είναι μία επαναληπτική μέθοδος, επομένως κάθε επανάληψη αποτελεί ένα βήμα. Η ανάλυση ολοκληρώνεται είτε όταν το αποτέλεσμα βρίσκεται στο όριο της ακρίβειας σύγκλισης (convergence accuracy), είτε αν δε γίνει αυτό, στον μέγιστο αριθμό επανάληψης. Αποτελεί μια δικλείδα ασφαλείας, σε περίπτωση που δεν επιτυγχάνεται η σύγκλιση, να σταματήσει η υπολογιστική μέθοδος.

**Ελάχιστη κανονικοποιημένη πυκνότητα:** Λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Η ανάλυση χρησιμοποιεί την τιμή για να ορίσει το αποδεκτό όριο τιμών.



Πίνακας 41: Περιοχή προς βελτιστοποίηση.

Details of "Optimization Region"	
<b>Design Region</b>	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	All Bodies
<b>Exclusion Region</b>	
Define By	Geometry Selection
Geometry	11 Faces

Ως διαθέσιμη περιοχή βελτιστοποίησης ορίζεται ολόκληρη η γεωμετρία. Στις αποκλειόμενες περιοχές (excluded regions) ορίζονται οι εξής 11 επιφάνειες: Οι κυλινδρικές επιφάνειες των συνδέσμων της βάσης με το σασί του μονοθεσίου και με την πίσω πτέρυγα αντίστοιχα, δηλαδή οι επιφάνειες των απομακρυσμένων σημείων (Remote Points) όπου ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες. Οι υπόλοιπες επτά επιφάνειες είναι αυτές που ενώνουν τα απομακρυσμένα σημεία μεταξύ τους, έτσι ώστε να διατηρηθεί η περίμετρος της γεωμετρίας.

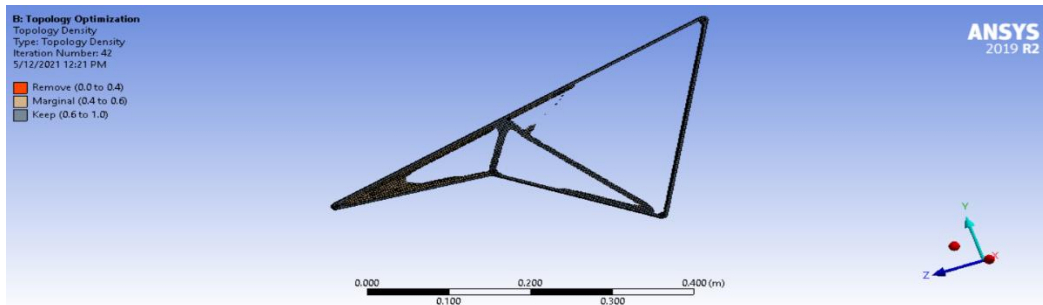
Πίνακας 42: Στόχος της βελτιστοποίησης.

Objective												
Right click on the grid to add, modify and delete a row.												
Enabled	Response Type	Goal	Formulation	Environment Name	Weight	Multiple Sets	Start Step	End Step	Step	Start Mode	End Mode	Mode
<input checked="" type="checkbox"/>	Compliance	Minimize	Program Controlled	Static Structural	N/A	Enabled	1	1	1	N/A	N/A	N/A

Ως στόχος (objective) ή αντικειμενική συνάρτηση της βελτιστοποίησης, όταν προηγείται Στατική Ανάλυση ορίζεται ο όρος compliance, ο οποίος εξαρτάται από την κατηγορία των συνοριακών συνθηκών φόρτισης της Στατικής Ανάλυσης (είτε φόρτιση από δύναμη ή φόρτιση από μετατόπιση). Εφόσον στη Στατική Ανάλυση η φόρτιση γίνεται μέσω δυνάμεων, αντικειμενική συνάρτηση της ανάλυσης είναι η ελαχιστοποίηση των παραμορφώσεων, κρατώντας όσο δυνατόν μέγιστη τη δυσκαμψία. Τέλος, ο περιορισμός (constraint) που ορίζεται είναι η διατήρηση του 5% της αρχικής μάζας.

## 4.2. Αποτελέσματα

Η επίλυση ολοκληρώθηκε στη 42<sup>η</sup> επανάληψη, με τελική μάζα ίση με το 11% της αρχικής.



Εικόνα 66: Βέλτιστη προτεινόμενη γεωμετρία από την ανάλυση βελτιστοποίησης τοπολογίας.

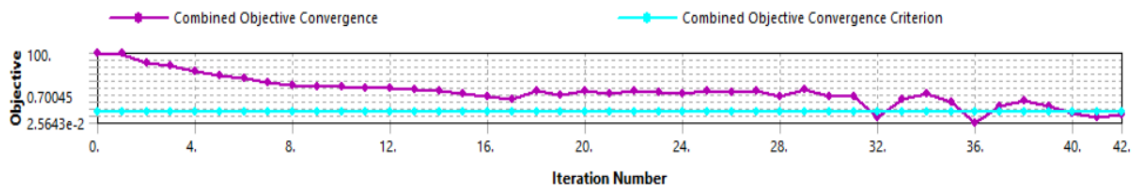


Figure 27: Πορεία σύγκλισης της λύσης.

Πίνακας 43: Λεπτομέρειες πυκνότητας τοπολογίας.

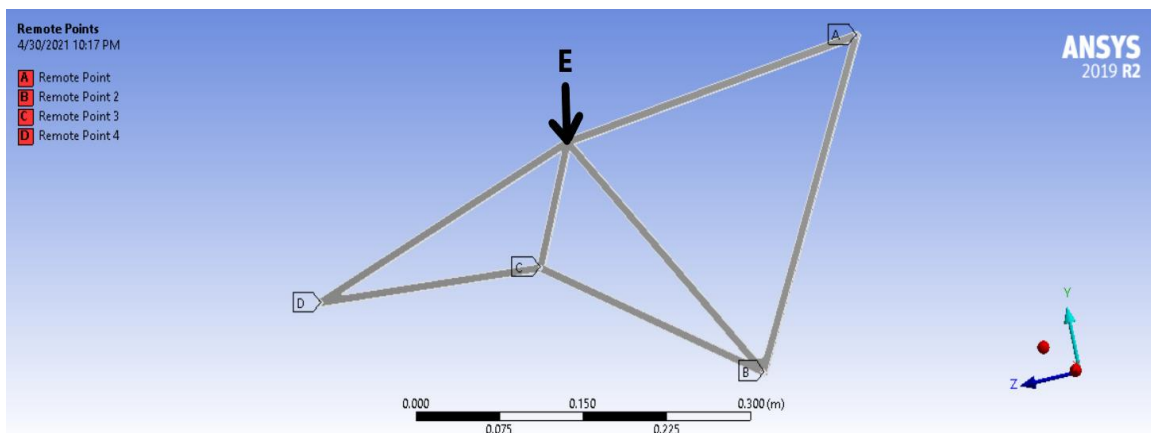
Details of "Topology Density"	
<b>Scope</b>	
Scoping Method	Optimization Region
Optimization Region	Optimization Region
<b>Definition</b>	
Type	Topology Density
By	Iteration
Iteration	Last
<input type="checkbox"/> Retained Threshold	0.5
Exclusions Participation	Yes
Calculate Time History	Yes
Suppressed	No
<b>Results</b>	
<input type="checkbox"/> Minimum	1.e-003
<input type="checkbox"/> Maximum	1.
<input type="checkbox"/> Average	0.13608
<input type="checkbox"/> Original Volume	1.0521e-003 m <sup>3</sup>
<input type="checkbox"/> Final Volume	1.1619e-004 m <sup>3</sup>
<input type="checkbox"/> Percent Volume of Original	11.044
<input type="checkbox"/> Original Mass	2.95 kg
<input type="checkbox"/> Final Mass	0.32579 kg
<input type="checkbox"/> Percent Mass of Original	11.044
<b>Visibility</b>	
Show Optimized Region	Retained Region
<b>Information</b>	
Iteration Number	42

Η τελική γεωμετρία (Εικόνα 66), βελτιώνεται σχεδιαστικά, ώστε να γίνει ικανότερη κατασκευαστικά, και εισάγεται στη Στατική Ανάλυση. Τα αποτελέσματα της, και η σύγκριση αυτών με την προϋπάρχουσα βέλτιστη γεωμετρία παρουσιάζονται στον Πίνακα 44.

Πίνακας 44: Σύγκριση βέλτιστης γεωμετρίας Στατικής Ανάλυσης vs βελτιστοποίησης τοπολογίας.

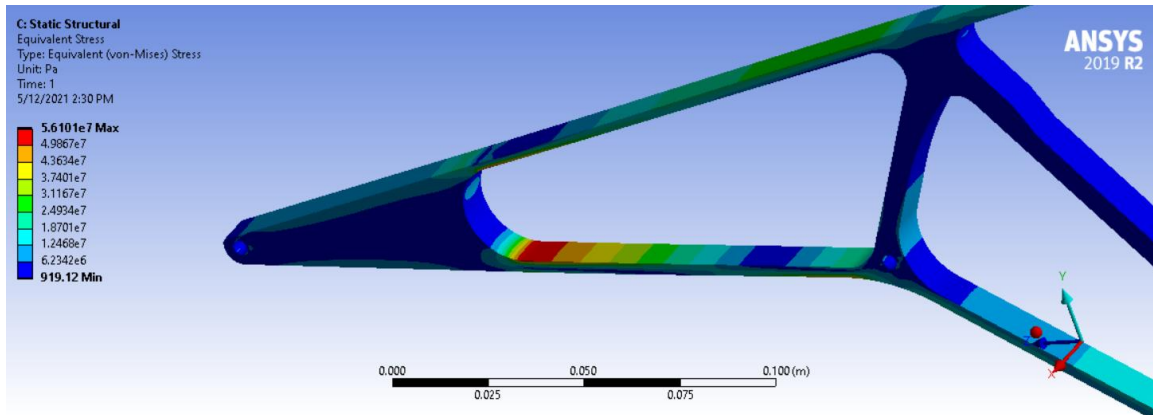
Τύπος	Mass (g)	Von-Mises Stress (MPa)	Max Principal Stress (MPa)	Max Shear Stress (MPa)	Total Deformation (m)	Directional Deformation y-axis (m)	Safety Factor	Sf/g
Static	288.97	13.2	17.9	7.39	1.61e-04	-1.61e-04	31.82	0.1101
Top. Opt.	325.79	56.1	57.2	28.90	7.46e-04	-7.44e-04	7.49	0.0230

Η γεωμετρία που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση τοπολογίας δεν εμφανίζει καλύτερη απόκριση από τη γεωμετρία που προέκυψε από τη Στατική Ανάλυση. Η αύξηση της μάζας είναι στο 12% συγκριτικά με την προϋπάρχουσα, ενώ και οι συγκεντρώσεις των τάσεων είναι υψηλότερες. Είναι θετικό, βέβαια, πως και στις 2 περιπτώσεις η διαμόρφωση αναφορικά με τον κόμβο E είναι ίδια, πράγμα που επαληθεύει την ορθότητα του συλλογισμού της Στατικής Ανάλυσης που προηγήθηκε, όπου μεγάλος πλήθος προσομοιώσεων και αλλαγών στη διαμόρφωση οδήγησε στη γεωμετρία της Εικόνα 67 .

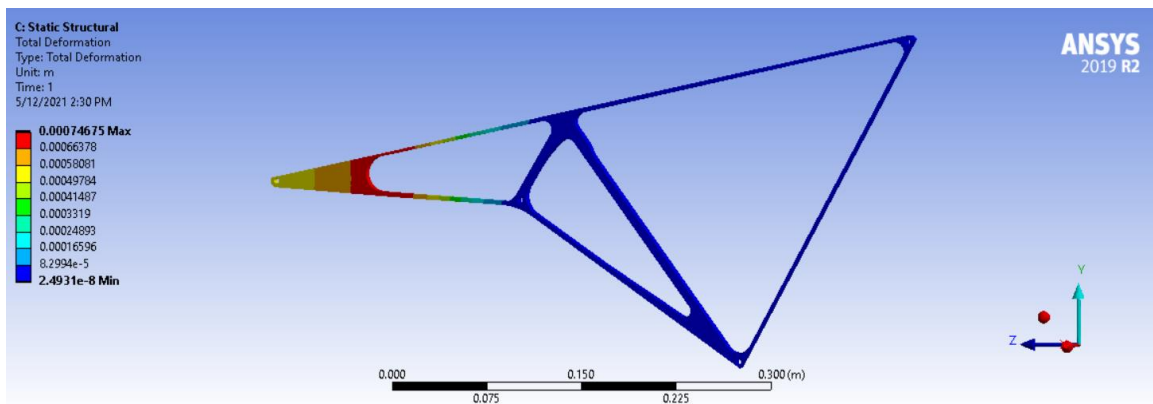


Εικόνα 67: Βέλτιστη διαμόρφωση της γεωμετρίας από το AI-7075T6 μέσω της Στατικής Ανάλυσης και συνεχούς ανατροφοδότησης των αποτελεσμάτων για αλλαγές στη γεωμετρία.

Η μέγιστη παραμόρφωση εμφανίζεται πλησίον του απομακρυσμένου σημείου D, πράγμα που συμφωνεί με τη Στατική Ανάλυση, ενώ το μέτρο των τάσεων είναι στη γεωμετρία συνολικά υψηλότερο (Εικόνα 68), (Εικόνα 69). Αυτό οφείλεται εν μέρη στο μειωμένο μέγεθος των διατομών που αυξάνει τις τάσεις, αλλά και σε μικρές ασυνέχειες της γεωμετρίας.

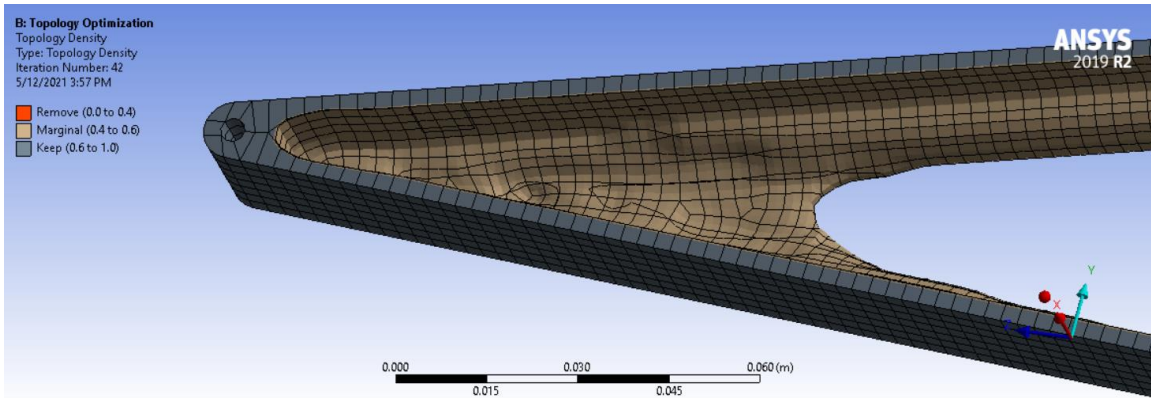


Εικόνα 68: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής της ισοδύναμης τάσης στη γεωμετρία που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση τοπολογίας. Μεγέθυνση στο σημείο που εμφανίζεται το μέγιστο.



Εικόνα 69: Γραφική αναπαράσταση (contour plot) κατανομής της ολικής παραμόρφωσης στη γεωμετρία που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση τοπολογίας.

Μεγάλες ποσότητες υλικού σε άλλα σημεία της γεωμετρίας αυξάνουν τη μάζα της κατασκευής. Είναι γεγονός, πως η βελτιστοποίηση τοπολογίας αυτή αδυνατεί να φτάσει το επιθυμητό περιορισμό μάζας. Με βάση τη συγκεκριμένη απεικόνιση, ορισμένα σημεία (Εικόνα 70) διατηρούνται οριακά στην κατασκευή, και συντελούν στην ίσως περιττή αύξηση της. Αυτό συμβαίνει διότι, με βάση και τον τρόπο επίλυσης, προκύπτει σε κάποια επανάληψη μία ασυνέχεια στην κατασκευή, που έχει ως αποτέλεσμα την αδυναμία διατήρησης υψηλής δυσκαμψίας, και επομένως υψηλών παραμορφώσεων, που είναι ο στόχος. Όλη αυτή η διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα μία οριακή κατάσταση όπου διατηρούνται περιοχές με χαμηλή δυσκαμψία, οι οποίες όχι μόνο προσθέτουν βάρος, αλλά και αυξάνουν τις τάσεις.



Εικόνα 70: Περιοχές της γεωμετρίας που διατηρούνται οριακά.

---

---

## 5. Μη Πεπλεγμένη Δυναμική Ανάλυση (Explicit)

---

---

### 5.1. Μη Πεπλεγμένη vs Πεπλεγμένη (Θεωρία και εφαρμογές)

Η Μη Πεπλεγμένη Ανάλυση δυναμικής απόκρισης είναι ένα σύστημα σχεδιασμένο να προσομοιάζει μη γραμμική συμπεριφορά όπως είναι οι κρούσεις, οι εκρήξεις, η διάδοση κυμάτων κ.α. Πιο συγκεκριμένα, είναι κατάλληλη για γεγονότα που λαμβάνουν χώρα σε μικρές χρονικές περιόδους της τάξεως των millisecond και μικρότερα. Μπορεί να γίνει και μοντελοποίηση γεγονότων που διαρκούν πάνω από δευτερόλεπτο, απλώς αναμένεται το υπολογιστικό κόστος να είναι μεγάλο. Για την παρούσα ανάλυση είναι χρήσιμη στην ανάλυση της συμπεριφοράς των βάσεων υπό απότομη εφαρμογή φορτίου στο μονοθέσιο, όπως για παράδειγμα ένα απότομο φρενάρισμα, ή μία απότομη αλλαγή κατεύθυνσης. Επομένως, χρειάζεται μια συνοπτική εισαγωγή στον τρόπο υπολογισμού της απόκρισης, ώστε να γίνουν κατανοητές και οι εφαρμογές της.

Στην ανάλυση αυτή, οι εξισώσεις που χρήζουν επίλυση εκφράζουν τη διατήρηση της μάζας, της ορμής και της ενέργειας. Αρχικά, το πλέγμα κινείται και παραμορφώνεται μαζί με τη γεωμετρία, οπότε η διατήρηση της μάζας πληροίται. Οι εξισώσεις που εκφράζουν την διατήρηση της ορμής συσχετίζουν την επιτάχυνση με τον ταυστή των τάσεων με βάση τις ελαστοδυναμικές εξισώσεις των τάσεων σε κάθε άξονα:

$$\begin{aligned}\rho\ddot{u}_x &= b_x + \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} \\ \rho\ddot{u}_y &= b_y + \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z} \\ \rho\ddot{u}_z &= b_z + \frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\end{aligned}\tag{5.1}$$

όπου:

$\rho$ : πυκνότητα

$b$ : στοιχεία επιτάχυνσης του σώματος σε κάθε άξονα

Και η διατήρηση της ενέργειας:

$$\dot{e} = \frac{1}{\rho} (\sigma_{xx}\dot{\epsilon}_{xx} + \sigma_{yy}\dot{\epsilon}_{yy} + \sigma_{zz}\dot{\epsilon}_{zz} + \sigma_{xy}\dot{\epsilon}_{xy} + \sigma_{yz}\dot{\epsilon}_{yz} + \sigma_{zx}\dot{\epsilon}_{zx})\tag{5.2}$$

Παρατηρείται, λοιπόν, πως η κυρίαρχη εξάρτηση είναι αυτή από τον όρο της επιτάχυνσης. Αν επιλυθεί η εξίσωση 3.20 ως προς αυτόν τον όρο, τότε προκύπτει:

$$\ddot{u} = M^{-1}(f(t) - (C\dot{u} + Ku))\tag{5.3}$$

Η προηγουμένως (Implicit Analysis) εξάρτηση από το αντίστροφο μητρώο δυσκαμψίας  $K$ , μετατράπηκε τώρα σε εξάρτηση από το αντίστροφο μητρώο μάζας  $M$ . Αυτό αποτελεί μια ειδοποιό διαφορά, καθώς το μητρώο μάζας είναι στην πληθώρα των περιπτώσεων ένας διαγώνιος πίνακας, δηλαδή τα μη μηδενικά του στοιχεία είναι εκείνα της κύριας διαγωνίου του, πράγμα που κάνει την αντιστροφή του απλούστερη και υπολογιστικά οικονομικότερη.

Η μέθοδος επίλυσης που χρησιμοποιεί η Explicit Dynamics ανάλυση είναι η μέθοδος των κεντρικών πεπερασμένων διαφορών (central difference method), που συχνά αναφέρεται και ως μέθοδος Leapfrog. Εφόσον υπολογίζεται η συνισταμένη των δυνάμεων πάνω σε έναν κόμβο  $i$ , οι επιταχύνσεις υπολογίζονται ως:

$$\ddot{u}_i = \frac{F_i}{m} + b_i \quad 5.4$$

Και χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Leapfrog, όταν υπολογίζονται οι επιταχύνσεις σε χρόνο  $n$ , τότε οι ταχύτητες σε χρόνο  $n+1/2$  και οι μετατοπίσεις σε χρόνο  $n+1$  υπολογίζονται ως:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{n+1/2} &= \dot{u}_{n-1/2} + \Delta t_n \ddot{u}_n \\ u_{n+1} &= u_n + \dot{u}_{n+1/2} \Delta t_{n+1/2} \end{aligned} \quad 5.5$$

Στην περίπτωση αυτή, οι εξισώσεις είναι ασύζευκτες, με αποτέλεσμα να μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεση μέθοδος επίλυσης που μειώνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος. Σημειώνεται επίσης πως η επίλυση είναι υπό συνθήκες ευσταθής και πιο συγκεκριμένα το βήμα  $\Delta t$  χρειάζεται να είναι κάτω από μια οριακή τιμή, η οποία εξαρτάται από το μέγεθος των στοιχείων του πλέγματος, την ταχύτητα διάδοσης του κύματος (19). Αυτό ορίζεται από τη συνθήκη CFL (Courant-Friedrichs-Lewy), και ορίζει πως το βήμα πρέπει να είναι τέτοιο, ώστε το κύμα να μη ταξιδεύει απόσταση μεγαλύτερη του χαρακτηριστικού στοιχείου του πλέγματος σε χρόνο  $\Delta t$  ή αλλιώς:

$$\Delta t \leq f \left[ \frac{h}{c} \right] \quad 5.6$$

όπου:

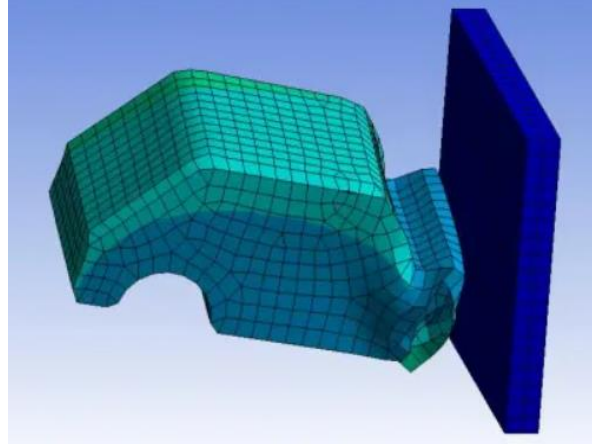
$\Delta t$ : βήμα

$f$ : παράγοντας ασφαλείας εξ ορισμού 0.9

$h$ : το χαρακτηριστικό μήκος του στοιχείου

$c$ : η ταχύτητα του ήχου στο εκάστοτε υλικό

Στη μη πεπλεγμένη (Explicit) ανάλυση, σε αντίθεση με την πεπλεγμένη (Implicit), υπάρχει εξάρτηση πέρα από την ίδια την παραμόρφωση, και από τον ρυθμό της. Αυτό το γεγονός σε συνδυασμό με το μικρό  $\Delta t$  ανοίγει τον δρόμο για τις συγκεκριμένου τύπου εφαρμογές που αναφέρθηκαν.



Εικόνα 71: Προσομοίωση σύγκρουσης αυτοκινήτου σε τοίχο με Explicit ανάλυση.

Πίνακας 45: Σύγκριση μεταξύ Πεπλεγμένης (Implicit) και Μη Πεπλεγμένης (Explicit) Ανάλυσης.

Κατηγορία	Implicit	Explicit
υπολογιστικό κόστος	υπολογισμός $K^{-1}$ → υπολογιστικό κόστος αυξάνεται	υπολογισμός $M^{-1}$ → υπολογιστικά οικονομικότερο
τύπος επιλύτη	συζευγμένες εξισώσεις → επαναληπτική επίλυση	ασύζευκτες εξισώσεις → άμεση επίλυση
σύγκλιση	συγκλίνει πάντα	συγκλίνει υπό προϋποθέσεις
εξάρτηση επίλυσης	$\sigma = f(\epsilon)$	$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon})$
εφαρμογή	απόκριση χαμηλών συχνοτήτων, ταλαντώσεις, δονήσεις	απόκριση υψηλών συχνοτήτων, διάδοση κύματος, κρούση, έκρηξη

## 5.2. Θεωρία Διάδοσης Κυμάτων

Η θεώρηση πως τα άτομα ενός κρυσταλλικού υλικού βρίσκονται ακίνητα στις θέσεις τους στο κρυσταλλικό πλέγμα δεν ισχύει, στην πραγματικότητα ταλαντώνονται γύρω από τις θέσεις ισορροπίας τους, συνεπώς και το κρυσταλλικό πλέγμα ταλαντώνεται. Στη θεώρηση αυτή ισχύουν οι παρακάτω προσεγγίσεις: α) Οι δυνάμεις που ασκούνται στα άτομα είναι της μορφής  $F = -Ku$ , β) οι μετατοπίσεις των ατόμων  $u$  είναι πολύ μικρότερες του μήκους της ακμής  $a$  της μοναδιαίας κυψελίδας, γ) η φύση του δεσμού δεν επηρεάζεται από τις ταλαντώσεις. Κανονικά, θα έπρεπε να λαμβάνονται υπόψη πιθανές ασυνέχειες στο πλέγμα (πλεγματικά κενά, άτομα σε παραπλεγματικές θέσεις, διδυμίες, όρια κόκκων κλπ.). Παρόλα αυτά, όταν το μήκος κύματος  $\lambda$ , δηλαδή η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρονικό διάστημα μίας πλήρους ταλάντωσης, είναι πολύ μεγαλύτερο της ακμής  $a$ , τότε η ατομική φύση μπορεί να παραλειφθεί και το στερεό μπορεί να θεωρηθεί ως συνεχές μέσο (continuum medium). Τέτοιες δονήσεις πλέγματος ονομάζονται ελαστικά κύματα.

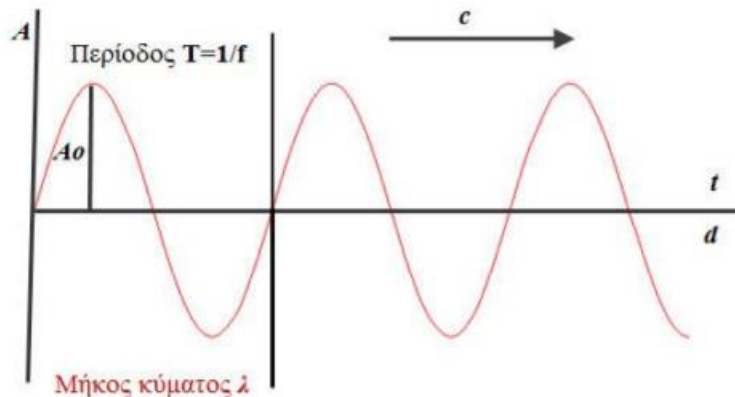


Πιο αναλυτικά, η διαταραχή που προκαλείται σε ένα υλικό λόγω κάποιου εξωτερικού ερεθίσματος έχει ως αποτέλεσμα την απομάκρυνση ατόμων από την θέση ισορροπίας τους, πράγμα που συντελεί στη δημιουργία εσωτερικών δυνάμεων στα γειτονικά άτομα κ.ο.κ. Ο μηχανισμός αυτός ονομάζεται διάδοση μιας διαταραχής, και σε ακριβώς αυτόν στηρίζεται η διάδοση των ελαστικών κυμάτων. Βασικό χαρακτηριστικό των ελαστικών κυμάτων είναι πως κατά τη διάδοσή τους υπάρχει μεταφορά ενέργειας, αλλά όχι μάζας, και στην περίπτωση που το μέσο διάδοσης είναι ομογενές η κίνηση του κύματος μπορεί να θεωρηθεί ως ταλαντώσεις οι οποίες διατηρούν το πλάτος τους  $A$  και διαδίδονται με σταθερή ταχύτητα  $c$ . Η ταχύτητα διάδοσης ορίζεται ως εξής:

$$c = \lambda f$$

5.7

όπου  $\lambda$ : μήκος κύματος και  $f$ : η συχνότητα, δηλαδή ο αριθμός των πλήρων ταλαντώσεων στη μονάδα του χρόνου.



Εικόνα 72: Τα χαρακτηριστικά μεγέθη ενός κύματος.

Η ταχύτητα διάδοσης κυμάτων σε ένα υλικό μέσο είναι χαρακτηριστική των ιδιοτήτων του μέσου. Σε αυτό στηρίζονται και οι μη καταστροφικές τεχνικές με υπερήχους. Ο ήχος (τα ηχητικά κύματα είναι μηχανικά/ελαστικά κύματα) διαχέεται μέσω των ελαστικών δεσμών μεταξύ των μορίων, με αποτέλεσμα να υπάρχει εξάρτηση από το πόσο ισχυρός είναι ο δεσμός για την ευκολία διάδοσης του κύματος.

Σύμφωνα με τα παραπάνω γίνεται κατανοητό ότι για τη διάδοση ελαστικών κυμάτων είναι αναγκαίο ένα μέσο διάδοσης (στερεό, υγρό ή αέριο) και η ύπαρξη μιας ελαστικής διαταραχής σε κάποιο σημείο αυτού.

Ξεκινώντας από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα καταλήγουμε στην κυματική εξίσωση της μορφής (20):

$$\nabla^2 u(x, y, z, t) = \frac{1}{C_i} \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial t^2} \quad 5.8$$

όπου:

$u(x, y, z, t)$ : η μετατόπιση σε χρόνο  $t$

$C_i = \sqrt{\frac{C}{\rho}}$  η ταχύτητα του ηχητικού κύματος (ή και γενικότερα η φασική ταχύτητα του κύματος)

με τον δείκτη  $i$  να συμβολίζει τον τύπο του κύματος

$C$ : η ελαστική σταθερά που αντιστοιχεί στην εκάστοτε διεύθυνση

$\rho$ : η πυκνότητα του υλικού

Για παράδειγμα, για διαμήκη κύματα  $C$  ισούται με την ελαστική σταθερά του Young  $E$ , ενώ σε εγκάρσια με το μέτρο διάτμησης  $G$ .

Για ένα επίπεδο κύμα που διαδίδεται στον άξονα  $x$  η εξίσωση 2 ανάγεται στη μορφή:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{C_i} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad 5.9$$

Χωρίζοντας μεταβλητές, μια λύση που προκύπτει είναι η:

$$u = A e^{i(kx - \omega t)} \quad 5.10$$

όπου:

$A$ : το πλάτος της ταλάντωσης το οποίο εξαρτάται του  $C_i$ ,  $k$ ,  $\omega$

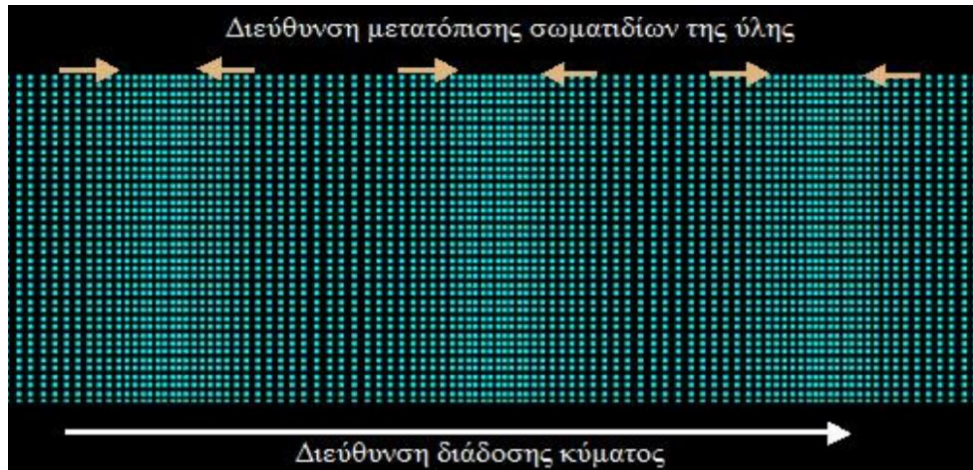
$k$ : ο κυματαριθμός  $= \lambda/2\pi$

$\omega$ : η γωνιακή συχνότητα  $= 2\pi f$ .

### 5.2.1. Τύποι κυμάτων

#### Διαμήκη

Τα διαμήκη κύματα δημιουργούνται όταν η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του μέσου είναι ίδια με τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Αναφέρονται επίσης ως κύματα συμπίεσης (compression waves) λόγω εφαρμογής δυνάμεων συμπίεσης στο ελαστικό μέσο. Κατά τη διάδοση διαμηκών κυμάτων δημιουργούνται πυκνώματα και αραιώματα, ανάλογα με τη μετατόπιση των μορίων από τη θέση ισορροπίας. (21)

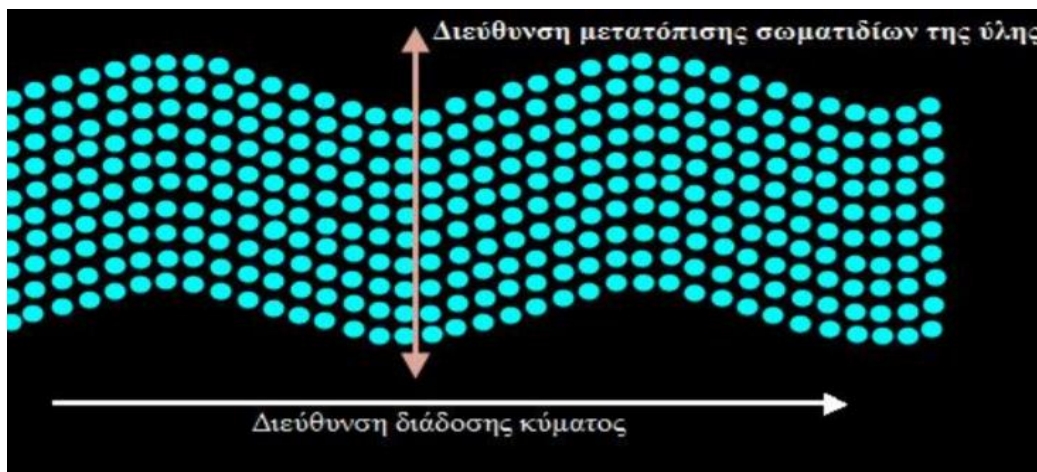


Εικόνα 73: Απεικόνιση διαμήκους κύματος.

Για μεγαλύτερη διευκόλυνση, τα διαμήκη κύματα μπορούν να παρομοιαστούν με ένα ελατήριο στερεωμένο στο ένα του άκρο και εφαρμογή δύναμης στο άλλο άκρο με διεύθυνση παράλληλη προς τον άξονα του. Σε μία τέτοια περίπτωση δημιουργείται μια αρμονική ταλάντωση (αν το ελατήριο θεωρηθεί ιδανικό) η οποία διαδίδεται κατά μήκος του ελατηρίου.

### Εγκάρσια ή διατμητικά

Όταν κατά τη διάδοση του κύματος η ταλάντωση λαμβάνει χώρα σε διεύθυνση κάθετη εκείνης της διάδοσης του κύματος, τότε το κύμα ονομάζεται εγκάρσιο (transverse) ή διατμητικό (shear). Απαιτούνται ισχυρές ελκτικές και εγκάρσια ελαστικές δυνάμεις μεταξύ των ατόμων, έτσι ώστε η κίνηση του ενός να συμπαρασύρει το επόμενο. Για τον λόγο αυτό, η διάδοση τέτοιων κυμάτων γίνεται μόνο σε στερεά μέσα, αφού τα υγρά και τα αέρια παρουσιάζουν ασθενέστερους δεσμούς (εξάιρεση αποτελούν ρευστά υψηλού ιξώδους, όπως τα πολυμερικά τήγματα).



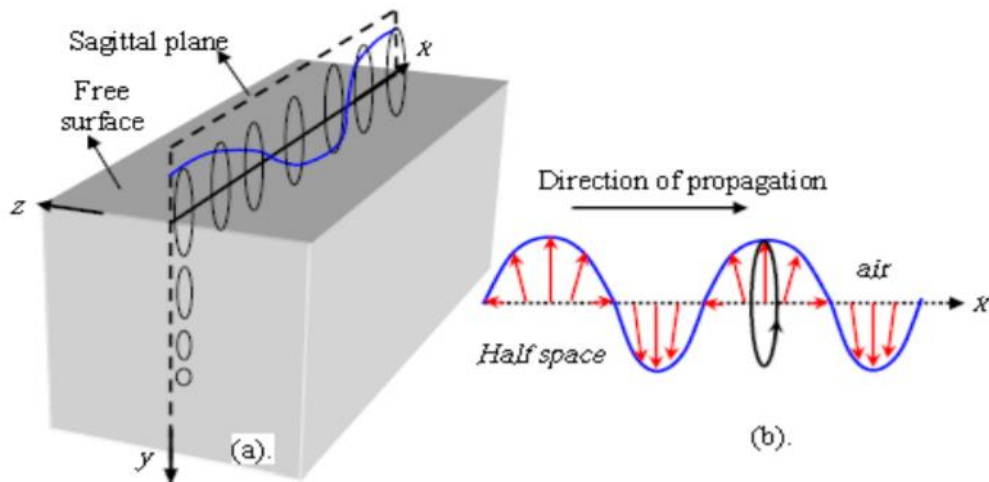
Εικόνα 74: Απεικόνιση εγκάρσιου κύματος.

Παρομοιάζεται ένα εγκάρσιο κύμα με ένα σκοινί του οποίου το ένα άκρο είναι στερεωμένο και στο άλλο ελαφρώς τεντωμένο άκρο εφαρμόζεται μία δόνηση, το σκοινί κινείται πάνω-κάτω σχηματίζοντας όρη και κοιλάδες που μεταδίδονται διαδοχικά κατά το μήκος του σχοινού.

Όπως προαναφέρθηκε, χρήση υπερήχων γίνεται για μη καταστροφικούς ελέγχους κατασκευών. Εκμεταλλευόμενοι κυρίως το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, δημιουργούνται καθοδηγούμενα κύματα (guided waves) κυρίως των δύο ανωτέρω κατηγοριών για την ανίχνευση αστοχιών. Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο αφορά κρυσταλλικά υλικά τα οποία έχουν την ιδιότητα να εμφανίζουν ηλεκτρικά φορτία στην επιφάνεια τους όταν δεχτούν μία μηχανική καταπόνηση, και αντίστροφα. Δηλαδή, όταν εφαρμόζεται ηλεκτρικό φορτίο σε ένα υλικό, τα πολωμένα ιόντα ευθυγραμμίζονται στη διεύθυνση του πεδίου οδηγώντας στη γεωμετρική παραμόρφωση του υλικού.

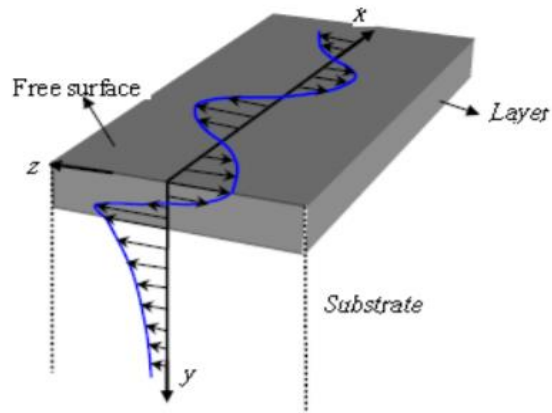
### Rayleigh

Τα κύματα Rayleigh (κύματα επιφάνειας) διαδίδονται στην ελεύθερη επιφάνεια ημι-άπειρου στερεού. Η κίνηση των σωματιδίων είναι ελλειπτική γιατί οι μετατοπίσεις προς τους άξονες διάδοσης έχουν διαφορά φάσης  $\pi/2$ , ενώ το πλάτος φθίνει εκθετικά με το βάθος.



Εικόνα 75: Κύματα Rayleigh.

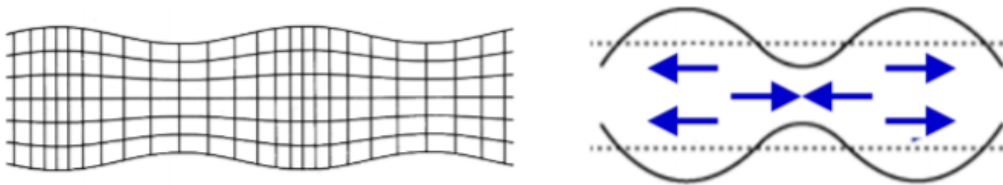
Τα κύματα Love είναι επίσης επιφανειακά κύματα, των οποίων η κίνηση των σωματιδίων είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος και παράλληλη στην επιφάνεια.



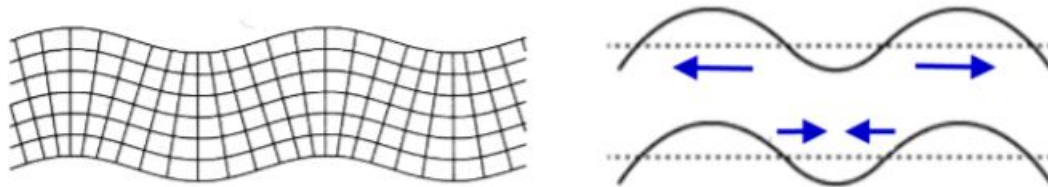
Εικόνα 76: Κύματα Lowe.

### Lamb

Τέλος, τα κύματα Lamb (κύματα πλάκας) διαδίδονται μεταξύ δύο παράλληλων επιφανειών λεπτών πλακών. Όπως και τα Rayleigh, έχουν και αυτά ελλειπτική τροχιά, αλλά καθώς το πλάτος είναι ίδιο και στις δύο επιφάνειες χωρίζονται σε δύο τύπους διάδοσης. Τον συμμετρικό Εικόνα 77 και τον αντισυμμετρικό Εικόνα 78.



Εικόνα 77: Συμμετρική διάδοση κύματος Lamb.



Εικόνα 78: Αντισυμμετρική διάδοση κύματος Lamb.

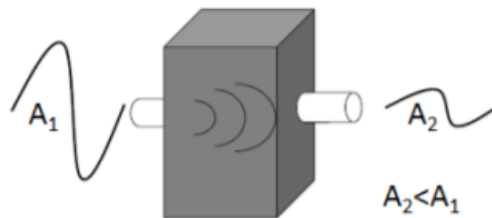
Τα κύματα Lamb δημιουργούνται κατά τη χρήση υπερήχων με κατάλληλη γωνία πρόσπτωσης ως προς την πλάκα. Χαρακτηρίζονται από πολλούς τύπους διασποράς (dispersion modes) με εξάρτηση από το πάχος της πλάκας και τη συχνότητα και η χρήση τους χρειάζεται εντατική εκ των προτέρων ανάλυση (22).

### 5.2.2. Εξασθένιση

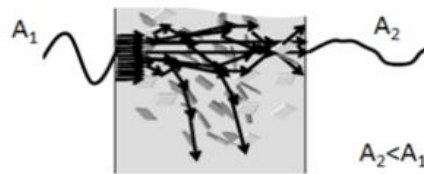
Ένα ελαστικό κύμα που διαδίδεται σε ένα μέσο χάνει συνεχώς μέρος της ενέργειας του. Ο ρυθμός απώλειας της ενέργεια αυτής ονομάζεται **εξασθένιση (attenuation)**. Δύο βασικοί μηχανισμοί που αφορούν το μέσο διάδοσης συμβάλλουν στην εξασθένιση: α) ο μηχανισμός της απορρόφησης (absorption) και β) της σκέδασης (scattering) (20).

α) Κυρίως σε ομογενή ιξωδοελαστικά στερεά και υγρά. Τα γειτονικά σωματίδια κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες, μετατροπή ενέργειας σε θερμική λόγω ιξωδών δυνάμεων από τις τριβές.

β) Ανομοιογένεια υλικού. Σκεδάζεται το κύμα όταν τα σωματίδια αναγκάζονται να αποκλίνουν από την κανονική διάδοση τους λόγω **γεωμετρίας**, ορίων κόκκων, προσμίξεις σε κράματα, πορώδους.



Εικόνα 79: Εξασθένιση κύματος κατά τη διάδοση στο μέσο.

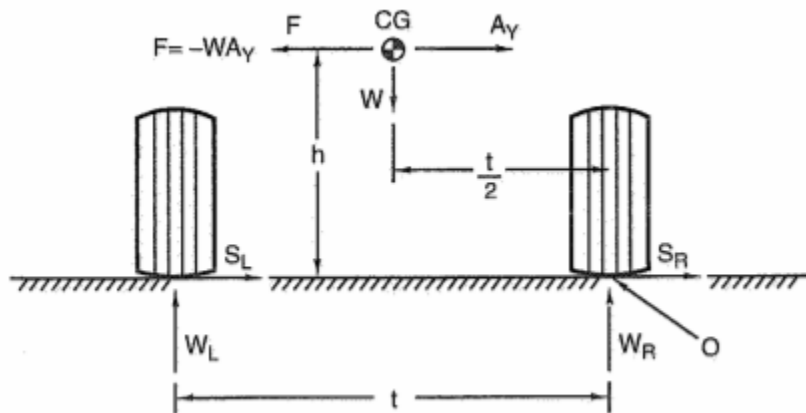


Εικόνα 80: Εξασθένιση κύματος λόγω σκέδασης.

Στόχος της ανάλυσης μέσω της Μη Πεπλεγμένης (Explicit) Ανάλυσης είναι η όσο δυνατόν μεγαλύτερη μείωση της εσωτερικής ενέργειας από τα σημεία φόρτισης της βάσης μέχρι τις στηρίξεις, μέσω αλλαγών στη διαμόρφωση της κατασκευής (αραιώματα), δηλαδή μελετάται η μέγιστη απόσβεση της ενέργειας της εφαρμοζόμενης διαταραχής. Στη βιβλιογραφία παρατηρείται χρήση πεπερασμένων στοιχείων για την παρακολούθηση και τον έλεγχο της διάδοσης κυμάτων σε κατασκευές συναρτήσε του πάχους της γεωμετρίας (23), το είδος και τη γεωμετρία αστοχίας (24), και γενικότερα τη διάδοση κατά μήκος κατασκευών (22), (25).

### 5.3. Μεθοδολογία

Στόχος της παρούσας Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης είναι η εύρεση της βέλτιστης ως προς την απόσβεση της ενέργειας των διαταραχών της γεωμετρίας. Αυτό γίνεται με βάση τον υπολογισμό της εσωτερικής ενέργειας σε ορισμένα σημεία, και σύγκριση της σε γεωμετρίες διαφορετικής διαμόρφωσης. Σε πραγματικές συνθήκες, το μονοθέσιο δέχεται τόσο απότομη φόρτιση είτε σε ένα πολύ ξαφνικό φρενάρισμα ή σε απότομες αλλαγές κατεύθυνσης με υψηλή ταχύτητα. Η φόρτιση της δειγματοληψίας έχει μέση συχνότητα τα 5Hz. Αυτή, όπως έχει ήδη αναφερθεί, προέκυψε από επιταχύνσεις και επιβραδύνσεις σε ευθεία πορεία. Η μικρή αυτή συχνότητα δεδομένων φόρτισης μεταφράζεται σε μία υπολογιστικά κοστοβόρα μη πεπλεγμένη δυναμική ανάλυση. Επομένως, είναι αναγκαία η ανάπτυξη μιας διαφορετικής μεθοδολογίας. Στην ενότητα 1.2.3 έγινε η περιγραφή της διαμήκου φόρτισης λόγω της αδρανειακής δύναμης που δημιουργείται κατά την επιτάχυνση ή την επιβράδυνση σε ευθεία. Αντίστοιχα, όταν το μονοθέσιο κινείται σε στροφή, πάλι δημιουργείται μια αδρανειακού τύπου δύναμη, η οποία ονομάζεται φυγόκεντρος και έχει κατεύθυνση αντίθετη των πλευρικών επιταχύνσεων που αναπτύσσονται.



Εικόνα 81: Συνολική πλευρική δύναμη.

Η δύναμη αυτή εκφράζεται από την εξής σχέση (2):

$$\Delta W = \frac{WA_y h}{t} \quad 5.11$$

όπου:

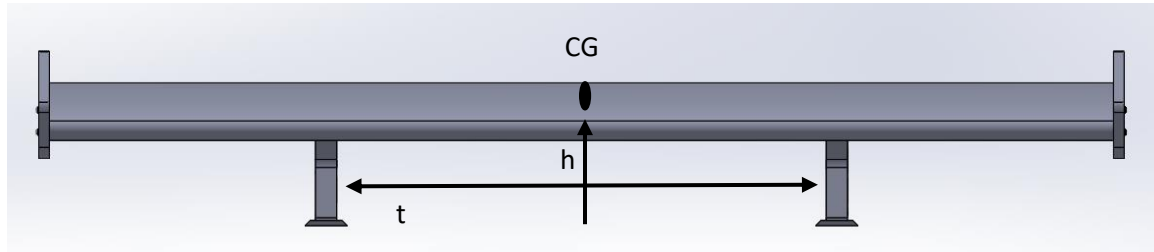
W: το συνολικό βάρος του μονοθεσίου

A<sub>y</sub>: η πλευρική επιτάχυνση

h: η απόσταση του κέντρου βάρους του μονοθεσίου από το έδαφος

t: το μετατρόχιο

Το ίδιο ακριβώς φαινόμενο συμβαίνει και πιο συγκεκριμένα για το σύστημα της πίσω πτέρυγας με τις δύο βάσεις της σε μία απότομη αλλαγή κατεύθυνσης.



Εικόνα 82: Τα στοιχεία της εξίσωσης 5.11 αναφορικά με το σύστημα πίσω πτέρυγα-βάσεις.

Καθώς η δειγματοληψία για την περιγραφή αυτού του φαινομένου είναι ανεπαρκής, γίνεται αναζήτηση βιβλιογραφικών δεδομένων για την πλευρική επιτάχυνση μονοθεσίων FSAE σε απότομο ελιγμό (26), (27). Η πλευρική επιτάχυνση αυτή εισάγεται στην εξίσωση 5.11 αναφορικά τώρα με τα μεγέθη του συστήματος πίσω πτέρυγα-βάσεις.

t: η απόσταση μεταξύ των βάσεων

W: μάζα πίσω πτέρυγας

h: απόσταση του κέντρου βάρους της πίσω πτέρυγας από το έδαφος

Τέλος, γίνεται η εισαγωγή της ευρεθείσας φόρτισης ως συνοριακή συνθήκη φόρτισης στο μοντέλο Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης, και εξετάζεται η διάδοση της διαταραχής στις εξεταζόμενες γεωμετρίες.

#### 5.4. Αριθμητικό Μοντέλο

Οι μηχανικές ιδιότητες των γεωμετριών που υλικό τους είναι το κράμα αλουμινίου αεροπορικού τύπου Al-7075T6 δίνονται από τον Πίνακα 12. Στην ανάλυση της σύνθετης sandwich γεωμετρίας, καθώς η ένωση του ACP (Ansys Composite Prepost) με την μη πεπλεγμένη δυναμική ανάλυση (Explicit Dynamics) είναι ασύμβατη, εισάγεται ένα CAD συναρμολόγησης (assembly) το οποίο αποτελείται από τα δύο περιβλήματα από CFRP των 6mm και τον αφρό από PVC των 20mm. Μόνο σε αυτήν την περίπτωση, όπου υπάρχει επαφή (contact) μεταξύ διαφορετικών σωμάτων, αυτή ορίζεται ως bonded. Αυτή είναι η προεπιλογή του ANSYS, και σε μία τέτοια ένωση, δεν γλιστρούν οι επιφάνειες μεταξύ τους, ούτε αυτές είναι ικανά να διαχωριστούν, δηλαδή είναι σαν να είναι πλήρως κολλημένα μεταξύ τους. Αυτός ο τύπος επαφής δίνει τη δυνατότητα γραμμικής επίλυσης, καθώς το μήκος και η επιφάνεια επαφής παραμένουν σταθερά ανεξάρτητα από τη φόρτιση.



Όλες οι υπόλοιπες ρυθμίσεις των μοντέλων είναι ίδιες με αυτές της Στατικής Ανάλυσης (2.2.1), εκτός από μερικές εξαιρέσεις.

- Το πλέγμα διακριτοποίησης γίνεται αραιότερο, με στόχο την μείωση του μεγάλου υπολογιστικού κόστους της Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης με «υψηλούς» για τον τύπο ανάλυσης τελικούς χρόνους (βλ. 5.5).
- Τα απομακρυσμένα σημεία, στα οποία ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες, δεν είναι συμβατά με την Explicit ανάλυση να είναι παραμορφώσιμα, επομένως ορίζονται Rigid, δηλαδή οι κυλινδρικές επιφάνειες διατηρούν το αρχικό τους σχήμα.

Πίνακας 46: Στατιστικά στοιχεία αραιότερου πλέγματος γεωμετρίας από το AI-7075T6.

Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	9618
<input type="checkbox"/> Elements	40079

Πίνακας 47: Στατιστικά στοιχεία αραιότερου πλέγματος της σύνθετης γεωμετρίας.

Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	48460
<input type="checkbox"/> Elements	32648

## 5.5. Ρυθμίσεις Επιλύτη

Με βάση τη βιβλιογραφία ορίζεται η φόρτιση που κρίνεται ότι περιγράφει ορθά το φυσικό φαινόμενο που εξετάζεται, δηλαδή έναν απότομο ελιγμό του μονοθεσίου. Με στόχο τη μείωση του υπολογιστικού κόστους, βρίσκεται το σημείο ολικού χρόνου του φαινομένου της διάδοσης της διαταραχής σε όλη τη γεωμετρία. Τα δεδομένα αυτά ορίζονται ως συνοριακή συνθήκη φόρτισης.

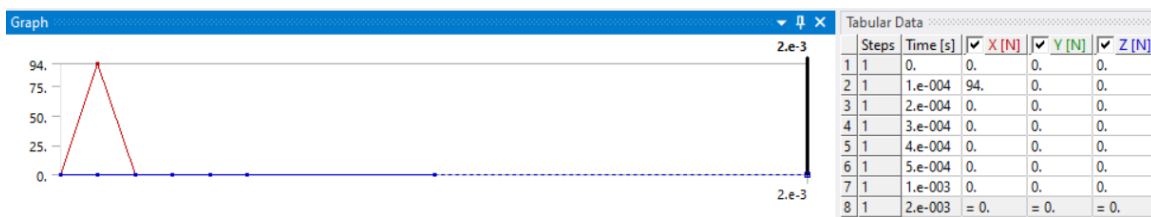


Figure 28: Εισαγωγή δεδομένων εγκάρσιας/πλευρικής φόρτισης στην μη πεπλεγμένη δυναμική ανάλυση.

Πίνακας 48: Ρυθμίσεις Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης (Explicit Dynamics Analysis).

Details of "Analysis Settings"	
<b>Analysis Settings Preference</b>	
Type	Program Controlled
<b>Step Controls</b>	
Number Of Steps	1
Current Step Number	1
End Time	4.e-002
Resume From Cycle	0
Maximum Number of Cycles	1e+08
Maximum Energy Error	1000.
Reference Energy Cycle	0
Initial Time Step	1.e-008 s
Minimum Time Step	1.e-008 s
Maximum Time Step	2.e-008 s
Time Step Safety Factor	0.9
Characteristic Dimension	Diagonals
Automatic Mass Scaling	No

**Τελικός χρόνος (End Time):** Ορίζεται ο μέγιστος πάντα με αφετηρία το  $t=0$ ) χρόνος προσομοίωσης του φαινομένου που θα γίνει από την Explicit ανάλυση.

**Μέγιστος αριθμός κύκλων επίλυσης (Maximum Number of Cycles):** Ο μέγιστος αριθμός κύκλων επίλυσης που επιτρέπεται στην ανάλυση. Η επίλυση θα σταματήσει είτε όταν ο χρόνος προσομοίωσης φτάσει τον τελικό χρόνο ή όταν ο αριθμός του κύκλου επίλυσης ξεπεράσει το μέγιστο.

**Μέγιστο Ενεργειακό Σφάλμα (Maximum Energy Error):** Η διατήρηση της ενέργειας (5.2) αποτελεί μέτρο ποιότητας της Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης. Μεγάλες αποκλίσεις χαρακτηρίζουν μία προσομοίωση ως μη βέλτιστη, και ο ορισμός μίας συγκεκριμένης τιμής δίνει τη δυνατότητα λήξης της επίλυσης όταν αυτή εμφανίζει μεγάλα σφάλματα. Στην παρούσα περίπτωση επιτρέπεται μεγαλύτερο σφάλμα, καθώς το πλέγμα είναι αραιό και είναι πιθανό σε κάποιο κύκλο επίλυσης οι αποκλίσεις στο ισοζύγιο ενέργειας να είναι αυξημένες.

**Βήμα (Time Step):** Το βήμα στην μη πεπλεγμένη Δυναμική Ανάλυση (Explicit Dynamics) αποτελεί το βασικό κριτήριο ακρίβειας της λύσης. Πιο συγκεκριμένα, το βήμα περιορίζεται από τη συνθήκη CFL (Courants-Friedrichs-Lewy). Αυτή υποδηλώνει πως το βήμα πρέπει να είναι τέτοιο ώστε μια διαταραχή (μηχανικό κύμα) να μη μπορεί να ταξιδέψει μακρύτερα από το χαρακτηριστικό μήκος του πλέγματος σε χρόνο ενός βήματος. Αυτό εκφράζεται μαθηματικά από:

$$\Delta t \leq f \left[ \frac{h}{c} \right]_{\min} \quad 5.12$$

όπου:

$\Delta t$ : βήμα

$h$ : χαρακτηριστική διάσταση του πλέγματος (=ελάχιστο μήκος στοιχείου=3mm)

$c$ : η ταχύτητα του ήχου στο υλικό, =3100m/s (28)

$f$ : παράγοντας ασφαλείας (=0.9)

Στην περίπτωση αυτή, καθώς η ταχύτητα του ήχου στο συγκεκριμένο κράμα για εγκάρσια διάδοση είναι ίση με 3100 m/s και το ελάχιστο μήκος στοιχείου είναι 4mm , τότε το βήμα χρειάζεται να είναι μικρότερο ή ίσο του , γι' αυτό επιλέγεται η τιμή =  $1 \cdot 10^{-8}$ . Εφόσον ικανοποιείται το κριτήριο CFL, η ακρίβεια της επίλυσης είναι ικανοποιητική.

## 5.6. Ζητούμενα Επίλυσης

Το βασικό ζητούμενο επίλυσης, πέραν των ολικών παραμορφώσεων, είναι η εσωτερική ενέργεια (internal energy). Η εσωτερική ενέργεια ορίζεται ως έκφραση User Defined Result στο περιβάλλον του ANSYS. Αυτή η επιλογή καθορισμένων από τον χρήστη αποτελεσμάτων, δίνει τη δυνατότητα πραγματοποίησης μαθηματικών πράξεων στα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επίλυση. Κάθε τύπος ανάλυσης (στατική, πεπλεγμένη δυναμική, μη πεπλεγμένη δυναμική, θερμομηχανική) έχει προκαθορισμένα ορισμένα χρήσιμα για το τύπο ανάλυσης τέτοια αποτελέσματα.

Η εσωτερική ενέργεια ενός συστήματος εκφράζεται από το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας του. Εφόσον οι συνοριακές συνθήκες φόρτισης είναι ίδιες για κάθε διαμόρφωση, τότε συνολική εσωτερική ενέργεια μεταξύ των διαφορετικών γεωμετριών είναι η ίδια. Η δυναμική ενέργεια ή ελαστική ενέργεια παραμόρφωσης  $U$  δίδεται από την εξίσωση (29), (18):

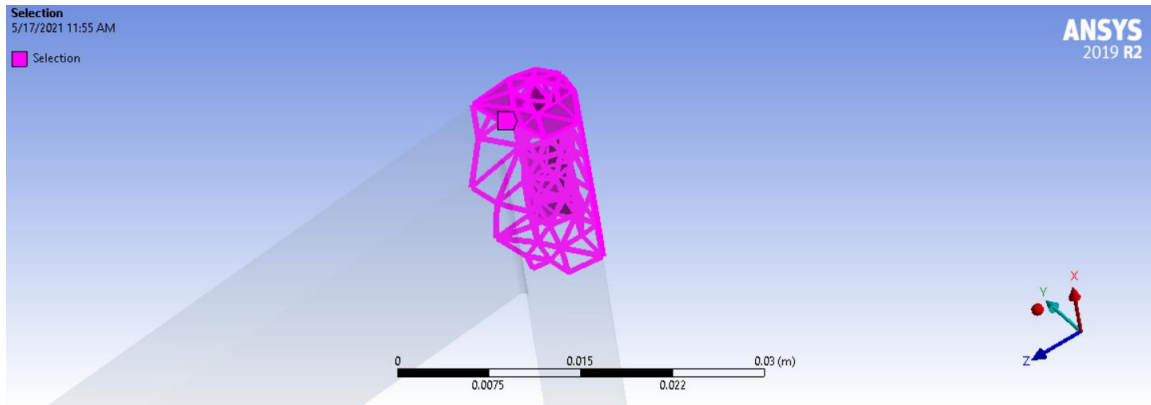
$$U = \int_V \bar{U} dV \quad 5.13$$

$$\bar{U} = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx})$$

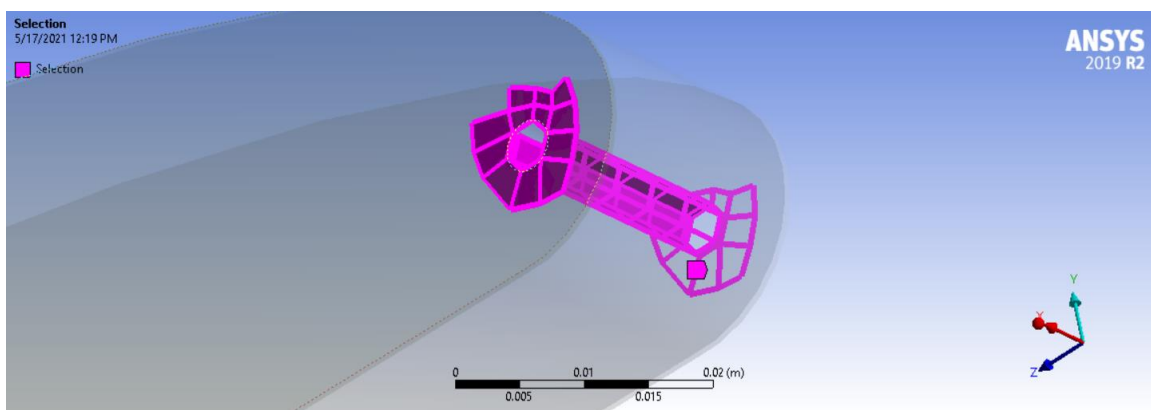
Στο ANSYS η δυναμική ενέργεια υπολογίζεται από τον τύπο:

$$U = \frac{1}{2} * \text{μητρώο δυσκαμψίας στοιχείου} * (\text{μετατόπιση κόμβου})^2 \quad 5.14$$

Η βασική παράμετρος από την οποία εξαρτάται η δυναμική ενέργεια είναι η δυσκαμψία  $K$ . Επομένως, πραγματοποιούνται αλλαγές στη γεωμετρία (διαφορετικά αραιώματα, αλλαγή πάχους), καταγράφονται τα αποτελέσματα της εσωτερικής ενέργειας σε ένα σύνολο στοιχείων πλησίον των απομακρυσμένων σημείων και γίνεται η τελική σύγκριση και με τη γεωμετρία του συνθέτου.



Εικόνα 83: Το σύνολο των στοιχείων, όπου υπολογίζεται η εσωτερική ενέργεια πλησίον του απομακρυσμένου σημείου A για τη γεωμετρία από Al-7075T6..

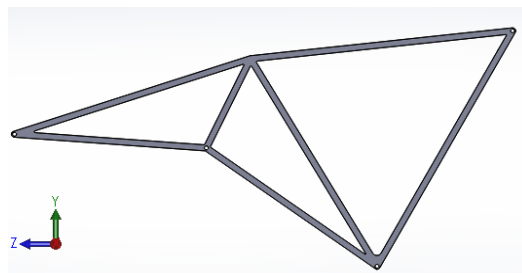


Εικόνα 84: Το σύνολο των στοιχείων, όπου υπολογίζεται η εσωτερική ενέργεια πλησίον του απομακρυσμένου σημείου A για τη σύνθετη γεωμετρία.

## 5.7. Αποτελέσματα και Σύγκριση

Για την εύρεση της βέλτιστης βάσης ως προς την απόσβεση της ενέργειας των διαταραχών εξετάζονται πέντε διαφορετικές γεωμετρίες. Παρουσιάζονται παρακάτω, ακολουθώντας την εξής κωδικοποίηση.

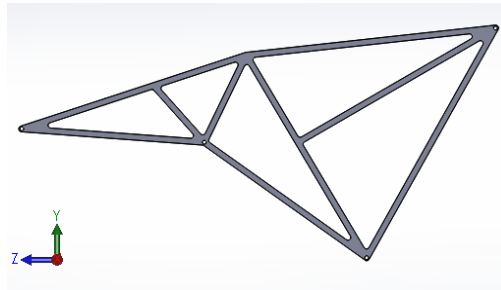
**Al\_x\_10mm:** Η βέλτιστη γεωμετρία από το κράμα αλουμινίου αεροπορικού τύπου Al-7075T6, η οποία προέκυψε από τη Στατική Ανάλυση. Τονίζεται το πάχος της στον άξονα-x, το οποίο είναι 10mm.



Εικόνα 85: Al\_x\_10mm.

**Al\_x\_15mm:** Ίδια διαμόρφωση με τη βέλτιστη γεωμετρία (Εικόνα 85), με αύξηση στο πάχος κατά 5mm.

**Al\_new\_holes:** Παραλλαγή της βέλτιστης διαμόρφωσης Al\_x\_10mm με διαφορετικά ελαφρώματα (lightening holes) της κατασκευής, ώστε να διερευνηθεί η επιρροή τους στην εξασθένιση.



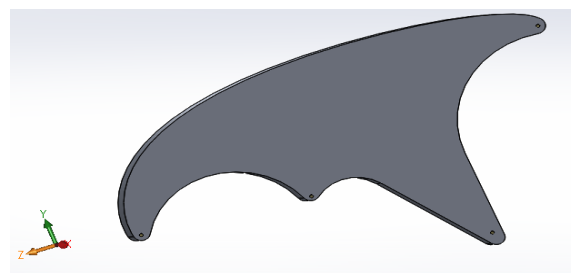
Εικόνα 86: Al\_new\_holes.

**Composite:** Η σύνθετη κατασκευή sandwich. Περίβλημα (μαύρο χρώμα) από CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer) 0.6mm το κάθε skin, και κορμό από πολυμερικό αφρό πολυβινυλοχλωριδίου (γκρι) 20mm.

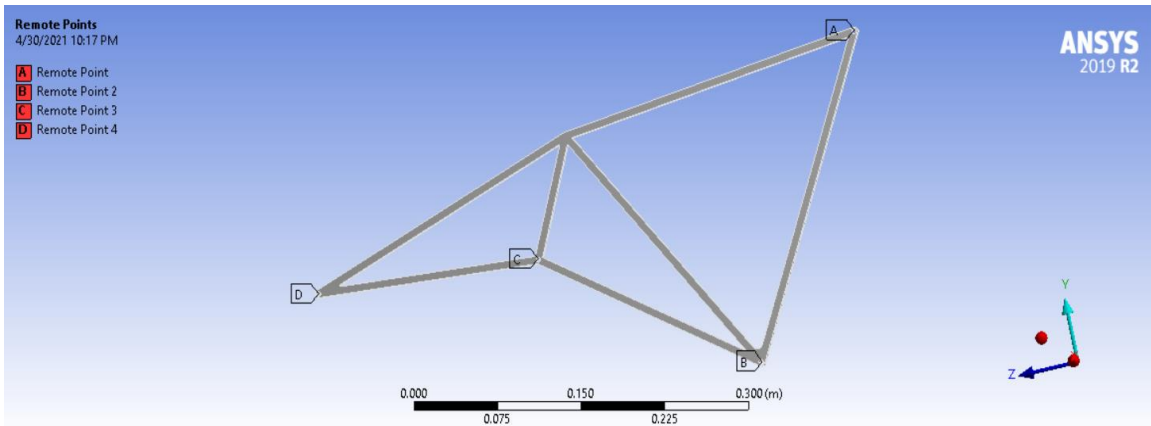


Εικόνα 87: Composite Geometry.

**Al\_Bulk:** Γεωμετρία από το κράμα αλουμινίου αεροπορικού τύπου Al-7075T6. Ίδια διαμόρφωση στο χώρο με αυτή του συνθέτου, με πάχος στον άξονα-x τα 21.2mm. Δε θεωρείται εφικτή γεωμετρία βάσης καθώς η μάζα της κατασκευής είναι μεγάλη (=4.2kg). Εξετάζεται για να διευρυνθεί η εξάρτηση από την ποσότητα του υλικού στη διάδοση της διαταραχής.



Εικόνα 88: Al\_Bulk.



Εικόνα 89: Υπενθύμιση των απομακρυσμένων σημείων, όπου ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες, των γεωμετριών.

Το ζητούμενο επίλυσης είναι η εσωτερική ενέργεια των στοιχείων γύρω από τα απομακρυσμένα σημεία. Γίνεται η υπενθύμιση πως η φόρτιση ορίζεται στα Remote Points C+D, ενώ οι συνοριακές συνθήκες στήριξης του προβλήματος στα A+B. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι τα εξής.

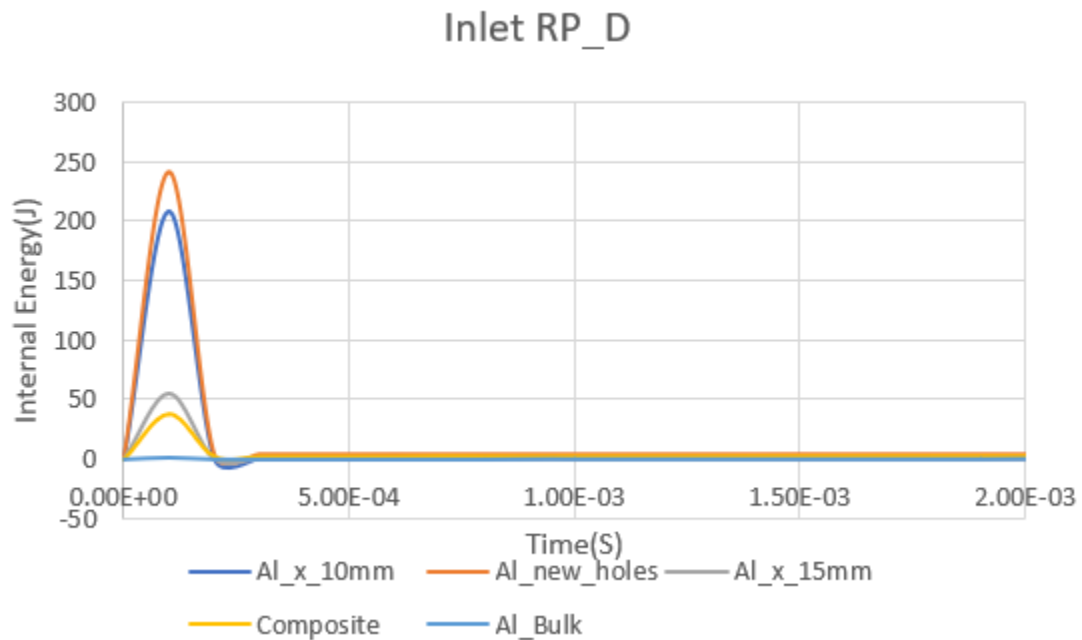


Figure 29: Εσωτερική ενέργεια συναρτήσει του χρόνου πλησίον του απομακρυσμένου σημείου D.

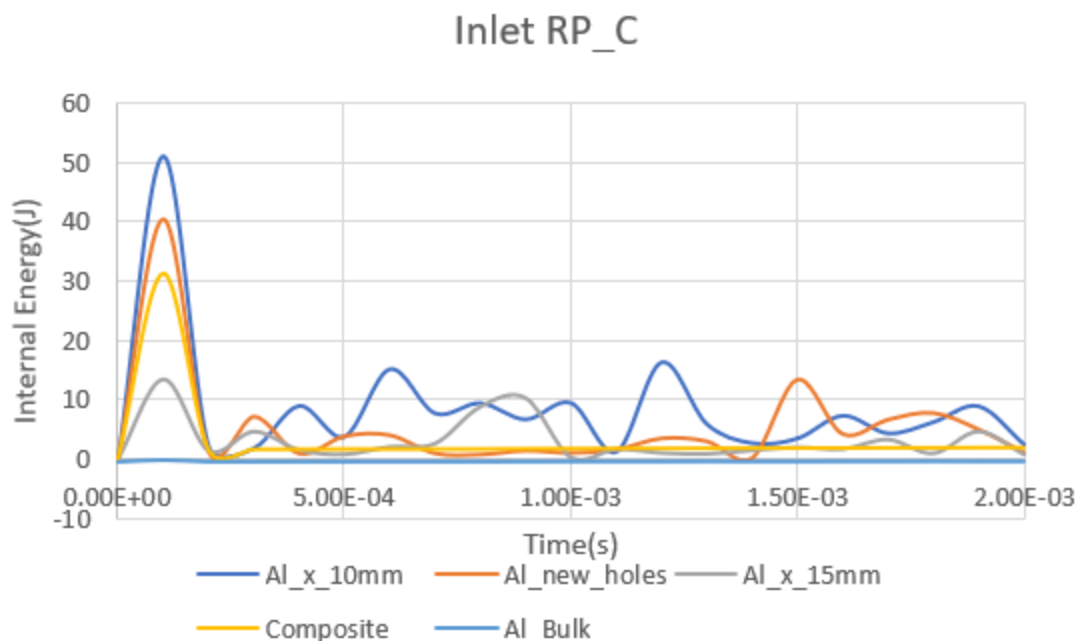
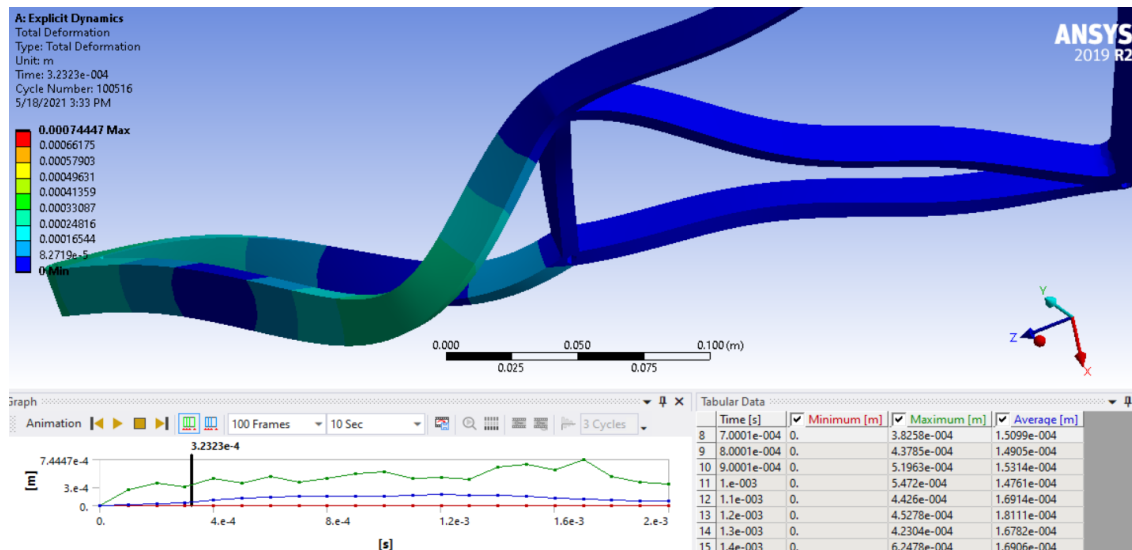


Figure 30: Εσωτερική ενέργεια συναρτήσει του χρόνου πλησίον του απομακρυσμένου σημείου C.

**Σχολιασμός inlet:** Η αρχική και υψηλότερη κορυφή στην εσωτερική ενέργεια που παρατηρείται και στα δύο σημεία φόρτισης προκύπτει από την άμεση μεταφορά ενέργειας λόγω της δημιουργίας της διαταραχής. Την καλύτερη απόκριση σε αυτή τη μεταφορά ενέργειας εμφανίζει η γεωμετρία Al\_Bulk. Το μεγάλο πάχος και η ποσότητα υλικού αυξάνουν τη δυσκαμψία, με αποτέλεσμα η εσωτερική ενέργεια να είναι στη τάξη των  $10^{-3}$ - $10^{-4}$  Joule, δύσκολο να παρατηρηθεί στα διαγράμματα. Έπειτα ακολουθεί η γεωμετρία Al\_x\_15mm και το σύνθετο. Τέλος, η γεωμετρία με τα νέα αραιώματα και η λεπτότερη γεωμετρία του κράματος Al\_x\_10mm παρουσιάζουν τις υψηλότερες κορυφές. Στο απομακρυσμένο σημείο C παρατηρούνται και άλλες κορυφές μετέπειτα της φόρτισης. Οι πρώτες προκύπτουν κοντά στα  $3 \cdot 10^{-4}$ s, καθώς τότε φτάνει η διαταραχή από τη φόρτιση στο σημείο D. Αυτό αποδεικνύεται και από τη γραφική αναπαράσταση (contour plot) της ολικής παραμόρφωσης σε κλίμακα x170.



Εικόνα 90: Άφιξη της διαταραχής στο απομακρυσμένο σημείο C.

Οι επόμενες κορυφές προκύπτουν με συνδυασμό των φαινομένων της περίθλασης (diffraction) και της ανάκλασης (reflection) της διαταραχής κατά την αλληλεπίδραση τους με τα «τοιχώματα» της κατασκευής. Αντίθετα, στο απομακρυσμένο σημείο D δεν διαφαίνονται άλλες κορυφές μετέπειτα της αρχικής, ενώ η εσωτερική ενέργεια είναι της τάξης των  $10^{-2}$  Joule. Όταν δύο κύματα φτάνουν στο ίδιο σημείο του χώρου ταυτόχρονα, τότε συμβαίνει το φαινόμενο της συμβολής. Η απόκριση στο χρονικό σημείο αυτό, ορίζεται ως το άθροισμα των αποκρίσεων που θα είχε λόγω του κάθε κύματος ξεχωριστά, αν αυτό δρούσε μόνο του. Στον φορέα CD συναντιούνται τα κύματα των διαταραχών που προέκυψαν από τη φόρτιση στο απομακρυσμένο σημείο C και στο D αντίστοιχα. Μπορεί το μέτρο και η φορά της φόρτισης να είναι ίδια, παρατηρείται όμως πως η εσωτερική ενέργεια στο D είναι μεγαλύτερη, άρα όταν οι δύο διαταραχές συναντηθούν, θα επικρατήσει αυτή. Έτσι εξηγείται η κατάσταση ηρεμίας στην οποία βρίσκεται το απομακρυσμένο σημείο D έπειτα της αρχικής κορυφής. Στη γεωμετρία του κράματος λεπτού πάχους Al\_x\_10mm οι κορυφές είναι περισσότερες, καθώς το φαινόμενο της ανάκλασης της διαταραχής είναι εντονότερο λόγω του μικρού πάχους. Το ίδιο θα αναμενόταν και στη γεωμετρία με τα νέα αραιώματα, αλλά ο προσανατολισμός τους δίνει μεγαλύτερες πιθανότητες καταστρεπτικής συμβολής, επομένως η εσωτερική ενέργεια εμφανίζεται μειωμένη.



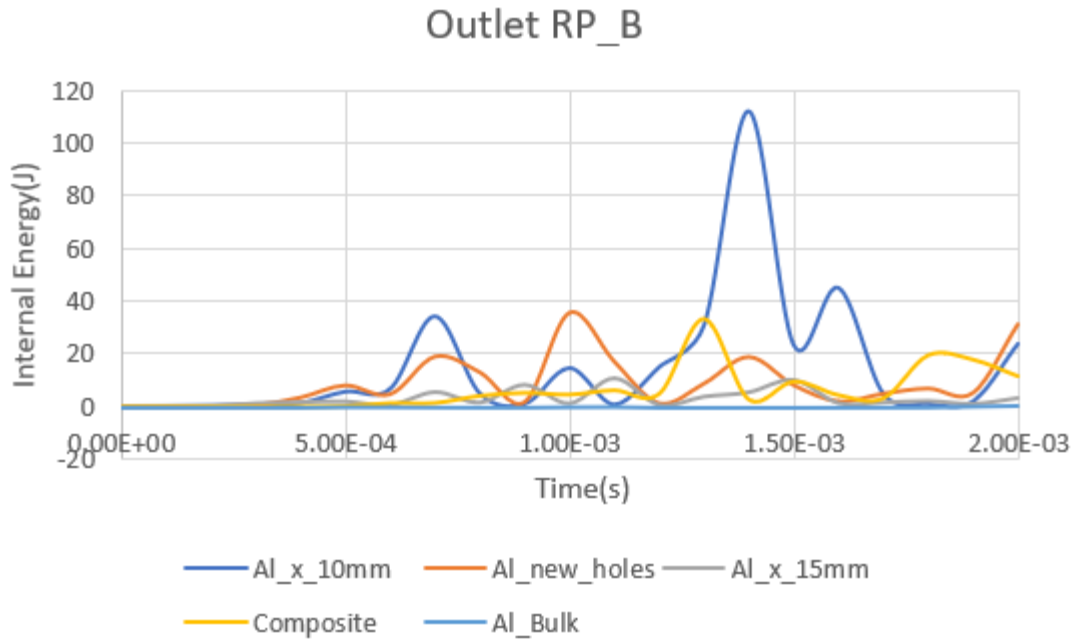


Figure 31: Εσωτερική ενέργεια συναρτήσει του χρόνου πλησίον του απομακρυσμένου σημείου B.

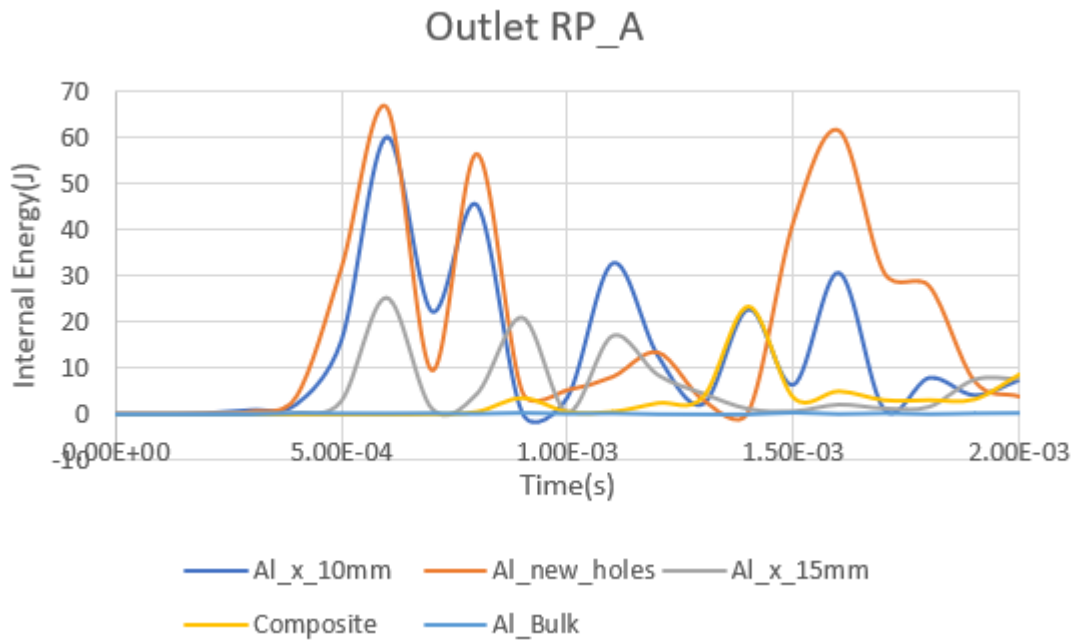
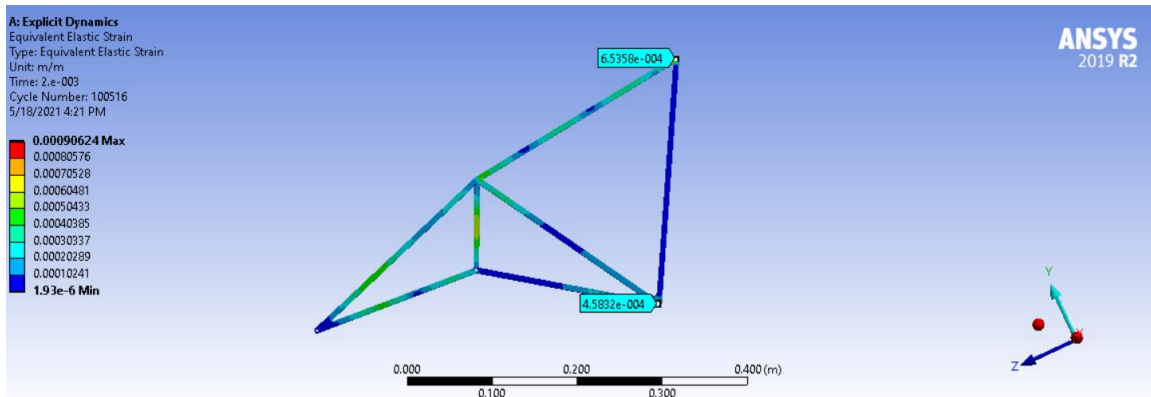


Figure 32: Εσωτερική ενέργεια συναρτήσει του χρόνου πλησίον του απομακρυσμένου σημείου A.

Σχολιασμός outlet: Η απόκριση κοντά στις στηρίξεις είναι αποδοτικότερη ξανά από το Al\_Bulk για τους ίδιους λόγους. Είναι αναμενόμενο, λόγω της διαμόρφωσης και των συνοριακών συνθηκών, η διαταραχή να φτάνει πρώτα στο απομακρυσμένο σημείο B και μετά στο A. Σε συνολικό επίπεδο, γίνονται δύο παρατηρήσεις. Σε καμία περίπτωση η εσωτερική ενέργεια στα outlet δεν υπερβαίνει την εσωτερική ενέργεια στα inlet. Επαληθεύεται, έτσι, το φαινόμενο της εξασθένησης της ενέργειας ενός κύματος όταν διέρχεται μίας κατασκευής. Επίσης, με μοναδική εξαίρεση μία υψηλή κορυφή που εμφανίζεται στο Al\_x\_10mm στο απομακρυσμένο σημείο B, η εσωτερική ενέργεια κάθε γεωμετρίας στο απομακρυσμένο σημείο A είναι μεγαλύτερη εκείνης στο B. Αυτό συμβαίνει γιατί η δυσκαμψία στο σημείο A είναι μικρότερη εκείνης στο σημείο B. Η επαλήθευση αυτής της θεώρησης προκύπτει από τον υπολογισμό της παραμόρφωσης στα σημεία αυτά.



Εικόνα 91: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της ισοδύναμης παραμόρφωσης με ετικέτες αποτελεσμάτων στα σημεία που μας ενδιαφέρουν.

Η απόκριση των πιο λεπτών γεωμετριών του κράματος, δηλαδή της Al\_x\_10mm και Al\_new\_holes είναι η λιγότερο επιθυμητή. Στο απομακρυσμένο σημείο A είναι η 2<sup>η</sup> εξ αυτών, με μικρή διαφορά, η γεωμετρία που εμφανίζει την υψηλότερη εσωτερική ενέργεια, ενώ στο απομακρυσμένο σημείο B εμφανίζεται μία ασυνήθιστα μεγάλη κορυφή στη Al\_x\_10mm. Μία τέτοια κορυφή είναι πιθανό αποτέλεσμα μίας ενισχυτικής συμβολής. Εφόσον η εσωτερική ενέργεια της γεωμετρίας Al\_x\_15mm είναι η μικρότερη εκ των συγκρίσιμων γεωμετριών του κράματος, και η απόκριση της bulk γεωμετρίας είναι βέλτιστη, το μεγαλύτερο πάχος συμβάλλει θετικά στην απόσβεση της ενέργειας της διαταραχής. Στην περίπτωση του συνθέτου, η διαταραχή καθυστερεί συγκριτικά με τις άλλες κατασκευές, ενώ η απόκριση της στην απόσβεση είναι κοντά σε αυτή του Al\_x\_15mm, με ομαλότερη συμπεριφορά (λιγότερες κορυφές).

## 5.8. Συμπεράσματα

Από την μη πεπλεγμένη δυναμική ανάλυση (Explicit Dynamics) προκύπτει πως η βέλτιστη γεωμετρία (Al\_x\_10mm) έχει ένα μειονέκτημα αναφορικά με την απόσβεση των διαταραχών. Συμπεραίνεται ότι για την μεγαλύτερη εξασθένηση της ενέργειας, συμβάλλει θετικά το μεγαλύτερο πάχος της κατασκευής, ενώ παίζει σημαντικό ρόλο και η διαμόρφωση, καθώς έτσι τα φαινόμενα περίθλασης και ανάκλασης του μηχανικού κύματος αυξάνονται και επηρεάζουν

την απόκριση μέσω ενισχυτικής ή καταστρεπτικής συμβολής. Από τις συγκρίσιμες γεωμετρίες του κράματος (εξαιρείται το bulk) την καλύτερη απόκριση παρουσιάζει η Al\_x\_15mm, η οποία πλησιάζει την εξαιρετική απόκριση του συνθέτου. Βέβαια, η επιλογή της διαμόρφωσης και του υλικού γίνεται με βάση τα εξαιρετικά αποτελέσματα που παρουσίασε η γεωμετρία Al\_x\_10mm στη στατική και τη δυναμική ανάλυση, και κυρίως τον λόγο παράγοντα ασφαλείας προς τη μάζα (SF/g). Μια προσθήκη σε πάχος ίση με 5mm, προσδίδει αύξηση στη μάζα της τάξεως του 35%, πράγμα απαγορευτικό για την εφαρμογή που προορίζεται η κατασκευή.

---

---

## 6. Συμπεράσματα

---

Η χρήση ελαφρωμάτων (lightening holes) στο αεροπορικό κράμα αλουμινίου μείωσε την αρχική μάζα της μεταλλικής βάσης κατά 1374% (4.2kg→289g), αφαιρώντας περιττό υλικό για την παραλαβή των φορτίων, εξασφαλίζοντας ταυτόχρονα εξαιρετική κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων. Επιλέχθηκε υψηλός παράγοντας ασφαλείας λόγω των ακραίων φορτίσεων της αγωνιστικής φύσεως της εφαρμογής, όπου και η ασφάλεια αποτελεί ζητούμενο, ενώ ταυτόχρονα και χαμηλές παραμορφώσεις. Η σύνθετη κατασκευή ζυγίζει συνολικά λιγότερο (206g), παρά τον μεγαλύτερο όγκο της, ενώ ταυτόχρονα παρουσιάζει αισθητά χαμηλότερου μεγέθους κατανομή διατμητικών τάσεων.

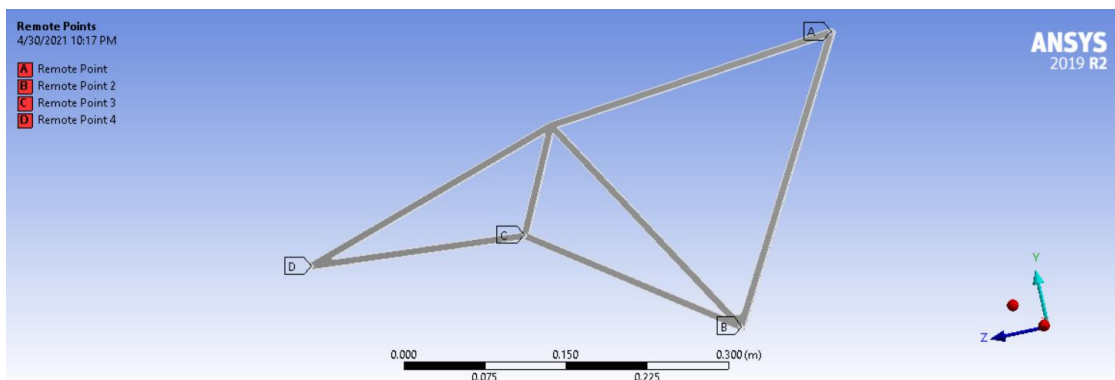
Βρέθηκαν οι κυρίαρχες συχνότητες της αεροελαστικής φόρτισης, έπειτα από εφαρμογή μετασχηματισμού Fourier στη δειγματοληψία από δοκιμές στην πίστα (on-track testing), και έγινε η σύγκριση τους με τα αποτελέσματα της Ιδιομορφικής Ανάλυσης της κατασκευής. Οι συχνότητες αεροδυναμικής φόρτισης ενός αγωνιστικού μονοθεσίου FSAE είναι <3Hz. Αυτές, βρίσκονται μακριά από τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής, οπότε αποφεύγεται κάθε πιθανότητα συντονισμού, όπως έδειξε η Ιδιομορφική ανάλυση. Συνεπώς, καθώς η απόσταση των συχνοτήτων αυτή είναι μεγάλη (μία έως δύο τάξεις μεγέθους) και η κατασκευή είναι ασφαλής έναντι στατικού λυγισμού, τότε συνάγεται ότι η βέλτιστη μεταλλική βάση είναι ασφαλής έναντι και δυναμικού λυγισμού.

Η ανάλυση Φασματικής Απόκρισης υστερεί στην εύρεση της ακριβούς απόκρισης ενός δυναμικού φαινομένου με συχνότητα φόρτισης μακριά από τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής ενώ η Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης αποτελεί την πιο ρεαλιστική προσέγγιση. Με βάση τα πραγματικά σφάλματα της προσέγγισης του πραγματικού δυναμικού φαινομένου με την υπολογιστικά οικονομικότερη Στατική Ανάλυση, τα αποτελέσματα της τελευταίας αποκλίνουν κατά περίπου 20%, δίνοντας αποτελέσματα πιο απομακρυσμένα από το φαινόμενο της αστοχίας. Προτείνεται, λόγω των χαμηλών αυτών αποκλίσεων αλλά και για εξοικονόμηση χρόνου, η χρήση της Στατικής Ανάλυσης για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας και της βελτιστοποίησης της κατασκευής.

Εξετάστηκε, επιπλέον, η απορρόφηση κραδασμών σε απότομο ελιγμό μέσω Μη Πεπλεγμένης Δυναμικής Ανάλυσης (Explicit Dynamics), συγκριτικά σε διαφορετικές διαμορφώσεις και υλικά. Αναφορικά με αυτό, η αύξηση στο πάχος του υλικού δίνει σημαντικό πλεονέκτημα, ενώ και το πλήθος των ελαφρωμάτων επηρεάζει άλλοτε θετικά και άλλοτε αρνητικά ανάλογα με τα φαινόμενα της περίθλασης και της ανάκλασης του μηχανικού κύματος στα τοιχώματα της κατασκευής. Αποδεικνύεται και η εξαιρετική συμπεριφορά των σύνθετων πολύστρωτων υλικών στην απορρόφηση της ενέργειας (damping).

Η βέλτιστη βάση που επιλέγεται τελικώς, είναι μεταλλική από αεροπορικό κράμα αλουμινίου Al-7075T6 με την εξής διαμόρφωση (Εικόνα 92), και εμφανίζει 63% υψηλότερες επιδόσεις (ανηγμένη ως προς τη μάζα κατευθυντική δυσκαμψία) και 4x υψηλότερη αξιοπιστία (ανηγμένος ως προς τη μάζα παράγοντας ασφαλείας) από την βάση τύπου sandwich. Λαμβάνοντας υπόψη την Ανάλυση Χρονικής Ολοκλήρωσης-Απόκρισης η οποία δίνει τα πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα συγκριτικά με τη Στατική και την Φασματική, καταλήγουμε στο ότι ο παράγοντας ασφαλείας

είναι ίσος με 25.77, η μέγιστη ισοδύναμη τάση είναι 16.27 MPa, η οποία εμφανίζεται πλησίον του απομακρυσμένου σημείου A, δηλαδή στο άνω σημείο σύνδεσης με το πλαίσιο του μονοθεσίου (chassis), και η μέγιστη συνολική μετατόπιση ίση με 0.219 mm στο απομακρυσμένο σημείο D, άνω σημείο σύνδεσης με την πίσω πτέρυγα. Η βέλτιστη αυτή βάση έχει μεγάλο παράγοντα ασφαλείας, πράγμα αναγκαίο για εξαρτήματα του μονοθεσίου, καθώς χρειάζεται να αποφεύγονται μεγάλες παραμορφώσεις. Περαιτέρω λέπτυνση της διατομής των φορέων μειώνει τη δυσκαμψία και αυξάνει τις πιθανότητες λυγισμού. Η μη πεπλεγμένη δυναμική ανάλυση (Explicit Dynamics) έδειξε πως η αύξηση του πάχους της κατασκευής επιδρά θετικά στην απόσβεση των κραδασμών. Ωστόσο, λόγω της επερχόμενης αύξησης της μάζας άνω των επιτρεπτών ορίων, τα αποτελέσματα αυτά δε λαμβάνονται υπόψη στην επιλογή της βέλτιστης μορφής.



Εικόνα 92: Τελική βέλτιστη γεωμετρία βάσης.

## 6.1. Μελλοντική Έρευνα

Αναφορικά με το σύνθετο, η επαφή μεταξύ του πυρήνα της σύνθετης κατασκευής τύπου sandwich με τα περιβλήματα ορίζεται ως bonded. Κανονικά, αυτά τα σημεία ενώνονται με κόλλα, και εισέρχονται μη γραμμικά φαινόμενα κατά τη φόρτιση, τα οποία θα έχει μεγάλο ενδιαφέρον να εξεταστούν.

Εφόσον αναπτύσσεται οικειότητα με τη θεωρία της αεροδυναμικής, φαίνεται χρήσιμη η σύζευξη της ανάλυσης με CFD (Computational Fluid Dynamics), συνδέοντας και την πίσω πτέρυγα για να προκύψει συνολική βελτιστοποίηση του συστήματος πίσω πτέρυγα-βάσεις και ως προς την αεροδυναμική απόδοση, αλλά και ως προς τη δομική ακεραιότητα.

Αντίστοιχα, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί η σύζευξη με το κεντρικό πλαίσιο του μονοθεσίου (chassis), και να συνηπολογίζεται η μεταφορά φορτίων στις βάσεις από αυτό.

Τέλος, αξίζει να δοθεί προσοχή στα σημεία που ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες, δηλαδή τα σημεία σύνδεσης των βάσεων με το roll hoop από τη μία, και στα σημεία σύνδεσης με τη πίσω πτέρυγα από την άλλη. Το υλικό επιλογής, ο τρόπος σύνδεσης, και η συμπεριφορά του συστήματος κοντά σε αυτά αξίζει να διερευνηθούν.



---

## Βιβλιογραφία

---

1. **Renwar, Rand.** *Design and Analysis of Wing Mounts for a Formula Student racecar.* Södertälje : s.n., 2019.
2. **Milliken, Williams F. και Milliken, Douglas L.** *Race Car Vehicle Dynamics.* s.l. : Warrendale, Pa. Society of Automotive Engineers, 1995.
3. **Wordley, S και Saunders, J.** Aerodynamics for Formula SAE: A Numerical, Wind Tunnel and On-Track Study. *SAE Transactions.* 2006, σσ. 744-756.
4. **Vaidya, Shreyas.** Aerodynamic Development of Formula SAE Car: Initial Design Stage. *International Journal of Engineering Research and Technology (IJERT).* December 2017.
5. **Xiaolin, Chen και Yijun, Liu.** *Finite Element Simulation and Modeling with Ansys Workbench.* Boca Raton : Taylor & Francis Group, 2015.
6. **Θεοτόκογλου, Ε Ε και Τσαμασφύρος, Γ Ι.** *Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων 1.* Αθήνα : Συμμετρία, 2005.
7. **Glockhale, Nitin.** *Practical Finite Element Analysis.* 2008.
8. **Zienkiewics, O C, Taylor, R L και Zhu, J Z.** *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals, Seventh Edition.* Oxford : McGraw-Hill, 2013.
9. **Frystak, Lukas.** *Formula SAE Aerodynamic Optimization.* Brno : s.n., 2016.
10. **Dharmawan, Mohammad Arief, και συν.** Aerodynamic Analysis of Student Car. *AIF Conference Proceedings.* 09 02 2018.
11. **Σταυρουλάκης, Γεώργιος, Μουράντοβα Κονταδάκη, Αλίκη και Σταυρουλάκη, Μαρία.** *Δυναμικά Προβλήματα.* Αθήνα : Εκδόσεις Κάλλιπος, 2015.
12. **Καδιανάκης, Ν και Καρανάσιος , Σ.** *Γραμμική Άλγεβρα .* Αθήνα : s.n., 2014.
13. **Jensen, Karl.** *Aerodynamic Undertray Design for FORMULA SAE.* Oregon : s.n., 2010.
14. **Vandiver , J και Gossard, David.** Engineering Dynamics. Boston : MIT OpenCourseWare, Fall 2011.
15. **Blake, Ralph E.** Basic Vibration Theory. [συγγρ. βιβλίου] Cyril M Harris. *Shock and Vibration Handbook.* New York : McGraw-Hill, 1961.
16. **Τσίτσας, Ν.** Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier. *Εφαρμοσμένα Μαθηματικά.* Αθήνα : Εκδόσεις Κάλλιπος, 2015.
17. **Maaike van Kooten, Emiel Por και Sarkovic, Vanja.** Nyquist-Shannon Sampling Theorem. May 2019.

18. **Προβατίδης, Χριστόφορος Γ.** *Πεπερασμένα Στοιχεία στην Ανάλυση Κατασκευών*, 2η έκδοση. Αθήνα : Εκδόσεις Τζιόλα, 2016.
19. **Courant, R, Friedrichs, K και Lewy, H.** On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM Journal*. March 1967, σσ. 215-234.
20. **Ματίκας, Θ και Αγγέλης, Δ.** Υπέρηχοι. *Μη καταστροφικοί έλεγχοι*. Αθήνα : Εκδόσεις Κάλλιπος, 2015.
21. **Κουή, Μ, Αβδελίδης, Ν και Χειλάκου, Π.** Έλεγχος με Υπερήχους. [συγγρ. βιβλίου] Μ Κουή, Ν Αβδελίδης και Π Χειλάκου. *Μη καταστρεπτικές και φασματοσκοπικές μέθοδοι εξέτασης υλικών*. Αθήνα : Εκδόσεις Κάλλιπος, 2015.
22. **Wang, Tianwei.** Finite Element Modelling and Simulation of Guided Wave propagation in steel structures. Sydney, Australia : s.n., September 2014.
23. **Elgamal, Hamada M, Zailin, Yang και Jian Wei, Zhang.** Numerical Simulation of Lamb Wave Propagation in Isotropic Materials with Different Plate Thicknesses. *Advanced Materials Research*. 16 03 2015, σσ. 500-504.
24. **Peilong, Yuan, Xuexin, Li και Shaoqi, Zhou.** Finite Element Simulation on the reflection and transmission of the lamb waves across a micro defect of plate. *Journal of Vibroengineering*. 2019, σσ. 611-626.
25. **Pradhan, Tripti.** Finite Element Modeling of Impact-Generated Stress Wave. Bethlehem, Pennsylvania : s.n., November 2014.
26. **Kramer, D K και Calkins, E D.** Lateral Response of a Formula SAE Race Car. *SAE Technical Paper Series*. 1994.
27. **Ghosh, J, και συν.** Sideslip Angle Estimation of a Formula SAE Racing Vehicle. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*. 2016.
28. **Ensminger, Dale και Bond, Leonard J.** *Ultrasonics: Fundamentals, Technologies, and Applications, Third Edition (Mechanical Engineering)*. United States : s.n., 2011.
29. **Beer, Ferdinand P, και συν.** *Mechanics of Materials, 8th Edition*. s.l. : McGraw-Hill, 2020.
30. **Χρυσουλάκης, Ιωάννης Δ και Παντελής, Δημήτρης Ι.** *Επιστήμη και Τεχνολογία των Μεταλλικών Υλικών*. Αθήνα : Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2008.
31. **Cao, Z και Cao, Gu.** Cubic Atom and Crystal Structures. *International Journal of Physics*. 2 6 2011, σσ. 277-281.
32. **Shinde, T, Chavan, R και Savadekar, P.** Failure Analysis of a Wheel Hub of Formula Student Racing Car. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series D*. 6 1 2021.
33. **Jawad, B A και Polega, B D.** Design of Formula SAE Suspension Components. *SAE Technical Paper Series*. 2002.



34. **Barbero, Ever J.** *Finite Element Analysis of Composite Materials Using Abaqus*. s.l. : Taylor and Francis Group, 2013.
35. **Shukur, Hassan.** *Linear Static Finite Element Analysis of Composites Hat-Stiffened Laminated Plates*. 2005.
36. **Παπανικολάου, Γεώργιος και Μουζάκης, Διονύσης.** *Σύνθετα Υλικά*. Αθήνα : Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2007.
37. **Morgan, Peter.** *Carbon Fibers and their Composites*. Boca Raton : Francis & Group, 2005.
38. **Κορδάτος, Κ.** *Αλλοτροπικές Μορφές Άνθρακα*. Αθήνα : s.n., 2019.
39. **Bafekrpour, Ehsan.** Graphene/Polymer Composite Materials: Processing, Properties and Applications. *Advanced Composites Materials: Properties and Applications*. Berlin : De Gruyter Open Ltd, 2017, σσ. 349-419.
40. **Das Anto, Anik, Sobahan, Mia και Hasib, Abdul.** The influence of number and orientation of ply on tensile properties of hybrid composites. *JPhys Materials*. 19 February 2019.
41. **Staab, George H.** *Laminar Composites*. Oxford : Elsevier, 2015.
42. **Vinson, Jack R.** *The Behavior of Sandwich Structures of Isotropic and Composite Materials*. Boca Raton : Taylor & Francis Group, 1999.
43. **Βαδαλούκα, Β Γ και Παπαδόπουλος, Γ Α.** *Τεχνική Μηχανική*. Αθήνα : Εκδόσεις ΝΚ, 2017.
44. **Xu, P, Zheng, J Y και Liu, P F.** Finite element analysis of burst pressure of composite hydrogen storage levels. *Materials & Design*. August 2009, σσ. 2295-2301.
45. **Daniel, Isaac M, Luo, Jyi-Jiin και Schubel, Patrick M.** Three dimensional characterization of textile composites. *Composites Part B: Engineering*. January 2008, σσ. 13-19.
46. **Anderson, John D.** *Fundamentals of Aerodynamics. 5th Edition*. Boston : McGraw-Hill, 2001.
47. **Reddy, J N.** *An Introduction to The Finite Element Method, 3rd Edition*. Texas : McGraw-Hill Education, 2019.
48. **Νταουτίδης, Πρόδρομος, Μαστρογεωργόπουλος, Σπύρος και Σιδηροπούλου, Ευμορφίλη.** *Αριθμητικές Μέθοδοι για Προβλήματα Μηχανικής*. s.l. : Ανίκουλα, 2016.
49. **ANSYS Mechanical User's Guide**. s.l. : ANSYS, Inc, 2019.
50. **Materials, Metals Handbook Vol.2 - Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose**. s.l. : ASM International, 1990.
51. **Tsubokura, M, και συν.** HPC-LES for the Prediction of Unsteady Aerodynamic Forces on a Vehicle in a Gusty Corss-flow Condition. *SAE Technical Paper Series*. 2008.
52. **Tsubokura, M, και συν.** Effects of Body Shapes on Unsteady Aerodynamics of Road Vehicles in a Gusty Crosswind. *28th AIAA Applied Aerodynamics Conference*.

---

---

## Παράρτημα Ι

---

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζονται τα κατάλληλα θεωρητικά στοιχεία ώστε να κατανοήσει κανείς τις έννοιες και τον συλλογισμό του κυρίου μέρους. Πιο συγκεκριμένα, δίνεται ένα περιληπτικό θεωρητικό υπόβαθρο στα μεταλλικά και τα σύνθετα υλικά, συμπεριλαμβανομένων και των κριτηρίων αστοχίας που τα διέπουν. Ταυτόχρονα, εισάγονται οι έννοιες των τάσεων και του μητρώου στιβαρότητας, των οποίων ο ρόλος στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι σημαντικός. Τέλος, εξηγείται η παραγωγή των αερολαστικών φορτίων στην πίσω πτέρυγα και ο τρόπος επίλυσης διαφορικών εξισώσεων με τα πεπερασμένα στοιχεία.

### Μεταλλικά Υλικά

Οι συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις για προηγμένες ιδιότητες, είτε αυτές προέρχονται από τη θέσπιση νομοθεσιών είτε από τον ίδιο τον ανταγωνισμό, καθιστούν την επιλογή των υλικών μίας κατασκευής ως ένα άκρως απαιτητικό εγχείρημα, που χρήζει συνεχής ενασχόλησης στον ερευνητικό τομέα τόσο σε επιστημονικά ιδρύματα όσο και στη βιομηχανία. Θεωρείται αναγκαία κατά την επιλογή, η κατανόηση της σχέσης αλληλεξάρτησης μεταξύ της κατεργασίας του υλικού, της δομής αυτού και των τελικών ιδιοτήτων του. Μερικοί παράγοντες που πρέπει να λαμβάνονται πάντα υπόψη είναι οι εξής (30):

1. Η ευχέρεια παραγωγής του προϊόντος από τις πρώτες ύλες μέχρι το τελικό προϊόν.
2. Το κόστος παραγωγής και το κόστος λειτουργίας του προϊόντος.
3. Η τήρηση των περιβαλλοντικών νόμων και η δυνατότητα ανακύκλωσης.
4. Οι τελικές ιδιότητες του προϊόντος συναρτήσει των συνθηκών λειτουργίας του.

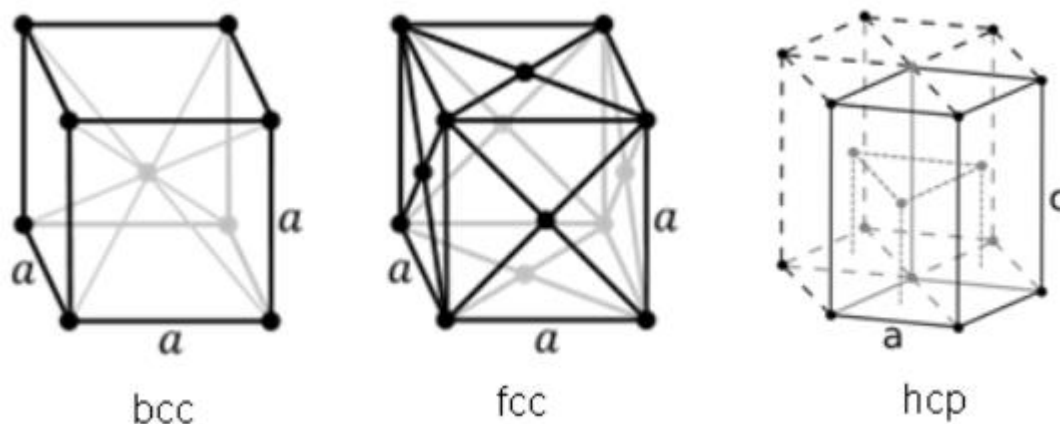
Τα μεταλλικά υλικά είναι τα κύρια δομικά υλικά στις τεχνολογικές εφαρμογές, με ευρεία χρήση στην αυτοκινητοβιομηχανία, την αεροναυπηγική, την αεροδιαστημική αλλά και τη δομική βιομηχανία. Η δημοφιλία αυτή οφείλεται στις εξαιρετικές ιδιότητες τους, οι οποίες απορρέουν από την εσωτερική δομή.

Στη δομή αυτή, με βάση τη θεωρία των ζωνών, θετικά φορτισμένα ιόντα μετάλλων σχηματίζουν πλέγμα υψηλής συμμετρίας και τα ασθενώς συγκρατούμενα ηλεκτρόνια σθένους κινούνται ελεύθερα σε αυτό. Η θεωρία των ζωνών είναι μια προσαρμογή της θεωρίας των μοριακών τροχιακών, όπου το κρυσταλλικό πλέγμα του μετάλλου θεωρείται ως ένα γιγαντιαίο μόριο, μοριακά τροχιακά του οποίου ανήκουν σε όλα τα επιμέρους άτομα. Έτσι δημιουργούνται ενεργειακές ζώνες (ενεργειακοί σταθμοί), μεταξύ των οποίων υφίσταται μια συνεχής -μη κβαντισμένη- μεταβολή ενέργειας όπου κινούνται τα ηλεκτρόνια.

Οι κύριες ιδιότητές τους είναι οι εξής:

1. Υψηλή θερμική και ηλεκτρική αγωγιμότητα.
2. Υψηλή μηχανική αντοχή και μέτρο ελαστικότητας.
3. Υψηλή πυκνότητα.
4. Υψηλή ικανότητα μόρφωσης (ελατά και όλκιμα).
5. Μεταλλική λάμψη.

Η υψηλή πυκνότητα των μετάλλων οφείλεται στις δομές μέγιστης ή μεγάλης πυκνότητας που ακολουθούν. Οι κύριες κρυσταλλικές δομές αυτές είναι η δομή κυβικού χωροκεντρωμένου (BCC), κυβικού εδροκεντρωμένου (FCC) και η μέγιστη εξαγωνική (HCP).



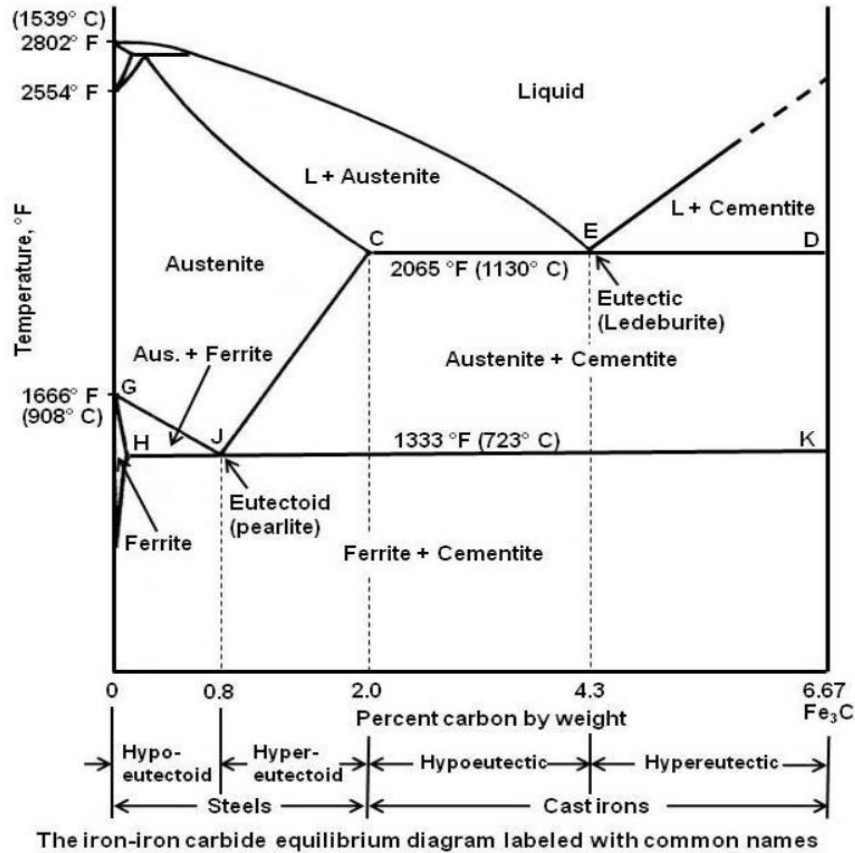
Εικόνα 93: Οι κύριες κρυσταλλικές δομές των μετάλλων. α) Κυβικό εδροκεντρωμένο FCC, β) κυβικό χωροκεντρωμένο BCC, γ) μέγιστο εξαγωνικό HCP (31).

Η θερμική και ηλεκτρική αγωγιμότητα στηρίζονται στο κινούμενο νέφος ηλεκτρονίων, ενώ οι μηχανικές ιδιότητες και η ικανότητα μόρφωσης στο γεγονός ότι το κρυσταλλικό πλέγμα διατηρείται υπό μέτριας έντασης καταπονήσεις, καθώς τα κινούμενα ηλεκτρόνια εξασφαλίζουν τις ελκτικές δυνάμεις σε κάθε θέση του κρυσταλλικού πλέγματος. Τέλος, η μεταλλική λάμψη οφείλεται στην απορρόφηση και επανεκπομπή των φωτονίων από το νέφος ηλεκτρονίων στην επιφάνεια του μετάλλου, και αξιοποιείται για λόγους αισθητικής.

Επομένως, τα μεταλλικά υλικά, λόγω των υψηλών μηχανικών αντοχών και της κατεργασιμότητας τους, είναι κατάλληλα για εφαρμογές στον μηχανοκίνητο αθλητισμό, και ιδιαίτερος σε μελέτες όπως η παρούσα, που οι γεωμετρικές είναι πολύπλοκες και η απαίτηση σε αξιοπιστία έναντι των ακραίων συνθηκών φόρτισης μεγάλη. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται χρήση κραμάτων σε διάφορα εξαρτήματα του μονοθεσίου (32), (33).

### Κράματα

Στα μεταλλικά υλικά ανήκουν τα καθαρά μέταλλα και τα κράματα μετάλλων. Κράμα ονομάζεται ο συνδυασμός δύο ή περισσότερων μετάλλων ή μετάλλων με αμέταλλο(-α) ή επαμφοτερίζον στοιχείο (30). Ο συνδυασμός αυτός έχει στόχο τη βελτίωση επιθυμητών ιδιοτήτων, κυρίως μηχανικών. Τα κραματικά στοιχεία ή στοιχεία προσθήκης προστίθενται στο βασικό καθαρό μέταλλο με διαλυτότητα έως και 100%. Η κρυσταλλική δομή του μετάλλου-διαλύτη δεν μεταβάλλεται, μέχρι το στοιχείο προσθήκης να φτάσει την οριακή του συγκέντρωση. Πέρα από αυτή τη συγκέντρωση, το στερεό διάλυμα έχει διαφορετική κρυσταλλική δομή και ονομάζεται ενδιάμεσο στερεό διάλυμα. Πιο συγκεκριμένα, οι γραφικές παραστάσεις θερμοκρασίας-συγκέντρωσης που δίνουν πληροφορίες για τις περιοχές συνύπαρξης των φάσεων του στερεού διαλύματος ονομάζονται διαγράμματα ισορροπίας φάσεων.



Εικόνα 94: Μετασταθές διάγραμμα ισορροπίας φερρίτη-σεμενίτη.

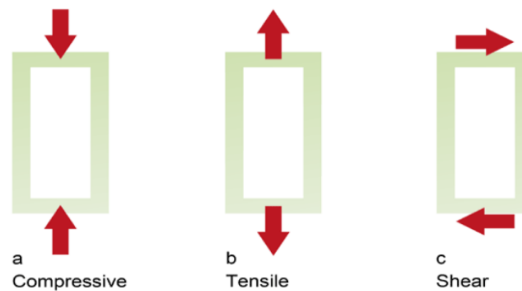
Τα κράματα μετάλλων με τη μεγαλύτερη εφαρμογή στον τομέα της αυτοκίνησης, και κυρίως στον μηχανοκίνητο αθλητισμό είναι αυτά του αλουμινίου, του μαγνησίου και του τιτανίου. Τα κράματα αλουμινίου χαρακτηρίζονται από εξαιρετικά μικρή πυκνότητα, πράγμα που τα καθιστά δημοφιλή στην επίτευξη απώλειας βάρους, και πολύ καλές μηχανικές ιδιότητες. Επίσης, η δημιουργία οξειδίου του αλουμινίου στην επιφάνεια τους συντελεί στην προστασία από διάβρωση, ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα της χρήσης μεταλλικών υλικών. Εξίσου σημαντικά είναι και τα κράματα με μαγνήσιο, ένα από τα ελαφρύτερα μέταλλα με πυκνότητα =  $1,74\text{g/cm}^3$ . Το βάρος αλλά και η ανθεκτικότητά του, κυρίως στην επαφή με λιπαντικά, το καθιστούν κατάλληλο για χρήση σε περιβλήματα εξαρτημάτων αυτοκινήτων και αεροσκαφών αλλά και σε ηλεκτρονικό εξοπλισμό. Τέλος, το τιτάνιο θεωρείται το πλέον βέλτιστο καθώς παρουσιάζει τις καλύτερες τιμές ειδικής αντοχής και ειδικού μέτρου Young. Διατηρεί την αντοχή του σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες με καλή αντοχή στην οξείδωση και στη διάβρωση. Όλοι αυτοί οι παράγοντες το καθιστούν ιδανικό για αεροδιαστημικές εφαρμογές, και χρησιμοποιείται ήδη στις αεριωθούμενες μηχανές και σε τμήματα της ατράκτου. Σημαντικό μειονέκτημα του είναι η υψηλή τιμή του, πράγμα που αναστέλλει την ευρεία χρήση του και από άλλες βιομηχανίες.

## Γενικές Έννοιες και Κριτήρια Αστοχίας

Προτού οριστούν οι βασικές μηχανικές ιδιότητες ενός υλικού και τα κριτήρια που καθορίζουν τα όρια αξιοπιστίας αυτού, κρίνεται αναγκαία η παρουσίαση μερικών θεμελιωδών μεγεθών της κλασσικής μηχανικής. Όταν σε ένα στοιχείο με επιφάνεια  $A$  ασκείται μία δύναμη  $F$ , τότε το πηλίκο,

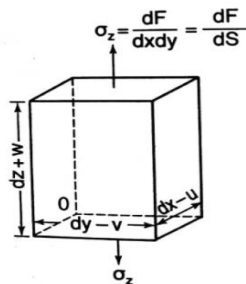
$$\sigma = \frac{F}{A} \quad 0.1$$

ονομάζεται **τάση** (stress) με μονάδα μέτρησης  $\text{N/m}^2$  ή αλλιώς Pa. Όταν αυτή η τάση προκαλείται κάθετα στην επιφάνεια καλείται ορθή τάση. Αν η τάση τείνει να επιμηκύνει το στοιχείο τότε αυτή ονομάζεται εφελκυστική (tensile stress), ενώ στην αντίθετη περίπτωση καλείται θλιπτική (compressive stress). Στην περίπτωση που η τάση ασκείται εφαπτομενικά στο στοιχείο, τότε αυτή ονομάζεται διατμητική τάση (shear stress).



Εικόνα 95: Σχηματική απεικόνιση των τύπων τάσεων.

Η απόκριση του υλικού στην εφαρμογή τάσης ονομάζεται παραμόρφωση.



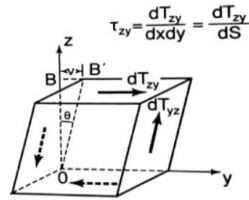
Εικόνα 96: Ορισμός των αξονικών και πλευρικών παραμορφώσεων πάνω σε απειροστό στοιχείο όγκου.

Έστω η εφελκυστική τάση του σχήματος που επιφέρει μια ελαστική επιμήκυνση  $w$  στον άξονα  $z$ . Αντίστοιχα, σε σχέση με τους άλλους δύο άξονες το στοιχείο θα συμπιεστεί, και η σχέση που εκφράζει την ονομαστική ορθή **παραμόρφωση** είναι:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad 0.2$$

Από το πηλίκο των παραμορφώσεων προκύπτει ο **λόγος Poisson  $\nu$** , ο οποίος αποτελεί χαρακτηριστική ιδιότητα κάθε υλικού:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} \quad 0.3$$



Εικόνα 97: Ορισμός της διατμητικής παραμόρφωσης πάνω σε απειροστό στοιχείο όγκου.

Αντίστοιχα, οι διατμητικές παραμορφώσεις δίνονται από:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \quad 0.4$$

Εφόσον ορίστηκαν τα κατάλληλα μεγέθη, μπορεί τώρα να οριστεί ο γραμμικός νόμος που συνδέει την τάση με την παραμόρφωση σε ένα ελαστικό στερεό υπό μονοαξονικό εφελκυσμό, γνωστός και ως νόμος του Hooke:

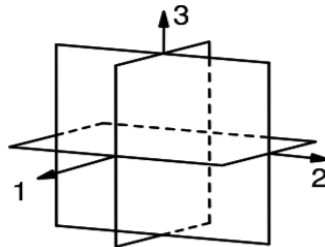
$$\sigma = E\varepsilon \quad 0.5$$

όπου **E: το μέτρο ελαστικότητας** σε εφελκυσμό ή μέτρο Young.

Με αντίστοιχη λογική και καθαρή διάτμηση:

$$\tau = G\gamma \quad 0.6$$

όπου **G: το μέτρο διάτμησης**.



Ο γενικευμένος νόμος του Hooke που περιγράφει τη σχέση τάσης-παραμόρφωσης στις 3 διαστάσεις χρησιμοποιεί τανυστές  $\sigma=C\varepsilon$ , και πιο συγκεκριμένα σε ένα ανισότροπο υλικό, δηλαδή ένα υλικό του οποίου οι ιδιότητες εξαρτώνται άμεσα από τον προσανατολισμό, έχει την εξής μορφή:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} & C_{41} & C_{51} & C_{61} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} & C_{42} & C_{52} & C_{62} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{43} & C_{53} & C_{63} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{54} & C_{64} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{65} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\gamma_{23} \\ 2\gamma_{13} \\ 2\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad 0.7$$

όπου C: το μητρώο στιβαρότητας, ή αλλιώς μητρώο ελαστικών σταθερών (34).

Τα πιο συνήθη υλικά βιομηχανικής χρήσης όμως είναι ισότροπα, όπως το αλουμίνιο, ο χάλυβας και άλλα. Τα ισότροπα υλικά έχουν άπειρο αριθμό επιπέδων συμμετρίας, που σημαίνει ότι οι μηχανικές ιδιότητες τους είναι πλήρως ανεξάρτητες από τον προσανατολισμό. Συνεπώς, για τον πλήρη ορισμό τους χρειάζονται μόνο 2 ελαστικές σταθερές, σε αντίθεση με τα ανισότροπα που χρειάζονται 21. Οι 2 αυτές σταθερές μπορούν να είναι το E και το  $\nu$ , ή το E και το G, αλλά πάντα υπάρχει εξάρτηση μεταξύ τους:

$$E = 2G(1 + \nu) \quad 0.8$$

Και οι  $\mu$ ,  $\lambda$  είναι οι σταθερές Lamé:

$$\lambda = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad 0.9$$

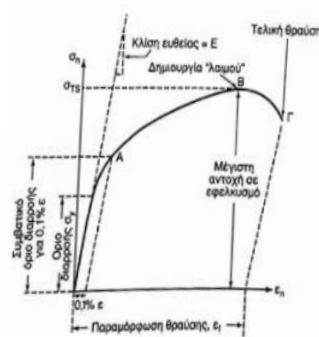
$$\mu = G$$

Η τελική μορφή του μητρώου στιβαρότητας για ισότροπο υλικό παίρνει έτσι τη μορφή:

$$C = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad 0.10$$

Τονίζεται ότι αυτή η γραμμική σχέση μεταξύ τάσης και παραμόρφωσης ισχύει μόνο για την περίπτωση ελασικότητας. Τα μεταλλικά υλικά επιδεικνύουν ελαστική συμπεριφορά μέσα σε πολύ στενά όρια παραμόρφωσης της τάξεως του  $\epsilon=0,1\%$ . Πάνω από αυτό το όριο εμφανίζονται μόνιμες μεταβολές που καλούνται πλαστικές παραμορφώσεις (30).

Είναι σημαντικό κάθε παραγόμενο υλικό που σχεδιάζεται για να χρησιμοποιηθεί σε μία κατασκευή, να ελέγχεται με κατάλληλες δοκιμές ώστε να ορίζονται οι μηχανικές ιδιότητες του και να εξετάζεται η αξιοπιστία του. Το διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης προκύπτει κατά την καταγραφή παραμορφώσεων από υλικό υπό αυξανόμενη μονοαξονική καταπόνηση, και αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο ώστε να οριστούν σημαντικές μηχανικές ιδιότητες.



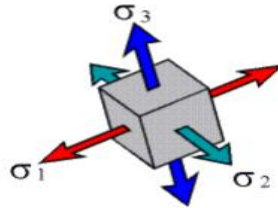
Εικόνα 98: Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης  $\sigma(\epsilon)$ .

με  $\sigma_\gamma$ : **όριο διαρροής** (yield stress). Η τάση πάνω από την οποία εμφανίζεται πλαστική παραμόρφωση,  $\sigma_{TS}$ : **μέγιστη αντοχή σε εφελκυσμό**. Μέγιστη τάση του διαγράμματος  $\sigma$ - $\epsilon$ , πάνω από την οποία εμφανίζεται στένωση (ή «λαιμός») στο δοκίμιο, και  $E$ : μέτρο Young.

Έστω για μία ακόμη φορά το στοιχείο απειροστού όγκου, το οποίο βρίσκεται υπό καταπόνηση. Με τη στροφή του συστήματος συντεταγμένων κατά γωνία  $\theta$ , παρατηρείται πως οι τάσεις που δέχεται το στοιχείο αλλάζουν (Προσοχή: δεν περιστρέφεται το σώμα, παρά μόνο το σύστημα συντεταγμένων του). Σε συγκεκριμένες γωνίες  $\theta$  όπου η κάθετη τάση παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο, τότε η διατμητική τάση είναι μηδενική. Στα σημεία αυτά, οι τάσεις ονομάζονται **κύριες τάσεις** (principal stress), και το σύστημα το οποίο βρίσκονται λέγεται κύριο σύστημα (principal plane). Η μέγιστη τάση σε κάθε διεύθυνση ορίζεται να είναι αντίστοιχα η  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ , με  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  (Εικόνα 99). Η μέγιστη τάση αυτή αντικατοπτρίζει τη μέγιστη τάση που μπορεί να δεχθεί ένα πεπερασμένο τμήμα ενός στερεού σώματος υπό φόρτιση. Συνεπώς, η εύρεση των τάσεων αυτών



είναι εξαιρετικά σημαντική στην πρόβλεψη της αστοχίας του υλικού της κατασκευής, όπως διαφαίνεται και από τη χρήση τους στα κριτήρια αστοχίας.



Εικόνα 99: Απεικόνιση των κύριων τάσεων.

### Κριτήριο Von Mises

Η ισοδύναμη τάση ή αλλιώς η τάση Von Mises δείχνει το αποδεκτό επίπεδο τάσης ώστε η κατασκευή να θεωρείται ασφαλής. Πάνω από αυτό συμβαίνει το φαινόμενο της διαρροής ή αστοχίας. Αποτελεί ένα μονόμετρο μέγεθος που εξομοιώνει την τρισδιάστατη καταπόνηση όλκιμων υλικών με μια αντίστοιχη υποθετική κατάσταση όπου το δοκίμιο καταπονείται εφελκυστικά. Πρέπει:

$$\sigma_e \leq \sigma_y$$

όπου  $\sigma_e$ : η Von Mises τάση και  $\sigma_y$ : η τάση διαρροής του υλικού. Η τάση Von Mises ορίζεται ως:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad 0.11$$

με  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  τις κύριες τάσεις (30).

### Κριτήριο Tresca

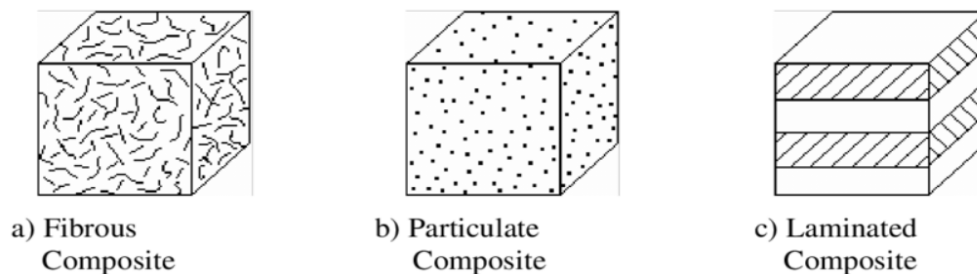
Το κριτήριο Tresca ή κριτήριο μέγιστης διατμητικής τάσης, όπως φανερώνει και το όνομα του θεωρεί ότι η διαρροή λαμβάνει χώρα όταν η διατμητική τάση πάρει τη μέγιστη τιμή της, δηλαδή μαθηματικά όταν:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad 0.12$$

## Σύνθετα Υλικά

Πολλές φορές τα γνωστά ισότροπα υλικά (μέταλλα, κεραμικά) δε καλύπτουν τις απαιτήσεις. Αυτό οδήγησε στη δημιουργία νέων τύπων υλικών, όπως είναι τα σύνθετα υλικά. Γενικά, ως σύνθετο υλικό (composite material) χαρακτηρίζεται το υλικό που ικανοποιεί τα εξής δύο κριτήρια. Προκύπτει από τον συνδυασμό δύο ή περισσότερων υλικών τα οποία διαφέρουν ως προς τη σύνθεση, την μορφή και τις ιδιότητές τους και οι ιδιότητες του ακολουθούν τον νόμο των μιγμάτων. Συνήθως, τα σύνθετα υλικά χαρακτηρίζονται από τη συνύπαρξη δύο μακροσκοπικά διακριτών συστατικών. Το ένα αναφέρεται ως συστατικό ενίσχυσης (reinforcement) και είναι αυτό που προσδίδει στο σύνθετο τις βελτιωμένες ιδιότητες, και το άλλο είναι ένα συνεχές υλικό (πολυμερές, μέταλλο, κεραμικό), το οποίο ονομάζεται μήτρα (matrix) με βασικό ρόλο να συγκρατεί το συστατικό ενίσχυσης. Ανάλογα με τη μορφή του συστατικού ενίσχυσης, τα σύνθετα υλικά χωρίζονται στις εξής κατηγορίες.

1. Ινώδη σύνθετα (fibrous composites), όταν η ενίσχυση είναι σε μορφή ινών εμποτισμένων στο υλικό της μήτρας.
2. Κοκκώδη σύνθετα (particulate composites), όταν η ενίσχυση βρίσκεται σε μορφή σωματιδίων διασκορπισμένη στο υλικό της μήτρας.
3. Πολύστρωτα σύνθετα (laminated composites), όπου το υλικό αποτελείται από επάλληλες στρώσεις των υλικών.



Εικόνα 100: Απεικόνιση των τύπων συνθέτων ανάλογα με τη μορφή της ενίσχυσης. α) ινώδες, β) κοκκώδες, γ) πολύστρωτο σύνθετο (35).

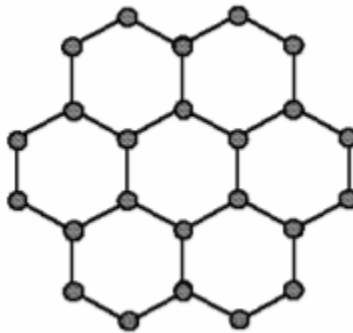
Αξίζει να σημειωθούν τα πλεονεκτήματα της χρήσης των σύνθετων υλικών σε σχέση με τα συνεχή (36).

- Βελτιωμένες μηχανικές ιδιότητες
- Μείωση του βάρους
- Μικρή ευαισθησία σε εγχοπές και διάδοση ρωγμών, που ισοδυναμεί με καλή αντοχή σε κόπωση και μεγάλη διάρκεια ζωής
- Ανάληψη φορτίου και μετά την αστοχία
- Αντοχή σε κρούσεις υψηλής ενέργειας
- Μεγάλη απορρόφηση ενέργειας (damping), απόσβεση σε ταλαντώσεις.

## Ανθρακονήματα

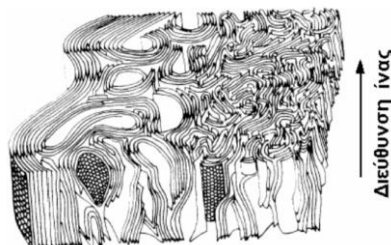
Στη βιομηχανία σύνθετων υλικών χρησιμοποιείται μια μεγάλη ποικιλία υλικών, σε μορφή ινών, για την ενίσχυση διαφόρων υλικών. Οι ίνες μπορεί να είναι είτε ανόργανες (γυαλιού, μεταλλικές, κεραμικές) είτε οργανικές (πολυμερικές π.χ. ίνες αρωματικού πολυαμιδίου-Kevlar). Οι ίνες με τη μεγαλύτερη δημοτικότητα στις σύγχρονες κατασκευές είναι οι ίνες άνθρακα ή ίνες γραφίτη ή ανθρακονήματα. Η προτίμηση για τις ίνες γραφίτη είναι μεγάλη, όταν απαιτείται ενίσχυση υψηλής αντοχής και υψηλού μέτρου ελαστικότητας για την παρασκευή συνθέτων υλικών πολυμερικής μήτρας υψηλών επιδόσεων, καθώς συνδυάζει τις άριστες μηχανικές ιδιότητες με επίτευξη χαμηλού βάρους. Επίσης, η χρήση τους είναι συνήθης όταν η θερμική διαστολή χρειάζεται να κρατηθεί σε χαμηλό επίπεδο.

Η υπεροχή των ινών άνθρακα οφείλεται στον άνθρακα, και πιο συγκεκριμένα στους ενδοατομικούς δεσμούς που σχηματίζει με άλλα άτομα άνθρακα. Στη γραφιτική δομή τα άτομα άνθρακα C διατάσσονται πολύ πυκνά με τη μορφή εξαγωνικών επιπέδων.



Εικόνα 101: Διάταξη ατόμων άνθρακα στον κρύσταλλο γραφίτη.

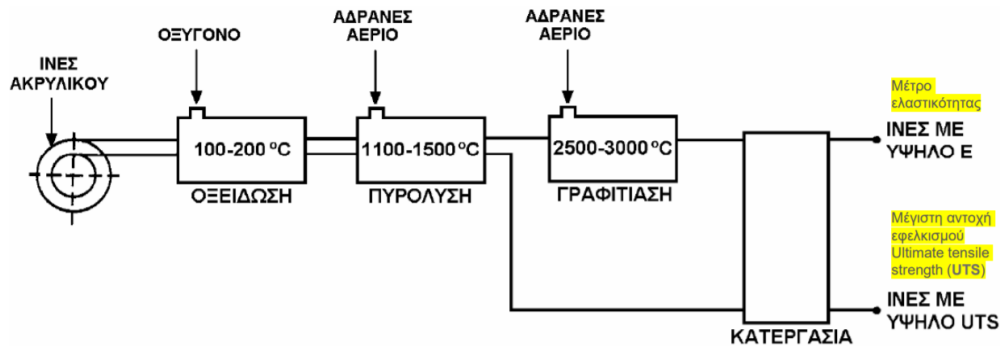
Οι δεσμοί C-C παρουσιάζουν  $sp^2$  υβριδισμό. Κάθε ένα από τα τρία  $sp^2$  τροχιακά επικαλύπτεται με γειτονικά τροχιακά ατόμων άνθρακα, σχηματίζοντας έτσι τρεις  $\sigma$  δεσμούς σε τριγωνική διάταξη. Αυτός ο ισχυρός δεσμός προσδίδει τα πολύ υψηλά μέτρα ελαστικότητας σε αυτού του τύπου ίνες. Ο γραφίτης αποτελείται από ανισότροπα στρώματα, των οποίων η ανισοτροπία επηρεάζεται από τον τρόπο παραγωγής τους. Οι ίνες άνθρακα, για να παρουσιάζουν το υψηλό αυτό μέτρο και αντοχή, πρέπει οι επίπεδες αυτές γραφιτικές στρώσεις να είναι διατεταγμένες κατά τη διεύθυνση του άξονα της ίνας (37) (38).



Εικόνα 102: Σχηματική αναπαράσταση των ινών άνθρακα (36).

Οι πρώτες ύλες για την παραγωγή ινών άνθρακα είναι κυρίως το πολυακρυλονιτρίλιο (PAN), η τεχνητή μετάξα (rayon) και η πίσσα από πετρέλαιο ή κάρβουνο. Το PAN εδώ και περίπου 50 χρόνια είναι η βασική πρόδρομη ένωση για την παραγωγή των ινών. Όσον αφορά τις ίνες από πίσσα, οι βλέψεις ήταν υψηλές, καθώς η χρήση ενός παραπροϊόντος φθηνά διαθέσιμου θα μείωνε το κόστος κατασκευής των ινών. Όμως, αποδείχθηκε πως το κόστος καθαρισμού και μετατροπής της πίσσας βρισκόταν στα ίδια επίπεδα με αυτό της παραγωγής των ινών με PAN. Τα στάδια παραγωγής είναι τα εξής:

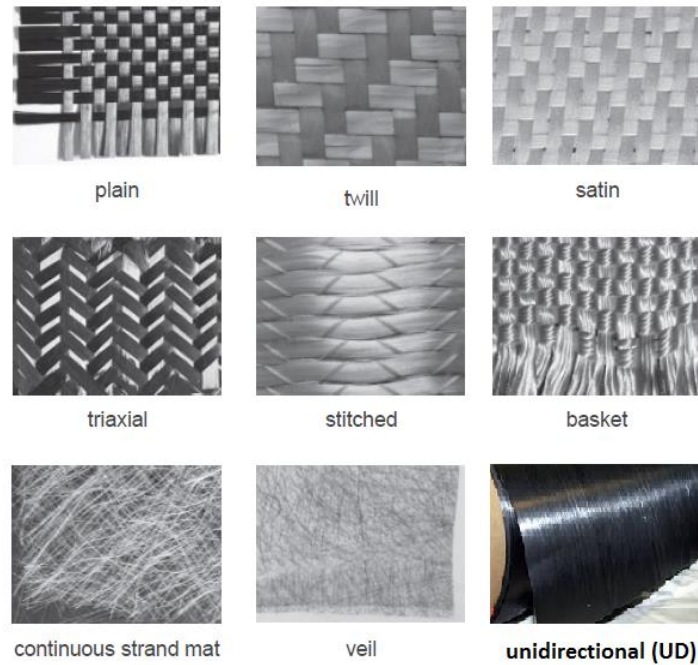
1. Οξειδωση των ινών PAN στους 100-200°C με ταυτόχρονο τανυσμό για προσανατολισμό των αλυσίδων.
2. Πυρόλυση υπό τάση στους 1100-1500°C σε ατμόσφαιρα αδρανούς αερίου, με προϊόν ίνες με υψηλή μέγιστη αντοχή σε εφελκυσμό.
3. Περαιτέρω θέρμανση 2500-3000°C → γραφίτιση με ταυτόχρονη ανακρυστάλλωση, που συνεπάγεται αποδοτικότερη ανισοτροπία. Προϊόν με πιο υψηλό μέτρο ελαστικότητας E.



Εικόνα 103: Διάγραμμα ροής της διαδικασίας παραγωγής ινών άνθρακα με πρόδρομη ένωση ίνες PAN.

Πριν το τύλιγμα τους σε κυλίνδρους, προηγείται μία επιφανειακή κατεργασία ηλεκτρολυτικής φύσεως για την εναπόθεση χαρακτηριστικών ομάδων και επικαλύπτονται με ειδικές κόλλες ώστε να μεγαλώσει η συνάφεια με τη ρητίνη που θα χρησιμοποιηθεί ως μήτρα.

Τέλος, για να αποκτηθεί το τελικό ύφασμα ινών που χρησιμοποιείται, παρουσιάζονται οι πιο χαρακτηριστικοί τρόποι πλέξης.



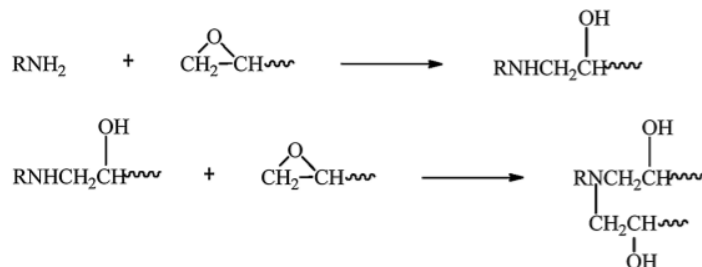
Εικόνα 104: Τα χαρακτηριστικά είδη πλέξης.

### Μήτρες

Η μήτρα του συνθέτου παίζει σημαντικό ρόλο στη λειτουργικότητα του. Ο ρόλος της είναι πολλαπλός. Πρωτίστως, διατηρεί τη θέση και τον προσανατολισμό των εγκλεισμάτων, πράγμα πολύ σημαντικό, πόσο μάλλον σε μία πλέξη ινών που η ανισοτροπία των ιδιοτήτων είναι αναγκαίο να διατηρείται. Η μεταφορά των δυνάμεων από το σύνθετο στις ίνες γίνεται μέσω της διεπιφάνειας ίνας-μήτρας, ενώ ταυτόχρονα μέσω της μήτρας γίνεται και η μεταφορά από ίνα σε ίνα. Τέλος, προστατεύει τις ίνες από περιβαλλοντική υποβάθμιση (διάβρωση), και καθορίζει τις συνθήκες λειτουργίας του συνθέτου. Είναι αναγκαίο η θερμοκρασία τήξεως της μήτρας να είναι υψηλότερη από τη μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας του συνθέτου.

Στα ινώδη σύνθετα κυριαρχούν οι πολυμερικές μήτρες, κυρίως οι θερμοσκληρυνόμενες ρητίνες όπως ο ακόρεστος πολυεστέρας και οι εποξειδικές (37), (39). Αυτά είναι χαμηλού μοριακού βάρους πολυμερή, με χαμηλό ιξώδες και μπορούν να υποστούν εύκολα επεξεργασία. Τις τελικές τους ιδιότητες τις αποκτούν με αντιδράσεις σκλήρυνσης, με τις οποίες τα μακρομόρια του πολυμερούς σχηματίζουν διασταυρώσεις πλέγματος. Οι εποξειδικές είναι πιο δημοφιλείς καθώς παρουσιάζουν μεγάλη ανθεκτικότητα σε όξινο, σε αλκαλικό αλλά και σε περιβάλλον διαλύτη, σε αντίθεση με τον πολυεστέρα που προσβάλλεται εύκολα και σε ισχυρές συνθήκες καταστρέφεται αλλά χαρακτηρίζεται από χαμηλότερο κόστος. Τέλος, η εποξειδική εμφανίζει ισχυρότερες μηχανικές ιδιότητες, ενώ αν συνδυαστεί με νεολάκη μπορεί να φτάσει ακόμα και τους 250°C.

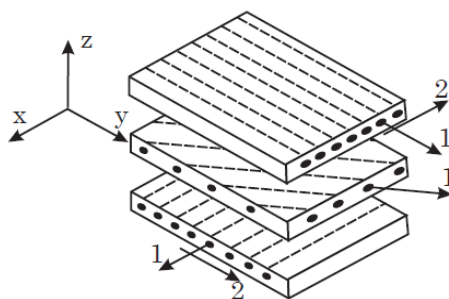
Οι εποξειδικές ρητίνες παρουσιάζουν μεγάλη ποικιλία χημικής δομής. Για τη σκλήρυνσή τους απαιτούν την παρουσία ενός δευτέρου συστατικού, του σκληρυντή, ο οποίος δρα απευθείας στον εποξειδικό δακτύλιο ανοίγοντας τον, και σχηματίζοντας χημικούς δεσμούς μέσα στην αλυσίδα της ρητίνης. Σημειώνεται πως η επιλογή του σκληρυντή επηρεάζει τις τελικές ιδιότητες του πολυμερούς. Συνήθως ο σκληρυντής είναι κάποια αμίνη, είτε αλειφατική είτε αρωματική.



Εικόνα 105: Μηχανισμός αντίδρασης μεταξύ αμινικού και εποξειδικού συστατικού.

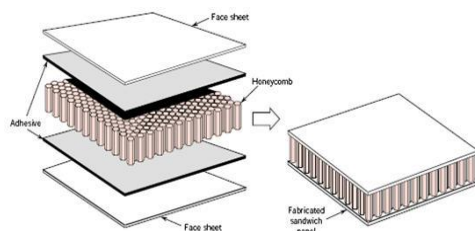
### Πολύστρωτα και Δομή Sandwich

Πολύστρωτο ονομάζεται το υλικό το οποίο αποτελείται από διαδοχικές στρώσεις ινώδους συνθέτου σε μορφή φύλλων. Οι ίνες του υφάσματος τοποθετούνται σε διαφορετικές διευθύνσεις ώστε να παραλαμβάνουν πολλαπλά φορτία. Το πλήθος των στρώσεων έχει άμεση σχέση με τη δυσκαμψία του υλικού έναντι σε καμπτικές ροπές. Όσο μεγαλύτερο γίνεται το πάχος του, τόσο πιο δύσκαμπτο το υλικό (40). Ο σχεδιασμός και η κατασκευή πολύστρωτων απαιτεί άριστη τεχνογνωσία και εξειδίκευση στο είδος (41).

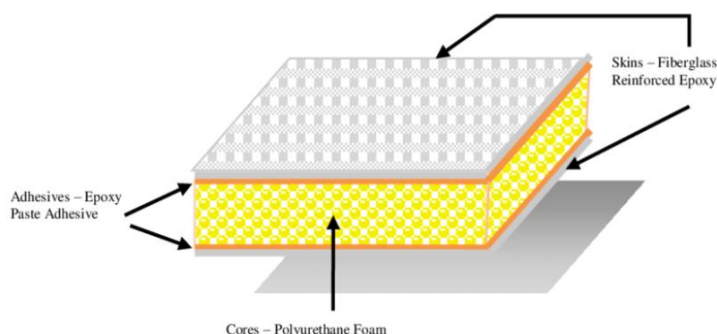


Εικόνα 106: Αλληλουχία στρώσεων σε πολύστρωτο σύνθετο υλικό.

Ένας αποδοτικός τρόπος αύξησης του πάχους του συνθέτου χωρίς μεγάλη αύξηση του βάρους παρουσιάζεται στη δομή sandwich. Η δομή sandwich αποτελεί τη σύνθεση δύο υλικών ανωτέρων μηχανικών ιδιοτήτων συνήθως ίδιου τύπου και πάχους, τα οποία αποτελούν το περίβλημα σε έναν πυρήνα από οποιοδήποτε άλλο υλικό χαμηλής πυκνότητας. Ο πυρήνας μπορεί να έχει οποιαδήποτε αρχιτεκτονική, αλλά οι πιο διαδεδομένες μορφές είναι αυτή της κυψελίδας (honeycomb) και του αφρού (foam).



Εικόνα 107: Sandwich με πυρήνα δομής κυψελίδας (honeycomb).



Εικόνα 108: Sandwich με πυρήνα αφρού.

Τα πιο διαδεδομένα υλικά πυρήνα σε βιομηχανική εφαρμογή είναι τα honeycomb αλουμινίου ή Kevlar-Nomex, ενώ συνήθεις αφροί είναι πολυουρεθάνης (PU), πολυστυρενίου (EPS ή XPS) και πολυβινυλοχλωριδίου χαμηλής πυκνότητας (low density PVC).

Η αρχή που διέπει τα σύνθετα τύπου sandwich είναι η εξής: Τα κύρια φορτία, κυρίως καμπτικά αλλά γενικά αυτά που ασκούνται εντός κυρίου συστήματος (bending and in-plane loads), τα δέχεται το υλικό-περίβλημα, ενώ ο πυρήνας αντιστέκεται στα διατμητικά. Σε αντίθεση με τα σύνθετα μίας στρώσης, η δομή sandwich προσφέρει καλύτερο λόγο δυσκαμψία σε καμπτικά φορτία)/βάρος, μικρότερες κάθετες παραμορφώσεις, καλύτερη αντίσταση έναντι στον λυγισμό και μεγαλύτερες τιμές ιδιοσυχνοτήτων (42). Η δομή sandwich που μας απασχολεί σε αυτή τη μελέτη αποτελείται από περίβλημα ύφασμα ινών άνθρακα απλής διασταυρωμένης πλέξης (plain weave) και πυρήνα χαμηλής πυκνότητας PVC.

### Μηχανική Πολύστρωτων

Τα σημαντικά πλεονεκτήματα που παρέχουν τα σύνθετα υλικά, και η εκτεταμένη χρήση τους εγείρουν την ανάγκη για πλήρη κατανόηση της μηχανικής τους, ώστε ο σχεδιασμός και η μελέτη εξαρτημάτων από αυτά να γίνει όσο δυνατόν βέλτιστα. Για να χαρακτηρίζεται ένα υλικό ως σύνθετο πρέπει οι ιδιότητες του να αποτελούν γραμμικό συνδυασμό των ιδιοτήτων των διακεκριμένων φάσεων που το αποτελούν, ή αλλιώς πρέπει να ακολουθούν το **νόμο των μιγμάτων**. Η χρήση των ινών άνθρακα ως μέσο ενίσχυσης ενός συνθέτου προσφέρει εξαιρετική μηχανική αντοχή και υψηλό μέτρο Young, και σε συνδυασμό με μία πολυμερική μήτρα επιτυγχάνεται η κατασκευή ενός συνθέτου με χαμηλό βάρος και ικανότητα ανάληψης μεγάλων φορτίων. Αν θεωρηθεί ιδανική συγκόλληση μεταξύ ίνας (fiber) και μήτρας (matrix), τότε ισχύει

πως κατά την εφαρμογή π.χ. εφελκυστικής τάσης παράλληλα στον άξονα των ινών η επιμήκυνση των επιμέρους υλικών είναι η ίδια:

$$\varepsilon = \varepsilon_f = \varepsilon_m \quad 0.13$$

Και η αντοχή σε εφελκυσμό προκύπτει από τον νόμο των μιγμάτων:

$$\sigma = V_f \sigma_f + V_m \sigma_m \quad 0.14$$

όπου  $\sigma_f$ : αντοχή ίνας σε εφελκυσμό,  $\sigma_m$ : αντοχή μήτρας σε εφελκυσμό, και  $V$ : η κατ' όγκο περιεκτικότητα των ινών και της μήτρας αντίστοιχα στο σύνθετο. Παρομοίως για το μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο Young  $E$ , εφόσον  $\sigma = E\varepsilon$ , ισχύει:

$$E = V_f E_f + V_m E_m \quad 0.15$$

Σε αντίθεση με την πλειοψηφία των μεταλλικών υλικών, τα περισσότερα σύνθετα υλικά μιας στρώσης χαρακτηρίζονται ορθότροπα. **Ορθότροπο (orthotropic)** ονομάζεται ένα υλικό, όταν παρουσιάζει δύο κάθετα επίπεδα συμμετρίας. Μπορεί να αποδειχθεί ότι η ύπαρξη δύο κάθετων επιπέδων συμμετρίας επιβεβαιώνει την ύπαρξη και ενός τρίτου τέτοιου επιπέδου κάθετου σε αυτά. Άρα, ένα ορθότροπο υλικό έχει συνολικά 3 επίπεδα συμμετρίας, και ο τανυστής στιβαρότητας ενός τέτοιου ορίζεται πλήρως με **9 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές** (34).

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad 0.16$$

Τέτοιου είδους σύνθετο υλικό είναι ένα ύφασμα με μονοδιευθυντική πλέξη. Γενικότερα, μια στρώση σύνθετου υλικού έχει μικρό πάχος, ανάλογα βέβαια και με την κατασκευή. Το αντικείμενο αυτής της μελέτης, οι βάσεις δηλαδή της πίσω πτέρυγας ενός αγωνιστικού μονοθεσίου, έχει και αυτό μικρό πάχος. Όταν το πάχος της κατασκευής είναι μικρό, η κατανομή των τάσεων σε αυτή είναι παράλληλη προς το επίπεδο της και ομοιόμορφα κατανομημένη ως



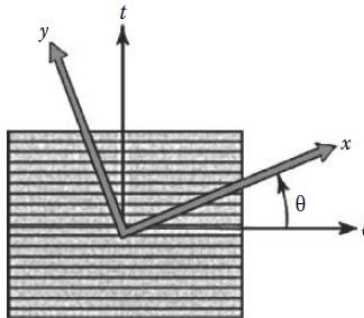
προς το πάχος της, τότε η κατάσταση της κατασκευής ονομάζεται επίπεδη εντατική κατάσταση (43) και ισχύει ότι:

$$\sigma_{33} = \tau_{23} = \tau_{13} = 0 \quad 0.17$$

Η απλοποίηση του τανυστή στιβαρότητας είναι ακόμα μεγαλύτερη έτσι και παίρνει τη μορφή:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad 0.18$$

Στις προηγούμενες παραγράφους ορίστηκε ο τανυστής στιβαρότητας στρώσης στο κύριο σύστημα της. Όμως στις περισσότερες εφαρμογές, και τα συνεχή και τα σύνθετα υλικά φορτίζονται εκτός του κύριου συστήματός τους. Στην περίπτωση αυτή, αλλάζει η μορφή του τανυστή εάν τον στρέψουμε ως προς το νέο σύστημα (36).



Εικόνα 109: Ορισμός νέου συστήματος αξόνων σε γνωστή γωνία από τη διαμήκη διεύθυνση των ινών.

Η σχέση μεταξύ τάσης-παραμόρφωσης παίρνει τώρα τη μορφή:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = T_1 C T_2^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad 0.19$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & -\cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad 0.20$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ 2 \cos \theta \sin \theta & -2 \cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad 0.21$$

Οπότε, το νέο μητρώο στιβαρότητας  $C'$  ως προς το στραμμένο σύστημα έχει τη μορφή:

$$C' = T_1 C T_2^{-1} \quad 0.22$$

Υπάρχει και μια άλλη περίπτωση ελαστικής συμμετρίας ανώτερης τάξης, εκείνης του ορθότροπου μέσου. Πρόκειται για την περίπτωση που το υλικό παρουσιάζει έναν άξονα συμμετρίας. Σε αυτήν την περίπτωση το υλικό ονομάζεται **εγκαρσίως ισότροπο (transversely isotropic)** και ο τανυστής στιβαρότητας χαρακτηρίζεται πλήρως από **6 ελαστικές σταθερές**. Αν ο άξονας συμμετρίας είναι ο 1, τότε:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\gamma_{23} \\ 2\gamma_{13} \\ 2\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad 0.23$$

Συνοπώς, εφόσον οι άξονες 2 και 3 είναι ίδιοι, τότε και οι παρακάτω ελαστικές σταθερές είναι ίσες:

$$\begin{aligned} E_2 &= E_3 \\ \nu_{12} &= \nu_{13} \\ G_{12} &= G_{13} \end{aligned} \quad 0.24$$

Επιπροσθέτως, το επίπεδο 2-3 είναι ισότροπο, και όπως ακριβώς στα ισότροπα υλικά, ισχύει:

$$E_2 = 2G_{23}(1 + \nu_{23}) \quad 0.25$$

Συνηθισμένες περιπτώσεις εγκαρσίως ισότροπων μέσων είναι τα διευθυντικά υφάσματα ινών άνθρακα (plain weave), του KEVLAR, και γενικότερα οι περισσότεροι τύποι πλέξης, εκτός από

εκείνες των ινών γυαλιού που είναι ισότροπα (36). Το αποτέλεσμα σε επίπεδη εντατική κατάσταση ή σε φόρτιση εκτός του κυρίου συστήματος είναι αντίστοιχο με το ορθότροπο μέσο.

#### Κριτήρια Αστοχίας Συνθέτων σε Επίπεδη Εντατική Κατάσταση

Λόγω του μικρού πάχους μιας στρώσης σύνθετου υλικού, γενικά μελετάται η μακρομηχανική του απόκριση στις 2 διαστάσεις, όπως προαναφέρθηκε. Έτσι λειτουργούν και τα δύο κριτήρια αστοχίας που θα παρουσιαστούν. Γενικά, ορίζεται ένας παράγοντας ασφαλείας (safety factor ή SF), ο οποίος χρειάζεται να είναι μεγαλύτερος της μονάδας ώστε η κατασκευή να είναι αξιόπιστη, και ορίζεται ως:

$$SF = \frac{1}{\sqrt{f}} - 1 \quad 0.26$$

με f: το αριστερό μέλος της ανισότητας των κριτηρίων.

Tsai-Hill

$$f = \frac{\sigma_l^2}{S_l^2} + \frac{\sigma_t^2}{S_t^2} - \frac{\sigma_l \sigma_t}{S_l^2} + \frac{\tau_{lt}^2}{S_{lt}^2} \geq 1 \quad 0.27$$

όπου  $\sigma_l$ : η τάση στον διαμήκη άξονα,  $\sigma_t$ : η τάση στον εγκάρσιο άξονα,  $\tau_{lt}$ : η διατμητική τάση,  $S_l$ : η αντοχή σε εφελκυσμό ή σε θλίψη στη διαμήκη διεύθυνση ανάλογα με το πρόσημο του  $\sigma_l$ ,  $S_t$ : η αντοχή σε εφελκυσμό ή σε θλίψη στην εγκάρσια διεύθυνση ανάλογα με το πρόσημο του  $\sigma_t$ ,  $S_{lt}$ : η αντοχή σε διάτμηση

Το κριτήριο χρειάζεται να εφαρμόζεται ξεχωριστά για θλιπτικά και ξεχωριστά για εφελκυστικά φορτία, καθώς τα όρια αντοχής για αυτές τις δύο περιπτώσεις είναι διαφορετικά.

**Tsai-Wu**

Το κριτήριο αστοχίας Tsai-Wu λαμβάνει υπόψη ταυτόχρονα τις διαφορετικές αντοχές σε εφελκυσμό και θλίψη αποτελώντας ένα από τα πιο αξιόπιστα κριτήρια αστοχίας σύνθετων υλικών, σε σύγκριση και με το Tsai-Hill (44), (45).

$$f = \sigma_l \left( \frac{1}{S_{l,tension}} - \frac{1}{\|S_{l,compression}\|} \right) + \sigma_t \left( \frac{1}{S_{t,tension}} - \frac{1}{\|S_{t,compression}\|} \right) +$$

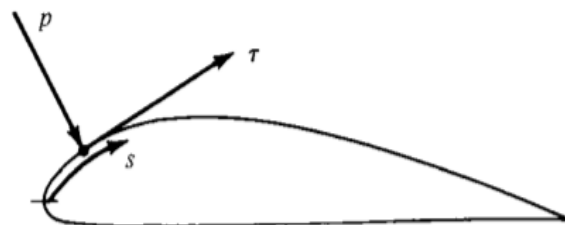
$$\frac{\sigma_l^2}{S_{l,tension} * \|S_{l,compression}\|} + \frac{\sigma_t^2}{S_{t,tension} * \|S_{t,compression}\|} -$$

$$\frac{\sigma_l \sigma_t}{S_{l,tension} * \|S_{t,compression}\|} + \frac{\tau_{lt}^2}{S_{lt}^2} \leq 1 \quad 0.28$$

### Αεροδυναμική

Η αεροδυναμική είναι μια εφαρμοσμένη επιστήμη που μελετά τη ροή του αέρα, με πληθώρα εφαρμογών που σχετίζονται με τη μηχανική, και σημαντικά επιτεύγματα τα τελευταία χρόνια. Πέρα από την αναγκαία χρήση της στον τομέα της αεροκίνησης, τα τελευταία χρόνια η αεροδυναμική αξιοποιείται εξίσου και από τον τομέα της αυτοκίνησης, ιδιαιτέρως στο κομμάτι του μηχανοκίνητου αθλητισμού. Πλέον, το αεροδυναμικό πακέτο παίζει εξίσου σημαντικό ρόλο με τον κινητήρα του μονοθεσίου. Εφόσον στόχος της μελέτης είναι οι βάσεις της πίσω πτέρυγας του αγωνιστικού μονοθεσίου, μίας πολύ σημαντικής αεροδυναμικής κατασκευής, κρίνεται αναγκαία η συνοπτική παρουσίαση ενός θεωρητικού υπόβαθρου, που θα επιτρέψει τη βαθύτερη κατανόηση της μηχανικής του προβλήματος.

Το μονοθέσιο κατά την κίνηση του, είτε επιταχύνει ή επιβραδύνει, είτε βρίσκεται σε ευθεία ή σε στροφή, δέχεται διαφορετικού τύπου αεροδυναμικά φορτία από τα διαδοχικά στρώματα αέρα που συναντάει στο πέρασμα του. Τα αεροδυναμικά φορτία που δέχεται η πίσω πτέρυγα, και οι ροπές που προκύπτουν από αυτά, μεταφέρονται μέσω των βάσεων στο πλαίσιο του μονοθεσίου και επηρεάζουν τη σταθερότητά του. Τα φορτία αυτά προκύπτουν από δύο πηγές, την κατανομή της πίεσης (διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια) στο εξεταζόμενο μέσο, στην προκείμενη περίπτωση στην πίσω πτέρυγα, και την κατανομή της διατμητικής τάσης (διεύθυνση παράλληλη στην επιφάνεια) σε αυτή (46).



$p = p(s)$  = surface pressure distribution  
 $\tau = \tau(s)$  = surface shear stress distribution

Εικόνα 110: Η πίεση και η διατμητική τάση σε διατομή φτερού αεροπλάνου (17).

Έστω ασυμπίεστο ρευστό και σταθερή ροή, ώστε να ισχύει η εξίσωση Bernoulli:

$$p + q = \text{σταθ.}$$

0.29

όπου:

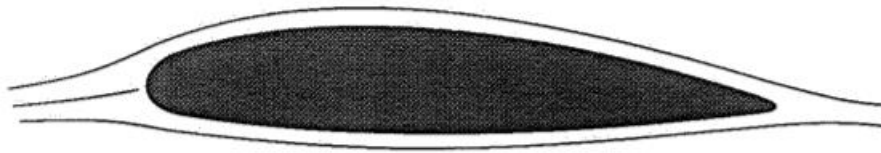
p: στατική πίεση

q: δυναμική πίεση ίση με  $\frac{1}{2}\rho V^2$

$\rho$ : πυκνότητα του ρευστού

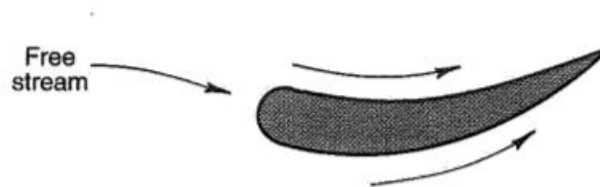
V: ταχύτητα του ρευστού

Η ποσότητα του αέρα που περνάει από την κάθετη διατομή ενός νοητού σωλήνα στο αρχικό άκρο της διατομής πρέπει να είναι ίση με αυτή που περνάει από το τελικό άκρο.



Εικόνα 111: Οι ροικές γραμμές γύρω από τη διατομή.

Για να πραγματοποιηθεί αυτό, η ροική γραμμή που ακολουθεί την πάνω τροχιά, σύμφωνα με τη γεωμετρία αυτή χρειάζεται να καλύψει μεγαλύτερη απόσταση συγκριτικά με την κάτω, άρα θα αναπτύξει και μεγαλύτερη ταχύτητα, και σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli θα υπάρξει μεγαλύτερη πτώση πίεσης. Καθώς η ροή φτάσει πίσω στο τελικό άκρο θα υπάρξει ανάκτηση πίεσης. Το γεγονός ότι η πτώση πίεσης πάνω από τη διατομή είναι μεγαλύτερη από αυτής κάτω, θα δημιουργήσει το φαινόμενο της άντωσης (lift) (2). Το φαινόμενο αυτό είναι επιθυμητό στην αεροκίνηση. Αντίθετα, στην αυτοκίνηση είναι επιθυμητή η επίτευξη όσο δυνατόν μεγαλύτερης αρνητικής άντωσης ή κάθετης δύναμης (downforce). Για τον λόγο αυτό, η γεωμετρία της διατομής της πίσω πτέρυγας των μονοθεσίων και των αυτοκινήτων είναι αντίθετη από αυτή του φτερού ενός αεροπλάνου, δηλαδή χρειάζεται η ροή που περνά από το κάτω μέρος της διατομής να χρειάζεται να διανύσει μεγαλύτερη απόσταση.

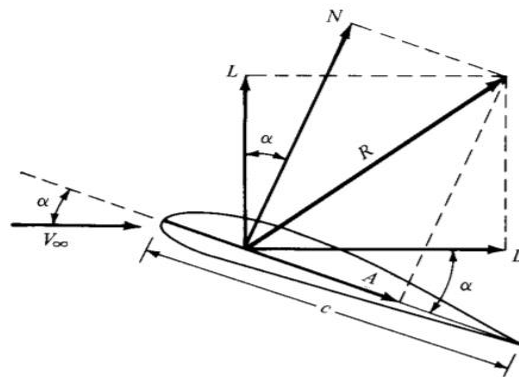


Εικόνα 112: Η γεωμετρία της διατομής της πίσω πτέρυγας μονοθεσίου.

Για να εξηγηθεί το φαινόμενο έγινε θεώρηση μη ύπαρξης οριακού στρώματος κατά τη ροή, που σημαίνει ανυπαρξία κατανομής της ταχύτητας κατά μήκος αυτού, άρα μηδενική διατμητική

τάση. Στην πραγματικότητα όμως, όπως προαναφέρθηκε, πέρα από κατανομή πίεσης υφίσταται και κατανομή διατμητικής τάσης. Αυτή η ύπαρξη της διατμητικής τάσης δημιουργεί μία δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση, τη λεγόμενη οπισθέλκουσα (drag).

Σημειώθηκε νωρίτερα πως στόχος των αεροδυναμιστών της ομάδας είναι η μεγιστοποίηση του λόγου κάθετη δύναμη/οπισθέλκουσα ή αλλιώς downforce/drag. Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστεί ένας απλό τρόπος υπολογισμού των δυνάμεων αυτών (46). Έστω ότι όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη διατομή μετατρέπονται σε μία ολική δύναμη R. Αυτή η δύναμη R χωρίζεται στην κάθετη στη χορδή N και στην οριζόντια συνιστώσα A. Όμως, τον μηχανικό δεν ενδιαφέρουν οι δυνάμεις που είναι σε κάθετη και αντίστοιχα οριζόντια διεύθυνση σε σχέση με τη χορδή της πτέρυγας, αλλά η κάθετη και η οριζόντια δύναμη σε σχέση με τους σταθερούς άξονες του μονοθεσίου, κάθετη δύναμη L και οπισθέλκουσα D.



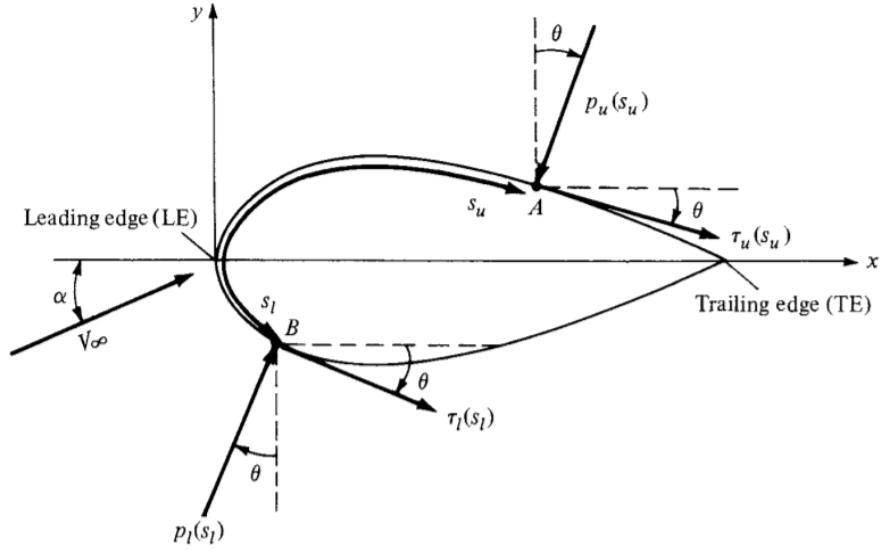
Εικόνα 113: Η ανάλυση της ολικής δύναμης που ασκείται στη διατομή σε κάθετη δύναμη και οπισθέλκουσα.

Με  $\alpha$  τη γωνία πρόσπτωσης του αέρα, που ορίζεται από τη γωνία μεταξύ της διεύθυνσης της ταχύτητας του αέρα  $V_\infty$  με τη χορδή  $c$  της διατομής. Οι γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ των δυνάμεων αυτών είναι:

$$L = N \cos \alpha - A \sin \alpha \quad 0.30$$

$$D = N \sin \alpha + A \cos \alpha \quad 0.31$$

Ο υπολογισμός, τώρα, αυτών των  $N$  και  $A$ , αλλά και της συνολικής ροπής  $M$  προκύπτει στις δύο διαστάσεις αθροίζοντας τις πιέσεις και τις διατμητικές τάσεις σε κάθε απειροστό κομμάτι επιφάνειας  $ds$ .



Εικόνα 114: Απεικόνιση της 2D γεωμετρίας με τα μεγέθη που συμμετέχουν.

$$N = - \int_{LE}^{TE} (p_u \cos \theta + \tau_u \sin \theta) ds_u + \int_{LE}^{TE} (p_l \cos \theta - \tau_l \sin \theta) ds_l \quad 0.32$$

$$A = \int_{LE}^{TE} (-p_u \sin \theta + \tau_u \cos \theta) ds_u + \int_{LE}^{TE} (p_l \sin \theta - \tau_l \cos \theta) ds_l \quad 0.33$$

$$M = [(p_u \cos \theta + \tau_u \sin \theta)x - (p_u \sin \theta - \tau_u \cos \theta)y] ds_u + [(-p_l \cos \theta + \tau_l \sin \theta)x + (p_l \sin \theta - \tau_l \cos \theta)y] ds_l \quad 0.34$$

όπου LE: leading edge = προπορευόμενο άκρο διατομής, TE: trailing edge = άκρο που ακολουθεί, δείκτης u: για μεγέθη άνω της χορδής και l: για μεγέθη κάτω της χορδής και  $\theta$ : η γωνία που σχηματίζουν τα εκάστοτε διανύσματα της πίεσης και της διατμητικής τάσης με τους κάθετους άξονες.

Στα μεγέθη αυτά, είναι φανερή η εξάρτηση από τη γεωμετρία, πράγμα που δεν είναι επιθυμητό στη σύγκριση αποτελεσμάτων. Για αυτό, επικράτησαν κάποια πιο θεμελιώδη μεγέθη, οι αδιάστατες σταθερές δύναμης και ροπής (46). Αρχικά, ορίζεται η δυναμική πίεση με  $\rho_\infty$ : την πυκνότητα του ελεύθερου ρεύματος αέρα.

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \quad 0.35$$

$$c_l = \frac{L}{q_\infty c} \quad 0.36$$

$$c_d = \frac{D}{q_\infty c} \quad 0.37$$

$$c_m = \frac{M}{q_\infty c^2} \quad 0.38$$

Ο προσδιορισμός των αδιάστατων αυτών σταθερών είναι αναγκαίος για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του εκάστοτε εξεταζόμενου μέσου. Τέλος, αξίζει αν σημειωθεί πως οι δυνάμεις που δέχεται το μέσο εξαρτώνται θεωρητικά από πολλούς παράγοντες όπως είναι η πυκνότητα  $\rho_\infty$ , ο αριθμός Mach, το δυναμικό ιξώδες  $\mu$ , η ίδια η γεωμετρία και η γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$ , καθώς όλοι αυτοί οι παράγοντες επηρεάζουν το είδος της ροής. Στην αυτοκίνηση πιο συγκεκριμένα, καθώς ο αριθμός Mach είναι μικρός και το είδος της ροής μπορεί λόγω της ομαλότητας του να δεχτεί παραδοχές, οι δυνάμεις αυτές και οι σταθερές που προκύπτουν εξαρτώνται κυρίως από τη γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$  και τον αριθμό Reynolds  $Re = \frac{\rho_\infty V_\infty}{\nu}$ , όπου  $\nu$ : το κινηματικό ιξώδες (46).

Οι δυνάμεις που δημιουργούνται λόγω του αεροδυναμικού σχεδιασμού της πίσω πτέρυγας δημιουργούν αεροελαστικά φορτία στις βάσεις της, οι οποίες τη συνδέουν με το chassis του μονοθεσίου. Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η ανάλυση της απόκρισης των βάσεων υπό αυτή την αεροελαστική φόρτιση.

#### Επίλυση Διαφορικών Εξισώσεων με Πεπερασμένα Στοιχεία

Εφόσον το πλήθος των βαθμών ελευθερίας και των κόμβων είναι μεγάλο, και δεν είναι διαθέσιμη η αναλυτική λύση, γεννάται το ερώτημα της μεθόδου επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων με τα πεπερασμένα στοιχεία. Η μεθοδολογία που ακολουθείται λειτουργεί κατά μήκος ενός στοιχείου (element) ξεχωριστά, και χωρίζεται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αυτή της μεθόδου Σταθμισμένων Υπολοίπων (κυρίως Galerkin), και αυτή της παλινδρόμησης (47).

#### **Galerkin**

Στη μέθοδο Galerkin, η αρχή γίνεται πάντα με τη διαφορική εξίσωση. Θεωρείται μία συνάρτηση βάρους (weight function) λύση της διαφορικής, η οποία πολλαπλασιάζεται με αυτή. Η weight function είναι αναγκαίο να ικανοποιεί όλες τις αρχικές και συνοριακές συνθήκες. Γίνονται προσπάθειες να υποβαθμιστεί η τάξη της διαφορικής, συνήθως με ολοκλήρωση κατά παράγοντες και χρήση των συνοριακών συνθηκών. Επειδή αυτή η υποτιθέμενη λύση δεν είναι εξ ολοκλήρου ακριβής, πάντα θα υπάρχει κάποιο υπόλοιπο (residual). Εξαναγκάζεται αυτό το υπόλοιπο να γίνει μηδενικό, και βρίσκεται η λύση.



## Παλινδρόμηση

Αρχή γίνεται με την επίλυση της διαφορικής 2<sup>ας</sup> τάξης στον τομέα ενός στοιχείου. Ολοκλήρωση κατά παράγοντες, για να υποβαθμιστεί η τάξη της διαφορικής σε 1<sup>η</sup>. Σε αυτό το σημείο, η κύρια μεταβλητή  $u(x)$  προσεγγίζεται ως εξής:

$$u(x) = \sum_{j=1}^N u_j \varphi_j(x) \quad 0.39$$

όπου:

$u(x)$ : η κύρια μεταβλητή που επί παραδείγματι εξαρτάται μόνο από τη  $x$ -διεύθυνση

$u_j$ : η τιμή της μεταβλητής στο  $j$  κόμβο του επιμέρους στοιχείου

$\varphi_j$ : η συνάρτηση παλινδρόμησης

Αυτό γίνεται γιατί στα πεπερασμένα στοιχεία η λύση που λαμβάνεται με την επίλυση είναι οι μετακινήσεις στους κόμβους των στοιχείων, και όχι μια ολική (global) λύση που θα περιγράψει τη συνολική απόκριση. Για να γίνει αυτό, πραγματοποιείται μια παλινδρόμηση  $\phi$  σε αυτές τις γνωστές μετακινήσεις των κόμβων είτε με τη μέθοδο **Lagrange** είτε με την **Hermite** (47). Από τη μία, το πολυώνυμο  $n$ -βαθμού σημεία  $(x_i, y_i)$  ορίζεται ως:

$$p_n(x) = \sum_{j=1}^n y_j L_{n,j}(x) \quad 0.40$$

με τα πολυώνυμα Lagrange να δίνονται από το γινόμενο:

$$L_{n,i} = \prod_{i=0, i \neq j}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} \quad 0.41$$

Αυτές οι πολυωνυμικές συναρτήσεις Lagrange (trial functions) είναι συνεχείς μεταξύ των ορίων των στοιχείων, αλλά οι παράγωγοι τους όχι, ενώ με τη μέθοδο Hermite αντίθετα, εξασφαλίζεται και αυτή η συνέχεια.

Μετά την παλινδρόμηση, γίνεται επίλυση των ολοκληρωμάτων είτε αν δύναται κατευθείαν, είτε αριθμητικά. Η αριθμητική επίλυση των ολοκληρωμάτων χρήζει προσοχής, καθώς η επαναλαμβανόμενη απεικόνιση των πραγματικών μεγεθών με προσεγγίσεις αυξάνει τα σφάλματα αποκοπής. Ανάλογα με τον τρόπο διαμέρισης του διαστήματος ολοκλήρωσης, διακρίνονται δύο συνήθεις κατηγορίες αριθμητικών μεθόδων (48). Αν τα σημεία είναι ισαπέχοντα, τότε οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται λέγονται **Newton-Cotes**, με πιο γνωστές τον κανόνα τραπεζίου και τον κανόνα Simpson. Ουσιαστικά το συνεχές ολοκλήρωμα διακριτοποιείται σε ένα άθροισμα από πολυώνυμα Lagrange.

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^n f(x_i) \int_a^b L_{n,i}(x) dx \quad 0.42$$

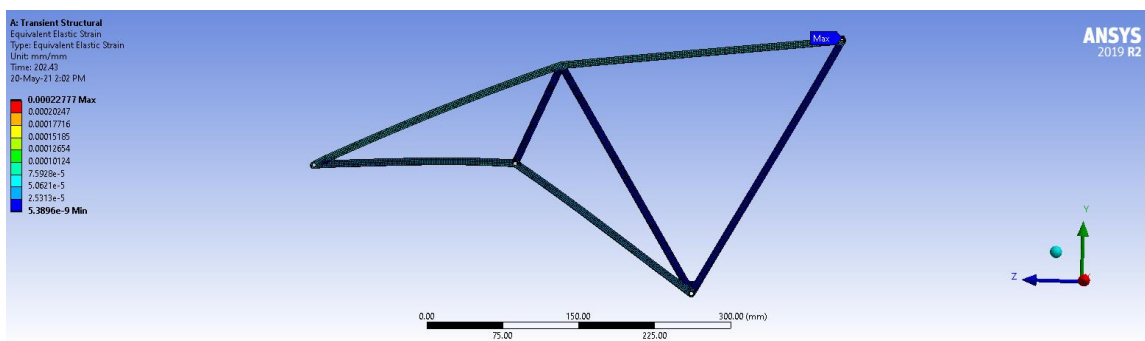
Αν τα σημεία διαμέρισης δεν είναι ισαπέχοντα, τότε η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι η **Gauss-Legendre**. Σε αυτή, βρίσκονται τα σημεία διαμέρισης από τις ρίζες ορθογώνιων πολυωνύμων (π.χ. πολυώνυμα Legendre), και μετά ακολουθεί η παρεμβολή με πολυώνυμα Lagrange.

Συνολικά, οι μετακινήσεις των κόμβων δίνουν τη δυνατότητα προσομοίωσης του πραγματικού φαινομένου μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Εφόσον έγινε κατανοητή η μεθοδολογία επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων που διέπουν το φυσικό πρόβλημα, μπορεί να παρουσιαστούν οι μελέτες που πραγματοποιήθηκαν για την προσομοίωση της απόκρισης των βάσεων, και τις αλλαγές στον σχεδιασμό για τη βελτιστοποίησή τους.

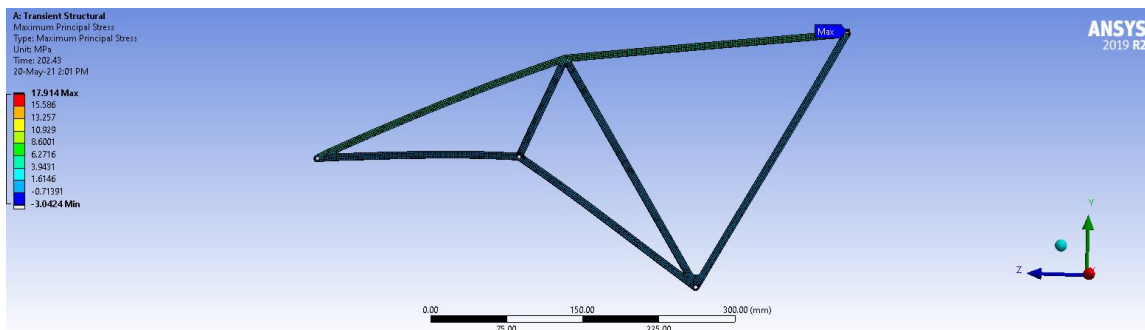
## Παράρτημα II

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζονται μερικά επιπλέον αποτελέσματα των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν. Πιο συγκεκριμένα, δίνονται περαιτέρω γραφικές αναπαραστάσεις κατανομής μεγεθών της βέλτιστης μεταλλικής βάσης, η επαλήθευση των αποτελεσμάτων της Στατικής Ανάλυσης με υπολογισμούς στο χέρι, και η ανάλυση ευαισθησίας αναφορικά με το πλέγμα διακριτοποίησης.

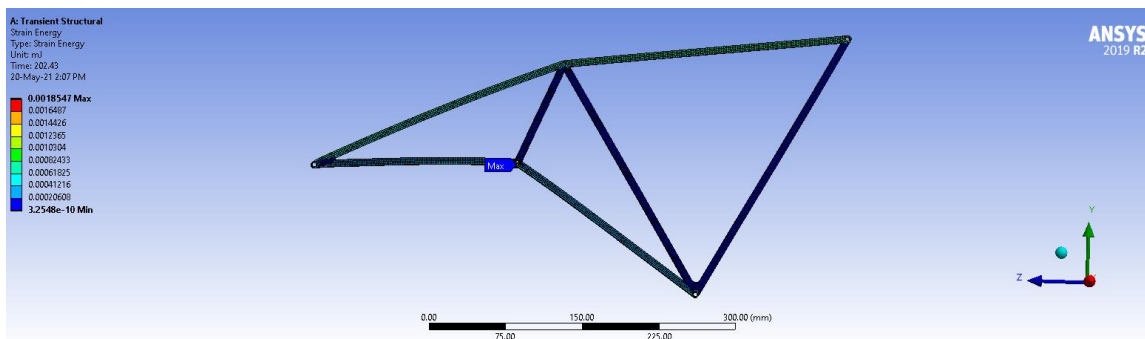
### Final contours



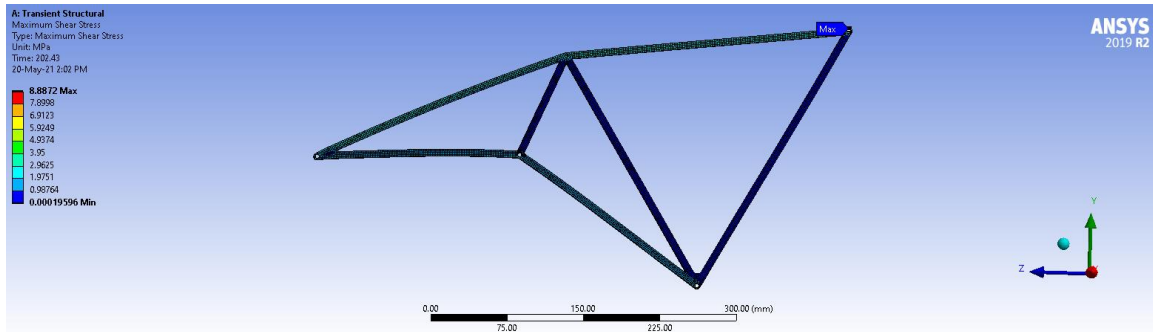
Εικόνα 115: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της ισοδύναμης παραμόρφωσης της τελικής Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης.



Εικόνα 116: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της μέγιστης κύριας τάσης τελικής Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης.



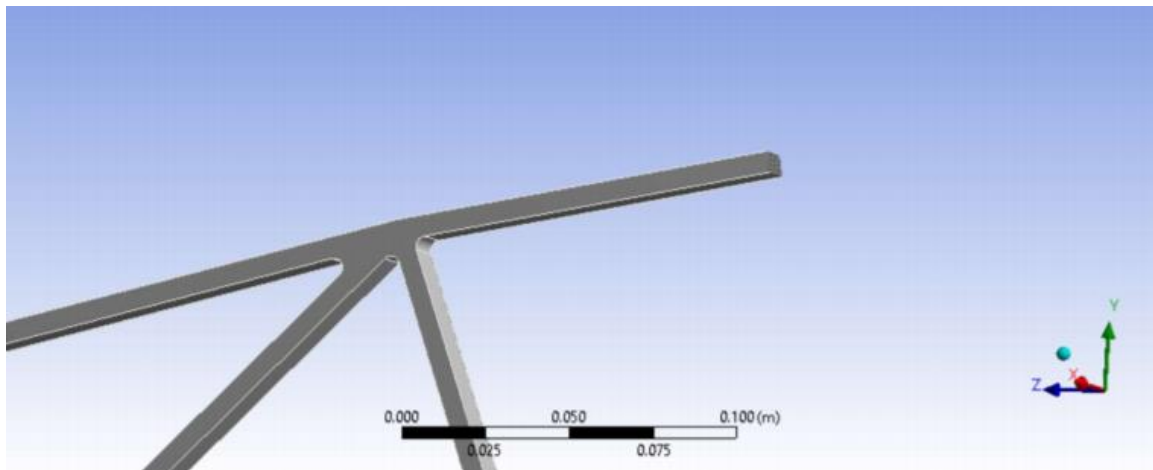
Εικόνα 117: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της ενέργειας παραμόρφωσης τελικής Ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης.



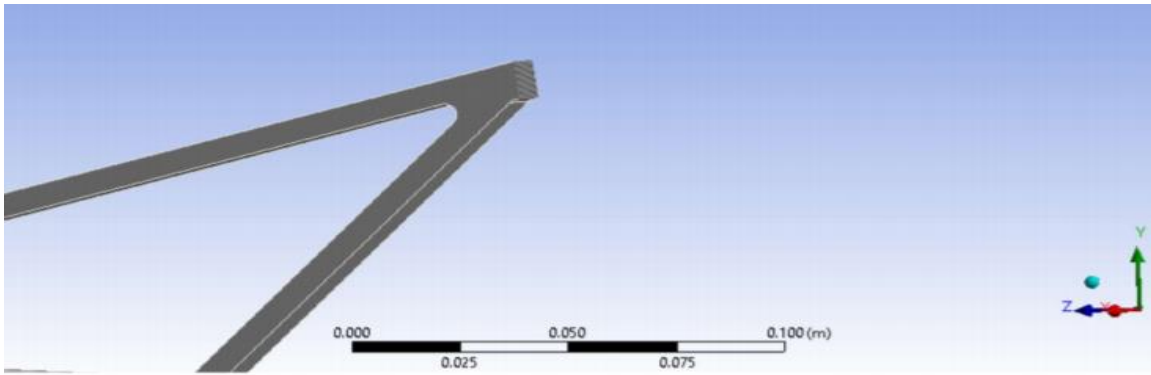
Εικόνα 118: Γραφική αναπαράσταση κατανομής (contour plot) της μέγιστης διατμητικής τάσης τελικής ανάλυσης Χρονικής Ολοκλήρωσης.

### Hand Calculations

Είναι σημαντικό σε μία ανάλυση με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, εάν αυτό είναι εφικτό, να γίνεται μια πρακτική εκτίμηση ή αλλιώς επαλήθευση των αποτελεσμάτων. Αυτό σε ορισμένες γεωμετρίες μπορεί να γίνει με υπολογισμούς στο χέρι (hand calculations), χρησιμοποιώντας μηχανική υλικών. (29) Σε αυτό το κομμάτι εξετάζονται δύο περιπτώσεις σε διαφορετικά σημεία της γεωμετρίας. Η μία σε διατομή στο μέσο του φορέα ΑΕ (Εικόνα 119) και η άλλη ακριβώς πάνω στον κόμβο Ε (Εικόνα 120).



Εικόνα 119: Διατομή στο μέσο του φορέα ΑΕ.



Εικόνα 120: Διατομή στον κόμβο E.

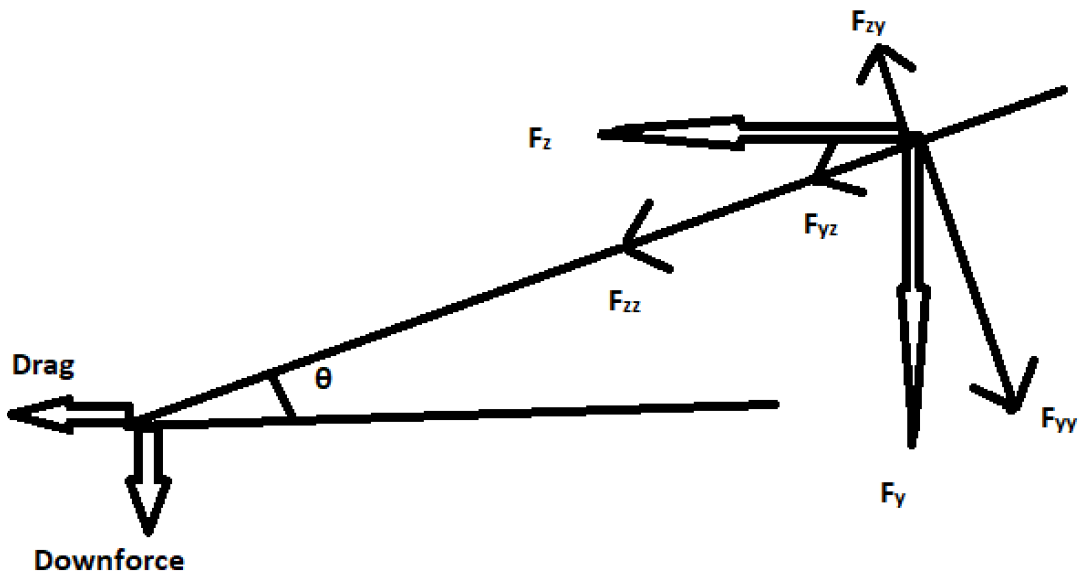
Οι υπολογισμοί στο χέρι γίνονται για την περίπτωση της διαμήκουσ φόρτισης για ταχύτητα του μονοθεσίου ίση με 45 km/h, οπότε στα σημεία φόρτισης (Remote Point C και D), ασκούνται δυνάμεις με μέτρο  $F_y = -21.093\text{N}$  και εκφράζει τη μέγιστη κάθετη δύναμη (downforce) και  $F_z = 8.75\text{N}$  την μέγιστη οπισθέλκουσα (drag).

Η μεθοδολογία επίλυσης έχει τα εξής βήματα:

1. Επιλογή διατομής, για την οποία θα γίνουν οι υπολογισμοί.
2. Εφαρμογή εξισώσεων ισορροπίας  $\Sigma F_z = \Sigma F_y = \Sigma M = 0$
3. Υπολογισμός των δυνάμεων στη διατομή.
4. Μετατροπή των δυνάμεων σε τάσεις μέσω κατάλληλων τύπων.
5. Επιλογή του τμήματος για τον υπολογισμό των κύριων τάσεων
6. Επαλήθευση με FEA

Πριν γίνει η εφαρμογή των εξισώσεων ισορροπίας χρειάζεται να πραγματοποιηθεί η μεταφορά των δυνάμεων από τα σημεία φόρτισης στον επιθυμητό φορέα επίλυσης. Γι' αυτό μέσω του CAD βρίσκεται η γωνία  $\theta$  μεταξύ του φορέα εφαρμογής των δυνάμεων και του επιθυμητού.  $\theta = 6.28^\circ$

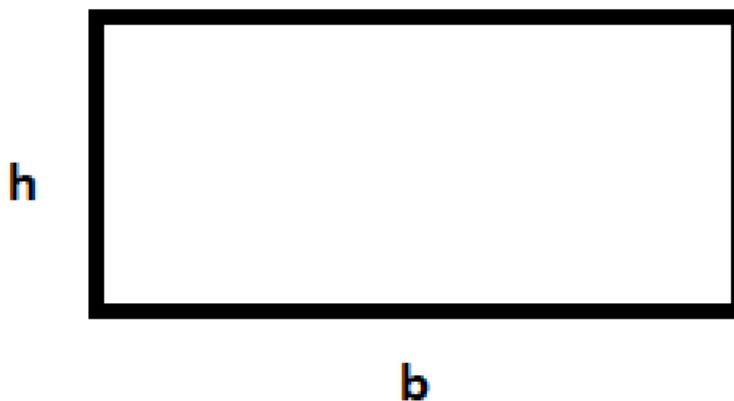
Ταυτόχρονα γίνεται η ανάλυση των δύο δυνάμεων στις δύο συνιστώσες  $y$  και  $z$ , ώστε να γίνει ο χαρακτηρισμός των δυνάμεων σε είδος τάσης.



Εικόνα 121: Μεταφορά δυνάμεων από το σημείο φόρτισης στη διατομή του φορέα.

Πιο αναλυτικά, ισχύει  $\sin\theta = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{F_{zy}}{F_z} \rightarrow F_{zy}=0.9625N$ . Αντίστοιχα  $F_{zz} = F_z \cos\theta=8.663N$ . Με ακριβώς την ίδια λογική προκύπτουν  $F_{yz}=2.320N$  και  $F_{yy}=20.882N$ . Η φόρτιση προέρχεται και από τα δύο απομακρυσμένα σημεία C και D, επομένως ο εκθέτης σε αυτά τα μεγέθη υποδηλώνει από που προέρχονται.

Τα  $F_{zz}^C, F_{yz}^C, F_{zz}^D, F_{yz}^D$  δίνουν στη διατομή κάθετα εφελκυστικές τάσεις και τα  $F_{zy}^C, F_{yy}^C, F_{zy}^D, F_{yy}^D$  διατμητικές.



Εικόνα 122: Απεικόνιση της διατομής του φορέα. ( $h=0.65$ ,  $b=1cm$ )

Οι εφελκυστικές κάθετες τάσεις μετατρέπονται σε τάση σύμφωνα με τον τύπο:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad 0.1$$

όπου:

$\sigma$ : η εφελκυστική τάση

P: το σύνολο των φορτίων που εφελκύνουν τη διατομή  $A=bh=65*10^{-6}m^2$ .

Επομένως,  $\sigma=0.338MPa$ .

Οι διατμητικές τάσεις υπολογίζονται μέσω του:

$$\tau = \frac{VQ}{Ih} \quad 0.2$$

όπου:

$\tau$ : διατμητική τάση

V: το σύνολο των φορτίων που ασκούν διατμητική τάση στη διατομή A.

I: ροπή αδράνειας,  $I=bh^3/12=5.42*10^{-10}m^4$

και Q, ειδικός όρος που σχετίζεται με το συγκεκριμένο σημείο της διατομής που γίνονται οι υπολογισμοί. Στη συγκεκριμένη περίπτωση οι υπολογισμοί γίνονται για το ανώτερο κεντρικό σημείο της διατομής, και γίνεται  $Q=528*10^{-10}m^3$ .

Προκύπτει  $\tau=65.478*10^4Pa$ .

Με τη βοήθεια του κύκλου του Mohr, υπολογίζονται οι κύριες τάσεις της διατομής και η μέγιστη διατμητική με βάση τους εξής τύπους:

$$R = \sqrt{\frac{(\sigma_y - \sigma_z)^2}{4} + \tau_{yz}^2}$$

$$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} \quad 0.3$$

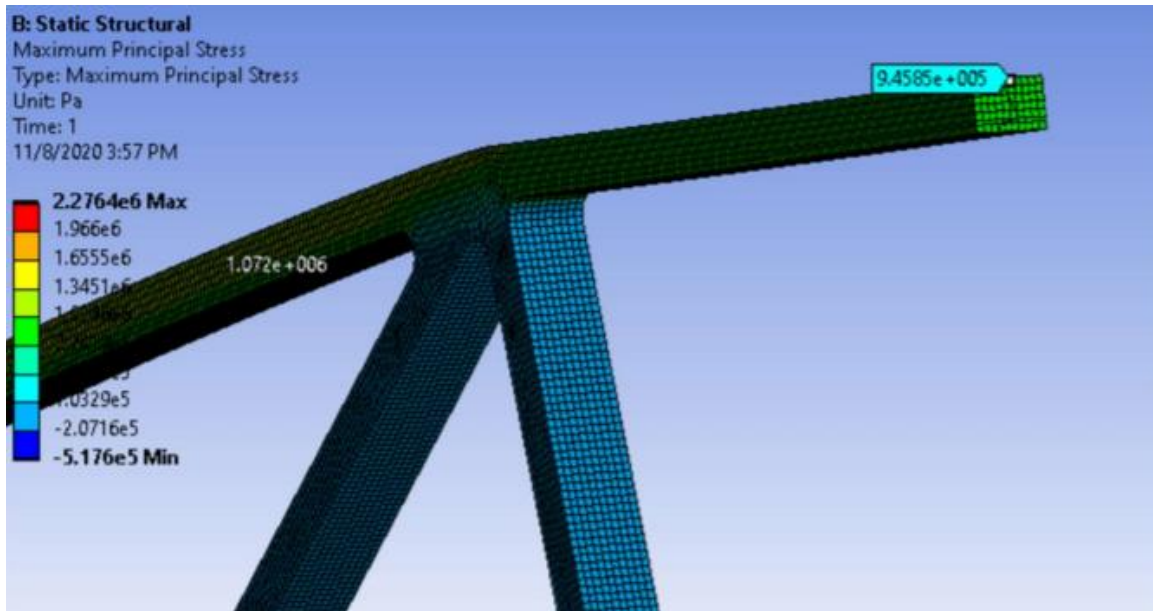
$$\sigma_{1,2} = \sigma_{avg} \pm R$$

$$\tau_{max} = R$$

Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τα αποτελέσματα της επίλυσης στο ANSYS.

Πίνακας 49: Σύγκριση υπολογισμών στο χέρι με επίλυση στο ANSYS για το ανώτερο κεντρικό σημείο του μέσου του φορέα AE.

Μέγεθος	Hand Calculations(MPa)	ANSYS Results(MPa)
Max Principal Stress	0.85	0.95
Min Principal Stress	-0.510	-0.086
Max Shear Stress	0.68	0.47

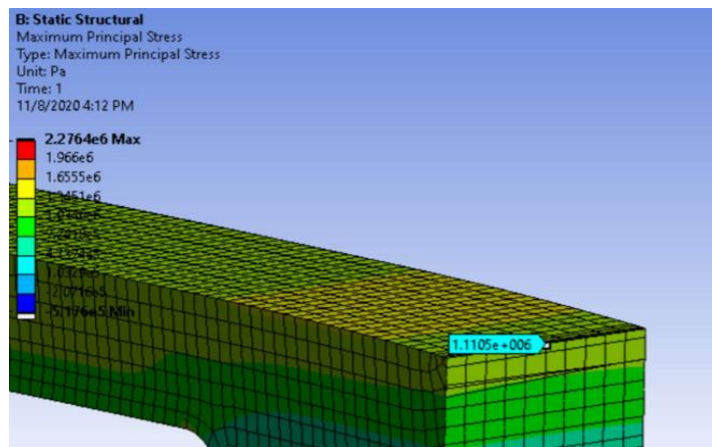


Εικόνα 123: Απεικόνιση του υπολογισμού της μέγιστης κύριας τάσης στο ανώτερο κεντρικό σημείο του μέσου του φορέα AE.

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια λογική, προκύπτει για τη διατομή στο κόμβο E.

Πίνακας 50:: Σύγκριση υπολογισμών στο χέρι με επίλυση στο ANSYS για το ανώτερο κεντρικό σημείο του μέσου του κόμβου E.

Μέγεθος	Hand Calculations(MPa)	ANSYS Results(MPa)
Max Principal Stress	0.98	1.11
Min Principal Stress	-0.480	-0.022
Max Shear Stress	0.73	0.57



Εικόνα 124: Απεικόνιση του υπολογισμού της μέγιστης κύριας τάσης στο ανώτερο κεντρικό σημείο του μέσου του κόμβου E.



Τα αποτελέσματα και στις δύο περιπτώσεις είναι κοντινά. Έτσι αποδεικνύεται ότι υπάρχει φυσικό νόημα στους υπολογισμούς με τη χρήση των πεπερασμένων στοιχείων.

### Αναλύσεις Ευαισθησίας

#### **Πυκνότητα πλέγματος**

Στους στόχους που πρέπει να εκπληρωθούν κατά τον ορισμό των παραμέτρων του πλέγματος διακριτοποίησης, εκτός από την ικανοποιητική ακρίβεια, πρέπει να υπάρχει και η ευελιξία του μοντέλου. Με τον όρο ευελιξία εννοείται η δυνατότητα να επιλύονται γρήγορα και με ακρίβεια οι προσομοιώσεις, ώστε να μπορούν σύντομα να γίνουν οι δοκιμές που θα οδηγήσουν στη βελτιστοποίηση. Σε αυτό το πλαίσιο, έγινε καταγραφή των αποτελεσμάτων επίλυσης συναρτήσει του πλήθους των στοιχείων του πλέγματος.

*Πίνακας 51: Επίδραση πυκνότητας πλέγματος στις τιμές των αποτελεσμάτων.*

<b>Μέγεθος στοιχείου (mm)</b>	<b>6</b>	<b>4.5</b>	<b>3</b>	<b>2.4</b>	<b>1.8</b>	<b>1.2</b>	<b>0.9</b>	<b>0.8</b>	<b>0.7</b>	<b>0.6</b>
<b>Πλήθος στοιχείων</b>	1014	4689	5404	10265	21372	71082	162110	216125	342615	502027
<b>Max Von-Mises (MPa)</b>	9.22	8.75	10.1	10.7	10.7	11.7	12.4	12.9	13.2	13.2
<b>Max Principal Stress (MPa)</b>	12.6	11.2	11.8	14.7	14.5	15.7	15.6	17.3	17.9	18.3
<b>Max Shear Stress (MPa)</b>	5.05	4.73	5.39	5.64	6.09	6.51	6.98	7.25	7.39	7.28

### Von-Mises Stress (Pa)-No. of Elements

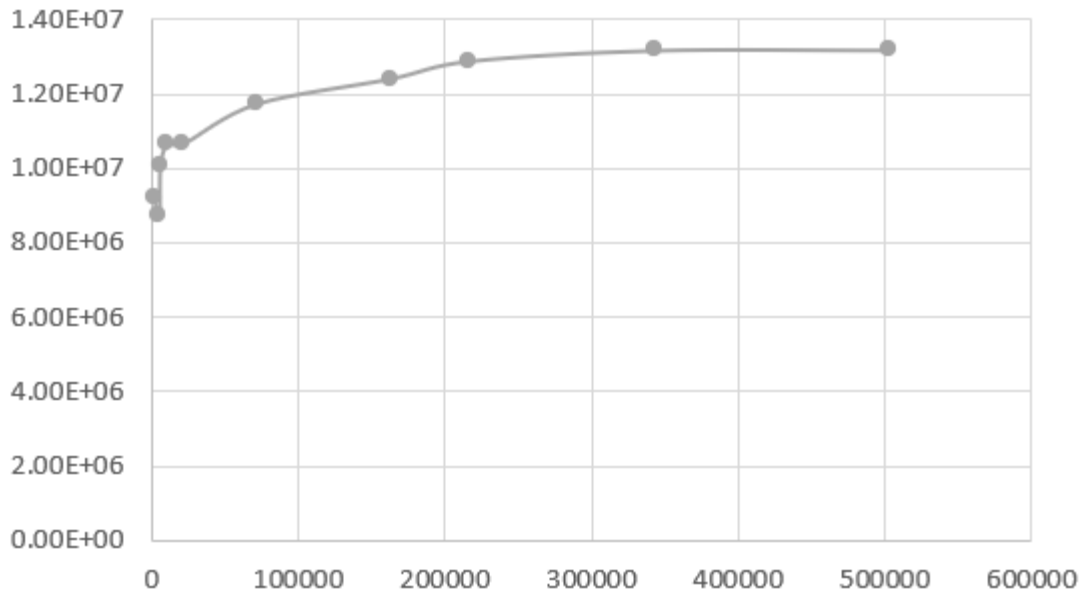


Figure 33: Συσχέτιση πλήθους στοιχείων με την ισοδύναμη τάση.

### Max Principal Stress (Pa)-No. of Elements

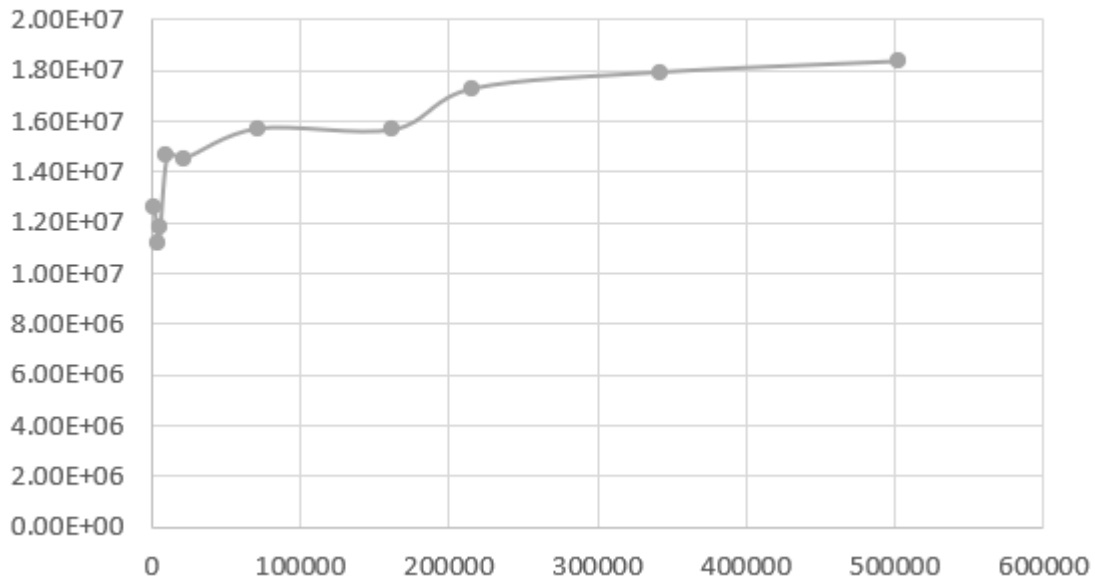


Figure 34: Συσχέτιση πλήθους στοιχείων με τη μέγιστη κύρια τάση.

## Max Shear Stress (Pa)-No. of Elements

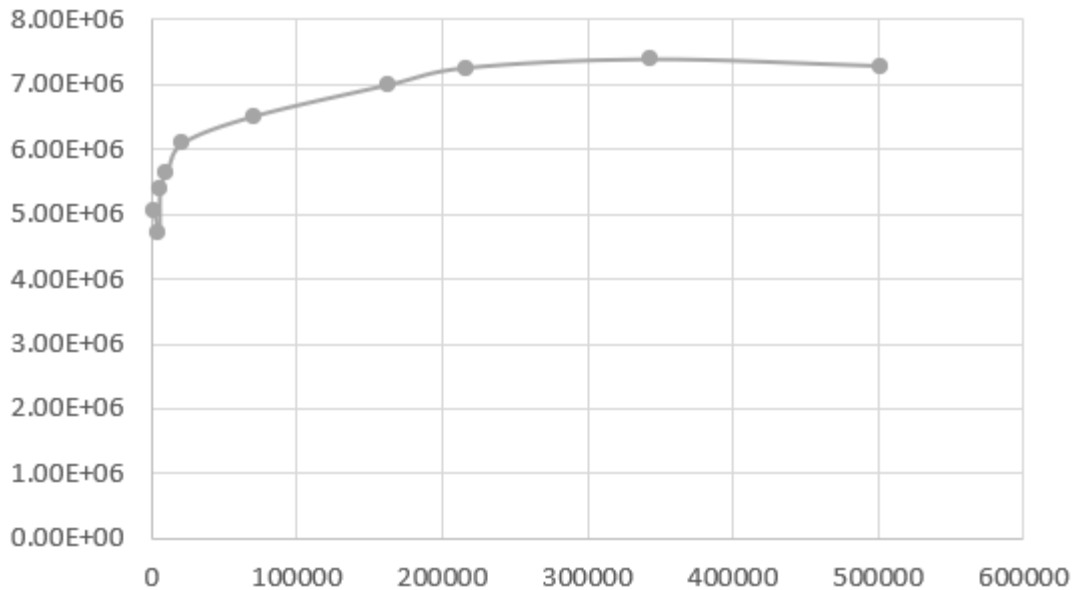


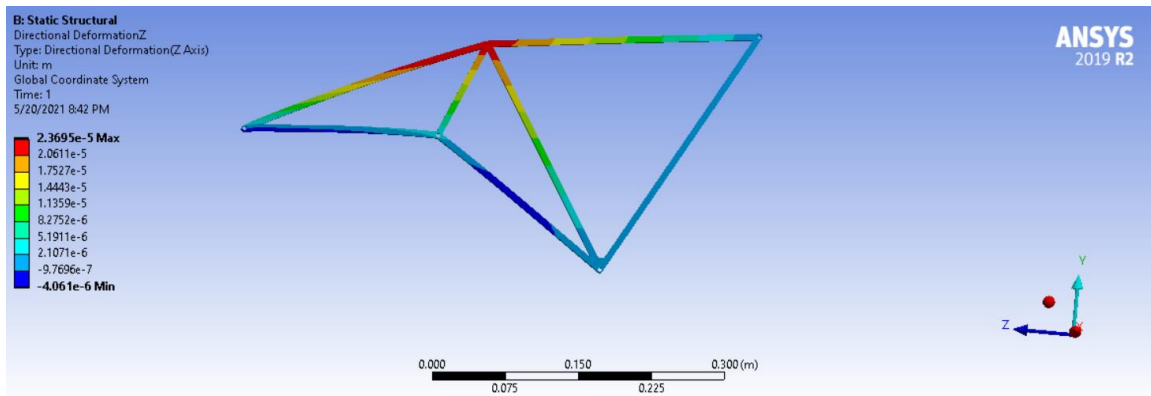
Figure 35: Συσχέτιση πλήθους στοιχείων με τη μέγιστη διατμητική τάση.

Καθώς και στις τρεις περιπτώσεις, πάνω από τα 300000 στοιχεία παρατηρείται σύγκλιση των αποτελεσμάτων, γίνεται η επιλογή του μεγέθους στοιχείου των 0.7 mm, ώστε πέρα από ακρίβεια αποτελεσμάτων να προσδίδει και αποδοτικό χρόνο επίλυσης.

### Στατικός Λυγισμός

Η ολοκληρωμένη ανάλυση του φαινομένου του λυγισμού αποτελεί ένα πολύ εξεζητημένο είδος προσομοίωσης. Πιο συγκεκριμένα, χρειάζεται ένα μη γραμμικό μοντέλο παρακολούθησης του φαινομένου για την εξαγωγή κατάλληλου συντελεστή ασφαλείας. Στατικός λυγισμός είναι το φαινόμενο ανισορροπίας μίας κατασκευής υπό στατική θλιπτική φόρτιση. Είναι χρήσιμο στη ανάλυση κατασκευών να βρίσκεται το οριακό φορτίο που μπορεί να δεχτεί η κατασκευή ώστε να μη λυγίσει. Συνήθως βρίσκεται είτε αυτό το φορτίο, είτε ο τρόπος λυγισμού (ιδιομορφή) της κατασκευής υπό μία συγκεκριμένη φόρτιση (όπως γίνεται και με τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές στη δυναμική ανάλυση).

Μπορεί τα αεροελαστικά φορτία που ασκούνται στη βάση να είναι εφελκυστικά, όμως υπάρχουν σημεία της κατασκευής που φορτίζονται θλιπτικά. Η μέγιστη θλιπτική τάση εμφανίζεται στον φορέα που ενώνεται από τα απομακρυσμένα σημεία BC.



Εικόνα 125: Παρατήρηση παραμόρφωσης αντίθετης της φοράς της οπισθέλκουσας δύναμης (μπλε χρώμα) στον φορέα BC.

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού ορίζεται από την εξίσωση:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{KL^2} \quad 0.4$$

όπου:

E: το μέτρο Young =  $7.1554 \cdot 10^{10}$  Pa

I: ροπή αδράνειας,  $I = bh^3/12 = 5.42 \cdot 10^{-10} \text{m}^4$

K=0.7, γιατί ο τύπος στήριξης των άκρων είναι πακτώσεις

L: μήκος φορέα=29cm

Η επίλυση δίνει  $P_{cr} = 650.2 \text{N}$ , φορτίο υψηλότερο από τη συνολική παραγόμενη κάθετη δύναμη της πίσω πτέρυγας για τη μέγιστη ταχύτητα του μονοθεσίου. Εφόσον αυτό το φορτίο μοιράζεται στις βάσεις, και ακόμα περισσότερα στους διαφορετικούς εκάστοτε φορείς, τότε η κατασκευή είναι ασφαλής έναντι σε φαινόμενα στατικού λυγισμού.